



T.C.  
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**TRABZON İLİ İÇİN GEOİT ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA  
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Özge KARAASLAN**

**TEMMUZ 2015**

**GÜMÜŞHANE**



**T. C.**  
**GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**TRABZON İLİ İÇİN GEOİT ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA**  
**ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Özge KARAASLAN**

**Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**  
**“Harita Mühendisliği Anabilim Dalı”**  
**Yüksek Lisans Programında Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29.06.2015**  
**Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 09.07.2015**

**TEMMUZ 2015**



## KABUL ve ONAY



Yrd. Doç. Dr. Yusuf AŞIK danışmanlığında **Özge KARAASLAN** tarafından hazırlanan **“TRABZON İLİ İÇİN GEOİT ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI”** isimli bu çalışma jürimiz tarafından Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Harita Mühendisliği Anabilim Dalı**’nda Yüksek Lisans Tezi olarak Oy Birliği ile kabul edilmiştir.

Başkan

Yrd. Doç. Dr. Emine TANIR KAYIKÇI

Üye (Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Yusuf AŞIK

Üye

Yrd. Doç. Dr. Hasan Tahsin BOSTANCI

ONAY

Bu tez **5/8/2015** tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. İbrahim TURAN  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## TEZ BEYANNAMESİ

Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı'nda, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlamış olduğum "**TRABZON İLİ İÇİN JEÖİD ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**" isimli tez çalışmasında; bütün bilgi ve belgeleri genel akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak hazırlayıp sunduğumu, başka kaynaklardan yararlandığım bilgileri metin ve kaynaklarda eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma süresince bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksi durumda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 29/06/2015



Özge KARAASLAN

**ÖZET**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**TRABZON İLİ İÇİN JEOİD ONDÜLASYONLARI BELİRLEME AMACIYLA  
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN UYGULANMASI**

Özge KARAASLAN

Gümüşhane Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Yusuf AŞIK

2015, 69 sayfa

Mühendislik uygulamalarında kullanılan ortometrik yüksekliklerin geleneksel ölçülerle bulunması oldukça zor ve zaman alıcı bir işlem olmasına karşın GNSS ölçüleri ile bulunan elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere dönüşüm daha kolaydır. Fakat bu dönüşüm için de belirli doğruluğa sahip geoit ondülasyon değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadastro çalışmaları kapsamında doğu-batı yönünde 80 km, kuzey güney yönünde 30 km'lik bir alanda oluşturulan 600 adet C3 noktalarında ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır. Tüm noktaların ITRF96 (International Terrestrial Reference

Frame-Uluslararası Yerssem Referans Ağı) datumuna dayalı üç boyutlu kartezyen koordinatları, ve Gauss Krüger projeksiyon sisteminde tanımlanmış projeksiyon koordinatları bilinmektedir.

Uygulamada noktalar dayanak ve test noktaları olarak ikiye ayrılmıştır. Dayanak noktaların seçiminde, x ve y ekseni yönlerindeki nokta dağılımlarına bakılmıştır. Çalışmada ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri ve multiquadratik enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Seçilen dayanak noktalarında bilinen elipsoidal ve ortometrik yüksekliklerin farkından hesaplanan geoid ondülasyonlarını kullanarak farklı enterpolasyon yöntemleri ile test noktaları için hesaplanan ortometrik yüksekliklerin, bu noktalarda bilinen ortometrik yüksekliklerden farkları hesaplanarak enterpolasyon yöntemleri arasında kıyaslamalar yapılmıştır. Farklı sayıdaki dayanak-test nokta grupları için elde edilen sonuçlar üzerinden enterpolasyon yöntemlerinin uygulanması ile ilgili çeşitli kıyaslamalar yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Ağırlıklı Ortalama, Geoid Ondülasyonu, Multiquadrik Enterpolasyon, Ortometrik Yükseklik, Polinom Yüzeyleri.

**ABSTRACT**

**MS THESIS**

**DETERMINING THE GPS/LEVELLING GEOID UNDULATIONS BY  
INTERPOLATION METHODS FOR THE REGION OF TRABZON, TURKEY**

Özge KARAASLAN

Gümüşhane University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Geomatics Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Yusuf AŞIK

2015, 69 pages

Finding the traditional measure of orthometric heights used in engineering applications is quite difficult and time consuming conversion easier for those who ellipsoid height of known height with GNSS measurements Although the process. But it is also necessary to know the value of the geoid undulation with certain accuracy for conversion.

In this study, the Land Registry and Cadastre Trabzon IX. Regional Directorate of cadastral works covered east-west direction of 80 km, measured orthometric and ellipsoidal heights in the 600 C3 point values created in an area 30 km long north-south direction is used. All points ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame) three-dimensional Cartesian coordinates based on datum, projection coordinates are known and defined in the Gauss Krüger projection system.



Practice is divided into two basis points, and test points. The selection of the mainstay, has been looking at the x and y axis direction of the point spread. In this study, weighted average, polynomial surfaces and multiquadratic interpolation methods are used. Selected mainstay of known ellipsoidal and orthometric heights are aware of using computed geoid undulations of different interpolation methods with the calculated orthometric height for test points, comparisons between the interpolation method by calculating the difference from the known height known at this point is made. Various benchmarks related to the implementation of the results obtained through interpolation methods for different groups in the number of basis-test point is made.

**Keywords:** Weighted Average, Geoid Ondulation, Multiquadrik Interpolation, Orthometric Height, Polynomial Surfaces.

## TEŞEKKÜR

“Trabzon İli İçin Geoit Ondülasyonları Belirleme Amacıyla Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması” adlı bu çalışma Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

Yüksek lisans tezi danışmanlığımı üstlenerek, tez boyunca yaptığı katkılardan dolayı saygıdeğer hocam Yrd. Doç. Dr. Yusuf AŞIK’a sonsuz teşekkür ederim.

Bilgisinden ve tecrübelerinden her zaman faydalandığım, çalışma süresince görüşlerinden yararlandığım değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Emine TANIR KAYIKÇI’ya çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında her zaman yanımda olan, bilgi birikimleri ve desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen, değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Hasan Tahsin BOSTANCI’ya, yüksek lisans sürecinde her zaman bana destek olan arkadaşlarıma, Gümüşhane Üniversitesi’nde bulunan tüm mesai arkadaşlarıma bütün samimiyetimle teşekkür ederim.

Hayatım boyunca sevgi ve desteklerini hiç esirgemeyen, her zaman sabırla yanımda olan, sevgili aileme çok teşekkür ederim.

Özge KARAASLAN  
Gümüşhane, 2015

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	VI
TEŞEKKÜR.....	VIII
İÇİNDEKİLER.....	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	XI
TABLolar DİZİNİ.....	XII
SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	XIV
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Çalışmanın Amacı.....	2
1.3. Problemin Tanımı.....	2
1.4. Literatür Taraması.....	3
1.5. Metodoloji.....	8
1.6. Yükseklik Sistemleri.....	8
1.6.1. Elipsoidal Yükseklik.....	10
1.6.2. Ortometrik Yükseklik.....	11
1.7. Geoit Yüksekliği Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri.....	11
1.7.1. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon.....	12
1.7.2. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon.....	13
1.7.2.1. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon İçin Fonksiyonel Modelin Katsayılar Matrislerinin Oluşturulması.....	15
1.7.2.2. Polinom Yüzeylerinin Uygunluğunun ve Polinom Katsayılarının Anlamlılığının Hipotez Testleri İle Testi.....	17
1.7.3. Multiquadrik Enterpolasyon.....	20
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	23
2.1. Çalışma Alanı.....	23
2.2. Çalışma Alanında Uygulanan Yöntemler.....	24
2.2.1. Ağırlıklı Aritmetik Ortalama ile Enterpolasyon.....	25

2.2.1.1.	113 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar .....	25
2.2.1.2.	330 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar .....	28
2.2.1.3.	510 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar .....	30
2.2.1.4.	600 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar .....	32
2.2.2.	Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon Uygulaması.....	34
2.2.2.1.	330 Dayanak Noktasına 287 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	36
2.2.2.2.	510 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	38
2.2.2.3.	330 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	40
2.2.2.4.	600 Dayanak Noktasına 291 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	42
2.2.2.5.	600 Dayanak Noktasına 333 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	46
2.2.2.6.	600 Dayanak Noktasına 500 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar .....	50
2.2.3.	Polinom Yüzeylerinin Uygunluğu ve Polinom Katsayılarının Anlamlılığı İçin Testler.....	53
2.2.4.	Multikvadrik Enterpolasyon Uygulaması.....	60
3.	BULGULAR ve TARTIŞMA .....	65
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	66
5.	KAYNAKLAR.....	67
	ÖZGEÇMİŞ	

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b><u>Sayfa No</u></b>
Şekil 1.1. Yükseklik çeşitleri (Erkaya H., 2006).....	9
Şekil 1.2. Elipsoidal Yükseklik ve Ortometrik Yükseklik(URL 1).....	10
Şekil 2.1. Kullanılan Noktaların Dağılımı .....	24
Şekil 2.2. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması.....	25
Şekil 2.3. 113 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	27
Şekil 2.4. 330 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	29
Şekil 2.5. 510 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m) .....	31
Şekil 2.6. 600 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	33
Şekil 2.7. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması .....	35
Şekil 2.8. 330 Dayanak ve 287 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	37
Şekil 2.9. 330 Dayanak ve 287 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	37
Şekil 2.10. 510 Dayanak ve 113 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	39
Şekil 2.11. 330 Dayanak ve 113 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	41
Şekil 2.12. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	43
Şekil 2.13. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	44
Şekil 2.14. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (nm=10 <sup>9</sup> m).....	45
Şekil 2.15. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	47
Şekil 2.16. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	48
Şekil 2.17. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (nm=109m) .....	49
Şekil 2.18. 600 Dayanak ve 500 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	51
Şekil 2.19. 600 Dayanak ve 500 Test Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	52
Şekil 2.20. Multikuadrik Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması.....	60
Şekil 2.21. 600 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	62
Şekil 2.22. 510 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m).....	63

## TABLULAR DİZİNİ

	<b><u>Sayfa No</u></b>
Tablo 2.1. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 113 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	28
Tablo 2.2. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 330 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	30
Tablo 2.3. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 510 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	32
Tablo 2.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 600 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	32
Tablo 2.5. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 287 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	38
Tablo 2.6. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 113 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	40
Tablo 2.7. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 113 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	42
Tablo 2.8. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 291 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	46
Tablo 2.9. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 333 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	50
Tablo 2.10. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 500 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	53
Tablo 2.11. 330 Dayanak Noktasına 287 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	54
Tablo 2.12. 510 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	55
Tablo 2.13. 330 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	56
Tablo 2.14. 600 Dayanak Noktasına 291 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	57
Tablo 2.15. 600 Dayanak Noktasına 333 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	58

Tablo 2.16. 600 Dayanak Noktasına 500 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi.....	59
Tablo 2.17. Multiquadrik Enterpolasyonla 600 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	61
Tablo 2.18. Multiquadrik Enterpolasyonla 510 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar.....	64
Tablo 2.19. Kullanılan Noktaların Bulunduğu İlçeler.....	64

## SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

ANFIS	: Adaptif ağ tabanlı bulanık çıkarım sistemleri
BÖHHBÜY	: Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği
BW	: Baden-Württemberg
EGM-96	: Earth gravitational model 1996
EGM2008	: ABD Ulusal Coğrafi İstihbarat Ajansı tarafından yayımlanan Dünya Yerçekimi Modeli
EKK	: En küçük kareler ilkesi
F-dağılımı	: Fisher dağılımı
GPS	: Global positioning system
ITRF96	: International terrestrial reference frame
İGNA	: İstanbul GPS Nirengi Ağı
TG-99A	: Güncellenmiş Türkiye Geoidi
TG-03	: Türkiye Geoidi-2003
TUTGA	: Türkiye Ulusal GPS Ağ
WGS-84	: World geodetic datum-84
YSA	: Yapay Sinir Ağları
X	: $a_{ij}$ katsayılarından oluşan bilinmeyenler vektörü
$\Delta N_i$	: Artık geoid yükseklik değerleri
$s_0^2$	: Birim ölçünün ortalama hatasının öncül varyansı
$P_i$	: Dayanak noktasına ait ağırlık değeri
$N_i$	: Dayanak noktasının geoid yüksekliği
$d_i^k$	: Dayanak noktası ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklık
m	: Dayanak noktası sayısı
h	: Elipsoidal yükseklik
$N_e$	: Enterpolasyon noktasının geoid yüksekliği
$(x_e, y_e)$	: Enterpolasyon noktasının koordinatları
$v_i$	: Fark değeri
N	: Geoid yüksekliği
C	: Geopotansiyel yükseklik
K	: Güç parametresi
$(x_i, y_i)$	: Herhangi bir dayanak noktasının koordinatları
$N(x, y)_{\text{hesap}}$	: Hesaplanan geoid ondülasyonu
$m_{a_i}$	: Karesel ortalama hata
A	: Katsayılar matrisi
Q	: Kernel fonksiyonu
$\zeta$	: Kuazigeoid yüksekliği ( $\zeta = h - H^N$ )
$P_i$	: Kullanılan dayanak noktalarına verilecek ağırlık değeri
$H^N$	: Normal yükseklik
$H^{NO}$	: Normal ortometrik yükseklik
g	: Ortalama ağırlık ivmesi olmak üzere;
H	: Ortometrik yükseklik
$N(x, y)_{\text{ölçü}}$	: Ölçülen geoid ondülasyonu
$a_{ij}$	: Polinomun katsayıları
n	: Polinomun derecesidir.
l	: Sabitler vektörü
$H_s$	: Seçenek Hipotezi



$f$	: Serbestlik derecesi
$H_0$	: Sıfır Hipotezi
$q$	: Tablo değeri
$Q_{aa}$	: Ters ağırlık matrisi
$Q_{aiai}$	: Ters ağırlık matrisinin ilgili köşegen elemanı
$T_i$	: Test değeri
$\alpha$	: Yanılma olasılığı

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1.1. Giriş

Jeodezide yapılan jeodezik ölçmelerin değerlendirilebilmesi için matematiksel ve geometrik olarak tanımlanabilen yüzeylere ihtiyaç duyulur. Fiziksel yeryüzünde yaptığımız jeodezik ölçmeler yardımıyla yeryüzünde belirli noktaların konumlarını belirli bir koordinat sistemi içerisinde tanımlayabiliriz. Haritalama çalışmalarında ve mühendislik projelerinde yükseklik olarak ortometrik yükseklikler kullanılır. Ortometrik yükseklikler nivelman yöntemleriyle (geometrik, trigonometrik, vb.) belirlenen yüksekliklerken, elipsoidal yükseklikler GPS ile belirlenir. Bu durumda, elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüşüm problemi ortaya çıkmaktadır.

Ortometrik yükseklik sıfır yükselteli geoit yüzeyinden itibaren çekül doğrultusu boyunca olan uzaklıktır. Nivelman ölçmeleri ile duyarlığı iyi ortometrik yükseklikler elde edilebilirken, bu yöntem zaman alıcı, iş gücü gerektiren ve maliyeti yüksek bir yöntemdir. Bundan dolayı kullanıcılar daha modern yöntemlerle daha hızlı ve ekonomik şekilde hassas duyarlılıkta otomatik yükseklik belirlemeye yönelmiştir.

Herhangi bir noktada GPS (Global Positioning System-Küresel Konumlama Sistemi) ile WGS-84 (World Geodetic Datum-84) datumunda elde edilen elipsoidal yüksekliği ortometrik yüksekliğe dönüştürebilmek için yeterli duyarlılıkta geoit yüksekliğinin bilinmesine ihtiyaç duyarız. Geoit yüksekliklerini bilmemiz elipsoidal yükseklikten ortometrik yüksekliği elde etmemize olanak sağlamaktadır. Geoit yüksekliklerinin belirlenmesinde yerel ve global birçok teknik mevcuttur. Yapılan bu çalışmalarla uygulama alanı için en iyi sonucu veren geoit belirleme yönteminin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çünkü elipsoidal yüksekliklerden elde edilen ortometrik yüksekliklerin hassasiyeti, elipsoidal yüksekliğin ve geoit modelinin hassasiyeti ile alakalıdır.

Bu tez çalışmasında “*yerin fiziksel modeli*” kavramının karşılığı "Geoit" kelimesi kullanılmıştır. Bu tez çalışması kapsamında ulusal literatürde yapılan araştırmalarda "*jeoid*", "*jeoit*", "*geoid*" ve "*geoit*" şeklinde farklı kullanımlarla karşılaşılmış olsa da TDK (Türk Dil Kurumu)'nda yerin fiziksel modeli olan “*Yerkürenin geometrik olmayan gerçek modeli*” için kabul edilen “*Geoit*” kelimesi kullanılmıştır.

## 1.2. Çalışmanın Amacı

Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde (BÖHHBÜY), elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliğe dönüşüm için Güncellenmiş Türkiye Geoitinin (TG-99A) veya yerel GPS nivelman geoitinin kullanılması önerilmiştir.

Bu çalışmada Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadaströ çalışmalarını kapsamında oluşturulan C3 noktalarında ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır. Tüm noktaların ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame-Uluslararası Yerel Referans Ağı) datumuna dayalı üç boyutlu kartezyen koordinatları, Gauss Krüger projeksiyon sisteminde tanımlanmış projeksiyon koordinatları ve geoit ondülasyonları bilinmektedir.

Nokta yoğunluğunun yerel GPS/Nivelman geoitinin belirlenmesinde etkisini irdelemek için farklı nokta dağılımları için geoit belirleme yöntemleri ile geoit yükseklikleri belirlenerek yöntemlerin performansları değerlendirilmiştir. Böylece pratikte GPS ölçüsü yapılmış herhangi bir noktada ortometrik yükseklik hassas bir şekilde belirlenmesine katkı sağlanması amaçlanmıştır. Farklı yöntemlerden elde edilen geoit yükseklikleri arasındaki farklılıkların varlığının, nedenlerinin araştırılması ve bu farklılıkların büyüklüklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Yöntemler birbirleriyle ve kendi içindeki kriterlerle, karşılaştırılıp bölgeye uygunluk ve sonuca en iyi yaklaşma elde edilmeye çalışılmıştır.

## 1.3. Problemin Tanımı

Günümüzde mühendislik uygulamalarında GPS kullanımının yaygınlaşmış olması, GPS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin nivelmana göre daha hızlı, kolay ve ekonomik olarak ölçülebilmesi, devamında elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere dönüşümün gerekliliğini gündeme getirmiştir. Bu dönüşüm işlemini gerçekleştirmek için Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğinde (BÖHHBÜY), uygulanacak ölçü ve hesaplama yöntemleriyle ilgili çeşitli bilgiler yer almaktadır. Yerel bir alanda ortometrik yüksekliği bilinen noktalarda GPS ölçülerinden yararlanarak geoit modelinin çıkarılması ve sonrasında dönüşüm problemi çözümünün sağlanması önerilen yaklaşımlardan biridir.

Günümüzde GPS ile türetilen elipsoidal yükseklikler doğal durumu yansıtmadıkları için, yüksekliklerle alakalı hassas pratik ihtiyaçları karşılamaktan uzaktırlar. Geoitten

itibaren alınan ortometrik yükseklikler fiziksel olaylarla daha uyumludur. Bu özelliği ile yüksekliklerle ilgili pratikteki pek çok problemin çözümünde başarılı bir şekilde kullanılabilir. Ortometrik yüksekliklerin geleneksel nivelman yöntemiyle elde edilmesi pahalı, hava şartlarına bağımlı, çok fazla işgücü ve zaman gerektiren bir işlemken elipsoidal yükseklik GPS uygulamalarında kolayca belirlenebilir. Elipsoidal yükseklikleri ortometrik yüksekliklere dönüştürebilmek için ise geoit yüksekliklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Geoit yüksekliklerinin bilinmesi, geometrik bir yükseklik türü olan elipsoid yüksekliklerinden fiziksel bir yükseklik türü olan ortometrik yüksekliklere geçişe kolaylık sağlamaktadır. Bu sayede pratik uygulamalar daha hızlı ve daha ekonomik olmaktadır. Bu sebeple elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere dönüşümünde kullanılacak en iyi geoit modelinin belirlenmesi çok önemlidir.

