T.C
KARAMANOĞLU MEHMETBEY ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ŞEMSİYYE Fİ'L-HİSÂB ADLI ESERİN ARİTMETİK, CEBİR KONULARININ MATEMATİK İÇERİĞİ VE ÖĞRETİMİ AÇISINDAN İNCELENMESİ VE YENİ MÜFREDATLA KARŞILAŞTIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ebru Yıldırım

Ana Bilim Dalı: MATEMATİK

Programı : CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ

Tez Danışmanı: Doç.Dr. Kamil ARI

KARAMAN-2017

TEZ ONAYI

Ebru Yıldırım Tarafından hazırlanan**'Şemsiyye Fi'l-Hisâb Adlı Eserin Aritmetik, Cebir Konularının Matematik İçeriği Ve Öğretimi Açısından İncelenmesi Ve Yeni Müfredatla Karşılaştırılması'** adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ**olarak kabul edilmiştir.

Danışman:Doç. Dr. Kamil ARI

Jüri Üyeleri | İmza

Doç.Dr. Mustafa Doğan
Yıldız Teknik Üniversitesi
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Doç.Dr. Kamil Arı
Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi
Matematik Anabilim Dalı

Yrd.Doç.Dr. Murat İbrahim Yazar
Karamanoğlu Mehmet Bey Üniversitesi
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Tez Savunma Tarihi:10/11/2017

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Doç. Dr. Kamil ARI

Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

Ebru YILDIRIM

Bu çalışma Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Bilimsel Araştırma Komisyonu (BAP) tarafından desteklenen 09-YL-16 numaralı proje kapsamında gerçekleştirilmiştir

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ŞEMSİYYE Fİ'L-HİSÂB ADLI ESERİN ARİTMETİK, CEBİR KONULARININ MATEMATİK İÇERİĞİ VE ÖĞRETİMİ AÇISINDAN İNCELENMESİ VE YENİ MÜFREDATLA KARŞILAŞTIRILMASI

Ebru Yıldırım

Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilm Dalı

Danışman: Doç. Dr. Kamil ARI

Kasım, 2017, 230 Sayfa

Matematik tarihi, matematik ilminin değerinin, geçirmiş olduğu safhaların görülmesi bakımından önemli bir alandır. Matematik tarihine bakıldığında kendi medeniyetimize ait yeterli sayıda araştırma bulunmamaktadır. Halbuki her alanda başarılı olan Osmanlı Devleti ilime de oldukça önem vermiştir. Zaten İslam Medeniyetinde var olan medreseleri koruyarak geliştirmiş ve günümüze kadar taşımıştır. Böylece verilen bu önem sayesinde diğer medeniyetlerde ki ilim adamları Osmanlı Devleti'ne gelerek medreselerde görev almıştır. Medrese eğitim sistemine göre ilim faaliyetleri, kitap esasına bağlıdır. Bu yüzden medreselerde verilen eğitim doğrudan kitaplarla ilişkilidir. O halde dönemin matematik ilmine bakış açısı ve öğretimini görmek için kitapları incelemek gerekmektedir. Bu araştırmada Nizamuddin Nasuburî tarafından yazılan 'Şemsiyye Fi'l-Hisâb' adlı eser incelenmiştir. Böylece hem matematik tarihi çalışmalarına hem de matematik öğretimi için farklı yöntem ve tekniklerin incelenmesine kaynak sağlanacaktır. Araştırmanın amacı, eserin aritmetik ve cebir öğretiminin incelenerek günümüz matematik öğretimi açısından karşılaştırmaktır. Araştırmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Şemsiyye Fi'l-Hisâb adlı eserin transkripsiyonu yapılarak günümüz Tükçesine çevrilmiştir. Araştırma esnasında anlamayı kolaylaştırmak için, Şemsiyye Fi'l Hisâb adlı eserde kullanılan matematik işlemleri, modern matematikte kullanılan işlem ve sembollere çevrilmiştir. Eserin incelenmesinin sonucunda günümüz matematik öğretimi açısından bazı benzerlikler ve farklılıklar bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Aritmetik, Hesap, Cebir, Şemsiyye Fi'l-Hisâb, Nizamuddin Nisaburî

ABSTRACT

Master Thesis
l

THE EXAMINATION OF THE BOOK DENOMINATED ŞEMSİYYE Fİ'L HİSÂB IN TERMS OF CONTENT ARITHMETICAL AND ALGEBRA, TEACHING OF THEM AND COMPARING IT WITH THE NEW CURRICULUM

Ebru Yıldırım

Karamanoğlu Mehmetbey University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Kamil Arı

November, 2017, 230 Pages

The history of mathematics is a significant field with regard to ocur the value of science of Mathematics and the stages of it. When looked upon the history of mathematics, there is not enough research belonging yo our own civilization. Whereas the Ottoman Empire as a successful state in every field in its time, gave quite importance to science. The Ottoman Empire developed the Madrasah that anyway existed in Islam Civilization by protecting and gave them quiteimportance. Thanks to the importance given to the Madrasahs, some scholar from other countries came to the Ottoman Empire and took offices in the Madrasahs. According to the Madrasah Education System, science activities mainly depend on the books. So, the education given in the Madrasahs are directly connected to the books. Then, it is essential to study the books to perceive the viewpoint and the teaching of mathematics of that time. In this research, the work written by 'Nizamuddîn Nasiburî' and called as 'Şemsiyye Fi'l-Hisâb' was studied. In this way, this research will be a source for both to the studies of mathematics story and the different methods and tecniques in teaching mathematics. The purpose of this research is to study the book in terms of teaching arithmetical and algebra and to compare it with modern mathematic teaching. In their research, document analysis model was used. The work called 'Şemsiyye fi'l-Hisâb' was translated in to today's Turkish by being done it's transcription. During the research, to simplify the understanding, the mathematics procedures in the work 'Şemsiyye fi'l-Hisâb', turned into procedures and symbols used in modern mathematics. At the end of the resarch of the work, some similarities and differences were observed in terms of modern mathematics teaching.

Keywords: Arithmetical, Algebra, Şemsiyye Fi'l-Hisâb, Nizamuddin Nisaburî

ÖN SÖZ

Yüksek lisans öğrenimim boyunca her türlü desteğini ve yardımını esirgemeyen, araştırma alanımın seçilmesi ve bu alanda bana yol gösteren danışmanım Sayın Doç. Dr. Kamil Arı'ya ve araştırma döneminin zorluk ve streslerini aşmamda yardımcı olarak bana her daim desteğini sunan merhametli sevgi dolu anneme, sabır timsali güçlü babama ve çok sevdiğim güzeller güzeli kardeşlerim Betül ve Tuğba'ya

Teşekkürlerimi arz ederim.

Ebru Yıldırım

Kasım, 2017

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET……………………………………………………………………….. i

ABSTRACT…………………………………………………………….... ii

ÖN SÖZ…………………………………………………………………….. iii

ÇİZELGELER DİZİNİ………………………………………………………. vi

1. GİRİŞ…………………………………………………………………….. 1

1.1. Problem Durumu………………………………………………............... 30

1.2. Araştırmanın Amacı……………………………………………......……… 31

1.3. Araştırmanın Önemi………………………………………………………… 31

1.4. Sınırlılıklar…………………………………………………………………… 33

2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ARAŞTIRMASI…………… 34

2.1. Medreseler Tarihi……………………………………………………..... 34

2.2. Osmanlı Devleti'nde İlim Anlayışı……………………………………….. 35

2.3. Osmanlı Devleti'nde Medrese Kurumu ……………………...………... 38

2.3.1. Osmanlı Medreselerinin Yapısı ve Medreselerde

Eğitim Öğretim Metodu…………………………………………….... 44

2.4. Osmanlı Devleti'nde İlim Faaliyetleri……………………………………. 64

2.4.1. Osmanlı Devleti'nde Mantık İlmi…………………………………….... 64

2.4.2. Artitmetik Tarihi ve Osmanlı Devleti'nde Aritmetik…………………... 74

2.4.3. Cebir Tarihi ve Osmanlı Devleti'nde Cebir……………………………. 74

2.4.4. Geometri Tarihi ve Osmanlı Devleti'nde Geometri……………………. 81

Sayfa

2.4.5. Trigonometri Tarihi ve Osmanlı Devleti'nde Trigonometri………….. 90

2.5. Osmanlı Devleti'nde Matemtik Eğitimi…………………………………. 100

2.5.1. Nizâmuddin Nîsabûrî Hayatı ve Eserleri………………………………. 103

2.5.2. Eş-Şemsiyye Fi'l-Hisâb Adlı Eser……………………………………... 105

2.6. İlgili Çalışmalar……………………………………………………….. 106

3. MATERYAL VE METOT………………… …………………………. 108

3.1. Araştırma Modeli……………………………………………………… 108

3.2. Verilerin Toplanması………………………………………………….. 108

3.2.1. Veri Toplama Araçları…………………………………………………. 108

3.3. Verilerin Çözümlenmesi………………………………………………. 109

4. BULGULAR VE TARTIŞMA……………………………………….... 110

4.1. Araştırma Problemi-1 Hakkında Elde Edilen Bulgular………………….. 110

4.2. Araştırma Problemi-2 Hakkında Elde Edilen Bulgular………………….. 134

4.3. Araştırma Problemi-3 Hakkında Elde Edilen Bulgular…………………. 137

4.4. Araştırma Problemi-4 Hakkında Elde Edilen Bulgular…………………. 137

4.5. Araştırma Problemi-5 Hakkında Elde Edilen Bulgular…………………. 138

4.6. Araştırma Problemi-6 Hakkında Elde Edilen Bulgular…………………. 140

5. SONUÇ…………………………………………………………………... 146

5.1. Sonuç ve Tartışma……………………………………………………… 147

5.2. Öneriler………………………………………………………………... 149

KAYNAKLAR…………………………………………………………..... 150

EKLER…………………………………………………………………….. 158

ÖZGEÇMİŞ……………………………………………………………….... 230

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge | **Sayfa**

Çizelge 1.a : İhsak b. Hasan et-Tokadi'nin Manzume-i Tertib-i Ulûm isimli eserine göre Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programı……… 50

Çizelge 1.b : Kevâkib-i Seb'a'ya (1155/1741) Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı……………………………………………….. 52

Çizelge 1.c : İshak b. Hasan et-Tokadî'nin (ö. 1100/1689) Nezmu'l-'Ulûm'una göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı…………………….. 56

Çizelge 1.d : Erzurumlu İbrâhim Hakkı'nın (ö. 1194/1780) Terkîn-i Ulûm'una göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı……………………... 57

1.GİRİŞ

Bilim, büyük bir entelektüel maceradır. Bilim yapmak için, gözlemler neticesi elde edilen delillere dayalı, sıkı bir disiplin ile şekillenmiş canlı ve yaratıcı bir hayal gücü gerekir. Doğaya bilim yoluyla meydan okuyabilecek kadar gelişmiş her medeniyette, bilim en iyi beyinleri kendisine çekmiştir. Çünkü bilim, her ne kadar gerekli olsa da gerçekleri basit olarak bir araya getirmek değildir; bilim, bu gerçekler arasında kurulan mantık ilişkilerinden meydana gelen ve bir varsayım veya bir teori ortaya koymaya imkân veren bir sistemidir. Bu teori, formülendirilmiş olduğu dönemin genel bakış açısıyla yoğrulmuştur. Teori, mantıklı düşünmeye alışkın beyinleri cezbedecek kadar sağlam, ileride ortaya çıkacak deliller ışığında gelişme ve düzeltmelere yer verecek kadar da açık olmalıdır (Conan, 2003).

Bilimin hayatımızdaki yeri ise bilimin amacı ile doğrudan ilişkilidir. Bilimin amacı, evrenin (kâinatın) düzenini anlayabilme, çözebilme, açıklama, tabii olaylar arasındaki ilişkileri kavrayarak bunları kontrol altına alabilme, gözlenen durumlardan hareket ederek gözlenmeyen durumlar hakkında birtakım tahminlerde bulunmak, aynı zamanda insanın hem maddî hem de manevî doyumluluğunu sağlayabilmektir (Göker, 1989).

Bilim hakkında verilen bu tanımlar ve açıklamalar gösteriyor ki bilimin amacının; evrenin düzenini anlayabilme, olaylar arasında ilişki kurabilme gibi faaliyetlerden oluşması ve insanın doğduğu andan itibaren çevresini keşfetme eğilimi içerisindedir. Ancak insanoğlu bilimin inceledikleri ile yetinmeyerek bilimin kendisinin de var olma amacını, tarihini ve misyonlarını incelemiştir. Bu alanda devreye bilim tarihi girmektedir. Medeniyet tarihi bütün insanlığın ortak mirasıdır. Bilim tarihi denildiğinde her ne kadar bazı medeniyetler akla gelse de (Yunan, Mısır, Babil, Çin) farklı medeniyetlerinde bu sürece katkısı vardır. Bilginin ortaya çıkışı kendinden önceki bilgilere bağlıdır. Yani eski bilgi yeni bilginin habercisidir (Turan, 2011).

Unat'a (2005) göre bilim tarihi, bilginin hangi aşamalardan geçerek bugün bilim dediğimiz bilgi türünün oluştuğuna, bilime ne gibi ve ne zamanlar katkılar yapıldığını, bu katkılar yapılırken bilim adamlarının nasıl bir uğraş verdiklerini, kullandıkları yöntemleri, araç ve gereçleri konu edinen bir disiplindir (Tekeli, ark., 1997).

Bilim tarihinin konu alanı incelendiğinde aslında bilim adına yapılan çalışmaların ve tecrübelerin incelendiği görülmektedir.

Türkiye'de bilim tarihi araştırmalarının geçmişi on dokuzuncu yüzyılın sonu ile yirminci yüzyılın başlarına kadar geri gitmekle birlikte Salih Zeki (1864-1921) ile Adnan Adıvar (1882-1955) gibi bilginlerin yapmış oldukları çalışmalar sonucunda, bilim tarihi yavaş yavaş tanınmaya ve sevilmeye başlamıştır; üniversite içine girmesi ve öğretimin bir parçası olması içinse, Aydın Sayılı'yı (1913-1993) beklemek gerekmiştir (Demir, 2003).

Başıbüyük'e (2012) göre, bilim tarihi öğretimi ile birey, ilk çağlardan günümüze uzanan bilimsel gelişmeleri algılayarak bütünsel bir bakış açısı kazanacaktır. Bilimin ilerlemesi ve geliştirilmesi ona duyulan saygı ve sevgi ile orantılıdır. Bilime duyulacak olan sevgi ise onun tarihinin ve topluma olan etkisinin kavranması ile ilişkilidir. Bilim tarihini öğrenen kimseler, bilimin her an kendini yenileyen ve geliştiren bir yapısı olduğunu görürler. Böylece bilimin iç dinamizmi kavranmış olur ve birey için yeni ufuklar ortaya çıkar. Bilim tarihi bilimin bir süreç olduğunu ve bilgiyi edinmenin yöntemlerini bizlere aktarır. Ayrıca bilim tarihi bilimin kültürel bir miras olduğunu ortaya çıkarmanın yanında, o bilgiye nasıl ulaşıldığını da gözler önüne sermektedir (Şimşek & Şimşek, 2010).

Kısaca bilim tarihi, yenilenebilir olduğundan araştırmacılar ve amatörler için bilimin daha tamamlanmamış olduğunu göstermektedir ve bilime katkı sağlanabileceği çok fazla alanın olduğunu gösterir. Bilim tarihinde bilginin çıkış noktaları ve gelişim süreleri incelendiğinden bilginin daha kolay anlamlandırılmasını sağlamaktadır. Bilim tarihinin öğretimi ile öğrencilerin bütün tarihsel süreçleri görerek geçmiş ile günümüz arasında bağlantılar kurmasına yardımcı olur. Ayrıca bilimin ortaya çıkış nedenleri de görüleceğinden bilim insan içindir anlayışının varlığını hissederek gerçek hayat durumları ve bilim arasında bağ kurmasına yardımcı olur. Bilim tarihi içerisinde 'matematik tarihi' bilinmeden çağımızı değerlendirmek ve anlamak eksik ve yanlış olur (Göker, 1989).

20. Yüzyıl matematiği, matematiğin atılım çağı olmuş ve kimilerince ‘altın çağ’ olarak nitelendirilmiş olsa da bireysel olarak matematikçilerin, matematiğin bütün alanlarına vakıf olmaları artık mümkün görünmemektedir. Bununla birlikte, matematiğin ne olduğu sorusu, matematikçiler tarafından da kolaylıkla cevaplanmaz. Gerçekten de Lasserre’nin dediği gibi; ‘Bir fizikçiye ‘fizik nedir?’ veya bir tarihçiye, ‘Tarih nedir?’ diye sorduğunuzda, yanıt vermekte hiç zorlanmaz. Çünkü gerçekten de ikisi de ne aradığını bilmeksizin kendi işini yapamaz. Ancak bir matematikçiye, ‘Matematik Nedir?’ diye sorduğunuzda, haklı olarak yanıtı bilmediğini söyleyebilir ve bu onu matematikçi olmaktan alıkoymaz’ (Gür, 2004).

Matematik insanlık tarihinin en eski bilimlerinden biridir. Eskiden sayılar ve semboller bilimi olarak algılanan matematik zamanla artık bir tanıma sığmayacak kadar geniş bir perspektife sahip olmuştur (Ülger, 2005).

Matematik sözcüğünün kökeni Eski Yunan’da ‘*matesis*’, ‘*ben bilirim*’ sözcüğünden gelmektedir (Koyuncu & Özdemir, 2017). ‘Matematik’ (Yun. ‘mathematika’, İng. ‘mathematics’) sözcüğü ilk olarak M.Ö. 550’lerde Pisagor okulu üyeleri tarafından ‘*öğrenilmesi gereken her şey’* anlamında kullanılarak ortaya çıkmış olup çoğul şekilleri Yunanca’da ‘ta mathematika’ Latince’de ise ‘mathematica’ şeklindedir. İngilizce’de tekil halin sonundaki ‘s’ şeklindeki görünür çoğulluk eki, Pisagorcuların tanımındaki ‘her şey’ kavramının bir yansımasıdır (Tez, 2008).

Türk Dil Kurumu (2017)’ na göre matematik, ‘aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı, riyaziye’ olarak tanımlanmaktadır. Oxford sözlüğüne bakılırsa matematik, sayı, miktar ve uzay bilimidir. The American Heritage sözlüğüne bakılırsa matematik, miktar ve kümelerin arasındaki ilişkileri sayı ve sembol kullanarak araştırır. Bu tanımlarda, sayı ve miktarla ilgili kısım aritmetik, uzay ile ilgili kısım ise geometri olarak adlandırılır (Gür, 2004).

Bilim dallarının hemen hepsi matematikle ilgilidir. Hatta herhangi bir bilim dalı, matematikle ne kadar ifade kabiliyetinde ise o kadar bilim olma hüviyeti kazanır…Özellikle; fizik, kimya, astronomi… gibi müspet bilimler söz konusu olduğunda, bu bilimlerin hem temelinde ve hem de bugünkü ileri duruma gelmelerini sağlayan faktörlerin başında matematik vardır (Göker, 1989).

Matematiğin diğer bilimlerden daha çok yapıtaşı konumuna gelmesi matematiğin diğer bilimlerle olan farklılıkları sebep olmuştur. Fen bilimlerinde kullanılan metot genellikle tümevarım veya deneme metodudur. Tümevarım, özel ve zorunlu bir ispat metodudur (Göker, 1989).

Bilindiği gibi burada bahsedilen tümevarım metodu, matematik biliminden önemli yer tutan ispat, sonuç çıkarma yöntemlerindendir. O halde Fen bilimlerinin bir bilim hüviyeti kazanmaları için mantıklı ve tutarlı sonuç çıkarmalara, bunlar için de matematiğe ihtiyacı vardır.

Matematiği görgül (amprik) bilimlerden ayıran en önemli özellik, ulaştığı sonuçların kesin ve zorunlu olmasıdır. Matematikte bir teorem bir kez kanıtlandı mı, artık dayandığı öncüller (aksiyomlar) reddedilmedikçe, yanlış çıkma olasılığı yoktur (Tez, 2008).

Galileo Galilei (1564-1642), İtalyan astronom ve fizikçidir. Matematiğin evren ile ilişkisini şu sözleri ile gözler önüne sermiştir.

'Bilim gözlerimiz önünde açık duran 'evren' dediğimiz o gizemli kitapta yazılıdır. Ancak, yazıldığı dili ve alfabesini öğrenmeden bu kitabı okuyamayız. Bu dil matematiktir, bu dil olmadan kitabın bir tek sözcüğünü anlamaya olanak yoktur.'

Matematik, salt aklın ürünü olan bir bilimdir. İnsan aklının doğa yasalarını araştırmada kullanabildiği en güçlü araçtır. Gerçeklikleri deneye başvurmadan keşfedebildiği gibi, deneysel yaklaşıklık sınırları içinde her zaman için doğrulanabilen bir bilimsel bilgiler sistemidir (Tez, 2008). O halde yapılmak istenen herhangi bir doğa araştırması için öncelikle bu aracın bilinmesi gerekmektedir.

Matematik, soyut bir bilim olmakla beraber ve matematiğin temel konusu da sayılar ile çevremizde görebildiğimiz şekillerdir. Sembol ve şekil kullanılır, uygulama alanı geniş, kesin sonuç esasına dayanır. Kesin kanunları vardır. Kendisini devamlı yeniler, diğer bilimlerde yapılan çalışmaları, kanunlar halinde ifade edilebilir duruma getirir. Diğer ilgili bilim dalları ile bağımlı olarak sürekli bir gelişme gösterir ve gelişmeler birbirini tamamlar. Genelde bağımsız bir bilim dalı olup uygulanabilirliği geniştir. Matematik, bilgileri genelleştirme ile ortaya koyar ve elde ettiği sonuçlar için hipotezler kurar ve onları ispatlamak ister (Göker, 1989).

Matematik bilginin türeyişinde, dil ve mantık dışında, hiçbir bilim dalının katkısı yoktur. Her türden ispat, sonuç ya da genelleme daha önce üretilmiş matematik bilgiye dayanır. Bunun tersi doğru değildir. Yani diğer bilimlerin geliştirilmesinde matematikten büyük ölçüde yararlanılır. Belki de matematiğin bilimlerin anası oluşu onun bu toleransından ileri gelmektedir (Altun, 1998).

Sonuç olarak matematik insan zihninin, çevreden aldığı esin ve ilk hareketle, soyutlama yapmak suretiyle ürettiği bir bilgidir. Bu bilgi evrendeki diğer olayları açıklamak için bir model oluşturmaktadır. İleri düzeyde matematik yapmak için çevrenin etkisine ihtiyaç kalmamakta, mevcut matematik materyal ve düşüncenin kendisi yeterli bir çevre oluşturmaktadır. Yani bir yerden sonra matematik kendi sorularını, buna bağlı olarak da araştırmalarını ortaya koymaktadır….Matematiğin doğası değişmez değildir. Matematik gelişen bir yapıya sahiptir (Altun, 1998).

Matematik bu denli gelişen ve kendini yenileyen bir yapıya sahip olduğundan yeni nesillere matematiğin tarihinden ve gelişiminden bahsetmek onları matematik uğraşlarına yönlendirmesi bakımından yararlı olacaktır. O halde Matematik biliminin tarihi ve hangi konularla ilgilendiğinin de bilinmesi gerekmektedir.

Bu noktada Göker (1989), ‘matematik tarihi, matematikte bugün 544 ayrı dalı olduğu kabul edilen bilim dallarının doğuşlarından başlayarak gelişimini inceleyen bir bilim dalıdır. Konusu, matematikte sayı, sayma ve şekil kavramını kapsayan konuların, başlangıçtan bugüne kadar gelişimini, bilimsel düşünce ve kronolojik bir çerçevede sergilemektir.’ biçiminde açıklamada bulunmuştur. Matematik tarihinin amacı ise matematiğin değişik bilim dallarında mevcut bilgilerin nasıl ortaya konduğunu, hangi metotlar izlediğini ve nasıl geliştiğini ortaya koymaktır. Görevi; elde ettiği bilgilerin objektif bir görüşle sergilemesini yapmaktır’ biçiminde açıklamalarda bulunmuştur.

Matematik tarihi, genel olarak matematiksel bilginin nasıl medeniyetler boyunca elden ele devrilerek büyüdüğünü ve geliştiğini gösteren bilgiler sunar (Baki, 2014).

Matematik tarihi, yeni yollar arayışında kaçınılmaz bir el feneridir. Adeta yol gösterir.

Bu konu da ünlü matematikçi Alman düşünür G.W. Leibniz (1646-1716), ‘Bende o kadar fikir var ki, benden daha iyi görmesini bilenler bir gün onları daha da derinleştirecek ve benim zihin emeğime kendi kafalarının güzelliğini katacaklardır.’ demiştir.

G.W. Leibniz'in sözleri şüphesiz zamanında elde edilen matematiksel bilgilerin durağan olmadığını, üzerine yapılacak katkılarla kendini yenileyerek gelişebileceğinden bahsetmiştir. Bu açıdan bakıldığında Matematik biliminin tarihinin bilinmesi keşfedilen birçok bilgiyi saf halde gösterirken keşfedilecek birçok bilginin de kapılarını aralamaktadır.

Başlangıçtan günümüze matematik, her türlü insan etkinliğinin en önemli boyutunu oluşturmuştur. Ticaret, tarım, din, savaş tüm bunlar matematiğin etkisini hissetmiş ve karşılığında da matematikçilerin ilgi alanlarını belirlemişlerdir. Öte yandan matematiğin tarihi, kültürel değerlendirmeler yapılırken fazla bir yer kaplamaz. Oysa, dünya tarihinde, bilimin, felsefenin ve matematiğin gelişimi, savaşların ve liderlerin tarihinden çok daha önemlidir (Mankiewicz, 2002).

Matematiğin oluşmasıyla ilgili iki temel yaklaşım vardır. Bunlardan birincisi, matematiği insanın kendisinin icat ettiğidir. İkincisi ise, matematiğin evrende var olduğu insanın onu, zaman içinde fark ettiğidir.

Matematiğin nasıl olduğuna dair bir başka yaklaşımda şöyle incelenebilir.

1) Araç olarak matematik: Matematik bir takım bağıntı ve yorumlarıyla insan hayatına destek veren bir bilim dalıdır. Uygulamacılar matematiğin bu yanıyla ilgilenirler.
2) Amaç olarak matematik: Matematik bu anlamda bir araç değil amaçtır ve yalnızca 'Bilme ihtiyacının ürünü, bir düşünme ve doğruyu arama uğraşıdır.' Matematik bu uğraşın sonucunda ortaya çıkmıştır (Altun, 1998).

Matematiğin tarih boyunca gelişimi incelenmek istenirse şüphesiz bir başlangıç noktası bulmak imkansızdır. Çünkü tıpkı tüm bilimlerin tarihinde olduğu gibi Matematik biliminde de elde edilen ilk belgelerden daha önceleri de olmak zorundadır. Bu insanlığın sürekli var olması ve matematiğin insanlık tarafından en azından sayısal anlamda kullanılacağından kesindir.

Sayısal kayıtlara ilişkin ilk örnekler, Güney Afrika'da Svaziland'ta yapılan kazılarda ortaya çıkmıştır. Buradaki buluntu, yaklaşık M.Ö. 35 000 yılından kalan bir babunun bacak kemiğidir. Kemiğin üzerinde 29 çentik vardır. Buluntu kemik, Namibia'da zamanı ölçmek için hala kullanılan 'takvim sopaları' na benzemektedir. Neolitik çağdan kalan kemikler, Batı Avrupa'da da bulunmuştur.

Çek Cumhuriyeti sınırları içinde bulunan ve bir kurda ait olan belkemiği, M.Ö. 35000 olarak tarihlendirilmektedir ve kemiğin iki yüzünde de beşlik gruplar halinde iki dizi oluşturan 55 adet çentik bulunmaktadır. Bu kemik büyük olasılıkla, avlanan hayvanların sayısını kaydetmek için kullanılmıştı. En ilginç buluntulardan biri de Uganda ve Demokratik Kongo Cumhuriyeti arasında yer alan Edwards Gölü kıyılarında bulunan ve Ishango Kemiği olarak adlandırılan kemiktir. M.Ö. 20 000 yılına ait olan bu kemik, avlanan hayvanların sayısını gösteren basit bir kemik gibi görünmemektedir. Yapılan ileri mikroskobik araştırmalar, kemiğin üzerinde Ay'ın evrelerine denk düşen daha başka çentikleri de ortaya çıkarmıştır. Dolunayın zamanını önceden belirlemenin; yalnızca dinsel açıdan değil, aynı zamanda aydınlık geceleri bilmenin gündelik yaşama ilişkin yararları yönünden de son derece önemli olduğu göz önüne alındığında, neolitik çağda yaşamış insanlar için, gökyüzündeki büyük saati anlamanın ne kadar gerekli ve önemli bir konu olduğu görülür (Mankiewicz, 2002).

Elde edilen bu bilgiler Matematik Bilim'inin en temel ve hayati kullanımına ilişkin olası bilgilerdir. Matematiğe ait asıl temel kaynaklarımıza M.Ö. 2000 yıllarında Mısır ve Mezopotamya bölgelerinde ulaşılmıştır. M.Ö. 1900 ve M.Ö. 1600 yılları arasında varlığını sürdürmüş olan Babil İmparatorluğu tarih sahnesinde önemli yer tutacak matematiksel bilgilere gelecek nesillere aktarmışlardır.

Dicle ve Fırat ırmakları arasındaki Mezopotamya bölgesinde yeşermiş olan Babil matematiği konusundaki bilgiler, çoğu M.Ö. 1800-1600'lerden kaynaklanan 400'ü aşan kil tabletten sağlanmıştır (Tez, 2008).

Şu anda kullandığımız onluk sayı sistemi, 10 sayısını temel alan bir konum-değer sistemidir. Başka bir deyişle, bir sayma konumundaki on birim, bir üst düzeydeki sayfa konumundaki birime eşittir ve bir sayıdaki rakamın pozisyonu onun değerini belirler. Elimize ulaşan en eski kayıtlar, Babillerin 60 sayısını temel alan altmışlık bir sayı sitemini kullandıklarını göstermektedir. Bu sayı sistemi, zamanı belirleme konusunda günümüze dek varlığını sürdürmüştür. Örneğin, Babiller 75 sayısını '1,15' olarak gösterirlerdi. Bu bizim 75 dakikayı 1 saat 15 dakika olarak göstermemizle aynıdır. M.Ö. 2000 yılından sonra, altmışlık düzene ve konum-değer sistemine dayanan çivi yazısı sembolleri ortaya çıkmıştır: '1' için 'T' ve '10' için '<'. Bu sembollerle 75 sayısı, T<TTTTT biçiminde yazılmaktaydı.

Bu sayı sistemi, altmışlık kesirlerin de eklenmesi ile iyice geliştirildi, fakat sıfır sayısı için bir sembol yoktu. M.Ö. 6.yy'da, Yeni Babil İmparatorluğu dönemine kadar konumsal bir sembol geliştiremediği için, Eski Babil metinlerini okurken, sayıların konumsal değerlerine dikkat etmeliyiz. Örneğin sıfır sayısı olmadan, 18, 108 ve 180 sayılarını birbirinden ayırt etmekte son derece zorlanabiliriz. Babillerin neden böyle bir sistemle çalışmayı yeğlediklerini bilmiyoruz, fakat hesaplamalarda son derece kolay kullanılan bir sistemdi ve günümüze dek ayakta kalmayı başarmıştır. (Mankiewicz, 2002).

Günümüze dek ulaşan bir tablet $\sqrt{2}$ ifadesinin en yaklaşık gösterimini içermektedir. Altmışlık düzene göre ifade edilen bu değer, $1{:}\,24{,}51{,}10$ biçiminde gösterilmiştir. Bu da beş onluk değere denk düşer. Bu sonuca nasıl ulaşıldığı gösterilmemiştir, fakat adını M.S. 1.yy'da yaşamış Yunanlı matematikçi Hero'dan alan bir yöntemden söz edilir. Yaklaşık iki bin yıl sonra, bu yöntem yine aynı sonucu vermiştir. Babiller ayrıca, Pythagoras (Pisagor)'un doğumundan bin yıl önce, Pisagor teoreminden de geniş ölçüde yararlanmışlardır (Mankiewicz, 2002).

Bu coğrafi bölgede bulunan ve matematik tarihi bulunan bir diğer uygarlık ise Mısır uygarlığıdır. Mısır, tarih alanında zengin yaşayışları ve piramitlerinden dolayı adından oldukça sık bahsettirmektedir.

Dört bin yıla yayılan bir uygarlık oldukları düşünüldüklerinde, Mısırlıların matematik alanında oldukça az iz bıraktıkları görülür. Çünkü papirüs çok kırılgan bir maddedir ve papirüslerin günümüze dek ulaşmaları mucizedir.

Mısırlıların sayı kullanımına ilişkin iki önemli nokta dikkatleri çekmektedir. Bunlardan ilki, tüm hesaplamaların temelde toplamaya ve iki zaman çizelgesine dayandığı; ikincisi ise, hesaplamalarında daha çok birim kesirleri ($1/2, 1/3$ gibi) yeğlemeleridir. Çarpma işlemi bu nedenle, birbirini yineleyen katlardan oluşmaktaydı. Aradaki sonuçlarda sonradan ekleniyordu. Örneğin 19'u 5 ile çarpmak isteyen bir yazman, bunu aşağıdaki gibi yazardı:

$$
\begin{array}{ll}
/\,1 & 19 \\
/\,2 & 38 \\
/\,4 & 76
\end{array}
$$

Bu durumda, $1 + 4 = 5$ olduğu için, 19 ve 76 sayıları eklendiğinde 95 sayısı elde ediliyordu ve bu da 19×5'e eşit oluyordu. Bölme işlemi de benzer şekilde yapılıyordu, fakat kesirlere dayalı bir çözüm de geliştirilmişti. Birim kesirler işte bu noktada devreye girmişlerdi (Mankiewicz, 2002).

Mısır matematiği, kendilerinden önceki Babillilerin ulaştığı noktadan bir adım geride değerlendirilir. Fakat özellikle piramit yapımında gösterdikleri üstün başarı ve son derece büyük bir imparatorluk kurdukları düşünüldüğünde, bu varsayım o kadar da doğru sayılmaz. Bir kesik piramidin hacmi gibi bazı kesin hesaplamalar ve çözümler bizi şaşırtmaktadır (Mankiewicz, 2002).

Yine her iki uygarlıkta da adı geçen Pisagor teoremi Eski Hintliler (M.Ö. 800-600) tarafından da kullanılmıştır. Eski Hintliler Pisagor teoremini ve bu teoremin doğruluğun bugün modern matematikte sentetik ispat olarak bilinen yöntemle açıklama yoluna gitmişlerdir. Bahsi geçen herhangi bir üçgenin kenarlarından oluşturulacak olan karelerin alanları arasındaki ilişkiye değinerek bu teoremi açıklamışlardır.

Eski Çin'de Han Hanedanlığı (M.Ö 207- M.S 220) döneminde yaşanan en korkunç boyuttaki kitap yakma eyleminde eski dönemlerden kalma tüm eserler yok edildiğinden, ondan daha eski dönemlerin matematiği konusunda bir şey bilinmemektedir. Daha sonraki döneme ait 'Matematik Sanatı Üzerine Dokuz Bölüm' adlı Çin kitabında sözcük problemleri, dik üçgen ve π sayısı gibi konular yer almaktadır (Tez, 2008).

Bugün birçok teoreme ismi verilen Yunan matematiği, matematiğin sistemleştirilmesinde oynadığı rol sayesinde büyük önem arz etmektedir.

Mezopotamya ve Mısır Matematiği ile beslenen Yunan matematiği M.Ö 450'lerden itibaren bağımsız bir gelişme çizgisine girmiştir. Yunanlıların matematik alanına temel katkıları, M.Ö 300- M.Ö 200 arasında gerçekleşmiş; diğer matematiksel buluşlar, örneğin trigonometri incelemeleri, astronominin güdümünde gerçekleştirilmiştir (Tez, 2008).

Tez'e (2008) göre, ilk Yunan matematikçi sayılan Miletos'lu (Milet) Thales (M.Ö 624-545), kendi adıyla anılan teoremi ile ünlüdür. Thales, bir piramidin yüksekliğinin ölçümü için şu basit yolu önermiştir: Yere bir çubuk dikilir; çubuğun gölgesi kendi yüksekliğine eşit olduğu anda, piramidin gölgesi de kendi yüksekliğine eşit olur (Sertöz, 1996).

Buna dayanarak Thales’in Mısır’da iken büyük piramidin yüksekliğini, kendi boyunun o andaki gölgesine oranı ile piramidin gölge uzunluğunu çarparak bulduğu da söylenir (Kendi boyu/ kendi gölgesi= Piramidin boyu/ Piramidin Gölgesi). Buna benzer şekilde Thales, bir geminin kıyıdan uzaklığını hesaplamada da bu teoremden yararlanmıştır.

Bunların dışında adından çok bahsettiren ve aslında antik çağda dahi kullanılan Pisagor teoremine adını veren Pythagoras(Pisagor), Mısır’da ve Babil’de eğitim aldıktan sonra, günümüz İtalya’sının güneyinde yer alan Crotona’ya yerleşmiş ve burada bir okul kurmuştur. Bu okul daha çok gizli bir dernek ya da bir kült özelliği taşıyordu ve bilgileri yalnızca, seçilmiş bir elit tabakaya sunuluyordu. Pisagorcular bir komün yaşamı sürüyorlardı ve son derece katı, etik ve idari kurallarla yönetiliyorlardı. Bu kurallar arasında, ruh göçüne inanma koşulu ve katı bir vejeteryanizm vardı. Kendisi hiçbir yazılı belge bırakmadığı için, Pisagor’un ulaştığı matematiksel sonuçlar konusunda tahmin yürütmekten öteye geçemiyoruz. Daha sonraki dönemlerde Pisagorcular, ustalarının yayın yasağını bir ölçüde kaldırarak bazı yazılı belgeler bıraktılar. Pisagor’un en temel öğretilerinden biri, sayıların her şey olduğu ve sayılar olmadan hiçbir şeyin algılanıp bilinemeyeceğiydi. En çok saygı duydukları sayı ondu, ya da $1 + 2 + 3 + 4$’ ün toplamı olan ‘tetractys’ idi. Bu sayılar, evrenin boyutlarını belirleyecek noktaları oluşturmak için gerekli olan sayılardır: 1, boyutsuz noktadır ve öteki boyutların kaynağıdır; 2 nokta birleştirilerek bir doğru oluşturulabilir ve bir boyut oluşturur; 3 nokta birleştirildiğinde iki boyutlu bir üçgen elde edilir ve 4 nokta birleştirildiğinde de üç boyutlu ve dört kenarlı bir alan elde edilir. ‘Tetractys’ Pisagorcuların sembolü haline gelmiştir (Mankiewicz, 2002).

Bir diğer Yunan matematikçi Knidos’lu Eudoksos hakkında Zeki Tez (2008), ‘Knidos’lu Eudoksos (~M.Ö 408-355), Tarentum’lu Arkhytas’tan (~M. Ö 430-345) geometri, müzik ve sayı bilgisi dersleri almış, Pisagorcuların sayı kavramını değiştirerek sayıyı iki uzunluğun oranı şeklinde tanımlamış; alan, hacim ve kimi cisimlerin yüz ölçümlerini bulmuş ve bunlar hakkında birçok teoremin kanıtını vermiştir. Eudoksos, integral kavramının temelini oluşturan ‘exhaustion’ yöntemini geliştirmiştir. Bu yöntem, düzgün olmayan bir şeklin ya da cismin alan ya da hacminin, alanı ve hacmi bilinen şekillerle doldurularak hesaplanması yöntemidir. Eudoksos, bir yıllık süreyi, ilk kez 364 $\frac{1}{4}$ gün olarak kestirmişti.

Libya'nın Akdeniz kıyısında bir kent olan Kyrene'li (Libya'da bugünkü Şehhet Kenti) Eratosthenes (M.Ö 284-192), M.Ö 3. Yüzyılın sonlarında, gün dönümündeki güneşin, aynı boylamda bulunan İskenderiye ve Syene'deki (bugünkü Assuan kenti) yüksekliklerini karşılaştırarak yer meridyeninin çevresini 39 690 km olarak kestirmişti ve iyi bir kestirimdi (Ülger, 2003).

Eratosthenes'in matematik çalışmaları da vardı. Herhangi bir sayının asal sayı olup olmadığını anlamaya yönelik pratik bir yöntem, 'Eratosthenes Kalburu' adıyla anılmaktadır. Bu yöntemde 3 sayısından o sayıya kadar tek sayılar bir yere yazılar (asal sayılar, çift sayı olamaz). Sonra, verilen sayının, küçükten büyüğe doğru yazılı sayılarla kalansız bölünüp bölünemeyeceği sıra ile sınanır. 3 ile bölünmüyorsa 3 ve onun katları elenir; sonra 5 ve onun katları iptal edilir; işlem böyle sürdürülür (Tez, 2008).

Yine dönemin en büyük kültür ve bilim kenti olan İskenderiye'de yetişmiş matematikçi ve filozoflarda mevcuttur. İskenderiyeli Diophantus'un (M.Ö. 200-284) yazdığı 'Arithmetica', cebir tarihinde son derece önemli bir yapıttır. Diophantus'un tam olarak hangi yüzyılda yaşadığı hala kesin değildir, fakat mezar taşına kazınmış bir matematik bulmacasının çözümü, onun öldüğünde kaç yaşında olduğunu belirtmektedir. 'Arithmetica', denklemleri, geometrik tanımlara ve formüllere başvurmadan sayısal olarak çözme yaklaşımı ile Yunan matematiğinde yeni bir akım olarak görülür. Çözümlerin tamsayılarla sınırlandırıldığı matematik dalı, günümüzde Diophantine denklemleri adıyla anılan denklemleri kapsamaktadır. Diophante denklemlerine örnek olarak, Pythagoras üçlülerinin bulunması gösterilebilir (Mankiewicz, 2002).

Milattan önce varlığını sürdürmüş olan bu medeniyetler matematiği kullanım amaçları ve geliştirdikleri matematik teoremleri gibi açılardan incelendiğinde matematik tarihi için dikkate değer bir katkıda bulundukları söylenebilir. Keşfedilen her yeni teoremin bir önce keşfedilen teoremle ilişkili olduğu yadsınamaz bir gerçektir. Milattan önceki dönemden milattan sonraki döneme kadar daha birçok bilimsel ve matematiksel çalışma yapılmıştır. Adını biraz daha kalın harflerle yazdıran eserler için İslam Medeniyetine doğru yüzümüz çevrilmelidir.

İslam Medeniyeti içerisinde ilk matematik araştırmaları Emeviler (661-750) dönemine dek uzanırsa da bu çalışmalar genel olarak Abbasiler (750-1258) döneminde başlar ve ulusararası üne kavuşmuş olan büyük matematikçi el-Harezmî ve çağdaşı İbn Türk ile hızlanır (Tez, 2008).

Abbasiler, Bağdat'ta yeni bir İskenderiye kurmaya çalıştılar; bir astronomik gözlemevi, bir kütüphane ve Bait-al-Hikma (Beyt-ül Hikme, Bilgelik Evi) adında bir araştırma merkezi kurdular. O zamanın en büyük bilimsel yapıtlarını Arapça'ya kazandırmak için inanılmaz bir çeviri çalışması başlatıldı. İslam matematiğinde, Babil, Hint ve Yunan etkileri bulunmaktadır. Tüm bu farklı kaynaklardan oluşturdukları sentez ve attıkları adımlar, özellikle cebir ve trigonometri alanlarında büyük gelişmeler ortaya koydu (Mankiewicz, 2002).

Abbasiler devrinde Halife Me'mun, 'Ben Akdeniz bölgesindeki Müslüman topraklarının kadostrosunu çıkartmak, herkesin hakknı tespit etmek istiyorum. Bana bütün Akdeniz boyundaki İslam diyarlarının ölçülerini kesin olarak çıkartıp getireceksiniz.' dedi ve bu işi alimlerine vazife olarak verdi. İslam alimleri o zamanki imkanlara göre şöyle bir yol takip ettiler. Akdeniz'in kenarında sahilde kurulan bir şehirde ölçüme başladılar. Yüksek bir tepenin üstüne çıkıyorlar, o tepeden itibaren görebildiği kadar, ileriki mesafeye bakıyor. Şimdi çıkmış olduğu tepenin denizden yüksekliğini ölçüyor…Sırf bunu hesaplamak için bizim bugün trigonometride kullandığımız sinüs, kosinüs, tanjant, kotenjant mefhumlarını icat ederek hesaplıyoruz. Bu mefhumları ilk defa bulan Halife Me'mun zamanındaki Müslüman alimlerdir. Bunlar mesafeyi hesaplarken karşısındaki açının sinüs ve kosinüsünü hesaplıyor ve bu hesaplar vasıtasıyla mesafeler ölçüyorlar…Eskiden trigonometri dersi okunurken sinüs, kosinüs kelimelerinin yerine ceyb, taceyp olarak geçer. Ceyb kelimesi Arapça bir kelimedir. İlk defa Halife Me'mun zamanındaki Müslüman alimler mesafeyi ölçerken bu kelimeyi kullanmışlardır. Bu uzunluğu o zaman ki insanlar cebe benzetmişler ve buna bizim Türkçe'de cep demek olan ceyp demişlerdir. Hesaplarında, kitaplarında 'ceyp aşağı, ceyp yukarı' diye bir sürü hesaplar yapmışlardır (Erbakan, 2014).

İslam medeniyetinde iyi bilinen ve Batı medeniyetinin bugünlerde tanıdığı bazı İslam matematikçilerini inceleyelim.

Tam adıyla, Ebu Cafer Muhammed ibn Musa el-Khwarizmi (Harezmi, 780-850), en önemli İslam matematikçilerinden biridir. Adından anladığımız kadarıyla Orta Asya kökenlidir. Yaşamının büyük bir bölümünü Bağdat'ta geçirdi ve yeni kurulan Bilgelik Evi'nde kütüphane sorumlusu olarak çalıştı. Cebir üzerine yazdığı tezi 'Hisab al-jabr W'al-mukabala' ya da 'Yenileme ve İndirgeme Yoluyla Hesaplama' daha sonraki yıllarda Avrupa'da etkin bir rol oynayacaktır. Zaten cebir sözcüğü de 'el-Jabr' sözcüğünün Latince çevirisinden doğmuştur. Cebir'in bölümleri, doğrusal ve ikilenimsel denklemleri içermektedir. 'Yenileme' ve 'İndirgeme' terimleri, cebirsel işlemlere gönderme yapmaktadır (Mankiewicz, 2002).

El-Fârâbî (870-950), matematiği yedi alt disipline ayırmıştır. Cremonalı Gerard'ın buna ilişkin Latince çevirisinde bu disiplinler şöyle verilmektedir:

(1) Arithmetica (aritmetik), (2) Scientiae geometriae (Geometri Bilimi), (3) Scientia Aspectuum (Optik ve Perspektif), (4) Sciantia Stellarum (Yıldızlar Bilimi), (5)Scientia musicae (Müzik Bilimi), (6) Scientia Ponderesorum (Ağırlıklar Bilimi), (7) Ingeniorum Scientia (Mühendislik Bilimi) (Tez, 2008).

El-Karaji'nin (953-1029) döneminde, İslam matematikçileri, cebiri geometrik düşünce sisteminden kurtarmaya ve aritmetik açıdan bilinmeyenleri bulmak için daha genel yöntemler geliştirmeye çalışıyordu. El-Karaji Bağdat'ta, çok etkili bir cebir okulu kurdu. Bu konuda en büyük yapıtı olan 'el-Fakhri' (Cebirdeki Olağanüstülük) de, yüksek üslerin, karşıt değerlerin ve bunların ortak ürünlerinin tanımlarını vermiş, fakat $x^0 = 1$ eşitliğini tanımlayamamıştır (Mankiewicz, 2002). Bahsedilen kişi El-Kereci olarak tanınmaktadır.

Ghiyath al-Din Ebul Feth Ömer bin İbrahim Al-Nisaburi al-Hayyami, ya da daha bilinen adıyla Ömer Hayyam (1048-1131) zamanında, Selçuk Türkleri Bağdat'ı ele geçirmiş ve geleneksel bir Müslüman sultanlığı kurmuşlardı. Nisabur'da öğrenim gördükten sonra, Hayyam 1070 yılında politik karmaşıklıkların ortasından kaçarak, günümüzde Özbekistan sınırlarında bulunan Semerkant'ın görece sakinliğine sığındı. Daha çok 'Rubaiyat'ın (Dörtlükler) yazarı olan bir şair olarak tanınsa da Ömer Hayyam daha çok bir bilim adamı ve filozoftu. En özgün yanını aldığı, geometrik işlemlerle çözülebilen kübik denklemlerin çözümlerinin oluşturduğu 'Cebir' adlı yapıtını Semerkant'ta yazmıştı. Hayyam'ın görüşüne göre, kübik denklemlerin çözümleri, iki konik kesitin kesişim noktalarından yola çıkılarak bulunabilirdi.

Konik kesitlerin kesişim noktaları düşüncesini ise, Apollonius'un çevirilerinden öğrenmişti. Örneğin, $x^3 + ax = c$ biçimindeki bir denklem, uygun bir çember ve bir parabolün kesişimi olarak çözülebilir. Belli kübik denklemleri ve çözümlerin sınıflandırmış, kübik işlemleri basitleştiren cebirsel yöntemleri vermiş ve kimi karışık denklemleri ikilenimlere indirgemiştir. Cebirsel gelişim açısından tüm bunlar bir geri adım olarak görülse bile, Hayyam'ın bu alana yaptığı katkıları vazgeçilmez ve önemli kılan birkaç durum bulunuyor. Hayyam'ın, antik matematikçilerin kübik denklemlerin çözümüne ilişkin hiçbir bilgi bırakmadığına yönelik yorumunu değerlendirirken, ülkesindeki en iyi kütüphaneyi rahatlıkla kullanmış olduğunu göz önüne almalıyız. Hayyam ayrıca, kübik bir denklemin geometrik çözümünün, pergel ve gönye ile bulunamayacağını belirtmektedir. Bu savın kanıtı, Hayyam'dan yedi yüzyıl sonra bulunabilmiştir. Kübik denklemlerin birden fazla çözümlerinin olabileceğini anlayan ilk kişi oydu, fakat birden fazla çözümün işe yarayacağına inanmıyordu….Hayyam çalışmalarının çok uzun süreceğini biliyordu ve kübik denklemlerle daha yüksek dereceden denklemlerin de çözülebilmesini arzuluyordu. Hayyam'ın analitik geometrisi, cebirin ve geometrinin Arap dünyasındaki kaynaşmasının en üst noktasını oluşturuyordu. Bundan sonraki ilk büyük adım, ancak Descartes'ten sonra atılacaktı (Mankiewicz, 2002).

Astronomi, İslam matematikçilerinin en büyük ilgi alanıydı ve trigonometrideki gelişmeler sayesinde giderek daha doğru ve kesin astronomik tablolar yapılabiliyordu. İslam dinine özgü inançların doğru yapılması için duyulan endişe, matematiğin gelişimini de hızlandırılıyordu. İslami takvim Ay'ın evrelerine dayanıyordu ve her yılın her ayı, yeni aydan sonraki ilk hilalin görüldüğü gün başlıyordu. Günde beş kere kılınması gereken namaz saatleri de Güneş'in konumuna göre belirleniyordu: örneğin, öğle sonrasındaki namazın; tam öğle vakti bir noktaya dikilen nesnenin gölge uzunluğu, nesnenin kendi kendi uzunluğu kadar uzadığı anda kılınması gerekiyordu. Ve inananlar, dualarını Mekke'deki Kâbe yönünde okumak zorundaydılar. Bu üç kural, coğrafyanın yanında, gök cisimlerinin ve gezegenlerin hareketlerinin bilinmesini gerekli kılıyordu. Daha önceleri, gerekli kurallara uymayı sağlayacak gözlem yöntemleri bulunuyordu, ayrıca Yunan ve Hint kaynaklarının sunduğu çizelge ve tablolar da kullanılmaktaydı. İslam matematikçileri bu tabloları ve gözlem yöntemlerini büyük ölçüde geliştirmişti ve 13. yüzyıla gelindiğinde, camilerde, yıldız ölçerler, gönyeler ve güneş saatlerini ellerinden düşürmeyen astronomlar çalıştırılıyordu (Mankiewicz, 2002).

Astronomik hesaplamaların geliştirilmesi için, doğruluğundan ve kesinliğinden kuşku duyulmayan trigonometrik tabloların gerekliliği anlaşılmıştı. 1 derecenin sinüsünü bulmak için yapılan işlemlere bakarak, bu alandaki ilerlemeleri ele alabiliriz: sinüs, kosinüs ve tanjant terimlerinin tanımları çoktan yapılmıştı ve toplam açıların sinüsünü ya da iki açının farkını belirlemeye yönelik çeşitli formüller de geliştirilmişti. Kullanılan genel yöntem, geometrik hesaplamalarla kesinliğinden emin olunan sinüslerle başlamaktı ve daha sonra 1 dereceye ulaşana kadar bu açıların durmadan ikiye bölünmesiydi (Mankiewicz, 2002).

Abu-l-Wafa (940-998) daha bilinen adı ile El-Buzcani, $\sin 60°$'ın bilinen değeri ile başladı ve $\sin 72°$'nin değerini buldu. Daha sonra, uygun yöntemler ve formüllerle $\sin 12°$'nin değerini buldu. Yarım açı formülünü kullanarak, $\sin 1°30'$ ve $\sin 45°$ değerlerine kadar indi. Bu iki açı birbirine çok yakın olduğu için, aradaki değerlerin hemen hemen doğrusal bir ilişki içinde bulunduğunu varsaydı ve $\sin 1°$'nin değerini bulmak için aritmetik bir yöntemin gerekli olduğunu düşündü. Buna benzer yöntemleri kullanarak Abu-l-Wafa, $\frac{1}{4}$ ya da altmışlık değerde $15'$ gibi açıların en yakın değerlerini içeren eksiksiz bir tablo hazırlayabildi. 5 adet altmışlık, ya da 8 onluk değer ulaşmıştır (Mankiewicz, 2002).

Eldeki kuramsal verilere karşın, bir sonraki büyük adım ancak üç yüzyıl sonra atıldı (Mankiewicz, 2002).

Bağdat Moğol yönetimi altına girmişti ve İmparator Uluğ Bey (1394-1449), bilim merkezini Semerkant'ta kuruyordu. Semerkant'taki yeni gözlemevinin ilk yöneticisi olan Al-Kashi (1380-1429), sinüs tablolarının doğruluğunu inanılmaz derecede geliştirdi, Sinüsler için üçlü açı formülünü kullanarak, sin 3° yönünden sin 1°'nin değerini bulmak için kübik bir denklem kurdu. Daha sonra, yinelenen işlemlere dayalı bir yöntemle, 9 altmışlık konumun sin 1° değerini hesapladı. Bu da 16 onluk konuma denk geliyordu. Tablonun geri kalanı da buna dayanan ilişkilerle tamamlanabiliyordu, fakat bu yine de hesaplama alanında sansasyonel bir yenilikti (Mankiewicz, 2002). Bu bilim adamı şüphesiz Doğuda Gıyaseddin Cemşid adıyla bilinen bilim adamıdır. Bu gelişmelerden sonra dönemin yönetiminde bulunan Osmanlı Devleti değişen hükümdarları ile birlikte bilim uğraşlarına ve geliştirme yolundaki çabalara destek vermiştir.

Bu konu da Zeki Tez (2008), Sultan II. Murad döneminde Fethullah Şirvâni (ölm. 1486) Semerkant'tan Kastamonu'ya gelmiş ve orada verdiği kelam ve mantık dışında astronomi ve matematik dersleri ile ülkemizde yüksek matematik ve astronomi eğitimi başlamıştır. Şirvânî, hocası Kadızâde Rûmî'nin (1337-1412) Eşkâl el-Tesis adlı eserinden ve Mahmud bin Ömer el-Harezm'ı'nin (ölm 1221) El-Mulahhas fi'l-Hey'e adlı eserinden yararlanarak yorumlar da yazmıştır (Kunt, Farohi, Yurdaydın, & Ödekan, 1997).

Fatih dönemi matematikçilerinden biri, ünlü Kadızâde'nin öğrencilerinden ve aynı zamanda astronom olan Ali Kuşçu'dur (ölm., 1474). Çeşitli alanlarda daha çok şerh (yorum) ya da haşiye (ek) şeklindeki eserlerinden matematik konulu en önemli çalışması, Fatih Sultan Mehmed'e (yön. 1444-1446; 1451-1481) ithaf ettiği Muhammediyye adlı eseridir. Bu kitap onun Semerkant'ta Farsça yazmış olduğu Risâle fî İlm-i Hisâb (Hesap Bilimi Hakkında Risale) adlı eserinin genişletilmiş Arapça çevirisi olup 17. Yüzyıla kadar Osmanlı medreselerinde en çok okutulan hesap kitabı olmuştur. Eser Aritmetik ve mesaha (arazi ölçümü) olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır…. Aynı dönemin başka bir matematikçisi, İstanbul'un ilk kadısı olan Hızır Bey'in (ölm., 1459) oğlu Yusuf Sinan Paşa'dır. (Ölm. 1486) ve Tazarruat adlı eseri ile ünlüdür (Tez, 2008).

Fatih'in ölümünden sonra pozitif bilimlere gösterilen ilgi sürmüştür. Sultan II. Bayezid (yön. 1481-1512) döneminde Tokat'lı Molla Lütfi (ölm. 1494), yüz kadar bilim dalının ad ve konularını içeren El-Metalib el-İlâhiye fî Mevzuat el-Ulûm adlı bir eser yazmıştır (Tez, 2008).

Matrakçı Nasuh (Nasuh el-Silahi) (ölm. 1564), Kanuni döneminin matematikçi, coğrafyacı, mühendis, tarihçi, ressam ve silahşörlerinden olup Cemâl el-Küttâb ve Kemâl el Hissâb (1517) adlı matematik konulu bir kitap kaleme alarak Yavuz (I.) Sultan Selim'e (yön. 1512-1520) sunmuştur. Bu eserinde temel matematik konularını, kesirleri ve ölçüleri konu edinmiştir. Nasuh bu eserini 1533'te geliştirerek Umdet el-Hisab adlı ikinci bir matematik kitabı meydana getirip Kanuni Sultan Süleyman 'a sunmuştur….Osmanlı astronomu Takiyüddin İbn Ma'ruf (1521-1585), aritmetik konusunda Bugyet el-Tüllâb min İlm el-Hisâb (Aritmetikten Beklediklerimiz) adlı kitabı yazmış ve 1584 yılında Cerîdet el Dürer ve Hâridet el-Fiker (İnciler Topluluğu ve Görüşlerin İncisi) adlı eserinde ondalık kesirleri trigonometri ve astronomiye uygulamış ve trigonometrik çizelgeler hazırlamıştır…Safevî hükümdarlarından Şah I. Tahmasp (1514-1476) dönemi bilginlerinden olan Bahaeddin Muhammed bin Hüseyin el-Âmilî'nin (1547-1622)

‘Hülasat el-Hisâb’ adlı eseri, yalnız Osmanlı medreselerinde değil aynı zamanda bütün İslâm dünyasında en çok rağbet gören bir aritmetik kitabıydı. Osmanlılarda klasik bilim geleneğine bağlı olarak oluşturulan en büyük aritmetik kitabı, Ali ibn Veli ibn Hamza el-Cezairî el-Mağribî’nin (ölm.1614) Sultan III. Murad’a sunduğu Tuhfet el-Âdâd adlı Türkçe eseridir (Tez, 2008).

Sultan IV. Murad dönemi bilginlerinden olan Hızır Halife, Cezire-i Erkâm adlı bir aritmetik kitabı yazmıştır (Kazancıgil, 1999).

Çoğu kaynaklar, matematiğin kurucusu ve geliştiricisi olarak, Batı dünyası matematikçilerinin adlarını belirtir. Gerçekte; Avrupa, 8. ve 16. yüzyıl Türk-İslam Dünyası matematikçilerinin hazırlamış oldukları temel eserlerden büyük istifadeler sağlayarak matematiği bugünkü ileri seviyesine ulaştırabilmişlerdir. Öyle ki; Türk-İslâm dünyası matematikçileri, Batı Dünyası’nın ilmî düşünce ve araştırma duygularını ateşleyerek harekete geçirip beslediler ve yeni bir canlılık kazandırdılar. Bu durumdan hız ve kuvvet alan Batı medeniyeti matematikçileri; kendi görüş ve keşiflerine dayanarak günümüz ileri matematiğini oluşturabildiler. Batı Dünyası’nda matematikte yeni gelişmelere rastlamak için, 16. yüzyıl sonlarını beklemek icap eder. 16. yüzyıl sonları için İtalyan matematikçi Cordano’nun (1501-1576) adını belirtebiliriz.

17.yüzyılda, İngiliz (İskoçyalı) Jean Napier (1550-1617), İsviçre matematikçilerinden, Gulden (1577-1643); İtalyan matematikçilerinden Cavalieri (1598-1647); Fransız matematikçilerinden, Rene Descartes (1596-1650), Desargues (1593-1662), Blaise Pascal (1623-1662), Pierre Fermat (1601-1663); Hollandalı matematikçi Hutgens’in (1629-1695) adlarını belirtebiliriz. Bunlardan J. Napier logaritmaya ilk bilgileri ortaya koymuştur. R. Descartes de analitik geometriye ait bazı yeni temel esasları ortaya koymuş, mevcut analitik geometri bilgileri sistemleştirmiştir. Öteki matematikçiler de matematiğin çeşitli dallarına ait, bazı yeni temel bilgiler kazandırmışlardır.

18. yüzyılda; İsviçre matematikçilerinden; Bernouilli (1654-1705), Cramer (1704-1752), Leonard Euler (1707-1783), Alman matematikçilerinden Gottffried-Wilhelm Leibniz (1646-1716), İngiliz matematikçilerinden Isaac Newton (1642-1727), Mac-Loren(1698-1746), İtalyan matematikçilerinden, Ceva (1648-1734), Riccati (1676-1754), Fransız matematikçilerinden Clairaut’in (1713-1765) adlarını belirtebiliriz.

19. yüzyıl Fransız matematikçilerden; Joseph-Louis Legrance (1736-1813), Gasport Monge (1746-1818), Pierre- Simon Laplace (1749-1827), Joseph Fourier (1768-1830), Galois (1811-1832), Legendre(1752-1833), F.W. Bessel (1784-1846), Augustin- Louis Cauchy (1798-1857), Jean-Victor Poncolet (1788-1857), Poinsot (1771-1859), Brianchan (1785-1864), Dupin (1784-1873), Chasley (1793-1880), Charles Hermite (1822-1901); İtalyan matematikçilerden Carnot (1753-1823); Norveç Matematikçilerden Niels Henrik Abel (1802-1829), Alman Matematikçilerden Jacobi (1804-1851), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), George Friedric Riemann (1826-1866), Leopold Kronecker (1823-1891), Erust Kummer (1810-1893), Weierstrass (1815-1897); Sovyet Matematikçilerden Nicolas İvanawitch Lobatchewsky (1793-1856), Sonia Kowallewska (1850-1891); İngiliz matematikçilerden George Boole (1815-1864), Gayley (1821-1895), James Joseph Sylvester (1814-1897) ve İrlandalı Matematikçi William Rawan Hamilton (1805-1865) adlarını belirtebiliriz.

Bunlardan; Gesport Monge, tasarı geometrinin; Carnot, konum geometrisinin; Newton sonsuz küçükler geometrisini, Pascal, Huygens ve Fermat da ihtimaller hesabı ve gök mekaniğini geliştirdiler.

20. yüzyıl başları için; Alman matematikçilerinden Dedekind (1831-1916), L. Fhilip Cantor (1845-1918), Fransız matematikçilerinden Henri Poincare ‘nin (1854-1912), ülkemizde de Henri Poincare’nin öğrencisi Salih Zeki’nin (1864-1921) adlarını belirtebiliriz.

Daha sonra gelen; Alman, İngiliz, Fransız, Amerika Birleşik Devletleri, Sovyet Sosyalist Cumhuriyetleri Birliği, Japonya, Hindistan ve Çin’de yetişen matematikçiler, matematiğe kazandırdıkları yeni bilgiler ile, matematiği insan zekasının en yüksek eseri haline getirmeyi başardılar. Yapılacak kısa açıklamalardan sonra, şu gerçek ortaya çıkacaktır. Bugünkü ileri matematik ve bunun uygulama alanı olan Astronomi (gökbilim), fizik ve kimyanın temel bilgileri, uygulamaları ile birlikte, başlangıçta Eski Mısır ve Mezopotamya’da vardı. Daha sonraları bu bilgiler, Grek, Eski Hint ve 8. ve 16. yüzyıl Türk İslâm Dünyası’nda daha ileri seviyeye gelmiştir. Bilahare, 17. yüzyıl sonrası, Batı Dünyası’nda yapılan çalışmalar sonucunda, matematik bugünkü saadet devrine ulaşabilmiştir. Bu gelişmede, 17. yüzyıl öncesi medeniyetlerin şeref payları inkâr edilemeyecek kadar açıktır (Göker, 1989).

Sahip olduğumuz en eski kayıtlardan bu yana Matematiğin tarihine kısaca göz atıldığında görülüyor ki, insanlık var olduğu andan itibaren matematiği istemsiz de olsa hayatlarında kullanmışlardır. Bu kullanım şüphesiz ki insanoğlunun doğadaki var olan gizemi çözmek için merakından kaynaklanmıştır.

Matematik bireyin ihtiyaçlarını karşılamakta ve onu güven altına almaktadır. Çağımız toplumunun bireyleri bilgiyi alma ve onu işleme yönüyle geçmişe göre daha istekli ve ısrarlıdır. Yani artan toplumsal talepler daha çok matematik öğrenmeyi gerektirmektedir. Bu doğal nedenlerin yanı sıra genç nüfusun düşünme, algılama, problem çözme gibi zihinsel aktivitelerini geliştirebilmeleri için matematik önemli bir ihtiyaçtır (Altun, 2006)

Matematik hakkında Murat Altun (2006), 'Matematik en sade şekliyle "*yaşamın bir soyutlanmış biçimi*" olarak tanımlanır. Bu tanımın içinde saklı ağırlığından ötürü, matematik öğretimi daima önemsenmiş, bilimsel ve teknik alanlardaki gelişmeler, onun iyi öğrenilmesine, aksi durumlar öğrenilememesine bağlanmıştır. Matematiği önemli kılan hususlar daha açık olarak maddeler halinde şöyle özetlenebilir. İlki insanın yaşama isteği ile ilgilidir. İnsan yaşamak, yaşamayı garanti ettikten sonra da kaliteli yaşamak istemektedir (Skemp, 1986). Yaşamayı garanti etmenin yolu çevresel olaylarla başa çıkmak, yaşam kalitesini yükseltmenin yolu da çevresel olaylara, doğal kuvvetlere yön vermek, onlardan yararlanarak faydalanılabilir icatlar yapmak suretiyle olmaktadır. Matematiği önemli kılan ikinci husus *doğal varlıkların ve olayların kararlı davranması* ve bu kararlılığın ancak matematikle açıklanabilmesidir. Üçüncüsü, yukarıdaki iki nedene bağlı olmakla birlikte belki de en önemlisi, matematikle, özellikle problem çözmeyle uğraşmanın insanın düşünme, tartışma ve muhakeme etme yeteneklerini geliştirmesidir. Bu yönleriyle matematik toplumun ve bireyin ihtiyaçlarını karşılamakta onu güven altına almaktadır.'

Hızlı değişen teknoloji, bütün bilimlerde olduğu gibi matematiğinde sürekli olarak kendini yenilemesine yol açmaktadır. Kullanım alanlarının artması, matematiği sosyal bir gereklilikten çıkartıp, kalkınma ve ilerlemenin anahtarı haline getirmiştir. Matematiği, sayılar ve semboller yığını olan bir sistem olmaktan çıkartmak için okullarda öğrencilerin matematiğe olumlu tutum sergilemelerine yardımcı olacak etkinliklere yer verilmelidir. Kalkınma ve ilerlemedeki anahtarı doğru kullanmak için onun iyi tanıtılmış olması gerekmektedir.

Belki de hayal edemeyeceğimiz yakın zaman teknolojisinin şüphesiz en önemli elemanı olacak matematiğin önemini toplum olarak algılamak zorundayız (Işık & Bekdemir, 2008).

Bilgi çağını yaşarken bilgi toplumunu oluştururken matematiksel düşünme olayları matematiksel olarak ifade edebilme çözümleme ve yorumlayabilme, iyi bir akademik eğitimi alabilmek için vazgeçilmez becerilerden biridir (Aydın & Doğan, 2012).

Bilim adamları, matematiği, dünyanın düzen ve organizasyonu için öğrenilmesi gereken en güçlü araç olarak görmektedirler. Bu nedenle, matematik öğretimi ve matematik becerilerinin kazandırılması oldukça önemlidir (Yüksel, 2000).

Murat Altun (2006), 'Matematik öğrenmenin hedefi de izole edilmiş matematik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade, *matematiksel yatkınlık* kazandırmak olmuştur (De Corte, 2004). Burada sözü edilen matematiksel yatkınlık veya başka bir ifadeyle matematik yapma eğilimi, iyi organize edilmiş öğretim içeriği, problem çözme stratejilerini kullanmadaki ustalık, bilişsel ve heyecansal olarak kendini düzenleme becerileri ve matematik ve problem çözmeye ilişkin inançlarla doğrudan ilgilidir ve öncelikle öğrencilerin bu yeteneklerinin geliştirilmesini gerektirir' biçiminde açıklamıştır. Ülkemizde formal eğitimin her kademesinde matematik derslerine verilen ders saatleri göz önüne alındığında matematik eğitimine oldukça önem verildiği gözükmektedir.

Bu konu hakkında Talim Terbiye Kurulu (2017);

'Toplumsal değişim ve gelişimin giderek ivme kazandığı, bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatının her anını etkilediği bir çağda yaşamaktayız. Yeni bilgiler, fırsatlar ve araçlar matematiğe bakış açımızı, matematikten beklentilerimizi, matematiği kullanma biçimimizi ve hepsinden önemlisi matematik öğrenme ve öğretme süreçlerimizi yeniden şekillendirmektedir. Teknolojik gelişmelerle birlikte daha önceki kuşakların karşılaşmadığı yeni problemlerle karşılaşılan günümüz dünyasında, matematiğe değer veren, matematiksel düşünme gücü gelişmiş, matematiği modelleme ve problem çözmede kullanabilen bireylere her zamankinden daha çok ihtiyaç duyulmaktadır.' biçiminde yapmış olduğu açıklamasında da matematik öğretiminin verilmesi gereken önemden bahsetmektedir.

Talim Terbiye Kurulu tarafından 2017 yılında yapılandırılan bu Ortaöğretim Matematik Eğitimi Programında, Matematik Dersi Öğretim Programı ile öğrencilerin;

1. Problem çözme becerilerini geliştirmeleri
2. Matematiksel düşünme becerisi kazanmaları
3. Matematiğin kendine has dilini ve terminolojisini doğru ve etkili bir şekilde kullanmaları
4. Matematiğe ve matematik öğrenimine değer vermeleri
5. Matematiğin tarihsel gelişim sürecini, matematiğin gelişimine katkı sağlayan farklı kültürlerden bilm insanlarını ve onların çalışmalarını tanımaları
6. Kişisel, sosyal ve mesleki haata hazırlanmaları ve yükseköğrenimde gerekli olan temel matematiksel bilgi ve becerileri kazanmaları amaçlanmıştır.

Bu amaçlar doğrultusunda istenen matematik eğitiminin verilebilmesi için bazı önlemlerin alınarak matematik eğitiminde hali hazırda bulunan sorunlar varsa düzeltilme yoluna gidilmelidir. Başlı başına bir sistem olan matematik, yapı ve bağıntılardan oluşan soyutlama ve genelleme süreçleridir. Bahsedildiği üzere soyut bir bilim olan matematiğin algılanması da bu özelliğinden dolayı diğer derslere oranla daha güçtür. Dolayısı ile matematik, farklı öğretim yöntem ve tekniklerine diğer disiplinlere göre daha fazla ihtiyaç duymaktadır. Soyutlamalar ve genellemeler, insan zihninin kendi hayal dünyası çerçevesinde modelleme yapabildiği ölçüde algılanır ve öğrenilir (Alakoç, 2003).

Okullarda öğretilen matematik öğrencilere dünyayı algılamak için bir bakış açısı kazandırmalıdır. Tabi ki matematik bize günlük yaşantımızda faydalı olabilir ama bunun ötesinde matematik, dünyayı algılamak için gerekli olan bir argümandır. Ayrıca iyi bir kariyer ve aktif bir vatandaşlık içinde gerekli bir bilimdir. Öğrencilerin, iyi bir iş ve yaşam standartı için matematiğin bir anahtar olduğunun farkına varması, onların matematiğe karşı olumlu tutum sergilemelerine yardımcı olacaktır (Morgan, Tikly, & Watson, 2003).

Başıbüyük'e (2012) göre, matematik öğretimi bir süreçler bütününden oluşmaktadır. Matematik dersleri bir bütün içerisinde ele alınırken, matematik tarihinden de faydalanmak ve konuların gelişimlerini bir süreç içerisinde ele almak öğretim sürecine olumlu katkı sağlayacaktır. Daha çok soyut ve kendiliğinden oluşmuş bir sayılar yumağı şeklinde algılanan matematiğin tarihinden faydalanmak, onu hayal olmaktan çıkaracaktır. Ayrıca öğrencilerin öz güven kazanmaları açısından matematik tarihi iyi bir araçtır.

Matematik tarihi tamamen programa entegre edilebileceği gibi konuların uygunluğuna göre yardımcı kaynak olarak da kullanılabileceğini ifade etmiştir (Swetz, 1984).

Matematik eğitimine entegre edilebilecek olan Matematik Tarihi ülkemizde de önemsenmiştir. Bu noktada Talim Terbiye Kurulu tarafından 2017 yılında yeniden yapılandırılan Matematik Öğretimi Programında eğitimcilerin dikkat etmesi gereken hususlar isimli başlığında; 'Bir insan ürünü olarak matematiğin konu ve kavramlarının tarihsel gelişimi ve bu bağlamda öne çıkan Türk-İslam ve Batı matematikçileriyle ilgili sade, açık ve öğrencinin bilgi seviyesine uygun anekdotlar kullanılmalıdır. Bu bağlamda, bilim ve medeniyet tarihimizdeki çalışmalara da yer vermek öğrencinin kültürel farkındalığını ve kültürünü özümsemeyi geliştirmeye yardımcı olacaktır. Matematiğin gelişiminin tarihsel sürekliliği ve bütünlüğüne uygun şekilde kendi bilim ve medeniyet dünyamızdan örnek şahsiyetlere ve çalışmalarına, bu çalışmaların günümüze etkilerine yer verilerek toplumsal ve bireysel öz güvenin geliştirilmesine katkı sağlanması gerektiği ifade edilmiştir. Bu ifadelerin de belirttiği gibi matematik dersinin sevdirilmesinde ve öneminin fark ettirilmesi noktasında öğrencilerin ve dolayısıyla eğiticilerin matematik tarihinin bilmeleri ve geçmiş bilgi kaynaklarına ulaşabilmeleri gerekmektedir.'

