

**T.C.  
HARRAN ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ÇATLAKLI BETONARME KOLON ve PERDE DUVARLARIN YATAY  
YERDEĞİŞTİRME RİJİTLİKLERİNİN BELİRLENMESİ**

**Ahmet Erhan EREN**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ŞANLIURFA  
2006**

Yrd. Doç. Dr. M. Arif GÜREL danışmanlığında, Ahmet Erhan EREN' in hazırladığı “Çatlaklı Betonarme Kolon ve Perde Duvarların Yatay Yerdeğiştirme Rijitliklerinin Belirlenmesi” konulu bu çalışma 14/09/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Yrd. Doç. Dr. M. Arif GÜREL

Üye : Yrd. Doç. Dr. Murat KISA

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mahmut KÖMÜR

**Bu Tezin İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Yapıldığını ve Enstitümüz Kurallarına Göre Düzenlendiğini Onaylarım**

**Prof. Dr. İbrahim BOLAT**  
**Enstitü Müdürü**

**Not:** Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZ .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	v
1. GİRİŞ .....	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM .....	8
3.1. Kolonlar ve Perde Duvarlar .....	9
3.1.1. Kolonlar .....	9
3.1.2. Perde duvarlar .....	12
3.2. Eğilme Rijitliğinin Modellenmesi .....	13
3.3. Betonarme Kolon Kesitinin Hesap İçin Eşdeğer Beton Kesite Dönüştürülmesi .....	15
3.4. Dönüştürülmüş Kesitte Çatlağın Üç Durumu .....	21
3.5. Dikdörtgen Kesitli Bir Elemanda Bir Çatlağın Mevcudiyetinden Dolayı Meydana Gelen Yerel Esnekliğin Belirlenmesi .....	22
3.6. Çatlaksız ve Çatlıklı Betonarme Kolon ve Perde Duvarların Yatay Yerdeğiştirme Rijitliklerinin Belirlenmesi .....	28
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA .....	32
4.1. Çeşitli Kolonlar Üzerinde Yöntemin Uygulamaları .....	32
4.2. Sayısal Örnekler ve Parametrik İncelemeler .....	61
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER .....	99
KAYNAKLAR .....	101
ÖZGEÇMİŞ .....	103
ÖZET .....	104
SUMMARY .....	105

## ÖZ

Yüksek Lisans Tezi

### ÇATLAKLI BETONARME KOLON ve PERDE DUVARLARIN YATAY YERDEĞİŞTİRME RİJİTLİKLERİNİN BELİRLENMESİ

Ahmet Erhan EREN

Harran Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. M. Arif GÜREL

Yıl: 2006 , Sayfa: 105

Kolonlar ve perde duvarlar betonarme binaların en önemli yük taşıyıcı elemanlarıdır. Bu yapısal elemanlar binalara etkiyen düşey ve yatay yükleri taşıyarak temele iletirler. Deprem ve rüzgar yüklerinin taşınmasında bu elemanların yatay yerdeğiştirme rijitlikleri son derece önemlidir. Bir kolon veya perde duvarın yatay yerdeğiştirme rijitliği başlıca onun malzeme ve kesit özelliklerine, uzunluğuna ve uç şartlarına bağlıdır. Bu parametrelerin yanında çatlakların mevcudiyeti de elemanların rijitliğini etkiler. Bu çalışmada bir veya daha fazla çatlağı olan betonarme kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme rijitlikleri analitik olarak araştırılmaktadır. İlerlemeyen üniform derinlikli çatlaklar göz önüne alınmaktadır. Çatlaklı kesitler, esneklik katsayıları Lineer-Elastik Kırılma Mekanikliği'nden elde edilen kütsüz dönme yayları ile modellenmektedir. Çeşitli uç şartlarına sahip çatlaklı kolonlar için yatay rijitlik ifadeleri elde edilmektedir. Sayısal örnekler, bir çatlağın yatay rijitlik üzerindeki etkilerinin onun derinlik ve konumuna ve kolonun uç şartlarına bağlı olduğunu göstermektedir. Beklenildiği gibi yatay rijitlik artan çatlak derinliği ile belirgin olarak azalmaktadır. Sabit bir çatlak derinliği için en büyük eğilme momentinin olduğu kesitte yer alan bir çatlak, yatay rijitlikte en büyük düşmeye yol açmaktadır. Buna karşılık çatlak eğer momentin sıfır olduğu kesitte yer alıyorsa yatay rijitlik üzerinde etkisi olmamaktadır. Bu çalışma çatlakların mevcudiyetinin kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme rijitliklerini belirgin olarak etkilediğini göz önüne sermiştir.

**ANAHTAR KELİMELEER:** Kolon, perde duvar, çatlak, yatay yerdeğiştirme rijitliği

## **ABSTRACT**

**MSc Thesis**

### **DETERMINATION OF THE LATERAL STIFFNESS OF CRACKED REINFORCED CONCRETE COLUMNS and SHEAR WALLS**

**Ahmet Erhan EREN**

**Harran University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Civil Engineering**

**Supervisor: Assist. Prof. Dr. M. Arif GÜREL  
Year: 2006 , Page: 105**

Columns and shear walls are the most important load carrying elements of reinforced concrete buildings. They carry vertical and lateral loads acting to the buildings and transmit them to the foundation. Lateral stiffness values of these elements are extremely important in carrying of earthquake and wind forces. Lateral stiffness of a column or shear wall depends primarily on its material and section properties, its length and boundary conditions. Besides these parameters, the presence of cracks also effects the lateral stiffness of the members. In this study, the lateral stiffness of reinforced concrete columns and shear walls with a single crack or multiple cracks is investigated analytically. Nonpropagating uniform cracks are considered. The cracked sections are modeled by massless rotational springs whose flexibilities are obtained from Linear-Elastic Fracture Mechanics. Lateral stiffness expressions are obtained for cracked columns with various end conditions. Numerical examples show that the effects of a crack on the lateral stiffness of a column depend on its depth and the location, and on the end conditions of the column. As expected, the lateral stiffness decreases substantially as the crack depth increases. For a constant crack depth, a crack located in the section of maximum bending moment causes the largest decrease in the lateral stiffness. Whereas, if the crack is located just in the moment-zero section, it has no effect on the stiffness. The study showed that the presence of cracks effect the lateral stiffness values of reinforced concrete columns and shear walls conspicuously.

**KEY WORDS:** Column, shear wall, crack, lateral stiffness

## TEŞEKKÜR

Desteklerinden dolayı tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. M. Arif GÜREL' e, hesaplamalar ve uygulama aşamalarındaki yardımlarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Murat KISA' ya ve arkadaşlarım İnş. Yük. Müh. Veysel GÜMÜŐ, İnş. Müh. Yavuz AVŐAROĐLU, Mak. Müh. Onur DÜNDAR, Mimar Ahmet AYBAR, İnş. Tek. Fatih ÇİFTÇİ' ye, maddi ve manevi desteklerinden dolayı da TUĐRA PROJE yönetici ve çalışanlarına teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca aileme de, tüm desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 3.1. Kolon türleri.....	10
Şekil 3.2. İki başta donatıları olan bir kolon kesiti.....	16
Şekil 3.3. Betonarme kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali.....	18
Şekil 3.4. Ara donatılı bir betonarme kesit.....	18
Şekil 3.5. Ara donatılı bir kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali.....	19
Şekil 3.6. Dönüştürülmüş kesitte çatlağın üç durumu.....	21
Şekil 3.7. Temel kırılma şekilleri (modları): I) açılma modu , II) düzlem içi kayma modu , III) düzleme dik kayma modu .....	23
Şekil 3.8. a) Tek bir çatlağı olan dikdörtgen kesitli bir kolon, b) Çatlaksız kesitler, c) Çatlaklı kesit.....	24
Şekil 3.9. Sabit derinlikli (üniform) bir çatlağı olan homojen bir dikdörtgen kesit.....	24
Şekil 3.10. Doğru eksenli, simetrik ve sabit kesitli çubuk eleman .....	28
Şekil 4.1. Altta ankastre üstte serbest kolon.....	32
Şekil 4.2. Altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolon .....	35
Şekil 4.3. Altta ankastre üstte elastik olarak mesnetli kolon .....	37
Şekil 4.4. Altta ve üstte elastik olarak mesnetli kolon.....	41
Şekil 4.5. Tek çatlaklı konsol kolon.....	41
Şekil 4.6. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolon.....	45
Şekil 4.7. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte elastik mesnetli kolon .....	50
Şekil 4.8. İki çatlaklı konsol kolon.....	55
Şekil 4.9. Örnek kolonların kesiti ve bu kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali.....	62
Şekil 4.10. Tek çatlaklı konsol kolon .....	63
Şekil 4.11. Tek çatlaklı konsol kolonda, çatlak yerinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi .....	73
Şekil 4.12. Tek çatlaklı konsol kolonda, çatlak derinliğinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak yerine göre değişimi .....	80
Şekil 4.13. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolonda, çatlak yerinin çeşitli değerleri için, yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi .....	86
Şekil 4.14. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre kolonda, çatlak derinliğinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak yerine göre değişimi .....	90
Şekil 4.15. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte elastik mesnetli kolonda, çatlak yerinin belirli bir değeri için, yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi .....	92
Şekil 4.16. İki çatlaklı konsol kolon.....	93
Şekil 4.17. İki çatlaklı konsol kolonda, ilk çatlağın sabit derinlik ve yer değerlerine, ikinci çatlağın ise sabit yer değerine karşılık değişen derinlik değerlerine bağlı olarak kolon yatay rijitliğinin değişimi .....	95
Şekil 4.18. İki çatlaklı konsol kolonda, ilk çatlağın sabit derinlik ve yer değerlerine, ikinci çatlağın ise sabit derinlik değerine karşılık değişen yer değerlerine bağlı olarak kolon yatay rijitliğinin değişimi .....	98

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa No</b>
Çizelge 2.1. Kolon kesitleri için etkin atalet momenti değerleri (Paulay ve Priestley, 1992)	4
Çizelge 3.1. Kolonlar için minimum koşullar (Celep ve Kumbasar, 2001) .....	12
Çizelge 3.2. Perde duvarlar için minimum koşullar (Celep ve Kumbasar, 2001) .....	13
Çizelge 3.3. Taşıyıcı elemanlar için etkili atalet momenti değerleri (Paulay ve Priestley, 1992).....	15



## SİMGELER DİZİNİ

a	Etriye kolları ve/veya çirozların arasındaki yatay uzaklık
$A_c$	Gövde kesiti beton alanı
$A_s$	Çekme donatısı kesit alanı
$A_{suç}$	Perde uç bölgesindeki çekme donatısı kesit alanı
$A_g$	Kolon kesiti brüt alanı
b	Kolon kesit boyutu
$b_w$	Kolonun gövde genişliği
C	Dönme yayının esneklik katsayısı
d	Eğilme elemanlarında faydalı yükseklik
e	Doğal logaritmanın tabanı
E	Elastisite modülü
$E_c$	Beton elastisite modülü
$E_s$	Donatı elastisite modülü
$f_c^1$	Betonun basınç dayanımı
$f_{ck}$	Beton karakteristik basınç dayanımı
$f_{ctd}$	Beton tasarım eksenel çekme dayanımı
G	Şekil değiştirme enerjisi salıverinim oranı
h	Döşeme kalınlığı, Kolonun eğilme düzlemindeki kesit boyutu
I	Atalet momenti
$I_c$	Kolon tüm kesit eylemsizlik momenti
$I_{cr}$	Çatlamış kesitin tarafsız eksene göre atalet momenti
$I_g$	Brüt kesitin eğilme eksenine göre atalet momenti
$I_w$	Perdenin uzun kenarı
k	Kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği
$k_c$	Çatlamış kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği
$K_\theta$	Yay sabiti
L	Kolonun yüksekliği
$\ell_n$	Mesnet yüzünden mesnet yüzüne olan açıklık (serbest açıklık)
$l_{uç}$	Perde uç bölgesinin uzunluğu
$M_{cr}$	Kesitin çatlama momenti
$M_{maks}$	Maksimum eğilme momenti
$N_d$	Hesap eksenel normal kuvveti
n	Modüler oran
$\theta$	Dönme miktarı
P	Eleman eksenel normal kuvveti
q	Hareketli yük
$s_o$	Kolon orta bölgesindeki etriye aralığı
$s_c$	Kolon sarılma bölgesindeki etriye aralığı
$s_{cj}$	Kolon-kiriş birleşim bölgesindeki etriye aralığı
$s_w, s_h$	Perde gövdesindeki etriye aralığı
$s_{uç}$	Perde uç bölgesindeki etriye aralığı
t	Etriye aralığı
T	Kesme kuvveti
v	Yerdeğiştirme
$\phi, \phi_1$	Boyuna donatı çapı
$\phi_h, \phi_c$	Kolonda etriye ve çiroz çapı
$\phi_w, \phi_h$	Perde gövdesindeki etriye ve çiroz çapı
$\phi_{uç}$	Perde uç bölgesindeki etriye ve çiroz çapı
$\rho$	Boyuna donatı oranı
$\rho_v, \rho_h$	Perde gövdesindeki toplam donatı oranı
$\rho_{uç}$	Perde uç bölgesindeki donatı oranı
$\rho_{toplam}$	Toplam boyuna donatı oranı
$\xi$	h boyutu doğrultusunda kesit alanı içindeki koordinat değişkeni
$\eta$	b boyutu doğrultusunda kesit alanı içindeki koordinat değişkeni
$\nu$	Poisson Oranı

## **1. GİRİŞ**

Günümüzde tüm dünyada özellikle çok katlı yapılarda en yaygın olarak kullanılan yapı malzemeleri betonarme ve çeliktir. Beton ve çelik donatılardan oluşan kompozit (bileşik) bir malzeme olan betonarme; binalar, stadyumlar, tüneller, kuleler, nükleer santraller vs. hemen her tür mühendislik yapısının inşasında kullanılmaktadır. Betonarme ile inşa edilen bu yapılar içinde binalar en yüksek orana sahiptir.

Depremselliği oldukça yüksek olan bir bölgede yer alan ülkemizde büyük depremler azımsanmayacak bir sıklıkta meydana gelmektedir. Son 10-15 yıl içinde ülkenin değişik yerlerinde meydana gelmiş olan yıkıcı depremler bunun en kesin bir göstergesidir. Dolayısıyla inşa edilecek yapılarda, özellikle de binalarda sağlanması gereken koşulların en başta gelenlerinden biri de hiç şüphesiz deprem güvenliği olmalıdır.

Bugün, dünyadaki tüm çağdaş deprem yönetmenliklerinde benimsenmiş bir felsefe vardır. Bu felsefe; “büyük bir depremde bina taşıyıcı sistemi ağır hasar görmüş olsa bile, can kaybı olmaması için tümünden yıkılma olmamalıdır” şeklinde özetlenebilir. Binaların kuvvetli bir depremde bu felsefeye uygun olarak davranabilmeleri ancak üç temel özellik olan; yeterli dayanım, süneklilik ve yatay rijitlik özelliklerine sahip olmaları ile mümkün olabilmektedir. Bu özellikler içinde bu çalışmanın konusunu oluşturan yatay rijitlik özelliği binaların çok büyük ölçüde kolon ve perde duvar gibi düşey taşıyıcı elemanları ile ilgili olup, bu elemanların yatay yerdeğiştirmelere (ötelenmelere) karşı toplam direnci olarak tarif edilebilir. Bir binanın yeterli yatay yerdeğiştirme rijitliğine sahip olmaması, bilhassa kuvvetli deprem etkileri altında büyük göreceli kat ötelenmelerinin meydana gelmesine, bu ise kolon ve perde duvar uçlarında önemli büyüklükte ikinci mertebe momentler oluşmasına yol açar. Düşey yüklerin etkisi ile zaten mevcut olan momentlere büyük ikinci mertebe momentlerin eklenmesi ile kolon ve kiriş uç bölgelerinde ciddi

hasarlar, kırılmalar ve hatta kat yıkılmaları ya da tümünden yıkılmalar ortaya çıkabilir. Ayrıca, yetersiz yatay rijitliğe sahip binalarda, taşıyıcı sistemde yıkılmalar ortaya çıkmamış olsa bile, kuvvetli depremler sırasında dolgu duvar çatlama ve yıkılmaları, cephe kaplamalarında dökülmeler, cam kırılmaları, yapı içindeki eşyaların devrilmesi, tesisatlarda kırılmalar vb. birçok hasarlar meydana gelir. Bütün bunlar ölüm ve yaralanmalara yol açabilecekleri gibi, ciddi ekonomik kayıplara da yol açarlar. Kısaca özetlenen bu nedenler, yeterli yatay rijitliğin iyi bir deprem davranışı için ne kadar önemli ve gerekli olduğunu açıkça ortaya koymaktadır.

Bir kolon ya da perde duvarın bireysel olarak yatay yerdeğiştirme rijitliği bu taşıyıcı elamanın malzeme ve kesit özelliklerine, boyuna (uzunluğuna) ve mesnet (uç) şartlarına bağlıdır. Ancak hemen belirtilmelidir ki, depremler sırasında taşıyıcı elemanlara gelen tersinir kuvvetler başta olmak üzere, elemanlarda meydana gelen rötre ve sünme olayları, bina temellerinde zeminden kaynaklanan oturmalar ya da binanın kullanım amacının değişmesi sonucu aşırı yüklenmesi gibi değişik nedenler taşıyıcı elemanlarda çatlamlara yol açacaktır. Çatlamış kesitlerin atalet momenti, çatlama olmamış olanlara göre daha küçük olacaktır; buna bağlı olarak göz önüne alınan bir taşıyıcı eleman kesiti için tek bir atalet momentinden bahsetmek mümkün olmayacaktır. Dolayısıyla, çatlamış kesitlerin mevcut olması da taşıyıcı eleman yatay rijitliğini etkileyen önemli bir diğer faktör olacaktır.

Bu tezde, çatlak veya çatlaklar dolayısıyla bazı kesitlerinin atalet momenti azalmış olan dikdörtgen kesitli betonarme kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme (ötelenme) rijitlikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu yapılırken, çatlak ya da çatlakların eleman eksenine dik ve üniform derinlikte oldukları ve ayrıca ilerlemedikleri yani derinliklerinin değişmediği ve çatlaklar arasında bir karşılıklı etkileşimin olmadığı kabul edilmiştir. Çatlak derinliği, çatlak yeri, çatlak sayısı ve taşıyıcı eleman uç şartları yatay rijitlik üzerinde etkileri araştırılan parametreler olarak dikkate alınmışlardır.

## 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Kolon ve perde duvarların çeşitli etkiler altında davranış, hesap ve boyutlandırmaları ile ilgili esaslar, ülkemiz üniversitelerinde betonarme konusundan yararlanılan çeşitli betonarme kitaplarında (Berktaş, 1989; Atımtaş, 2000; Celep ve Kumbasar, 2005; Ersoy ve Özcebe, 2001; Kaplan, 2004; Doğançın, 2005) ayrıntılı olarak ele alınmıştır. Bu kitaplarda kolon ve perde duvar eğilme rijitlikleri konusunda sınırlı miktarda bilgi bulunmaktadır.

Dünya literatürüne bakıldığında, betonarme yapıların düşey ve yatay yükler altındaki tasarımı ile ilgili olarak çok sayıda kitaba rastlanmaktadır. Bunlar içinde “ Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings “ adlı kitap burada belirtmeye değer bir eser olup, bu alanda dünyadaki en saygın bilim adamlarından ikisi olan T. Paulay ve M. J. N. Priestley tarafından kaleme alınmıştır. Bu kitapta betonarme binaların deprem analizlerinde kullanılmak üzere kolonların eğilme rijitlikleri belirlenirken kullanılması tavsiye edilen etkin atalet momenti değerleri Çizelge 2.1’ de verilmektedir. Bu Çizelgede  $P$  kolonun üzerindeki aksel kuvveti,  $f'_c$  kolon betonunun basınç dayanımını,  $A_g$  kolon kesiti brüt alanını ve  $I_g$  kolon brüt kesitinin (donatı dikkate alınmaksızın) eğilme eksenine göre atalet momentini göstermektedir. Çatlamanın hesaba etkisini dahil etmek için önerilmiş olan bu Çizelgede doğrudan görülen aksel kuvvet düzeyi yanında, kesit geometrisi, donatı oranı, eğilme momentinin işareti gibi parametreler de (belirtilen kitapta) rijitliğe etkisi olan diğer parametreler olarak vurgulanmaktadır.

Çizelge 2.1. Kolon kesitleri için etkin atalet momenti değerleri (Paulay ve Priestley, 1992)

Eksenel Kuvvet Düzeyi	Kesit Brüt Atalet Momentine Göre Etkin Atalet Momentinin Değişim Aralığı	Tavsiye Edilen Değer
$P > 0.5 \times f_c^l \times A_g$	$(0.70 - 0.90) \times I_g$	$0.80 \times I_g$
$P = 0.2 \times f_c^l \times A_g$	$(0.50 - 0.70) \times I_g$	$0.60 \times I_g$
$P = -0.05 \times f_c^l \times A_g$	$(0.30 - 0.50) \times I_g$	$0.40 \times I_g$

Ülkemizde, Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları ile ilgili olan TS500 /2000 Standardında, çatlak içeren eğilme elemanlarındaki sehim hesaplarında kullanılmak üzere etkili atalet momenti değeri

$$I_{ef} = \left( \frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 \times I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 \right] \times I_{cr} \quad (2.1)$$

ifadesiyle verilmektedir. American Beton Enstitüsü Bina Şartnamesinde de (ACI Building Code) yer alan bu ifade de  $M_{cr} = 2.5 \times f_{ctd} \times I_c / y$  kesit çatlama momentini,  $f_{ctd}$  beton hesap çekme dayanımını,  $M_{maks}$  elemandaki maksimum eğilme momentini,  $I_c$  kesit brüt atalet momentini,  $I_{cr}$  ise çatlama kesitin tarafsız eksene atalet momentini göstermektedir.

Beton ve betonarme yapılar ile ilgili makalelerin yayımlandığı uluslararası bilimsel dergilere bakıldığında, betonarme elemanların (kiriş, kolon, perde duvar gibi) eğilme rijitlikleri, dolayısıyla yatay yerdeğiştirme rijitlikleri ile ilgili çeşitli çalışmaların yapılmış olduğu görülmektedir. Burada bunlardan sadece en fazla ilgili olanları üzerinde durulacaktır.

Bazant ve Oh (1984) ilerleyen tarzda çatlaman (çatlakları ilerleyebilen) betonarme kirişlerde yerdeğiştirmelerin hesabı için bir teori önermiştir. Ani ya da kısa süre içerisinde oluşan yerdeğiştirmelerin hesaplanmasında mevcut deneyler ile iyi bir uyum gösteren teorilerinin sünme gibi etkilerle ortaya çıkan uzun vadedeki yerdeğiştirmeleri de belirleyebildiğini göstermişlerdir. Bu çalışma betonarme eğilme elemanlarındaki yerdeğiştirmeleri, çok sayıdaki çekme çatlakları nedeniyle büyük

ölçüde azalmış eğilme rijitlikleri dikkate alınarak hassas bir şekilde belirleyen bir çalışma olması nedeniyle oldukça önemlidir.

Mirza (1990), betonarme dikdörtgen kesitli narin kolonların eğilme rijitliği üzerinde çalışmıştır. Bu amaçla, öncelikle American Beton Enstitüsü Bina Şartnamesini (ACI Building Code) irdelemiş ve bu şartnamenin narin kolonlar için verdiği etkili eğilme rijitliği ifadesinin belirli düzeylerde yetersizlikler içerdiğini belirtmiştir. Farklı değişkenlere sahip 9500 betonarme kolon göz önüne alarak, eğilme rijitliği datası oluşturmuş, bu dataya dayanarak narin betonarme kolonların ön ve kesin tasarımı için istatistiksel eğilme rijitliği bağıntıları önermiştir.

Sigmon ve Ahmad (1990), betonarme binalarda ve köprü alt yapılarında yaygın olarak kullanılan betonarme daire kesitli narin kolonların eğilme rijitliği üzerine bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında American Beton Enstitüsü Bina Şartnamesinin betonarme daire kesitler için verdiği ifadeleri irdeleyip, bu ifadelerin kesitlerin eğilme rijitliğini olması gerekenden fazla hesapladığını belirlemişlerdir. Bu durumdan hareketle bir parametrik çalışma yürüterek, dairesel kesitli kolonların çatlak oluşumunun başlangıcındaki ve nihai (güç tükenmesi) durumundaki eğilme rijitlikleri için daha gerçekçi bağıntılar geliştirmişlerdir. Bağıntılar rijitlik üzerinde eksenel yük etkisini ve donatı indeksini de göz önüne almaktadır.

Zeng ve ark. (1992), eğilme momenti – eğrilik esaslı bir hesap yaklaşımı kullanarak betonarme narin kolonların etkili eğilme rijitliklerini belirlemeye çalışmışlardır. Elde edip önerdikleri rijitlik ifadelerini 108 adet deney sonucu ile ACI'ın eğilme rijitliği ifadeleri ile karşılaştırmışlardır. Önerdikleri rijitlik ifadeleri ile ulaştıkları sonuçların özellikle deney sonuçlarıyla iyi bir uyum içinde olduğunu görmüşlerdir. Buna ve kullanımlarının kolaylığına dayanarak, ifadelerini narin betonarme kolonların genel tasarımı ve servis yükleri altındaki yerdeğiştirmelerinin hesabı için kullanılmak amacıyla tavsiye etmişlerdir.

Resheidat ve ark. (1995), iki eksen etrafında eğilme momenti ile yüklü betonarme dikdörtgen kesitli kolonlar için eğilme rijitliğini belirlemeye yönelik

teorik bir yaklaşım sunmuşlardır. Rijitlik üzerinde malzeme özelliklerinin, donatı oranının ve eksenel yük düzeyinin etkisini inceleyerek, bu faktörleri dikkate alan yeni bir eğilme rijitliği bağıntısı geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu bağıntı gerçek kolon davranışına dayandığı için bağıntının betonarme dikdörtgen kesitli narin kolonların tasarımında kullanımını tavsiye etmişlerdir.

