

**BİR MİL ETRAFINDA DÖNEN EKSENEL YÖNDE FONKSİYONEL  
DERECELENDİRİLMİŞ ÇATLAKLI EULER-BERNOULLİ KİRİŞİNİN ENİNE  
TİTREŞİMLERİ**

**TOLGA KARAKUZU  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**DANIŞMAN: YRD. DOÇ. DR. KEMAL MAZANOĞLU**

**UŞAK**

**TEMMUZ 2017**

**T.C.**  
**UŞAK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜŐÜ**

**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**BİR MİL ETRAFINDA DÖNEN EKSENEL YÖNDE FONKSİYONEL**  
**DERECELENDİRİLMİŞ ÇATLAKLI EULER-BERNOULLİ KİRİŞİNİN ENİNE**  
**TİTREŞİMLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**TOLGA KARAKUZU**

**2017**

**UŞAK**

Tolga KARAKUZU tarafından hazırlanan “BİR MİL ETRAFINDA DÖNEN EKSENEL YÖNDE FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ ÇATLAKLI EULER-BERNOULLİ KİRİŞİNİN ENİNE TİTREŞİMLERİ” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU .....

Tez Danışmanı, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT .....

Makine Mühendisliği, Uşak Üniversitesi

Doç. Dr. Deniz UÇAR .....

Matematik, Uşak Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Özgün BAŞER .....

Mekatronik Mühendisliği, İzmir Katip Çelebi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Abdullah YILDIZ .....

Makine Mühendisliği, Uşak Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU .....

Makine Mühendisliği, Uşak Üniversitesi

Tarih: 06.07.2017

Bu tez ile U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. İsa YEŞİLYURT .....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Tolga KARAKUZU

**BİR MİL ETRAFINDA DÖNEN EKSENEL YÖNDE FONKSİYONEL  
DERECELENDİRİLMİŞ ÇATLAKLI EULER–BERNOULLİ KİRİŞİNİN ENİNE  
TİTREŞİMLERİ  
(Yüksek Lisans Tezi)**

**Tolga KARAKUZU**

**Uşak Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Temmuz 2017**

**ÖZET**

Bu tez kapsamında bir merkez mili etrafında dönen, değişken kesitli, aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş ve çatlaklı kirişlerin eğilme titreşimleri değişik sınır şartları altında incelenmektedir. Dönen kiriş, Euler–Bernoulli ince çubuk teorisine uygun olarak modellenmekte ve dönme kaynaklı santrifüj etki dikkate alınmaktadır. Kiriş eksenini boyunca değişen malzeme özelliği, sürekli bir fonksiyon ile tanımlanmaktadır. Kiriş üzerinde meydana gelen bir açık çatlağın etkileri, kırılma mekaniği kanunları ve yayılı esneklik modeli yardımıyla formüle edilmektedir. Ele alınan kiriş şartları için enerji denklemleri ortaya konmakta ve bu denklemler kullanılarak uygulanan Rayleigh–Ritz yöntemi ile doğal frekanslar elde edilmektedir. Analizler sonucunda kesit değişim oranı, mil yarıçapı, dönme hızı, fonksiyonel derecelendirme faktörü, ve çatlak parametrelerinin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkileri gözlenmekte ve yorumlanmaktadır. Sonuçlar, literatürde farklı yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçlarla iyi uyum göstermektedir. Aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş ve çatlaklı dönen kirişlerin enine titreşim analizinden elde edilen özgün sonuçlar var olan literatüre katkı sağlamaktadır.

**Bilim Kodu : 625.01.00.**

**Anahtar Kelimeler :** Euler–Bernoulli Kirişi, Enine Titreşim, Mil Etrafında Dönen Kiriş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş, Çatlaklı Kiriş, Rayleigh–Ritz Metodu

