

**35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ATIŞ
ESNASINDAKİ DİNAMİK ANALİZİ**

**2013
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

Mehmet Akif KOÇ

**35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ATIŞ ESNASINDAKİ DİNAMİK
ANALİZİ**

Mehmet Akif KOÇ

**Karabük Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalında
Yüksek Lisans Tezi
Olarak Hazırlanmıştır**

**KARABÜK
Haziran 2013**

Mehmet Akif KOÇ tarafından hazırlanan “35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ATIŞ ESNASINDAKİ DİNAMİK ANALİZİ ” başlıklı bu tezin Yüksek Lisans Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd.Doç.Dr. İsmail ESEN

Tez Danışmanı, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir. 18/06/2013

Ünvanı, Adı SOYADI (Kurumu)

Başkan : Doç.Dr. Hayrettin AHLATCI (KBÜ)

Üye : Doç.Dr. Mehmet KARALI (KBÜ)

Üye : Yrd.Doç.Dr. İsmail ESEN (KBÜ)

İmzası

...../...../2013

KBÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu, bu tez ile, Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nizamettin KAHRAMAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”

Mehmet Akif KOÇ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ATIŞ ESNASINDAKİ DİNAMİK ANALİZİ

Mehmet Akif KOÇ

Karabük Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı:

Yrd. Doç. Dr. İsmail ESEN

Haziran 2013, 210 sayfa

Günümüzde silah teknolojileri alanındaki gelişmeler hızla ilerlemektedir. Silah sistemlerinde vuruş kabiliyetini etkileyen önemli bir faktör namlu sisteminin atış esnasındaki dinamik davranışdır. Atış anında namlu içindeki barutun patlamasıyla oluşan yüksek basınç çekirdeği çok yüksek bir ivme ile hızlandırmakta ve çekirdeğin namlu içindeki hareketi ile namlunun etkileşiminden dolayı namlu titreşmektedir. Bu titreşim namlunun boyutları, çekirdeğin kütlesi, çekirdeğin ivmesinden etkilenmektedir.

Bu çalışmada 35 mm çapında ve 3240 mm boyundaki bir uçaksavar namlusunun dinamik davranışı incelendi. Çalışma, patlama anında oluşan şok dalgaları hariç tutularak mermi çekirdeği ile namlunun dinamik etkileşimi ile sınırlandırıldı. Bu dinamik etkileşim MATLAB ile bir program yazılarak sonlu elemanlar yöntemi ve Newmark'ın doğrudan zaman integrasyonu yöntemini kullanarak ivmelenmekte

olan mermi çekirdeği ve namlunun hareket denklemi çözümlenerek dinamik yer değiştirmeler elde edildi. Namlunun katı modeli SOLIDWORKS programı ile oluşturuldu. Namluya ait doğal frekanslar ve mod şekilleri ANSYS programında ve MATLAB programında elde edilerek sonuçlar karşılaştırıldı. Namlunun vuruş kabiliyetinin artırılması için bir titreşim absorberi geliştirildi.

Anahtar Sözcükler : Euler-Bernoulli, Newmark, titreşim absorberi.

Bilim Kodu : 914.1.091

ABSTRACT

M. Sc. Thesis

DYNAMIC ANALYSIS OF 35 mm AIRCRAFT BARREL DURING SHOOTING

Mehmet Akif KOÇ

Karabük University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Thesis Advisor

Assist. Prof. Dr. İsmail ESEN

June 2013, 210 pages

Today, advances in weapons technology is advancing rapidly. A major factor, influencing the ability to hit, is dynamic behavior of the barrel during firing in weapon systems. The explosion of gunpowder in the barrel during firing causes high-pressure and the core starts to move with very high acceleration and the movement of the projectile in the barrel vibrate the barrel. This vibration is affected by barrel size, mass of the projectile and the acceleration of the projectile.

In this study the dynamic behavior of the barrel of a 35 mm and 3240 mm long anti-aircraft is studied. By excluding shock waves at the time of the explosion, this study was limited within the framework of the dynamic interaction of the bullet with the barrel. The dynamic interaction was modeled, with a program written in MATLAB, using finite element method and Newmark direct time integration method and the dynamic deflections of the barrel were obtained by solving the equation of motion.

Solid model was created with SOLIDWORKS software and natural frequencies and mode shapes are obtained both with ANSYS and the MATLAB program and the results obtained were compared. Developed a vibration absorber to increase the ability to kick the barrel.

Key Word : Euler-Bernoulli, Newmark, vibration absorber.

Science Code : 914.1.091

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının planlanmasında, araőtırılmasında, yürütölmesinde ve oluşumunda ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalıőmamı bilimsel temeller ışığında őekillendiren sayın hocam Yrd. Doç. Dr. İsmail ESEN'e sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Sevgili aileme manevi hiçbir yardımı esirgemedен yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL.....	ii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiv
ÇİZELGELER DİZİNİ	xix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xx
BÖLÜM 1.	1
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2.	4
LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	4
BÖLÜM 3.	6
UÇAKSAVARLAR HAKKINDA GENEL BİLGİLER.....	6
3.1. UÇAKSAVAR MAKİNALI TÜFEKLER	7
3.2. UÇAKSAVAR TOPLARI	8
3.3. UÇAKSAVAR FÜZELERİ	10
BÖLÜM 4.	12
MEKANİK TİTREŞİMLER.....	12
4.1. GENEL OLARAK TİTREŞİMLER	12
4.2. TİTREŞİMLERİN SINIFLANDIRILMASI.....	13
4.2.1. Sönümsüz ve Sönümlü Titreşimler.....	13
4.2.2. Serbest ve Zorlanmış Titreşimler	13

	<u>Sayfa</u>
4.2.3. Lineer ve Lineer Olmayan Titreşimler.....	13
4.3. TİTREŞİM ANALİZİ	13
4.4. TİTREŞİM SİSTEMLERİNİN TEMEL ELEMANLARI.....	14
4.5. HAREKET DENKLEMİ OLUŞTURMA YÖNTEMLERİ.....	15
4.5.1. Newton'un 2.Yasasının Doğrudan Uygulanması	15
4.5.2. D'Alembert Prensibi.....	17
4.5.3. Enerji Yöntemi ile Hareket Denklemine Oluşturulması	17
4.5.4. Lagrange İfadesi ile Hareket Denklemine Elde Edilmesi.....	19
4.6. HAREKET DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	20
4.6.1. Sönümlemesiz Sistemin Hareket Denklemi	20
4.6.2. Tek Serbestlik Dereceli Sönümlemeli Sistemin Hareket Denklemi.....	24
4.6.2.1. Kritik Altı Sönüm	26
4.6.2.2. Kritik Üstü Sönüm	29
4.6.2.3. Kritik Sönüm.....	30
4.7. ZORLANMIŞ TİTREŞİMLERİ	31
4.7.1. Sönümsüz Zorlanmış Titreşimler	31
4.7.2. Sönümlü Zorlanmış Titreşimler	34
4.8. ZORLAMA TİTREŞİMLERİNDE İLETİLEN KUVVET HESABI	38
4.9. HARMONİK ZEMİN ZORLAMASI.....	40
4.10. MEKANİK TİTREŞİMLERİN DARBE VE BASAMAK CEVAPLARI ..	43
4.11. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER	45
4.12. MODAL ANALİZ	49
BÖLÜM 5.	55
TEORİ	55
5.1. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİNE DAYANAN NAMLU ELEMANIN DİRENGENLİK MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ	55
5.2. CONSİSTENT KÜTLE MATRİSİ ELDE EDİLMESİ	63
5.2.1. Çubuk Elemanın Denklemlerinin Elde Edilmesi	65
5.3. NÜMERİK İNTEGRASYON.....	70
5.3.1. Merkezi Fark Yöntemi	71
5.3.2. Newmark'ın Metodu	74

	<u>Sayfa</u>
5.3.3. Wilson'un Metodu	77
5.4. İKİNCİ MERTEBEDEN SABİT KATSAYILI LİNEER HOMOJEN DİFERANSİYEL DENKLEMİ ÇÖZÜMÜ	79
5.4.1. Teorem 1	79
5.4.2. Öz Denklem Kavramı	79
5.4.3. Genel Çözüm.....	80
5.4.3.1. Köklerin Reel ve Farklı Olması Durumu.....	80
5.4.3.2. Köklerin Karmaşık Sayı Olması Durumu.....	80
5.4.3.3. Köklerin Eşit Olması Durumu.....	81
5.5. TEK BOYUTLU ÇUBUĞUN DOĞAL FREKANSLARININ BULUNMASI	81
5.6. KİRİŞ ELEMANI KÜTLE MATRİSİ VE DOĞAL FREKANSLARININ BULUNMASI.....	83
5.7. İVMELLENEN HAREKETLİ MERMİ ÇEKİRDEĞİNE MARUZ NAMLUNUN DİNAMİK DAVRANIŞI.....	89
5.7.1. İvmelenen Mermi Çekirdeğinin Kütle, Sönümlenme ve Direngenlik Matrisleri.....	92
5.7.2. Bütün Sistemin Hareket Denklemi	97
5.7.2.1. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Kütle ve Direngenlik Matrisi	98
5.7.2.2. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Sönümlenme Matrisi.....	99
5.7.2.3. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Global Kuvvet Vektörü.....	99
5.7.3. Hareket Denklemine Çözümü.....	100
 BÖLÜM 6.	 102
UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ANALİZİ	102
6.1. SOLIDWORKS ORTAMINDA NAMLUNUN KATI MODELİNİN OLUŞTURULMASI	102
6.2. ANSYS WORKBENCH ORTAMINDA NAMLUYA AİT MOD ŞEKİLLERİNİN BELİRLENMESİ.....	108
6.3. MATLABTA YAZILAN PROGRAM İLE NAMLUNUN DİNAMİK DAVRANIŞININ BELİRLENMESİ.....	121

	<u>Sayfa</u>
BÖLÜM 7.	125
NAMLU VURUŞ KABİLİYETİNİN ARTIRILMASI.....	125
7.1. MUZZLE-BRAKE İÇİN MATEMATİK MODELİN KURULMASI.....	127
7.1.1. Eğilme Titreşimleri için Direngenlik İfadesinin Çıkarılması.....	127
7.1.2. Gerçek Geometrinin Modele İndirgenmesi.....	128
7.1.3. Sönümlenme Kütellerinin ve Çubukların Direngenlik İfadelerini Hesaplama.....	132
7.1.4. Mermi Çekirdeğinin Namludan Çıktıktan Sonra Kütle, Direngenlik ve Sönümlenme Matrisleri	133
7.2. TEMEL GENETİK ALGORİTMA PRENSİPLERİ	134
7.2.1. Temel Genetik Algoritma Terimleri	135
7.2.2. Rulet Seçim Mekanizması	136
7.2.3. Çaprazlama Operatörü	136
7.2.4. Elitizm Yöntemi	137
7.3. GENETİK ALGORİTMA KULLANILARAK MUZZLE-BRAKE ÇUBUK GEOMETRİSİNİN OPTİMİZASYONU.....	137
7.3.1. Namlu Ucunun Dinamik Yer Değiştirilmesi.....	137
7.3.2. Genetik Algoritma ile Muzzle-Brake Çubuk Geometrisinin Optimizasyonu	140
7.4. UÇAKSAVAR NAMLU SİSTEMİNİN İKİ SERBESTLİK DERECELİ MATEMATİK MODELE İNDİRGENMESİ.....	145
7.4.1. Eşdeğer Kütle İfadesinin Çıkarılması.....	146
7.4.2. Namlunun ve Titreşim Absorberinin Temel Karakteristik Parametrelerinin Belirlenmesi.....	147
7.4.3. Namlu ve Titreşim Absorberinin İki Serbestlik Dereceli Modeli	149
7.4.4. Namlu ve Titreşim Absorberinin İki Serbestlik Dereceli İlave Sönümlenmeli Modeli	152
7.4.5. Namlunun Empedans ve Mobility Cevapları.....	157
7.4.6. Namlunun Reseptans Cevabı	162
BÖLÜM 8.	165
SONUÇLAR VE TARTIŞMA	165
KAYNAKLAR	172

	<u>Sayfa</u>
EK AÇIKLAMALAR A. 35 mm UÇAKSAVAR TİTREŞİM ANALİZİ VE MUZZLE-BRAKE OPTİMİZASYON PROGRAMI	175
EK AÇIKLAMALAR B. NAMLUNUN KÜTLESİNİ VE EŞDEĞER DİRENGENLİĞİ İÇİN PROGRAMLANAN MATLAB YAZILIMI	207
ÖZGEÇMİŞ	210

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3.1. Hava savunma silahları çeşitleri.....	7
Şekil 3.2. DShK 1938 12,7 mm uçaksavar makineli tüfeği	7
Şekil 3.3. M2HB Browing uçaksavar makineli tüfeği	8
Şekil 3.4. Alman FLAK 18 uçaksavar topu	9
Şekil 3.5. MKE 35 mm çift namlulu uçaksavar topu	10
Şekil 3.6. Cirit füzesi.....	10
Şekil 4.1. Basit harmonik hareket	12
Şekil 4.2. Titreşim analizinin aşamaları	14
Şekil 4.3. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin matematik modeli	15
Şekil 4.4. Tek serbestlik dereceli sönümlemeli sistemin serbest cisim diyagramı... ..	16
Şekil 4.5. Serbest cisim diyagramı	17
Şekil 4.6. Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemin matematik modeli	20
Şekil 4.7. Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemin yer değiştirme cevabı.....	23
Şekil 4.8. Tek serbestlik dereceli sönümlemeli sistemin matematik modeli.....	24
Şekil 4.9. Kritik altı sistemin farklı sönüm oranlarında verdiği cevap.....	29
Şekil 4.10. Tek serbestlik dereceli sönümlemesiz zorlanmış sistemin matematik modeli.....	31
Şekil 4.11. Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış sistemin matematik modeli... ..	34
Şekil 4.12. Sönümlü zorlanmış sistemin farklı sönüm oranlarındaki cevabı.....	37
Şekil 4.13. Tek serbestlik dereceli zorlanmış sistemde zemine iletilen kuvvet.	38
Şekil 4.14. Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış sistemin farklı sönüm oranlarında zemine iletilen kuvvet.	40
Şekil 4.15. Tek serbestlik dereceli sönümlemeli sistemin zemin zorlaması modeli ..	40
Şekil 4.16. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemde farklı sönüm oranlarında zemine iletilen darbe	43
Şekil 4.17. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin darbe ve basamak cevabı	44
Şekil 4.18. İki serbestlik dereceli sistemin matematik modeli	46
Şekil 4.19. İki serbestlik dereceli zorlamalı sistemin matematik modeli.....	49

Şekil 5.1. Kiriş elemanın düğüm noktalarına ait pozitif yer değiştirme, dönmeler, kuvvetler ve momentleri	55
Şekil 5.2. Kiriş elemanın serbest cisim diyagramı.....	56
Şekil 5.3. Yük altında eğilmeyen kiriş	57
Şekil 5.4. Diferansiyel kiriş elemanı	57
Şekil 5.5. Yük altında deforme olmuş kiriş.....	57
Şekil 5.6. Yayılı yük altında deforme olan kiriş.....	58
Şekil 5.7. Deforme olan kirişin eğrilik yarıçapının gösterilmesi	58
Şekil 5.8. Zamana bağlı kuvvete maruz kütle yay sistemi	63
Şekil 5.9. Tek serbestlik dereceli sistemin serbest cisim diyagramı	63
Şekil 5.10. Zamana bağlı yüke maruz kalmış çubuk elemanı.....	65
Şekil 5.11. İntegrasyon çeşitleri	70
Şekil 5.12. Numerik integrasyon.....	71
Şekil 5.13. Düğüm noktaları serbestlik dereceleri ile verilmiş bir kiriş elemanı.....	83
Şekil 5.14. İki tarafı mesnetlenmiş kiriş	85
Şekil 5.15. 35 mm uçaksavarın namlu içi basınç grafiği	90
Şekil 5.16. Hızlanan mermi çekirdeği etkisi altındaki uçaksavar namlusu modeli ...	90
Şekil 5.17. Namlunun sonlu elemanlara ayrılması	92
Şekil 5.18. Eşdeğer düğüm kuvvetleri ile s'inci elemanın yer değiştirmelerinin gösterilmesi.....	92
Şekil 6.1. Solidwork programına ait arayüz.....	102
Şekil 6.2. Yeni bir proje dosyasının açılması.....	103
Şekil 6.3. Solidworks çalışma sayfası	103
Şekil 6.4. Çizim unsur çubuğu	104
Şekil 6.5. Namlu katı modeline ait çizim.....	104
Şekil 6.6. Unsurlar araç çubuğu	105
Şekil 6.7. Döndürerek katı oluşturma butonu	105
Şekil 6.8. Çizimin döndürme eksenini	106
Şekil 6.9. Onay butonu.....	106
Şekil 6.10. Namlu katı modelinin genel görünüşü.....	107
Şekil 6.11. Namlu katı modelinin yandan görünüşü.....	107
Şekil 6.12. Namlu katı modelinin genel görünüşü.....	107

Sayfa

Şekil 6.13. Solidworks ortamında namlu katı modeli	108
Şekil 6.14. ANSYS Workbench ortamı	108
Şekil 6.15. Yeni bir projenin başlatılması.....	109
Şekil 6.16. Yeni bir malzeme kütüphanesi oluşturulması.....	109
Şekil 6.17. Namlu malzemesinin yoğunluğunun girilmesi	110
Şekil 6.18. Poison oranı ve elastisite modülünün girilmesi	110
Şekil 6.19. Girilen verilerin update edilmesi	111
Şekil 6.20. Namlu katı modelin ANSYS ortamına import edilmesi	111
Şekil 6.21. Onay butonunun gösterilmesi	112
Şekil 6.22. Modele giriş penceresi	112
Şekil 6.23. ANSYS ortamında namlunun genel görünüşü.....	112
Şekil 6.24. Namlu malzemesinin atanması	113
Şekil 6.25. Mesh yoğunluğunun artırılması	114
Şekil 6.26. Mesh işleminin yapılması	114
Şekil 6.27. Namluya ait ağ örgüsü(genel).....	114
Şekil 6.28. Namluya ait ağ örgüsü(arka kısım).....	115
Şekil 6.29. Namluya ait ağ örgüsü(uc kısım).....	115
Şekil 6.30. Namlu ucunun sabitlenmesi.....	115
Şekil 6.31. Sabit uç	116
Şekil 6.32. Onaylama işlemi	116
Şekil 6.33. Mesnetlenmiş uç	116
Şekil 6.34. Analiz ayarlarının girilmesi	117
Şekil 6.35. Çözüm işleminin gerçekleştirilmesi.....	117
Şekil 6.36. Mode penceresi	118
Şekil 6.37. Mode şekillerinin oluşturulması	118
Şekil 6.38. Mode şekillerinin oluşturulması	119
Şekil 6.39. 1.Mode şekli.....	119
Şekil 6.40. 2.Mode şekli.....	119
Şekil 6.41. 3.Mode şekli.....	120
Şekil 6.42. 4.Mode şekli.....	120
Şekil 6.43. 5.Mode şekli.....	120
Şekil 6.44. 6.Mode şekli.....	120

Sayfa

Şekil 6.45. Namlu analizi için programlanmış matlab yazılımı.....	121
Şekil 6.46. Programa giriş değerlerinin atanması	122
Şekil 6.47. Analiz çıktısı	122
Şekil 6.48. Namlu uç noktasının sehimini.....	123
Şekil 6.49. Namlu uç noktasının eğimi	123
Şekil 6.50. Namlu uç noktasının aksenal yerdeğiştirmesi.....	124
Şekil 7.1. Bir obüs topuna ait muzzle-brake	126
Şekil 7.2. Kiriş sistemi için eğilmenin bir yay gibi modellenmesi	127
Şekil 7.3. Absorberin ilkel model olarak geometrik ölçüleri.....	129
Şekil 7.4. Titreşim absorberinin modele indirgenmiş hali	129
Şekil 7.5. Seri bağıllı yaylar için eşdeğer direngenlik ifadesi	132
Şekil 7.6. Titreşim sönümleyici için yay benzetimi	132
Şekil 7.7. Genetik algoritma işleyiş şeması	135
Şekil 7.8. Rulet seçim mekanizması tekerleği	136
Şekil 7.9. Namlunun statik ve dinamik durumu.....	138
Şekil 7.10. Titreşim absorberinin namlu ucu sehim miktarı üzerine etkisi.....	139
Şekil 7.11. Titreşim absorberinin namlu ucu sehim miktarı üzerine etkisi.....	139
Şekil 7.12. Nesil sayısına bağıllı namlu ucu sehim miktarının optimizasyon haritası.....	142
Şekil 7.13. Nesil sayısına bağıllı maksimum namlu ucu sehim miktarı.....	143
Şekil 7.14. Absorber kütlelerinin nesil sayısına bağıllı değişimi.....	144
Şekil 7.15. Absorber direngenliğinin nesil sayısına bağıllı değişimi	144
Şekil 7.16. Namlunun absorbersiz, ilkel absorberli ve optimize edilmiş absorberli durumlardaki namlu ucu dinamik yer değiştirmesi.....	145
Şekil 7.17. Namlu ve muzzle-brake'in tek bir model ile gösterilmesi.....	145
Şekil 7.18. Kirişin eşdeğer kütleyle indirgenmesi.....	146
Şekil 7.19. Uçaksavar namlusu ve titreşim absorberinin ilave sönümlemesiz matematik modeli.....	150
Şekil 7.20. Namlunun sönümsüz modelinin boyutsuz genlik cevabı (0-0.2 arası)..	151
Şekil 7.21. Namlunun sönümsüz modelinin genlik cevabı (0.9-1.2 arası).	151
Şekil 7.22. Namlunun sönümsüz modelinin normalize edilmiş genlik cevabı	152
Şekil 7.23. İki serbestlik dereceli sistemin matematik modeli.....	152
Şekil 7.24. İki serbestlik dereceli sönümlemeli namlunun genlik cevabı (0-0.2)...	154

Sayfa

Şekil 7.25. İki serbestlik dereceli sönümlmeli namlu modelinin genlik cevabı (0.015-1.4).....	155
Şekil 7.26. Farklı sönüm oranları için namlunun boyutsuz genlik oranı cevabı.....	155
Şekil 7.27. Farklı sönüm oranları için namlunun boyutsuz genlik oranı cevabı.....	156
Şekil 7.28. Muzzle-Brake için tek serbestlik dereceli matematik model.....	156
Şekil 7.29. Titreşim absorberinin farklı frekans oranlarına bağlı boyutsuz genlik oranı cevabı	157
Şekil 7.30. Üzerine kuvvet uygulanan kütle sistemi	158
Şekil 7.31. Tek serbestlik dereceli sönümlmeli kütle yay sistemi.....	159
Şekil 7.32. Namlunun mobility cevabı.....	161
Şekil 7.33. Namlunun Empedans cevabı.....	161
Şekil 7.34. Namlunun mobility cevabı için nyquist gösterimi.....	162
Şekil 7.35. Namlunun receptance cevabı	163
Şekil 7.36. Namlunun receptance cevabı için nyquist gösterimi	164
Şekil 8.1. 35 mm uçaksavar namlusu ve muzzle-brake	166
Şekil 8.2. Muzzle-Brake üzerinde çubukların ve kütlelerinin gösterilmesi	166
Şekil 8.3. Muzzle-Brake.....	166
Şekil 8.4. Namlunun 1.modu	167
Şekil 8.5. Namlunun 2.modu	167
Şekil 8.6. Namlunun 3.modu	168
Şekil 8.7. Namlunun 4.modu	168
Şekil 8.8. Namlunun 5.modu	169

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 3.1. M2HB Browing uçaksavar makineli tüfeğine ait genel özellikler.....	8
Çizelge 3.2. MKE 35 mm çift namlulu uçaksavar topunun genel özellikleri.....	9
Çizelge 3.3. Cirit füzesine ait sistem özellikleri	11
Çizelge 6.1. Elde Edilen Değerler.....	124
Çizelge 7.1. İlkel absorber modeline ait geometrik parametreler	129
Çizelge 7.2. İki farklı absorbere ait geometrik parametreler	138
Çizelge 7.3. Absorber optimizasyonu için alınan genetik algoritma parametreleri.	141
Çizelge 7.4. Optimize edilen absorberin parametre değerleri.....	143
Çizelge 7.5. İki serbestlik dereceli matematik modelin parametre değerleri.....	149
Çizelge 8.1. Namlu mod değerleri	169
Çizelge 8.2. M242 silahının genel özellikleri	170
Çizelge 8.3. M242 silahı ile 35 mm uçaksavar'ın karşılaştırılması.	170

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

SİMGELER

- a_m : mermi çekirdeği ivmesi
- A : namlu sonlu elemanı kesit alanı
- c : sönüm katsayısı, namlu sönüm katsayısı
- c_a : titreşim absorberinin sönüm katsayısı
- c_{kritik} : kritik sönüm katsayısı
- $[C]$: global sönümleme matrisi
- $[d]$: yer değiştirme matrisi
- \hat{d}_{iy} : enine yerdeğiştirme
- $d_{dış}$: namlu dış çap
- $d_{iç}$: namlu iç çap
- E : elastisite modülü
- E_k : kinetik enerji
- E_p : potansiyel enerji
- E_t : toplam enerji
- f : frekans
- \hat{f}_{iy} : eleman düğüm noktasına etki eden lokal kuvvet
- F : kuvvet
- $\{F(t)\}$: global kuvvet matrisi
- g : yer çekimi ivmesi
- G : boyutsuz genlik oranı
- H : reseptans
- I : kütle atalet momenti
- k : yay direngenliği, namlu eşdeğer direngenlik

k_a	: titreşim absorberinin direngenliği
$[K]$: global direngenlik matrisi
L	: namlu uzunluğu, langrange ifadesi
l	: namlu sonlu elemanı uzunluğu
m	: kütle
m_a	: titreşim absorberinin kütlesi
m_{beam}	: giriş kütlesi
$(m_{eq})_{beam}$: girişin eşdeğer kütlesi
$(m_{eq})_{namlu}$: namlunun eşdeğer kütlesi
m_p	: hareketli kütle, mermi çekirdeğinin kütlesi
$[M]$: global kütle matrisi
M	: mobility, Moment
N	: şekil fonksiyonu
p	: yoğunluk
P	: giriş ucuna etkiyen kuvvet
P_{net}	: net güç
q_i	: kutupsal koordinat
\dot{q}_i	: kutupsal koordinat hızı
r	: boyutsuz uyarım frekansı, frekans oranı
s	: sistem özdeğerleri
t	: hareket zamanı
T_{max}	: maksimum kinetik enerji
$\hat{u}(\hat{x})$: yer değiştirme fonksiyonu
v	: sinüzoidal hız fonksiyonu, çökme
V	: kesme kuvveti
$v(\hat{x})$: dikey sapma
$V_m(t)$: mermi çekirdeğinin zamana bağlı hızı
V	: hız genliği, kesme kuvveti
$y(x)$: giriş çökme miktarı

$w(x, t)$: namlu merkezinin dikey sapması
$w(x)$: yayılı yük
W	: genel iş
x	: hareket mesafesi
X	: hareket genliği
x_d	: dinamik çökme
x_s	: statik çökme
\ddot{x}	: ivme
\dot{x}	: hız
x_p	: mermi çekirdeği namlu içi lokal pozisyonu
$x_m(t)$: mermi çekirdeğinin namlu sonlu elemanı içindeki yerel pozisyonu
$\dot{y}(x)$: giriş ucu yerdeğiştirme hızı
Z_m	: kütlelerin empedansı
Z_c	: sönümlemenin empedansı
Z_k	: direngenliğin empedansı
Z	: empedans
α	: absorberin boyutsuz doğal frekansı
β	: absorberin boyutsuz doğal frekansı, Newmark integrasyon sabiti
ε	: normal şekil değiştirme
μ	: absorber kütle oranı
ρ	: eğrilik yarıçapı
ζ	: sönüm oranı
ζ_p	: ana sistemin veya namlunun sönümleme oranı
ζ_a	: absorberin veya muzzle brake'nin sönümleme oranı
σ	: gerilme
τ	: periyot
ϕ	: eğrilik
$\hat{\phi}_i$: eleman düğüm noktası dönme açısı
ω	: hareket frekansı

- ω_n : sistemin doğal frekansı
- ω_a : titreşim absorberinin veya muzzle brake'nin doğal frekansı
- ω_b : namlu girişine ait sönümleme
- ω_p : namlunun veya primary sistemin doğal frekansı
- Δt : zaman adımı

BÖLÜM 1

GİRİŞ

I. Dünya savaşında uçakların etkin bir şekilde kullanılmaya başlanması uçaksavar ve uçaksavar teknolojilerinin geliştirilmesi gereksinimi ortaya çıkarmıştır. Özellikle daha sonraki dönemlerde yüksek motor gücüne (jet motoru) sahip uçakların ortaya çıkması ile birlikte, bu uçakların daha yüksekten ve ses duvarını aşan hızlara ulaşmasını sağlamıştır. Uçak teknolojilerindeki bu hızlı gelişme savunma amacı güden ülkelerin ellerindeki mevcut uçaksavar bataryaların yetersiz olduğu gerçeğiyle yüzleşmelerine neden olmuş ve mevcut bu bataryaları daha güçlü, daha etkili hale getirmek için mühendislik çalışmalarını bu yöne kaydırmışlardır. Bu amaç doğrultusunda yapılan çalışmalara bakıldığında, mühendislik çalışmalarının yoğunlaştığı nokta yüksek hızda uçan bu uçaklara karşı daha etkili olabilmek için namludan yüksek mermi çekirdeği çıkış hızını elde etme üzerinde oluşmuştur. Özellikle Alman ordusu I.dünya savaşından sonra bu amaç doğrultusunda yüksek kalibreli namlu tasarımına önem vermiştir. Yüksek kalibreli namlu, daha büyük mermi kovanı ve daha yüksek basınç oluşturacağından, buda mermi çekirdeği için daha yüksek namlu çıkış hızı anlamına gelmektedir. Bu amaç doğrultusunda uçaksavar silahı namluları üzerindeki bir diğer gelişme ise namlu uzunluğu üzerine olmuştur. Daha uzun namluya sahip uçaksavar sistemleri ile daha yüksek mermi çekirdeği çıkış hızı elde edilmeye çalışılmıştır. Fakat yapılan çalışmalar sadece yüksek mermi çekirdeği çıkış hızı ile sınırlı kalmamıştır. Mermi çekirdeğinin namludan çıktıktan sonra hedefine tam isabet ile varması ise diğer önemli bir araştırma konusu olmuştur. Bunun için ise özellikle namlu içindeki mermi kovanının ateşlenmesi sonucunda oluşan basıncın etkisiyle yüksek bir hızda ivmelenen mermi çekirdeği ile namlu arasındaki etkileşim başlıca incelenen konular arasında olmuştur. Burada mermi çekirdeğinin kütlesi ve yüksek hızda sahip olduğu atalet etkisi ile birlikte namlu ile olan etkileşimini de hesaba katan yeni formülasyonlar geliştirildi.

Mermi çekirdeği namludan çıkarken namlu ile gerçekleştirmiş olduğu bu etkileşimden dolayı namlu ucunda bir dinamik sapma meydana gelmektedir. Meydana gelen bu dinamik sapma 30-40 km menzile sahip bir uçaksavar için hedef sağlama konusunda ciddi hatalara yol açmaktadır. Uçaksavar silahı yüksek hıza sahip uçaklara karşı etkili kılınmak isteniyorsa, namlu ve mermi çekirdeği etkileşiminden meydana gelen bu dinamik sapmanın çok iyi anlaşılması ve bunu önlemek için ciddi mühendislik önlemlerinin alınması gerekir. Aksi takdirde uçaksavar silah sistemleri savaş uçaklarının gelişim hızı karşısında geride kalarak kendi işlevlerini yerine getirmede başarısız olurlar.

Yapmış olduğumuz bu tez çalışmasının amacı 35 mm uçaksavar topu namlusu için yukarıda bahsettiğimiz namlu ucunda hedef sapmaya neden olan bu dinamik yer değiştirme miktarını saptamak ve bunu en aza indirmek için gerekli tedbirleri sunmaktır. Bu amaç doğrultusunda namlu içindeki mermi çekirdeğini sahip olduğu ivme ile birlikte ele alan ve literatürde de birçok uygulama alanına sahip “Hareketli Sonlu Eleman” diye adlandırılan bir yöntem kullanılmıştır. Bu yöntem sayesinde mermi çekirdeğinin namlu ile etkileşim halinde bulunduğu zaman aralığının her bir diliminde namlu girişine ait düğüm noktalarının sehim, eksenel yer değiştirme ve sehime bağlı olarak gerçekleşen namlunun eğim açısı miktarları belirlenmiştir. Uçaksavar namlusu SolidWorks ortamında tasarlandı. Daha sonra elde edilen bu katı modelin ANSYS programı yardımıyla doğal frekansları ve salınım şekilleri belirlendi. Namlu ucundaki hedef sapma miktarını belirlemek için MATLAB ortamında programlanan bir yazılım ile namlu ucundaki dinamik yer değiştirme miktarı belirlendi. Burada belirlenen bu dinamik yerdeğiştirmeyi azaltmak için bir titreşim absorberi (muzzle-brake) geliştirildi. Muzzle-brake’in titreşimler üzerine, özelliklede sehim üzerine etkisini incelemek için Matlab’da yazılan programı mermi çekirdeğinin kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleri açısından yeniden düzenlendi. Böylece absorber olduğu durum ile olmadığı durumda 35 mm uçaksavar topunun dinamik davranışını belirlendi. Uçaksavarın titreşim karakteristiklerini daha net ortaya koymak için uçaksavar namlusu ve muzzle-brake’i iki serbestlik dereceli olarak hem sönümlü hem de sönümsüz olarak matematik modelini kuruldu. Böylece sistemin farklı zorlama frekanslarında rezonans’a girme durumları net bir şekilde görüldü. Titreşim absorberinin namluya takılmasının sistemin doğal frekansları

üzerine olan etkisi absorber olmadığı durum ile absorberin olduğu durum için iki ayrı modal analiz uygulanarak incelendi.

Bu kapsamda temel olarak yararlanacağımız mekanik titreşimler bilgisi 4. bölümde sunulmuştur. 5. bölümde ise Euler-Bernoulli kirişinin direngenlik matrisinin elde edilmesi ve namluya ait Consistent kütle matrisinin elde edilmesi anlatılmıştır. Mermi çekirdeği ve namlu sisteminin ayrık hareket denkleminin çözümünde kullanılan Newmark β integrasyon yöntemi yine bu bölümde açıklanmıştır. İkinci mertebeden sabit lineer homojen diferansiyel denklemin genel çözümü, tek boyutlu kirişe ait doğal frekansların elde edilmesi ve son olarak ivmelenen hareketli mermi çekirdeğine maruz namlunun dinamik cevabı için yararlanılan formülasyonlar burada gösterilmiştir. 6. bölümde ise namlunun katı modelinin Solidworks ortamında tasarlanması, ANSYS Workbench ile namluya ait salınım şekillerinin elde edilmesi ve Matlab ile hazırlanan program ile namlunun dinamik analizinin gerçekleştirilmesi anlatılmıştır. Son olarak 7. bölümde bütün bu analizler sonucunda elde edilen namlunun uç noktasının eğim, sehim ve eksenel yer değiştirme miktarları belirlendikten sonra, namlu için tasarlanan muzzle-brake ile elde edilen bu yer değiştirme miktarları en aza indirilerek namlu vuruş kabiliyeti geliştirilmesi sağlanmıştır. 8.bölümde ise namluya tekrar modal analiz uygulanarak buraya kadar elde edilen verilerin ne anlama geldiği ve yorumlanması anlatılmıştır.

BÖLÜM 2

LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Silah sistemlerinin modellenerek dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi geçmişten günümüze birçok bilim adamının çalışma alanı olmuştur ve her geçen gün buna yönelik çalışmalar daha çok yapılmaktadır. Bu çalışmalar genel olarak patlama sırasında oluşan basınçların ölçülmesi, namlu titreşimleri, bütün sisteme ait mekanik titreşimler, namlu vuruş kabiliyetinin artırılması, mermi çekirdeği vuruş etkisinin geliştirilmesi, namlu ömrünün uzatılması, silah sistemlerinin menzillerinin geliştirilmesi, maliyetlerin düşürülerek verimliliğin artırılması olduğu görülmektedir. Örneğin Balla J. üç parça ve sekiz serbestlik derecesinden oluşan bir tank sisteminin modelinin oluşturarak, çalışmasında bu silah sistemine ait parçaların hareket denklemlerini ortaya koymuş ve bütün sistemin dinamik davranışını incelemiştir. Ayrıca bu çalışmasında sunmuş olduğu yöntem kütleler, kütle atalet momenti, direngenlik, sönümleme katsayıları gibi dinamik karakterlerin değişimi boyunca nişan hatalarına benzer değişiklikleri değerlendirmesini mümkün kıldı [1].

Bunun yanında Tawfik M. ivmelenen mermi çekirdeğinin etkisi altındaki Euler-Bernoulli kirişinin dinamik davranışını sonlu elemanlar yönteminin basit öz değer analizini uygulayarak göstermiştir. Burada namlu kirişinin öz değerleri namlu sisteminin kütlesi, mermi çekirdeğinin namlu içindeki hızı, yine mermi çekirdeğinin namlu içindeki pozisyonu ile değişmektedir. Bilim adamı Newmark'ın doğrudan zaman integrasyonunu kullanarak tüm zaman adımlarında kurmuş olduğu sisteme ait dinamik karakteristikleri ortaya koymuştur [2].

Littlefield A. G. et al. yapmış olduğu çalışmasında silah sistemlerindeki namlunun mekanik titreşimleri namlu sisteminin atış düzeninin bozulmasına neden olduğunu ortaya koymuştur. Bu sapmadaki azalmanın daha hayati silah sistemlerinin

ortaya çıkmasına neden olacağını savunan bilimadamı, sapmayı azaltmanın yöntemi olarak da silah namlusuna ait titreşimleri azaltmak olduğunu göstermiştir. Burada namlunun uç kısmına yerleştirilen kütlelerin namlu sistemine ait bütün modlar için bir titreşim azaltıcı olarak görev yaptığını açıkladı [3]. Vitek R. yapmış olduğu çalışmada bir spor tüfeğinin dengesiz bir mermi yüzünden namlunun dinamik ve statik davranışlarını inceledi [4].

Alexander J. E. Armament Systems Division of BAE'nin 155 mm gelişmiş silah sistemini ve uzun menzilli kara saldırı mermisini (LRLAP) DDG-1000 gemisinin bir parçası olarak düzenlemek için geliştirdiği programa katıldı. Bu program kapsamında bilim adamı namlu ve mermi çekirdeği etkileşimini daha iyi anlamak için bir ABAQUS explicit dinamik sonlu elemanlar modeli geliştirdi. Burada asıl amaç geliştirmiş olduğu ABAQUS modeli ile elde etmiş olduğu test verilerini karşılaştırmaktır. Geliştirmiş olduğu ABAQUS modeli genel olarak silah namlusu, mermi, silah ayağı ve geri tepme mekanizmasından oluşmaktadır. Modelin özellikleri yerçekiminden dolayı namlunun çökmesini, silah geri tepmesini, temas yüzeyleri kullanarak namlu ve mermi etkileşimini ve namludan çıktıktan sonra merminin uçuşunu kapsamaktadır. Burada ABAQUS model sonuçları Elk river da ki test boyunca elde edilen atış verileri ile karşılaştırdı. Bu karşılaştırma genel olarak namlu ve merminin yer değiştirmelerinin açılma hızlarını ve yer değiştirme ivmelerinin içermektedir. Ayrıca ABAQUS model sonuçları bir de benzer test durumlarının sonuçları SIMBAD silah dinamikleri kodu ve IBHVG2 iç balistik kodları ile de karşılaştırıldı [5].

Hareketli yük ve hareketli kütle problemlerinin "Hareketli Sonlu Elemanlar" yöntemi ile ele alan birçok çalışması bulunan Esen İ. ivmelenen hareketli yükler altındaki kirişlerin dinamik analizini Newmark'ın doğrudan zaman integrasyonunu kullanarak gerçekleştirdi. Kirişlerin, plakaların, köprü krenlerinin farklı kütle ve hız oranlarındaki dinamik cevabını incelemiştir [6-9].

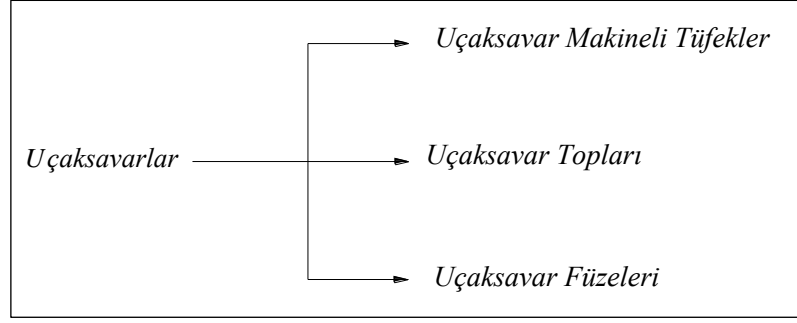
BÖLÜM 3

UÇAKSAVARLAR HAKKINDA GENEL BİLGİ

Hava savunma silahları düşman uçaklarına karadan havaya ateş açabilen ve böylece savunma sağlayan silahlara genel olarak verilen isimdir. İlk defa 1794 yılında bir balona açılan ateşle başlayan uçaksavar sistemlerinin tarihi birinci dünya savaşında uçakların kullanılması ile birlikte bu silahlara duyulan ihtiyaç gün geçtikçe artmıştır. İlk zamanlarında pek başarılı olamayan ve bu yüzden fazla ilgi görmeyen uçaksavarlar daha sonraları II. dünya savaşında Almanya'nın geliştirdiği uçaksavar sistemlerinin etkinliği sayesinde dikkatleri üstüne toplamayı başarmıştır.

Uçaksavar sistemlerinin gelişimi uçak teknolojilerindeki gelişmeye bağlı olarak sürekli bir ilerleme içerisinde olmuştur. Bu silahlardaki gelişmeler daha çok ses hızının üstüne çıkan uçaklara karşı etkili olabilme ve yüksek manevra yeteneğine sahip uçaklara karşı etkili olabilme yönünde olmuştur. İlk zamanlarda uçaksavar sistemlerinde bilgisayar kontrolü olmadan sadece insan faktörü ile kontrol edilmesi hedef yakalama konusunda bazı sıkıntılara yol açmıştır. Fakat ilerleyen zamanlarda elektronik ve bilgisayar kontrolü ile birlikte radar teknolojisinin uçaksavar üzerinde kullanılması hedef hassasiyeti, dost ve düşman uçakları ayırt edebilme imkânları artmış ve buna bağlı olarak da uçaksavarların ses hızının üstündeki uçaklara karşıda etkili olabilme imkânları artmıştır.

Uçaksavar silahlarını genel olarak üç sınıfa ayırmak mümkündür. Bunlar uçaksavar makineli tüfekleri, uçaksavar topları ve uçaksavar füzeleridir.



Şekil 3.1. Hava savunma silahları çeşitleri.

3.1. UÇAKSAVAR MAKİNALI TÜFEKLER

Uçaksavar makineli tüfekleri 12.7 mm. çapındadır. Bu silahlar, tekli ya da dörtlü taret şeklinde olabilir. Zırhlı araçlara monte edilebileceği gibi, hareketli römorklar üzerine de monte edilebilir. Şekil 3.2’de hem ağır piyade tüfeği hem de hafif uçaksavar silahı olarak kullanılan DShK 1938 12.7 mm uçaksavar makineli tüfeği gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Dshk 1938 12.7 mm uçaksavar makineli tüfeği.

Yine 12.7 mm. çapında olan M2HB Browning uçaksavar makinalı tüfeği; hava soğutmalı, ani geri tepmeli, atış anında namlusu oynayan, yarım ve tam otomatik olarak çalışan, sağdan ve soldan madeni şeridi ile beslenebilen bir makinalı tüfektir. Şekil 3.3’de M2HB Browning uçaksavar makineli tüfeği gösterilmiştir.



Şekil 3.3. M2HB Browning uçaksavar makineli tüfeği.

Çizelge 3.1. M2HB Browning uçaksavar makineli tüfeğine ait genel özellikler.

Özellik adı	Değeri
Çapı	12.7 mm
Azami menzili	7400 yarda: 6767 m
Tesirli Menzili	2000 yarda: 1829 m
Yiv set adedi	8
Atım adedi	450 - 500 adet / dk.
Ağırlığı	37.196 kg.
M3 sehpa ile ağırlığı	57.154 kg
Uzunluğu	165 cm
İlk hızı	893 m/sn.
Sandık grubu ağırlığı	25.402 kg.
Namlu ağırlığı	11.794 kg.
M3 ayağının ağırlığı	19.958 kg

3.2. UÇAKSAVAR TOPLARI

Uçaksavar topları en az 35 mm ve daha fazla namlu kalibresine sahip olan hava savunma silahlarına verilen isimdir. Menzili ve vuruş kabiliyeti uçaksavar makine tüfeklere göre daha etkilidir. Özellikle birinci dünya savaşında kullanılan

uçaksavarların yüksek irtifalı ve hızlı düşman uçaklarına karşı etkili olamaması bu silahların geliştirilmesi ihtiyacını doğurdu. Bunların başında 1928 yılında Alman donanması tarafından üretilen 88 mm çapında namluya sahip FLAK 18 modeli gelmektedir. Bu silah yüksek namlu çıkış hızından dolayı uçaklara ve zırhlı araçlara aynı zamanda zırh delici olarak da kullanılabilirdi. Çok fazla ağırlığa sahip olmasından dolayı ancak bir araca bağlanıp çekilebiliyor ve iyi bir atış sıklığı sayesinde dakikada 15-20 mermi atabiliyordu. Aşağıdaki şekilde Alman donanmasının üretmiş olduğu FLAK 18 uçaksavar topu gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Alman FLAK 18 uçaksavar topu.

Aşağıdaki tabloda Türkiye’de Makine Kimya Endüstrisinin üretmiş olduğu 35 mm çift namlulu uçaksavar topunun özellikleri verilmiştir. Şekil 3.5’de 35 mm çift namlulu uçaksavar topunun resmi gösterilmiştir.

Çizelge 3.2. MKE 35 mm çift namlulu uçaksavar topunun genel özellikleri [10].

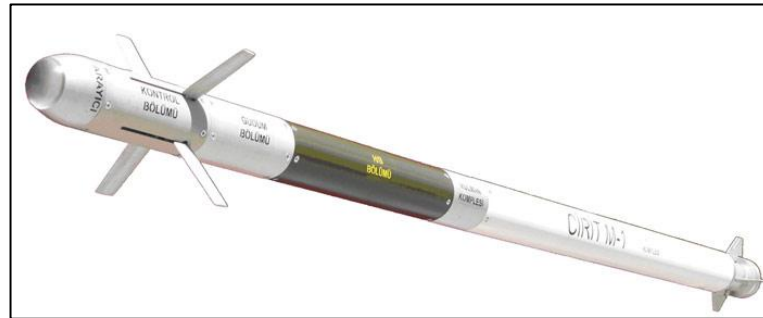
Kalibre	35 mm
Toplam Ağırlık	6800 kg
Atış Hızı	2x550 Atım/dakika
Mermi Namlu Çıkış Hızı	1175 m/sn
Namlu Uzunluğu	3240 mm
Etkili Menzil	40 km
Maksimum Dönme Hızı	2095 rad/sn



Şekil 3.5. MKE 35 mm çift namlulu uçaksavar topu [10].

3.3. UÇAKSAVAR FÜZELERİ

Uçaksavar füzeleri uçaksavar makineli tüfeği ve uçaksavar topundan farklı olarak hedef alınan uçağı vurduktan sonra patlayan ve böylece hedefini yok eden silahlardır. Menzilleri 100-800 km arasında değişir. Genel olarak uçaksavar füzeleri iki grupta toplanabilir. Bunlar güdümlü füzeler ve güdümsüz füzelerdir. Güdümlü füzeler hedefi en az sapma miktarı ile yakalayıp yok etmek için kullanılır. Bu özelliği sayesinde sadece sabit cisimleri değil havada hareketli uçak gibi cisimlerinden etkili biçimde yok edilmesine olanak sağlar. Güdümlü füzelerde yönlendirme olarak radyo, kızılötesi, lazer, uydu gibi iletişim araçları kullanılır. Kızılötesi güdümlü füzelerde füze ısı kaynağını takip etmektedir. Buda genellikle havada uçan bir uçağın veya helikopterin motorundan çıkan sıcak egzoz gazlarıdır. Lazer güdümlü füzeler ise herhangi bir yerden tutulan lazeri algılayarak lazerin tutulduğu hedefi yok eder. Aşağıdaki şekilde Türkiye’de Roketsan tarafından üretilen lazer güdümlü Cirit füzesi gösterilmiştir. Çizelge 3.3’de ise bu roket sistemine ait özellikler verilmiştir.



Şekil 3.6. Cirit füzesi [11].

Çizelge 3.3. Cirit füzesine ait sistem özellikleri [11].

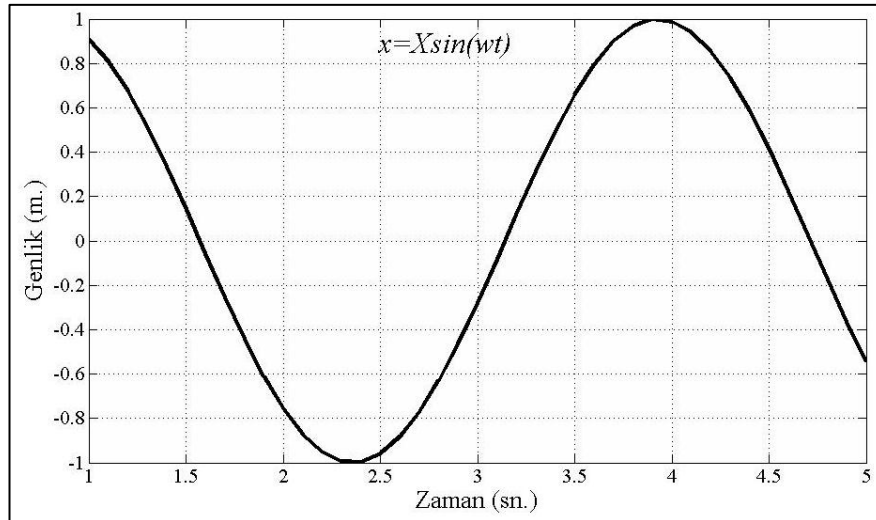
SİSTEM ÖZELLİKLERİ	
Çap	2.75" (70 mm)
Menzil	1.5 - 8 km
Harp başlığı	Çok Amaçlı Harp başlığı
	- Zırh Delici
	- Personele karşı
	- Yangın çıkartıcı
Güdüm	MEMS-IMU ve Manyetometre ile Ara Safha Güdüm
	Yarı Aktif Lazer Arayıcı Başlık ile Son Safha Güdüm

BÖLÜM 4

MEKANİK TİTREŞİMLER

4.1. GENEL OLARAK TİTREŞİMLER

Titreşim dinamiğin bir alt kolu olup tekrarlanan hareketler ile ilgilenir. Müzikal enstrümanların birçoğunda, özellikle telli enstrümanlarda titreşim istenilen bir olaydır. Diğer taraftan titreşim birçok mekanik sistem için istenmeyen, bazı durumlarda da yıkıcı bir hasara yol açar. Titreşim bir cismin sabit bir referans eksenine göre tekrarlanan hareketleri olarak ifade edilebilir ve her yerde olan mühendislik tasarımının yapısını etkileyen önemli bir faktördür. Titreşim bazen zararlı olabilir ve kaçınılmazdır, bezende oldukça yararlıdır ve istenilir. Her iki durumda da titreşimin nasıl analiz edileceği, ölçüleceği ve kontrol edileceği mühendislik anlamında önemli bir bilgidir. Şekil 4.1’de gösterilen harmonik hareket ve onun ifade edildiği denklem verilmiştir.



Şekil 4.1. Basit harmonik hareket.

$$x(t) = X \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

Burada X hareketin genliği, ω frekansı, t ise zamandır.

4.2. TİTREŞİMLERİN SINIFLANDIRILMASI

4.2.1. Sönümsüz ve Sönümlü Titreşimler

Eğer sistemde titreşimin sönümlenmesine yol açacak sürtünme bir etki yok ise bu titreşimlere sönümsüz (undamped) titreşim denir. Eğer titreşimin enerji kaybetmesine yol açacak bir etki var ise bu titreşimlere de sönümlü (damped) titreşim denir.

4.2.2. Serbest ve Zorlanmış Titreşimler

Eğer sistem ilk şartlar neticesinde titreşiyor ve dışarıdan herhangi bir etki yoksa böyle titreşimlere serbest titreşim denir. Eğer sistem dış zorlama etkisinde titreşiyor ise buna da zorlanmış titreşim denir.

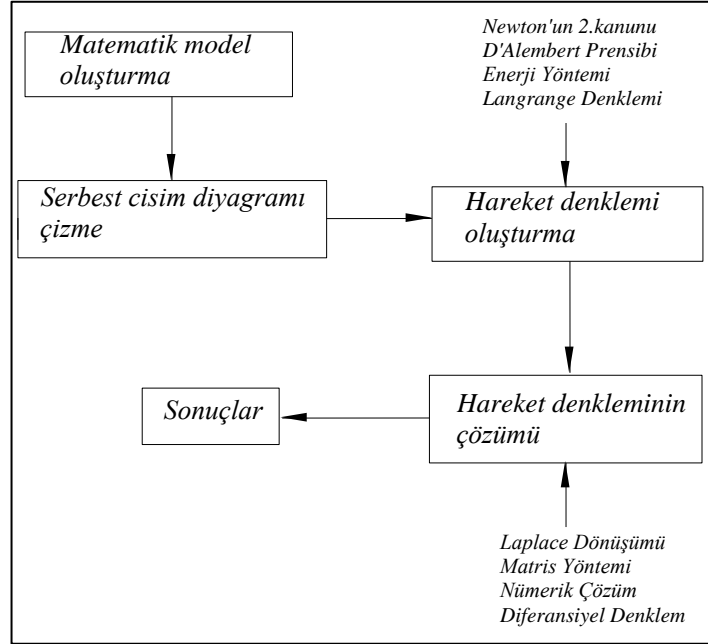
4.2.3. Lineer ve Lineer Olmayan Titreşimler

Eğer titreşim yapan sistemin bütün elemanları doğrusal davranışa sahip ise bu tür titreşimlere lineer titreşim denir. Eğer sistemin elemanlarından herhangi biri doğrusal olmayan davranışa sahip ise böyle titreşimlere de lineer olmayan (nonlinear) titreşim adı verilir. Bu türdeki titreşim hareketini ifade eden diferansiyel denklemler lineer olmayan formdadır.

4.3. TİTREŞİM ANALİZİ

Titreşim analizi belirtilen bir dış zorlamaya bağlı olarak sistemin cevabının belirlenmesidir. Bu cevabın belirlenmesi sisteme etki eden kuvvetlerin meydana getirdiği değişikliği ele alır.

Analiz aşaması genel olarak matematik modelin oluşturulması, serbest cisim diyagramının çizilmesi, hareket denkleminin oluşturulması, hareket denkleminin çözümü ve sistemin dinamik cevabının yorumlanması aşamalarında gerçekleşir.



Şekil 4.2. Titreşim analizinin aşamaları [12].

Matematik modellemenin amacı hareket denklemlerini oluşturmak ve sisteme ait tüm önemli karakteristikleri sunmaktır. Matematik model, sistem özelliklerine göre lineer ve lineer olmayan biçimde olabilir. Eğer sisteme ait matematik model lineer ise süper pozisyon prensibi uygulanabilir. Lineer sistemlerde $f_1(t)$ ve $f_2(t)$ şeklinde bağımsız girdilere verilen cevap sırasıyla $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ ise, $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ şeklindeki girdiye karşılık sistem cevabı $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ şeklinde gösterilir.