#### **1.4. Literatür Taraması**

Türkiye’de ve Dünya’da geoit yüksekliği belirlenmesinde kullanılan yöntemler konusunda yapılmış birçok çalışma vardır.

Ulusal literatürde yapılan çalışmalar;

Akın (2001); geoit hakkında genel kavramları vermiş ve ele alınan hesap ve ölçüm yöntemleri incelemiştir ve kullanım alanlarına ilişkin önerilerden bahsetmiştir.

Akiz vd. (2009); mevcut Türkiye Geoit-2003 (TG-03) modeli kullanılarak GPS ile elde edilen elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklerinin hesaplanmasını açıklamış ve çeşitli uygulamalar yapmıştır.

Aşık (2013); Afyonkarahisar ve çevre illerde 360x340 km<sup>2</sup>’lik bir alana yayılmış 86 adet TUTGA(Türkiye Ulusal GPS Ağı) noktalarından 3 adet veri grubu oluşturmuş ve her bir veri grubunda farklı sayıda dayanak ve test noktaları kullanmıştır. Kriging ve Yapay Sinir Ağları (YSA) yöntemiyle test noktalarının geoit yükseklikleri hesaplanmış ve her iki yöntemle elde edilen karesel ortalama hata değerleri birbiriyle karşılaştırılmıştır.

Başçiftçi (2008); Koordinat dönüşümünü bir koordinat sisteminde verilmiş nokta koordinatlarının başka sistemdeki karşılıklarının bulunması olarak tanımlayabiliriz. Pratikte kullanabilmek için GPS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gereklidir. Jeodezide kullanılan bu dönüşüm yöntemlerinin teorik altyapısı sunulmuştur ve bunları gerçekleştiren bir uygulama programı geliştirilmiştir.

Çakır (2012); Rize, Kayseri ve Karaman illerindeki üç farklı test bölgesinde

polinomlar, radyal tabanlı fonksiyonlar, yapay sinir ağı ve adaptif ağ tabanlı bulanık çıkarım sistemleri (ANFIS) yöntemleri ile lokal GPS/Nivelman geoitleri oluşturmuştur ve dayanak nokta yoğunluğunun yerel GPS/Nivelman geoitinin belirlenmesinde ne derecede öneme sahip olduğunu irdelemiştir. Ayrıca, test noktalarındaki ölçülen geoit yükseklikleri ile modellerle elde edilen geoit yüksekliklerinin farkları karşılaştırılmıştır.

Direnç vd. (2012); Türkiye için hesaplanan gravimetrik geoit modellerinin hesaplama yöntemlerine ve kullanılan verilere ilişkin bilgiler vermiştir.

Erol vd. (2004); GPS/Nivelman kullanarak bir yerel geoit modellemek için ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon ve kriging yönteminin uygulanabilirliğini araştırmıştır.

İnal vd. (2002); yaklaşık 400 km<sup>2</sup> lik bir alanda GPS/Nivelman kombinasyonu ile belirlenmiş geoit yüksekliklerinden yararlanarak, ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon, polinomlarla enterpolasyon, multiküadrik enterpolasyon ve kriging yöntemi kullanılarak dönüşüm yapmıştır. Çalışma alanında elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen 74 nokta arasından uygun dağılımda bulunan 21 tanesi dayanak noktası olarak seçilmiş ve diğer 53 noktada enterpolasyon yöntemleri ile geoit yükseklikleri hesaplanmıştır.

İnam vd. (2012); mevcut GPS/Nivelman veri kümesinin Türkiye’de yüksek doğruluklu bölgesel geoit modellemeye uygunluğu konusunda bir değerlendirme yapmıştır.

Kalaycı (1997); “*Konya Metropolitan Yüzey Ağı*”nın bir bölümünde yer kontrol noktalarının yükseklikleri yerel geoit geçirerek belirlemiştir. Çalışma kapsamında bulunan 7 noktanın geometrik nivelmanla ölçülen ortometrik yükseklikleri ile GPS sonucunda bulunan yükseklikleri karşılaştırılmıştır.

Kurt vd. (2007); yüzey alanının enterpolasyon noktalarına en iyi uyumu amaçlayan minimum varyanslı bir polinom yüzeyi araştırması gerçekleştirmiş ve bu araştırma modeline *En İyi Uyumlu Polinom Yüzeyi Araştırması* adı verilmiştir. Bu araştırma sürecinde yüzey kestirimi işlemine alınmayan ara değerden sapmaların kareleri toplamının en küçük olması amaçlanmış ve bu amaç fonksiyonunu sağlayan polinom derecesinin de en uygun polinom yüzeyi olduğuna karar verilmiştir.

Kutoğlu (2006); İstanbul ilindeki nokta verileri kullanılarak polinomlarla enterpolasyon ile yapay sinir ağı yöntemi karşılaştırılmıştır. İstanbul Teknik Üniversitesi tarafından yürütülen bu proje de 650 nokta kullanılmıştır. 650 noktanın 453 tanesinde ortometrik yükseklikleri elde etmek için nivelman ölçüleri yapılmış ve rastgele seçilen 100

nokta polinom yüzeyi ve yapay sinir ağları ile geoit belirleme yöntemlerinde test noktası olarak seçilmiştir. Kalan 353 nokta ise geoidi modellemek için kullanılmıştır.

Soycan (2002); GPS ve kısa uzunluklarda hassas trigonometrik nivelman yöntemi ile geoit yüksekliklerinin belirlenmesi konusu araştırmıştır. İstanbul'da farklı test bölgeleri seçilmiş, araştırma Beykoz-Riva arasında 16 km' lik bir kesit oluşturularak yapılmıştır. Kesit üzerinde 87 nokta alınarak; GPS, geometrik ve trigonometrik nivelman ölçmeleri yapılmıştır. Yapılan ölçmeler sonucu elde edilen geoit kesiti. İGNA (İstanbul GPS Nirengi Ağı), TG-99 (Güncelleştirilmiş Türkiye Geoidi) ve EGM-96 (Earth Gravitational Model 1996) geoit modelleri ile karşılaştırılmıştır.

Şanlıoğlu vd. (2002); multiquadratik enterpolasyon tekniği kullanılarak elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümü için DELPHİ dilinde program hazırlamıştır. Programda WGS84 elipsoidine göre belirlenmiş  $x$ ,  $y$  projeksiyon koordinatları ve  $h$  elipsoidal yüksekliği kullanılarak, bölge içinde kalan noktaların geoit ondülasyonları ve ortometrik yükseklikleri hesaplanmıştır.

Şentürk (2014); Kocaeli İli İzmit İlçe Belediyesi'nden temin edilen 1018 nirengi noktası kullanmıştır. Noktalarda GPS ölçmeleri ile elipsoidal yükseklikler ve hassas geometrik nivelman ile ortometrik yükseklikler belirlenmiştir. 200 adet nokta seçilerek "Geoit Dayanak Noktaları Ağı" oluşturulmuştur. Çalışmada, ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon, polinomlarla enterpolasyon, multiquadratik enterpolasyon, üçgenlerle doğrusal enterpolasyon ve kriging enterpolasyon olmak üzere beş farklı yöntem kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar ile dönüşüme katılmayan diğer 818 adet test noktasının verileri karşılaştırılarak yöntemler yorumlanmıştır.

Taktak (2005); Afyon Kocatepe Üniversitesi civarında geoit yüksekliği ve bu yüksekliklerdeki değişimi bir hat boyunca gözlemlemiştir. Çalışmada, Afyonkarahisar-Eskişehir karayolu boyunca 18 adet nokta tesis edilmiştir ve elipsoidal yükseklik farklarını hesaplayabilmek için GPS gözlemleri yapılmıştır. Ortometrik yükseklik farklarını hesaplayabilmek için geometrik nivelman ölçülerinin yapılmış ve elde edilen verilere göre seçilen hat boyunca geoit yüksekliği bulunmuştur.

Teke vd. (2005); ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlarla en uygun yerel geoidin belirlenmesi amaçlamıştır. Çalışmada, yerel geoit yüzeyi kuadratik, kübik, bi-kuadratik, bi-kübik yüzey polinomları ve multiquadratik enterpolasyon yöntemi ile belirlenmiş ve geoit ondülasyonlarının, GPS ile belirlenen değerlerinden sapmaları irdelenerek yöntemlerin duyarlılıkları araştırılmıştır.

Tuşat (2000); Selçuk Üniversitesi Kampüsü civarında geoit yüksekliğini kuzey-güney doğrultusundaki bir hat boyunca gözlemlemiştir. Çalışmada, Konya-Afyon karayolu boyunca 16 adet nokta tesis edilmiş ve GPS gözlemleri ile geometrik nivelman ölçüleri yapılmıştır. Bulunan sonuçlara göre test alanı için ortalama geoit yüksekliği 35.709m bulunmuştur.

Tuşat (2011); geoit yüksekliğinin belirlenmesi için Adıyaman ili sınırları içerisinde 129 nokta seçilmiştir. Bütün test noktalarında geoit yükseklikleri GPS/Nivelman yöntemiyle belirlenmiştir. Bu noktaların yükseklikleri ANFIS ve polinom katsayıları yöntemine göre hesaplanmıştır. 106 nokta dayanak noktası. 20 nokta test noktası seçilmiştir. Her iki yöntemle elde edilen geoit yükseklikleri karşılaştırılmıştır.

Yanalak (2002); dayanak noktasının enterpolasyon noktasına olan uzaklığının yanı sıra enterpolasyon noktası ile dayanak noktasının belirlediği doğrultunun istenilen bir doğrultudan sapma açısına bağlı olan yeni bir ağırlık modeli önermiştir. Yeni ağırlık modelinin klasik uzaklıkla ters orantılı ağırlık ortalama sonuçlarını iyileştirdiğini bir örnek üzerinde göstermiştir.

Yanalak (2002); en yakın komşu, ağırlıklı ortalama, polinom, multikvadrik, En küçük eğrilikli yüzey ve Üçgenlerde lineer enterpolasyon yöntemleri sayısal arazi modellemesi için 5 teorik test yüzeyi üzerinde test etmiş ve doğruluklarını kıyaslamıştır.

Yaprak vd. (2008); GPS/Nivelman yöntemi ile geoit yükseklikleri belirlenen dayanak noktalarından yararlanarak, Kriging yöntemi ile geoit belirlemiştir. Çalışmada, İstanbul Büyükşehir Belediyesi tarafından yaptırılan “İstanbul GPS Nirengi Ağı-1999” (İGNA-99) projesi kapsamında konumları ve geoit yükseklikleri belirlenmiş 200 dayanak ve 50 test noktası kullanılmıştır. ArcGIS 8.3 yazılımının *Geostatistical Analyst* modülü kullanılarak Ordinary Kriging enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır. 200 dayanak noktası ile geoit yüzey modeli oluşturulmuş ve modelden geoit ile yüksekliği bilinen 50 test noktası için geoit yükseklikleri hesaplanmıştır.

Yılmaz vd. (2005a); İstanbul içindeki 200 nokta için polinom katsayılarını belirlemiştir ve bulanık modeli oluşturmuş, 50 noktayı test noktası olarak kullanmış ve bulanık mantık ile elde edilen sonuçların polinom yüzeylerine göre daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Yılmaz vd. (2005b); İstanbul il sınırları içinde yer alan GPS/nivelman yöntemine göre geoit yükseklikleri belirlenmiş toplam 443 noktayı kullanarak (393 nokta polinom katsayılarının belirlenmesi, 50 nokta ise hesaplamaların test edilmesi için), polinom

katsayılarının derecesi sırası ile 5, 6, 7, 8 ve 9 alınarak katsayılar belirlenmiştir. Çalışmada, her bir polinom ile 50 test noktasında geoit yükseklikleri hesaplanmış ve bu değerler noktaların GPS/nivelman yöntemi ile bulunan geoit yükseklikleri ile karşılaştırılmıştır.

Yılmaz (2011); günümüze kadar Türkiye için yetkili kişi ve kurumlarca belirlenen geoit modelleri birbirleriyle karşılaştırmıştır. Çalışmada, Türkiye Ulusal Temel GPS Ağının Türkiye geneline mümkün olduğunca homojen olarak yayılmış 30 noktası seçilmiş ve seçilen bu 30 test noktasının değişik Türkiye yerel ve bölgesel geoit modellerindeki geoit yükseklikleri hesaplanmıştır. Bu modeller, hesaplanmalarda esas alınan kriterler yönünden ve test noktalarında bulunan farklı geoit yükseklikleri yönünden karşılaştırılmıştır. Geoit yüksekliklerine göre yapılan karşılaştırmalar, yerel geoit modellerinin kendi aralarında ve global geoit modelleri ile lokal GPS/Nivelman geoiti arasında yapılmıştır. Elde edilen bulgular ve geoit modellerinin oluşturulmalarında esas alınan kriterler göz önüne alınarak, dedeğişik geoit modelleri arasındaki uyumsuzlukların nedenleri ve büyüklükleri araştırılmıştır.

Yiğit (2003); GPS/Nivelman yöntemiyle geoit yüksekliklerini belirlemiş değişik üç test bölgesinde, test noktalarının yükseklik değerlerinin belirlenmesinde kullanılan ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyler, multiquadrik, en küçük karelerle kollokasyon ve kriging yöntemi uygulamış ve yöntemleri karşılaştırmıştır.

Yurt (2006); Trabzon şehir merkezini kapsayacak şekilde seçilen çalışma alanında uygun dağılımda tesis edilen 39 noktaya TUTGA noktalarından bağlantı yaparak koordinat vermiş ve geometrik nivelmanla yükseklik taşımıştır. Çalışmada, noktaların geoit ondülasyon değerleri belirlendikten sonra bölge için multiquadrik geoit yüzey modelleri ve polinom yüzeyleri oluşturulmuştur. Parametre anlamlılık testini geçen 2. derece ortogonal polinom yüzeyi multiquadrik yüzey için trend yüzeyi olarak alınmıştır. Elde edilen GPS/Nivelman geoit yüzey modeli ile 2 cm'nin altında bir doğrulukla noktaların geoit yükseklik değerlerine ulaşılmıştır.

Uluslararası literatürde yapılan çalışmalar;

El-Hallaq (2012); Gazze alanı için GPS kullanımı ile uyumlu ve GPS elipsoidal yüksekliklerini ortometrik yüksekliğe dönüştürmek için yazılım geliştirmiştir.

Kumar vd. (2006); bu çalışmada yükseklik belirleme ile ilgili modern teknikleri tanıtılmıştır, külfetli ve zaman harcayıcı uygulamalardan kaçınma amaçlanmıştır. Dağlık alanlarda GPS bağıl doğruluğu yaklaşık 6-9 ppm mertebesindedir. Bu doğruluk sismik etüt



ve sondaj kulesi konumlandırma gibi petrol arama projeleri için yeterince iyidir.

Lin (2005); GPS verilerini kullanarak bölgesel geoid modeli geliştirmek için algoritmalar üretmiştir. Algoritma için Tayvan etrafındaki 2065 nokta verisi kullanılmıştır. 4 cm ye kadar doğruluk elde edilmiştir.

Mava (2011); Baden-Württemberg (BW) bölgesinde hassas GPS ve normal nivelman yüksekliklerini kullanarak, ABD Ulusal Coğrafi İstihbarat Ajansı tarafından yayımlanan Dünya Yerçekimi Modelini (EGM2008) değerlendirmiştir. Çalışmada, test ağı tüm bölgeyi kaplamakta ve BW State Survey' a ait olan 183 bölgeyi içermektedir. Teorik olan EGM2008 yükseklik değerleri ile polinom yöntemiyle elde edilen GPS yükseklik değerleri karşılaştırılmıştır.

### **1.5. Metodoloji**

BÖHHBÜY'e göre, GPS/Nivelman geoidinin belirlenmesinde nokta yoğunluğu ilk 20 km<sup>2</sup>'ye kadar 6 nokta, sonrasındaki her 15 km<sup>2</sup> için bir nokta olması gerekmektedir. Bu çalışmada, GPS/Nivelman geoidinin çeşitli yöntemler ile modellenmesinin, farklı sıklıkta dayanak nokta seçiminin geoidin duyarlılığına nasıl etki ettiğini irdelemek amacıyla çalışma alanına ait veri sayısına göre dayanak nokta sıklığı belirlenmiştir. Bu çalışmaya konu olan Trabzon ilinde yaklaşık 1'km<sup>2</sup>'de bir dayanak noktası belirlenmiştir. Bu verilere dayalı olarak ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon, polinom yüzeyleri ile enterpolasyon ve multiquadrik enterpolasyon ile geoid yükseklikleri hesaplamak için MATLAB (MATris LABoratory) programlama dilinde yazılan ait programlar ile her bir model için dayanak ve test noktalarına ait geoid yükseklik değerleri hesaplanmıştır. Tüm noktalarda değişik modellerden bulunan geoid yüksekliklerinin gerçek değerlerinden farkları hesaplanıp istatistiksel olarak değerlendirilerek sonuçlara göre hangi yöntemin hangi kriterlerde daha anlamlı sonuç verdiği irdelenmiştir.

### **1.6. Yükseklik Sistemleri**

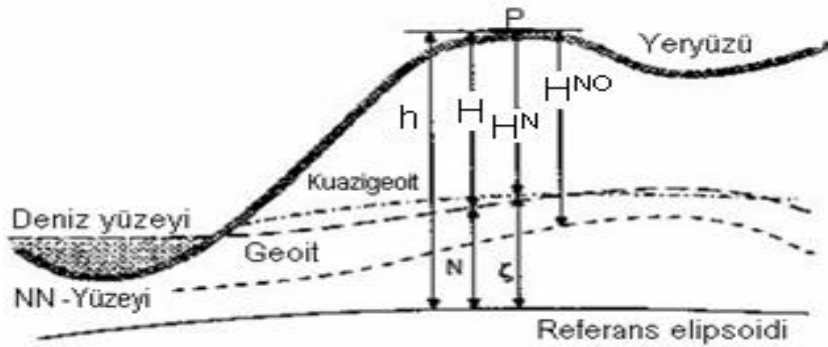
Yeryüzünün şekli denildiğinde, katı ve sıvı dünya kütesinin atmosferle olan sınırı anlaşılmaktadır. Katı kısımlar bu kısımlar girinti ve çıkıntılar nedeniyle düzgün bir yüzey değildir. Yeryüzünde ki noktaların yüksekliklerini tanımlayabilmemiz için, bir başlangıç yüzeyi ve bu yüzeye dik doğrultuların saptanması gerekmektedir. Yeryüzünde en kolay çekül doğrultuları belirlenebilir. Çünkü durgun sıvı yüzeyi çekül doğrultusuna diktir. Çekül

doğrultuları ise her noktada denge halindeki deniz yüzeyine diktir. Karaların altından da devam ettiği düşünülen denge halindeki deniz yüzeyi, başlangıç yüzeyi yani sıfır yükselti yüzey olarak alınabilir ve bu yüzey *geoit* olarak adlandırılmıştır. Bunlara göre *yükseklik*, yeryüzündeki noktalarının çekül doğrultusundan başlangıç yüzeyine yani geoide olan uzaklığıdır denilebilir.

