YAŞAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BULANIK SAYILARIN SIRALANMASI

Ayşegül ÖZMEN

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Sinem PEKER

Matematik Bölümü

Sunum Tarihi: 07/08/2015

Bornova-İZMİR

2015

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

Yar. Doç. Dr. Sinem PEKER (Danışman)

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

Prof. Dr. Efendi NASİBOV

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

ii

Yar. Doç. Dr. Refet POLAT

Prof. Dr. Behzat GÜRKAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖZET

BULANIK SAYILARIN SIRALANMASI

Ayşegül ÖZMEN
Yüksek Lisans Tezi, Matematik Bölümü
Tez Danışman: Yrd. Doç. Dr. Sinem PEKER
Ağustos 2015, 45 sayfa

Bulanık sayılar; birçok gerçek yaşam durumlarının oluşturduğu kesin olmayan sonuçlarının ifade edilmesinde ve değerlendirilmesinde kullanılmaktadır. Yapay zeka, ekonomik sistemler, veri analizleri ve karar verme mekanizmaları gibi birçok alanda kullanılan bulanık küme teorisinde sayı kümelerinin sıralanması ve karşılaştırılması en temel sorunlardan biridir. Farklı seçenekleri hesaplamak ve karşılaştırmak için gerekli olan bulanık sayıların sıralanmasında ilk yöntemin tanımlanmasından günümüze kadar birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu çalışma, tanımlanan birçok farklı yöntemi genel hatlarıyla veya formülleriyle incelemektedir. Ayrıca, bazı yöntemlerin nümerik örnekle birbiri ile benzerlikleri ve farklılıkları ortaya konulmaktadır. Bir grup öğrencinin mutluluk düzeylerini 0 ile 100 arasında puanlamasıyla elde edilen veri grubunun bulanık sayı kümelerine çevrilmesi ile oluşan bulanık sayıların, bu çalışmada yer alan yöntemlerden bazıları kullanılarak sıralanması sağlanmış ve uygulama kısmında yer verilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Bulanık Sayı, Sıralama, Bulanık Küme Teorisi

ABSTRACT

RANKING FUZZY NUMBERS

Ayşegül ÖZMEN
Master Thesis, Department of Mathematics
Thesis Supervisor: Assist. Prof. Dr. Sinem PEKER
Agust 2015, 45 pages

Fuzzy numbers are used to express and uncertain results of real life situations. Comparing and ranking fuzzy numbers are major challenges faced in the fuzzy set theory, which is used in many different areas such as artificial intelligence, economical systems, data analysis and decision-making mechanisms. From the first method defined until today, many different methods have been developed for ranking of fuzzy numbers required to calculate and compare different choices. In this study, many different methods are investigated in general terms or their formulas. Also, the similarities as well as the differences between some of the methods are shown by numerical example. Moreover, the fuzzy numbers generated as the group of data, which was provided by scoring the happiness levels of a group of students between 0-100, was transformed into fuzzy number sets were ranked by using some of the methods within the scope of this study and given place in the application part.

Keywords: Fuzzy number, Ranking, Fuzzy Set Theory

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimi hazırlarken bana rehberlik eden saygıdeğer tez danışmanım Yar. Doç. Dr. Sinem PEKER'e, Yaşar Üniversitesi matematik bölümündeki tüm öğretim üyelerine ve hazırlık aşamasında bana yardımcı olan herkese çok teşekkür ederim.

Ayşegül ÖZMEN

İzmir, 2015

YEMİN METNİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Bulanık Sayıların Sıralanması” adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığının ve yararlandığım eserlerin “Kaynakça” bölümünde gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Ayşegül ÖZMEN

07/08/2015

İÇERİK

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

1. GİRİŞ

Bulanık sayıların sıralanması bazı matematiksel modellemelerde gerekli ve önemli bir basamaktır. Sıralama işleminin yapılmasına yönelik ilk yöntemin Jain [54] tarafından tanımlanmasından bu zamana birçok farklı yöntem geliştirilmiştir, Yu, Chi, Dat, Phuc ve Shen [14].

Brunelli ve Mezei[13], geçmişte yapılan çalışmaları inceleyerek aynı bulanık sayı kümeleri için elde edilen sıralama sonuçlarını spearman korelasyon katsayısı kullanarak analiz etmişlerdir. Analiz sonucunda benzer ya da aynı sonucu veren yöntemler olduğu gibi, farklı sonuçlar veren yöntemlerin de olduğunu belirtmişlerdir.

P. Phuc, V. Yu, S.Chou ve L. Dat[4]; makalelerinde bulanık sayıların L-R sapma derecelerine göre mevcut sıralama yöntemlerini incelemişler ve matematiksel ispatlarla yaptıkları analizler ile başka yazarlara daha hatasız sıralama indeksi fonksiyonlarını oluşturmakta yardımcı olmayı hedeflemişlerdir. Buna bağlı olarak Asady'nin (2010) sıralama indeks fonksiyonunu yaptıkları analiz çerçevesinde detaylı olarak incelemişlerdir.

G.Facchinetti ve R.Ricci[6], çalışmalarında genel olarak bulanık sayıların sıralanmasında bazı nitelikleri incelemektedir. Buna bağlı olarak, üçgen bulanık sayılar üzerinde çalışan bir sıralama fonksiyonunu karakterize ederek gereksinime göre iki grup tanım sağlayan, aksiyomatik bir yaklaşım sunulmaktadır. İncelemede özellikle belirtilen durum, üçgen bulanık sayıların üzerinde yapılan hesaplamalarla ilgili problem olarak yayılışın ayrıntılı incelenmesi durumunda oluşan farklı sonuçlardır. Bu sebeple üçgen bulanık sayılar üzerinde işlem yapan sıralama fonksiyonlarının geçerliliğini test eden iki grup aksiyom tanımlanmaktadır. Bu aksiyomlar sırasıyla temel ve mantıksal olarak belirtilmiş ve yapılan analizler sonucunda ilk grup için güçlü metotlar bulunduğu halde, ikinci grup için bu geçerli olmamaktadır. Bunun sonucunda ise bir sonraki aşama üçgen bulanık sayıları, sağ-sol veya yamuk bulanık sayılar şeklinde inceleyen sıralama fonksiyonlarının güvenilirliğinin kontrol edilmesi olarak belirtilmektedir.

Sun ve Wu [40], çalışmalarında bulanık sayıların sıralanmasında, bulanık simülasyon analizine bağlı yeni bir yaklaşım ve sıralama için uygun algoritmasını tanımlamaktadırlar. Yöntemde ortalama ve varyans tanımları kullanılmaktadır. Makalede yeni yöntemin geleneksel yöntemlerle karşılaştırıldığı nümerik örnekler sunulmaktadır.

Wen, You ve Kang [41], yaptıkları çalışmada, güvenilirlik ölçüsüne bağlı yeni bir veri çevirme analizi ve buna bağlı olan bulanık sayılar için sıralama yöntemi tanımlamaktadırlar. Gerçek hayat durumlarında elde edilen verilerin her zaman tam olarak ölçülemediğini vurgulayan yazarlar; bu soruna yönelik olarak veri çevirme analizi yapmayı hedeflemektedirler. Çalışmada öncelikle, karar verici üniteleri üzerinde tanımlanan CCR modeli, Charnes, Cooper ve Rhodes [42], genel hatlarıyla tanımlanmakta; daha sonra güvenilirlik ölçüsü teorisi genel tanımlarıyla verilmektedir. Bunlara bağlı olarak veri çevirme analizi ve bu analizi kullanan bulanık sayıların sıralama yöntemi tanımlanmaktadır. Özel durum olarak, üyelik fonksiyonlarının giriş ve çıkış değerlerinin içbükeyimsi fonksiyonlar olduğu durumlara, modelin uygulaması verilmektedir. Bulanık modeli çözümlemek için, bulanık simülasyon ile birleşen bir hibrit algoritma ve genetik algoritması tasarlanmaktadır.

Destercke ve Couso [43], çalışmalarında bulanık sayıların sıralamasında stokastik sıralama yöntemlerinin, aralık karşılaştırma ve istatistik (ortalama değer, medyan) tanımları ile genişletildiği yeni yöntemler elde etmeyi hedeflemektedir. Yazarlar, sıralama için alternatif bir yöntem olarak sıralama kurallarını olasılık teorisi bilgilerine dayanarak kullanmaktadır. Çalışmada, stokastik sıralamanın genel olarak tanımı verilmekte ve bu tanım, genişletilerek sunulmaktadır. Ayrıca, elde edilen genişletilmiş yöntemlerin mevcut yöntemlerle ilişkisi gösterilmektedir.

Deng-Feng Li [44], çalışmasında sezgisel bulanık sayı (Intuitionistic Fuzzy Numbers IFN) kavramının özel bir parçası olan üçgen sezgisel bulanık sayıları (TIFN) sıralamak için yeni bir yöntem geliştirmeyi hedeflemektedir. Li, öncelikle TIFN kavramını, kesitlerini ve aritmetik operatörlerini tanımlamaktadır. Daha sonra bir TIFN için üyelik ve üyelik-olmayan fonksiyonları, bu fonksiyonlara göre değer ve belirsizlik kavramlarını tanımlamaktadır. Değer ve belirsizlik tanımlarından, değer ve belirsizlik indeksi kavramları elde edilmekte ve değer indeksinin belirsizlik indeksine oranı üzerine geliştirilen oran sıralama yöntemini, TIFN'leri sıralamak için kullanmaktadır. Daha sonra, TIFN'leri sıralamak için geliştirilen oran sıralama yöntemini çok nitelikli karar verme (Multi-Attribute Decision Making MADM) problemlerini çözmek için kullanmaktadır.

Gupta, Saini ve Saxena [45], yaptıkları çalışmada bulanık mantığa bağlı yeni bir sıralama fonksiyonu sunmakta ve bilgi geri çevirme sisteminin (Information Retrieval System IR) performansını arttırmak için uygulamaktadırlar. Vektör uzay modeli, ana hatlarıyla tanımlanmakta ve diğer modellere kıyasla güçlü yanlarına göre sunulan sıralama fonksiyonunu geliştirmek için bir IR modeli olarak kullanılmaktadır. Sunulan sıralama fonksiyonu, iki seviyeden oluşan bileşik bulanık sonuç çıkarma sistemine (Fuzzy Inference System FIS) bağlı verilmektedir. Birinci seviye FIS; ilki belgelerin özelliklerini, ikincisi sorguların özelliklerini planlayan iki bulanık mantık kontrolöründen oluşmaktadır. Çalışmanın tanımladığı sıralama fonksiyonunun performansı, Okapi-BM25 sıralama fonksiyonu ve Rubens'in [46] bu fonksiyonu geliştirerek oluşturduğu sıralama fonksiyonu ile örnekler üzerinde karşılaştırılmaktadır. Yazarlar, çalışılan fonksiyonun, Yates ve Berthier [47] tarafından tanımlanan hassasiyet, geri alma ve F-ölçüsü bölümlerinde daha iyi sonuçlar verdiğini belirtmektedirler.

Ezzati, Allahviranloo, S. Khezerloo ve M. Khezerloo [48]; Abbasbandy ve Hajari'nin [49] "yamuk bulanık sayıların sıralanmasında yeni bir yöntem" isimli çalışmada tanımladıkları yönteme yeni bir düzenleme getirmektedirler. Bu yöntem sadece simetrik bulanık sayılar için tanımlanmaktadır. Yazarlar, (0, 0, ,) biçimindeki bulanık sayıları, farklı değerleri için, Abbasbandy ve Hajari'nin sunduğu yöntemin eş sıraladığını belirtmekte, fakat bu durumun şekil üzerinde verdikleri örneklerle mümkün olmadığının altını çizmektedirler. Bu sorunu ortadan kaldırmak için mevcut yöntemin yenilenmiş bir halini sunmakta ve farklı yöntemlerden elde edilen sonuçları, sunulan yöntemle karşılaştırdıkları nümerik örnekler vermektedirler.

S. Lee, K. Lee ve D. Lee [50], çalışmalarında bulanık değerler dizileri için en çok tercih edilen sıralama dizisinin belirlendiği bir yöntem tanımlamaktadırlar. Bu yöntemde, sıralanan her diziye bir tercih edilirlik derecesi atanmaktadır. Tercih edilirlik derecesi, incelenen dizinin diğer dizilerle karşılaştırmalı tercih edilirliğini belirtmektedir. Sıralanan her dizi için hesaplamalar yapıldığında, en büyük tercih edilirlik derecesine sahip olan en iyi sonuç olarak seçilebilmektedir.

