

T.C.  
VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI

**2-3RRR MEKANİZMA ZİNCİRİNİN  
KİNEMATİK ANALİZİ VE MATLAB UYGULAMALARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN: Bahar KALKAN  
DANIŞMAN: Doç. Dr. Şenay BAYDAŞ

VAN-2018

T.C.  
VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI

**2-3RRR MEKANİZMA ZİNCİRİNİN  
KİNEMATİK ANALİZİ VE MATLAB UYGULAMALARI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN: Bahar KALKAN

VAN-2018

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Matematik Anabilim Dalı'nda Doç. Dr. Şenay BAYDAŞ danışmanlığında, Bahar Kalkan tarafından sunulan “**2-3RRR Mekanizma Zincirinin Kinematik Analizi ve Matlab Uygulamaları**” isimli bu çalışma Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili hükümleri gereğince 24/01/2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği / oy çokluğu** ile başarılı bulunmuş ve yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Bülent KARAKAŞ

Üye: Doç. Dr. Şenay BAYDAŞ

Üye: Yrd. Doç. Dr. Erdal KORKMAZ

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .../.../..... tarih ve ..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

İmza

.....  
Enstitü Müdürü

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.



Bahar KALKAN

## ÖZET

### 2-3RRR MEKANİZMA ZİNCİRİNİN KİNEMATİK ANALİZİ VE MATLAB UYGULAMALARI

KALKAN, Bahar

Yüksek Lisans Tezi, Fen Fakültesi Matematik Anabilim Dalı

Tez Danışman: Doç. Dr. Şenay BAYDAŞ

Ocak 2018, 57 sayfa

Özel tipten bir paralel mekanizma zincirini incelediğimiz tez altı bölümden oluşmaktadır. Tezin ilk iki bölümünde sırasıyla; giriş ve literatür bildirişine, üçüncü bölümünde tezde kullanılacak temel kavramlara yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde Stewart platformun özel bir formu ele alınmış ve Denavit-Hartenberg parametreleri kullanılarak oluşturulan zincire ait kinematik denklemler, ileri ve ters kinematik analiz yapılmıştır.

Beşinci bölümde, dördüncü bölümde oluşturulan kinematik yapının belirlenen bir algoritma içinde Matlab programı yazılmış ve Matlab çıktıları eklenmiştir. Altıncı bölümde sonuç ve tartışma verilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Denavit-Hartenberg temsili, Mekanizma zinciri, Stewart platformu



## ABSTRACT

### KINEMATIC ANALYSIS AND MATLAB APPLICATIONS OF 2-3RRR MECHANISM CHAIN

KALKAN, Bahar

M. Sc. Thesis, Department of Mathematics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Şenay BAYDAŞ

January 2018, 57 pages

The thesis that we examined a special type of parallel chain of mechanism consists of six sections. In the first two sections of the thesis successively; introduction and literature, and in the third section basic concepts to be used in the thesis are included.

In the fourth section, a special form of Stewart platform is considered and the kinematic equations of the chain formed by using Denavit-Hartenberg parameters, forward and inverse kinematic analysis are calculated.

In the fifth section, Matlab program is written in an algorithm that determines the kinematic structure created in the fourth section and Matlab output is added. In the sixth section, conclusion and discussion are given.

**Keywords:** Denavit-Hartenberg representation, Mechanism chain, Stewart platform





## ÖN SÖZ

Bu tez çalışmasında, çalışmanın yapılması fikrinden gerçekleşmesine kadar her türlü ilgi, rehberlik ve yardımlarını esirgemeyen danışmanım Sayın Doç. Dr. Şenay Baydaş'a ve saygı değer hocam Prof. Dr. Bülent Karakaş'a teşekkür ederim.

Ayrıca TÜBİTAK BİDEB' e finansal destekleri ve tüm bilim adamı adaylarına yönelttikleri rehberlikleri nedeniyle teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, tez süreci boyunca, anlayış, motivasyon ve sabırla desteklerini benden hiçbir zaman esirgemeyen aileme ve bana seve seve birikimleri ile yardımcı olan meslektaşlarım ve arkadaşlarıma teşekkürlerimi ve takdirlerimi sunarım.

2018

Bahar KALKAN



# İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	iii
ÖN SÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
ÇİZELGELER LİSTESİ .....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR BİLDİRİŞLERİ .....	3
3. TEMEL KAVRAMLAR .....	13
3.1. Temel Kinematik Bilgileri.....	13
3.1.1. Katı transformasyonlar .....	13
3.1.2. Koordinat transformasyonları.....	13
3.1.3. Yerdeğiştirme .....	15
3.1.4. Mafsallar .....	16
3.1.5. Kinematik zincirler, mekanizmalar ve makineler.....	18
3.1.6. Denavit-Hartenberg temsili .....	19
3.1.7. İleri ve geri kinematik.....	21
3.2. Robot Koordinatları.....	22
3.2.1. Kartezyen/dikdörtgensel kol (3P).....	22
3.2.2. Silindirik kol (R2P) .....	23
3.2.3. Küresel kol (2RP) .....	23
3.2.4. Dönel mafsallı kol (3R) .....	23
3.2.5. SCARA (Selective compliant assembly robot arm).....	23
3.3. Küresel ve Düzlemsel Hareket .....	24
3.3.1. Düzlemsel hareket .....	24
3.3.2. Küresel hareket.....	24
3.4. Manipülatörler .....	24
3.4.1. Seri manipülatör .....	24
3.4.2. Paralel manipülatör.....	25
3.4.3. Stewart platform manipülatörü.....	26
3.4.4. Hibrit manipülatör .....	26
3.4.5. Paralel manipülatörün avantajları.....	27

4. 3-RRR PARALEL MEKANİZMASININ YAPISI .....	29
4.1. 3-RRR Paralel Mekanizma Kinematiği.....	29
4.2. 3-RRR Paralel Mekanizmanın Ters Kinematiği.....	35
5. 3-RRR MEKANİZMA ZİNCİRİ .....	39
5.1. RRR Mekanizmasına ait Matlab Uygulamaları.....	39
5.1.1. RRR mekanizmasına ait Matlab programı .....	40
5.2. 3-RRR mekanizmasına ait Matlab programı .....	43
5.3. 3-RRR Mekanizma Zinciri .....	47
6. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	53
KAYNAKLAR.....	55
ÖZGEÇMİŞ.....	57



## ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Tablo 5.1. RRR Denavit-Hartenberg parametreleri.....	33
Tablo 5.2. RRR ye ait Denavit-Hartenberg çizelgesi .....	40





## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Gwinnett'e ithaf edilen ilk paralel robot.....	3
Şekil 2.2. Pollard'ın spreyl boyama makinesi.....	4
Şekil 2.3. Gough'un tekerlek test makinası.....	5
Şekil 2.4. Orijinal Stewart platformu ve genel dizilimi.....	6
Şekil 2.5. Delta robotun şematik gösterimi.....	7
Şekil 2.6. Maryland Üniversitesi manipülatörü.....	8
Şekil 2.7. Tricept-4 robotunun sanal prototipi.....	11
Şekil 3.1. Referans çatı değişimi.....	15
Şekil 3.2. Reuleaux kinematik çiftleri (kinematic pairs).....	17
Şekil 3.3. Genel mafsal link kombinasyonunun Denavit-Hartenberg gösterimi.....	20
Şekil 3.4. Robot konfigürasyonları.....	22
Şekil 4.1. 2-3RRR mekanizma zincirinin başlangıç pozisyonu.....	29
Şekil 4.2. 3-RRR mekanizmasının hareketli pozisyonu.....	30
Şekil 4.3. RRR paralel manipülatörü için referans çatılarının yerleşimi.....	32
Şekil 5.1. RRR mekanizmasına ait algoritma.....	39
Şekil 5.2. Birinci kola ait çatı yerleşimi.....	43
Şekil 5.3. 3-RRR mekanizmasına ait çatı yerleştirme.....	47
Şekil 5.4. 2-3RRR mekanizma zinciri.....	52





## 1. GİRİŞ

Stewart platform iki düzlemin birbirine göre hareketini temel alan bir mekanizma tasarımıdır. Mekanizmayı ilk tasarlayan 1965 yılında yayınlayan D. Stewart'tır. Paralel bir mekanizma olan Stewart platformu endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. Literatürde bu mekanizma Stewart platformu veya ilk katkı Gough tarafından yapıldığı için Gough-Stewart platformu olarak da isimlendirilmektedir.

Mekanizma bir üst platform, kendisine küresel mafsallarla tutturulmuş boyları değişebilen üç ayak ve bu ayaklara iki eksenli açısal hareket veren diğer üç ayakta oluşmaktadır. Ayakların her iki ucundaki mafsalların yapısı değişkenlik gösterebilir. Genelde alt platform sabit, üst platform hareketli kabul edilir ancak bu bir seçimdir, mecburiyet değildir. Sistem tersine de dizayn edilebilir. Hareketli platformun hareketi iki platformu birbirine bağlayan linklerle verilir. Paralel ve seri mekanizmaların kinematik denklemlerinin çıkarılmasında genelde iki algoritma kullanılır. Bunlar düz kinematik ve ters kinematik yöntemlerdir.

Link boylarının değişkenliği linklerin lineer hareketiyle oluşturulur. Mekanik olarak bu pistonlarla sağlanabilir. Linklerin yaptığı lineer hareket link ortasına yerleştirilen bir revoluted joint vasıtasıyla da sağlanır.

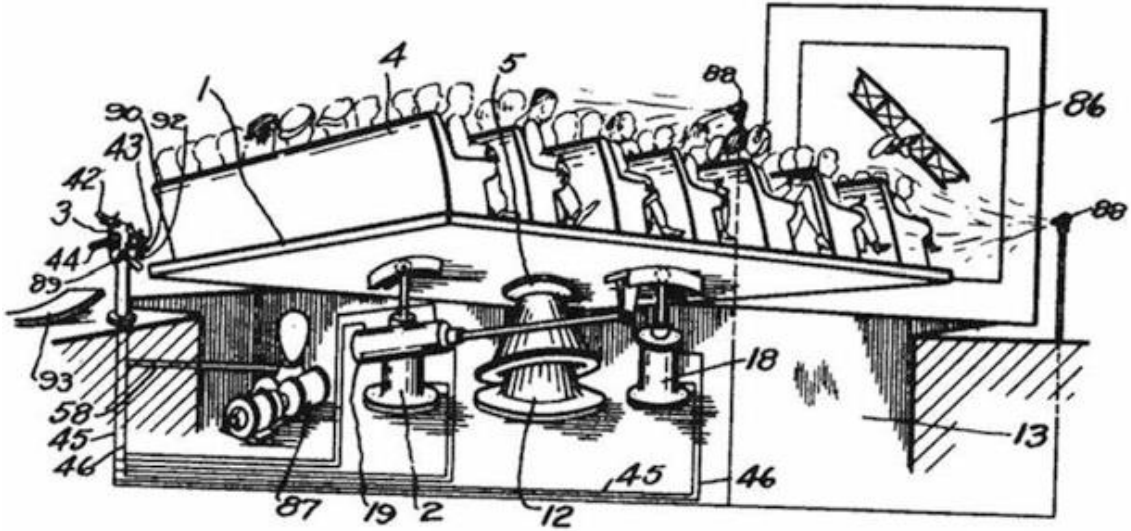
Geleneksel Stewart platformunun çalışma uzayını genişletmek önemli çalışma alanlarından biridir. Linklere revoluted joint eklemek bu çalışmalardan biridir. Tezde ele alınan Stewart mekanizma tipi, jointlere revoluted eklenmiş olan mekanizmadır. Bu çalışmada ele alınan mekanizma bu tipten Stewart mekanizmalarıyla bir zincir oluşturmaktadır.



## 2. LİTERATÜR BİLDİRİŞLERİ

Genel olarak, robot manipülatörleri seri, paralel veya hibrid olabilir. Endüstriyel robotların çoğu açık kinematik zincire ve seri bağlı bağlantılara sahiptir. Paralel manipülatör, en az iki bağımsız kinematik zincirle birbirine bağlı iki platforma (taban ve hareketli platform) sahip kapalı zincirli bir mekanizmadır. Paralel manipülatörler, yüksek sağlamlık ve daha yüksek yükleme kapasitesine sahiptir, ancak çalışma alan hacmi sınırlıdır.

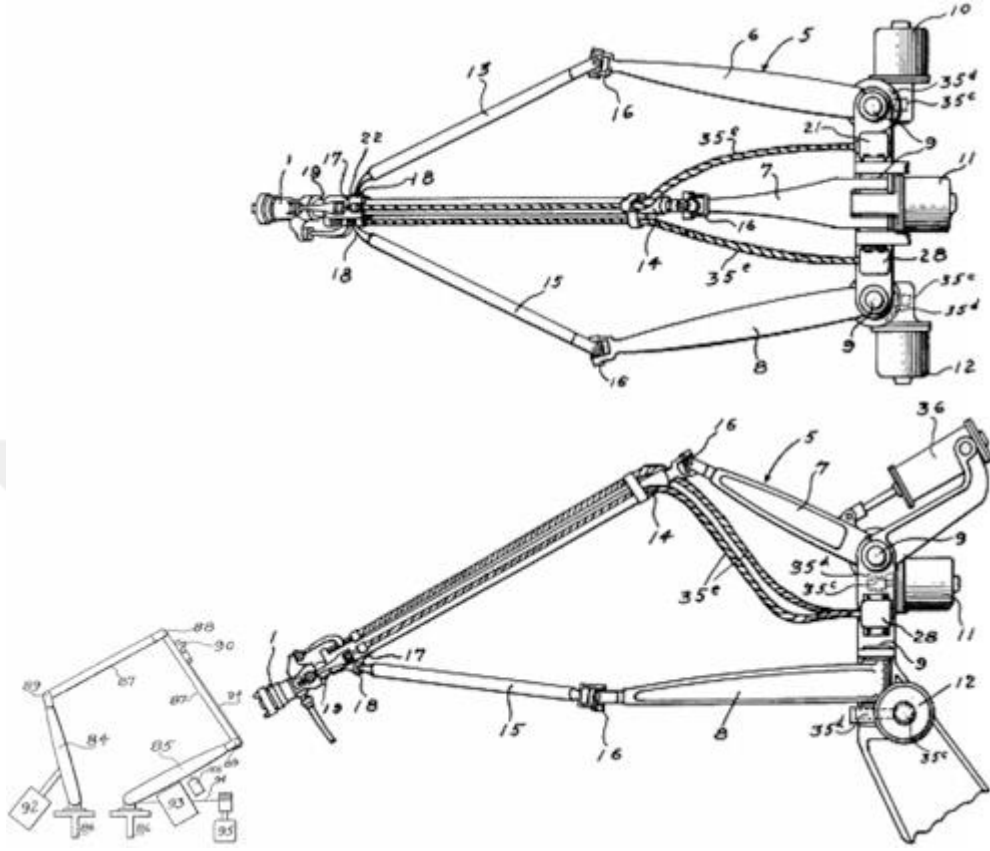
Belgelenen ilk paralel manipülatörlerden biri düşük serbestlik dereceli (serbestlik derecesi uzayın serbestlik derecesi olan altıdan küçük) bir mekanizmadır. Küresel bir paralel manipülatör olan sinema hareketi simülatörü önerilmiş ve buna karşılık patent verilmiştir (Şekil 2.1), (Gwinnett, 1931).



Şekil 2.1. Gwinnett'e ithaf edilen ilk paralel robot (Gallardo-Alvarado, 2016).

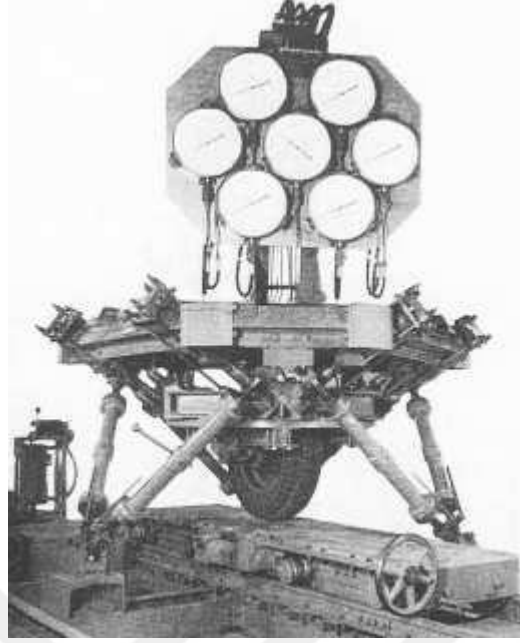
Bununla birlikte, o zaman sanayi Gwinnett'in icadına hazır olmayıp birkaç yıl sonra, daha pratik bir manipülatör uygulaması olan sprey boyama makinesi tasarlanmıştır (Şekil 2.2). Pollard'ın yaratıcı buluşu, beş serbestlik dereceli basit bir beş çubuklu paralel

robot, paralel robotların ilk endüstriyel uygulaması olarak kabul görmüştür (Gallardo-Alvarado, 2016).