Noktalar arasındaki yükseklik farklarını ölçme işine *nivelman* adı verilmektedir. Uygulamada kullanılan nivelman yöntemleri,

- Astrojeodezik nivelman
- Astrogravimetrik nivelman
- Barometrik nivelman
- Diferansiyel nivelman
- Doğrudan nivelman
- Birinci derece nivelman
- Jeodezik nivelman
- Enkesit nivelmanı
- Karşılıklı nivelman
- Stadya trigonometrik nivelmanı
- Termometrik nivelman

şeklinde sıralanabilir. (Erkaya, 2006; Kalaycı, 1997; Yurt, 2006)



Şekil 1.1. Yükseklik Çeşitleri (Erkaya, 2006)

- C** : Geopotansiyel yükseklik
- H** : Ortometrik yükseklik
- H<sup>N</sup>** : Normal yükseklik
- H<sup>NO</sup>** : Normal ortometrik yükseklik
- h** : Elipsoidal yükseklik

**N** : Geoit yüksekliği ( $N=h-H$ )

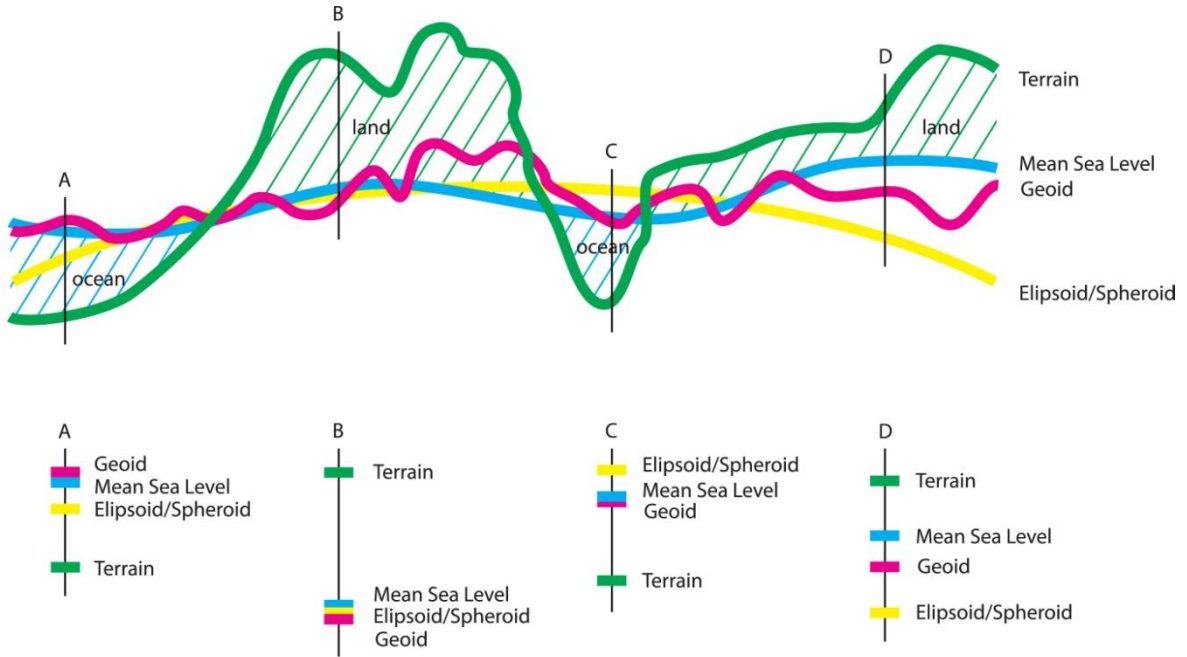
$\zeta$  : Kuazigeoit yüksekliği ( $\zeta=h-H^N$ )

### 1.6.1. Elipsoidal Yükseklik

Uygulamalarda, geometrik nivelman ve gravite ölçülerine dayalı olarak hesaplanan ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. GPS ölçüleri ile elde edilen başlangıç elipsoidine göre elipsoidal yükseklik  $h$ , belirlenmekte olup elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik arasında,

$$h = H + N \quad (1.1)$$

ilişkisi vardır. Burada, **H** ortometrik yükseklik, **h** elipsoidal yükseklik ve **N** geoit yüksekliği (geoit ondülasyonunu) olup geoit ile elipsoid arasındaki uzaklıktır. H ve h arasındaki ilişki Şekil 1.1’de görülmektedir.



Şekil 1.2. Elipsoidal Yükseklik ve Ortometrik Yükseklik(URL-1, 2015)

Elipsoidal yükseklikler, yerin çekim alanından tamamen bağımsızdır. GPS gözlemlerinden türetilen ortometrik yükseklikler ise elipsoidal ve geoit yükseklikleri arasındaki ilişkilerin hassasiyetine bağlıdır. Yükseklik belirlemenin doğruluk koşullarına uygun yerel bir geoit kullanılırsa, mühendislik ölçmeleri için GPS yükseklikleri

kullanılabilir. (Akiz vd., 2009; İnam vd., 2012; Lin, 2005; Tuşat, 2011)

### 1.6.2. Ortometrik Yükseklik

Yeryüzündeki bir noktanın çekül eğrisi boyunca geoite olan uzaklığına ortometrik yükseklik denir ve  $g$  ortalama ağırlık ivmesi olmak üzere;

$$H = \frac{C}{g} \quad (1.2)$$

eşitliği ile ifade edilir. Yeryüzündeki bir noktanın ortometrik yüksekliği doğrudan doğruya ölçülemediğinden geoit üzerindeki bir **A** noktasından **C** noktasına yapılan nivelman sonucunda elde edilen yükseklik farkı  $[\Delta h]$ , nivelman yoluna ve  $g$  yer çekimi ivmesine bağlıdır. Tekrar geoit üzerindeki diğer bir **B** noktasından **C** noktasına yapılan nivelman sonunda bulunan yükseklik farkı da  $[\Delta h']$  dir. Böylece **C** noktası için **A**'dan ve **B**'den farklı nivelman yükseklikleri bulunmuş olur. Nivo yüzeyleri birbirlerine paralel olmadıklarından **C** noktasının nivelman ile bulunan yükseklikleri  $[\Delta h]$  ve  $[\Delta h']$  bu noktanın ortometrik yüksekliğine eşit değildir. Elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklere dönüşüm dört farklı teknikte yapılabilmektedir. (Kumar 2006; Akçın, 2001; El-Hallaq, 2012)

- Mevcut TG99A geoit modelinin doğrudan kullanılması,
- Mevcut TG99A geoit modelinin yerel GPS/Nivelman noktaları ile güncelleştirilerek kullanılması,
- Baz vektörlerinde ortometrik yükseklik farkları hesaplanarak GPS/Nivelman ağ dengelemesi yapılması,
- Mevcut TG99A geoit modelini kullanmadan yerel GPS/Nivelman noktalarına dayanan bir yerel geoit modelinin belirlenmesi ve doğrudan kullanılmasıdır.

### 1.7. Geoit Yüksekliği Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri

Son yıllarda GPS/Nivelman tekniğine göre elde edilmiş geoit yükseklik değerlerini veri olarak kullanan;

- Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Enterpolasyon
- Polinomlarla Enterpolasyon

- Multiquadratik Enterpolasyon
- Kollokasyon Yöntemi
- Kriging Yöntemiyle Enterpolasyon
- Sonlu Elemanlarla Enterpolasyon

çeşitli enterpolasyon yöntemleri sıralanabilir. (Akçın, 2001; Soycan, 2002 )

### 1.7.1. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon

Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon, noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Enterpolasyon noktasının yüksekliği, bu noktanın çevresinde bulunan dayanak noktalarından ağırlıklı ortalama ile hesaplanır. Kullanılan dayanak noktalarına verilecek ağırlık değeri  $P_i$ ,

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i=1,2, \dots, m \quad k=1,2,3,4 \quad (1.3)$$

olarak şeklinde hesaplanabilir. Burada,  $k$  pozitif bir değer olarak güç parametresi ve  $d_i^k$  dayanak noktası ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklık olup

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (1.4)$$

şeklinde hesaplanır.  $(x_i, y_i)$  herhangi bir dayanak noktasının koordinatlarını ve  $(x_e, y_e)$  de enterpolasyon noktasının koordinatlarını göstermektedir.  $m$  sayıda dayanak noktası olduğu varsayılırsa, ağırlıklı ortalama yöntemine göre noktanın geoit yüksekliği,

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (1.5)$$

olarak hesaplanabilir. Burada  $N_e$  enterpolasyon noktasının geoit yüksekliği;  $N_i$ , dayanak noktasının geoit yüksekliği;  $P_i$  dayanak noktasına ait ağırlık değeridir. Güç parametresinin literatürdeki uygulamalarda varsayılan değeri  $k=2$ 'dir. Ancak güç parametresi için 0.5, 1, 3 ve 4 gibi değerler de seçilip yapılan uygulamalar vardır. Güç parametresinin büyük seçilmesi test noktasına yakın dayanak noktalarının enterpolasyon hesabında ağırlıklarının büyük alınacağı, küçük güç parametresi seçilmesi durumunda ise, test noktasına uzak

dayanak noktalarının ağırlıklarının büyük olacağı anlamına gelir (Başçiftçi 2008, Erol ve Çelik 2006, İnal vd., 2002, Tanır Kayıkçı ve Karaaslan 2015, Yılmaz 2011).

### 1.7.2. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon

Polinom yüzeyleri iki değişkenli yüksek derece polinomlarla tanımlanır. Ortogonal ve ortogonal olmayan polinom türüne göre kullanılacak yüzey denklemleri farklı şekillerde hesaplanacaktır. Ortogonal polinom genel olarak;

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (1.6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $x$  ve  $y$  geoit ondülasyonu bilinen noktaların düzlem koordinatları,  $a_{ij}$  polinomun katsayıları,  $n$  ise polinomun derecesidir.  $n=1$  doğrusal yüzey,  $n=2$  kuadratik yüzey ve  $n=3$  için ise kübik yüzey söz konusudur. Buna göre ortogonal doğrusal yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (1.7)$$

şeklinde 3 bilinmeyenli bir polinom ile; ortogonal kuadratik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (1.8)$$

şeklinde 6 bilinmeyenli bir polinom ile ve ortogonal kübik yüzey ise,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3 \quad (1.9)$$

şeklinde 9 bilinmeyenli bir polinom ile ifade edilir. Ortogonal olmayan polinom yüzeyleri genel formülü:

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (1.10)$$

olarak ifade edilir. Buna göre, 4 bilinmeyenli bi-lineer yüzey denklemi;

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy \quad (1.11)$$

şeklinde yazılır. Bi-kuadratik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy + a_4y^2 + a_5x^2y + a_6x^2 + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 \quad (1.12)$$

şeklinde 9 bilinmeyenli bir polinom olarak yazılır. Bi-kübik yüzey ise,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy + a_4y^2 + a_5x^2y + a_6x^2 + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 + a_9y^3 + a_{10}xy^3 + a_{11}x^2y^3 + a_{12}x^3 + a_{13}x^3y + a_{14}x^3y^2 + a_{15}x^3y^3 \quad (1.13)$$

olarak 16 bilinmeyenli bir polinom olarak ifade edilir. Dayanak noktası sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise  $a_{ij}$  katsayıları En Küçük Kareler (EKK) ilkesine göre dengeleme ile hesaplanır. Çalışma bölgesinde seçilen dayanak noktalarından için farklı yüzeyler için verilen polinom denklemleri için  $a_{ij}$  katsayıları; her bir dayanak noktası için polinomdan elde edilecek geoit ondülasyonu  $N(x, y)_{hesap}$  ve ölçülen geoit ondülasyonu  $N(x, y)_{ölçü}$  arasındaki farkın  $v_i$ ,

$$\sum_{i=1}^m v_i^2 = \sum_{i=1}^m (N(x, y)_{ölçü} - N(x, y)_{hesap})^2 \quad (1.14)$$

şeklinde hesaplanacak kareleri toplamının minimum olmasını öngören EKK ilkesine dengelemeli olarak hesaplanır. Burada  $m$ , dayanak noktası sayısıdır. Bu dengeleme probleminde ölçülerle bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi ifade eden fonksiyonel model,

$$v = Ax - l \quad (1.15)$$

olarak ifade edilecek düzeltme denklem sisteminde  $A$  katsayılar matrisi  $m$  sayıda satır ve satır ve polinom modeline göre hesaplanacak sayıda  $a_{ij}$  katsayısı sayısı kadar sütundan oluşur.  $l$  sabitler vektörü ise her bir dayanak noktasındaki ölçülen geoit ondülasyon

değeridir.  $x$  ise  $a_{ij}$  katsayılarından oluşan bilinmeyenler vektörüdür.  $a_{ij}$ 'lerin katsayılarının 6-7 haneli  $x$  ve  $y$  düzlem koordinat değerleri, bunların çarpımları, katları ve katlarının çarpımlarından oluşan sayılar olduğuna ve buna karşın  $a_0$  'ın 1'e eşit olduğuna dikkat edilirse;  $A$  katsayılar matrisinin kondisyonu bozuk bir matris olması kaçınılmazdır. Bu sebeple, (1.15) eşitliğindeki düzeltme denklem sisteminden EKK ilkesine göre çözüm bulmadan önce hem  $A$  katsayılar matrisinde hem de  $l$  sabitler vektöründe öteleme ve normlandırma işlemlerinin yapılır (Zengin Kazancı, 2014). Düzeltme denklem sisteminde yapılan öteleme ve normlandırma işlemlerinden sonra,

$$A^T Ax = A^T l \quad (1.16)$$

şeklinde oluşturulan normal denklem sisteminden,

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l \quad (1.17)$$

olarak  $a_{ij}$  katsayılarını içeren  $x$  bilinmeyenler vektörü hesaplanır. Her bir yüzey için ayrı ayrı elde edilen  $a_{ij}$  katsayıları için hipotez testleri yardımıyla parametre anlamlılık testi yapılır. (Erol, 2011; Kartal, 2001; Kavzoğlu ve Saka, 2005; Kurt vd., 2007; Kutoğlu, 2006; Lin, 2005; Mava, 2011; Teke ve Yalçınkaya, 2005; Tuşat, 2000; Yılmaz vd., 2005a; Yiğit, 2003; Zhong, 1997)

### **1.7.2.1. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon İçin Fonksiyonel Modelin Katsayılar Matrislerinin Oluşturulması**

Polinom yüzeyini temsil eden katsayıların (1.16) eşitliğindeki normal denklem sisteminden hesabı için  $A$  katsayılar matrisi:

1. Dereceden ortogonal polinom için,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

2. Dereceden ortogonal polinom için,



$$A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 \end{vmatrix} \quad (1.19)$$

3. Dereceden ortogonal polinom için,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2 y_1 & x_1 y_1^2 & y_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n^3 & x_n^2 y_n & x_n y_n^2 & y_n^3 \end{vmatrix} \quad (1.20)$$

1. Dereceden ortogonal olmayan polinom için,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n y_n \end{vmatrix} \quad (1.21)$$

2. Dereceden ortogonal olmayan polinom için,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1^2 y_1 & x_1 y_1^2 & x_1^2 y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n^2 y_n & x_n y_n^2 & x_n^2 y_n^2 \end{vmatrix} \quad (1.22)$$

3. Dereceden ortogonal olmayan polinom için,

$$A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2 y_1 & x_1 y_1^2 & x_1^2 y_1^2 & y_1^3 & x_1 y_1^3 & x_1^2 y_1^3 & x_1^3 y_1 & x_1^3 y_1^2 & x_1^3 y_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n^3 & x_n^2 y_n & x_n y_n^2 & x_n^2 y_n^2 & y_n^3 & x_n y_n^3 & x_n^2 y_n^3 & x_n^3 y_n & x_n^3 y_n^2 & x_n^3 y_n^3 \end{vmatrix} \quad (1.23)$$

şeklinde oluşturulur. Burada  $n$ , kullanılan nokta sayısı,  $(x_i, y_i)$   $i = 1, 2, 3, \dots, n$  olmak üzere  $i$ . noktanın düzlem koordinatlarını temsil eder.

### 1.7.2.2. Polinom Yüzeylerinin Uygunluğunun ve Polinom Katsayılarının Anlamlılığının Hipotez Testleri İle Testi

Regresyon modelinde  $x_i$  bağımsız değişken(ler)i ile  $y_i$  bağımlı değişkeni arasında,

arasındaki doğrusal ilişkinin uygun olup olmadığı *Hipotez Testleri* yardımıyla yapılacak *Model Hipotezi Testleri* ve elde edilen regresyon katsayılarının tutarlı olup olmadığı yine Hipotez Testleri yardımıyla yapılacak *Anlamlılık Testleri* ile araştırılması gerekir.

Oluşturulan regresyon analizi modelinin uygunluğunu *Hipotez Testi* yoluyla test etmek için,

*Sıfır Hipotezi (H<sub>0</sub>): “x<sub>i</sub>bağımsız değişkeni (değişkenleri) ile y<sub>i</sub> bağımlı değişkeni arasında doğrusal bir ilişki vardır”*

*Seçenek Hipotezi (H<sub>s</sub>): “x<sub>i</sub>bağımsız değişkeni (değişkenleri) ile y<sub>i</sub> bağımlı değişkeni arasında doğrusal bir ilişki yoktur”*

şeklinde sıfır ve seçenek hipotezleri kurulur ve (1.14) eşitliğinde verilen modelde hataların  $\epsilon \sim N(0, m_0^2 I_n)$  şeklinde standard normal dağılımda olduğu varsayılır. Buna göre ölçüler  $y \sim N(Ax, m_0^2 I_n)$  şeklinde normal dağılımdadır. (1.15) eşitliğindeki normal denklem sisteminin çözümü sonucunda elde edilen  $x$  bilinmeyenler vektörü yardımıyla

$$m_0^2 = \frac{(y - Ax)^T (y - Ax)}{n - u} \quad (1.51)$$

şeklinde edilir. Burada  $u$ , (1.51) eşitliğindeki bilinmeyen sayısı olup, basit doğrusal regresyon modeli için  $u = 2$ , çoklu doğrusal regresyon modeli için ise  $u = k + 1$ 'dir. Dengeleme sonucunda elde edilecek bilinmeyenler  $x \sim N(x, m_0^2 (A^T A)^{-1})$  şeklinde normal dağılımdadır. Burada

$$(A^T A)^{-1} = Q_{aa} \quad (1.52)$$

şeklinde bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisidir.  $H_0$  ve  $H_1$  hipotezlerinin testi için test büyüklüğü

$$T = \frac{m_0^2}{s_0^2} \quad m_0^2 > s_0^2 \quad (1.53)$$

ya da

$$T = \frac{s_0^2}{m_0^2} \quad s_0^2 > m_0^2 \quad (1.54)$$

olarak hesaplanır. Burada  $s_0^2$  birim ölçünün ortalama hatasının öncül (a priori) varyansıdır. (1.55) eşitliğinden elde edilen değer, istatistik büyüklüktür ve Fisher dağılımına (F-dağılımı) uyar. Test büyüklüğünün, F-dağılım tablolarından  $\alpha = 0.05$  yanılma olasılığı ve  $m_0^2$  nin serbestlik derecesi  $f = n - u$ 'ye göre alınan

$$q = F_{f_1, f_2, 1-\alpha} \quad (\text{tek yönlü test için}) \quad (1.55)$$

ya da

$$q = F_{f_1, f_2, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{çift yönlü test için})$$

değer ile karşılaştırılır. (1.56) eşitliğinden elde edilen test büyüklüğü, (1.57) eşitliğine göre elde edilen tablo değerinden küçük ise,

$$T < q \quad (1.56)$$

$H_0$  hipotezinin reddedilemeyeceğine ve  $H_s$  hipotezinin kabul edilemeyeceğine karar verilir. Yani " *$x_i$  bağımsız değişkeni (değişkenleri)  $y_i$  bağımlı değişkeni arasında doğrusal bir ilişki vardır*" kararı geçerlidir. Tersisi durumda eğer,

$$T > q \quad (1.57)$$

ise  $H_s$  hipotezinin reddedilemeyeceğine ve  $H_0$  hipotezinin kabul edilemeyeceğine karar verilir. Yani " *$x_i$  bağımsız değişkeni (değişkenleri)  $y_i$  bağımlı değişkeni arasında doğrusal bir ilişki yoktur*" kararı geçerlidir.

