YAŞAR ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

# GEOMETRİK ŞEKİLLERLE YÜZEY KAPLAMALARI

ÖZGÜR ÖZSEMERCİ

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Rafail ALİZADE

Matematik Bölümü

Bornova-İZMİR

2016

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

Prof. Dr. Rafail ALİZADE (Danışman)

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Yılmaz Mehmet DEMİRCİ

Bu tezi okuduğumu ve kapsam ve kalite bakımından yüksek lisans tezi olarak uygunluğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Şule Ayar ÖZBAL

Prof. Dr. Cüneyt GÜZELİŞ
Enstitü Müdürü

# ÖZET

GEOMETRİK ŞEKİLLERLE YÜZEY KAPLAMALARI

ÖZSEMERCİ, Özgür

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Bölümü

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Rafail ALİZADE

Temmuz- 2016, 79 sayfa

Bu çalışmada geometrik motiflerle düzlem kaplama yöntemlerini, bunların sanatta, mimaride, felsefede ve kimyada bulduğu karşılıkları kısaca anlatmaya çalıştık

.

# ABSTRACT

## TILING OF THE SURFACE WITH GEOMETRIC FIGURES


ÖZSEMERCİ, Özgür

MSc in Department of Mathematics

Thesis Advisor: Prof. Dr. Rafail ALİZADE


July 2016, 79 pages

In this thesis we describe the plane tiling methods and their applications in art, arcitecture, philosophy and chemistry.

# TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardımını ve desteğini hiç esirgemeyen değerli hocam sayın Prof. Dr. Rafail ALİZADE' ye ve Yrd. Doç. Dr. Şule Ayar ÖZBAL'a, ayrıca sabrı ve desteği için eşim Birsen ÖZSEMERCİ'ye teşekkür ederim.

Özgür ÖZSEMERCİ

İzmir, 2016

**YEMİN METNİ**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Geometrik Şekillerle Yüzey Kaplamaları" adlı çalışmanın, tarafımdan bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığımı ve yararlandığım eserlerin bibliyografyada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

11.07.2016

Özgür ÖZSEMERCİ

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

.

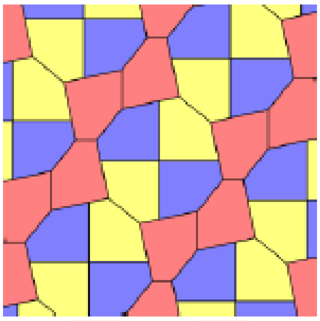
# 1 GİRİŞ:

Küpler tabii ki uzayı doldurabilir. Diğer düzenli katı cisimlerden yalnız düzenli sekiz yüzlü ile düzgün dört yüzlünün birleştirilmesi ile oluşan cisim uzayı doldurabilir ama bizim derdimiz uzay değil, düzlemi doldurmak. Düzlemi dolduracak düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri inceleyeceğiz. Bu çokgenlerin bazılarının düzlemi periyodik, bazılarının ise periyodik olmayacak şekilde kaplayabileceğini göstereceğiz. Bunlarla ilgili örnekler verip kimyada, sanatta, felsefede, mimaride ve resimde bulduğu karşılıklardan bahsedeceğiz. İlk bölümde yüzeyin kaplanması problemiyle ilgili kısa bilgiler verdikten sonra 3. Bölümde pentapleks kaplamalardan bahsedeceğiz. Daha sonra 4.bölümde fraktal geometriyle düzlemin kaplanması arasındaki ilişkiden söz edip sonraki bölümde yüzeyin kaplanması konusuyla ilgili tarihsel notlardan bahsedeceğiz. Eski mimari yapılarda yer alan bazı geometrik desenlerin yirminci yüzyılda yapılan kimya çalışmalarında bulduğu karşılıkları 6.bölümde ele alacağız. 7.Bölümde Bu desenlerin nasıl çizildiğini örneklerle açıklayıp, son bölümde yine Elhamra Sarayı'nda gördüğü desenlerle kendi tekniğini oluşturan Escher'den bahsedeceğiz.

# 2 YÜZEYİN KAPLANMASI İLE İLGİLİ KISA BİLGİLER

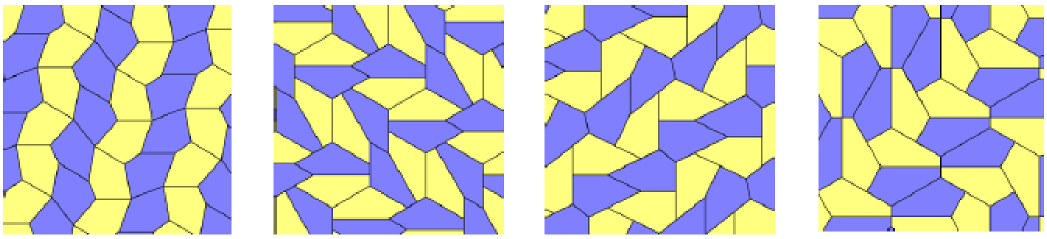
Düzgün bir beşgen tek başına düzlemi kaplayamaz. Düzgün olmayan beşgenler düzlemi kaplayabilir. Düzgün olmayan beşgenlerle kaç türlü mozaik yapılabilir sorusu güncelliğini koruyor.

K.Reinhardt 1918'de beş farklı tipte mozaik buldu. Richard Kershner 1967'de daha önce fark edilmeyen üç tip mozaik daha buldu ve listenin tamamlandığına inandı. Fakat 1975'te Richard E. James Şekil 2.1'de görülen tip 10 olarak adlandırılan mozaiği buldu (Wells, 2011).



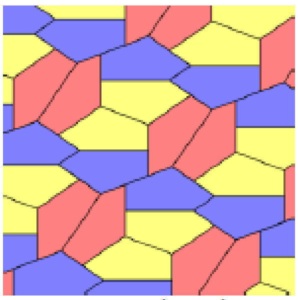
Şekil 2.1

San Diego'lu bir ev kadını Marjorie Rice Şekil 2.2'de görülen düzgün olmayan eş beşgenlerden oluşan 4 farklı kaplama deseni oluşturdu. Bunlar da sırasıyla tip 9, tip11, tip12 ve tip 13 olarak isimlendirildiler.



Şekil 2.2

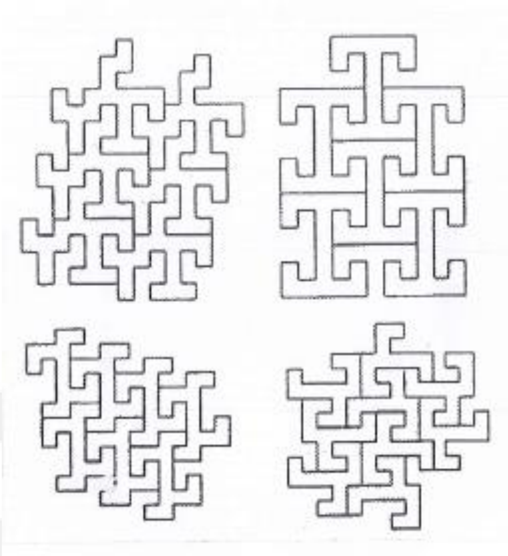
1985'te Rolf Stin tarafından 14.tip beşgen mozaik bulundu (Şekil 2.3). Listenin tamamlanıp tamamlanmadığı henüz bilinmiyor.



Şekil 2.3

## 2.1 Birbirlerine Kenetlenen Poliominolar

Bir poliomino (polyomino) özdeş kareleri kenarlarından birbirine ekleyerek yapılır. Birbirine kenetlenerek bir mozaik oluşturan bir poliomino ne kadar küçük olabilir? Soru belirsizdir; çünkü kenetlenmenin ikişer ikişer mi yoksa bütün parçalar yerine konulunca mı olacağı belirtilmemiştir. Şekil 2.4'de gösterilen çözümleri Bob Newman bulmuştur (Wells, 2011).



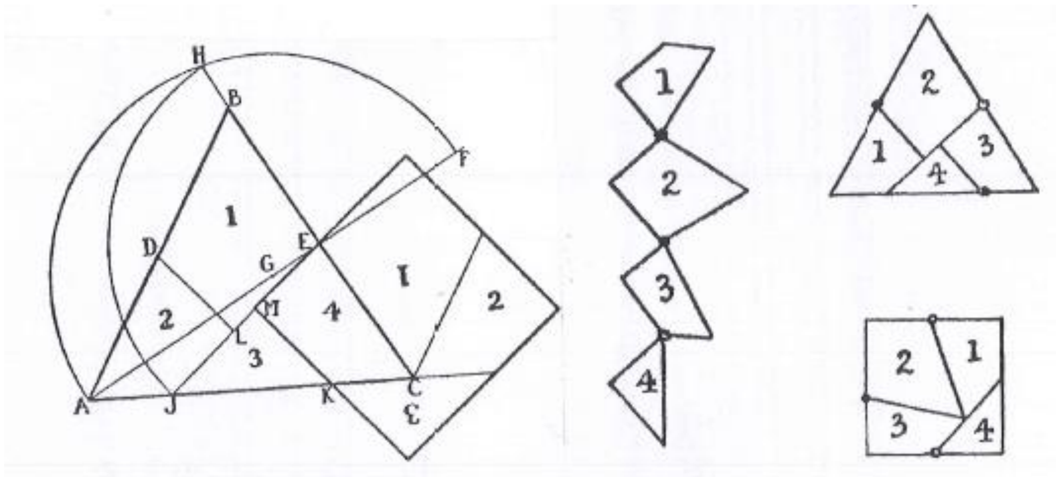
Şekil 2.4 (Wells, 2011)

Birinci şekilde tek tek kenetlenme vardır. İkinci şekil iyi bilinen bir modeldir; üçüncü şekil ancak parçaların hepsi yerindeyse kenetlenir; ayrıca simetriktir, dördüncü şekilde parçaların yarısı ters çevrilmiştir; fakat poliomino başına yalnızca 12 birim kare kullanılır (Wells, 1979).

## 2.2 Dudeney'in Kare Olabilen Menteşeli Eşkenar Üçgeni:

Henri Dudeney (1857-1930) ingiliz yazar ve matematikçidir. Matematiksel bulmacalar ve oyunlar konusunda çağının bir numarasıdır. Terzi problemi, bir kareyi doğrularla dört parçaya bölerek bir eşkenar üçgen yapma problemidir, tersini de söyleyebiliriz elbette.

Henry Ernest Dudeney, bilmecelerinin çoğunda bütünü parçalara ayırma (disseksiyon) ve tekrar birleştirme sorunlarını ele almıştır. Terzi problemi olarak adlandırılan bulmaca ve çözümü onun başyapıtıdır diyebiliriz.

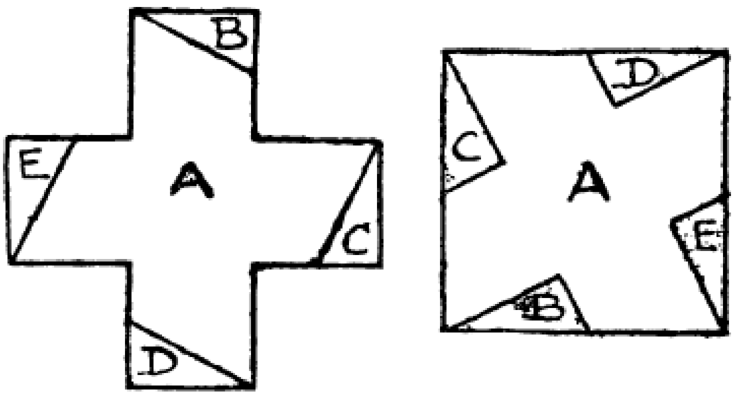



Şekil 2.5 (Dudeney, 1917)

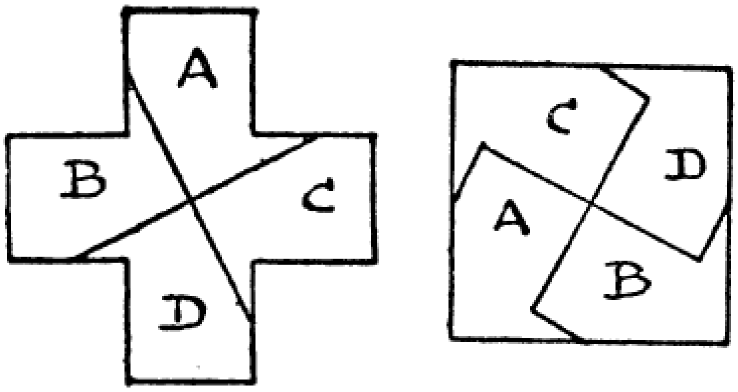
Şekil 2.5'de ortada yer alan menteşelenmiş parçalar bir yönde (sağda) birleştirilirse kare, diğer yönde (solda) birleştirilirse eşkenar üçgen oluşturur. Menteşelerden ikisi üçgenin kenarlarından ikisini ikiye böler (D ve E noktaları) ; üçüncü menteşe için J ve K noktaları kenarı 0,982:2:1,018 oranında böler.

Dudeney bu bilmecenin tahtadan güzel bir modelini yaptı ve 1905'te bunu Kraliyet Bilim Derneği (Royal Society) önünde göstemeye çağrıldı.

Henry E. Dudeney'in 'Amusement in Mathematics' adlı eserinde bahsi geçen bir şekli farklı parçalara ayırıp tekrar birleştirdikten sonra oluşan yeni şekillerle ilgili güzel örneklere rastlamak mümkün. Bunlardan birini Şekil 2.6'da görebiliriz. Solda gösterilen t şekli 5 parçaya ayrılır ve sonra birleştirilerek sağda yer alan kareyi oluşturur (B,C,D ve E parçaları eştir).



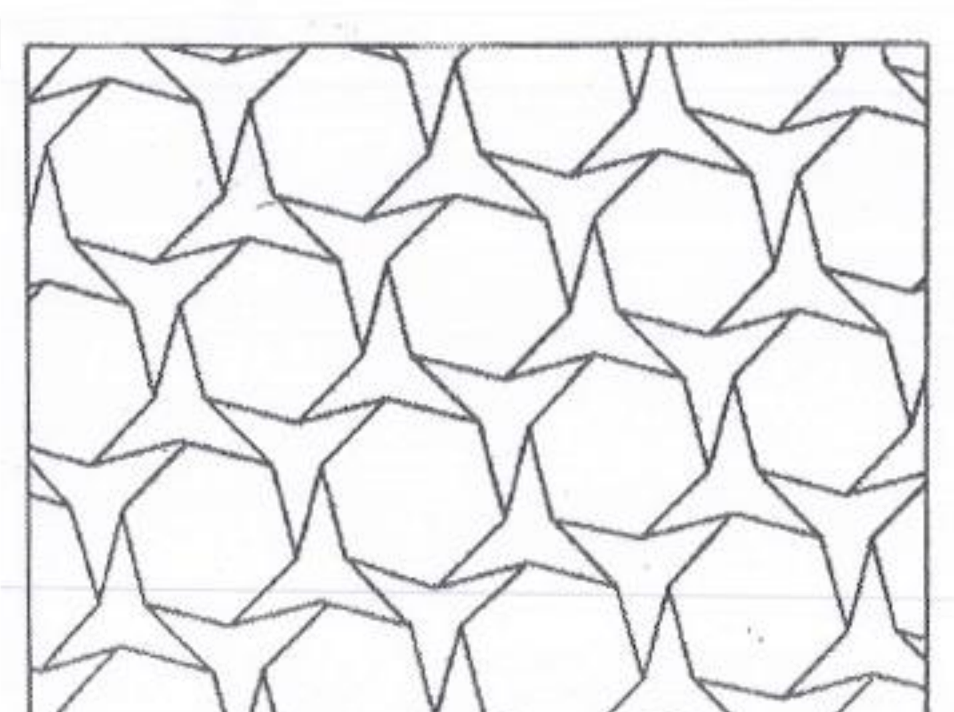

Şekil 2.6 (Dudeney, 1917)




Şekil 2.7 (Dudeney, 1917)

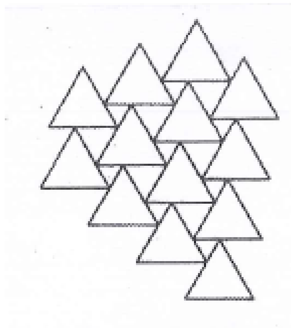
Şekil 2.7'de soldaki aynı t şeklini eş dört parçaya bölüp birleştirerek yine bir kare elde edebiliriz.

Mozaik oluşturabilen çokgenler hafifçe birbirlerinden ayrılırlarsa çokgen yıldız mozaikler oluşturabilir. Buna David Wells'in tabiriyle menteşeli mozaik de diyebiliriz. Yıldızın altıgene ait olmayan her kenarı, iki altıgeni bir arada tutan iki ucu menteşeli bir köprüdür. Altıgenler birbirinden ayrıldıkça yıldız şişer; bir an büyük bir eşkenar üçgeni andırır ve nihayet orijinal altıgenler gibi bir altıgen olur (Şekil 2.8).



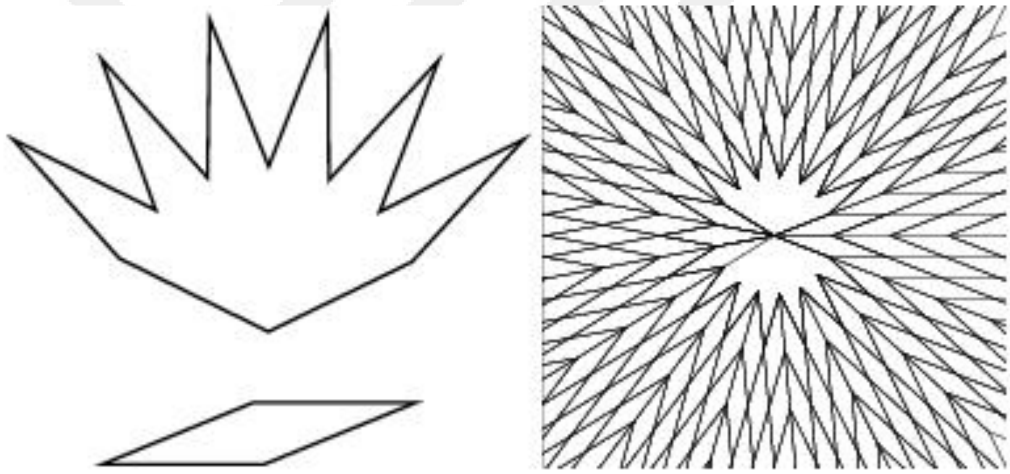
Şekil 2.8 (Wells, 2011)

Şekil 2.9'da gösterilen kaplamada da görüldüğü gibi 3 farklı eşkenar üçgen ile düzlemi kaplamak mümkündür.



Şekil 2.9 (Wells, 2011)

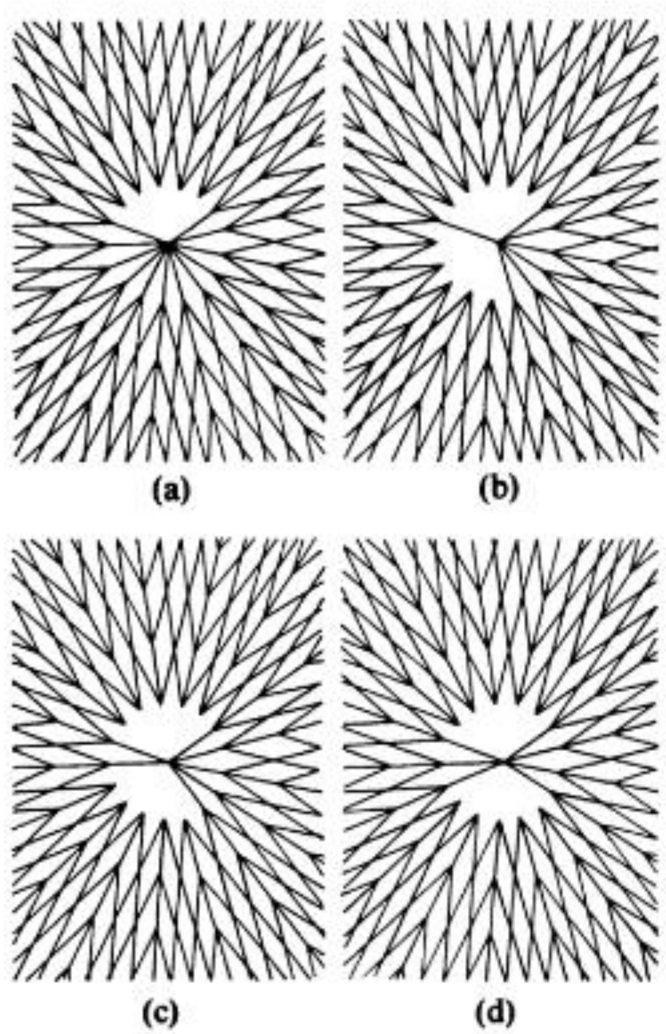
### 2.3 Harborth Fayansları



Şekil 2.10 (Wells, 2011)

'Bir düzlemi tam n şekilde döşemek için kullanılabilecek fayans kümeleri var mıdır?'

Şekil 2.10'da bir eşkenar dörtgen şeklinde ve bir de 6 eşkenar dörtgenin yapıştırılmasından oluşmuş iki tip fayans var (Wells, 2011). Bu iki fayansı kullanarak sağdaki şekilde görülen döşemeyi elde edebiliriz. Döşemeyi bu fayanslarla döşemek için tam 4 farklı yöntem vardır (Şekil 2.11).

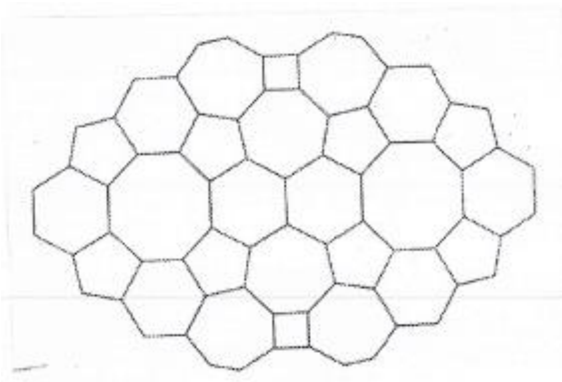



Şekil 2.11

Harborth'a göre bir düzlemi n türlü döşeyecek iki türlü fayans yapabilmek için 6n-7 tane eşkenar dörtgeni bir nokta etrafında, karmaşık fayansı yapabilmek için 2n-2 eşkenar dörtgeni bir nokta etrafında birleştirebiliriz.

## 2.4 Hemen Hemen Düzgün Çokgenlerden Mozaik:

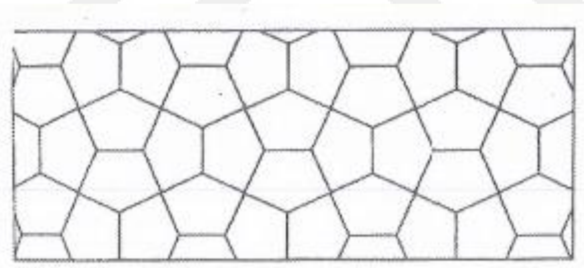
Düzgün dörtgen, beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgenleri karıştırarak bir mozaik yapmak kesişim yerlerindeki açıların bölünemeyişi yüzünden imkansızdır. Şekil 2.12'deki motif, çizimlerinin nasıl yapılacağını daha sonra göreceğimiz bir İslam deseninden alınmıştır ve bunun tam olarak olmasa da hemen hemen mümkün olduğunu göstermektedir. Böyle bir mozaik üretebilmek için düzgün çokgenlerin açılarında hafif değişiklikler yapmak gerekir. Şekil 2.13'de görülen mozaikte yer alan çokgenler tam düzenli değildir (Wells, 2011).



Şekil 2.12 (Wells, 2011)

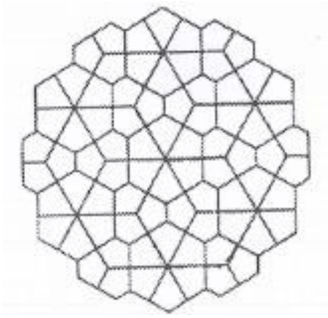
Kahire mozaiği**,** Kahire sokaklarında sık görüldüğü için bu ismi almıştır. Nerval'in 'Doğuda Seyahat'inden ya da 'Binbir Gece Masalları'ndan fırlamış gibidir. İslam tezhip sanatlarında elbette benzerlerine rastlanır.

Kahire mozaiği çeşitli şekillerde tasarlanabilir; örneğin karelerden oluşmuş bir kafesin köşeleri etrafında rotasyon yapan ve uçları kısa segmentlerle birleştirilmiş parçalardan veya dik olarak birbiri içine geçmiş uzatılmış altıgenlerden oluşabilir. Kahire mozaiğinin, iç içe geçen altıgenlerin biçimine bağlı olarak çok farklı şekillerde olabileceğini söyleyebiliriz.



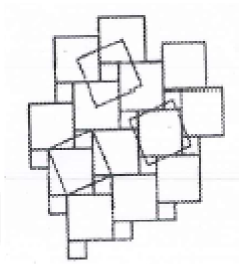
Şekil 2.13 (Wells, 2011)

Bütün bu karmaşık desenlere birçok şekilde bakılabilir. Şekil 2.14'deki desen şu tanımların hepsine uyar: her biri iki dörtgene ve iki beşgene ayrılmış eşkenar dörtgenler; kenarların ortasını birleştiren üç doğru ile düzgün altıgenler ve köşeleri budanmış eşkenar üçgenler; dört küçük altıgene ve köşeleri budanmış yedi eşkenar üçgene ayrılmış büyük bir altıgen vb (Wells, 2011).



Şekil 2.14 (Wells, 2011)

## 2.5 İki Kareli Mozaik

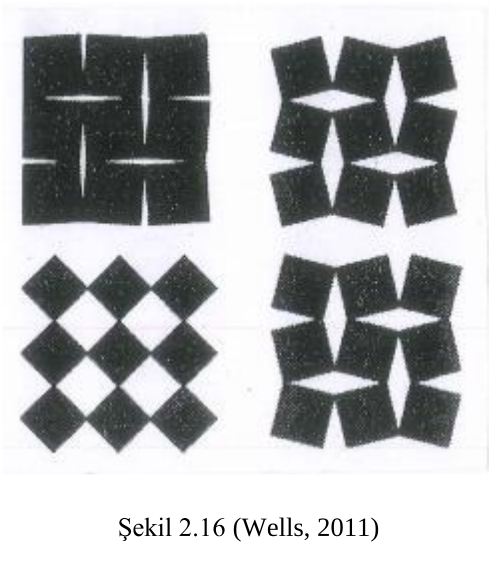


Şekil 2.15 (Wells, 2011)

Bu basit mozaiği yapmak için farklı büyüklükte herhangi iki kare kullanılabilir. Bu mozaikte her sıra ve sütunda büyük kareler, aynı miktar kaydırılarak, özdeş küçük kare delikler bırakır.

## 2.6 Menteşeli Mozaikler

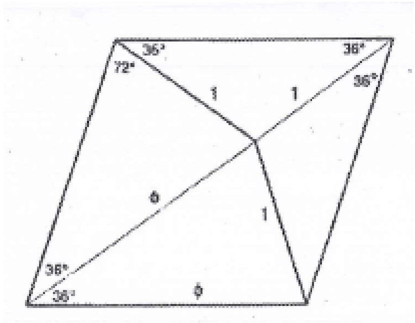
Bazı mozaikler köşelerinden menteşelenmiş katı parçalardan yapılmış olabilirler; bu katı parçalar arasında boşluklar bulunur. Bu mozaikler açılabilir veya kapanabilir. Şekil 2.16'da karelerden ve kareler arası eşkenar dörtgen biçimli boşluklardan oluşmuş bir mozaik görülmektedir (Wells, 2011).



Şekil 2.16 (Wells, 2011)

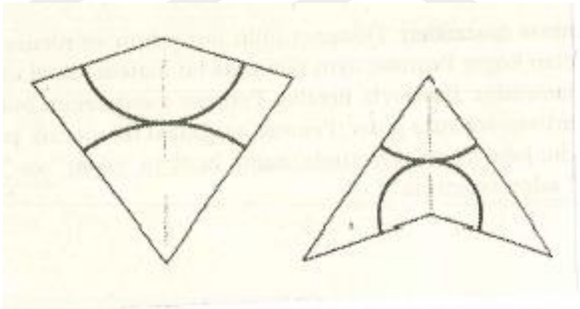
## 2.7 Penrose Mozaikleri

Penrose aşağıdaki iki mozaik parçasını buldu; John Conway yerinde olarak bunlara ‘oklar’ ve ‘uçurtmalar’ adını vermiştir.



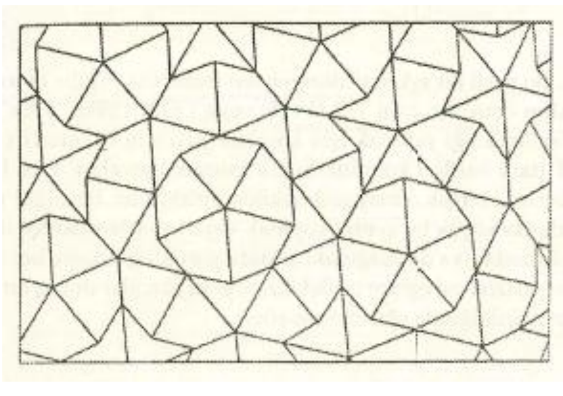

Şekil 2.17 (Wells, 2011)

Bu iki şekil bir eşkenar dörtgenden yapılır. ϕ uzunluğu altın orandır, yani $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ veya 1,618….Aşağıda yer alan şekilde görüldüğü üzere her mozaik parçası üzerine eğriler çizilebilir; öyle ki parçalar doğru bir şekilde birleştirildiğinde eğri devam eder.



Şekil 2.18 (Wells, 2011)

Bu iki şekil bir düzlemi periyodik (devirli) olmayan bir şekilde sonsuza kadar döşeyebilir. Penrose mozaikleri oktan daha fazla sayıda uçurtma gerektirir; oran yaklaşık ϕ dir. Mozaik sonsuza giderken bu oran tam değerini alır.