Kao ve Liu [51], çalışmalarında bulanık veri kümelerinin üyelik fonksiyonlarının yapısının tam olarak bilinmediği durumlarda, bulanık verimlilik skorlarını sıralamayı hedeflemektedir. Yazarlar, öncelikle Kao ve Liu (2000) [53] tarafından geliştirilen veri çevreleme analizinin (Data Envelopment Analysis DEA) tanımını vermektedir. Daha sonra en büyük ve en küçük kümeler yönteminin, Chen [52], bulanık DEA modeline bulanık verimlilik skorunu sıralamak için nasıl uygulandığı verilmektedir. Yöntem, Chen'nin bulanık verimlilik skorunu sıralamak için, bütün yardımcı verileri hesaplama düşüncesine dayanmaktadır. Verimlilik sıralamaları, tüm bilgi üretme üniteleri için lineer olmayan program çiftlerinin çözümü ile elde edilmektedir. Yazarlar, yöntemin uygulanışını Tayvan'da ki 24 üniversite kütüphanesi ile ilgili verileri bulanık gözlemler olarak yaptıkları değerlendirme ile göstermektedir.

Yu, Chi, Dat, Phuc ve Shen [14], yaptıkları çalışmada sapma derecelerine bağlı olarak bulanık sayıları sıralama işlemi yapan bazı geçmiş çalışmalar bulunduğunu fakat bu çalışmaların bulanık sayı kümelerinin farklı özelliklerini göz önünde bulundurmamak ile birlikte ayrım yapmada eksiklikleri bulunduğunu belirtmektedir. Yu ve diğerlerine göre bazı mevcut yöntemler, bulanık sayıların tüm durumlar altındaki görüntülerini ve sıralamaları arasındaki uyumu tümüyle analiz etmemektedir. Karar vericinin risk karşısındaki tutumunu göz önünde bulundurmamaları da genel sonucu etkileyen bir diğer eksiklik olarak belirtilmektedir. Yu ve diğerleri, kendi çalışmalarında ise bu eksiklikleri gidermeyi hedefleyen, bulanık sayıların tüm bilgilerini göz önünde bulunduran yeni bir yaklaşım sunmaktadırlar. Tanımlanan yeni yöntem, bulanık sayıların arasındaki sol ve sağ alanlardan alınan bilginin integrali, merkez noktaları ve karar vericinin risk üzerinde ki tutumundan elde edilen bir indekse bağlı olarak verilmektedir. Bu yöntemin genel bulanık sayıları ve simetrik sayıları diğer bazı yöntemlerden ayrılarak değerlendirmekte verimli olduğu vurgulanmaktadır. Ek olarak tanımlanan yöntemin mevcut bazı yöntemlerin sapma derecesi üzerindeki eksikliklerinin de üstesinden geldiği belirtilmektedir. Çalışma da yeni yöntemin sağladığı avantajlar birçok nümerik örnekle gösterilmektedir. Sıralama indeksine ek olarak bu indekse bağlı olarak genel bulanık sayılar için yeni bir MDCM yaklaşımı sunulmaktadır. Yeni MDCM yaklaşımı normalleştirme basamakları içermemekte ve bu durumun genel bulanık sayıyı normal bulanık sayıya dönüştürürken oluşan bilgi kaybını engellediği belirtilmektedir.

Wang [3], çalışmasında iki bulanık sayının karşılaştırılmasında, tercih edilirlik derecesini veren bir üyelik fonksiyonu tanımlamakta ve bulanık tercih edilirlik ilişkisini oluşturmaktadır. Bir sonraki basamak olarak; bulanık sayı kümelerini sıralamak için tercih edilirlik ilişkisi üzerine kurulan “göreli tercih edilirlik ilişkisi” tanımlanmaktadır. Göreli tercih edilirlik ilişkisi, ortalamalar üzerinden bulanık sayıların göreli tercih derecelerini göstermektedir ve bulanık sayıları, anti-bulanıklaştırma yöntemi gibi göreli kesin değerlerine göre sıralamaktadır. Wang, bu sayede karşılıklı tercih edilirlik ilişkisi yönteminin; her iki yöntemin de etkisini, güçlü yönlerini kapsadığını ifade etmektedir.

Wu ve Chiclana [23], makalelerinde aralık-değerli sezgisel bulanık sayıların (Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Numbers IVIFNs) sıralanması üzerine tanımlanmış fonksiyonları incelemektedirler. İncelenen fonksiyon türleri, yeni puan ve kesinlik fonksiyonlarıdır. Wu ve Chiclana, karar vericinin karakteristik yöneliminin hesaba katılmasının bu fonksiyonların farklı yönü olarak belirtmektedirler. Bu yeni yönelimi dikkate alan puan ve doğruluk fonksiyonlarının; sınırlılık, monotonluk, yer değiştirebilirlik ve simetri özelliklerini sağladıklarını ve Xu ve Chen’nin [24] puan ve doğruluk derecesi fonksiyonlarını genişlettiklerini ifade etmektedirler. Aralık-değerli sezgisel bulanık sayıların karar vericinin risk beklentisine göre IVIFN kümeleri üzerinde toplam bir sıralama oluşturmanın, bu yeni fonksiyonların hedefi olduğunu belirtmektedirler.

Kang ve Lee [33], çalışmalarında öznel bir bulanık karar verme ortamında, analitik bir yaklaşım olan; farklı öncelik seviyelerinde performansların sıralanmasını genelleştirmek için entropi ağırlığını belirsizlik durumu ile ilişkilendirerek kullandığı bulanık analitik hiyerarşi yöntemi AHP’yi oluşturmaktadır. Farklı ürün tipleri ve öncelik seviyeleri ile ürün planı oluşturmanın uzmanlar için zor olduğuna vurgu yapan Kang ve Lee; bir yarı iletken üretiminde farklı başlangıç karışımlar altında performansını değerlendirmek için entropi yöntemi ile bir sistematik bulanık AHP modeli önermişlerdir. AHP modeli; farklı öncelik seviyelerini ölçen ve öncelik karışımlarının seçiminde fayda sağlayan, bulanık küme teorisi ve entropi uygulayan bir yöntemdir. AHP yönteminin işlem basamaklarında, insani karar verme belirsizliği ve bulanık kavramı içerisinde dikkate alınan faktörlerin önemi öncelikle uzmanlar tarafından değerlendirilir. Farklı öncelik karışımlarının nitel sonuçları uzmanlar tarafından belirlendiğinde; farklı öncelik karışımlarında nicel faktörlerin sonuçları bir benzeşme modeli ile elde edilmektedir. Bulanık küme teorisi, entropi ağırlığı ve iyimserlik seviyesi, farklı öncelik karışımlarının bağıl etkinliğini belirleme için kullanılmaktadır.

Flaig ve Barner [34], çalışmalarında sıralamalar ve indisler, bulanık-zaman sıralama (ZS) ilişkileri ve farklı örnekler ile birçok temel özellik üzerinde yeniden inceleme yapmaktadır. Yazarların çalışma alanı, sağlam sinyal işlemede sıralamanın çokça kullanılması üzerine geliştirilmektedir. Bu alanda elde edilen son gelişmeler olarak; doğal zaman ve gözlemlere uygun olarak uzaysal sıralama, bulanık küme teorisi ile örneklerin sıralanması olarak belirtilmekte ve bu durumun yeni bir takım işaret işleme araçlarına, bulanık-zaman sıralama (ZS) ilişkilerine, bulanık zaman ve sıralama indislerine öncülük ettiği vurgulanmaktadır. Buna bağlı olarak, Flaig ve Barner'in çalışmaları gelişmekte olan bu alanı incelemekte ve bununla ilgili iki yeni algoritma sunmaktadır. Sunulan yeni algoritmalar; şartlı medyan bulanık sıralama, şartlı medyan filtresi sıralamasının genelleştirilmiş bir hali; detektör bulanık sıralama, azami toplam alıcısı sıralamasının genişletilebilecek bir hali olarak sunulmaktadır. Bu iki yöntem de bulanık metotların sağlamlık derecesi korunurken, reel sayı karşılıklarındaki etki geliştirilmiş olarak elde edilmektedir. Ayrıca, üstün yönleri görüntü işleme ve iletişim konularında ki uygulamalar ile gösterilmiştir.

Chen ve Lu [38], çalışmalarında bulanık sayıların sıralanmasında sol ve sağ üstünlük kavramlarına bağlı bir yöntem sunmaktadır. Sunulan yöntemde, iki bulanık sayının seviyesindeki α-kesiti tanımına uygun olarak, 0'dan 'ye kadar, + 1 tane farklı seviyesindeki α-kesitlerin farklarının toplamını kapsayan bir formülle sol ve sağ üstünlük değerleri hesaplanmaktadır. Sol ve sağ üstünlüğün birleşiminden oluşan ve karar vericinin belirlediği iyimserlik seviyesine bağlı total üstünlük değeri sonuç olarak hesaplanmaktadır. Total üstünlük, iki bulanık sayının x eksenindeki konumları arasındaki uzaklığın derecesinin ölçüsüne denk gelmektedir. Yazarlar, böyle bir üstünlük değerinin, üyelik fonksiyonları elde edilemediğinde, bulanık sayıların sıralanmasında fayda sağladığını belirtmektedirler. Sunulan yöntemde, hesap basamaklarında daha basit ve fazla adetteki bulanık sayıların sıralanmasın da verimli olduğu vurgulanmaktadır.

Makale de ayrıca; sol ve sağ yayılmalar kullanılarak sunulan yöntemin doğruluğu ve kullanılabilirliği iki grup örnekle gösterilmektedir.

Sanna, Atzeni ve Spanu [37], bir arkeolojik yer için teknik, kültürel ve ekonomik yönlerinin en iyi, koruma ve artış projesi oluşturmak için ortaklaşa hesap edildiği bir bulanık sayı sıralama yöntemini genel hatlarıyla tanımlamaktadırlar. Benzer projeler arasından; ekonomik yön, peyzaj koruma, bakım, kültürel değerler ve ziyaret sayısında artış gibi farklı özellikleri incelemek için oluşturulan bulanık sayı kümeleri üzerinde yapılan araştırma ve sıralama işlemleri ile en iyi projeleri oluşturmada fayda sağlamayı hedeflemektedirler. Tanımlanan yöntemin basamakları şu şekilde belirtilmektedir. $= [\ 1,\ 2,\ 3,\ 4]$ bir bulanık sayı olmak üzere; değer matrisi , satırlarda faktörleri, sütunlar da

projeleri içerecek biçimde tanımlanmaktadır. Yükseklik ise $= (\sum = 1)$ vektöründe toplanarak tanımlanmaktadır. Her

proje için, $= \sum(\ \times\ )$ biçiminde tanımlanan, bir bulanık sayı ile gösterilmektedir. Uzmanların, farklı faktörler için yaptıkları değerlendirme puanları önce tablolarla gösterilip daha sonra $= [\ 1,\ 2,\ 3]$ bulanık sayılarına çevrilmektedirler. Sanna, Atzeni ve Spanu, çalışmalarında bu sıralama işlemlerini gerçekleştirebilmek için Adamo [35] ve Tran ve Duckstein'in [36] sıralama yöntemlerini, tanımları ile vermekte ve Nora'da (Güney Sardunya) yer alan bir Roma dönemi Amfi tiyatrosunun korunması ve ziyaret artışını konu alan projeler arasında uygulamakta ve sıralamasını oluşturmaktadırlar.

2. ÖNBİLGİ

TANIM 1: W evrensel bir küme olsun. ( ), ∀ ∈ ,A'da x'in derecesini göstermek üzere ( ) → [0,1] üyelik fonksiyonu ile tanımlanan A; W'nun bir bulanık kümesidir, Y. Wang and H. Lee,[8].

TANIM 2: W bir evrensel küme olsun. W evrensel kümesinin bir A bulanık kümesi; ∈ ( ) = 1 ise normal bulanık küme olarak adlandırılır, Y. Wang and H. Lee,[8].

TANIM 3: W evrensel kümesinin bir A bulanık kümesi; ∧ en küçük operatörü göstermek üzere, $(h\ + (1 - h)\ ) \geq (\ \ (\ ) \wedge (\ )), \forall\ , \in\ , \forall h \in [0,1]$ ise konveksdir, Y. Wang and H. Lee,[8].

TANIM 4: A, R'nin, A:R→[0,1] aralığında tanımlı bulanık bir alt küme olmak üzere aşağıdaki özellikleri sağlayan A, bir bulanık sayı olarak adlandırılır, A.I. Ban and L.Coroianu[1]

1. A normaldir (0ЄR vardır ki, öyleki A(0)=1),

2. A bulanık konvekstir; eğer ∀ 1, 2ЄR, hЄ[0,1], (ℎ 1 + (1 − ℎ) 2) ≥ ((1), (2)),

3. A, R'de üst yarı süreklidir (∀ > 0, ∃ > 0,öyleki ( ) − (0) < , |− 0 |< iken)

4. (x), x∈A'nın üyelik derecesi olmak üzere *cl*{ ∈ , (x) > 0} kompaktır (*cl*=kapanış).

TANIM 5: A aşağıdaki tanımları sağlayan bir bulanık sayı olmak üzere, [ ] = [( ), ( )], A'nın α − kesiti olarak tanımlanır, 0 ≤ ≤ 1, R.A. Shureshjani ve M.Darehmiraki [2]

1) ( ), [0,1] aralığında sınırlı monotonik artan (sol) sürekli bir fonksiyondur.

