

**KOMPOZİT MALZEMELERİN
MEKANİK VE MODAL ÖZELLİKLERİNİN
TİTREŞİM ANALİZİYLE BELİRLENMESİ**

HABİBE GÜRSOY

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT

UŞAK

HAZİRAN 2011

**T.C.
UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**KOMPOZİT MALZEMELERİN MEKANİK VE MODAL ÖZELLİKLERİNİN
TİTREŞİM ANALİZİYLE BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HABİBE GÜR SOY

**HAZİRAN 2011
UŞAK**

**T.C.
UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**KOMPOZİT MALZEMELERİN MEKANİK VE MODAL ÖZELLİKLERİNİN
TİTREŞİM ANALİZİYLE BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HABİBE GÜR SOY

**HAZİRAN 2011
UŞAK**

Habibe GÜRSOY tarafından hazırlanan “KOMPOZİT MALZEMELERİN MEKANİK VE MODAL ÖZELLİKLERİNİN TİTREŞİM ANALİZİYLE BELİRLENMESİ” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT

.....

Tez Danışmanı, Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makina Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT

.....

Makina Mühendisliği, Uşak Üniversitesi

Prof. Dr. Mustafa SABUNCU

.....

Makina Mühendisliği, Dokuz Eylül Üniversitesi

Doç. Dr. Halit GÜN

.....

Makina Mühendisliği, Uşak Üniversitesi

Tarih: 10/06/2010

Bu tez ile U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Yrd. Doç. Dr. Mehmet AKTAŞ

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdür V.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Habibe GÜRSOY

**KOMPOZİT MALZEMELERİN MEKANİK VE MODAL ÖZELLİKLERİNİN
TİTREŞİM ANALİZİYLE BELİRLENMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)**

Habibe GÜRİSOY

**UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Haziran 2011**

ÖZET

Bu tezde kompozit çubukların çeki-bası, eğilme ve burulma durumlarındaki elastisite ve kayma modülleri ile modal sönüm oranlarının titreşim analizi yardımıyla belirlenmesi sunulmaktadır. Malzemenin elastisite ve kayma modüllerinin belirlenmesinde frekans bölgesi incelemeleri kullanılmasına rağmen, modal sönüm oranlarının belirlenmesinde kısa zamanlı Fourier dönüşümü (STFT) kullanılmaktadır. Elde edilen deneysel verilerin incelenmesi sonunda titreşim analizi ve mekanik deneylerle elde edilen elastisite ve kayma modülü değerleri arasında çok iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Hanning penceresi kullanılarak viskoz sönümlü çok serbestlik dereceli bir sistemin kısa zamanlı Fourier dönüşümü yardımıyla modal sönüm oranlarının analitik ifadeleri türetilmiştir. Bununla beraber, üç serbestlik dereceli sönümlü bir sisteme ait simülasyon titreşimlerinin STFT yardımıyla incelenmesinde, STFT dönüşümünün sadece titreşim sinyalini doğal modlarına ayırtırmakla kalmayıp, yüksek miktarlardaki modal sönüm oranlarını da hassas olarak tahmin etmede çok başarılı olduğu görülmektedir. Kompozit çubuğun boyuna, eğilme ve burulma titreşimlerindeki impuls cevapları STFT yardımıyla incelenmiştir. Deneysel sonuçlar boyuna titreşimlerdeki modal sönüm oranlarının birbirine yakın olduğunu, eğilme titreşimlerinin ise artan mod sayısına bağlı olarak bir artış sergilediğini göstermektedir. Bunların birlikte, burulma titreşimlerinin birinci moduna ait sönüm oranının boyuna ve enine titreşimlerdekilere kıyasla çok yüksek olduğu anlaşılmaktadır.

Bilim Kodu : 625.01.00.

Anahtar Kelimeler : Tek yönlü kompozit, elastisite modülü, kayma modülü, kısa zamanlı Fourier dönüşümü, Q-faktör, modal sönüm faktörü.

Sayfa Adedi : 66

Tez Yöneticisi : Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT

**DETERMINATION OF MECHANICAL AND MODAL PARAMETERS OF
COMPOSITE MATERIALS USING VIBRATION ANALYSIS
(MASTER of SCIENCE THESIS)**

Habibe GÜRSOY

**UNIVERSITY OF UŞAK
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE
June 2011**

ABSTRACT

This thesis presents the application of vibration analysis in the determination of dynamic modulus of elasticity, shear modulus, and modal damping ratios of a unidirectional composite beam in tension, bending, and torsion. Frequency domain approach is used for the determination of both modulus of elasticity and shear modulus, whereas modal damping ratios are predicted by the use of short-time Fourier transform in the longitudinal, flexural, and torsional vibrations. It has been found that the results for the dynamic modulus of elasticities and shear modulus obtained by the vibration analysis and mechanical tests show a very good agreement. An analytical expression of the STFT for the free vibration response of a viscously damped mdof system has been derived using Hanning window. Moreover, analysis of a simulated signal for a three-degree of freedom system has revealed that the short time Fourier transform is capable of not only decoupling vibration into its natural modes, but predicting the modal damping ratios with high accuracy even they are considerably large. Furthermore, impact response of a unidirectional composite beam is analysed by the STFT for the determination of modal damping ratios in longitudinal, flexural, and torsional vibrations. It has been found that the modal damping ratios of the unidirectional composite beam are closer to each other in longitudinal vibration, whereas the modal damping ratios in the flexural vibration is changing, the higher the modal frequency, the larger the value of modal damping ratio. Besides, modal damping ratio for the first mode of the torsional vibration exhibits relatively larger value compared to those in longitudinal and flexural vibrations.

Science Code : 625.01.00.

Keywords : Unidirectional composite, modulus of elasticity, shear modulus, short-time Fourier transform, Q-factor, modal damping ratio.

Number of Page : 66

Advisor : Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT

TEŞEKKÜR

Tez alışmam boyunca tım bilgi birikimini, zamanını ve emeğini benim için harcayan, biran bile desteğini esirgemeyen, deneysel çalışmalarım sũresince moral ve motivasyonumu her zaman olumlu yũnde etkileyen, sabır ve disiplinle sistematik bir çalışma anlayışı kazanmamı sağlayan kıymetli hocam Prof. Dr. İsa Yeşilyurt'a sonsuz saygı ve teőekkũrlerimi sunarım.

Aynı zamanda doğduğum gũnden bugũne kadar her zaman yanımda olan ve manevi desteklerini biran bile esirgemeyen anneme, babama ve kardeşime teőekkũrũ bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
RESİM LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
1. KOMPOZİT MALZEMELERİN ÖZELLİKLERİNİN TİTREŞİM ANALİZİYLE TESPİT EDİLMESİNE GİRİŞ	1
1.1. Giriş	1
1.2. Literatür Araştırması	1
1.3. Tezin Amacı	7
1.4. Tezin Organizasyonu	8
2. MALZEMELERİN MEKANİK VE MODAL SÖNÜM ORANLARININ BELİRLENMESİNDE TİTREŞİM UYGULAMASININ ESASLARI	9
2.1. Sürekli Sistemler	9
2.1.1. Boyuna Titreşimler	9
2.1.2. Enine Titreşimler	11
2.1.3. Burulma Titreşimleri	12
2.2. Topaklanmış Kütle Modellemesi Yardımıyla Titreşim Analizi	13
2.2.1. İki Ucu Serbest Çubuğun Boyuna Titreşimleri	13
2.2.2. Sabit-Serbest Şartlarında Çubuğun Burulma Titreşimleri	15
2.3. Sönüm	17
2.4. Sönüm Miktarının Belirlenmesi	18
2.4.1. Q-Kalite Faktörü Yaklaşımı	18
2.4.2. Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (STFT)	19
2.4.3. STFT Dönüşümünün Çok Serbestlik Dereceli Bir Sistem Cevabına Uygulanması	20

	Sayfa
2.5. Numerik Uygulamalar	21
2.5.1. Numerik Uygulama 1: Boyuna Titreşim Analizi	22
2.5.2. Numerik Uygulama 2: Burulma Titreşim Analizi	23
2.5.3. Numerik Uygulama 3: Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü Yardımıyla Modal Sönüm Oranlarının Belirlenmesi	25
2.6. Özet ve Sonuçlar	27
3. TİTREŞİM İZLEME SİSTEMİ	28
3.1. Kuvvet Çekici Yardımıyla Modal Analiz	28
3.2. Deneysel Çalışmalarda Kullanılan Titreşim Veri Toplama Sistemi	29
3.2.1. Kuvvet Çekici (Impulse Hammer)	30
3.2.2. İvmemetre	30
3.2.3. Dinamik Sinyal Güçlendirici	31
3.2.4. Analog/ Dijital Dönüştürücü	32
4. DENEYSEL VERİLERİN İNCELENMESİ	33
4.1. Kompozit Çubuğun Özellikleri	33
4.2. Kompozit Çubuğun Boyuna Titreşim Analizi	33
4.3. Kompozit Çubuğun Enine Titreşim Analizi	38
4.4. Kompozit Çubuğun Burulma Titreşim Analizi	42
4.5. Özet ve Sonuçlar	47
5. SONUÇLAR VE SONRAKİ ÇALIŞMALARA ÖNERİLER	48
5.1. Tezin Amacı	48
5.2. Sonuçlar	49
5.3. Sonraki Çalışmalara Öneriler	50
KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	54

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Çelik çubuğun boyuna titreşimindeki ilk 5 doğal frekansı	22
Çizelge 2.2. Bir ucu sabit ve serbest ucunda kütle ataleti taşıyan çelik milin burulma titreşimindeki ilk 4 doğal frekansı	23
Çizelge 2.3. Test sinyaline ait modal parametreler	25
Çizelge 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları	37
Çizelge 4.2. Kompozit çubuğun enine titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları	41
Çizelge 4.3. Kompozit çubuğun burulma titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları	46

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Çubuğun boyuna titreşimi	9
Şekil 2.2. Çubuğun eğilme titreşimleri	11
Şekil 2.3. Burulma titreşimine maruz kalan mil	12
Şekil 2.4. N serbestlik dereceli kesikli yay-kütle-damper sistemi	14
Şekil 2.5. Serbest ucunda bir kütle ataleti taşıyan bir milin topaklanmış kütle yaklaşımıyla burulma titreşim modeli	16
Şekil 2.6. Çelik çubuğun boyuna titreşimindeki ilk 5 titreşim biçimi	23
Şekil 2.7. Sabit-serbest şartları altında ve serbest uçta kütle ataleti taşıyan çelik milin burulma titreşimindeki ilk 4 titreşim biçimi	24
Şekil 2.8. Simülasyon sinyalinin zamana ve frekansa bağlı değişimleri	26
Şekil 2.9. Simülasyon sinyalinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait 3 ve 2 boyutlu gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri	26
Şekil 3.1. Kuvvet çekici yardımıyla modal analiz şeması	29
Şekil 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi görüntüleri	35
Şekil 4.2. Kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri	37
Şekil 4.3. Kompozit çubuğun enine titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi görüntüleri	39
Şekil 4.4. Kompozit çubuğun enine titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri	41
Şekil 4.5. Kompozit çubuğa moment aktarmak ve ivmemetreleri tutturmak için kullanılan alüminyum plaka	43

Şekil	Sayfa
Şekil 4.6. Kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi görüntüleri	44
Şekil 4.7. Kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri	46

RESİM LİSTESİ

Resim	Sayfa
Resim 3.1. Kuvvet çekici	30
Resim 3.2. Dytran 3200B6 şok ivmemetresi	31
Resim 3.3. Dinamik sinyal güçlendirme kartı (DBK 4)	31
Resim 3.4. DAQBOARD 2000 veri toplama kartı	32
Resim 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşim Analizi için konumlandırılması	34
Resim 4.2. Kompozit çubuk çekme numunesi ve çekme testi	36
Resim 4.3. Kompozit çubuğun boyuna titreşim analizi için konumlandırılması	38
Resim 4.4. Kompozit çubuğun eğilme testi	40
Resim 4.5. Kompozit çubuğun burulma titreşim testi için konumlandırılması	42
Resim 4.6. Kompozit çubuğun mekanik burulma testi	45

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış olan bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A_i	Titreşimin i . Modunun Genliği
$A(x)$	Kesit Alan
c	Titreşim Hızı
C	Sönüm Katsayısı
$[C]$	Sönüm Matrisi
d	Çap
E	Elastisite Modülü
$f(x)$	Dış Zorlama
f_c	Üst Frekans Limiti
f_n	Mod Frekansı
F	Kuvvet Vektörü
F_D	Sönüm Kuvveti
G	Kayma Modülü
I	Alan Atalet Momenti
I_o	Kütle Atalet Momenti
$[I]$	Kütle Atalet Matrisi
J	Polar Alan Atalet Momenti
k	Rijitlik
$[K]$	Rijitlik Matrisi
L	Kiriş Boyu
m	Kütle
M	Burulma Momenti
$M(x,t)$	Eğilme Momenti
$[M]$	Kütle Matrisi

n	Dalgacık Numarası
P	Kuvvet
t	Zaman, Pencere Pozisyonu
T	Moment Vektörü
T	Pencere Genişliği
T_c	Etki Süresi
u	Eksenel Yerdeğiştirme
v	Sistem Kütle Hızı
$V(x,t)$	Kesme Kuvveti
ρ	Yoğunluk
θ	Açısal Yerdeğiştirme
x	Yerdeğiştirme
$x(t)$	Zaman Sinyali
X	Titreşim Genliği
$w(\tau)$	Pencere Fonksiyonu
ω_n	Doğal Frekans
ω_{ni}	Sönümsüz Doğal Frekanslar
ω_{di}	Sönümlü Doğal frekanslar
σ	Normal Gerilme
ε	Deformasyon
δ_{st}	Statik Çökme Miktarı
ξ	Sönüm Faktörü
ξ_i	Modal Sönüm Faktörü
Δf	Yarım Güç Frekans Bant Genişliği
τ	Zaman Değişkeni

Kısaltmalar**Açıklama**

CWT

Sürekli Dalgacık Dönüşüm

FRF

Frekans Cevap Fonksiyonu

FFT

Fast Fourier Transform

IPS

Anlık Güç Spektrumu

STFT

Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü

WV

Wigner-Wille Dönüşümü

Bölüm 1

Kompozit Malzemelerin Özelliklerinin Titreşim Analiziyle Tespit Edilmesine Giriş

Bu bölümün amacı kompozit malzemelerin özelliklerinin belirlenmesinde kullanılan yöntemleri kısaca tanıtmak ve bu amaçla kullanılan titreşim uygulamalarının gereçlerini açıklamaktır. Tezin amacı ve organizasyonu da detaylı bir biçimde anlatılmaktadır.

1.1. Giriş

Kompozit malzemelerin kullanımı son yıllarda özellikle başta havacılık, otomotiv ve denizcilik endüstrileri olmak üzere düşük yoğunlukta yüksek mukavemet sağlamaları, çok iyi yorulma ve elektriksel özelliklere sahip olmaları, aşınma, ısı ve radyasyona karşı yüksek dirence sahip olmaları ve ısı ve sese karşı iyi yalıtım özellikleri sergilemelerinden dolayı çok büyük önem kazanmıştır. Kompozitler mikromekanik ve makromekanik olmak üzere iki ayrı açıdan değerlendirilebilir. Mikromekanik alanda yapılan çalışmalar, kompozit malzemelerin davranışlarını ve özelliklerini liflerin mukavemeti açısından inceler. Makromekanik alanda yapılan çalışmalar ise genellikle kompozit malzemeyi bir ürün olarak dikkate alıp, bu ürünün elastisite modülü, kayma modülü ve Poisson oranlarının belirlenmesi gibi mekanik özelliklerinin ortaya çıkarılması konularını inceler [1]. Dizayn ve imalat esnasında kompozit malzemelerin mekanik ve modal parametrelerinin belirlenmesi ürün kalitesini ve güvenilirliğini arttırmakla beraber, bu özelliklerin yanlış belirlenmesi yapının yanlış teşhis edilmesine ve trajik sonuçlara neden olabilir.

1.2. Literatür Araştırması

Kompozit malzemelerin mekanik ve modal parametrelerinin tahmin edilmesine yönelik çok sayıda çalışma mevcuttur. Bu çalışmalarda kullanılan yöntemler başlıca mekanik testler kullanılarak yapılan çalışmalar [2-4], akustik emisyon veya ultrasonik yaklaşımlar

kullanılarak yapılan çalışmalar [5,6] ve teorik ve deneysel titreşim analizleri yardımıyla yapılan çalışmalar [7-22] olarak gruplandırılabilir.

Hazizan ve Cantwell [2] sandviç yapılı kompozit malzemelerin düşük hızlı çarpma cevaplarını inceleyerek, test malzemesinin dinamik cevabının elastik özelliklerinin bir sonucu olduğunu, aktarılan enerji sabit kalmak şartıyla kayma modülündeki artışın çarpma kuvvetinde de bir artış gerektirdiğini tespit etmişlerdir. Çarpma etkisinden dolayı oluşan ilk çatlaklar merkezdeki kırılğan yapıya sahip bölgede kayma çatlakları şeklinde oluşmakta, en son olarakta sandviç yapıda ise katmanlara ayrılma şeklinde oluşmakta olduğunu belirlemişlerdir.

Quispitupa, Shafiq ve Justa [3] kompozit malzemelerde statik zorlama ve yorulma testleri sonucunda meydana gelen hasarları incelemişlerdir. Statik zorlamalar altında hatanın çekirdekte başladığı ve yüzeye doğru ilerlediği tespit edilmiştir. Dinamik zorlamada (yorulma) ise yüzeyde meydana gelen çatlak oluşumunun malzemedeki geri dönüşü olmayan hasar oluşumunda önemli bir rol oynadığı tespit edilmiştir. Bununla beraber, akustik emisyonun sandviç yapılı kompozitlerde meydana gelen hatanın yerinin belirlenmesinde ve hatanın ilerlemesi hakkında çok hassas bilgiler sağladığı görülmüştür.