Dündar & Çakıroğlu'na (2014) göre, Swetz (1987), tarihsel keşfe öğrencilerin aktif bir şekilde katılmalarının önemine vurgu yapmaktadır. SIU, (2004) ise, matematik tarihinin sınıfta kullanımının öğrencilerin öğrendikleri konularda daha büyük başarı sağlamasını gerektirmeyebileceğini, fakat matematik öğrenmeyi daha anlamlı ve canlı bir deneyim haline getirerek öğrenmeyi daha kolay hale getirerek derinlere inilmesini, ilişkilendirebilme yapabilmesinin sağlanabileceğini ifade etmiştir (Tözluyurt, 2008).

Matematiğin kavramsal düzeyde içselleştirilmesi matematiksel kavramların özü itibariyle anlaşılmasının gerekli kılınması için matematiksel kavramların tarihsel gelişim aşamalarının bilinmesi kavramların içselleştirilmesinde önemli rol oynamaktadır (Zembat, Özmantar, Bingilbali, Şandır, & Delice, 2013).

Swetz'e (1994) göre, matematik her zaman insan odaklıdır; matematik öğretimi de bu gerçekliğin üzerine inşa edilmeli ve matematik tarihi bu inşa sürecine dâhil edilerek gerçekleştirilmesini ifade etmiştir.

Furinghetti (1997)’ye göre, matematik tarihi, matematik eğitimi ve okul etkinlikleri arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmasında tarihsel matematik problemlerini çözmenin matematikle ilgilenmeyen öğrencileri de olumlu yönde etkilediğini belirlemiştir.

Karakuş’a (2009) göre, NCATE/NCTM (2003) Standards for Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers raporunda farklı kültürlerdeki matematiğin tarihsel gelişiminin okullarda gösterilmesinin gerekliliği vurgulanmaktadır. Bu bağlamda öğretmenlerimizin büyük matematikçileri, onların kişiliklerini ve çalışmalarını görev yaptıkları okullardaki öğretim etkinliklerine katmaları derslerini zenginleştirmelerini, öğrencilerinin matematiğin insanlık tarihinde oynadığı rolü, kültürümüzle ilişkisi ve günlük hayatımızdaki yeri hakkında bilinçlenmelerini sağlayacaktır (Baki, 2008).

Matematik eğitiminde iyileştirmeler ve yenilikler her şeyden önce daha etkili ve yetkin öğretmenler yetiştirilmesini zorunlu kılar. Eğitilecek ve yetiştirilecek her matematik öğretmeni öğreteceği matematik konularını ileri düzeyde bilmesinden başka matematik öğretim araç ve gereçlerini özenle inceleyebilmeli, öğreteceği ders konularına uygun öğretim konularını tasarlamalı, öğrencilerin sorabileceği soruların yanıtını hazırlamalıdır (Aydın & Doğan, 2012).

Gürsoy’a (2010) göre, ülkemizdeki öğretmen yetiştirme programında yapılan değişikliklerden bir tanesi de programa matematik tarihi dersinin dahil edilmesidir. Yeni bir ders olmasından dolayı, matematik tarihi ile ilgili yeteri kadar kaynağın mevcut olmadığı da dikkat çekmektedir. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda, matematik tarihi dersinin içeriği zenginleştirmek amacı doğrultusunda hazırlanan etkinlikler, dersi yürütme konusunda görevli olan akademisyenlere yardımcı olabilmesi açısından önemlidir.

Liu (2003), yapmış olduğu çalışmada, Fauvel & Van-Maannen (1997), çalışmasında, matematik tarihinin matematik öğretim müfredatına dahil edilmesi için sıraladığı 15 nedenin beş tanesine dikkat çekmiştir. Bu nedenler;

- Matematik tarihi motivasyonu artırır ve matematik öğrenmeye karşı olumlu tutum gelişiminde yardımcı olur.

- Matematiğin gelişiminde yaşanan zorluklar, bugünün öğrencilerinin nerede zorlanacağını açıklamada yardımcı olur.

- Tarihsel problemler, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirebilir.

- Matematik tarihi matematiğin insancıl tarafını ortaya çıkarır.

- Matematik tarihi öğretmenlere öğretmede rehberlik eder.

Matematik eğitiminde matematik tarihinin kullanılması düşüncesi çok eski bir geçmişe dayanmamaktadır. Ancak bu eğitim şeklinin kullanılması yönünde, uygulama alanında çok da net bir tavır ortaya konulmuş değildir. Uygulama esnasında birden fazla görüş ortaya çıkmaktadır. Görüşler ne kadar farklı olsa da genel bakış açısı matematik eğitiminde, tarihin öğrenciye öğretilmesi ve tanıtılması noktasında ortak bir görüşe varılmaktadır. Bu noktada ise eğitimcilere büyük rol düşmektedir. Eğitimcilerin öncelikle Matematik tarihi hakkında yeterli bilgiye sahip olması beklenmektedir. Bu bilginin hangi kavramı hangi şahsiyet bulmuş? sorusuna cevap olacak şekilde olmasından ziyade matematik tarihinde kavramların kullanımı, ortaya çıkış şekli, bu kavramların tarih sahnelerinde kullanımı ve öğretimi gibi birçok bilgiyi de bilmeleri gerekmektedir.

Eğitimcilerin bu bilgilerle kavramların öğretim aşamasının tarihini görerek günümüz eğitimine yön verecek çeşitli çıkarımlarda bulunmasına imkân sağlayacaktır. Aynı zamanda matematik tarihinde o dönemin şartları ve olanakları göz önüne alındığında matematik bilimindeki tutukluk ve zorlukların farkına vararak günümüzün modern matematiği sayesinde matematik eğitiminin kolay hale geldiğini görmeleri sağlanacaktır.

Çalışmamızda, bu bilgilere ulaşmak isteyen eğitimciler, araştırmacılar … için bir kaynak niteliği taşıyacaktır. Üzerinde çalışılan bu eserin ait olduğu dönem ve çalışmanın bu dönem için önemi göz önüne alındığı zaman matematik öğretimi yönünden incelenmesi uygun bir kaynak niteliğini taşımasını sağlamaktadır.

Bunların yanı sıra matematik tarihçisinin asıl görevi açıklanan hedeflerle paralellik göstermektedir. Matematik tarihçisinin ana görevi matematiğin hümanizmini açıklamak, onun büyüklüğünü, güzelliğini ve kıymetini göstermek ve pek çok neslin fasılasız çabalarının ve artan dehasının bu görkemli anıtı nasıl tesis ettiğini tasvir etmektir. Bu anıt, insanlığın en mantıklı iftihar vesilesi ve birey olarak da mucize, tevazu ve minnet göstergesidir.

Matematik tarihi yazmak, daha iyi matematikçiler ortaya koymaz, fakat daha rafine matematikçiler çıkarır, onların zihinlerini zenginleştirir, kalplerini yumuşatır ve daha ince niteliklerini ortaya çıkarır (Gökçek, 2014).

Bahsi geçen daha rafine matematikçiler ifadesinden kasıt şüphesiz ki matematiğin elde edilen teoremlerinden ve denenmiş yöntemlerini gören matematikçiler yetiştirmek olacaktır. Bu anlamda tarihte kullanılan, dönemin matematiği hakkında bilgi verecek matematik kitaplarının incelenmesi ve bu kitapların matematiksel bakış açısıyla değerlendirilmesi önemlidir. Bu çalışmada seçmiş olduğumuz eseri dönemin matematiksel açısının anlaşılması ve kullanılan matematiksel yöntemler açısından değerlendirilecektir. Çalışmanın sonucunda bahsi geçen rafine matematikçiler yetiştirmede kullanılabilecek bir kaynak daha oluşturulacaktır.

Matematiğin tarihini incelerken herhangi bir millet ya da topluluğa bütün matematiksel buluşların patentini vermek doğru olmaz. Bu gerçeği Prof. Dr. Necmettin Erbakan 'her ilim dalından aldığı patentlerle Batı medeniyetinden eğer basamak değerinin patenti dahi alınsaydı ellerinde ilime dair çok az şey kalırdı' diyerek ifade etmiştir. Bu noktada her medeniyetin ortak bir uğraşı sonucu oluşan matematik bilimi için var olan çalışmaların yanında eksik kalmış noktalar görülerek tamamlama yoluna gitmek akılcı olmaktadır. Matematik tarihi genel mana da incelendiğinde yukarıda da belirtildiği üzere birçok medeniyetin katkı sağladığı gözükmüştür. Ne var ki kendi ülkemiz dahil olmak üzere matematik bilim dünyasından ilim adamları genelde kendi medeniyet tarihimiz dışından örneklendirilmektedir. Oysa bahsi geçen bilim adamları 15. yüzyıl sonrasında var olan ve ürün bırakan bilim insanlarıdır. Bu ürünlerin yapılabilmesi ve bu şekilde modern matematiği oluşturabilmesi için elbette bir temele ihtiyaç vardır. Yaklaşık 15. yüzyıl öncesinde Batı'nın karanlık devirler olarak nitelendirdiği bu devirde doğu da parlayan 8. yüzyıl İslam Dünyası bilim adamları ve bunun devamını sağlayan Osmanlı Devleti'ne mensup ilim adamları ne yazık ki görmezden gelinmekteydi.

Ancak son zamanlarda ülkemizde, evrensel nitelikteki kendi bilginlerimizin bilimsel yönlerine gereken ve yeterli önem verilmezken, Batı'da, özellikle son yüzyıl içerisinde, bilginlerimize ait yüzlerce cilt eser ve makalelerin yayınlandığı, hatta bu bilginlerimiz için, yaşadığı yüzyıllara adlar verildiği ve anma törenleri düzenlendiğini görmek mümkündür.

Bunlardan birkaç örnek vermek gerekirse; Dünyada ilk cebri kitabını yazan Harezmî (Harezm 780- Bağdat 850), trigonometrinin temel bilginlerinden olan sinüs ve kosinüs tanımlarını ilk açıklayan el-Battânî (Harran 858- Samarra 929), tangent ve cotangent tanımları ile ilgili temel bilgileri Ebû'l Vefa (Buzcan 940- Bağdat 998), Pscal'a (Blaise Pascal 1623-1662) izafe edilen ve cebirde önemli kuralları ihtiva eden 'Binom Formülünün' Ömer Hayyam'a (1038-Nişabur 1132) ait ve Kepler'in (Johannes Kepler 1570-1630) araştırmalarına rehberlik edenin İbn-i Heysem (Basra 965- Kahire 1039) olduğunu belirtebiliriz. Ayrıca Sabit bin Kurra (Harran 826- Bağdat 901) için Türk Öklid'i, ünlü Türk hükümdarı Uluğ Bey için 'Onbeşinci Yüzyıl Batlamyos'u' dendiğini de belirtmek mümkündür.

Çağımızın ünlü bilim tarihçisi George Sarton tarafından yazılan 'Bilim Tarihine Giriş' adlı eserin ikinci cildinde, miladî 8. yüzyılın ikinci yarısından 11. yüzyılın ikinci yarısına kadar geçen zaman için her yarım asırlık dönemleri sırasıyla; Câbir bin Hayyân'a, Harezmî'ye, Râzî'ye, Medûdî'ye, Ebu'l Vefa'ya, Beyrûnî'ye ve Ömer Hayyam'a ithaf ettiğini de burada belirtelim. George Sarton diğer zaman dilimlerini de Batı, Uzakdoğu ve Grek dünyasının ünlü bilginleri için adlandırılmıştır (Göker, 1989).

Descartes, Gauss, Poincare ve Hilbert bunlar büyük matematikçilerdir. Fakat onların eline işleyecekleri, kullanacakları matematiği ulaştıran Harezmi, Ebu'l Vefa ve Hayyam gibi matematikçilerdir. Hayyam, Euclid'in aksiyomlarını Lobachevsky ve Riemann'dan çok daha önce sorgulamış ve yeni geometrilerin olabileceği üzerinde durmuştur. Hatta Hayyam bugün Pascal üçgeni olarak bildiğimiz Binom açılımının katsayıları arasındaki ilişkiyi Pascal'dan çok önceleri görebilmiştir. Asıl Rönesans belki de Fatih'in toplarda kullandığı tekniktir. Çünkü Newton'dan çok önce o toptan çıkan merminin bir parabol çizerek hedefe vardığını düşünebilmiştir. Demek ki bugün Newton'un bulduğunu kabul ettiğimiz kanunların bir kısmını Fatih çok önceden kullanabiliyordu (Baki, 2014).

Yapılan kısa açıklamalardan sonra, şu gerçek ortaya çıkacaktır. Bugünkü ileri matematik ve bunun uygulama alanı olan Astronomi (gökbilim), fizik ve kimyanın temel bilgileri, uygulamaları ile birlikte, başlangıçta Eski Mısır ve Mezopotamya'da vardı. Daha sonraları bu bilgiler, Grek, Eski Hint ve 8. ve 16. yüzyıl Türk İslâm Dünyası'nda daha ileri seviyeye gelmiştir. Bilahare, 17. yüzyıl sonrası, Batı Dünyası'nda yapılan çalışmalar sonucunda, matematik bugünkü saadet devrine ulaşabilmiştir.

Bu gelişmede, 17. yüzyıl öncesi medeniyetlerin şeref payları inkâr edilemeyecek kadar açıktır (Göker, 1989).

O halde bütün bu gelişmelerin ışığında kendi medeniyet tarihimiz olan Türk-İslam Medeniyetinin incelenmesi yerinde olacaktır. Hem bu alanda yapılan sınırlı sayıda araştırmaya da kaynak niteliği görmüş olacaktır. Yapılan çalışmada Türk-İslam medeniyetinde bulunan Osmanlı Devleti'nin seçilmiş olması şüphesiz ki devlet olarak ilime bakış açısından kaynaklanmaktadır.

Siyasî ve içtimaî açıdan Osmanlı Devleti, Anadolu Selçuklu Devleti'yle Beylikler'in tabiî bir devamı olarak tarih sahnesine çıktı. Özellikle Moğol baskısı sonucunda medenî seviyesi yüksek olan yerleşik nüfusun Batı Anadolu'ya doğru hareket etmesiyle başta Osmanlı Beyliği olmak üzere Batı Anadolu beylikleri tarımla uğraşan nispeten kültürlü bir tabana sahip oldu. Yine de farklı siyasî teşekküllere karşın, Orta Asya-İran-Anadolu coğrafyaları İlhanlılar'dan itibaren sürekliliğini ulemanın sağladığı *ortak bir kültür havzası* oluşturdu. İşte ilk Osmanlı tecrübesi de bu kültür havzası içerisinde ortaya çıktı. Osmanlı matematikçileri de doğal vârisleri olarak İslâm matematiğinin bu alandaki mevcut birikimini muhtelif yollarla ve süreç içerisinde tevarüs ettiler ve kullandılar. Kuruluş döneminde Osmanlı matematiğinin, özellikle 'Merağa Matematik-Astronomi' okulu mensuplarının ürettiği metinlerden beslenen, Farisî İlhanlı etkisinde teşekkül eden Anadolu Selçuklular ve Beylikler dönemindeki birikime dayandığı bilinen tarihî bir husustur. Anadolu coğrafyasında cari olan muhasebe sisteminin hem Farisî-İlhanî maliye-muhasebe usulü hem de bu sistemi yürüten kişilerin Farisî-İlhanî kökenli kâtipler olması bu tarihî hususun en önemli kanıtlarıdır (Fazlıoğlu, 2009).

İslâm medeniyetinde hem dinî hem idarî hem de içtimaî hayatta hedeflenen mükemmellik, dolayısıyla dinî ve içtimaî meşruiyet bir yönüyle matematik bilimlere ve bunu sağlayan aletlere dayanır. İbadet zamanlarının ayarlanması, Mekke'de bulanan Kabe'nin geometrik-trigonometrik yönünün tayin edilmesi, başta Ramazan ayı olmak üzere dinî ay ve günlerin başlangıç ve sonlarının belirlenmesi, tereke ve miras hesaplarının yapılması, arazi ölçümlerinin ayarlanması, nizam-ı devlet için maliye işlerinin düzenlenmesi ve mimarî gibi pek çok konunun matematik bilimleri gerektirdiği izahtan varestedir. (Fazlıoğlu, 2009)

Bu çerçevede kadîm devirde matematiğin üç yönlü bir işleve sahip olduğu söylenebilir. Birincisi aritmetik yahut geometrik yaklaşımları esas alan felsefî tavırdır. Bu tavır varlığı sayısal (adedî) veya geometrik (hendesî) tasavvur etmeye yöneltmiş, bu da başta sayısal (adedî) ya da geometrik (hendesî) sayılar teorisi olmak üzere pek çok matematik teoremin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. İkincisi, sayısal ve geometrik matematiğin başta astronomi olmak üzere diğer bazı disiplinlere uygulanmasıdır. Bu yön, özellikle astronomi disiplininin gerektirdiği pek çok yeni matematik tekniğin ortaya çıkmasına yol açmıştır. Üçüncüsü matematiğin hem aritmetik hem de geometri yönünün sosyal ve siyasî hayatta arazi ölçümü, vergi sistemi, mesafe ölçümü gibi pek çok konuda kullanılmasıdır (Fazlıoğlu, 2009).

Bilim tarihi ve bilim felsefesi alanlarında yapılmış olan son çalışmaların ışığı altında, Osmanlı bilim tarihinin doğru ve nesnel biçimde değerlendirilmesine olanak tanıyacak temel ögeleri belirlemek gerekmektedir. Bu yapılmadan, Osmanlı bilim tarihine ilişkin bilimsel verileri doğru bir biçimde ilişkilendirmek olanaksızdır. 'Takiyüddîn şu eserleri yazdı ve içlerinde bu konuları işledi veya Katip Çelebi bu eserleri yazdı ve içlerinde şu konuları işledi' biçimindeki tasvirî bulgular, tarihi açıdan değerli olabilir, ama tek başlarına yeterli değildirler; asıl önemli olan bu bilginlerin ve bu eserlerin ortaya çıkışına yol açan temel Kuramsal Çerçeve'yi ve bu çerçevenin ortaya çıkışına olanak veren temel etmenleri belirlemektir; bu etmenler, kültürel (dinî ve felsefî), sosyal, idari ve iktisadi yapıyla doğrudan bağlantılıdır (Demir, 2001).

O halde bilim tarihi açısından bir eserin Türkçeye çevriminin yeterli olmadığından o eserin tam anlamıyla mensubu olduğu bilim alanında kullanılabilmesi için dönemin şartları ve o bilim dalının en son gelişmeleri göz önüne alınarak değerlendirilmesi gerekmektedir. Eski Türkçe ile ifade etmek gerekirse ele alınacak eserlerin şerhlerini yazmak sanırım doğru bir ifade olacaktır.

Bu çalışmada yukarıda belirtilen ifadelere ek olarak Osmanlı Devleti döneminden bir eserin tercih edilmesinin nedeni sözde karanlık çağın aydınlatılmasına katkıda bulunarak var olan matematik ilmini gün yüzüne çıkarmaya yardımcı olmaktır. Bu noktada tabii ki Osmanlı Devleti'nin bu bilgileri tamamen kendileri ürettikleri iddia edilmemektedir. Ancak Selçuklu Devleti zamanında bulunan ve şu an batı tarafından da kabul edilmeye başlanılan Harezmi, Ömer Hayyam, El-Kereci gibi birçok büyük ilim insanlarının bilgilerini kullandıkları bilinmektedir. Öyle ki siyasi ve kültürel anlamda Selçuklu

Devleti'nin mirasını alan Osmanlı Devleti, devraldığı bu bilgileri sadece korumakla kalmamış bu çalışmaların açıklamalarını yaparak anlaşılmasını sağlamışlardır.

Bahsi geçen dönemin ilme bakış açısının anlaşılması bakımından Mefail Hızlı (2008), İslâm tarihinin en dikkat çeken eğitim-öğretim kurumu medreselerdir. Bu müesseseler, başlangıçta genelde Türk-İslâm kültür çevrelerinde ortaya çıkıp gelişmesine karşın, zaman içinde her tarafa yayılmış ve ilköğretim üstündeki değişik eğitim kademelerini temsil etmiştir. Medrese, eğitim-öğretim faaliyetlerine tahsis edilen ve bu amaçla gerekli unsurların sağlandığı belirli mekânlara verilen özel bir anlamı ifade etmektedir…. Osmanlıların ilk döneminde medreseler, daha ziyade bizzat sultanlar tarafından kurularak Bursa ve Edirne gibi başkentlik eden büyük şehirler donatılmaya başlamış, İstanbul'un fethinden sonra da bu faaliyetler en üst düzeyine ulaşmıştı. Bu ilk dönem Osmanlı medreselerinde, dışarından gelen ilim adamlarının zihniyetleri ve eğitim-öğretim gelenekleri tesirini göstermişti.

Osmanlı medreselerinde XVI. yüzyılın ortalarına kadar müderrisin merkezde olduğu bir sistem hâkim idi. Aslında bu gelenek Osmanlılardan önce de vardı. Eğitim-öğretim faaliyetleri, devlet tarafından sınırları ve muhtevası net olarak belirlenmemiş ve vakıf kurucusunun kısmen tespit ettiği, ama daha çok geleneğin yönlendirdiği bir biçimde yürütülmüştü. Devlet, medreseleri sadece yakından takip etmeye çalışıyor, ama müdahale mekanizmasını büyük ölçüde işletmiyordu. Bizzat müderrisin nezaretinde yürütülmekte olan derslerin işlenmesi, seçilen kitabın takip edilmesi tarzında olurdu. Belli sürede okunması gereken kitap ya da kitapların belirli bölümleri tamamlanmadıkça başka bir derse geçilmesi söz konusu değildi. Bu anlamda medreselerde sınıf geçme değil, ders/kitap geçme yöntemi uygulanmaktaydı.

Dersler, her biri için esas olarak alınmış olan bir veya birkaç ana kitap üzerinde takrir yoluyla yapılırdı ve dersler bu kitapların adı ile anılırdı (Unat, 1964).

Osmanlı Devleti'nin eğitime verdiği önem de göz önüne alındığında dönemin aklî bilim eserleri dikkatleri üzerine çekmektedir.

Bu çalışmada Osmanlı Devleti'nde Fatih dönemi medreselerinde okutulmuş olan Nizameddin Nasuburi'nin El Şemsiyye Fil-Hisab isimli eseri incelenerek matematik bilimi ve eğitimi açısından değerlendirmesi yapılacaktır.

Bu manada yapılacak olan çalışma, matematik tarihi açısından dönemin eserlerinin yapısını ve dönemin matematik bilgileri hakkında kaynak niteliği gösterecektir. Yine bu çalışmanın matematik eğitimi açısından incelenecek olması Osmanlı medeniyetinin hızla gelişip neredeyse dünyanın yarısına hükmettiği dönemlerde yetişen devlet erkanının eğitimi hakkında ipucu verecek olması bakımından önemlidir. Bu sayede yapılan matematik eğitiminin dönemdeki ilim adamlarının sahip olduğu matematik bilgisiyle ne derece harmanlandığı hakkında yorum yapılabilecektir. Bu çalışmada Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı matematik risalesinin matematik tarihi ve matematik eğitimi açısından incelenerek günümüz matematik eğitim öğretim müfredatı çerçevesinde cebir ve hendese hakkında ilim faaliyetleri ve eğitimi incelenecektir.

1.1. PROBLEM DURUMU

Bu inceleme ve araştırma sonucunda araştırmanın problem cümlesi:

Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserin aritmetik, cebir konularının içeriği ve öğretimi ile günümüz matematik ve öğretimi arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

Ayrıca bu araştırma da yukarıda belirtilen problem cümlesi altında şu alt problemlere de cevap aranmaktadır.

1) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserinde bulunan matematik ve geometri konularının içeriği nelerdir ve bu konuların öğretimi nasıldır?
2) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserin medreselerde okutulan bir kitap olma hususunda günümüz Milli Eğitim bünyesinde bulunan ve okullarda okutulan ders kitapları arasında benzerlik ve farklılıklar nelerdir?
3) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde hesap işlemlerinde, cebir problemlerinin çözümünde ve geometri hesaplarında hangi yöntem ve teknikler kullanılmıştır?
4) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde geometri öğretimi ile günümüzdeki geometri öğretimi arasında farklılıklar nelerdir?
5) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde cebir öğretimi ile günümüzdeki cebir öğretimi arasındaki farklılıklar nelerdir?
6) Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde bulunan aritmetik, cebir öğretimi ve geometri öğretiminde kullanılan 2017 yılında yapılandırılan eğitim öğretim programında öngörülen matematik öğretimi incelendiğinde farklı yöntem ve teknikler mevcut mudur?

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserin aritmetik, cebir ve geometri içeriği ile öğretimini incelemek ve bu konuları 2017 yılında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yeniden yapılandırılan matematik müfredatı açısından incelemektir.

1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

İnsanların merak duygusu ile birlikte bilim de insanlığa ortak olmuş ve insanlığın gelişim sürecini takiben birden fazla medeniyetin de katkıları ile gelişmeye devam etmiştir. Bilim her zaman ilgi ve değer gördüğü medeniyetleri tercih etmiş ve tarihi süresince çeşitli medeniyetler tarafından evrime uğramıştır.

Bilim, düşünce yapısı ve işleyişi olarak akla, mantığa uygun genel teorilerden, kanunlardan oluşmaktadır. Bu noktada bilimin oluşmasında sistemli ve doğru düşünme büyük bir öneme sahiptir. Mantık ilimi de doğru düşünme yöntemlerini içerdiğinden bilimin gelişmesinde, ifade edilebilir olmasında ve kitlelere ulaşmasında büyük öneme sahiptir.

Mantık ilmini de içerisinde barındıran Matematik ilmi, bütün ilimlerden farklıdır ve tarih boyunca da bu şekilde olmuştur. Matematik ilminin bu denli önemli olmasında şüphesiz ki insan nesline yararı, mantıklı ve sistemli düşünmenin anahtarı olmasındandır. Bu yüzdendir ki matematik tarih sahnesinden bir an olsun inmemiş sürekli bir şekilde ayakta kalarak oyuna devam etmeyi başarmıştır. Bu noktada matematiğin diğer bilimlerden ayrılması ve bu denli sağlam olarak ayakta durması, kesin doğrulara üzerine inşa edildiği aksiyomlara ve teoremlere dayanması biçiminde sağlanmıştır.

Matematik, her zaman sadece bilim adına yapılarak gelişmeye tabii tutulmamıştır. Hatta matematiğin tarihi geçmişi, bize yarar sağlayan temel problemlerin yaşam içerisinden üretildiğini göstermiştir. Böylece tarih sahnesinde yaşam ile iç içe olarak gelişme imkânı bulmuş ve insanoğlunun göz ardı edemeyeceği ve nitekim bir o kadar da muhtaç olduğunu göstermektedir.

Bugün kullanılan ve kabul edilen modern matematik, klasik matematikle yapı taşlarını kurarak ve bu şekilde yüzyıllardır varlığını gelişerek sürdürmektedir. Klasik matematiğin getirdiği temel yapı taşları kullanılmış, üzerine eklenip geliştirilerek bugünkü modern matematiğe ulaşılmıştır. O halde modern matematik için bu yapıtaşları oldukça önemlidir. Klasik matematiği anlamak matematik biliminin temelini öğrenerek modern matematiğe farklı bakış açıları ile yaklaşmak bu ilimde atılacak olan yeni adımlar için yol gösterici olacaktır. Matematik tarihi de bu anlamda önem taşımaktadır. Klasik matematiğe bir nevi ayna tutan matematik tarihi, incelediği dönemin özelliklerini de göz önünde bulundurarak dönemin matematik ilmi faaliyetlerini açıkça gözler önüne sermektedir.

Ülkemizde yer alan eğitim öğretim kurumlarımızda yeni nesle matematik öğretmenin yanında matematiği sevdirmek ve matematiğe önem verilmesini sağlamak, hali hazırda uygulanan öğretim programlarına amaç olarak eklenmiştir. Bu amacın başarılı olmasının önünde şüphesiz ki matematik ilminin kendi yapısının soyut olması, geçmişte yaşanan başarısızlıklar ve öğrencinin matematik ilmini gerekli görmemesi gibi temel sebepler mevcuttur. Bu sorunun üstesinden gelmek adına öğrencinin sorununa odaklı çözümler getirmek mümkündür.

Matematik tarihi, matematiğin soyut olan yapısını gerçek hayat içerisindeki sorunlara ve problemlere dayalı olduğunu göstermektedir. Bu noktada öğrencinin soyut ve yararsız gördüğü matematik ilmini aslında uygulanabilen bir bilim dalı hatta ihtiyaçlar doğrultusunda ortaya çıkan bir bilim dalı olduğunu görmesi bakımından gereklidir. Bu bakımından matematik tarihi gerek eğitimci tarafından gerekse öğrenci tarafından öğrenilmesi ve bilinmesi gerekmektedir.

Bu araştırmamız öncelikli olarak matematik tarihi açısından önemli bir çalışma olacaktır. Nitekim Nizâmuddin Nîsâbûrî'nin (13.yy-14.yy) önemli eserlerinden olan Şemsiyye Fi'l-Hisâb Osmanlı Devleti'nin altın çağını yaşadığı, medreselerinin gelişerek çoğaldığı ve padişahının ilme verdiği önemle bilinen Fatih Sultan Mehmed döneminde okutulmuştur. Bu açıdan araştırmamız hem bulunduğu dönem hem de eğitim tarihi açısından önem sağlamaktadır. Bu çalışma, bahsi geçen eserin bulunduğu dönemin ilim faaliyetleri hakkında bilgi vermesi ve matematik ilminde bazı kavramların oluşum aşamasını göstermesi bakımından önemli bir çalışmadır.

Osmanlı Devleti'nde bahsi geçen ilim adamlarının ve Osmanlı Devleti'nin önemli devlet adamlarının medreselerde eğitim gördüğü bilinen bir gerçektir. Devletin tarihteki en büyük devletlerden olduğu düşünülürse devletin yapısının ve devletin ilim faaliyetlerinin incelenmesi gerekli bir faaliyet olacaktır. O halde medreselerde yapılan eğitimin incelenmesi adına medreselerde okutulan kitaplardan olan Nizâmuddin Nîsâbûrî'nin önemli eserlerinden olan Şemsiyye Fi'l-Hisâb'ın incelenmesi önem taşımaktadır. Bu çalışma ile birlikte dönemin matematik eğitimi hakkında bilgiler toplanarak günümüzle karşılaştırılması farklı yöntem ve tekniklerin ortaya çıkarması açısından önemlidir.

1.4.SINIRLILIKLAR

Bu araştırma:

1. Araştırma 2017 yılında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yeniden yapılandırılan Ortaöğretim Lise Matematik Müfredatı kapsamındaki matematik konuları ile sınırlandırılmıştır.
2. Bu araştırma Nizâmuddin Nîsâbûrî'nin Şemsiyye Fi'l-Hisâb isimli eserin içerisinde bulunan bölümlerin incelenmesi ile sınırlandırılmıştır.
3. Bu araştırma, belirtilen problemler ve alt problemlere cevap bulunması ile sınırlıdır.

2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

2.1. Medreseler

Medrese kelimesi, Arapça ‘derase’ kökünden gelmekte olup ‘ders okunulacak yer ve talebenin içinde oturup ders okuduğu bina’ anlamına gelir. Çoğulu ‘medaris’tir (Pakalın, 1971; Sâmi, 1317).

Medrese, İslam dünyasında orta ve yüksek dereceli örgün eğitimin yapıldığı kurumdur. İslam dünyasında, daha önce mescit merkezli olarak gerçekleştirilen eğitim faaliyetlerinin örgün nitelik kazanması, vakıflarla desteklenen medreselerin kurulmaya başlaması ve bunların XI. asırdan itibaren yaygınlaşmasından sonra söz konusu olmuştur. 1067 yılında Bağdat Nizamiyesinin kuruluşundan sonra hızla yayılan medreseler, özellikle Anadolu Selçuklu ve Osmanlı medreseleri için model olmuştur (Zengin, 2008).

Mefail Hızlı (1987), Abbasîlerin ilk devirlerinde eğitim-öğretim için’ medrese’ kelimesi kullanılmamıştır. Bu kelime ilk olarak III/IX. asırda kullanılmaya başlanmışsa da (Dağ & Öymen, 1974) medreselerin resmi bir teşekkül olarak devlet eliyle kurulması IV/X. asırda Karahanlılar zamanında gerçekleşmiştir.

Arslan Gazi Tafgaç Han(ö,426/1035), Merv’de bir medrese yaptırmıştır. Samanoğulları ve daha önceki dönemlerde, medreselerin devlet eliyle kurulduğuna dair bir delil bulunmamaktadır. Bununla birlikte İslam tarihçilerinin, medresenin ilk kurucusu (Nizamülmülk, ö.485/1092) üzerinde ittifak ettikleri ileri sürülmektedir (Zeydan , 1329). Fakat daha önce Gazneliler tarafından kurulan Nişabur’da birkaç medresenin kurulduğu bilindiğine göre (Atay, 1983) ilk medresenin Nizamülmülk tarafından kurulduğu hususundaki bilgi ve kayıtlar ihtiyatla karşılanmalıdır. Hatta İslam tarihinde bilinen ilk medresenin 349/960 yılında, Ebu’l-Velid Hassan b. Muhammed el-Emevi tarafından Nişabur’da yapıldığı da belirtilmektedir (Ahmed Çelebi, 1983). Bütün bunlar göz önünde tutulunca, medresenin kuruluş tarihi hakkında kesin bir hükme varmak güçleşmektedir.

Medreselerin kiminle başlatılacağı konusunda Ahmed Çelebi (1983) şu sonuca varır: 'En ince teferruatına kadar teknik manada medreseleri ilk kuran Nizâmü'l-Mülk'dür. Ondan önce ortaya çıkanlara 'medrese' tabirinin kullanılmasına gelince : Bunlar uzun ömürlü olmayan ve İslami hayatta kuvvetli bir iz bırakmayan mahdut ve sathı gayret mahsulü müesseselerdir.'

Büyük Selçukluların ünlü veziri Nizâmülmülk tarafından başlatılan medrese inşa etme geleneği, İslam dünyasında hızla yayıldı. Yapılan medreseler örneğini Nizâmiye 'den almaktaydı. Büyük Selçuklulardan sonra Zengiler ve Eyyubîler devrinde Suriye ve Irak'ta; Anadolu Selçukluları tarafından Anadolu'da; diğer Türk ve İslam devletlerince de İslâm âleminin değişik merkezlerinde medrese inşa edildi (Cezar, 1977).

2.2. Osmanlı Devleti'nde İlim Anlayışı

Bir millette ilmin başlangıç tarihini tespit etmek hemen hemen mümkün olamaz; çünkü ilim, bir harbin ilânı, bir sulhun akti yahut istiklâl gibi muayyen bir günde asla başlamış değildir (Adıvar, 1943).

Bir medeniyet dünyasında teşekkül eden ilim anlayışını anlayabilmek için, ilimlerin nasıl tasnif edildiklerini göz önünde bulundurmak, sanırız, son derece faydalı bir başlangıç olacaktır (Unan, 2010).

İlimlerin tasnifi, incelenen medeniyetin ilim sahibi diğer medeniyetlerle ilişkisi, ilim alışverişi sırasındaki tutumu, medeniyeti boyunca ilim ve bünyesinde bulundurduğu ilim insanlarına verilen önem ve en önemlisi medeniyetinde bulunan eğitim faaliyetlerini kapsamaktadır. Bu noktada bir medeniyette ilmin gelişmesinde coğrafi konumun bile etkisinin olduğu söylenebilir.

Siyasî ve içtimaî açıdan Osmanlı Devleti, Anadolu Selçuklu Devleti'yle Beylikler'in tabiî bir devamı olarak tarih sahnesine çıktı. Özellikle Moğol baskısı sonucunda medenî seviyesi yüksek olan yerleşik nüfusun Batı Anadolu'ya doğru hareket etmesiyle başta Osmanlı Beyliği olmak üzere Batı Anadolu beylikleri tarımla uğraşan nispeten kültürlü bir tabana sahip oldu. Yine de, farklı siyasî teşekküllere karşın, Orta Asya-İran-Anadolu coğrafyaları İlhanlılar'dan itibaren sürekliliğini ulemanın sağladığı *ortak bir kültür havzası* oluşturdu. İşte ilk Osmanlı tecrübesi de bu kültür havzası içerisinde ortaya çıktı (Fazlıoğlu, 2009).

Anadolu Selçuklu ve bu devletin mirasçısı Beylikler döneminde, Anadolu'da tesis edilen medreseler, hastaneler ve sosyal yardım kurumları yanında, bilim ve kültür hareketleri de teşvik ve himaye görmüştür. Böylece, Osmanlı öncesi Anadolu hem müessese hem de entelektüel ortam açısından çift yönlü bir hazırlık safhası geçirmiş, bu safhada oluşturulan birikim Osmanlı devleti tarafından miras alınmış ve aslî fonksiyonları muhafaza edilerek devam ettirilmiştir (İhsanoğlu, 1999).

Osmanlılar, Anadolu'nun kuzey-batısında küçük bir uç beyliği olarak tarih sahnesindeki yerlerini aldıktan sonra, hızla genişleyerek Balkanlar'a atladılar; bilahare Orta Doğu'nun ve İslâm Dünyası'nın en büyük ve en uzun ömürlü devletini ortaya çıkardılar. Ancak Osmanlı devleti, bütün müesseselerini ve geleneklerini sıfırdan başlayarak bizzat kendileri oluşturmadılar. Onlar, mensubu bulundukları İslâm Dünyası'nın uzun bir geçmişi bulunan tarihî ve kültürel mirasını devralmışlardı. Bu durum, ilim ve eğitim-öğretim müesseseleri söz konusu olduğunda da geçerlidir (Unan, 2010).

Osmanlı matematikçileri de doğal vârisleri olarak İslâm matematiğinin bu alandaki mevcut birikimini muhtelif yollarla ve süreç içerisinde tevarüs ettiler ve kullandılar (Fazlıoğlu, 2009).

Verilen bu bilgiler ışığında Osmanlı'nın ilime bu denli alışık olmaları bulundukları coğrafya ve geçmişi sayesindedir. Osmanlı Devleti de bu geçmişi değerlendirmiş ona gereken önemi vermiştir. Hali hazırda bulunan ilim tasniflerinin ve değerlendirmelerini fazla bir değişikliğe uğratmadan kabul etmiş ve benimsemiştir. Çünkü yukarıda işaret olunduğu gibi, Osmanlıların yönetim müessese anlayışları kadar, ilmî ve kültürel potansiyel ile zihniyet dünyası bakımından da mühim ölçüde kendilerinden önceki klâsik İslam kültür ve medeniyetinin birikimlerini tevarüs ettiklerini biliyoruz. Bu durum, sadece mücerret anlayış ayniyeti veya benzerliği ile sınırlı değildir; ilim ve eğitim-öğretim müesseselerinde ders kitabı olarak okunan eserler ve bunların yazarları bakımından da aşikâr bir devamlılık söz konusudur (Unan, 2010).

Fahri Unan'a (2010) göre, Osmanlı ilim adamlarının diğer İslam ülkelerine giderek tahsil gördüklerini ve ilim anlayışlarını kendi memleketlerine taşıdıklarını biliyoruz. Bunların gittikleri ülkeler, temelde iki ana grupta toplanabilir: Dinî ve hukukî ilimlerle, bunlara temel oluşturan tefsir, hadis, tarih, edebiyat ve kavâidle ilgili ilimler daha ziyade Suriye ve Mısır gibi Arap kökenli nüfusun yoğun olarak yaşadığı ve eski İslâm devletlerinin kurulmuş bulunduğu coğrafya da riyâziye, hey'et, hendese, hesap, kelâm ve felsefe gibi din dışı veya felsefî nitelikleri yoğun olan ilimler ise, daha çok Türklerin hakim oldukları İran, Mâverâünnehir ve Horasan gibi Doğu bölgelerinde tahsil edilmişlerdi (Uzunçarşılı, 2016).

Fahri Unan'a (2010) göre, Osmanlı devleti ilim adamlarından olan Taşköprülüzâde (1494-1561) ilimleri 3 ana başlık altında toplamıştır.

1. Anlatılmaları ve yazılmaları imkân dâhilinde bulunan ilimler (takriri ve tahrîri mümkün olan ilimler). Bu ilimler daha önce eser telif etmiş kimseler tarafından yazılıp ortaya konulmuşlardır.

2. Dile getirmeleri mümkün olmakla birlikte, yazılıp çizilmeleri doğru olmayan (takrire hâ'iz olup tahrîri câ'iz olmayan) ilimler. Bu ilimler, vehimler ve polemiklerle doludurlar. Sohbet veya münazaralar sırasında rakibi susturmak için başvurulan spekülasyonlar, akıl yürütmeler, saptırmalar, kelime oyunları bu gruba girmektedir. Dolayısıyla, bunların kimseye faydası yoktur.

3. Anlatılmalarına, yazılıp çizilmelerine veya tasvir edilmelerine imkân bulunmayan ilimler. Bu ilimler, birtakım remiz ve işaretlerle anlaşılabilirler. Bu ilimleri herkes değil, ancak irfan, zevk ve vizdan sahipleri bilir ve birbirlerine birtakım işaretlerle anlatabilirler (Mecdî Mehmed Efendi, 1989).

Taşköprülüzâde, klâsik dönem Osmanlı ilim anlayışına dair teferruatlı bilgiyi *Miftâh el-Sa'âde* adlı eserinde vermektedir. Bu eser aynı zamanda konuyla ilgili olarak Osmanlı sahasında kaleme alınmış en geniş çalışma olmasıyla, imtiyazlı bir yere sahiptir. Eserde şu veya bu şekilde, üzerinde çalışılan veya kendilerine ilim denilen konular yedi ana grupta incelenir. Bunları, kısaca şöyle hülasa edebiliriz:

1. Yazı ile ilgili ilimler ('ilm el-hatt): Bu kategoride yazı sanatı ve harflerin mahreçleri de dâhil, muhtelif konular incelenmektedir.
2. Sözlerle ilgili ilimler ('ilm el-lügat): Ses bilgisi, dilbilgisi, şiir ve her türlü mefhum ve terimler bu grupta ele alınmaktadır.
3. Mantıkla ilgili ilimler ('ilm el-mantık): Mantık, mizan, münâzara, cedel, vb. konular bu ana başlık altında tedkik edilmektedir.
4. Felsefe, varlıklar ilmi ('ilm-i ilâhî, vb.): İlâhiyat(metafizik), tıp, tabiat, fizik, astroloji, büyü, riyâzî ilimler, vb. bu grubu oluşturmaktadır.

5. Amelî hikmet (hikmet-i ‘ameliyye): Ahlâk, ev idaresi, siyaset, ihtisap, askerlik, vb. bütün konular bu kategoride mütalâa edilmektedir.
6. Dinî ilimler (‘ulûm-ı şer’iyye): Kur’ân, tefsir, hadis, fıkıh, kelâm, vb. muhtelif konular bu grubu oluşturmaktadır. Müellifin tasnifinin en uzun kısmını bu bölüm teşkil eder.
7. Bâtın ilimleri (‘ilm-i ma’rife): İbâdetlerin hikmeti, çeşitleri, çeşitli duâların esrârı, tefekkür, âdet ve gelenek ile bizzat ‘ilim’ bu sonuncu grupta ele alınmaktadır.

Gerçekten de Osmanlı kaynaklarında ilim kelimesi, yazımızın başında ifade olunduğu üzere, ekseriyetle malûmat(bilgi) anlamında kullanılmaktadır. Diğer bir deyişle, ‘çok ve teferruatlı bilgi’ ilimdir; âlim ise, zamanın revaçta bulunan bütün ilimlerinden şu veya bu ölçüde bilgi sahibi olan kimsedir. Bu noktada, ‘en büyük alim’, ‘en fazla şeyi bilen’ insandır. Nitekim İstanbul’un ilk kadısı olan ve pek çok Osmanlı ilim adamının hocası durumunda bulunan Hızır Bey (Ölümü 1559), Fatih Dönemi’nde İlim Dağarcığı lâkabıyla anılıyordu. Kendisinin, zamanına kadar teşekkül eden bütün ilimleri bildiği, hatta kulakların bile işitmediği şeylerden haberdar olduğu belirtilir (Unan, 2010).

İfade edilen bilgiler göz önüne alındığında Osmanlı Devletinin ilme verdiği önem açıkça görülmektedir. Osmanlı devleti kendine özgü ilim tasnifleri ve değerlendirmeleri, miras kalan ilim tasnif ve değerlendirmeleri koruyabilmek için aktarmanın gerekli olduğunun farkındadır. Tabi bu aktarma işinin medreselerde yapılması ise daha önceden var olan faaliyetlerdir. O halde Osmanlı döneminde yapılan ilim faaliyetlerini incelemek için İslam medeniyetinin en önemli müesseselerinden olan dönemin eğitim-öğretim kurumu medreselerin incelenmesi yerinde olacaktır.

2.3. Osmanlı Devleti’nde Medrese Kurumları

İlk devir Osmanlı medreselerine girmeden önce İslamiyetin ilk devirlerindeki tedrisat merkezlerini incelemek medreselerin kuruluşunu görmek faydalı olacaktır. Böylece teşkilat olarak Osmanlılar devrinde kurulmuş olan medreseler, tedrisatı ellerinde bulunduran müderrisler, tedris şekilleri ve okutulan dersler bakımından aralarında herhangi bir farklı durumun bulunup bulunmadığını, bulunmakta ise neler olduğunu görmek bahsimizi iyice kavramaya yardımcı olacaktır (Bilge, 1984).

İslam medeniyetinde, camiler her şeyden önce ibadet yerleriydi. Bunun yanında camilerde ders grupları (halka) kümeleşmeye başladı. Öyle oldu ki camiler hem ders hem ibadet vazifelerini beraberce yürütemez oldular. Birtakım aksaklıklar neticesinde tedris için özel binalar kurulması ihtiyacı doğdu. Ayrıca tedris esnasında müderrisin takririnden başka karşılıklı sual cevabı hatta münakaşa ve cedeli bünyesinde toplayan derslerin okutulmaya başlanması ve öncelikle ibadet yeri olduğu için sükunet gerekli olan camilerin bu gürültülü havadan kurtarılması ihtiyacı medreselerin doğmasına sebep oldu (Bilge, 1984).

İslam dünyasında, eğitim-öğretim faaliyetleri, Peygamber (s.a.v) döneminden beri, büyük ölçüde mescit (cami) lerde, küttaplarda, ülema evlerinde, kitapçı dükkanlarından, saraylarda ve edebiyat salonlarında yapılırdı. Özellikle, örgün eğitim- öğretim faaliyetlerinin yoğunluk kazandığı mescitler, aslında ibadet ağırlıklı eğitim kurumları idiler. Zamanla ve çeşitli sebeplerden dolayı mescitler, ibadetin yanında eğitim öğretimin de yükünü kaldıramaz oldular. Örgün eğitim faaliyetleri için yeni bir kurum oluşturma ihtiyacı ortaya çıktı. Bu ihtiyaç, İslâm eğitimcilerini böyle bir kurum oluşturmak için çalışmalar başlatmaya yöneltti. Söz konusu bu ihtiyacın hissedilmesi ve ardından çeşitli araştırma çalışmalarına girişilmesi neticesinde yeni bir kurum doğmaya başladı. Bu kurumun adı ‘Medrese’ idi. Yaklaşık 10. yüzyılda ortaya çıkmaya başlayan medreseleri, 11. asrın sonlarına doğru, ‘bir eğitim kurumu’ modeli olarak projelendirip uygulamaya koyan, ülkesinin her tarafında bunların açılmasını sağlayan ve finanse ederek asırlarca insanlığa hizmet etmesine vesile olan insan Büyük Selçuklu veziri, Nizamü’l Mülk’tür. Dolayısıyla, bir eğitim kurumu olarak Medreselerin Dünya ve İslâm Eğitim Tarihi literatürüne kazandırılmasının bizim milletimize ait olduğunu söyleyebiliriz (Özyılmaz, 2002).

Eğitimsel bir kurum olarak medrese, fonksiyonları açısından değerlendirildiğinde onun, özellikle kurumlaşmadan önce ve Selçuklular döneminde, kendisinden beklenen fonksiyonu yerine getirdiği söylenebilir. Bilindiği gibi, yüksek öğretim kurumlarının üç temel fonksiyonu vardır. Bunlardan birincisi, mevcut bilgi birikimini özümseme, geliştirme ve yeni değerler ekleyerek, yeniden bilgi üretimini gerçekleştirmektir. İkincisi, anılan bilgi, birikim ve kültürü tanıtmak suretiyle, öğrencilerin uyumunu sağlamak ve onlara, değişmekte olan dünya ve çağ şartlarına ayak uydurabilmeleri için rehberlik etmektir. Diğer bir değişle, toplumun ihtiyaç duyduğu memur, sanatkâr, meslek adamı, bilim adamı, bürokrat vb gibi yetişmiş elemanları topluma kazandırmaktır. Üçüncüsü ise, mevcut bilgi birikimini toplumun çeşitli katmanlarına yaymaktır. İşte Selçuklular dönemi medresesinin hem bilim üretme, hem toplumun yetişmiş eleman ihtiyacını karşılama, hem de bilimi yayma görevinde başarılı olduğunu görmekteyiz (Özyılmaz, 2002).

Bu dönemde genellikle Anadolu medreseleri bir vakıf müesseseleri olarak kabul edilmiştir. Devlet ileri gelenleri, sultanlar, alimler veya kumandanlar bir medrese kurarlar ve bu medreseye ait bir vakfiye tanzim ederek tesislerinin devamlılığını teminat altına alırlardı. Anadolu medreseleri ile ilgili bu kabil vakfiyelerde giderlerin yanında bu giderleri karşılayacak olan gelir kaynakları da açık olarak belirtilmiştir. Bir bakımdan medreselerde öğretim parasız olup öğrencilerin yiyecek ve yatacak masrafları vakıf gelirlerinden vakfiyelerde gösterildiği şekilde karşılanır, ayrıca kendilerine burs verilirdi (Bilge, 1984).

Kuruluş döneminde Osmanlı matematiğinin, özellikle Merağa matematik-astronomi okulu mensuplarının ürettiği metinlerden beslenen, Farisî İlhanlı etkisinde teşekkül eden Anadolu Selçuklular ve Beylikler dönemindeki birikime dayandığı bilinen tarihî bir husustur. Anadolu coğrafyasında cari olan muhasebe sisteminin hem Farisî-İlhanî maliye-muhasebe usulü hem de bu sistemi yürüten kişilerin Farisî-İlhanî kökenli kâtipler olması bu tarihî hususun en önemli kanıtlarıdır (Fazlıoğlu, 2009).

Osmanlı İmparatorluğu Selçuk Devleti'nin uzanmasından ibarettir, diyen Ünver, bu iki devlet ve topluluk arasındaki bağı şöyle yorumlamaktadır:

'Selçuklu devletinin dağılmasından sonra Anadolu'da kurulan beylikler zamanını, Selçuklardan, ilim ve sanat bakımından ayırmamak ve Osmanlılara bağlamak icab eder. Selçukların nakli ilimleri öğreten medreseleri ve birer tıp mektebi halinde çalışan darüşşifaları ve ekseriya yanlarında çalışan tıp medreseleriyle zengin ve olgun hayatları vardı. Zengin vakıflarının şartlarına Osmanlılar da riayet etmişler ve vazifelerine devam ettirmişlerdir. Osmanlı Türkleri'nin yükselmesinde bu medreselerin büyük hizmetleri olmuştur. Selçuklarla Osmanlılar arasında hiçbir fark yoktur.'

İşte Selçukluların bir uzantısı olan Osmanlı Devleti'nde ise, medreseler, Ünver'in de işaret ettiği gibi, daha devletin kuruluşundan itibaren başlayıp, yirminci asrın ikinci çeyreğine kadar, inişli çıkışlı bir seyir izlemesine rağmen, ülkenin ilim, kültür, irfan ve sosyal hayatın gerektirdiği yöneticileri, hakimleri (kadıları), hekimleri ve diğer uzmanları yetiştirmek suretiyle de dolaylı olarak vatana hizmet etmiştir (Özyılmaz, 2002).

İlk Osmanlı medreseleri deyince Osmanlı devletinin ilk medresesi olan İznik'te Orhan Gazi medresesinden Sultan Murad II. Devrinin sonuna kadar kurulmuş olan medreseler kastedilmektedir. Osmanlı devletinde daha kuruluş devrinden itibaren başlayan kültür hareketleri muhtelif safhalar geçirmiştir. Türkler Anadolu'ya yerleştikten sonra maarif sahasına önem vermişler, kısa zamanda şehir, kasaba ve köylerde muhtelif seviyede tahsil müesseseleri kurmuşlardır. Bu arada ilim bakımından ileri İslam ülkelerinden alimler davet edildiğini görüyoruz. Türklerin ilim adamlarına olan derin hürmetini duyan alimler Maveraünnehir, İran, Mısır, Suriye ve diğer bölgelerden kalkıp Anadolu'ya gelmişlerdir. İlk devir Osmanlı alimlerinin yetişmesinde bu seyyah alimlerin çok faydası olmuştur (Bilge, 1984).

Osmanlı Devleti'nin kendi zamanında bu şekilde tanınması ve nâm salması onun ilme verdiği önemi açıkça göstermektedir. Osmanlı Devleti'ne olan bu beyin göçleri ise sadece Osmanlının değil diğer medeniyetleri de bir araya getirdiğinden çok çeşitli ilim eserlerine ulaşma imkanı sağlamaktadır. Ayrıca Osmanlı Devleti zamanı medreselerinin bu kadar ün salması ciddi işler yapıldığını gösterirken burada okutulan kitapların da, görev yapan zamanın müderrislerinin de yüksek bir konuma sahip olduğunu göstermektedir. O halde o dönemin medreselerini, medreselerde okutulan kitapları incelemek tarihe ışık tutmak ve tarihi temele almak anlamında oldukça yarar sağlayacaktır.

Osmanlı Devletinin nefes aldığı o dönemlerin ilim ve medrese anlayışını ifade etmek için Mustafa Bilge (1984), şu açıklamaları yapmaktadır;

Batıda Osmanlı tarih yazarlarından D'ohsson ilk devir ilim hayatı için şöyle der: 'Osman Gazi Söğüt'te yeni imparatorluğun temelini atarken hazine ve silah ile beraber ilmi ve kültürel faaliyetlere karşı da gayet müteşebbis idi. İlmî yönden ilerlemeyi ve en azından eski medreseleri oldukları gibi muhafaza etmeyi arzu ederdi. Veliahdı ve oğlu Orhan Gazi İznik'te imparatorluk camiini yükseltirken orada bir de bir asrı mütecaviz bir zaman boyunca Osmanlı medreselerinin en yükseği olarak bakılacak bir medrese yaptırdı. Yeni kurulmuş (731/1330) ve kendi ismi ile adlandırılmış olan bu medresenin idaresi, İslâm âlemindeki diğer bütün medreseler gibi müderris titri altında, Şeyh Dâvud-ı Kayseri'ye verildi. Murad I., Murad II., Mehmed II., Selim I. Ve Süleyman I. gibi gayretli ilim ve ulema koruyucularının memleketlerinde tekrar Arap edebiyatının ileri günlerini yaşatmak istedikleri bir gerçektir. İmparatorluklarının başlıca medreselerine bu parlaklığı verebilmek için hiçbir şeyden çekinmemişlerdir.’

Öğretim merkezleri olan medreselerin kuruluş gayelerinin eğitim olduğu açıktır. Vakıfların esası da dînî sebeplere dayandığına göre İslamiyet’te eğitime verilen ehemmiyet ve eğitimin yaygın bir şekle girmesi için sarf edilen gayretlerin sebeplerine kısaca bir göz atmak yerinde olacaktır.

İlk Osmanlı medreselerinde okutulan dersler çoğunlukla tefsir, hadis ve fıkıh gibi dine dayalı dersler olduğuna göre bunların öğrenimi için kurulan müesseselerin kuruluş sebeplerini de dini bir açıdan görmeye çalışmak gereklidir. Bu bakımdan İslamın ana kaynakları olan Kur’an ve Hadiste ilim tahsil etmeyi teşvik edici mahiyetteki ifadeleri toplu halde gözden geçirelim

Kur’an-ı kerimde ilmi teşvik edici ayetlerden birkaç misal olmak üzere şu ayetler zikredilebilir.

1.Hiç bilenlerle bilmeyenler bir olur mu? (Kur’an, Zümer Suresi, 39. ayet)

2.Kendilerine ilim verilenler için cennette dereceler vardır. (Kur’an, Mücadele Suresi, 58.ayet)

3. Bu misaller var ya, biz onları insanlar için beyan ediyoruz. Bunları (bu misallerin güzelliklerini ve faydalarını) ancak (eşyadan ibret alan) alimler anlar. (Kur’an, Ankebut Suresi, 29. ayet)

4. Allah’tan, kulları içinde, ancak kudret ve azametini bilen âlimler korkar.(Kur’an, Fatr Suresi, 28. ayet).

5. Ey Resulüm! Benim ilmimi artır de.(Kur’an, Taha Suresi, 114. ayet)

Osmanlı Devleti’nin İslam Dinine göre halifelik gibi kutsal bir görevi devraladığı düşünüldüğünde İslam Dini’nin gereklerini en büyük hassasiyetle yerine getirdikleri kaçınılmaz bir gerçektir. Yukarıda belirtilen ayet ve hadislerden de anlaşılacağı gibi ilk emri Oku! Olan İslam dininin eğitime verdiği önem açıkca görülmektedir.

Müslümanlar aynı şekilde ilim tahsil etmeyi başlı başına bir sanat olarak görmüşler ve bunun şartları arasına bir öğretmenden ders takip etme yanında ilim meclislerine (toplantılarına) devam etme, çok ezberleme gibi diğer bazı şartlar daha öngörmüşlerdir (Bilge, 1984).

Osmanlı Medreselerini yapı ve işleyişini anlamlandırmak medrese içerisinde bulunan ilim anlayışını anlamamıza yardımcı olacakır. Osmanlı döneminin ilk padişahlarından olan Orhan Gazi, tahsilini Kayseri, Kahire ve Konya'da tamamlayarak İznik'e gelen Davud-i Kayseri (v. 751/1351) ile Osmanlının ilk medresesini 1331'de İznik'te tesis etmiştir. Orhan Gazi devrinde (1326-1360) ve I. Murad devrinde (160-1389) İznik, Bursa, Edirne ve Rumeli'de fethedilen birçok yerde medreseler kurulmuştur (Baltacı, 1976).

Fatih (1451-1481) döneminden itibaren medrese tesis faaliyeti hız kazanmış ve yeni başkentte *Sahn-ı Seman* adı ile dönemin en büyük medreseleri inşâ edilmiştir. Külliye içerisinde yüksek tahsil için kurulan sekiz medresenin yanı sıra, bunlara talebe yetiştirecek ayrıca sekiz medreseye (Mûsıla-i Sahn veya Tetimme) yer verilmiştir (Unan, 2003).

Osmanlılarda geniş çaplı diğer bir medrese kurma faaliyeti Kanunî (1520-1566) devrinde gerçekleşmiş, sonraki yıllarda da bu faaliyet devam etmiştir (Zengin, 2008).

Başta Arapça ve Mantık olmak üzere Tefsir, Fıkıh, Hadis, Kelam gibi din ilimleri medrese öğretim programları içerisinde yer almıştır. Medreselerde okutulan ilimler genel olarak naklî/aklî veya mekâsıt/âlet gibi kısımlara ayrılmışlardır.

Naklî İlimler, Allah tarafından bildirilen vahiylere, dolayısıyla husûsî tebliğlere dayanmaktadır. Binâenaleyh nakli ilimler İslamiyetin tesbit ettiği bütün ilimleri içine alıyor; bunlar arasında Kur'an, tefsir, yedi kıraat, hadîs, nasıh ve mensûh, mustalah al-hadîs de dahil olmak üzere, yardımcı ilimler, fıkıh ve bilhassa feraiz (miras hukuku), hukuk esaslarını istidlâl usulleri ile mezheplerin taksimini içine alan usul-ı fıkıh ve kelam geliyordu.

Akli İlimler, tabi'î müşahede ve mantıkî muhakemeye dayanmaktadır. Bu sebepten bunlara felsefiyat da denir. Bu kısımdaki ilimler ise, mantık, kelâm, belâga, lügat, nahiv, hendese, hesap, heyet, ilm-i hikmet'dir (Bilge, 1984).

2.3.1. Osmanlı Medreselerinin Yapısı ve Medreselerde Eğitim Öğretim Metodu

Osmanlı medreselerinde nasıl bir eğitim ve öğretim metodunun tatbik edildiğini, kesinlikle söyleyebilmek güç ise de daha önce teşekkül etmiş tedris usûlunun umumi ölçülerle Osmanlılarda da devam ettiği anlaşılmaktadır. Filhakika Osmanlılardan önce, bilgice üstün olan talebelerin, ön safta yer alarak müderris huzurunda halkalar şeklinde oturulur ve talebeler, ders kitaplarından başka ayrıca not defteri bulundururlardı. Abbasîler devrinde bir hoca önündeki talebe sayısının 75'e kadar çıkması yanında Selçuklu medreselerinde talebe sayısının 38 raddesinde bulunmasına karşılık, Osmanlı medreselerinin en büyüklerinde bile 20'ye ulaşmaması bir yana seviyeye göre eğitim ve öğretim faaliyetinin yürütüldüğü, kitap geçmenin esas alındığı, derslerin sık sık tekrarlarla ve karşılıklı münakaşalarla (cedel) takrir edildiği, nihayet dershane yakınındaki câmi veya mescidelerde öğrenilen bilgilerin tatbiken verildiği anlaşılmaktadır (Baltacı, 1976).

Müderris, medrese veya câmide talebeye ders okutan hocaya denirdi. Müderris olmak, medrese veya câmide okunması meşrut olan dersleri okuyup icâzet almaya bağlı idi (İzgi, 1997)

Müderrisler, okuttukları derslerden herhangi bir bahis üzerinde öğrencilerine münâzara yaptırırlar ve neticede iki taraf arasında hakem olup mütâlaalarını söylerlerdi. Müderris vefat edecek olursa, öğrencileri aynı derecedeki diğer bir müderrisin dersine devam ederlerdi (İzgi, 1997).

Müderrislere cemiyet içinde çok hürmet gösterilirdi. Bu hürmet aynı zamanda İslam'ın emirleri icabıydı. Hz. Ali'nin ' Bana bir harf öğretenin kölesi olayım' mealindeki söz İslâm'da öğretmene verilen değeri tek başına göstermeye kâfi olsa gerektir (Bilge, 1984)

Molla Kadı-zâde Rûmî Semerkant'ta bir medresede müderris iken derslerini Uluğ Bey de takip ederdi. Kadızâde'nin dersleri müderrisleri için yüksek seviyede olurdu. Sonra o müderrislerde gider muhtelif medreselerde ders verirlerdi.

Uluğ Beyin bu müderrislerden birini vazifesinden alması üzerine Molla Kâdızade evine gitmiş ve birkaç gün derse gelmemişti. Hocanın hastalandığını zanneden Uluğ Bey ziyaretine gittiğinde hocanın hasta olmadığını görmüş ve derse gelmeyişinin sebebini sormuştu. Kadızade ise cevabında 'birkaç tasavvuf şeyhine hizmet ettim. Hiçbiri bana dünya mevkilerini tavsiye etmedi. Azledilme durumu olmayan bir mevki tavsiye ettiklerinde ben tedris işi böyledir diyerek ona intisap ettim. Fakat ne var ki müderrislerde azlediliyormuş.' demişti. Bunun üzerine mahcup olan Uluğ Bey azlettiği müderrisi tekrar geri vazifesine iade etmiştir (Bilge, 1984).

Müderrisler medrese ve ders hususunda tek ve yegâne sorumlu kişilerdi. Müderrisler maaş durumları itibariyle de medresede bulunan vazifelere üstün bir durum arzederler. Maaşları vakfiyelerde günlük hesabı ile gösterilmiştir. Çoğu defa muayyen bir medresenin müderrisine özel olarak vakıflar yapılmış ve müderris olan tasarruf eder denilmiştir (Bilge, 1984).

Osmanlının medreseler kurumu genel işleyiş bakımından bu şekilde tevasür etmekteydi. Yapısı bakımından bu denli önem gösterilen ve toplum içerisinde önemli yeri olan bu eğitim öğretim kurumlarında nasıl bir öğretim yöntemi sergilenmekteydi?

Bu konu hakkında Mustafa Şanal (2003); Osmanlı imparatorluğunda medreselerde kullanılan öğretim metodu dedüktif karakterde idi. Bu metodun esasını, meseleleri naslara ve otoritelere dayandırmak teşkil etmektedir. Bu dedüktif metot, ilk zamanlarda ezberi esas almıştır. İlk önce Kur'anı ezberlemek ve mümkün olduğu kadar çok sayıda hadis öğrenmek gerekiyordu (Taşdemirci, 1984).

Bu şekilde uygulanan eğitim metodunu Cevat İzgi (1997); İlime yeni başlayan bir öğrenciye önce, anlayışı kadar îman telkin edilir. Ergenlik çağına girmiş ise, üzerine namaz farz olduğundan, kendisine Fâtiha ve birkaç kısa sure öğretilir. Sabî ise, herşeyden önce besmele ve Rabbi yessir duası yapıldıktan sonra elifbâ cüzü yâni Arap alfabesi öğretildikten sonra heceye geçilerek Amme cüzüne başlanır. Bir mücevidden (tecvid hocası) Kur'an öğrenilerek hatmedilir. Daha sonra Kur'an'ı tecvidle okumak farz-ı ayn olduğundan sabî, Arap ise Arapça, Türkse Türkçe muhtasar bir tecvid kitabı okur. Bunu Birgili Mehmed Efendinin Türkçe 'Aka'id Risâlesi'nin okutulması takip eder. Bu arada Kur'an'ı ezberler. Bir büyük mecliste hafızlar ve kurrâ huzurunda Kur'an'ı başından sonuna altı ya da yedi-sekiz saatte dinletir. Bu sırada sâbi sekiz veya dokuz yaşlarındadır.' biçiminde açıklamaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken noktalardan birisi de şüphesiz eğitime başlanan öğrencilerin yaşıdır. Osmanlı Devleti'nin eğitim konusunda disiplinini ve bakış açısını bu tavrı yansıtmaktadır.

Fahri Unan'a (2010) göre, Talebe, ilme sülük (ilme giriş) etmeden önce kalbini bütün kötülüklerden temizlemeli; güzel ahlâk ile tezyin etmeli, ihlaslı olmalı; halis bir niyetle ilme sarılmalıdır. Bilahare kendisine her yönden iyi bir hoca seçmelidir. Çünkü ilmî ve ahlaki yönden faziletli bir hocaya tâbi olmak, talebeyi de aynı vasıflarla tezyin edecektir. Hocayı seçtikten sonra, kesinlikle onun irşat ve uyarılarının dışında hareket etmemeli, derslerini öğrenmek hususunda tembellik yapmamalı, ömrünün sonuna kadar ilim öğrenmenin sona ermeyeceğini bilmeli, hocanın nasihatlerini dinlemeli, ilim tahsilinde mütevazı olmalı, kendisini hocasının ellerine teslim etmelidir. Çünkü o hocasının karşısında yağmura muhtaç toprak durumundadır. Toprak nasıl her hâlükârda yağan yağmuru kabul ederse, talebe de hocadan gelen bilgileri aynı şekilde almalıdır. Ömrünü, kendisine bir harf bile öğretmiş olan hocasına veya hocalarına hizmete adamalıdır. Hocasının hatalarını ve noksanlarını araştırmaya kalkışmamalı, anlattıklarında yanılsa bile bunu iyiye yormalı, hiçbir zaman hocasına saygıda kusur etmemelidir. Bütün ilim dallarıyla -velev ki az da olsa ilgilenmeli, onların ana hatlarıyla da olsa konularını bilmeli, her ilmin gayesini öğrenmeli, araştırma ve tartışma yoluyla konuları daha iyi anlayacağını bilmelidir. Ayrıca, derslerini tehir etmemeli, bugünün işini yarına bırakmamalı, derslerini günü gününe hazırlamalı, arkadaşlarını iyi ve ihlaslı olanlar arasından seçmeli, sınıfta kimsenin sözünü kesmemeli, kimseyi küçük görmemelidir (Taşköprülüzâde, 2004).

Hoca ise, talebe karşısında son derece vakur olmalı, aşırı giyim düşkünü olmamalı, öğrenci üzerinde etkili olabilmek için ilmiyle âmil olmalı, güzel âhlak ve tevâzu sahibi olmalıdır. Öğrettiklerini Allah rızası için öğretmeli, şöhret, gösteriş, dünyalık ve saygı kazanmayı hedeflememeli, öğrettiklerine karşılık beklememelidir. Talebeye faydalı olan bilgilerle işe başlamalı, talebeyi çok iyi tanımalı, böylece seçeceği branşta ve vereceği bilgilerde ona daha fazla yardımcı ve faydalı olabilmeli, verdiği dersleri birden zorlaştırmamalı, tedricî bir metod takip etmelidir. Öte yandan, talebeye nasıl ders çalışılacağını öğretmeli, onlara iyi davranmalı, bu konuda eşitliği elden bırakmamalı, dersleri sıkıcı ve bıkkınlık verici bir tarzda anlatmamalı, derslerde öfkelenmemeli, zaman zaman talebenin bilgisini yoklamalı, dersi yavaş işlemeli, ders öncesi iyi hazırlanmalı, talebenin sorduğu her soruya mutlaka cevap vermemeli, ancak emin olduğu durumlarda soruları cevaplandırmalı, talebenin hatası karşısında onları incitecek kadar azarlamamalıdır; çünkü onlar kendi huzuruna zaten eksik olarak gelmişler ve eksiklerini tamamlamak istemektedirler; dolayısıyla bir soruya cevap veremedikleri durumlarda onları arkadaşlarının yanında küçük düşürmemelidir.

Sınıf içerisinde disiplini sağlamak için bilhassa dikkat etmeli, uygunsuz hareket edenleri birtakım ima ve işaretlerle, arkadaşlarına hissettirmeden uyarmalı, kötü huylardan kurtulmaları için her fırsatta nasihat etmeli, verdiği derslerin anlaşılıp anlaşılmadığını kontrol etmek için zaman zaman imtihan etmeli, ilme, kitaplara ve eğitime karşı saygı göstermenin faziletini ve sebeplerini anlatmalı, kısaca onları iyi bir âlim, iyi bir Müslüman ve iyi bir insan olarak yetiştirmek maksadıyla hiçbir ilgiyi ve desteği esirgememelidir (Taşköprülüzâde, 2004).

Taşköprülüzâde, bu açıklamalarını yazdığı eserlerinde öğretmen ve öğrencilere tavsiyelerde bulunmuş aslında uyulması gerekenleri öneri şeklinde vermiştir. Bu açıklamalardan dönemin eğitim ve öğretim anlayışında öğretmen ve öğrenci ilişkisi önemsendiği görülmektedir. Osmanlı Devleti'nde uygulanan dedüktüf metot dışında imlâ metodu gelişmeye başlamıştır.

Medreselerde okutulan derslere göre öğretim yöntemlerini Mustafa Şanal (2003) şu şekilde açıklamaktadır; bir müddet sonra imlâ metodu gelişmeye başlamıştır. Buna göre talebeler ders esnasında hocanın karşısında halkalar halinde oturarak dersi takip etmekte ve gerektiği yerlerde not tutmaktaydılar (Zengin, 1993).

Tabiki bu metot takip edildiğinde öğretmen öğrenci ilişkisine ek yardımcı bir kaynak görevi gören kitaplar devreye girmektedir. O halde öğretmen ve öğrenciye verilen önemin aynı şekilde o dönemde kullanılan kitaplar içinde geçerli olacağı söylenebilir.

Zamanla imlâ metodunun yanında şerh ve izah metodu da gelişmeye başlamıştır. Medreselerde okutulan kitapların nüshalarının çoğalması ve bunların öğrencilerin eline geçmesinden sonra yavaş yavaş imlâ metodu terk edilmeye başlanmıştır. Bundan sonra metni bir öğrenci yükse sesle okuyor, hoca da gerekli izahlarda bulunuyordu ve metin üzerinde düzeltmeler yapıyordu. Ayrıca hoca, kendisinin yapmış olduğu izahları talebelere yazdırıyordu. Müderrisler, kimi zaman okuttukları derslerden herhangi bir bahis üzerine talebelerine münazaralar yaptırırlar ve neticede iki taraf arasında hakem olup mütalâalarını söylerlerdi (Uzunçarşılı, 1988).

Medreselerde soru-cevap metodu da kullanılmaktaydı. Hoca öğrencilere soru sorup cevabını beklediği gibi, öğrenciler de belirli bir nizama göre hocaya soru sorabilirlerdi. Yani derslerde takrir ve karşılıklı konuşmaya yer verilirdi. Belirli günlerde halka açık toplantılar da düzenlenirdi.

Medrese derslerinin İslâm aleminde aşağı yukarı hemen hemen aynı program dahilinde ve aynı metotla tedris edildiği ve tatil günlerinin de birbirine benzediği rahatlıkla söylenebilir. Bununla birlikte Osmanlı medreselerinde ilk sınıflarda derslerin muhtasarının, sınıf derecesi yükseldikçe mufassalının okutulduğu da söylenebilir. Bu bilgiler ışığında Osmanlı medreselerinde öğretim faaliyetlerinde "tedricilik" usûlüne uyulduğu ileri sürülebilir. Muallim Cevdet de bu tespite uygun gelecek bir biçimde, Osmanlı medreselerinde derslerin kolaydan (muhtasardan) zora (mufassala) doğru bir seviyede okutulduğunu ifade etmiş, ayrıca medrese talebelerine ders programı dışında bol vakit de bırakılmasını isteyerek bu yolla talebelerin ders dışı konularla ilgili mevzuları da öğrenmelerinin önemi üzerinde durmuştur (Muallim Cevdet, 1978).

Bugün ülkemizde eğitime olan bakış açısı incelendiğinde öğrencinin merkeze alındığı diğer unsurlarında yardımcı unsur olarak ele alındığı görülmektedir.

Ömer Özyılmaz'a (2002) göre, eğitim ve öğretim, pek çok unsurun sistematik bir şekilde bir araya getirilmesiyle teşekkül edecek bir olgudur. Öğretmen (eğitici), öğrenci (eğitilen), yönetici, sosyal çevre, fizikî çevre (okul çevresi) ve eğitim programları bu unsurların bazıları ve en önemlilerindendir (Fidan, Fidan, & Fidan, 1993).