2) ( ), [0,1] aralığında sınırlı monotonik azalan (sol) sürekli bir fonksiyondur.

3) ( ) ≤ ( ), 0 ≤ ≤ 1

TANIM 6: Bir L-R bulanık sayısı A=(, , ,) , ≤ ve , ≥ 0, aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır, P. Phuc,V. F. Yu, S.Chou ve L. Dat[4]

( ) = ( ) , ≤ ; 1 , ≤ ≤ ; ( ) , < < ∞ (1)

TANIM 7: Bir A bulanık sayısı için, A'nın support kümesi, şu şekilde tanımlanmaktadır, P.Phuc,V. Yu, S.Chou ve L. Dat[4]

( ) = { ∈ : ( ) > 0} (2)

TANIM 8: Bir A genel bulanık sayısı; W evrensel kümesinin herhangi bir bulanık kümesinde, üyelik fonksiyonu ve aşağıdaki özellikler ile tanımlanmaktadır, Y. Wang and H. Lee,[8], V. Yu, H. Chi ve diğerleri[14]

1. ; W'dan [0,s], 0 < ≤ 1; aralığına tanımlı sürekli bir fonksiyondur.
2. ( ) = 0, her ∈ (−∞, 1] için.
3. , [1, 2] aralığında kesin artandır.
4. ( ) = , her ∈ [2, 3] için; burada s sabit bir sayı ve 0 < ≤ 1 'dir.
5. , [3, 4] aralığında kesin azalandır.
6. ( ) = 0, her ∈ (4, ∞] için.

Burada 1, 2, 3, 4 reel sayılardır.

Yukarıdaki tanımlamaya uygun A genel bulanık sayısı (1, 2, 3, 4,) biçiminde gösterilebilir.

TANIM 9: Tanım 8 dikkate alınarak [1, 4] aralığında tanımlı A bulanık sayısına bağlı olarak tanımlanan üyelik fonksiyonu

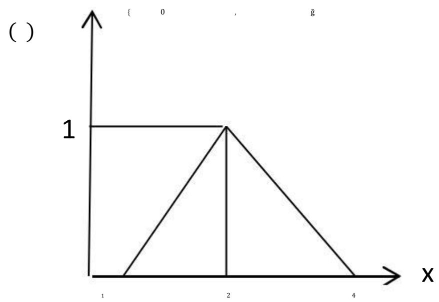
$$() = \begin{cases} () & , \quad \le \le \\ & , \quad 2 \quad \le \le 3 \\ () & , \quad \le \le \\ 0 & , \end{cases} \tag{3}$$

: [ ] → [0,] ve : [ ] → [0,] şeklindedir, You ve Dat [19], Y. Wang and Y.Luo[11].

s=1 için bulanık sayı tanımı “normal” bulanık sayıya dönüşmektedir.

TANIM 10: A bulanık sayısı [1, 4] aralığında; 1ve 4 alt ve üst sınır olacak şekilde tanımlansın. Aşağıdaki üyelik fonksiyonuna göre tanımlanan bir bulanık sayıya, üçgenbulanıksayıdenir, Y.Wang[3].

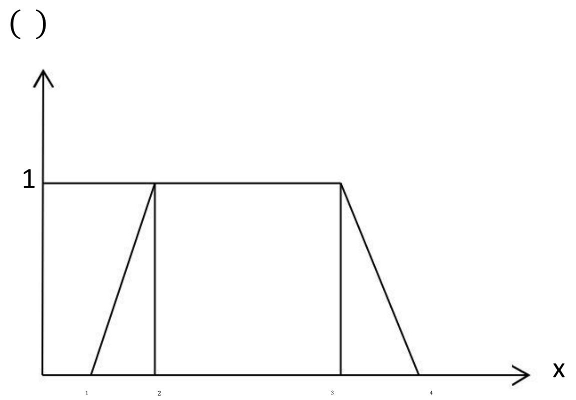
$$() = \begin{cases} \frac{-1}{} & , \quad \le \le \\ \frac{}{-2} & , \quad \le \le \\ 0 & , \end{cases} \tag{4}$$



Şekil 1: Üçgen bulanık sayı gösterimi

TANIM 11 : (1, 2, 3, 4) gösterimi üzerinde aşağıdakiüyelik fonksiyonu ile tanımlanan bir bulanık sayıya, yamuk bulanık sayı denir, Y. Wang[3]

$$() = \begin{cases} \frac{-1}{} & , \quad \le \le \\ 1 & , \quad 2 \quad \le \le 3 \\ \frac{}{-3} & , \quad 3 \quad \le \le 4 \\ 0 & , \end{cases} \tag{5}$$



Şekil 2: Yamuk bulanık sayı gösterimi

3. LİTERATÜRDEKİ BAZI BULANIK SAYI SIRALAMA YÖNTEMLERİ

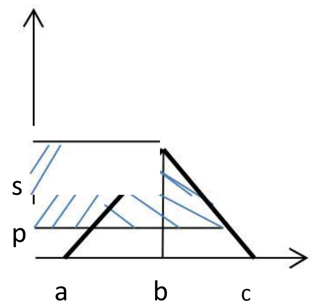
3.1 Shureshjani ve Darehmiraki'nin Yöntemi (2013)

R.A. Shureshjani ve M.Darehmiraki [2], ̃ ( ) = (( ), ̃( )),(0≤ ≤) bulanık sayı tanımını kullanmaktadır. Bir karar seviyesinden büyük değerler için ̃ üzerinde saptanan (̃) değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

(6)

Bu değer ’den büyük karar seviyesindeki bulanık sayıları karşılaştırmakta baz alınmaktadır.

≥ iken (̃) =0 kabul edilmektedir.



Şekil 3: Shureshjani ve Darehmiraki’nin yönteminin görsel gösterimi

(̃) değeri Şekil.1'de gösterilen yatay çizgili alan ile noktalı alanın toplamı olarak tanımlanmaktadır.

$$( ) +\int \quad (7)$$

Burada iki bulanık sayı karşılaştırılırken aşağıdaki kurallar kullanılmaktadır. ve ' herhangi iki bulanık sayı ve , ∈ [0,1] ise;

1) ≼ ⇔ ∀ ∈ [0,1] , ( ) ≤ ( )

2) ≈ ⇔ ∀ ∈ [0,1] , ( ) = ( )

3) ≽ ' ⇔ ∀ ∈ [0,1] , ( ) ≥ (')

'den büyük karar seviyelerinde herhangi iki ve ' bulanık sayıları karşılaştırılıyor ve , , ' ∈ [0,1] ise aşağıdaki kurallar kullanılmaktadır.

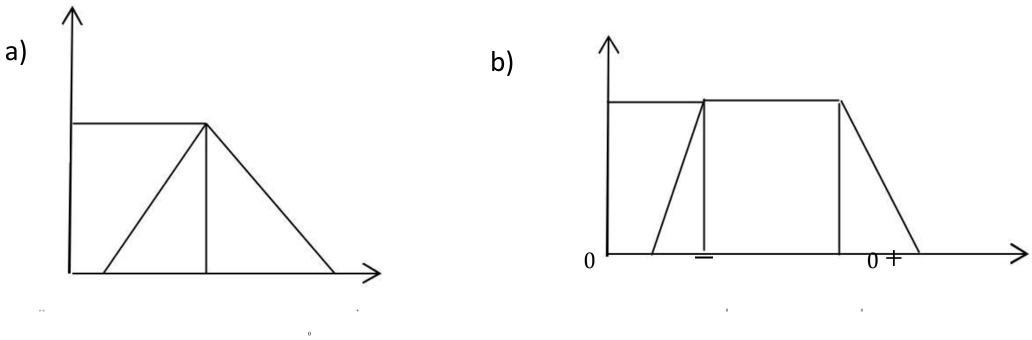
1) ≼ ' ⇔ ( ) ≤ (')

2) ≈ ' ⇔ ( ) = ( )

3) ≽ ' ⇔ ( ) ≥ (')

Örneğin, ≼ ' ise 'den büyük karar seviyeleri için ' , 'den daha büyük ya da eşittir

, 1'e yakın ise " " ve "1" arasında üyelik değerlerine sahip, sadece parçalarında karşılaştırılmak istenen iki bulanık sayının elde edilen sonucu "yüksek seviye karar" olarak isimlendirilmektedir.



Şekil 4 : Shureshjani ve Darehmiraki'nin yönteminde kullanılan üçgen ve yamuk bulanık sayı görsel gösterimi

$= (( ), ( )) = (_0 - + r, _0 + -)$ ve $= (( ), ( )) = (_0 - + r, _0 + -)$ olsun.

İlgili yöntemde Şekil 4a ve 4b‘de gösterilen ve sırasıyla üçgen ve yamuk bulanık sayıları ile elde edilen parametrik formüller ( ) ve ( ) ile gösterilmektedir.

$$=2\ 0(\ -\ )+(2-)(\ -\ )^2 \quad (8)$$

’den büyük belirleyici değerler için yazılan üçgen bulanık sayısı için elde edilen formül olarak verilmektedir.

$$=(\ +\ ).(\ -\ )+\frac{(-)}{2}(\ -\ )^2 \quad (9)$$

’den büyük belirleyici değerler için yazılan ise yamuk bulanık sayısı için elde edilen formül olarak verilmektedir.

3.2 Asady’nin Yöntemi (2010)

Asady (2010), [16], yönteminde bir bulanık sayı grubuna bağlı azami ve asgari referans kümeleri oluşturmakta ve bu kümelere göre bir bulanık sayının transfer katsayısını ve LR sapma derecelerini hesaplamaktadır. Bu değerler sıralama indeks fonksiyonu ile sıralama indeksi değerini hesaplamak için kullanılmaktadır. Wang, Liu, Fan ve Feng’in [22] yönteminin bir revizyonu olan bu yöntemin basamakları makalede aşağıdaki şeklide verilmiştir.

Bir L-R bulanık sayı =(, , ,) ’nın merkez değeri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır, Mitchell ve Schaefer [21], Wang, Liu, Fan ve Feng [22].

$$=\frac{\int\ .\ ()}{\int\ ()} \quad (10)$$

$1,\ 2, \dots,$ bulanık sayıları için, (i=1,2,…,n) ‘nin transfer katsayısı

olarak verilmektedir, Wang, Liu, Fan ve Feng [22]

$$= \frac{}{} \quad (11)$$

Burada, $=\{1,\ 2,\dots,\ \}$, $=\min\{1,\ 2,\dots,\ \}$ ve ’dir.

Asady [16]'nin tanımı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$= \int^1 (\quad () + () - 2 \quad)$ (12)

$= \int^1 (2 \quad - () - ())$ (13)

Burada = ( ),= (−) ve .

bulanık sayısının parametrik formları olarak belirtilmektedir, Asady ve Zendehnam [12].

A bulanık sayısı için sıralama fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

D( ) = (14)

*( ) = 1+ (1−) (15)

Buna bağlı olarakbulanık sayılarını sıralamak için adımlar aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

1. D( ) < D( ) ise≺ dir
2. D( ) > D( ) ise≻ dir
3. D( ) = D( ) ise

≠ . , *( ) > *( ) ise≻ 'dir. ≠ . ,*( ) <

*( ) ise ≺ , diğer durumlarda ≈ . Ayrıca ( ) = ( ) 'e bağlı

olarak *( ) ≥ *( ) , ise ≻ 'dir.

3.3 Chen ve Sanguant'ın Yöntemi (2011)

Chen ve Sanguansat [17]'ın yöntemi genelleştirilmiş bulanık sayıların sıralama puanları için pozitif ve negatif taraf alanlarını ve yüksekliğini hesaplamaktadır. Buna göre sıralama puanını elde etmek için genelleştirilmiş bulanık sayının birçok faktörü dikkate alınmaktadır.

Yöntem genelleştirilmiş bulanık sayıların sıralamasını şu şeklide tanımlanmaktadır. n bulanık sayıları sıralanmak istensin, = (, , , ;), −∞ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ∞, ∈ (0,1] ve 1≤ ≤ .

1.Adım: Her genelleştirilmiş $\tilde{} = (_1, _2, _3, _4; \tilde{})$ bulanık sayını, standart genelleştirilmiş $\check{}^*$ bulanık sayısına dönüştürülmektedir.

(16)

Burada m= ,‘nin mutlak değerini ve

'nin üst sınırını göstermektedir; $1 \leq \leq , 1 \leq \leq 4$.