Regresyon modelinin uygunluğunun testinden sonra elde edilen regresyon parametrelerin anlamlılığı başka bir deyişle bağımsız değişken(ler)in modeldeki varlığı ile de testin yapılması gerekir. Regresyon parametrelerinin anlamlılığı testi için *Sıfır Hipotezi* ve *Seçenek Hipotezi*

$$H_0: a_i = 0 \text{ “}a_i \text{ regresyon parametresi sifira eşittir”} \quad (1.58)$$

$$H_s: a_i \neq 0 \text{ “}a_i \text{ regresyon parametresi sifira eşit değildir”}$$

olarak kurulur. Sıfır Hipotezi ve Seçenek Hipotezlerini test etmek için test büyüklüğü

$$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}} \quad (1.59)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $a_i$ , bilinmeyenler vektörünün ilgili regresyon katsayısını  $m_{a_i}$  ise

$$m_{a_i} = m_0 \sqrt{Q_{aiai}} \quad (1.60)$$

şeklinde hesaplanan karesel ortalama hatasını gösterir.  $Q_{aiai}$ , (1.55) eşitliğinden hesaplanan bilinmeyenlerin ters ağırlık matrisinin ilgili köşegen elemanıdır. (1.61) eşitliğinden elde edilen test değeri  $t$ -dağılımına uyar. (1.61) eşitliğinden elde edilen test büyüklüğü,  $t$ -dağılım tablolarından  $\alpha$  yanılma olasılığı ve  $f = n - u$  serbestlik derecesine göre alınan

$$q = t_{n-u, 1-\alpha} \quad (\text{tek yönlü test için}) \quad (1.61)$$

ya da

$$q = t_{n-u, 1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{çift yönlü test için})$$

değeri ile karşılaştırılır. (1.61) eşitliğinden elde edilen test büyüklüğü, (1.63) eşitliğine göre elde edilen tablo değerinden küçük ise,

$$T < q \quad (1.62)$$

$H_0$  hipotezinin reddedilemeyeceğine ve  $H_s$  hipotezinin kabul edilemeyeceğine karar verilir. Yani “ $a_i$  regresyon parametresi sifira eşittir” kararı geçerlidir. Tersisi durumda eğer,

$$T > q \quad (1.63)$$

ise  $H_s$  hipotezinin reddedilemeyeceğine ve  $H_0$  hipotezinin kabul edilemeyeceğine karar verilir. Yani “ $a_i$  regresyon parametresi sıfıra eşit değildir” kararı geçerlidir.

### 1.7.3. Multiquadrik Enterpolasyon

Multiquadratik enterpolasyon yönteminin amacı bütün noktaları kullanarak arazi yüzeyini tek bir fonksiyonla ifade etmektir. Bu yöntemde  $m$  sayıdaki dayanak noktaları kullanılarak bir trend yüzeyi geçirilir. Trend yüzeyi olarak  $n$ . dereceden bir polinom alınabilir. Seçilen polinomun bilinmeyen katsayıları EKK yöntemine göre hesaplanır ve dayanak noktalarındaki  $\Delta N_i$  artık geoit yükseklik değerleri

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{\text{trend}} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (1.24)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Düzlem koordinatları  $(x_e, y_e)$  olan enterpolasyon noktasındaki  $\Delta N_e$  artık ondülasyon değeri,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{\text{trend}} \quad (1.25)$$

şeklinde yazılabilir. Fakat bu eşitlikteki  $\Delta N_e$  ve  $N_e$  değerleri bilinmemektedir. Bunlardan birisinin bulunması halinde ancak diğeri hesaplanabilir. Burada artık ondülasyon değerleri “Multiquadratik Yüzey” diye bilinen, katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. En genel gösterimiyle multiquadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (1.26)$$

şeklinindedir. Burada  $c_i$ , dayanak noktalarının bilinen  $\Delta N_i$  artık yükseklik değerlerinden hesaplanan bilinmeyen katsayıları,  $Q(x, y, x_i, y_i)$  ise kernel fonksiyonudur. (1.15) eşitliğinden başka multiquadratik yüzey çeşitleri de kullanılabilir. Örneğin, dairesel parabolit serilerinin toplamları

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \gamma^2] \quad (1.27)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bağlantılardaki  $\gamma$  isteğe bağlı bir katsayıdır, (1.16) eşitliğinde  $\gamma = 0$  alınırsa multiquadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^n c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \quad (1.28)$$

biçiminde olur. Multiquadratik yüzey fonksiyonu olarak (1.17)'yi seçecek olursak bağlantıda geçen  $c_i$  katsayılarını hesaplamak için  $m$  sayıdaki dayanak noktasının bilinen  $(x_i, y_i, \Delta N)$  değerlerinden yararlanılarak,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m c_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2] \quad (1.29)$$

ve

$$a_{ij} [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad i, j=1, 2, 3, \dots, m \quad (1.30)$$

olmak üzere biçiminde  $m$  sayıda lineer denklem sistemi oluşturulur. (1.18) bağıntısı

$$\Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

olmak üzere, yeniden

$$\Delta N = AC \quad (1.32)$$

şeklinde yeniden yazılabilir.  $c_i$  katsayıları,

$$C = A^{-1} \Delta N \quad (1.33)$$

matris eşitliğinden hesaplanabilir. (1.14) eşitliğinde  $c_i$  katsayıları yerine konarak, enterpolasyon noktasındaki geoit yüksekliği

$$N_e = N_{\text{trend}} + \sum_{i=1}^m c_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (1.34)$$

biçiminde hesaplanır. Burada  $(x_e, y_e)$  ve  $(x_i, y_i)$  sırasıyla enterpolasyon ve dayanak noktalarının düzlem koordinatlarıdır. (Başçiftçi, 2008; Çakır, 2012; Şanlıoğlu vd., 2002; Şentürk vd., 2014; Taktak, 2005; Yaprak ve Arslan, 2008)

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

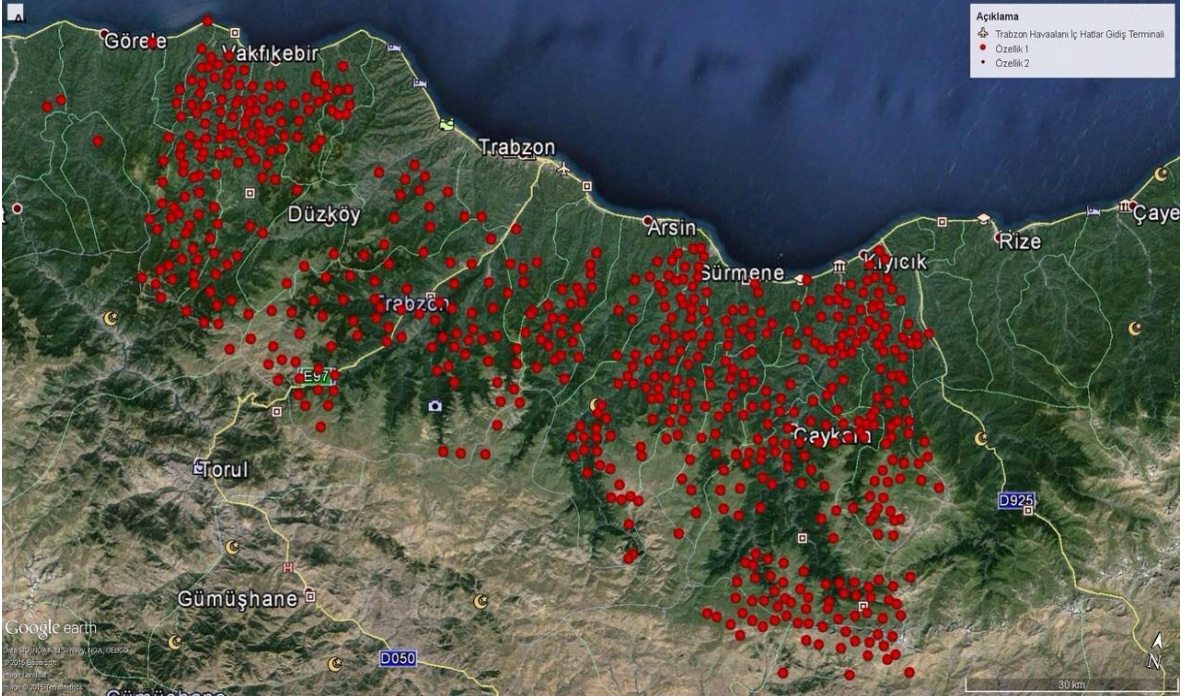
Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadaströ çalışmaları kapsamında oluşturulan C3 noktalarına ait projeksiyon ve kartezyen koordinatları ile ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri temin edilerek bir Excel dosyasında düzenlenmiştir.

Çalışmada, enterpolasyon yöntemlerinin uygulanması için Matlab 7.8.0 (R2009a) ortamında kodlar yazılmıştır. Yazılan programların çalıştırılması ile elde edilen ortometrik yükseklik değerleri ile bilinen ortometrik yükseklik değerleri arasındaki fark değerleriyle yapılan çeşitli irdellemelerle enterpolasyon yöntemleri arasında çeşitli karşılaştırmalar yapılmış böylece enterpolasyon yöntemlerinin uygulanması ile ilgili önerilerde bulunulmuştur. Uygulama alanında geoit ondülasyonu bilinen 600 noktadan farklı sayılarda dayanak ve test noktası kombinasyonları seçilerek, nokta sayısının yöntemlere etkisi irdelenmiştir. Dayanak noktalarının seçiminde x ve y ekseninde homojen nokta dağılımının olmasına dikkat edilmiştir.

### 2.1. Çalışma Alanı

Çalışmada 39° 43' 73" E, 41° 0' 7" enlem ve boylamında bulunan Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadaströ çalışmaları kapsamında oluşturulan C3 noktalarında (Şekil 2.1) ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır.





Şekil 2.1. Kullanılan Noktaların Dağılımı

## 2.2. Çalışma Alanında Uygulanan Yöntemler

Çalışma alanında geoit yüksekliklerinin hesabı için dört farklı yöntem kullanılmıştır. Bunlar;

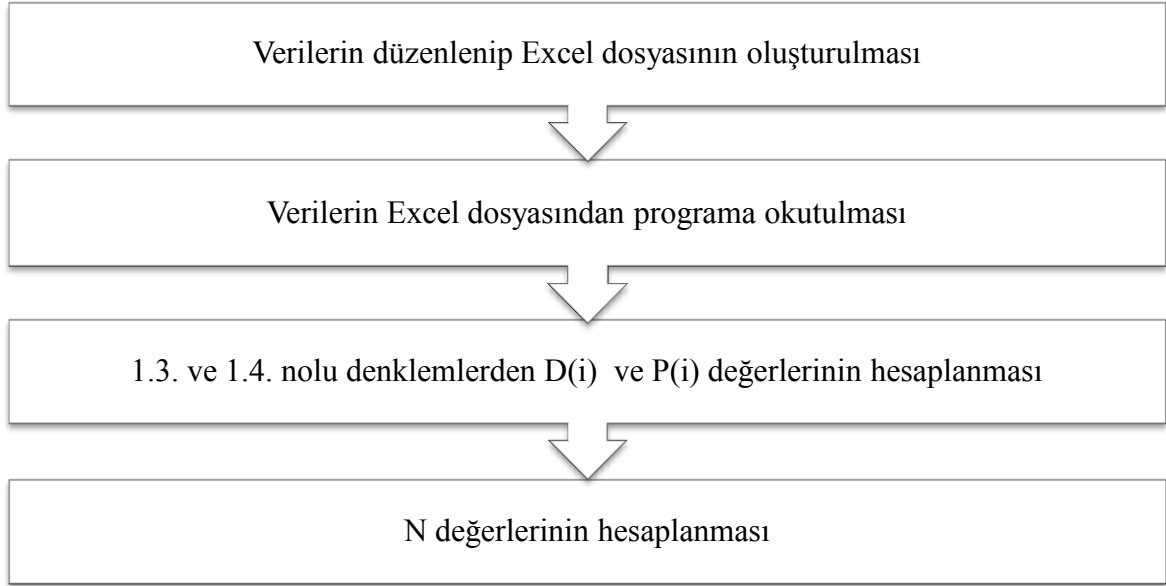
- Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon
- Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon
- Multiquadrik Enterpolasyon

yöntemleridir. Çalışmada elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri bilinen noktalar “dayanak noktası”, elipsoidal ve ortometrik yükseklik farkı olarak bilinen geoit yüksekliğinin hesaplanacağı noktalar ise “test noktası” olarak adlandırılmıştır. Yöntemlerin gerek kendi içinde kıyaslamaları yapılırken gerekse farklı yöntem sonuçlarının birbirleriyle kıyaslanması yapılırken dayanak noktalarının dağılımının uygulama sonuçlarına etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla her bir yöntemde farklı sayıda test ve dayanak noktası seçimine bağlı olarak hesaplanan geoit yüksekliklerinin ölçülen geoit yüksekliklerinden farkları alınarak elde edilen maksimum ve minimum fark değerlerine göre yöntemlerin kıyaslanması yapılmıştır. Bu bölümde yöntemlerin uygulanması sonucunda elde edilen farklar için oluşturulan şekillerde yatay eksenlerdeki rakamlar, ilgili sonucun kaçınıcı test noktasına ait sonuç olduğunu, düşey eksenlerdeki rakamlar ise metre

biriminde elde edilen fark değerlerini göstermektedir.

### 2.2.1. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon

Bölüm 1.7.1.1.'de detaylı bir şekilde sunumu yapılan ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yönteminin uygulanmasında takip edilen işlem adımları, Şekil 2.2'de verilmektedir.



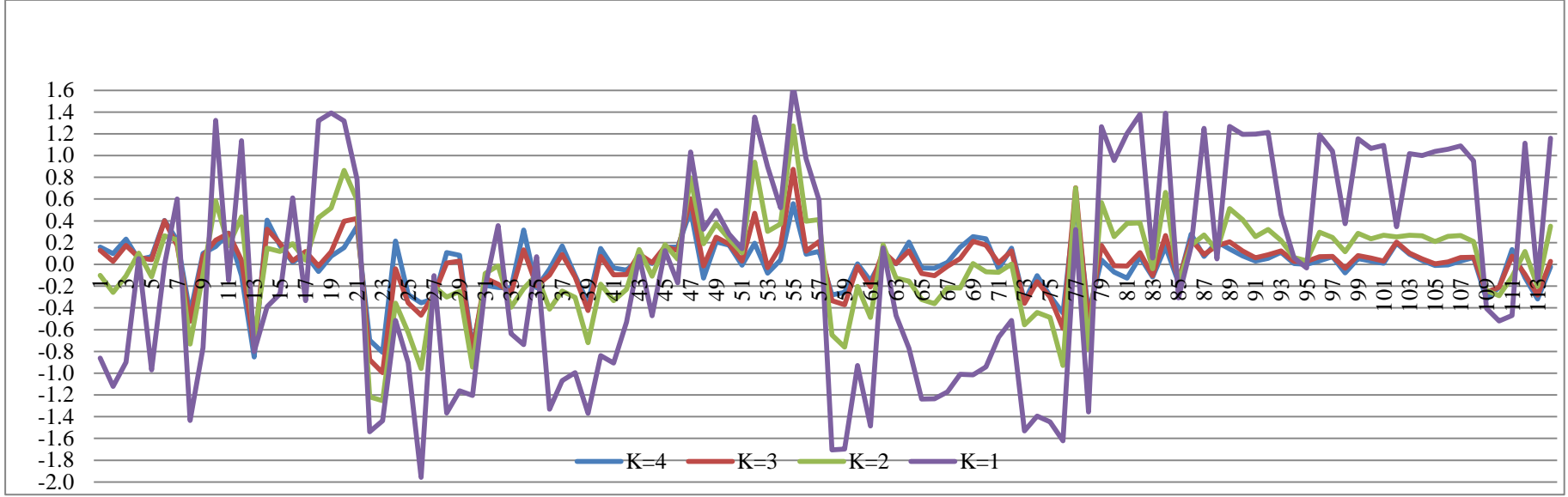
Şekil 2.2. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması

Bu yöntemde çalışma alanındaki noktalardan homojen dağılmış olmak üzere 113, 330, 510 ve 600 noktadan oluşan gruplar seçildi. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yönteminde 3 no'lu denklemde  $k$  değeri sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 olarak hesaplanan değerler ölçülen değerler için kıyaslamalar yapılmıştır. Bu bölümde yöntemlerin uygulanması sonucunda elde edilen farklar için oluşturulan şekillerde yatay eksenlerdeki rakamlar, ilgili sonucun kaçınıcı test noktasına ait sonuç olduğunu, düşey eksenlerdeki rakamlar ise metre biriminde elde edilen fark değerlerini göstermektedir.

#### 2.2.1.1. 113 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar

Uygulama alanında farklı güç parametresi seçimleri  $k=1, 2, 3, 4$  yapılarak ve geoit yükseklikleri bilinen mevcut 620 nokta arasında homojen dağılımlı seçilen 113 nokta ile uygulanan ağırlıklı ortalama yöntemi ile hesaplanan fark değerleri Şekil 2.3'de

gösterilmiştir. Güç parametresi  $k=1$  için elde edilen farkların diğer güç parametresi seçimlerinden elde edilen sonuçlara göre daha büyük olduğu görülmektedir. Güç parametresi  $k=3$  ve  $k=4$  için elde edilen farkların birbirlerine yakın değerler olduğu  $k=2$  güç parametresi için farklardan daha küçük olduğu da gözlenebilir.



Şekil 2.3. 113 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

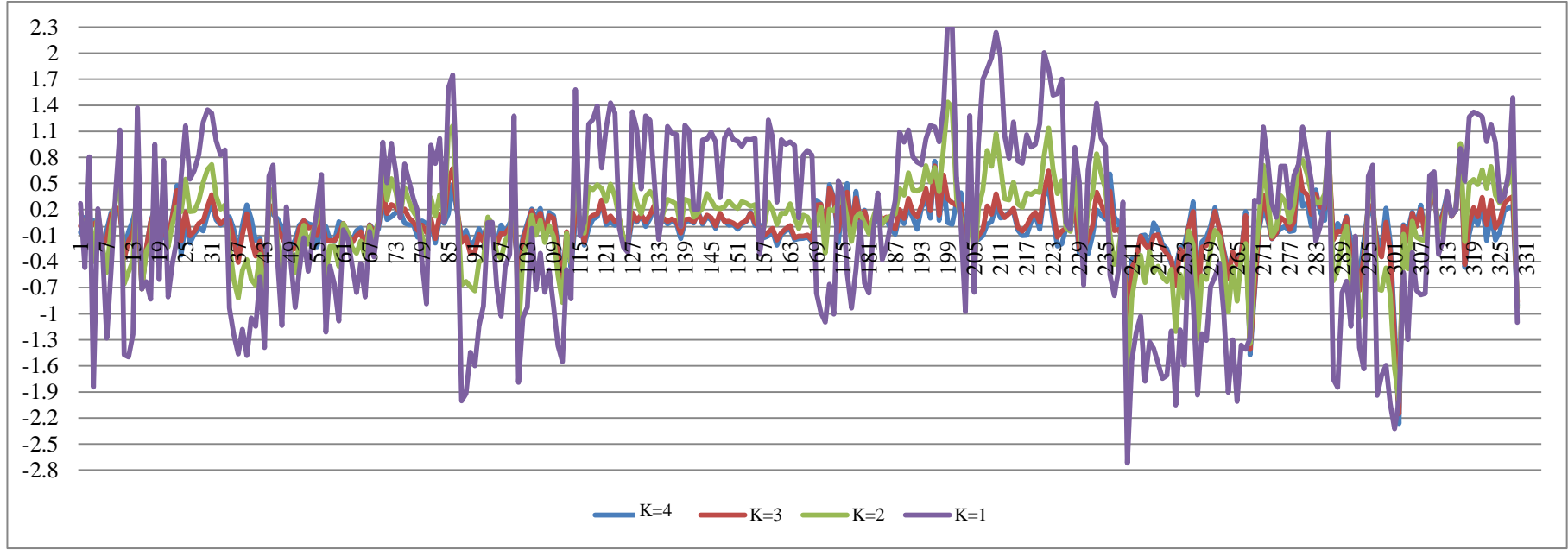
Tablo 2.1, 113 nokta için farklı güç parametresi tercihleri için elde edilen farkların mutlak değerlerinin maksimum ve minimum değerleri için sonuçları özetlemektedir. Buradan da görüldüğü gibi maksimum farkın 2.011 metre ile  $k=1$  güç parametresi ile edildiği, minimum farkın ise 0.0000003992 metre ile  $k=3$  güç parametresi seçimi için elde edilmiş olduğu görülmektedir.

Tablo 2.1. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 113 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

Fark	Güç Parametresi $k$			
	1	2	3	4
<b>Maksimum Fark (m)</b>	2.011	1.169	1.362	1.435
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.022	0.005	0.000	0.001

#### 2.2.1.2. 330 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar

Uygulama alanında bilinen mevcut 620 nokta arasında homojen dağılımlı seçilen 330 nokta ile uygulanan ağırlıklı ortalama yöntemi ile hesaplanan fark değerleri Şekil 2.4' de gösterilmiştir. 113 nokta ile yapılan uygulamaya benzer şekilde güç parametresi  $k=1$  için elde edilen farkların diğer güç parametresi seçimlerinden elde edilen sonuçlara göre daha büyük olduğu görülmektedir. Güç parametresi  $k=3$  ve  $k=4$  için elde edilen farkların birbirlerine yakın değerler olduğu  $k=2$  güç parametresi için farklardan daha küçük olduğu da gözlenebilir.