Öğretmen, öğrenci, fiziki ve sosyal çevre incelemelerinden sonra uygulanan eğitimin programlanması ve bunun uygulanabilir olması da oldukça önemlidir. Çünkü bunlar içerisinde de eğitim programlarının apayrı bir yeri ve önemi vardır. Zira eğitim Programları, okul içindeki faaliyetlerin tamamını düzenler. Yani bütün öğretim faaliyetleri, öğretimin yanında ders dışı kol faaliyetleri, özel günlerin kutlanması, geziler, kısa kurslar, eğitimin üçüncü boyutu olan rehberlik ve benzeri hizmetleri de tanzim eder. Bu kapsamda hazırlanan eğitim programları, yukarıda belirtilen eğitimin bütün unsurlarının görev ve sorumluluklarını da belirler. Bu açıdan bakınca eğitim sistemlerinin, eğitim programlarıyla işlerlik kazanacağı kolayca görülür. Dolayısıyla eğitim programları, eğitimin unsurlarının en önemlilerindendir, denebilir. Eğitim olgusu içerisinde eğitim programlarının, dinlerde kitapların, devletlerde de anayasaların işlevini üstlendiğini söyleyebiliriz. Bu yönüyle, eğitime rengini ve desenini verenin, eğitim programı da olduğu da söylenebilir. Onun için eğitimin en zor yanlarından birisinin, iyi bir eğitim programı hazırlamak olduğu bilinen bir husustur.

Bütün bunları bir uzman kısaca şöyle ifade etmektedir: ‘Eğitim Programları, eğitim ve öğretimin süresini, öğretmen, öğrenci, bina ve diğer araçların daha iyi kullanılmasını sağladığından önemimin verimini artırır.’ (Doğan, 1979).

Eğitim programı, bir eğitim kurumunda, istenilen amaçlara ulaşmak için gerekli stratejileri içeren bir eylem planı ya da yazılı doküman olarak ele alınır veya bir eğitim kurumunun amaçları doğrultusunda düzenlenmiş ‘planlı’ eğitim faaliyetleri olarak da tanımlanabilir. Nitekim Bachamp’ın tanımı buna çok yakındır. O, Eğitim Programını ‘bir okulda ya da okullarda ne öğretilmesi gereğine ilişkin organize kararları içeren bir dokümandır’ diye tanımlanır (Varış, 1978).

Yukarıda verilen açıklamalar ışığında Osmanlı Devleti’nde medreselerde uygulanan eğitim programlarını incelemek medreselerdeki eğitim ve öğretim amacını görmemizi sağlayacaktır. Aynı zamanda tarih sahnesinde bulundukları sırada gösterdikleri ilim tasnif ve değerlendirmelerinin kitap olarak okutulduğu bilindiğinden bu ilim tasnifleri ve değerlendirmelerinin görülmesini sağlar.

Osmanlı Devleti’nde uygulanan eğitim öğretim programları hakkında ulaşılabilen net bir bilgi yoktur. Ancak bazı ilim adamlarının döneme yönelik şerh veya eserlerinde programlar hakkında bilgi almamız mümkün olmaktadır.

İhsak b. Hasan et-Tokadi’nin Manzume-i Tertib-i Ulûm İsimli eserine göre Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programlarını görmek mümkündür (bkz. Çizelge 1.a)

Çizelge 1.a. İhsak b. Hasan et-Tokadi'nin Manzume-i Tertib-i Ulûm İsimli eserine göre Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programı

DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR
TECVİD	Şatibi, Dürr-i Yetim
KELAM	Şavali, Fıkh-ı Ekber, Makasid, Şerh-i Mevakif
TASAVVUF	(Kitap Adı zikredilmemiştir.).
AHLÂK	
USUL-İ HADİS	Şerh-i Nuhbe
TEFSİR	Tefsir-i Kadi, Hüseyn-i Va'iz, Medarik
TIP İLMİ	
LUGAT VE TARİH	
SARF	(Kitap Adı Zikredilmemiştir)
NAHİV	Hind, 'İsam, Cami, Muğni'l- Lebib
MANTIK	Tehzibul'l-Mantık ve'l-Kelam
ADAB	(Kitap Adı Zikredilmemiştir).
FIKIH	Kuduri, Kenz, Muhtar, Vikaye, Eşbah, Hidaye, Mahzen, Mülteka'l-Ebhur, Kuhistani, Keydani, Dürer, Şadr-ı Şeria, Nihaye, 'İnaye, Şerh-, Ekmel, Mufassal, Durretu'l-Hakk
ME'ANİ	Haşa-i, Mutavvel, Muhtasar
HİSAB	Hulasa
HENDESE	Eşkat'ü't-Tesis
İLAHİ VE TABİİ HİKMET HEY'ET,	İşarat, Şifa, Hikmetü'l-Ayn

Çizelge 1.a. İhsak b. Hasan et-Tokadi'nin Manzume-i Tertib-i Ulûm İsimli eserine göre Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programı (devam)

DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR
USTURLAB, ZİC, TAKVİM, RUB'	El-Fethiyye/Risale der 'İlm-i Hey'e, Haşiye 'ala Risaleder 'ilm-i Hey'e; Şerhu'l Mulahhas fi'l Hey'e; Haşiye 'ala Şerhi'l Mulahhas fi'l-Hey'e
Müretteb Olmayan	Tıp: Tıbb-ı Nebevi; Tasavvuf ve ahlak, Birgili Risalesi
	Tarikat-ı Muhammediyye; Lügat ve Tevarih: Kamus, Halimi; Remel; Kimya; Aruz; Mu'amma; Haşş; Karzu'ş-Şi'r; İnşa; Eş'ar

Saçaklızade Muhammed b. Ebi Bekr el-Mar'aşı (V.1145/1732-33) tarafından, 1128/1715'de yazılmış olan eser, Arapça olup nesir türünde kaleme alınmıştır. Osmanlılar devrinde de meşhur olan Tertibu'l Ulum, Tanzimat Devrinin önce gelen isimlerinden Ali Süavi (V. 1294/1877) tarafından Türkçeye çevrilip yayımlanmıştır. Medreselerdeki eğitim-öğretim faaliyetlerini bir eğitimci gözüyle değerlendiren ender eserlerden birisidir (Özyılmaz, 2002).

Derin bir ilmi vukufiyeti olan Saçaklızade, eserini kaleme alırken çok geniş tutmuş ve bir 'Eğitim Programı' olmanın yanında, bilimsel anlamda gelişme, ilerleme ve yenileşme üzerinde durmuş, gelenekçilik ve statükoculuğa karşı cephe almıştır. Tertibu'l Ulûm yazarı, eserinde ilimlerin değerini, sayılarını, İslâm karşısındaki hükümlerini de belirtmiştir. Ayrıca öğrencinin bu ilimleri hangi kaide ve kurallar çerçevesinde, hangi usullerle tahsil edeceğini de ortaya koymuştur (Özyılmaz, 2002).

Bir diğer Osmanlı ilim adamı olan Kevâkib-i Seb'a (1155-1741) yazmış olduğu eserde Osmanlı medreselerinde bulunduğu dönemin müfredat programını şu şekildedir. (Bkz. Çizelge 1.b)

Çizelge 1.b. Kevâkib-i Seb'a'ya (1155/1741) Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (İzgi, 1997)

DERS	DERSİN RÜTBESİ	OKUNAN KİTAPLAR	DERSLE İLGİLİ DÜŞÜNCELER
SARF	Aşağı İktişâr	Emsile-i Muhtelife ve Muşşarida, Binâ'u'l-Ef'âl	'zât-ı kelimeden bahs ettiğinden cümle 'ulûma mevkufun 'aleyhisi vardır'
	Orta İktişâr	Maksûd (2 Cüz)	
	Yukarı İktişâr	'İzzî	
	İktişâd	Merâh(4-5 Cüz)	
	Yukarı İktişâd	Şâfiye (şerhleri ile istikşâ)	
NAHİV	Aşağı İktişâr	Âvâmil	'Mevzu'da sarfa karîb kelimenin i'râbından bahs eden'
	Yukarı İktişâr	Mişbâh	
	Orta İktişâd	Kâfiye, Elfiye-i İbnü Mâlik(ezber)	
	Yukarı İktişâd	Molla Câmi '(Kâfiye Şerhi, 15-20 cüz)	
	İstikşâ	Muğni'l-Lebîb	
FIKIH	Aşağı İktişâr (Yalnız Salât Kitabı'na göre iktişâd)	alebî	Haftada bir-iki gün
	Aşağı İktişâr	Kudûrî	
MANTIK	Aşağı İktişâr	Îsâgôcî (şerh ve hâşiyesi 330)	
	Yukarı İktişâr	Hüâm-ı Kâtî ve haşiyesi Muhyiddin Risalesi Fenârî ve haşiyesi	
	Orta İktişâd	Şemsiyye, tâ'lik ve şerhleri ile Tezhîb	
	Yukarı İktişâd	Kuşbuddîn-i Şirâzî (Şemsiyye Şerhi) Haşiyeleri Seyyid ve Kara Dâvûd. Sa'düddin	
	İstikşâ	Şerh-i Maşâli'	
ÂDÂB	İktişâr	Taşköprî şerhi	
	İktişÂd	Mes'ûd, Rûmî (Adâb- Semerkandî üzerine), eşrâf ve havâşisiyle Hüseyin Efendi, Kadı Adud metni, Şerh-i Hanefiyye ve hâşiyesi, Mîr	Muhâsebede haşâdan ihtirâz için

Çizelge 1.b. Kevâkib-i Seb'a'ya (1155/1741) Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (devam)

DERS	DERSİN RÜTBESİ	OKUNAN KİTAPLAR	İLGİLİ DÜŞÜNCELER
ME'ÂNÎ	İktişâr	Telhîs	
	İktişâd	Şerh-i Muhtasar (20 Cüz)	
	İstikşâ	Muşavvel, îzâhı Me'anî (40-50 Cüz)	
HİKMET-İ NAZARÎYYE	İktişâr	Hidâye	
	İktişâd	Kadîmîr ve haşiyesi Lâri	
	Yukarı İktişâd	Hikmetü'l-'Ayn	
	İstikşâ	Kütüb-i Şeyhayn	
KELÂM	Aşağı İktişâd	Ömer-i Nesefî şerh-i 'Akâ'İd	
	Yukarı İktişâd	Şerh-i Makâşıd, Mevâkıf	
	İstikşâ	Şerh-i Mevâkıf	
HENDESE	İktişâr	Eşkâl-i Te'sis	
	İstiksa	Öklidis	
HİSÂB	İktişâr	Bahaiyye, Ramazan Efendi ve Çulli ile okunursa	
	Yukarı İktişâda Karib		

Çizelge 1.b. Kevâkib-i Seb'a'ya (1155/1741) Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (devam)

DERS	DERSİN RÜTBESİ	OKUNAN KİTAPLAR	İLGİLİ DÜŞÜNCELER
USÛL-İ FIKIH	İktişâd	Tenkîh şerhi, Tavzîh, Muhtasar-ı Müntehâ, Şerh-i 'Adud ve hâşiyesi Seyyid	
	İstiksâ	Tazvîh, Telvih ile okunursa istikşa'ya karîb, Fuşul-i Bedâyî	
FIKIH	İktişâd	Hidâye	
	İstiksâ	Kâdihan, Bezzâziyye	
HEYET	Orta İktişâd	Şerh-i Çağminî	
	İstikşâya karîb	Şerh-i Çağminî, Bircendî hâşiyesi ile Birlikte okunursa	
USÛL-Î HADİS	Yukarı İktişâr	Elfiyye(ezber)	
	İktişâd	Nuhbetü'l-Fiker, Şerh-i Kârî ile	

Çizelge 1.b. Kevâkib-i Seb'a'ya (1155/1741) Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (devam)

DERS	DERSİN RÜTBESİ	OKUNAN KİTAPLAR	İLGİLİ DÜŞÜNCELER
USÛL-Î HADİS	İktişâ	Bazı Müsnedleri de okursa	
	İstiksâ	Çok Müsned okursa	
TEFSİR	İktişâr	Vâhidî'nin, Kur'ân'ın iki misli büyüklükte olan tefsiri gibi bir tefsir	
	İktişâd	Vâhidî'nin, Kur'ân'ın üç misli büyüklükte olan tefsiri gibi bir tefsir	
	İstiksâ	Vâhidî'nin Basîş'i gibi bir tefsir.	

İshak b. Hasan et-Tokadî'nin (ö. 1100/1689) yazmış olduğu Nezmu'l 'Ulûm isimli eserine göre farklı bir müfredat programı bulunmaktadır. Bu program derslere göre okunması gereken kitapları göstermektedir (bkz. Çizelge 1.c)

Çizelge 1.c. İshak b. Hasan et-Tokadî'nin (ö. 1100/1689) Nezmu'l-'Ulûm'una Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (İzgi, 1997)

DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR
TECVİD	Şâşibî, Dürr-i Yetîm
SARF	Kitap Adı Zikredilmemektedir.
NAHİV	Hind, 'İsâm, Câmî, Muşni'l-Lebîb
MANTIK	Tehzîbu'l-Manşık ve'l-Kelâm
ÂDÂB	Kitap Adı Zikredilmemektedir.
FIKIH	Kudûrî, Kenz, Muhtâr, Vikâye, Eşbâh, Hidâye, Mahzen, Mülteka'l-Ebhur, Kûhistânî, Keydânî, Dürer, Şadr-ı Şerî'a, Nihâye, İnâye, Şerh-i Ekmel, Mufaşşal, Şurretu'l-Hakk
KELÂM	Şavâli, Fıkh-ı Ekber, Makâşid, Şerh-i Mevâkif
İLÂHÎ VE TABÎÎ HİKMET	İşârât, Şifâ, Hikmetü'l-'Ayn
ME'ÂNÎ	Haşâ'î, Muşavvel, Muhtaşar
HİSÂB	Hulâşa
HENDESE	Eşkâlü'l-Hendese
HEY'ET (Usturlâb, Zîc, takvim, Rub')	El-Fethiyye/Risâle der 'İlm-i Hey'e, Hâşiye 'alâ Risâle der 'ilm-i Hey'e; Şerhu'l-Mulahhas fi'l-Hey'e;
USÛL-I HADİS	Şerh-i Nuhbe
TEFSİR	Tefsîr-i Kâdî, Hüseyn-i Va'iz, Medârik
MÜRETTEB OLMAYAN DERSLER	Tıp: Tıbb-ı Nebevî; Tasavvuf ve ahlâk; Birgili Risâlesi, Şarîkaş-ı Muhammediyye; Lügat ve tevârîh: Kâmûs, Halîmî; Remel; Kimyâ; Aruz; Mu'ammâ; Haşş; Karzu'ş-Şi'r; Enşâ; Eş'ar.

Bu dönemin önemli alim ve yazarlarından olan Erzurumlu İbrahim Hakkı'nın eseri bizim için önem teşkil etmektedir. (İzgi, 1997).

Erzurumlu İbrahim Hakkı'nın yazmış olduğu 'Terkîn-i Ulûm' isimli eserinde Osmanlı medreseleri programı hakkında şu yorumda bulunmuştur (bkz. Çizelge 1.d)

Çizelge 1.d. Erzurumlu İbrâhim Hakkı'nın (ö. 1194/1780) Terkîn-i Ulûm'una Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (İzgi, 1997)

DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR	DERSLE İLGİLİ DÜŞÜNCELER
KUR'ÂN-KIRAAT	(Hatim), Tecvîd-i Türkî, Şâşibî	
HATT	Sülüs, Nesih, Ta'lîk, Dîvânî	'Dîvânî haşşın bil amma yazma'
LÜGAT	Şâhidî, Halîmî, Ni'metullâh, Ferişte, Ta'rîfât-ı Seyyid, Ahterî, Şihâh, Vankulu, Kâmûs	
'AKA'İD	MAnzûm 'Akâ'îd Kitâbı, Emâlî, Fıkh-ı Ekber	
AHLÂK	Hayriyye, Pend-i 'Aşşâr, Şarîkat, Hilye-i Hâkânî	
ŞARF	Emsile, Binâ, Maksûd, 'İzzî, Merâh	
NAHİV	'Avâmil, Küçük 'Avâmil, Ummûzec, Hadâ'ik, İzhâr, Netâ'ic, Kâfiye, Câmî, Şâfiye, Çarperdî	
MANŞIK	'Isâgôcî, Husâm-ı Kâtî, Muhyiddin, Fenârî, Kul Ahmed, Velediyye, Şemsiyye, Kuşb, Dâvûd, Seyyid, Tehzib, Celâl, Mîr	
ÂDÂB	Huseyniyye, Şerh-i 'Adad, Mîr, Zeyn, Takrîr-i Kavânîn	
ME'ÂNÎ	Telhîs, Muşavvel, İsti'âre, Vaz', Bedî', Şerh-i 'Adud, 'Arûz-ı Endelüsî, Nâbulusî	
HİKMET	Kâdîmîr, Molla Lârî, Hikmetu'l-'Ayn, Mîrzâ-cân	
KELÂM	Şerh-i 'Akâ'id, Hayâlî, İsbât-ı Vâcib	
FIKIH USÛLÜ	Tavzîh, Taşrîh, Telvîh	
FIKIH	Mültekâ, Eşbâh u Nezâ'ir, Mecma'u'l- Bahr-i İbn-i Melek, Munye-i Muşallî, Tuhfe, Ta'lîm-i Müte'allîm, Vikâye, 'İlm-i mezâhib-i Erba'a	
FERÂ'İ	Sirâciyye, Şir'a metni şerhiyle	
HEY'ET	Şerh-i Çağminî, Hâşiye-i Bircendî, Bîst Bâb, Sî-Faşl, Rub'-ı Müceyyeb, Rub'-ı Mukanşar	

Çizelge 1.d. Erzurumlu İbrâhim Hakkı'nın (ö. 1194/1780) Terkîn-i Ulûm'una Göre Osmanlı Medreseleri Müfredat Programı (devam)

DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR	DERSLE İLGİLİ DÜŞÜNCELER
HENDESE	Şerh-i Eşkâl-i Te'sîs	
DERSLER	OKUNAN KİTAPLAR	DERSLE İLGİLİ DÜŞÜNCELER
HİSÂB	Hulâsa, İbn-i Çullî	
HADİS USÛLÜ	Nuhbe	
HADİS	Meşârik, Mebârik	
TEFSİR	Beyzâvî	'Tefsi 'ilmin bil bul hidâyet/Beyzâvî olsun derse nihâyet'
MÜRETTEB OLMAYAN DERSLER	Tıp, Teşrîh, Şıbb-ı Nebî; Gülistân, Bostan, Dîvân-ı Hafız, Fars lügatı ; Coğrafya: Takvîm-i Buldân	

Bu müfredat programları incelendiğinde okullarda kitap yani o dönemin önemli ilim kitaplarının temel teşkil ettiği görülmektedir. Bu durumda dönemin ilim çalışmalarının seviyesini, yapılan ilim çalışmalarının birebir uygulamasını bu eserler baz alınarak incelenmesi mümkündür.

Osmanlı Devleti'nin eğitim programları sadece bu tablolardan ibaret elbette ki olmamıştır. Programları yazan ilim adamları bu programların nasıl uygulanacaklarına dair bilgiler ve yönlendirmeler de yapmıştır. Böylece eğitim programının uygulanabilir olması göz önüne alınmıştır. Günümüz eğitim öğretim programlarında da öğrencilerin öğrenmesi gereken dersler ve kazanımlar belirlendikten sonra bunların öğretiminde kullanılacak yöntemler, dikkat edilmesi gereken hususlar da belirtilmiştir.

Saçaklızade (1715), eserinin bir kısmında talebelere tavsiyelerde bulunmaktadır.

Yetmek istersen eğer matlubuna ey bahtiyar

Iptida mürşit gerektir, eyle ani ihtiyar

Her ne matlubun ise de tarıkini beyan

Ol tarıka gidesin görmiyesin asla ziyan.

Ger muradın okuyup kesbeylemek ise kemal, Gösterem sana tarıkın çekmeyesin hiç melal

Iptida her ilmin ehlini bul, arayup Rum u Şam

Ba'dehu eyle telemmüz cidden ceht et subh u şam

Bu beyitlerin açıklaması Ömer Özyılmaz'a (2002) göre,

Ey aziz kardeşim sana, önce ve acilen şunu tavsiye ederim, eğer belirlemiş olduğun bilimsel hedefe ulaşmak istiyorsan önce, ilmi derinliği ve eğitim tecrübesi olan iyi bir hoca (öğretim üyesi) bulman gerekir. İlmin hangi alanına yönelmek ve derinleşmek istiyorsan o alanın fırsat ve sıkıntılarını sana açıklasın ki, sen de o sıkıntılara ve zorluklara düşmeden rahatça yoluna devam edebilesin. İkinci olarak da şuna dikkatini çekmek isterim, eğer gerçekten okuyup ilim sahibi olmak ve böylece kemale ermek istiyorsan, ben, yazmış olduğum bu programda sana bunun yollarını rahatlıkla anlayabileceğin şekilde ifade ediyorum ki, o da şudur: Önce, belli bir medreseye ve şehre takılıp kalma, Anadolu, Suriye ve Irak gibi ilim merkezleri başta olmak üzere, tüm İslâm dünyasını dolaş ve her ilmi en iyi bilen insanları bularak ilim dallarını onlardan okuyup öğrenmeye karar ver. Sonra da gece gündüz demeden derslerine çalışan ciddi bir öğrenci ol şeklinde yapılmıştır.

Buna göre eserde ilgili talebelere tavsiyelerde bulunarak aslında günümüzde psikolojik danışma aşamasında yol gösterme olarak ifade ettiğimiz aşamasını yerine getirmektedir. Eğitim öğretim aşamasında bu yönlendirmeler dışında eğitimcilere sunulması gereken yönlendirmelerde hayati önem taşımaktadır. Çünkü verilen kazanımlar ya da okutulması istenen kitapların içeriği kadar öğretim metodu da önemli bir yer teşkil etmektedir. Öğretim aşamasında bu önerilere bahsi geçen eserde değinilmiştir.

Ömer Özyılmaz'a (2002) göre, İbrahim Hakkı Erzurumî bu hususta o şöyle diyor:

'Ey ilme talip vey tab'ı eşlem,

Hem zeyrek hem aklı müsellem,

Allah bize iş arzeylemiştir,

İlm-u amel hem farz eylemiştir.

(Ey doğası, tabiatı kusursuz sapasağlam, kendisi zeki ve akıl yönünden de mükemmel olan ilim yolcusu kardeşim: Allah bize ilim elde etmek ve bütün işlerimizi de bu ilmi esaslara göre yürütme işini farz kılmış, bir görev olarak vermiştir).

Daha sonra:

Olmak dilersen kâmil efendi

Candan kabul et bu nush u pendi

(Eğer sen de üstün birtakım özelliklere sahip, efendi bir insan olmak istiyorsan, bu eğitim programındaki tavsiye ve yönlendirmeleri severek ve isteyerek uygula)

Bu dizelerin öğrenmek isteyen kişi için isteğini artırmasını sağlaması istenmektedir. Böylece öğrenmek isteyen kişi veya kişiler istek yönünden yeterli bir birikime sahip olacaklardır. İ. Hakkı Erzurumi'nin bu yolu tercih etmesi ve bu durumun bugünün şartlarında öğrencileri güdüleme, öğrencilerin dikkat etme basamağında bulunduğumun kanıtıdır.

İlim tahsil etmek, beraberinde birtakım zorlukları da getiren bir iştir. Bu yolda öğrenciyi nice meşakkatler ve çileli günler bekler. Gerçi sonu dünya ve ahiret saadetidir. Fakat herkes, bu sona varamadan onun kokusunu alamamaktadır. Bunun için öğrenciye yaptığı işin neticesi şimdiden gösterilerek ilme karşı motive edilmektedir. Yahut motivasyon güçlendirilmektedir. İşte bu çerçevede şu beyitleri görüyoruz, ki bölüm bunlarla bitiyor.

İlim ve Hilm hoş Halk-ı Hüda'dır.

Onu bulan dil gamdan cüdadır.

İki cihanda izzet ilimdir.

Hem can u dilde lezzet ilimdir.

(İlim ve Hilm yani, yumuşak huyluluk Cenab-ı Hakk'ın yarattığı en güzel şeylerdendir. Onları bulup kendisine mâleden kimse, dünya üzüntü ve kederinden pek fazla etkilenmez. Çünkü iki cihanda şeref ve üstünlük ilim ve hilm iledir. Her can ve gönülde lezzet ilim ve hilm iledir.) (Özyılmaz, 2002).

Ömer Özyılmaz'a (2002) göre, bu program (Tertib-i Ulûm) bir lisans programıdır. Ama daha öğrencilerini lisansta hatta orta öğretimde iken ilimde derinleştiren yahut genişliğine ve derinliğine ilim tahsil ettiren İbrahim Hakkı, aslında bugün için dahi orijinalitesini korumaktadır.

Zira bugün okullarımızda ancak lisans üstü dönemde ilimde derinleşme söz konusu olabiliyor. Orta öğretim ve yüksek öğretim (lisans) döneminde ise genişlemesine (yüzeysel olarak) bir öğretim yapılmaktadır. Bu durum ise insanın en iyi çağlarını yüzeysel bilgi edinmekle geçirmesine sebep olmaktadır. Halbuki insanın bilgi elde etme çağı bu çağdır. Bundan sonraki dönemde ise elde ettiği bilgileri irdeleme, tenkit etme devri başlamaktadır (Ulvan, 1999).

Osmanlı medreselerinde öğretmen ve öğrencinin görevleri tamamen birbirinden farklıdır yukarıda verildiği gibi Taşköprülüzade'nin meşhur eserinde açıkça yapılması beklenenler sıralanmıştır. Bu durum bizlere eğitim ve öğretim işlerinde bir standarda ulaşılmaya çalışıldığını göstermektedir. Açıklamalar incelendiğinde, günümüz modern eğitimi ile birçok benzerliği olduğu savunulabilir. Günümüzde öğrencilerin disiplinlerin öğretiminden önce önyargılarını kırmak ve o disiplini sevdirmek ilk yapılması gereken olarak karşımıza çıkmaktadır. Buna bağlı olarak Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yeniden yapılandırılmış 2017/2018 eğitim öğretim programında da öğrencilerin ilgili disiplini sevmesi programın genel amaçları arasındadır. Burada da öğrencilerden 'halis ve iyi niyetle ilme sarılmaları' istenirken şüphesiz ki önyargılarından kurtulması gerektiğini ifade etmektedir. '*Mevzû'ât el-'Ulûm'* eserinde öğrencininde öğretmen seçebilme hakkından bahsetmiştir. Bu hak bizim eğitim ortamında olmamasına karşı Millî Eğitim Bakanlığının verdiği Destekleme ve Yetiştirme Kursları bünyesinde öğrenciye bu imkân sağlanmakta ve öğretmen seçebilme özelliği sağlanmaktadır. Öğrencinin her ilim dalı ile az da olsa ilgilenmesi, disiplinler arası geçiş yapabilmesi adına önemlidir. Burada önemli olan bir diğer husus ise öğrencinin saygısından ve ahlâkından oldukça fazla söz edilmesidir. Dönemin meşhur ve geçerli bir kitabı olduğu göz önüne alınırsa dönem süresince öğrencilerin öğretim yönüne önem verildiği gibi eğitim yönüne de önem verdikleri açıkça görülmektedir.

Bahsi geçen eser, öğretmenlerin öğretim aşamasında hangi konulara, hangi öğrencilere dikkat etmesi gerektiğini ifade eder.

Bu mana da öğrenciye verilmesi gereken bilgilerin (kazanım) faydalı olandan başlanması gerektiği ifade edilmiştir. Burada faydalı olan ilimden kasıt, günümüz öğretim ilkelerinden yakından uzağa, somuttan soyuta ilkeleri ile ilişkilendirilebilir. Öğrenci ile birebir etkileşimde olmanın öneminden bahseden Taşköprülüzade, bireysellik ilkeleri ve öğrenciye görelik ilkelerini de eserinde ifade etmiştir. Öğrenci ile soru-cevap yapılması gerektiğini dolaylı yoldan ifade eden eserde, önceliğin öğrencinin de öğretim aşamasında aktif olarak bulunması gerektiğini ifade etmiştir. Bir diğer dikkati çeken husus eserde öğrencinin istenmedik davranışlarına karşı ne yapılması gerektiğine yönelik telkinlerde bulunulmasıdır. Sorun karşısında öğrenciye modern eğitim anlayışı dahilinde sınıf yönetiminde dikkat edilmesi gereken sorun çözme basamakları açıklanmıştır. Öncelikle ima ve işaretlerden bahsedilmiş ki bu bize göz teması kurma basamağının uygulanmasını istenildiğini göstermektedir. Yine öğretmenin eğitim öğretim aşamasında eğitim ve öğretimin değerlendirilmesi gerektiğini buna göre düzeltme yapılması gerektiği söylenmektedir.

Ömer Özyılmaz'a (2003) göre, Osmanlı medreselerinde tatil günleri bazı rivayetlerde haftada bir gün, bazı rivayetlerde iki gün, bazılarında ise üç gün (Baltacı, 1976) olduğu görülmektedir. Tertib-i Ulûm'da ise şu beyitte Salı ve Cuma günü tatil günü olarak geçmektedir. Cuma ve Salı tedris günlerini ikiye böler. Üç gün ders, bir gün tatil; iki gün ders, bir gün tatil formülüyle çalışan öğrenciler, bu günlerde gerek geçmiş dersleri hatırlamak için çalışma yapma, gerek temizlik yapıp diğer ihtiyaçlarını temin etme ve gerekse dinlenme imkanını elde ederlerdi. İste bu kolaylığı sağlamak için Salı ve Cuma günleri tatil olarak âdet olmuştur.

Osmanlı medreselerindeki öğretim süreçlerini, yani kısaca, bilginin öğrenciye çeşitli yöntemlerle öğretildiği ders ya da sınıf ortamını, günümüzle karşılaştırmalı olarak incelediğimizde şunları görürüz;

Günümüzde öğretim süreçleri sınıf esasına göre düzenlenmiştir. Yani öğrenci okulda herhangi bir sınıfın üyesidir. (Ortaokul 2, lise 1, ilkokul 4 gibi). Eğitim öğretimin hedefi, içeriği (muhtevası) yöntemleri ve sınavları o sınıfa göre belirlenir. Dersleri anlatan hocalar o sınıfı esas alarak anlatırlar. Öğrenci de o sınıftaki çalışması, konuları öğrenmesi, derse olan katkısı ve sınavlardaki durumuna göre, ya başarılı olur bir üst sınıfa geçer veya başarısız olur aynı sınıfı tekrarlar.

Osmanlı medreselerinde ise öğretim süreçleri ‘sınıf esasına göre’ değil, ‘kitap esasına göre’ düzenlenmiştir. Yani öğrenci (şimdiye kadar isimlerini verdiğimiz ve bundan sonrada vereceğimiz) kitaplardan birini okumaya başlar. Aynı kitabı okuyan başka öğrenciler onun sınıf veya kitap arkadaşıdırlar. Genellikle günün en erken saatlerinde, müderris (öğretmen, öğretim üyesi) in başkanlığında öğrenciler ‘O’ veya ‘U’ şeklinde ‘halkalar’ oluşturarak derse başlarlar. Tabii ki öğrenciler, o gün okunacak konuları önceden hazırlanmışlardır. Ders materyali olarak (özellikle teorik derslerde) kitap vardır ve o dersin en belli başlı ders materyalidir. (Özyılmaz, 2002).

İncelenen eğitim programları ve eserler ışığında Osmanlı Devleti’nde medreselerde nâkli bilimlerin yanında akli bilimlerin de okutulduğu bilinmektedir. Özellikle eğitim programlarının her birisi incelendiğinde Mantık, Hisab ve Hendese derslerinin ortak olarak bulunduğu göze çarpmaktadır.

2.4. OSMANLI DEVLETİNDE İLİM FAALİYETLERİ

Dönemin önemli ilim adamlarından Kâtip Çelebi, ilim yolunda tek kanatla uçulup; yol alınamayacağını, uçmak için iki kanat gerektiğini söylerken ma'kûlat ve meşrû'âtı iki kanat yerinde görür (İzgi, 1997).

2.4.1. Osmanlı Devleti'nde Mantık İlmi

Osmanlı medreselerinde aklî ilimlerden mantık ilmi birçok nakli ve akli bilimlerden önce verilmekteydi. Ömer Özyılmaz'a (2002) göre, Osmanlı medreselerinde (Tertib-i Ulûm'da) Arapça lisan öğretiminden hemen sonra mantık öğretiminin yer alması, ya da ilim dallarının öğretimine mantık ilmiyle başlanması, o devirlerde ve o eğitim kurumlarında bu ilmin faydasının ve lüzumunun ne kadar da çok olduğunu göstermektedir. İ. Hakkı bu hususta şöyle diyor:

İlm-i Hikem'den bil Mantık akdem

İsagoci bul hıfzet mukaddem

(Felsefe grubu derslerinden ilk önce mantık ilmini oku, Onu en iyi anlatan eser olarak İsagoci'yi ezberlercesine öğren.)

Osmanlı Devleti'nde önceliği olan mantık ilmi günümüz modern matematiğinde de önemini korumaktadır. Felsefe biliminin başlangıcı konumunda olan mantık ilminin konusu, doğru muhakemeyi yanlış muhakemeden ayırmakta yararlanılan ilke ve usullerin sistemli tartışması (Altun, 2008) olarak tanımlanabilir.

Özyılmaz'a (2002) göre,

Mantık: Kelime olarak Yunanca '*Logike*' kelimesinin Arapça tercümesidir. *Logikos, logos*'a yani söze (parol), akıla(raison) veya akıl yürütmeye (raison nement) ait demektir. Görülüyor ki, kelime anlamıyla *logike* hem söz hem de akılla ilgilidir. Mantık kelimesi de tıpkı böyledir. Farabi, kelimenin açıklamasını şöyle yapıyor: Bu sanatın adı '*nutk*' kelimesinden türemiştir. Bu kelime eskilere göre üç şeye delalet eder;

a) İnsanın makulleri idrak edebileceği kuvvete, yani insanın, anlaşılabilecek şeyleri anlama gücüne,

b) İnsanın nefsinde anlayış yoluyla hasıl olan makullere; yani düşünmeye delalet eder ki, bunlara içten (sessiz) konuşma da denilir.

İçeride bulunan şeyi dil ile söylemeye, ona da nutk dıştan konuşma denilir (Öner, 1999). Bu konu ile ilgili İbn-i Haldun, 'Nefs-i natıkayı geliştirecek olan ilim aritmetiktir' demiştir.

Altun'a (2008) göre, ünlü matematikçi Leibniz matematiğin temelini, mantığın kavram ve ilkelerinin oluşturduğunu ileri sürmüştür ve bu düşünce, kısmi farklılıklarla tüm matematikçiler tarafından kabul edilmektedir. B. Russell, matematiğin temelde mantık ile özdeş olduğunu veya mantığın bir uzantısı olarak görülmesi gerektiğini belirtmiştir. Russell bu düşüncesini; tüm matematiksel kavramların(terimlerin) mantıksal terimler ile tanımlandığını, matematiğin tüm aksiyom ve teoremlerinin mantığın temel ilkelerinden çıkarıldığını ileri sürerek savunmuştur.

Kısaca, mantık, kelime anlamıyla hem anlama ve düşünme hem de bunun ifadesi olan konuşma ile ilgilidir. Istılahi (ilmi) manasına gelince, Mantıkçılar bunu tıpkı Kelamcılar gibi, konusuna ve amacına göre tarif ederler. Mantığı konusuna göre tarif ederken, 'bilinenden bilinmeyenin elde edilmesine vasıta olan ilimdir' dedikleri gibi, amacına göre tanımlarken de Mantık; zihni, hatadan koruyan bir fen, bir alettir veya mantık; şeylerin bilgisinde aklını iyi kullanma sanatıdır, derler (Özyılmaz, 2002).

Yukarıda bahsi geçen mantık konusunun bu denli temel bir öneme sahip olması o dönemde de fark edilmiş ve gereken değer gösterilmek istenmiştir. Mantık ilminin öğrenciye öğretiminde kullanılan İsagoci, mantık ilmini anlatan ve içerisinde mantık terimlerinin açıklamalarının bulunduğu bir başvuru kaynağı olarak değerlendirilebilir. İ. Hakkı'nın bahsetmiş olduğu bu kitabın diğer eserler ve yönlendirmeler incelendiğinde Ebherî'nin yazmış olduğu İsagoci kitabının temel alındığını görmekteyiz. Bu kitap İslam dünyasının ilim yolunda kendine rehber edindiği en önemli kaynaklardan biridir.

İslâm medeniyetinde hem dinî hem idarî hem de içtimaî hayatta hedeflenen mükemmellik, dolayısıyla dinî ve içtimaî meşrutiyet bir yönüyle matematik bilimlere ve bunu sağlayan aletlere dayanır.

İbadet zamanlarının ayarlanması, Mekke'de bulanan Kabe'nin geometrik-trigonometrik yönünün tayin edilmesi, başta Ramazan ayı olmak üzere dinî ay ve günlerin başlangıç ve sonlarının belirlenmesi, tereke ve miras hesaplarının yapılması, arazi ölçümlerinin ayarlanması, nizam-ı devlet için maliye işlerinin düzenlenmesi ve mimarî gibi pek çok konunun matematik bilimleri gerektirdiği izahtan varestedir…. Osmanlı matematikçileri de doğal vârisleri olarak İslâm matematiğinin bu alandaki mevcut birikimini muhtelif yollarla ve süreç içerisinde tevarüs ettiler ve kullandılar (Fazlıoğlu, 2009).

Bilge'ye (1984) göre, matematik ilimlerini tahsil etmek için Osmanlı alimlerinin sonradan umumiyetle Semerkant'a gitmişlerdir.

2.4.2. Aritmetik İlmi Tarihi ve Osmanlı'da Artimetik

Etimolojik olarak Grekçe '*arithmet'* ve '*ike'* sözcüklerinden oluşmuştur. Bu sözcükler sıra ile sayı ile ilgili anlamlarına gelmektedir (Demirtaş, 1986).

'Aritmetik' Yunanca bir sözcüktür ve 'sayılarla uğraşarak eğlenmek' anlamına gelmektedir. Ama bu 'sayılarla uğraşma', kuramsal şeylere yakın olan Yunanlılar için bir çeşit zekâ bilmecesi çözme uğraşı olarak kalmıştı. Sayılardaki gizli sırları araştırma isteğinden doğan aritmetikleri, sayı kuramları ve sayı simgeciliğine dayanmaktaydı (Tez, 2008).

Aritmetik genel olarak günlük hayatta karşılaşılan problemlerde ve bunların çözümünde kullanılır. Günümüz matematiğinde, tamsayılar kümesi üzerinde toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üst ve kök alma gibi işlemlerle ilgili matematik dalı (Demirtaş, 1986) olarak tanımlanmaktadır.

Matematik tarihte yer edinmeye başladığı zamandan beri aritmetikte her zaman matematiğin ayrılmaz bir parçası olarak görülmüştür.

Göker'e (1989), 'Matematik; bilimlerin kraliçesi, aritmetik de matematiğin kraliçesidir.' Şeklindeki benzetmesini yaparak belki de en güzel benzetmede bulunmuştur.

Matematiğin temel dalı olan aritmetikle ilgili eserlerde; 'Tales, Pisagor, İskenderiyeli Heron, Diofantos' ve çağdaşlarına ait bilgilere geniş yer verilir. Sonuç olarak da bu bilimdeki temel bilgilerin, Grek, Roma ve Bizans matematikçileri tarafından ortaya konduğu izlenimi verilmek istenir. Ancak, son yüzyıl içinde yapılan araştırmalar, şu gerçeği ortaya koymuştur. Aritmetiğe ait temel bilgilerin çoğunluğu, başlangıçta Eski Mısır ve Mezopotamya'da vardı.

Yukarda adlarını belirttiğimiz Grek ve Roma çağı matematikçileri, Eski Mısır ve Mezopotamya yörelerini uzun yıllar dolaştıkları ve buralardan elde ettikleri bilgileri sistemleştirmişler ve kısmen de geliştirmişlerdir. Bu bilgiler; daha sonraları, 8. İle 16. Yüzyıl Türk-İslâm Dünyası'nda en sistemli şeklini almış ve belli bir noktaya kadar da geliştirilmiştir (Göker, 1989).

<u>Aritmetik Tarihi</u>

İlkçağ insanı (ilkel insan, mağara insanı), rakam ve sayıları kullanmak ihtiyacını duymuştur. Avladıkları hayvanların veya sürüsündeki koyunların sayılarını belirtmek için, yaşadıkları mağara duvarlarına çizikler çizmişler, bir ağaç dalına çentikler yapmışlardır. Bazen de ipe düğüm atarak veya çakıl taşlarını kullanmışlardır. Günümüzde; Afrika, Avusturalya, Eskimo gibi ilkel kabilelerde benzeri sayma sistemleri hala kullanılmaktadır (Göker, 1989). Sayıların oluşmasında temel yapıtaşı görevi üstlenen ve sistemleşmesini sağlayan rakam, sayıların yazılmasında kullanılan işaret (Demirtaş, 1986) tanımlanmaktadır.

Matematiğin temel dalı olan Aritmetikte, bahsi geçen kabilelerde yapılan ilk hareketler dışında en eski izler Mısırlılar ve Mezopotamyalılarda karşımıza çıkmaktadır.

Bilinen en eski sayma sistemlerinden biri, eski Mısırlılara ait olanıdır. Eski Mısırlıların kullandıkları resim yazısının (hiyeroglif) başlangıç tarihi, M.Ö. 3300 yılına kadar geri gider. Böylece Mısırlılar ortalama 5300 yıl önce, milyona kadar olan sayıları kapsayan bir sistem geliştirmişlerdir…. Eski Mısırlılara ait olan sayma sistemi, ilkçağ mağara insanının önceleri kullandığı sayma sisteminin gelişmiş şeklidir. Eski Mısır'da rakam ve sayılar, bazı sembolik şekillerin yan yana gelmesiyle belirtiliyordu. Bütün rakamlar, 7 değişik şeklin bir araya gelmesiyle ifade ediliyordu. Örneğin: 1 için yukarıdan aşağıya düşey bir çizgi, 10 için at nalı şekli, 100 için çengel işareti şekillerini kullanmışlardır. 1000, 10000, 100000 ve 1000000 için de değişik şekiller kullanmışlardır. Sayıları da bu şekillerle gösterecek bir sayı sistemi geliştirmişlerdir. Sayıların yazım şekli sağdan sola doğru idi…Eski Mısırlılar sıfır kavramını bilmiyorlardı ve sıfırı gösterecek işaret kullanmamışlardır.

Fakat sayıları, çarpma ve çıkarma tablolarına, ehramların yapılış tarihlerinden itibaren sahip bulunuyorlardı. …Mısırlılar, Pisagor Teoreminin yalnız 3, 4, 5 özel halini, yani kenarları 3, 4, 5 olan bir üçgenin, bir dik üçgen olduğunu biliyor ve bundan inşa ve ölçü işlerinde faydalanıyorlardı (Göker, 1989).

Sayılı'ya (1966) göre, 'Mısır rakamlarının oldukça ilkel bir vasıf taşımalarına rağmen, bunlar tarihte bilinen ilk ve en eski rakamlar arasında bulunmakla, büyük bir değer ve önem taşırlar. Çünkü, bunlar belirli sembollerle ifade edilmesi zihniyet ve düşüncesinin, ilk örneklerinden, belki sadece Sümerliler istisna edilirse, en eskisini teşkil etmektedir.'

Mezopotamyalılar 'da rakamlar, çivi yazısında görülen çivi ya da oduncu kamasına benzeyen şekillerden (sembollerden) ibarettir… Mezopotamyalılar da sıfır sembolünü kullanmamışlardır. Ancak astronomilerinde sıfır için, özel bir sembol kullandıkları anlaşılmaktadır… Gerek Eski Mısırlılar ve gerekse Mezopotamyalılar, aritmetik problemlerini çözümünde abacus adı verilen, bugünkü adıyla hazır hesap cetvelleri kullanmış oldukları bilinmektedir…. M.Ö. 2000 yıllarında Mezopotamya'da yaşayan Babillilerin, bilimin çoğu dalında, oldukça ileri bir seviyeye ulaşmış oldukları bilinmektedir. Öyle ki; Babil şehrini zamanın bilim merkezi haline getirmişlerdir. Özellikle matematik ve Astronomide çok ilerlemişlerdir.

Babilliler, 59'dan büyük sayıları da basamak düşüncesinden yararlanarak yazdılar. 60 sayısını taban olarak kullandılar. Gruplamalarını 60'lık olarak, yani 60 x 2 =120, … şeklinde yaptılar. Böylece ilk kez sayılarda basamak fikrini gösterdiler. Babiller, sayıları yazarken iki tane sembol ve bulunmayan basamak yerini doldurmak için de ':' işaretini kullanmışlardır.

Babil rakamlar arasında da sıfır rakamını gösteren bir sembol yoktur. Rakamları sağdan sola doğru yazarak ifade ettikleri anlaşılmaktadır.

Kaynaklar; aritmetik ile ilgili temel bilgilerin, Grek dönemi Roma çağı bilgini Diofantos (325-400) ile başladığını belirtir. Gerekçe olarak da Diafantos'un *Aritmetika* adlı eseri gösterilir.

Bugünkü aritmetiğin temel bilgilerinin, ilkel anlamda da olsa, Mezopotamya'da var olduğu anlaşılmıştır. Pisagor teoreminin hem özel hem de genel halinin Mezopotamya, Babil çağından zamanımıza kadar intikal eden belgelerde görülmektedir.

Tarihçi İskenderiyeli Heron (M.S.80), Grek matematiğinde, açık bir Mezopotamya matematiğinin etkisi bulunduğunu belirtir. Demek ki, Diofantos'un aritmetiğinde, açık bir Mezopotamya etkisinin izleri vardır.

Romalılar önceleri, Eski Mısırlıların yıllarca önce yaptıkları gibi, bazı sembolleri tekrarlayarak sayıları yazarlardı….Grek Matematik periyodundan sonra, 300 yıllık zaman aralığında matematik ve astronomiye, Doğu' da Hint bilginleri hâkim olmuştur (Göker, 1989).

Miladı 6. Yüzyıldan 8. Yüzyıla kadar geçen zaman aralığında matematiğin inkişâfını Hindistan'da görüyoruz. Bu dönemde birçok Hint matematik ve astronomi bilgini yetişmiştir. Geometri, Aritmetik ve cebir konularında matematik tarihinde büyük şöhret yapmışlardır. Hint matematikçileri çağın bilgi seviyesinin üst düzeyinde bilgi hazineleri ortaya koymuşlardır (Göker, 1989).

<u>Osmanlı Devleti'nde Aritmetik</u>

Osmanlı'da günlük hayatta muamelelerde en ziyâde ihtiyaç duyulan iki şeyden biri 'kitâb' yani yazı, diğeri ise 'hisâb' yâni sayı idi. Hemen her ilimde olduğu gibi, aritmetik ilminin de faydası, gerekliliği ve değerliliği daha ziyâde onu meslek edinen matematikçiler tarafından dile getirilmiştir. Gerçekten de Osmanlı matematik kitaplarının birçoğunda 'emmâ ba'du= bundan sonra' ibâresinden sonra, ''… Bil ki hisâb ilmi, ilimlerin en üstünüdür'' şeklinde kalıplaşmış bir ifade yer almaktadır (İzgi, 1997)

Taşköprülü-zâde anlatır ki,

'Âlimin biri yaşlılığında ayıplanmayı göze alarak hendese problemlerini çözmeye girişir. Kendisine '-Hayırdır' derler. O da '-Baktım bu ilim faydalı bir ilimdir. Bilgisizliğim yüzünden onu sevmemeyi beğenmedim' der'.

Taşköprülü-zâde bu hikâyeyi anlattıktan sonra öğrenciye şu öğütleri verir:

'Sakın sen de senden öncekilerin bilgisizliklerinin ayıplanmasıyla ilgili olarak işittiklerine bakıp da herhangi bir ilmi küçümseyeyim demeyesin… Bütün ilimlerin kökü, bütün akılların ölçüsü olan mantığı küçümseyenler gibi, bilmedikleri ilimleri küçümseyenlerden olmayasın… Hikmet(felsefe) ilimlerini, bu ilimlerden yerilecek ve öğülecek ölçüyü bilmeden gelişigüzel yerenler gibi olmayasın…' (İzgi, 1997).

Bu açıklamalar ışığında Osmanlı Devleti'nin ilim sahasında her ilim dalına önem verdikleri, bunları bir bütün olarak görerek gerekli ilgiyi gösterdikleri anlaşılmaktadır. Bu çalışmada Osmanlı Devleti zamanında ilimlerin matematik alanı açısından incelenmesi temele alındığından dönemin başarısının hangi koşul ve şartlarda bilinerek gerçekleştirildiği öğrenilecektir.

Dönemin önemli eserlerinden III.Ahmed isimli eserde, Sultan II. Bâyezid'e sunulan İrşâdu't- Tullâb adlı anonim eserin meçhul müellifi, hisâbın temel ilimlerden olduğunu, fakat onun başka ilimlere ihtiyaç duymadığını, ilk hakimlerin eğitimde, matematik ilimlerini, fizik ve metafizikten önceye aldıklarını, tahsilin başlangıcında kendisini hisâb öğrenerek eğiten bir kimsenin tabiatında doğruluğunun üstün geleceğini söylemektedir (İzgi, 1997).

Taşköprülü-zâde (ö. 968/1561) kendisine ait olan Miftâhu's-Sa'âde isimli eserinde, eskilerin, nefsi eğitici özelliği dolayısıyla hisab ilmini, mantıktan önce öğrettiklerini söyledikten sonra , hisabın, alım- satım işlerinin görülmesinde, malı korumada, borçları ödemede, terekenin vârisler arasında paylaştırılmasında… vb. durumlarda büyük faydasının olduğunu açıklamakta, daha sonra hisâb ilmin; astronomi, ölçme ilmi (misâha) ve tıpta, hatta bütün ilimlerde ihtiyaç duyulduğunu, dolayısıyla bu ilimden sultan, vezir, büyük-küçük, âlim-câhil, sanat erbâbı ve çarşı esnafının kısaca her kesimin müstağni kalamayacağını belirtmektedir (İzgi, 1997).

Osmanlı alimleri içinde, özellikle matematik ile uğraşanlardan Nasûh el-Matrakî (ö. 971/1563), dînî meselelerinin anlaşılmasının, hîsab ilminin tahsiline bağlı ve dayalı olduğu görüşündedir

Büyük Osmanlı matematikçisi 'Alî b. Velî b. Hamza el-Mağribî (ö. 1022/1614), muvaakkıt, tacir, müftü, fakih, ferâizci, kadı ve başkalarının aritmetik ilminden müstağni kalamayacağını bildirir.

Son devir Osmanlı matematikçilerinden Ahmed Tevhîd Efendi (ö. 1286/1870) harp sanatlarının ağır-hafif istihkâmlar yapmanın, ordu konaklama yerleri çizmenin, kaleleri göstermenin, metrisler yapma ve sağlamlaştırmanın, lağım kazma ve diğer seferberlik gereklerini hazırlamanın öncelikle hisâb bilmeye bağlı olduğunu kaydeder.

Mercimek Ahmed b. İlyas (835/1432'de sağ) eğer hisab ilmi öğrenilecek olursa, vahşi ilim' olduğundan her an tekrar edilmesi gerektiğini iyi hisab yapmak için sık sık tekrar lazım geldiğini, böyle yapıldığı takdirde zihnin alışkanlık (=ünsiyet, meleke) kazanacağını söylemektedir.

Yine Bu dönem bilginlerinden Gıyasüddin Cemşit (?-Semerkant 1429?) Aritmetik alanına büyük Katkıları olan ilim adamlarından olmuştur.

Matematik tarihi eserleri, ondalık sayı kavramında önemli yeri olan virgül kullanma şerefinin, 15. Yüzyıl Türk-İslâm Dünyası Matematik ve Astronomi bilgini Gıyasüddin Cemşit'e ait olduğunu belirtir.

Gıyasüddin Cemşit, Risâlet'ül Muhitiyye adlı eserinde aritmetikte ondalık sayı kavramını hem ilk defa kullanış hem de ondalık sayı üzerine, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme denilen dört işlemi göstermiştir. Adı geçen eserde, daire çevresi ile yarıçapı arasındaki oranı (π sayısının iki katı), aynen şöyle göstermiştir.

6   283185507678…

Matematiğin tarihinde ondalık sayıların bu şekilde gösterildiği, yani ondalık sayılarda virgül işareti kullanmayarak, sayının tam (sahih) kısmı üzerinde sıhah kelimesini koymak suretiyle, sayının tam kısmını ondalık kısmından ayırdığı ilk defa bu eserde görülmüştür.

Uzdilek (1937), Türk Tarih Kurumu'nun 1937 yılı kongresinde sunduğu bildiride ve bu bildiriyi konu alan İki Büyük Türk Aliminin Medeniyete Hizmetleri adlı risâlesinde bu konunun gerçek yönlerini ortaya koymuştur. Bu risâlede ayrıca, Rus müsteşrik A.P. Yuschevitch'in de matematik tarihinde ondalık sayı kavramının keşfinin Gıyasüddin Cemşit'e ait olduğunu belirttiğini ayrıntılı bir şekilde belgeleri ile birlikte açıklar (Göker, 1989).

Daha sonraları, Avrupa'da ondalık sayılarla ilgili uygulamalar, 16. Yüzyıl sonlarında Hollandalı matematikçi Simon Stevin tarafından yapılmıştır (Sayılı, 1966).

Buradan şu sonucu çıkarmak mümkün olmaktadır. Gıyasüddin Cemşid'in eserlerinin ilmi değeri, içinde bulunduğumuz 20. Yüzyılın başlarına kadar ilgili bilim adamlarının dikkatini üzerinde toplamış ve etkilerini zamanımıza kadar sürdürmüştür (Göker, 1989).

Yukarıda bahsi geçen ilim adamlarının çoğu Osmanlı döneminde yaşamış, yaşamayanlar ise Osmanlı tarafından örnek alınmıştır. Dolayısıyla hisab ilminin önemsendiği ve diğer disiplinler ile ilişkisinden bahsedilerek teşvik edilmeye çalışıldığı görülmüştür.

İzgi'ye (1997) göre, İstanbul'daki Türkler'in aritmetik ilminde pek derinleştiklerini, bu ilmi, Arapça kaynaklar üzerinde çocuklarından itibaren mekteplerde öğrenmeye başladıklarını, daha sonra iyi hocaların nezareti altında ve Türkçe-Arapça mükemmel hisâb kitapları vasıtası ile öğrenmeye devam ettiklerini, en iyi Avrupa matematikçilerini şaşırtacak derecede bilgili olduklarını, 20 milyon kuruş tutarındaki bir hisâbı, çabucak yaptıklarını, usullerinin basit ve pek kısa olduğunu, birkaç dakikalık vakit zarfında dört köşe bir kağıt üzerinde kendilerinin dört sayfada iki saat boyunca yapamayacakları muhâsebeyi başardıklarını, bunu kendisine hisâb işinde çok ileri bilgi sahibi Avrupalılar'ın söylediklerini ilettikten sonra kendi muhasebe usullerinin, konuyu kısa ilmî bir şekilde ele alan Arapça ya da Türkçe bir kitabın tercümesinden çok şey kazanacağını ifade etmektedir (Toderini, 1789).

Osmanlı Devleti'nin mercek altına alınan bu ilim faaliyetlerinin sadece sonuçları değil, ilim faaliyetlerinin devlet içerisinde nesilden nesile nasıl aktardıkları da incelenmelidir. O halde devletin eğitim ve ilim faaliyetlerinin nabzının attığı medrese kurumlarının da incelenmesi yarar sağlamaktadır.

Osmanlı Devleti'nde, Aritmetik, 7-8 yaşlarında (sinn-i temyiz) eğitime ilk adımını atan bir çocuğun, günlük hayatta ihtiyaç duyacağı bir ilimdir. Umûmiyet itibariyle 7-8 yaşlarından 12-15 yaşlarına (='unfuvân-ı Şebâb=gençliğin başları) kadarki beş-altı yıllık dönemde bir çocuk, Kur'an, tecvid, hatt, kırâat, lügat ve hisâb dersleri almaktaydı. Öğrenci bu ilmi, biraz daha ileri seviyede olmak üzere, tâhsilinin başlarında mebâni'l-'ulûm yada mukaddimâtu'l-'ulûm denilen sarf, nahiv ve mantık gibi muhtasarât adı verilen metinleri okurken de öğrenmekteydi (İzgi, 1997).

Hisâb kitaplarının, istinsah edildiği müesseselere bakıldığında, tabiatıyla bunların başında medreselerin geldiği görülmektedir. Hisâb eğitiminin tekke ve zaviyelerde de verildiği buralarda istinsah edilen eserlerden anlaşılmaktadır (Suter) (İzgi, 1997).

İlköğretim kurumları olan Sıbyan mekteplerinde çocuklara yazı öğretilirken nasıl önce harfler öğretiliyor idiyse hisâb öğretilirken de tabiatıyla önce rakamlara öğretiliyordu.

Acaba aritmetik, eğitiminde ne gibi alet ve edevat kullanılıyordu? Bu konuda kaynaklarda yeterli bilgi verilmemektedir. Fakat aritmetik eğitiminde, kum, demir çubuk, kâğıt ve divit gibi bir takım alet ve edevatın kullanıldığı anlaşılmaktadır. Müslümanlar, kâğıt yahut kum üzerine yazmak suretiyle hesap yaptıkları gibi parmak veya elle veyahut zihinden hesap yapma usullerini de biliyorlardı (Suter; İzgi, 1997).

Osmanlı Devleti eğitim öğretim programları incelendiğinde önceden de belirtildiği üzere sınıf geçme kavramından ziyade öğrencilerin seviye yükseltebilmesi için kitap geçmeleri gerekmektedir. O halde okutulan kitaplar dönemin ilim faaliyetleri hakkında bilgi vererek eğitim öğretim faaliyetlerinin yöntem ve metodu hakkında da fikir verecektir.

Esasen, hisâb ilminin dallarından biri olan hisabu't-taht ve ve'l-mîl'in (*tahta ve mil hisabı*) hisap eğitiminde ince demir bir çubuk kullanılıyordu. Bu şekilde ki bir çubuğun yalnız aritmetik değil, geometri eğitiminde de kullanıldığı kaynaklardaki bazı kayıtlardan anlaşılmaktadır. Mesela, eş-Şafedî diye tanınan Şalahûddin Halîl b. Aybek (ö. 764/1365), İbnü'l-Ekfânî diye tanınan hocası Şemsüddin Ebû 'Abddillâh Muhammed b. İbrâhim b. Sâ'îd el-Ensârî es-Sincârî el-Mışrî'den Öklid'in Kitâbu'l-Usûl'üne âit 'güzel bir parça (=kit'a ceyyide)' okuduğunu, hocasının ilgili metni kendine zorlanmaksızın, gerekli açıklamalarla birlikte gözlerinin önündeymişçesine öğrettiğini naklederken şunları söylemektedir: 'İbnü'l-Ekfânî bunun için ince demir bir çubuk alıp tahta üzerindeki kuma bir şekil çizdi. Harflerini koyduktan sonra da şekli öyle açık ve seçik bir şekilde anlattı ki, o şekilden başka bir şey bilmiyordu sanki' (eş-Şafedi) (İzgi, 1997).

Bir muallimin ya da bir müderrisin öğrencilerine, hisâb kitabı okuturken yazarak ya da yazdırarak hisâb öğretmesi, hisâb dersinde en çok kullanılan bir usul olsa gerektir. Çünkü birçok klasik hisâb kitabında çeşitli işlem ya da problemlerle ilgili hesaplamaların çok defa dört köşe kâğıt parçasına yapılarak, problemin bulunduğu sayfaya yapıştırıldığı ya da konduğu görülmektedir. Çeşitli Osmanlı yapılarına ait masraf defterlerine bakıldığında da birçok hesabın küçük kâğıt hesabı üzerine çıkarıldığı müşahede edilmektedir (İzgi, 1997)

Osmanlı medreselerinde aritmetik alanında genellikle 'muhtasar-müfîd' denilen orta büyüklükteki kitaplar okutulmuştur. Aritmetik konusunda, astronomi ve geometride olduğu gibi, Semerkand ilim muhitinde telif edilen ve medreseliler arasında yaygın ölçüde kullanılarak klasikleşen muhtasar-müfîd mâhiyette bir kitap mevcut olmadığından, ‘Alî el-Kuşçî’nin el-Muhammediyye’sine kadar Osmanlı medreselerinde Nizâmüddin en-Nîsâbûrî, İbnû’l-Havvâm Kemâlüddin el-Fârisî, İbnü’l-Hâ’im ve başkalarının kitapları kullanılmış olmalıdır. Yalnız Osmanlılar’da değil bütün İslam dünyasında en çok rağbet edilen hisâb kitabı Bahâuddîn el-‘âmili(ö. 1031/1622)’nin Hulâsatu’l- Hisâb’ı olmuştur. Ancak bu kitaptan önce Osmanlı medreselerinde yaygın olarak kullanılan hisâb kitabı ise ‘Alî el-Kuşçî’nim el-Muhammediye fi’l-Hisâb’ıdır. Osmanlı medreselerinde ‘Alî el-Kuşçî’nim el-Muhammediye fi’l-Hisâb’ı ile Bahâuddîn el-‘âmili’nin Hulâsatu’l- Hisâb’ından sonra kullanılan kitapların belli başlıları şunlardır: Sirâcuddîn Muhammed b. Muhammed b. ‘Abdürreşîd es-Secâvendî (ö.600/1203 civarı)’nın et-Tecnîs fi’l-Hisâb’ı ; Nizâmüddîn el-Hasan b. Muhammed el-A’rec en-Nîsabûrî (732/1332’de sağ)’nin er-Risâletü’ş-Şemsiyye fi’l-Hisâb’ı; İbnü’l Bennâ diye tanınan Ahmed b. Muhammed b. ‘Osmân el-Ezdî (ö. 721/1321)’nin Telhîşu A’mâli’l-Hisâb’ı ile Uşûlü’l-Cebr ve’l-Mukâbele’si; İbnü’l-Hâ’im’in (ö.815/1426 civarı) el-Miftâh fi’l-Hisâb’ı; ‘Alî b. Muhammed el-Kalaşâdî (ö. 891/1486)’nin Keşfü’l-Cilbâb ‘an Kânûni’l- Hisâb’ı (İzgi, 1997).

2.4.3. Cebir Tarihi ve Osmanlı’da Cebir

Cebir, matematiğin bir dalıdır (Demirtaş, 1986). Cebir, Batı’nın diliyle Algebra olarak bilinmektedir. Algebra kelimesi Harezmî isimli matematikçinin isminden türetilmiştir. Algebra, başlangıçta ‘hesaplama sanatı’ anlamına gelmekteydi (Rock & Brumbaugh, 2017). Aritmetik işlemlerde, değişkenlerin veya sayıların yerine işaretlerin kullanılması cebirin temel ilkesidir.

Göker’e (1989) göre, Mısırlılarda, bugünkü cebirin herhangi bir şeklinin varlığına dair, kesin bilgiler görülmemektedir. Ancak; Mısırlılarda, bugünkü cebir konularına benzeyen, oldukça ilkel cebirsel işlemler mevcuttur. Bu konuda aha hesabı adı verilen bir hesaplama türüne rastlanılmaktadır (Göker, 1989).

Aydın Sayılı adı geçen eserinde, bu konuda şu bilgiyi vermektedir: ‘Mısırlı matematikçinin zihninde belli çözüm yollarının ve genel formüllerin bulunduğuna şüphe yoktur. Örneğin ‘aha’ hesaplarıyla ilgili papirüslerde, herhangi bir metot söz konusu edilmemesine rağmen, bunlarda özel bir metoda uyulduğu gayet sarih bir şekilde görülmektedir. Problemlerin pedagojik amaçlarla bu şekilde tertiplenmiş oldukları söylenebilir.

Mezopotamya matematiğinin gelişmiş bir durumda olan dalı da cebirdir. Kaynaklar; Mezopotamya matematiğinde gelişmiş bir cebir bilgilerinin var olduğunu belirtmektedir. Bunun sonucu olarak da bugünkü cebirin kurucuları Mezopotamyalıları göstermekte.

Müsteşrik G.H.F. Nesselmann cebirin gelişim tarihini üç safhaya ayırmakta. Bunlar:

a) Retorik Safha: Bu safhada; bütün ayrıntılar normal cümleler halinde sözlü olarak belirtilmekte.

b) Kısaltma Safhası: Bu safhada, yer yer kısaltmalar, klişe ifadeler ve semboller kullanılmakla beraber, yine sözlü ifadeler az çok hâkim durumda kalmakta.

c) Sembolik Safha: Bu safhada; a, b, x, y^2, (=), ve (+) gibi sembol ve işaretler kullanarak, herşey sembolik denklemler ve münasebetler vasıtasıyla ifade edilmektedir.

Aydın Sayılı adı geçen eserinde Mezopotamya Cebirinin retorik safhada olduğunu belirtmekte ve şu bilgileri vermektedir: ‘Mezopotamya cebir problemlerini ve çözümlerini ihtiva eden tabletlerde, genellikle özel problemleri bunların çözüm yolları ve çözüm sonuçları ile karşılaşıyoruz. Birinci derece denklemlerin çözümü Mezopotamyalılar için oldukça basit bir meseleydi. İkinci derece denklemleri ayrıntılı bir şekilde inceledikleri ve bu denklemlerin çözümlerinde büyük maharet gösterdikleri görülmektedir. Metinlerde, bazen üçüncü derece denklemleriyle de karşılaşılıyor. Üçüncü derece denklemlerin bazı basit tiplerini çözebiliyorlardı. Bu çözümlerde bir takım özel cetvellerden (tablolardan) yararlanmış oldukları anlaşıldığı gibi, bazı örneklerin çözümünde tesadüfün de rolü olmuş olabilir. Ayrıca yoklama ve deneme suretiyle sonucun elde edilmesinden yararlanmış olabilirler. Genellikle, daha yüksek dereceli denklemlerin ikinci dereceye indirgenmesi mümkün olanlarını çözümleyebiliyorlardı. Bu gibi çözümlerde derecenin indirilmesi için yardımcı bilinmeyenlerin kullanılması metodundan geniş ölçüde faydalanıyorlardı (Sayılı, 1966).

Çoğu kaynaklarda; cebir denildiğinde, Grek Dönemi Roma Çağı matematikçi Diofantos’un (325-400) adından bahsedilir. Diofantos’un Aritmetika adlı bir eseri mevcut olup, bu eserde sistematik olmamak üzere, münferit bazı cebir konuları ile birlikte, ikinci derece denklemlerin çözümü vardır.

Ancak Diofantos devri Grek matematiği, bazı harf ve semboller ile ifade edildiğinden, Diofantos'un yukarıda adını belirttiğimiz eseri, Hârezmî'deki cebir işaretleri ve sistemlerinin eksikliği yüzünden gerçek anlamda bir cebir kitabı olmaktan uzaktır. Kaldı ki; Hârezmî'nin Cebri ve'l Mukabele adlı eserinde görülen çözüm yolları, tamamen geometrik düşüncelerle temellendirilmiş olup, bu tür sistematik çözümü de cebire ilk ithal edenin Hârezmî olduğu son yüzyılda yapılan araştırmalarda ortaya çıkmıştır (Göker, 1989).

Türk İslam Dünyasında Cebir

Objektif olarak hazırlanmış, matematik tarihi eserleri incelendiğinde, açık olarak şu hüküm görülür. Matematiğin geniş bir dalı olan cebire ait temel bilgilerin büyük bir çoğunluğu, 8. ve 16. yüzyıl Türk-İslâm Dünyası bilginleri tarafından ilk olarak ortaya konulmuş ve belli bir noktaya kadar da geliştirilmiştir.

İslamiyetin ilk yıllarında, dini günlerin tesbiti, namaz vakitlerinin tayini, takvim hazırlanması gibi dini problemlerle uğraşılmıştır. Bunların dışında, arazi ölçüleri, veraset hesapları, yükseklik tayini ve günlük hayat için gerekli pratik ölçme ve hesaplamalar hakkında bazı çalışmaların varlığı söz konusu olabilir.

Dilgan'a (1957) göre, 'İslam matematiği, ancak Hicretin ikinci yüzyıl ortalarında Bağdat'ta doğmuştur'. Ancak bu tarihten itibaren, Bağdat'ta kurulan ve günümüz üniversitelerine benzer kuruluş Dar-ül Hikme'de başta matematik olmak üzere, öteki bilimler hızla gelişmeye başlamıştır (Göker, 1989).

<u>Harezmi ve Cebir</u>

Tam adıyla, Ebu Cafer Muhammed ibn Musa el-Harezmi (780-850), en önemli Arap matematikçilerinden biridir. Yaşamının büyük bir bölümünü Bağdat'ta geçirdi ve yeni kurulan Bilgelik Evi'nde kütüphane sorumlusu olarak çalıştı. Cebir üzerine yazdığı tezi 'Hisab al-cabr V'al-mukabala' ya da 'Yenileme ve İndirgeme Yoluyla Hesaplama' daha sonraki yıllarda Avrupa'da etkin bir rol oynayacaktır. Zaten cebir sözcüğü de 'el-Jabr' sözcüğünün Latince çevirisinden doğmuştur. Cebirin bölümleri, doğrusal ve ikilenimsel denklemleri içermektedir. 'Yenileme' ve 'İndirgeme' terimleri, cebirsel işlemlere gönderme yapmaktadır (Mankiewicz, 2002).

Göker'e (1989) göre, Hârezmî; matematik, astronomi ve coğrafya konularında çeşitli eserler yazmıştır. Eserlerinde işlediği konular; adının, bilim tarihinin unutulmaz kişileri arasında yer almasına sebep olmuştur. Matematiğin geniş bir dalı olan cebirin temelini atmıştır. Ayrıca, cebirin müstakil bir matematik dalı haline gelmesini sağlamıştır. Cebir konularını kapsayan eserleri bütün dünyada cebir ilmine ad olmuştur. Bilim tarihi eserleri, bu konuda şu bilgiyi verir. 'Harezmi, cebir bakımından Öklid'den 1000 yıl ileridedir (Sayılı, 1968).

El-Kitabü'l Muhtasar fî Hesabi'l Cebri ve'l Mukabele: Bu eser, bütün dünyada cebir bilime adını vermiştir. Eser ihtiva ettiği konular bakımından, yalnız Doğu bilim dünyası için değil, bütün Avrupa matematik tefekkürü üzerinde geniş bir tesir bırakmıştır. Zamanımızdan 1160 yıl kadar önce kaleme alınmış olan eser, cebir sistemlerine ait yeni kaide ve teoremler ile yeni çözüm yollarını konu edinir. Eser, Batı bilim dünyasının orta çağ sonları ile sonçağ matematikçilerine rehberlik ettiği gibi, Rönesans dönemi Batı matematiği tarafından asla ihmal edilmeyen temel eser olarak kalmıştır. Doğu ve Batı bilim dünyasında ilk müstakil cebir kitabı olmak şerefini kazanmış bulunan bu eser, konusu ile ilgili pek çok yayının da ortaya çıkmasına sebep olmuştur (Göker, 1989).

Hamid Dilgan, Muhammed ibni Mûsa el-Hârezmî adlı eserinde şu bilgiyi verir: Hârezmî'nin Cebir ve'l Mukabele'sinde: Cebirde sembolizm ve ikinci derece denklemlerin çözümleri için Rönesans matematikçilerine, ikinci derece cebrine dair formüllerin tesiri gayesiyle yapılacak büyük işler bırakmayacak kadar sistematik çalışmalar vardır (Dilgan, 1957).

Bugünkü ileri cebirin temel konularını da dikkate alarak, Cebri ve'l Mukabele'deki konuları özetleyecek olursak, matematik tarihide cebirin menşei açık olarak ortaya çıkar. Harezmî bu eseri ile;

- Cebir kelimesini matematiğe ithal edip, matematikte geniş bir dal olan cebiri, metodik ve sistematik hale gelmesini sağlamıştır.
- İkinci derece denklemlerin pozitif köklerini veren orijinal bir çözüm metodunu ilk olarak ortaya koymuştur.
- İkinci derece denklemler için, bugün kare ve dikdörtgen metodu denilen Grafik metodla yani, geometrik yolla çözüm yollarının gerçekleştirilmesini cebire ilk olarak kazandırmıştır.

- Cebir sembolizmi ile, birinci ve ikinci derece denklemlerin çözümünü, sistematik bir şekilde ortaya koymuştur. Kendisinden sonra gelen matematikçilere, bu konuda önemli bir iş bırakmayacak kadar, sistematik çözümler ve temel esaslar bırakmıştır.
- Rönesans Dönemi Doğu ve Batı matematikçilerine rehberlik etmiştir.
- Batı bilim dünyası matematikçileri, bu eseri temel kabul edip, yeni eserler ortaya koyarak, bugünkü ileri cebirin ortaya çıkmasını sağlamıştır (Göker, 1989).

Özet olarak, belirtecek olunursa, Hârezmî'nin Cebri ve'l Mukabele adlı eserinde görülen, özellikle geometrik çözüm yolları, kendisinden sonraki bilim dünyasında, bu konuda yapılan çalışmalara üzerinde, büyük tesirler icra etmiştir. Aynı zamanda da cebirsel çalışmalara temel teşkil etmiştir. Öyle ki; batılı matematikçiler, 12. yüzyıldan sonra, bu eserden hız ve kuvvet alarak çalışmaya koyulmuşlar ve yeni eserler hazırlamışlardır….Söz konusu eser, Endülüs (İspanya) Medreseleri vasıtasıyla Avrupa'ya intikal etmiştir. Buradan Orta Avrupa'ya geçerek, tüm Avrupa matematikçilerinin eline geçmiştir. Cebri ve'l Mukabele'nin ilk tercümesi, Latinceye 1145 yılında yapılmıştır. 1183 yılında da başka bir Latince tercüme gerçekleştirilmiştir. Daha sonraki yılların ünlü matematikçileri; Roger Bacon (1214-1294), Büyük Albert (1196-1280), Piza'lı LEonarda (1175-1230) tarafından ilgi ile karşılanarak, kendi öğretilerinde yararlanılmıştır. İlk Almanca tercüme de 1461 yılında yapılmıştır. Leipzig Üniversitesi'nin 1486 yılı ders programlarında, Hârezmî'nin adı geçen eseri mevcuttur.

Diğer bir örnek ise; Cebri ve'l Mukabele'nin İngilizce tercümesi de Arapça tam metni ile birlikte 1831 ve 1846 yıllarında Londra'da, daha sonraları da 1915 yılında New-York'ta yayınlandığı düşünülürse, Hârezmî'nin bu eseri, yazıldığı tarihten 1150 yıl sonra bile etkinliğini sürdürmekte olduğu anlaşılmaktadır (Göker, 1989).