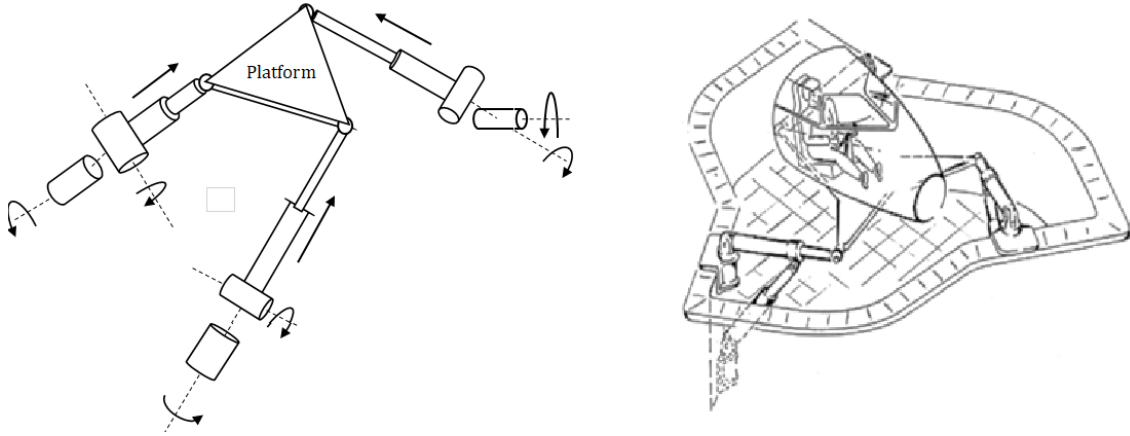
Şekil 2.2. Pollard'ın spreyl boyama makinesi (Pollard, 1942).

Gwinnett ve Pollard paralel manipulatörler literatürüne öncü katkılara sahip olsa da, şüphesiz en ünlü paralel manipulatör, Dunlop Rubber Company'de bir otomotiv mühendisi olan Dr. Eric Gough'a atfedilen evrensel lastik test makinesidir (Şekil 2.3). Gough'un belirttiği gibi, bu mekanik cihaz 1947'de öngörölmüş ve karaya iniş yükü (aero-landing load) sorunlarına cevap vermek ve kombine yükler altında lastik özelliklerini belirlemek için 1955 yılında yapımı tamamlanmıştır. Herhangi bir yönde uygulanan kuvvetlerin lastiğe uygulanmasına bağlı olan yansımalarını ölçmenin gerekliliği, Gough'un altı bacaklı (hexapod) mekanizmasını geliştirmesinin temel nedenlerinden biridir. Bu icadın tam açıklaması birkaç yıl sonra yayınlanmıştır (Gallardo-Alvarado, 2016).



Şekil 2.3. Gough'un tekerlek test makinası (Gallardo-Alvarado, 2016).

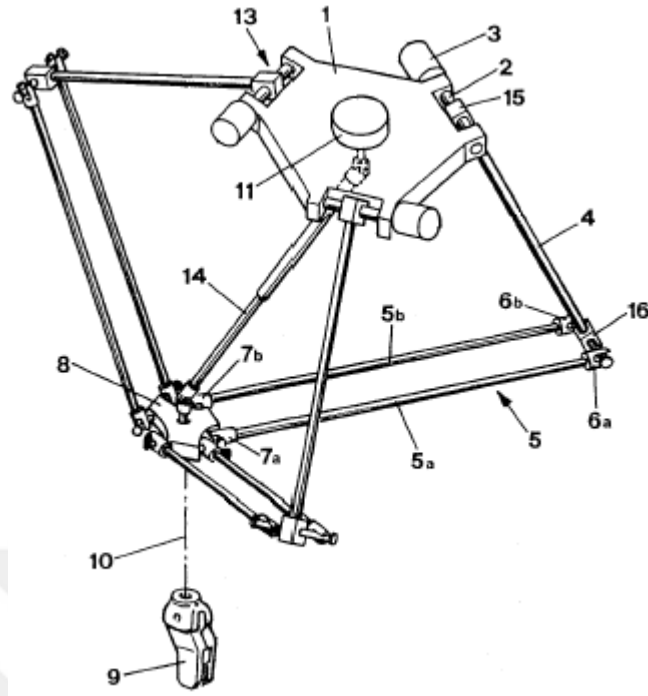
Uzay uygulamalarından uçuş simülatorlerine kadar çeşitli amaçlarla sekiz barlık bir bağlantı tasarımına yaklaşan teorik bir makale yayınlanmıştır (Stewart, 1965). Stewart, icadının yeni bir takım makine aletlerini geliştirmek için kullanılabileceğini vurgulamıştır. Paralel manipulatorler ile ilgili en çok atıf alan katkılardan biri olan Stewart'ın teorik makalesi, önerilen paralel manipulatorün hareketliliğini (mobility) ve çalışma alanı analizini içermektedir. Stewart'ın sunduğu mimarinin orijinalliği, Dr. Gough tarafından bile bazen haksızca sorgulanmıştır. Ancak, Gough'ın altı yüzlü, sabit bir platformun ve hareketli bir platformun birbirlerine altı uzatılabilir bacak tarafından bağlı iken, Stewart tarafından önerilen manipulator hareketli ve sabit platformların her bir bağlantı bacağının yöneliminin ikinci bir uzatılabilir bacak tarafından kısıtlandığı üç uzatılabilir bacak ile bağlanmasıyla tasarlanmıştır (Şekil 2.4). Bu nedenle, Stewart'ın platformunun Gough'ın makinasına kıyasla daha basit ileri kinematik ve gelişmiş bir çalışma alanına sahip olmasıyla Gough'un makinasından kısmen ayrılmış bir robot olduğu varsayılabilir (Gallardo-Alvarado, 2016).



Şekil 2.4. Orijinal Stewart platformu ve genel dizilimi (Stewart, 1965).

Stewart ve Gough'un tasarladığı mekanizmaların bugün kullanılan birçok paralel mekanizmanın temelini teşkil etmesi nedeniyle bu tür mekanizmalar bu iki tasarımcının isimleri kullanılarak (Gough-Stewart Platform) adlandırılmaktadır. Fakat literatürde Stewart platformu olarak da kullanıldığı gözlemlenmiştir. Paralel mekanizmaların manipülatör olarak kullanılması önerilmiş ve avantaj-dezavantajlarından bahsedilmiştir (Hunt, 1978).

Reymond Clavel, hareketli ve sabit platformlar arasında üç öteleme ve bir dönme gerçekleştirmek için düşük serbestlik dereceli bir paralel manipülatör tasarlama fikrini ortaya koymuştur (Şekil 2.5). Clavel'in buluşu olan Delta robotu, hareketli platformun dönmelerini sınırlandırmak için paralelogramların kullanılmasına dayandı ve doktora teziyle sonuçlandı (Clavel, 1991). Delta robot tasarımının arkasındaki temel fikir paralelkenarların kullanılmasıdır. Bir paralelkenar, bir çıktı bağlantısının, bir giriş bağlantısına göre sabit bir yönelimde kalmasını sağlar. Bu tür üç paralelogramın kullanımı mobil platformun yalnızca üç saf öteleme serbestlik derecesiyle yönelim serbestliğini tamamen engeller. Üç paralelogramın giriş bağlantıları, dönel mafsallar aracılığıyla döner kollara monte edilmiştir. Son olarak, dönen hareketi tabandan son işlevciye aktarmak için hareketli platforma monte edilmiş dördüncü bir ayak kullanılmıştır.



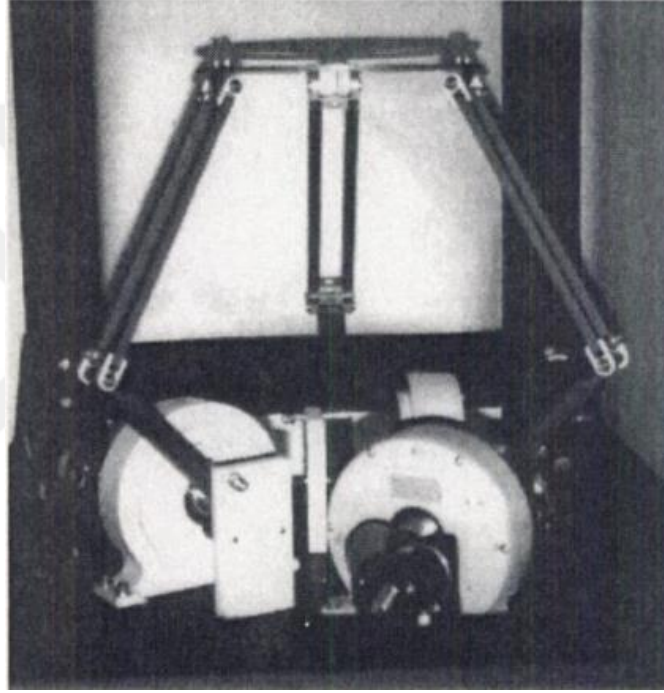
Şekil 2.5. Delta robotun şematik gösterimi (Gallardo-Alvarado, 2016).

Delta robotu, en başarılı paralel robot tasarımlarından biridir çünkü orijinal tasarım, deneysel ve endüstriyel ortamlarda geniş bir çalışma alanında sırasıyla 50G ve 12G'ye kadar hızlanma elde edebilmektedir (Bonev, 2001).

Bu sınıfın yüzlerce aktif robotu, basit al-yerleştir (pick-and-place) işlemlerinden tıbbi / cerrahi-yardım cihazlarına kadar farklı görevleri yerine getirmektedir. Bu eğilimde, yüksek hızlı pick-and-place uygulamaları için H4 adı verilen 4-DOF paralel manipulatörler piyasaya sürülmüştür (Pierrot ve Company, 1999). Bu robotta genellikle Schoenflies hareketi olarak bilinen üç öteleme artı bir dönme serbestlikleri mevcuttur (Bottema ve Roth, 1979). SCARA robotları adı verilen seri manipulatörler, Schoenflies hareketlerini gerçekleştirmek için tasarlanan ilk manipulatörlerdir (Gallardo-Alvarado, 2016).

Delta robot tasarımı, sadece endüstri alanında değil aynı zamanda üniversite laboratuvarlarında da büyük ilgi çekmiştir. Literatürde bir dizi varyant önerilmiştir; ancak prototiplendirilmiş olanların çoğu orijinal tasarıma yakın kalmaktadır. Örneğin, böyle bir modifiye edilmiş Delta robotu Maryland Üniversitesi'nde inşa edilmiştir (Şekil 2.6),

(Stamper, 1997). Cenova Üniversitesi'nde bir başka modifiye edilmiş versiyon da yapılmıştır. Bu tasarımda, paralelogramlar eşdeğer mekanizmalar ile değiştirilir. Batı Avustralya Üniversitesi'nde (University of Western Australia) son derece optimize edilmiş bir başka versiyon NUWAR da inşa edilmiştir. Şaşırtıcı bir şekilde, Prof. Raymond Clavel başkanlığında Parallel Robotics Group tarafından yapılan en son tasarımlardan biri, yalnızca yönelim serbestliklerine sahip olan bir robot (Argos) oluşturmak için aynı paralelkenar kavramı kullanmaktadır (Bonev, 2001).



Şekil 2.6. Maryland Üniversitesi manipülatörü (Stamper, 1997).

Ötelemeli paralel manipülatörler geliştirmek için sadece paralelogramlar değil, seri zincirlerle oluşturulmuş uzaysal mekanizmalar bacakların tasarımında rol oynamaktadır. Bu bağlamda kartezyen paralel manipülatörü geliştirilmiştir (Kim ve Tsai, 2003). Kartezyen paralel robotta, üç serbestlik derecesi tamamen ayrılmış; diğer bir deyişle, her bir prizmatik eklemin hareketi yalnızca bir lineer aktüatör tarafından kontrol edilmiştir. Bu tür özelliklere sahip olan paralel manipülatörler doğrusal paralel manipülatörler olarak bilinir ve kinematik analizinin ve kontrolünün daha basit olması



gibi belirgin faydalarından dolayı birçok araştırmacı ilgisini çekmiştir (Gallardo-Alvarado, 2016).

Translasyonel paralel manipölatörlerin dikkate değer geçmişi vardır, ancak küresel paralel manipölatörler hem akademik hem de endüstride başarıyla geliştirilmiştir (Gosselin ve Lavoie, 1993). Çevik Göz küresel paralel manipölatörün çalışma alanı, insan gözününkinden üstün olup; düşük atalet ve doğal sertliğinden (inherent stiffness) dolayı, mekanizma 1000 *der/sn* den daha yüksek açısal hız ve 20.000 *der/sn*<sup>2</sup> den daha büyük açısal ivmelenme sağlayabilir (Gallardo-Alvarado, 2016).

Paralel manipölatörler tarafından sunulan imkanlar büyük olduğu için, robot tasarım çeşitliliği büyümeye devam etti. Araştırmacılar, yakın gelecekte daha iyi bir performansın paralel manipölatörlerin doğruluk, sağlamlık ve daha yüksek kapasite gibi operasyonların gerekli olduğu geleneksel seri manipölatörlerin yerini almasını ummaktadırlar (Gallardo-Alvarado, 2016).

Gosselin, çalışma alanını konumlandırma ve yönlendirme çalışma alanı olarak ikiye ayırmıştır. Yalnızca konumlandırma çalışma alanını, yani yönlendirme verildiğinde üst platformdaki bir noktayla elde edilebilen üç boyutlu kartezyen alanın bölgesini incelemiş ve bu çalışma alanının bir dizi küresel segmentle tanımlandığını göstermiştir. Bu çalışma alanının bir bölümü, bir dizi dairesel yay ile sınırlanan bir alandır (Gosselin, 1990).

Stewart benzeri yeni bir hibrid seri-paralel bir mekanizma sunulmuştur. Bu tasarım, tamamen paralel manipölatörlerin yüksek katılığı ve seri manipölatörlerin genişletilmiş çalışma alanı arasında bir uzlaşı sunar. İlk platformun hareketi, orta platformu taban ile birbirine bağlayan üç ardışık prizmatik bağlantıyı kullanarak yalnızca üç ötelemeli hareket ile sınırlandırılmıştır. Üst platform olarak adlandırılan ikinci platform, orta platform ile bir küresel mafsal içerir ve bu iki platform arasında göreceli hareketi sağlamak için paralel üç bacak kullanılır. Bu nedenle, üst platform tabana göre altı serbestlik derecesine sahiptir (Romdhane, 1999).

Birbirlerine seri olarak bağlanmış iki asimetric paralel manipölatörden oluşan altı serbestlik derecesine sahip hibrid (paralel-seri) mekanizma tanımlanmıştır. Bu çalışmada

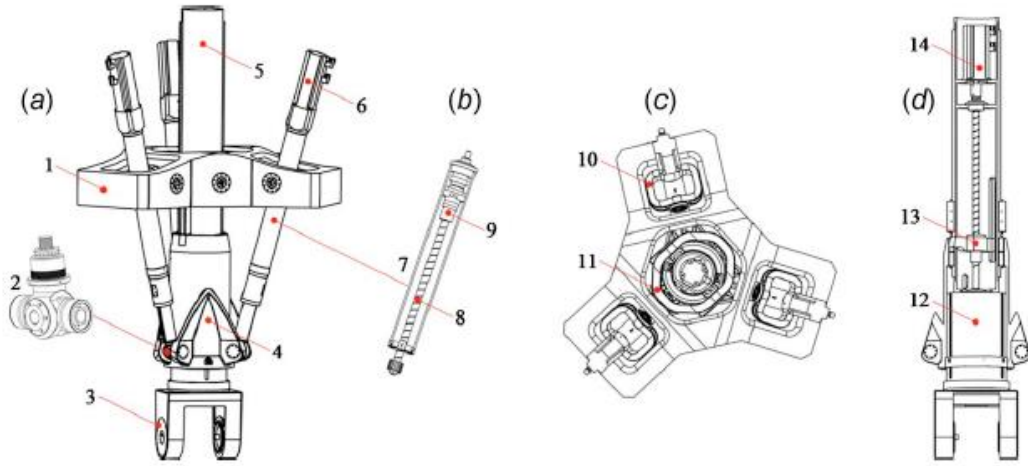
ileri ve geri konum problemlerinin kapalı-form çözümleri ve daha sonra tekillik analizleri sunulmuştur (Tanev, 2000).