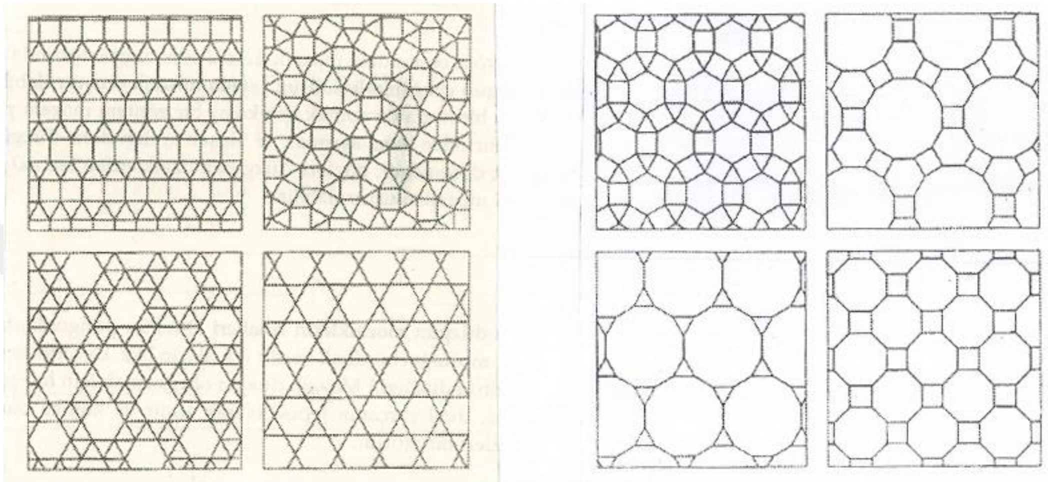


Şekil 2.19 (Wells, 2011)

Wells'e göre, sonsuz Penrose mozaiğinde sonlu bir bölge, bir kere değil sonsuz kere belirir. Bunun önemli bir sonucu şudur: Penrose mozaiği üzerinde gezerken, o anda hangi mozaik parçası üstünde olduğumuzu anlamamız imkansız olur.

## 2.8 Yarı Düzgün Mozaikler

Geometride 8 adet yarı düzgün veya Arşimet tipi mozaik vardır; bunların hepsi düzgün çokgenlerden yapılmıştır; her köşe etrafında mozaikleşme deseni aynıdır ve her köşe etrafında en az iki farklı şekil vardır (Şekil 2.20) (Wells, 2011).

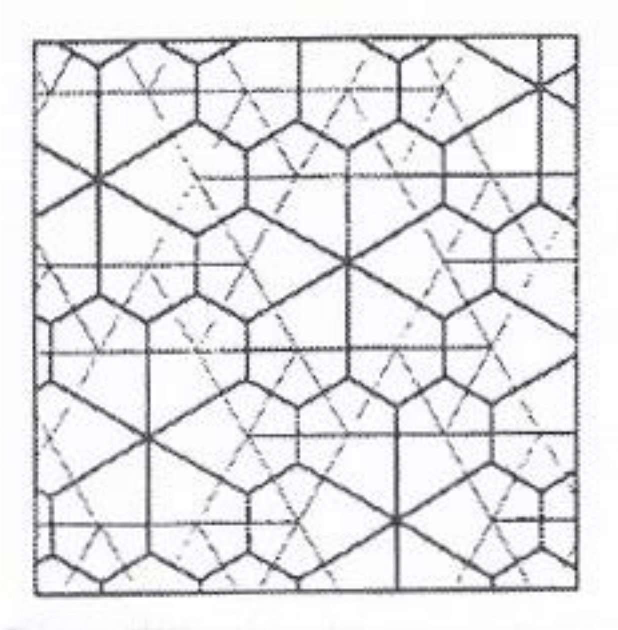


Şekil 2.20 (Wells, 2011)

Her köşe etrafında mozaik deseni aynı olmak zorunda olmazsa, düzgün çokgenlerle sonsuz sayıda mozaik oluşturulabilir. Yarı düzgün bir mozaik yapmak için kolay bir yöntem mozaik parçalarını birbirinden biraz ayırmak ve oluşan aralığı daha düzgün çokgenlerle döşemektir; böylece düzgün mozaiklerden (en az) iki yarı düzenli mozaik oluşturulabilir.

## 2.9 Yarı Düzgün Mozaiklerin Dualleri

Düzgün poligonlardan oluşan her mozaiğin bir duali vardır. Mozaik dualini oluşturmak için her parçanın merkezi, dual parçanın tepesi olarak alınır ve komşu parçaların merkezleri birleştirilir.

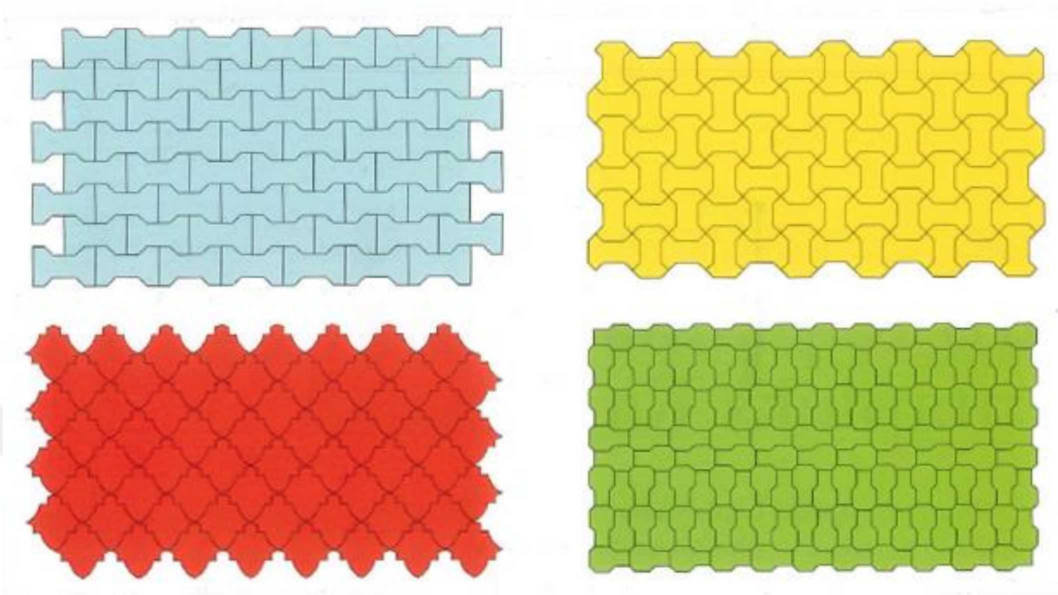


Şekil 2.21 (Wells, 2011)

Üç düzgün mozaikten düzgün altıgensel ve eşkenar üçgensel mozaikler birbirinin dualidir; kare mozaikse kendi kendisinin dualidir. Yarı düzgün mozaiklerin hepsinin daha az düzgün birer duali vardır. Örneğin kare ve eşkenar üçgen mozaiklerin duali kahire mozaiğidir. Şekil 2.21'deki ince çizgiler düzgün altıgen ve eşkenar üçgenden oluşma mozaiği, kalın çizgiler bunun dualini göstermektedir (Wells, 2011).

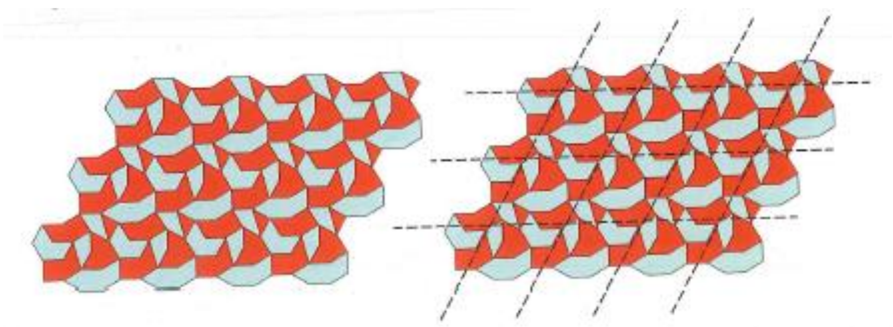
# 3 KARO KAPLAMALAR VE PENTAPLEKS KAPLAMALAR

Genel olarak, kaplamada kullanılan karoların rastgele yerleştirilmesi yerine, kaplamanın bir kısmının kendini tekrarlama özelliği kullanılır. Eğer bir kaplamanın belirli bir kısmı, iki farklı doğrultuda, sabit bir mesafe gidip devamlı kendini tekrarlıyorsa, o kaplama periyodik bir kaplamadır (Arık ve Sancak, 2007).



Şekil 3.1 (Arık ve Sancak, 2007)

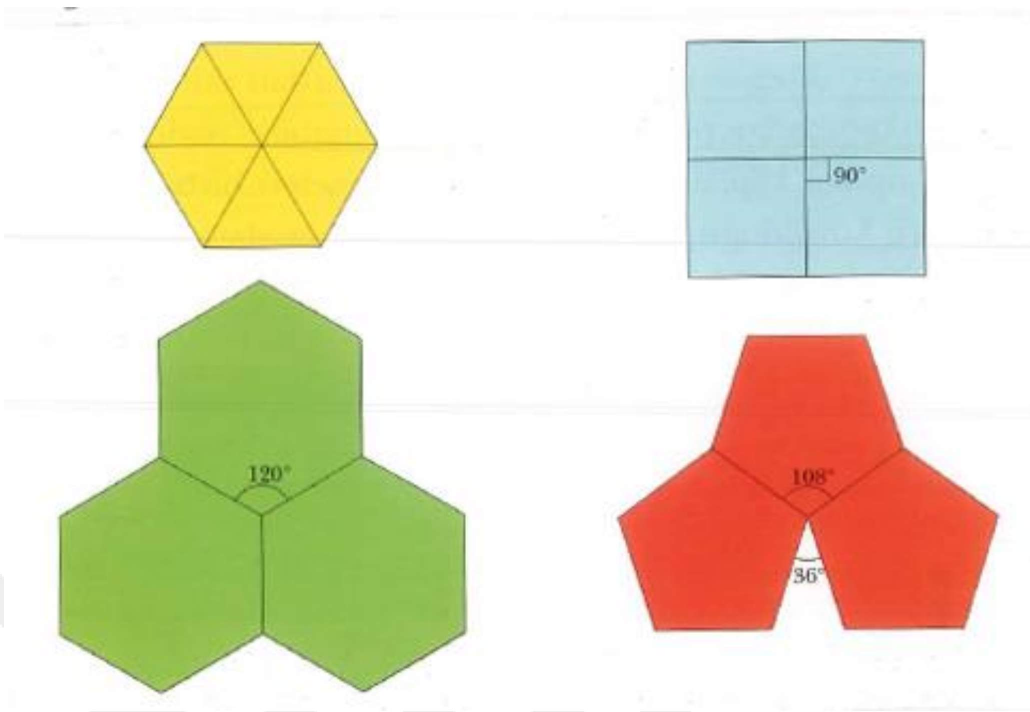
Periyodik bir kaplamada kendini tekrar eden kısımlar paralel kenarlarla gösterilebilir. Her periyodik kaplama, çok sayıda paralel kenarın birleşiminden oluşan, daha büyük paralel kenarlarla da gösterilebilir.



Şekil 3.2 (Arık ve Sancak, 2007)

Bazı karo ve karo kümeleriyle sadece periyodik kaplama yapılabilir. Bazı karo ve karo kümeleri ise hem periyodik, hem de periyodik olmayan kaplamalar yapmaya izin verir. Periyodik kaplama yapılması mümkün olmadığı halde, düzlemi sonsuza kadar kaplayabilen karo kümeleri de mevcuttur (Arık ve Sancak, 2007).

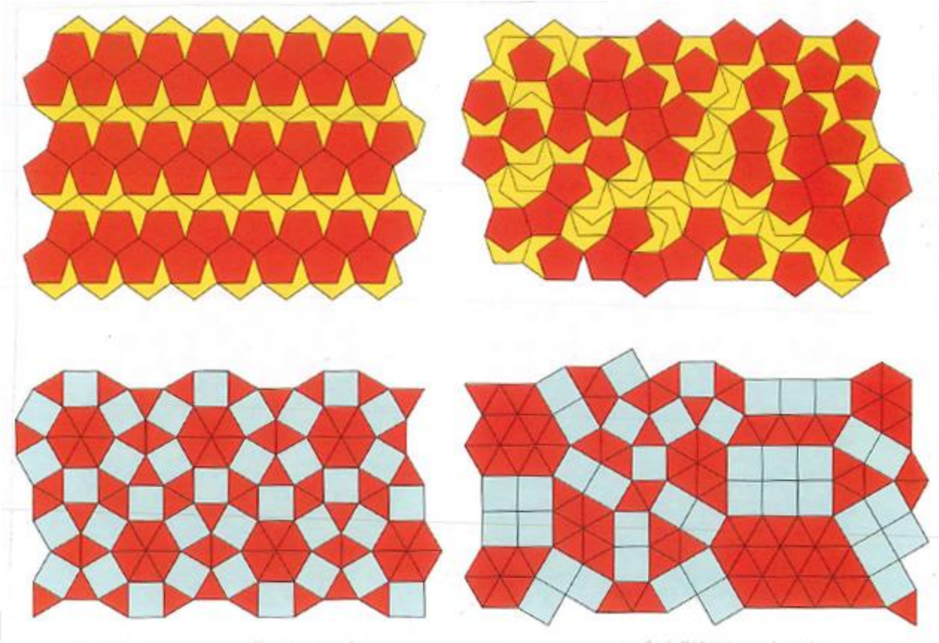
Eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen şeklinde karolardan yalnız biri kullanılarak düzlem sonsuza kadar kesintisiz periyodik olarak kaplanabilir.




Şekil 3.3 (Arık ve Sancak, 2007)

Düzgün beşgenin iç açısı 360 dereceyi tam olarak bölmediği için, eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen gibi tek başlarına kullanılarak düzlemi kaplayamazlar. Altıgenin üstündeki n-genler de, düzgün beşgen gibi tek başlarına düzlemi kaplamak için yetersizdirler.

Hem periyodik ve hem de periyodik olmayan kaplamalar yapmak için tek karo kullanılabildiği gibi, çok sayıda farklı karo da kullanılabilir.

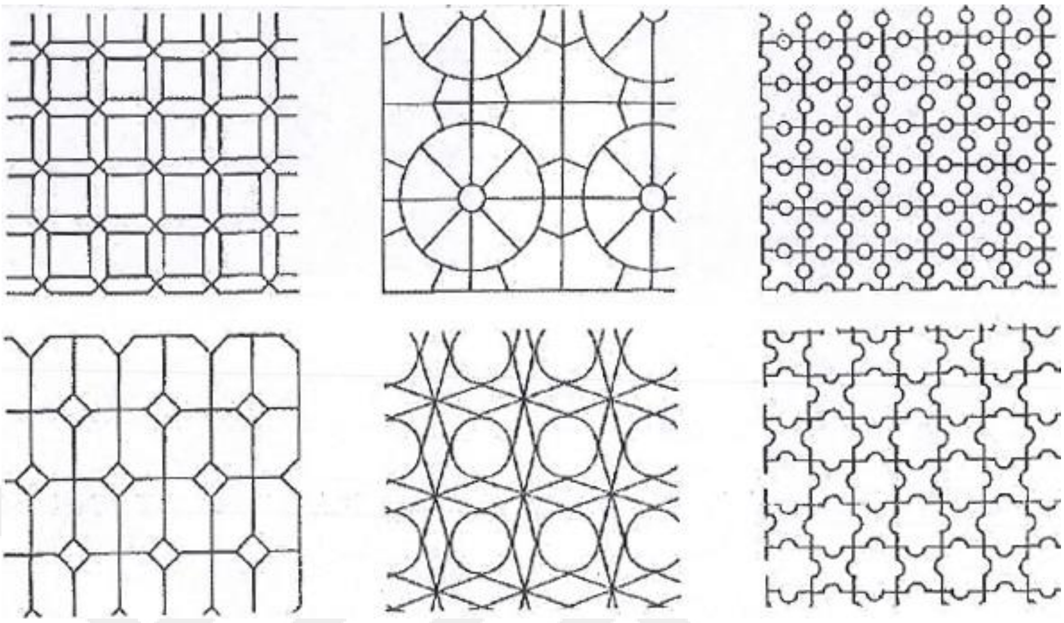


Şekil 3.4 (Arık ve Sancak, 2007)

Hem periyodik, hem de periyodik olmadan düzlemi kaplayabilen karo kümeleri çok farklı kaplamalar yapılabilmesine olanak sağlar. Estetik anlayışımız kaplamanın elbette periyodik olmasından yanadır.

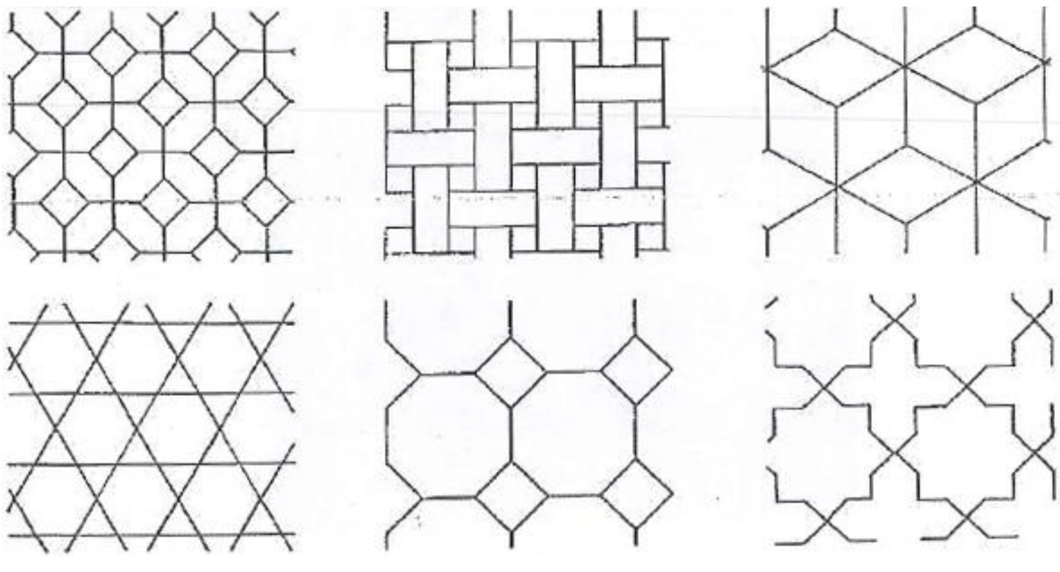
Şekil 3.5 (Grunbaum and Shephard 1987)

Şekil 3.5’de antik Roma döneminden kalma bir mozaik görülüyor. Bu desen periyodik kaplamaya örnek olarak verilebilir.



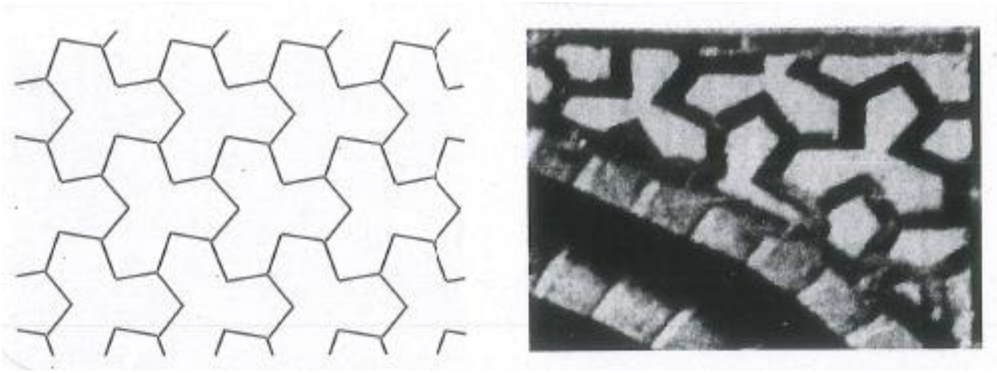
Şekil 3.6 (Grunbaum and Shephard 1987)

Portekizde 15. Yüzyıldan kalma antik yapılarda karşılaştığımız süslemeler (Şekil 3.6)



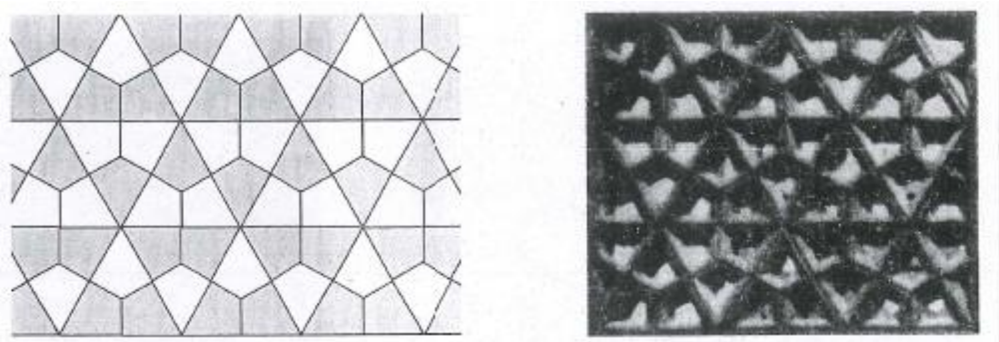
Şekil 3.7 (Grunbaum and Shephard 1987)

Avrupa ve Ortadoğu’da mimari yapılarda kullanılan kaplama desenleri (Şekil 3.7)



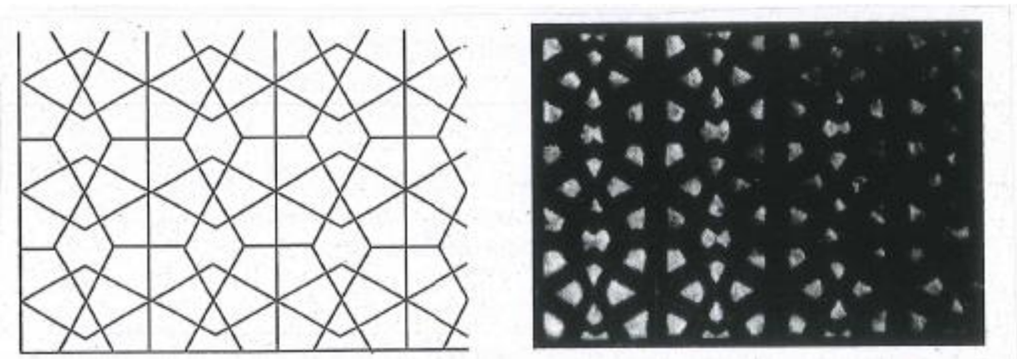
Şekil 3.8 (Demiriz, 2004)

Şekil 3.8'de Sivas, İzzettin Keykavus Şifahanesi. Türbe cephesinde mozaik çini



Şekil 3.9 (Demiriz, 2004)

Şekil 3.9'da Bursa Hüdavendigar Cami'nden bir süsleme gösterilmiştir



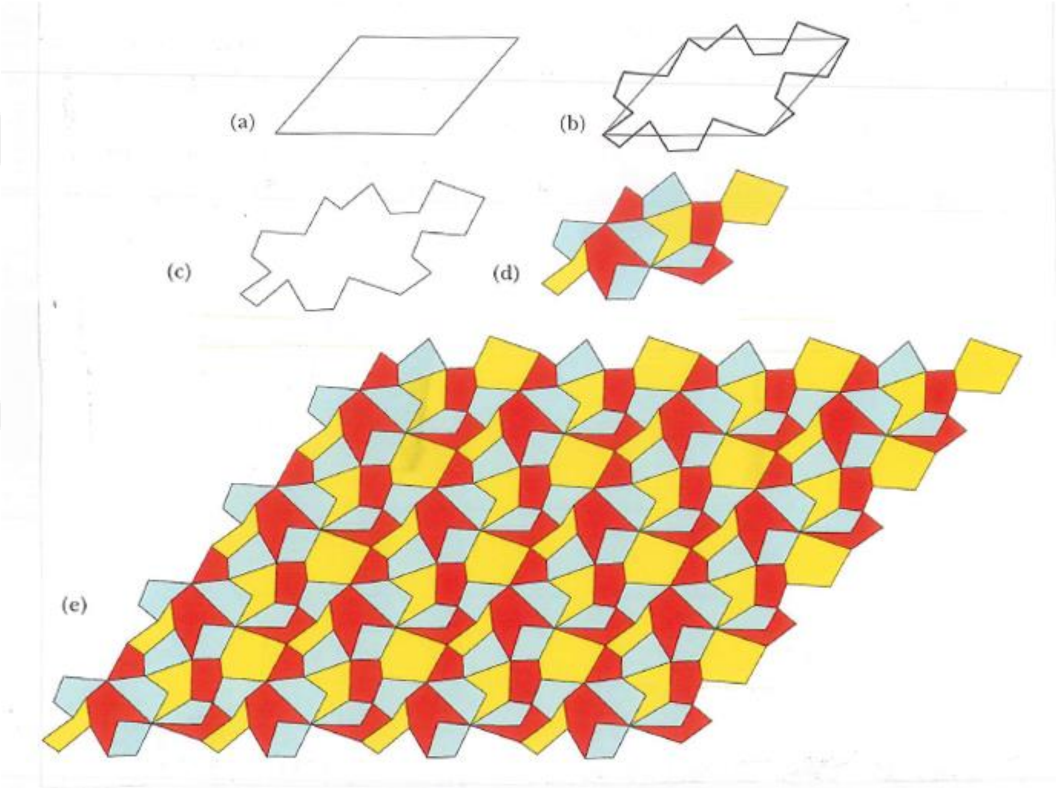
Şekil 3.10 (Demiriz, 2004)

Şekil 3.10'da Kahire El Borayni mescidi, ahşap minberin bir detayı gösterilmiştir.

İslam dininde insan ve hayvan tasvirinin (resim ve heykellerinin) geçmişte yasaklanmış olması, ayrıca geometri (hendese) bilimine verilen önem, süsleme sanatında geometrik motiflerin daha sık kullanılmasına neden olmuştur. İslam sanatında saray, cami, mescit, medrese, han, kervansaray, türbe ve mezar taşı yüzeylerinin süslenmesinde, yazı ve bitkisel motiflerle birlikte geometrik şekiller de sıkça kullanılmaktadır.

Başta bahsettiğimiz periyodik kaplama ile ilgili tekniklere dönecek olursak; aslında periyodik kaplama, tek karonun ya da içi çok sayıda parçaya bölünmüş tek karonun düzlemi periyodik olarak kaplamasından başka bir şey değildir. En karmaşık periyodik kaplama bile bir paralelkenarın, paralel kenarlarında birbirlerine uyacak şekilde girinti ve çıkıntılar yapılıp, içinin çok sayıda parçaya bölünmesinden ibarettir. Bu yüzden paralelkenar, tüm periyodik kaplamanın harita karosudur (Arık ve Sancak, 2007).

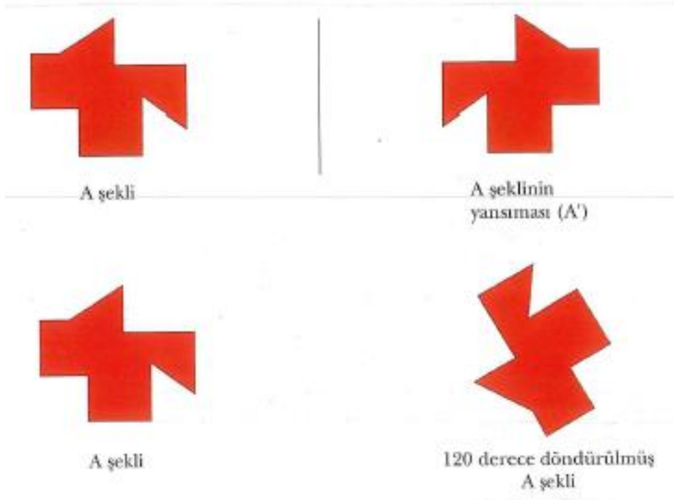
Periyodik kaplama yapmak için yapılması gereken şey; bir paralelkenarın içini paralel kenarlar birbirine uyacak biçimde karo ya da karo kümeleriyle sabitleyip, paralelkenarı iki doğrultuda tekrar ettirmekten ibarettir (Şekil 3.11).




Şekil 3.11 (Arık ve Sancak, 2007)

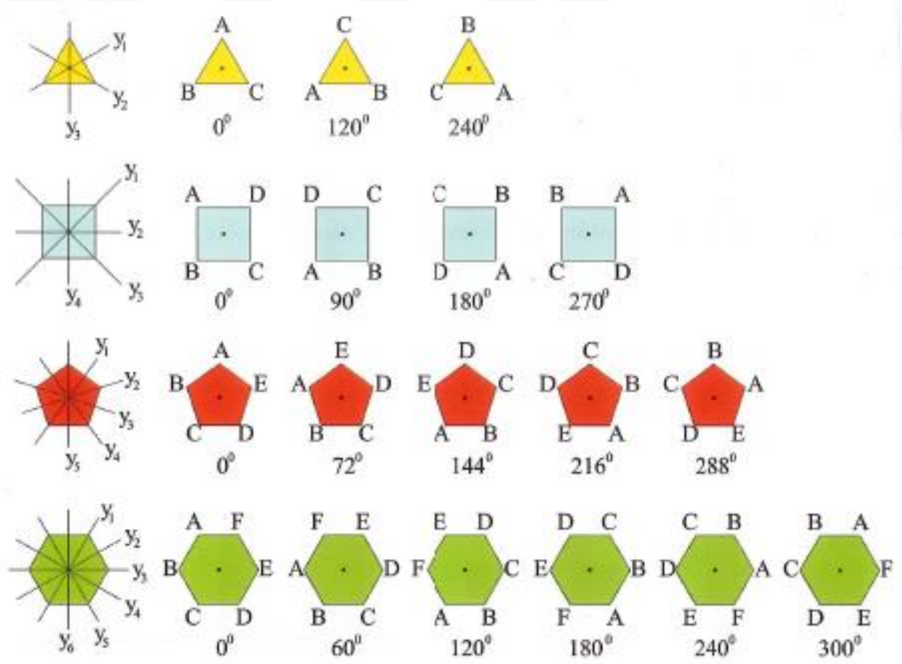
## 3.1 Simetriler

Bazı geometrik şekiller ve kaplamalar, yansıma ve dönme işlemleri uygulandığında değişmeyebilir. Bir geometrik şekil doğrusal bir eksene göre yansıtıldığında değişmiyorsa, şeklin o eksene göre yansıma simetrisi vardır. Bir geometrik şekil düzlemde bir merkez etrafında 360 derecenin herhangi bir tamsayıya bölümünden elde edilen 360/n derece bir açı ile döndürüldüğünde değişmeyip aynı kalıyorsa, o şeklin n'li dönel simetrisi vardır.



