# 190 ≤ A ≤ 220 KÜTLE ARALIĞINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE RANK 1 BİRİNCİ YASAKLI BETA BOZUNUM GEÇİŞLERİ

**2018**
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**
**FİZİK**

**Nurhan ÖZDEMİR**

# 190 ≤ A ≤ 220 KÜTLE ARALIĞINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE RANK 1 BİRİNCİ YASAKLI BETA BOZUNUM GEÇİŞLERİ

**Nurhan ÖZDEMİR**

**Karabük Üniversitesi**
**Fen Bilimleri Enstitüsü**
**Fizik Anabilim Dalında**
**Yüksek Lisans Tezi**
**Olarak Hazırlanmıştır**

**KARABÜK**
**Kasım 2018**

Nurhan ÖZDEMİR tarafından hazırlanan "190≤A≤220 KÜTLE ARALIĞINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE RANK 1 BİRİNCİ YASAKLI BETA BOZUNUM GEÇİŞLERİ" başlıklı bu tezin Yüksek Lisans Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Necla ÇAKMAK .....

Tez Danışmanı, Fizik Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir. 29/11/2018

| Ünvanı, Adı SOYADI (Kurumu) | İmzası |
|---|---|
| Başkan : Doç. Dr. Rıdvan BALDIK (ZBEÜ) | ..... |
| Üye : Doç. Dr. Necla ÇAKMAK (KBÜ) | ..... |
| Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ahmet Mustafa ERER (KBÜ) | ..... |

...../...../ .....

KBÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu, bu tez ile, Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Filiz ERSÖZ .....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdür V.

*"Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim."*

Nurhan ÖZDEMİR

# ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

**190 ≤ A ≤ 220 KÜTLE ARALIĞINDAKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLERDE RANK 1 BİRİNCİ YASAKLI BETA BOZUNUM GEÇİŞLERİ**

**Nurhan ÖZDEMİR**

**Karabük Üniversitesi**
**Fen Bilimleri Enstitüsü**
**Fizik Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı:**
**Doç.Dr. Necla ÇAKMAK**
**Kasım, 2018, 49 sayfa**

Bu çalışmada, rank 1 birinci yasaklı beta geçişlerinin nükleer matris elamanları ve 190≤A≤220 kütle bölgesindeki küresel çekirdekler için beta geçiş oranları hesaplanmıştır. Toplam Hamilton'un özdeğer ve özfonksiyonları parçacık deşik kanalındaki ayrılabilir residual birinci yasaklı etkin etkileşmeler ile pn-QRPA çerçevesinde çözülmüştür. Hesaplamalarda ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyelinin baz fonksiyonları kullanılmıştır. Birinci yasaklı beta geçiş matris elemanının relativistik kısmı herhangi bir varsayım yapılmadan hesaplanmış ve relativistik matris elemanının hesaplanmasında spin-yörünge potansiyelinden gelen katkı dâhil edilmiştir. Elde edilen log*ft* değerleri uygun deneysel değerler ile karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Sözcükler :** Kabuk modeli, Woods-saxon potansiyeli, pn-QRPA, Rank 1 geçişleri.

**Bilim Kodu :** 202.1.108

## ABSTRACT

**M. Sc. Thesis**

**RANK 1 FIRST FORBIDDEN BETA DECAY TRANSITIONS IN EVEN-EVEN NUCLEI IN MASS REGION OF 190≤A≤220**

**Nurhan ÖZDEMİR**

**Karabük University**
**Graduate School of Natural and Applied Sciences**
**Department of Physics**

**Thesis Advisor:**
**Assoc. Prof. Dr. Necla ÇAKMAK**
**November 2018, 50 pages**

The nuclear matrix elements of rank 1 first forbidden beta transitions and the beta decay rates for spherical nuclei in the 190≤ A ≤220 mass region have been calculated in this thesis. The eigenvalues and eigenfunctions of the total Hamiltonian with the separable residual first forbidden effective interactions in the particle-hole channel have been solved within the framework pn-QRPA. In the calculations have been used the base functions of Woods-Saxon potential. The relativistic part of the first forbidden beta decay matris element has been calculated directly without any assumption and the contribution coming from the spin-orbit potential in the calculation of the relativistic matrix element has been included. The obtained log*ft* values have been compared the corresponding experimental data.

**Key Word :** Shell model, Woods-Saxon Potential, pn-QRPA, Rank 1 transitions.
**Science Code :** 202.1.108

**TEŞEKKÜR**

Bu tez çalışmasının planlanmasında, araştırılmasında, yürütülmesinde ve oluşumunda ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalışmamı bilimsel temeller ışığında şekillendiren Sayın Doç.Dr. Necla ÇAKMAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışması süresince yardımlarını esirgemeyen sevgili arkadaşım Yüksek Fizikçi Serkan OGUZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Sevgili aileme manevi hiçbir yardımı esirgemeden yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

**Sayfa**

**Sayfa**

## ŞEKİLLER DİZİNİ

**Sayfa**

## ÇİZELGELER DİZİNİ

**Sayfa**

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

### SİMGELER

$\beta$ : beta

$2\gamma\beta\beta$ : iki nötrinolu çift beta bozunumu

$\chi_{ph}$ : parçacık-deşik etkin etkileşme sabiti

$\chi_{pp}$ : parçacık-parçacık etkin etkileşme sabiti

$\widehat{H}_{op}$ : zayıf etkileşme Hamiltonu

A : kütle numarası

Z : proton sayısı

N : nötron sayısı

α : alfa

$g_v$ : vektör etkileşme sabiti

$g_A$ : eksenel vektör etkileşme sabiti

$t_{\pm}$ : izospin artırma (azaltma) operatörü

$\vec{Y}$ : küresel harmonik operatörü

$\vec{\sigma}$ : Pauli spin operatörü

$\hat{I}$ : birim operatör

$\vec{\nabla}$ : nabla operatörü

$C_{jmc\gamma}^{j'm'}$: Clebsch-Gordan katsayısı

**KISALTMALAR**

β : Beta Geçişi

GT : Gamow Teller Geçişi

GUT : Zayıf ve Kuvvetli Etkileşmelerin Birleşik Teorisi

F : Fermi Geçişi

FF : Birinci Yasaklı Geçişler

GTR : Gamow-Teller Rezonansı

WS : Woods-Saxon Potansiyeli

CQRPA : Sürekli Kuazi-Parçacık Rastgele Faz Yaklaşımı

RPA : Rastgele Faz Yaklaşımı

QRPA : Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı

r-QPRA : Renormalize Edilmiş Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı

pn-QRPA : proton-nötron Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı

SM : Şematik Model

HF : Hartree Fock

RHA : Rölativistik Hartree Yaklaşımı

ISR : Ikeda Toplam Kuralı

BCS : Bardeen Cooper Schrieffer Teorisi

$\Psi_S$ : Son durum dalga fonksiyonu

$E_p$ : Proton enerjisi

$\omega_i$ : Gamow-Teller $1^+$ durumlarının enerjisi

$M_{Si}$ : İlk ve son durum matris elemanı

$I_i$ : Başlangıç açısal momentumu

$I_S$ : Son durum açısal momentumu

$Q$ : Bozunma enerjisi

$B_{GT}^{\pm}$ : Beta geçiş güç fonksiyonu

$G_{1\mu}^{\pm}$ : Gamow-Teller operatörü

$\psi_{np}^{i}$ : Kuazi bozon dalga fonksiyonun genliği

$\hat{h}_0$ : Etkin etkileşme hamiltonyeni

H : Hamiltonyen operatörü

| | |
|---|---|
| $H_{SM}$ | : Şematik model hamiltonyeni |
| $H_{sqp}$ | : Tek kuazi parçacık hamiltonyeni |
| ε | : Tek parçacık enerjisi |
| $\hat{a}^{+}$ | : Parçacık üretme operatörü |
| $\hat{a}$ | : Parçacık yok etme operatörü |
| $\hat{C}^{\dagger}$ | : Kuazi parçacık bozon üretme operatörü |
| $\hat{C}$ | : Kuazi parçacık bozon yok etme operatörü |
| $\hat{A}^{\dagger}$ | : Parçcaık bozon üretme operatörü |
| $\hat{A}$ | : Parçacık bozon yok etme operatörü |
| $\Psi_{\mathrm{i}}$ | : Başlangıç dalga fonksiyonu |
| $\mathrm{V(r)}$ | : Merkezcil potansiyel |
| $V_1$ | : Ortalama alan potansiyelinin izovektör kısmı |
| $V_{ls}$ | : Spin yörünge potansiyeli |
| $V_c$ | : Coulomb potansiyeli |
| $t_{1/2}$ | : Yarı-ömür süresi |
| k.e. | : Kompleks eşlenik |

# BÖLÜM 1

# GİRİŞ

Nükleer yapı analizinde ve nükleer modelleri test etmede temel problemlerden biri nükleer matris elemanının hesaplanmasıdır. Bilindiği gibi, beta bozunum süreçleri nükleer yapı ve zayıf etkileşme süreçlerini anlamada çok önemlidir. Literatürde izinli beta geçişleri hakkında birçok teorik ve deneysel çalışma olmasına rağmen bilim adamları yasaklı geçişlerde aynı ilgiyi göstermemiştir. Son zamanlarda yapılmış çalışmalar, birinci yasaklı beta ($\beta$) geçiş sürecinin iki nötrinolu çift beta bozunumu ($2\nu\beta\beta$) ve hızlı süreç (*r-process*) ile ilgili teorilerin geçerliliğinin kontrol edilmesinde önemli bilgi sağladığını gösterir.

Birinci yasaklı $\beta$ geçişler ile ilgili deneysel ve teorik araştırmalar 1950 yılında başladı [1,2]. 1951' de birinci yasaklı beta bozunum üzerine genel bir teori oluşturuldu [2]. $\zeta$-yaklaşımı kullanılarak $^{124}$Sb ve $^{86}$Rb birinci yasaklı beta bozunumu için log*ft* değerleri [3] ve aynı yaklaşım kullanılarak $^{207}$Tl → $^{207}$Pb ve $^{209}$Pb → $^{209}$Bi geçişleri için tek parçacık log*ft* değerleri hesaplanmıştır [4]. Teoriyi geliştirmek için yük değişimli etkin etkileşmeler dâhil edilmiş ve sadece log*ft* değerleri değil aynı zamanda güç fonksiyonlarının enerji dağılımları da hesaplanmıştır [5-8,9]. $|\Delta J = 0,2|$ olan çift-tek ve çift-çift çekirdekler arasında düşük enerjili birinci yasaklı $\beta$ geçişleri üzerine spin-izospin bağımlı etkileşmelerin etkisi incelenmiştir [9]. Relativistik $\beta$ momentum matris elemanı $M^{\pm}(\rho_A,\lambda=0)$ analitik olarak hesaplanmamış, relativistik olmayan $\beta$ momentum matris elemanına $iM^{\pm}(j_A,k=1,\lambda=0)$ orantılı olarak varsayılmıştır. $|\Delta J = 0,2|$ olan taban durum taban durum için *ft* değerleri hesaplanmış ve birinci yasaklı beta bozunum dev rezonanslarının yaklaşık 25MeV' de oluştuğu gösterilmiştir. Yük değişimli spin-dipol hesaplamalarında kor polarizasyonunun etkisi dâhil edilmiştir [10-12]. Kenar İ., ve ark. tarafından yapılan çalışmadan farklı olarak relativistik matris elemanının hesaplanmasında spin-orbit potansiyelinden gelen katkı göz önüne alınmadan rank 0 geçişleri için nükleer matris elemanları hesaplanmıştır [13,14].

İki nötrinolu çift beta bozunumunun teorik olarak açıklanması nükleer yapı teorisinde açık kalan sorulardan biridir ve standart model ötesinde yeni fizik araştırmaları ile ilgilidir [15]. İki nötrinolu çift beta bozunumuna ait nükleer matris elemanları son otuz yıldır farklı bilim adamları tarafından incelenmektedir [16-36]. Bu çalışmalarda çift beta bozunumuna katkıda bulunan sanal (virtual) aralık durumları olarak Fermi ($0^+$) veya Gamow-Teller ($1^+$) uyarılmış durumları kullanılmaktadır. İki nötrinolu çift beta bozunumu nükleer matris elemanlarının hesaplanmasında nükleonlar arasındaki etkin etkileşme hem parçacık-deşik hem de parçacık-parçacık kanalında göz önüne alınmaktadır. Fakat bu, hesaplamalarda önemli bir sorun ortaya çıkarmaktadır. Bu sorun, göz önüne alınan etkin etkileşme sabitlerinin belirli bir değerinde nükleer matris elemanı değerinin aniden sıfıra gitmesidir (collapse effect). Bu sorunu gidermek için; Rastgele Faz Yaklaşımı (Random Phase Approximation-RPA), Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı (Quasi Random Phase Approximation-QRPA), renormalize edilmiş Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı (renormalized-QRPA), proton-nötron Kuazi Rastgele Faz Yaklaışım (pn-QRPA) gibi yöntemler önerilmesine rağmen bu temel güçlük hala giderilememiştir.

Bu sorunun nedenlerinden biri, sanal aralık durumları olarak sadece Fermi ve Gamow-Teller uyarılmış durumlarının kullanılmasıdır. Sanal aralık durumlarına $0^-$, $1^-$ ve $2^-$ uyarılmış durumlarından gelen katkılar göz önüne alındığında bu sorun kısmen giderilecektir. İki nötrinolu çift beta bozunumu için yapılan hesaplamalarda sanal uyarılmış durumlar içerisinde birinci yasaklı beta geçişleri gerçekleştiren uyarılmış durumlardan sadece $2^-$ durumları göz önüne alınmıştır [37]. İki nötrinolu çift beta bozunumu nükleer matris elemanları birinci yasaklı geçişlerden gelen katkılar dikkate alınarak [13,14] tarafından incelenmiştir.

Rezonans lazer iyonizasyonu ile nötron zengin $^{208}$Bi için $\beta$ bozunumu gözlenmiştir. Deneysel yarı ömür değerleri öz uyumlu sürekli kuaziparçacık rastgele faz yaklaşımı (CQRPA) hesaplamaları ile karşılaştırılmış ve birinci yasaklı geçişlerin dikkate alınmasının önemi vurgulanmıştır [38].

Z >28 bölgesindeki çekirdekler tarafından yüklü parçacıkların (örneğin, protonun yakalanması ile ağır izotopların üretilme ihtimali Coulomb engelinin yüksek olması

nedeniyle çok düşüktür. Bu nedenle söz konusu olay nötron yakalanması süreci ile daha kolay gerçekleştirilebilir. N≈76 ve N≈116 bölgesindeki çekirdeklerin nötron yakalama olasılıklarının büyük olduğu deneyler ile gösterilmiştir [39-44]. Dolayısıyla nötronlar bu bölgedeki çekirdekler tarafından hızlı bir şekilde yakalanır. Bu olaya hızlı süreç (*r-process*) denir. Daha sonra ürün çekirdek $\beta$- geçişi yapar ve böylece nükleosentez gerçekleşir. Nükleosentez olayının gerçekleşmesi iki faktöre bağlıdır. Birincisi nötron yakalama olasılığı diğeri ise ürün çekirdeğin beta geçiş olasılığıdır. Yani nötron yakalama olasılığı ile beta geçiş matris elemanları arasında bir bağıntı vardır.

Z=60-75 ve N=126 bölgesindeki çekirdeklerde nükleosentez olayı birinci yasaklı beta geçişleri ile gerçekleştirilmiştir [45]. Bu bölgedeki çekirdekler $\nu i_{13/2} \rightarrow \pi i_{11/2}$ konfigürasyonlu birinci yasaklı beta bozunumlarına maruz kalmaktadır. Birinci yasaklı beta geçiş güç fonksiyonlarının hesaplanması nötronca zengin olan egzotik ağır çekirdeklerin üretilmesi ihtimalinde önemli bir etkiye sahiptir.