2.Adım: (-1,-1,-1,-1,) genelleştirilmiş bulanık sayısının üyelik fonksiyonu eğrisinden, standart genelleştirilmiş bulanık sayısının ve üyelik fonksiyonu eğrisine kadar olan, yamuk alanları belirten negatif bölgedeki $^-$ ve $^-$ alanları hesaplanmaktadır. Burada

(17)

(18)

ve

(19)

(20)

Daha sonra, (1,1,1,1,) genelleştirilmiş bulanık sayısının üyelik fonksiyonu eğrisinden,

(denklem(17) ve (18) de tanımlandığı gibi) üyelik fonksiyonunu eğrisine kadar olan, yamuk alanları belirten pozitif bölgedeki $^+$ ve $^+$ alanları hesaplanmaktadır. Burada

(21)

(22)

3.Adım: ın sıralama puanında pozitif etkisi olan, ın x eksenindeki faktörlerinin toplamını ve ın sıralama puanında negatif etkisi olan, ın x eksenindeki faktörlerinin toplamını göstermek üzere, standart genelleştirilmiş bulanık sayısının ve değerleri aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$* \quad =^{-} \quad +^{-} \tag{23}$$

$$* =* \quad +* \tag{24}$$

4.Adım: ˜* standart genelleştirilmiş bulanık sayısının sıralama puanı (˜*) aşağıda gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\tilde{*} \quad 1\times * + (-1)\times *$$

$$() = \frac{}{} \qquad = \frac{}{} \tag{25}$$

daha büyük değeri 'nin daha büyük olduğunu göstermektedir. 'ın daha yüksek değerlerinde 1'e; daha yüksek değerlerinde ise -1' e daha yakın sonuç alır. (1 −))'

denklemde paydada yer verilmekte ve y ekseninin sıralama puanında etkisinin daha az olduğu vurgulanmaktadır. ˜ azaldıkça | (˜*) | değerinin de azaldığı belirtilmektedir.

3.4 Xu, Su, Wu, Sun, Zhang ve Deng'in Yöntemi (2012)

P.Xu, Su, Wu, Sun, Zhang ve Deng [5], çalışmalarında Chen ve Sanguansat'ın (2011) [17] yöntemini incelemekte ve bunun sonucunda yöntemin mantıksal olmayan bazı sonuçlarını vurgulamaktadır. Makalelerinde bu duruma çözüm getirdiğini belirttikleri işlem basamağını tanımlamaktadırlar.

P.Xu and diğerleri [5], Chen ve Sanguansat'ın [17] yönteminde şu özelliğe dikkat çekmektedirler:

˜), $-1 \leq \ \leq \ \leq \ \leq 1$ ve

$_1 + _2 + _3 + _4 = 0$ veya $= 0$

durum 'nin ağırlık merkezi x ekseninde 0 olduğu durumda edildiği anlamına gelmekte ve bu sebeple bazı durumlarda sıralama sonuçlarında mantıksızlıklar olduğu belirtilmektedir.

Makalede bu sorunun üstesinden gelmek için yöntemin revize edilmiş hali aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

Daha önce de belirtildiği gibi ˜* ağırlık merkezinin x-eksenin de 0 olması durumunda (˜*) =0 elde edildiği ve bunun bazı durumlar için mantıksızlıklar oluşturduğu belirtilmektedir. Chen ve Sanguansat'ın yöntemini bu bağlamda geliştirmek için beşinci bir basamak tanımlanmaktadır.

1.Adım: Her genelleştirilmiş bulanık sayısını denklem (16)'de verilen tanıma göre, standart genelleştirilmiş * bulanık sayısına dönüştürülür

2.Adım: Denklemler (19)-(22)'de verilen tanımlara göre her standart genelleştirilmiş * bulanık sayısı için − , − , + , + değerleri hesaplanır

3.Adım: Denklemler (23) ve (24)'da verilen tanımlara göre her standart genelleştirilmiş * bulanık sayısı için * , * değerleri hesaplanır.

4.Adım: Denklem (25)'da verilen tanıma göre her standart genelleştirilmiş * bulanık sayısı için (*) değeri hesaplanır.

5.Adım: Genelleştirilmiş bulanık sayı kümesi için: | | ,R'nin niceliğini göstermek üzere; eğer | | > 1 ise genelleştirilmiş bulanık sayıları, 'ye göre sıralanır. 'nin daha yüksek değeri 'nin daha iyi sırasını oluşturmaktadır.

Sonuç olarak beşinci adımın eklenmesinin Chen ve Sanguansat'ın yönteminin geliştirilmesini sağlayabileceği belirtilmektedir.

3.5 Abbasbandy ve Asady'ninYöntemi (2006)

S.Abbasbandy ve B.Asady[7], makalelerin de uzaklık bazlı bir yöntemin modifiye edilmiş hali olan işaret uzaklık yöntemini sunmaktadır. Yöntemin izlediği basamaklar aşağıdaki gibi verilmektedir.

Yöntemde bulanık sayıların sıralanması E'de bir D metriği ile ilişkilendirilerek uygulanmaktadır. ∈ için üyelik fonksiyonu ( ) = 1, = ve ( ) = 0, ≠ olmak üzere = 0 değeri için

$$( ) = \begin{cases} 1, & = 0 \\ 0, & \neq 0 \end{cases} \quad (26)$$

olarak tanımlanmaktadır.

0 bir bulanık orjin olarak alındığında ve 0 ∈ olduğundan; sol bulanıklık ve sağ bulanıklık ε, 0 'dır. Bu durumda her A ∈ E için p(A, A0) değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$1 \quad \frac{1}{} \quad ;(\geq \quad 1) \tag{27}$$

$: \rightarrow [-1,1]$ olmak üzere, $()$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\forall \in : () = ş \; [\int_0 (() \quad + ()) \;] \tag{28}$$

$$() = \{ \; 1 \; , \quad \frac{1}{1} \; ; \quad -1 \; , \quad ğ \; ş \; [\int_0 (+)() \;] < 0 \tag{29}$$

Bu tanımlamaya göre; inf $() \geq 0$ veya $() \geq 0$ ise $() = 1$

ve sup $() < 0$ veya $() < 0$ ise $() = -1$ sonuçları elde edilmektedir.

$\in$ için $(, 0) = ()$. $(, 0)$ indeksi işaret uzaklık olarak isimlendirilmektedir.

A ve B $\in$ için A ve B'nin 'ye bağlı olarak E'de sıralanması aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$(, 0) > (, 0)$ eğer ve sadece eğer A≻

$(, 0) < (, 0)$ eğer ve sadece eğer A≺

$(, 0) = (, 0)$ eğer ve sadece eğer A~

Sonrasında ise " ≿ " " ≾ "şu şekilde formüle edilmektedir.

A≿B eğer ve sadece eğer A≻ ve A~B,

A≾B eğer ve sadece eğer A≺ ve A~B.

Sıralama yaklaşımları açısından mantıksal çıkarımlar aşağıda sıralanmaktadır.

1: E'nin herhangi bir alt kümesi Γ olmak üzere $\in$ Γ, A≿A

2: E'nin herhangi bir alt kümesi Γ olmak üzere (A,B)$\in \Gamma^2$,A≿B ve B≿A ise A~B'dir.

3: E'nin herhangi bir alt kümesi Γ olmak üzere (A,B,C)$\in \Gamma^3$, A≿B ve B≿C ise A≿C olmalıdır.

4: E’nin herhangi bir alt kümesi Ȣ olmak üzere (A,B)∈ Ȣ^{2}, inf supp(A) >sup supp(B) ise A≿B olmalıdır.

′4: E’nin herhangi bir alt kümesi Ȣ olmak üzere (A,B)∈ Ȣ^{2},inf supp(A) >sup supp(B) ise A≻B olmalıdır.

5: E’nin herhangi iki alt kümesi Ȣ ve Ȣ’olmak Ȣ′ ′ ’ye bağlı ≻B sıralamasını eğer sadece eğer üzere A ve B ∈ Ȣ ∩ Ȣ′. Ȣ′ ’ye bağlı ≻B ise elde ederiz

′6: , , + ve + , ′nin elemanları olsun; eğer A≿B ise A+ ≿B+C’dir

6: , , + ve + , ′nin elemanları olsun; eğer A≻B ise A+ ≻B+C’dir

3.6 Chu ve Tsao’nun Yöntemi (2002)

Chu ve Tsao [18], merkezil nokta ve orijin nokta arasındaki alan hesabı ile bulanık sayıların sıralanmasını tanımladığı yöntemin basamakları aşağıdaki gibidir.

Chu ve Tsao fonksiyonunu sürekli ve artan, fonksiyonunu ise sürekli ve azalan bir fonksiyon olarak işleme katmakta ve bunların ters fonksiyonları olarak da ’yi almaktadırlar. Buna göre : [0,] → [1, 2] ve :[0,] → [3, 4] olmaktadır.

Chu ve Tsao’nun metodları merkez nokta ve orjin nokta arasındaki alanı , , , fonksiyonlarına göre hesaplamak üzerinde tasarlanan bir metottur. Burada A bulanık sayına göre merkez nokta (¯( ),¯( )) aşağıdaki gibidir

$$\bar{(\,)} = \frac{\int \quad + \quad + \quad}{\int \quad + \quad + \quad} \tag{30}$$

$$\bar{(\,)} = \frac{\int \quad + \int}{\int \quad + \int} \tag{31}$$

A bulanık sayısının (0,0) orijin noktası ve (¯( ),¯( )) arasındaki alan merkez noktası

F(A)= ¯( ). ¯( )

(32)

şeklinde tanımlanmıştır.

Chu ve Tsao bulanık sayıları kapladıkları alana göre sıralamışlardır. Daha büyük alan daha büyük bulanık sayıyı belirtmektedir. Buna göre,

1. F(A)> F(B) ise A>B
2. F(A)< F(B) ise A<B
3. F(A)=F(B) ise A=B‘dir.

3.7 Wang ve Lee’nin Yöntemi (2008)

Wang ve Lee [8], Chu ve Tsao’nun [18] yönteminde ¯( ) ve ¯( )’nın sıralama için eş öneme sahip olduğunu, fakat bir A bulanık sayısı için ¯( ) ve ¯( )’nın farklı önem derecelerine sahip olması sebebiyle nümerik örneklerle yöntemin bazı kusurlarının bulunduğunu göstermekte ve bu yönteme ekledikleri basamaklarla bunun üstesinden gelmeyi amaçladıklarını ifade etmektedirler.

Eklenilen basamaklar aşağıdaki gibidir.

¯( ) ve ¯( ) Chu ve Tsao’nun yönteminde tanımlanan değerler olmak üzere; herhangi iki A ve B bulanık sayılarının sıralaması aşağıdaki basamaklara göre yapılmaktadır.

1. ¯( ) > ¯( ) ise A>B
2. ¯( ) < ¯( ) ise A<B
3. ¯( ) = ¯( ) ise
4. Eğer ¯( ) > ¯( ) ise A>B
   a. ¯( ) < ¯( ) ise A<B
   b. ¯( ) = ¯( ) ise A=B

Ayrıca ¯( ) = ¯( ) ‘ye göre ¯( ) ≥ ¯( ) ise A≥B.

Wang ve Lee, tanımladıkları yöntemin daha tutarlı sonuçlar verdiğini, daha basit olduğunu ve yerleşim ile yükseklik arasındaki farkı gösterdiğini belirtmektedir.

3.8 Nasseri, Zadeh, Kardost ve Behmanesh’in Yöntemi (2013)

Nasseri, Zadeh, Kardost ve Behmanesh’in[9], makalelerinde tanımladıkları yöntemin işlem basamakları ve tanımlamaları aşağıda sıralanmaktadır.

0, 0 anti bulanıklılaştırıcıları ve > 0 sol bulanıklık ve > 0 sağ bulanıklıklarına sahip yamuk bulanık küme A=(0, 0, , ;); aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile tanımlanmakta olan bir bulanık kümedir.

$(-0 \quad +)$, $[0 - \ ,0]$

$(\ ) =$, $[0, 0]$ (33)

, $[0, 0 + \ ]$

(0 , ğ

s, A bulanık kümesinin yüksekliği olarak belirtilmekte ve kümenin her

$0 \leq \ \leq 1$ için parametrik formu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$(\ ) = \ - +$, $\overline{\ }(\ ) = + -$ (34)

burada , herhangi iki reel sayıdır.

(33) numaralı denklem ile A=(0, 0, , ;) bulanık kümesi için 1=(, 1) ve 2=(− , 1) aralıklarına sahip olunmaktadır; burada 1, 2 sırasıyla ve üyelik fonksiyonlarının yön vektörleri olarak belirtilmektedir.

Herhangi iki A,B ∈ E; A( )=[( ), ( )] ve B( )=[( ), ( )] üzerinde toplama ve skaler çarpım aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$(A \oplus B)(\ ) = [\ (\ ) + \ (\ ), \ (\ ) + \ (\ )]$ (35)

$(r \otimes A)(\ ) = [\ .\ (\ ), .\ (\ )]\ r \in +$ (36)

A=(0, 0, , ;)bir bulanık yamuk sayı olmak üzere; = için A( )=[0, 0] elde edilmekte ve bu bulanık sayı kümesinin merkezini vermektedir.