Şekil 2.4. 330 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

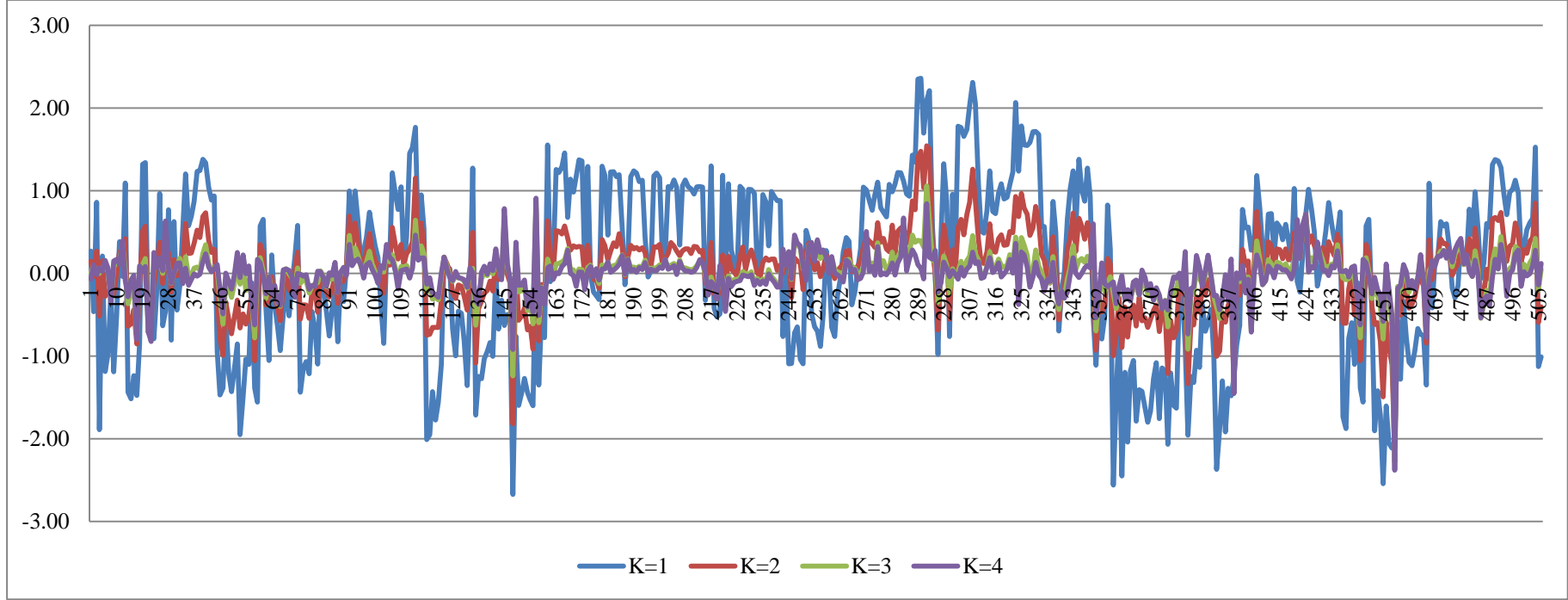
Tablo 2.2, 113 nokta için farklı güç parametresi tercihleri için elde edilen farkların mutlak değerlerinin maksimum ve minimum değerleri için sonuçları özetlemektedir. Buradan da görüldüğü gibi maksimum farkın 2.718 metre ile  $k=1$  güç parametresi ile edildiği, minimum farkın ise 0.001 metre ile  $k=3$  güç parametresi seçimi için elde edilmiş olduğu görülmektedir.

Tablo 2.2. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 330 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

Fark	Güç Parametresi $k$			
	1	2	3	4
<b>Maksimum Fark (m)</b>	2.718	2.002	2.149	2.263
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.006	0.004	0.001	0.003

### 2.2.1.3. 510 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar

Uygulama alanındaki 510 nokta için güç parametresi  $k=1, 2, 3$  ve  $4$  alınarak yapılan uygulama için hesaplanan fark değerleri Şekil 2.5’de gösterilmiştir. 113 ve 330 nokta ile yapılan uygulamaya benzer şekilde güç parametresi  $k=1$  için elde edilen farkların diğer güç parametresi seçimlerinden elde edilen sonuçlara göre daha büyük olduğu görülmektedir. Güç parametresi  $k=3$  ve  $k=4$  için elde edilen farkların birbirlerine yakın değerler olduğu  $k=2$  güç parametresi için farklardan daha küçük olduğu da gözlenebilir.



Şekil 2.5. 510 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Tablo 2.3, 510 nokta için farklı güç parametresi tercihleri için elde edilen farkların mutlak değerlerinin maksimum ve minimum değerleri için sonuçları özetlemektedir. Buradan da görüldüğü gibi maksimum farkın 2.675 metre ile  $k=1$  güç parametresi ile edildiği, minimum farkın ise 0.0001 metre ile  $k=4$  güç parametresi seçimi için elde edilmiş olduğu görülmektedir.

Tablo 2.3. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 510 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

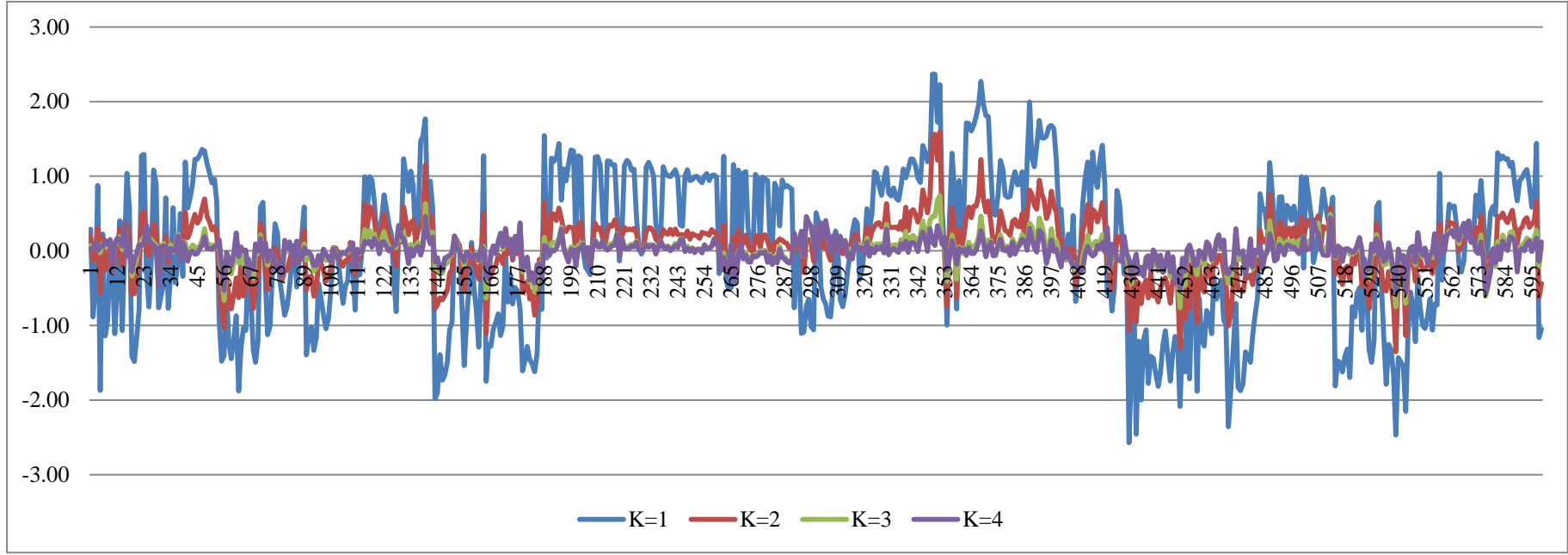
Fark	Güç Parametresi $k$			
	1	2	3	4
<b>Maksimum Fark (m)</b>	2.675	1.819	1.389	1.453
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.007	0.001	0.001	0.0001

#### 2.2.1.4. 600 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Sonuçlar

Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemi için yapılan son testte uygulama alanındaki mevcut tüm noktalar kullanılmış ve hesaplanan fark değerleri Şekil 2.6'de gösterilmektedir. 113, 330 ve 510 nokta ile yapılan uygulamaya benzer şekilde güç parametresi  $k=1$  için elde edilen farkların diğer güç parametresi seçimlerinden elde edilen sonuçlara göre daha büyük olduğu görülmektedir. Güç parametresi  $k=3$  ve  $k=4$  için elde edilen farkların birbirlerine yakın değerler olduğu  $k=2$  güç parametresi için farklardan daha küçük olduğu da gözlenebilir.

Tablo 2.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemiyle 600 Nokta Kullanılarak Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

Fark	Güç Parametresi $k$			
	1	2	3	4
<b>Maksimum Fark (m)</b>	2.572	1.595	0.764	0.578
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.001	0.0003	0.0003	0.00002

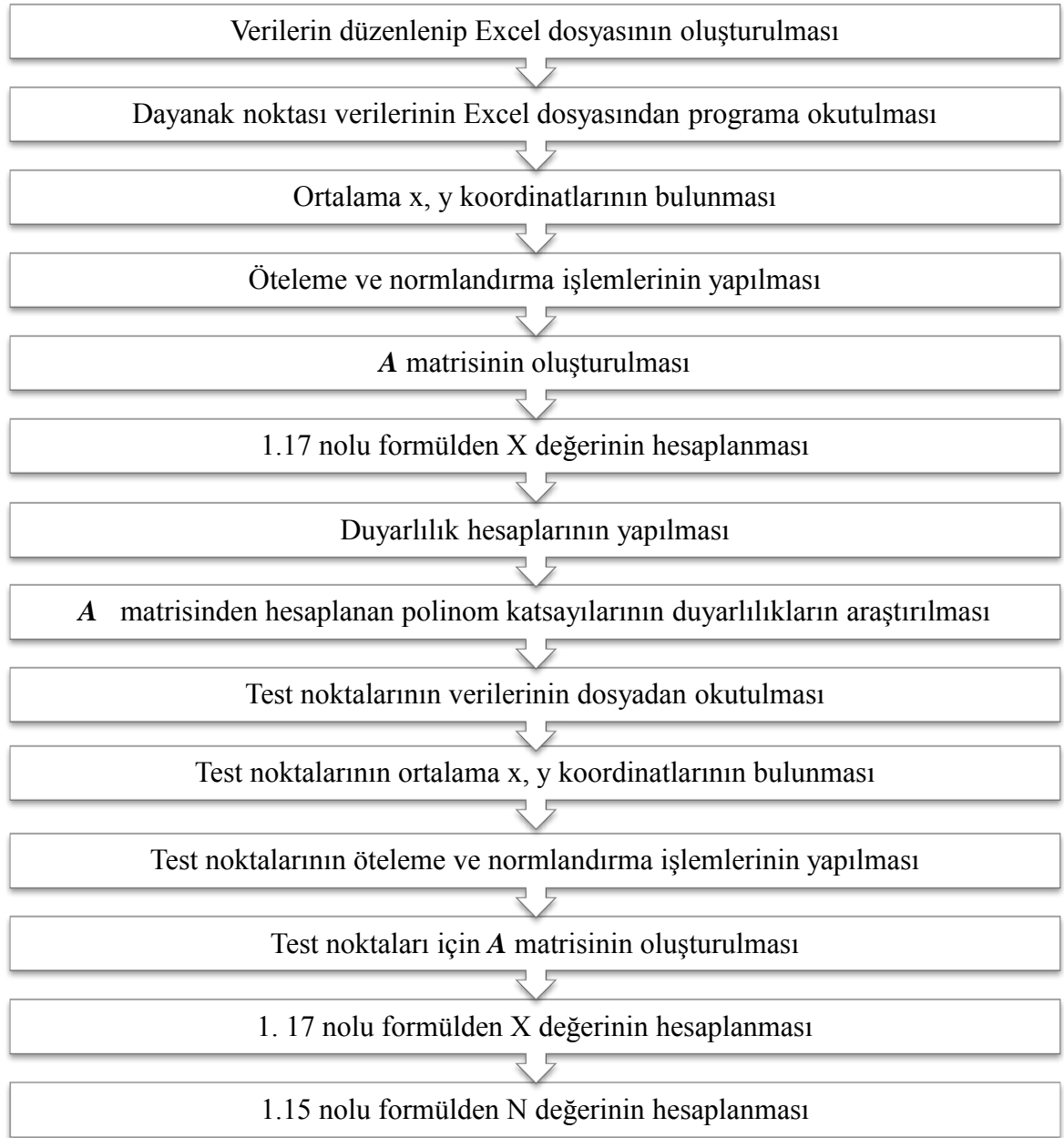


Şekil 2.6. 600 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

Tablo 2.4, 600 nokta için farklı güç parametresi tercihleri için elde edilen farkların mutlak değerlerinin maksimum ve minimum değerleri için sonuçları özetlemektedir. Buradan da görüldüğü gibi maksimum farkın 2.572 metre ile  $k=1$  güç parametresi ile edildiği, minimum farkın ise 0.0000153077 metre ile  $k=4$  güç parametresi seçimi için elde edilmiş olduğu görülmektedir.

### **2.2.2. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon**

Bölüm 1.7.1.2.'de detaylı bir şekilde sunumu yapılan polinom yüzeyleri ile enterpolasyon yönteminin uygulanmasında takip edilen işlem adımları, Şekil 2.7'de verilmektedir.



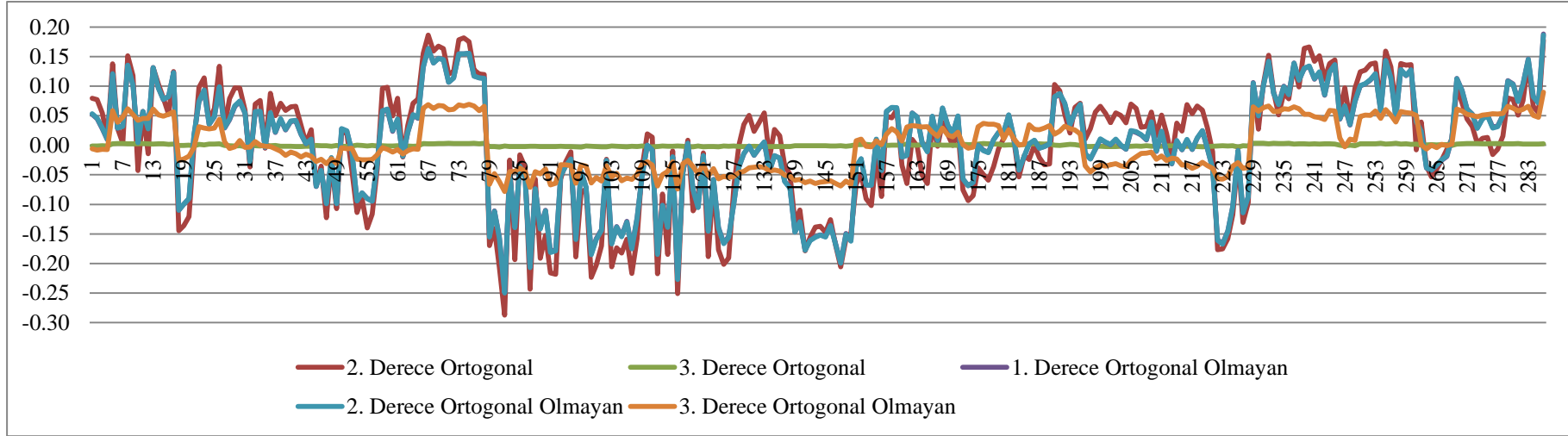
Şekil 2.7. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması

Bu yöntemde, çalışma alanındaki noktalardan homojen dağılmış olmak üzere seçilen 330 dayanak noktasına karşılık 287 test noktası, 510 dayanak noktasına karşılık 113 test noktası, 330 dayanak noktasına karşılık 113 test noktası, 600 dayanak noktasına karşılık 291 test noktası ve 600 dayanak noktasına karşılık 500 test noktası seçilmiş ve 1., 2., ve 3. dereceden ortogonal olmayan polinom yüzeyleri ve ikinci, üçüncü dereceden ortogonal polinom yüzeyleri için her bir test nokta grubunun için geoit yükseklikleri hesaplanmıştır.

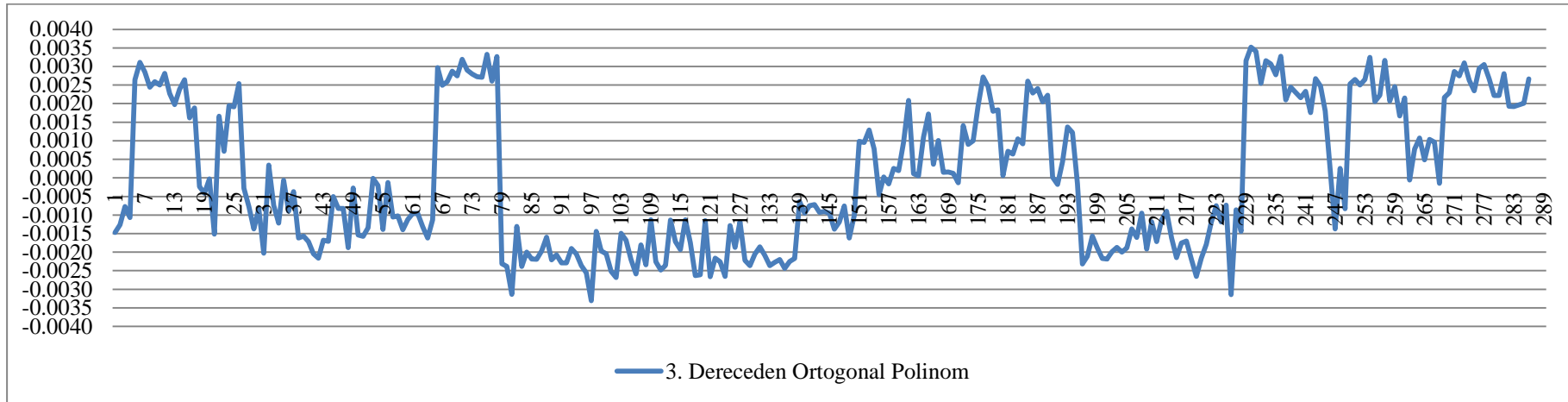
Dayanak noktalarına en iyi uyan polinom yüzey modelini belirlemek için her bir yüzey modeli için hesaplanan ortometrik yükseklik ve ölçülen ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farkın maksimum ve minimum değerlerinden yararlanılmış ve aşağıdaki işlemler gerçekleştirilmiştir.

#### **2.2.2.1. 330 Dayanak Noktasına 287 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar**

Şekil 2.8'de 330 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 287 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 3. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edilen farklar diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerler olduğu gözlenmiştir. Buna karşın 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için farkların 10-15 cm civarında en büyük olduğu ve 3. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise en büyük ve en küçük farklara göre 5 cm civarında ortalama değerler aldığı Şekil 2.8'den görülmektedir. En küçük farkların elde edildiği 3. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için değerlere detaylı bir şekilde bakıldığında maksimum 3 mm civarında farklar olduğu gözlenir (Şekil 2.9).