Nükleosentez olayında birinci yasaklı geçişlerin etkisi incelenmiştir. Beta geçiş oranları sürekli kuaziparçacık rastgele faz yaklaşımı (CQRPA) metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Toplam beta geçiş yarı ömür süreleri ve gecikmiş nötron emisyon olasılıklarının sistematik bir çalışması Gamow-Teller ve birinci yasaklı geçişler dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir [45]. $0^+ \rightarrow 0^-$ birinci yasaklı beta bozunumu $^{206\text{-}214}Pb \rightarrow {}^{206\text{-}214}Bi$ geçişleri için incelenmiş ve hesaplamalar iki farklı yaklaşıma göre yapılmıştır [13,14]. Birinci yaklaşımda, relativistik beta geçiş operatörü herhangi bir varsayım yapılmadan doğrudan hesaplanmıştır. İkinci olarak, relativistik operatör relativistik olmayan operatöre orantılı varsayılmıştır. Ancak, kabuk model potansiyelindeki spin-yörünge teriminin katkısı birinci yasaklı beta bozunumu matris elemanının relativistik hesabında ihmal edilmiştir. Elde edilen sonuçlar diğer çalışmalara göre deneysel verilere daha yakındır, ancak tam bir uyum içinde olduğu söylenemez. Bunun nedeni, söz konusu hesaplamalarda nükleonlar arasında yük değişimli etkin etkileşmenin sadece parçacık-deşik kanalında göz önüne alınmış olmasıdır. Parçacık-parçacık kanalındaki etkileşme zayıf etkileşme teorisinin daha iyi anlaşılmasında çok önemlidir. $0^-$ uyarılmış durumları küresel çekirdekler için incelenmiştir. Birinci yasaklı beta geçiş matris elemanının relatistik kısmı herhangi bir

varsayım yapılmadan hesaplanmış ve relativistik matris elemanının hesaplanmasında spin-yörünge potansiyelinden gelen katkı dâhil edilmiştir. Hesaplamalarda parçacık-deşik ve parçacık-parçacık uzayı baz alınmıştır [46].

Tez çalışmasının amacı; izinli Fermi ve Gamow-Teller durumlarına $\lambda^{\pi} = 1^{-}$ uyarılmış durumlarından gelen katkıların ilave edilerek hem iki nötrinolu çift beta geçişlerinin daha hassas olarak incelenmesi hem de nükleosentez olayında önemli rol oynayan hızlı süreç işleminin anlaşılmasına katkı sağlamaktır.

Elektron ve proton saçılmalarında yük ve kütle dağılımı, Woods-Saxon potansiyeli fonksiyonuna daha yakın olduğu için kabuk modelde potansiyel kuyusu olarak Woods-Saxon kullanılır. Bu çalışmada da öz uyumlu potansiyel olarak Woods-Saxon potansiyeli kullanılacaktır. Kabuk modelinde Schrödinger denklemi Woods-Saxon potansiyeli için çözülecektir. Schrödinger denkleminin çözümünden elde edilecek olan öz değer ve öz fonksiyonlar baz olarak kullanılacaktır. Woods-Saxon potansiyeli parametreleri için Chepurnov parametrizasyonundan yararlanılacaktır [47]. Hesaplamalarda sadece parçacık-deşik kanalında göz önüne alınan yük değişimli spin-dipol etkin etkileşmesi, nükleer fizikte çok yaygın olan proton-nötron kuazi rastgele faz yaklaşımında (pn-QRPA) ele alınacaktır. Nümerik hesaplamalar, tarafımızdan yazılan programlar ile Fortran' da hesaplanacaktır.

Bu tez çalışmasında yapılan analitik hesaplamaları, literatürdeki diğer çalışmalardan ayıran temel özellikleri aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

- ✓ Birinci yasaklı beta geçiş momentumlarından relativistik olan beta momentumunun herhangi bir varsayım yapılmaksızın doğrudan hesaplanması,

- ✓ Elektron ve proton saçılmalarında çekirdekte yük ve kütle dağılımı Woods-Saxon potansiyeli fonksiyonuna daha yakın olduğu için ele alınan mikroskobik modelde potansiyel kuyusu olarak Woods-Saxon potansiyelinin baz fonksiyonlarının kullanılması,

- ✓ Nükleonlar arasındaki yük değişimli etkin etkileşmeye parçacık-parçacık kanalındaki etkileşme kuvvetlerinin göz önüne alınması.

Tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, beta bozunum süreçleri ve birinci yasaklı beta geçişleri hakkında literatür bilgisi verilmektedir. İkinci bölümde, nükleer model olarak kullanılan kabuk modeli, ortalama alan potansiyeli olarak ele alınan Woods-Saxon potansiyeli, üçüncü bölümde beta bozunum teorisi ve Fermi'nin altın kuralı ele alınmaktadır. Dördüncü bölümde, rank 1 birinci yasaklı $\beta$ bozunum geçiş operatörlerinin relativistik ve relativistik olmayan matris elemanları hesaplanmıştır. Beşinci bölümde, pn-QRPA yaklaşımı çerçevesinde sadece parçacık-deşik kanalı etkin etkileşmesi ile Hamilton operatörünün özdeğer ve özfonksiyonları elde edilmiştir. Her bir durumun matris elemanlarının radyal integrallerindeki dalga fonksiyonları ele alınarak bu matris elemanlarının radyal integrallerinin Woods-Saxon potansiyeli parametrelerine bağlılığı ifade edilmiştir. Son bölümde ise ele alınan kütle bölgesindeki çekirdekler için $\lambda^{\pi} = 1^{-}$ uyarılmış durumlarının birinci yasaklı rezonans enerjileri ve nükleer bozunmaya ait bilgilerin derlenmesinde büyük katkı sağlayan log*ft* değerleri hesaplanmış ve deneysel verilerle karşılaştırmaları yapılarak çalışma genel olarak değerlendirilmiştir. Bu tez çalışmasının sonuçları nükleer yapı analizine önemli katkılar sağlayacaktır.

Bu tez çalışması ile ilgili sonuçlarının bir kısmı Adım Fizik Günleri 4 ulusal konferansında; TESNAT 2017, NSP2017 ve ISMS2018 uluslararası konferanslarda poster ve sözlü sunum olarak sunulmuştur. Tez çalışmasının sonuçları ISMS2018 konferansında tam metin olarak yayınlanmıştır.

Tez çalışması, Yüksek Öğretim Kurumu Mevlana Değişim Programı kapsamındaki PAK-TÜRK araştırmacı hareketliliği burs programı çerçevesinde kabul edilen MEV-2018-300, (No:9-5 Ph-1-MG-7) numaralı uluslararası araştırma projesi ile desteklenmiştir.

# BÖLÜM 2

# NÜKLEER MODELLER

Nükleer fizik araştırmacılarının uzun zamandır üzerinde çalıştıkları konulardan biri çekirdeğin yapısını ortaya koymaktır. Nükleer yapının anlaşılması birçok astrofiziksel uygulamalar ve temel simetrilerin test edilmesi açısından önem arz etmektedir. Atom çekirdeği birbirleriyle nükleon-nükleon kuvvetleriyle etkileşen karmaşık çok parçacıklı bir sistemdir. Nükleonlar, çekirdekte temel parçacıklar olmamasına rağmen düşük enerji seviyelerinde nükleonların iç yapısı ihmal edilerek çekirdeğin temel parçacıkları olarak kabul edilebilir. Bunun sonucu olarak da çekirdek içindeki temel etkileşim, nükleon-nükleon iki-cisim etkileşimleri olarak dikkate alınmaktadır [48]. Nükleer modeller, çekirdeği oluşturmak için bir araya geldiklerinde nükleonlar arasındaki karmaşık ilişkileri açıklamak amacıyla geliştirilmiştir. Modellerin her biri büyük miktarda bilgiyi ilişkilendiren ve çekirdeklerin özelliklerinin tahminlerini sağlayan olası bir benzerliğe dayanmaktadır.

Nükleer modeller iki ana gruba ayrılabilir. İlk grupta, bağımsız-parçacık modelleri olarak adlandırılan, çekirdeği oluşturan tek-tek parçacıklar arasında çok az veya hiç etkileşimin bulunmaması halindeki modellerdir. Burada, her proton ve nötron kendi yörüngesinde hareket eder ve diğer nükleer parçacıklar pasif katılımcılar gibi davranır. Nükleer kabuk modeli ve varyasyonları bu gruba girmektedir. Güçlü etkileşim veya istatistiksel modeller olarak adlandırılan ikinci bir grupta ise temel prensip, protonların ve nötronların karşılıklı olarak birbirine bağlı olmaları ve aralarındaki kısa menzilli güçlü nükleer kuvvetleri yansıtacak şekilde iş birliği içinde davranmalarıdır. Sıvı-damlası modeli ve bileşik-çekirdek modeli bu gruba dahildir. Diğer nükleer modeller ise kabuk modelinin ve sıvı damlası modelinin bir kombinasyonu olan kolektif model gibi her iki grubun yönlerini içerir [49].

Tek tip parçacık modeli bazen istatistiksel model veya Fermi-gaz modeli olarak adlandırılır. Bu model, nükleonlar arasındaki çok güçlü etkileşimlerin sonucu olarak bireysel nükleonların hareketlerinin ayrıntılı olarak ele alınamayacağını, ancak istatistiksel olarak işleme alınması gerektiğini varsayar [50]. Bu modeldeki çekirdeklerin matematiksel olarak işleme alınması, bir katıdaki serbest elektronların tartışılmasına benzemektedir.

Sıvı-damlası modeli, tek tek nükleonların hareketini de göz ardı etmektedir [51]. Gözlemlenen çekirdeklerin yarıçapları $A^{1/3}$ ile orantılı olduğundan, nükleer maddenin esas olarak sıkıştırılamaz olduğu anlaşılmaktadır. Bir damla su ile kıyaslandığında, çekirdeğin belirli bir yüzey gerilimine sahip olduğu varsayılır ve nükleonlar bir sıvıdaki moleküllere benzer şekilde davranır. Çekirdeklerin parçacıkların yayılmasıyla bozunması, moleküllerin bir sıvının yüzeyinden buharlaşmasına benzer. Sıvı-damla modelinin başka bir kullanımı, bir çekirdeğin kütlesinin bir dizi terimin toplamı olarak ifade edildiği yarı-ampirik kütle formülüdür [52].

Küme modeli veya alfa-parçacık modeli, alfa parçacıklarının bir çekirdek içinde alt gruplar oluşturduğu varsayımına dayanır. Bu alfa parçacıkları kalıcı olarak var olmak zorunda değiller, ancak birbirleriyle parçacık değiş tokuşu yapabilirler. Bu model, daha çok kütle numarası A' nın 4n olarak ifade edilebildiği düşük kütle sayı değerleri ile sınırlı olan ve n'nin bir tamsayı olduğu kullanışlılığa sahiptir.

Kolektif model ise kabuk modelindeki önemli bir gelişmedir [53]. Kabuk modelinde, çekirdeklerin uyarılmış durumları tahmin edilir, ancak detaylı tahminler genellikle deneyle uyumlu olmayabilir. Kolektif modelin başarısı, nükleer deformasyonları, yani küresel bir şekilden sapmaları hesaplamak için kullanılabilir olmasıdır. Deforme çekirdekler, moleküler spektrumlarda olduğu gibi, dönüş ve titreşimleri nedeniyle ek enerji seviyelerine yol açar.

Optik model, nükleer saçılma süreçlerini tanımlamak için özel olarak tasarlanmıştır. Bileşik çekirdek modelinin bazı yetersizliklerinin üstesinden gelmeye yardımcı olup, merminin çekirdekte emildiği ve ilk durumdan bağımsız olarak daha sonra bir yönde yeniden yayılır. Özellikle artan bombardıman enerjisi için, bileşik-çekirdek fikri deney

sonuçlarını açıklamakta başarısız olur. Optik modelde saçılma, fiziksel mekaniksel dalga teorisine benzer bir şekilde dalga mekaniği kullanılarak işlenir. Mermi, bir ışık dalgasına benzemektedir ve çekirdek, saydam bir cam küreye benzemektedir. Çekirdekten gelen elastik saçılma, küreden geçen veya etrafından geçen ışığa karşılık gelir; elastik olmayan süreçler, küre içinde emilen ışığa karşılık gelir. Bu model genellikle bulutlu kristal top model olarak adlandırılır. Doğrudan reaksiyon modeli, nükleer saçılımın bileşik-çekirdek modeli tarafından tarif edilemeyen yönlerini açıklayan modeller için genel bir terimdir. Bazen optik model bu kategoriye dahildir. Doğrudan etkileşim için iki özel modelden bahsedilir; sıyırma süreci ve mermilerin çekirdek yüzeyi yakınındaki tek nükleonlarla etkileşime girdiği yüzey direk etkileşimidir [54].

## 2.1. KABUK MODELİ

İlk kabuk modeli 1932' de, D. Ivanenko ve E. Gapon tarafından önerilmesine rağmen [55], kabuk modeli 1949' da birkaç fizikçinin bağımsız çalışmalarından sonra, en çok E. P. Wigner ve ark. tarafından geliştirilmiştir [56]. Nükleonları temel parçacık olarak ele alan nükleer kabuk modeli, özellikle taban enerji seviyelerinin ve düşük enerjili uyarılmış seviyelerin belirlenmesinde standart model olarak kabul edilmektedir [57]. Düşük enerji seviyelerinde çekirdeğin bazı özelliklerini açıklamada oldukça başarılı olan nükleer kabuk modeli, basit bir yaklaşım ile valans nükleonlarının çekirdek içerisinde ortalama bir alan içinde hareket ettiklerini ve birbirleriyle iki cisim etkileşimleriyle etkileştiklerini kabul eder [58]. Birçok nükleer özelliğe sahip çekirdekteki nükleonlar, neredeyse bozulmamış tek parçacık yörüngeleri üzerinde hareket eden bağımsız parçacıklar olarak kabul edilebilir. Bunun nedeni, çoğunlukla Pauli' nin belirsizlik ilkelerinin etkisinden dolayı, çekirdeğin çok yoğun bir sistem olmadığı gerçeğidir. Nükleon-nükleon arasında oluşan elektriksel kuvvetin yaklaşık olarak c=0,4 fm’ lik bir yarıçapına ve sonsuz itici bir çekirdeğe sahip olduğu Eşitlik 2.1’de verilmiştir [59].

$$\frac{V_c}{V} = \left(\frac{c}{2r_0}\right)^3 \simeq \frac{1}{100} \tag{2.1}$$

Burada $V_c$ sıkı paketlenmiş hacim, $V$ ise çekirdeğin hacmi olarak ifade edilir. Bir çekirdekte nükleonların ortalama serbest yolu saçılma deneylerinden tahmin edilebileceği gibi, en azından çekirdeğin boyutunun sırasına benzemektedir ve bir çekirdeğin parçalanmamış parçacık hareketi için deneysel kanıtların ilk parçası olarak bahsedilmektedir. Böylece nükleon-nükleon kuvvetinin bilinen "güçlü" karakteri nükleonların ortalama olarak oldukça uzak olmalarından dolayı önemli ölçüde indirgenir ve bu yüzden nükleer kuvvetin çekici kısmının sadece küçük bir kısmını hissedebilmektedir. Diğer bir deyişle, tekil kuvvetten kaynaklı şiddetli etkileşimler oldukça nadir gerçekleşir ve sistem en azından ilk yaklaşım olarak bağımsız parçacık hareketine göre tanımlanabilir. Bu düşüncelere rağmen gerçekte çekirdek, gazların aksine, nükleer kuvvetlerin ve Pauli ilkesinin karşılıklı etkileşiminden kaynaklanan iyi tanımlanmış bir yüzey oluşturur.