Ömer Hayyam ve Cebir

Ghiyath al-Din Ebul Feth Ömer bin İbrahim Al-Nisaburi al-Hayyami, ya da daha bilinen adıyla Ömer Hayyam (1048-1131) zamanında, Selçuk Türkleri Bağdat'ı ele geçirmiş ve geleneksel bir Müslüman sultanlığı kurmuşlardı. Nisabur'da öğrenim gördükten sonra, Hayyam 1070 yılında politik karmaşıklıkların ortasından kaçarak, günümüzde Özbekistan sınırlarında bulunan Semerkant'ın görece sakinliğine sığındı. Daha çok 'Rubaiyat'ın (Dörtlükler) yazarı olan bir şair olarak tanınsa da Ömer Hayyam daha çok bir bilim adamı ve filozoftu. En özgün yanını, geometrik işlemlerle çözülebilen kübik denklemlerin çözümlerinin oluşturduğu ‘Cebir’ adlı yapıtını Semerkant’ta yazmıştı. Hayyam’ın görüşüne göre, kübik denklemlerin çözümleri, iki konik kesitin kesişim noktalarından yola çıkılarak bulunabilirdi. Konik kesitlerin kesişim noktaları düşüncesini ise, Apollonius’un çevirilerinden öğrenmişti. Örneğin, $\mathrm{x}^3 + \mathrm{ax} = \mathrm{c}$ biçimindeki bir denklem, uygun bir çember ve bir parabolün kesişimi olarak çözülebilir. Belli kübik denklemleri ve çözümlerin sınıflandırmış, kübik işlemleri basitleştiren cebirsel yöntemleri vermiş ve kimi karışık denklemleri ikilenimlere indirgemiştir. Cebirsel gelişim açısından tüm bunlar bir geri adım olarak görülse bile, Hayyam’ın bu alana yaptığı katkıları vazgeçilmez ve önemli kılan birkaç durum bulunuyor. Hayyam’ın, antik matematikçilerin kübik denklemlerin çözümüne ilişkin hiçbir bilgi bırakmadığına yönelik yorumunu değerlendirirken, ülkesindeki en iyi kütüphaneyi rahatlıkla kullanmış olduğunu göz önüne almalıyız. Hayyam ayrıca, kübik bir denklemin geometrik çözümünün, pergel ve gönye ile bulunamayacağını belirtmektedir. Bu savın kanıtı, Hayyam’dan yedi yüzyıl sonra bulunabilmiştir. Kübik denklemlerin birden fazla çözümlerinin olabileceğini anlayan ilk kişi oydu, fakat birden fazla çözümün işe yarayacağına inanmıyordu. Hayyam çalışmalarının çok uzun süreceğini biliyordu ve kübik denklemlerle daha yüksek dereceden denklemlerin de çözülebilmesini arzuluyordu (Mankiewicz, 2002).

Göker’e (1989) göre, bugünkü cebir ile matematik analizdeki geniş bir uygulama alanı olan:

$$(a \mp b)^n = a^n \mp \frac{n}{1!} a^{n-1} b \mp \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 \mp \cdots \mp b^n$$

formülünü ortaya konmuştur.

Bu formül, zamanımız cebir kitaplarında, Binom formülü veya Newton Formülü olarak belirtilir. Dikkat edilirse; yaşam tarihleri bakımından Ömer Hayyam ile İngiliz matematikçi Newton arasında 600 yıl ve Fransız matematikçi Pascal arasında 500 yıl fark vardır.

Ömer Hayyam, denklem konusu ile de çok önemli çalışmalar ortaya koymuştur. Birçok cebir denklemlerinin çözümünü geometrik olarak (çizim yoluyla) açıklamıştır. Hayyam, kübik denklemlerinin kısmî çözüm şekillerini sistematik bir şekilde tarif ve tasnif etmiş ve birçok denklemleri, geometrik olarak çözmeyi başarmıştır. Bu haliyle de Fransız matematikçi Descartes'ten ortalama 600 yıl önce, analitik geometrinin, Hârezmî'den sonra, ikinci önderi olan matematikçi olarak karşımıza çıkmaktadır. …Ömer Hayyam, Avrupa'da ancak 16. yüzyıl çözümü yapılabilen bu tür kübik denklemlerin çözümünü, 11. yüzyılda vermiştir. Bugün matematikte önemli bir yeri olan, 17. yüzyıl Fransız matematikçisi Pierre Fermat'ın (1601-1663) adına atfen Fermat Teoreminin özel bir hali olan $x^3 + y^3 = z^3$ denkleminin tam sayılarla çözülemeyeceğini, büyük bir maharetle P. Fermat'tan 550 yıl kadar önce göstermiştir. Bu konudaki çalışmaları, kendisinden sonra gelen matematikçiler tarafından temel kural olarak kabul edilmiştir.

Gıyâsüddin Cemşid ve Cebir

Gıyâsüddin Cemşîd, aritmetikle ilgili çalışmaların yanında, cebirde, yüksek dereceden nümerik denklemlerin yaklaşık çözümlerine dair, kendi görüşü olarak ortaya koyduğu orijinal çözüm yolları ile, etkinliğini zamanımıza kadar sürdürmüştür. Bu konuda özellikle; $ax^3 + x^3 = bx$ tipindeki üçüncü derece denklemlerin çözümünde, zamanı için yeni olan çözüm yolları ortaya koymuştur. Ayrıca Türk- İslâm dünyası ünlü matematikçi ve fizikçi İbn-el Heysem'den (Basra 965-Kahie 1039) sonra, cebirin önemli konularından olan $\sum \mathrm{a}^4$ değerini, kendi görüşü olan değişik bir yöntemle hesaplamıştır. Yine Gıyâsüddin Cemşîd'den 300 yıl kadar sonra, İngiliz matematik, astronomi ve fizik bilgini Newton (1642-1727) tarafından, tabii üs için Binome Formulünü tatbik şekilde görüldüğünü belirtelim (Göker, 1989).

El-Kereci ve Cebir

El-Karaji'nin (El-Kereci, 953-1029) döneminde, Arap matematikçileri, cebiri geometrik düşünce sisteminden kurtarmaya ve aritmetik açıdan bilinmeyenleri bulmak için daha genel yöntemler geliştirmeye çalışıyordu. El-Karaji Bağdat'ta, çok etkili bir cebir okulu kurdu. Bu konuda en büyük yapıtı olan 'el-Fakhri' (Cebirdeki Olağanüstülük) de, yüksek üslerin, karşıt değerlerin ve bunların ortak ürünlerinin tanımlarını vermiş, fakat $x^0 = 1$ eşitliğini tanımlayamamıştır (Mankiewicz, 2002).

Şurası bir gerçektir ki Müslüman cebircileri, başlangıçta Yunan cebircileri veya daha doğrusu meşhur Diophantos'u taklit etmişlerdir. Fakat onlardan çok daha öteye gitmişler ve hem önemli buluşlar aracılığıyla hem de çok gelişmiş bir notasyon sistemi benimseme yoluyla cebiri zenginleştirmişlerdir (Gökdoğan, Demir, & Unat, 2012).

2.4.4. Geometri İlmi Tarihi ve Osmanlı Devleti'nde Geometri

Geometrinin insan hayatına etkisi, M.Ö. 4000 yıllarına uzayacak kadar eskidir. Yapılan araştırmalar sonucunda, zamanımızdan 6000 yıl kadar önceleri, Eski Mısırlıların düzgün olmayan, Mezopotamyalıların da dikdörtgen şekkindeki arazilerin alanlarını tespit etmeyi bildikleri anlaşılmıştır (Göker, 1989).

Geometri, uzaydaki nokta, eğri, yüzey ve cisimlerin şekilleri ve ölçümleriyle ilgilenen matematik dalıdır. Geometri, elemanların bazı dönüşümler altında değişmez kalan özellikleri inceler (Demirtaş, 1986).

Mısır'da Gazze'deki büyük piramid M.Ö. 2900 yıllarında inşa edilmiştir. Bu ve diğer piramidlerin yapılarından, Mısırlıların geometri bilgilerinin oldukça ileri olduğu anlaşılmaktadır. M.Ö. 1850 yıllarına ait Mısır matematik papirüslerinden anlaşıldığına göre, Mısırlılar, geometri bilgilerini geliştirmekte idiler.

Yukarda, adlarını belirttiğimiz Grek matematikçileri, Eski Mısır ve Mezopotamya bölgelerini uzun yıllar dolaşmıştır. Buralardan kendileri için yeni olan geometri bilgilerini elde etmişlerdir. Grek matematikçilerinin, kendilerinden önceki yıllarda ortaya konmuş olan temel geometri bilgilerini, sistemleştirmiş ve kısmen de genişletmiş oldukları anlaşılmıştır. Daha sonraları; bu bilgiler, sıra ile, Eski Hint ve 8. ve 16. yüzyıl Türk-İslâm Dünyası'nda, en sistemli şeklini almış ve belli bir noktaya kadar da geliştirilmiştir. Bilahare de; İspanya ve İtalya yoluyla Orta Avrupa'da, buradan da, bütün Avrupa, Amerika Birleşik Devletleri, Sovyet Sosyalist Cumhuriyetleri Birliği ve Japon matematikçilerinin gayretleri ile, günümüzdeki ileri geometri durumuna gelebilmiştir.

Batı Dünyası ile ülkemiz matematikçilerinin alışık oldukları geometri, Öklid Geometrisi'dir. Bu konuda gerçek şudur: Geometriye ait temel bilgileri ve metotlarını ilmî bir anlayış içinde sistemleştiren Öklid'dir. Öklid, bildiklerini Elementler adlı kitabında toplamıştır. Bu eser, M.Ö. 300 yıllarında yazılmıştır. Daha sonraki yıllarda, bu eserdeki konuları esas olan geometriye, Öklid Geometrisi denilmiştir.

17. yüzyıl başlarına kadar; geometri daha çok cebirsel olmayan bir tarzda, yani Öklid'in sentetik metodu denilen bir metod olarak biliniyordu. Geometri, bu metot içinde, geometrik şekillerin metrik özellikleri denen; uzunluk, açı, alan, hacim… gibi özellikleri ile ilgili olarak, çok sınırlı bir şekilde kalmıştır (Göker, 1989).

Mısır’da Geometri

Eski Mısır’da görülen geometri bilgileri, yüzey ve hacim hesapları olarak karşımıza çıkmaktadır. Mısırlılar, kare ve dikdörtgen alanlarını doğru bir şekilde hesaplayabiliyorlardı. Düzgün olmayan bir yüzeyin alanını, dörtgenleştirme yoluyla elde ediyorlardı. Mısırlıların; üç boyutlu cisimlerden, silindir, koni, piramit, dikdörtgen prizma ve kesik prizma hacimlerini de bildikleri anlaşılmaktadır (Göker, 1989).

Sayılı’ya (1966) göre,

‘Mısırlıların, aritmetiklerinde olduğu gibi, geometri problemlerinin çözümünde de, tamamıyla somut özel hallerin ele alınmasından ileri gidilmiyor. Karşılaşılan bütün örneklerde ortak bir vasıf Mısır geometrisinde genel formül kavramının mevcut olmayışıdır. Zihinde bir nevi genel formül fikri ve belli genellemeler vardı. Açı geometrisi mevcut değildi. Bunun yanında doğru geometrisi gelişmiş durumdaydı.’

Mezopotamya matematiği hakkında bilgiler, zamanımıza kadar, intikal etmiş tabletlerin değerlendirilmesi sonucu elde edilmektedir. Bu tabletler bilim tarihinde; Susa, Vatikan 8512, Tell Halman, Plimpor 322, British Museum 85144 ve Elam tabletleri şeklinde adlandırılmıştır. Bugün, Tales Teoremi olarak bilinen teoremin varlığı, Tales’ten 1700 yıl Öklit Teoremi Öklid’ten 200 yıl, Pisagor Teoremi dePisagor’dan 2000 yıl kadar önceleri biliniyordu. Bu bilgilere esas olan kaynak tabletteki geometrik resim, gayet düzgün ve güzel şekilde çizilmiştir.

Kaynaklardan şu sonucu çıkarmaktayız. Bugünkü klasik geometri veya Grek geometrisinin temsilcileri olarak görülen, Tales, Pisagor ve Öklid’e dayalı geometri bilgilerinin temelinde Mezopotamya matematiği bulunmaktadır. Başka bir ifade ile; Mezopotamyalılar tarafından, bu geometri bilgileri, Grek matematikçilerinden, çok önceki yıllarda bilinmekte olduğu anlaşılmaktadır (Göker, 1989).

Greklerde Geometri

Grek matematikçilerinden Demokrit’te, gelişmiş bir geometri bilgisi görülmektedir. Ancak kaynaklar; Demokrit’in Eski Mısır matematiği ile temasta olduğunda hemfikirdir. Tales, ikizkenar üçgenin taban açılarının 180 derece olduğu yolundaki bilgilerin Tales’e ait olmadığı anlaşılmıştır. Pisagor, geometri çalışmalarında, güney İtalya’da Kroton’da okullar açmış ve geometrinin gelişmesini sağlamıştır. Öklid, Elementler adlı geometri kitabını yazmakla ün yapmıştır. Bu eserdeki geometri bilgileri 2000 yıl kadar, fazla bir değişikliğe uğratılmadan, geometri derslerine okutulmuştur. Bu eserin, bazı kısımlar günün ihtiyaçlarına cevap vermek için 1700 yılından itibaren modernleştirilmiştir. Bugünkü geometride bilinen birçok temel bilgiler Elementler'de vardır. Kaynaklar; geometrinin önce Eski Mısır'da başladığını, Greklerin geometriyi Eski Mısır'dan öğrenmiş olduklarını belirtmektedir. Tarihçi Herodot (M.Ö. 485-425), geometrinin Eski Mısır'da başladığını ve arazi ölçüsü ihtiyacından doğmuş olduğunu belirtir. Greklerin, matematikte ve özellikle geometri bakımından, Eski Mısırlardan geniş şekilde yararlanmış oldukları anlaşılmıştır. Bu durumda Greklere atfedilen geometri bilgileri hakkında şu görüşü belirtebiliriz.

Grekler, Eski Mısır yörelerini uzun yıllar dolaşmışlar. Bu yöreleri ilk dolaşan ve ilk Grek bilgini sayılan Tales'tir. (M.Ö. Miletes 640-548). Tales'ten sonra Pisagor'un ve Öklid'in bu yöreleri uzun yıllar dolaştıkları tarihi bir gerçektir (Göker, 1989). Hemen hemen herkes, okul yıllarında bu matematik teoremi ile karşılaşmıştır. Teoremin adı günümüzde Pythagoras (Pisagor)'tır, fakat antik dönemde henüz Pythhagoras doğmamışken bile, bu teorem biliniyordu. Bu teorem sayesinde, farklı kültürlerde yaşamış olan antik matematikçilerin biçimlerini ve uğraşlarını karşılaştırabilmekteyiz…Pythagoras Mısır'da ve Babil'de eğitim aldıktan sonra, günümüz İtalyası'nın güneyinde yer alan Crotona'ya yerleşmiş ve burada bir okul kurmuştur. Bu okul daha çok gizli bir dernek ya da bir kült özelliği taşıyordu ve bilgileri yalnızca, seçilmiş bir elit tabakaya sunuluyordu. Pythagorasçılar bir komün yaşamı sürüyorlardı ve son derece katı, etik ve idari kurallarla yönetiliyorlardı. Bu kurallar arasında, ruh göçüne inanma koşulu ve katı bir vejeteryanizm vardı. Kendisi hiçbir yazılı belge bırakmadığı için, Pythagoras'ın ulaştığı matematiksel sonuçlar konusunda tahmin yürütmekten öteye geçemiyoruz. Daha sonraki dönemlerde Pisagorcular, ustalarının yayın yasağını bir ölçüde kaldırarak bazı yazılı belgeler bıraktılar. Pythagoras'ın en temel öğretilerinden biri, sayıların her şey olduğu ve sayılar olmadan hiçbir şeyin algılanıp bilinemeyeceğiydi. En çok saygı duydukları sayı ondu, ya da 1+2+3+4 'ün toplamı olan 'tetractys' idi. Bu sayılar, evrenin boyutlarını belirleyecek noktaları oluşturmak için gerekli olan sayılardır: 1, boyutsuz noktadır ve öteki boyutların kaynağıdır; 2 nokta birleştirilerek bir doğru oluşturulabilir ve bir boyut oluşturur; 3 nokta birleştirildiğinde iki boyutlu bir üçgen elde edilir ve 4 nokta birleştirildiğinde de üç boyutlu ve dört kenarlı bir alan elde edilir.

‘Tetractys’ Pythagorasçıların sembolü haline gelmiştir (Mankiewicz, 2002).

Sonuç olarak bu bilginler, buralardan elde ettikleri geometri bilgilerini almışlardır. Bilahare de geometriyi sistemli ispatlara dayanan müstakil bir bilim haline getirmişlerdir. Greklerin başarısı, geometriyi sistemleştirip, müstakil bir matematik dalı haline getirmiş olmalarıdır (Göker, 1989).

Harezmi ve Geometri

Göker’e (1989) göre, Hârezmî tarafından 830 yılında Arapça yazılan Cebri ve’l Mukabele adlı eserde, analitik geometriye ait ilk bilgiler ortaya konmuştur. Hatta, Ömer Hayyam’ın Cebir adlı eserinde de analitik geometriye ait bilgileri vardır. Analitik geometrinin Descartes’le ilgisini şu şekilde belirtmek gerçeğin tam ifadesi olur.

Descartes, kendisinden önceki yıllarda var olan analitik geometri bilgilerini toplayarak sistemleştirmiş ve kısmen de genişletmiştir.

Müsteşrik Hunke (1997), analitik geometri konusunda aynen şunları yazar.

‘Adedi niceliklerle (kemiyetlerle) geometrik niceliklerle beraber yürütülmesi gerektiğine dair kesin fikir de ilk olarak, İslâm ilim sahasında rastlanır… Rönesans’ımızın üstatları, onun için, Grekler değil, bilakis İslâm Dünyası oldu.’

Sabit Bin Kurra ve Geometri

Trigonometrinin Avrupa’da intişârına müessir olanların başında gelen Sabit bin Kurra, geometri konularındaki çalışmaları ile de asını zamanımıza kadar sürdürmüş olan ünlü matematikçilerimizden biridir. Konikler kitabı ile Apolonyos’a şerh yazdı. Huneyn bin İshak tarafından Öklid’in Elementler adlı eserine yazılan şerhi, ilaveler yaparak düzeltti. Menalaus, Apolonyos, Pisagor, Archimed, Öklid ve Theodosus’un eserlerini Arapçaya şerh ederek geometriye zamanı için orijinal olan yeni bilgiler kazandırmıştır.

Sabit bin Kurra’nın geometrideki yeri hakkında, müsteşrik Georges Rivoire şunları yazar:

Cebir’in geometri ye tatbikini, Müslümanlara borçluyuz. Bu da 900 yılında vefat etmiş olan Sabit bin Kurra’nın eseridir (Rivoire, 1972).

Ebû’l Vefa ve Geometri

Trigonometri çalışmaları dışında, düzgün çokyüzlüler konusuyla da uğraşmıştır. 7 ve 9 kenarlı düzgün çokgenlerin yaklaşık çizimlerine dair yeni bir geometrik yöntem ortaya koymuştur. Kısmen Hint modellerine dayalı olarak ortaya koyduğu geometrik çizimleri, geometri bakımından önem taşır. Ebû’l Vefa’nın çizim geometrisine ait ortaya koyduğu çalışmalarına dair bir fikir verebilmek için üç ayrı problemini örnek olarak belirtelim. Bunlar;

1) Pergelle daire içine, açıklığını bozmadan kare çizmek
2) Verilen bir doğru parçasını, pergel yardımıyla eşit parçalara bölmek
3) Verilen bir kare içine, eşkenar üçgen çizmek

Beyrûnî ve Geometri

Aşağıda gösterilen, herhangi bir üçgene ait, üçgenin kenarları cinsinden üçgen olan formülünü geometriye ilk kazandıran Beyrûnî’dir.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Burada, S herhangi bir üçgenin alanını, p üçgenin kenarlarının toplamını; a, b, c harfleri de üçgenin kenarlarını ifade eder (Göker, 1989).

Osmanlılarda Geometri

Kâtip Çelebi, Mîzânu’l-Hakk’ta aklî ilimlerin gerekliliğini ele alan girişte, öğrencilere dört maddede öğüt vermektedir. Bunlardan I. Maddede, ‘Hendese Bilen Müftî ile Hendese Bilmeyen Müftînin Fetvasıdır’ başlığı altında şunları söylemektedir:

‘Bir kimse boyu ve eni ve derinliği dört sirâ bir kuyu kazmak için birini sekiz akçaya tuttu. O da boyu ve eni ve derinliği iki zirâ olan bir kuyu kazdı ve karşılığında dört akça istedi. Fetvâ ettirdiler, hendese bilmez müfti, ‘Dört akça hakkıdır’ dedi. Hendese bilen müfti, ‘Hakkı bir akça’ diye fetva verdi. Doğrusu da budur. Çünkü iki zirâ kuyu dört zirâ kuyunun sekizde biridir, ücretin de sekizde bir olması gerektir’

2. Maddede ise, ‘Hendese Bilen Kadı ile Hendese Bilmeyen Kadının Hükmüdür’ başlığı altında şunları söylemektedir:

‘Bir kimse boyu ve eni yüz zirâ olmak üzere bir tarlayı başkasına satıp teslim edeceği zaman boyun ve eni ellişer zirâ iki tarla verdi. Aralarında uyuşmazlık çıkıp bir kadıya vardılar ki hendese bilmezdi. Hakkı budur diye hükmeyledi. Sonra hendese bilen bir kadı bulup dinlettiler, yarım hakkıdır dedi. Doğrusu da budur. Bunların aslını bilmek isteyen riyâziyat görmeye heves eyleye (İzgi, 1997)’.

Burada bahsi geçen hendese Osmanlı Devleti zamanında geometri olarak anılmaktaydı. Matematiğin ana dallarından biri olan Geometri, uygulama kısmı çok geniş bir alana sahiptir. O dönemin matematiğe bakış açısı genel mana da yararcılık olduğundan geometriye verilen önem aşikardır. Bu anlamda dönemin ilim adamlarının birçok tavsiyesi buna kanıt gösterilebilir.

Dönemin ilim adamlarından Taşköprülüzâde dönemin iyi bilinen eserleri olan ‘Mevzû’âtu’l-‘Ulûm’ ve ‘Miftâhu’s-Sa’âde’ isimli eserlerinde; Geometrinin zihnî bileyleyip keskinleştirdiğini, güç meselelerin çözümünde büyük yarar sağladığını, geometri ilminin delil bakımından ilimlerin en sağlamı olduğunda görüş birliğine varıldığını, bu ilmin kara-cahillik hastalığının ilacı olduğunu, hendese ilimlerinin kesin ilimler olmasından ötürü, bunlarda kesinlikle vehme yer olmadığını belirtmektedir:

‘İlmü’l Hendese: Kendisiyle miktar ve ölçülerin durumları, bir miktarın öbürüne oranı, özellikleri, şekilleri bilinen bir ilimdir. Bu ilmin konusu mutlak miktarlardır. Yâni zihnî çizgi, cisim, açı, nokta ve şekildir. Faydası, varlıklardan zikredilen halleri öğrenmek, zihne keskinlik kazandırmaktır. Düşünce kuvvetinin atı bununla güçlü bir eğitim görerek yetişir, ilimlerin koşu meydanını, çetin bahisleri, soru soranın meydanını ve güç yerlerini araştırıp anlamada atik ve tetik olur. Yaşıtlar arasında yarış yolunu kazanır, bilginler içinde de parmakla gösterilerek başçeker. Çünkü, delil bakımından ilimlerin en güçlüsünün hendesî ilimler olduğunda sözbirliği etmişlerdir. Bu ilimlerin faydalarından biri de kara-cahillik hastalığına ilaç olmasıdır. Çünkü bu ilimler, kendilerinde kuruntuya yer olmayan kesin ilimlerdir. Bu durumda zihin vehmin teshîrîne alışır, vehim de her bakımdan ele geçirilmiş ve boyun eğmiş olur. Karacahilliğin kaynağı vehmin akla üstün gelmesidir. Vehm yenilince, kara cahillik de yıkılmış ve savılmış olur. Bu ilimde pek çok telif vardır. En ünlüsü ve bellisi Nasîruddîn et- Tûsî’nin Tahrîru Kitâbi Uklidis’i, en güzeli Şemsüddîn es-Semerkandî’nin Eşkâlü’t -Te’sis’i ve Kadı-zâde er-Rûmî’nin ona şerhidir. İbn Sînâ, Kitâbûş-Şifâ’da bu ilimlerden yeterli ölçüde bahsetmiştir.

Taşköprülü-zâde hendesenin dallarını; ‘İlmü ‘ukûdi’l-Ebniye, ‘İlmü’l-Misâha (ölçme ilmi), ‘İlmü İnbâti’l-Miyâh (su çıkarma ilmi, su mühendisliği, hidrolik), ‘İlmü’l-Evzân ve’l-Mevâzîn (ölçü ve tartı ilmi)’dir:

1. İlmü ‘ukûdi’l-Ebniye Kendisiyle bina yapmana usulü ve metodu öğrenilen bir ilimdir. Mesela, sağlam kaleler inşa etmek, yüksek evler yapmak, sağla köprüler icat etmek ve benzerleri gibi. Irmakları ikiye ayırma, su kanalları te’sis etme, kuyu sularını çıkarma, çukur ve alçak yerlerdeki suları yüksek yerlere çıkarma metotları da bu ilmin konusuna girmektedir. Bu ilimle şehir, ev ve kaleleri îmârda büyük fayda elde edilir.

2. İlmü’l-Misâha: Doğru, kare ve küp değerleriyle doğru, düzlem ve cisimlerin miktarını bildiren bir ilimdir. Bu ilmin tapu işinde, iki arazinin taksiminde ve başka şeylerde büyük bir faydası vardır. Bu sahada İbn Mahallî, İbn Muhtâr ve Archimedes’in kitapları vardır.

3. İlmü İnbâti’l-Miyâh: Yer altında gizli olan suyu bazı tekniklerle yeryüzüne çıkarmanın yolunu gösteren bir ilimdir. Arazileri ihyâda ve yeryüzünü ma’mûr etmede faydası vardır (Taşköprülüzâde, 2004) (Taşköprülüzâde, Miftâhu's-Sa'âde, I, 311).

İzgi’ye (1997) göre, Toderini De La Litterature Des Turcs adlı eserinin geometri bahsinde,

‘…Bazı Türk profesörleri(müderrisleri) en lüzumlu hendese meseleleri ile iktifâ eden K. El-Uşûl ile yetinmekte, akademilerde Scerchiu Kalitteosis’in, Kadı-zâde er-Rûmî’nin eserlerini kullanmakta, Eşkâlü’t-Te’sis üzerinde yapılan şerhlerle iktifâ etmektedirler. Diğerleri daha fazla hendeseye girmekte ve bu hususta Arşimed’in, Theododius’un, Menelaos’un, Apollonius’un ve diğer birçok Yunan ulemasının Arapça’ya tercümelerinden yardım aramakta ve bu mevzularda çalışmış olan birçok Arap müellifinden istifade etmektedir… Türkler astronomi ilmine ilgi duyduklarından geometriyi astronomi ilmine lüzumlu olduğu nisbette incelemektedirler. Ayrıca denizcilikte, takvim yapımında, güneş saatleri yapımında, coğrafya haritaları çiziminde buna ihtiyaç duymaktadırlar… İkinci Sultan Bâyezid geometri ile astronomi bahislerini geliştirmiştir.

Kendisi hocası Salahuddin tarafından bu sahalarda yetiştirilmişti. Bunu Hacı Halife levhalarında bildiriyor… Yeni Deniz Akademisi'nin öğrencileri büyük bir başarı ile kendilerini geometriye vermektedirler… İyi geometrici(mühendis) olmadan iyi bir astronom olmak mümkün değildir (Toderini, 1789).

Tebyînu A'mâli'l-Misâha (T): Ebû Sehl Nu'mân b. Sâlil el-Eğini (ö. 1166/1753'den sonra)'nin 1154/1741yılında telif etmiş olduğu bu eser, Osmanlı Devletinde XII./ XVIII. asrın ortalarında teorik ve özellkle pratik geometri ile ilgili son derecede değerli bir eserdir. Müesllif eserinin önsözünde misâha ilminin ehemmiyetine işaret edildikten sonra eskiden beri hikmet, hey'et ve hendeseyle uğraşan âlimlerin çeşitli misâha âletleri icad ettiklerini, birçok kâide ve kanun bulduklarını, Hristiyan milletlerin kendi, âlimlerine büyük değer verdiklerini, hazine ve hendese-hânelerinde yüzden fazla misaha aleti olduğunu belirtir. Yazarın ifadesine göre, bütün Hristiyan milletler bu alete rağbet edip, '-Bundan daha üstün misaha aletinin icadı mümkün değildir' düşüncesindedirler. Avrupa devletleri, bu aleti edinmek için İngiltere kralına çeşitli hediyelerle elçiler gönderip isterler. Elde edince de onu Osmanlı Devletinden gizlerler. 1150 yılında Nemçelü (Avusturya) ile yapılan ve 1151 yılında sona eren savaşı Osmanlı Devleti kazanınca, Tuna ve Sava iki devlet arasında sınır olarak kabul edilir. Ancak iki ırmak içinde yer alan yüzü aşkın ada rakip devlet tarafından istenince, yapılan anlaşma uyarınca hudud tespiti için taraflar arasında muhaddidler tayin edilir. Osmanlı devleti tarafından tayin edilen Kadı Numan Efendi'de vazifelendirilmiştir. Nemçeliler, Adakale'nin mimarı olan muhaddidleri General Angelsofen ve mimarbaşıları Kaysar Kapudan'dan başka, on kadar mühendis, ressam, hulefâ ve huddâmdan oluşan kadorlarıyla gelip Firavun'ın sihirbazları gibi ölçü ve aletlerini meydana koyarak Tuna'nın adalarıyla kıyılarını ölçmeye girişirler. General Angelsofen, adam gönderip, anlaşma gereği, Osmanlı Devleti'nin vazifelendirdiği mimarın da ölçüm yapmasını ister.

Osmanlı devleti tarafından mimar ve mühendis diye tayin edilen Muhammed Halife, Belgrad'da iki taraf memurlarının sened suretleri, muhaddidler kanununa göre değiştirildikten sonra, 'Kat'a ben misaha bilmem, ancak binâ mimarlığı bilirim' der. Muhammed Halife hakkında 'mâhir mühendis mimardır' diye tasrihli ferman sureti Nemçeli ellerine geçtikten sonra, bu durum Nemçeli'ye bildirtilmeyip devletten de misâha bilir bir mühendis istemenin uygun olup olmayacağı bir yana, Devlet-i Aliyye'de Nemçeliler'in mühendislerine denk bir mühendis, aletlerine karşı bir misâha âleti olmadığı bilindiği için çaresiz Nemçeliler'e '-Bizim mimarın misahasına hâcet yoktur. İki devlet arasında barış yapıldığından sizin mimar ve mühendisleriniz ölçüm yapsınlar, bizler güveniriz' denir. Bu arada Osmanlılar da alet ve edevat bulup buluşturmaya başlarlar. Bunu gören karşı taraf, '-Bizim mühendislere güveniyorsanız bunları niçin yapıyorsunuz? Güveniniz yoksa, sizin mimar da gelip bizim mimar ve mühendisler gibi misaha etsin! Deyince, Osmanlı tarafı '-Sizin mühendislere bizim güvenimiz vardır. Lâkin insan yanlış ve yanlışlıktan uzak değildir. Misâhasında şüphe ettiğimiz yerleri bu âletlerle deneriz' diye cevap verir. Bu arada Osmanlılar, yine fırsat buldukça yerlerinde gördükleri aletlerin şekil ve resimlerini kağıtlara yaparlar. Nemçeliler'in çalışmalarını uzaktan dürbünle gözetlemek, onların yanlarına gidip gelen adamlar vasıtasıyla tahminle ve hayalden yaptıkları âletlerin benzerlerini ağaçtan ve tenekeden yaparak denemekle Nemçeliler'in açık ölçüm yanlışları yaptıklarını anlarlar. Böylece, Osmanlılar, '-Bu işleri biz de biliriz' demek isterler.

General Angelsofen durumu öğrenince, bu amelin Osmanlılar tarafından bilinmesini kabul etmek istemeyerek, kendi mimar ve mühendislerinin bu ameli Osmanlı mühendislerine gizlice öğretmiş olduğu sonucuna vararak onları cezalandırma yoluna gider. Kaysar Kapudan, Osmanlıların böyle ince bir ilmi ameliyle öğrenmesini uzak görüp Osmanlı muhaddidine gelir, '-Benim ırzım yıkıldı. Adım kötüye çıktı. Sen bu ilim ve ameli rüşvetle Osmanlı'ya öğretmişsin 'deyip beni duvara vururlar' diye yakasını yırtıp bağırıp çağırarak Mannas adındaki papazını Nu'man Efendi'ye gönderir. Papaz, '-bu ameli, ilmi ile ilkin yirmi beş sene önce İngiltere'de bir rahip buldu. Fransa devleti, İngiltere kralına minnetler edip zeki adamlarla elçiler göndermek, seksen akçadan fazla para ve nefis mallar vermek suretiyle bu amelin ilim ve aletlerini elde etti, eski haritalarını düzeltip yeniledi. Nemçe Devleti de aynı şekilde hareket etti. Bu amelin aslında sizlerde olmadığını biliriz. Sizler '-Bizim mimar da bu ameli bilir ve Nemçeli mimarların yanlışını bulur' dermişsiniz. Sizin mimarın kat'â misâha bilmediğini biliriz. Eğer öğrendiyse bu amel ilmi ile az vakitte öğrenilmez. Bizim zeki adamlarımız üçer-dörder sene bunu öğrenmeye çalışırlar. Sizin mimarın, '-Bu ameli ben de bilirim ve onların yanlışlarını bulurum' demesine 'Bizim mühendis ve mimarların, belki devletimizin ırzları tahammül etmez. Zira bu söz İngiltere ve Fransa'da söylenirse haritalarımız işe yaramaz. Bizim bütün memleketlerimiz, diğer devletlerin yanında rezil olur, Şimdi bizim mimarlarımız, sizin mimarlarınızdan ırzlarını isterler.

Irzlarını almayınca, bir daha misâha etmezler ‘deyince Nu’man Efendi, ‘-Sizin mimarların ırzlarını, bizim mimardan ne şekilde almalı; bu hangi yolla olur?’ der. Papaz: ‘-Bir sahrada bir yeri sizin ve bizim mimarlar ayrı ayrı ölçerler. Çıkardıkları miktarı bildirirler. Ölçülen yerlere bakarız, bizim mimarların haber verdikleri gibi çıkmayıp sizin mimarın haber verdiği gibi çıkarsa, bizim mimarlar töhmet altına girer ve namussuz olurlar. Yok, aksi çıkarsa sizin mimar gelip, herkesin yüzüne, ‘-Ben yabana söylerim, misâha bilmem’ diye itirafta bulunur ve bizim mimarların itibarları yerine gelir. Eğer bu ameli, ilmi ile size öğrettiler ise nasıl öğrendiniz, bunu sizlere kim öğretti?’ diye sorup ‘-Peygamberinizi seversen doğrusunu söyle ki öğretmeyenlere haksız yere cezâ verilip vebâli size gelmesin’ diye generalin dilinden Nu’man Efendi’ye konuşur. Generalin, mimar ve mühendisleri, ‘-Siz bunu Osmanlı’ya öğretip anlatmışsınız’ diye cezalandırıp tutukladığını söyler. Bunun üzerine Nu’man Efendi, ‘- Sizler, bu ilim ve ameli, bizlerin bilmediğini ve sizin mühendislerden aldığını sanmayasınız. Sizler, bu ilim ve amelin az zamanda öğrenilmediğini, mühendislerinizin üçer-dörder sene bunu öğrenmeye çalıştıklarını söylüyorsunuz. Bizim tercümanımız yok. Bizler Nemçe’ce bilmeyiz. Sizin mimar ve mühendisler de Osmanlıca bilmezler. General şimdi bunun için kimseyi cezalandırmasın. Zira onlardan bize gelmiş biri, değil tâlim ve tefhim etmiş, misâha âletlerinden birini bile göstermiş yoktur. Bu amel geometri ilminden istihraç, istinbat ve istintaç edilmiştir. Geometrinin bizde yazılı kitapları delilli şekilleri vardır. İngiltere’de bu ameli ben icad ettim diye iddiâ eden hakîm rahip, bu ameli, Kurtuba memleketi istilâsında Hristiyan milletlerin ellerine geçen geometri kitaplarından almıştır. Bu çeşit ilmi amelleriyle bizde usulü ve çeşitleri vardır. Başmühendisiniz gelsin onunla geometriye karşı konuşup görüşelim. Geometri bildiğimizi ve fen gereği üzere sizin bazı aletlerinizde yanlış bulduğumuzu öğrenip şüpheniz kalmaz. Sizin mühendislerin ettikleri amel sırf resim ve harita yapmak için icad edilmiştir. Bizim Devlet-i Aliye ve diyarlarımızda resme ve haritaya amel ve itibar olmakla bu tür ameller bizlerde metruk kalmıştır. Yoksa bizlerde aslı yok değildir’ diye cevap verir. Sonra icad edilen birkaç misâha âleti gösterir ve ‘-Bizler bunları burada yaptık. Bizim Devlet-i Aliyye ve diyarlarımızda da daha üstünü, sanatlısı ve nice çeşidi vardır. Siz ancak tabla ile olan amele itibar ve itimad ettiğiniz için bizler de onun âletlerine benzer aletler yaptık ki sizin mühendisler bizleri bilmez sanıp iki devlet arasında barışla sonuçlanan bu gibi mühim ve büyük işlerde uyuşmazlığa düşülmeye’ diye papaza iknâ edici güzel cevaplar verip gönderir.

Osmanlı Devleti'nin hendese hesabına verdikleri önemin yabancı müşterekler tarafından da fark edilmiş olması o dönemde fark edilir ilim faaliyetleri yapıldığını göstermektedir. Bu hendese derslerinin asıl amacı dini eğitim vermek olan medreselerde verilmesi medreselerde okutulan eserlerin hendese ilmi hakkında önemli verilere sahip olduğu bir gerçektir (İzgi, 1997).

2.4.5. Trigonometri İlmi Tarihi ve Osmanlı'da Trigonometri

Matematiğin, trigonometrik fonksiyonlarla özelliklerini, bunların üçgenlerin çözümü dahil çeşitli matematik problemlere uygulanmasını inceleyen matematik dalıdır (Demirtaş, 1986). Bir açının trigonometrik fonksiyonları, üçgenlerde bilinen bazı elemanların ölçülerinden faydalanarak diğer elemanların ölçülerinin hesaplanmasına yarar. Ayrıca bu bilgiler trigonometrinin diğer geniş uygulamalarının temelini oluşturur (Altun, 2008).

Trigonometrinin bugünkü konumuna gelmesi için katkıda bulunan medeniyetleri incelemekte yarar vardır.

Aydın Sayılı Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp adlı eserinde şunları yazar: Mısır da seked dışında, bu konuda herhangi bir gelişmeye şahit olmuyoruz. Ancak bugünkü ifadeyle 45 derecenin bazı trigonometrik özelliklerini bildikleri anlaşılmaktadır… Gene inceleyebildiğimiz kaynaklar; Mezopotamyalılarda, temelinde geometri bulunan, bugünkü trigonometri cetvellerinin 'ilkel ve fasılalı' bir örneği ile karşılaşılmakta olduğunu ve Hiparchos'un trigonometri çalışmalarının, ilkel başlangıcının 'Mezopotamya Matematiğine' kadar geri gitmesinin mümkün sayılabileceğini belirtmektedir. Aydın Sayılı, yukarda adı geçen eserinde bu konuda geniş bilgi verdikten sonra, 'Trigonometri tarihinin, Embriyolojik Menşeinin Mezopotamyalılara kadar geri gittiğini ve Mezopotamyalılardan, Hipparchos'un bu yönden etkilenmiş olduklarını ileri sürebilir' der….Trigonometride: 'Herhangi bir üçgende, dik kenarların kareleri toplamı, hipotenüsün karesine eşittir.' Şeklinde temel bir teorem vardır. Bu teoremin adı Pisagor Teoremi olarak bilinir. Gerçekte; bu teoremin varlığı, Pisagor'dan ortalama 2000 yıl kadar önceleri, Eski Mısır ile Mezopotamyalılar, bu teoremin hem özel hem de genel şeklini biliyorlardı.

Bilim tarihleri; Tales'in, Pisagor ve Öklid'in, Eski Mısır ve Babil yörelerini uzun yıllar dolaşmış olduklarını belirttikleri gibi, bu bilginlerin temel matematik bilgilerini, Mısır ve Babil'den elde etmiş olduklarını açıklar… Hintli matematikçiler, trigonometri konusundaki bilgileri, müsbet şekilde zenginleştirmişlerdir. Mezopotamya kaynaklı olan bu bilgiler, zamanın bilim dili olan Sankritçe ve Pevlecive'den yapılan tercümeler yoluyla, 8. Yüzyıl ortalarından itibaren İslâm Dünyası'na intikal etmiştir (Göker, 1989).

Bilindiği gibi, 8. Ve 16. Yüzyılda Türk-İslâm Dünyası'nın hemen her yöresinde astronomi(gökbilim) çalışmaları ve bunun sonucu olarak da yoğun bir rasathane (gözlemevi) kurma çalışmaları vardı. Bu rasathanelerdeki bilimsel çalışmalarda, astronomiye yardımcı olarak trigonometri kullanılmaktaydı. Astronominin temelini teşkil eden küresel astronomi, doğrudan doğruya, küresel trigonometrinin astronomiye uygulanmasından doğmuştur. Gezegen, uydu ve yıldızların gökküresindeki, gerçek ve görünen yerleri(koordinatları) ve hareketleri ile ilgili hesaplamalar; küresel üçgenin, küresel trigonometriye uygulanmasıyla elde edilebilmektedir. Dolayısıyla, o devir Türk-İslâm Dünyası'nda, Trigonometri müstakil bir bilim haline gelmiş ve oldukça gelişmiştir (Göker, 1989).

Astronomi, Arap matematikçilerin en büyük ilgi alanıydı ve trigonometrideki gelişmeler sayesinde giderek daha doğru ve kesin astronomik tablolar yapılabiliyordu. İslam dinine özgü törenlerin doğru yapılması için duyulan endişe, matematiğin gelişimini de hızlandırılıyordu. İslami takvim Ay'ın evrelerine dayanıyordu ve her yılın her ayı, yeni aydan sonraki ilk hilalin görüldüğü gün başlıyordu. Günde beş kere kılınması gereken namaz saatleri de Güneş'in konumuna göre belirleniyordu: örneğin, öğle sonrasındaki namazın; tam öğle vakti bir noktaya dikilen nesnenin gölge uzunluğu, nesnenin kendi kendi uzunluğu kadar uzadığı anda kılınması gerekiyordu. Ve inananlar, dualarını Mekke'deki Kâbe yönünde okumak zorundaydılar Bu üç kural, coğrafyanın yanında, gök cisimlerinin ve gezegenlerin hareketlerinin bilinmesini gerekli kılıyordu. Daha önceleri, gerekli kurallara uymayı sağlayacak gözlem yöntemleri bulunuyordu, ayrıca Yunan ve Hint kaynaklarının sunduğu çizelge ve tablolar da kullanılmaktaydı. Araplar bu tabloları ve gözlem yöntemlerinş büyük ölçüde geliştirmişti ve 13. Yüzyıla gelindiğinde, camilerde, yıldızölçerler, gönyeler ve güneş saatlerini ellerinden düşürmeyen astronomlar çalıştırılıyordu. Astronomik hesaplamaların geliştirilmesi için, doğruluğundan ve kesinliğinden kuşku duyulmayan trigonometrik tabloların gerekliliği anlaşılmıştı. 1

derecenin sinüsünü bulmak için yapılan işlemlere bakarak, bu alandaki ilerlemeleri ele alabiliriz: sinüs, kosinüs ve tanjant terimlerinin tanımları çoktan yapılmıştı ve toplam açıların sinüsünü ya da iki açının farkını belirlemeye yönelik çeşitli formüller de geliştirilmişti. Kullanılan genel yöntem, geometrik hesaplamalarla kesinliğinden emin olunan sinüslerle başlamaktı ve daha sonra 1 dereceye ulaşana kadar bu açıların durmadan ikiye bölünmesiydi.

Abu-l-Wafa (940-998) $sin60°$ 'ın bilinen değeri ile başladı ve sin72'nin değerini buldu. Daha sonra, uygun yöntemler ve formüllerle sin12'nin değerini buldu. Yarım açı formülünü kullanarak, $\sin 1°30'$ ve sin 45 değerlerine kadar indi. Bu iki açı birbirine çok yakın olduğu için, aradaki değerlerin hemen hemen doğrusal bir ilişki içinde bulunduğunu varsaydı ve sin1'in değerini bulmak için aritmetik bir yöntemin gerekli olduğunu düşündü. Buna benzer yöntemleri kullanarak, Abu-l-Wafa, ¼ ya da altmışlık değerde 15' gibi açıların en yakın değerlerini içeren eksiksiz bir tablo hazırlayabildi. 5 adet altmışlık, ya da 8 onluk değer ulaşmıştır.

Eldeki kuramsal verilere karşın, bir sonraki büyük adım ancak üç yüzyıl sonra atıldı. (Mankiewicz, 2002).

Trigonometrinin Avrupa'da intişârına müessir olanların başında gelen Sabit bin Kurra, geometri konularındaki çalışmaları ile de asını zamanımıza kadar sürdürmüş olan ünlü matematikçilerimizden biridir. … İslam Dünyası'nın önde gelen matematikçilerinden Sabit bin Kurra Batlamyos'un ünlü eserini zamanın bilim dili olan Arapçaya Almagesti adıyla şerh (yorumlu açıklama) eder. Sabit bin Kurra, bu şerh işini yaparken, Batlamyos'un eserinde bulunan bilgilerin yanında, kendi görüşü ve zamanı için yeni olan bir kısım trigonometri ve astronomi bilgisini de eklemiştir. Sabit bin Kurra'nın, bu Arapça şerhinde sinüs teoreminin tanımı yapıldığı ve astronomi ile ilgili konularda bu teoremin uygulaması da gösterilmiştir. Doğu yazma eserlerini, Arapça ve Farsçadan Latinceye tercüme etmekle üne kavuşan Cremonalı Gerard (1114-1185), Batlamyos'un ünlü eserini 1136 yılında Sabir bin Kurra'nın Arapça şerhinden, Latinceye tercüme etmiştir. Bu tercüme, 1515 yılında ikinci kez yayınlamıştır (Göker, 1989).

El-Battânî ve Trigonometri

El-Battânî, trigonometride temel kavramlardan olan sinüs ve kosinüs ile bunların fonksiyonu tangent ve cotengent kavramlarını ortaya koyar. Bu kavramlara ait cetvelleri de hesaplayarak tanzim eder. El-Battânî'yi , bugünkü trigonometrinin ilk kurucularından saymak, gerçeğin tam ifadesi olur. Bu gerçek, objektif görüşlü müsteşrikler tarafından da ortaya konan eserlerle belirtilir. Ancak, bu eserler, dolayısıyla bu gerçek, sadece akademisyenler tarafından bilinmektedir (Göker, 1989).

Barthold (1973), İslâm Medeniyeti Tarihi adlı eserinde aynen şunları yazar.

'…Bilginler arasında, matematikte ve astronomide, el-Battânî ayrı bir yer işgal eder… Avrupa'da trigonometriye dair ilk bilgiler bunun adına bağlıdır.

Durant (1972), İslâm Medeniyeti adlı eserinde de:

'Trigonometrik münasebetleri, bugünkü kullanılan şekliyle formülleştiren el-Battânî 'dir.'

Bammat (1975), Garp Medeniyetinin kuruluşunda Müslümanların Rolü adlı eserinde şunlar yazar.

'El-Battânî, eserinde sinüs ve cosinüs tabirlerini ilk kez kullanan kimsedir. O, bu tabirleri güneş saati hesaplarından buldu ve ona uzayan gölge adını verdi. Bu ad bugünkü trigonometride tangent'dir.'

Ebû'l Vefa ve Trigonometri

Bu bilgilerin dışında trigonometrik kavram, tanım, teorem ve formüllerin birçoğunu trigonometriye ilk kazandıranların başında Ebû'l Vefa'nın da (Buzcan 940- Bağdat 998) adını belirtmek gerekir. Ebû'l Vefa; özellikle 6. ve 7. yüzyıllarda ortaya konmuş olan Hint matematik modelleri ile Sabit bin Kurra ve el-Battânî'nin eserleri ışığı altında, ortaya koyduğu yeni geometri bilgileri, matematik bakımından büyük değer taşır. Ebû'l Vefa'nın eserleri; Orta çağ Doğu matematikçileri arasında olduğu kadar, kendisinden sonraki yıllarda, bu konularda araştırma yapan Batı matematikçileri arasında da temel kaynak eser olarak kullanılmıştır…Özellikle küresel trigonometride sinüs konusunu bilimsel bir düşünce (disiplin) içinde ilk inceleyen Ebû'l Vefa'dır. Tangent çizelgeleri (tabloları) düzenlediği gibi, trigonometriye secant ve cosekant tanım ve kavramlarını da sokmuş, aynı zamanda trigonometrinin altı esas eğrisi (grafiği) arasındaki trigonometrinin altı esas eğrisi (grafiği) arasındaki trigonometrik oranları da ilk kez belirtmiştir. Bu oranlar, bugün trigonometride, grafiklerin tanımında aynen kullanılmaktadır. Zamanına kadar hiçbir matematikçinin yapmadığı incelikte trigonometrik çizelgeler düzenlenmiştir. Astronomik gözlemler için gerekli olan sinüs ve tangent değerlerini gösteren çizelgeleri onbeşer dakikalık (açı dakikası) aralıklarla hesaplayarak hazırlamıştır. Trigonometriye tangent tanımını zıl(bölge) adı altında ilk kez ortaya koymuştur.

Batı bilim dünyasında, sinüs ve tangent kavramlarının kullanılmasına öncülük eden matematikçi olarak Alman Johann Müller (1436-1476) belirtilmekte. Gerçek şu ki; Ebû'l Vefa'dan 500 yıl kadar sonra, Avrupa'da sinüs ve tangent kavramlarından bahsedildiği görülmektedir. Başka bir ifade ile, Ebû'l Vefa'nın eserleri, Batı dillerine çevrildikten sonradır ki, Batı bilim dünyasında trigonometriye ait bilgiler görülmeye başlamıştır.

Düzlem trigonometri de görülen bazı temel formülleri, matematik tarihinde ilk defa ortaya koyan Ebû'l Vefâ olduğunu belirttik. Bu formüller;

$$sin(a+b) = sina.cosb + sinb.cosa$$
$$sin(a-b) = sina.cosb - sinb.cosa$$
$$sin(a+b) = \sqrt{sin^2 a - sin^2 a\,.sin^2 b} + \sqrt{sin^2 b - sin^2 a\,.sin^2 b}$$
$$sin(a-b) = \sqrt{sin^2 a - sin^2 b} + \sqrt{sin^2 b - sin^2 a\,.sin^2 b}$$

Bu formüller düzlem trigonometri de 'Toplam-Fark Formülleri (Prastapherit)' adı altında belirtilir.

$$sin2a = 2.sina.cosa$$

Bu formül de, düzlem trigonometride 'Duplikasyon Formülü' adı altına belirtilir.

$$sin\,a = 2.sin\frac{a}{2}.cos\frac{a}{2}$$

Bu formül de, düzlem trigonometride Katlama Formülü adı altında belirtilir.

Yine Düzlem trigonometrinin temel formülerinden olan aşağıdaki eşitlikleri de matematik tarihinde ilk defa Ebû'l Vefa tarafından ortaya konulmuştur.

Bunlar,

$$2.\,sin^2\frac{a}{2} = 1 - cos\,a$$

$$\frac{tan\,a}{R} = \frac{sin\,a}{cos\,a}$$

$$\frac{cot\,a}{R} = \frac{cos\,a}{sin\,a}$$

$$\frac{sin\,a}{R} = \frac{tan\,a}{sec\,a}$$

$$sec\,a = \sqrt{R^2 + tan^2\,a}$$

$$coseca\ = \sqrt{R^2 + cot\,a}$$

Burada R ifadesinin herhangi bir çemberin yarıçapını ifade ettiği belirtilmelidir.

Ebû'l Vefa ve Küresel Trigonometri

Grek matematikçilerinden Menalaus (doğumu, M.Ö. 80) tarafından ortaya konan kesenler (şekl-ül-kutta) kuralını kullanarak küresel trigonometrinin temel formüllerinden olan aşağıdaki eşitlikleri, matematik tarihinde ilk defa Ebû'l Vefa tarafından ortaya konmuştur.

$$\frac{sin\,a}{sin\,A} = \frac{sin\,b}{sin\,B} = \frac{sin\,c}{sin\,C}$$

Trigonometrinin bu temel eşitliği bugünkü küresel Trigonometride, Hollandalı Sinelius'a (Rudolf Sinelius, 1546-1631) atfen Sinelıs Eşitliği olarak belirtilir.

$$\frac{sin\,a}{sin\,c} = \frac{sin\,A}{1}$$

$$\frac{tan\,a}{tan\,A} = \frac{sin\,b}{1}$$

Küresel trigonometrinin bu iki temel eşitliğini kullanarak aşağıdaki temel eşitliklerde, ilk defa Ebû'l Vefa tarafından ortaya konmuştur.

$$cos\,c = cos\,a\,.\,cos\,b$$

$$sin\,b = \frac{tan\,c}{tan\,C}$$

$$sin\,c = \frac{tan\,b}{tan\,B}$$

Yukarıya, formülün sadece sonuçları yazıldı. Harflerin anlamını belirtmek için de uygun bir şekil çizildi (Göker, 1989).

Suter (1964), İslâm Ansiklopedisi'ne yazdığı makalesinde, müsteşrik Franz Woepck'e (1826-1864) atfen şu bilgiyi verir: 30° W lik yayın sinüs değerinin hesaplama yöntemlerini de, Ebû'l Vefa'ya borçluyuz

Öyle ki: Sin 30° için Ebû'l Vefa'nın bulduğu değer, bugün bulunan değerlere göre, ilk sekiz ondalık kısmının denkliği görülür. Franz Matematikçi J.Peres, Les Sciences Exactes adlı eserinde aynen şöyle der: ' Müslümanların Trigonometrik çizelge hazırlamalarında ki incelik derecesi o kadar büyüktür ki, Ebû'l Vefa'nın 10 dakikalık aralıklarla tertiplediği sinüs çizelgelerindeki incelik (prezisyon) 1/60 kadardır.'

Bu konuda Ansyclopedia Britanica'nın ilgili madde başlığında;

'Ebû'l Vefa ilk önce, tangenti yayın bir fonksiyonu olarak trigonometriye sokmuştur. Zıll (umbra versa) dediği çizgiler, yayın iki katını; tangenti ve secantı da 'kutr zıll' olarak tanımlamıştır. Bu durumda; bugün matematik kitaplarında görülen, düzlem ve küresel trigonometriye ait; tanım, kavram ve formüllerin çoğunluğunu ilk defa ortaya koyan; trigonometriye tangent kavramını getiren ve tangenti yayın bir fonksiyonu olarak düşünmekte, bilgileri sistematik bir disiplin haline getirme şerefinin İslâm Dünyası'nın ünlü matematikçisi, Horasan Türkü Ebû'l Vefa'ya ait olduğu ortaya çıkmaktadır (Göker, 1989).

İbn-i Yûnus ve Trigonometri

Tamadı; Ali İbn-i Ebû Said Abdurrahman ibn-i Ahmed ibn-i Yûnus Ebû'l Hasan el-Sedefî olan ve bilim tarihinde, Aben Jonis, ülkemizde İbn-i Yûnus olarak tanınan bu bilgin; matematik ve astronomi konularında hazırladığı eserleri ile adını zamanımıza kadar ulaştırmıştır.

Kahire'de Manatham dağında kurduğu Manatham Rasathanesi'nde yaptığı gözlemler sonucu hazırladığı Hâkim Ziyci adlı eserinde, kendisinden sonra gelenlere; birçok, astronomi, trigonometri ve fizik bilgisi bırakmıştır.

Hâkim Ziyc'in de 18 yıldızın gökküresindeki koordinat değerleri yanında, trigonometri geniş uygulama alanı olan:

$$\cos(a+b) = \cos a \,.\, \cos b - \sin a \,.\, \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \,.\, \cos b + \sin a \,.\, \sin b$$

Her iki tarafı toplayarak;

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \,.\, \cos b$$

$$\cos a \,.\, \cos b = \frac{cos(a+b) + cos(a-b)}{2}$$

Formülünü ortaya koymuştur. Bu formül bugünkü düzlem trigonometride Dönüşüm Formülleri (Transformation) olarak adlandırılmaktadır.

Beyrûnî ve Trigonometri

Yaşadığı yüzyıla, Batı bilim dünyasında Beyrûnî (Brûnî) yüzyıl ya da kendisine, Onuncu Yüzyıl Bilgini dedirtecek kadar, bilimde zamanımız dahil, hiçbir bilim adamının eriştiği seviyeye erişemeyen bilgin olarak karşımızda, 10. yüzyılın ünlü bilgini Beyrûnî'yi (973-1052), görmekteyiz. Beyrûnî, bilimin hemen bütün dalları ile ilgili eserler ortaya koymuştur. Öyle ki, ortaya koyduğu eser sayısı 180'i bulup, bunların toplam sayfa sayısı da 13000'i aşmaktadır. Beyrûnî'nin trigonometriyle ilgili çalışmalarını şu şekilde özetlemek mümkündür.

Özellikle trigonometri dalında geniş araştırma yapmış ortaya koyduğu yeni teoremler ve somut buluşlarıyla bu konuyu daha da zenginleştirmiştir. Trigonometrinin temel kavramları üzerinde durmuş, zamanın bilgi düzeyi üzerine çıkarak trigonometriye yeni bir yön vermiştir…. Bugünkü düzlem trigonometride, Cosinüs Teoremi ile ilgili formüller, Beyrûnî'nin adını taşır. Bu formüller,

Cosinüs Teoremi Formülleri

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba\cos C$$

Cabir bin Eflah veTrigonometri

Cabir bin Eflah'ın (ölümü: 1140-1150 arası) eserleri, Batı bilim dünyasında 15. Yüzyıl başlarına kadar ziyadesiyle ilgili gördü. Hollandalı ünlü matematikçi Sinelus (Rudolf Sinelius 1546-1631), Cabir bin Eflah için Yaman Matematikçi anlamında Colcularum Osar ifadesini kullanır.

Nasirüddin Tûsî ve Trigonometri

Tarih sırasına göre biraz daha ilerlediğimizde, karşımıza Nasirüddin Tûsi (Tûs 1201- Bağdat 1274) çıkmaktadır. Özellikle Avrupa'da, son yüzyıl içinde, hakkında en çok makale yazılan bilginimizdir. Buna sebep, Hûlagu Han zamanında, 1259 yılında Meraga Şehri'nde kurduğu ve bilim tarihinde Meraga Rasathanesi olarak belirtilen rasathanesindeki çalışmaları ve ortaya koyduğu eserleriile Grek matematikçisi Öklid'in (Euclides, M.Ö. 306-283) eserlerine yazdığı şerhlerdir.

Meraga Rasathanesi'ndeki çalışmaları üzerinde durmuyoruz. Matematikle ilgili çalışmaları ise, Öklid'in matematikle ilgili eserleri, Nasirûddin Tûsî'den önceki ve sonraki Avrupalı matematikçiler tarafından uzun yıllar tam anlaşılamadı. Ancak Nasirüddin Tûsî'nin, Öklid'in matematik eserleri üzerine yazdığı şerhler, bu geometrinin gelişmesini sağlamıştır.

Amerikalı ünlü tarihçi, Will Durant tarafından hazırlanan on ciltlik Medeniyet Tarihi adlı eserin, İman Çağı (The age of faith) adını taşıyan dördüncü cildi, İslâm Medeniyeti adıyla Türkçeye çevrilmiştir. Bu çeviride, Nasirüddin Tûsî'nin trigonometrik yönünü, Durant (1972) aynen şöyle açıklar:

'Trigonometriyi ilk defa müstakil bir bilim olarak ele alan Nasirüddin Tûsî'dir. Bu bilgin, trigonometriyi astronomiye bağlı olarak inceliyordu. Eseri, iki yüzyıl boyunca rakipsiz kaldı. 13. yüzyılın ortalarında başlayan Çin trigonometrisin de İslâm menşeli olması muhtemeldir.'

Gıyâsüddin Cemşîd ve Trigonometri

Gıyâsüddin Cemşîd, Risâle fi Muhit'ül Daire adlı eserinde, π sayısı için bulduğu değer:

$\pi = 3{,}1415926535898732$ dir.

Bugünkü hesaplamalar sonucu π sayısının gerçek değeri ise;

$\pi = 3{,}1415926525898732$ dir.

Bu iki değer karşılaştırıldığında, Gıyâsüddin Cemşîd'in π sayısı için bulduğu değer, bugünkü bilinen değerine göre ilk on iki ondalık kısmına kadar uygunluk gösterir.

Bundan başka; 1 derecelik yayın sinüs değerini bugünkü değerlere göre 18 ondalıklı sayıya kadar doğru olarak hesaplamıştır. Bu konuda 1 derecelik yayın sinüsünü geometri ve cebir yoluyla hesaplamış ve böylece trigonometrik tabloların tanzimi işini sisteme bir esasa bağlamıştır. Dolayısıyla kendisinden sonra gelen İslâm Dünyası ile Batı Dünyası matematikçilerine, zamanında orijinal olan yeni bilgi hazineleri bırakmıştır. Bugün, bütün düzlem trigonometri kitaplarında görülen ve düzlem trigonometrinin temel formüllerinden olan:

$$sin\,3A = 3.\,sin\,A + sin^3\,A$$

Formülünün adı, çoğu trigonometri kitaplarında *Cemşîd el-Kâşî Eşitliği* olarak belirtilir.

Müstşrik H. Suter, İslâm Ansiklopedisi'ne yazdığı makalesinde: Gıyâsüddin Cemşîd, trigonometri ve bunun uygulama alanı olan astronomi konularını kapsayan Risâlet-ül Kemâliye adlı eserini bazı nüshalarının, Oxford, Leiden, Londra kütüphanelerinde bulunduğu, aynı konularından bahseden Risâlet-ül Muhitiyye adlı eserinde, müsteşrik Franz Woepcke tarafından Fransızcaya çevrildiğini ve bu eserin bazı nüshalarının İstanbul'un birçok kütüphanelerinde mevcut olduğunu belirtir (Göker, 1989).

2.5. Osmanlı Devleti'nde Matematik Eğitimi

İslâm medeniyetinde ve bunun tabiî bir üyesi olan Osmanlı Medeniyeti'nde de durum farklı olmamış, matematiksel çalışmalar 'riyâziyye', aritmetik 'hisâb' ve geometri 'hendese' isimleri altında yapılmıştır. Hendese (geometri), hey'et (astronomi), hesap (aritmetik) ve musiki 'ulûm-i riyâziyye' (riyâziyyat, matematik ilimler); tıp, fizik, kimya, botanik, zooloji, mineraloji, jeoloji, ziraat ve coğrafya ilimleri de 'ulûm-i tabîiyye' (tabîiyyat, fizik ilimler) adıyla anılmaktadır (Yüksel, 2002).

İlk kuruluş safhasından başlayarak genişleme ve güçlenme dönemlerinde Osmanlı Devleti, toprakları dışındaki bilim adamları için çekim merkezi olmuştur. Osmanlıların Anadolu ve Rumeli'de ki ilk kurduğu medreselere İslâm Dünyası'nın eski kültür ve bilim merkezlerinden birçok ilim adamı gelip çalışmış ve Osmanlı Bilim Literatürü'nün zenginleşmesini sağlamışlardır. Taşköprülüzâde'nin ilk Osmanlı ulemasının biyografisini ihtiva eden Şaka'ik adlı eseri ve onun zeyilleri bunun birçok örneğini ortaya koymaya elverişli kaynaklardır…. Müslümanların İspanya'daki hâkimiyetinin 1492 yılında sona ermesinden sonra, birçok Endülüslü Müslüman ve Musevi bilim adamı Osmanlı diyarına hicret etmiştir. Bunlardan Arap olanlar Osmanlı Kuzey Afrika'sı ve Mısır vilayetine, Musevi olanlar da daha ziyade İstanbul ve Selanik'e yerleşmişlerdir. Osmanlı bilim dünyasının bu döneme kadar sahip olduğu kaynaklara yenilerini ilave eden bu göçün, dikkate değer katkılar ve zenginlikler sağladığı muhakkaktır. Osmanlı diyarına göç eden bu bilim adamları, kabiliyetlerini ortaya koymak ve kabul görmek için birtakım eserler yazmışlardır. Bu eserler, Osmanlı biliminin o döneme kadar dayalı olduğu ve üzerine kurulu bulunduğu İslam bilim geleneğinin dışında farklı ve yeni kaynaklarla tanışmasını temin etmiş ve bu yeni kaynaklardan yararlanan eserlerin ortaya çıkmasına yol açmıştır (İhsanoğlu, 1992).

Gökçek'e (2014) göre, Orta çağ İslâm Dünyası'nda matematiğin bir dalı olarak gelişen hesap ilmi, sayılarla dört işlem yapılmasıyla ilgili bir ilimdi. Böylelikle ticari ve hukuki işlerin yürütülmesinde, zekâta tâbi malların tayininde, mirasın varisler arasında paylaşılmasında, kıble yönünün ve namaz vakitlerinin belirlenmesinde, Ramazan ve bayram gibi dini zamanları tayin etmek maksadıyla ilk hilalin tespitinde, ağırlık, uzunluk ve hacim problemleri vb. pek çok günlük ihtiyaçla ilgili alanlarda hesap ilminden yararlanılmıştı. Bu durum, İslâm uygarlığında matematiğin gelişmesine katkıda bulunmuştur (Gökdoğan)

Gökçek'e (2014) göre, Osmanlılarda, Semerkant ekolünden beslenen Kadızade-i Rumî'nin telif hareketiyle başlayan, Ali Kuşçu ile devam eden ve Takiyuddîn ile canlanan yoğun bir matematiksel etkinlik olduğu bilinmektedir. Ancak eserlerde matematiksel sembolizmin ortaya çıkması için İbn Hamza el-Magribî'yi beklemek gerekmektedir. İbn Hamza el-Magribî'nin (ö.1614), cebir ve mukabele konusunu da işlediği İslam dünyasında o dönemin en kapsamlı aritmetik kitabı olarak kabul edilen Tuhfetü'l-A'dâd li Zevi'r-Rüşd ve's-Sedad adlı eseri, cebirsel notasyonların kullanılması bakımından göze çarpmaktadır. Magribî'nin Cezayirli olması, eğitim için İstanbul'a gelerek, daha sonra medreselerde hocalık yapması ve Endülüs'te her ilmin kaynağı olarak bilinen Sebte şehrini eserinde zikretmesi, Batı, İslam dünyasında yoğun olarak işlenen cebirsel sembolizmi Osmanlılara taşıması ihtimalini kuvvetlendirmekte ve Osmanlıların tevarüs ettiği geleneği bizlere göstermektedir.

Batı medeniyetleri tarafından karanlık devir olarak bilinen zamanlarda Türk-Arap İslam ilim adamlarının çalışmaları dönemim ilim seviyesini oldukça yukarı seviyeye çekmiştir. Yukarıda bahsedildiği üzere birçok matematiksel bilginin döneminden birkaç yüz yıl sonrasında sistemleştiği ve matematik literatürüne girdiği bilinen bir gerçektir. Bu devirde varlığını sürdürmüş olan ve birçok kıtaya yayılarak zamanının en güçlü devletlerinden olan Osmanlı Devleti de ilme gereken önemi vermiş ve ilim faaliyetlerinin düzenli bir şekilde işlemesi için var olan medrese sistemini geliştirmiştir. İlime olan bu denli hoşgörüsü sayesinde birçok ilim insanını başka coğrafyalardan kendi topraklarına çekmiş ve medreselerinde ilim faaliyeti gerçekleştirmesini sağlamıştır.

Bu anlamada Osmanlı Medreseleri döneminden alınan yatay kesit örnekleri açısından oldukça zengin içeriklere sahiptir. Medreselerde görev yapan ilim adamları ya da medreselerde kitapları okutulan ve temele alınan ilim adamlarının dönemin ilim faaliyetleri ve ilim eğitimini görmek için bu ilim adamlarının veya eserlerinin incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Nitekim, dönemin ünlü ilim adamlarından olan Taşköprülüzâde ve eserleri, yukarıda da belirtildiği üzere halen üzerinde araştırmalar yapılmakta ve sonuçları incelenerek dönemin ilim faaliyetlerine ışık tuttuğu görülmektedir.

Bu dönemde matematik ilmi için okutulan eserlerin incelenmesi de şüphesiz ki matematik eğitimi açısından dönemin durumuna ışık tutmaktadır. O halde Osmanlı Devleti'nde okutulan bu eserler incelenerek literatüre kazandırılmalıdır.

İzgi'ye (1997) göre, Osmanlı medreselerinde 'Alî el-Kuşçî'nim el-Muhammediye fi'l-Hisâb'ı ile Bahâuddîn el-'âmili'nin Hulâsatu'l- Hisâb'ından sonra kullanılan kitapların belli başlıları şunlardır: Sirâcuddîn Muhammed b. Muhammed b. 'Abdürreşîd es-Secâvendî (ö.600/1203 civarı)'nın et-Tecnîs fi'l-Hisâb'ı ; Nizâmüddîn el-Hasan b. Muhammed el-A'rec en-Nîsabûrî (732/1332'de sağ)'nin er-Risâletü'ş-Şemsiyye fi'l-Hisâb'ı; İbnü'l Bennâ diye tanınan Ahmed b. Muhammed b. 'Osmân el-Ezdî (ö. 721/1321)'nin Telhîşu A'mâli'l-Hisâb'ı ile Uşûlü'l-Cebr ve'l-Mukâbele'si; İbnü'l-Hâ'im'in (ö.815/1426 civarı) el-Miftâh fi'l-Hisâb'ı; 'Alî b. Muhammed el-Kalaşâdî (ö. 891/1486)'nin Keşfü'l-Cilbâb 'an Kânûni'l- Hisâb'ı.

O halde, başlangıçta bu eserleri incelemek ve matematiksel bakış açısıyla yaklaşmak gerekmektedir. Yukarıda belirtilen eserler dönemlerinde tek eser değildir. Ancak dönemlerinde ünvanı olan eserlerdir ki bu yönden üst seviye ilim faaliyetlerinin yapıldığı medreselerde okutulma ihtimali oldukça yüksektir.

2.5.1. Nizâmuddin Nîsabûrî

Kısaca Nizâm el-Â'rec diye tanınan Nizâmûddîn el-Hasan b. Muhammed b. El-Hüseyn el-Kummî en-Nîsabûrî (İzgi, 1997), 13. ve 14. yy.' da 'İlhanlılar' döneminde İran'da yaşayan âlimlerden birisidir. Nizâmuddîn Nîsâbûrî, pek çok ilim dalında, kendi ifadesiyle, kalem oynatmaya muvaffak olmuş, bu ilim dallarında günümüze ulaşan kıymetli eserler telif etmiştir. Klasik ve modern kaynaklarda Nîsâbûrî ve eserlerinden bahsedilmektedir (Baga, 2007).

Nîsâbûrî'nin doğduğu ve yaşadığı yer olarak İran'ın Kum ve Nîsâbûr (Neysâbûr, Nîşâbûr) şehirleri olmak üzere iki yerin adı geçmektedir (Baga, 2007).

Baga'ya (2007) göre, Nîsâbûrî'nin ne zaman doğduğu, hangi alanlarda hangi hocalardan hangi dersleri aldığı, herhangi bir medresede bulunup bulunmadığı veya hocalık yapıp yapmadığı, öğrencilerinin kimler olduğu konularında kaynaklarımızda veya müellifin yazma eserlerinde herhangi bir bilgi bulunmamaktadır. Ancak bazı kaynaklarda verilen, Müfessir, hâfız, nahvî, sarfî, riyazî, müneccim‖ gibi bilgilerden tefsir, nahiv, sarf, matematik ve astronomi alanlarında dersler aldığı veya bu konularda çalışmalar yaptığı anlaşılabilir (Âmilî, 1983: V, 248; Nîsâbûrî, 1970: I, 3).

Bunun dışında Nîsâbûrî'nin *"Tavzîhu"t-Tezkîrati"n-Nâsıriyye"* adlı yazma eserinde el-Feylesûfu'l-mudakkık ve *"Şemsiyye fi"l Hisâb"* adlı matematik eserine Sultan Muhammed Bahadır Han'ın emriyle Mahmud b. Muhammed b. Mahmud eş-Şîrâzî (ö. 932/1525)'nin yaptığı *"Tercüme-i Risale-i Şemsiyye"* adlı Farsça şerh ve tercümede on birinci akıl gibi nitelemelerle yazarın filozof kimliğine vurgu yapılmaktadır. Kaynaklarda Nîsâbûrî'nin eğitim hayatıyla ilgili olarak kimlerden hangi dersleri aldığı kesin bir dille ifade edilmese de bazı ipuçları verilmektedir (Baga, 2007).

Nîsâbûrî’nin Eserleri

Garâibu’l-Kur’ân ve Regâibu’l-Furkân

Nîsâbûrî’nin en tanınmış eseri olan bu eser *Nîsâbûrî tefsiri* olarak da bilinir. Tefsirin adı ve Nîsâbûrî’ye aidiyeti kaynakların hemen hemen tamamında zikredilmiştir. Yazar bu hacimli eseri sayesinde bir müfessir olarak meşhur olmuş, matematikçi ve astronom kimliği gölgede kalmıştır. *Garâibu"l-Kur"ân ve Regâibu"l-Furkân* İran’da oldukça hacimli 3 cilt halinde, Mısır’da da Taberî’nin *“Câmiü"l-Beyân”* tefsiri ile birlikte basılmıştır (Kays Al-i Kays, 1984: I/II, 423-424; İshak, 1983: III, 114);(Kays, 1984) (İshak, 1983).

Bunların dışında eser ayrıca yine Mısır-Kâhire’de Emiriyye Matbaası tarafından 1323/1905-1906’da da basılmıştır (İshak, 1983: III, 114). Bunlardan farklı olarak eser, Âmilî’ye göre Mısır ve Hindistan’da Râzi’nin tefsirinin hâmişinde basılmıştır (Âmilî, 1983: V, 248), (El-Âmili, 1983).

Pek çok kaynağa göre Nîsâbûrî bu eserini Fahreddin Râzi’nin *Mefâtihu"l-Gayb* adlı eserinden ve Zemahşerî’nin *Keşşâf*ından faydalanarak meydana getirmiştir (Baga, 2007).

