T.C.
DÜZCE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

ÇEYREK SİMETRİK METRİK KONNEKSİYONLU HEMEN HEMEN α-KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

YÜKSEK LİSANS

NURULLAH KACIR

ŞUBAT 2016

DÜZCE

KABUL VE ONAY BELGESİ

Nurullah KACIR tarafından hazırlanan Çeyrek-simetrik Metrik Koneksiyonlu Hemen Hemen Kosimplektik Manifoldlar isimli lisansüstü tez çalışması, Düzce Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .... tarih ve ....sayılı kararı ile oluşturulan jüri tarafından Matematik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans / Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Üye
(Tez Danışmanı)
Prof.Dr.Nesip AKTAN
Necmettin Erbakan Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. M. Zeki SARIKAYA
Düzce Üniversitesi

Üye
Doç. Dr. Erdal ÖZÜSAĞLAM
Aksaray Üniversitesi

Tezin Savunulduğu Tarih : 18.02.2016

ONAY

Bu tez ile Düzce Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Nurullah KACIR'ın Matematik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans derecesini almasını onamıştır.

Prof. Dr. Haldun MÜDERRİSOĞLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve etik kurallar içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını beyan ederim.

18 Şubat 2016

Nurullah KACIR

Sevgili Aileme

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim ve bu tezin hazırlanmasında süresince gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam Prof. Dr. Nesip AKTAN'a en içten dileklerimle teşekkür ederim.

Bu çalışma boyunca yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen aileme ,çalışma arkadaşlarıma ve özellikle can yoldaşım sevgili eşim Dilek KACIR' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

18 Şubat 2016 **Nurullah Kacır**

İÇİNDEKİLER **Sayfa**

SİMGELER DİZİNİ

$\tilde{M}$	Manifold
M	Alt Manifold
$\tilde{M}(C)$	Uzay Formu
g	Metrik Tensörü
$[,]$	Lie Parantez Operatörü
T_pM	Tanjant Uzay
$\chi(M)$	Vektör Alanları Uzayı
∇	Levi-Civita Koneksiyonu
$\tilde{\nabla}$	Altmanifoldun Levi-Civita Koneksiyonu
$\overline{\nabla}$	Çeyrek-simetrik Metrik Koneksiyon
$\mathring{\nabla}$	Van der Waerden Bortolotti Koneksiyonu
$\nabla^{\perp}$	Normal Koneksiyon
Δ	Laplace Dönüşümü
h	2. Temel Form
$\overline{\nabla}h$	3. Temel Form
A_{α}	Şekil Operatörü
$\lVert h \rVert$	2.Temel Formun Boyu
H	Ortalama Eğrilik
$\tilde{H}$	Hiperyüzeylerin 2. Temel Tensörü
$\tilde{R}$	Riemann-Christoffel Eğrilik Tensörü
R	Altmanifoldun Riemann-Christoffel Eğrilik Tensörü

$\overset{\circ}{R}$	Çeyrek-simetrik Metrik Koneksiyonun Riemann Christoffel Eğrilik tensörü
S	Ricci Tensörü
$\overset{\circ}{S}$	Çeyrek-simetrik Metrik Koneksiyonun Ricci Tensörü
r	Skaler Eğrilik
$\overset{\circ}{r}$	Çeyrek-simetrik Metrik Koneksiyonun Skaler Eğriliği
φ	Tensör Alanı
ξ	Birim Vektör Alanı
η	1-Form
BxF	Çarpım Manifoldu
$B\, x_f\, F$	Katlı Çarpım Manifoldu
$\wedge_A$	Endomorfizm
$\otimes$	Tensör Çarpımı

ÖZET

ÇEYREK SİMETRİK METRİK KONNEKSİYONLU HEMEN HEMEN α-KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

Nurullah KACIR

Düzce Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Nesip AKTAN

Şubat 2016, 45 sayfa

Bu çalışmada, çeyrek-simetrik metrik konneksiyona sahip hemen hemen α-kosimplektik manifoldların temel geometrik özellikleri incelenmiştir.

Anahtar sözcükler: Hemen hemen kosimplektik manifold, çeyrek-simetrik metrik konneksiyon, genelleştirilmiş rekurrent manifold.

ABSTRACT

ALMOST α-COSYMPLECTIC MANIFOLDS ENDOWED WITH A QUARTER-SYMMETRIC METRIC CONNECTION

Nurullah KACIR

Duzce University

Graduate School of Natural and Applied Sciences, Departmant of Mathematics

Master of Science Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Nesip AKTAN

Fabruary 2016, 45 pages

In this study, we investigate basic geometric structure of almost α-cosymplektic manifolds with quarter-symmetric metric connection

Keywords: Almost α-cosymplectik manifolds, Quarter –symmetric metrik connection, locally symmetric manifold, generalized recurrent manifold.

EXTENDED ABSTRACT

ALMOST α-COSYMPLECTIC MANIFOLDS ENDOWED WITH A QUARTER-SYMMETRİC METRIC CONNECTION

Nurullah KACIR
Duzce University
Graduate School of Natural and Applied Sciences, Departmant of Mathematics
Master of Science Thesis
Supervisor: Prof. Dr. Nesip AKTAN
Fabruary 2016, 45 pages

1. INTRODUCTION:

The class of almost contact metric manifolds which are called almost Kenmotsu manifolds was firstly introduced by Kenmotsu. These manifolds appeared fort he first time in [23], where they were locally classified. Kenmotsu defined a structure closely related to the warped product which was characterized by tensor equations.

The notion of an almost cosymplectic manifold was introduced by Goldberg and Yano in 1969, [22]. In [18], Kim and Pak combined almost α–Kenmotsu and almost cosymplectic manifold into a new class which is called almost α–cosymplektik manifolds, where α is a scalar.

Aktan at al. consider a wide subclass for almost contact metrik manifolds which is called almost α-cosymplectic manifold. Firstly, the authors give the concept of almost α-cosymplectic manifolds and state general curvature properties and derive several important formulas on almost α-cosymplectic manifolds. Finally , they give two extensive examples on almost α-cosymplectic manifolds.

In 1924, Friedman and Schouten [24] introduced the notion of semi-symmetric linear connections. In 1975 , S.Golap defined and studied quarter-symmetric linear connections in differentiable manifolds

2. MATERIAL AND METHODS:

In this study by using the basis of studies mentioned above, we introduce some fundamental concept of manifold theory. In the first subsection we give some basic properties of Riemannian manifolds.

3. RESULTS AND DISCUSSIONS:

In this section, we introduce properties of almost α-cosymplectic manifolds endowed with aquarter-symmetric metric connection. Then we rewiew basic formulas and definitions for almost α-cosymplectic manifolds and quarter-symmetric metric connection. We obtain some basic results for almost α-cosymplectic manifolds endowed with a quarter-symmetric metric connection.

4. CONCLUSION AND OUTLOOK:

In this study we have some basic results for almost α-cosymplectic manifolds endowed with a quarter-symmetric metric connection. Almost α-cosymplectic manifolds endowed with a quarter-symmetric metric connection.are open problems, so very important results can be obtained.

Keywords: Almost α**-**cosymplectik manifolds, Quarter –symmetric metrik connection, locally symmetric manifold, generalized recurrent manifold.

1. GİRİŞ

Manifold teorisinde hemen hemen değme manifoldları çok önemli bir yere sahiptir. İlk olarak, 1959 yılında J.Gray tek boyutlu manifoldlar üzerinde yaptığı çalışmada U(n)x1 yapısal grubunun bir indirgenmesiyle hemen hemen değme yapıları tanımlamıştır. Buna göre, $(2n+1)$ -boyutlu bir hemen hemen değme yapısı

$$\eta(\xi)=1$$
$$\varphi^2=-I+\eta\otimes\xi$$

denklemlerini sağlayan (1,1)-tipinde bir φ tensör alanı, bir ξ vektör alanı ve bir η ile oluşturulan (φ,ξ,η) üçlüsüyle ifade edilir. 1960 yılında Sasaki (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısı üzerinde

$$\eta(X)=g(X,\xi)$$
$$g(\varphi X,\varphi Y)=g(X,Y)-\eta(X)\eta(Y)$$

ifadeleriyle verilen uygun bir g metriği tanımlamış ve yapıyı tam olarak ifade etmiştir. 1961 yılında Sasaki ve Hatakeyama hemen hemen değme manifoldlar için normallik şartının J kompleks yapısının integrallenebilmesi olduğunu göstermiştir.

Hemen hemen değme yapıya bağlı kalarak Goldberg ve Yano 1969 yılında kosimplektik manifoldu tanımlamışlardır. İleriki yıllarda ise özellikle Olszak kosimplektik manifoldlar üzerinebir çok çalışma yapmıştır[20-21].

1969 yılında Goldber ve Yano hemen hemen kosimplektik manifoldlar üzerinde çalışmalar yapmıştır.[22]

[18] de Kim ve Pak hemen hemen α-Kenmotsu ve hemen hemen kosimplektik manifoldları kombin ederek yeni bir manifold sınıfı oluşturmuş bu sınıfa da hemen hemen α -kosimplektik manifold adını vermiştir.