Bağımsız parçacıklar düşüncesi kabul edildiğinde, tek parçacık hareketinin çekirdeğindeki tüm nükleonların yarattığı ortalama potansiyel tarafından yönetildiğini düşünmek oldukça doğaldır. Tabi ki, nükleonların hareketi çekirdeğin iç kısmında, kuvvet etkisinin çok az olduğu yerde, yüzeydeki yerlerden önemli ölçüde farklı olacaktır, bu durumda Pauli ilkesi harekete geçmeye başlayacak ve parçacıklar onları çekirdeğin iç kısmına hapsedebilecek bir güç hissedeceklerdir.

## 2.2. BİR ÇEKİRDEĞİN ORTALAMA POTANSİYELİ

Sihirli sayıların istisnai rolü, bir atomdaki elektronların durumuna güçlü bir benzerlik gösterir. Çekirdeğin kuvvetli merkezi Coulomb potansiyeli, küresellik etkisi yapar. Sonuç olarak, elektron kabukları arasında büyük enerji farklılıklarına sahip dejenere seviyelerde gruplar vardır. Bir çekirdeğin nükleonları için, böyle bir merkezi alan yoktur. Ancak, tüm nükleonların hareketleri ile şekillenmiş gibi bir potansiyel oluşturabiliriz. Böyle bir ortalama potansiyel, bir atomdaki elektronlar durumunda da vardır. Nükleer Coulomb potansiyeline ilave edilerek ortalama potansiyele ekstra bir katkı sağlar. Bu yaklaşım, Hartree veya Hartree-Fock yaklaşım potansiyeli olarak bilinir. Nükleonların dinamiklerini ancak böyle bir ortalama potansiyel ile tanımlayan model, nükleonları birbirinden tamamen bağımsız olarak ele alır [59].

Çekirdeğin merkezine yakın bir nükleonun, nükleer kuvvetleri homojen olarak hissedebileceği, yani net bir kuvvetin olmadığı durum Eşitlik 2.2'de belirtilmiştir.

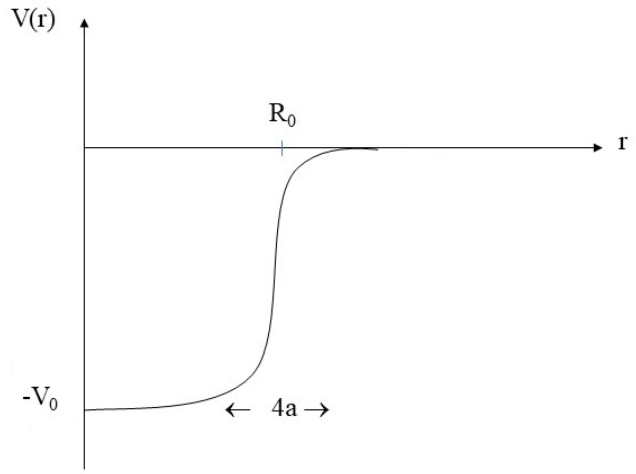
$$\left(\frac{\partial V(r)}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \tag{2.2}$$

Nükleer bağlanma kuvvetleri, yüzeyden çekirdeğin içine doğru gittikçe (r=R) daha güçlenir ve aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\left(\frac{\partial V(r)}{\partial r}\right)_{r<R_0} > 0 \tag{2.3}$$

Nükleer kuvvetlerin sonlu aralığı nedeniyle $V(r) \simeq 0$ ve $r > R_0$ koşullarını iyi temsil eden ve aynı zamanda oldukça mantıklı yoğunluk dağılımları veren, Fermi fonksiyonu veya Woods -Saxon (WS) potansiyelidir.

Çekirdek yapısının incelenmesinde elde edilen sonuçların hassaslığı kullanılan ortalama alan potansiyellerinden dolayı sınırlıdır. Seçilen potansiyelin uygun olması, çekirdek yüzey kesiminin kalınlığını doğru tasvir etmesine ve sonlu derinlikli olmasına bağlıdır. Uygun ortalama potansiyelin çekirdek içerisinde nükleer madde dağılımına benzer olması istenir. Böyle bir potansiyelin parametreleri optiksel potansiyelin reel kısmından saçılma reaksiyonları sonucu belirlenir. Wood-Saxon ortalama potansiyeli çekirdek içerisinde nötron ve protonların deneyden gözlenen dağılımını çekirdek yüzey davranışlarına uygun bir biçimde ifade etmektedir. Buna göre de deforme çekirdeklerde ortalama alan potansiyelinin analitik formu genellikle Wood-Saxon potansiyeli gibi seçilir. Wood-Saxon potansiyeli Şekil 2.1'de gösterilmiştir [59].




Şekil 2.1. Woods-Saxon potansiyeli.

Woods-Saxon potansiyeli sonlu derinlikte ve küresel simetriktir. a yüzey kalınlığı potansiyelin ٪ 90'dan ٪ 10'a indiği aralıktır. Nükleer yarıçap R ise potansiyelin merkezden iki defa uzaklaştığı mesafedir. Bu potansiyelin yüzey etrafındaki kısmı saçılma reaksiyonları için çok önemlidir ve çekirdek içindeki nükleonların yoğunluk dağılımını çok güzel ifade etmektedir.

Woods-Saxon potansiyeli çekirdek dışında üssel (exponansiyel) olarak sıfıra gider ve WS potansiyel iki kısımdan oluşur. Birinci kısım nükleonların ürettiği izoskaler ve izovektör ortalama alan potansiyelidir. Merkezcil potansiyel

$$V^{W.S.}(r) = -V_0^{N,Z}\left[1 + exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)\right]^{-1} \tag{2.4}$$

Eşitlik 2.4 ile verilmektedir. Burada $R_0=r_0A^{1/3}$, $V_0\simeq 50$ MeV, yüzey kalınlığı $a\simeq 0{,}5$fm ve $r_0\simeq 1.24$ fm'dir. İkinci kısım olan spin orbit potansiyeli ise aşağıdaki gibidir:

$$V_{ls}(r) = -\zeta\frac{1}{r}\frac{dV(r)}{dr}(\boldsymbol{ls}). \tag{2.5}$$

Bu eşitlikte yer alan sabit $\zeta = 0.263\{1 + 2[(N - Z)/A](10^{-13}\ \mathrm{cm})^2\}$ şeklindedir. Woods-Saxon potansiyelinin izovektör kısmından dolayı nötron (N) ve proton (Z)

sistemlerinin derinliği birbirinden farklıdır ve aşağıdaki eşitlikler olarak kabul edilmektedir [60].

$$V_0^N = V_0\left[1 - 0.63\frac{N-Z}{A}\right], \tag{2.6a}$$

$$V_0^Z = V_0\left[1 + 0.63\frac{N-Z}{A}\right]. \tag{2.6b}$$

## 2.3. KABUK MODELİNİN ÇOK PARÇACIKLI SİSTEME UYGULANMASI

Tek parçacık modeli, bireysel nükleonları dikkate aldığından çekirdeğin bir mikroskobik tanımını oluşturmaya olanak sağlar. Bu elbette sadece çok parçacıklı probleminin bir yaklaşımıdır. Çekirdeğin mikroskobik teorisi genellikle aşağıdaki üç özelliğe dayanır.

- ✓ Çekirdek kuantum mekaniksel çok parçacıklı bir sistemdir.
- ✓ Çekirdekteki hızlar yeterince küçüktür, bu yüzden relativistik etkileri ihmal edilebilir.
- ✓ Nükleonlar arasındaki etkileşimin iki parçacıklı bir karakteri vardır.

Çekirdeğin mikroskobik teorisi çok parçacıklı sistemin Schrödinger denkleminin çözümü ile aşağıdaki gibi verilebilir;

$$H\psi = \left\{\sum_{i=1}^{A} -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + \sum_{i<j}^{A} v(i,j)\right\}\psi\,(1,\dots,A) = E\,\psi(1,\dots,A) \tag{2.7}$$

Nükleonun tüm koordinatlarının temsil edildiği bölge $(i) = (r_i, s_i, t_i)$ ile temsil edilirse, nötronlar için $t_i = 1/2$, protonlar için $t_i = -1/2$ olur. Nükleer kabuk modelinin varsayımıyla Eşitlik 2.7 daha basit hale indirgenir.

$$H_0\psi = \{\sum_{i=1}^{A} h_i\}\psi = \sum_{i=1}^{A}\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(i)\right\}\psi = E\psi \tag{2.8}$$

Eşitlik 2.8'in çözümleri, tek parçacık fonksiyonunun anti-simetrik ürünleridir. Tek parçacık Hamilton denkleminde $h_i$ için özfonksiyonlar [59]

$$h_i \Phi_k(i) = \epsilon_k \Phi_k(i) \tag{2.9}$$

ile ifade edilir. $\Phi_k$ fonksiyonu ikinci kuantumlanma uzayında ortogonal fonksiyon temelini sağlar. Her bir k seviyesi için $a_k^+$ ve $a_k$ yaratma ve yok etme operatörleridir. Nükleonlar fermiyon ailesinden olduğu için, her seviye sadece bir kez bulunabilirler. $a_k^+$ ve $a_k$ operatörleri Fermi komütasyon koşulunu sağlamaktadır. Kabuk modeli Hamilton operatörü $H_0$ aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$H_0 = \sum \epsilon_k a_k^+ a_k \tag{2.10}$$

Hamilton operatörünün öz fonksiyonları ve öz değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left|\Phi_{k_1} \dots k_A\right\rangle = a_{k_1}^+ \dots a_{k_A}^+ |-\rangle \tag{2.11}$$

$$E_{k_1 \dots k_A} = \epsilon_{k_1} + \cdots + \epsilon_{k_A} \tag{2.12}$$

Slater determinantları ise

$$\Phi_{k_1} \dots k_A(1, \dots, A) = \begin{vmatrix} \Phi_{k_1}(1) & \dots & \Phi_{k_1}(A) \\ \vdots & & \vdots \\ \Phi_{k_A}(1) & & \Phi_{k_A}(A) \end{vmatrix} \tag{2.13}$$

şeklinde yazılır. Taban durumundaki seviyeler enerjilerine göre ardışık olarak sıralanır [60].

$$|\Phi_0\rangle = a_1^+ \dots a_A^+ |-\rangle \tag{2.14}$$

Parçacığı *m* seviyesine koyarsak dalga fonksiyonu

$$|\Phi_m\rangle = a_m^+ |\Phi_0\rangle \tag{2.15}$$

olur ve enerji farkını aşağıdaki gibi yazılır.

$$\epsilon_m = E_m(A+1) - E_0(A) \tag{2.16}$$

## 2.4 İZOSPİN

Elektromanyetik etkileşimleri dışında, proton ve nötronlar pratik olarak aynı fiziksel özelliklere sahiptir. Coulomb kuvvetinin nükleer özellikler üzerindeki etkisi ihmal edilebilir. Böylece, proton ve nötronu aynı parçacığın iki farklı görünümü olarak kabul edilir ve nükleon olarak adlandırılabilir. Matematiksel olarak, nükleonun iki farklı durumda olabileceğini yani temel vektörleri iki boyutlu uzayda $n = \binom{0}{1}$ ve $p = \binom{1}{0}$ biçiminde yazabiliriz. Bu, spin durumuna oldukça benzerdir. Nükleon spininin yukarı ya da aşağı olup olmadığını gösteren bir kuantum sayısında, nükleonun normal spine olan biçimsel benzerliğinden dolayı izospin olarak adlandırılan yeni bir kuantum sayısı elde edilir. Bu kuantum sayısı ile nükleer kabuk modeli dalga fonksiyonunu tek bir determinant olarak yazılır. Spin cebrinin kuralları izospin için de geçerlidir.

$$t_3 n = \frac{1}{2} n, \qquad t_3 p = -\frac{1}{2} p, \qquad t_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2.17}$$

Azaltma ($t_-$) ve artırma ($t_+$) izospin operatörleri sırasıyla nötronu protona veya protonu nötrona dönüştürürler.

$$t_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad t_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

$$t_- n = p\,, \quad t_+ n = 0 \quad \text{ve} \quad t_- p = 0, \quad t_+ p = n \tag{2.19}$$

İzospin vektör operatörü $t = \{t_1, t_2, t_3\}$ olmak üzere üç kartezyen bileşenden oluşur. Bir A çekirdekler sisteminin toplam izospini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz;

$$T = \sum_{i=1}^{A} t^{(i)} \tag{2.20}$$

ve 3 bileşenli toplam izospin operatörü [59]

$$T_3 = \sum_{i=1}^{A} t_3{}^{(i)} \tag{2.21}$$

ile verilir. Toplam izospinin 3-bileşeni, çekirdeğin toplam nötron fazlasının bir ölçüsüdür;

$$T_3\psi(1 \dots . A) = \left\{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \dots - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \dots + \frac{1}{2}\right\} \psi(1 \dots A) = \frac{1}{2}(N - Z)\psi(1 \dots A) \quad (2.22)$$

Özdeğer bu nedenle nötron fazlalığının yarısına eşittir. $T^{2'}$ nin nükleer Hamiltoniyen ile komütasyon koşulunu sağladığı sistemler için, $T^{2'}$ ye karşılık gelen $T$ özdeğerler aynı değerleri alabilir [61].

$$|T_3| \leq T \leq \frac{A}{2} \quad (2.23)$$

# BÖLÜM 3

# BETA BOZUNUM TEORİSİ

Beta bozunum teorisi ilk kez 1934 yılında E. Fermi tarafından açıklanmıştır [62]. Beta ışınımı, çekirdekte normalden fazla sayıda proton veya nötron bulunduğunda meydana gelmektedir. Bu fazlalık çekirdeği kararsız hale getirmektedir. Çekirdeğin nötron sayısı fazla ise, çekirdekte bulunan nötronlardan biri, proton ve elektrona ayrışmaktadır. Elektron çekirdekten dışarı fırlatılırken, proton çekirdekte kalmaktadır. Böylece çekirdeğin proton sayısı bir artarken, çekirdek farklı bir atoma dönüşmektedir [63]. Nükleer yük sayısı Z'nin bir birim artığında iki izobar içeren bu işlem nükleer $\beta^-$ bozunma veya negatron yakalanması olarak adlandırılır ve Eşitlik 3.1'deki reaksiyon ile ifade edilmektedir [64];

$$(Z, N) \xrightarrow{\beta^-} (Z+1, N-1) + e^- + \overline{\nu_e} \tag{3.1}$$

Burada $\beta^-$ negatron yakalanması, N nötron sayısı, Z proton sayısı, $e^-$ elektron ve $\overline{\nu_e}$ antinötrinoyu ifade eder.

Çekirdeğin proton sayısı fazla ise protonlardan biri nötron ve artı yüklü bir elektrona (pozitron) ayrışmaktadır. Pozitron çekirdekten dışarı fırlatılırken, nötron çekirdekte kalmaktadır. Böylece çekirdeğin proton sayısı bir azalırken, çekirdek farklı bir atoma dönüşmektedir [65]. Nükleer yük sayısı Z'nin bir birim azaldığı iki izobar içeren bu bozunma çekirdeğin $\beta^+$ ile gösterilen pozitron yakalanmasıyla bozunması anlamına gelmektedir ve Eşitlik 3.2 reaksiyonu ile ifade edilmektedir.

$$(Z, N) \xrightarrow{\beta^+} (Z-1, N+1) + e^+ + \nu_e \tag{3.2}$$

Burada $\beta^+$ pozitron yakalama, $e^+$ pozitron, $\nu_e$ nötrinoyu ifade eder.

