

**T.C**  
**HARRAN ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ÖZDEŞ İKİ DALGA KLAVUZU İÇERİSİNDE YOĞUŞUK MADDEDE**  
**IŞIĞIN TÜNELLEME OLAYI**

**Mücahit TÜRK**  
**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ŞANLIURFA**

**2012**

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa No

ÖZ.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
SİMGELER DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Kuantum Optik Nedir.....	1
1.2. Kuantum Optiğin Kısa Tarihçesi.....	2
1.3. Önceki Çalışmalar.....	4
2. KURAMSAL TEMELLER.....	7
2.1. Single Mod Bir Alanın Kuantizasyonu.....	7
2.2. Uyumlu Durumlar ve Sıkıştırılmış Işık.....	13
2.2.1. Klasik Harmonik Osilatör Olarak Işık Dalgaları.....	15
2.2.2. Kuantum Harmonik Osilatör Olarak Işık Dalgaları.....	19
2.2.3. Vakum Alanı.....	20
2.2.4. Uyumlu Durumlar.....	21
2.2.5. Sıkışmış Durumlar.....	23
2.3. Korelasyon Fonksiyonları.....	26
2.3.1. Birinci Dereceden Korelasyon Fonksiyonları.....	26
2.3.2. İkinci Dereceden Korelasyon Fonksiyonları.....	28
2.4. Dipol Yaklaşımı ve $r \cdot E$ Hamiltoniyeni.....	30
2.5. Bose-Einstein Yoğunlaşması.....	31
2.5.1. Atomik Bulutlarda Bose-Einstein Yoğunlaşması.....	34
2.5.2. Harmonik Bir Tuzakta Bose Gazı.....	35

2.5.3. Yoğunluk Profili Ve Hız Dağılımı.....	37
2.5.4. Gross-Pitaevski Denklemi.....	40
2.6. Elektromanyetik İndüklenmiş Saydamlık.....	44
2.6.1. EIS'nin Çalışma Prensipleri.....	45
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	49
3.1. Dalga Klavuzları İçinde Optiksel Çiftlenim.....	49
3.2. Kuadratik İndeksli Fiberler.....	51
3.3. WKB Yaklaşımı.....	52
3.3.1. Kuadratik İndis Fiberde z Yönündeki Dalga Sayısı İçin WKB Çözümleri.....	56
3.4. Sayısal Çözüm.....	57
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMALAR.....	59
4.1. Foton-Foton Tünelleme Olayı.....	59
4.2. Tünelleme (Etkileşim) Katsayısının Saçılma Uzunluğuna Bağlılığı.....	65
4.3. Tünelleme (Etkileşim) Katsayısının Radyal Yöndeki Tuzaklama Frekansa Bağlılığı.....	65
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	66
ÖZGEÇMİŞ.....	68
KAYNAKLAR.....	69
ÖZET.....	72
SUMMARY.....	73

## ÖZ

Bose-Einstein yoğunluk görünüşünü eğimli indeks modeli ile modellediğimizden modlar Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) yaklaşık yöntemi ile analitik olarak bulunabilmektedir. Bu analitik sonuçlar kullanılarak tünelleme katsayıları bulunmuştur. Bu çalışmada iki fiber içerisine monte edilen özdeş Bose-Einstein yoğunlaşmış maddesi içerisindeki optik modların birbiri üzerine binmesinden kaynaklanan tünelleme (etkileşim) katsayıları belirlenmiştir. Fiberler dalga klavuzu gibi davrandığından kuantum tünelleme sayesinde ışığın transferi teorik olarak gerçekleştirilmiştir.

### Yüksek Lisans Tezi

## ÖZDEŞ İKİ DALGA KLAVUZU İÇERİSİNDE YOĞUŞUK MADDEDE IŞIĞIN TÜNELLEME OLAYI

Harran Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Devrim TARHAN

Yıl: 2012, Sayfa:83

**ANAHTAR KELİMELER:** bose-einstein yoğunlaşması, fotonun tünellemesi, dolanıklık üretimi, quantum bilgisinin işlemi ve transferi

## **ABSTRACT**

Since we model the Bose-Einstein condensation view with the curved index model, the mods can be analytically determined with the average method of Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB). By using these analytical results, we have found out the interaction and tunnelling coefficients. In this study, the tunneling (interaction) coefficients resulting from overlapping of optic modes in the identical Bose-Einstein condensation matter that is fixed within a couple of fibres were determined. Fibers behave wave guiding therefore, the transfer of the light was theoretically carried out.

### **MSc Thesis**

## **TUNNELLING EVENT OF THE PHOTON IN CONDENSATE MATTER WITHIN IDENTICAL COUPLE OF WAVEGUIDING**

**Harran University**

**Graduate School of Natural and Applied Sciences**

**Department of Physics**

**Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Devrim TARHAN**

**Year: 2012, Page:83**

**KEY WORDS:** bose-einstein condense, tunnelling of photon, entanglement production, optical implementations of quantum information processing and transfer

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmada bilgi ve tecrübeleriyle bana her konuda yardımcı olan, yönlendiren ve bana büyük bir sabırla katlanan, kendisini tanımaktan memnuniyet duyduğum danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Devrim TARHAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tüm eğitim hayatım boyunca beni bir yerlere getirebilmek için varını yoğunu feda eden fedakâr babam ve anneme sonsuz minnetimi sunar ellerinden öperim.

Ayrıca yüksek lisans süresince her konuda kapılarımı çalabildiğim, tavsiye ve desteklerini alabildiğim başta Fizik Bölüm Başkanı Sayın Doç. Dr. Ahmet BOZKURT olmak üzere bütün bölüm öğretim elemanlarına teşekkürü bir borç bilirim.

Mücahit TÜRK

Şanlıurfa, 2012

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 1.1. İki dalga klavuzluğu içinde bulunan özdeş Bose-Einstein yoğunlaşmış maddesi.....	6
Şekil 2.1. $z=0$ ve $z=L$ ye yerleştirilen iletken duvarlarla oluşturulan kavitede, elektrik alan $x$ eksenine boyunca polarize edilmiş.....	7
Şekil 2.2. $\omega$ frekansına bağlı olarak harmonik osilatörün enerji seviyeleri.....	12
Şekil 2.3. ( a ) Harmonik potansiyelde farklı zamanlarda minimum belirsizlikteki dalga paketi. ( b ) Karşılık gelen elektrik alan.....	14
Şekil 2.4. $L$ uzunluğundaki boş bir kavite içerisinde kapalı $x$ -doğrultusunda bir elektromanyetik dalganın elektrik alanı.....	16
Şekil 2.5 Vakum durumu için fazör diyagramı .....	21
Şekil 2.6. Uyumlu durum için fazör diyagramı .....	22
Şekil 2.7. Kareleme sıkışmış alanlar (a) Sıkışmış durum (b) Sıkışmış ışık fazı (c) Sıkışmış ışık genliği.....	24
Şekil 2.8. Bir foton sayısı durumu için fazör diyagramı .....	25
Şekil 2.9. Çift yarık deneyi temsili şekli.....	26
Şekil 2.10. Anderson ve ark. (1995) tarafından yapılan deneyden bir görüntü.....	32
Şekil 2.11. Bose-Einstein yoğunlaşmasının farklı sıcaklıklarda karşılaştırılması.....	34
Şekil 2.12. (a) : Düşük yoğunluklu lazer ışınının kurşun buharını takiben 3.2 mm aralıktan geçmesi (b) : Zayıf alan yoğunluğu yaklaşık 10.000 kat artırıldığında lazer ışın flamentle ve parçalanmalar kontrolsüz bir şekilde ayrılır (c) : Eşleşme lazeri açıldığında aralığın resmi.....	45
Şekil 2.13. İki lazerle etkileşen üç seviyeli atomun enerji seviye diyagramı.....	46
Şekil 2.14. Zayıf bir $\omega$ frekansı duyarlılığının reel ( b ) ve imajinal ( a ) kısımları.....	47
Şekil 4.1. İki çiftlenmiş dalga klavuzluğunun şematik gösterimi.....	59
Şekil 4.2. İki fibere gönderilen fotonun klasik olarak fiberlerden çıkışı.....	62
Şekil 4.3. İki fibere gönderilen fotonun kuantumsal olarak fiberlerden çıkışı .....	62
Şekil 4.4. Etkileşim katsayısının saçılma uzunluğuna bağlılığı.....	65
Şekil 4.5. Etkileşim katsayısının tuzaklama frekansına bağlılığı.....	65

Şekil 5.1. Korelasyonun zamana bağlı değişimi.....	66
Şekil 5.2. Optik güçlerin konuma bağlı değişimi.....	67



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa No

Çizelge 3.1. z yönündeki dalga sayısı (WKB).....	58
Çizelge 3.2. z yönündeki dalga sayısı (sayısal).....	58

## SİMGELER DİZİNİ

<b>BEY</b>	Bose-Einstein Yoğunlaşması
<b>EİS</b>	Elektromanyetik İndüklenmiş Saydamlık
<b>TFA</b>	Thomas-Fermi Yaklaşım

## 1.GİRİŞ

### 1.1 Kuantum Optik Nedir?

Bu alanda yazılmış önemli kitaplar arasında Chirstopher C. GERY ve Peter L. KNIGHT'in yazdığı "Inductory Quantum Optics", Mark FOX'un yazdığı "An Introduction Quantum Optics", Marlan O.SCULLY ve M.Suhail ZUBAIRY'nin yazdığı "Quantum Optics" gösterilebilir.

Kuantum optik, sadece elektromanyetik dalgalardan ziyade, bir foton akışı gibi görülmesi daha uygun olan tedavi edici ışık olarak açıklanabilen optik olaylarla ilgilenen bir konudur. Teoride bu konu kuantum teorisinin kendisi kadar eskiyken, pratikte oldukça yeni bir konudur ve tam manasıyla yalnızca yirminci yüzyılın son çeyreği boyunca gündeme gelmiştir. Işık teorisinin artan gelişmeleri, açık bir şekilde üç genel yaklaşım ile tanımlanabilir. Gerek teorisinin kendisi gerek deneysel veriler göz önüne alındığında, bu yaklaşımlardan en tutarlı olanının kuantum optik yaklaşımı olduğu aşikârdır. Yine de, yarı klasik teorilerin de bazı amaçlar için oldukça elverişli olduğu durumlar vardır. Örneğin, ilk olarak atomlar tarafından ışığın emilme teorisi göz önünde bulundurulduğunda, atomlara kuantum mekaniği uygulamak olağandır, fakat burada ışığı klasik elektromanyetik dalga olarak ele almak gerekir (Fox, 2006).

Yarı klasik yaklaşımda izah edilemez bazı etkilerin olup olmadığı sorusunu, kuantum optiğin kapsamını tanımlamak için sormak zorundayız. Bu tarz durumların nispeten daha az olması okuyucuya şaşırtıcı gelebilir. Aslında, yaklaşık 30 yıl öncesine kadar gerçekten kuantum modelinde bir ışığı gerektiren çok az sayıda etki vardı. Bunlarda temelde spontane emisyon ve Lamb shift gibi vakum alanlarıyla ilgiliydi.

Işığın foton resminin gerektirdiği bir örnek ele alalım ya da fotoelektrik etki de diyebiliriz buna. Bu, ışık etkisi altındaki bir metalden elektron püskürmesi olarak tanımlanabilir. Bu olayın ilk izahı 1905'de, atomların kuantize paketlerdeki ışık huzmelerinden enerji emmeleri gerektiğini fark ettiğinde, Einstein tarafından verilmiştir.

Bununla birlikte, dikkatli analizler daha sonradan göstermiştir ki, sonuçlar, ancak atomlar kuantize nesnelere olarak ve ışık da klasik elektromanyetik dalgalar şeklinde ele alındığında anlaşılabilir. Bu konudaki tartışmalar, tek-foton sayıcı detektörler tarafından yayılan bireysel titreşimlerin ışığın fotonlardan oluştuğunu belirtmeye yetmediğini açıklayabilmektedir. Birçok durumda, çıkan sinyaller, klasik ışık dalgalarının etkisi altındaki bir atomun kuantize durumlarından çıkan bireysel elektronun olasılıksal enjeksiyonu açısından açıklanabilir. Yani, bu deneyler bize ışığın foton resmini işaret etmesine rağmen, nihai bir kanıt sunmazlar.

Şu an bildiğimiz şekliyle kuantum optiğin kapsamı 1970'lerin sonlarına gelinceye dek gelişmeye başlamamıştı. O zamanlar anti-foton yığılması gibi ışığın foton doğasının doğrudan kanıtını veren etkilerin ilk gözlemleri, ikna edici bir şekilde laboratuvarlarda gösterilmekteydi. Bundan sonra, konunun kapsamı büyük ölçüde genişlemiştir ve günümüzde ışığın kendisiyle ilgili ciddi çalışmaların da ötesine geçen birçok yeni alanı içerir hale gelmiştir (Fox, 2006).

## 1.2 Kuantum Optiğin Kısa Tarihçesi

Gelişiminin kısa tarihini şöyle bir gözden geçirerek, daha geniş bir çerçevede kuantum teorisi kapsamına giren kuantum optiğin konusunu derinlemesine ele alabiliriz. Optiğin ilk gelişme döneminde, iki adet rakip teori vardı: Newton tarafından ortaya atılan parçacık teorisi ve onunla aynı çağda yaşayan Huygen tarafından açıklanan dalga teorisi. Dalga teorisi, ikna edici bir şekilde 1801 yılında Young'ın çift yarık deneyi ve 1815'de Fresnel'in kırılmanın dalga yorumlaması ile kanıtlandı. 1873'de Maxwell'in elektromanyetik dalga denklemi türetmesiyle birlikte sağlam bir teorik temel verilmiştir. 19. Yüzyılın sonlarına gelindiğinde, parçacık teorisi sırf tarihsel bir düzleme indirgenmiştir.

Bu durum, 1901'de Planck'ın siyah cisim ışımalarının quanta adındaki ayrık enerji paketlerinde yayıldığını öne süren hipotezi ile radikal bir şekilde değişmiştir. Planck, bu varsayımla fizikçilerin yıllardır kafasını kurcalayan ultraviyole felaket problemini çözebilmiştir. 4 yıl sonra 1905'de, Einstein fotoelektrik etkiyi açıklamak için Planck'ın kuantum teorisine başvurmuştur. Bu öncü fikirler kuantum ışık ve atom teorilerinin temelini oluşturmuştur; fakat kendi içlerinde, ışığın kuantum

doğasına doğrudan deneysel bir kanıt getirememişlerdir. Yukarıda da bahsedildiği üzere, onların tam olarak kanıtladığı şey, kuantize şeyin ışık olduğunu net bir şekilde saptamadan bir şeylerin nicemlendiğini söylemektir ( Fox, 2006 ).

Gerçek bir kuantum optik deneyi olarak ilk ciddi girişim 1909 yılında Taylor tarafından gerçekleştirilmiştir. Young'ın yarı deneyini düzenlemiş ve ışık demetinin yoğunluğunu, belirli zamanda aparattaki enerji düzeyinin yalnızca bir kuantum enerji kalana kadar yavaş yavaş düşürmüştür. Sonuç girişim örüntüsü, çok uzun maruz kalma süresiyle fotoğrafik plaka kullanılarak kaydedilmiştir. En düşük yoğunluklarda bile örüntülerde hiçbir kayda değer değişiklik bulamaması Taylor'ı hayal kırıklığına uğratmıştır.

Aynı yıl, Taylor'ın deneyinde olduğu gibi Einstein siyah cisim radyasyon yayılım enerjisini dikkate almıştır. Bu şekilde, radyasyon enerjisinin ayrık doğası, quanta'nın ortalama sayısına orantılı bir extra süreç verir ve böylece foton istatistiğinin modern teorisini de öngörmüş olur.

Işığın nicemlenmesinin biçimsel teorisi, kuantum mekaniğin doğuşundan sonra, 1920'lerde ortaya çıkmıştır. Foton kelimesi 1926'da Gilbert Lewis tarafından türetilmiştir ve Dirac da kuantum radyasyon teorisi hakkındaki ufuk açıcı makalesini bir yıl sonra yayımlamıştır. Bununla birlikte, ilerleyen yıllarda, atomların optik spektrumlarının hesaplanması büyük önem kazanırken, ışığın doğrudan kendisiyle ilgili kuantum etkilerinin araştırılması için daha az çaba harcanmıştır (Fox, 2006).

Kuantum optiğin modern konusu tam olarak 1956'da Hanbury Brown ve Twiss'in çalışmalarıyla ortaya çıktı. Bu iki kişinin, iki ayrı detektör tarafından kaydedilen yıldız ışığı yoğunlukları arasındaki korelasyonlar üzerinde yaptıkları deneyler, büyük ihtilaflara sebep olmuştur. Daha sonradan bu deneylerin sonuçlarının, ışığı klasik bir biçimde ele alarak ve kuantum teorisini yalnızca foton algılama sürecine uygulayarak açıklanabileceği gösterildi. Bununla birlikte, yine de bu ikilinin yaptığı deneyler hala alanında dönüm noktası olarak kabul edilmektedir çünkü bu deneyler, kısa süreli ölçekte ışık yoğunluğunun değişimini ölçmek için yapılan ilk ciddi girişimdir. Bu girişimler, hiçbir klasik açıklama olmaksızın optik

olayların gözlemlenmesine yol açan foton istatistiği üzerine yapılan daha karmaşık deneylere kapı aralamıştır.

1960'da lazerin icadı, konu ile ilgili yeni ilgi alanlarının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Lazer ışığının özelliklerinin daha sonradan geleneksel kaynakların özelliklerinden farklı olması umut edilse de bu ümitler boşa çıkmıştır. Klasik ışıklarından farklı istatistiki özelliklere sahip ışığın yeni durumunu tanımladığında, Glauber kesin kuantum etkilerinin nerede aranacağını ilk ipuçlarını 1963'de vermişti. Foton anti-demetlenmesini ilk kez açıkladıklarında, bu klasik olmayan özelliklerin deneysel sağlaması 1977'de Kimble, Dagenais ve Mendel tarafından yapılmıştı. 8 yıl sonra, Slusher ve arkadaşları laboratuvarında sıkıştırılmış ışığı başarılı bir şekilde üreterek durumun geri kalanını tamamlamışlardı.

Son zamanlarda, konu, kuantum bilgi işlemi ve ışık-madde etkileşimlerinin ilgili disiplinlerini içerecek derecede geniş bir hal almıştır. Konuyla ilgili çalışmalar ve çalışanlar 1981'den başlayarak bu bağlamda bir dönem noktası olarak kabul edilebilmektedir. Bunlar, Bell'in eşitsizliğinin ihlallerini göstermek için atomik basamaklandırmadan çapraşık fotonlar kullanmışlardır ve böylece kuantum optiğin fiziğin diğer branşlarına nasıl uygulanabileceğini kesin bir şekilde göstermişlerdir. Bu tarihten sonra, hızla genişleyen uygulamalarda kuantum optiğin kullanımının örnekleri hızla artmıştır.

Kuantum optiğin bu kısa ve tamamlanmamış araştırması şunu açıkça belirtmektedir ki bu konu son yıllarda 'rüşünü ispatlamıştır'. Artık kuantum optik gerçek dünyadaki kısıtlı uygulamalarıyla, uzmanlaşmış, oldukça akademik bir disiplin olmaktan çok hızla genişleyen (genişleyecek olan, genişlemeye hep açık) çerçevesiyle büyüyen bir çalışma alanıdır (Fox, 2006; Knight, 2005; Scully ve Zubairy, 1997).

### 1.3 Önceki Çalışmalar

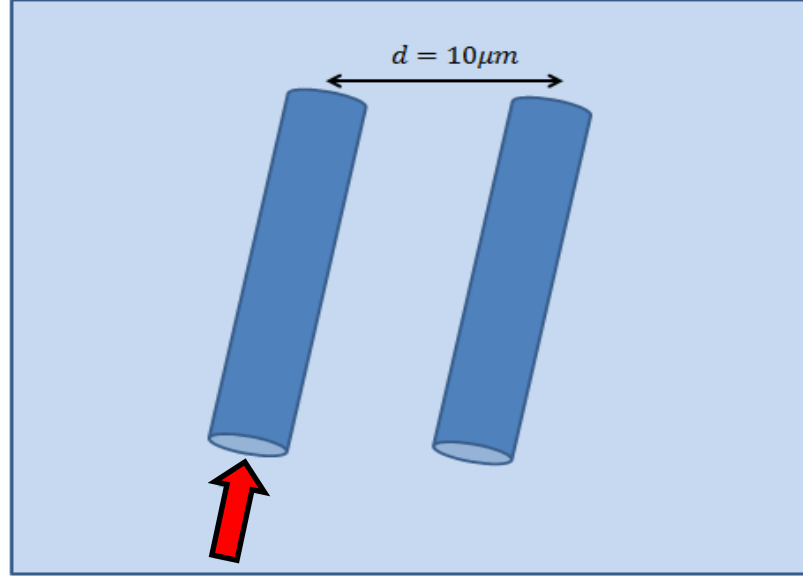
Optik fiberlerde kuple olmuş modların teorisi 1972 yılında geliştirildi (Synder 1972). Optik olarak geçirgen olmayan bir maddenin kuantum uyum etkileri kullanılarak saydamlaştırılabileceği deneysel olarak ilk defa 1991 yılında gösterildi

(Boller 1991). Hemen sonra bu etkiye maruz kalan bir maddenin dağınım etkileri de kuramsal olarak tartışıldı (Harris, 1992).