Bu tez çalışması 3 ana bölümden oluşmustur.

Birinci bölüm olan giriş bölümünde konuyla ilgili literatür bilgisi verilmiştir.

İkinci bölümde temel tanım ve kavramlar verilmiştir. Bu bölümün alt bölümlerinde sırasıyla Riemann manifoldları, hemen hemen değme metrik manifoldları,alt manifoldlar,hemen hemen α–kosimplektik manifold ve çeyrek-simetrik metrik konneksiyon ile ilgili temel bilgiler verilmiştir.

Üçüncü bölümde ise hemen hemen α–kosimplektik manifoldların lineer konneksiyonlu bilinen bazı eşitliklerinin, çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu eşitlikleri bulunup yazılmıştır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde diğer bölümlerde kullanılacak olan bazı temel tanımlar ve kavramlar verilecektir.

2.1. Riemann Manifoldları

Tanım 2.1.1. M , n-boyutlu, diferensiyellenebilir (C^∞) bir manifold olsun. M üzerindeki C^∞ vektör alanlarının uzayı $\chi(M)$ ve M den $\Re$ ye C^∞ fonksiyonların uzayı $C^\infty(M,\Re)$ olmak üzere, M üzerinde;

C vektör alanlarının uzayı χ(M) olmak üzere; $C^\infty(M,\Re)$

$$\nabla : \chi(M) x \chi(M) \to \chi(M)$$

$$g : \chi(M) x \chi(M) \to C^\infty(M,\Re)$$

şeklinde tanımlanan pozitif, simetrik ve 2-lineer Riemann metriği g ile birlikte M ye bir *Riemann manifoldu* adı verilir ve (M,g) şeklinde gösterilir [11].

M manifoldunun herhangi iki p ve q noktası için; M
üzerinde bu noktaları
birleştiren bir eğri bulunabilirse M ye *bağlantılı manifold* adı verilir [10].

Tanım 2.1.2. M n-boyutlu diferensiyellenebilir bir manifold ve M üzerindeki

$$\nabla : \chi(M) \times \chi(M) \to \chi(M)$$
$$(X,Y) \to \nabla(X,Y) = \nabla_X Y$$

dönüşümü ;

(i) $\nabla_X (Y+Z) = \nabla_X Y + \nabla_X Z; \quad \forall X,Y,Z \in \chi(M)$

(ii) $\nabla_{fX+gY} Z = f\nabla_X Z + g\nabla_Y Z; \quad \forall X,Y,Z \in \chi(M)$ ve $\forall f,g \in C^\infty(M,\Re)$

(iii) $\nabla_X(fY) = f\nabla_X Y + X(f)Y;\ \ \forall X,Y \in \chi(M)$ ve $\forall f \in C^{\infty}(M,\Re)$

özelliklerini sağlıyor ise ∇ ya M üzerinde bir *Afin Koneksiyon* adı verilir [7]

Tanım 2.1.3. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve ∇ da M üzerinde tanımlanan bir afin koneksiyonu olmak üzere;

(i) $\nabla_X Y - \nabla_Y X = [X,Y];$ $\quad\forall X,Y \in \chi(M)$

(ii) $Xg(Y,Z) = g(\nabla_X Y,Z) + g(Y,\nabla_X Z);$ $\quad\forall X,Y,Z \in \chi(M)$

şartlarını sağladığında ∇ ya M üzerinde *sıfır torsiyonlu Riemann Koneksiyon* veya M ' nin *Levi-Civita Koneksiyonu* adı verilir [7].

Tanım 2.1.4. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve ∇ da M üzerinde tanımlanan Levi-Civita koneksiyonu olmak üzere $\forall X,Y,Z \in \chi(M)$ için;

$$2g(\nabla_X Y,Z) = Xg(Y,Z) + Yg(Z,X) - Zg(X,Y)$$

$$- g(X,[Y,Z]) - g(Y,[X,Z] + g(Z,[X,Y])$$

ile tanımlanan ifadeye *Kozsul formülü* adı verilir [13].

Tanım 2.1.5. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu, ∇ da M üzerindeki Levi-Civita koneksiyonu olsun.

$$R : \chi(M) \times \chi(M) \to \chi(M)$$

$$R(X,Y)Z = \nabla_X \nabla_Y Z - \nabla_Y \nabla_X - \nabla_{[X,Y]} Z \qquad \forall X,Y,Z \in \chi(M) \quad (2.\ 1)$$

ile tanımlanan R fonksiyonu M üzerinde (l, 3)-tipinde bir tensör alanıdır ve M 'nin *Riemann eğrilik tensörü* olarak adlandırılır

Ayrıca

$$R(X,Y,Z,W) = g(R(X,Y)Z,W)$$

tensörüne M ' nin *Riemann-Christoffel eğrilik tensörü* adı verilir [10].

Ayrıca, $X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için Riemann eğrilik tensörü R;

(i) $R(X,Y)Z = -R(Y,X)Z$,

(ii) $R(X,Y)Z + R(Y,X)Z + R(Z,X)Y = 0$,

(iii) $g(R(X,Y)V,W) = -g(R(X,Y)W,V)$,

(iv) $g(R(X,Y)V,W) = -g(R(V,W)X,Y)$,

özelliklerine sahiptir [10].

Tanım 2.1.6. M , n-boyutlu, diferensiyellenebilir bir manifold ve M üzerinde (r,s)-tipinde simetrik bir tensör A olsun. Bu durumda, $1 \leq a < b \leq s$ reel sayıları ve keyfi bir r değeri için;

$$\mathrm{C}^{\mathrm{r}}_{\mathrm{ab}} : \chi_s(M) \to \chi_{s-2}(M)$$

$$(\mathrm{C}_{\mathrm{ab}}\mathrm{A})^{i_1 \ldots i_r}_{j_1 \ldots j_{s-2}} = \sum_{p,q} g^{p,q} A^{i_1 \ldots i_r}_{j_1 \ldots \underset{\text{a.bileşen}}{p} \ldots \underset{\text{b.bileşen}}{q} \ldots j_{s-2}}$$

biçiminde tanımlanan C_{ab} operatörüne $a.$ ve $b.$ bileşenlere göre A tensörünün *metrik kontraksiyonu* adı verilir. Böylece kontraksiyon operatörü, (r,s)-tipindeki bir tensörü $(r-1, s-1)$ -tipinde bir tensöre dönüştürür [13].

Tanım 2.1.7. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu ve $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ lokal ortonormal vektör alanları $\chi(M)$'nin bir bazı olmak üzere;

$$S : \chi(M) x \chi(M) \to \mathrm{C}^{\infty}(M, \Re)$$

$$(X,Y) \to S(X,Y) = \sum_{i=1}^{n} g(R(e_i, X)Y, e_i) \quad ; \quad X,Y \in \chi(M) \qquad (2.2)$$

şeklinde tanımlı (0, 2)-tipindeki S tensör alanına, M üzerinde *Ricci eğrilik tensörü* adı verilir. Ayrıca Q Ricci operatörü

$$g(QX,Y) = S(X,Y)$$

biçiminde tanımlanır [8].

Tanım2.1.8. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. $p\in M$ noktasındaki T_pM tanjant uzayının 2-boyutlu alt uzayı Π olmak üzere; $V,W\in\Pi$ tanjant vektörleri üzerine kurulan paralelkenarın alanı;

$$Q(V,W)=g(V,V)g(W,W)-g(V,W)^2\neq 0$$

olmak üzere;

$$K(V,W)=\frac{g(R(V,W)W,V)}{Q(V,W)}$$

ifadesine Π ‘nin *kesitsel eğriliği* denir ve $K(\Pi)$ ile gösterilir [10].

Tanım 2.1.9. (M,g) $n\geq 2$ boyutlu bir Riemann manifoldu ve S de M ’nin Ricci tensörü olsun. Böylece, M üzerinde bir $\lambda : M\rightarrow \Re$ fonksiyonu için;

$$S(X,Y)=\lambda g(X,Y);\quad \forall X,Y\in\chi(M)$$

eşitliği sağlanıyorsa M ’ ye bir *Einstein manifold* adı verilir [2].

M üzerinde bir birim tanjant vektör alanı U olmak üzere, A 1-formunu

$$g(X,U)=A(X)$$

biçiminde tanımlayalım. Burada U vektör alanına A 1-*formunun üreteci* adı verilir. Eğer (M,g) n-boyutlu Riemann manifoldunun Ricci tensörü S, $\forall X,Y\in\chi(M)$ için;

$$S(X,Y)=ag(X,Y)+bA(X)A(Y)\qquad a,b\in C(M,\Re)$$

koşulunu sağlıyorsa M ’ye *yarı-Einstein manifold* adı verilir [3]. Eğer $b=0$ ise (M,g) manifoldu bir Einstein manifolda dönüşür.

M üzerinde birim tanjant vektör alanları U ve V olmak üzere, A ve B 1-formlarını

$$A(X)=g(X,U)\quad \text{ve}\quad B(X)=g(X,V)$$

biçiminde tanımlayalım. Burada U vektör alanı A 1-formunun, V vektör alanı ise B 1-formunun üreteci olup U ile V birbirlerine dik vektör alanlarıdır.