Gerçekten de Nîsâbûrî tefsirinin girişinde *Mefâtihu"l Gayb*, *Keşşâf* ve vesâir tefsirlerden faydalandığını ifade etmektedir (Nîsâbûrî, 1970: I, 8). Ayrıca Bilmen’e göre Nîsâbûrî, tefsirini imam Ali’nin hilafeti kadar bir müddette yani dört seneye yakın bir zamanda yazdığını ifade etmektedir (Bilmen, 1974: II/II, 619-620). Bu tefsirin tespit edebildiğimiz kadarıyla Türkiye’de 71 tane yazma nüshası mevcuttur (Baga, 2007).

Şerhu’ş-Şâfiye

Baga’ya (2007) göre, İbn Hacîb’in Arap dili hakkındaki *eş-Şâfiye* isimli eserine Nîsâbûrî’nin yaptığı şerhtir. Hemen hemen tüm kaynaklarda zikredilen eserin *Bi-şerhi"n-Nizâm* adıyla da meşhur olduğu nakledilmektedir (Zirikli, 1954)….*Şerhu"ş Şâfiye*’nin Türkiye’de 18 adet yazma nüshası bulunmaktadır. Bu duruma göre eser, Türkiye’de daha çok yazma halinde bulunmaktadır.

Kavâidü’l-Hisâbiyye

Müellifin, matematik alanına dair Farsça olarak yazdığı *Kavâidü"l-Hisâbiyye* hakkında çok az bilgilere sahibiz. Eser hakkında bilgi veren tek kaynak Robert Gordon

Morrison'un Nîsâbûrî üzerine yaptığı doktora tezidir. O da eserin klasik ve modern kaynaklarda zikredilmediğini, kendi gayretleri ile bu bilgilere ulaşabildiğini ifade eder (Morrison, 1998). Süleymaniye Kütüphanesi'nde bulunan tek nüsha, iki risalelik bir mecmuanın ikinci eseridir. Mecmuânın ilk risalesi Nizamuddin Nîsâbûrî'nin astronomi aletleri alanında yazdığı bir eserdir. *Kavâidü"l-Hisâbiyye* genel olarak tezimizin konusu olan *eş-Şemsiye fi"l-Hisâb* ile benzerlik arz eder. Eserin iskeleti ve konuların diziliş sırası, verilen örnekler hemen hemen aynıdır. Ancak misâha bahsine gelindiğinde daha farklı şekil ve cisimlerin anlatıldığı konuya daha detaylıca değinildiği görülür. Netice olarak, misâha bahsinin daha teferruatlı anlatılması istisna edilirse *Kavâidü"l-Hisâbiyye, Şemsiyye fi"l Hisâb*'ın Farsça olarak yazılmış bir benzeridir denilebilir (Baga, 2007).

Risâle fi'l-'Amâl bi'l-Usturlab

Nizâmeddin Nîsâbûrî'nin astronomi aletlerinden biri olan usturlab hakkında yazdığı eserin tek nüshası *Kavâidü"l-Hisâbiyye*'nin de içinde bulunduğu mecmuada yer alır. Müellifin, Arapça yazdığı eser, 'usturlab' hakkında yazdığı tek eseri olarak görünmektedir. Kaynaklarımızda adı geçmeyen eseri bir önceki eserde olduğu gibi sadece Morrison zikreder (Baga, 2007).

2.5.2. Eş-Şemsiyye fi'l-Hisâb

Kaynaklarımızda zikredilen Nîsâbûrî'nin bu tek matematik eserinden ilk bahseden yazar Kâtip Çelebi'dir. *Keşfü"z-Zünûn*'un Flügel baskısında *Şemsiyye fi"l-Hisâb* adıyla bahsedilen eserin bir 'mukaddime' ve iki 'fenn' den meydana geldiği, ilk fennin hisâbın usûlüne ikinci fennin de hisâbın furûuna dair olduğu nakledilir (Katip Çelebi, 1837)

Kâtip Çelebi'den başka pek çok kaynakta farklı isimlerle eserden bahsedilmiştir. Eser modern kaynaklarda *Risâle fi İlm-i Hisâb, Risâletü"ş-Şemsiyye fi"l-Hisâb, eş-Şemsiye fi"l-usûl el-Hisâbiyye* gibi adlarla anılmaktadır (Baga, 2007).

Baga'ya (2007) göre, Türk bilim tarihinin kurucularından sayılan Salih Zeki *Âsâr-ı Bâkiye*'sinde *Şemsiyye*'nin Osmanlı'da okutulan orta hacim ve derecedeki hesap kitapları arasında olduğunu ifade eder (Zeki, 2003). Son dönem eserler arasından Cevat İzgi *Osmanlı Medreselerinde İlim* adlı eserinde *Şemsiyye fi"l Hisâb*'dan bahsetmektedir.

Osmanlı medreselerinde okutulan aritmetik ve cebir kitapları başlığı altında zikredilen bu eser İzgi'ye göre Ali el-Kuşçî'nin *er-Risaletü''l-Muhammediyye fi''l-Hisâb*'ına kadar Osmanlıda okutulan hesap kitapları arasındadır (İzgi, 1997).

Bundan başka Şemsiyye 'Semerkand Matematik Astronomi Okulu'nda hesap alanında temel eser olarak kullanılmıştır. Hatta bu okulun ikinci kuşak üyesi olan Abdü'l-Ali Bircendi *Şerhü''ş-Şemsiyye fi''l Hisâb* adıyla bu eser üzerine bir şerh yazmıştır (Fazlıoğlu, 2003).

Eserin Arapça'dan Türkçe'ye çevrimi 2007 yılında Elif Baga tarafından 'Nizâmuddin Nisâbûrî ve Şemsiyye Fi'l Hisâb Adlı Matematik Risalesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Değerlendirmesi' yüksek lisans tezinde yapılmıştır.

Eş-Şemsiyye fi''l-Hisâb mukaddime ve iki fenn'den oluşmaktadır. Ancak ikinci fenn'den sonra ayrıca bir teznîb bölümü eklenmiştir. İki fasıldan meydana gelen mukaddimede hisâbın tanımı ve konusu, doğal ve rasyonel sayıların tarifi, sayıların şekilleri ve basamakları konularına yer verilmiştir. İki bâbdan oluşan ilk fenn genel olarak hisâbın ana konularına dairdir. Birinci bâbda tam sayılarla iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl yapıldığı cetveller yardımıyla anlatılmaktadır. İkinci bâb ise rasyonel sayıların hesabına ayrılmıştır. Burada rasyonel sayıların paydalarının açıklanması, irrasyonel sayılar, basit, bileşik ve tamsayılı kesirler ile çarpma, bölme, toplama ve çıkarma bahisleri izah edilmektedir. İlk fenne nispetle daha ileri seviye konuların açıklandığı ikinci fenn dört bâbdır. İlk bâbda üslü ve köklü sayılar ile sayıların köklerinin bulunması anlatılmaktadır. İkinci bâbda ebced harfleri ve karşılığı olan sayılar, sittînî (müneccimîn) hesâbında iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kök bulma işlemleri cetveller ile açıklanmaktadır. Üçüncü bâb mesâha bahsine tahsis edilmiştir. Burada 'nokta', 'doğru', 'yüzey', 'açı' gibi kavramların tarifi verilmekte daha sonra şekil ve cisimler tarif edilmekte son olarak da bu şekil ve cisimlerin alan ve hacim hesaplamaları izah edilmektedir. İkinci fennin son bâbı olan dördüncü bâbda ise cebr ve mukâbele yolu ile bilinmeyenli ifadelerin çözümü verilmektedir. Buna göre üslü ve köklü ifadelerle çarpma, bölme, toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılması, birinci ve ikinci dereceden denklemlerin çözüm kümelerinin bulunması ve altı cebirsel denklem konuları burada yer almaktadır. Son olarak teznîb bölümünde ise çift yanlış hesâbı ve mîzan (sağlama) konuları anlatılmıştır.

2.6. İlgili Çalışmalar

Elif Baga (2007) ‘Nizâmuddin Nisâbûrî ve Şemsiyye Fi’l Hisâb Adlı Matematik Risalesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Değerlendirmesi’

Muammer Değirmendere (2009) ‘Kuyucaklızâde M. Âtıf ve Matematiğe Dair ‘Nihâyetü’l-Elbâb fî Tercemeti Hulâsati’l-Hisâb’ adlı eseri metin ve değerlendirme’

Satı Ceylan (2010) ‘Nihâyetü’l-Elbâb adlı Eserde Dört İşlem ve Kesir Kavramları Öğretiminin Değerlendirilmesi ve Zihinden Hesaba Dair Bir Uygulama’

Nurten Yel (2010) ‘Hulâsat Al-Hisâp Adlı Eserin Geometri Öğretimi Açısından İncelenmesi ve Yeni Müfredat İle Karşılaştırılması

3. MATERYAL VE METOT

3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Yapılan araştırmada doküman analizi modeli kullanılmıştır. Bu yöntem için öncelikle Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserinin ilgili kısımlarının Latin harflere transkripsiyonu yapılmıştır. Latin harflere çevrimi yapılan eserin günümüz Türkçesine çevrimi sağlanmıştır. 2017 -2018 Eğitim Öğretim yılı için Millî Eğitim Bakanlığı Tarafından yapılandırılan Ortaöğretim Matematik Müfredatı kapsamında Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin içeriği cebir ve geometri öğretimi açısından incelenmiştir.

3.2.VERİLERİN TOPLANMASI

3.2.1. Veri Toplama Araçları

Transkripsiyon

Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin tamamının transkripsiyonu yapılmıştır. Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin transkripsiyonu yapılırken Arapça bilen bir uzmandan yardım alınmıştır. Eserde kullanılan sayı, sembol ve şekiller, modern matematik notasyonları ile anlatımın tarihi dokusunu bozmadan açıklanmaya çalışılmıştır.

Tercüme

Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin tamamının transkripsiyonu yapıldıktan sonra günümüzde kullanılan Modern Türkçe’ye çevrimi yapılmıştır. Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin çevrimi yapılırken Arapça bilen bir uzmandan yardım alınmıştır. Eserin çevrimi yapılırken eserde geçen matematik terimleri, ifadeleri, sayı ve şekilleri, notasyonları da günümüz modern matematiğine uygun ifade edilerek eserin anlaşılması sağlanmıştır.

3.3.VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin tamamının transkripsiyonu yapıldıktan sonra günümüzde kullanılan Modern Türkçe’ye çevrimi yapılmıştır. Kitabın matematik ve geometri öğretimi 2017 Eğitim Öğretim Yılı Matematik Ortaöğretim Müfredatının belirlediği öğretim programı ile karşılaştırılmıştır. Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserde matematik ve geometri konularında kullanılan farklı yöntem ve teknikler incelenmiştir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bulgular bölümünde Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin eseri olan Şemsiyye Fi’l Hisâb adlı eserin Latin harflerine Transkripsiyonu yapılmış ve ardından eser günümüzde kullanılan modern Türkçe’ye çevrilmiştir. Elde edilen sonuçlar, ‘Giriş’ bölümünde belirtilen araştırma problemi ve alt problemleri kıstas alınarak ve sıra gözetimi yapılarak elde edilen bulgular belirtilmiştir.

4.1. Araştırma Problemi 1 Hakkında Elde Edilen Bulgular

Araştırmamızda ele alınan ilk araştırma problemi ‘Nizâmuddin Nisâbûrî ‘nin Şemsiyye Fi’l Hisâb isimli eserinin matematik ve geometri konularının içeriği nelerdir ve bu konuların öğretimi nasıldır? Sorusuna bu bölümde cevap aranacaktır.

Eserde verilen matematik öğretiminde konu başlıkları aritmetik, cebir ve geometri olarak 3 ana bölüm etrafında şekillenmiştir. Bu bölümler kendi başlıkları altında bir bütün olarak incelenmiştir. Günümüz ortaöğretim matematik müfredatında matematik eğitiminde ise konular sayılar ve cebir, geometri ve veri, sayma ve olasılık bu öğrenme alanları etrafında toplanmıştır. Veri, sayma ve olasılık öğrenme alanının eserde olmamasının nedeni ise olasılık kavramının kullanılmasının ve matematik literatürüne geçmesi için 16.yy’a gelinmesi gerektiğindendir.

Eserde matematik öğretimine başlamadan önce bir önsöz verilmektedir. Önsöz kısmında,

‘*İlim ve edeb tahsil edenler İlm-i Hisâb’a ilgisiz kalamazlar. Ülke ve devlet işlerinin kontrolü ile uğraşanlar, vezirler ve kâtipler ona muhtaçtırlar. Matematik her açıdan önemli ve ihtiyaç duyulan bir ilimdir.*’

Biçiminde verilen açıklamalar ilmin yararlılığından bahsetmektedir. 2017 ortaöğretim matematik müfredatının vizyonu olan hayata görelik, yararlılık kavramlarına karşılık gelen bu açıklamalar aynı zamanda bu ilme talip olan kişileri güdülemek için birebirdir. Aynı zamanda eserin yine önsöz kısmında yer alan,

‘*Eskiden beri kendim ve ilim taliplileri için bir kitap yazmak istiyordum. Bu kitap; külli ve önemli kuralları kuşatacak, araştırmacıyı yoracak gereksiz bilgileri içermeyecek ve âlim bir kişi okuduğunda ona bir şey ekleme ihtiyacı duymayacağı bir eser olacaktı.*

Ömür kısa, iş çok. Bu yüzden akıllı kişi ömrünü en önemli olan için harcamalı ve her iki dünyada da faydalı olana ilgi göstermelidir.' biçiminde verilen açıklamalar göstermektedir ki matematik ilminin kişinin hayatında uygulayacağı yerler için verilmesi gerekliliğinden bahsetmektedir. Bu da 2017 ortaöğretim müfredatında yapılan sadeleştirmeler ve matematiğin günlük hayata yaklaştırılması çalışmalarına karşılık gelmektedir.

Eserin hesap ilmine giriş kısmında,

'Hesap bilimi (İlm-i hisâb), kendisiyle, belirli özelliklere sahip bilinenlerden sayısal bilinmeyenleri tespit etme yolları öğrenilen bir bilimdir. Konusu sayıdır; sayı, bir ve birden oluşan her şeye ad olarak verilen bir niceliktir. Bir veya birden oluşan şey mutlak (kayıtsız) ise, yani bir, iki, üç ve on gibi kendisinden daha büyük bir öbeğe/bütüne izafe edilmezse tam(sahih) diye adlandırılır.' biçiminde yapılmış olan tanımlama günümüz modern matematiğinde aritmetik olarak açıklanmaktadır. Aynı zamanda sayı ifadesinin tanımı da verilmiştir. Burada sayının tanımı olarak 1 ve 1'den oluşan her şeye ad olarak verilen nicelik denilmiştir. Bu bize modern matematikte doğal sayıların inşasını anımsatmaktadır. Matematik tarihinde ilk başta Kutadgu Bilig'in ünlü 'Yaratılan iki, Bir'in hazır şahididir' dizelerinde sayıların inşası hakkında ipuçları verir. Ardından Peanno aksiyomları tanımlanan bir fonksiyon ile 1 sayısından başlayarak bütün sayıları üretmek üzerine tanımlanmıştır.

Eserde kesirli sayıların tanımı kısıtlı olarak örneklerle verilmiştir. Günümüz matematik öğretiminde de kesirli sayıların tanımı ortaokul düzeyinde kısıtlı olarak verilmektedir. Ancak ortaöğretim matematik müfredatında kesirli sayılar, rasyonel sayılar biçiminde ifade edilmiştir.

Esere göre 1 rakamının sayı olup olmadığı konusunda bir tartışma içerisinde oldukları anlaşılmaktadır (Bkz. Ekler, 163) Bu tartışmanın dönemde tanımladıkları sayı kavramından olduğu düşünülebilir. 1 ile üretilen ifadelere sayı derken 1'i üreten herhangi bir sayının olmaması bu düşünce farklılığını oluşturmuş olması ihtimaldir. Elbette bu farklılığın neden olduğuna dair kesin bir bilgiye sahip değiliz.

Eserde rakam kavram olarak verilmemektedir. Ancak şekil olarak gösterilerek bunun üzerine işlemler ve sayı sistemleri kurulmuştur.

'Sayıların şekilleri Hind Hukemâsının ortaya koyduğu üzeredir. Bu 9 rakam şöyledir:

٩٨٧ ٦٥ ۴ ٣ ٢ ١

"1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"

Rakamlar incelendiğinde 9 tane olduğu görülmektedir. Oysa günümüzde rakam 10 tanedir. Eserde 0'ın varlığı önemsendiği halde rakam olarak sayılmadığı görülmektedir.

Eserde basamak kavramı ve isimlendirilmesi açıklanmıştır. Günümüzde basamak kavramı ile yaklaşık olarak aynıdır. Sadece modern matematiğe göre yüzbinler basamağından sonra gelen milyonlar basamağından eserde bahsedilmemekte bunun yerine '*elfü"l-elf*' yani '*binin bini*' (İki tane binin çarpılması) basamağı gelir.

Hesapla ilgili temel kavramlar verildikten sonra kesap ile ilgili işlemlere gidilmiştir. Ortaöğretim matematik müfredatında da her konu için öncelikle terim kavramları verilmekte ardından işlemler hakkında bilgi verilmektedir.

Eserde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri verilmeden önce bu işlemlerin ne olduğu açıklanmıştır. Günümüz lise müfredatında bunlara yer verilmemektedir. Çünkü daha önce görülen eğitim programlarında öğrencinin bunları kazanım ettiği varsayılmaktadır. Burada dikkati çeken bir diğer husus ise çarpma ve bölme işlemlerinin anlatımında daha önce bilinen toplama ve çıkarma işlemlerine dayandırılması öğretim sisteminde bilinenden bilinmeyene doğru bir öğretim yapıldığı söylenebilir. Aynı zamanda çarpma ve bölme işlerinin anlatımında öncelikle kolay olan 2 ile çarpma ve bölme yöntemi verilerek öğretilmeye çalışılmıştır. (Bkz. Ekler, 164)

Eserde hesap işlemleri ile ilgili verilen ilk kazanım 'bir sayının iki katını alma' olarak belirlenmiştir. Bu işlem örnek üzerinden anlatılmıştır. Günümüz ortaöğretim müfredatında da öğrencilerin buluş yluyla öğrenmelerini sağlamak maksadıyla önce örneklerden yola çıkıldığı bilinmektedir. Ekler kısmı sayfa 170'de yapılan çarpma işlemlerinin de döneme özgü kullanılan cetveller yardımıyla yapıldığı görülmektedir. Aynı zamanda modern matematikte yapılan çarpma işlemi bu yöntemin aksine sağ taraftan başlamaktadır. Klasik matematikte kullanılan bu yöntem işlemlerin açık bir şekilde görülmesi bakımından uygundur.

Eserde yarıya bölme işlemi, *'yarıya bölmede de işlem sağ taraftan başlaman gereği dışında böyledir. Çift olan her rakamın altına çizgi çektikten sonra yarısını koyarsın. Birler basamağı dışındaki basamaklardaki rakamlar tek olursa yarıya bölmeden sonra elde edilen yarım (nısf) için solundaki rakamın yarısının üzerine '5' artırırsın. Yarımdan sonra bir şey kalırsa çizgi çektikten sonra yarısı alınan rakamın altına koyarsın. Eğer tek rakam ilk basamakta olursa ve o rakam 1 olursa yarıya bölmeden elde edilen yarım için (0 tam bir bölü iki)* $\frac{1}{2}$ *koyarsın. Eğer ilk basamaktaki rakam 1'den başka bir rakam olursa, 0'ın yerine rakamın yarıya bölümünden çıkan bölümü koyman dışında bu şeklin aynısını koyarsın.'* biçiminde açıklaması yapılmış ve ekler sayfa 172'de örnekler verilmiştir. Burada yapılan açıklamada işlemde yapılan her matematiksel işlemin nedeninin açıklanması dikkat çekmektedir. Bu noktada öğrencilere ezbere eğitim yerine anlama esası gözetildiği görülmektedir. 2017 ortaöğretim matematik müfredatında izlenen strateji de öğrencleri ezberden kurtararak anlamlı öğrenmeler kazanmalarını sağlamaktır.

Yarıya alma yönteminde kullanılan bu yöntem öğrencinin rahatlıkla basamaklar arasında geçiş yapmasını sağlamaktadır. Çünkü basamaklar arasında ki her işlemi hesap cetveli sayesinde rahatlıkla görebilmektedir.

Eserde sayılar arasında Toplama ve çıkarma işleminin yapılmasında büyük sayının öncelikle yazılması istenmiştir. Bu da modern matematikte olan toplama da değişme özelliğinin etkin olarak kullanılmadığını göstermektedir. Bunun nedeninin işlem yaparken kullanılan cetvel yöntemi olduğu düşünülmektedir.

Eserde işlemlerin sol taraftan başlanması çıkarma işlemi yapılırken yapılacak olan işlemleri zora sokmaktadır. Bu metot ile yapılan çözüm yapılan tüm basamakları gösterse de bulunan değerleri sürekli olarak değişime uğratması açısından kullanışlı değildir.

Eserde çarpma işleminin açıklaması;

'Çarpma işleminin tam ve rasyonel sayılar için en genel tarifi; çarpma işleminin sonucu olacak sayının çarpanlardan birine oranı ile diğer çarpanın 1'e oranının eşitlenmesidir.'

Bu tanım çarpma işleminde verilen tanımın toplamaya dayandırılmadığı aksine herhangi bir sayının çarpanlardan birine oranının diğer çarpanın 1'e oranı gibi olması olarak tanımlandığını göstermektedir.

Çarpma işlemi sonucun sayılara göre oranı ve diğer sayıların 1'e oranına eşitleme yaparak sonucu tahmin etme şeklinde açıklanmıştır. Bu açıklama modern matematikte,

$$a, b, x \in N \rightarrow \frac{x}{a} = \frac{b}{1} \rightarrow a.b = x$$

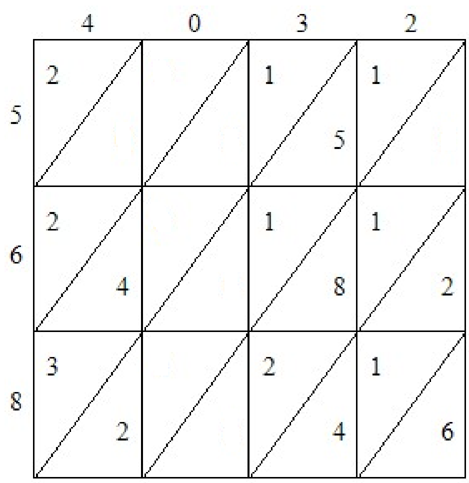
$$3.4 = 12 \rightarrow \frac{12}{3} = \frac{4}{1} \rightarrow \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$$

biçiminde açıklanabilir. Çarpmanın yapılma şekli sayılar dışında kesirli sayılarda da ynı biçimde verilmiştir. Eserde çarpmanın özelliği olarak dikkat çekeni *'iki farklı sayının yerlerinin değiştirilerek çarpılması sonucu değiştirmez, her iki şekilde de sonuç birdir' çarpma işleminde değişme özelliğini göstermektedir. Öklid yedinci kitabında bunun anlamı üzerine ispat yapmıştır'* kısmıdır. Burada değişme özelliği ortaöğretim matematik müfredatında da verilmektedir. Eserde değişme özelliğinin ispatı verilmese de neredeyse 8 asır önce bilimsel etik değerler gözönüne alınarak kaynak gösterilmiştir.

10 ve 100 gibi basamaklarında sıfırdan farklı tek rakamların bulunduğu sayıların çarpımı eserde sıfırdan farklı rakamların kendi aralarında çarpılması ve ardına sıfır eklenmesi biçiminde açıklanmıştır. Günümüz ortaöğretim matematik müfredatında bu kavramlar yer almasada ortaokul matematik müfredatında yer almaktadır. Pratikte bu kullanım önemli bir yere sahiptir.

Çarpma işleminde eğer sayıların basamaklarında bulunan rakamlar farklılaşırsa bu durumda hesap cetveli ile çarpımın nasıl yapılacağı eserde örneklerle anlatılmıştır. Ekler sayfa 170'de yer alan çarpma yöntemi,

Misal: *4032 ile 568'i çarpmak istedik.*



Üstten ve soldan aynı karede buluşan rakamlar çarpılır ve sonucun onlar basamağı üst, birler basamağı da alt üçgene gelecek şekilde yerleştirilir. İşlemin sonucunu tespit etmek için büyük dörtgendeki altı çapraz çizginin arasında kalan sayılar sağ alt köşeden başlayarak toplanarak yazılır ve sayı oluşur. Yani "6" birler basamağını, 4+1+2=7 "7" onlar basamağını, 2+8+1=11 "11" in "1"i yüzler basamağını oluşturur.

Diğer "1" i elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+2+1+5+1=10 "10"un "0"ı binler basamağını oluşturur, "1" de elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+3+4+1=9 "9" on binler basamağını, "2" yüzbinler basamağını ve yine "2" milyonlar basamağını oluşturur. İşlemin sonucu "2.290.176".

Bu şekilde verilen çarpma işlemi yöntemi çıkacak olan sonucun kaç basamaklı olması gerektiği hakkında öngörü sağlaması açısından kullanışlıdır.

Eserde sayıların bölme işleminde iki farklı yöntem verilmiştir. İlk yöntem,

Bölünen ve bölen birbirlerine eşit olurlarsa bölüm 1 olur ki bu durumda bir işleme gerek yoktur. Ancak bölünen ve bölen arasında bir fazlalık varsa ve bölünen bölenden büyükse, bölenle çarpıldığında bölünene eşit veya bölünenden daha küçük olacak bir sayı seçeriz. Eğer bölen bu sayıyla çarpıldığında sonuç bölünene eşit çıkıyorsa o sayı bölümdür, sonuç bölünenden küçükse çıkarma işlemi yapılır ve kalana bölenden küçük mü büyük mü diye bakılır. Eğer kalan, bölenden küçük değilse bölenle çarpıldığında kalana eşit veya ondan daha küçük olacak başka bir sayı istenir. Eğer sayı kalana eşitse, bu ve ilk bulduğumuz sayının toplamı bölme işleminin sonucudur. Eğer sayı kalandan küçükse ondan çıkarılır ve bu kalanın kalanının bölenden küçük mü yoksa büyük mü olduğuna bakılır ve bu şekilde kalanlar bitene kadar işlem devam eder.

Kalanlı yapılan bu bölme işleminde öğrencinin sayıyı bütün olarak ele alması ve uygun sayıları bularak sonuca ulaşması beklenmiştir. Bu öğrencinin yine zihinden hesabı için kolay yollardan birisidir. Ancak sayının zihinde tutulamayacak kadar büyük olması durumunda kullanışlı sayılmaz. Eserde verilen bu yöntem günümüz ortaöğretim müfredatında verilen Öklid algoritmasına benzerdir.

Bölme işlemi ile ilgili verilen ikinci yöntem,

Bölme işleminde bölünen büyüdükçe işlem yapmak zorlaşır. Bu durumda sütün ve satırları olan bir cetvel çizerek işlemi daha kolay yapabiliriz. Bölüneni cetvelin en üstüne peş peşe olarak koyarız. Böleni de biraz mesafe bıraktıktan sonra altına peş peşe yerleştiririz. Sonra uygun olan en büyük rakamı bölenin birler basamağı hizasından cetvelin en üstüne koyarız. Bu rakamı birer birer bölenin rakamlarıyla çarpar sonuçları da bölünenin rakamlarından çıkarır böleni cetvelde bir sütun sağa kaydırarak tekrar yazarız.

Bundan sonra uygun olabilecek başka bir rakam bulur onu da cetvelin en üstüne bir önceki koyduğumuz rakamın sağına yerleştiririz. Bu rakamla da aynı işlemleri yapar ve bölünenin rakamları bitene kadar devam ederiz. İşlem sonunda cetvelin en üstünde oluşan sayı bölümdür' biçimindedir. Bu yöntemle yapılan bölme işlemi günümüz matematik öğretiminde yapılan bölme işlemi ile yapı itibari ile benzerdir. Ancak bu yöntem şekil itibari ile modern bölme işlemlerinden farklı ve daha pratiktir. Bunun nedeni yöntem üzerinde bölme işlemi yapılırken çıkan her sonucun tabloya yazılmaması yapılan birkaç adım işlemden sonra tablo üzerine veri girişi yapılmasındandır. (Bkz. Ekler, 172)

Eserde sayıların ikisi arasında bazı ilişkiler verilmiştir.

''1' dışındaki iki sayıdan ya küçüğü büyüğünü tam sayar ya da saymaz. Saymaktan maksat azaltmaktır. Küçük sayı büyüğünden birkaç defa azaltılırsa büyük sayıdan bir şey kalmaz. İşte bu tür sayılara "birleşik" (mütedâhil) sayılar denir. Biraz önce anlattığımız iki sayının yanına '1' dışında üçüncü bir sayı getirilirse, bu sayı diğer ikisini ya tam sayar (katıdır) ya da saymaz (katı değildir). Eğer tam sayarsa bu sayılara "ortak" (müşârik), saymazsa da "farklı" (mütebâyin) denir.'

Birleşiklilik, sayıların küçüğünün büyüğüne bölünmesidir. Bu sayıların aralarında asal olmadığını ortak böleni olduğunu ifade etmektedir. Burada bölme işlemi çıkarma işlemine dayandırıldığı için çıkararak bölünme durumu yapılmıştır. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde bu iki sayının aralarında asal olmadığını ortak böleninin olduğu söylenebilir. Bölme işlemi Öklid algoritması temel alınarak yapıldığından sayılar arasında ortak bölen de bu şekilde bulunmaktadır.

Ortaklık, iki sayının birbirlerine tam olarak bölünmeseler bile bölündükleri ortak bir sayının varlığını belirtir. Bu sayı günümüz modern matematiğinde en büyük ortak bölen kavramı olarak ifade edilmektedir.

Tebâyün, iki sayının birbirlerine bölünmediği, ortak bölenlerinin olmadığı anlamına gelmektedir. Bahsedilen bu kavram günümüz modern matematiğinde aralarında asal sayılar olarak ifade edilmektedir.

Eserde her ne kadar iki sayı arasındaki ilişkiler incelenmiş olsa da ikiden fazla sayıların birbiri ile ilişkisinin bulunması istendiğinde nasıl bir yol izleneceği de verilmektedir.

Eserde kesirli sayıların tanımı, *'Payda, kendisinden kesrin tam sayı olacağı en küçük sayıdır. Yarım, ikiden tam sayı olur; çünkü ikinin yarısı bir'dir, bu da tam sayıdır. Benzer şekilde dört; çünkü yarısı tam sayı olan ikidir. Aynı biçimde tam ikiye bölünebilen sınırsız(sonsuz) sayılar için bu durum geçerlidir. Çünkü iki bu sayılardan daha küçüktür. İlk payda iki'dir, bir iki'ye oranlanır, $\frac{1}{2}$ olur. Sonra 3 gelir ve 1, 3'e oranlanırsa $\frac{1}{3}$ ve 2, 3'e oranlanırsa $\frac{2}{3}$ olur. Bu şekilde devam eder. Bu kesirler, paydası 2"den 10"a kadar olmak suretiyle dokuz tanedir ve* ***ifade edilebilen (muntak) dokuz kesir ve kesirlerin anası*** *olarak isimlendirilir. Çünkü diğer muntak kesirler izâfet, terkîb veyahut da tekrar yoluyla bu dokuz kesirden türerler. Bundan sonra 2, 3, 5 ve 7 hariç bu dokuz kesirden biri ifade edilemeyen (asam) sayılar arasında görülmez.*

Modern matematikte rasyonel sayı olarak ifade edilen sayılar, bu kısımda birbirinden üretilebilen ve üretilemeyen sayılar olarak ayrılmaktadır. Bu şekilde verilen kesirli sayılar tanımından sonra örnekler verilmektedir. Eserde bu tanımlar ve örneklendirmeler verildikten sonra kesirler arasında işlemler anlatılmaktadır. Burada dikkati çeken en önemli nokta, kesirlerde işlemler yapılırken ortak paydanın bulunmasında sayılar arasında bahsedilen ortaklık, birleşiklik ve tedahül özelliklerinden yararlanarak bulunmasıdır. Konuların işleniş sırası ve verilen yeni bilgilerin yine matematik içerisinden hemen bir uygulamasının verilmesi günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde de izlenen bir öğretim yöntemidir. Bu şekilde öğrencinin elde ettiği ve öğrendiği bilgileri kullanarak yenileri üzerinde uygulaması için imkân sağlamaktadır.

Aynı zamanda kesirlerin ortak paydaları bulunurken kullanılan bu yöntem işlemlerde sadeliğin ön plana çıkmasından kaynaklanmaktadır. (Bkz., Ekler, 175)

Yine eserde işlemlerde sadeliğin tercih edilmesi, '*Diğer Fayda: Bir sayıyı diğerine oranladığında bu kesri daha sade lafızlarla ifade etmeye çalış*.' biçiminde verilmiştir. Eser içerisinde sadeleştirmenin özellikle verilmesi bu konuya verilen önemi göstermektedir. Elbette bu, o dönemde kullanılan matematiğin pratik olması ve uygulanabilir olmasının istendiğindendir. Eserde önem verilen veya öğrencilerin dikkatinin çekilmesi istendiği noktalarda 'diğer fayda' olarak ifade edilmesi günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde de 'not', 'dikkat' vb. ünlem kelimeleri ile ifade edilmektedir. Bu yünden öğrencilerin dikkat çekmesi yönünden benzer ifadeler uygulanmıştır.

Eserde kesirli sayılardan olan tam sayılı kesirler (Tecnîs) olarak isimlendirilmektedir. Bu kesirlerin işlemlerde kullanılması için bileşik kesirlere çevrilmesi ifade edilmektedir. Bu çevrim kesirlerde çarpma işlemine atıf yapılarak tanımlanmıştır. Bu yöntem günümüz ortaokul matematik öğretiminde de bu şekilde kullanılmaktadır.

Kesirli sayılarda bölme işleminde sayıların çeşitlerine göre bölme işlemleri açıklanmıştır. Tamsayının kesirli sayılara bölünmesi, günümüz modern matematiğinde ve müfredatta sık sık kullanılan yöntem biçiminde verilmiştir. Farklı olarak bir tamsayının basit kesire bölünmesinden çıkacak olan sonucun her zaman 1 sayısından büyük çıkacağı söylenmiştir. Bu da sonucu bulma amacından çok yapılan işlemin mantığının kavranarak sayıların özelliklerinin kullanılması ve hatırlanmasının amaç edildiği görülmektedir.

Tamsayının tam sayılı kesre bölünmesinden çıkacak olan sonucun pay ile paydasının eşit çıkamayacağı söylenmiş ve nedeni açıklanmıştır. Bu da sonucu bulma amacından çok yapılan işlemin mantığının kavranarak sayıların özelliklerinin kullanılması ve hatırlanmasının amaç edildiği görülmektedir.

Kesirli sayıların bir tamsayıya bölünmesinde sonucun her zaman basit kesir çıkacağından bahsetmektedir. Bunun nedeni olarak da paydanın bir sayı ile daha çarpılacağından büyüyeceğinden bahsetmektedir.

Eserde kesirli sayılarda iki katını alma işleminin ve yarıya bölme işleminin tanımı ve yapılma yöntemi verilmiştir. Bunun ardından verilen örneklerle yöntemin açıklanması sağlanmıştır. Kesirli sayıların iki katını alma durumunda yapılan açıklamalar bundan önceki açıklamalara benzemektedir. Ama buradaki fark bu açıklamaların paydanın tek ya da çift sayı olma durumuna göre ayrı olarak incelenmesidir. Burada da çarpma işleminden önce sadeleştirme işleminin önemsenerek yapılışının açıklandığı görülmektedir.

Eserde, '*Dört orantılı sayılar Elementler'de (el-Ustukussât) açıklandığı üzere, dört miktar orantılı ise içler (vasateyn) ve dışlar (tarafeyn) çarpımı eşittir. Bu kuraldan zorunlu olarak şu çıkar ki, dörtten birisi bilinmeyen geri kalanlar bilinen ise bilinmeyen bilinenlerden hareketle bilinir. Çünkü bilinmeyen ya içlerden ya da dışlardan birisine aittir. Dışlardan birisine aitse, dışa ait bilinmeyeni tespit için içlerin çarpımını dışa ait bilinene böleriz.*

İçlerden birine aitse, içe ait bilinmeyeni tespit için dışların çarpımını içe ait bilinene böleriz. Bu bölmeden yine bir şey arta kalır ve bunu üçüncü bir paydaya nispet etmek istersek bu kalanın ikinci paydaya nispeti, bilinmeyenin üçüncü paydaya nispeti gibidir. İşlem, dönüştürülmek istenene ulaşıncaya değin böyle devam eder.' biçiminde verilen açıklamalarda günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde iki veya daha fazla kesrin denkliği ve bunlardan yararlanılarak varsa bilinmeyenlerin bulunması biçimindedir. Bu konunun anlatımından sonra dönemin para birimi olarak örneklerinin verilmesi bu matematik kavramının kullanıldığı alan hakında fikir vermektedir. Aynı zamanda 2013 Ortaöğretim matematik öğretiminde eğitim sistemimize giren hayata görelik ilkesi burada uygulanmaktadır.

Eserin bazı kesimlerinde yer alan 'Bu, Allah Teâlâ'nın izni ile ikinci fenne başlamadan önce birinci fennin ikinci bâbı hakkındaki sözümüzün tamamıdır.' biçimindeki ifadeler devletin inanç ve değer yargılarını ilim öğretimi esnasında eğitime eklendiği görülmektedir. Son yıllarda eğitim vizyonumuzda üstünde durulan 'değerler eğitimi' bu öğretim yöntemine benzerlik teşkil etmektedir.

Eserin İkinci Fen kısmında hesap ilminin alt dalları anlatılmıştır. Sayıların tanımının yapılmasından sonra sayılar arasında işlemler anlatılmaktadır. Sayıları 'kendisi ile çarpılabilen sayı' olarak ayırmıştır. Ancak çarpılamayan bir sayı örneği verilmemiştir. Bu da bu konuda eksik bir anlam vermektedir. Bunun dışında bu sayılara her alanda farklı isimlendirmeler verilmiştir. Bu isimlendirmelerin verilmesi konunun farklı kullanım alanlarının olduğunu göstermesi bakımından olumludur. Bu kısımda verilen Meczûr, Murabba ve Mâl olarak adlandırılan matematiksel terim günümüz matematiğinde ve ortaöğretim matematik müfredatında 'Karesel Sayı' olarak isimlendirilmektedir. Eserde bu sayılar için verilen örnekler sayısal olarak ifade edilmemiştir. Sadece isimlendirme olarak örnek verilmiştir.

Eserde sayıların kök alma durumları iki şekilde yapılmaktadır. Bu yöntemlerden birincisi, *'Eğer bir tamsayının kökünü bulmak istersek bunun yolu; kendisi ile çarpıldığında kökü istenen sayıya eşit veya ondan daha küçük çıkacak sayıyı bulmaktır. Eğer eşit çıkarsa kök, bulduğumuz bu sayıdır. Ancak az çıkarsa bulduğumuz sayının karesini kökü istenen sayıdan çıkarır, kendisi ile bir kez, ilk bulduğumuz sayı ile iki kez çarpıp sonuçları topladığımızda kalana eşit veya kalandan küçük çıkacak başka bir sayı ararız. Eğer kalana eşit çıkarsa ilk ve ikinci bulunan sayıların toplamı köktür, küçük çıkarsa kalandan* *çıkarırız. Sonra kendisi ile bir kez, bulduğumuz ilk iki sayının toplamı ile iki kez çarpıp sonuçları topladığımızda en son kalana eşit veya ondan daha küçük çıkacak üçüncü bir sayı ararız. Eğer sonuç en son kalana eşit çıkarsa bulduğumuz bu üç sayının toplamı köktür. Eğer sonuç küçükse bu yaptığımız işlemlere sonuç kalana eşit çıkana kadar devam ederiz.'* biçiminde verilmiştir. Bu yöntem Ortaöğretim matematik müfredatında bu yöntem mevcut değildir. Aslında karekök bulma da verilen bu yöntem, zihinden hesap için oldukça uygundur. Öğrencilerin karekök konusuna ön yargı edinmeden yaklaşmaları açısından da olumludur.

Karekök alma yönteminde bir başka yöntem açıklanarak verilmiştir. (Bkz. Ekler, 190) Buradaki ikinci yöntemi formül ile ifade etmek istersek:

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{100.a}}{10}$$

biçiminde olmalıdır. Günümüz matematik öğretiminde bu yöntem sayıların tam anlamıyla kök içerisinden çıkarmak bir amaç olarak edinilmediğinden öğretimi de yapılmamaktadır. Ancak burada verilen iki yöntemde karekök kavramının ne anlama geldiğini gösterdiği ve hissettirdiğinden önemlidir.

Kesirli sayıların kökünün bulunması için eserde açıklamalar yapılmış ardından örnekler verilmiştir. Kesirli sayıların kökünün bulunması eserde öncelikle sayıların basit kesir haline getirilmesi ardında ayrı ayrı sayıların kökünün bulunması biçiminde ifade edilmiştir. Bu özellikler günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde köklü sayıların özellikleri başlığı altında verilmektedir. Elbette iki öğretim sisteminde de bu özelliklerin ispatı verilmemektedir.

Eserde çeşitli sayıların karekökünün anlatılmasından sonra bu sayıların küpkökü de anlatılmıştır. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde köklü sayıların dereceleri 3 ile sınırlı kalmamıştır. Daha fazla dereceden kök derecesi de mevcuttur.

Eserde sayılar ve kesirli sayılar haricinde farklı olarak 60 tabanında sayılar ve bu sayırlarla ilgili işlemler tanımlanmıştır. 60'lı sayma sisteminin anlatımında eserde her sayı için yeniden semboller verilmiştir. Ortaöğretim matematik müfredatında 60'lı sayma sitemi var olmasına karşın modern matematikte farklı bir notasyon yoktur ancak sayı siteminin kullanıldığının belirtilmesi açısından sadece farklı işaretler mevcuttur.

Bu sayma sistemi zaman hesabının yapılması açısından önem teşkil etmektedir. O dönem matematiğinde zaman kavramı ve bununla ilgili işlemler oldukça önem arz ettiğinden bu konunun eserde yer alması uygun olmaktadır. Bunun dışında eserde 'burç' ve 'râbia' terimleri verilmektedir. Her otuz derece bir 'burç' şeklinde tanımlanırken bir salise'nin altmış da biri de 'râbia' tanımlanmaktadır. Bu birimler günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde verilmemektedir.

60'lı sayma sisteminde yapılan hesaplamalar hesap cetveli üzerinden tıpkı sayılarda yapıldığı gibi ilerlemektedir. Burada farklı olarak basamakların birbirine aktarımı ve olmayan basamaklar yerine de özellikle 0 (sıfır) sayısının yazılması gerektiğidir. Her basamak üzerindeki değişimi görmek ve işlemlerin basamakların özelliklerini göz önüne alarak yapılması takip edilmesini kolaylaştırmaktadır. Aslen yapılan yöntemin ortaöğretim matematik müfredatında bulunan yöntemden anlamsal bir farkı yoktur.

Eserde *'iki kere yükseltmeye* ***'mesânî',*** *üç kere yükseltmeye* ***'mesâlis'*** *denir ve bu şekilde sonsuza kadar devam eder. Derece azalma artma silsileleri arasında bir vasıtadır. Eğer iki farklı cinsteki sayı çarpmak istenirse iki şeye dikkat edilmelidir. İlki; sayıların çarpılması, ikincisi; sayıların cinslerinin çarpılmasıdır.'* biçiminde verilen bu açıklama sayıların çarpılmasında derecelerin farklı olduğu durumlarda yapılması gerekenlerdir. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde mevcut değildir. Farklı dereceden sayıların çarpımı durumunda ilk yöntem bir örnek üzerinden açıklanmıştır. Bu yöntem derecelerin eşitlenmesi ardından işlem yapılmasını gerektirmektedir. Farklı dereceden sayıların çarpımında ikinci yöntem olarak hesap cetveli kullanılmıştır. Bu cetvelin kullanımı bu sayma sistemi için pek çok bakımdan anlamlı ve pratiktir. Öncelikle çarpılan sayıların sonuçlarının yazılış yerlerine göre basamak isimlendirmesi alması basamaklar arası geçiş yapma zorunluluğunu ortadan kaldırmaktadır. Bu da büyük bir işlem kolaylığıdır. Yine bu yöntem de ortaöğretim matematik müfredatında verilmemektedir. (Bkz. Ekler, 196)

Eserde sayılar ve kesirli sayılarda olduğu gibi bölme işlemi, karekökten çıkarma gibi birçok hesap yöntemi verilmektedir.

Geometri öğretimi 'mesâha' olarak isimlendirilmektedir. Eserde geometri öğretiminde geometrinin en temel terimlerinden başlanarak tanımlar verilmektedir.

Eserde *'Nokta: Parçası olmayan şeydir.'* biçiminde tanımlanmıştır. Nokta, bugün günümüz ortaöğretim matematik müfredatında tanımsız terim olarak verilmektedir.

Ancak birçok sezgisel tanımı verilerek anlamlandırılması sağlanmaktadır. Burada verilen tanımda bir sezgisel tanım olarak kabul edilebilir.

'Çizgi (Hat): Sadece uzunluğu olan ve bittiğinde nokta ile bitendir.' biçiminde tanımlama yapılmıştır. Çizgi, bugün günümüz ortaöğretim matematik müfredatında doğru parçası olarak verilmektedir. Burada verilen tanım oldukça belirsizdir. Bu tanımın şüphesiz dönemin ilim adamları tarafından aynı anlaşıldığı ortadır.

Eserde *'Yüzey(Sath): Sadece uzunluğu ve eni olan, bittiğinde çizgi ile bitendir.'* biçiminde verilen açıklama ortaöğretim matematik müfredatında düzlem olarak verilmektedir. Yine düzlemin tanımı verilmemekte ve tanımsız terim olarak tanıtılmaktadır. Ancak bu terimin sezgisel tanımı birçok açıdan verilerek anlamlandırılmaya çalışılmaktadır. Bu tanım sezgisel tanım olarak verilebilir.

Tanımlanan nokta, çizgi ve düzlem terimlerinin ilişkisi tanımlanan 'cisim' terimi ile birlikte verilmiştir. *'Çizgiler arasındaki ortak fasıl "nokta", yüzeyler arasındaki "çizgi" ve cisimler arasındaki de "düzlem" dir.'* Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde doğruların kesişiminden nokta, yüzeylerin kesişiminden doğru, cisimlerin kesişiminden düzlemlerin elde edildiği biçiminde ifade edilmektedir. Eserde;

'Doğru (Hat Mustakîm): Gözün ışınının uzanımı üzerine düştüğünde ortası ucunu örterse buna "doğru çizgi" denir.

Düzlemsel Yüzey (Sath Müstevî): Bütün yönlerden varsayılan tüm doğruların müstakim olduğu yüzeydir. Eğer iki yüzey en ve boy açısından birbirine paralel olursa (birbiriyle buluşmazsa) eşit olarak sonsuza kadar giderler.

Açı (Zâviye): Paralel olmayan iki doğru arasındaki yüzeydir. Bu iki doğrudan biri çıkarılmayıncaya kadar iki doğru birlikte bir açı oluştururlar. Doğrulardan biri taban (kâime), diğeri de yüksekliktir (amûd).' biçiminde tanımlanmaktadır.

Eserde genel terimler verildikten sonra diğer geometrik şekiller tanıtılmaktadır. (Bkz. Ekler, 208) Eserde tanıtılan ilk şekil daire olarak verilmiştir. Dairenin yardımcı elemanlarından olan yarıçarp, çap ve kiriş terimleri de eserde tanıtılmaktadır. Eserde tanıtılan şekillerin resimleri de verilmektedir. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminin içerisine yerleştirilen geometri öğretiminde de öğretim şekiller üzerinden yapılmaktadır. Bu biçimde yapılan öğretimde somutlaştırma yapılarak öğrenen kimsenin anlamasının kolaylaştırılması hedeflenmektedir.

Eserde bahsi geçen bir diğer şekil ise üçgendir. Üçgenin tanımı verildikten sonra üçgenin çeşitleri tanıtılmıştır. Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen olarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma 'çizgi' olarak atfedilen üçgenin kenarlarının özelliklerine göre yapılmıştır.

Üçgenlerin bir başka sınıflandırılması dik açılı, geniş açılı ve dar açılı üçgen olarak verilmiştir. Bu sınıflandırma 'zâviye' olarak isimlendirilen açıların özelliklerine göre isimlendirilmektedir.

Bundan başka eserde kare (murabba), dikdörtgen (müstatîl), eşkenar dörtgen (muayyen) ve paralelkenar (şebîh bi'l-muayyen) cisimlerinin açıklamaları verilmektedir. Bu şekillerin yardımcı elemanları olan köşegen verilmektedir. Eserde, *'Dörtgenlerden sonra beşgenler, altıgenler gelir ve bu şekilde sonsuza kadar devam eder. Bu şeklin (çokgenin) alanı sınırlandığında **dairesel şekil** meydana gelir.'* biçiminde yapılan açıklamalarda çokgenlerin kenar sayılarının sonsuza yakınsamasından dairenin oluşacağı ifade edilmektedir. Asırlar önce geometrik şekiller üzerinden verilen bu açıklama 'limit' kavramının açık bir uygulaması olarak günümüzde görülmektedir. Bu mana da o dönemde sonsuzluk kavramı üzerinde matematiksel mana da düşünüldüğünü ifade etmektedir. Çokgenlerin kenarlar sayısının sonsuza yakınsamasından sonra çember şeklinin oluşması günümüz matematik öğretiminde ifade olarak kullanılsa da teorik kısmından bahsedilmemektedir.

Eserde 3 boyutlu cisimler derinlik kavramı ile ifade edilmiştir. Bu mana da ilk cisim olarak küre tanımlanmıştır. (Bkz., Ekler, 209) Küre şeklinin tanımından sonra kürenin kesilmesinden bahsedilmekte ve oluşan şeklin çember olduğu ifade edilmektedir.

Eserde bu terimlerden başka koni (mâhrut), dik koni (mahrut kâim), kesik koni (mahrut nâkıs), tanımları verilmiştir. (Bkz., Ekler, 210)

Eserde farklı olarak 'eğer yumurta şekli merkezi etrafında döndürülürse **yumurta cismi** (beydıyyu) meydana gelir.' biçiminde tanımlanan yumurta cismine yer verilmiştir. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde bu mevcut değildir.

Eserde bu terimlerden başka çokgen silindir, çokgen koni ve üçgen prizması, küp cisimlerinin tanımları verilmiştir. (Bkz., Ekler, 210)

Bu tanımlar verildikten sonra, 'Mesâha ile ilgili verilen bu mukaddimeden sonra deriz ki: Mesâha; düz bir yüzeyde farz edilen çizgi ve kısımlarının örneklerini araştırmaktır. Çizgi (doğru) veya onun benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa çevre, yüzey veya benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa kare, cisim veya benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa küp gibi cisimler söz konusudur. Allah'ın izni ile doğruya en yakın araştırma yollarını vermek istiyoruz.' Biçiminde yapılan açıklama öğrenen için neye ihtiyacı varsa öğrenmesi geçen konu kısımlarını ifade etmektedir. Bu açıklama eserde anlatılan kısımın bir özeti olarak düşünülebilir ki öğrencinin konu bütünlüğünü fark etmesi bakımından önem sağlamaktadır. Yine eserde dönemin değer yargılarının esere taşındığı görülmektedir.

Eserde geometrik şekillerin ve yardımcı elemanlarının tanıtılmasından sonra bu şekiller üzerinde hesaplamalar verilmektedir.

Eserde, *'Doğru, iki noktayı birleştiren en kısa çizgidir. Eğriye gelince doğrunun karşıtı olması cihetiyle ortaya konulması mümkün değildir. Ancak dairenin çevresi ile irtibatlandırılarak sunulabilir. Arşimet makalesinde, her dairenin çevresinin çapına nispetinin 22'nin 7'ye nispeti olduğunu açıklamıştır.'* biçiminde yapılan açıklamalarda öncelikle doğru ile ilişkilendirerek eğrinin sezgisel tanımı yapılmıştır. Ancak eğrinin tanımında olan eksikliklerden dolayı eğrinin açıklaması günümüzde ifade edilen π (pi) sayısı ile yapılmıştır. Ortaöğretim matematik müfredatında da dairenin çevresi bu şekilde ele alınır. Burada farklı olarak hesap işlemleri ile bulunmasının yanında dairenin çevresinin ölçme aracı ile bulunması da anlatılmaktadır.

Eserde yüzeylerin alanlarının ölçülmesine gelince üçgenin alanı, karenin alanı, dikdörtgenin alanı, eşkenar dörtgenin alanı günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde de aynı biçimde gösterilmektedir. Bunun dışında eserde paralelkenarın ve yamuğun alanı, paralelkenar ve yamuk için yükseklik çizerek değil, paralelkenarı üçgensel bölgelere ayırarak hesaplanmaktadır. Buda önce bilinen üçgenin alan hesaplamalarından yararlanılarak paralelkenarın ve yamuğun alanının hesaplandığı görülmektedir. Paralelkenarın alanının bu şekilde verilmesi, ortaöğretim matematik kitabında da mevcuttur. Ancak bu yöntem genellikle paralelkenarın alanının bulunmasın ek yöntem olarak verilmektedir. Eserde çokgenlerin alanının hesaplanmasında yine çokgenlerin uygun bölgelere ayrılarak hesabı yapılmaktadır. Çokgen olarak beşgen ve altıgen üzerinden örneklendirmeler verilmiştir. Çokgenlerde daha fazla kenarlı çokgenlerin bahsi geçmemektedir.

Ortaöğretim matematik müfredatının uygulaması olan matematik kitabında çokgenlerin alanı bu şekilde verilmemektedir. Daha çok formül olarak verilmektedir. Burada verilen yöntem ek yöntemler ve soru çözüm stratejileri olarak verilmektedir. Çünkü bu yöntem soruların çözümü açısından oldukça pratik ve anlaşılabilirdir. Günümüz matematik kitaplarında verilen birçok formül kalabalığından korku duyan öğrencilerin matematikten uzaklaştıkları ve korkunun matematik öğretimini engelleyen en önemli faktör olduğu bilindiğinden bu gösterim şekli en basit olan üçgenin alan hesabı ile yapılması öğrencinin yükünü hafifletecektir.

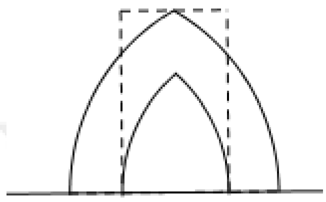
Çemberin alanının hesaplanması, yarıçapının karesi ve $\frac{22}{7}$ ile çarpılması ile bulunmuştur. Bu hesap işlemi yaklaşık bir sayı alınarak yapılan hesaptan daha geçerli bir yöntemdir. Oval şekil, ikiye bölünmüş ve oluşan yarım daire parçalarına benzeyen şekillerin alanı için yarım daireden küçük şekillerin alanlarından yararlanılarak hesap yapılacağından bahsedilmiştir. Günümüz matematik öğretiminde bu şekilde düzgün olmayan şekillerin alanı fonksiyon olarak ifade edildikten sonra integral kullanılarak hesaplanmaktadır. Eserin ilerleyen kısımlarında, hilal şeklinin alanı, Dik (Dairesel, Dönel) ve eğik koninin yanal alanı, kesik ve çokgen koninin yanal alanları, dik (dairesel) ve eğik silindirin yanal alanları, çokgen silindirin yanal alanı şekiller parçalara ayrılarak önceki bilinen alanlardan yararlanılarak hesabı yapılmıştır.

Eserde, '*küre, küre dilimi ve küre parçasının yüzey alanları:*

$|AC|$ Dairenin çapıdır. Buradaki (DBH) parçasınınbalanını bulmak için çap ile (DBH) yayı çarpılmalıdır. (DHCA) parçasının alanını bulmak için ise önce (ADBHC) parçasının alanı bulunur. Sonra (DBH) parçasının alanı bulunur ve en sonunda da *(ADBHC)'nin*

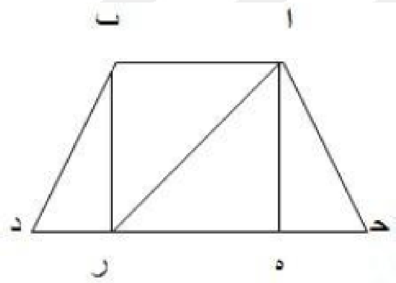
alanından (DBH)'nin alanı çıkarılır.' biçiminde açıklanmıştır. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde de farklı yöntemlerle gösterilse de sorunun çözümü bu biçimde de verilmektedir.

Eserde günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde verilmeyen ezec ve tak isimleri ile anılan bazı geometrik şekiller mevcuttur. Bu şekillerin öncelikle tanımı yapılmış ve ardından alanının bulunması verilmiştir. Bu şekiller aynı zamanda eserde çizilmiş olarak da verilmiştir. Eserde,



'Ezec'in dış yüzeyinin alanı; dış yayı ile uzunluğunun çarpılması sonucu elde edilir. İç yüzeyinin alanı ise; iç yayı ile genişliğinin çarpılması sonucu elde edilir. 'Ezec'in yüzünün alanına gelince; yaylarının yarısının toplamı ile yüksekliğinin çarpılmasıyla bulunur.

Burada 'ezec' in hesaplaması ve şekli yamuğa benzemektedir. Şekildeki yamuğun içerisine dikmeler ile köşegeni çizilmiştir. Böylece şekil dört üçgene bölünmüştür.



Tek tek tüm üçgenlerin alanları bulunabilir. En sonunda da tüm üçgenlerin alanı toplanarak yamuğun alanına ulaşılır. 'Tâk'ın alanını hesaplamak da aynen böyledir. Çünkü 'ezec' ve 'tâk' arasında 'tâk'ın boyunun daha kısa olması hariç hiçbir fark yoktur.

Tüm bunlar bilinen yüzeylerin alanlarının beyanıdır. Hiçbir yüzey parçalarına benzemez ve Allah'ın indindeki ilim ve hakikatteki gibi bir ölçmenin yolu yoktur.' Eserde bu şekillerin alanlarının bulunması o dönemde matematiğin hayata uygulanmasının önem arz etmesinden kaynaklanmaktadır. Bu şekillerde dönemin değer ve inanç yargılarına göre biçimlenen mimari yapıların şekilleri olduğundan önem arz etmektedir

Düzgün geometrik şekillerinin hacminin hesaplanması uzunluk, genişlik ve yüksekliğin çarpılması ile mümkündür. Günümüz matematik müfredatında her düzgün geometrik şekle göre farklı olarak verilmektedir. Burada düzgün geometrik şekillerin hacmi için genel bir yaklaşım verilmiştir.

Eserde, *'Üçgen Prizmasının hacmi: Onu tamamlayan paralel kenar cismin hacminin yarısıdır.'* Biçiminde yapılan açıklama ile üçgen prizmasının hacmi, paralelkenar cismin hacmine bağlanmıştır.

Ortaöğretim matematik kitabında böyle bir anlatım mevcut değildir. Bu anlatımın eksik olduğu da açıkça ortadadır.

Eserde, diğer bütün cisimlerin hacimleri sırası ile ekler sayfa 215'de açıklanmıştır.

Eserde cebirsel ifadelerin anlatımı bilinmeyenler üzerinden verilmektedir. Bilinmeyen ifadeler üzerinde üslü sayılarda bahsi geçen işlemler, bilinmeyen üzerinde bahsedilen işlemlerdir. Üslü ifadelerde işlemler için böyle bir notasyon var olmasa da anlam bakımından bu şekilde işlemler yapılmaktadır. Yine bilinmeyen ifadelerin bilinen sayılarla yapılan işlemleri açıklanmaktadır. Ortaöğretim matematik müfredatında denklem ve eşitsizlik ünitesinde verilen bu konunun temelleri öncelikli olarak ilköğretim matematik müfredatında verilmektedir. Köklü ifadelerde çarpma işleminin anlatılmasında sözel ifadeler kullanılmıştır. Tam sayının köklü ifadeler ile çarpılma işleminde köklü bir sonuç çıkması istenmektedir. Bunun nedeninin işlemlerin tek bir biçimde ve sade bir halde ele alınması istenmesi olarak düşünülebilir.

Eserde köklü ifadelerde işlemlerle ilgil şu örnekler verilmektedir;

$$\sqrt{\sqrt{16}}.\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{\sqrt{16.81}} = \sqrt{\sqrt{1296}} = \sqrt{\sqrt{6^4}} = 6$$

$$\sqrt{\sqrt{16}}.\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{16}.\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{2^4}.\sqrt[4]{3^4} = 2.3 = 6$$

Bu verilen örneklerdeki en önemli ifadelerin kare kökün iki defa alınması sayının kök derecesinin dörde çıktığı gösterilmektedir. Karekök kullanımının art arda iki defa alınması işlemleri karmaşık hale getirmesinden dolayı derecenin dörde alınması ve bu şekilde kökün bulunması daha kolay olacaktır. Günümüz ortaöğretim matematik kitabında da bu şekilde ele alınmaktadır.

Eserde karekök işlemlerinde bilinmeyen ifadelerinde kökünün bulunması mevcuttur.

Bu bilinmeyen ifadeler kök dışına çıkarılırken;

'$(x^2 + 2x^3 + x^4)'$*ün kökünü bulmak istedik. En büyük ifadenin kökü* $\sqrt{x^4} = x^2$ *ve en küçük ifadenin kökü* $\sqrt{x^2} = x$ *tir. Bu ikisinin toplamı* $(x^2 + x)$ *ifadenin köküdür.'* biçiminde verilmiştir. Burada bilinmeyen ifadelerin kök içerisinde birden fazla olması durumunda kök çıkarma işleminden bahsetmektedir. Ancak bu yöntem kesin ve net bir yöntem değildir. Ancak bu yöntemin kullanılması, ifadenin kökünün hangi bilinmeyen ifadeler bağlı olduğunu ve bu bilinmeyen ifadelerin derecesini bulmada kullanışlı olmaktadır. Katsayıların ise doğru çıkması her zaman mümkün değildir. Yine de dönemin ilim adamlarının karekök alma bilgisine bakıldığında bilinmeyen katsayıları işlemin sağlamasını yaparak kolay bir şekilde elde edilebileceği açıktır.

Ortaöğretim matematik müfredatı temel alınarak yazılan matematik kitabında bilinmeyen üslü ifadelerin köklerinin bulunması denklem çözümü açısından temele alınmaktadır. İfadenin kökten çıkarılması ise ifade tam kare bir ifade olduğunda verilen yöntemlerle yapılmaktadır. Bunun dışında tam kare olmayan bir ifadenin kök dışına çıkarılmasının anlatımının bahsi geçmemektedir. Bu eserde de belirli üs derecesi için uygun görülmüş ancak sonrası için bu seviyenin ağır geleceğinden bahsedilmiştir. Bu da öğrencinin gelişim düzeyinin önemsendiğini göstermektedir.

Bilinmeyenler üzerinde yapılan işlemler de eserde aynı dereceli bilinmeyenler üzerinde toplama ve çıkarma işlemlerinin uygulanabileceği ifade edilmiştir.

Eserde köklü ifadelerde yapılan;

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) + 2\sqrt{a.b}}$$

yöntemi modern matematikte de mevcuttur. Günümüz orta öğretim matematik müfredatında da kullanılmakta ve matematik kitaplarında yer almaktadır. Ancak bu yöntem günümüzde kullanılırken eserde kullanılan yönün tam tersi biçiminde gerçekleşmektedir. Bu da soruların çözümüne bağımlıdır. Eserde bu kuralın ifadenin karesinin alınarak elde edildiği açıklanmamaktadır.

Eserde cebirsel ifadelerin denklem çözümünde farklı yöntemler verilmektedir. Bu yöntemlerden olan cebr ve mukâbele ilmi eserde şu şekilde açıklanmaktadır;

‘Cebr ve mukâbele ilmi de hesap ilmi gibidir. Bilinmeyenlerin bulunması için özel bilinenlerden faydalanmak gerekir. Bilinmeyeni ikiden az bilinenden çıkarmak mümkün değildir. Bilinenler miktarlar veya işlemler veyahut da bu ikisinin birleşiminden ibarettir. Miktarlar cezr, dıl, dinar ve dirhem gibi şeylerdir. İşlemler ise çarpma, bölme ve bu ikisi dışındakilerdir.’ Bu açıklamalardan sonra bilinmeyen ifadelerin eğer ki karesi, küpü alınmak istenirse nasıl ifade edileceği, *‘denklemlerde karesel bir vasıflandırma olursa bilinmeyen* x^2*, küpsel vasıflandırma olursa bilinmeyen* x^3 *olarak farz edilmiştir. Bilinmeyen bu cinslerden herhangi biri ile vasıflandırılmadıysa x veya toplama ve çıkarma yoluyla birleşik cinsler olarak farz edilmiştir.’* biçiminde açıklanmıştır. Eserin yazıldığı dönemde notasyon ile gösterim yaygın bir şekilde kullanılmadığından verilen her cebirsel ifadenin farklı isimlendirilmeleri verilmiştir.

Eserde, *‘Denklemde verilen ve istenen görüldükten sonra problem takip edilir ve verilenler doğru hads ve keskin zekâ önderliğinde cins cinse eşitlenerek hesaplanır.’* verilen genel açıklamada cebirsel denklemlerin hesaplanmasında dikkat ve takip edilmesi gereken ifadeler açık bir şekilde verilmektedir. Aynı zamanda bu denklemlerin hesaplanabilmesi için ‘keskin bir zekâ’ istenmesi bu işlemlere verilen önemi göstermektedir. Demek ki o dönemde matematik ilminin en önemli konularından bir olarak sayılmaktaydı. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde bu konunun karşılığı birinci derecen denklemler ve ikinci dereceden denklemler olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bilinmeyen ifadelerle yapılan işlemlerin yanında bu bilinmeyenlerin bulunması için denklem çözümünün nasıl yapılacağı eserde açıklanmaktadır. Denklem çözümü için eserde verilmesi görülen uygun bilinmeyen derecesinin 2 olduğu gözükmektedir. Ortaöğretim matematik müfredatında bilinmeyen denklem çözümü için derece kısıtlaması yapılmamaktadır ancak 3.dereceden denklemlerden daha üst dereceden denklemlerin çözümünde bu denklemlerin birinci derece, ikinci derece veya üçüncü derece biçimine çevrilmesi kullanılmaktadır.

Eserde denklem çözümlerinin gösterim şekillerine göre farklı çözüm yöntem ve önerileri verilmiştir. İlk denklem biçimi için *‘Müfredâttan olan bu denklem türünde x’li ifade sayıya eşitlenir.’* açıklaması getirilerek çözüme ulaşılması istenmiştir. İlk denklem biçimi olan tek dereceli denklem çözümü anlatılırken öncelikle bilinmeyenlerin kendi arasında işlemleri yapılarak sadeleştirme yapılmış ardından çıkan eşitlikte verilen yöntem kullanılarak çözüme ulaşılmıştır (Bkz., Ekler, 223).

Ortaöğretim matematik müfredatında da işlemler şekil yönünden bu şekilde de olsa da anlatım yönünden bu şekilde ezbere bir mantık güdülmemiştir. Matematik kitaplarında verilen denklem çözümü biçimsel olarak bu çözümle verilse de öğretim aşamasında eşitlik kavramının önemi anlatılarak denklem ifadesi bu eşitliğin bozulmadan her iki tarafa da bir dizi işlemler uygulanması sonucu yapılması gerektiğinden bahsedilmektedir.

İkinci denklem biçimi için *'Müfredâttan olan bu denklem türünde x li ifadeler x^2 li ifadelere eşitlenir.'* açıklaması getirilerek çözüme ulaşılması istenmiştir. Bu çözümlerde bilinmeyen değerlerin asla sıfır olamayacağı düşünülmektedir. Çünkü yapılan işlemlerde bilinmeyenin sadeleştirilmesi söz konusu olmuştur. Oysa burada bilinmeyenin sıfır olabilme ihtimali de düşünülerek yapılmalıdır. Aksi takdirde sıfır olan sayıların sadeleştirilmesi yapılmış olur ki bu da matematiksel açıdan çalışılan grupta yer olmayan bir işlemdir.

Üçüncü denklem biçimi için *'Müfredâttan olan bu denklem türünde x^2 li ifadeler sayıya eşitlenir.'* açıklaması getirilerek çözüme ulaşılması istenmiştir. Örneğin,

$$4x^2 = 100 \rightarrow x^2 = \frac{100}{4} = 25 \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25} \rightarrow x = 5$$

biçiminde verilen bu ifadelerde de sayıların negatif değer almadığı varsayılarak işlemler yapılmıştır.

Dördüncü denklem biçimi için 'Mukterinâttan olan bu denklem türünde x^2'li ve x'li ifadeler sayıya eşitlenir.' açıklaması getirilmiş ve aşağıda verilen ifadelerle desteklenerek genel bir formül ifade edilmiştir.

$ax^2 + bx = c$ *biçiminde verilen denklem önce şu şekle dönüştürülür.*

$$x^2 + mx = n$$

$$x^2 + mx = n \rightarrow x = \sqrt{n + m} - \frac{m}{2}$$

$$x^2 + mx = n \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + n} - \frac{m}{2}$$

Denklem çözümü için verilen bu yöntem ortaöğretim matematik müfredatında $'\Delta(\text{diskriminant})'$ ile bulunmaktadır. Bu yöntemin burada ver verilmesi denklem çözümünde oldukça ileride olduklarını ve önemsediklerini göstermektedir.

Beşinci denklem biçimi için *'Mukterinâttan olan bu denklem çeşidinde x^2 li ifadeler ve sayılar x li ifadelere eşitlenir.'* açıklaması yapılmış ve ardından şu şekilde açıklanmıştır;

'Misal: $x^2 + 21 = 10x$

Bu çeşit denklemlerde öncelikle x in katsayısının yarısının karesi alınarak eşitliğin diğer tarafındaki sayıdan çıkarılır. $10 : 2 = 5 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow 25 - 21 = 4$

Daha sonra bulunan sayının kökü alınarak x in katsayısının yarısına eklenir ve x in değeri bulunur.

$$\sqrt{4} = 2 \rightarrow 5 + 2 = 7 \rightarrow x = 7$$

Bu sayı aynı zamanda x in katsayısının yarısından çıkarılırsa x in diğer bir değeri bulunur.

$$5 - 2 = 3 \rightarrow x = 3 \quad Ç = \{7,3\}$$

Formül kullanarak ifade edersek:

$$x^2 + 21 = 10x \rightarrow x = \frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 + \sqrt{5^2 - 21} = 5 + \sqrt{4} = 5 + 2 = 7$$

$$x^2 + 21 = 10x \rightarrow x = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 - \sqrt{5^2 - 21} = 5 - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$$

biçiminde yapılan açıklamalar günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde denklem çözümü yapılırken denklemin tam kare ifade olarak yazılarak çözüme gidilmesini göstermektedir. Eserde tam kare ifadenin çözümünden yararlanılarak denklemin kökleri bulunmadan kökler hakkında yorum yapabilmeyi göstermektedir. '*Eğer x^2 li ifadenin yanındaki sayı, x in katsayısının yarısının karesinden büyükse denklem imkânsız, eşitse x, x in katsayısının yarısıdır.'* verilen bu açıklama ile günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde,

$a, b, c \in R$ olmak üzere $a.x^2 + b.x + c = 0$ biçimindeki denklemlerin çözümünde

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

ve denklemin kökleri de,

$$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

bağıntısı ile verilen açıklamalar benzerdir. Bu doğrultuda eserde tam kareye çevrilen bir ifadenin negatif çıkma durumunun olması ifadeyi imkansız kılmakta ve diğer durumlarda çözümü sağlanmaktadır.

Altıncı denklem biçimi, *'Mukterinâttan olan bu denklem türünde x li ifade ve sayı x^2 li ifadeye eşitlenir ve*

$$ax + b = x^2 \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} + \frac{a}{2}$$

olarak açıklanmıştır.

Eserde verilen bu çözüm çeşitliliği bilinmeyen ifadelerin denklem içerisinde ki yerlerinin ve işaretlerinin çeşitliliğinden maydana gelmiştir. Günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde bu verilen yöntem her denklem biçiminde aynı olacak şekilde ifade edilmiştir.

Eserde cebr ve mukabele ile denklem çözümünden başka çift yanlış hesabı ile denklem çözümününde yöntemi verilmiştir. Esere sonrada eklenen bu kısım;

$bx + c = d$

$x_1 \rightarrow ilk\ varsayılan\ sayı$

$x_2 \rightarrow ikinci\ varsayılan\ sayı$

$|bx_1 - d| = \Delta_1 \rightarrow ilk\ yanlış$

$|bx_2 - d| = \Delta_2 \rightarrow ikinci\ yanlış$

$x_1.\Delta_2 = ilk\ elde \quad x_2\Delta_1 = ikinci\ elde$

I.Durum:

$$\Delta_1.\Delta_2 > 0 \ \ veya \ \ \Delta_1.\Delta_2 < 0 \ ise;$$

$$x = \frac{|x_1.\Delta_2 - x_2.\Delta_1|}{|\Delta_2 - \Delta_1|}$$

II.Durum:

$$\Delta_1 > 0 \ \ ve \ \ \Delta_2 < 0 \ \ veya \ \ \Delta_1 < 0 \ \ ve \ \ \Delta_2 > 0 \ ise;$$

$$x = \frac{|x_1.\Delta_2 + x_2.\Delta_1|}{|\Delta_2 + \Delta_1|}$$

Şeklinde verilmektedir. Denklem çözümünde kullanılan bu yöntem günümüz ortaöğretim matematik öğretiminde verilmemektedir.

Eserde tüm hesap konusu açıklandıktan sonra bu hesap sonuçlarının kontrolü hakkında bilgi vermektedir. O dönemde yapılan bu iş öğrenenin kendi işlemlerinin doğruluğunu test etme yararı sağlamaktadır. Bu kontrol;

'Mîzân bir çeşit sağlama yöntemidir. Bu yöntem sayesinde işlemlerin doğru olup olmadığı kontrol edilebilir. Bu yöntemi uygulamak için işlemdeki sayıların ayrı ayrı rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur ve karşılaştırılır.' biçiminde yapılmıştır. Bu yöntem ile iki katını alma, yarıya bölme, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme hesabının sağlaması yapılabilmektedir. Karekök, küp ve diğerleri için, '*sayı satırının mizanı alınır ve bu sonuç saklanır. Daha sonra bölümün (hâric) mizanı alınır ve bu sonuç kendisi ile bir kez kökü olan (meczûr) için, iki kez de küp için çarpılır. Bu sonuç sayı satırından kalan mizan üzerine arttırılır. Toplamdan 9'un katları çıkarılır ve en başta saklanan sonuç ile karşılaştırılır.'* biçiminde bir yöntem verilmiştir. Eserde yapılan bu kontrolün 9 sayısı ile sınırlı olmadığı 11 sayısı ile de olacağı ifade edilmiştir.