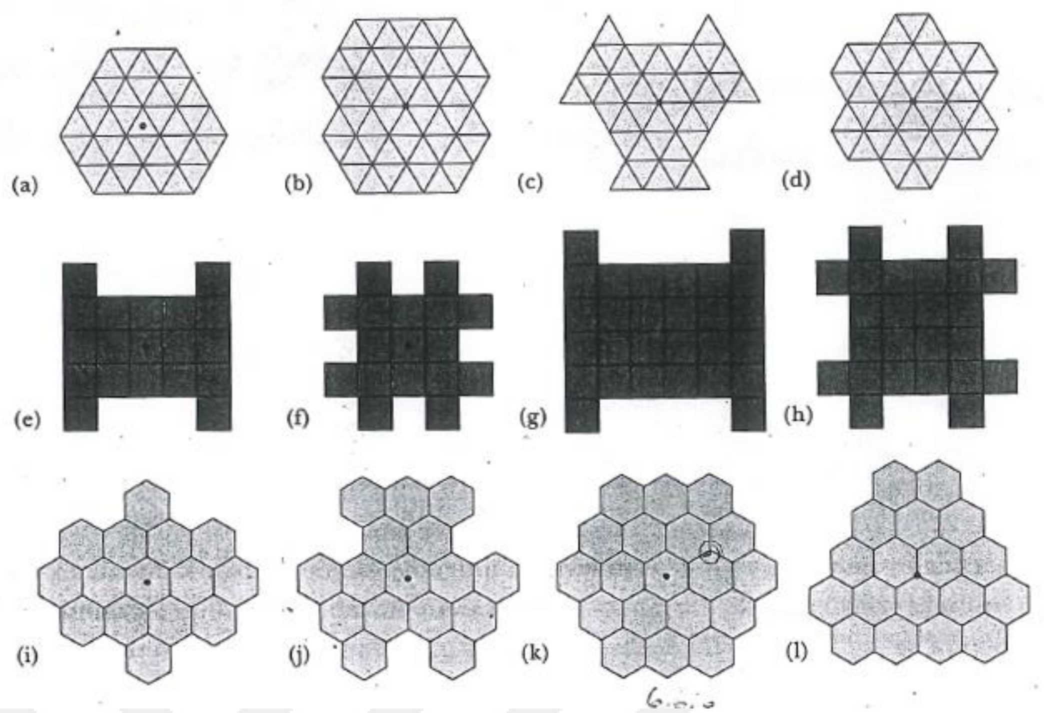

Şekil 3.12 (Arık ve Sancak, 2007)

Yansıma simetri ekseni olmayan karo ve kaplamaların yansımaları döndürülerek elde edilmez. Bir veya daha fazla yansıma simetri ekseni olan karo veya kaplamanın yansımaları ise karo veya kaplama döndürülerek de elde edilebilir (Arık ve Sancak, 2007).



Şekil 3.13 (Arık ve Sancak, 2007)

Şekil 3.13'de düzgün geometrik şekillerden eşkenar üçgen, kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgenin sahip olduğu tüm yansıma simetri eksenleri ve dönel simetrileri gösterilmiştir (Arık ve Sancak, 2007).

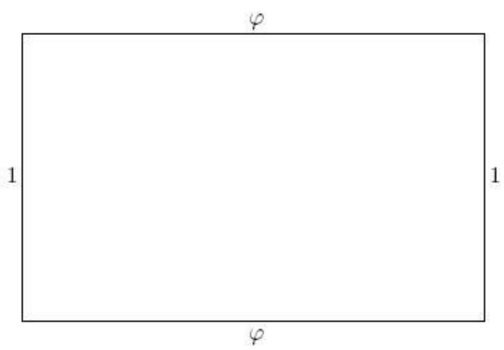



Şekil 3.14 (Arık ve Sancak, 2007)

Sadece eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen şeklinde karolar kullanılarak, dönel simetri merkezinin karonun köşesinde ya da merkezinde olduğu değişik dönel simetriye sahip sonlu kaplamalar yapılabilir.

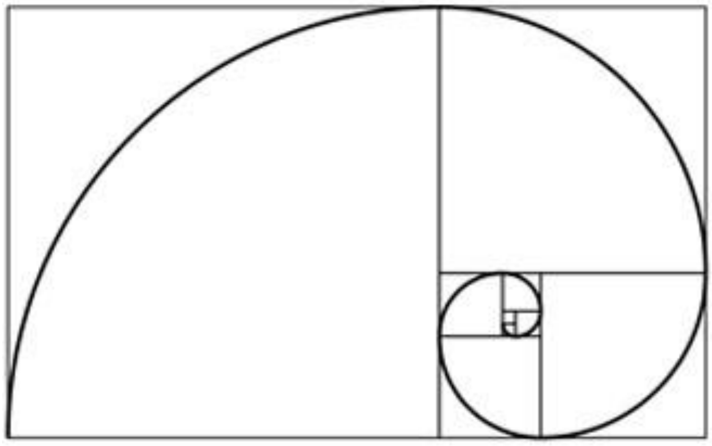
## 3.2 Altın Oran

Altın oran, $\tau$ (tau) ya da $\phi$ (fi) simgeleriyle gösterilir. Altın orandan tarihte ilk olarak, M.Ö.300'lü yıllarda yaşayan Yunanlı Eukleides (öklit) tarafından yazılmış Elementler adlı kitapta bahsedilmektedir. Uçları A ile B olarak isimlendirilen bir doğru parçası üzerinde AB/AC=AC/CB eşitliğini sağlayan bir C noktası alındığında, bu durumda AB/AC=AC/CB=$\phi$ olduğu ortaya çıkar. Buradan altın oran $\phi$'nin değerinin $\phi^2 = \phi + 1$ denkleminin pozitif kökü olduğu sonucuna ulaşılır. Bu pozitif kökün sayısal değeri de yaklaşık olarak 1.618 dir.



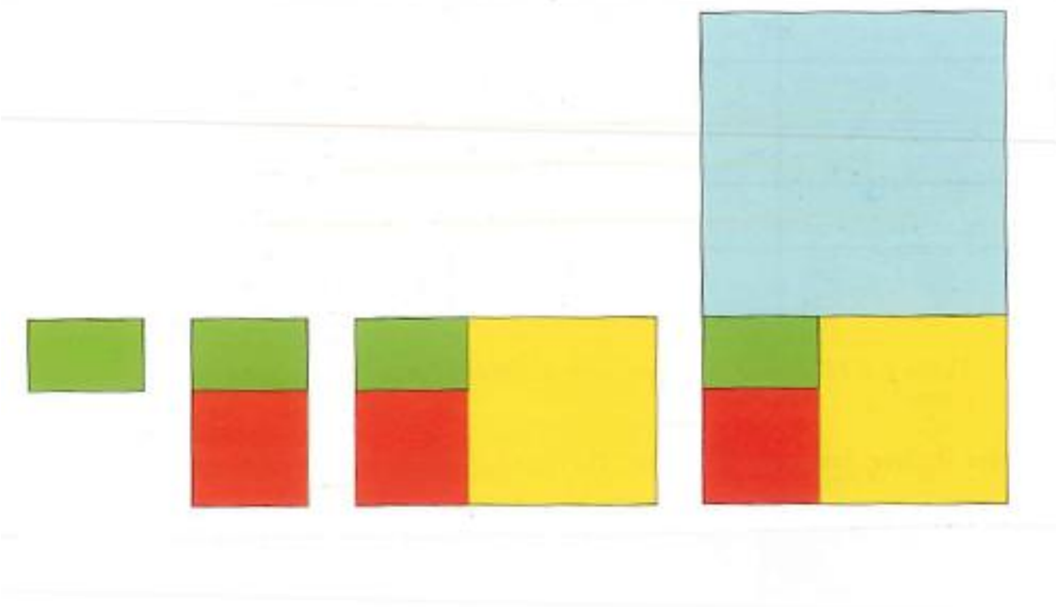

Şekil 3.15

Altın dikdörtgeni devamlı saat yönünde ya da tersi yönde ortaya çıkacak şekilde oluşturup, ortaya çıkan karelerin içine de yarıçapı karenin kenarı olacak kadar, yaylar çizilirse, doğada salyangoz kabuğunda görülebilen spirale yakın bir şekil elde edilir (Şekil 3.16).



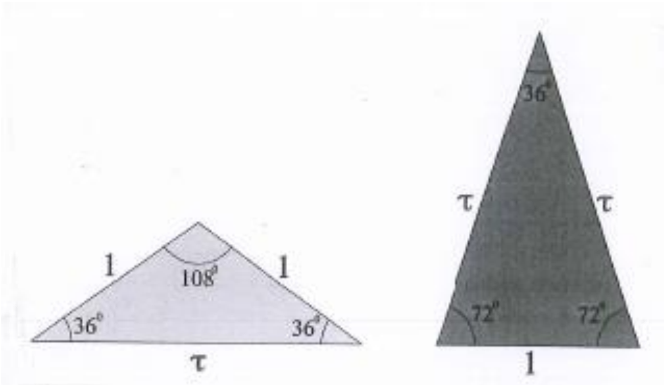
Şekil 3.16

Bir altın dikdörtgenin içini karelerle doldurma işleminin tersini yapmak da mümkündür. Bir altın dikdörtgenin etrafını Şekil 3.17'de gösterildiği gibi karelerle örüp her seferinde daha büyük bir altın dikdörtgen oluşturabiliriz (Arık ve Sancak, 2007).



Şekil 3.17 (Arık ve Sancak, 2007)

Kenarları oranı altın oranı veren altın dikdörtgen gibi, kenarları oranı altın oranı veren iki adet altın üçgen vardır (Şekil 3.18).

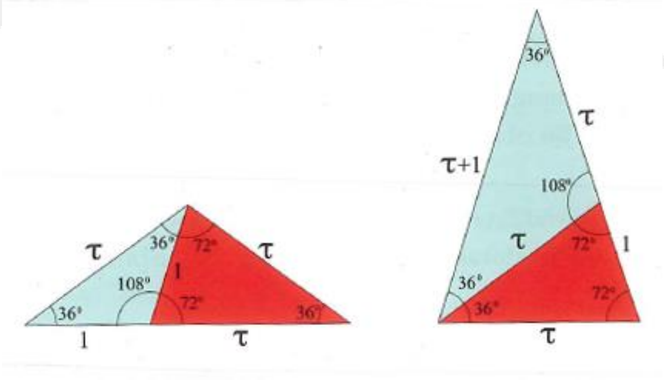



Şekil 3.18 (Arık ve Sancak, 2007)

Altın üçgenlerin ilginç bir özelliği şudur; herhangi bir tanesi, ikisi ortaya çıkacak şekilde iki parçaya ayrılabilir. Buradan yola çıkarak şunları söyleyebiliriz:

1.İki altın üçgenden bir tanesinin içi sonsuz sayıda altın üçgenlerle doldurulabilir.

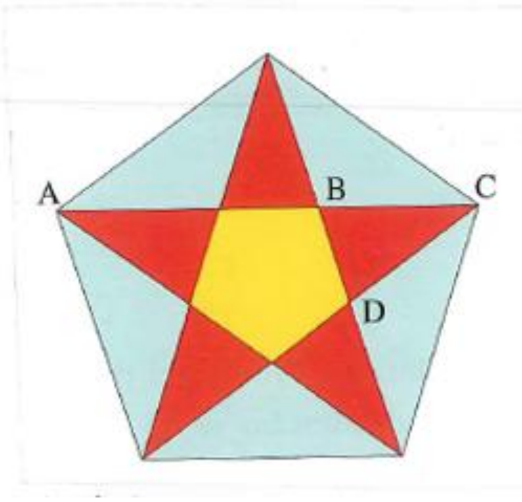
2.Bu iki altın üçgen sonsuz defa birleştirilerek sonsuz büyüklükte bir altın üçgen oluşturulabilir (Arık ve Sancak, 2007).




Şekil 3.19 (Arık ve Sancak, 2007)

Bir altın üçgenin içi ne kadar çok sayıda iki farklı altın üçgene bölünürse, alanı büyük olan altın üçgenlerin sayısının, alanı küçük olan altın üçgenlerin sayısına oranı, o kadar altın orana yaklaşacaktır.

Bir altın üçgenin parçalanarak daha küçük altın üçgenlere dönüştürülmesini göstermenin en güzel yöntemlerinden biri de, düzgün bir beşgenin içine, köşeleri düzgün beşgenin köşelerine denk gelecek şekilde bir yıldız çizmektir (Şekil 3.20). Altta gösterilen şekilde AC/AB=AB/BC=BC/BD eşitliği altın oranın değerini verecek şekilde sağlanır (Arık ve Sancak, 2007).



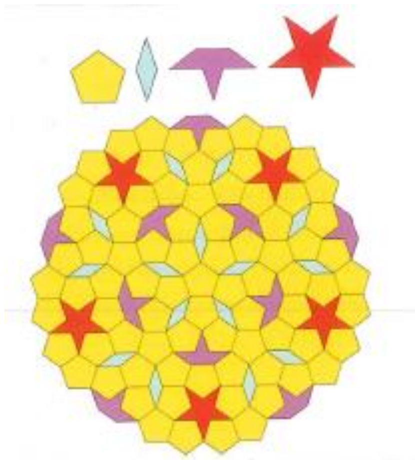

Şekil 3.20 (Arık ve Sancak, 2007)

Aynı işlem merkezdeki beşgene defalarca uygulanıp, bir düzgün beşgenin etrafı farklı büyüklükteki altın üçgenlerle kaplanabilir.

## 3.3 Pentapleks Kaplamalar

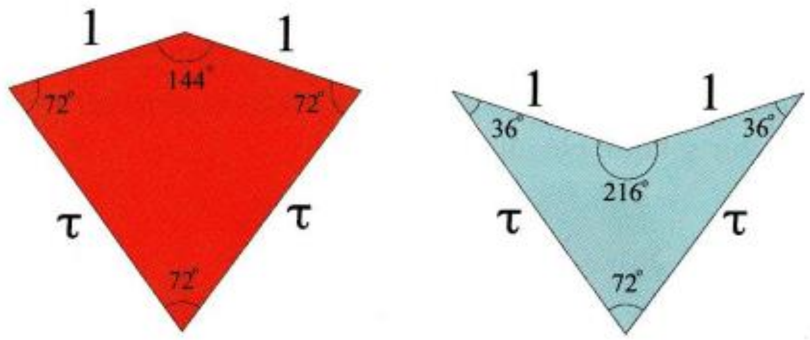
Roger Penrose, genel görelilik teorisi üzerine yapmış olduğu çalışmalarla ünlü bir fizikçidir. Stephen Hawking ile birlikte, genel görelilik kuramının, evrenin büyük patlamayla başlaması gerektiği öngörüsünü ispatlamıştır. Evrendeki büyük patlama ve kara delik gibi tekilliklerin doğrudan gözlemlenemeyeceğini söyleyen kozmik sansür hipotezini de Penrose bulmuştur. Penrose ayrıca periyodik olmadan düzlemi kaplayabilen karo kümeleri üzerine 1973 yılında çalışmaya başlayıp, biri altılı, diğer ikisi ikili olmak üzere toplam üç farklı pentapleks karo kümesi oluşturmuştur. Periyodik kaplaması mümkün olmayan beşli dönel simetriye sahip kaplama yapabilen karo kümeleri, Penrose tarafından keşfedilmiştir. Yine onun tarafından bu tür karo kümeleri ‘pentapleks karo kümeleri’ olarak, pentapleks karo kümelerinden yapılmış kaplamalar da ‘pentapleks kaplamalar’ olarak isimlendirilmiştir.

Penrose’un ilk keşfettiği karo kümesi P1 olarak tanımlanmıştır. P1 karo kümesi düzlemi düzgün beşgenler ve en az sayıda ilave geometrik şekil kullanılarak periyodik olmadan kaplamaya çalışmaktan çıkarılmış bir sonuçtur (Arık ve Sancak, 2007).



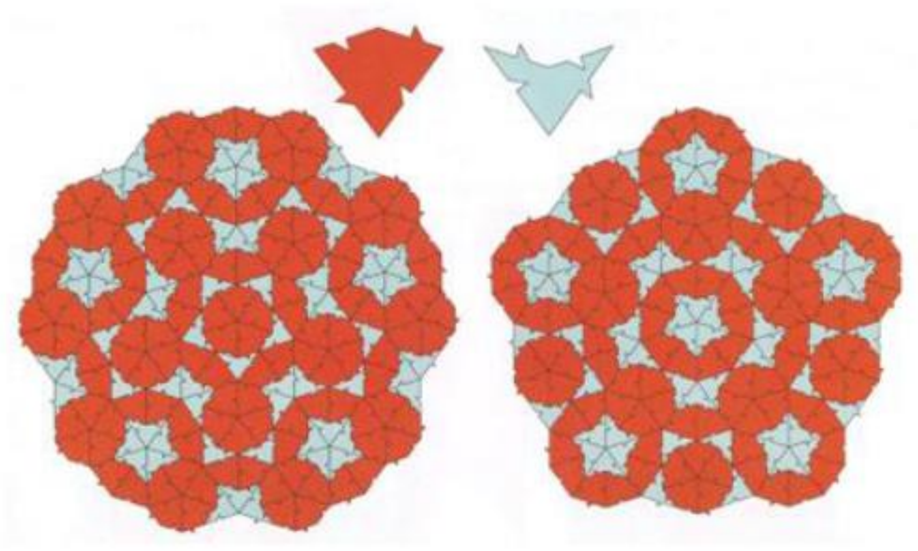
Şekil 3.21 (Arık ve Sancak, 2007)

Penrose’un iki karodan oluşan ilk pentapleks karo kümesi olan P2’nin karoları, ok ve uçurtmaya benzediği için bu isimlerle tanımlanmıştır. Şekil 3.22’de bu karoların kenar uzunlukları ve iç açıları verilmiştir. Karoların iki farklı uzunlukta kenarları vardır. Karoların uzun kenarlarının kısa kenarlarına oranı, altın oranı verir. Ayrıca büyük karo olan uçurtmanın alanının, küçük karo olan okun alanına oranı, yine altın oranı vermektedir (Arık ve Sancak, 2007).




Şekil 3.22 (Arık ve Sancak, 2007)

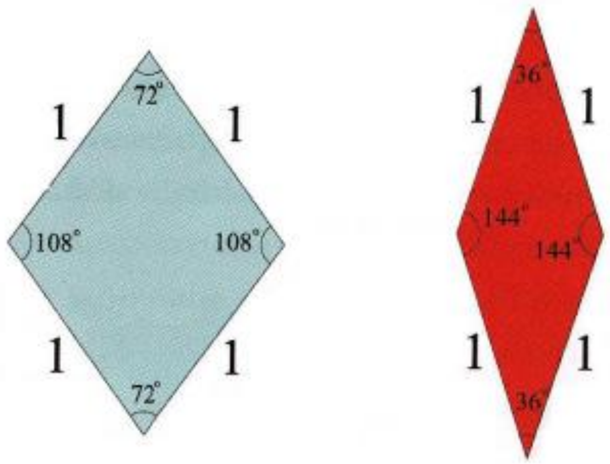
Ok ve uçurtmadan oluşan karo kümesiyle periyodik kaplama yapılabileceğinden, karoların kenarlarına periyodik kaplama yapılmasını engelleyen çentikler yerleştirerek, düzlemi periyodik kaplamaları engellenmiştir. Şekil 3.23’de ok ve uçurtmanın düzlemi periyodik kaplamayan çentikli hali ve bu çentikli halleriyle yapılabilecek iki adet beşli dönel simetriye sahip kaplama gösterilmiştir. P2 pentapleks karo kümesiyle bu ikisinden farklı beşli dönel simetriye sahip üçüncü bir kaplama daha yapılamaz (Arık ve Sancak, 2007).



Şekil 3.23 (Arık ve Sancak, 2007)

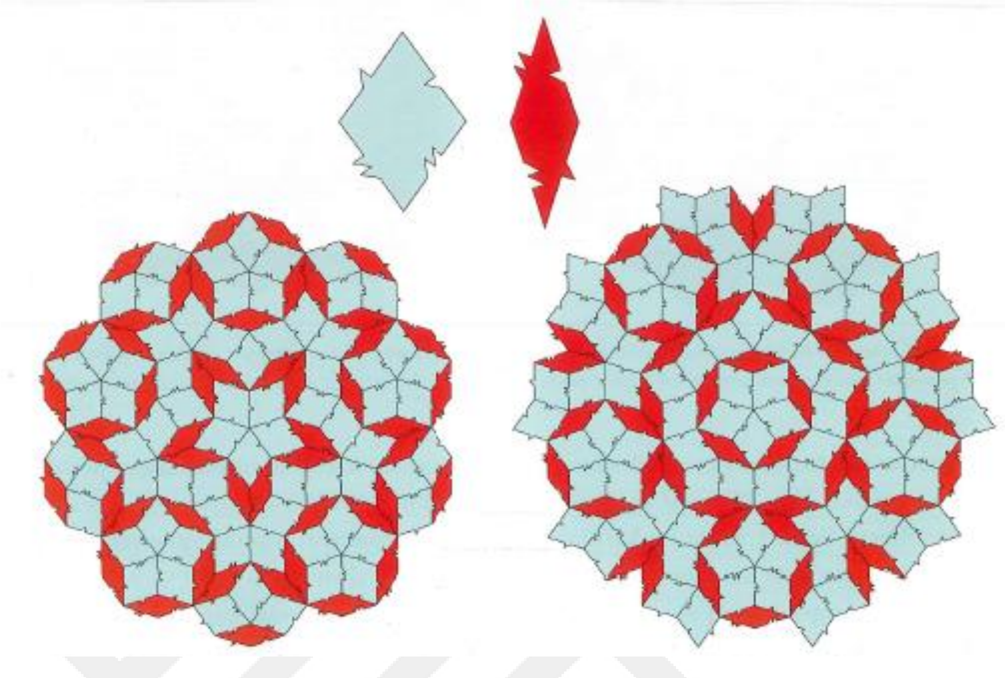
Ok ve uçurtmadan yapılmış bir kaplama ne kadar büyükse, kaplama içinde büyük karo olan uçurtmaların sayısının, küçük karo olan okların sayısına oranı, o kadar altın orana yaklaşacaktır.

Penrose'un düzlemi periyodik olarak kaplamayan iki karodan oluşan diğer pentapleks karo kümesi olan P3, zayıf ve şişman olarak isimlendirilmiş iki farklı eşkenar dörtgenden oluşur (Şekil 3.24). Şişman eşkenar dörtgenin alanının zayıf eşkenar dörtgenin alanına oranı, yine altın oranı verir (Arık ve Sancak, 2007).




Şekil 3.24 (Arık ve Sancak, 2007)

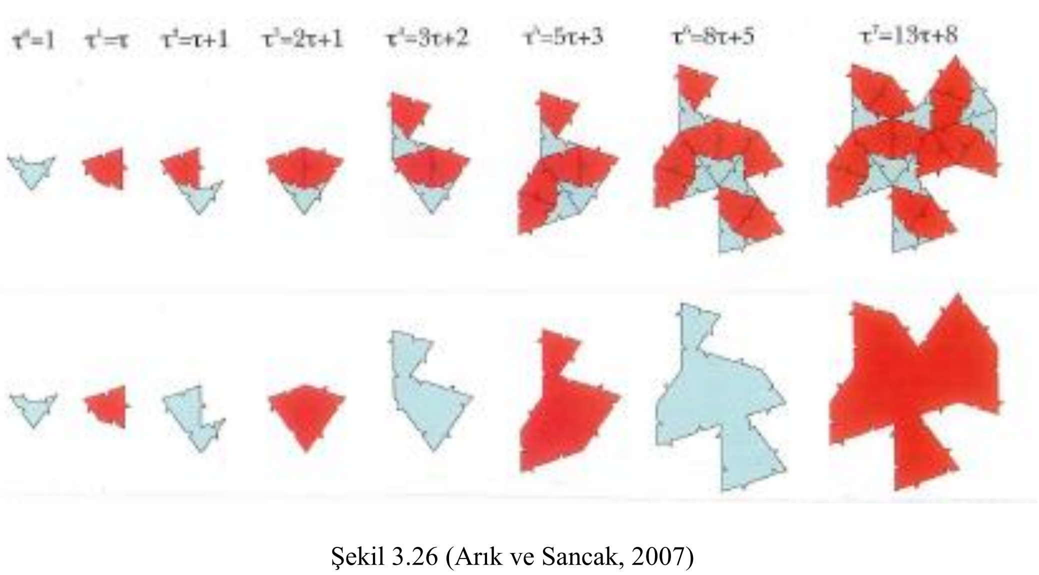
Eşkenar dörtgenlerden oluşan ikili karo kümesiyle de periyodik kaplama yapılabileceğinden, bunların kenarlarına da periyodik kaplama yapılmasını engelleyen çentikler yerleştirilmiştir (Şekil 3.25).



Şekil 3.25 (Arık ve Sancak, 2007)

P3 pentapleks karo kümesiyle bu ikisinden (Şekil 3.25) başka üçüncü bir beşli dönel simetriye sahip kaplama daha yapılması mümkün değildir.

Penrose'un ikili karo kümelerini Fibonacci dizisiyle (1,1,2,3,5,8,13,...) birleştirerek, değişik ama daha büyük ve çok kenarı olan karolar elde edilebilir. Şekil 3.26'da ok ve uçurtmanın Fibonacci dizisiyle birleştirilmesiyle oluşturulmuş karolar gösterilmiştir. Fibonacci dizisiyle ok ve uçurtmaları birleştirme işlemini daha da ilerletmek mümkündür (Arık ve Sancak, 2007).

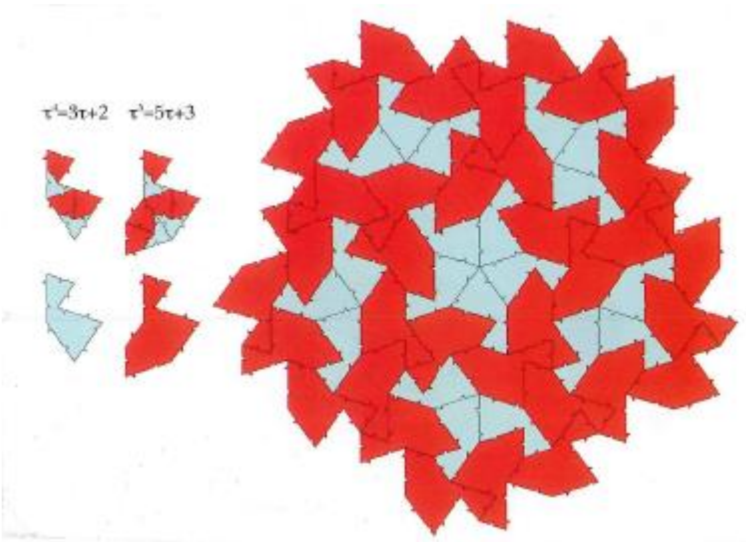



Şekil 3.26 (Arık ve Sancak, 2007)

P2 pentapleks karo kümelerini fibonacci dizisiyle birleştirerek yeni pentapleks karo kümeleri elde edilebilir.

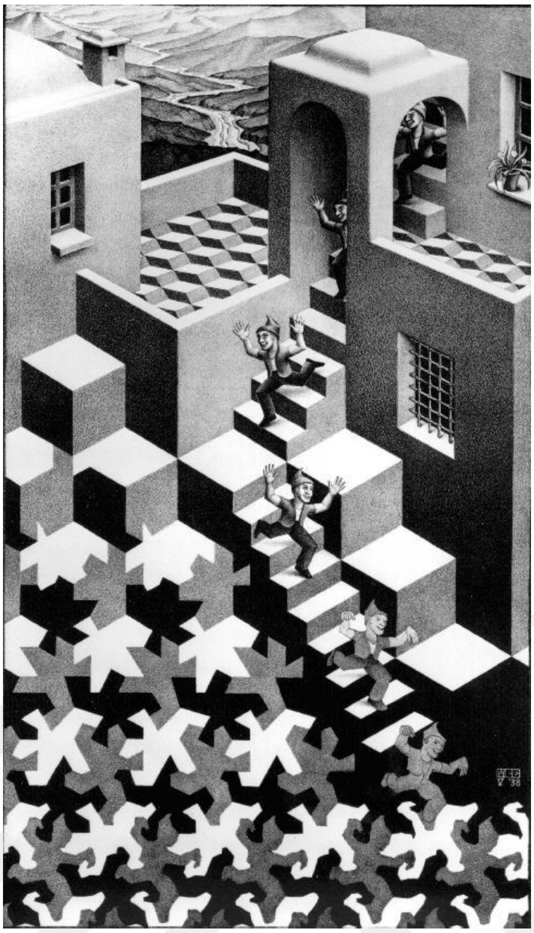
Fibonacci dizisiyle birleştirilip oluşturulan karolardan hepsi birden kullanılarak periyodik olmayan kaplamalar yapılabileceği gibi, $\tau^n$ karosu, $\tau^{n+1}$ ya da $\tau^{n-1}$ karosuyla birlikte ikili karo kümesi olarak da düzlemi periyodik olmadan sonsuz büyüklükte kaplayabilir. Karolar, bir ve iki önceki karonun birleşiminden elde edilmektedir. ($\tau^n = \tau^{n-2} + \tau^{n-1}$)

Tüm ikili pentapleks karo kümelerinde olduğu gibi, büyük karonun alanının, küçük karonun alanına oranı altın oranı verir. Kaplama büyüdükçe kullanılan karoların sayılarının oranı da yine altın oranı verecektir (Arık ve Sancak, 2007).




Şekil 3.27 (Arık ve Sancak, 2007)

Şekil 3.27'de örnek olarak, üç uçurtma ve iki okun birleşiminden oluşan bir karoyla, beş uçurtma ve üç okun birleşiminden oluşan bir karoyu kullanarak yapılmış beşli dönel simetriye sahip bir pentapleks kaplama gösterilmiştir. Bu kaplama Escher'in Cycle (döngü) eserinde 'iki boyuta hapsolan adam' gibi motifler içermesi açısından ilginçtir.



Şekil 3.28 (Escher, Cycle,1938)

Escher Cycle (döngü) (1938 47,5*28cm) eserinde sağ üst köşede neşeli bir delikanlı evinden fırlayarak çıkıyor. Merdivenlerden aşağı koşturduğu sırada kendine özgü niteliğini yitiriyor ve siyah, beyaz, gri şekillerden oluşan tekdüze örgüdeki yerini alıyor. Resmin sağ üst bölümündeki dağlık manzara, üçboyutlu gerçekliğin, alt bölümdeki doku ise özgürlüğü kısıtlayan iki boyutlu sınırlamanın en üst düzeyini sergiliyor (Escher,1989). Bizde özgürlüğün olmadığı iki boyuta sıkışıp kalmış desenleri ve motifleri incelediğimize göre Escher'e hak verebiliriz.

Roger Penrose ile ilgili birkaç şey daha söylenebilir; Penrose'a şöhret önemli oranda genel görelilik teorisiyle gelmiş bulunsa da, soyut matematikte de büyük başarıları vardır. Kendini tekrarlayan hangi düzlemsel şekillerle bir yüzey tam olarak kaplanabilir? Biliyoruz ki eşkenar üçgenlerle, dörtgenlerle, düzgün altıgenlerle periyodik kaplama yapılabilir. Penrose, periyodik olmayan düzlem kaplaması veren binlerce farklı şekil üzerinde yıllarca çalıştıktan sonra, bunlardan bağımsız olanların sayısını önce altıya sonra ikiye indirmeyi başardı. Penrose şekilleri Escher'e de esin kaynağı olmuştur. Penrose salt matematiksel merak nedeniyle bulduğu bu şekillerin sonradan kristalimsi (quasicrystal) denen kimyasal maddelerin niteliklerini açıklamakta kullanılmış olmasını, temel bilim araştırmalarının toplumsal yararını kanıtlayan çarpıcı bir örnek olarak göstermektedir (Dereli, 2015).