S. Nasseri, M.Zadeh, Kardost ve Behmanesh'in [9] tanımladıkları yeni sıralama yönteminde; ile gösterilen bulanık sayının açısı, A=(0, 0, , ;) yamuk bulanık sayısının sol ve sağ referans fonksiyonları arasındaki açıdır ve aşağıdaki denklem ile hesaplanmaktadır.

$$\hat{\ } \quad \frac{\cdot \ 2}{1 \quad 2} \quad \frac{2}{\sqrt{(1+ \ )}\ (1+ \ )} \qquad (37)$$

Bu denklemde "." 1, 2 yönlü vektörlerinin skaler çarpımını ve | 1|, | 2| vektörlerin normlarını göstermektedir.

A=(0, 0, , ; 1) yamuk sayı olmak üzere, . =1 ise $\hat{\ }$ cos( ) = 0 olarak elde edilmiştir.

$\Delta: \rightarrow \{-1,1\}$ fonksiyonunun tanımı şu şekilde verilmektedir.

$$\forall \in : \Delta(\ ) = \begin{cases} 1 & , \quad ğ \ ş \ (\int_0^1 (+ \quad) \geq 0 \\ -1 & , \quad ğ \ ş \ (\int_0^1 (+ \quad) < 0 \end{cases} \tag{38}$$

Eğer inf Supp(A)≥ 0 veya inf $\overline{(\ )} \geq 0$ ise $\Delta(\ ) = 1$

Eğer sup Supp(A)< 0 veya sup $(\ ) < 0$ ise $\Delta(\ ) = -1$ olmaktadır.

A=($_0$, $_0$, , ;) yamuk sayı olmak üzere, A'nın sol ve sağ referans fonksiyonlarının arasındaki açı ve A'nın parametrik formu A( )=[( ), ( )] kullanılarak A bulanık kümesinin açısı şu şeklide hesaplanmaktadır.

$$A.M(A)=\int_0^1 (\ (\ ) + \overline{(\ )} + \ .\cos(\hat{\ })) \tag{39}$$

Sonuç olarak ise iki farklı A ve B bulanık kümelerinin sıralaması aşağıdaki kurallara göre olmaktadır.

1. $\Delta(A)|A.M(A)| > \Delta(B)|B.M(B)|$ ancak ve ancak $\succ$ ise.
2. $\Delta(A)|A.M(A)| < \Delta(B)|B.M(B)|$ ancak ve ancak $\prec$ ise.
3. $\Delta(A)|A.M(A)| = \Delta(B)|B.M(B)|$ ancak ve ancak $\approx$ ise.

Ayrıca; $\gtrsim$ eğer ve sadece eğer A $\succ$ veya A$\sim$, $\lesssim$B eğer ve sadece eğer A $\prec$ veya A$\sim$

3.9 Chen ve Tang'ın Yöntemi (2008)

Chen ve Tang [27], çalışmalarında normal olmayan p-norm yamuk bulanık sayılarının sıralanması üzerine aşağıdaki yaklaşımı sunmaktadırlar.

$\tilde{\ } = (\ _1, \ _2, \ _3, \ _4; \ )$ normal olmayan bulanık sayısı aşağıdaki gibi tanımlanan üyelik fonksiyonuna sahip ise normal olmayan p-norm yamuk bulanık sayı olarak adlandırılmaktadır.

$$\tilde{\ }(\ ) = \begin{cases} 0 & , -\infty < \ \leq \ _1 \\ (1 - (\frac{\ - \ _2}{\ - \ })\ )^{\frac{1}{\ }} & , \quad _1 \leq \ < \ _2 \\ & , \quad _2 \leq \ \leq \ _3 \\ (1 - (\frac{\ - \ _3}{\ - \ })\ )^{\frac{1}{\ }} & , \quad _3 < \ \leq \ _4 \\ 0 & , \ _4 \leq \ < \infty \end{cases} \tag{40}$$

Burada pozitif reel sayıdır.

$, 2, \quad 3, 4;)$

ve $= (1, \quad 0, 4;)$ normal olmayan yamuk ve üçgen bulanık sayılar olsun;

1. $() \geq ()$
2. $() \geq ()$
3. $C() > C()$ eğer $0 < 3 + (1 -) 2$
4. $C() = C()$ eğer $0 = 3 + (1 -) 2$
5. $C() < C()$ eğer $0 > 3 + (1 -) 2$

Burada $() = \frac{(1 + 2)}{2}$, $() = \frac{(1 + 0)}{2}$, $() = \frac{(3 + 4)}{2}$, $() = \frac{(0 + 2)}{2}$, $C() = \frac{}{2}((3 + 4) + (1 -)(1 + 2))$ ve üçgen bulanık sayı olmak üzere, $C() = \frac{}{2}(3 + 2 + (1 -) 1)$ biçiminde tanımlanmaktadır.

Chen ve Tang [27], iki bulanık sayının sıralanması için yaptıkları tanımlara göre aşağıdaki yaklaşımı sunmaktadır.

i. $\succ$ eğer $C() > C()$

ii. $\prec$ eğer $C() < C()$

iii. $\sim$ eğer $C() = C()$

3.10 Kumar, Singh, A. Kaur ve P. Kaur'un Yöntemi (2011)

A.Kumar, P.Singh, A.Kaur ve P. Kaur'un [10],çalışmalarında bazı sayısal örneklerle göstermiştir ki Chen ve Tang'ın [27] yöntemi eşit yükseklikteki normal olmayan -norm bulanık sayıları veya normal yamuk bulanık sayılar için doğru sonuçlar vermekte; fakat farklı yüksekliklere sahip olanlar için yanlış sonuçlar vermektedir.

Bu sorunu çözmek için önerdikleri sıralama yönteminin basamakları aşağıda sunulmaktadır.

$= (1, 2, 3, 4;)$ ve $= (1^*, 2^*, 3^*, 4^*; ^*)$ iki normal olmayan - norm yamuk bulanık sayılar olmak üzere, ve bulanık sayıları arasındaki sıralama aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

i. $\succ$ eğer $C() > C()$

ii. $\prec$ eğer $C() < C()$

~ ~ ~ ~

iii. ~ eğer C ( ) = C ( )

C ( ), C ( ) değerlerini bulmak için tanımlanan adımlar aşağıda sıralanmıştır.

1.Adım: S=min(s, *) değeri bulunur.

~ 1 −1 −1 ( )} ; −1 1

2 0

1

ve $^{-1}$( ) = + (−)(1 − ( )) eşitlikleri için, sonuç olarak

~ Γ(1+1)Γ(1)

C ( )=[(+ −) + (1 −)(−)] + + (1 −)]

Γ(+1)

hesaplanır.

3.Adım: (i) Eğer C ( ) > C ( ) ise ~ ≻ ~ ∀ ∈ [0,1]

(ii) Eğer C ( ) < C ( ) ise ~ ≺ ~ ∀ ∈ [0,1]

(iii) Eğer C ( ) = C ( ) ise ~ ∼ ~ ∀ ∈ [0,1]

Denklikleri elde edilmektedir.

3.11 Yamuk Bulanık Sayılar İçin Maksimasyon ve Minimasyon Yöntemi

Tanım 6'da yer alan; A=(, , ,) L-R bulanık sayısı ve A=(1, 2, 3, 4) yamuk bulanık sayı formu dikkate alınsın. Burada 1 = − , 2 = , 3 = , 4 = + 'dir.

Üyelik fonksiyonları ( ), =1,2,…, ile gösterilen sıralanması ve karşılaştırılması istenen tane bulanık sayı 1, ... , olmak üzere, maksimasyon ve minimasyon küme yöntemi öncelikle üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi olan maksimasyon kümesi ve minimasyon kümesi 'yi tanımlar, Chen [28], Wang-Luo[11]

$$( ) = \{ [(−)/(−)] , ≤ ≤ ; 0 , ğ \quad (41)$$

$$( ) = \{ [(−)/(−)] , ≤ ≤ ; 0 , ğ \quad (42)$$

Burada =, =, X=∪ , ={ | ( ) > 0} ve k karar vericinin risk üzerindeki durumunu gösteren bir sabit; k> 1 risk-uzaklaşma;

k< 1 risk-büyüklüğü ve k=1 natürel risk olarak belirtilmektedir; Raj ve Kumar [29], Raj ve Kumar [30]

bulanık sayısının sağ ve sol üyelik fonksiyonlarının, maksimasyon kümsesi ve minimasyon kümesi ile kesişim noktaları sırasıyla ve olmak üzere; =(1 , 2 , 3 , 4) yamuk bulanık sayısı için ve 'nin koordinatları aşağıdaki denklemlerle hesaplanmaktadır.

$$= \frac{4-3}{(\; - \;)+(\; - \;)} \tag{43}$$

$$= \tag{44}$$

$$= \tag{45}$$

$$\frac{2-1}{(2-1)+(-\min)} \tag{46}$$

Burada = (( ) ∧ ( )) , bulanık sayısının sağ yardımcı değeri; = (( ) ∧ ( )) sol yardımcı değeri olarak tayin edilmektedir. , minimasyon kümesi 'den uzaklaştıkça değeri küçülürken; maksimasyon kümesi 'ye yakınlaştıkça değerinin büyümekte olduğu değerlendirmesinin açık olduğu belirtilmektedir. Buna bağlı olarak sonuç toplam yardımcı değer olarak ( ) aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır; Chen [28], Wang-Luo[11]

$$( ) = [\quad + 1 - \quad]/2, \quad i=1,2,\ldots,N \tag{47}$$

$$( ) = \frac{1}{2}\left(\frac{}{(4-3)+(-\min)} + \frac{}{(2-1)+(-\min)}\right), \quad = 1,2,\ldots, \tag{48}$$

Sonuç olarak ise daha büyük ( ) değeri sıralamada daha üst sırada yer alan daha büyük bulanık sayısını göstermektedir.

3.12 Wang ve Luo'nun Yöntemi (2009)

Y. Wang and Y.Luo[11], çalışmalarında bulanık sayıların sıralanmasında yeni bir yaklaşım olan; sıralama da kullanılan iki yeni alternatif indis tanımlayan, pozitif ve negatif ideal noktalara bağlı alan sıralaması yöntemini tanımlamaktadır.

Y. Wang and Y.Luo'nun[11], tanımladıkları bulanık sayıların alan sıralaması yönteminin işlem basamakları aşağıdaki gibidir.

Wang and Y.Luo, sıralanmak istenen bulanık sayıların aynı sol, sağ veya toplam yardımcı değere sahip oldukları durumda maksimasyon ve minimasyon küme yönteminin etkisiz kaldığını ve sıralanamadığını belirtmektedirler.

Bu durumun üstesinden gelmek için maksimasyon ve minimasyon yöntemi yerine, sırasıyla bir pozitif ideal nokta ve bir negatif ideal nokta tanımlanmaktadır. Pozitif ve negatif ideal noktaları sırasıyla = , = , X=∪ =1 , ={ | ( ) > 0} şeklinde tanımlanmaktadır. Burada pozitif ve negatif ideal noktalar kesin sayılardır.

=(1 , 2 , 3 , 4) üyelik fonksiyonu tanım 9'da ki gibi tanımlanan, karşılaştırılmak veya sıralanmak istenen bir bulanık sayı olsun.

Şekil 5'de gösterildiği gibi pozitif ve negatif ideal noktalar ile A sayısı arasında oluşan boşluktaki alanlar sağ ve sol alanlar olarak sırasıyla belirtilmektedir. Bu alanlar aşağıdaki denklemler ile tanımlanmaktadır.

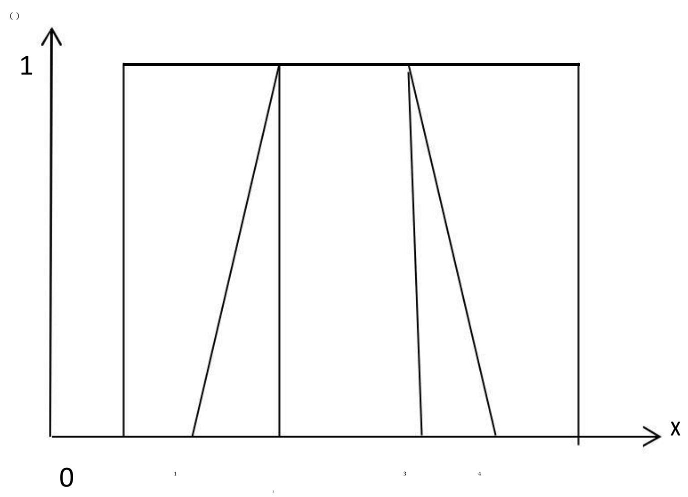
( ) = ∫ 1 + ∫ 2 (1 − ( )) = (2 −) − ∫ 2 ( ) (49)

( ) = ∫+ ∫ 4 (1 − ( )) = (− 3) − ∫ 4 ( ) 50)

Yamuk bulanık sayılar için bu alanlar aşağıdaki gibi hesaplamaktadır.

( ) = (2 −) − ∫ 2 ( ) = (51)

( ) = (− 3) − ∫ 4 ( ) = (52)



Şekil 5: Wang ve Luo'nun [11]makalelerinde verilen pozitif ve negatif ideal noktalarına göre alan sıralaması gösterimi

Wang ve Luo, , negatif ideal noktasından uzaklaştıkça ( ) alanının büyümekte; pozitif ideal noktasına yaklaştıkça ( ) alanın küçülmekte olduğunu belirtmektedirler. Diğer bir deyişle daha geniş ( ) ve dar ( ) değerleri daha büyük bulanık sayı anlamına gelmektedir.