Eser, sona geldiğinde bu ilmi anlamak ve öğrenmek için nelere dikkat edilmesi gerktiği ve nasıl çalışılması gerktiği hakkında şu şekilde bir yorum yapılmıştır;

'Uyarı (Bil ki):

Hesâbın şartı; zihni boşaltmak (hesab dışındaki şeylerden), dikkat, tahkik ve düşünce gücü ile birlikte çalışmaya güvenmek ve yorgunluk ve usanç halinin olmadığı zamanlarda çalışılmasıdır. Bilhassa bizim bu kitapta anlattığımız cetveller ile çalışman bir ay veya *daha fazla sürse de cetvelleri tekrar ederek ezberle ve bunları öğrendiğinden emin ol. Belki bu durum (süre) bize hastır. Bu fenni öğrenmeye azmetmek sağlamalara güvenmek değil kararlılıkla çalışmaya devam etmektir. Hesab doğru olursa sağlama da doğru olur. Sağlama doğru olmazsa hesab da doğru olmaz. Sağlamanın doğru olması hesabın da doğru olduğunu göstermez. Hesap doğru olmazsa sağlama da doğru olmaz. Hesapta hata olmasına rağmen sağlama ve hesap birbirlerine uygun olabilirler. Ancak sağlama, zihin karışıklığı ve işlemin doğruluğundan emin olmak açılarından faydalıdır ve temel husus zikrettiğimiz gibidir. Başarı, cömertliğin bahşedicisi ve cömertlikle hayrı yayandandır.'*

Yapılan bu açıklamalar öğreneni yönlendirmekte ve bahsi geçen ilmi öğrenmesini kolaylaştıracak yollar göstererek cesaretlendirmektedir.

4.2. Araştırma Problemi-2 Hakkında Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın ikinci araştırma problemi olarak 'Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserin medreselerde okutulan bir kitap olma hususunda günümüz Milli Eğitim bünyesinde bulunan ve okullarda okutulan ders kitapları arasında benzerlik ve farklılıklar nelerdir?' sorusu ele alınmıştır. Bu bölümde bu sorunun cevabı ele alınacaktır.

Eserin medreselerde okutulan bir kitap olarak günümüzde kullanılan matematik kitabı açısından değerlendirmek için öncelikle yapı benzerliği bakımından incelemek uygun olacaktır. Bir kitabın yapı benzerliğinden kasıt, o kitabın içerdiği konu ve başlıkları bakımından incelemektir.

Eserin yapısı incelendiğinde; günümüzde aritmetik, cebir ve geometri olarak isimlendirilen konuların varlığı dikkat çekmektedir. Günümüz matematik kitaplarında ise bu konu başlıklarının Öğrenme Alanı olarak isimlendirilerek Sayılar ve Cebir, Geometri ve Veri, Sayma ve Olasılık olarak üç kısma ayrıldığı görülmektedir. Şekil açısından bakıldığında bu başlıkların benzer olduğu söylenebilir. Farklı olarak günümüzde öğretimine yer verilen Veri, Sayma ve Olasılık Öğrenme alanının bu eserde mevcut olmadığı görülmektedir.

Eser içerik açısından incelenmek istenirse eserin yapısının neler içerdiğini incelemek yeterli olacaktır.

Eserde matematik öğretimine başlamadan önce bir önsöz verilmektedir. Önsöz kısmında,

‘*İlim ve edeb tahsil edenler İlm-i Hisâb’a ilgisiz kalamazlar. Ülke ve devlet işlerinin kontrolü ile uğraşanlar, vezirler ve kâtipler ona muhtaçtırlar. Matematik her açıdan önemli ve ihtiyaç duyulan bir ilimdir.*’

Biçiminde verilen açıklamalar ilmin yararlılığından bahsetmektedir. Günümüz ortaöğretim matematik kitaplarında bu şekilde bir önsöz son yapılandıran ortaöğretim müfredatı ile gündeme gelmiş ve kitaplarda yerini almaya başlamıştır.

Eser Aritmetik öğretiminde, hesapla ilgili temel kavramlar verildikten sonra kesap ile ilgili işlemlere gidilmiştir. Günümüz matematik kitaplarında da her konu için öncelikle terim kavramları verilmekte ardından işlemler hakkında bilgi verilmektedir.

Eserde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri verilmeden önce bu işlemlerin ne olduğu açıklanmıştır. Günümüz ortaöğretim matematik kitaplarındada hatırlatma başlığı altındaki önceki kazanımların tekrar edilmesi söz konusudur.

Eserin cebir öğretiminde, bilinmeyen ifadeler nitelendirilmiş ve açıklanmıştır. Cebir öğretiminde en fazla 2. Dereceden denklemlerin çözüm yöntemleri verilmiştir. Denklemlerin kök içerisinde bulunması ve bunlarla ilgili çözüm yöntemleri verilmiştir. Oysa günümüz matematik kitaplarında Sayılar ve Cebir Öğrenme alanının içeriği oldukça genişlemiştir. Öncelikle 9. Sınıf düzeyinde Sayılar ve Cebir Öğrenme Alanında verilen Mantık konusunun eserde yer almaması, o dönemde mantı ilminin ayrı bir ders olarak verilmesi ve öğretilmesinden kaynaklanmaktadır. Kümeler konusunun eserde yer verilmemesinin nedeni ise küme kavramının George Cantor tarafından 19. yy civarlarında matematik bilimine kazandırılmış olmasından kaynaklanmaktadır. Denklemler ve üslü ifadeler eserde de mevcuttur ancak elbette içerik yönünden ders kitaplarından oldukça eksiktir. Yine eserde bulunmayan ancak günümüz müfredatında var olup matematik kitaplarının içerisinde yer edinen bölünebilme kuralları, fonksiyonlar ve fonksiyon türleri, polinomlar, diziler gibi konular vardır.

Eserin geometri konusunun içeriği incelendiğinde günümüz matematik kitaplarında var olan birçok konunun var olduğu görülmektedir. Temel geometri terimler bu eserde de verilmektedir. Ancak yine çoğu terim tanımlanmaya çalışılmıştır. Zaten matematik ve öğretiminde bazı terimlerin tanımsız olarak atfedilmeleri çok sonra gerçekleşmiştir.

Eserin geometri konusunun içeriğinde üçgenlerin genel özellikleri verilmiş ancak bu üçgenlere ait birçok teorem verilmemiştir. Dörtgenlerden ve çokgenlerden aynı şekilde bahsedilmiş, genel özellikleri verilerek alan ve hacim hesabı yapılması açıklanmıştır. Günümüz matematik kitaplarında terimlerin açıklanmasından sonra üçgenler konusu birçok özelliği ile verilir ve oldukça önemli olarak kabul edilmektedir. Yine günümüz matematik kitaplarında dörtgenler ve çokgenler konusunda birçok teoremi içerisinde barındırarak verilmektedir. Genel mana da incelendiğinde geometri öğrenme alanında verilen eser temel özellikleri vermekle yetinmektedir.

Eserin konuların anlatımında kullanıldığı dil ve üslubu pedagojik açıdan incelemek gerekirse, bu eseri kullanan öğrencilerin seviyesi göz önüne alınmalıdır. Eser ele aldığı her konunun en temelinden başlamaktadır. Bu da öğrencinin eksik bilgilerinin giderilmesine olanak sağladığı anlamına gelmektedir. Eserde o dönemin koşullarına göre oldukça sade bir dil kullanılmaya çalışılmıştır. Yazar bu amaç ile yola çıktığını eserin önsözünde de ifade etmektedir. Konuların anlatımında her açıklama örneklendirilmiş ve anlaşılması sağlanmıştır. Günümüz matematik kitaplarında bulunan örnek sayıları ile elbette aynı değildir. Ancak o döneme göre verilen örnek sayıları yeterli gözükmektedir. Eserde konuların anlatımında notasyon kullanılmaktan mümkün olduğunca kaçınmak istenmiştir. Konuşma dili ile konu anlatımı yapılmıştır. Bu kolay anlamayı sağlasa da işlemler arttığında anlamayı zorlaştırmaktadır.

Eserin konuların anlatımında atıflarda bulunması konunun kaynağını göstererek öğrenciyi araştırmaya yönlendirmesi açısından önemlidir. Anlatılan hesap konularında öğrenciler için birden fazla yol göstermesi ise öğrencide farklı yöntemlerin bulunabileceğini göstermesi açısından önemlidir.

Günümüz matematik kitaplarında farklı yöntemler verme durumunu soru üzerinde görmek mümkündür. Ancak konunun anlatım aşamasında çok sık rastlanmamaktadır. Çoğu sorunun çözümünde de öğrencinin pedagojik özelliklerine uygun işlemsel açıdan en sade çözüm yolu tercih edilerek öğrenci yönlendirilmektedir.

4.3. Araştırma Problemi-3 Hakkında Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın üçüncü araştırma problemi 'Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde hesap işlemlerinde, cebir problemlerinin çözümünde ve geometri hesaplarında hangi yöntem ve teknikler kullanılmıştır?' olarak ele alınmıştır. Bu problem cümlesi temel alınarak eser incelenmiş ve probleme çözüm aranmıştır.

Eser incelendiğinde hesap işlemlerinin yapımında temel işlemlerin yapımında hesap cetvelini kullanmıştır. Hesap cetveli bu işlemlerin yapılabilmesi için günümüzde kullanılan notasyon ve sembollerden farklı olsa da anlam bakımından elbette ki benzerdir. Karekök bulma işleminde yapılan hesap cetveli karekökü bulunmak istenen sayının yaklaşık değerini vermesi açısından oldukça önemlidir. Bu hesapların birçok çeşidini vermesine rağmen herhangi bir isimlendirmede bulunulmamıştır.

Cebir öğretiminde ise yöntemlerin ismi zikredilmese de yazarın, mütenasibe (dört orantı), teâküs (çözümleme ve ters çevirme) yöntemlerini kullandığı ifade edilebilir. Özellikle belirttiği ve ayrı bir şekilde ele alınan cebir problemlerinin çözümünde önemli bir yere sahip hataeyn (çift yanlış hesabı) ve cebr mukâbele'de ayrı başlıklar altında incelenerek eserin içeriğinde yer almaktadır.

4.4. Araştırma Problemi-4 Hakkında Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın dördüncü araştırma problemi 'Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde geometri öğretimi ile günümüzdeki geometri öğretimi arasında farklılıklar nelerdir?' Biçiminde ele alınmıştır. Bu kısımda bu problem cümlesine cevap aranacaktır.

Eserin geometri öğretiminde dönemin teknolojik şartlarına ve ilim faaliyetlerine uygun olarak şekil kullandığı ve şekil üzerinden anlatım yaptığı görülmektedir. Ancak eserde verilen teoremlerin ispatı yapılmamıştır. Günümüz geometri öğretiminde verilen birçok teoremin ispatı verilmektedir. Bu eserde Bunun yerine eserde bu ispatlara ulaşılabilecek kaynak gösterimi yapılmıştır. Arşimet ve Öklid, kaynak göstermede kullanılan iki isim olarak eserde geçmektedir.

Eserde şekiller üzerinde kullanılan sembol ve işlemlerde Arapça rakamlar kullanılmıştır. Şekil üzerinde ki harflendirmeler ise yine Arapça harflerinden kullanılmıştır. Günümüz modern matematiğinde bu işlemler için Latin harfleri ve modern matematik sembolleri kullanılmaktadır.

Eserde geometri öğretiminde günümüzden farklı olarak bazı cisimler tanıtılmış ve bu cisimlerin alan ve hacim hesabı verilmiştir. Eserde, beydıyyu (yumurta cismi), ihlîlicî (oval), hilâli (hilal şekli) cisimleri tanıtılmıştır. Bu cisimlerin öğretimi günümüz ortaöğretim matematik öğretimi programında yer almamaktadır. Bu cisimlerden beydiyyu cisminin açıklanması oldukça belirsizdir. Cismin açıklanmasında bir yumurtanın kendi çevresi etrafında döndüğünde oluşan şekil olarak ifade edilmiştir. Ancak bu açıklama değişken bir nesneye bağlandığı için uygun değildir. Bugün günümüz müfredatında bu şekli benzer olarak elips örnek verilebilir.

4.5. Araştırma Problemi-5 Hakkında Elde Edilen Bulgular

Araştırmanın beşinci problemi olarak belirlenen 'Şemsiyye fi'l-Hisâb adlı eserde cebir öğretimi ile günümüzdeki cebir öğretimi arasındaki farklılıklar nelerdir?' sorusuna cevap bu bölümde aranmıştır.

Eserin cebir öğretiminde bilinmeyenler için ayrı bir sembol kullanılmamıştır. Ancak bilinmeyenlerin işlem esnasında ayrılması adına farklı olarak isimlendirilmiştir. Eserde bilinmeyen ifadelere ilk olarak üslü sayıların yazım aşamasında rastlanmaktadır. Burada o konu için bilinmeyen kendisi ile çarpılabilen sayı olarak atfedilmiş ve 'Şey' olarak isimlendirilmiştir. Eserde cebir konusu cebr ve mukabele yöntemi ile alınmaktadır. Kullanılan bu yöntem bilinmeyenleri elde edebilmek için bilinenlerden yararlanma olarak tanıtılır. Modern matematikte cebirsel işlemler ile denklem çözme olarak düşünülebilir. Dolayısıyla eserde öncelikli olarak bilinmeyen ifadelerle işlemin nasıl yapıldığı açıklanmaktadır. Günümüz matematik öğretiminde de öncelikle bilinmeyen ifadelerin toplanması, çıkarılması gibi temel işlem bilgileri ele alınmaktadır. Dolayısıyla eserde üçüncü ve beşinci dereceden denklemlerin köklü ifadelerin içinden çıkarımı anlatılmaktadır. Bunun için genel geçer uygulanan bir yöntem verilmiştir. Ancak bu verilen yöntem cebirsel ifadenin tam anlamıyla kök dışarısına çıkmış hali değildir. Bu yöntem sadece kök dışına çıkacak olan sayının değişkenlerinin dereceleri hakkında bilgi vermektedir. Bilinmeyenlerin doğru katsayıları hakkında herhangi bir saptama mevcut değildir.

Günümüzde cebir öğretiminde bilinmeyen ifadelerin kök içerisinde çıkarılmasında buna benzer olarak tam kareye çevirme yöntemi kullanılmaktadır. Onun dışında tam kare olmayan ifadeler için verilecek olan metot ortaöğretim matematik müfredatında mevcut değildir.

Eserde bilinmeyenlerle işlem yapma yeteneği kazandırıldıktan sonra bilinenlerle bilinmeyenleri bulmak için anlatım yapılmaktadır. Eserin bu kısmında bu denklem çözüm yöntemleri Müfredât ve Mukterinât başlıkları altında 6 farklı biçimde yapılmaktadır. Buna göre;

Müfredât olanlar:

1) *x'li ifadenin sayıya eşitlenmesi*
2) *x'li ifadenin x^2'li ifadelere eşitlenmesi*
3) *x^2'li ifadenin sayılara eşitlenmesi*

Mukterinât olanlar:

1) *x ve x^2'li ifadenin sayıya eşitlenmesi*
2) *x^2 ve sayılı ifadenin x'li ifadelere eşitlenmesi*
3) *x ve sayılı ifadenin x^2 li ifadeye eşitlenmesi*

Biçiminde incelenmiştir. Her yöntemin açıklaması verilerek örneklendirilmiştir.

Eserde dikkat çeken bir ifade, $ax^2 + bx = c$ tipindeki denklemin çözümü için verilen açıklamada denklem öncelikle baş katsayısı 1 olarak düzenlenir. Bahsi geçen denklem, $x^2 + mx = n$ biçimine dönüştürülmüştür. Buradan sonra bilinmeyenlerin,

$$x = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + n} - \frac{m}{2}$$

İşlemlerini uygulayarak bulunabileceğini ifade etmektedir.

Günümüz matematik öğretiminde ikinci dereceden denklem çözümlerinde verilen yöntem şekil olarak bu metoda benzemese de içerik açısından aynı olarak kullanılmaktadır. Bu yapılan işlemler aslında denklemin diskriminant (Δ)'ının hesaplanarak köklerinin bulunması ile eş değerdir.

Esere sonradan hataeyn (çift yanlış hesabı) eklenmiştir. Bu yöntem, bilinmeyenleri aklederek en yakın sonuca ulaşma üzerine kuruludur. Eğer ki doğru tahmin edilmediyse bir dizi işlemler ile doğru sonuca ulaşılmaktadır. Günümüz matematik öğretiminde bu şekilde bir yöntem mevcut değildir.

4.6.ARAŞTIRMA PROBLEMİ-6 HAKKINDA ELDE EDİLEN BULGULAR

Araştırmanın altıncı problemi ‘Şemsiyye fi’l-Hisâb adlı eserde bulunan aritmetik, cebir öğretimi ve geometri öğretiminde kullanılan 2017 yılında yapılandırılan eğitim öğretim programında öngörülen matematik öğretimi incelendiğinde farklı yöntem ve teknikler mevcut mudur?’ biçiminde ele alınarak bu bölümde bu soruya cevap aranmıştır.

Eserde aritmetik işlemlerde kullanılan hesap cetveli her işlem için günümüze yabancıdır. Çıkarma işlemi, çarpma ve bölme işlemi yapılırken hesap cetvelinin kullanması eserde şu şekilde ifade edilmiştir:

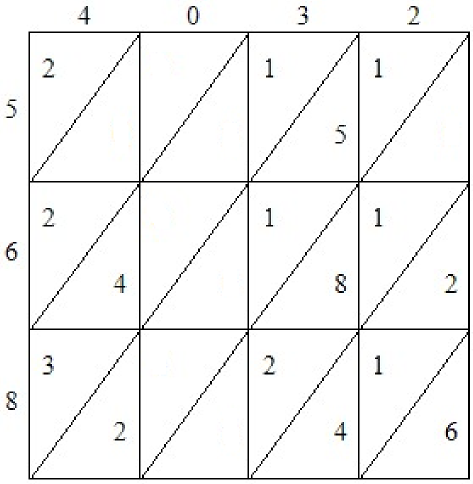
85.023’den 7.416’yı çıkarmak istedik.

8	5	0	2	3
	7	4	1	6
7	8	6	1	7
	7		0	

Sol taraftan işleme başladık. On binler basamağında bir işlem yapmamıza gerek yoktur. Binler basamağında 5’ten 7 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan yani 8’den bir onluk aldık ve 8-1=7’yi altına yazdık. Aldığımız onluk ile 5 rakamı 15 oldu ve 15-7=8’i 7’nin altına yazdık.

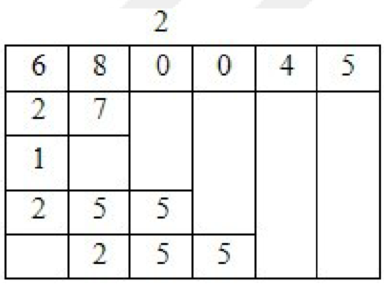
Yüzler basamağında 0’dan 4 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan onluk aldık ve o rakamı 1 eksilttik. Aldığım onluk ile 0 rakamı 10 oldu ve 10-4=6’yı 4’ün altına yazdık. Onlar basamağında 2-1=1’i 1’in altına yazdık. Birler basamağında 3’ten 6 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan onluk aldık ve 13-6=7’yi 6’nın altına yazdık. Çizgilerin altında oluşan sayı yani 77.607 işlemimizin sonucudur.

4032 ile 568’yi çarpmak istedik.

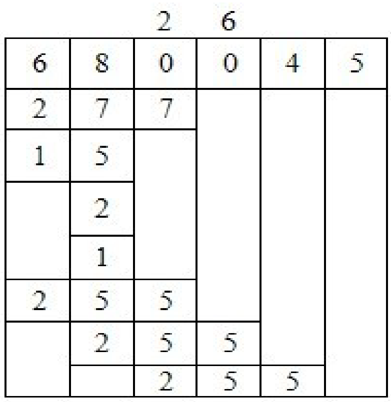


Üstten ve soldan aynı karede buluşan rakamlar çarpılır ve sonucun onlar basamağı üst, birler basamağı da alt üçgene gelecek şekilde yerleştirilir. İşlemin sonucunu tespit etmek için büyük dörtgendeki altı çapraz çizginin arasında kalan sayılar sağ alt köşeden başlayarak toplanarak yazılır ve sayı oluşur. Yani “6” birler basamağını, 4+1+2=7 “7” onlar basamağını, 2+8+1=11 “11” in “1”i yüzler basamağını oluşturur. Diğer “1” i elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+2+1+5+1=10 “10”un “0”ı binler basamağını oluşturur, “1” de elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+3+4+1=9 “9” on binler basamağını, “2” yüzbinler basamağını ve yine “2” milyonlar basamağını oluşturur. İşlemin sonucu “2.290.176”.

680.045’i 255’e bölmek istedik.



Bölünen ve bölen şekildeki gibi cetvele yerleştirilir. Sonra bölme işlemine uygun olabilecek en büyük rakam; bu işleme göre 2 bölenin birler basamağı hizasından cetvelin en üstüne yerleştirilir. Daha sonra da 2 bölenin yüzler basamağı olan 2 ile çarpılır, sonuç yani 4 bölünenin yüzbinler basamağındaki 6’dan çıkarılır.



Kalan 2, 6’nın altına yazılır. Bu işlemlerden sonra cetvelin en üstüne yazdığımız 2 ile bölenin onlar ve birler basamağındaki rakamlarla aynı işlemler tekrar edilir. 5.2 = 10 olur ancak 8’den 10 çıkmayacağı için soldaki 2’den bir onluk alınıp çıkarılır ve kalan 1, 2’nin altına yazılır.

Bölenin birler basamağındaki 5 için de aynı işlemler takip edilir. 5.2=10 bu sefer 8’den 10 çıkarılabilir çünkü basamaklar uygundur.

Kalan 7, 8’in altına yazılır. Böylece bölen, cetvelin en üstündeki 2 ile tek tek çarpıldıktan sonra sağa doğru bir sütün kaydırılarak tekrar yazılır.

		2	6	6	
6	8	0	0	4	5
2	7	7	7		
1	5	5			
	2	2			
	1	1			
2	5	5			
	2	5	5		
		2	5	5	
			2	5	5

Bu işlemden sonra işlemin en başında bölme işlemine uygun mümkün olabilecek en büyük sayıyı takdir edildiği gibi başka bir sayı daha takdir edilir ve bulunan sayı cetvelin en üstündeki 2’nin sağına yazılarak 2 ile yapılan tüm işlemler tekrarlanır. Bölünenin birler basamağına ulaşınca işlem bitmiş demektir. Cetvelin en üstünde oluşan sayı bölme işleminin sonucu yani bölümdür.

		2	**6**	**6**	**6**
6	8	0	0	4	**5**
2	7	7	7	**1**	
1	5	5	5		
	2	2	**2**		
	1	1			
2	5	5			
	2	5	5		
		2	5	5	
			2	5	5

Bölünen sayının altındaki sütunlarda çıkarma işlemleri neticesinde rakamlar kaldıysa, bu rakamlar da soldan sağa doğru yazılarak işlemin kalanını oluşturur. Örnekteki işlemde bölüm 2666, kalan ise 215’tir.

Eserde geçen ancak günümüzde kullanmayan iki yöntem daha mevcuttur. Karekök bulma ve küp kök bulma yöntemleri eserde şu şekilde ifade edilmiştir:

Tamsayıların bölünmesi konusunda geçtiği gibi bir cetvel çizilir ve kökü istenen sayı cetveldeki gibi üst satıra yerleştirilir.

	•		•		•
1	0	4	9	7	6

	3•		•		•
1	0	4	9	7	6
	1				
	3				
		6			

Sonra kökü istenen sayının birler, yüzler ve on binler basamaklarındaki rakamlarının üzerine birer nokta konulur. Daha sonra en soldaki noktanın yanına kendisi ile çarpıldığında noktanın altındaki rakama eşit veya ondan daha küçük çıkacak bir rakam konulur. Bu işleme göre en uygun rakam 3’tür. 3 cetvelin hem en üstüne hem de aynı hizada cetvelin alt tarafına yazılır ve kendisi ile çarpılarak hemen altındaki rakamdan çıkarılır.

	3•		2•		•
1	0	**4**	9	7	6
	1	2	5		
	3				
		6	2		
			6	4	

3.3 = 9 → 10 – 9 = 1 kalır ve 1, 0'ın altına yazılır. Daha sonra alttaki ve üstteki 3 toplanarak sonuç olan 6 bir basamak sağa cetvelin alt tarafına yazılır. Yine uygun olabilecek bir sayı bulunup ortadaki noktanın yanına yazılır. Bu sefer uygun sayı 2'dir. 2 cetvelin en üst ve altındaki yerine yazıldıktan sonra 6 ile çarpılır, sonuç 14'ten (koyu yazılı) çıkarılır ve sonuç 4'ün altına yazılır. 6.2=12 →14 – 12 = 2.

	3•		2•		4•
1	0	4	9	7	6
	1	2	5	1	
			1		
	3	6	2		
			6	**4**	**4**

Sonra 2 kendisi ile çarpılarak sonuç 9'dan çıkarılır ve kalan 9'un altına yazılır. 2.2=4 → 9 – 4 = 5. Bundan sonra da alttaki ve üstteki 2 toplanarak en alt satırdaki 6'nın sağına yazılır.

En son noktaya da uygun olan sayı bulunur. 4 hem cetvelin üstüne hem altına yazılarak sırasıyla cetvelin en altındaki rakamlar olan 6, 4 ve 4 ile çarpılıp sonuçlar kökü istenen sayıdan sırayla çıkarılır. Çıkarma işleminin tamamlanması ile kök çıkarma işlemi de tamamlanmış olur. Cetvelin en üstünde oluşan 324 sayısı 104976 sayısının köküdür. Buradaki işlemde hiç kalan olmadığı için 104976 sayısı muntaktır ve tam kökü vardır. Eğer işlem sonunda akalan olsaydı kökü istenen sayı asam olarak isimlendirilecekti.

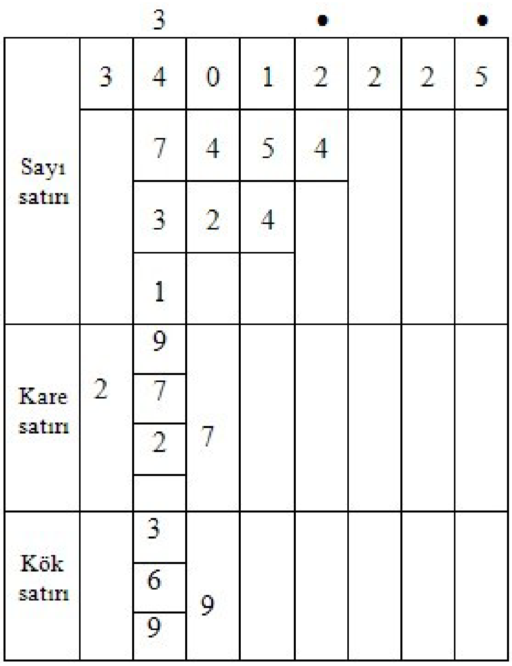
Misal: 34.012.225'in küp kökünü bulmak istedik.

		•			•			•
Sayı satırı	3	4	0	1	2	2	2	5
Kare satırı								
Kök satırı								

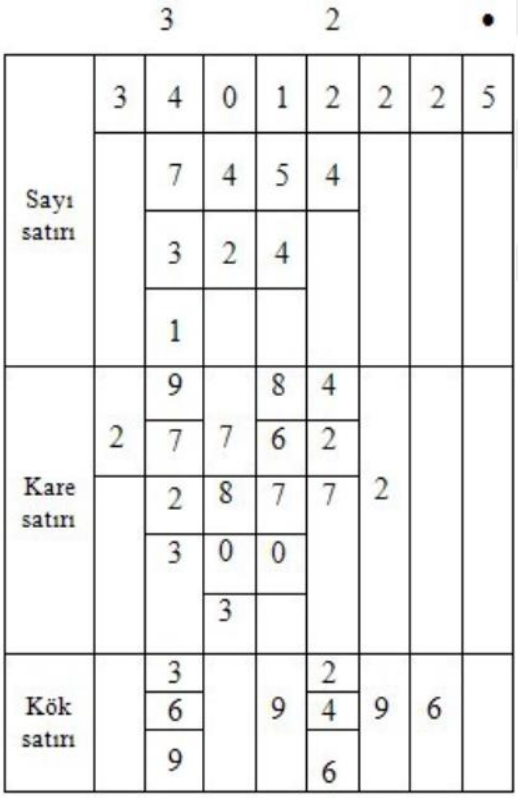
Cetvel çizdikten sonra sayıyı yerine koyduk ve işaretleri sabitledik. Sonra, küpü, soldaki en son işaretin altındaki 34 sayısından eksiltilebilecek en büyük rakamı istedik.

Bu rakamı 3 bulduk, onu işaretin üstüne ve alttaki kök satırına koyduk. 3'ü kendisiyle çarptık 3.3 = 9'u kare satırı üzerine yerleştirdik. Sonra 3'ü kare satırındaki 9 ile çarptık ve sonucu 34'ten eksilttik.

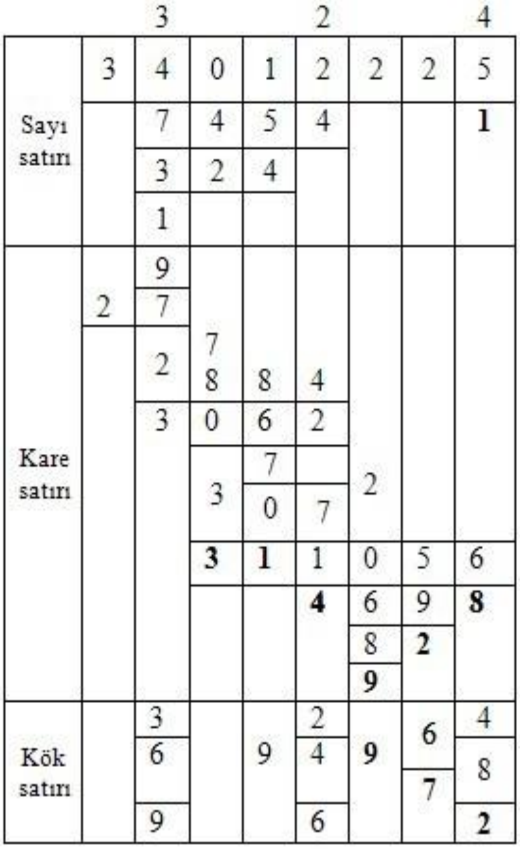
3.9 = 27 ve 34-27 = 7 Bir çizgiden sonra 7'yi 4'ün altına koyduk. 30'un altına enlemesine çizgi çekerek onu silmiş olduk ve şeklin tamamı böyle oldu. Sonra üstteki 3'ü sayının ikinci satırı yani misaldeki kare satırı için alttaki 3 üzerine arttırdık.

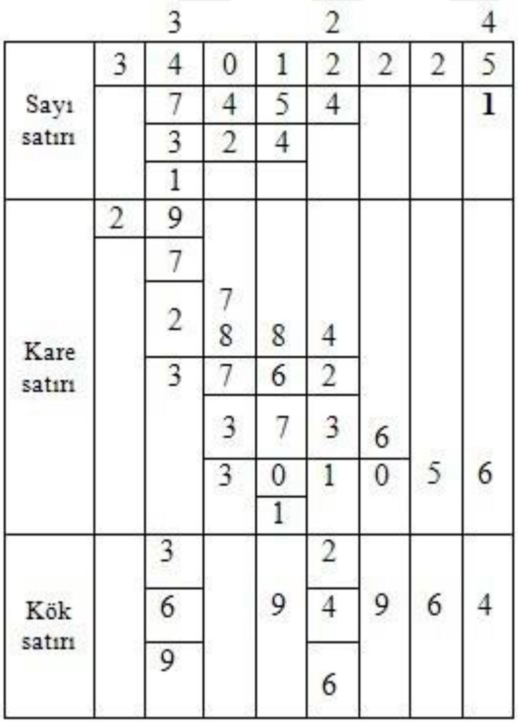


3+3 = 6 oldu. Üstteki 3'ü bu toplamla çarptık ve sonucu kare satırı üzerine arttırdık. 3.6 = 18 → 18+9 = 27 olur. 27'yi kare satırındaki 9'un altına yazdık. Sonra üstteki 3'ü kök satırı için kök satırı üzerine arttırdık. 3+3 = 6 oldu. Bu 6'yı kök satırındaki 3'ün altına yazdık. Çünkü sıra (tur) sayının ikinci satırının altında bitti. Sonra kare satırındaki 27'yi, kök satırındaki 3'ün ve 6'nın toplamı olan 9'u sağa doğru bir basamak kaydırdık. Daha sonra da zikredilen sıfatta başka bir büyük rakamı aradık. 2'yi bulduk, onu doldurulmuş işareti önceleyen işaretin üstüne ve altına; kök satırındaki kaydırılmış olan sayının (9) sağına koyduk. Üsttekini birer birer kök satırı ile çarptık, sonucu kare satırı üzerine arttırdık. Sonra üsttekini kare satırı rakamlarının toplamı ile çarptık. Sonucu sayı satırından düştük. Sonra üsttekini kare satırı için kök satırı üzerine arttırdık ve onu toplamla çarptık. Bu sonucu kare satırı üzerine arttırdık. Sonra üsttekini kök satırı için kök satırı üzerine arttırdık. Kare satırındaki bir basamak, kök satırındakini de iki basamak kaydırdık, bu şekilde oldu. Bilinen özelliklere sahip uygun olan en büyük rakamı aradık ve 4 bulduk.



Onu ilk (sağdan) işaretin üstüne ve alttaki kök satırına koyduk. 4'ü kök satırı ile çarptık, sonuç olan 16'yı kare satırı üzerine arttırdık. Sonucu kare satırı ile çarptık, bu sonucu da sayı satırından çıkardık, 1 kaldı, cetvelin şekli böyle oldu. Eğer sonucu bulmak için cetvelde yapılacak işlem kalmadıysa işaretlerin üstündeki sayı farz edilen sayının küp köküdür.





Misalde “1” kalan olarak kaldığı için ilk işaretin üstündeki rakamı, sayının ikinci satırı olan kare satırı için, kök satırı üzerine bir kez arttırmak gerekir. Üsttekini alttakiyle yani 4’ü kök satırının toplamı ile çarparız ve sonucu kare satırı üzerine arttırırız. Sonra şeklin böyle olması için üsttekini bir kere daha kök satırı üzerine arttırırız. Sonra sayı satırı hariç bu cetveldeki kalan sayıları toplarız ve kalan kesrin paydasını elde etmek için meblağ üzerine 1 arttırırız.

O zaman bu kesirle birlikte bahsedilen sayıların toplamı cetvelde olur ki bu toplam farz edilen sayının ilk köküdür. Basamaklardaki 314.928 olan kare satırını 972 olan kök satırı üzerine arttırırız 314.928+972=315.900 Sonra bu meblağın üzerine 1 arttırırız.

315.900+1 = 315.901 olur. Farz edilen sayı olan 34.012.225’in küp kökü yaklaşık $324\frac{1}{315901}$ dir. Daha dakik yolla; sayıyı farz edilen küp kökü olan sayıyla çarparız ve sonucu elde etmek için zikredilen yolla ilk kökü çıkarırız. Sonra farz edilen kökü alınmış için çıkarılan kökü ilk köke böleriz. Bölüm, farz edilen asam sayı için ilk köktür. Küp kökü olan farz edilmiş sayı daha büyük olduğunda farz edilmiş asam için ilk kök daha dakik çıkar.

Eğer asam sayı “mâl mâl” (üssü 4) olursa onu farz edilen “mâl mâl” ile çarparız ve sonucun kökü “mâl mâl” üzere çıkar. Zekiliğe meyilli olan için bu kadar yeterlidir.

5. SONUÇ

5.1.Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın bu bölümünde Şemsiyye Fi'l-Hisâb adlı Matematik Risâlesinin aritmetik, cebir ve geometri konularının öğretimi açısından incelenerek günümüz matematik öğretimi arasındaki benzerlik ve farklılıkların incelenmesi ile ilgili sonuçlara yer verilmiştir.

Şemsiyye Fi'l-Hisâb adlı matematik risalesinin öncelikle transkripsiyonu yapılmış ve ardından günümüz Türkçe'cine çevrilmiştir. Eserin matematik risalesi olduğu göz önüne alındığında eser içerisinde bulunan ve o dönemde kullanılan birçok matematiksel terim ve semboller modern matematikte kullanılan terim ve sembollere dönüştürülmüştür.

Şemsiyye Fi'l-Hisâb adlı eser, Dibace ve mukaddime kısımları ile birlikte 2 Fen'den oluşmaktadır.

Dibâce kısmında, matematik ilmi kast edilerek bu ilmin gerekliliğinden bahsedilmiştir. Bu ilmin önemine binayen bu eserin kuralları veren ve gereksiz bilgilerin bulunmadığı başucu kitabı olarak değerlendirilebileceği ifade edilmiştir. Bu açıklamalar dönemin matematik ilmine bakış açısını yansıtmaktadır. Öyle ki eserde matematik ilminin yararlı olmasından ve günlük hayata uygulanabilir olmasının öneminden bahsedilerek bu ilim öğretilmelk istenmektedir.

Mukaddime kısmı 2 fasıldan oluşmaktadır. Bu bölüm, matematik ilminde öğrenilmesi gereken temel bilgileri içermektedir. Böylece eser, bilinmesi gereken konuları vererek asıl konuların öğretimi için temel oluşturmaktadır. Eserin mukaddime kısmının birinci fasıl kısmında hesap biliminin tanımı ve açıklaması yapılarak temel bilgi olan sayının tarifi yapılmıştır. Mukaddime kısmının ikinci fasıl kısmında ise sayıların sombolleri ve bu sayıların basamak kavramları açıklanmaktadır.

Birinci Fen kısmı, 2 bâb'tan oluşmaktadır. Bu kısımda tam sayılar ve kesirli sayılar olarak konular ikiye ayrılmış ve her bir sayı sitemi için toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri tanımlanmıştır.

İkinci Fen kısmı, 4 bâb'tan oluşmaktadır. Birinci bâb, üslü ve köklü sayıları tanımlayarak genel özelliklerini vermiştir. Ek olarak tam sayılar ve kesirli sayılarda bu sayıların karekök ve küpköklerinin bulunması verilmektedir.

İkinci bâb, altmış tabanlı sayı sitemini tanımlamaktadır. Altmış tabanlı sayı sisteminde yapılan temel işlemler tanımlanmıştır. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi işlemler bu sayıların kendi aralarındaki işlemleri olarak verilmiştir. Bunun yanı sıra bu sayı sisteminin normal sayılar ile ilişkisinde iki katını alma ve yarıya bölme gibi basit işlemler verilmiştir.

Üçüncü Bâb, geometri ilmine ayrılmıştır. Bu bölümde somut olarak görülebilen cisimlerin tanıtımı ve bu cisimlerin temel ve genel özellikleri verilmiştir. Yine bu şekillerin yüzey alanlarının hesabı ve hacim hesaplamaları yapılmıştır.

Dördüncü Bâb, problemlerin cebr ve mukâbele yoluyla çözülmesi anlatılmıştır. Burada amaç o dönemde gündemde olan problemlerin çözümünde cebr ve mukabele yöntemini kullanmasıı sağlamaktır. Cebr ve Mukâbele yöntemi, bilinmeyenleri bulma yolunda bilinenlerden yararlanarak kolay sonuçlar oluşturmak olduğundan öncelikle bilinmeyenler ile işlem yapmak anlatılmış ardından denklem çözümünün nasıl yapılması gerektiğinden bahsetmiştir. En fazla 2. Dereceden bir denklemin çözümü için yöntemler verilmiştir. Daha fazla dereceden denklem çözümleri kitabın seviyesine uygun görülmemiş, öğrenciye araştırma imkânı sunulmuştur.

Teznib kısmında, esere sonradan eklenen kısımlar mevcuttur. Esere hateyn (çift yanlış hesabı) yöntemi eklenmiş ve örneklendirme yapılmıştır. Burada cebr ve mukabele gibi gelişmiş bir yöntemin açıklamasından sonra hataeyn yöntemine başlangıçta gerek duymayarak yazmamış olması ihtimaldir. Ancak her iki durumda da eklenen yöntemin açıklanması en azından öğrenicinin ufkunu açmasında yardımcı olmuştur.

Eserin genel hatları incelendiğinde yazılma amacına uygun olarak şekillendiği görülmektedir. Ayrıca eserin konu işleyiş sırası bakımından ele alınması da kolaydan zora ilkesinin tercih edildiğini göstermektedir.

Eserin anlatımının dönemin ilim dili açısından düşünüldüğünden sayıların ve sembollerin kullanılmayarak sözel ifadelere başvurulması öğrencilerin anlamlandırmasında katkıda bulunmaktadır. Yine de bu anlatım şekli uzun hesap gerektiren konularda uygun olmamaktadır.

Eserin konuları tanıtımında sürekli olarak bilinen konulara atıf yapılarak yeni konunun anlatılması, eserde bilinenden bilinmeyene ilkesini dikkate aldığı söylenebilir. Eserde geçen bazı temel teoremlerin Arşimet ve Öklid gibi ilim insanlarının yazmış olduğu eserlere yönlendirme mevcuttur. Bu anlamda bilimsel etik kurallarına daha o dönemde riayet edildiğini görülmektedir. Bu kaynak göstermeler sonucunda öğrencinin daha fazlasını öğrenme isteğinde başvuracağı kaynakların bilinmesi ve yerine kaynak arama ihtiyacını ortadan kaldırmaktadır.

Eser içerisinde geçen kurallar ve teoremler bakımından herhangi bir ispat yapılmaması, eserin yazılma amacının temel başvuru kitabı olarak pratikte kullanılacağı iddiasını desteklemektedir. Ayrıca eserde sade bir anlatımın tercih edilmesi ve ihtiyaca yönelik yazılmış olduğunu göstermektedir.

Eser günümüz matematik öğretiminden farklı olarak içerisinde birçok farklı yöntemi bulundursa da günümüz matematik öğretiminde kullanılan yöntemlerin temelini oluşturacak bilgilerle bu yöntemlerin uygulandığı görülmektedir.

Eser içerisinde en dikkat çeken mevzulardan bir tanesi de 0 (sıfır) rakamının sayıların içerisinde varlığını koruması ancak eser içerisinde ayrı bir açıklama alanınını olmamasıdır.

Eser içerisinde bu ilme nasıl çalışılması gerektiği ve anlatılan konuşarın içeriği itibariyle toplumun değer yargılarını yansıtmaktadır. Örneğin eser içerisinde geometi öğretiminde verilen ‘ezec ve tak’ şekilleri toplumun değer ve inanç yargılarına bağlı mimari eserlerde kullanılmasından dolayı hendese ilminin öğretiminde yer verilmiştir. Yine eserin bir çok kısmında, hesap ilminin öğrenilmesiyle birlikte ahlaklı ve erdemli bir birey olmanın önemi de vurgulanmıştır.

Araştırmamızda, Nizâmuddin Nîsâbûrî ve Şemsiyye Fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi bir Değerlendirmesi isimli Elif Baga (2007) tarafından yazılarak hazırlanan yüksek Lisans Tezi, Nurten Yel (2010) tarafından hazırlanan Hulasat Al-Hisap Adlı Eserin Geometri Öğretimi Açısındna İncelenmesi ve Yeni Müfredat ile Karşılaştırılması Yüksek Lisans Tezi incelenmiştir.

5.2.Öneriler

Araştırmanın bu bölümünde Şemsiyye Fi'l-Hisâb adlı Matematik Risalesinin aritmetik, cebir ve geometri öğretiminin ncelenmesi ve günümüz matematik öğretimi ile karşılaştırmasının yapılması ile elde edilen bulgular ve sonuçların gösterdiği yol doğrultusunda bazı önerilere yer verilmektedir.

Şemsiyye Fi'l Hisâb adlı Matematik Risalesinin içerisinde bulunan farklı hesap yöntemleri Liselerde matematik derslerinde ufak uygulamaları oluşturularak değerlendirmesi yapılabilir.

Şemsiyye Fi'l Hisâb adlı Matematik Risalesinin içerisinde bulunan karekök alma ve küp kök alma yöntemlerinin uygulanması sağlanarak değerlendirme yapılabilir. Yine bu yöntemlerin uygun pedagojik seviyeye getirilerek matematik müfredatına eklenmesi için çalışmalar yapılabilir.

Şemsiyye Fi'l Hisâb adlı Matematik Risalesinin içerisinde bulunan farklı hesap yöntemlerinin uluslararası düzeydek önemi ayrı bir araştırma konusu yapılabilir.

Eserin içeriğinin bizlere verdiği bilgiler göz önüne alındığında matematik eğitmine verilen önemin ve matematik eğitiminde önem verilen konular göz önüne alınarak yeni müfredat ile karşılaştırılması yapılabilir. Bu karşılaştırma sonucunda günümüz ortaöğretim matematik müfredatı şekillendirilebilir.

Eser günümüz matematik müfredatı ile kıyaslandığında günümüz matematik öğretimi ile 14.yy matematik öğretimi bazı konularının örtüştüğü açıkça görülmektedir. Bu sebeple kadim medeniyetimize ait bu tür başka matematik eserlerinin incelenerek akademik alana kazandırılabilir.

KAYNAKLAR

Adıvar, A.A., 1943. *Osmanlı Türklerinde İlim.*İstanbul Maarif Matbaası, İstanbul.

Ahmed Çelebi., 1983. *İslamda Eğitim Öğretim Tarihi,*Çev.Yardım.A. İstanbul.

Alakoç, Z., 2003. Matematik Öğretiminde Teknolojik Modern Öğretim Yaklaşımları. *The Turkish Online Journal Of Education Technology*, 43-49.

Altun, M., 1998. *Matematik Öğretimi.* Bursa.

Altun, M., 2006. Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 223-238.

Altun, M., 2008. *Liselerde Matematik Öğretimi.* Bursa.

Atay, H., 1983. *Osmanlılarda Yüksek Din Eğitimi.* İstanbul.

Aydın, B.ve Doğan, M., 2012. *Matematik Öğretimi:Geçmişten Günümüze Matematik Öğretimi Önündeki Engeller*. Konya, 18-20.

Baga, E., 2007. Nizâmuddin Nîsâbûrî ve Şemsiyye Fi'l-Hisâb Adlı Matematik Risâlesinin Tahkik, Tercüme ve Tarihi Bir Değerlendirmesi. *Yüksek Lisans Tezi,Sakarya Üniversitesi* Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya.

Baki, A., 2008. *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi (Genişletilmiş 4. Basım).* Harf Eğitim Yayıncılık, Ankara.

Baki, A., 2014. *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi.* Harf Eğitim Yayıncılık, Ankara.

Baltacı, C., 1976.*XV-XVI. Asırlarda Osmanlı Medreseleri.* İrfan Matbaası,İstanbul.

Bammat, H., 1975. *Garp Medeniyetinin Kuruluşunda Müslümanların Rolü.* Bahar Yayınları, İstanbul.

Barthold, W.W., 1973.*İslam Medeniyeti Tarihi,* Çev.Köprülü, F.Ankara Diyanet İşleri Başkanlığı, Ankara.

Başıbüyük, K., 2012. Matematik Tarihinin Matematik Derslerinin Öğretiminde Kullanılması: İbrahim Hakkı Perspektifi ve Babil Yöntemi Örneği. *Yüksek Lisans Tezi*, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Bilge, M., 1984. *İlk Osmanlı Medreseleri.* İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Yayınları, İstanbul.

Cevdet, M., 1978. *Mektep-Medrese*. Çınar Yayınları, İstanbul.

Cezar, M., 1977. *Anadolu Öncesi Türklerde Şehir ve Mimarlık*. İstanbul.

Conan, A.R., 2003. *Science:İts History & Devolopment Among Worl Cultures*, Çev.Türkcan.E., İhsanoğlu.E. ve Günergun.F.TÜBİTAK Yayınları, Ankara.

Çelebi, A.*Tarih al-Terbiye al-İslamiyye.*

Dağ, M. ve Öymen, H.R., 1974. *İslam Eğitim Tarihi.* Ankara.

De Corte, E., 2004. Mainstreams and Perspectives in Research on Learning (Mathemaatics) From Instruction.*Applied Psychology*, 279-310.

Demir, R., 2001. *Osmanlılar'da Bilimsel Düşüncenin Yapısı.*Epos Yayınları, Ankara.

Demir, R., 2003.*"Türkiye'de Bilim Tarihi Araştırmalarının Gelişimine Genel Bir Bakış". Türkiye'de Bilim Tarihi Araştırmalarının Dünü ve Bugünü*. Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Yayınları, Ankara.

Demirtaş, A., 1986. *Ansiklopedik Matematik Sözlüğü.*Bilim Teknik Kültür Yayınları, Ankara.

Dilgan, H., 1957. *Büyük Matematikçi Ömer Hayyam.* İstanbul Teknik Üniversitesi Mimarlık Fakültesi, İstanbul.

Dilgan, H., 1957.*Muhammed İbn Mûsa el-Hâresmî.* İstanbul Teknik Üniversitesi Mimarlık Fakültesi, İstanbul.

Doğan, H., 1979. *Analiz ve Program Hazırlama.* Ankara Üniversitesi, Ankara.

D'ohsson, M., 1788. *Tableau general de I'Empire othoman.* Imprimerie de monsieur, Paris.

Durant, W., 1972. *İslâm Medeniyeti,* Çev.Bahattin.O.Tercüman Gazetesi, İstanbul.

Dündar, S. ve Çakıroğlu, M., 2014. Matematik Tarihi Matematik Eğitiminde Neden Kullanılmalı. Eğitimde Kuram ve Uygulama, 522-534.

El-Âmili, M.e.E.H., 1983. *A'yanü'ş-Şia, Darü't-Taaruf.* Beyrut.

Erbakan, N., 2014. *İslam ve İlim*. Milsan Basım ve San. A.Ş.

Eş-Şafedi. *el-Vâfî bi'l-Vefeyât.*

Fauvel, J.ve Van-Maannen, J., 1997. The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics. *Mathematics in the School*, 10-11.

Fazlıoğlu, İ., 1998. Hesap(Osmanlılar'da Hesap). *Diyanet Vakfi İslâm Ansiklopedisi (DİA)*. c.17, İstanbul.

Fazlıoğlu, İ., 2003. Osmanlı Felsefe-Biliminin Arkaplanı: Semerkand Matematik-Astronomi Okulu. *Divan İlmi Araştırmalar*,(14).

Fazlıoğlu, İ., 2009. İthaf'tan Enmûzec'e Fetih'ten Önce Osmanlı Ülkesi'nde Matematik Bilimler. *Uluslararası Molla Fenârî Sempozyomu*, Bursa.

Fidan, N., Fidan, E. ve Fidan, M., 1993. *Eğitime Giriş*. Ankara.

Furinghetti, F., 1997. History of Mathematics, Mathematics Education, School Practice: Case Studies Linking Different Domains.*For the Learning of Mathematics*,55-61.

Gökçek, M.F., 2014. *Uluslarası Katılımlı Osmanlı Bilim ve Düşünce Tarihi Sempozyumu Bildiriler Kitabı,* Ankara.

Gökdoğan, D.M., Demir, R. ve Unat, Y., 2012, *Osmanlılar'da Bilim ve Teknoloji.* Cilt(1), Atatürk Kültür Merkezi Yayını,Konya.

Gökdoğan, M.D. *Hacı Atmaca'nın Hesap Kitabu Vesilesiyle Matematik Tarihiyle İlgili Bazı Değerlendirmeler.* Ankara Üniversitesi.

Göker, L., 1989. *Matematik Tarihi.* Kültür Bakanlığı Yayınları, Ankara.

Gür, B.S., 2004. *Matematik Felsefesi.* Kadim Yayınları,Ankara.

Gürsoy, K., 2010. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Tarihinin Matematik Öğretiminde Kullanılmasına İlişkin İnanç ve Tutumları. *Yüksek Lisans Tezi*,Kastamonu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

Hızlı, M., 1987. Kuruluşundan Osmanlılara Kadar Medreseler. *Uludağ Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi,* cilt(2).

Hızlı, M., 2008. Osmanlı Medreselerinde Okutulan Dersler ve Eserler.*Uludağ Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, 25-46.

Hunke, S., 1997. *Avrupa'nın Üzerine Doğan İslâm Güneşi.* Bedir Yayınları.

İhsanoğlu, E., 1992. *Endülüs Menşe'li Bazı Bilim Adamlarının Osmanlı Bilimine Katkıları.* Türk Tarih Kurumu.

İhsanoğlu, E., 1999. *Osmanlı Medeniyeti Tarihi.* İstanbul.

İshak, A.Ş., 1983. *Mu'cemu'l-Musannefâti'l-Kur'âni'l-Kerim, Dâru'r-Rifâi.*Riyad.

Işık, A.ve Bekdemir, A., 2008. Matematik Eğitimin Gerekliliği.*Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 174-184.

İzgi, C., 1997. *Osmanlı Medreslerinde İlim.* İz Yayıncılık,İstanbul.

Karakuş, F., 2009. Matematik Tarihinin Matematik Öğretiminde Kullanılması: Karekök Hesaplamada Babil Metodu. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 195-206.

Katip Çelebi, H., 1837. *Keşfü'z-Zünun an Esami'l-Kütüb ve'l-Fünun: Lexicon Bibliographicum et Encyclopedicum,* Edited and Translated by gustavus Flugel, Dâr es-Sadr. Beyrut.

Kays, Â.i., 1984. *El-İraniyyun ve'l-Edebi'l-Arabi: Ricâlu'l-Ulûmi'l-Kur'ân, Müessetü'l-Buhûs ve Tahkikat.*Tahran.

Kazancıgil, A., 1999. *Osmanlılarda Bilim ve Teknoloji.* Gazeteciler ve Yazarlar Vakfı Yayınları,İstanbul .

Koyuncu, M.K. ve Özdemir, A.Ş., 2017.Matematik Eğitimi Felsefesi Üzerine Bir Literatür Taraması. *International Journal of Social Sciences and Education Research*,1033-1044.

Kunt, M., Farohi, S., Yurdaydın, H.G.ve Ödekan, A., 1997. *Türkiye Tarihi-2:Osmanlı Devleti 1300-1600.* Cem Yayınevi,İstanbul.

Liu, H., 2003.Do Teachers Need to Incorporate the History of Mathematics in Their Teaching? *Connecting Research to Teaching*,416-421.

Mankiewicz, R., 2002. *Matematiğin Tarihi (The Story of Mathematics).* Güncel Yayıncılık, İstanbul.

Mecdî Mehmed Efendi., 1989. *Hadâ'ıku's-Şakâ'ık (Şakâ'ık-i Nu'mâniyye ve Zeyilleri), Çev.Özcan,A.*İstanbul.

Morgan, C., Tikly, C. ve Watson, A., 2003. *Mathematics Teaching School Subjects. University of London*,United Kingdom.

Morrison, R., 1998. The Intellectual Devolepment of Nizam al-Din al-Nisaburi, *Basılmamış Doktora Tezi,* Colombia University.

Muallim Cevdet., 1978. Mektep-Medrese. Çınar Yayınları, İstanbul.

(Anonim), 2003. Standarts for Programs for Initial Preparation of Mathematics Teachers.(*http://www.ncate.org)* adresinden alındı

Öner, N., 1999. *Klâsik Mantık.* A.Ü.İlahiyat Fakültesi Yayınları,Ankara.

Özyılmaz, Ö., 2002. *Osmanlı Medreselerinin Eğitim Programları.* T.C.Kültür Bakanlığı Yayınları, Ankara.

Pakalın, M.Z., 1971. *Osmanlı Tarih Deyimleri ve Terimleri Sözlüğü.*İstanbul.

Pesen, C., 2008. *Yapılandırıcı Yaklaşıma Göre Matematik Öğretimi.* Pegem Akademi Yayınları, Ankara.

Rivoire, G. 1972. *Visage de L'İslâm (Garp Menbalarına Göre İslâm Medeniyeti).*Yağmur Yayınevi,İstanbul.

Rock, D. ve Brumbaugh, D.K., 2017.*Lise Matematik Öğretimi.* Nobel Akademik Yayıncılık, London.

Saçaklızade, M.M., 1715. *Tertibu'l Ulum.*

Sâmi, Ş., 1317. *Kâmus-i Türkî.* c.II, İstanbul.

Sayılı, A., 1947-48. *Higher Education in Medieval Islam.* Ankara Üniversitesi Yıllığı, Ankara.

Sayılı, A., 1966. *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda, Matematik, Astronomi ve Tıp.* Türk Tarih Kurumu Yayınları, Ankara.

Sayılı, A., 1968. *Abdülhamid ibn Türk'ün Katışık Denklemlerde Mantıkî Zaruretleri Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri.* Türk Tarih Kurumu,Ankara.

Sertöz, S., 1996. *Matematiğin Aydınlık Dünyası.* TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Yayınları, Ankara.

SIU, M.K., 2004. No, I don't use history of mathematics in my class. Why?.Departmenr of Mathematics, University of Hong Kong, Hong Kong.

Suter. H. Hesap. *İslam Ansiklopedisi.* Milli Eğitim Bakanlığı, V(I).

Suter, H., 1964. *İslâm Ansiklopedisi.* Milli Eğitim Bakanlığı,İstanbul.

Swetz, F., 1994. *Learning activities from the history of mathematics.* Walch Publishing, Portland.

Swetz, F.J., 1984. Seeking Relevance? Try the History of Mathematics.*Mathematics Teachers*, 54-62.

Swetz, F.J., 1987. *Capitalism and Arithmetic: the new math of the 15th century, including the full text of the Treviso arithmetic of 1478.* Open Court Publishing,Chicago.

Şanal, M., 2003.Osmanlı Devleti'nde Medreselere Ders Programı,Öğretim Metodu, Ölçme ve Değerlendirme, Öğretimde İhtisaslaşma Bakımındsn Genel Bir Bakış. *Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,(14)*,149-168.

Şimşek, C.L. ve Şimşek, A., 2010. Türkiye'de Bilim Tarihi Öğretimi ve Sosyal Bilgiler Öğretmen Adaylarının Yeterlilikleri. *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi*, 169-198.

Taşdemirci, E., 1984. Cumhuriyet Dönemi Türk Milli Eğitim Politikasının Ana Devreleri Üzerine Mukayeseli Bir Araştırma.*Yayımlanmış Doktora Tezi*, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Taşköprülüzâde., 2004. *Mevzû'ât el-'Ulûm.* I,*37-100.*

Taşköprülüzâde. Miftâhu's-Sa'âde. I,311.

Tekeli, S., Kâhya, E., Dosay, M., Demir, R., Topdemir, H.G. ve Unat, Y., 1997. *Bilim Tarihi*. Doruk Yayınevi, Ankara.

Tekeli, S., Kâhya, E., Dosay, M., Demir, R., Topdemir, H.G., Unat, Y. ve Koç Aydın, A., 2001. *Bilim Tarihine Giriş*. Nobel Yayınevi, Ankara.

Tez, Z., 2008. *Matematiğin Kültürel Tarihi.* Doruk Yayımcılık, İstanbul.

Toderini, G., 1789. *De la litterature des Turcs.*French; Italian:A Paris:Chez Poinçot, libraire.

Tözluyurt, E., 2008. Sayılar öğrenme alanı ile ilgili matematik tarihinden seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri. *Yüksek Lisans Tezi*, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

TTK., 2017. *Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı*. MEB, Ankara.

Turan, S., 2011. *Bilim Tarihi Sohbetleri.* Timaş Yayınları, İstanbul.

Anonim, 2017. Güncel Türkçe Sözlük. Türk Dil Kurumu, T.C. Başbakanlık Atatürk Kültür, Dil ve Tarih Yüksek Kurumu.

Ulvan, A.N., 1999. *İslam'da Aile Eğitimi.* Uysal Kitabevi, Konya .

Unan, F., 2003. *Kuruluşundan Günümüze Fatih Külliyesi.* Türk Tarih Kurumu Yayınları, Ankara.

Unan, F., 2010. Klâsik Dönem Osmanlı Bilim Anlayışı. *Osmanlılarda Bilim ve Teknoloji-Makaleler*, Unat. Y. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara,16.

Unat, F.R., 1964. *Türkiye Eğitim Sisteminin Gelişmesine Tarhi Bir Bakış.* Ankara.

Unat, Y., 2005. Asâr-ı Bâkiye ve Yazılış Yöntemi. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, VII*(1), 23-31.

Uzdilek, S.M., 1937. *İki Büyük Türk Alimini Medeniyete Hizmetleri.* Kongre Yayınları, Ankara.

Uzunçarşılı, İ.H., 1988. *Osmanlı Devleti'nin İlmiye Teşkilatı.* Türk Tarih Kurumu Yayınları, Ankara.

Uzunçarşılı, İ.H., 2016. *Osmanlı Tarihi.* Türk Tarih Kurumu Yayınları, Ankara.

Ülger, A., 2003. Matematiğin Kısa Bir Tarihi. *Bilim Konuşmaları*, 21-23.

Ülger, A., 2005. Matematiğin Kısa Bir Tarihi. *Eğitim ve Düşünce Dergisi*,1.

Varış, F., 1978. *Eğitimde Program Geliştirme.* Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Ankara.

Wilson, P.S. ve Chauvot, J.B., 2000. Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics. *Mathematic Teacher*, 642-645.

Yüksel, F., 2000. Matematik Kaygısı. *Eğitim Araştırmaları*.

Yüksel, T.A., 2002. *İslâm'da Bilim Tarihi.* Kitap Dünyası Yayınları, Konya.

Zeki, S., 2003. *Âsâr-ı Bâkiye.* Babil Yayınları, Ankara.

Zembat, İ.Ö., Özmantar, M.F., Bingilbali, E., Şandır, H. ve Delice, A., 2013. *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar.* Pegem Akademi Yayınları, Ankara.

Zengin, S.Z., 1993. II.Meşrutiyet Döneminde Medreselerin Islahı ve Din Eğitimi. Y*ayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kayseri.

Zengin, Z.S., 2008. Medreseden Üniversiteye. *Çukurova Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, 211-221.

Zeydan, C., 1329. *'Medeniyet-i İslamiyye Tarihi', çev. Megamiz, Z.* İstanbul, II, 396.

Zirikli, H., 1954. *El-A'lam:Kamusu Teracimi li-Eşheri'r-Rical ve'n-Nisa.*Matbaatu'l-Kustasus, Kahire

EKLER

EK

Şemsiyye Fi’l Hisâb İsimli Eserin Tercümesi

Eş-Şemsiyye Fi’l-Hisâb İçindekiler

Dibâce

Mukaddime

- Fasıl – Hesâbın Tarifi, Konusunun Açıklanması, Sayının Tarifi ve Kısımları
- Fasıl – Sayının Şekilleri ve Basamakları

Birinci Fen – Hesâbın Temelleri (Usûlü)

Birinci Bâb – Tamsayıların Hesâbı

- Birinci Fasıl – İki Katını Alma, Yarıya Bölme, Toplama ve Çıkarma İşlemleri
- İkinci Fasıl – Çarpma İşlemi

  Birinci Kısım – Tamsayılarla Çarpma İşlemi

  Birinci Cins – Bir Basamaklı Sayıların Çarpımı

  Birinci Nevʿʿ – İlk Üç Basamaktaki Sayıların Çarpılması

  İkinci Nevʿʿ – Binli Sayıların Çarpılması

  İkinci Cins – İki Veya Daha Fazla Basamaklı Sayıların Çarpılması

  İkinci Kısım – Kesirli Sayıların Çarpılması

- Üçüncü Fasıl – Bölme İşlemi

İkinci Bâb – Kesirli Sayıların Hesabı

- Birinci Fasıl – Sayılar Arasındaki Ortaklık, Farklılık ve Birleşiklilik
- İkinci Fasıl – Kesirlerin Paydaları
- Üçüncü Fasıl – Kesirli Sayılarla Çarpma İşlemi

Birinci Nevʿʿ – Çarpanların Her ikisinin de Kesirli Sayı olduğu Çarpma İşlemi

Birinci Sınıf – Tam sayılı Kesirle Tam sayılı Kesrin Çarpılması

İkinci Sınıf – Tam sayılı Kesirle Kesirli Sayının Çarpılması

Üçüncü Sınıf – Kesirli Sayı ile Kesirli Sayının Çarpılması

İkinci Nev‘ – Kesirli Sayılarla Tamsayının Çarpılması

Birinci Sınıf – Tam sayılı Kesirle Tam Sayının Çarpılması

İkinci Sınıf – Kesirli Sayı ile Tamsayının Çarpılması

- Dördüncü Fasıl – Kesirli Sayılarla Bölme İşlemi

Birinci Sınıf – Tamsayının Kesirli Sayıya Bölünmesi

İkinci Sınıf – Tamsayının Tam sayılı Kesre Bölünmesi

Üçüncü Sınıf – Kesirli Sayının Kesirli Sayıya Bölünmesi

Dördüncü Sınıf – Kesirli Sayının Tamsayıya Bölünmesi

Beşinci Sınıf – Kesirli Sayının Tam sayılı Kesre Bölünmesi

Altıncı Sınıf – Tam sayılı Kesrin Tam sayılı Kesre Bölünmesi

Yedinci Sınıf – Tam sayılı Kesrin Tamsayıya Bölünmesi

Sekizinci Sınıf – Tam sayılı Kesrin Kesirli Sayıya Bölünmesi

- Beşinci Fasıl – Kesirli Sayılarla Çarpma, Bölme, Toplama ve Çıkarma İşlemleri

İkinci Fen – Hesâbın Alt Dalları (Furû’)

Birinci Bâb – Üslü – Köklü Sayılar ve Karekök – Küp kök Çıkarma İşlemleri

- Birinci fasıl – Üslü Sayılar
- İkinci Fasıl – Tam ve Kesirli Sayıların Kareköklerinin Bulunması
- Üçüncü Fasıl – Tam ve Kesirli Sayıların Küp köklerinin Bulunması

İkinci Bâb – Sittînî Hesâbı/Altmıştabanlı Sayı Sistemi

- Birinci Fasıl – Ebced Hesâbına Giriş

- İkinci Fasıl – İki Katını Alma İşlemi
- Üçüncü Fasıl – Yarıya Bölme İşlemi
- Dördüncü Fasıl – Toplama İşlemi
- Beşinci Fasıl – Çıkarma İşlemi
- Altıncı Fasıl – Çarpma İşlemi
- Yedinci Fasıl – Bölme İşlemi
- Sekizinci Fasıl – Karekök Çıkarma İşlemi

Üçüncü Bâb – Mesâha

- Birinci Fasıl – Algılanabilir(somut) İşaretlerden Kabul Edilen Şeylerin Sunulması
- İkinci Fasıl – Şekil ve Cisimlerin Yüzey Alanlarının Hesaplanması
- Üçüncü Fasıl – Cisimlerin Hacimlerinin Hesaplanması

Dördüncü Bâb – Problemlerin Cebir ve Mukâbele Yoluyla Çözülmesi

- Birinci Fasıl

    Birinci Mukaddime – Üslü ve Köklü İfadelerle Çarpma İşlemi

    İkinci Mukaddime – Üslü ve Köklü İfadelerle Bölme İşlemi

    Üçüncü Mukaddime – Üç ve Beş Terimli Polinomların Kökünün Bulunması

    Dördüncü Mukaddime – x‘‘li İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri

Teznîb – Altı Cebirsel Denklemin Verilmesi

- İkinci Fasıl – Altı Cebirsel Denklemin Örneklerle Açıklanması

Teznîb

- Çift Yanlış Hesâbı
- Mîzan/Sağlama

Dibâce

İlim ve edeb tahsil edenler İlm-i Hisâb"a ilgisiz kalamazlar. Ülke ve devlet işlerinin kontrolü ile uğraşanlar, vezirler ve kâtipler ona muhtaçtırlar. Matematik her açıdan önemli ve ihtiyaç duyulan bir ilimdir.

Eskiden beri kendim ve ilim talipli̇leri için bir kitap yazmak istiyordum. Bu kitap; külli ve önemli kuralları kuşatacak, araştırmacıyı yoracak gereksiz bilgileri içermeyecek ve âlim bir kişi okuduğunda ona bir şey ekleme ihtiyacı duymayacağı bir eser olacaktı.

Ömür kısa, iş çok. Bu yüzden akıllı kişi ömrünü en önemli olan için harcamalı ve her iki dünyada da faydalı olana ilgi göstermelidir.

Eflatun, 'zanaat sayıca az değildir…" demiş. Bunun anlamı; bir sanatın kuralları ne ihtiyaçtan daha az ne de daha fazla olmalıdır, her sanat gerekli olan kurallar üzerine inşa edilir. Zabt etme sınırını aşan amacı engeller. Ben de tüm bunları dikkate alarak bu kitabı Şemseddin Abdullatif b. Reşidüddin"e bir hediye olarak takdim etmek için elimden geleni yaptım. Bu kıyamete kadar baki kalacak bir hediyedir. Onun ismine nispetle de eseri eş-Şemsiyye diye isimlendirdim ve onu bir "mukaddime" ile iki "fenn" üzerine tertip ettim.

1. Mukaddime

İki fasıldır.

(*Fasıl, Arapça kökenli bir sözcüktür. Anlamı ise bölüm, kısım, devre anlamlarına gelir. Önsözün iki ayrı bölümden oluştuğunu ifade etmektedir*.)

1.1. Birinci Fasıl: Hesâbın Tarifi, Konularının Açıklanması, Sayının Tarifi ve Kısımları

Hesap bilimi (İlm-i hisâb), kendisiyle, belirli özelliklere sahip bilinenlerden sayısal bilinmeyenleri tespit etme yolları öğrenilen bir bilimdir. Konusu sayıdır; sayı, bir ve birden oluşan her şeye ad olarak verilen bir niceliktir. Bir veya birden oluşan şey mutlak (kayıtsız) ise, yani bir, iki, üç ve on gibi kendisinden daha büyük bir öbeğe/bütüne izafe edilmezse tam(sahih) diye adlandırılır. Kendisinden daha büyük bir öbeğe izafe edilirse, bir birim varsayılan iki-de-bir ve bir birim sayılan beş-de-iki gibi, bir birim varsayılır/kabul edilir. Birinci durumda(surette) 'bir', yarım (1/2), ikinci durumda ise 'iki', beş-de-iki (2/5) olur ve rasyonel(kesir) olarak adlandırılır.

Hukemâ “1”in sayı olup olmadığı konusunda ihtilafa düşmüşlerdir. Aslında zikrettiğimiz gibi “1” sayıdır.

(*Hukemâ, Bilgin, alim anlamlarına, ihtilaf ise farklılık anlamlarına gelmektedir.)*

1.2. İkinci Fasıl: Sayıların Şekilleri ve Basamakları

Sayıların şekilleri Hind Hukemâsının ortaya koyduğu üzeredir. Bu 9 rakam şöyledir:

٩٨٧ ٦٥ ۴ ٣ ٢ ١

“1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9”

Sayıların basamakları üçtür. Sağdan sola doğru alınır ve ilk basamağın “birler basamağı”, ikinci basamağın “onlar basamağı”, üçüncü basamağın “yüzler basamağı” olarak isimlendirilmesi konusunda ittifak edilir. Bu üç basamak ve bundan sonra diğer üç basamak peş peşe gelir. Diğer üç basamağın isimleri ilki gibidir ancak birler basamağının yerine binler, onlar basamağının yerine on binler, yüzler basamağının yerine yüzbinler basamağı ismi verilir. Böylece her üç basamağı, isimleri, “bin” lafzını artırman dışında önceki üç basamağın isimleri olan diğer üç basamak takip eder.

Basamakları öğrenmiştin; bil ki 9 şekilden (rakamdan) herhangi bir şekil ilk basamakta olduğunda onun işareti 1’den 9’a kadar olan peş peşe rakamlardan biri, ikinci basamakta olduğunda 10’dan 90’a kadar olan onluklardan biri ve üçüncü basamakta olduğunda100’den 900’e kadar olan yüzlüklerden biridir. Buradan kıyasla; her üç basamaktan sonra diğeri gelir ve sonra gelen her bir basamak için tekrar ettiği kadarıyla bir, iki veya daha fazla “bin” lafzı kullanılır. Her bir basamak için, orada sayı bulunmaması halinde basamaklarda bir eksiklik olmasın diye küçük bir daire şeklindeki sıfır koymak gerekir. Sıfır konulmasıyla ‘on’un şekli ‘10’ olur. Eğer sıfır yapılmasaydı ‘1’olurdu. ‘Yüz’ ün şekli “100” olur. Eğer bir şey yapılmasaydı ‘1’, sadece bir tane sıfır konulsaydı ‘10’ olurdu. Bu kıyas üzerine sayılar bir araya getirilir.

(*Yukarıda bahsedilen sayılar metnin orijinalinde genellikle sözel olarak ifade edilmiş şekil olarak ifade edilmek istenildiğinde ise Arap rakamları kullanılmıştır*.)

2. Birinci Fenn: Hesâbın Temelleri

İki bâbdır.

2.1. Birinci Bâb: Tam Sayıların Hesâbı

Üç fasıldır.

2.1.1. Birinci Fasıl: Doğal Sayılarla İki Katını Alma, Yarıya Bölme, Toplama ve Çıkarma İşlemleri

İki katını alma, sayıyı kendisi kadar arttırmaktır. Yarıya bölme, sayıyı yarısı kadar azaltmaktır. Toplama, bir sayının daha küçük veya daha büyük bir sayı kadar artmasıdır. Çıkarma, bir sayının, ondan daha büyük olmayan bir sayı kadar eksilmesidir. Tamsayılar hakkında bu anlamlar (tanımlar), artırılmış dikkat ve çoğaltılmış işleme ihtiyaç duyulması demektir.

<u>İki Katını Alma İşlemi</u>

Senin için bu işlemler arttığında iki katını alma işlemi için pek çok satır ve sütunu olan bir cetvel çiz. Sayının rakamlarını cetvelin başına koy ve sol taraftan işleme başla. Sayının rakamlarının birer birer katını al ve sonucu rakamla sonuç arasına bir çizgi çektikten sonra rakamın altına koy. Rakam, iki katı alma işleminden sonra 10 veya daha büyük olursa bir önce yapılan işlem üzerine 10 için 1 artır. 10 üzerinden artmış olanı da sonucun da bulunduğu ara çizgilerin altındaki yerine koy. Çizgilerin altında oluşan sayı sonuçtur.

Misal: 650.372 sayısının iki katını almak istedik.