4.4. TİTREŞİM SİSTEMLERİNİN TEMEL ELEMANLARI

Mekanik sistemlerde titreşim, potansiyel ve kinetik enerji depolayan elemanların bulunmasından ve bu elemanlar arasında enerji alışverişinden kaynaklanır. Potansiyel enerji esnek makine elemanlarında yaylarda ve yerçekimi alanında yüksekliği değişen kütlelerde; kinetik enerji ise hıza sahip kütlelerde depolanır. Makinelerde yaylar bulunmuyorsa, potansiyel enerji esas olarak elemanların esneme

özelliği dolayısıyla depolandığından statik analizlerde katı cisim olarak depolanan bazı elemanlar titreşim analizlerinde esnek elemanlar olarak modellenebilir. Maddelerdeki esneme, sönümlenme ve kütle özellikleri genel olarak yayılmış durumdadır.

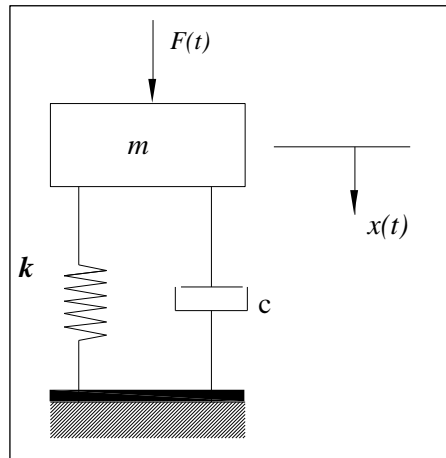
- 1.Elastik Elemanlar (Yaylar).
- 2.Atalet Elemanları.
- 3.Sönüm Elemanları.

4.5. HAREKET DENKLEMİ OLUŞTURMA YÖNTEMİ

Hareket denkleminin bulunması için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir.

4.5.1. Newton'un 2. Yasasının Doğrudan Uygulanması

Şekil 4.3'de tek serbestlik dereceli sistemdeki m kütesinin hareketi $x(t)$ ile ifade edilir. m kütlesi yay üzerine konulmadan önce yay serbest konumdadır. mg ağırlığı yay üzerine konulduktan sonra yay bir miktar statik çökmeye uğrar. Bununla birlikte $F(t)$ dış zorlaması da etki ettiğinde statik çökmeye ilaveten dinamik çökmede meydana gelir. Bu yüzden m kütesinin toplam yer değiştirilmesi $x(t) = x_s + x_d$ şeklinde ifade edilir. Şekil 4.4'de sistemin serbestlik derecesi gösterilmiştir.



Şekil 4.3. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin matematik modeli.

$$x(t) = x_s + x_d(t) \quad (4.2)$$

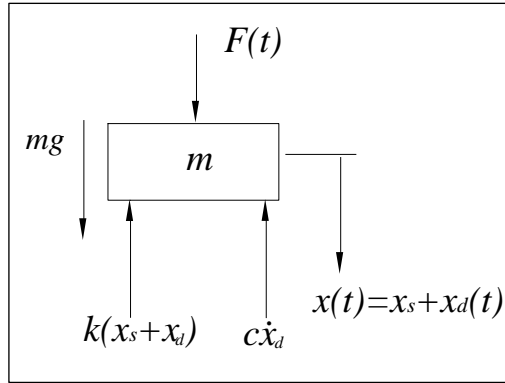
$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(x_d)}{dt} \quad (4.3)$$

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_d \quad (4.4)$$

Newton'un 2.kanunu aşağıdaki denklemde olduğu gibi ifade edilir.

$$\sum F = m\ddot{x} \quad (4.5)$$

Aşağıdaki şekilde Şekil 4.3 ile verilen sistemin serbest cisim diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Tek serbestlik dereceli sönümlenmeli sistemin serbest cisim diyagramı.

Serbest cisim diyagramından;

$$F(t) + mg - k(x_s + x_d) - c\hat{c}(x_d) = m\ddot{x} \quad (4.6)$$

$mg = x_s k$ olduğundan denklem (4.6) ile verilen ifade aşağıdaki gibi ifade edilir.

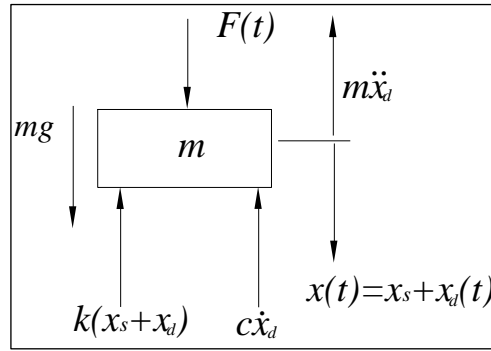
$$m\ddot{x}_d + c\dot{x}_d + kx_d = F(t) \quad (4.7)$$

Yer çekimine karşı çalışan sistemlerde kütle yer değiştirmesi statik denge konumundan ölçülür ve titreşim hareketini tanımlayan yer değiştirme ifadesi $x=x_d$ olduğu için denklem (4.7) aşağıdaki hale gelir.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.8)$$

4.5.2. D'Alembert Prensibi

Bu yöntemin Newton'un hareket denkleminde tek farkı cisme etki eden atalet kuvveti serbest cisim diyagramı üzerinde gösterilmesidir.



Şekil 4.5. Serbest cisim diyagramı.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.9)$$

4.5.3. Enerji Yöntemi ile Hareket Denkleminin Oluşturulması

Bu metot enerjinin korunumu ilkesine dayanır. Bir sistemdeki enerjideki artış hızı o sisteme verilen güce eşittir. Yani;

$$\frac{dE_t}{dt} = P_{net} \quad (4.10)$$

Denklem (4.10) ile verilen E_t ifadesi kinetik enerji ve potansiyel enerjinin toplamıdır. P_{net} sisteme verilen toplam net güç ifadesidir. P_{net} ifadesi şu şekilde yazılabilir;

$$P_{net} = \sum P_g - \sum P_v - \sum P_d \quad (4.11)$$

Yaylarda depolanan potansiyel enerji;

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad (4.12)$$

Kütle elemanlarının kinetik enerji ifadesi;

$$E_k = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \quad (4.13)$$

Toplam enerji;

$$E_t = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 \quad (4.14)$$

Net güç ifadesi;

$$P_{net} = F(t)\dot{x} - c\dot{x}\dot{x} \quad (4.15)$$

Denklem (4.10) ifadesine bakıldığında net güç ifadesi toplam enerjideki değişim olarak ifade edildi. Bu yüzden denklem (4.10) ile (4.15) birleştirildiğinde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m\dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 \right) = F(t)\dot{x} - c\dot{x}\dot{x} \quad (4.16)$$

$$m\ddot{x} + kx = F(t) - c\dot{x} \quad (4.17)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.18)$$

4.5.4. Lagrange İfadesi İle Hareket Denklemine Elde Edilmesi

Lagrange ifadesi kinetik enerji ve potansiyel enerji farkına eşittir.

$$L = E_k - E_p \quad (4.19)$$

Genel olarak Lagrange denklemi;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.20)$$

Denklem (4.19) ifadesi denklem (4.20)'de yerine yazılırsa ;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.21)$$

Denklem (4.21)'de verilen ifadelerde potansiyel enerjinin genel koordinat hızı ve kinetik enerjinin de genel koordinat üzerindeki etkileri ihmal edilerek denklem (4.21) şu hali alır:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.22)$$

Denklem (4.22)'de verilen ifade öteleme yapan sistemler için bir kuvvet dengesini ifade eder.

Genel kuvveti elde etmek için dış zorlamaların ve sönümleyici kuvvetlerin genel koordinatlar üzerindeki sanal işleri dikkate alınır.

$$\delta W = F(t)\delta q_i - c\dot{q}_i\delta q_i \quad (4.23)$$

Genel olarak sanal iş ifadesi aşağıdaki denklem ile gösterilir.

$$\delta W = Q_i\delta q_i \quad (4.24)$$

Bu ifadeleri yay kütle sistemi için uygularsak;

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad E_k = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (4.25)$$

$$\delta W = F(t)\delta x - c\dot{x}\delta x = [F(t) - c\dot{x}]\delta x \quad (4.26)$$

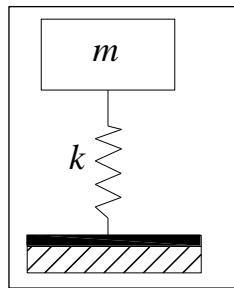
Yukarıdaki ifadeler denklem (4.22)'de yerine konulursa

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}\right) + kx = F(t) - c\dot{x} \quad (4.27)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.28)$$

4.6. HAREKET DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

4.6.1. Sönümlenmesiz Sistemin Hareket Denklemi



Şekil 4.6. Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemin matematik modeli.

Yukarıda verilen tek serbestlik dereceli sistemin hareket denklemi [13];

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (4.29)$$

Bu denklemin çözümü için $x(t) = ae^{st}$ kabulü yapılır.

$$\ddot{x}(t) = s^2 ae^{st} \quad (4.30)$$

Denklem (4.30) ifadesi denklem (4.29)'da yerine yazılarak;

$$\left[ms^2 + k \right] ae^{st} = 0 \quad (4.31)$$

Denklem (4.31)'in geçerli bir çözümü olması için ae^{st} ifadesinin sıfırdan farklı olması gerekir. Bu durumda;

$$ms^2 + k = 0 \quad (4.32)$$

Bu ifadeyi sıfır yapan s değerlerine sistemin özdeğerleri denir ve bulunan her iki değerde denklemi sıfır yapar.

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} i \quad (4.33)$$

Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemin doğal frekanslar aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.34)$$

$$s_{1,2} = \pm \omega_n i \quad (4.35)$$

Denklem (4.35) ile verilen ifadeler aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$x(t) = a_1 e^{i\omega_n t} \quad \text{veya} \quad x(t) = a_2 e^{-i\omega_n t} \quad (4.36)$$

Yukarıdaki iki çözümün toplamı hareket denklemini verir. Bu yüzden;

$$x(t) = a_1 e^{i\omega_n t} + a_2 e^{-i\omega_n t} \quad (4.37)$$

Trigonometrik fonksiyonların Euler ilişkileri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t \quad (4.38)$$

Denklem (4.38) ile verilen ifade denklem (4.37), (4.36) 'da yerine konulursa;

$$x(t) = a_1 [\cos \omega t \pm i \sin \omega t] + a_2 [\cos \omega t \pm i \sin \omega t] \quad (4.39)$$

$$x(t) = (a_1 + a_2) \cos \omega_n t + (a_1 - a_2) i \sin \omega_n t \quad (4.40)$$

Denklem (4.40) aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$x(t) = A \sin(\omega_n t + \phi) \quad (4.41)$$

$$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t$$

(4.42)

Denklem (4.41) ve (4.42)'de verilen A , ϕ , A_1 ve A_2 parametreleri sırasıyla;

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{a_2}\right) \quad A_1 = a_1 + a_2 \quad A_2 = (a_1 - a_2)i$$

Denklem (4.41)'de verilen ifadelerin çözümü için başlangıç şartları uygulanırsa;

$$t = 0 \rightarrow x(0) = x_0 \quad t = 0 \rightarrow \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

$$x_0 = x(0) = A \sin(\omega_n 0 + \phi) \quad (4.43)$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}(0) = A \omega_n \cos(\omega_n 0 + \phi) \quad (4.44)$$

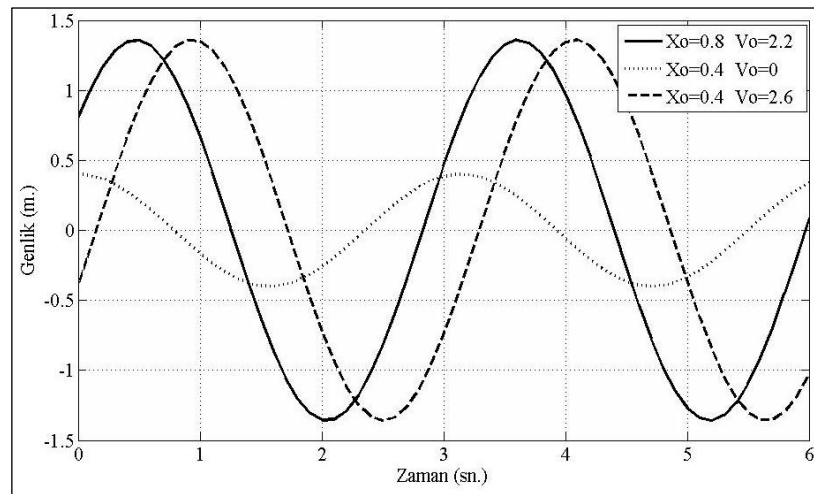
Denklem (4.43) ve (4.44)'den A ve ϕ değerleri şu şekilde elde edilir:

$$A = \sqrt{\frac{\omega_n^2 x_0^2 + \dot{x}_0^2}{\omega_n^2}} \quad (4.45)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0}\right) \quad (4.46)$$

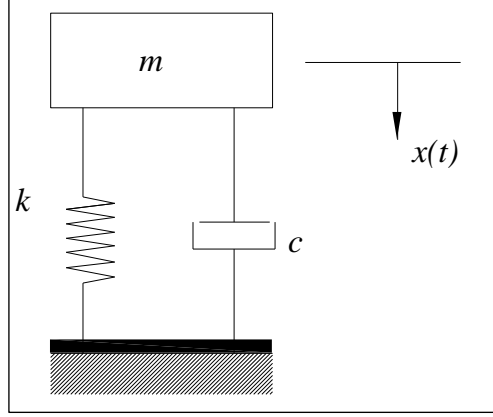
Bu ifadeler denklem (4.41)'de yerlerine yazılırsa hareket denkleminin çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$x(t) = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\right)^2} \sin\left(\omega_n t + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_n x_0}{\dot{x}_0}\right)\right) \quad (4.47)$$



Şekil 4.7. Tek serbestlik dereceli sönümsüz sistemin yer değiştirme cevabı.

4.6.2. Tek Serbestlik Dereceli Sönümlenmeli Sistemin Hareket Denklemi



Şekil 4.8. Tek serbestlik dereceli sönümlenmeli sistemin matematik modeli.

Yukarıdaki şekilde verilen tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin hareket denklemi [13];

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (4.48)$$

Denklem (4.48)'de verilen diferansiyel denklemin çözümü için yine $x(t) = ae^{st}$ kabulü yapılır.

$$x(t) = ae^{st} \quad \dot{x}(t) = ase^{st} \quad \ddot{x}(t) = as^2e^{st}$$

Yukarıdaki ifadeler denklem (4.48)'de yerine konulursa;

$$\left[ms^2 + cs + k \right] ae^{st} = 0 \quad (4.49)$$

$x(t) = ae^{st}$ kabulünün doğru bir çözüm olması için sıfırdan farklı olması gerekir. Bu durumda;

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (4.50)$$

Bu denklemi sıfır yapan değerler sistemin özdeğerleri olarak adlandırılır. Sistemin özdeğerleri;

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \frac{1}{2m} \sqrt{c^2 - 4km} \quad (4.51)$$

Denklem (4.51) ifadesine bakıldığında köklerin kompleks veya gerçek olabileceği anlaşılabilir. Burada $c^2 - 4km$ ifadesi önemlidir. Eğer $c^2 - 4km > 0$ olursa kökler birbirinden farklı reel sayılar olacaktır. $c^2 - 4km = 0$ olursa kökler aynı negatif reel sayılardır. $c^2 - 4km < 0$ olursa kökler negatif reel kısımlı karmaşık bir çift sayı olur. Ayrıca $c^2 - 4km = 0$ ifadesi için kritik sönüm değeri tanımlanır.

$$c_{kritik} = 2\sqrt{km} \quad (4.52)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.53)$$

Denklem (4.52) ifadesi ile denklem (4.53) birleştirilirse;

$$c_{kritik} = 2m\omega_n \quad (4.54)$$

Sistemde bulunan sönüm elemanının katsayısının kritik sönüm katsayısına oranı sönüm oranı olarak ifade edilir.

$$\zeta = \frac{c}{c_{kritik}} = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (4.55)$$

Bu ifadeler denklem (4.51) ile birleştirildiğinde;

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (4.56)$$

Burada sönüm oranının sistemin özdeğerlerinin reel veya karmaşık olacağını belirlediği görülmektedir. Yine sönüm oranına bağlı olarak üç farklı durum söz konusudur. Bunlar;

4.6.2.1. Kritik Altı Sönüm ($0 < \zeta < 1$)

Sönüm oranı 0-1 aralığındadır. Dolayısıyla kök içi negatif olur ve denklemin kökleri yani sistemin özdeğerleri karmaşık olarak elde edilir [13].

$$s_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i \quad s_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i \quad (4.57)$$

Hareket denkleminin çözümü için $x(t) = ae^{st}$ kabulü yapıldığından hareket denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$x(t) = ae^{(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i)t} \quad \text{veya} \quad x(t) = ae^{(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i)t} \quad (4.58)$$

Sistem lineer olduğu için bu iki denklemin toplamının çözümü hareket denkleminin toplamının çözümünü verir (Superpoze).

$$x(t) = ae^{(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i)t} + ae^{(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}i)t} \quad (4.59)$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left(a_1 e^{i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t} + a_2 e^{-i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t} \right) \quad (4.60)$$

Denklem (4.60) ifadesine euler ilişkisi uygulandığında;

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[(a_1 + a_2) \cos \omega_d t + i(a_1 - a_2) \sin \omega_d t \right] \quad (4.61)$$

Burada;

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \text{ sisteme ait sönümlü doğal frekans değeri.} \quad (4.62)$$

$$A_2 = a_1 + a_2 \quad A_1 = (a_1 - a_2)i \quad (4.63)$$

Yukarıdaki kısaltmalar denklem (4.61)'e uygulanırsa;

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} [A_2 \cos \omega_d t + iA_1 \sin \omega_d t] \quad (4.64)$$

Bu ifadeyi daha sade hale getirmek için;

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad A_1 = A \cos \phi \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \quad A_2 = A \sin \phi$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

Yukarıdaki ifadelerin (4.64)'de gösterilmesi ile birlikte ;

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (4.65)$$

Denklem (4.61) ifadesine sınır şartları aşağıdaki gibi uygulanır.

$$t = 0 \rightarrow x(0) = x_0 \quad t = 0 \rightarrow \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

$$x_0 = Ae^{-\zeta\omega_n 0} \sin(\omega_d 0 + \phi) \rightarrow x_0 = A \sin(\phi) \quad (4.66)$$

Denklem (4.65) için türev ifadesi aşağıdaki gibi gösterilir;

$$\dot{x}(t) = -A\zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) + \omega_d \cos(\omega_d t + \phi) A e^{-\zeta\omega_n t} \quad (4.67)$$

$$\dot{x}(0) = -A\zeta\omega_n \sin(\phi) + \omega_d \cos(\phi) A \quad (4.68)$$

Denklem (4.66)'da elde edilen $A = x_0/\sin(\phi)$ değeri denklem (4.68)' de yerine konulursa;

$$\dot{x}(0) = -x_0\zeta\omega_n + \omega_d \cos(\phi) (x_0/\sin(\phi)) \quad (4.69)$$

Burada ϕ faz açısıdır ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\tan(\phi) = \frac{x_0\omega_d}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0} \quad (4.70)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{x_0\omega_d}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0} \quad (4.71)$$

$$\sin(\phi) = \frac{x_0\omega_d}{\sqrt{(\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0)^2 + (x_0\omega_d)^2}} \quad (4.72)$$

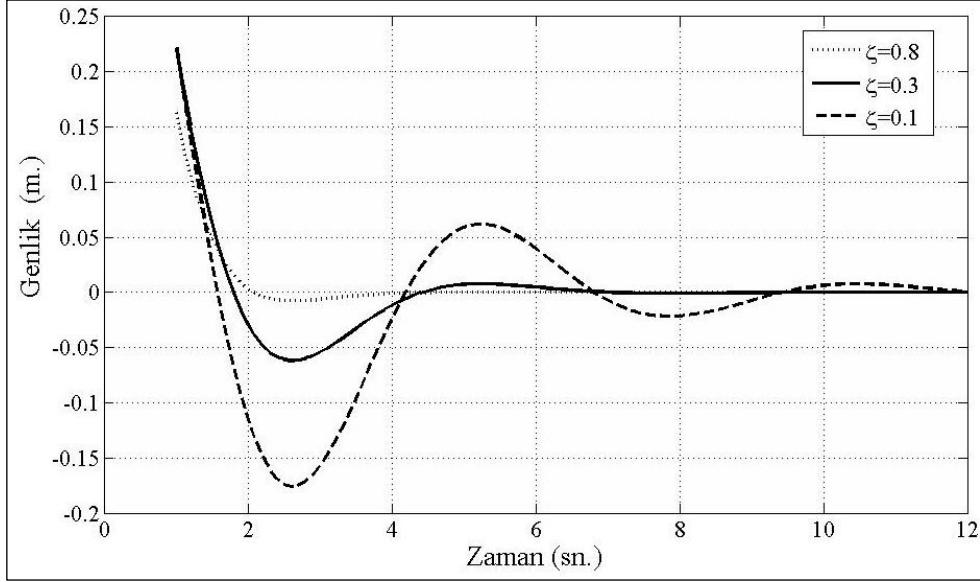
Bu ifade denklem (4.66)'dan elde edilen $A = \frac{x_0}{\sin(\phi)}$ ifadesinde yerine konulursa;

$$A = \frac{\sqrt{(\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0)^2 + (x_0\omega_d)^2}}{\omega_d} \quad (4.73)$$

Bütün bu bulduğumuz ifadeleri tekrar denklem (4.65)'de yerine konulursa kritik altı sönümlü sistemin cevabı aşağıdaki gibi bulunur.

$$x(t) = \frac{\sqrt{(\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0)^2 + (x_0\omega_d)^2}}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\left(\frac{x_0\omega_d}{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}\right)\right) \quad (4.74)$$

Denklem (4.74) ifadesinin farklı sönüm oranları için çözümünün verdiği dinamik cevap Matlab ile çözülerek Şekil 4.9'da gösterilmiştir.



Şekil 4.9. Kritik altı sistemin farklı sönüm oranlarında verdiği cevap.

4.6.2.2. Kritik Üstü Sönüm ($\zeta > 1$)

Denklem (4.56)'da verilen ifade için sönüm oranının 1'den büyük olması durumunda farklı iki reel kök mevcuttur.

$$s_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad s_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (4.75)$$

Yine genel denklem çözümü için $a = e^{st}$ kabulü yapıldığı için çözüm;

$$a_1 = e^{(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1-\zeta^2})t} \quad a_2 = e^{(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1-\zeta^2})t} \quad (4.76)$$

Sistem lineer olduğu için bu ifadelerin toplamının çözümü genel denklem ifadesinin çözümünü verir. Bu yüzden;

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left(a_1 e^{-\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} t} + a_2 e^{\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} t} \right) \quad (4.77)$$

Denklem (4.77) ifadesine sınır şartları uygulandığında a_1 ve a_2 katsayıları şu şekilde elde edilir.

$$a_1 = \frac{-\dot{x}_0 + \left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad a_2 = \frac{-\dot{x}_0 + \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n x_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (4.78)$$

Kritik üstü sönümlü sistemler referans eksenine göre fazla salınım yapmadan başlangıç şartlarına döner.

4.6.2.3. Kritik Sönüm ($\zeta = 1$)

Sönüm oranının 1'e eşit olması durumunda gözükür ve salınımlı cevap ile salınımsız cevap arasında bir durum teşkil eder. Denklem (4.51)'e göre sönüm oranının 1'e eşit olması durumunda katlı kök durumunun oluştuğu açıkça gözükmektedir.

$$s_1 = s_2 = \omega_n \quad (4.79)$$

Yine bu kök değerleri $x(t) = ae^{st}$ kabulündeki yerine konulursa;

$$x(t) = (a_1 + a_2 t)e^{-\omega_n t} \quad (4.80)$$

Denklem (4.80)'in çözümü için yine başlangıç şartları uygulanması gerekiyor. Başlangıç şartları aşağıda ifade edildiği gibi uygulandığında;

$$t = 0 \rightarrow x(0) = x_0 \quad t = 0 \rightarrow \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \quad (4.81)$$

$$a_1 = x_0 \quad a_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0 \quad (4.82)$$

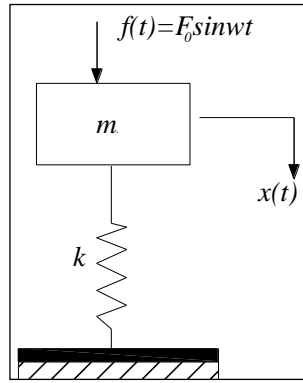
Bulmuş olduğumuz a_1 ve a_2 değerlerini denklem (4.80)'de yerine koyalım.

$$x(t) = \left[x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0) t \right] e^{-\omega_n t} \quad (4.83)$$

4.7. ZORLANMIŞ TİTREŞİMLERİ

4.7.1. Sönümsüz Zorlanmış Titreşimler

Aşağıdaki şekilde üzerine ω zorlama frekansında harmonik kuvvet etki eden tek serbestlik dereceli sistem gösterilmiştir. Hareket denkleminin elde edilmesi için Newton'nun 2. kanunu kullanılarak hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.



Şekil 4.10. Tek serbestlik dereceli sönümlemesiz zorlanmış sistemin matematik modeli.

Şekil 4.10 ile ifade edilen sistemin hareket denklemi (4.84)'de gösterildiği gibidir.

$$F_0 \sin \omega t - kx = m\ddot{x} \quad (4.84)$$

$$F_0 \sin \omega t = kx + m\ddot{x} \quad (4.85)$$

Denklem (4.85) ifadesinin her iki tarafı 'm' ile bölünürse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{F_0}{m} \sin \omega t = \frac{kx}{m} + \frac{m\ddot{x}}{m} \quad (4.86)$$

$$\left\{ \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \right\} \text{ olduğu için;} \quad (4.87)$$

$$\frac{F_0}{m} \sin \omega t = x \omega_n^2 + \ddot{x} \quad (4.88)$$

Denklem (4.88) ile verilen 2. mertebeden diferansiyel denklemin çözümü homojen ve özel çözümlerin toplamı şeklinde ifade edilir.

$$x(t) = x_h(t) + x_o(t) \quad (4.89)$$

Homojen çözüm başlangıç şartlarının etkisinde elde edilen çözümdür. Denklem (4.42)'de homojen çözüm aşağıdaki ifade şeklinde verilmiştir.

$$x_h(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t \quad x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t \quad (4.90)$$

Özel çözümün elde edilmesi için ise zorlama tipinde bir çözüm kabul edilir.

$$x_o(t) = X \sin \omega t \quad (4.91)$$

$$x(t) = \omega X \cos \omega t \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 X \sin \omega t$$

Yukarıdaki ifadeler denklem (4.88)'de yerine konulursa;

$$\frac{F_0}{m} \sin \omega t = \omega_n^2 X \sin \omega t - \omega^2 X \sin \omega t \quad (4.92)$$

$$\frac{F_0}{m} = X \left[\omega_n^2 - \omega^2 \right] \text{ her iki taraf } \frac{1}{\omega_n^2} \text{ ile çarpılırsa;}$$

$X \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right] = \frac{F_0}{m\omega_n^2}$ elde edilir. Daha sonra $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ frekans oranı denkleme

katılması ile beraber;

$$X \left[1 - r^2 \right] = \frac{F_0}{m\omega_n^2} \quad X \left[1 - r^2 \right] = \frac{F_0 m}{mk} \quad X = \frac{F_0/k}{(1-r^2)}$$

Denklem (4.90) ve(4.91)'i denklem (4.89)'da yerine koyarsak;

$$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t + X \sin \omega t \quad (4.93)$$

Elde edilen X değerini (4.93)'de yerine koyduğumuz zaman;

$$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t + \frac{F_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)} \sin \omega t \quad (4.94)$$

Genel çözümdeki A_1 ve A_2 değerlerini bulmak için başlangıç şartları denklem (4.94) ifadesine uygulanmalıdır.

$$t = 0 \rightarrow x(0) = x_0 \quad t = 0 \rightarrow \dot{x}(0) = \dot{x}_0$$

$$\dot{x}(t) = -A_1 \omega_n \sin \omega_n t + A_2 \omega_n \cos \omega_n t + \omega \frac{F_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)} \cos \omega t$$

$$x(0) = A_1 \cos \omega_n 0 + A_2 \sin \omega_n 0 + \frac{F_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)} \sin \omega 0 \Rightarrow A_1 = x_0$$

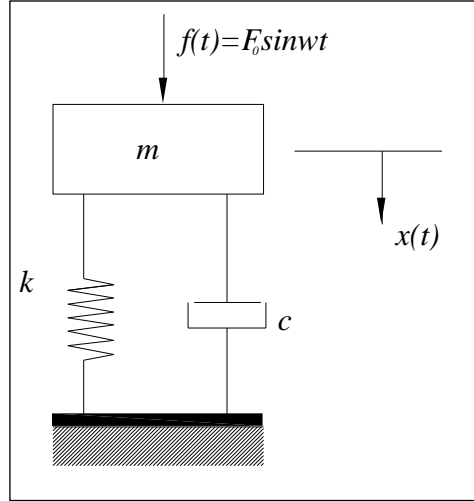
$$\dot{x}(0) = -A_1 \omega_n \sin \omega_n 0 + A_2 \omega_n \cos \omega_n 0 + \omega \frac{F_0}{k} \frac{1}{(1-r^2)} \cos \omega 0 \Rightarrow A_2 = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - r \frac{F_0}{k}$$

Bulunan A_1 ve A_2 değerleri denklem (4.94)'de yerine yazılırsa;

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \left[\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - r \frac{\frac{F_0}{k}}{1-r^2} \right] \sin \omega_n t + \frac{\frac{F_0}{k}}{(1-r^2)} \sin \omega t \quad (4.95)$$

4.7.2. Sönümlü Zorlanmış Titreşimler

Aşağıdaki şekilde verilen harmonik zorlama etkisindeki tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin hareket denklemi (4.96) ile ifade edilir.



Şekil 4.11. Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış sistemin matematik modeli.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (4.96)$$

$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$ ve $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$ olduğu için denklem (4.96) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$m\ddot{x} + 2m\omega_n\zeta\dot{x} + \omega_n^2 mx = F_0 \sin \omega t$$

$$\ddot{x} + 2\omega_n \zeta \dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_0 \sin \omega t}{m} \quad (4.97)$$

Denklem (4.97)'da verilen diferansiyel denklem homojen çözüm ile genel çözümün toplamı şeklinde ifade edilir. Homojen çözüm başlangıç şartı ile özel çözüm ise dış zorlamadan oluşur. Başlangıç durumundan kaynaklanan çözüm sönümlü durum için zaman geçtikçe kaybolacak ve geriye sadece dış zorlama ile elde edilen özel çözüm sistemin cevabını belirleyecektir. Özel çözüm formu aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$x_o(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad \dot{x}_o(t) = \omega X \cos(\omega t - \varphi) \quad \ddot{x}_o(t) = -\omega^2 X \sin(\omega t - \varphi) \quad (4.98)$$

Yukarıda verilen ifadeler denklem (4.97)'da yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$-\omega^2 X \sin(\omega t - \varphi) + 2\omega_n \zeta \omega X \cos(\omega t - \varphi) + \omega_n^2 X \sin(\omega t - \varphi) = \frac{F_0 \sin \omega t}{m} \quad (4.99)$$

$$\sin(\omega t - \varphi) = \sin \omega t \cos \varphi - \sin \varphi \cos \omega t \quad \cos(\omega t - \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi$$

Yukarıdaki trigonometrik açılımlardan yararlanılarak;

$$-\omega^2 X (\sin \omega t \cos \varphi - \sin \varphi \cos \omega t) + 2\omega_n \zeta \omega X (\cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi) + \dots$$

$$+ \omega_n^2 X (\sin \omega t \cos \varphi - \sin \varphi \cos \omega t) = \frac{F_0 \sin \omega t}{m}$$

$$\left[-\omega^2 \cos \varphi + 2\omega_n \zeta \omega \sin \varphi + \omega_n^2 \cos \varphi \right] X \sin \omega t = \frac{F_0 \sin \omega t}{m} \quad (4.100)$$

$$\left[\omega^2 \sin \varphi + 2\omega_n \zeta \omega \cos \varphi - \omega_n^2 \sin \varphi \right] X \cos \omega t = 0 \quad (4.101)$$

Denklem (4.100) ifadesi $\sin \omega t$ ile bölünürse;

$$\left[\cos \varphi (\omega_n^2 - \omega^2) + 2\omega_n \zeta \omega \sin \varphi \right] X = \frac{F_0}{m}$$

(4.102)

Aynı şekilde denklem (4.101)'de $\cos \omega t$ ile bölünürse;

$$\left[\sin \varphi (\omega^2 - \omega_n^2) + 2\omega_n \zeta \omega \cos \varphi \right] X = 0 \quad (4.103)$$

Denklem (4.102) $\frac{1}{\omega_n^2}$ ile çarpıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\left[\cos \varphi \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) + 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \sin \varphi \right] X = \frac{F_0}{k} \quad (4.104)$$

Denklem (4.103) aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir.

$$\left[2\omega_n \zeta \omega \cos \varphi - \sin \varphi (\omega_n^2 - \omega^2) \right] X = 0 \quad (4.105)$$

Denklem (4.105)'de $\frac{1}{\omega_n^2}$ ile çarpılırsa;

$$\left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \cos \varphi - \sin \varphi \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) \right] X = 0 \quad (4.106)$$

$r = \frac{\omega}{\omega_n}$ frekans oranı denklem (4.106)'da yerine yazıldığı takdirde;

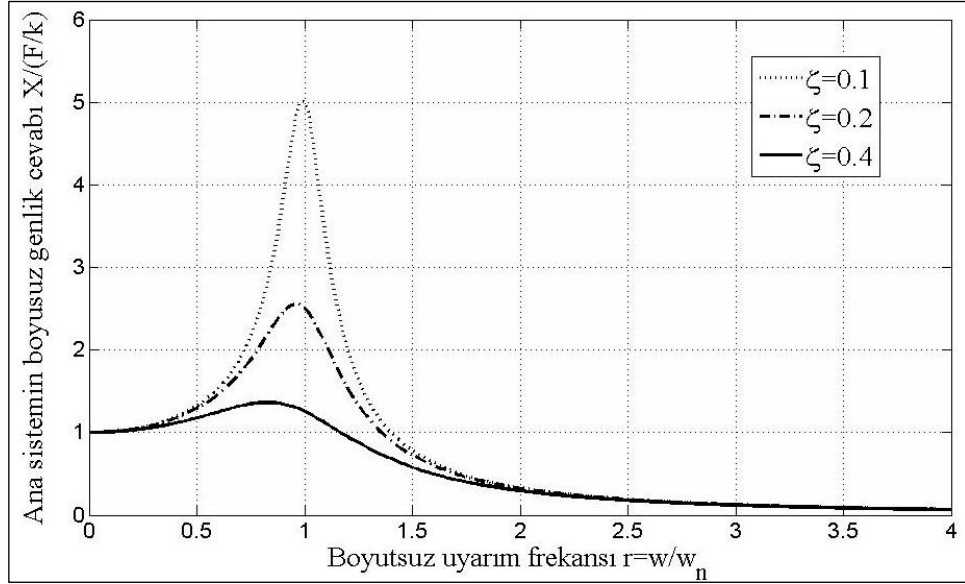
$$\tan \varphi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad \sin \varphi = \frac{2\zeta r}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}} \quad \cos \varphi = \frac{1 - r^2}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1 - r^2)^2}}$$

Yukarıda ifade edilen değerler denklem (4.104)'de yerine yazalım.

$$\left[\frac{1-r^2}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} (1-r) + 2\zeta r \frac{2\zeta r}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \right] X = \frac{F_0}{k}$$

$$\frac{X}{\frac{F_0}{k}} = \frac{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}}{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}$$

$$\frac{X}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} \quad \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta r}{1-r^2} \right) \quad (4.107)$$



Şekil 4.12. Sönümlü zorlanmış sistemin farklı sönüm oranlarındaki cevabı.

Sistem rezonans haline geldiği zaman genliği sonsuza gider ve genlik en büyük değerine ulaşır. Bu genlikteki frekans değerine rezonans frekansı denir. Eğrinin türevinin sıfıra eşit olduğu yerdeki frekans değeri bize rezonans frekansını verir. Aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\frac{d \left(\frac{X}{\frac{F_0}{k}} \right)}{dr} = \frac{0 \times \sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2} - 0.5 \frac{8\zeta^2 r - 4r + 4r^3}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}}}{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2} = 0$$

$$r^2 + 2\zeta^2 - 1 = 0$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

Rezonans frekansıda aşağıdaki gibi ifade edilir.

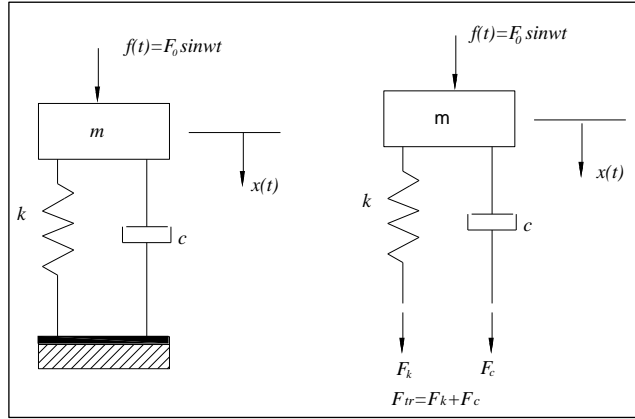
$$\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \text{ olarak ifade edilir.}$$

Rezonans halinde iken genlik değerini hesaplamak için bulunan r değeri denklem (4.107)'de yerine konulursa rezonans halindeki genlik değeri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{X}{\frac{F_0}{k}} = \frac{1}{2\zeta} \tag{4.108}$$

4.8. ZORLANMA TİTREŞİMLERİNDE İLETİLEN KUVVET HESABI

Harmonik kuvvet etkisi altındaki bir mekanik sistem hareket sırasında yay ve amortisörde oluşan reaksiyon kuvvetlerini bağlantı noktalarından zemine iletir. Bu kuvvetler arasındaki ilişki aşağıda verildiği gibidir.



Şekil 4.13. Tek serbestlik dereceli zorlanmış sistemde zemine iletilen kuvvet.

Harmonik yer değiştirme ve buna ait hız ifadesi;

$$x(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad \dot{x}(t) = \omega X \cos(\omega t - \varphi)$$

$$F_{tr} = F_k + F_c = F_r = kx + c\dot{x}$$

$$F_{tr} = kX \sin(\omega t - \varphi) + c\omega X \cos(\omega t - \varphi) \quad (4.109)$$

Aşağıdaki trigonometrik ilişkiler kullanılarak;

$$z(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\omega t + \beta) \Rightarrow (\text{Burada } \beta = \frac{B}{A}) \quad (4.110)$$

Zemine iletilen kuvvet;

$$F_{tr}(t) = F_{TR} \sin(\omega t + \phi')$$

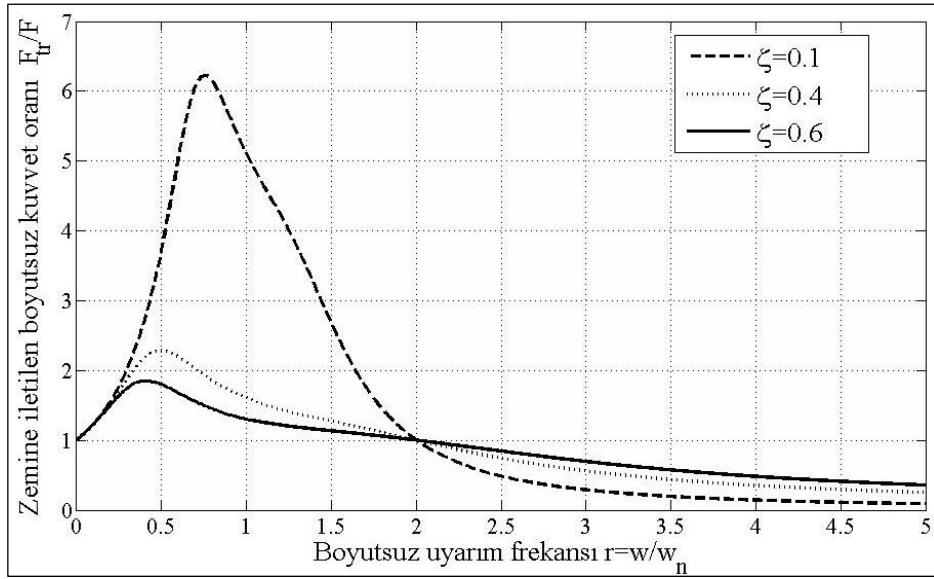
$$F_{TR} = \sqrt{(kX)^2 + (cX\omega)^2} = \sqrt{(kX)^2 \left[1 + \frac{c^2 \omega^2 X^2}{k^2 X^2} \right]}$$

$$F_{TR} = kX \sqrt{\frac{c^2 \omega^2}{m^2 (\omega_n^2)^2}} \quad (k = m\omega_n^2)$$

$$F_{TR} = kX \sqrt{1 + \left(\frac{c}{m}\right)^2 \frac{r^2}{\omega_n^2}} = kX \sqrt{1 + (2\zeta\omega_n)^2 \frac{r^2}{\omega_n^2}}$$

$$F_{TR} = kX \sqrt{1 + (2\zeta r)^2} \quad X = \frac{F/k}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}}$$

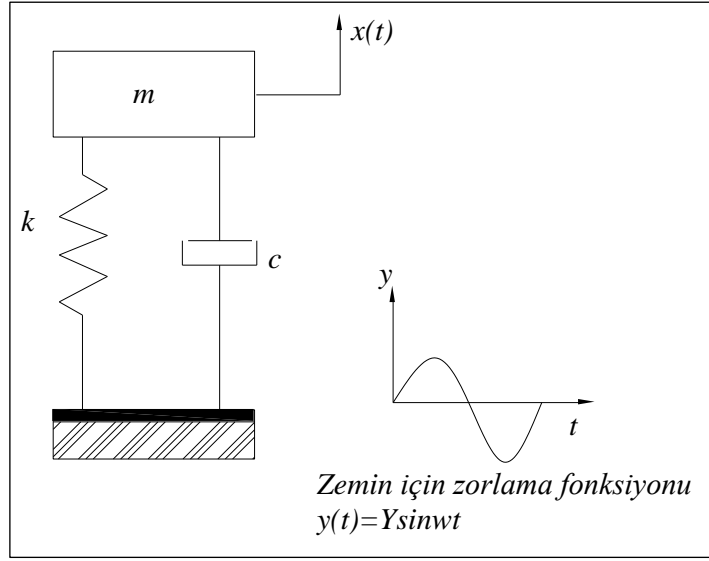
$$\frac{F_{TR}}{F} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(2\zeta r)^2 + (1-r^2)^2}} = T \quad (\text{kuvvet iletim oranı}) \quad (4.111)$$



Şekil 4.14. Tek serbestlik dereceli sönümlü zorlanmış sistemin farklı sönüm oranlarında zemine iletilen kuvvet.

4.9. HARMONİK ZEMİN ZORLAMASI

Mühendislik sistemleri farklı formdaki zemin zorlamalarına maruzdurlar. Bir araç için yoldan gelen uyarılar, deprem kaynaklı zemin uyarıları zemin zorlamalarına verilen örneklerdir. Burada harmonik formdaki bir zemin zorlaması ile tek serbestlik dereceli bir sistemin ona verdiği cevabı yani yerdeğiştirme incelenmiştir



Şekil 4.15. Tek serbestlik dereceli sönümlenmeli sistemin zemin zorlaması modeli.

$$y(t) = Y \sin \omega t \quad (4.112)$$

$$\dot{y}(t) = \omega Y \cos \omega t \quad (4.113)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad E_2 = \frac{1}{2} k (x - y)^2$$

Sistemin genel olarak iş ifadesi;

$$\delta W = -c(\dot{x} - \dot{y})\delta(x - y)$$

Genel olarak hareket denklemi;

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \quad (4.114)$$

Denklem (4.112) ve (4.113)'de verilen ifadeler (4.114)'de yerine yazılırsa;

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\omega Y \cos \omega t + kY \sin \omega t \quad (4.115)$$

Burada $c\omega Y$ ifadesi A_1 ve kY de A_2 olduğu için denklem (4.115) aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \sin(\omega t - \tan^{-1}(-\frac{c\omega}{k})) \quad (4.116)$$

$-\tan(x) = \tan(-x)$ olduğundan denklem (4.116);

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \sin(\omega t + \tan^{-1}(\frac{c\omega}{k})) \quad (4.117)$$

Denklem (4.117)'e bakıldığı zaman sistemin $Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}$ genliğine sahip harmonik formdaki zorlamaya maruz kaldığı görülmektedir. Eğer denklem (4.115)'i sönüm oranı ($\zeta = \frac{c}{c_{kritik}} = \frac{c}{2m\omega_n}$) ve sistemin sönümsüz doğal frekansları (ω_n) cinsinden ifade etmek istersek;

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{c}{m}\omega Y \cos \omega t + \frac{k}{m}Y \sin \omega t \quad (4.118)$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 2\zeta\omega_n\omega Y \cos \omega t + \omega_n^2Y \sin \omega t \quad (4.119)$$

Denklem (4.119)'a baktığımız zaman şekilde verilen tek serbestlik dereceli sistem iki farklı harmonik zorlama kuvvetine maruz kalmıştır ve şunu biliyoruz ki sistem lineerdir. Dolayısıyla iki farklı zorlama kuvvetine verilen cevap iki kuvvetin toplamına verilen cevaba eşittir. Bu yüzden denklem (4.119) için genel çözüm ifadesi;

$x_o(t) = x_o^1 + x_o^2$ şeklinde ifade edilir.

$$x_o^1(t) = \frac{\omega_n^2 Y}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

$$x_o^2(t) = \frac{2\zeta\omega_n\omega Y}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} \cos(\omega t - \varphi)$$

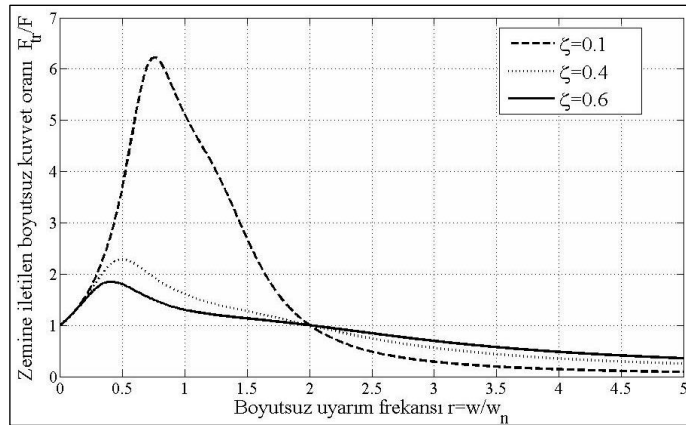
$$\varphi = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2} = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right)$$

$$x_o(t) = \frac{\sqrt{\omega_n^2 + (2\zeta\omega)^2}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} \sin(\omega t - \theta) m = Y \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta r^3}{1 + (4\zeta^2 - 1)r^2} \right)$$

Buradan hareket iletim oranı X/Y;

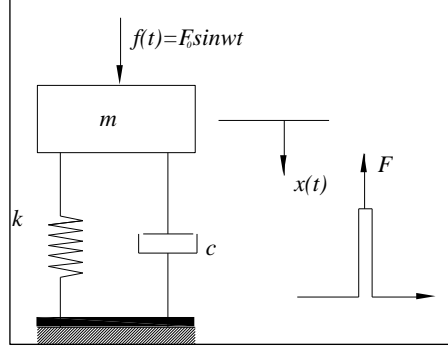
$$\frac{X}{Y} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$



Şekil 4.16. Tek serbestlik dereceli sönümlü farklı sönüm oranlarında zemine iletilen darbe.

4.10. MEKANİK TİTREŞİMLERİN DARBE VE BASAMAK CEVAPLARI

Tek serbestlik dereceli sistemin darbe ve basamak girdilerine verilen cevap aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.17. Tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin darbe ve basamak cevabı. Şekilde görüldüğü gibi m kütesine etki eden impuls şeklindeki kuvvet, kısa süreli ve büyük genlikli kuvvet olarak nitelendirilir. İmpuls şiddetini tanımlamak için $F(t)$ kuvveti integre edilir.

$$I(\Delta t) = \int_{\tau - \frac{\Delta t}{2}}^{\tau + \frac{\Delta t}{2}} F(t) dt \quad (4.120)$$

Yukarıdaki integral değerine integral sınırı aşağıdaki gibi uygulanır.

$$I(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) dt$$

Yukarıda tanımlanan $F(t)$ fonksiyonu için eğri altında kalan alan hesaplanır ise;

$$I(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) dt = \frac{F'}{\Delta t} \Delta t = F' \quad F(t - \tau) dt = 0 \rightarrow t \neq \tau \quad \int_{-\infty}^{\infty} F(t - \tau) dt = F'$$

Bir sisteme etki eden impuls, sisteme bir ilk hız kazandırır. Bu ilk hız;

$$\dot{x}(0) = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{F'}{m}$$

Durağan haldeki tek serbestlik dereceli kritik altı sönümlü bir sistem için başlangıç hızına bağlı titreşim cevabı;

$$\dot{x}(0) = \frac{F\Delta t}{m} = \frac{F'}{m} \quad x(t) = \frac{F'}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t$$

$F' = 1$ için kuvvet birim impuls olarak adlandırılır ve bu durumda sistem serbest titreşim cevabı;

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_d t \quad (4.121)$$

Denklem (4.104)'de verilen ifadeye tek serbestlik dereceli sistemin $t=0$ 'da etki eden birim impuls girdiye cevabı olarak adlandırılır ve $h(t)$ ile gösterilir. F' şiddetindeki bir impuls girdi için cevap;

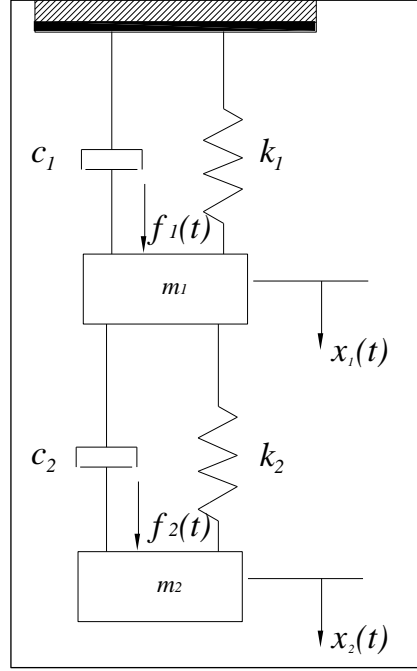
$$x(t) = F'h(t)$$

Eğer birim impuls girdi $t = \tau$ 'da etki ediyorsa elde edilen cevap;

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t - \tau)$$

4.11. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

Mühendislik sistemleri genelde birden fazla serbestlik derecesine sahiptir. Çok serbestlik dereceli sistemlerin titreşim analizlerinde diferansiyel denklem takımları ve buna bağlı olarak oluşturulan matris formundaki denklemler söz konusudur. Şekil de çok serbestlik dereceli bir sistem gösterilmiştir.



Şekil 4.18. İki serbestlik dereceli sistemin matematik modeli.

Yukarıdaki şekilde verilen çok serbestlik dereceli sistem için (x_1, x_2) için hareket denklemlerini elde edelim.

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 \rightarrow \text{potansiyel} \quad (4.122)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (x_2 - x_1)^2 \rightarrow \text{kinetik}$$

Sistem için genel iş ifadesi aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$\delta W = f_1 \delta x_1 + f_2 \delta x_2 - c_1 \dot{x}_1 \delta x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \delta (x_2 - x_1) \quad (4.123)$$

İlk olarak Lagrange ifadesini x_1 genel koordinatı için yazarsak;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_1}{\partial \dot{x}_1} \right) + \frac{\partial E_2}{\partial x_1} = Q_{x_1} \quad (4.124)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2x_2 + k_2x_1 = f_1 - c_1\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 \quad (4.125)$$

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = f_1 \quad (4.126)$$

Aynı şekilde x_2 genel koordinatı için Langrange ifadesi yazılırsa;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_1}{\partial \dot{x}_2} \right) + \frac{\partial E_2}{\partial x_2} = Qx_2 \quad (4.127)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2x_2 - k_2x_1 = f_1 - c_2\dot{x}_2 + c_2\dot{x}_1 \quad (4.128)$$

$$m_2\ddot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2 - k_2x_1 = f_2 \quad (4.129)$$

Denklem (4.114) ve (4.111)'i matris formunda yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (4.130)$$

Tek serbestlik dereceli sistemin sönümsüz doğal frekansları aşağıdaki gibi olduğu için;

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.131)$$

Denklem (4.131)'in çözümü için $x = Xe^{st}$ kabulü yapılırsa;

$$x_1(t) = X_1e^{st} \quad x_2(t) = X_2e^{st} \quad \ddot{x}_1(t) = s^2X_1e^{st} \quad \ddot{x}_2(t) = s^2X_2e^{st} \quad (4.132)$$

Denklem (4.132)'deki ifadeler denklem (4.131)'de yerine konulursa;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} s^2 \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{st} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{st} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.133)$$

Denklem (4.133) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) + m_1 s^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + m_2 s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{st} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.134)$$

$$\det \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) + m_1 s^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + m_2 s^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.135)$$

$$\left[m_1 s^2 + (k_1 + k_2) \right] (m_2 s^2 + k_2) - k_2^2 = 0 \quad (4.136)$$

$$m_1 m_2 s^4 + [m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)] s^2 + k_1 k_2 = 0 \quad (4.137)$$

Görüldüğü gibi denklem (4.137) 4.dereceden bir polinomdur. Bu polinomun kökleri sistemin doğal frekansını verir.

$$s_i^2 = -w_{n,i}^2 \quad s_{1,2} = \pm w_{n1} i, s_{3,4} = \pm w_{n2} i$$

$$w_{n1} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{-2m_1 m_2 (k_2 m_2 + m_1 k_2 + k_1 m_2 - \bar{D})}}{m_1 m_2}$$

$$w_{n2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{-2m_1 m_2 (k_2 m_2 + m_1 k_2 + k_1 m_2 + \bar{D})}}{m_1 m_2}$$

$$\bar{D} = \sqrt{k_2^2 m_2^2 + 2k_2^2 m_1 m_2 + 2k_1 k_2 m_2^2 + m_1^2 k_2^2 - 2m_1 m_2 k_1 k_2 + k_1^2 m_2^2}$$

Bulunan polinomun kökleri sistemin doğal frekansını verir ve bu değerler kullanılarak sistemin serbest titreşim hareketi sırasındaki salımları (X_1 ve X_2) şu şekilde bulunur;

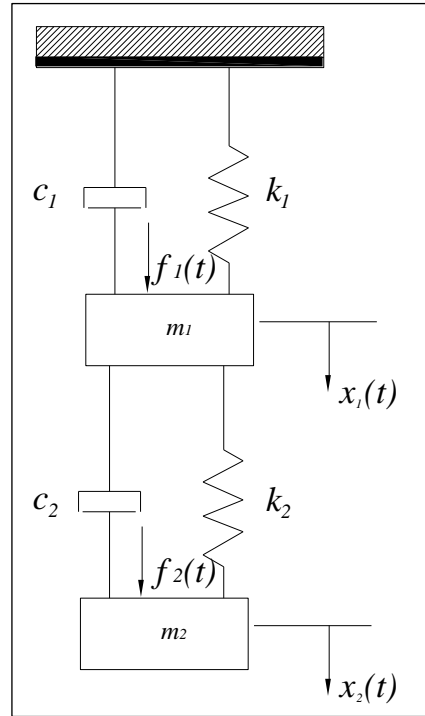
$$\begin{bmatrix} (k_1 + k_2) + m_1 s^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + m_2 s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.138)$$

$$\left[m_1 s^2 + (k_1 + k_2) \right] X_1 - k_2 X_2 = 0 \quad (4.139)$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{k_2}{m_1 s^2 + (k_1 + k_2)} \quad (4.140)$$

4.12. MODAL ANALİZ

Çok serbestlik derecesine sahip bir sistemin hareket denkleminin içerisinde bütün serbestlik derecelerini görmek mümkündür. Bu şekildeki hareket denklemlerinin çözümü bütün denklemler beraber çözülür. Laplace transformu ve durum değişkenleri formu kullanılarak hareket denklemlerinin birlikte çözülmesi mümkündür. Aynı şekilde modal analiz yöntemi kullanarak da hareket denklemlerini tek başlarına çözülebilir bağımsız denklemler haline getirmek mümkündür. Aşağıda çok serbestlik dereceli bir sistemin modal analiz aşamaları sunulmuştur.