## 3.4 Yinelenmeyen Matematik Problemleri

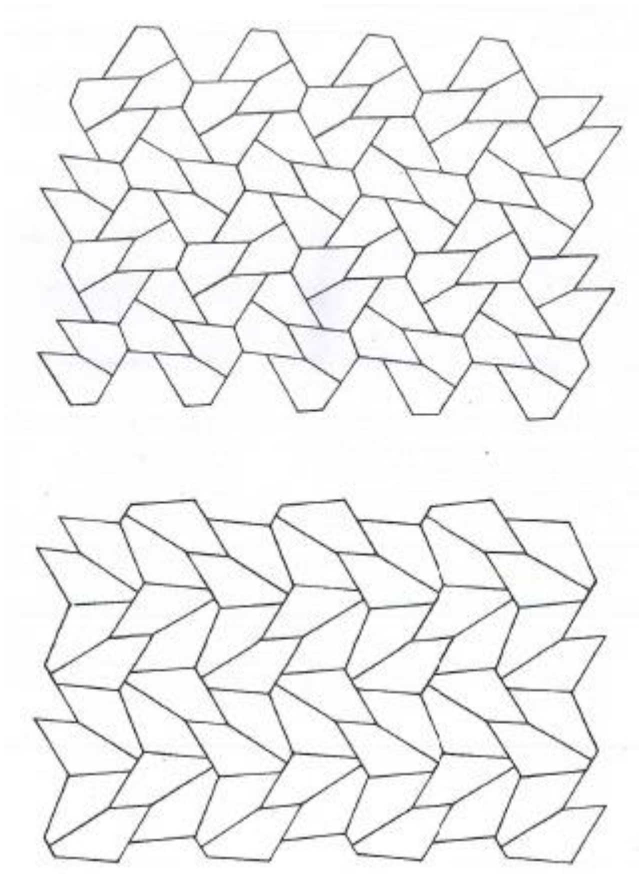
Matematiğin yinelenmeyen problemlerle karşılaşıldığı bir çok alanı vardır. Bu nedenle, yanıtı ya ‘evet’ veya ‘hayır’ olan, fakat bu yanıtlardan hangisinin doğru olduğuna karar verilmesini sağlayacak genel bir algoritmanın var olmadığı problemler sınıflarından bazıları son derece basit görünüşlüdür.

Önce, tam sayı çarpanlı cebirsel denklemler sistemlerinin tam sayı çözümlerinin bulunması problemini ele alalım. Bu denklemler, MÖ üçüncü yüzyılda yaşamış olan ve bu tip denklemleri inceleyen yunan matematikçi Diophantos’un adıyla Diophantos denklemleri olarak anılır. Söz konusu denklem kümesine örnek olarak,

$$z^3 - y - 1 = 0 \ , \qquad yz^2 - 2x - 2 = 0 \, , \qquad y^2 - 2xz + z + 1 = 0$$

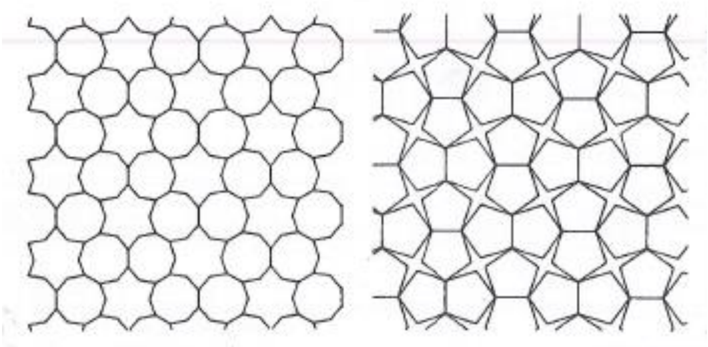
Denklemlerini verebiliriz ve burada problem, x, y ve z tamsayı değerleri için denklemlerin çözülür olup olmadığına karar vermektir. Gerçekte, bu denklemler, $x = 13,\ y = 7,\ z = 2$ değerleri verildiğinde çözülebilir. Ancak tüm Diophantos denklemleri için bu kararı verecek bir algoritma yoktur: Diophantos aritmetiği, basit içeriğine karşın, algoritmik olmayan matematiğin kapsamındadır (Penrose, 2015).

Matematikte yinelenemeyen probleme bir örnek olarak Öklit düzleminin çokgen şekillerle kaplanması problemini ele alabiliriz. Elimizde sınırlı sayıda ve farklı tipte şekiller bulunsun. Yalnız bu şekilleri kullanarak, aralarında hiçbir boşluk kalmayacak veya birbirlerinin üstüne binmeyecek şekilde düzlemi tamamen kaplamamızın mümkün olup olmadığını öğrenmek istiyoruz. Şekillerin böyle düzenlenmesine düzlemin karo kaplaması adı verildiğini biliyoruz. Biliyoruz ki bu tür karo kaplamalar, kareler, eşkenar üçgenler veya düzgün altıgenler kullanılarak gerçekleştirilebilir ama düzgün beşgenler kullanılarak gerçekleştirilemez. Düzlemin karo kaplamasında aşağıdaki şekilde gösterildiği üzere, düzgün olmayan iki beşgenden her biri gibi diğer birçok tekli şekil de düzlemin karo kaplamasını oluşturabilir (Penrose, 2015).



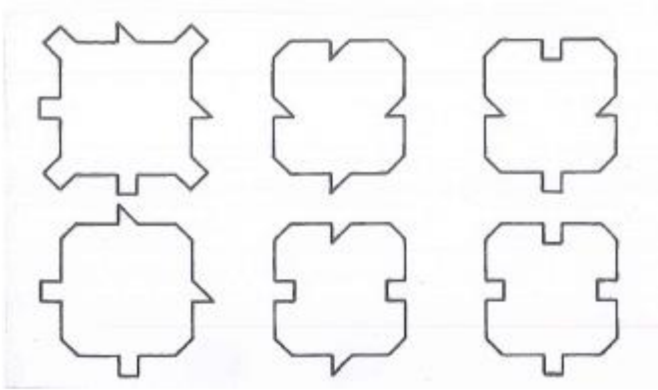
Şekil 3.29 (Marjorie Rice tarafından 1976’da bulunmuştur) (Penrose, 2015)

Bir çift şekil kullanılarak, karo kaplama daha özenli yapılabilir. Aşağıda iki basit örnek verilmektedir.



Şekil 3.30 (Penrose, 2015)

Tüm bu örneklerin ortak özelliği ‘periyodik’, yani her iki yönde tekrarlanabilir olmalarıdır. Düzlemi yalnız periyodik olmayacak şekilde kaplayan tek karolar veya küme karolar var mıdır? Bu sorunun yanıtı ‘evet’ tir. Alttaki şekilde (Şekil 3.31) Amerikalı matematikçi Raphael Robinson (1971) tarafından inşa edilen altı karolu bir küme görülmektedir (Penrose, 2015).

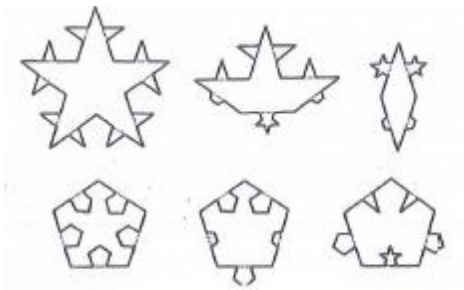


Şekil 3.31 (Penrose, 2015)

Şekil 3.31'de gösterilen R.Robinson'un karo kümesi düzlemi sadece periyodik olmadan kaplayabilir.

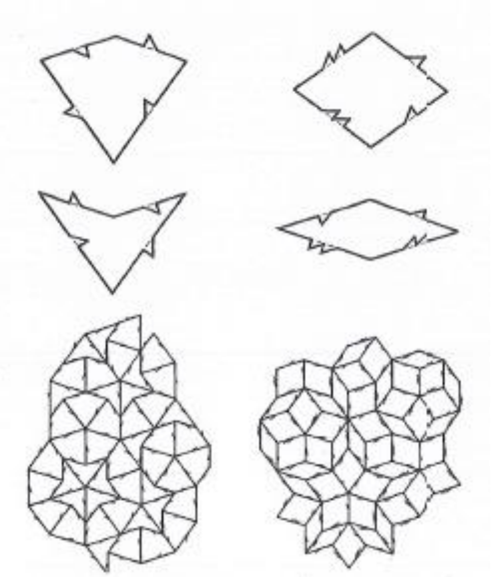
1961 yılında, Çin asıllı Amerikalı mantık bilimci Hao Wang, karo kaplama problemi ile ilgili olarak bir karar yönteminin var olup olmadığı sorusunu yöneltti. Başka bir ifadeyle, düzlemi tümüyle kaplayacak farklı çokgen karolardan oluşan belirli bir sonlu kümenin var olup olmadığına karar verecek bir algoritma var mıdır? O zamanlar, böyle bir koşula aykırı bir kümenin, yani 'periyodik olmayan' karolar kümesinin var olabileceğine inanılmıyordu, ancak 1966 yılında Robert Berger, Hao Wang'ın bazı ipuçlarını değerlendirerek, karo kaplama problemi ile ilgili hiçbir karar yönteminin var olmadığını göstermeyi başardı. Karo kaplama problemi de yinelenemeyen matematik sorularının bir parçasıdır (Penrose, 2015).

Böylece Hao Wang'ın periyodik olmayan karolar kümesinin var olması gerektiği sonucundan hareketle Berger, ilk periyodik olmayan karolar kümesini inşa etmişti. Ancak Berger kümesi 20426 gibi son derece fazla sayıda karo kullanımını gerektirdiği için Berger biraz daha beceri göstererek bu sayıyı 104'e indirdi. 1971 yılında Raphael Robinson söz konusu sayıyı yukarıdaki şekilde gösterilen 6 karoya kadar indirmiştir. Başka bir periyodik olmayan altılı küme alttaki şekilde gösterilmiştir (Penrose, 2015).



Şekil 3.32 (Penrose, 2015)

1973'te bu kümeyi R.Penrose tasarlamıştır. Robinson'un periyodik olmayan altılı kümesini gördükten sonra, bu sayıyı nasıl azaltabileceğini düşünen Penrose; kesip, tekrar yapıştırarak sürdürdüğü çeşitli denemeler sonrası karo sayısını ikiye düşürebilmiştir. Bunların P2 ve P3 olarak isimlendirildiğini daha önce söylemiştik. Şekil 3.33'de iki ayrı tasarım gösterilmiştir.

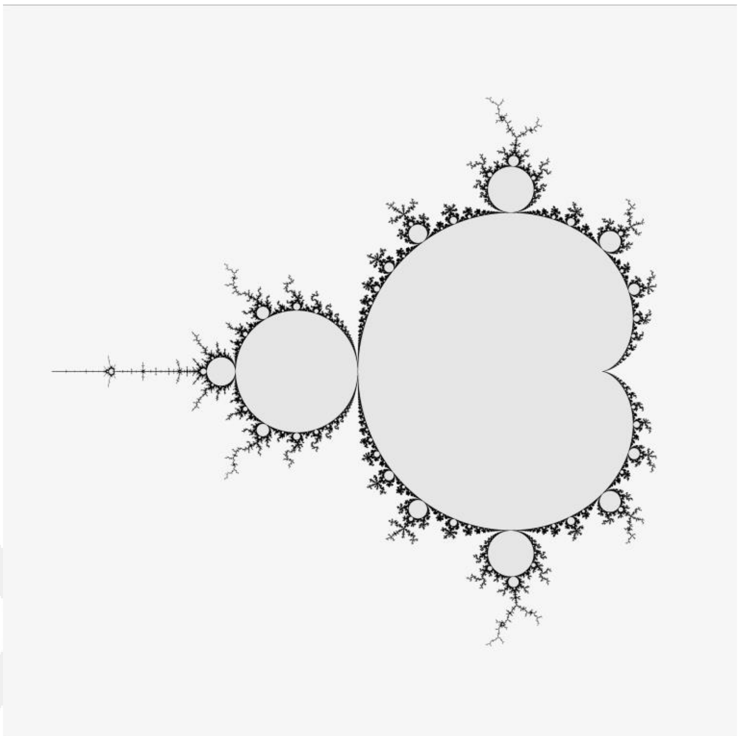


Şekil 3.33 (Penrose, 2015)

Kaplama işlemi tamamlandığında ortaya çıkan periyodik şekiller, beş katlı simetriye sahip ve kristal yapısına tamamen aykırı periyodiksi bir yapı dahil, dikkate değer birçok özelliğe sahiptir. Matematiğin böylesine 'basit' bir alanının, bir düzlemin birbirine uyan parçalarla kaplanması gibi neredeyse 'çocuk oyunu' bir işlemin gerçekte matematiğin yinelenmeyen problemler konusunun bir kısmını oluşturması ilginçtir. Aslında bu alanda zor ve çözümlenmemiş problemler vardır. Örneğin, tek karodan oluşan ve periyodik olmayan bir kümenin var olup olmadığı bilinmemektedir (Penrose, 2015).

# 4 FRAKTAL GEOMETRİ İLE DÜZLEMİN KAPLANMASI

Mendelbrot kümesi yinelenmeyen matematiğe benzer mi?



Şekil 4.1

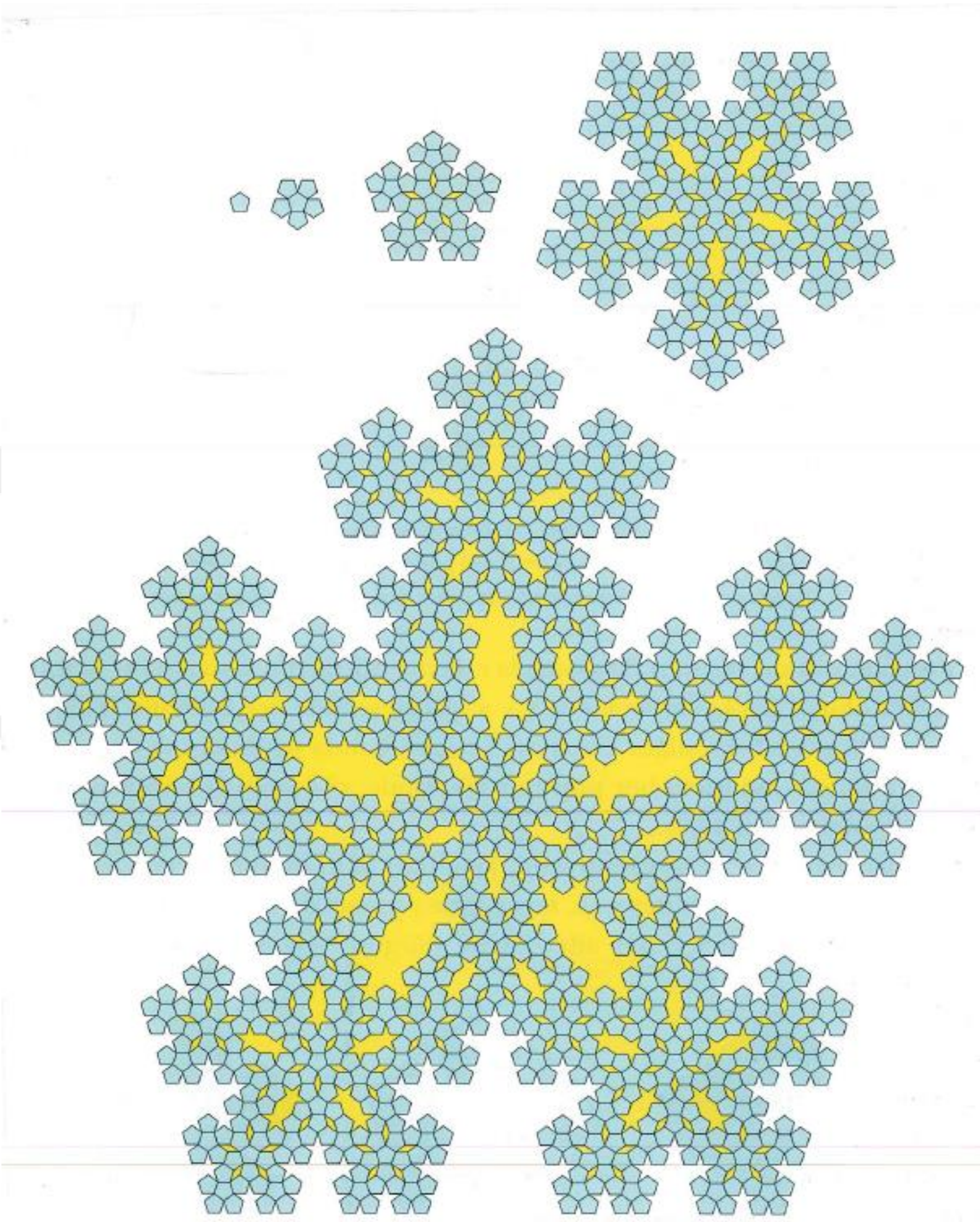
$f_{c:C\to C \quad F(z)=z^2+c \quad z=0}$ sayısının $f_c$ altındaki değeri $f_c(0)=c$ dir. Benzer şekilde $z=c$ sayısının $f_c$ altındaki değeri $f_{c(c)=c^2+c}$ dir .$f_c$ fonksiyonunun bir önceki aşamada elde edilen sayıya, yani $c^2+c$ ye uygulanması yeni bir sayıyı, yani $(c^2+c)^2+c$ yi üretecektir. Bu işlemi yapmaya devam edersek

$$(0, f_{c(0)}, f_{c(f_{c(0)})\ldots})$$

karmaşık sayı dizisini elde ederiz. Bu dizinin limit değerinin sonlu bir sayı olup olmaması c değerine bağlıdır. Bunun nedeni $f_c$ tipindeki ikinci derece polinomların yinelemeli uygulamalarının yarıçapı 2'den büyük her karmaşık çemberi sonsuza götürmesindendir.

Dizinin, sonlu bir sayıya yakınsadığı c değerlerinin kümesine Mendelbrot kümesi denir.

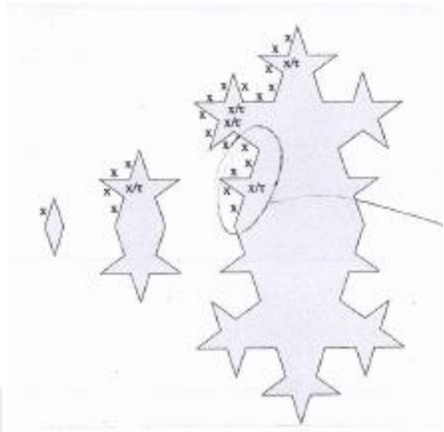
Penrose, Pentapleks kaplamaları keşfederken, bir düzlemi düzgün beşgenlerle kaplamaya çalışarak işe başlamıştır. Düzgün beşgenleri kenarlarından yapıştırarak bir düzlemin , düzgün beşgenler ve aralarında çıkan boşluklarla nasıl periyodik olamayacak şekilde kaplanacağını keşfetmiştir. Değişik bir yol izleyerek de aynı sonuca ulaşabiliriz. Bu işlemde de bir düzgün beşgenle işe başlanır. Bu düzgün beşgen, kenarları eksen alınarak beş yöne de yansıtılır. Böylece kenarlarının ortasındaki yırtık hesaba katılmazsa, kenarları $\tau^2$ oranında büyütülmüş bir düzgün beşgen olacaktır. Aynı işlemi Mendelbrot kümesinde yaptığımız gibi devam ettirebiliriz (Arık ve Sancak, 2007.



Şekil 4.2 (Arık ve Sancak, 2007)

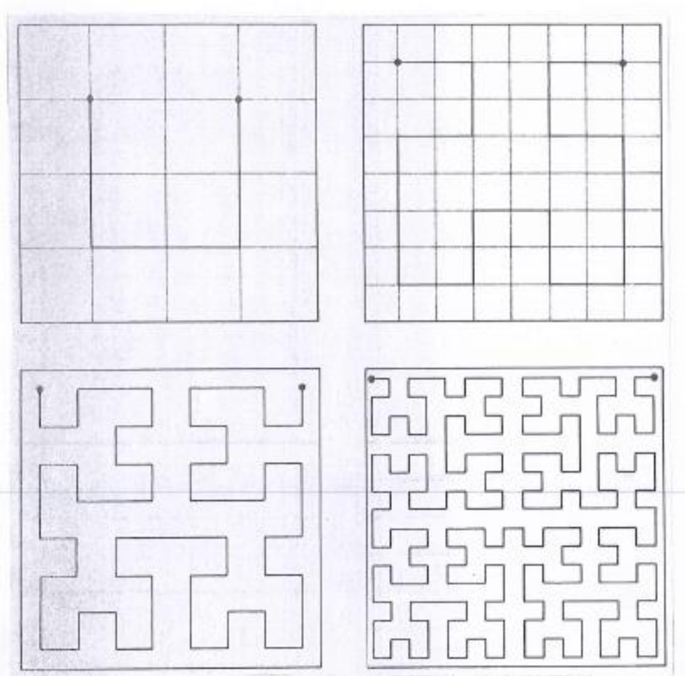
Şekil 4.2'de gösterildiği gibi fraktal geometriyle düzlemi beşgenlerle kaplayabiliriz.

Bu yansıtma yöntemiyle düzlemi düzgün beşgenlerle kaplarken, düzgün beşgenlerin arasında her seferinde daha büyük boşluklar ortaya çıkacaktır. Bu boşlukların büyüklüklerinin ve şekillerinin belirli bir kuralı vardır. Kullandığımız düzgün beşgenin kenar uzunluğu x uzunluğundaysa, ikinci yansıtma aşamasında düzgün beşgenler arasında kenar uzunluğu yine x, iç açılar 36 ve 144 derece olan eşkenar dörtgenler oluşur. Bir sonraki aşamada eşkenar dörtgenin kenarları $\tau^2$ oranında büyüyerek $\tau^2 x$ olur. Tüm kenarlar $x + \frac{x}{\tau} + x$ olacak şekilde üçe bölünür. Bu işlem her yansıtma işleminde, $\tau^2$ oranında büyüyen tüm kenarlarda tekrar eder (Arık ve Sancak, 2007).

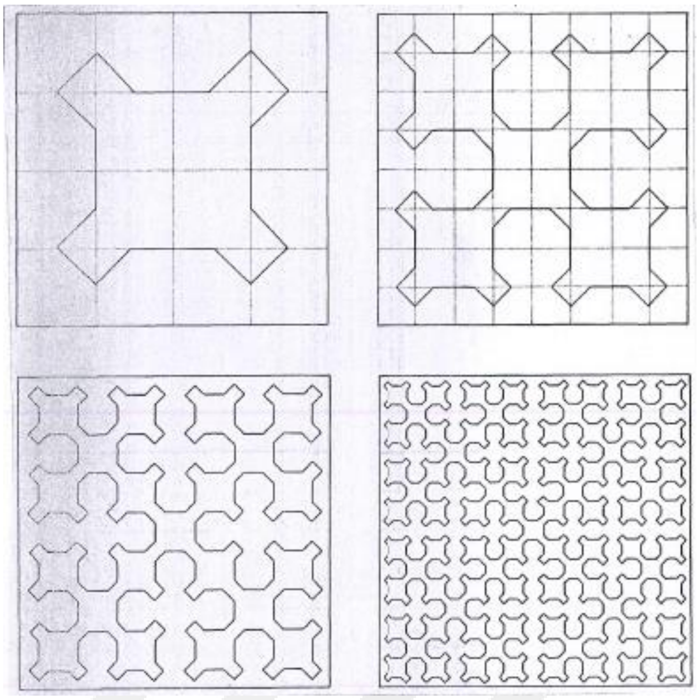


Şekil 4.3 (Arık ve Sancak, 2007)

Bu tür eğrilerden ilk bahseden matematikçilerden biri de Giuseppe Peano'dur. Daha sonra David Hilbert Peano eğrisi oluşturmak için yöntem geliştirdi. Waclaw Sierpinski ise kapalı Peano eğrisi oluşturdu. Aşağıda Hilbert ve Sierpinski'nin oluşturduğu peano eğrilerinin aşamaları gösterilmiştir. Şekil 4.4'te Hilbert'in açık peano eğrisi ve Şekil 4.5'te Sierpinski'nin kapalı peano eğrisi görülmektedir (Gardner,1988).



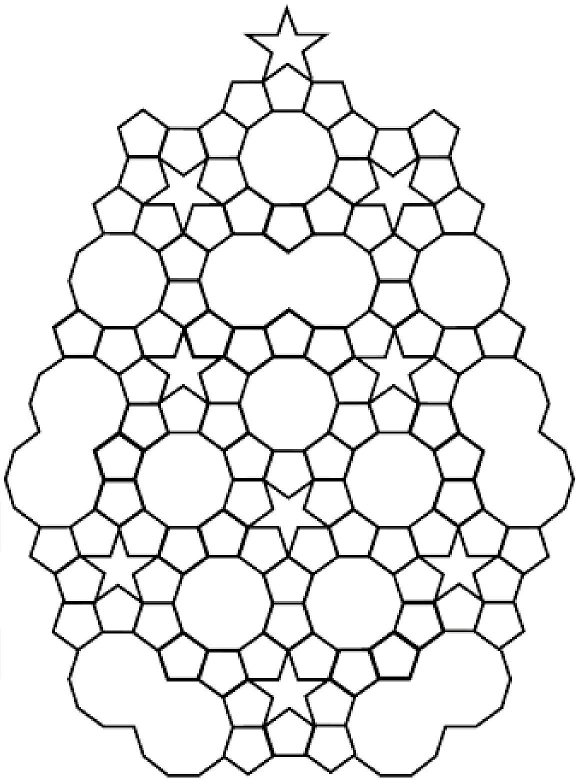
Şekil 4.4 (Gardner,1988)



Şekil 4.5 (Gardner,1988)

# 5 YÜZEY KAPLAMA PROBLEMİNE DAİR TARİHSEL NOTLAR

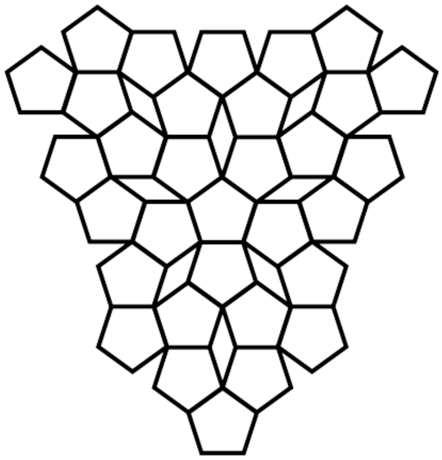
Yarı periyodik döşemelerin matematiksel önemini ilk fark eden Roger Penrose olsa da, benzer örüntüler daha önceleri de dikkate alınmıştır. Aşağıda bunlara birkaç örnek sunulacaktır.



Şekil 5.1

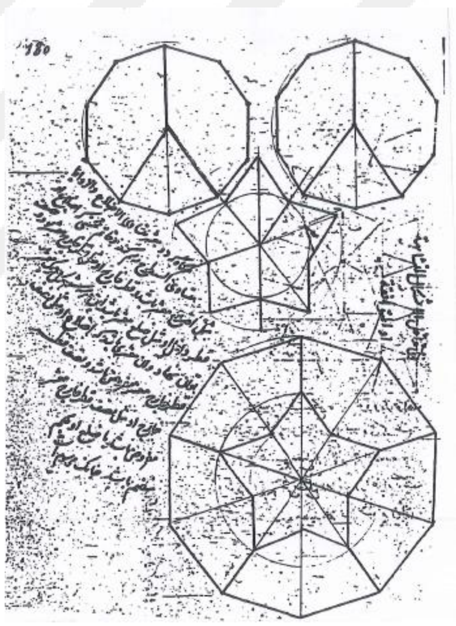
Johannes Kepler (1571-1630), pozitif bilimlerin birçok alanına ilgi duymuştur. Bu bilim adamının önemli sayılabilecek bir derinlikte araştırdığı bir konu, değişik geometrik şekillerle ilgilidir. Bu çalışmanın bir kısmı, iki boyutlu döşemelerin yapımı ile ilgilidir. Kepler'in 1619 tarihli Harmonices Mundi adlı monografisinde sunduğu döşemelerden birisi şekil 5.1'de gösterilmektedir. Bu döşeme, dört farklı karo şeklinden; düzgün beşgen, düzenli beşgen yıldız, düzgün ongen ve çift eşkenar ongenlerden ibarettir. Aslında bu döşemenin sonsuza kadar genişletilerek tam bir yarı periyodik bir döşeme elde edilebileceği gösterilebilir (Dunlap, 2011).

Kepler'in araştırmalarından önce, alman sanatçı ve bilim adamı Albrecht Dürer (1471-1528) tartışmakta olduğumuz konuyla ilgili döşemeleri ele almıştır. Dürer tarafından 1528 civarında yayınlanmış döşemelere bazı örnekler Şekil 5.2'de görülmektedir.



Şekil 5.2

Şekil 5.2’de gösterilen Albrecht Dürer’in çalışması, Dürer’in düzgün beşgenlere olan ilgisinin yanında, eşkenar dörtgen ve beşgenlerin periyodik veya yarı periyodik olarak düzenlenebileceğinin farkına vardığını da göstermektedir.



Şekil 5.3

Şekil 5.3’de Ebu’l Vefa El-Buzcani tarafından tasarlanan, uçurtma ve oklardan oluşmuş döşemenin bir kesiti gösterilmektedir.

Belki de tarihte ilk kez yarı periyodik bazı özellikler sergileyen döşemeler, beş katlı simetriye sahip şekillerin özelliklerini inceleyen İranlı matematikçi Ebu’l Vefa El-Buzcani (1180 dolayları) tarafından ele alınmıştır.

Yukarıda bahsedilenler, iki boyutlu periyodik ya da periyodik olmayan döşeme üretmek için gerekli geometrik bileşenlerin antik çağlardan beri ele alındığını gösterir.

# 6 KUAZİKRİSTAL MOZAİKLER

Osmanlı ve Selçuklu saraylarını, camilerini ziyaret eden herkes duvarları, kapıları, tavanları süsleyen o geometrik desenlere, mozaiklere kayıtsız kalamamıştır. Aslında bu sanatı sadece Osmanlı ve Selçuklu ile sınırlamak doğru olmaz. Oldukça geniş bir alana yayılmış İslam sanatı diyebiliriz.

Kadim Anadolu kültürü ve Bizans mirası üzerine kurulan Osmanlı Devleti, kendi sanatını oluştururken, sahip olduğu değerlerden istifade etmiş olmakla beraber ne Selçuklu geleneğini sürdürmüş ne de Bizans'ı taklit etmiştir. İnşa malzemesi olarak taşı tercih ettiğinden mimari bezeme de buna göre yön bulmuştur.