Raghavan, Bartkiewicz ve Boyko [4] biçim bellekli alaşım (shape memory alloy, SMA) lif kullanımının polimer matrislerin sertliğine ve sönüm kapasitesine etkilerini araştırmışlardır. Sertlik ve sönümde meydana gelen iyileşmeler, diferansiyel tarama kalorimetre ve dinamik mekanik analiz yöntemleri kullanılarak incelenmiştir. Süperelastik SMA liflerin kullanımının, kompozitlerin sertlik, sönüm ve mekanik özellikleri üzerinde iyileşme sağladığı gözlenmiştir.

Mylavarapu ve Woldesenbet [5] parçacıklı kompozitlerde parçacık boyutunu, gözenekliliği ve yarıçap oranlarının hesaba katılmasıyla uyarma-yansıma (pulse-echo) ultrasonik azalma katsayısını tahmin etmek için bir model geliştirmişlerdir. Geliştirilen modelin parçacıklı kompozitlerde akustik zayıflama katsayısını iyi bir biçimde tahmin edebildiği, benzer çalışmaların sonuçlarının kıyaslanmasıyla anlaşılmıştır.

Guz ve Rushchitsky [6] düzlemsel harmonik dalga yayılımından dolayı kompozit malzemelerde lif doğrultusunda ve dik yönde meydana gelen deformasyonları incelemiştir. Yapılan teorik ve numerik çalışmalar sonunda lif takviyeli kompozitlerde lif boyunca ve buna dik yönde hareket eden enine dalganın ikinci modunun, malzeme mukavemeti açısından kritik olabileceği tespitini yapmışlardır. Bunun nedeni ise sözü edilen bu mod kompozit malzeme içerisinde anti-faz titreşimlerin oluşmasına ve liflerin ayrışmasına neden olabilmektedir.

Kompozit malzemelerin özelliklerinin belirlenmesine yönelik çalışmalar içerisinde titreşim uygulamaları çok fazla yer tutmaktadır [7-22]. Bu çalışmalar genellikle titreşimlerin zaman bölgesi analizleri, frekans bölgesi yaklaşımı ve bileşik zaman-frekans bölgesi yaklaşımları olmak üzere gruplandırılabilir.

Botelho, Campos ve Barros [7] fiber/metal kompozit malzemedan üretilen plakaların sönüm davranışlarının belirlenmesinde, malzemelerin serbest titreşim cevaplarının kullanılmasını araştırmışlardır. Bu amaçla 5 farklı malzeme örneği kullanılmış olup, bu malzemelerin serbest titreşim cevapları dikkate alınarak elastisite modülü ve kayıp faktörü gibi malzeme özellikleri tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla kıyaslanmış ve sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu belirlenmiştir.

Ganesan ve Zabihollah [8] konik yapıları kompozit kirişlerin sönümsüz serbest titreşim cevaplarının elde edilmesinde sonlu elemanlar yönteminin kullanımını incelemiştir. Bilinen sonlu elemanlar yönteminin yalnız olarak kullanılması, çok sayıda eleman kullanımını gerektirdiği ve dolayısıyla doğal frekansların hassas bir şekilde tahmin edilmesini güçleştirdiğinden, bu zorlukların aşılması amacıyla yüksek dereceli sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Önerilen yöntemin faydaları nümerik örnekler dikkate alınarak ve Ritz metodu yaklaşımıyla elde edilen sonuçlarla kıyaslanarak açıklanmıştır.

Wang ve Wang [9] karbon nanotüplerin eğilmedeki mekanik özelliklerinin belirlenmesini ABAQUS programı yardımıyla ve nonlinear bir eğilme momenti-eğrilik yarıçapı ilişkisini dikkate alarak nümerik olarak incelemiştir. Sonlu elemanlar sonucunda elde edilen sonuçlar nanotüplerin titreşim cevaplarını elde etmeye uyarlanmış ve eğilmedeki efektif

Young modülü formüle edilmiştir. Elde edilen sonuçlar benzer çalışmalarla kıyaslanarak kullanılan yaklaşımların uygunluğu gösterilmiştir.

Gibson [10] lif destekli kompozit malzeme ve yapıların mekanik özelliklerinin modal titreşim ölçümü ile bulunmasını araştırmıştır. Titreşim cevaplarının incelenmesiyle tek ve çok serbestlik dereceli sistemlerin elastisite modüllerinin ve sönüm oranlarının tespit edilebileceği gösterilmiştir.

Gadaud, Milhet ve Pautrot [11] dökme (bulk) ve kaplanmış malzemelerin kayma modüllerinin tespit edilmesinde burulma dinamik rezonans yönteminin kullanılmasını araştırmışlardır. Bu amaçla seçilmiş olan örneğe, Lagranj metodu, Hamilton prensibi ve Green teoremi uygulanmış ve yeni bir formülasyon elde edilmiştir. Elde edilen formülasyonun doğruluğunu onaylamak için deneyler yapılmış, 4 farklı malzeme kullanılmış ve bu malzemelerin geniş sıcaklık aralığında poisson oranları ve kayma modülleri hesaplanmıştır. Elde edilen değerler, boyuna serbest titreşim analizi sonunda elde edilen değerlerle kıyaslanmış ve iyi bir uyum olduğu bulunmuştur.

Kyriazoglou ve Guild [12] titreşen bir tabakalı kompozitin sönüm davranışlarını incelemek için geliştirilen hibrit bir yöntemi tanımlamaktadırlar. Kullandıkları hibrit yöntem sönüm oranının titreşim esaslı deneysel uygulamalarla belirlenmesini ve daha sonra sonlu elemanlar yönteminin kullanılmasını içermektedir. Kullanılan sonlu elemanlar yaklaşımıyla Rayleigh sönüm fikrini esas alarak (kütle orantılı sönüm) sistemlerin titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Önerilen bu hibrit yöntemle, sürekli mekanik analitik sonuçlarının güvenilir olmadığı durumlarda sönüm oranlarını elde etmede başarılı olduğu anlaşılmıştır.

Chandra, Singh ve Gupta [13] fiber destekli kompozit malzemelerde sönümün anizotropik davranışını serbest sönüm metodu yardımıyla deneysel olarak incelemişlerdir. Kiriş, silindirik ve kübik şekiller gibi farklı şekillere sahip fiber destekli epoksilerin farklı yük şartlarında sönüm faktörleri bulunmuş ve elde edilen sonuçlar teorik sonuçlarla kıyaslanmıştır. Bu çalışmada literatürde farklı yükleme altında sönüm faktörlerinin nasıl etkilendiğine dair herhangi bir çalışmanın olmadığı belirtilmiş, bu nedenle elde edilen sonuçların doğruluğunun teyit edilmediği ifade edilmiştir.

Mahi, Assarar ve Sefrani [14] Hamilton prensibi ve Timoshenko kiriş yaklaşımlarını kullanarak içerisinde dağılmış iç viskoz sönüm sergileyen bir kirişin titreşim denklemlerini türetmişlerdir. Bu esasta, transfer matris yöntemi kullanılarak kirişin frekans eşitliği elde edilmiştir. İncelemeler sonunda, eğer viskoz sönüm etkisi çubuk boyunca dağıtılsa, doğal frekansların azaldığını ve kritik sönüme eriştiklerinde doğal frekansların sıfıra yaklaştığını tespit etmişlerdir. Eğer sönüm lokal bir bölgede dağıtılmış ise bu konunun doğal frekanslar, mod biçimleri ve geçiş cevap süresi üzerinde etkili olduğu anlaşılmıştır.

Matter, Gmür ve Cugnoni, [15] doğal frekanslar, modal sönüm oranları ve titreşim biçimlerini esas alarak, kompozit plaka ve kabukların elastik ve sönüm özelliklerini belirlemek için analitik-deneysel bir prosedür önermektedirler. Yapıyı akustik etki yardımıyla titreştirerek sistem cevabını lazer algılayıcıyla tespit edip, modal büyüklükler ölçülmüştür. Nümerik tahminler sönüm içeren yüksek oranlı kayma teorisi kullanılarak ve hassas bir kabuk eleman modeli dikkate alınarak elde edilmiştir. Önerilen yöntemin uygulanmasıyla yapıların elastik ve sönüm özelliklerinin hassas bir biçimde tespit edilebildiği belirtilmektedir.

Yin [16] modal sönüm oranlarının belirlenmesinde ortalama ters güç oranı yöntemini önermektedir. Bu yöntemde frekans cevap fonksiyonu (FRF) üzerindeki tepe (doğal) noktasının iki tarafından simetrik olarak iki frekans değeri elde edilmekte ve sönüm oranı Q-faktör yaklaşımındaki gibi hesaplanmaktadır. Bu yaklaşımın gerçek uygulamalarda kolaylık açısından tercih edilebileceği vurgulanmaktadır.

Ceravolo [17] ortam şartlarında elde edilen titreşim sinyallerinden yapısal sönüm miktarını belirlemek maksatlı bileşik zaman-frekans bölgesi yaklaşımına dayalı bir yöntem önermektedir. Zaman-frekans dönüşümü olarak lineer dönüşümlerden kısa zamanlı Fourier dönüşümü (STFT) kullanılmıştır. Optimal zaman frekans gösterimini elde edebilmek için Hanning penceresi kullanılmıştır. Gerçek verilerin bu yaklaşımla incelenmesinde sönüm miktarlarının hassas olarak elde edildiği tespit edilmiştir.

Le ve Argoul [18] sistemin serbest gecikme cevabından modal özelliklerinin (doğal frekans, viskoz sönüm oranı ve mod şekli) belirlenmesi için sürekli dalgacık dönüşümünün kullanılmasını araştırmışlardır. Sürekli dalgacık dönüşümünün nasıl uygulandığı ile ilgili

analitik çözümler yapmışlar ve ana dalgacık konumunun belirlenmesi için dikkat edilmesi gereken noktaları belirlemişlerdir. Ayrıca sürekli dalgacık dönüşümü uygulanırken karşılaşılan problem olarak tanımlanan köşe etkisinin nasıl yok edileceği ile ilgili çalışmışlardır. Farklı metotlar kullanılarak modal özellikler elde edilmiş ve bu metotlar hem tek serbestlik dereceli sistemlerde hem de çok serbestlik dereceli sistemlerde test edilmiştir. Köşe etki problemini çözmek ve bağlı modları belirlenmek için, Q değerine (merkez frekansının frekans bant genişliğine oranı) alt ve üst sınırlar vermenin kolaylıklar sağladığı öğrenilmiştir. Ayrıca önerilen yöntemin kısa zamanlı Fourier dönüşümü gibi diğer lineer zaman-frekans gösterimlerine de kolayca genişletilebileceği belirtilmiştir.

Lardies ve Gouttebroze [19] çevresel uyarımların etkisi altındaki yapının modal parametrelerinin belirlenmesinde geleneksel morlet dalgacık fonksiyonunu geliştirerek daha etkili bir metot önermişlerdir. Önerilen metot ile sistemin sönüm katsayısı elde edilmiştir. Ayrıca sönüm katsayısı doğal frekanslar civarındaki sinyallere otokorelasyon fonksiyonu uygulanarak da tahmin edilmiş ve önerilen metot çok serbestlik dereceli sisteme uygulanmıştır. Sonuç olarak önerilen metodun random kuvvetlere maruz kalan mekanik sistemlerin analizi için oldukça uygun olduğu ifade edilmiştir.

Ghias, Shamsollahi, ve Mobed [20] modal parametre tahmini için zaman frekans gösteriminin kullanılarak oluşturulduğu yeni metodu araştırmışlardır. Cohen sınıf dağılımının bir üyesi olan Smoothed Pseudo Wigner–Ville dağılımı, her mod için ayrı ayrı çalışmak amacıyla titreşim modlarını tam olarak ayırmak için kullanılmaktadır. Bu dağılım Wigner–Ville dağılımında problem olan cross terms (karşı ifadeler) azaltır ve çözünürlüğü iyi olarak tesbit etmeye yarar. Bu metot yüksek sönümlü sistemler için uygulandığında elde edilen sonuçlar diğer konveksiyonel metodlarla elde edilen sonuçlardan çok daha iyi olduğu görülmüştür.

Hoose ve Widdjajakusuma [21] yapıların geçici titreşim davranışlarının sürekli dalgacık dönüşümü (CWT) kullanılarak analiz edilmesini araştırmışlardır. CWT, malzemelerin yapılarındaki değişimleri tespit etmek için verimli araçlar sağlar. Bu çalışmada Maxima çizgileri ve “ridgesleri” direk olarak bulabilmek için gerçek uzaydaki iki adi diferansiyel denklemin integrasyonu ile ifade edilen yeni bir metot geliştirilmiştir. Yeni yöntemin

avantajı FFT'ye dayanan dalgacık dönüşümü algoritmalarında meydana gelen sarsma (wrap-rounded) etkilerinin yeni metodun uygulandığı sistemlere zarar vermemesidir.

Ayrıca önerilen metod gerçek sisteme uygulanmış ve bu yöntem ile tahmin edilen modal parametrelerin, Medusa programı ile elde edilen parametrelerle yakın oldukları gözlemlenmiştir.

Liao ve Wells [22] enine titreşime maruz kalan sert malzemelerin sönümlenme özelliklerinin deneysel olarak belirlenmesi için yeni, hızlı ve basit olan dalgacık katsayısı algoritması (COE) metodunu araştırmışlardır. Bu metotta titreşime maruz bırakılan sistemin dalga sayıları kullanılarak algoritma oluşturulmakta ve kirişin başlangıç koşullarına ihtiyaç duyulmamaktadır. Buda metodun tüm laboratuvar koşullarında yapılabilme kolaylığını getirmektedir. Elde edilen sonuçlar diğer klasik metodlar uygulanarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmış ve deney sonuçlarının düşük frekanslar harici durumlarda klasik metod sonuçlarıyla uyum sağladığı görülmüştür. Frekansı ya da dalgacık numaralarını arttırarak tahmin hatalarının azalacağı belirtilmiştir.

1.3. Tezin Amacı

Bu çalışmada; eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubukların çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modülleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesi sunulmaktadır. Tezin amacı aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Amaç 1: Kompozit malzemelerle ilgili makromekanik alanda yapılan titreşim esaslı çalışmaların detaylandırılması.
- Amaç 2: Kompozit çubukların çeki-bası ve burulma davranışlarını etkileyen elastisite ve kayma modüllerinin belirlenmesine olanak sağlayan teorik titreşim modellerinin oluşturulması.
- Amaç 3: Kısa zamanlı Fourier dönüşümün modal sönüm oranlarının belirlenebilmesinde kullanılabileceğinin teorik olarak incelenmesi.
- Amaç 4: Kompozit çubukların boyuna, enine ve burulma titreşim cevaplarının elde edilmesine olanak sağlayan deney düzeneklerinin oluşturulması ve deneysel verilerin elde edilmesi.

Amaç 5: Titreşim verilerinin işlenmesiyle mekanik özelliklerin ve modal sönüm oranlarının belirlenmesi.

1.4. Tezin Organizasyonu

Bu çalışmada hedeflenen ve elde edilen sonuçlara ulaşmak için kullanılan yaklaşımları belgelemektedir. Giriş bölümüyle beraber, yapılan çalışmanın organizasyonu aşağıdaki gibidir:

Bölüm 2 titreşim analizinin malzemelerin mekanik ve modal parametrelerinin belirlenmesine temel oluşturacak teorik bilgilerle beraber, deneysel aşamada kullanılacak titreşim modelleri ve sinyal işleme yöntemleri hakkında bilgiler içermektedir. Verilen nümerik uygulamalar yardımıyla dikkate alınan yöntemlerin uygunluğu ve uygulanabilirliği açıklanmaktadır.

Bölüm 3 kompozit malzemelerin davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modulleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla belirlenmesinde kullanılan cihaz ve ekipmanlar hakkında bilgiler verilmektedir.

Bölüm 4 kompozit malzemelerin çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modulleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesini içermektedir.

Bölüm 5 bu tezde sunulan çalışmaya ait genel ve spesifik sonuçları içermektedir. Bunlara ilaveten, kompozit malzemelerin davranışlarının belirlenmesinde titreşim uygulamalarının kullanımının sürekliliği açısından öneriler verilmektedir.

BÖLÜM 2

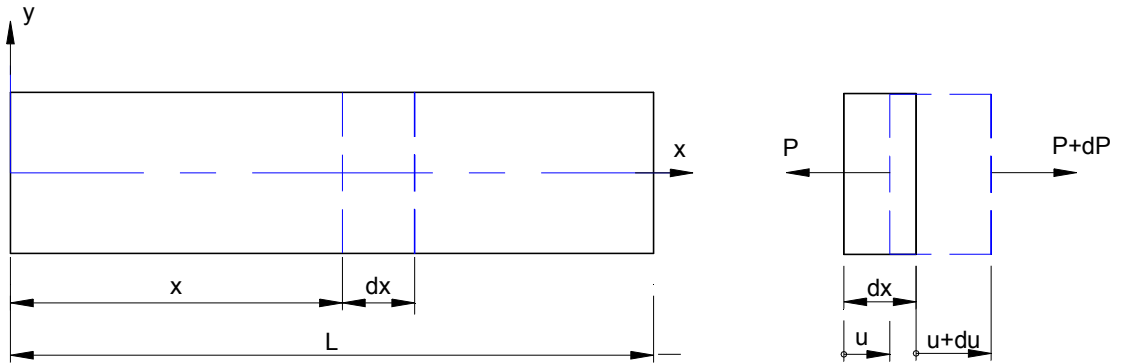
Malzemelerin Mekanik ve Modal Sönüm Oranlarının Belirlenmesinde Titreşim Uygulamasının Esasları

Bu bölümde titreşim analizinin malzemelerin mekanik ve modal parametrelerinin belirlenmesine temel oluşturacak teorik bilgilerle beraber, deneysel aşamada kullanılacak titreşim modelleri ve sinyal işleme yöntemleri hakkında bilgiler sunulmaktadır. Mekanik özelliklerin belirlenmesinde malzemelerin titreşim davranışlarının frekans içerikleri kullanıldığından, öncelikle çubukların sürekli ve topaklanmış modelleri kullanılarak frekans eşitlikleri malzeme parametreleri cinsinden ifade edilmiştir. Malzemelerin modal sönüm oranlarının belirlenmesinde kısa zamanlı Fourier dönüşümünün kullanımı önerilmiş ve elde edilen sonuçlar Q -faktör yaklaşımıyla kıyaslanmıştır. Nümerik uygulamalar yardımıyla kullanılan yöntemlerin uygunluğu ve uygulanabilirliği açıklanmaktadır.