Şekil 4.19. İki serbestlik dereceli zorlamalı sistemin matematik modeli.

Şekilde verilen sistemin hareket denklemi;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (4.141)$$

Sönümsüz serbest titreşimler için hareket denklemi;

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.142)$$

Bu denklemin çözümü için $x(t) = X e^{st}$ kabulü yapılırsa;

$$x_1(t) = X_1 e^{st} \quad x_2(t) = X_2 e^{st} \quad \dot{x}_1(t) = s X_1 e^{st} \quad \dot{x}_2(t) = s X_2 e^{st} \quad (4.143)$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}_i = \frac{k_2}{(k_1 + k_2) - m_1 \omega_i^2} \rightarrow \text{veya} \rightarrow \frac{k_2 - m_2 \omega_i^2}{k_2}$$

$$[K]\{X\}_i - \omega_i^2 [M]\{X\}_i = 0 \quad (4.144)$$

Çok serbestlik dereceli bir sistemin i. ve j. doğal frekansları için;

$$[K]\{X\}_i = \omega_i^2 [M]\{X\}_i \quad (4.145)$$

$$[K]\{X\}_j = \omega_j^2 [M]\{X\}_j \quad (4.146)$$

Denklem (4.145) $\{X\}_j^T$ ile çarpılır ise;

$$\{X\}_j^T [K]\{X\}_i = \omega_i^2 \{X\}_j^T [M]\{X\}_i \quad (4.147)$$

$$\omega_i^2 (X_j, X_i)_M = (X_j, X_i)_K \quad (4.148)$$

Aynı şekilde denklem (4.146) $\{X\}_i^T$ ile çarpılır ise;

$$\{X\}_i^T [K] \{X\}_j = \omega_j^2 \{X\}_i^T [M] \{X\}_j \quad (4.149)$$

$$\omega_j^2 (X_i, X_j)_M = (X_i, X_j)_K \quad (4.150)$$

Denklem (4.148) denklem (4.150)'den çıkartılırsa;

$$\omega_i^2 (X_j, X_i)_M - (X_j, X_i)_K - \omega_i^2 (X_i, X_j)_M + (X_i, X_j)_K = 0$$

$$\omega_i^2 (X_j, X_i)_M - \omega_i^2 (X_i, X_j)_M = (X_j, X_i)_K - (X_i, X_j)_K$$

$$(X_j, X_i)_M = (X_i, X_j)_M \quad (X_j, X_i)_K = (X_i, X_j)_K \quad (4.151)$$

Denklem (4.151)'de verilen ifadeler denklem (4.150)'de yerine konulursa;

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2)(X_j, X_i)_M = 0 \quad (4.152)$$

$\omega_i \neq \omega_j$ olduğundan;

$$(X_j, X_i)_M = (X_i, X_j)_M = 0 \quad (\text{Kinetik Enerji Skaler Çarpımı})$$

Farklı doğal frekans değerleri için elde edilen mod şekil vektörleri diktir. Dolayısıyla skaler çarpımları sıfırdır. Aynı durum direngenlik matrisi ile oluşturulan çarpım içinde geçerlidir.

$$(X_i, X_j)_K = 0$$

Bağlaşık durumdaki diferansiyel denklemleri bağlaşık olmayan hale getirmek için kütle, sönümlenme ve dirençlik matrisleri modal matris ile işleme sokulur.

$$[M]_q = [P]^T [M][P]$$

$$[M]_q = \begin{bmatrix} m_{q11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{q22} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & m_{qnn} \end{bmatrix} \quad (4.153)$$

$$[C]_q = [P]^T [C][P] \quad (4.154)$$

$$[C]_q = \begin{bmatrix} c_{q11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{q22} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & c_{qnn} \end{bmatrix} \quad (4.155)$$

$$[K]_q = [P]^T [K][P] \quad (4.156)$$

$$[K]_q = \begin{bmatrix} k_{q11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{q22} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & k_{qnn} \end{bmatrix} \quad (4.157)$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (4.158)$$

$$\{x\} = [P]\{q\} \text{ kabulü ile;} \quad (4.159)$$

$$\{q\} = [P]^{-1}\{x\} \quad (4.160)$$

Denklem (4.159)'da verilen ifade (4.158)'de yerine konulursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$[M][P]\{\ddot{q}\} + [C][P]\{\dot{q}\} + [K][P]\{q\} = \{f\} \quad (4.161)$$

Denklem (4.161)'in her iki tarafı $[P]^{-1}$ ile çarpılır ise;

$$[P]^{-1}[M][P]\{\ddot{q}\} + [P]^{-1}[C][P]\{\dot{q}\} + [P]^{-1}[K][P]\{q\} = [P]^{-1}\{f\} \quad (4.162)$$

$[I][I]^{-1} = 1$ olduğundan denklem (4.162) aşağıdaki hali alır.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = [P]^{-1}\{f\} \quad (4.163)$$

Serbest titreşimlerin bulunması için sistemde herhangi bir zorlamanın olmadığı kabulü ile sağ taraf sıfır olursa;

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (4.164)$$

Başlangıç şartları altındaki serbest titreşimler cevabı için denklem (4.64);

$$x(t) = e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} [A_i \cos(\omega_{di} t) + B_i \sin(\omega_{di} t)] \rightarrow i = 1, 2, \dots, n \quad (4.165)$$

Burada n ifadesi sistemin serbestlik derecesidir.

İlk şartlar modal koordinatlarda şu şekilde elde edilir.

$$\{q\}_0 = [P]^{-1} \{x\}_0 \quad (4.166)$$

Denklem (4.165)'deki A_i ve B_i katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_i = q_{i0} \quad B_i = \frac{\dot{q}_{i0} + \zeta_i \omega_{ni} q_{i0}}{\omega_{di}} \quad \zeta_i = \frac{c_{qii}}{2\sqrt{k_{qii} m_{qii}}} \quad \omega_{di} = \omega_{ni} \sqrt{1 - \zeta_i^2}$$

$$\omega_{di} = \omega_{ni} \sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad (4.167)$$

İlk şartlara bağlı cevap modal koordinatlarda bulunduktan sonra ters dönüşüm ile gerçek koordinatlara geçiş yapılabilir.

$$\{x\}_t = [P]\{q\}_t \quad (4.168)$$

Şekilde verilen iki serbestlik dereceli sistem için;

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} \quad (4.169)$$

$$x_1(t) = P_{11}q_1(t) + P_{12}q_2(t)$$

şeklinde elde edilir.

$$(4.170)$$

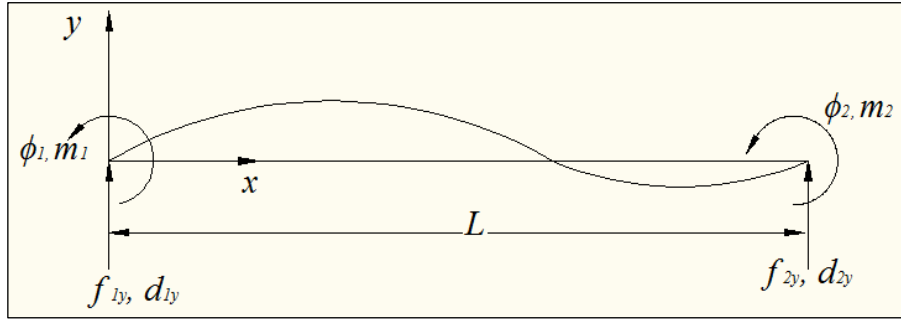
$$x_2(t) = P_{21}q_1(t) + P_{22}q_2(t)$$

BÖLÜM 5

TEORİ

5.1. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİNE DAYANAN NAMLU ELEMANININ DİRENGENLİK MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

Bu kısımda kiriş elemanı için direngelik ifadesi elde edilecek. Çok basit şekilde bir kiriş şu şekilde tanımlanabilir: kiriş genellikle enine yüklere maruz kalan, eğilme ve aksenal etkilere zıt yönde tepki gösteren uzun ince bir yapısal elemandır. Buradaki eğilme deformasyonları, enine yer değiştirme ve dönme ile ölçülür. Bu yüzden her bir düğüm noktasındaki serbestlik derecesi enine yer değiştirme ve dönme olarak düşünülür. Şekil 5.1’de bir kiriş elemanının düğüm noktalarına etki eden kuvvet ve yerdeğiştirmeler gösterilmiştir.

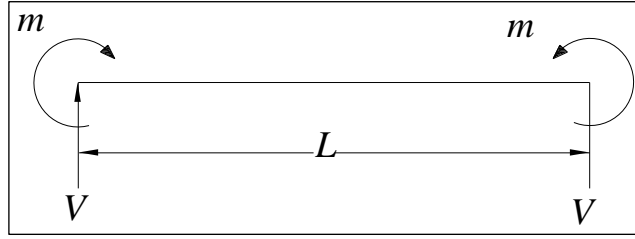


Şekil 5.1. Kiriş elemanın düğüm noktalarına ait pozitif yer değiştirme, dönmeler, kuvvetler ve momentleri.

Şekil 5.1. ile verilen kiriş elemanı incelendiğinde kirişin uzunluğu L , aksenal lokal koordinat \hat{x} , enine lokal koordinat \hat{y} ile gösterilir. Düğüm noktalarının lokal enine yer değiştirmesi \hat{d}_{iy} ve düğüm noktalarının lokal dönmesi $\hat{\phi}_i$ ile ifade edilir. Lokal düğüm noktalarına etki eden kuvvetler \hat{f}_{iy} ile ifade edilirken eğilme momentleri ise \hat{m}_i ile temsil edilir.

Bütün düğüm noktalarında aşağıdaki işaret kabulleri yapılır:

1. Saat yönünde momentler pozitif.
2. Saat yönünde dönmeler pozitif.
3. Pozitif \hat{y} yönünde kuvvetler pozitif.
4. Pozitif \hat{y} yönünde yer değiştirmeler pozitif.



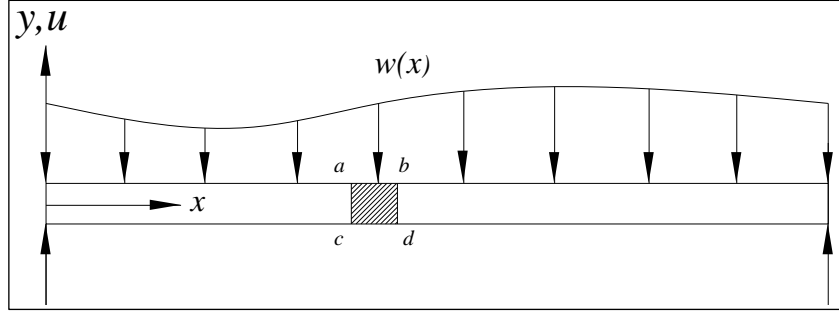
Şekil 5.2. Kiriş elemanının serbest cisim diyagramı.

Euler Bernoulli kirişi için diferansiyel denklem aşağıdaki gibi elde edilir. Şekil 5.3'de $w(x)$ yayılı yüküne maruz kalmış kiriş gösterilmiştir. Şekil 5.4'de gösterilen diferansiyel elemanın kuvvet ve moment eşitliği aşağıdaki gibi yazılır [14].

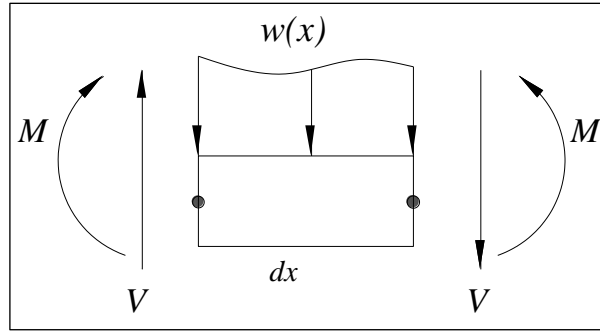
$$\sum F_y = 0; \quad V - (V + dV) - w(\hat{x})d_x = 0 \quad (5.1)$$

Denklem (5.1) ile verilen ifade basitleştirilirse;

$$-wd_x - dV = 0 \Rightarrow w = -\frac{dV}{d_x} \quad (5.2)$$



Şekil 5.3. Yük altında eğilmeyen kiriş.

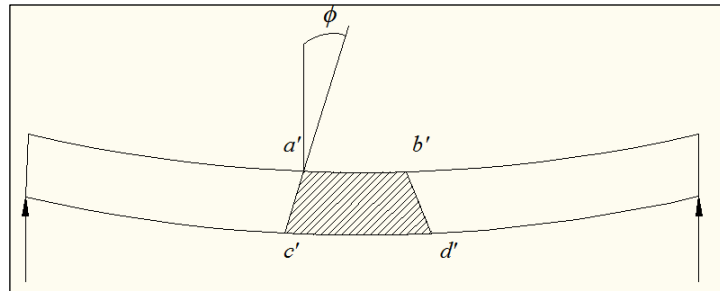


Şekil 5.4. Diferansiyel kiriş elemanı.

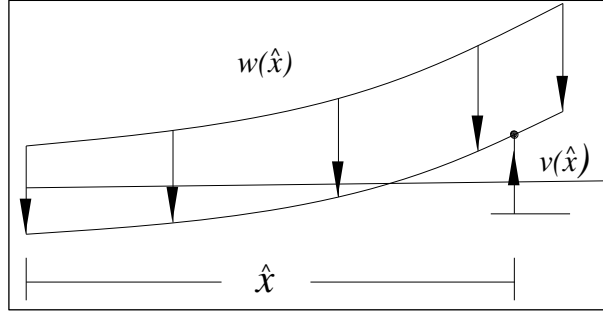
Kuvvet eşitliğinde olduğu gibi moment eşitliğide aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$\sum M_2 = 0 \quad -Vdx + dM + w(x)dx\left(\frac{dx}{2}\right) = 0 \Rightarrow V = \frac{dM}{dx} \quad (5.3)$$

Denklem (5.3) ile verilen ifadenin her tarafını dx ile bölüp daha sonra dx sıfıra yaklaştığında denklemin limiti alınırsa kesme kuvvetlerinin eğilme momenti ile olan ilişkisini ortaya çıkmış olur.



Şekil 5.5. Yük altında deforme olmuş kiriş.

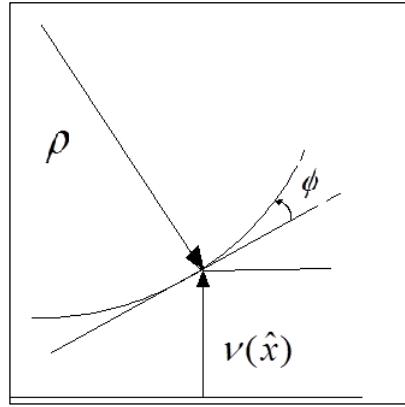


Şekil 5.6. Yayılı yük altında deforme olan kiriş.

Bunun yanında kirişin eğriliği (κ) moment ile aşağıdaki gibi ifade edilir [14].

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (5.4)$$

Burada ρ deformasyon sonucu oluşan eğriliğin yarıçapıdır (Şekil 5.7). v ise dikey yer değiştirme fonksiyonudur. E elastisite modülü, I z eksenindeki atalet momentidir.



Şekil 5.7. Deforme olan kirişin eğrilik yarıçapının gösterilmesi.

Küçük açılar için ($\phi = dv/dx$) eğrilik ifadesi κ aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\kappa = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (5.5)$$

Denklem (5.5) ile (5.4) ifadeleri birleştirilirse;

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad M = \frac{EI d^2v}{dx^2} \quad (5.6)$$

Denklem (5.6) M için çözümler (5.3) ve (5.2) ile birleştirildiğinde aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2v}{dx^2} \right) = -w(x) \quad (5.7)$$

Denklem (5.7) ile verilen ifadede EI sabiti için;

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} = 0 \quad \text{elde edilir.} \quad (5.8)$$

Adım 1: Eleman tipini seçiniz.

Kiriş elemanındaki her bir düğüme etki eden etkileri göster. Örnek Şekil 5.1 ile gösterildiği gibi.

Adım 2: Yer değiştirme fonksiyonu seçiniz.

Kiriş üzerindeki eleman yer değiştirme farkını aşağıdaki fonksiyon ile gösterelim [15].

$$\hat{v}(\hat{x}) = a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 \quad (5.9)$$

Burada yapılması gereken Denklem (5.9) ile verilen ifadeyi $\hat{d}_{1y}, \hat{d}_{2y}, \hat{\phi}_1$ ve $\hat{\phi}_2$ serbestlik derecelerini kapsayacak şekilde içine alan bir fonksiyon ile ifade etmektir. Bunun için fiziksel sınır şartlarını düğüm noktalarına doğrudan uygulayacağız.

$$\hat{v}(0) = \hat{d}_{1y} = a_4 \quad (5.10)$$

$$\frac{d\hat{v}(0)}{d\hat{x}} = \hat{\phi}_1 = a_3 \quad (5.11)$$

$$\hat{v}(L) = \hat{d}_{2,y} = a_1L^3 + a_2L^2 + a_3L + a_4 \quad (5.12)$$

$$\frac{d\hat{v}(L)}{d\hat{x}} = \hat{\phi}_2 = 3a_1L^2 + 2a_2L + a_3 \quad (5.13)$$

Burada küçük dönme miktarları için $\hat{\phi} = d\hat{v}/dx$ olarak kabul edilmiştir. Denklem (5.10-13) ifadelerinde a_1, a_2, a_3, a_4 çözülür ve denklem (5.9)'da yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned} \hat{v} = & \left[\frac{2}{L^3}(\hat{d}_{1,y} - \hat{d}_{2,y}) + \frac{1}{L^2}(\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2) \right] \hat{x}^3 + \dots \\ & + \left[-\frac{3}{L^2}(\hat{d}_{1,y} - \hat{d}_{2,y}) - \frac{1}{L}(2\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2) \right] \hat{x}^2 + \hat{\phi}_1\hat{x} + \hat{d}_{1,y} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Denklem (5.14) ile verilen ifadeyi aşağıdaki gibi matris şeklinde ifade edersek;

$$\hat{v} = [N] \{ \hat{d} \} \quad (5.15)$$

$$\{ \hat{d} \} = \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1,y} \\ \phi_1 \\ \hat{d}_{2,y} \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad [N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{L^3} (2\hat{x}^3 - 3\hat{x}^2L + L^3) & N_2 &= \frac{1}{L^3} (\hat{x}^3L - 2\hat{x}^2L^2 + \hat{x}L^3) \\ N_3 &= \frac{1}{L^3} (-2\hat{x}^3 + 3\hat{x}^2L) & N_4 &= \frac{1}{L^3} (\hat{x}^3L - \hat{x}^2L^2) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Denklem (5.17) ile verilen ifadelere Hermite kübik interpolasyon fonksiyonları denir.

Adım 3: Yerdeğiştirme ile uzama ve yerdeğiştirme ile gerilim arasındaki ilişkiyi tanımla.

Normal şekil değiştirme ile yer değiştirme arasında aşığıdaki gibi bir ilişki olduğunu varsayalım:

$$\varepsilon_x(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{d\hat{u}}{d\hat{x}} \quad (5.18)$$

Burada \hat{u} aksenal yer değiştirme fonksiyonudur. Şekil 5.6'daki deforme olmuş yapılardan yola çıkarak aksenal yer değiştirme ve enine yer değiştirme arasında;

$$\hat{u} = -\hat{y} \frac{d\hat{v}}{d\hat{x}} \quad (5.19)$$

$$d\hat{u} = \varepsilon_x(\hat{x}, \hat{y})d\hat{x} \quad (5.20)$$

Denklem (5.19) ile verilen ifade denklem (5.18)'de yerine yazılırsa;

$$\varepsilon_x(\hat{x}, \hat{y}) = -\hat{y} \frac{d^2\hat{v}}{d\hat{x}^2} \quad (5.21)$$

$$\hat{m}(\hat{x}) = EI \frac{d^2\hat{v}}{d\hat{x}^2} \quad \hat{V} = EI \frac{d^3\hat{v}}{d\hat{x}^3} \quad (5.22)$$

Adım 4: Eleman direngenlik matrisinin ve denklemlerinin elde ediniz.

Şekil 5.1. ve 5.2. ile gösterilen eğilme momenti için ifade $\hat{m}(\hat{x}) = EI \left(\frac{d^2\hat{v}}{d\hat{x}^2} \right)$ 'dir.

Bunun yanında kesme kuvveti içinse ifade $\hat{V} = EI \left(\frac{d^3\hat{v}}{d\hat{x}^3} \right)$ 'dir. Denklem (5.9) ile verilen yer değiştirme fonksiyonu bu denklemlerde yerine yazılır diferansiyeli alınır aşığıdaki ifadeler elde edilir [14].

$$\begin{aligned}
\hat{f}_{1y} = \hat{V} &= EI \frac{d^3 \hat{v}(0)}{d\hat{x}^3} = \frac{EI}{L^3} (12d_{1y} + 6L\hat{\phi}_1 - 12\hat{d}_{2y} + 6L\hat{\phi}_2) \\
\hat{m}_1 = -\hat{m} &= -EI \frac{d^2 \hat{v}(0)}{d\hat{x}^2} = \frac{EI}{L^3} (6Ld_{1y} + 4L^2\hat{\phi}_1 - 6L\hat{d}_{2y} + 2L^2\hat{\phi}_2) \\
\hat{f}_{2y} = -\hat{V} &= -EI \frac{d^3 \hat{v}(L)}{d\hat{x}^3} = \frac{EI}{L^3} (-12d_{1y} - 6L\hat{\phi}_1 + 12\hat{d}_{2y} - 6L\hat{\phi}_2) \\
\hat{m}_2 = \hat{m} &= EI \frac{d^2 \hat{v}(0)}{d\hat{x}^2} = \frac{EI}{L^3} (6Ld_{1y} + 2L^2\hat{\phi}_1 - 6L\hat{d}_{2y} + 4L^2\hat{\phi}_2)
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Denklem (5.23) ile verilen ifadeleri matris formunda yazarsak;

Burada direngelik matrisi [17];

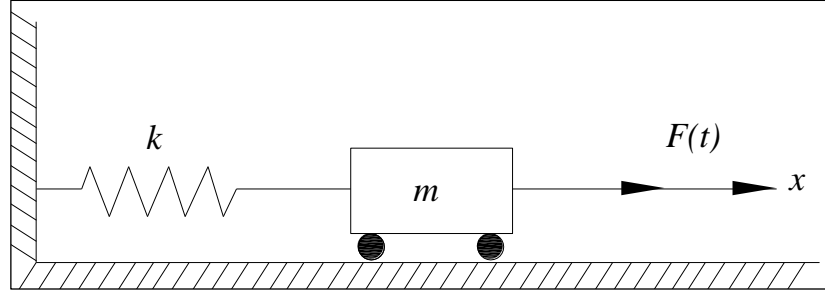
$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_{1y} \\ \hat{m}_1 \\ \hat{f}_{2y} \\ \hat{m}_2 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1y} \\ \hat{\phi}_1 \\ d_{2y} \\ \hat{\phi}_2 \end{Bmatrix} \tag{5.24}$$

$$\hat{k} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

Denklem (5.25) ile verilen ifade Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiş kirişin direngelik matrisidir.

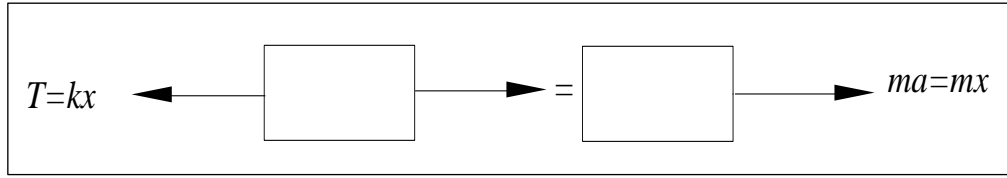
5.2. CONSİSTENT KÜTLE MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

Bu kısımda ise Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenen namlu kirişinin Consistent kütle matrisinin elde edilmesi anlatılmıştır. Bunun için öncelikle Şekil 5.8 ile verilen kütle yay sisteminin dinamiği incelenecektir.



Şekil 5.8. Zamana bağlı kuvvetin etki ettiği kütle yay sistemi [14].

Şekil 5.8’de tek serbestlik dereceli zamana bağlı kuvvet olan ($F(t)$)’nin etki ettiği kütle yay sistemi gösterilmiştir. Burada k yay direngenliği m ise sistemin kütlesidir. Şekil 5.8’de verilen sisteme ait serbest cisim diyagramı şekil 5.9’da gösterilmiştir.



Şekil 5.9. Tek serbestlik dereceli sistemin serbest cisim diyagramı.

Burada T yay kuvveti ve $F(t)$ kütleye uygulanan kuvvettir. Kütle üzerine Newton’un ikinci kanunu uygulandığında x doğrultusundaki hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$m\ddot{x} + kx = F(t) \quad (5.26)$$

Denklem (5.26) 2. Mertebeden lineer diferansiyel denklemdir. Bu denklemin bir standart çözüme birde homojen çözüme sahiptir. Homojen çözüm için denklemin sağ tarafı sıfıra eşittir.

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (5.27)$$

$$k = \omega^2 m \quad (5.28)$$

$$m = \frac{k}{\omega^2} \quad (5.29)$$

Denklem (5.28) ve (5.29) denklem (5.26)'da yerine konulursa;

$$\frac{k}{\omega^2} \ddot{x} + \omega^2 mx = 0 \quad (5.30)$$

Aynı şekilde denklem (5.27) 'de verilen ifade denklem (5.30)'da yerine yazılırsa;

$$\frac{k}{m} \ddot{x} + \omega^2 mx = 0 \quad (5.31)$$

$$m\ddot{x} + \omega^2 mx = 0 \quad (5.32)$$

Burada ω dışardan zorlamaya kalmayan serbest titreşim yapan kütle için doğal frekansıdır. Buradan da görüldüğü gibi sistemin doğal frekansı yalnızca kütle ve yayın direngenliğine bağlıdır.

Kütle sisteminin tam bir devri tamamlaması için gereken süreye periyot (τ) denir.

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5.33)$$

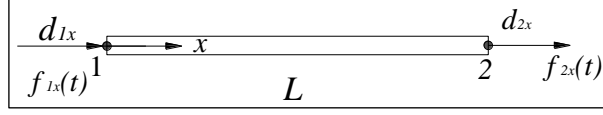
Frekans parametresinin birimi Hertz ($Hz = 1/s$);

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (5.34)$$

5.2.1. Çubuk Elemanın Denklemlerinin Elde Edilmesi

Adım 1: Eleman tipini seç.

Şekil 5.10'da uzunluğu L , kesit alanı A , ve yoğunluğu p ile birlikte 1 ve 2 nolu düğüm noktalarından zamana bağlı $f_{1x}^e(t)$, $f_{2x}^e(t)$ dış yüklerine maruz kalmış çubuk elemanı gösterilmiştir.



Şekil 5.10. Zamana bağlı yüke maruz kalmış çubuk elemanı.

Adım 2: Yer değiştirme fonksiyonu seç.

Çubuğun x eksenini boyunca aşağıdaki lineer yer değiştirme fonksiyonunu ele alalım.

$$u = a_1 + a_2x \quad (5.35)$$

Denklem (5.35) şekil fonksiyonları ile birlikte aşağıdaki gibi yazılır:

$$u = N_1d_{1x} + N_2d_{2x} \quad (5.36)$$

Burada;

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad N_2 = \frac{x}{L} \quad (5.37)$$

Adım 3: Normal şekil değiştirme ile yer değiştirme ve gerilme ile normal şekil değiştirme arasındaki ilişkiyi belirle.

Normal şekil değiştirme ile yer değiştirme arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\{\varepsilon_x\} = \frac{\partial u}{\partial x} = [B]\{d\} \quad (5.38)$$

Burada;

$$[B] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix} \quad \{d\} = \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \end{Bmatrix} \quad (5.39)$$

Gerilme ile normal şekil değiştirme arasındaki ilişki;

$$\{\sigma_x\} = [D]\{\varepsilon_x\} = [D][B]\{d\} \quad (5.40)$$

Adım 4: Eleman direngenlik ile kütle matrislerinin ve denklemlerin elde et.

Çubuk zamana bağlı kuvvetler altında genelde dengede değildir ($f_{1x} \neq f_{2x}$). Bu yüzden Newton'un 2.hareket kanunu her bir düğüm noktasına tekrar uyguladığımızda;

$$f_{1x}^e = f_{1x} + m_1 \frac{\partial^2 d_{1x}}{\partial t^2} \quad f_{2x}^e = f_{2x} + m_2 \frac{\partial^2 d_{2x}}{\partial t^2} \quad (5.41)$$

Buradaki m_1 ve m_2 kütleleri çubuk elemanın iki düğümündeki kütleler bir araya getirilerek bulunur.

$$m_1 = \frac{pAL}{2} \quad m_2 = \frac{pAL}{2} \quad (5.42)$$

Denklem (5.41) ile verilen ifade matris formunda yazılırsa;

$$\begin{Bmatrix} f_{1x}^e \\ f_{2x}^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 d_{1x}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 d_{2x}}{\partial t^2} \end{Bmatrix} \quad (5.43)$$

Denklem (5.43)'de bulunan f_x ifadesi $[k]\{d\}$ ile değiştirilirse;

$$\{f_x^e\} = [k]\{d\} + [m]\{\ddot{d}\} \quad (5.44)$$

Kiriş elemanın direngenlik matriside aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[k] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Lumped kütle matrisi ise;

$$[m] = \frac{pAL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Ayrıca;

$$\{\ddot{d}\} = \frac{\partial^2 \{d\}}{\partial t^2} \quad (5.47)$$

Denklem (5.46)'da verilen lumped kütle matrisi incelendiğinde diyagonal matris yapısına sahip olduğunu görüyoruz. bu bize global denklemlerin çözümünü kolaylaştırma imkanı verir. Fakat çözüm kesinliği consistent kütle matrisi kadar iyi değil.

Şimdi ise D'Alembert yaklaşımını kullanarak consistent kütle matrisini elde edeceğiz. Bunun içinse efektif kütle kuvveti kavramı kullanılacaktır. Efektif kütle kuvveti;

$$\{X^e\} = -p\{\ddot{u}\} \quad (5.48)$$

Denklem (5.48)'de bulunan '-' işareti D'Alembert kütle kuvveti ivmeye zıt yönde oluştuğunu gösterir. $\{X^e\}$ ile ilişkisi olan düğüm kuvvetleri denklem (5.49) kullanılarak bulunur.

$$\{f_b\} = \int \int \int_V [N]^T \{X\} dV \quad (5.49)$$

Denklem (5.48)'de verilen $\{X^e\}$ değeri denklem (5.49)'da yerine yazılırsa;

$$\{f_b\} = - \int \int \int_V [N]^T p \{\ddot{u}\} dV \quad (5.50)$$

Denklem (5.36)'da belirttiğimiz $\{u\} = [N]\{d\}$ ifadesinin zaman yönünden birinci ve ikinci türevlerinin alındığında;

$$\{\dot{u}\} = [N]\{\dot{d}\} \quad \{\ddot{u}\} = [N]\{\ddot{d}\} \quad (5.51)$$

Burada \dot{d} ve \ddot{d} sırasıyla düğüm noktalarının hız ve ivme ifadeleridir. Denklem (5.41)'i denklem (5.50)'de yerine konulursa;

$$\{f_b\} = - \int \int \int_V [N]^T p [N] \{\ddot{d}\} dV = -[m]\{\ddot{d}\} \quad (5.52)$$

Denklem (5.52)'den yola çıkarak eleman kütle matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[m] = \int \int \int_V [N]^T p [N] dV \quad (5.53)$$

Burada elde edilen kütle matrisine direngelik matrisini elde ederken kullandığımız yüzey fonksiyonunu kullanarak elde ettiğimiz için consistent kütle matrisi denir. Denklem (5.53) ile verilen ifade consistent kütle matrisinin genel formudur. Bu denklemde biz uygun yüzey fonksiyonu yerleştirerek çubuk, kiriş ve plaka gibi elemanların kütle matrisini elde edebiliriz. Şimdi Şekil 5.10'da verilen çubuk elemanı için consistent kütle matrisini elde edeceğiz. Bunun için daha önceden çubuk elemanı için geliştirdiğimiz yüzey fonksiyonunu (denklem(5.37)) genel olarak elde

ettiğimiz denklem (5.53) ile verilen consistent kütle matrisinde yerine konularak elde edilir.

$$[m] = \iiint_V p \begin{Bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} dV \quad (5.54)$$

Denklem (5.54) ifadesini sadeleştirdiğimizde;

$$[m] = pA \int_0^L \begin{Bmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} dx \quad (5.55)$$

Denklem (5.55)'de bulunan matrisler çarpılırsa;

$$[m] = pA \int_0^L \begin{bmatrix} (1 - \frac{x}{L})^2 & (1 - \frac{x}{L}) \frac{x}{L} \\ (1 - \frac{x}{L}) \frac{x}{L} & (\frac{x}{L})^2 \end{bmatrix} dx \quad (5.56)$$

Yukarıdaki ifadenin integrali ile consistent kütle matrisi elde edilir.

Adım 5: Global denklemlerin elde edilmesi için eleman denklemlerinin toplanması ve sınır şartlarının uygulanması.

Bütün eleman denklemleri toplandığında global denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\{F(t)\} = [K]\{d\} + [M]\{\ddot{d}\} \quad (5.57)$$

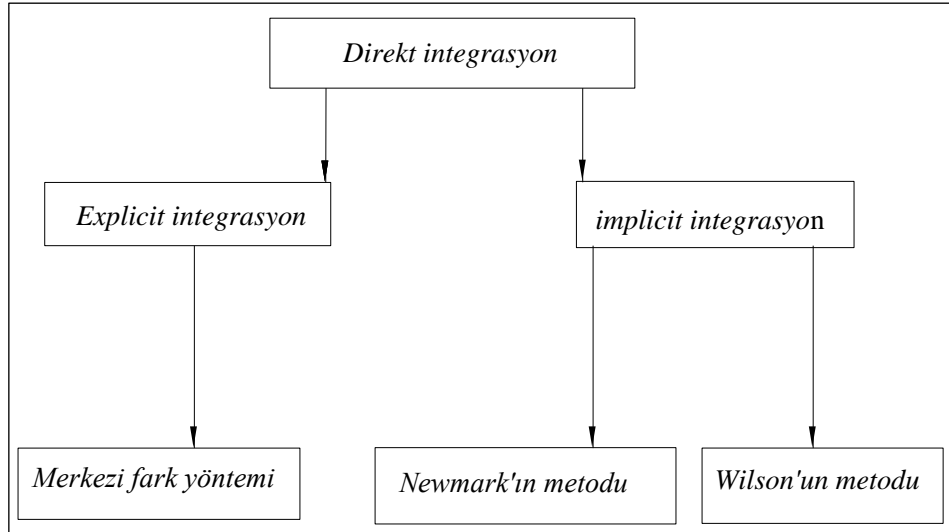
Burada;

$$[K] = \sum_{e=1}^N [k^e] \quad [M] = \sum_{e=1}^N [m^e] \quad \{F\} = \sum_{e=1}^N \{f^e\} \quad (5.58)$$

Denklem (5.58) ile verilen ifadeler sırasıyla global direngenlik, kütle ve kuvvet matrisleridir. Burada global kütle matrisinin global direngenlik matrisi ile aynı şekilde elde edildiği için elde edilen matrise consistent kütle matrisi denir.

5.3. NUMERİK İNTEGRASYON

Dinamik bir sistemde düğüm noktaları için her bir zamanda farklı hız, ivme ve yer değiştirmeler gerçekleşir. Farklı zaman dilimlerindeki bu değerlerin bulunması sayısal integrasyon ile mümkündür. Bu amaç kapsamında kullanılan en yaygın metot direkt integrasyondur. Direkt integrasyon kendi içinde explicit ve implicit olmak üzere iki grupta sınıflandırılabilir. Aşağıdaki şekilde direkt integrasyon çeşitlerinin sınıflandırılması gösterilmiştir.



Şekil 5.11. İntegrasyon çeşitleri.

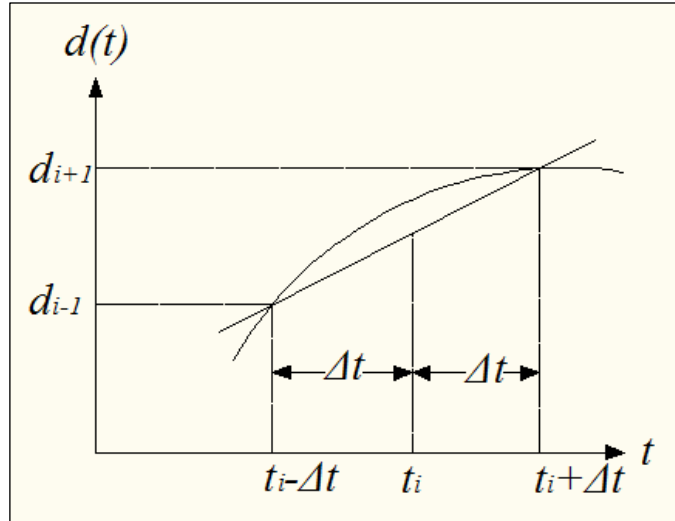
Explicit integrasyonda kullanılan en yaygın metot merkezi fark metodudur. Bu metot basitliğinin sağlamış olduğu yararın yanında karmaşık sistemlere uygulanabilirliği düşüktür. Bununla birlikte implicit integrasyonda bulunan Newmark'ın metodu ve Wilson'un metodu çok yönlülüğü ve karmaşık sistemlere daha rahat uygulanabilirliği ile ön plana çıkmıştır. Bu kısımda belirtilen integrasyon çeşitlerinden kısaca bahsedilerek matematiksel aşamaları sunulmuştur.

5.3.1. Merkezi Fark Metodu

Merkezi fark metodu verilen t zamanında hız ve ivme için sonlu fark ifadelerine dayanır. Aşağıdaki denklemlerde i .adımda düğüm noktalarının hız ve ivme ifadeleri verilmiştir [8].

$$\dot{d}_i = \frac{d_{i+1} - d_{i-1}}{2(\Delta t)} \quad \text{düğüm noktalarının yerdeğiştirme hızı} \quad (5.59)$$

$$\ddot{d}_i = \frac{\dot{d}_{i+1} - \dot{d}_{i-1}}{2(\Delta t)} \quad \text{düğüm noktalarının yerdeğiştirme ivmesi} \quad (5.60)$$



Şekil 5.12. Numerik integrasyon.

Burada denklem denklem (5.59) ve (5.60) ile verilen ifadelerde Δt zaman adımıdır. Buna göre;

$$d_i = d(t) \quad d_{i+1} = d(t + \Delta t) \quad \text{olur.} \quad (5.61)$$

Şekil 5.12'de denklem (5.59) ile verilen ifadenin elde edilmesi gösterilmiştir. Denklem (5.59) ile verilen ifade Şekil 5.12 ile gösterilen eğrinin eğimini belirtir. Eğri üzerinde $i-1$, $i+1$ adımlarında gösterilen iki nokta ve bu noktalar arasındaki iki

adet zaman adımı yani $2\Delta t$ gösterilmiştir. Bu iki noktanın ortasındaki i adımının bulunması denklem (5.59) ile gerçekleştirilir. Aynı şekilde hız zaman eğrisi kullanılarak i adımı için denklem (5.60) ile verilen ifade aracılığıyla ivme bulunur. Diğer bir deyişle denklem (5.60) ile verilen ifade denklem (5.59)'un zaman yönünden diferansiyeli (Türevi) alınmış halidir. Bunun yanında ivme ifadesini Taylor seri açılımını kullanarak yer değiştirme açısından da aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür.

$$\ddot{d}_i = \frac{d_{i+1} - 2d_i + d_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (5.62)$$

Denklem (5.62) ile verilen ifadeyi düğüm noktalarının yer değiştirmesi açısından aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$d_{i+1} = 2d_i - d_{i-1} + \ddot{d}_i(\Delta t)^2 \quad (5.63)$$

Daha önce kütle yay sisteminin hareket denkleminin aşağıdaki gibi ifade etmiştik.

$$F(t) = Kd + M\ddot{d} \quad (5.64)$$

Eğer bu denklemi düğüm noktalarının yer değiştirme ivmesi açısından ifade etmek istersek;

$$\ddot{d}_i = M^{-1}(F_i - Kd_i) \quad (5.65)$$

$i + 1$ adımında gerçekleşen yer değiştirmeyi yani d_{i+1} için bir ifade elde etmek için denklem (5.63) ile verilen ifade M ile çarpılır ve denklem (5.65)'de yerine konulur.

$$Md_{i+1} = 2Md_i - Md_{i-1} + \ddot{d}_i M(\Delta t)^2 \quad (5.66)$$

Denklem (5.64)'den $M\ddot{d}$ ifadesi çekilir denklem (5.66)'da yerine yazılırsa;

$$Md_{i+1} = 2Md_i - Md_{i-1} + (F - Kd_i)(\Delta t)^2 \quad (5.67)$$

Denklem (5.67) ile verilen ifade düzenlendiğinde;

$$Md_{i+1} = F_i(\Delta t)^2 + [2M - (\Delta t)^2 K]d_i - Md_{i-1} \quad (5.68)$$

$i + 1$ düğümün yer değiştirmesi, hızı ve ivmesini ($d_{i+1}, \dot{d}_{i+1}, \ddot{d}_{i+1}$) bulmak için $i - 1$. adımdaki yer değiştirmeye yani d_{i-1} 'e ihtiyaç vardır. Denklem (5.59) ve denklem (5.63) ile verilen ifadeler kullanılarak d_{i-1} aşağıdaki gibi elde edilir.

$$d_{i-1} = d_i - (\Delta t)\dot{d}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{d}_i \quad (5.69)$$

Merkezi fark metodunda çözüm aşamaları aşağıdaki gibidir.

1. d_0, \dot{d}_0 ve $F_i(t)$ başlangıçta verilir.
2. Eğer başlangıçta \ddot{d}_0 verilmemişse denklem (5.65) idafesini $t = 0$ 'da \ddot{d}_0 için çöz. Yani bu durumda denklem (5.65) şu ifadeye dönüşür:

$$\ddot{d}_0 = M^{-1}(F_i - Kd_0) \quad (5.70)$$

3. Denklem (5.67) ifadesini $t = -\Delta t$ d_{-1} için çöz.

$$d_{-1} = d_0 - (\Delta t)\dot{d}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{d}_0 \quad (5.71)$$

4. Şimdi artık d_{-1} ve d_0 denklem (5.68)'de yerine konularak bu ifade yeniden çözülür ve d_1 elde edilir.

$$d_1 = M^{-1} \left\{ F_0 (\Delta t)^2 + [2M - (\Delta t)^2 K] d_0 - M d_{-1} \right\} \quad (5.72)$$

5. Başlangıçta verilen d_0 ve 4.adımda elde edilen d_1 kullanılarak denklem (5.68) kullanılarak d_2 aşağıdaki gibi bulunur.

$$d_2 = M^{-1} \left\{ F_1 (\Delta t)^2 + [2M - (\Delta t)^2 K] d_1 - M d_0 \right\} \quad (5.73)$$

6. Denklem (5.64) kullanılarak \ddot{d}_1 aşağıdaki gibi bulunur.

$$\ddot{d}_1 = M^{-1} (F_1 - K d_1) \quad (5.74)$$

7. Adım (5.63)'de elde ettiğimiz d_2 sonucu ile başlangıçta verilen d_0 kullanılarak ilk adım için hız aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{d}_1 = \frac{d_2 - d_0}{2(\Delta t)} \quad (5.75)$$

8. Bütün zaman aralıklarındaki hız ve ivmeyi belirlemek için 5.ve 7.adım aralıklarını tekrar tekrar yap.

5.3.2. Newmark'ın Metodu:

Bu kısımda yapısal analiz için birçok ticari programında temelini oluşturan Newmark'ın zaman integrasyonu sunulacak. Genel olarak Newmark'ın denklemini aşağıdaki gibidir [14].

$$\dot{d}_{i+1} = d_i + (\Delta t) \left[(1 - \gamma) \ddot{d}_i + \gamma \ddot{d}_{i+1} \right] \quad (5.76)$$

$$d_{i+1} = d_i + (\Delta t) \dot{d}_i + (\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_i + \beta \ddot{d}_{i+1} \right] \quad (5.77)$$

Denklem (5.76) ve (5.77)'de verilen β ve γ kullanıcı tarafından seçilen parametrelerdir. Burada β genellikle 0 ile 0.25 arasında seçilir. Bunun yanında γ ise genellikle 0.5 alınır. $i+1$. adımdaki yer değiştirmeyi d_{i+1} bulmak için denklem (5.77) ile verilen ifade kütle matrisi M ile çarpılırsa;

$$Md_{i+1} = Md_i + (\Delta t)M\dot{d}_i + M(\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_i + \beta \ddot{d}_{i+1} \right] \quad (5.78)$$

$$Md_{i+1} = Md_i + (\Delta t)M\dot{d}_i + M(\Delta t)^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_i + M\ddot{d}_{i+1}(\Delta t)^2 \beta \quad (5.79)$$

Denklem (5.65) ifadesinden $M\ddot{d}_{i+1}$ çekilir denklem (5.79)'da yerine konulursa;

$$Md_{i+1} = Md_i + (\Delta t)M\dot{d}_i + M(\Delta t)^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_i + [F_{i+1} - Kd_{i+1}](\Delta t)^2 \beta \quad (5.80)$$

Denklem (5.80) ile verilen ifade ortak parantez içine alındığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\left(M + \beta(\Delta t)^2 K \right) d_{i+1} = \beta(\Delta t)^2 F_{i+1} + Md_i + (\Delta t)^2 M \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_i \quad (5.81)$$

Denklem (5.81) ile verilen ifade $(\Delta t)^2 \beta$ 'e bölünürse;

$$K' d_{i+1} = F'_{i+1} \quad (5.82)$$

Burada;

$$K' = K + \frac{1}{(\Delta t)^2 \beta} M \quad (5.83)$$

$$F'_{i+1} = F_{i+1} + \frac{M}{(\Delta t)^2 \beta} \left[d_i + (\Delta t) \dot{d}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) (\Delta t)^2 \ddot{d}_i \right] \quad (5.84)$$

Genel olarak Newmark'ın çözüm aşamaları şu şekildedir:

1. $t=0$ zamanında d_0 başlangıç yer değiştirme sınır koşulu olarak verilmelidir. Aynı şekilde \dot{d}_0 'de başlangıç hızı olarak verilmeli.

2. Denklem (5.65) $t=0$ 'da \ddot{d}_0 için aşağıdaki gibi çözülmelidir.

$$\ddot{d}_0 = M^{-1}(F_0 - Kd_0) \quad (5.85)$$

3. Şimdi artık denklem (5.82) ile verilen ifade çözülebilir. Çünkü kuvvet bütün zaman adımları için biliniyor. Bunun yanında $d_0, \dot{d}_0, \ddot{d}_0$ 1.ve 2.adımdan elde edildi.

4. Denklem (5.77) ifadesini kullanarak \ddot{d}_1 'aşağıdaki gibi çöz.

$$\ddot{d}_1 = \frac{1}{(\Delta t)^2 \beta} \left[d_1 - d_0 - (\Delta t) \dot{d}_0 - (\Delta t)^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}_0 \right] \quad (5.86)$$

5. Denklem (5.76) ifadesini \dot{d}_1 için çöz.

6. Dördüncü ve beşinci adımda elde ettiğimiz sonuçlar aracılığıyla tekrar üçüncü adıma dön ve d_2 'yi bul. Daha sonra dördüncü ve beşinci adımlarda \dot{d}_2 ve \ddot{d}_2 ifadelerini elde et. Aynı şekilde bütün zaman adımları için 3 ile 5 arasındaki işlemleri tekrar tekrar çöz.

5.3.3. Wilson'un Metodu

Aşağıdaki denklemlerde Newmark'ın denklemlerine benzer yapıda olan Wilson'un denklemleri gösterilmiştir [14].

$$\dot{d}_{i+1} = \dot{d}_i + \frac{\Theta \Delta t}{2} (\ddot{d}_{i+1} + \ddot{d}_i) \quad (5.87)$$

$$d_{i+1} = d_i + \Theta \Delta t \dot{d}_i + \frac{\Theta^2 (\Delta t)^2}{6} (\ddot{d}_{i+1} + 2\ddot{d}_i) \quad (5.88)$$

Denklem (5.87) ve (5.88)'de $\ddot{d}_{i+1}, \dot{d}_{i+1}, d_{i+1}$ sırasıyla $t + \Theta \Delta t$ zamanında ivme, hız ve yer değiştirmeyi ifade eder.

Burada ilk yapılması gereken $i + 1$. adımdaki yer değiştirmeyi yani d_{i+1} çözümü için kullanılacak denklem (5.82) ile verilen ifadeyi matris şeklinde ifade edecek denklemi bulmaktır. Bu denklemi elde etmek için ilk olarak denklem (5.87) ve (5.88) ifadelerini \ddot{d}_{i+1} ve \dot{d}_{i+1} için d_{i+1} açısından aşağıdaki gibi çöz. Denklem (5.88) ifadesinden \ddot{d}_{i+1} çekilirse;

$$\ddot{d}_{i+1} = \frac{6}{\Theta^2 (\Delta t)^2} (d_{i+1} - d_i) - \frac{6}{\Theta \Delta t} \dot{d}_i - 2\ddot{d}_i \quad (5.89)$$

Şimdi elde etmiş olduğumuz denklem (5.89) ifadesini denklem (5.87)'de yerine konular ve \dot{d}_{i+1} için çözümlerse, \dot{d}_{i+1} aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{d}_{i+1} = \frac{3}{\Theta \Delta t} (d_{i+1} - d_i) - 2\dot{d}_i - \frac{\Theta \Delta t}{2} \ddot{d}_i \quad (5.90)$$

$t + \Theta \Delta t$ zamanında d_{i+1} 'i elde etmek için denklem (5.63) kullanılır. Denklem (5.64) $i+1$. adım için aşağıdaki şekilde olduğu gibi ifade edilir.

$$F_{i+1} = Kd_{i+1} + M\ddot{d}_{i+1} \quad (5.91)$$

Denklem (5.89)'da verilen \ddot{d}_{i+1} ifadesi denklem (5.91)'de yerine konularsa;

$$M \left[\frac{6}{\Theta^2 (\Delta t)^2} (d_{i+1} - d_i) - \frac{6}{\Theta \Delta t} \dot{d}_i - 2\ddot{d}_i \right] + K d_{i+1} = F_{i+1} \quad (5.92)$$

Denklem (5.92) ile verilen ifade aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$K' d_{i+1} = F'_{i+1} \quad (5.93)$$

Burada;

$$K' = K + \frac{6}{(\Theta \Delta t)^2} M \quad (5.94)$$

$$F'_{i+1} = F_{i+1} + \frac{M}{(\Theta \Delta t)^2} \left[6d_i + 6\Theta \Delta t \dot{d}_i + 2(\Theta \Delta t)^2 \ddot{d}_i \right] \quad (5.95)$$

İvenin lineer bir şekilde değiştiği kabulü ile kuvvet vektörü aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\bar{F}_{i+1} = F_i + \Theta (F_{i+1} - F_i) \quad (5.96)$$

Denklem (5.96) ile verilen ifadede \bar{F}_{i+1} denklem (5.95)'de bulunan F_{i+1} 'nin yerine yazılmıştır. Burada dikkat edilmesi gereken durum $\Theta = 1$ olduğunda $\bar{F}_{i+1} = F_{i+1}$ 'dir.

Wilson'un denklemleri kullanılarak çözüm aşamaları şu şekildedir:

1. $t=0$ başlangıç zamanında d_0 yer değiştirme başlangıç koşulu ile, \dot{d}_0 hız başlangıç koşulu ile biliniyor.
2. Denklem (5.74) ifadesini \ddot{d}_0 için çöz.
3. Denklem (5.93) ifadesini d_1 için çöz. Burada bilinmesi gereken durum F'_{i+1} 'in bütün zaman adımları için bilindiği, bunun yanında $d_0, \dot{d}_0, \ddot{d}_0$ ise birinci ve ikinci adımdan elde edilmiştir.

4. Denklem (5.89) ifadesini \ddot{d}_1 için çöz.
5. Denklem (5.90) ifadesini \dot{d}_1 için çöz.
6. Beşinci adımdan elde edilen sonuçları kullanarak üçüncü adıma geri dön ve bu sefer d_2 ifadesini çöz, ardından tekrar dördüncü ve beşinci adımlara giderek \dot{d}_2 ve \ddot{d}_2 ifadelerini bul.

5.4. İKİNCİ MERTEPEDEN SABİT KATSAYILI LİNEER HOMOJEN DİFERANSİYEL DENKLEMİN ÇÖZÜMÜ

5.4.1. Teorem 1

y_n 'inci dereceden lineer homojen $L(y)$ diferansiyel denklemi olsun. Bu denklemin n adet lineer bağımsız çözümü vardır. Eğer bu çözümler $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ ise $L(y)$ 'nin genel çözümü aşağıdaki gibidir [16].

$$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x) + \dots + c_n y_n(x) \quad (5.97)$$

Denklem (5.97) ile verilen c_1, c_2, c_n ifadeleri rastgele sabitlerdir.

5.4.2. Öz Denklem Kavramı

a_0 ve a_1 in sabit olduğu bir diferansiyel şu şekilde ifade edilsin;

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = 0 \quad (5.98)$$

$\ddot{y} = \lambda^2, \dot{y} = \lambda^1$ ve $y = \lambda^0$ kabulü ile denklem (5.98) ile verilen diferansiyel denklemin öz denklemi şu şekilde elde edilir:

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (5.99)$$

Denklem (5.99) ile verilen ifade denklem (5.98)'de verilen diferansiyel denklemin öz denklemdir. Öz denklem aşağıdaki gibi çarpanlarına ayrılabilir.

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0 \quad (5.100)$$

5.4.3. Genel Çözüm

Denklem (5.98) ile verilen diferansiyel denklemin genel çözümü denklem (5.99)'ün köklerinden elde edilir. Bunun için aşağıdaki üç durum incelenmelidir.