Elektronlardan farklı olarak bilgi işlem birimlerine bilgiyi taşımak için fotonlar da kullanılır. Buradaki bilgi işlem birimi adayları; Bose-Einstein Yoğuşuk Maddesi (BEY) ve optik örgü üzerinde olan bozonlar veya yozlaşmış Fermi gazları olabilir (Davis 1995, Cornell 1995). Bilginin taşınmasını, yazılmasını ve okunmasını sağlamak için ışık ile madde arasındaki etkileşimden faydalanılır. Daha yakın zamanda Elektromanyetik-İndüklenmiş-Saydamlık (EIS) denilen bu etkiden yararlanılarak soğrulma probleminin önüne geçilebilmiştir (Harris, 1997).

(EIS) kullanarak Bose-Einstein yoğuşuk maddesinde ultra yavaş giden ışığın deneysel olarak gözlenmesi (Hau, 1999) kuantum optik hafızalar uygulamalarına ilham verdi (Lukin, 2001). Kuantum hafızalar gelecekte geliştirilmesi beklenen kuantum bilgisayarlar için çok önemli aygıtlardır. Elektromanyetik-İndüklenmiş-Saydamlık (EIS), polaritonların manipilasyonu sayesinde kuantum hafızalarının oluşmasında kullanılır (Lukin, 2001). Bunun yanında çok yavaş ışık darbesi, eşevreli optik bilginin depolamasında kullanıldı (Liu, 2001). Fotonik kristal fiberlere optik dipol tuzaklama yöntemiyle çok soğuk atomlar ilk olarak 2008 yılında yerleştirilmiştir ( Christensen, 2008 ). N tane çiftlenmiş dalga klavuzluğu içeren bir fiziksel sistem içinde fotonların kuantum taşınması tartışılmış ve bu sayede farklı dalga klavuzları arasında kuantum dolanıklık oluşturulmuştur (Rai, 2008).

Bu kuramda ışığın kuantum doğasını dikkate alan bir genelleme yapılacaktır. Bu benzersiz yaklaşım ile Bose-Einstein yoğuşuk maddesinin dalga klavuzluğu tartışılacak ve özdeş Bose-Einstein yoğuşuk maddesi içerisinde ışık dalgalarının birbiriyle etkileştirilmeleri incelenecektir. Bu tezde ise Şekil 1.1’de gösterildiği gibi iki fiber içinde bulunan özdeş Bose-Einstein yoğuşuk maddesi içerisinde ışık dalgalarının birbiriyle etkileşmeleri sonucunda ışığın transferi tartışılacaktır.



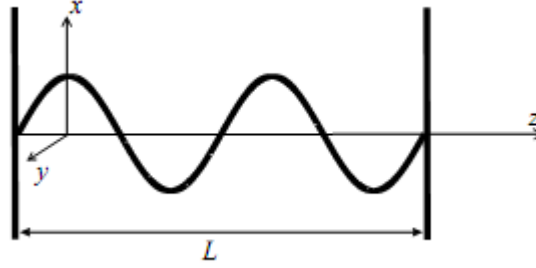
Şekil 1.1. İki dalga klavuzluğu içinde bulunan özdeş Bose-Einstein yoğuşuk maddesi



## 2.KURAMSAL TEMELLER

Bu bölümde kuantum mekaniğinin temel kavramları verilmiştir.

### 2.1 Tek (Single) - Mod Bir Alanın Kuantizasyonu



Şekil 2.1.  $z=0$  ve  $z=L$  ye yerleştirilen iletken duvarlarla oluşturulan kavitede, elektrik alan x eksenine boyunca polarize edilmiştir

Elektrik alan sınırlar üzerinde yok olacak ve duran bir dalga biçimini alacaktır. Kavite içerisinde herhangi bir radyasyon kaynağı (dielektrik ortam, yük, akım gibi) olmadığını ve alanın ise x-eksenine boyunca polarize olduğu farzedilir.  $E(r,t) = \mathbf{e}_x E(z,t)$ , burada  $\mathbf{e}_x$  birim polarizasyon vektörüdür. SI birim sisteminde kaynaklar olmadan Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (2.4)$$

Maxwell denklemleri ve sınır koşullarını sağlayan bir tek modlu alan Denklem (2.5) ile verilir (Knight, 2005).

$$E_x(z,t) = \left( \frac{2\omega^2}{V\epsilon_0} \right)^{1/2} q(t) \sin(kz), \quad (2.5)$$

Burada  $\omega$  mod frekansı ve  $k$  dalga sayısıdır.  $z=L$  sınır şartında  $\omega_m = c(m\pi / L), m = 1, 2, 3, \dots$  izinlidir. Denklem (2.5)'te  $V$  kavitenin efektif hacmidir ve  $q(t)$  uzunluk boyutuna sahip zamana bağlı bir faktördür, kanonik konum olarak hareket edecektir. Kavitedeki manyetik alan denklem (2.5) ve (2.2)'den  $B(r, t) = e_y B_y(z, t)$  olur. Burada;

$$B_y(z, t) = \left( \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{k} \right) \left( \frac{2\omega^2}{V \varepsilon_0} \right)^{1/2} \dot{q}(t) \cos(kz), \quad (2.6)$$

Yukarıdaki denklemde,  $\dot{q}(t)$  birim kütlenin bir parçacığı için kanonik bir momentum rolü oynayacaktır. Tek bir modun klasik enerjisi veya Hamiltonyeni aşağıdaki gibi yazılabilir (Knight, 2005).

$$H = \frac{1}{2} \int dV \left[ \varepsilon_0 E^2(r, t) + \frac{1}{\mu_0} B^2(r, t) \right] = \frac{1}{2} \int dV \left[ \varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_y^2(z, t) \right], \quad (2.7)$$

Denklem (2.5) ve (2.6) , denklem (2.7)'de yerine yazıldığında;

$$H = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2), \quad (2.8)$$

şekline dönüşür. Burada elektrik ve manyetik alanlar bazı ölçek faktörler dışında momentum ve konum rolleri oynar. Kuantum mekaniği üzerine yazılan her kitapta bir boyuttaki harmonik osilatörün kuantizasyonu tartışılır. Burada klasik sistem için  $p$  ve  $q$  kanonik değişkenlerinin tanımına sahip bir yaklaşım ele alacağız. Basitçe  $q$  ve  $p$  operatörlerini kullandığımızda, operatörler c-sayılarından bir şapka ile ayrılacaktır. Bu operatörler kanonik komütasyon bağıntısını sağlamalıdır (Knight, 2005).

$$[q, p] = i\hbar, \quad (2.9)$$

Elektrik ve manyetik alanları operatör şeklinde yeniden düzenlersek;

$$E_x(z, t) = \left( \frac{2\omega^2}{V \varepsilon_0} \right)^{1/2} q(t) \sin(kz), \quad (2.10)$$

$$B_y(z,t) = \left( \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{k} \right) \left( \frac{2\omega^2}{V\varepsilon_0} \right)^{1/2} p(t) \cos(kz), \quad (2.11)$$

biçiminde tekrar yazabiliriz. Ve Hamiltonyen denklem (2.8)'deki gibi tekrar yazılır.

Operatörler ( $q$  ve  $p$ ) hermitiktir bu yüzden gözlemlenebilir niceliklere karşılık gelir.

Yaratma ( $a$ ) ve yok etme ( $a^\dagger$ ) operatörlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$a = (2\hbar\omega)^{-1/2} (\omega q + i p), \quad (2.12)$$

$$a^\dagger = (2\hbar\omega)^{-1/2} (\omega q - i p), \quad (2.13)$$

Yukarıdaki kombinasyonları kullanarak elektrik ve manyetik alan operatörlerini yeniden aşağıdaki formata dönüştürebiliriz.

$$E_x(z,t) = \mathcal{E}_0 (a + a^\dagger) \sin(kz), \quad (2.14)$$

$$B_y(z,t) = \beta_0 \frac{1}{i} (a - a^\dagger) \cos(kz), \quad (2.15)$$

Denklemden  $\mathcal{E}_0 = (\hbar\omega / \varepsilon_0 V)^{1/2}$  ve  $\beta_0 = (\mu_0 / k)(\varepsilon_0 \hbar \omega^3 / V)^{1/2}$  her bir foton için sırasıyla elektrik ve manyetik alanı temsil eder. Fotonların belirli sayıları için bu alanların ortalaması sıfırdır.

Bunlar kuantize olmuş alanın dalgalanma ölçümleri için kullanışlıdır.  $a$  ve  $a^\dagger$  operatörlerinin komütasyon bağıntısı aşağıdaki gibi olur.

$$[a, a^\dagger] = 1. \quad (2.16)$$

Ve böylece Hamiltonyen operatörü aşağıdaki forma dönüşür:

$$H = \hbar\omega \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right). \quad (2.17)$$

Şimdiye kadar,  $a$  ve  $a^\dagger$  operatörlerinin zamandan bağımsız olduğunu söylemedik.  $O$  gibi keyfi bir operatör için Heisenberg denklemi;

$$\frac{dO}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, O] \quad (2.18)$$

şeklinde yazılabilir.

Yok etme operatörü  $a$  için;

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{i}{\hbar} [H, a] \\ &= \frac{i}{\hbar} \left[ \hbar \omega \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), a \right] \\ &= i\omega (a^\dagger a a - a a^\dagger a) \\ &= i\omega [a, a^\dagger] a \\ &= -i\omega a \end{aligned} \quad (2.19)$$

şeklinde ifade yazabiliriz.

$$a(t) = a(0)e^{-i\omega t} \quad (2.20)$$

Denklem (2.20) şeklinde bir çözüm gerçekleştirmiş oluruz. Benzer şekilde denklem (2.20) in Hermitik eşleniğini aşağıdaki gibi yazabiliriz (Knight, 2005).

$$a^\dagger(t) = a^\dagger(0)e^{i\omega t} \quad (2.21)$$

$a^\dagger a$  Operatör ürünü özel bir büyüklüktür ve  $n$  olarak gösterilen sayı operatörü olarak adlandırılır. Eğer  $E_n$  enerji öz değeri ile tek modun enerji öz durumunu  $|n\rangle$  ile gösterirsek;

$$H|n\rangle = \hbar \omega \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (2.22)$$

yukarıdaki denklem (2.22)' ü elde ederiz. Eğer denklem (2.22)' ün her iki tarafını  $a^\dagger$  ile çarparsak aşağıdaki denklemi elde ederiz (Knight, 2005).

$$\hbar \omega \left( a^\dagger a a + \frac{1}{2} a^\dagger \right) |n\rangle = E_n a^\dagger |n\rangle \quad (2.23)$$

Denklem (2.16)' deki komutasyon bağıntısını kullanarak denklem (2.23)' ü yeniden düzenleyerek aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\hbar\omega[(a^\dagger a - a^\dagger) + \frac{1}{2}a]|n\rangle = E_n a^\dagger |n\rangle \quad (2.24)$$

veya

$$\hbar\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2}a)(a^\dagger |n\rangle) = (E_n + \hbar\omega)(a^\dagger |n\rangle) \quad (2.25)$$

Benzer şekilde denklem (2.22)'ün her iki tarafı  $a$  operatörü ile çarpılırsa denklem (2.26) elde edilir (Knight, 2005).

$$H(a|n\rangle) = (E_n - \hbar\omega)(a|n\rangle). \quad (2.26)$$

Yukarıdaki denklem operatör  $a$  nın yok etme operatörü olduğunun bir kanıtıdır. Açıkça denklem (2.26)'deki prosedürü yenilendiğinde enerji öz değeri  $\hbar\omega$  nın tam katları şeklinde düşecektir. Fakat harmonik osilatörün enerjisi daima pozitif olmalıdır Bu nedenle burada taban enerjisi  $E_0 > 0$  olmalıdır.

$$H(a|0\rangle) = (E_0 - \hbar\omega)(a|0\rangle) = 0 \quad (2.27)$$

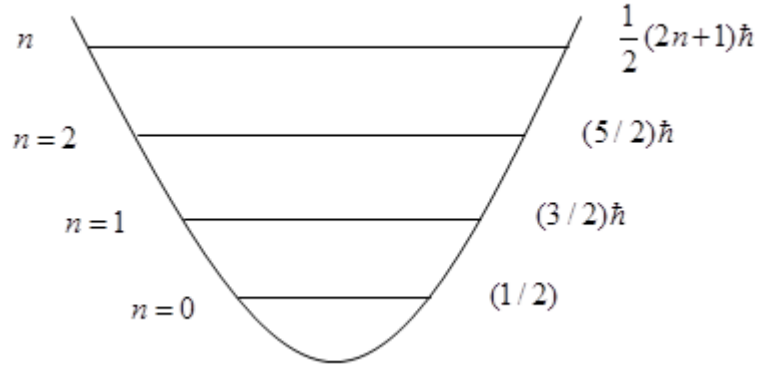
$$a|0\rangle = 0 \quad (2.28)$$

Böylece taban durum için öz değer problemi;

$$H|0\rangle = \hbar\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2})|0\rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega|0\rangle \quad (2.29)$$

Sıfır nokta enerjisi  $\frac{1}{2}\hbar\omega$  'dır.  $E_{n+1} = E_n + \hbar\omega$ , enerji öz değerleri;

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), \quad n = 0,1,2,\dots \quad (2.30)$$



Şekil 2.2.  $\omega$  frekansına bağlı olarak harmonik osilatörün enerji seviyeleri

Böylece sayı operatörü  $n = a^\dagger a$  olur.

$$n|n\rangle = n|n\rangle \quad (2.31)$$

Bu sayı durumları  $\langle n|n\rangle = 1$  e göre normalize olmalıdır.  $a|n\rangle$  durumu için;

$$a|n\rangle = c_n|n-1\rangle \quad (2.32)$$

yazılabilir. Burada  $c_n$  belirli bir sabittir.

$$\begin{aligned} \langle n|a^\dagger(a|n\rangle) &= \langle n|a^\dagger a|n\rangle = n \\ &= \langle n-1|c_n^*c_n|n-1\rangle = |c_n|^2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Böylece  $|c_n|^2 = n$  olur ve  $c_n = \sqrt{n}$  olur. Ve  $a|n\rangle$  aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (2.34)$$

Benzer şekilde  $a^\dagger|n\rangle$  aşağıdaki gibi yazılır.

$$a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (2.35)$$

Denklem (2.35) biraz düzenlenip taban durumu için yazıldığında;

$$|n\rangle = \frac{(a^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle \quad (2.36)$$

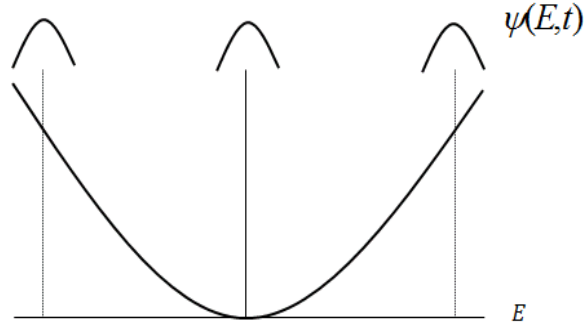
sayı durumları yukarıdaki gibi ifade edilebilir. Çünkü  $H$  ve  $n$  Hermitik operatörlerdir. Ve farklı durum sayıları ortogondur.  $\langle n'|n\rangle = \delta_{nm}$ , böylece;

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1 \quad (2.37)$$

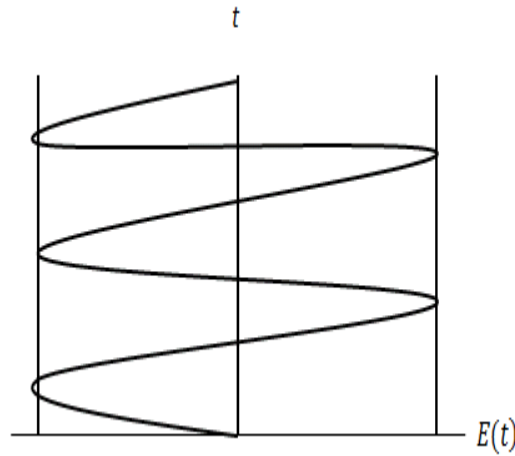
elde edilmiş olur ( Knight, 2005 ).

## 2.2 Uyumlu Durumlar Ve Sıkıştırılmış Işık

Radyasyon kuantum teorisinin gelişimi takiben ve lazerin gelişimiyle birlikte, çoğu neredeyse klasik bir elektromanyetik alan tanımlayan alanın durumları yaygın olarak incelenmiştir. Böyle ‘‘klasik’’ durumları gerçekleştirmek için klasik bir monokromatik akımın oluşturduğu alan dikkate alınacak ve kuantum durumların ‘‘uyumlu’’ durum olarak adlandırılan pek çok ilginç özelliğine sahip olan durumlar bulunmuş olacaktır. Radyasyon alanının kuantize olmasının önemli bir sonucu konjuge alan değişimleri için belirsizlik ilkesidir. Şekil 2.3. taban durumundaki basit bir harmonik osilatörün biçim değiştirmeden osilatör potansiyelinde sinüzoidal olarak osile olduğunu göstermektedir.



( a )



( b )

Şekil 2.3. ( a ) Harmonik potansiyelde farklı zamanlarda minimum belirsizlikteki dalga paketi. ( b ) Karşılık gelen elektrik alan

Bu uyumlu dalga paketleri her zaman minimum belirsizliğe sahiptir ve neredeyse kuantum mekaniksel izinler klasik alana benzer. Uygun durum vektörü ise  $|\alpha\rangle$  şeklinde gösterilir.

Klasik bir elektromanyetik alan iyi tanımlanmış genlik ve faza sahip dalgalardan oluşur. Bu durum kuantum mekaniksel alan davranışı değildir. Dalgalanmalar alanın hem fazı hem de genliğiyle ilişkilidir. Bir elektromanyetik alanın durum sayısı



$|n\rangle$ 'nin iyi tanımlanmış bir genliği vardır, fakat tamamen belirsiz bir fazdır. Oysa uyumlu bir durum alanı iki değişkenin belirsizliklerinin eşit olduğu bir alandır. İki konjuge değişkendeki belirsizlikler Heisenberg belirsizlik ilkesine uyar ve iki değişkendeki belirsizlik birbirine eşittir ya da komütatör değişkenlerin beklenen değerinin yarısından fazladır. Uyumlu bir durum alanı iki kare elemandaki belirsizliklerin eşit olmasıyla ortaya çıkan minimum belirsizlik durumudur.

Işınım alanlarının uyumlu durumlarını geliştirdikten sonra sıkıştırılmış durumlara (squeezed states) döneceğiz. Prensip olarak bir kare elemanda simetrik kuantum limiti altına düşen dalgalanmaları üretmek mümkündür. Bu kanonik konjuge karede gelişen dalgalanma pahasına yapılır. Bu tür durumlar sıkıştırılmış durum olarak adlandırılır. Standart kuantum limiti altındaki dalgalanmaların azalmasıyla elektromanyetik alanın bir karesi çekici optik uygulamalara sahiptir. Bunlar foton algılama teknikleri, gravitasyonel dalga algılama ve parazitsiz amplifikasyonlardır (Fox, 2006).

### 2.2.1 Klasik Harmonik Osilatörler Olarak Işık Dalgaları

Işık ve harmonik osilatör arasındaki bağlantı, bir anlamda tamamen açıktır. Işık bir dalgadır ve tüm dalga olayları harmonik osilatörle ilgili olabilir. Işık dalgasının hareket denklemlerinin kurulmasıyla bağıntı formülize edilebilir.

Şöyle ki,

$$p_x = m\dot{x} \quad (2.38)$$

ve

$$m\ddot{x} = \dot{p}_x = -m\omega^2 x \quad (2.39)$$

Burada  $x$  konum vektörü ve  $p_x$  ise lineer momentumdur. Çözümler aşağıdaki formda yazılabilir.

$$x(t) = x_0 \sin \omega t \quad (2.40)$$

$$p(t) = p_0 \cos \omega t \quad (2.41)$$

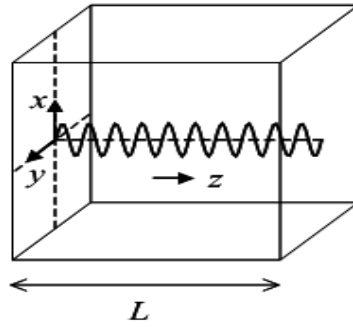
burada

$$p_0 = m\omega x_0 \quad (2.42)$$

Denklem (2.42) mekanik osilatörün formuna eşit yazılabilen ışık dalgasının enerjisini gösterdiği için ayrıca bir öneme sahiptir. Şöyle ki:

$$E_{KHO} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \quad (2.43)$$

Bizim buradaki görevimiz elektromanyetik dalga için konum ve lineer momentum eşitliklerini bulmaktır.