Eğer (M,g) n-boyutlu Riemann manifoldunun Ricci tensörü S, $\forall X,Y \in \chi(M)$ için ;

$$S(X,Y) = ag(X,Y) + bA(X)A(Y) + cB(X)B(Y) \tag{2. 3}$$

$a,b \in C(M,\Re)$ koşulunu sağlıyorsa M 'ye *genelleştirilmiş yarı-Einstein manifold* adı veilir[9]. Eğer $c = 0$ ise (M,g) manifoldu yarı-Einstein manifolda dönüşür.

Tanım 2.1.10. (M,g) n-boyutlu Riemann manifoldu ve $\{e_1, e_2, ..., e_n\}$ lokal ortonormal vektör alanları $\chi(M)$ 'nin bir bazı olmak üzere;

$$r = \sum_{i=1}^{n} S(e_i, e_i) \tag{2.4}$$

fonksiyonuna M ' nin *skaler eğrilik fonksiyonu* adı verilir [2].

Tanım 2.1.11. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. Eğer, M 'nin kesitsel eğrilik fonksiyonu sabit ise M 'ye *sabit eğrilikli uzay* denir ve $M(c)$ ile gösterilir [13].

Sonuç 2.1.12. (M,g) n-boyutlu c sabit eğrilikli bir Riemann manifoldu olsun. Bu durumda M 'nin eğrilik tensörü R, $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için;

$$R(X,Y,Z,W) = c\{g(Y,Z)g(X,W) - g(X,Z)g(Y,W)\}$$

biçimindedir [13].

Tanım 2.1.13. Sabit eğrilikli, tam, bağlantılı manifoldlara *uzay form* adı verilir ve n-boyutlu bir M uzay formu $M(c)$ ile gösterilir.Eğer;

$c = 0$ ise $M(c) \cong E^n$ Öklid uzayı,

$c = \dfrac{1}{r^2}$ ise $M(c) \cong S^n(r)$ küresi,

$c = \dfrac{-1}{r^2}$ ise $M(c) \cong H^n(r)$ Hiperbolik Uzay

dır [1].

Tanım 2.1.14. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. M üzerinde L ve N tensörlerini sırasıyla $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$\mathrm{L}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) = -\frac{1}{n-2}\mathrm{S}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) + \frac{n}{2.(n-2)}\mathrm{r}g(\mathrm{X},\mathrm{Y})$$

ve

$$g(NX,Y) = L(X,Y)$$

biçiminde tanımlayalım. Böylece $\forall X,Y,Z \in \chi(M)$ için Weyl konformal eğrilik tensörü ve D tensörü sırasıyla;

$$C(X,Y)Z = R(X,Y)Z + L(Y,Z)X - L(X,Z)Y + g(Y,Z)NX - g(X,Z)NY$$

ve

$$D(X,Y,Z) = (\nabla_X L)(Y,Z) - (\nabla_Y L)(X,Z)$$

ile tanımlanır [17].

Eğer (M,g) manifoldu üzerinde $n>3$ için $C=0$ ve $n=3$ için $D=0$ oluyorsa M 'ye *düzlemsel konformaldir* denir[2].

Tanım 2.1.15. M , $n \geq 2$ boyutlu, bağlantılı bir Riemann manifoldu olsun. A, M üzerinde tanımlı $(0,2)$-tipinde simetrik bir tensör alanı olmak üzere $\wedge_A$ endomorfizmi $\forall X,Y,Z \in \chi(M)$;

$$\wedge_A : \chi(M)x\chi(M)x\chi(M) \to \chi(M)$$
$$(X \wedge_A Y)Z = A(Y,Z) - g(X,Z)Y \tag{2.5}$$

biçiminde tanımlanır. Eğer $A = g$ alınırsa (2.5) denklemi;

$$(X \wedge_g Y)Z = g(Y,Z)X - g(X,Z)Y$$

biçiminde indirgenir. Bundan sonra $(X \wedge_g Y)$ yerine kısaca $X \wedge Y$ kullanılacaktır [8].

M Riemann manifoldu üzerinde $(0,k)$-tipinde $(k \geq 1)$ bir T tensör alanı ve $(0,2)$-tipinde simetrik bir tensör alanı A verildiğinde T nin kovaryant türevi ∇T;

$$\nabla T(X_1, X_2, ..., X_k; X) = (\nabla_X T)(X_1, X_2, ..., X_k)$$
$$= \nabla_X (T(X_1, X_2, ..., X_k)) - \sum_{i=1}^{k} T(X_1, ..., \nabla_X X_i, ..., X_k) \qquad (2.6)$$

ile $R.T$ ve $Q(A,T)$ tensörleri de sırası ile ;

$$(R.T)(X_1, X_2, ...X_k; X, Y) = -T(R(X,Y)X_1, X_2, ..., X_k) - ...$$
$$- T(X_1, X_2, ...R(X,Y)X_k) \qquad (2.7)$$

ve

$$Q(A,T)(X_1, X_2, ...X_k; X, Y) = -T((X \wedge_A Y)X_1, X_2, ..., X_k) - ...$$
$$- T(X_1, X_2, ..., (X \wedge_A Y)X_k) \qquad (2.8)$$

biçiminde tanımlanır [8].

Tanım 2.1.16. (M, g) n-boyutlu Riemann manifoldu üzerinde $(0,k)$-tipinden $(k \geq 1)$ bir tensör alanı T 'nin kovaryant türevi ∇T olsun. Eğer T tensör alanı, $\forall X, X_1, ...X_k$ ve $Y_k \in \chi(M)$ için;

$$(\nabla T)(X_1, ...X_k; X)T(Y_1, ...Y_k) = (\nabla T)(Y_1, ..., Y_k; X)T(X_1, ...X_k)$$

koşulunu sağlıyorsa T 'ye *rekürent tensör alanı* adı verilir [34]. Burada ∇, M Riemann manifoldu üzerindeki Levi-Civita koneksiyonudur.

Bu tanıma denk olarak bir $p \in M$ noktasının bir W komşuluğunda sıfırdan farklı bir rekürent T tensör alanı için, W kümesi üzerinde

$$\nabla T = T \otimes \phi \qquad (2.9)$$

eşitliği sağlanır. Burada ϕ 1-formu

$$\phi = d(\log \|T\|)$$

biçiminde olup $\|T\|$, T tensör alanının normunu gösterir ve $\|T\|^2 = g(T,T)$ ile hesaplanır [15].

Tanım 2.1.17. (M, g) n-boyutlu Riemann manifoldu üzerinde $(0,k)$-tipinden $(k \geq 1)$ bir tensör alanı T 'nin kovaryant türevi ∇T olsun. Eğer T tensör alanı, $\forall X, Y, X_1, ...X_k$ ve $Y_k \in \chi(M)$ için;

$$(\nabla^2 T)(X_1,...X_k;X,Y)T(Y_1,...Y_k)=(\nabla^2 T)(Y_1,...,Y_k;X,Y)T(X_1,...X_k)$$

koşulunu sağlıyorsa T 'ye *2-rekürent tensör alanı* adı verilir [15]. Burada ∇, M Riemann manifoldu üzerindeki Levi-Civita koneksiyonudur.

Bu tanıma denk olarak bir $p \in M$ noktasının bir W komşuluğunda sıfırdan farklı bir 2-rekürent T tensör alanı için, W kümesi üzerinde

$$\nabla^2 T = T \otimes \psi \tag{2.10}$$

eşitliği sağlanır. Burada ψ , (0, 2)-tipinde bir tensördür [15].

Eğer T tensör alanı M üzerinde , $\forall X,Y,X_1,...X_k$ ve $Y_k \in \chi(M)$ için;

$$(\nabla^2 T)(X_1,...X_k;X,Y)-(\nabla T\otimes\phi)(X_1,...,X_k;X,Y))T(Y_1,...Y_k)$$

$$=((\nabla^2 T)(Y_1,...,Y_k;X,Y)-(\nabla T\otimes\phi)(Y_1,...,Y_k;X,Y))T(X_1,...X_k)$$

koşulunu sağlıyorsa T 'ye *genelleştirilmiş 2-rekürent tensör alanı* adı verilir[15].

Bu tanıma denk olarak bir $p \in M$ noktasının bir W komşuluğunda sıfırdan farklı bir genişletilmiş bir 2-rekürent T tensör alanı için, W kümesi üzerinde

$$\nabla^2 T = \nabla T \otimes \phi + T \otimes \psi \tag{2.11}$$

eşitliği sağlanır. Burada ψ (0, 2)-tipinde bir tensör ve ϕ bir 1-formdur [15].

Tanım 2.1.18. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. M 'nin R eğrilik tensörü $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için;

$$(\nabla_X R)(Y,Z)W = 0 \tag{2.12}$$

koşulunu sağlıyorsa M 'ye *lokal simetriktir* denir [4].

Tanım 2.1.19. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. M üzerinde bir tanjant U vektör alanını, $\alpha \neq 0$ 1-formu yardımı ile

$$g(X,U)=\alpha(X)$$

biçiminde tanımlayalım. M 'nin eğrilik tensörü R, $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için ;

$$(\nabla_X R)(Y,Z)W = \alpha(X)R(Y,Z)W \tag{2.13}$$

eşitliğini sağlıyorsa M 'ye *rekürenttir* denir [4].