Shuruim (1997), betonarme düzlem çerçevelerin yatay yerdeğiştirme rijitliği üzerine bir çalışma yapmıştır. Çalışmasında hem geometrik hem de malzeme nonlineeritesini hesaba katmıştır. Elde ettiği sonuçları American Beton Enstitüsü Bina Şartnamesinde verilen ve eşdeğer  $EI$  (eğilme rijitliği) değerlerine dayanan lineer yatay rijitlik değerleri ile karşılaştırılmış ve şartname sonuçları ile kendi sonuçlarının oldukça farklı olduğunu görmüştür. Çalışmasının sonuçlarını literatürde yer alan diğer bir çalışmadaki yaklaşık yatay kat rijitliği formülü ile de karşılaştırmış ve yaklaşık formülün rijitliği daha küçük bir değer olarak verdiğini belirlemiştir.

Khuntia ve Ghosh (2004), betonarme kolon ve kirişlerin eğilme rijitliği konusunda biri analitik diğeri ise deneylere dayanan kapsamlı iki çalışma yapmışlardır. Analitik çalışmalarında önce kolon ve kiriş kesitlerinin eğilme rijitliklerini etkileyen beton basınç dayanımı, donatı oranı, eksenel yük düzeyi ve dış merkezlik oranı gibi faktörleri incelemişlerdir. Parametrik bir inceleme yapıp kolon ve kirişlerin etkin eğilme rijitliği değerlerini belirlemeye yönelik basit formüller önermişlerdir. Elde ettikleri analitik sonuçlar göstermiştir ki, American Beton Enstitüsü Bina Şartnamesinin kolonlar için verdiği eğilme rijitliği kabulü oldukça güvenli tarafta kalmaktadır. Khuntia ve Ghosh (2004) diğer çalışmalarında ise analitik çalışmalarının verdiği sonuçları literatürde yer alan deney sonuçları ile karşılaştırarak aralarında iyi bir uyum olduğunu görmüşlerdir.

Literatürde yer alan diğer bazı teorik ve deneysel çalışmalar da yukarıda özetlenen çalışmalara benzer yollar izleyerek betonarme kolon ve kirişlerin eğilme rijitliklerini belirlemeye çalışmışlardır.

Ulaşılabilen çalışmalarda, betonarme kolon ve perde duvarlar için çatlak derinliğini (boyutunu), çatlak yerini ve çatlak sayısını toplu olarak hesaba dahil etmiş ve bunların elemanın eğilme rijitliğine ve dolayısıyla yatay yerdeğiştirme rijitliğine etkisini incelemiş bir çalışmaya rastlanamamıştır.



**3. MATERYAL ve YÖNTEM**

Betonarme binaların ana taşıyıcı elemanları olan kolon ve perde duvarlarda rötre ve sünme olayları ile çatlamlar meydana gelebildiği gibi, özellikle depremler sırasında bu elemanlara gelen tersinir etkiler nedeniyle de yoğun çatlamlar oluşabilmektedir. Yapılan bu tez çalışmasının amacı çatlakların mevcudiyetinin betonarme kolon ve perde duvarların mutlak yatay yerdeğiştirme rijitliklerini nasıl etkilediğini araştırmaya yöneliktir.

Elemanların yatay rijitliklerini belirlemek için oluşturulan hesap modellerinde çatlaklı kesitler kütsüz dönme yayları ile modellenmektedir. Bu yayların esneklik katsayılarını belirlemek için Lineer-Elastik Kırılma Mekanikliği'nin bilgilerine müracaat edilmiştir. Hesap modelleri oluşturulduktan sonra ise Mukavemet'in temel konularından biri olan "Elastik Eğri" konusunun "Belirsiz İntegrasyon Yöntemi" kullanılarak göz önüne alınmış olan elemanların her bir bölgesinin elastik eğri fonksiyonlarına ulaşılmaktadır. Bir kolon ya da perde duvarın mutlak yatay yerdeğiştirme rijitliği, o kolon veya perde duvarın üst ucunu alt ucuna göre birim miktarda (örneğin 1 cm) yatay öteleyebilmek için üst uca uygulanması gereken yatay tekil kuvvetin büyüklüğü olarak tanımlandığından, belirlenmiş elastik eğri fonksiyonları içinde en üst bölgeye ait fonksiyon kullanılarak aranan yatay rijitlik değeri elde edilmektedir.

Bu bölümün esasını oluşturan Materyal ve Yöntem kısmına geçmeden önce, çalışmada ele alınan elemanlar olan betonarme kolon ve perde duvarlar hakkında özet bir bilgi verilmekte ve Yönetmeliklerin bu elemanlar için öngördüğü koşullardan bahsedilmektedir.

### **3.1. Kolonlar ve Perde Duvarlar**

#### **3.1.1. Kolonlar**

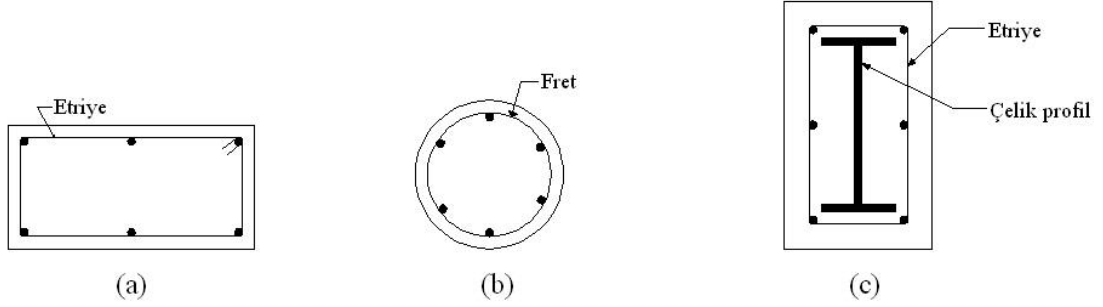
Kolonlar taşıyıcı sistemin ana elemanlarından sayılırlar. Bunlardan ortaya çıkacak bir hasar tüm taşıyıcı sistemi zayıflatır, onarılması güç durumlar ortaya çıkarır (Celep ve Kumbasar, 2005).

Düşey taşıyıcı elemanlar olan kolonların ana işlevi, katlara gelen yükleri taşıyıp bunları temele aktarmaktır. Kat yükü, kolonlara kirişler aracılığı ile veya kirişsiz döşemelerde olduğu gibi doğrudan döşemelerce aktarılır. Kolonlar, deprem ve rüzgar türü yatay yüklerin karşılanmasında, varsa perde duvarlarla birlikte en önemli işlevi yüklenirler (Ersoy ve Özcebe, 2001).

Kolonlar basınç taşıyan elemanlar olduğundan, boyutları ayarlayarak tüm eksenel yükü betona taşımak ve böylece donatısız kolon yapmak ilk bakışta mantıklı gözükülebilir. Ancak kolonlarda büzülme, özellikle sünme deformasyonlarının önemi ve ön görülmeyen eğilme momentlerinin oluşabilme olasılığı göz önünde bulundurularak, yönetmeliklerde donatısız kolona izin verilmez. Kolonlarda boyuna doğrultuda yerleştirilen donatı, uygulanan eksenel yükün bir bölümünü taşır (Ersoy ve Özcebe, 2001).

Betonarme kolonlar boyuna donatıyı saran enine donatının cinsine göre iki sınıfa ayrılır. Boyuna donatısı bireysel etriyelerle sarılmış olanlara “etriyeli kolon”, sürekli dairesel fretlerle sarılmış olanlara ise “fretli kolon” denir. Kolon enine donatısı, bireysel dairesel etriyelerden de oluşabilir. Etriye ve fretli kolonlar, Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de gösterilmiştir. Enine donatının içinde kalan beton alanı “çekirdek alanı”, dışında kalan ise “kabuk alanı” olarak adlandırılır. Pratikte en çok kullanılan etriyeli kolonun kesiti genelde kare ve dikdörtgen, fretli kolonun ki ise dairesel olur, ancak mimari nedenlerle kolon kesiti, L, T, çokgen gibi çeşitli geometrilere de sahip olabilir (Ersoy ve Özcebe,2001).

Etriye ve fretli kolonlar dışında bileşik, yani kompozit kolonlarda vardır. Bileşik kolonlarda aksel yükün bir bölümü çelik elemanlarca taşınır (Ersoy ve Özcebe,2001). Şekil 3.1c’de kompozit kolonlar için örnek bir kesit verilmektedir.



Şekil 3.1. Kolon türleri

Yapının taşıyıcı sisteminin en önemli elemanı olan kolonlarda, düşey ve yatay yüklerin etkisiyle hem aksel (normal) kuvvet, hem eğilme momenti, hem de kesme kuvveti meydana gelmektedir. Deprem etkisinde kalan bir yapının, kütle ve rijitlik merkezlerinin çakışmaması durumunda ise kolonlarda ayrıca burulma momenti de oluşmaktadır. Eğilme momenti bir akselli veya iki akselli olarak etkiyebilir. Eğilme etkisi bazen kolon kesitinin bir kısmında çekme oluşturabilir. Kolonlarda eğilme etkisi olsa bile, kolon davranışını kontrol eden parametre basınç etkisi olduğundan, kolonlar çoğunlukla basınç elemanı olarak kabul edilirler (Kaplan, 2004).

### 3.1.1.1. Kolonlar için minimum koşullar

TS 500, 2000 ve Deprem Yönetmeliğine göre kolon boyutlarına ve kolonlara yerleştirilecek donatılara ilişkin hususlar aşağıda verilmektedir.

Dikdörtgen kesitli kolonlarda kesit genişliği 250 mm’ den az olamaz (TS 500, 2000 ve A.B.Y.Y.H.Y.,1998). Ancak kesiti dikdörtgen olmayan I, T ve L kesitli kolonlarda en küçük kalınlık 200 mm, kutu kesitli kolonlarda ise en küçük et kalınlığı 120 mm olabilir.(TS 500, 2000). Daire kesitli kolonlarda çap 300 mm’ den az olamaz (TS 500, 2000 ve A.B.Y.Y.H.Y.,1998). Deprem Yönetmeliğinde dikdörtgen kesitli kolonların en kesit alanının 75.000 mm<sup>2</sup>’den az olamayacağı

koşulu bulunmaktadır. Bu değere göre minimum kolon boyutları 250 mm x 300 mm olacaktır. Kolonların en kesit boyutu için minimum değerler öngörülmesinin nedeni betonun ve donatının yerleştirilmesinde kolaylık sağlamak ve yatay yükler altında minimum rijitlik elde etmektir.

Kolona yerleştirilecek olan boyuna donatının çapı 14 mm' den daha az olamaz (TS 500, 2000). Boyuna donatı çapı için bir üst sınır bulunmamakla birlikte literatürde 26 mm' den daha büyük çubukların kullanılmaması tavsiye edilmektedir (Doğangün, 2002). Kolonlarda boyuna donatı brüt alanı, kesitin %1'inden az %4'ünden fazla olmayacaktır. Dikdörtgen kesitli kolonlarda en az donatı  $4\phi 16$  veya  $6\phi 14$ , dairesel kolonlarda ise  $6\phi 14$  olacaktır (A.B.Y.Y.H.Y.,1998). Minimum boyuna donatı oranının temel amacı, yatay yük ve beklenmeyen dış merkezliklerin oluşması durumunda belirli bir moment kapasitesinin sağlanması ve betonun ezilmesi ile oluşacak gevrek kırılmanın azaltılmasıdır. Yönetmeliklerde minimum donatı çapı ise boyuna donatının burkulma kapasitesini minimum bir düzeyde tutma amacına yöneliktir.

Yönetmeliklerde boyuna donatı oranı için üst sınır konulmasının amacı; betona göre pahalı olan çeliğin kullanılmasını sınırlamak, donatının kolay yerleştirilmesini sağlamak ve kesit boyutlarını aşırı küçültülerek yatay yüklere karşı eğilme rijitliğinin azalmasını önlemektir (Ersoy ve Özcebe, 2001).

Kolonlara boyuna donatılarla birlikte etriye olarak adlandırılan enine donatılar da yerleştirilir. Kolonlarda enine donatının görevleri şunlardır:

- Kesme kuvvetini betonla birlikte karşılamak,
- Boyuna donatıların burkulma boyunu azaltarak burkulmasını önlemek,
- Çekirdek betonunun sünekliğini artırmak,
- Yanal basınç uygulayarak çekirdek betonunun dayanımını artırmak,
- Betonun yerleşmesi sırasında boyuna donatıyı yerinde tutmak.

Kolonlarda kullanılacak en küçük enine donatı çapı 8 mm olmaktadır. Kolon orta bölgesinde etriye aralığı, en küçük en kesit boyutunun yarısından

(A.B.Y.Y.H.Y.,1998), 200 mm'den ve en küçük boyuna donatı çapının 12 katından daha fazla olamaz (TS 500, 2000 ve A.B.Y.Y.H.Y.,1998). Kolon sarılma bölgesinde ise etriye aralığı, en küçük en kesit boyutunun 1/3'ünden ve 100 mm'den fazla, 50 mm'den az olamaz (A.B.Y.Y.H.Y.,1998).

Yukarıda belirtilen koşullar Çizelge 3.1' de toplu halde verilmektedir.

Çizelge 3.1. Kolonlar için minimum koşullar (Celep ve Kumbasar, 2001)

Tanım	TS500, 2000	A. B. Y. Y. H. Y., 1998
max $N_d$	$0.6 f_{ck} A_c$	$0.5 f_{ck} A_c$
min b	-	250 mm
max (h / b)	-	7.0
max a	-	$25 \phi_h$
max $s_o$	200 mm ; $12 \phi_l$	200 mm ; b/2 ; h/2
min $s_o$	-	50 mm
max $s_c$	-	100 mm ; b/3 ; h/3
max $s_{c_j}$	-	150 mm (kuşatılmış) ; 100 mm (kuşatılmamış)
max $I_c$	-	500 mm ; h ; b ; $l_n / 6$
min $\phi_n$ ; min $\phi_c$	$\phi_l / 3$	8 mm
min $\rho_{toplam}$	0.008	0.010
max $\rho_{toplam}$	0.04	0.04
min $A_s$	4 $\phi$ 14	4 $\phi$ 16 veya 6 $\phi$ 14
min $A_c$	-	75 000 mm <sup>2</sup>
min dışmerkezlilik	0.1 h ; 25 mm	-

### 3.1.2. Perde duvarlar

A.B.Y.Y.H.Y.,1998 ve TS 500, 2000 de planda uzun kenarının ( $I_w$ ), kalınlığına ( $b_w$ ) oranı en az 7 olan düşey taşıyıcı sistem elemanı perde duvar olarak tanımlanmaktadır. Bu tanıma göre söz konusu koşulu sağlamayan düşey taşıyıcı elemanlar kolon olarak dikkate alınır.

Yüksek yapılarda oluşturulan perde duvarlar yanında, bodrum katlarında binanın dış çevresinde zemin itkisini karşılamak için de perde duvarlar inşa edilir. Bu tür perde duvarlar da düşey düzlemde bulunur, ancak dış yükler düzlemlerine dik, yatay olarak ortaya çıkar. Bu bakımdan bu tür perde duvarlar, normal bina kat

döşemelerine benzerler ve boyutlandırılmaları da benzer kurallar kullanılarak yapılabilir (Celep ve Kumbasar, 2005).

### 3.1.2.1. Perde duvarlar için minimum koşullar

Perde duvarlar için yönetmeliklerin öngördüğü koşullar Çizelge 3.2’de toplu halde verilmektedir.

Çizelge 3.2. Perde duvarlar için minimum koşullar (Celep ve Kumbasar, 2001)

Tanım	TS500, 2000	A. B. Y. Y. H. Y., 1998
$\min I_w$	-	$7 b_w$
$\min b_w$	150 mm	200 mm ; kat yüksekliği / 15
$\max s_w ; \max s_h$	300 mm ; $b_w ; I_w/3$	250 mm
$\min \phi_w ; \min \phi_h$	-	8 mm
$\min \rho_v ; \min \rho_h$	0.0025	0.0025
$\min \rho_{uc} = A_{s_{uc}} / (b_w I_w)$	-	0.001
$\min A_{s_{uc}}$	-	4 $\phi$ 14
$\min I_{uc}$ [ $H_{cr}$ içinde (dışında)]	-	0.2 (0.1) $I_w$ ; 2.0 (1.0) $b_w$
$\max s_{uc}$ [ $H_{cr}$ içinde (dışında)]	-	100 (200) mm ; 0.5 (1.0) $b_w$
$\min \phi_{uc}$	-	8 mm

### 3.2. Eğilme Rijitliğinin Modellenmesi

Betonarme çerçeve yapılar düşey yükler için analiz edilirken taşıyıcı eleman rijitliklerinin çatlama kesit özelliklerine dayandırılması ve elemanlarda boyuna donatının rijitleştirici katkısının ihmal edilmesi genellikle kabul edilebilir olarak düşünülmektedir. Bunun sebebi; servis yükleri altında çatlama düzeyinin normal olarak nispeten küçük olması ve eleman iç kuvvetlerini doğru olarak elde etmek için gerekli olan şeyin rijitliklerin mutlak değerlerinden ziyade relatif değerleri olmasıdır.

Ancak deprem etkileri altında, taşıyıcı eleman iç kuvvetlerinin dağılımının gerçekçi (çatlamış) rijitlik değerlerine dayanması önemlidir. Çünkü bu, elemanlarda meydana gelecek plastik mafsallı oluşum hiyerarşisinin kabul edilmiş olan plastik mafsallı dağılımına uymasını sağlayacak ve ayrıca eleman süneklilikleri tüm çerçeve

içerisinde makul ölçüde üniform olarak dağılmış olacaktır. Eleman rijitliklerinin makul bir şekilde belirlenmesi, eğer bina periyodu ve dolayısıyla deprem kuvvetleri global çerçeve rijitliğine dayanıyorsa da gereklidir. Ancak açıktır ki, deprem etkileri altında çerçeve elemanları uzunlukları boyunca tersinir momentler etkisinde kaldıklarından, her bir uçtaki eğilme çatlama ile ve belki de çatlama olmamış bir orta bölge ile, eleman kesitinin atalet momenti ( $I$ ) eleman boyunca değişecektir. Herhangi bir kesitte kesit atalet momenti ( $I$ ) kesit geometrisi ve eksenel yük düzeyi yanında, eğilme momentinin büyüklüğü ve işareti ve eğilme donatısının miktarı gibi faktörlere bağlıdır. Monolitik döşeme-kiriş yapılarında etkili başlık genişliği ve döşemenin (tablanın) rijitleştirici etkisi, döşemenin çekmede mi yoksa basınçta mı olduğuna ve kiriş boyunca eğilme momentinin dağılım şekline bağlıdır. Kesme etkilerinden dolayı bir elemanda oluşan diyagonal çatlama, eksenel yükün şiddeti ve doğrultusu ve tersinir yüklemenin olması elemanların rijitliklerini etkileyen diğer faktörlerdir.

Tasarım amaçları için, çok katlı bir çerçevenin her bir elemanındaki çok sayıda kesitin özelliklerini belirlemek pratik olmadığından, her bir eleman için makul bir ortalama değerin ( $I$  değerinin) kabul edilmesi gereklidir. Bu kabulün bir sonucu olarak fark edilmelidir ki, yapılan herhangi bir yapısal çözümleme o sistem için mutlak doğru analizin sadece bir yaklaşık halidir. Benimsenmiş olan tasarım işleminin amacı, yapı depreme maruz kaldığında, hesaplanmış olan eleman iç kuvvetlerindeki presizyon eksikliğinin, yapının genel güvenliğini tehlikeye sokmaması olmalıdır.

Böylece, bir taşıyıcı elemanın eğilme rijitliğinin belirlenmesinde o elemanın tüm uzunluğu boyunca uygulanabilecek ortalama bir  $EI$  değeri kabul edilmelidir. Yukarıda irdelenen faktörleri hesaba katmak için, eleman kesitinin brüt atalet momenti değeri olan  $I_g$ , etkili bir  $I_e$  atalet momenti değerine ulaşmak için değiştirilmelidir. Rijitlik için tipik aralıklar ve tavsiye edilen ortalama değerler Çizelge 3.3'de listelenmiştir (Paulay ve Priestley, 1992).

Çizelge 3.3. Taşıyıcı elemanlar için etkili atalet momenti değerleri (Paulay ve Priestley, 1992).

Eleman	Aralığı	Tavsiye edilen değer
Dikdörtgen kirişler	$(0.30 - 0.50) \times I_g$	$0.40 \times I_g$
T ve L kirişler	$(0.25 - 0.45) \times I_g$	$0.35 \times I_g$
Kolonlar, $P > 0.5 \times f_c' \times A_g$	$(0.70 - 0.90) \times I_g$	$0.80 \times I_g$
Kolonlar, $P = 0.2 \times f_c' \times A_g$	$(0.50 - 0.70) \times I_g$	$0.60 \times I_g$
Kolonlar, $P = -0.05 \times f_c' \times A_g$	$(0.30 - 0.50) \times I_g$	$0.40 \times I_g$

Yukarıdaki tablodan görüldüğü gibi kolonlarda eksenel yük düzeyinin etkili atalet momenti üzerinde belirgin bir etkisi vardır.

Bu çalışmada, kolonların yatay yerdeğiştirme rijitlikleri tamamen teorik bir şekilde incelenmeye çalışılmıştır. Yüksekliği boyunca belirli yerlerde ve belirli derinliklere sahip çatlakları olan, çeşitli şekilde mesnetlenmiş kolonların bu haldeki rijitlikleri belirlenmiştir. Bu yapılırken çatlakların ilerlemediği ve eleman üzerinde eksenel kuvvet bulunmadığı kabul edilmiştir.

### 3.3. Betonarme Kolon Kesitinin Hesap İçin Eşdeğer Beton Kesite Dönüştürülmesi

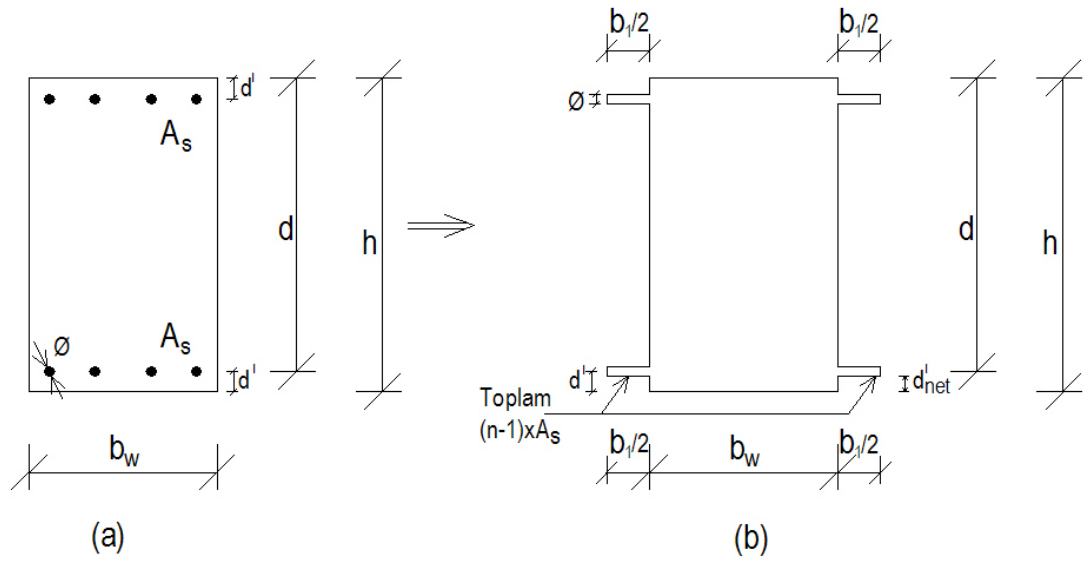
Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları olan TS500 ve Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik betonarme elemanların kesit boyutları ve donatı miktarları üzerinde şartlar belirtmiştir. Bu şartlar Çizelge 3.1 ve Çizelge 3.2'de toplu olarak verilmiştir.

Bilindiği gibi betonarme kesitler birer kompozit kesittir. Çünkü kesiti iki farklı malzeme olan beton ve çelik donatı oluşturmaktadır. Mukavemetten bilindiği gibi kompozit bir kesitin hesabı yapılırken, kesiti oluşturan malzemelerden biri baz alınır ve diğer malzeme ya da malzemeler hesap maksadıyla baz alınan malzemeye dönüştürülür. Böylece sanki tek malzemedен oluşan bir kesit elde edilmiş olur. Dönüştürme işleminde malzemelerin elastisite modülleri kullanılır. Ayrıca, tüm kesit için yükseklikte bir değişiklik yapılmaz, ancak dönüştürülen malzemelerin genişlikleri değişmiş olur.



Bu kısımda dikdörtgen bir betonarme kolon kesitinin hesap için eşdeğer beton kesite dönüştürülmesi işlemi ele alınmaktadır.

Betonarme kolon kesitlerinde donatılar yeterli pas payı bırakılarak kesit çevresine simetrik bir tarzda yerleştirirler. Burada ilk önce yalnızca iki başta donatıları olan bir kesit dikkate alınmıştır. Daha sonra ise ara donatıları da bulunan bir kesit ele alınacaktır.



