

169748

T.C. GALATASARAY ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PORTFÖY YÖNETİMİNE BİR ÇOK ÖLÇÜTLÜ BULANIK KARAR VERME
YAKLAŞIMI
(UNE APPROCHE MULTI – CRITERE FLOU A LA GESTION DE
PORTEFEUILLE)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

End.Müh. Ragıp Ufuk BİLSEL


Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28 Nisan 2005

Tezin Savunulduğu Tarih : 02 Haziran 2005

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ethem TOLGA

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. E. Ertuğrul KARSAK

Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN

 17.06.2005

 17.06.2005

 16.06.2005

HAZİRAN 2005

PREFACE

Comme tous les membres de la société, tous les jours nous devons prendre des décisions pour mener notre vie quotidienne et professionnelle. Il nous faut souvent choisir le meilleur parmi de nombreuses alternatives qui présentent des avantages d'un point de vue, et des inconvénients d'un autre. Notre but en choisissant une alternative, est de choisir le moins coûteux, et le plus favorable.

Dans le cas de sélection et formation de portefeuille, les problèmes que nous rencontrons peuvent être complexes à cause des nombreuses alternatives, critères et de l'incertitude. Il nous faut alors de trouver un outil qui va nous aider dans ce type de processus de prise de décision. Un tel outil efficace et effectif a été créé par Jean Pierre Brans et s'appelle PROMETHEE. La méthode de PROMETHEE est étudié par des différents chercheurs pour traiter l'incertitude et a été développé par l'incorporation des nombres flous développés par Lotfi Zadeh pour modéliser l'incertitude.

Cette thèse est consacrée à la représentation de sélection des actions ordinaires, à la construction d'un portefeuille dans l'incertitude et à son application dans la Bourse d'Istanbul

Je voudrais présenter mes gratitude à mon responsable de thèse Professeur Ethem Tolga et à Docteur M. Levent Demircan pour leurs aides et supports pendant toutes les phases de ce travail. Je voudrais également remercier à mes parents pour leur support et patience. Finalement je voudrais remercier à mon ami Metin Deryal pour ses aides vitales pendant cette thèse.

Ragıp Ufuk Bilsel

İstanbul – 2005

TABLE DES MATIERES

PREFACE.....	ii
TABLE DES MATIERES.....	iii
LISTE DES FIGURES	vi
LISTE DES TABLEAUX	vii
RESUME.....	viii
ÖZET	ix
1. INTRODUCTION	1
2. GESTION DE PORTEFEUILLE.....	4
2.1. La Gestion de Portefeuille Moyenne – Variance.....	5
2.1.1. Cas de Corrélation Parfaitement Positive	12
2.1.2. Cas de Corrélation Parfaitement Négative	12
2.1.3. Cas Général.....	13
2.2. Simplifications à la Gestion de Portefeuille Moyenne – Variance.....	17
2.3. Les Approches Multi – Critère et Leurs Applications au Domaine de Gestion de Portefeuille.....	21
3. THEORIE DES SOUS ENSEMBLES FLOUS	24
3.1. Sous Ensembles Flous	25
3.2. Les Nombres Flous.....	27
3.3. Les Opérations Élémentaires sur les Nombres Flous	28
4. CRITERES ADOPTES	37
4.1. Valeur Economique Ajoutée	37
4.1.1. Définition de EVA.....	37
4.1.2. Formulation de EVA	38
4.1.2.1. Résultat d’Exploitation Ajustée (<i>REA</i>).....	38
4.1.2.2. Capitaux Investis	39
4.1.2.3. Coût Moyen Pondéré de Capital (<i>CMPC</i>).....	40
4.1.2.3.1. Coût de Capitaux Propres (k_e)	41
4.1.2.3.2. Coût des Dettes (k_d).....	42

4.1.3.	Convenance de EVA	42
4.2.	Volatilité	43
4.2.1.	Définition de la Volatilité	44
4.2.2.	Convenance de la Volatilité.....	44
4.3.	Ratio d'Actions Echangés (<i>AE</i>).....	44
4.3.1.	Définition du Ratio d'Actions Echangés	45
4.3.2.	Convenance du Ratio d'Actions Echangés.....	45
4.4.	Ratio de Dividende par Action (<i>DPA</i>).....	45
4.4.1.	Définition du Ratio de Dividende par Action.....	46
4.4.2.	Convenance du Ratio de Dividende par Action	46
5.	APPLICATION	47
5.1.	La Bourse d'Istanbul	47
5.1.1.	Introduction et Les Indexes	48
5.1.2.	Indice BI National – 30	51
5.2.	PROMETHEE	53
5.2.1.	Pourquoi PROMETHEE ?.....	53
5.2.2.	PROMETHEE	54
5.2.3.	PROMETHEE-F.....	57
5.3.	Evaluation des Alternatives	61
5.3.1.	Evaluation des EVA	62
5.3.2.	Evaluation de la Volatilité	66
5.3.3.	Evaluation de la Ratio d'Actions Echangés (<i>RAE</i>).....	66
5.3.4.	Evaluation du Ratio de Dividende par Action (<i>DPA</i>)	67
5.4.	Résultats de PROMETHEE-F et Modèle Linéaire.....	67
5.4.1.	Scénario 1	69
5.4.2.	Scénario 2	69
5.4.3.	Scénario 3	69
5.4.4.	Scénario 4	70
6.	CONCLUSION	72
	BIBLIOGRAPHIE.....	73
	APPENDICE A	80
	APPENDICE B.....	84

APPENDICE C.....	89
Biographie	90



LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Processus de gestion de portefeuille.....	5
Figure 2.2	Graphe d'analyse pour différentes valeurs du coefficient de corrélation.....	15
Figure 2.3	La frontière d'efficience.....	16
Figure 2.4.	Modélisation des rendements d'après Sharpe.....	18
Figure 3.1	Quelques nombres flous.....	29
Figure 3.2.	Les nombres flous triangulaires A et B	30
Figure 3.3	Représentation des coupes α	31
Figure 3.4.	Nombre flou $x = (2, 0.5, 0.5)_{LR}$ avec L et R linéaires.....	34
Figure 3.5.	Nombre flou triangulaire $y = (1, 1.5, 2)$	35
Figure 5.1	Les fonctions H_j	57
Figure 5.2.	Présentation de l'évaluation floue dans le cas de PROMETHEE-F.....	59
Figure 5.3.	Les poids flous à utiliser dans PROMETHEE-F.....	60
Figure 5.4.	Les EVA.....	62
Figure 5.5.	Nombre flou représentant le rendement espéré de <i>BI National – 30</i>	63
Figure 5.6.	Fonction de densité de $N(0.127, 3.673)$ et l'histogramme des données de <i>BI National – 30</i>	64
Figure 5.7.	Fonction cumulatif de probabilité de $N(0.127, 3.69)$ et des données de <i>BI National – 30</i>	65
Figure A.1.	Histogramme des rendements de l'Indice BI – National 30.....	80

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1. Formules pour opérations élémentaires pour deux nombres flous triangulaires $M = (l, m, u)$ et $N = (a, b, c)$	36
Tableau 5.1. Les indices de la Bourse d'Istanbul.....	49
Tableau 5.2. Les actions classées dans l'Indice BI National – 30.....	52
Tableau 5.3. Les résultats de PROMETHEE-F.....	67
Tableau 5.4. Résultats du scénario 2.....	70
Tableau 5.5. Résultats du scénario 3.....	70
Tableau 5.6. Résultats du scénario 4.....	70
Tableau A.1. Intervalles et fréquences de l'histogramme.....	81
Tableau A.2. Histogramme avec intervalles unis.....	82
Tableau B.1. Les valeurs de Bêta.....	84
Tableau B.2. Les CMPC.....	85
Tableau B.3 Les Capitaux Investis (en Millions de TL).....	86
Tableau B.4. Les RAE (en Millions de TL).....	87
Tableau B.5. Les EVA.....	88
Tableau C.1. Les évaluations entrées au PROMETHEE-F.....	89

RESUME

Le monde et les problèmes réels présentent une structure complexe. La résolution de ces problèmes nécessite l'invention des méthodes de décision où les critères qualitatifs, quantitatifs et les relations entre ces critères sont considérés dans un cadre scientifique. De plus quelques problèmes sont sujets à l'incertitude imposée par l'environnement de décision. Le problème de sélection et construction de portefeuille est un exemple à de tels problèmes où l'incertitude est celle du marché.

Une section de cette thèse est consacrée à la présentation des méthodes classiques de gestion de portefeuille et à la discussion de l'application des méthodes multi – critères à la gestion de portefeuille. Une section est consacrée à la présentation des ensembles et des nombres flous. Les nombres flous sont développés par Lotfi Zadeh pour modéliser l'incertitude. Dans cette thèse, les nombres flous triangulaires sont utilisés pour cette fin. Une section est consacrée à la présentation des critères à utiliser dans l'application, qui sont EVA, volatilité, ratio d'actions échangés et ratio de dividende par action. Une autre section est consacrée à la présentation de la méthode multi – critère utilisé PROMETHEE-F. Cette méthode a été choisie à cause de ses qualités différentes comme par exemple son élasticité son extensibilité aux nombres flous.

Dans la section finale, nous avons réalisé une application de cette méthode aux actions de l'indice BI National – 30 et nous avons construit des portefeuilles sous des scénarios différents par un programme linéaire résolu à l'aide du logiciel GAMS.

ÖZET

Karar verme, birçok bilinmeyi ve çelişkiyi barındıran bir süreçtir. Karar verme konusunu bugünkü popüler konumuna taşıyan belki de en önemli sebep, hayatın her alanında karşımıza çıkması ve sonuçlarının yaşamımıza yön verici nitelikte olmasıdır. Karar vermenin kapsamı, bir üniversite öğrencisinin herhangi bir dönem katılacağı dersleri seçmesi ya da alışveriş yapan bir kimsenin hangi ürünü alacağına karar vermesi gibi küçük boyutlu problemlerden maliyetleri milyonlarca YTL'yi bulabilen yatırım seçenekleri arasında seçim yapmaya kadar geniş bir yelpazeyi kapsar. Ayrıca seçilen ölçütlerin niteliği ve niceliği de karar verme üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Gerçek hayatta karar verme problemlerini oluşturan elemanlar kendi aralarında bir ilişkiyle birbirlerine bağlıdır ve çoğunlukla aralarındaki bu bağı açık bir şekilde ifade etmek oldukça zordur. Bu girift yapıdan dolayı karar vermede güçlüklerle karşılaşılır. Bu yapı içerisinde birçok ölçüt bulunur ve bunların bir kısmı birbiriyle çatışıyor olabilir. Karar verici en iyi seçeneği bulmak için en önemli ölçütleri doymalıdır. Söz konusu bu durum çok ölçütlü karar verme olarak adlandırılır.

Yukarıda bahsedilen yapısından ve özelliklerinden dolayı karar verme süreci birçok araştırmaya konu olmuş, bu sürecin gereklerini en iyi şekilde yerine getirebilmek için birçok değişik yöntem önerilmiş ve birçok değişik alanda uygulamalar yapılmıştır. Bu tezin amacı karar verme sürecini portföy yönetimi boyutunda incelemek, uygulanmış yöntemleri birleştirerek ve geliştirerek yeni bir metod önermek ve gerçek ve güncel veriler kullanarak önerilen metodu uygulamaktır.

Portföy yönetimi alanında karar vermede yaşanan en büyük zorluklardan biri, birçok ölçüt altında bize en az riski verecek ve en fazla kazancı sağlayacak seçeneğin belirlenmesidir. Konunun risk ve getiri gibi birbirleriyle çelişen ölçütler içermesi, çalışmanın zorluğunu artırmakla beraber gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerin karmaşık yapılarını da gözler önüne sermesi açısından önemlidir. Bu durumu ilk farkedenden biri, modern portföy teorisinin babası sayılan Harry Markowitz'dir.

Markowitz, kendi modelinde birbirisiyle çelişen iki ölçüt olan risk ve getiriyi ele almış ve bunları bilimsel açıdan değerlendirmeyi olanaklı kılan bir matematik modeli önermiştir. Ancak risk ve getiriden başka ölçütler de analize katılabilir.

Portföy yönetimi alanında karar vermede yaşanan başka bir önemli zorluk da belirsizliğin etkisidir. Bugünkü yöntemlerle, bir portföyü oluşturan hisse senedi, bono, tahvil, döviz vb. yatırım araçlarının gelecekteki getirisini tam olarak belirlemek imkansızdır. Bunun yerine çoğunlukla geçmiş verileri kullanan tahmin yöntemleri, portföyün çatısı altındaki elemanların gelecek getirisini modellemede kullanılır. Bu tezde gelecekteki durumu modellemek için bulanık kümeler yönteminden faydalanılmıştır. Bir bulanık küme, kendisine bağlı elemanların üyelik derecesinin bir fonksiyonla ifade edildiği bir elemanlar bütünüdür. Bulanık kümelerin bulanık olmayanlardan en büyük farkı, bulanık kümenin elemanı olmanın bir derecesi olması, bulanık olmayan kümeye ise bir cismin ya eleman olması ya da eleman olmamasıdır. Bu özelliği, bulanık kümelerin belirsizlik içeren problemlerde sıkça kullanılmasını sağlamıştır. Uygulamalarda çoğunlukla özel bir bulanık küme tipi olan bulanık sayılardan faydalanılmıştır. Bulanık sayıların üzerinde nispeten kolayca işlem yapılabiliyor olması, hem belirsizlik koşulları altında modelleme hem de uygulama alanında birçok fayda sağlamıştır. Portföyü oluşturan yatırım araçlarının gelecek performansı belirsiz olduğundan bunu modele katmak için bu tezde bulanık sayılardan faydalanılmış ve çok ölçütlü karar verme modeli bu sayede belirsizlik ortamına da taşınabilmiştir. Bilimsel literatürde, bu tip problemlere belirsizlik altında çok ölçütlü karar verme problemleri adı verilmektedir.

Modeli kurarken ilk olarak modelin kapsamını yani seçenekleri ve ölçütleri belirlemek gerekmektedir. Bu tezde ilk önce seçenekler belirlenmiş, daha sonra da onları değerlemede kullanılacak ölçütler tespit edilmiştir. Seçenek kümesi, bir portföyü oluşturabilecek yatırım araçlarının tümüdür, ancak uygulamanın zorluğundan dolayı bu tezde sadece hisse senetleri dikkate alınmıştır. Türkiye’de hisse senedi işlemleri İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda (İMKB) gerçekleşmektedir. 1986 senesinde faaliyete başlayan İMKB’de 31 Mart 2005 tarihi itibarıyla 31 değişik endekste toplam 296 hisse senedi işlem görmektedir. Tez kapsamında bu hisse senetlerinden İMKB 30

endeksinde yer alanlar incelenmiştir. İMKB 30 endeksi içerik olarak İMKB'nin en az değişikliğe uğrayan bu sebeple de uzun zaman aralıklarında incelenmeye en müsait endeksidir.

Seçenekler olarak İMKB 30 endeksi hisse senetlerini belirledikten sonra sıra ölçütleri belirlemeye gelmiştir. Portföy yönetimi konusunda yayınlanmış kitap ve makaleleri içeren detaylı bir literatür taramasından sonra dört ölçüt seçilmiştir; bunlar hisse senedi işlem oranı, temettü oranı, volatilité ve Ekonomik Katma Değer (EVA) dır. Hisse senedi işlem oranı ölçütü, bir hisse senedinin belli bir zaman periyodundaki ortalama günlük işlem sayısıdır. Bu tezin kapsamında bir hisse senedinin işlem oranı ölçütü 2004 senesi boyunca oluşmuş günlük işlem miktarlarının ortalaması olarak alınmıştır. Günlük işlem miktarları, İMKB'den CD ile temin edilmiştir. Temettü oranı ölçütü, bir şirketin hisse başına ödediği temettü miktarını modele katmak için kullanılmıştır. Türkiye'de şirketler düzenli olarak temettü ödemediğinden temettü oranı ölçütünün hesaplanmasında 3 senelik veriler kullanılmış ve bunların ortalaması alınmıştır. Dağıtılan temettü miktarları ile ilgili veriler İMKB'den CD ile temin edilmiştir. Volatilité ölçütü, hisse senetlerinin risklerini yansıtmak amacıyla seçilmiştir. Volatilité değerleri, İMKB 30 hisse senetlerinin 2004 senesi boyunca gerçekleşen günlük getirilerinin standart sapması hesaplanarak elde edilmiştir. Bu hisse senetlerinin günlük getiri verileri İMKB'den CD ile temin edilmiştir.

Diğer ölçütlerden farklı olarak EVA ölçütü, bizim yaptığımız literatür taraması dahilindeki bulgularımıza göre, hisse senedi seçiminde ilk defa kullanılmaktadır. EVA, Joel Stern ve Bennet Stewart adlarındaki iki finansal analist tarafından geliştirilmiş bir orandır. Yaklaşık 15 yıllık bir geçmişi olmasına rağmen profesyonel alanda oldukça popüler ve yaygın bir ölçüt olan EVA, bir şirketin bir dönemde faaliyetlerinden elde ettiği gerçek getiriye bulmayı amaçlar. Bunun için EVA hesabı şirketin o dönemdeki düzeltilmiş faaliyet gelirinden bu geliri elde etmek için yatırılmış sermayenin bir sermaye maliyeti oranıyla çarpımının farkından ibarettir. Bu yolla amaçlanan, faaliyetlerden elde edilen gelirin yatırımları ne oranda karşıladığının bulunmasıdır. Ancak EVA oranı, dönemlik olduğu için bir şirketin genel performansını yansıtmakta yeterli olmayabilir. Bir dönem fazla yatırım yapmış bir şirketin EVA değeri düşük

çıkabilirken eski yatırımların karşılığının alındığı bir dönemde de EVA değeri yüksek çıkabilir. Bu yüzden bu tez dahilinde İMKB 30 şirketlerinin EVA değerleri 2001, 2002, 2003 ve 2004 seneleri için hesaplanmıştır. Ayrıca bulanık sayılar kullanarak her şirketin 2005 bulanık EVA değeri de tahmin edilmiş ve üçgen bulanık sayılar ile ifade edilmiştir. Bu EVA değerleri mühendislik ekonomisi formülleri yardımıyla 2005 yılı başına çekilmiş ve EVA ölçütünün değeri bu şekilde kullanılmıştır. İlgili veriler İMKB internet sitesinden ve İMKB'den CD ile temin edilmiştir.

Modelin kapsamı, yani seçenekleri ve ölçütleri, belirledikten sonraki adım modelin değerlendirilmesinde kullanılacak yöntemin saptanmasıdır. Modelin özelliklerinden dolayı bu yöntem bulanık girdileri değerlendirebilen, birbiriyle çelişen ölçütlerin varlığında etkin olan bir çok ölçütlü karar verme yöntemi olmalıdır. Bu tez dahilinde seçtiğimiz yöntem PROMETHEE çok ölçütlü karar verme yönteminin bulanık uzantısı olan PROMETHEE-F'dir. PROMETHEE-F, biraz önce bahsedilen özelliklere sahip olduğu gibi kullanıcılara sağladığı esneklik sayesinde de tercih edilmiştir. Buna benzer özelliklere sahip olan bir başka yöntem olan ELECTRE ise değerlendirilecek girdi miktarı fazla olduğu durumlarda PROMETHEE'ye göre oldukça fazla işlem gerektirdiğinden tercih edilmemiştir.

PROMETHEE-F yönteminde, her seçenek her ölçüte göre değerlendirilir. Değerlendirme sonucu bulanık ya da bulanık olmayan sayı olabilir. Daha sonra bu değerlerin farkı alınır ve bulunan fark bir tercih fonksiyonuna göre değerlendirilir. Tercih fonksiyonu için PROMETHEE'yi ilk olarak geliştiren Brans ve diğerlerinin önerdiği altı fonksiyon tipi kullanılabilir gibi kullanıcılar isterlerse kendilerine özel fonksiyonlar da geliştirebilirler. Yine bu fonksiyonlar kesin tercih ve kayıtsızlık eşik adı verilen iki eşik içerirler ve bu eşiklerin alacağı değer de kullanıcı tarafından belirlenir. Bir önceki adımda hesaplanan farkın bu fonksiyonla değerlendirilmesi sonucu bir tercih endeksi bulunur ve her seçenek için bu endeks ilgili ölçütün ağırlığıyla çarpılır. Bu ağırlıklar dilendiği takdirde bulanık sayı olarak da verilebilir. Elde edilen çarpımlar değişik kurallara göre toplanarak her seçenek için giren ve çıkan akış değerleri hesaplanır. Giren akış değeri, o seçeneğin diğerlerine göre ne derece güçsüz olduğunu, çıkan akış değeri ise seçeneğin diğerlerine göre ne derece kuvvetli olduğunu

ifadesidir. Bu iki akış deęerinin farkı bize net akış deęerini yani seçeneęin tüm seçenekler arasındaki sırasını verir. Girilen verilerin bir kısmı ya da tümü bulanık sayı olduğundan en sonda elde edilen akış deęerleri de bulanık sayıdır. Bir deęerlendirme yapabilmek için bu bulanık sayıların gerçel sayılara çevrilmesi gerekir. Bu tezde bulanık sayıların gerçel sayılara çevrilmek için Yager endeksi yöntemi kullanılmıştır. Yager endeksi yöntemi, üçgen bulanık sayıları gerçel sayılara çevirmek için kullanılabilecek basit ve etkin bir yöntemdir.

Yager endeksi yardımıyla elde edilen PROMETHEE-F net akış deęerleri, daha sonra bir doğrusal program içine yerleştirilmiştir. Bu doğrusal programda elimizdeki bir miktar parayla yatırım yapacaksa, her hisse senedine yapılacak yatırım yüzdesi hesaplanılmak istenmektedir. Doğrusal program deęişik durumlar altında GAMS yazılımı kullanılarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar vasıtasıyla önerilen metodun belirsizlik altında hisse senedi portföyü oluşturmada kullanılabileceęi görülmüştür.

1. INTRODUCTION

Dans une économie capitaliste, les individus et les sociétés d'affaires prennent des décisions de portefeuille et d'investissement avec l'objectif de maximiser le rendement espéré sur un horizon donné de temps. Telles décisions sont souvent basées sur l'évaluation subjective des espérances de rendement, sur l'horizon choisi de temps et sur les préférences de risque des individus ou des établissements prenant ces décisions. Cependant, il est difficile de trouver une base scientifique sur laquelle on pourrait exactement calculer les probabilités appropriées pour différentes propositions qui déterminent la répartition des revenus. Ces évaluations subjectives des probabilités appropriées et de la confiance avec lesquelles elles sont tenues sont sujettes elles-mêmes à des changements substantiels pendant des événements naissants, tels que des crises. Néanmoins, les individus et les sociétés d'investissement doivent prendre des décisions sous la connaissance imparfaite en formant les vues subjectives qui aident à prévoir des changements à des facteurs qui influencent sur leur richesse à la fin de la période d'investissement.

Des gestionnaires de fonds, des investisseurs et tout autres personnes qui cherchent à gagner de l'argent par les outils financiers (désormais appelés investisseurs) sont constamment confrontés au dilemme de deviner la direction des mouvements du marché à fin d'obtenir le rendement désiré par leurs capitaux investies à des différents outils financiers. La méthode la plus souvent utilisée est de créer des portefeuilles, contenant différents outils financiers avec des différentes quantités. L'idée motivante derrière cette approche est d'essayer de réduire l'incertitude en composant les outils financiers. Dans l'approche classique au choix de portefeuille, on applique souvent la théorie d'utilité prévue qui est dérivée d'un ensemble d'axiomes au sujet du comportement d'investisseur en ce qui concerne son comportement pour des événements déterministes et aléatoires dans l'ensemble de choix. La nature spécifique des axiomes qui caractérisent la fonction d'utilité est fondée sur l'hypothèse qu'une mesure de probabilité peut être définie sur les résultats aléatoires. Pourtant, si on suppose que les origines de

ces événements aléatoires ne sont pas bien connues, alors la théorie de probabilité prouve insatisfaisant en raison d'un manque d'information expérimentale. Etant donné l'incertitude inhérente dans les marchés financiers, les gestionnaires de fonds sont en général très prudents en exprimant leurs opinions sur la direction du marché. De plus, la fonction de préférence qui décrit l'utilité de l'investisseur peut elle-même changer avec le degré d'incertitude. On pourrait aussi postuler que l'investisseur a plusieurs fonctions préférence dont chacune correspond à une vue particulière sur les divers facteurs qui influencent le futur état de l'économie et la confiance avec lesquels on la tient. Sous ces conditions, la littérature existante dans le domaine de la théorie économique classique ne fournit pas à l'investisseur les outils suffisants pour adresser au problème de choix de portefeuille.