2.1. Sürekli Sistemler

2.1.1. Boyuna Titreşimler

Şekil 2.1'de boyu L , kesiti $A(x)$ olan elastik bir çubuğun boyuna titreşim hareketi esnasında herhangi bir kesitinde meydana gelen kuvvetler ve yer değiştirmeler gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Çubuğun boyuna titreşimi

Kesitte meydana gelen kuvvet ve gerilme ilişkisi denklem 2.1 ile ifade edilir.

$$P = \sigma A = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.1)$$

Burada σ kesitte meydana gelen normal gerilmeyi, E çeki-bası elastisite modülünü ve u aksenal yer değiştirmeyi simgelemektedir. Çubuğun boyuna titreşim hareket denklemi, çubuk kesitine etki eden kuvvetler ve Denklem 2.1 dikkate alınarak Newton'un hareket yasasına göre bulunabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[EA(x) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right] dx = \rho A(x) dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) \quad (2.2)$$

Burada ρ çubuk malzemesinin yoğunluğu ifade etmektedir. Denklem 2.2'nin düzenlenmesiyle çubukların boyuna titreşim denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) \quad (2.3)$$

Burada c boyuna titreşim hızını simgelemekte olup aşağıdaki denklemde ifade edilir.

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.4)$$

Serbest titreşim çözümü, $\omega(x, t) = W(x)T(t)$ şeklinde değişkenlerin ayrılması metodu kullanılarak bulunabilir. Sadece x 'e bağlı olan $W(x)$ 'nin ve sadece t 'ye bağlı olan $T(t)$ 'nin çözüm denklemleri Denklem 2.5 ve 2.6 ile ifade edilmiştir [24].

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (2.5)$$

$$T(t) = C \cos \omega t + D \sin \omega t \quad (2.6)$$

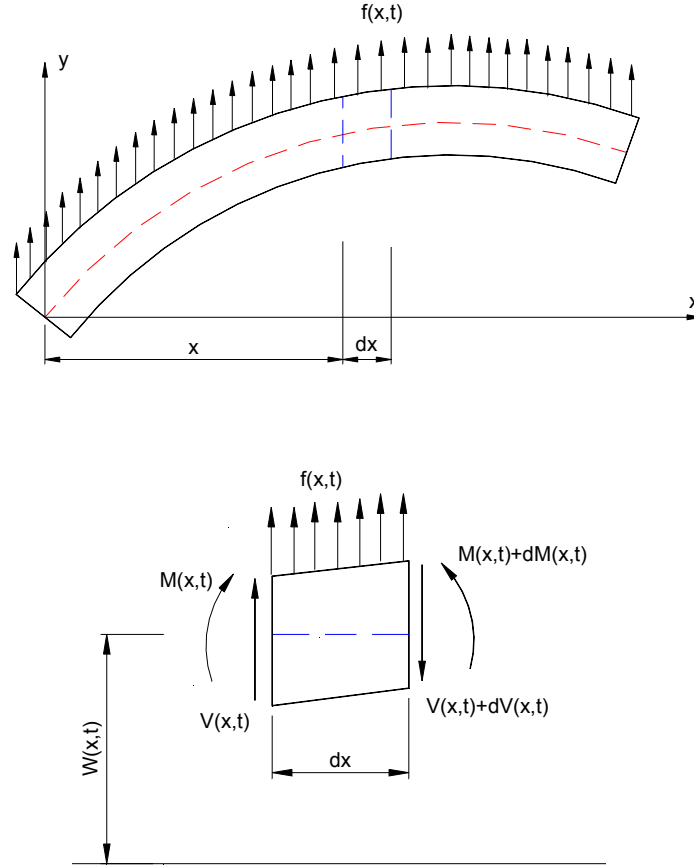
Bu denklemler iki ucu serbest (free-free) çubuk için uygulandığında çubuğun frekans denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad (2.7)$$

Burada ω_n çubuğun rad/sn olarak doğal frekanslarını, L kiriş boyunu ve $n(n=1,2,3...)$ dalgacık numarasını temsil etmektedirler.

2.1.2. Enine Titreşimler

Şekil 2.2’de boyu L , kesiti $A(x)$ olan bir çubuğun enine (yanal) titreşim hareketi sırasında herhangi bir kesitinde meydana gelen kuvvetler ve yer değiştirmeler gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Çubuğun eğilme titreşimleri

Burada $V(x, t)$ ve $M(x, t)$ değişkenleri sırasıyla kesitte meydana gelen kesme kuvvetini ve eğilme momentini, $w(x, t)$ x mesafesindeki yerdeğiştirmeyi ve $f(x, t)$ de çubuk üzerindeki olası dış zorlamayı ifade eder. Kesme kuvveti ve eğilme momenti ile ilgili temel mukavemet ilişkileri dikkate alındığında ($V = \frac{\partial M}{\partial x}$, $M(x, t) = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$) çubuğun enine titreşim hareket denklemleri aşağıdaki gibi türetilebilir.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (2.8)$$

Sabit kesitli, homojen bir kiriş için dış zorlama etkisi olmadığı durumda Denklem 2.8 aşağıdaki ifadeye dönüşür.

$$c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (2.9)$$

Bu denklemde t zamanı, c enine titreşim hızını simgelemektedir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.10)$$

Burada E eğilmedeki elastisite modülünü, I kirişin eğilmedeki alan atalet momentini ve ρ ise malzeme yoğunluğunu temsil eder.

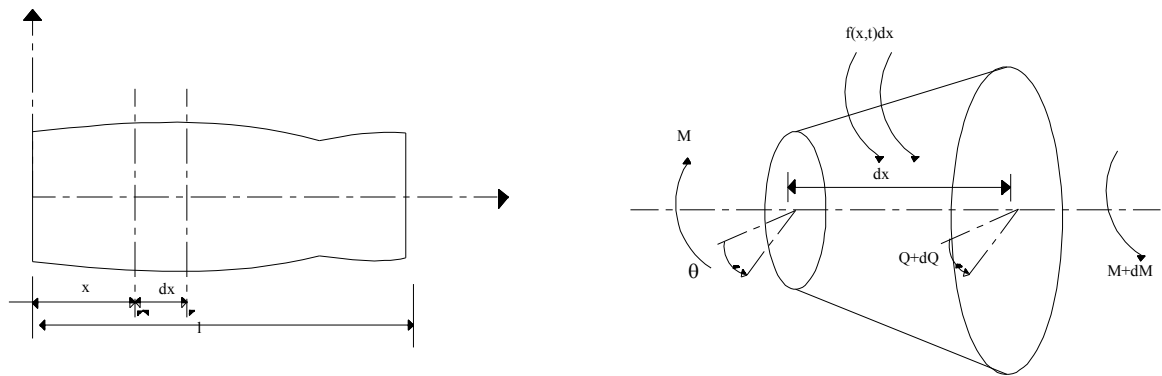
Serbest titreşim çözümü, $w(x, t) = W(x)T(t)$ şeklinde değişkenlerin ayrılması metodu kullanılarak bulunabilir ve iki ucu serbest kirişin doğal frekansları (ω_n) aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\omega_n = (\beta_n l)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad (2.11)$$

Kirişin sınır koşullarına göre β_n değeri değişmektedir. Dolayısıyla farklı sınır koşullarında farklı mod frekansları elde edilir.

2.1.3. Burulma Titreşimleri

Şekil 2.3'de değişken kesitli bir milin burulma titreşimi sırasında herhangi bir kesitinde meydana gelen momentler ve açısal yer değiştirmeler gösterilmektedir.



Şekil 2.3 Burulma titreşimine maruz kalan mil

Şekil 2.3'de görülen M burulma momentini, θ ise açısal yer değiştirmeyi simgelemektedir. Burulma momenti ve açısal yer değiştirme arasındaki ilişki Denklem 2.12 ile ifade edilir.

$$M_t(x,t) = GJ(x) \frac{\partial \theta}{\partial x}(x,t) \quad (2.12)$$

Bu denklemde G malzemenin kayma modülünü ve J de kesitin polar alan atalet momentini ifade eder. Homojen olmayan bir milin burulma titreşimlerinin hareket denklemi, Newton'un hareket yasası dikkate alınarak aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[GJ(x) \frac{\partial \theta}{\partial x}(x,t) \right] + f(x,t) = \rho J(x) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(x,t) \quad (2.13)$$

Bu denklemde $f(x,t)$ mil üzerinde olası dış momenti simgelemektedir. Denklem 2.13'ün düzenlenmesiyle sabit kesitli homojen bir milin serbest burulma titreşimleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$c^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}(x,t) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(x,t) \quad (2.14)$$

Burada c burulma titreşim hızını temsil eder ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.15)$$

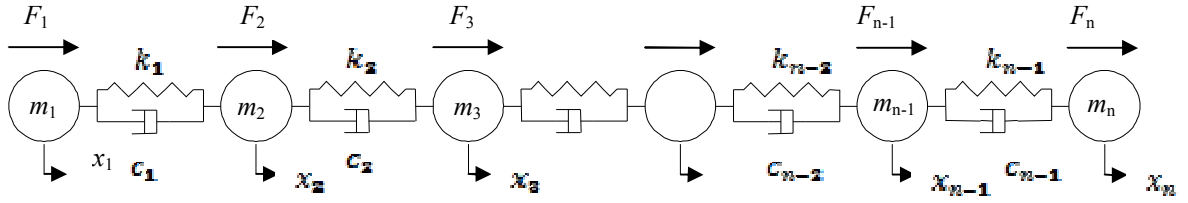
Denklem 2.14'de verilen burulma titreşimlerinin hareket denklemi farklı sınır koşullarına göre çözümlenerek sisteme ait serbest burulma titreşimlerinin doğal frekansları elde edilir. Bu çalışmanın deneysel kısmında bir ucu sabitlenmiş ve serbest ucunda bir kütle ataleti taşıyan kompozit çubuğun serbest burulma titreşimlerinin doğal frekansları aranmaktadır. Bu sistem için $\theta(0,t) = 0$ ve $GJ \frac{\partial \theta}{\partial x}(l,t) = -I_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(l,t)$ sınır şartlarına göre söz konusu sisteme ait frekans denklemi sistem parametreleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{\omega_n l}{c} \tan \frac{\omega_n l}{c} = \frac{J \rho l}{I_0} \quad (2.16)$$

2.2. Topaklanmış Kütle Modellemesi Yardımıyla Titreşim Analizi

2.2.1. İki Ucu Serbest Çubuğun Boyuna Titreşimleri

Bölüm 2.1.1'de sürekli ortamlarda çubuk elemanın boyuna titreşim durumundaki hareket denklemleri verilmiştir. Aynı çubuk eleman, Şekil 2.4'de gösterildiği gibi N parçaya bölünerek n serbestlik dereceli kesikli sistem olarak modellenebilir. Bu modelde her bir elemanın kütlesi, bu elemanın orta noktasında topaklanmış olduğu ve bu kütlelerin birbirlerine kütesiz yaylarla bağlandığı kabul edilmektedir.



Sekil 2.4. N serbestlik dereceli kesikli yay-kütle-damper sistemi

Şekildeki sistemde, m_1, m_2, \dots, m_N oluşan topaklanmış kütleleri, x_1, x_2, \dots, x_N her bir kütle için yerdeğiştirmelerini ve k_1, k_2, \dots, k_{N-1} ise kütleleri birbirlerine bağlayan yayların rijitliklerini ifade etmektedir. Topaklanmış kütleleri birbirine bağlayan yayların boyuna titreşim için esneklik katsayısı (k_i) eleman boyu (L_i) ve kesit alanı (A_i) ile ilişkili olup,

$\left(k_i = \frac{EA_i}{L_i} \right)$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu sistemdeki her bir kütle için Newton'un

hareket yasası uygulandığında sistemin hareket denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [K]X = F \quad (2.17)$$

Burada $[M]$, $[C]$, $[K]$ sisteme ait kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini, X ve F değişkenleri de yerdeğiştirme ve zorlama vektörlerini temsil etmekte olup, aşağıdaki gibi ifade edilirler:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & m_N \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & \dots \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -c_{N-1} \\ 0 & \dots & -c_{N-1} & c_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & \dots \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -k_{N-1} \\ 0 & \dots & -k_{N-1} & k_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\{X\} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]^T \quad (2.21)$$

$$\{F\} = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n]^T \quad (2.22)$$

Çubuğun boyuna titreşimi esnasında her bir kütle için $x(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi)$ şeklinde harmonik hareket yaptığı ve sönümün küçük olduğu kabul edilirse, sisteme ait sönümsüz serbest titreşimler aşağıdaki gibi ifade edilir

$$[K - \omega^2 M]X_0 = 0 \quad (2.23)$$

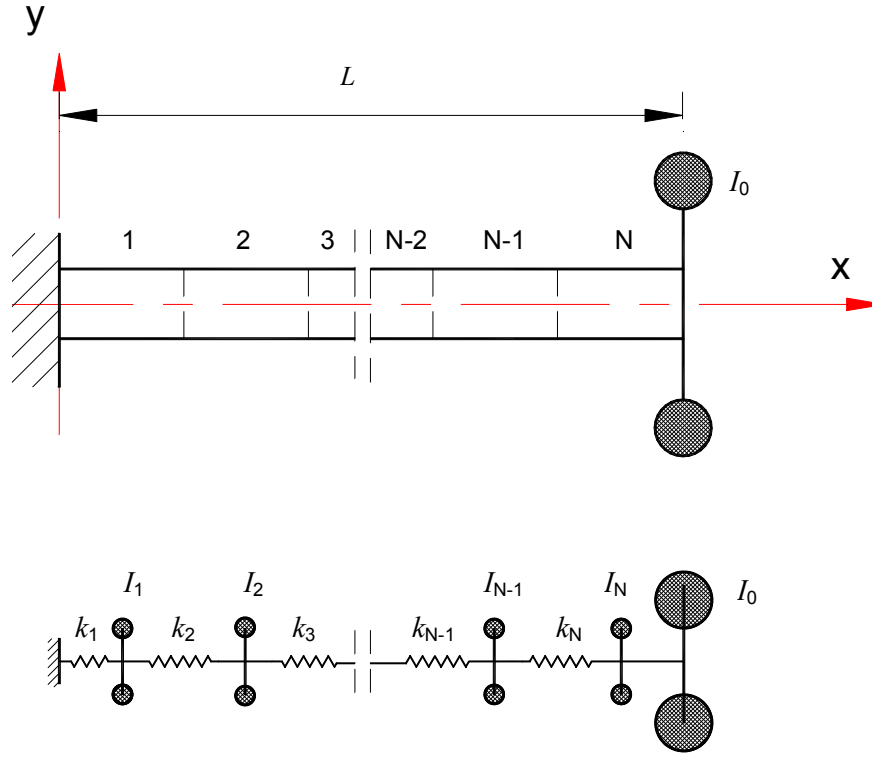
Sisteme ait doğal frekanslar Denklem 2.23'deki dinamik direngenlik matrisinin özdeğerleridir ve bu özdeğerlere karşılık gelen vektörlerde titreşim biçimlerini ifade eder.

2.2.2. Sabit-Serbest Şartlarında Çubuğun Burulma Titreşimleri

Bölüm 2.1.3'de sürekli sistemlerin burulma titreşim hareket denklemleri türetilmiş ve doğal frekans eşitliği elde edilmiştir. Şekil 2.5'de bir ucundan sabitlenmiş ve serbest ucunda bir kütle ataleti taşıyan bir milin topaklanmış burulma titreşim modeli gösterilmektedir. Bu modelde uzunluğu L olan mil N eşit parçaya ayrılmakta ve herbirinin kütle atalet momenti $I_i = \rho I_{pi} L_i$ olan ince diskler bu elemanların orta noktalarına

yerleştirildiği ve her bir disk birbirlerine burulma rijitliği $k_i = \frac{GI_{pi}}{L_i}$ olan kütesiz burulma

yaylarıyla bağlandı varsayılmaktadır. Şekil 2.5'de gösterilen topaklanmış kütle ataletli burulma titreşim modelinde, ankastra noktasına en yakın olan birinci diski zemine bağlayan burulma yay rijitliği diğer diskleri birbirlerine bağlayanlarından 2 kat daha büyüktür. Burulmaya maruz kalan milin çok sayıda sonlu kısma ayrıldığı düşünülürse diskleri bağlayan burulma yaylarının rijitlikleri de bu oranda artacaktır. Dolayısıyla milin serbest ucuna isabet eden kütle ataleti ile uç noktada bulunan ilave kütle ataleti basitlik açısından tek bir diske indirgenmiştir.



Şekil 2.5. Serbest ucunda bir kütle ataleti taşıyan bir milin topaklanmış kütle yaklaşımıyla burulma titreşim modeli

Burulma titreşimleri hareket denklemi her bir disk için Newton'un hareket yasası uygulanarak aşağıda ifade edildiği gibi matris formatında yazılabilir.

$$[I]\ddot{\theta} + [C]\dot{\theta} + [K]\theta = T \quad (2.24)$$

Bu denklemde $[I]$, $[C]$, $[K]$ sisteme ait kütle ataleti, sönüm ve rijitlik matrislerini, θ ve T değişkenleri de açısal yerdeğiştirme ve zorlama (moment) vektörlerini temsil etmekte olup, aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & I_N \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -c_N \\ 0 & \dots & -c_N & c_N \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -k_N \\ 0 & \dots & -k_N & k_N \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\{\theta\} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n]^T \quad (2.28)$$

$$\{T\} = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_n]^T \quad (2.29)$$

Çubuğun burulma titreşimleri esnasında her bir diskin $\theta_i(t) = \theta_{i0} \cos(\omega t + \phi)$ şeklinde harmonik hareket yaptığı ve sönümün küçük olduğu kabul edilirse, sisteme ait sönümsüz serbest titreşimler aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[K - \omega^2 I] \theta_0 = 0 \quad (2.30)$$

Sisteme ait doğal frekanslar Denklem 2.30'daki dinamik direngenlik matrisinin özdeğerleridir ve bu özdeğerlere karşılık gelen vektörlerde titreşim biçimlerini ifade eder.