Bir protonun bir elektronu yakaladığı ve bir nötrona ve bir elektron nötrinoya dönüşmesi yani nükleer yük sayısı Z'nin bir birim azaldığı iki izobar içeren bir işlem, elektron yakalama (ε) anlamına gelmektedir ve Eşitlik 3.3'te ifade edilmektedir.

$$(Z, N) + e^{-} \xrightarrow{\varepsilon} (Z - 1, N + 1) + \nu_e \tag{3.3}$$

Serbest bir nötronu serbest bir protona indirgeyen baryonlardır. Son durumda elektronların her ikisi de lepton ve antilepton içerir. Bu bozulmaya, nötron ve proton arasındaki kütle farklılığı ile izin verilir. Birleşmiş bozunma enerjisi, yani son durum parçacıklarının kinetik enerjisi olarak salınan enerji, negatron yayınlanması ile bozunmada Eşitlik 3.4 ile ifade edilmektedir;

$$Q_{\beta^-} = m_n c^2 - m_p c^2 - m_e - c^2 > 0 \tag{3.4}$$

Burada $Q_{\beta^-}$ son durum parçacıklarının kinetik enerjisi, $m_n$ nötronun kütlesi, $m_p$ protonun kütlesi, $m_e$ elektronun kütlesi ve c ışık hızını ifade etmektedir.

Bir protonun bozunmasına nötronla birlikte bir antilepton ve bir lepton, her ikisine de elektron eşlik etmektedir. Bu bozunma şekline, serbest bir proton için izin verilmez. Bununla birlikte, nötron-proton kütle farkını ve pozitron kütlesi $m_{e^+}$' yı oluşturmak için gereken ekstra enerjinin mevcut olabileceği bir çekirdeğe izin verilir. Bu durumda Q miktarı negatiftir. Son durum parçacıklarının kinetik enerjisi pozitron yakalanması ile bozunma için Eşitlik 3.5 ile ifade edilmektedir;

$$Q_{\beta^+} = m_p c^2 - m_n c^2 - m_{e^+} c^2 < 0 \tag{3.5}$$

Burada $m_{e^+}$ pozitronun kütlesidir [66].

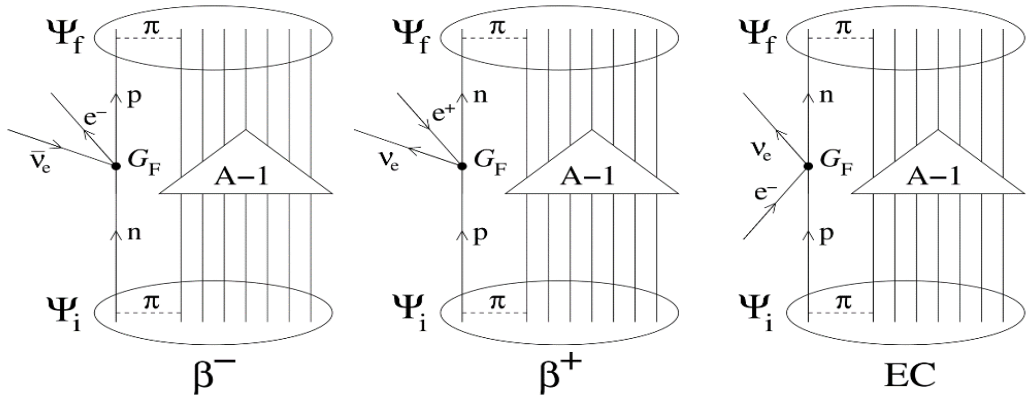
Beta bozunumunda elektron yakalama, yalnızca nükleer bir ortamda ekstra enerji sağlandığında ortaya çıkabilir ve son durum parçacıklarının kinetik enerjisi elektron yakalama için Eşitlik 3.6 ile ifade edilmektedir;

$$Q_{EC} = m_p c^2 + m_e{-}c^2 - m_n c^2 < 0 \tag{3.6}$$

Nükleer ortam, $\beta^+$ve EC işlemlerinin devam etmesini sağlar ve Q<0 olduğundan bu boş alanda mümkün değildir.

Elektron anatomik orbitalden, genellikle dalga fonksiyonu çekirdek bölgesinde en büyük değerlere sahip s orbitalinden yakalanır. Her bir işlemin Eşitlik 3.4, Eşitlik 3.5 ve Eşitlik 3.6 Q değerleri, son durum leptonlarının toplam kinetik enerjisi olarak tanımlanır. Değerler, kütle farkları içinde yansıtıldığı gibi, çekirdeklerin çoklu cisim yönüne de bağlıdır.

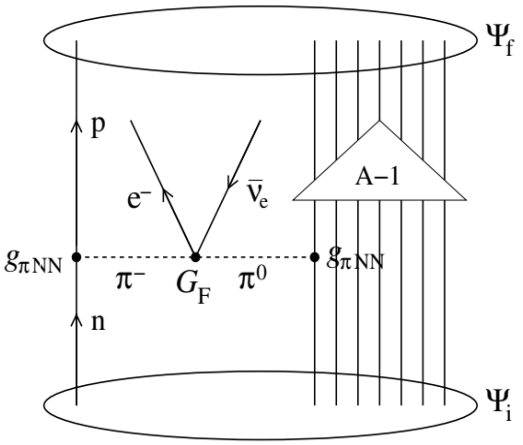
Nükleer beta bozunumunun işleyişinde, bozunma anında bozunan nükleon sadece zayıf etkileşimi hisseder ve çekirdeğin nükleonlarının geri kalanıyla kuvvetli kuvvetle etkileşmez. Böylece A-1 nükleonları zayıf etkileşme sürecine göre seyirci olarak hareket eder. Sadece ilk ve son nükleer çok parçacıklı durumlarında aktif çekirdek, diğer A-1 nükleonları ile güçlü bir şekilde etkileşir. Bu yaklaşım itme yaklaşımı olarak adlandırılır.




Şekil 3.1. Feynman diyagramları [66].

Şekil 3.1'e göre nükleer $\beta^-$, $\beta^+$ ve EC bozunmalarında itme yaklaşımı, zayıf bir bozunma sürecine sadece bir nükleonun katıldığı ve kalan A - 1 nükleonlarının izleyici olarak bulunduğu durumlardır. İlk ve son haller $\Psi_i$ ve $\Psi_s$, güçlü iki nükleon etkileşimli A-kütleli nükleer durumlarıdır. Zayıf etkileşimli köşelerde antilepton çizgileri geriye

doğru gittikçe çizilir. Nokta benzeri etkili zayıf etkileşim köşesinin gücü Fermi sabiti $G_F$ tarafından verilir. Nükleonların akış çizgisine nükleon akımı veya daha genel olarak zayıf hadronik akım denir. Şekil 3.1' de, nükleonların akış çizgisine nükleon akımı veya daha genel olarak zayıf hadronik akım denir. Benzer şekilde, leptonları içeren akış çizgisine zayıf leptonik akım denir. Hadronik ve leptonik akımlar zayıf etkileşimli bir köşede etkileşir. Köşe noktası, nükleer beta bozunumunun enerji aralığında nokta benzeri olarak tanımlanabilir. Değişen ağır vektör bozonlarının $W^{\pm}$' yi Fermi'den sonra adlandırılan etkili bir bozunmaya karşı zayıflama gücü sabit $G_F$' ye dahil eder.

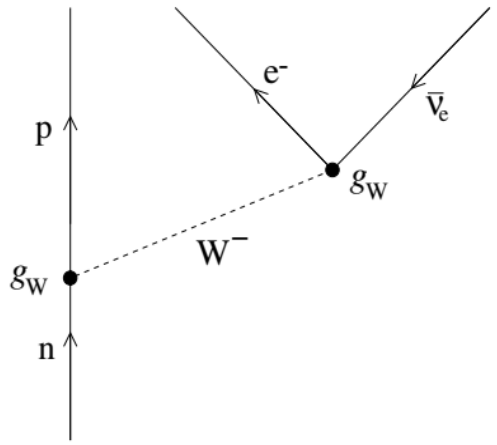



Şekil 3.2. İtme yaklaşımına dahil olmayan bir nükleer beta bozunum süreci [66].

Şekil 3.2'ye göre zayıf bozunma anında iki nükleon piyon değişimi ile etkileşir. Burada, $g\pi_{NN}$ birleştirme sabitidir.

Bununla birlikte, zayıf çürümeye daha yakından bakıldığında, daha ilgili bir mekanizma ortaya çıkmaktadır.

Bu mekanizma, bozunma için Şekil 3.3'te gösterilmiştir.




Şekil 3.3. W-bozon ile $g_W$ bağlanması [66].

W-bozon bağlanması ile bir nötronun beta-eksi bozunumu üzerinden baryon ve lepton köşelerine zayıf etkileşimli bağlanma kuvveti $g_W$ ile bağlanması Şekil 3.3'te gösterilmektedir. W bozonunun büyük kütlesi ve nükleer beta bozunumunun küçük enerjisi nedeniyle, birleşik kavrama sabiti $G_F$ olarak yazılabilir. Etkin köşe, nokta benzeri bir akım-akım etkileşimini tanımlar [66].

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8(m_W c^2)^2} \tag{3.7}$$

## 3.1. FERMİ'NİN ALTIN KURALI

Fermi 1934' te Pauli 'nin nötrino hipotezini içeren bir beta bozunma teorisi geliştirdi. Fermi'nin teorisinin esasları kuantum mekaniğinin zamana bağlı pertürbasyon teorisinin kullanımıyla türetilebilir. Bir sistemin bir *i* başlangıç durumundan bir *s* son hal durumuna geçiş formu olan Fermi'nin altın kuralı,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{si}|^2 \rho\ (E_s) \tag{3.8}$$

eşitliği ile ifade edilir. Bu eşitlikte; λ bozunma hızı, $M_{si}$, ilk ve son durumlar ararsındaki matris elemanı, ρ $(E_s)$ son durum yoğunluğu veya faz uzay faktörünü temsil eder. Bu, enerji E= $E_s$ enerjisindeki birim enerji başına momentum sayısıdır.

Matris elemanı $M_{si}$ ilk ve son kararlı durumlar arasındaki etkileşmenin integralidir.

$$M_{si} = \int \psi_s^* \, \widehat{H}_{op} \psi_i dV \tag{3.9}$$

Burada; $\psi_s^*$ son durum dalga fonksiyonunun eşleniği, $\widehat{H}_{op}$ etkileşme enerjisi ile ilgili geçişi sağlayan Hamilton operatörü, $\psi_i$ ilk durum dalga fonksiyonu ile ifade edilmektedir.

Beta bozunumu için, Fermi γ bozunma hesaplamasına benzer şekilde ilerlemiştir, fakat 1934' te sadece bozunma noktasında var olduğu ve deneysel verilerden çıkarılacak bir kuvvet tarafından karakterize edildiği kabul edilen etkileşimi belirtememiştir. Elektromanyetik ve zayıf etkileşimlerin mevcut birleşmesi, $\beta$ bozunma matris elemanının çok daha ayrıntılı bir tanımını verir, ancak Fermi teorisinin ana sonuçları etkilenmez ve bozulma özelliklerinin genel niteliğinin anlaşılması için esastır [67]. Son durum nükleer dalga fonksiyonu, $\varphi_e$ ve $\varphi_\nu$ elektron ve nötrinoyu karakterize eden zamandan bağımsız serbest parçacık dalga fonksiyonlarını ifade eder. Elektron ve nötrino dalga fonksiyonları, V birim hacmi için normalize edilirse Eşitlik 3.10 ve Eşitlik 3.11 elde edilir;

$$\varphi_e(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_e\vec{r}/\hbar} = e^{i\vec{k}\vec{r}} \tag{3.10}$$

$$\varphi_\nu(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_\nu\vec{r}/\hbar} = e^{i\vec{q}\vec{r}} \tag{3.11}$$

Eşitlik 3.10'te Dalga fonksiyonları seriye açılır ve ilk iki terimi referans alınırsa yaklaşım izinli bir yaklaşım olur.

$$e^{ip_e r/\hbar} = 1 + \frac{ip_e r}{\hbar} + \frac{1}{2}\left[\frac{ip_e r}{\hbar^2}\right]^2 + \cdots \cong 1 \tag{3.12}$$

$$e^{ip_\nu r/\hbar} = 1 + \frac{ip_\nu r}{\hbar} + \frac{1}{2}\left[\frac{ip_\nu r}{\hbar^2}\right]^2 + \cdots \cong 1 \tag{3.13}$$

Çekirdeklerin $\beta\pm$ bozunumlarının kuramsal ve deneysel sonuçları arasında bazı sistematik farklılıklar vardır. Bu durum β parçacığı ile ürün çekirdek arasındaki Coulomb etkileşmesinden kaynaklanır. Sanal uyarılmaların kullanımı bazı bilim adamları tarafından [5,8,68-71] destek bulmasına rağmen, çekirdeklerin beta bozunumlarında elektron enerji ve momentum dağılımlarının teorik ve deneysel sonuçları incelendiğinde bazı farklar vardır. Bunun nedeni nükleer matris elemanının etkisinin teorik değerlerde dikkate alınmamasıdır.

Teorik ve deneysel sonuçlar arasında paralellik sağlanması için spektrum üzerinde etkisinin olmadığı kabul edilen $M_{si}$ nükleer matris elemanının dikkate alınması gerekir. Bu, teorik sonuçlar ile deneysel verilerin uyumluluğu açısından iyi bir yaklaşımdır. Bazen çok kötü sonuçlar verdiği durumlar da söz konusudur. Böyle durumlarda izinli yaklaşımda nükleer matris elemanının değeri sıfır olur. Bu durumda (3.11) denklemi ile verilen düzlem dalga açılımında, momentum bağımlılığını içeren diğer terimleri göz önüne alırsak izinli olmayan (yasaklı) bozunumlar söz konusudur. Seri açılımında 1'den sonra gelen ilk terim birinci yasaklı bozunumu verir. Genellikle bir çekirdek izinli veya birinci yasaklı geçiş ile bozunmayı tercih eder, daha yüksek mertebeden olan bozunmaları gözlemek oldukça zayıftır.

Deneysel çalışmalara paralel olarak yapılan teorik çalışmalar ile izinli ve birinci yasaklı beta bozunumları formülize edildi. Tekrardan normalize edebilme problemleri, elektro-zayıf etkileşmeler olarak adlandırılan bir referans teori sunularak ortadan kaldırıldı [72]. İzinli ve birinci yasaklı beta bozunum geçişlerinin iyi araştırılan genel teorik yapısına karşı, yarı ömür süreleri ve log*ft* değerleri hakkında bilgi almamızı sağlayan nükleer matris elemanları halen bir gelişim süreci içerisindedir.

## 3.2. AÇISAL MOMENTUM VE PARİTE SEÇİM KURALLARI

### 3.2.1 İzinli Geçişler

İzinli geçişlerde elektron ve nötrinonun dalga fonksiyonları değerlerinden başlangıç noktası değerleri ele alınmaktadır. Bunun anlamı, elektron ve nötrinonun başlangıç noktasının r=0 olarak alınması demektir [73].

İzinli geçişler ağır olmayan parçacıkların spin dalgası şeklinde yayınlandığı geçişler olmasından dolayı bu durum açısal momentum değerini değiştirmez. Dönüşen çekirdeğin paritesi, $l=0$ durumu için parite çift olduğundan değişmez [74]. Açısal momentum değeri nötrino ve elektron için $s=1/2$ olduğu durumlarda değişir. Her ikisi için de spin paralel (s=1) veya antiparalel ($s=0$) olabilmektedir. Fermi (F) bozunumuna göre antiparalel spin değerine sahipse $l=0$ durumu için nükleer spin değerinde farklılık olmaz ($\Delta I=I_s-I_i=0$). Spin değerleri nötrino ve antinötrino için paralel ise Gamow Teller (GT) bozunumuna göre açısal momentumun toplam değeri 1 olur ve $I_i = I_s+1$ şeklinde vektör oluşturarak çiftlenir. $\Delta I=0$ ya da 1 ise bu durum geçerlidir [73]. İzinli geçişler için açısal momentum ile parite seçim kuralları Çizelge 3.1'deki gibi özetlenebilir.