La discussion au-dessus représente les difficultés potentielles qu'on peut rencontrer en s'adressant au problème de choix de portefeuille sous l'incertitude. On a postulé que sous l'incertitude l'investisseur serait confronté avec des fonctions d'utilité multiples. Chacune de ces fonctions d'utilité peut être attribuée à une vue particulière du marché étant tenue. Par exemple, un gestionnaire de fonds structurant un portefeuille peut avoir seulement des vues vagues concernant de futurs scénarios de taux d'intérêt et ceux-ci peuvent largement être décrits par des termes haussière, baissière ou neutre. De telles vues peuvent provenir de l'opinion subjective ou intuitive du décideur sur la base de l'information disponible à un tel instant. Dans ces circonstances, on pourrait essayer de caractériser la gamme des solutions acceptables au problème de choix de portefeuille comme un sous-ensemble flou [63] et le problème devient un problème de décision en environnement flou [8].

En termes simples, un sous-ensemble flou est une classe d'objets dans lequel il n'y a aucune distinction claire entre les objets qui appartiennent à la classe et ceux qui n'y appartiennent pas. De plus, liée à chaque objet, existe une fonction d'appartenance qui définit le degré d'appartenance de l'objet dans l'ensemble. A cet égard, la théorie des ensembles flous fournit un cadre pour des problèmes dans lesquels la source d'imprécision est l'absence des critères précisément définis, plutôt que la présence des variables aléatoires. Ceci fournit le point de séparation de la théorie des probabilités, où

l'incertitude résulte de la nature aléatoire de l'environnement plutôt que de n'importe quelle imprécision du raisonnement humain.

D'autre part, quasiment toutes les méthodes proposées pour l'analyse et gestion de portefeuilles sont composés des critères pré - définis et limités par les chercheurs qui les avaient formulés. Un investisseur qui voudrait effectuer une analyse en utilisant ses propres mesures, pourrait subir des difficultés à intégrer ses critères dans des modèles déjà définis. De plus, l'adaptation des jugements flous et des modèles déjà définis pourra poser d'autres problèmes. Les Méthodes de Décision Multi Critères (MDMC) peuvent être proposées pour éliminer ces difficultés car ils sont d'une part assez élastiques pour permettre aux analystes d'utiliser leurs propres critères et d'autre part permettent à l'évaluation des jugements flous dans un cadre mathématique.

Par cette motivation, nous allons proposer une approche multi - critère flou à la gestion de portefeuille dans cette thèse. L'ouvrage est organisé de la façon suivante, dans la section 2, sera présentée une introduction à la gestion de portefeuille, les méthodes classiques principales et les exemples d'applications des MDMC. Dans la section 3, nous allons donner les bases des ensembles flous et de l'arithmétique floue. La section 4 va introduire nos critères d'analyse de portefeuille et dans la section 5, nous allons présenter une application de MDMC pour la gestion de portefeuille en utilisant nos critères. La section 6 va conclure cette thèse.

2. GESTION DE PORTEFEUILLE

La gestion d'investissement est une profession, dont la croissance a mis en parallèle l'accumulation de la richesse et l'évolution de la civilisation. Les investisseurs ont cherché les actifs qui se développeraient en valeur et fourniraient du revenu. Depuis le travail pionnier de Harry Markowitz au début des années 50, la pratique de la gestion d'investissement a subi un changement révolutionnaire. Son approche était une contribution remarquable à la théorie d'investissement, identifiant l'importance collective de tous les éléments de l'ensemble d'investissement, ce qui est appelé un portefeuille d'investissements. Par conséquent, un nouveau terme, gestion de portefeuille a été né.

La gestion de portefeuille est définie comme un processus, un ensemble intégré d'activités qui combinent d'une façon logique et ordonnée pour produire un bénéfice désiré [38]. C'est un concept dynamique et flexible et est une description précise pour n'importe quelle fonction de portefeuille, indépendamment des investissements de portefeuille (bons, actions, immobiliers, métaux précieux, etc.); indépendamment du type d'organisation (société de conseils d'investissement, compagnie d'assurance, etc.); indépendamment de l'orientation de client (personnelle, dotation, banque, etc.), et indépendamment du directeur, de l'endroit, de la philosophie d'investissement, du style ou de l'approche.

La gestion de portefeuille est un processus qui, se complétant par des boucles de rétroaction, de surveillance et par ajustement, est continue et systématique. Le processus peut être en tant que lâche ou discipliné, en tant que quantitatif ou qualitatif et en tant que simple ou complexe comme ses opérateurs le souhaitent d'être. Ce processus est décrit sur la figure 2.1.

Nous allons commencer d'abord par la gestion de portefeuille moyenne – variance, introduite par Harry Markowitz en 1952 [40]. Ensuite nous allons parler des

simplifications proposées par autres chercheurs et finir cette section avec un résumé sur utilisation des méthodes de décision multi critère au domaine de gestion de portefeuille.

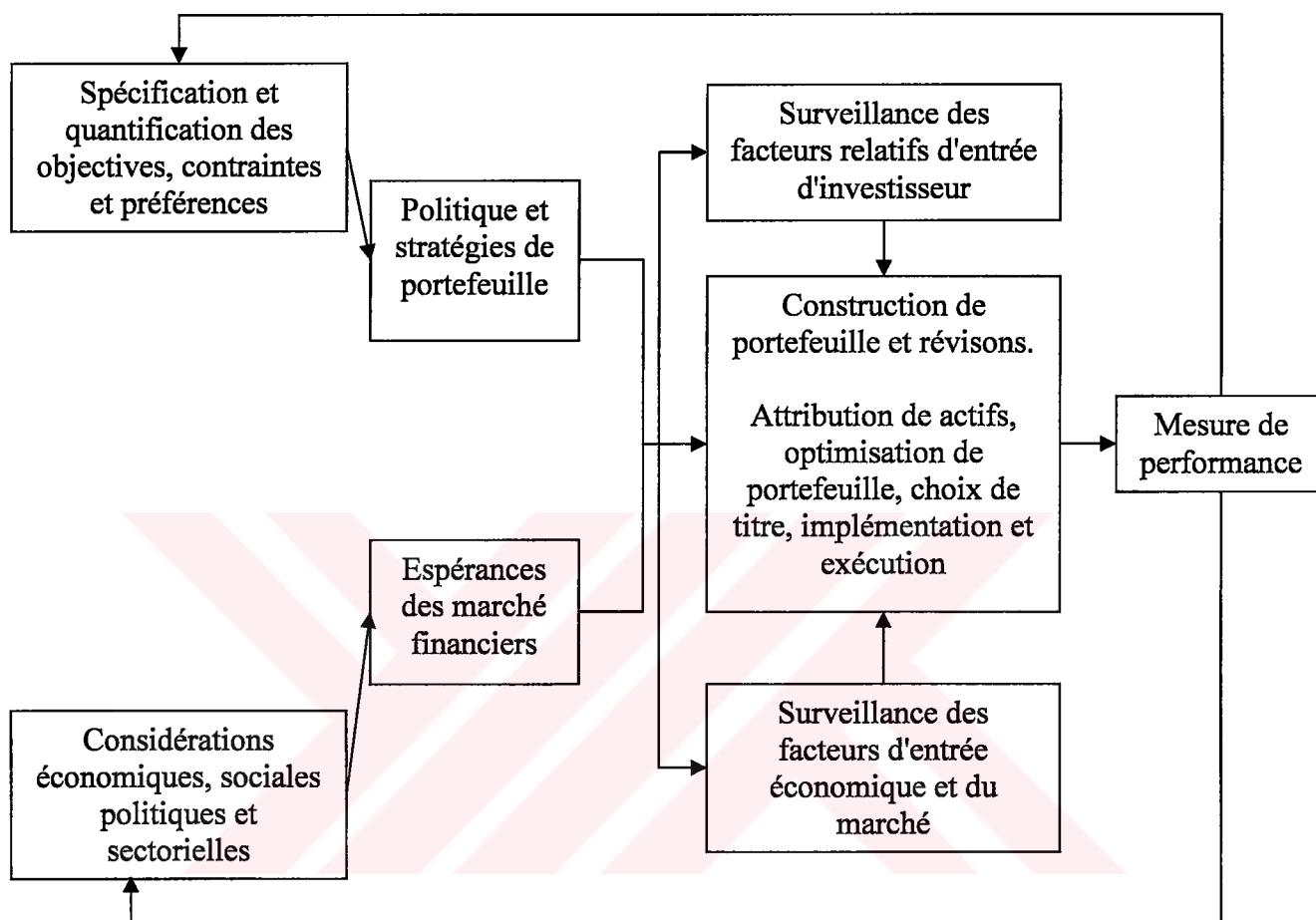


Figure 2.1 Processus de gestion de portefeuille

2.1. La Gestion de Portefeuille Moyenne – Variance

Deux prétentions sont implicites dans cette discussion de problème de sélection de portefeuille [40]. Premièrement, on suppose que les investisseurs, quand ont la chance de choisir entre deux portefeuilles, choisiront toujours celui avec le niveau du rendement espéré le plus élevé. Plus fondamentalement, une prétention de non saturation est faite dans l'approche de Markowitz ; c'est-à-dire, on assume que les investisseurs préfèrent toujours des niveaux de richesse terminale plus élevée à des niveaux plus bas [49]. La raison c'est que des niveaux plus élevés de richesse terminale

permettent à l'investisseur de dépenser plus sur la consommation dans le futur. Ainsi, entre deux portefeuilles avec le même risque, l'investisseur choisira le portefeuille promettant le rendement espéré le plus élevé. Cependant, il n'est pas tout à fait si évident ce que l'investisseur ferait lorsqu'il devra choisir entre deux portefeuilles ayant le même rendement espéré mais différents niveaux de risque. C'est où la deuxième prétention participe à la discussion.

La deuxième prétention de l'approche de Markowitz est aversion pour le risque [40]. En général, on assume que les investisseurs ont de l'aversion pour le risque, qui signifie que l'investisseur choisira le portefeuille avec un risque inférieur. C'est-à-dire, l'investisseur, quand a le choix, ne voudra pas faire des paris équitables. Un pari équitable, dans ce cas, est défini comme un pari qui offre un profit prévu égale a zéro. Cette prétention est reliée avec la Théorie de l'Utilité, qui ne sera pas expliquée dans cette thèse. Les prétentions indiquées relient la Théorie de l'Utilité et la Théorie de Moyenne-Variance de Markowitz. La Théorie de l'Utilité, et par conséquent Théorie de Moyenne-Variance, en tant que son nom précise, suppose que les préférences des investisseurs sont basées seulement sur des rendements espérés et des variances. Cependant, beaucoup d'autres facteurs, dont certains seront discutés dans cette thèse, peuvent affecter les préférences des investisseurs. D'ailleurs, la validité d'employer la Théorie de l'Utilité pour décrire le comportement des personnes est un sujet de discussion. Les chercheurs protestant l'utilisation de la théorie de l'utilité s'appellent les *Comportementalistes*¹ et leur approche est appelée *Finance Comportementale*². La Finance Comportementale analyse les causes des anomalies financières d'une manière différente, cependant, cette théorie est hors de la portée de cette thèse [49]. Après ces informations introductives, nous pouvons passer à l'approche de Markowitz.

Pour comparer et sélectionner les titres, les agents mettent en balance le rendement que ces titres procurent avec le risque qu'ils font subir. Harry Markowitz [40] a proposé d'exprimer le rendement d'un titre par l'espérance de ses rendements et le risque par la variance. Dans son article, Markowitz admet que le choix de ces critères n'a rien

¹ Behaviorist, en anglais

² Behavioral Finance, en anglais

d'évident et repose en fait sur des hypothèses assez restrictives. Le paragraphe suivant détaille ces restrictions.

Premièrement, la fonction d'utilité dont on s'en serve est quadratique. Si les préférences des agents sont représentées par une fonction d'utilité quadratique, alors la maximisation de l'espérance d'utilité ne fait apparaître que les deux premiers moments. Pour pouvoir maximiser sa fonction d'utilité, l'agent ne tient compte que de la moyenne et de la variance de la distribution de la richesse finale, quelle que soit la loi de distribution de celle-ci. Or, une fonction d'utilité quadratique ne constitue pas une description réaliste des comportements des agents [60]. Une autre hypothèse est que les rendements suivent des lois normales. Si les rendements suivaient une loi normale alors leurs distributions auraient été entièrement caractérisées par la moyenne et la variance. Pourtant les tests empiriques ne supportent pas cette hypothèse de normalité des rendements. D'autre part, son introduction du concept de risque dans l'analyse avait ouvert une nouvelle époque dans la gestion de portefeuille. Malgré ses fondations assez fragiles, l'analyse proposée par Markowitz a connu un grand succès car elle est intuitivement compréhensible, techniquement réalisable et donne lieu à une profusion d'applications en finance de marché et en théorie financière de la firme [60].

La théorie de Markowitz repose sur trois éléments : le rendement, le risque et la diversification. Le rendement d'une action est défini comme la somme des gains en capital et des dividendes rapportés par l'action au début de la période. Le risque est la variance du rendement et la diversification est une méthode pour réduire le risque en mettant dans un portefeuille plusieurs titres avec des différentes quantités de risque. Ces notions seront détaillées dans les paragraphes suivants.

Le rendement d'un titre sur une période, R_t est calculé par la formule suivante,

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1}) + D_t}{P_{t-1}} \quad (2.1)$$

Dans (2.1), P_t représente le prix du titre à la fin de la période t . Donc la différence $P_t - P_{t-1}$ c'est le gain en capital sur le période t . A cette quantité, on ajoute la revenue du période, qui est en générale le dividende et qui est note de la forme D_t . Les rendements des actifs financiers sont aléatoires, la gestion paramétrique consiste à trouver des statistiques qui résumant de manière pertinente la distribution statistique des cours.

Nous commençons d'abord par la moyenne. Soient r_1, r_2, \dots, r_k k rendements possibles d'un titre, les réalisations possibles d'un variable aléatoire R et p_1, p_2, \dots, p_k les probabilités correspondantes pour ces rendements. L'espérance des rendements du titre se calcule par la formule suivante,

$$E(R) = \sum_{k=1}^K r_k p_k \quad (2.2)$$

La méthode de Markowitz permet aux investisseurs de calculer le pourcentage de richesse à placer dans chaque titre. L'espérance du portefeuille dans ce cas est obtenue par la formule suivante,

$$E(R_p) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_i\right) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) \quad (2.3)$$

Dans la formule (2.3), R_p est le rendement du portefeuille, composé de N titres. R_i est le rendement du titre i et X_i est la proportion investie au titre i . Grâce à la linéarité de l'opérateur espérance, on obtient la dernière égalité. Maintenant que la notion d'espérance est clarifiée, on peut passer au risque.

Dans le cas de Markowitz, on parle de deux mesures de risque, la variance et la covariance. La variance mesure le degré de dispersion d'une variable aléatoire, le rendement dans notre cas. Elle se définit comme la somme des carrés des écarts à la moyenne et est calculé comme indiqué ci-dessous,

$$\text{var}(R) = \sigma_R^2 = E(R^2) - [E(R)]^2 = E[(R - E(R))^2] \quad (2.4)$$

Noter que la formule (2.4) applique lorsque le variable aléatoire est discret. La variance est utilisée pour mesurer les fluctuations du rendement d'un titre au cours du temps. On peut aussi utiliser la racine carre de la variance, l'écart type, comme mesure de risque. D'autre part, Markowitz s'est rendu compte du fait qu'il existe une liaison, forte ou faible entre les titres. Pour pouvoir faire une analyse total de risque, ce composant aussi, doit être inclus dans les calculs. Comme mesure de l'intensité de ces liaisons, il a proposé la covariance. La covariance entre deux variables aléatoires, entre le rendement de deux titres dans notre cas, indique si elles ont la tendance à évoluer dans le même sens ou non. La formule de la covariance est la suivante,

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \sigma_{12} = \frac{1}{M} \sum_M [R_1 - E(R_1)][R_2 - E(R_2)] \quad (2.5)$$

Dans la formule (2.5), M est la quantité d'observations. Si les deux titres ont tendance à évoluer dans le même sens, alors leur covariance sera positive. Dans le cas contraire, la covariance sera négative. Si les rendements sont indépendants, alors on aura zéro comme valeur de covariance. Une autre méthode pour évaluer la relation entre le rendement des titres est le coefficient de corrélation. Le coefficient de corrélation est défini par,

$$\rho_{12} = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma_{R_1}^2 \sigma_{R_2}^2} \quad (2.6)$$

Une valeur du coefficient de corrélation de -1 signifie que les titres évoluent en sens inverse. Une valeur de 1, d'autre part, signifie qu'ils évoluent dans le même sens ; et une valeur de 0 qu'il n'y a pas de relation entre les deux évolutions. Dans le cas réel, les actions sont souvent corrélés avec une coefficient de corrélation ayant une valeur

entre 0 et 1, quand même il est possible de trouver des actions négativement corrélés, non corrélés ou parfaitement corrélés.

Maintenant qu'on a finit d'expliquer les concepts de base, on peut passer à examiner la contribution de l'approche de Markowitz à l'analyse de portefeuille. Nous allons commencer par examiner le cas où il n'y a que deux titres, pour fournir une meilleure compréhension, et en suite nous allons aborder le cas de n titres. Supposons d'abord qu'il existe deux titres A et B , et que nous voulons former une portefeuille P à partir de ces deux titres. Le rendement espéré du portefeuille P sera,

$$E(R_P) = X_A E(R_A) + X_B E(R_B) \quad (2.7)$$

Dans l'expression (2.7), X_i est la fraction de richesse investie au titre i et $E(R_i)$ est l'espérance du rendement du titre i . Puisqu'il n'y a que deux titres, l'investissement aux celles-ci doit couvrir la richesse totale, d'où,

$$X_A + X_B = 1 \Leftrightarrow X_B = 1 - X_A \quad (2.8)$$

Une combinaison des équations (2.7) et (2.8) donne la formule du rendement espéré du portefeuille P , formé par deux titres. La formule est la suivante,

$$E(R_P) = X_A E(R_A) + (1 - X_A) E(R_B) \quad (2.9)$$

Noter que le rendement espéré du portefeuille est simplement la moyenne pondérée des rendements espérés des titres qui le forment. Les pourcentages d'investissements X_i sont les poids et leur somme est égale à 1. Pourtant ce n'est pas le cas pour le risque. D'après la formule (2.4), qui donne la variance d'un variable aléatoire, on peut calculer la variance du portefeuille P de la façon suivante,

$$\begin{aligned}
\sigma_P^2 &= E(R_P - E(R_P))^2 = E\{X_A R_A + X_B R_B - [X_A E(R_A) + X_B E(R_B)]\}^2 \\
\sigma_P^2 &= E\{X_A [R_A - E(R_A)] + X_B [R_B - E(R_B)]\}^2 \\
\sigma_P^2 &= E\left\{X_A^2 [R_A - E(R_A)]^2 + 2X_A X_B E\{[R_A - E(R_A)][R_B - E(R_B)]\} + X_B^2 [R_B - E(R_B)]^2\right\}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Puisque l'espérance d'une somme est égale à la somme des espérances et que l'espérance d'une constante est égale à cette constante, on obtient l'expression suivante,

$$\sigma_P^2 = X_A^2 \sigma_A^2 + 2X_A X_B E\{[R_A - E(R_A)][R_B - E(R_B)]\} + X_B^2 \sigma_B^2 \tag{2.11}$$

D'après la formule (2.5), la quantité $E\{[R_A - E(R_A)][R_B - E(R_B)]\}$ est la covariance σ_{AB} . En remplaçant ce terme, on obtient la formule pour la variance du portefeuille P qui est constitué des titres A et B .

$$\sigma_P^2 = X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2X_A X_B \sigma_{AB} \tag{2.12}$$

Dans les applications, on utilise généralement l'écart type σ_P , la racine carré de la variance. Comme vu dans la formule (2.12), la variance (et aussi l'écart type) d'un portefeuille n'est plus une moyenne pondérée comme le rendement espéré. Noter que la formule (2.12) n'est valable que pour deux titres. La formule générale pour la variance est la suivante,

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij} \tag{2.13}$$

(2.13) est la formule pour calculer le risque d'un portefeuille contenant N titres, ce qui est souvent le cas réel. Pourtant nous allons continuer avec notre exemple de deux titres pour former la base.

Pour mieux analyser l'effet de portefeuille on va faire un petit changement à la formule (2.12) et on va introduire le coefficient de corrélation ρ , introduite par la formule (2.6). On va également se servir de l'expression (2.8).

$$\sigma_P = \sqrt{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 + 2X_A(1 - X_A)\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B} \quad (2.14)$$

Le coefficient de corrélation varie entre -1 et 1. Un coefficient de corrélation de 1 signifie une relation parfaite entre les deux titres, c'est-à-dire, les titres évoluent dans le même sens. D'autre part, un coefficient de corrélation de -1 signifie une relation négative parfaite entre les deux titres, c'est-à-dire, les titres évoluent en sens inverse. On va analyser trois cas pour mieux voir l'effet de portefeuille sur le risque.

2.1.1. Cas de Corrélation Parfaitement Positive

Supposons que les deux titres A et B sont parfaitement corrélés, c'est-à-dire, $\rho_{AB} = 1$. Dans ce cas, le risque du portefeuille est donné par l'équation (2.15).

$$\sigma_P = \sqrt{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 + 2X_A(1 - X_A)\sigma_A\sigma_B} = X_A\sigma_A + (1 - X_A)\sigma_B \quad (2.15)$$

Dans le cas où les titres sont parfaitement et positivement corrélés, la diversification reste inutile [22].

2.1.2. Cas de Corrélation Parfaitement Négative

Supposons que les deux titres A et B sont parfaitement et négativement corrélés, c'est-à-dire, $\rho_{AB} = -1$. Dans ce cas, le risque du portefeuille est donné par l'équation (2.16) ou (2.17).

$$\sigma_P = \sqrt{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 - 2X_A(1 - X_A)\sigma_A\sigma_B} = X_A\sigma_A - (1 - X_A)\sigma_B \quad (2.16)$$

$$\sigma_P = \sqrt{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 - 2X_A(1 - X_A)\sigma_A\sigma_B} = -X_A\sigma_A + (1 - X_A)\sigma_B \quad (2.17)$$

Puisque l'indicateur de risque, l'écart type, est la racine carrée de la variance, un des équations (2.16) et (2.17) sera juste lorsqu'on a une valeur positive pour l'écart type. On peut observer que (2.16) est simplement (2.17) fois -1 (ou l'inverse). Comme l'un des équations du dessus sera positif, lorsque l'autre sera négatif, il n'y aura qu'une seule solution pour le risque [22].

Dans le cas où les deux titres sont parfaitement et négativement corrélés, le risque du portefeuille P , défini par l'écart type, est plus bas par rapport au cas non diversifié. En plus, on peut même totalement éliminer le risque, en calculant le pourcentage critique d'investissement. Ce calcul se fait en posant $\sigma_P = 0$ et en retirant la valeur de X_A . Après les calculs réalisés, le risque du portefeuille s'annule pour

$$X_A = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B} \quad (2.18)$$

Les deux cas présentés ci-dessus sont fortement théoriques ; en pratique la valeur du coefficient de corrélation est souvent dans l'intervalle]0, 1[. Nous allons analyser ce cas général dans la section suivante.