Şekil 2.4. L uzunluğundaki boş bir kavite içerisinde kapalı x-doğrultusunda bir elektromanyetik dalganın elektrik alanı

Şekil 2.4'de gösterildiği gibi L uzunluğundaki bir kavitede dalga boyu  $\lambda$  olan lineer polarize olmuş bir elektromanyetik dalga düşünelim. Bu ışığın x-ekseni boyunca polarize olduğunu ve dalganın hareket yönü olarak z-eksenini varsayalım.

Bu düzenlemeler yapıldığında elektrik alanını aşağıdaki gibi yeniden yazabiliriz.

$$\mathcal{E}_x(z, t) = \mathcal{E}_0 \sin kz \cos \omega t \quad (2.44)$$

Burada  $\mathcal{E}_0$  genlik,  $k = 2\pi / \lambda$  dalga vektörü ve  $\omega$  açısal frekanstır. Elektrik alanın x-ekseni boyunca olmasından dolayı manyetik alan y-ekseni boyunca olacaktır. Denklem (2.1) ve  $\mathbf{j} = 0$ ,  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$  eşitlikleri kullanılarak;

$$-\frac{\partial B_y}{\partial z} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} \quad (2.45)$$

Buradan manyetik alan aşağıdaki gibi yazılır.

$$B_y(z, t) = B_0 \cos kz \cos \omega t \quad (2.46)$$

Yukarıdaki denklemde  $B_0 = \mathcal{E}_0 / c$  ve  $\omega = ck$  dir.

Kavite içerisindeki dalganın enerjisi enerji yoğunluğu integre edilerek bulunabilir;

$$U = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 \mathcal{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2) \quad (2.47)$$

Denklem (4.47) enerji yoğunluğudur.

Eğer bir A mod alanı alırsak uzaysal olarak değişen elektrik alan enerjisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} E_{elektrik} &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 A \int_0^L \mathcal{E}_0^2 \sin^2 kz \sin^2 \omega t dz \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 A \mathcal{E}_0^2 \sin^2 \omega t \int_0^L (1 - \cos 2kz) dz \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 V \mathcal{E}_0^2 \sin^2 \omega t \end{aligned} \quad (2.48)$$

Yukarıdaki denklemin ikinci satırında  $2 \sin^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$  ve üçüncü satırda  $AL = V$  dönüşümleri yapılmıştır. Ayrıca  $z=0$  ve  $z=L$  noktaları arasındaki kavitede duran bir dalga kullandık.

$$\sin kL = 0 \quad (2.59)$$

Böylece

$$\int_0^L \cos(2kz) dz = \sin(2kL) / 2k = \sin kL \cos kL / k = 0 \quad (2.50)$$

Denklem (2.50) elde edilir.

Böylece toplam enerji;

$$E = \frac{V}{4} \left( \epsilon_0 \mathcal{E}_0^2 \sin^2 \omega t + \frac{B_0^2}{\mu_0} \cos^2 \omega t \right). \quad (2.51)$$

olur. Şimdi ise  $p(t)$  ve  $q(t)$  şeklinde iki yeni koordinat tanımlayacağız ve bu koordinatları aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$q(t) = \left( \frac{\epsilon_0 V}{2\omega^2} \right)^{1/2} \epsilon_0 \sin \omega t. \quad (2.52)$$

$$p(t) = \left( \frac{V}{2\mu_0} \right)^{1/2} B_0 \cos \omega t \equiv \left( \frac{\epsilon_0 V}{2\mu} \right)^{1/2} \epsilon_0 \cos \omega t. \quad (2.53)$$

Sırasıyla  $p(t)$  ve  $q(t)$  elektromanyetik harmonik osilatörün momentum ve konum eşitliklerine karşılık gelir.

$$p = \dot{q} \quad (2.54)$$

ve

$$\dot{p} = -\omega^2 q \quad (2.55)$$

Bu aşağıda verilen bir harmonik osilatörün standart hareket denklemlerine benzer yapılabilir.

$$q(t) = \sqrt{m} x(t) \quad (2.56)$$

$$p(t) = (1/\sqrt{m}) p_x(t) \quad (2.57)$$

Denklem (2.51)' de  $p(t)$  ve  $q(t)$  yerine yazıldığında enerji yeniden aşağıdaki gibi yazılır ( Fox, 2006 ).

$$E = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2). \quad (2.58)$$

### 2.2.2 Bir Kuantum Harmonik Osilatör Olarak Işık Dalgaları

Özellikle, kuantum harmonik osilatör için iki iyi bilinen sonuçtan faydalanabiliriz.

1)  $\hbar\omega$  'nın kuantize olmuş enerjisi;

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega. \quad (2.59)$$

biçimindedir.

2) Konum ve momentum Heisenberg belirsizlik ilkesine uymalıdır.

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (2.60)$$

İlk olarak sıfır nokta enerjisinin  $\frac{1}{2}\hbar\omega$  olduğunu söyleyebiliriz. İkinci olarak bütün harmonik osilatörlerin kuantum belirsizliğe sahip olduğunu ifade edebiliriz. Şimdi sıfır nokta enerjisi ve elektromanyetik harmonik osilatör ile ilişkili olarak kuantum belirsizliği dikkate alalım.

$V$  hacmindeki bir kavite içerisinde  $\omega$  açısız frekansında tek bir elektromanyetik mod dikkate alalım.  $X_1(t)$  ve  $X_2(t)$  boyutsuz kareleme alan olmak üzere;

$$\begin{aligned} X_1(t)X_2(t) &= (\omega / 2\hbar)^{1/2} \Delta q (1 / 2\hbar\omega)^{1/2} \Delta p \\ &= \frac{1}{2\hbar} \Delta q \Delta p \end{aligned} \quad (2.61)$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem (2.56) ve (2.57) yardımıyla;

$$X_1(t)X_2(t) = \frac{1}{2\hbar} \left( \frac{\Delta x}{\sqrt{m}} \right) (\sqrt{m} \Delta p_x) = \frac{1}{2\hbar} \Delta x \Delta p_x \quad (2.62)$$

elde edilir.

Sonuç olarak denklem (2.60), denklem (2.62)'de yerine yazıldığında bir kuantum harmonik osilatördeki belirsizliği;

$$X_1(t)X_2(t) \geq \frac{1}{4}. \quad (2.63)$$

olarak elde ederiz (Fox, 2006).

### 2.2.3 Vakum Alanı

Fotonlar uyarılmadığında bile kuantum harmonik osilatörün sıfır nokta enerjisinin  $\frac{1}{2}\hbar\omega$  olduğu açıktır. Bu sıfır olmayan enerji standart kuantum mekanik kitaplarında osilatörün sıfır nokta enerjisi olarak tanımlanır (Fox, 2006).

Kuantum optik bu enerjiyi dikkate almak için daha normaldir. Bu alan her yerde hatta tüm bir boşluk içindedir. Büyüklüğü  $\mathcal{E}_{vac}$  termal enerjinin osilatör kuantum enerjisinden daha düşük olan yerlerdeki bir sıcaklıkta boşaltılmış  $V$  hacmindeki optik bir kavite dikkate alınarak çalışmış olabilir.

Bu koşullarda osilatörün termal uyarımı ihmal edilecek ve diğer enerji kaynaklarının yokluğunda elektromanyetik modlar  $n=0$  durumunda olacaktır. Her sıfır nokta enerjisi daha sonra  $V$  hacmindeki elektromanyetik enerji ile eşit kabul edilebilir. Elektrik ve manyetik alanların ortalama bir zamanda enerji katkıları eşittir.

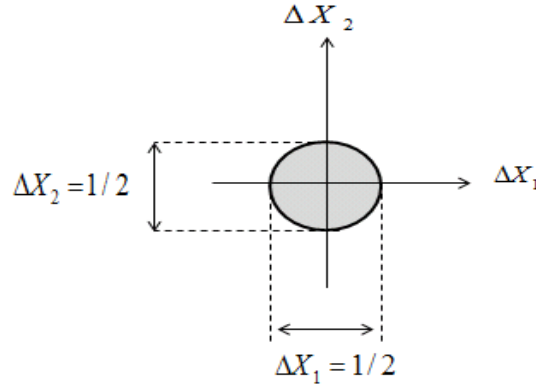
$$2 \times \int \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathcal{E}_{vac}^2 dV = \frac{1}{2} \hbar \omega. \quad (2.64)$$

Burada;

$$\mathcal{E}_{vac} = \left( \frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 V} \right)^{1/2}. \quad (2.65)$$

Denklem (2.65) bize küçük kaviteler için vakum alan büyüklüğünün en büyük olduğunu söyler.

Klasik alan genliği  $\mathcal{E}_0$  vakum için sıfırdır ve vakum durumu Şekil 2.5'te gösterildiği gibi merkezde dairesel merkezlenmiş bir belirsizlikte bir fazör diyagramı üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Vakum durumu için fazör diyagramı

Şekil 2.5'te görüldüğü gibi iki karelemede belirsizlik aynıdır ve her biri denklem (2.63) dikkate alındığında bir birine eşittir.

$$\Delta_1^{vac} = \Delta_2^{vac} = \frac{1}{2}. \quad (2.66)$$

Denklem (2.66)'da minimum belirsizlik durumu olarak adlandırılır (Fox, 2006).

### 2.2.4 Uyumlu Durumlar

Klasik bir monokromatik elektromanyetik dalganın kuantum mekaniksel eşitlikleri uyumlu durumlar (coherent states) olarak adlandırılır. Bu durumlar Dirac notasyonunda  $|\alpha\rangle$  olarak temsil edilir. Burada  $\alpha$  boyutsuz bir kompleks sayıdır.  $\alpha$ 'nın büyüklüğü  $V$  hacmindeki bir kavite içerisinde hapsolmuş lineer polarize olmuş  $\omega$  açısız frekans modu dikkate alınarak anlaşılabilir. Bu durumda  $\alpha$  aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Fox, 2006).

$$\alpha = X_1 + iX_2 \quad (2.67)$$

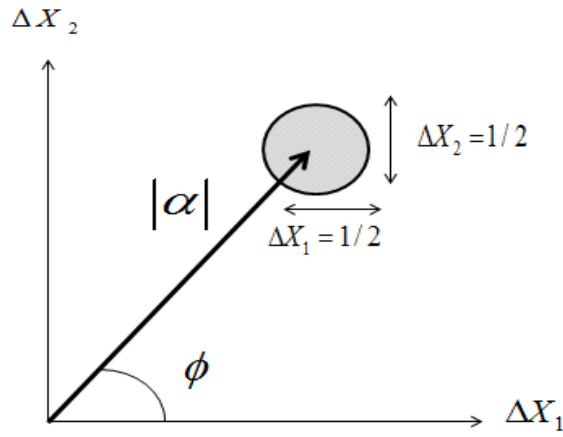
Burada  $X_1$  ve  $X_2$  kavite içerisindeki alanın boyutsuz karelemeleridir.  $\alpha = |\alpha|e^{i\phi}$  ve

$|\alpha| = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$  eşitlikleri kullanılarak:

$$\begin{aligned} X_1 &= |\alpha| \cos \phi, \\ X_2 &= |\alpha| \sin \phi, \end{aligned} \quad (2.68)$$

denklemleri elde edilir.

Uyumlu durumu görünür yapan bu tanımlamalar genişliği  $|\alpha|$  ve açısı  $\phi$  olan bir fazör olarak Şekil 2.6’te sunulmaktadır.



Şekil 2.6. Uyumlu durum için fazör diyagramı. Fazör uzunluğu  $|\alpha|$ ’dır.  $X_1$  eksenindeki optik faz  $\phi$ ’dir

Şekil 2.6’da görüldüğü gibi  $X_1$  ve  $X_2$  eksenlerindeki belirsizlikler birbirine eşit ve değeri  $1/2$ ’dir. Uyumlu durumlar alan vektörü  $\alpha$  tarafından orjinde yerleşmiş vakumun merkezi belirsizliğiyle, vakum durumlarının konumlanması olarak adlandırılabilir. Şekil 2.5’te çapı  $1/2$  ile verilen gölgeli daire kuantum durumunun belirsizliğini temsil eder. Elektrik alan genişliği  $\mathcal{E}_0$  ile konum vektörünün büyüklüğü  $|\alpha|$  arasındaki ilişki denklem (2.69) ile verilir.

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{\epsilon_0 V}{4\hbar\omega}} \mathcal{E}_0 \quad (2.69)$$

Mod sayesinde klasik elektromanyetik enerji denklem (2.51) ile verilmişti. Denklem (2.51),  $B_0 = \mathcal{E}_0 / c$  ve  $c^2 = 1 / \mu_0 \epsilon_0$  yardımıyla;



$$E_c = \frac{V}{4} \epsilon_0 \mathcal{E}_0^2 \quad (2.70)$$

elde edilir.  $\mathcal{E}_0$  denklem (2.68)'de yerine yazıldığında;

$$E_c = \hbar \omega |\alpha|^2 \quad (2.71)$$

biçimine dönüşür.

Bu bağıntı kullanılarak kavitedeki kuantum harmonik osilatörün uyarılma enerjisi;

$$E_q = \bar{n} \hbar \omega + \frac{1}{2} \hbar \omega \quad (2.72)$$

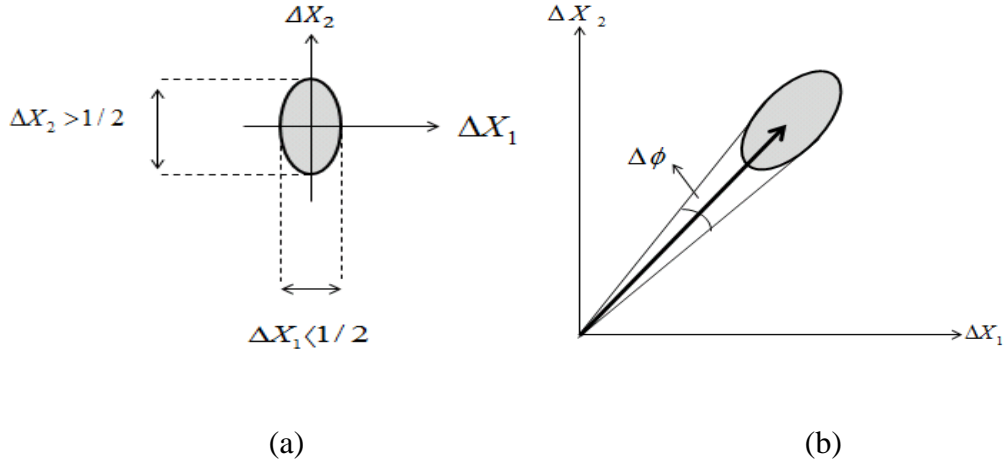
olarak yazılabilir. Burada  $\bar{n}$ ,  $\omega$  açısal frekansına sahip kavitede uyarılmış ortalama foton sayısıdır. Denklem (2.72)'ün ikinci kısmı vakum alan dalgalanmalarıyla ilişkili olan sıfır nokta enerjisidir. Böylece  $\mathcal{E}_0$  yardımıyla kuantum enerjinin ilk terimi klasik enerji ile eşleştirilebilir.

$$|\alpha| = \sqrt{\bar{n}} \quad (2.73)$$

Böylece uyumlu durumu temsil eden vektör uzunluğunun  $|\alpha\rangle$ ,  $\sqrt{\bar{n}}$  'ya eşit olduğunu görmüş olduk.

### 2.2.5 Sıkışmış Durumlar

Vakum ve uyumlu durumların önceki bölümde belirsizlik eşitlikleri ve minimum belirsizlik durumları ifade edilmişti. Denklem (2.64)'deki belirsizlik, belirsizlikleri farklı olan karelemelerde diğer tip minimum belirsizliklere izin verir. Bu yolla aynı elips bir alanda uyumlu durum ve vakumun belirsizliği sıkıştırılabilir. Böyle durumlara kareleme sıkışmış durumlar (quadrature-squeezed states) denir. Şekil 2.7'de üç farklı tip sıkışmış ışık gösterilmiştir. Şekil 2.7 (a) sıkışmış vakum durumudur. Bu örnekte  $X_1$  karelemesi  $\sqrt{2}$  faktörü ile sıkışmıştır.  $X_1$  karelemesinin sıkışmasının orijinal vakum durumu  $\Delta X_1 = \Delta X_1 = 0.5$  ' e uygun olduğu elips ve daire karşılaştırılarak görülebilir.

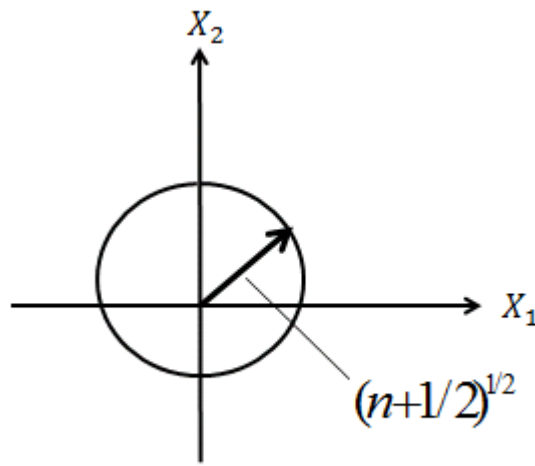


Şekil 2.7. Kareleme sıkışmış alanlar. (a) Sıkışmış durum. (b) Sıkışmış ışık fazı. (c) Sıkışmış ışık genliği

Şekil 2.7 (b) ve Şekil 2.7 (c) aynı elips alanı içerisine sıkışmış ve Şekil 2.6'da gösterilen uyumlu durumun daire belirsizliğindeki sıkışmış ışığın diğer iki biçimidir. Şekil 2.7 (b)'de elipsin büyük eksenini uyumlu durumun fazörü ile hizalanmıştır, bu yüzden fazdaki belirsizlik orijinal uyumlu durum belirsizliğinden daha küçüktür. Şekil 2.7 (c)'de küçük eksen ise genlikteki belirsizliği azaltmak için hizalanmıştır.

Sıkışmış ışık fazının kullanımı uyumlu bir durum ile elde edilen ölçümlerden daha duyarlı ölçümler verir. Benzer şekilde sıkışmış ışık genliğinin kullanımı uyumlu bir durumunkinden daha küçüktür. Denklem (2.73) de Poisson foton sayı dalgalanmalarına sahip uyumlu durumlar görülür ve böylece gürültü üretilir.

Sıkışmış ışık genliği alt Poisson foton istatistiğidir ve optik algılama gürültü alt limitinden daha düşük seviyelerde üretilir. Şekil 2.8’de gösterilen elipsin eksenlerinin açıları kareleme sıkışmış ışığın en önemli tipini resmetmek için seçilmiştir. Burada farklı açılardaki eksenlerle kareleme sıkışmış ışığın birçok başka örneği vardır. Ayrıca belirsizlik ilkesi fazör belirsizliği için minimum bir alan gerektirir, ama belirsizlik profil şekline herhangi bir sınırlama getirmez. Bu durumlar üzerindeki tek gereklilik kareleme alanındaki belirsizliğin  $\geq 1/4$  olmasıdır.



Şekil 2.8. Bir foton sayısı durumu için fazör diyagramı.

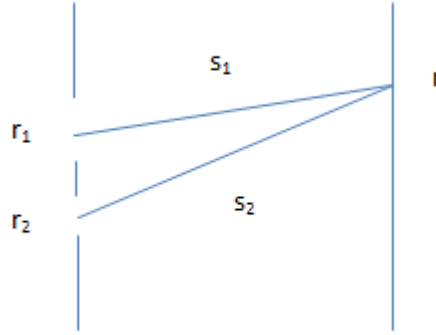
Sıkıştırılmış durumların en önemlilerinden biri foton sayısı durumlarıdır. Bu durumlar foton sayısı  $n$ 'i belirleyen mükemmel durumlardır. Bu büyük foton sayısı dalgalanmalarına sahip olan uyumlu durumlar ile çelişmektedir ( $\Delta n = \sqrt{n}$ ), fakat aynı zamanda birçok daha iyi tanımlanmış faza sahiptir.

Şekil 2.8’de bir foton sayısı durumu için fazör diyagramını gösterir. Fazörün yarıçapı  $(n+1/2)^{1/2}$ ’dir. Fazör uzunluğu kusursuz tanımlanmıştır, bu nedenle elektrik alan genliğinde  $\mathcal{E}_0$  belirsizlik yoktur. Başka bir deyişle, faz tamamen belirsizdir. Bu nedenle alan aynı genlikli dalgaların bir süper pozisyonudur. Bu foton sayı durumları minimum belirsizlik durumları değildir (Fox, 2006).

## 2.3 Korelasyon Fonksiyonları

### 2.3.1 Birinci Dereceden Korelasyon Fonksiyonları

Birinci dereceden korelasyon fonksiyonu iki alan arasındaki olası etkileşim derecesini belirler. Çift yarık deneyinde bir etkileşim ölçülebilir.