2.3. Sönüm

Titreşen sistemlerin çoğunda, titreşim enerjisi zamanla ses veya ısı enerjisine dönüşür. Titreşim enerjisindeki bu azalış konum, hız ve ivme gibi titreşim cevaplarında da zamanla bir azalmaya sebep olur. İşte titreşim enerjisinin zamanla ses veya ısıya dönüşmesine sönüm adı verilir. Her ne kadar titreşim hareketi sırasında dönüşen bu enerji miktarı çok az bile olsa, sistemin titreşim cevabını doğru olarak tahmin etmede sönüm olayının hesaplamalara dahil edilmesi oldukça önemlidir. Sönümün sebeplerini tahmin etmek zor olmakla beraber, titreşen sistemlerinde viskoz sönüm, kuru veya Coulomb sönümü ve malzeme veya Histeritik sönüm olmak üzere üç farklı sönüm modeli kullanılmaktadır [24]. Titreşim sistemlerinin modellenmesinde viskoz sönüm modeli en yaygın olarak kullanılmaktadır. Titreşim olayı hava, gaz, su ve yağ gibi akışkan ortamında meydana geldiğinde, akışkanın hareket eden cisme tesir ettirdiği direnç yukarıda sözü edilen enerji kaybına neden olur. Kaybolan bu enerjinin miktarı titreşen cismin şekline ve büyüklüğüne, akışkanın viskozitesine, titreşimin frekansına ve titreşim hızına bağlıdır ve meydana gelen sönüm kuvveti aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$F_D = -c \frac{dx}{dt} = -cv \quad (2.31)$$

Bu denklemde F_D sönüm kuvvetini, c sönüm katsayısını ve v sistem kütlelerinin hızını simgelemektedir. Mühendislik uygulamalarında sönüm sabiti yerine sönüm faktörü ξ kullanımı daha anlamlıdır. Eğer $\xi < 1$ ise sistem kritik altı sönümlü olarak isimlendirilir ve titreşen sistem stabil olmak şartıyla salınım yaparak denge konumuna gelir. Sistemin sahip olduğu sönüm faktörü $\xi = 1$ olursa, bu sistem kritik sönümlü olarak isimlendirilir ve sistem salınım yapmaksızın en hızlı biçimde denge konumuna gelir. Eğer sistemin sahip olduğu sönüm oranı $\xi > 1$ ise bu sistem kritik üstü sönümlü olarak adlandırılır.

2.4. Sönüm Miktarının Belirlenmesi

2.4.1. Q-Kalite Faktörü Yaklaşımı

Yapıların modal parametrelerini tahmin etmede impuls cevabının incelenmesi yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Titreşimlerin geçiş fazı süresince, test parçası doğal frekanslarında titreşir ve titreşim genliklerinde meydana gelen azalma yapının sönüm davranışlarını belirler. Modal sönüm oranlarını deneysel olarak tahmin etmek için frekans spektrumundaki tepe değerleri sistemin doğal frekansları olarak kabul edilebilir ve sönüm miktarı ($\xi \leq 0.05$) aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$Q = \left(\frac{X}{\delta_{st}} \right)_{\max} \cong \left(\frac{X}{\delta_{st}} \right)_{\omega=\omega_n} = \frac{1}{2\xi} \quad (2.32)$$

Bu denklemde X titreşim genliğini ve δ_{st} sistemdeki statik çökme miktarını temsil etmektedir.

Q-kalite faktörü (titreşen sistemin rezonanstaki genlik oranı) malzemenin eşdeğer viskoz sönüm miktarının tahmin etmede kullanılabilir. Bunun için rezonans frekansı etrafındaki yarım güç frekans band genişliğinin (Δf) bilinmesi gerekir. Lineer bir titreşim sisteminde yarım güç band genişliği $\Delta f = 2\xi f_n = \frac{c}{m}$ eşitliği dikkate alındığında sistemdeki sönüm oranı aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\xi = \frac{\Delta f}{2f_n} \quad (2.33)$$

Bu denklemde f_n mod frekansını (Hz) ifade etmektedir.

2.4.2. Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (STFT)

Bir sistemin çalışmasını karakterize eden yer değiştirme, ivme, gerilme, basınç, v.s. gibi özellikleri zamana göre tahmin edilebiliyorsa, böyle sistemlere kararlı sistemler denir. Kararlı sistemlerin frekans içerikleri aşağıda verilen Fourier dönüşümü kullanılarak incelenebilir.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.34)$$

Burada $x(t)$ zaman sinyali ve f frekans değişkenidir. Spektral analiz sinyalin frekans içeriğini göstermekle beraber, bu frekans bileşenlerinin hangi zamanlarda oluştuğuna dair hiç bir bilgi içermez. Kararlı sinyallerin frekans bileşenleri zamana göre değişim sergilemezler dolayısıyla bu tip sinyallerin frekans içeriklerinin incelenmesinde Fourier dönüşümü yanıltıcı sonuçlar vermez. Sinyallerin frekans içerikleri zamana göre değişim gösterdiği durumlarda (makinanın açma ve kapanması veya lokal bir diş hatası olan dişli çark titreşimi gibi) Fourier dönüşümü tek başına sinyal davranışlarını ifade etmede yetersiz kalır. Böyle durumlarda zaman ve frekans bilgilerinin aynı anda sergileyen Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü (STFT) veya Gabor dönüşümü, Sürekli Dagacık Dönüşümü (CWT), Wigner-Ville dönüşümü (WV) ve Anlık Güç Spektrumu (IPS) gibi bileşik zaman-frekans dönüşümleri kullanılabilir [25]. Bu dönüşümlerden WV ve IPS dönüşümleri lineer olmayan dönüşümlerdir. Çok bileşenli bir sinyalin bu metotlarla analizi sonucunda mevcut sinyal bileşenlerinin yanında parazit sinyal bileşenleri de oluşur ve parazit sinyallerinin mevcutiyeti sinyalin yorumlanmasını güçleştirir. Bunun aksine STFT ve CWT dönüşümleri işlenen sinyali lineer olarak ayrıştırdığından parazit bileşenlerin oluşması söz konusu değildir. $x(t)$ sinyalinin kısa zamanlı Fourier dönüşümü (STFT) aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$STFT(t, f) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(\tau)w(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.35)$$

Bu denklemde $w(\tau)$, $|\tau| > T/2$ değerleri için koşulunu sağlayan pencere fonksiyonu, t pencere pozisyonu, τ zaman değişkeni ve T de pencere genişliğini temsil etmektedir.

Yukarıdaki denklemde ifade edilen kısa zamanlı Fourier dönüşümünün uygulamasında aşağıdaki adımlar takip edilir:

- Sonlu bir pencere fonksiyonu seçilir
- Pencere fonksiyonu ilk önce sinyal başlangıcında konumlandırılarak pencerelenir.
- Pencerelenmiş sinyalin Fourier dönüşümü alınır.
- Pencerenin konumu uygun bir biçimde değiştirilerek 2. ve 3. adımlar pencere konumu sinyalin sonuna gelinceye kadar tekrarlanır.

Pencere kullanımı ve seçimi sonuç kesinliği için oldukça önemlidir. Pencere kullanımı sinyalin sadece lokal olarak gözlemlenmesine olanak sağlamasının yanında, sinyalin zaman bölgesinde pencerelenmesi sonucu başlangıç ve son noktalarında meydana gelen süreksizliklerin frekans bölgesinde sebep olduğu spektral sızıntıların önlenmesi içinde kullanılması gereklidir [25]. Sinyal işleme uygulamalarında dikdörtgen, Gaussian, Hamming, Hanning, Blackman-Harris, Kaiser gibi çok çeşitli pencereler kullanılmakla beraber, Hanning penceresi en iyi genel maksat penceresi olarak bilinir [25].

Kısa zamanlı Fourier dönüşümü sonunda elde edilen zaman ve frekans çözünürlüğü analizde kullanılan pencere fonksiyonun boyutu ve şekline bağlıdır. Kısa zaman pencerelerinin kullanımı zaman çözünürlüğünü arttırmakla beraber frekans çözünürlüğünü kötüleştirmektedir. Buna karşılık iyi bir frekans çözünürlüğü elde etmek için büyük pencerelerin kullanılması zorunludur. STFT analizi esnasında pencere boyu sabit kaldığından sabit bir zaman-frekans çözünürlüğü elde edilir.

2.4.3. STFT DÖNÜŞÜMÜNÜN ÇOK SERBESTLİK DERECELİ BİR SİSTEM CEVABINA UYGULANMASI

N serbestlik dereceli ve viskoz sönümlü bir sistemin serbest titreşim cevabı aşağıdaki gibi ifade edilir :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{-\xi_i \omega_{ni} t} \sin(\omega_{di} t) \quad (2.36)$$

burada A_i titreşimin i . modu'nun genliğini, ω_{ni} sönümsüz doğal frekansları, $\omega_{di} = \omega_{ni} \sqrt{1 - \xi_i^2}$ sönümlü doğal frekanslarını ve ξ_i de modal sönüm faktörünü temsil etmektedirler.

Denklem 2.36'da ifade edilen titreşim cevabının işlenmesinde STFT analizi için iyi bir genel maksat penceresi olan ve aşağıda ifade edilen Hanning penceresi kullanılmaktadır:

$$w(t) = 0.5 \left(1 + \cos \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (2.37)$$

2.36 ve 2.37 nolu denklemler 2.35 nolu denklemde yerine konulduğunda çok serbestlik dereceli, viskoz sönümlü bir sistemin serbest titreşim cevabının tek taraflı STFT ifadesi aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$STFT(t, \omega) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n X_i e^{-Rt} \left(\frac{1}{R} - \frac{R}{R^2 + \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2} \right) \sinh \left(\xi_i \omega_{ni} \frac{T}{2} \right) \quad (2.38)$$

Bu denklemde $R = \xi_i \omega_{ni} + (\omega - \omega_{di})j$ olarak tanımlanmaktadır. Denklem 2.38'den görülmektedir ki $\omega = \omega_{di}$ değerinde STFT'nin genliğinin maksimum olduğu sırt (ridge) değerleri elde edilir. Bir başka deyişle, STFT'nin genliğini maksimum yapan frekanslar sistemin modal frekanslarını temsil eder. Benzer biçimde $\omega = \omega_{di}$ frekansında STFT'nin genliğinin zamana göre değişimi de sistemin söz konusu modal frekansındaki sönüm eğrisini verir. STFT'den modal sönüm oranını tahmin etmek için, $\omega = \omega_{di}$ değerinde ve isteğe bağlı iki farklı zamandaki sırt değerlerinin bilinmesi yeterlidir. t_1 ve t_2 dikkate alınan zaman değerleri ise modal sönüm faktörü aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\xi_i = \frac{1}{\omega_{ni}(t_2 - t_1)} \ln \frac{|STFT(t_1, \omega_{di})|}{|STFT(t_2, \omega_{di})|} \quad (2.39)$$

burada $||$ genlik değerini ifade etmektedir.

2.5. Numerik Uygulamalar

Bu bölümde malzemelerin mekanik ve modal özelliklerinin belirlenmesinde titreşim analizinin etkin biçimde kullanılmasına yönelik numerik örnekler verilmektedir. Mekanik özelliklerin (elastisite ve kayma modülleri) belirlenmesinde titreşimlerin frekans içeriklerinin bilinmesi yeterli olduğundan, öncelikle topaklanmış kütle (veya kütle ataleti) modellerinin sistemlerin doğal frekansların belirlenmesinde hassas biçimde kullanılıp kullanılmayacağı gösterilmektedir. Daha sonra malzemelerin modal sönüm oranlarının

belirlenmesinde kısa zamanlı Fourier dönüşümünün uygulaması verilmekte ve elde edilen sonuçların Q-faktörü yaklaşımıyla kıyaslanmasıyla yöntemin kullanılabilirliği sunulmaktadır.

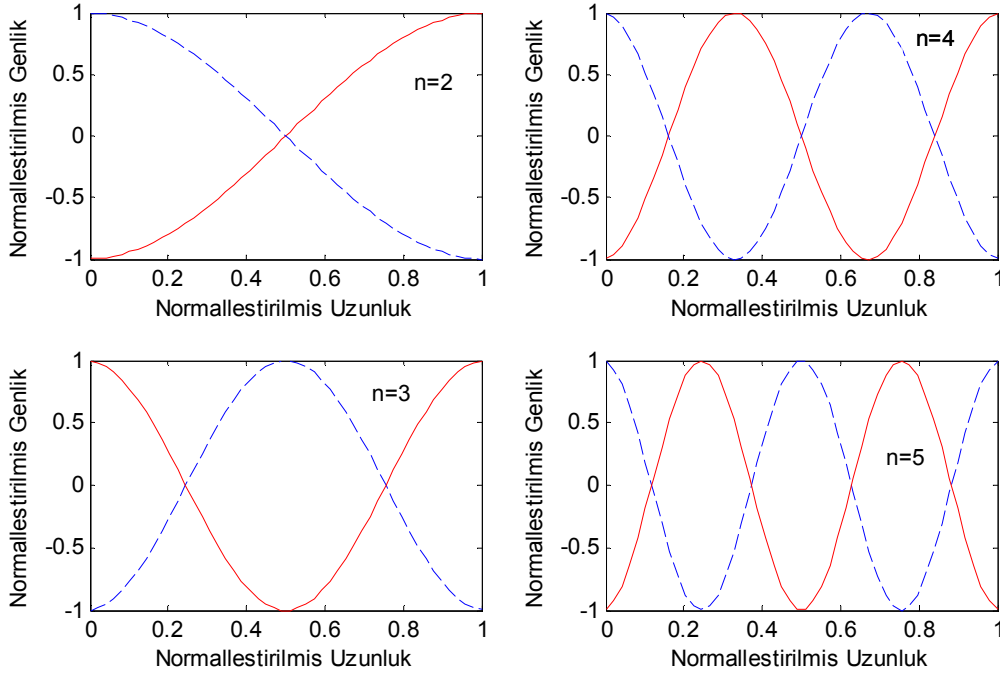
2.5.1. Numerik Uygulama 1: Boyuna Titreşim Analizi

Boyuna titreşim analizi için uzunluğu 3000mm ve çapı olan 20mm çelik bir çubuk ($E = 2.1 \times 10^{11} N/m^2$, $\rho = 7860 kg/m^3$) dikkate alınmıştır. Bu çubuğun serbest-serbest koşulu altında serbest boyuna titreşimleri incelendiğinde Denklem 2.4'e göre boyuna titreşim dalga hızı $c = 5169 m/sn$ olarak hesaplanmaktadır. Denklem 2.7 dikkate alınarak bulunan doğal frekansların ilk 5 tanesi Çizelge 2.1 de verilmektedir.

Aynı çubuğun boyuna serbest titreşimlerinin doğal frekansları ve titreşim biçimleri topaklanmış kütle modeli dikkate alınarak da bulunabilir. Çizelge 2.1 de çubuk boyu 10 ve 100 ayrı parçaya ayrılarak elde edilen doğal frekanslar ve Şekil 2.6' da 100 parçalı model kullanılarak elde edilen serbest boyuna titreşimlerin ilk 5 moduna ait titreşim biçimleri gösterilmektedir. Elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla kıyaslandığında serbestlik derecesi arttıkça topaklanmış kütle modeli sonuçlarının gerçek sonuçlara yaklaştığı görülmektedir.

Çizelge 2.1. Çelik çubuğun boyuna titreşimindeki ilk 5 doğal frekansı

Mod Numarası (n)	Sürekli sistem (Hz)	10 Parçalı model (Hz)	100 Parçalı model (Hz)
1	0.0	0.0	0.0
2	861.5	857.9	861.4
3	1723.0	1694.8	1722.7
4	2584.5	2489.9	2583.5
5	3446.0	3223.6	3443.7



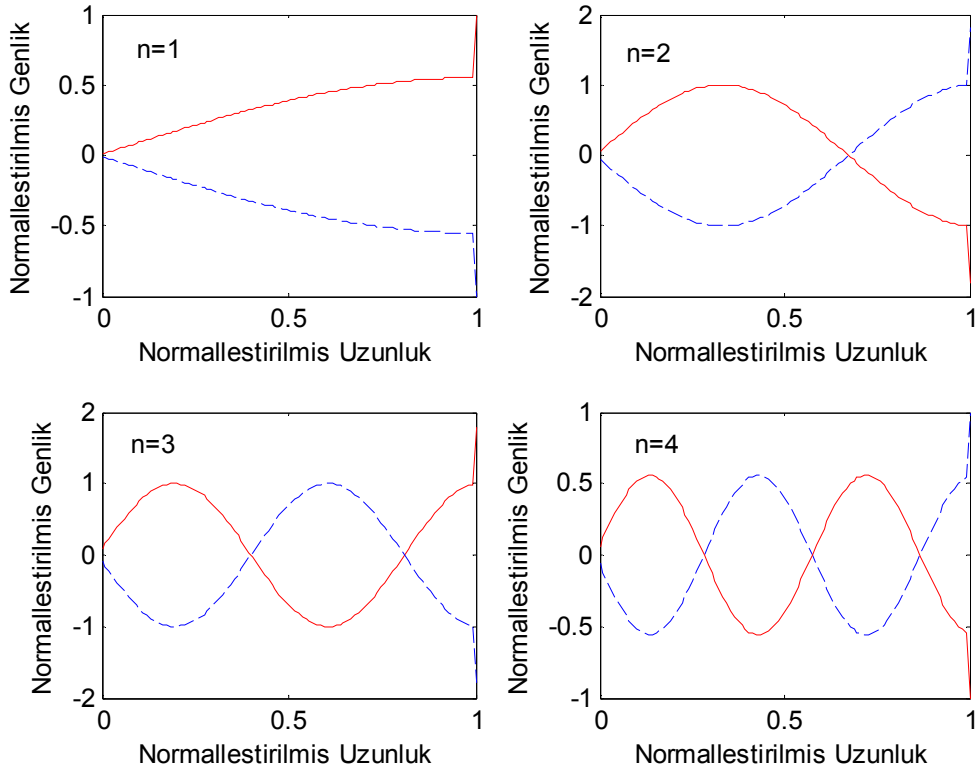
Şekil 2.6: Çelik çubuğun boyuna titreşimindeki ilk 5 titreşim biçimi

2.5.2. Numerik Uygulama 2: Burulma Titreşim Analizi

Bir ucundan ankastra edilmiş ve serbest ucunda bir kütle ataleti taşıyan bir milin burulma titreşimlerinin incelenmesinde, mil malzemesi olarak çelik seçilmiştir ($G = 80GPa$). Dikkate alınan milin boyu $L = 1000mm$, çapı $d = 20mm$ ve serbest uçtaki kütle ataletinin $I_0 = 1 \times 10^6 kgm^2$ olduğu kabul edilmiştir. Denklem 2.16'da söz konusu sürekli ortama ait burulma titreşimlerinin frekans ifadesi verilmektedir. Burulma titreşim dalga hızı Denklem 2.15'e göre $c = 3190.3m/sn$ olarak bulunur ve doğal frekanslar Çizelge 2.2 de verilmektedir.