Belirli bir topolojiye sahip bir hibrid manipülatörün, diğer bir deyişle tam paralel-seri manipülatörün kinematiği, vidalar teorisi (screw theory) vasıtasıyla ele alınmıştır. Altı bağımsız kolun uzunluğu göz önüne alındığında, çalışma mekanizmasının ileriye yönelik konum analizi, aslında, sabit platforma göre uç platformun ortaya çıkan konum ve yöneliminin hesaplanması, kapalı-form çözümü ile gerçekleştirilmiştir. Ötelemeli platformun ivmesinin hesaplanması için basit bir ifade, vidalı formda (screw form), sabit platforma göre ötelemeli platformun indirgenmiş ivme durumu yazılarak, resiprokal vidaların (reciprocal screws) özelliklerinden  $e(3)$  Lie cebirinin bilinear simetrik formu olan Klein formu aracılığıyla türetilir (Gallardo-Alvarado, 2005).

İki adet seri bağlı paralel manipülatörden oluşan hibrid bir sistemin kinematik analizi sunulmuştur. Nümerik olarak çözülmesi gereken ters problem için lineer olmayan denklem sistemi elde edilmiştir. Yeni robotik yapıda hibrid robot manipülatörlerin bazı temel tasarımları ve kinematik yapıları tartışılmış, doğrudan ve ters kinematik formülasyonları sunulmuş, ters kinematik probleminin çözümleri açık bir şekilde elde edilmiş ve üzerinde ayrıntıları verilmiştir. Bu robot manipülatörlerinin, endüstriyel veya araştırma manipülatörleri ile mevcut değerinden kat kat daha fazla bir güç / ağırlık oranı olduğu gösterilmiştir (Shahinpoor, 1992).

Olağanüstü yeniden konfigüre edilebilirliği, yüksek dinamikleri, katılığı ve geniş çalışma alanı ile ön plana çıkan Tricept robotunun modifiye edilmiş versiyonu olan 5-dof konfigüre edilebilir yeni Triviant robotunun ana gövdesini oluşturan 3-dof bir paralel mekanizmanın kavramsal tasarımı ve boyutsal sentezi ele alınmıştır (Siciliano, 1999; Huang ve ark., 2005).

4-dof hibrid modülü ve 2-dof bir son-işlevcisi içeren 5-eksenli yeni bir konfigüre edilebilir Tricept-IV robotu incelenmiştir. Tricept IV ile Tricept robotları arasındaki farklar; sırasıyla hibrid ve paralel mekanizmalardır. Tricept IV robotundaki ek P (prizmatik) mafsallı bir artıksal serbestliğe sebep olur ve bu robot tarafından ulaşılan çalışma uzayı Tricept robotunkinden daha geniştir (Sun ve ark., 2010).



Şekil 2.7. Tricept-4 robotunun sanal prototipi (Sun ve ark., 2010).

Her biri, iki farklı seri olarak bağlı üç serbestlik derecesine sahip mekanizmalardan oluşan uzaysal hibrid manipülatörün alt modülü bir konumlandırma mekanizması ve üst modülü ise bir yönlendirme cihazı olarak düşünülerek, kinematik analizi için matris analizleri oluşturulmuş ve ters dinamiklerine paralel robotların dinamiklerinin açık denklemlerine dayanan yinelemeli bir yöntem uygulanmıştır (Staicu, 2015; Staicu ve Craifalaenu, 2017).



### 3. TEMEL KAVRAMLAR

#### 3.1. Temel Kinematik Bilgileri

##### 3.1.1. Katı transformasyonlar

Bir kinematik zincirde, bir linkin diğer bir linke göre konumu matematiksel olarak her cisme bağlanmış referans çatıları arasında olan bir koordinat transformasyonu ile tanımlanır. Link katıdır, bu yüzden dönüşüm noktalar arasında ölçülen uzaklıkları korumak zorundadır ve buna katı transformasyon denir. Katı transformasyonlar dönmeleri ve ötelemeleri içerir. Düzlemsel mekanizmalar için, iki boyutta dönmeler ve ötelemeler ele alınmalıdır. Küresel mekanizmalar için sadece uzayda dönmeler ve uzaysal mekanizmalar için de sadece üç boyutta dönmeler ve ötelemeler ele alınmalıdır.

Koordinat transformasyonu ile cismin konumunu tanımlayan dönüşüm, cismi başlangıç konumundan bitiş konumuna taşıyan bir işlem olarak yorumlanabilir. Bu, terim olarak yerdeğiştirme değildir. Cisim hareket ederken, cisimdeki noktalar ve doğrular birbirlerine göre hareket etmez. Düzlemsel bir yerdeğiştirmenin kutup noktası, uzaysal bir dönmenin ekseni ve uzaysal bir yerdeğiştirmenin screw ekseni yerdeğiştirmeyi karakterize eder. Homojen transformasyonların invariant altuzayları veya özvektörleri koordinat transformasyonunu tanımlar (McCarthy, 1990).

##### 3.1.2. Koordinat transformasyonları

Bir cismin başka bir cisme göre konumunu çalışmak için her bir cisme bir koordinat çatısı bağlanır. Sabit koordinat çatısı  $F$ , hareketli koordinat çatısı ise  $M$  ile gösterilir.  $M$ 'nin konumunu  $F$ 'ye göre temsil etmek için  $M$  çatısında ölçülen koordinatları  $F$  çatısına dönüştüren  $D: F \leftarrow M$  koordinat transformasyonu kullanılır. Bu transformasyon

$$X = [A]x + d \quad (3.1)$$

şeklinde verilir. Burada  $x$  bir noktanın  $M$ 'deki koordinat vektörü ve  $X$  ise aynı noktanın  $F$ 'deki koordinat vektörüdür. Eğer hareket eden cisim  $n$ -boyutta (genellikle  $n=2$  veya  $3$ ) ise,  $[A]$  bir  $n \times n$  matris ve  $d$ ,  $n$ -boyutlu bir vektördür.

Bu transformasyon  $M$  cisminin katılığını korumak zorundadır.  $M$  cisminin üzerinde olan  $P$  ve  $Q$  noktaları arasındaki uzaklık Öklid uzaklık formülü ile tanımlanır.  $F$ 'de ölçülen koordinatları kullanarak

$$d(P, Q) = |P - Q| = \sqrt{(P - Q)^T (P - Q)} \quad (3.2)$$

elde edilir.

Şimdi,  $M$ 'de ölçülen  $p$  ve  $q$  noktalarının koordinatlarını kullanarak bu uzaklık hesaplanınca,

$$\begin{aligned} |P - Q| &= |([A]p + d) - ([A]q + d)| = |[A](p - q)| \\ &= \sqrt{(p - q)^T [A^T][A](p - q)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

elde edilir.

Eğer  $[A]$  matrisi

$$[A^T][A] = I \quad (3.4)$$

bağıntısını sağlarsa, son denklem  $|p - q|$  uzunluğuna eşittir. Bu (3.1) denkleminin bir katı transformasyon olduğunu garanti eden kısıtlamadır.

(3.4) şartını sağlayan bir  $n \times n$  matris ortogonal bir matristir. Çünkü sütunları ortogonal birim vektörlerdir. Bu matrisin sol tersi ayrıca sağ tersidir, öyleyse

$$[A][A^T] = I \quad (3.5)$$

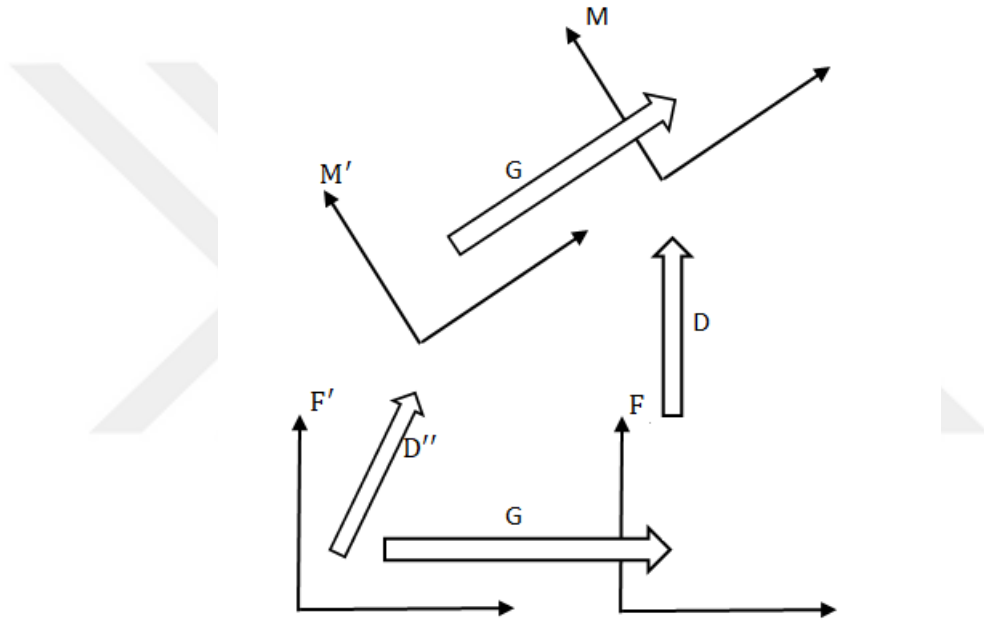
yazılabilir. Bu eşitlik  $[A]$  matrisinin satırlarının da ortogonal birim vektörler olduğunu gösterir. (3.4) veya (3.5) eşitliklerinden  $A$  matrisinin determinantında bir kısıtlama elde edilir.

$$\det(I) = \det([A^T][A]) = \det^2([A]) = 1$$

Böylece  $\det(A) = \pm 1$ . Determinantı  $1$  olan ortogonal matrisler dönmeleri ve determinantı  $-1$  olan ortogonal matrisler ise yansımaları temsil eder (McCarthy, 1990).

### 3.1.3. Yerdeğiştirme

Koordinat transformasyonunu bir noktayı orijinal konumundan mevcut konumuna taşıyan bir işlem olarak görmek uygundur (Şekil 3.1). Bu  $x$  vektörünün ölçüldüğü koordinat çatısı ile alakalı bir karışıklığa yol açabilir. Bu dönüşüm bütün  $M$  cisminin  $F$  ile çakışan bir başlangıç konumundan onun mevcut konumuna bir yerdeğiştirme olarak gösterilebilir. Bu transformasyon  $D: F \rightarrow M$  şeklinde sembolize edilir ve bu yerdeğiştirme olarak adlandırılır.



Şekil 3.1. Referans çatı değişimi.

Bir yerdeğiştirme  $n$ -boyutlu bir uzayda  $D = (A, d)$  matris-vektör çifti ile tanımlanır, burada;  $[A]$ ,  $n \times n$  boyutlu bir matris ve  $d$ ,  $n$  – boyutlu bir vektördür. Burada iki özel durum vardır.  $R = (A, 0)$  bir saf dönme ve  $T = (I, d)$  bir saf ötelemedir.

Bir yerdeğiştirme bir diğeriyle bileşik yerdeğiştirme oluşturmak için kullanılabilir.

$D_1: F \rightarrow M_1$  ve  $D_2: M_1 \rightarrow M_2$  için bileşke yerdeğiştirme  $D = D_1D_2: F \rightarrow M_2$  dir. Bileşke yerdeğiştirme için formül,  $D_2 = (A_2, d_2)$  transformasyonunu (3.1) denkleminde yerine koyarak  $D_1 = (A_1, d_1)$  transformasyonu için yazılır. Sonuç olarak;

$$X = [A_1A_2]x + [A_1]d_2 + d_1 \quad (3.5)$$

Böylece bileşke yerdeğiştirme  $D = D_1D_2: F \rightarrow M_2$  aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$D = D_1D_2 = (A_1, d_1)(A_2, d_2) = ([A_1A_2], [A_1]d_2 + d_1)$$

Bir  $D = (A, d)$  yerdeğiştirmesinin tersi  $D^{-1}$ , (3.1) denkleminin tersi alınarak tanımlanır:

$$X = [A^T]x - [A^T]d \quad (3.6)$$

böylece  $D^{-1} = ([A^T], -[A^T]d)$ .  $DD^{-1} = D^{-1}D = I$ , burada  $I = (I, 0)$  birim yerdeğiştirmedir.

$n$ -boyutlu  $\mathbb{R}^n$  uzayında yerdeğiştirmelerin kümesi bir gruptur:

1. Çarpım işlemi vardır, öyle ki;  $D_1$  ve  $D_2$  yerdeğiştirmeler ise  $D = D_1D_2$  de bir yerdeğiştirmedir.
2.  $I = (I, 0)$  yerdeğiştirmesi bileşke işlemi altında bir birim yerdeğiştirmedir.
3. Her  $D = (A, d)$  yerdeğiştirmesinin tersi  $D^{-1} = ([A^T], -[A^T]d)$  olarak vardır.

Bu küme  $n$ -boyutlu uzayın Öklid grubu olarak adlandırılır ve  $SE(n)$  şeklinde gösterilir (McCarthy, 1990).

### 3.1.4. Mafsallar

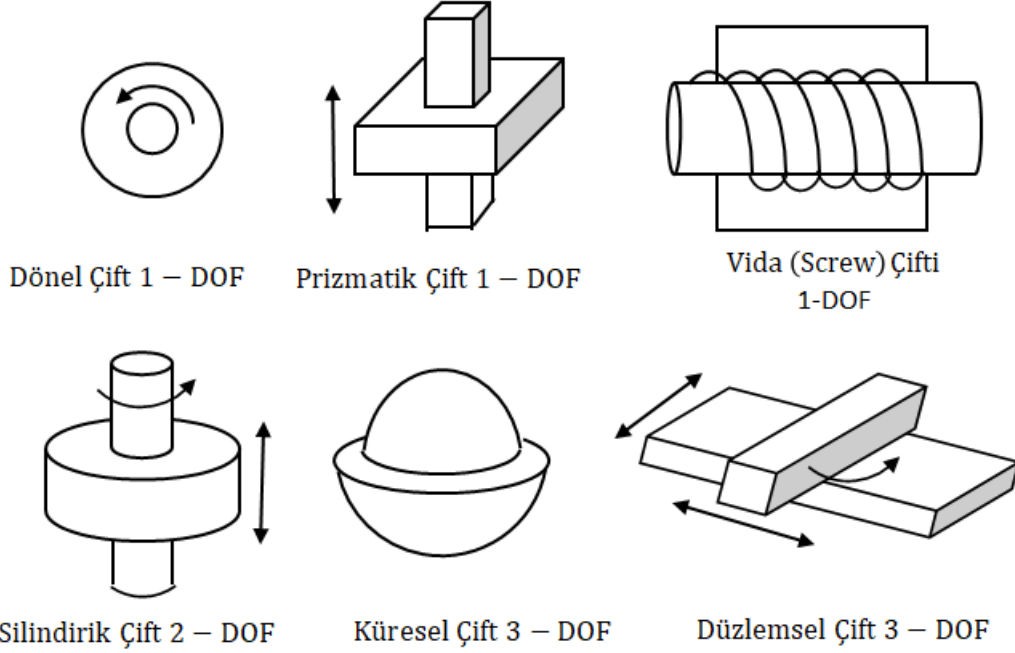
Bağlanımların iki temel mafsal ile oluşturulduğu görülür; dönel mafsal R ile gösterilir ve prizmatik mafsal P ile gösterilir. Bu mafsallar bağladıkları iki link arasında bir serbestlik dereceli harekete izin verirler. Dönel mafsal için konfigürasyon değişkeni iki cisim arasında ki eksenler etrafında ölçülen açıdır ve prizmatik mafsal içinse öteleme eksenini boyunca alınan mesafedir.

Evrensel mafsal, iki dönel mafsalın birbirlerine dik eksenli hareketlerinden elde edilir, U veya T ile gösterilir. İki link arasında iki serbestlik dereceli harekete izin verir.



Küresel mafsalsal, kesişen üç eksen etrafında dönme mafsallarından oluşur ve S ile gösterilir. Bu mafsalsal üç serbestlik derecesine sahip harekete izin verir ve genellikle robotların bilek kısımlarında bulunur.