Şekil 3.2. İki başta donatıları olan bir kolon kesiti

Şekil 3.2a sadece iki başta donatıları olan, ara donatıları bulunmayan bir betonarme dikdörtgen kesiti göstermektedir. Şekilde  $b_w$ ,  $d$  ve  $h$  kesitin sırasıyla genişliği, faydalı yüksekliği ve yüksekliğidir.  $\phi$  donatı çapı,  $A_s$  bir kenardaki donatı alanı ve  $d'$ 'de pas payıdır. Şekil 3.2.b' de söz konusu kesitin hesap için betona dönüştürülmüş hali görülmektedir. Bu şekilden anlaşılacağı gibi üzere donatı alanları betona dönüştürülürken  $n = E_s / E_c$  "modüler oranı" kullanılmıştır. Burada  $E_s$  çeliğin elastisite modülü  $E_c$  ise betonun elastisite modülüdür.  $n$  modüler oranı çoğunlukla  $10 \leq n \leq 15$  sınırları arasındadır. Şekil 3.2.b' de görüldüğü gibi her bir düzeydeki çıkıntı kısımlarının toplam alanı  $(n-1) \times A_s$  kadardır. Çıkıntıların toplam boyu  $b_1$  olarak alındığında

$$(n-1) \times A_s = b_1 \times \phi \quad (3.1.a)$$

$$b_1 = (n-1) \times A_s / \phi \quad (3.1.b)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade yardımıyla,  $n$ ,  $A_s$ ,  $\phi$  parametreleri belirli olduğundan,  $b_1$  değeri hesaplanmış olur. Böylece betona dönüştürülmüş kesitin geometrisi tümüyle belirlenmiş olur.

Örneğin  $b_w = 40$  cm ,  $h = 60$  cm,  $d' = 4$ cm,  $d = 60-4=56$  cm ve

$$\rho = \frac{A_{s,toplam}}{b_w \times d} = \frac{2 \times A_s}{b_w \times d} = 0.01 \text{ seçilsin.}$$

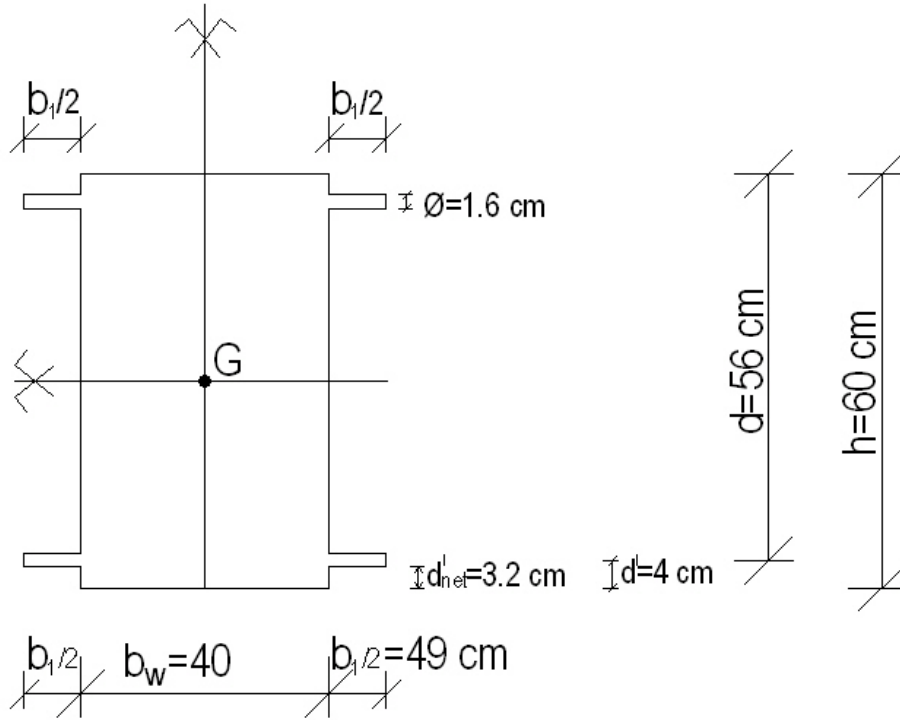
$$\text{Bu durumda } A_s = \frac{0.01 \times 40 \times 56}{2} = 11.2 \text{ cm}^2 \text{ donatı alanı elde edilir.}$$

$n = E_s / E_c$  modüler oranı 15 alınırsa (3.1.a) bağıntısına göre  $(n-1) \times A_s = (15-1) \times 11.2 = 156.8 \text{ cm}^2$  değeri bulunur. Donatı çapı  $\phi = 16 \text{ mm} = 1.6 \text{ cm}$  seçilirse (3.1.b) bağıntısı,

$$b_1 = (n-1) \times A_s / \phi = 156.8 / 1.6 = 98 \text{ cm olur.}$$

Dolayısıyla  $b_1 / 2 = 98 / 2 = 49 \text{ cm}$  olur.

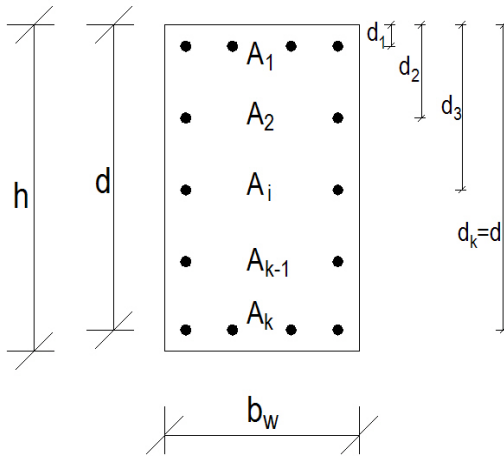
Böylece ele alınan örnek betonarme kesitin eşdeğer betona dönüştürülmüş hali Şekil 3.3' deki gibi olur.



Şekil 3.3. Betonarme kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali

Betona dönüştürülmüş bir kesitin çatlaksız durumdaki alan ve atalet momenti değerleri kolaylıkla hesaplanabilir.

Şimdi Şekil 3.4' de gösterildiği gibi ara donatılı bir kesit ele alalım.



Şekil 3.4. Ara donatılı bir betonarme kesit

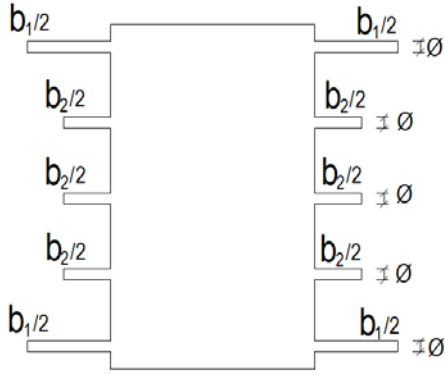
Kolonun simetrik donatılı olduğu ve bütün boyuna donatıların aynı çapa sahip olduğu kabul edilmektedir.

$A_1 = A_k$  (iki baştaki donatılar)

$A_2 = A_3 = \dots = A_i = \dots = A_{k-1}$  (ara donatılar)

Çap:  $\phi$  (hepsinde)

$n = E_s / E_c$  modüler oranını dikkate alarak bu betonarme kesiti hesap maksadıyla eşdeğer beton kesite dönüştürelim:



Şekil 3.5. Ara donatılı bir kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali

Donatı sıra sayısına bağlı olarak  $h/2$  'de, yani kesit yüksekliğinin ortasında donatı olabilir (tek sayıda sırada donatı varsa) ya da olmayabilir (çift sayıda sırada donatı varsa). Çıkıntı kısımlarının boyları şöyle belirlenebilir:

$$(n-1) \times A_1 = (n-1) \times A_k = (b_1 = b_k) \times \phi \rightarrow b_1 = b_k = \frac{(n-1) \times A_1}{\phi} \quad (3.2)$$

$$(n-1) \times A_2 = (n-1) \times A_3 = \dots = (n-1) \times A_k = (b_2 = b_3 = \dots = b_{k-1}) \times \phi \rightarrow \quad (3.3)$$

$$b_2 = b_3 = \dots = b_{k-1} = \frac{(n-1) \times A_2}{\phi} \quad (3.4)$$

Tek ya da çift sayıda sırada donatı bulunması durumlarına göre betonarme dönüştürülmüş kesitin kendi ağırlık merkezinden geçen yatay eksene göre (eğilme eksenine göre) atalet momentini elde edelim.

- Tek sayıda sırada donatı bulunması durumu:  $k = \text{tek sayı}$  (3, 5, 7, 9 gibi)

$$\begin{aligned}
I = & \frac{b \times h^3}{12} + \left( \frac{b_1 \times \phi^3}{12} + b_1 \times \phi \times \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)^2 \right) + \left( \frac{b_2 \times \phi^3}{12} + b_2 \times \phi \times \left( \frac{h}{2} - d_2 \right)^2 \right) + \\
& + \left( \frac{b_{k-1} \times \phi^3}{12} + b_{k-1} \times \phi \times \left( d_{k-1} - \frac{h}{2} \right)^2 \right) + \left( \frac{b_k \times \phi^3}{12} + b_k \times \phi \times \left( d_2 - \frac{h}{2} \right)^2 \right)
\end{aligned} \quad (3.5)$$

Bu ifadede parantezler içindeki ilk terimler küçük oldukları için ihmal edilir, kesitin eğilme eksenine göre simetrisi dikkate alınır ve ayrıca

$$b_1 \times \phi = b_k \times \phi = (n-1) \times A_1 \quad (3.6)$$

$$b_2 \times \phi = b_3 \times \phi = \dots = b_{k-1} \times \phi = (n-1) \times A_2 \quad (3.7)$$

olduğu göz önüne alınırsa ifade

$$\begin{aligned}
I \cong & \frac{b \times h^3}{12} + 2 \times \left[ (n-1) \times A_1 \times \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)^2 + (n-1) \times A_2 \times \left( \frac{h}{2} - d_2 \right)^2 + \dots + (n-1) \times A_2 \times \left( \frac{h}{2} - d_{\frac{k-1}{2}} \right)^2 \right] \\
= & \frac{b \times h^3}{12} + 2 \times (n-1) \times \left[ A_1 \times \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)^2 + A_2 \times \left( \frac{h}{2} - d_2 \right)^2 + \dots + A_1 \times \left( \frac{h}{2} - d_{\frac{k-1}{2}} \right)^2 \right]
\end{aligned} \quad (3.8)$$

haline gelir.

- Çift sayıda sırada donatı bulunması durumu :  $k =$  çift sayı (2, 4, 6, 8 gibi)

Bu durumda  $I$  ifadesi;

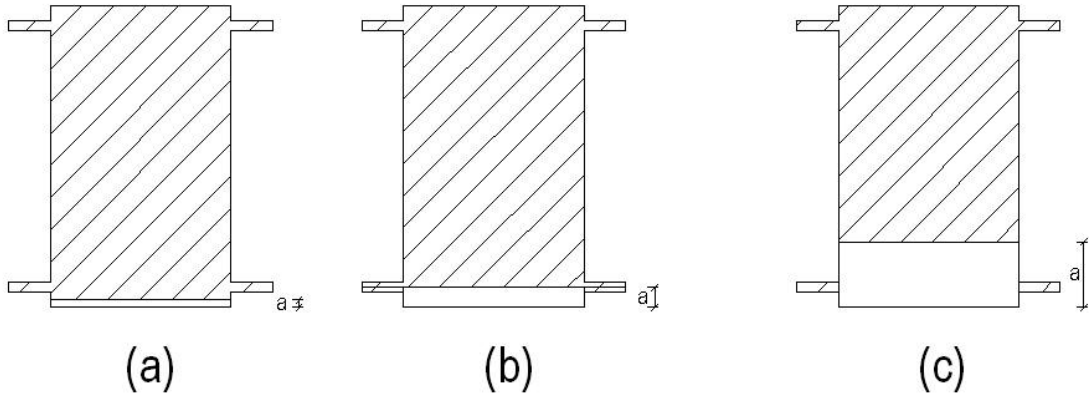
$$I \cong \frac{b \times h^3}{12} + 2 \times (n-1) \times \left[ A_1 \times \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)^2 + A_2 \times \left( \frac{h}{2} - d_2 \right)^2 + \dots + A_1 \times \left( \frac{h}{2} - d_{\frac{k}{2}} \right)^2 \right] \quad (3.9)$$

halini alır.

### 3.4. Dönüştürülmüş Kesitte Çatlağın Üç Durumu

Bu çalışmadaki incelemede çatlağın, kolon eksenine dik ve kesit içinde üniform  $a$  derinliğinde olduğu kabul edilmektedir.

Bir çatlak  $a$  derinliğine bağlı olarak kolon kesitinde üç durumda olabilir. Bunlar aşağıda Şekil 3.6. a), b) ve c) de görülmektedir.



Şekil 3.6. Dönüştürülmüş kesitte çatlağın üç durumu

Şekil 3.6.a)  $0 < a \leq d_{net}^i$  olması durumu

Şekil 3.6.b)  $d_{net}^i \leq a \leq d_{net}^i + \phi$  olması durumu

Şekil 3.6.c)  $d_{net}^i + \phi \leq a < d$  olması durumu

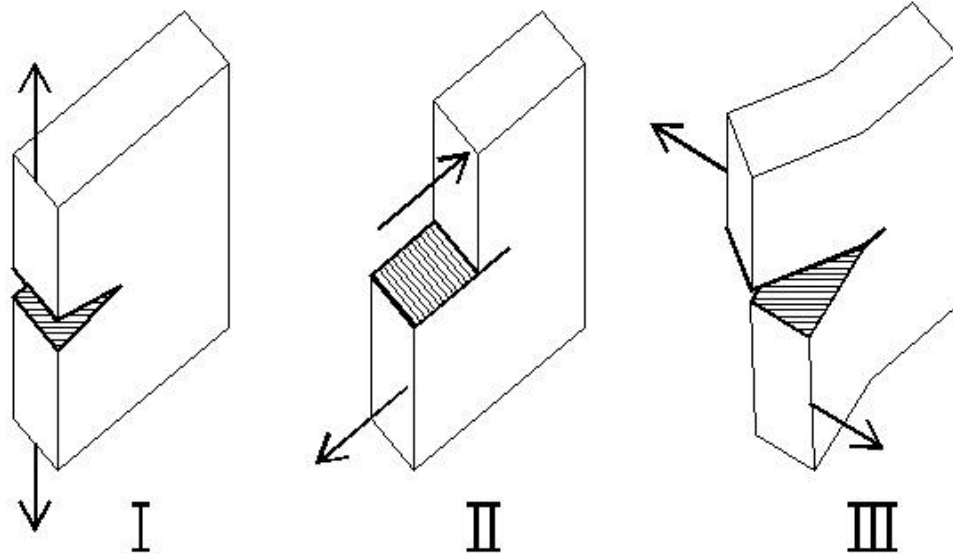
Bu üç durum içinde incelediğimiz problem açısından en önemli olan açıktır ki üçüncü durumdur. Çünkü ilk iki durumda çatlak derinlikleri oldukça küçük dolayısıyla etkileri az, buna karşılık derin çatlak durumu gösteren son durumda çatlağın kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği üzerinde etkisinin büyük olacağı açıktır.

### 3.5. Dikdörtgen Kesitli Bir Elemanda Bir Çatlağın Mevcudiyetinden Dolayı Meydana Gelen Yerel Esnekliğin Belirlenmesi

Kolon ya da perde duvar gibi bir taşıyıcı elemanda herhangi bir nedenle meydana gelmiş olan çatlak ya da çatlakların bu elemanın yatay rijitliğini azaltacağı, dolayısıyla elemanı daha esnek (fleksibl) bir hale getireceği daha önce belirtildi. Eleman rijitliğinde ortaya çıkacak düşüşün; çatlak ya da çatlakların derinliğine, çatlakların eleman boyunca yerlerine, çatlak sayısına ve elemanın uç (sınır) koşullarına bağlı olacağı açıktır.

Bu alt bölümde bir çatlaktan dolayı, dikdörtgen kesitli bir elemanda meydana gelecek esneklik belirlenmeye çalışılacaktır. Daha açık bir ifadeyle, elemanın çatlak içeren ve yerel esnekliğe sebep olan kesiti bir dönme yayı ile modellenecek ve bu yayın esneklik sabiti elde edilecektir. Bu yapılırken Lineer Elastik Kırılma Mekaniğinin bilgilerinden yararlanılacaktır.

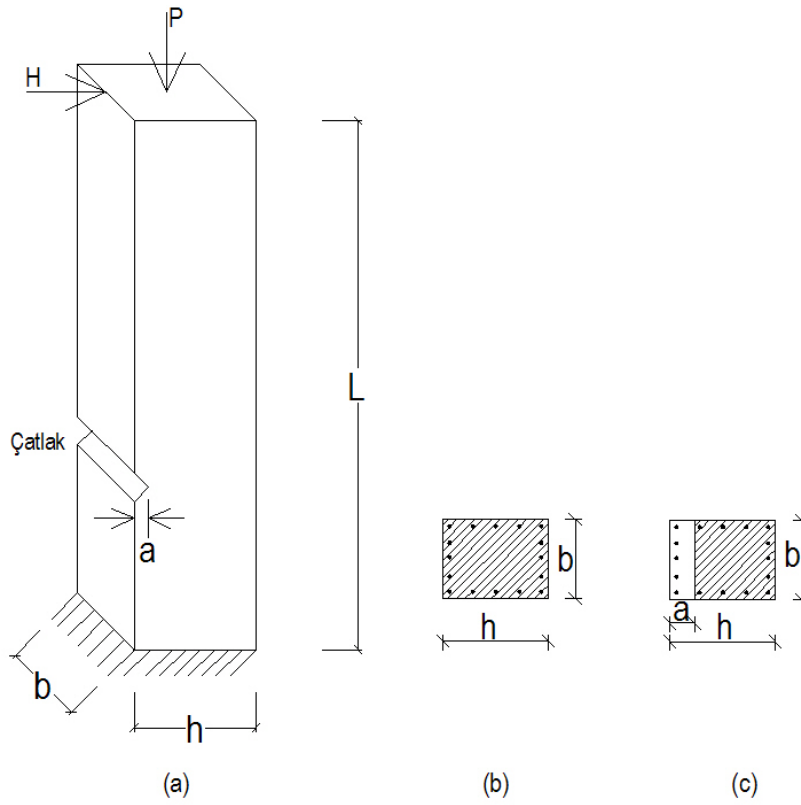
Kırılma mekaniğinde bir çatlak için üç deformasyon modu (şekli) söz konusudur. Bunlar Şekil 3.7’de gösterildiği gibi I) açılma modu , II) düzlem içi kayma modu ve III) düzlem dışı kayma modudur. Bu çalışmada, eğilme çatlaklarının kolonların yatay rijitliği üzerindeki etkisi araştırılmaktadır. Dolayısıyla eğilme momentinin baskın olduğu bir durumda ortaya çıkacak çatlak şeklinin yukarıdaki mod’lardan birincisi ile, yani açılma modu ile uyumlu ve ilgili olacağı açıktır. Örneğin üçüncü mod, yani düzlem dışı kayma modu, burulma momenti etkisinin baskın olduğu bir taşıyıcı elemanda meydana gelebilecek bir çatlak şekli olacaktır.



Şekil 3.7. Temel kırılma şekilleri (modları): I) açılma modu , II) düzlem içi kayma modu , III) düzleme dik kayma modu

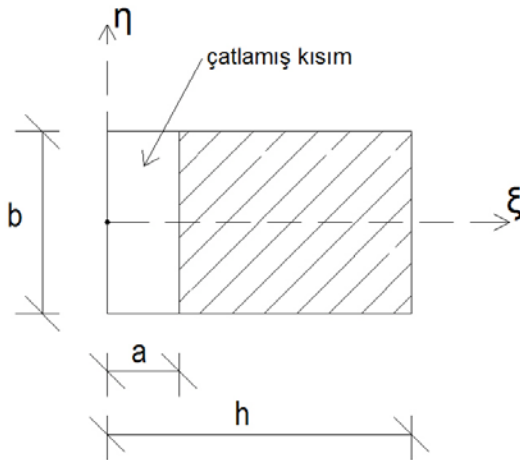
Tek bir çatlaklı olan Şekil 3.8' deki gibi sabit ve dikdörtgen kesitli bir betonarme kolon ele alalım. Kolonun çatlaklı kesitine ait esneklik katsayısını belirleme ile ilgili hesaplara başlamadan önce bir hususu açıklamak gerekmektedir. Betonarme bir kesitte çatlama durumuna bakıldığında, çatlamanın sadece betonun olduğu kısımda ortaya çıkacağı, donatının çatlamasının ise normal şartlarda söz konusu olmayacağı söylenebilir. Dolayısıyla bir yandan kesitin betonarme olduğu gerçeği akılda tutulurken, diğer yandan da çatlamanın sadece betonda olacağı düşünüldüğünde, kırılma mekaniği bilgileri ile hesabı yapılacak kesit, gerçek kesitin sadece beton olan kısmından oluşan, yani geometrik olarak dikdörtgen olan bir kesit olmuş olacaktır.





Şekil 3.8. a) Tek bir çatlaklı olan dikdörtgen kesitli bir kolon, b) Çatlaksız kesitler, c) Çatlaklı kesit

Şimdi Şekil3.8.c' deki çatlaklı kesitin yalnızca beton olan kısmının brüt alanını dikkate alalım, Şekil 3.9. Bu şekilde  $h$  ve  $b$  kesit boyutlarını,  $a$  ise çatlaklığın kesit içindeki sabit (yani her iki yüzde ve aynı miktardaki) derinliğini göstermektedir.



Şekil 3.9. Sabit derinlikli (üniform) bir çatlaklı olan homojen bir dikdörtgen kesit

Kesitin  $\xi$  eksenine paralel olan  $M$  büyüklüğünde bir eğilme momenti ile zorlanıyor olduğu düşünüldüğünde, bu kesitin altındaki ve üstündeki kesitlerin birbirlerine göre (rölatif)  $\theta$  dönme miktarı

$$\theta = \frac{\partial \left[ \int_{A_c} G \times dA \right]}{\partial M} = \frac{\partial \left[ \int_0^a \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} G \times d\eta \times d\xi \right]}{\partial M} \quad (3.10)$$

olarak ifade edilebilir (Zheng ve Fan, 2003). Bu ifadede  $\xi$  ve  $\eta$  kesit alanı içindeki yer (koordinat) değişkenleri olup,  $\xi$  kesitin  $h$  boyutu doğrultusundaki,  $\eta$  ise  $b$  boyutu doğrultusundaki koordinatı göstermektedir. Ayrıca (3.10) ifadesindeki  $A_c$ ;  $A_c = a \times b$  olarak kesitin çatlamış olan kısmının alanını,  $G$  ise şekil değiştirme enerjisi salıverinim oranı olarak adlandırılmakta olup (Bazant and Cedolin, 1991; Kısa ve Gürel, 2000; Zheng ve Fan, 2003), bir çatlak oluşabilmesi için ve/veya ilerlemesi için çatlak yüzeyinin birim alanında ortaya çıkması gereken şekil değiştirme enerjisinin bir ölçüsünü ifade eder. Genel olarak  $G$ , uygulanmış olan eğilme momenti  $M$  ile ve koordinat değişkenleri olan  $\xi$  ( $0 < \xi \leq a$ ) ve  $\eta$  ( $-b/2 \leq \eta \leq b/2$ ) ile ilişkilidir. Ele almış olduğumuz problemde çatlak sabit  $a$  derinlikli olduğundan  $G$ ,  $\eta$  dan bağımsız olur ve (3.10) ifadesi

$$\theta = \frac{\partial \left[ \int_{A_c} G \times dA \right]}{\partial M} = \frac{\partial \left[ \int_0^a b \times G \times dA \right]}{\partial M} \quad (3.11)$$

halini alır. Çatlakların uç bölgelerindeki gerilmelerde yığılmalar meydana gelir. Bu durum, yani çatlak uçlarındaki gerilme yığılmaları Şekil3.7'de gösterilmiş olan her bir kırılma modu için birbirinden farklıdır. Buradaki problem ile ilgili olduğu belirtilmiş olan 1.mod için gerilme yığılma faktörü  $K_I$  olup, bu faktör ile enerji salıverinim oranı  $G$  arasında

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (3.12)$$

ilişkisi vardır (Bazant ve Cedolin, 1991; Kısa ve Gürel, 2000; Zheng ve Fan, 2003). Bu ifadede  $E'$  elastisite modülü olup, düzlem gerilme problemleri için  $E' = E$ , düzlem şekil değiştirme problemleri için ise  $E' = E/(1-\nu^2)$  alınır. Burada  $\nu$  malzeme için Poisson Oranıdır.

Daha önce belirtildiği gibi, çatlak bir kesitin mevcudiyeti kolonda yerel bir esneklik meydana getirir ve zaten amaçta çatlaklı kesiti temsil edecek dönme yayının esneklik katsayısına ulaşmaktır.  $C$  ile gösterilebilecek bu katsayı

$$C = \partial\theta / \partial M = \frac{\partial^2 \left[ \int_0^a b \times G \times d\xi \right]}{\partial M^2} \quad (3.13)$$

olarak yazılabilir. Çatlağın uç bölgesindeki  $K_I$  gerilme yığılma faktörü

$$K_I = \frac{M \times h}{2 \times I} \times \sqrt{\pi \times \xi} \times F \quad (3.14)$$

bağıntısı ile verilmektedir (Kısa ve Gürel, 2000; Zheng ve Fan, 2003). Bu ifadede  $I$  tüm kesitin eğilme eksenine göre atalet momenti olup,  $I = \frac{b \times h^3}{12}$  olduğu bilinmektedir.  $F$  ise  $x = \xi/h$  göreli koordinatının bir fonksiyonu olup

$$F = \frac{\sqrt{2/\pi \times x \times \tan(\pi \times x/2)} \times [0.923 + 0.199 \times (1 - \sin(\pi \times x/2))^4]}{\cos(\pi \times x/2)} \quad (3.15)$$

olarak verilmektedir (Zheng ve Fan, 2003). (3.14) bağıntısı (3.12) ifadesine yerleştirilip böylece elde edilen ifadede (3.13) bağıntısında yazılırsa

$$C \times E^I \times I = 6 \times \pi \times h \times \int_0^{\frac{a}{h}} x \times F^2 \times dx \quad (3.16)$$

ifadesine ulaşılır. Bu ifade çatlaktan dolayı meydana gelen yerel esneklik için genel integral formudur. Açık formdaki ifade Gauss kuadraturunun kullanılması ile elde edilebilir (Zheng ve Fan, 2003). Örneğin Zheng ve Fan (2003) ilk olarak 128 nokta kuadraturunu kullanarak yaklaşık değerler elde etmiş, daha sonra en küçük kareler yöntemini uygulayarak en uygun olan eğrinin ifadesini aşağıdaki gibi elde etmişlerdir.

$$C \approx \frac{1}{E^I \times I} \times \frac{h}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-\xi}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times \xi + 52.3790 \times \xi^2 - 130.2463 \times \xi^3 + 308.4111 \times \xi^4 \\ -602.1761 \times \xi^5 + 937.6805 \times \xi^6 - 1306.7397 \times \xi^7 + 1398.7523 \times \xi^8 \\ -1059.6215 \times \xi^9 + 388.1628 \times \xi^{10} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

$$(\xi = a/h, 0 \leq \xi \leq 0.5, \text{hata} < 0.038\%) \quad (3.18)$$

Literatürde bu ifadeye oldukça yakın değerler veren başka ifadelerde mevcuttur (Shifrin ve Ruotolo, 1999).