2.1.3. Cas Général

Supposons que le coefficient de corrélation est compris entre 0 et 1. Les divers cas où la corrélation entre deux titres s'étendant de 0 à 1 sont montrés sur la figure 2.2. Le rendement est montré sur l'axe vertical et le risque est mesuré sur l'axe horizontal. Les points A et B représentent les possessions pures (100%) des titres A et B respectivement. Les points intermédiaires suivant le segment AB représentent les portefeuilles contenant de diverses combinaisons des deux titres. Le segment identifié comme ρ_{AB} est une ligne

droite. Cette ligne montre à l'incapacité d'un portefeuille des titres parfaitement et positivement corrélés au servir comme moyen de réduire le risque. Le point A sur ce segment n'a aucun point à sa gauche ; c'est-à-dire, il n'y a aucun portefeuille composé de mélange des titres parfaitement corrélées A et B qui a un écart type inférieur que l'écart type de A . Ni A ni B ne peut diminuer le risque de l'autre. L'investisseur sage qui a souhaité de réduire au minimum le risque, mettrait tout son argent sur les actions A , qui portent un risque inférieur.

Le segment marqué $\rho_{AB} = 0$ est une hyperbole. Son point extrême de gauche n'atteindra pas l'axe vertical. Il n'y a aucun portefeuille ayant $\sigma_P = 0$.

Le segment marqué $\rho_{AB} = -1$ prouve qu'avec la corrélation négative parfaite, le risque d'un portefeuille peut être réduit à zéro. Il existe deux segments différentes pour ce cas car le risque peut être exprimé par deux équations différentes, (2.16) et (2.17) et donc on peut construire deux équations reliant $E(R_P)$ et σ_P . Noter aussi les points L et M suivant la ligne AGB (ou le segment $\rho_{AB} = -1$). Le point M fournit un rendement plus élevé par rapport au point L , alors que tous les deux portent le même risque. Le portefeuille L est clairement inférieur au portefeuille M . Tous les portefeuilles situés au long du segment GLA sont clairement inférieurs aux portefeuilles situés au long du segment GMB . De même, le long du segment APB , (ou de $\rho_{AB} = 0$), le segment BOP contient les portefeuilles qui sont supérieures à ceux situés au long du segment PNA . Markowitz indiquerait que tous les portefeuilles suivant les segments sont faisables, mais certains sont plus efficaces que d'autres [22], [20].

On pourrait tracer tous les combinaisons possibles pour deux titres portant un quantité de risque dans l'espace $(E(R_P), \sigma_P)$. Or cela ne va pas servir beaucoup car la majorité des portefeuilles seront dominés par autres ayant un rendement espéré plus élevé pour le même niveau de risque, ou portant un risque plus bas pour le même rendement espéré. Cette idée forme la base du concept de *frontière d'efficience*. Les frontières d'efficience donnent la relation entre le rendement et le risque des portefeuilles dominants. Elles permettent de savoir quels sont les meilleurs gains que l'investisseur peut attendre, compte tenu du niveau de risque qu'il a choisi.

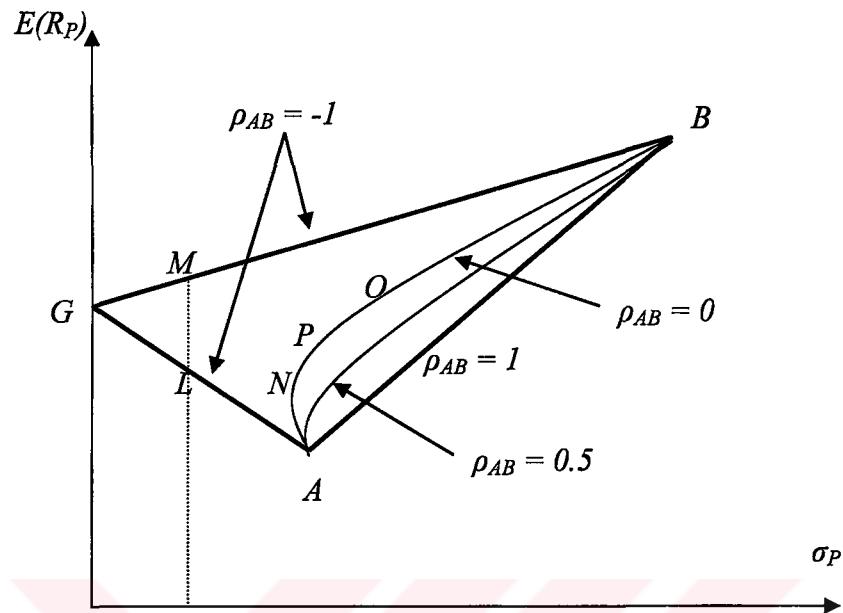


Figure 2.2 Graphe d'analyse pour différentes valeurs du coefficient de corrélation

Les portefeuilles qui forment la frontière d'efficience s'étendent entre le portefeuille de variance minimum globale, c'est-à-dire qui porte le risque minimal, et le portefeuille de rendement maximal, c'est-à-dire qui propose le rendement le plus élevé. La frontière d'efficience est présentée sur la figure 2.3.

L'idée pour calculer la frontière d'efficience est de trouver le portefeuille portant le risque minimale pour un rendement fixé. Sur la figure 2.3, on fixe le rendement R_i et on calcule la valeur du risque pour ce niveau. Différentes méthodes ont été proposées pour réaliser ce calcul.

Rappeler que si nous indiquons le rendement à un certain niveau et réduisons le risque au minimum, nous avons un point de la frontière d'efficience.

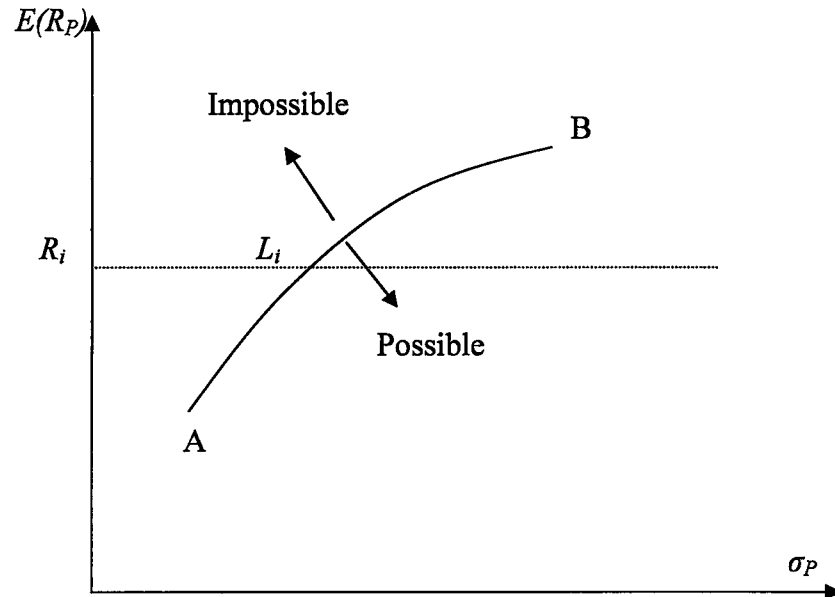


Figure 2.3 La frontière d'efficienne

Ainsi pour obtenir un point de la frontière d'efficienne, nous réduisons le risque au minimum sujet au rendement étant un certain niveau, plus la restriction que la somme des proportions investies dans chaque titre soit un et que toutes l'investissement à chaque titre soit positif ou nulle [20]. Ceci rapporte au problème suivant (2.19).

$$\text{Minimiser } \sum \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

slc

$$(a) \quad \sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (2.19)$$

$$(b) \quad \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) = E(R_p)$$

$$(c) \quad X_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N$$

En faisant varier $E(R_p)$ entre le retour du portefeuille de risque minimal et le retour du portefeuille de retour maximale, on peut tracer la frontière d'efficienne. Le problème (2.19) est un problème de programmation mathématique et il est non linéaire parce que

la fonction objective comprend des expressions telles que X_i^2 et $X_i X_j$. Des problèmes impliquant de telles fonctions objectives non linéaires et les contraintes linéaires (comme (a), (b) et (c)) s'appellent des problèmes de programmation quadratique. Les méthodes pour résoudre ces types de problèmes sont longs et complexes ; cependant, en employant conditionne de Kuhn-Tucker, on pourrait résoudre les petits problèmes à la main [20]. Il existe également des logiciels pour résoudre ces problèmes.

2.2. Simplifications à la Gestion de Portefeuille Moyenne – Variance

Les simplifications ont été proposées par différents chercheurs pour rendre l'analyse de portefeuille plus efficace et rapide. Dans cette section, nous allons analyser l'un de ces simplifications, le modèle à indice unique proposé par William Sharpe en 1964 [48]. Dans la méthode de Markowitz, il est très lourd d'estimer la matrice des variances - covariances pour chaque composant du portefeuille. Pour réduire la lourdeur de ces calculs, Sharpe a proposé de trouver un indice représentant l'évolution générale du marché et de se contenter de calculer la covariance de chaque actif avec cet indice. Les actions sont sensées de ne réagir par rapport à qu'un seul facteur, le portefeuille de marché. D'après Sharpe, le rendement de chaque action se calcule par la formule suivante,

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i \quad (2.20)$$

Dans l'équation (2.20), R_i est le rendement de l'action i et R_M est le rendement du marché. α_i est le composant de rendement de l'action i est indépendant du performance du marché, β_i est une constante qui mesure le changement espéré R_i étant donné un changement de R_M et e_i est une terme d'erreur avec une moyenne égale à zéro. Noter que R_M et e_i sont des variables aléatoires ; et ainsi, ils ont chacun un distribution de probabilité, moyenne et écart type. Le modèle suppose que R_M et e_i ne sont pas corrélés. Ce qui vient à dire,

$$\text{cov}(e_i, R_M) = E[(e_i - 0)(R_M - E(R_M))] = 0 \quad (2.21)$$

Le rendement espéré d'une action i est donc,

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M) \quad (2.22)$$

Une présentation graphique nous aidera à comprendre l'idée de Sharpe plus clairement. L'équation (2.22) est l'équation d'une droite avec β comme pente et α comme valeur d'intersection avec l'axe verticale. Cette droite est tracée sur la figure 2.4.

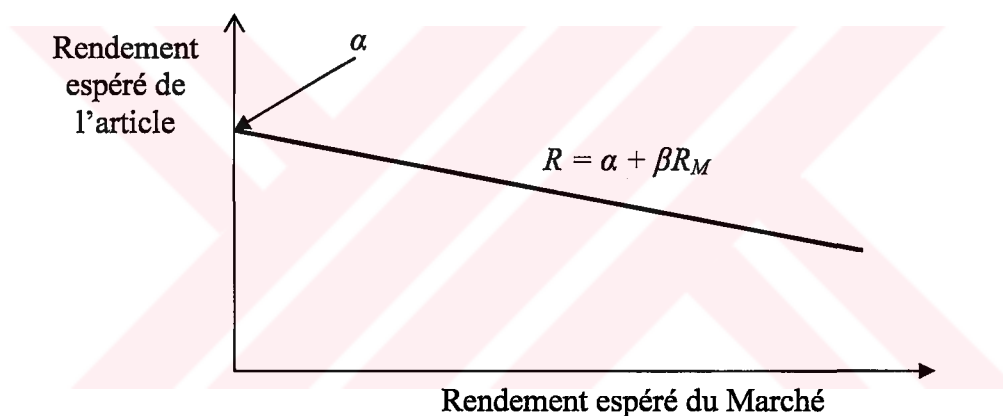


Figure 2.4. Modélisation des rendements d'après Sharpe

Ainsi la méthode d'index de Sharpe nous permet d'estimer le rendement d'un titre en utilisant les valeurs de α , de β et d'une estimation de la valeur du marché. β peut être calculé en utilisant la formule suivante,

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (2.23)$$

Dans (2.23), σ_{iM} dénote la covariance des rendements sur l'action i et l'indice du marché et le σ_M^2 est la variance des rendements sur l'indice du marché.

En cas des portefeuilles, nous devons simplement prendre la moyenne pondérée des rendements estimés pour chaque titre dans le portefeuille. Les poids seront les proportions de la richesse investie à chaque titre, comme dans le modèle de Markowitz. Pour chaque titre, nous aurons besoin des valeurs de α et de β . Le rendement espéré d'un portefeuille selon la méthode de Sharpe est alors,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i [\alpha_i + \beta_i E(R_i)] \quad (2.24)$$

Dans (2.24), $E(R_p)$ est le rendement espéré du portefeuille, X_i est la proportion de richesse investie à l'action i et N est le nombre total d'actions.

La valeur du modèle du Sharpe peut être comprise seulement quand nous comprenons entièrement la signification du β . Sharpe s'est rendu compte du fait que seulement un certain pourcentage de la variation des prix d'actions dépend des variations du marché et le reste dépend d'autres événements ; ainsi, a divisé le risque en deux. Il a noté que la variance expliquée par l'indice pourrait être désigné sous le nom du *risque systématique* et la variance non expliquée pourrait être appelé *risque non – systématique*.

Influences externes aux sociétés, qui ne peuvent pas être contrôlées et qui affectent un grand nombre d'actions causent le risque systématique. Dans ce contexte, le risque systématique a trois sources principales, le marché, les taux d'intérêt et le risque de pouvoir d'achat. Le risque du marché est la variabilité des rendements des actions, qui dépend principalement aux changements dans les espérances des investisseurs. Le risque du taux d'intérêt se rapporte à l'incertitude du rendement de marché causé par des fluctuations, en général au niveau des taux d'intérêt. Le risque de pouvoir d'achat se rapporte à l'impact de l'inflation sur les investissements [22].

Les influences internes aux sociétés et celles qui sont contrôlables à un certain degré sont des sources de risque non - systématique. Les sources principales de risque non - systématique sont risque d'affaires et risque financier. Le risque d'affaires est une fonction des conditions de fonctionnement faites face par une société et la variabilité de

ces conditions injectés dans le revenu d'exploitation et les dividendes prévus. Le risque financier, d'autre part, dépend de la structure financière de la société, c'est-à-dire qu'est associé à la manière de laquelle la compagnie finance ses activités [22].

Sharpe suggère que le risque systématique pour une sécurité puisse être vu comme

$$\text{Risque systématique} = \beta^2 \sigma_M^2 \quad (2.25)$$

et le risque non - systématique comme la différence de la variance totale d'un action et son risque systématique, qui donne e^2 . Le risque total d'un portefeuille σ_P est donc,

$$\sigma_P = \sqrt{\left[\left(\sum_{i=1}^N X_i \beta_i \right)^2 \sigma_M^2 \right] + \left[\sum_{i=1}^N X_i^2 e_i^2 \right]} \quad (2.26)$$

Dans l'expressions (2.26), e_i^2 est la variation du rendement de l'action non causé par son rapport avec l'indice.

La simplification principale de la méthode de Sharpe par rapport au modèle de Markowitz est la réduction de données requises pour les calculs. Là où modèle de Markowitz exige un total de données $N(N+3)/2$ pour un portefeuille de N titres (N rendements espérés, N variances et $(N^2-N)/2$ covariances), la méthode de Sharpe exige seulement N [22].

Autres méthodes ont été proposés pour sélectionner le portefeuille optimal, comme les méthodes multi - index, maximisation du rendement moyenne géométrique, dominance stochastique, analyse obliquité, etc. Les lecteurs peuvent trouver des informations détaillées sur ces techniques dans [20], [49] et [30].

2.3. Les Approches Multi – Critère et Leurs Applications au Domaine de Gestion de Portefeuille

Pour au moins 25 ans, la méthode appelée Analyse Multi – Critère est développée et utilisée. Le succès énorme de l'analyse multi – critère se manifeste aujourd'hui par la quantité de recherches faites et articles publiés sur ce sujet [43]. L'analyse multi – critère est souvent appelée Aide à la Décision Multi – Critère³ dans le cas de l'école Européenne et Prise de Décision Multi – Critère⁴ dans le cas de l'école Américaine. D'autre part, Chen et Hwang [15] ont proposé une classification différente, Prise de Décision Multi Attribut⁵ et Prise de Décision Multi Objectif⁶. D'un point de vue pratique, Prise de Décision Multi Attribut est associé avec les problèmes où les alternatives sont prédéterminés, ce qui n'est pas le cas dans Prise de Décision Multi Objectif [15].

Les méthodes les plus fréquemment utilisées sont *programmation multi – critère*, *AHP*⁷, *MAUT*⁸, *PROMETHEE*⁹, *ELECTRE*¹⁰ et *TOPSIS*¹¹. Il existe plusieurs autres méthodes d'analyse multi – critère, qui sont plus ou moins fréquemment utilisés. Ces méthodes peuvent être appliqués à des problèmes différents. Par exemple AHP et ses extensions flous à la sélection de système d'opération [56], à la sélection de localisation de complexe de production [31], au développement des produits nouvelles [14]. PROMETHEE et ses extensions flous à la sélection de source énergétique [26], [57] et sélection de système de transport [59]. Programmation Multi – Objectif à la sélection de système de production flexible [32]. ELECTRE est utilisé par exemple pour évaluer et sélectionner des systèmes de ventilation [10], MAUT pour prendre des décisions d'investissement dans le secteur pétrolier [53] et TOPSIS pour analyser les alternatives de transport urbaine [58]. Dans la suite nous allons discuter l'application de l'analyse multi – critère à la gestion de portefeuille.

³ Multi Criteria Decision Aid (MCDA)

⁴ Multi Criteria Decision Making (MCDM)

⁵ Multi Attribute Decision Making (MADM)

⁶ Multi Objective Decision Making (MODM)

⁷ Analytical Hierarchy Process

⁸ Multi Attribute Utility Theory

⁹ Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation

¹⁰ Elimination et Choix Traduisant la Réalité

¹¹ Technique for Order Preference of Similarity Ideal Solution

Plusieurs modèles normatifs de gestion de portefeuille supposent qu'une société ou un investisseur poursuit l'objectif simple de la maximisation de richesse. Cependant, la nature de la décision est plus complexe. Il existe souvent des soucis d'incorporation concernant le risque, liquidité, composition du bilan, responsabilité sociale, bien-être des employés, et ainsi de suite. Conséquemment, on peut dire qu'il serait approprié de poursuivre une approche multi objective à beaucoup de problèmes de prise de décision financiers [51]. Beaucoup de recherches ont été conduits à cette fin. Quelques exemples sur l'application des méthodes de d'analyse multi critère à la gestion de portefeuille sont présentés dans les paragraphes suivants.

Bessler et Booth [9] et Ballestero [5] ont utilisé la programmation par objective pour sélectionner des portefeuilles. Speranza [50], Mansini et Speranza, [39], Ogryczak [41] ont adopté l'utilisation de la méthode de programmation multi objective au problème de sélection de portefeuille. AHP est utilisé par Schniederjans et Schniederjans [47], PROMETHEE par Bouri et les autres [12] et MAUT par Ehrgott et les autres [19].

En plus, Wong et les autres [61], ont développé un système d'intelligence artificielle par des réseaux neuronaux. Arnold et Stahlecker [4] ont utilisé le technique d'ajustement minimax comme méthode de prévision et ont résolu le problème de sélection de portefeuille par programmation quadratique. Inuiguchi et Ramík [28] ont utilisé la méthode de programmation linéaire floue avec des contraintes floues pour développer une approche probabiliste au problème de sélection de portefeuille. Tanaka et les autres [55] ont développé un méthode alternative à celle de Markowitz en utilisant les probabilités flous et les distributions de possibilité.

Arenas Parra et les autres [3] ont modélisé le problème de sélection de portefeuille par la méthode de programmation à objectif flou. Ammar et Khalifa [2] et Tanaka et Guo [54] ont appliqué la méthode de programmation quadratique flou pour résoudre le problème de sélection de portefeuille. Ballestero et Pla-Santamaria [6] ont développé une méthode multi – critère basée sur des données statistiques pour sélectionner des fonds mutuels. Lin et Hsieh [36] ont dérivé une méthode d'aide à la décision en

utilisant la programmation linéaire flou. Pendaraki et les autres [44], ont développé une méthode multi – critère à deux étapes pour construire des fonds mutuels en Grèce.



3. THEORIE DES SOUS ENSEMBLES FLOUS

La théorie floue est développée pour traiter deux types d'imprécisions, *l'incertitude* et *l'ambiguïté*, dans un contexte plus général et potentiellement plus applicable dans le domaine de classification des modèles et motifs et traitement de l'information [63]. L'incertitude est définie de plusieurs façons. Dans notre contexte, nous allons adopter la définition proposée par Klir et les autres [33], d'après laquelle l'incertitude est la condition où une possibilité d'erreur se présente à cause de la manque d'information sur notre environnement. D'autre part, l'ambiguïté est l'imprécision forcée par l'expression orale, c'est-à-dire la langue naturelle utilisée [64].

Avant la proposition de l'approche floue, la théorie de probabilité avait été utilisée pour traiter l'imprécision. Malgré le succès des applications de la théorie de probabilité, elle avait une faiblesse que l'approche floue pourrait compléter. La théorie de probabilité a affaire avec les espérances sur les événements à venir, basées sur des informations présentes. La théorie de probabilité est celle des événements aléatoires [34] ; donc elle dépend de la présence d'information sur l'état de l'environnement. Pourtant l'approche floue traite l'imprécision résultant de l'ambiguïté de langage et de l'incertitude sur l'environnement, provenant du manque d'information [33].

L'approche floue a trouvé un large domaine d'application comme par exemple aide à la décision, contrôle des systèmes, circuits électroniques, robotique, intelligence artificielle, procession des images, reconnaissance de voix, etc. Depuis les années 1970, les recherches sur l'approche floue ont été coordonnées par IFSA, Association International des Systèmes Flous et les développements majeurs ont été publiés par le journal de cette association, Journal International des Ensembles et Systèmes Flous.

Dans les sections suivantes de ce chapitre, nous allons introduire les concepts de bases des ensembles flous, représenter les nombres flous et finalement finir par donner l'interprétation des opérations algébriques élémentaires dans le cas flou.

3.1. Sous Ensembles Flous

Le concept de sous-ensemble flou a été premièrement introduit par Lotfi A. Zadeh en 1965 [63]. Cette nouvelle théorie d'ensemble diffère principalement de la théorie des ensembles classiques par sa conception d'appartenance. La théorie classique nous permet seulement d'analyser deux cas au point de vue d'appartenance d'un élément à un ensemble ; un élément peut être un élément d'un ensemble, ou bien il peut ne pas l'être. Cette imposition de sévérité est rejetée par la théorie floue en identifiant l'appartenance d'un élément par une fonction spéciale à cette ensemble, appelé *la fonction d'appartenance*. Avant de commencer à étudier les ensembles flous, nous allons brièvement parler des ensembles classiques, autrement appelés non flous.

Un ensemble non flou est une collection d'éléments (ou objets) notés $x \in X$ fini ou infinie et comptable. Un élément peut appartenir ou ne pas appartenir à un ensemble non flou A . L'appartenance à un ensemble non flou peut être absolument vrai ou absolument fausse. D'autre part, un sous-ensemble flou est défini de la façon suivante. X étant une collection d'objets notés par x , un sous-ensemble flou \tilde{A} dans X est [33],

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\} \quad (3.1)$$

Dans (3.1), $\mu_{\tilde{A}}(x)$ est la fonction d'appartenance de x dans le sous-ensemble flou \tilde{A} . Chaque sous-ensemble flou est spécifiquement défini par sa fonction d'appartenance. Les valeurs de la fonction d'appartenance (appelé aussi *degré d'appartenance*) sont comprises entre 0 et 1. Un élément avec un degré d'appartenance égale à 1 est absolument un élément du sous-ensemble flou. Un degré d'appartenance 0 signifie que l'objet en question n'est absolument pas un élément du sous-ensemble flou. Pour les cas où le degré d'appartenance est dans l'intervalle $]0,1[$, l'objet en question est "admis" dans l'ensemble par rapport à son degré d'appartenance. Les utilisateurs peuvent définir les fonctions d'appartenance tels qu'ils veulent. Par exemple, Zimmermann [64] a défini la fonction d'appartenance du sous-ensemble flou "les nombres réels considérablement plus grands que 10" de la façon suivante,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 10 \\ (1 + (x - 10)^{-2})^{-1}, & x > 10 \end{cases} \quad (3.2)$$

Cette fonction peut être défini autrement, dépendant de la perception de grandeur par rapport à 10.