Mimari bedene giydirilmiş bir elbise olan tezyinat; Arapça 'zeyyene' fiilinden, zinetlendirme, süsleme, bezeme, donatma anlamlarına gelmektedir. Osmanlılar, bezek ve bezeme yerine zinet ve tezyinat tabirlerini tercih etmişlerdir. Osmanlı'da tezyinattan anlaşılan anlam, Fransızcadan dilimize geçen 'decoration' dan daha çok ornementation karşılığı, yani sırf tezyini şekillerden ibaret olan süslemelerdir (Arseven, 1938). Motif ve desenlerin oluşturduğu bütüne nakış, bunları meydana getirenlere de nakkaş dendiğini görüyoruz.

Osmanlı tezyinatında kullanılan motiflerin sayı ve çeşit bakımından zengin oluşu bir sentez yapmayı gerektirir. Osmanlı süsleme sanatında görülen tezyini elemanları şu şekilde sıralayabiliriz.

1.Nebati (bitkisel) motifler

2.Rumi üslubu

3.Bulut motifi

4.Şahi benek ve pelengi

5.Kozmik semboller

6.Hendesi (geometrik) tezyinat

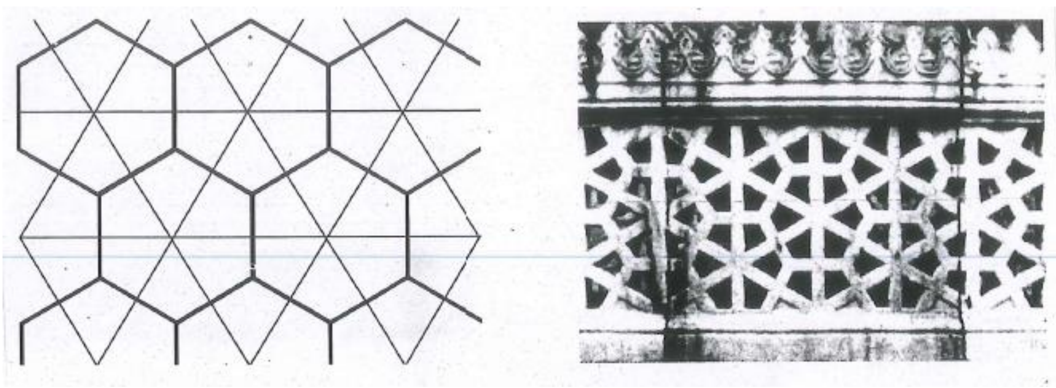
7.Hatti üslup

8.Mimari unsurlar ve eşya resimleri

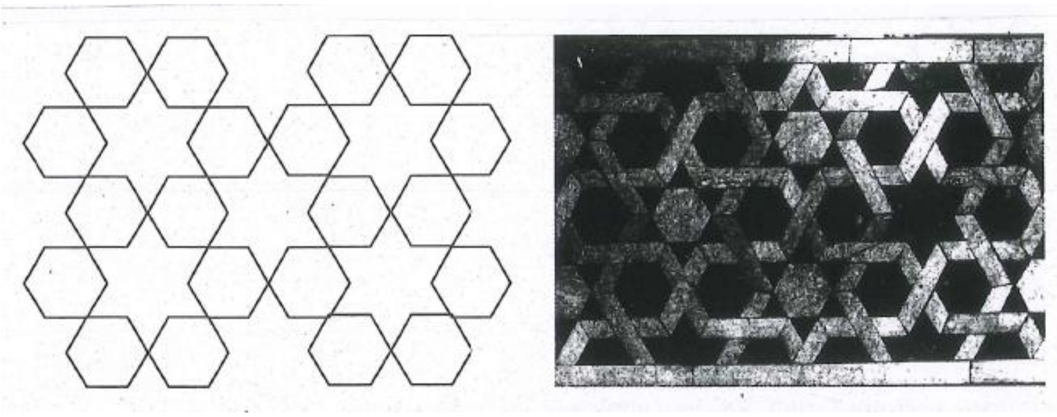
Burada bizi ilgilendiren 'kozmik semboller' ve 'hendesi tezyinat' kısmıdır. Kozmik sembollere kısaca değinecek olursak; çeşitli manalar yüklenmiş ay, yıldız, güneş gibi tabiat varlıklarına, Türk sanatlarında sıkça rastlamaktayız. Bilhassa erken devir yapılarında bina cephelerinde, mihrap, minber ve ahşap kapılarında müstakil olarak kullanılan bu semboller, ileri derecede üsluplaştırılmış olarak, hendesi tezyinatta da sık sık karşımıza çıkmaktadır (Doğanay, 2011)

Şekil 6.1

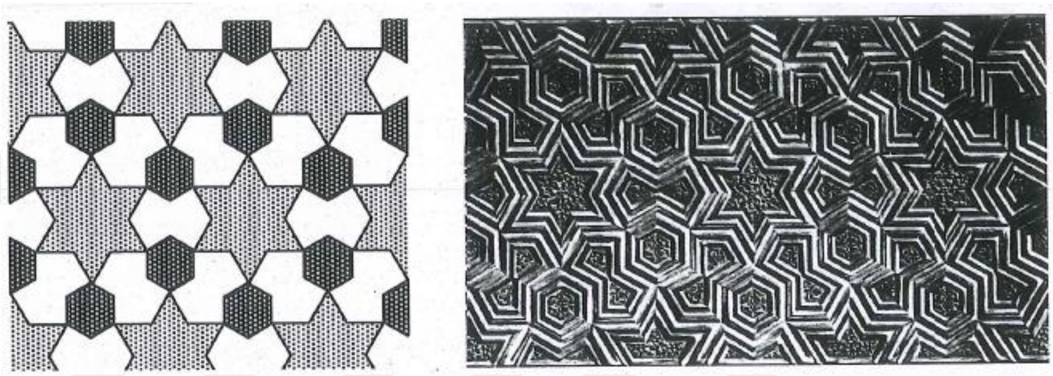
Hendesi (geometrik) tezyinata gelecek olursak; geometrik motif ve kompozisyonlar, insan zihninin buluşlarından örülü soyut düzenlemelerdir.



Şekil 6.2 (Ahlat mezartaşı, Şahideli silindirik sanduka, Karamağaralı 1972)



Şekil 6.3 (Aksaray, Darphane. Tonoz göbeğinde tuğla. (Bakırer 1981))



Şekil 6.4 (Aksaray, Sultan Hanı. İç portal yan nişi. (Erdmann-Schneider 1976)

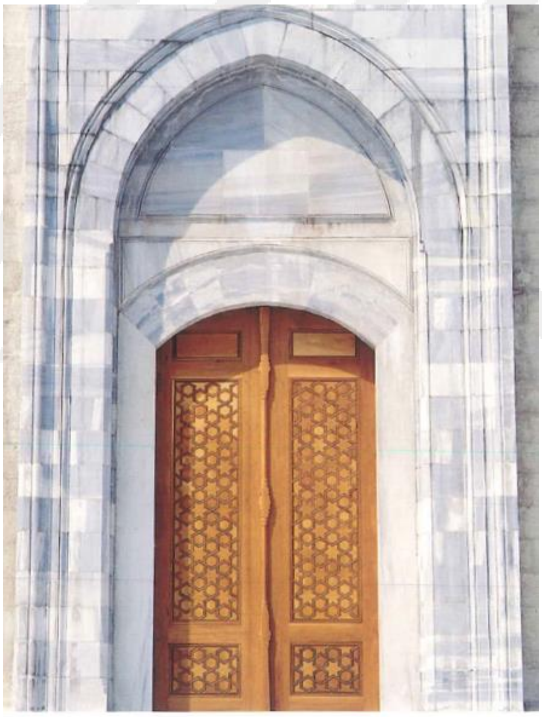
Çoklukta birliği ifade etmenin en güzel yolu, geometrik şekillerde saklıdır. Her şey bir noktadan ibarettir. Nokta, hem her şeyin merkezi hem de her şeyin başlangıcı ve sonudur. Noktanın hareketiyle meydana getirilen şekiller, kırılmak ve birbirini kesmek suretiyle merkezi kompozisyonlar oluşturduğu gibi, iki ya da dört yönde kesintisiz devam ederek sonsuz desenler de oluşturabilirler (Mülayim, 1999). Desenler çoğunlukla bir yıldızı merkez alarak gelişirler. İki yönde ilerleyen çerçeveleyici kompozisyonlar dahi sonsuzluğu işaret ederler.

Selçuklularda mimari süslemenin vazgeçilmez unsuru olan hendesi tezyinat (geometrik süsleme) Osmanlılarda ölçülü bir dengeye oturmuştur. Bu tür bezemeyi arabesk olarak adlandırmak batılı araştırmacılardan gelen yanlış bir alışkanlıktır.

Osmanlı mimari süslemesinde ahşap işçiliği önemli bir yer tutmaktadır. Taşa tatbik edilen bütün teknikler fazlasıyla ahşaba da uygulanmıştır. Ahşap, işlemeye elverişli yapısı dolayısıyla taştan daha zengin işlenme tekniklerine sahiptir.

Anadolu Selçuklu örneklerinde genellikle yekpare levhaların üzerine çizilen geometrik desenler, Osmanlı'da yerini Kündekari tekniğine bırakmıştır. Kündekari tekniğinde bütün parçalar birbirine geçme usulü ile raptedildiğinde, malzemenin olumsuz doğa şartlarına karşı daha dirençli olması sağlanmıştır (Doğanay, 2011).

Osmanlı ahşap sanatında desenler kapı ve pencere kanatlarına, dolap kapakları, kürsü ve rahlelere; oyma-kabartma tekniği, dik kesim ya da mail kesim usulü ile çoğu zaman alçak seviyede uygulanmıştır. Bezemeyi oluşturan desenlerin zemini ortadan kaldırılmak suretiyle dantel gibi işlenen şebekeli oyma (ajur) tekniği, ahşap sanatının en güzel örneklerini teşkil etmektedir. Farklı ahşap malzemelerle, kaplama ve kakmanın yanı sıra fildişi, sedef, bağa ve sair kıymetli malzemenin ahşap satha uygulanışı, bezemeye ayrı bir hava katmıştır. Erken örneklerini bursa ulu camii(1400) minberinde gördüğümüz sedef işçiliği ,sedefkar Mehmed ağa'nın Sultanahmet cami'nde ( 1617) vücuda getirdiği ahşap eserlerde bu tekniğin harika örneklerini meydana getirmiştir. Taş işçiliğinde de kullanılan dolgulama tekniğinin ahşap malzemeye uygulanışı, ahşabın sıcak dokusuna daha farklı bir güzellik katmaktadır. Bursa sultan 2.murat türbesinin (1451) kapısında görülen dolgulama örnekleri, fırçayla boyanmış hissini uyandıracak kadar güzel işlenmiştir (Doğanay, 2011).



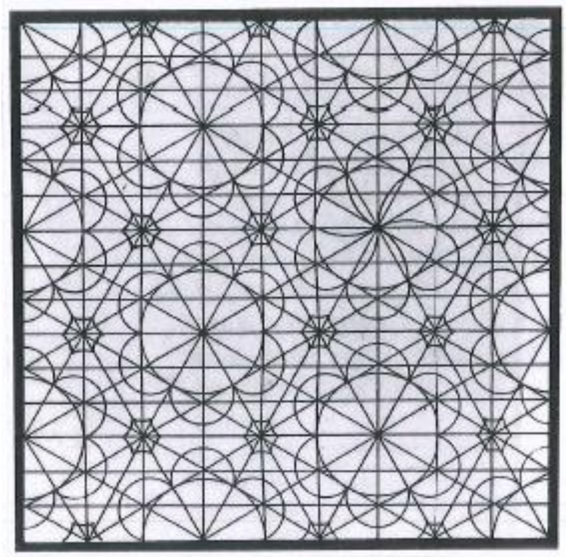
Şekil 6.5

Binaların ve eşyaların yüzeyini hiç boşluk bırakmadan kaplayan çizgisel örüntülerin ardında matematik vardır. Bir zamanların sömürgeci efendilerinin gözleriyle baktığımız ve zanaat eserleri diye küçümseyip el işçiliği olarak sanattan ayırdığımız şeylerin İslam kültüründeki statüsü, resimler batı kültüründe neyse odur ve anlambilimsel olarak da bizim sanata atfettiğimiz öneme sahiptir. Yani, bunlar bir anlam taşımayan, hatta anlamsız bezemeler değil, anlamı ifade etmenin bambaşka bir tarzıdır. Bu eserlerdeki geometri öyle denklemlerle kurulur ki, yüzeylere tam denk gelir. Buradaki matematik denklemleri soyut ile figüratif değil, soyut ile somut arasında kurulan denklemlerdir (Belting, 2012)

Bu geometrinin motifleri, kapladıkları yüzeylerde buluşan, ayrılan, iç içe geçen çokgenler ve dairelerdir. Yüzeyi doldurmak ve bölmek için (biri diğerini gerektiriyordu) yüzeyin ne kadar küçük ya da büyük olduğundan bağımsız olarak temiz çözümler bulunması gerekiyordu. Geometri bu konseptte evrensel bir ilkedir ve ister mimaride, isterse de el sanatlarında olsun, uygulanacağı her düzlemde geometriye öncelik tanınır.

İstanbul'daki Topkapı Sarayı'nda keşfedilen, 1500 civarından kalma bir Osmanlı mimari çizimler albümünün ana teması geometrinin tasviri, yani geometrinin ta kendisidir. Bunun bir örneği, çizgilerden oluşan ızgaranın ve on iki ışınlı dairelerin matematiksel hesaplamalar sayesinde mükemmel bir biçimde bütünleştiği kare alandır (Belting, 2012).

Şekil 6.6'da bahsedilen mimari çizim rulosunda yer alan bir motif var (Mimari çizim rulosu,iran,1500 civarı,Topkapı müzesi).

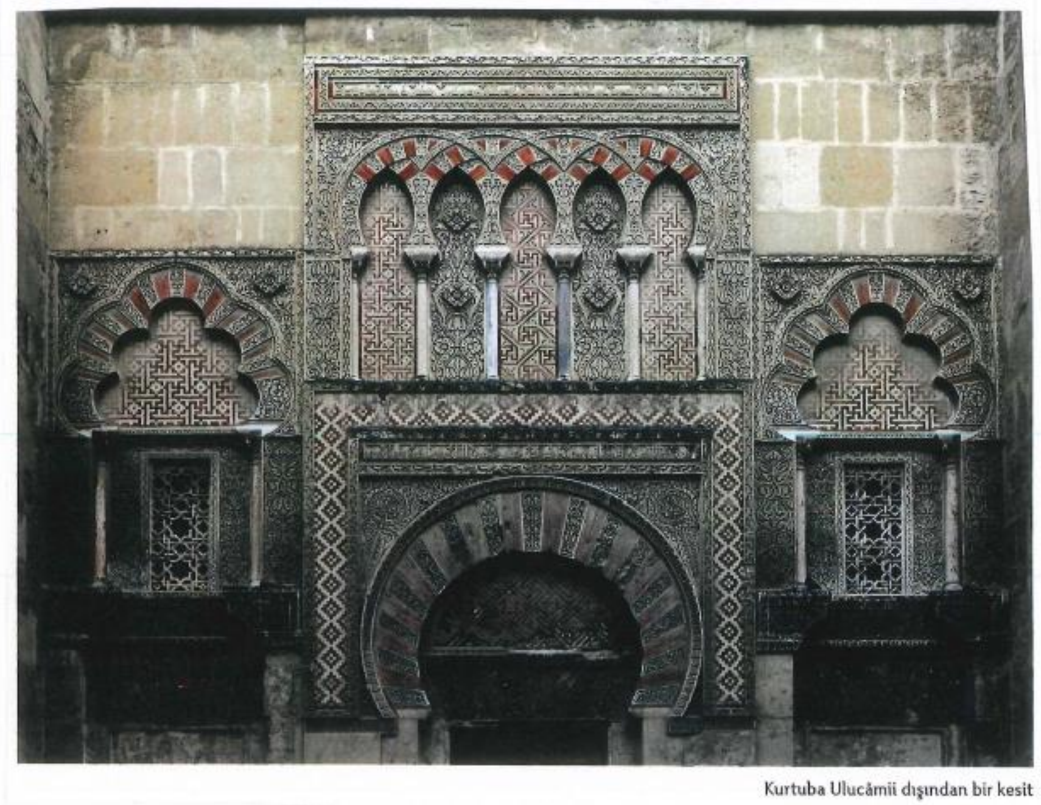


Şekil 6.6 (Belting, 2012)

Mimari eserlerde kullanılan geometri, bakışın ancak yavaş yavaş, neredeyse okuyarak çözebildiği matematiksel bir hesaba dayalıdır.

İslam kültüründe figüratif tasvirin yasaklanması, kendine özgü bir semantik biçim dili geliştiren geometrik motiflerin sözcük dağarcığıyla telafi edildi (Belting, 2012).

Bu desenlere şöyle bir bakıp sadece estetik bir tat alıp geçmiş olabilirsiniz. Ancak günümüz mimarları, matematikçileri, fizikçileri ve kimyacıları bu desenleri uzun uzun seyrediyor, Türkiye'den Afganistan'a kadar uzanan coğrafyada yüzlercesini inceleyip nasıl yapıldıklarını anlamaya çalışıyor.




Şekil 6.7 (Kurtuba Ulu Camii dışından bir kesit, Şeyban, 2014)

Bu süslemelerin 21.yüzyıl bilimsel araştırmalarına konu olmasının nedeni, motiflerin bazılarının neredeyse kuazikristal bazılarının ise mükemmel kuazikristal yapı sergileyecek şekilde döşenmiş olması (Ünalan, 2012). Bunu yapabilmek için bir sanatçıdan çok bir matematikçi gibi düşünmek, bazı karmaşık modern matematik kurallarına vakıf olmak gerektiğini söyleyebiliriz. Bilim insanlarının kuazikristal yapıların yüzyıllar önceki başarılı uygulamasına ışık tutar ümidiyle kullandığı kaynaklardan biri de bu desenlerin 114'ünün çiziminin de yer aldığı Topkapı parşömenidir.

Daha 1879'da Fransız sanat kuramcısı Jules Bourgoin, matematiksel hesaplamalarından büyülendiği Arap bezemelerinin bir dizi çizimini yayımladı. Danimarkalı Emil Makovicky 1977'de, Arap bezemelerinin kristalografi araştırmaları için önemini keşfetti (Belting, 2012).

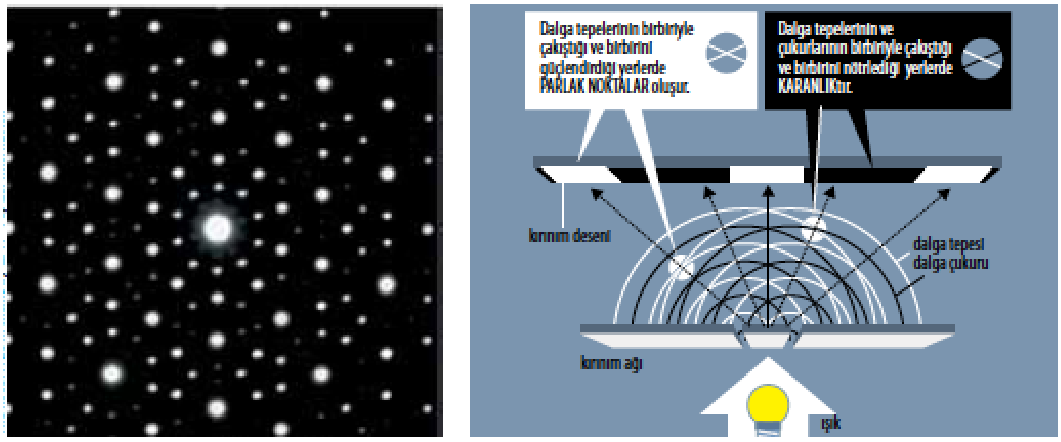
Doğada da kuazikristal yapıların olduğu ilk defa 1980'lerde Dan Shechtman tarafından fark edildi. Bazı metal alaşımların atom dizilişinin kuazikristal yapı gösterdiğini bulan Shechtman, bu çalışmasıyla 2011 kimya Nobel ödülüne layık görüldü. Metal atomlarının dizilişi genelde bir kristalde olduğu gibi kendini tekrar eden yapıdadır: şeklin bir kısmını atomların dizildiği düzlem üzerinde sağa sola ya da yukarı aşağı doğru kaydırırsak (ötelersek) şeklin tamamen aynı eşiyle çakıştığını görürüz. Diğer bir deyişle, kristaller öteleme simetrisine sahiptir. Kristaller aynı zamanda dönel simetriye de sahiptir, bu simetri ikili, üçlü, dörtlü veya altılı olabilir. Yapı örneğin üçlü dönel simetriye sahipse 120 (360/3) derece döndürdüğümüzde aynı şekli elde ederiz. Emil Makovicky'nin önemini keşfettiği mimaride kullanılan bezemeler, düzenli olarak tekrarlanan iki, üç, dört ve altılı dönel simetrileriyle 'kristal yapıların projeksiyonlarına şaşırtıcı ölçüde' benziyorlardı. Burada dikkat çekici olan, doğadaki mikro yapılarla kurulan analojidir.

Kuazikristal yapılarda ise durum biraz farklı. Bu yapılar genelde bir dönme simetrisine sahip olsa da öteleme simetrisine sahip değil. Düzenli ama periyodik olmayan bir yapıyla karşılaşıyoruz.

Kuazikristaller fizikçiler ve kimyacılar tarafından doğada bulunmadan 10 yıl kadar önce, matematikçi R.Penrose tarafından öngörülmüştü. Penrose beşli dönel simetriye sahip (pentapleks) karolarla bir düzlemi kaplayan, ama kendini tekrarlamayan kaplamalar yapmayı başarmıştı. O günden beri de 'kristaller düzenli ve kendini tekrarlayan bir yapı sergilediğine göre, beşli dönel simetriye sahip olamazlar' düşüncesi hakimdi. Shechtman'a Nobel ödülü'nü getiren, doğada beşli dönme simetrisine sahip kuazikristal yapılar bularak bu görüşün aksini kanıtlamasıydı.

Dan Shechtman 8 nisan 1982'de laboratuarında kendisine 2011 yılında Nobel kimya ödülü'nü kazandıracak olan keşfini yaptığında çok şaşkın durumdaydı. Çünkü incelediği kristalin yapısı o zaman kadar imkansız olarak kabul edilen bir simetri gösteriyordu (Bilim ve Teknik, Kasım 2011).

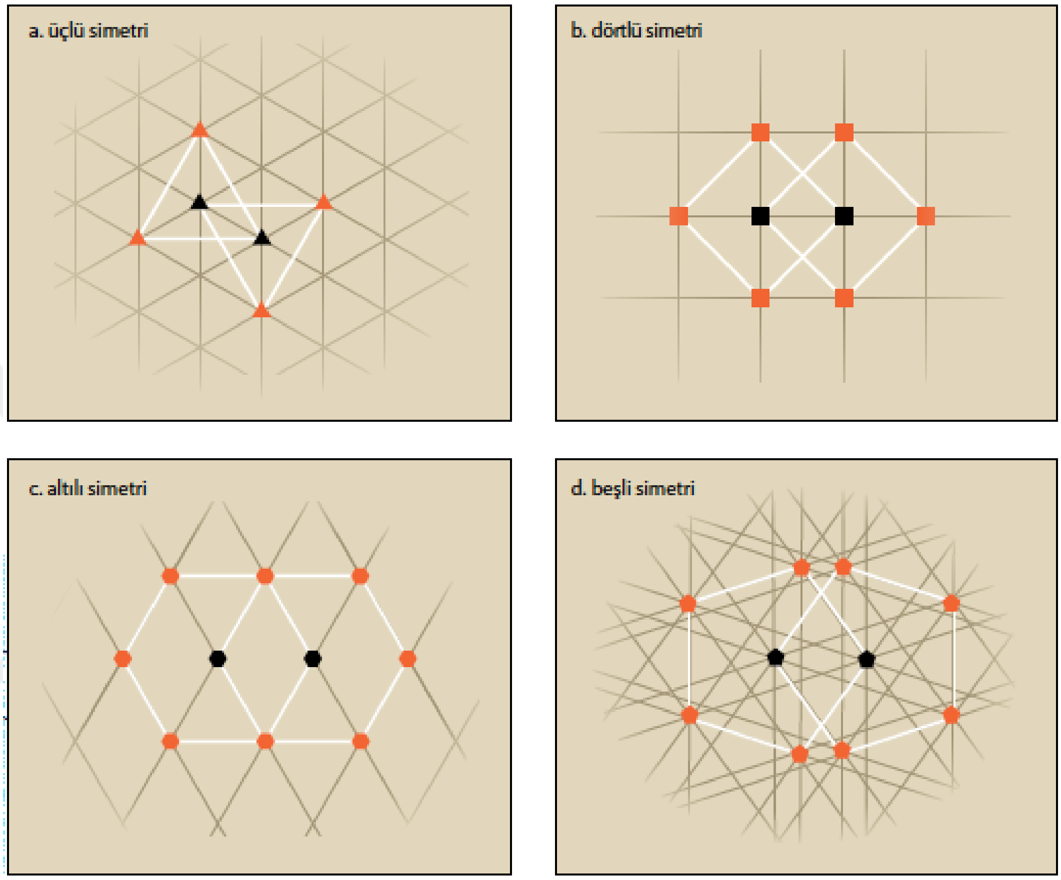
Shechtman keşfini yaptığında laboratuarında aluminyum manganez alaşımı bir maddeyi inceliyordu. Maddenin yapısını atom düzeyinde anlamak için elektron mikroskobu görünütülerini inceleyn Shectman her açıdan mantıksız görünen bir manzarayla karşılaştı: her biri birbirine eşit uzaklıkta on parlak noktadan oluşan iç içe geçmiş halkalar (Şekil 6.8)




Şekil 6.8

O dönem bilim, halka şeklinde on nokta içeren bir desenin kesinlikle imkansız olduğunu kabul ediyordu.

Bir kristalin içinde atomlar tekrarlı desenler halinde düzenlenmiştir ve kimyasal özelliklerine göre farklı simetriler gösterirler. Şekil 5.8 de her bir atom tekrarlanan bir desen içinde, birbirine eş üç atom tarafından çevrelenmiş ve üçlü bir simetri oluşmuş. Görüntüyü 120 derece döndürürsek aynı deseni elde ederiz. Aynı prensip dörtlü ve altılı simetriler için de geçerlidir. Dörtlü simetri gösteren bir deseni 90 derece, altılı simetri göstereni 60 derece döndürürsek yine aynı deseni elde ederiz. Ancak beşli simetri de bu mümkün değildir. Çünkü belirli atomlar arasındaki uzaklık diğerlerine göre daha kısadır. Desen kendini tekrar etmez. Bu durum bilim insanları için kristallerde beşli simetri olamayacağının kanıtı sayılıyordu. Aynı şey yedili ve daha üstü simetriler için de geçerliydi.



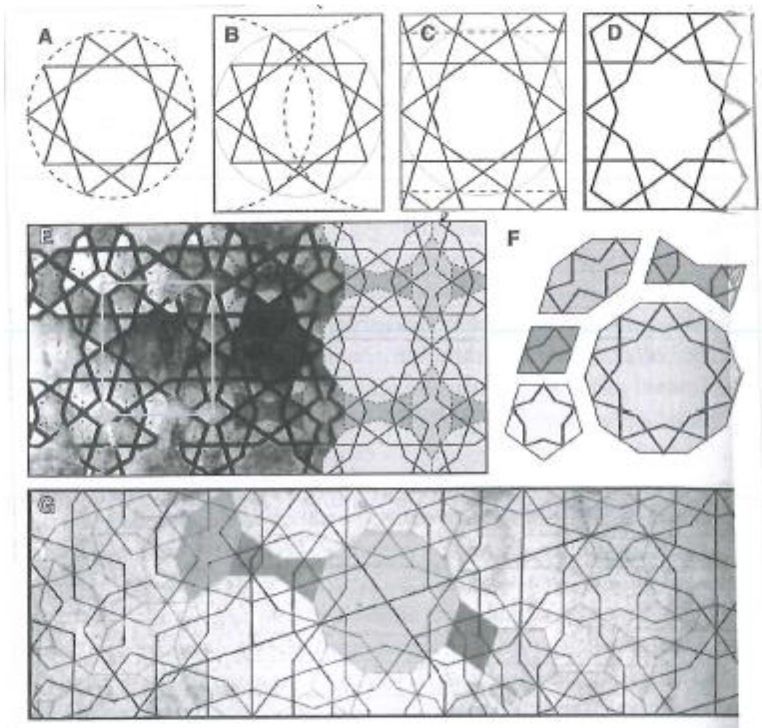

Şekil 6.9

Shechtman, onlu kırınım deseni tekrar görülene kadar kristali ne kadar döndürebileceğini görmek için elektron mikroskobunda kristali döndürerek gözlemledi. Bu inceleme sonunda kristalin kendisinin aslında onlu simetriye sahip olmadığını, bunun yerine beşli simetriye dayandığını gösterdi.

1982'deki keşiflerden bu yana çok çeşitli kuazikristaller sentezlendi. Ancak doğal olarak bulunan ilk kuazikristale 2009'da Rusya'da rastlandı. Kuazikristaller ayrıca dünyadaki en dayanıklı çelik çeşitlerinin birinin yapısında da bulundu.

Ancak Shechtman'dan ve Penrose'dan çok daha önce mimaride kullanılan kuazikristaller sarayları, camileri, medrese ve türbeleri süslüyordu. Bu geometrik süslemelerle kuazikristaller arasındaki benzerliği ilk fark eden 1992 yılında Danimarkalı kristalograf Emil Makovicky oldu. Ancak Müslüman matematikçilerin ve mimarlarının o dönem bu desenleri nasıl ortaya çıkardığına dair bilimsel ve tatmin edici bir açıklama bulunamadığı için, tesadüf eseri kuazikristallere benzedikleri yaklaşımı kabul gördü. Bu durum 2000'li yıllarda yavaş yavaş değişmeye başladı. Bu değişimin gerçekleşmesinde en etkili çalışmalardan biri Harvard Üniversitesi'nden fizikçi Peter Lu ve Princeton Üniversitesi'nden meslektaşı Paul Steinhardt'ın 2007 yılında Sciene dergisinde yayımladığı çalışmaydı.

Lu ve Steinhardt'ın Özbekistan'da başlayan kuazikristal mozaikler arama macerası İran'da son bulmuştu. Karakoyunlular tarafından İsfahan'da 1453'te inşa edilen Darb-ı imam isimli türbede onlu dönel simetriye sahip, Penrose karolarının özelliklerini gösteren, neredeyse kuazikristal yapı elde edilebiliyordu (Ünalan, 2012). İkili, Batı'da ancak 20.yüzyılda bulunan 'penrose karoları' ya da sözde kristallerin İslami süsleme sanatında daha 15.yüzyılda bilindiğini ortaya koydu. Fakat biz burada, o tarihten çok önce icat edilen 'girih karoları'nı ele almakla yetineceğiz. Beş şablondan oluşan bu eşkenarlı çokgenlerle, düzenli olarak tekrar eden son derece karmaşık desenler elde edilebilmektedir.