Çizelge 3.1. İzin verilen beta bozunma geçişleri için seçim kuralları.

| Geçiş türü | $\Delta J = \lvert J_s - J_i \rvert$ | $\pi_i \pi_s$ |
|---|---|---|
| Fermi | 0 | +1 |
| Gamow-Teller | 1 ($J_i$ =0 veya $J_s$=0) | +1 |
| Gamow-Teller | 0, 1 ($J_i$ >0 veya $J_s$ >0) | +1 |

Burada, ilk (son) açısal momentum ve parite operatörleri $J_i$ ($J_s$) ve $\pi_i$ ($\pi_s$) ile temsil edilmektedir.

### 3.2.2 Yasaklı Geçişler

İzinli geçişlerin aksine Curie çizimi için doğru olmayan çizgiler veren çok sayıda beta yayınlayıcısı geçişleri mevcuttur. Doğru olmayan çizgiye sapma nedeni matris elemanının enerjiye bağımlı olmasıdır. Bu geçişlere yasaklı geçişler adı verilmektedir. Yasaklı geçişler, izinli geçişlerin aksine şekil olarak M matris elemanına bağlı oldukları için Fermi teorisinin denenmesini sağlar. Eğer elektron ve nötrinonun $\ell$ açısal momentleri sıfırdan farklı olursa, açısal momentum büyüdükçe elektron ve nötrino dalga fonksiyonu önce şiddetli bir şekilde bastırılır ve bununla beraber bozunma katsayısı da azalır. Yasaklı geçişlerde parite değişikliğinin oluşması için çekirdeğin aksine elektron ve nötrinonun tek değerli yörünge açısal momentumuyla

yayınlanması gerekir, yani $\Delta l = \ell + 1 = n + 1$ olur. Burada n, yasaklılık derecesidir [75]. Yasaklı beta geçişleri için seçim kuralları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Çizelge 3.2. Yasaklı beta geçişleri için seçim kuralları [76].

| Geçiş Türü | $\Delta\pi$ (parite değişimi) | Fermi ($\Delta I$) | Gamow-Teller ($\Delta I$) |
|---|---|---|---|
| Birinci yasaklı | var | 0, ±1 | 0, ±1, ±2 |
| İkinci yasaklı | yok | ±1, ±2 | ±2, ±3 |
| Üçüncü yasaklı | var | ±2, ±3 | ±3, ±4 |
| Dördüncü yasaklı | yok | ±3, ±4 | ±4, ±5 |

### 3.2.3 Birinci Yasaklı Geçişler

$\beta$ bozunumunun parite korunmasını tamamen ihlal ettiği ve elektron (negatif) emisyonu için vektör (V) – eksenel vektör (A) yazılabileceği bilinmektedir [77]. Paritenin korunmadığı gerçeği, nükleer bozulma üzerindeki olası deneylerin sayısını genişletmiştir. $\beta$ parçacığının yönü ile $\beta$ bozunmasından sonra yayılan fotonların dairesel polarizasyonu arasındaki korelasyonun ölçümü yeni bir bilgi kaynağı örneğidir. Etkileşim yasası hakkındaki bilgilerimizle birlikte, deneysel olasılıkların sayısındaki bu artış, nükleer $\beta$ bozunumunda nükleer yapı çalışmasına uygulanabilir yeni bir özellik kazandırmıştır. Birinci yasaklı beta geçişleri $\lambda^{\pi} = 0^{-}, 1^{-}, 2^{-}$ uyarılmış geçişler olmak üzere üç parçadan oluşmaktadır. Rank 0 geçişi bir adet relativistik, bir adet relativistik olmayan matris elemanı içerir. Rank 1 geçişi ise iki adet relativistik olmayan matris elemanı ve bir adet relativistik matris elemanından oluşmaktadır. Rank 2 (nadir birinci yasaklı geçişler) uyarılmış durumu ise bir adet relativisitik olmayan matris elemanından oluşmaktadır. Beta bozunum geçiş türlerinin log*ft* değerlerine göre sınıflandırılması Çizelge 3.2'de verilmektedir.

Çizelge 3.3. Beta bozunum geçiş türlerinin log *ft* değerlerine göre sınıflandırılması [77].

| Geçiş Türü | log*ft* |
|---|---|
| Süper izinli geçişler | 2.9-3.7 |
| İzinsiz geçişler | 3.8-6.0 |
| İzinli geçişler | ≥5.0 |
| Rank 2 nadir birinci yasaklı | 8-10 |
| Rank 0, rank 1 birinci yasaklı | 6-9 |
| İkinci yasaklı | 11-13 |
| Üçüncü yasaklı | 17-19 |
| Dördüncü yasaklı | >22 |

# BÖLÜM 4

# NÜKLEER MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

Tez çalışmasının bu bölümünde rank 1 uyarılmış durumlarına ait nükleer beta moment matis elemanlarının detaylı matematiksel çözümleri verilmektedir. Birinci yasaklı geçişlerin $(n = 1)$ rank 1 uyarılmış durumları için nükleer beta momentlerinin matris elemanları aşağıdaki gibidir [78].

$$M(\rho v, \lambda = 1, \mu) = g_V \sum_k t\_(k) r_k Y_{1\mu}(r_k) \tag{4.1a}$$

$$M(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) = g_A \sum_k t\_(k)\, r_k [Y_1(r_k)\vec{\sigma}(k)]_{1\mu} \tag{4.1b}$$

$$M(jv, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_V}{c} \sum_k t\_(k) r_k [\vec{v}_k]_{1\mu} \tag{4.1c}$$

$1^-$ uyarılmış durumlarına ait matris elemanlarından Eşitlik 4.1a birinci relativistik olmayan beta momenti, Eşitlik 4.1b ikinci relativistik olmayan beta momenti ve Eşitlik 4.1c ise relativistik beta momentidir.

## 4.1. BİRİNCİ RELATİVİSTİK OLMAYAN BETA MOMENTİ

Birinci relativistik olmayan $\beta$ moment matris elemanı Eşitlik 4.1a $g_V$ vektörel etkileşme sabiti, $t\_(k)$ izospin azaltma operatörü, $r_k$ nükleonun yarıçap vektörü, $Y_{1\mu}(r_k)$ ise küresel harmonik operatöründen oluşmaktadır. Nötronun protona dönüşümünü sağlayan matris elemanının hesaplanması için iki alt değişkene ait operatörlerin matris açılımı uygulanabilir. İki alt değişkene ait operatörlerin matris hesaplamaları aşağıdaki ifade yardımı ile çözülebilmektedir [78]:

$$\langle\left\langle n_1'j_1'n_2'j_2'j'm'\middle|\left\{\hat{P}_a(1)\otimes\hat{Q}_b(2)\right\}_{c\gamma}\middle|n_1j_1n_2j_2jm\right\rangle\rangle=(-1)^{2c}\prod_{cj}C_{jmc\gamma}^{j'm'}\times$$

$$\begin{Bmatrix} a & b & c \\ j_1' & j_2' & j' \\ j_1 & j_2 & j \end{Bmatrix}\langle n_1'j_1'\|\hat{P}_a(1)\|n_1j_1\rangle\langle n_2'j_2'\|\hat{Q}_b(2)\|n_2j_2\rangle \tag{4.2}$$

Burada faz çarpanı, 9j sembolü, Clebsch-Gordon katsayısı ve indirgenmiş matris elemanları bulunmaktadır. Bu durumda relativistik olmayan matris elemanı için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\langle(l_ps_p)j_pm_p|g_V\sum_k t_-(k)\hat{r}_kY_{1\mu}(\hat{r}_k)|(l_ns_n)j_nm_n\rangle=(-1)^2\prod_{1j_n}C_{j_nm_n1\mu}^{j_pm_p}\times$$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix}\langle l_p\|\hat{r}_kY_{1\mu}(\hat{r}_k)\|l_n\rangle\langle s_p\|\vec{I}\|s_n\rangle \tag{4.3}$$

Eşitlik 4.3'teki her bir ifade ayrı ayrı hesaplandığında;

Faz çarpanı,

$$\Pi_{1j_n}=\sqrt{(2.1+1)(2j_n+1)=\sqrt{3(2j_n+1)}} \tag{4.4}$$

9j sembolü,

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix}=\frac{(-1)^{jn+jp+1+1/2}}{\sqrt{(2.1+1)(2g+1)}}\begin{Bmatrix} j_n & \frac{1}{2} & 1 \\ l_n & l_p & \frac{1}{2} \end{Bmatrix}=\frac{(-1)^{jn+jp-1/2}}{\sqrt{6}}\begin{Bmatrix} j_n & \frac{1}{2} & 1 \\ l_n & l_p & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \tag{4.5}$$

Küresel harmonik operator

$$\langle l_p\|\vec{Y}_1\|l_n\rangle=\sqrt{\frac{(2.1+1)(2l_n+1)}{4\pi}}C_{l_n010}^{l_p0}=\sqrt{\frac{3(2l_n+1)}{4\pi}}\langle l_n010|l_p0\rangle \tag{4.6}$$

ve birim operatör için

$$\langle \tfrac{1}{2} \| \hat{I} \| \tfrac{1}{2} \rangle = \sqrt{2\left(\tfrac{1}{2}\right) + 1} = \sqrt{2} \tag{4.7}$$

elde edilir. Her bir terim için bulunan ifadeler Eşitlik 4.8' de yerine yazıldığında

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | M(\rho_V, \lambda = 1, \mu | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2j_n + 1)(2l_n + 1)}{4\pi}}$$
$$\times (-1)^{j_n + l_p - 1/2} \begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 1\mu | j_p m_p \rangle \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle R_{np} \tag{4.8}$$

elde edilir. Wigner-Eckart teoremi yardımıyla $\beta$ moment matris elemanı daha sade bir ifadeye dönüşür. Böylece; bir nötronu protona dönüştüren $\beta$ moment matris elemanının çözümü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p \| M(\rho_V, \lambda = 1, \mu \| (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)}{4\pi}} \times$$
$$\begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 1\mu | j_p m_p \rangle \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle R_{np} \tag{4.9}$$

## 4.2. İKİNCİ RELATİVİSTİK OLMAYAN BETA MOMENTİ

Bir diğer relativistik olmayan β moment matris elemanı ise Eşitlik 4.3'ten görüldüğü gibi $g_A$ eksenel vektör etkileşme sabiti, $\vec{\sigma}(k)$ Pauli spin operatöründen oluşmaktadır. Bir nötronu bir protona dönüştüren nükleer matris elemanını genel olarak aşağıdaki gibi yazılmaktadır [78]:

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | M(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle =$$
$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | g_A \textstyle\sum_k t\_(k) r_k \, [Y_1(r_k) \vec{\sigma}(k)]_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle \tag{4.10}$$

İki alt değişkene bağlı operatörlerin matris açılımı kullanılarak bir nötronu protona dönüştüren matris elemanı

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | g_A \sum_k t_-(k) r_k \, [Y_1(r_k)\vec{\sigma}(k)]_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle =$$

$$(-1)^{2.1} \Pi_{1 j_n} C^{j_p m_p}_{j_n m_n 1 \mu} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle j_p \| Y_1(r_k) \| j_n \rangle \langle s_p \| \vec{\sigma}(k) \| s_n \rangle \tag{4.11}$$

şeklinde yazılmaktadır. Bu eşitlik faz çarpanı, 3j sembolü, 9j sembolü, küresel harmonik ve Pauli spin operatöründen oluşmaktadır. Her bir terim ayrı ayrı hesaplandıktan sonra aşağıdaki gibi yazılır [78].

Faz çarpanı,

$$\Pi_{1 j_n} = \sqrt{3(2j_n + 1)} \tag{4.12}$$

Küresel harmonik operator,

$$\langle j_p \| Y_1 \| j_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_n+1)}{4\pi}} \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \tag{4.13}$$

Pauli spin operatörü,

$$\langle s_p \| \vec{\sigma}(k) \| s_n \rangle = \sqrt{\frac{54}{4\pi}(2j_n + 1)(2l_n + 1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \tag{4.14}$$

Wigner-Eckart teoremini kullanarak indirgenmiş nükleer matris elemanı

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p \| M(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) \| (l_n s_n) j_n m_n \rangle =$$

$$\sqrt{\frac{54}{4\pi}(2j_n + 1)(2l_n + 1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle R_{np} \tag{4.15}$$

elde edilmektedir. Buradaki $R_{np}$ ifadesi dalga fonksiyonunun radyal kısmı

$$R_{np} = \int_0^\infty U_p^*(r) U_n(r) r^3 dr \tag{4.16}$$

şeklindedir.

## 4.3. RELATİVİSTİK BETA MOMENTİ

Relativistik β moment matris elemanını hesaplamadan önce $\vec{v}_k$ hız ifadesini elde edelim [78]:

$$\vec{v}_k = \dot{r} = \frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}, \vec{r}\right] \tag{4.17}$$

$$\hat{H} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_c(r) + V_{merkezcil}(r) + V_{so}\left(\vec{l}.\vec{s}\right) \tag{4.18}$$

Bu denklemde $\vec{p}^2/2m$ kinetik enerji, $V_c(r)$ Coulomb potansiyeli, $V_{merkezcil}(r)$ merkezcil potansiyel ve $V_{so}\left(\vec{l}.\vec{s}\right)$ spin-orbit etkileşme potansiyelidir.

$$V_{merkezcil}(r) = -V_0 f(r)\left(1 - 2\eta\frac{N-Z}{A}t_z\right) \tag{4.19}$$

$$f(r) = \frac{1}{1+e^{\frac{r-R_0}{a}}},\ t_z = 1/2\ (n),\ t_z = -1/2\ (p) \tag{4.20}$$

$$V_c(r) = e^2\frac{Z-1}{r}\left\{\frac{3r}{2R_c} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R_c}\right)^3\right\}(r \leq R_c) \tag{4.21}$$

$$V_c(r) = e^2\frac{Z-1}{r}(r > R_c) \tag{4.22}$$

Bazı matematiksel işlemlerden sonra hız vektörü için aşağıdaki ifade elde edilmektedir:

$$\vec{v} = -\frac{i\hbar^2}{m}\vec{\nabla} - \frac{i}{\hbar}V_{so}(\vec{r} \times \vec{s}) \tag{4.23}$$

Bu durumda bir nötronu protona dönüştüren matris elemanı için

$$\left\langle (l_p s_p) j_p m_p \middle| \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \rho_v \sum_k t_-(k) \left\{ \frac{-i\hbar}{m} \vec{\nabla}_{1\mu} + i(\vec{r} \times \vec{s}) V_{so} \right\}_{1\mu} \middle| (l_n s_n) j_n m_n \right\rangle \tag{4.24}$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik 4.24, $\vec{\nabla}$ operatörü ve $(\vec{r} \times \vec{s})$ vektörel çarpım ifadesi olmak üzere iki terimden oluşmaktadır. Bu terimleri ayrı ayrı hesapladığımızda $\vec{\nabla}$ operatörü matris elemanı için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\eta = \langle l_p \| \hat{\nabla}_1 \| l_n \rangle = \sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p l_n + 1} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p l_n - 1} \tag{4.25}$$

Eşitlik 4.25'deki A ve B katsayıları ise

$$A_{n'l'nl} = \int_0^\infty \psi^*_{n'l'}(r) \left( \frac{\partial}{\partial r} - \frac{l}{r} \right) \psi_{nl}(r) r^2 dr \tag{4.26}$$

$$B_{n'l'nl} = \int_0^\infty \psi^*_{n'l'}(r) \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{l+1}{r} \right) \psi_{nl}(r) r^2 dr \tag{4.27}$$