Tanım 2.1.20. (M,g) n-boyutlu bir Riemann manifoldu olsun. M üzerinde U ve V tanjant vektör alanlarını, $\alpha,\beta \neq 0$ 1-formları yardımı ile

$$g(X,U)=\alpha(X), \qquad g(X,V)=\beta(X)$$

biçiminde tanımlayalım. M 'nin eğrilik tensörü R, $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için ;

$$(\nabla_X R)(Y,Z)W = \alpha(X)R(Y,Z)W + \beta(X)[g(Z,W)Y - g(Y,W)Z] \tag{2.14}$$

eşitliğini sağlıyorsa M 'ye *genelleştirilmiş rekürenttir* denir [1].

Tanım 2.1.21. (M,g) $n>3$ boyutlu, flat olmayan bir Riemann manifoldu olsun. M üzerinde bir tanjant U vektör alanını, $\alpha \neq 0$ 1-formu yardımı ile

$$g(X,U)=\alpha(X)$$

biçiminde tanımlayalım. Eğer M 'nin eğrilik tensörü R, $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için ;

$$\begin{aligned}(\nabla_X R)(Y,Z)W &= 2\alpha(X)R(Y,Z)W + \alpha(Y)R(X,Z)W + \alpha(Z)R(X,Y)W \\ &\quad + \alpha(W)R(Y,Z)X + g(R(Y,Z)W,X)U\end{aligned} \tag{2.15}$$

eşitliğini sağlıyorsa M 'ye *Chaki-pseudo simetriktir* denir [4].

2.2. Altmanifoldlar

Tanım 2.2.1. M n-boyutlu bir manifold $\tilde{M}$ $(n+d)$-boyutlu manifold olsun $\forall p \in M$ noktası için $\tilde{M}$ üzerinde bir $\tilde{U}$, M üzerinde bir U komşuluğu mevcut ve

$$U = \left\{ m \in \tilde{U} : \tilde{x}_{n+1}(m) = \dots = \tilde{x}_{n+d}(m) = 0 \right\}$$

ise M 'ye $\tilde{M}$ 'nin *altmanifoldu* adı verilir. Burada $\left\{ \tilde{x}_1 \dots \tilde{x}_{n+d} \right\}$ koordinat sistemi $\tilde{U}$ da, $\{x_1 \dots x_n\}$ de M üzerinde koordinat sistemleridir[13].

Tanım 2.2.2. M ve $\tilde{M}$ sırası ile n ve $(n+d)$-boyutlu Riemann manifoldları olmak üzere M, $\tilde{M}$ nın altmanifoldu ve ∇ ve $\tilde{\nabla}$ sırası ile M ve $\tilde{M}$ da kovaryant türevler olsun. Böylece X ve Y, M üzerinde vektör alanları olmak üzere ;

$$h : \chi(M) x \chi(M) \to \chi^{\perp}(M)$$

$$\tilde{\nabla}_X Y = \nabla_X Y - h(X,Y) \tag{2.16}$$

biçiminde *Gauss eşitliği* elde edilir. Burada $\nabla_X Y$ ve $h(X,Y)$, $\tilde{\nabla}_X Y$ 'nin sırasıyla tanjant ve normal bileşenleridir. (2.16) ile tanımlanan h 'ya M 'nin *ikinci temel formu* adı verilir. Eğer $h=0$ ise M 'ye *total geodeziktir* denir[2].

Tanım 2.2.3. $(\tilde{M},\tilde{g})$ Riemann manifoldunun n-boyutlu bir altmanifoldu (M,g) olsun. $\tilde{M}$ 'nin eğrilik tensörü $\tilde{R}$, $\forall X,Y,Z,W \in \chi(M)$ için;

$$\tilde{R}(X,Y)Z = \tilde{\nabla}_X \tilde{\nabla}_Y Z - \tilde{\nabla}_Y \tilde{\nabla}_X Z - \tilde{\nabla}_{[X,Y]} Z$$

$$\tilde{R}(X,Y,Z,W) = \tilde{g}(\tilde{R}(X,Y)Z,W)$$

biçiminde tanımlanır. M 'nin eğrilik tensörü R ve $\tilde{M}$ 'nin eğrilik tensörü $\tilde{R}$ olmak üzere;

$$\begin{aligned}\tilde{R}(X,Y,Z,W) = R(X,Y,Z,W) &- \tilde{g}(h(Y,Z),h(X,W)) \\ &+ \tilde{g}(h(X,Z),h(Y,W))\end{aligned} \tag{2.17}$$

elde edilir. Burada (2.17) ile tanımlanan denkleme *Gauss denklemi* adı verilir[2].

Gauss denkleminin teğet ve normal bileşenleri sırasıyla

$$(\tilde{R}(X,Y)Z)^T = R(X,Y)Z + A_{h(X,Z)}Y - A_{h(Y,Z)}X \tag{2.18}$$

ve

$$(\tilde{R}(X,Y)Z)^{\perp} = (\overline{\nabla}_X h)(Y,Z) - (\overline{\nabla}_Y h)(X,Z) \tag{2.19}$$

biçiminde olup (2.19) denklemine *Codazzi denklemi* adı verilir [8]. Burada $\overline{\nabla}$, M üzerinde Van Der Waerden Bortolotti konneksiyonudur.

$$\tilde{R}(X,Y,\xi,\eta) = R^{\perp}(X,Y,\xi,\eta) - g([A_\xi, A_\eta]X,Y) \tag{2.20}$$

biçiminde tanımlanan eşitliğe *Ricci denklemi* adı verilir[1].

Burada ;

$$[A_\xi, A_\eta] = A_\xi A_\eta - A_\eta A_\xi \tag{2.21}$$

ve $R^{\perp}$ ise $\nabla^{\perp}$ normal konneksiyonuna göre Riemann eğrilik tensörüdür.

2.3. Hemen Hemen Değme Manifoldlar

Bu bölümde hemen hemen değme manifoldlarla ilgili temel kavramlarlar verilmiştir.

Tanım 2.3.1. M , $(2n+1)$ -boyutlu bir manifold, φ,ξ,η da M üzerinde sırasıyla (1,1)-tipinde bir tensör alanı, bir vektör alanı ve 1-form olsunlar. Eğer φ,ξ,η için M üzerinde herhangi bir vektör alanı X olmak üzere

$$\begin{aligned} &\eta(\xi)=1 \\ &\varphi^2=-I+\eta\otimes\xi \end{aligned} \tag{2.22}$$

eşitlikleri sağlanıyorsa (φ,ξ,η) üçlüsüne M üzerinde bir hemen hemen değme yapı ve bu yapıyla birlikte M 'ye bir hemen hemen değme manifold denir[5].

Teorem 2.3.1. (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısı ile birlikte verilen M manifoldu üzerinde ;

$$\begin{aligned} &\varphi\xi=0 \\ &\eta\circ\varphi=0 \\ &rank(\varphi)=2n \end{aligned} \tag{2.23}$$

eşitlikleri sağlanır[5].

Tanım 2.3.2. $(2n+1)$ -boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde

$\forall X,Y\in\chi(M)$ ve $\xi\in\chi(M)$ için **;**

$$\begin{aligned} &\eta(X)=g(X,\xi) \\ &g(\varphi X,\varphi Y)=g(X,Y)-\eta(X)\eta(Y) \end{aligned} \tag{2.24}$$

koşullarını sağlayan bir g metriği varsa (φ,ξ,η,g) dörtlüsüne bir hemen hemen değme metrik yapı, bu yapı ile birlikte M 'ye de hemen hemen değme metrik manifold adı verilir[5].

Teorem 2.3.2. $(2n+1)$ -boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde

$\forall X,Y\in\chi(M)$ için ;

$$g(\varphi X,\varphi Y)=g(X,Y)-\eta(X)\eta(Y) \tag{2.25}$$

olacak şekilde bir g Riemann metriği daima vardır[5].

Sonuç 2.3.1. $(2n+1)$-boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde $\forall X,Y \in \chi(M)$ için ;

$$g(\varphi X,Y) = -g(X,\varphi Y) \tag{2.26}$$

dir. Bu da φ 'nin g 'ye göre anti-simetrik bir tensör alanı olduğunu gösterir[5].

Teorem 2.3.3. $(2n+1)$-boyutlu M hemen hemen değme manifoldu üzerinde bir η kontakt yapısı verildiğinde, $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$g(X,\varphi Y) = d\eta(X,Y)$$

olacak şekilde bir (φ,ξ,η,g) hemen hemen değme metrik yapısı vardır[5].

Tanım 2.3.3. M üzerinde bir hemen hemen değme metrik yapısı (φ,ξ,η,g) olmak üzere $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$\phi(X,Y) = g(\varphi X,Y) \tag{2.27}$$

şeklinde tanımlı ϕ dönüşümüne hemen hemen değme metrik yapısının temel 2-formu denir[5].