**Sayfa Adedi : 76**

**Tez Yöneticisi :** Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU

**FLEXURAL VIBRATIONS OF AXIALLY FUNCTIONALLY GRADED  
CRACKED EULER–BERNOULLI BEAM ROTATING AROUND A HUB**

**(Master of Science Thesis)**

**Tolga KARAKUZU**

**USAK UNIVERSITY**

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

**July 2017**

**ABSTRACT**

In this thesis, flexural vibrations of axially functionally graded, tapered and cracked beams rotating around a hub are inspected under the different boundary conditions. Rotating beam is modelled in accordance with the Euler–Bernoulli thin beam theory and rotation based centrifugal effect is taken into account. Material property varying along the beam axis is described by a continuous function. Effects of an open crack occurs on beam are formulated by means of fracture mechanics laws and distributed flexibility model. Energy equations are stated for considered beam conditions and natural frequencies are obtained by the Rayleigh–Ritz method applied using these equations. Effects of taper ratio, hub radius, rotating speed, functional grading factor and crack parameters on non-dimensional natural frequencies are observed and interpreted as a result of the analyses. Results are in good agreement with the results obtained using various methods in literature. Novel results obtained by flexural vibration analyses of axially functionally graded and cracked rotating beams contribute to current literature.

**Science Code : 625.01.00.**

**Keywords :** Euler-Bernoulli Beam, Transverse Vibrations, Beam Rotating Around Hub, Functionally Graded Beam, Cracked Beam, Rayleigh–Ritz Method

**Page Number : 76**

**Advisor :** Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının konusu, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TUBİTAK) tarafından 1002 - Hızlı Destek Programı ile desteklenen “215M756” no’lu “Bir merkez mili çevresinde dönen fonksiyonel derecelenmiş çatlaklı kirişlerin enine titreşimleri” başlıklı, danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU’nun yürütücüsü olduğu proje kapsamındadır. TUBİTAK kurumuna verdikleri destek için teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde, bir yıl boyunca değerli bilgilerini benimle paylaşan, Tübitak destekli bu çalışmada yer almamı sağlayan, kullandığı her kelimenin hayatıma kattığı önemini asla unutmayacağım saygı değer danışman hocam; Yrd. Doç. Dr. Kemal MAZANOĞLU’na, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarıma ve çalışma süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
BÖLÜM 1	1
GİRİŞ	1
1.1 Giriş	1
1.1.1 Bir Merkez Mili Etrafında Dönen Kiriş Titreşimleri	1
1.1.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş Titreşimleri	2
1.1.3 Çatlaklı Kiriş Titreşimleri	3
1.1.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Çatlaklı Kiriş Titreşimleri	7
1.1.5 Bir Merkez Etrafında Dönen Çatlaklı Kiriş Titreşimleri	7
1.1.6 Çatlak Modelleri	7
1.1.7 Literatür Değerlendirmesi	9
1.2 Tezin Amacı	10
1.3 Tezin Orijinal Katkısı	10
1.4 Tezin Organizasyonu	11
BÖLÜM 2	13
FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME TANITIMI	13
2.1 Malzemeler Tarihi	13
2.2 FDM Tanıtımı ve Avantajları	14
2.3 FDM Kullanım Alanları	16
2.3.1 Havacılık ve Uzay Sektörü	16



2.3.2 Sağlık Sektörü	16
2.3.3 Savunma Sanayi	16
2.3.4 Enerji Sektörü	17
2.3.5 Diğer Kullanım Alanları	17
<b>BÖLÜM 3</b>	<b>18</b>
<b>TEORİK ALTYAPI</b>	<b>18</b>
3.1 Kiriş Eğilme Titreşimleri	18
3.1.1 Kirişin Enerji Denklemleri	21
3.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş	22
3.3 Dönen Kiriş Titreşimleri	23
3.4 Dönen Kirişin Enerji Denklemleri	25
3.5 Çatlak Modeli ve Çatlaklı Kiriş Titreşimleri	26
3.6 Rayleigh-Ritz Yöntemi Hesaplama Tekniği	29
<b>BÖLÜM 4</b>	<b>32</b>
<b>ANALİZ SONUÇLARI VE DEĞERLENDİRİLMESİ</b>	<b>32</b>
4.1 Giriş	32
4.2 Çatlaksız Kiriş Sonuçları	33
4.2.1 Rayleigh–Ritz Metodu Yakınsama Testi	33
4.2.2 Dönmeyen Kirişte Kesit Değişimi Etkisi	33
4.2.3 Dönme Hızı Etkisi	35
4.2.4 Fonksiyonel derecelendirme etkisi	37
4.2.5 Eksenel Yönde FD Dönen Kirişte Kesit Değişimi Etkisi	40
4.2.6 Eksenel Yönde FD Dönen Kirişte Mil Yarıçapı Etkisi	41
4.3 Çatlaklı Kiriş Sonuçları	43
4.3.1 Dönmeyen Kirişlerde Çatlak Etkileri	43
4.3.2 Dönmeyen Çatlaklı Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri	47