6	5	0	3	7	2

Cetvel çizdik ve rakamları cetvelin başına böyle koyduk. Sayının solundaki 6 ile başladık. O şekilde iki katını aldık, 12 oldu. Çizgi çektikten sonra 12'nin birler basamağındaki 2'yi altına, onlar basamağındaki 1'i sola koyduk. Sonra 5

	6	5	0	3	7	2
1	2			6	4	4
	3			7		

2'in iki katını aldık, 10 oldu. Çizgi çektikten sonra 5'in altına 0 koyduk ve soldaki 2'nin üzerine onlar basamağındaki "1" için 1 artırdık. 3 olan toplamı çizgiden sonra 2'nin altına koyduk. Sonra 0'ın sağındaki 3'ün iki katını aldık, 6 oldu. 6'yı 3'ün altına koyduk. Sonra 7'nin iki katını aldık, 14 oldu. 14'ün 4'ünü 7'nin altına koyduk. 1'ini de bir önceki rakam olan 6'ya ilave ettik, 7 oldu, 7'yi de 6'nın altına koyduk. Sonra 2'nin iki katını aldık, 4 oldu, 4'ü 2'nin altına koyduk. Çizgilerin altında kalan sayı yani "1.300.744" işlemin sonucudur.

<u>Yarıya Bölme İşlemi</u>

Yarıya bölmede de işlem sağ taraftan başlaman gereği dışında böyledir. Çift olan her rakamın altına çizgi çektikten sonra yarısını koyarsın. Birler basamağı dışındaki basamaklardaki rakamlar tek olursa yarıya bölmeden sonra elde edilen yarım (nısf) için solundaki rakamın yarısının üzerine "5" artırırsın. Yarımdan sonra bir şey kalırsa çizgi çektikten sonra yarısı alınan rakamın altına koyarsın. Eğer tek rakam ilk basamakta olursa ve o rakam 1 olursa yarıya bölmeden elde edilen yarım için (0 tam bir bölü iki) $\frac{1}{2}$ koyarsın. Eğer ilk basamaktaki rakam 1'den başka bir rakam olursa, 0'ın yerine rakamın yarıya bölümünden çıkan bölümü koyman dışında bu şeklin aynısını koyarsın.

Misal: 1076543’ün yarısını bulmak istedik. Cetveli çizdikten ve işlem tamamlandıktan sonra cetvelin şekli böyle olur. Çizgilerin altında $538271\frac{1}{2}$ elde edilir.

1	0	7	6	5	4	3
	5	3	3	2	2	1
			8		7	$\frac{1}{2}$

$3{:}\,2 = 1\frac{1}{2}$’dir. Bir önceki rakam olan 3 tek sayı olduğundan 4’ün yarısı olan 2 üzerine 5 arttırdık 2+5=7 oldu. $5{:}\,2 = 2\frac{1}{2}$’dir. Tam kısım ola 2’yi 5’in altına yazar, yarım yani $\frac{1}{2}$ için bir donraki rakam olan 6’nın yarısı üzerine 5 arttırırız.

$6{:}\,2 = 3$ ise 3+5=8 olur. $7{:}\,2 = 3\frac{1}{2}$’dir. Tam kısmı olan 3’ü 7’nin altına yazar, yarım kısmı için de bir sonraki rakamın yarısı üzerine 5 arttırırız. Bu şekilde işlem sona erer ve çizgilerin altında kalan rakamlar $53821\frac{1}{2}$ işlemimizin sonucudur.

Toplama ve Çıkarma İşlemi

Toplamak veya çıkarmak istenen sayıların ilki (büyüğü) cetvelin en üstüne, ikinci sayı da bu sayının altına yerleştirilir. Toplanan veya çıkarılan sayıların aynı basamakları alt alta getirilir. İşlem soldan sağa doğru yapılır. Toplama işleminde iki rakamın toplamı 10‟dan fazla olursa elde bir önceki (soldaki) rakama verilir. Çıkarma işleminde ise küçük rakamın büyük rakamdan çıkarılması gerekirse bir önceki (soldaki) rakamdan bir onluk alınarak küçük rakama verilir ve onluk alınan rakam da bir eksiltilerek tekrar yazılır.

Misal: 125.403 ile 39.867 sayısını toplamak istedik.

1	2	5	4	0	3
	3	9	8	6	7
	5	4	2	7	0
	6	5			

Sol taraftan başlıyoruz. 1'in altında sayı olmadığı için bir işlem yapmaya gerek yoktur. On binler basamağındaki 2+3=5'i 3'ün altına yazdık. Binler basamağında 5+9=14'tür. 14'ün 4'ünü 9'un altına yazdık, eldeyi de bir önceki rakama yani 5'e verdik. 5+1=6'yı 5'in altına yazdık.

Yüzler basamağında 4+8=12'dir. 12'nin 2'sini 8'in altına yazdık, eldeyi bir önceki rakam verdik. Onlar basamağında bir işlem yapmamıza gerek yoktur. Birler basamağında ise 3+7=10, 10'un 0'ını 7'nin altına eldeyi de bir önceki basamağa verdik. Çizgilerin altında oluşan sayı yani 165.270 işlemimizin sonucudur.

Misal: 85.023'den 7.416'yı çıkarmak istedik.

8	5	0	2	3
	7	4	1	6
7	8	6	1	7
	7		0	

Sol taraftan işleme başladık. (2) On binler basamağında bir işlem yapmamıza gerek yoktur. Binler basamağında 5'ten 7 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan yani 8'den bir onluk aldık ve 8-1=7'yi altına yazdık. Aldığımız onluk ile 5 rakamı 15 oldu ve 15-7=8'i 7'nin altına yazdık. Yüzler basamağında 0'dan 4 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan onluk aldık ve o rakamı 1 eksilttik. Aldığım onluk ile 0 rakamı 10 oldu ve 10-4=6'yı 4'ün altına yazdık. Onlar basamağında 2-1=1'i 1'in altına yazdık. Birler basamağında 3'ten 6 çıkmayacağı için bir önceki rakamdan onluk aldık ve 13-6=7'yi 6'nın altına yazdık. Çizgilerin altında oluşan sayı yani 77.607 işlemimizin sonucudur.

2.1.2. İkinci Fasıl: Doğal Sayılarda Çarpma İşlemi

Çarpma işleminin tam ve rasyonel sayılar için en genel tarifi; çarpma işleminin sonucu olacak sayının çarpanlardan birine oranı ile diğer çarpanın 1'e oranının eşitlenmesidir.

Tam sayılarda; 3'ü 4'le çarparsan sonuç 12 olur. Çünkü 12'nin 3'e nispeti 4'ün 1'e nispeti gibidir. Ve bunun gibi 12'nin 4'e nispeti 3'ün 1'e nispeti gibidir.

Kesirli sayılarda; $\frac{1}{2}$'yi $\frac{1}{3}$ ile çarparsan sonuç $\frac{1}{6}$ olur. Çünkü $\frac{1}{6}$'nın $\frac{1}{2}$'ye nispeti $\frac{1}{3}$'ün 1'e nispeti gibidir ve aynı şekilde $\frac{1}{6}$'nın $\frac{1}{3}$'e nispeti $\frac{1}{2}$'nin 1'e nispeti gibidir. Çarpmanın tarifinden konu açıklığa kavuşur.

İki farklı sayının yerlerinin değiştirilerek çarpılması sonucu değiştirmez, her iki şekilde de sonuç birdir. Öklid yedinci kitabında bunun anlamı üzerine ispat yapmıştır.

Çarpma iki kısımdır:

A. Tam Sayılarla Çarpma

B. Rasyonel Sayılarla Çarpma

A. Tam Sayılarla Çarpma İki Cinstir:

a. Tek basamaklı sayıların çarpımı: Bu sayılar bir basamaklıdır. 10 ve 100 gibi

b. İki veya daha fazla basamaklı sayıların çarpımı: 15 ve 125 gibi sayıların çarpılmasıdır.

a. Tek Basamaklı Sayılarla Çarpma İki Nev' dir:

I. "Bin" lafzının olmadığı çarpma (Binler basamağına kadar olan çarpma)

II. "Bin" lafzının olduğu çarpma. (Binler basamağı ve üzerindeki basamaklarla olan çarpma)

I. Binler Basamağına Kadar Olan Çarpma 6 Sınıftır:

1. Birlerin birler ile çarpılması: Her bir sayının 1 ile çarpılması kendisini verir çünkü "1" çarpmada etkisiz elemandır. Bir sayının 2 ile çarpılması 2 katını, 3 ile çarpılması 3 katını, 4 ile çarpılması da 2 katının 2 katını verir.

6.6 = 36   7.7 = 49   8.8 = 64   9.9 = 81

6.7 = 42   7.8 = 56   8.9 = 72

6.8 = 48   7.9 = 63

6.9 = 54

(Yukarıda verilenler eserde sayı sembolü kullanılmadan yazı ile yazılmıştır.)

Misal: 8 ile 7'yi çarpmak istedik. İkisinin 5'ten fazlalıkları sırayla 3 ve 2'dir. Bu iki sayıyı toplayıp 10'la çarptık. $3 + 2 = 5 \rightarrow 5.10 = 50$ oldu. Bunu sonucu sakladık. Sonra

8 ile 7'nin 5'ten fazlalıklarını çarpıp sakladığımız sonuca ekledik. $3.2 = 6 \rightarrow 50 + 6=56$

İşlemimizin sonucudur.

2. Birlerin onlar ile çarpılması:

Misal: 3.40 = 3.(4.10) = 12.10 = 120

3. Birlerin yüzler ile çarpılması:

Misal: 5.300 = 5.(3.100) = 15.100 = 1500

4. Onların onlar ile çarpılması:

Misal: 30.40 = (3.10). (4.10) = 12.100 = 1200

5. Onların yüzler ile çarpılması:

Misal: 50.700 = (5.10). (7.100) = 35.1000 = 35000

6. Yüzlerin yüzler ile çarpılması:

Misal: 200.300 = (2.100). (3.100) = 6.10000 = 60000

II. Binler Basamağı Ve Üzerindekilerle Olan Çarpma

Misal: 50.000.000 ile 600.000.000.000'ı çarpmak istedik. Her iki sayıdaki bin lafızlarını atıyoruz. Geriye 50 ile 600 kalıyor. Bunun da onlarla yüzlerin çarpılmasındaki gibi çarpıyoruz. 30.000 oluyor. Daha sonra attığımız binleri de veriyoruz ve sonuç 30.000.000.000.000.000.000 oluyor.

Eğer tek basamaklı sayılarla çarpmanın yolunu öğrendiysen bileşik sayıların çarpılması kolay gelir.

b. Bileşik Sayıların Çarpımı:

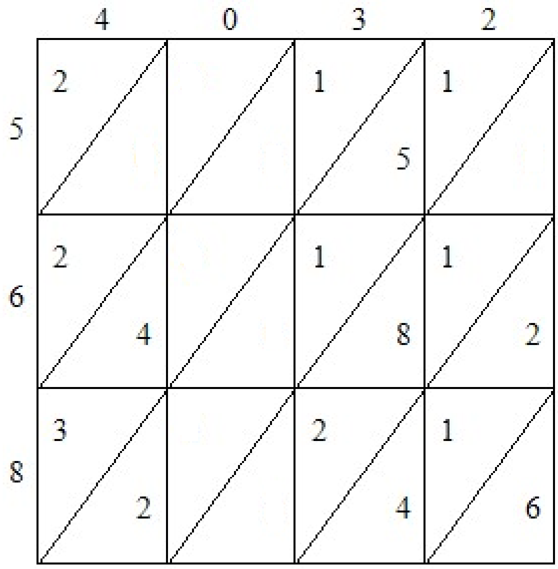
Çarpan ve çarpılandaki rakamların her birinin basamak değerleri birbirleri ile çarpılır ve sonuçlar toplanır.

Misal: 12.1200 = (10+2).(1000+200) = 10.000+2.000+2.000+400 = 14.400

Eğer sayılar büyür ve işlem yapmak zorlaşırsa çarpanların basamak sayısı kadar karesi olan bir cetvel çizeriz ve işlemi bu cetvel yardımı ile yaparız.

<u>Cetvel Yardımıyla Bileşik Sayıların Çarpılması:</u>

Misal: 4032 ile 568'yi çarpmak istedik.



Üstten ve soldan aynı karede buluşan rakamlar çarpılır ve sonucun onlar basamağı üst, birler basamağı da alt üçgene gelecek şekilde yerleştirilir. İşlemin sonucunu tespit etmek için büyük dörtgendeki altı çapraz çizginin arasında kalan sayılar sağ alt köşeden başlayarak toplanarak yazılır ve sayı oluşur.

Yani "6" birler basamağını, 4+1+2=7 "7" onlar basamağını, 2+8+1=11 "11" in "1"i yüzler basamağını oluşturur. Diğer "1" i elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+2+1+5+1=10 "10"un "0"ı binler basamağını oluşturur, "1" de elde olarak bir sonraki basamağa ekleriz. 1+3+4+1=9 "9" on binler basamağını, "2" yüzbinler basamağını ve yine "2" milyonlar basamağını oluşturur. İşlemin sonucu "2.290.176".

2.1.3. Üçüncü Fasıl: Doğal Sayılarda Bölme İşlemi

Bölme; herhangi bir sayının (bölme işleminin sonucu olacak sayı) 1'e oranın bölünenin bölene oranına eşitlenmesidir.

Bölme İşleminde I. Yöntem:

Bölünen ve bölen birbirlerine eşit olurlarsa bölüm 1 olur ki bu durumda bir işleme gerek yoktur. Ancak bölünen ve bölen arasında bir fazlalık varsa ve bölünen bölenden büyükse, bölenle çarpıldığında bölünene eşit veya bölünenden daha küçük olacak bir sayı seçeriz. Eğer bölen bu sayıyla çarpıldığında sonuç bölünene eşit çıkıyorsa o sayı bölümdür, sonuç bölünenden küçükse çıkarma işlemi yapılır ve kalana bölenden küçük mü büyük mü diye bakılır.

Eğer kalan, bölenden küçük değilse bölenle çarpıldığında kalana eşit veya ondan daha küçük olacak başka bir sayı istenir. Eğer sayı kalana eşitse, bu ve ilk bulduğumuz sayının toplamı bölme işleminin sonucudur. Eğer sayı kalandan küçükse ondan çıkarılır ve bu kalanın kalanının bölenden küçük mü yoksa büyük mü olduğuna bakılır ve bu şekilde kalanlar bitene kadar işlem devam eder.

Misal: 80040'ı 24'e bölmek istedik.

24'le çarpıldığında 80040'a eşit veya ondan daha küçük olacak sayıyı arıyoruz. Yani; $24x_1 \leq 80040$ olmalıdır. $x_1 = 3000$ (4000 olamaz çünkü bu sayının 24'le çarpımı bölünenden büyük olur) olursa 24.3000=72000 olur. Bu sayı bölünenden küçüktür. Öyleyse bölümü oluşturacak sayılardan ilki 3000'dir. Kalan 80040-7200=8040'tır. Başka sayı aradık; $x_2 = 300$ olursa 24.300=7200 olur. Bu sayı kalandan küçüktür. Öyleyse bölümü oluşturacak sayıların ikincisi 300'dür. Kalan 8040-7200=840'tır. Başka bir sayı denedik; $x_3 = 30$ olursa 24.30=720 olur. Bu sayı kalandan küçüktür. Öyleyse bölümü oluşturacak sayıların üçüncüsü 30'dur. Kalan 840-720=120'dir. Başka bir sayı denedik; $x_4 = 5$ olursa 24.5=120'dir ve kalana eşittir. O zaman bölümümüz $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ olacaktır. Yani 3000+300+30+5=3335'tir. Eğer bölüneni 90046 farz etseydik bölüm yine 3335 olacaktı ama dördüncü işlem sonunda kalan 6 olacaktı.

Bölme İşleminde II. Yöntem:

Bölme işleminde bölünen büyüdükçe işlem yapmak zorlaşır. Bu durumda sütün ve satırları olan bir cetvel çizerek işlemi daha kolay yapabiliriz. Bölüneni cetvelin en üstüne peş peşe olarak koyarız. Böleni de biraz mesafe bıraktıktan sonra altına peş peşe yerleştiririz. Sonra uygun olan en büyük rakamı bölenin birler basamağı hizasından cetvelin en üstüne koyarız. Bu rakamı birer birer bölenin rakamlarıyla çarpar sonuçları da bölünenin rakamlarından çıkarır böleni cetvelde bir sütun sağa kaydırarak tekrar yazarız. Bundan sonra uygun olabilecek başka bir rakam bulur onu da cetvelin en üstüne bir önceki koyduğumuz rakamın sağına yerleştiririz. Bu rakamla da aynı işlemleri yapar ve bölünenin rakamları bitene kadar devam ederiz. İşlem sonunda cetvelin en üstünde oluşan sayı bölümdür.

Misal: 680.045’i 255’e bölmek istedik.

Bölünen ve bölen şekildeki gibi cetvele yerleştirilir.

		2			
6	8	0	0	4	5
2	7				
1					
2	5	5			
	2	5	5		

		2	6		
6	8	0	0	4	5
2	7	7			
1	5				
	2				
	1				
2	5	5			
	2	5	5		
		2	5	5	

		2	6	6	
6	8	0	0	4	5
2	7	7	7		
1	5	5			
	2	2			
	1	1			
2	5	5			
	2	5	5		
		2	5	5	
			2	5	5

		2	**6**	**6**	**6**
6	8	0	0	4	**5**
2	7	7	7	**1**	
1	5	5	5		
	2	2	**2**		
	1	1			
2	5	5			
	2	5	5		
		2	5	5	
			2	5	5

Sonra bölme işlemine uygun olabilecek en büyük rakam; bu işleme göre 2 bölenin birler basamağı hizasından cetvelin en üstüne yerleştirilir. Daha sonra da 2 bölenin yüzler basamağı olan 2 ile çarpılır, sonuç yani 4 bölünenin yüzbinler basamağındaki 6’dan çıkarılır. Kalan 2, 6’nin altına yazılır. Bu işlemlerden sonra cetvelin en üstüne yazdığımız 2 ile bölenin onlar ve birler basamağındaki rakamlarla aynı işlemler tekrar edilir. 5.2 = 10 olur ancak 8“den 10 çıkmayacağı için soldaki 2’den bir onluk alınıp çıkarılır ve kalan 1, 2’nin altına yazılır. Bölenin birler basamağındaki 5 için de aynı işlemler takip edilir. 5.2=10 bu sefer 8’den 10 çıkarılabilir çünkü basamaklar uygundur. Kalan 7, 8’in altına yazılır. Böylece bölen, cetvelin en üstündeki 2 ile tek tek çarpıldıktan sonra sağa doğru bir sütün kaydırılarak tekrar yazılır. Bu işlemden sonra işlemin en başında bölme işlemine uygun mümkün olabilecek en büyük sayıyı takdir edildiği gibi başka bir sayı daha takdir edilir ve bulunan sayı cetvelin en üstündeki 2’nin sağına yazılarak 2 ile yapılan tüm işlemler tekrarlanır. Bölünenin birler basamağına ulaşınca işlem bitmiş demektir. Cetvelin en üstünde oluşan sayı bölme işleminin sonucu yani bölümdür. Bölünen sayının altındaki sütunlarda çıkarma işlemleri neticesinde rakamlar kaldıysa, bu rakamlar da soldan sağa doğru yazılarak işlemin kalanını oluşturur. Örnekteki işlemde bölüm 2666, kalan ise 215’tir.

2.2. İkinci Bâb: Kesirli Sayıların Hesâbı

Altı fasıldır.

2.2.1. Birinci Fasıl: Sayılar Arasındaki Ortaklık, Farklılık ve Birleşiklilik

‘1’ dışındaki iki sayıdan ya küçüğü büyüğünü tam sayar ya da saymaz. Saymaktan maksat azaltmaktır. Küçük sayı büyüğünden birkaç defa azaltılırsa büyük sayıdan bir şey kalmaz. İşte bu tür sayılara “birleşik” (mütedâhil) sayılar denir. Biraz önce anlattığımız iki sayının yanına ‘1’ dışında üçüncü bir sayı getirilirse, bu sayı diğer ikisini ya tam sayar (katıdır) ya da saymaz (katı değildir). Eğer tam sayarsa bu sayılara “ortak” (müşârik), saymazsa da “farklı” (mütebâyin) denir.

Birinci Kısım: Birleşiklilik (Tedâhul)

$20 - 4 = 16, 16 - 4 = 12, 12 - 4 = 8, 8 - 4 = 4\ ve\ 8 - 4 = 0$’dır.

20 ve 4 sayıları tedâhul’dür.

İkinci Kısım: Ortaklık (İştirak)

6 ve 20 → 6, 20’den üç defa eksiltilirse 6.3 = 18 → 20 – 18 = 2 kalır. Bu sayı 6’dan küçüktür. Öyleyse 6’nin 20’yi sayması (katı olması) mümkün değildir. Ancak 2, üç defa 6‟dan eksiltilirse bir şey kalmaz. Anladık ki 2 diğer iki sayı yani 6 ve 20’nin katıdır.

Üçüncü Kısım: Farklılık (Tebâyün)

11 ve 50 → 11, 50’den 4 kez eksiltilirse 11.4 = 44 → 50 – 44 = 6 kalır. 6, 11’den çıkarılırsa 11 – 6 = 5 kalır. 6’dan da 5 çıkarılırsa 6 – 5 = 1 kalır. Böylece anladık ki 11 ve 50 farklıdır (mütebâyin).

Eğer sayılar çok olsaydı iki sayı arasında şu yolu izlerdik: İki sayının herhangi bir sayıda ortak olduklarını bulduğumuzda bu sayıyı üçüncü ile birlikte dikkate alırız. Bunları da herhangi bir sayıda ortak bulursak dördüncü ile birlikte dikkate alırız. Bu şekilde son sayıya kadar devam eder.

Ortaklık örneği: “16, 20, 36, 42”. 16 ve 20 “4”te ortaktırlar. 36’yı “4” için dikkate alırsak bu iki sayı arasında birleşiklilik ilişkisi olduğunu görürüz. 42‟yi “4” için dikkate alırsak bu iki sayının “2” de ortak olduklarını görürüz. Öyleyse “16, 20, 36, 42” nin ortak böleni “2”dir.

Birleşiklik örneği:

“360, 90, 9, 3”. Bu sayıların ortak böleni 3’tür.

Farklılık örneği:

“27, 81, 75, 44”. 27 ve 81 arasında birleşiklilik ilişkisi vardır. 75’i de dikkate aldığımızda bu üç sayı “3”de ortaktırlar. 44’ü “3” ile birlikte dikkate alırsak “27, 81, 75, 44” arasında farklılık (tebâyün) ilişkisi olduğunu görürüz.

2.2.2. İkinci Fasıl: Kesirlerin Paydaları

Payda, kendisinden kesrin tam sayı olacağı en küçük sayıdır. Yarım, ikiden tam sayı olur; çünkü ikinin yarısı bir’dir, bu da tam sayıdır. Benzer şekilde dört; çünkü yarısı tam sayı olan ikidir. Aynı biçimde tam ikiye bölünebilen sınırsız(sonsuz) sayılar için bu durum geçerlidir. Çünkü iki bu sayılardan daha küçüktür. İlk payda iki’dir, bir iki’ye oranlanır, $\frac{1}{2}$ olur. Sonra 3 gelir ve 1, 3’e oranlanırsa $\frac{1}{3}$ ve 2, 3’e oranlanırsa $\frac{2}{3}$ olur. Bu şekilde devam eder.

Bu kesirler, paydası 2’den 10’a kadar olmak suretiyle dokuz tanedir ve **ifade edilebilen (muntak) dokuz kesir ve kesirlerin anası** olarak isimlendirilir. Çünkü diğer muntak kesirler izâfet, terkîb veyahut da tekrar yoluyla bu dokuz kesirden türerler. Bundan sonra 2, 3, 5 ve 7 hariç bu dokuz kesirden biri ifade edilemeyen (asam) sayılar arasında görülmez.

Kesirler genel olarak 2 çeşittir:

a. İfade edilebilen (Muntak) kesirler: Bu kesirler yukarıda zikredildi.

b. İfade edilemeyen (Asamm) kesirler:

$\frac{1}{11}, \frac{4}{13}$ Şeklindedir.

Muntak Ve Asamm Kesirler 4 Kısımdır:

I. Basit (Müfred) Kesir

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\ (muntak) ve \frac{1}{11}, \frac{1}{19}\ (asam) gibi.$$

II. Tekrarlı (Mükerrer) Kesir

$$\frac{2}{3},\frac{3}{4}\ (muntak) ve \frac{2}{11},\frac{4}{19}\ (asam) gibi.$$

III. Bileşik (Mürekkeb) Kesir

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\ \text{(muntak)veya}\ \frac{1}{6}+\frac{1}{10}\ \text{(muntak) ve}\ \frac{1}{11}+\frac{1}{13}\ \text{(asam)gibi.}$$

IV. Çarpanlı (Mudâfe) Kesir

$$\frac{1}{2}.\frac{1}{3}\ \text{(muntak)ve}\ \frac{1}{11}.\frac{1}{13}\ \text{(asam)gibi.}$$

Bu kesirlerin paydalarının ifade edilmesi de şöyledir:

1. Basit kesrin paydası: $\frac{1}{9} \rightarrow 9\ veya \frac{1}{11} \rightarrow 11$
2. Tekrarlı kesrin paydası: $\frac{2}{3} \rightarrow 3\ ve\ \frac{3}{11} \rightarrow 11$
3. Çarpanlı kesrin paydası: $\frac{1}{6}.\frac{1}{10} \rightarrow (6.10) = 60\ ve \frac{1}{11}.\frac{1}{13} \rightarrow (11.13) = 143$
4. Bileşik kesrin paydası: $\frac{1}{3}+\frac{1}{9} \rightarrow 9$. Asamm bileşik kesirlerin paydası, iki kesrin paydalarının çarpılması ile bulunur.

<u>Ortak Paydanın Bulunması:</u>

Misal: $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$'un ortak paydasını bulmak istedik. 4, 6 ve 10 '2' sayısında ortaktırlar. Yani kesirler

$\frac{1}{2}$'de ortaktırlar. 4'ün yarısı ile 6'yı çarpıyoruz, 12 eder. 12'yi de 10'un yarısı ile çarpıyoruz, 60 eder. Yani bu kesirlerin paydaları 60 sayısında eşitlenirler. Ortak payda 60'tır.

Misal: $\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$'un ortak paydasını bulmak istedik. 7, 9 ve 10 sayıları farklıdır (mütebayine). Bu yüzden 7.9=63→63.10=630 şeklinde ortak paydayı buluruz.

Misal: $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{10}$'un ortak paydasını bulmak istedik. 6 ve 10 '2' de ortaktır. Öyleyse birinin yarısı ile diğerini çarpıyoruz. 6:2=3→ 3.10=30 ile de 7'yi çarpıyoruz. 30.7=210 bu kesirlerin ortak paydasıdır.

Eğer benzer (mütemâsile) kesirlerden olan bileşik (mürekkeb) kesirlere gelince; burada tek payda ile yetiniyoruz.

Misal: $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$ ‘nın ortak paydası 6’dır.

Fayda: Kesirlerin yazılışları konusuna gelince; tam sayının altına önce pay yazılır, bunun altına da payda yazılır.

Çarpanlı şekildeki kesirler de şöyle yazılır:

$$\frac{0}{1} \rightarrow 0\frac{\frac{1}{2}}{6}=\frac{1}{2}.\frac{1}{6}, \qquad \frac{0}{1} \rightarrow 0\frac{\frac{\frac{1}{3}}{5}}{10}=\frac{1}{3}.\frac{1}{5}.\frac{1}{10}$$

2 3

6 1

5

1

10

Diğer Fayda: Bir sayıyı diğerine oranladığında bu kesri daha sade lafızlarla ifade etmeye çalış. Mesela:

$$\frac{1}{2}.\frac{1}{2} \text{ yerine} \frac{1}{4}, \qquad \frac{1}{2}.\frac{1}{3} \text{ yerine} \frac{1}{6}$$

Çarpanlı kesir yapmak istediğinde paydaları arasındaki sayı farkını arttır. Mesela:

$$\frac{1}{3}.\frac{1}{4} \text{ yerine } \frac{1}{2}.\frac{1}{6}$$

Kesirli sayılarda önce büyük sonra küçük olan kesri zikret. Mesela:

$$\frac{1}{15} \rightarrow \frac{1}{3}.\frac{1}{5} \text{ veya} \frac{5}{6} \rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{3} \text{ gibi.}$$

2.2.3. Üçüncü Fasıl: Kesirli Sayılarla Çarpma

Kesirli sayıların çarpımı tecnîs üzerine inşa edilir. Bu durum da tam sayı ile kesirli sayı birlikte olduğunda olur. Tecnîs; tamsayı ile kesrin paydasının çarpılıp bu sonuca kesrin payının eklenmesidir.

Misal:

$$4\frac{1}{3} = \frac{4.3 + 1}{3} = \frac{13}{3}$$

Kesirli sayılarla çarpma 2 çeşittir.

A. Çarpanların Her ikisinde de Kesirli Sayı Olan Çarpma

3 sınıftır.

a. Tam Sayılı Kesirle Tam Sayılı Kesrin Çarpılması

Misal:

$$5\frac{1}{3}.7\frac{3}{4} = \frac{16}{3}.\frac{31}{4} = \frac{496}{12} = 41\frac{4}{12} = 41\frac{1}{3}$$

Bu sınıfta daima pay paydadan büyüktür. Çünkü çarpanların her ikisinde de tamsayı mevcuttur. Tecnîs işlemi ile kesrin paydasının değeri büyür ve payın değeri paydadan daha fazla çıkar.

b. Kesirle Tam Sayılı Kesrin Çarpılması

3 kısımdır. Bu kısımlardaki pay ve paydaların birbirlerine eşit veya birinin diğerinden büyük olması mümkündür.

I.Kısmın Misali:

$$\frac{4}{5}.1\frac{1}{4} = \frac{4}{5}.\frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

II.Kısmın Misali:

$$6\frac{3}{4}.\frac{4}{11} = \frac{27}{4}.\frac{4}{11} = \frac{108}{44} = 2\frac{20}{44} = 2\frac{5}{11}$$

III.Kısmın Misali:

$$\frac{1}{5}.3\frac{1}{4}=\frac{1}{5}.\frac{13}{4}=\frac{13}{20}=\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$$

c. Kesirli Sayı İle Kesirli Sayının Çarpılması

Misal:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right).\left(\frac{3}{4}.\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{6}.\frac{3}{20}=\frac{15}{120}=\frac{1}{8}$$

Bu sınıfta daima pay paydadan küçüktür. Çünkü kesrin payı paydasından daima küçüktür.

B. Çarpanlardan Birinin Tamsayı Olduğu Çarpmadır ve 2 Sınıftır:

a. Tam Sayı İle Tam Sayılı Kesrin Çarpılması

Misal:

$$6.3\frac{1}{4}=6.\frac{13}{4}=\frac{78}{4}=19\frac{2}{4}=19\frac{1}{2}$$

b. Tam Sayı İle Kesrin Çarpılması

3 kısımdır.

I. Kısmın Misali:

$$4.\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

II.Kısmın Misali:

$$8.\frac{4}{5}=\frac{32}{5}=6\frac{2}{5}$$

III.Kısmın Misali:

$$3.\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

2.2.4. Dördüncü Fasıl: Kesirli Sayılarda Bölme İşlemi

8 sınıfta incelenir. Çünkü sayı 3 çeşittir ve 3.3 = 9'dur.

a. Tamsayı

b. Kesirli sayı

c. Tam sayılı kesir

1. Tamsayının tamsayıya bölünmesi.

2. Tamsayının kesirli sayıya bölünmesi

3. Tamsayının tam sayılı kesre bölünmesi.

4. Kesirli sayının kesirli sayıya bölünmesi.

5. Kesirli sayının tamsayıya bölünmesi.

6. Kesirli sayının tam sayılı kesre bölünmesi.

7. Tam sayılı kesrin tam sayılı kesre bölünmesi.

8. Tam sayılı kesrin tamsayıya bölünmesi.

9. Tam sayılı kesrin kesirli sayıya bölünmesi

<u>Birinci Sınıfın misali (Son sekiz maddeden ilkinin misali):</u> Tamsayının kesirli sayıya bölünmesi. Bu sınıfta sonucun payı daima paydadan büyüktür. Çünkü tamsayı 1'den küçük olmaz. Tamsayı payda ile çarpılıp paya yazıldığından daima pay büyük çıkacaktır.

$$5:\frac{3}{4} = 5.\frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

<u>2.Sınıfın misali:</u> Tamsayının tam sayılı kesre bölünmesidir ve 2 kısımdır. Çünkü pay paydadan ya daha büyüktür ya da daha küçüktür. Eşit olmaları mümkün değildir. Çünkü bölünen tamsayı bölen tamsayıya eşit veya ondan daha küçük olursa payda, payda ile birlikte olan kesir nedeniyle paydan daha büyük olur. Eğer bölünen tamsayı bölen tamsayıdan daha büyük olursa pay paydadan daha büyük çıkar.

I. Kısmın Misali:

$$7:6\frac{2}{5}=7:\frac{32}{5}=7.\frac{5}{32}=\frac{35}{32}=1\frac{3}{32}=1\frac{3}{4}.\frac{1}{8}$$

II.Kısmın Misali:

$$2:3\frac{1}{3}=2:\frac{10}{3}=2.\frac{3}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

3. Sınıfın misali**:** Kesirli sayının kesirli sayıya bölünmesidir ve 3 kısımdır. Bu sınıfta hem pay ve paydanın eşit olması hem de birbirlerinden fazla olması durumları söz konusudur.

I.Kısmın Misali:

$$\frac{1}{3}:\frac{1}{3}=\frac{1}{3}.3=\frac{3}{3}=1$$

II.Kısmın Misali:

$$\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4}{5}.\frac{3}{2}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

III.Kısmın Misali:

$$\left(\frac{1}{3}.\frac{1}{5}\right):\frac{1}{8}=\frac{1}{15}:\frac{1}{8}=\frac{1}{15}.8=\frac{8}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$$

4. Sınıfın misali: Kesirli sayının tam sayıya bölünmesidir. Burada pay paydadan daima küçüktür, çünkü tamsayı 1'den küçük olamaz ve bu tamsayı payda ile çarpıldığında sonucun paydası daha büyük çıkacaktır.

$$\frac{4}{5}:4=\frac{4}{5}.\frac{1}{4}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$$

5. Sınıfın misali: Kesirli sayının tam sayılı kesre bölünmesidir. Bu kısımla ilgili açıklamalar daha önce zikredilmişti.

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right):3\frac{1}{3}=\frac{5}{12}:\frac{10}{3}=\frac{5}{12}.\frac{3}{10}=\frac{1}{8}$$

6. Sınıfın misali: Tam sayılı kesrin tam sayılı kesre bölünmesidir. 3 kısımdır:

I.Kısmın misali:

$$3\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}=1$$

II.Kısmın misali:

$$4\frac{1}{3}:\left(2\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{13}{3}:2\frac{5}{6}=\frac{13}{3}:\frac{17}{6}=\frac{13}{3}.\frac{6}{17}=\frac{26}{17}=1\frac{9}{17}$$

III.Kısmın misali:

$$3\frac{1}{4}:6\frac{1}{2}=\frac{13}{4}:\frac{13}{2}=\frac{13}{4}.\frac{2}{13}=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$

<u>7. Sınıfın misali:</u> Tam sayılı kesrin tamsayıya bölünmesidir. 2. Sınıfta geçtiği gibi 2 kısımdır:

I.Kısmın misali:

$$5\frac{3}{4}:4=\frac{23}{4}.\frac{1}{4}=\frac{23}{16}=1\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$$

II.Kısmın misali:

$$3\frac{1}{3}:6=\frac{10}{3}.\frac{1}{6}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$

<u>8. Sınıfın misali:</u> Tam sayılı kesrin kesirli sayıya bölünmesidir.

$$6\frac{2}{3}:\frac{10}{11}=\frac{20}{3}:\frac{10}{11}=\frac{20}{3}.\frac{11}{10}=\frac{22}{3}=7\frac{1}{3}$$

2.2.5. Beşinci Fasıl: Kesirli Sayılarla 2 Katını Alma, Yarıya Bölme, Toplama ve Çıkarma İşlemleri

<u>I. İki Katını Alma İşlemi</u>

Paydanın tek sayı olduğu durumlarda payın iki katı alınır, Pay paydadan küçük olursa birbirlerine oranlanır. Pay paydadan büyük olursa paydadan payın içinde kaç tane varsa alınır ve tamsayı kısmına yazılır, kalan paya yazılır ve payda aynen geçirilir. Böylece tam sayılı kesre dönüştürülmüş olur.

1.Misal:

$$\frac{2}{5}.2=\frac{4}{5}$$

2.Misal:

$$\frac{3}{5}.2=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

Paydanın çift sayı olduğu durumlarda payda yarıya bölünür. Eğer payla payda eşit olursa "1" in iki katı alınır. Payda yarıya bölündükten sonra da paydan büyük olursa pay paydaya oranlanır.

1.Misal:

$$\frac{1}{4}.2=\frac{1}{2}$$

2.Misal:

$$\frac{5}{8}.2=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$$

<u>II. Yarıya Bölme İşlemi</u>

Eğer farz edilen kesrin payı tek sayı ise paydanın 2 katı alınır.

1.Misal:

$$\frac{3}{8}:2=\frac{3}{16}$$

Eğer farz edilen kesrin payı çift sayı ise payın yarısı alınır ve paydaya oranlanır.

2.Misal:

$$\frac{2}{3}:2=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

<u>III. Toplama İşlemi</u>

Kesirli sayılarla toplama işlemi yapılırken önce paydalar eşitlenir daha sonra toplama işlemi yapılır. Eğer pay paydadan küçükse paydaya oranlanır, pay ve payda eşitse sonuç "1"dir ve pay paydadan büyükse kesir tam sayılı kesir haline getirilir.

1.Misal:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{1}{3}\ +\ \frac{1}{4}\ +\ \frac{1}{5}\ +\ \frac{1}{10}=\frac{20+15+12+6}{60}=\frac{53}{60}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{20}$$

2.Misal:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}\ +\ \frac{1}{3}\ +\ \frac{1}{6}\ =\frac{3+2+1}{6}=\frac{6}{6}=1$$

3.Misal:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\ +\ \frac{3}{4}\ +\ \frac{4}{5}\ =\frac{40+45+48}{60}=\frac{133}{60}=2\frac{13}{60}=2\frac{1}{6}+\frac{1}{20}$$

IV. Çıkarma İşlemi

Kesirli sayılarla çıkarma işlemi yapmak için paydaları eşitse payları çıkarır paydayı da aynen yazarız. Eğer sayılar eşitse geriye bir şey kalmaz. Eğer paydalar eşit değilse paydaların ortak paydasını alır daha sonra çıkarma işlemini yaparız.

1.Misal:

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=0$$

2.Misal:

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\ \frac{1}{3}\ -\ \frac{1}{4}\ =\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12}=\frac{1}{2}.\frac{1}{6}$$

Eğer çıkan eksilenden daha büyük olursa bu işlem eksilenle birlikte tamsayı olması durumu hariç mümkün değildir.

3.Misal:

$$4\frac{1}{3}-\frac{3}{5}=4\frac{1}{3}-\frac{3}{5}=4\frac{1}{3}-\frac{3}{5}=4\frac{5-9}{15}$$

Burada 5'in 9'dan çıkması mümkün değildir. Öyleyse 4 olan tamsayıdan 1'i alırız ve 1'den $\frac{3}{5}$' i çıkarırız. Çıkan sonucu da kalan tamsayıyı veririz.

Tamsayılı kesrin $\frac{1}{3}$'ünü de bu sayıya ekleyerek işlemi tamamlarız.

$$4-1=3 \rightarrow 1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \rightarrow 3\frac{2}{5} \rightarrow 3\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$$

sonucudur.

2.2.6. Altıncı Fasıl: Kesirlerin Paydalarının Dönüştürülmesi

Büyük bir sayıyı daha küçük bir sayıya bölersen kesir kalır; bölünen bölenden küçüktür. İstersen kalanı veya bölüneni, ikisinin de paydası olduğundan yani bir (aynı) olduğundan, bölene nispet edersin. İstersen, nispet edileni kendisine dönüştürülen paydayla çarparak başka bir paydaya dönüştürürsün; sonucu ilk paydaya bölersin, bölmeden çıkan dönüştürülene nispet edilen miktardır. Çünkü nispet edilenin yani kalan veya daha küçük bölünenin kendisine nispet edilene -ki o bölendir-, nispeti bilinmeyen sayının dönüştürülen paydaya nispeti gibidir ki, bu da dört orantılı sayıdır. *Elementler*‟de (el-*Ustukussât*) açıklandığı üzere, dört miktar orantılı ise içler (vasateyn) ve dışlar (tarafeyn) çarpımı eşittir. Bu kuraldan zorunlu olarak şu çıkar ki, dörtten birisi bilinmeyen geri kalanlar bilinen ise bilinmeyen bilinenlerden hareketle bilinir. Çünkü bilinmeyen ya içlerden ya da dışlardan birisine aittir. Dışlardan birisine aitse, dışa ait bilinmeyeni tespit için içlerin çarpımını dışa ait bilinene böleriz. İçlerden birine aitse, içe ait bilinmeyeni tespit için dışların çarpımını içe ait bilinene böleriz. Bu bölmeden yine bir şey arta kalır ve bunu üçüncü bir paydaya nispet etmek istersek bu kalanın ikinci paydaya nispeti, bilinmeyenin üçüncü paydaya nispeti gibidir. İşlem, dönüştürülmek istenene ulaşıncaya değin böyle devam eder. Anlattıklarımızı bir örnekle açıklamaya geçmeden önce bilinmesi gerekir ki, "devânik"in "dinar"dan paydası altı, "tesâsic"in "devânik"ten paydası dört, "şueyrât"ın "tusûc"tan paydası dört, benzer biçimde "esatir"in "menn"den paydası kırk, "evkiyyât"ın "menn"den paydası yirmi dörttür.

1 dinar = 6 dânik

1 dânik = 4 tusuc

1 tusuc = 4 şeîr (arpa tanesi)

1 menn = 40 esâtir

1 menn = 24 evkıyyât

Şimdi örneği verebiliriz:

Elli dinarı on üçe bölersek $3\frac{11}{13}$ olur ve kesrin tam kısmı olan '3'dinar olarak kalır. $\frac{11}{13}$'ün paydasını 13'ten dâniklerin paydasına dönüştürmek istersek 11'in 13'e oranı bilinmeyen sayının 6'ya oranına eşittir. 6'yı 11'le çarparız, 66 olur. 66'yı 13'e bölersek, olur ve kesrin tam kısmı olan '5' dânik olarak kalır.$\frac{1}{13}$'ün paydasını 13'ten 4 olan tesâsic'in paydasına dönüştürmek istersek 1'in 13'e oranı bilinmeyen sayının 4'e oranına eşittir. Dışların çarpımı 4'tür ve 4, 13'ten daha küçüktür. 4'ü 13'e oranlarsak, tusûcdan $\frac{4}{13}$'tür. $\frac{4}{13}$' ün tusûcdan paydası 4 olan şueyrâta oranını öğrenmek istersek 4'ün 13'e oranı bilinmeyen sayının 4'e oranına eşittir. Dışların çarpımı 16'dır. 16'yı 13'e bölersek $1\frac{3}{13}$olur ve kesrin tam kısmı olan '1' şeıyra olarak kalır. $\frac{3}{13}$ de küçük bir sayıdır ve onun ihmali nedeniyle hesapta hemen hemen bir eksiklik görülmez. $\frac{3}{13}$' ü ihmal ettik ve 50 dinarın 13'e bölünmesinden çıkan yaklaşık 3 dinar, 5 dânik, 1 şeıyradır dedik.

50 dinarı 13'e bölüyoruz:

$\frac{50}{13} = 3\frac{11}{13} \rightarrow$ 3'ü 'dinar' olarak alıp kesri 'dânik' birimine dönüştürmek için işleme devam ederiz.

$\frac{11}{13} = \frac{x}{6} \rightarrow 13x = 66 \rightarrow x = \frac{66}{13} = 5\frac{1}{13} \rightarrow$ 5'i 'dânik' olarak alıp kesri 'tusûc' birimine dönüştürmek için işleme devam ederiz.

$\frac{1}{13} = \frac{x}{4} \rightarrow 13x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{13} \rightarrow$ Buradaki kesirde tam sayı olmadığı için 'tusûc' biriminden 'şeıyr' birimine dönüştürmek için işleme devam ediyoruz.

$\frac{4}{13} = \frac{x}{4} \rightarrow 13x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{13} = 1\frac{3}{13} \rightarrow$ 1'i 'şeıyr' olarak alıyoruz ve $\frac{3}{13}$ de küçük bir sayı olduğu için ihmal ediyoruz.

$\frac{50dinar}{13} \rightarrow$ 3 Dinar, 5 dânik ve 1 şeyır'dır.

Bu, Allah Teâlâ'nın izni ile ikinci fenne başlamadan önce birinci fennin ikinci bâbı

Hakkındaki sözümüzün tamamıdır.

3. İkinci Fenn: Hesâbın Alt Dalları (Fürû')

4 bâbdır.

3.1. Birinci Bâb: Üslü – Köklü Sayılar ve Karekök – Küp kök Çıkarma İşlemleri

3 Fasıldır.

3.1.1. Birinci Fasıl: Üslü Sayılar

Kendisi ile çarpılabilen her sayı; ‘muhasebe’de **cezr (kök),** ‘mesaha’da **dıl’,** ‘cebr ve mukâbele’de **şey** olarak adlandırılır. Sayı kendisi ile çarpıldığında ortaya çıkan sonuç **meczûr** (kökü olan), **murabba’** ve **mâl** olur. Sayı karesi ile çarpıldığında ise sonuç **kâb** (küp) ve mukaab diye isimlendirilir.

Burada cezr (kök) ilk mertebe, mâl (kare) ikinci mertebe, kâb (küp) üçüncü mertebedir. Bundan sonrakiler bu üç kelime kullanılarak ifade edilir.

1. Mertebe: Kök (cezr) → $2^1 = 2$

2. Mertebe: Kare (mâl) → $2^2 = 2.2 = 4$

3. Mertebe: Küp (kâb) → $2^3 = 2^2.2 = 8$

4. Mertebe: Karenin karesi (mâli‟l-mâl) → $2^4 = 2^2.2^2 = 16$

5. Mertebe: Karenin küpü (mâli‟l-kâb) → $2^5 = 2^2.2^3 = 32$

6. Mertebe: Küpün küpü (kâbi‟l-kâb) → $2^6 = 2^3.2^3 = 64$

7. Mertebe: Karenin karesinin küpü (mâlün mâli‟l-kâb) → $2^7 = 2^2.2^2.2^3$= 4.4.8 = 128

8. Mertebe: Karenin küpünün küpü (mâlün kâbi‟l-kâb) → $2^8 = 2^2.2^3.2^3$= 4.8.8 = 264

9. Mertebe: Küpün küpünün küpü (kâbün kâbi‟l-kâb) → $2^9 = 2^3.2^3.2^3$= 8.8.8 = 528

10. Mertebe: Karenin karesinin küpünün küpü (mâl mâl kâbi‟l-kâb) →

$2^{10} = 2^2.2^2.2^3.2^3$= 4.4.8.8 = 1056

Bu şekilde mertebeler sonsuza kadar gider. Bu mertebeler artma (suûd) tarafındadır.

Kesirli Sayıların Üslü İfadeleri:

Kökün cüz'ü → $\frac{1}{2}$

Karenin cüz'ü → $\frac{1}{4}$

Küpün cüz'ü → $\frac{1}{8}$

Karenin karesinin cüz'ü → $\frac{1}{8}.\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

Küpün karesinin cüz'ü → $\frac{1}{8}.\frac{1}{4}=\frac{1}{32}$

Küpün küpünün cüz'ü → $\frac{1}{8}.\frac{1}{8}=\frac{1}{64}$

Bunlar da bu şekilde sonsuza kadar gider. Bunlar da azalma (nüzûl) tarafındadır.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}}=\cdots$$

Bu şekilde artma tarafındaki mertebeler peş peşe orantılıdır, azalma tarafındaki mertebeler de bunun gibidir. Her iki tarafın mertebeleri de aynen kesintisiz olarak orantılıdır.

$$\frac{64}{32}=\frac{32}{16}=\frac{16}{8}=\frac{8}{4}=\frac{4}{2}=\frac{2}{1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}}=\cdots$$

Bu şekilde karşı yönlerden artma ve eksilme tarafına doğru giderler ancak mertebelerden her biri tek (*aynı*) olur ve bu aynılıktan ötürü vâhid, şey, mâl ve kâb vb. isimlendirilirler. Eğer çok sayıda (*muhtelif*) olurlarsa aynı şekilde a‟dâd, eşyâ‟, emvâl, kiâb vb. isimlendirilir. Buna benzer şekilde azalma tarafında da "şeyin parçaları", "emvâlin parçaları" vb. denilir. Bu bahiste mertebelerin izahı ile ilgili olarak bu kadar açıklama yeterlidir. Cebr ve mukâbele bâbında konunun diğer kuralları gelecektir.

3.1.2. İkinci Fasıl: Tam ve Kesirli Sayıların Kareköklerinin Bulunması

Eğer bir tamsayının kökünü bulmak istersek bunun yolu; kendisi ile çarpıldığında kökü istenen sayıya eşit veya ondan daha küçük çıkacak sayıyı bulmaktır. Eğer eşit çıkarsa kök, bulduğumuz bu sayıdır. Ancak az çıkarsa bulduğumuz sayının karesini kökü istenen sayıdan çıkarır, kendisi ile bir kez, ilk bulduğumuz sayı ile iki kez çarpıp sonuçları topladığımızda kalana eşit veya kalandan küçük çıkacak başka bir sayı ararız.

Eğer kalana eşit çıkarsa ilk ve ikinci bulunan sayıların toplamı köktür, küçük çıkarsa kalandan çıkarırız. Sonra kendisi ile bir kez, bulduğumuz ilk iki sayının toplamı ile iki kez çarpıp sonuçları topladığımızda en son kalana eşit veya ondan daha küçük çıkacak üçüncü bir sayı ararız. Eğer sonuç en son kalana eşit çıkarsa bulduğumuz bu üç sayının toplamı köktür. Eğer sonuç küçükse bu yaptığımız işlemlere sonuç kalana eşit çıkana kadar devam ederiz.

<u>Karekök Bulmada I. Yöntem</u>

Misal: 65.536'nın kökünü bulmak istedik. Önce kendisi ile çarptığımızda bu sayıya eşit veya ondan daha küçük çıkacak bir sayı buluruz. 200'ü bulduk. 200.200 = 40000. Bu sayı kökü istenen sayıdan küçüktür. Kalanı bulmak için kökü istenen sayıdan çıkarırız. 65536 – 40000 = 25536. Bu kalana göre başka bir sayı bulacağız. İşlemimize devam eder, başka bir sayı buluruz. 50'yi önce kendisiyle bir kez, sonra da 200 ile 2 kez çarparız. 50.50 = 2.500 → 200.50=10.000 → 200.50=10.000 Tüm sonuçları toplarız. 10.000+10.000+2.500 = 22.500 'dir. Daha önce bulduğumuz 40.000 ile 22.500'ü toplar ve kökü istenen sayıya ulaşıp ulaşamadığımızı kontrol ederiz. 40.000+22.500 = 62.500 Kökü istenen sayıya henüz ulaşamadık. Kalanı bulmak için çıkarma yaparız. 65536 – 62500 = 3036 Buna göre yeni sayı ararız. Yine başka bir sayı bularak bu işlemleri tekrarlıyoruz.

6.6 = 36 → 200.6=1.200

200.6=1.200 → 50.6 = 300 → 50.6 = 300

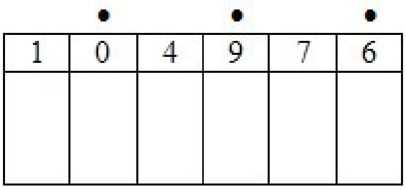
Tüm sonuçları topluyoruz.

1.200+1.200+200+200+36 = 3.036

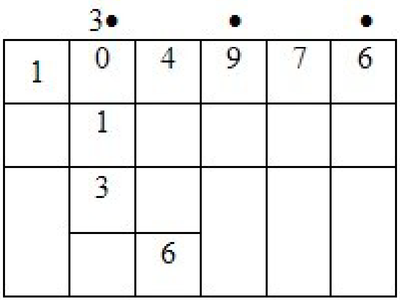
62.500+3.036 = 65.536

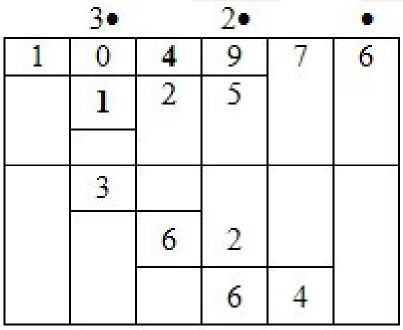
Kökü istenen sayıya ulaştık. Öyleyse bu sayının kökü 200+50+6 = 256'dır.

<u>Karekök Bulmada II. Yöntem:</u>

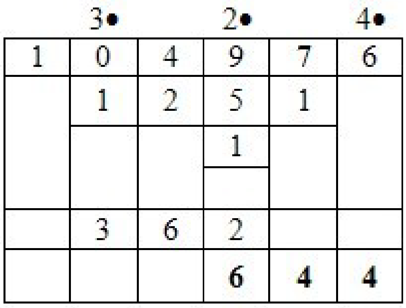


Tamsayıların bölünmesi konusunda geçtiği gibi bir cetvel çizilir ve kökü istenen sayı cetveldeki gibi üst satıra yerleştirilir. Sonra kökü istenen sayının birler, yüzler ve on binler basamaklarındaki rakamlarının üzerine birer nokta konulur. Daha sonra en soldaki noktanın yanına kendisi ile çarpıldığında noktanın altındaki rakama eşit veya ondan daha küçük çıkacak bir rakam konulur. Bu işleme göre en uygun rakam 3'tür. 3 cetvelin hem en üstüne hem de aynı hizada cetvelin alt tarafına yazılır ve kendisi ile çarpılarak hemen altındaki rakamdan çıkarılır.





3.3 = 9 → 10 – 9 = 1 kalır ve 1, 0'ın altına yazılır. Daha sonra alttaki ve üstteki 3 toplanarak sonuç olan 6 bir basamak sağa cetvelin alt tarafına yazılır. Yine uygun olabilecek bir sayı bulunup ortadaki noktanın yanına yazılır. Bu sefer uygun sayı 2'dir. 2 cetvelin en üst ve altındaki yerine yazıldıktan sonra 6 ile çarpılır, sonuç 14'ten (koyu yazılı) çıkarılır ve sonuç 4'ün altına yazılır. 6.2=12 →14 – 12 = 2.



Sonra 2 kendisi ile çarpılarak sonuç 9'dan çıkarılır ve kalan 9'un altına yazılır. 2.2=4 → 9 – 4 = 5. Bundan sonra da alttaki ve üstteki 2 toplanarak en alt satırdaki 6'nın sağına yazılır.

En son noktaya da uygun olan sayı bulunur. 4 hem cetvelin üstüne hem altına yazılarak sırasıyla cetvelin en altındaki rakamlar olan 6, 4 ve 4 ile çarpılıp sonuçlar kökü istenen sayıdan sırayla çıkarılır. Çıkarma işleminin tamamlanması ile kök çıkarma işlemi de tamamlanmış olur. Cetvelin en üstünde oluşan 324 sayısı 104976 sayısının köküdür. Buradaki işlemde hiç kalan olmadığı için 104976 sayısı muntaktır ve tam kökü vardır. Eğer işlem sonunda akalan olsaydı kökü istenen sayı asam olarak isimlendirilecekti.

Misal: 2'nin kökünü bulmak istedik.

Eğer ilk verilen yolla yapılırsa sonuç $1\frac{1}{3}$'tür. İkinci verilen yolla yapılırsa;

2 ilk önce 100 ile çarpılır. 2.100=200 Sonra 200'ün kökü 10'a bölünür.

$$\sqrt{200} = 14\frac{4}{29}$$

$$\frac{14\frac{4}{29}}{10} = 14\frac{4}{29}.\frac{1}{10} = \frac{410}{29}.\frac{1}{10} = \frac{41}{29} = 1\frac{12}{29}$$

Bu sayı 2'nin karekökküdür ve ilk verilen sonuçtan yani $1\frac{1}{3}$'ten daha dakiktir.

(Buradaki ikinci yöntemi formül ile ifade etmek istersek:

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{100.a}}{10}$$

Biçiminde olmalıdır.)

<u>Rasyonel sayıların kökünün bulunması:</u>

Eğer tamsayılı kesrin kökünü bulmak istersek önce onu bileşik kesre çevirir daha sonra ayrı ayrı pay ve paydanın köklerini buluruz.

$$\sqrt{a\frac{b}{c}} = \sqrt{\frac{a.c+b}{c}} = \frac{\sqrt{a.c+b}}{\sqrt{c}}$$

Misal: $6\frac{1}{4}$'ün kökünü bulmak istedik.

$$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4} \rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5.5}}{\sqrt{2.2}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Misal: $9\frac{1}{2}$'ün kökünü bulmak istedik.

$$9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}.\frac{2}{2} \rightarrow \sqrt{\frac{38}{4}} = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{4}} = \frac{6\frac{2}{13}}{2} = 6\frac{2}{13}.\frac{1}{2} = 3\frac{1}{13}$$

3.1.3. Üçüncü Fasıl: Tam ve Kesirli Sayıların Küp köklerinin Bulunması

İlk kökü (küp kökü) bulmak için cetvel çizdikten sonra öncekinde geçtiği gibi rakamlar cetvelin başına konulur ve yine önceden geçtiği gibi birler basamağının üstüne bir işaret konulur. Sonra menzil (sayının hangi dereceden kökünün bulunacağı) küp olursa kalan işaretler rakamlar ikişer atlanarak, üssü 4 olursa üçer atlanarak, üssü 5 olursa dörder atlanarak son işarete gelene kadar bu şekilde konulur. Sonra cetvelin boyu eşit satırlara bölünür.

Eğer küpse (yani sayının küp kökü isteniyorsa) 3 satır, üssü 4 (dördüncü dereceden kökü isteniyorsa) 4 satır yapılır. Tüm kısımların (satırların) arasında yeterli mesafe bırakmak uygun olur. İlk satır sayı satırı, son satır kök satırı, kök satırının üstündeki kare satırı, kare satırının üstündeki de küp satırı (bu tertip sayı satırına kadar devam eder) olarak isimlendirilir.

Sonra uygun olan en büyük sayı bulunur. Bu sayı son işaretin (en soldaki işaret)üstüne ve işaretin hizasından alttaki kök satırına konulur ve alttaki sayı ile üsteki çarpılır, Sonuç kare satırına konulur. Sonucun birler basamağı kök satırındaki sayı hizasına onlar basamağı ise sol tarafına konulur. Sonra kare satırındaki sayı ile üstteki çarpılır, sonuç zikredilen şartla küp satırına konulur. Bunun gibi sayı satırının altındaki satırlar bitene kadar üstteki sayı ile mevzunun (tabloya en son yerleştirilen sayı) sonucu çarpılır. Böylece bu sonucun, üzerinde işaret olan rakamla bu rakamın solundaki rakamın oluşturduğu sayıdan çıkarılması mümkün olur. İlk bulduğumuz sayı gibi ikinci bir sayı bulduğumuzda onunla daha önce anlatılan işlemler yapılır. Yani sayı tablonun üstüne ve kök satırına konulur. Üstteki sayı toplamla çarpılır ve sonuç kare satırı üzerine arttırılır. Sonra üstteki kare satırının toplamı ile çarpılır ve sonuç küp satırı üzerine arttırılır. Bunun gibi sayı satırının altına varana kadar devam eder. Onun üzerine üstteki ile altındakinin çarpılmasından elde edilen arttırılır. Bu toplam sayı satırının ikinci satırı nedeniyledir. Sonra üstteki, sayı satırının üçüncü satırı nedeniyle ikinci defa kök satır üzerine arttırılır. Üstteki meblağ ile çarpılır ve sonuç kare satırı üzerine arttırılır. Üstteki kare satırındaki ile çarpılır, sonuç küp satırı üzerine arttırılır. Bunun gibi sayı satırının ikincisi bitene kadar devam eder. Sonra üstteki sayı satırının dördüncü satırı nedeniyle üçüncü defa kök satırındaki üzerine arttırılır. Bundan sonra üsttekini kök satırındaki üzerine arttırma ve arttırmadan sonra gelen işlemlerle ilgili olarak kök satırına sıra gelene kadar daha önce yapılanlar gibi yapılır.

Üstteki istendiğinde ikinci sayı satırındaki bir basamak, üçüncüsündeki iki basamak, dördüncüsündeki 3 basamak sağa nakledilir. Kök satırına kadar bu böyle devam eder. Sayının birler basamağı tablonun üstündeki işaretlerden sondan bir öncekinin hizasında olur. Sonra bilinen özelliklere sahip uygun olan en büyük sayı istenir. Bu sayı son işaretin öncesindeki işaretin üstüne ve işaretin hizasından alttaki kök satırına konulur. Üstteki sayı kök satırındaki toplam ile çarpılır ve sonuç kare satırındaki aynı hizadaki sayı üstüne arttırılır. Sonra üstteki sayı kare satırındaki toplam ile çarpılır ve sonuç küp satırının aynı hizasındaki üzerine arttırılır.

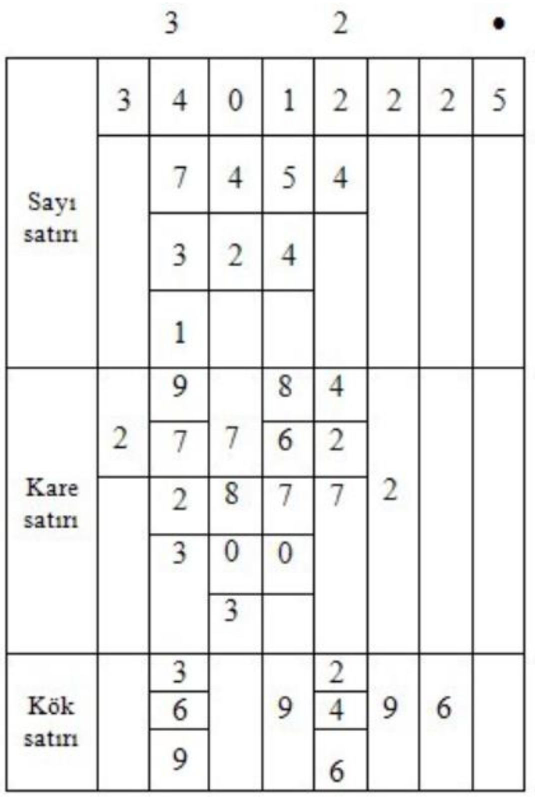
Bu şekilde sayı satırına gelene kadar devam edilir. Üstteki sayı oradaki ile çarpıldığında sonuç sayı satırının hizasındaki sayıdan çıkarılır. Bundan sonra üstteki sayı kök satırı üzerine bir kez arttırılır ve daha sonra da önceden geçtiği gibi satır satır işlemler yapılır. Sonra satırlar önceki düzende olduğu gibi nakledilir. Daha önce geçen işlemler de aynı şekilde yapılırsa işlem tamamlanır.

Misal: 34.012.225'in küp kökünü bulmak istedik.

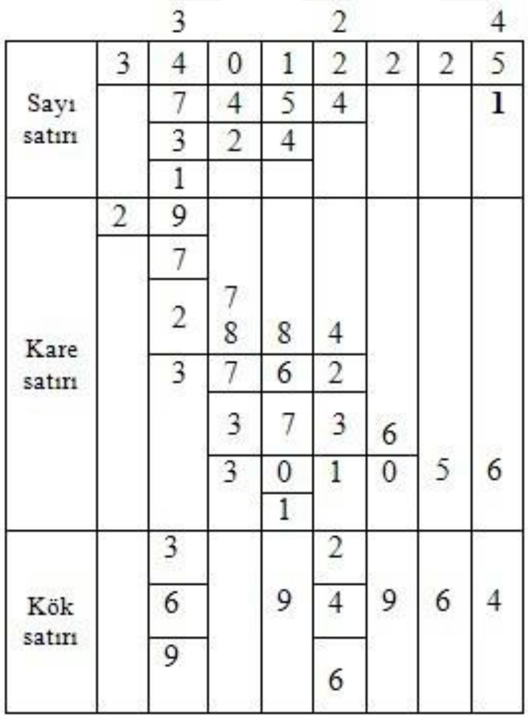
<table>
<tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td>•</td><td></td><td></td><td>•</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Sayı satırı</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>7</td><td>4</td><td>5</td><td>4</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td><td>4</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Kare satırı</td><td rowspan="4">2</td><td>9</td><td rowspan="4">7</td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>7</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Kök satırı</td><td rowspan="3"></td><td>3</td><td rowspan="3">9</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
<tr><td>9</td></tr>
</table>

Cetvel çizdikten sonra sayıyı yerine koyduk ve işaretleri sabitledik. Sonra, küpü, soldaki en son işaretin altındaki 34 sayısından eksiltilebilecek en büyük rakamı istedik. Bu rakamı 3 bulduk, onu işaretin üstüne ve alttaki kök satırına koyduk. 3'ü kendisiyle çarptık 3.3 = 9'u kare satırı üzerine yerleştirdik. Sonra 3‟ü kare satırındaki 9 ile çarptık ve sonucu 34'ten eksilttik. $3.9 = 27,\ 34 - 27 = 7$ bir çizgiden sonra 7'yi 4'ün altına koyduk. 30‟un altına enlemesine çizgi çekerek onu silmiş olduk ve şeklin tamamı böyle oldu.

Sonra üstteki 3'ü sayının ikinci satırı yani misaldeki kare satırı için alttaki 3 üzerine arttırdık. 3+3 = 6 oldu.



Üstteki 3’ü bu toplamla çarptık ve sonucu kare satırı üzerine arttırdık. $3.6 = 18 \rightarrow 18 + 9 = 27$ Olur. 27’yi kare satırındaki 9’un altına yazdık. Sonra üstteki 3’ü kök satırı için kök satırı üzerine arttırdık. 3+3 = 6 oldu. Bu 6’yı kök satırındaki 3’ün altına yazdık. Çünkü sıra (tur) sayının ikinci satırının altında bitti. Sonra kare satırındaki 27’yi, kök satırındaki 3 ve 6’nin toplamı olan 9’u sağa doğru bir basamak kaydırdık. Daha sonra da zikredilen sıfatta başka bir büyük rakamı aradık. 2‟yi bulduk, onu doldurulmuş işareti önceleyen işaretin üstüne ve altına; kök satırındaki kaydırılmış olan sayının (9) sağına koyduk. Üsttekini birer birer kök satırı ile çarptık, sonucu kare satırı üzerine arttırdık. Sonra üsttekini kare satırı rakamlarının toplamı ile çarptık. Sonucu sayı satırından düştük. Sonra üsttekini kare satırı için kök satırı üzerine arttırdık ve onu toplamla çarptık. Bu sonucu kare satırı üzerine arttırdık. Sonra üsttekini kök satırı için kök satırı üzerine arttırdık. Kare satırındaki bir basamak, kök satırındakini de iki basamak kaydırdık, bu şekilde oldu. Bilinen özelliklere sahip uygun olan en büyük rakamı aradık ve 4 bulduk. Onu ilk (sağdan) işaretin üstüne ve alttaki kök satırına koyduk.



4’ü kök satırı ile çarptık, sonuç olan 16’yı kare satırı üzerine arttırdık. Sonucu kare satırı ile çarptık, bu sonucu da sayı satırından çıkardık, 1 kaldı, cetvelin şekli böyle oldu. Eğer sonucu bulmak için cetvelde yapılacak işlem kalmadıysa işaretl erin üstündeki sayı farz edilen sayının küp köküdür.

		3			2			4
Sayı satırı	3	4	0	1	2	2	2	5
		7	4	5	4			**1**
		3	2	4				
		1						
Kare satırı		9						
	2	7						
		2	7 8	8	4			
		3	0	6	2			
			3	7		2		
				0	7			
			3	**1**	1	0	5	6
					4	6	9	**8**
						8	**2**	
						9		
Kök satırı		3			2		**6**	4
		6		9	4	**9**		8
							7	
		9			6			**2**

Misalde "1" kalan olarak kaldığı için ilk işaretin üstündeki rakamı, sayının ikinci satırı olan kare satırı için, kök satırı üzerine bir kez arttırmak gerekir. Üsttekini alttakiyle yani 4'ü kök satırının toplamı ile çarparız ve sonucu kare satırı üzerine arttırırız. Sonra şeklin böyle olması için üsttekini bir kere daha kök satırı üzerine arttırırız. Sonra sayı satırı hariç bu cetveldeki kalan sayıları toplarız ve kalan kesrin paydasını elde etmek için meblağ üzerine 1 arttırırız. O zaman bu kesirle birlikte bahsedilen sayıların toplamı cetvelde olur ki bu toplam farz edilen sayının ilk köküdür.

Basamaklardaki 314.928 olan kare satırını 972 olan kök satırı üzerine arttırırız 314.928+972=315.900 Sonra bu meblağın üzerine 1 arttırırız. 315.900+1 = 315.901 olur. Farz edilen sayı olan 34.012.225'in küp kökü yaklaşık $324\frac{1}{315901}$ dir. Daha dakik yolla; sayıyı farz edilen küp kökü olan sayıyla çarparız ve sonucu elde etmek için zikredilen yolla ilk kökü çıkarırız. Sonra farz edilen kökü alınmış için çıkarılan kökü ilk köke böleriz. Bölüm, farz edilen asam sayı için ilk köktür. Küp kökü olan farz edilmiş sayı daha büyük olduğunda farz edilmiş asam için ilk kök daha dakik çıkar. Eğer asam sayı "mâl mâl" (üssü 4) olursa onu farz edilen "mâl mâl" ile çarparız ve sonucun kökü "mâl mâl" üzere çıkar. Zekiliğe meyilli olan için bu kadar yeterlidir.

Kesirli Sayıların Küp kökünün Bulunması**:**

Eğer sayı rasyonel veya tam sayılı kesir olur ve mertebelerden birinde bulunan bu iki sayı çeşidinden her biri için küp kökü bulmak istersem tecnîsten (sayıları tam sayılı kesirden basit veya bileşik kesre dönüştürdükten) sonra pay ve paydanın muntak olup olmadığına bakarız. Eğer her ikisi de muntak ise farz edilen mertebedeki (pay ve paydanın) her biri için ilk kökü çıkarırız ve isteneni çıkarmak için ilkini yani kesrin kökünü ikincisine böleriz.

Misal: 3. Dereceden kök üzere olan $\frac{2}{9}+\left(\frac{1}{9}.\frac{2}{3}\right)$'ün ilk kökünü bulmak istedik. Kesrin paydası 27 ve kesrin payı 8'dir. Kesrin payı için ilk kök 2, paydası için 3'tür. İlkinin ikinciye bölünmesinden çıkan 3'de 2'dir. Bu sonuç da $\frac{2}{9}+\left(\frac{1}{9}.\frac{2}{3}\right)$ 'ün ilk kökdür.

$$\frac{2}{9}+\left(\frac{1}{9}.\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{9}+\frac{2}{27}=\frac{(6+2)}{27}=\frac{8}{27}\rightarrow\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{2}{3}$$

Eğer pay ve payda muntak olmasaydı payı paydayla küp kök için iki kere, 4. dereceden kök için üç kere, 5. dereceden kök için dört kere ve bu şekilde çarpardık. Sonra farz edilen mertebedeki toplam için ilk kökü çıkarırız ve isteneni bulmak için çıkanı paydaya böleriz.

Misal:

		2
Sayı satırı	4	0
	2	4
Küp satırı	3	8
		2
Kare satırı	1	4
		2
	2	4
Kök satırı		2
		4
		6
		8

4.Dereceden kök üzere olan 2 tam $\frac{1}{2}$'nin ilk kökünü istedik. Sayının mücennesi (tam sayıdan kurtardık pay) 5, payda 2 oldu. İlkini ikinci ile üç defa çarptık 40 oldu. Tam sayılarda zikredilen yolla 4. dereceden kök üzerine ilk kökünü çıkardık $2\frac{24}{65}$ oldu. Bunu paydaya böldük yaklaşık $1\frac{12}{65}$ oldu.

$$\sqrt[4]{2\frac{1}{2}}=\sqrt[4]{\frac{5}{2}}\rightarrow 5.2=10\rightarrow 10.2=20\rightarrow 20.2=40$$

$$\sqrt[4]{40}=2\frac{24}{65}\rightarrow\frac{2\frac{24}{65}}{2}=\frac{154}{65}.\frac{1}{2}=\frac{77}{65}=1\frac{12}{65}$$

3.2. İkinci Bâb: Sittînî Hesâbı/Altmıştabanlı Sayı Sistemi

Tencîm ehlinin (müneccim) ihtiyaç duyduğu yöntemledir. 7 fasıldır.

3.2.1. Birinci Fasıl: Ebced Hesabının Tertibi

"ابجذ هوص حطی کلمه سعفص قشثت ثخز ضظگ"

ا → 1 ب → 2 ـحـ → 3 د → 4 ه → 5 و → 6 ر → 7 ح → 8 ط → 9 ے → 10

ک → 20 ل → 30 م → 40 ن →50 → 60 ع → 70 ف →80 ص → 90

ق → 100 س → 200 ش → 300 ت → 400 ث → 500 خ → 600 ر → 700

ض → 800 ظ → 900 غ → 1000

Diğer sayılar bu sembolik harflerin birleşmesi ile meydana gelir. Bu birleşmede 1000 sayısına tekabül eden harf hariç diğer harflerde büyük sayıya karşılık gelen, küçüğünü önceler. Mesela 11“ يا,” 23“ كح,” 145“ قمه,” 2000“ بگ,” 9000“طگ ” şeklindedir. Yazarken “cim” ve “ha” sayıları arasındaki fark “cim” harfinin kuyruğunun yazılmaması, “ha” harfinin de kuyruğunun yazılması şeklindedir. “rı” ve “ze” harflerini ayırt etmek için de “rı” harfi “v” sembolü ile yazılır.

Büyük ve yahut da küçük her dairenin alanı 360 eşit parçaya bölündüğünde her parça **‘derece’** olarak isimlendirilir. Her 30 derece de bir **‘burç’** a karşılık gelir.

Her derece 60 eşit parçaya bölünür ve her bir parça da **‘dakika’** olarak isimlendirilir. Bu şekilde dakikadan sonra **‘saniye’**, daha sonra **‘salise’** daha sonra da **‘râbia’** gelir. Bu şekilde devam eder.

1 Devr (Dairesel hareket) = $12^{\bullet}$

$$1^{\bullet} = 30^{\circ} \qquad 1^{\circ} = 60' \qquad 1' = 60'' \qquad 1'' = 60''' \qquad 1''' = 60'''' \qquad \ldots$$

Buradan da anlaşıldı ki; burç dereceyi, derece dakikayı, dakika saniyeyi, saniye saliseyi, salise râbiayı … önceler. Burç 12 veya daha büyük bir sayı olursa her $12^{\bullet}$için 1 devr düşürürüz. Eğer derece 30 veya daha büyük bir sayı olursa, bunun içinden her 30̊ için $1^{\bullet}$ alınır. Eğer dakika 60 veya daha büyük bir sayı olursa her $60'$ için 1̊ alınır ve bu şekilde devam eder.