5.4.3.1. Köklerin Reel ve Farklı Olması Durumu

Bu durumda iki adet lineer bağımsız çözüm $e^{\lambda_1 x}$ ve $e^{\lambda_2 x}$ olur. Genel çözüm için ise teorem 1'den yararlanılarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x} \quad (5.101)$$

Eğer $\lambda_1 = -\lambda_2$ olması durumunda denklem (5.101)'de verilen ifadenin çözümü;

$$y = k_1 \cosh \lambda_1 x + k_2 \cosh \lambda_2 x \quad (5.102)$$

5.4.3.2. Köklerin Karmaşık Sayı Olması Durumu

Denklem (5.98) ve (5.99)'da verilen a_1 ve a_0 ifadelerinin reel olduğu kabul edilirse denklem (5.99)'ün kökleri eşlenik halinde bulunur. Bu nedenle $\lambda_2 = a - ib$ olur. Birinci durumda olduğu gibi iki lineer bağımsız çözüm $e^{(a+ib)x}$ ve $e^{(a-ib)x}$ olur. Buradan genel karmaşık çözüm ise;

$$y = d_1 e^{(a+ib)x} + d_2 e^{(a-ib)x} \quad (5.103)$$

Denklem (5.103) cebirsel olarak yazılırsa;

$$y = c_1 e^{ax} \cos bx + c_2 e^{ax} \sin bx \quad \text{elde edilir.} \quad (5.104)$$

5.4.3.3. Köklerin Eşit Olması Durumu

Bu durumda yine iki lineer bağımsız çözüm $e^{\lambda_1 x}$ ve $x e^{\lambda_1 x}$ elde edilir. Genel çözüm ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 x e^{\lambda_1 x} \quad (5.105)$$

$$\ddot{y} - \dot{y} - 2y = 0 \quad (5.106)$$

Örnek olarak aşağıdaki denklem incelendiğinde diferansiyel ifadenin öz denklemi aşağıdaki gibi yazılır. Elde edilen öz denklem çarpanlara ayrıldığında;

$$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$$

$$(\lambda + 1)(\lambda - 2) = 0 \quad \text{elde edilir.}$$

Buradan $\lambda_1 = -1$ ve $\lambda_2 = 2$ olarak bulunur. Görüldüğü gibi λ_1 ve λ_2 farklı iki reel sayıdır. Bu nedenle birinci durumdan dolayı diferansiyel denklemin genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{2x} \quad \text{olarak bulunur.}$$

5.5. TEK BOYUTLU ÇUBUĞUN DOĞAL FREKANSLARININ BULUNMASI

Titreşim analizinde doğal frekansların bulunması gereklidir. Aynı zamanda doğal frekansların belirlenmesi yapısal dinamik analizin yapılmasında kullanılan uygun zaman adımının seçilmesi için gereklidir. Aşağıda tek serbestlik dereceli kütle yay sisteminin hareket denklemi verilmiştir [17].

$$\{F(t)\} = [K]\{d\} + [M]\{\ddot{d}\} \quad (5.107)$$

Doğal frekansın belirlenmesi için denklem (5.107) ile verilen hareket ifadesinin dışardan uygulanan zorlama kuvveti olmadığı hesaba katılarak bulunur. Bu durumda denklem (5.107) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[K]\{\underline{d}\} + [M]\{\ddot{\underline{d}}\} = 0 \quad (5.108)$$

Denklem (5.108) ile verilen ifade 2.mertebeden lineer homojen diferansiyel denklemi belirtir. Bu denklemin standart çözümü;

$$\underline{d}(t) = \underline{\dot{d}}e^{i\omega t} \quad (5.109)$$

Burada $\underline{\dot{d}}$ zamandan bağımsız olarak farz edilen düğüm noktaları için olan yer değiştirme matrisinin parçasıdır. i ise sanal kısımdır. ($i = \sqrt{-1}$) ve ω ise doğal frekanstır.

Denklem (5.109) ile verilen ifadenin zamana göre ikinci dereceden diferansiyeli aşağıdaki gibidir.

$$\ddot{\underline{d}}(t) = -\underline{\dot{d}}(-\omega^2)e^{i\omega t} \quad (5.110)$$

Denklem (5.109) ve (5.110) de verilen ifadeler (5.108)'de yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$[K]\{\underline{\dot{d}}e^{i\omega t}\} + [M]\{-\underline{\dot{d}}(-\omega^2)e^{i\omega t}\} = 0 \quad (5.111)$$

Denklem (5.111) ile verilen ifade $e^{i\omega t}$ ortak parantezine alınırsa;

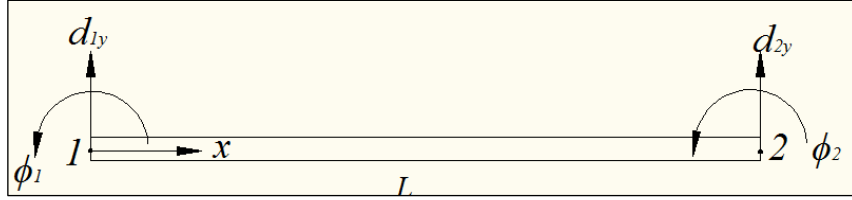
$$e^{i\omega t}(K - \omega^2 M)\underline{\dot{d}} = 0 \quad (5.112)$$

Denklem(5.112) için $e^{i\omega t}$ sıfır olamayacağından dolayı;

$$(K - \omega^2 M)d = 0 \quad (5.113)$$

5.6. KİRİŞ ELEMANI KÜTLE MATRİSİ VE DOĞAL FREKANSLARININ BULUNMASI

Şekil 5.13'de bir kiriş elemanı düğüm noktaları ile birlikte gösterilmiştir. Denklem (5.114)'de ise kiriş elemanının kuvvet, dirençlik ve kütle matrislerinin olduğu genel formülü verilmiştir.



Şekil 5.13. Düğüm noktaları serbestlik dereceleri ile verilmiş bir kiriş elemanı.

$$\{f(t)\} = [k]\{d\} + [m]\{\dot{d}\} \quad (5.114)$$

Sistemin lumped kütle matrisi aşağıdaki gibidir [17].

$$[m] = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.115)$$

Üniform yapıdaki kiriş için kiriş elemanının kütle atalet momenti aşağıdaki gibi basit dinamik kuralları uygulanarak bulunur.

$$I = \frac{1}{3}(\rho AL/2)(L/2)^2 \quad (5.116)$$

Denklem(5.115)'de verilen kütle matrisi diyagonal bir matristir.

$$[m] = \int_V \int \int p [N]^T [N] dV \quad (5.117)$$

$$[m] = \int_0^L \int_A p \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] dA dx \quad (5.118)$$

$$N_1 = \frac{1}{L^3} (2x^3 - 3x^2L + L^3) \quad N_2 = \frac{1}{L^3} (x^3L - 2x^2L^2 + xL^3) \quad (5.119)$$

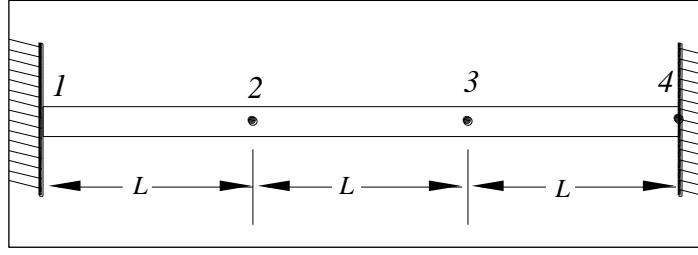
$$N_3 = \frac{1}{L^3} (-2x^3 + 3x^2L) \quad N_4 = \frac{1}{L^3} (x^3L - x^2L^2)$$

Denklem (5.119) ile verilen şekil fonksiyonları denklem (5.118)'de yerine konur ve integral alınırsa consistent kütle matrisi aşağıdaki gibi elde edilir [14].

$$[m] = \frac{pAL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5.120)$$

Denklem (5.120) ile verilen ifade ile kiriş elemanın consistent kütle matrisi bulunmuş oldu. Şimdi her bir kiriş elemanı için kütle, direngenlik matrisi elde edilir ve bu matrisler toplanarak global direngenlik ve kütle matrisleri bulunur. Bulunan global kütle ve direngenlik matrisleri denklem (5.114)'de yerine konur ve denklem (5.114) çözülerek elde edilir.

Şekil 5.14 ile verilen iki tarafı mesnetlenmiş kirişin doğal frekanslarının belirlenmesini görelim. Burada kirişin yoğunluğu ρ , elastisite modülü E , kesit alanı A , kesit atalet momenti I , son olarak çubuğun uzunluğu $2L$ olarak verilmiştir. Şekil 5.14'de gösterildiği gibi çubuk üç adet sonlu elemana ayrılmıştır.



Şekli 5.14. İki tarafı mesnetlenmiş kiriş.

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (5.121)$$

Sistemin doğal frekanslarını elde etmek için denklem (5.121) ile verilen ifade kullanılabilir. Ama bunun için öncelikle kirişe ait global kütle ve direngenlik matrislerinin elde edilmesi gerekiyor.

Her bir elemanın kütle matrisi denklem (5.114)'i referans alarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[m^{(1)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [m^{(2)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [m^{(3)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.122)$$

Elde edilen eleman matrisleri toplandığında;

$$M = \frac{pAL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(5.123)$$

Global matrisleri elde edilir.

Şekil 5.14 ile verilen kirişe bakıldığında 1. ve 4. düğümler ankastre olduğu için sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$d_{1y} = \varphi_1 = d_{2y} = \varphi_2 = 0 \quad (5.124)$$

Belirtilen sınır şartları denklem (5.123) üzerine uygulandığında;

$$M = \frac{pAL}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ elde edilir.} \quad (5.125)$$

Global kütle matrisini elde etmek için yaptıklarımızı global direngenlik matrisini elde etmek içinde uygulamalıyız. Şekil 5.14 ile verilen kirişe ait eleman direngenlik matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$k^{(1)} = \frac{EI}{L^3} \begin{array}{c} d_{1y} \quad \varphi_1 \quad d_{2y} \quad \varphi_2 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{array} \quad (5.126)$$

$$k^{(2)} = \frac{EI}{L^3} \begin{array}{c} d_{2y} \quad \varphi_2 \quad d_{3y} \quad \varphi_3 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{array} \quad (5.127)$$

$$k^{(3)} = \frac{EI}{L^3} \begin{matrix} & d_{3y} & \varphi_3 & d_{4y} & \varphi_4 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.128)$$

Denklem (5.126-128) ile verilen eleman direngenlik matrisleri toplanırsa global direngenlik matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{matrix} & d_{1y} & \varphi_1 & d_{2y} & \varphi_2 & d_{3y} & \varphi_3 & d_{4y} & \varphi_4 \\ \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -6L & 24 & 0 & -12 & 6L & 0 & 0 \\ 6L & 2L^2 & 0 & 8L^2 & -6L & 2L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -6L & 24 & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 8L^2 & -6L & 2L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & -6L & 12 & -6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.129)$$

Yine aynı şekilde denklem (5.129)'ye sınır şartları uygulanırsa;

$$K = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 12L & -12 & 6L \\ 0 & 6L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 24 & 0 \\ 6L & 2L^2 & 0 & 8L^2 \end{bmatrix} \text{ elde edilir.} \quad (5.130)$$

Şimdi elde edilen global kütle matrisini ve global direngenlik matrisini denklem (5.121)'de yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 0 & 12L & -12 & 6L \\ 0 & 6L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 24 & 0 \\ 6L & 2L^2 & 0 & 8L^2 \end{bmatrix} - w^2 \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (5.131)$$

$$\begin{vmatrix} \omega^2 \rho AL & 12EI/L^2 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 24EI/L^3 - \omega^2 \beta & 0 \\ 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 8EI/L \end{vmatrix} = 0 \quad (5.132)$$

Denklem (5.132) ile verilen ifade sadeleştirilirse;

$$\begin{vmatrix} -\omega\beta & 12EI/L^2 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 24EI/L^3 - \omega^2 \beta & 0 \\ 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 8EI/L \end{vmatrix} = 0 \quad (5.133)$$

Denklem (5.133) ile verilen matriste $\beta = \rho AL$ olur. Bu denklemin determinantı alındığında;

$$\frac{-1152\omega^2 E^3 I^3 \beta}{L^5} + \frac{48\omega^4 E^2 I^2 \beta^2}{L^2} + \frac{576E^4 I^4}{L^8} - \frac{1296E^4 I^4}{L^8} + \quad (5.134)$$

$$\frac{96\omega^2 E^3 I^3 \beta}{L^5} - \frac{4\omega^4 \beta^2 E^2 I^2}{L^2} - \frac{6912E^4 I^4}{L^8} = 0$$

$$\frac{44\omega^4 \beta^2 E^2 I^2}{L^2} - \frac{1056\omega^2 E^3 I^3 \beta}{L^5} - \frac{7632E^4 I^4}{L^8} = 0 \quad (5.135)$$

$$11\omega^4 \beta^2 - \frac{264\omega^2 \beta EI}{L^3} - \frac{1908E^2 I^2}{L^6} = 0 \quad (5.136)$$

Denklem (5.134),(5.135) ve (5.136) ile verilen denklemleri $\frac{4E^2 I^2}{L^2}$ ifadesine

böldüğümüzde verilen denklemlerin kökleri;

$$\omega_1^2 \beta = \frac{-5.817254EI}{L^3} \quad \omega_1^2 \beta = \frac{29.817254EI}{L^3} \quad (5.137)$$

w_1 için açık çözümü olmayacağından dolayı negatif kök ihmal edilirse;

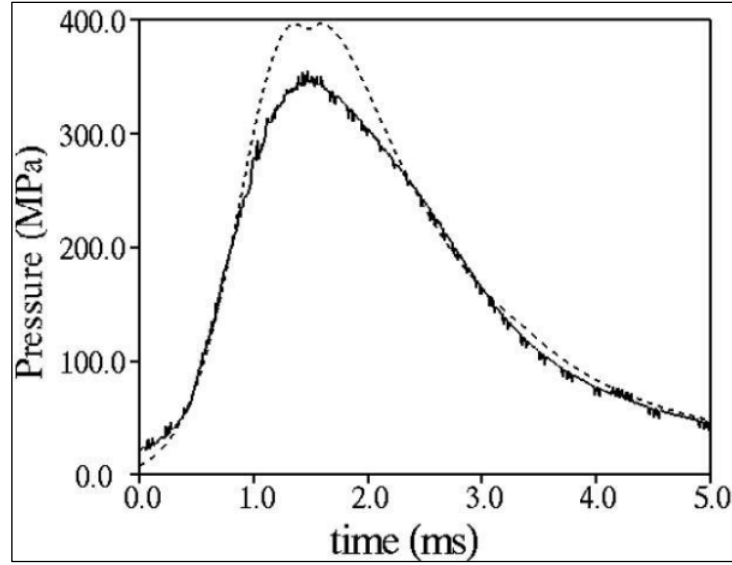
$$\omega_1^2 \beta = \frac{29.817254EI}{L^3} \quad (5.138)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{29.817254EI}{L^3 \beta}} = \frac{5.46}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{A\rho}} \text{ elde edilir.}$$

5.7. İVMELENEN HAREKETLİ MERMİ ÇEKİRDEĞİNE MARUZ NAMLUNUN DİNAMİK DAVRANIŞI

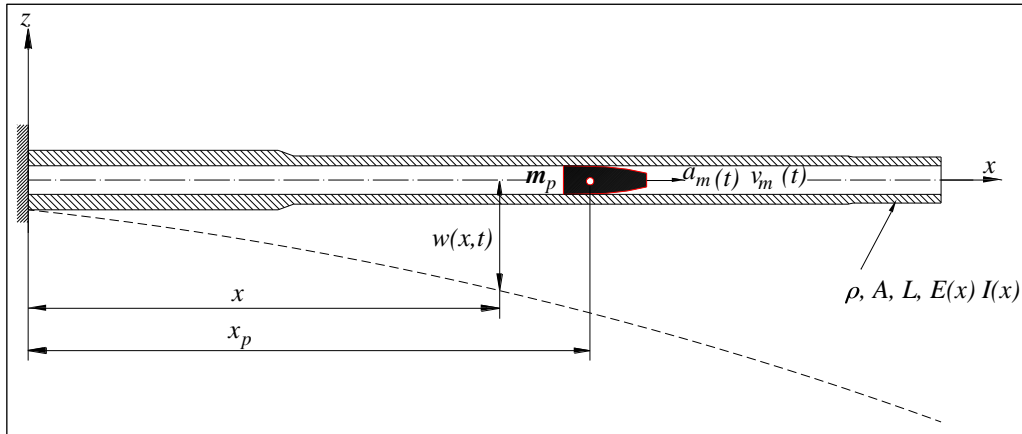
Bütün silah sistemlerin çalışma prensibi genel olarak mermi kovani içindeki barutun patlatılması sonucu oluşan yüksek ısı ve sıcaklık, daha sonra bu sıcaklığa bağlı olarak gazların yüksek hızda genişip büyük bir basıncın oluşması ve bu basıncında mermi çekirdeği yüzeyine temas ederek oluşan kuvvet ile mermi çekirdeğinin yüksek ivme kazanması şeklinde açıklanabilir. Yüksek ivmeye sahip mermi çekirdeğinin namlu içindeki bu hareketi ile namlu etkileşiminden dolayı namlu titreşir. Buradaki titreşim miktarı namlunun boyutları, mermi çekirdeğinin kütlesi, çekirdeğin ivmesine göre değişmektedir [18].

Aşağıdaki grafikte 35 mm uçaksavar namlusunda ateşleme esnasında elde edilmiş basınç grafiği gösterilmiştir. Grafiğe basıldığında 320 mpa. kadar çıkan yüksek basıncın yaklaşık 1,5 kg olan mermi çekirdeği üzerinde etki edeceği ivme anlaşılmaktadır.



Şekil 5.15. 35 mm uçaksavarın namlu içi basınç grafiği (kesikli çizgi bilgisayar ortamı ve düz çizgi test verileri) [19].

Şekil 5.16'da içinde ivmelenen m_p kütleli mermi çekirdeği bulunan Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenebilen tek tarafı ankastre olarak sabitlenmiş namlu sistemi gösterilmiştir. Namlunun içinde bulunan hareketli mermi çekirdeği $V_m(t)$ değişken hızı ve a_m sabit ivme kabulü ile namlunun sol ucundan sağ uç noktasına namlu içinde hareket etmektedir.



Şekil 5.16. Hızlanan mermi çekirdeği etkisi altındaki uçaksavar namlusu modeli [18].

Yukarıdaki şekle baktığımızda ivmelenen mermi çekirdeğinin zamana bağlı namlu içindeki pozisyonu x_p dir. Aşağıdaki denklemde bu sisteme ait hareket denklemi verilmiştir [20].

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = p[(x-x_p, t)] - m_p(x-x_p) \left(\frac{d^2 w(x_p, t)}{dt^2} \right) \quad (5.139)$$

Denklem (5.139) ile ifade edilen namlunun hareket denklemine baktığımızda burada E elastisite modülü, I namlu kesit alanının atalet momenti, μ namlunun birim uzunluğunun kütlesi, x namlu kirişinin merkezinin koordinatı, t zaman, $w(x,t)$ namlu merkezinin dikey sapması, ω_b namlu kirişine ait sönümlenme frekansı, m_p hareketli yük $p(x,t)$ tarafından kirişin birim uzunluğuna etki eden kuvvet ve $d^2 w(x_p, t)/dt^2$ z doğrultusundaki kirişin ivmesini temsil etmektedir.

Denklem (5.139) ile verilen ifadeye namlu sistemine ait başlangıç ve sınır şartları aşağıda ifade edildiği gibi uygulanır.

$$w(0,t) = 0 \quad \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad x=0' da, \quad \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (5.140)$$

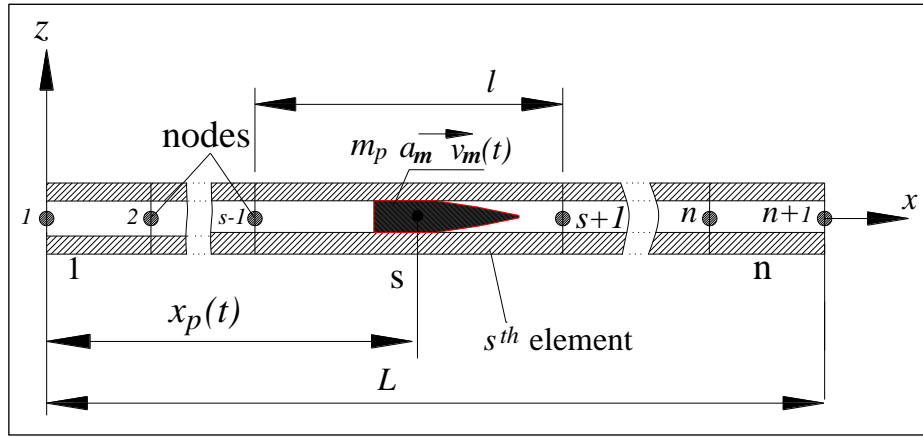
$$w(x,0) = \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 \quad t=0' da \quad (5.141)$$

Denklem (5.139) ile verilen hareket denklemi için atalet ve sönümlenme etkilerini ihmal ederek bazı kolaylaştırmalar ile yaklaşık bir çözüm elde edilebilir. Böyle durumda hareketli kütle sistemi literatürde birçok araştırmacı tarafından çalışılan hareketli yük problemini indirgenmiş olur. Namlu içindeki hareketli mermi çekirdeğine ivme etki ettiği zaman hareketli kütle probleminin çözümü zorlaşmaya başlar ve bu alandaki çalışmalarda oldukça sınırlıdır. Biz çalışmamızda ivmelenen kütleli hareketli sonlu eleman olarak düşünen ve “hareketli sonlu eleman (Moving

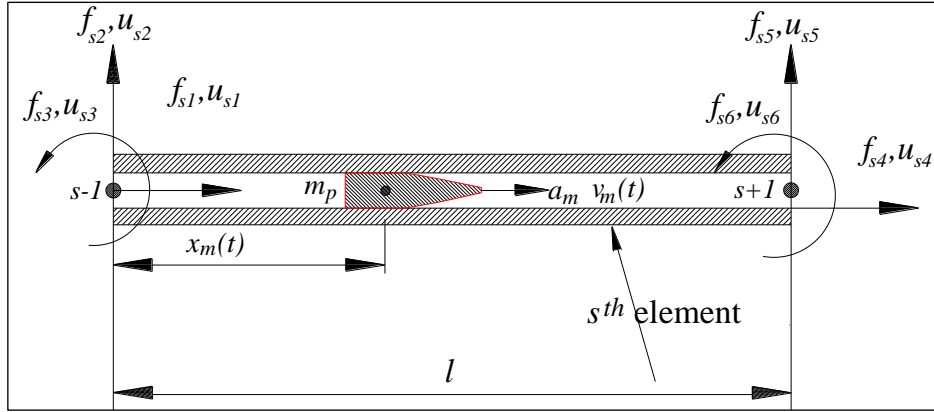
Finite Element)” diye adlandırılan bir yöntem kullanacağız. Bu metot hem atalet ve hem de sönümlenme etkilerini ihmal etmeden namlunun enine ve boyuna titreşimleri için çözüm sunulmaktadır.

5.7.1. İvmelenen Mermi Çekirdeğinin Kütle, Sönümlenme ve Direngelik Matrisleri

Aşağıdaki şekillerde ivmelenen mermi çekirdeği etkisi altındaki namlunun sonlu elemanlara ayrılması ve mermi çekirdeğinin içinde olduğu s 'inci namlu kırıç elemanı gösterilmiştir. s 'inci çubuk elemanı üç adet eşdeğer düğüm kuvvetine ve her bir düğüm noktasında yer değıştirmelere sahiptir. Namlu içindeki mermi çekirdeğinin zaman bağılı pozisyonu $x_p(t)$, yine namlu içindeki mermi çekirdeğinin s 'inci elemandaki yerel pozisyonu $x_m(t)$ 'dir. Namlu kırıç n elemana ve $n+1$ düğüm noktasına sahiptir.



Şekil 5.17. Namlunun sonlu elemanlara ayrılması [18].



Şekil 5.18. Eşdeğer düğüm kuvvetleri ile s'inci elemanın yer değiştirmeleriniz gösterilmesi [18].

Namlu titreşim halinde iken titreşen ve namlu eğriliği tarafından indüklenen mermi çekirdeği ve namlu arasındaki dikey kuvvet [21]:

$$f_z(x, t) = [m_p g - m_p \frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2}] \delta(x - x_p), \quad (5.142)$$

Burada;

$$x_p = x_0 + v_0 t + \frac{a_m t^2}{2}, \quad \frac{dx_p}{dt} = v_0 + a_m t, \quad \frac{d^2 x_p}{dt^2} = a_m, \quad (5.143)$$

Burada $f_z(x, t)$ x noktasındaki ivmelenen mermi çekirdeği tarafından namlu giriş elemanına uygulanan kuvvet ve t zamandır. $f_z(x, t)$ ve g sırasıyla Dirac-delta fonksiyonu ve yer çekimi ivmesidir. Bunun yanında x_0 ve v_0 sırasıyla $t=0$ zamanında merminin başlangıç pozisyonu ve başlangıç hızıdır. İvmelenen mermi çekirdeğinin sabit ivmesi ise a_m 'dir. İvmelenen mermi çekirdeğinin ve namlunun bütün atalet etkileri düşünüldüğünde, ivme $d^2 w_z(x_p, t)/dt^2$ $w_z(x, t)$ fonksiyonunun değişken temas noktası değişkeni x_p ye göre ikinci dereceden toplam diferansiyeli alınarak hesaplanır.

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x \partial t} \frac{dx_p}{dt} + \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x^2} \left(\frac{dx_p}{dt} \right)^2 + \frac{\partial w_z(x, t)}{\partial x} \frac{d^2 x_p}{dt^2}, \quad (5.144)$$

Denklem (5.143) göre düzgün bir şekilde hızlanan veya yavaşlayan mermi çekirdeği için ifade denklem (5.145) gibidir:

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial t^2} + 2(v_0 + a_m t) \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x \partial t} + (v_0 + a_m t)^2 \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x^2} + a_m \frac{\partial w_z(x, t)}{\partial x}, \quad (5.145)$$

Denklem (5.145) kısaca:

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \ddot{w}_z(x, t) + 2(v_0 + a_m t) \dot{w}'_z(x, t) + (v_0 + a_m t) w''_z(x, t) + a_m w'_z(x, t), \quad (5.146)$$

Burada “ ’ ” ve “ · ” sırasıyla sapmanın uzaysal ve zaman türevleridir. Bunun yanında, $w_z = w_z(x, t)$ x koordinatı ve t zamanındaki noktada namlunun dikey (z) yer değiştirmesidir. Bu durumda denklem (5.142) şu hali alır;

$$f_z(x, t) = m_p (\ddot{w}_z + 2\dot{w}'_z(v_0 + a_m t) + w''_z(v_0 + a_m t)^2 + a_m w'_z + g) \delta(x - x_p), \quad (5.147)$$

Burada $m_p \ddot{w}_z$, $m_p (v_0 + a_m t)^2 w''_z + a_m w'_z$ ve $2m_p (v_0 + a_m t) \dot{w}'_z$ ifadeleri sırasıyla atalet kuvveti, santrifuj ve coriolis kuvvet bileşimleridir. Bunun yanında mg mermi çekirdeğinin yerçekimi kuvvetidir.

Namlu titreşim halinde iken titreşen ve şekil değiştirmiş namlu eğriliği tarafından indüklenen çekirdek ve namlu arasındaki yatay kuvvet [22].

$$f_x(x, t) = m_p \frac{d^2 w_x(x_p, t)}{dt^2} \delta(x - x_p), \quad (5.148)$$

Denklem (5.148) kısaca;

$$f_x(x,t) = m_p \ddot{w}_x \delta(x - x_p), \quad (5.149)$$

İvmelenen mermi çekirdeğinin hareketi etkisi altında s'inci elemanın eş değer düğüm kuvvetleri:

$$f_{s_i} = N_i m_p \ddot{w}_x \quad (i=1, 4), \quad (5.150)$$

$$f_{s_i} = N_i m_p (\ddot{w}_z + 2\dot{w}'_z(v_0 + a_m t) + w''_z(v_0 + a_m t)^2 + a_m w'_z + g) \quad (i=2, 3, 5, 6), \quad (5.151)$$

Burada N_i ($i=1-6$) ifadesi referans [23]'de verilen kiriş elemanın yüzey fonksiyonlarıdır.

$$N_1 = 1 - \xi(t), \quad N_2 = 1 - 3\xi(t)^2 + 2\xi(t)^3, \quad N_3 = [\xi(t) - 2\xi(t)^2 + \xi(t)^3]l, \quad (5.152)$$

$$N_4 = \xi(t), \quad N_5 = 3\xi(t)^2 - 2\xi(t)^3, \quad N_6 = [-\xi(t)^2 + \xi(t)^3]l,$$

Burada;

$$\xi(t) = \frac{x_m(t)}{l}, \quad (5.153)$$

Burada l çubuk elemanın boyu, Şekil 5.20'de gösterildiği gibi $x_m(t)$ t zamanında ivmelenen mermi çekirdeği ve s . namlu elemanın sol ucu arasındaki değişken mesafedir. Şekil fonksiyonları ve t zamanında x konumundaki s . namlu elemanın enine yer değiştirmesi arasındaki ilişki [23]:

$$w_x(x,t) = N_1 u_{s1} + N_4 u_{s4}, \quad (5.154)$$

$$w_z(x,t) = N_2 u_{s2} + N_3 u_{s3} + N_5 u_{s5} + N_6 u_{s6}, \quad (5.155)$$

Burada u_i ($i = 1-6$) ivmelenen mermi çekirdeğinin üzerinde olduğu namlu elemanın düğüm noktalarının yer değiştirmeleridir.

(5.154) ve (5.155) numaralı denklemleri (5.150) ve (5.151) de yerine yazılır ve sonuçlar matris ifadesi şekline getirilirse:

$$\{f\} = [m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\}, \quad (5.156)$$

Burada;

$$\{f\} = [f_{s1} \ f_{s2} \ f_{s3} \ f_{s4} \ f_{s5} \ f_{s6}]^T, \quad (5.157)$$

$$\{\ddot{u}\} = [\ddot{u}_{s1} \ \ddot{u}_{s2} \ \ddot{u}_{s3} \ \ddot{u}_{s4} \ \ddot{u}_{s5} \ \ddot{u}_{s6}]^T, \quad (5.158)$$

$$\{\dot{u}\} = [\dot{u}_{s1} \ \dot{u}_{s2} \ \dot{u}_{s3} \ \dot{u}_{s4} \ \dot{u}_{s5} \ \dot{u}_{s6}]^T, \quad (5.159)$$

$$\{u\} = [u_{s1} \ u_{s2} \ u_{s3} \ u_{s4} \ u_{s5} \ u_{s6}]^T, \quad (5.160)$$

$$[m] = m_p \begin{bmatrix} N_1^2 & 0 & 0 & N_1 N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2^2 & N_2 N_3 & 0 & N_2 N_5 & N_2 N_6 \\ 0 & N_3 N_2 & N_3^2 & 0 & N_3 N_5 & N_3 N_6 \\ N_4 N_1 & 0 & 0 & N_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 N_2 & N_5 N_3 & 0 & N_5^2 & N_5 N_6 \\ 0 & N_6 N_2 & N_6 N_3 & 0 & N_6 N_5 & N_6^2 \end{bmatrix}, \quad (5.161)$$

$$[c] = 2m_p \nu(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 N_2' & N_2 N_3' & 0 & N_2 N_5' & N_2 N_6' \\ 0 & N_3 N_2' & N_3 N_3' & 0 & N_3 N_5' & N_3 N_6' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 N_2' & N_5 N_3' & 0 & N_5 N_5' & N_5 N_6' \\ 0 & N_6 N_2' & N_6 N_3' & 0 & N_6 N_5' & N_6 N_6' \end{bmatrix}, \quad (5.162)$$

$$[k] = m_p \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}, \quad (5.163)$$

$[k]$ ifadesinin bütün bilinmeyen elemanları için;

$$k_{i,j} = v(t)^2 N_i N_j'' + a_m N_i N_j', \quad v(t) = v_0 + a_m t, \quad (5.164)$$

Burada $[m]$, $[c]$ ve $[k]$ sırasıyla, hareketli bir sonlu eleman olan ivmelenen mermi çekirdeğinin kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleridir.

Hızlanan m_p kütleli mermi çekirdeğinin pozisyonu $x_p(t)$ çekirdeğin namlu ucundaki ivmesi a_m 'e bağlı olarak değişmektedir. Yine mermi çekirdeğinin kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleri $[m], [c], [k]$ zamana bağlıdır. Hareketli sonlu elemanların kütle sönümlenme ve direngenlik matrislerinin boyutu iki düğümlü namlu elemanın kütle sönümlenme ve direngenlik matrislerinin boyutuna eşittir. Bu yüzden, bir namlu elemanın her bir düğüm noktasında üç serbestlik derecesi vardır. Hareketli sonlu elemanın özellik matrislerinin boyutları 6×6 olacaktır.

5.7.2. Bütün Sistemin Hareket Denklemi

Şekil 5.16'de verilen sönümlenmeli namlu sistemin çoklu serbestlik derecesi sahip hareket denklemi:

$$[\hat{M}]\{\ddot{z}(t)\} + [\hat{C}]\{\dot{z}(t)\} + [\hat{K}]\{z(t)\} = \{\hat{F}(t)\}, \quad (5.165)$$

Burada $[\hat{M}]$, $[\hat{C}]$ ve $[\hat{K}]$ sırasıyla tüm kütle sönümlenme ve direngenlik matrisleridir. $\{\ddot{z}(t)\}$, $\{\dot{z}(t)\}$ ve $\{z(t)\}$ ise sırasıyla, ivme, hız ve yer değiştirme vektörleridir. Bunun yanında $\{\hat{F}(t)\}$ t zamanında sistemin bütün dış kuvvetleridir.

5.7.2.1. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Kütle ve Direngenlik Matrisi

Genel olarak şekil 5.18'deki gibi bir sistem için global direngenlik K ve kütle matrisi M , eleman matrisleri bir araya getirilerek ve sınır koşulları uygulanarak elde edilir. Eğer mermi çekirdeği namlunun içinde hareketliyse bütün sistemin kütle ve direngenlik matrisleri ivmelenen mermi çekirdeği tarafından etki eden atalet ve santrifüj kuvvetlerin katkısı hesaba katılarak elde edilir.

Bu durumda anlık bütün direngenlik ve kütle matrisleri;

$$\widehat{K}_{ij} = K_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (5.166)$$

$$\widehat{M}_{ij} = M_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (5.167)$$

Olup sadece s 'inci elemanın matrisleri aşağıdaki hesaplanır:

$$\widehat{K}_{si \ sj} = K_{si \ sj} + k_{ij} \quad (i, j = 1-6) \quad (5.168)$$

$$\widehat{M}_{si \ sj} = M_{si \ sj} + m_{ij} \quad (i, j = 1-6) \quad (5.169)$$

$x_m(t)$ ve s ifadelerinin anlık değerleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$x_m(t) = x_p(t) - (s-1)l, \quad (5.170)$$

$$s = \left(\frac{x_p(t)}{l}\right) \text{nin tamsayısı} + 1, \quad s = (1-n), \quad (5.171)$$

5.7.2.2. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Sönümleme Matrisi

Sönümleme matrisi C kütle ve direngenlik matris bileşimleri ile orantılı olan rayleigh'in sönümleme teorisi kullanılarak belirlenir. Bu durumda sönümleme matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C = aM + bK \quad (5.172)$$

Denklem (5.172) ifadesi içindeki a ve b değerleri aşağıdaki denklemin çözümü ile elde edilir [23].

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_i \omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & -\frac{1}{\omega_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (5.173)$$

Burada ζ_i ve ζ_j herhangi bir uygun doğal frekans olan ω_i ve ω_j . değerleri için yapısal sistemin sönümleme oranlarıdır. Daha sonra ivmelenen mermi çekirdeğinin etkisi altındaki namlu sistemin bütün anlık sönümleme matrisi:

$$\widehat{C}_{ij} = C_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (5.174)$$

Bu ifadenin dışında;

$$\widehat{C}_{si sj} = C_{si sj} + c_{ij} \quad (i, j = 1-4) \quad (5.175)$$

5.7.2.3. İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Global Kuvvet Vektörü

Bütün anlık kuvvet vektörleri zamana da bağlıdır. S'inci namlu elemanın düğüm kuvvetlerinin dışında bütün kuvvet vektörlerinin katsayıları sifıra eşittir. Bu yüzden, sistemin bütün anlık kuvvet vektörleri aşağıdaki gibi olur:

$$\{\widehat{F}(t)\} = [0 \dots f_{s1} \ f_{s2} \ f_{s3} \ f_{s4} \ f_{s5} \ f_{s6} \dots 0]^T \quad (5.176)$$

Bunun beraber;

$$f_{s i} = mgN_i \quad (i = 2, 3, 5, 6) \quad (5.177)$$

$$f_{s i} = ma_m N_i \quad (i = 1, 4) \quad , \quad (5.178)$$

Burada N_i ($i=1-6$) ifadesi denklem (5.152)'de verilen şekil fonksiyonlarıdır.

5.7.3. Hareket Denkleminin Çözümü

Denklem (5.165)' de verilen bir sistem için çözüm Newmark'ın metoduna benzer bir numerik integrasyon kullanılarak elde edilebilir [24]. Namlunun sönümsüz doğal frekansları ve mode şekilleri denklem (5.156)'in homojen çözümünden elde edilir. Bu durumda denklem (5.156) :

$$M\ddot{z} + Kz = 0 \quad (5.179)$$

Denklem (5.179) ifadesinin çözümü için $z = \varphi e^{j\omega t}$ kabul edilir ve ikinci dereceden türevi $\ddot{z} = -\omega^2 \varphi e^{j\omega t}$ olur [22] . Daha sonra z ve \ddot{z} ifadeleri denklem (5.179)'da yerine konulursa:

$$(K - \omega^2 M)\varphi e^{j\omega t} = 0, \quad (5.180)$$

Bu bir homojen denklem olup;

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0, \quad (i = 1-n), \quad (5.181)$$

Üstteki determinant denkleminin çözümü bir dizi $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ frekans değerleri için uygundur. ω_i frekansı i . doğal frekans olarak adlandırılır. ω_i değerini denklem (5.180) de yerine konulursa bu denklem ile uyumlu bir dizi $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$

ifadelerine denk gelir. i . vektör φ_i i . doğal frekansa denk gelmesi i . doğal mod veya i . mod şekli olarak adlandırılır [25]. Eğer mermi çekirdeği namlu içinde hareket ederse anlık kütle ve direngenlik matrisleri bütün sistemin anlık doğal frekanslarının çözümü için kullanılmalıdır. Bu durumda, denklem (5.179) şu ifade şeklini alır:

$$\widehat{M} \ddot{z} + \widehat{K} z = 0 \quad (5.182)$$

Denklem (5.182) ifadesinin frekans çözümümü için denklem (5.183) kullanılabilir. Bu da;

$$\det(\widehat{K} - \omega_i^2 \widehat{M}) = 0, \quad (i = 1 - n), \quad (5.183)$$

Burada ω_i tüm sistemin i . zorlanmış titreşim frekansıdır. Eğer kütle ve direngenlik matrisleri (5.183)'de zamana bağlı olarak kullanılırsa; frekans çözümü de zamana bağlı olacaktır. Δt 'nin her zaman adımında tüm sistemin anlık bütün kütle ve direngenlik matrislerinin hesaplanması için aşağıdaki adımlar kullanılır.

1. Her bir namlu elemanın kütle ve direngenlik matrisleri tanımlanır.
2. t zamanı için, mermi çekirdeğinin üzerinde olduğu s namlu sonlu elemanı belirle(5.171).
3. S 'inci elemandaki hızlanan mermi çekirdeğinin zamana bağlı pozisyonu $x_m(t)$ ifadesini denklem (5.170)'de gösterildiği gibi belirle.
4. Önceki adımda belirlenen $x_m(t)$ ifadesini denklem (5.152)'de yerine konularak zamana bağlı şekil fonksiyonlarını hesapla.
5. (5.161), (5.162) ve (5.163) denklemlerinde gösterildiği gibi mermi çekirdeğinin kütle sönümlenme ve direngenlik matrislerini belirle.
6. (5.168) ve (5.169) denklemlerinin yardımıyla daha önceden belirlenmiş olan mermi çekirdeğinin kütle ve direngenlik matrislerini birleştirerek s 'inci elemanın kütle ve direngenlik matrislerini hesapla.
7. Her bir namlu sonlu elemanın kütle ve direngenlik matrislerini birleştirilerek bütün sistemin anlık global direngenlik ve kütle matrislerini hesaplanır. Bu matrislerin özdeğer çözümleri t zamanında bütün sistemin anlık doğal frekansını verir.
8. $t+\Delta t$ ifadesi için tekrar 2.adıma dön.

BÖLÜM 6

UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ANALİZİ

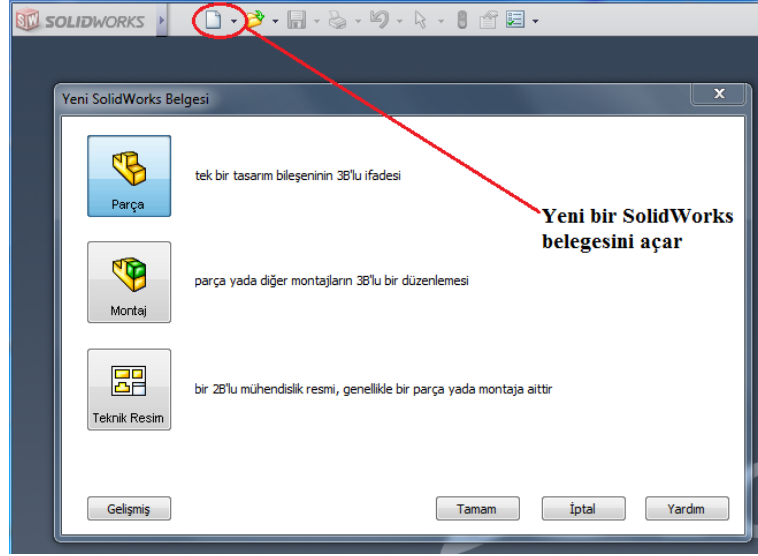
6.1. SOLIDWORKS ORTAMINDA NAMLUNUN KATI MODELİNİN OLUŞTURULMASI

Bu bölümde namlunun ANSYS ortamında modal analiz uygulanacak olan katı modeli Solidworks yazılımı ile tasarlanma süreci açıklanmıştır. Şekil 6.1’de bu programa ait arayüz verilmiştir.



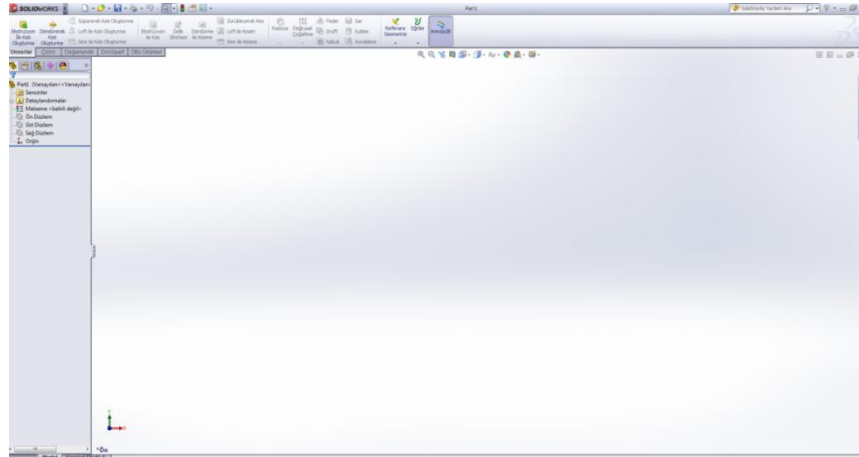
Şekil 6.1. Solidwork programına ait arayüz.

Yeni bir Solidworks projesi başlatmak için Şekil 6.2’de gösterildiği gibi ekranın sol üst köşesinde bulunan yeni proje başlat butona basılır ve karşımıza yeni bir pencere gelir. Karşımıza gelen bu pencereden parça unsuru seçilir ve daha sonra Tamam butonuna basılarak yeni bir proje dosyası açılmış olur.



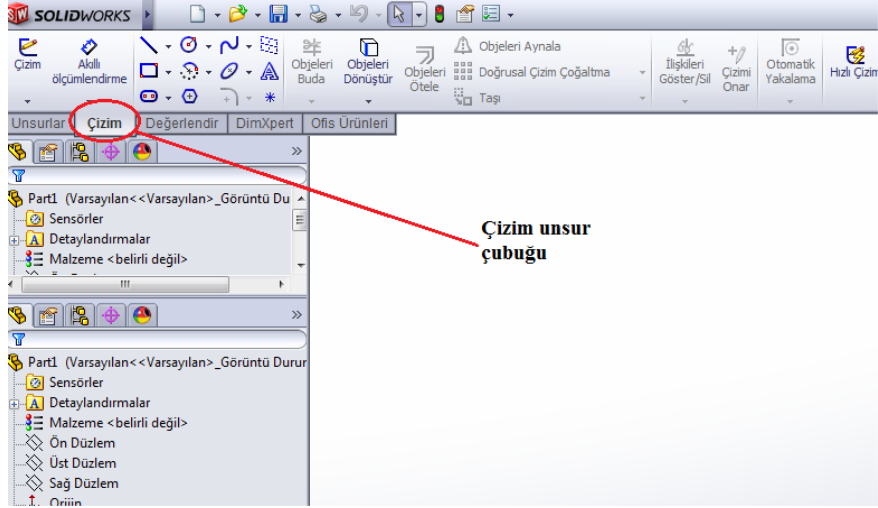
Şekil 6.2. Yeni bir proje dosyasının açılması.

Bu işlemleri gerçekleştirdikten sonra karşımıza Şekil 6.3 ile verilen Solidworks çalışma sayfası çıkacaktır.



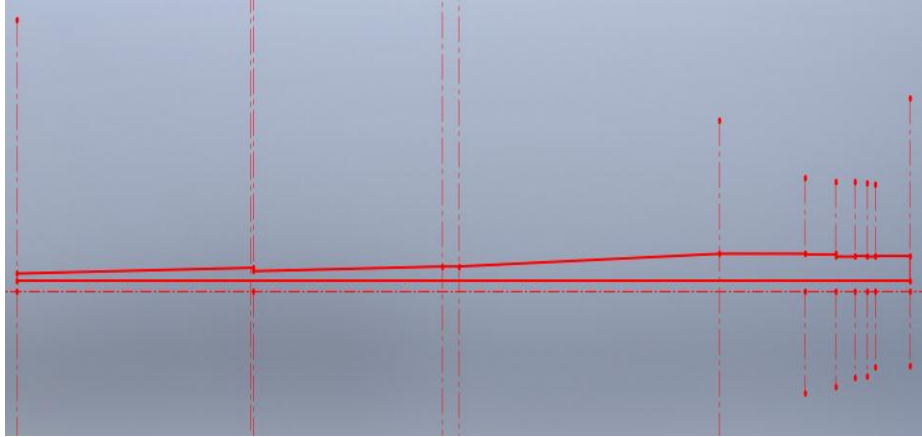
Şekil 6.3. Solidworks çalışma sayfası.

Herhangi bir katı model oluşturmadan önce ilk olarak o katı modele ait taslak çizim gerçekleştirilmelidir. Bunun için Şekil 6.4'de gösterildiği gibi çizim sekmesine tıklanarak çizim için kullanacağımız araç çubuklarının açılması sağlanır.



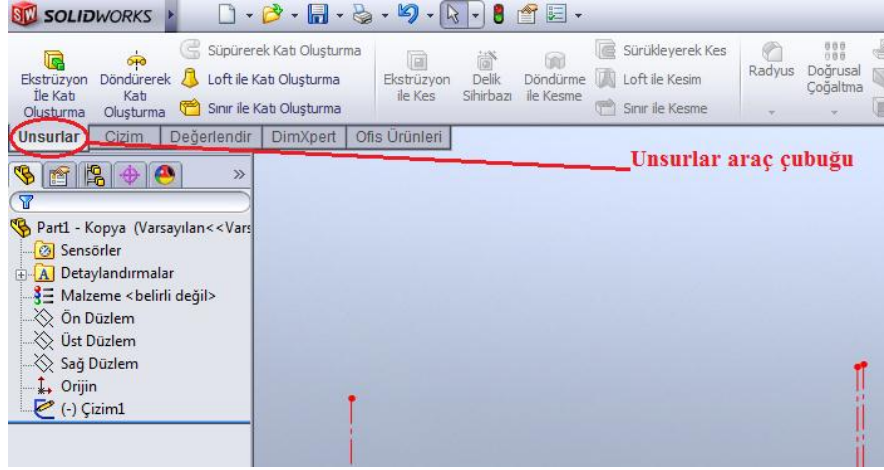
Şekil 6.4. Çizim unsur çubuğu.

Burada gerekli çizim operatörleri kullanılarak 35 mm uçaksavar namlusuna ait sketch Şekil 6.5’de gösterildiği gibi oluşturulmuştur.



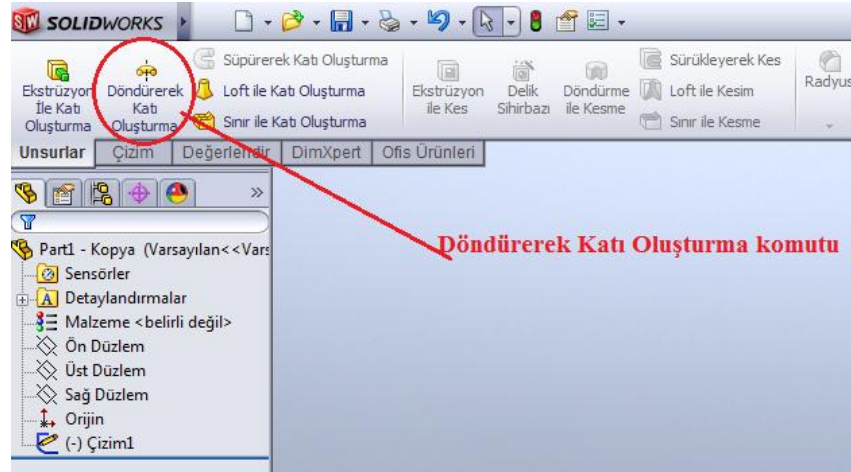
Şekil 6.5. Namlu katı modeline ait çizim.

Namlu katı modelinin kesit şekli oluşturulduktan sonra sıra elde etmiş olduğumuz iki boyutlu bu şekilden üç boyutlu katı modelin oluşturulmasına gelmiştir. Bunun için tekrar ekranın sol üst köşesinde bulunan unsurlar (Şekil 6.6) butonuna tıklayarak bu iş için kullanacağımız araç çubuklarının gösterilmesi sağlanmıştır.



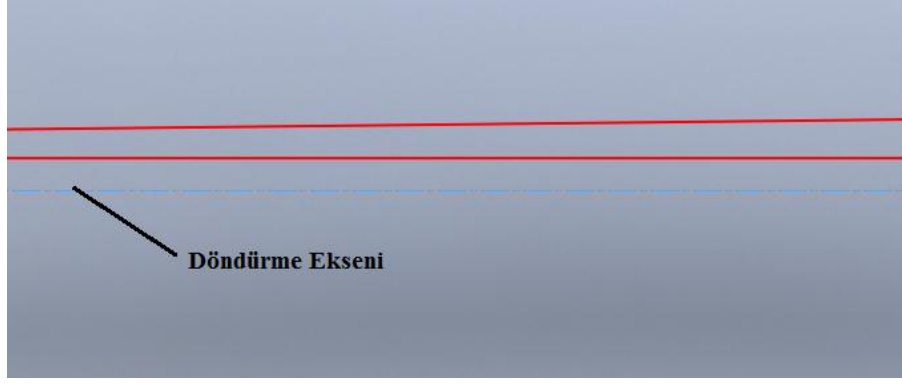
Şekil 6.6. Unsurlar araç çubuğu.

Namlunun katı modelini oluşturmak için Şekil 6.7’de gösterilen Döndürerek Katı Oluşturma komutu kullanılacaktır.



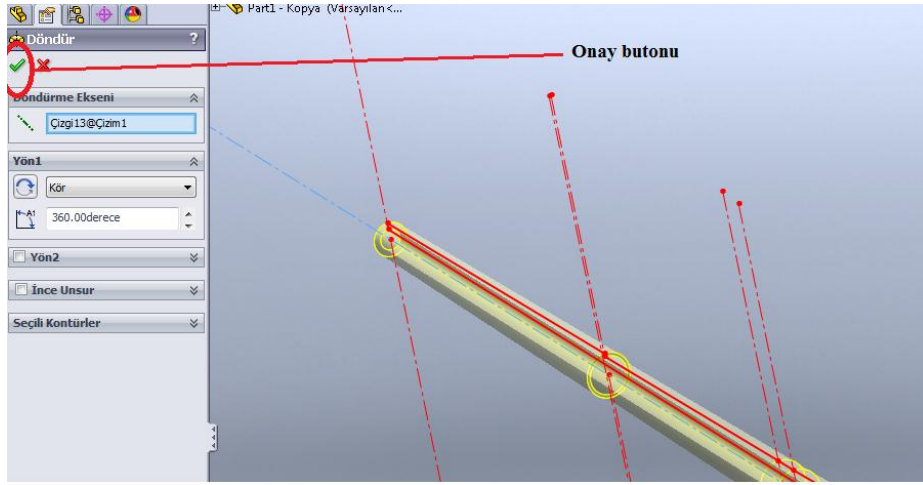
Şekil 6.7. Döndürerek katı oluşturma butonu.

Fakat burada komutu aktif etmeden önce çizmiş olduğumuz namlu taslağı üzerinden namlunun döndürülmesi için kullanılacak eksen seçilmelidir. Şekil 6.8’de yapılan bu işlem gösterilmiştir.



Şekil 6.8. Çizimin döndürme eksenini.

Döndürme eksenini seçtikten sonra Şekil 6.7’de gösterildiği gibi Döndürerek Katı Oluşturma komutunun üzerine tıklanır ve sol tarafta açılan döndür penceresinden aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi onay butonu basılarak aktif duruma getirilir (Şekil 6.9).



Şekil 6.9. Onay butonu.

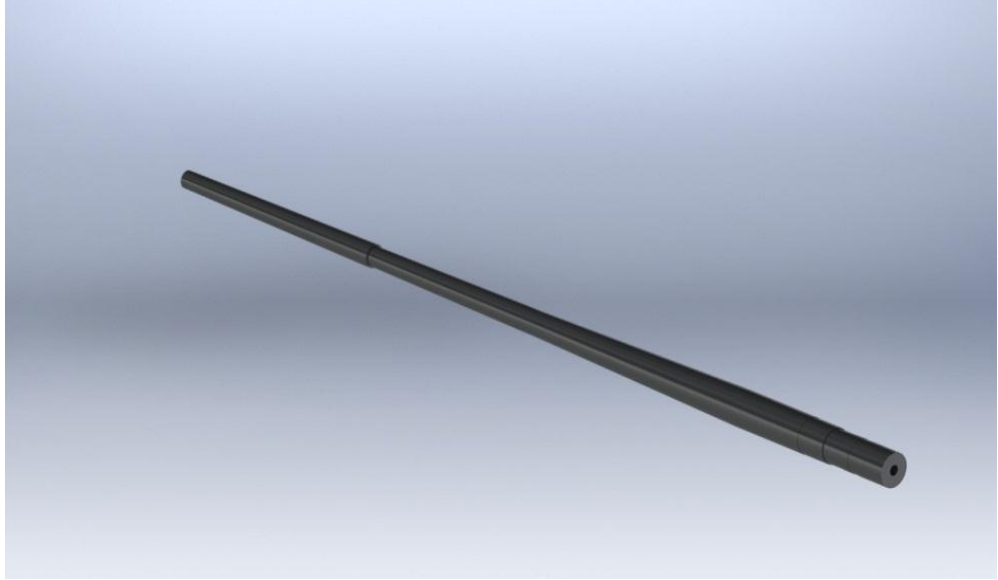
Bu işlemler ile birlikte namlunun katı modelini oluşturma işlemi tamamlanmıştır. Aşağıdaki şekillerde oluşturulan namlu katı modeline ait resimler verilmiştir.



Şekil 6.10. Namlu katı modelinin genel görünüşü.