Şekil 2.9. Çift yarık deney düzeneği

$\bar{r}$  noktasındaki alan iki temel dalganın süper pozisyonundan doğar.

$$E^{(+)}(r, t) = E_1^{(+)}(r, t) + E_2^{(+)}(r, t) \quad (2.74)$$

$$E_i^{(+)}(r, t) = E_i^{(+)}(r_i, t - s_i / c) \frac{1}{s_i} e^{i(k - \omega/c)s_i}, \quad (2.75)$$

burada  $s_i = |r_i - r|$  dir. Küresel bir dalga için  $k - \omega / c = 0$  olduğu için;

$$\begin{aligned} E^{(+)}(r, t) &= \frac{E_1^{(+)}(r_1, t - s_1 / c)}{s_1} + \frac{E_2^{(+)}(r_2, t - s_2 / c)}{s_2} \\ &\approx \frac{1}{R} [E^{(+)}(x_1) + E^{(+)}(x_2)] \end{aligned} \quad (2.76)$$

burada  $R \approx s_1 \approx s_2$  ve  $x_i = (r_i, t - s_i / c)$  dir.

$$\begin{aligned} I(r) &\propto Tr\{\rho E^{(-)}(r, t) E^{(+)}(r, t)\} \\ &= G^{(1)}(x_1, x_1) + G^{(1)}(x_2, x_2) + 2|G^{(1)}(x_1, x_2)| \cos \Psi(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = |G^{(1)}(x_1, x_2)| \exp(i\Psi(x_1, x_2)), \quad (2.78)$$

$G^{(1)}(x_1, x_2) \neq 0$  ise girişim saçakları ortaya çıkar.

Bir normalize korelasyon fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz (Fox, 2006).

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{G^{(1)}(x_1, x_2)}{[G^{(1)}(x_1, x_1) + G^{(1)}(x_2, x_2)]^{1/2}}, \quad (2.79)$$

Bir girişim deneyinde en iyi kontrasta sahip saçak genişliği;

$$|G^{(1)}(x_1, x_2)| = [G^{(1)}(x_1, x_1) + G^{(1)}(x_2, x_2)]^{1/2} \quad (2.80)$$

$$|g^{(1)}(x_1, x_2)| = 1 \quad (2.81)$$

Denklem (2.79) ile denklem (2.80)'e bağlıdır.

Bir girişim deneyindeki saçığın görünürlüğü  $v$  denklem

$$\begin{aligned} v &= \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \\ &= |g^{(1)}(x_1, x_2)| \cdot \frac{2(I_1 I_2)^{1/2}}{I_1 + I_2} \end{aligned} \quad (2.82)$$

$I_1 = I_2$  özel durumunda  $v = |g^{(1)}(x_1, x_2)|$  olur. Eğer  $G^{(1)}(x_1, x_2)$  faktörize ise;

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \varepsilon^{(-)}(x_1) \varepsilon^{(+)}(x_2) \quad (2.83)$$

Burada  $\varepsilon$  bazı kompleks sayılardır (Fox, 2006).

### 2.3.2 İkinci Dereceden Korelasyon Fonksiyonları

Hanbury Brown – Twiss deneylerinin sonuçları korelasyon yoğunluğu bakımından açıklanabilir. Ölçülebilir bir şekilde bu sonuçları analiz etmek için, ikinci dereceden korelasyon fonksiyonlarını tanıtmak yararlı olacaktır (Fox, 2006).

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \varepsilon^*(t) \varepsilon^*(t+\tau) \varepsilon(t+\tau) \varepsilon(t) \rangle}{\langle \varepsilon^*(t) \varepsilon(t) \rangle \langle \varepsilon^*(t+\tau) \varepsilon(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle I(t) I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}, \quad (2.84)$$

Burada  $\varepsilon(t)$  elektrik alan,  $I(t)$  ise ışık yoğunluğudur.

Sabit kaynak yoğunluğu  $\langle I(t) \rangle = \langle I(t + \tau) \rangle$  olan bir kaynak ele alalım. Bu andan itibaren kaynağın küçük bir alandan mekânsal uyumlu ışık testi yaptığını farz edeceğiz. Bu durumda ikinci dereceden korelasyon fonksiyonu kaynağın geçici uyumunu araştırır.

Kaynağın uyum zamanı  $\tau_c$  tarafından belirlenen yoğunluk dalgalanmalarının zaman skalası yukarıda görüldüğü gibidir. Eğer  $\tau \gg \tau_c$  ise  $t$  ve  $t + \tau$  zamanlarındaki yoğunluk dalgalanmaları tamamen birbirinden ilintisiz edilecektir.

$$I(t) = \langle I \rangle + \Delta I(t), \quad (2.85)$$

daha önce olduğu gibi;

$$\begin{aligned} \langle I(t)I(t + \tau) \rangle_{\tau \gg \tau_c} &= \langle (\langle I \rangle + \Delta I(t))(\langle I \rangle + \Delta I(t + \tau)) \rangle \\ &= \langle I \rangle^2, \end{aligned} \quad (2.86)$$

Bu nedenle, açıktır ki:

$$g^{(2)}(\tau \gg \tau_c) = \frac{\langle I(t)I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = 1, \quad (2.87)$$

Başka bir deyişle, eğer  $\tau \ll \tau_c$  ise dalgalanmalar iki zaman aralığında olacaktır.

Özellikle eğer  $\tau = 0$  ise:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}, \quad (2.88)$$

Denklem (2.88) daima aşağıdaki şartları sağlamalıdır.

$$g^{(2)}(0) \geq 1, \quad (2.89)$$

ve

$$g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau), \quad (2.90)$$

İlk olarak zamandan bağımsız bir  $I_0$  ve kusursuz uyumlu bir monokromatik kaynak düşünelim. Bu durumda ( Fox, 2006 );

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = \frac{I_0^2}{I_0^2} = 1, \quad (2.91)$$

$I_0$  sabit olduğu için  $\tau$ 'nin bütün değerlerini görmek gereksizdir. Denklem (2.87)'den  $\tau$ 'nin büyük değerleri için  $g^{(2)}(\tau) = 1$  olmasını bekliyoruz. Zamanla değişen bir yoğunluk ile herhangi bir kaynak düşünelim. Açıktır ki  $\langle I(t)^2 \rangle > \langle I(t) \rangle^2$  şeklindedir. Burada aşağıdaki ve yukarıdaki ortalama dalgalanma yoğunlukları eşittir. Denklem (2.90)'deki bu gerçek kullanılarak  $g^{(2)}(0) > 1$  olduğu görülebilir.. Hepsini bir araya getirirsek, zamanla değişen bir yoğunluk ile herhangi bir kaynak için  $g^{(2)}(\tau)$ 'nin  $\tau$  ile azalmasını bekliyoruz. Eğer  $I(t)$  zamanla değişmiyorsa  $g^{(2)}(\tau) = 1$  sabit değerini elde etmiş oluruz. Bu sonuçlar denklem (2.90) ve (2.91) de verilen sonuçlarla uyumludur. Zaten bütün  $\tau$  değerleri için  $g^{(2)}(\tau) = 1$  olan kusursuz uyumlu ışığı ele almıştık.

Bir atomik deşarj lambasından karmaşık ışık için  $g^{(2)}(\tau)$  değerleri benzer kaynak modelleri dikkate alınarak hesaplanabilir. Eğer spektral çizgi bir Gaussian çizgi biçimi ile Doppler genişletilmiş ise, ikinci dereceden korelasyon bağıntısı aşağıdaki forma dönüşür;

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \exp[-\pi(\tau / \tau_c)^2], \quad (2.92)$$

Benzer şekilde Lorentz çizgi biçimi ile ömrü genişletilmiş bir kaynak için ikinci dereceden korelasyon fonksiyonu;

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \exp(-2|\tau| / \tau_0), \quad (2.93)$$

ile verilir. Burada  $\tau_0$  spektral geçiş için ışınımsal ömür uzunluğudur ( Fox, 2006 ).

## 2.4 Dipol Yaklaşımı ve $\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}$ Hamiltonyeni

Tüm atom  $A(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}, t)$  vektör potansiyeli tarafından tanımlanan elektromanyetik düzlem bir dalga içerisinde olsun. Bu vektör potansiyeli dipol yaklaşımında  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} \ll 1$  için aşağıdaki gibi yazılabilir (Scully ve Zubairy, 1997).

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}, t) \simeq \mathbf{A}(t) \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_0), \quad (2.94)$$

Bu problem için Schrödinger denklemi aşağıdaki gibi verilir.

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \nabla - \frac{ie}{\hbar} \mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t) \right]^2 + V(r) \right\} \psi(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.95)$$

Denklem (2.96)'yı kolaylaştırmak için  $\phi(\mathbf{r}, t)$  şeklinde yeni bir dalga fonksiyonu tanımlarsak;

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \exp\left[ \frac{ie}{\hbar} \mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t) \cdot \mathbf{r} \right] \phi(\mathbf{r}, t), \quad (2.96)$$

dalga denklemini elde ederiz. Denklem (2.96) denklem (2.97)'da yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} i\hbar \left[ \frac{ie}{\hbar} \dot{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{r} \phi(\mathbf{r}, t) + \dot{\phi}(\mathbf{r}, t) \right] \exp\left(\frac{ie}{\hbar} \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}\right) \\ = \exp\left(\frac{ie}{\hbar} \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}\right) \left[ \frac{p^2}{2m} + V(r) \right] \phi(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (2.97)$$

Bu denklem üstel faktör ihmal edilip biraz ayarlama yapıldıktan sonra aşağıdaki forma dönüşür;

$$i\hbar \dot{\phi}(\mathbf{r}, t) = [H_0 - e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)] \phi(\mathbf{r}, t), \quad (2.98)$$

Burada  $H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(r)$  elektronun bozulmamış Hamiltonyenidir. Eğer  $\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}$  kullanılırsa toplam Hamiltonyen;

$$H = H_0 + H_1, \quad (2.99)$$

biçiminde yazılır. Burada  $H_1 = -e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t)$  ile verilir (Scully ve Zubairy, 1997).



## 2.5 Bose – Einstein Yoğuşuk Maddesi

Bose-Einstein yoğunlaşması bozonik parçacıklardan oluşan gaz bulutunun kritik sıcaklığın altına düşürülmesiyle oluşur. Bose-Einstein Yoğuşması parçacıklar arası özel etkileşimlere bağlı değildir.

1924 yılında Hintli fizikçi Satyendra Nath Bose, Einstein'a gönderdiği bir makalede fotonları özdeş parçacıklardan oluşan bir gaz gibi düşünerek siyah cisim ışıması için Planck yasasını türettiğini ifade etmiştir. Einstein 1924 ve 1925 yılında yazdığı iki makale de bozonik parçacıkların kuantum teorisini geliştirmiş oldu (Pethick ve Smith, 2002).

Einstein, Bose'nin teorisini parçacık sayılarının da korunduğunu düşünerek özdeş atomlardan ya da moleküllerden oluşan ideal bir gaza genelleştirir ve yeterince düşük sıcaklıklarda parçacıkların sistemin en düşük kuantum durumunda bulunacağını söylemiştir. Bu toplanma Bose-Einstein Yoğuşması (BEY) olarak adlandırılır.

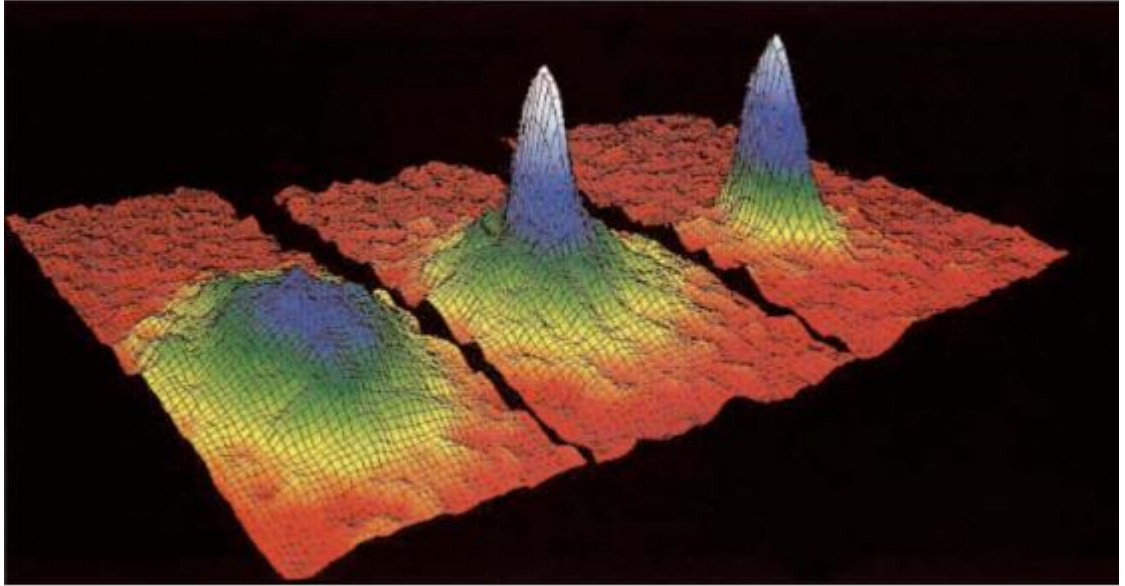
Bose-Einstein Yoğuşması ilk olarak, 1925 yılında Einstein tarafından öne sürüldü. Einstein'ın 1925'te yaptığı çalışmada ise etkileşmeyen parçacıklardan oluşan bozon gazının tek bir kuantum durumuna yoğunlaşabileceğini göstermiştir.

Einstein'ın bu hesaplamasından 10 yıl sonra, London'ın (1938)  $^4\text{He}$  sıvısının düşük sıcaklıktaki süper akışkan davranışın bir BEC davranışı olabileceğini önermiş ve bu önerme bu konudaki çalışmalara yön vermiştir.

BEY olayını deneysel olarak gerçekleştirebilmek için lazer soğutma, buharlaştırarak soğutma gibi soğutma teknikleri kullanılır. BEY kavramı ilk olarak 1995'te manyetik tuzaklarda hapsedilen ve mikro Kelvin mertebesine kadar soğutulan  $^{87}\text{Rb}$ 'de gözlenmiştir (Anderson ve ark. 1995). Hız dağılımından atomların oldukça büyük bir kısmının taban durumda olduğu Şekil 2.10'da açıkça görülmektedir. Daha sonra benzer tekniklerle  $^{85}\text{Rb}$  (Gardner ve ark. 1995),  $^{23}\text{Na}$  (Davis ve ark. 1995) ve  $^7\text{Li}$  (Bradley ve ark. 1995) alkali atomlarının zayıf etkileşimli seyrek gazları ile yapılan deneylerde, termal olarak dağılmış olan bulutun

makroskopik olarak tek bir kuantum durumuna geçtiği açık bir şekilde gözlenmiştir (Pethick ve Smith, 2002).

Bose-Einstein Yoğuşması için en önemli deneyler 1995 yılında gerçekleştirilmiştir. Bu deneyler parçacıkların kuantum davranışlarının mikroskobik boyutta araştırılmasını sağlayan iyi bir fırsattır. Bu nedenle bozon sistemlerine ve BEY olayına olan ilgi son yıllarda oldukça artmıştır (Pethick ve Smith, 2002; Dalfovo ve ark. 1999, DuBois ve Glyde, 2003).



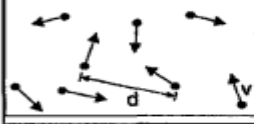
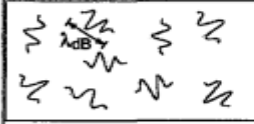

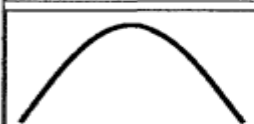
Şekil 2.10. Anderson ve ark. (1995) tarafından yapılan deneyde Rubidyum atomlarının hız dağılımının görüntüsü. Soldaki şekil yoğuşma sıcaklığının hemen üstündeki gazın görüntüsü, ortadaki şekil yoğuşmanın henüz başladığı andaki görüntü ve sağdaki şekil buharlaştırarak soğutma yapıldıktan sonra yaklaşık olarak tüm parçacıkların (pure condensate) yoğuşmaya katıldığı durumda elde edilen görüntüdür. Kırmızı renk en az, beyaz renk en fazla olmak üzere, renkler her bir hız dağılımındaki atomların sayısını gösterir (Cornell, 1996)

Etkileşimli bozon gazının davranışı ile ilgili öncü teorik çalışmalar 1947 yılında Bogoliubov tarafından başlatılmıştır. Bogoliubov düşük yoğunluklu, zayıf etkileşimli ve uyarılmış durumdaki atomların sayısının ihmal edilebilir olduğu durum için bir pertürbasyon açılımı geliştirmiştir. Löwdin (1955) ve Penrose ve Onsager (1956) Bose-Einstein yoğuşmasını tek-parçacık yoğunluk matrisinin (OBDM) öz değer ve öz vektörleri (doğal orbitaller) cinsinden formüle etmişlerdir. Bu

formülasyonla yoğunlaşan sistemin özellikleri keyfi bir yoğunluk ve herhangi bir yoğunlaşma oranı için doğrudan elde edilebilir (DuBois ve Glayd , 2003).

Homojen olmayan etkileşimli bozon gazının incelenmesinde genellikle Gross-Pitaevski (GP) denklemi olarak bilinen denklem kullanılır. Bu denklem, Gross (1961) ve Pitaevskii (1961) tarafından birbirinden bağımsız olarak ve farklı teknikler kullanılarak zayıf etkileşimli ve seyrek bozon gazlarını tanımlamak için türetilmiştir. GP denklemi düşük yoğunluklarda yoğunlaşmanın ortalama-alan tanımlanmasında oldukça başarılıdır. GP denklemi zayıf etkileşimli ve uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısının ihmal edilebilecek kadar az olduğu sistemlerde bozon gazı için deneysel verilere uygun sonuçlar verir. Bununla birlikte bu teori, parçacıklar arasındaki etkileşimin güçlü olduğu durumlarda önemli derecede zayıflar.

Bose-Yoğunlaşması bozonların makroskobik popülasyonu sıfır olmayan sıcaklıklarda aynı kuantum durumunu işgal ettiğinde oluşturulur. Yalnızca dalga fonksiyonları üst üste bindiğinde ve aynı durumda bulunma olasılığı büyük olduğunda Bozonik simetri önemli olur. BEY madde dalgaları üst üste binmeye başladığında oluşturulan madde dalgasıdır. Atomlar arasındaki mesafe  $d = \rho^{-1/3}$  olduğunda dalga boyları de-Broglie dalga boyuna  $\lambda_{dB} = \sqrt{h / 2\pi mk_B T}$  eşit olur ve atomik dalga üst üste binmeye başlar. Atomun kütlesi  $m$  ve sistemin sıcaklığı  $T$  olarak tanımlanır.

	<b>Yüksek T sıcaklığı:</b> v termal hızı $d^3$ yoğunluk "Bilardo topları"
	<b>Düşük T sıcaklığı:</b> de Broglie dalgaboyu $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$ "Dalga paketleri"
	<b>T=T<sub>c</sub>:</b> <b>BEC</b> $\lambda_{dB} \approx d$ "Örtüşen madde dalgası"
	<b>T=0:</b> <b>Saf Bose</b> <b>Yoğuşması</b> "Dev madde dalgası"

Şekil 2.11. Bose-Einstein yoğuşmasının farklı sıcaklıklarda karşılaştırılması (Ketterle, 2002).

Şekil 2.11’de görüldüğü gibi yüksek sıcaklıklarda zayıf etkileşimli bir gaz sistemi bilardo toplarına benzer. Yalın bir kuantum tanımlamasında parçacıklar de Broglie dalga boyuna sahip dalga paketleri gibi düşünülebilir. BEY geçiş sıcaklığında  $\lambda_{dB}$ , parçacıklar arası  $d$  mesafesi ile karşılaştırılabilir hale gelir ve bir Bose-Einstein Yoğuşması olur. Sıcaklık sıfıra yaklaşırken, termal bulut saf bir Bose yoğuşmasına dönüşerek kaybolur (Ketterle, 2002).

### 2.5.1 Atomik Bulutlarda Bose-Einstein Yoğuşması

Bosonlar tamsayı spine sahip parçacıklardır. Aksine Fermiyonlar, buçuklu spinlere ve antisimetrik dalga fonksiyonlarına sahiptir. Bozonlar aynı tek parçacık durumunda bulunabilir. Serbest parçacıklardan tek bir gaz için, kütle  $m$ , sayı yoğunluğu  $n$  ve Planck sabiti  $h = 2\pi\hbar$  ilgili büyüklüklerdir. Sadece  $m$ ,  $n$  ve  $\hbar$ ’dan elde edilebilen enerji  $\hbar^2 n^{2/3} / m$ ’dir. Bu enerjiyi Boltzmann sabiti  $k$ ’ya bölersek yoğunluk sıcaklığının tahmini bir değerini elde ederiz.

$$T_c = C \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{mk} \quad (2.101)$$

Burada  $C$  sayısal bir sabittir. Termal de Broglie dalgaboyu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\lambda_T = \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.102)$$

Yüksek sıcaklıklarda dalga boyu çok küçük olacağı için gaz klasik bir davranış sergileyecektir. İdeal bir BEY'de sıcaklık düşüken  $\lambda_T$  ile  $n^{-1/3}$  kıyaslanabilir. Alkali atomlar için, son deneylerde yoğunluklarının ölçümü birkaç  $\mu K$  ve  $100 nK$  aralığındaki geçiş sıcaklıklarıyla  $10^{14} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  aralığında gerçekleşmiştir.