Un sous-ensemble flou \tilde{A} est appelé convexe s'il vérifie la relation suivante,

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}, \quad x_1, x_2 \in X, \lambda \in [0, 1] \quad (3.3)$$

L'ensemble des éléments qui appartiennent à un sous-ensemble flou \tilde{A} au moins avec un degré α est appelé *l'ensemble niveau α* ou *coupe α* . Cet ensemble est défini par,

$${}^{\alpha}A = A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (3.4)$$

Alternativement, un sous-ensemble flou est convexe si tout ensemble niveau α sont convexes. La définition de convexité va nous servir à définir les nombres flous et la définition d'ensemble niveau α va nous servir à définir des opérations arithmétiques sur les nombres flous. Nous allons brièvement étudier les opérations élémentaires sur les ensembles flous avant de passer aux nombres flous.

Soit \tilde{C} l'intersection de deux ensembles flous, i.e., $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$. La fonction d'appartenance de l'intersection est obtenue par,

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \quad x \in X \quad (3.5)$$

Réciproquement, la fonction d'appartenance de l'union de deux ensembles flous, $\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$, est

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, \quad x \in X \quad (3.6)$$

3.2. Les Nombres Flous

Le concept du nombre flou résulte du fait que plusieurs phénomènes quantifiables ne se permettent pas à être caractérisés en termes de nombres absolument précis [33]. Théoriquement, un nombre flou est un sous-ensemble flou spécial, qui doit vérifier certaines propriétés. Par définition, un nombre flou \tilde{a} est un sous-ensemble flou convexe et normalisé sur les nombres réels qui vérifie deux propriétés. Il est nécessaire qu'il existe exactement un point $x_0 \in \mathcal{R}$ tel que $\mu_{\tilde{a}}(x_0) = 1$ (x_0 est appelé la valeur moyenne du nombre flou \tilde{a}); et que $\mu_{\tilde{a}}(x)$ soit continue par morceaux.

Pourtant, la définition du dessus est souvent violée. Par exemple, pour la convenance de modélisation et pour faciliter les calculs, les nombres flous trapézoïdaux, qui ont plusieurs x_0 sont utilisés [64]. Sur la figure 3.1, nous allons présenter quelques nombres flous.

Les nombres flous peuvent être exprimés avec les fonctions f et g indiqués sur la figure 3.1. Dans les cas où ces fonctions sont linéaires, les opérations élémentaires deviennent relativement plus faciles. Pour cette raison, les nombres (A) et (C) de la figure 3.1 sont celles les plus souvent utilisés. (A) est appelé un nombre flou trapézoïdal et (C) est un nombre flou triangulaire. On peut bien constater qu'un nombre flou triangulaire est en fait un cas spécial des nombres flous trapézoïdaux. Le modèle suivant est utilisé pour exprimer les nombres flous,

$$A(x) = \begin{cases} f(x) & \text{pour } x \in [a, b] \\ 1 & \text{pour } x \in [b, c] \\ g(x) & \text{pour } x \in [c, d] \\ 0 & \text{pour } x < a \text{ et } x > d \end{cases} \quad (3.7)$$

Un concept qui nécessite d'attention est la positivité des nombres flous. Un nombre flou \tilde{a} est positif si sa fonction d'appartenance vaut nulle pour tous les x négatives ; ce qui veut dire $\mu_{\tilde{a}}(x) = 0, \forall x < 0$. Réciproquement, un nombre flou est négatif si $\mu_{\tilde{a}}(x) = 0, \forall x > 0$ [64].

3.3. Les Opérations Élémentaires sur les Nombres Flous

Pour pouvoir utiliser les nombres flous pratiquement dans les applications, il est nécessaire de définir les opérations élémentaires usuelles, comme addition, soustraction, multiplication et division, sur les nombres flous. Nous allons d'abord commencer par dériver des formules générales pour ces opérations et ensuite, nous allons présenter des formules simples pour effectuer les calculs.

Une façon d'obtenir les formules générales pour les opérations, est d'utiliser les coupes de niveau α des nombres flous. La notion de coupe α a pour l'origine la notion d'ensemble niveau α , présenté dans la section 3.1 par la formule 3.4. Soit A et B deux nombres flous, $*$ l'un des quatre opérations élémentaires déjà parlés et α un réel dans l'intervalle $]0, 1]$. La coupe α de l'opération $A * B$ peut être défini par les coupes α de A et B séparément par la formule suivante [33].

$${}^{\alpha}(A * B) = {}^{\alpha}A * {}^{\alpha}B \quad (3.8)$$

La formule (3.8) n'est pourtant pas applicable dans le cas où $*$ représente l'opération de division et ${}^{\alpha}B$ vaut 0.

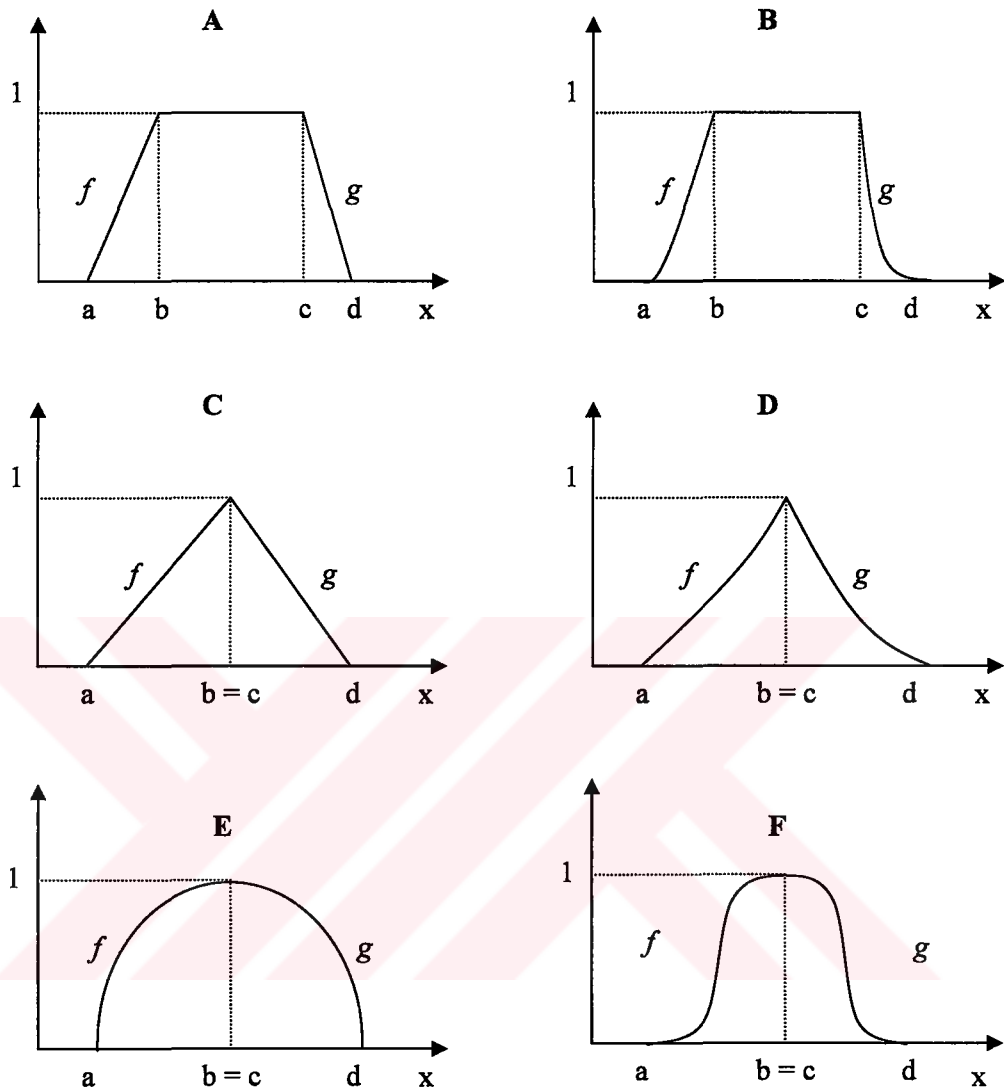
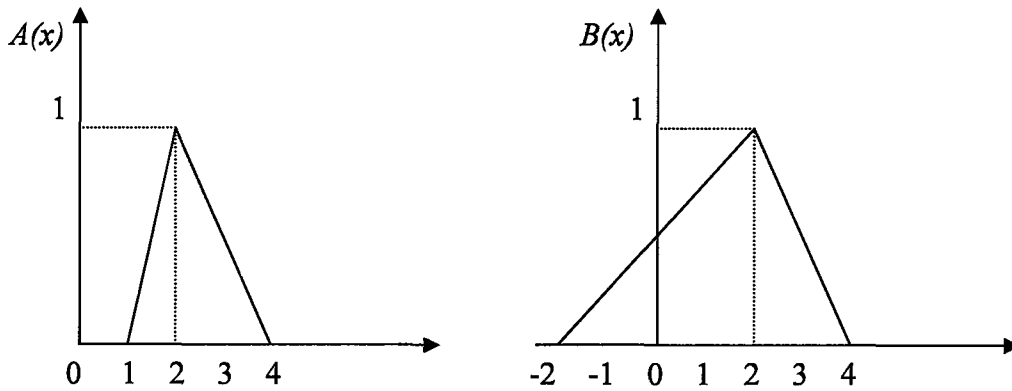


Figure 3.1 Quelques nombres flous

Nous allons donner un exemple numérique pour ce procédé, en utilisant les nombres flous triangulaires. Soient A et B deux nombres flous triangulaires présentés sur la figure 3.2.

Nous allons nous servir du modèle donné par l'expression (3.7), pour représenter les fonctions f et g des nombres flous triangulaires A et B

Figure 3.2. Les nombres flous triangulaires A et B

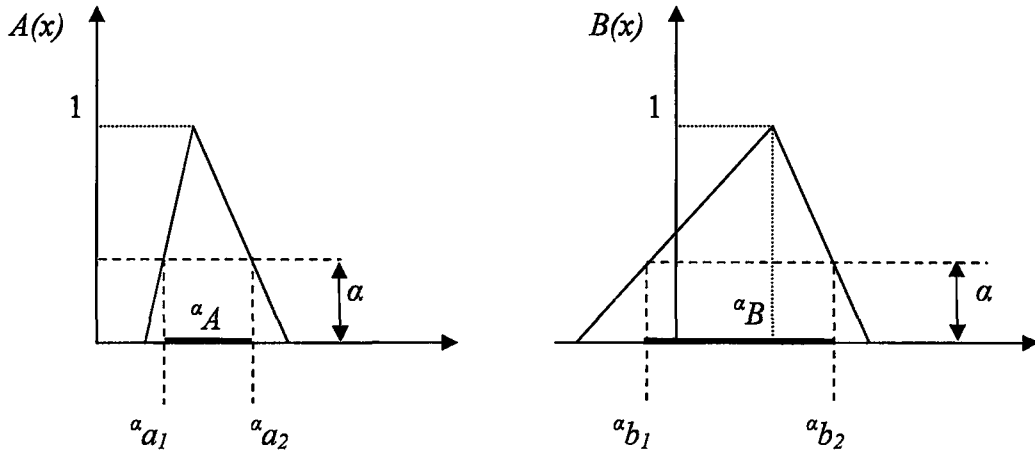
$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \leq 1 \text{ et } x \geq 4 \\ x-1 & \text{pour } 1 \leq x \leq 2 \\ 2 - \frac{1}{2}x & \text{pour } 2 \leq x \leq 4 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$B(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \leq -2 \text{ et } x \geq 4 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} & \text{pour } -2 \leq x \leq 2 \\ 2 - \frac{1}{2}x & \text{pour } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Pour tout $\alpha \in [0, 1]$, les coupes α des nombres flous A et B peuvent être déterminées par ces formules. La méthode est la suivante. Introduisons d'abord la notation proposée par Klir et les autres [33], pour exprimer les coupes α des nombres flous.

$$\begin{aligned} {}^\alpha A &= [{}^\alpha a_1, {}^\alpha a_2] \\ {}^\alpha B &= [{}^\alpha b_1, {}^\alpha b_2] \end{aligned} \quad (3.10)$$

La notation introduite par l'expression (3.10) est illustre sur la figure 3.3.

Figure 3.3 Représentation des coupes α

D'après la figure 3.3, on peut exprimer A et B de la manière suivante,

$$\begin{aligned}
 A({}^{\alpha}a_1) &= ({}^{\alpha}a_1 - 1) = \alpha \\
 A({}^{\alpha}a_2) &= (2 - \frac{1}{2}{}^{\alpha}a_2) = \alpha \\
 B({}^{\alpha}b_1) &= (\frac{1}{4}{}^{\alpha}b_1 + \frac{1}{2}) = \alpha \\
 B({}^{\alpha}b_2) &= (2 - \frac{1}{2}{}^{\alpha}b_2) = \alpha
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

A partir des équations (3.11), on peut déduire les expressions de ${}^{\alpha}a_1$, ${}^{\alpha}a_2$, ${}^{\alpha}b_1$, ${}^{\alpha}b_2$.

$$\begin{aligned}
 {}^{\alpha}a_1 &= \alpha + 1 \\
 {}^{\alpha}a_2 &= 4 - 2\alpha \\
 {}^{\alpha}b_1 &= 4\alpha - 2 \\
 {}^{\alpha}b_2 &= 4 - 2\alpha
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

En combinant (3.10) et (3.12), on peut exprimer A et B par leurs coupes α . D'où,

$$\begin{aligned}
 {}^{\alpha}A &= [\alpha + 1, 4 - 2\alpha] \\
 {}^{\alpha}B &= [4\alpha - 2, 4 - 2\alpha]
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

D'après (3.8), il suffira d'exécuter les opérations sur les intervalles ${}^{\alpha}A$ et ${}^{\alpha}B$. Pour l'addition, il faut simplement additionner les premiers termes et les deuxièmes termes entre eux. D'où,

$${}^{\alpha}(A+B) = [\alpha+1, 4-2\alpha] + [4\alpha-2, 4-2\alpha] = [5\alpha-1, 8-4\alpha] \quad (3.14)$$

Sachant que $\alpha \in [0, 1]$, on peut revenir à x en remplaçant les α dans chaque membre de l'intervalle par 0 et 1. On obtient donc pour le membre de gauche, $x \in [-1, 4]$ et pour le membre de droite $x \in [4, 8]$. Il reste donc à déduire les fonctions f et g de la somme. Pour cela, il faut calculer les expressions de α en fonction de x en résolvant les équations suivantes.

$$\begin{aligned} 5\alpha - 1 &= x & \text{pour } x \in [-1, 4] \\ 8 - 4\alpha &= x & \text{pour } x \in [4, 8] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Après avoir résolu ces équations, on obtient la fonction d'appartenance de la somme qui est de la forme,

$$(A+B)(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < -1 \text{ et } x > 8 \\ \frac{1}{5}x + \frac{1}{5} & \text{pour } -1 \leq x \leq 4 \\ 2 - \frac{1}{4}x & \text{pour } 4 \leq x \leq 8 \end{cases} \quad (3.16)$$

Pour la soustraction, on soustrait de la première membre de A , la deuxième membre de B et de la deuxième membre de A la première membre de B . On obtient finalement,

$$(A-B)(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < -3 \text{ et } x > 6 \\ \frac{1}{3}x + 1 & \text{pour } -3 \leq x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{6}x & \text{pour } 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad (3.17)$$

Noter que les opérations d'addition et de soustraction gardent la linéarité ; c'est-à-dire, les fonctions f et g de $(A+B)$ et de $(A-B)$ sont linéaires. Nous allons voir que ce n'est pas le cas pour la multiplication et la division.

Comme déjà indiqué, nous utilisons les intervalles introduits par l'expression (3.10) et les opérations sur les intervalles pour effectuer les opérations élémentaires avec les nombres flous. Même si l'addition et la soustraction des intervalles sont relativement faciles, la multiplication et la division des intervalles sont beaucoup plus compliquées. Nous allons directement donner les formules concernant la multiplication et la division des intervalles. Soit deux intervalles I_1 et I_2 de la forme $I_1 = [a, b]$ et $I_2 = [c, d]$. Les formules sont les suivantes [33],

$$I_1 . I_2 = [a, b] . [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (3.18)$$

$$I_1 / I_2 = [a, b] / [c, d] = [\min(a/c, a/d, b/c, b/d), \max(a/c, a/d, b/c, b/d)] \quad (3.19)$$

En appliquant la formule (3.18), on calcule $(A.B)$

$$(A.B)(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \leq -8 \text{ et } x \geq 16 \\ 5 + \sqrt{41-2x}/4 & \text{pour } -8 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{4x+9} - 1/4 & \text{pour } 0 \leq x \leq 4 \\ 2 - \sqrt{x}/2 & \text{pour } 4 \leq x \leq 16 \end{cases} \quad (3.20)$$

Pourtant, on ne peut pas effectuer la division (A/B) car la coupe α de B s'annule pour la valeur $\alpha = 0.5$.

Les opérations précédentes donnent les fonctions qui permettent à calculer les valeurs exactes des sommes et multiplications (il est évident que la soustraction peut être traité comme une somme et la division comme une multiplication). Cependant, cette méthode demande des calculs longues et complexes qui ne sont pas pratique pour des applications obligeant plusieurs opérations. Pour rendre ces calculs plus faisables, différents chercheurs ont proposés de différents approximations.

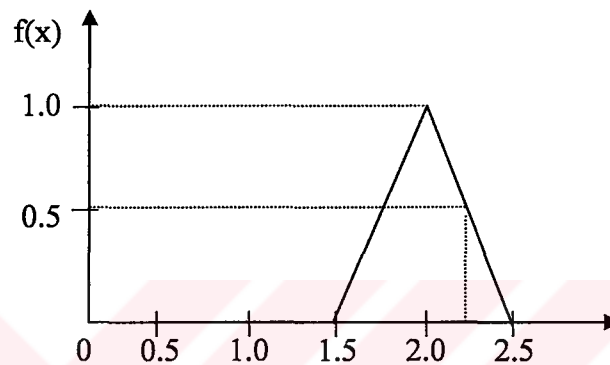


Figure 3.4. Nombre flou $x = (2, 0.5, 0.5)_{LR}$ avec L et R linéaires

Un de ces méthodes se sert de la notation LR introduite par Didier Dubois et Henry Prade [18]. D'après Dubois et Prade [18], les nombres flous peuvent être représentés de la forme $x = (m, a, b)_{LR}$. Lorsque le variable x a pour valeur m , il est certain qu'elle appartienne à cette ensemble et sa fonctionne d'appartenance vaut 1. Si la valeur de x est inférieure à $(m - a)$ et supérieure à $(m + b)$, alors x n'appartienne pas à cet ensemble et sa fonction d'appartenance vaut 0. Dans le cas où $(m - a) < x < (m + b)$, la fonctionne d'appartenance de x parcourt l'intervalle $]0, 1[$. L et R sont des fonctions qui décrivent la variation de la fonction d'appartenance de x à gauche et à droite respectivement. Le nombre flou $x = (2, 0.5, 0.5)_{LR}$, en considérant L et R comme des fonctions linéaires, est le nombre flou triangulaire donné sur la figure 3.4.

Dubois et Prade [18] ont dérivé des formulations simples pour effectuer facilement les opérations élémentaires avec cette notation. Les formules d'addition et de soustraction donnent les valeurs exactes ; pourtant les formules de multiplication et de division donnent des approximations dans le cas des nombres LR . Puisque nous n'allons pas

utiliser la notation LR dans cette thèse, nous omettons ces formules. Les lecteurs peuvent se référer par exemple à [64] pour ces formules.

D'autre part, Dubois et Prade [18] ont proposés des formules plus faciles pour effectuer des opérations par les nombres flous triangulaires. Un nombre flou triangulaire $y = (1, 1.5, 2)$ est représenté sur la figure 3.5.

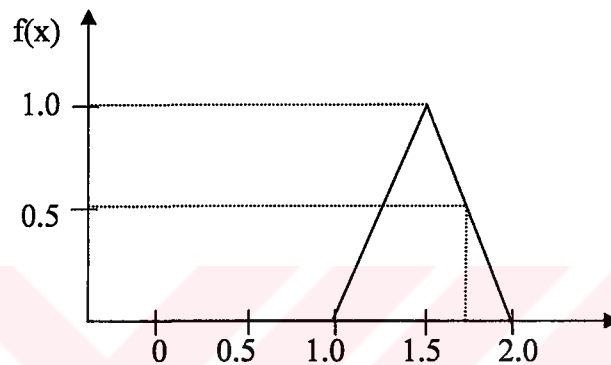


Figure 3.5. Nombre flou triangulaire $y = (1, 1.5, 2)$

Dans le cas des nombres flous triangulaires, le premier composant de la notation représente le point d'intersection de la branche gauche du nombre flou et de l'axe des x . Le second membre est le point x ayant une valeur d'appartenance égale à 1. Le dernier membre de la notation est le point d'intersection de la branche droite du nombre flou et de l'axe des x . Puisque les nombres flous triangulaires seront utilisés dans cette thèse, les formules données dans le tableau 3.1 seront adoptées.

Après avoir présenté les informations nécessaires sur les nombres flous, nous pouvons passer à la présentation des critères adoptés pour l'analyse multi - critère.

Tableau 3.1. Formules pour opérations élémentaires pour deux nombres flous triangulaires $M = (l, m, u)$ et $N = (a, b, c)$

<i>Addition</i>	$M \oplus N = (l + a, m + b, u + c)$
<i>Opposé</i>	$-N = (-c, -b, -a)_{LR}$
<i>Soustraction</i>	$M - N = (l - c, m - b, u - a)$
<i>Inverse</i>	$N^{-1} = (1/c, 1/b, 1/a)$
<i>Multiplication par scalaire positif</i>	$M \otimes n = (nl, nm, nu)$
<i>Multiplication par scalaire négatif</i>	$M \otimes n = (nu, nm, nl)$
<i>Multiplication par flou</i>	
<i>Pour $M > 0, N > 0$</i>	$M \otimes N \approx (la, mb, uc)$
<i>Pour $M < 0, N > 0$</i>	$M \otimes N \approx (lc, mb, ua)$
<i>Pour $M < 0, N < 0$</i>	$M \otimes N \approx (uc, mb, la)$
<i>Division par flou</i>	
<i>Pour $M > 0, N > 0$</i>	$M : N \approx (l/c, m/b, u/a)$
<i>Pour $M < 0, N > 0$</i>	$M : N \approx (u/c, m/b, l/a)$
<i>Pour $M < 0, N < 0$</i>	$M : N \approx (u/a, m/b, l/c)$

4. CRITERES ADOPTES

Cette section est consacrée à la présentation des critères d'évaluations adoptés pour développer une approche multi – critère à la gestion de portefeuille. Nous avons déterminé ces critères après une recherche de littérature détaillée, comprenant les articles publiés et les livres consacrés à la gestion de portefeuille et investissement. Nos ressources principales étaient [2], [3], [6], [12], [17], [19], [25], [40], [44], [48], [49]. Dans la suite, nous allons décrire ces critères.

4.1. Valeur Economique Ajoutée

Dans la suite, nous allons parler de notre premier critère d'évaluation, Valeur Economique Ajoutée (EVA). Cette section est divisée en trois sous-titres, *Définition de EVA*, *Formulation de EVA* et *convenance de EVA* pour fournir une meilleure compréhension de ce critère.

4.1.1. Définition de EVA

Nous commençons d'abord par un concept populaire dans le secteur financier, et essentiellement dans l'évaluation de la performance des sociétés la Valeur Economique Ajoutée (ou Economic Value Added, EVA). Nous allons utiliser l'abréviation EVA pour la Valeur Economique Ajoutée, puisque ce dernier est souvent référé comme ceci.

EVA est une mesure de performance financière basée sur le concept de valeur et elle reflète la quantité absolue de valeur d'actionnaire créée ou détruite pendant chaque période choisie. La période est habituellement déterminée comme un an dans des applications financières. EVA peut être considéré comme mesure de valeur en surplus créée sur un investissement. Par conséquent EVA est accepté comme indicateur de la vraie rentabilité d'une société.