4.3.3 Döner Kirişlerde Çatlak Etkileri	48
4.3.4 Döner Çatlaklı Kirişlerde Mil Yarıçapı Etkileri	51
4.3.5 Döner Çatlaklı Kirişlerde Sınır Koşulu Etkileri	53
4.3.6 Döner Çatlaklı Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri	54
4.3.7 Çatlaklı Kirişlerde Fonksiyonel Derecelendirme Etkileri	55
4.3.8 Çatlaklı FD Döner Kirişlerde Mil Yarıçapı Etkileri	60
4.3.9 Çatlaklı FD Döner Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri	61
4.3.10 Çatlaklı FD Döner Kirişlerde Kesit Değişimi Etkileri	62
4.3.11 Çatlaklı FD Döner Kirişlerde Sınır Şartı Etkileri	64
<b>BÖLÜM 5</b>	<b>66</b>
<b>SONUÇ VE ÖNERİLER</b>	<b>66</b>
5.1 Sonuçların Genel Değerlendirilmesi	66
5.2 Öneriler	67
<b>KAYNAKÇA</b>	<b>69</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>77</b>

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

<b>Çizelge</b>	<b>Sayfa</b>
Çizelge 3.1. Değişik sınır şartları için mod şekli fonksiyonu genel terimleri	31
Çizelge 4.1. Dönmeyen düzgün kesitli ankastre Euler-Bernoulli kirişinin doğal frekansları	33
Çizelge 4.2. Dönmeyen, değişken kesitli, ankastre Euler-Bernoulli kirişlerinin doğal frekans parametreleri ( $c_h = c_b = c$ )	34
Çizelge 4.3. Hız parametresinin boyutsuz doğal frekanslara etkileri ( $c_h = c_b = 0, \delta = 0$ )	35
Çizelge 4.4. Sabit-serbest sınır koşulunda değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin farklı dönme hızı parametresinin boyutsuz doğal frekanslara etkileri ( $c_h = 0,5, c_b = 0, \delta = 0$ )	36
Çizelge 4.5. Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına mil hızı ve fonksiyonel derecelendirme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c = 0,5, \delta = 0,1$ )	37
Çizelge 4.5. “Devam” Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına mil hızı ve fonksiyonel derecelendirme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c = 0,5, \delta = 0,1$ )	38
Çizelge 4.6. Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına kesit değişimi oranının ve fonksiyonel dereceleme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c, \delta = 0,2, \alpha = 5$ )	39
Çizelge 4.6. “Devam” Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına kesit değişimi oranının ve fonksiyonel dereceleme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c, \delta = 0,2, \alpha = 5$ )	40
Çizelge 4.7. Kesit değişiminin merkez mili etrafında dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin boyutsuz doğal frekanslarına etkileri ( $c_h = c_b = c, \delta = 0, \alpha = 2, n = 2$ )	41
Çizelge 4.8. Farklı sınır koşulları, merkez mili hızı ve yarıçapının, dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin birinci doğal frekansına etkileri ( $c_h = 0,5, c_b = 0, n = 2$ )	42
Çizelge 4.8. “Devam” Farklı sınır koşulları, merkez mili hızı ve yarıçapının, dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin birinci doğal frekansına etkileri ( $c_h = 0,5, c_b = 0, n = 2$ )	43