Son olarak silindirik mafsalsal bir dönel mafsalsal ve bunun dönme hareketi yaptığı eksene paralel bir eksen boyunca öteleme hareketi ile oluşur ve C ile gösterilir (McCarthy ve Soh, 2000).



Şekil 3.2. Reuleaux kinematik çiftleri.

1870’lerde, Alman makine mühendisi Franz Reuleaux linklerin birbirlerine bağlı olma şekillerini alt çiftler tanımını yaparak basitleştirmiştir. Reuleaux alt çifti biri cisim diğeri oyuk olmak üzere özdeş yüzeyler çiftidir.. Bu yüzeyler birbirlerine tam uyurlar fakat aynı zamanda birbirlerine bağlı olarak hareket ederler.

Reuleaux bu şekilde altı çift buldu ve sadece bu altı ihtimalin mevcut olduğu gösterilebilir.

- Dönmenin her yüzeyi bir dönme veya R-çifti verir.
- Her helikoid yüzey, bir screw veya H-çifti verir.
- Ötelemenin her yüzeyi, bir prizma gibi, bir prizmatik veya P-çifti ile oluşur.

- Silindirin yüzeyi dönme ve öteleme hareketleri ile oluşan bir yüzeydir. Konfigürasyon uzayında bir silindirik veya S-çifti oluşturur.

- Bir küre her çap kirişi etrafında dönmenin bir yüzeyidir. Bir S-çiftidir.
- Bir düzlem, düzlemdeki her doğru boyunca ötelemenin veya her normal etrafında dönmenin yüzeyidir. Bir düzlem oluşur.

Bu çiftlerin herbiri, sadece eşleşen yüzeyleri, bir linki bir diğer linke sabitleme yoluyla kullanılabilir. Mesela dönel çift iki link arasında basit bir menteşe mafsalıdır. Dönel, prizmatik ve vida (screw) mafsalları bir serbestlik derecesine sahip mafsallardır, yani mafsalın iki tarafının bağıl konumunu vermek için bir parametreye ihtiyaç duyulur. Bu parametrelere mafsal değişkenleri denir.

Silindirik mafsal, bir eksen etrafında dönme ve bir eksen boyunca öteleme hareketlerini sağladığı için serbestlik derecesi ikidir ve bu yüzden iki parametreye ihtiyaç duyulur. Düzlemsel ve küresel mafsallar üç serbestlik derecesine sahiptir. Küresel mafsal bir nokta etrafında dönmeye, düzlemsel mafsal ise düzlem üzerinde harekete izin verir. Düzlemsel hareketin parametreleri; sabit bir nokta etrafında dönme açısı ve iki ortogonal yönler boyunca öteleme mesafesinin uzunluklarıdır (Selig, 1992).

### 3.1.5. Kinematik zincirler, mekanizmalar ve makineler

Bir kinematik zincir bağlantıların veya katı cisimlerin mafsallar aracılığıyla bir araya getirilmesiyle oluşur. Bir kinematik zincirdeki her bağlantı, her bir diğer bağlantıya tek bir yolla bağlıysa, buna bir açık döngü zinciri denir. Öte yandan, her bağlantı diğer her bağlantıya en azından iki ayrı yolla bağlanırsa, kinematik zincir bir veya daha fazla kapalı döngü oluşturur ve buna kapalı döngü zinciri denir. Bir kinematik zincirin hem kapalı hem de açık döngülü zincirleri içermesi mümkündür. Böyle bir kinematik zincir, hibrid bir kinematik zincir olarak adlandırılır.

**Tanım 3.1. (Mekanizma):** Bir kinematik zincirdeki bağlantılardan biri zemine veya tabana sabitlendiğinde buna bir mekanizma denir. Tabana sabitlenen bağlantıya sabit bağlantı denir. Giriş bağlantıları tabana göre hareket ettikçe diğer tüm bağlantılar kısıtlı

hareketlerini gerçekleştirir. Dolayısıyla bir mekanizma, hareketi ve / veya torku bir veya daha fazla bağlantıdan diğerlerine aktaran bir araçtır.

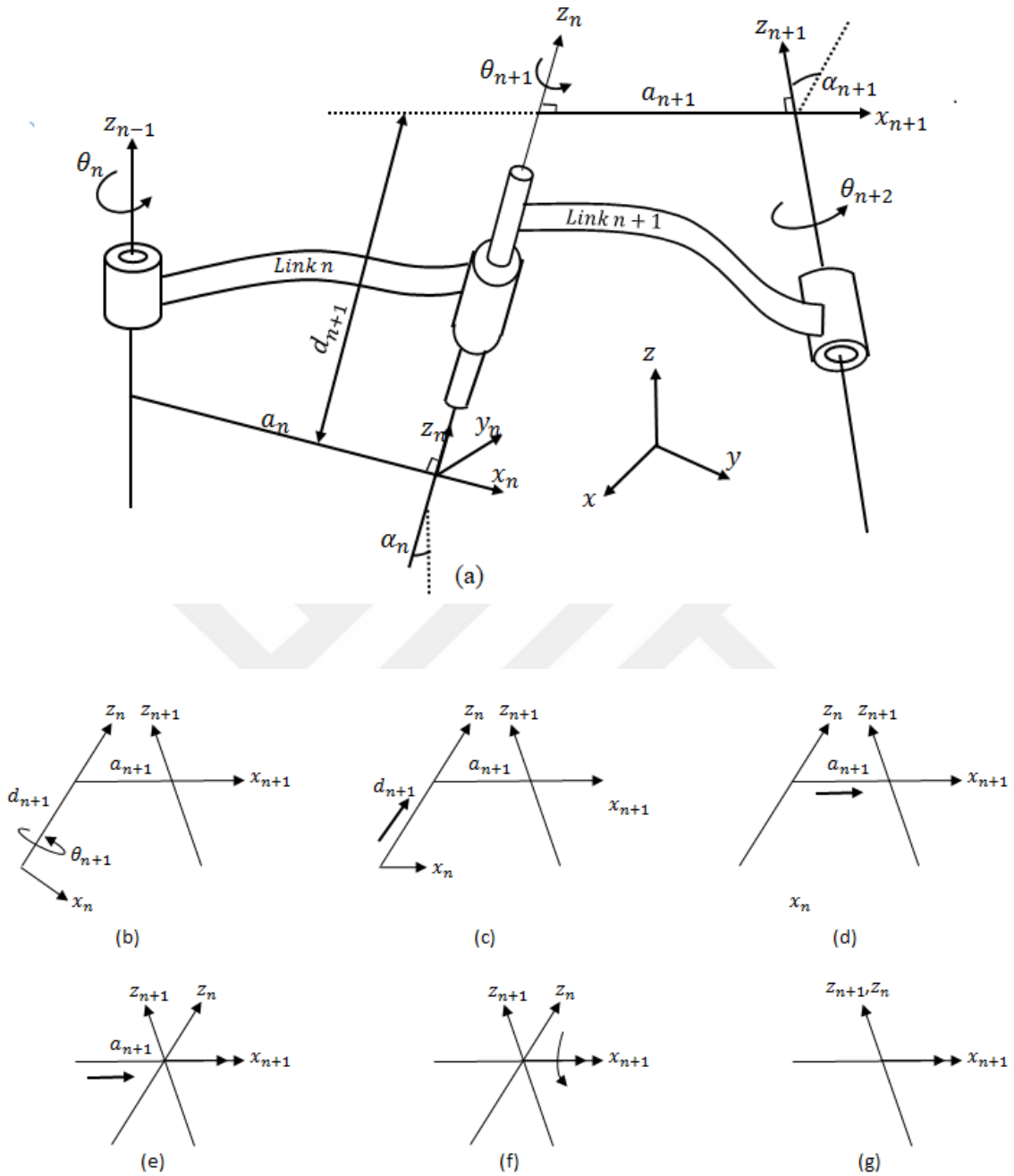
**Tanım 3.2. (Makine):** Bir veya daha fazla mekanizma, diğer bir hidrolik, pnömatik ve elektrikli bileşenlerle bir araya getirildiğinde oluşturulan düzeneğe bir makine denir. Yani, bir makine, harici enerjiyi faydalı işe dönüştürmek amacıyla çeşitli bileşenlerden oluşan bir gruptur. Mekanizma ve makine terimleri eşzamanlı olarak kullanılmasına rağmen, aslında aralarında kesin bir fark vardır (Tsai, 2001).

### 3.1.6. Denavit-Hartenberg temsili

$\{n\}$  çatısını  $\{n+1\}$  çatısına göre tanımlayan genellikle dört link parametresinin bir fonksiyonu olan dönüşüm inşa edilmiştir.

Her link için bir çatı tanımlayarak, kinematik problem bir alt problem haline getirilir. Bu alt problemlerin her birini çözmek için; her alt problem dört alt problem içinde incelenir. Bu dört dönüşümün her biri bir link parametresinin fonksiyonu olur.

- i.  $\theta_{n+1}$  açısıyla  $z_n$  –ekseni etrafında dönme işlemi yapılır (Şekil 3.3a,b). Bu  $x_n$  ve  $x_{n+1}$  eksenlerini paralel hale getirir.
- ii.  $x_n$  ve  $x_{n+1}$  eksenlerini eş doğrusal hale getiren  $z_n$  eksenini boyunca  $d_{n+1}$  kadar öteleme işlemi yapılır (Şekil 3.3c).
- iii.  $x_n$  ve  $x_{n+1}$  eksenlerinin orijinlerini bir araya getiren  $x_n$  eksenini boyunca  $a_{n+1}$  kadar öteleme işlemi yapılır (Şekil 3.3d,e). Bu noktada, iki referans çatılarının orijinleri aynı konumda olur.
- iv.  $z_n$  ve  $z_{n+1}$ ,  $x_n$  –ekseni etrafında  $\alpha_{n+1}$  açılılık dönme işlemi yapar (Şekil 3.2f). Bu noktada,  $n$  ve  $n + 1$  çatıları hizalanır (Şekil 3.3g).



Şekil 3.3. Genel mafsalsal link kombinasyonunun Denavit-Hatzenberg gösterimi.

Bu dört hareketi temsil eden matris, her bir dört matrisin birbirleri ile ardışık çarpılmasıyla bulunur. Dönüşümler geçerli çatıya göre olduğundan, tüm matrisler soldan çarpılır. Sonuç şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
T_n^{n+1} &= A_{n+1} = \text{Rot}(z, \theta_{n+1}) \times \text{Trans}(0,0, d_{n+1}) \times \text{Trans}(a_{n+1}, 0,0) \\
&\quad \times \text{Rot}(x, \alpha_{n+1}) \\
&= \begin{bmatrix} c \theta_{n+1} & -s \theta_{n+1} & 0 & 0 \\ s \theta_{n+1} & c \theta_{n+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&\quad \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{n+1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c \alpha_{n+1} & -s \alpha_{n+1} & 0 \\ 0 & s \alpha_{n+1} & c \alpha_{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
A_{n+1} &= \begin{bmatrix} c \theta_{n+1} & -s \theta_{n+1} c \alpha_{n+1} & s \theta_{n+1} s \alpha_{n+1} & a_{n+1} c \theta_{n+1} \\ s \theta_{n+1} & c \theta_{n+1} c \alpha_{n+1} & -c \theta_{n+1} s \alpha_{n+1} & a_{n+1} s \theta_{n+1} \\ 0 & s \alpha_{n+1} & c \alpha_{n+1} & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Robotun tabanından, birinci mafsala ile başlayıp, ikinci mafsala, sonra üçüncüye, ..., robotun eline ve nihayetinde son-işlevciye dönüşüm sağlanır. Her dönüşümün ifadesinde, dönüşümleri temsil eden bir dizi A matrisi vardır. Robot tabanı ile el arasındaki toplam dönüşüm

$$T_R^H = T_R^1 T_1^2 T_2^3 \dots T_{n-1}^n = A_1 A_2 A_3 \dots A_n,$$

Olarak verilir, burada n mafsala numarasıdır (Niku, 2001).

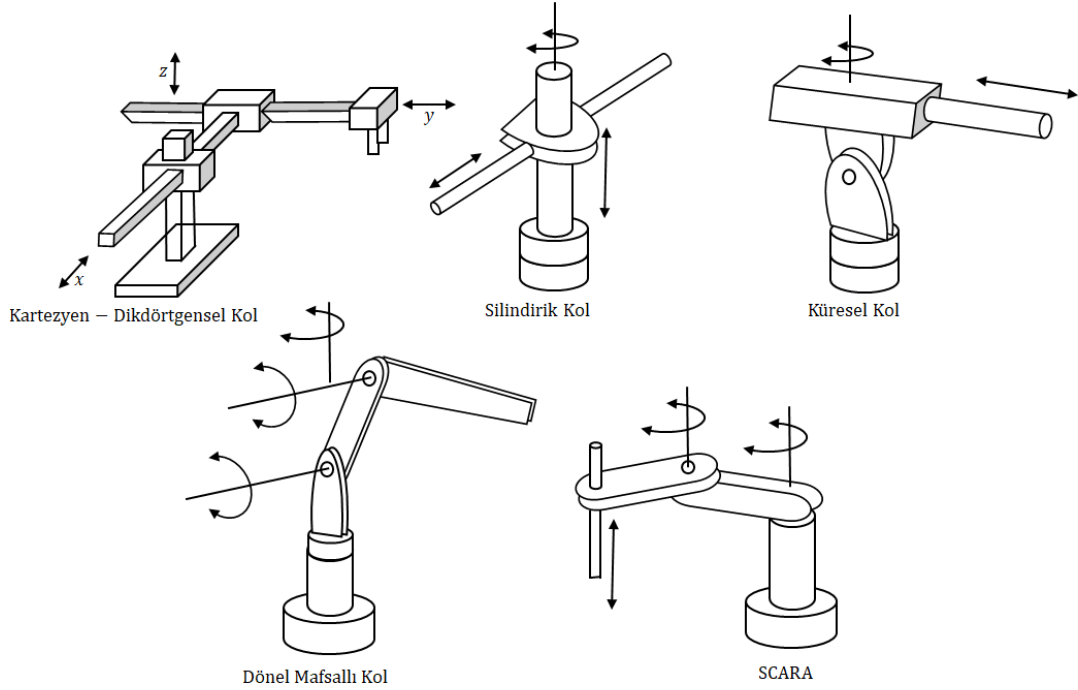
### 3.1.7. İleri ve geri kinematik

Konfigürasyonu bilinen yani tüm bağlantı uzunlukları ve eklem açıları bilinen bir robot için, robot elinin konumunu ve yönelimini hesaplamak ileri kinematik analiz olarak adlandırılır. Başka bir deyişle, tüm robot eklem değişkenleri bilindiğinde, ileri kinematik denklemler kullanılarak, robotun nerede olduğu anlık olarak hesaplanabilir. Bununla birlikte, robotun elini istenen bir konuma ve yönelime yerleştirmek amaçlanıyorsa, robotun her bir bağlantı uzunluğu veya eklem açısının ne kadar olması gerektiğini bilmek gerekir; öyle ki bu değerler için el istenen konum ve yönelimde olacaktır. Buna, ters kinematik analiz denir. Bunun anlamı, robotun ileri kinematik denklemlerinde bilinen robot değişkenlerinin yerini almak ve yerine robotu istenen konuma ve yönlendirmeye

yerleştirmek için gerekli ortak değerleri bulmamızı sağlamak için bu denklemlerin tersini bulmamız gerektiği anlamına gelir (Niku, 2001).

### 3.2. Robot Koordinatları

Robot konfigürasyonları genellikle konumlandığı koordinat çatılarını izler (Şekil 3.4). Prizmatik mafsallar P, dönel mafsallar R ve küresel mafsallar ise S ile gösterilir. Robot konfigürasyonları P, R ve S zincirleri ile belirtilir. Örneğin, üç prizmatik ve üç dönel mafsala sahip bir robot 3P3R ile gösterilir. Aşağıdaki konfigürasyonlar robotun el uzvunu konumlandırmak için yaygın şekilde kullanılır (Niku, 2001).



Şekil 3.4. Robot konfigürasyonları.

#### 3.2.1. Kartezyen/dikdörtgensel kol (3P)

Bu robotlar son işlevciyi konumlandıran üç lineer mafsaldan oluşur. Bu mekanizmayı genellikle son-işlevcinin yönelimini sağlayan ek dönel mafsallar takip

eder. Bu tür robotlar madde ve kargo taşınması gibi ağır materyal transferinde kullanılırlar.