Bazı durumlarda bulanık sayıların eşit sol ve sağ alanlara sahip olabilmekte olduğu ve bu bulanık sayıların sol ve sağ alanlarının eşit fakat risklerinin, şekillerine ve farklı dayanak noktalarına göre farklı olduğu belirtilmektedir. Bu durumda karar vericinin risk üzerindeki etkisinin belirlenmesi gerekli olmaktadır.

Karar vericinin risk üzerindeki etkisini belirlemek için Alana Bağlı Sıralama İndisi tanımlanmaktadır (ABI)

$$_1() = \frac{1}{2}[(\frac{()}{-})() + (1 - \frac{()}{-})()] \quad (53)$$

$$_2() = \frac{()()}{()()+ ()' \quad ()} \quad (54)$$

Burada $()/(-_{min})$ ve $()/(-_{min})$; $()$ ve $()$ olarak alanlarının ideal noktaları ile kapsanan toplam alanın sırasıyla oranları verilmektedir.

$$() = 1 + (- 0{,}5)\frac{}{-} \quad (55)$$

$$() = 1 + (- 0{,}5)\frac{}{-} \quad (56)$$

$$' \quad () = 1 - (- 0{,}5)\frac{}{- min} \quad (57)$$

$()$ sol risk faktörü ve $()'$ $()$ sağ risk faktörleri olarak farklı tasarılar için tanımlanmaktadır; $0 < < 1$ aralığında karar vericinin risk üzerindeki etkisi $= 0{,}5$ için natürel, $0{,}5 \leq \leq 1$ için risk büyüklüğü ve

$0 \leq \leq 0{,}5$ risk küçüklüğü olarak ifade etmektedir. $_1$ ve $_2$ pozitif ve boyutsuz olarak tanımlanmaktadır. Her ikisi de karşılaştırma ve sıralama için kullanılabilmektedir. Her iki indis içinde daha büyük değer daha büyük bulanık sayıyı belirtmektedir.

Ayrıca $= 0{,}5$ alındığında $_1$ ve $_2$ aşağıdaki gib elde edilmektedir.

$$_1() = \frac{1}{2}[\frac{()}{-} + 1 - \frac{()}{-}] \quad (58)$$

$$_2() = \frac{()}{()+ ()} \quad (59)$$

3.13 Asady ve Zendehnam'ın Yöntemi (2007)

B.Asady and A.Zendehnam[12], makalelerinde bulanık sayıların sıralanmasında uzaklık minimasyonu olarak isimlendirdikleri yöntemi tanımlamaktadırlar.

0, 0 antibulanıklılaştırıcıları ve > 0 sol bulanıklık ve > 0 sağ bulanıklıklarına sahip yamuk bulanık küme A=(0, 0, ,) aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile tanımlanmaktadır.

(− 0+) , [0 − , 0]

( ) = 1 , [0, 0] (60)

(−0+) , [0, 0 +]

{ 0 , ğ

Kümenin her 0 ≤ ≤ 1 için parametrik formu aşağıdaki gibi verilmektedir.

( ) = 0 − + , ( ) = 0 + − (61)

Burada , herhangi iki reel sayıdır. Support fonksiyon ise şu şekilde tanımlanmaktadır;

sup( ) = { | ( ) > 0} > 0 kümesinin kapanışı > 0 olarak verilmektedir. (62)

A( )=[( ), ( )] ile B ve B( )=[( ), ( )] rasgele bulanık sayıları için, A göstermekte olan bir U(A,B) metriği aşağıdaki gibi arasındaki uzaklığı tanımlanmaktadır.

U(A,B)=[∫1(( ) − ( ))2+ ∫1 (( ) − ( ))2] (63)

U(A,B) bir metrik ve , uzaklıklar kümesinin özel bir elemanı olarak belirtilmektedir.

, (,) = [∫1(1 −)| ( ) − ( )| + ∫1 | ( ) − ( )|]1 (64)

Burada 1≤ ≤ ∞ ve 0≤ ≤ 1'dir.

Asady ve Zendehnam, daha sonra bir antibulanıklılaştırıcı olan bulanık sayının en yakın değerini tanımlanmaktadır. Dubois-Prade[31] ve Heilpern'nin [32] tanımladığı A bulanık sayısı için EI(A) aralığı aşağıdaki gibidir.

EI(A)=[∫1 ( ), ∫1 ( )] (65)

EI(A) aralığının orta noktası ise şu şekilde verilmektedir.

O(A)= $\frac{1}{2} \int_0^1 (( ) + \int_0^1$ (66)

Eğer A=(0, 0, ,) bir yamuk bulanık sayı ise A'ya en yakın nokta aşağıdaki denklemdeki gibi verilmektedir.

O(A)= $\frac{1}{2}(+) + \frac{-}{4}$ (67)

Eğer A=(0, ,) bir üçgen bulanık sayı ise A'ya en yakın nokta aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

O(A)=( ) $+ \frac{-}{4}$ (68)

Eğer A=(0, 0,) simetrik bir yamuk bulanık sayı ise denklem

O(A)= $\frac{1}{2}(+)$ (69)

Eğer A=(0,) simetrik bir üçgen bulanık sayı ise

O(A)= 0 (70)

biçiminde elde edilmektedir.

Asady ve Zendehnam, bulanık sayıların uzaklık minimasyonu ile sıralanmasını aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

E'de tanımlı A ve B bulanık sayıları için yine E'deki en yakın noktalarına göre sıralanmaları aşağıdaki gibi verilmektedir.

O(A)> O(B) ancak ve ancak A≻B

O(A)< O(B) ancak ve ancak A≺B

O(A)=O(B) ancak ve ancak A~B

Ayrıca formülleri ≿ ≾ için aşağıdaki gibi düzenlenmektedir.

O(A) ≿ O(B) ancak ve ancak A≻B veya A~B

O(A) ≾ O(B) ancak ve ancak A≺B veya A~B

3.14 Asady'nin Yöntemi (2011)

Asady [39], Asady ve Zendehnam'ın [12] bulanık sayıların sıralanmasında kullandıkları "uzaklık minimasyonu" yöntemini; bir bulanık sayının epsilon komşuluğu tanımı ve bu tanımı kapsayan iki değer fonksiyonunu kullandıkları yeni uzaklık minimasyonu tanımı ile revize etmektedir.

Asady; chi fonksiyonu olmak üzere, A bulanık sayısının, ∈ [0,1] için epsilon komşuluğunu şu şekilde tanımlamaktadır.

: ( ) × [, 1] → ( )

(,) = = (,) = (,) [,1] (71)

Yukarıdaki tanımlamaya bağlı olarak, herhangi bir A bulanık sayısının epsilon komşuluğunun parametrik formu aşağıdaki gibi verilmektedir.

( ) = [,1] = {( ) ğ < ≤ 1 ( ) ğ 0≤ ≤ (72)

( ) = [,1] = { ( ) ğ < ≤ 1 ( ) ğ 0≤ ≤ (73)

A=(0, 0, ,) yamuk bulanık sayısı için epsilon komşuluğun parametrik formu aşağıdaki gibi formülize edilmektedir.

= (,) (74)

( ) = { − + ğ < ≤ 1 (75)

0 − + ğ 0≤ ≤

( ) = { + − ğ < ≤ 1 (76)

0 + − ğ 0≤ ≤

Asady (2011), A bulanık sayısının epsilon komşuluğunu kullanarak uzaklık minimasyonunu şu şeklide tanımlamaktadır.

( ) = $\frac{1}{2}\int_0^1$(( ) + ( )) (77)

Buna bağlı olarak Asady (2011), A ve B bulanık sayıları için sıralama basamaklarını aşağıdaki gibi vermektedir.

1) *O(A)> O(B)* ise A≻B
2) *O(A)< O(B)* ise A≺B
3) *O(A)=O(B)* ise

Eğer $(\ ) > (\ )$ ise A≻B
Eğer $(\ ) < (\ )$ ise A<B

Bu durumlar haricinde $\approx$ olur. Burada *O(A)* (Denklem 66) Asady ve Zendehnam'ın [12] uzaklık minimasyon yönteminde tanımladıkları EI(A) aralığının orta noktası tanımıdır.

3.15 Deng'in Yöntemi (2014)

Deng'in makalesi[15], bulanık sayıların sıralanmasında ve karşılaştırılmasında belirsizlik durumları altında karar vermede basit bir biçimde yeni bir yaklaşım sunduğunu belirtmektedir. İdeal çözümler yönteminin genel kavramının, bulanık sayılar arasındaki uzaklığa bağlı benzerlik ölçüsünü, bulanık sayıların sıralanmasında ve karşılaştırılmasında her bulanık sayının bütün yönleriyle kullanılması olduğu vurgulanmaktadır. Yöntemde bir bulanık sayıyı sınıflandırma bilgisinin tam olarak kullanıldığı, göreli durum ve kesin durum, her ikisinin de uygun biçimde düşünüldüğü, buna bağlı olarak bulanık sayıların karşılaştırılmasında ve sıralanmasında tutarlı sıralamalar elde edildiği belirtilmektedir.

Deng, çalışmasında pozitif ideal çözümü $= \{(\ , \ (\ )), \ \in \ \}$

ve negatif ideal çözümü $= \{(\ ,(\ )), \ \in \ \},$ aşağıdaki üyelik fonksiyonlarına göre tanımlamaktadır.

$$(\ ) = \begin{cases} \ , & \text{ğ } 0 \le \ \le 1 \\ 0 \ , & \text{ğ} \end{cases} \tag{78}$$

$$(\ ) = \begin{cases} 1 - \ , & \text{ğ } 0 \le \ \le 1 \\ 0 \ , & \text{ğ} \end{cases} \tag{79}$$

Bu ideal çözüm tanımı ile ilgili, aynı ideal çözümle karşılaştırılan farklı bulanık sayı kümelerinin karşılaştırılmasına olanak sağlayan ve bu sayede karşılaştırmalı sıralamanın gerçek karar verme durumlarında sonuç verdiği vurgulanmaktadır. Gerçek yaşam durumlarının sıralama problemleri için uygun olduğu belirtilmektedir.

Yöntem daha sonra ideal çözümün kapsamında, bulanık sayıların karşılaştırılması ve sıralaması için benzerlik ölçütü sunmaktadır. Pozitif ideal sonuca yakın olan ve aynı zamanda negatif ideal sonuçtan uzak bulanık sayı tercih edilmektedir. Yöntem ideal çözüm tanımına göre bütün bulanık sayıların kesin pozisyonunu belirlemektedir. Daha sonrasında tanımlanan uzaklığa bağlı benzerlik ölçütü; iki bulanık sayı arasındaki yakınlık pozisyonunu, bulanık sayıların şeklini (artan sol parça ve azalan sağ parça) ve alanlarını göz önünde bulunduran genel performans indeks değerini hesaplamakta kullanılmaktadır.

(= 1,2, ... ,) iki bulanık sayı olmak üzere, bu bulanık sayılar arasındaki benzerlik aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

= (,)= ∫sup( )∪sup( ) | () − ()| , = 1,2, ... , (80)

Eğer = (1 , 2 , 4) ve = (1 , 2 , 4) iki üçgen bulanık sayı ise bu bulanık sayılar arasındaki benzerlik aşağıdaki gibi verilmektedir.

(,) = √ 1 [(−)² + (−)² + (−)²] (80)

Her bulanık sayısı ve pozitif ideal çözüm arasındaki benzerlik derecesi, uzaklığa bağlı benzerlik ölçütüne göre aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

+ = (,) = ∫sup( )∪sup( ) | () − ()| , = 1,2, ... , (81)

Benzer şekilde, her bulanık sayısı ve negatif ideal çözüm arasındaki benzerlik derecesi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

⁻ = (,) = ∫| () −()| , = 1,2, ... , (82)

Her bulanık sayının genel performans indeks değeri ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

= ⁻ / ⁺+ ⁻ , = 1,2, ... , (83)

Daha büyük indeksi, tercih edilirliği daha yüksek bulanık sayı anlamına gelmektedir.

3.16 Liou ve Wang'ın Yöntemi (1992)

Liou ve Wang [20], bulanık sayıların sıralanması için bir iyimserlik değerine göre tanımlı; sol ve sağ integral değerlerinin bir kombinasyonunu oluşturmaktadır. Yöntemin basamakları aşağıda sıralanmaktadır.

[1, 4] aralığında tanımlı A bulanık sayısına bağlı olarak tanımlanan üyelik fonksiyonu Tanım 9'da ki gibidir.