şeklindedir. İkinci olarak $(\vec{r} \times \vec{s})$ vektörel çarpımların matris elemanı için [78]

$$\begin{aligned} \zeta &= \langle (l_p s_p) j_p m_p \| V_{so} (\vec{r} \times \vec{s})_{1\mu} \| (l_n s_n j_n) m_n \rangle \\ &= i(-1)^{l_p + j_n + s_n} \delta_{ss'} \sqrt{(2l_n + 1)(2j_n + 1)} \times \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \frac{1}{2} \\ &[(j_p - l_p)(j_p + l_p + 1) - (j_n - l_n)(j_n + l_n + 1)] \mathrm{x} \begin{Bmatrix} j_p & l_p & s_n \\ l_n & j_n & 1 \end{Bmatrix} \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \end{aligned} \tag{4.28}$$

eşitliği elde edilir. Böylece $\vec{\nabla}$ ve vektörel çarpım ifadeleri ile relativistik $\beta$ moment matris elemanının çözümü için aşağıdaki eşitlik elde edilir [78]:

$$\begin{aligned} &\langle (l_p s_p) j_p m_p | M(j_V, \kappa, \lambda = 1, \mu) | j_n m_p (l_n s_n) \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_V}{c} \left\langle (l_p s_p) j_p m_p \middle| -\frac{i\hbar^2}{m} \eta + i V_{so} \zeta \middle| j_n s_p (j_n m_n) \right\rangle R_{np} \end{aligned} \tag{4.29}$$

ξ- yaklaşımına göre rank 1 uyarılmış durumları için $B(\lambda^\pi = 1^-;\ \beta^\mp)$ geçiş olasılığı Bohr (1959) tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [79]

$$B\left(\lambda^{\pi} = 1^{-}, \beta^{\mp}\right) = \left|\langle 1_i^{-} \left\| M_{\beta^{\mp}}^{rank\ 1} \right\| 0^{+}\rangle\right|^2 \tag{4.30}$$

ve

$$M_{\beta^{\mp}}^{rank\ 1} = M^{\mp}(j_v, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) \pm i\frac{m_e c}{\sqrt{3}\hbar} M^{\mp}(\rho_A, \lambda = 1, \mu) + i\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{m_e c}{\hbar}\xi M^{\mp}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) \tag{4.31}$$

olarak ifade edilmiştir. Ayrıca, Eşitlik (4.31)'de yer alan üst işaretler $\beta^{-}$ geçişleri, alt işaretler $\beta^{+}$ geçişleri içindir.

*f*t değerleri aşağıdaki ifade ile elde edilir [80]:

$$ft = \frac{D}{\left(\frac{g_A}{g_v}\right)^2 4\,\pi B\left(I_i \rightarrow I_s, \beta^{\mp}\right)} \tag{4.32}$$

Burada

$D = \frac{2\pi^3\hbar^2 ln^2}{g_v^2 m_e^5 c^4} = 6163{,}4 \pm 3.8\ s$ ve $\frac{g_A}{g_v} = -1{,}26$

# BÖLÜM 5

# PROTON-NÖTRON KUASİ-PARÇACIK RASTGELE FAZ YAKLAŞIMI

## 5.1. RANK 1 İÇİN pn-QRPA MODELİNİN UYGULANMASI

Rastgele faz yaklaşımı (RPA) ilk kez Halbleib ve Sorenson (1967) tarafından parçacık-deşik etkin etkileşmesi ile Gamow-Teller beta geçişlerine uygulanmıştır [81].

Tez çalışmasının bu bölümünde, rank 1 ($\lambda^{\pi} = 1^{-}$) birinci yasaklı beta geçişleri ile ilgili toplam Hamilton operatörünün özdeğer ve özfonksiyonlarını elde etmek için kullandığımız proton-nötron kuasi-parçacık rastgele faz yaklaşımı (pn-QRPA) metodu ile ilgili çözümler detaylı olarak verilmiştir.

Etkin etkileşme Hamilton operatörü genel olarak aşağıdaki gibidir:

$$H_{etkin} = \frac{X_{\lambda}}{9A^2}\sum_{\mu}\left(T^{-}_{\lambda\mu}T^{+}_{\lambda\mu} + T^{+}_{\lambda\mu}T^{-}_{\lambda\mu}\right) = \frac{2X_{\lambda}}{9A^2}\sum_{\mu}\left(T^{-}_{\lambda\mu}T^{+}_{\lambda\mu}\right) \tag{5.1}$$

Burada $T^{-}_{\lambda\mu}$ ($T^{+}_{\lambda\mu}$) rank 1 birinci yasaklı beta geçiş yok etme (üretme) operatörüdür ve

$$T^{-}_{\lambda\mu} = \sum_{j_p j_n m_p m_n}\left\langle j_p m_p\left(l_p s_p\right)\middle| r^{\lambda} y_{\lambda\mu}\middle| j_n m_n\left(l_n s_n\right)\right\rangle a^{+}_{j_p m_p} a_{j_n m_n} \tag{5.2}$$

ikinci kuantumlanma uzayında Eşitlik 5.2'de ki gibi verilmektedir. Wigner-Eckart teoremine göre rank 1 geçiş operatörünü yeniden yazıldığında;

$$T^{-}_{\lambda\mu} = \sum_{j_p j_n}\frac{\langle j_p(l_p s_p)\| r^{\lambda} y_{\lambda}\| j_n(l_n s_n)\rangle}{\sqrt{2j_p+1}}\sum_{m_p m_n}\left\langle j_n m_n \lambda\mu\middle| j_p m_p\right\rangle a^{+}_{j_p m_p} a_{j_n m_n} \tag{5.3}$$

elde edilir. Burada $a^{+}_{j_p m_p}$ ve $a_{j_n m_n}$ parçacık üretme ve yok etme operatörleridir.

$$a^{+}_{j_p m_p} = U_{jp}\alpha^{+}_{j_p m_p} + (-1)^{j_p - m_p} V_{jp}\alpha_{j_p - m_p} \tag{5.4}$$

$$a_{j_n m_n} = U_{jn}\alpha_{j_n m_n} + (-1)^{j_n - m_n} V_{j_n}\alpha^{+}_{j_n - m_n} \tag{5.5}$$

$\alpha^{+}_{j_p m_p}$ ve $\alpha_{j_n m_n}$ kuasi parçacık üretme ve yok etme operatörleri, $U_{jp}$ ve $V_{jp}$ ise belirli bir $j$ durumundaki delik ve parçacık durumlarının olasılık genlikleridir [77].

$a^{+}_{j_p m_p}$ ve $a_{j_n m_n}$ parçacık üretme, yok etme operatörlerinin çarpımı

$$a^{+}_{j_p m_p} a_{j_n m_n} = (-1)^{j_n - m_n} U_{jp} V_{j_n} \alpha^{+}_{j_p m_p} \alpha^{+}_{j_n - m_n} + (-1)^{j_p - m_p} U_{jn} V_{jp} \alpha_{j_p - m_p} \alpha_{j_n m_n} \tag{5.6}$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda beta geçiş operatörü aşağıdaki gibidir:

$$T^{-}_{\lambda\mu} = \sum_{j_p j_n} \frac{\langle j_p(l_p s_p) \| r^{\lambda} y_{\lambda} \| j_n(l_n s_n) \rangle}{\sqrt{2j_p+1}} \Big\{ U_{jp} V_{j_n} \sum_{m_p m_n} (-1)^{j_n - m_n} \langle j_n m_n \lambda\mu | j_p m_p \rangle \alpha^{+}_{j_p m_p} \alpha^{+}_{j_n - m_n} + U_{jn} V_{jp} \sum_{m_p m_n} (-1)^{j_p - m_p} \langle j_n m_n \lambda\mu | j_p m_p \rangle \alpha_{j_p - m_p} \alpha_{j_n m_n} \Big\} \tag{5.7}$$

Burada $A^{+}_{j_p j_n}(\lambda\mu)$ ve $A_{j_p j_n}(\lambda\mu)$ bozon üretme ve yok etme operatörleridir.

$$A^{+}_{j_p j_n}(\lambda\mu) = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2j_p+1}} \sum_{m_p m_n} (-1)^{j_n - m_n} \langle j_n m_n \lambda\mu | j_p m_p \rangle \alpha^{+}_{j_p m_p} \alpha^{+}_{j_n - m_n} \tag{5.8}$$

$$\left[ A^{+}_{j_p j_n}(\lambda\mu) \right]^{+} = A_{j_p j_n}(\lambda\mu) \tag{5.9}$$

$$A_{j_p j_n}(\lambda\mu) = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2j_p+1}} \sum_{m_p m_n} (-1)^{j_n - m_n} \langle j_n m_n \lambda\mu | j_p m_p \rangle \alpha_{j_n - m_n} \alpha_{j_p m_p} \tag{5.10}$$

Bozon yok etme ve üretme operatörleri cinsinden rank 1 beta geçiş yok etme operatörü aşağıdaki gibi elde edilir;

$T_{\lambda\mu}^{-}=$

$$\sum_{j_p j_n} \frac{\langle j_p(l_p s_p)\|r^\lambda y_\lambda\|j_n(l_n s_n)\rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \left\{V_{j_n} U_{jp} A_{j_p j_n}^{+}(\lambda\mu) + V_{jp} U_{jn} (-1)^{\lambda-\mu} A_{j_p j_n}(\lambda-\mu)\right\} \quad (5.11)$$

$$b_{j_p j_n} = \frac{\langle j_p(l_p s_p)\|r^\lambda y_\lambda\|j_n(l_n s_n)\rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} V_{j_n} U_{jp} \quad (5.12a)$$

$$\overline{b}_{j_p j_n} = \frac{\langle j_p(l_p s_p)\|r^\lambda y_\lambda\|j_n(l_n s_n)\rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} U_{jn} V_{jp} \quad (5.12b)$$

$b_{j_p j_n}$ ve $\overline{b}_{j_p j_n}$ indirgenmiş beta moment matris elemanları ile beta geçiş yok etme operatörü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$T_{\lambda\mu}^{-} = \sum_{j_p j_n} \left\{b_{j_p j_n} A_{j_p j_n}^{+}(\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{b}_{j_p j_n} A_{j_p j_n}(\lambda-\mu)\right\} \quad (5.13a)$$

$\left(T_{\lambda\mu}^{-}\right)^{+} = T_{\lambda\mu}^{+}$ olduğundan beta geçiş üretme operatörü

$$T_{\lambda\mu}^{+} = \sum_{j_p j_n} \left\{b_{j_p j_n} A_{j_p j_n}(\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{b}_{j_p j_n} A_{j_p j_n}^{+}(\lambda-\mu)\right\} \quad (5.13b)$$

olarak elde edilir [77].

Tek parçacık Hamilton operatörü

$$H_{S\theta P} = \sum_{j,\sigma} \varepsilon_j(\sigma) B_j(\sigma)\,;\ (\sigma = p, n) \quad (5.14)$$

$$B_j(\sigma) = \sum_m \alpha_{jm}^{+}(\sigma)\, \alpha_{jm}(\sigma)$$

genel olarak yukarıdaki şekilde tanımlanır. Her bir nükleon için ayrıntılı yazıldığında

$$H_{S\theta P} = \sum_{jp'} \varepsilon_{jp'}\, B_{jp'} + \sum_{jp'} \varepsilon_{jn'}\, B_{jn'} \quad (5.15)$$

$$B_{jp'} = \sum_{mp'} \alpha_{jp'mp'}^{+}\, \alpha_{jp'mp'} \quad (5.16a)$$

$$B_{jn'} = \sum_{mp'} \alpha^{+}_{jn'mn'} \alpha_{jn'mn'} \tag{5.16b}$$

eşitlikleri elde edilir.

Sistemin toplam Hamilton operatörü tek parçacık Hamilton operatörü ve rank 1 uyarılmış durumlarına ait etkin etkileşme Hamiltonunun toplamından oluşmaktadır.

$$H = H_{S\theta P} + H_{etkin} \tag{5.17}$$

Rank 1 uyarılmış durumu üç matris elemanından oluştuğu için üç ayrı etkin etkileşme Hamilton operatörü vardır. Bunlar;

$$H_{etkin} = h_1 + h_2 + h_3 \tag{5.18}$$

$$h_1 = 2X_{11} \sum_{j_{p_1} j_{n_1} j_{p_2} j_{n_2} \mu} \begin{Bmatrix} \left[ b_{j_{p_1} j_{n_1}} A^{+}_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{b}_{j_{p_1} j_{n_1}} A_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda - \mu) \right] \\ \left[ b_{j_{p_2} j_{n_2}} A_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{b}_{j_{p_2} j_{n_2}} A^{+}_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda - \mu) \right] \end{Bmatrix} \tag{5.19}$$

$$h_2 = X_{12} \sum_{j_{p_1} j_{n_1} j_{p_2} j_{n_2} \mu} \begin{Bmatrix} \left[ d_{j_{p_1} j_{n_1}} A^{+}_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{d}_{j_{p_1} j_{n_1}} A_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda - \mu) \right] \\ \left[ d_{j_{p_2} j_{n_2}} A_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} d_{j_{p_2} j_{n_2}} A^{+}_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda - \mu) \right] \end{Bmatrix} \tag{5.20}$$

ve

$$h_3 = X_{13} \sum_{j_{p_1} j_{n_1} j_{p_2} j_{n_2} \mu} \begin{Bmatrix} \left[ q_{j_{p_1} j_{n_1}} A^{+}_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{q}_{j_{p_1} j_{n_1}} A_{j_{p_1} j_{n_1}} (\lambda - \mu) \right] \\ \left[ q_{j_{p_2} j_{n_2}} A_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda\mu) + (-1)^{\lambda-\mu} \overline{q}_{j_{p_2} j_{n_2}} A^{+}_{j_{p_2} j_{n_2}} (\lambda - \mu) \right] \end{Bmatrix} \tag{5.21}$$

Sistemin hareket denklemi genel olarak

$$[H, Q_i^{+}] = \omega_i Q_i^{+} \tag{5.22}$$

şeklinde elde edilir. Burada $\omega_i$ taban durum komşu çekirdeğin enerjisidir. $Q_i^+$ ise kuasi parçacık uzayında fonon üretme operatörüdür ve bozon operatörleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılmaktadır [77];

$$Q_i^+(\lambda\mu) = \sum_{j_p j_n} \left[ \Gamma_{j_p j_n}^i A_{j_p j_n}^+(\lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} \delta_{j_p j_n}^i A_{j_p j_n}(\lambda\mu) \right] \tag{5.23a}$$

$$\left[ Q_i(\lambda\mu), Q_{i'}^+(\lambda'\mu') \right] = \delta_{ii'} \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \tag{5.23b}$$

$\Gamma_{j_p j_n}^i$ ve $S_{j_p j_n}^i$ dalga fonksiyonları cinsinden normalizasyon koşulu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sum_{j_p j_n} \left\{ \left( \Gamma_{j_p j_n}^i \right)^2 - \left( S_{j_p j_n}^i \right)^2 \right\} = 1 \tag{5.24}$$

# BÖLÜM 6

# SONUÇLAR VE TARTIŞMA

## 6.1. 190 ≤A≤ 210 KÜTLE BÖLGESİNDEKİ ÇİFT-ÇİFT ÇEKİRDEKLER İÇİN ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Nükleer beta bozunmasının anlaşılmasına büyük katkı sağlayan log*ft* değerlerinin doğru tespit edilmesinde beta geçiş güç dağılımları çok önemlidir. *ft* fonksiyonu, nükleer geçiş matris elemanının karesi $|M|^2$ ile ters orantılıdır. *ft* ne kadar büyükse yani $|M|^2$ ne kadar küçükse ele alınan geçiş o kadar imkansızdır, yani yasaklanmıştır. $|M|^2$ ise anne çekirdekle ürün çekirdeğin dalga fonksiyonlarının üst üstte binme derecesi ile orantılıdır. Dalga fonksiyonları ne kadar üst üste binerse $|M|^2$ o kadar büyük olur ve 1'e yaklaşır. Nükleer matris elemanının (M) büyüklüğü, seçim kurallarına ve *l* yörünge açısal momentumun büyüklüğüne bağlıdır.