Böylece çatlak kesitin esneklik katsayısı yukarıdaki gibi belirlendikten sonra, kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliğini hesaplamada kullanılacak model oluşturulabilir. Bu modelde çatlaklı kesitler birer kütesiz dönme yayı (rotasyonel yay) ile temsil edilerek herhangi bir yayın yay sabiti ( $K_{\theta i}$ )

$$K_{\theta i} = \frac{1}{C_i} \quad (3.19)$$

ifadesi ile elde edilmektedir.

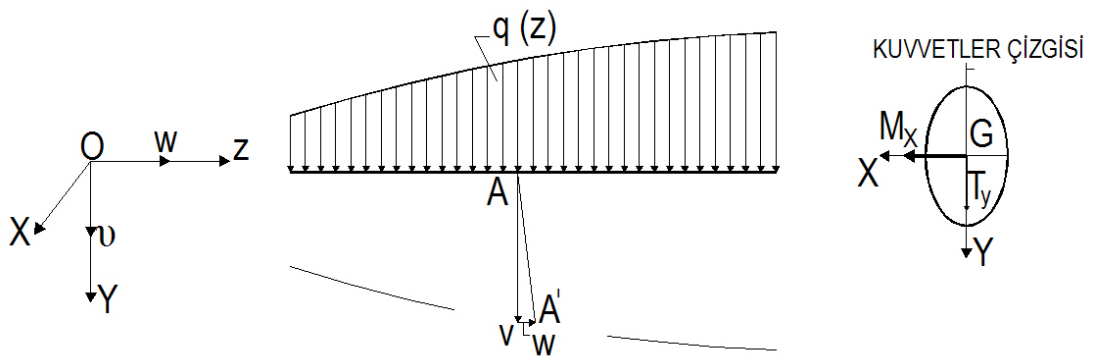
### 3.6. Çatlaksız ve Çatlaklı Betonarme Kolon ve Perde Duvarların Yatay Yerdeğiştirme Rijitliklerinin Belirlenmesi

Bu alt bölümde mukavemetin “Elastik Eğri” konusunun bilgilerinden yararlanılarak kolonların çatlaklı ve çatlaksız durumdaki yatay yerdeğiştirme rijitliği değerlerini veren ifadeler elde edilmektedir.

Elastik eğri konusundan bilindiği gibi taşıyıcı çubuk sistemlerde yerdeğiştirmelerin (ötelenme ve dönmelerin) belirlenmesi için çeşitli yöntemler vardır. Bunlar İntegrasyon Yöntemi, Başlangıç Değerleri Yöntemi, Mohr Yöntemi, Süperpozisyon Yöntemi ve Konsol Kiriş Yöntemidir. Bu yöntemlerden ilki olan İntegrasyon Yöntemi oldukça genel bir yöntem olup, hemen her tür çubuk sistemin elastik eğri hesabında kullanılabilirliğinden, burada da bu yöntem kullanılarak kolonların yatay rijitlik değerleri belirlenecektir.

İntegrasyon yöntemi ile elastik eğri hesabının nasıl yapıldığına başlamadan önce elastik eğri ile ilgili genel kavramların ve büyüklüklerin ortaya konmasında yarar vardır.

$q(z)$  yayılı yükü ile yüklü kesiti kuvvetler çizgisine göre simetrik, doğru eksenli ve sabit kesitli Şekil 3.10’deki gibi bir çubuk eleman ele alalım.



Şekil 3.10. Doğru eksenli, simetrik ve sabit kesitli çubuk eleman

Seçilmiş olan eksen takımına göre  $y$ - $z$  düzlemi “kuvvetler düzlemi” olur. Simetrik çubuk kesiti dikkate alındığından elastik eğri, diğer bir deyişle eğilmiş çubuk eksenini de bu düzlemin içinde olacaktır. Çubuk eksenini üzerindeki herhangi bir

$A$  noktasının şekil değişimi olduktan sonraki konumu  $A'$  olsun.  $\overline{AA'}$  vektörüne  $A$  noktasının “yerdeğiştirme vektörü” denir. Bu vektör şekildeki gibi  $v$  ve  $w$  gibi iki bileşene ayırılabilir.  $z$  koordinatının birer fonksiyonu olan ve dolayısıyla  $v(z)$  ve  $w(z)$  olarak ifade edilebilecek bu bileşenlerin kendileri ve 1. türevleri yeteri kadar küçük kabul edilebilecek değerdedirler.  $w$  boyuna yerdeğiştirmesi,  $v$  düşey yerdeğiştirmesi yanında bir merteye daha küçüktür. Bundan dolayı  $w \cong 0$  alınabilir. Dolayısıyla artık ilgilenilecek problem, adına “elastik eğri fonksiyonu” denilecek

$$v = v(z) \quad (3.20)$$

fonksiyonunu belirlemek olacaktır.

Basit eğilme konusundan, eğilme momenti ile elastik eğrinin  $\rho$  eğrilik yarıçapı arasında

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E \times I_x} \quad (3.21)$$

bağıntısının olduğu bilinmektedir. Bu bağıntıda  $EI_x$  çubuğun eğilme rijitliğini göstermektedir. Matematik, sürekli bir  $v(z)$  fonksiyonunun herhangi bir noktadaki eğriliği için

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2v/dz^2}{[1 + (dv/dz)^2]^{3/2}} \quad (3.22.a)$$

bağıntısı verilmektedir. Bu bağıntıdaki  $dv/dz$  teriminin gerçekte çok küçük olduğu ve dolayısıyla 1'in yanında ihmal edilebileceği düşünüldüğünde yukarıdaki bağıntı

$$\frac{1}{\rho} = \pm d^2v/dz^2 = v''(z) \quad (3.22.b)$$

halini alır. Burada  $M_x > 0$  olduğu halde eğrilik, yani  $v'' < 0$  olduğundan (3.21) ve (3.22.b) bağıntılarının birbirine eşitlenebilmesi ancak negatif işaretin dikkate

alınmasıyla mümkün olabilir. Bu durumda elastik eğri fonksiyonunun eğriliği ile  $M_x$  eğilme momenti ve  $EI_x$  çubuk eğilme rijitliği arasında

$$v''(z) = \frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M_x}{E \times I_x} \quad (3.23)$$

bağıntısına ulaşılır. Böylece elastik eğri fonksiyonunun 2. türevi, çubuğu zorlayan  $M_x$  momenti ve çubuk eğilme rijitliği ile ilişkilendirilmiş olur. (3.23) bağıntısının ardışık olarak iki kez türevi alındığında

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( \frac{d^2v}{dz^2} \right) &= -\frac{1}{E \times I_x} \times \frac{d(M_x)}{dz} \\ \frac{d^3v}{dz^3} &= -\frac{1}{E \times I_x} \times T_y \end{aligned} \quad (3.24.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( \frac{d^3v}{dz^3} \right) &= -\frac{1}{E \times I_x} \times \frac{d(T_y)}{dz} \\ \frac{d^4v}{dz^4} &= -\frac{q_y}{E \times I_x} \end{aligned} \quad (3.24.b)$$

Bağıntılarına ulaşılmış olur. Buna göre herhangi bir elastik eğri fonksiyonunda

$v(z)$  = çökme

$v'(z)$  = dönme

$-EI_x \times v''(z) = M_x(z)$ , eğilme momenti

$-EI_x \times v'''(z) = T_y(z)$ , kesme kuvveti

$EI_x \times v^{IV}(z) = q_y(z)$ , yaylı yük,

büyüklikleri söz konusu olur.

İntegrasyon yöntemi kullanılarak  $v(z)$  elastik eğri fonksiyonuna iki şekilde ulaşılabilir. Birinci yol ikinci türevli ifadenin kullanılmasıdır. Bu yolda

$-EI_x \times v''(z) = M_x(z)$  ifadesi ardışık olarak iki kez integre edilir ve ortaya çıkan iki integrasyon sabiti çubuğun sınır koşulları kullanılarak belirlenir. İkinci yol ise dördüncü türevli ifadenin kullanılmasıdır. Bu durumda  $EI_x \times v''''(z) = q_y(z)$  ifadesi ardışık olarak dört kez integre edilir ve ortaya çıkan sabitler çubuğun geometrik ve dinamik sınır koşulları kullanılarak hesaplanır.  $v''(z)$  ve  $v''''(z)$  üzerine yazılan koşullara, kuvvetlerle ilişkili olduklarından, dinamik sınır koşulları denir.

Yukarıdaki birinci yol yalnızca izostatik çubuk sistemlere, ikinci yol ise hem izostatik hem de hiperstatik çubuk sistemlere uygulanabilir.

İlgilenilen problemler içinde çatlaksız kolonlar için tek bir elastik eğri fonksiyonu söz konusu olacaktır. Buna karşılık çatlaklı kolonlarda, hesap modelinde çatlak kesitleri temsil eden dönme yaylarından dolayı birden fazla elastik eğri fonksiyonu olacaktır. Genel olarak  $m$  tane dönme yayı varsa  $m+1$  bölge ve dolayısıyla bu kadar sayıda elastik eğri fonksiyonu olacaktır. Her bir bölge sınırında aşağıdaki uygulamalarda görüleceği gibi integrasyon sabitlerinin hesabı için süreklilik ve süreksizlik koşullarından da yararlanılacaktır.

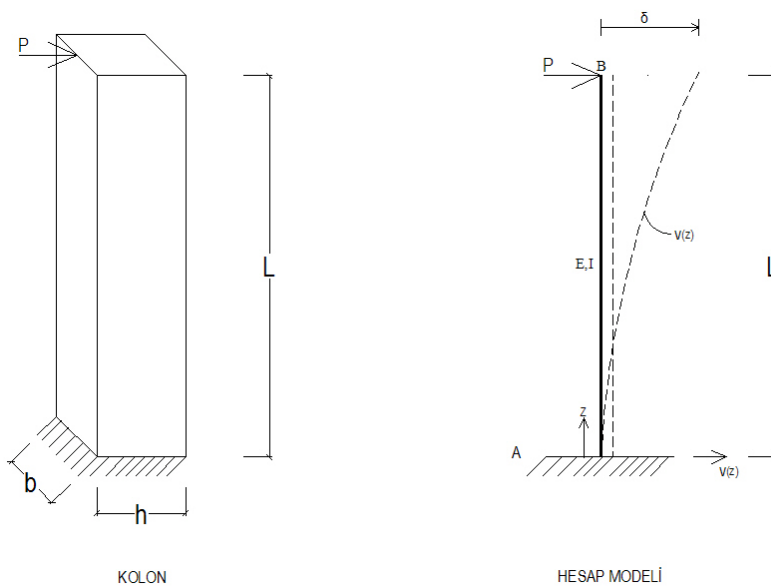


## 4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

### 4.1. Çeşitli Kolonlar Üzerinde Yöntemin Uygulamaları

Bu bölümde önce çeşitli sınır (uç) şartlarına sahip kolonlar için çatlaksız durumdaki yatay yerdeğiştirme rijitliği değerleri elde edilmektedir. Daha sonra ise aynı kolonların bir ve duruma göre iki ya da daha fazla çatlığa sahip olmaları durumundaki rijitlik değerleri elde edilmiştir. Bu hesaplardan sonra sayısal değerler kullanılarak, çatlaksız ve çatlaklı durumlardaki rijitlik değerleri sayısal olarak belirlenip, karşılaştırılmıştır. Ayrıca, çatlak derinliği, çatlak yeri, çatlak sayısı ve kolon uç şartları gibi parametrelerin rijitlik üzerindeki etkileri belirlenip, bu etkiler daha kolay anlaşılabilir diye grafikler üzerinde sergilenmeye çalışılmıştır.

**Uygulama 1:** Bu ilk uygulamada en basit bir kolon olan altta ankastre üste ise serbest durumda bulunan kolonu göz önüne alalım, Şekil 4.1. Dördüncü türevli ifadeyi kullanarak çözüm yapalım.



Şekil 4.1. Altta ankastre üstte serbest kolon

$$EI \times v^{IV}(z) = q_y(z) \quad (4.1)$$

İlgilendiğimiz problemde  $q_y(z) = 0$  olduğundan yukarıdaki ifade

$$EI \times v^{IV}(z) = 0 \text{ olur.}$$

Ardışık integraller alınırsa

$$EI \times v^{III}(z) = C_1 \quad (4.2)$$

$$EI \times v^{II}(z) = C_1 \times z + C_2 \quad (4.3)$$

$$EI \times v^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3 \quad (4.4)$$

$$EI \times v(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad (4.5)$$

ifadeleri elde edilir.

Sınır (uç) şartları:

$$z = 0 \text{ 'da } v(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + 0 + C_4 \rightarrow C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v^I(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + C_3 \rightarrow C_3 = 0$$

$$z = L \text{ 'de } M(z = L) = 0 \text{ 'dır}$$

$$-EI \times v^{II}(z = L) = M(L) = 0$$

$$-(C_1 \times L + C_2) = 0 \quad C_1 \times L + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = -C_1 \times L$$

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P \text{ 'dır.}$$

$$-EI \times v^{III}(z = L) = T_y(z = L) = P \quad -C_1 = P \quad C_1 = -P \rightarrow C_2 = P \times L$$

Dolayısıyla elastik eğri fonksiyonu

$$EI \times v(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4$$

$$EI \times v(z) = \frac{P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} + 0 + 0$$

$$v(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} \right)$$

olarak belirlenmiş olur.  $z = L$  'deki yerdeğiştirme

$$v(z = L) = \delta = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times L^3}{6} + \frac{P \times L \times L^2}{2} \right) \quad (4.6)$$

olur.

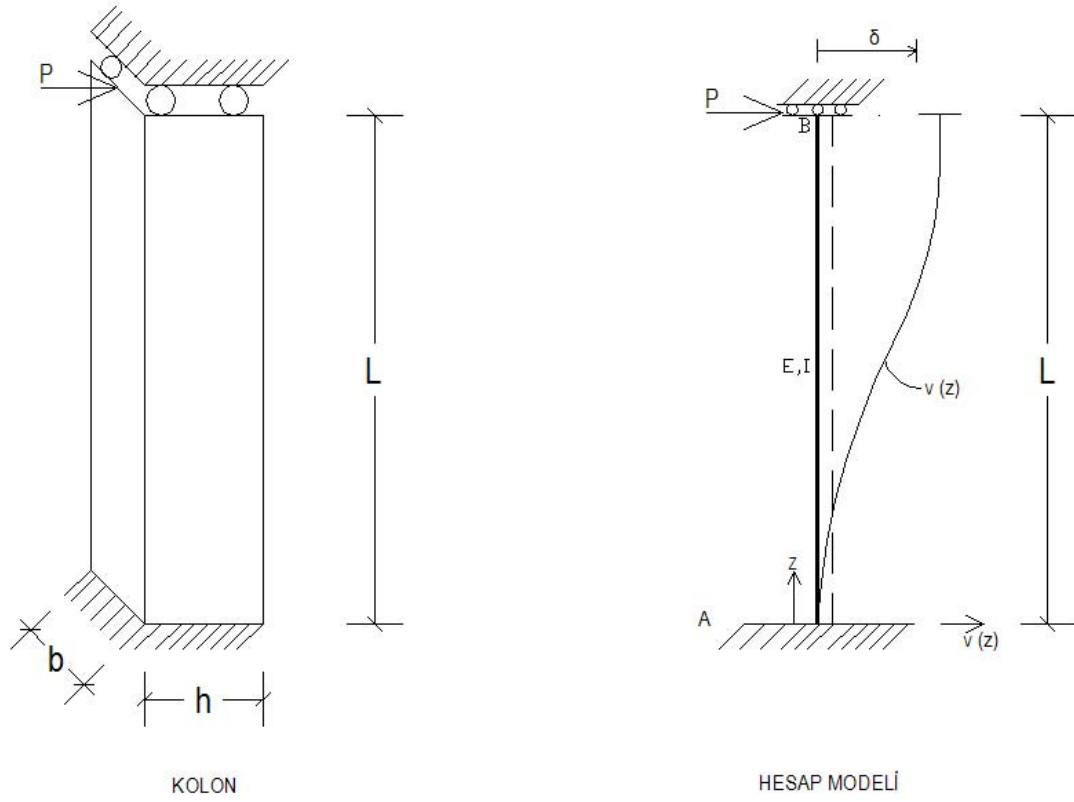
$$\delta = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{P \times L^3}{3} \right) \rightarrow P = \frac{3 \times EI}{L^3} \times \delta \quad (4.7)$$

Yatay yerdeğiştirme rijitliği kolon uçlarını birbirlerine göre  $\delta = 1$  birim yatay hareket ettirebilmek için gerekli olan yatay kuvvet olduğundan, yukarıda  $\delta = 1$  yazılarak

$$k = P^{(1)} = \frac{3 \times EI}{L^3} \quad (4.8)$$

olarak kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği belirlenmiş olur.

**Uygulama 2:** İkinci uygulama olarak altta ankastre üstte ise kayıcı ankastre mesnetli olan kolonu ele alalım, Şekil 4.2. Dördüncü türevli ifadeyi kullanarak çözümü yapmaya çalışalım.



Şekil 4.2. Altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolon

$$EI \times v^{IV}(z) = q_y(z)$$

$q_y(z) = 0$  olduğundan yukarıdaki ifade

$EI \times v^{IV}(z) = 0$  olur. Ardışık integraller alınırsa

$$EI \times v^{III}(z) = C_1$$

$$EI \times v^{II}(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4$$

ifadeleri elde edilir.

Sınır (uç) şartları:

$$z = 0 \text{ 'da } v(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + 0 + C_4 \rightarrow C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v'(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + C_3 \rightarrow C_3 = 0$$

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P \text{ 'dir.}$$

$$-EI \times v'''(z = L) = T_y(z = L) = P \quad -C_1 = P \rightarrow C_1 = -P$$

$$z = L \text{ 'de dönme sıfırdır. } v'(L) = 0 \text{ dir.}$$

$$EI \times v'(L) = \frac{C_1 \times L^2}{2} + C_2 \times L + C_3 \quad EI \times 0 = \frac{C_1 \times L^2}{2} + C_2 \times L + 0$$

$$C_1 \times L^2 = -2 \times C_2 \times L$$

$$C_2 = \frac{P \times L}{2}$$

Dolayısıyla elastik eğri fonksiyonu

$$EI \times v(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4$$

$$EI \times v(z) = -\frac{P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{4} + 0 + 0$$

$$v(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{4} \right) \quad (4.9)$$

olarak belirlenmiş olur.  $z=L$  'deki yerdeğiştirme

$$v(z = L) = \delta = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times L^3}{6} + \frac{P \times L \times L^2}{4} \right) \quad (4.10)$$

$$\delta = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{P \times L^3}{12} \right) \rightarrow P = \frac{12 \times EI}{L^3} \times \delta \quad (4.11)$$

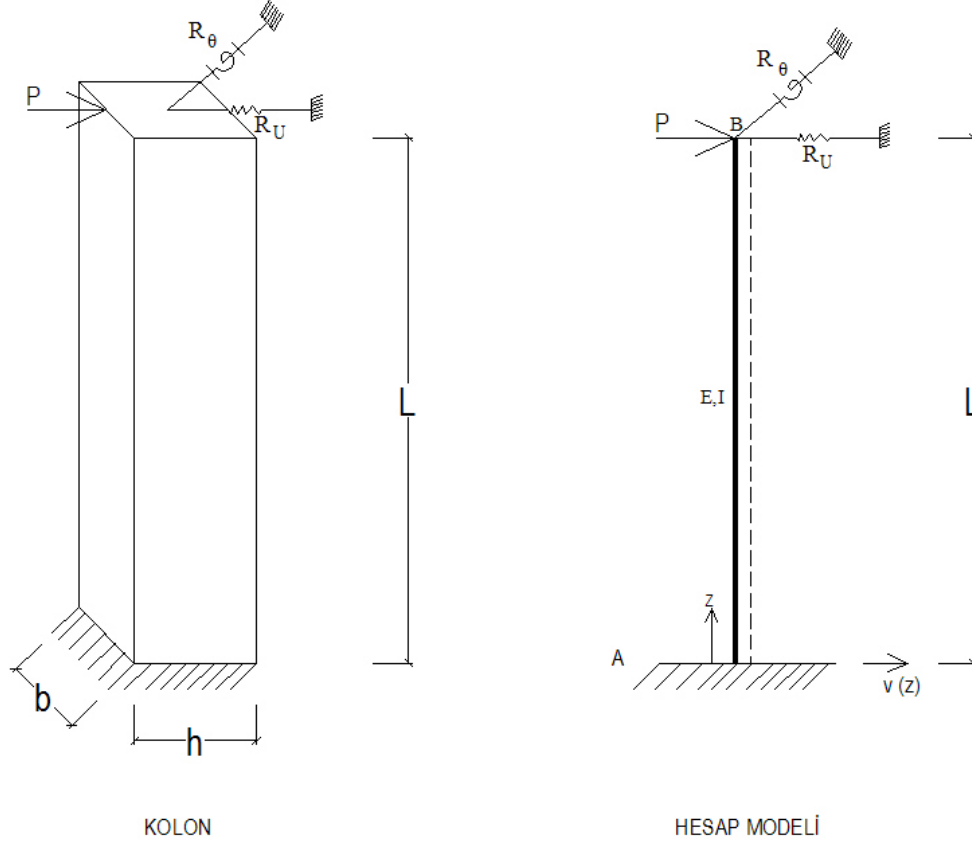
olur.

Yatay yerdeğiştirme rijitliği için  $\delta = 1$  yazılarak

$$k = P^{(1)} = \frac{12 \times EI}{L^3} \quad (4.13)$$

şeklinde kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği belirlenmiş olur.

**Uygulama 3:** Üçüncü olarak altta ankastre üstte ise dönmeye ve ötelemeye karşı elastik olarak mesnetli olan kolonu ele alalım, Şekil 4.3.



Şekil 4.3. Altta ankastre üstte elastik olarak mesnetli kolon

$$EI \times v^{IV}(z) = q_y(z)$$

Yine  $q_y(z) = 0$  olduğundan yukarıdaki ifade  $EI \times v^{IV}(z) = 0$  olur. Ardışık integraller alınır

$$EI \times v^{III}(z) = C_1$$

$$EI \times v^{II}(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4$$

ifadeleri elde edilir.

Sınır (uç) şartları:

$$z = 0 \text{ 'da } v(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + 0 + C_4 \rightarrow C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v'(z = 0) = 0 \text{ 'dır. } EI \times 0 = 0 + 0 + C_3 \rightarrow C_3 = 0$$

$$-EI \times v''(z = L) = M(L) = R_\theta \times v'(L) \text{ 'dir.}$$

$$-EI \times v''(z = L) = R_\theta \times v'(L)$$

$$-C_1 \times L - C_2 = \frac{R_\theta}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L^2}{2} + C_2 \times L \right)$$

Gerekli ara işlemler yapıldığında

$$\frac{R_\theta \times L}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L}{2} + C_2 \right) + (C_1 \times L + C_2) = 0$$

ifadesi, ve bu ifade düzenlendiğinde

$$\frac{C_1 \times L}{2} \times \left( \frac{R_\theta \times L}{EI} + 2 \right) + C_2 \times \left( \frac{R_\theta \times L}{EI} + 1 \right) = 0 \quad (4.14)$$

ifadesine ulaşılır.

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P - R_U \times v(L) \text{ 'dir.}$$

$$-EI \times v'''(z = L) = P - R_U \times v(L)$$

$$-C_1 = P - R_U \times \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L^3}{6} + \frac{C_2 \times L^2}{2} \right)$$

$$-C_1 = P - \frac{R_U \times L^2}{2 \times EI} \times \left( \frac{C_1 \times L}{3} + C_2 \right) \quad (4.15)$$

Bu ifade düzenlendiğinde

$$C_1 \times \left( \frac{6 \times EI \times P}{R_U \times L^3 - 6 \times EI} - 1 \right) = P - \frac{R_U \times L^2}{2 \times EI} \times C_2 \quad (4.16)$$

bağıntısına ulaşılır. Burada  $C_1$  çekilirse

$$C_1 = \frac{6 \times EI \times P}{R_U \times L^3 - 6 \times EI} - \left( \frac{3 \times R_U \times L^2}{R_U \times L^3 - 6 \times EI} \right) \times C_2 \quad (4.17)$$

elde edilir.  $C_1$  'in bu değeri (4.14)' e yazılıp gerekli işlemler yapılırsa  $C_2$  ;

$$C_2 = \frac{(3 \times R_\theta \times L + 6 \times EI) \times P \times L \times EI}{EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_\theta \times R_U \times L^4} \quad (4.18)$$

olarak bulunur.  $C_2$  'nin bu değeri (4.16) ya yazıldığında

$$C_1 = \frac{6 \times EI \times \left\{ 2 \times P \times \left[ EI(2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4 \right] - P \times R_U \times L^3 \times (3 \times R_\theta \times L + 6 \times EI) \right\}}{2 \times (R_U \times L^3 - 6 \times EI) \times \left[ EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_\theta \times R_U \times L^4 \right]} \quad (4.19)$$

olarak  $C_1$  'in değeri de elde edilmiş olur.