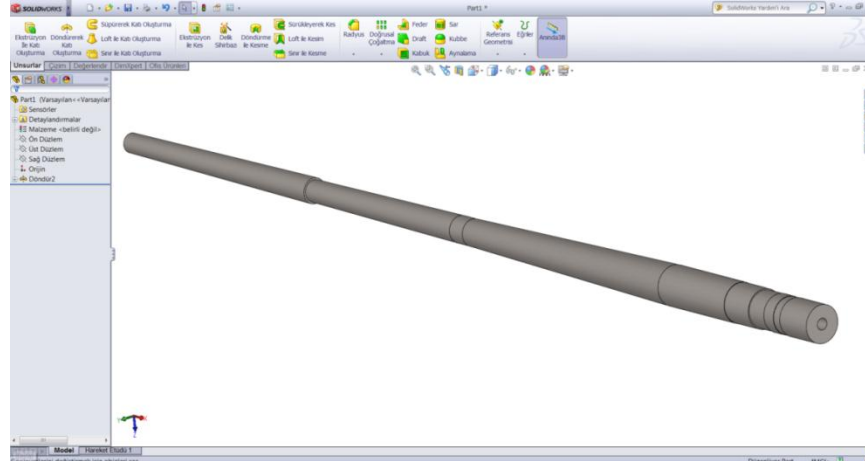
Şekil 6.11. Namlu katı modelinin yandan görünüşü.



Şekil 6.12. Namlu katı modelinin genel görünüşü.

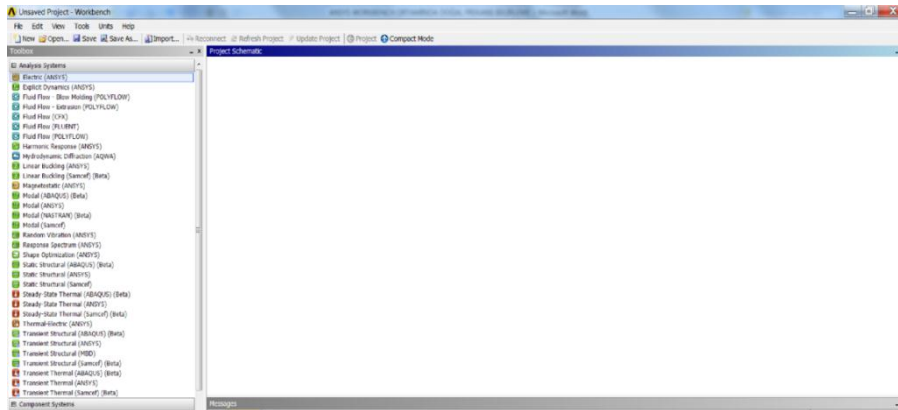
6.2. ANSYS WORKBENCH ORTAMINDA NAMLUYA AİT MOD ŞEKİLLERİNİN BELİRLENMESİ

Şekil 6.13'de SOLİDWORKS ortamında tasarlanmış 35 mm çapında ve 3240 mm uzunluğunda olan uçaksavar namlusu gösterilmiştir.



Şekil 6.13. Solidworks ortamında namlu katı modeli.

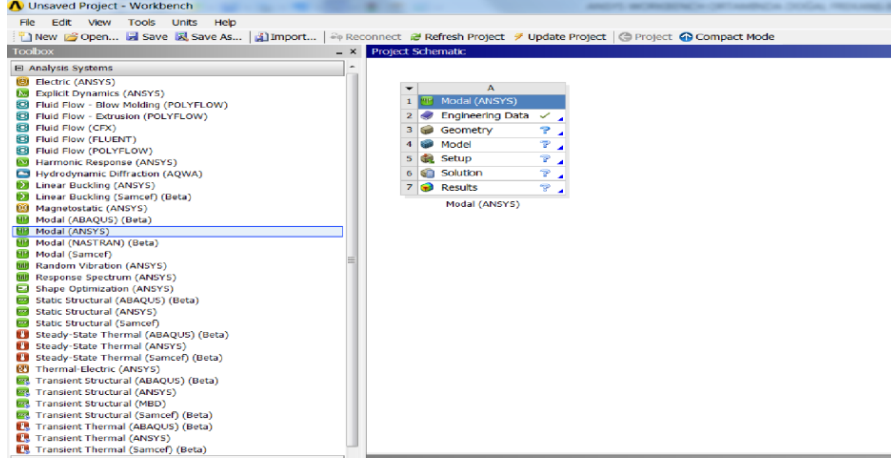
Namlunun doğal frekansları belirlemek için ANSYS paket programı kullanılmıştır. Şekil 6.14.'de ise ANSYS Workbench ortamı gösterilmiştir.



Şekil 6.14. ANSYS Workbench ortamı.

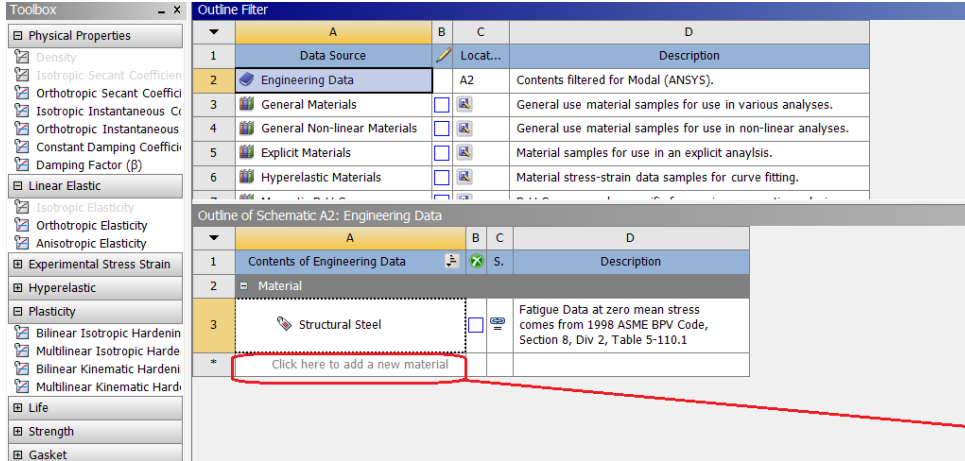
Solidworks ortamında tasarlanan namlunun katı modeli ANSYS programına aktarılıp bu ortamda doğal frekanslar belirlenecektir. Bunun için ANSYS ortamında Modal(ANSYS) kutucuğu tutulup Project Schematic kısmına sürüklenerek atılır veya

aynı işlem Analysis Systems kısmında bulunan modüllerin üzerine çift tıklanarak da yapılabilir.



Şekil 6.15. Yeni bir projenin başlatılması.

Engineerin Data kısmında üzerinde çalışılacak geometriye ait malzeme seçilir veya gerekli parametreler girilerek malzemede oluşturulabilir. Engineering data kısmında tıkladığımızda aşağıdaki ekran karşımıza gelecektir.

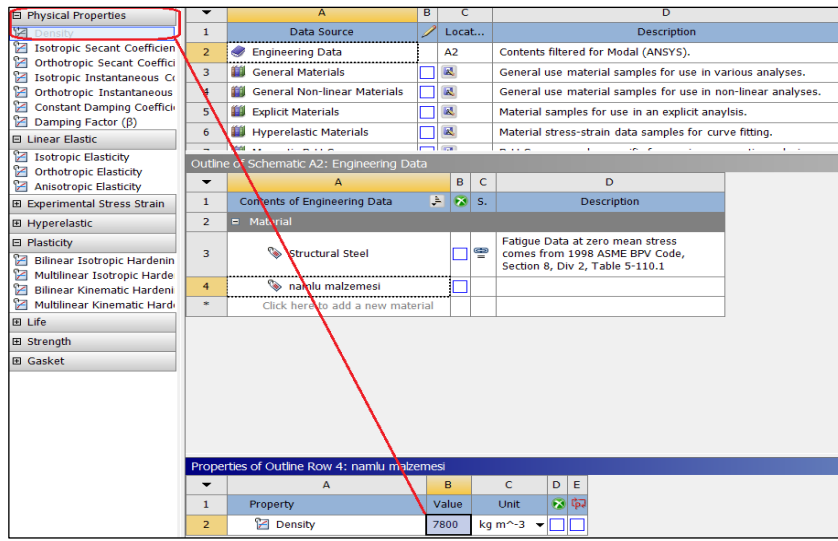


Şekil 6.16. Yeni bir malzeme kütüphanesi oluşturulması.

Burada Data Source kısmından var olan malzemeler seçilebilir. Fakat bizim namlu modelimize ait 32 CrMoV 12-10 malzemesi ANSYS malzeme kütüphanesinde bulunmadığı için kendimiz malzeme özelliklerini girerek bu işlemi gerçekleştireceğiz (Şekil 6.16). Bunun için yukarıdaki resimde kutucuk içinde gösterilen “Click here to

add a new material” kısmına tıklayarak malzemeye vereceğimiz isimi giriyoruz. Burada isim olarak “namlu malzemesi” girilmiştir.

Namlu malzemesine ait isim girildikten sonra ekranın sol kısmında yer alan Physical Properties sekmesi altında malzemeye ait fiziksel özellikler girilmektedir (Şekil 6.17). Bu kısımda bulunan Density butonuna tıklayarak aşağıda açılan kısımdan namlunun malzeme yoğunluğu $7800 \frac{kg}{m^3}$ olarak girilmiştir.



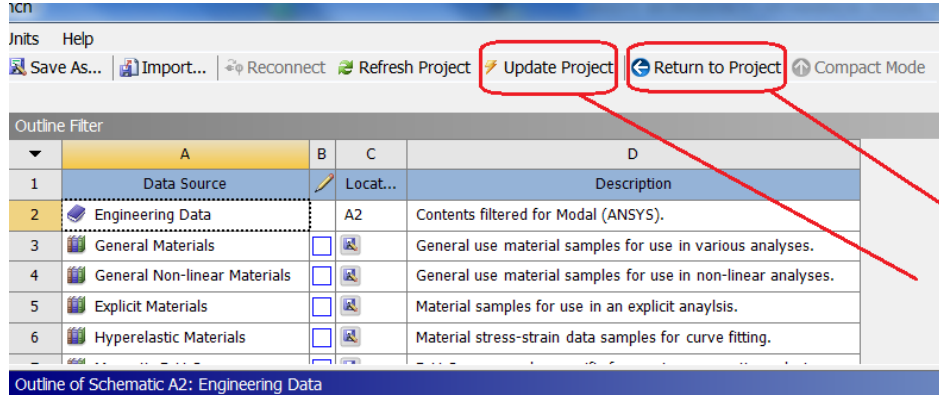
Şekil 6.17. Namlu malzemesinin yoğunluğunun girilmesi.

Yine aynı şekilde Linear Elastic kısmında bulunan İsootropic Elasticity üzerine tıklararak Şekil 6.18’de gösterildiği gib namlu malzemesinin elastisite modülü 210000 Mpa, poisson oranı ise 0.3 olarak girilmiştir.

Property	Value	Unit
Density	7800	kg m^-3
Isotropic Elasticity		
Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio	
Young's Modulus	2,1E+05	MPa
Poisson's Ratio	0,3	
Bulk Modulus	1,75E+11	Pa
Shear Modulus	8,0769E+10	Pa

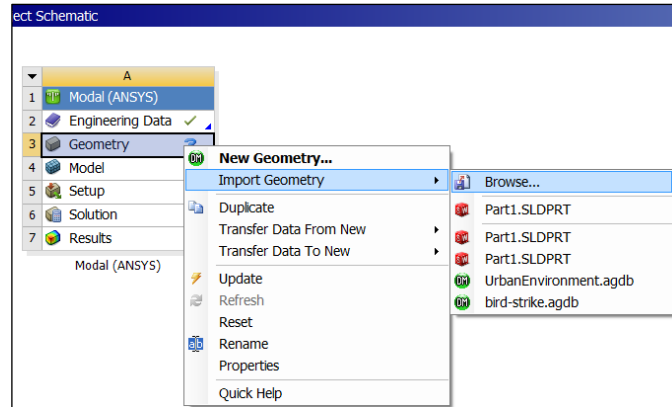
Şekil 6.18. Poisson oranı ve elastisite modülünün girilmesi.

Malzeme özellikleri girildikten sonra ekranın üst kısmında bulunan Update Project kısmına daha sonra da Return To Project butonuna tıklayarak Workbench ortamına geri dönülür (Şekil 6.19).



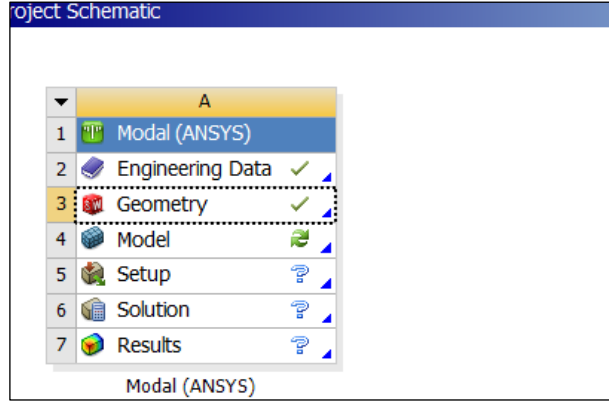
Şekil 6.19. Girilen verilerin update edilmesi.

Gerekli modül hazırlandıktan sonra SOLİDWORS programında tasarladığımız namlu katı modelin ANSYS ortamına aktarılması gerekmektedir. Bunun için kutucuk içindeki geometri sekmesine sağ tıklayarak açılan pencereden İmport Geometri ve daha sonra Browse seçeneği ile katı model Şekil 6.20’de gösterildiği gibi bulunduğu dizinden çağrılmalıdır.



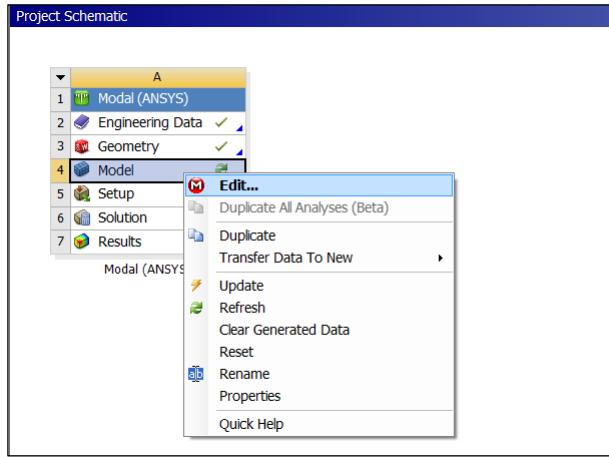
Şekil 6.20. Namlu katı modelin ANSYS ortamına import edilmesi.

Bu işlemi gerçekleştirdikten sonra kutucuğun içindeki geometri yazısının yanında bulunan soru işareti kalkar ve tick işareti gelmiş olur (Şekil 6.21). Bu uyarı bize geometrinin başarılı bir şekilde transfer edildiği uyarısını vermektedir.



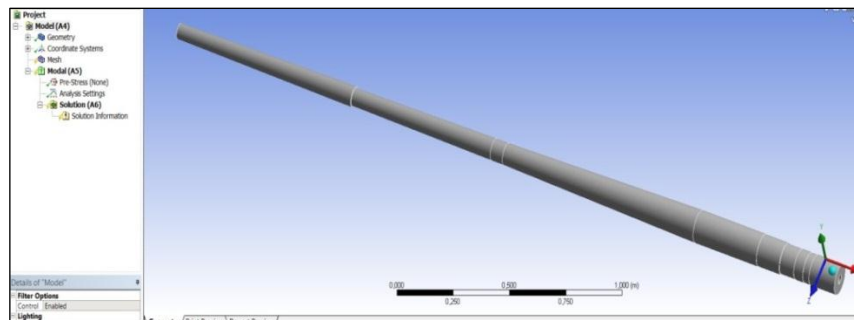
Şekil 6.21. Onay butonunun gösterilmesi.

Geometri Ansys Workbench ortamına çağrıldıktan sonra Şekil 6.22’de gösterildiği gibi model sekmesine sağ tıklanarak açılan pencereden edit butonu seçilir.



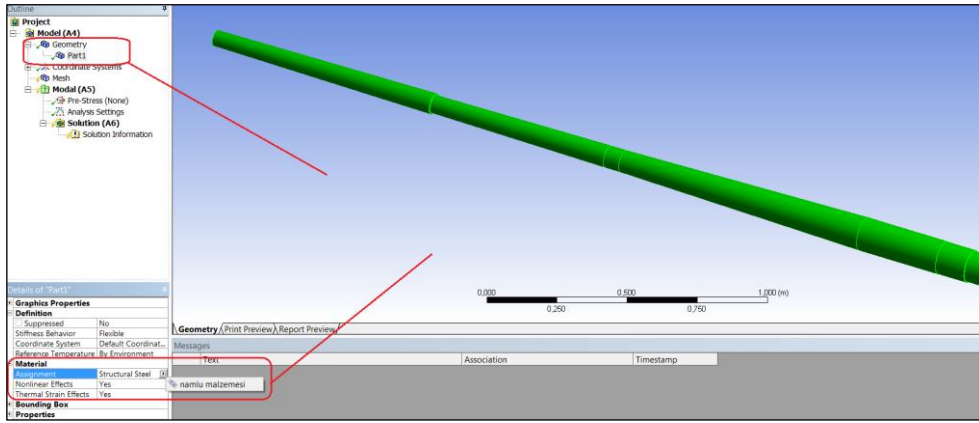
Şekil 6.22. Modele giriş penceresi.

Şekil 6.23.’de namlunun Ansys ortamına aktarılmış görüntüsü verilmiştir.



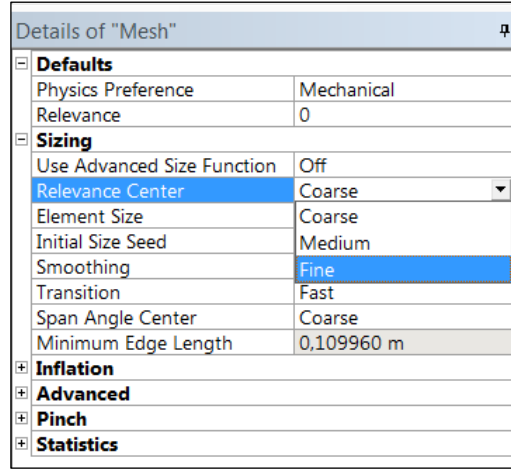
Şekil 6.23. ANSYS ortamında namlunun genel görünüşü.

Burada öncelikle ekranın sol tarafında yer alan Outline kısmında Geometri sekmesi altında bulunan Part1'e tıklayarak alt tarafta açılan Detail of "Part1" penceresinde Material kısmında Assignment butonuna tıklanır (Şekil 6.24). Butona tıklandıktan sonra sağ tarafından açılan ok butonuna tıklanarak kendi oluşturduğumuz namlu malzemesi seçilir. Böylelikle önceki adımlarda malzeme kütüphanesinde belirlediğimiz namlu malzemesi katı modele tanımlanmış olur.



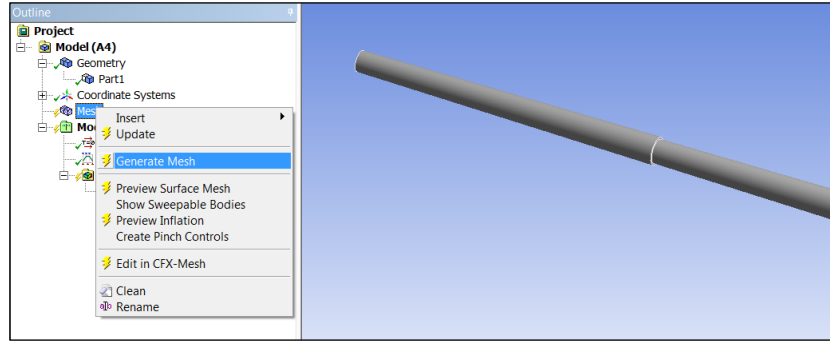
Şekil 6.24. Namlu malzemesinin atanması.

Namluya ait malzeme seçim işlemi tamamlandıktan sonra meshing işlemi uygulanmıştır. Yine bu işlem için Outline kısmında bulunan mesh butonuna tıklanır. Daha iyi bir meshing elde etmek için alt tarafta açılan "Detail of mesh" penceresi altında yer alan sizing sekmesine tıklanır. Burada yer alan Relevance Center sekmesinin sağ tarafında bulunan ok butonuna tıklanarak "Fine" seçeneği seçilmiştir. Bu işlem daha düzgün ağ örgüleri elde etmek için önemli bir adımdır. Şekil 6.25'de bu işlemlere ait resim gösterilmiştir.



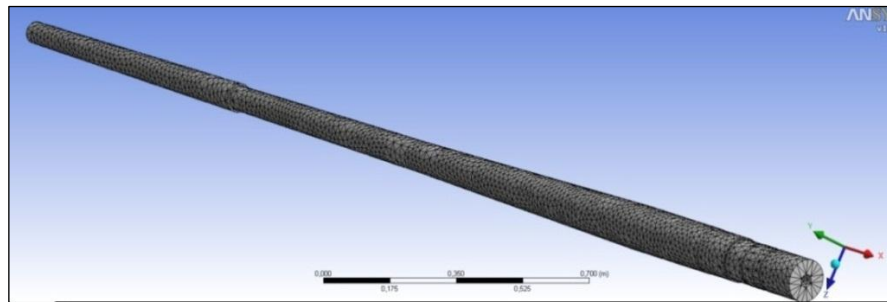
Şekil 6.25. Mesh yoğunluğunun artırılması.

Şimdi Outline penceresinde yer alan mesh sekmesine sağ tıklanır açılan pencereden Generate mesh seçilerek meshing işlemi yapılmış olur (Şekil 6.26).

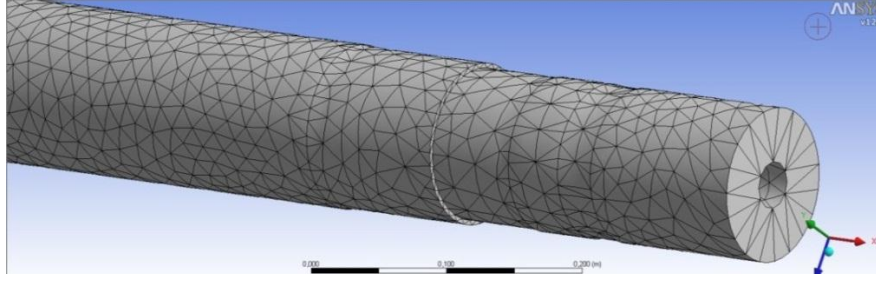


Şekil 6.26. Mesh işleminin yapılması.

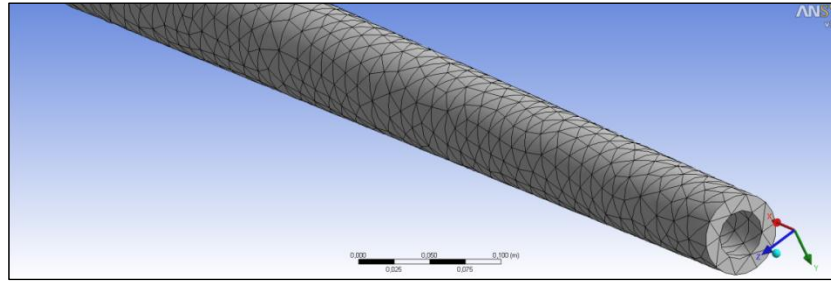
Aşağıdaki resimlerde meshing işlemi sonucu elde edilen namlu katı modelinin ağ örgüsü gösterilmiştir.



Şekil 6.27. Namluya ait ağ örgüsü.

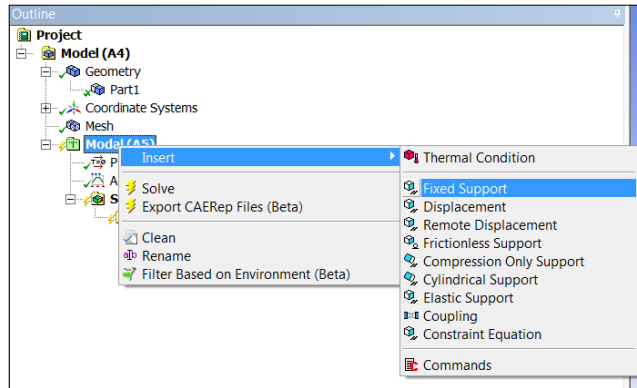


Şekil 6.28. Namluya ait ağ örgüsü (arka kısım).

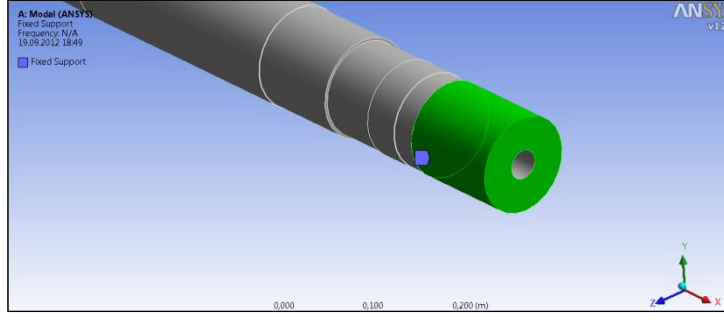


Şekil 6.29. Namluya ait ağ örgüsü (uç kısım).

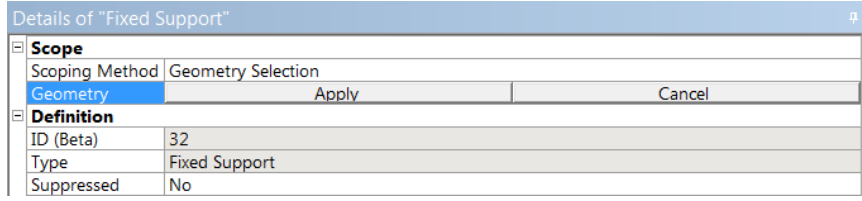
Namlunun doğal frekanslarının analizi için bir ucu ankastre olarak diğer ucu ise serbest uç olarak modellenmelidir. Bu işlemin Ansys ortamında gerçekleştirilmesi için Outline kısmında yer alan Modal sekmesinin üzerine sağ tıklanır ve açılan pencereden Insert, ardından Fixed Support (Şekil 6.30) seçeneği seçilir. Ctrl tuşuna basılı tutularak namlunun sabitlenecek uç kısmı seçilir (Şekil 6.31). Ardından ekranın alt kısmında bulunan Details of Fixed Support kısmında yer alan Apply butonuna (Şekil 6.32) basılarak namlunun bir ucu ankastre yapılmıştır (Şekil 6.33).



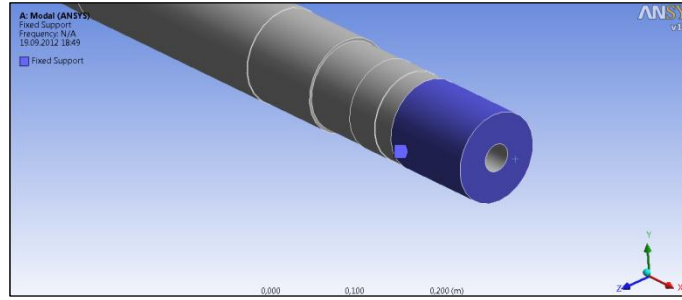
Şekil 6.30. Namlu ucunun sabitlenmesi.



Şekil 6.31. Sabit uç.

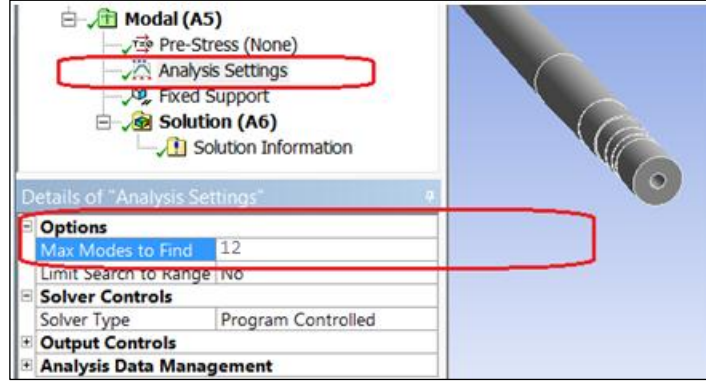


Şekil 6.32. Onaylama işlemi.



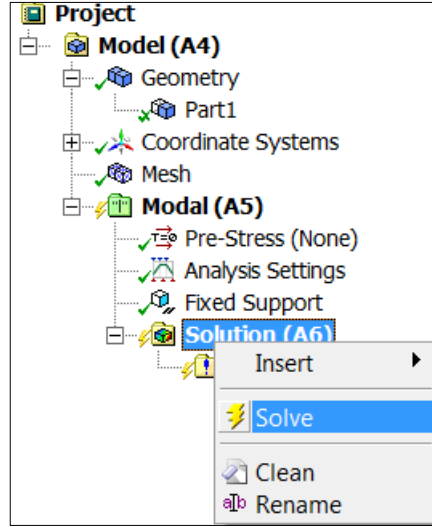
Şekil 6.33. Mesnetlenmiş uç.

Modal sekmesinin altında Analysis Setting bulunmaktadır. Üzerine tıklandığında alt tarafta açılan Detail of Analysis Settings penceresinde options sekmesi açılır. Burada bulunan Max Modes to Find seçeneği ile namli modeline ait bulmak istediğimiz mode şekli sayısı girilir. Burada bizim için y ekseninde elde edilmiş altı adet mode yeterli olacaktır. Fakat program y eksenine ile birlikte z eksenindeki titreşim şekillerinde bulunduğu için bu pencereye değer olarak 12 girilmiştir (Şekil 6.34).



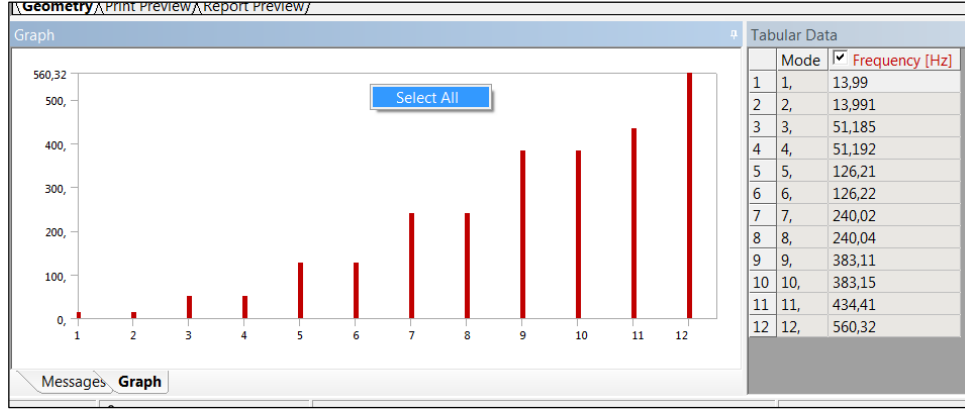
Şekil 6.34. Analiz ayarlarının girilmesi.

Böylelikle Solution öncesi gerekli ayarlamalar yapılmış oldu. Şimdi doğal frekans değerlerinin sayısal olarak elde edilmesi için Solution sekmesine sağ tıklanarak açılan pencereden Solve seçilir (Şekil 6.35).



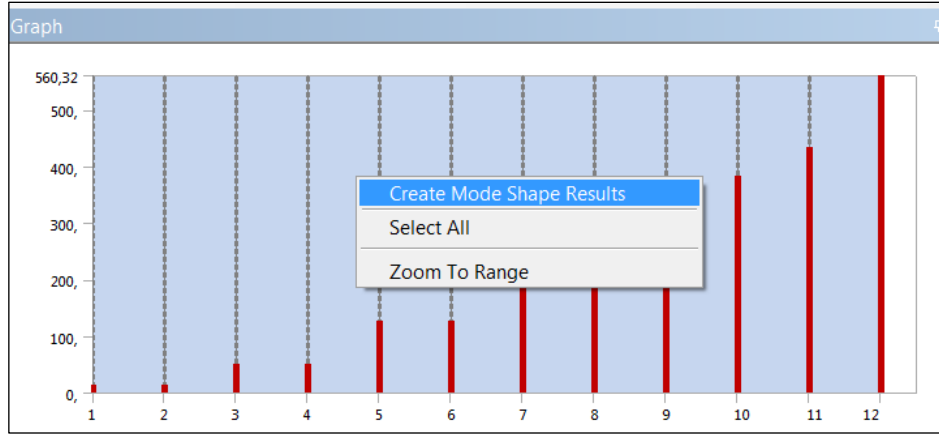
Şekil 6.35. Çözüm işleminin gerçekleştirilmesi.

İşlem tamamlandıktan sonra ekranın alt kısmında bulunan Graph penceresine sağ tıklanarak açılan pencereden Select All seçilir. Bu işleme ait resim Şekil 6.36'da verilmiştir.

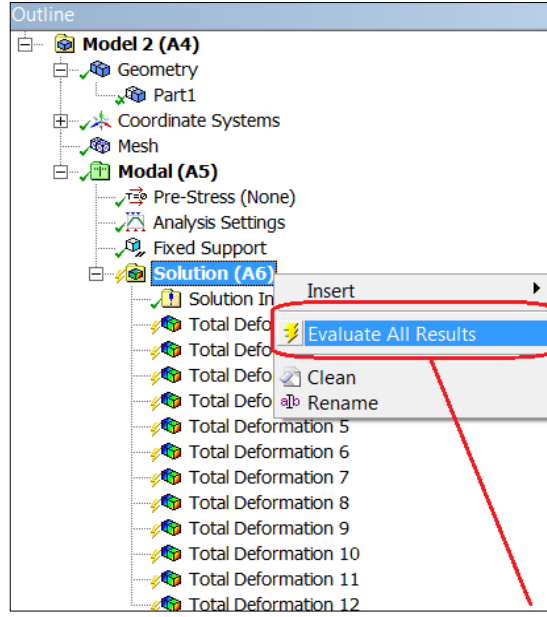


Şekil 6.36. Mode penceresi.

Bu işlem tamamlandıktan sonra tekrar Graph penceresine tekrar sağ tıklanır ve açılan menüden Create Mode Shape Results tıklanır. Daha sonra ekranın sol tarafında bulunan Outline penceresinden Evaluate All Results sekmesi tıklanarak elde edilen frekans değerlerine ait mod şekilleri görüntülenir (Şekil 6.37-38).

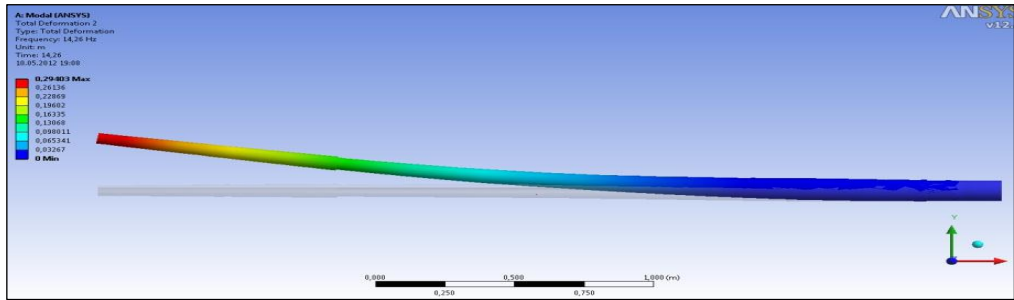


Şekil 6.37. Mode şekillerinin oluşturulması.

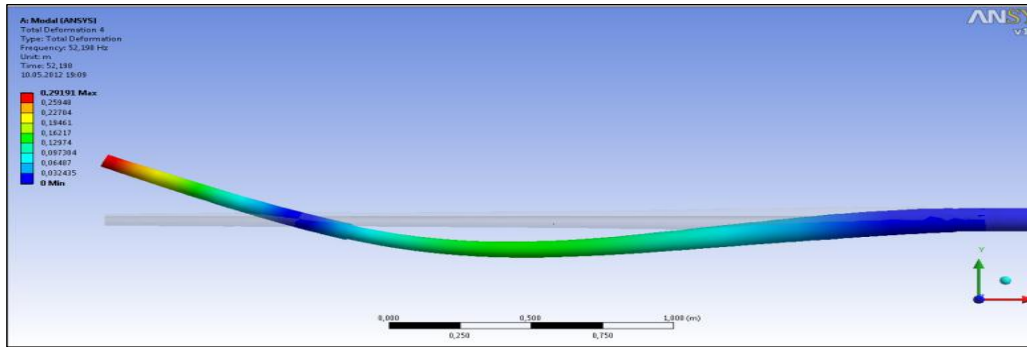


Şekil 6.38. Mode şekillerinin oluşturulması.

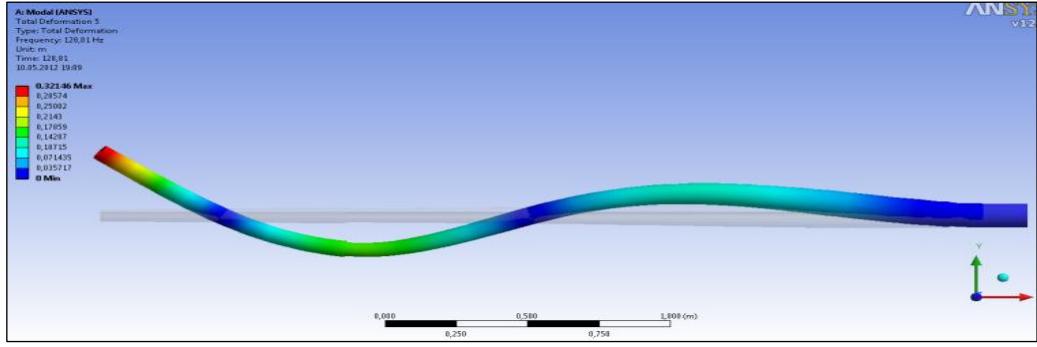
Aşağıdaki şekillerde elde edilen bu mod şekilleri gösterilmiştir.



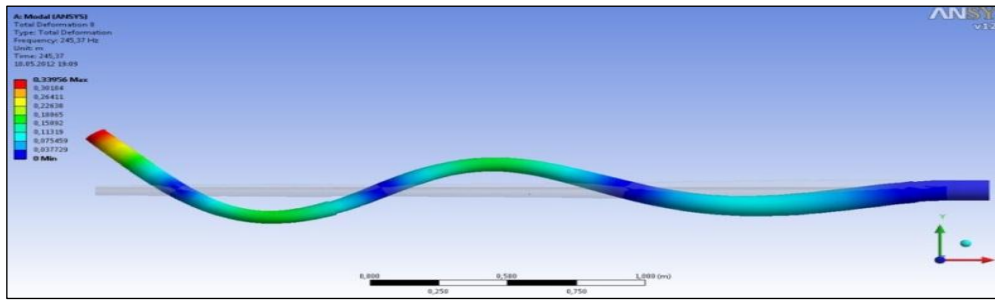
Şekil 6.39. 1.Mode şekli.



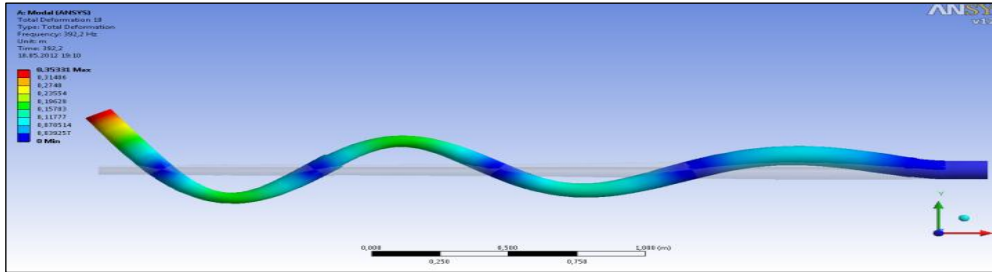
Şekil 6.40. 2.Mode şekli.



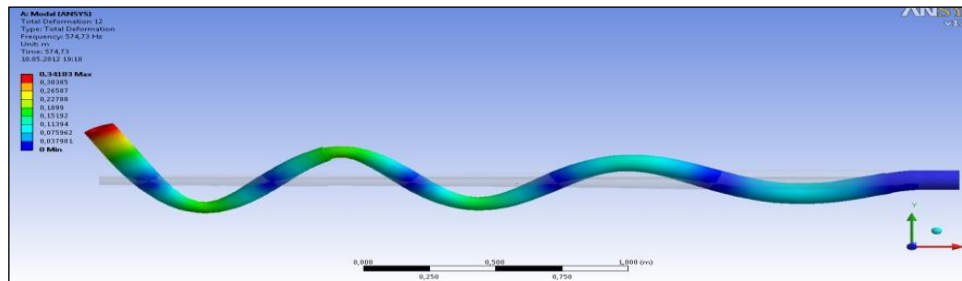
Şekil 6.41. 3.Mode şekli.



Şekil 6.42. 4.Mode şekli.



Şekil 6.43. 5.Mode şekli.



Şekil 6.44. 6.Mode şekli.

6.3. MATLABTA YAZILAN PROGRAM İLE NAMLUNUN DİNAMİK DAVRANIŞININ BELİRLENMESİ

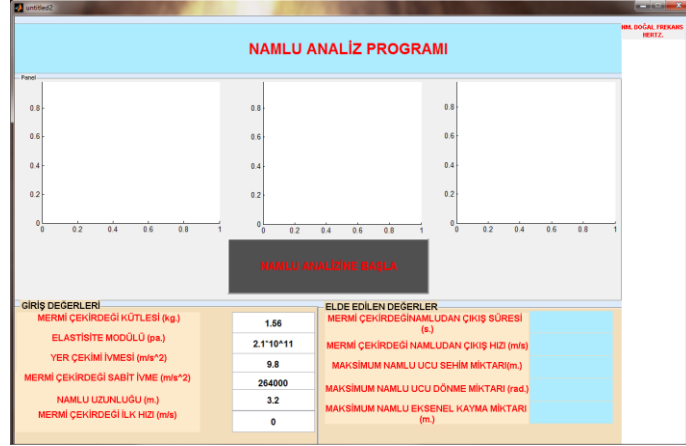
Beşinci bölümde verilen ivmelenen mermi çekirdeğinden dolayı Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiş namlunun dinamik cevabı için hareket denkleminin çözümü verilmiştir. Burada her bir namlu kiriş elemanının kütle ve direngenlik matrislerini belirlemek aynı zamanda mermi çekirdeğine ait kütle, sönümleme ve direngenlik matrislerini el ile hesaplamak neredeyse imkânsızdır. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için Matlab ile hazırlanan bir program ile birkaç dakikada sistemin hareket denkleminin çözümü gerçekleştirilmiştir. Şekil 6.45’de Matlab ortamında hazırlanan “Namlu Analiz Programı” arayüzü gösterilmiştir.



Şekil 6.45. Namlu analizi için programlanmış matlab yazılımı.

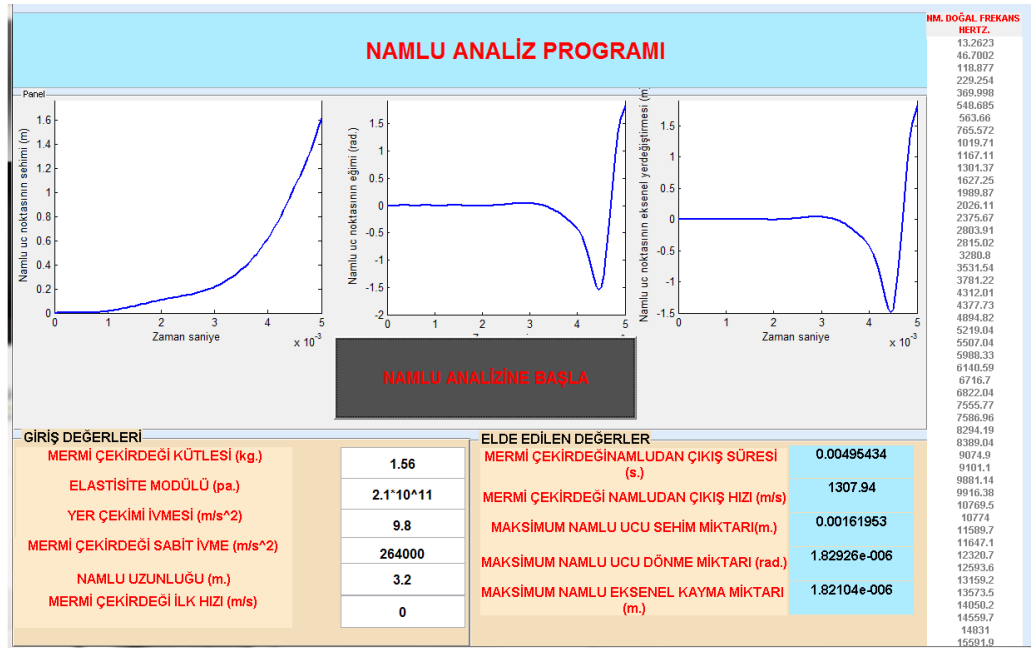
Programda mermi çekirdeğinin kütlesi, uçaksavar sistemine ait namlunun yapıldığı malzemenin elastisite modülü, yer çekim ivmesi, mermi çekirdeğine ait sabit ivme, namlu uzunluğu ve mermi çekirdeğinin ilk hızı dışarıdan girilen datalardır. Bununla birlikte program analizi tamamladıktan sonra mermi çekirdeğinin namludan çıkış süresini, çıkış hızını, namlu ucunun maksimum sehim miktarı, maksimum namlu ucunun dönme miktarı ve maksimum namlu aksenal kayma miktarı belirlenmektedir.

Burada mermi çekirdeği kütlesi 1.56 (kg.) ,namlu malzemesi elastisite modülü (pa.) 2.1×10^{11} , yer çekim ivmesi (m/s^2) 9.81, mermi çekirdeği sabit ivmesi (m/s^2) 264000, namlu uzunluğu (m.) 3,2 ve son olarak mermi ilk hızı (m/sn.) 0 olarak girildi. Şekil 6.46’da giriş datalarına ait pencere gösterilmiştir.



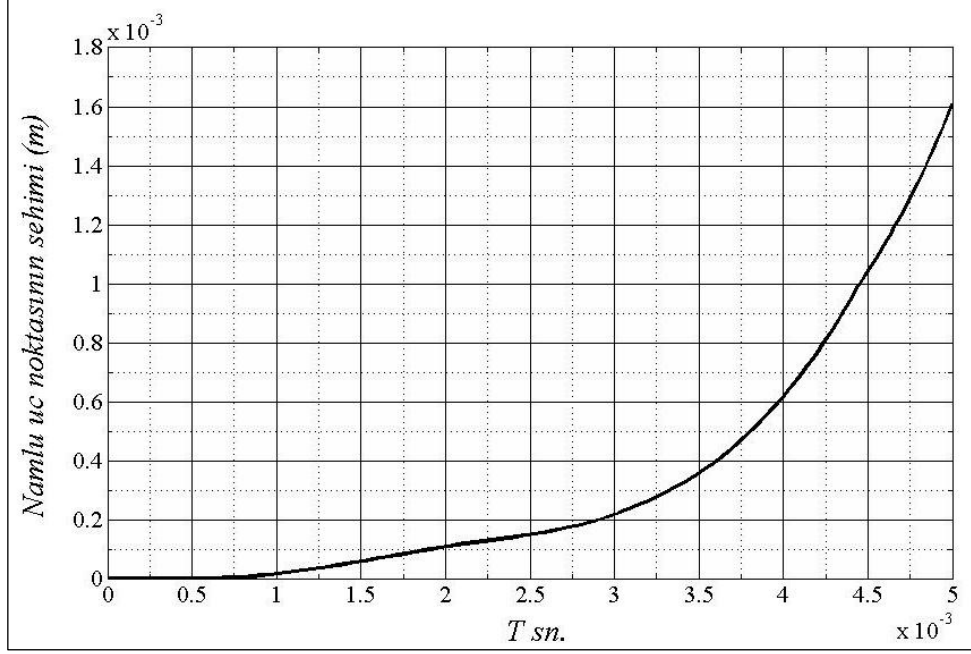
Şekil 6.46. Programa giriş değerlerinin girilmesi.

Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi Namlu Analiz Programında giriş verileri yazıldıktan sonra “Namlu Analizine Başla” butonu ile analiz başlatılmış ve işlem tamamlandıktan sonraki programa ait görüntü Şekil 6.47 ile verilmiştir.

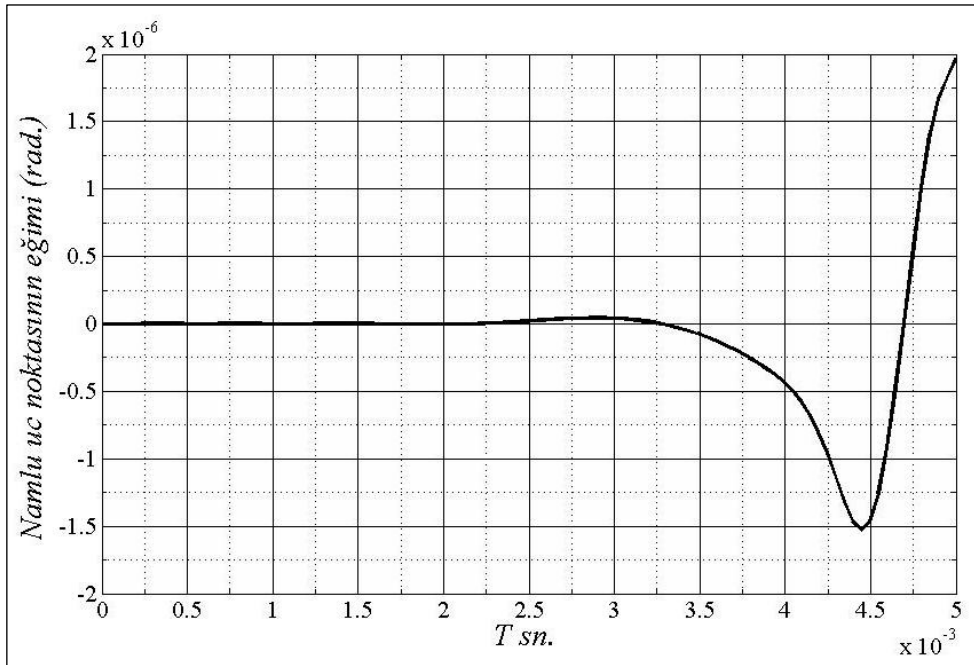


Şekil 6.47. Analiz çıktısı.

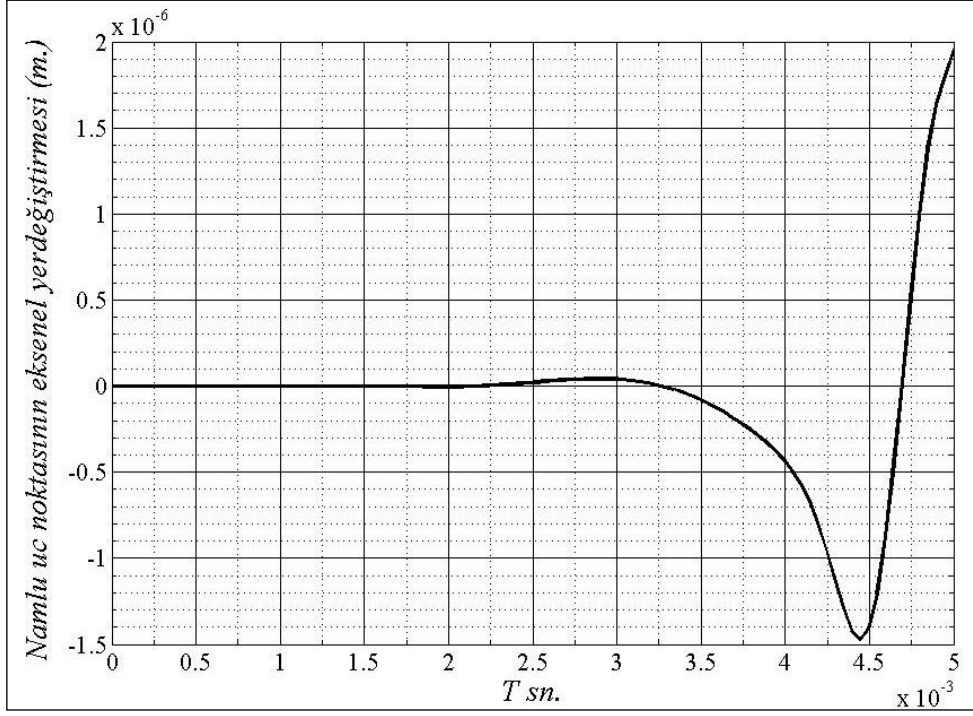
Şekil 6.48-50 sırasıyla uçaksavar namlu ucunun sehimini, eğimini ve eksenal yerdeğiştirmesini göstermektedir.



Şekil 6.48. Namlu uç noktasının sehimini.



Şekil 6.49. Namlu uç noktasının eğimi.



Şekil 6.50. Namlu uç noktasının aksenal yerdeğiştirmesi.

Çizelge 6.1. Elde Edilen Değerler.

Mermi Çekirdeğinin Namludan Çıkış Süresi	0.005 sn.
Mermi Çekirdeğinin Namludan Çıkış Hızı	1307 m/s
Maksimum Namlu Ucu Sehım Miktarı	1.6 mm.
Maksimum Namlu Ucu Dönme Miktarı	1.8×10^{-6} rad.
Maksimum Namlu Aksenal Kayma Miktarı	1.82×10^{-6} mm

BÖLÜM 7

NAMLU VURUŞ KABİLİYETİNİN ARTIRILMASI

Beşinci bölümde verilen teorik ifadelerle altıncı bölümde elde edilen uçaksavar namlusuna ait dinamik parametreler (namlu uç noktasının sehimi) daha öncede belirtildiği gibi namlu ucundan çıkan mermi çekirdeğinin hedef sapmasına neden olarak uçaksavar silah sisteminin vuruş kabiliyetini azaltmaktadır. Bu bölümde yine uçaksavar ve buna benzer silah sistemlerinin atış düzeninin bozulmasına neden olan bu problemi bir pasif titreşim kontrol sistemi geliştirerek azaltılması hedeflendi. Bu bağlamda geliştirilen titreşim absorberinin(muzzle-brake) geometrik boyutları MATLAB'ta geliştirilen bir program ile optimize edilerek en iyi sonuçların elde edilmesi amaçlandı. Burada geliştirilen titreşim absorberi bir pasif sönümleyici olarak çalışmaktadır.

Uçaksavar gibi uzun namlulu silah sistemlerinde hedef sağlama konusunda atış anında mermi çekirdeği ve namlu etkileşiminden dolayı ortaya çıkan namlu ucu dinamik yer değiştirmesi ciddi hatalara neden olur. Bunu önlemenin yolu olarak namlu ile mermi çekirdeği etkileşimini ortaya koyan yeni matematik modeller geliştirildi. Bu kapsamda Littlefield et al yapmış oldukları çalışmada silah sistemlerindeki namlu titreşiminin atış hassasiyetinin bozulmasına neden olduğunu ortaya koymuşlardır. Atış hassasiyetinin artırılmasının bir yolu, mermi çekirdeği ve namlu etkileşiminden kaynaklanan namlu titreşimlerinin azaltılması olduğunu öne sürdüler ve konuyu irdelemek için çalışmalarında 25 mm M243 silahını incelediler [26]. Bu silah zırhlı araçlara monte edilebilen bir silah olup, namlunun titreşimlerinin azaltılması için bir titreşim absorberi (Muzzle-Brake) geliştirdiler. Muzzle-Brake bir çok silah sisteminde namlu titreşimlerinin azaltılması, ateşleme sırasında namlu geri tepmenin azaltılması ve bir sonraki atışta namlunun hedef sapmasını en aza indirerek silah sisteminin vuruş kabiliyetini artırma gibi bir çok fonksiyona sahiptir. Şekil 7.1'de bir obüs topuna ait muzzle-brake gösterilmiştir. Mermi kovani içinde patlama

gerçekleştğinde oluşan yüksek sıcaklıktan dolayı genişen gaz hem mermi çekirdeğine hem de namluya yüksek basınç uygular. Mermi çekirdeği muzzle-brake'e vardığında çekirdek arkasında kalan gazlar muzzle üzerindeki deliklerden farklı yönlere dağılarak namlunun geri tepmesi azaltılmış olur. Aynı zamanda muzzle-brake namlunun zorlanması sonucu oluşan enerjinin bir kısmını kendi kütlesi ile sönümleyerek namluyu daha kararlı hale getirir.