Le métrique EVA est acceptée d'être introduite par Stewart en 1991 [52]. Bien que quelques méthodes semblables à EVA aient été précédemment proposées (par exemple modèle d'évaluation de revenus anormaux¹²), aucune n'avait été aussi populaire que EVA [7].

4.1.2. Formulation de EVA

EVA est défini comme la différence du Résultat d'Exploitation Ajustée¹³ après impôts et une charge pour le capital utilisé pour produire ces bénéfices [17]. La formulation est comme la suite,

$$EVA = REA - \text{Capitaux Investis} \times CMPC \quad (4.1)$$

Dans (4.1), REA est l'abréviation pour Résultat d'Exploitation Ajustée et CMPC est l'abréviation pour Coût Moyen Pondéré du Capital. On peut dire que si EVA est positive, l'entreprise crée de la valeur pour les actionnaires et que la stratégie suivie par les managers est bonne. Par contre si EVA est nulle ou négative, l'entreprise ne crée pas de la valeur pour les actionnaires et que la stratégie suivie par les managers est à revoir

Dans la suite, nous allons décomposer ces composants à fin de présenter une méthode relativement facile pour calculer EVA.

4.1.2.1. Résultat d'Exploitation Ajustée (REA)

EVA est défini comme la différence entre le REA de la société et de ses investissements multiplié par le Coût Moyen Pondéré du Capital. Le résultat d'exploitation ajusté mesure le degré auquel les revenus produits pendant un période de comptabilisation ont excédé les dépenses encourues en produisant ces revenus, en tenant compte des taxes à

¹² Abnormal Earnings Valuation Model. Les lecteurs peuvent se référer à [7] pour avoir plus d'information sur cette méthode.

¹³ NOPLAT (Net Operating Profit Less Adjusted Tax)

payer [27]. Dans le cas de EVA, on calcule le REA à partir du résultat d'exploitation, en faisant quelques manipulations. On peut calculer le REA en utilisant la démarche proposée par Copeland et les autres [17], de la manière suivante

$$\begin{aligned}
 & \text{Résultat de l'exercice} \\
 & - \text{Coût d'achat des marchandises vendues} \\
 & - \text{Charges d'exploitation} \\
 & = \text{Résultat d'Exploitation} \\
 & \text{Impôts} \\
 & + \text{Charges financières * t} \\
 & - \text{Profit financières * t} \\
 & - \text{Profit exceptionnelles * t} \\
 & = \text{Impôt Ajusté} \\
 & \text{Résultat d'Exploitation} \\
 & - \text{Impôt Ajusté} \\
 & = \underline{\text{Résultat d'Exploitation Ajustée (REA)}}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Même si ce procédé peut être compliqué, l'idée derrière est relativement simple. Puisque REA a le but de calculer le résultat d'exploitation, il faut considérer seulement les taxes à payer sur les revenus d'exploitation et omettre tout autre revenu et charges. A cette fin, on ajoute aux impôts indiqués sur le compte de résultat tout ce qui est de charge hors – exploitation en multipliant par le quotient d'impôt et on soustrait tout ce qui est de revenu hors – exploitation toujours en multipliant par le quotient d'impôt. Ces calculs en arrière nous donnent la somme d'impôt à payer sur le résultat d'exploitation.

4.1.2.2. Capitaux Investis

Une des étapes les plus importantes en calculant EVA est l'évaluation des capitaux investis, employé par les affaires. Les capitaux d'une compagnie sont tout l'argent

investi à cette entreprise. Capitaux investis peut être vu comme la somme de tous les sources de liquide sur lesquelles un rendement doit être créé. Les capitaux d'une compagnie peuvent être calculé en ajoutant toutes les dettes, à court terme et à long terme, aux capitaux propres de cette entreprise [27]. Nous allons utiliser la formule pour calculer les capitaux investis comme proposé par Copeland et les autres [17],

$$\begin{aligned}
 & \text{Capital d'apport} \\
 & + \text{Participation minoritaire} \\
 & + \text{Bénéfice non – distribuée} \\
 & + \text{Impôts différés} \\
 & + \text{Réserves} \\
 & + \text{Dette financière à long terme} \\
 & + \text{Dette financière à court terme} \\
 & + \text{Crédit bail} \\
 & = \underline{\text{Capitaux Investis}}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.1.2.3. Coût Moyen Pondéré de Capital (CMPC)

Le dernier composant de EVA est le Coût Moyen Pondéré de Capital (CMPC). Les entreprises souvent financent leurs opérations par leurs capitaux propres et par des dettes à long terme et à court terme. Dans tels cas, coût de capital exigé par l'entreprise peut être dérivé en calculant le moyen pondéré de toutes ces sources de financement [42] Le CMPC peut se calculer par la formule,

$$CMPC = k_e \left[\frac{E}{E + D} \right] + k_d (1 + t) \left[\frac{D}{E + D} \right] \tag{4.4}$$

Dans la formule (4.4), k_e est le coût de capitaux propres, k_d est le coût de dette. E représente les capitaux propres, D est la dette de la société analysée et t est le ratio d'impôt. Les quantités E et D peuvent être facilement obtenus par des bilans des

sociétés analysés. Pourtant nous pensons que les calculs de k_e et k_d méritent plus d'attention et donc seront détaillés dans la suite.

4.1.2.3.1. Coût de Capitaux Propres (k_e)

Le coût de capitaux propres représente le taux de rendement nécessaire pour attirer les investisseurs [23]. Selon Park, [42] il existe deux manières pour qu'une société finance ses opérations ; ces sont financement par capitaux propres et financement par endettement. Le financement par capitaux propres se réalise par rétention du profit au bout d'une période (qui sera autrement versé comme dividende) ou par émission des actions au marché. Ces deux méthodes peuvent être considérés comme causes du coût des capitaux propres.

Il existe des différentes approches pour calculer le coût de capitaux propres. Par exemple, Park [42] s'est servi des dividendes retenus pour calculer le coût de capitaux propres. Dans notre cas, nous allons utiliser le *Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers* (MEDAFE), proposé par Sharpe en 1964 [48] pour calculer le coût de capitaux propres. D'après la théorie de Sharpe, le rendement espéré d'une action peut être estimé par la formule suivante,

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_i \quad (4.5)$$

Dans la formule (4.5), $E(R_i)$ est le rendement espéré de l'action i , R_f est le taux de rendement sans risque, $E(R_M)$ est le rendement espéré du marché dans lequel le titre i est échangé et β_i est le coefficient bêta de l'action i . Pourtant l'utilisation de β est sévèrement critiqué car il va donner des évaluations incorrectes dans le cas où on ne fait pas l'analyse par rapport à un indice de marché qui comprend tous les titres, ce qui est pratiquement très difficile. Or, puisqu'il n'existe pas d'autre méthode relativement simple, nous allons continuer à utiliser le β dans cette thèse. Comme la valeur du coût de capitaux propres, on va prendre le rendement espéré $E(R_i)$ donné par la formule (4.5).

4.1.2.3.2. Coût des Dettes (k_d)

Une autre méthode de financement est l'endettement. Selon Park [42], la société peut émettre des obligations ou bien peut prendre une dette des autres institutions financières (des banques, par exemple). Dans le cas d'émission d'obligations, la société émettrice doit payer une somme d'intérêt à la fin de chaque période (généralement une période dure trois ou six mois) et doit payer la valeur nominale à l'échéance. Dans le cas d'endettement aux institutions financiers, la société doit payer une quantité de la dette avec l'intérêt à la fin de chaque période de paiement, déterminée par le contrat d'endettement. Le coût de dette dépendra des taux d'intérêts des dettes et des obligations.

Park [42], a suggéré une méthode facile pour calculer le coût de dettes. D'après cette méthode, il va suffire de prendre le moyen pondéré des taux d'intérêts des dettes et des obligations, avec comme poids le pourcentage en monnaie des obligations émis et des dettes prises. La formule de coût des dettes est la suivante,

$$k_d = \sum_{i=1}^n p_i t_i + \sum_{j=1}^m p_j t_j \quad (4.6)$$

Dans la formule (4.6), i ($i = 1, \dots, n$) est l'indice pour les obligations émis et j ($j = 1, \dots, m$) est l'indice pour les dettes prises et les p sont les poids (pourcentages dans le bilan) des outils d'endettement et t_i le taux d'intérêt de l'endettement.

4.1.3. Convenance de EVA

Comme tous les critères d'analyse, EVA aussi a des qualités et des défauts, dont il faut être au courant avant de l'utiliser. Comme nous avons indiqué au début de la section 4.1, EVA est utilisé pour refléter le vrai rendement d'une société en considérant la quantité absolue de valeur d'actionnaire créée ou détruite pendant une période d'évaluation. Une grande avantage de EVA par rapport aux autres métriques comme

Rentabilité Economique¹⁴, Rendement des Capitaux Propres¹⁵ ou Retour sur Investissements¹⁶ est que dans le calcul de EVA il est inclus le CMPC, alors que les autres métriques l'évitent. C'est un aspect assez important puisque les firmes doivent offrir un taux de rendement supérieur à leur CMPC pour engendrer du profit et pour attirer les investisseurs. EVA apporte une nouvelle approche au profit, en mesurant le profit réel, dit le profit économique, au lieu du profit comptable [17].

Malgré tous ces aspects positifs, EVA aussi a ses propres défauts. Premièrement, son implémentation peut nécessiter des réglages importantes sur les bilans des firmes (par exemple sur la capitalisation des projets de recherche et développement) [7]. Pour appliquer ces changements d'une manière propre, la société Stern Stewart & Company, offre des services de consultation, ce qui apporte des charges économiques à la firme. Une recherche empirique a montré en fait qu'en général les firmes prospectrices, c'est-à-dire celles qui investissent largement au recherche et développement, évitent d'utiliser EVA et se servent des autres métriques comme méthode d'évaluation de performance [37]. Un autre point critique est la mesurabilité de la vraie performance avec des manipulations de comptabilité. Barker [7] annonce que, à cause de cette raison, EVA non plus est une vraie mesure de performance. Finalement, EVA est une mesure basée seulement sur une période or il ne sera pas correcte d'estimer la performance des actions par des données d'une seule période. A cause de cette raison, nous avons du calculer les EVA des années passées et les inclure dans notre analyse.

4.2. Volatilité

Le second critère que nous introduisons dans notre modèle est la volatilité. Dans cette section, nous allons donner la définition de la volatilité et nous allons parler de sa convenance.

¹⁴ ROA (Return on Assets)

¹⁵ ROE (Return on Equity)

¹⁶ ROI (Return on Investments)

4.2.1. Définition de la Volatilité

La volatilité est définie comme l'écart type des prix d'une action par rapport à son prix espéré, c'est-à-dire par rapport à la moyenne [30]. Ceci dit, on peut calculer la volatilité d'une action en prenant la racine carrée de la variance introduite par la formule (2.4) ; donc la formule de la volatilité d'une action est,

$$\text{volatilité} = \text{écart type}(P) = \sqrt{\text{var}(P)} = \sqrt{E(P^2) - [E(P)]^2} \quad (4.7)$$

Dans l'équation (4.7), P définit le prix de l'action en question.

4.2.2. Convenance de la Volatilité

Nous allons introduire la volatilité comme mesure du risque. La volatilité est souvent utilisé pour mesurer le risque des outils financiers comme par exemple actions, portefeuilles, fonds, etc. [19]. D'autre part, Bodie et les autres [11] ont marqué que la volatilité ne peut pas être observé directement et doit être estimé des données historiques, ce qui peut causer des erreurs de calcul. De plus, la volatilité peut varier continuellement et aléatoirement dans le temps, ce qui peut endommager la validité des résultats de l'analyse dans le temps. Malgré ces défauts, nous allons utiliser la volatilité dans notre analyse car elle est une bonne indicatrice de risque

4.3. Ratio d'Actions Echangés (AE)

Notre troisième critère d'évaluation est le ratio d'actions échangées (AE). Nous avons divisé cette section en deux ; une étant consacré à la définition du ratio d'actions échangées et l'autre à sa convenance.

4.3.1. Définition du Ratio d'Actions Echangés

On peut calculer cette quantité qu'on notera AE par la formule suivante,

$$AE = \frac{\text{Quantité d'actions échangées}}{\text{Quantité d'actions en circulation}} \quad (4.8)$$

D'après Bouri et les autres [12], ce ratio est un indicateur de la capacité d'acheter ou de vendre des actions avec un impact minimal de marché. De plus, Bouri et les autres [12] ont noté que le ratio AE a un effet profond sur le comportement des prix des actions et que les actions deviennent attractifs pour les investisseurs au fur et au mesure que leur AE augmente.

4.3.2. Convenance du Ratio d'Actions Echangés

Le ratio d'actions échangées est introduit pour refléter les axiomes de la finance comportementale sur les prix des actions. Même si l'étude de ce sujet est hors de cette thèse, nous pensons que l'introduction d'un critère relié à la finance comportementale va supporter l'originalité de notre effort. On peut quand même critiquer le ratio AE de prendre compte de la quantité totale d'échanges, c'est-à-dire ventes et achats en même temps.

4.4. Ratio de Dividende par Action (DPA)

Notre quatrième critère est le ratio de dividende par action ou DPA en abréviation. Comme toujours, nous avons divisé cette section en deux ; une étant consacré à la définition du ratio de dividende par action et l'autre à sa convenance.

4.4.1. Définition du Ratio de Dividende par Action

Le *DPA*, comme son nom l'indique, est la quantité de dividende versé par chaque action. Son calcul est relativement facile et peut être effectué en utilisant la formule suivante,

$$DPA = \frac{\text{Quantité totale de dividende versé}}{\text{Quantité d'actions en circulation}} \quad (4.9)$$

Comme l'indique la formule (4.9), le *DPA* d'une compagnie est le quotient de la quantité totale de dividende à verser et de la quantité totale des actions en circulation dans le marché.

4.4.2. Convenance du Ratio de Dividende par Action

Au début de cette thèse nous avons indiqué qu'un investisseur qui possède une action peut obtenir du profit par deux manières, le gain en capital et les dividendes. Nos trois critères précédents, *EVA*, volatilité et *AE*, étaient pour modéliser le gain en capital et avec le *DPA*, nous cherchons à introduire le profit (ou la perte) à subir par des dividendes versés. Il est évident que, avec tous les autres facteurs considérés égaux, les investisseurs vont préférer les actions qui paient plus de dividende.

Maintenant que nous avons terminé la présentation des critères, nous pouvons passer à l'application.

5. APPLICATION

Dans cette section, nous allons faire une application multi – critère en utilisant les critères présentés dans la section précédente, *Critères Adoptés*. Comme domaine d'application, nous avons choisi la *Bourse d'Istanbul*, et spécifiquement les actions classées dans l'*Indice BI Nationale – 30*. Comme méthode multi – critère, nous proposons l'extension flou de la méthode de PROMETHEE. Cette section est alors organisée comme la suivante. Dans la première partie, nous allons présenter la *Bourse d'Istanbul* et l'*Indice BI Nationale – 30*, qui comprennent les actions à utiliser dans l'application. Pourtant, nous avons éliminé trois compagnies, İhlas Holding parce que ses actions étaient exclus du marché pendant environ un an, Sabanci Holding, parce sur ces comptes de résultat de 2002 et de 2003, la quantité de chiffres d'affaire était nulle et Ülker parce que on ne peut pas accéder à ses bilans et à ses comptes de résultat avant 2004, c'est-à-dire avant l'union de Anadolu Gıda et de Ülker sous le nom de Ülker. Ensuite, nous allons introduire la méthode de PROMETHEE et son extension floue. Nous allons continuer par le calcul des valeurs de nos critères adoptés pour chaque action à évaluer et nous allons réaliser une évaluation par l'extension floue de PROMETHEE. Pour finir l'application, nous allons placer les résultats de PROMETHEE dans un modèle mathématique et le résoudre pour calculer le pourcentage optimal à investir sur chaque action.

5.1. La Bourse d'Istanbul

Cette partie est consacrée à la présentation de la Bourse d'Istanbul et de ses indices. Nous avons divisé cette partie en deux, sous les noms de *Introduction et Indices et Indice BI National – 30* pour fournir une meilleure compréhension.

5.1.1. Introduction et Les Indexes

La Bourse d'Istanbul (BI) est établie en 1986. La BI est la seule bourse en Turquie établie pour le commerce des actions, bonds de gouvernement, bonds du secteur privé, et des titres étrangers. La BI est dirigée par un conseil exécutif, composé de cinq membres élus par son assemblée générale. Osman Birsen porte le titre de Président de BI depuis le 25.10.1997. Les quatre autres membres de la BI sont choisis pour représenter les banques d'investissement, les banques commerciales et les agences de commission.

La BI a l'autonomie de préparer ses réglementations internes. Ses revenus sont engendrés par les commissions de transaction, les procédures de listage et par d'autres services offerts. Les profits de la BI sont entièrement retenus pour rembourser ses frais et pour entreprendre des nouveaux investissements. La BI a son propre budget.

Dans le cadre de cette thèse, nous allons nous intéresser seulement à des actions ordinaires. Dans BI, les actions ordinaires sont évaluées dans 31 indices différentes pour calculer les prix et les rendements de tous ces actions par rapport à des secteurs et des marchés différentes. Jusqu'à la fin de 1996, par contre, la BI calculait seulement les indices BI-100, Indice Financière et Indice Industrielle. Depuis le début de l'année 1996, la BI a commencé à calculer les indices de secteur et de sous secteurs. Les indices de prix sont calculés et publiés pendant les sessions, par contre les indices de rendement se calculent seulement à la fin d'une session. L'indice BI-100 est utilisé comme l'indicatrice principale du marché national. Les indices de la BI, leurs codes, le nombre de firmes inclus dans ces indices et les dates et valeurs de base sont données dans le tableau 5.1 [29].

Tableau 5.1. Les indices de la Bourse d'Istanbul

Code	Nom de l'Indice	Nombre de firmes	Date et Valeur de Base
XU100	BI National-100	100	Jan. 1986 = 1
XU050	BI National-50	50	Dec.28, 1999=15,208.78
XU030	BI National-30	30	Dec.27, 1996=976
XUTUM	BI National -Totale	259	Dec.27, 1996=976
XUSIN	BI National - Industrielle	165	Dec.31, 1990 = 32.56
XGIDA	Nourriture, Boisson	24	Dec.27,1996=1,046
XTEKS	Textile, Cuir	31	Dec.27,1996=1,046
XKAGT	Bois, Papier, Imprimerie	16	Dec.27,1996=1,046
XKMYA	Chimie, Pétrolier, Plastique	23	Dec.27,1996=1,046
XTAST	Produits non-Métaux	27	Dec.27,1996=1,046
XMANA	Métaux Bases	15	Dec.27,1996=1,046
XMESY	Produits Métaux, Machinerie	25	Dec.27,1996=1,046
XUHIZ	BI National - Services	29	Dec.27,1996=1,046
XELKT	Electricité	4	Dec.27,1996=1,046
XULAS	Transportation	3	Dec.27,1996=1,046
XTRZM	Tourisme	5	Dec.27,1996=1,046
XTCRT	Commerce	9	Dec.27,1996=1,046
XILTM	Télécommunication	1	Jui 24, 2000 = 13,719.88
XSPOR	Sport	3	Mars 31, 2004 = 20,190.83
XUMAL	BI National - Financière	57	Dec.31,1990 =32.56
XBANK	Banques	15	Dec.27, 1996 = 914
XSGRT	Assurance	7	Dec.27, 1996 = 914
XFINK	Leasing, Factoring	9	Dec.27, 1996 = 914
XHOLD	Holding et Investissement	18	Dec.27, 1996 = 914
XGMYO	Fonds de Biens Immobiliers	8	Dec.28, 1999 = 21,180.77
XUTEK	BI National - Technologie	8	Dec.28, 1999 = 21,180.77
XBLSM	Informatique	7	Dec.28, 1999 = 21,180.77
XSVNM	Défense	1	Dec.28, 1999 = 21,180.77
XYORT	BI National – Fonds	22	Dec.27, 1996 = 976

d'Investissement			
XIKIU	BI Second National	14	Dec.27, 1996 = 976
XYEKO	BI Nouvelle Economie	1	

L'indice *BI National – Totale* est composé de toutes les firmes du marché national, sauf les fonds d'investissements. *BI National – 30* est composé des compagnies du marché national sauf les fonds d'investissement. Les 30 firmes qui constituent cet indice sont choisies par rapport à des critères prédéterminés et qui seront présentées dans la suite. De même, les indices *BI National – 50* et *BI National – 100* sont composés de 50 et 100 firmes respectivement, toujours choisies par rapport à des critères prédéterminés. L'indice *BI National – 50* comprend les firmes de *BI National – 30* et *BI National – 100* comprend celles de *BI National – 30* et *BI National – 50*. Les indices de secteur et de sous secteur sont composés des firmes du marché national, sauf les fonds d'investissement. L'indice *BI Second National* comprend les titres des compagnies échangés dans le Second Marché National, qui avant 03.03.2003 était appelé la Marché Régionale. L'indice *BI Nouvelle Economie* est composé des firmes dans le Marché de Nouvelle Economie. Pour le moment, il n'existe pas de telle firme. L'indice va commencer à être calculée dès le onzième jour d'échange de la première compagnie de ce marché. L'indice *BI National – Fonds d'Investissement* comprend les actions des fonds d'investissements échangés dans le Marché National. La valeur des indices de la BI se calcule par la formule suivante,

$$Indice_t = \frac{\sum_{i=1}^n P_{it} N_{it} W_{it}}{D_t} \quad (5.1)$$

Dans la formule (5.1), P_{it} est le prix finale de l'action i dans la période t , N_{it} est le nombre total d'action i en échange pendant la période t . W_{it} est le poids d'émission qui est le ratio d'actions retenu par *Takasbank* et D_t est la valeur du Marché de Base corrigé. Cette formule est fournie pour présenter la démarche du calcul des indices et ne sera pas

utilisé dans cette thèse. Comme déjà indiqué, la valeur des indices sont calculées et publiées par la BI. Nous allons utiliser ces valeurs publiées.

5.1.2. Indice BI National – 30

Dans cette thèse, nous choisissons les firmes contenues dans l'indice BI National – 30. En général, la liste des firmes incluses dans cet indice ne change pas, et nous croyons que cette stabilité va nous donner la chance de faire une analyse plus efficace et fidèle. Le conseil exécutif de la BI détermine les actions à être inclus dans les indices *BI National – 100*, *BI National – 50* et *BI National – 30*. Les actions choisies restent dans ces indices pour un période trimestriel. Les critères et le processus de choix des firmes à inclure dans l'indice BI National – 30 sont les suivantes.

Les compagnies constituant les indices indiqués doivent accomplir deux critères. Les actions de la compagnie échangé dans le Marché National doit être échangé depuis au moins soixante jours pour être inclus dans les indices *BI National – 100*, *BI National – 50* ou *BI National – 30*. Pour les compagnies ayant plus d'un group d'actions (comme par exemple group A, B, C, etc.), seulement un group peut être inclus dans les indices. Les actions vérifiant ces critères sont évalués de la manière suivante.

Les actions sont triés par ordre décroissant par rapport à leurs valeur marchande (qui est égale au nombre d'action * prix finale) à la fin de la période d'évaluation. Un second triage est réalisé, toujours par ordre décroissant, par rapport au volume d'échange journalier. Une liste finale est formée en combinant les deux listes précédentes. S'il existe une action listée à la tête des deux listes précédentes, alors elle sera placée à la tête de la liste finale. S'il n'existe pas de telle action, on regarde s'il y en a une listée dans les deux premières places. Ce procédé est répété jusqu'à ce qu'on trouve l'action à placer à la tête de la liste finale. On continue avec la même démarche pour trier les autres actions. Si on rencontre à des actions vérifiant le critère d'être listé dans les n premiers places des listes initiales, on les trie par rapport à leurs valeurs marchandes. Les trente premières actions seront incluses dans l'indice *BI National – 30*, les cinquante premières dans *BI National – 50* et les cent premières dans l'indice *BI*

National - 100. D'un point de vue électif, on peut assumer que l'indice *BI National - 30* comprend les meilleures actions du Marché National.