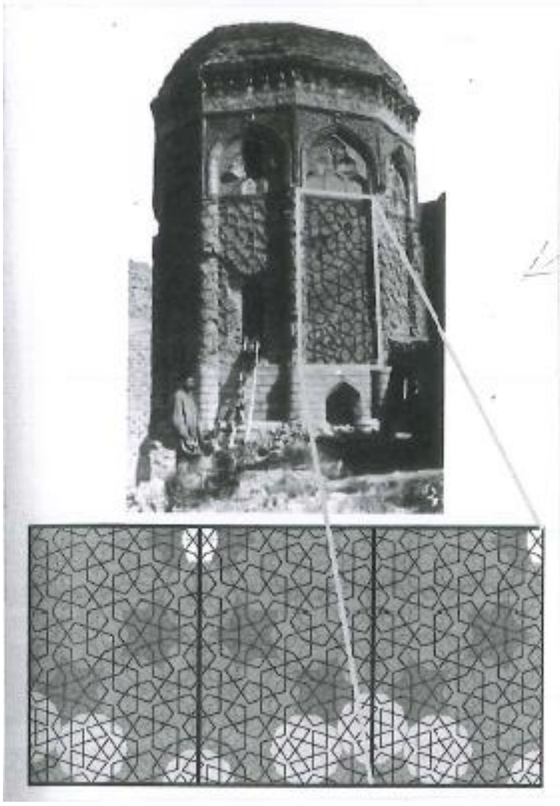



Şekil 6.10 (Belting, 2012)

Şekil 6.10'da; girih çiniler, Peter Lu ve P.Steinhardt: A'dan D'ye kadar olan diyagramlar bir çini desenin nasıl oluştuğunu gösteriyor; E,Gazargah'taki (Afganistan) Hace Abdullah Ensari türbesinden bir detay, D'deki desen dikdörtgen içinde vurgulanmıştır; aynı desen diyagram F'deki 5 farklı girih çiniyi birleştirerek elde edilebilir.

Karolar yan yana koyulduğunda, bir karonun üzerindeki çizgiler yandaki karoda devam eder ve böylece tüm yüzeyde kendi düzen ve simetrisine sahip boşluksuz bir ağ oluştururlar.

Kenarların her biri eşit uzunluktadır ve iki dekor çizgisi her kenarın orta noktasını 72 ve 108 derecelik bir açıyla keser. İki karo yan yana konulduğunda, klavuz çizgileri yönlerini değiştirmeden devam eder. Kesişen çizgilerin ve karoların açısı sadece 36 derece ve katlarıdır. Bu nedenle, tüm segmentlerin çizgileri düzenli beşgenlerin kenarlarına paraleldir. Dolayısıyla, girih desenlerin kombinasyonu ne olursa olsun, sonuç hep ongen geometrisidir. Lu ve Steinhardt bu ilkeyi İran'daki sekizgen bir türbe örneğinde göstermiştir (Şekil 6.11).



Şekil 6.11 (Belting, 2012)

12.yüzyıla ait bu türbe, tuğla mimarisi üslubundadır ve tuğlaların yapısı, binanın her yüzeyinde hep yeni yeni, şaşırtıcı simetrilerle sürüp giden, sekizgen yapının köşelerinde bile hep aynı yüzeymiş gibi ustalıkla devam ederek yeni simetriler oluşturan girih deseniyle mükemmel bir uyum içindedir (Belting, 2012).

Bu bölümün sonuna yaklaşırken şunu söyleyebiliriz; İslam sanatı, kutsal mekanlarda insan ve hayvan imgelerinin bilinçli bir biçimde yasaklanmasıyla kutsal binaların duvarları, tavanları ve zeminine yerleştirilen dahiyane mozaik biçimleriyle temsil edilmiştir. Geometrinin insani olanın ötesinde bulunan hakikatin ifadesi olduğu, Pisagorcu duruşa yakın bir biçimde evrenin kendisini matematik aracılığıyla açığa vurduğu düşünülüyordu. Müslüman zanaatkarların desenlerinde meydana getirdiği simetriler ve sonsuz döngüler bir sonsuzluk alegorisi, dünyanın kutsal matematik düzeninin bir ifadesiydi (Bellos, 2012).

Teksas Teknik Üniversitesi'nden mimar Rima Ajlouni, İslam mimarisinde üç mükemmel kuazikristale rastladığını ve Acta Crystallographica adındaki uluslar arası kristalografi dergisinde yayımlanması beklenen makalesinde bu kuazikristallerin nasıl sadece cetvel ve pergel yardımıyla çizilebileceğini açıklayacağını söylemiş.

Biz bu makaleden bihaber olarak cetvel ve pergel yardımıyla Müslüman sanatkarların bu desenleri nasıl yaptıklarına değinebiliriz.

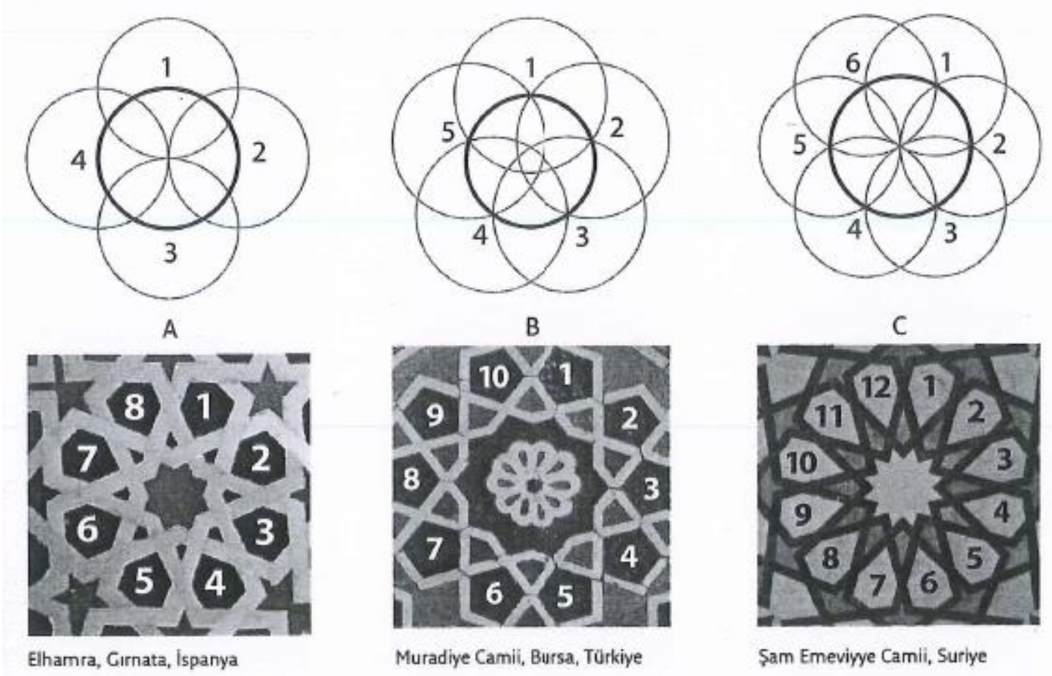
# 7 GEOMETRİK DESENLERİN OLUŞTURULMASI

Geometrik desenler, İslam sanat ve mimarisinin en tanınan görsel ifadeleri arasındadır. Ancak bu desenleri nasıl oluşturduklarına ya da zanaatkarlara ve kullandıkları tekniklere dair ne biliyoruz? Geçmişte, zanaatkarların kapsamlı bir geometri uygulama bilgisi vardı. Bir dairenin on iki eşit dilime nasıl bölüneceğini, iletkiyle açılarını ölçmeden bilirlerdi. Bir caminin kubbesindeki büyük bir geometrik deseni inşa edebilir ve temel motiflerin, birbirlerine kusursuz bir şekilde bağlı olarak kubbenin tüm çevresini dolaşmasını sağlayabilirlerdi. Becerileri kurama ya da matematik hesaplarına dayanmazdı; desenleri, daireler ve çizgiler çizerek oluştururlardı (Broug, 2012).

Pergeli ve cetveli bir kenara koyup, elinizde yalnızca bir parça ip olduğunu hayal edin. Eski dünyada, mimarların bir binanın tam ölçekli kat planını çizmek için ihtiyaçları olan şey buydu. İpin bir ucu sabit bir noktaya, diğer ucu ise bir parça tahtaya bağlanırdı. Mimar, sabit bir noktanın etrafında gergin bir iple dolaşarak mükemmel bir daire çizebilir, bu dairenin büyüklüğü doğal olarak ipin uzunluğu ile belirlenirdi. Pergel ve cetvel ipin gelişmiş şeklidir; daha fazla bir şey gerekmez. İp kullanmak büyük çaplı işler için oldukça iyi bir yöntemdir, ancak küçük desenler için daha az uygundur. Cetvel ve pergel kullanımı ip yönteminin yerine geçti ve Yunanlı matematikçi Euklides tarafından M.Ö.300 yılında Elemanlar adlı eserinde tanımlandı. Yüzyıllar boyunca Müslüman mimarlar, eşit çapta daireler çizmek için her desen için ayrıca ayarlanması gerekmeyen sabit açılı pergeller kullandılar (Broug, 2012).

İslam sanatında ve mimarisinde desenlerin çoğu, mükemmel bir sıralama ile birbirlerine uyum sağlayacak şekilde, bir tek motifin tekrarlanmasına dayanır. Tüm duvarı kaplayacak detaylı bir desen tasarlamaktan ziyade sanatçılar yüzeyi örneğin dörtgen veya altıgenlerden oluşan ızgaralara bölebilir ve bağımsız bir motifi her birimde tekrarlayabilirler.

Her geometrik desenin başlama noktası tam bir dairedir. Tasarımcı çeşitli boyutlarda ikincil daireler ekler, bunları birbiriyle ilişkilendirir ve karmaşık desenler oluşturmak için kesitleri düz çizgilerle birleştirir. Dairelerin ve çizgilerin birbiriyle kesişme şekli, desenin esas şeklini ve 'ailesini' belirler (Broug, 2012).



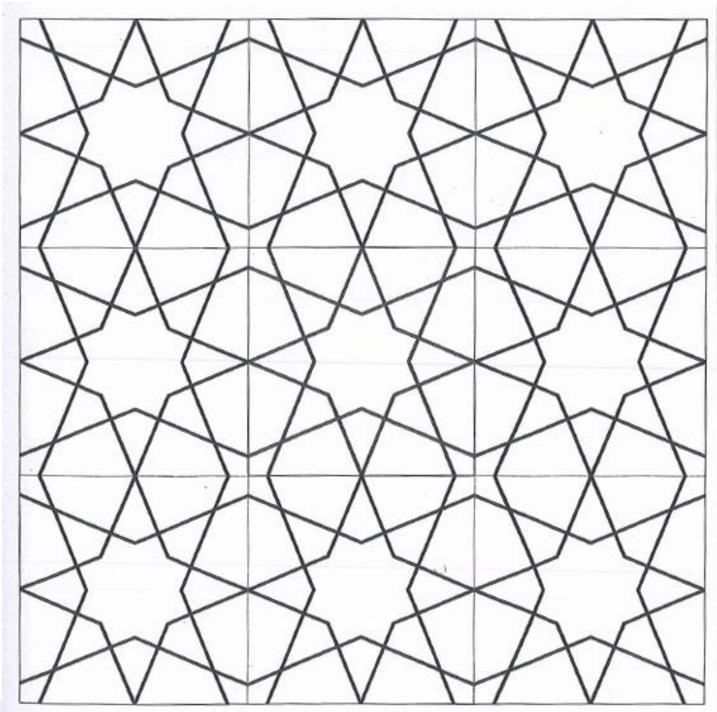

Şekil 7.1 (Broug, 2012)

Seçenek sayısı sınırlıdır ve İslam sanatında ve mimarisinde bulunan geometrik desenlerin çoğu, yukarıda görülen, ana daire etrafına birbiriyle ilişkili dört (A), beş (B) veya altı (C) adet ikincil dairenin çizildiği üç aileye aittir (Şekil 7.1) (Broug, 2012).

Bu üç gruptan, dört, beş veya altı ikincil form bulunan birçok deseni içeren, yüzlerce farklı geometrik desen çıkarılabilir. Bir modelin hangi aileye ait olduğu, yıldız şeklindeki merkezin etrafındaki birbirinin aynı formların motifi belirlenerek ve adedi sayılarak kolayca anlaşılabilir. Yukarıda yer alan çizimde, sırasıyla A,B ve C ailelerine ait olan, bir yıldızın etrafındaki birbirinin aynı sekiz, on ve on iki şekilden oluşan desenler görülmektedir. A,B ve C grubundaki desenler, sırasıyla dörtgen, beşgen ve altıgendir.

İslam mimarları ya da nakkaşları cetvel ve pergel yardımıyla kusursuz bir şekilde kare, düzgün beşgen ve düzgün altıgen çizmeyi biliyorlardı. Kurtuba Ulu Camii'nden bir desen gösterip, nasıl çizildiğini adım adım anlatabiliriz.

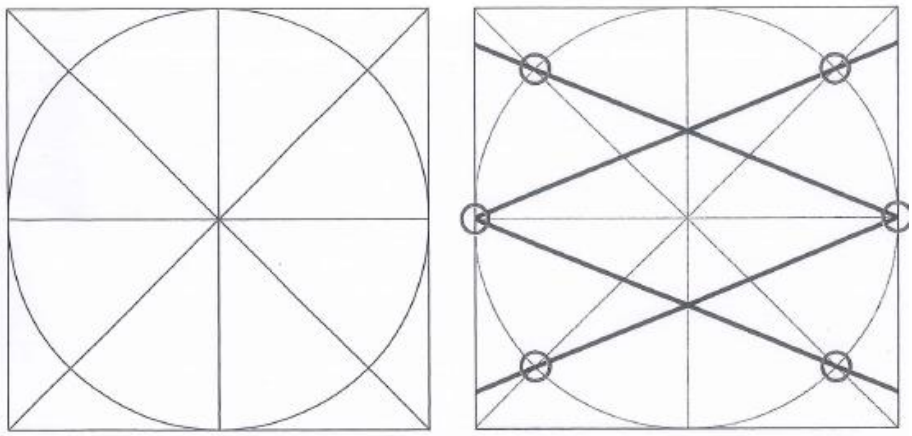
İspanyolcada La Mezquita diye bilinen Kurtuba Ulu Camii'nin inşası Emir 1.Abdurrahman'ın emriyle 784 yılında başladı ve caminin son şeklini alması iki yüzyıldan fazla sürdü. Cami bu süre içinde, en sonuncusu 987 yılında gerçekleştirilen çok sayıda tadilata ve ilaveye maruz kaldı.



Şekil 7.2 (Broug, 2012)

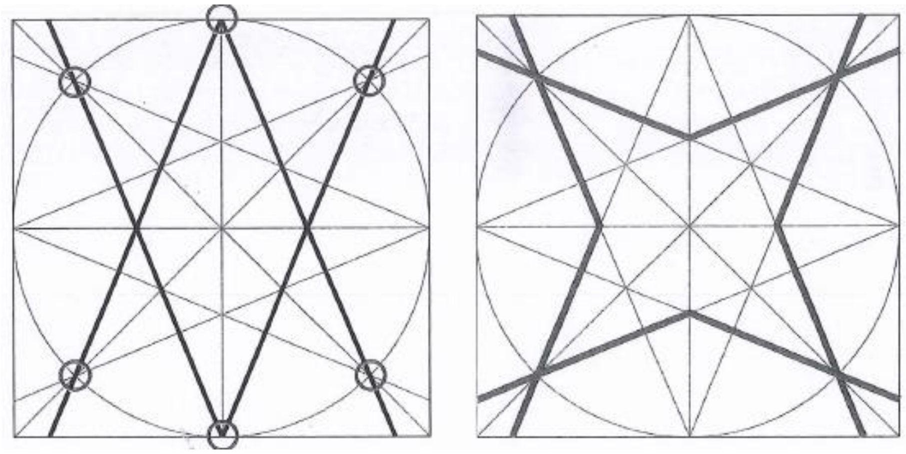
Şekil 7.2'de Kurtuba Ulu Camii'nde yer alan bir motif görülüyor. Bu desenin taslağını kağıt üzerinden nasıl çizebileceğimizi bir kaç adımda gösterebiliriz.

İlk adımda kurşun kalemle bir karenin içine dört kesişen çizgi ve bir daire çizeriz. Daha sonra yuvarlak içine alınmış kesişim noktalarını, birbirine geçmiş iki V harfi oluşturacak şekilde birleşmiş dört çizgiyle birleştiririz (Şekil 7.3) (Broug, 2012).



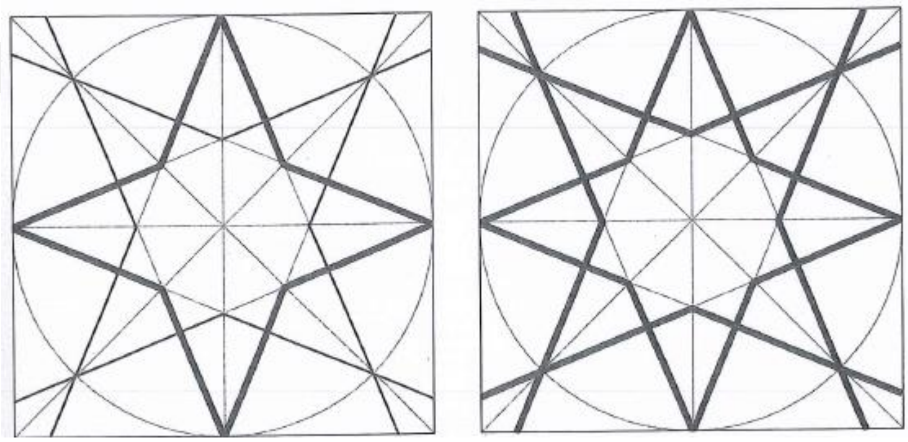
Şekil 7.3 (Broug, 2012)

Şekil 7.4’de gösterildiği gibi dört çizgi daha çizeriz. Mürekkepli bir kalem alıp koyu renkle gösterilen çizgilerin üzerinden mürekkeple geçeriz.



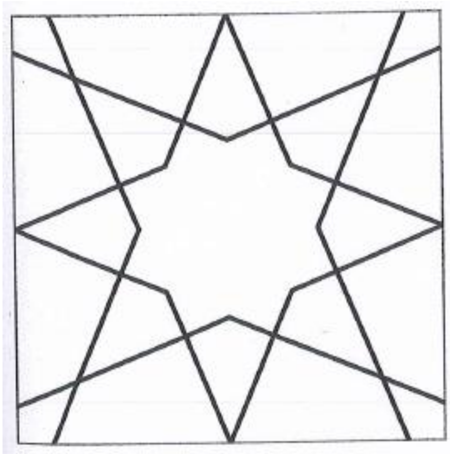
Şekil 7.4 (Broug, 2012)

Son adımda şekil 7.5’de gösterilen koyu çizgilerin üzerinden de mürekkeple geçersek, kılavuz çizgiler kaldırılmadan aşağıdaki gibi görünecektir.



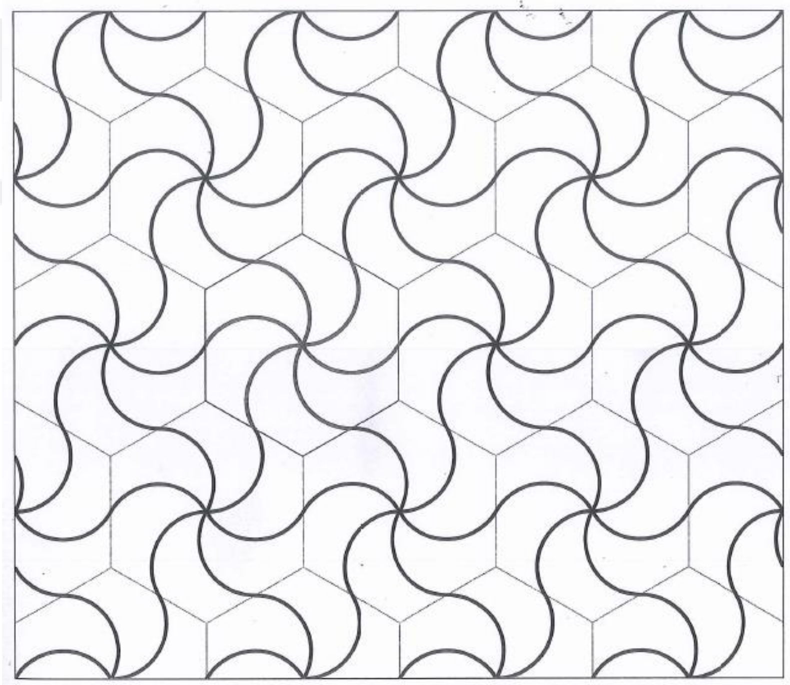
Şekil 7.5 (Broug, 2012)

yardımcı çizgiler olmadan görünüşü için Şekil 7.6’ya bakabiliriz.



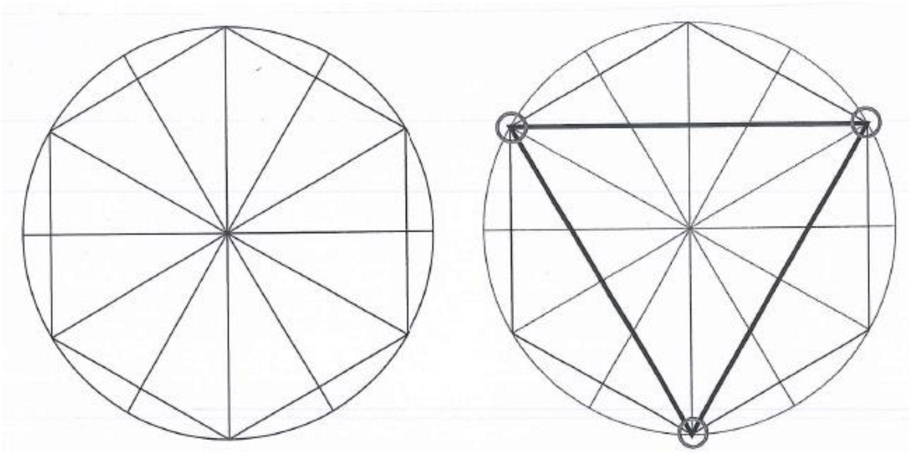
Şekil 7.6 (Broug, 2012)

İspanya’daki Elhamra sarayından bir motif ve yapılışı;



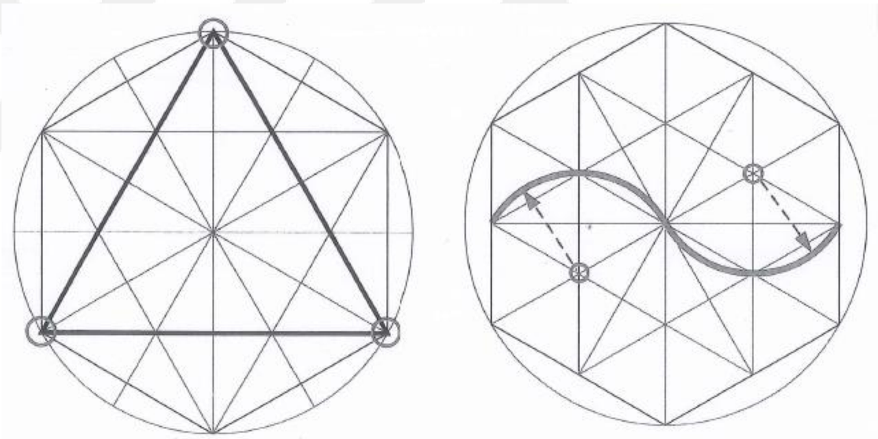
Şekil 7.7 (Broug, 2012)

İlk adımda, bir dairenin içine bir altıgen ve altı kesişen çizgi çizeriz, sonrasında yuvarlak içinde gösterilen noktaları kullanarak bir üçgen çizeriz (Şekil 7.8) (Broug, 2012).



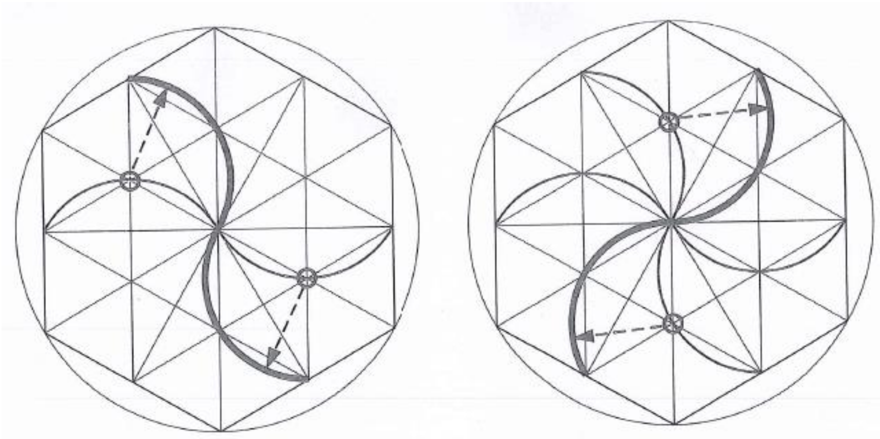
Şekil 7.8 (Broug, 2012)

Şekil 7.9'da gösterildiği gibi ikinci bir üçgen daha çizeriz. Pergeli kullanarak yuvarlak içine alınmış noktaları merkez kabul ederek Şekil 7.9'da gösterilen yayları oluştururuz.



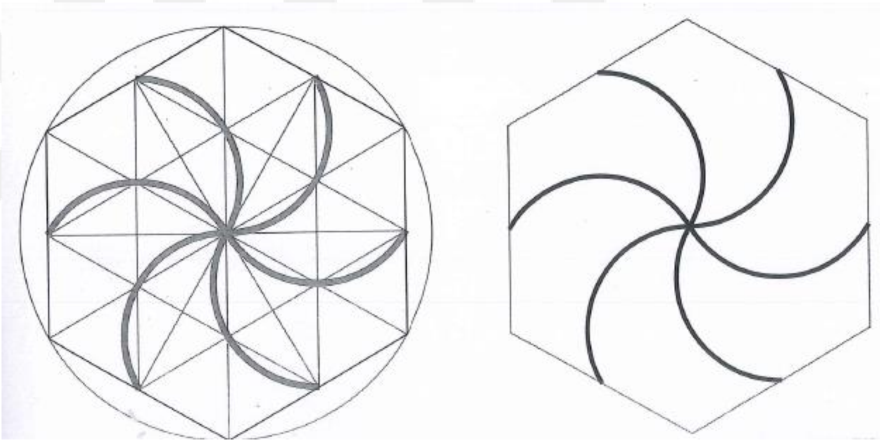
Şekil 7.9 (Broug, 2012)

Aynı işlemi Şekil 7.10'da gösterilen noktaları kullanarak 4 kez daha tekrarlarız.



Şekil 7.10 (Broug, 2012)

Kılavuz çizgiler silinmeden ve silindikten sonra, desenin görüntüsü altta gösterildiği gibi olur (Broug, 2012).



Şekil 7.11 (Broug, 2012)

En son verdiğimiz desen Elhamra sarayında bulunan onlarca farklı motiften biriydi.

Ortaçağ İslami girih desenlerini Penrose'un mozaikleri ışığında inceleyen araştırmacılar Arap sanatçıların aslında beş farklı birim kullanarak kendini tekrarlamayan mozaikler tasarlamış olduğunu ortaya çıkarmış. Elhamra sarayı'nın sıra dışı süslemeleri arasında böyle mozaikler de var.

Bugün İspanyol matematikçiler Elhamra'nın zemin ve duvarlarındaki tüm süslemelerin matematik problemlerinin özgün çözümlerini barındırdığını kanıtlayabiliyorlar (Joe Montesino'nun Eylül 2007'de Toledo'da Academia Europea konferansındaki konuşması). Güzelliği sadece gözler için yaratılmayan Elhamra, matematik denklemlerinin gizli anahtarı olmanın cazibesini de taşıyor.

Elhamra aynı zamanda Escher ve onun inanılmaz motiflerine giden yolun kapısını da aralayan büyüleyici bir yapı ve bu yüzden Elhamra sarayının tarihinden biraz bahsetmeliyiz.

# 8 ELHAMRA VE ESCHER'İN ÇİZİMLERİ

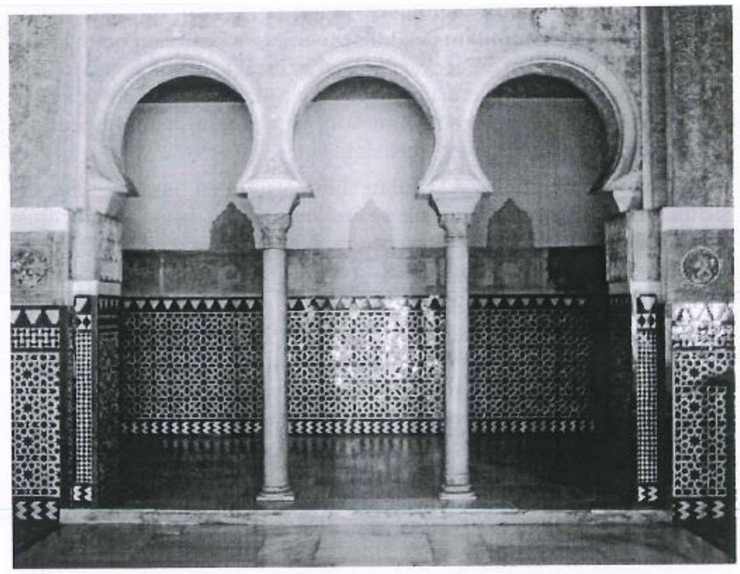
İspanya'daki İslam mimarisinin en önemli yapılarının başında gelen Elhamra Sarayı (Kasrü'l-Hamra,el-Kasabatü'l Hamra) Endülüs mimarisi ve sanatının olduğu kadar tüm İslam sanatının da gurur kayngıdır. İnşasında kullanılan harcın kızıla çalan renginden dolayı 'kızıl' anlamına gelen El-hamra adını alan saray, Beni Ahmer Devleti'nin başkenti olan Gırnata'da inşa edilmiştir.

Beni Ahmer Devleti'nin (Nasriler) kurucusu Galib-Billah Muhammed B.Yusuf'un talimatıyla 1238 tarihinde, daha önce Elhamra kalesinin bulunduğu yere ölçüleri eskisinden daha büyük ve daha farklı bir kasabanın, yani Elhamra'nın kurulmasına başlanmıştır.