Şekil 7.1. Bir obüs topuna ait muzzle-brake.

Littlefield et al. muzzle-brake üzerine kolaylıkla sökülüp takılabilen kütleler ilave ederek çalışmalarında kullanacakları namlu sistemini Matlab ortamında sonlu elemanlar yöntemini kullanarak modellediler. Namluyu Euler-Bernoulli kiriş teoremine göre modelledikten sonra, namlu sisteminin ikinci mertebeden hareket denklemini elde etmek için Hermite-Cubic interpolasyon fonksiyonları kullanıldı. Daha sonra namlu sistemine yanal yer değiştirmeler, eğim ve sınır koşulları uygulandı. Çalışmalarında kullandıkları namlu sisteminin 2 m'lik kısmını namluyu, geriye kalan kısmının ise muzzle-brake'i ifade edecek şekilde modellediler. Namlunun katı modelini Proengineer programı ile tasarladıktan sonra teorik çalışmanın yanı sıra yapılan deneysel çalışmada namlunun tam uç noktasına yerleştirilen ivmeölçer ile namlunun dinamik davranışı belirlendi. Modelde Rayleign'nın oransal sönümleme teorisi kullanıldı. Model için gerekli giriş değerleri programa girildikten sonra çıkış değerleri oluşturuldu. Matlab ortamında geliştirilen program namlunun sönümlü ve sönümsüz mod şekillerini ve doğal frekanslarını belirledi. Ayrıca deneysel bir modal analiz ile Matlab programında elde edilen sonuçlar doğrulandı. Deneysel çalışma için farklı testler uygulanan çalışmada namlu

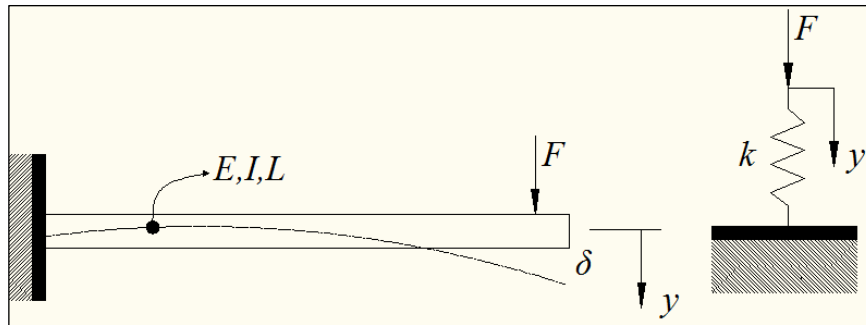
testleri farklı titreşim sönümleyiciler için yapıldı. Farklı sayıdaki çubuklarla kütleler muzzle-brake'a monte edildi. Değişik sayıdaki birleştirme çubukları ile titreşim absorberinin frekansı ve direngenliği en iyi şekilde ayarlandı. Çalışmalarında son olarak titreşim absorberi olmadan elde edilen namlu titreşimleri ile titreşim absorberi olduğu durumdaki elde edilen namlu titreşimleri karşılaştırdılar. Çalışmalarında 8 adet birleştirme çubuğu kullanıldı ve namlu titreşimleri birinci titreşim frekansına göre ayarlandı. Çalışmada kullanılan muzzle-brake 1.83 kg kütle, kollar ve kolların bağlandığı halkalardan oluşmaktadır. Çubuklar 6.35 mm çapında ve 147.3 mm uzunluğundadır. Çalışmalar sonunda namlu titreşiminde kayda değer azalma olduğunu gördüler.

Yine Kathe E.L. et al. yapmış olduğu çalışmasında tank gibi silah sistemlerinin titreşimlerini azaltmak için geliştirdiği pasif titreşim absorberinin en uygun tasarımını yaparak, çalışmasını namlunun daha çok dikey yöndeki titreşimlerinin azaltılmasına odaklamıştır [3].

7.1. MUZZLE-BRAKE İÇİN MATEMATİK MODELİN KURULMASI

7.1.1. Eğilme Titreşimleri için Direngenlik İfadesinin Çıkarılması

Şekil 7.2'de F kuvveti etkisinde bir ankastre kiriş gösterilmiştir. Bu kirişim ucuna bir kuvvet uygulandığında kiriş Şekil 7.2'de gösterildiği gibi k direngenliğe sahip bir yay gibi modellenebilir kiriş sistemi için kuvvet, direngenlik ve yer değişirme arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir.



Şekil 7.2. F kuvveti etkisindeki ankastre kiriş ve basitleştirilmiş modeli.

$$F = k\delta \quad (7.1)$$

Denklem (7.1) ile verilen ifade üzerinde δ ve k sırasıyla tek tarafı ankastre kirişin yer değiştirmesi, kirişin direngenliğidir. Tek tarafı ankastre kiriş için yer değiştirme (δ) denklem (7.2)'de olduğu gibi ifade edilir.

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} \quad (7.2)$$

burada, F ankastre kirişe uygulanan statik kuvvet, δ kirişteki yer değiştirme, E kirişin elastisite modülü, L kirişin boyu, I ise atalet momentidir.

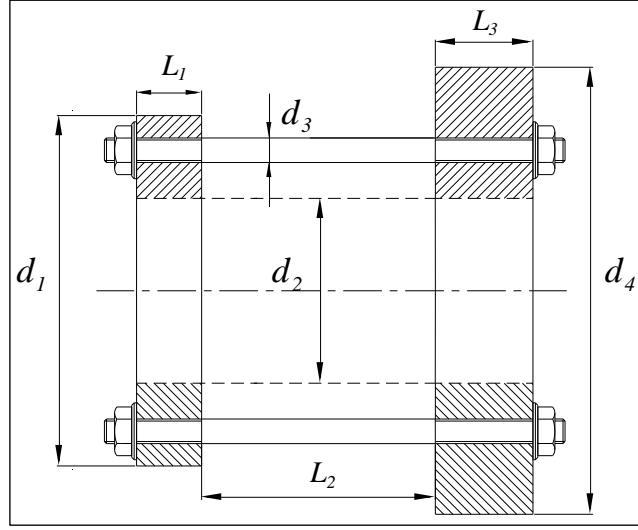
Denklem (7.2) ile verilen ifade (7.1)'de yerine yazılır ve k yay katsayısı buradan çekilirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (7.3)$$

7.1.2. Gerçek Absorber Geometrinin Modele İndirgenmesi

Namlu ucuna yerleştirilecek muzzle-brake 2 adet kütle ve 4 adet çubuktan oluşmaktadır. Bu elemanların eşdeğer direngenlik ifadelerinin çıkartılması ve bu elemanların yay benzetimi bu kısımda iredelenecek konulardır.

Şekil 7.3'de titreşim absorberinin ilkel model gösterilmiştir. Burada d_1 birinci kütlendin dış çapı, d_2 absorber iç çapı, d_3 sönümleme çubuğu çapı, d_4 ise ikinci kütle dış çapıdır. Bununla birlikte L_1 birinci kütle kalınlığı, L_2 sönümleme çubuğu uzunluğu ve L_3 ise ikinci kütle kalınlığıdır.



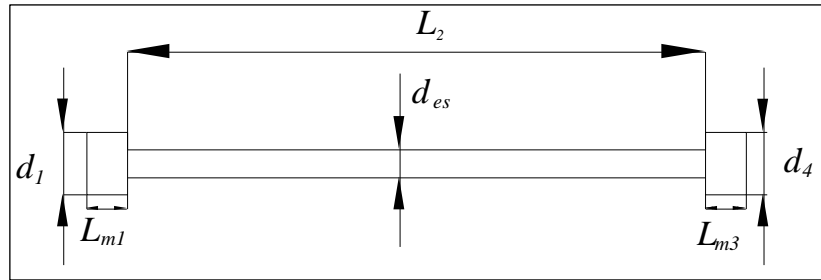
Şekil 7.3. Absorberin ilkel model olarak geometrik ölçüleri.

Çizelge 7.1’de ise Şekil 7.3 ile verilen absorberin geometrik parametreleri sunulmuştur.

Çizelge 7.1. İkel absorber modeline ait geometrik parametreler.

<i>Parametre</i>	<i>Değeri (m.)</i>	<i>Parametre</i>	<i>Değeri (m)</i>
d_1	0.15	L_1	0.04
d_2	0.04	L_2	0.95
d_3	0.015	L_3	0.04
d_4	0.2		

Şekil 7.4’de ise Şekil 7.3 ile gösterilen titreşim absorberinin modele indirgenmiş hali gösterilmiştir. Şekil 7.4’üzerinde gösterilen L_{m1} , Şekil 7.3 ile verilen içi boş olan birinci kütle için içi dolu olarak modellenmiş kalınlığı temsil eder. Aynı şekilde L_{m3} ise ikinci kütle için model kalınlığı gösterir.



Şekil 7.4. Titreşim absorberinin modele indirgenmiş hali.

Şekil 7.3 ile verilen absorberin 4 adet çubuğu tek çubuğa içi boş kütleleri ise içi dolu kütleler olarak modele indirgenmiş hali Şekil 7.4'de verilmiştir. Gerçek geometride içinde delik bulunan absorber, modele bütün bir katı modele indirgenmiştir. Bunun için muzzle-brake üzerindeki d_1 çaplı ilk kütle için direngenlik ifadesi denklem (7.4)'de olduğu gibi ifade edilir.

$$k_1 = \frac{3EI_1}{L_1^3} \quad (7.4)$$

Denklem (7.4) ile verilen ifadede I_1 birinci sönümlenme kütlelerinin atalet momentini belirtir. İçi boş geometrilerde atalet momenti Denklem (7.5) ile ifade edilir.

$$I_1 = \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{64} \quad (7.5)$$

Denklem (7.5) ile verilen ifade (7.4)'de yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$k_1 = \frac{3E \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{64}}{L_1^3} \quad (7.6)$$

Denklem (7.6) ile verilen ifade çap aynı kalacak şekilde uzunluğun değişimi şeklinde tekrar direngenlik ifadesine dönüştürülür ve bu iki ifade aşağıdaki gibi birbirine eşitlenirse;

$$\frac{3E \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{64}}{L_1^3} = \frac{3E \frac{\pi(d_1^4)}{64}}{L_{m1}^3} \quad (7.7)$$

Denklem (7.7) ile verilen ifadede L_{m1} aşağıdaki gibi çekilir.

$$L_{m1} = \sqrt[3]{\frac{d_1^4 L_1^3}{(d_1^4 - d_2^4)}} \quad (7.8)$$

Denklem (7.8) ile verilen ifade sonucunda elde edilen L_{m1} uzunluğu Şekil 7.3 ile gerçek uzunluğu verilen L_1 'in model üzerindeki uzunluğunu temsil eder.

Muzzle-brake üzerinde 4 adet sönümlenme çubuğu var. Bu çubuklar model üzerinde tek bir çubuğa indirgenmiştir. Denklem (7.4) ile verilen direngenlik ifadesi 4 adet çubuk olduğu için aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$k_{eş} = \frac{12EI_2}{L_2^3} \quad (7.9)$$

Denklem (7.9) ile verilen ifadede L_2 Şekil 7.3 ile verilen sönümlenme çubuklarının ilkel modele ait uzunluğu, $k_{eş}$ 4 adet çubuğun tek bir çubuk ile modellenmiş geometrisinin direngenliği, I_2 ise her bir çubuğun sahip olduğu atalet momentidir ve aşağıdaki gibi elde edilir.

$$I_2 = \frac{\pi d_3^4}{64} \quad (7.10)$$

Denklem (7.10) ile verilen ifade denklem (7.9)'da yerine yazılır ve bu model üzerindeki direngenlik ifadesine eşitlenirse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{12E \frac{\pi d_3^4}{64}}{L_2^3} = \frac{3E \frac{\pi d_{eş}^4}{64}}{L_2^3} \quad (7.11)$$

$$d_{eş} = \sqrt[0.25]{4d_3^4} \quad (7.12)$$

Denklem (7.12) ile gerçek geometrideki 4 adet çubuk Şekil 7.4'de $d_{eş}$ ile gösterilen tek bir çubuk modeline indirgenmiştir.

Şekil 7.6 'da gösterilen direngenlik ifadeleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$k_1 = \frac{3EI_1}{L_1^3} \quad (7.13)$$

$$k_2 = \frac{3EI_2}{L_2^3} \quad (7.14)$$

$$k_3 = \frac{3EI_3}{L_3^3} \quad (7.15)$$

Bu ifadeler için eşdeğer direngenlik denklem (7.16)'da olduğu gibi gösterilir.

$$\frac{1}{k_{es}} = \frac{1}{\frac{3EI_1}{L_1^3}} + \frac{1}{\frac{3EI_2}{L_2^3}} + \frac{1}{\frac{3EI_3}{L_3^3}} \quad (7.16)$$

Burada I_1 birinci kütlelin atalet momenti, I_2 eşdeğer sönümleme çubuğunun atalet momenti, I_3 ise üçüncü kütlelin atalet momentidir.

7.1.4. Mermi Çekirdeğinin Namludan Çıktıktan Sonra Kütle, Direngenlik ve Sönümleme Matrisleri

Mermi çekirdeği namlu içinde ivmelenen hareket yaparken kendisine ait kütle, sönümleme ve direngenlik matrisleri vardır. Bu matrislerin nasıl elde edildiği denklem (5.161-163) ile ifade edilmiştir. Mermi çekirdeği namlu boyu kadar mesafeyi alıp muzzle-brake üzerine geldiğinde mermi çekirdeği ile titreşim absorberi arasında bir etkileşim olmaz. Bundan dolayı mermi çekirdeğine ait tüm kütle, direngenlik ve sönümleme matrisleri sıfır alınır.

$$x_p > L \quad ise \quad x_m(t) = 0 \quad (7.17)$$

Bu durumda mermi çekirdeğine ait kütle matrisi denklem (7.2) ile verildiği gibi olur.

$$[m] = m_p [0]_{(6 \times 6)} \quad (7.18)$$

Aynı şekilde direngelik ve sönümlenme matrisleri de denklem (7.19) ve (7.20)'de gösterildiği gibi ifade edilir.

$$[k] = m_p [0]_{(6 \times 6)}$$

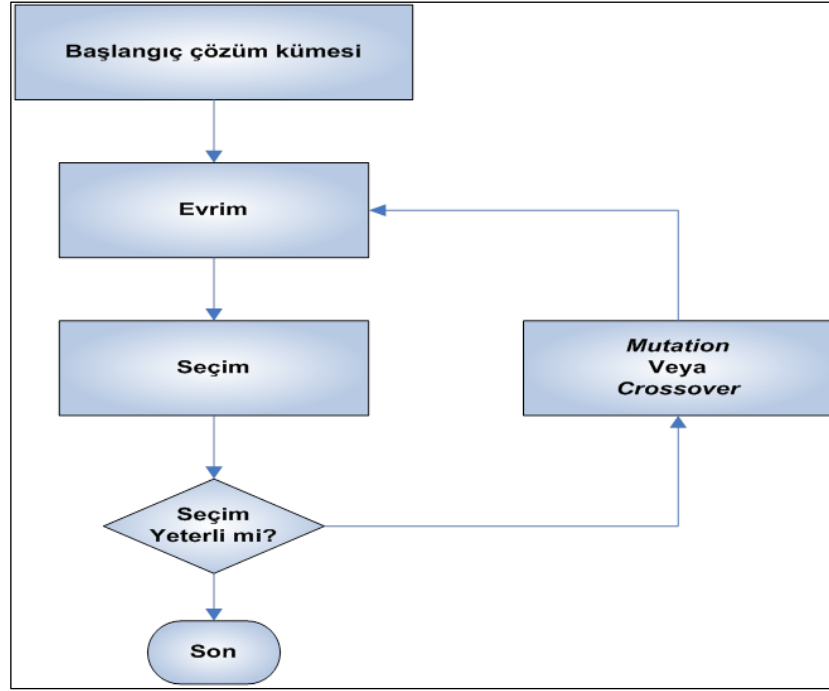
(7.19)

$$[c] = 2m_p v(t) [0]_{(6 \times 6)} \quad (7.20)$$

7.2. TEMEL GENETİK ALGORİTMA PRENSİPLERİ

Genetik algoritma ilk olarak John Holland tarafından 1970 yılında ortaya atıldı. Daha sonra 1989 yılında Goldberg "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning" adlı eseri yazdı. Bu eser ile birlikte genetik algoritma ile ilgili yapılan çalışmalar oldukça arttı [27].

Genetik algoritma rastsal arama tekniklerini kullanarak çözüm bulmaya çalışan parametre kodlama esasına dayanan bir arama tekniğidir. Bir veri grubu içinde özel bir veriyi bulmak için kullanılır. Genel olarak hat dengeleme, yapay sinir ağları, görüntü işleme, en iyileme yöntemlerinde kullanılır. Şekil 7.7'de genetik yaklaşımının çözüm algoritması gösterilmiştir.



Şekil 7.7. Genetik algoritmanın işleyiş şeması.

7.2.1. Temel Genetik Algoritma Terimleri

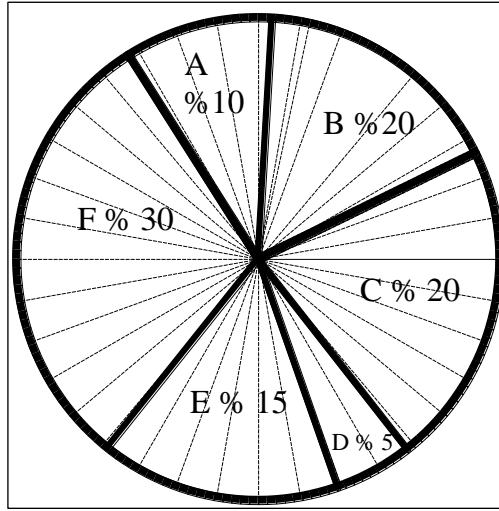
Genetik algortmada kullanılan temel terimler gen, kromozom, popülasyon, kodlamadır. Gen kendi başına anlamlı bilgi taşıyan en küçük birim olarak tanımlanır. Genlerin bir araya gelmesinden ise kromozom oluşur. Kromozomlar genetik algortmada alternatif aday çözümleri gösterirler. Kromozomların bir araya gelmesiyle ise popülasyon meydana gelir. Popülasyon geçerli alternatif çözüm kümesidir. Popülasyon içindeki birey sayısı her zaman sabit tutulur. Popülasyondaki kromozom sayısı arttıkça çözüme ulaşma süresi yani iterasyon sayısı azalır. Kodlama genetik algortmanın çok önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Binary kodlama, permütasyon kodlama ve değer kodlama olmak üzere üç çeşit kodlama şekli vardır. Binary kodlamada popülasyon içindeki her kromozom binary sayı sistemine çevrilir.

Örnek:

18 → {10010}

7.2.2. Rulet Seçim Mekanizması

Bir nesildeki kromozomların bir kısmı bir sonraki nesle aktarılırken bir kısmı aktarılmaz. Hangi dizilerin bir sonraki diziye aktarılıp aktarılmayacağı seçim mekanizması ile belirlenir. Seçim mekanizmalarının en yaygın olan çeşidi rulet seçim mekanizmasıdır. Bu yöntemde bir daire n adet çembere bölünmüştür. Burada her bölüm bir kromozomu temsil eder. Her kromozomun uygunluk değeri toplam uygunluğa bölünerek elde edilen yüzde değeri çember üzerinde ne kadar alanı temsil edeceğini belirler. Çember popülasyon sayısı kadar çevrilerle seçilen kromozomlar çaprazlama işlemi için eşleştirme havuzuna alınır. Aşağıdaki şekilde rulet tekerleği üzerinde kromozomların seçim oranına göre temsili gösterilmektedir. Çember üzerindeki alan bütün kromozomları temsil edecek şekilde kromozomların sahip olduğu seçim oranlarına göre yer temsil edilir.



Şekil 7.8. Rulet seçim mekanizması tekerleği.

7.2.3. Çaprazlama Operatörü

İki kromozomun karşılıklı bir araya gelerek kendi aralarında gen alışverişini sağlayan operatördür. Tek noktalı çaprazlama operatörü, çok noktalı çaprazlama operatörü, kısmi planlı çaprazlama olmak üzere üç çeşit operatör bulunur. Tek noktalı çaprazlamada, çaprazlama yapılacak nokta kromozomun uzunluğunun içinde herhangi bir nokta seçilerek karşılıklı gen alışverişini yapılır.

Örnek:

1.Ebeveyn \Rightarrow 10110 01001 \Rightarrow 1.Çocuk 10110 11010
2.Ebeveyn \Rightarrow 11000 11010 \Rightarrow 2.Çocuk 11000 01001
 \Updownarrow

Çok noktalı çaprazlamada ise çaprazlamanın yapılacağı birden fazla yer seçilir.

Örnek:

1.Ebeveyn \Rightarrow 10 110 01 001 \Rightarrow 1.Çocuk 10 000 01 010
2.Ebeveyn \Rightarrow 11 000 11 010 \Rightarrow 2.Çocuk 11 110 11 001
 \Updownarrow \Updownarrow

Kısmi çaprazlamada ise iki bireyden rastgele bir aralık belirlenir. Bu aralıktaki değerlere sahip kromozomların genleri karşılıklı yer değiştirir.

7.2.4. Elitizm Yöntemi

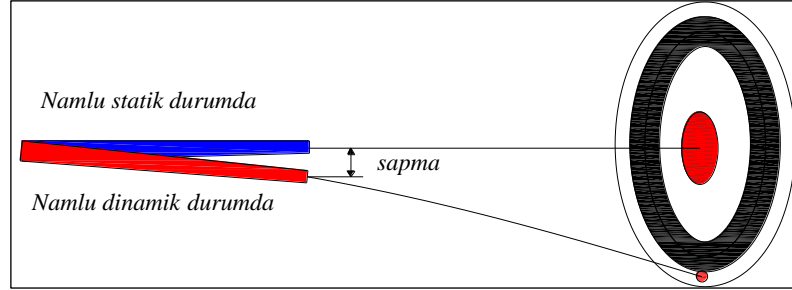
Elitizm yöntemi bir popülasyondaki en iyi kromozomların hiçbir değişikliğe uğramadan bir sonraki nesile aktarılması şeklinde söylenebilir. Genetik operatörlerin işlemesi sırasında en iyi kromozomların yok olma olasılığı vardır. Bu yüzden elitizm yöntemi ile en iyi kromozomlar korunarak bir sonraki nesile aktarılır.

7.3. GENETİK ALGORİTMA KULLANILARAK MUZZLE-BRAKE ÇUBUK GEOMETRİSİNİN OPTİMİZASYONU

7.3.1. Namlu Ucunun Dinamik Yerdeğiştirmesi

Beşinci bölümde anlatılan teorilerin uygulanması sonucunda namlu uç noktasına ait elde edilen sehim, eğim ve aksenal uç kayma miktarları altıncı bölümde sunuldu (Şekil 6.48-50). Burada Şekil 6.48 ile verilen namlu uç noktasına ait sehim grafiğine baktığımız zaman maksimum yerdeğiştirme miktarının 1.6 mm olduğu

görülmektedir. Buna dinamik sapma miktarında denir. Aşağıdaki şekilde namlunun statik konumda ve dinamik konumdaki davranışı gösterilmiştir.

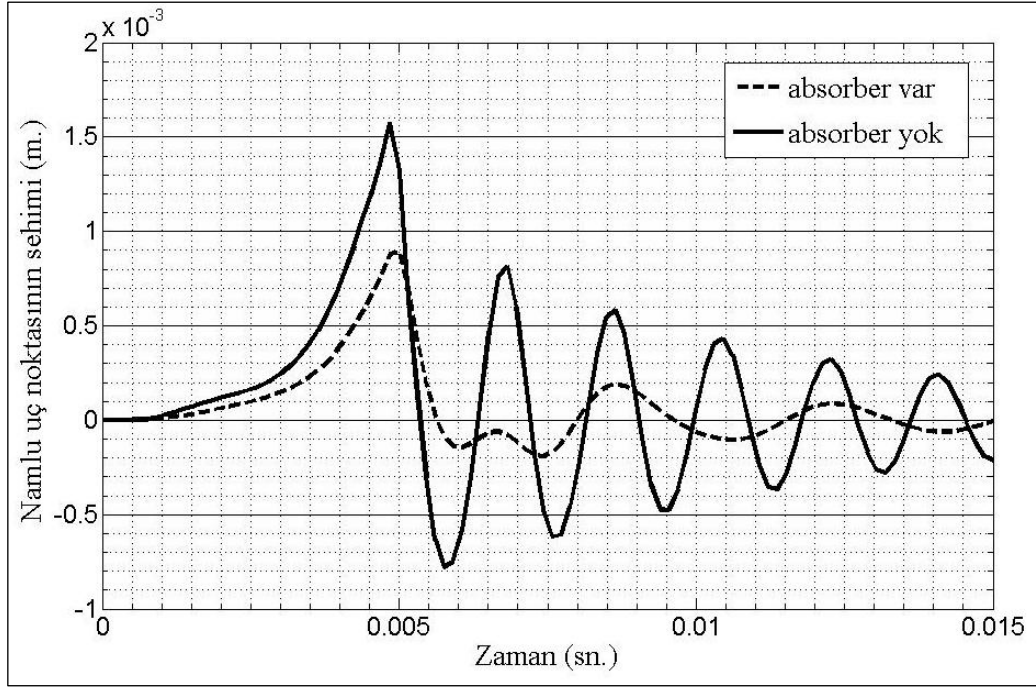


Şekil 7.9. Namlunun statik ve dinamik durumu.

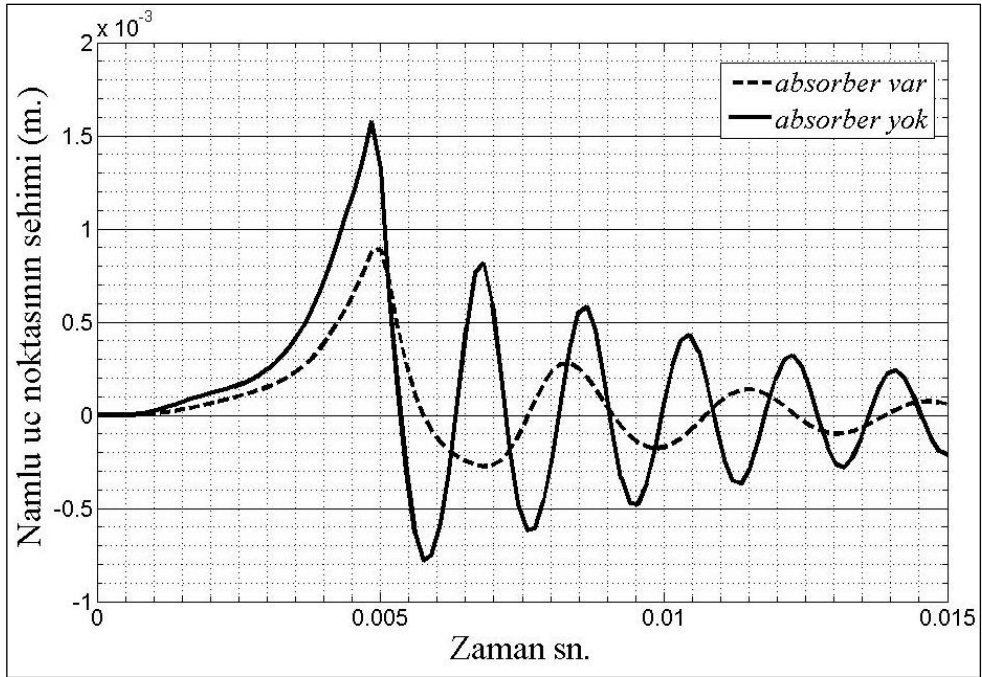
Namlunun mermi çekirdeği ile etkileşiminden meydana gelen bu dinamik yerdeğiştirme uçaksavar sisteminin olduğu gibi bütün silah sistemlerinin atış düzeninin bozulmasına neden olan bir sorundur. Bu sorunun engellenmesi için tasarlanan titreşim absorberinin Çizelge 7.2 ile verilen geometrik parametrelere göre namlu ucundaki dinamik yer değiştirmeyi düşürme üzerindeki etkisi Şekil 7.10 ve 7.11 üzerinde gösterilmiştir. Grafiklere bakıldığı zaman namlu uç noktasının dinamik cevabı muzzle-brake olmadığı durumda 1.6 mm olmasına karşın, muzzle-brake namlu ucuna sonlu elemanlara ayrılmış şekilde eklendiği durumda namlu ucu dinamik cevabı 0.8 mm düşmüştür (Şekil 7.10,7.11). Buradan titreşim absorberinin namlu ucu dinamik davranışı üzerine olumlu etki yaptığı görülmektedir. Bunun yanında titreşim absorberinin üzerindeki kütle miktarı, çubukların uzunluğu ve çapı bu sönümlenmenin ne kadar olacağı konusunda belirleyici rol oynamaktadır. Fakat fazla kütle eklemenin dinamik davranışı düzeltmesinin yanında uzun bir namlu kirişi için statik düzeni bozabileceğinden dolayı titreşim absorberinin geometrisini ve ağırlığını belirli sınırlar içerisinde tutmakta fayda vardır.

Çizelge 7.2. İki farklı absorbere ait geometrik parametreler.

	$L_1(m)$	$L_2(m)$	$L_3(m)$	$d_1(m)$	$d_2(m)$	$d_3(m)$	$d_4(m)$
Şekil 7.10	0.04	0.8	0.06	0.150	0.04	0.018	0.2
Şekil 7.11	0.04	0.95	0.06	0.15	0.04	0.018	0.2



Şekil 7.10. Titreşim absorberinin namlu ucu sehimi miktarı üzerine etkisi.



Şekil 7.11. Titreşim absorberinin namlu ucu sehimi miktarı üzerine etkisi.

7.3.2. Genetik Algoritma ile Muzzle-Brake Çubuk Geometrisinin Optimizasyonu

Titreşim absorberinin namlu ucu mekanik titreşimini ne kadar sönümleyeceği absorber üzerinde bulunan muzzle-brake parçaları olan kütleler ve bu kütleleri birbirine bağlayan çubuklar belirler. Biz çalışmamızda absorber üzerindeki kütleleri sabit kabul ederek çubuk geometrisini değiştirmek koşulu ile muzzle-brake için titreşim sönümlenme miktarını araştırdık. Genel olarak burada araştırılan durum, çubuğun çap ve uzunluk değeri olan d_3 ve L_2 için başlangıçta verilen aralık içinde kalmak şartıyla namlu ucundaki çökme miktarını en aza indirecek absorberin direngenlik ve kütesinin araştırılmasıdır. Belli bir araştırma aralığı için en düşük namlu sapma miktarını verecek sönümlenme çubuğu parametreleri ne olmalıdır sorusuna verilecek cevabı temel genetik algoritma mantığı içerisinde irdelendi. Örneğin çubuk uzunluğu için 150-1023 mm arasında bir araştırma yapılması, bunun yanında çubuk çapları için ise 6-15 mm arasında araştırma yapılacak şekilde program yazıldı. Çubuk uzunlukları 10 bit ve çubuk çap değerleri ise 4 bit olarak kromozomlar içine kodlama yapılarak daha sonra bu iki kromozom birleştirilerek 14 bitlik tek bir kromozom haline getirildi.

$$6 \leq \text{çap} \leq 15 \quad \text{ve} \quad 150 \leq \text{uzunluk} \leq 1023$$

$$\begin{array}{cc} \text{çap} & \text{uzunluk} \\ 1101 & 0110110000 \Rightarrow 11010110110000 \end{array}$$

Genetik algoritma ile sistemin çözüme ulaşması için genel olarak aşağıda verilen 9 adım izlenir.

1. Sönümlenme çubuğu çapı d_3 ve sönümlenme çubuğu uzunluğu L_2 için yukarıda verilen aralıktan oluşturulan başlangıç popülasyonunu 14 bit değerinde tek bir kromozomda birleştir.
2. Birinci adımda belirlenen başlangıç popülasyonundaki kromozomlar için namlu ucu sehim miktarını veren amaç fonksiyonuna, yani denklem (5.165)'e göre dizi uygunluk değerlerini tek tek hesapla.

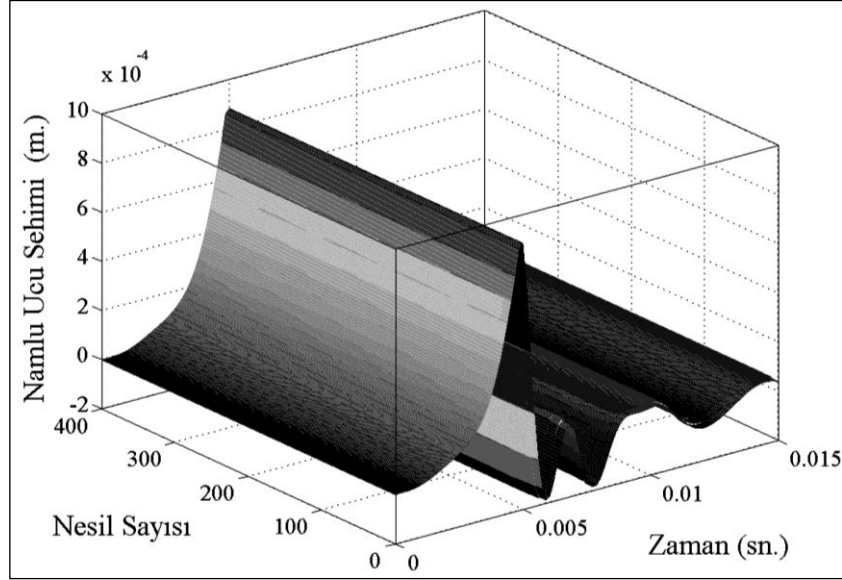
3. Dizi uygunluk değerlerinden yola çıkarak her bir kromozomun seçilme olasılığını belirten dizi seçim oranlarını hesapla.
4. Önceki adımda belirlenen dizi seçim oranına göre yeniden seçme işlemini yap.
5. Çaprazlama oranı %90'dan küçükse popülasyondaki kromozomları rastgele eşleştir ve kısmi çaprazlama uygula.
6. Mutasyon oranı 1/1000'den küçük ise herhangi bir kromozomun herhangi bir genine mutasyon uygula.
7. Çaprazlama sonucu oluşan kromozomlarda d_3 ve L_2 kromozomlarını ayır ve tekrar namlu ucu sehim miktarını veren amaç fonksiyonunu hesapla.
8. Namlu ucu sehim miktarını küçük yapan d_3 ve L_2 kromozomlarını bir sonraki nesile taşı diğerlerini yok et ve başlangıç popülasyonundan yenilerini seç.
9. Tekrar dizi uygunluk ile dizi seçim oranını hesapla ve 5.adıma geri dön.

Genetik algoritmada nesil sayısı, mutasyon oranı çaprazlama oranı, popülasyon sayısı gibi bir çok temel karakteristik parametre bulunur. Alınan bu parametreler sistemin çözüme nasıl gideceğinin belirlemede oldukça önemlidir. Çizelge 7.3 ile verilen tabloda genel olarak bu optimizasyon için kullanılan genetik algoritma parametreleri sunulmuştur.

Çizelge 7.3. Absorber optimizasyonu için alınan genetik algoritma parametreleri.

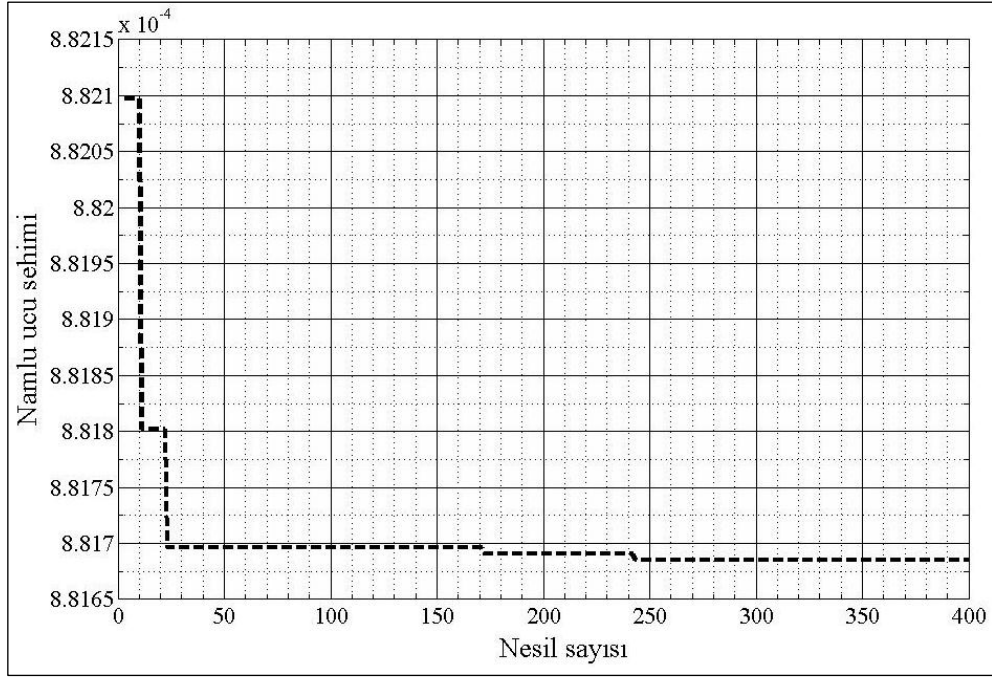
Parametre adı	Değeri
Çaprazlama oranı	% 90
Mutasyon oranı	1/1000
Nesil sayısı	400
Popülasyon sayısı	12
Seçim mekanizması	Rulet
Elitizm	6
Çaprazlama türü	Kısmi

Bütün bu temel parametreler ile birlikte sistemin amaç fonksiyonunda belirlenerek yazılan Matlab programının çözümü yaklaşık 106 saat sürdü. Burada amaç fonksiyonundan kastımız namlu ucundaki çökme miktarını veren fonksiyondur. Namlu ucu sehim miktarının nesil sayısına bağlı olarak değişimi aşağıdaki Şekil 7.12’de gösterilmiştir.



Şekil 7.12. Nesil sayısına bağlı namlu ucu sehim miktarının optimizasyon haritası.

Algoritma başlangıcında namlu ucu sehim miktarı 0.88215 mm iken son nesile gelindiğinde algoritmanın sonunda bu miktar 0.88165 mm olarak belirlendi. Şekil 7.13’de nesil sayısına bağlı olarak namlu ucu sehim miktarının değişimi gösterilmiştir.



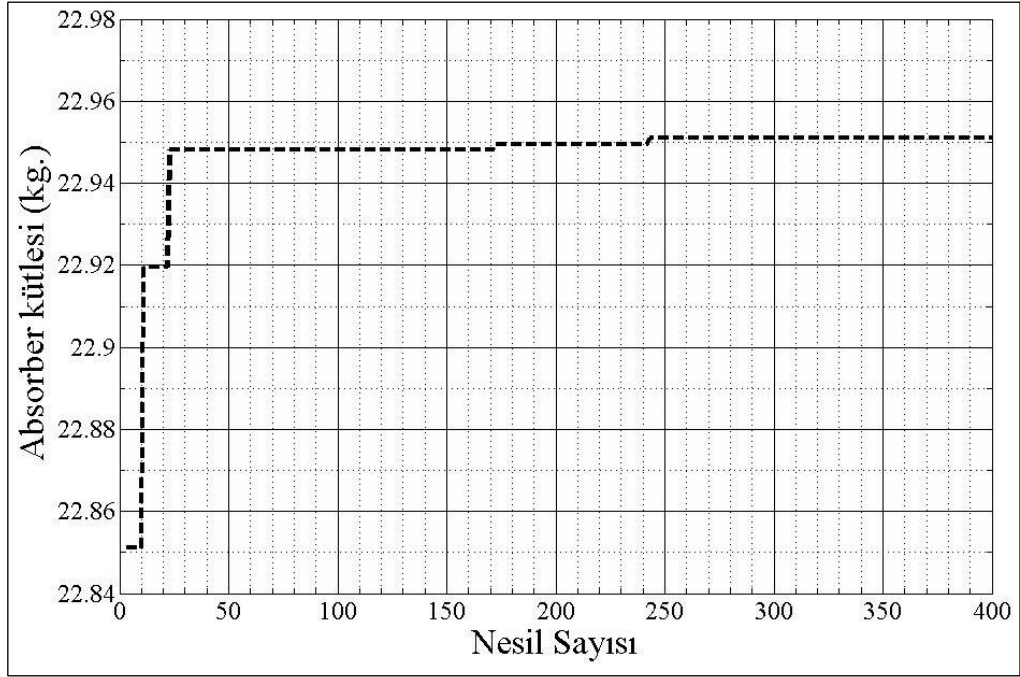
Şekil 7.13. Nesil sayısına bağlı maksimum namlu ucu sehim miktarı.

Çizelge 7.4'de ise algoritmanın son nesilinde elde edilen sehim değerine bağlı absorber parametreleri sunulmuştur.

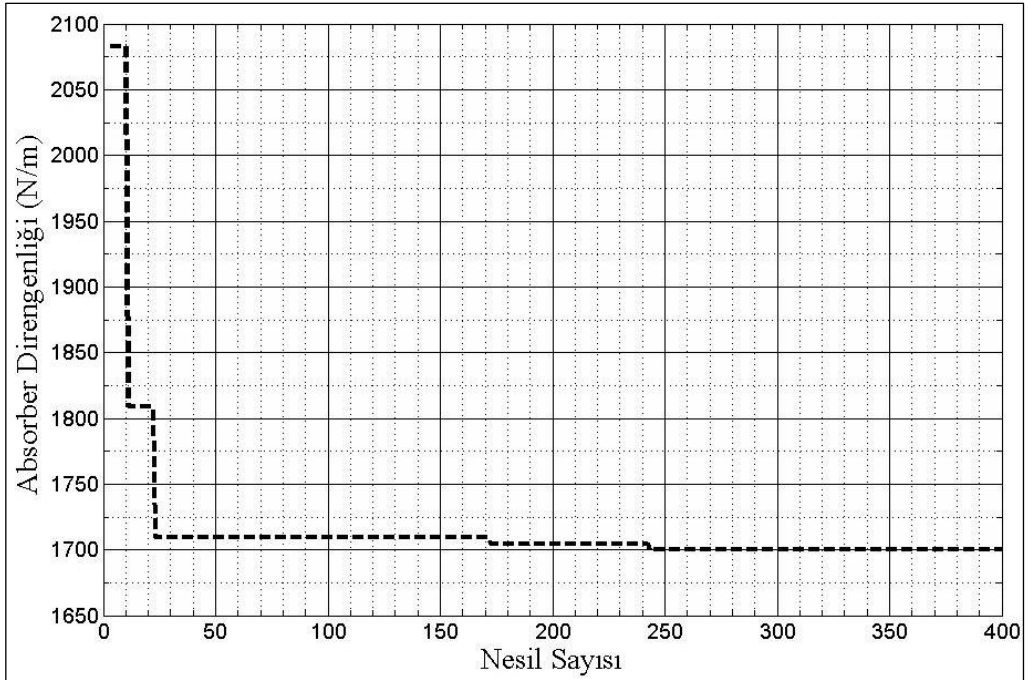
Çizelge 7.4. Optimize edilen absorberin parametre değerleri.

Parametre adı	Sayısal değeri
Muzzle kütle	22.95 (kg)
Muzzle direngenlik	1.6997×10^3
Sehim	0.8165 (mm)
Çubuk çap değeri	11 (mm)
Uzunluk değeri	1020 (mm)

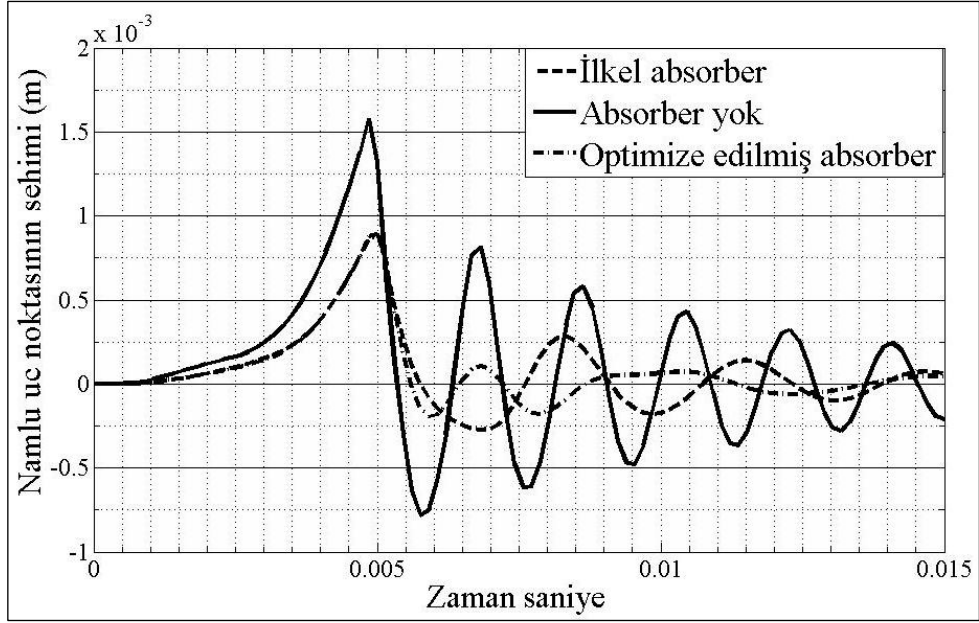
Şekil 7.14'de muzzle kütesinin nesil sayısına bağlı değişimi, Şekil 7.15'de muzzle direngenliğinin nesil sayısına bağlı değişimi ve son olarak Şekil 7.16 ise Çizelge 7.1 ile verilen parametre değerlerine göre tasarlanmış ilkel absorberli namlu, absorbersiz namlu ve Çizelge 7.4 ile verilen optimize edilmiş parametrelere göre tasarlanan absorberli namlunun birlikte namlu ucu sehimini gösteren grafikler sunulmuştur.



Şekil 7.14. Absorber kütlesinin nesil sayısına bağlı değişimi.



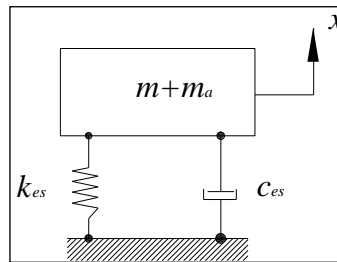
Şekil 7.15. Absorber direngenliğinin nesil sayısına bağlı değişimi.



Şekil 7.16. Namlunun absorbersiz, ilkel absorberli ve optimize edilmiş absorberli durumlardaki namlu ucu dinamik yer değiştirmesi.

7.4. UÇAKSAVAR NAMLU SİSTEMİNİN İKİ SERBESTLİK DERECELİ MATEMATİK MODELE İNDİRGENMESİ

Şekil 7.17 ile verilen matematik model namlu ve titreşim absorberini birlikte ifade eden modeldir. Model üzerinde k_{es} namlu ve absorberin toplam eşdeğer direngenliği, c_{es} namlu ve absorberin eş değer sönümlenme katsayısıdır. Burada namlunun temel titreşim karakteristiklerini (namlunun genlik cevabı) inceleyebilmek için namlu ve titreşim absorberini iki serbestlik dereceli model üzerinde göstermek gerekir. Bu yüzden namlunun ve optimizasyon sonucu kütlesi bilinen titreşim absorberinin eşdeğer kütlelerinin bulunması gerekir.

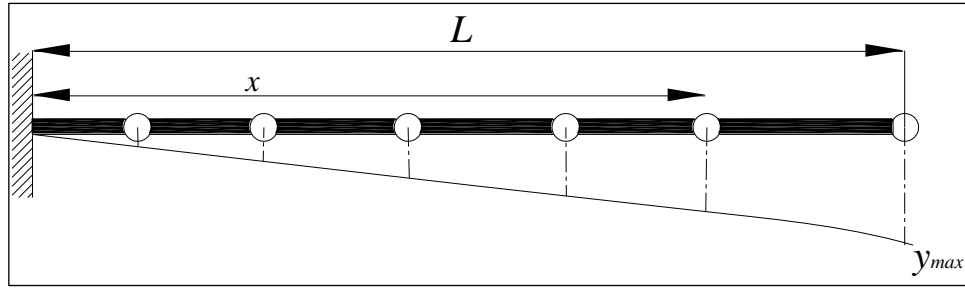


Şekil 7.17. Namlu ve muzzle-brake'in tek bir model ile gösterilmesi.

7.4.1. Eşdeğer Kütle İfadesinin Çıkarılması

Şekil 7.18 ile gösterilen kirişin maksimum kinetik enerji ifadesi aşağıdaki gibi yazılır.

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{m_{\text{beam}}}{L} \{ \dot{y}(x) \}^2 dx \quad (7.21)$$



Şekil 7.18. Kirişin eşdeğer kütleyle indirgenmesi.

Denklem (7.21) ile verilen ifadeye baktığımızda dikey hız sabit değildir. Burada dikey hız kirişin sehimine bağlıdır. Kuvvet ve sehim arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$y(x) = \frac{Px^2}{6EI} (3L - x) = \frac{(y_{\max})x^2}{2L^3} (3L - x) \quad (7.22)$$

Burada $y_{\max} = \frac{PL^3}{3EI}$ dir. Aynı benzerliği hız için aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\dot{y}(x) = \frac{\dot{y}_{\max}}{2L^3} (3Lx^2 - x^3) \quad (7.23)$$

Denklem (7.23) ile verilen hız ifadesi denklem (7.21)'de yerine yazılırsa;

$$T_{\max} = \frac{m_{\text{beam}}}{2L} \left(\frac{\dot{y}_{\max}}{2L^3} \right)^2 \int_0^L (3x^2L - x^3)^2 dx = \frac{1}{2} \left(\frac{33}{140} m_{\text{beam}} \right) \dot{y}_{\max}^2 \quad (7.24)$$

Denklem (7.24) ile verilen ifade aynı zamanda aşağıdaki gibi ifade de edilebilir.

$$T_{\max} = \frac{1}{2} (m_{eq})_{beam} \dot{y}_{\max}^2 \quad (7.25)$$

Denklem (7.24) ve denklem (7.25) ifadeleri birbirlerine eşitlendiğinde;

$$(m_{eq})_{beam} = \frac{33}{140} m_{beam} \quad (7.26)$$

Denklem (7.26)' da görüldüğü gibi bir kirişin ucuna yerleştirilen kütle o kütlenin $33/140$ olduğu zaman kirişi kütsüz olarak kabul edebilir ve bu şekilde modellenabilir.

7.4.2. Namlunun ve Titreşim Absorberinin Temel Karakteristik Parametrelerinin Belirlenmesi

Şekil 7.17 ile verilen tek serbestlik dereceli matematik model titreşim absorberi ile namlu ayrı ayrı sönümlenmeli olarak gösterildiğinde Şekil 7.23, sönümlemesiz olarak gösterildiğinde ise Şekil 7.18'de olduğu gibi ifade edilir. Sönümlenmeli model için sönüm oranı ζ malzemeden dolayı ifade edilmiştir. Dolayısıyla çelik malzeme için bu oran aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\zeta_a = \zeta = \frac{c}{c_{kritik}} = 0.005$$

Burada ζ_a ve ζ sırasıyla absorberin ve namlunun sönüm oranlarıdır. Bunun yanında optimizasyon sonucu muzzle- brake'in direngenliği ve kütlesi Çizelge 7.4'den aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$k_a = 1.69e^3 \quad N / m$$

Titreşim absorberinin eşdeğer kütlesi m_a denklem (7.26) ile aşağıdaki gibi bulunur.

$$m_a = (m_{eq})_{absbr} = \frac{33}{140} m_{beam} = \frac{33 \times 22.9}{140} = 5.4 \text{ kg}$$

Yukarıdaki ifade ile verilen k_a ve m_a değerinden muzzle-brake için doğal frekans aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} = \sqrt{\frac{1690}{5.4}} \quad \omega_a = 17.6 \quad \text{rad / sn.}$$

Sönüm katsayısı ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$c = 2\zeta m \omega_n$$

Buradan muzzle-brake için sönüm katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$c_a = 2\zeta_a m_a \omega_a \Rightarrow 2 \times 0.005 \times 5.4 \times 17.6 = 0.95$$

Aynı şekilde namlunun eşdeğer kütlesi denklem (7.26) ile aşağıdaki gibi elde edilir.

$$(m_{eq})_{namlu} = m = \frac{33}{140} m_{beam} = \frac{33}{140} 145.5 = 34.2 \text{ kg}$$

Namlunun eşdeğer direngenliği Ek Açıklamalar B ile verilen program ile namlu sonlu elemanın farklı çap ve uzunluk değeri için aşağıdaki gibi bulundu.

$$k = 3.42e5 \text{ N/m}$$

Aynı şekilde sadece namlunun doğal frekansı ise şu şekilde hesaplanır.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3.42 \times 10^5}{34.2}} = 100 \quad \text{rad / sn.}$$

Buradan da namlunun sönüm katsayısı aşağıdaki gibi hesaplanır.

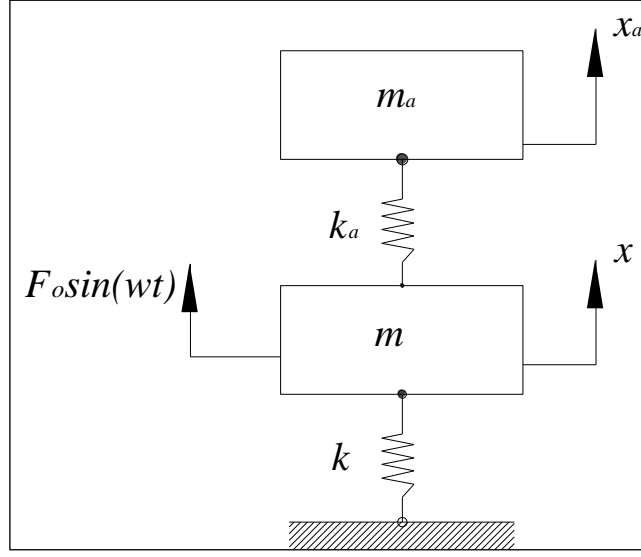
$$c = 2\zeta m\omega_p \Rightarrow 2 \times 0.005 \times 34.2 \times 100 = 34.2$$

Çizelge 7.5. İki serbestlik dereceli matematik modelin parametre değerleri.

Parametre	Değeri
c (Namlu sönüm katsayısı)	34.2
c_a (Muzzle-Brake sönüm katsayısı)	0.95
m (Namlu eşdeğer kütle)	34.2 kg
m_a (Muzzle-Brake eşdeğer kütle)	5.4 kg
k (Namlu eşdeğer direngenlik)	3.42×10^5 N/m
k_a (Muzzle-Brake eşdeğer direngenlik)	1.69×10^3 N/m
ω_p (Namlu doğal frekansı)	100 rad/sn
ω_a (Muzzle-Brake doğal frekansı)	17.6 rad/sn.
ζ_a (Muzzle-Brake sönüm oranı)	0.005
ζ_p (Namlu sönüm oranı)	0.005

7.4.3. Namlu ve Titreşim Absorberinin İki Serbestlik Dereceli Modeli

İlk olarak namlunun (primary system) ve titreşim absorberinin sönümsüz olduğu durum için sistemin farklı frekans oranlarında vermiş olduğu boyutsuz genlik oranı cevabı sunulacak. Şekil 7.19'de namlu ve absorberin iki serbestlik dereceli matematik modeli gösterilmiştir. Burada m_a absorberin eşdeğer kütlesi, k_a absorberin eşdeğer direngenliğidir. k, m ise sırasıyla namlunun eşdeğer direngenliği ve namlunun eşdeğer kütesidir. Yine x, x_a ise sırasıyla namlunun ve absorberin yerdeğiştirmesini ifade eder.