Çizelge 2.2. Bir ucu sabit ve serbest ucunda kütle ataleti taşıyan çelik milin burulma titreşimindeki ilk 4 doğal frekansı

Mod Numarası (n)	Sürekli sistem (Hz)	10 Parçalı model (Hz)	100 Parçalı model (Hz)
1	791.1	753.1	787.2
2	2373.5	2243.4	2361.6
3	3955.9	3685.9	3935.4
4	5538.3	5049.4	5508.5



Şekil 2.7. Sabit-serbest şartları altında ve serbest uçta kütle ataleti taşıyan çelik milin burulma titreşimindeki ilk 4 titreşim biçimi

Aynı sistemin burulma serbest titreşimlerinin doğal frekansları ve titreşim biçimleri topaklanmış kütle modeli dikkate alınarak da bulunabilir. Çizelge 2.2’de mil boyu 10 ve 100 ayrı parçaya ayrılarak elde edilen doğal frekanslar ve Şekil 2.4’de 100 parçalı model dikkate alınarak elde edilen titreşimlerin ilk 5 moduna ait titreşim biçimleri gösterilmektedir. Elde edilen sonuçların gerçek sonuçlarla kıyaslandığında serbestlik derecesi arttıkça topaklanmış kütle modeli sonuçlarının gerçek sonuçlara yaklaştığı görülmektedir.

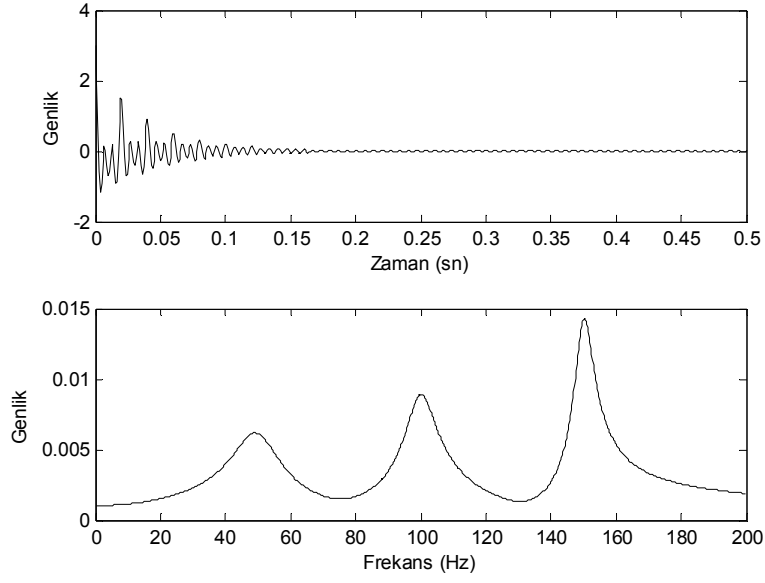
2.5.3. Numerik Uygulama 3: Kısa Zamanlı Fourier Dönüşümü Yardımıyla Modal Sönüm Oranlarının Belirlenmesi

Modal parametrelerin belirlenmesinde STFT'nin etkin biçimde kullanılabileceğini göstermek amacıyla, 3 serbestlik dereceli lineer bir sistemin titreşimi simüle edilmiş ve buna ait veriler çizelge 2.3'de özetlenmiştir. Oluşturulan titreşim sinyali 1024Hz'de örneklenmiş ve 512 örnek noktası içermektedir. STFT analizi için genişliği 256 olan Hanning penceresi kullanılarak, pencere konumları arasındaki mesafe 1 örnek noktası olarak seçilmiştir.

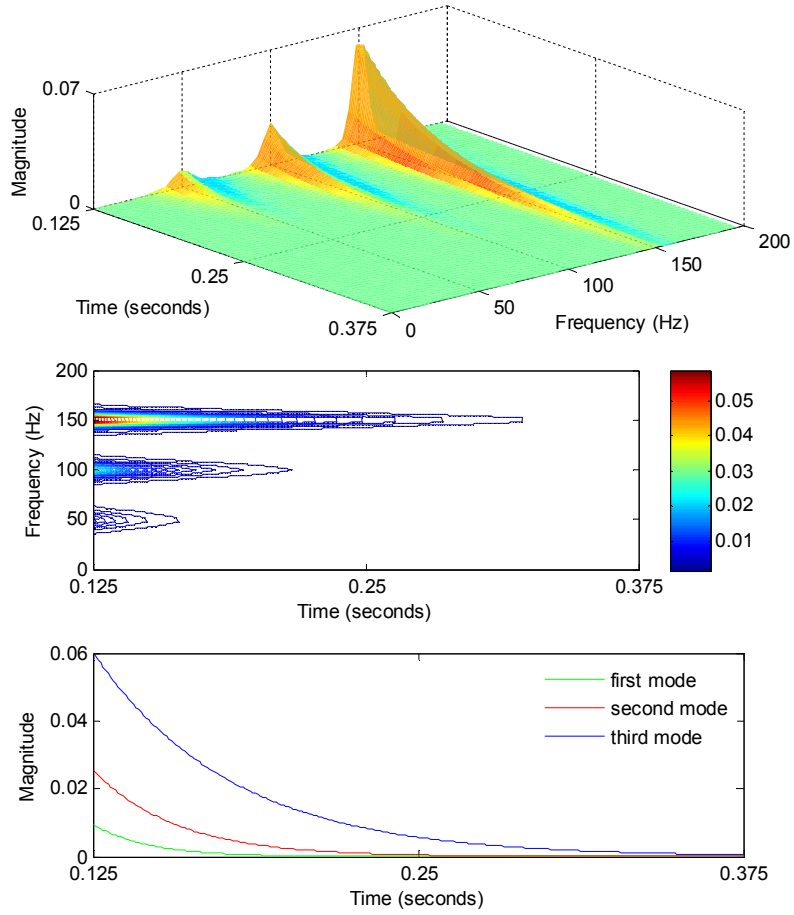
Çizelge 2.3. Test sinyaline ait modal parametreler

Mod	Genlik	Doğal Frekans (Hz)	Sönüm ξ (%)		
			Gerçek	STFT	Q faktör
1	1	50	15.00	15.04	14.87
2	1	100	5.00	5.01	4.91
3	1	150	2.00	2.00	2.03

Şekil 2.8'de simüle edilen titreşim sinyalinin zamana ve frekansa bağlı gösterimleri verilmektedir. Şekil 2.9 test sinyalinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait 3 ve 2 boyutlu mesh ve contour gösterimleriyle, mod frekanslarındaki sönüm eğrilerini göstermektedir. Mesh ve contour görüntülerinden STFT'nin titreşimi doğal frekanslarına göre doğal bileşenlerine ayırdığı görülmektedir. STFT yaklaşımıyla modal sönüm oranının tahmini için, sönüm eğrileri üzerinde 1. ve 100. örnek noktalarındaki genlik değerleri dikkate alınmıştır. Sistemin modal sönüm oranları denklem 2.33 ve denklem 2.39 kullanılarak STFT ve Q faktörü yaklaşımlarıyla elde edilmiş ve bu değerler Çizelge 2.3'de verilmiştir. Elde edilen bu değerler kıyaslandığında STFT yaklaşımıyla elde edilen sönüm oranlarının, Q faktörü yaklaşımıyla elde edilenlere göre gerçeğine daha yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 2.8. Simülasyon sinyalinin zamana ve frekansa bağlı değişimleri



Şekil 2.9. Simülasyon sinyalinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait 3 ve 2 boyutlu gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri

2.6. Özet ve Sonuçlar

Bu bölümde titreşim analizinin malzemelerin mekanik ve modal parametrelerinin belirlenmesine temel oluşturacak teorik bilgilerle beraber, deneysel aşamada kullanılacak titreşim modelleri ve sinyal işleme yöntemleri hakkında bilgiler sunulmaktadır. Öncelikle sürekli ortam modelleri dikkate alınarak boyuna, eğilme ve burulma titreşimlerinin esasları özetlenerek, frekans eşitlikleri malzeme parametreleri cinsinden ifade edilmiştir. Sürekli ortam modeline alternatif olarak bu çalışmanın deneysel aşamasında kullanılacak modellere ait topaklanmış kütle modelleri verilmiştir. Sürekli ve topaklanmış modellerden elde edilen frekans değerleri kıyaslandığında, topaklanmış sistemin serbestlik derecesi arttırıldığında gerçek değerlere çok yakın sonuçlar elde edilmiştir.

Modal sönüm oranlarının belirlenmesinde Hanning pencerele kısa zamanlı Fourier dönüşümünün kullanımı açıklanmıştır. STFT islenen sinyali modal frekanslarında bileşenlerine ayrıştırdığı ve her bir bileşenin enerjisinin zamana göre değişimi dikkate alınarak sönüm oranı belirlenmektedir. Viskoz sönümlü ve üç serbestlik dereceli bir sistemin davranışını sergileyen simulasyon sinyali STFT yardımıyla incelenerek, tahmin edilen modal sönüm oranları Q-faktör yaklaşımıyla kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçların kıyaslanmasıyla STFT yaklaşımının Q-faktör yaklaşımına göre daha hassas sonuçlar verdiği bulunmuştur.

Bölüm 3

Titreşim İzleme Sistemi

Bu bölümde kompozit malzemelerin çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modülleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla belirlenmesinde kullanılan cihaz ve ekipmanlar hakkında bilgiler verilmektedir.

3.1. Kuvvet Çekici Yardımıyla Modal Analiz

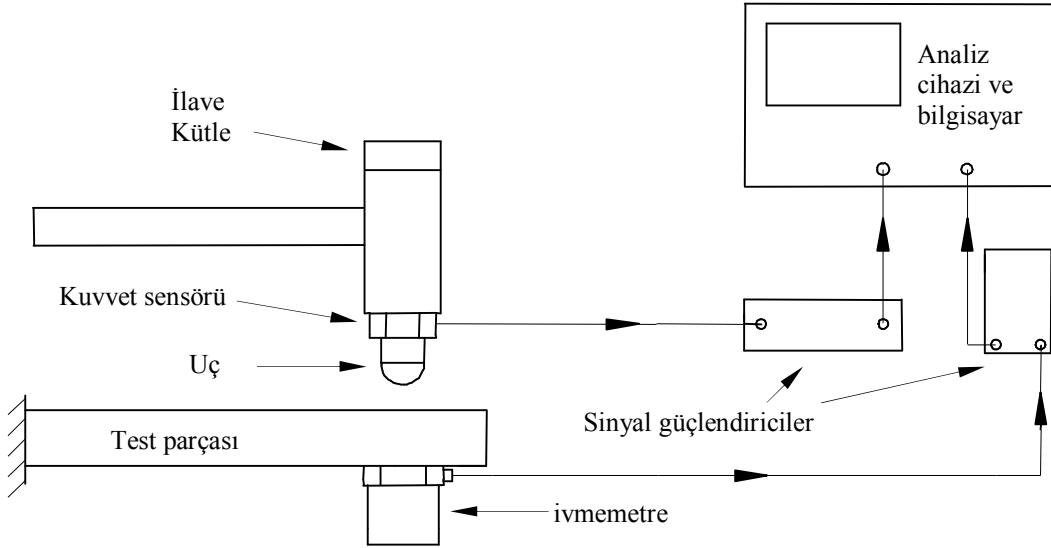
Modal analiz genellikle yapıların titreşim cevaplarını belirlemek ve teorik modelleri ve tahminleri doğrulamak için yapılır. Modal analiz için aşağıda belirtilen 4 temel unsurun oluşması şarttır [23]:

- Yapıları kışkırtmak için gerekli bir uyarım mekanizması
- Yapıların titreşim cevaplarını algılamak için gerekli sayıda sensör
- Zayıf sinyalleri algılanabilir yapabilmek için gerekli olan çeşitli sinyal güçlendiriciler
- İstenilen bilgileri elde etmek ve kaydetmek için gerekli olan FFT analiz cihazı ve bilgisayar

Şekil 3.1’de kuvvet çekici yardımıyla bir yapının titreşim cevabının elde edilmesi şematize edilmiştir. Kuvvet çekicinin özellikleri ve çekiç kuvvetinin uygulanış biçiminin elde edilen titreşim cevabı üzerinde çok büyük etkisi vardır. Titreşimlerin frekans aralığı ve sisteme aktarılan enerji miktarı tamamen çekiç ucundaki çarpma hızı ve çekiç kütlesine bağlı olarak belirlenir. Genel olarak sisteme aktarılan enerji, çekiç hareketinin momentumu ($\text{çekiç kütlesi} \times \text{çarpma hızı}$) ile kontrol edilir. Çekiç yardımıyla uyarılan sistemin titreşimlerinin frekans aralığı ise çekiç ile yapı arasındaki temas rijitliği ve çekiç kütlesiyle kontrol edilmektedir ($\sqrt{\text{temas rijitliği}/\text{çekiç kütlesi}}$). Kuvvet çekicinin yapıya çarpması sırasında etki süresi T_c olan ve titreşim analizinde kullanılacak üst frekans limitini (f_c) belirleyen bir darbe kuvveti meydana getirir. Etki süresi ile etkili frekans aralığı arasındaki

ilişki örnekleme teorisine dayanmaktadır. Bu teoriye göre etkili frekans aralığı $f_c = \frac{1}{2T_c}$

ifadesi ile elde edilir. İfadeden de anlaşılacağı gibi yapılacak titreşim analizinin etkili frekans aralığını değiştirmek için darbe çekici ile uygulanan darbenin etki süresini arttırmak ya da azaltmak gerekir. Eğer etkili frekans aralığı arttırılmak isteniyor ise darbe etki süresinin azaltılması, etkili frekans aralığı azaltılmak isteniyorsa da etki süresinin arttırılması gerekmektedir. Darbe süresi çekiç ile yapı arasındaki temas rijitliği ve çekiç kütlesine bağlı olarak ayarlanabilir. Örneğin darbe etki süresini arttırmak için ya temas rijitliği daha yüksek bir çarpışma meydana getirmek ya da daha hafif bir çekiç kullanmak gerekir.



Şekil 3.1. Kuvvet çekici yardımıyla modal analiz şeması

3.2. Deneysel Çalışmalarda Kullanılan Titreşim Veri Toplama Sistemi

Bu kısımda kompozit malzemelerin mekanik özelliklerinin ve modal sönüm oranlarının titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesinde kullanılan titreşim ölçüm sisteminin elemanları detaylandırılmaktadır. Bu elemanlar kuvvet çekici, ivmemetre, dinamik sinyal güçlendiriciler, analog-dijital çevirici ve FFT analiz cihazı ve bilgisayardan oluşmaktadır.

3.2.1. Kuvvet Çekici (Impulse Hammer)

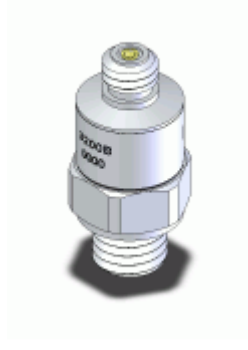
Deneyler aşamasında kompozit çubukları uyarmak için kullanılan kuvvet çekici ve elemanları Resim 3.1’de gösterilmektedir. Bu çekiç PCB Piezotronics firmasının 086C04 model nolu ürünü olup, söz konusu kuvvet çekicinin maksimum uygulayabileceği anlık kuvvet 4450N, sert uç kullanıldığında frekans ölçüm aralığı 8kHz, rezonans frekansı 22kHz’tir. Çekicinin kalibrasyonu $F = m \times a$ eşitliği gereğince yapılmış olup, duyarlılığı 1.17mV/N olarak belirtilmiştir [26].



Resim 3.1. Kuvvet çekici

3.2.2. İvmemetre

İvmemetre veri toplama sisteminin başlangıç noktası olup, ölçülen sistemden elde edilen fiziksel büyüklüklerin doğrudan elektriksel sinyallere dönüştürülmesine olanak sağlarlar. İvmemetreler genel olarak mutlak hareket ölçümlerinde, şok ve titreşim ölçümlerinde kullanılırlar. Kompozit çubukların titreşim testlerinde Resim 3.2’de gösterilen Dytran 3200B6 şok ivmemetresi kullanılmıştır. Bu ivmemetrenin maruz kalabileceği maksimum ivme değeri 2500g, duyarlılığı 2mV/g olup rezonans frekansı 100kHz tir [27].