Böylece elastik eğri fonksiyonu

$$EI \times v_{(z)} = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad (4.20)$$

ifadesinde belirlenmiş olan integrasyon sabitleri yazılarak;

$$v_{(z)} = \left( \frac{\left\{ 2 \times P \times \left[ EI(2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4 \right] - P \times R_U \times L^3 \times (3 \times R_\theta \times L + 6 \times EI) \right\}}{2 \times (R_U \times L^3 - 6 \times EI) \times \left[ EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_\theta \times R_U \times L^4 \right]} \times z^3 + \frac{(3 \times R_\theta \times L + 6 \times EI) \times P \times L}{2 \times EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_\theta \times R_U \times L^4} \times z^2 \right)$$

olarak elde edilmiş olur.

Şimdi bu ifadenin sağlamasını yapalım:  $R_U = 0$  ve  $R_\theta = 0$  alındığında altta

ankastre üstte serbest bir kolon söz konusu olacağından  $v(L) = \frac{P \times L^3}{3 \times EI}$  elde edilmeli.

(4.10) ifadesinde  $R_U = 0$  ve  $R_\theta = 0$  yazıldığında gerçektende  $v(L) = \frac{P \times L^3}{3 \times EI}$  değeri

elde edilmektedir. Benzer şekilde  $R_U = 0$  ve  $R_\theta \rightarrow \infty$  alındığında, altta ankastre

üstte ise kayıcı ankastre kolona ait yerdeğiştirme değeri olan  $v(L) = \frac{P \times L^3}{12 \times EI}$  değeri

elde edilmektedir.



Şimdi  $R_U \neq 0$  ve  $R_\theta \neq 0$  olması durumu için  $\delta = v(L)$  'yi hesaplayalım.

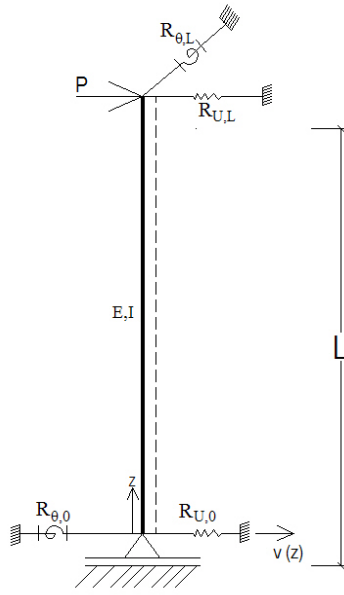
$$\delta = v(L) = \frac{P \times L^3 \times [EI \times (2 \times R_U \times L^3 - 12 \times EI - 3 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4]}{(R_U \times L^3 - 6 \times EI) \times [EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4]} \quad (4.21)$$

Şimdi  $\delta = 1$  için  $P$  çekilirse kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği için aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

$$k = P^{(1)} = \frac{(R_U \times L^3 - 6 \times EI) \times [EI \times (2 \times R_U \times L^3 + 6 \times EI + 6 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4]}{L^3 \times [EI \times (2 \times R_U \times L^3 - 12 \times EI - 3 \times R_\theta \times L) + R_U \times R_\theta \times L^4]} \quad (4.22)$$

Bu ifadeden görüldüğü gibi kolonun üst ucundaki elastik mesnetlerin etkisi, kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği üzerinde, beklendiği gibi ve doğal olarak yer almaktadır.

**Uygulama 4:** Son örnekte, en genel kolon olan altta ve üstte dönmeye ve ötelemeye karşı elastik olarak mesnetli durumdaki kolonu dikkate alalım, Şekil 4.4. Bu kolon için de üçüncü örnekteki benzer işlemler yapılarak, önce elastik eğri fonksiyonu, sonra yatay yerdeğiştirme rijitliği elde edilebilir. Burada birincil amaç uç şartlarının rijitlik üzerindeki etkisini belirlemek olmadığından, bu kolon için oldukça uzun olacakları tahmin edilebilecek işlemlerin yapılması yoluna gidilmemiştir. Ancak, hesaplar yapılmış olsaydı yatay yerdeğiştirme rijitliğini etkileyen parametrelerin yalnızca  $EI$  ve  $L$  olmadığı,  $R_{U,0}, R_{\theta,0}, R_{U,L}$  ve  $R_{\theta,L}$  'nin de rijitlikte yer aldığı görülmüş olacaktı.

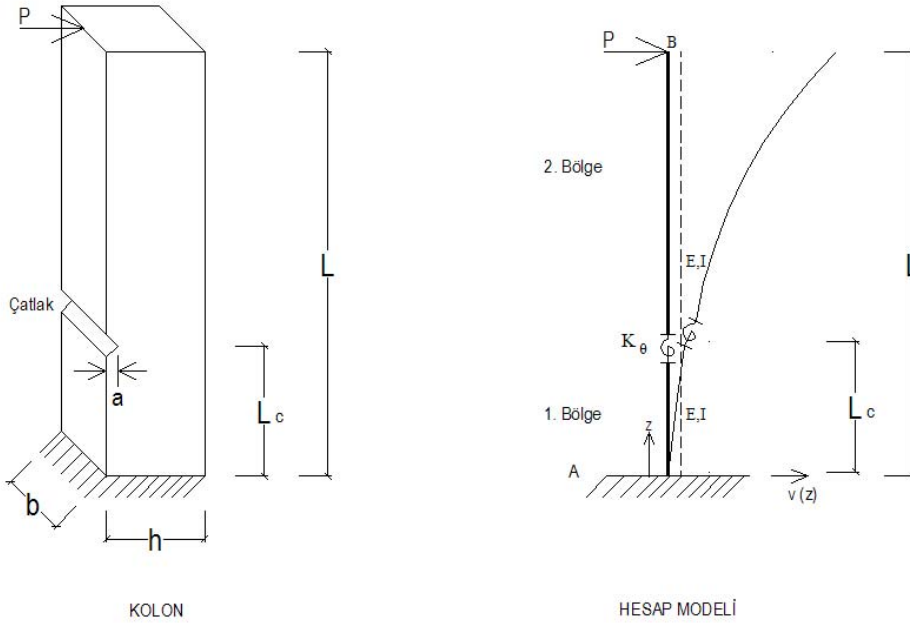


HESAP MODELİ

Şekil 4.4. Alttan ve üstte elastik olarak mesnetli kolon

Şimdi, yukarıda ele alınmış olan dört kolondan ilk üç tanesinin tek çatlaklı olmaları durumları için yatay yerdeğiştirme rijitlik değerlerini belirleyelim.

**Uygulama 5:** Bu uygulamada, birinci uygulamadaki kolonun tek çatlaklı durumu ele alınmıştır, Şekil 4.5.



KOLON

HESAP MODELİ

Şekil 4.5. Tek çatlaklı konsol kolon

$$EI \times v_1^{IV}(z) = q_1(z)$$

$q_1(z) = 0$  olduğundan yukarıdaki ifade

$EI \times v_1^{IV}(z) = 0$  olur. Ardışık integraller aşağıdaki gibi alınır:

$$EI \times v_1^{III}(z) = C_1$$

$$EI \times v_1^{II}(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v_1^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v_1(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad 0 \leq z \leq L_c$$

$$EI \times v_2^{IV}(z) = q_2(z) = 0$$

$$EI \times v_2^{III}(z) = D_1$$

$$EI \times v_2^{II}(z) = D_1 \times z + D_2$$

$$EI \times v_2^I(z) = \frac{D_1 \times z^2}{2} + D_2 \times z + D_3$$

$$EI \times v_2(z) = \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \quad L_c \leq z \leq L$$

Sınır koşulları:

$$z = 0 \text{ 'da } v_1(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v_1^I(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_3 = 0$$

$$z = L \text{ 'de } M(z = L) = 0 \text{ 'dır. } EI \times v_2^{II}(L) = 0 = D_1 \times L + D_2 \quad D_2 = -D_1 \times L$$

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P \text{ 'dır. } -EI \times v_2^{III}(L) = P = -D_1 \quad D_1 = -P$$

$$D_2 = P \times L$$

Böylece dört sabit belirlendi ve geriye diğer dördü kalmış oldu. Bunlarda çatlaklı kesiti temsil eden dönme yayının olduğu yerde (yani iki bölgenin sınırında) yazılacak aşağıdaki koşullardan elde edilecektir.

Süreklilik koşulları:

\*  $v_1(z = L_c) = v_2(z = L_c)$  'dir.

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{C_1 \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} + C_3 \times L_c + C_4 \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{D_1 \times L_c^3}{6} + \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \right)$$

$$\frac{C_1 \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} = \frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{P \times L \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \quad (4.23)$$

\*  $M_1(z = L_c) = M_2(z = L_c)$  'dir.

$$\begin{aligned} -EI \times v_1''(L_c) &= -EI \times v_2''(L_c) & C_1 \times L_c + C_2 &= D_1 \times L_c + D_2 \\ C_1 \times L_c + C_2 &= -P \times L_c + P \times L & & \end{aligned} \quad (4.24)$$

\*  $T_1(z = L_c) = T_2(z = L_c)$  'dir

$$\begin{aligned} -EI \times v_1'''(L_c) &= -EI \times v_2'''(L_c) & -C_1 &= -D_1 \\ C_1 &= D_1 = -P & & \end{aligned} \quad (4.25)$$

(4.24)'den

$$\begin{aligned} C_1 \times L_c + C_2 &= -P \times L_c + P \times L \\ -P \times L_c + C_2 &= -P \times L_c + P \times L \\ C_2 &= D_2 = P \times L \end{aligned}$$

Süreksizlik koşulu:

$z = L_c$  'de dönmeler süreksizdir, ancak aralarında şu bağıntı yazılabilir:

$$\Delta\theta = v_2'(L_c) - v_1'(L_c) = -\frac{M(L_c)}{K_\theta}$$

$$\frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L_c^2}{2} + D_2 \times L_c + D_3 \right) - \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L_c^2}{2} + C_2 \times L_c + C_3 \right) = -\frac{-EI \times v_1''(L_c)}{K_\theta}$$

$$\frac{D_3 - C_3}{EI} = \frac{C_1 \times L_c + C_2}{K_\theta}$$

$$D_3 - 0 = \frac{EI}{K_\theta} \times (-P \times L_c + P \times L)$$

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times P \times (L - L_c)$$

$$(4.23)'den \quad \frac{C_1 \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} = \frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{P \times L \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4$$

$$\frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{P \times L \times L_c^2}{2} = \frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{P \times L \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4$$

$$D_3 \times L_c + D_4 = 0 \quad (4.26)$$

$$D_4 = -\frac{EI}{K_\theta} \times P \times L_c \times (L - L_c)$$

Böylece  $v_1(z)$  ve  $v_2(z)$  elastik eğri fonksiyonları şöyle yazabilir.

$$v_1(z) = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} \right] \quad 0 \leq z \leq L_c$$

$$v_2(z) = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} + \frac{EI}{K_\theta} \times P \times (L - L_c) \times z - \frac{EI}{K_\theta} \times P \times L_c \times (L - L_c) \right]$$

$$L_c \leq z \leq L$$

$v_B = \delta$   $v_2(z)$  fonksiyonunda  $z = L$  yazılarak elde edilir:

$$v_B = v_2(z = L) = \delta = \frac{1}{EI} \times \left[ \frac{P \times L^3}{3} + \frac{EI}{K_\theta} \times P \times (L - L_c)^2 \right]$$

Kontrol edelim:

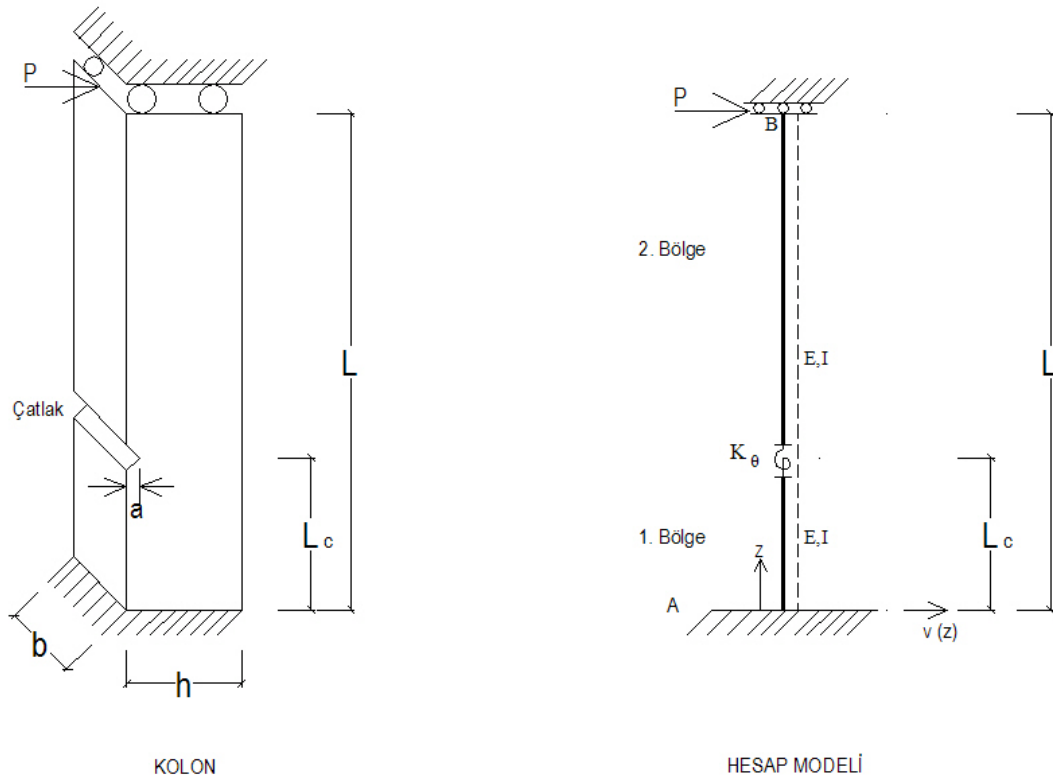
$K_\theta \rightarrow \infty$  için kolon çatlaksız bir kolon durumunda olmalıdır. Gerçekten  $K_\theta \rightarrow \infty$  alındığında  $v_B = \delta = \frac{P \times L^3}{3 \times EI}$  değeri elde edilmektedir. Ayrıca  $L_c \rightarrow L$  olduğunda yine kolon çatlaksız gibi davranmalıdır. Gerçekten  $L_c = L$  alındığında  $v_B = \delta = \frac{P \times L^3}{3 \times EI}$  sonucu elde edilmektedir.

$\delta = 1$  için  $P$  çekildiğinde, kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği

$$k = P^{(1)} = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

ifadesi olarak belirlenmiş olur.

**Uygulama 6:** Bu uygulamada, ikinci uygulamadaki kolonun tek çatlaklı hali ele alınmıştır, Şekil 4.6.



Şekil 4.6. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolon

Dördüncü türevli ifade

$$EI \times v_1^{IV}(z) = q_1(z) \text{ şeklindedir.}$$

Problemde  $q_1(z) = 0$  olduğundan bu ifade

$$EI \times v_1^{IV}(z) = 0 \text{ olur. Ardışık integraller alınırsa}$$

$$EI \times v_1^{III}(z) = C_1$$

$$EI \times v_1^{II}(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v_1^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v_1(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad 0 \leq z \leq L_c$$

$$EI \times v_2^{IV}(z) = q_2(z) = 0$$

$$EI \times v_2^{III}(z) = D_1$$

$$EI \times v_2^{II}(z) = D_1 \times z + D_2$$

$$EI \times v_2^I(z) = \frac{D_1 \times z^2}{2} + D_2 \times z + D_3$$

$$EI \times v_2(z) = \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \quad L_c \leq z \leq L$$

ifadelerine ulaşılır.

Sınır koşulları:

$$z = 0 \text{ 'da } v_1(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v_1^I(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_3 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } T(z = 0) = P \text{ 'dır.} \quad -EI \times v_1^{III}(0) = P = -C_1 \rightarrow C_1 = -P$$

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P \text{ 'dır.} \quad -EI \times v_2^{III}(L) = P = -D_1 \rightarrow D_1 = -P$$

$$z = L \text{ 'de } v_2^I(z = L) = 0 \text{ 'dır.} \quad 0 = \frac{D_1 \times L^2}{2} + D_2 \times L + D_3 \rightarrow 0 = \frac{-P \times L^2}{2} + D_2 \times L + D_3$$

$$D_2 \times L + D_3 = \frac{P \times L^2}{2} \quad (4.27)$$

Süreklilik koşulları:

\*  $v_1(z = L_c) = v_2(z = L_c)$  'dir.

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{C_1 \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} + C_3 \times L_c + C_4 \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{D_1 \times L_c^3}{6} + \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \right)$$

$$\frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} + 0 + 0 = \frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4$$

$$\frac{C_2 \times L_c^2}{2} = \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \quad (4.28)$$

\*  $M_1(z = L_c) = M_2(z = L_c)$  'dir.

$$-EI \times v_1''(L_c) = -EI \times v_2''(L_c)$$

$$C_1 \times L_c + C_2 = D_1 \times L_c + D_2$$

$$-P \times L_c + C_2 = -P \times L_c + D_2 \rightarrow C_2 = D_2 \quad (4.29)$$

$$(4.29) \text{ ve } (4.28) \text{ 'den } D_3 \times L_c + D_4 = 0 \quad (4.30)$$

\*  $T_1(z = L_c) = T_2(z = L_c)$  'dir

$$-EI \times v_1'''(L_c) = -EI \times v_2'''(L_c)$$

$$-C_1 = -D_1 \rightarrow C_1 = D_1 = -P$$

Süreksizlik koşulu:

$z = L_c$  'de dönmeler süreksizdir ve aralarında

$$\Delta\theta = v_2'(L_c) - v_1'(L_c) = -\frac{M(L_c)}{K_\theta}$$

bağıntısı yazılabilir.

$$\frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L_c^2}{2} + D_2 \times L_c + D_3 \right) - \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L_c^2}{2} + C_2 \times L_c + C_3 \right) = -\frac{-EI \times v_1''(L_c)}{K_\theta}$$



$$\frac{D_3 - C_3}{EI} = \frac{C_1 \times L_c + C_2}{K_\theta}$$

$$D_3 - 0 = \frac{EI}{K_\theta} \times (-P \times L_c + C_2)$$

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times (C_2 - P \times L_c) \quad (4.31)$$

(4.29)' den  $C_2 = D_2$  olduğu dikkate alınır (4.31) ifadesi

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times (D_2 - P \times L_c) \quad (4.32)$$

olur.

$D_3$  'ün bu değeri (4.27)'e yazılırsa

$$D_2 \times L + D_3 = \frac{P \times L^2}{2}$$

$$D_2 \times L + \frac{EI}{K_\theta} \times (D_2 - P \times L_c) = \frac{P \times L^2}{2}$$

$$D_2 \times L + D_2 \times \frac{EI}{K_\theta} - \frac{P \times L_c \times EI}{K_\theta} = \frac{P \times L^2}{2}$$

$$D_2 \times \left( L + \frac{EI}{K_\theta} \right) = \frac{P \times L^2}{2} + \frac{P \times L_c \times EI}{K_\theta}$$

$$D_2 \times \left( \frac{L \times K_\theta + EI}{K_\theta} \right) = \frac{P \times L^2 \times K_\theta + 2 \times P \times L_c \times EI}{2 \times K_\theta}$$

$$D_2 \times (L \times K_\theta + EI) = \frac{P \times (L^2 \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI)}{2}$$

$$D_2 = \frac{P \times (L^2 \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} = C_2 \quad (4.33)$$

$D_2$  'nin bu değeri (4.32) ye yazılırsa  $D_3$

$$\begin{aligned}
D_3 &= \frac{EI}{K_\theta} \times (D_2 - P \times L_c) \\
D_3 &= \frac{EI}{K_\theta} \times \left( \frac{P \times (L^2 \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} - P \times L_c \right) \\
D_3 &= \frac{EI}{K_\theta} \times \left( \frac{P \times L^2 \times K_\theta + 2 \times P \times L_c \times EI - 2 \times P \times L_c \times L \times K_\theta - 2 \times P \times L_c \times EI}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \right) \\
D_3 &= \frac{EI}{K_\theta} \times \left( \frac{P \times L^2 \times K_\theta - 2 \times P \times L_c \times L \times K_\theta}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \right) \\
D_3 &= \frac{EI}{K_\theta} \times \frac{P \times L \times K_\theta \times (L - 2 \times L_c)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \\
D_3 &= \frac{EI \times P \times L \times (L - 2 \times L_c)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \tag{4.34}
\end{aligned}$$

olarak belirlenmiş olur.  $D_3$  'ün bu değeri (4.30) a yazıldığında

$$\begin{aligned}
D_3 \times L_c + D_4 &= 0 \\
D_4 &= -D_3 \times L_c \\
D_4 &= -\frac{EI \times P \times L \times L_c \times (L - 2 \times L_c)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \tag{4.35}
\end{aligned}$$

olarak  $D_4$  de belirlenmiş olmaktadır.  $C_i$  ve  $D_i$  'ler belirlendiğine göre artık  $v_1(z)$  ve  $v_2(z)$  elastik eğri fonksiyonları aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$\begin{aligned}
v_1(z) &= \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \right) \\
v_2(z) &= \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \right) \\
v_1(z) &= \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times (L^2 \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI) \times z^2}{4 \times (L \times K_\theta + EI)} \right) \quad 0 \leq z \leq L_c \\
v_2(z) &= \frac{1}{EI} \times \left[ \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times (L^2 \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI) \times z^2}{4 \times (L \times K_\theta + EI)} + \frac{EI \times P \times L \times (L - 2 \times L_c)}{2 \times (L \times K_\theta + EI)} \times (z - L_c) \right]
\end{aligned}$$



$$EI \times v_1^{IV}(z) = q_1(z)$$

Kolon eksenine dik etkiyen bir yayılı yük söz konusu olmadığından  $q_1(z) = 0$  olur ve yukarıdaki ifade

$$EI \times v_1^{IV}(z) = 0 \text{ halini alır. Ardışık integraller alındığında}$$

$$EI \times v_1^{III}(z) = C_1$$

$$EI \times v_1^{II}(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v_1^I(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v_1(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad 0 \leq z \leq L_c$$

$$EI \times v_2^{IV}(z) = q_2(z) = 0$$

$$EI \times v_2^{III}(z) = D_1$$

$$EI \times v_2^{II}(z) = D_1 \times z + D_2$$

$$EI \times v_2^I(z) = \frac{D_1 \times z^2}{2} + D_2 \times z + D_3$$

$$EI \times v_2(z) = \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \quad L_c \leq z \leq L$$

ifadelerine ulaşılır.

Sınır koşulları:

$$z = 0 \text{ 'da } v_1(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v_1^I(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_3 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } T(z = 0) = P \text{ 'dır.} \quad -EI \times v_1^{III}(0) = P = -C_1 \rightarrow C_1 = -P$$

$$z = L \text{ 'de } M(L) = R_\theta \times v_2^I(L) \quad -EI \times v_2^{II}(L) = R_\theta \times v_2^I(L)$$

$$-D_1 \times L - D_2 = \frac{R_\theta}{EI} \times \left[ \frac{D_1 \times L^2}{2} + D_2 \times L + D_3 \right]$$

$$D_1 \times L \times \left( \frac{R_\theta \times L}{2 \times EI} + 1 \right) + D_2 \times \left( \frac{R_\theta \times L}{EI} + 1 \right) + D_3 \times \left( \frac{R_\theta}{EI} \right) = 0 \quad (4.37)$$

$$z = L \text{ 'de } T(L) = P - R_U \times v_2(L) \quad -EI \times v_2^{III}(L) = P - R_U \times v_2(L)$$

$$\begin{aligned}
-D_1 &= P - R_U \times \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L^3}{6} + \frac{D_2 \times L^2}{2} + D_3 \times L + D_4 \right) \\
\frac{D_1 (6 \times EI - R_U \times L^3)}{6 \times EI} &= -P + R_U \times \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_2 \times L^2}{2} + D_3 \times L + D_4 \right)
\end{aligned} \quad (4.38)$$

Süreklilik koşulları:

\*  $v_1(z = L_c) = v_2(z = L_c)$  'dir.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{EI} \left( \frac{C_1 \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} + C_3 \times L_c + C_4 \right) &= \frac{1}{EI} \left( \frac{D_1 \times L_c^3}{6} + \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \right) \\
\frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{C_2 \times L_c^2}{2} + 0 + 0 &= \frac{-P \times L_c^3}{6} + \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4 \\
\frac{C_2 \times L_c^2}{2} &= \frac{D_2 \times L_c^2}{2} + D_3 \times L_c + D_4
\end{aligned} \quad (4.39)$$

\*  $M_1(z = L_c) = M_2(z = L_c)$  'dir.

$$\begin{aligned}
-EI \times v_1''(L_c) &= -EI \times v_2''(L_c) & C_1 \times L_c + C_2 &= D_1 \times L_c + D_2 \\
-P \times L_c + C_2 &= -P \times L_c + D_2 & \rightarrow C_2 &= D_2
\end{aligned} \quad (4.40)$$

$$(4.39) \text{ ve } (4.40) \text{ dan } D_3 \times L_c + D_4 = 0 \quad (4.41)$$

\*  $T_1(z = L_c) = T_2(z = L_c)$  'dir

$$-EI \times v_1'''(L_c) = -EI \times v_2'''(L_c) \quad -C_1 = -D_1 \rightarrow C_1 = D_1 = -P$$

Süreksizlik koşulu:

$z = L_c$  'de dönmeler süreksizdir ve aralarında şu bağıntı yazılabilir:

$$\Delta\theta = v_2'(L_c) - v_1'(L_c) = -\frac{M(L_c)}{K_\theta}$$

$$\frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L_c^2}{2} + D_2 \times L_c + D_3 \right) - \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L_c^2}{2} + C_2 \times L_c + C_3 \right) = -\frac{-EI \times v_1''(L_c)}{K_\theta}$$

$$\frac{D_3 - C_3}{EI} = \frac{C_1 \times L_c + C_2}{K_\theta}$$

$$D_3 - 0 = \frac{EI}{K_\theta} \times (-P \times L_c + C_2)$$

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times (C_2 - P \times L_c)$$

(4.40)' dan  $C_2 = D_2$  olduğu dikkate alınırsa bu denklem

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times (D_2 - P \times L_c) \quad (4.42)$$

olur.