### **3.2.2. Silindirik kol (R2P)**

Silindirik koordinat robotları parçayı konumlamak için, iki prizmatik mafsala ve bir dönel mafsala sahiptir. Ayrıca, bu mekanizmanın takibinde parçanın yönelimini sağlayan dönel ek mafsallar bulunur. Bu robotlara örnek olarak, endüstride kullanılan Stanford kolu küresel robotu verilebilir.

### **3.2.3. Küresel kol (2RP)**

Küresel koordinat robotları konumlandırma için bir prizmatik ve iki dönel mafsala ve bunlara ek olarak, yönelim için dönel mafsallara sahip olan, küresel koordinat sistemini izleyen robotlardır.

### **3.2.4. Dönel mafsallı kol (3R)**

Dönel mafsallı kolün mafsallarının hepsi insan koluna benzer şekilde döneldir. Endüstriyel robotlarda en yaygın kullanıma sahip olan konfigürasyonlardır.

### **3.2.5. SCARA (Selective compliant assembly robot arm)**

Scara robotlar birbirlerine paralel olan ve robotların yatay düzlemde hareketine izin veren iki dönel mafsala ve buna ek olarak dikey hareketi sağlayan ek bir prizmatik mafsala sahiptir. Bu robotlar montaj işlemlerinde yaygın kullanılır. En belirgin özelliği x-y düzleminde daha uyumlu çalışmalarıdır ancak z-ekseni boyunca hareketlerinde katıdır ve bu yüzden seçici uyumluluğa sahiptirler.

### 3.3. Küresel ve Düzlemsel Hareket

#### 3.3.1. Düzlemsel hareket

Bir cisim sabit bir referans cismine bir P-çifti ile bağlandığında, bu cismin yönelimini etkilemez (konumunu etkiler); ona bağlı herhangi bir düzlem kendisine her zaman paralel kalır ve çizgi boyunca hareket eder. Öteleme doğrultusuna paralel olan herhangi bir düzlem (o halde, düzlemin normali ile öteleme yönü birbirlerine diktir) sadece öteleme doğrultusuna paralel olmakla kalmayıp kendi üzerinde ötelenir. Mafsal bir R-çifti olduğunda, dönme eksenine dik olan tüm düzlemler kendileri üzerinde ötelenir ve dönme eksenine paralel olmayan tüm çizgiler hareket boyunca yönelimlerini değiştirir. P-çifti için tüm noktalar paralel çizgilerle hareket eder, R-çifti için tüm noktalar paralel düzlemlerdeki ortak eksenli çemberleri izler. Birkaç cisim R ve P çiftleri tarafından herhangi bir şekilde bağlandığında, tüm P çiftleri tüm R çiftlerinin ortak bir yönüne dik açılarla yönlendirilir; bu şekilde herhangi iki cismin arasındaki olası bağıl hareket yalnızca düzlemsel harekettir (Hunt, 1978).

#### 3.3.2. Küresel hareket

Küre hareketi genellikle, iki (veya daha fazla) cismin ortak bir sabit noktanın etrafında hareket etmesi durumunun tanımlanmasında uygulanan bir terimdir. Tüm bağıl nokta yörüngeleri, bu sabit noktada ortak merkeze sahip küreler üzerinde yer alır (Hunt, 1978).

### 3.4. Manipülörler

#### 3.4.1. Seri manipülör

Seri robotlar bir dizi mafsal (joint) ve bu mafsalları birleştiren bağlardan (link) oluşmaktadır. Seri robotlar, kinematik yapısı açık döngülü zincir şeklinde olan



mekanizmalardır. Seri robotlar, az sayıda mekanik parçaya, geniş çalışma uzayına ve paralel robotlara göre daha basit kinematik denklemlere sahiptir. Fakat kaldıracakları kütlenin, mekanik yapılarının kütlesine oranı çok küçüktür. Endüstriyel seri robotlar, yapı olarak kabaca insan koluna benzetilebilirler (Bingül ve Küçük, 2009).

### 3.4.2. Paralel manipülatör

Robotik bilimi ve teknolojisi normalde insana verilen görevleri yerine getirecek olan mekanik sistemler geliştirme ruhundan kaynaklandığı için seri zincirlerin robot manipülatörler olarak kullanılmaktadır. Bu tür robot manipülatörler, insan kolu gibi kapsamlı çalışma alanı ve zekice manevra kabiliyeti avantajlarına sahiptir.

Geniş bir çalışma alanına sahip olmakla birlikte, hassas konumlandırma yetenekleri zayıftır. Özetle, açık zincir seri manipülatörler insan kolunun hem avantajlarına hem de dezavantajlarına sahiptir.

Bu nedenle, yüksek yük taşıma kapasitesi, iyi dinamik performans ve hassas konumlandırmanın önemli olan uygulamalar için, geleneksel seri manipülatörlere bir alternatif olması arzu edilir. Genel olarak, paralel olarak çalıştırılan birkaç zincir vasıtasıyla zemine bağlı olan son işlevcisine sahip olan robot manipülatörlerinin daha katı ve üstün konumlandırma özelliğine sahip olması beklenebilir. Bu, paralel manipülatörleri bazı uygulamalar için cazip hale getirir ve son yirmi yıl bu yönde önemli araştırmalara tanık olunmuştur. Çünkü paralel robotlar, doğruluk, sertlik ve büyük yükleri manipüle etme kabiliyeti açısından çok iyi performans gösteren kapalı döngü mekanizmalarıdır. Bunlar, astronomiden uçuş simülatörlerine kadar çok sayıda uygulamada kullanılmış ve makine aleti endüstrisinde giderek popüler hale gelmektedirler.

Bu nedenle, paralel bir robot,  $n$  serbestlik derecesine sahip bir son-işlevci ile en az iki bağımsız kinematik zincirle birbirine bağlanmış sabit bir tabandan oluşur (Merlet, 2006).

### 3.4.3. Stewart platform manipülatörü

Günümüzde Stewart platformu olarak bilinen, uzayda genel hareket üreterek uçuş koşullarını taklit etmek için altı serbestlik dereceli bir mekanizmanın tasarımı yapılmıştır. Stewart'ın mekanizması, ayarlanabilir uzunluklara sahip uçayağı üzerinde küresel mafsallar tarafından desteklenen üçgen bir platform ve iki eksenli mafsallarla zemine bağlanan açısız yüksekliklerden oluşur.

Daha sonra robot manipülatörleri olarak Stewart'ın uçuş simülatörü gibi paralel hareketli mekanizmaların kullanılması önerilmiş ve bu tür paralel manipülatörlerin, spesifik avantajları (örneğin daha iyi sertlik ve hassas konumlandırma gibi) kullanılarak robotik uygulamalar bağlamında detaylı incelemeyi hak ettikleri belirtilmiştir. Bunun, genel olarak paralel manipülatörler ve özellikle robotik uygulamalarda Stewart platformu üzerinde yapılan araştırmaların başlangıç noktası olduğu söylenebilir. Günümüzde anlaşılan genelleştirilmiş Stewart platformu, her iki ucunda da küresel eklemler veya bir uçta küresel mafsız ve diğesinde evrensel mafsız ile altı uzatılabilir ayak ile bağlanmış iki katı cisimden oluşmaktadır.

Son yıllarda, bazı yazarlar mekanizmaya 'Stewart-Gough Platformu' olarak değinmişlerdir. Mevcut yazarlar, Gough'un bu manipülasyon yapısını ilk fark eden olduğunu düşünürken manipülatörün Stewart'ın klasik makalesi aracılığıyla araştırmaların ilgisini çektiğini gözlemlemişler ve bu nedenle, genelleştirilmiş Stewart platformu olarak adlandırılmaktadır. Paralel manipülatörler üzerine yapılan çalışmalar bu manipülasyon yapı anlayışı ile başladığı için, Stewart platformu paralel manipülatörler üzerine literatürde merkezi bir konum bulmuştur (Dasgupta ve Mruthyunjaya, 1998; 2000).

### 3.4.4. Hibrit manipülatör

Robot manipülatörlerini seri ve paralel tiplere ayırmanın yanı sıra açık döngü ve kapalı döngü türlerine göre sınıflandırma da uygulanmaktadır. Bununla birlikte, iki sınıflandırmanın özdeş olmadığı akılda tutulmalıdır; açık döngü manipülatörleri her

zaman seri ve paralel olanları daima kapalı döngü ile bulunur, dolayısıyla seri olan kapalı döngü manipülatörlerine sahip olmak mümkündür. Seride tek serbestlik dereceli kapalı halka bağlantıları olan bir robot manipülatörü aslında bir seri manipülatördür. Açık ve kapalı kinematik zincirlere sahip olan robot manipülatörleri hibrid manipülatörler olarak adlandırılır (Dasgupta ve Mruthyunjaya, 1998; 2000).

### **3.4.5. Paralel manipülatörün avantajları**

Paralel mekanizmalar yüksek katılık, yüksek hassasiyet, yük taşıma kapasitesi ve yüksek hız gibi avantajlarından dolayı seri mekanizmalara göre tercih edilmektedirler. Bununla birlikte kısıtlı çalışma uzayı, karmaşık kinematik çözümler ve çalışma uzayı içerisindeki tekillikler bu tip mekanizmalarda karşılaşılan en önemli problemlerdir. Çok hassas konumlama yapabildikleri gibi aynı hareketi tekrarlama kabiliyetleri de yüksektir.

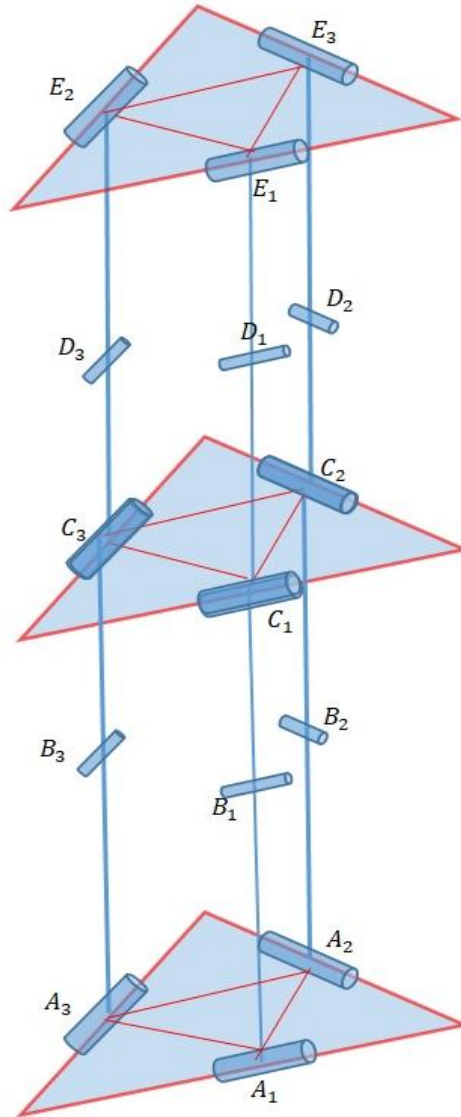
Paralel mekanizmalar, katılık ve hassasiyet bakımından seri mekanizmalara göre üstündür (Anlı ve ark, 2005; Merlet, 2006).



## 4. 3-RRR PARALEL MEKANİZMASININ YAPISI

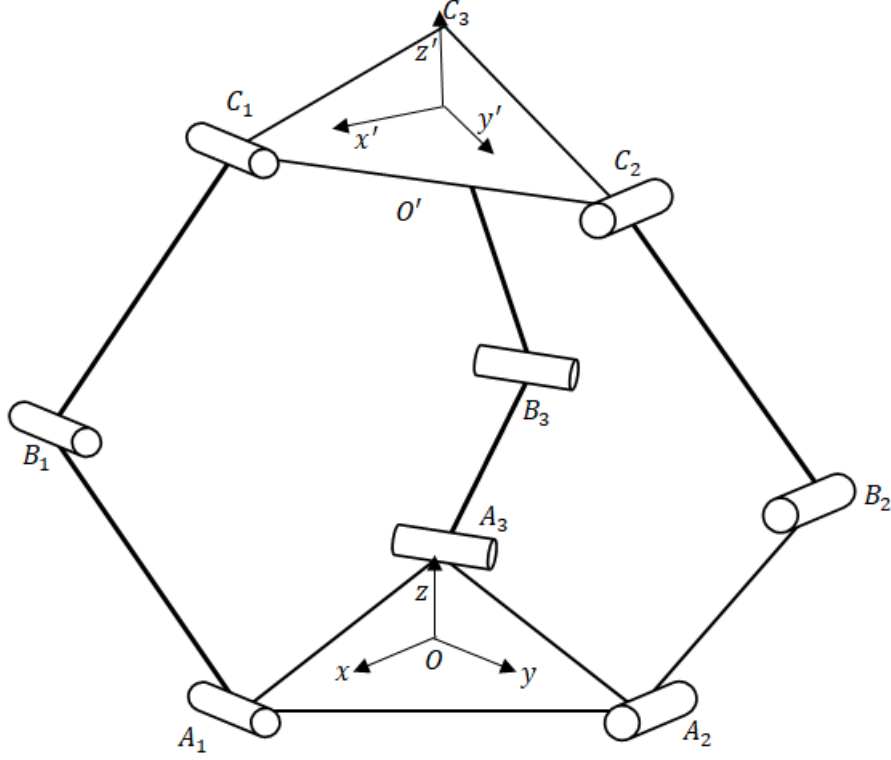
### 4.1. 3-RRR Paralel Mekanizma Kinematığı

Tasarlanan mekanizma, bir sabit ve iki hareketli platform içermektedir. Platformların düzlemsel temsilleri üç noktayla verilecektir.  $A_1A_2A_3$  üçgeni sabit platform,  $C_1C_2C_3$  ve  $E_1E_2E_3$  üçgenleri ise hareketli platformları temsil eder. Şekil 4.1 bu bilgilere göre dizayn edilmiştir. Ve başlangıç anındaki platformu temsil eder.



Şekil 4.1. 2-3RRR mekanizma zincirinin başlangıç pozisyonu

Hareket  $C$  nin  $A$  ya göre,  $E$  nin  $C$  ve  $A$  ya göre hareket zincirini ihtiva eder. Öncelikle  $(C, A)$  ikilisinin hareketi incelenecektir. Şekil 4.2  $(C, A)$  hareketinin herhangi bir anını temsil eder.



Şekil 4.2. 3-RRR mekanizmasının hareketli pozisyonu

Eşkenar  $A_1A_2A_3$  üçgeninin merkezi  $O$  orijiniyle sabit platforma bir  $F\{O - xyz\}$  koordinat sistemi ile bağlıdır ve  $x$ -ekseni  $A_1$  noktası yönündedir. Eşkenar  $C_1C_2C_3$  üçgeninin merkezi  $O'$  orijiniyle üst hareketli platforma bir  $M'\{O' - x'y'z'\}$  koordinat sistemi ile bağlıdır ve  $x'$ -ekseni  $C_1$  noktası yönündedir.  $F\{O - xyz\}$  koordinat sisteminde  $A_i$  ( $i = 1; 2; 3$ ) koordinatları

$$P_{A_1} = [r \ 0 \ 0]^T, \quad (4.1)$$

$$P_{A_2} = R(z, \theta_2)P_{A_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & \frac{r\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (4.2)$$

$$P_{A_3} = R(z, \theta_3)P_{A_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{2} & -\frac{r\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (4.3)$$

şeklindedir. Üst hareketli platform  $C_1C_2C_3$  bir eşkenar üçgen ile temsil edilebilir;  
 $|O'C_1| = |O'C_2| = |O'C_3| = r$ .