Şekil 7.19. Uçaksavar namlusu ve titreşim absorberinin ilave sönümlenmesiz matematik modeli.

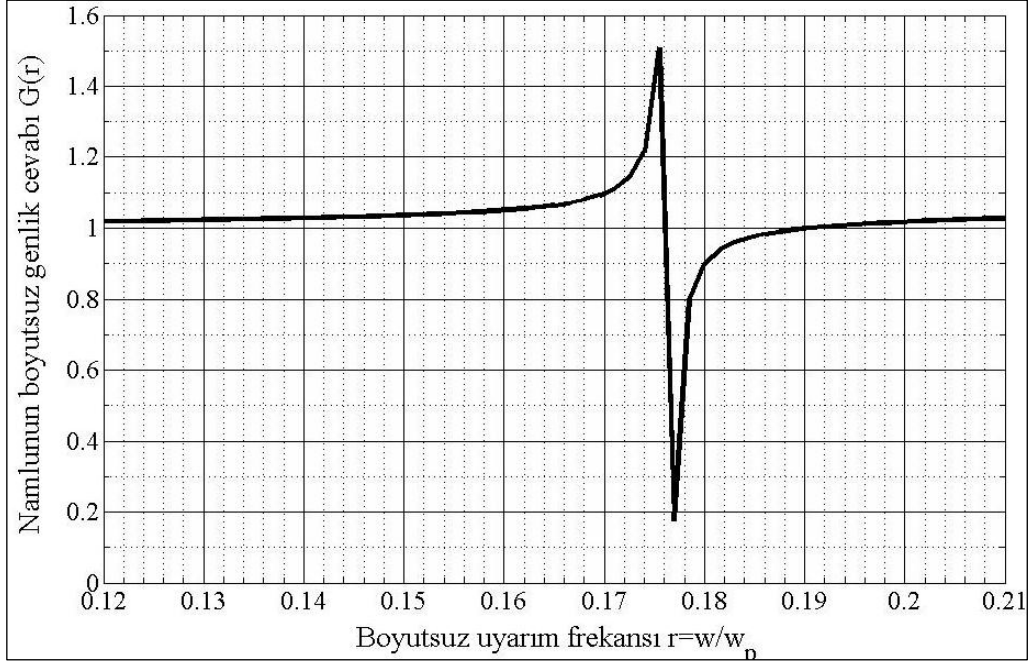
Şekil 7.19 ile gösterilen sönümlenmesiz namlu modeli için ana sistemin vermiş olduğu genlik cevabı denklem (7.27) ile ifade edilir [28].

$$G(r) = \frac{\alpha^2 - r^2}{r^4 - [\alpha^2(1 + \mu) + 1]r^2 + \alpha^2} \quad (7.27)$$

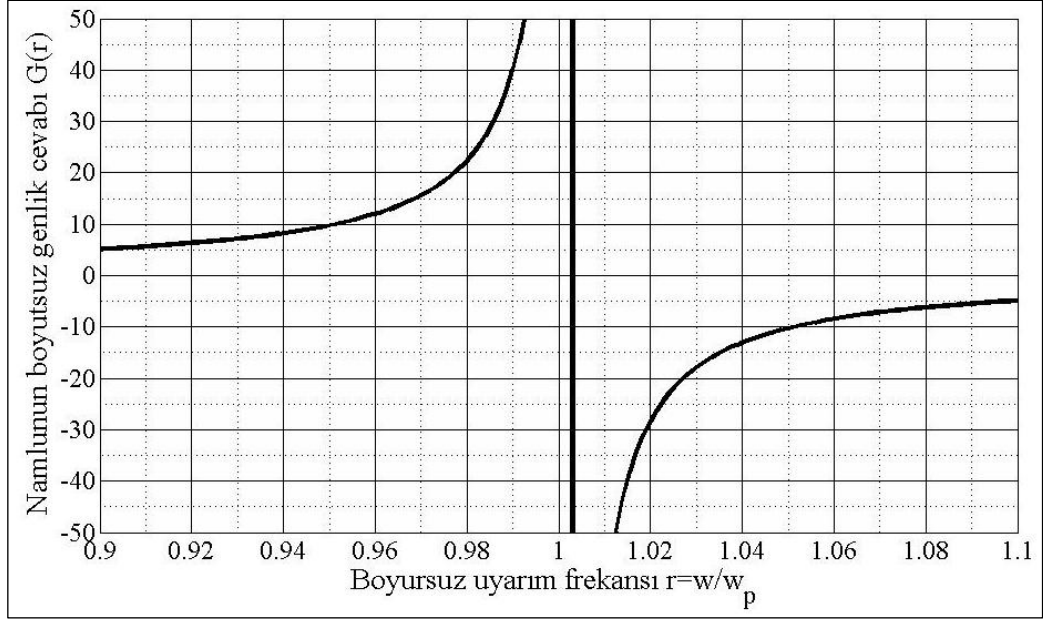
Denklem (7.27)'de verilen α , r , μ ve G sırasıyla absorberin boyutsuz doğal frekansı, namluya uygulana boyutsuz uyarım frekansı, absorberin kütle kesri ve statik çökmeye göre namlunun boyutsuz genlik cevabı oranıdır. Aşağıda bu ifadelerin değerleri verilmiştir.

$$\mu = \frac{m_a}{m} \quad r = \frac{\omega}{\omega_p} \quad \alpha = \frac{\omega_a}{\omega_p}$$

Denklem (7.27) farklı frekans oranları için kendi sistemimize ait parametreler olan Çizelge 7.5 ile verilen parametreler için Matlab ile çözüldüğünde Şekil 7.20 ve 7.21 ile gösterilen grafikler elde edilmiştir.

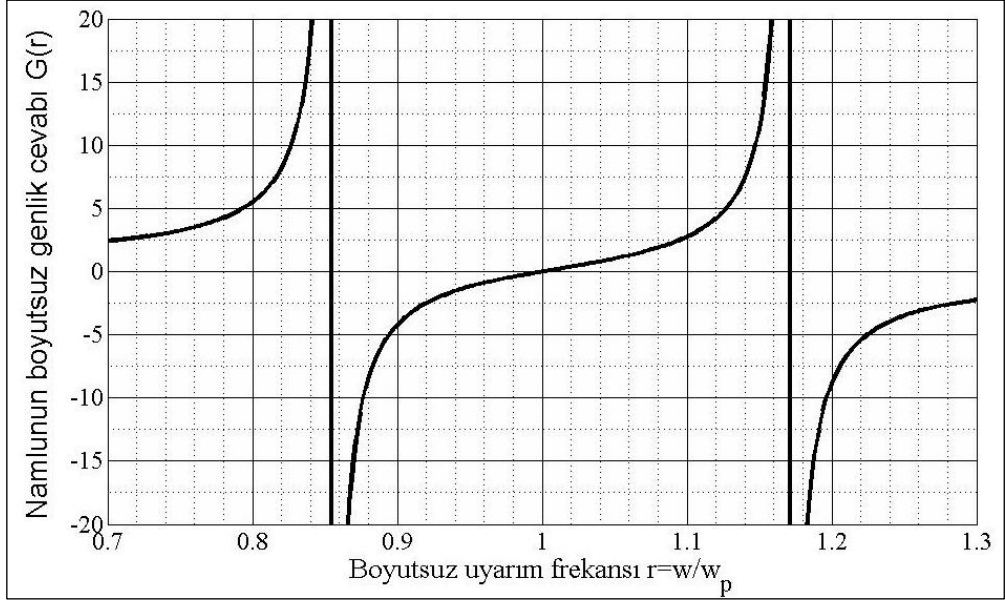


7.20. Namlunun sönümsüz modelinin genlik cevabı (0-0.2 arası).



7.21. Namlunun sönümsüz modelinin genlik cevabı (0.9-1.1 arası).

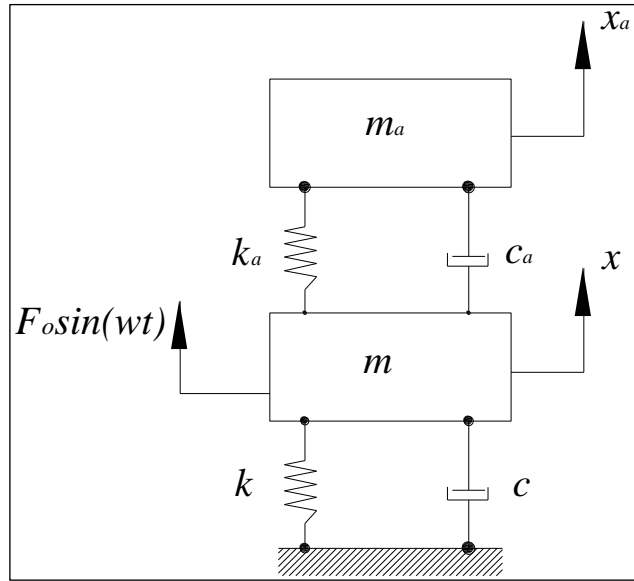
Şekil 7.22 ise $\mu = 0.1$ ve $\alpha = 1$ olarak alınarak yapılan çözüm sonucunda namlunun statik çökmeye göre vermiş olduğu genlik cevabı sunulmuştur.



7.22. Namlunun sönümsüz modelinin normalize edilmiş genlik cevabı.

7.4.4. Namlu ve Titreşim Absorberinin İki Serbestlik Dereceli İlave Sönümlmeli Modeli

Şekil 7.22 ile gösterilen iki serbestlik dereceli sistemin hareket denklemi (7.27)'de gösterildiği gibidir [29].



Şekil 7.23. İki serbestlik dereceli sistemin matematik modeli.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c+c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k+k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (7.27)$$

Burada m, c, k sırasıyla ana sistemin yani namlunun kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleridir. Bunun yanında m_a, c_a, k_a ise titreşim sönümleyicisinin yani muzzle-brake'e ait sırasıyla kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleridir. F_0 ve w ise sırasıyla sisteme dışarıdan uygulanan zorlama kuvveti genliği ve ana sisteme dışarıdan uygulanan kuvvetin zorlama frekansdır. Diğer taraftan x, x_a ise sırasıyla ana sistemin yer değiştirmesi ve titreşim absorberinin yer değiştirmesidir. Ana kütlelin normalize edilmiş sürekli durum cevabı aşağıdaki denklemde olduğu gibi ifade edilir [29]. Buradaki sönüm oranları ve sönüm katsayıları malzemedan dolayı ifade edilen değerlerdir.

$$G = \left| \frac{X}{F_0 / k} \right| = \quad (7.28)$$

$$\sqrt{\frac{(1 - \frac{r^2}{\beta^2})^2 + 4(\zeta_a \frac{r}{\beta})^2}{(\frac{r^4}{\beta^2} - (\frac{4\zeta_a \zeta_p}{\beta} + \frac{1}{\beta^2} + (\mu + 1))r^2 + 1)^2 + 4(r(\zeta_p + \frac{\zeta_a}{\beta}) - \frac{r^3}{\beta}(\zeta_a + \frac{\zeta_p}{\beta}) - \frac{r^3}{\beta} \zeta_a \mu)^2}}$$

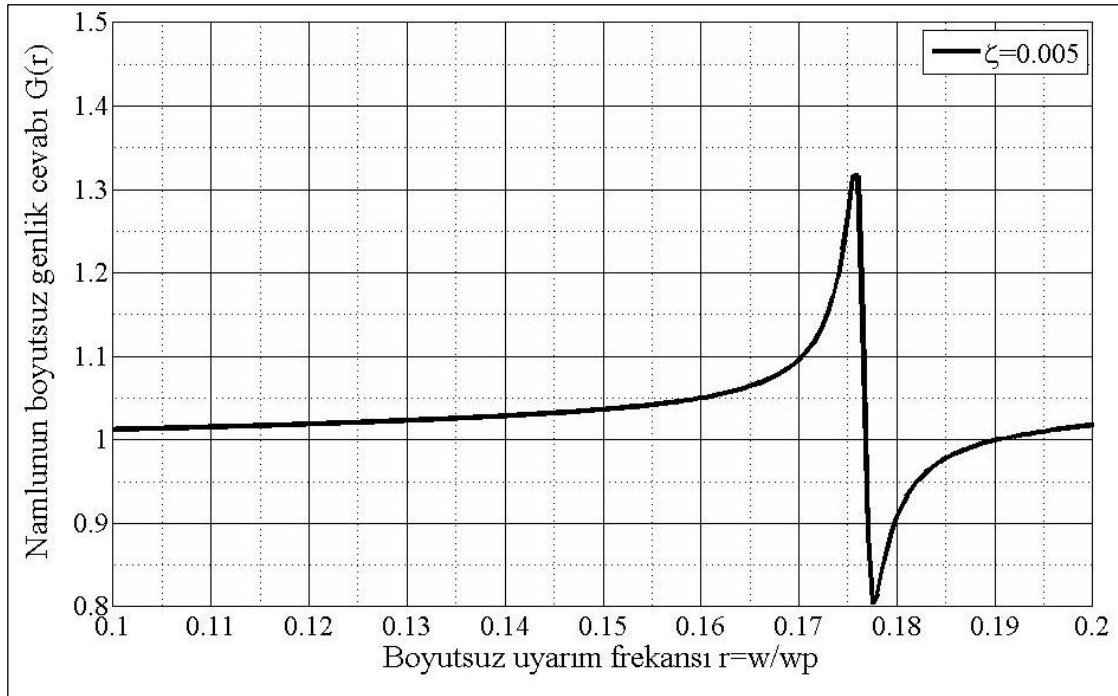
Denklem (7.28) ile verilen ifadede $F_0, F_0 / k, w_p, \zeta_p, w_a, \zeta_a, \beta$ sırasıyla namlunun statik yükü, namlunun statik çökmesi, namlunun doğal frekansı, namlunun sönümlenme oranı, absorberin doğal frekansı, absorberin sönümlenme oranı ve absorberin boyutsuz doğal frekansdır.

Denklem (7.28) ,

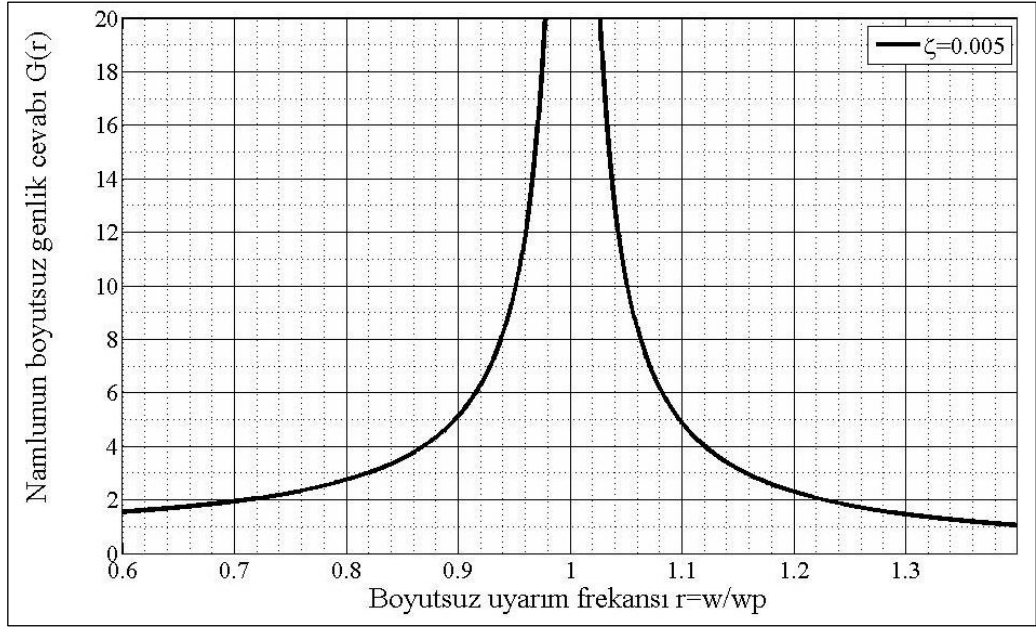
$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \zeta_p = \frac{c}{2m\omega_p} \quad \omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \quad (7.29)$$

$$\zeta_a = \frac{c_a}{2m_a\omega_a} \quad \beta = \frac{\omega_a}{\omega_p} \quad \mu = \frac{m_a}{m} \quad r = \frac{\omega}{\omega_p}$$

Denklem (7.28) ifadesi Çizelge 7.5 ile belirtilen karakteristik ifadeler için çözüldüğünde sistemin farklı frekans oranları için vermiş olduğu genlik oranı cevabı Şekil 7.24 ve 7.25 olduğu gibidir.

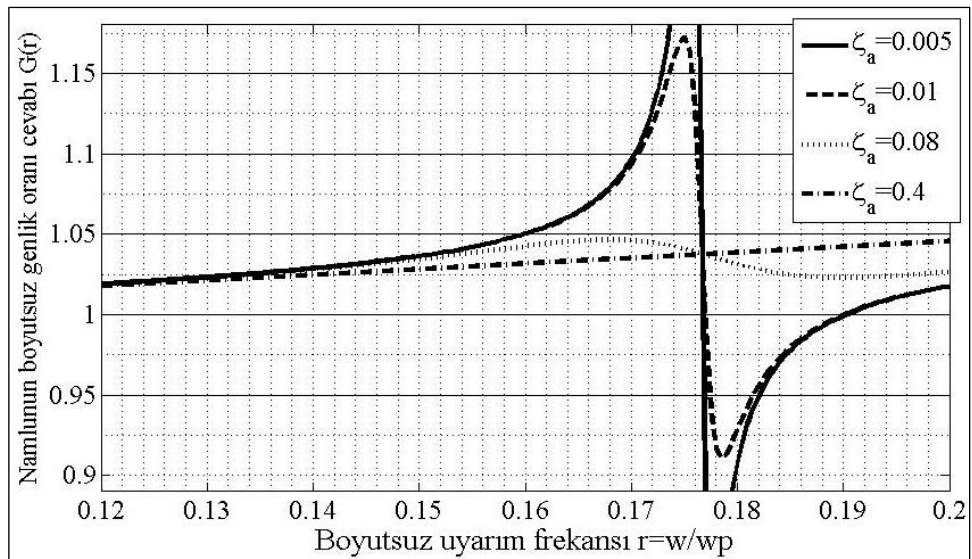


Şekil 7.24. İki serbestlik dereceli sönümlenmeli namlunun genlik cevabı (0-0.2).

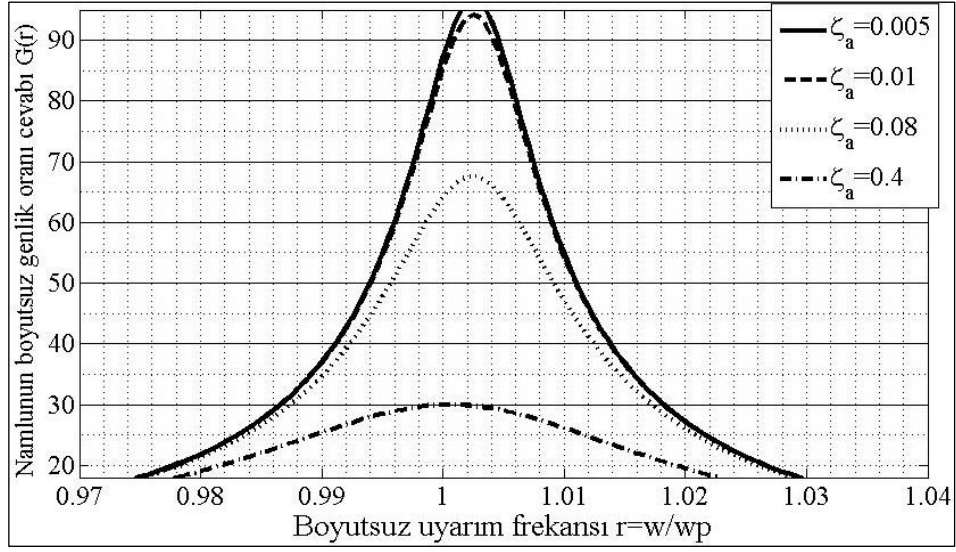


Şekil 7.25. İki serbestlik dereceli sönümlenmeli namlu modelinin genlik cevabı (0.6-1.4).

Bununla birlikte Şekil 7.23 ile verilen sönümlenmeli matematik modele malzeme sönümlemesi dışında ilave sönümle ekliyerek farklı sönüm oranları için elde edilen sistemin vermiş olduğu boyutsuz genlik oranı cevabı Şekil 7.26 ve 7.27'de gösterilmiştir. Buradaki ilave sönümleme absorber üzerine içinde viskoz bulunan bir eleman olarak düşünülebilir.



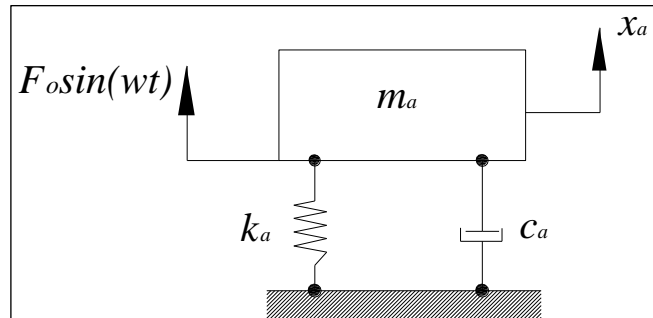
Şekil 7.26. Farklı sönüm oranları için namlunun genlik cevabı (0.12-0.2).



Şekil 7.27. Farklı sönüm oranları için namlunun genlik cevabı (0.98-1).

Buraya kadar hem namlu hemde titreşim absorberinin ikisinin bir modelde gösterildiği iki serbestlik dereceli sistem için çözüm gerçekleştirildi. Şimdi ise sadece titreşim absorberinin tek serbestlik dereceli bir modelde gösterilmesi ile absorberin dinamik davranışı incelenecektir. Eğer absorber Şekil 7.28’de olduğu gibi tek serbestlik dereceli olarak modellenirse, muzzle-brake’in farklı frekans oranları için boyutsuz genlik oranı cevabı Şekil 7.29’da olduğu gibi elde edilir. Şekil 7.28 ile verilen absorberin hareket ifadesi denklem (7.30)’da verildiği gibi olup, burada m_a , c_a , k_a ve x sırasıyla absorberin eşdeğer kütlesi, absorberin sönümleme katsayısı, absorberin eşdeğer direngenliği ve absorberin yer değiştirmesidir.

$$\ddot{x} + c_a \dot{x} + k_a x = F \sin \omega t \quad (7.30)$$

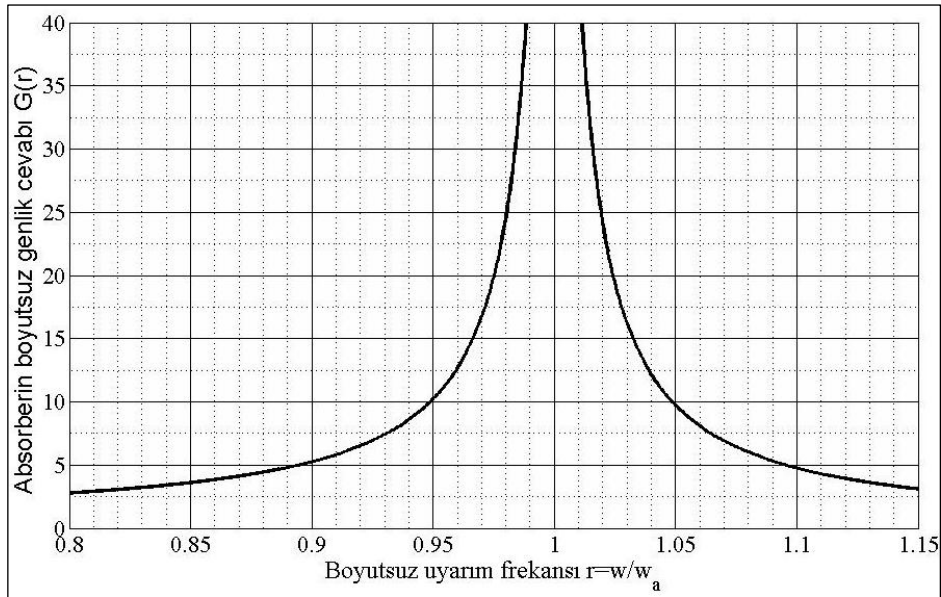


Şekil 7.28. Muzzle-Brake için tek serbestlik dereceli matematik model.

Yine tek serbestlik dereceli bu model için statik çökmeye göre absorberin vermiş olduğu boyutsuz genlik oranı cevabı denklem (7.31) ile ifade edilir [30].

$$G(r) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right]^2 + \left[\omega \zeta_a \frac{\omega}{\omega_a}\right]^2}} \quad (7.31)$$

Burada G , ω_a , ω ve ζ_a sırasıyla absorberin farklı statik çökmeye göre genlik cevabı, absorberin doğal frekansı, absorberi zorlama frekansı ve absorberin sönümlenme oranıdır. Denklem (7.31) ile verilen ifade çözüldüğü zaman sadece titreşim sönümleyici için farklı frekans oranlarında verilen boyutsuz genlik oranı cevabı Şekil 7.29'de olduğu gibidir.

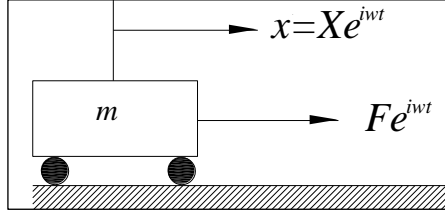


Şekil 7.29. Titreşim absorberinin farklı frekans oranlarına bağlı genlik cevabı.

7.4.5. Namlunun Empedans ve Mobility Cevapları

Empedans ve mobility analizleri çok serbestlik dereceli sistemlere oldukça sık uygulanır. Burada biz sadece namlu için bu analizleri gerçekleştirdik. Empedans herhangi bir sistemi zorlayan harmonik dış kuvvetin genliğinin sistemin vermiş olduğu hıza oranına denir [30]. Mobility ise empedans'ın tam tersidir.

Herhangi bir sistemi periyodik olarak zorlayan kuvvet $F e^{i\omega t}$ olsun (Şekil 7.30). Burada F kuvvetin genliğidir. Zorlama kuvveti sonucunda sistem üzerindeki hareket ise $x = X e^{i\omega t}$ ile ifade edilir. Bu durumda tek serbestlik dereceli sönümsüz sistem için hareket denklemini (7.32)'de olduğu gibi yazılır.



Şekil 7.30. Üzerine kuvvet uygulanan kütle sistemi.

$$F e^{i\omega t} = m \ddot{x} \quad (7.32)$$

Burada m, \ddot{x} sırasıyla kütle ve $x = X e^{i\omega t}$ ile verilen hareket fonksiyonunun ikinci dereceden diferansiyeli yani ivmedir.

$$\ddot{x} = -\omega^2 X e^{i\omega t} \quad (7.33)$$

Denklem (7.33) ile verilen ifade (7.32)'de yerine yazılırsa;

$$F e^{i\omega t} = -\omega^2 m X e^{i\omega t} \quad (7.34)$$

Denklem (7.34) ile verilen ifade aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$F e^{i\omega t} = m i \omega (i \omega X e^{i\omega t}) \quad (7.35)$$

Denklem (7.35)'de verilen $i \omega X e^{i\omega t}$ ifadesi yer değiştirilmenin diferansiyeline yani hıza eşittir. Bu durumda denklem (7.35) aşağıdaki gibide ifade edilebilir.

$$F e^{i\omega t} = m i \omega v \quad (7.36)$$

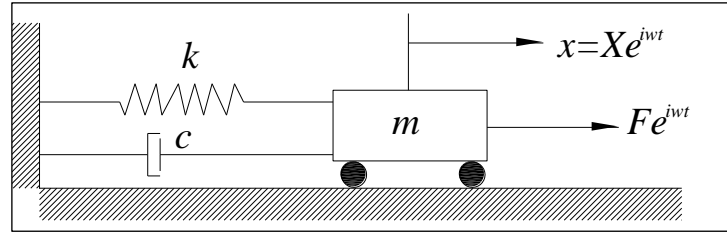
Denklem (7.36) ile verilen ifadede hız aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$v = Ve^{i\omega t}$$

Yukarıdaki ifadede v, V sırasıyla hız ve hız genliğidir. Bu durumda sistemin reseptans ifadesi şu şekildedir [30].

$$Z_m = \frac{F}{V} = mi\omega \quad (7.37)$$

Denklem (7.37) ile verilen ifade Şekil 7.25’de gösterildiği gibi üzerine kuvvet etki eden sistem için reseptans ifadesidir. Fakat namli sisteminde bu ifadeyi kullanmak için Şekil 7.31 ile verilen tek serbestlik dereceli sönümlü sisteme göre bu formulasyonun düzenlenmesi gerekir. Şekil 7.31 ile verilen kütle yay için reseptans ifadesi aşağıdaki gibidir.



Şekil 7.31. Tek serbestlik dereceli sönümlenmeli kütle yay sistemi.

$$Fe^{i\omega t} = kXe^{i\omega t} \Rightarrow Z_k = \frac{F}{V} = \frac{k}{s} \quad (s = i\omega) \quad (7.38)$$

Burada Z_k direngenlik için reseptans ifadesidir. Denklem (7.39)’da verilen Z_c ise sönümlenme için reseptans ifadesidir.

$$Z_c = c \quad (7.39)$$

Denklem (7.38) ve (7.39) ile Şekil 7.30 ile ifade edilen bir sistem için reseptans ifadesi şu şekildedir:

$$Z = Z_m + Z_k + Z_c \quad (7.40)$$

Aynı şekilde reseptans ifadesi [30];

$$Z = ms + \frac{k}{s} + c \quad (7.41)$$

Mobility ile reseptans arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanır:

$$Z = \frac{1}{M} \quad (7.42)$$

Denklem (7.40) ile verilen mobility ifadesi en genel hali ile yazıldığında [31];

$$M(\omega) = \frac{i\omega}{k + i\omega c - \omega^2 m} \quad (7.43)$$

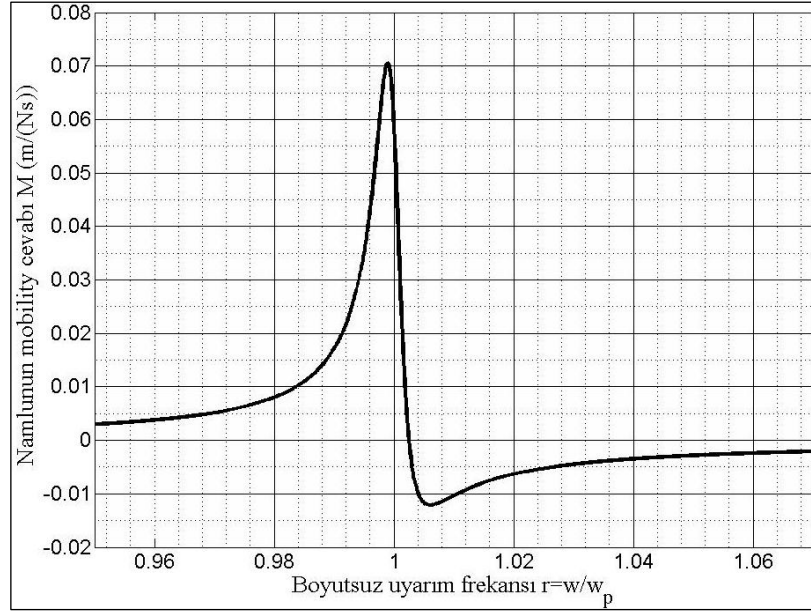
Denklem (7.43) ile verilen ifade kompleks bir ifadedir. Bu ifadenin karmaşık ve reel kısımları sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilir [31].

$$\Re(M(\omega)) = \frac{\omega^2 c}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (7.44)$$

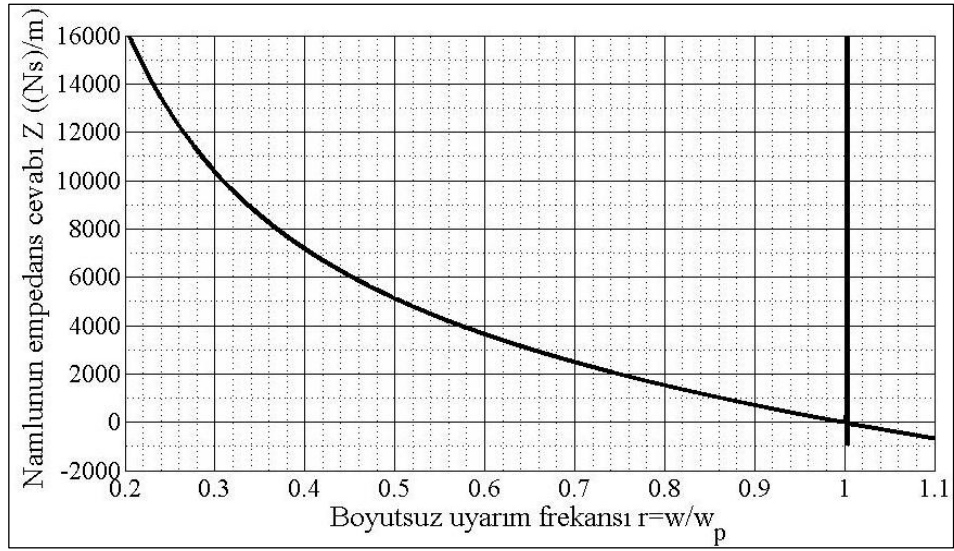
$$\Im(M(\omega)) = \frac{\omega(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (7.45)$$

$$M(\omega) = \frac{\omega^2 c}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} + \frac{\omega(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (7.46)$$

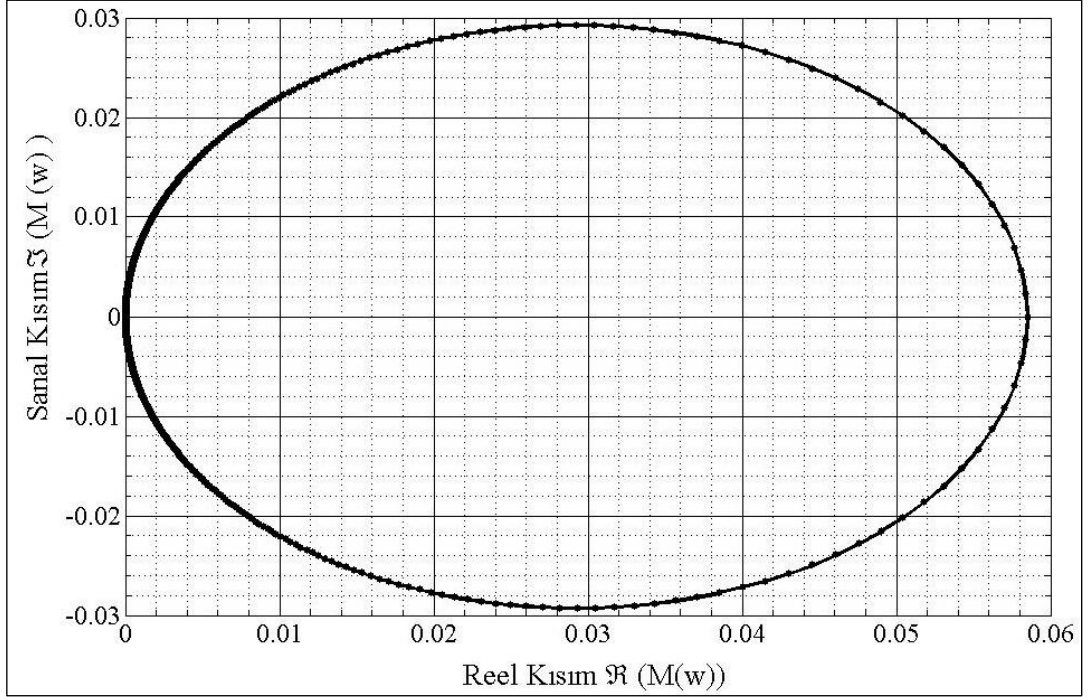
Denklem (7.46) ile verilen ifade Matlab ile çözüldüğünde namlunun mobility ve reseptans cevabı sırasıyla Şekil 7.32 ve 7.33'de gösterilmiştir



Şekil 7.32. Namlunun mobility cevabı.



Şekil 7.33. Namlunun Empedans cevabı.



Şekil 7.34. Namlunun mobility cevabı için nyquist gösterimi.

7.4.6. Namlunun Reseptans Cevabı

Denklem (7.47) ile verilen sönümlü sistem için reseptans ifadesinin reel ve imajiner kısımları sırasıyla denklem (7.48) ve (7.49) verilmiştir [32].

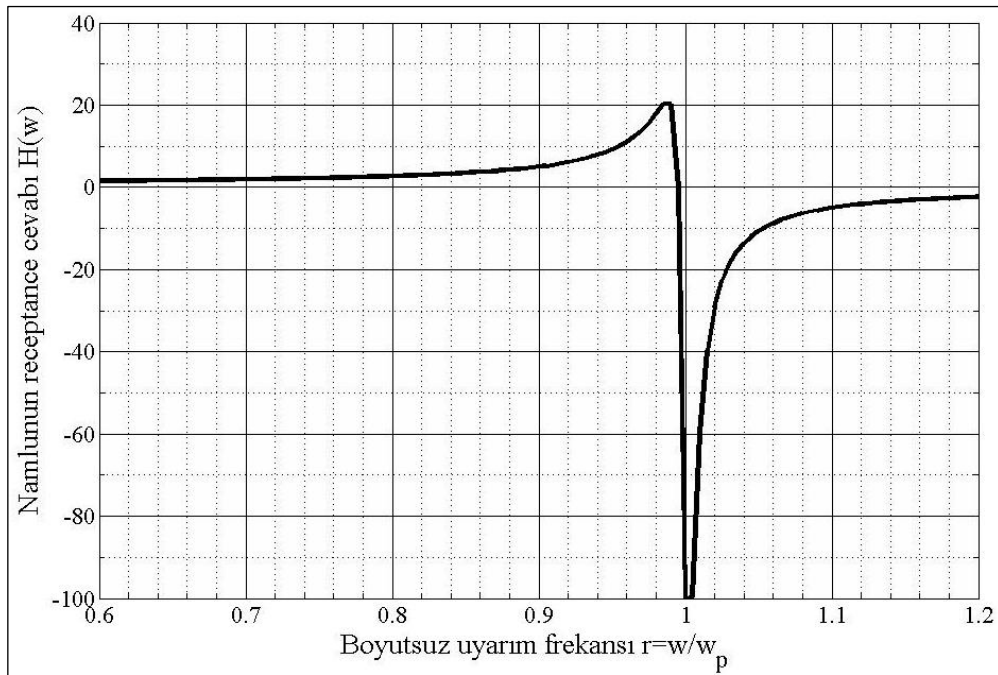
$$H(\omega) = \frac{1}{k + i\omega c - \omega^2 m} \quad (7.47)$$

$$\Re(H) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \quad (7.48)$$

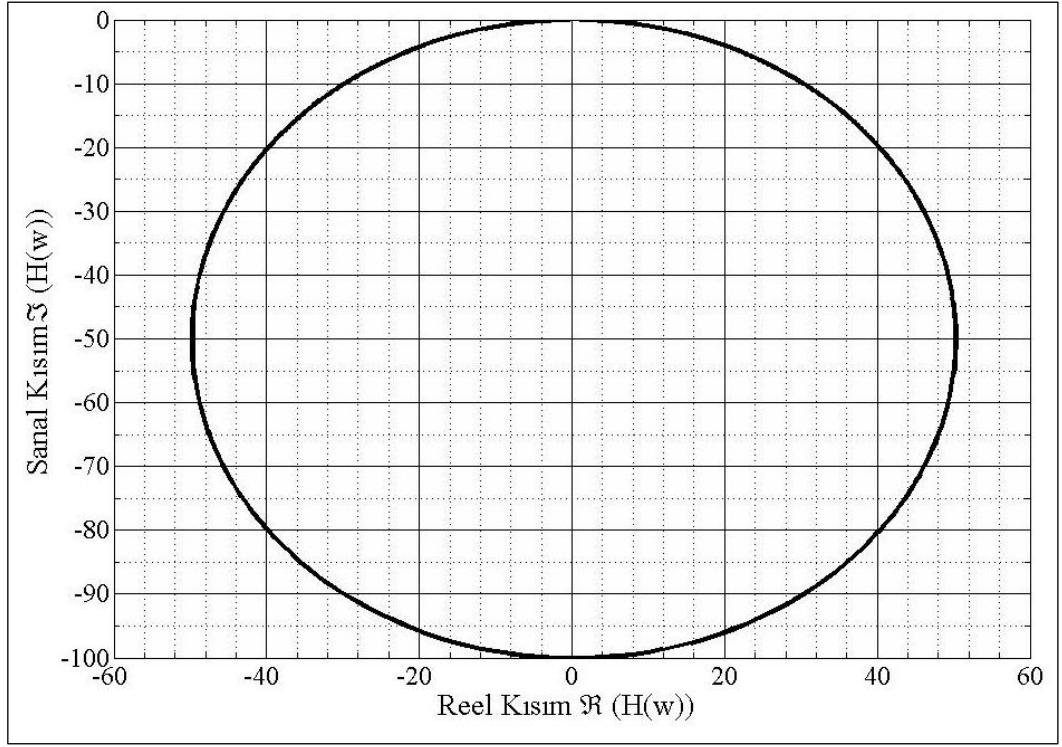
$$\Im(H) = \frac{-2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \quad (7.49)$$

$$H = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} + \frac{-2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta_p \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \quad (7.50)$$

Denklem (7.50) ile verilen sönümlü sistem için reseptans ifadesi namlu sistemi için çözüldüğünde Şekil 7.35 ile verilen grafik elde edilir.



Şekil 7.35. Namlunun reseptans cevabı.

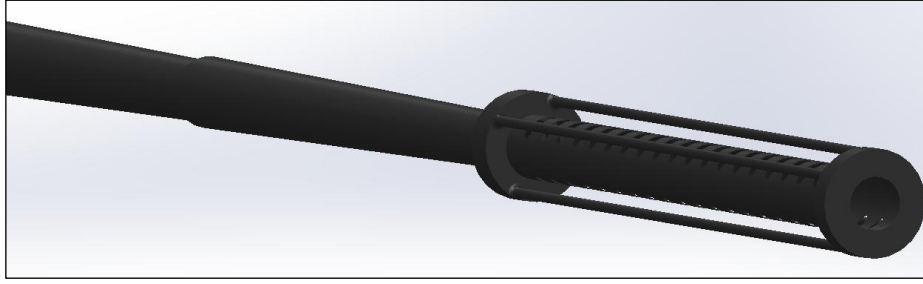


Şekil 7.36. Namlunun reseptans cevabı için nyquist gösterimi.

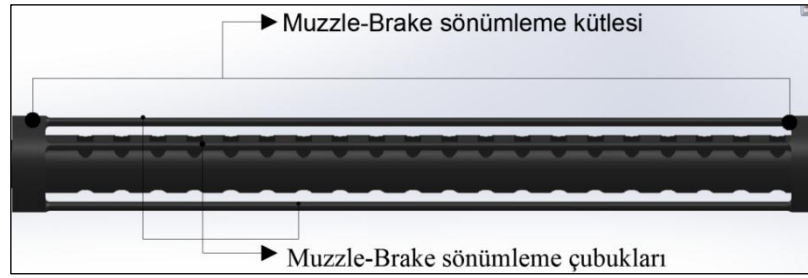
BÖLÜM 8

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

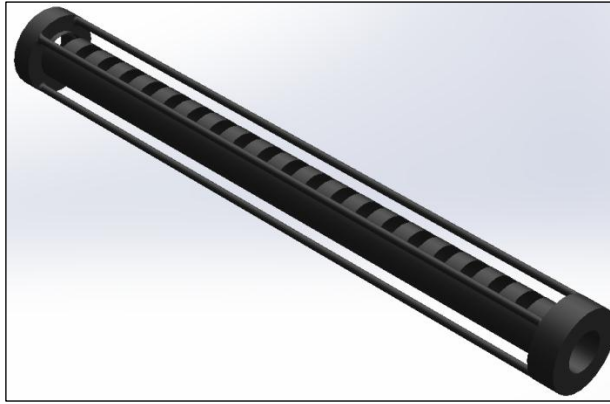
Bu çalışmada Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenen 35 mm uçaksavar namlusunun atış esnasında mermi çekirdeği ile namlu arasındaki hareketli kütle etkileşiminden dolayı namlu ucunda meydana gelen ve namlunun vuruş kabiliyetini azaltan yer değiştirmeler saptanmıştır. Bunun için literatürde çok kullanılan bir yöntem olan “Hareketli Sonlu Elemanlar” yöntemi kullanılarak saptanan bu parametrelerin azaltılması vuruş gücü daha yüksek silah sisteminin ortaya çıkmasına neden olacağı vurgulandıktan sonra, bunu önlemek için tasarlanan muzzle-brake tanıtıldı. Yine tasarlanan bu muzzle-brake’in titreşim sönümlenme etkisi sayısal olarak yaklaşık %50 oranında titreşimlerin azalmasına neden olduğu sonucuna varıldı. Muzzle-brake’in titreşim sönümlenme miktarı çubukların uzunluğu ve çapına bağlı olarak değiştiği görüldü. Bu değişim genetik algoritma kullanılarak belirli sınırlar içinde optimize edildi. Elde edilen parametrelere göre muzzle-brake tekrar tasarlandı (Şekil 8.1 ve 8.2). Sonuç olarak özellikle uzun namluya sahip silah sistemlerinde atış anında meydana gelen namlu düzeni bozulma sorunu pasif titreşim sönümlenme teknikleri ile kısmen giderilebileceği sonucuna varıldı. Çalışmamızı patlama anında meydana gelen şok dalgaları hariç tutularak mermi çekirdeği ile namlu etkileşiminden meydana gelen atış düzeni bozulma sorunu ele alındı. Bunun yanında uçaksavar sistemin sadece namlusu sabit kabul edilerek nümerik çözümlenmeye gidildi.



Şekil 8.1. 35 mm uçaksavar namlusu ve muzzle-brake.



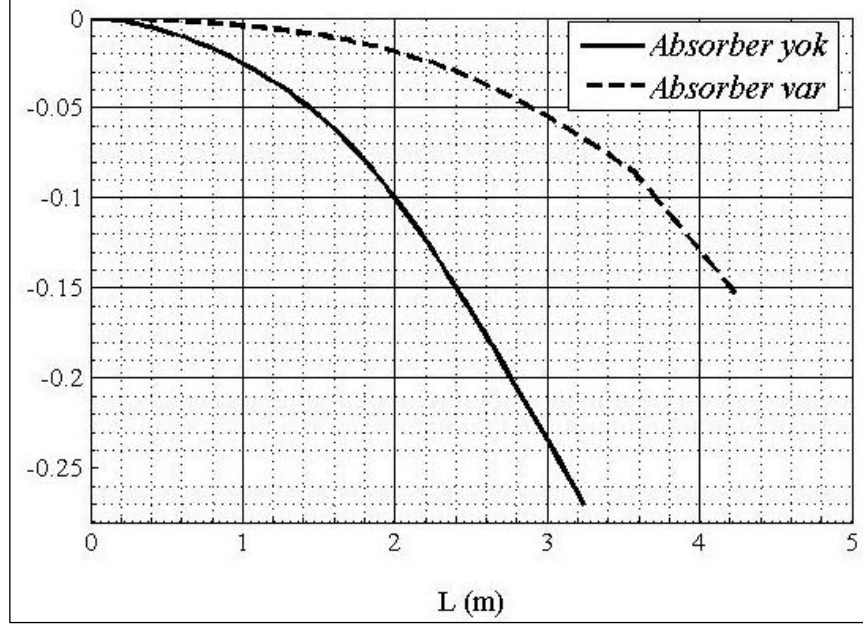
Şekil 8.2. Muzzle-Brake üzerinde çubukların ve kütlelerinin gösterilmesi.



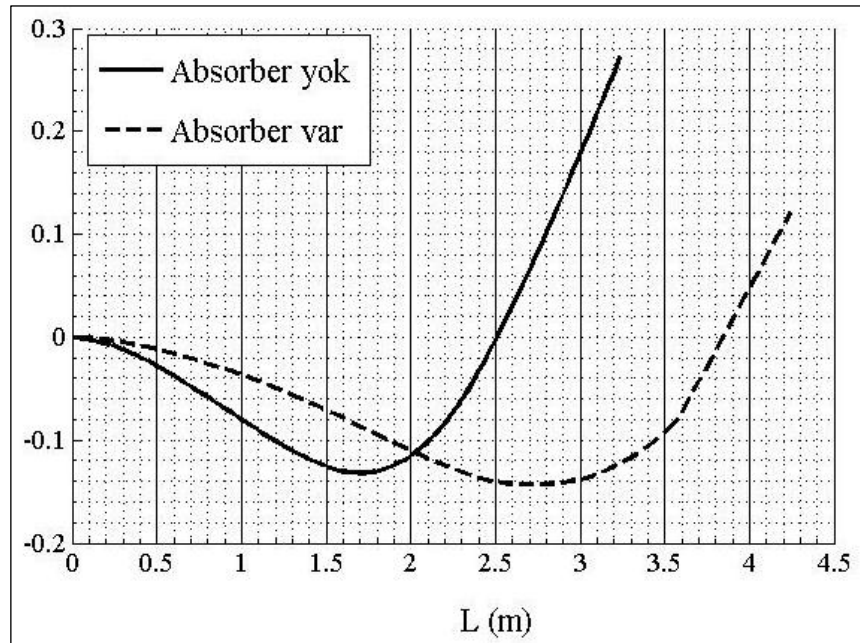
Şekil 8.3. Muzzle-Brake.

Burada ayrıca titreşim absorberinin namlu doğal frekansları üzerine olan etkisi incelendi. Absorberin eklenmesi ile birlikte toplam direngenliğin düşmesi bunun yanında toplam kütle artması uçaksavar namlu sisteminin doğal frekanslarının azalmasına neden olacaktır. Absorberin eklenmesinden sonra yapılan yeni modal analizde absorberin namlu frekanslarını düşürdüğü görülmektedir (Şekil 8.3-8.7). Aşağıdaki şekillerde muzzle-brake'in olduğu durum ile olmadığı durum için modal analiz değerleri birlikte sunulmuştur. Bunun yanında Çizelge 8.1 ile bu mod

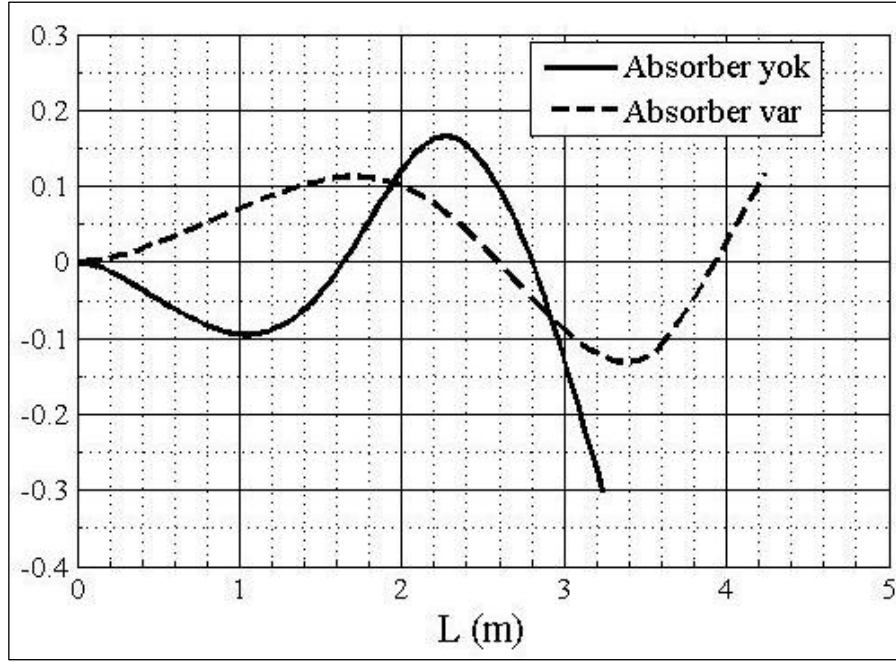
değerlerinin absorberinin olduğu durum ile olmadığı durum sayısal olarak ifade edilmiştir.



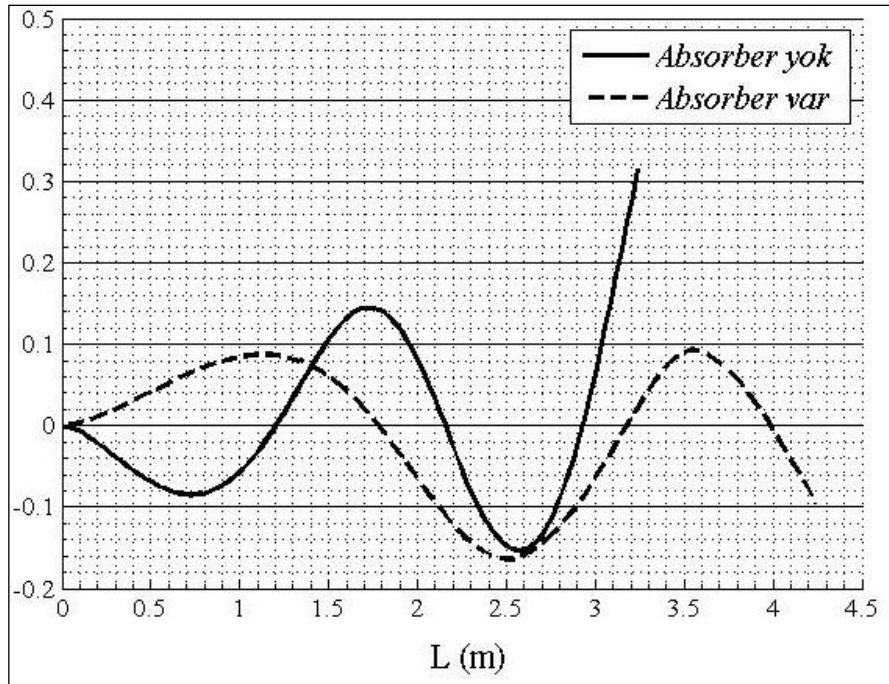
Şekil 8.4. Namlunun 1.modü.



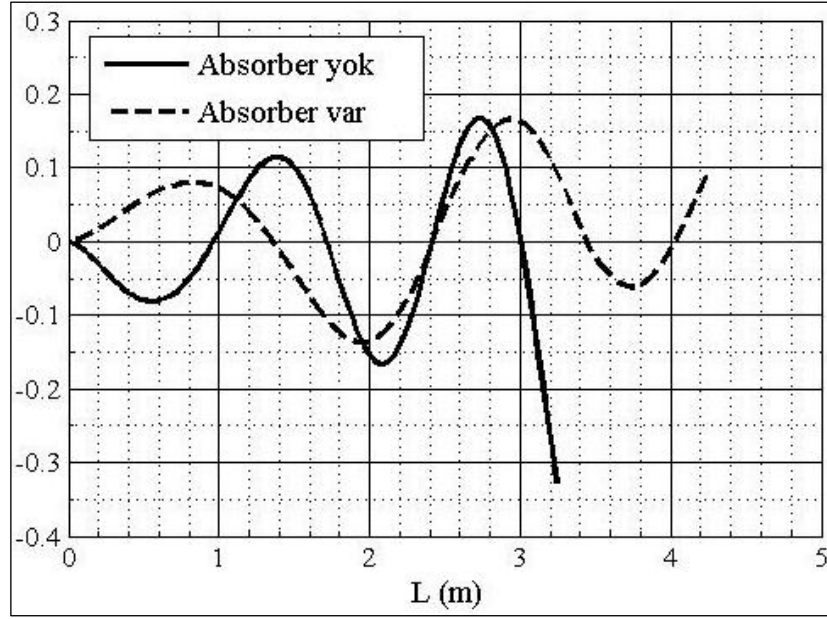
Şekil 8.5. Namlunun 2.modü.



Şekil 8.6. Namlunun 3.modü.