Tanım 2.3.4. M diferansiyellenebilir bir manifold olmak üzere, M üzerinde (1,1)-tipinde bir tensör alanı F olsun. $\forall X,Y \in \chi(M)$ için;

$$N_F(X,Y) = F^2[X,Y] + [FX,FY] - F[FX,Y] - F[X,FY]$$

şeklinde tanımlı N_F tensör alanına F tensör alanının Nijenhuis torsiyon tensörü adı verilir.

J, M üzerindeki bir hemen hemen kompleks yapı olmak üzere $F = J$ olarak alınırsa;

$$\begin{aligned} N_J(X,Y) &= J^2[X,Y] + [JX,JY] - J[JX,Y] - J[X,JY] \\ &= -[X,Y] + [JX,JY] - J[JX,Y] - J[X,JY] \end{aligned}$$

eşitliği elde edilir[26].

Tanım 2.3.5. (M,J) bir hemen hemen kompleks manifold olsun. Eğer M üzerinde ise $N_J = 0$ ise J dönüşümüne integrallenebilirdir denir[5].

Önerme 2.3.1. M^{2n+1} üzerindeki bir (φ,ξ,η) hemen hemen değme yapısının normal olması için gerek ve yeter şart;

$$\varphi^2[X,Y]+[\varphi X,\varphi Y]-\varphi[\varphi X,Y]-\varphi[X,\varphi Y]+2d\eta(X,Y)\xi \qquad (2.28)$$

ifadesinin sıfıra eşit olması yani

$$N_\varphi(X,Y)+2d\eta(X,Y)\xi=0$$

eşitliğinin sağlanmasıdır[5].

Tanım 2.3.6. $(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g)$ bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. d dış türev operatörü olmak üzere bu yapı,

$$d\varphi=0 \text{ ve } d\eta=0$$

şartlarını sağlıyorsa M manifolduna hemen hemen kosimplektik manifold denir. Eğer bir M hemen hemen kosimplektik manifoldu normal ise bu manifolda kosimplektik manifold denir[6].

Tanım 2.3.7. M hemen hemen değme metrik manifold olsun. α bir reel sayı olmak üzere;

$$d\varphi=2\alpha\eta\wedge\phi \text{ ve } d\eta=0$$

ise M 'ye hemen hemen α –kosimplektik manifold denir

Teorem 2.3.4. $(M^{2n+1},\varphi,\xi,\eta,g)$ bir hemen hemen değme metrik manifold olsun. M^{2n+1} manifoldunun bir kosimplektik manifold olması için gerek ve yeter şart $\nabla\varphi$ ve $\nabla\eta$ kovaryant türevlerinin sıfıra eşit olmasıdır[6].

Önerme 2.3.2. M bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. Bu durumda Levi-Civita koneksiyonu her X,Y,Z vektör alanı için ;

$$2g(\nabla_X\varphi)Y,Z)=2\alpha g(g(\varphi X,Y)\xi-\eta(Y)\varphi X,Z)+g(N(Y,Z),\varphi X) \qquad (2.29)$$

eşitliği ile ifade edilir[16].

Önerme 2.3.3. Bir hemen hemen α-kosimplektik manifoldun D dağılımının integral altmanifoldlarının Kaehler yapıda olması için gerek ve yeter şart her X,Y vektör alanı için

$$(\nabla_X \varphi)Y = -g(\varphi AX, Y)\xi + \eta(Y)\varphi AX \tag{2.30}$$

olmasıdır.

Burada $AX = -\nabla_X \xi$ ve $h = \frac{1}{2}(L_\xi \varphi)$ olarak alınmıştır

Bu koşul

$$(\nabla_X \varphi)Y = \alpha(g(\varphi X, Y)\xi - \eta(Y)\varphi X) + g(hX, Y)\xi - \eta(Y)hX \tag{2.31}$$

şeklinde de yazılabilir[16].

Önerme 2.3.4. M bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. M üzerinde (1,1)-tipli A tensör alanı $A = -\nabla \xi$ şeklinde tanımlanırsa A bir simetrik operatördür ve

(i) $A(\xi) = 0$

(ii) $A \circ \varphi + \varphi \circ A = -2\alpha\phi$

(iii) $tr(A) = -2\alpha n$

(iv) $\nabla_X \xi = -\alpha\phi^2 X - \varphi hX$

ifadeleri sağlanır. [16]

Önerme 2.3.5. M bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. M üzerinde (1,1)-tipli h tensör alanı $h = \frac{1}{2}(L_\xi \varphi)$ şeklinde tanımlanırsa h bir simetrik operatördür ve

(i) $h(\xi) = 0$

(ii) $h \circ \varphi + \varphi \circ h = 0$

(iii) $trh = 0$

(iv) $tr(\varphi h) = 0$

ifadeleri sağlanır. [12]

Önerme 2.3.6. M bir hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. R, Riemann eğrilik tensörü ve S, Ricci tensör alanı olmak üzere M üzerindeki herhangi X ve Y vektör alanları için;

$$R(X,Y)\xi = \alpha^2(\eta(Y)\varphi^2 X - \eta(X)\varphi^2 Y) - \alpha(\eta(X)\varphi hY$$
$$-\eta(Y)\varphi hX - (\nabla_Y \varphi h)X - (\nabla_X \varphi h)Y \tag{2.32}$$

$$R(X,\xi)\xi = \alpha^2\varphi^2 X + \alpha\varphi hX - h^2 X + \varphi(\nabla_\xi h)X \tag{2.33}$$

$$R(\xi, X)\xi - \varphi R(\xi,\varphi X)\xi = 2(-\alpha^2\phi^2 X + h^2 X) \tag{2.34}$$

$$S(X,\xi) = -2n\alpha^2\eta(X) - (div(\varphi h))X \tag{2.35}$$

$$S(\xi,\xi) = -2n\alpha^2 - tr(h^2) \tag{2.36}$$

eşitlikleri sağlanır. [16]

Önerme 2.3.7. M bir hemen hemen α-kosimplektik manifold ve $\tilde{\mathrm{M}}$, D dağılımının bir integral manifoldu olsun.

- $\alpha = 0$ iken $\tilde{\mathrm{M}}$ 'ın total geodezik olması için gerek ve yeter şart h ' nin sıfır olmasıdır.

- $\alpha \neq 0$ iken $\tilde{\mathrm{M}}$ 'ın total umbilik olması için gerek ve yeter şart h ' nin sıfır olmasıdır. [18]

Teorem 2.3.5. M , M_1^{2n} Kaehler manifoldu ile M_2^1 Abelian Lie grubunun yerel çarpımı olan kosimplektik manifoldu bir yerel ayrışabilir Riemann manifoldudur. [16]

Tanım 2.3.8. M hemen hemen değme metrik manifold olsun. M üzerinde $\overline{\nabla}$ bir lineer konneksiyon ve ∇ de Levi-Civita konneksiyon, D, (1.1) tipinde bir tensör olmak üzere

$$\overline{\nabla}_X Y = \nabla_X Y + D(X,Y) \tag{2.37}$$

M üzerinde $\overline{\nabla}$ çeyrek simetrik metrik konneksiyonu için

$$D(X,Y) = \frac{1}{2}\{T(X,Y) + T^{'}(X,Y) + T^{'}(Y,X)\} \tag{2.38}$$

ve

$$g(T^{'}(X,Y),Z) = g(T(Z,X)Y) \tag{2.39}$$

yazılır. (2.39) den [14]

$$T^{'}(X,Y) = g(X,\phi Y)\xi - \eta(X)\phi Y \tag{2.40}$$

yazılıp (2.40) ve (2.38) den

$$D(X,Y) = -\eta(X)\phi Y$$

elde edilir. Böylece hemen hemen α–kosimplektik manifold üzerinde $\overline{\nabla}$ çeyrek simetrik metrik konneksiyonu için;

$$\overline{\nabla}_X Y = \nabla_X Y - \eta(X)\phi Y \tag{2.41}$$

eşitliği elde edilir. $Y = \xi$ için,

$$\overline{\nabla}_X \xi = \nabla_X \xi \tag{2.42}$$

yazılır.

3.BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde hemen hemen α–kosimplektik manifoldların çeyrek simetrik metrik koneksiyonlu bazı eşitlikleri ile birlikte lineer konneksiyonlu α–kosimplektik manifoldlar üzerinde tanımlanan bazı teoremlerin çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu eşitlikleri bulunmuştur.

3.1 ÇEYREK SİMETRİK METRİK KONNEKSİYONLU HEMEN HEMEN α-KOSİMPLEKTİK MANİFOLDLAR

Önerme 3.1.1. M , $(2n+1)$-boyutlu hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. M üzerinde ∇ bir Levi-Civita konneksiyonu ve $\overline{\nabla}$ de çeyrek simetrik metrik konneksiyon , R, ∇'nin $\overline{R}$ de $\overline{\nabla}$'nin eğrilik tensörü olmak üzere ;

$$\overline{R}(X,Y)Z = \overline{\nabla}_X \overline{\nabla}_Y Z - \overline{\nabla}_Y \overline{\nabla}_X Z - \overline{\nabla}_{[X,Y]} Z$$

yazılır. Buradan da ;

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \eta(X)(\nabla_Y \varphi)Z - \eta(Y)(\nabla_X \varphi)Z \tag{3.1}$$

elde edilir.