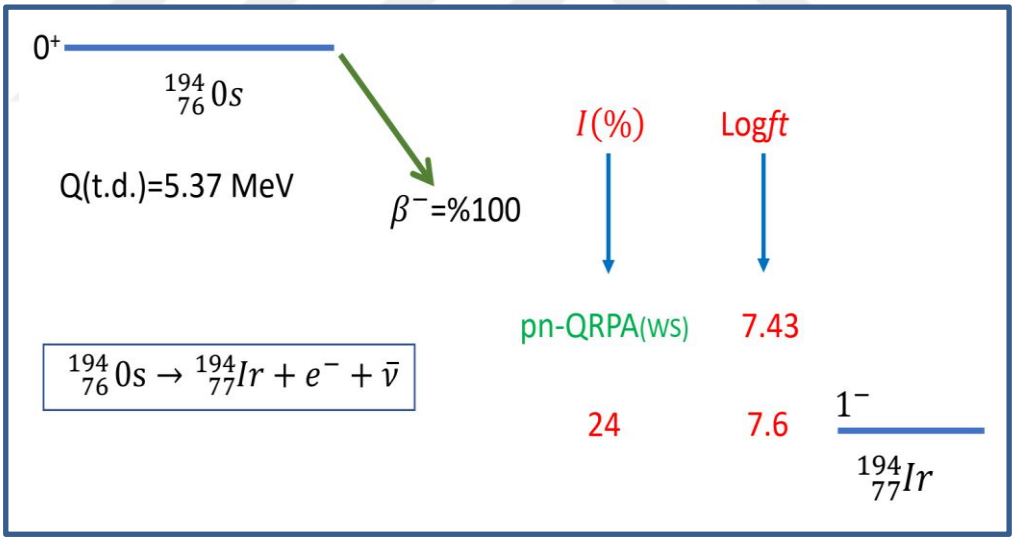
Bu çalışmada, ele alınan izotoplar için rank 1 birinci yasaklı beta bozunum süreçleri, pn-QRPA yaklaşımında şematik model kullanılarak incelenmiştir. Birinci yasaklı geçişler için sayısal hesaplamalarda ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyeli ele alınmış ve parçacık-deşik (ph) etkin etkileşme kanalında hesaplamalar yapılmıştır. Parametrelerin seçiminde Chepurnov parametrizasyonu dikkate alınmıştır [47]. Nükleonlar arasındaki çift korelasyon sabitleri $C_n = C_p = 12/\sqrt{A}$ olarak kabul edilmiş ve deneysel sonuçlara uyumlu hale getirmek için herhangi bir söndürme çarpanı kullanılmamıştır. Ele alınan baz *n* radyal kuantum sayısını $\Delta n$ = 0, 1, 2, 3, ... şeklinde değiştiren bütün nötron-proton geçişlerini kapsamaktadır.

$\lambda^{\pi} = 1^{-}$ birinci yasaklı beta geçiş operatörünün relativistik matris elemanı herhangi bir varsayım yapılmadan doğrudan analitik olarak hesaplanmıştır. Rank 1 birinci yasaklı beta geçiş operatörlerinin matris elemanlarının elde edilmesinde spin-orbit etkileşmesinden kaynaklanan potansiyel ilave edilerek problem daha detaylı analiz

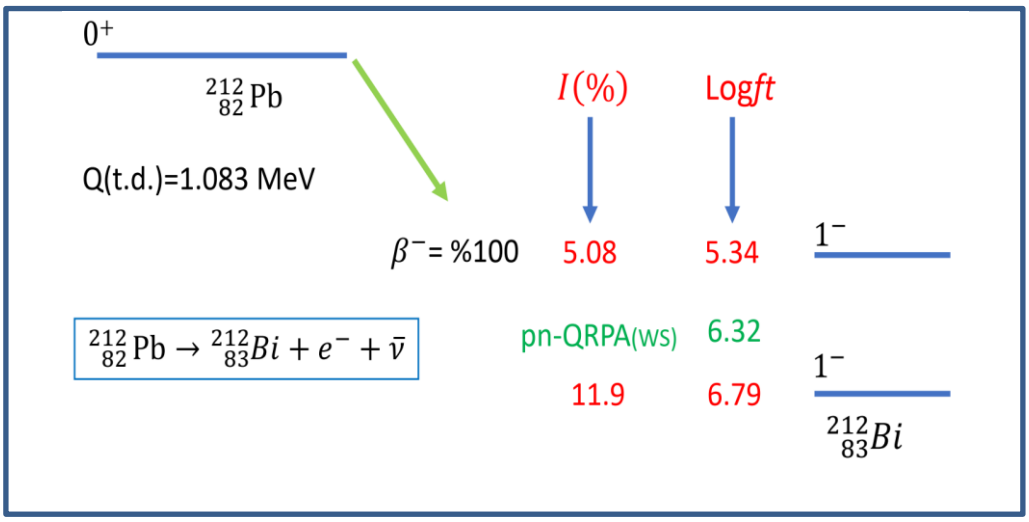
edilmiştir. Nükleer matris beta momentlerinin hesaplanmasında $\xi$- yaklaşımı dikkate alınmıştır [4].

Analitik hesaplamalar sonucunda elde edilen, Pauli spin operatörünün, yörünge açısal momentum operatörünün ve toplam açısal momentum operatörünün matris elemanlarının nümerik hesaplama sonuçları FORTRAN 77 programlama dili kullanılarak elde edilmiştir. $\lambda^{\pi} = 1^{-}$ uyarılmış durumları için etkin etkileşme güç parametresi ise $\chi_{rank1} = 55A^{-5/3}MeVfm^{-2}$ biriminde kullanılmıştır.

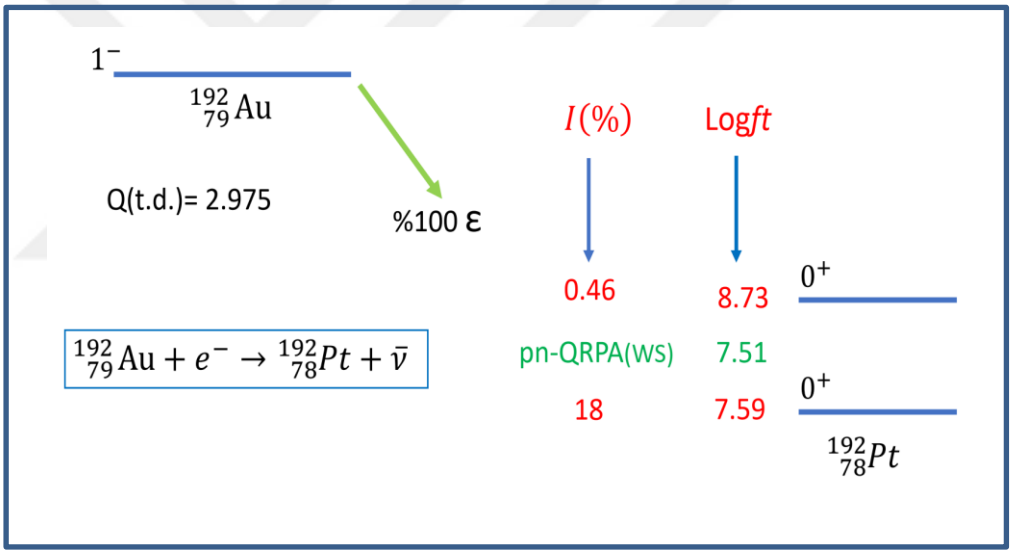
190 ≤A≤ 210 kütle bölgesindeki çekirdekler nötron sayısı fazlalığından dolayı $\beta^{-}$ bozunumu veya elektron yakalama (EC) reaksiyonu gerçekleştirmektedirler. $0^{+} \leftrightarrow 1^{-}$ geçişi yapan bazı izotopların geçiş diyagramları Şekil 6.1, 6.2. ve 6.3'de gösterilmiştir. I (%) değeri bolluk oranını göstermekte olup, bu bolluk değerine karşılık gelen deneysel log*ft* değerleri pn-QRPA (WS) değerleri ile ifade edilmiştir [8].




Şekil 6.1. Os-194 izotopunun $\beta^{-}$ geçiş diyagramı.




Şekil 6.2. Pb-212 izotopunun $\beta^-$ geçiş diyagramı.




Şekil 6.3. Au-192 izotopunun elektron yakalama (ε) geçiş diyagramı.

Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ ve $1^- \rightarrow 0^+$ geçişleri yapan izotoplar için pn-QRPA (WS) log*ft* değerleri, uygun deneysel değerler ile karşılaştırılmış ve sonuçlar Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2' de verilmiştir. Bu çizelgelerde yer alan Q (MeV) değerleri komşu çekirdeğin taban durum enerjileridir. $\omega_i$ (MeV) enerji değerleri ise pn-QRPA (WS) ile hesaplanan log*ft* değerlerinin karşılık geldiği komşu çekirdeğin taban durum enerjileridir. Her iki çizelgeden de görüldüğü gibi pn-QRPA(WS) metodu ile hesaplanan log*ft* değerleri deneysel değerler ile oldukça uyumludur [81].

Çizelge 6.1. Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$geçişleri için log*ft* değerlerinin deneysel değerler ile karşılaştırılması.

| No | Beta Geçişleri | Q (MeV) | ωi (MeV) | log*ft* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Deneysel [82] | pn-QRPA (WS) |
| 1 | ${}^{192}_{80}Hg + e^- \rightarrow {}^{192}_{79}Au + \nu$ | 0,518 | 0,421 | 6,7 | 6,54 |
| 2 | ${}^{194}_{76}Os \rightarrow {}^{194}_{77}Ir + e^- + \bar{\upsilon}$ | 5,37 | 5,102 | 7,6 | 7,43 |
| 3 | ${}^{194}_{80}Hg + e^- \rightarrow {}^{194}_{79}Au + \nu$ | 0,488 | 0,321 | 7,8 | 7,32 |
| 4 | ${}^{194}_{82}Pb + e^- \rightarrow {}^{194}_{81}Tl + \nu$ | 3,05 | 3,12 | 6,37 | 6,04 |
| 5 | ${}^{196}_{82}Pb + e^- \rightarrow {}^{196}_{81}Tl + \nu$ | 1,26 | 1,08 | 6,32 | 6,13 |
| 6 | ${}^{198}_{82}Pb + e^- \rightarrow {}^{198}_{81}Tl + \nu$ | 0,39 | 0,12 | 6,1 | 5,93 |
| 7 | ${}^{200}_{82}Pb + e^- \rightarrow {}^{200}_{81}Tl + \nu$ | 0,27 | 0,21 | 7,38 | 7,18 |
| 8 | ${}^{204}_{84}Po + e^- \rightarrow {}^{204}_{83}Bi + \nu$ | 1,8 | 1,62 | 5,97 | 5,78 |
| 9 | ${}^{210}_{82}Pb + e^- \rightarrow {}^{210}_{81}Bi + \nu$ | 0,595 | 0,436 | 7,9 | 7,62 |
| 10 | ${}^{212}_{82}Pb \rightarrow {}^{212}_{83}Bi + e^- + \bar{\upsilon}$ | 1,083 | 0,963 | 6,79 | 6,32 |
| 11 | ${}^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{214}_{83}Bi + e^- + \bar{\upsilon}$ | 1,541 | 1,421 | 6,6 | 6,47 |

Çizelge 6.2. Birinci yasaklı $1^- \rightarrow 0^+$ geçişleri için log*ft* değerlerinin deneysel değerler ile karşılaştırılması.

| No | Beta Geçişleri | Q (MeV) | ωi (MeV) | log*ft* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Deneysel [82] | pn-QRPA (WS) |
| 1 | ${}^{190}_{79}Au + e^- \rightarrow {}^{190}_{78}Pt + \nu$ | 3,906 | 3,871 | 8,37 | 8,16 |
| 2 | ${}^{192}_{79}Au + e^- \rightarrow {}^{192}_{78}Pt + \nu$ | 2,975 | 2,873 | 7,64 | 7,51 |
| 3 | ${}^{194}_{77}Ir \rightarrow {}^{194}_{78}Pt + e^- + \bar{\upsilon}$ | 2,761 | 2,635 | 8,24 | 8,10 |
| 4 | ${}^{194}_{79}Au + e^- \rightarrow {}^{194}_{78}Pt + \nu$ | 1,968 | 1,871 | 7,95 | 7,81 |
| 5 | ${}^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + e^- + \bar{\upsilon}$ | 1,678 | 1,603 | 8,0 | 7,64 |
| 6 | ${}^{214}_{83}Bi \rightarrow {}^{214}_{84}Po + e^- + \bar{\upsilon}$ | 3,799 | 3,132 | 7,9 | 7,81 |

## 6.2. TARTIŞMA

Ele alınan kütle bölgesindeki çekirdeklere ait rank 1 birinci yasaklı beta geçiş güç fonksiyonları hesaplanarak nötronca zengin olan egzotik ağır çekirdeklerin üretilmesi ihtimalinde beta geçiş güç fonksiyonlarının etkisinin incelenmesi nükleosentez olayında önemli rol oynayan iki nötrinolu çift beta bozunumu ve hızlı süreç işleminin anlaşılmasına ışık tutacaktır. Nötrinoların kütlesinin varlığı ve lepton korunumu yasası hakkında daha ayrıntılı bilgi edinilmesi ve zayıf etkileşme kuvveti temel sabitlerinin daha hassas hesaplanmasına sunacağı katkılar çalışmanın beklenen sonuçlarındandır.

Bu tez çalışması kapsamında yapılan analitik hesaplamaları, literatürdeki diğer çalışmalardan ayıran temel özellikleri aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

- ✓ Birinci yasaklı beta geçiş momentumlarından rölativistik olan beta momentumunun herhangi bir varsayım yapılmaksızın doğrudan hesaplanması,

- ✓ Elektron ve proton saçılmalarında çekirdekte yük ve kütle dağılımı Woods-Saxon potansiyeli fonksiyonuna daha yakın olduğu için ele alınan mikroskobik modelde potansiyel kuyusu olarak Woods-Saxon potansiyelinin baz fonksiyonlarının kullanılması,

- ✓ Nükleonlar arasındaki yük değişimli etkin etkileşmeye parçacık-deşik kanalındaki etkileşme kuvvetlerinin göz önüne alınması.

## KAYNAKLAR


1. Evans H.D., "An Absorption Comparison of The β-particle Spectra of $^{207}$AcC"(allowed), $^{210}$RaE(second forbidden), and 3.5 yr. $^{204}$T1(third forbidden)", ***Proceedings of the Physical Society A***, 63 (6): 575 (1950).

2. Davidson J., "The First Forbidden Shape Factor and The $f_n$t Products for Beta Decay", ***Physical Review Journals***, 82: 48-51 (1951).

3. Kotani T., "Deviation from The ξ-approximation in First Forbidden β decay", ***Physical Review Journals***, 114: 795-806 (1959).

4. Bohr A.A., Mottelson B.R., "Beta Interaction", Nuclear Structure, 1, W.A.Benjamin ***World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.***, New York, Amsterdam 395 (1969).

5. Krmpotic F., Ebert K., Wild W., "Charge-exchange Collective Modes and Beta Decay Processes in The Lead Region", ***Nuclear Physics A***, 342: 497-527 (1980).