Küresel koordinat çatısı  $C_i$  noktalarının konum vektörleri:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC_i} &= \vec{r} + \vec{L}_{i1} + \vec{L}_{i2} \\ &= \left( c\theta_{i1}(r + L_{i1}c\theta_{i2} + L_{i2}c(\theta_{i2} + \theta_{i3})), s\theta_{i1}(r + L_{i1}c\theta_{i2} \right. \\ &\quad \left. + L_{i2}c(\theta_{i2} + \theta_{i3})), L_{i1}s\theta_{i2} + L_{i2}s(\theta_{i2} + \theta_{i3}) \right) \\ \overrightarrow{OC_1} &= \vec{r} + \vec{L}_{11} + \vec{L}_{12} = (r + L_{11}c\theta_{12} + L_{12}c\varphi_1, 0, -L_{11}s\theta_{12} - L_{12}s\varphi_1),\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC_2} &= \vec{r} + \vec{L}_{21} + \vec{L}_{22} \\ &= \left( -\frac{1}{2}(r + L_{21}c\theta_{22} + L_{22}c\varphi_2), \frac{\sqrt{3}}{2}(r + L_{21}c\theta_{22} + L_{22}c\varphi_2), L_{21}s\theta_{22} \right. \\ &\quad \left. + L_{22}s\varphi_2 \right)\end{aligned}\quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC_3} &= \vec{r} + \vec{L}_{31} + \vec{L}_{32} \\ &= \left( -\frac{1}{2}(r + L_{31}c\theta_{32} + L_{32}c\varphi_3), -\frac{\sqrt{3}}{2}(r + L_{31}c\theta_{32} \right. \\ &\quad \left. + L_{32}c\varphi_3), L_{31}s\theta_{32} + L_{32}s\varphi_3 \right),\end{aligned}\quad (4.6)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\theta_{i2} + \theta_{i3} = \varphi_i$ 'dir. Ayrıca hareketli platformu temsil eden üçgen eşkenar olduğundan kenar uzunlukları:

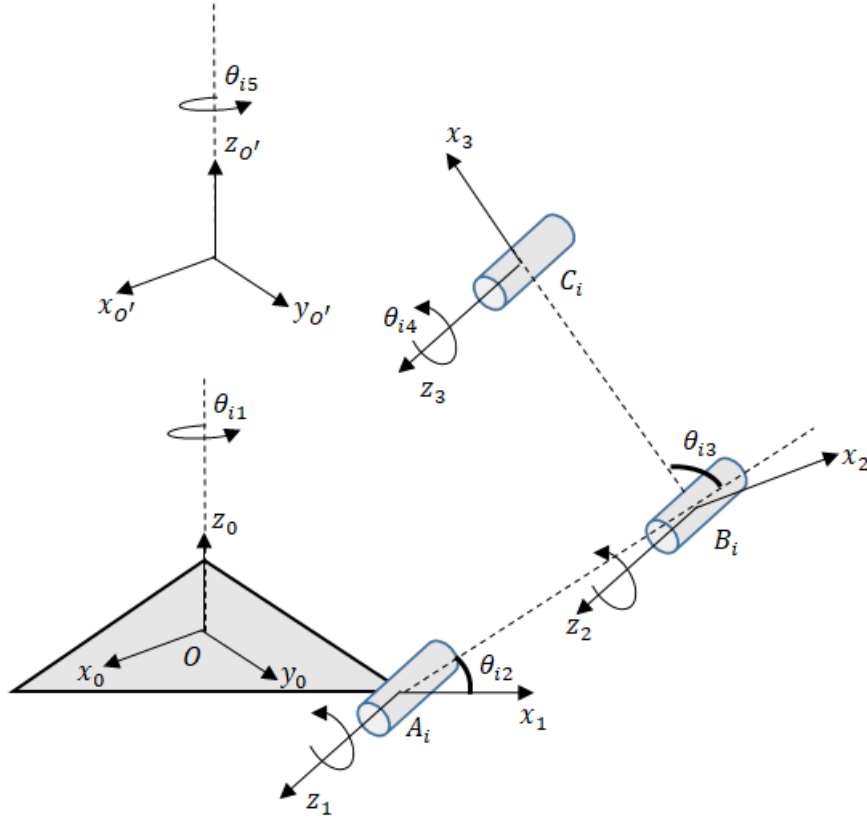
$$\|C_iC_{i+1}\| = r\sqrt{3}$$

olarak alınmıştır. Hareketli platformun kenar uzunluklarının normunun karesi:

$$\begin{aligned}C_{12}^2 &= \left( -\frac{1}{2}(r + L_{21}c\theta_{22} + L_{22}c\varphi_2) - (r_0 + L_{11}c\theta_{12} + L_{12}c\varphi_1) \right)^2 \\ &\quad + \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r + L_{21}c\theta_{22} + L_{22}c\varphi_2) \right)^2 \\ &\quad + (L_{21}s\theta_{22} + L_{22}s\varphi_2 - L_{11}s\theta_{12} - L_{12}s\varphi_1)^2 = 3r^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{23}^2 &= \left( -\frac{1}{2}(-L_{21}c\theta_{22} - L_{22}c\varphi_2 + L_{31}c\theta_{32} + L_{32}c\varphi_3) \right)^2 \\
&\quad + \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}(2r + L_{21}c\theta_{22} + L_{22}c\varphi_2 + L_{31}c\theta_{32} + L_{32}c\varphi_3) \right)^2 \\
&\quad + (L_{21}s\theta_{22} + L_{22}s\varphi_2 - L_{31}s\theta_{32} - L_{32}s\varphi_3)^2 = 3r^2 \\
C_{31}^2 &= \left( r + L_{11}c\theta_{12} + L_{12}c\varphi_1 + \frac{1}{2}(r + L_{31}c\theta_{32} + L_{32}c\varphi_3) \right)^2 \\
&\quad + \left( \frac{\sqrt{3}}{2}(r + L_{31}c\theta_{32} + L_{32}c\varphi_3) \right)^2 \\
&\quad + (-L_{11}s\theta_{12} - L_{12}s\varphi_1 + L_{31}s\theta_{32} + L_{32}s\varphi_3)^2 = 3r^2
\end{aligned}$$

şeklindeir.



Şekil 4.3. RRR manipülatörü için referans çatılarının yerleşimi.



Manipülâtörü D-H gösterimi ile modellemek için yapılması gereken ilk şey her bir mafsal için referans çâtilarını belirlemektir. Böylece her bir mafsal için  $z$  – eksenlerini ve  $x$  – eksenlerini atamak gerekmektedir.  $y$  – eksenini hem  $x$  hem de  $z$  – eksenine dik olduğundan doğal olarak bellidir.

İlgili manipülâtör için Şekil 4.3’de verilen referans çâtilarına göre D-H parametreleri aşağıdaki çizelgede verilmiştir:

Çizelge 5.1. RRR Denavit-Hartenberg parametreleri

<i>Mafsal</i>	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_{i1}$	0	$r$	$\pi/2$
2	$\theta_{i2}$	0	$L_{i1}$	0
3	$\theta_{i3}$	0	$L_{i2}$	0
4	$\theta_{i4}$	0	$r$	$\pi/2$
5	$\theta_{i5}$	0	0	0

İncelenen mekanizmada  $\theta_{i1}$  ve  $\theta_{i5}$  açıları sabittir ve aşağıda her bacak için değerleri verilmiştir:

$$\theta_{i1} = \begin{cases} 0, & i = 1 \\ \frac{2\pi}{3}, & i = 2 \\ \frac{4\pi}{3}, & i = 3 \end{cases}, \quad \theta_{i5} = \begin{cases} \pi, & i = 1 \\ \frac{\pi}{3}, & i = 2 \\ \frac{5\pi}{3}, & i = 3 \end{cases}$$

Homojen koordinatlarda  $x$  – ekseninde dönme ve öteleme ve  $z$  – ekseninde dönme ve öteleme matrisleri aşağıdaki şekildedir:

$$RotX(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$RotZ(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$TX(a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$TZ(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olmak üzere bu manipülatör için Denavit-Hartenberg temsili yardımıyla  ${}^0_7T$  yerdeğiştirme matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$${}^0_7T = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 \quad (4.7)$$

Burada verilen hareket matrisleri aşağıdaki şekildedir:

$$A_1 = \text{RotZ}(\theta_{i1}) \text{TX}(r) \text{RotX}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$A_2 = \text{RotZ}(\theta_{i2}) \text{TX}(L_{i1})$$

$$A_3 = \text{RotZ}(\theta_{i3}) \text{TX}(L_{i2})$$

$$A_4 = \text{RotZ}(\theta_{i4}) \text{TX}(r) \text{RotX}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$A_5 = \text{RotZ}(\theta_{i5})$$

Mathematica 7.0 yardımıyla (4.7) eşitliğindeki matris çarpımının sonucu  ${}^0_7T$  matrisinin indisleri şeklinde aşağıdaki şekilde yazılır:

$$T_{11} = \cos \theta_{i1} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \cos \theta_{i5} + \sin \theta_{i1} \sin \theta_{i5}$$

$$T_{21} = \sin \theta_{i1} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \cos \theta_{i5} - \cos \theta_{i1} \sin \theta_{i5}$$

$$T_{31} = \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \cos \theta_{i5}$$

$$T_{41} = 0$$

$$T_{12} = -\cos \theta_{i1} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \sin \theta_{i5} + \sin \theta_{i1} \cos \theta_{i5}$$

$$T_{22} = -\sin \theta_{i1} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \sin \theta_{i5} - \cos \theta_{i1} \cos \theta_{i5}$$

$$T_{32} = -\sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \sin \theta_{i5}$$

$$T_{42} = 0$$

$$T_{13} = \cos \theta_{i1} \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$T_{23} = \sin \theta_{i1} \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$T_{33} = -\cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$T_{43} = 0$$

$$T_{14} = \cos \theta_{i1} (r + L_{i1} \cos \theta_{i2} + L_{i2} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3}) + r \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}))$$

$$T_{24} = \sin \theta_{i1} (r + L_{i1} \cos \theta_{i2} + L_{i2} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3}) + r \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}))$$

$$T_{34} = L_{i1} \sin \theta_{i2} + L_{i2} \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3}) + r \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$T_{44} = 1$$

#### 4.2. 3-RRR Paralel Mekanizmanın Ters Kinematığı

Ters kinematik problemin çözümünde, sabit platformun merkezini hareketli platformun merkezine taşıyan (4.7) denklemindeki yerdeğiştirme matrisi soldan sırasıyla  $A_n^{-1}$  mafsal yerdeğiştirme matrislerinin tersi ile çarpılır.  ${}^0_oT$  yerdeğiştirme matrisi soldan  $A_o^{-1}$  matrisi ile çarpılınca:

$$A_1^{-1} {}^0_oT = A_2 A_3 A_4 A_5 = K \quad (4.8)$$

olmak üzere  $K$  matrisinin indisleri aşağıdaki şekildedir:

$$k_{11} = \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \cos \theta_{i5}$$

$$k_{21} = \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \cos \theta_{i5}$$

$$k_{31} = \sin \theta_{i5}$$

$$k_{41} = 0$$

$$k_{12} = -\cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \sin \theta_{i5}$$

$$k_{22} = -\sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4}) \sin \theta_{i5}$$

$$k_{32} = \cos \theta_{i5}$$

$$k_{42} = 0$$

$$k_{13} = \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$k_{23} = -\cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$k_{33} = 0$$

$$k_{43} = 0$$

$$k_{14} = L_{i1} \cos \theta_{i2} + L_{i2} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3}) + r \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$k_{24} = L_{i1} \sin \theta_{i2} + L_{i2} \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3}) + r \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3} + \theta_{i4})$$

$$k_{34} = 0$$

$$k_{44} = 1$$

$K$  matrisi yardımıyla  $\theta_{i2}$  ve  $\theta_{i3}$  açıları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$k_{14} + rk_{23} = L_{i1} \cos \theta_{i2} + L_{i2} \cos(\theta_{i2} + \theta_{i3}) = K_1 \quad (4.9)$$

$$k_{24} - rk_{13} = L_{i1} \sin \theta_{i2} + L_{i2} \sin(\theta_{i2} + \theta_{i3}) = K_2 \quad (4.10)$$

Sırasıyla (4.9) denklemini  $\cos \theta_{i2}$  ve (4.10) denklemini  $\sin \theta_{i2}$  ile daha sonra (4.9) denklemini  $-\sin \theta_{i2}$  ve (4.10) denklemini  $\cos \theta_{i2}$  ile çarpınca:

$$\cos \theta_{i2} K_1 + \sin \theta_{i2} K_2 = L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3} \quad (4.11)$$

$$-\sin \theta_{i2} K_1 + \cos \theta_{i2} K_2 = L_{i2} \sin \theta_{i3} \quad (4.12)$$

denklemleri elde edilir. (4.11) ve (4.12) denklemleri matris formunda yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3} \\ L_{i2} \sin \theta_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_2 & -K_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{i2} \\ \sin \theta_{i2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

(4.9) ve (4.10) eşitliklerin kareleri alınıp taraf tarafa toplanınca:

$$(K_1)^2 + (K_2)^2 = L_{i1}^2 + L_{i2}^2 + 2L_{i1}L_{i2} \cos \theta_{i3}$$

eşitliği elde edilir. Buradan  $\cos \theta_{i3}$  değerini

$$\cos \theta_{i3} = \frac{(K_1)^2 + (K_2)^2 - L_{i1}^2 - L_{i2}^2}{2L_{i1}L_{i2}} = \xi_{i3}$$

şeklinde elde ederiz, buradan

$$\theta_{i3} = \tan^{-1} \left( \frac{\pm \sqrt{1 - \xi_{i3}^2}}{\xi_{i3}} \right) \quad (4.14)$$

olarak bulunur.  $\theta_{i2}$  açısı ise (4.13) eşitliğinde ki vektör-matris formundan elde edilir. (4.13) eşitliğinin her iki tarafını  $K_1$  ve  $K_2$  değerlerinden oluşan  $2 \times 2$  -boyutlu matrisin tersi ile çarpınca;

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_{i2} \\ \sin \theta_{i2} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_{i1}^2 + L_{i2}^2 + 2L_{i1}L_{i2} \cos \theta_{i3}} \begin{bmatrix} K_1(L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3}) + K_2L_{i2} \sin \theta_{i3} \\ -K_2(L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3}) + K_1L_{i2} \sin \theta_{i3} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Böylece  $\theta_{i2}$  açısının kosinüs ve sinüs değerleri elde edilir. O halde,

$$\theta_{i2} = \tan^{-1} \left( \frac{-K_2(L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3}) + K_1L_{i2} \sin \theta_{i3}}{K_1(L_{i1}^2 + L_{i2} \cos \theta_{i3}) + K_2L_{i2} \sin \theta_{i3}} \right) \quad (4.15)$$

olarak yazılır. Böylece  $\theta_{i2}$  ve  $\theta_{i3}$  açıları  $K$  matrisi yardımıyla elde edildi.

(4.8) eşitliğinin soldan  $A_3^{-1}A_2^{-1}$  ile çarpılmasıyla

$$A_3^{-1}A_2^{-1}A_1^{-1}{}^0T = A_4A_5 = M \quad (4.16)$$

olmak üzere  $M$  matrisinin indisleri aşağıdaki şekildedir:

$$m_{11} = \cos \theta_{i4} \cos \theta_{i5}$$

$$m_{21} = \sin \theta_{i4} \cos \theta_{i5}$$

$$m_{31} = \sin \theta_{i5}$$

$$m_{41} = 0$$

$$m_{12} = -\cos \theta_{i4} \sin \theta_{i5}$$

$$m_{22} = -\sin \theta_{i4} \sin \theta_{i5}$$

$$m_{32} = \cos \theta_{i5}$$

$$m_{42} = 0$$

$$m_{13} = \sin \theta_{i4}$$

$$m_{23} = -\cos \theta_{i4}$$

$$m_{33} = 0$$

$$m_{43} = 0$$

$$m_{14} = r \cos \theta_{i4}$$

$$m_{24} = r \sin \theta_{i4}$$

$$m_{34} = 0$$

$$m_{44} = 1$$

$M$  matrisi yardımıyla  $\theta_{i4}$  açısının değeri elde edilir.  $\theta_{i4}$  açısı aşağıdaki denklem çiftinin çözümünden bulunabilir:

$$\begin{cases} \frac{m_{14}}{r} = \cos \theta_{i4}, \\ \frac{m_{24}}{r} = \sin \theta_{i4}, \end{cases}$$

burada elde edilen  $\cos \theta_{i4}$  ve  $\sin \theta_{i4}$  değerlerinden  $\theta_{i4}$  değeri aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\theta_{i4} = \tan^{-1} \left( \frac{m_{24}}{m_{14}} \right) \quad (4.17)$$

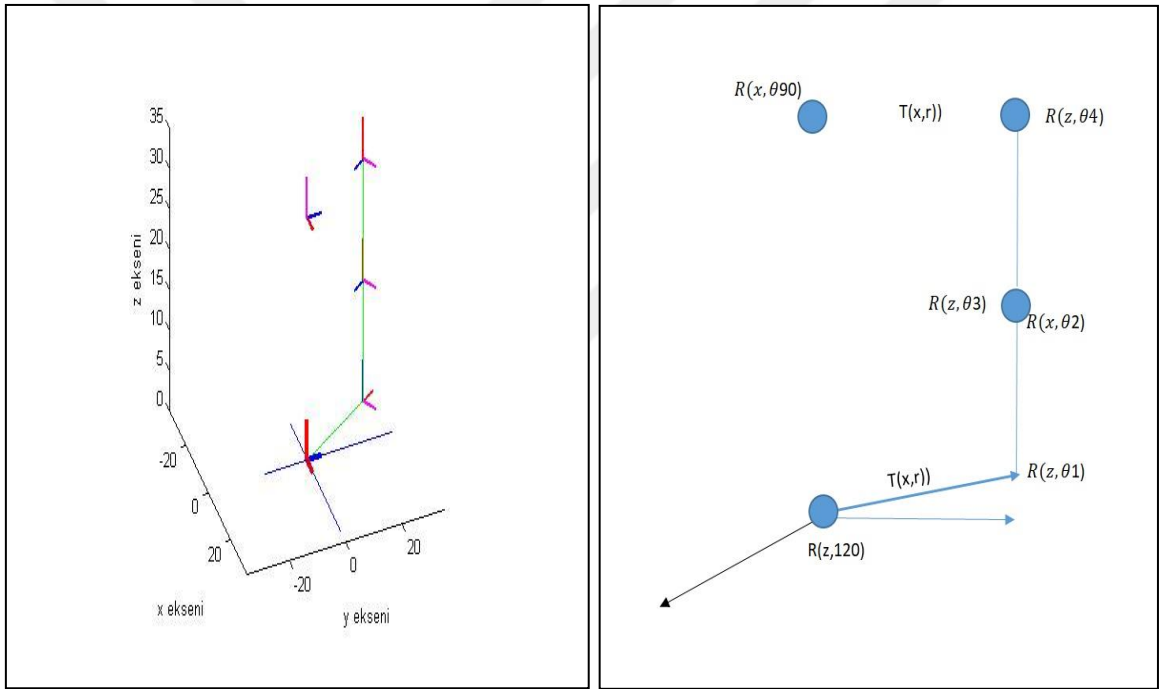
Böylece 3-RRR paralel manipülatörü için ters kinematik analiz tamamlanmış olur.