A bulanık sayısı için sol ve sağ integral değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$( ) = \int_0^1 ( ) \quad \text{ve} \quad ( ) = \int_0^1 ( ) \qquad (84) \text{ ve } (85)$$

Bu tanımlara bağlı olarak, ∈ [0,1] iyimserlik değerine bağlı toplam integral değeri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$( ) = ( ) + (1 - \ ) ( ) = \int_0^1 ( ) + (1 - \ ) \int_0^1 ( ) \qquad (86)$$

Burada ( ) ve ( ) sırasıyla ( ) ve ( )'in ters fonksiyonlarıdır.

Yöntemde iyimserlik indeksinin, karar vericinin iyimserlik derecesini gösterdiği belirtilmektedir. Daha büyük değeri, daha fazla iyimserlik derecesini ifade etmektedir. Ortalama bir karar verici için = 0,5 alındığında A bulanık sayısının toplam integral değeri $_{0,5}( ) = \frac{1}{2}[( ) + ( )]$ olarak elde edilmektedir.

Liou ve Wang, sıralamayı daha büyük ( ) değerinin daha büyük A bulanık sayısı elde edilmesi üzerine tanımlamaktadır.

3.17 Yu ve Dat'ın Yöntemi (2014)

V. Yu ve L. Dat [19], çalışmalarında Liou ve Wang'ın [20] yönteminin bir revizyonunu sunmaktadır.

Yazarlar, Liou ve Wang'ın yönteminin bazı hatalara sahip olduğunu belirtmekte ve bunları aşağıdaki gibi sıralamaktadır.

1) Normal ve normal olmayan bulanık sayılar için türevlendirilemez.

2)Dengelenmiş alanlara sahip bulanık sayıları yeterince etkili sıralayamamaktadır.

3) Sol ve sağ integral değerlerinin sıfır olması durumunda, iyimserlik değeri, bu integral değerleri üzerinde etkiye sahip değildir.

4) Bulanık sayıları ve görüntülerini süreklilik içinde sıralayamamaktadır.

Yu ve Dat, Liou ve Wang'ın yöntemlerinde ki kusurları ortadan kaldırmak için oluşturdukları yöntem aşağıdaki gibidir.

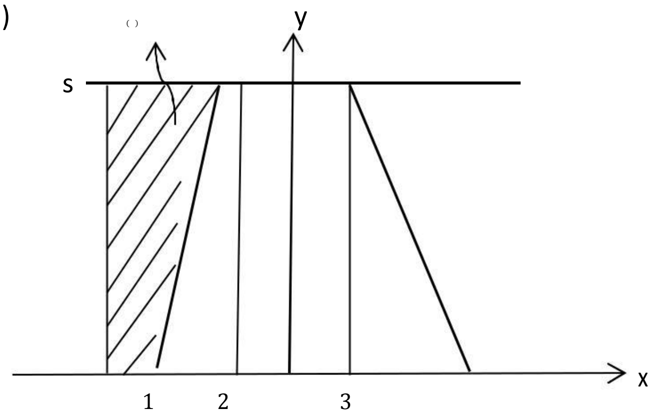
bulanık sayısının yeni sol ve sağ integral değerleri tanımları aşağıdaki gibidir.

( ) = (2 −) − ∫ 2 ( ) (87)

( ) = (3 −) − ∫ 4 ( ) (88)

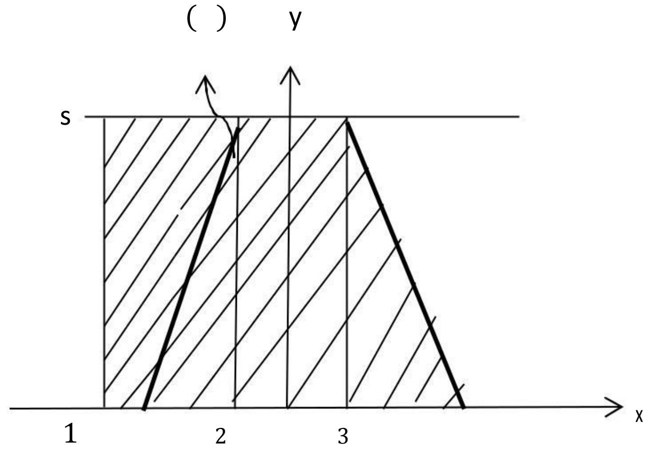
Burada =, =∪ =1 , = { | ( ) > 0}, =( )

a)



Şekil 6a: Yu ve Dat'ın makalesinde yer alan bulanık sayısının ( ) sol integral değeri gösterimi

b)



Şekil 6b: Yu ve Dat'ın makalesinde yer alan bulanık sayısının ( ) sağ integral değeri gösterimi

bulanık sayısının büyüklüğü, ( ) ve ( ) değerlerinin büyüklüğü ile orantılıdır.

∈ [0,1] iyimserlik indeksine göre yeni toplam integral değeri aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır.

( ) = ( ) + (1 −) ( )

Yöntem, daha büyük ( ) değerinin daha büyük bulanık sayısını belirtmesi şeklinde tanımlanmaktadır. Buna göre ve bulanık sayıları için

1. ( ) < ( ) ise ≺

2. ( ) > ( ) ise ≻

3. ( ) = ( ) ise

a. > > b. < < c. = =

İşlem basamaklarına göre sıralama yapılmaktadır. Burada , bulanık sayıların medyan değerini göstermektedir ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

A=(1, 2, 3, 4) yamuk bulanık sayısının medyan değeri üç farklı durumda tanımlanmaktadır.

1. 1 ≤ ≤ 2 ise = 1 + √(2− 1)(3+ 4− 1− 2) 2

2. 2 ≤ ≤ 3 ise = 1+ 2+ 3+ 4 / 4

3. 3 ≤ ≤ 4 ise = 4 − √(4− 3)(3+ 4− 1− 2) 2

3.18 Zhang, Ignatius, Lim ve Zhao’nun Yöntemi (2014)

F. Zhang, J. Ignatius, C. Lim ve Y. Zhao [25], makalelerinde bulanık sayıların sıralanmasında, bulanık olasılıksal tercih edilirlik ilişkisine dayanan yeni bir yöntem tanımlamaktadırlar. Bulanık olasılıksal tercih edilirlik ilişkisinin 0,5-geçişkenliğine bağlı çift karşılaştırmalı matristen elde edilen ağırlıklı güvenlik seviyesi ile bulanık sayıların sıralanması elde edilmektedir.

Yazarlar, tanımladıkları yöntemin mevcut yöntemlerden farkının karşılaştırma sonuçlarının bir kesin sayı yerine bir bulanık küme olması şeklinde belirtmektedirler.

üyelik fonksiyonu ile tanımlanan, A bulanık sayısının α∈ [0,1] için olan bir kesin kümedir, Ban ve

− kesiti aşağıdaki gibi tanımlanmakta

Coroianu[1]. [ ] = { ∈ : ( ) ≥ }

= [1, 2] ve = [1, 2] reel sayı hattında tanımlı bağımsız iki aralık olmak üzere, ∈ ve ∈ bu aralıklarda rasgele değerler olsun. < tercih edilirlik ilişkisinin derecesi şu şekilde tanımlanmaktadır, Kundu [26].

(<)= { < | ∈∈ }, ∀ ∈ , ∈ (89)

Burada, (<), < durumunun olasılığını göstermek üzere; ≺ , B aralığının A aralığına (<) derecesinde tercih edilir olduğunu göstermektedir.

< tercih edilirlik ilişkisinin derecesi; = [1, 2] ve = [1, 2] aralıklarının farklı durumlarında hesabı aşağıdaki gibi verilmektedir.

Tablo1. Zhang, Ignatius, Lim ve Zhao'nun [25], çalışmasında (<)'nin, = [1, 2] ve = [1, 2] aralıklarında farklı değerleri ile ilgili tablosu

Durumlar	Değerler	
Örtüşen Durumlar	$1 - \frac{(\ -\ )^2}{2(\ \ )(\ -\ )}$ 2 1 2 1	(≤ < ≤ 2)
	$\frac{(\ -\ )^2}{2(2-1)(2-1)}$	(≤ < ≤ 2)
Kapsama Durumlar	$\frac{2(1-1)+(2-1)}{2(2-1)}$	(1 ≤ 1 ≤ 2 ≤ 2)
	$\frac{2(2-2)+(2-1)}{2(2-1)}$	(≤ ≤ 2 ≤)
		(1 < 2 ≤ 1 < 2) veya
Dış Durumlar	1 veya 0	

Reel sayı hattında tanımlı ̌ ve ̌ bulanık sayı kümeleri için, ̌ < ̌ ‘nın olasılık değerini belirtmekte olan ̌ < ̌ bulanık olasılıksal tercih edilirlik ilişkisi ̌(̌ < ̌), bir bulanık sayı kümesi olarak aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

( ) ( ) (90)

( ) ( ) = { ( ) , ∈ ; 0 , ∉ (91)

( ) = { | = (<), ≥ , ∈ [0,1]} (92)

; ve aralıkları arasındaki tercih edilirlik ilişkisinin derecesini göstermektedir. ( ) üyelik derece tahsisi fonksiyonunu göstermektedir.

̌ ve ̌ reel sayı hattında tanımlı iki bulanık sayı olmak üzere, ̌ < ̌ ‘nin bulanık olasılıksal tercih edilirlik ilişkisin ̌(̌ < ̌) gerçek değerli indeksi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\int_0^1 (\ )(\ <\ )\ /\int_0^1 (\ ) \quad (93)$$

Yazarların yukarı da verilen tanımlamalar kullanılarak bulanık sayıların sıralanması için sundukları basamaklar aşağıda sıralanmaktadır.

İlk basamak olarak ̌ ve ̌ için, ∈ [0,1], = [,] , = [,] biçiminde gösterilen − kesitleri hesaplanmaktadır.

Daha sonra, ̌ ve ̌ bulanık sayılarının − kesitleri için Tablo-1’e uygun olarak tercih edilirlik derecesi (<) hesap edilmektedir.

( )’nın genellikle α’ya göre monoton artan bir fonksiyon olarak seçilmesi sebebiyle α’nın daha büyük değerlerinin karşılaştırma sonuçları ile α-kesiti arasında daha yüksek ilişki oluşturduğu belirtilmektedir. α-kesitine bağlı olarak ̌ < ̌ ‘nın olasılık değerinde; ( ) değeri karar vericinin güvenilirlik ilişkisini açıklamaktadır.

Bir sonraki aşamada ̌ ve ̌ arasında bulanık olasılıksal tercih edilirlik ilişkisi belirlenmektedir. Burada ̌(̌ < ̌) birden fazla ( ) üyelik derecesine sahipse en büyük olan seçilmektedir.

Sıralama ̌(̌ < ̌)’nın sonucu ile doğru orantılı olarak yapılmaktadır.

Gerekli durumlarda ̌(̌ < ̌) gerçek değerli indeksi tanımı kullanılarak karşılaştırma sonuçları bir araya getirilmektedir.

˙(˙ <˙) değerine göre bulanık sayılar sıralanmaktadır; daha büyük˙(˙ <˙) değeri˜'nin daha yüksek sıralamaya sahip olduğunu göstermektedir.

4. UYGULAMA

Bulanık sayı kümelerinin sıralanması konusunda çalışmamız boyunca tanımlanan ve araştırılan yöntemlerin daha detaylı incelenmesi için bir üniversitenin bir fakültesi öğrencileri arasından 42 kız, 44 erkek olmak üzere 86 öğrenciye mutluluk düzeylerini 0 ile 100 arasında puanlamaları istenerek oluşturulan veri grubu ile uygulama yapılmıştır. Elde edilen veri grubu öncelikle Sinem Peker'in [55], Efendi Nasibov danışmanlığı altında yaptığı doktora çalışmasında tanımladığı yöntemle üyelik fonksiyonu belirlenerek bulanık sayı kümesine dönüştürülmüştür.

İlgili çalışmadaki Teorem 2'ye göre veri dağılımının merkez değerinde 1 üyelik derecesine; ve noktalarında 0 üyelik derecesine; sol ( ) ve sağ ( ) veri noktalarında üyelik derecesine sahip olan üyelik fonksiyonunun aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

(0) = ve (0) =

∈{ , , }

= log(1−) , = log(1−) (94)

1 − (−) ; < ≤

( ) = 1 − (−) ; < < (95)

{ 0 ; h

İncelenen veri gurubuna göre oluşturulan üyelik fonksiyonunun parametreleri aşağıdaki gibidir.