$D_3$  'ün bu değeri (4.37) ye yazılırsa

$$\begin{aligned} D_1 \times L \times \left( \frac{R_\theta \times L}{2 \times EI} + 1 \right) + D_2 \times \left( \frac{R_\theta \times L}{EI} + 1 \right) + D_3 \times \left( \frac{R_\theta}{EI} \right) &= 0 \\ -P \times L \times \left( \frac{R_\theta \times L}{2 \times EI} + 1 \right) + D_2 \times \left( \frac{R_\theta \times L}{EI} + 1 \right) + \frac{R_\theta}{EI} \times \left[ \frac{EI}{K_\theta} \times (D_2 - P \times L_c) \right] &= 0 \\ D_2 = \frac{P \times (L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta)}{2 \times (R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta)} &= C_2 \end{aligned}$$

elde edilir.

$D_2$  'yi (4.42) ifadesine yazarsak;

$$D_3 = \frac{EI}{K_\theta} \times \left[ \frac{P \times (L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta)}{2 \times (R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta)} - P \times L_c \right]$$

(4.38) ifadesinde bulunanları yazarsak;

$$\frac{D_1(6 \times EI - R_U \times L^3)}{6 \times EI} = -P + R_U \times \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_2 \times L^2}{2} + D_3 \times L + D_4 \right)$$

$$D_4 = \frac{P \times L \times R_U}{2} \left[ \frac{L}{6 \times EI} \times \left( \frac{2 \times L \times R_\theta \times EI - L^2 \times R_\theta \times K_\theta - 6 \times EI \times L_c \times R_\theta - 4 \times EI \times K_\theta \times L}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) - \right. \\ \left. \frac{1}{K_\theta} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta - 2 \times R_\theta \times K_\theta \times L \times L_c - 2 \times EI \times K_\theta \times L_c}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) \right]$$

olarak  $D_4$  'de belirlenmiş olmaktadır.  $C_i$  ve  $D_i$  'ler belirlendiğine göre artık  $v_1(z)$  ve  $v_2(z)$  elastik eğri fonksiyonları aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$v_1(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \right)$$

$$v_2(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \right)$$

$\delta$  'nın hesabı için yalnızca  $v_2(z)$  fonksiyonunun açık olarak yazılması yeterli olur.

$$v_2(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times z^2}{4} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) + \right. \\ \left. + \frac{EI \times z \times P}{2 \times K_\theta} \times \left[ \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} - L_c \right] + \right. \\ \left. + \frac{P \times L \times R_U}{2} \left[ \frac{L}{6 \times EI} \times \left( \frac{2 \times L \times R_\theta \times EI - L^2 \times R_\theta \times K_\theta - 6 \times EI \times L_c \times R_\theta - 4 \times EI \times K_\theta \times L}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{K_\theta} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta - 2 \times R_\theta \times K_\theta \times L \times L_c - 2 \times EI \times K_\theta \times L_c}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) \right] \right)$$

Bu fonksiyona bağlı olarak  $\delta$  şöyle elde edilir:

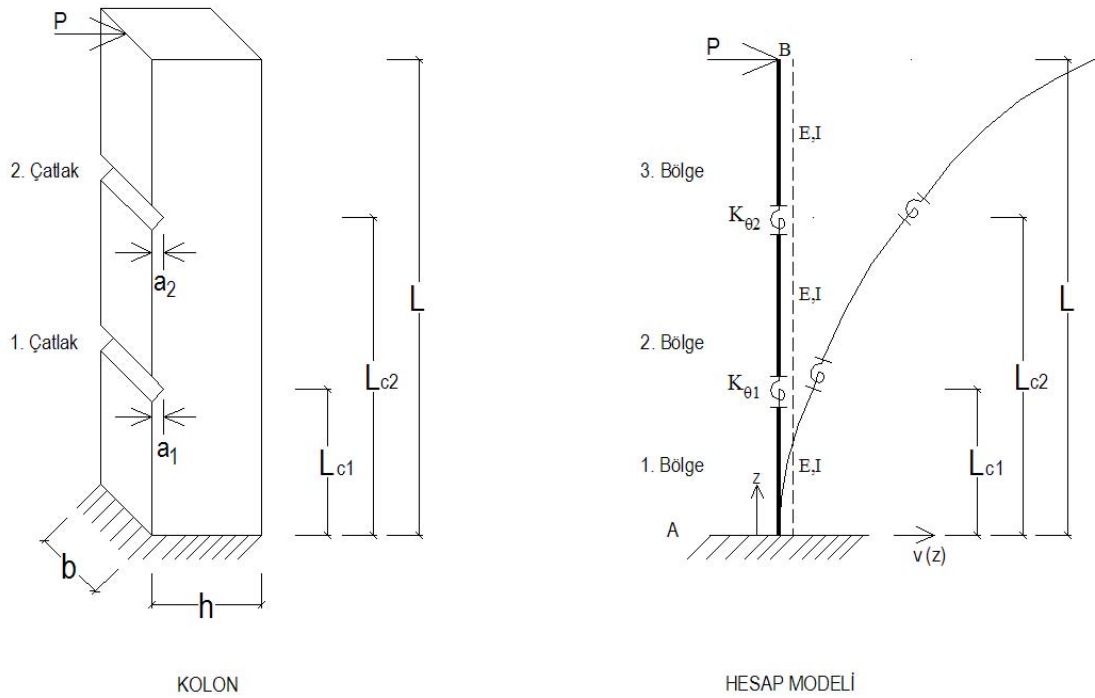
$$v_B = \delta = v_2(z=L) = \frac{P \times L}{EI} \times \left( \frac{-L^2}{6} + \frac{L}{4} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) + \right. \\ \left. + \frac{EI}{2 \times K_\theta} \times \left[ \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} - L_c \right] + \right. \\ \left. + \frac{R_U}{2} \left[ \frac{L}{6 \times EI} \times \left( \frac{2 \times L \times R_\theta \times EI - L^2 \times R_\theta \times K_\theta - 6 \times EI \times L_c \times R_\theta - 4 \times EI \times K_\theta \times L}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{1}{K_\theta} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta - 2 \times R_\theta \times K_\theta \times L \times L_c - 2 \times EI \times K_\theta \times L_c}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) \right] \right)$$

$\delta = 1$  için  $P$  çekilirse;

$$k = P^{(1)} = \frac{1}{\left[ \begin{aligned} & \frac{-L^2}{6} + \frac{L}{4} \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) + \\ & \frac{L}{EI} \times \left[ \frac{EI}{2 \times K_\theta} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta + 2 \times L_c \times EI \times R_\theta}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) - L_c \right] + \\ & + \frac{R_\theta}{2} \times \left[ \frac{L}{6 \times EI} \times \left( \frac{2 \times L \times R_\theta \times EI - L^2 \times R_\theta \times K_\theta - 6 \times EI \times L_c \times R_\theta - 4 \times EI \times K_\theta \times L}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{K_\theta} \times \left( \frac{L^2 \times R_\theta \times K_\theta + 2 \times L \times EI \times K_\theta - 2 \times R_\theta \times K_\theta \times L \times L_c - 2 \times EI \times K_\theta \times L_c}{R_\theta \times K_\theta \times L + EI \times K_\theta + EI \times R_\theta} \right) \right] \right] \quad (4.43) \end{aligned} \right.$$

olarak kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği belirlenmiş olur.

**Uygulama 8:** Burada, birinci uygulamadaki kolonun iki çatlaklı olması durumundaki, Şekil 4.8, yatay yerdeğiştirme rijitliği elde edilmeye çalışılmaktadır.



Şekil 4.8. İki çatlaklı konsol kolon

Kolonda iki çatlak olması durumunda üç bölge, dolayısıyla üç elastik eğri fonksiyonu söz konusudur:  $v_1(z)$ ,  $v_2(z)$ ,  $v_3(z)$

$$EI \times v_1^{IV}(z) = q_1(z) = 0$$

$$EI \times v_1^{III}(z) = C_1$$



$$EI \times v_1''(z) = C_1 \times z + C_2$$

$$EI \times v_1'(z) = \frac{C_1 \times z^2}{2} + C_2 \times z + C_3$$

$$EI \times v_1(z) = \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \quad 0 \leq z \leq L_{c1}$$

$$EI \times v_2''''(z) = q_2(z) = 0$$

$$EI \times v_2'''(z) = D_1$$

$$EI \times v_2''(z) = D_1 \times z + D_2$$

$$EI \times v_2'(z) = \frac{D_1 \times z^2}{2} + D_2 \times z + D_3$$

$$EI \times v_2(z) = \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \quad L_{c1} \leq z \leq L_{c2}$$

$$EI \times v_3''''(z) = q_2(z) = 0$$

$$EI \times v_3'''(z) = E_1$$

$$EI \times v_3''(z) = E_1 \times z + E_2$$

$$EI \times v_3'(z) = \frac{E_1 \times z^2}{2} + E_2 \times z + E_3$$

$$EI \times v_3(z) = \frac{E_1 \times z^3}{6} + \frac{E_2 \times z^2}{2} + E_3 \times z + E_4 \quad L_{c2} \leq z \leq L$$

Sınır koşulları:

$$z = 0 \text{ 'da } v_1(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_4 = 0$$

$$z = 0 \text{ 'da } v_1'(z = 0) = 0 \text{ 'dır.} \quad C_3 = 0$$

$$z = L \text{ 'de } M(z = L) = 0 \text{ 'dır.} \quad -EI \times v_3''(L) = 0 = -E_1 \times L - E_2 \quad E_2 = -E_1 \times L$$

$$z = L \text{ 'de } T(z = L) = P \text{ 'dır.} \quad -EI \times v_3'''(L) = P = -E_1$$

$$E_1 = -P$$

$$E_2 = P \times L$$

Süreklilik ve süreksizlik koşulları:

$z = L_{c2}$  'deki koşullar:

\*  $T_2(z = L_{c2}) = T_3(z = L_{c2})$  'dir

$$-EI \times v_2'''(L_{c2}) = -EI \times v_3'''(L_{c2}) \quad -D_1 = -E_1 \rightarrow D_1 = E_1 = -P$$

\*  $M_2(z = L_{c2}) = M_3(z = L_{c2})$  'dir.

$$-EI \times v_2''(L_{c2}) = -EI \times v_3''(L_{c2}) \quad -D_1 \times L_{c2} - D_2 = -E_1 \times L_{c2} - E_2$$

$$-P \times L_{c2} + D_2 = -P + P \times L$$

$$D_2 = P \times L$$

$$* \Delta \theta_2 = v_3'(L_{c2}) - v_2'(L_{c2}) = -\frac{M_2(L_{c2})}{K_{\theta 2}}$$

$$\frac{1}{EI} \times \left( \frac{E_1 \times L_{c2}^2}{2} + E_2 \times L_{c2} + E_3 \right) - \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L_{c2}^2}{2} + D_2 \times L_{c2} + D_3 \right) = -\frac{-EI \times v_2''(L_{c2})}{K_{\theta 2}}$$

$$\frac{E_3 - D_3}{EI} = -\frac{-D_1 \times L_{c2} - D_2}{K_{\theta 2}} \rightarrow \frac{E_3 - D_3}{EI} = -\frac{D_1 \times L_{c2} + D_2}{K_{\theta 2}}$$

$$E_3 - D_3 = \frac{EI}{K_{\theta 2}} \times (-P \times L_{c2} + P \times L)$$

$$E_3 - D_3 = \frac{EI}{K_{\theta 2}} \times P \times (L - L_{c2}) \quad (4.44)$$

\*  $v_2(z = L_{c2}) = V_3(z = L_{c2})$  'dir.

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{D_1 \times L_{c2}^3}{6} + \frac{D_2 \times L_{c2}^2}{2} + D_3 \times L_{c2} + D_4 \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{E_1 \times L_{c2}^3}{6} + \frac{E_2 \times L_{c2}^2}{2} + E_3 \times L_{c2} + E_4 \right)$$

$$D_3 \times L_{c2} + D_4 = E_3 \times L_{c2} + E_4 \rightarrow (E_3 - D_3) \times L_{c2} + E_4 - D_4 = 0 \quad (4.45)$$

$z = L_{c1}$  'deki koşullar:

\*  $T_1(z = L_{c1}) = T_2(z = L_{c1})$  'dir

$$\begin{aligned} -EI \times v_1'''(L_{c1}) &= -EI \times v_2'''(L_{c1}) & -C_1 &= -D_1 \\ & & C_1 &= D_1 = -P \end{aligned}$$

\*  $M_1(z = L_{c1}) = M_2(z = L_{c1})$  'dir.

$$\begin{aligned} -EI \times v_1''(L_{c1}) &= -EI \times v_2''(L_{c1}) & -C_1 \times L_{c1} - C_2 &= -D_1 \times L_{c1} - D_2 \\ -P \times L_{c1} + C_2 &= -P \times L_{c1} + D_2 & \rightarrow C_2 - D_2 &= P \times L \end{aligned}$$

\*  $z = L_{c1}$  'de

$$\Delta\theta_1 = v_2'(L_{c1}) - v_1'(L_{c1}) = -\frac{M_1(L_{c1})}{K_{\theta 1}} \text{ yazılabilir.}$$

$$\frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times L_{c1}^2}{2} + D_2 \times L_{c1} + D_3 \right) - \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times L_{c1}^2}{2} + C_2 \times L_{c1} + C_3 \right) = -\frac{-EI \times v_1''(L_{c1})}{K_{\theta 1}}$$

$$\frac{D_3 - C_3}{EI} = \frac{C_1 \times L_{c1} + C_2}{K_{\theta 1}}$$

$$D_3 - C_3 = \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times (-P \times L_{c1} + P \times L)$$

$$D_3 - C_3 = \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \quad (4.46)$$

\*  $v_1(z = L_{c1}) = v_2(z = L_{c1})$  'dir.

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{C_1 \times L_{c1}^3}{6} + \frac{C_2 \times L_{c1}^2}{2} + C_3 \times L_{c1} + C_4 \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{D_1 \times L_{c1}^3}{6} + \frac{D_2 \times L_{c1}^2}{2} + D_3 \times L_{c1} + D_4 \right)$$

$$C_3 \times L_{c1} + C_4 = D_3 \times L_{c1} + D_4 \rightarrow (D_3 - C_3) \times L_{c1} + D_4 - C_4 = 0 \quad (4.47)$$

Şimdi (4.43), (4.44), (4.45) ve (4.46) denklemlerini toplu olarak görelim:

$$E_3 - D_3 = \frac{EI}{K_{\theta 2}} \times P \times (L - L_{c2}) \quad (4.44)$$

$$(E_3 - D_3) \times L_{c2} + E_4 - D_4 = 0 \quad (4.45)$$

$$D_3 - C_3 = \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \quad (4.46)$$

$$(D_3 - C_3) \times L_{c1} + D_4 - C_4 = 0 \quad (4.47)$$

$C_3 = 0$  olduğundan (4.46)'den:  $D_3 = \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1})$  olur.

$C_3 = 0$  ve  $C_4 = 0$  olduğundan (4.47)'den:  $D_3 \times L_{c1} + D_4 = 0$

$$D_4 = -D_3 \times L_{c1}$$

$$D_4 = -\frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \times L_{c1} \text{ olur.}$$

$D_3$  'ün belirlenmiş olan değeri (4.44)' e yazılıp  $E_3$  çekilirse;

$$E_3 = D_3 + \frac{EI}{K_{\theta 2}} \times P \times (L - L_{c2})$$

$$E_3 = \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) + \frac{EI}{K_{\theta 2}} \times P \times (L - L_{c2})$$

$$E_3 = EI \times P \times \left[ \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right] \text{ olarak belirlenmiş edilir.}$$

$D_3$ ,  $D_4$  ve  $E_3$  'ün değerleri (4.45)'ye yazılırsa;

$$(E_3 - D_3) \times L_{c2} + E_4 - D_4 = 0 \rightarrow E_4 = D_4 + (D_3 - E_3) \times L_{c2}$$

$$E_4 = -\frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \times L_{c1} + \left\{ \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) - EI \times P \times \left[ \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right] \right\} \times L_{c2}$$

$$E_4 = -\frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \times L_{c1} + \frac{EI}{K_{\theta 1}} \times P \times (L - L_{c1}) \times L_{c2} - EI \times P \times \left[ \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right] \times L_{c2}$$

$$E_4 = \frac{EI \times P}{K_{\theta 1}} \times (L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1}) - EI \times P \times \left[ \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right] \times L_{c2}$$

olarak bu sabit de belirlenmiş olur.

Böylece  $C_i, D_i$  ve  $E_i$  'ler belirlendiğine göre  $v_1(z)$ ,  $v_2(z)$  ve  $v_3(z)$  elastik eğri fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$v_1(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{C_1 \times z^3}{6} + \frac{C_2 \times z^2}{2} + C_3 \times z + C_4 \right) \quad 0 \leq z \leq L_{c1}$$

$$v_2(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{D_1 \times z^3}{6} + \frac{D_2 \times z^2}{2} + D_3 \times z + D_4 \right) \quad L_{c1} \leq z \leq L_{c2}$$

$$v_3(z) = \frac{1}{EI} \times \left( \frac{E_1 \times z^3}{6} + \frac{E_2 \times z^2}{2} + E_3 \times z + E_4 \right) \quad L_{c2} \leq z \leq L$$

$v_B = \delta$  için  $v_3(z)$  fonksiyonu gerektiğinden yalnızca bu fonksiyonun yazılması yeterlidir:

$$v_3(z) = \frac{1}{EI} \times \left[ \begin{aligned} & \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} + EI \times P \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right) \times z + \\ & + \frac{EI \times P}{K_{\theta 1}} \times (L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1}) - EI \times P \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right) \times L_{c2} \end{aligned} \right]$$

$$v_3(z) = \frac{1}{EI} \times \left[ \frac{-P \times z^3}{6} + \frac{P \times L \times z^2}{2} + \frac{EI \times P}{K_{\theta 1}} \times (L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1}) + EI \times P \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right) \times (z - L_{c2}) \right]$$

$$\delta = P \times \left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{(L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1})}{K_{\theta 1}} + (L - L_{c2}) \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right) \right]$$

$\delta = 1$  için  $P$  çekilirse iki çatlaklı bu kolonun yatay yerdeğiştirme rijitliği aşağıdaki ifade olarak elde edilmiş olur.

$$k = P^{(1)} = \frac{1}{\frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{(L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1})}{K_{\theta 1}} + (L - L_{c2}) \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \frac{L - L_{c2}}{K_{\theta 2}} \right)} \quad (4.48)$$

Kolonda  $n$  adet çatlak bulunması durumunda yukarıdaki ifade aşağıdaki genel halini almaktadır.

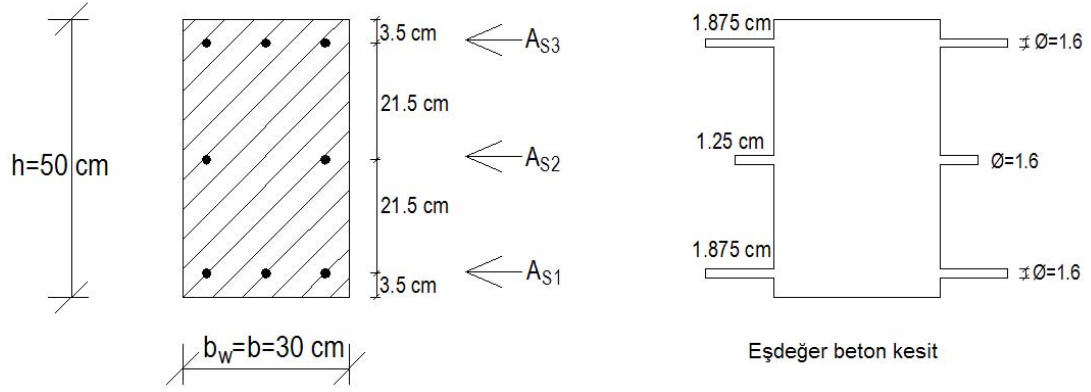
$$k = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{(L - L_{c1}) \times (L_{c2} - L_{c1})}{K_{\theta 1}} + \dots + \frac{(L - L_{c_i}) \times (L_{c_{i+1}} - L_{c_i})}{K_{\theta_i}} + \dots + \frac{(L - L_{c_n}) \times (L_{c_n} - L_{c_{n-1}})}{K_{\theta_{n-1}}} + \right. \\ \left. + (L - L_{c_n}) \times \left( \frac{L - L_{c1}}{K_{\theta 1}} + \dots + \frac{L - L_{c_i}}{K_{\theta_i}} + \dots + \frac{L - L_{c_n}}{K_{\theta_n}} \right) \right]}$$

$$(0 \leq L_{c1} \leq L_{c2} \leq \dots \leq L_{c_i} \leq \dots \leq L_{c_n} \leq L)$$

## 4.2. Sayısal Örnekler ve Parametrik İncelemeler

Bu alt bölümde bir önceki kısımda belirlenmiş olan bağıntılar kullanılarak örnek kolonlar için yatay yerdeğiştirme rijitlikleri sayısal olarak elde edilmiştir. Ayrıca, rijitlik değerleri üzerinde; çatlak derinliği, çatlak yeri, çatlak sayısı ve kolon uç şartları gibi parametrelerin etkileri incelenmiştir.

Örnek kolonların hepsi Şekil 4.9' da gösterilen kesite sahip olup, bu kesitle ilgili özellikler aşağıda verilmektedir.



Şekil 4.9. Örnek kolonların kesiti ve bu kesitin eşdeğer beton kesite dönüştürülmüş hali

Kolon boyu:  $L = 3.0$  m (tüm örnek kolonlarda)

Kesit donatısı:  $A_{s1} = 3\phi 16$  ( $6 \text{ cm}^2$ ),  $A_{s3} = 3\phi 16$  ( $6 \text{ cm}^2$ ),  $A_{s2} = 2\phi 16$  ( $4 \text{ cm}^2$ )

Malzeme: C20 / S420

$$\left( \rho = \frac{A_s}{b_w \times d} = \frac{16}{30 \times 46.5} = 0.0114 > \rho_{\min} \right)$$

$$n = \text{modüler oran: } n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_c = 28.000 \text{ MPa} = 280\,000 \text{ kgf/cm}^2 \\ E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa} = 2\,000\,000 \text{ kgf/cm}^2 \end{array} \right\} \text{TS 500 / 2000}$$

$$n = \frac{2.000.000}{280.000} \cong 7.14 \text{ kgf / cm}^2$$

Modüler oran bu şekilde belirlenmiş olmasına karşılık, betonarme hesaplarında, yüksek gerilme seviyelerinin söz konusu olduğu durumlar için  $n = 12.5$  alınması uygun görüldüğünden (Celep ve Kumbasar, 2001), buradaki hesaplarda da  $n = 12.5$  alınacaktır.

$$K_\theta = \frac{1}{C}$$

$$C \approx \frac{1}{E^I \times I} \times \frac{h}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-\xi}\right)} \times \left( \begin{array}{l} -0.2314 \times 10^{-4} \times \xi + 52.3790 \times \xi^2 - 130.2463 \times \xi^3 + 308.4111 \times \xi^4 \\ -602.1761 \times \xi^5 + 937.6805 \times \xi^6 - 1306.7397 \times \xi^7 + 1398.7523 \times \xi^8 \\ -1059.6215 \times \xi^9 + 388.1628 \times \xi^{10} \end{array} \right)$$

$$E' = \frac{E_C}{(1-\nu^2)}$$

$E_C$  : betonun elastisite modülü

$\nu$  : betonun Poisson oranı: 0.20

$$n = 10 \square 12.5 \square 15$$

$$E_C = \frac{E_s}{12.5} = \frac{2.000.000}{12.5} = 160.000 \text{ kg/cm}^2 = 1.600 \text{ kN/cm}^2$$

$$E' = \frac{E_C}{(1-\nu^2)} = \frac{1600}{1-0.2^2} \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$h = 50 \text{ cm}$ : kesit boyutu (çatlak doğrultusundaki)

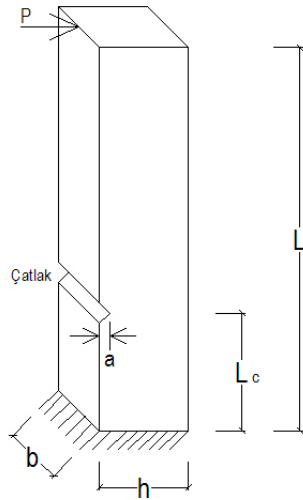
$a$  : çatlak derinliği

$I$  : eşdeğer beton kesitin eğilme eksenine göre atalet momenti.

$$\xi = \frac{a}{h}$$

$e = 2.718$  (doğal logaritmanın tabanı)

**Örnek 1:** Uygulama 5'deki, yani tek çatlaklı konsol kolonu düşünelim. Bu kolonun çatlaklı  $a = 12.5 \text{ cm}$  derinliğinde ve tabandan  $L_c = 30 \text{ cm}$  yukarıda olsun. Çatlaklı kesit için  $C$ 'yi ve  $K_\theta$ 'yi belirleyelim:



Şekil 4.10. Tek çatlaklı konsol kolon



$$I = \frac{30 \times 50^3}{12} + 2 \times \left( 6 \times 21.5^2 + \frac{3.75 \times 1.6^3}{12} \right) + \frac{2.5 \times 1.6^3}{12} = 318050.41 \text{ cm}^4$$

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{12.5}{50} = 0.25$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-0.25}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.25 + 52.3790 \times 0.25^2 - 130.2463 \times 0.25^3 \\ + 308.4111 \times 0.25^4 - 602.1761 \times 0.25^5 + 937.6805 \times 0.25^6 \\ - 1306.7397 \times 0.25^7 + 1398.7523 \times 0.25^8 - 1059.6215 \times 0.25^9 \\ + 388.1628 \times 0.25^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 6.02777889468074 \times 10^{-8} \text{ 1/kN} \times \text{cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.66 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_{\text{çatlaksız}} = \frac{3xEI}{L^3} = \frac{3 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 56.5423 \text{ kN/cm}$$

$$k_{\text{çatlaklı}} = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_{\text{çatlaklı}} = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.66 \times 10^7} \times (300 - 30)^2 \right]} = 45.29 \text{ kN/cm}$$

Bulunan değerlere göre, kolonun çatlaklı durumunda rijitliğinin

$$\frac{|45.29 - 56.5423|}{56.5423} \times 100 = \%19.90 \text{ kadar düşmüş olduğu belirlenmektedir.}$$

Eğer çatlak derinliği  $a = 12.5 \text{ cm}$ ' den  $a = 20 \text{ cm}$ ' ye çıkarılırsa  $k_{\text{çatlaklı}} = 33,02 \text{ kN/cm}$  olarak hesaplanmakta ve çatlaksız duruma göre rijitlikte  $\%41.60$  kadarlık düşüş olduğu hesaplanmaktadır. Bu sonuç daha derin bir çatlağın yatay rijitlikte beklendiği gibi daha büyük bir düşüşe yol açtığını göstermektedir.