6. Krmpotic F., On Charge-exchange Gamow-Teller and Dipole Resonances in $^{90}$Zr, ***Nuclear Physics A***, 351: 365-378 (1981).

7. Krmpotic F., Nakayama K., Galeao A. P., "Giant First Forbidden Resonances", ***Nuclear Physics A***, 399: 478-502 (1983).

8. Krumlinde J., Moller P., "Calculation of Gamow-Teller β-Strength Functions in The Rubidium Region in The RPA Approximation with Nilsson-Model Wave Functions", ***Nuclear Physics A***, 417: 478-502 (1984).

9. Civitarese O., Krmpotic F., Rosso O.A., "Collective Effects Induced By Charge-exchange Vibrational Modes on $0^- \rightarrow 0^+$ and $2^- \rightarrow 0^+$ First Forbidden β–Decay Transitions", ***Nuclear Physics A***, 453: 45-57 (1986).

10. Warburton E.K., "Core Polarization Effects on Spin-Dipole and First Forbidden Beta Decay Operators in The Lead Region", ***Physical.Review C***, 42: 2479-2486 (1990).

11. Warburton E.K., "First Forbidden Beta Decay in The Lead Region and Mesonic Enhancement of The Weak Axial Current", ***Physical.Review C***, 44,: 233-260 (1991).

12. Warburton E.K., Towner I.S., Brown B.A., "First Forbidden Beta Decay: Medium Enhancement of The Axial Charge at A~16", ***Physical.Review C***, 49: 824-839 (1994).

13. Kenar İ, Selam C., Küçükbursa A., "$0^- \leftrightarrow 0^+$ First Forbidden β–Decay Matrix Elements in Spherical Nuclei", ***Mathematical and Computational Applications***, 10, (2): 179-184 (2005).

14. Kenar İ, Ünlü S., Maraş İ., "The Study of Dependence of Radial Parts of $0^- \leftrightarrow 0^+$ First Forbidden β–Decay Matrix Elements on The Parameters in Woods-Saxon Potential", ***Mathematical and Computational Applications***, 13, (1): 1-8 (2008).

15. Faessler A., Possible Test of Grand Unification in The Double Beta Decay, ***Progress in Particle and Nuclear Physics***, 21: 183 (1988).

16. Doi M., Kotani T. and Takasugi E., Double Beta Decay and Majorana Neutrino, ***Progress of Theoretical Physics Supplement***, 83: 1-175 (1985).

17. Civitarese O., Faessler A., Tomada T., Suppression of The Two-Neutrino Double β Decay***, Physics Letters B***, 194, (1): 11-14 (1987).

18. Toivanen J., Suhonen J., Renormalized Proton-Neutron Quasiparticle Random-Phase Approximation and Its Application to Double Beta Decay, ***Physics Review Letters***, 75: 410-413 (1995).

19. Hirsch G., Hess P.O., Civiterese O., Renormalized Quasiparticle Random Phase Approximation and Double Beta Decay: A critical analysis of double Fermi transitions, ***Physics Review C***, 54: 1976-1981 (1996).

20. Raduta A.A., Suhonen J., Description of β-decay to Excited Quadrupole Phonon States within a Boson-Expansion Formalism, ***Physics Review C***, 53: 176-187 (1996).

21. Raduta A.A., Suhonen J., "Boson-Expansion Description of Beta Decay to Excited Final States", ***Journal of Physics. G: Nucl. Part. Phys.***, 22: 123 (1996).

22. Simkovic F., et al., "Non-collapsing Renormalized QRPA with Proton-Neutron Pairing for Neutrinoless Double Beta Decay", ***Physics Letters B***, 393: 3-4, 267-273 (1997).

23. Toivanen J., Suhonen J., "Study of Several Double Beta Decaying Nuclei Using The Renormalized Proton-Neutron Quasiparticle Random Phase Approximation", ***Physics Review C***, 55: 2314-2323 (1997).

24. Muto K., Extended Quasiparticle RPA and Double Beta Decay Nuclear Matrix Elements, ***Physics Letters B***, 391:3-4, 243-248 (1997).

25. Schwieger J., Simkovic F., Faessler A. and Kaminiski W.A., Double $\beta$-decay to Excited States of Several Medium-Heavy Nuclei withinThe Renormalized Quasiparticle Random Phase Approximation, ***Physics Review C***, 57: 1738-1743 (1998).

26. Suhonen J., Civitarese O., Weak-interaction and Nuclear-structure Aspects of Nuclear Double Beta Decay, ***Physics Reports***, 300: 3-4, 123-214 (1998).

27. Bobyk A., Kaminiski W.A., Zareba P., Study of The Double Beta Decay of $70 \leqslant A \leqslant 100$ Nuclei within The RQRPA and The Self-Consistent BCS + RQRPA Formalisms, ***Nuclear Physics A***, 669: 221-238 (2000).

28. Stoica S., Klapdor-Kleingrothaus H.V., Critical view on Double Beta Decay Matrix Elements within Quasi Random Phase Approximation-Based, ***Nuclear Physics A***, 694: 269-294 (2001).

29. Pacearescu L., Rodin V., Simkovich F. and Faessler A., Two-Neutrino Double $\beta$-decay within Fully Renormalized Quasiparticle random-phase approximation: Effect of the restoration of the Ikeda sum rule, ***Physics Review C***, 68: 064310 (2003).

30. Unlu S., Babacan T., Cakmak N., Selam C., The Investigation of the $2\nu\beta\beta$ decay by Pyatov Method Within Quasiparticle Random Phase Approximation Formalism, Pramana-***Journal of Physics***, 71 (3): 521-528 (2008).

31. Bloxham T., et al., "First Results on Double Beta Decay Modes of Cd, Te and Zn Isotopes with the COBRA Experiment," ***arXiv:0707.2756v1 [nucl-ex]*** (2007).

32. Yousef M., et al., Two-neutrino Double Beta Decay of Deformed Nuclei within QRPA with Realistic Interaction, ***Physics Review C***, 79 (01): 4314 (2009).

33. Kidd M.F., et al., "New Status for Double Beta Decay of $^{100}$Mo to Excited Final States of $^{100}$Ru Using The TUNL-ITEP Apparatus", ***Nuclear Physics A***, 821: 251-261 (2009).

34. Sahu R., Kota V.K.B., "Deformed Shell Mode Results for Two Neutrino Positron Double Beta Decay of $^{84}$Sr", ***arXiv: 1006.3637v1 [nucl-th]*** (2010).

35. Moreno O., et al., "Theoretical Mean Field and Experimental Occupation Probabilities in The Double Beta Decay System $^{76}$Ge to $^{76}$Se", ***arXiv: 1002.1608v1 [nuch-th]*** (2010).

36. Civitarese O, Suhonen J., "Contributions of Unique First Forbidden Transitions to Two-Neutrino Double β-decay Half Lives", ***Nuclear Physics A***, 607: 152-162 (1996).

37. Ünlü, S., Çakmak, N., Selam, C.,"First-forbidden contributions to 2νβ−β−decay amplitude", ***Nuclear Physics A:*** 970: 379-387 (2018).

38. Dewitte H., et al., "First Observation of The β decay of Neutron-rich $^{218}$Bi by The Pulsed-Release Technique and Resonant Laser Ionization", ***Physical.Review C***, 69 (4), 044305 (2003).

39. Burbidge, E.M., Burbidge G.M., Fowler W.A., Hoyle F., "Synthesis of The Elements in Stars", ***Reviews of Modern Physics***., 29: 547-650 (1959).

40. Walerstein G., et al., "Synthesis of The Elements in Stars: Forty Years of Progress", ***Rev.Mod.Phys.***, 69: 995-1084 (1997).

41. Wiescher M., Schatz H., Impact and Perspectives of Radioactive Beam Experiments for The rp-process, ***Nuclear Physics A***, 693: 269-281 (2001).

42. Pfeifer B., et al., Nuclear Structure Studies for The Astrophysical r-process, ***Nuclear Physics A***, 693: 282-324 (2001).

43. Langanke K., Martinez-Pinedo G., Nuclear Weak Interaction Processes in Stars, ***Reviews of Modern Physics***, 75: 819-862 (2003).

44. Arnould M., Goriely S., The p-process of Stellar Nucleosynthesis: Astrophysics and Nuclear Physics Status, ***Physics.Reports***, 384: 1-84 (2003).

45. Borzov I.N., Beta Decay Rates, ***Nuclear Physics A***, 777: 645-675 (2006).

46. Cakmak N., Manisa K., Unlu S., Selam C., "The Investigation of $0^- \leftrightarrow 0^+$ β decay in Some Spherical Nuclei", ***Pramana-Journal of Physics***, 74: 4, 541-553 (2010).

47. Soloviev, V. G., "Theory of Complex Nuclei", ***Pergamon Press***, Oxford, İngiltere, Pp:200 (1976).

48. Akyürek, T.ve Dikmen, E, "A18 çekirdekleri için nükleer enerji seviyelerinin hesaplanması", ***Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,*** 13 (1):1-5 (2009).

49. İnternet: University of Michigan, "Nuclear Models", **https://www.britannica.com/science/nuclear-model#accordion-article-history** (2005).

50. Neumann, J.V. and Wigner, E.P., "Uber merkwürdige Eigenwerte. Uber das Verhalten von Eigenwerten bei adiabatischen Prozessen", ***Physikalische Zeitschrift***, 30: 467-470 (1929).

51. Bohr, N. and Wheeler, J.A., "The Mechanism of Nuclear Fission", ***Physical Review***, 56: 426 (1939).

52. Brueckner, K.A, Gammel J. L and Weitzner H.,“Shell Model”, ***Physical Review***. 110 (431): 163,207 (1958).

53. Bohr, A. and Mattelson, B., “Collective and individual-particle aspects of nuclear structure”, ***Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk***, 27 (16): 97-107 (1935).

54. Albright, J.R., Nuclear processes, Introduction to Atomic and Nuclear Physics, 5, ***Springer***, US, Pp 558 (1972).

55. Gapon E., Iwanenko D., “Zur Bestimmung der isotopenzahl”, ***Die Naturwissenschaften*** 20: 792-793 (1932).

56. Ozawa, A., Kobayashi, T., Suzuki, T., Yoshida, K., Tanihata, I, “Near the neutron drip line”, ***Physical Review Letters***, 84(24): 5493 (2000).

57. Wigner, E.P., “Localized states for elementary systems”, ***Reviews of Modern Physics***, 21:400 (1949).

58. Talmi I, “Simple Models of Complex Nuclei : The Shell Model and The İnteracting Boson Model,7th ed.”,***Harwood Academic Publisher***, Switzerland, (1993).

59. Ring, P.and Schuck, P., “The Nuclear Many-Body Problem”, ***Springer-Verlag***, Berlin, Pp 36-50 (1980).

60. Soloviev, V.G., “Theory of Complex Nuclei", Pergamon Press, ***Oxford***, İngiltere, 20-23 (1976).

61. Ring, P.and Schuck, P., “The Nuclear Many-Body Problem”, ***Springer-Verlag***, Berlin, Pp 53-55 (1980).

62. Wilson, F. L., “Fermi’s theory of beta decay”, ***American Journal of Physics***, 36 (12): 1150-1160 (1968).

63. İnternet: Nükleer Enerji Dünyası, “Radyasyon Türleri”, **http://www.nukleer.web.tr/temel_konular/radyasyonturleri.html** (2018).

64. Kortelainen, M. and Suhonen, J., "Microscopic study of muon-capture transitions in nuclei involved in double-beta-decay processes", ***Nuclear Physics A***, 713 (3): 501–521 (2003).

65. İnternet: Nükleer Enerji Dünyası, “Radyasyon Türleri”, **http://www.nukleer.web.tr/temel_konular/radyasyonturleri.html** (2018).

66. Shonen J., From Nucleons to Nucleus, ***Springer***, Finland, 158-162 (2007).

67. Krane K. S., “Beta Bozunumu”, Nükleer Fizik,1, Başar Şarer, ***Palme Yayıncılık***, Ankara, 289-291 (2001).

68. Horen D.J., et al., “Search for Isobaric Analogues of M1 States and Giant

Spin-Flip Resonances in The $^{208}$Pb (p,n) Reaction", ***Phys.Lett.B***, 95: 27-30 (1980).

69. Krumlinde J., preprint LUIP 8310/***ISSN 0348-9329***, University of Lund, (1983).

70. Krumlinde J., "On Allowed Gamow-Teller and First Forbidden β-decay in Deformed Nuclei", ***Nuclear Physics A***, 413: 223-235 (1984).

71. Khafizov R.U., Tolokonnikov S.V., Effective Charges for The Unique First Forbidden β-transitions, ***Physics Letters B***, 153: 353-357 (1985).

72. Suhonen J., "Calculation of Allowed and First Forbidden Beta Decay Transitions of Odd-Odd Nuclei", ***Nuclear Physics A***, 563: 205-224 (1993).

73. Arya A.P., "Beta Bozunumu", Çekirdek Fiziğinin Esasları, Yusuf Şahin, ***Aktif Yayın Dağıtım***, Erzurum, 334 (1999).

74. Arya A.P., "Beta Bozunumu", Çekirdek Fiziğinin Esasları, Yusuf Şahin, ***Aktif Yayın Dağıtım***, Erzurum, 334 (1999).

75. G. Hartwig and H. Schopper, Phys. Rev. Letters 4, 293 (1960). Hartwing, G. and Schopper, H., "β-γ Circular polarization correlation of $Sb^{124}$", ***Physical Review Journals***, 4 (6): 293-294 (1960).

76. Porter, F.T. and Day, P.P., "$0^-$ to $0^+$ transition $Pr^{144} \rightarrow Nd^{144}$", ***Physical Review Journals***, 114(5): 1286-1296 (1959).

77. Çakmak, N., "Tek çekirdeklerde yük değişimli etkileşmelerinin Pyatov yöntemi ile incelenmesi", ***Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü***, Eskişehir, 21-22, (2008).

78. Bohr A.A., Mottelson B.R., "Beta Interaction", Nuclear Structure, 1, W.A. Benjamin ***World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.***, New York, Amsterdam 395 (1969).

79. Bohr, A. A. ve Mottelson, B. R., "Tek Parçacık Konfigürasyonu", Nuclear Structure, ***W. A. Benjamin INC***, New York, Amsterdam, 1: 413 (1969).

80. Borzov, I. N., "Beta decay rates", ***Nuclear Physics A***, 777: 645-675 (2006)

81. Halbleib, J. Sorenson, R.A., "Gamow-Teller beta decay in heavy spherical nuclei and the unlike particle-hole RPA", ***Nucl. Phys. A***, 98, 542, 1967.

82. Singh, B. et al., "Review Of Logft Values In β Decay", ***Nuclear Data Sheets***, *84*: 551-553 (1998).

83. İnternet: Nudat, "National Nuclear Data Center", **https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/**

## ÖZGEÇMİŞ

Nurhan ÖZDEMİR 1982 yılında Ankara'da doğdu; ilk ve orta öğrenimini aynı şehirde tamamladı. Lise öğrenimini Etimesgut Mehmetçik (YDA) Lisesi'nde tamamladı. 2001 yılında Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü'nde öğrenime başladı. 2008 yılında Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Tezsiz Yüksek Lisans yaptı. 2016 yılında Karabük Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Programına başlayıp halen devam etmektedir. Yüksek Lisans öğrenimi süresinde ulusal konferanslarda bir poster sunum ve uluslararası konferanslarda iki adet poster sunum ve bir adet sözlü sunum gerçekleştirdi.

**ADRES BİLGİLERİ**

Adres : Barış M. Paradise Sitesi G Blok No:6/5 Safranbolu / KARABÜK
Tel : (507) 541 53 92
E-posta : ozdemirnurhan06@gmail.com