Tableau 5.2. Les actions classées dans l'Indice BI National – 30

	Code	Action	<i>1^e Trimestre</i>	<i>2^e Trimestre</i>	<i>3^e Trimestre</i>	<i>4^e Trimestre</i>
			02.01.2004	01.04.2004	01.07.2004	01.10.2004
1	AKENR	Ak Enerji	XU030	XU030	XU030	XU030
2	AKBNK	Akbank	XU030	XU030	XU030	XU030
3	AKSA	Aksa	XU030	XU030	XU030	XU030
4	AKGRT	Aksigorta	XU030	XU030	XU030	XU030
5	ALARK	Alarko Holding	XU030	XU030	XU030	XU030
6	ARCLK	Arçelik	XU030	XU030	XU030	XU030
7	BEKO	Beko Elektronik	XU030	XU030	XU030	XU030
8	DOHOL	Doğan Holding	XU030	XU030	XU030	XU030
9	DYHOL	Doğan Yayın Hol.	XU030	XU030	XU030	XU030
10	ENKAI	Enka İnşaat	XU030	XU030	XU030	XU030
11	EREGL	Ereğli Demir Çelik	XU030	XU030	XU030	XU030
12	FINBN	Finansbank	XU030	XU030	XU030	XU030
13	FROTO	Ford Otosan	XU030	XU030	XU030	XU030
14	GARAN	Garanti Bankası	XU030	XU030	XU030	XU030
15	HURGZ	Hürriyet Gzt.	XU030	XU030	XU030	XU030
16	IHLAS	İhlas Holding	XU030	XU030	XU030	XU030
17	ISCTR	İş Bankası (C)	XU030	XU030	XU030	XU030
18	KRDMD	Kardemir (D)	XU050	XU050	XU030	XU030
19	KCHOL	Koç Holding	XU030	XU030	XU030	XU030
20	MIGRS	Migros	XU030	XU030	XU030	XU030
21	PTOFS	Petrol Ofisi	XU030	XU030	XU030	XU050
22	SAHOL	Sabancı Holding	XU030	XU030	XU030	XU030
23	SISE	Şişe Cam	XU030	XU030	XU030	XU030

24	TNSAS	Tansaş	XU030	XU030	XU030	XU030
25	TOASO	Tofaş Oto. Fab.	XU030	XU030	XU030	XU030
26	TCELL	Turkcell	XU030	XU030	XU030	XU030
27	TUPRS	Tüpraş	XU030	XU030	XU030	XU030
28	ULKER	Ülker Gıda		XU030	XU030	XU030
29	VESTL	Vestel	XU030	XU030	XU030	XU030
30	YKBNK	Yapı Ve Kredi Bank.	XU030	XU030	XU030	XU030

Même si l'indice BI National – 30 est plus stable par rapport aux autres indices, elle aussi est sujette aux changements dans le temps. Aujourd'hui, quelques actions indiquées dans le tableau 5.2 ne sont plus classées dans l'indice BI National – 30. Or, puisque la majorité des données que nous allons utiliser pour le calcul des valeurs des critères adoptés sont celles de l'année 2004, nous allons analyser les actions classées dans l'indice BI National – 30 en 2004.

5.2. PROMETHEE

Dans cette section, nous allons présenter la méthode PROMETHEE, celle que nous proposons à utiliser pour évaluer la performance des actions. Nous allons commencer par justifier notre choix de PROMETHEE, continuer par présenter la PROMETHEE non flou (simplement PROMETHEE) et finir cette section par introduire son extension floue (PROMETHEE – F).

5.2.1. Pourquoi PROMETHEE ?

Dans cette section, nous allons parler de notre choix de PROMETHEE comme méthode multi – critère à utiliser dans cette thèse. Nous avons choisi PROMETHEE à cause de plusieurs raisons. Premièrement, PROMETHEE rend des valeurs de performance que nous pouvons ensuite introduire à un programme linéaire à fin de calculer le pourcentage à investir à chaque action. Deuxièmement, PROMETHEE est une méthode assez flexible ; on peut déterminer le type de la fonction d'évaluation et choisir les

seuils comme on désire, ce qui est un avantage assez important pour notre application. Troisièmement, l'extension floue de PROMETHEE, PROMETHEE-F est bien détaillée dans des sources différentes, ce qui est un avantage pour la compréhension et l'application de cette méthode. Une autre méthode qui possède les mêmes aspects que PROMETHEE est ELECTRE, or nous avons évité d'utiliser ELECTRE à cause du large volume de calculs qu'elle nécessite. De plus, Schärliig [46] a cité que ELECTRE est seulement un peu plus effective que PROMETHEE mais à cause de l'énormité des calculs, les utilisateurs peuvent préférer à appliquer le PROMETHEE.

5.2.2. PROMETHEE

PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations) est un méthode d'aide à la décision multi critère effective et facile à adapter à des problèmes avec des critères contradictoires. Après avoir été développé par Jean Pierre Brans en 1986, [13] il a trouvé un large domaine d'application comme par exemple, sélection d'actions [12], sélection de système de transport [59], sélection de source d'énergie [57], la sélection de stratégie de systèmes d'informatiques [1]. La caractéristique principale réclamée pour PROMETHEE est qu'elle est parfaitement intelligible pour le décideur et elle est accepté comme étant l'un des plus intuitif entre tous les méthodes multi – critères [45].

L'approche de PROMETHEE est basée sur l'extension de la notion de critère par l'introduction d'une fonction Ω exprimant la préférence du décideur pour une alternative par rapport à des autres. Avant de passer à Ω , nous allons d'abord définir la méthode d'intégration des évaluations dans PROMETHEE.

Pour un critère j à maximiser et deux alternatives i et k nous pouvons définir une quantité $f_j(a_i)$ comme étant l'évaluation d'alternative a_i selon le critère j et $f_j(a_k)$ comme l'évaluation d'alternative a_k selon le critère j . Pourtant, dans les évaluations, au lieu d'utiliser les $f_j(a_i)$ et $f_j(a_k)$ directement, PROMETHEE se sert de la notion de distance définie par la formule (5.2) [45],

$$d_{ik}^j = d_j = f_j(a_i) - f_j(a_k) \quad (5.2)$$

On va se servir de la notion de distance pour former la fonction de préférence Ω . La fonction Ω va varier dans l'intervalle $[0, 1]$ et pour éviter de sauter de 0 à 1, deux seuils, q comme seuil d'indifférence et p comme seuil de préférence stricte, peuvent être introduits. Ainsi, Ω peut être crée comme la suivante,

$$\Omega_j(a_i, a_k) = \Omega_j(d_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } d_{ik} \leq q \\ H_j(d_{ik}) & \text{si } q \leq d_{ik} \leq p \\ 1 & \text{si } d_{ik} \geq p \end{cases} \quad (5.3)$$

Dans l'expression (5.3), H_j peut être une fonction quelconque reflétant les opinions du décideur. Pourtant, Brans [13] a proposé six fonctions dont on peut s'en servir comme H_j . Ces fonctions sont présentées sur la figure 5.1 et peuvent être interprétées comme critère franc (i), quasi critère (ii), critère à préférence linéaire (iii), critère à paliers (iv), critère à préférence linéaire avec zone d'indifférence (v) et finalement critère gaussien (vi) [13].

Une fois que le type de la fonction H_j à utiliser pour chaque critère j est défini, l'indice de préférence c_{ik} peut être calculé en utilisant la formule (5.4) [45].

$$c_{ik} = \sum_j w_j \Omega_j(a_i, a_k) \quad (5.4)$$

Dans la formule (5.4), w_j représente le poids attribué au critère j .

La prochaine étape est le calcul des flux pour les alternatives i . Trois types de flux sont définies dans le cas de PROMETHEE [45], le flux sortant Φ^+ , le flux entrant Φ^- et le flux net Φ^{net} . Le flux sortant détermine la puissance d'une alternative et le flux entrant sa faiblesse. Ces flux sont calculés par les formules (5.5), (5.6) et (5.7) respectivement.

$$\Phi_i^+ = \frac{1}{n-1} \sum_k c_{ik} \quad (5.5)$$

$$\Phi_i^- = \frac{1}{n-1} \sum_k c_{ki} \quad (5.6)$$

$$\Phi_i^{net} = \Phi_i^+ - \Phi_i^- \quad (5.7)$$

Dans les formules (5.5) et (5.6), n est le nombre total d'alternatives à évaluer par PROMETHEE

En ce point, nous pouvons utiliser la méthode PROMETHEE I ou PROMETHEE II pour conclure. Selon PROMETHEE I, a_i est préféré à a_k , i.e. $a_i Pa_k$ si et seulement si une des conditions suivantes est valable [45],

$$\begin{aligned} & \Phi_i^+ > \Phi_k^+ \text{ et } \Phi_i^- < \Phi_k^- \text{ ou} \\ & \Phi_i^+ > \Phi_k^+ \text{ et } \Phi_i^- = \Phi_k^- \text{ ou} \\ & \Phi_i^+ = \Phi_k^+ \text{ et } \Phi_i^- < \Phi_k^- \end{aligned} \quad (5.8)$$

Nous allons rester indifférents entre a_i et a_k , i.e. $a_i | a_k$ si et seulement si [45],

$$\Phi_i^+ = \Phi_k^+ \text{ et } \Phi_i^- = \Phi_k^- \quad (5.9)$$

Dans tous autres cas, nous ne pouvons pas comparer a_i et a_k . D'autre part, PROMETHEE II prend en compte les flux total et donne un classement complet. Selon cette méthode, a_i est préféré à a_k si et seulement si [45].

$$\Phi_i^{net} \geq \Phi_k^{net} \quad (5.10)$$

Après avoir parlé du PROMETHEE, nous pouvons introduire son extension floue que nous appellerons désormais PROMETHEE-F.

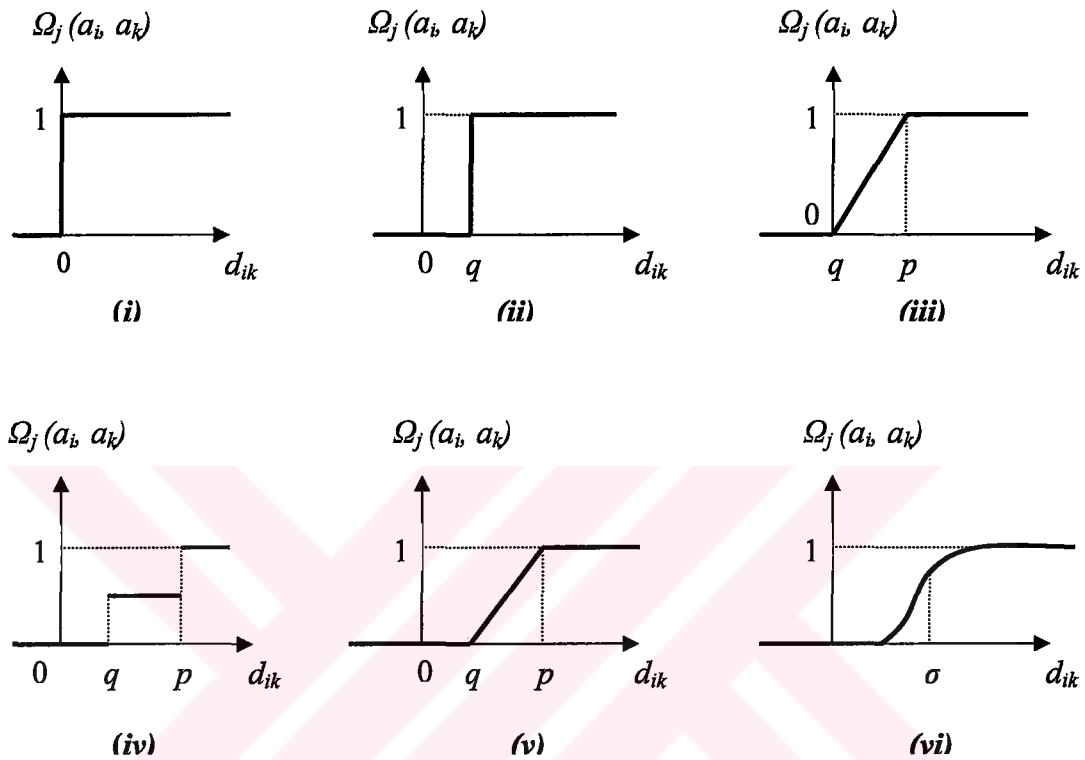


Figure 5.1 Les fonctions H_j

5.2.3. PROMETHEE-F

Dans certains cas, les nombres non flous peuvent ne pas être suffisants pour interpréter les données à employer dans la méthode de PROMETHEE. La théorie des ensembles flous et les nombres flous fournissent un cadre strictement mathématique dans lequel les phénomènes conceptuels vagues et imprécis peuvent être rigoureusement étudiés [64]. Dans notre application, nous allons nous servir des nombres flous triangulaires et des nombres non flous pour interpréter les données à analyser. Pour réaliser les analyses, nous proposons l'utilisation de l'extension floue de PROMETHEE que nous appellerons PROMETHEE-F.

L'intégration de la théorie des ensembles flous et de la méthode de PROMETHEE a été proposé pour la première fois par Le Teno et Mareschal [35]. Cette approche a été encore développée par Geldermann et les autres [24] et Goumas et Lygerou [26]. Geldermann et les autres [24] ont proposé l'application des nombres flous trapézoïdaux pour l'interprétation des variables linguistiques, et Goumas et Lygerou [26] ont développé une méthodologie relativement facile pour appliquer le PROMETHEE-F aux problèmes de triage.

Dans cette thèse, nous adoptons le méthode PROMETHEE-F comme proposé par Geldermann et autres [24], en le modifiant pour le rendre applicable aux nombres flous triangulaires. Dans ce cas-ci, les calculs pour l'évaluation des alternatives, c'est-à-dire les actions de BI National – 30, seront exécutés en utilisant des nombres flous et non flous en même temps. Les poids des critères décrits dans la section 4 seront flous. L'évaluation des alternatives avec des nombres flous aidera à traduire l'imprécision inhérente dans le marché en utilisant une base mathématique solide. Les valeurs de seuil de préférence q et p seront des nombres non flous. S'ils étaient permis d'être flous, l'évaluation pourrait être fautive à cause de la forme de diffusion du nombre flou [26]. La méthode de PROMETHEE interprète la différence des évaluations, exprimée comme d_j , en utilisant des fonctions d'évaluation H_j . Pour une fonction H_j quelconque, Geldermann et les autres [24] ont exprimé l'indice de préférence c de la façon suivante,

$$\tilde{c}_{ik} = \begin{cases} A \times A \rightarrow [0,1] \\ \tilde{c}_{ik}(a_i, a_k) = \tilde{c}_{ik}(\tilde{d}_{ik}) = \sum_{j=1}^N \tilde{w}_j \otimes \Omega(\tilde{f}_j(a_i) - \tilde{f}_j(a_k)) \end{cases} \quad (5.11)$$

Dans l'expression (5.11), a_i et a_k sont deux alternatives et éléments de l'ensemble des alternatives A , \tilde{d}_{ik} est la distance entre deux alternatives, en nombre flous, w_j est le poids du critère j et $\tilde{f}_j(a_i)$ est l'évaluation en nombre flou de l'alternative a_i par rapport au critère j . Geldermann et les autres [24] ont donné l'expression de la fonction Ω pour chaque membre du nombre flou trapézoïdal dans leur article. Ici, nous suivons leur

approche en développant une expression similaire de Ω pour des nombres flous triangulaires.

$$\begin{aligned}\Omega_j(\tilde{f}_j(a_i) - \tilde{f}_j(a_k)) &= \Omega_j((a, b, c) - (d, e, f)) \\ &= \Omega_j(a - f, b - e, c - d) = (\Omega_j(a - f), \Omega_j(b - e), \Omega_j(c - d)) \quad (5.12) \\ &= (A^{\Omega_j}, B^{\Omega_j}, C^{\Omega_j})\end{aligned}$$

Dans l'expression (5.12), les évaluations flous $\tilde{f}_j(a_i)$ et $\tilde{f}_j(a_k)$ sont respectivement présentés par des nombres flous triangulaires (a, b, c) et (d, e, f) . Les calculs nécessaires sont effectués par des règles données sur le tableau 3.1. L'effet de cette approche est présenté sur la figure 5.2

Après avoir calculé les quantités $\Omega(\tilde{d}_j)$, il faut calculer les indices de préférence flous \tilde{c} . Pour cela, nous devons définir les poids flous. Nous allons utiliser l'échelle proposé dans Tolga et les autres [56]. Cette échelle est en faite proposée pour AHP, donc il faut le modifier pour garantir l'application propre au méthode de PROMETHEE-F. Cette échelle est présentée sur la figure 5.3.

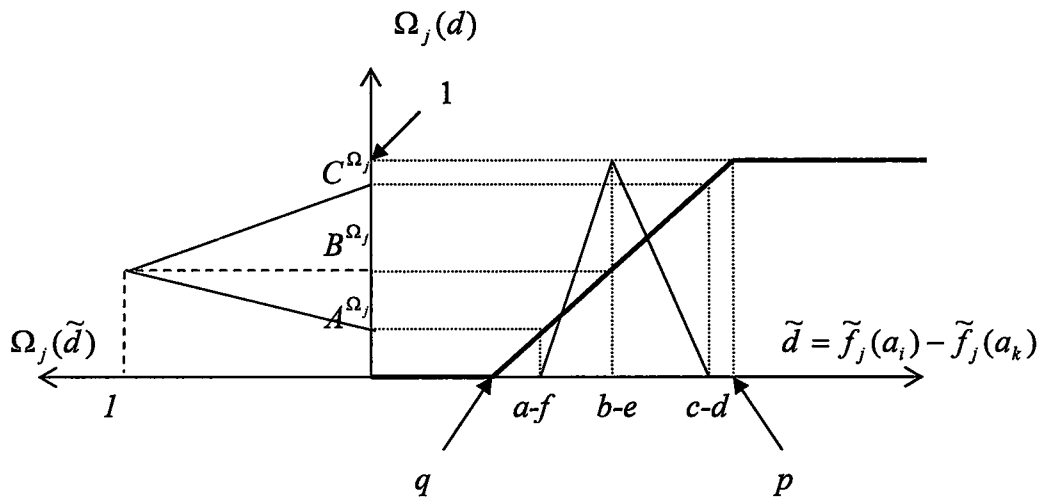


Figure 5.2. Présentation de l'évaluation flou dans le cas de PROMETHEE-F

Dans la figure 5.3., A représente le poids le plus bas, B signifie une importance basse mais plus important par rapport à A . C est pour exprimer une importance moyenne, D désigne que le critère est important et E désigne que le critère est très important. Une fois que le critère flou $\tilde{w}_j = (w_a^j, w_b^j, w_c^j)$ à utiliser est choisi, on passe au calcul de l'indice de préférence flou. Ce calcul se fait par la formule suivante,

$$\begin{aligned}
 \sum_{j=1}^J \tilde{w}_j \otimes \tilde{\Omega}_j (\tilde{f}_j(a_i) - \tilde{f}_j(a_k)) &= \sum_{j=1}^J (w_a^j, w_b^j, w_c^j) \otimes (A^{\Omega_j}, B^{\Omega_j}, C^{\Omega_j}) \\
 &= \sum_{j=1}^J (w_a^j A^{\Omega_j}, w_b^j B^{\Omega_j}, w_c^j C^{\Omega_j}) = \left(\sum_{j=1}^J w_a^j A^{\Omega_j}, \sum_{j=1}^J w_b^j B^{\Omega_j}, \sum_{j=1}^J w_c^j C^{\Omega_j} \right) \quad (5.13) \\
 &= \tilde{c}_{ik} = (c_A^{ik}, c_B^{ik}, c_C^{ik})
 \end{aligned}$$

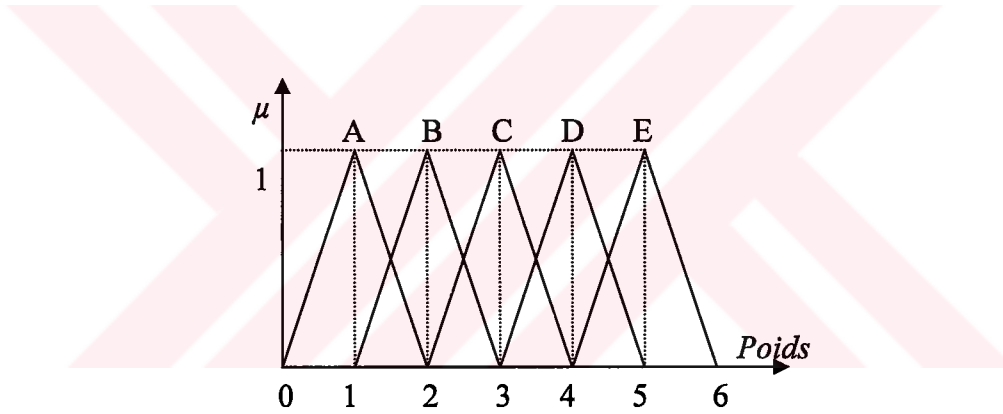


Figure 5.3. Les poids flous à utiliser dans PROMETHEE-F

La formule (5.13) est valable pour des \tilde{w}_j et $\tilde{\Omega}_j$ positifs. La positivité et la négativité d'un nombre flou a été discuté à la fin du paragraphe 3.2. Dans notre cas, les poids sont toujours des nombres flous positifs (cf. figure 5.3.) or la fonction de préférence flou peut donner un nombre flou négatif. Dans un tel cas, il faudra utiliser la formule (5.14) au lieu de (5.13).

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^J \tilde{w}_j \otimes \tilde{\Omega}_j (\tilde{f}_j(a_i) - \tilde{f}_j(a_k)) &= \sum_{j=1}^J (w_a^j, w_b^j, w_c^j) \otimes (A^{\Omega_j}, B^{\Omega_j}, C^{\Omega_j}) \\
&= \sum_{j=1}^J (w_a^j C^{\Omega_j}, w_b^j B^{\Omega_j}, w_c^j A^{\Omega_j}) = \left(\sum_{j=1}^J w_a^j C^{\Omega_j}, \sum_{j=1}^J w_b^j B^{\Omega_j}, \sum_{j=1}^J w_c^j A^{\Omega_j} \right) \\
&= \tilde{c}_{ik} = (c_A^{ik}, c_B^{ik}, c_C^{ik})
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Une fois que les indices de préférence flous \tilde{c}_{ik} sont calculés, il reste à appliquer les formules (5.5) et (5.6) pour calculer les flux entrants et sortants. Puisque les indices de préférence sont des nombres flous triangulaires, les flux aussi vont être des nombres flous. Pour faire une évaluation, il faut se rendre sur des nombres non flous, c'est-à-dire il faut defuzzifier les flux. Pour ceci, nous allons utiliser l'indice de Yager [62] que Goumas et Lygerou [26] ont proposé dans leur article sur PROMETHEE-F. Cette méthode correspond à calculer la moyenne de poids du nombre flous. Par exemple, l'indice de Yager du nombre flou triangulaire $y = (a, b, c)$ serait le barycentre du triangle et peut être calculé en utilisant la formule 5.15.

$$I(y) = I(a, b, c) = \frac{a + b + c}{3} \tag{5.15}$$

Le nombre flou ayant la valeur d'indice de Yager plus grande sera préféré à ceux ayant de valeurs plus petites.

5.3. Evaluation des Alternatives

Dans cette section, nous allons parler des méthodes que nous avons utilisées pour calculer les valeurs d'évaluation des alternatives. Suivant notre notation, cette section est dédiée au calcul des $f(a_i)$ et des $\tilde{f}(a_k)$. Nous allons commencer par le calcul des EVA.

5.3.1. Evaluation des EVA

L'évaluation des EVA était l'étape la plus longue et la plus compliquée de cette thèse. Puisque le EVA d'une compagnie calculé pour une seule période (nous prenons une période égale à un an) ne donne en fait pas beaucoup d'information sur le rendement de la compagnie en question [7], nous avons calculé les EVA des compagnies de BI National – 30 pour les années 2001, 2002, 2003 et 2004. Nous avons aussi fait une projection sur 2005 et estimé les EVA de 2005 en nombre flou. Pour calculer les EVA, nous avons utilisé la formule (4.1). Les EVA obtenues sont comme indiqués sur la figure 5.4.