Çatlak derinliğini yine  $a = 12.5$  cm alıp, çatlak yerini değiştirdiğimizde; örneğin  $L_c = 5$  cm alındığında yatay rijitlik  $k_{\text{çatlaklı}} = 43.7$  kN/cm, olarak belirlenmektedir. Bu değer kolonun çatlaksız durumdaki rijitliğine göre %22.71 kadar daha düşüktür. Bu sonuç, altta ankastre üstte ise serbest olan bir kolonda, tabana yakın bir çatlağın yatay rijitlikte daha büyük bir düşüşe yol açtığını ortaya koymaktadır. Üst ucundan yatay bir kuvvet etkisinde olan konsol bir kolonda moment diyagramı üst uçtan tabana doğru artan bir üçgen şeklinde olup, en büyük moment taban kesitinde meydana gelir. Kırılma Mekanikliği ve Mukavemet'ten bilindiği gibi eğilme momentinin büyük olduğu kesitlerde momentin eğriliklerle yaptığı iş de büyük olmaktadır. Çatlaklı kesitlerin olduğu kısımlarda oluşan büyük eğrilikler nedeniyle, bu kesitlerin kolonun maksimum eğilme momentlerinin olduğu bölgelerde bulunması durumunda, rijitlik üzerindeki etkileri de daha büyük olmaktadır.

**Örnek 2:** Bu örnekte çatlak derinliğinin ve yerinin yatay rijitlik üzerindeki etkisi daha sistematik bir şekilde belirlenmeye çalışılmaktadır. Bunlar yine birinci örnekteki kolon için yapılmaktadır.

Önce  $L_c = 30$  cm alıp,  $a$ 'nın 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm ve 25 cm olması durumları için  $k_c$ 'leri hesaplayıp, grafiğini çizelim. Benzer hesapları  $L_c = 100$  cm ve  $L_c = 3$  cm çatlak konumları için de yapıp  $k_c$ 'leri hesaplayalım ve elde edilen sonuçları aynı grafik üzerinde gösterelim.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = \frac{3 \times EI}{L^3} = \frac{3 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 56.5423 \text{ kN/cm}$$

\*  $L_c = 30$  cm,  $a = 5$  cm için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{5}{50} = 0.10$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-0.10}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.10 + 52.3790 \times 0.10^2 - 130.2463 \times 0.10^3 \\ +308.4111 \times 0.10^4 - 602.1761 \times 0.10^5 + 937.6805 \times 0.10^6 \\ -1306.7397 \times 0.10^7 + 1398.7523 \times 0.10^8 - 1059.6215 \times 0.10^9 \\ +388.1628 \times 0.10^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 1.000593960885 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 9.99 \times 10^7 kN \times cm$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 30)^2 \right]} = 54.31 kN / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{54.31}{56.54} = 0.96$$

\*  $L_c = 30$  cm,  $a = 10$  cm için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{10}{50} = 0.20$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-0.20}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.20 + 52.3790 \times 0.20^2 - 130.2463 \times 0.20^3 \\ +308.4111 \times 0.20^4 - 602.1761 \times 0.20^5 + 937.6805 \times 0.20^6 \\ -1306.7397 \times 0.20^7 + 1398.7523 \times 0.20^8 - 1059.6215 \times 0.20^9 \\ +388.1628 \times 0.20^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 3.84054721589355 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 kN \times cm$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{2.60 \times 10^7} \times (300 - 30)^2 \right]} = 48.82 kN / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{48.82}{56.54} = 0.86$$

\*  $L_c = 30$  cm,  $a = 15$  cm için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{15}{50} = 0.30$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-0.30}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.30 + 52.3790 \times 0.30^2 - 130.2463 \times 0.30^3 \\ + 308.4111 \times 0.30^4 - 602.1761 \times 0.30^5 + 937.6805 \times 0.30^6 \\ - 1306.7397 \times 0.30^7 + 1398.7523 \times 0.30^8 - 1059.6215 \times 0.30^9 \\ + 388.1628 \times 0.30^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 8.86351190049447 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 30)^2 \right]} = 41.41 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{41.41}{56.54} = 0.73$$

\*  $L_c = 30$  cm,  $a = 20$  cm için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{20}{50} = 0.40$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left(\frac{1}{1-0.40}\right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.40 + 52.3790 \times 0.40^2 - 130.2463 \times 0.40^3 \\ + 308.4111 \times 0.40^4 - 602.1761 \times 0.40^5 + 937.6805 \times 0.40^6 \\ - 1306.7397 \times 0.40^7 + 1398.7523 \times 0.40^8 - 1059.6215 \times 0.40^9 \\ + 388.1628 \times 0.40^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 1.72782440501646 \times 10^{-7} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{5.79 \times 10^6} \times (300 - 30)^2 \right]} = 33.02 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{33.02}{56.54} = 0.58$$

\*  $L_c = 30 \text{ cm}$ ,  $a = 25 \text{ cm}$  için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{25}{50} = 0.50$$

$$C = \frac{1}{1667 \times 318050.41} \times \frac{50}{12} \times e^{\left( \frac{1}{1-0.50} \right)} \times \begin{pmatrix} -0.2314 \times 10^{-4} \times 0.50 + 52.3790 \times 0.50^2 - 130.2463 \times 0.50^3 \\ + 308.4111 \times 0.50^4 - 602.1761 \times 0.50^5 + 937.6805 \times 0.50^6 \\ - 1306.7397 \times 0.50^7 + 1398.7523 \times 0.50^8 - 1059.6215 \times 0.50^9 \\ + 388.1628 \times 0.50^{10} \end{pmatrix}$$

$$C = 3.18580979771605 \times 10^{-7} \frac{1}{\text{kN} \times \text{cm}}$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 30)^2 \right]} = 24.44 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{24.44}{56.54} = 0.43$$

\*  $L_c = 100 \text{ cm}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.10$$

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 100)^2 \right]} = 55.29 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{55.29}{56.54} = 0.98$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 10$  cm için:

$$\xi = 0.20$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{2.60 \times 10^7} \times (300 - 100)^2 \right]} = 52.03 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{52.03}{56.54} = 0.92$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 15$  cm için:

$$\xi = 0.30$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 100)^2 \right]} = 47.10 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{47.10}{56.54} = 0.83$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 20$  cm için:

$$\xi = 0.40$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{5.79 \times 10^6} \times (300 - 100)^2 \right]} = 40.56 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{40.56}{56.54} = 0.72$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 25$  cm için:

$$\xi = 0.50$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 100)^2 \right]} = 32.86 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{32.86}{56.54} = 0.58$$

\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 5$  cm için:

$$\xi = 0.10$$

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 3)^2 \right]} = 53.86 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{53.86}{56.54} = 0.95$$

\*  $L_c = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.20$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{2.60 \times 10^7} \times (300 - 3)^2 \right]} = 47.45 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{47.45}{56.54} = 0.84$$

\*  $L_c = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 15 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.30$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 3)^2 \right]} = 39.21 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{39.21}{56.54} = 0.69$$



\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 20$  cm için:

$$\xi = 0.40$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{5.79 \times 10^6} \times (300 - 3)^2 \right]} = 30.37 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{30.37}{56.54} = 0.54$$

\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 25$  cm için:

$$\xi = 0.50$$

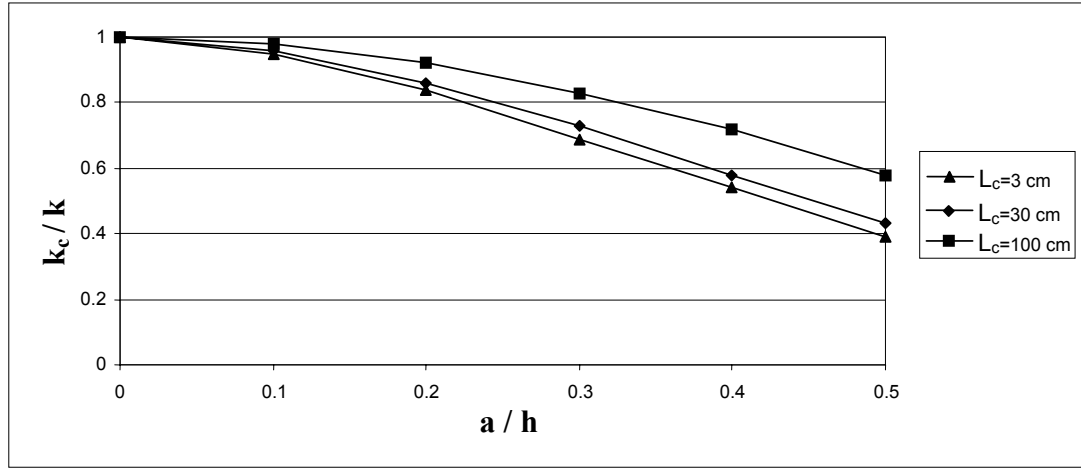
$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 3)^2 \right]} = 21.84 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{21.84}{56.54} = 0.39$$

Böylece elde edilen değerler Şekil 4.11'deki grafik üzerinde gösterilmiştir. Bu şekilden, derin çatlakların rijitlik üzerinde beklendiği üzere daha fazla etkilerinin olduğu açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 4.11. Tek çatlaklı konsol kolonda, çatlak yerinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi

Şimdide aynı kolon için çatlak derinliğinin  $a = 15$  cm olması durumunda, çatlak yeri  $L_c$ 'nin; 0, 60 cm, 120 cm, 180 cm, 240 cm ve 300 cm değerleri için  $k_c$ 'leri belirleyip grafiğe geçirelim. Benzer hesapları  $a = 5$  cm ve  $a = 25$  cm çatlak derinlikleri için de yapıp  $k_c$ 'leri hesaplayalım ve bu değerleri aynı grafik üzerinde gösterelim.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = \frac{3 \times EI}{L^3} = \frac{3 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 56.5423 \text{ kN/cm}$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 0)^2 \right]} = 38.97 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{38.97}{56.54} = 0.69$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 60)^2 \right]} = 43.88 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{43.88}{56.54} = 0.78$$

\*  $a = 15 \text{ cm}$ ,  $L_c = 120$  için:

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 120)^2 \right]} = 48.65 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{48.65}{56.54} = 0.86$$

\*  $a = 15 \text{ cm}$ ,  $L_c = 180$  için:

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_{\theta}} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 180)^2 \right]} = 52.74 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{52.74}{56.54} = 0.93$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 240)^2 \right]} = 55.54 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{55.54}{56.54} = 0.98$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{1.13 \times 10^7} \times (300 - 300)^2 \right]} = 56.54 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{56.54}{56.54} = 1.00$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 0)^2 \right]} = 53.81 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{53.81}{56.54} = 0.95$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 60)^2 \right]} = 54.76 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{54.76}{56.54} = 0.97$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 120$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 120)^2 \right]} = 55.53 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{55.53}{56.54} = 0.98$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 180$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 180)^2 \right]} = 56.09 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{56.09}{56.54} = 0.99$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 240)^2 \right]} = 56.43 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{56.43}{56.54} = 0.998$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{9.99 \times 10^7} \times (300 - 300)^2 \right]} = 56.54 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{56.54}{56.54} = 1.00$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]} \frac{1}{2}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 0)^2 \right]} = 21.57 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{21.57}{56.54} = 0.38$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 60)^2 \right]} = 27.75 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{27.75}{56.54} = 0.49$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 120$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 120)^2 \right]} = 35.71 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{35.71}{56.54} = 0.63$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 180$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 180)^2 \right]} = 44.90 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{44.90}{56.54} = 0.79$$

\*  $a = 25 \text{ cm}$ ,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 240)^2 \right]} = 53.10 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{53.10}{56.54} = 0.94$$

\*  $a = 25 \text{ cm}$ ,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

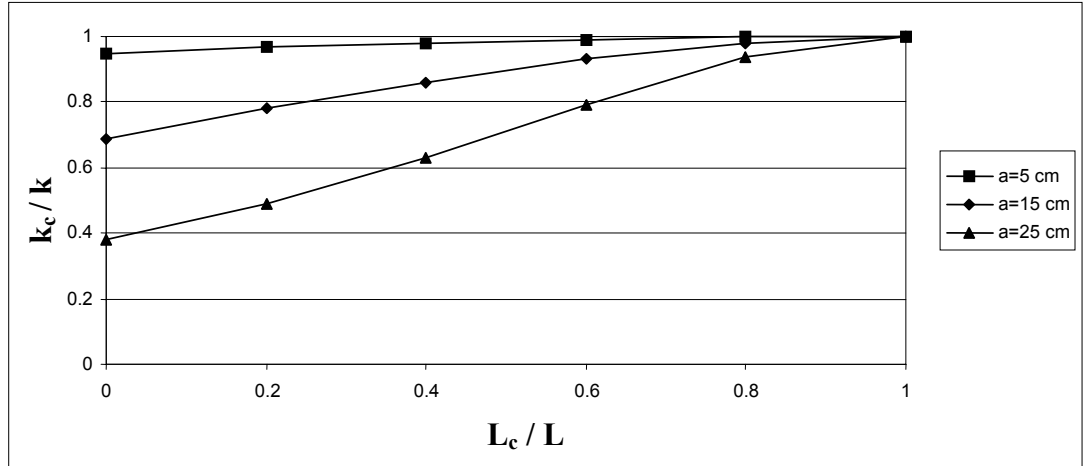
$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{L^3}{3 \times EI} + \frac{1}{K_\theta} \times (L - L_c)^2 \right]}$$

$$k_c = \frac{1}{\left[ \frac{300^3}{3 \times 1600 \times 318050.41} + \frac{1}{3.14 \times 10^6} \times (300 - 300)^2 \right]} = 56.54 \text{ kN / cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{56.54}{56.54} = 1.00$$



Böylece elde edilen değerler Şekil 4.12'deki grafik üzerinde gösterilmiştir. Bu şekil de eğilme momentinin büyük olduğu kısımdaki çatlakların yatay rijitlik üzerindeki olumsuz etkisini göz önüne koymaktadır.



Şekil 4.12. Tek çatlaklı konsol kolonda, çatlak derinliğinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak yerine göre değişimi

**Örnek 3:** Bu örnekte, bir önceki örnekte yapılan parametrik incelemeler bu kez Uygulama 6'daki kolon; yani tek çatlaklı, altta ankastre üstte ise kayıcı ankastre mesnetli kolon, Şekil 4.6, için yapılmaktadır. Bu kolon için de yine  $L = 3$  m,  $b = 30$  cm ve  $h = 50$  cm değerleri geçerlidir.

Önce  $L_c = 30$  cm alıp,  $a$ 'nın 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm ve 25 cm olması durumları için  $k_c$ 'leri belirleyip grafiğe geçirelim. Benzer hesapları  $L_c = 100$  cm ve  $L_c = 3$  cm çatlak konumları için de yapıp  $k_c$ 'leri belirleyelim ve elde edilen değerleri aynı grafik üzerinde gösterelim.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = \frac{12 \times EI}{L^3} = \frac{12 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 226.16 \text{ kN/cm}$$

\*  $L_c = 30$  cm,  $a = 5$  cm için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{5}{50} = 0.10$$

$$C = 1.000593960885 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times cm$$

$$k_c = \frac{12 \times EI \times (L \times K_{\theta} + EI)}{L^3 \times (L \times K_{\theta} + 4 \times EI) - 12 \times EI \times L \times L_c \times (L - L_c)}$$

$$k_c = \frac{12 \times 318050.41 \times (300 \times 9.99 \times 10^7 + 318050.41)}{300^3 \times (300 \times 9.99 \times 10^7 + 4 \times 318050.41) - 12 \times 318050.41 \times 300 \times 30 \times (300 - 30)}$$

$$k_c = 219.15 \text{ kN} / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{219.15}{226.16} = 0.97$$

\*  $L_c = 30 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$  için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{10}{50} = 0.20$$

$$C = 3.84054721589355 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times cm$$

$$k_c = \frac{12 \times EI \times (L \times K_{\theta} + EI)}{L^3 \times (L \times K_{\theta} + 4 \times EI) - 12 \times EI \times L \times L_c \times (L - L_c)}$$

$$k_c = \frac{12 \times 318050.41 \times (300 \times 2.60 \times 10^7 + 318050.41)}{300^3 \times (300 \times 2.60 \times 10^7 + 4 \times 318050.41) - 12 \times 318050.41 \times 300 \times 30 \times (300 - 30)}$$

$$k_c = 202.40 \text{ kN} / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{202.40}{226.16} = 0.89$$

\*  $L_c = 30 \text{ cm}$ ,  $a = 15 \text{ cm}$  için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{15}{50} = 0.30$$

$$C = 8.86351190049447 \times 10^{-8} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times cm$$

$$k_c = \frac{12 \times EI \times (L \times K_{\theta} + EI)}{L^3 \times (L \times K_{\theta} + 4 \times EI) - 12 \times EI \times L \times L_c \times (L - L_c)}$$

$$k_c = \frac{12 \times 318050.41 \times (300 \times 1.13 \times 10^7 + 318050.41)}{300^3 \times (300 \times 1.13 \times 10^7 + 4 \times 318050.41) - 12 \times 318050.41 \times 300 \times 30 \times (300 - 30)}$$

$$k_c = 180.80 \text{ kN} / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{180.80}{226.16} = 0.80$$

\*  $L_c = 30 \text{ cm}$ ,  $a = 20 \text{ cm}$  için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{20}{50} = 0.40$$

$$C = 1.72782440501646 \times 10^{-7} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times cm$$

$$k_c = \frac{12 \times EI \times (L \times K_{\theta} + EI)}{L^3 \times (L \times K_{\theta} + 4 \times EI) - 12 \times EI \times L \times L_c \times (L - L_c)}$$

$$k_c = \frac{12 \times 318050.41 \times (300 \times 5.79 \times 10^6 + 318050.41)}{300^3 \times (300 \times 5.79 \times 10^6 + 4 \times 318050.41) - 12 \times 318050.41 \times 300 \times 30 \times (300 - 30)}$$

$$k_c = 157.60 \text{ kN} / cm$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{157.60}{226.16} = 0.70$$

\*  $L_c = 30 \text{ cm}$ ,  $a = 25 \text{ cm}$  için:

$$\xi = \frac{a}{h} = \frac{25}{50} = 0.50$$

$$C = 3.18580979771605 \times 10^{-7} \frac{1}{kN \times cm}$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = \frac{12 \times EI \times (L \times K_{\theta} + EI)}{L^3 \times (L \times K_{\theta} + 4 \times EI) - 12 \times EI \times L \times L_c \times (L - L_c)}$$

$$k_c = \frac{12 \times 318050.41 \times (300 \times 3.14 \times 10^6 + 318050.41)}{300^3 \times (300 \times 3.14 \times 10^6 + 4 \times 318050.41) - 12 \times 318050.41 \times 300 \times 30 \times (300 - 30)}$$

$$k_c = 135.14 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{135.14}{226.16} = 0.60$$

\*  $L_c = 100 \text{ cm}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.10$$

$$K_{\theta} = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 224.92 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{224.92}{226.16} = 0.99$$

\*  $L_c = 100 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.20$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 221.65 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{221.65}{226.16} = 0.98$$

\*  $L_c = 100 \text{ cm}$ ,  $a = 15 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.30$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 216.73 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{216.73}{226.16} = 0.96$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 20$  cm için:

$$\xi = 0.40$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 210.28 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{210.28}{226.16} = 0.93$$

\*  $L_c = 100$  cm,  $a = 25$  cm için:

$$\xi = 0.50$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 202.49 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{202.49}{226.16} = 0.90$$

\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 5$  cm için:

$$\xi = 0.10$$

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 215.79 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{215.79}{226.16} = 0.95$$

\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 10$  cm için:

$$\xi = 0.20$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 192.28 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{192.28}{226.16} = 0.85$$

\*  $L_c = 3$  cm,  $a = 15$  cm için:

$$\xi = 0.30$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 164.30 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{164.30}{226.16} = 0.73$$

\*  $L_c = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 20 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.40$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 136.82 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{136.82}{226.16} = 0.60$$

\*  $L_c = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 25 \text{ cm}$  için:

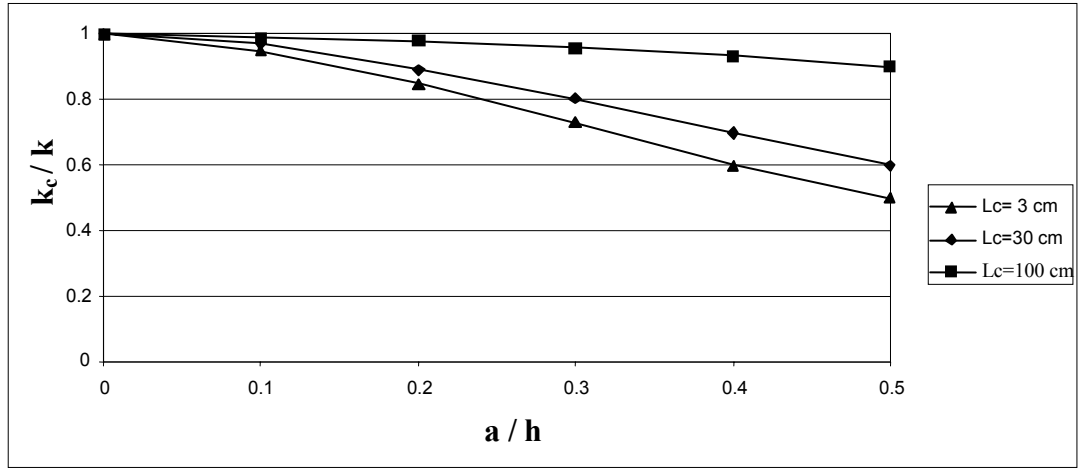
$$\xi = 0.50$$

$$K_{\theta} = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 112.48 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{112.48}{226.16} = 0.50$$

Bu hesaplarla elde edilmiş olan değerler Şekil 4.13'teki grafik üzerinde gösterilmiştir. Çatlak derinliğindeki artışın yatay rijitlikte doğal olarak daha büyük düşüşe yol açtığı, ancak düşüş miktarının konsol kolona göre daha az olduğu, Şekil 4.11, görülmektedir.