Tablo2: Üyelik Fonksiyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Tanımlayıcı İstatistikler

	Kız	Erkek
Medyan	75	70
	3	0,1
	100	100
%25	50,375	57,75
%75	90	80

Burada birinci ve üçüncü çeyreklikler 0,5 üyelik derecesine sahip, medyan ise 1 üyelik derecesine sahiptir. Min ve max noktaları ise 0 üyelik derecesine sahiptir. Elde edilen parametrelere göre veri grubunun oluşturduğu üyelik fonksiyonları kız ve erkek veri grupları için $= 0,5$ değeri için sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$() = \{ \begin{cases} 1-\left(\frac{75-}{72}\right)^{0,646048} & ;\ 3 < \leq 75 \\ 1-\left(\frac{-75}{}\right)^{1,356915} & ;\ 75 < < 100 \\ 0 & ;\ h \end{cases} \tag{96}$$

$$() = \{ \begin{cases} 1-\left(\frac{70-}{69,9}\right)^{0,398008} & ;\ 0,1 < \leq 70 \\ 1-\left(\frac{-70}{30}\right)^{0,63093} & ;\ 70 < < 100 \\ 0 & ;\ h \end{cases} \tag{97}$$

Elde edilen üyelik fonksiyonları neticesinde kız öğrencilerden elde edilen veri kümesi $= \{3,75,75,100; 1\}$ ve erkek öğrencilerden elde edilen veri kümesi $= \{0,1,70,70,100; 1\}$ parametrik bulanık sayıları biçiminde yazılabilir. Bu bilgiler mevcut çalışmada incelenen beş farklı yöntem uygulanarak sıralanmaları sağlanmıştır. Bu yöntemlerden dört tanesi $\succ$ sonucunu verirken; bir tanesi $\succ$ sonucunu vermiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda detaylı olarak verilmektedir.

Tablo3: Veri Seti Kullanılarak Oluşturulan A ve B Bulanık Sayılarının Bazı Yöntemlerle Elde Edilen Sıralamaları

Yöntem	Yöntem Tanımlarına Göre Elde edilen Değerler	Kıyaslama	Sonuç
3.1 Shureshani ve Darehmiraki'nin Yöntemi (2013)	${}_0(\ ) = 136,13404$ ${}_0(\ ) = 131,7053$	${}_0(\ ) > {}_0(\ )$	$\succ$
3.6 Chu ve Tsao'nun Yöntemi (2002)	$(\ ) = 33,52197$ $(\ ) = 31,64537$	$(\ ) > (\ )$	$\succ$
3.12 Wang ve Luo'nun Yöntemi (2009)	${}_1(\ ) = 0,680351$ ${}_1(\ ) = 0,658185$	${}_1(\ ) > {}_1(\ )$	$\succ$
3.16 Liou ve Wang'ın Yöntemi (1992)	${}^{0,5}(\ ) = 68,06702$ ${}^{0,5}(\ ) = 65,85265$	${}^{0,5}(\ ) > {}^{0,5}(\ )$	$\succ$
3.17 Yu ve Dat'ın Yöntemi (2014)	${}^{0,5}(\ ) = 53,57411$ ${}^{0,5}(\ ) = 54,14956$	${}^{0,5}(\ ) > {}^{0,5}(\ )$	$\succ$

5. SONUÇ

Yapay zeka, veri analizleri, karar verme mekanizmaları, ekonomik sistemler gibi birçok gerçek yaşam durumundan elde edilen nümerik niceliklerin hesaplanmasında kullanılabilen bulanık sayıların karşılaştırılması bulanık küme teorisinin temel problemlerinden biridir. Bu çalışmada farklı sıralama yöntemleri genel olarak veya formülleri ile verilerek incelenmektedir. Birçok farklı sıralama yöntemini inceleyen çalışmamız yöntemlerin benzer ve farklı yönlerini de belirtmektedir. Uygulama kısmında ise bir grup öğrencinin mutluluk düzeylerinin 0-100 arasında ölçüldüğü bir veri grubu kullanılmıştır. Veri grubu öncelikle kız ve erkek öğrenciler için ayrı bulanık sayı kümelerine çevrilmiştir. Daha sonra bu bulanık sayıların bazı yöntemler ile elde edilen sıralamaları tablo ile gösterilmiştir.

5. KAYNAKÇA

[1] Ban, A.I. ve Coroianu, L., 2014, Existence uniqueness and continuity of trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition, Fuzzy Sets and Systems, 257, 3-22

[2] Shureshjani, R.A. ve Darehmiraki, M., 2013, A new parametric method for ranking fuzzy numbers, Indagationes Mathematicae, 24, 518-529

[3] Wang, Y., 2015, Ranking triangle and trapezoidal fuzzy numbers based on the relative preference relation, Applied Mathematical Modelling, 39, 586-599

[4] Ky Phuc, P., Yu, N., Yu, V. F., Chou, S. ve Dat, L.Q., 2012, Analyzing the ranking method for L-R fuzzy numbers based on devition degree, Computers&Industrial Engineering, 63, 1220-1226

[5] Xu, P., Su, X., Wu, J., Sun, X., Zhang, Y. ve Deng, Y., 2012, A note on ranking generalized fuzzy numbers, Expert Systems with Applications, 39, 6454-6457

[6] Facchinetti, G. ve Ricci, R., 2004, A characterization of a general class of ranking functions on triangular fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems, 146, 297-312

[7] Abbasbandy, S. ve Asady, B., 2006, Ranking of fuzzy numbers by sign distance, Information Sciences, 176, 2405-2416

[8] Wang, Y. ve Lee, H., 2008, The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centroid and original points, Science Direct, 55, 2033-2042

[9] Nasseri, S., Zadeh, M., Kardost, M. ve Behmanesh, E., 2013, Ranking fuzzy quantities based on the angle of the reference functions, Applied Mathematical Modelling, 37, 9230-9241

[10] Kumar, A., Singh, P., Kaur, A. ve Kaur, P., 2011, A new approach for ranking nonnormal p-norm trapezoidal fuzzy numbers, Computers and Mathamatıcs with applications, 61, 881-887

[11] Wang, Y. ve Luo, Y., 2009, Area ranking of fuzzy numbers on positive and negative ideal points, Computers and Mathematics with applications, 58, 1769-1779

[12] Asady, B. ve Zendehnam, A., 2007, Ranking fuzzy numbers by distance minimization, Applied Mathematical Modelling, 31, 2589-2598

[13] Brunelli, M. ve Mezei, J., 2013, How different are ranking methods for fuzzy numbers? A numerical study, International Journal of Approxiamte Reasoning, 54, 627-639

[14] Yu, V., Chi, H., Dat, L., Phuc, P. ve Shen, C., 2013, Ranking generalized fuzzy numbers in fuzzy decision making based on the left and the right transfer coefficients and areas, Applied Mathematical Modelling, 37, 8106-8117

[15] Deng,H., 2014, Comparing and ranking fuzzy numbers using ideal solutions, Applied Mathematical Modelling, 38, 1638-1646

[16] Asady, B., 2010, The revised method of ranking LR fuzzy number based on deviation degree, Expert Systems with Applications, 37, 5056-5060

[17] Chen, S. ve Sanguansant, K., 2011, Analyzing fuzzy risk based on a new fuzzy ranking method between generalized fuzzy numbers, Expert Systems with Applications, 38(3), 2163-2171

[18] Chu, T. ve Tsao, C., 2002, Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and the original point, Computers and Mathematics with Applications, 43, 111-117

[19] Yu, V. ve Dat, L., 2014, An improved ranking method for fuzzy nnumbers with integral values, Applied Soft Computing, 14, 603-608

[20] Liou, T. ve Wang, M., 1992, Ranking fuzzy numbers with integral value, Fuzzy Sets and Systems, 50, 247-255

[21] Mitchell, H. ve Schaefer, P., 2000, On ordering fuzzy numbers, International Journal of Intelligent Systems, 15(11), 981-993

[22] Wang, Z., Liu, Y.ve diğerleri, 2009, Ranking L-R fuzzy number based on deviation degree, Information Sciences, 179(13), 2070-2077

[23] Wu, J. ve Chiclana, F., 2014, A risk attitudinal ranking method for interval-valued intuitionistic fuzzy numbers based on novel attitudinal expected score and accuracy, Applied Soft Computing, 22, 272-286

[24] Xu, Z. ve Chen, J., 2007, An approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgment matrices, Sys. Eng.Theory Pract., 27, 126-133

[25] Zhang, F., Ignatius, J., Lim, C. ve Zhao, Y., 2014, A new method for ranking fuzzy numbers and its application to group decision making, Applied Mathematical Modelling, 38, 1563-1582

[26] Kundu, S., 1997, Min-transitivity of fuzzy leftness relationship and its application to decision making, Fuzzy Sets and Systems, 86, 357-367

[27] Chen, C. ve Tang, H., 2008, Ranking of nonnormal p-norm trapezoidal with integral value, Computers and Mathematics with Applications, 56, 2340-2346

[28] Chen, S., 1985, Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set, Fuzzy Sets and Systems, 17(2), 113-129

[29] Raj, P. ve Kumar, D., 1998, Ranking multi-criterion river basin planning alternatives using fuzzy numbers, Fuzzy Sets and Systems, 100(1-3), 89-99

[30] Raj, P. ve Kumar, D., Ranking alternatives with fuzzy weights using maximizing set and minimizing set, Fuzzy Sets and Systems, 105(3), 365-375

[31] Dubois, D. ve Prade, H., 1987, The mean value of a fuzzy number, Fuzzy Sets and Systems, 24, 279-300

[32] Heilpern, S., The expected value of a fuzzy number, Fuzzy Sets and Systems, 47, 81-86

[33] Kang, H. ve Lee, A., 2007, Priority mix planning for semiconductor fabrication by fuzzy AHP ranking, Expert Systems with Applications, 32, 560-570

[34] Flaig, A., Barner, K. ve Arce, G., 2000, Fuzzy ranking: theory and applications, Signal Processing, 80, 1017-1036

[35] Adamo, J.M., 1980, Fuzzy decision tree, Fuzzy Sets and Systems, 4, 207-219

[36] Tran, L. ve Duckstein, L., 2002, Comparision of fuzzy numbers using fuzzy distance measure, Fuzzy Sets and Systems, 130, 331-341

[37] Sanna, U., Atzeni, C. ve Spanu, N., 2008, A fuzzy number ranking in project selection for cultural heritage sites, Journal of Cultural Heritage, 9, 311-316

[38] Chen, L. ve Lu, H., 2001, An approximate approach for ranking fuzzy numbers on left and right dominance, Computers and Mathematics with Applications, 41, 1589-1602

[39] Asady, B., 2011, Revision of distance minimization method for ranking of fuzzy numbers, Applied Mathematical Modelling, 35, 1306-1313

[40] Sun, H. ve Wu, J., 2006, A new approach for ranking fuzzy numbers based on fuzzy simulation analysis method, Applied Mathemetics and Computation, 174, 755-767

[41] Wen, M., You, C. ve Kang, R., 2010, A new ranking method to fuzzy data envelopment analysis, Computers and Mathematics with Applications, 59, 3398-3404

[42] Charnes, A., Cooper, W. ve Rhodes, E., 1978, Measuring the efficiency of decision making units, Europan Journal of Operational Research, 2, 429-444

[43] Destercke, S. ve Couso, I., Ranking of fuzzy intervals seen through the imprecise probabilistic lens, Fuzzy Sets and Systems, Article in Press

[44] Li, D., 2010, A ratio ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems, Computers and Mathematics with Applications, 60, 1557-1570

[45] Gupta, Y., Saini, A. ve Saxena, A., 2015, A new fuzzy logic based ranking function for efficient information Retrieval System, Expert Systems with Applications, 42, 1223-1234

[46] Rubens, N.O., 2006, The application of fuzzy logic to the construction of the ranking function of information retrieval system, Computer Modelling and New Technologics, 10, 20-27

[47] Yates, R. ve Berthier, R., 1999, Modern information retrieval, Addisson Wesley

[48] Ezzati, R., Allahviranloo, T., Khezerloo, S. ve Khezerloo, M., 2012, An approach for ranking of fuzzy numbers, Expert Systems with Applications, 39, 690-695

[49] Abbasbandy, S. ve Hajari, T., 2009, A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy numbers, Computers and Mathematics with Applications, 57, 413-419

[50] Lee, S., Lee, K. H. ve Lee, D., 2004, Ranking the squences of fuzzy values, Information Sciences, 160, 41-52

[51] Kao, C. ve Liu, S., 2003, A mathematical programming approach to fuzzy efficiency ranking, International Journal of Production Economics, 86, 145-154

[52] Chen, S.H., 1985, Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set, Fuzzy Sets and Systems, 17, 113-129

[53] Kao, C. ve Liu, S., 2000, Fuzzy efficiency measures in data envelopment analysis, Fuzzy Sets and Systems, 113, 427-437

[54] Jain, R., 1976, Decisionmaking in the presence of fuzzy variables, IEEE. Trans. Syst. Man. Cybern. , 6, 698-703

[55] Peker, S., 2010, Veri Dağılımının En Yakın Bulanık Gösterimine Dayalı Zaman Serisi Etiketlendirmesi, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi

ÖZGEÇMİŞ

Ayşegül ÖZMEN, 1980 yılında Mersin'de doğdu. İlkokul, ortaokul ve lise öğrenimini Mersin'de tamamladıktan sonra Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünü 2003 yılında bitirdi. 2004 yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nda öğretmen olarak göreve başladı. Tübitak destekli TUSİ - Ortaöğretim Öğretmenleri için Matematik Olimpiyat Eğitimlerinin iki kademesine katıldı. Halen Mehmet Ali Lahur Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.