Şekil 2.8. 330 Dayanak ve 287 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Şekil 2.9. 330 Dayanak ve 287 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

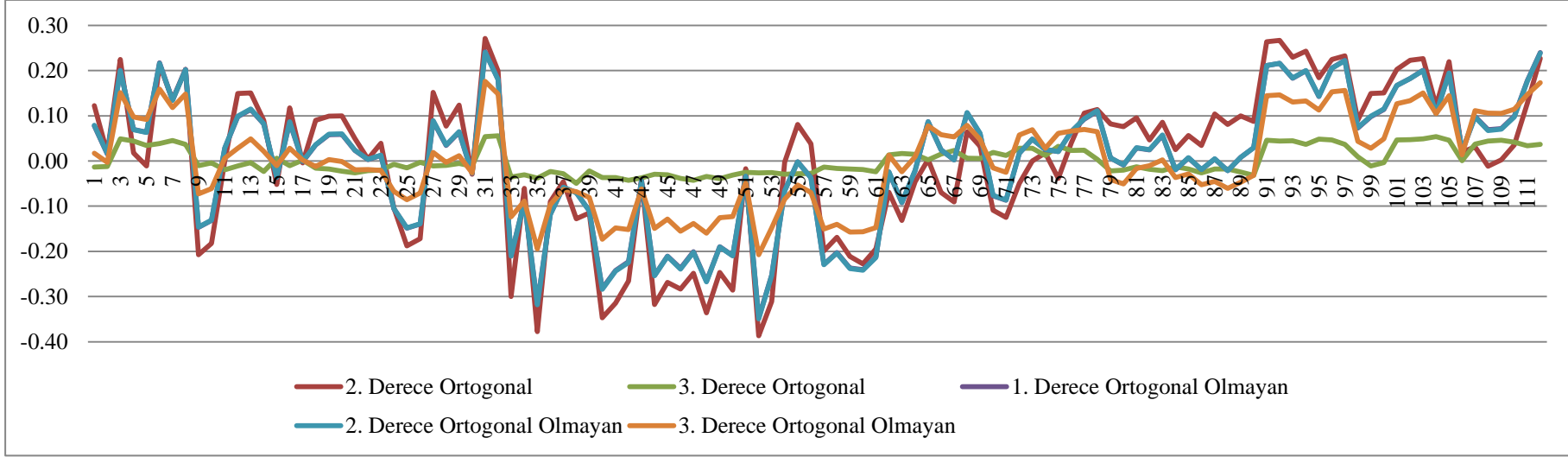
Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.287 metre ile 2. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği ve 1. derece ortogonal olmayan ve 2. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için farkların maksimum değere çok yakın olacak şekilde 0.248-0.250 m arasında değerler aldığı görülmektedir. Buna karşın mutlak minimum farkın 0.02 mm ile 3. derece ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.5).

Tablo 2.5. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 287 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>3. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.287	0.003	0.248	0.250	0.0895
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.00003	0.00001	0.0001	0.0001	0.00003

#### **2.2.2.2. 510 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar**

Şekil 2.10'de 510 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 113 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 3. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edilen farkların diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerlerle 0-5cm civarında olduğu gözlenmiştir. Buna karşın 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için farkların 30-35 cm civarında en büyük olduğu görülmektedir. 3. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise en büyük ve en küçük farklara göre 10-20 cm civarında ortalama değerler aldığı görülmektedir.



Şekil 2.10. 510 Dayanak ve 113 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



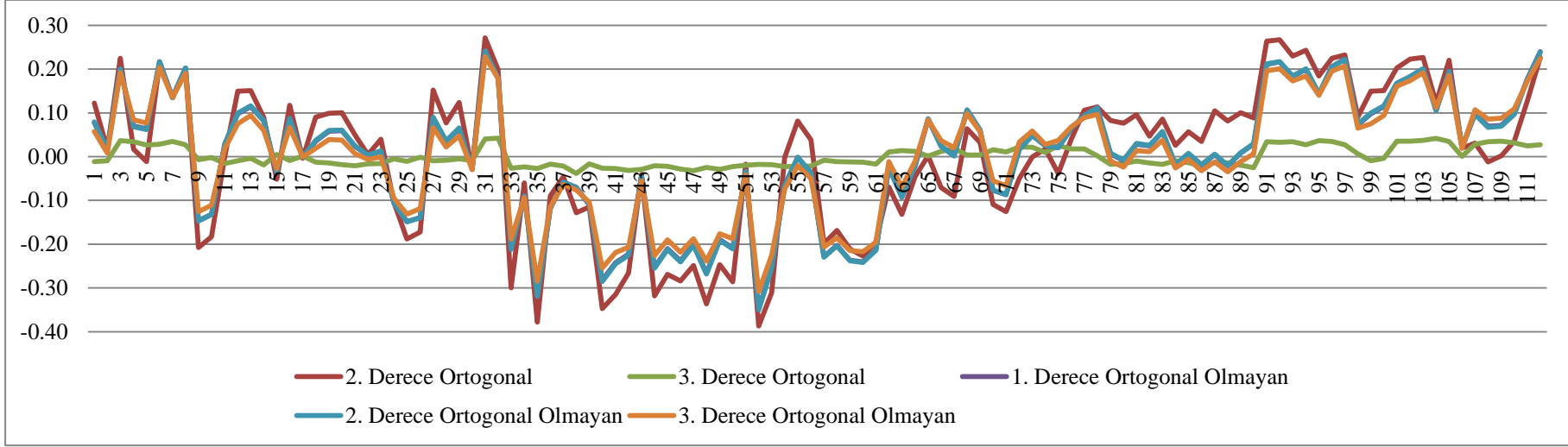
Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.387 metre ile 2. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği ve 1. derece ve 2. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için farkların maksimum değere çok yakın olacak şekilde 0.350 m civarında değerler aldığı görülmektedir. Buna karşın mutlak minimum farkın 0.07 mm ile 2. derece ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.6).

Tablo 2.6. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 113 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>3. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.387	0.056	0.347	0.349	0.207
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.00007	0.001	0.002	0.001	0.001

#### **2.2.2.3. 330 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar**

Şekil 2.11’de 330 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 113 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 3. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edilen farkların diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerlerle 0-3 cm civarında olduğu gözlenmiştir. Buna karşın 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri ve 3. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise 10-30 cm civarında ortalama değerler aldığı görülmektedir.



Şekil 2.11. 330 Dayanak ve 113 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.387 metre ile 2. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği ve 1. derece ve 2. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için farkların maksimum değere çok yakın olacak şekilde 0.350 m civarında değerler aldığı görülmektedir. Buna karşın mutlak minimum farkın 0.25 mm ile 2. derece ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.7).

Tablo 2.7. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 113 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

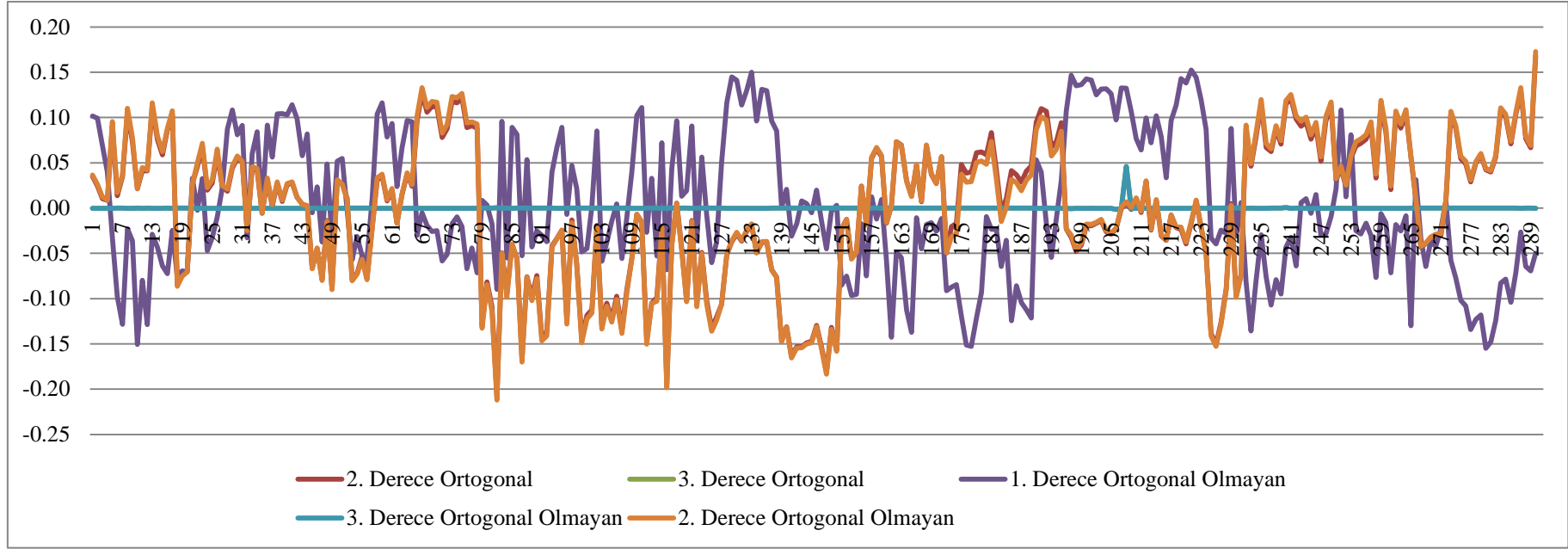
<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>3. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.387	0.042	0.347	0.350	0.308
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.0003	0.0005	0.002	0.0005	0.0004

#### **2.2.2.4. 600 Dayanak Noktasına 291 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar**

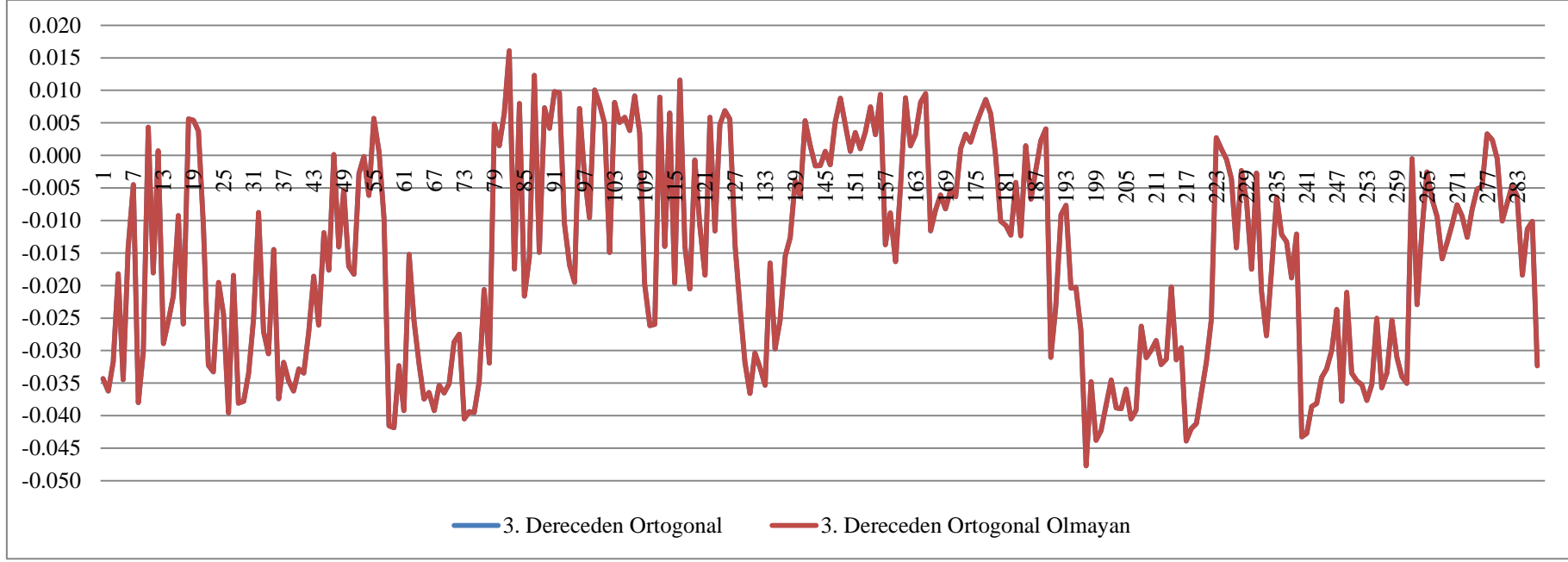
Şekil 2.12’de 600 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 291 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. Buna karşın 2. Dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için ve 1. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise en fazla 15cm’ye kadar değerler aldığı görülmektedir.

3. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edilen farkların diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerlerle 0-3 cm civarında olduğu gözlenmiştir (Şekil 2.13).

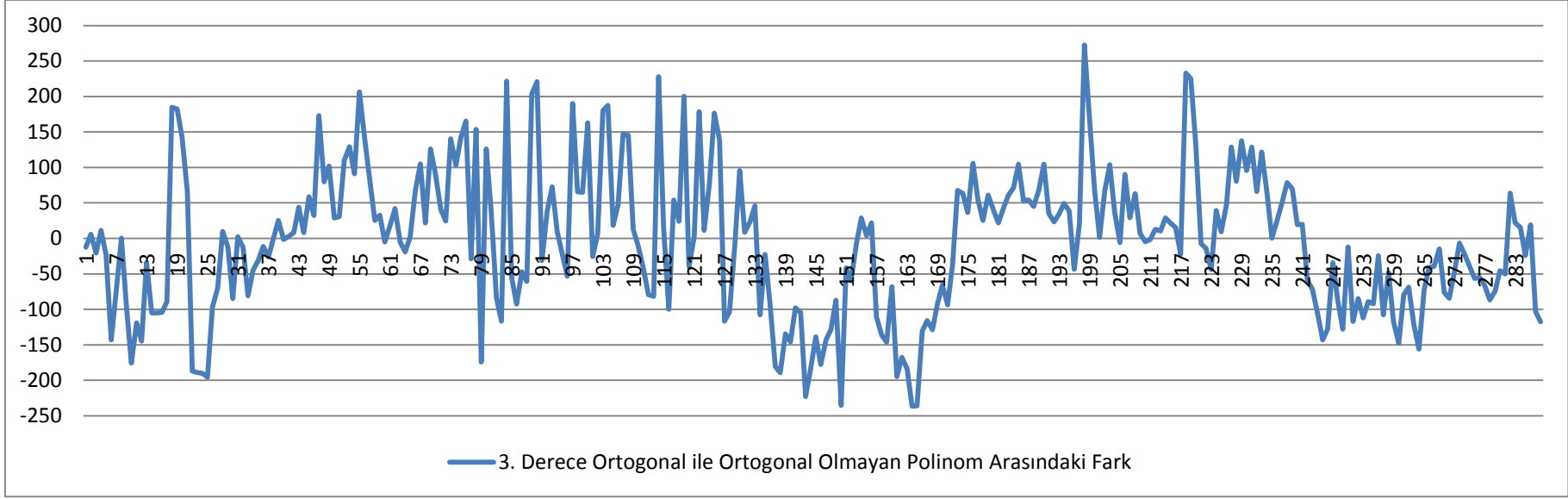
Şekil 2.14 de 3. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edilen farklar arasında belirgin bir değişimin olmadığını göstermektedir.



Şekil 2.12. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Şekil 2.13. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Şekil 2.14. 600 Dayanak ve 291 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar ( $nm=10^9m$ )

Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.207-0.212 m ile 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için elde edildiği ve 1. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için ise 0.150 m civarında maksimum mutlak fark elde edildiği görülmektedir. 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için mutlak maksimum farkların bu değerlerden küçük olacak şekilde maksimum 5 cm civarında olduğu sonucu elde edilmiş olup, mutlak minimum farkın 0.001 mm ile 3. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.8).

Tablo 2.8. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 291 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

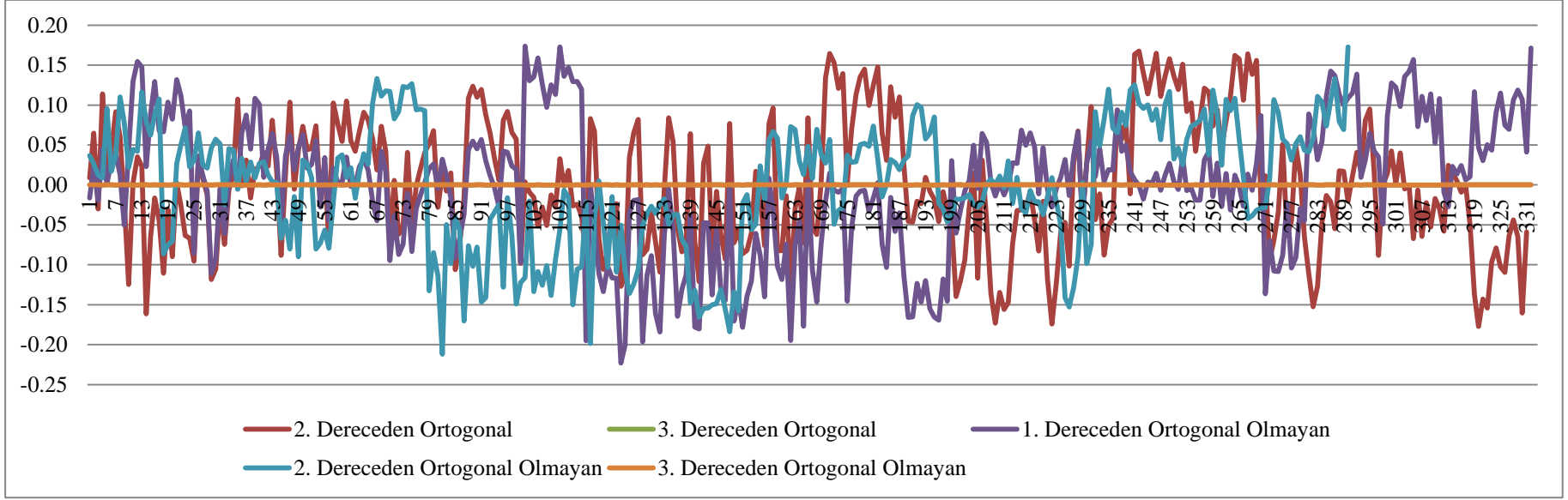
<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.207	0.046	0.155	0.212	0.046
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.001	0.000001	0.0009	0.0004	0.000001

#### **2.2.2.5. 600 Dayanak Noktasına 333 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar**

Şekil 2.15’de 600 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 333 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için ve 1. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise en fazla 15cm’ye kadar değerler aldığı görülmektedir.

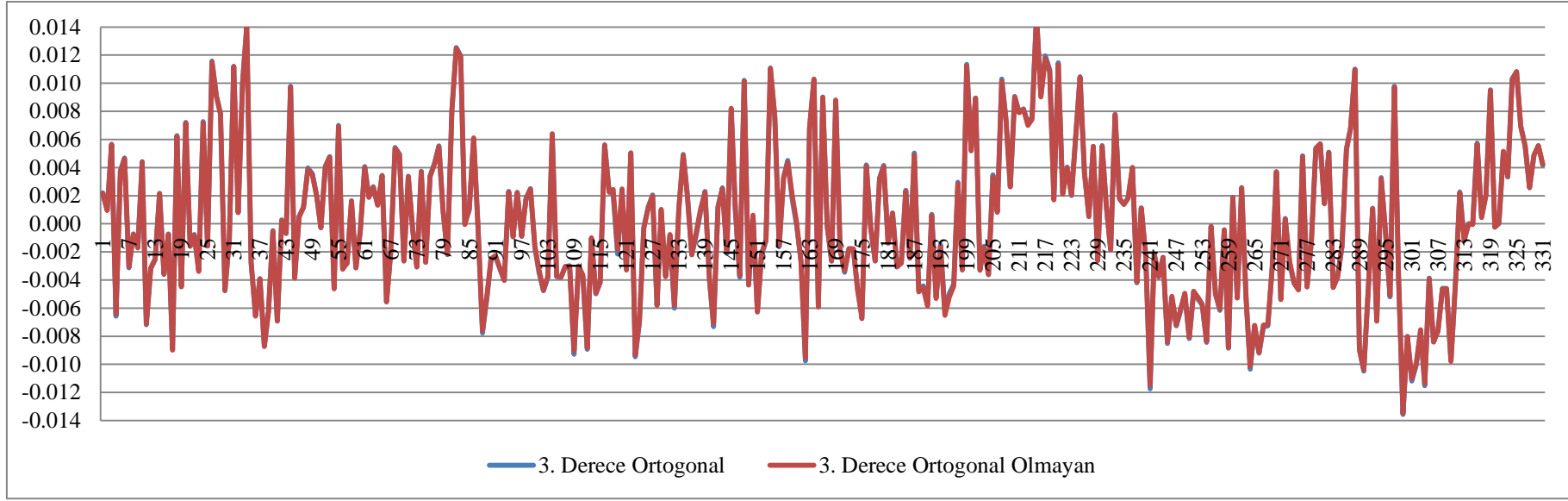
3. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edilen farkların diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerlerle 0-1 cm civarında olduğu gözlenmiştir (Şekil 2.16).