Eğer parçacık sayısına  $N$  dersek, bulut içerisindeki gaz yoğunluğu  $N/R^3$  mertebesindedir. Burada  $R$  termal gaz bulutunun büyüklüğüdür ve  $(kT/m\omega_0^2)^{1/2}$  olarak ifade edilir,  $\omega_0$  ise harmonik osilatör potansiyelindeki tek parçacığın harekete başlama açısal frekansıdır. Yoğunluk değerini  $T = T_c$  'de yaklaşık olarak  $n \sim N/R^3$  alırsak geçiş sıcaklığı aşağıdaki gibi verilir.

$$kT_c = C_1 \hbar \omega_0 N^{1/3} \quad (2.103)$$

Burada  $C_1$  sayısal bir sabittir.

Orijinal deneylerdeki başlangıç noktası yaklaşık  $10 \mu K$  sıcaklığına kadar soğutulmuş lazer ışınlarıyla bombardıman edilen oda sıcaklığındaki Rubidyum atomlarıdır. İlk olarak lazerler kapatılmıştır ve atomlar homojen olmayan bir alan ile manyetik olarak tuzaklanmıştır. Tuzak potansiyeli tuzak merkezindeki parçacıkların kaybını önlemek için kareleme bir manyetik alan tarafından sağlanır. Atomik bulut buharlaşma yöntemiyle daha da soğutulmuştur. Atomlar tuzak tarafından itildiğinde uzaklaşır ve kalan atomların ortalama enerjisi düşer (Pethick ve Smith, 2002).

### 2.5.2 Harmonik Bir Tuzakta Bose Gazı

Bose dağılım fonksiyonunu aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$f^0(\epsilon_\omega) = \frac{1}{e^{(\epsilon_\omega - \mu)/kT} - 1} \quad (2.104)$$

burada  $\epsilon_\omega$  tuzak potansiyeli için tek parçacık durumunun enerjisini ifade eder. Şimdi izotropik olmayan bir harmonik osilatör potansiyeli düşünelim, bu potansiyeli aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$V(r) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.105)$$

Enerji seviyeleri  $\epsilon \in (n_x, n_y, n_z)$

$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = (n_x + \frac{1}{2})\hbar\omega_x + (n_y + \frac{1}{2})\hbar\omega_y + (n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z \quad (2.106)$$

Eğer belirli bir enerji değerinden daha az bir enerji ile sayı durumlarını  $G(\epsilon)$  belirlemek istersek, aşağıdaki denklemi elde edebiliriz.

$$G(\epsilon) = \frac{1}{6\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \epsilon^3 \quad (2.107)$$

Durum yoğunluğu  $g(\epsilon) = \frac{dG}{d\epsilon}$  şeklinde yazılabildiğinden aşağıdaki biçime dönüştürülebilir.

$$g(\epsilon) = \frac{1}{2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \epsilon^2 = C \epsilon^2 \quad (2.108)$$

Uyarılmış durumdaki parçacıkların sayısı;

$$N_{uy} = \int_0^\infty d\epsilon g(\epsilon) f^0(\epsilon) \quad (2.109)$$

ile verilir. Kritik sıcaklıkta  $T_c$ , kimyasal potansiyel  $\mu$  sıfırdır ve parçacıkların toplam sayısı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$N = \int_0^\infty d\epsilon g(\epsilon) \frac{1}{e^{\beta\epsilon_\omega} - 1} \quad (2.110)$$

Burada  $\beta = 1/k_B T$  dir. Denklem (2.10)  $x = \epsilon/k_B T$  dönüşümü ile boyutsuz hale getirildiğinde yeni formu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$N = \frac{1}{2\hbar^3} \frac{\epsilon^2}{\omega_x \omega_y \omega_z} (k_B T_c)^3 \Gamma(3) \zeta(3). \quad (2.111)$$

Burada  $\Gamma(3)$  gama fonksiyonu ve  $\zeta(3)$  Riemann Zeta fonksiyonudur. Eğer üç boyutlu izotropik olmayan harmonik potansiyel için kritik sıcaklık hesaplırsak;

$$k_B T_c = \frac{\hbar \bar{\omega} N^{1/3}}{\zeta(3)^{1/3}} \approx 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3}. \quad (2.112)$$

Denklem (2.112)'yi elde ederiz. Burada  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  olarak tanımlanan harmonik potansiyel için geometrik ortalamadır.

Kritik sıcaklık altında uyarılmış parçacık sayısı  $N_{uy} = C \Gamma(3) \zeta(3) (k_B T)^3$  ile verilir.

Biraz düzenlemeyle;

$$N_{uy} = N \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (2.113)$$

şeklinde yazılabilir. Yuğuşkudaki parçacık sayısı  $N_0(T) = N - N_{uy}(T)$  'dir. Sonuç olarak kritik sıcaklık altında üç boyutlu harmonik osilatör potansiyeli yoğuşku oranı aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Pethick ve Smith, 2002).

$$N_0 / N = \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 \right] \quad (2.114)$$

### 2.5.3 Yoğunluk Profili ve Hız Dağılımı

Mikro Kelvin mertebesindeki sıcaklıklarda soğuk atom bulutları yaklaşık olarak  $\sim 10^4 - 10^7$  tane atom içermektedir. Burada ölçülebilen niceliklerden biri yoğunluk profilidir. Bu nicelik soğurucu görüntüleme yöntemi ile yapılır. Atomun rezonans frekansındaki ışık, atomik bulut içinden geçerken emilir. Emilim profilinin incelenmesiyle, yoğunluk profili hakkında bilgi edinilebilir (Pethick ve Smith, 2002).

Sıcaklık azaltıldıkça sistemdeki tüm atomlar, en düşük tek-parçacık kuantum durumuna yoğunlaşırlar. Bu sebeple yoğunluk dağılımı  $n(\mathbf{r})$ , tuzakta bulunan parçacıklar için taban durumu dalga fonksiyonu  $\phi_0(\mathbf{r})$ 'nin şeklini yansıtmaktadır.

Birbiriyle etkileşmeyen parçacıklar için,  $N$  parçacık sayısı olmak üzere yoğunluk aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$n(\mathbf{r}) = N |\phi_0(\mathbf{r})|^2, \quad N^{1/6} \quad (2.115)$$

burada  $N$  parçacık sayısıdır. Anizotropik-harmonik osilatör potansiyeli için taban durumu dalga fonksiyonu ise;

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi^{3/4} (a_1 a_2 a_3)^{1/2}} e^{-x^2/2a_1^2} e^{-y^2/2a_2^2} e^{-z^2/2a_3^2}, \quad (2.116)$$

Burada  $a_i$  üç boyutlu dalga fonksiyonuna ait genişliklerdir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$a_i^2 = \frac{\hbar}{m\omega_i}, \quad (2.117)$$

$A$  kütle numarası,  $f_i = \omega_i / 2\pi$  tuzak frekansı olmak üzere  $a_i$  genişlik aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$a_i \approx 10.1 \left( \frac{100\text{Hz}}{f_i} \frac{1}{A} \right)^{1/2} \mu\text{m}, \quad (2.118)$$

Momentum uzayında denklem (2.116) Fourier dönüşümü yardımıyla;

$$\phi_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{\pi^{3/4} (c_1 c_2 c_3)^{1/2}} e^{-p_x^2/2c_1^2} e^{-p_y^2/2c_2^2} e^{-p_z^2/2c_3^2}, \quad (2.119)$$

şekline dönüşür. Burada ;

$$c_i = \hbar / a_i = \sqrt{m\hbar\omega_i}, \quad (2.120)$$

Momentum uzayında benzer şekilde yoğunluk ifadesi ise;

$$n(\mathbf{p}) = N |\phi_0(\mathbf{p})|^2 = \frac{N}{\pi^{3/2} (c_1 c_2 c_3)} e^{-p_x^2/c_1^2} e^{-p_y^2/c_2^2} e^{-p_z^2/c_3^2}, \quad (2.121)$$



Mekânsal dağılım anizotropik olduğundan momentum dağılımı yöne de bağlıdır. Belirsizlik ilkesine göre dar bir konumsal dağılım, geniş bir momentum dağılımına karşı geldiğinden, benzer durum denklem (2.119)'da bulunan Fourier dönüşümünde olduğu gibi,  $c_i$  genişliğinin osilatör frekansının karekökü ile orantılı olmasıyla da görülebilir (Pethick ve Smith, 2002).

Yoğunluk ve momentum dağılımları, Bose-Einstein yoğuşma sıcaklığının üzerindeki sıcaklıklarda, gazın klasik istatistik kurallarına uyduğu ifadelerle de karşılaştırılabilir. Yoğunluk dağılımı böylece  $\exp[-V(\mathbf{r})/kT]$  ile orantılıdır ve

$$n(\mathbf{r}) = \frac{N}{\pi^{3/2} (R_1 R_2 R_3)^{1/2}} e^{-x^2/R_1^2} e^{-y^2/R_2^2} e^{-z^2/R_3^2} \quad (2.122)$$

elde edilir.

Burada  $R_i$  uzunlukları;

$$R_i^2 = \frac{2kT}{m\omega_i^2} \quad (2.123)$$

ile verilir.  $T_c$ 'nin üzerindeki sıcaklıklarda momentum uzayındaki  $n(\mathbf{p})$  yoğunluğu, yalnızca sıcaklık ve parçacık kütlesi ile belirlenebildiğinden, dengedeki durum için izotropiktir ve C momentumdan bağımsız bir sabit olmak üzere klasik limitte;

$$n(\mathbf{p}) = C e^{-p^2/2mkT} \quad (2.124)$$

şeklinde yazılır. Momentum dağılımının genişliği  $\sim (mkT)^{1/2}$  dir. Ayrıca bu genişlik sıfır sıcaklıktaki  $(m\hbar\omega_i)^{1/2}$  genişliğin  $\sim (kT/\hbar\omega_i)^{1/2}$  katıdır. Geçiş sıcaklığı ile kıyaslanabilen sıcaklıklarda  $kT \sim N^{1/3}$  alınabilir. Böylece  $(kT/\hbar\omega_i)^{1/2}$  niceliğinin  $N^{1/6}$  mertebesinde olduğu görülür. Termal bulutun yoğunluk ve hız dağılımları, bu sebeple yoğuşmadan daha geniştir (Pethick ve Smith, 2002).

### 2.5.4 Gross-Pitaevski Denklemleri

Düşük enerjili iki parçacık arasındaki etkileşim  $U_0 = 4\pi\hbar^2 a / m$  şeklinde yazılır. Koordinat uzayında bu durum  $\mathbf{r}$  ve  $\mathbf{r}'$  iki parçacığın konumlarını ifade etmek üzere, etkin etkileşime karşılık gelen terim  $U_0\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$  biçimindedir. Çok parçacıklı durumların enerjisini incelemek için, Hartree veya ortalama alan yaklaşımı seçilir ve dalga fonksiyonunun, tek parçacık dalga fonksiyonlarının simetrik çarpımları olduğu kabul edilir. Tam yoğunlaşmanın olduğu durumda, tüm bozonlar aynı  $\phi(\mathbf{r})$  tek-parçacık seviyesindedir ve  $N$  parçacıktan oluşan sistem için dalga fonksiyonu;

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \phi(\mathbf{r}_i) \quad (2.125)$$

olarak yazılabilir.

Tek-parçacık dalga fonksiyonu her zamanki yolla normalize edilebilir.

$$\int d\mathbf{r} |\phi(\mathbf{r})|^2 = 1. \quad (2.126)$$

Buradaki dalga fonksiyonu, atomların birbirine yakın olmasından kaynaklanan karşılıklı etkileşimi içermez. Bu etkileşim, kısa dalga boyu serbestlik derecesinin etkilerini içeren  $U_0\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$  etkin potansiyelinin kullanılmasıyla hesaba katılır. Ortalama alan yaklaşımında, parçacıklar arası mesafeden daha kısa mesafelerdeki serbestlik dereceleri arasındaki etkileşimler açık bir şekilde hesaba katılmaz. Bu nedenle dalga sayısı  $k_c$ 'nin limit değeri için sıfır kullanılır. Etkin etkileşim böylece  $U_0$ 'a eşittir.  $V(\mathbf{r})$  dış potansiyel olmak üzere etkin Hamiltonyen;

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + V(\mathbf{r}_i) \right] + U_0 \sum_{i < j} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (2.127)$$

Denklem (2.128) ile verilen durumun enerjisi ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E = N \int d\mathbf{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \phi(\mathbf{r})|^2 + V(\mathbf{r}) |\phi(\mathbf{r})|^2 + \frac{(N-1)}{2} U_0 |\phi(\mathbf{r})|^4 \right] \quad (2.128)$$

Hartree yaklaşımında, tüm atomlar dalga fonksiyonu  $\phi$  ile gösterilen durumdadırlar. Dalga fonksiyonunda, kısa atomik yerleşimlerden kaynaklanan karşılıklı etkileşimler sebebiyle atomların bir kısmı, daha hızlı uzaysal varyasyonların bulunduğu seviyelerdedir ve bundan dolayı  $\phi$  seviyesindeki toplam atom sayısı,  $N$ 'den daha azdır. Ancak, mikroskobik teoriden uniform Bose gazında etkileşimlerden ötürü yoğunlaşmadaki parçacık sayısının azalması,  $n$  parçacık yoğunluğu olmak üzere,  $(na^3)^{1/2}$  mertebesindedir. Parçacık dağılımlarının bir ölçüsü olarak, parçacık başına ortalama hacme eşit olan küre hacminin yarıçapı  $r_s$  ise yoğunluk aşağıdaki gibi verilebilir:

$$n = \frac{1}{(4\pi/3)r_s^3}. \quad (2.129)$$

Yoğunlaşmadaki azalma ise  $(a/r_s)^{3/2}$  mertebesindedir. Ve bu azalma deneylerde %1 veya daha az etkiye sahip olduğu için pek çok durumda ihmal edilmiştir.

Uniform Bose gazı ele alındığında,  $V$  hacimli uniform sistemin taban durumundaki parçacığa ait dalga fonksiyonu ise  $1/V^{1/2}$  mertebesindedir ve parçacık çiftinin etkileşim enerjisi böylece  $U_0/V$  olur. Hepsinin aynı seviyede bulunduğu  $N$  bozondan oluşan sistemin enerjisi, bu niceliğin, bozon çifti oluşturabilmesine ait muhtemel yollarının sayısı  $N(N-1)/2$  ile çarpımıdır (Pethick ve Smith, 2002).

Bu yaklaşımda  $n = N/V$  ve  $N \gg 1$  olmak şartıyla enerji ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$E = \frac{N(N-1)}{2V}U_0 \approx \frac{1}{2}Vn^2U_0, \quad (2.130)$$

Yoğunlaşmış durumun dalga fonksiyonu ifadesi;

$$\psi(\mathbf{r}) = N^{1/2}\phi(\mathbf{r}), \quad (2.131)$$

Parçacıkların yoğunlukları ise  $1/N$  terimi ihmal edildiğinde;

$$n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2, \quad (2.132)$$

biçiminde yazılabilir. Böylece sistemin enerjisi;

$$E(\psi) = \int d\mathbf{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla \phi(\mathbf{r})|^2 + V(\mathbf{r}) |\phi(\mathbf{r})|^2 + \frac{1}{2} U_0 |\phi(\mathbf{r})|^4 \right], \quad (2.133)$$

şekline dönüşür.

$\psi$  'nin optimum formunu bulmak için,  $\psi(\mathbf{r})$  ve  $\psi^*(\mathbf{r})$  'nin bağımsız varyasyonlarına göre, toplam parçacık sayısı;

$$N = \int d\mathbf{r} |\psi(\mathbf{r})|^2, \quad (2.134)$$

sabit olmak üzere denklem (2.130)'deki enerji minimize edilir. Buradaki sınırlandırma, Lagrange çarpanları metodu ile elverişli bir biçimde uygulanabilir.

$\psi$  ve  $\psi^*$  varyasyonları keyfidir ve parçacık sayısının korunmasını sağlayan  $\mu$  kimyasal potansiyeli Lagrange çarpanı olarak  $\delta E - \mu \delta N = 0$  yazılabilir. Bu prosedür, sabit  $\mu$  için  $E - \mu N$  niceliğinin minimize edilmesi durumuna eşittir.  $\psi^*$ 'a göre  $E - \mu N$  varyasyonunun sıfıra eşitlenmesiyle;

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) + U_0 |\psi(\mathbf{r})|^2 \psi(\mathbf{r}) = \mu \psi(\mathbf{r}), \quad (2.135)$$

biçiminde zamandan bağımsız Gross-Pitaevski denkleminde ulaşılır. Denklem (2.135), birbirlerinden bağımsız bir şekilde Gross ve Pitaevski tarafından 1961 yılında türetilmiştir ve düşük sıcaklıklardaki uniform olmayan seyreltik Bose gazlarının araştırılmasında temel araçtır. Bu denklem, parçacıklar üzerine etkileyen potansiyel,  $V$  dış potansiyellerinin toplamı ve  $U_0 |\psi(\mathbf{r})|^2$  diğer bozonlar tarafından oluşturulan ortalama alanın hesaba katılmasıyla oluşturulan doğrusal olmayan terim olmak üzere, lineer olmayan Schrödinger denklemi formundadır. Burada öz değer, lineer Schrödinger denkleminde olduğu gibi parçacık başına düşen enerji olmadığına, kimyasal potansiyel olduğuna dikkat edilmelidir. Aynı seviyede bulunan tüm parçacıklar için kimyasal potansiyel, parçacık başına düşen enerjidir; ancak etkileşen parçacıklar için bu durum söz konusu değildir (Pethick ve Smith, 2002).

Uniform Bose gazı için (2.135)'teki Gross-Pitaevski denklemi:

$$\mu = U_0 |\psi(\mathbf{r})|^2 = U_0 n, \quad (2.136)$$

dir. Denklem (1.130)'daki uniform seviyenin enerjisinden kimyasal potansiyelin hesaplandığında,  $\mu = \partial E / \partial N$  termodinamik bağıntısından elde edilen sonuçla uyumlu olduğu görülür.

$$\psi_0(r, t) = \psi_0(r) e^{-i\mu t}, \quad (2.137)$$

olmak üzere zamana bağlı Gross-Pitaevski denklemi:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_0(\mathbf{r}, t) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) \psi_0(\mathbf{r}, t) + g |\psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \psi_0(\mathbf{r}, t), \quad (2.138)$$

Burada  $g$ , s-dalga saçılma uzunluğu  $a$  çiftlenim sabiti olmak üzere;

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}, \quad (2.139)$$

biçiminde ifade edilir. Denklem (2.138)'in uygulanabilmesi için toplam atom sayısının yeteri kadar fazla olması; seyreltik olma koşulunun sağlanabilmesi için de sıcaklığın yeteri kadar düşük olması gerekmektedir. Ancak bu şekilde yoğunlaşmanın hem kuantumsal hem de termal tükenmesinin ihmal edilmesine olanak sağlanır. Gross-Pitaevski denkleminin uygulanabilir olması için bir diğer şart ise, saçılma uzunluğundan daha büyük olan uzunlukların kullanılmasıdır (Pethick ve Smith, 2002).

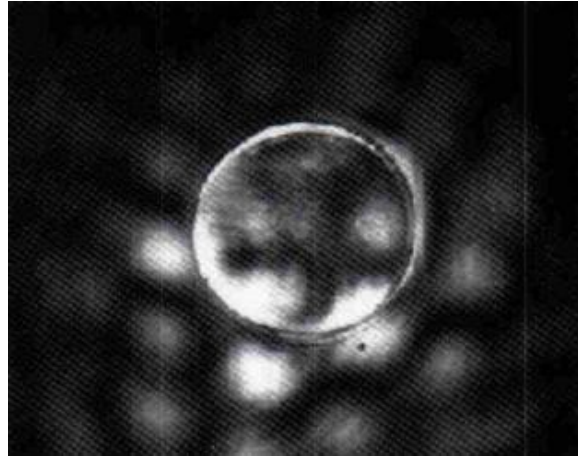
Burada neden materyal olarak BEY'in seçilmesinde birçok neden vardır. Bunlardan en önemlisi kuantum optikte pek çok cezbedici ve ilginç uygulamaların kullanımına imkân veren madde dalgalarının uyumudur. Örneğin ışık hızı BEY kullanılarak 1-20(m/s) azaltıldı (Hau,1999). Kuantum uyum, kuantum hafıza, lineer olmayan dalga karışımı, kuantum dolaşıklık BEY'in deneysel olarak gerçekleşmesinden sonra gerçekleştirilmiştir.