## 5. 3-RRR MEKANİZMA ZİNCİRİ

### 5.1. RRR Mekanizmasına ait Matlab Uygulamaları

Bu bölümde 3-RRR mekanizması için Matlab programı verilecektir. Öncelikle mekanizmanın Matlab programına ait algoritma, Matlab programı ve başlangıç konumuna ait Matlab çıktıları verilecektir. Algoritma şekli tek kol üstünden anlatılacaktır ancak program üç kol üzerinden yapılacaktır.



Şekil 5.1. RRR mekanizmasına ait algoritma.

### 5.1.1. RRR mekanizmasına ait Matlab programı

Çizelge 5.2. RRR ye ait Denavit-Hartenberg çizelgesi

	$\theta$	$D$	$a$	$\alpha$
<b>1</b>	120	0	12	90
<b>2</b>	90	0	15	0
<b>3</b>	0	0	15	0
<b>4</b>	90	0	12	90
<b>5</b>	60	0	0	0

Çizelge 5.2 e göre RRR mekanizmasının Matlab programı aşağıdaki gibidir.

```
axis square
```

```
k=35
```

```
xlabel('x axis'); ylabel('y axis'); zlabel('z axis')
```

```
axis([-k k -k k 0 k])
```

```
r=12;
```

```
Q0=120;
```

```
Q1=90;
```

```
Q2=90;
```

```
Q3=0;
```

```
Q4=90;
```

```
Q5=90;
```

```
Q6=180-Q0;
```

```
L1=15;
```

```
L2=15;
```

```
AA=[5;0;0;1];
```

```
BB=[ 0;5;0;1];
```

```
CC=[0;0;5;1];
```



```

O=[0;0;0;1];
P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
line([0,AA(1)],[0, AA(2)],[0,AA(3)],[0,AA(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0]);
line([0, BB(1)],[0, BB(2)],[0,BB(3)],[0,BB(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
line([0, CC(1)],[0, CC(2)],[0,CC(3)],[0,CC(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1]);
hold on
RotzQ0=[cosd(Q0) -sind(Q0) 0 0; sind(Q0) cosd(Q0) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
RotzQ2=[cosd(Q2) -sind(Q2) 0 0; sind(Q2) cosd(Q2) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
RotxQ1 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q1) -sind(Q1) 0; 0 sind(Q1) cosd(Q1) 0;0 0 0 1]
RotzQ3=[cosd(Q3) -sind(Q3) 0 0; sind(Q3) cosd(Q3) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
TxL1=[1 0 0 L1;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
TxL2=[1 0 0 L2;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
RotzQ4=[cosd(Q4) -sind(Q4) 0 0; sind(Q4) cosd(Q4) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
RotxQ5 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q5) -sind(Q5) 0; 0 sind(Q5) cosd(Q5) 0;0 0 0 1]
RotzQ6=[cosd(Q6) -sind(Q6) 0 0; sind(Q6) cosd(Q6) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
a=(RotzQ0*P*RotxQ1)*AA
b=(RotzQ0*P*RotxQ1)*BB
c=(RotzQ0*P*RotxQ1)*CC
o=(RotzQ0*P*RotxQ1)*O
hold on
line([o(1),a(1)],[o(2), a(2)],[o(3),a(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0])
line([o(1), b(1)],[o(2), b(2)],[o(3),b(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1])
line([o(1), c(1)],[o(2), c(2)],[o(3),c(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1])
pause(1)
line([o(1), O(1)],[o(2), O(2)],[o(3),O(3)],'LineWidth',1,'Color',[0 1 0])
at=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*TxL1)*AA
bt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*TxL1)*BB
ct=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*TxL1)*CC
ot=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*TxL1)*O

```

hold on

```
line([ot(1),at(1)],[ot(2), at(2)],[ot(3),at(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0])
line([ot(1), bt(1)],[ot(2), bt(2)],[o(3),bt(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1])
line([ot(1), ct(1)],[ot(2), ct(2)],[ot(3),ct(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1])
line([o(1), ot(1)],[o(2), ot(2)],[o(3),ot(3)],'LineWidth',1,'Color',[0 1 0])
pause(1)
```

```
att=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*AA
btt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*BB
ctt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*CC
ott=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*O
```

hold on

```
line([ott(1),att(1)],[ott(2), att(2)],[ott(3),att(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0])
line([ott(1), btt(1)],[ott(2), btt(2)],[ott(3),btt(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1])
line([ott(1), ctt(1)],[ott(2), ctt(2)],[ot(3),ctt(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1])
line([ot(1), ott(1)],[ot(2), ott(2)],[ot(3),ott(3)],'LineWidth',1,'Color',[0 1 0])
pause(1)
```

```
at tt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*AA
bt tt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*BB
ct tt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*CC
ot tt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*O
```

hold on

```
line([ot tt(1),at tt(1)],[ot tt(2), at tt(2)],[ot tt(3),at tt(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0])
line([ot tt(1), bt tt(1)],[ot tt(2), bt tt(2)],[ot tt(3),bt tt(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1])
line([ot tt(1), ct tt(1)],[ot tt(2), ct tt(2)],[ot tt(3),ct tt(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1])
line([ot tt(1), ot tt(1)],[ot tt(2), ot tt(2)],[ot tt(3),ot tt(3)],'LineWidth',1,'Color',[0 1 0])
pause(1)
```

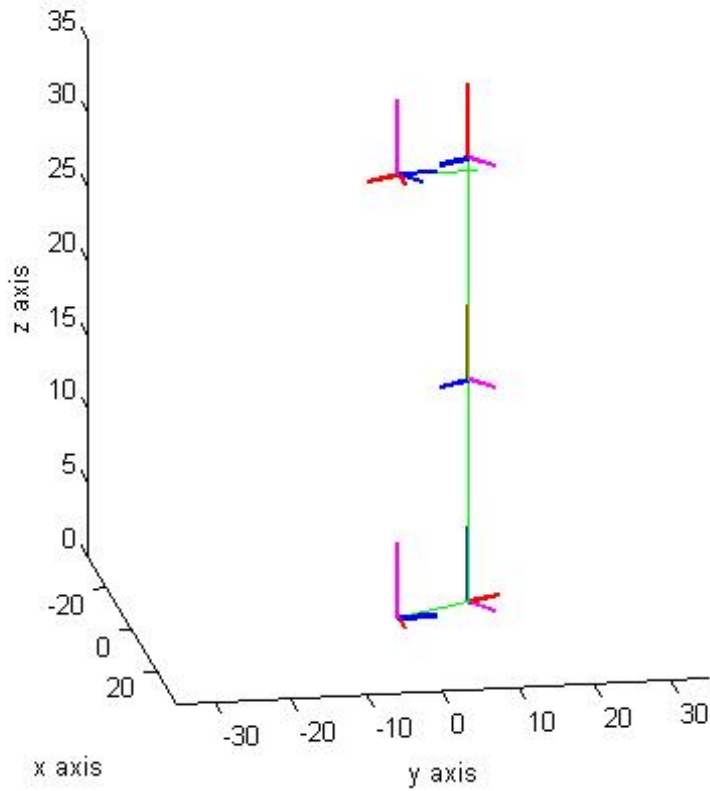
```
at ttt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*(R
otzQ6*AA)
```

```
bt ttt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6*
BB
```

```

cttt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6*
CC
orttt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6
*O
hold on
line([orttt(1),atmtt(1)],[orttt(2), atmtt(2)],[orttt(3),atmtt(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 0])
line([orttt(1), bmttt(1)],[orttt(2), bmttt(2)],[orttt(3),bmttt(3)],'LineWidth',2,'Color',[0 0 1])
line([orttt(1), cmttt(1)],[orttt(2), cmttt(2)],[orttt(3),cmttt(3)],'LineWidth',2,'Color',[1 0 1])
pause(1)

```



Şekil 5.2. Birinci kola ait çatı yerleşimi.

### 5.2. 3-RRR mekanizmasına ait Matlab programı

Bu kesimde 5.1.1. deki, mekanizmanın tek koluna ait program mekanizmanın bütününe genişletilecektir.

```

axis square
k=35
xlabel('x axis'); ylabel('y axis'); zlabel('z axis')
axis([-k k -k k 0 k])
r=12
for Q0=0:120:240
    Q1=90;
    Q2=90
    Q3=0
    Q4=90
    Q5=90
    Q6=180-Q0;
    L1=15
    L2=15
    AA=[5;0;0;1]
    BB=[ 0;5;0;1]
    CC=[0;0;5;1]
    O=[0;0;0;1]
    P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1
    line([0,AA(1)],[0, AA(2)],[0,AA(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])
    line([0, BB(1)],[0, BB(2)],[0,BB(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])
    line([0, CC(1)],[0, CC(2)],[0,CC(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])
    hold on
    RotzQ0=[cosd(Q0) -sind(Q0) 0 0; sind(Q0) cosd(Q0) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
    RotzQ2=[cosd(Q2) -sind(Q2) 0 0; sind(Q2) cosd(Q2) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
    RotxQ1 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q1) -sind(Q1) 0; 0 sind(Q1) cosd(Q1) 0;0 0 0 1]
    RotzQ3=[cosd(Q3) -sind(Q3) 0 0; sind(Q3) cosd(Q3) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
    TxL1=[1 0 0 L1;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
    TxL2=[1 0 0 L2;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]

```

RotzQ4=[cosd(Q4) -sind(Q4) 0 0; sind(Q4) cosd(Q4) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];

P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]

RotxQ5 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q5) -sind(Q5) 0; 0 sind(Q5) cosd(Q5) 0;0 0 0 1]

RotzQ6=[cosd(Q6) -sind(Q6) 0 0; sind(Q6) cosd(Q6) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];

a=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*AA

b=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*BB

c=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*CC

o=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*O

hold on

line([o(1),a(1)],[o(2), a(2)],[o(3),a(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

line([o(1), b(1)],[o(2), b(2)],[o(3),b(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])

line([o(1), c(1)],[o(2), c(2)],[o(3),c(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

pause(1)

line([o(1), O(1)],[o(2), O(2)],[o(3),O(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])

at=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*AA

bt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*BB

ct=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*CC

ot=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*O

hold on

line([ot(1),at(1)],[ot(2), at(2)],[ot(3),at(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

line([ot(1), bt(1)],[ot(2), bt(2)],[ot(3),bt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])

line([ot(1), ct(1)],[ot(2), ct(2)],[ot(3),ct(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

line([o(1), ot(1)],[o(2), ot(2)],[o(3),ot(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])

pause(1)

att=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*AA

btt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*BB

ctt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*CC

ott=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*O

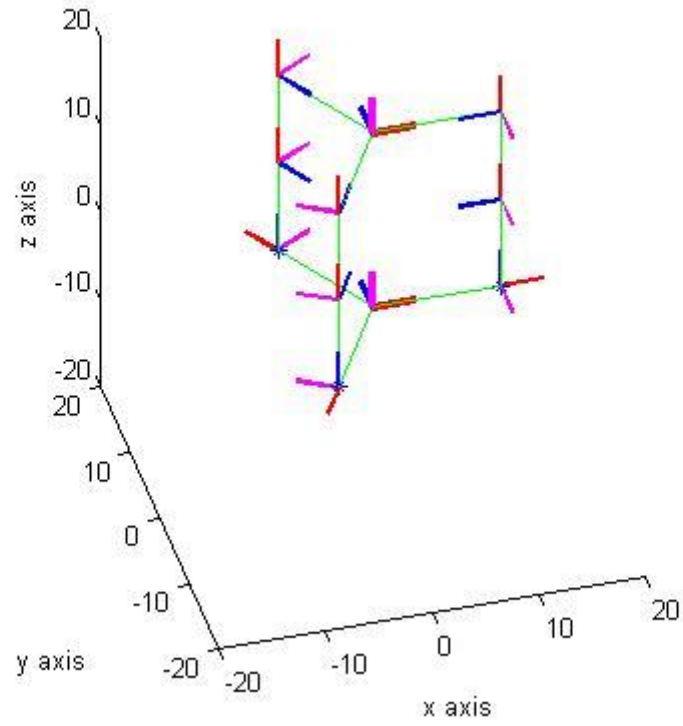
hold on

line([ott(1),att(1)],[ott(2), att(2)],[ott(3),att(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

```

lne([ott(1), btt(1)],[ott(2), btt(2)],[ott(3),btt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])
lne([ott(1), ctt(1)],[ott(2), ctt(2)],[ott(3),ctt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])
lne([ot(1), ott(1)],[ot(2), ott(2)],[ot(3),ott(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])
pause(1)
end
atzt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*AA
bttt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*BB
cttt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*CC
otzt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*O
hold on
atzt=(RotzQ0*P*RotxQ1)*(RotzQ2*Txl1)*(RotzQ3*Txl2)*(RotzQ4*P*RotxQ5)*(R
otzQ6*AA)
bttt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6*
BB
cttt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6*
CC
ortzt=RotzQ0*P*RotxQ1*RotzQ2*Txl1*RotzQ3*Txl2*RotzQ4*P*RotxQ5*RotzQ6
*O
hold on
lne([ortzt(1),atzt(1)],[ortzt(2), atzt(2)],[ortzt(3),atzt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])
lne([ortzt(1), bttt(1)],[ortzt(2), bttt(2)],[ortzt(3),bttt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])
lne([ortzt(1), cttt(1)],[ortzt(2), cttt(2)],[ortzt(3),cttt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])
pause(1)

```



Şekil 5.3. 3-RRR mekanizmasına ait çatı yerleştirme.