Şekil 2.17 de 3. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edilen farklar arasında belirgin bir değişimin olmadığını göstermektedir.

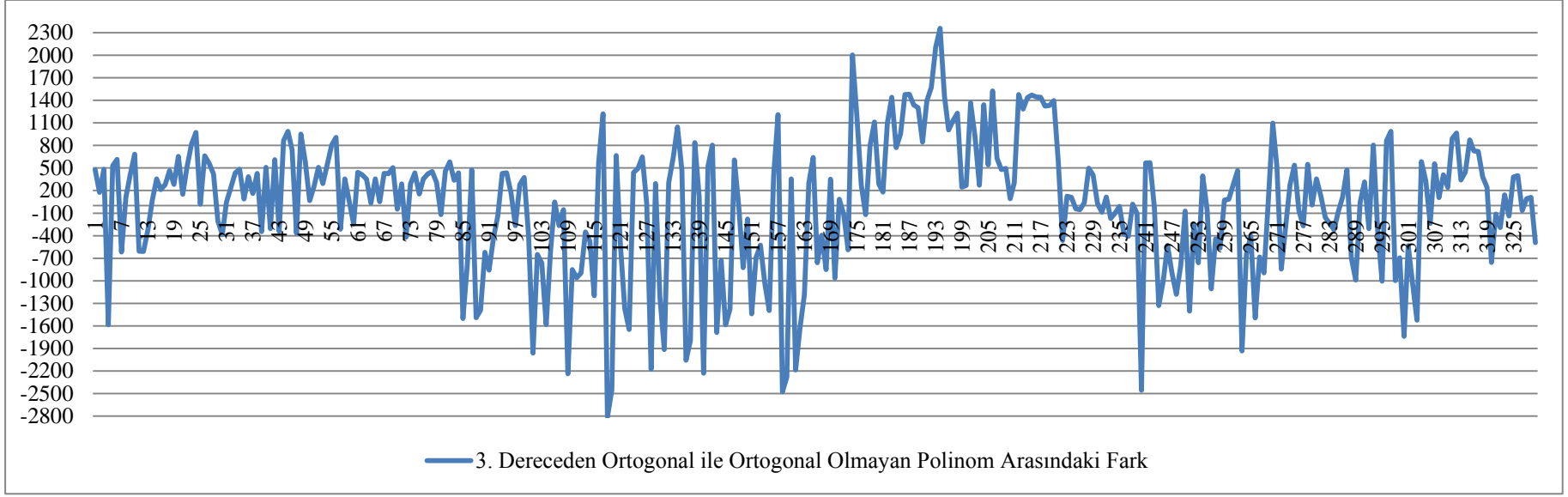


Şekil 2.15. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)





Şekil 2.16. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Şekil 2.17. 600 Dayanak ve 333 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar ( $nm=10^9m$ )

Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.170-0.212 m ile 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan ve 1. derecede ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için elde edildiği. 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için mutlak maksimum farkların bu değerlerden küçük olacak şekilde maksimum 0.1 mm civarında olduğu sonucu elde edilmiş olup, mutlak minimum farkın  $10^{-6}$  mm ile 3. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.9).

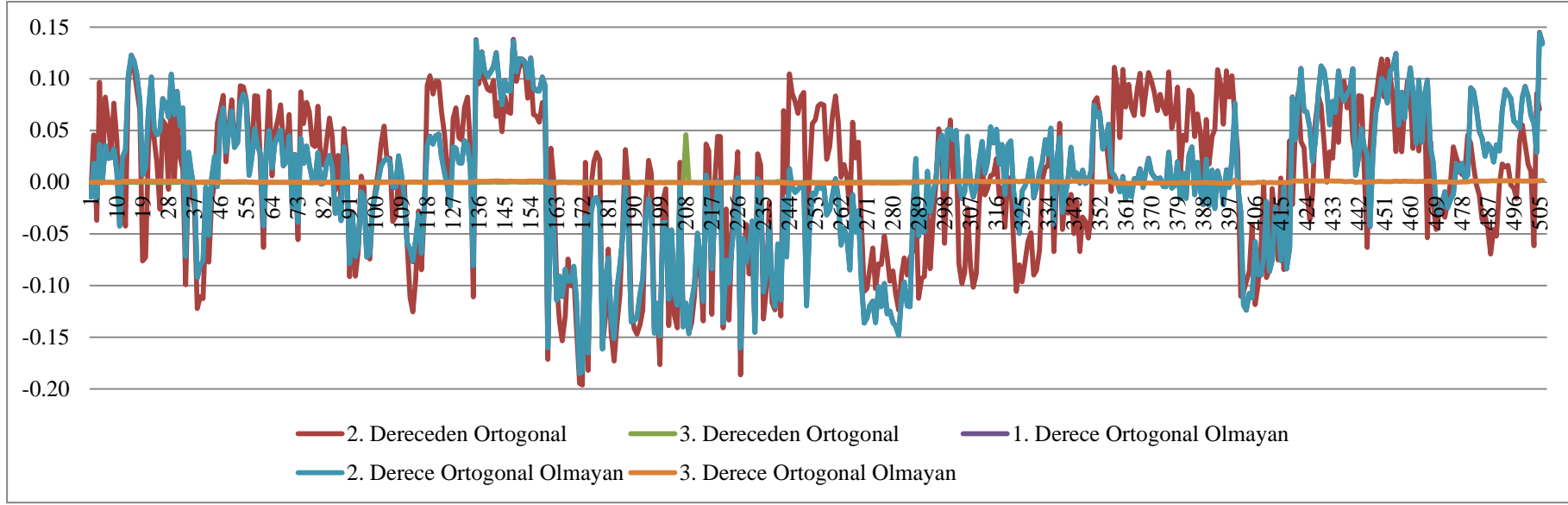
Tablo 2.9. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 333 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>3. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.177	0.0001	0.223	0.212	0.0001
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.00001	0.00000001	0.0004	0.0004	0.0000002

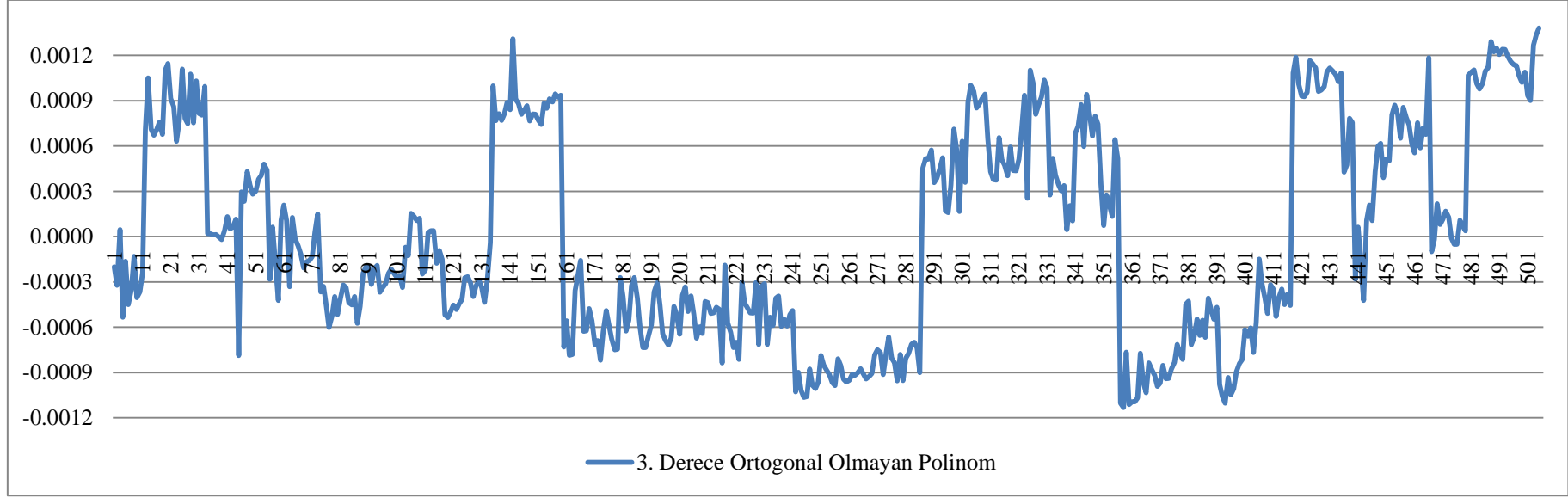
#### 2.2.2.6. 600 Dayanak Noktasına 500 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Şekil 2.18'de 600 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 500 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için ve 1. dereceden ortogonal olmayan yüzeyler için farkların ise en fazla 15 cm'ye kadar değerler aldığı görülmektedir.

Ayrıca Şekil 2.19 de üçüncü dereceden ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için elde edilen arasındaki farkın en fazla 1 mm civarında olduğu görülmektedir.



Şekil 2.18. 600 Dayanak ve 500 Test Noktası İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)



Şekil 2.19. 600 Dayanak ve 500 Test Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (m)

Her bir polinom yüzeyi için elde edilen farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum farkın 0.185-0.190 m ile 2. dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan ve 1. derecede ortogonal olmayan polinom yüzeyleri için elde edildiği. 3. derece ortogonal olmayan polinom yüzeyi için mutlak maksimum farkların bu değerlerden küçük olacak şekilde en fazla 2 mm ve 3. dereceden ortogonal polinom yüzeyi için ise mutlak maksimum farkın en fazla 0.3 mm civarında olduğu sonucu elde edilmiştir. Tüm yöntemler arasında mutlak minimum farkın  $4 \cdot 10^{-6}$  mm ile 3. derece ortogonal polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Tablo 2.10).

Tablo 2.10. Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyonla 500 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Fark</b>	<b>2. Derece Ortogonal</b>	<b>3. Derece Ortogonal</b>	<b>1. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>2. Derece Ortogonal Olmayan</b>	<b>3. Derece Ortogonal Olmayan</b>
<b>Maksimum Fark (m)</b>	0.196	0.0004	0.185	0.185	0.002
<b>Minimum Fark (m)</b>	0.00001	0.000001	0.000001	0.0002	0.000003

### 2.2.3. Polinom Yüzeylerinin Uygunluğu ve Polinom Katsayılarının Anlamlılığı İçin Testler

Bu bölümde farklı dayanak ve test noktası tercihleri için oluşturulan polinom yüzeylerinin katsayılarının anlamlılığı Bölüm 1.7.1.2’de açıklanan hipotez testlerine göre test edilmiştir. Bu amaçla her bir polinom yüzeyini temsil eden katsayılar için (1.59) eşitliğine göre hesaplanan test değerleri (1.61) eşitliğine göre elde edilen tablo değerleri ile kıyaslanmıştır. Katsayılar için hesaplanan test değerleri, tablo değerinden büyük olduğunda o katsayının anlamsız olduğuna tersi durumda ise katsayının anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

#### • 330 Dayanak Noktasına 287 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Dayanak nokta sayısı 330 ve 287 test noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan

polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.11. 330 Dayanak Noktasına 287 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.77040	1.37780	0.00071	1.21746	1.52798
$a_1$	<b>8.31520</b>	1.38363	0.00011	1.21787	1.53084
$a_2$	<b>10.69560</b>	1.54985	0.00371	1.21719	1.52604
$a_3$	<b>16.95084</b>	<b>1.83397</b>	<b>1.66875</b>	1.21846	1.53495
$a_4$		<b>2.05530</b>	<b>1.70030</b>	1.21751	1.52830
$a_5$		<b>4.40812</b>	<b>1.73072</b>	1.21756	1.52863
$a_6$			<b>4.41922</b>	1.21822	1.53327
$a_7$			<b>9.14562</b>	1.21788	1.53093
$a_8$			<b>15.34558</b>	1.21742	1.52765
$a_9$				<b>1.71748</b>	1.52811
$a_{10}$					1.53768
$a_{11}$					1.53784
$a_{12}$					1.53723
$a_{13}$					1.52690
$a_{14}$					1.53437
$a_{15}$					<b>1.83534</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	2.0367	1.6496	1.6496	1.6449	1.7509

• 510 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Dayanak nokta sayısı 510 ve 113 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.12. 510 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.92030	1.43265	0.00016	1.26182	1.47420
$a_1$	<b>9.68690</b>	1.52149	0.00029	1.26231	1.48070
$a_2$	<b>11.13698</b>	1.64279	0.00214	1.26149	1.46980
$a_3$	<b>17.17391</b>	<b>1.82132</b>	<b>1.65986</b>	1.26301	1.49000
$a_4$		<b>2.70190</b>	<b>1.70005</b>	1.26187	1.47490
$a_5$		<b>4.21943</b>	<b>1.73015</b>	1.26271	1.48600
$a_6$			<b>4.91896</b>	1.26262	1.48480
$a_7$			<b>9.31606</b>	1.26193	1.47560
$a_8$			<b>15.76660</b>	1.26273	1.48620
$a_9$				<b>1.96232</b>	1.48090
$a_{10}$					1.47340
$a_{11}$					1.48680
$a_{12}$					1.47450
$a_{13}$					1.49620
$a_{14}$					1.49660
$a_{15}$					<b>2.49520</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	1.9479	1.6479	1.6479	1.6449	2.2280



• 330 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Dayanak nokta sayısı 330 ve 113 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.13. 330 Dayanak Noktasına 113 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.7704	1.37780	0.00071	1.21746	1.52798
$a_1$	<b>8.31520</b>	1.38363	0.00011	1.21787	1.53084
$a_2$	<b>10.69560</b>	1.54985	0.00371	1.21719	1.52604
$a_3$	<b>16.95084</b>	<b>1.83397</b>	<b>1.66875</b>	1.21846	1.53495
$a_4$		<b>2.05530</b>	<b>1.70030</b>	1.21751	1.52830
$a_5$		<b>4.40812</b>	<b>1.73072</b>	1.21756	1.52863
$a_6$			<b>4.41922</b>	1.21822	1.53327
$a_7$			<b>9.14562</b>	1.21788	1.53093
$a_8$			<b>15.34558</b>	1.21742	1.52765
$a_9$				<b>1.71748</b>	1.52811
$a_{10}$					1.53768
$a_{11}$					1.53784
$a_{12}$					1.53723
$a_{13}$					1.52690
$a_{14}$					1.53437
$a_{15}$					<b>1.83534</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	2.0367	1.6496	1.6496	1.6449	1.7509

• 600 Dayanak Noktasına 291 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Dayanak nokta sayısı 600 ve 291 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.14. 600 Dayanak Noktasına 291 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.29170	1.49661	0.00011	1.11974	1.14800
$a_1$	<b>10.65110</b>	1.55912	0.00041	1.12010	1.15150
$a_2$	<b>13.54482</b>	1.63268	0.00219	1.11997	1.15020
$a_3$	<b>18.14782</b>	<b>1.82439</b>	<b>1.66999</b>	1.11959	1.14660
$a_4$		<b>2.43580</b>	<b>1.70003</b>	1.12029	1.15330
$a_5$		<b>4.25267</b>	<b>1.73012</b>	1.11977	1.14830
$a_6$			<b>4.67929</b>	1.12015	1.15200
$a_7$			<b>9.21440</b>	1.12011	1.15160
$a_8$			<b>15.56089</b>	1.11983	1.14890
$a_9$				<b>1.81979</b>	1.14850
$a_{10}$					1.15200
$a_{11}$					1.15030
$a_{12}$					1.14780
$a_{13}$					1.15480
$a_{14}$					1.15220
$a_{15}$					<b>5.14820</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	2.0909	1.6474	1.6474	1.6450	5.0966

• 600 Dayanak Noktasına 333 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

Dayanak nokta sayısı 600 ve 333 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.15. 600 Dayanak Noktasına 333 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.29170	1.49661	0.00011	1.11974	1.14800
$a_1$	<b>10.65110</b>	1.55912	0.00041	1.12010	1.15150
$a_2$	<b>13.54482</b>	1.63268	0.00219	1.11997	1.15020
$a_3$	<b>18.14782</b>	<b>1.82439</b>	<b>1.66998</b>	1.11959	1.14660
$a_4$		<b>2.43580</b>	<b>1.70003</b>	1.12029	1.15330
$a_5$		<b>4.25267</b>	<b>1.73012</b>	1.11977	1.14830
$a_6$			<b>4.67929</b>	1.12015	1.15200
$a_7$			<b>9.21440</b>	1.12011	1.15160
$a_8$			<b>15.56089</b>	1.11983	1.14890
$a_9$				<b>1.81979</b>	1.14850
$a_{10}$					1.15200
$a_{11}$					1.15030
$a_{12}$					1.14780
$a_{13}$					1.15480
$a_{14}$					1.15220
$a_{15}$					<b>5.14820</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	2.0909	1.6474	1.6474	1.6450	5.0966

• 600 Dayanak Noktasına 500 Test Noktası Seçilince Elde Edilen Sonuçlar

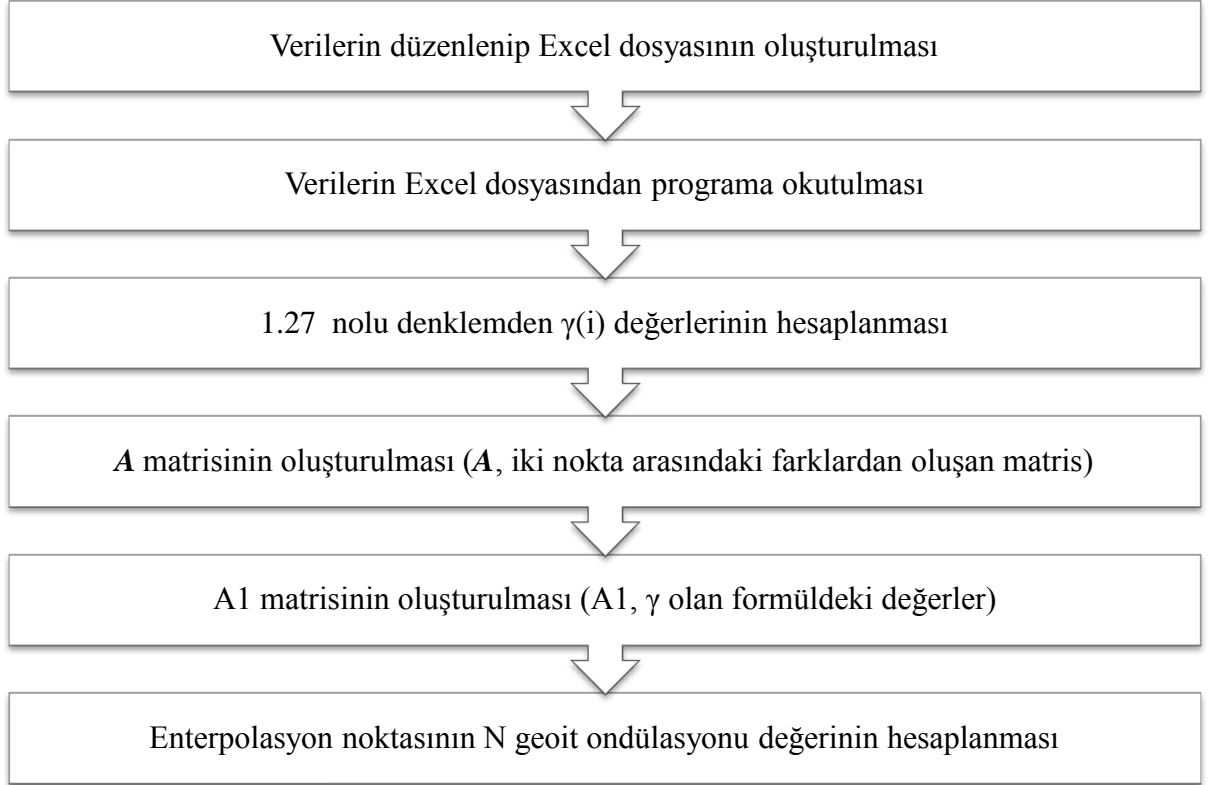
Dayanak nokta sayısı 600 ve 500 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde 1. derece ortogonal olmayan, 2. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğuna karar verilmiştir. Buna karşın 3. derece ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 2.16. 600 Dayanak Noktasına 500 Test Noktası İçin Polinom Yüzeyleri Katsayıları Anlamlılık Testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	$T_i = \frac{a_i}{m_{a_i}}$				
	1. derece ortogonal olmayan	2. derece ortogonal	2. derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
$a_0$	1.29170	0.00015	0.00011	1.1127	1.14800
$a_1$	<b>4.65110</b>	1.15280	0.00000	1.1289	1.15150
$a_2$	<b>9.75448</b>	1.14568	0.00000	1.13124	1.15020
$a_3$	<b>15.14780</b>	<b>1.6490</b>	<b>1.7315</b>	1.1397	1.1466
$a_4$		<b>1.7896</b>	<b>1.9466</b>	1.1426	1.1533
$a_5$		<b>1.9569</b>	<b>1.9934</b>	1.1476	1.1483
$a_6$			<b>6.7929</b>	1.1499	1.1520
$a_7$			<b>12.2144</b>	1.1541	1.1516
$a_8$			<b>18.0890</b>	1.1612	1.1489
$a_9$				<b>2.0156</b>	1.1485
$a_{10}$					1.1520
$a_{11}$					1.1503
$a_{12}$					1.1478
$a_{13}$					1.1548
$a_{14}$					1.1522
$a_{15}$					<b>5.1482</b>
<b>Tablo Değeri</b> $t_{n-u,1-\alpha}$	2.0909	1.6474	1.6474	1.6450	5.0966

#### 2.2.4. Multiquadrik Enterpolasyon

Bölüm 1.7.1.3.'de detaylı bir şekilde sunumu yapılan ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yönteminin uygulanmasında takip edilen işlem adımları, Şekil 2.20'de verilmektedir.