## 2.6 Elektromanyetik İndüklenmiş Saydımlık

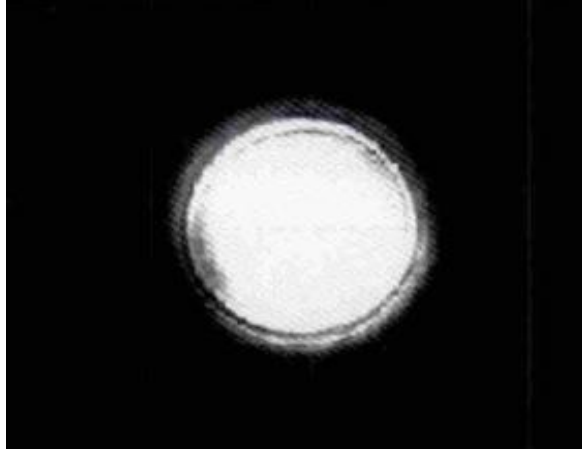
İndüklenmiş elektromanyetik saydımlık, elektromanyetik radyasyonun yayılan bir ışın üzerindeki ortam etkisini ortadan kaldırmak için kullanılan bir tekniktir. Bu teknik tutarlı bir şekilde sürülmüş, aynı derecede fazlanmış atomların büyük populasyonlar oluşturması için kullanılabilir. Böylece yeni tip optoelektronik araçlar yapmak mümkündür.



( a )



( b )



( c )

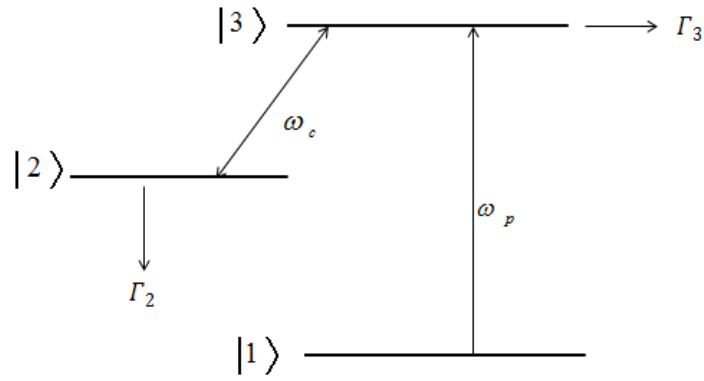
Şekil 2.12. EİS yoluyla kurşun buharında kendiliğinden gerçekleşen optik odaklanmanın giderilmesi (a) : Düşük yoğunluklu lazer ışınının kurşun buharını takiben 3.2 mm aralıktan geçişi (b) : Zayıf alan yoğunluğu yaklaşık 10.000 kat artırıldığında lazer ışın filamentleri ve parçalanmalar kontrolsüz bir şekilde ayrılır. (c) : Eşleşme lazeri açıldığında aralığın resmi (Harris,1997)

### 2.6.1. EİS'nin Çalışma Yöntemi

Eğer yayılan bir ışık üzerindeki bir ortam etkisinin nasıl giderileceğini klasik bir açıklama için sorarsak, bu sorunun cevabı elektronların hareketi uygulanmış alan frekanslarında durdurulmalı şeklinde olur. Eğer elektronlar hareket etmezse, dielektrik sabitine katkıda bulunmazlar. Eğer elektron uygulanan her bir frekansta karşı fazın iki sinüzoidal zorlaması tarafından sürülürse hareketsizlik oluşacaktır.

Fakat atomlar kuantum mekaniksel olarak ele alınmalıdır ve kuantum mekanikte elektronun koordinatının beklenen değeri ve olasılık genlikleri ele alınmalıdır. Kuantum mekanik terimlerinde klasik açıklama ruhu içinde ters işaretli ve eşit genlikli iki terim tarafından sürülen Şekil 2.13'deki  $|3\rangle$  durumunun olasılık genliği ne olur. Bir sürüş terimi  $|1\rangle$  taban durumunun olasılık genliği ile orantılıdır. Diğer terim karşıt fazlıdır ve  $|2\rangle$  durumunun olasılık genliğiyle orantılıdır. Bu sürüş terimleri benzer  $\omega_p$  frekanslarına sahiptir ve  $|3\rangle$  durumunun olasılık genliği bu şekilde dengelenir.

Uygulanmış frekansın her bir sinüzoidal hareketinin beklenen genlik değeri sıfırdır. Burada hala ince bir soru var:  $|1\rangle$  ile  $|2\rangle$  arasındaki atom geçişlerindeki uyum  $\omega_c$  frekansında uygulanmış alanla birlikte nasıl fazlandı, gerekli iptale neden olacak mı? Meydana gelebilecek iki yol vardır. Birincisi eğer uygulanan lazerler monokromatikse uyum keyfi bir faza sahip olabilir, zamanla fazın uygun olmayan bileşeni atılmış olur. Fakat atım lazerler kullandığımızda bunun gerçekleşebilmesi için yeterli zamana sahip değiliz (Harris,1997).

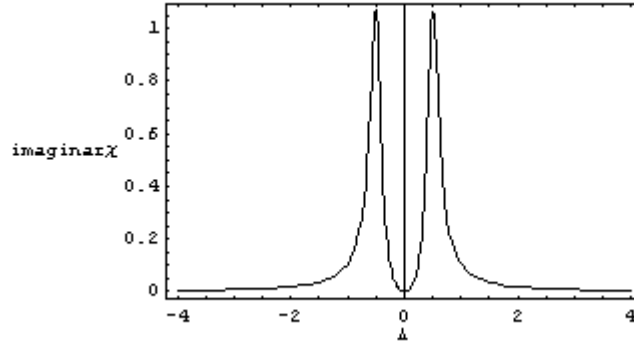


Şekil 2.13. İki lazerle etkileşen üç seviyeli atomun enerji seviye diyagramı. Burada  $\omega_p$  gelen zayıf ışık frekansı,  $\omega_c$  pompalama lazerinin frekansı ve  $\Gamma_3$  ise karşı gelen durumların düşüş oranıdır

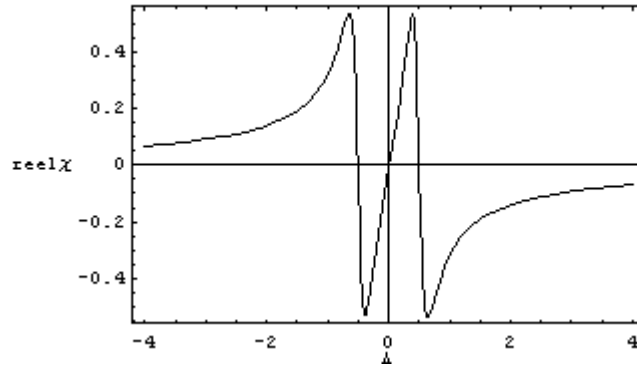
Thomas-Fermi yaklaşımı (TFA) altında ve dengedeki yoğunluk maddenin davranışı çok yavaş ışık literatüründe yaygındır. Ve genellikle iyi bir yaklaşımdır, çünkü ortalama bir ultrasoğuk atomik yoğunluğu zayıf alan yayılımı boyunca değişiyor. Atomik dinamikler mili saniye mertebesinde iken yayılma mikro saniye mertebesinde. EİS koşulları altındaki zayıf alan yayılımı nedeniyle atomların çoğu en alt seviyede kalır.

Zayıf ışığın rezonans yanında EİS'in çok sert dağılımı sayesinde çok yavaş ışık elde edilir.





( a )



( b )

Şekil 2.14. Zayıf bir  $\omega$  frekansı duyarlılığının reel ( b ) ve imajinal ( a ) kısımları. Noktalı eğri ise eşleştirme alanı yokken duyarlılığın imajinal kısmıdır (Tarhan, 2007)

Son zamanlarda kendi rezonans frekansındaki ışığın hemen hemen saydam yapılabilmesi yoğun bir optik geçiş için kanıtlanmıştır. Uygulanan bir elektromanyetik alanın üst seviyelere geçişinin giydirilmesi olarak yapılan budur ve böylece zayıf bir dalga boyunda kuantum girişim oluşur. Uygulanan elektromanyetik alan, dc alan, mikrodalga veya diğer lazerler olabilir. Bu geçiş çarpışma tarafından belirli zamanlarda, radyoaktif bozulma ve öz iyonlaşma tarafından genişlemiş olabilir.

Zayıf alan frekansının fonksiyonları olarak duygunluğun imajinal ve reel kısmı Şekil 2.16'da gösterilmiştir. Emilim girişimi ve giydirilmiş durumların simetrikliği

nedeniyle zayıf alan,  $|3\rangle$  durumuna ayarlandığı zaman değişen kırılma indisi çok yavaş grup hızı ile birlikte ve sıfır grup hızı dağılımına deneyim eder.

Duygunluk ifademizi aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\chi_1 = \frac{|\mu_{31}|^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{i(i\Delta + \Gamma_2/2)}{[(i\Delta + \Gamma_2/2)(i\Delta + \Gamma_3/2) + \Omega_c^2/4]} \quad (2.140)$$

Burada frekans farkı olan  $\Delta = \omega_{31} - \omega_p$ , rezonans elektronik geçiş  $\omega_{31}$ 'den test lazerin frekansı olan  $\omega_p$ 'nin farkına eşittir.  $\Omega_c$ , sürücü lazerin Rabi frekansıdır ve  $\mu_{31}$  ise  $|3\rangle$  ile  $|1\rangle$  arasındaki dipol matris elemanıdır.  $\Gamma_2$  ve  $\Gamma_3$ , karşı gelen durumların düşüş oranlarıdır. Şekil 1'de iki adet lazer kullanılmaktadır. Frekansı  $\omega_c$  olan pompa lazeri çalıştığında ortam frekansı  $\omega_p$  test lazerini soğurmamaktadır.

Grup hızı;

$$\frac{1}{v_{gi}} = \frac{1}{c} - \frac{\pi}{\lambda} \frac{\partial \chi_i}{\partial \Delta} \quad (2.141)$$

şeklinde ifade edilebilir ( Harris, 1997 ).

### 3.MATERYAL VE YÖNTEM

#### 3.1 Dalga Klavuzları İçinde Optiksel Çiftlenim

Maddede ışığın hızı, darbenin şeklinin bozulma süresi ve mesafesi, dalga cephesinin soğrulma ve bozulma miktarı, maddenin kuantum uyumsal bozunma miktarı gibi veri saklanması ve transferi açısından öncelikli parametreler analiz edilecek ve farklı sistemler için sınıflandırılmıştır (Tarhan, 2006). Bose-Einstein yoğunluk görünüşünü eğimli indeks modeli ile modellediğimizden kipler Wentzel-Kramers-Brillouin(WKB) yaklaşık yöntemi ile analitik olarak bulunabilmektedir. Bu analitik sonuçları kullanarak etkileşim katsayılarını ve tünelleme katsayılarını bulmuş olacağız.

Kuantum optik hafıza olarak atomik yoğunlaşmış maddelerin kapasitesini kısa darbeler kullanarak arttırmaktaki teknik ve temel zorlukları da ortaya çıkaran ve alternatifler sunan çalışmalarımız sonucunda, atomik yoğunluk görünüşünün bu konudaki önemini iyice anladık. Bunu avantaja çevirebilmek için sadece hareket eksenini yönündeki yoğunluk görünüşünü değil bu eksene dik yöndeki yoğunluk profilini de dikkate alan daha genel bir yaklaşım ve modelleme belirledik. Fiber optikte iyi bilinen eğimli indeks fiber profili, WKB metodu ile bazı analitik çözümler bulunabilir.

Yapacağımız bu tezde ise iki tane fiber içine monte edilen BEY’de bulunan optik modların birbiri üzerine binmesinden kaynaklanan etkileşim katsayılarını hesaplayacağız. Etkileşim katsayısını  $g_{12}$  ile gösterirsek bunu kuple olmuş mod teorisine göre hesaplayabiliriz (Mao, 1986 ).

$$g_{12} = -\frac{\omega\epsilon_0}{2} \int_A (n_1^2 - n_2^2) E_1^* \cdot E_2 da \quad (3.1)$$

Denklem (3.1)’e göre  $E_1$  ve  $E_2$  iki fiber içinde bulunan optik alanların mod fonksiyonlarıdır.  $A$  ise birinci fiberin kesit alanı,  $n_1$  ve  $n_2$  ise birinci fiberin sırasıyla iç kısım ve kaplama kısımlarının kırılma indisleridir. Böylece enine kiplerin etkileşiminden tünelleme katsayısını hesaplayarak iki ayrı maddeden ışık (bilgi) taşıma işlemlerini incelemiş olacağız.

Bose-Einstein yoğunluk görünüşünü eğimli indeks modeli ile modellediğimizden kipler Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) yaklaşık yöntemi ile analitik olarak bulunabilmektedir. Yatay yöndeki elektrik alan için dalga denklemi  $[\nabla^2 + k^2]E_r = 0$  'dır. Bu denklem için bir önerim  $E_r = \Psi(r)e^{i\phi} \exp[i(\omega t - \beta z)]$  yapıldığında silindirik radyal denklemi elde ederiz. Bu denklem ise hem sayısal olarak hem de analitik olarak çözülebilir. Sayısal çözmek için Bessel fonksiyonlarını kullanırız.

Herbir dalga klavuzluğu modunu varsayan çiftlenmiş mod teorisi diğer dalga klavuzluğu yokmuş gibi belirlenir. Her iki dalga klavuzluğu varlığında modlar yaklaşık olarak değişmeden kalır. Çiftleşme ya yayılma sabitleri ya da mekânsal taşıma dağılımları etkisi olmadan sadece bu modların genliklerini geliştirmek için alınır. Böylece  $a_1(z)$  ve  $a_2(z)$  dalga klavuzluğu mod genlikleri  $z$  'nin fonksiyonu şeklinde olur. Teori uygun sınır şartlarında  $a_1(z)$  ve  $a_2(z)$  'yi belirlemeye yöneliktir. Bu genlikler birinci dereceden diferansiyel denklem olarak aşağıdaki gibi verilir.

$$\frac{da_1}{dz} = -jC_{21} \exp(j\Delta\beta z)a_2(z), \quad (3.2)$$

$$\frac{da_2}{dz} = -jC_{21} \exp(-j\Delta\beta z)a_1(z), \quad (3.3)$$

Burada  $\Delta\beta$  birim uzunluktaki uyumsuzluktur. Yukarıdaki denklemin çözümleri bize aşağıdaki çiftleşme katsayılarını verir (Saleh, 2007).

$$C_{21} = \frac{1}{2}(n_2^2 - n_1^2) \frac{k_0^2}{\beta_1} \int_a^{a+d} u_1(y)u_2(y)dy, \quad (3.4)$$

$$C_{12} = \frac{1}{2}(n_1^2 - n_2^2) \frac{k_0^2}{\beta_1} \int_{-a-d}^{-a} u_2(y)u_1(y)dy, \quad (3.5)$$

Farzedelim ki  $a_2(0) = 0$  yani ikinci fiberde ışık girişi yok, optik güçler

$P_1(z) \propto |a_1(z)|^2$ ,  $P_2(z) \propto |a_2(z)|^2$ , olarak kabul edilebilir.

$$P_1(z) = P_1(0) \left[ \cos^2 \gamma z + \left( \frac{\Delta\beta}{2\gamma} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

$$P_2(z) = P_1(0) \frac{|C_{21}|^2}{\gamma^2} \sin^2 \gamma z, \quad (3.7)$$

Böylece güç periyodik olarak iki dalga rehberliği arasında değişecektir değişim periyodu ise  $\mu / \gamma$ 'dir. Ve yukarıdaki denklemlerden;

$$P_1(z) = P_1(0) \cos^2 Cz, \quad (3.8)$$

$$P_2(z) = P_1(0) \sin^2 Cz, \quad (3.9)$$

Sırasıyla birinci ve ikinci dalga klavuzluğundaki güç ifadeleri elde edilir (Saleh, 2007).

### 3.2 Kuadratik İndeksli Fiberler

Kuantum optik hafıza olarak atomik yoğunlaşmış maddelerinin kapasitesini kısa darbeler kullanarak arttırmadaki teknik ve temel zorlukları da ortaya çıkaran ve alternatifler sunan çalışmalarımız sonucunda, atomik yoğunluk profilinin bu konudaki önemini iyice anlaşıldı (Tarhan, 2006). Bunu avantaja çevirebilmek için sadece hareket eksenini yönündeki yoğunluk profilini değil bu eksene dik yöndeki yoğunluk profilini de dikkate alan daha genel bir yaklaşım ve modelleme belirlenebilir. Bu fiber optikte iyi bilinen eğimli indeks fiber profili ile homojen olmayan eken profilli fiberi beraberce ele alan karmaşık bir model olmakla beraber, WKB metodu ile bazı analitik çözümler bulabildik. Yoğuşuk maddenin kırılma indisini denklem (3.10) ile modelleyebiliriz.

Çiftlenmiş büyük çekirdekli fiber tipik düşük dağılımda bir multimod yayılım sunduğu için bazı uygulamalarda derecelendirilmiş indis kullanıldı. Aşağıda kırılma indis profili verilmiştir.

$$n(r) = \begin{cases} n_1 \left[ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^s \right]^{1/2}, & r < a \\ n_1 (1 - 2\Delta)^{1/2}, & r > a \end{cases} \quad (3.11)$$

Bu denklemde  $\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2n_1^2 \approx (n_1 - n_2)n_1$ 'dir ve  $g$  güç katsayısıdır.  $g=2$  durumu parabolik indis profili olarak bilinir.  $g \rightarrow \infty$  Durumunda indis profili bir dalga klavuzluğunundaki gibi olur.  $g=2$  durumunda kuadratik indis ortamında ışık sinüzoidal olarak değişen kıvrılmış yolları izler. Bu model eğimli indeks fiber profilidir. Burada  $2\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2n_1^2$ ;  $n_1 = \sqrt{1 + \chi(0)}$  atomik bulutun merkezindeki maddenin kırılma indisidir;  $n_2 = 1$ 'dir; yarıçap  $a$  ise Thomas Fermi yaklaşımındaki  $a = R(T) = \sqrt{2\mu(T) / m\omega_r^2}$  'ye eşittir.

Bu ışınlar için, bu tür fiberlerin mod analizi, çekirdek bölgesinin ötesinde çekirdeğin derecelendirilmiş indis profili varsayılarak muhteşem bir şekilde sadeleştirildi. Örneğin kuadratik indisli fiberde ( $g=2$ ) mod çözümleri, sürekli indis profilinin kuadratik biçimi sayesinde kartezyen koordinatlarda Hermite-Gaussian fonksiyonlar ya da silindirik koordinatlarda Laguerre-Gaussian fonksiyonlarıdır.

Çekirdek bölgesindeki güç akışı modlarının çoğuna sahip olan iyi tanımlanmış bu tür modlar  $r=a$ 'nın ötesinde bazı radyal bağımlılığı koruyan indis profili varsayımı için iyi bir yaklaşımdır. Hatta bu yaklaşımda mod genliklerinin kapanmış form çözümleri sadece çok az bir miktardaki kırılma indis profili için elde edilebilir. Genelde mod fonksiyonları için çözüm yaklaşımları ya da yayılma sabitleri elde edilebilir. Keyfi profillerle derecelendirilmiş indis fiberlerin yayılma sabitleri ve yaklaşık mod çözümlerini elde etmek için kullanılan çoğu güçlü analitik metotlardan biri WKB metodudur. Bu metot mod genlikleri için iyi bir yaklaşım sağlar ve kırılma indisinin yayılma sabitleri kayda değer bir dalga boyu uzunluğu üzerinden değişmez. Bu ortamda modları bulmak için iki yöntem kullandık. Birinci yöntem, analitik olan Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) yaklaşık metodu, ikinci metod ise sayısal yöntemdir.

### 3.3 WKB Yaklaşımı

WKB çözüm yaklaşımında LP modlarının düzgün polarize olmuş elektrik alanının enine bileşenini aşağıdaki gibi aldık. Yatay yöndeki elektrik alan için dalga

denklemini  $[\nabla^2 + k^2]E_t = 0$  'dir. Burada  $k^2 = \omega^2 n^2 / c^2$ . Bu denklem için önerim yaparsak

$$E_t = \Psi(r)e^{i\Phi} \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (3.12)$$

Manyetik alanın enine bileşeni ise

$$H_t = \frac{\beta}{\omega\mu} E_t \quad (3.13)$$

olarak verilir.

Bu denklemde manyetik alanın yönü elektrik alana diktir ve bu bir anlamda  $z$  yönünde pozitif bir güç akışı verir.

Denklem(3.12)'ü dalga denkleminde yerine koyduğumuzda Helmholtz denklemini elde ederiz ( Yariv, 1991).