İşlem yapmak için sayılar verildiğinde sıralanmış birimlerin arasında ifade edilmemiş, atlanmış bir birim varsa o “0” demektir ve işlemde onun için “0” yerine “۶” konulur. Sayıların isimleri cetvellere ilk basamağın veya kalanların belirlenmesi hariç aynı zîclerdeki gibi konulur. Takvimlerde bu yol üzerine yapılmaz çünkü bilindiği üzere takvim hesâbında ilk basamak daima burçtur.

3.2.2. İkinci Fasıl: İki Katını Alma İşlemi

Eğer burç, derece, dakika ve diğerlerinin 2 katını almak istersek bu işlemi cetvel yardımıyla yaparız. İki katı alınacak sayıyı cetvelin en başına yerleştirdikten sonra sağdan başlayarak tek tek sayıların iki katını alırız. Eğer biraz önce bahsettiğimiz gibi burç 12’den, derece 30’dan, dakika 60’tan, saniye 60’tan, salise 60’tan… büyük olursa sırayla 1 devr,1 burç, 1 derece, 1 dakika, 1 saniye… bir önceki basamağa ekleriz.

Misal: $10^{\bullet} 26° \, 32' \, 50'''$’nin 2 katını almak istedik.

$50'''$	0	$32'$	$26°$	$10^{\bullet}$

$50'''$	0	$32'$	$26°$	$10^{\bullet}$
$40'''$	$1''$	$4'$	$22°$	$8^{\bullet}$
			$23°$	$9^{\bullet}$

Cetvelin ilk satırına 2 katını almak istediğimiz sayıları yerleştiririz. Eğer mertebelerin arasında boşluk varsa oraya 0 koyarız. Bu örnekte “saniye” basamağı verilmediği için onun yerine 0 koyduk. Cetvelin sağ tarafından sayıların 2 katını almaya başladık. $10^{\bullet}$ un iki katı $20^{\bullet}$ oldu. Devrini düşürünce 20 – 12 = $8^{\bullet}$ kaldı. Sonra 26° ‘nin 2 katını aldık. 52° oldu. Bu 52° nin içindeki 30° = $1^{\bullet}$ olduğuna göre geriye 22° kalır. O $1^{\bullet}$ da $8^{\bullet}$a eklenir ve $9^{\bullet}$olur.

Dakikanın 2 katını aldığımızda sonuç $64'$ olur. Bunun da devrini attığımızda $64' - 60' = 4'$ olur. Buradan attığımız $60'$ da 1° olarak derece hanesine eklenir. En son olarak $50'''$ nin 2 katını alırız $100'''$ olur. Onun da devrini atınca $100''' - 60''' = 40'''$ olur. $60'''$ de $1''$ olarak saniye hanesine 0’ın altına yazılır. Sonuç $9^{\bullet}23° \, 4'1''40'''$ dir.

3.2.3. Üçüncü Fasıl: Yarıya Bölme İşlemi

Bu işlem 2 katını alma işlemine çok benzer, aralarındaki tek fark yarıya bölme işlemini yaparken cetvelin solundan başlanır. Burç birimi hariç diğer birimlerdeki tek sayıların yarıya bölünmesinden elde edilen yarım için bir sonraki basamağa 30 ilave edilir. Burç biriminde ise 15 ilave edilir.

Misal: Bir önceki işlemin sonucunun yani $9^{\bullet}23°\ 4'1''40'''$ nin yarısını bulmak istedik.

$40'''$	$1''$	$4'$	$23°$	$9^{\bullet}$

$40'''$	$1''$	$4'$	$23°$	$9^{\bullet}$
$20'''$	0	$2'$	$11°$	$4^{\bullet}$
$50'''$		$32'$	$26°$	

$40'''$ yi yarıya bölünce $20'''$ çıktı. $1''$ nin tam yarısını alamayacağımız için $30'''$ yi salise hanesine ekledik, $1''$nin altına da 0 koyduk. Sonra $4'$ yı 2'ye böldük, $2'$ çıktı. $23°$ nin yarısını almak istedik. Tam yarısını alamayacağımız için $11{,}5°$ nin $11°$ sini alıp altına yazdık. Kalan yarımı da $30'$ olarak dakika hanesine ekledik. En son olarak da $9^{\bullet}$un yarısı aldık. $4,5^{\bullet}$un $4^{\bullet}$ ünü altına yazdık. Yarım burcu da $15°$ olarak derece hanesine ekledik ve işlemimizi tamamladık. Sonuç $4^{\bullet}26°32'0''50'''$. Bu sonuç, burç hariç bir önceki fasılda 2 katını almak istediğimiz sayıdır. İki katını alma işleminde burcun devrini eksilttiğimiz için yarım devir farklılık oldu.

3.2.4. Dördüncü Fasıl: Toplama İşlemi

İki katını alma ve yarıya bölme işlemlerinde olduğu gibi burada da cetvel çiziyoruz, toplanacak sayıları birimleri alt alta gelecek şekilde yerleştiriyoruz ve sol veya sağ taraftan işlemi yapmaya başlıyoruz.

Misal: $7^{\bullet}19°20'0''34'''$ ile $55'50''25'''40''''$ yı toplamak istedik.

	$34'''$	$0''$	$20'$	$19°$	$7^{\bullet}$
$40''''$	$25'''$	$50''$	$55'$		

	$34'''$	$0''$	$20'$	$19°$	$7^{\bullet}$
$40''''$	$25'''$	$50''$	$55'$	$20°$	$7^{\bullet}$
	$59'''$		$15'$		

İlk önce toplanacak sayıları, aynı birimlerin alt alta gelmesine dikkat ederek cetvele yerleştiririz. Toplanan sayıları bir çizgi çekerek cetvelin alt tarafına yazarız. $40''''$ ile ilgili bir işlem yapmaya gerek olmadığı için salise hanesine geçeriz. Sayıların toplamı olan $59'''$ cetvelin alt tarafına yazarız. Saniye hanesi ile ilgili bir işlem yapmaya gerek olmadığı için dakika hanesine geçeriz. Sayıların toplamı olan $75'$ nın $60'$ sını derece hanesine verir, kalan $15'$ da cetvelin alt tarafına yazarız. $19°$ ye $1°$ verildiği için derece hanesi de 20° olur. Burç hanesi ile ilgili bir işlem yapmaya gerek olmadığından işlemimiz sona erdi. Sonuç $7^\bullet 20^\circ\ 15'\ 50''\ 59'''40''''$ dır.

3.2.5. Beşinci Fasıl: Çıkarma İşlemi

Bu işlem toplama işlemi gibi yapılır ancak sayı eksik gelir de elde almak icab ederse bir önceki sayıdan alıp bu sayıya ekleriz. Eğer bir önceki basamakta sayı yoksa o sayı için bir devir veririz.

Misal: $2^\bullet 13^\circ 20'\ 37''\ 0'''$ Ile $7^\bullet 18^\circ 20' 0'' 45'''$ yı çıkarmak istedik.

	$37''$	$20'$	13°	$2^\bullet$
$45'''$	$0''$	$20'$	18°	$7^\bullet$

	$37''$	$20'$	13°	$2^\bullet$
$45'''$	$0''$	$20'$	18°	$7^\bullet$
$15'''$	$36''$	$0'$	25°	$7^\bullet$
				$6^\bullet$

$2^\bullet$' tan $7^\bullet$ çıkmayacağından ilkine bir devr yani 12 burç veririz. $2^\bullet + 12^\bullet = 14^\bullet$olur. Daha sonra $14^\bullet$tan $7^\bullet$u çıkarırız. $14^\bullet$-$7^\bullet$=$7^\bullet$u altına yazar, bir sonraki basamağa geçeriz. 13° den 18° Çıkmayacağından bir önceki basamaktan yani burç basamağından bir burç yani 30° alır, 13°' ye ilave ederiz ve bundan sonra çıkarma işlemini yaparız. Bu şekilde sırayla tüm sayıları çıkarırız. Çizgilerin altında oluşan sayı yani $6^\bullet 25^\circ\ 0'\ 36''\ 15'''$ işlemimizin sonucudur.

3.2.6. Altıncı Fasıl: Çarpma İşlemi

Aşağı hareket, azalma (Nuzûl): Derece →Dakika → Saniye → Salise …

Yukarı hareket, artma (Suûd): Salise →Saniye → Dakika → Derece

İki kere yükseltmeye ‘**mesânî’,** üç kere yükseltmeye **‘mesâlis’** denir ve bu şekilde sonsuza kadar devam eder. Derece azalma artma silsileleri arasında bir vasıtadır. Eğer iki farklı cinsteki sayı çarpmak istenirse iki şeye dikkat edilmelidir. İlki; sayıların çarpılması, ikincisi; sayıların cinslerinin çarpılmasıdır.

Misal: $7^\bullet 15^\circ\ 10'$ İle $20'''\ 5''''$ i çarpmak istedik. İlk önce çarpanların cinslerinin birbirlerinin cinslerine çeviririz.

$7^{\bullet}.30 = 210°$

$210° + 15° = 225°$

$225°.60 = 13500'$

$13.500' + 10' = 13510'$

$13.510'$ → ilk çarpan
$20'''.60 = 1200''''$ $1200''''.60 = 72000'''''$ $72000''''' + 5''''' = 72005'''''$
$72005'''''$ → ikinci çarpan (72005 havâmis)
$13.510'.72005''''' = 972787550''''''$ (972787550 sevâdis)

Bu çarpmanın sonucunun cinsi “sevâdis” çıktı. Çünkü “dakika” ile “havâmis” in çarpımı “sevâdis”tir. Bu sayının cinsini yükseltmek istiyoruz bunun için sayıyı sürekli 60’a böleriz.

$972.787.550''''''$: 60 = $16.213.125'''''$. $50''''''$

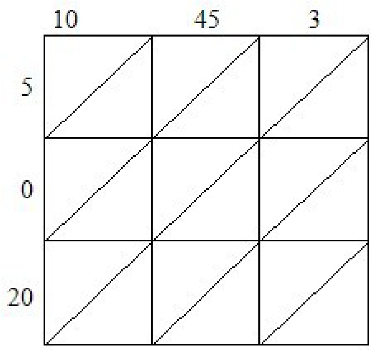
$16.213.125'''''$ $50''''''$: 60 = $270.218''''$ $45'''''$ $50''''''$

$270.218''''$ $45'''''$ $50''''''$: 60 = $4.503'''$ $38''''$ $45'''''$ $50''''''$

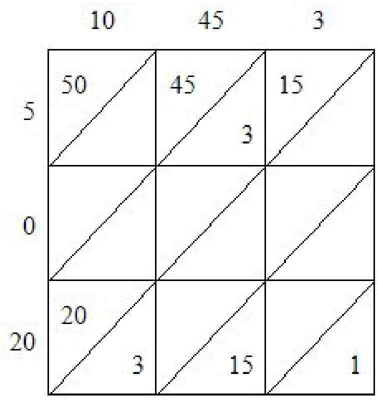
$4.503'''$ $38''''$ $45'''''$ $50''''''$: 60 = $75''$ $3'''$ $38''''$ $45'''''$ $50''''''$

$75''3'''38''''45'''''50''''''$: 60 = $\mathbf{1'\ 15''\ 3'''\ 38''''\ 45'''''\ 50''''''}$ → İşlemin sonucu

<u>Çarpmanın II. Yolu:</u>



$7^{\bullet}15°\ 10'$ ile $20'''$ $5'''''$ in çarpılması istendi. Önce $7^{\bullet}$dereceye çevrilir. 1 burç 30 derece olduğundan 7 ile 30 çarpılır. $7.30 = 210°$ Aynı cins olanlar toplanabileceğinden $210°$ ile $15°$ toplanır. $210 + 15 = 225°$ Sittini hesabında sayılar sürekli 60’ a bölünerek yükseltildiğinden 225 : 60 bölüm: 3, kalan: 45 çıkar.



Böylece cetvelin üst kısmındaki çarpanlar 3, 45 ve 10 olarak belirlenmiş olur. Diğer çarpanlarla ilgili bir işlem yapılmayacağından aynen cetvelin soluna yerleştirilir. Sayılar tek tek çarpılır ve gerektiği yerde 60'a bölme işlemi ile yükseltme yapılır. Yükseltme yapmak için 60'a bölündüğünde bölüm(merfû) karelerin alt üçgenine kalan(mebsût) ise üst üçgenine yerleştirilir.

En son olarak da tam sayıların çarpılmasında olduğu gibi alt köşegenden başlanarak sonuç ortaya konulur. 1, 15, 3, 38, 45,50 Birimleri verildiğinde sonuç

$1'15''\ 3'''\ 38''''\ 45'''''\ 50''''''$ olur.

3.2.7. Yedinci Fasıl: Bölme İşlemi

Aynı şekilde bu işlem de 2 şey üzerine inşa edilir. İlki; bir cinsteki sayının başka cinsteki bir sayıya bölümünden elde edilen sayısal değer, ikincisi ise; bölümün cinsidir. İlki tamsayılar konusunda halledilmişti. İkincisine gelince, buradaki bölme çarpmanın tersidir. Çünkü çarpma katını alma ve bir araya getirme, bölme de parçalama ve çıkarmadır. Öyleyse bölme işleminin yolu çarpma işleminin yolunun tersidir. Bölen ve bölünenin cinslerinin aynı dereceden olup olmadığına bakılır, aralarında fazlalık yoksa bölüm derecedir. Eğer cinsler arasında fazlalık varsa küçüğü büyükten çıkarırız, kalan saklanır. Bölen ve bölünenin cinslerinden her biri başka taraftaysa onları toplarız, toplam saklanır. Sonra bakarız; eğer bölünenin cinsi bölenin cinsinden üstün olursa saklanmış olan kalan veya toplam "suûd"dandır (üst cins). Eğer bölünenin cinsi bölenin cinsinden aşağıda olursa bu nüzûl (aşağı hareket) tarafındandır. Mehâmisin mesâniye bölümünden çıkan bölüm mesâlistir. Çünkü her ikisi de suûd tarafındandır, fazlalık 3 birimdir (cinstir) ve bölünenin cinsi bölenin cinsinden üstündür. Tersi ile mesânînin mehâmise bölümünden çıkan bölüm saliselerdir. Dakikaların mesâniye bölümüne gelince buradaki bölüm mesâlis olur. Çünkü onlardan (bölen ve bölünen) her biri farklı taraftadır, o iki tarafın toplamı 3‟tür ve bölünenin cinsi bölenin cinsinden üstündür. Tersi ile (bölünenle bölen yer değiştirirse) bölüm sevâlistir. Bu kurallar bütünüyle bölmenin anlamı açıklanmış oldu. Bölme derecenin mertebesinin cinse oranın bölenin cinsinin bölünenin cinsine oranı gibi olmasından (bu eşitlikten) cinsin elde edilmesidir. Bunun için derecenin dereceye bölünmesinden çıkan bölüm derecedir.

Aynı şekilde farz edilmiş herhangi bir cinsin dereceye bölünmesinden çıkan bölüm bu farz edilen cins olur. Aynı şekilde derecenin farz edilmiş herhangi bir cinse bölünmesinden çıkan bölüm bu cins olarak isimlendirilmiştir ancak başka taraftadır. Mesâninin dereceye bölünmesinden çıkan bölüm mesânidir ve tersiyle sevânidir ve bu kıyas üzerinedir. Eğer pek çok cinsi benzerlerine veya başkalarına bölmek istersek çarpmada dediğimiz gibi tecnîs (cinsleri birbirine dönüştürme) ve yükseltme ile yaparız.

Misal: $3^{\bullet}25°\,40'$ yı $1'''\ 20''''$ ya bölmek istedik. Bölünenin cinslerinin birbirine dönüştürülmesiyle 6940 dakika olur. Bölenin de cinslerinin dönüştürülmesi ile 80 râbia olur. İlkinin ikinciye bölünmesinden çıkan bölüm 86 tam ¾ tür. Çünkü bölünenin cinsi bölenin cinsinden üstündür ve cinsler arasındaki fazlalık 3 (birim)dir. Bölüm suûd tarafında olur. Bölümün cinsi mesâlistir ve ¾ (45) de ondan bir birim yukarıdadır yani 45 mesânidir. Yükselttikten sonra bölümün toplamı 1 26 45 mesânidir.

$$3^{\bullet}.30 = 90° \qquad 90°.60 = 5400'$$
$$25°\,.60 = 1500'$$
$$5400' + 1500' + 40' = 6940'$$
$$1'''.60 = 60'''' \qquad 60'''' + 20'''' = 80''''$$
$$\frac{6940'}{80''''} = 86\frac{60}{80} = 86\frac{3}{4} \rightarrow 60.\frac{3}{4} = 45 \ \rightarrow 86'45'' \qquad 86' \rightarrow 1°26'$$

Sonuç: $1°\,26'45''$

Bölmenin II. Yolu

Eğer işlemi "tecnis" ve "yükseltme" olmaksızın yapmak istersek tam sayıların bölünmesinde geçtiği gibi cetvel çizeriz. Ancak bölen veya bölünen daha fazla olduğundan çoğunlukla uzun satırlar olur. Bölüneni bilindiği üzere ilk satırlara koyarız. Sonra eğer bölünenin basamaklarının ilki bölenin basamaklarının ilkinden daha küçük olmazsa bölenin ilkini işlemin gerektirdiği mesafeyle bölünenin ilkinin hizasına koyarız. Bunun dışında bölenin ilk basamağını bölünenin basamaklarından ikincisinin hizasına koyarız. Bundan sonra bilindiği üzere bölenden her bir rakam bölünenin rakamı hizasındadır. Bölenin rakamlarının olduğu satırda (boşluk) kaldıysa bölünenin satırında onlar için karşılık olmaz. Bölünen satırında onlar için sıfırlar koyarız.

(Yani bölünenin satırının dolu olmasına karşılık bölenin satırı dolu olmayabilir boş olan yerler sıfır olarak düşünülebilir). Sonra sittînî cetvelindeki bölenin ilkini işleme dâhil ederek ona her karşılık gelenle arasında fazlalık, eksiklik veya her ikisinin eşit olduğu hizaya kadar kare kare araştırırız. Bu şekilde aradığımız kareyi bulduğumuzda zıt yönden önündekini alırız. Onu ilk önce enlemesine veya boylamasına içeri aldığımızda alınanı bölünen satırının üstüne; cetvelin en üstüne bölenin basamaklarından ilki boyunca koyarız. Bu başlangıç satırı bölmeden çıkan bölüm olur. Bu sayı bölenin basamaklarından her biri ile birlikte sittînî cetvelinde bulunur. Onlardan biri sütunda diğeri de satırdadır. Burada bulduğumuzu aynı hizada olan bölünenden çıkarırız. Bu basamak bölenden veya onun sağındaki hizadandır. İşlemden sonra bir şey kalmayan sayıların altı çizilerek silindiği gösterilir. Sonra bölünenin basamaklarından bir şey kaldıysa onun için bölenin ilk hizasında bir şey kalmamıştır. Böleni bir basamak sola naklederiz ve ilk basamağını daha önce olduğu gibi sittînî cetvelinde işleme koyarız. Bundan sonra ilkinde yaptığımız tüm işlemleri tekrarlayarak bölme işlemini gerçekleştiririz.

Misal: $213^{\bullet}8^{\circ}\ 40'42''49'''10''''$ 'yı $10^{\circ}\ 0'44''25'''$ ye bölmek istedik.

$10''''$	$49'''$	$42''$	$40'$	8°	$3^{\bullet}$	1	2
			$25'''$	$44''$	0	10°	

Bu şekilde cetvel çizer, bölüneni cetvelin ilk satırına böleni de onun altındaki satıra yerleştiririz. Bölenin ilki bölünenin ilkinden büyük olduğu için böleni cetvele sağdan bir basamak atlayarak koyarız.

						12	
$10''''$	$49'''$	$42''$	$40'$	8°	$3^{\bullet}$	1	2
				20°	$55^{\bullet}$		
				15°	$54^{\bullet}$		
			$25'''$	$44''$	0	10°	
		$25'''$	$44''$	0	10°		

Sonra bölenin ilki olan 10 ile işleme başlar, kare kare ilerleyerek ilk bölümün kaç olabileceğini araştırırız. Bölümün ilkini 12 buluruz ve bu sayıyı bölenin hizasından cetvelin en üstüne yerleştiririz.

Bölenin basamaklarının her biri ile gerekli işlemleri yaptıktan sonra böleni bir basamak sola doğru kaydırırız. Bundan sonra da ilkinde olduğu gibi bölenin ilki olan 10 ile işleme başlar kare kare ilerleyerek bölümün ikincisini buluruz.

					5	12	
10''''	49'''	42''	40'	8°	3•	1	2
		37''	58'	20°	55•		
				15°	54•		
				12°	4•		
				11°			
			25'''	44''	0	10°	
		25'''	44''	0	10°		
	25'''	44''	0	10°			

				25	5	12	
10''''	49'''	42''	40'	8°	3•	1	2
	24'''	37''	58'	20°	55•		
		17''	40'	15°	54•		
		17''		12°	4•		
				11°			
				1°			
			25'''	44''	0	10°	
		25'''	44''	0	10°		
	25'''	44''	0	10°			
25'''	44''	0	10°				

			10	25	5	12	
10''''	49'''	42''	40'	8°	3•	1	2
	24'''	37''	58'	20°	55•		
	4'''	17''	40'	15°	54•		
		7''		12°	4•		
				11°			
				1°			
			25'''	44''	0	10°	
		25'''	44''	0	10°		
	25'''	44''	0	10°			
25'''	44''	0	10°				

5 olarak bulduğumuz bölümün ikincisini cetvelin en üstüne 12‘‘nin soluna yerleştiririz. Bir öncekinde olduğu gibi bölenin rakamları ile tek tek çarpıp sonuçları bölünenden çıkararak bu kısmı da tamamlarız. Yine bölünenin ilki ile kare kare devam edilir. Buradaki örnekte dördüncü bölüm olan 10’u yerleştirip, tek tek bölenle çarpıp, sonuçları bölünenden çıkarınca bölünenin rakamları bitiyor ve böylece işlem sona ermiş oluyor. Cetvelin en üstünde bulunan 10, 25, 5 ve 12 bölmenin sonucu yani bölümdür ilerleyerek üçüncü bölümü bulmaya çalışırız. Bu sayıyı 25 bulduktan sonra onu da cetvelin en üstüne 5’in soluna yerleştiririz ve daha önce geçen işlemleri yaptıktan sonra dördüncü bölümü bulmaya çalışırız. Onu da bulduktan sonra yerine yerleştirip işlemleri yaparız ve bölünene bakarız. Eğer bölünenin tüm rakamları çıkarma işlemleri ile bittiyse bölme sona ermiş demektir. Eğer bölünenin rakamları bitmediyse aynı şekilde işleme devam edilir. Buradaki örnekte dördüncü bölüm olan 10’u yerleştirip, tek tek bölenle çarpıp, sonuçları bölünenden çıkarınca bölünenin rakamları bitiyor ve böylece işlem sona ermiş oluyor. Cetvelin en üstünde bulunan 10, 25, 5 ve 12 bölmenin sonucu yani bölümdür.

3.2.8. Sekizinci Fasıl: Karekök Çıkarma İşlemi

Bu işlem 2 şeye riayet ederek yapılır. İlki sayısal değer yani kök çıkarma kurallarının bilinmesi ile ilgilidir, ikincisi de cinsle ilgili durumdur. Bu cinsle ilgili durumu da çarpma bahsinde öğrenmiştin. Derece ile derecenin çarpılması dereceyi verir. Ayrıca her bir cins kendisi ile çarpıldığında sonucun bize bu cinsin katını vereceğini öğrenmiştin. Buradan cinsle ilgili olarak; cinsi çift olan ve böylece kökü alınabilen sayılar gerektiğini söylenebilir. Bir sayının kökü alındıktan sonraki cinsi, kökü alınmadan önceki cinsinin yarısı olarak isimlendirilir. Tabiî ki tek" olarak isimlendirilen her mertebe için kök yoktur. Kökü olan her sayının aslında farz edilen cinste katı alınmış bir sayı olduğunu öğrenmiştin. "1" katı alınmışlardan değildir. "Sevâni", "ravâbi", "sevâdis" vb. kökü olanlardır. "Sevâlis", "havâmis" gibiler de kökü olmayanlardır.

Eğer farklı cinslerdeki pek çok sayının kökünü bulmak istersek bunun yolu; cinsleri "tecnîs" ile son mertebeye dönüştürmektir. Eğer son mertebe çift olursa onun kökü alınarak sonuç bulunur. Ancak çift değilse cinslerin toplamını 60'la çarparak kökü olan bir mertebeye geçmelerini sağlarız.

Kökün Çıkarılmasında İkinci Yol:

İlk olarak cinslerin basamaklarını yerleştirmek için pek çok satırı olan bir cetvel çizeriz. Kökü alınması istenen sayıyı cetvelin en başına koyarız ve bu sayının içinde kökü olan cinslerin üstünü birer nokta ile işaretleriz. Sonra sittînî cetvelinin köşesinden başlayarak "merfu", "mebsût" veya bunlardan birine rastlayana kadar kare kare ilerleriz. Bulacağımız sayının katı, sağdan ilk işaretin bulunduğu sayıdan veya onun sağındaki sayıdan çıkarılması mümkün olan bir sayı olmalıdır. Bu sayıyı bulduğumuzda onu sağdan ilk işaretin üstüne ve aynı hizadan cetvelin alt tarafına yerleştiririz.

Yerleştirdikten sonra karesini alır sonucun mebsûtunu ilk işaretin bulunduğu sayıdan çıkarır, sonucu da altına bir çizgi çektikten sonra yazarız. Bundan sonra da üstteki sayı ile alttaki sayıyı toplayıp sonucu bir basamak sola naklederiz. Bu işlem bitince ikinci uygun sayıyı bulup ikinci işaretin üstüne ve alt tarafa nakledilen toplamın soluna koyarak daha önce yaptığımız işlemlerin aynısını yaparız. En sonunda cetvelin en üstünde oluşan sayı kökünü bulmak istediğimiz sayının köküdür.

Misal: 2 40 55•0° 24′ 35″ nin kökünü bulmak istedik.

				12	
35″	24′	0°	55•	40	2
				16	
				12	
			24	24	

		41		12	
35″	24′	0°	55•	40	2
		59°	31•	16	
			2		
				12	
		41°	24•	24	
	22′	25°			

Cetvel çizdikten sonra sayıyı ilk satıra yerleştirir, sayının üstüne de işaretleri sabitleriz. Cetvelin sağ tarafından başlayarak uygun sayıyı ararız. Bu sayıyı “12” bulduktan sonra daha önce dediğimiz gibi cetvelin üstüne ve aynı hizadan alt tarafına yerleştiririz. 12’yi kendisi ile çarpıp sonucun 60’a bölünmesinden kalanı 40’tan çıkarırız.

$12.12 = 144 \rightarrow 144:60 \rightarrow$ kalan(mebsût) $= 24 \rightarrow 40 - 24 = 16$'yı 40'ın altına yazarız.

		7		41		12	
0	0	35″	24′	0°	55•	40	2
			50′	59°	31•	16	
		46″	49′	4°	2•		
				1°			
		7″	22′	41°	24•	12	
		14″	25′	25°		24	
	14	22″					

4		7		41		12	
0	0	35″	24′	0°	55•	40	2
44	4	46″	50′	59°	31•	16	
	3	18″	49′	4°	2•		
		17″	9′	1°			
			8′				
4		7″		41°		12	
		14″	22′	25°	24•	24	
	14	22″	25′				

Bundan sonra alttaki ve üstteki 12’yi toplar, 12 + 12 = 24’ü bir basamak sola naklederiz ve cetvelin şekli böyle olur. 24’ü de cetvelde işleme dâhil ederiz. 16 merfu ve 24 mebsût olan kareyi arıyoruz çünkü ikinci karede 16 merfu ve 24 mebsût var. Bu meblağı sayı satırından çıkardığımızda, 42’nin karesinden eksilme ihtimali bulunmayan bir kalan olur. Bunun için ikinci sayıyı 41 bulduk ve daha önce yaptığımız gibi cetvelin en üstüne, 12’nin solundaki işarete ve aynı hizadan cetvelin alt tarafına koyduk.

İlk olarak 41’i 24’le çarptık $41.24 = 984$ $984:60$ kalan=24’ü 55’ten ve bölüm=16’yı da alttaki 41’den çıkarırız.

55 – 24 = 31 ve 41 – 16 = 25 olur. Sonuçları ilgili sayıların altına yazarız. Sonra 41’i kendisi ile çarparız. $41.41 = 1681 \rightarrow 1681 : 60 \rightarrow$ Bölüm(merfu) = 28, kalan=1’i 60’tan çıkarır sonuç olan 59’u 0’ın altına yazarız. Alttaki ile üstteki 41’i toplar 41 + 41 = 82’den 60’ı çıkarır.

82 – 60 = 22’yi 25 ile birlikte cetvelin alt tarafında bir basamak sola naklederiz ve 25’i de işlemlere dâhil ederiz. Bundan sonra da bulduğumuz iki sayıda olduğu gibi üçüncü sayıyı uygunluk gözeterek buluruz. Bulduğumuz sayı 7’yi sırayla alttaki 25, 22 ile ve kendisi ile çarpıp sonuçların 60’a bölümlerinden kalanları sayı satırından birer birer çıkarırız. Sonra sıra dördüncü sayıya gelir ve onu da 4 bulur ve yerine yerleştiririz. Biraz önce yaptığımızı gibi sırayla 25, 22, 14 ve 4 ile çarpar sonuçların 60’a bölümünden kalanları sayı satırından tek tek çıkarırız. Cetvelde görüldüğü gibi kalan sayılar oldu çünkü kökünü bulmak istediğimiz sayı “asam” bir sayıdır. Cetvelin en üstünde oluşan sayı yani “4, 7, 41, 12” “$2\ 40\ 55^{\bullet} 0^{\circ}\ 24'\ 35''$ nin yaklaşık olarak kökūdür.

Fâide: Oran-Orantı

Astronomi (Aʿʿmâl en-nücûmiyye)’de sık sık “indirgeme” (munhattan) lafzı kullanılır.

Bu onların “bir şeyi bir şeye indirgeyerek böldük” sözüdür. Burada indirgeme “dört orantılı sayı”dan biri “60” olduğunda uygulanır. Bilinmeyen bölünen, 60ʿʿla diğer bölünenin çarpılıp bölene bölünmesiyle bulunur.

Misal: $4''$ nin $5'$ ya oranı hangi sayının $60°$ ye oranıdır?

$$\frac{4''}{5'} = \frac{x}{60°} \to 240'' = 5'.x \to 4' = 5'.x \to x = \left(\frac{4}{5}\right)^{\circ}$$

Çarpmaya gelince burada çarpan, çarpılan ve sonuçtan her biri hâl olarak alınabilir. 60 orantıda bölen olduğunda ve sonuç 60ʿʿa bölündüğünde bir mertebe indirgeme yapmak gerekir. Eğer bölme terk edilirse işlemlerin uygun olması için üçünden biri indirgenmiş olarak alınır.

Misal: $4''$nin $60°$ ye oranı hangi sayının $5'$ ya oranıdır?

$$\frac{4''}{60°} = \frac{x}{5'} \to 4''.5' = x.60° \to 20''' = x.60° \to x = \left(\frac{1}{3}\right)''' = 20''''$$

Eğer sonuç 60ʿʿa bölünmeseydi de indirgenmiş olarak alınsaydı veya 4 saniye ve 5 dakika indirgenmiş olarak alınsaydı sonuç direk $20''''$ çıkardı ki zaten bu da bulduğumuz sonuçtur.

3.3. Üçüncü Bâb: Mesâha

3 fasıldır.

3.3.1. Birinci Fasıl: Algılanabilir(somut) işaretlerden kabul edilen şeylerin sunulması

Nokta: Parçası olmayan şeydir.

Çizgi (Hat): Sadece uzunluğu olan ve bittiğinde nokta ile bitendir.

Yüzey(Sath): Sadece uzunluğu ve eni olan, bittiğinde çizgi ile bitendir.

Cisim: Uzunluk, genişlik ve derinliği olandır, yüzeyle biter ve sınırların sonu olarak isimlendirilir. Çizgiler arasındaki ortak fasıl "nokta", yüzeyler arasındaki "çizgi" ve cisimler arasındaki de "düzlem" dir.

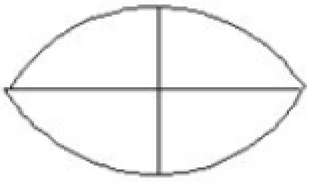
Doğru (Hat Mustakîm): Gözün ışınının uzanımı üzerine düştüğünde ortası ucunu örterse buna "doğru çizgi" denir.

Düzlemsel Yüzey (Sath Müstevî): Bütün yönlerden varsayılan tüm doğruların müstakim olduğu yüzeydir. Eğer iki yüzey en ve boy açısından birbirine paralel olursa (birbiriyle buluşmazsa) eşit olarak sonsuza kadar giderler.

Açı (Zâviye): Paralel olmayan iki doğru arasındaki yüzeydir. Bu iki doğrudan biri çıkarılmayıncaya kadar iki doğru birlikte bir açı oluştururlar. Doğrulardan biri taban (kâime), diğeri de yüksekliktir (amûd).

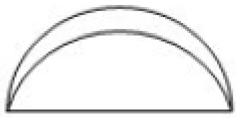
Şekil: Kendisi ile sınır veya sınırların kuşatıldığı şeydir. Eğer sınır çizgiyse (doğruysa) şekil **düzdür** (musattıh). Şekil bir çizgiden oluşuyorsa o şekil muhakkak **dairedir**. Nokta dairenin merkezidir ve noktanın her iki yanından dairenin çevresine varan çizgilerden her biri **yarıçaptır (nısf kutr).** Bu çizgilerin tamamı **çapı (kutr)** meydana getirir ve daireyi iki eşit parçaya böler. Daireyi iki farklı parçaya bölen çizgiye **kiriş (vetr)** denir. Kirişin böldüğü parçalardan her biri **daire parçası (kıtâ' daire)**dır.

اهليلجي



Yarım dairenin yayından daha küçük iki yayın karşıt yönlerden birleşerek oluşturduğu şekle oval (ıhlîlicî) denir.

هلالي



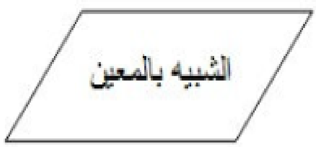
Bir çap üzerine iki farklı yay çizildiğinde 2 yay arasında kalan şekle hilal şekli (hilâlî) denir.

Eğer şekil 3 çizgi ile sınırlanmışsa bu şekle **üçgen** (müselles) denir. Üçgen üç çeşittir. 3 kenarı da birbirine eşit olan üçgene **eşkenar (**mütesâvi edlâʿ), iki kenarı birbirine eşit olan üçgene **ikizkenar** (mütesâvi sâkeyn), 3 kenarı da birbirinden farklı olan üçgene **çeşitkenar** (muhtelif edlâʿ) denir. Bu üçgen çeşitleri dışında **dik açılı, geniş açılı** ve **dar açılı** üçgen çeşitleri de vardır.

Eğer şekil 4 eşit çizgi ile sınırlanmış ve oluşan 4 açı da dik açı ise bu şeklin adına **kare** (murabba) denir.

Eğer şekil 4 dik açıya sahip ve 4 kenarının karşılıklı olanları birbirine eşitse bu şekle **dikdörtgen** (müstatîl) denir.

Eğer şeklin 4 kenarı eşit olur da açıları dik olmazsa bu şekle **eşkenar dörtgen** (muayyen) denir.



4 kenarlı bir şeklin açıları dik olmaz, kenarlarının da karşılıklı olanları birbirine eşit olursa bu şekle **paralelkenar** (şebîh biʿl-muayyen) denir.

Tüm bu şekillerin karşılıklı iki açılarını ikiye bölen çizgiye **köşegen** (kutr) denir. Dörtgenlerden sonra beşgenler, altıgenler gelir ve bu şekilde sonsuza kadar devam eder. Bu şeklin (çokgenin) alanı sınırlandığında **dairesel şekil** meydana gelir.

Dairede derinliği olan bir nokta bulunursa bu şekle **küre** denir. Bu nokta kürenin merkezidir ve çapları ikiye ayırır. Küreyi iki parçaya ayıran düz bir yüzey farz edildiğinde, kürenin ikiye ayrıldığı yerde daire oluşur. Küreyi kesen yüzey tam merkezden geçerse küreyi tam iki eşit parçaya ayırır ve burada, oluşabilecek en büyük daire oluşur.

Küre alt ve üst tarafından paralel iki yüzeyle kesildiğinde arada geniş bir parça oluşur. Bu geniş parçanın da alt ve üstünde iki daire oluşur. Bu daireler kenarlarından birer doğruyla birleştirilirlerse dairsel silindir (üstuvâne müstedîr) cismi meydana gelir.

Buradaki iki dairenin merkezi arasındaki doğru, şekildeki gibi daire merkezlerine dik olursa **yükseklik** (amûd) olur.

Dik silindirin üst dairesinin merkezi ile alt dairenin kenarları birleştirilerek oluşan cismin adı **koni** (mahrût) dir.

Konide eğer eğim yoksa ve üçgenin tepe noktasından tabandaki dairenin merkezine inen doğru dik ise bu koni **dik koni** (mahrût kâim)dir.

Eğer koni tabandaki yüzeye paralel bir yüzey tarafından kesilirse altta kalan parça **kesik koni** (mahrût nâkıs) dir.

Eğer yumurta şekli merkezi etrafında döndürülürse **yumurta cismi** (beydıyyu) meydana gelir.

Eğer kürenin yarısından daha küçük bir parçası kesilirse oluşan yeni cismin adı **mercek** (adesî) tir.

Silindir veya koninin tabanında üçgen, kare veya bunlar gibi düz çizgilerden oluşan şekiller olursa **çokgen silindir**, **çokgen koni** ve **üçgen prizması** olarak da adlandırılan, iki üçgen ve paralel kenarlı 3 yüzeyden oluşan cisim meydana gelir.

Biraz önce anlattığımız üçgen prizması cismindekine benzer şekilde bir cisim 6 kare ile kuşatılmışsa bu cisme küp (muka‟‟b) denir. Yükseklik; cisim veya yüzeyin en yüksek noktasından taban üzerine indirilen doğrudur ve "şeklin yüksekliği" olarak isimlendirilir.

Mesâha ile ilgili verilen bu mukaddimeden sonra deriz ki:

Mesâha; düz bir yüzeyde farz edilen çizgi ve kısımlarının örneklerini araştırmaktır. Çizgi (doğru) veya onun benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa çevre, yüzey veya benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa kare, cisim veya benzerleri ve kısımları araştırılıyorsa küp gibi cisimler söz konusudur. Allah'ın izni ile doğruya en yakın araştırma yollarını vermek istiyoruz.

3.3.2. İkinci Fasıl: Şekil ve Cisimlerin Yüzey Alanlarının Ölçülmesi

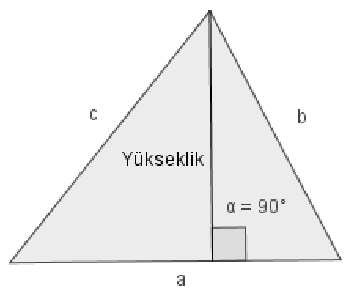
Doğru, iki noktayı birleştiren en kısa çizgidir. Eğriye gelince doğrunun karşıtı olması cihetiyle ortaya konulması mümkün değildir. Ancak dairenin çevresi ile irtibatlandırılarak sunulabilir. Arşimet makalesinde, her dairenin çevresinin çapına nispetinin 22'nin 7'ye nispeti olduğunu açıklamıştır.

Dairenin çapı ölçülüp bu sayı ile yani $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3,14$ ... ile çarpılırsa dairenin çevresi elde edilir.

Dairenin çevresini ölçmek, bir ipin bu çevreye yerleştirilmesi ve sonra da bu ipin ölçülmesi ile mümkün olur.

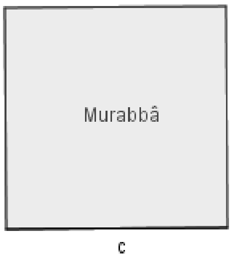
Yüzeylerin Alanlarının Ölçülmesine Gelince:

Üçgenin Alanı

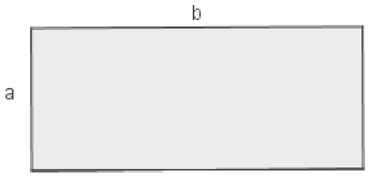


$$\text{Üçgenin Alanı} = (\text{Taban Uzunluğu} \times \text{Yükseklik}).\frac{1}{2}$$

Kare ve dikdörtgenin alanı:

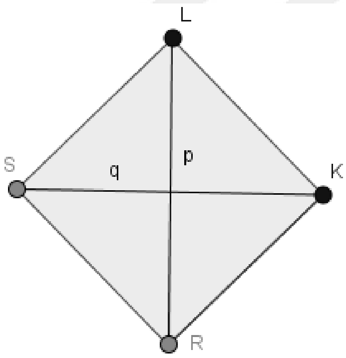


$$\text{Karenin Alanı} = c.c$$



$$\text{Dikdörtgenin Alanı} = a.b$$

Eşkenar dörtgenin alanı:

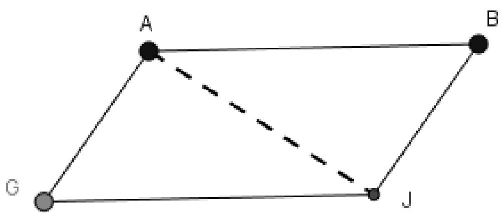


$[LR] = p$ ve $[SK] = q$ olarak adlandırılırsa,

Eşkenar Dörtgenin Alanı

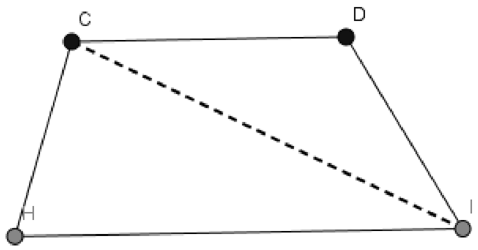
$$p.q.\frac{1}{2}$$

Paralelkenar ve yamuğun alanı:



Paralelkenarın Alanı

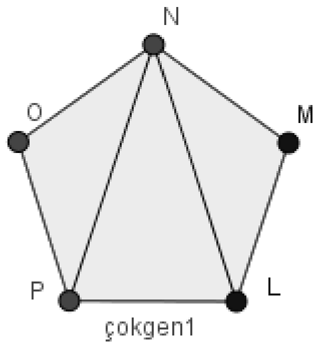
$$A(AGJ) + A(ABJ)$$



Yamuk Alanı

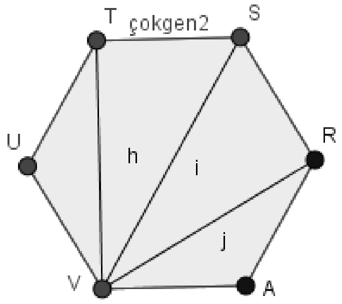
A(CHI) + A(CDI)

Çokgenlerin alanı



5 Kenarı Olan Çokgenin Alanı

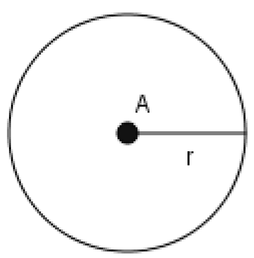
A(NOP) + A(NPL) + A(NML)



$6\ Kenarı\ Olan\ Çokgenin\ Alanı$

$A(TUV) + A(TSV) + A(SVR) + A(RVA)$

Dairenin alanı:



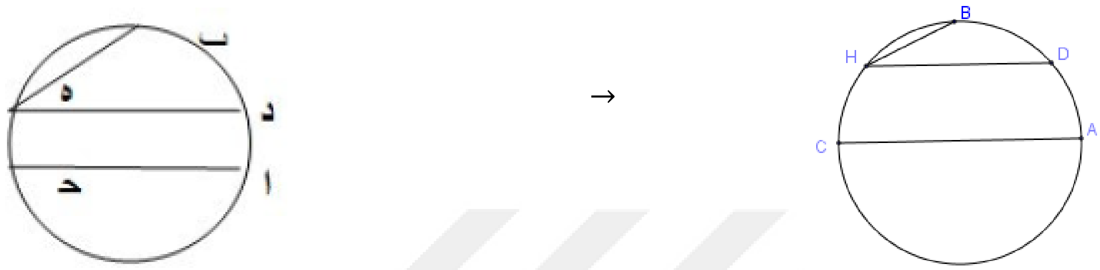
$$\text{Dairenin Alanı: Yarıçap} \times \left(\frac{22}{7}\right)^2$$

Oval (yumurta) şeklinin alanı:

Buradaki iki parçanın alanları dairenin yarısından küçük parçaların alanlarının hesaplanması gibi hesaplanır ve bu iki parçanın alanları toplanır.

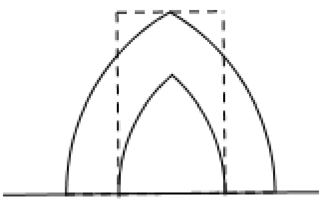
Küre, Küre Dilimi ve Küre Parçasının Yüzey Alanları:

Küre parçasının yüzey alanına gelince, bunu bir örnekle açıklayabiliriz:

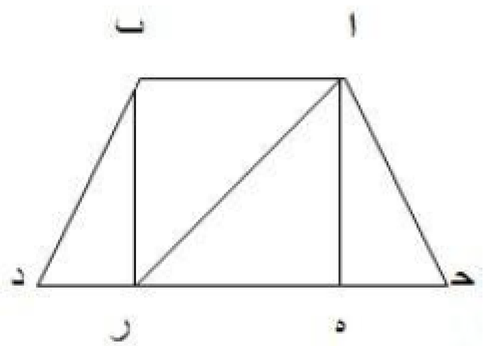


$|AC|$ Dairenin çapıdır. Buradaki (DBH) parçasınınbalanını bulmak için çap ile (DBH) yayı çarpılmalıdır. (DHCA) parçasının alanını bulmak için ise önce (ADBHC) parçasının alanı bulunur. Sonra (DBH) parçasının alanı bulunur ve en sonunda da (ADBHC)‟nin alanından (DBH)'nin alanı çıkarılır.

'Ezec' ve 'Tâk' ın Yüzey Alanları:



'Ezec'in dış yüzeyinin alanı; dış yayı ile uzunluğunun çarpılması sonucu elde edilir. İç yüzeyinin alanı ise; iç yayı ile genişliğinin çarpılması sonucu elde edilir. 'Ezec'in yüzünün alanına gelince; yaylarının yarısının toplamı ile yüksekliğinin çarpılmasıyla bulunur. Burada 'ezec' in hesaplaması ve şekli yamuğa benzemektedir.



Şekildeki yamuğun içerisine dikmeler ile köşegeni çizilmiştir. Böylece şekil dört üçgene bölünmüştür. Tek tek tüm üçgenlerin alanları bulunabilir. En sonunda da tüm üçgenlerin alanı toplanarak yamuğun alanına ulaşılır.

‘Tâk’ın alanını hesaplamak da aynen böyledir. Çünkü ‘ezec’ ve ‘tâk’ arasında ‘tâk’ın boyunun daha kısa olması hariç hiçbir fark yoktur. Tüm bunlar bilinen yüzeylerin alanlarının beyanıdır. Hiçbir yüzey parçalarına benzemez ve Allah’ın indindeki ilim ve hakikatteki gibi bir ölçmenin yolu yoktur.

3.3.3. Üçüncü Fasıl: Cisimlerin Hacimlerinin Hesaplanması

Cisimlerin yüzey alanlarının hesaplanmasını öğrenmiştin. Bazı cisimler paralel kenarlı yüzeyler tarafından sarılmıştır. Cisimlerin hacmi uzunluk, genişlik ve yüksekliğinin çarpılmasıyla hesaplanır. Bazı cisimler yamuk yüzeyler tarafından sarılmıştır ki bunların hacimlerini tam anlamıyla doğru olarak hesaplamanın yolu yoktur.

Üçgen Prizmasının hacmi: Onu tamamlayan paralel kenar cismin hacminin yarısıdır.

Kürenin hacmi: Kürenin yüzey alanının üçte birinin yarıçapla çarpılmasıdır. Yarımkürenin hacmi de bunun tam yarısıdır.

$$\mathrm{V} = \frac{4\pi \mathrm{r}^3}{3} \qquad \mathrm{V} = \frac{4\pi \mathrm{r}^3}{6} = \frac{2\pi \mathrm{r}^3}{3}$$

Küre parçasının hacmi: Kürenin çapının 3/2’sinin küre parçasının yüzey alanı ile çarpılması sonucu elde edilir. Yüzey alanları konusunda bununla ilgili olarak teori ve ispat mevcuttur. Sonuç kürenin çapının yarısı ile küre parçasının 1/3’ünün çarpılmasıdır.

Dik (Dönel), çokgen ve eğik koninin hacmi; taban alanının yüksekliğin üçte biri ile çarpılmasıyla hesaplanır.

$$V = \frac{A.h}{3} \qquad V \to Hacim \quad A \to Taban\ Alan\imath \quad h \to Y\ddot{u}kseklik$$

Kesik koninin hacmi:

İlk önce tam koninin hacmi bulunur. Ardından küçük koninin hacmi bulunarak farkı alınır.

Kesik Çokgen koninin hacmi:

Tam çokgen koninin yüksekliği bulunur ve böylece tam çokgen koninin hacmi hesaplanabilir. Bundan sonra bir önceki konuda olduğu gibi tam çokgen koninin hacminden üstteki küçük çokgen koninin hacmi çıkarılırsa kesik çokgen koninin hacmi elde edilir.

Silindirin Hacmi:

Silindirin hacmi, taban alanının yükseklikle çarpılması ile bulunur.

Ezec ve Tâkın Hacmi:

Yüzey alanının uzunluğu ile çarpılması sonucu bulunur. Silindire benzer ancak ezecin taraflarından biri içbükeydir. Takın hacminin hesaplanması da bu yol üzerinedir.

V = Ezec veya Tâk"ın hacmi

$$V = \frac{iç\ yay + dış\ yay}{2k} \times uzunluk$$

Yarım Kürenin (mücevvefe) hacmi:

Bu cismin hacmini bulmanın yolu evvelen düz olarak farz ederek ölçmek, sonra da bu cismin içindeki havanın hacmini hesaplamaktır. En sonunda da son bulunan hacim ilk hesaplanan hacimden çıkarılır.

Böylece, hendesî burhanlardan soyutlanmış olan "ilm-i misâha" hakkındaki sözümüz tamamlanmıştır.

3.4. Dördüncü Bâb: Problemlerin Cebr ve Mukâbele Yoluyla Çözülmesi

2 fasıldır.

3.4.1. Birinci Fasıl

Dört mukaddimedir.

Birinci Mukaddime: Üslü ve Köklü İfadelerle Çarpma İşlemi

Üslü Sayılarla Çarpma İşlemi:

Misaller:

$$x^5.x^7 = x^{5+7} = x^{12}$$

$$\frac{1}{x^4}.\frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^{4+5}} = \frac{1}{x^9}$$

$$\frac{1}{x^4}.x^5 = x^{5-4} = x$$

$$\frac{1}{x^9}x^7 = \frac{1}{x^{9-7}} = \frac{1}{x^2}$$

Fâide: Bilinmeyen bir sayıya bölünen sayı ile başka bir sayının çarpılması istenirse, bilinen iki sayı çarpılır. Sonuç, bölünenin bilinmeyen sayıya bölünmesi şartıyladır.

Misal:

$$\frac{10}{\mathrm{x}}.5 = \frac{50}{\mathrm{x}} \quad \mathrm{x} = 2 \text{ farz edilirse} \frac{50}{2} = 25$$

Misal:

$$\frac{10}{\mathrm{x}}.\mathrm{x}^3 = \frac{10\mathrm{x}^3}{\mathrm{x}} \quad \mathrm{x} = 2 \text{ farz edilirse } \frac{10.2^3}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

Misal:

$$\frac{10}{\mathrm{x}}.\frac{10}{\mathrm{x}^2} = \frac{100}{\mathrm{x}^3} \quad \mathrm{x} = 2 \text{ farz edilirse} \frac{100}{2^3} = \frac{100}{8} = 12\frac{1}{2}$$

Misal:

$$\frac{10}{\frac{\mathrm{x}^2}{\mathrm{x}}}.\frac{10}{\frac{\mathrm{x}^2}{\mathrm{x}}} = \frac{10\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2}.\frac{10\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2} = \frac{100\mathrm{x}^2}{\mathrm{x}^4} \quad \mathrm{x} = 2 \text{ farz edilirse } \frac{100.2^2}{2^4} = \frac{400}{16} = 25$$

Diğer Fâide: Parantezli İfadelerin Açılması:

$$(\mathrm{a} + \mathrm{x}).(\mathrm{b} - \mathrm{x}^2) = \mathrm{ab} - \mathrm{ax}^2 + \mathrm{bx} - \mathrm{x}^3 = \mathrm{ab} + \mathrm{bx} - (\mathrm{ax}^2 + \mathrm{x}^3)$$

Misal:

$$(10+x).(8-x^2)=80-10x^2+8x-x^3=80+8x-10x^2-x^3$$
$$=80+8x-(10x^2+x^3)$$

$x=2$ farz edilirse $80+8.2-(10.2^2+2^3)=80+16-(40+8)=80+16-48$
$=48$

Diğer Fâide: Köklü İfadelerle Çarpma İşlemi

$$\sqrt{x^2}=|x| \; ve \; \sqrt{a}.\sqrt{b}=\sqrt{a.b}$$

Misal:

$\sqrt{5}.\sqrt{20}=\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

Köklü sayı ile tamsayı çarpılmak istenirse tamsayının karesi alınarak kökün içine konulur ve bilinen çarpma işlemi gerçekleştirilir.

Misal:

$$\sqrt{4}.10=\sqrt{4}.\sqrt{10^2}=\sqrt{4.100}=\sqrt{400}=\sqrt{20^2}=20$$

Misal:

$$\sqrt{\sqrt{16}}.\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt{\sqrt{16.81}}=\sqrt{\sqrt{1296}}=\sqrt{\sqrt{6^4}}=6$$

$$\sqrt{\sqrt{16}}.\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt[4]{16}.\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{2^4}.\sqrt[4]{3^4}=2.3=6$$

İmtihân:

$$\sqrt{5}.\sqrt{\sqrt{10}}=\sqrt{\sqrt{25}}.\sqrt{\sqrt{10}}=\sqrt{\sqrt{25.10}}=\sqrt{\sqrt{250}}$$

Ġkinci Mukaddime: Üslü ve Köklü Ġfadelerle Bölme ĠĢlemi

$$\forall a \in R - \{0\}\ ve\ m, n \in Z^{+}\ için\ \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$$

$$\frac{\frac{1}{a^m}}{\frac{1}{a^n}} = \frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}} = a^{n-m}$$

$$\frac{\frac{1}{a^m}}{a^n} = \frac{1}{a^{n+m}}$$

$$\frac{a^m}{\frac{1}{a^n}} = a^{m+n}$$

Misaller:

1. $\frac{x^5}{x^8} = \frac{1}{x^3}$
2. $\frac{\frac{1}{x^5}}{\frac{1}{x^8}} = \frac{1}{x^5}.x^8 = \frac{x^8}{x^5} = x^{8-5} = x^3$
3. $\frac{\frac{1}{x^3}}{x^5} = \frac{1}{x^3}.\frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^8}$
4. $\frac{x^3}{\frac{1}{x^5}} = x^3.x^5 = x^8$

Misal:

$$\frac{10x^2 + 6x^3}{2x} = \frac{\left(2x.(5x + 3x^2)\right)}{2x} = 5x + 3x^2$$

Fâide:

Eğer ifadenin payında çıkarma iĢlemi varsa sayılar ayrılır ve iki tane pay-payda haline getirilir.

$$\frac{ax^n - bx^m}{cx} = \frac{ax^n}{cx} - \frac{bx^m}{cx}$$

Misal:

$$\frac{100x^3 - 10x^2}{20x} = \frac{100x^3}{20x} - \frac{10x^2}{20x} = 5x^2 - \frac{x}{2}$$

Diğer Fâide: Köklü İfadelerle Bölme İşlem**i**

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \frac{\sqrt[m]{a^{\frac{m}{n}}}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a^{\frac{m}{n}}}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{\sqrt{16}}} = \frac{\sqrt{\sqrt{10000}}}{\sqrt{\sqrt{16}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{10000}{16}}} = \sqrt{\sqrt{625}} = \sqrt{\sqrt{5^4}} = 5$$

Nükte:

$$\frac{3x}{9x^2} = \frac{1}{3x}$$

<u>Üçüncü Mukaddime: Üç ve Beş Terimli Polinomların Köklerinin Bulunması</u>

x, x^3, x^5 Gibi üslü ifadeler "üssü tek" olarak isimlendirilir ve bu ifadelerin kökü yoktur. Bu üssü tek sayı olan ifadelerin her biri kendisi ile çarpıldığında "üssü çift" olarak isimlendirilen basamaklar ortaya çıkar. $x^3 . x^3 = x^6$ Gibi. Böyle üssü çift olan ifadenin kökü ise üssünün yarısıdır. $\sqrt{x^6} = x^3$ Gibi.

Eğer kökü olan 3 ifadenin kökünün bulunması istenirse, büyük ve küçük ifadelerin kökleri alınır ve toplanır.

Misal:

$(x^2 + 2x^3 + x^4)'$ün kökünü bulmak istedik. En büyük ifadenin kökü $\sqrt{x^4} = x^2$ ve en küçük ifadenin kökü $\sqrt{x^2} = x$ tir. Bu ikisinin toplamı $(x^2 + x)$ ifadenin köküdür.

Eğer kökü olan 5 ifadenin kökünün bulunması istenirse önce en büyük ve en küçük ifadenin kökleri bulunur ve bu kökler çarpılır. Sonra sonucun 2 katı alınır, orta terimden çıkarılır. En son olarak da bu sayının köküne en büyük ve en küçük ifadelerin kökleri eklenir.

Misal:

$$37 + x + x^4 + x^5 + 3x^6 + x^8$$

En küçük kök → x^2

En büyük kök → x^4

Bunların çarpımı → $x^2 . x^4 = x^6$

Bu sayının 2 katı alınır, sonuç $2x^6$ olur. Daha sonra bu sayı orta terimden çıkarılırsa $3x^6 - 2x^6 = x^6$ olur. x^6'nın kökü alındığında $\sqrt{x^6} = x^3$ olur. En sonunda da bu sayı en büyük ve en küçük kök üzerine artırılır.

$x^2 + x^3 + x^4$ işlemin sonucudur.

Beş terimden daha fazla terimi olan polinomlarının köklerinin bulunması konusuna gelince, bu konunun bu kitapta anlatılması uygun değildir.

<u>Dördüncü Mukaddime: x'li İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri:</u>

Benzer nitelikteki sayılar birbirleri ile toplanıp çıkarılabilir.

$(ax - b) + (cx + d) = x(a + c) + (d - b)$

$x + x = 2x \quad x^3 + x^3 = 2x^3$ gibi.

(Aynı dereceli bilinmeyenler üzerinde toplama ve çıkarma işlemlerinin uygulanabileceği ifade edilmiştir.)

Misal:

$6x - 5 - 10x^3 = -(10x^3 + 5 - 6x)$

Fâide: İki köklü ifadenin toplanması ve çıkarılması

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) + 2\sqrt{a.b}}$$

1.Misal:

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{(9+16) + 2\sqrt{9.16}} = \sqrt{25 + 2\sqrt{144}} = \sqrt{25 + 24} = \sqrt{49} = 7$$

Daha açık ifade etmek istersek:

$$16.9 = 144 \rightarrow \sqrt{144} = 12 \rightarrow 12.2 = 24 \rightarrow 9 + 16 = 25 \rightarrow 25 + 24 = 49$$

$$\sqrt{49} = 7 \rightarrow \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) - 2\sqrt{a.b}}$$

2.Misal:

$$\sqrt{16} - \sqrt{9} = \sqrt{(9+16) - 2\sqrt{9.16}} = \sqrt{25 - 2\sqrt{144}} = \sqrt{25 - 24} = \sqrt{1} = 1$$

Daha açık ifade etmek istersek:

$$16.9 = 144 \rightarrow \sqrt{144} = 12 \rightarrow 12.2 = 24 \rightarrow 9 + 16 = 25 \rightarrow 25 - 24 = 1$$

$$\sqrt{1} = 1 \rightarrow \sqrt{16} - \sqrt{9} = 1$$

Teznîb: Altı Cebirsel Denklemin Verilmesi

Cebr ve mukâbele ilmi de hesap ilmi gibidir. Bilinmeyenlerin bulunması için özel bilinenlerden faydalanmak gerekir. Bilinmeyeni ikiden az bilinenden çıkarmak mümkün değildir. Bilinenler miktarlar veya işlemler veyahut da bu ikisinin birleşiminden ibarettir. Miktarlar cezr, dılʿ, dinar ve dirhem gibi şeylerdir. İşlemler ise çarpma, bölme ve bu ikisi dışındakilerdir.

Denklemlerde karesel bir vasıflandırma olursa bilinmeyen x^2, küpsel vasıflandırma olursa bilinmeyen x^3 olarak farz edilmiştir. Bilinmeyen bu cinslerden herhangi biri ile vasıflandırılmadıysa x veya toplama ve çıkarma yoluyla birleşik cinsler olarak farz edilmiştir. Denklemde verilen ve istenen görüldükten sonra problem takip edilir ve verilenler doğru hads ve keskin zekâ önderliğinde cins cinse eşitlenerek hesaplanır.

Cebr ve mukâbele yani bilinenlerden bilinmeyenlere ulaşma bahsinde 3 "müfredât" (bir cinsin başka bir cinse eşitlenmesi), 3 de "mukterinât" (iki farklı cinsin farklı bir cinse eşitlenmesi) olmak üzere 6 denklem bulunur.

Müfredât olanlar:

1. x li ifadenin sayıya eşitlenmesi.

2. x li ifadenin x^2 li ifadelere eşitlenmesi.

3. x^2 li ifadenin sayılara eşitlenmesi.

3.4.2. İkinci Fasıl: 6 Cebirsel Denklemin Örneklerle Açıklanması

1. Denklem:

Müfredâttan olan bu denklem türünde x'li ifade sayıya eşitlenir.

$$ax = b \rightarrow x = \frac{b}{a}\ veya \frac{ax}{b} = c \rightarrow x = \frac{bc}{a}\ veya \frac{ax}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ax.d = c.b \rightarrow x = \frac{c.b}{a.d}$$

Misal:

$4x = 10 \quad x = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$

Misal:

$3x + \frac{x}{3} = 10 \rightarrow 9x + x = 30 \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{10} = 3$

Misal:

$4x + \frac{x}{6} = 7 + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{25x}{6} = \frac{15}{2} \rightarrow 25x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{25} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

2. Denklem:

Müfredâttan olan bu denklem türünde x li ifadeler x^2 li ifadelere eşitlenir.

$ax = bx^2 \rightarrow x = \frac{a}{b}$

Misal:

$100x = 20x^2 \rightarrow 100 = 20x \rightarrow x = \frac{100}{20} = 5$

3. Denklem:

Müfredâttan olan bu denklem türünde x^2 li ifadeler sayıya eşitlenir.

$$ax^2 = b \rightarrow x = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

Misal:

$$4x^2 = 100 \rightarrow x^2 = \frac{100}{4} = 25 \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{25} \rightarrow x = 5$$

4. Denklem:

Mukterinâttan olan bu denklem türünde x^2'li ve x'li ifadeler sayıya eşitlenir.

$ax^2 + bx = c$ Bu denklem önce şu şekle dönüştürülür. $x^2 + mx = n$

$$x^2 + mx = n \rightarrow x = \sqrt{n + m} - \frac{m}{2}$$

$$x^2 + mx = n \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + n} - \frac{m}{2}$$

Misal:

$\frac{x^2}{2} + 8x = 8 + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{x^2+16x}{2} = \frac{17}{2} \rightarrow x^2 + 16x = 17$ Burada x'in katsayısının yarısının karesi alınır. $16:2 = 8$ $8^2 = 64$ Bu sayının üzerine eşitliğin diğer tarafındaki sayı eklenir. 64+17=81 Sonuca ulaşmak için son olarak bulunan sayının kökü alınarak x'in katsayısının yarısı bu sayıdan çıkarılır.

$$\sqrt{81} = 9 \rightarrow 9 - 8 = 1 \rightarrow x = 1$$

İşlemi formülle yapmak istersek:

$$x^2 + 16x = 17 \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 + 17} - \frac{16}{2} = \sqrt{8^2 + 17} - 8 = \sqrt{81} - 8 = 9 - 8 = 1$$

5. Denklem:

Mukterinâttan olan bu denklem çeşidinde x^2 li ifadeler ve sayılar x li ifadelere eşitlenir.

$$x^2 + a = bx \rightarrow x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a}$$

Misal: $x^2 + 21 = 10x$

Bu çeşit denklemlerde öncelikle x in katsayısının yarısının karesi alınarak eşitliğin diğer tarafındaki sayıdan çıkarılır. $10 : 2 = 5 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow 25 - 21 = 4$ Daha sonra bulunan sayının kökü alınarak x in katsayısının yarısına eklenir ve x in değeri bulunur.

$\sqrt{4} = 2 \rightarrow 5 + 2 = 7 \rightarrow x = 7$ Bu sayı aynı zamanda x in katsayısının yarısından çıkarılırsa x in diğer bir değeri bulunur.

$5 - 2 = 3 \rightarrow x = 3$ $Ç = \{7,3\}$ Formül kullanarak ifade edersek:

$$x^2 + 21 = 10x \rightarrow x = \frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 + \sqrt{5^2 - 21} = 5 + \sqrt{4} = 5 + 2 = 7$$

$$x^2 + 21 = 10x \rightarrow x = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 - \sqrt{5^2 - 21} = 5 - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$$

$Ç = (7,3)$

Eğer x^2 li ifadenin yanındaki sayı, x in katsayısının yarısının karesinden büyükse denklem imkânsız, eşitse x, x in katsayısının yarısıdır.

6. Denklem:

Mukterinâttan olan bu denklem türünde x li ifade ve sayı x^2 li ifadeye eşitlenir.

$ax + b = x^2 \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} + \frac{a}{2}$

Misal:

$6x + 40 = x^2$ Önce x'in katsayısının yarısının karesi alınır. $6:2 = 3$, $3^2 = 9$ Daha sonra da bu sayıya denklemdeki sayı eklenerek bulunan sayının kökü alınır. $40 + 9 = 49$ $\sqrt{49} = 7$ Son olarak da bu sayıya x'in katsayısının yarısı eklenerek x'in değeri bulunur. $7 + 3 = 10 \rightarrow x = 10$. İşlemi formüle koyarsak:

$$6x + 40 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 40} + \frac{6}{2} = \sqrt{3^2 + 40} + 3 = \sqrt{49} + 3 = 7 + 3 = 10$$

5. Teznîb

Bu risâleyi mütalaa eden zât Cemâluddîn İbrahîm b. Muhammed et-Tîbî, risalede çift yanlış hesabı ile mîzan bahsinin eksik olduğunu ortaya koydu ve kitabın tamam olması için bu konuların eklenmesini tavsiye etti.

5.1. Çift Yanlış Hesâbı

$bx + c = d$

$x_1 \rightarrow ilk\ varsayılan\ sayı$

$x_2 \rightarrow ikinci\ varsayılan\ sayı$

$|bx_1 - d| = \Delta_1 \rightarrow ilk\ yanlış$

$|bx_2 - d| = \Delta_2 \rightarrow ikinci\ yanlış$

$x_1.\Delta_2 = ilk\ elde$ $x_2\Delta_1 = ikinci\ elde$

I.Durum:

$$\Delta_1.\Delta_2 > 0\ \ veya\ \ \Delta_1.\Delta_2 < 0\ ise;$$

$$x = \frac{|x_1.\Delta_2 - x_2.\Delta_1|}{|\Delta_2 - \Delta_1|}$$

II.Durum:

$$\Delta_1 > 0\ \ ve\ \ \Delta_2 < 0\ \ veya\ \ \Delta_1 < 0\ \ ve\ \ \Delta_2 > 0\ ise;$$

$$x = \frac{|x_1.\Delta_2 + x_2.\Delta_1|}{|\Delta_2 + \Delta_1|}$$

Misal:

$200:10 = x \rightarrow 10x = 200 \rightarrow x =?$

Önce sonuç 25 farz edilir. 25.10 = 250 bu sonuç olması gerekenden 50 fazladır yani ilk hata 50‟dir. Sonra sonuç 22 farz edilir. 22.10 = 220 bu sonuç olması gerekenden 20 fazladır yani ikinci hata 20‟dir. Varsayılan ilk sayı ile ikinci hata, varsayılan ikinci sayı ile de ilk hata çarpılır ve sonuçlar birbirinden çıkarılır. $25.20 = 500$ ve $22.50 = 1100$ $1100 - 500 = 600$ Çıkan sonuç hatalar arasındaki farka bölünerek doğru sonuca ulaşılır. $600 : (50 - 20) = 600 : 30 = 20$

Problem bir de formül ile gösterilirse:

$$x_1 = 25 \quad x_2 = 22 \quad \Delta_1 = 25.10 - 200 = 50 \quad \Delta_2 = 22.10 - 200 = 20$$

$$x = \frac{|x_1.\Delta_2 - x_2.\Delta_1|}{|\Delta_2 - \Delta_1|} \qquad x = \frac{|25.20 - 22.50|}{|220 - 250|} = \frac{|500 - 1100|}{30} = \frac{600}{30} = 20$$

5.2. Mîzân/Sağlama

Mîzân bir çeşit sağlama yöntemidir. Bu yöntem sayesinde işlemlerin doğru olup olmadığı kontrol edilebilir. Bu yöntemi uygulamak için işlemdeki sayıların ayrı ayrı rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan bulunur ve karşılaştırılır.

<u>İki Katını Alma</u>

Misal:

650372. 2 = 1300744 bu işlemin doğru olup olmadığını anlamak için önce 650372'nin mîzânı bulunur. $6 + 5 + 3 + 7 + 2 = 23$ → 23'ün 9'a bölümünden kalan 5 tir. Yani bu sayının mîzânı 5 tir. 2'nin mîzânı 2 dir. $5.2 = 10$ → 10'un mîzânı 1‟dir.

İşlemin sonucu olan 1300744 ün mîzânı da 1 olmak zorundadır. 1+3+7+4+4 = 19. 19'un 9'a bölümünden kalan 1 dir yani mîzânı 1 dir. İşlem doğrudur.

Yarıya Bölme

Misal:

$806543 : 2 = 403271 \rightarrow kalan\ 1$
$403271.2 + 1 = 806543$

$403271 \equiv 8(mod9)$ $2 \equiv 2(mod9)$ $1 \equiv 1(mod9)$ $806543 \equiv 8(mod9)$

İşlemi yapıyoruz.

$8.2 + 1$ →Bu işlemin sonucunun mîzânı 8 olması gerekiyor. $17 \equiv 8(mod9)$, işlem doğrudur.

Toplama

Misal:

$125403 + 39867 = 165270$

$125403 \equiv 6(mod9)$ $39867 \equiv 6\ (mod9)$ $165270 \equiv 3(mod9)$

6+6=12'nin mîzânı 3'tür yani işlem doğrudur.

Çıkarma

Misal:

$85023 - 7416 = 77607$

$85023 \equiv 9(mod9)$ $7416 \equiv 9\ (mod9)$ $77607 \equiv 9(mod9)$

9-9=0 'ın mîzânı 9'dur yani işlem doğrudur.

Çarpma

Misal:

$4032 . 568 = 2290176$

$4032 \equiv 9(mod9)$ $568 \equiv 1\ (mod9)$ $2290176 \equiv 9(mod9)$

$9.1 = 9$'un mîzânı 9'dur yani işlem doğrudur.

Bölme

Misal:

$680045 : 255 \rightarrow$ bölüm $= 2666$ kalan $= 215 \quad 2666.255 + 215 = 680045$

$2666 \equiv 2(mod9) \qquad 255 \equiv 3\ (mod9) \qquad 215 \equiv 8(mod9) \qquad 680045 \equiv 5(mod9)$

$2.3 + 8 = 14$ 'ün mîzânı 5'tir yani 14=5(mod9) ve işlem doğrudur.

Kök, Küp ve Bu İkisi Dışındakiler

Sayı satırının mizanı alınır ve bu sonuç saklanır. Daha sonra bölümün (hâric) mizanı alınır ve bu sonuç kendisi ile bir kez kökü olan (meczûr) için, iki kez de küp için çarpılır. Bu sonuç sayı satırından kalan mizan üzerine arttırılır. Toplamdan 9'un katları çıkarılır ve en başta saklanan sonuç ile karşılaştırılır.

Vezn:

9 ile olduğu gibi 11 ile de olur. Ancak 11'in katları, sayının kendisinden rakamlar dikkate alınmaksızın çıkarılır. Bu işlem sayı 11'den daha küçük kalana kadar devam eder.

Uyarı (Bil ki):

Hesâbın şartı; zihni boşaltmak (hesab dışındaki şeylerden), dikkat, tahkik ve düşünce gücü ile birlikte çalışmaya güvenmek ve yorgunluk ve usanç halinin olmadığı zamanlarda çalışılmasıdır. Bilhassa bizim bu kitapta anlattığımız cetveller ile çalışman bir ay veya daha fazla sürse de cetvelleri tekrar ederek ezberle ve bunları öğrendiğinden emin ol. Belki bu durum (süre) bize hastır. Bu fenni öğrenmeye azmetmek sağlamalara güvenmek değil kararlılıkla çalışmaya devam etmektir. Hesab doğru olursa sağlama da doğru olur. Sağlama doğru olmazsa hesab da doğru olmaz. Sağlamanın doğru olması hesabın da doğru olduğunu göstermez. Hesap doğru olmazsa sağlama da doğru olmaz. Hesapta hata olmasına rağmen sağlama ve hesap birbirlerine uygun olabilirler. Ancak sağlama, zihin karışıklığı ve işlemin doğruluğundan emin olmak açılarından faydalıdır ve temel husus zikrettiğimiz gibidir. Başarı, cömertliğin bahşedicisi ve cömertlikle hayrı yayandandır. Bu risâlenin tahririnin Zilhicce ayının başları h. 868'de olduğuna dair ittifak vardır.

ÖZGEÇMİŞ

Kişsel Bilgiler

Adı Soyadı : Ebru Yıldırım

Doğum Tarihi ve Yer : 18.10.1991/Karaman

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Telefon : 0546 405 23 17

e-mail : ebruydrm91et@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Ana Bilim Dalı	
Lisans	Gazi Üniversitesi, Ortaöğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı, Lise Matematik Öğretmenliği Bölümü	16.06.2014
Lise	Konya Karatay Fen Lisesi	15.06.2009

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2015-...	Karaman Anadolu İmam Hatip Lisesi	Lise Matematik Öğretmeni