İspat 3.1.1.

$$\overline{R}(X,Y)Z = \overline{\nabla}_X \overline{\nabla}_Y Z - \overline{\nabla}_Y \overline{\nabla}_X Z - \overline{\nabla}_{[X,Y]} Z$$

de

$$\overline{\nabla}_X Y = \nabla_X Y - \eta(X)\phi Y$$

eşitliği ile birlikte,

$$\overline{R}(X,Y)Z = \overline{\nabla}_X(\nabla_Y Z - \eta(Y)\phi Z) - \overline{\nabla}_Y(\nabla_X Z - \eta(X)\phi Z)$$

$$-(\nabla_{[X,Y]}Z - \eta([X,Y]\varphi Z)$$

yazılır.

$$[X,Y] = \nabla_X Y - \nabla_Y X \text{ ve } \overline{\nabla}_X Y = \nabla_X Y - \eta(X)\phi Y$$

eşitlikleri kullanılarak;

$$\overline{R}(X,Y)Z = \nabla_X(\nabla_Y Z - \eta(Y)\varphi Z) - \eta(X)\varphi(\nabla_Y Z - \eta(Y)\varphi Z)$$

$$-\nabla_Y(\nabla_X Z - \eta(X)\varphi Z) + \eta(Y)\varphi(\nabla_X Z - \eta(X)\varphi Z)$$

$$-\nabla_{[X,Y]}Z + \eta(\nabla_X Y)\varphi Z - \eta(\nabla_Y X)\varphi Z$$

$$\overline{R}(X,Y)Z = \nabla_X\nabla_Y Z - \nabla_X(\eta(Y)\varphi Z) - \eta(X)\varphi\nabla_Y Z + \eta(X)\eta(Y)\varphi Z$$

$$-\nabla_Y\nabla_X Z + \nabla_Y(\eta(X)\varphi Z) + \eta(Y)\varphi\nabla_X Z - \eta(Y)\eta(X)\varphi Z$$

$$-\nabla_{[X,Y]}Z + \eta(\nabla_X Y)\varphi Z - \eta(\nabla_Y X)\varphi Z$$

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z - \nabla_X(\eta(Y)\varphi Z) - \eta(X)\varphi\nabla_Y Z$$

$$+\nabla_Y(\eta(X)\varphi Z) + \eta(Y)\varphi\nabla_X Z$$

$$+\eta(\nabla_X Y)\varphi Z - \eta(\nabla_Y X)\varphi Z$$

yazılır.

$$\eta(Y) = g(Y,\xi) \text{ ve } \nabla_X g(Y,\xi) = g(\nabla_X Y,\xi) + g(Y,\nabla_X \xi)$$

olmak üzere;

$$\nabla_X(\eta(Y)\varphi Z) = \eta(Y)\nabla_X\varphi Z + (\nabla_X\eta(Y))\varphi Z$$

$$= \eta(Y)\nabla_X\varphi Z + (\nabla_X g(Y,\xi))\varphi Z$$

$$= \eta(Y)\nabla_X\varphi Z + g(\nabla_X Y,\xi)\varphi Z + g(Y,\nabla_X\xi)\varphi Z$$

aynı şekilde

$$\nabla_Y(\eta(X)\varphi Z) = \eta(X)\nabla_Y\varphi Z + g(\nabla_Y X,\xi)\varphi Z + g(X,\nabla_Y\xi)\varphi Z$$

yazılır. Bu eşitliklerle birlikte

$$\eta(\nabla_X Y)\varphi Z = g(\nabla_X Y,\xi)\varphi Z$$

olmak üzere;

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z - \eta(Y)\nabla_X\varphi Z - g(\nabla_X Y,\xi)\varphi Z - g(Y,\nabla_X\xi)\varphi Z - \eta(X)\varphi\nabla_Y Z$$

$$+\eta(X)\nabla_Y\varphi Z + g(\nabla_Y X,\xi)\varphi Z + g(X,\nabla_Y\xi)\varphi Z + \eta(Y)\varphi\nabla_X Z$$

$$+ g(\nabla_X Y,\xi)\varphi Z - g(\nabla_Y X,\xi)\varphi Z$$

yazılır.

$$\nabla_X\xi = X - \eta(X)\xi$$

eşitliği kullanılarak

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z - \eta(Y)\nabla_X\varphi Z + g(Y,X)\varphi Z - g(Y,\eta(X)\xi)\varphi Z - \eta(X)\varphi\nabla_Y Z$$

$$+\eta(X)\nabla_Y\varphi Z + g(X,Y)\varphi Z - g(X,\eta(Y)\xi)\varphi Z + \eta(Y)\varphi\nabla_X Z$$

ve

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \eta(X)[\nabla_Y\varphi Z - \varphi\nabla_Y Z]$$

$$-\eta(Y)[\nabla_X\varphi Z - \varphi\nabla_X Z]$$

yazılır.

Ve böylece,

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \eta(X)(\nabla_Y \varphi)Z - \eta(Y)(\nabla_X \varphi)Z$$

elde edilir ve ispat tamamlanmış olur.

Önerme 3.1.2. M , Kaehler yapıda $(2n+1)$ -boyutlu çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α - kosimpletik manifold olsun. O halde;

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \alpha\eta(X)[g(\varphi Y,Z)\xi - \eta(Z)\varphi Y] - \alpha\eta(Y)[g(\varphi X,Z) - \eta(Z)\varphi X]$$

$$+\eta(X)[g(hY,Z)\xi - \eta(Z)hY] - \eta(Y)[g(hX,Z)\xi - \eta(Z)hX] \tag{3.2}$$

dir.

İspat : Kaehler yapıdaki M , hemen hemen α -kosimplektik manifoldu için **(**2.35) deki

$$(\nabla_X \varphi)Y = \alpha(g(\varphi X,Y)\xi - \eta(Y)\varphi X) + g(hX,Y)\xi - \eta(Y)hX$$

eşitliği (3.1) de yerine yazılırsa, $\forall X,Y,Z,W \in \Gamma(TM)$

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \eta(X)[\alpha(g(\varphi Y,Z)\xi - \eta(Z)\varphi Y) + g(hY,Z)\xi - \eta(Z)hY$$

$$-\eta(Y)[\alpha g(\varphi X,Z)\xi - \eta(Z)\varphi X] + g(hX,Z)\xi - \eta(Z)hX$$

yazılır. Gerekli düzenlemeler yapılarak;

$$\overline{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \alpha\eta(X)[g(\varphi Y,Z)\xi - \eta(Z)\varphi Y] - \alpha\eta(Y)[g(\varphi X,Z)\xi - \eta(Z)\varphi X]$$

$$+\eta(X)[g(hY,Z)\xi - \eta(Z)hY] - \eta(Y)[g(hX,Z)\xi - \eta(Z)hX]$$

elde edilir.

Önerme 3.1.3. M , $(2n+1)$ -boyutlu çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α -kosimplektik manifold olsun. $\forall X,Y \in \Gamma(TM)$ için;

$$\overline{R}(X,Y)\xi = R(X,Y)\xi + \alpha[\eta(Y)\varphi X - \eta(X)\varphi Y] + \eta(Y)hX - \eta(X)hY \tag{3.3}$$

$$\overline{R}(X,\xi)Y = R(X,\xi)Y - (\nabla_X \varphi)Y \tag{3.4}$$

$$\overline{R}(\xi, X)\xi = R(\xi, X)\xi - \alpha\varphi X - hX \tag{3.5}$$

eşitlikleri yazılır.

İspat :

(3.2) de $Z = \xi$ alınırsa;

$$\overline{R}(X,Y)\xi = R(X,Y)\xi + \alpha\eta(X)[g(\varphi Y,\xi)\xi - \eta(\xi)\varphi Y] - \alpha\eta(Y)[g(\varphi X,\xi) - \eta(\xi)\varphi X]$$

$$+\eta(X)[g(hY,\xi)\xi - \eta(\xi)hY] - \eta(Y)[g(h\xi,Z)\xi - \eta(\xi)hX]$$

yazılıp

$$\eta \circ \varphi = 0 \ , \ \ \eta(\xi) = 1 \text{ve } \ h\xi = 0$$

olduğundan;

$$\overline{R}(X,Y)\xi = R(X,Y)\xi + \alpha[\eta(Y)\varphi X - \eta(X)\varphi Y] + \eta(Y)hX - \eta(X)hY$$

elde edilir.

(3.2) de $Y = \xi$ ve $Z = Y$ yazılırsa,

$$\overline{R}(X,\xi)Y = R(X,\xi)Y + \alpha\eta(X)[g(\varphi\xi,Y)\xi - \eta(Y)\varphi\xi] - \alpha\eta(\xi)[g(\varphi X,Y) - \eta(Y)\varphi X]$$

$$+\eta(X)[g(h\xi,Y)\xi - \eta(Y)h\xi] - \eta(\xi)[g(hX,Z)\xi - \eta(Y)hX]$$

yazılıp düzenlenirse,

$$\overline{R}(X,\xi)Y = R(X,\xi)Y - (\nabla_X \varphi)Y$$

elde edilir.