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + p^2(r) \right] \Psi(r) = 0 \quad (3.14)$$

Burada  $p^2(r) = k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{l^2}{r^2}$  ve  $k_0 = \omega / c$ ,  $p(r)$ ,  $r$ ' deki yerel enine dalga olarak yorumlanabilir. Eşitlik (3.13)'ün çözümü  $p^2(r) > 0$  bölgesinde osilatör şeklindedir.

$p^2(r) < 0$  bölgesinde ise üstel olur. Tanımlanmış modlar için alanın üstel bozulmasını garanti etmek için  $p^2(r=0)$ 'da negatif olmalıdır ve  $r=a$ 'da sonlu bir alana sahip olmak için bazı bölgelerde  $p^2(r) > 0$  olmalıdır.  $n_2 = n_1(1-2\Delta)^{1/2}$ ,  $r_1$  ve  $r_2$ ,  $r_1 < r < r_2$  bölgesinde tanımlı olsun, burada  $p^2(r) > 0$  ve diğer yerlerde  $p^2(r) < 0$  dır.  $l=0$  için  $r_1=0$  ve  $p^2(r_2)=0$  olur.  $l \neq 0$  için ise  $r_1 > 0$  ve  $p^2(r_1)=p^2(r_2)=0$  olur.  $r_1 < r < r_2$  aralığı dışında dalga kaybolur. Bu bölgeler "klasik olarak erişilemez" dir. Işık  $r=r_1$  ve  $r=r_2$  yüzeylerinden toplam olarak geri yansır.

$\psi(r)$ ' yi şimdi aşağıdaki gibi alırsak ( Yariv, 1991)

$$\Psi(r) = e^{iS(r)} \quad (3.15)$$

denklem (3.14) aşağıdaki forma dönüşür:

$$iS'' + \frac{iS'}{r} - (S')^2 + p^2(r) = 0 \quad (3.16)$$

Burada  $S(r)$ ,  $r$  nin kompleks fonksiyonudur. Eğer  $S'' + \frac{S'}{r} \ll (S')^2$  ise  $S'$  için ilk yaklaşım aşağıdaki gibi olur.

$$S'(r) = \pm p(r) \quad (3.17)$$

$$\left| p'(r) + \frac{p(r)}{r} \right| \ll |p^2(r)| \quad (3.18)$$

Yukarıdaki (3.17) denkleminle bu yaklaşım doğrulanır.

Denklem (3.15)'de (3.16) yerine yazılırsa  $S'$  için ikinci yaklaşımımız;

$$(S')^2 = p^2 \pm ip' \pm \frac{ip}{r} \quad (3.19)$$

şeklinde olur.

Denklem (3.18) kullanılarak  $S'$

$$S'(r)^2 = \pm p(r) + \frac{i}{2r} + \frac{p'}{2p} \quad (3.20)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.19)'un integrali alınır

$$S(r) = \pm \int p(r) dr + i \ln(rp)^{1/2} \quad (3.21)$$

şekline dönüşür. Denklem (3.21) ve (3.15) den  $\Psi(r)$  'nin genel çözümü aşağıdaki gibi olur ( Yariv, 1991).

$$\Psi(r) = \frac{1}{[rp(r)^{1/2}]^{1/2}} \left\{ c_1 \exp \left[ i \int p(r) dr \right] + c_2 \left[ -ip(r) dr \right] \right\} \quad (3.22)$$



$c_1$  ve  $c_2$  keyfi sabitlerdir. Denklem (3.22)'nin dönüm noktalarında  $p(r) = 0$  geçerli değildir çünkü bu noktalarda denklem (3.18) başarısız olur. Dönüm noktalarındaki çözümün doğru formu için  $p^2(r)$  civarında bu noktalar Taylor serisine açılarak elde edilmelidir ve sonra denklem (3.14) çözülür.

Bu çözüm denklem (3.22) ile eşleştirilerek sabitler belirlenebilir.

Sonuçlar aşağıda verilmiştir ( Yariv, 1991).

$$\Psi(r) = \begin{cases} \frac{A}{[rp(r)]^{1/2}} \exp\left[-\int_r^{r_1} |p(r)| dr\right], r < r_1 & (3.23a) \\ \frac{B}{[rp(r)]^{1/2}} \sin\left[\int_{r_1}^r p(r) dr + \frac{\pi}{4}\right], r_1 < r & (3.23b) \end{cases}$$

$$\Psi(r) = \begin{cases} \frac{C}{[rp(r)]^{1/2}} \sin\left[\int_r^{r_2} p(r) dr + \frac{\pi}{4}\right], r < r_2 & (3.24a) \\ \frac{D}{[rp(r)]^{1/2}} \exp\left[-\int_{r_2}^r |p(r)| dr\right], r_2 < r & (3.24b) \end{cases}$$

Denklem (3.23b) ve (3.24a) aynı bölgede alan çözümü sunduğu için alanında benzersizliği gerektirir.

$$B \sin\left[\int_{r_1}^{r_2} p(r) dr + \frac{\pi}{4}\right] = C \sin\left[\int_r^{r_2} p(r) dr + \frac{\pi}{4}\right] \quad (3.25)$$

Yukarıdaki denklemde  $\sin[(m+1)\pi - \alpha] = (-1)^m \sin \alpha$  kullanılırsa

$$\int_{r_1}^{r_2} p(r) dr + \frac{\pi}{2} = (m+1)\pi \quad (3.26)$$

denklemini elde edilir ve  $C = (-1)^m B$  dir. Denklem (3.26) sıklıkla aşağıdaki gibi yazılır.

$$\int_{r_1}^{r_2} p(r) dr + \frac{\pi}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.27)$$

Ve bu denklem eski kuantum teorisinin Bohr-Sommerfeld kuantizasyon kuralı olarak bilinir. Mod durumu,

$$\int_{r_1}^{r_2} \left[ k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - l^2 / r^2 \right]^{1/2} dr = (m+1/2)\pi \quad (3.28)$$

olur. Mod durumu kapanmış analitik formda sadece bir kaç kırılma indis profili  $\beta$  (z yönündeki dalga sayısı) için tekrar çözülebilir.

### 3.3.1 Kuadratik İndis Fiberde Z Yönündeki Dalga Sayısı İçin WKB Çözümleri

Parabolik indis profilini bir fiber ele alalım

$$n(r) = n_1 \left[ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.29)$$

Denklem (3.18)'de  $n(r)$  yerine yazıldığında ( Yariv, 1991)

$$\frac{n_1 k_0^2 \sqrt{2\Delta}}{a} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\sqrt{(r_2^2 - r^2)(r^2 - r_1^2)}}{r} dr = (m+1/2)\pi, \quad (3.30)$$

elde edilir. Burada  $r_1$  ve  $r_2$ ,  $p^2(r) = 0$ ın temelleridir.  $u = r^2$  dönüşümü yapılırsa integral formu

$$\int_a^b \frac{\sqrt{(b-x)(x-a)}}{x} dx = \left( \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \right) \pi, ab > 0 \quad (3.31)$$

elde edilir.

Denklem (3.31) deki mod durumu:

$$\left( \frac{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}{2n_1 k_0 \sqrt{2\Delta} / a} - |l| \right) \frac{\pi}{2} = (m+1/2)\pi, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.32)$$

şekline dönüşür.  $\beta$  için denklem (3.32) çözümlerse ( Yariv, 1991),

$$\beta = n_1 k_0 \left[ 1 - \frac{2(2\Delta)^{1/2}}{n_1 k_0 a} (|l| + 2m + 1) \right]^{1/2} \quad (3.33)$$

elde edilir. Kuadratik indis fiber modlarının  $\beta$  (z yönündeki dalga sayısı) yayılma sabitinin WKB değeri (3.34) dalga denklemi (3.23)'nin tam çözümü ile verilenele

benzerdir. Uygulamada parabolik indis profili çekirdeğin  $r = a$  sınırında kesilir. Böylece, tanımlanmış bir modun yayıma sabiti  $n_1(1-2\Delta)^{1/2}k_0$ 'den daha büyük olması gerekir. Böylece mod indisleri (kuantum sayıları)  $l$  ve  $m$  aşağıdaki durum tarafından sınırlandırıldı.

$$2(|l| + 2m + 1) \leq n_1 k_0 a \sqrt{2\Delta} = k_0 a (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (3.34)$$

Burada  $n_2$  sarılmış kırılma indisidir ve  $n_2 = n_1(1-2\Delta)^{1/2}$  (Yariv, 1991).

WKB yaklaşıklığını kullanarak  $z$  yönündeki dalga sayısını açısal momentum sayısı olan  $l=0$  ve  $l=1$  için analitik olarak hesaplayabiliriz. Çizelge 3.1'de analitik sonuç olarak  $\beta_{lm}$   $R$  ile çarpılarak birimsiz hale getirilmiştir. Çizelge 3.2'de ise sayısal sonuç verilmiştir.

### 3.4 Sayısal Çözüm

Denklem (3.14)'ü WKB yaklaşıklığı ile çözdük. Eğer daha doğru bir çözüm istiyorsak bu denklemi sayısal çözmemiz gerekir. Onun için de Bessel fonksiyonlarını kullanırız. Bunun için de ortamın kırılma indisinin kenardan merkeze doğru yavaşça artması gerekir. Sayısal çözüm yapmak için radyal yöndeki yoğunluk maddeyi silindirik kabuklardan oluştuğunu düşündük. İçerdeki çözümleri  $\psi = A_l J_l(q_i r) + B_l Y_l(q_i r)$  şeklinde aldık. Burada  $J_l(q_i r)$  ve  $Y_l(q_i r)$  birinci ve ikinci dereceden Bessel fonksiyonlarıdır. Dışardaki çözüm ise  $\psi = A_l I_l(q_i r) + B_l K_l(q_i r)$  şeklindedir.  $I_l(q_i r)$  ve  $K_l(q_i r)$  birinci ve ikinci dereceden modifiye Bessel fonksiyonlardır. Sınır koşullarımız, dalganın orijinde patlamaması gerekir. Bundan dolayı  $B_0 = 0$  ve  $A_{N+1} = 0$  (Dalganın sonsuzda sonlu olması). Dalganın kendisi ve türevi süreklidir. Bu süreklilik katsayılar  $A_l B_l$  arasında bir tekrarlama bağıntısı sağlar. Bu katsayılar arasındaki oranın sabit olmasından  $z$  yönünde ilerleyen dalganın dalga sayısını,  $\beta$  bulabiliriz. Deneysel parametreler olarak  $N = 8.3 \times 10^6$  tane atomdan oluşan  $^{23}\text{Na}$  sodyum,  $M = 23 \text{amu}$ ,  $\lambda = 589 \text{nm}$ ,  $\gamma = 2\pi \times 10.01 \text{MHz}$ ,

$\Gamma_2 = 2\pi \times 10^3 \text{ Hz}$ ,  $\Gamma_3 = 0.5\gamma$  ve saçılma uzunluğu,  $a_s = 2.75 \text{ nm}$ . Tuzaklama potansiyeli için parametreler ise  $\omega_r = 2\pi \times 69 \text{ Hz}$ ,  $\omega_z = 2\pi \times 21 \text{ Hz}$ .

Çizelge 3.1. z yönündeki dalga sayısı (WKB) ( Tarhan, 2007)

$l$	$\beta_1 R$	$\beta_2 R$	$\beta_3 R$	$\beta_4 R$
0	32.4740	33.4395	34.3779	35.2914
1	31.9803	32.9603	33.9119	34.8376

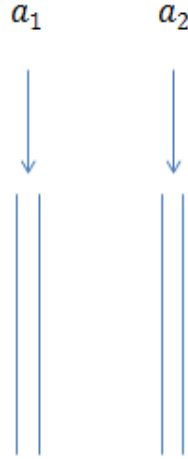
Çizelge 3.2. z yönündeki dalga sayısı (sayısal) ( Tarhan, 2007)

$l$	$\beta_1 R$	$\beta_2 R$	$\beta_3 R$	$\beta_4 R$
0	32.4914	33.4400	34.3778	35.2912
1	32.0661	32.9635	33.9119	34.8375

Böylece Çizelge 3.1'de WKB yöntemi kullanılarak z yönündeki dalga sayısı hesaplanmıştır. Çizelge 3.2'de ise sayısal yöntem kullanılarak z yönündeki dalga sayısı hesaplanmıştır. Sonuç olarak WKB yönteminin çok kötü olmadığını görmüş olduk. Bu sonuca göre, silindirik bir fiber içinde yavaş değişen kırılma indeksine sahip malzemeye bir ışık gönderdiğimizde bu ışığın modlarını WKB yöntemi kullanarak bulabiliriz ( Tarhan, 2007 ).

## 4.ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMALAR

### 4.1Foton-Foton Tünelleme Olayı



Şekil 4.1. İki çiftlenmiş dalga klavuzluğunun şematik gösterimi

Şekil 4.1’de gösterildiği gibi iki fiber düşünelim. Bu fiberler dalga klavuzu gibi davranacaklardır. Derecelendirilmiş indise sahip kırılma indisleri olan malzemeler bu fiberlere eklenir. Eğer ayrı ayrı fiberler boyunca iki foton gönderirsek sistem tek fotonların dalga klavuzlukları Hong-Ou-Mandel ‘in modeline benzeyecektir. Tek foton girişim deneyleri 1987 de Mandel, Ou ve Hong tarafından ifade edildi. Sistemin Hamiltonyeni aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$H = \hbar\omega_1\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_1 + \hbar\omega_2\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_2 + \hbar g_{12}\hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2 + \hbar g_{21}\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_1 \quad (4.1)$$

Denklem (4.1)’de birinci ve ikinci terimler her bir fotonun enerjisidir, üçüncü ve dördüncü terimler ise tünelleme (etkileşim) terimleridir. Burada  $g_{12}, g_{21}$  tünelleme (etkileşim) katsayılarıdır. Etkileşim resminde hareket denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_1 &= -ig_{12}\hat{a}_2 \\ \dot{\hat{a}}_2 &= -ig_{21}\hat{a}_1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Denklem (4.2)'nin çözümleri  $a_1(t) = a_1(0) \cos(g_{12}t) + a_2(0) \sin(g_{12}t)$  ve  $a_2(t) = a_2(0) \cos(g_{12}t) + a_1(0) \sin(g_{12}t)$  şeklindedir.

Burada  $g_{12} = g_{21}$  varsayıldı. Varsayalım ki bu dalga klavuzlar (fiberler) içerisine özdeş Bose – Einstein yoğunlaşması doldurduk. Düşük sıcaklıklardaki bir Bose gazı termal bir bulut kondensi, iki bileşenin oluşturulması olarak düşünülebilir. Böyle bir sistemin atomik yoğunluk profili  $\rho(\vec{r}) = \rho_c(\vec{r}) + \rho_{th}(\vec{r})$  olarak tanımlanabilir. Burada  $\rho_c(\vec{r}) = [(\mu - V(\vec{r})) / U_0] \Theta(\mu - V(\vec{r}))$  yoğunlaşmış atomların yoğunluğudur ve  $\rho_{th}$  ise termal ideal Bose gazının yoğunluğudur.  $U_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m}$ , m atomik kütledir.  $a_s$  atomik s-dalga saçılma uzunluğudur.  $\Theta(\cdot)$  Heaviside basamak fonksiyonudur ve  $T_c$  kiritik sıcaklıktır. Dış tuzak potansiyeli  $V(\vec{r}) = (m/2)(\omega_r^2 + \omega_z^2)x^2$  dir. Burada  $\omega_r, \omega_z$  sırasıyla radyal ve aksiyal yönler için tuzak frekanslarıdır.  $T_c$  sıcaklığı altında  $\mu$ , kimyasal potansiyel  $\mu(T) = \mu_{TF} (N_0 / N)^{2/5}$  olarak belirlenir.  $\mu_{TF}$  Thomas –Fermi yaklaşımı altında değerlendirilen kimyasal potansiyeldir,

$\mu_{TF} = ((\hbar\omega_r) / 2)(15Na_s / a_h)^{2/5}$ ,  $\omega_r = (\omega_z\omega_r^2)^{1/3}$  ve  $a_h = \sqrt{\hbar / (\omega_z\omega_r^2)^{1/3}}$  ortalama harmonik osilatör uzunluk skalasıdır. Yoğunluk oranı  $N_0 / N = 1 - x^3 - s(\zeta(2) / \zeta(3))x^2(1 - x^3)^{2/5}$ ,  $x = T / T_c$  ve  $\zeta$  Riemann-Zeta fonksiyonudur. Artma parametresi  $s = \mu_{TF} / k_B T_c = (1/2)\zeta(3)^{1/3} (15N^{1/6} a_s / a_h)^{2/5}$  dir. BEC için atomik yoğunluğun EIT duygunluğu  $\chi = \rho\chi_1$  olarak ifade edilebilir.

$$\chi_1 = \frac{|\mu|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{i(-i\Delta + \Gamma_2 / 2)}{[(\Gamma_2 / 2 - i\Delta)(\Gamma_3 / 2 - i\Delta) + \Omega_c^2]} \quad (4.3)$$

Burada  $\Delta = \omega - \omega_0$  dir.  $\Omega_c$  kontrol alanının Rabi frekansıdır.  $\mu$  prob geçişi için dipol matris elementidir.  $\Gamma_2, \Gamma_3$  atomik uyumun dephase oranını ifade eder.  $N = 8.3 \times 10^6$   $^{23}Na$ ,  $\Gamma_3 = 0.5\gamma$ ,  $\gamma = 2\pi \times 10.01 MHz$ ,  $\Gamma_2 = 2\pi \times 10^3 Hz$  ve  $\Omega_c = 2.5\gamma$  dir.  $\omega_r = 2\pi \times 69 Hz$  ve  $\omega_z = 2\pi \times 21 Hz$ .  $T = 42 nK$  'da pik yoğunluğu  $\rho_0 = 1.59 \times 10^{20} 1/m^3$  dur.

Bu parametreler için  $\chi' = 0.04$  ve  $\chi'' = 0.0006$ ,  $\Delta = -0.1\gamma$  burada  $\chi'$  ve  $\chi''$  sırasıyla  $\chi$  reel ve imajinal kısmıdır.  $\chi''$  ihmal edildiğinde kırılma indisi  $n = \sqrt{1 - \chi'}$  olur. Termal bulutta,  $\chi' \ll 1$  bundan dolayı radyal yöndeki kırılma indis profili aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} n(r) &= n_1 \left[ 1 - A \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, r \leq R \\ n(r) &= 1, r \geq R \end{aligned} \quad (4.4)$$

Burada  $n_1 = (1 + \mu\chi'_1 / U_0)^{1/2}$ ,  $A = 1 - 1/n_1^2$  ve  $R = \sqrt{2\mu(T) / m\omega_r^2}$  dir.

Silindirik koordinatlarda kırılma indisi eksensel simetriktir. Düzgün polarize olmuş modlardaki (LP) prob pulsunun zayıf rehberliğindeki sonuçlarda, kondens olan ve olmayan bulutlar arasındaki küçük farklılık Helmholtz radyal denklemi ile belirlenir.

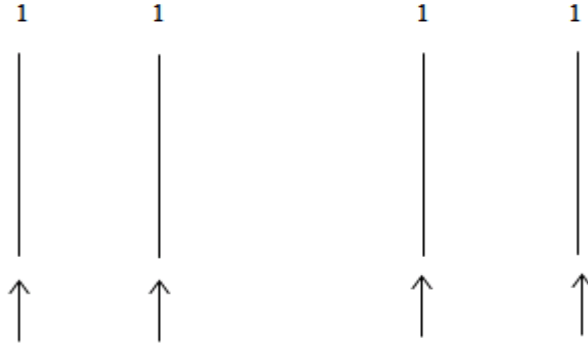
$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - l^2 / r^2 \right] \Psi(r) = 0 \quad (4.5)$$

Burada  $l = 0, 1, 2, \dots, \beta$  ve  $\Psi$  LP modların enine alanları için tanımlanır  $E_t = \Psi(r) \exp[i(l\phi + \omega t - \beta z)]$ . Eğer WKB methodunu uygularsak  $\Psi(r)$ 'yi elde edeceğiz. Bir mikron ölçekli Bose –Einstein maddesindeki ışık uzun bir fiberdeymiş gibi taşınabilir. Fiber optikteki kuantum etkileri, fiberle rezonansa gelmeyen fiber içerisinde çok sayıda foton olduğu için nadir dikkate alınır. Atomik sistemde yok denecek kadar az olan fotonlar atomlarla rezonansa gelebilir ve bu sistemler kuantum geçiş ilkeleriyle incelenmelidir. Bu eşsiz yaklaşım fiber kablolarında BEC'in lider olarak bazı durumları çözmesi için kullanılacak. Çiftlenmiş mod teorisine göre çiftlenmiş katsayılar (Mao, 1986 );

$$g_{12} = -\frac{\omega\epsilon_0}{2} \int_A (n_1^2 - n_2^2) \vec{E}_1^* \cdot \vec{E}_2 da \quad (4.6)$$

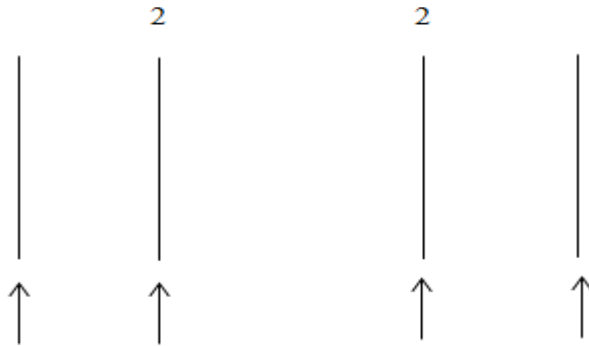
şeklindedir. Burada  $\vec{E}_1$  ve  $\vec{E}_2$  sırasıyla iki fiberdeki vektör mod fonksiyonlarıdır. Denklem (4.6) da  $\vec{E}_1$  ve  $\vec{E}_2$  elektrik alan için denklem (3.23-3.24) çözümlerini kullanabiliriz.