La méthode suivie pour estimer les EVA de 2005 sera détaillée dans la suite.

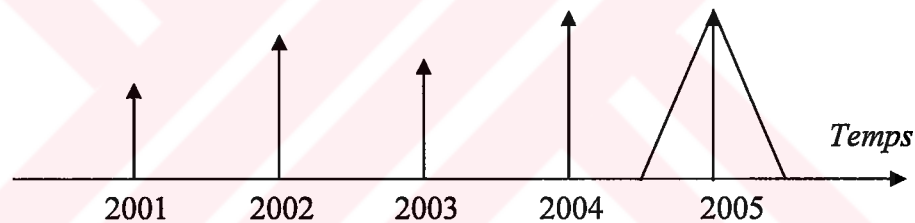


Figure 5.4. Les EVA

Dans notre approche nous avons pris le composant du rendement espéré du marché comme nombre flou triangulaire (a, b, c) . Traditionnellement, le rendement espéré du marché est estimé en utilisant les données historiques. Or, dans le cas d'un marché assez volatile, nous croyons que exprimer le rendement espéré par estimation statistique va empêcher d'inclure toutes les données dans l'analyse. Motivé par cette raison, nous avons exprimé le rendement du marché en nombre flou. Par cela, nous pensons à mieux exprimer l'incertitude du rendement. Nous avons adopté une méthodologie simple pour créer ces nombres flous. Nous avons collecté le rendement journalier de l'indice BI National – 30 et nous avons calculé le moyen et l'écart type de ces données sur le logiciel Excel. Comme la valeur moyenne b du nombre flou triangulaire, nous avons pris le

moyen de ces donnés. Pour calculer la valeur extrême à droite, c , et pour calculer la valeur extrême à gauche, a , nous avons utilisé les formules suivantes,

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \\ a &= b - 3\sigma \\ c &= b + 3\sigma \end{aligned} \quad (5.16)$$

Dans la formule (5.16), n est le nombre de donnés, X_i est le rendement de l'indice *BI National - 30* et σ est l'écart type des rendements de l'indice *BI National - 30*. σ est la racine carré de la variance et la variance se calcule par la formule (2.4). Le nombre flou représentant le rendement de l'indice *BI National - 30* est présenté sur la figure 5.5.

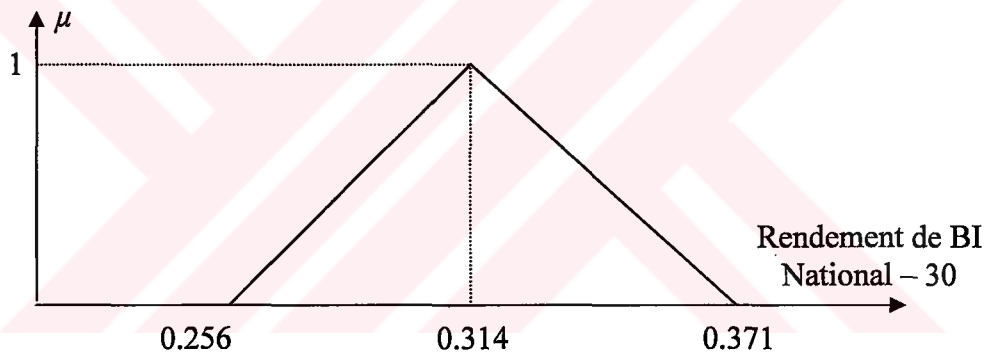


Figure 5.5 Nombre flou représentant le rendement espéré de *BI National - 30*

Derrière cette méthode est caché la vraisemblance des données de rendement de l'indice *BI National - 30* à un échantillon normale. Nous avons conduit deux analyses pour vérifier cette hypothèse. D'abord nous avons conduit un teste de χ^2 pour tester la vraisemblance de nos données à un échantillon normale et suivie la méthode présentée dans [21]. Ce teste est détaillé dans l'Appendice A. Une seconde analyse conduite sur le logiciel Matlab nous a montré que les données de l'indice *BI National - 30* sont en faite vraisemblables à la distribution normale avec la même moyen et variance que ces données. Les résultats de cette analyse sont donnés sur les figures 5.6 et 5.7.

Matlab a calculé l'erreur standard pour la vraisemblance de la moyenne comme 0.122 et celle de la variance comme 0.086. Ces valeurs étant assez petites, nous pouvons dire que notre nombre flou crée pour représenter le rendement de l'indice BI National – 30 reflète la majorité des rendements, qui est en faite une propriété de la distribution normale. Nous avons calculé le bêta des titres composant l'indice BI National – 30 par la formule (2.23). Comme taux de rendement sans risque, nous avons pris le taux de rendement de l'obligation du Gouvernement Turc calculé au 09.03.2005 et ayant la date d'échéance le 10.02.2010. Ce taux de rendement est 13.35%.

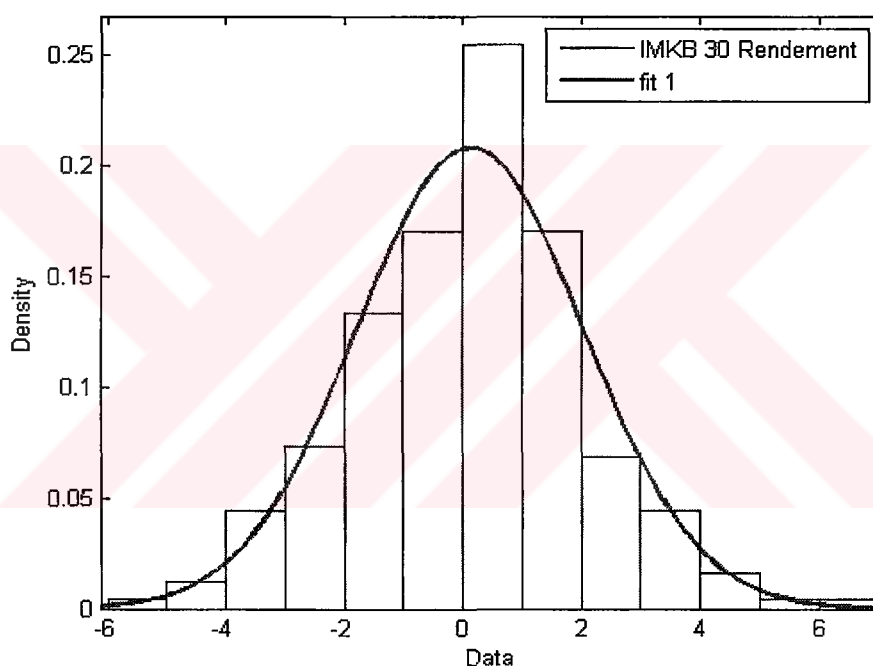


Figure 5.6. Fonction de densité de $N(0.127, 3.673)$ et l'histogramme des données de *BI National – 30*

Nous avons utilisé le nombre flou triangulaire de la figure 5.5 comme le rendement espéré de BI National – 30 et nous l'avons introduit dans la formule (4.5) pour calculer le rendement espéré des actions pour l'année 2005. Nous avons suivie la démarche de la formule (4.1) et comme données de bilan et compte de résultat, nous avons pris celles de 2004. Les données relatives aux calculs de EVA sont présentées dans l'Appendice B.

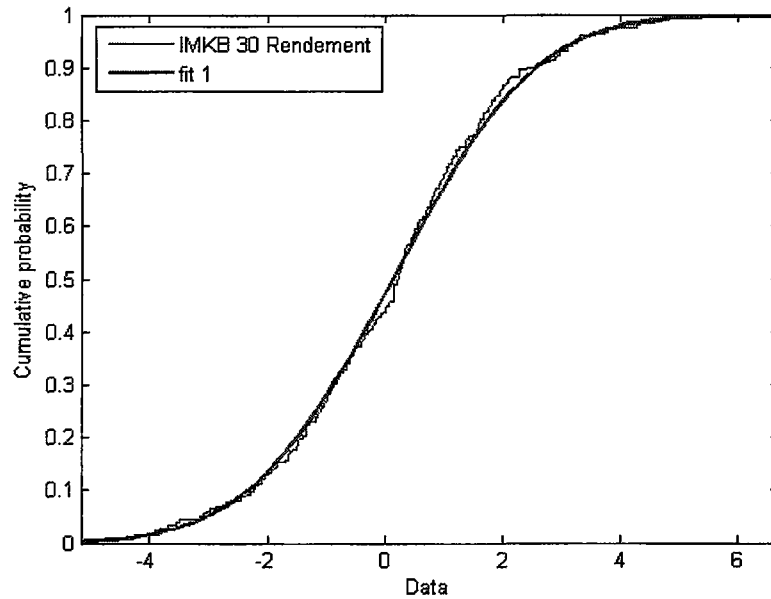


Figure 5.7. Fonction cumulatif de probabilité de $N(0.127, 3.69)$ et des données de *BI National - 30*

Pour porter les EVA des années 2001, 2002 et 2003 à fin 2004, nous avons utilisé la formule bien connue de l'économie d'ingénierie, qui est la suivante

$$F = \sum_{t=0}^N P_t \prod_{j=0}^t (1 + i_j) \quad (5.17)$$

Dans la formule (5.17), F est la valeur future des P_t qui sont des flux de trésorerie des périodes passées et i_j est le taux d'intérêt pour la période j .

Comme valeur de taux d'intérêt des années 2001, 2002, 2003 et 2004, nous avons pris le moyen du taux d'intérêt journalier annuel pour lire turc, appliqués pendant ces années. Ces données sont obtenues du site Internet du Banque Centrale de Turquie. Pour rapporter le EVA flou de 2005 à 2004, nous avons utilisé la méthode proposée par Chiu et Park [16]. Cette méthode propose une solution relativement facile pour rapporter les flux de trésoreries à venir, donc imprécis, avec des taux de rendement à venir, toujours imprécis. La formule proposée pour un flux de trésorerie flou à la fin de période t (P_{t0}, P_{t1}, P_{t2}) et pour un taux de rendement flou (i_{j0}, i_{j1}, i_{j2}) est la suivante,

$$P = \left(\sum_{t=0}^N \left[\frac{\max\{p_{t0}, 0\}}{\prod_{j=0}^t (1+i_{j2})} + \frac{\min\{p_{t0}, 0\}}{\prod_{j=0}^t (1+i_{j0})} \right], \sum_{t=0}^N \frac{p_{t1}}{\prod_{j=0}^t (1+i_{j1})}, \sum_{t=0}^N \left[\frac{\max\{p_{t2}, 0\}}{\prod_{j=0}^t (1+i_{j0})} + \frac{\min\{p_{t2}, 0\}}{\prod_{j=0}^t (1+i_{j2})} \right] \right) \quad (5.18)$$

Les valeurs finales de EVA sont données dans l'Appendice C. Pour l'évaluation par PROMETHEE-F, nous avons choisie une fonction de type (iii) avec un seuil de préférence p égale à 1000000000 millions de lire turc. Nous avons affecté le poids de la critère EVA comme le poids flou D de la figure 5.3, c'est-à-dire le nombre flou triangulaire (3, 4, 5) dans le cas optimiste. Dans le cas pessimiste le poids de EVA est pris comme le poids C. Le critère EVA est à maximiser.

5.3.2. Evaluation de la Volatilité

Nous avons calculé la volatilité de chaque action en utilisant les rendements journaliers de l'année 2004. Les calculs sont effectués en utilisant la formule (4.7). La valeur de volatilité de chaque titre est donnée dans l'Appendice C. Pour l'évaluation par PROMETHEE-F, nous avons choisie une fonction de type (iii) avec un seuil de préférence p égale à 2%. Dans le cas optimiste, nous avons affecté le poids de la critère de volatilité comme le poids flou B de la figure 5.3, c'est-à-dire le nombre flou triangulaire (1, 2, 3). Dans le cas pessimiste, le poids de la volatilité est le poids flou D. La volatilité est à minimiser.

5.3.3. Evaluation de la Ratio d'Actions Echangés (RAE)

Nous avons calculé le RAE de chaque action en utilisant les quantités journalières d'actions échangées pendant l'année 2004. Les calculs sont effectués en utilisant la formule (4.8). La valeur de RAE de chaque titre est donnée dans l'Appendice C. Pour l'évaluation par PROMETHEE-F, nous avons choisie une fonction de type (v) avec un seuil d'indifférence q égale à 500000000 échanges et un seuil de préférence p égale à 1500000000 échanges. Nous avons affecté le poids de la critère RAE comme le poids

flou B de la figure 5.3, c'est-à-dire le nombre flou triangulaire (1, 2, 3). Le RAE est à maximiser.

5.3.4. Evaluation du Ratio de Dividende par Action (DPA)

Nous avons calculé le DPA de chaque action par la formule (4.9) en utilisant les quantités annuelles de dividendes versés par action. Nous avons calculé le moyen de dividende versé en 2001, 2002, 2003 et 2004 et nous avons divisé cette quantité par la quantité d'actions en circulation à la date de Décembre 2004. Pour l'évaluation par PROMETHEE-F, nous avons choisie une fonction de type (iii) avec un seuil de préférence p égale à 1. Nous avons affecté le poids de la critère DPA comme le poids flou C de la figure 5.3, c'est-à-dire le nombre flou triangulaire (2, 3, 4). Le DPA est à maximiser.

5.4. Résultats de PROMETHEE-F et Modèle Linéaire

Comme nous avons indiqué au début de la section 5, notre but est de calculer les indicatrices de performance des actions par la méthode multi – critère flou PROMETHEE-F et de les introduire à un programme linéaire pour calculer le pourcentage de richesse à investir à chaque action. Nous présentons d'abord les résultats de PROMETHEE-F, defuzzyfiés par l'indice de Yager sur le tableau suivant.

Tableau 5.3. Les résultats de PROMETHEE-F

No	Action	Φ^{net} Pessimiste	Φ^{net} Optimiste
1	Akbank	0.004	-0.001
2	Akenerji	0.084	0.091
3	Aksigorta	0.092	0.113
4	Aksa	0.080	0.073
5	Alarko	0.065	0.080
6	Arçelik	0.091	0.118
7	Beko	-0.142	-0.208

8	Doğan Holding	0.010	0.017
9	Doğan Yayın Holding	0.085	0.093
10	Enka İnşaat	0.055	0.053
11	Ereğli Demir Çelik	-0.335	-0.350
12	Finansbank	0.005	0.009
13	Ford	0.063	0.081
14	Garanti	-0.002	-0.008
15	Hürriyet	0.032	0.016
16	İşbankası (C)	0.003	0.000
17	Koç Hold.	-0.159	-0.181
18	Karabük Demir Çelik (D)	0.000	0.000
19	Migros	-0.369	-0.376
20	Petrol Ofisi	0.060	0.050
21	Şişecam	0.043	0.043
22	Turkcell	-0.051	-0.040
23	Tansaş	0.059	0.072
24	Tofaş	0.030	0.026
25	Tüpraş	0.158	0.170
26	Vestel	0.044	0.060
27	Yapı kredi	0.000	0.001

Le programme linéaire que nous allons utiliser pour déterminer les pourcentages d'investissement à chaque action est,

$$\max z = \sum_{i=1}^N x_i \Phi_i^{net}$$

slc

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (1)$$

$$0 \leq x_i \leq x_M \quad (2)$$

(5.19)

Dans le programme (5.19), x_i est la quantité de richesse à investir à l'action i , Φ_i^{net} est la performance defuzzifiée de l'action i , calculé par PROMETHEE-F, et N est la quantité d'actions à évaluer. La contrainte (1) signifie que toute la richesse doit être investie au portefeuille. La contrainte (2) fixe une limite d'investissement x_M dont les pourcentages d'investissement x_i ne peuvent pas dépasser. Egalement, les pourcentages d'investissement x_i doivent être des positifs ou nuls.

Nous avons saisi ce programme avec le code du logiciel GAMS et nous l'avons résolu sous quatre scénarios différents.

5.4.1. Scénario 1

Dans le premier scénario que nous avons formulé, nous avons omis la limite d'investissement x_M . Cette scénario est le cas d'un investisseur qui désire à investir à qu'une seule action, celui qui a le performance calculé par PROMETHEE-F le plus élevé. Le modèle résolu avec GAMS nous donne l'action de Tüpraş comme l'action à investir sous ce scénario dans le cas optimiste et pessimiste.

5.4.2. Scénario 2

Dans le deuxième scénario, nous avons fixé la limite d'investissement x_M égale à 0.35. Ce scénario est le cas d'un investisseur qui ne veut pas investir à une seule action et qui veut faire une diversification simple. Les résultats du modèle résolu avec GAMS sont présentés sur le tableau 5.4.

5.4.3. Scénario 3

Dans le troisième scénario, nous avons fixé la limite d'investissement x_M égale à 0.25. Ce scénario est le cas d'un investisseur qui ne veut pas investir à une seule action et qui veut faire une diversification simple. Les résultats du modèle résolu avec GAMS sont présentés sur le tableau 5.5.

Tableau 5.4. Résultats du scénario 2

Action	Pourcentage d'investissement	
	Cas Pessimiste	Cas Optimiste
Aksigorta	0.35	0.30
Arçelik	0.30	0.35
Tüpraş	0.35	0.35

Tableau 5.5. Résultats du scénario 3

Action	Pourcentage d'investissement	
	Cas Pessimiste	Cas Optimiste
Aksigorta	0.25	0.25
Arçelik	0.25	0.25
Doğan Yayın Hld.	0.25	0.25
Tüpraş	0.25	0.25

5.4.4. Scénario 4

Tableau 5.6. Résultats du scénario 4

Action	Pourcentage d'investissement	
	Cas Pessimiste	Cas Optimiste
Ak Enerji	0.10	0.10
Aksa	0.10	0.10
Alarko	0.10	0.10
Arçelik	0.10	0.10
Aksigorta	0.10	0.10
Doğan Yayın Hld.	0.10	0.10
Ford	0.10	0.10
Petrol Ofisi	0.10	0.00
Tansaş	0.10	0.10
Tüpraş	0.10	0.10
Vestel	0.00	0.10

Dans le quatrième scénario, nous avons fixé la limite d'investissement x_M égale à 0.10. Ce scénario reflète le cas d'un investisseur qui ne veut pas investir à une seule action et qui veut faire une diversification plus détaillée par rapport au deuxième scénario. Les résultats du modèle résolu avec GAMS sont présentés sur le tableau 5.6.



6. CONCLUSION

Dans cette thèse, nous avons étudié le sujet de décision d'investissement sous incertitude et nous avons développé un modèle multi – critère pour résoudre ce problème. Comme alternatives, nous avons choisi les actions de l'indice BI National – 30 et comme critères nous avons sélectionné EVA, volatilité, ratio de dividende par action et ratio d'actions échangés. Pour traiter l'incertitude, nous avons utilisé les nombres flous et pour réaliser des analyses avec ces nombres flous, nous avons utilisé la méthode multi – critère PROMETHEE-F. Après avoir calculé les performances floues des alternatives par le méthode PROMETHEE-F, nous avons defuzzyfié ces résultats et les avons porté à un programme linéaire. Par ce programme linéaire, nous avons calculé le pourcentage à investir à chaque action sous des différents scénarios. Les résultats nous ont montré que notre méthode est applicable à des problèmes de décision d'investissement sous l'incertitude.

Cette méthode peut être appliqué à des différentes alternatives comme par exemple les actions des indices BI National – 50 ou celles de BI National – 100 dans le cas de Turquie. De plus, des critères différents peuvent être introduits dans l'analyse pour refléter les soucis et les expectations des analystes. On peut aussi améliorer ce modèle en ajoutant des autres processus pour analyser les performances d'autres outils d'investissement et on peut former des portefeuilles contenant plusieurs différents outils d'investissement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Albadvi, A., “Formulating national information technology strategies: A preference ranking model using PROMETHEE method”, *European Journal of Operational Research*, 153 (2), 290–296, (2004).
- [2] Ammar, E., Khalifa, H.A., “Fuzzy portfolio optimization a quadratic programming approach”, *Chaos, Solutions & Fractals*, 18 (5), 1045-1054, (2003).
- [3] Arenas Parra, M., Bilbao Terol, A., Rodríguez Uría, M.V., “A fuzzy goal programming approach to portfolio selection”, *European Journal of Operational Research*, 133 (2), 287-297, (2001).
- [4] Arnold, B.F., Stahlecker, P., “Minimax adjustment technique and fuzzy information”, *Linear Algebra and its Applications*, 289 (1-3), 25-39, (1999).
- [5] Ballestero, E., “Project finance: a multi-criteria approach to arbitration”, *Journal of the Operational Research Society*, 51 (2), 183–197, (2000).
- [6] Ballestero, E., Pla-Santamaria, D., “Selecting portfolios for mutual funds”, *Omega*, 32 (5), 385 – 394, (2004).
- [7] Barker, R., *Determining Value*, Financial Times & Prentice Hall, Essex, (2001).
- [8] Bellman, R., Zadeh, L.A., “Decision-making in a fuzzy environment”, *Management Science*, 17, 141-64, (1970).
- [9] Bessler, W., Booth, G.G., “An interest rate risk management model for commercial banks”, *European Journal of Operational Research*, 74 (2), 243–256, (1994).

- [10] Blondeau, P., Spérandio, M., Allard, F., "Multicriteria analysis of ventilation in summer period", *Building and Environment*, 37 (2), 165-176, (2002).
- [11] Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A.J., *Investments*, Irwin, Boston, (1993).
- [12] Bouri, A., Martel, J.M., Chabchoub, H., "A multi-criterion approach for selecting attractive portfolio", *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, 11 (4-5), 269-277, (2002).
- [13] Brans, J. P., Vincke, P., Mareschal, B., "How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method", *European Journal of Operational Research*, 24 (2), 228–238, (1986).
- [14] Büyüközkan, G., Feyzioğlu, O., "A fuzzy logic based decision-making approach for new product development", *International Journal of Production Economics*, 90 (1), 27-45, (2004).
- [15] Chen, S.-J., Hwang, C.-L., *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer – Verlag, Heidelberg, (1992).
- [16] Chiu, C.-Y., Park, C.S., "Fuzzy cash flow analysis using present worth criterion", *The Engineering Economist*, 39 (2), 113-137, (1994).
- [17] Copeland, T., Koller, T., Murrin, J., *Valuation, Measuring and Managing the Value of Companies*, John Wiley and Sons, New York, (2000).
- [18] Dubois, D., Prade, H., "Operations on fuzzy numbers", *International Journal of Systems Science*, 9 (6), 613-626, (1978).
- [19] Ehrgott, M., Klamroth, K., Schwehm, C., "An MCDM approach to portfolio optimization", *European Journal of Operational Research*, 155 (3), 752–770, (2004).