(3.2) de $X = Z = \xi$ ve $Y = X$ yazılırsa,

$$\overline{R}(\xi, X)\xi = R(\xi, X)\xi + \alpha\eta(\xi)[g(\varphi X,\xi)\xi - \eta(\xi)\varphi X] - \alpha\eta(X)[g(\varphi\xi,\xi) - \eta(\xi)\varphi\xi]$$

$$+\eta(\xi)[g(hX,\xi)\xi - \eta(\xi)hX] - \eta(X)[g(h\xi,\xi)\xi - \eta(\xi)h\xi]$$

yazılıp düzenlenirse,

$$\bar{R}(\xi, X)\xi = R(\xi, X)\xi - \alpha\varphi X - hX$$

elde edilir.

Sonuç 3.1.1. M , Kaehler yapıda $(2n+1)$-boyutlu çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun.

$$\bar{R}(X,\xi)Y = R(X,\xi)Y - \alpha(g(\varphi X,Y)\xi + \eta(Y)\varphi X) - g(hX,Y)\xi + \eta(Y)hX \quad (3.6)$$

eşitliği yazılır.

Önerme 3.1.4. M , $(2n+1)$-boyutlu $\bar{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. $\bar{S}$ ve $\bar{r}$, $\bar{\nabla}$ konneksiyonun Ricci eğriliği ve skaler eğriliği olmak üzere $\forall X,Y \in \Gamma(TM)$ için;

$$\bar{S}(Y,Z) = S(Y,Z) + g((\nabla_Y\varphi)Z,\xi) - \eta(Y)(div\varphi)Z$$

ve

$$\bar{r} = r$$

dir.

İspat: (3.1) in W ile iç çarpımını alırsak;

$$\bar{R}(X,Y,Z,W) = R(X,Y,Z,W) + \eta(X)g((\nabla_Y\varphi)Z,W) - \eta(Y)g((\nabla_X\varphi)Z,W) \quad (3.7)$$

yazılır. (3.7) de X ve W baz vektörleri üzerinden toplam alınırsa;

$$\bar{S}(Y,Z) = S(Y,Z) + g((\nabla_Y\varphi)Z,\xi) + g(hY,Z) - \eta(Y)(div\varphi)Z \quad (3.8)$$

bulunur. $\bar{S}$ ve S , $\bar{\nabla}$ ve ∇ konneksiyonlarının birer Ricci tensörleri olarak alındığından, çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α- kosimplektik manifolda ait Ricci tensörü simetrik değildir. $\bar{r}$ ve r, $\bar{\nabla}$ ve ∇ konneksiyonlarının birer skaler tensörleri olmak üzere, tekrar (3.8) de Y ve Z baz vektörleri üzerinden toplam alınırsa;

$$\bar{r} = r \tag{3.9}$$

elde edilir.

Sonuç 3.1.2. M , Kaehler yapıda $(2n+1)$-boyutlu çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun.

$$\bar{S}(Y,Z) = S(Y,Z) + \alpha g(\varphi Y, Z) + g(hY, Z) \tag{3.10}$$

$$\bar{r} = r$$

Önerme 3.1.5. $\bar{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α-kosimplektik manifold için;

$$\bar{R}(X,Y,Z,W) + \bar{R}(X,Y,W,Z) = 0$$

veya

$$\bar{R}(X,Y,Z,W) + \bar{R}(Y,X,Z,W) = 0$$

dır.

İspat:

$$\bar{R}(X,Y)Z = R(X,Y)Z + \eta(X)(\nabla_Y \varphi)Z - \eta(Y)(\nabla_X \varphi)Z$$

eşitliğinin W ile iç çarpımı alınırsa;

$$\bar{R}(X,Y,Z,W) = R(X,Y,Z,W) + \eta(X) g((\nabla_Y \varphi)Z, W) - \eta(Y) g((\nabla_X \varphi)Z, W) \tag{3.11}$$

yazılır. (2.29) den;

$$g((\nabla_Y \varphi)Z,W) = \alpha[g(g(\varphi Y,Z)\xi - \eta(Z) g(\varphi Y,W)] + \frac{g(N(Z,W),\varphi Y)}{2}$$

$$= \alpha[g(\varphi Y,Z) g(\xi,W) - \eta(Z) g(\varphi Y,W)] + \frac{g(N(Z,W),\varphi Y)}{2}$$

$$= \alpha[\eta(W) g(\varphi Y,Z) - \eta(Z) g(\varphi Y,W)] + \frac{g(N(Z,W),\varphi Y)}{2} \tag{3.12}$$

ve aynı şekilde;

$$g((\nabla_x \varphi)Z,W) = \alpha[\eta(W)g(\varphi X,Z) - \eta(Z)g(\varphi X,W)] + \frac{g(N(Z,W),\varphi X)}{2} \tag{3.13}$$

elde edilir. (3.12) ve (3.13) eşitlikleri (3.11) de yerine yazılırsa;

$$\overline{R}(X,Y,Z,W) = R(X,Y,Z,W) + \alpha\eta(X)\eta(W)g(\varphi Y,Z) - \alpha\eta(X)\eta(Z)g(\varphi Y,W)$$

$$-\alpha\eta(Y)\eta(W)g(\varphi X,Z) + \alpha\eta(Y)\eta(Z)g(\varphi X,W)$$

yazılır. Aynı şekilde;

$$\overline{R}(X,Y,W,Z) = R(X,Y,W,Z) + \alpha\eta(X)\eta(Z)g(\varphi Y,W) - \alpha\eta(X)\eta(W)g(\varphi Y,Z)$$

$$-\alpha\eta(Y)\eta(Z)g(\varphi X,W) + \alpha\eta(Y)\eta(W)g(\varphi X,Z)$$

ve

$$\overline{R}(Y,X,Z,W) = R(Y,X,Z,W) + \alpha\eta(Y)\eta(W)g(\varphi X,Z) - \alpha\eta(Y)\eta(Z)g(\varphi X,W)$$

$$-\alpha\eta(X)\eta(W)g(\varphi Y,Z) + \alpha\eta(X)\eta(Z)g(\varphi Y,W)$$

bulunur. Bu eşitliklere göre;

$$\overline{R}(X,Y,Z,W) + \overline{R}(X,Y,W,Z) = 0$$

$$\overline{R}(X,Y,Z,W) + \overline{R}(Y,X,Z,W) = 0$$

olduğu görülür. Böylece ispat tamamlanmış olur.

Teorem 3.1.1. M ,çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu yerel simetrik α-kosimplektik manifold olmak üzere;

- Eğer $\alpha = 0$ ise D integral manifoldu total geodezik ve M , bir M_1^{2n} Kaehler manifoldu ve bir M_2^1 Abelian Lie grup tarafından üretilen yerel ayrışabilir Riemann manifoldudur.
- Eğer $\alpha \neq 0$ ise D integral manifoldu yerel umbiliktir ve $r = -2\alpha^2 ns(2n-1)$ dir.

İspat: M , çeyrek-simetrik metrik koneksiyonlu yerel simetrik α-kosimplektik manifold olduğundan

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z)W = 0 \tag{3.14}$$

yazılır. (3.14) ile $U \in \Gamma(TM)$ nin iç çarpımı alınırsa;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z,W,U) = 0 \tag{3.15}$$

olur. (3.15) de Y ve U baz vektörleri üzerinden toplam alınırsa;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{S})(Z,W) = \overline{\nabla}_X \overline{S}(Z,W) - \overline{S}(\overline{\nabla}_X Z,W) - \overline{S}(Z,\overline{\nabla}_X W) \tag{3.16}$$

yazılıp $W = \xi_i$ alınırsa;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{S})(Z,\xi_i) - \overline{S}(\overline{\nabla}_X Z,\xi_i) - \overline{S}(Z,\overline{\nabla}_X \xi_i) = 0 \tag{3.17}$$

dır. (2.35) ve (2.42) yı kullanarak;

$$-2n\alpha^3 s.g(\varphi Z,\varphi X) - \alpha S(Z,X) - \alpha^2 s.g(\varphi Z,X) - 2n\alpha^3 \sum_{i,k=1}^{s} \eta^k(Z)\eta^i(X) = 0 \tag{3.18}$$

yazılıp (3.18) de X ve Z vektörleri üzerinden toplam alınırsa;

$$\alpha(-4n^2 s\alpha^2 - r - 2\alpha^2 ns) = 0 \tag{3.19}$$

elde edilir. Buna göre $\alpha = 0$ ya da $r = -2\alpha^2 ns(2n-1)$ dir. Önerme 2.3.7 ve Teorem 2.3.5 den ispat tamamlanmış olur.

Teorem 3.1.2. $\overline{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu genelleştirilmiş rekürrent α-kosimplektik manifold yoktur.