Denklem (4.6)'daki integrali hesaplırsak Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'de etkileşim katsayısının saçılma uzunluğuna ve radyal yöndeki tuzaklama frekansa bağlılığını bulabiliriz.



Şekil 4.2 İki dalga klavuzluğuna gönderilen fotonun klasik olarak fiberlerden çıkışı

Şekil 4.2 de gösterildiği gibi eğer klasik olarak düşünersek farklı iki fibere gönderilen fotonlar çıkışta her bir fiberden bir foton olarak çıkacaktır.



Şekil 4.3 İki dalga klavuzluğuna gönderilen fotonun kuantumsal olarak fiberlerden çıkışı



Fakat şekil 4.3 deki gibi kuantumsal olarak düşündüğümüzde foton fiber içerisindeki BEY ile etkileşecek ve bu etkileşimden dolayı kuantum dolanıklık gerçekleşecektir ve böylece gönderilen fotonların hepsi ya birinci fiberden ya da ikinci fiberden çıkacaktır.

Denklem (4.1) ile verilen sistemin Hamiltonyeni:

$$a_j(t) = \sum_{p=1}^2 b_p S(j, 2) = b_1 S(j, 1) + b_2 S(j, 2), \quad (4.7)$$

Denklem (4.7) ile verilen normal koordinatlar kullanılarak diagonalize edilebilir.

$$b_1(t) = a_1 S(1, p) + a_2 S(2, p), \quad (4.8)$$

$$S(j, p) = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin(jp\pi/3) = \sqrt{\frac{2}{3}} \sin(jp\pi/3), \quad (4.9)$$

Denklem (4.8) ve (4.9) dönüşümleri kullanıldığında Hamiltonyen aşağıdaki biçime dönüşür.

$$H = \hbar(\omega_1 + \beta_1) b_1^\dagger b_1 + \hbar(\omega_2 + \beta_2) b_2^\dagger b_2, \quad (4.10)$$

Denklem (4.10)'ün öz değerleri ise  $\beta_1 = 2g_{12} \cos(\frac{\pi}{3})$ ,  $\beta_2 = 2g_{12} \cos(\frac{2\pi}{3})$  'dir.

Denklem (4.11) ve öz değerler kullanılarak her bir dalga klavuzluğu için Heisenberg operatörleri elde edilebilir.

$$a_j(t) = \sum_{k=1}^2 a_k(0) A_{jk}, \quad (4.11)$$

$$A_{21}(t) = e^{-i(\omega_1 + \beta_1)t} S(1, 1)S(2, 1) + e^{-i(\omega_2 + \beta_2)t} S(1, 2)S(2, 2), \quad (4.12)$$

$A_{1,2}$  katsayısı çiftlenmiş dalga klavuzu içinde ışığın bütün kuantum özelliklerini belirler.

$$N_2(t) \equiv N_1(0) |A_{21}(t)|^2, \quad (4.13)$$

İkinci dalga klavuzu içerisindeki foton sayısını ise denklem (4.13) ile ifade edebiliriz.  $N_2(t)$  ise 2. dalga klavuzundaki ortalama foton sayısını verir.

Biz iki dalga klavuzluğu arasında ışığın dolanıklık ve sıkışmış durumunu inceleyeceğiz. Ve sıkışmış ışık ilk dalga klavuzluğu içerisinde çiftleşmiş olarak kabul edilecektir.

Işık ilk fiberden girdiğinde:

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} \left[ -e^{i\phi} \tanh(r) \right]^n |2n\rangle, \quad (4.14)$$

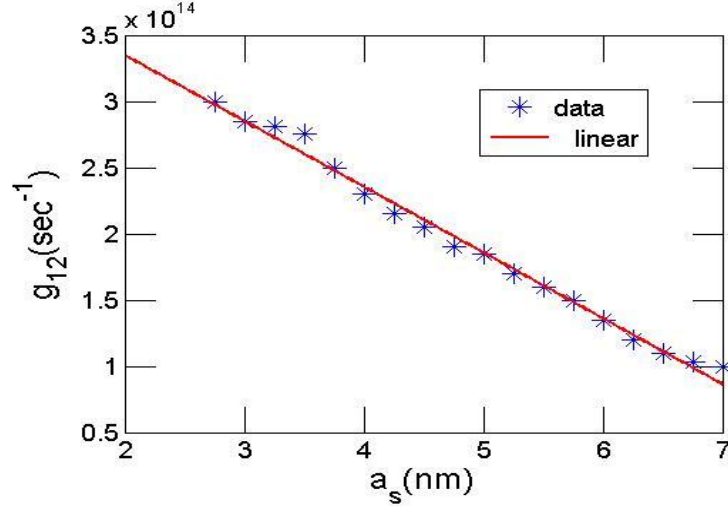
Burada  $r$  sıkışıklığın büyüklüğüdür ve  $\phi$  ise sıkışmış elipsin oryantasyonu ile ilgilidir.

Dolaşıklık ölçümü için iki dalga klavuzluğu arasındaki korelasyon bağıntısını aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\begin{aligned} M(1,2) &= \langle a_1^+ a_1 \rangle + \langle a_2^+ a_2 \rangle + \langle a_1 a_2 \rangle + \langle a_1^+ a_2^+ \rangle \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sinh(2r) [\tanh r - \sin(2g_{12}t) \sin \phi] \right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

$M$ 'nin negatif olması kuantum dolanıklık (entanglement) için yeterli koşuldur (Agarwal, 2008). Kuantum dolanıklık  $\sin(2g_{12}t) \sin \phi > \tanh(r)$  olduğunda oluşur.

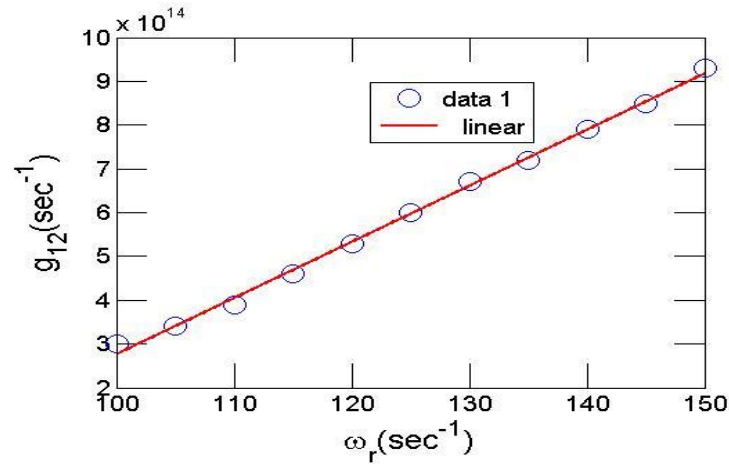
#### 4.2. Tünelleme (Etkileşim) Katsayısının Saçılma Uzunluğuna Bağlılığı



Şekil 4.4. Etkileşim katsayısının saçılma uzunluğuna bağlılığı

Şekil 4.4'de görüldüğü gibi atomlar arası saçılma uzunluğu arttıkça etkileşim katsayısı azalmaktadır.

#### 4.3. Tünelleme (Etkileşim) Katsayısının Radyal Yöndeki Tuzaklama Frekansa Bağlılığı



Şekil 4.5. Etkileşim katsayısının tuzaklama frekansına bağlılığı

Şekil 4.5'de radyal yöndeki tuzaklama frekansını arttırdığımızda etkileşim veya tünelleme katsayısının da arttığını görüyoruz.

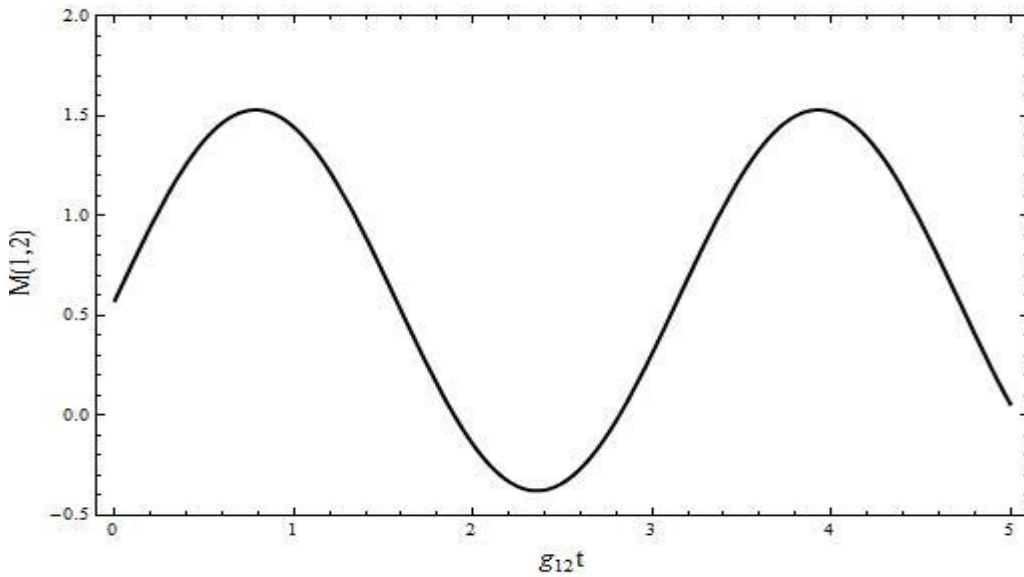
## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

İki tane özdeş dalga klavuzu içerisindeki Bose-Einstein yoğunlaşmış maddesinde fotonların tünelleme katsayısını farklı parametrelere göre hesapladık.

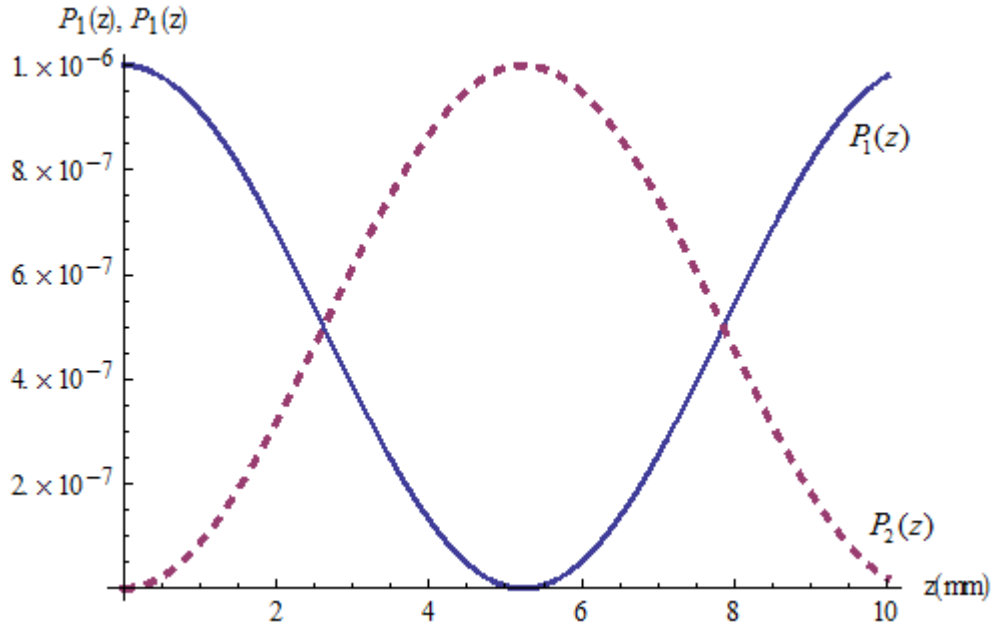
Radyal yöndeki tuzaklanma frekansını artırdığımızda tünelleme katsayısının da lineer olarak arttığını gördük. Fakat atomlar arası etkileşme parametresi olan saçılma uzunluğunu artırdığımızda ise tünelleme parametresinin azaldığını tespit ettik.

Buradan iki dalga klavuzunda parametreleri değiştirerek ayarlanabilen tünelleme katsayısı elde edilebilir. Bunun sonucunda dalga klavuzlarının bitiş noktalarında kuantum olarak dolanık ışık elde etmiş oluruz.

$A_{1,2}$  katsayısı çiftlenmiş dalga klavuzu içinde ışığın bütün kuantum özelliklerini belirler.  $N_2(t)$  ise 2. dalga klavuzundaki ortalama foton sayısını verir. Eğer dalga klavuzundan birine klasik olmayan bir ışık gönderirsek dolanıklık için iki dalga klavuz modları arasında korelasyonu  $M(1,2)$  sağlar.  $M$  'nin negatif olması kuantum dolanıklık (quantum entanglement) için yeterli koşuldur.



Şekil 5.1. Korelasyonun zamana bağlı değişimi.



Şekil 5.2. Optik güçlerin konuma bağlı değişimi

Denklem (3.8) ve (3.9)'de  $P_1(0) = 10^{-6}$  watt ve  $C = 0.3 \text{ mm}^{-1}$  alındığında birinci ve ikinci dalga klavuzundaki optik güç değişimi Şekil 5.2'deki gibi olmaktadır. Burada  $P_1(z)$  birinci fiberdeki optik gücü,  $P_2(z)$  ise ikinci fiberdeki optik gücü göstermektedir.

## ÖZGEÇMİŞ

1984 yılında Bayburt'ta doğdu. Liseyi Bayburt Anadolu lisesinde tamamladı. Üniversiteyi 2009 yılının Ocak ayında Gazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde tamamladı. 01/05/2010 - 01/05/2012 tarihleri arasında 109T686 nolu Tübitak Kariyer Projesinde bursiyer olarak çalıştı. 2011 yılı Eylül ayından bu yana yüksek lisans çalışmalarına Harran Üniversitesi Fizik Bölümü'nde devam etmektedir.

## KAYNAKLAR

- ANDERSON, M.H., ENSHER, J.R., MATTHEWS, M.R., WIEMAN, C.E., and CORNELL, E.A., 1995. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269, 198–201.
- BOGOLIUBOV, N., 1947. On the Theory of Superfluidity. *J. Phys. USSR*, 11, 23.
- BOLLER, K. J., IMAMOGLU, A., and HARRIS, S. E., 1991. Observation of BRADLEY, C.C., SACKETT, C.A., and HULET, R.G., 1995. Evidence of Bose-Einstein Condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys Rev. Lett*, 75, 1687.
- CHRISTENSEN, C.A., WILL, S., SABA, M., JO, G.B., SHIN, Y., and KETTERLE, W., 2008. Trapping of ultracold atoms in a hollow-core photonic crystal fiber. *Physical Review A*, 78, 033429.
- CORNELL E. A., 1995. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269, 198.
- CORNELL, E. A., and WIEMAN, C. E., 2002. Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments. *Rev.Mod.Phys*, 74, 875-893.
- CORNELL, E., 1996. Very Cold Indeed: The Nanokelvin Physics of Bose-Einstein Condensation. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 101, 419.
- DALFOVO, F., GIORGINI, S., PITAEVSKII L.P., and STRINGARI, S., 1999. Theory of Bose-Einstein Condensation in Trapped Gases. *Reviews of Modern Physics*, 71, 463–512.
- DAVIS K. B., MEWES, M. O., ANDREWS, M. R., van DRUTEN, N. J., DURFEE, D.S., KURN, D.M., and KETTERLE, W., 1995. Bose-Einstein Condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett*, 75, 3969-3973.
- DUBOIS, J.L., and GLYDE, H.R., 2003. Natural Orbitals and Bose-Einstein Condensates in Traps: A Diffusion Monte Carlo Analysis. *Physical Review A*, 68, 033602, 1–12.

- FOX, M., 2006. An Introduction Quantum Optics. Department of Physics and Astronomy University of Sheffield. Oxford University Press, New York, USA.
- HARRIS, S.E., 1997. Electromagnetically Induced Transparency, *Physics Today*, 36-42.
- HAU, L.V., HARRIS, S. E., DUTTON, Z., and BEHROOZI, C. H., 1999. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397, 594-598.
- induced transparency. *Phys. Rev. Lett*, 66, 2593–2596.
- KETTERLE, W., and van DRUTEN N.J., 1996. Bose-Einstein Condensation of a Finite Number of Particles Trapped in One or Three Dimensions. *Physical Review*, 54, 656–660.
- KIMBLE, H. J., DAGENAIS, M., and MANDEL, L., 1977. Photon Antibunching in Resonance Fluorescence. *Phys. Rev. Lett*, 39, 691–695.
- KNIGHT, P.L, and CHRISTOPHER, C.G., 2005. *Inductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, New York, USA.
- LIU, C., DUTTON, Z., BEHROOZI, C. H., and HAU, L.V., 2001. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409, 490-493.
- LOWDIN, P.O., 1955. Quantum Theory of Many Particle Systems. I. Physical Interpretations by Means of Density Matrices, Natural Spin Orbitals, and Convergence Problems in the Method of Configurational Interaction. *Physical Review* 97, 1474–1489.
- LUKIN, M. D., and IMAMOGLU, A., 2001. Controlling photons using electromagnetically induced transparency. *Nature*, 413, 273-276.
- MAO, Z.M., FANG, X.S., and LI, B.H., 1986. Mode Excitation Theory and Experiment of Single-Mode Fiber Directional Coupler with Strong Coupling. *Journal of Lightwawe Technology*, LT-4, NO. 4.
- OU, Z.Y., HONG, C.K., and MANDEL, L., 1987. Relation between input and output states for a beam splitter. *Optic Communications*, 63, 118-122.



- PENROSE, O., and ONSAGER, L., 1956. Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium. *Phys. Rev.*, 104, 576–584.
- PETHICK, C.J., and SMITH, H., 2002. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. 1st ed. Cambridge University Press. New York, USA.
- PITAEVSKII, L.P., 1961. Vortex Lines in an Imperfect Bose Gas. *Soviet Physics, JETP*, 13 (2), 451-454.
- QIAN, J., HUANG, W., 1986. Coupled-mode theory for LP modes . *Journal of Lightwave Technology*, LT-4(6), 619-625.
- RAI, A., AGARWAL, G.S., and PERK, J.H.H., 2008. Transport and quantum walk of nonclassical light in coupled waveguides. *Physical Review A*, 78, 042304.
- SALEH, B.E.A., TEICH, M.C., 2007. *Fundamentals of Photonics*. Wiley-Interscience, USA.
- SANTOS, F., 2001. Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium. *Physical Review Letters*, 86, 3459–3462.
- SCULLY, M.O, ZUBAIRY, and M.S., 1997. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, New York, USA.
- SNYDER, A. W., 1972. Coupled-Mode Theory for Optical Fibers. *Journal of Optical Society of America*, 62, 1267-1277.
- TARHAN, D., 2006. Dispersive effect on optical information storage in Bose-Einstein Condensate using ultra-slow short puls. *Journal of Optical Society of America B*, 23, 1925-1933.
- TARHAN, D., 2007. Dispersion And Waveguiding Of Ultraslow Light in Atomic Bose-Einstein Condensates. İstanbul Teknik Üniversitesi, Doktora Tezi, İstanbul, 71s.
- WEBER, T., HERBIG, J., MARK, M., NÄGERL, H.C., and GRIMM, R., 2003. Bose-Einstein Condensation of Cesium. *Science*, 299, 232–235.
- YARIV, A., 1991. *Optical Electronics*. Saunders College Publishing, USA.

## ÖZET

Birinci bölümde kuantum optiğin ne olduğu ve tarihçesi verilip, bu alandaki çalışmalardan kısaca bahsedilmiştir. İkinci bölümde bu alanla alakalı gerekli kuramsal bilgilere değinilmiştir. Üçüncü bölümde kullandığımız materyal ve yöntem açıklanmıştır. Dördüncü bölümde gerekli hesaplamalar yapıp, ilgili grafiklere yer verilmiştir. Beşinci ve son bölümde ise sonuç özetlenmiştir.

## **SUMMARY**

In the first chapter, what quantum optics is and the history of the quantum optics are given, then the studies in this field are briefly mentioned. In the second chapter, essential theoretical information related to this field is dealt with. In the third chapter, the material and method that we have used are explained. In the fourth chapter, required calculations are made and related graphics are included. In the last part, the result is summarised.