### 5.3. 3-RRR Mekanizma Zinciri

axis square

k=35

xlabel('x axis'); ylabel('y axis'); zlabel('z axis')

axis([-k k -k k 0 k])

r=12

for Q0=0:120:240

Q1=90

Q2=90

Q3=0

Q4=90

Q5=90

```

Q6=180-Q0;
L1=15
L2=15
AA=[5;0;0;1]
BB=[ 0;5;0;1]
CC=[0;0;5;1]
O=[0;0;0;1]
P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]%x de öteleme
lne([0,AA(1)],[0, AA(2)],[0,AA(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])
lne([0, BB(1)],[0, BB(2)],[0,BB(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])
lne([0, CC(1)],[0, CC(2)],[0,CC(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])
hold on
RotzQ0=[cosd(Q0) -sind(Q0) 0 0; sind(Q0) cosd(Q0) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
RotzQ2=[cosd(Q2) -sind(Q2) 0 0; sind(Q2) cosd(Q2) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
RotxQ1 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q1) -sind(Q1) 0; 0 sind(Q1) cosd(Q1) 0;0 0 0 1]
RotzQ3=[cosd(Q3) -sind(Q3) 0 0; sind(Q3) cosd(Q3) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
TxL1=[1 0 0 L1;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
TxL2=[1 0 0 L2;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
RotzQ4=[cosd(Q4) -sind(Q4) 0 0; sind(Q4) cosd(Q4) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
P=[1 0 0 r;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]
RotxQ5 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(Q5) -sind(Q5) 0; 0 sind(Q5) cosd(Q5) 0;0 0 0 1]
RotzQ6=[cosd(Q6) -sind(Q6) 0 0; sind(Q6) cosd(Q6) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
a=(RotzQ0*P*RotxQ1)*AA
b=(RotzQ0*P*RotxQ1)*BB
c=(RotzQ0*P*RotxQ1)*CC
o=(RotzQ0*P*RotxQ1)*O
hold on
lne([o(1),a(1)],[o(2), a(2)],[o(3),a(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])
lne([o(1), b(1)],[o(2), b(2)],[o(3),b(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])
lne([o(1), c(1)],[o(2), c(2)],[o(3),c(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

```



pause(1)

lne([o(1), O(1)],[o(2), O(2)],[o(3),O(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])

at=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*AA

bt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*BB

ct=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*CC

ot=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*O

hold on

lne([ot(1),at(1)],[ot(2), at(2)],[ot(3),at(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

lne([ot(1), bt(1)],[ot(2), bt(2)],[ot(3),bt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])

lne([ot(1), ct(1)],[ot(2), ct(2)],[ot(3),ct(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

lne([o(1), ot(1)],[o(2), ot(2)],[o(3),ot(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])

pause(1)

att=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*AA

btt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*BB

ctt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*CC

ott=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*O

hold on

lne([ott(1),att(1)],[ott(2), att(2)],[ott(3),att(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

lne([ott(1), btt(1)],[ott(2), btt(2)],[ott(3),btt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])

lne([ott(1), ctt(1)],[ott(2), ctt(2)],[ott(3),ctt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

lne([ot(1), ott(1)],[ot(2), ott(2)],[ot(3),ott(3)],'LneWdth',1,'Color',[0 1 0])

pause(1)

end

attt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*AA

bttt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*BB

cttt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*CC

ottt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*O

hold on

athtt=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*(RotzQ6\*AA)

bttt=RotzQ0\*P\*RotxQ1\*RotzQ2\*Txl1\*RotzQ3\*Txl2\*RotzQ4\*P\*RotxQ5\*RotzQ6\*BB

cttt=RotzQ0\*P\*RotxQ1\*RotzQ2\*Txl1\*RotzQ3\*Txl2\*RotzQ4\*P\*RotxQ5\*RotzQ6\*CC

orttt=RotzQ0\*P\*RotxQ1\*RotzQ2\*Txl1\*RotzQ3\*Txl2\*RotzQ4\*P\*RotxQ5\*RotzQ6\*O

hold on

line([orttt(1),athtt(1)],[orttt(2), athtt(2)],[orttt(3),athtt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 0])

line([orttt(1), bttt(1)],[orttt(2), bttt(2)],[orttt(3),bttt(3)],'LneWdth',2,'Color',[0 0 1])

line([orttt(1), cttt(1)],[orttt(2), cttt(2)],[orttt(3),cttt(3)],'LneWdth',2,'Color',[1 0 1])

pause(1)

m=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*(RotzQ6\*AA)

n=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*(RotzQ6\*BB)

z=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*(RotzQ6\*CC)

v=(RotzQ0\*P\*RotxQ1)\*(RotzQ2\*Txl1)\*(RotzQ3\*Txl2)\*(RotzQ4\*P\*RotxQ5)\*(RotzQ6\*O)

line([v(1),m(1)],[v(2), m(2)],[v(3),m(3)],'LneWdth',3,'Color',[1 0 0])

line([v(1), n(1)],[v(2), n(2)],[v(3),n(3)],'LneWdth',3,'Color',[0 0 1])

line([v(1), z(1)],[v(2), z(2)],[v(3),z(3)],'LneWdth',3,'Color',[1 0 1])

Rotz0=[cosd(0) -sind(0) 0 0; sind(0) cosd(0) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];

Rotz120=[cosd(120) -sind(120) 0 0; sind(120) cosd(120) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];

Rotz240=[cosd(240) -sind(240) 0 0; sind(240) cosd(240) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];

Tx12=[1 0 0 12;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];

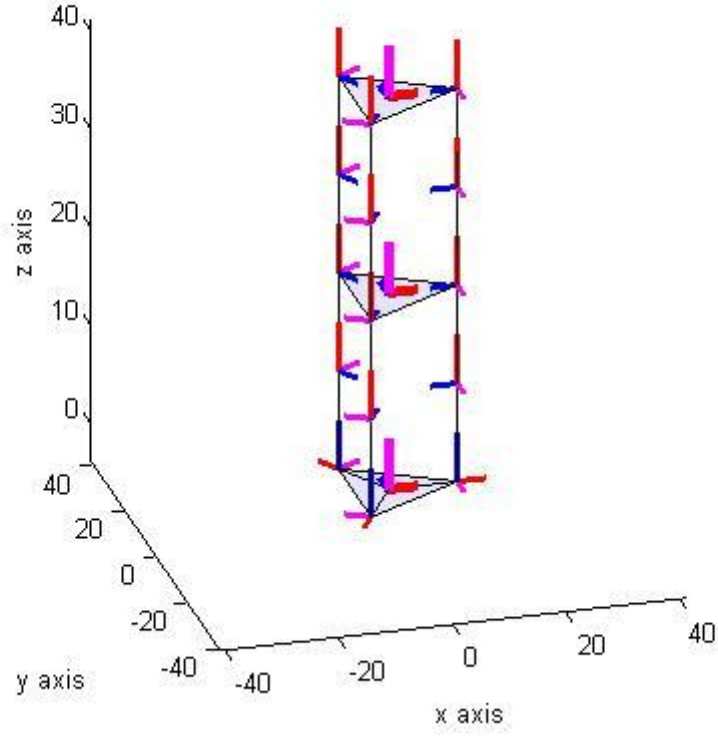
Rotx90 =[ 1 0 0 0; 0 cosd(90) -sind(90) 0; 0 sind(90) cosd(90) 0;0 0 0 1];

K1=Rotz0\*Txl2\*Rotx90\*[0;0;0;1]

```

K2=Rotz120*Tx12*Rotx90*[0;0;0;1]
K3=Rotz240*Tx12*Rotx90*[0;0;0;1]
Rotz90=[cosd(90) -sind(90) 0 0; sind(90) cosd(90) 0 0; 0 0 1 0 ; 0 0 0 1];
Tx20=[1 0 0 20;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
pointK1=[12,0,0]
pointK2=[-6.0000,10.3923,0]
pointK3=[-6.0000,-10.3923,0]
points=[pointK1' pointK2' pointK3'];
fill3(points(1,:),points(2,:),points(3,:),'b')
alpha(0.1)
TK1=Rotz0*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*[0;0;0;1]
TK2=Rotz120*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*[0;0;0;1]
TK3=Rotz240*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*[0;0;0;1]
pointTK1=[12,0,20]
pointTK2=[-6.0000,10.3923,20.0000]
pointTK3=[-6.0000,-10.3923,20.0000]
points=[pointTK1' pointTK2' pointTK3'];
fill3(points(1,:),points(2,:),points(3,:),'b')
alpha(0.1)
TTK1=Rotz0*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*Rotz0*Tx20*[0;0;0;1]
TTK2=Rotz120*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*Rotz0*Tx20*[0;0;0;1]
TTK3=Rotz240*Tx12*Rotx90*Rotz90*Tx20*Rotz0*Tx20*[0;0;0;1]
pointTTK1=[12,0,40]
pointTTK2=[-6.0000,10.3923,40.0000]
pointTTK3=[-6.0000,-10.3923,40.0000]
points=[pointTTK1' pointTTK2' pointTTK3'];
fill3(points(1,:),points(2,:),points(3,:),'b')
alpha(0.1)

```



Şekil 5.4. 2-3RRR mekanizma zinciri.

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Stewart platformu üç temel linkin hareketiyle bir platformun hareketini veren bir mekanizmaya sahiptir. Hareketli platformun hareketi üç temel linkteki pistonların yaptığı öteleme ve bağlantı kısmındaki küresel joint vasıtasıyla oluşur. Bazı durumlarda bu üç mafsal mekanizmasını kuvvetlendirmek için iki destek link olarak da dizayn edilir. Ele aldığımız 2-3RRR mekanizmasında piston görevi link ortasına yerleştirilen revoluted joint ile verilmektedir. Bu şekilde tasarlanan platform ardışık olarak hareketli platformu sabit kabul eden ikinci bir hareketli platform ile genişletilebilir. Bu genişletme sayısı iki ile sınırlı olmak zorunda değildir, isteğe ve ihtiyaca göre arttırılabilir. Yapılan teorik hesaplamaların doğruluğunu test etmek ve sistemin çalıştığını kontrol etmek için son kısımda Matlab uygulamaları verilmiştir. Düzenlenen mekanizmanın ilk iki basamağı için algoritması verilmiştir.



## KAYNAKLAR

- Anlı E., Alp H., Yurt S. N., Özkol İ., 2005. Paralel mekanizmaların kinematiği dinamiği ve çalışma uzayı. *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi (Hava Harp Okulu)*, 2 (1): 19-36.
- Bingül, Z., Küçük, S., 2009. *Robot Kinematiği*, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- Bonev, I. A., 2001. Delta parallel robot - the story of success. <http://www.parallemic.org/Reviews/Review002.html>. Erişim tarihi: 14.06.2017.
- Bottema, O., Roth, B., 1979. *Theoretical Kinematics*. North-Holland Publishing Company, New York.
- Clavel, R., 1991. *Conception D'un Robot Parallele Rapide A 4 Degres De Liberte* (doktora tezi, basılmamış). Presentee Au Departement De Microtechnique, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Lausanne.
- Dasgupta, B., Mruthyunjaya, T. S., 1998. A Newton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, 33: 1135-1152.
- Dasgupta, B., Mruthyunjaya, T. S., 2000. The Stewart platform manipulator: a review. *Mechanism and Machine Theory*, 35: 15-40.
- Gallardo-Alvarado, J., 2005. Kinematics of a hybrid manipulator by means of screw theory. *Multibody Syst Dyn*, 14 (3): 345-366.
- Gallardo-Alvarado, J., 2016. *Kinematic Analysis of Parallel Manipulators by Algebraic Screw Theory*. Springer International Publishing, Switzerland.
- Gosselin, C., 1990. Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators. *J. Mech. Des.*, 112 (3): 331-336.
- Gosselin, C., Lavoie, E., 1993. On the kinematic design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 12 (4): 394-402.
- Gwinnett, J. E., 1931. *Amusement device*, US Patent 1,789,680, 1-5.
- Huang, T., Li, M., Zhao, X. M., Mei, J. P., Chetwynd, D. G., Hu, S. J., 2005. Conceptual design and dimensional synthesis for a 3-DOF module of the TriVariant—A novel 5-DOF reconfigurable hybrid robot. *IEEE Trans Robot*, 21 (3): 449-456.
- Hunt, K. H., 1978. *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Clarendon Press, Oxford.
- Kim, H. S., Tsai, L. W., 2003. Design optimization of a cartesian parallel manipulator. *ASME J. Mech. Des.*, 125 (1): 43-51.
- McCarthy, J. M., 1990. *Introduction to Theoretical Kinematics*, The MIT Press, USA.
- McCarthy, J. M., Soh, G. S., 2000. *Geometric Design of Linkages*, Springer, New York.
- Merlet, J. P., 2006. *Parallel Robots*, Springer, The Netherlands.
- Niku, S. B., 2001. *Introduction to Robotics: Analysis, Systems, Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- Pollard, W. L. V., 1942. *Position controlling apparatus*, US Patent No. 2,286,571, 1-5.
- Pierrot, F., Company, O., 1999. H4: a new family of 4-dof parallel robots, *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 508-513.

- Romdhane, L., 1999. Design and analysis of a hybrid serial-parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, **34** (7): 1037-1055.
- Selig, J. M., 1992. *Introductory Robotics*, Prentice Hall International Ltd, UK.
- Shahinpoor, M., 1992. Kinematics of a parallel-serial (hybrid) manipulator. *Journal of Robotic Systems*, **9** (1): 17-36.
- Siciliano, B., 1999. The Tricept robot: Inverse kinematics, manipulability analysis and closed-loop direct kinematics algorithm. *Robotica*, **17** (4): 437-445.
- Staicu, S., 2015. Kinematics modeling of a spatial two-module hybrid parallel manipulator. *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, **77** (1): 3-12.
- Staicu, S., Craifalaenu, A., 2017. Inverse dynamics of a translation-rotation hybrid parallel robot. *Ro. J. Techn. Sci. & Appl. Mechanics*, **62** (1): 1-11.
- Stamper, R. E., 1997. *A Three Degree of Freedom Parallel Manipulators with Only Translational Degrees of Freedom* (doktora tezi, basılmamış). University of Maryland, MD, USA.
- Stewart, D., 1965. A platform with six degrees of freedom. *Proc. Instn. Mech. Engrs. (Part I)*, **180** (15): 371-386.
- Sun, T., Song, Y., Li, Y., Zhang, J., 2010. Workspace decomposition based dimensional synthesis of a novel hybrid reconfigurable robot. *J Mech Robot*, **2** (3): 1-8.
- Tanev, T. K., 2000. Kinematics of a hybrid (parallel-serial) robot manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, **35** (9): 1183-1196.
- Tsai, L. W., 2001. *Mechanism Design, Enumeration of Kinematic Structures According to Function*, CRC Press, Florida.



## ÖZGEÇMİŞ

1992 yılında Tekirdağ Süleymanpaşa' da doğmuştur. İlk ve orta eğitimini burada tamamlamıştır ve 2005-2009 yılları arasında Tekirdağ Anadolu Lisesi'nde (TAL) lise eğitimini tamamlamıştır.

2009-2010 yılında Fatih Üniversitesi Preparatory School'da İngilizce hazırlık eğitimini tamamlayıp ardından 2010-2014 yıllarında Fatih Üniversitesi Matematik Bölümü lisans eğitimini tamamlamıştır. Ayrıca 2012-2014 yıllarında Fatih Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü'nde yandal eğitimi almıştır.

2015 yılında Yüzüncü Yıl Üniversitesi Matematik Bölümü'nde ÖYP kapsamında araştırma görevlisi olarak yüksek lisans eğitimine başlamıştır.



T.C  
VAN YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
LİSANSÜSTÜ TEZ ORJİNALLİK RAPORU

Tarih: 25/01/2018

Tez Başlığı / Konusu:

2-RRR Mekanizma Zincirinin Kinematik Analizi ve Matlab Uygulamaları

Yukarıda başlığı/konusu belirlenen tez çalışmamın Kapak sayfası, Giriş, Ana bölümler ve Sonuç bölümlerinden oluşan toplam 73 sayfalık kısmına ilişkin, 25/01/2018 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtreleme uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 16 (onaltı) dır.

Uygulanan filtreler aşağıda verilmiştir:

- Kabul ve onay sayfası hariç,
- Teşekkür hariç,
- İçindekiler hariç,
- Simge ve kısaltmalar hariç,
- Gereç ve yöntemler hariç,
- Kaynakça hariç,
- Alıntılar hariç,
- Tezden çıkan yayınlar hariç,
- 7 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç (Limit inatch size to 7 words)

Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Lisansüstü Tez Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılmasına İlişkin Yönergeyi inceledim ve bu yönergede belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

  
25/01/2018

Adı Soyadı: Bahar KALKAN

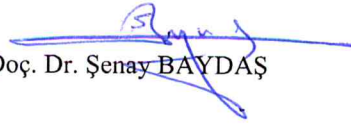
Öğrenci No: 149102220

Anabilim Dalı: Matematik

Programı: Matematik

Statüsü: Y. Lisans  Doktora

**DANIŞMAN ONAYI**  
UYGUNDUR

  
Doç. Dr. Şenay BAYDAŞ

**ENSTİTÜ ONAYI**  
UYGUNDUR

(Unvan, Ad Soyad, İmza)