Resim 3.2. Dytran 3200B6 şok ivmemetresi

3.2.3. Dinamik Sinyal Güçlendirici

En genel tanımı ile bir kuvvetlendirici, zayıf (küçük) bir giriş sinyalini kuvvetlendirerek (genliğini artırarak) daha anlamlı ve yine işlenebilir hale dönüştürmek amacıyla kullanılan elektronik bir donanımdır. Ortam değişmelerinden etkilenen sensörler genel olarak zayıf veya küçük elektriksel işaretler üretirler. Bu işaretlerin işlenebilmesi için belli bir seviyeye çıkartılmaları gereklidir. Bu çalışmanın deneysel aşamasında ivmemetre sinyallerini güçlendirmek amacıyla IOtech firması tarafından üretilen ve Resim 3.3'te gösterilen iki kanallı DBK4 isimli dinamik sinyal güçlendirme ünitesi kullanılmıştır. Kullanılan DBK4 kartı sadece ivmemetre çıktı sinyallerinin güçlendirilmesinde kullanılmayıp, mikrofon, kuvvet/basınç sensörlerinin çıktı sinyallerini güçlendirmek içinde uygundur [28].



Resim 3.3. Dinamik sinyal güçlendirme kartı (DBK 4)

3.2.4. Analag/Dijital Dönüştürücü

Isı, basınç, sıcaklık vb. gibi dış dünyadaki fiziksel değişiklikler sensör (algılayıcı) ve transduserler kullanılarak ölçülüp elektrik gerilimine çevrilir. Bu gerilim analog bir gerilimdir. Diğer bir deyişle analog işaretler, x eksenindeki her değere y ekseninde herhangi bir değer karşılık geldiği işaretler olarak tanımlanabilir. Analog işaretler, dijital işaretlere dönüştürülürken analog dijital çeviriciler kullanılır. Bu analog dijital çeviricilerin temel çalışma mantıkları yukarıda belirtildiği gibi x ekseninde bulunan değerlerden belirli sıklıklarla örnekler alınır. Alınan bu işarete örneklenmiş işaret denilir. Analog işareti, dijital işarete dönüştürmek için gereken ikinci adım ise, kuantalama işlemidir. Kuantalama işleminde esas olan, genlik bilgilerini belli sayıda dijital kullanarak ifade etmektir. Örneklenmiş işarete uygulanan bu kuantalama işleminden sonra dijital işaret elde edilir.

Analog dijital çeviriciler 4 bit, 8 bit vb. olmak üzere sınıflara ayrılırlar. Örneğin değerleri 0-5V arasında değişen bir analog sinyali dijital sinyale çevirmek için 4 bitlik bir analog dijital çevirici kullanılır ise dijital "0000" değeri 0V'a "1111" değeri ise 5V'a karşılık gelir. Aradaki değerler ise "0000" ve "1111" değerleri arasında değerler alırlar. Bir analog dijital çeviricinin hassasiyeti çeviricinin çözünürlüğüne bağlıdır. 4 bit'lik bir çevirici kullanılırken 0-5V analog değerleri arasında eşit aralıklara bölünerek $2^4 = 16$ değer alınır, 8 bitlik bir analog dijital çeviricide ise aynı analog değerler eşit aralıklara bölünerek $2^8=256$ tane farklı değer alınarak daha hassas bir çevirme işlemi yapılmış olur. Yapılan deneyler sırasında elde edilen sinyaller IOTECH Inc'in üretmiş olduğu Resim 3.4'te gösterilen A/D dönüştürücü (DAQBOARD 2000) kullanılmıştır.



Resim 3.4. DAQBOARD 2000 veri toplama kartı

Bölüm 4

Deneysel Verilerin İncelenmesi

Bu bölüm kompozit malzemelerin çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modülleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesini içermektedir.

4.1. Kompozit Çubuğun Özellikleri

Titreşim testleri için camyünü ile desteklenmiş, 4800-tex ve tekyönlü (eğilmede izotropik) kompozit malzemedan üretilmiş çubuklar kullanılmıştır. Bu çubuk %62.4 camyünü ve %37.6 reçine'den meydana gelmiş olup, yoğunluğu 2048 kg/m^3 dir. Ayrıca kompozit malzemenin üretimi esnasında polyester, dolgu malzemesi, hızlandırıcılar, sertleştiriciler ve boyar maddeler de kullanılmıştır.

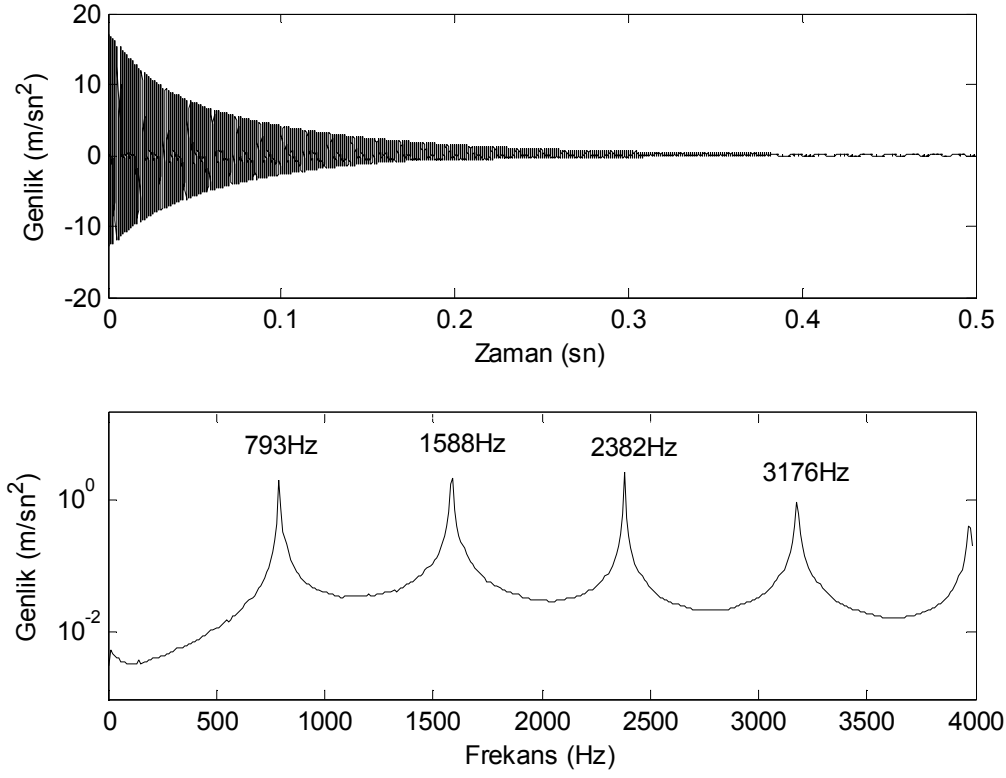
4.2. Kompozit Çubuğun Boyuna Titreşim Analizi

Boyuna titreşim testleri sırasında uzunluğu 2998 mm ve çapı 17.65mm olan kompozit çubuk Resim 4.1'de gösterildiği gibi 3 adet lastik yardımıyla boyuna ve serbest olarak havada asılmıştır. Kompozit çubuk bir ucundan kuvvet çekiciyle boyu doğrultusunda uyarılmış ve titreşim cevabı diğer uca tutturulan ivmemetre yardımıyla algılanmıştır. Elde edilen titreşimler ve uyarı sinyali 40kHz de örneklenerek 1 dakika süresince veri kaydı yapılmıştır. Olası rastgele hataları azaltmak ve verilerin doğruluğunu arttırmak amacıyla 8 ayrı titreşim ölçümü yapılmış olup, zaman, frekans ve STFT analizleri için bu ölçümlerin ortalaması dikkate alınmıştır.



Resim 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşim analizi için konumlandırılması

Şekil 4.1’de 8 ölçüm sonunda elde edilen kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin ortalamasının zaman ve frekans bölgesi görüntüleri verilmektedir. Sönümden dolayı titreşimin genliğinin zamanla azaldığı ve yaklaşık 0.4sn sonra tükendiği gözlemlenmektedir. Titreşim spektrumundan çubuğun birinci (doğal) frekansının 793.9Hz olduğu görülmekte olup, diğer frekanslar Çizelge 4.1’de verilmektedir. (2.7) ve (2.4) nolu denklemlerin sırasıyla uygulanmasıyla boyuna titreşim hızının $c = 4760 \text{ m/s}$ ve dinamik elastisite modülünün $E = 4.64 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ olduğu hesaplanmıştır. Titreşim analizi yardımıyla elde edilen elastisite modülüne göre, 100 serbestlik dereceli topaklanmış kütle modeli kullanılarak elde edilen kompozit çubuğun frekansları Çizelge 4.1 de verilmektedir. Ölçülen ve tahmin edilen frekans değerlerinin birbirlerine çok yakın oldukları görülmektedir.



Şekil 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi görüntüleri

Yukarıda anlatılan titreşim testi sonunda elde edilen kompozit çubuğun çeki-bası durumundaki elastisite modülünün doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, aynı malzemedен üretilmiş Resim 4.2' de gösterilen numune çekme deneyine tabi tutulmuştur.

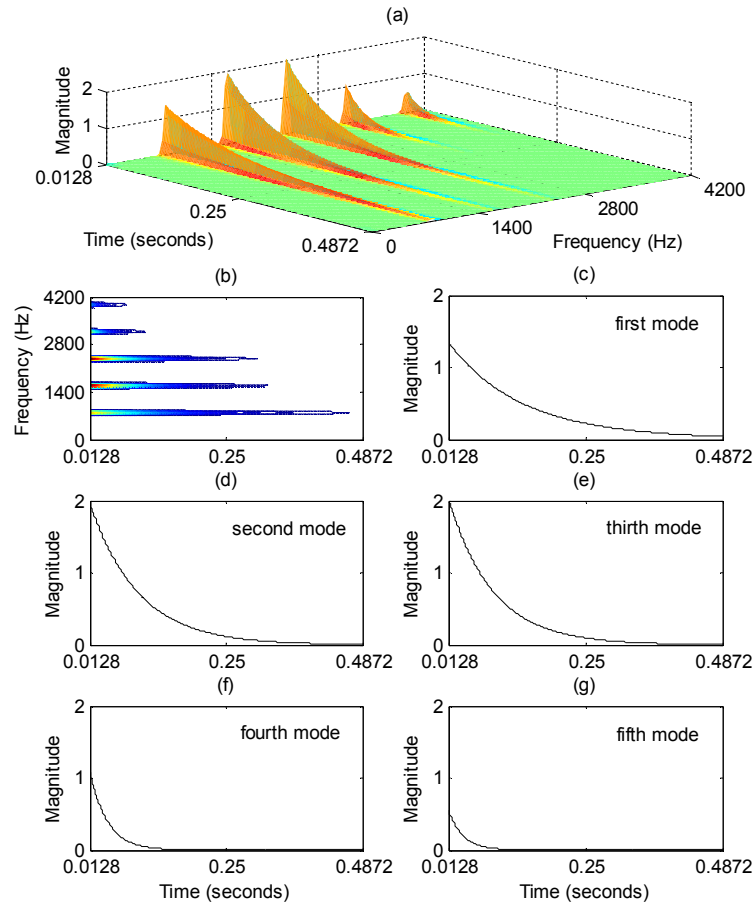


Resim 4.2. Kompozit çubuk çekme numunesi ve çekme testi

Çekme deneyi sırasında aktif ölçme uzunluğu 48.87mm olan bir uzama ölçer (extensometer) kullanılmıştır. Bu numune Resim 4.2'de gösterildiği gibi iki ucundan özel çekme test cihazının çenelerine bağlanarak, test örneği zarar görünceye kadar çekme yükü yavaş yavaş arttırılmıştır. Deney esnasında test numunesi kesitinde $354 N/mm^2$ lik çekme gerilmesi oluştuğunda, boyda %0.73'lük bir deformasyon meydana gelmiştir. Gerilme ve deformasyon arasındaki ilişki ($\sigma = E\varepsilon$) dikkate alındığında, malzemenin çekmedeki elastisite modülü $E = 4.84 \times 10^{10} N/m^2$ olarak hesaplanmıştır. Çekme ve titreşim testlerinden elde edilen E değerlerinin birbirleriyle uyumlu olması, titreşim analizinin kompozit malzemelerin elastisite modülünü tespit etmede etkin bir biçimde kullanılabileceğini göstermektedir.

Şekil 4.2' de kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekaslarındaki sönüm eğrileri gösterilmektedir. STFT analizi sırasında ortalama titreşim sinyalinin ilk 20000 örneği (0-0.5sn aralığı) göz önünde tutulmuştur. Dönüşüm sırasında genişliği 1024 olan Hanning penceresi uygulanmış ve peşpeşe pencere konumları arasındaki mesafe 4 örnek noktası olarak seçilmiştir. Mesh ve contour görüntülerinden STFT titreşim sinyalini mod frekanslarında (793.9Hz ve katlarında) doğal bileşenlerine ayrıştırdığı görülmektedir. Ayrıca mesh gösterimi üzerinde

sönümün etkisi çok net bir şekilde görülmektedir. (2.33) ve (2.39) nolu eşitliklerin mod frekanslarındaki sönüm eğrilerine ayrı ayrı uygulanmasıyla eşdeğer modal viskoz sönüm oranları Q-faktör ve STFT yaklaşımları kullanılarak tespit edilmiştir ve bulunan değerler Çizelge 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.2. Kompozit çubuğun boyuna titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri

Çizelge 4.1. Kompozit çubuğun boyuna titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları

Mod	Doğal Frekans (Hz)		Sönüm ξ (%)	
	Ölçülen	Topaklanmış model	STFT	Q faktör
1	793.9	793.8	0.154	0.188
2	1588.0	1587.4	0.118	0.129
3	2382.8	2380.6	0.087	0.092
4	3176.3	3173.3	0.161	0.162
5	3969.5	3965.1	0.156	0.156

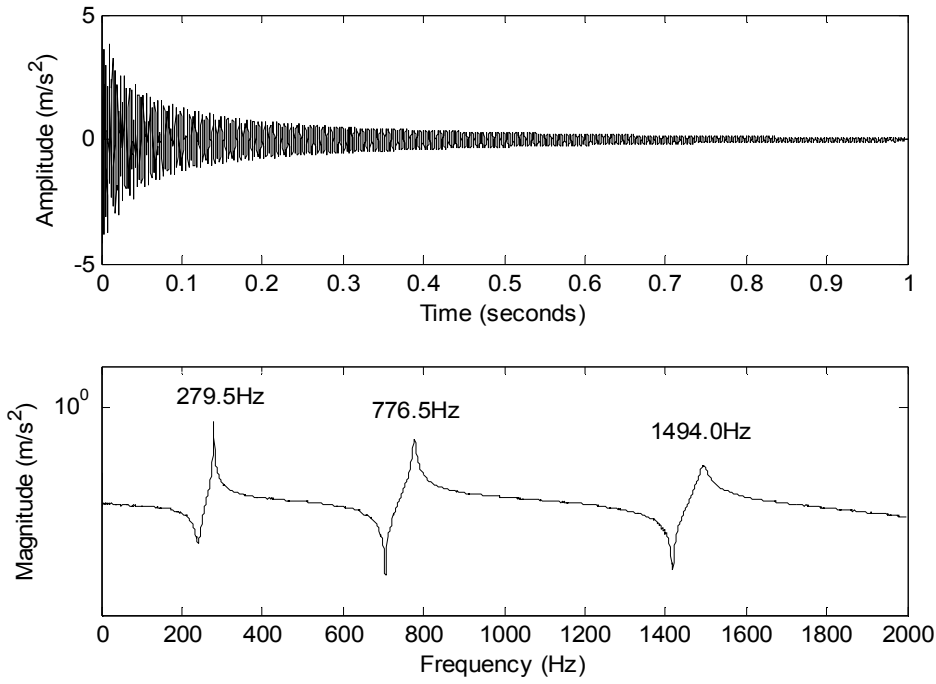
4.3. Kompozit Çubuğun Enine Titreşim Analizi

Kompozit çubuğun eğilmedeki elastisite modülünün ve modal sönüm oranlarının titreşim analizi yardımıyla tespit edilmesi için uzunluğu 500 mm ve çapı 17.65 mm olan kompozit çubuk kullanılmıştır. Bu çubuğun eğilme serbest titreşim cevaplarının elde edilebilmesi için, Resim 4.3’de gösterildiği gibi 2 adet lastik yardımıyla askıya alınmıştır. İvmemetre kompozit çubuğun bir ucuna ve çubuk eksenine dik olacak şekilde tutturulmuştur. Uyarı kuvveti ise çubuğun diğer ucundan ivmemetre doğrultusuna paralel olacak şekilde uygulanmıştır. Uyarı kuvveti ve meydana gelen titreşim sinyali 5kHz’de örneklenerek 1 dakika süresince toplanmıştır. Eğilme titreşim testleri sırasında yine 8 ayrı ölçüm yapılmış ve bunların ortalaması dikkate alınmıştır.



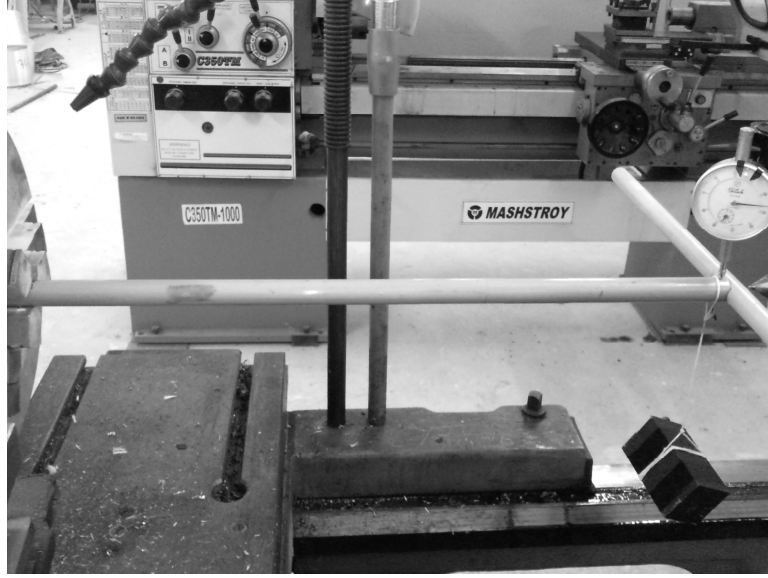
Resim 4.3. Kompozit çubuğun eğilme titreşim analizi için konumlandırılması

Kompozit çubuğun enine titreşimlerinin zamana ve frekansa bağlı değişimleri Şekil 4.3’ de gösterilmektedir. Sönümün etkisi titreşim sinyalinin genliğinin zaman içerisinde azalmasına neden olmaktadır. Titreşim spektrumunun 0-2kHz aralığında 279.5Hz, 776.5Hz ve 1494Hz’te olmak üzere 3 adet doğal frekansı gözlemlenmektedir. (2.10) ve (2.11) nolu denklemlerin uygulanmalarından efektif elastisite modülü ve enine titreşim hızı değerleri $E = 4.08 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ve $c_t = 19.702 \text{ m/s}$ olarak hesaplanmıştır.