Şekil 4.13. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre mesnetli kolonda, çatlak yerinin çeşitli değerleri için, yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi

Şimdide aynı kolon için çatlak derinliğinin  $a = 15$  cm olması durumunda, çatlak konumu  $L_c$ 'nin 0, 60 cm, 120 cm, 180 cm, 240 cm ve 300 cm değerleri için  $k_c$ 'leri belirleyip, grafiğe geçirelim. Benzer hesapları  $a = 5$  cm ve  $a = 25$  cm değerleri için de yapıp  $k_c$ 'leri hesaplayalım, ve bunları da aynı grafik üzerinde gösterelim.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = \frac{12 \times EI}{L^3} = \frac{12 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 226.16 \text{ kN/cm}$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 162.47 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{162.47}{226.16} = 0.72$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 198.19 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{198.19}{226.16} = 0.88$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 120$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 222.68 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{222.68}{226.16} = 0.98$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 180$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 222.68 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{222.68}{226.16} = 0.98$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 198.19 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{198.19}{226.16} = 0.88$$

\*  $a = 15$  cm,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 162.47 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{162.47}{226.16} = 0.72$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 215.39 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{215.39}{226.16} = 0.95$$



\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 222.16 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{222.16}{226.16} = 0.98$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 120$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 225.72 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{225.72}{226.16} = 0.99$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 180$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 225.72 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{225.72}{226.16} = 0.99$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 222.16 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{222.16}{226.16} = 0.98$$

\*  $a = 5$  cm,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 215.39 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{215.39}{226.16} = 0.95$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 0$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 110.19 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{110.19}{226.16} = 0.49$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 60$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 164.02 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{164.02}{226.16} = 0.73$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 120$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 217.03 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{217.03}{226.16} = 0.96$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 180$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 217.03 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{217.03}{226.16} = 0.96$$

\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 240$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 164.02 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{164.02}{226.16} = 0.73$$

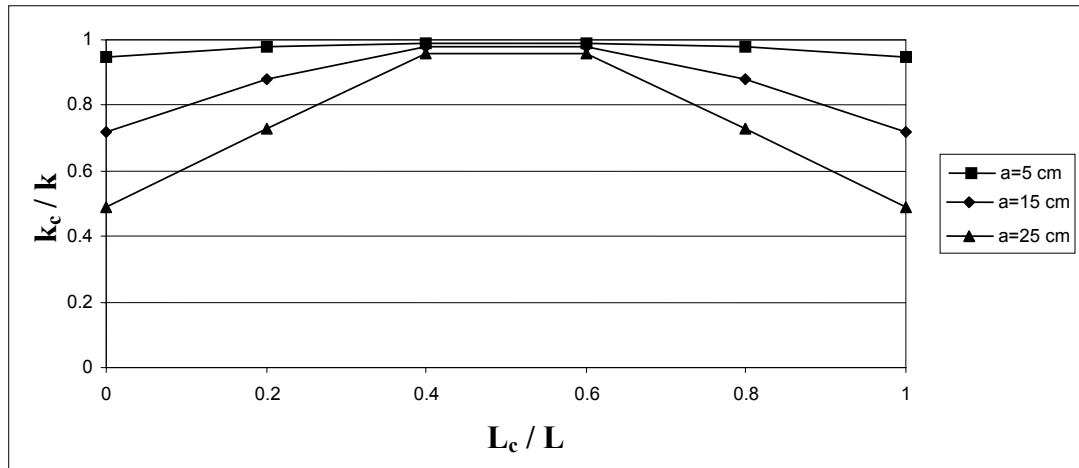
\*  $a = 25$  cm,  $L_c = 300$  için:

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$k_c = 110.19 \text{ kN} / \text{cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{110.19}{226.16} = 0.49$$

Böylece elde edilen değerler Şekil 4.14'deki grafik üzerinde gösterilmiştir. Bu kolonun moment diyagramı dikkate alındığında, kolon uçlarındaki büyük momentler dolayısıyla buradaki çatlakların etkisinin büyük olmasına karşılık, tam kolon boyu ortasındaki sıfır moment nedeniyle buradaki bir çatlakın rijitliği etkilemediği şekilden anlaşılmaktadır.



Şekil 4.14. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte kayıcı ankastre kolonda, çatlak derinliğinin çeşitli değerleri için yatay rijitliğin çatlak yerine göre değişimi

**Örnek 4:** Bu örnekte, Uygulama 7'deki kolon; yani tek çatlaklı, altta ankastre üstte ise ötelenme ve dönmeye karşı elastik olarak mesnetli olan kolon, Şekil 4.7, için gerekli hesaplar yapılmaktadır. Kolon için  $L = 3$  m,  $b = 30$  cm ve  $h = 50$  cm değerleri geçerlidir.

$L_c = 50$  cm değeri için,  $a$ 'nın 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm ve 25 cm olması durumları için  $k_c$ 'leri belirleyip, grafik üzerinde gösterelim. Kolonun üst ucundaki elastik yaylar için

$$R_U = \frac{3 \times EI}{L^3} = \frac{3 \times 1600 \times 318050.41}{300^3} = 56.54 \text{ kN/cm}$$

$$R_\theta = \frac{4 \times EI}{L} = \frac{4 \times 1600 \times 318050.41}{300} = 6785075.41 \text{ kN} \times \text{cm}$$

değerleri alınmıştır.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_C = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

$$4.22 \text{ denkleminde } k = 226.90 \text{ kN/cm}$$

\*  $L_c = 50 \text{ cm}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.10$$

$$K_\theta = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$4.43 \text{ denkleminde } k_c = 135.49 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{135.49}{226.90} = 0.60$$

\*  $L_c = 50 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.20$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$4.43 \text{ denkleminde } k_c = 121.68 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{121.68}{226.90} = 0.54$$

\*  $L_c = 50 \text{ cm}$ ,  $a = 15 \text{ cm}$  için:

$$\xi = 0.30$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$4.43 \text{ denkleminde } k_c = 104.31 \text{ kN/cm}$$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{104.31}{226.90} = 0.46$$

\*  $L_c = 50$  cm,  $a = 20$  cm için:

$$\xi = 0.40$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.43 denkleminde  $k_c = 85.88 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{85.88}{226.90} = 0.38$$

\*  $L_c = 50$  cm,  $a = 25$  cm için:

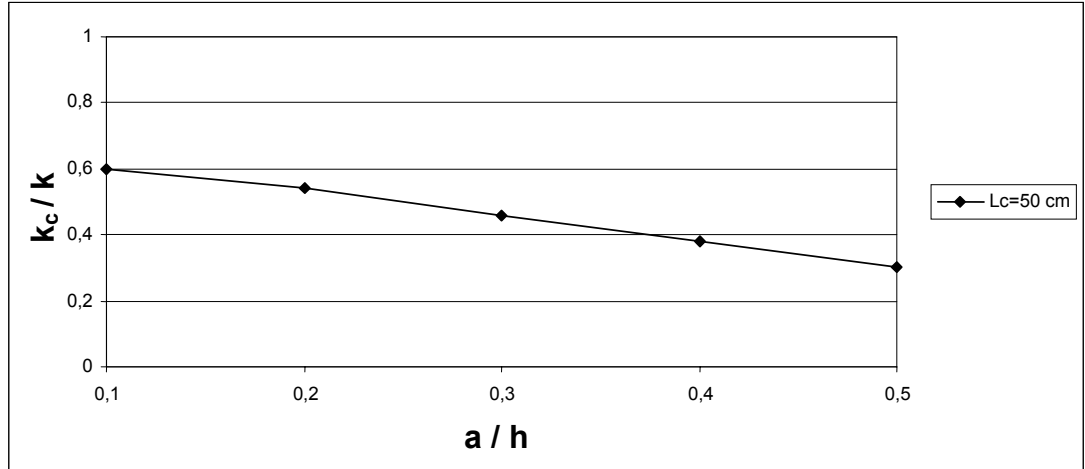
$$\xi = 0.50$$

$$K_\theta = \frac{1}{C} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.43 denkleminde  $k_c = 68.18 \text{ kN} / \text{cm}$

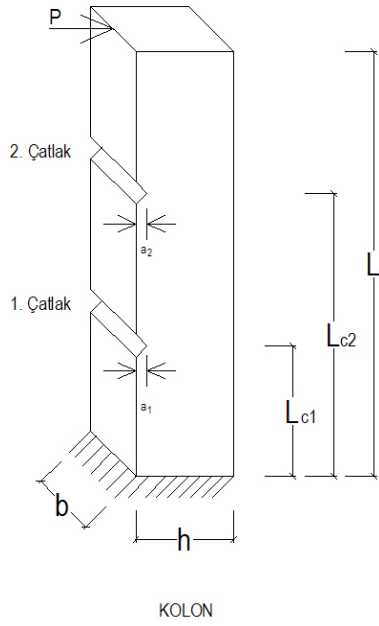
$$\frac{k_c}{k} = \frac{68.18}{226.90} = 0.30$$

Böylece elde edilen değerler Şekil 4.15'deki grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.15. Tek çatlaklı, altta ankastre üstte elastik mesnetli kolonda, çatlak yerinin belirli bir değeri için, yatay rijitliğin çatlak derinliğine göre değişimi

**Örnek 5:** Bu örnekte, konsol kolonun iki çatlaklı olması durumundaki, Şekil 4.16, yatay rijitlik değerleri araştırılmaktadır.



Şekil 4.16. İki çatlaklı konsol kolon

Önce  $L_{c1} = 10$  cm ve  $a_1 = 25$  cm sabit değerleri için ve ayrıca  $L_{c2} = 40$  cm olması durumunda,  $a_2$ 'nin 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm ve 25 cm değerleri için hesap yapıp  $k_c$ 'ler belirlenmektedir.

$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E^I \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

4.8 denklemine göre  $k = 56.54 \text{ kN/cm}$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$$L_{c2} = 40 \text{ cm}, a_2 = 5 \text{ cm için:}$$

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.10$$

$$K_{\theta 2} = 9.99 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 22.15 \text{ kN/cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{22.15}{56.54} = 0.39$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$$L_{c2} = 40 \text{ cm}, a_2 = 10 \text{ cm için:}$$

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.20$$

$$K_{\theta 2} = 2.60 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 21.25 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{21.25}{56.54} = 0.38$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$L_{c2} = 40 \text{ cm}, a_2 = 15 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 19.82 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{19.82}{56.54} = 0.35$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$L_{c2} = 40 \text{ cm}, a_2 = 20 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.40$$

$$K_{\theta 2} = 5.79 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 17.81 \text{ kN/cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{17.81}{56.54} = 0.32$$

\*  $L_{c1} = 10 \text{ cm}$ ,  $a_1 = 25 \text{ cm}$

$L_{c2} = 40 \text{ cm}$ ,  $a_2 = 25 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

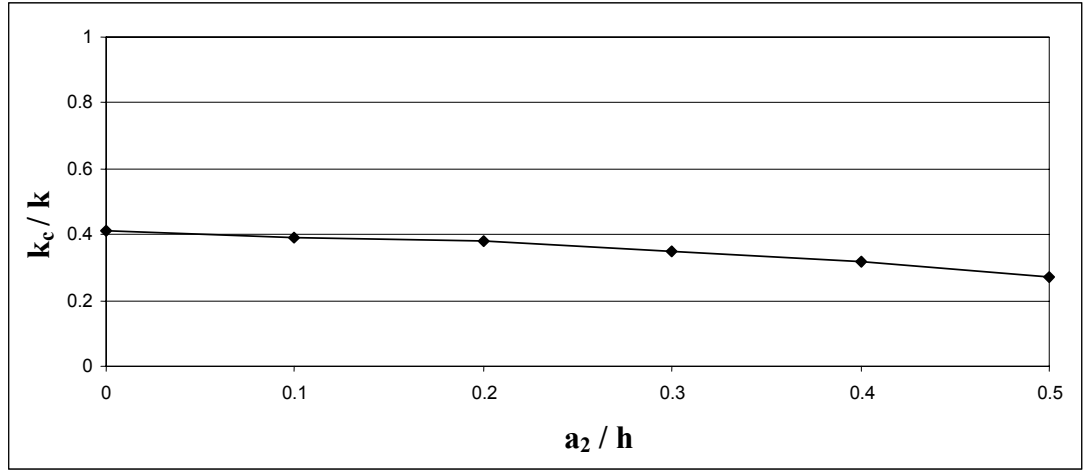
$$\xi_2 = 0.50$$

$$K_{\theta 2} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 15.15 \text{ kN/cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{15.15}{56.54} = 0.27$$

Böylece elde edilen değerler Şekil 4.17'deki grafikte gösterilmiştir.



Şekil 4.17. İki çatlaklı konsol kolonda, ilk çatlağın sabit derinlik ve yer değerlerine, ikinci çatlağın ise sabit yer değerine karşılık değişen derinlik değerlerine bağlı olarak kolon yatay rijitliğinin değişimi

Bu örneğin ikinci kısmında yine  $L_{c1} = 10 \text{ cm}$  ve  $a_1 = 25 \text{ cm}$  sabit değerleri için ve ayrıca  $a_2 = 15 \text{ cm}$  olması durumunda,  $L_{c2}$ 'nin 0, 60 cm, 120 cm, 180 cm, 240 cm ve 300 cm değerleri için  $k_c$  rijitlikleri hesaplanmaktadır.



$$I = 318050.41 \text{ cm}^4, E_c = 1.600 \text{ kN/cm}^2, E' \cong 1667 \text{ kN/cm}^2$$

4.8 denklemine göre  $k = 56.54 \text{ kN/cm}$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 0 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 19.07 \text{ kN/cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{19.07}{56.54} = 0.337$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 60 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 20.17 \text{ kN/cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{20.17}{56.54} = 0.357$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 120 \text{ cm}$  için:

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 21.13 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{21.13}{56.54} = 0.374$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 180 \text{ cm için:}$$

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 21.86 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{21.86}{56.54} = 0.387$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 240 \text{ cm için:}$$

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 22.33 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{22.33}{56.54} = 0.395$$

$$* L_{c1} = 10 \text{ cm}, a_1 = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = 15 \text{ cm}, L_{c2} = 300 \text{ cm için:}$$

$$\xi_1 = 0.50$$

$$K_{\theta 1} = \frac{1}{C_1} = 3.14 \times 10^6 \text{ kN} \times \text{cm}$$

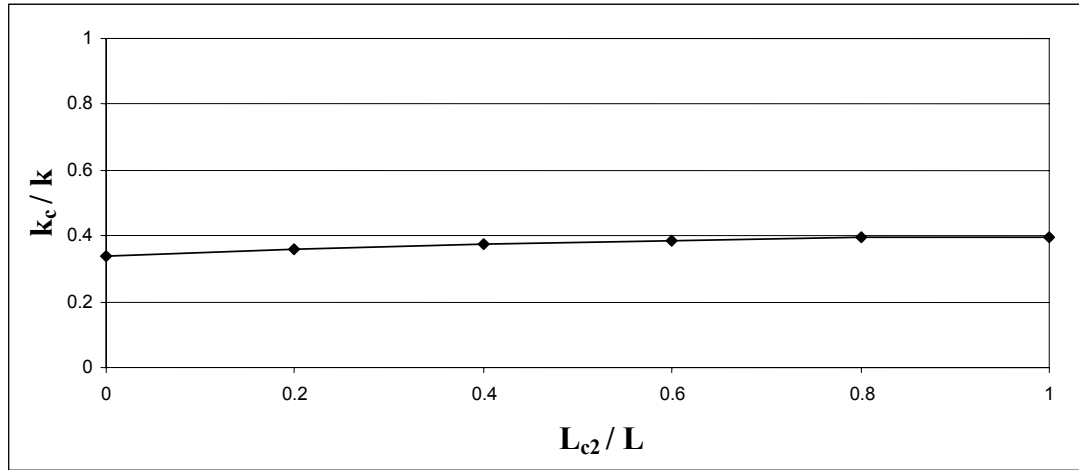
$$\xi_2 = 0.30$$

$$K_{\theta 2} = 1.13 \times 10^7 \text{ kN} \times \text{cm}$$

4.48 denklemine göre  $k_c = 22.49 \text{ kN} / \text{cm}$

$$\frac{k_c}{k} = \frac{22.49}{56.54} = 0.398$$

Elde edilmiş olan yukarıdaki değerler Şekil 4.18'deki grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.18. İki çatlaklı konsol kolonda, ilk çatlağın sabit derinlik ve yer değerlerine, ikinci çatlağın ise sabit derinlik değerine karşılık değişen yer değerlerine bağlı olarak kolon yatay rijitliğinin değişimi

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Betonarme dikdörtgen kesitli kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme (ötelenme) rijitlikleri üzerinde çatlak kesit ya da kesitlerin mevcut olmasının etkisinin incelendiği bu çalışmada ulaşılan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir. Ancak, belirtilmelidir ki yapılan analizlerde çatlak ya da çatlakların eleman eksenine dik ve üniform derinlikte, ilerlemeyen çatlaklar oldukları ve ayrıca çatlaklar arasında bir etkileşim olmadığı kabul edildiğinden, sunulan sonuçlar bu gerçeklerin ışığında değerlendirilmelidir.

1. Çatlak ya da çatlakların mevcudiyetinin, düşey taşıyıcı elemanların yatay rijitlikleri üzerinde çok doğal olarak olumsuz, yani azaltıcı bir etkisi olmaktadır. Bu etki çatlakların derinliğine, konumuna, sayısına ve taşıyıcı elemanın uç şartlarına bağlıdır.

2. Artan çatlak derinlikleri yatay rijitliklerde beklenildiği gibi daha büyük düşüşlere yol açmaktadır.

3. Çatlak konumunun rijitlik üzerinde etkisi taşıyıcı elemanların uç şartları ile ilişkilidir. Eleman uç şartlarına bağlı olarak, yatay tekil kuvvet altına, elemanların eğilme momenti diyagramları belirli bir şekle sahip olup, bazı kesit ya da kesitlerde eğilme momenti en büyük değerlerini alır. Bir çatlak, eğilme momentinin en büyük olduğu kesitte yer aldığında rijitlikte en büyük düşüşe yol açarken, eğilme momentinin küçük olduğu kesitlerdeyken etkisi daha az ve nihayet momentin sıfır olduğu bir kesitte iken ise yatay rijitlik üzerinde bir etkisi olmamaktadır.

4. Tek çatlağa göre, birden fazla çatlağın, yatay rijitlik üzerinde doğal olarak daha fazla olumsuz etkisi olmaktadır. Bu çatlaklar içerisinde, eğilme momentinin

büyük olduğu kısımlarda yer alanların rijitlik üzerindeki olumsuz etkisi daha büyük olurken, momentin küçük olduğu yerlerde bulunanların etkisi çok daha az olmaktadır.

5. Elde edilmiş olan rijitlik bağıntıları hem kolonlar hem de perde duvarlar için kullanılabilir. Ancak hemen belirtmelidir ki perde duvarların kayma rijitlikleri oldukça yüksek olduğundan, bu tür elemanların çatlaklı durumdaki rijitlikleri için daha hassas değerlerin elde edilmek istendiği durumlarda, elastik eğri bağıntılarında kayma deformasyonları da dikkate alınmalıdır.

6. Çalışmada sadece dikdörtgen kesitli kolon ve perde duvarların çatlaklı durumdaki yerdeğiştirme rijitlikleri ele alınmıştır. Bununla birlikte bu çalışma daire kesitli, halka kesitli, kutu kesitli ya da T, U, H, şeklinde kesite sahip betonarme düşey taşıyıcı elemanlara da genişletilebilir. Ancak bunun için her bir özel kesit durumunda, bu kesitin çatlaklı durumdaki temsilcisi olacak kütsüz dönme yaylarının esneklik katsayılarının Kırılma Mekanığı bilgileri kullanılarak ayrı ayrı belirlenmesi gerekir.

7. Depremler sonrası yapılan bina kontrollerinde kolon ve perde duvarlar dikkatle incelenmelidir. Bir depremi atlattmış olsa bile, bu depremle taşıyıcı elemanlarında önemli rijitlik kaybı oluşmuş, buna bağlı olarak dinamik özellikleri değişmiş bir bina için detaylı bir inceleme yapılmaması yüzünden oturabilir raporu verildiğinde, bu bina daha sonraki belki daha küçük bir depremi atlatabilecek ve buna bağlı olarak can ve mal kayıpları ortaya çıkabilecektir. Bu yüzden, depremler sonrası bina kontrollerinin yetkin kişiler tarafından, özenle yapılması son derece önemlidir.

## KAYNAKLAR

- ACI (318-89) Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute, Detroit, Michigan, USA.
- Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik, 1998. Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.
- ATIMTAY, E., 2000. Çerçevesiz ve Perdeli Betonarme Sistemlerin Tasarımı, Temel Kavramlar ve Hesap Yöntemleri. Cilt 1. O.D.T.Ü. Rektörlüğü, Ankara, 385s.
- BAZANT, Z. P., and CEDOLIN, L., 1991. Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories. Oxford University Press, New York, 984p.
- BAZANT, Z. P., and OH, B. H., 1984. Deformation of Progressively Cracking Reinforced Concrete Beams. ACI Journal, 81(26): 268-277.
- BERKTAY, İ., 1989. Betonarme I – Taşıma Gücü ve Kesit Hesapları 2. Baskı. Y.T.Ü. Rektörlüğü, İstanbul, 404s.
- CELEP, Z., ve KUMBASAR, N., 2005. Betonarme Yapılar. Beta Yayınevi, İstanbul, 861s.
- DOĞANGÜN, A., 2005. Betonarme Yapıların Hesap ve Tasarımı. Birsen Yayınevi, İstanbul, 780s.
- ERSOY, U., ve ÖZCEBE, G., 2001. Betonarme Temel İlkeler TS 500, 2000 ve Türk Deprem Yönetmeliğine (1998) Göre Hesap. Evrim Yayınevi, Ankara, 643s.
- KAPLAN, S. A., 2004. Betonarme Yapı Elemanları. Bilbeyki Yayınları, İstanbul, 241s.
- KHUNTIA, M., and GHOSH S. K., 2004. Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Analytical Approach. ACI Structural Journal. 101: 351-363.
- KHUNTIA, M., and GHOSH S. K., 2004. Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Experimental Verification. ACI Structural Journal. 101: 364-374.
- KISA, M., ve GÜREL M. A., 2000. Kusurlu Yapılarda Çatlaktan Dolayı Meydana Gelen Direngenliğin Bulunması ve Bilgisayar Programı. 8. Denizli Malzeme Sempozyumu, Denizli, 5: 192-202.
- PAULAY, T., and PRIESTLEY, M. J. N., 1992. Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. John Wiley and Sons, Inc., New York, 742p.
- RESHEIDAT, M., GHANMA, M., SUTTON, C., and CHEN, V. F., 1995. Flexural Rigidity of Biaxially Loaded Reinforced Concrete Rectangular Column Sections. Computers and Structures. 55(4): 601-614.
- SHIFRIN, E. I., and RUOTOLO, R., 1999. Natural Frequencies of a Beam with an Arbitrary Number of Cracks. Journal of Sound and Vibration. 222(3): 409-423.
- SHURAIM, A. B., 1997. Lateral Stiffness of Plane Reinforced Concrete Frames. Computers and Structures. 64(4): 771-782.
- SIGMON, G. R., and AHMAD, S. H., 1990. Flexural Rigidity of Circular Reinforced Concrete Sections. ACI Structural Journal, 87: 548-556.
- MIRZA, S. A., 1990. Flexural Stiffness of Rectangular Reinforced Concrete Columns. ACI Structural Journal, 87: 425-435.
- TS 500, 2000. Betonarme Yapıların Tasarım ve Yapım Kuralları. Türk Standartları Enstitüsü, Ankara.
- ZENG, J. M., DUAN, L., WANG, F. M., and CHEN, V. F., 1992. Flexural Rigidity of Reinforced Concrete Columns, ACI Structural Journal, 89: 150-158.

ZHENG, D. Y., and FAN, S. C., 2003. Vibration and Stability of Cracked Hollow-Sectional Beams, *Journal of Sound and Vibration*, 267: 933-954.

## **ÖZGEÇMİŞ**

1982 yılında Şanlıurfa’ da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Şanlıurfa’da tamamladı. 2003 yılında Harran Üniversitesi İnşaat Mühendisliği bölümünden mezun oldu, 2004 yılında Harran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı ve halen aynı bölümde öğrenimine devam etmektedir.



## ÖZET

Kolonlar ve perde duvarlar betonarme binaların en önemli yük taşıyıcı elemanlarıdır. Bu yapısal elemanlar binalara etkiyen düşey ve yatay yükleri taşıyarak temele iletirler. Deprem ve rüzgar yüklerinin taşınmasında bu elemanların yatay yerdeğiştirme rijitlikleri son derece önemlidir.

Bir kolon veya perde duvarın yatay yerdeğiştirme rijitliği başlıca onun malzeme ve kesit özelliklerine, uzunluğuna ve uç şartlarına bağlıdır. Bu parametrelerin yanında çatlakların mevcudiyeti de elemanların rijitliğini etkiler. Bu çalışmada bir veya daha fazla çatlağı olan betonarme kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme rijitlikleri analitik olarak araştırılmaktadır.

Bu tez çalışması 5 bölümden oluşmaktadır. 1. bölümde çalışmanın amacı belirtilmekte, 2. bölümde konu ile ilgili diğer çalışmalar gözden geçirilmektedir. Materyal ve Yöntem 3. bölümde ele alınmaktadır. Çalışmanın esasını oluşturan 4. bölümde, çeşitli uç şartlarına sahip çatlaklı kolonların yatay yerdeğiştirme rijitliği ifadeleri elde edilmekte ve sayısal örnekler yapılmaktadır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar son bölümde verilmektedir.

Sayısal örnekler, bir çatlağın yatay rijitlik üzerindeki etkilerinin onun derinlik ve konumuna ve ayrıca kolonun uç şartlarına bağlı olduğunu göstermektedir. Beklenildiği gibi yatay rijitlik artan çatlak derinliği ile belirgin olarak azalmaktadır. Sabit bir çatlak derinliği için, en büyük eğilme momentinin olduğu kesitte yer alan bir çatlak, yatay rijitlikte en büyük düşmeye yol açmaktadır. Buna karşılık, çatlak eğer momentin sıfır olduğu kesitte yer alıyorsa, yatay rijitlik üzerinde etkisi olmamaktadır. Bu çalışma, çatlakların mevcudiyetinin kolon ve perde duvarların yatay yerdeğiştirme rijitliklerini belirgin olarak etkilediğini göz önüne sermiştir.

## SUMMARY

Columns and shear walls are the most important load carrying elements of reinforced concrete buildings. They carry vertical and lateral loads acting to the buildings and transmit them to the foundation. Lateral stiffness values of these elements are extremely important, in carrying of earthquake and wind forces.

Lateral stiffness of a column or shear wall depends primarily on its material and section properties, its length and boundary conditions. Besides these parameters, the presence of cracks also effects the lateral stiffness of the members. In this study, the lateral stiffness of reinforced concrete columns and shear walls with a single crack or multiple cracks is investigated analytically.

This study consists of five chapters. In the first chapter the objective of the study is stated, and in the second chapter the other studies concerning the subject are reviewed. The material and method is dealt with in the third chapter. In the fourth chapter which forms the main part of the study, the lateral stiffness expressions of cracked columns with various end conditions are obtained, and numerical examples are presented. The conclusions obtained from the study are given in the last chapter.

Numerical examples show that the effects of a crack on the lateral stiffness of a column depend on its depth and the location, and on the end conditions of the column. As expected, the lateral stiffness decreases substantially as the crack depth increases. For a constant crack depth, a crack located in the section of maximum bending moment causes the largest decrease in the lateral stiffness. Whereas, if the crack is located just in the moment-zero section, it has no effect on the stiffness. The study showed that the presence of cracks effect conspicuously the lateral stiffness values of reinforced concrete columns and shear walls.