Daro ve Ganil ırmaklarına bakan ve üzerine bulunduğu sarp tepenin konumuna uygun olarak biçimlenen bu kale şehir; emir ve haremini barındıran saray, sarayın askeri garnizonu olarak hizmet veren el-kasaba ve bazı idarecilerle esnafın yaşadığı şehir olmak üzere üç bölümden oluşur (Özkeçeci, 2006).

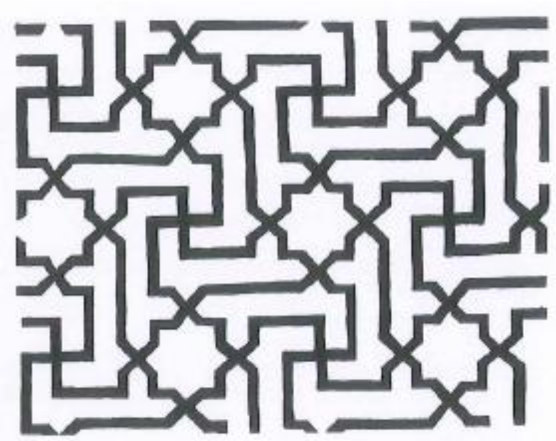
Eklektik bir mimari yapılanma sergileyen, saray ve köşklerden meydana gelen Elhamra sarayını oluşturan binaların ne zaman yapıldığını kesin olarak tespit etmek mümkün değildir.

Elhamra 1492'de İspanyolların eline geçmiştir. Zaptedildiği gün el-kasaba bölümünde bulunan gözetleme kulesine kardinal tarafından gümüş haç dikilerek İslam hakimiyetinin sonunu simgelemesi amacıyla kraliyet sarayı ilan edilmiş ve devlet himayesine alınmıştır. 1808 yılında Granada'yı işgal eden Napolyon karargah olarak Elhamra'yı seçmiş ve burada bulundukları süre içinde sarayın bazı bölümlerini tamir ettirmiştir. Buna karşılık Fransızlar 1812'de şehri terk ederken sarayın bütün kalelerini havaya uçurmak üzere dinamit döşemişler, son anda bir İspanyol askerin kabloları kesmesiyle yıkım kısmen engellenmiştir (Özkeçeci, 2006).



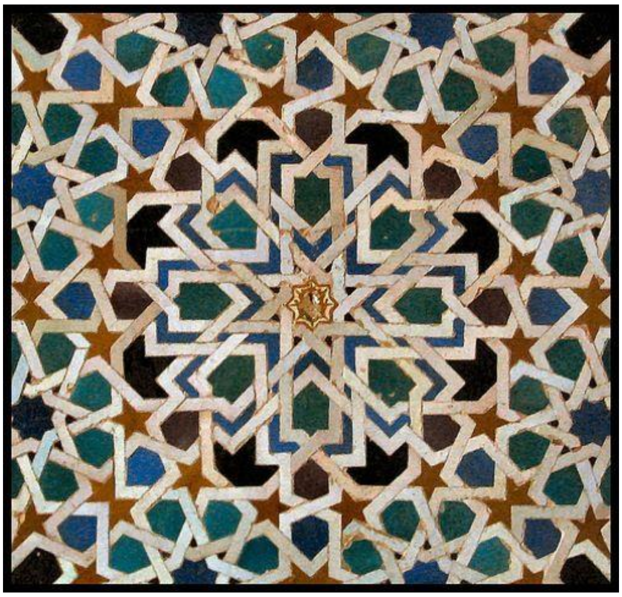
Şekil 8.1 (Özkeçeci, 2006)

Elhamra sarayının nefis süslemelerinde (Şekil 8.1) genelde mermer, açık mekanlarda sadece alçı, kapalı mekanlarda ise alçı ile karışık çiniler kullanılmıştır. Süslemeye büyük önem verilen ve süsleme sanatında birçok yeniliklerin yer aldığı motifler, İslam sanatına her devirde hakim olan bitkisel ve geometrik motiflere dayanır.



Şekil 8.2 (Elhamra,aslanlı avlu duvar süslemelerinde bir örnek, Özkeçeci, 2006)

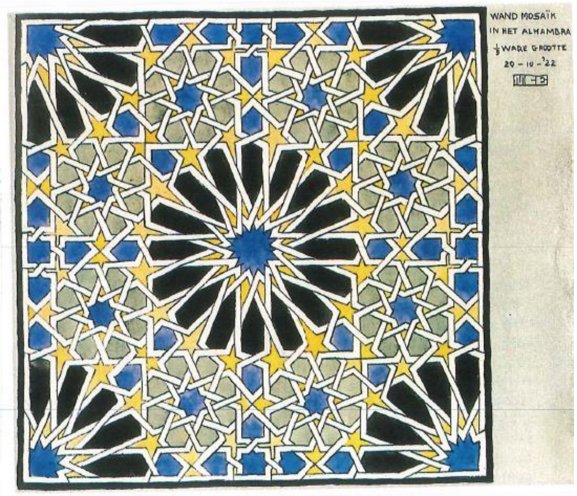
Bu eserlerin 16.yüzyıl minyatürlerinde olduğu gibi sanki sihirli bir kurgusu vardır. İnsan eli değmemiş gibi kusursuzca tasarlanıp işlenmiş zeka ve sabır ürünü bu muhteşem kompozisyonlara bakan kişi her baktığında ilk defa görüyormuşçasına eserin farklı bir yönünü görebilir, her seferinde bir başka detaya dikkat kesilir (Özkeçeci, 2006).



Şekil 8.3 (Elhamra'da yer alan bir çini süsleme)

İslam sanatında özellikle Endülüs sanatında ortaya konulan birbirinden görkemli ve hayranlık verici bu kompozisyonlar insana verilmiş olan mükemmel yeteneğe taşların tanıklık etmesi gibidir. Zerafetli, olgun, asil bir havası olan ve her biri ayrı bir zeka ışıltısı taşıyan emek ve sabır ürünü bu eşsiz eserler insanlık tarihi içinde medeniyet ve sanatın ulaşabildiği zirvelere işaret eder (Özkeçeci, 2006).

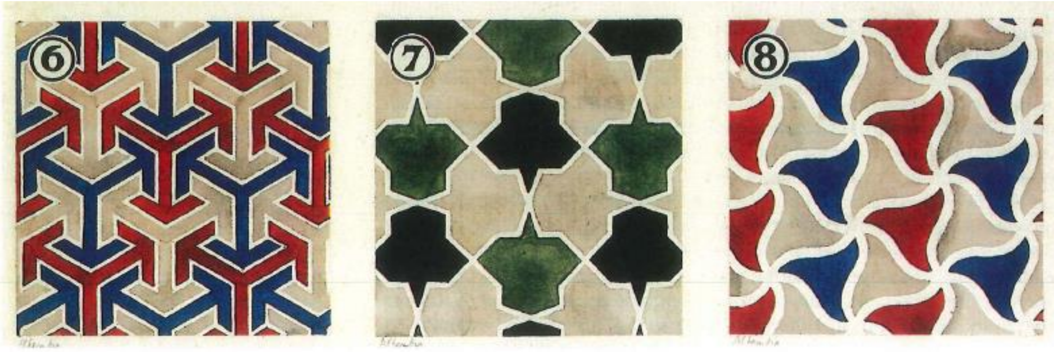
Elhamra belki de 700 yıl boyunca onu ziyaret edecek olan dehayı bekledi. Escher 1919'da girdiği Haarlem Mimarlık ve Süsleme sanatları okulunu bitirdiği 1922 yılında İtalya ve İspanya'yı kapsayan bir seyahate çıktı. Bu gezi esnasında İspanya'daki Elhamra sarayını ziyaret etti ve özellikle büyük karmaşıklığı ve geometrik sanatsallığı nedeniyle ilgisini çeken bir bölümünün taslağını çizdiği karo süslemelerinin zenginliği karşısında hayrete düştü (Schattschneider, 1990).




Şekil 8.4 (escher'in defterine çizdiği elhamra'dan bir motif) (Schattschneider, 1990)

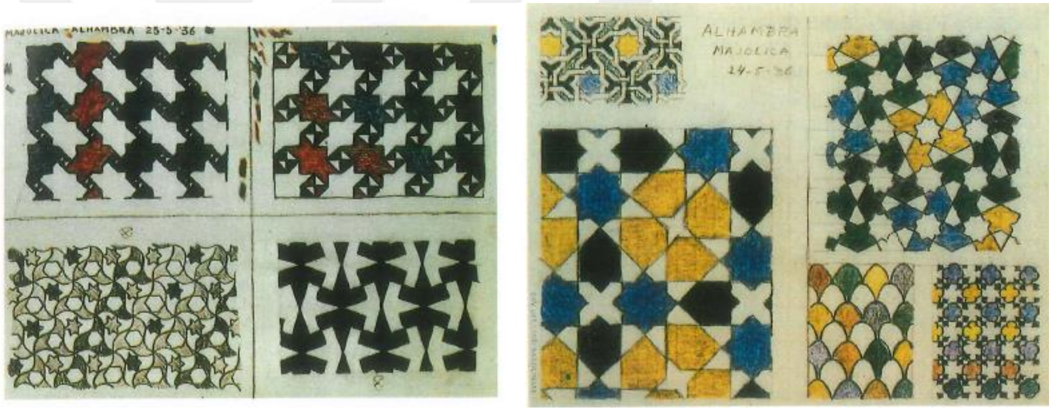
Elhamra'nın çinileriyle bu ilk karşılaşması, kendi çinilerini yapma konusunda ilgisini artırdı. Her şekilde, 1920'lerin ortalarında, bazıları ipek üzerine elle çizilen, tek şekle sahip birkaç 'mozaik' üretti. Her zaman geometrik şekillere sahip olan mağribi çinilerinin aksine (kendisinin 'motif' olarak adlandırdığı) Escher'in çini şekilleri ana hatlarıyla canlı yaratıklar olarak tanımlanabilir olmalıydı (Schattschneider, 1990).


Şekil 8.5 (Schattschneider, 1990)

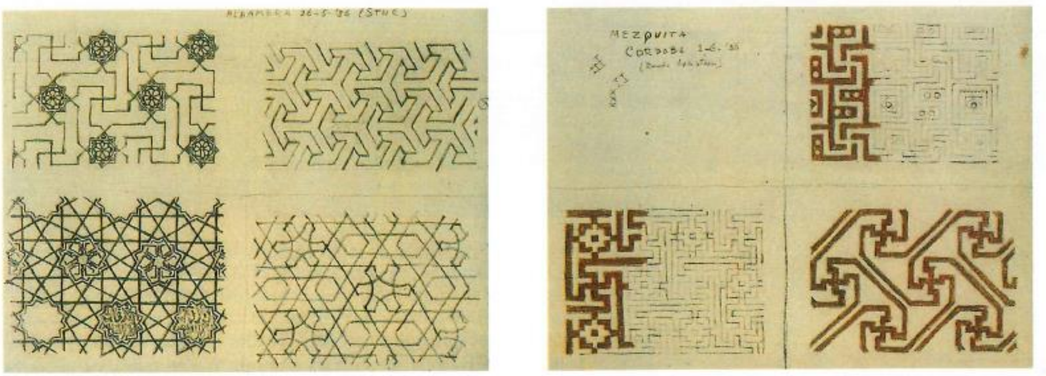



Şekil 8.6 (Schattschneider, 1990)

Şekil 8.5 ve 8.6’da gösterilen desenler Escher’in gezdiği mimari yapılardan derlediği ve kendi kişisel defterine çizimlerini yaptığı mozaikleri gösteriyor. 1 ile numaralandırılan şekildeki desen bir Japon desen kitabından alınmış, 2.şekil bir Ortodoks klisesinden, 3.şekil Cordoba’da bulunan bir Camiden, diğerleri Elhamra sarayından. Escher bu çizimlerde mevcut bulunan simetrileri de belirtmiş. İlk 7 şekilde ayna simetrisi varken 8.şekilde döndürme simetrisi olduğunu defterine not düşmüş (Schattschneider, 1990).



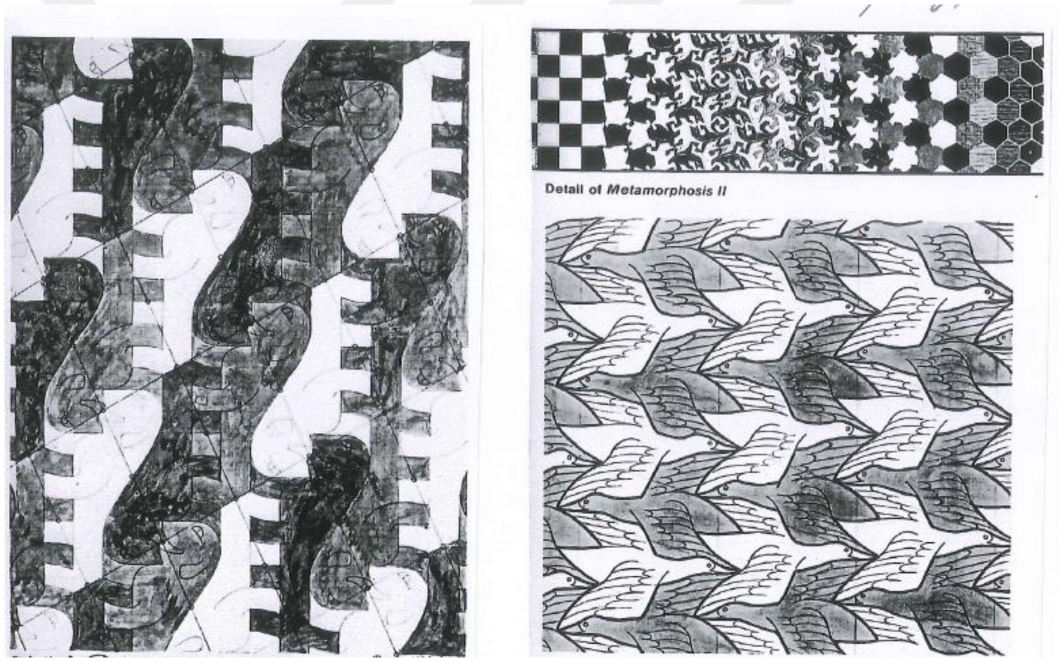

Şekil 8.7 (Schattschneider, 1990)



Şekil 8.8 (Schattschneider, 1990)

Yine Escher’in defterinden. üstteki motifler Elhamra ve La Mezquita yapılarından kopyaladığı desenlerin taslak çizimleri. Escher bunları 1936 yılında yapmış (Schattschneider, 1990).

Echer’in cümleleriyle devam edersek; ‘düzlemin hiç boşluk bırakmadan nasıl düzenli bir şekilde bölünebileceği meselesine gelirsek, bu işin ustası eski Mağribilerdi. Duvarları ve zeminleri, özellikle de İspanya’daki Elhamra Sarayı’ndakileri, aralarında hiç boşluk bırakmadan yerleştirdikleri çok renkli mayorka seramik parçalarıyla süslediler. Ne yazık ki İslam, ’tasvir’e izin vermiyordu. Bu nedenle, yoğun olarak kullandıkları seramiklerde kendilerini soyut geometrik biçimlerle sınırladılar. Benim bilebildiğim kadarıyla Mağribi sanatçıların bir teki bile seramiklerde somut, tanımlanabilen, gerçeğe uygun bir görünüme sahip balık, kuş, yılan ya da insan figürüne yer vermedi. Benim açımdan ise böyle bir sınırlamanın kabul edilemezliği çok daha fazla öne çıkıyor, çünkü çizimlerimdeki öğelerin tanımlanabilir olması, bu tür çalışmalara duyduğum tükenmez ilginin başlıca nedenidir.’ (Escher, 2005).




Şekil 8.9 (Ernst, 2012)

Hollandalı grafik sanatçısı M.C.Escher’in matematiksel yönü genellikle kabul edilmiş olmakla birlikte, az sayıda hayranı, çalışmalarındaki matematiksel derinliğin farkındadır. Muhtemelen Rönesans’tan bu yana ilk kez bir sanatçı matematiğe, sadece matematiksel fikirleri sanatına uygulamak adına, Escher’in odaklandığı genişlikte odaklanmıştır. Matematiği (özellikle geometriyi) birçok resim ve baskısını yaratırken kullanmıştır. Birçok çalışmasını matematiğe borçludur. Çok sayıda çalışması soyut matematiksel kavramların görsel metaforlarını ortaya koyar. Escher, özellikle sonsuzluğu tasvir etme konusunda saplantılıdır. Yıllar boyunca bazıları daha sonraki keşiflere önayak olan, kendi matematiksel araştırmalarını yürütmüştür (Schattschneider, 1990, çev. Osman Altun).

M.C.Escher Arnhem/Hollanda'da 4 erkek kardeşin en küçüğü olarak büyüdü. 1919'da Escher, Haarlem Mimarlık ve süsleme sanatları okulu'na mimarlık okuma niyetiyle girdi, ama resim ve grafik sanatları öğretmeni Samuel Jessurun de Mesquita'nın tavsiyesi ve ailesinin izniyle kısa süre sonra grafik sanatlar bölümüne geçti. Haarlem'deki çalışmalarından üçü düzlemin doldurulması şeklindeydi; iki tanesi eşkenar dörtgenlerin doldurulması temelliydi, diğeri de dördü baş aşağı olmak üzere sekiz seçkin baş figürüyle doldurulmuş bir dikdörtgendi (Şekil 8.10). Düzlemin doldurulması, Escher için kısa süre sonra bir saplantı haline dönüşecekti (Schattschneider, 1990).

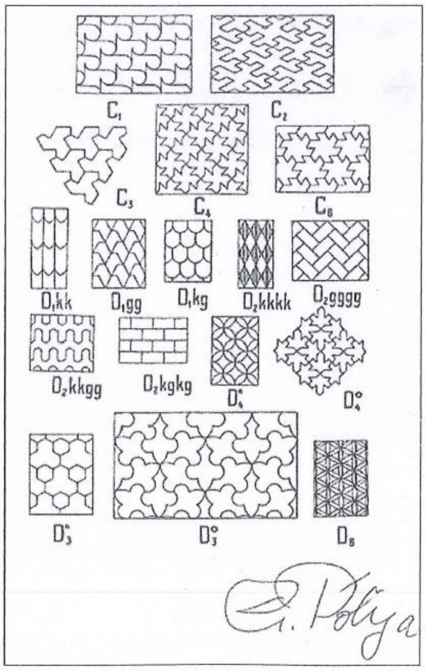
Şekil 8.10 (Ernst, 2012)

Haarlem'i 1922'de bitirdikten sonra İtalya ve İspanya'da neredeyse bir yıl seyahat etti. Bu gezi esnasında Elhamra sarayını ziyaret etti ve özellikle bir bölümünün taslağını çizdiği karo süslemelerinin (Endülüs çinilerinin) zenginliği karşısında büyülendi. Elhamra'nın çinileriyle bu ilk karşılaşması, kendi çinilerini yapma konusunda ilgisini artırdı.

Elhamra taslaklarını ve çinilerin birbiriyle olan geometrik ilişkilerini inceleyerek birbirleriyle bağlantılı motiflerden oluşan bir düzine yeni simetri çizimleri yapabilmişti.

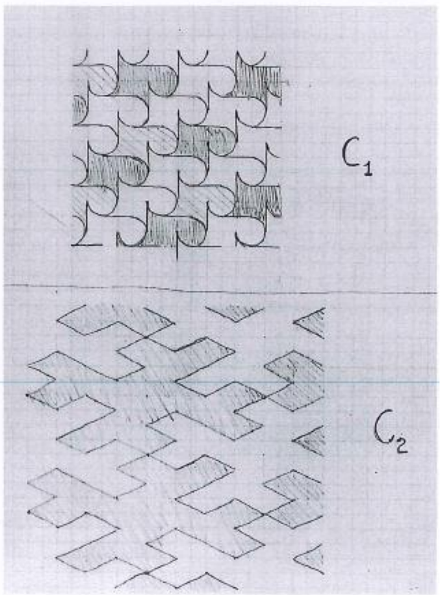
1937 ekim ayında Escher eksik simetri portfolyosunu, kristalografların ilgisini çekebileceğini düşündüğü jeoloji profesörü ağbisi Beer'a gösterdi. Beer, Escher'e faydalı olabileceğini düşündüğü bazı teknik araştırmaların listesini gönderdi. Beer'in listesinde,tamamı Zeitschrift für Kristallographie'den olmak üzere, 1911 ile 1933 arasında F.Haag, G.Polya, P.Niggli, F.Laves ve H.Heesch tarafından yazılmış 10 makale vardı. Escher Haag ve Polya'nın makalelerini faydalı buldu (Schattschneider, 1990).

Polya'nın makalesinin Escher üzerinde büyük bir etkisi oldu. Escher düzlemin dört izometrisini anlatan bütün metni ve Polya'nın düzlemsel döşemeleri simetri gruplarıyla sınıflandırmasını dikkatle not etti.




Şekil 8.11 (Schattschneider, 1990)

Escher sezgisel olarak Polya'nın bahsettiği uyumu koruyan dönüşümlerden haberdardı, ama simetri gruplarına dair tartışmalardan hiçbir şey anlamamıştı. Onun esas olarak vurulduğu Polya'nın 17 düzlemsel simetri grubunu tasvir eden tam sayfa tablosuydu (Şekil 8.11). Escher bu 17 çizimi tek tek defterine kopyaladı, bazılarını renklendirdi (Şekil 8.12). Bunların arasında, Elhamra'da kaydetmediği simetrileri içerenler de vardı. Bunlar öteleme haricinde içerdikleri simetriler, ötelemeli yansımalar ya da dörtte bir (90 derece) ve yarım (180 derece) döndürmeden ibaret olanlardı (Schattschneider, 1990).




Şekil 8.12 (Schattschneider, 1990)

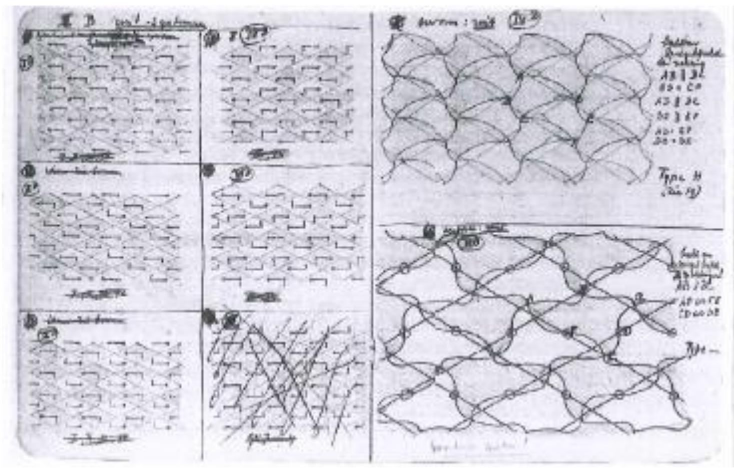
Escher daha fazlasını bulmak ve tanımlamak istedi. Kendi tekniklerini kullanarak kovaladığı sorular şunlardı:

1.Her şeklin etrafı aynı şekilde sarılı olacak şekilde düzlemi uyumlu bir şekilde dolduracak düzlemin düzenli bölünmesi için olası şekiller nelerdir?

2.Böyle bir şeklin kenarları hangi yollarla izometriler ile ilişkilendirilebilir.

Escher'in bir figürü komşu bir figüre bağlarken kullanılmasına izin verdiği izometriler sadece ötelemeler, dönüşler ve ötelemeli yansımalardı.

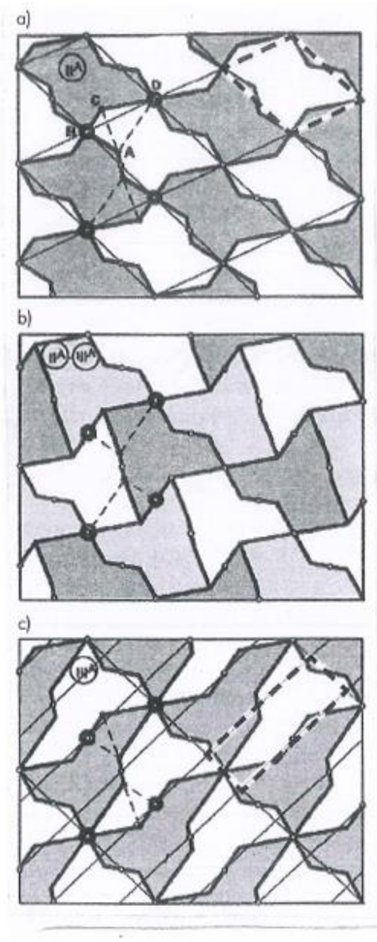
Escher'in dörtkenarlı sistemler üzerine olan çalışması çok genişti. Bu döşemeleri, sembolik olarak, her bir figür bir paralelkenarı temsil edecek şekilde bir uyumlu paralelkenarlar ağı olarak gösterdi. Bu ağları her paralelkenar karşıt renkli diğeriyle bir köşe paylaşacak şekilde dama tahtası tarzında gölgelendirdi.



Şekil 8.13 (Schattschneider, 1990)

Escher'in, asimetrik figürler ilgisini çekiyordu ve asimetriyi sağlamak için her paralelkenarın içerisine bir çengel yerleştirdi. Çengel yönlendirmeyi sağlarken figürün sınırındaki küçük çemberler ve kareler figürün, komşu figüre dönebileceği iki katlı veya dört katlı merkezleri gösteriyordu (Schattschneider, 1990).

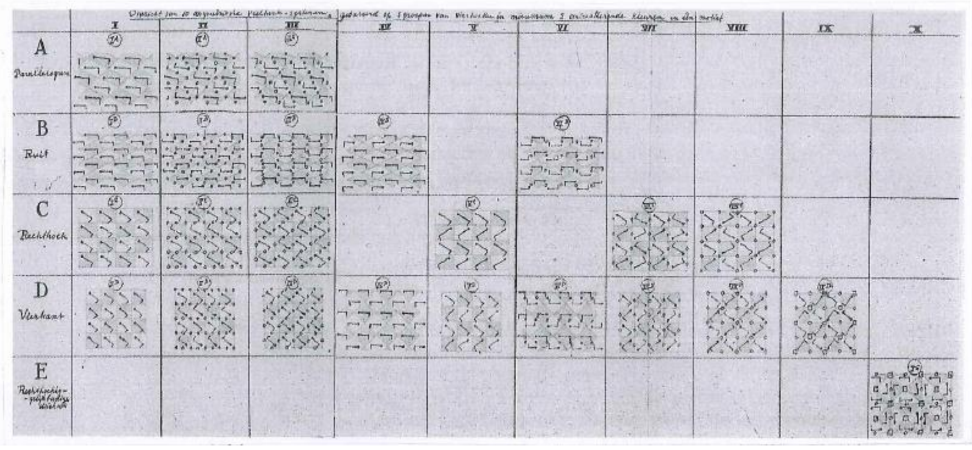
Nihayetinde 10 değişik döşeme sınıfı bulmuş ve bunları 1-10 olarak numaralandırmıştı. Şekil 8.14'de görülen, onun örneklerinden birinin tekrar çizimidir. 10 kategorisinden 2 renkli alışılageldik bir tanesiyle başlıyor. Bu kategorilerde her seferinde 4 figür bir düğüm noktada birleşiyor ve sadece iki renge ihtiyaç duyuluyordu. Daha sonra bir desen ve köşelerden birini (B diyelim) bir diğer dikkatle seçilmiş (A diyelim) sınır noktasına birleştiren, döşemenin düğümü olmayan bir sınır parçasını seçiyordu. A'yı bir dayanak noktası olarak kullanıyor, A ile B'yi birleştiren sınır parçasını döndürerek (bazen esneterek) B köşe noktasının sınır üzerinde kayarak yeni bir noktada durmasını sağlıyordu (C noktası). Aynı işlemin, bütün desenlerin eşleşen sınır parçalarında tekrar edebilmesi üç renkle gösterilebilecek yeni bir desen yaratıyordu (Şekil 8.14-b). İşlem yeni AC kesitinde C'yi orijinal desenin düğüm noktasına kadar sınır boyunca hareket ettirerek sürdürebiliyordu. Bu tekrar 2 renge ihtiyaç duyan yeni bir desen oluşturuyordu (Şekil 8.14-c) (Schattschneider, 1990).



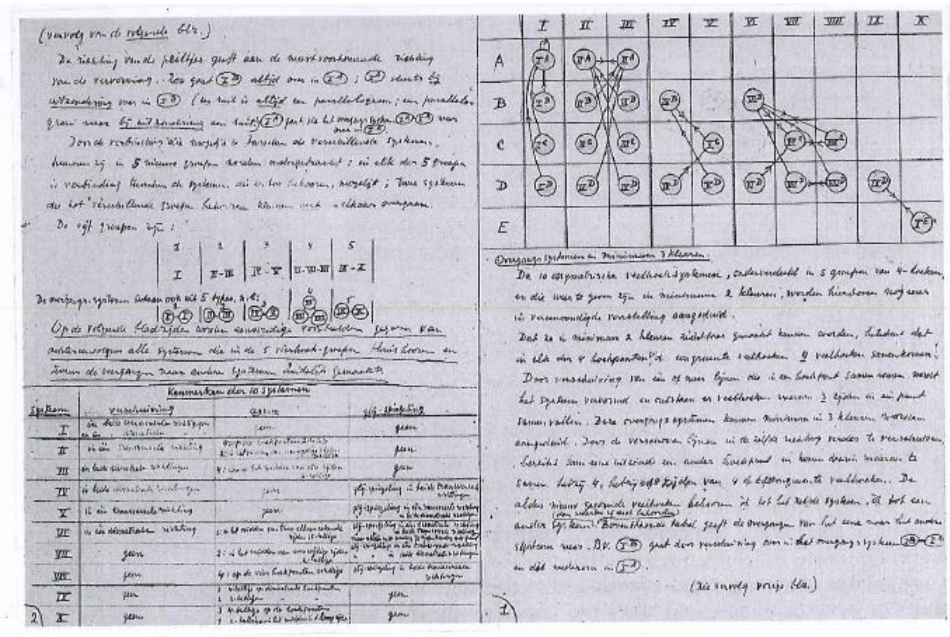

Şekil 8.14

Escher 1941-1942'de düzlemin düzenli bölünmesi, bunların nasıl üretilebileceği ve renklendirilebileceğine dair birçok buluşunu, kendisinin kişisel ansiklopedisi olan bir deftere kaydetti. Escher kesin simetrinin özel paralelkenar ağları gerektirdiğinin farkındaydı ve bu yüzden 5 değişik kategori belirledi: herhangi bir paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve ikizkenar dik üçgen. bunları sırasıyla A'dan E'ye isimlendirdi. Her figür köşesinin aynı figürle veya komşu bir figürle nasıl ilişkili olduğunu hızlıca kaydetmek için Escher kendi işaretini icat etti: ='öteleme ile ilişkili' demekti, II 'ötelemeli yansıma ile ilişkili' demekti. Köşesinde bir S '180 derece dönüş ile ilişkili' ve L '90 derece dönüş ile ilişkili' anlamına geliyordu.