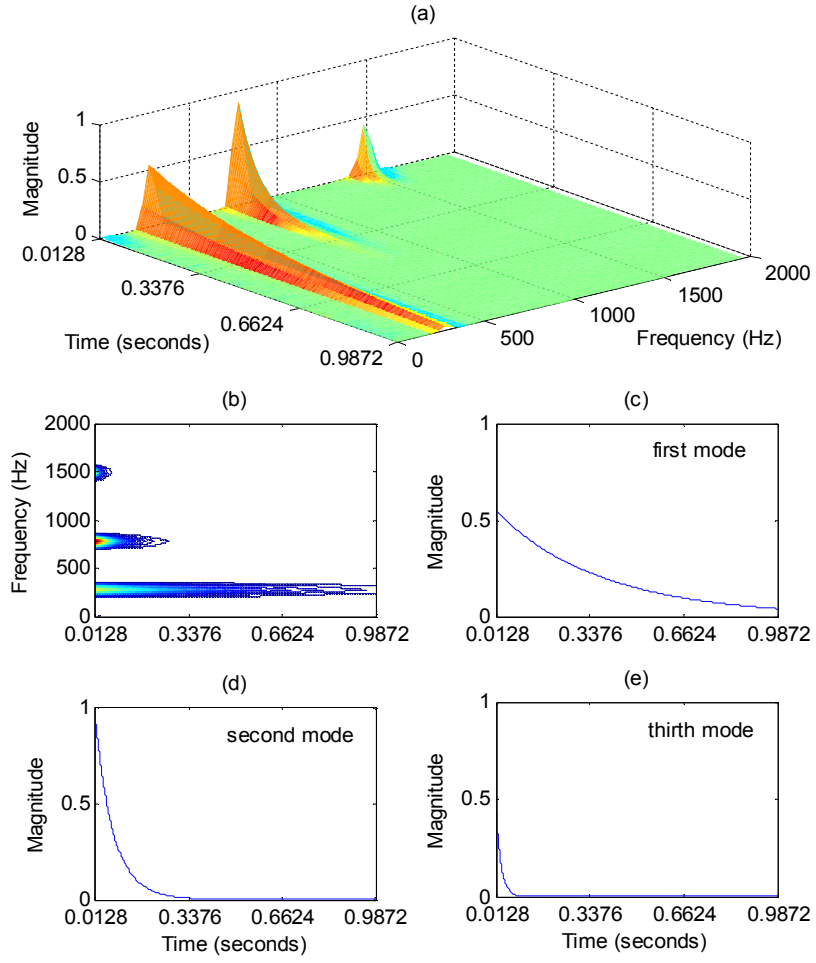
Şekil 4.3. Kompozit çubuğun enine titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi görüntüleri.

Kompozit çubuğun enine titreşim analizi sonucunda elde edilen elastisite modülü değerinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, titreşim testinde kullanılan çubuk mekanik eğilme testine maruz bırakılmıştır. Bu amaçla kompozit çubuk efektif uzunluğu 395mm olacak şekilde bir ucundan torna tezgahının aynasına ankastra olarak sabitlenmiştir. Resim 4.4’de gösterildiği gibi kütlesi 0.852gr olan bir cisim çubuğun serbest ucuna asılarak, bu noktada meydana gelen çökme 0.01mm hassasiyetli bir komparatör yardımıyla ölçülmüştür. Çubuğun serbest ucundaki çökmeyi daha doğru tespit edebilmek ve muhtemel kullanıcı ve cihaz hatalarını azaltmak amacıyla 4 ayrı yerdeğiştirme ölçümü yapılmış ve bunların ortalama değeri 0.86mm olarak tespit edilmiştir. Ankastre giriş için kuvvet yerdeğiştirme ilişkisi $y = PL^3/3EI$ dikkate alındığında, kompozit çubuğun eğilmedeki elastisite modülü $E = 4.18 \times 10^{10} N/m^2$ olarak bulunur. Titreşim ve mekanik eğilme testlerinden elde edilen E değerlerinin birbirine çok yakın olduğu görülmekte ve bu sonuç kompozit malzemelerin elastisite değerlerinin belirlenmesinde titreşim analizinin etkin bir biçimde kullanılabileceğini ortaya koymaktadır.



Resim 4.4. Kompozit çubuğun eğilme testi

Şekil 4.4’de kompozit çubuğun enine titreşimlerinin 3 ve 2 boyutlu STFT gösterimleriyle doğal frekanslardaki sönüm eğrilerini göstermektedir. Yanal titreşimlerin STFT analizi esnasında genişliği 128 olan Hanning penceresi kullanılmış ve peşpeşe gelen pencere pozisyonları arasında 2 örnek noktası bırakılmıştır. STFT titreşimi doğal frekanslarında (279.5Hz, 776.5Hz ve 1494.0Hz) modlarına ayırmaktadır ve sönümden dolayı titreşim bileşenlerinin genliklerinin zamanla azalması mesh grafik üzerinde çok net bir biçimde görülmektedir. Eşdeğer modal viskoz sönüm değerini STFT yardımıyla elde etmek için, (2.39) nolu eşitliğin mod frekanslarındaki sönüm eğrilerine uygulanması yeterlidir ve elde edilen sönüm değerleri Çizelge 4.2’ de Q faktör yaklaşımıyla elde edilenlerle beraber verilmektedir. Çizelge 4.2’de verilen sonuçlar kıyaslandığında, eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubuğun modal sönüm oranları, boyuna titreşimlerine göre mod frekansı arttıkça daha yüksek sönüm sergilediği anlaşılmaktadır.



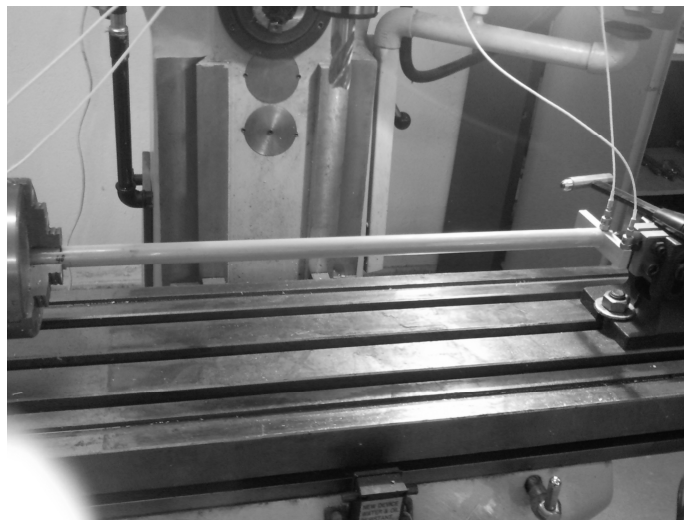
Şekil 4.4. Kompozit çubuğun enine titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri.

Çizelge 4.2. Kompozit çubuğun enine titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları.

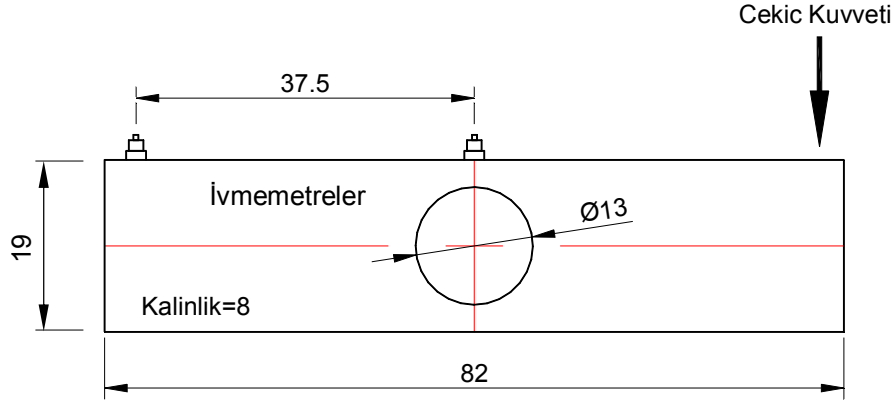
Mod	Doğal frekans (Hz)	Sönüm ξ (%)	
		STFT	Q faktör
1	279.6	0.155	0.159
2	776.6	0.306	0.307
3	1494.0	0.591	0.610

4.4. Kompozit Çubuğun Burulma Titreşim Analizi

Kompozit çubuğun burulma davranışlarını etkileyen kayma modülü ve burulmadaki modal sönüm oranlarını titreşim analiziyle tespit etmek amacıyla, efektif uzunluğu 480mm ve çapı 17.65mm olan eğilmede izotropik (unidirectional) kompozit çubuk, bir ucu sabit diğer ucu burulmada serbest (eğilmeye göre pimli) olacak şekilde Resim 4.5’ de gösterildiği gibi freze tezgahı üzerinde konumlandırılmıştır. Kompozit çubuğun burulma titreşimlerini uyarabilmek ve meydana gelen titreşimleri algılamak ve kullanılan ivmemetreleri konumlandırabilmek için kompozit çubuğun serbest ucuna bir adet alüminyum plaka katı olarak tutturulmuştur (bu plakanın dönme eksenine göre ivmemetrelerin etkileri de dahil edildiğinde toplam kütle atalet momenti $I_0 = 1.96 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$ dir). Uyarı etkisi; kuvvet çekici yardımıyla alüminyum plakanın merkezden uzak (üst yüzeyden ve kenara yakın) bir noktasından uygulanarak, kompozit çubuğun boy eksenini doğrultusunda bir moment oluşması sağlanmıştır. Uyarı sonrası meydana gelen titreşimler, plakanın ortasına ve kenarına yerleştirilen iki adet ivmemetre yardımıyla algılanmış ve bu iki ivmemetre sonuçlarının korelasyonundan direkt olarak burulma titreşimleri elde edilmiştir. Elde edilen titreşimler ve uyarı sinyali 10kHz de örneklenerek 3 saniye süresince veri kaydı yapılmıştır. Olası rastgele hataları azaltmak ve verilerin doğruluğunu arttırmak amacıyla 8 ayrı titreşim ölçümü yapılmış olup, zaman, frekans ve STFT analizleri için bu ölçümlerin ortalaması dikkate alınmıştır.

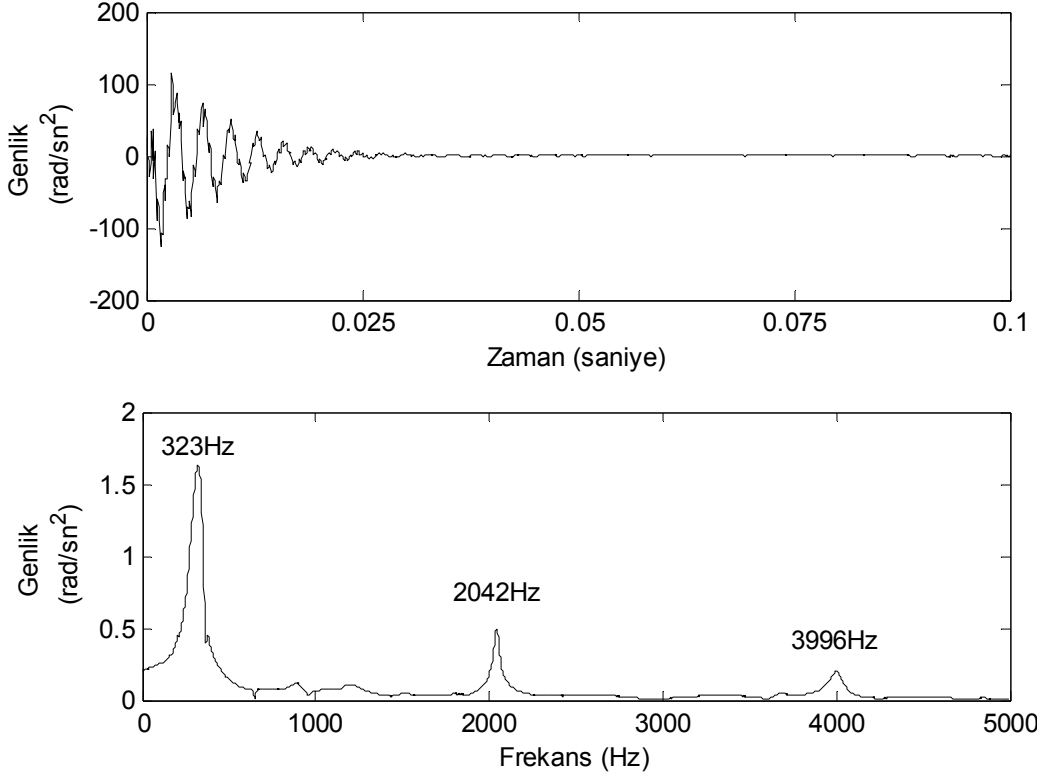


Resim 4.5. Kompozit çubuğun burulma titreşim testi için konumlandırılması



Şekil 4.5. Kompozit çubuğa moment aktarmak ve ivmemetreleri tutturmak için kullanılan alüminyum plaka

Şekil 4.6'da 8 ölçüm sonunda elde edilen kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin ortalamasının zaman ve frekans bölgesi görüntüleri verilmektedir. Sönümden dolayı burulma titreşiminin genliğinin zamanla azaldığı ve yaklaşık 25ms sonra tükendiği gözlemlenmektedir. Titreşim spektrumundan çubuğun burulma titreşiminin birinci (doğal) frekansının 323Hz'de olduğu görülmekte olup, diğer frekanslar Çizelge 4.3'de verilmektedir. (2.16) ve (2.15) nolu denklemlerin sırasıyla uygulanmasıyla boyuna titreşim hızının $c = 1876 m/s$ ve dinamik kayma modülünün $G = 7.21 \times 10^9 N/m^2$ olduğu hesaplanmıştır. Titreşim analizi yardımıyla elde edilen kompozit çubuğun kayma modülü değeri 100 serbestlik dereceli topaklanmış modelde kullanıldığında elde edilen frekans değerleri Çizelge 4.3 de verilmiş olup, ölçülen ve tahmin edilen frekans değerlerinin birbirlerine yakın oldukları görülmektedir.



Şekil 4.5. Kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin zaman ve frekans bölgesi gösterimleri

Kompozit çubuğun burulma titreşim verilerine göre bulunan kayma modülü değerinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, burulma titreşim testinde kullanılan kompozit çubuk Resim 4.6'da gösterildiği gibi mekanik burulma testine maruz bırakılmıştır. Bu amaçla kompozit çubuk efektif uzunluğu 480mm olacak şekilde bir ucundan ankastra olarak sabitlenmiş, diğer ucu ise burulmada serbest (fakat eğilmeye pimli) olacak şekilde konumlandırılmıştır. Kompozit çubuğa moment aktarabilmek ve çubukta meydana gelen açısal yerdeğiştirmeleri ölçebilmek için, burulmada serbest olan uca ve çubuğun boy eksenine 90° olacak şekilde başka bir çubuk katı olarak tutturulmuştur. Resimde de görüldüğü gibi, tutturulan bu çubuğun dönme ekseninden 150mm uzaklıkta kütlesi 0.852kg olan bir cisim asılarak (kompozit çubuk üzerinde 1.2537Nm lik burulma momenti oluşturulmuş) meydana gelen açısal yerdeğiştirme yine dönme ekseninden 200mm uzaklıkta çözünürlüğü 0.01mm olan bir komparatör yardımıyla tespit edilmiştir. Ölçüm esnasında muhtemel kullanıcı ve cihaz hatalarını azaltmak amacıyla 5 ayrı ölçüm yapılarak bunların ortalama değeri dikkate alınmıştır. Yapılan bu 5 ayrı ölçüm sonunda meydana gelen yerdeğiştirmenin ortalama değeri 1.70mm (burulma çubuğunun uç noktasında

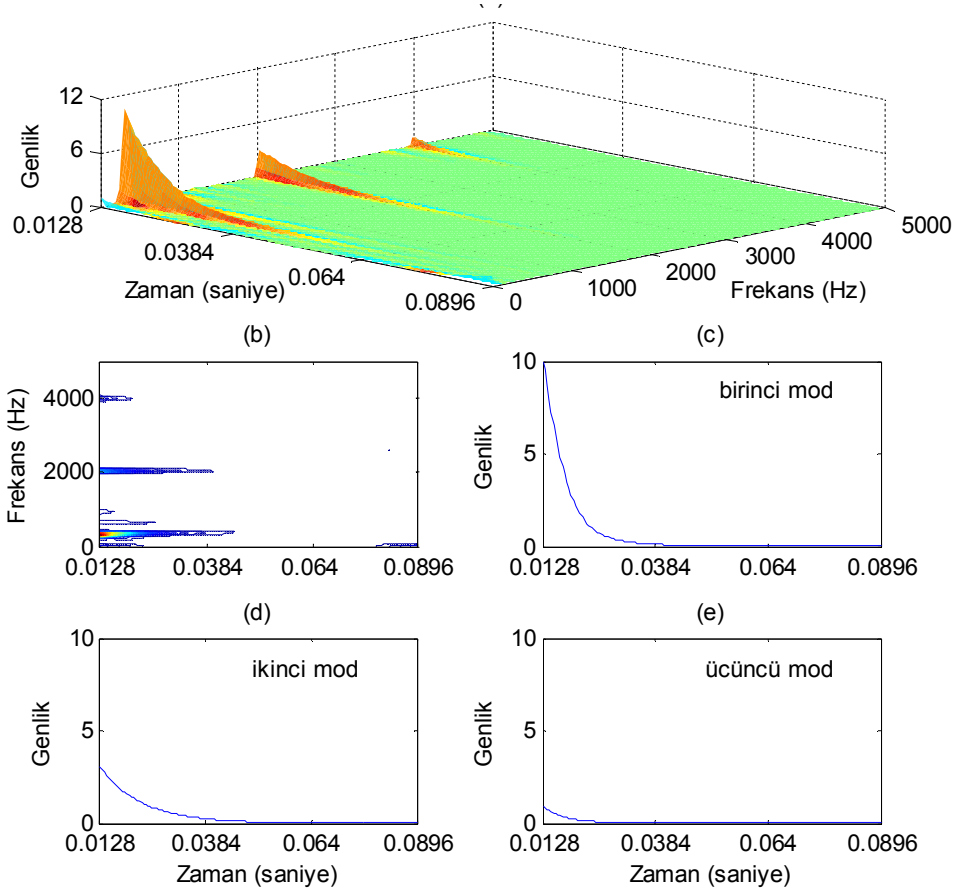
$\theta = 8.5 \times 10^{-3} \text{ rad}$ değerinde açısal yerdeğiştirme) olarak tespit edilmiştir. ubuk boyutları ve kayma modülü arasındaki temel ilişki dikkate alındığında $\left(\theta = \frac{TL}{GI_p} \right)$, kompozit çubuğun kayma modülü $G = 7.21 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ olarak hesaplanır. Kompozit ubuğun burulma titreşimlerinin analizi ve mekanik burulma test sonuçları ile elde edilen kayma modülü G , değerlerinin tamamen birbirleriyle aynı bulunması, kompozit malzemelerin kayma modülü değerinin belirlenmesinde titreşim analizinin etkin bir biçimde kullanılabileceğini ortaya koymaktadır.