Şekil 2.20. Multiquadrik Enterpolasyon Yönteminde İş Akış Şeması

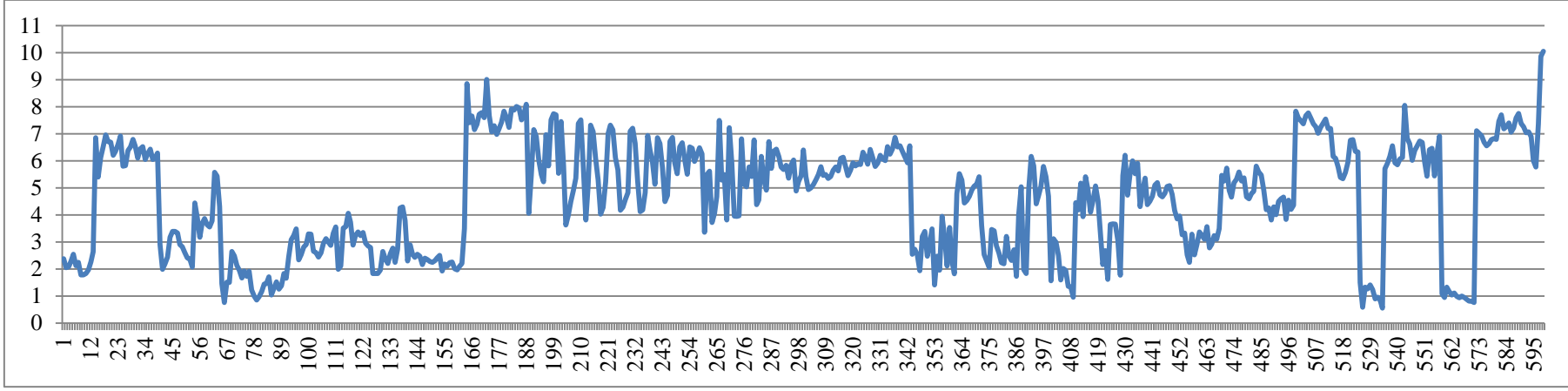
Bu yöntemde çalışma alanındaki noktalardan homojen dağılmış olmak üzere 510 ve 600 noktadan oluşan gruplar seçildi.

Şekil 2.21 de 600 nokta için elde edilen sonuçlar grafikte gösterilmiştir. Tablo 2.17 den görüldüğü gibi yaklaşık olarak maksimum 1 cm fark elde edilirken minimum 0.6 mm fark elde edilmiştir. Farkların değişim grafiğine bakıldığında belirli bölgelerde bariz büyük farkların olduğu bazı bölgelerde ise bu farkların oldukça küçüldüğü görülmektedir. Bölgeler arasında böylesine farkların oluşmaması için multiquadrik enterpolasyon yönteminin uygulanmasının Trabzon ili geneli için değil de ilçe bazında uygulanması daha uygun olabilir.

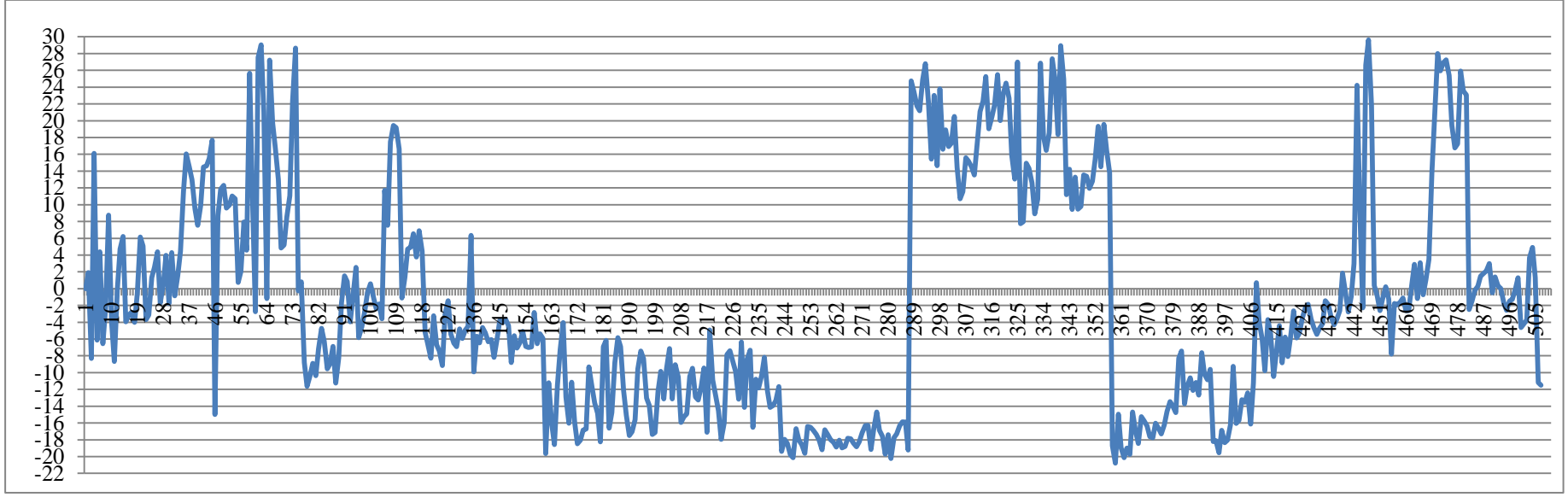
Tablo 2.17. Multiquadrik Enterpolasyonla 600 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Maksimum Fark (mm)</b>	<b>Minimum Fark (mm)</b>	<b>Farkların Ortalaması (mm)</b>	<b>Farkların Standart Sapması (mm)</b>
0.550	10.047	4.589	2.017

Şekil 2.22 de 510 nokta için elde edilen sonuçlar grafikte gösterilmiştir. Tablo 2.18 den görüldüğü gibi yaklaşık olarak maksimum 30 cm fark elde edilirken minimum 0.2 mm fark elde edilmiştir. 600 nokta ile elde edilen farklarla kıyaslayacak olursak, 510 nokta ile daha fazla fark elde edilmiştir.



Şekil 2.21. 600 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (mm)



Şekil 2.22. 510 Nokta İçin Elde Edilen Sonuçlar (cm)



Tablo 2.18. Multiquadrik Enterpolasyonla 510 Nokta İçin Elde Edilen Maksimum Minimum Farklar

<b>Maksimum Fark (cm)</b>	<b>Minimum Fark (cm)</b>	<b>Farkların Ortalaması (cm)</b>	<b>Farkların Standart Sapması (cm)</b>
29.62544	0.024644	11.17781	7.209305

Tablo 2.19. Kullanılan Noktaların Bulunduğu İlçeler

<b>Nokta Numaraları</b>	<b>Buldukları İlçe</b>
1-14	Arsin
15-41	Beşikdüzü
42-56	Araklı
57-127	Akçaabat- Vakfikebir
128-165	Araklı
166-191	Beşikdüzü
192-295	Çaykara
296-348	Hayrat
349-435	Maçka
436-462	Of
463-511	Of-Sürmene-Çaykara
512-551	Şalpazarı
552-577	Vakfikebir
578-600	Yomra

Şekil 2.21 ve Şekil 2.22’de ki ani değişimlerin olduğu yerler Tablo 2.19’de açıklandığı gibi noktaların yerlerinin ilçelere göre değiştiği yerlerdir.

### 3. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında kullanılan 4 farklı yöntem ile hesaplanan geoit yükseklikleri ile mevcut geoit yükseklikleri arasındaki farkların maksimum ve minimum değerlerine bakılarak yöntemlerin hem kendi içinde hem de farklı yöntemler arasında kıyaslamalar yapılmıştır. Buna göre, yöntemlerin uygulanması için seçilen parametrelerin seçimine göre değerlendirildiğinde aşağıdaki değerlendirmeler yapılabilir;

Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyonda  $k$  güç parametresinin seçimi sonucu büyük ölçüde etkilemektedir. Genel olarak sonuçlara bakılır ise  $k=4$  seçince elde edilen mutlak farkların en küçük değer aldığı görülmüştür. Ayrıca nokta yoğunluğu arttıkça da daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre, ağırlıklı ortalama yönteminin sonuçlarının kullanılan nokta yoğunluğu, noktaların birbirine olan uzaklığı ve  $k$  güç parametresi seçimine karşı duyarlı olduğu söylenebilir.

Polinom yüzeyleri ile enterpolasyon yönteminde denklem derecesinin seçimi sonucu büyük ölçüde etkilemektedir. Genel olarak sonuçlara bakacak olursak çalışma bölgesinde, 3. dereceden denklemlerde daha iyi sonuçlar elde edildiği söylenebilir. Bunun yanı sıra 3.dereceden ortogonal ve ortogonal olmayan polinom yüzeyleri ile elde edilen sonuçların hemen hemen aynı olduğu Şekil 2.14 ve Şekil 2.17'den görülebilir. Polinom derecesinin artması genel olarak daha yakın sonuçlar bulmamıza yarasada derecenin yüksek olması yüzeyde gereksiz salınımlar oluşturup sonuçları olumsuz etkileyebilir.

Tablo 2.5 ve Tablo 2.6'den de görüleceği gibi dayanak noktası sayısı arttıkça elde edilen farkların daha da küçüldüğü görülebilir. Tablo 2.5 ve Tablo 2.8'den de görüldüğü gibi; yaklaşık 290 dayanak noktasına karşılık 330 ve 600 dayanak noktası için yapılan test sonuçları karşılaştırıldığında, daha fazla dayanak noktası kullanıldığı durumda daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Multiquadrik enterpolasyon yönteminde ise 510 dan az nokta ile yapılan testlerde farkların daha büyük değerler olduğu görülmüştür. Bu yöntemde dayanak nokta sayısının artmasıyla daha anlamlı sonuçlar elde edilebilir. Ayrıca yöntem ile elde edilen farkların değişim grafiğine bakıldığında belirli bölgelerde bariz büyük farkların olduğu bazı bölgelerde ise bu farkların oldukça küçüldüğü görülmektedir. Bölgeler arasında böylesine farkların oluşmaması için multiquadrik enterpolasyon yönteminin uygulanmasının Trabzon ili geneli için değil de ilçe bazında uygulanması daha uygun olabilir.

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışma sonucunda elde edilen sonuçlara göre, polinom yüzeyleri ile enterpolasyon yönteminde en uygun sonuç 3. dereceden polinom yüzeyi ile elde edilmiştir.

Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyonda güç parametresi  $k=4$  seçilmesi durumunda enterpolasyon ile hesaplanan ortometrik yükseklik değerinin ölçülen değerlere daha yakın değerler olarak hesaplandığı görülmüştür. Bu da test noktasına yakın dayanak noktalarının enterpolasyon hesabı için ağırlıklarının daha yüksek olduğu başka bir ifade ile test noktasına yakın dayanak noktalarının etkilerinin daha fazla olduğu anlamına gelir.

Bu çalışma bölgesi için multiquadrik enterpolasyon yöntemi uygulamasında Trabzon için ilçeler bazında elde edilen farkların birbirine yakın değerler olduğu görülmüştür. Bu da multiquadrik enterpolasyon yönteminin daha yerel düzeydeki uygulamalar için uygun sonuçlar vereceği anlamına gelir. Bu sebeple tezin devamında yapılması planlanan çalışmada multiquadrik yöntemle enterpolasyon Trabzon ilinin geneli için değil de ilçeler bazında ayrı ayrı uygulanacaktır.

Tüm yöntemler arasından 3. dereceden polinom yüzeyi ile enterpolasyon ile en uygun sonuçlar elde edilmiştir.

Dayanak noktalarından alınan verileri kullanarak diğer noktalardaki verilerin optimum değerlerini kestiren bir enterpolasyon yöntemi olan kriging enterpolasyon yöntemini de aynı çalışma bölgesine uygulayabiliriz.

## 5. KAYNAKLAR

- Akçın H.,2001. Jeoid Kavramı ve Belirleme Teknikleri Üzerine Bir İnceleme, Niğde Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 4, Sayı 1, 37-50. Niğde.
- Akız E., Yerci M., 2009. Jeoid Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması, Harita Dergisi, S.141,13-25.
- Aşık E., 2013. Lokal Jeoit Belirlemede Yapay Sinir Ağları Ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Başçiftçi F., 2008. Jeodezide Kullanılan Dönüşüm Yöntemlerinin Programlanması, Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çakır L., 2012. Ortometrik Yüksekliklerin Dolaylı Olarak GPS Gözlemlerinden Elde Edilmesinde Kullanılan Yöntemlerin İrdelenmesi, Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Direnç A., Simav S., Türkezer A., Kurt A.İ., Kurt M.,2012. Türkiye’de Jeoid Belirleme Çalışmaları, Harita Genel Komutanlığı, Jeodezi Dairesi Başkanlığı, Ankara.
- El-Hallaq M. A., 2012. Development of a Local GPS-Leveling Jeoid Model for the Gaza Strip Area, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering Website: www.ijetae.com (ISSN 2250-2459, Volume 2, Issue 3, March 2012) Islamic University of Gaza, Palestine.
- Erkaya, 2006. Yükseklik Ölçmeleri Ders Notları, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Erol B., Çelik R. N., 2004. Modelling Local GPS/Levelling Jeoid With The Assesment Of Inverse Distance Weighting And Geostatistical Kriging Methods, İstanbul.
- İnal C., Turgut B., Yiğit C. Ö., 2002. Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Konya.
- İnam M., Simav M., Türkezer A., Akyol S., Direnç A., Kurt A. İ., Kurt M., 2012. Mevcut GPS/Nivelman Veri Kümesinin Jeoit Modelleme Açısından Değerlendirilmesi, Ankara.
- Kalaycı İ., 1997, GPS İle Ortometrik Yüksekliğin Belirlenmesi Üzerine Bir Çalışma, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Konya.
- Kartal A., 2000. GPS ile Yükseklik Belirlemede İnterpolasyon Yöntemlerine Ait Bir Uygulama, Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Bölümü, İstanbul.

- Kavzoglu T., Saka M. H., 2005. Modelling Local GPS/Levelling Jeoid Undulations Using Artificial Neural Networks, Journal Of Geodesy 78: 520-527, DOI:10.1007/s00190-004-0420-3.
- Kurt O., Arslan O., Konak H., 2007. Polinomsal Yükseklik Dönüşümü, 11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara.
- Kutoğlu H. S., 2006. Artificial Neural Network Versus Surface Polynomials for Determination of Local Geoid, Zonguldak.
- Kumar S. S., Chauhan A.K., 2006. Fast Vertical Positioning with GPS & EGM96 Geoid Model, ONGC, A&AA Basin, Jorhat, India.
- Lin L., 2005, Study on Developing Regional Grid-Based Geoid Model Using GPS and Leveling Data, Associate Professor, Department of Land Economics, National Chengchi University, Taipei 116, Taiwan
- Mava A., 2011, Evaluation of EGM2008 in The State of Baden-Württemberg Using GPS and Leveling, Master thesis, Stutgard, Germany.
- Soycan M., 2002. Jeoit Yüksekliklerinin GPS ve Hassas Trigonometrik Nivelman Ölçüleri ile Belirlenmesi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Şanlıoğlu İ., Ceylan A., İnal C., Çorumluoğlu Ö., Kalaycı İ., 2002. Konya Bölgesi İçin Gps İle Elde Edilen Elipsoidale Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Hesaplanması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Konya.
- Şentürk E., İnce C. D., Özkeskin B., 2014. Kocaeli İlinde GPS Nivelman Ölçüleriyle Yerel Jeoid Araştırması, 18. ATAG (Aktif Tektonik Araştırma Çalıştayı), Muğla.
- Taktak F., 2005. Afyonkarahisar'da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Yerel Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Tanır Kayıkçı E., Karaaslan Ö., 2015. Trabzon İli İçin Jeoid Ondülasyonları Belirleme Amacıyla Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması, 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara.
- Teke K., Yalçınkaya M., 2005. Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri, Jeoid ve Düşey Datum, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu (TUJK) 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, Trabzon, 304-313.
- Tuşat E., 2000. GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Tuşat E., 2011. A Comparison Of Geoid Height Obtained With Adaptive Neural Fuzzy Inference Systems And Polynomial Coefficients Methods, International Journal Of The Physical Sciences Vol. 6(4), Pp. 789-795, ISSN 1992 – 1950.

URL 1, <http://icsm.gov.au/mapping/datums1.html> . 28 Nisan 2015.

Yanalak, 2002. Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu, İstanbul.

Yaprak S., Arslan E., 2008. Kriging Yöntemi Ve Geoit Yüksekliklerinin Enterpolasyonu, Jeodezi Jeoinformasyon Ve Arazi Yönetimi Dergisi, Sayı 98.

Yılmaz M., Arslan E., 2005a. Polinomlarla ve Bulanık Mantık İlkelerine Göre Geoit Belirlemenin Prezisyona Etkisi, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara.

Yılmaz M., Arslan E., 2005b. Polinom Derecesi ile Geoit Yüksekliği Prezisyonu Arasındaki İlişkinin Araştırılması, İstanbul.

Yılmaz N., 2011. Türkiye İçin Farklı Yöntem ve Verilerle Belirlenen Jeoidlerin Karşılaştırılması, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Yiğit C. ., 2003. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Konya.

Yurt K., 2006. Geometrik ve Gravimetrik Metodlarla Lokal Jeoid Belirleme ve Modelleme: Trabzon İli rneği, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Trabzon

Zengin Kazancı S., 2014. Konumsal Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması: Karadeniz Bölgesi Günlük Ortalama Sıcaklık Verileri rneği, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

## ÖZGEÇMİŞ

27.05.1988 tarihinde Malatya ilinde doğdu. 2002 yılında Gündüzbey İlköğretim Okulu'ndan ve 2006 yılında Kolukısa Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. 2006 yılında başladığı İnönü Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nü Pedagojik Formasyon Belgesi'ni de alarak 2010 yılında bitirdi. 2010-2011 eğitim öğretim yılında Özel Bilgiyurt Koleji'nde Geometri Öğretmeni olarak çalıştı. 2011-2012 eğitim öğretim yılında Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı. 2013 yılında Gümüşhane Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Harita Mühendisliği Bölümü Jeodezi Anabilim Dalına ÖYP Programı kapsamında Araştırma Görevlisi olarak atandı. 10.03.2014-17.09.2014 tarihleri arasında Marmara Üniversitesi Yabancı Diller Yüksekokulu'ndan ÖYP kapsamında İngilizce dil eğitimi aldı. Halen Gümüşhane Üniversitesi'nde görev yapmakta ve yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.