İspat: $\overline{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu genelleştirilmiş rekürrent α-kosimplektik manifold olduğunu farz edelim. M 'deki her X , Y , Z , W vektör alanı için (2.14) den;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z)W = A(X)\overline{R}(Y,Z)W + \mathrm{B}(X)(g(Z,W) - g(Y,W)Z)$$

yazılır. Eşitlikte $Y = W = \xi$ alınırsa;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(\xi,Z)\xi = A(X)\overline{R}(\xi,Z)\xi + B(X)(\eta(Z)\xi - Z)$$

elde edilir. (2.32) ve (3.5) kullanılarak;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(\xi, Z)\xi = A(X)(-\alpha^2\varphi^2 Z - \alpha\varphi Z) + B(X)(\eta(Z)\xi - Z) \tag{3.20}$$

yazılır. (2.30), (2.31), (2.32) ve (3.6) ile birlikte;

$$(\overline{\nabla}_X \overline{R})(\xi, Z)\xi = 0 \tag{3.21}$$

bulunur. (3.20) ve (3.21) birlikte düşünüldüğünde;

$$A(X)(-\alpha^2\varphi^2 Z - \alpha\varphi Z) + B(X)(\eta(Z)\xi - Z) = 0$$

elde edilir. Burada $Z = \varphi Z$ yazılırsa;

$$A(X)(-\alpha^2\varphi^3 Z - \alpha\varphi^2 Z) + B(X)(-\varphi Z) = 0$$

olur. Düzenleme yaparak;

$$(-\alpha^2 A(X) + B(X))\varphi Z - \alpha A(X)\varphi^2 Z = 0 \tag{3.22}$$

yazılır. (3.22) de Z vektörü üzerinde toplam alınırsa;

$$\alpha A(X) = 0 \tag{3.23}$$

bulunur. $Z = \varphi Z$ alınıp (3.22) de φZ vektörü üzerinde toplam alınırsa;

$$\alpha^2 A(X) = B(X) \tag{3.24}$$

bulunur. (3.23) ve (3.24) e göre $A(X) = B(X) = 0$ olur. Fakat Tanım 2.1.20 deki tanımda $B \neq 0$ alındığından bu bir çelişkidir. Dolayısıyla ispat tamamlanmış oldu.

Tanım 3.1.1. Düzlemsel olmayan n- boyutlu Riemann manifoldu M , $n > 3$ ve R eğrilik tensörü, ∇ Levi-Civita konneksiyonu, (1,1)-tipinde tensör alanı ve A da boştan farklı 1-form olmak üzere;

$$\varphi^2((\nabla_X R)(Y, Z)W) = A(X)R(Y, Z)W \tag{3.25}$$

ise M ye φ*-recurrent* denir.[19]

Teorem 3.1.3. M , $\overline{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu α-kosimplektik manifold olsun. Eğer, $\alpha \neq 0$ ise φ–rekürrent α-kosimplektik manifold yoktur.

İspat: $\overline{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu φ–rekürrent α-kosimplektik manifold olduğunu farzedelim. M deki her X , Y , Z , W vektör alanı için (3.25) den

$$\alpha^2(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z)W = A(X)\overline{R}(Y,Z)W$$

(2.22) 'yı kullanarak;

$$-(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z)W + (\eta(\overline{\nabla}_X \overline{R})(Y,Z)W)\xi = A(X)\overline{R}(Y,Z)W$$

yazılır. Bu eşitlikte $Y = W = \xi$ yazılırsa;

$$-(\overline{\nabla}_X \overline{R})(\xi,Z)\xi + (\eta(\overline{\nabla}_X \overline{R})(\xi,Z)\xi)\xi = A(X)\overline{R}(\xi,Z)\xi$$

olur. Diğer yandan (3.21) den;

$$A(X)\overline{R}(\xi,Z)\xi = 0$$

yazılır. (2.32) ve (3.6) dan;

$$A(X)(-\alpha^2\varphi^2 Z - \alpha\varphi Z) = 0 \tag{3.26}$$

(3.26) da Z vektörü üzeinde toplam alınırsa;

$$\alpha^2 . A(X) = 0$$

Buradan $A(X) = 0$ bulunur. Fakat tanımda $A(X) \neq 0$ olarak alındığından bu bir çelişkidir . Dolayısıyla ispat tamamlanmış oldu.

Sonuç 3.1.1 M , $\overline{\nabla}$ çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu yerel simetrik hemen hemen α-kosimplektik manifold olsun. Eğer, $tr(h^2) \neq (2n+1)\alpha^2$ ise φ–rekürrent α-kosimplektik manifold yoktur.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada çeyrek-simetrik metrik konneksiyon ve hemen hemen α-kosimplektik manifoldlar hakkında temel bilgiler verilmiştir. Sonrasında çeyrek-simetrik metrik konneksiyonlu hemen hemen α-kosimplektik manifoldların özellikleri verilip, bazı temel sonuçlar elde edilmiştir.

5. KAYNAKLAR

[1] De, U. C. and Guha, N., On generalised recurrent manifolds, Proc. Math. Soc. **7**(1991), 7-11.

[2] Chen, B.Y, Geometry of submanifolds, Pure and Applied Mathematics, No. 22. Marcel Dekker, Inc., New York, (1973).

[3] Chaki, M. C. and Maity, R. K., On quasi Einstein manifolds, Publ. Math.Debrecen **57**(2000), no. 3-4, 297-306.

[4] Chaki, M. C., On pseudo symmetric manifolds, An. Stiint. Univ. Al. I. CuzaIasi Sect. I a Mat. **33**(1987), no. 1, 53-58.

[5] Yano, K. and Kon, M.,Structures on manifolds, Series in Pure Mathematics, 3. World Scientific Publishing Co., Singapore, (1984).

[6] Cabras A. and Matzeu P.,Almost semi-invariant submanifolds of a cosymplectic manifold, Demonstratio Math., 19(1986) 395-401.

[7] Hacısalihoğlu, H. H., Diferensiyel Geometri, İnönü Üniversitesi Yayınları, (1983).

[8] Deszcz, R., On pseudosymmetric spaces"Bull. Soc. Math. Belg. Ser. A**44** (1992), no. 1, 1-34.

[9] De, U. C.and Ghosh, G. C.,''On generalized quasi Einstein manifolds'', Kyungpook Math. J. **44**(2004), no. 4, 607-615.

[10] O'Neill, B.,Elementary differential geometry, Academic Press, New York-London (1996).

[11] Kobayashi, S., Nomizu, K., Foundations of differential geometry, John Wiley and Sons, Inc., New York (1996).

[12] Blair D.E.,Geometry of manifolds with structural group U(n)xO(s),J.Differential Geometry, 4(1970), 155-167.

[13] O'Neill, B.,Semi-Riemannian geometry with applications to relativity, Pure and Applied Mathematics, 103. Academic Press, Inc. [Harcourt Brace Jovanovich,

Publishers], New York, 1983.

[14] Golap S.,On semi-symmetric and quarter-symmetric linear connections, Tensor (N.S), 29(1975), no.3, 249-254.

[15] Roter, W.,''On conformally recurrent Ricci-recurrent manifolds'', Colloq.Math., **46**(1982), 45-57.

[16] Öztürk H., Murathan C., Aktan N., Vanlı A.T., Almost α-cosymplectic f-manifolds Analele stıintıfice ale unıversıtatıı 'AI.I Cuza' Dı ıaşı (S.N) Matematica, Tomul LX, f.l.(2014).

[17] Yano, K. and Kon, M., Structures on manifolds, Series in Pure Mathematics, 3. World Scientific Publishing Co., Singapore, 1984.

[18] T.W. Kim, H.K. Pak, Canonical foliations of certain classes of almost contact metric structures, Acta Math. Sinica, Eng. Ser. Aug., 21, 4 (2005), 841-846.

[19] Başarı A., Murathan C., On generalised φ-recurrent manifolds, Proc. Math. Soc. 7(1991),7-11.

[20] Olszak Z.,On almost cosymplectic manifolds, Kodai Math, 4(2) (**1981**) 239-250.

[21] Olszak Z.,Locally conformal almost cosymplectic manifolds, Coll. Math., 57

[22] S.I. Goldberg, K. Yano,İntegrability of almost cosymplectic structure, Pacific J. Math., 21 (1969), 373-382.

[23] K.Kenmotsu, A class of contact Riemannian manifold, Thoko Math. Journal, 24 (1972), 93-103.

[24] Friedman A., Schouten J.A. , Über die Geometrie der halbsymmetrischen Übertragungen, Math. Z. ,21 (1924), 211-223

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı	: KACIR Nurullah
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 30.05.1991 / BAYBURT
Telefon	: 0(541) 525 01 69
E-posta	: nurulkacir@gmail.com

Eğitim

Derece	*Eğitim Birimi*	*Mezuniyet tarihi*
Yüksek Lisans	Düzce Ü. / Matematik B.	2016
Lisans	Atatürk Ü. / Matematik B.	2012
Lise	Gebze Anadolu Lisesi	2008

İş Deneyimi

Yıl	**Yer**	**Görev**
2012-2013	Final Yayınları Dergisi Dersanesi	Matematik Öğretmeni
2013-	Darıca Belediyesi Bilgi Evleri	Matematik Öğretmeni

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. Aktan N., Kacır N., Çeyrek-Simetrik Metrik Konneksiyonlu Hemen Hemen α-Kosimplektik Manifoldlar. Akdeniz Üniversitesi 28.Ulusal Matematik Sempozyumu, Antalya, (2015)