Resim 4.6. Kompozit ubuğun mekanik burulma testi

şekil 4.7' de kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri gösterilmektedir. STFT analizi sırasında ortalama titreşim sinyalinin ilk 10000 rneği (0-1.0sn aralığı) göz önünde tutulmuştur. Dönüşüm sırasında genişliği 1024 olan Hanning penceresi uygulanmış ve peşpeşe pencere konumları arasındaki mesafe 4 örnek noktası olarak seçilmiştir. Mesh ve contour görüntülerinden STFT'nin titreşim sinyalinin mod frekanslarında (323Hz,

2042Hz ve 3996Hz) doğal bileşenlerine ayırdığı görülmektedir. Ayrıca mesh gösteriminde modal bileşenler üzerindeki sönüm etkisi çok net bir şekilde görülmektedir. (2.39) Nolu eşitliğin mod frekanslarındaki sönüm eğrilerine ayrı ayrı uygulanmasıyla eşdeğer modal viskoz sönüm değerleri tespit edilerek Çizelge 4.3’ de verilmiştir.



Şekil 4.7. Kompozit çubuğun burulma titreşimlerinin kısa zamanlı Fourier dönüşümüne ait mesh ve contour gösterimleri ile mod frekanslarındaki sönüm eğrileri

Çizelge 4.3. Kompozit çubuğun burulma titreşimindeki doğal frekansları ve modal sönüm oranları.

Mod	Doğal Frekans (Hz)		Sönüm ξ (%)	
	Ölçülen	Topaklanmış model	STFT	Q faktör
1	323.0	335.6	9.510	10.241
2	2042.0	2044.0	0.772	0.796
3	3996.0	3954.8	0.777	0.797

4.5. Özet ve Sonuçlar

Bu bölüm eğilmede izotropik kompozit çubukların çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modülleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesini içermektedir. Çubukların boyuna, enine ve burulma titreşim verilerinin incelenmesiyle dinamik elastisite modülleri ve dinamik kayma modülü değerleri tahmin edilmiştir. Titreşim analizi ile elde edilen bu özelliklerin doğruluğunu teyit etmek amacıyla, aynı çubuklar çeki, eğilme ve burulma durumları için mekanik zorlamalara tabi tutulmuşlardır. Titreşim analizi ve mekanik deneyler sonunda elde edilen malzeme özellikleri kıyaslandığında sonuçların birbirleriyle çok iyi bir uyum sergilediği görülmüş olup, titreşim testlerinin kompozit malzemelerin özelliklerinin tahmin edilmesinde etkin bir biçimde kullanılabileceği anlaşılmaktadır.

Eğilmede izotropik kompozit çubukların boyuna, enine ve burulma titreşimindeki modal sönüm oranlarının belirlenmesinde, STFT yaklaşımı uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Q-faktör yaklaşımıyla kıyaslanmıştır. Bu iki yöntemle elde edilen sönüm değerlerin birbirlerine çok yakın oldukları görüldüğünden, STFT yaklaşımının kompozit malzemelerin modal sönüm oranlarının tayin edilmesinde etkin bir biçimde kullanılabileceği anlaşılmaktadır. Genel olarak boyuna titreşimlerdeki modal sönüm oranları birbirlerine yakın olarak bulunmuştur. Eğilme titreşimlerinin 1. moduna ait sönüm oranı, boyuna titreşim modal sönüm oranları civarında olduğu, fakat mod sayısı arttıkça modal sönüm oranlarının da artış gösterdiği bulunmuştur. Burulma titreşimlerinin 1. moduna ait sönüm oranı, boyuna ve eğilme titreşimindeki modal sönüm oranlarına göre çok çok büyük olduğu fakat diğer modlara ait sönüm oranlarının ise oldukça küçük oldukları tespit edilmiştir.

Bölüm 5

Sonuçlar ve Sonraki Çalışmalara Öneriler

Bu bölüm bu tezde sunulan çalışmaya ait genel ve spesifik sonuçları içermektedir. Bunlara ilaveten, kompozit malzemelerin davranışlarının belirlenmesinde titreşim uygulamalarının kullanımının sürekliliği açısından öneriler verilmektedir.

5.1. Tezin Amacı

Bu tezde sunulan çalışmada; eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubukların çeki-bası, eğilme ve burulma davranışlarını karakterize eden mekanik özelliklerinin (elastisite ve kayma modülleri) ve modal sönüm faktörlerinin titreşim analizi yardımıyla deneysel olarak belirlenmesi sunulmaktadır. Tezin amacı aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Amaç 1: Kompozit malzemelerle ilgili makromekanik alanda yapılan titreşim esaslı çalışmaların detaylandırılması.
- Amaç 2: Kompozit çubukların çeki-bası ve burulma davranışlarını etkileyen elastisite ve kayma modüllerinin belirlenmesine olanak sağlayan teorik titreşim modellerinin oluşturulması.
- Amaç 3: Kısa zamanlı Fourier dönüşümün modal sönüm oranlarının belirlenebilmesinde kullanılabileceğinin teorik olarak incelenmesi.
- Amaç 4: Kompozit çubukların boyuna, enine ve burulma titreşim cevaplarının elde edilmesine olanak sağlayan deney düzeneklerinin oluşturulması ve deneysel verilerin elde edilmesi.
- Amaç 5: Titreşim verilerinin işlenmesiyle mekanik özelliklerin ve modal sönüm oranlarının belirlenmesi.

Çalışma sonunda yukarıda belirtilen bütün amaçlar gerçekleştirilmiş olup elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

5.2. Sonuçlar

- Kompozit ubukların boyuna serbest titreşimlerinin frekans bölgesi incelemeleri yardımıyla dinamik elastisite modülü hesaplanmıştır. Elde edilen değerin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, aynı malzemeden üretilen çekme numunesi mekanik çeki testine tabi tutulmuş, çeki ve titreşim testleri yardımıyla bulunan dinamik elastisite modüllerinin birbirleriyle uyumlu oldukları görülmüştür. Titreşim testinden elde edilen çeki-bası dinamik elastisite modülünün teorik modelde kullanılmasıyla elde edilen modal frekansların deneysel değerlerle çok iyi bir uyum sergilediği görülmüştür.
- Eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubuğun enine serbest titreşimlerinin frekans bölgesi incelemeleri yardımıyla eğilmedeki dinamik elastisite modülü hesaplanmıştır. Elde edilen değerin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, aynı malzemeden üretilen çekme numunesi mekanik eğilme testine tabi tutulmuş, mekanik ve titreşim testleri yardımıyla bulunan dinamik eğilme elastisite modüllerinin birbirleriyle uyumlu oldukları görülmüştür.
- Kayma modülünü tespit etmek amacıyla, kompozit çubuk bir ucundan ankastra ve diğer ucundan serbest (eğilmede pimli) olacak şekilde konumlandırılarak burulma titreşim cevapları alınmıştır. Çubuğun açısal ivmesini direk olarak elde edebilmek için iki adet ivmemetre kullanılmıştır. Deneysel olarak elde edilen burulma titreşimlerinin modal frekansları sayesinde, burulma dinamik kayma modülü hesaplanmıştır. Bulunan kayma modülünün doğruluğunu teyit etmek amacıyla, kompozit çubuk mekanik olarak burulma testine maruz bırakılmıştır. Titreşim ve mekanik testler sonunda elde edilen kayma modülü değerlerinin birbirlerinin aynısı olduğu gözlemlenmiştir. Titreşim testi sonucunda elde edilen kayma modülü değerinin teorik topaklanmış burulma titreşimi modelinde kullanılmasıyla, teorik olarak hesaplanan modal frekansların deneysel olarak elde edilen sonuçlara çok yakın olduğu gözlemlenmiştir. Tüm bu sonuçlar dikkate alındığında, titreşim analizinin malzemelerin bazı mekanik özelliklerin belirlenmesinde etkin ve hassas bir şekilde kullanılabileceği ispatlanmıştır.
- Çok serbestlik dereceli sistemlerin modal sönüm oranları kısa zamanlı Fourier dönüşümü (STFT) parametreleri cinsinden ifade edildi. STFT yaklaşımının

uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, viskoz sönümlü üç serbestlik dereceli sisteme ait teorik bir titreşim sinyalinin modal sönüm oranları, STFT ve yaygın olarak kullanılan Q-faktör yaklaşımlarıyla hesaplandı. STFT yaklaşımıyla bulunan değerlerin Q-faktör yaklaşımıyla bulunanlara göre gerçeğine daha yakın olduğu gözlemlendi.

- Eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubukların boyuna, enine ve burulma titreşim cevapları deneysel olarak elde edilip bu cevap sinyallerine STFT ve Q-faktör yaklaşımları uygulandı. Bu iki yöntemle elde edilen sönüm değerleri kıyaslandığında bu değerlerin birbirlerine çok yakın oldukları görülmüş olup, STFT yaklaşımının kompozit malzemelerin modal sönüm oranlarının tayin edilmesinde etkin bir biçimde kullanılabileceği anlaşılmıştır. Genel olarak boyuna titreşimlerdeki modal sönüm oranları birbirlerine yakın olarak bulunmuştur. Eğilme titreşimlerinin 1. moduna ait sönüm oranı, boyuna titreşim modal sönüm oranları civarında olduğu, fakat mod sayısı arttıkça modal sönüm oranlarının da artış gösterdiği bulunmuştur. Burulma titreşimlerinin 1. moduna ait sönüm oranı, boyuna ve eğilme titreşimlerindeki modal sönüm oranlarına göre çok çok büyük olduğu fakat diğer modlara ait sönüm oranlarının ise oldukça küçük oldukları tespit edilmiştir.

5.3. Sonraki Çalışmalara Öneriler

- Kompozit malzemelerin kullanımı sunmuş olduğu sayısız avantajlardan dolayı son yıllarda havacılık, otomotiv ve denizcilik sektörlerinde artış göstermektedir. Bu malzemeler çalışmaları sırasında farklı sıcaklıklara maruz kalabilir ve dolayısıyla sıcaklığın mekanik ve modal özellikleri üzerindeki etkilerinin titreşim analizi yardımıyla tespit edilebilirliğinin incelenmesi gerekir.
- Kompozit malzemeler çalışmaları esnasında farklı tipteki dinamik zorlamalara ve dolayısıyla yorulmaya maruz kalmaktadır. Bu malzemelerde yorulma etkisinin titreşim esaslı yaklaşımlarla tespit edilebilirliğinin incelenmesi gerekir.
- Bu çalışmada eğilmede izotropik davranış sergileyen kompozit çubuk kullanılmıştır. Farklı lif yapıları ve lif yönelişlerine (orientation) sahip kompozit plakaların mekanik özelliklerinin ve modal parametrelerinin titreşim esaslı yaklaşımlarla incelenmesi faydalı olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Baker, A., Dutton, S. And Kelly D., 2004, “Composite materials for aircraft structures”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2th edition.
- [2] Hazizan, Md. A. And Cantwell, W. J., 2002, “The low velocity impact response of foam-based sandwich structures” ,*Composite*, Part B (33): 193-204.
- [3] Quispitupa, A., Shafiq, B., Justa, F. And Serrano D., 2004, “Acoustic emission based tensile characteristics of sandwich composites” ,*Composites*, Part B (35): 563-571.
- [4] Raghavan, J., Bartkiewicz, T., Boyko, S., Kupriyanov, M., Rajapakse, N. And Yu, B., 2010, “Damping, tensile, and impact properties of superelastic shape memory alloy (SMA) fiber-reinforced polymer composites” ,*Composites*, Part B (41):214-222.
- [5] Mylavarapu, P. And Woldesenbet, E., 2010, “A predictive model for ultrasonic attenuation coefficient in particulate composites” ,*Composites*, Part B (41): 42-47.
- [6] Guz, I. A. And Rushchitsky, J. J., 2006, “Computational simulation of harmonic wave propagation in fibrous micro- and nanocomposites” ,*Composites Science and Technology*, 67: 861-866.
- [7] Botelho, E. C., Campos, A. N., de Barros, E., Pardini, L. C. And Rezende, M. C., 2006, “Damping behavior of continuous fiber/metal composite materials by the free vibration method” ,*Composites*, Part B (37): 255-263.
- [8] Ganesan, R. And Zabihollah, A., 2007, “Vibration analysis of tapered composite beams using a higher-order finite element. Part I: Formulation” ,*Composite Structures*, 77: 306-318.
- [9] Wang, X. Y. And Wang, X., 2004, “Numerical simulation for bending modulus of carbon nanotubes and some explanations for experiment” ,*Composites*, Part B (35): 79-86.
- [10] Gibson, R. F., 2000, “Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures” ,*Composites Science and Technology*, 60: 2769-2780.
- [11] Gadaud, P., Milhet, X. And Pautrot, S., 2009, “Bulk and coated materials shear modulus determination by means of torsional resonant method”, *Materials Science and Engineering A* 521–522 (2009) 303–306

- [12] Kyriazoglou, C. And Guild, F. J., 2007, “Finite element prediction of damping of composite GFRP and CFRP laminates—a hybrid formulation—vibration damping experiments and Rayleigh damping” ,*Composites Science and Technology*, 67: 2643-2654.
- [13] Chandra, R., Singh, S. P. And Gupta, K., Tariq Yok, “Experimental Evaluation of Damping of Fiber-Reinforced Composites “ ,*Journal of Composites, Technology, & Research*, Vol. 25, No. 2 Paper ID CTR10650_252 (Vol. 25 (2)
- [14] Mahi, A. E., Assarar, M., Sefrani, Y. And Berthelot, J. M., “Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates” ,*Composites, Part B* (39): 1069-1076.
- [15] Matter, M., Gmür, T., Cugnoni, J. And Schorderet, A., 2009, “Numerical-experimental identification of the elastic and damping properties in composite plates“ ,*Composite Structures*, 90: 180—187.
- [16] Yin, H. P., 2009, “An average inverse power ratio method for the damping estimation from a frequency response function” ,*Mechanical Systems and Signal Processing*, 24: 617-622.
- [17] Ceravolo, R., 2004, “Use of instantaneous estimators for the evaluation of structural damping” ,*Journal of Sound and Vibration*, 274: 385-401.
- [18] Le, T. P. And Argoul, P., 2004, “Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response” ,*Journal of Sound and Vibration*, 277: 73–100.
- [19] Lardies, J. And Gouttebroze, S., 2002, “Identification of modal parameters using the wavelet transform” ,*International Journal of Mechanical Sciences*, 44: 2263–2283.
- [20] Ghias, A. R., Shamsollahi, M. B., Mobed, M. And Behzad, M., 2006, “Estimation of modal parameters using bilinear joint time–frequency distributions” ,*Mechanical Systems and Signal Processing*, 21: 2125-2136.
- [21] Haase, M. And Widjajakusuma, J., 2003, “Damage identification based on ridges and maxima lines of the wavelet transform” ,*International Journal of Engineering Science*, 41: 1423–1443.
- [22] Liao, Y. And Wells, V., 2006, “Estimation of complex modulus using wave coefficients” ,*Journal of Sound and Vibration*, 295: 165-193.
- [23] Yeşilyurt İ., 1997 “Gearbox Fault Detection and severity assessment using vibration analysis” Ph.D. Thesis, *University of Manchester*, 220 pages
- [24] Rao S. S., 2004 “Mechanical Vibrations” *Pearson Prentice Hall*, 4. Edition, 1078 pages
- [25] Randall R. B. 1987, “Frequency Analysis” *Brüel & Kjaer*, 500 pages

[26] www.pcb.com

[27] www.daytran.com

[28] www.iotech.com

ÖZGEÇMİŞ

Soyadı, Adı : GÜRSOY Habibe
Uyruğu :T.C.
Doğum tarihi ve yeri :30.05.1986 Uşak
Medeni Hali :Bekar
Telefon :0276 2212136
E-mail :habibe.gursoy@usak.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Uşak Üni. / Makina Müh. ABD	2011 Haziran
Lisans	Kocaeli Üni. / Mekatronik Müh.	2009 Haziran
Lise	Uşak Fen Lisesi	2004 Haziran

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2009 Ekim-Halen	Uşak Üni./ Mühendislik Fak.	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

İlgi Alanları

Titreşim, Makina Dinamiği, Mekanizmalar, Kontrol