- [20] Elton, E.J., Gruber, M.J., *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley and Sons, New York, (1995).
- [21] Erkut, H., *Yönetimde Simülasyon Yaklaşımı*, İrfan Yayımcılık, İstanbul, (1992).
- [22] Fischer, D.E., Jordan, R.J., *Security Analysis and Portfolio Management*, Prentice Hall International Editions, New Jersey, (1995).
- [23] Fleischer, G.A., *Introduction to Engineering Economy*, PWS Publishing, Boston, (1994).
- [24] Geldermann, J., Spengler, T., Rentz, O., “Fuzzy outranking for environmental assessment. Case study: iron and steel making industry”, *Fuzzy Sets and Systems*, 115, 45-65, (2000).
- [25] Garzarelli, E., “Selecting Equity Securities”, dans Barker, H.K., (Ed.), *Improving the Investment Decision Process – Better Use of Economic Inputs in Securities Analysis and Portfolio Management*, AIMR Publications, Charlottesville, (1992).
- [26] Goumas, M., Lygerou, V., “An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of alternative energy exploitation projects”, *European Journal of Operational Research*, 123, 606-613, (2000).
- [27] Higgins, R.C., *Analysis for Financial Management*, Irwin, Chicago, (1995).
- [28] Inuiguchi, M., Ramík, J., “Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem”, *Fuzzy Sets and Systems*, 111 (1), 3-28, (2000).
- [29] İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, site internet <http://www.imkb.gov.tr>

- [30] Jacquillat, B., Solnik, B., *Marchés Financiers, Gestion de Portefeuille et des Risques*, Dunod, Paris, (1997).
- [31] Kahraman, C., Ruan, D., Doğan, İ., “Fuzzy group decision-making for facility location selection”, *Information Sciences*, 157, 135–153, (2003).
- [32] Karsak, E.E., Kuzgunkaya, O., “A fuzzy multiple objective programming approach for the selection of a flexible manufacturing system”, *International Journal of Production Economics*, 79 (2), 101-111, (2002).
- [33] Klir, G.J., St. Clair, U.H., Yuan, B., *Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, (1997).
- [34] Larsen, R.J., Marx, M.L., *An Introduction to Mathematical Statistics and its Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, (2000).
- [35] Le Téo, J.F., Mareschal, B., “An interval version of PROMETHEE for the comparison of building products' design with ill-defined data on environmental quality”, *European Journal of Operational Research*, 109, 522-529, (1998).
- [36] Lin, C., Hsieh, P.-J., “A fuzzy decision support system for strategic portfolio management”, *Decision Support Systems*, 38 (3), 383– 398, (2004).
- [37] Lovata, M.L., Costigan, M.L., “Empirical analysis of adopters of economic value added”, *Management Accounting Research*, 13, 215-228, (2002).
- [38] Maginn, J.L., Tuttle, D.L., *Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process*, Warren, Gorham & Lamont, Boston, (1990).
- [39] Mansini, R., Speranza, M.G., “Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots”, *European Journal of Operational Research*, 114 (2), 219–233, (1999).

- [40] Markowitz, H., "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91, (1952).
- [41] Ogryczak, W., "Multiple criteria linear programming model for portfolio selection", *Annals of Operations Research*, 97, 143–162, (2000).
- [42] Park, C., *Contemporary Engineering Economics*, Addison – Wesley, Menlo Park, (1997).
- [43] Pardalos, P.M., Siskos, Y., Zopounidis, C., *Advances in Multicriteria Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1995).
- [44] Pendaraki, K., Zopounidis, C., Doumpos, M., "On the construction of mutual fund portfolios: A multicriteria methodology and an application to the Greek market of equity mutual funds", *European Journal of Operational Research*, 163 (2), 462–481, (2005).
- [45] Pomerol, J.-C., Barba Romero, S., *Multicriterion Decision in Management: Principles and Practice*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, (2000).
- [46] Schärli, A., *Pratiquer ELECTRE et PROMETHEE, Un Complement à Décider sur Plusieurs Critères*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, (1996).
- [47] Schniederjans, A.M., Schniederjans, M.J., "Using the analytic hierarchy process and multi-objective programming for internet portfolio analysis", dans Lawrence, K.D., Reeves, G.R., Klimberg, R.K. (Eds.), *Multi-Criteria Applications*, JAI/Elsevier, Amsterdam, 103–137, (2000).
- [48] Sharpe, W.F., "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *The Journal of Finance*, 19 (3), (1964).

[49] Sharpe, W.F., Alexander, G.J., Bailey, J.V., *Investments*, Prentice Hall, Upper Saddle River, (1999).

[50] Speranza, M.G., “A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan stock market”, *Computers and Operations Research*, 23 (5), 433–441, (1996).

[51] Steuer, R.E., Na, P., “Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study”, *European Journal of Operational Research*, 150 (3), 496-515, (2003).

[52] Stewart, G. B., *The Quest for Value*, New York, Harper Business, (1991).

[53] Suslick, S.B., Furtado, R., “Quantifying the value of technological, environmental and financial gain in decision models for offshore oil exploration” *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 32 (2-4), 115-125, (2001).

[54] Tanaka, H., Guo, P., “Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions”, *European Journal of Operational Research*, 114 (1), 115-126, (1999).

[55] Tanaka, H., Guo, P., Türksen, I.B., “Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions”, *Fuzzy Sets and Systems*, 111 (3), 387-397, (2000).

[56] Tolga, E., Demircan, M.L., Kahraman, C., “Operating system selection using fuzzy replacement analysis and analytic hierarchy process”, *International Journal of Production Economics*, 97 (1), 89-117, (2005).

[57] Topçu, Y.İ., Ülengin, F., “Energy for the future: An integrated decision aid for the case of Turkey”, *Energy*, 29 (1), 137–154, (2004).

- [58] Tzeng, G.-H, Lin, C.-W., Opricovic, S., “Multi-criteria analysis of alternative-fuel buses for public transportation”, *Energy Policy*, 33 (11), 1373-1383, (2005).
- [59] Ülengin, F., Topçu, İ., Şahin, Ş.Ö., “An integrated decision aid system for Bosphorus water crossing problem”, *European Journal of Operational Research*, 134 (1), 179-192, (2001).
- [60] Viviani, J.-L., *Gestion de Portefeuille*, Dunod, Paris, (2001).
- [61] Wong, F. S., Wang, P. Z., Goh, T. H., Quek, B. K., “Fuzzy Neural Systems for Stock Selection”, *Financial Analysts Journal*, 48 (1), 47-52, (1992).
- [62] Yager, R.R., “A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval”, *Information Science*, 24, 143-161, (1981).
- [63] Zadeh, L.A., “Fuzzy sets”, *Information and Control*, 8, 338-353, (1965).
- [64] Zimmermann, H.-J., *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1996).

APPENDICE A

Un test de χ^2 a été conduit pour tester l'hypothèse que les rendements journaliers de l'Indice BI National – 30 suivent une distribution normale avec un moyen de 0.127 et une variance de 3.673 (ces valeurs sont en fait le moyen et la variance de l'échantillon de l'Indice BI National – 30). Pour réaliser ce test, nous avons saisi les rendements journaliers de l'Indice BI National – 30 sur un tableau de EXCEL pour grouper ces données et pour en former un histogramme. EXCEL performe ces opérations automatiquement, par la fonction de Data Analysis > Histogram. L'histogramme obtenu est la suivante

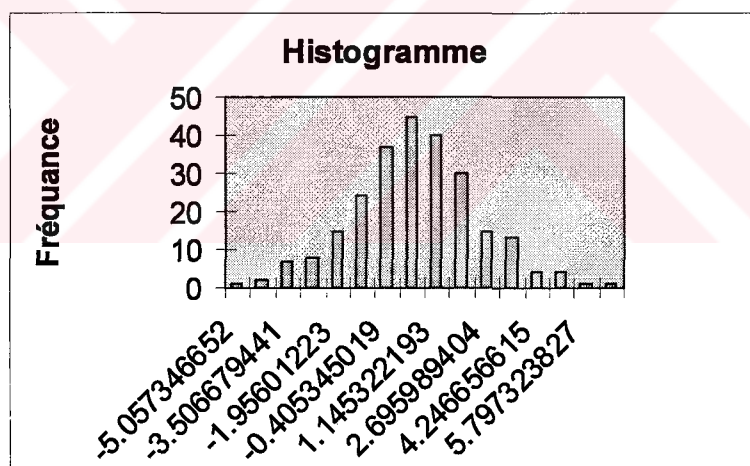


Figure A.1. Histogramme des rendements de l'Indice BI – National 30

Les données relatives à cet histogramme sont présentées sur le tableau suivant,

Tableau A.1. Intervalles et fréquences de l'histogramme

Intervalle I_j	Fréquence
$]-\infty, -5.05735]$	1
$[-5.05735, -4.28201]$	2
$[-4.28201, -3.50668]$	7
$[-3.50668, -2.73135]$	8
$[-2.73135, -1.95601]$	15
$[-1.95601, -1.18068]$	24
$[-1.18068, -0.40535]$	37
$[-0.40535, 0.369989]$	45
$[0.369989, 1.145322]$	40
$[1.145322, 1.920656]$	30
$[1.920656, 2.695989]$	15
$[2.695989, 3.471323]$	13
$[3.471323, 4.246657]$	4
$[4.246657, 5.02199]$	4
$[5.02199, 5.797324]$	1
$[5.797324, \infty [$	1

Or, il est proposé que les intervalles contiennent au moins 5 éléments [21]. Si ce n'est pas le cas, il faut unir les intervalles. Dans notre test, nous avons uni les intervalles pour vérifier cette condition et réalisé les calculs en utilisant ces intervalles I_j unis. Les intervalles unis sont présentés sur le tableau A.2.

Une fois qu'on obtienne ces intervalles, on peut passer au test. On calcule d'abord les valeurs espérées E_j par la formule,

$$E_j = N.P(X \in I_j) \quad X \sim N(0,1) \quad (\text{A.1})$$

Tableau A.2. Histogramme avec intervalles unis

Intervalle I_j	Fréquence
$]-\infty, -3.50668]$	10
$[-3.50668, -2.73135]$	8
$[-2.73135, -1.95601]$	15
$[-1.95601, -1.18068]$	24
$[-1.18068, -0.40535]$	37
$[-0.40535, 0.369989]$	45
$[0.369989, 1.145322]$	40
$[1.145322, 1.920656]$	30
$[1.920656, 2.695989]$	15
$[2.695989, 3.471323]$	13
$[3.471323, \infty[$	10

Dans la formule (A.1), N est la taille de l'échantillon testé. On calcule en suite une valeur X^2 par la formule

$$X^2 = \sum_{j=1}^J \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j} \quad (\text{A.2})$$

Dans la formule (A.2), J est le nombre d'intervalles j et O_j est la fréquence relative à chaque intervalle. Pour finir le test, il faut calculer la valeur de χ^2 critique et le comparer avec X^2 qu'on a calculé. La valeur de χ^2 critique dépend du degré de liberté ν et du niveau de confiance $(1-\alpha)$. Le degré de liberté est déterminé par la formule (A.3),

$$\nu = J - k - 1 \quad (\text{A.3})$$

Dans (A.3), J est le nombre d'intervalles et k est la quantité de paramètres estimés.

Dans notre test, nous avons travaillé sur un échantillon de taille $N = 247$. Nous avons divisé cet échantillon à 11 intervalles (c.f. tableau A.2), donc $J = 11$. Nous avons estimé deux paramètres, le moyen et la variance de la distribution normale ; donc le degré de liberté est $11-2-1 = 8$. X^2 calculée par la formule (A.2) est 7.277. La valeur critique de χ^2 avec du niveau de confiance $(1-\alpha)$ égale à 0.90 est de 13.4. Cette valeur étant plus grande que X^2 , on ne peut pas rejeter l'hypothèse que les rendements journaliers de l'Indice BI National – 30 suivent une distribution normale avec un moyen de 0.127 et une variance de 3.673.



APPENDICE B

Dans cet appendice, nous allons présenter les données utilisées dans les calculs de EVA

Tableau B.1. Les valeurs de Bêta

Beta	2001	2002	2003	2004
Akbank	0.93	0.87	0.99	0.83
Akenerji	0.69	0.75	0.95	0.80
Aksigorta	0.82	0.80	0.97	0.64
Aksa	0.80	0.77	0.96	0.47
Alarko	0.77	0.70	0.97	0.67
Arçelik	0.90	0.90	0.96	0.64
Beko	0.88	0.78	0.97	0.53
Doğan Holding	1.02	1.12	1.01	0.78
Doğan Yayın Holding	0.93	1.17	1.00	0.79
Enka İnşaat	0.88	0.68	0.94	0.62
Erdemir	0.86	0.84	0.98	0.96
Finansbank	0.83	0.92	0.99	0.77
Ford	0.78	0.75	0.97	0.67
Garanti Bankası	0.91	1.06	1.00	0.89
Hürriyet Gazetecilik	1.01	0.97	0.99	0.72
İşbankası	0.86	0.91	1.00	0.91
Koç Holding	0.91	0.72	0.99	0.99
Karabük Demir Çelik	0.85	0.83	1.01	0.82
Migros	0.71	0.83	0.95	0.73
Petrol Ofisi	0.77	0.73	0.95	0.74
Şişecam	0.88	0.94	0.97	0.71
Turkcell	0.85	0.80	0.97	0.64
Tansaş	0.82	0.80	0.96	0.77
Tofaş	0.86	0.75	0.97	0.76
Tüpraş	0.71	0.80	0.97	0.58
Vestel	0.89	0.89	0.97	0.72
Yapı kredi Bankası	1.03	1.17	1.00	0.87

Tableau B.2. Les CMPC

CMPC	2001	2002	2003	2004	2005		
					a	b	c
Akbank	0.41	0.37	0.28	0.09	0.07	0.09	0.11
Akenerji	0.24	0.19	0.08	0.09	0.07	0.09	0.11
Aksigorta	0.31	0.25	0.16	0.06	0.02	0.06	0.09
Aksa	0.25	0.23	0.10	0.08	0.05	0.08	0.10
Alarko	0.39	0.14	0.02	0.11	0.10	0.11	0.12
Arcelik	0.29	0.24	0.19	0.09	0.07	0.09	0.11
Beko	0.37	0.32	0.24	0.11	0.10	0.11	0.12
Doğan Holding	0.25	0.36	0.29	0.11	0.10	0.11	0.12
Doğan Yayın Holding	0.16	0.29	0.22	0.09	0.07	0.09	0.11
Enka İnşaat	0.14	0.32	0.21	0.11	0.10	0.11	0.12
Ereğli Demir Çelik	0.28	0.23	0.12	0.04	-0.01	0.04	0.08
Finansbank	0.42	0.39	0.32	0.10	0.09	0.10	0.11
Ford	0.40	0.29	0.17	0.08	0.06	0.08	0.10
Garanti Bankası	0.41	0.38	0.31	0.10	0.09	0.10	0.11
Hürriyet Gazetecilik	0.23	0.17	0.10	0.07	0.04	0.07	0.09
İşbankası	0.38	0.37	0.30	0.09	0.08	0.09	0.11
Koç Holding	0.09	0.36	0.27	0.10	0.08	0.10	0.11
Karabük Demir Çelik	0.56	0.54	0.30	0.11	0.10	0.11	0.12
Migros	0.34	0.26	0.18	0.08	0.06	0.08	0.10
Petrol Ofisi	0.29	0.34	0.21	0.10	0.09	0.10	0.11
Şişecam	0.21	0.19	0.13	0.07	0.05	0.07	0.10
Turkcell	0.49	0.31	0.18	0.09	0.07	0.09	0.11
Tansaş	0.54	0.23	0.18	0.10	0.09	0.10	0.11
Tofaş	0.35	0.29	0.19	0.08	0.06	0.08	0.10
Tüpraş	0.35	0.29	0.18	0.09	0.07	0.09	0.11
Vestel	0.34	0.33	0.25	0.11	0.10	0.11	0.12
Yapı kredi Bankası	0.41	0.35	0.29	0.11	0.10	0.11	0.12

Tableau B.3 Les Capitaux Investis (en Millions de TL)

Capitaux Investis	2001	2002	2003	2004
Akbank	16483271000	25262608000	28118710000	30754188000
Akenerji	287673014	380346191	359523268	669618496
Aksigorta	254411076	202188473	436845647	335758449
Aksa	168494274	264878548	275943425	1390800412
Alarko	73450806	108904708	126377933	939404874
Arçelik	581107701	921008299	1381296000	1721728000
Beko	179079830	319594666	468998000	942779000
Doğan Holding	732490950	1036946163	8115325143	10372801178
Doğan Yayın Holding	335774640	335774640	1157636000	1363019000
Enka İnşaat	25535283	150750134	217248376	4848973440
Ereğli Demir Çelik	1379245423	1889331885	2605666701	5251157393
Finansbank	6033468000	4760470000	9291087000	12228977000
Ford	499558052	895036171	1666534000	2035096000
Garanti Bankası	16568357000	18517539000	24262344000	28899323000
Hürriyet Gazetecilik	237667150	323280289	617231562	713876897
İşbankası	16892786000	25333400000	32216641000	39726287000
Koç Holding	514103050	647219695	11213367000	14804422000
Karabük Demir Çelik	67916106	224332453	428838203	380142482
Migros	195151009	260170936	715767000	858241000
Petrol Ofisi	406630219	2779217139	2869329847	2973786533
Şişecam	339682621	480577047	2763693749	3431304070
Turkcell	2250409993	3322823012	3955979570	5296310000
Tansaş	92846870	343601633	233195000	218969000
Tofaş	506303425	823913635	1045856000	1146886000
Tüpraş	1117906602	1507378754	1969224603	3558123402
Vestel	539171157	888578228	970082962	1726294183
Yapı kredi Bankası	14225483000	18061336000	20922049000	24260952000

Tableau B.4. Les RAE (en Millions de TL)

RAE	2001	2002	2003	2004
Akbank	2334191260	824890720	726546840	2059704220
Akenerji	6043790	13486802	13535443	-5444121
Aksigorta	13660650	7543756	-2052994	9323209
Aksa	64873356	70255014	51915772	55220942
Alarko	-547358	8839279	3255780	3379929
Arçelik	52913974	210642257	147989420	271475000
Beko	47835963	51874023	32291340	5150850
Doğan Holding	-6899448	9688733	357424775	399317067
Doğan Yayın Holding	802093	802093	-19780510	56527400
Enka İnşaat	8832919	40042776	70373381	471487627
Ereğli Demir Çelik	97390257	4728056	349245328	736759735
Finansbank	453311590	486092340	434905200	723298800
Ford	-100099632	-101213159	217897310	385657350
Garanti Bankası	22527460	736867800	263667650	1443967130
Hürriyet Gazetecilik	19746701	28016763	21726120	39095762
İşbankası	571570350	1483968640	1579554060	2459763460
Koç Holding	6562280	2224483	465304060	819082280
Karabük Demir Çelik	-62501630	-41398939	60991533	109200300
Migros	625750	-4207186	352843980	-450600105
Petrol Ofisi	148431863	197714465	116916257	113039761
Şişecam	-152	12266756	118970592	238078647
Turkcell	-81216365	352569738	579901232	491650420
Tansaş	-82453086	-75964345	-54629130	-28175580
Tofaş	25170160	-8820115	-137022480	3083280
Tüpraş	157443739	93060533	257440179	536794573
Vestel	166221772.9	169610363.7	146268615.7	193632673
Yapı kredi Bankası	-950495949	1022556110	439628310	1305858490

Tableau B.5. Les EVA

EVA	2001	2002	2003	2004	2005		
					a	b	c
Akbank	-5054650361	-5066815959	-8472993745	-3765252958	-4349778677	-3765252958	-3180727239
Akenerji	-139715749	-310940	-200938443	-134923851	-147834185	-134923851	-122013517
Aksigorta	-108771527	-12226063	-214927086	-70588015	-81835415	-70588015	-59340616
Aksa	-19940122	50157937	-106459706	-239789542	-274840625	-239789542	-204738458
Alarko	-33898316	10183683	-83222752	-141206243	-148788995	-141206243	-133623490
Arçelik	-231104036	138541556	-485049932	-48323141	-78767653	-48323141	-17878629
Beko	-34846708	-6455387	-146615818	-143549838	-152141172	-143549838	-134958504
Doğan Hld	-377362611	-221549280	-2298192712	-1162207691	-1237206339	-1162207691	-1087209044
DY Hld	-179172729	-42926231	-499403752	-196945637	-221376344	-196945637	-172514930
Enka İnşaat	-5005458	10924374	-21980537	-275590791	-314791861	-275590791	-236389721
Erdemir	-584183569	-140886508	-1058924116	-643242838	-862243363	-643242838	-424242312
Finansbank	-2230398363	-771039807	-2212644613	-1326194804	-1476563754	-1326194804	-1175825853
Ford	-326393463	-235817770	-583760750	-18201148	-62115819	-18201148	25713523
Garanti B	-7411446207	-3852651113	-6873572980	-3414947126	-3777132954	-3414947126	-3052761297
Hürriyet G.	-101398074	29679446	-329572409	-118777366	-139162822	-118777366	-98391909
İşbankası	-7184858763	-4390887251	-8483780440	-4588542539	-5200073474	-4588542539	-3977011605
Koç Hld	-280302764	-147755252	-3459146067	-1733696786	-1939546418	-1733696786	-1527847154
Kardemir	-89330531	-138127263	-71298743	47473342	43576771	47473342	51369913
Migros	-91106394	-31597209	18902311	-620979723	-639591626	-620979723	-602367821
Petrol Ofisi	-49990990	-372105631	-1096255043	-365743606	-399271656	-365743606	-332215557
Şişecam	-175304973	5797465	-1338239941	-493062085	-582573635	-493062085	-403550535
Turkcell	-1028543960	-226360116	-1256326553	-497874588	-593295613	-497874588	-402453564
Tansaş	-120045390	-104083209	-164487794	-65813549	-68724784	-65813549	-62902315
Tofaş	-212107154	-127646626	-611101943	-227248493	-252967728	-227248493	-201529259
Tüpraş	-366568006	-130137847	-655958142	-132643654	-197772830	-132643654	-67514477
Vestel	-88346254	3781604	-215210920	-84028890	-101642293	-84028890	-66415486
Yapı kredi	-7308452387	-2725347502	-6226364978	-2383559267	-2567897101	-2383559267	-2199221432

APPENDICE C

Tableau C.1. Les évaluations entrées au PROMETHEE-F

Action	RAE	DPA	Volatilité (%)	EVA		
				a	b	c
Akbank	1460745660	1.70	0.02	-9846940979	-9236075375	-8659710486
Akenerji	204186728	0.52	0.02	-327325354	-312509158	-298529757
Aksigorta	393045066	0.75	0.02	-191101395	-179394814	-168349403
Aksa	100861239	1.76	0.01	-490613234	-453624390	-418724618
Alarko	67158803	0.80	0.02	-287289608	-277002476	-267296345
Arçelik	487181879	0.91	0.02	-220654780	-192618887	-166166417
Beko	350506687	0.00	0.04	-293006723	-281771804	-271171416
Doğan Hld	15578967306	0.00	0.02	-2419473350	-2323723170	-2233380808
DY Hld	1769771926	0.18	0.02	-471669370	-445125432	-420080653
Enka İnşaat	60747880	1.57	0.02	-554927036	-513369210	-474158503
Erdemir	1054740583	0.18	0.06	-1662607365	-1453370523	-1255951044
Finansbank	3417009454	0.17	0.03	-3619987065	-3453694860	-3296794574
Ford	225763867	2.28	0.02	-218341208	-179218326	-141026645
Garanti B	6443377351	0.00	0.03	-10042876179	-9636693425	-9253451226
Hürriyet G.	1013173614	0.44	0.03	-286468956	-265485588	-245687326
İşbankası	4516097440	0.17	0.02	-12368079028	-11712380791	-11093715346
Koç Hld	1368133445	0.26	0.05	-3565963826	-3340408752	-3127592669
Kardemir	6973433553	0.00	0.06	43855593	48237768	52882255
Migros	217575548	0.35	0.04	-1224603032	-1192334135	-1161887734
Petrol Ofisi	263105449	0.58	0.02	-739494139	-700623984	-663949153
Şişecam	1782770586	0.12	0.03	-1084017472	-992609154	-906363431
Türkcell	1348121522	1.14	0.05	-1478523164	-1381789736	-1290519657
Tansaş	2637605134	0.00	0.02	-179810195	-175563923	-171557473
Tofaş	1772694459	0.00	0.02	-544459111	-516005734	-489159358
Tüpraş	860328963	5.87	0.02	-470104299	-409379142	-352083645
Vestel	1682220599	0.00	0.02	-212875166	-195220880	-178563681
Yapı kredi	14968722594	0.00	0.03	-7901119873	-7677877215	-7467242947

Biographie

Ragıp Ufuk Bilsel est né en 24.06.1980 à Istanbul. Il est diplômé du Lycée Saint Joseph en 1999. Il a obtenu son diplôme de licence de l'Université de Galatasaray, Faculté d'Ingénierie et de Technologie, Division de Génie Industrielle en 2003. Il a préparé sa thèse de licence avec Docteur Esra Albayrak, Maître de Conférences, sur la sélection de clientèle par la méthode de AHP. Il est maintenant assistant de recherche au sein de la Faculté d'Ingénierie et de Technologie de l'Université de Galatasaray. Les sujets de recherche dont il s'intéresse sont logistiques et décision multi – critère.