Şekil 8.14'de gösterilen dönüşüm, IIA sistemi IIA-IIIA'ya, o da IIIA'ya dönüşüyor (Schattschneider, 1990).

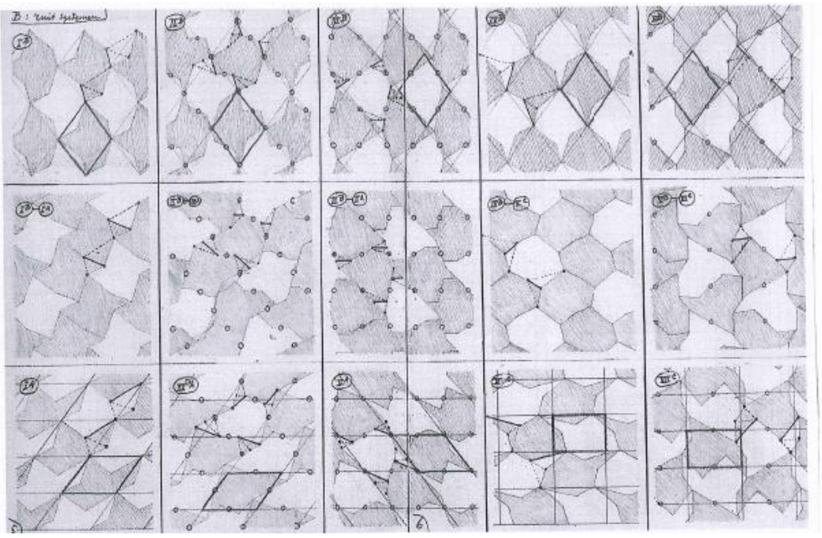


Şekil 8.15 (Schattschneider, 1990)

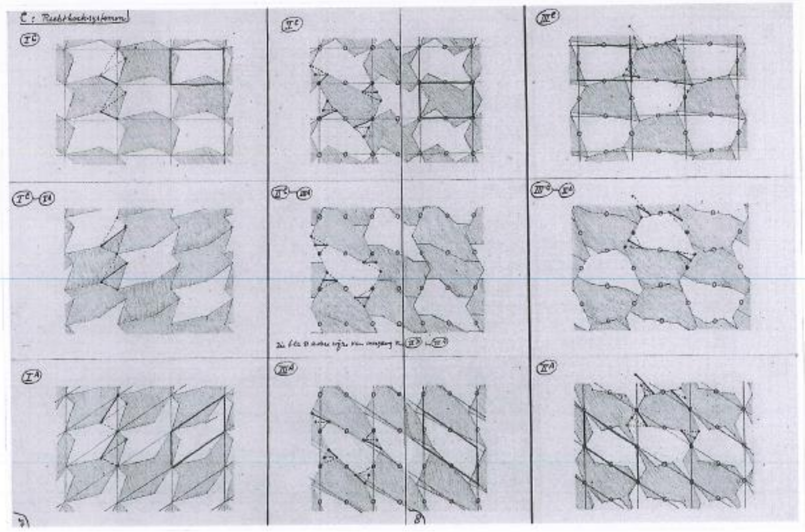


Şekil 8.16 (Schattschneider, 1990)

Escher bu keşiflerini kelimelere dökmedi ama defterinde 16 sayfa boyunca bu 10 kategorinin tamamını kapsayan dönüşümlerin dikkatli tasvirlerini çizdi. Birçok seferinde aynı desenin bir belirgin dönüşümünden fazlasını keşfetti. Bugünün notasyonunu  kullanırsak, tek bir izohedral döşemesinden yola çıkarak değişik izohedral tiplerinin nasıl üretilebileceğini keşfetmişti (Schattschneider, 1990).

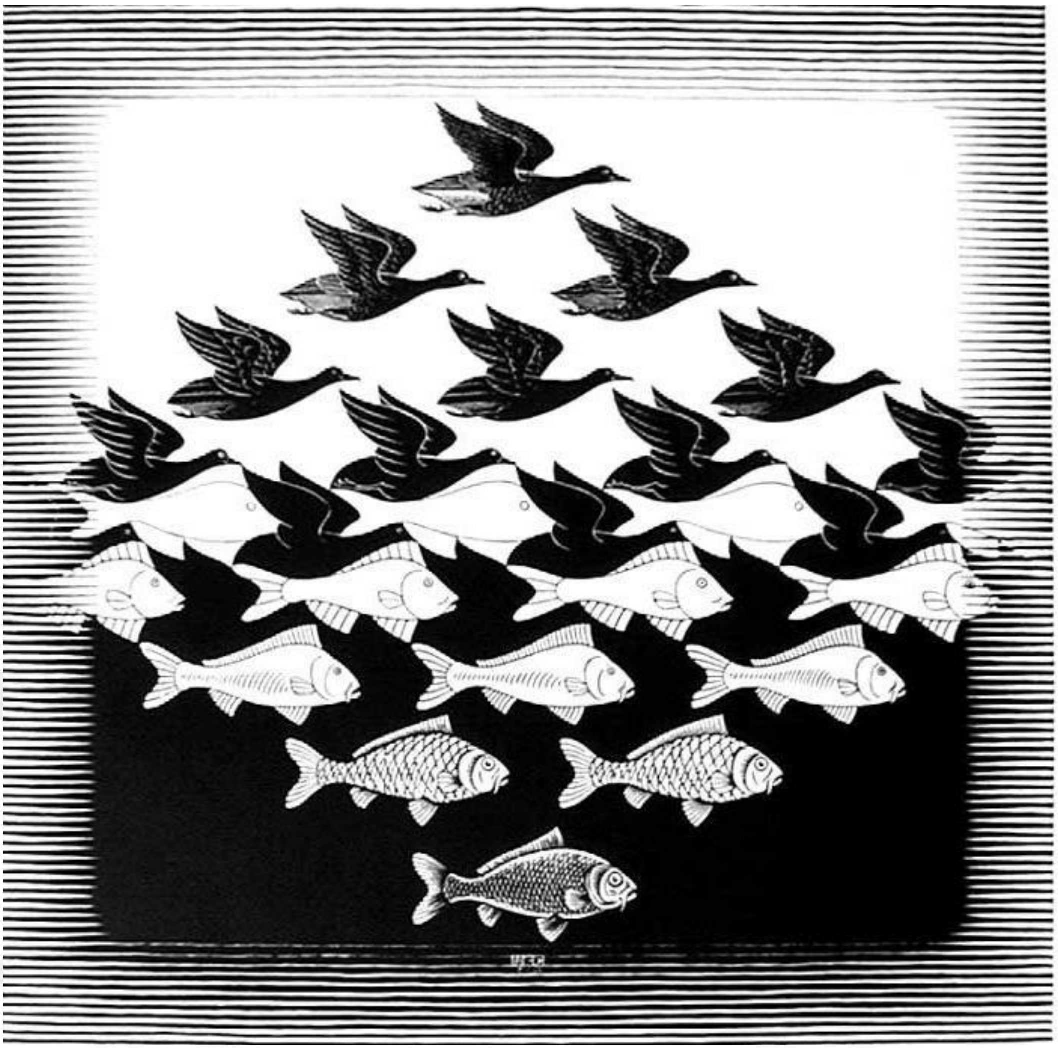


Şekil 8.17 (Schattschneider, 1990)



Şekil 8.18 (Schattschneider, 1990)

Escher'in 'dörtkenarlı sistemler'e dair çalışmasının son bölümü, '2 motifli' döşemeler olarak adlandırdıklarıyla ilgili 10 sayfadan oluşuyordu. 2 renkli ve 3 renkli normal bir bölünmeyle başlayıp her figürü iki ayrı şekil oluşturacak ve iki renkle gösterilebilecek şekilde ikiye bölerek devam ediyordu. Bu araştırma, 'düalite' olarak adlandırdığına olan ilgisinden destekleniyordu; birçok çalışması figür ile zeminin oynadığı rolü değiştirme yada karşıtların bitişikliği fikriyle yapılmıştı. Sky and water I (Şekil 8.19) ve Circle Limit 4-Angels and Devils ünlü örneklerdir.



Şekil 8.19 (Escher, Sky and water I)

Matematikte çift nesne fikrinin özü, birinin diğerini tamamen tanımlamasıdır, bir küme ve eşleniği ya da bir önerme ve negatifi gibi. Figür-zemin düalitesinin yanı sıra aynı resimde başka çeşit düaliteler de temsil edilmektedir: siyah ve beyaz, gökyüzü ve deniz gibi.

1954'e kadar Hollanda dışında çok az matematikçi Escher'i tanıyordu. O yıl, uluslar arası Matematikçiler kongresi Amsterdam'da yapıldı ve N.G. de Bruijn, Stedelijk Müzesi'nde Escher'in baskılarını, simetri çizimlerini ve oyulmuş toplarını içeren bir sergi düzenledi.

R.Penrose sergiyi ziyaret ettiğinde şaşırmış ve meraklanmıştı. Escher'in 'Görelilik'isimli baskısı özellikle gözüne çarpmıştı. Bu Penrose'a,parçaları kendi başına tutarlı ama birleştiğinde 'imkansız' bir yapı bulmak için ilham oldu. Penrose 1962'de Escher'in evini ziyaret etti ve 60 derecelik özdeş eşkenar dörtgenden türetilmiş ahşap puzzle parçaları hediye etti. Escher daha sonra Penrose'a parçaların bir araya getirebildiği tek yolu içeren puzzle'ın çözümünü yolladı.

H.S.M.Coxeter de ilk kez 1954'te Escher'in çalışmalarını görmüştü ve 3 yıl sonra, sanatçının simetri çizimlerinden ikisini, Kanada Kraliyet Topluluğu'na yazacağı bir makaleyi resimlendirmek için kullanıp kullanamayacağını sormak için tekrar Escher'e yazdı. Makale öklit uzayında ve hiperbolik düzlemin ve küre yüzeyinin Poincare disk modelinde simetriyi tartışıyordu. Escher seve seve kabul etti (Schattschneider, 1990).

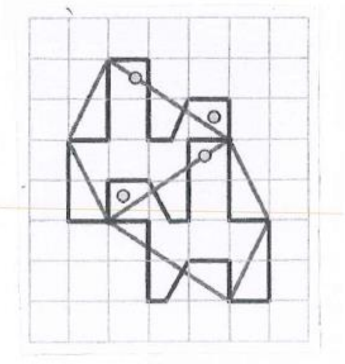
Escher kendi hiperbolik desen çalışmalarına, kendi tanımladığı şekliyle 'coxeterleştirme' işlemine başarıyla devam etti ve 1959-1960'ta üç farklı Circle Limit baskısı üretti. Coxeter Circle Limit I'i aldığında Escher'i 'açı koruyan' desene dair anlayışı için övdü (Şekil 8.20). 1960'ta da karmaşık Circle Limit III'ü aldığında Escher'e içine semboller serpiştirilmiş birçok teknik metne referans içeren, çalışmanın matematiksel içeriğini açıklayan 3 sayfalık bir mektup gönderdi. Escher oğlu George'a ümitsizlikle 'benim gerçekte ne yaptığıma dair 3 sayfalık bir açıklama...hiçbir şey,t amamen hiçbir şey anlamamam ne yazık' diye yazmıştı. Escher'in sezgiye dayanan çalışması, herhangi bir hesaplama olmadan, mükemmeldi (Schattschneider, 1990).

Şekil 8.20 (Escher, Circle Limit I)

Martin Gardner, Escher'in çizimlerini bilim dünyasının ilgisine sundu. Bu, çeşitli düzeylerde matematik öğretmeye yönelik metinlerin ve makalelerin Escher'in periyodik çizimlerini kullanmasından çok önce değildi. Düzlemsel izometriler, benzerlikler ve simetrinin temel kavramları Escher'in simetri çizimlerinin harika tasvirler sağladığı belirgin konulardı, ama çizimler soyut cebir ve grup teorisinin yüksek düzey kavramlarının öğretilmesinde de kullanılabiliyordu. Majorie, Senechal, Escher'in periyodik çizimlerindeki renkli simetri gruplarını çalışarak bir grubun tanımını, değişmeli olup olmadığını, grup etkisini, yörüngeleri (orbitleri), üreteçleri, altgrupları, stabilizatörleri, permütasyonları, permütasyon gösterimlerini ve grup genişlemelerini öğrencilerin nasıl daha iyi anlayabileceğini tartışıyordu.

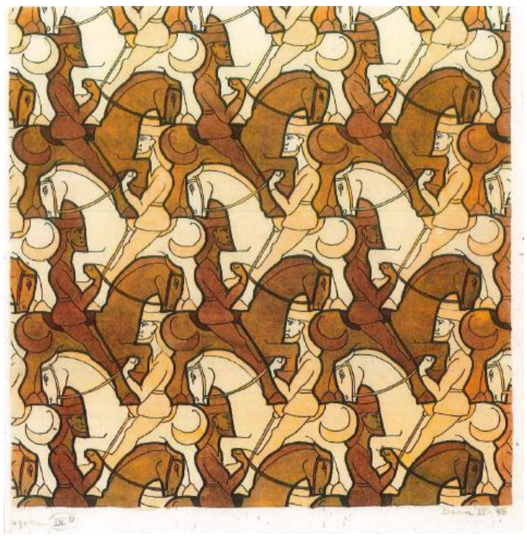
Escher'in sonsuzluğa duyduğu hayranlık ve onu nasıl yakalayabileceği tekrar tekrar döndüğü bir konuydu. Sorgulamasını 'sonsuzluğa yaklaşımlar' isimli eserinde şöyle anlatır: 'insanın elinden zamanın bir gün durabileceğini hayal etmek gelmez. Bizim için, bu Dünya kendi ekseni etrafında ve Güneş'in etrafında dönmeyi bıraksa da, artık günler ve geceler, yazlar ve kışlar olmasa da, zaman sonsuza kadar akmaya devam edecek'

Figür şekiller üretmek Escher için neredeyse bir saplantıydı. Düzenli bir bölünme üretebileceğini bildiği tek bir figürle başlayabiliyordu ve sonra sınırı büyük zahmetle tanınan bir şekle çeviriyordu (Schattschneider, 1990).

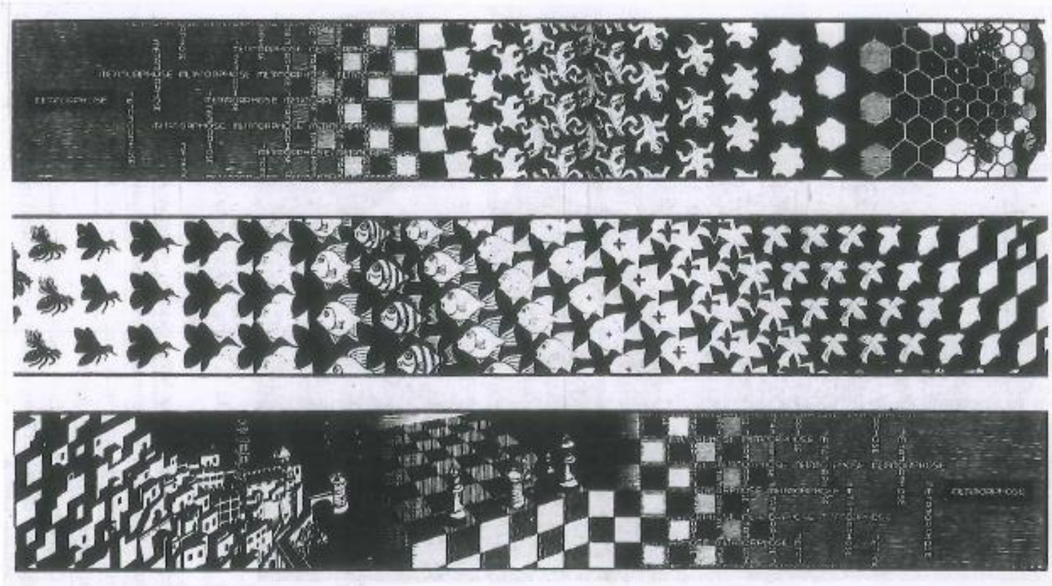


Şekil 8.21 (Escher)

İki komşu şekil arasındaki sınır çizgisinin ikili bir işlevi vardır, böyle bir çizginin izini sürmek karmaşık bir iştir. Her iki tarafında da, aynı anda, bir tanınırlık ortaya çıkar, ancak insan gözü ve zihni aynı anda iki şeyle meşgul olamaz ve bu yüzden bir taraftan diğerine hızlı ve sürekli bir atlama olmalıdır.



Şekil 8.22 (Escher)



Şekil 8.23 (Escher)

Yineleme nedir? İçiçelik ve içiçelik üstüne çeşitlemeler. Kavram çok geneldir (öykü içinde öykü, film içinde film, resim içinde resim, içiçe matruşkalar (hatta ayraç içindeki yorumlar içindeki ayraç içindeki yorumlar!)- bunlar yinelenme harikalarından yalnızca birkaçıdır) (Hofstadter, 2001)

Şehrazad'ın canının bağışlanması için Şehriyar'a anlattığı, birbirinin içine giren, sonunda nereye geldiğimizi şaşırdığımız binbir gece masalları gibi. Hikayenin başını, sonuna geldiğimizde artık hatırlamaz oluruz. Orhan Pamuk'un binbir gece masallarını yorumladığı sözleriyle devam edersek: 'Binbir Gece Masalları'nı okudukça sınırsızlığı, gizli mantığı, iç şakaları, zenginliği, tuhaflığı, güzelliği ve tuhaf güzelliği, çirkinliği, edepsizliği, bayağılığı, saçmalığı ortaya çıkan bir hazine olarak görmeyi öğrendim'

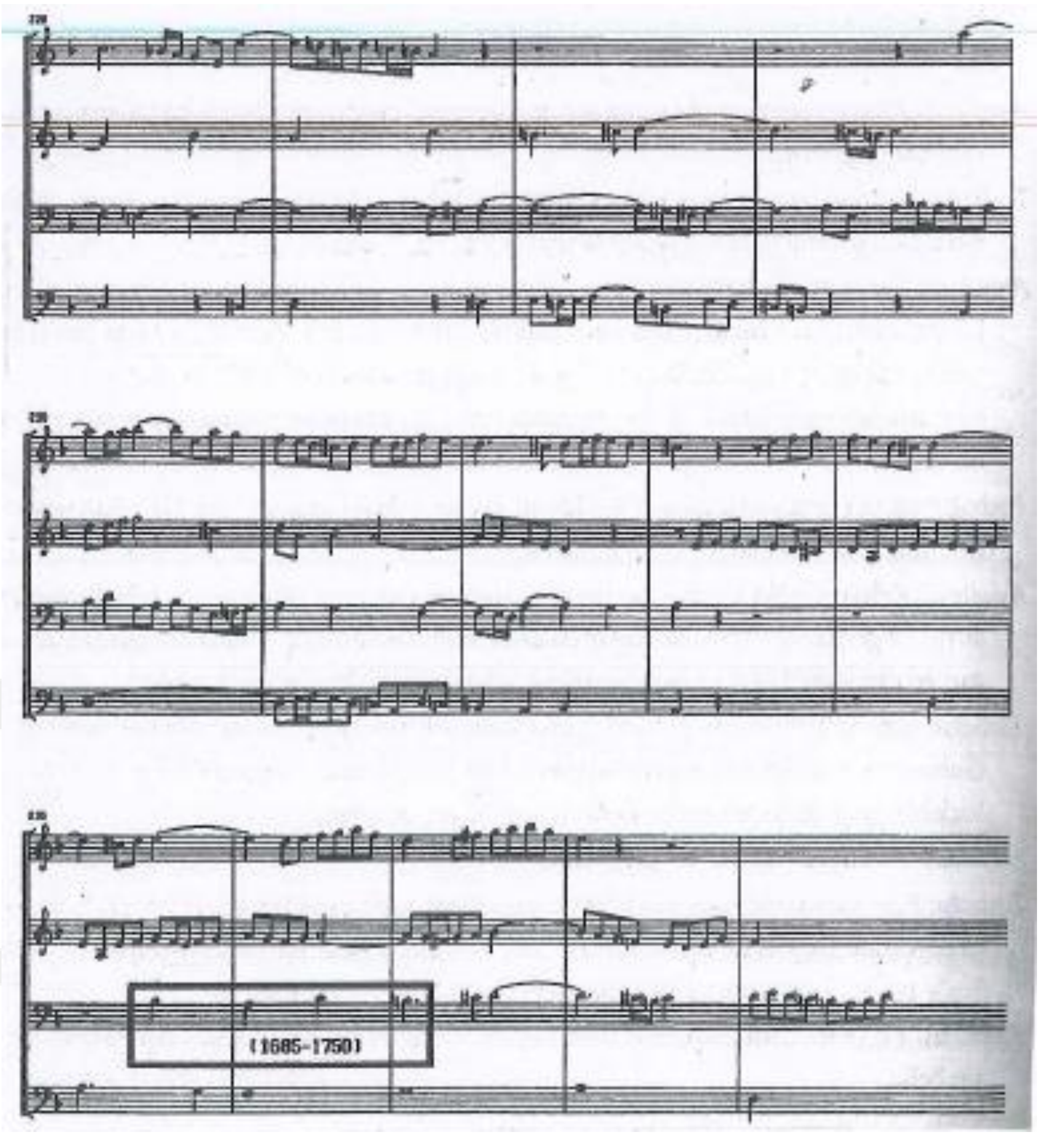
Gregor Saamsa değil de bir arı bir sabah uyansa ve kendini bir 'küp' e dönüşmüş bulsa....

Escher'in geometrik motifleriyle oluşturduğu 'dönüşümleri' bize hikaye içinde hikaye anlatır, aynı Şehrazat'ın yaptığı gibi.

Şekil 8.24 (Escher, Fishes and Scales)

Escher bir nesnenin parçalarının nesnenin kendisinin kopyaları olması fikrini ele almış ve bunun resmini yapmıştır: ağaç baskı Balıklar ve Pullar (şekil 8.24), ancak yeterince soyut bir düzlemde görüldüklerinde aynıdırlar. Herkes balığın pullarının gerçekte balığın küçük bir kopyası olmadığını bilir ve bir balığın hücreleri de balığın küçük kopyaları değildir, bununla birlikte, bir balığın, her balık hücresinde bulunan DNA'sı bütün balığın çok dolambaçlı bir 'kopyası' dır, böylece Eacher'in resminde bir hakikat kırıntısından daha fazlası vardır (Hofstadter, 2001).

Şu soruyu sorabiliriz 'bütün Escher resimlerinde aynı olan nedir?' hepsini parça parça birbirinin üzerine haritalamaya kalkışmak oldukça tuhaf olurdu. Şaşırtıcı olan bir Escher çiziminin veya bir Bach parçasının küçücük bir kesitinin bile buna ilişkin bir ipucu vermemesidir. Aynı, bir balığın DNA'sının balığın her küçücük parçasının içinde içerilmesi gibi, yaratıcının 'imza'sı da eserlerinin her küçücük kesitinin içinde içerilir (şekil 8.25, Bach harflerini içeren bir Bach bestesinin notalarından bir bölüm) (Hofstadter, 2001).



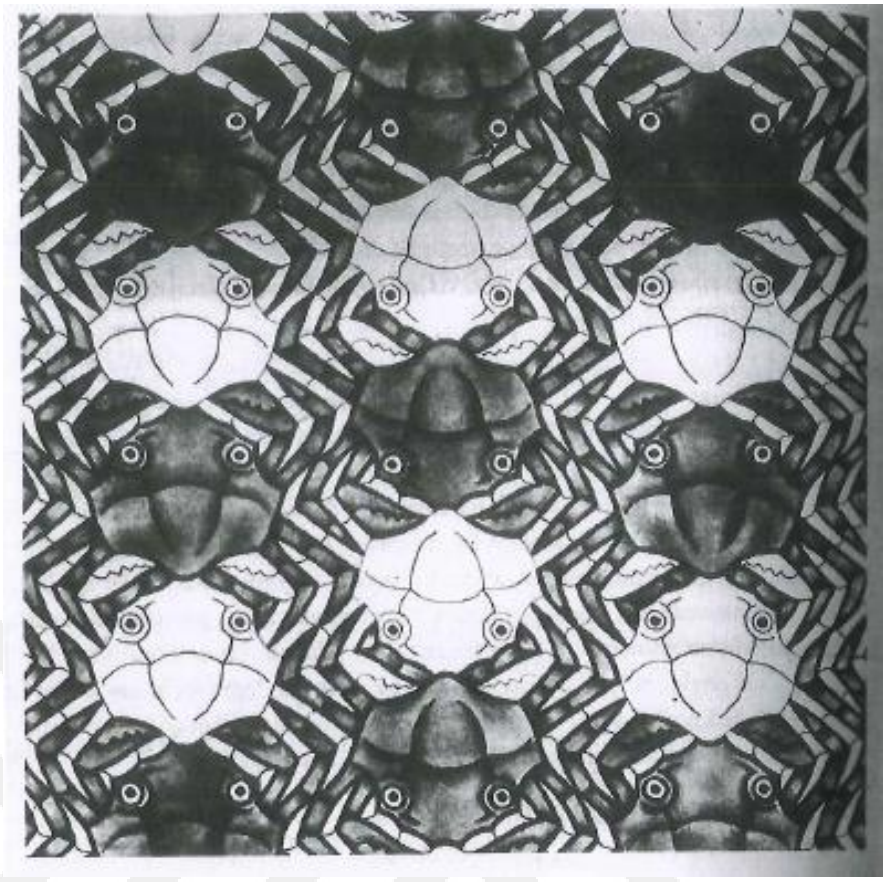

Şekil 8.25

Yengecin genlerinden birinden kısa bir kesit, iki DNA iplikçiği çözülüp yan yana konduğunda şöyle okunurlar:

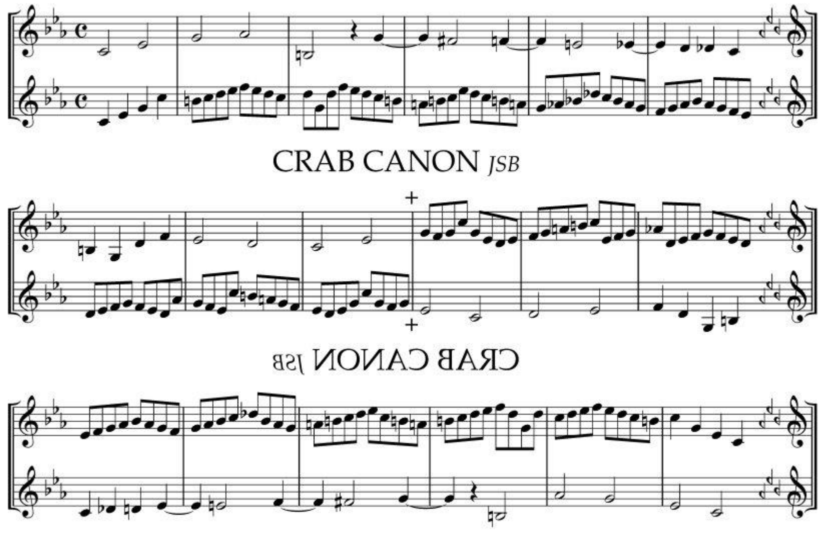
..........TTTTTTTTTCGAAAAAAAAA.........

.........AAAAAAAAAGCTTTTTTTTTT........

Aynı olduklarına dikkat edelim, yalnızca biri geri giderken diğeri ileri gider. Bu müzikte ‘Crab Canon’ diye adlandırılan biçimin özelliğidir. Çok az farkı da olsa, tersinden de aynı okunabilen sözcüğü, palindrome, çağrıştırır. Moleküler biyolojide, böyle DNA bölütlerine ‘palindrome’ denir (Hofstadter, 2001).



Şekil 8.26 (Yengeç Kanonu, Escher, 1965)




Şekil 8.27 (Bach, Crab Canon)

# 9 SONUÇ

Bir düzlemi çeşitli şekillerle kaplamaya çalışmak insanoğlunun uzun süredir uğraşı haline gelmiştir. Yaptıkları çalışmaların matematik temellerini bilsinler ya da bilmesinler, sanatçıların ya da ressamların bu çalışmaları bize nefis bir görsel şölen sunmakla kalmaz, aynı zamanda sonsuzluk hissinin vücut bulmuş haline tanıklık etmemizi sağlarlar.

Şekil 9.1 (Rob Gonsalves,'Still Waters',1994)

## KAYNAKÇA


**Arık, M., Sancak M.,** 2007, Pentapleks Kaplamalar, Tubitak Yayınları, Ankara

**Hofstadter, D.R.,** 2001, Gödel Escher Bach, Kabalcı Yayınları,İstanbul

**Burckhardt, T.,** 2013, İslam Sanatı, Klasik Yayınları, İstanbul

**Schattschneider,D.,** 1990, M.C.Escher Visions of Symmetry, W.H.Freeman and company,USA

**Escher, M.C.,** 2005, Grafik Yapıtları,Taschen Yayınevi

*Bilim ve Gelecek Dergisi,136.sayı*

*Bilim ve Teknik, Kasım 2011*

*Bilim ve Teknik, Mart 2012*

**Ernst, B.,** 2012, The Magic Mirror of M.C.Escher,Taschen Yayınevi,Köln

**Penrose, R.,** 2015, Kralın Yeni Aklı, Koç Üniversitesi Yayınları, İstanbul

**Doğanay, A.,** 2011, Anadolu'da İslam Kültür ve Medeniyeti, Diyanet İşleri Başkanlığı Yayınları

**Bellos, A.,** 2012, Alex Sayılar Diyarında, Pegasus yayınları

**Broug, E.,** 2016, İslam Sanatında Geometric Desenler, Klasik Yayınevi, İstanbul

**Belting, H.,** 2012, Floransa ve Bağdat, Koç üniversitesi Yayınları, İstanbul

**Wells, D.,** 2011, Geometrinin Gizli Dünyası Doruk Yayınları, İstanbul

**Gardner, M.,** 1988, Penrose Tiles to Trapdoor Chiphers, W.H.Freeman and Company, New York

**Özkeçeci, İ.,** 2006, Doğu Işığı, İstanbul

**Dunlap, R.A.,** 2011, Altın Oran ve Fibonacci Sayıları, Tubitak yayınları, Ankara

**Demiriz, Y.,** 2004, İslam Sanatında Geometric Süsleme, İstanbul

**Grunbaum, B., Shephard, G.C.,**1987, Tilings and Patterns, W.H.Freeman and Company, New York

İnternet Kaynakları:

http://www.jaapsch.net/tilings/Tilings.pdf

# ÖZGEÇMİŞ

Özgür ÖZSEMERCİ 1980 yılında Denizli'de doğdu. Çocukluğu İzmirde geçti. Dokuz Eylül Üniversitesi matematik öğretmenliği bölümü'nden mezun olduktan sonra başladığı öğretmenlik mesleğine halen devam etmektedir.