Şekil 8.7. Namlunun 4.modü.



Şekil 8.8. Namlunun 5.modu.

Çizelge 8.1. Namlu mod değerleri.

Modlar	Muzzle Yok (Hertz.)	Muzzle Var (Hertz.)
Mod 1	46	12
Mod 2	371	115
Mod 3	768	325
Mod 4	1306	685
Mod 5	2343	1165

Çalışmamız teorik bir çalışma olmakla beraber sistemin gerçekte nasıl bir davranış sergileyeceği doğrudan saptanamadı. Bunun için literatür araştırması ile ele alınan bazı çalışmalardan yola çıkarak kendi çalışmamızın sonuçları değerlendirildi. Bunların en başında Littlefield et al. yapmış olduğu çalışmadır. Yaptığı çalışmasında 25 mm M242 silahını ele aldılar. Çizelge 8.2’de bu silahın özellikleri verilmiştir.

Çizelge 8.2. M242 silahının genel özellikleri.

Özellik	Değeri
Çap	25mm
Namlu uzunluğu	2175 mm
Toplam ağırlık	119 kg
Muzzle çıkış hızı	1100 m/sn.

Çizelge 8.3’de ise M242 silahından elde edilen veriler ile 35 mm uçaksavar topu verileri karşılaştırılmıştır. Tabloya bakıldığında M242 absorber olmadığı durumda 1.71 mm dikey sapma yapmış iken absorber olduğunda bu sapma 0.942 mm oldu. Burada %45 titreşimlerde azaldığı görülmüştür. Aynı değer 35 mm uçaksavar topu içinse absorber olmadığı durumda namlu ucu sehimi 1.60 mm iken absorberli durumda bu değer 0.881 değerine inmiştir. Yine buradada %45.5 namlu ucu titreşiminde azalma olduğu görülmüştür.

Çizelge 8.3. M242 silahı ile 35 mm uçaksavar’ın karşılaştırılması.

Silah	Muzzle olmadığı durum maksimum sehim(mm.)	Muzzle olduğu durum maksimum sehim(mm.)	İyileştirme
M242	1.71	0.942	%45
35 mm Uçaksavar topu.	1.6078	0.8817	%45.5

Çalışmamızın güçlü yanları elde edilen teorik verilerin literatürde yapılan deneysel verilerle uyuşması olarak söylenebilir. Bunun yanında uçaksavar silah sisteminin bütün parçaları modellenerek tüm sistemin dinamik davranışı belirlenebilir ve daha geniş kapsamlı bir çalışma elde edilebilir. Böylece sadece namludan kaynaklanan atış düzeni sorunu değil, tüm sistemin dinamik cevabı hesaba katılarak daha gerçekçi sonuçlar elde edilmiş olur. Ayrıca hareketli sonlu eleman olan mermi çekirdeğinin farklı kütle oranı, farklı ivme ve farklı namlu çıkış hızı gibi parametreler için namlu ucu sehimi miktarı araştırılmalıdır. Böylece sistemin farklı durumlardaki dinamik cevabı daha net açıklanmış olur. Bununla birlikte biz kendi çalışmamızda muzzle-brake’i bir pasif absorber olarak tasarladık. Bu yüzden çalışmamızda uçaksavar

namlu titreşimini pasif kontrol teorileri ile ele aldık. Fakat absorber aktif kontrol yetisine sahip olarak tekrar modellenebilir. Böylece namlu ucu titreşim kontrolü için absorbere dışarıdan bir kuvvet uygulanarak muzzle-brake'in Çizelge 7.4 ile verilen temel karakteristik parametreleri anlık olarak değiştirilebilir. Böylece sabit bir c_a, k_a katsayısından ziyade, sahip olunan bir algoritma ile her an değişebilen bir c_a, k_a ile daha etkin namlu atış düzeni kontrolü sağlanabilir. Buda daha hafif absorber ile daha etkin namlu kontrolü sağlar. Böylelikle aynı silah sistemine hem pasif kontrol hem de aktif kontrol uygulanarak bu iki uygulama arasındaki farklar net bir şekilde ortaya konmuş olabilir.

KAYNAKLAR

1. Balla, J., “Dynamics of mounted automatic cannon on track vehicle”, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 5 (3): 423-432 (2011).
2. Tawfik, M., “Dynamics and stability of stepped gun barrels with moving bullets”, *Advances in Acoustics and Vibration*, 10 (1155): 1-6 (2008).
3. Littlefield, A. and Kathe, E., “Design and validation of a gun barrel vibration absorber ”, *Us Army Armament Research*, 20020304089, New York, 2-23 (2001).
4. Vitek, R., “The generally unbalanced projectile load on the sporting rifle barrel”, *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on System Science and Simulation in Engineering*, Brno, 164-169 (2007).
5. Alexander, E. J., “AGS gun and projectile dynamics modeling correlation to test data”, *Armament Systems Division*, 480-496 (2007).
6. Esen, İ., “Dynamic response of a beam due to an accelerating moving mass using moving finite element approximation”, *Mathematical and Computational Applications*, 16 (1): 171-177 (2011).
7. Esen, İ. , “Dynamic response of an overhead Crane beam due to a moving mass using moving finite element approximation”, *Key Engineering Materials*, 450 (1): 99-102 (2011).
8. Esen, İ., “ A new finite element for transverse vibration of rectangular thin plates under a moving mass”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 66: 26-35 (2013).
9. Esen, İ., “Hareketli yükler altındaki köprülü kren kirişlerinin dinamik davranışı”, *İTÜ Dergisi*, 9 (5): 22-30 (2011).
10. İnternet: Türkiye Makine ve Kimya Kurumu, “35 mm Uçaksavar Topu” <http://www.mkek.gov.tr/tr/Urunler.aspx?UretimYeriID=0&UrunID=94&AnaKategori=107&AltKategori=123&EnAltKategori> (2013).

11. İnternet: Roketsan, “Cirit Füzesi”, <http://www.roketsan.com.tr/urunler-hizmetler/hassas-gudumlu-fuzeler/cirit-275-lazer-gudumlu-fuze/> (2013).
12. Rao, S. S., “Mechanical Vibrations”, *Addison Wesley*, New Jersey, 106-130 (2004).
13. İnman, D. J., “Vibration with Control”, *John Wiley and Sons*, West Sussex, 3-34 (2006).
14. Logan, D. L., “A First Course in the Finite Element Method, 4nd ed.”, *Thomson*, Toronto, 152-176 (2007).
15. Hutton, D. V., “Fundamentals of Finite Element Analysis, 1st ed.”, *Mc Graw Hill*, New York, 95-110 (2004).
16. Bronson, R., “Diferansiyel Denklemler 2nd ed.”, Çeviri: Hacısalihoğlu, H., *Nobel Yayınevi*, Washington, 77-78 (1993).
17. Kwon, Y. W. and Bang, H., “The Finite Element Method Using Matlab, 1st Ed”, *Crc*, New York, 235-250 (1997).
18. Esen, İ., Koç, M. A. ve Mulcar, H., “35 mm uçaksavar namlusunun atış esnasındaki dinamik analizi”, *II. Ulusal Timak Sempozyumu*, Balıkesir, 275-290 (2012).
19. Coffee, T. P., “Modeling of the 35 mm rarefaction wave gun”, *Army Research Laboratory*, 3792, New York, 9-12 (2006).
20. Fryba, L., “Vibration solids and structures under moving loads”, *Thomas Telford House*, 30-45 (1999).
21. Cifuentes A. O., “Dynamic response of a beam excited by a moving mass”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 5 (2): 237– 46 (1989).
22. Wu J. J., “Transverse and longitudinal vibrations of a frame structure due to a moving trolley and the hoisted object using moving finite element”, *International Journal of Mechanics Sciences*, 50 (4): 613-625 (2008).
23. Clough R .W. and Penzien J., “Dynamics of Structures, 3nd ed.”, *Computers and Structures*, Berkeley, 254-262 (1995).
24. Wilson, E. L. , “Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, 3nd ed.”, *Computer and Structures*, California, 350-385 (2002).

25. Gawronski, W. K., “Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures”, *Springer*, New York, 250-258 (1998).
26. Littlefield, A., Kathe, E., Messier ,R. and Olsen, K., “Gun Barrel Vibration Absorber To Increase Accuracy”, *Us Army Armament Research*, 20020304089, New York, 2-23 (2002).
27. Elmas, Ç., “Yapay Zeka Uygulamaları, 2nd ed.”, *Seçkin Yayınevi*, Ankara, 388-402 (2011).
28. De Silva, C., W., “Vibration Damping Control and Design”, *Crc Press*, London, 220-241 (2007).
29. Liu, K. and Coppola G., “ Optimal design of damped dynamic vibration absorber for damped primary systems”, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 34 (1): 119-135 (2010).
30. Beards, C. F., “Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems”, *Edward Arnold*, London, 47-48 (1995).
31. Parandina, M., “Spatial damping identification”, Ph. D. Thesis, *University of Liverpool*, Liverpool, 17-18 (2010).
32. Genta, G., “Vibration Dynamics and Control”, *Springer*, New York, 150-155 (2009).

EK AÇIKLAMALAR A.

35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSU TİTREŞİM ANALİZİ VE MUZZLE-

BRAKE OPTİMİZASYON PROGRAMI

```

clc; clear all; close all;
ilkkac=6;
popsay=12;
nesilsay=400;
caprazlamaorani=90;
startcap=6:16;      % aranacak cap aralığı
[rf,sizecap]=size(startcap);
startuzun=150:1:1020; %% aranacak uzunluk aralığı
[rf,sizeuzun]=size(startuzun);
for ii1=1:popsay
    ilky=round((1+(sizeuzun-1)*rand(1)));
    basy(ii1,:)=startuzun(ilky);
end
baspopy=basy;
baspopy2=basy;
bitbasy=dec2bin(basy,10); % KROMOZOMA EVİR
for ii1=1:popsay
    ilkx=round((1+(sizecap-1)*rand(1)));
    basx(ii1,:)=startcap(ilkx);
end
baspopx=basx;
baspopx2=basx; %%% Hi değişmeyen
bitbashaz=dec2bin(basx,4);
bitbasx=dec2bin(basx,14); % Burada kromozom uzunluğu
bitbasx2=bitbasx;
for ii1=1:popsay
    bitbasx2(ii1,1:10)=bitbasy(ii1,:);
end
bitbirlesxy=bitbasx2;
for ii2=1:popsay
    E=2.11e11;
    art=1;
    optiuzun=[basy(ii2)/1000]; % ubuk uzunluk değerleri

```



```

        if (i>108)
            AA(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^2)/4;
        end
    end
end
for i=1:n
    II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4-0.035^4)/64;
    if (i>108)
        II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4)/64;
    end
end
end
for i=1:n
    L=LE(1,i);
    A=AA(1,i);
    I=II(1,i);
    Ke=[E*A/L  0      0      -E*A/L  0      0;
        0 (12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2)  0 (-12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2);
        0 6*E*I/(L^2) 4*E*I/L  0 -6*E*I/(L^2) 2*E*I/L;
        -E*A/L 0 0 E*A/L 0 0;
        0 -12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2) 0 12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2);
        0 6*E*I/(L^2) 2*E*I/L  0 -6*E*I/(L^2) 4*E*I/L];
    Kse(:,i)=Ke;
    Kye=Kse;
end
for i=1:n
    L=LE(1,i);
    A=AA(1,i);
    Me= (Ro*A*L/420)*[140 0 0 70 0 0;
        0 156 22*L 0 54 -13*L;
        0 22*L 4*L^2 0 13*L -3*L^2;
        70 0 0 140 0 0;
        0 54 13*L 0 156 -22*L;
        0 -13*L -3*L^2 0 -22*L 4*L^2];
    Mse(:,i)=Me;

```

```

Mye=Mse;
end
for i=1:n
fse(:,1,i)=[0;0;0;0;0;0];
end
fye=fse;
KY(:,:)=zeros(ddof*(n+1));
KY(1:6,1:6)=Kye(:,1);
MY(:,:)=zeros(ddof*(n+1));
MY(1:6,1:6)=Mye(:,1);
d=0;
for a=1:n-1
d=d+1;
KY(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6)=Kse(1:6,1:6,d+1);
KY(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof)=Kse(1:3,1:3,d+1)+Kse(4:6,4:6,
d);
end
d=0;
for a=1:n-1
d=d+1;
MY(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6)=Mse(1:6,1:6,d+1);
MY(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof)=Mse(1:3,1:3,d+1)+Mse(4:6,4:6
,d);
end
ks1=0.005;
ks2=0.005;
KK=KY(4:3*n+3,4:3*n+3);
MM=MY(4:3*n+3,4:3*n+3);
frekans=sort(sqrt(eig(KK,MM)));
r=(2*frekans(2)*frekans(1)/(frekans(2)^2-frekans(1)^2))*[frekans(2) -frekans(1);
-1/frekans(2) 1/frekans(1)]*[ks1;
ks2];
C=r(1)*MM+r(2)*KK;

```

```

for i=1:(n)*ddof
    ksi(i,1)=r(1)/(2*frekans(i))+r(2)*frekans(i)/2;
end
frekans=sort(sqrt(eig(KK,MM)))/(2*pi);
[D,U]=eig(KK,MM);
z=0;
dt=tson/100;
L=0.03;
for t=dt:dt:tson
    z=z+1;
    yol=vilk*t+0.5*acc*t^2;
    ss(z,1)=floor((yol)/L)+1;
    if yol<=3.24
        xm(z,1)=(yol-(ss(z,1)-1)*L);
    else
        xm(z,1)=0;
    end
    N1=1-xm(z,1)/L;
    N2=1-3*(xm(z,1)/L)^2+2*(xm(z,1)/L)^3;
    N3=xm(z,1)-(2/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;
    N4=xm(z,1)/L;
    N5=(3/L^2)*(xm(z,1))^2-(2/L^3)*(xm(z,1))^3;
    N6=(-1/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;
    N22=-((6/L^2)*xm(z,1)+(6/L^3)*(xm(z,1))^2); %N2 nin birinci türevi
    N33=1-(4/L)*(xm(z,1))+(3/L^2)*(xm(z,1))^2;
    N333=-((4/L)+(6/L^2)*(xm(z,1)));
    v=vilk+acc*t; %anlık hız
    Mme(:,z)=m*[N1^2 0 0 N1*N4 0 0;
        0 N2^2 N2*N3 0 N2*N5 N2*N6;
        0 N3*N2 N3^2 0 N3*N5 N3*N6;
        N4*N1 0 0 N4^2 0 0;
        0 N5*N2 N5*N3 0 N5^2 N5*N6;
        0 N6*N2 N6*N3 0 N6*N5 N6^2];
end

```

```

    if yol>3.24
Mme(1,1,34:100)=0;
Mme(2,2,34:100)=0;
    end
Kme(:,z)=m*[0 0 0 0 0 0;
    0 v^2*N2*N222+acc*N2*N22 v^2*N2*N333+acc*N2*N33 0
v^2*N2*N555+acc*N2*N55 v^2*N2*N666+acc*N2*N66;
    0 v^2*N3*N222+acc*N3*N22 v^2*N3*N333+acc*N3*N33 0
    0 v^2*N6*N222+acc*N6*N22 v^2*N6*N333+acc*N6*N33 0
v^2*N6*N555+acc*N6*N55 v^2*N6*N666+acc*N6*N66];
    if yol>3.24
    Kme(1,:,34:100)=0;
    end
Cme(:,z)=2*m*v*[0 0 0 0 0 0;
    0 N2*N22 N2*N33 0 N2*N55 N2*N66;
    end
fs=[m*acc*N1;m*g*N2;m*g*N3;m*acc*N4;m*g*N5;m*g*N6];
f(:,1,z)=fs;
    if yol>3.24
f(1:2,1,34:100)=0;
    end
    if ss(z,1)>n;
    ss(z,1)=n;
    end
Kye(:,ss(z,1))=Kse(:,ss(z,1))+Kme(:,z);
Mye(:,ss(z,1))=Mse(:,ss(z,1))+Mme(:,z);
fye(:,1,ss(z,1))=fse(:,1,ss(z,1))+f(:,1,z);
stepyolu=vilk*t+0.5*acc*t^2;
for a=1:n
    if stepyolu >= L*a
    Kye(:,a)=Kse(:,a);
    Mye(:,a)=Mse(:,a);
    fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
    end
end

```

```

else if stepyolu==LL;
    Kye(:,:,a)=Kse(:,:,a);
    Mye(:,:,a)=Mse(:,:,a);
    fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
end
end
end
K(:,:,z)=zeros(3*(n+1));
K(1:6,1:6,z)=Kye(:,:,1);
M(:,:,z)=zeros(3*(n+1));
M(1:6,1:6,z)=Mye(:,:,1);
F(:,1,z)=zeros(3*(n+1),1);
F(1:6,1,z)=fye(:,1,1);
d=0;
for a=1:n-1
    d=d+1;
    K(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6,z)=Kye(1:6,1:6,d+1);
    K(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof,z)=Kye(1:3,1:3,d+1)+Kye(4:6,4:6,
d);
    M(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6,z)=Mye(1:6,1:6,d+1);
    MMM(:,:,z)=M([3:3*n+1 3*n+3],[3:3*n+1 3*n+3],z);
    FFF(:,1,z)=F([3:3*n+1 3*n+3],[1],z);
    CCC(:,:,z)=r(1)*MMM(:,:,z)+r(2)*KKK(:,:,z);
    fr(:,1,z)=sort(sqrt(eig(KKK(:,:,z),MMM(:,:,z))))/(2*pi);
    fr1(z)=fr(1,1,z);
    fr2(z)=fr(2,1,z);
    fr3(z)=fr(3,1,z);
    fr4(z)=fr(4,1,z);
end
dof=3*n;
adimsay=tson/dt;
adimsay=int32(adimsay);
adimsay=double(adimsay);

```

```

dep=zeros(dof,adimsay);
hiz=zeros(dof,adimsay);
ivm=zeros(dof,adimsay);
kuv=zeros(dof,adimsay);
zaman=zeros(dof,adimsay);
u0=zeros(dof,1);
ud0=zeros(dof,1);
u(:,1,1)=zeros(dof,1);
ud(:,1,1)=zeros(dof,1);
udd(:,1,1)=zeros(dof,1);
beta=1/4; gama=0.5;
a0=1/(beta*dt^2); a1=gama/(beta*dt); a2=1/(beta*dt); a3=1/(2*beta)-1;
a4=gama/beta-1;
a5=(dt/2)*(gama/beta-2); a6=dt*(1-gama); a7=gama*dt;
z=1;
for t=dt:dt:tson-dt
u(:,1,z)=inv(U)*uz(:,1,z);
FFFR(:,1,z)=KKKK(:,z)*u(:,1,z);
udd(:,1,z)=a0*(u(:,1,z)-u(:,1,z-1))-a2*ud(:,1,z-1)-a3*udd(:,1,z-1);
ud(:,1,z)=ud(:,1,z-1)+a6*udd(:,1,z-1)+a7*udd(:,1,z);
for i=1:dof
dep(i,z)=u(i,1,z);
hiz(i,z)=ud(i,1,z);
ivm(i,z)=udd(i,1,z);
kuv(i,z)=FFFR(i,1,z);
end
zaman(1,z)=t;
xl(z)=(vilk*t+0.5*acc*t^2)/LL;
end
gdep=zeros(3*n+3,z);
gdep(4:3*n+3,1:z)=dep(1:3*n,1:z);
ggdepeksenelucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+1,1:z);
ggdepsehimucnokta(1:z)=gdep(3*(108)+2,1:z);

```



```

ggdepegimucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+3,1:z);
time=linspace(0, 0.015,z);
diziuygunlukhaz1(ii2,1)=max(abs(ggdepsehimucnokta(1:z)));
diziuygunlukhaz1(ii2,3)=basx(ii2);
diziuygunlukhaz1(ii2,4)=basy(ii2);
diziuygunlukhaz1(ii2,6)=kes;
diziuygunlukhaz1(ii2,7)=akutlesi+bkutlesi+cubukkutle;
art=art+1;
end
                                %1.ANA PROGRAM
for tyh=1:popsay
diziuygunluksahte1(tyh,:)=(sum(diziuygunlukhaz1(:,1))-diziuygunlukhaz1(tyh,1));
end
diziuygunlukhaz1(:,2)=diziuygunluksahte1;
diziuygunlukkullan1=diziuygunlukhaz1;
for ii44=1:popsay
    diziuygunluksirali1(ii44,:)=diziuygunlukkullan1(m,:);
    end
ilkkac4=ilkkac;
for i67=1:ilkkac
    diziuygunluksirali1(i67,2)=(ilkkac4^2)*diziuygunluksirali1(i67,2);
    ilkkac4=ilkkac4-1;
end
for i67=ilkkac+1:popsay
    diziuygunluksirali1(i67,2)=0.2*diziuygunluksirali1(i67,2);
end
toplamyuygunluk1=sum(diziuygunluksirali1(:,2));
for ii3=1:popsay
    dizisecimoran1(ii3,:)=((diziuygunluksirali1(ii3,2))/toplamyuygunluk1)*100;
    for ii5=1:popsay
        if oran<dizisecimoranitop1(ii5,:)
            secilenx(ii6,:)=diziuygunluksirali1(ii5,3);
            secileny(ii6,:)=diziuygunluksirali1(ii5,4);
            ii6=ii6+1;
        end
    end
end

```

```

        break;
    end
end
[m,n3]=size(secilenx);
    end
secilenx3=secilenx;
secileny3=secileny;
r1=1;
r2=popsay;
for nesil=1:nesilsay
    while toplamkontrolx>0
secilenx2=secilenx;
secileny2=secileny;
popsay4=popsay;
kayit4secilenx(:,nesil)=secilenx;
kayit5secileny(:,nesil)=secileny;
[m1,n1]=size(secilenx);
k11=m1;
toplamkontrolx=1;
        secilenx2=secilenx;
        secileny2=secileny;
        oran25=round(1+(100-1).*rand(1));
        kayit2oran25(nesil,:)=oran25;
        if oran25<caprazlamaorani
secilrastx(1:2,:)=secilenx(1:2,:);
secilrasty(1:2,:)=secileny(1:2,:);
secilenx2(1:2,:)=[];
secileny2(1:2,:)=[];
        for i23=3:m1
            oran2=round(1+((popsay4-2)-1).*rand(1));
            kayit3oran2(i23,nesil)=oran2;
            secilrastx(i23,:)=secilenx2(oran2,:);
            secilenx2(oran2,:)=[];

```

```

    secilrasty(i23,:)=secileny2(oran2,:);
    secileny2(oran2,:)=[];
    popsay4=popsay4-1;
    end
kayit6secilenrastx(:,nesil)=secilrastx;
kayit7secilenrasty(:,nesil)=secilrasty;
    secilenbity(:,:)=dec2bin(secilrasty(:,:),10);
    secilenbitbashaz2=dec2bin(secilrastx,4);
    secilenbitx=dec2bin(secilrastx,14);
    secilenbitx2=secilenbitx; %toplama
    for ii7=1:popsay
        secilenbitx2(ii7,1:10)=secilenbity(ii7,:);
    end
    kayit8caprazoncebit(:,nesil)=secilenbitx2;
satir=3;
sutun=3;
    secilenbit2=secilenbitx2;
    secilenbit3=secilenbitx2;
    oran3=round(1+(7-1).*rand(1));
    oran4=round(8+(14-8).*rand(1));
    kayit9oran3(nesil,:)=oran3;
    kayit10oran4(nesil,:)=oran4;
    for ii8=1:((popsay/2)-1)
    secilenbit2(satir,oran3:oran4)=secilenbit2(satir+1,oran3:oran4);
    secilenbit2(satir+1,oran3:oran4)=secilenbit3(satir,oran3:oran4);
    satir=satir+2;
    end
    kayit11caprazsonrasibit(:,nesil)=secilenbit2;
    secilencaprazsonucbity=secilenbit2(:,1:10);
    secilencaprazsonucbitx=secilenbit2(:,11:14);
    ortaky(:,:)=bin2dec(secilencaprazsonucbity(:,:));
    ortakx(:,:)=bin2dec(secilencaprazsonucbitx(:,:));
    kayit12caprazsonucusayiy(:,nesil)=ortaky;

```

```

kayit13caprazsonucusayix(:,nesil)=ortakx;
else
ortaky=secileny2;
ortakx=secilenx2;
kayit12caprazsonucusayiy(:,nesil)=ortaky;
kayit13caprazsonucusayix(:,nesil)=ortakx;
end
kontrolx=ortakx<6;
toplamkontrolx=sum(kontrolx);
end
for ii9=1:popsay
yeniuzun(ii9,:)=ortaky(ii9,:);
yenicap(ii9,:)=ortakx(ii9,:);
E=2.11e11;
art=1;
optiuzun=[yeniuzun(ii9)/1000]; % çubuk uzunluk değerleri
[tr1,tr2]=size(optiuzun);
opticap=[yenicap(ii9)/1000]; % cubuk çap değerleri
[tr3,tr4]=size(opticap);
uzunger1=0.05;
uzunger2=optiuzun; %yalnız bir çubuk uzunluğu
uzunger3=0.07;
capger1=0.148;
capger2=opticap; %yalnız bir çubuk çapı
capger3=0.2;
uzunmodel1=((capger1^4*uzunger1^3)/(capger1^4-0.058^4))^0.333;
uzunmodel2=uzunger2;
uzunmodel3=((capger3^4*uzunger3^3)/(capger3^4-0.058^4))^0.333;
capmodel1=capger1;
capmodel2=(4*capger2(1)^4)^0.25;
capmodel3=capger3;
I1=(pi*capmodel1^4)/64;
I2=(pi*capmodel2^4)/64;

```

```

I3=(
ddof=3;
Ro=8000;
E=2.117e11;
tson=0.015;
[m,n]=size(LE);
LL=0;
for i=1:n
LL=LL+LE(1,i);
end
vson=sqrt(vilk^2+2*acc*LL);
for i=1:n
AA(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^2-0.035^2)/4;
if (i>108)
AA(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^2)/4;
end
end
for i=1:n
II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4-0.035^4)/64;
if (i>108)
II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4)/64;
end
end
for i=1:n
L=LE(1,i);
A=AA(1,i);
I=II(1,i);
Ke=[E*A/L 0 0 -E*A/L 0 0;
0 (12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2) 0 (-12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2);
0 6*E*I/(L^2) 4*E*I/L 0 -6*E*I/(L^2) 2*E*I/L;
-E*A/L 0 0 E*A/L 0 0;
0 -12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2) 0 12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2);
0 6*E*I/(L^2) 2*E*I/L 0 -6*E*I/(L^2) 4*E*I/L];

```

```

Kse(:, :, i) = Ke;
Kye = Kse;
end
for i = 1:n
L = LE(1, i);
A = AA(1, i);
Me = (Ro * A * L / 420) * [140 0 0 70 0 0;
0 156 22 * L 0 54 -13 * L;
0 22 * L 4 * L ^ 2 0 13 * L -3 * L ^ 2;
70 0 0 140 0 0;
0 54 13 * L 0 156 -22 * L;
MY(1:6, 1:6) = Mye(:, :, 1);
d = 0;
for a = 1:n-1
d = d + 1;
KY(a * ddof + 1 : a * ddof + 6, a * ddof + 1 : a * ddof + 6) = Kse(1:6, 1:6, d + 1);
KY(a * ddof + 1 : a * ddof + ddof, a * ddof + 1 : a * ddof + ddof) = Kse(1:3, 1:3, d + 1) + Kse(4:6, 4:6,
d);
end
d = 0;
for a = 1:n-1
d = d + 1;
MY(a * ddof + 1 : a * ddof + 6, a * ddof + 1 : a * ddof + 6) = Mse(1:6, 1:6, d + 1);
MY(a * ddof + 1 : a * ddof + ddof, a * ddof + 1 : a * ddof + ddof) = Mse(1:3, 1:3, d + 1) + Mse(4:6, 4:6
, d);
end
ks1 = 0.005;
ks2 = 0.005;
KK = KY(4:3 * n + 3, 4:3 * n + 3);
MM = MY(4:3 * n + 3, 4:3 * n + 3);
frekans = sort(sqrt(eig(KK, MM)));
r = (2 * frekans(2) * frekans(1) / (frekans(2) ^ 2 - frekans(1) ^ 2)) * [frekans(2) -frekans(1);
-1 / frekans(2) 1 / frekans(1)] * [ks1;

```

ks2];

```
C=r(1)*MM+r(2)*KK;
for i=1:(n)*ddof
ksi(i,1)=r(1)/(2*frekans(i))+r(2)*frekans(i)/2;
end
frekans=sort(sqrt(eig(KK,MM)))/(2*pi);
% vpa(frekans,5)
[D,U]=eig(KK,MM);
z=0;
dt=tson/100;
L=0.03;
for t=dt:dt:tson
    z=z+1;
    yol=vilk*t+0.5*acc*t^2;
    ss(z,1)=floor((yol)/L)+1;
    if yol<=3.24
xm(z,1)=(yol-(ss(z,1)-1)*L);
    else
        xm(z,1)=0;
    end
    N1=1-xm(z,1)/L;
    N2=1-3*(xm(z,1)/L)^2+2*(xm(z,1)/L)^3;
    N3=xm(z,1)-(2/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;
    N4=xm(z,1)/L;
    N5=(3/L^2)*(xm(z,1))^2-(2/L^3)*(xm(z,1))^3;
    N6=(-1/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;

    N22=-((6/L^2)*xm(z,1)+(6/L^3)*(xm(z,1))^2);%N2 nin birinci türevi
    N222=-((6/L^2)+(12/L^3)*(xm(z,1)));%N2 nin ikinci türevi
    N33=1-(4/L)*(xm(z,1))+(3/L^2)*(xm(z,1))^2;
    N333=-((4/L)+(6/L^2)*(xm(z,1)));
    N55=(6/L^2)*(xm(z,1))-((6/L^3)*(xm(z,1))^2);
    N555=-((6/L^2)-(12/L^3)*(xm(z,1)));
```

```

N66=(-2/L)*(xm(z,1))+(3/L^2)*(xm(z,1))^2;
N666=(-2/L)+(6/L^2)*(xm(z,1));
v=vilk+acc*t;%anlık hız
Mme(:,z)=m*[N1^2 0 0 N1*N4 0 0;
    0 N2^2 N2*N3 0 N2*N5 N2*N6;
    0 N3*N2 N3^2 0 N3*N5 N3*N6;
    N4*N1 0 0 N4^2 0 0;
    0 N5*N2 N5*N3 0 N5^2 N5*N6;
    0 N6*N2 N6*N3 0 N6*N5 N6^2];

if yol>3.24
Mme(1,1,34:100)=0;
Mme(2,2,34:100)=0;
end
Kme(:,z)=m*[0 0 0 0 0 0;
    0 v^2*N2*N222+acc*N2*N22 v^2*N2*N333+acc*N2*N33 0
v^2*N2*N555+acc*N2*N55 v^2*N2*N666+acc*N2*N66;
    0 v^2*N3*N222+acc*N3*N22 v^2*N3*N333+acc*N3*N33 0
v^2*N3*N555+acc*N3*N55 v^2*N3*N666+acc*N3*N66;
    0 0 0 0 0;
    0 v^2*N5*N222+acc*N5*N22 v^2*N5*N333+acc*N5*N33 0
v^2*N5*N555+acc*N5*N55 v^2*N5*N666+acc*N5*N66;
    0 v^2*N6*N222+acc*N6*N22 v^2*N6*N333+acc*N6*N33 0
v^2*N6*N555+acc*N6*N55 v^2*N6*N666+acc*N6*N66];
if yol>3.24
Kme(1,1,34:100)=0;
end
Cme(:,z)=2*m*v*[0 0 0 0 0 0;
    0 N2*N22 N2*N33 0 N2*N55 N2*N66;
    0 N3*N22 N3*N33 0 N3*N55 N3*N66;
    0 0 0 0 0;
    0 N5*N22 N5*N33 0 N5*N55 N5*N66;
    0 N6*N22 N6*N33 0 N6*N55 N6*N66];

```



```

if yol>3.24
    Cme(2,3,34:100)=0;
end
fs=[m*acc*N1;m*g*N2;m*g*N3;m*acc*N4;m*g*N5;m*g*N6];
f(:,1,z)=fs;
    if yol>3.24
f(1:2,1,34:100)=0;
    end
if ss(z,1)>n;
    ss(z,1)=n;
end
Kye(:,:,ss(z,1))=Kse(:,:,ss(z,1))+Kme(:,:,z);
Mye(:,:,ss(z,1))=Mse(:,:,ss(z,1))+Mme(:,:,z);
fye(:,1,ss(z,1))=fse(:,1,ss(z,1))+f(:,1,z);
stepyolu=vilk*t+0.5*acc*t^2;
for a=1:n
    if stepyolu >= L*a
Kye(:,:,a)=Kse(:,:,a);
Mye(:,:,a)=Mse(:,:,a);
fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
    else if stepyolu==LL;
Kye(:,:,a)=Kse(:,:,a);
Mye(:,:,a)=Mse(:,:,a);
fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
    end
    end
end
K(:,:,z)=zeros(3*(n+1));
K(1:6,1:6,z)=Kye(:,:,1);
M(:,:,z)=zeros(3*(n+1));
M(1:6,1:6,z)=Mye(:,:,1);
F(:,1,z)=zeros(3*(n+1),1);
F(1:6,1,z)=fye(:,1,1);

```

```

d=0;
for a=1:n-1
    d=d+1;
    K(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6,z)=Kye(1:6,1:6,d+1);
    K(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof,z)=Kye(1:3,1:3,d+1)+Kye(4:6,4:6,
d);
    M(a*ddof+1:a*ddof+6,a*ddof+1:a*ddof+6,z)=Mye(1:6,1:6,d+1);
    M(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof,z)=Mye(1:3,1:3,d+1)+Mye(4:6,4:
6,d);
    F(a*ddof+1:a*ddof+6,1,z)=fye(1:6,1,d+1);
    F(a*ddof+1:a*ddof+ddof,1,z)=fye(1:3,1,d+1)+fye(4:6,1,d);
    end
    KKK(:,z)=K([3:3*n+1 3*n+3],[3:3*n+1 3*n+3],z);
    MMM(:,z)=M([3:3*n+1 3*n+3],[3:3*n+1 3*n+3],z);
    FFF(:,z)=F([3:3*n+1 3*n+3],[1],z);
    CCC(:,z)=r(1)*MMM(:,z)+r(2)*KKK(:,z);
    fr(:,z)=sort(sqrt(eig(KKK(:,z),MMM(:,z))))/(2*pi);
    fr1(z)=fr(1,1,z);
    fr2(z)=fr(2,1,z);
    fr3(z)=fr(3,1,z);
    fr4(z)=fr(4,1,z);
    end
    dof=3*n;
    adimsay=tson/dt;
    adimsay=int32(adimsay);
    adimsay=double(adimsay);
    dep=zeros(dof,adimsay);
    hiz=zeros(dof,adimsay);
    ivm=zeros(dof,adimsay);
    kuv=zeros(dof,adimsay);
    zaman=zeros(dof,adimsay);
    u0=zeros(dof,1);
    ud0=zeros(dof,1);

```

```

u(:,1,1)=zeros(dof,1);
ud(:,1,1)=zeros(dof,1);
udd(:,1,1)=zeros(dof,1);
beta=1/4; gama=0.5;
a0=1/(beta*dt^2); a1=gama/(beta*dt); a2=1/(beta*dt); a3=1/(2*beta)-1;
a4=gama/beta-1;
a5=(dt/2)*(gama/beta-2); a6=dt*(1-gama); a7=gama*dt;
z=1;
for t=dt:dt:tson-dt
z=z+1;
KKKK(:,z)=KKK(:,z)+a0*MMM(:,z)+a1*CCC(:,z);
[L,U]=lu(KKKK(:,z));
FFFF(:,1,z)=FFF(:,1,z)+MMM(:,z)*(a0*u(:,1,z-1)+a2*ud(:,1,z-1)+a3*udd(:,1,z-1))+CCC(:,z)*(a1*u(:,1,z-1)+a4*ud(:,1,z-1)+a5*udd(:,1,z-1));
uz(:,1,z)=inv(L)*FFFF(:,1,z);
u(:,1,z)=inv(U)*uz(:,1,z);
FFFR(:,1,z)=KKKK(:,z)*u(:,1,z);
udd(:,1,z)=a0*(u(:,1,z)-u(:,1,z-1))-a2*ud(:,1,z-1)-a3*udd(:,1,z-1);
ud(:,1,z)=ud(:,1,z-1)+a6*udd(:,1,z-1)+a7*udd(:,1,z);
for i=1:dof
dep(i,z)=u(i,1,z);
hiz(i,z)=ud(i,1,z);
ivm(i,z)=udd(i,1,z);
kuv(i,z)=FFFR(i,1,z);
end
zaman(1,z)=t;
xl(z)=(vilk*t+0.5*acc*t^2)/LL;
end
gdep=zeros(3*n+3,z);
gdep(4:3*n+3,1:z)=dep(1:3*n,1:z);
ggdepeksenelucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+1,1:z);
ggdepehimucnokta(1:z)=gdep(3*(108)+2,1:z);
ggdepegimucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+3,1:z);

```

```

time=linspace(0, 0.015,z);
diziuygunlukhaz2(ii9,1)=max(abs(ggdepsehimucnokta(1:z)));
diziuygunlukhaz2(ii9,3)=yenicap(ii9,:);
diziuygunlukhaz2(ii9,4)=yeniuzun(ii9,:);
diziuygunlukhaz2(ii9,6)=kes;
diziuygunlukhaz2(ii9,7)=akutlesi+bkutlesi+cubukkutle;
diziuygunlukhaz2(ii9,11:110)=ggdepsehimucnokta(1:z);
art=art+1;
    end
                                %2.ANA PROGRAM
    for ip=1:popsay
        diziuygunluksahte2(ip,1)=(sum(diziuygunlukhaz2(:,1))-diziuygunlukhaz2(ip,1));
    end
    diziuygunlukhaz2(:,2)=diziuygunluksahte2;
    diziuygunlukkullan2=diziuygunlukhaz2;
        kayit20diziuygunlukhaz2(r1:r2,:)=diziuygunlukhaz2;
    for ii44=1:popsay
        diziuygunluksirali2(ii44,:)=diziuygunlukkullan2(m,:);
    end
    ilkkac4=ilkkac;
    for i67=1:ilkkac
        diziuygunluksirali2(i67,2)=(ilkkac4^2)*diziuygunluksirali2(i67,2);
        ilkkac4=ilkkac4-1;
    end
    for i67=ilkkac+1:popsay
        diziuygunluksirali2(i67,2)=0.1*diziuygunluksirali2(i67,2);
    end
    toplamuygunluk2=sum(diziuygunluksirali2(:,2));
    for ii3=1:popsay
        dizisecimoran2(ii3,:)=((diziuygunluksirali2(ii3,2))/toplamuygunluk2)*100;
    end
    diziuygunluksirali2(:,5)=dizisecimoran2;
    kayit15diziuygunluksirali2(r1:r2,:)=diziuygunluksirali2;
diziuygunlukhaz3=diziuygunluksirali2(1:ilkkac,:);

```

```

popsay2=popsay;
ilkkac2=ilkkac;
    for ii10=1:popsay-ilkkac
        oran4=round(1+(popsay-1).*rand(1));
        kayit14oran4(ii10,nesil)=oran4;
E=2.11e11;
art=1;
optiuzun=[basy(oran4)/1000]; % çubuk uzunluk değerleri
opticap=[basx(oran4)/1000]; % cubuk çap değerleri
kayit17eklesecilenx(ii10,nesil)=basx(oran4);
kayit18eklesecileny(ii10,nesil)=basy(oran4);
uzunger1=0.05;
uzunger2=optiuzun; %yalnız bir çubuk uzunluğu
uzunger3=0.07;
capger1=0.148;
capger2=opticap; %yalnız bir çubuk çapı
capger3=0.2;
akutlesi=((pi*capger1(1)^2)/4-(pi*0.058^2)/4)*uzunger1(1)*7850;
bkutlesi=((pi*capger3(1)^2)/4-(pi*0.06^2)/4)*uzunger3(1)*7850;
uzunmodel1=akutlesi*4/(pi*capger1(1)^2*7850);
uzunmodel2=uzunger2;
uzunmodel3=bkutlesi*4/(pi*capger3(1)^2*7850);
capmodel1=capger1;
capmodel2=(4*capger2(1)^4)^0.25;
capmodel3=capger3;
cubukkutle=((pi*capmodel2^2)/4)*uzunmodel2*7850;
I1=(pi*capmodel1^4)/64;
I2=(pi*capmodel2^4)/64;
I3=(pi*capmodel3^4)/64;
k1=(3*E*I1)/uzunmodel1^3;
vilk=0;
m=1.562;
acc=264000;

```

```

g=9.81;
ddof=3;
Ro=8000;
E=2.117e11;
tson=0.015;
, capmodel1, capmodel2, capmodel3];
LL=0;
for i=1:n
LL=LL+LE(1,i);
end
vson=sqrt(vilk^2+2*acc*LL);
for i=1:n
AA(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^2-0.035^2)/4;
if (i>108)
AA(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^2)/4;
end
end
for i=1:n
II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4-0.035^4)/64;
if (i>108)
II(1,i)=3.14*(DIM(1,i)^4)/64;
end
end
for i=1:n
L=LE(1,i);
A=AA(1,i);
I=II(1,i);
Ke=[E*A/L 0 0 -E*A/L 0 0;
0 (12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2) 0 (-12*E*I)/(L^3) (6*E*I)/(L^2);
0 6*E*I/(L^2) 4*E*I/L 0 -6*E*I/(L^2) 2*E*I/L;
-E*A/L 0 0 E*A/L 0 0;
0 -12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2) 0 12*E*I/(L^3) -6*E*I/(L^2);
0 6*E*I/(L^2) 2*E*I/L 0 -6*E*I/(L^2) 4*E*I/L];

```

```

Kse(:, :, i) = Ke;
Kye = Kse;
end
for i = 1:n
L = LE(1, i);
A = AA(1, i);
Me = (Ro * A * L / 420) * [140 0 0 70 0 0;
0 156 22 * L 0 54 -13 * L;
0 22 * L 4 * L ^ 2 0 13 * L -3 * L ^ 2;
70 0 0 140 0 0;
0 54 13 * L 0 156 -22 * L;
Mye = Mse;
end
for i = 1:n
fse(:, 1, i) = [0; 0; 0; 0; 0; 0];
end
fye = fse;
KY(:, :, i) = zeros(ddof * (n + 1));
KY(1:6, 1:6) = Kye(:, :, i);
MY(:, :, i) = zeros(ddof * (n + 1));
MY(1:6, 1:6) = Mye(:, :, i);
d = 0;
for a = 1:n - 1
d = d + 1;
KY(a * ddof + 1:a * ddof + 6, a * ddof + 1:a * ddof + 6) = Kse(1:6, 1:6, d + 1);
KY(a * ddof + 1:a * ddof + ddof, a * ddof + 1:a * ddof + ddof) = Kse(1:3, 1:3, d + 1) + Kse(4:6, 4:6,
d);
end
d = 0;
for a = 1:n - 1
d = d + 1;
MY(a * ddof + 1:a * ddof + 6, a * ddof + 1:a * ddof + 6) = Mse(1:6, 1:6, d + 1);

```

```

MY(a*ddof+1:a*ddof+ddof,a*ddof+1:a*ddof+ddof)=Mse(1:3,1:3,d+1)+Mse(4:6,4:6
,d);
end
ks1=0.005;
ks2=0.005;
KK=KY(4:3*n+3,4:3*n+3);
MM=MY(4:3*n+3,4:3*n+3);
frekans=sort(sqrt(eig(KK,MM)));
r=(2*frekans(2)*frekans(1)/(frekans(2)^2-frekans(1)^2))*[frekans(2) -frekans(1);
-1/frekans(2) 1/frekans(1)]*[ks1;
ks2];

C=r(1)*MM+r(2)*KK;
for i=1:(n)*ddof
ksi(i,1)=r(1)/(2*frekans(i))+r(2)*frekans(i)/2;
end
frekans=sort(sqrt(eig(KK,MM)))/(2*pi);
[D,U]=eig(KK,MM);
z=0;
dt=tson/100;
L=0.03;
for t=dt:dt:tson
z=z+1;
yol=vilk*t+0.5*acc*t^2;
ss(z,1)=floor((yol)/L)+1;
if yol<=3.24
xm(z,1)=(yol-(ss(z,1)-1)*L);
else
xm(z,1)=0;
end
N1=1-xm(z,1)/L;
N2=1-3*(xm(z,1)/L)^2+2*(xm(z,1)/L)^3;
N3=xm(z,1)-(2/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;
N4=xm(z,1)/L;

```



```

N5=(3/L^2)*(xm(z,1))^2-(2/L^3)*(xm(z,1))^3;
N6=(-1/L)*(xm(z,1))^2+(1/L^2)*(xm(z,1))^3;
N22=-((6/L^2)*xm(z,1)+(6/L^3)*(xm(z,1))^2);%N2 nin birinci türevi
N222=-((6/L^2)+(12/L^3)*(xm(z,1)));%N2 nin ikinci türevi
N33=1-(4/L)*(xm(z,1))+(3/L^2)*(xm(z,1))^2;
N333=-((4/L)+(6/L^2)*(xm(z,1)));
N55=(6/L^2)*(xm(z,1))-((6/L^3)*(xm(z,1))^2);
N555=((6/L^2)-(12/L^3)*(xm(z,1)));
N66=(-2/L)*(xm(z,1))+((3/L^2)*(xm(z,1))^2);
N666=-((2/L)+(6/L^2)*(xm(z,1)));
v=vilk+acc*t;%anlık hız
Mme(:,z)=m*[N1^2 0 0 N1*N4 0 0;
  0 N2^2 N2*N3 0 N2*N5 N2*N6;
  0 N3*N2 N3^2 0 N3*N5 N3*N6;
  N4*N1 0 0 N4^2 0 0;
  0 N5*N2 N5*N3 0 N5^2 N5*N6;
  0 N6*N2 N6*N3 0 N6*N5 N6^2];
if yol>3.24
Mme(1,1,34:100)=0;
Mme(2,2,34:100)=0;
end
Kme(:,z)=m*[0 0 0 0 0 0;
  0 v^2*N2*N222+acc*N2*N22 v^2*N2*N333+acc*N2*N33 0
v^2*N2*N555+acc*N2*N55 v^2*N2*N666+acc*N2*N66;
  0 v^2*N3*N222+acc*N3*N22 v^2*N3*N333+acc*N3*N33 0
v^2*N3*N555+acc*N3*N55 v^2*N3*N666+acc*N3*N66;
  0 0 0 0 0;
  0 v^2*N5*N222+acc*N5*N22 v^2*N5*N333+acc*N5*N33 0
v^2*N5*N555+acc*N5*N55 v^2*N5*N666+acc*N5*N66;
  0 v^2*N6*N222+acc*N6*N22 v^2*N6*N333+acc*N6*N33 0
v^2*N6*N555+acc*N6*N55 v^2*N6*N666+acc*N6*N66];
if yol>3.24
Kme(1,.,34:100)=0;

```

```

end
Cme(:,:,z)=2*m*v*[0 0 0 0 0;
    0 N2*N22 N2*N33 0 N2*N55 N2*N66;
    0 N3*N22 N3*N33 0 N3*N55 N3*N66;
    0 0 0 0 0;
    0 N5*N22 N5*N33 0 N5*N55 N5*N66;
    0 N6*N22 N6*N33 0 N6*N55 N6*N66];
if yol>3.24
    Cme(2,3,34:100)=0;
end
fs=[m*acc*N1;m*g*N2;m*g*N3;m*acc*N4;m*g*N5;m*g*N6];
f(:,1,z)=fs;
if yol>3.24
f(1:2,1,34:100)=0;
end
if ss(z,1)>n;
    ss(z,1)=n;
end
Kye(:,:,ss(z,1))=Kse(:,:,ss(z,1))+Kme(:,:,z);
Mye(:,:,ss(z,1))=Mse(:,:,ss(z,1))+Mme(:,:,z);
fye(:,1,ss(z,1))=fse(:,1,ss(z,1))+f(:,1,z);
stepyolu=vilk*t+0.5*acc*t^2;
for a=1:n
    if stepyolu >= L*a
        Kye(:,:,a)=Kse(:,:,a);
        Mye(:,:,a)=Mse(:,:,a);
        fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
    else if stepyolu==LL;
        Kye(:,:,a)=Kse(:,:,a);
        Mye(:,:,a)=Mse(:,:,a);
        fye(:,1,a)=fse(:,1,a);
    end
end
end

```

```

end
K(:, :, z) = zeros(3*(n+1));
K(1:6, 1:6, z) = Kye(:, :, 1);
M(:, :, z) = zeros(3*(n+1));
M(1:6, 1:6, z) = Mye(:, :, 1);
F(:, 1, z) = zeros(3*(n+1), 1);
d = 0;
for a = 1:n-1
    d = d + 1;
    K(a*ddof+1:a*ddof+6, a*ddof+1:a*ddof+6, z) = Kye(1:6, 1:6, d+1);
    K(a*ddof+1:a*ddof+ddof, a*ddof+1:a*ddof+ddof, z) = Kye(1:3, 1:3, d+1) + Kye(4:6, 4:6,
d);
    M(a*ddof+1:a*ddof+6, a*ddof+1:a*ddof+6, z) = Mye(1:6, 1:6, d+1);
    M(a*ddof+1:a*ddof+ddof, a*ddof+1:a*ddof+ddof, z) = Mye(1:3, 1:3, d+1) + Mye(4:6, 4:
6, d);
    F(a*ddof+1:a*ddof+6, 1, z) = fye(1:6, 1, d+1);
    F(a*ddof+1:a*ddof+ddof, 1, z) = fye(1:3, 1, d+1) + fye(4:6, 1, d);
end
KKK(:, :, z) = K([3:3*n+1 3*n+3], [3:3*n+1 3*n+3], z);
MMM(:, :, z) = M([3:3*n+1 3*n+3], [3:3*n+1 3*n+3], z);
FFF(:, 1, z) = F([3:3*n+1 3*n+3], [1], z);
CCC(:, :, z) = r(1)*MMM(:, :, z) + r(2)*KKK(:, :, z);
fr(:, 1, z) = sort(sqrt(eig(KKK(:, :, z), MMM(:, :, z))))/(2*pi);
fr1(z) = fr(1, 1, z);
fr2(z) = fr(2, 1, z);
fr3(z) = fr(3, 1, z);
fr4(z) = fr(4, 1, z);
end
dof = 3*n;
adimsay = tson/dt;
adimsay = int32(adimsay);
adimsay = double(adimsay);
dep = zeros(dof, adimsay);

```

```

hiz=zeros(dof,adimsay);
ivm=zeros(dof,adimsay);
kuv=zeros(dof,adimsay);
zaman=zeros(dof,adimsay);
u0=zeros(dof,1);
ud0=zeros(dof,1);
u(:,1,1)=zeros(dof,1);
ud(:,1,1)=zeros(dof,1);
udd(:,1,1)=zeros(dof,1);
beta=1/4; gama=0.5;
a0=1/(beta*dt^2); a1=gama/(beta*dt); a2=1/(beta*dt); a3=1/(2*beta)-1;
a4=gama/beta-1;
a5=(dt/2)*(gama/beta-2); a6=dt*(1-gama); a7=gama*dt;
z=1;
for t=dt:dt:tson-dt
z=z+1;
KKKK(:,z)=KKK(:,z)+a0*MMM(:,z)+a1*CCC(:,z);
[L,U]=lu(KKKK(:,z));
FFFF(:,1,z)=FFF(:,1,z)+MMM(:,z)*(a0*u(:,1,z-1)+a2*ud(:,1,z-1)+a3*udd(:,1,z-1))+CCC(:,z)*(a1*u(:,1,z-1)+a4*ud(:,1,z-1)+a5*udd(:,1,z-1));
uz(:,1,z)=inv(L)*FFFF(:,1,z);
gdep=zeros(3*n+3,z);
gdep(4:3*n+3,1:z)=dep(1:3*n,1:z);
ggdepeksenelucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+1,1:z);
ggdepehimucnokta(1:z)=gdep(3*(108)+2,1:z);
ggdepegimucnokta(1:z)=gdep(3*(n)+3,1:z);
time=linspace(0, 0.015,z);
dizikleuygunlukhaz(ii10,1)=max(abs(ggdepehimucnokta(1:z)));
art=art+1;
diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,1)=dizikleuygunlukhaz(ii10,1);
diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,3)=basx(oran4,:);
diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,4)=basy(oran4,:);
diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,6)=kes;

```

```

diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,7)=akutlesi+bkutlesi+cubukkutle;
diziuygunlukhaz3(ilkkac2+1,11:110)=ggdepsehimucnokta(1:z);
ilkkac2=ilkkac2+1;
    end          % 3.ANA PROGRAM
for i45=1:popsay
diziuygunluksahte3(i45,1)=(sum(diziuygunlukhaz3(:,1))-diziuygunlukhaz3(i45,1));
end
    diziuygunlukhaz3(:,2)=diziuygunluksahte3;
    diziuygunlukkullan3=diziuygunlukhaz3;
    kayit20diziuygunlukhaz3(r1:r2,:)=diziuygunlukhaz3;
    for ii44=1:popsay
    diziuygunluksirali3(ii44,:)=diziuygunlukkullan3(m,:);
    end
ilkkac4=ilkkac;
for i67=1:ilkkac
    diziuygunluksirali3(i67,2)=(ilkkac4^2)*diziuygunluksirali3(i67,2);
    ilkkac4=ilkkac4-1;
end
for i67=ilkkac+1:popsay
    diziuygunluksirali3(i67,2)=0.1*diziuygunluksirali3(i67,2);
end
toplamygunluk4=sum(diziuygunluksirali3(:,2));
for i45=1:popsay
    diziuygunluksirali3(i45,5)=( diziuygunluksirali3(i45,2)/toplamygunluk4)*100;
end
    kayit16diziuygunluksirali3(r1:r2,:)=diziuygunluksirali3;
    secilenx=diziuygunluksirali3(:,3);
    secileny=diziuygunluksirali3(:,4);
    diziuygunluk(:,1)=diziuygunluksirali3(:,1);
    ortalama(nesil,:)=(mean(diziuygunluksirali3(1,:)));
    enfazla(nesil,:)=min(diziuygunluksirali3(:,1));
    kayit21dizi(nesil,:)=diziuygunluksirali3(m,11:110);
    kayit22kutle(nesil,:)=akutlesi+bkutlesi+cubukkutle;

```

```
kayit23kes(nesil,:)=kes;    r1=r2+2;  
r2=r2+popsay+1;    nesil  
end
```

EK AÇIKLAMALAR B.

NAMLUNUN KÜTLESİNİ VE EŞDEĞER DİRENGENLİĞİ İÇİN

PROGRAMLANAN MATLAB YAZILIMI


```
for i=1:108
ndirengen(1,i)=3*E*(pi*(DIM(1,i)^4-0.035^4)/64)/(LE(1,i));
end
for i=1:108
ndirenters(1,i)=1/ndirengen(1,i);
end
ndirengenterstop=sum(ndirenters);
ndirengen2=1/ndirengenterstop;
```

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet Akif KOÇ 1988 yılında Tokat'da doğdu; ilköğretimini İstanbul, ortaokul Sivas ve lise eğitimini Samsunda tamamladı. 2007 yılında Fırat Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Makine Eğitimi bölümün'de öğrenime başlayıp, 2008 yılında Sakarya Üniversitesine yatay geçiş yaptı ve buradan 2011 yılında mezun oldu. Aynı yıl içinde Karabük Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı.2013 yılında Sakarya Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak göreve başladı. Bu görevi halen sürdürmektedir.

ADRES BİLGİLERİ

Adres : Sakarya Üniversitesi
Teknoloji Fakültesi-Makine Mühendisliği
Esentepe / SAKARYA

Tel : (542) 542 4959

E-posta : mehmet_akif_koc60@hotmail.com
makoc@sakarya.edu.tr