Çizelge 4.9. Düzgün kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c = 0, h/L = 0,02$ )	44
Çizelge 4.10. Değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c = 0,5, h/L = 0,02$ )	45
Çizelge 4.11. Değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c, h/L = 0,02, r = 0,15$ )	46
Çizelge 4.12. Düzgün veya değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişlerin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c, r = 0,3, z_c/L = 0,1$ )	48
Çizelge 4.13. Mil etrafında dönen düzgün kesitli çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, \delta = 0, h/L = 0,02$ )	49
Çizelge 4.14. Mil etrafında dönen değişken kesitli çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0,5, \delta = 0, h/L = 0,02$ )	50
Çizelge 4.15. Mil etrafında dönen değişken kesitli ankastre kirişlerde, çatlak konumu, mil yarıçapı ve kesit değişimlerinin doğal frekans oranlarına etkileri ( $c_h = c_b = c, \alpha = 10, r = 0,3, h/L = 0,02$ )	52
Çizelge 4.15. “Devam” Mil etrafında dönen değişken kesitli ankastre kirişlerde, çatlak konumu, mil yarıçapı ve kesit değişimlerinin doğal frekans oranlarına etkileri ( $c_h = c_b = c, \alpha = 10, r = 0,3, h/L = 0,02$ )	53
Çizelge 4.16. Mil etrafında dönen düzgün kesitli bir kirişin değişik sınır koşulları altında farklı çatlak konumları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, \alpha = 5, \delta = 1, r = 0,3, h/L = 0,02$ )	54
Çizelge 4.17. Mil etrafında dönen düzgün kesitli çatlaklı kirişlerin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, r = 0,3, z_c/L = 0,1, \delta = 0$ )	55
Çizelge 4.18. Eksenel yönde FD, dönmeyen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kiriş için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, \alpha = 0, \delta = 0, h/L = 0,04$ )	56
Çizelge 4.18. “Devam” Eksenel yönde FD, dönmeyen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kiriş için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, \alpha = 0, \delta = 0, h/L = 0,04$ )	57

- Çizelge 4.19. Farklı hızlarda dönen, aksenal yönde FD, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişler için doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = 0, \delta = 0, h/L = 0,04$ ) 58
- Çizelge 4.19. “Devam” Farklı hızlarda dönen, aksenal yönde FD, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişler için doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = 0, \delta = 0, h/L = 0,04$ ) 59
- Çizelge 4.20. Aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı mil yarıçapı oranlarında doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = 0, h/L = 0,04, \alpha = 1, r = 0,3$ ) 60
- Çizelge 4.20. “Devam” Aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı mil yarıçapı oranlarında doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = 0, h/L = 0,04, \alpha = 1, r = 0,3$ ) 61
- Çizelge 4.21. Aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = 0, \alpha = 1, r = 0,3, z_c/L = 0,1, \delta = 0$ ) 62
- Çizelge 4.22. Aksenal yönde FD dönen, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı kesit değişimlerinde doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = c, \alpha = 1, r = 0,3, \delta = 0, h/L = 0,04$ ) 63
- Çizelge 4.22. “Devam” Aksenal yönde FD dönen, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı kesit değişimlerinde doğal frekans oranları  
( $c_h = c_b = c, \alpha = 1, r = 0,3, \delta = 0, h/L = 0,04$ ) 64
- Çizelge 4.23. Farklı sınır koşulları altında aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı kiriş için doğal frekans oranları  
( $n = 2, c_h = c_b = 0, \alpha = 1, \delta = 1, h/L = 0,04$ ) 65

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Üç farklı parça için temsili resimler ve yük dağılımları	15
Şekil 3.1. Kiriş eğilme titreşimleri	19
Şekil 3.2. Elastisite Modülünün Farklı $n$ Değerlerine Göre Değişimi	23
Şekil 3.3. Merkez mili etrafında dönen Euler- Bernoulli kiriş modeli	24
Şekil 3.4. Çatlak modeli	27
Şekil 4.1. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, ankastre kirişte dönme hızı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c_h = c_b = 0, h/L = 0,02$ )	38
Şekil 4.2. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte çatlak konumu ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c_h = c_b = 0, h/L = 0,04, r = 0,3$ )	47
Şekil 4.3. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte çatlak derinlik oranı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c = 0, h/L = 0,04, x_c/L = 0,5$ )	51
Şekil 4.4. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte, iki çatlak oranı için dönme hızı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c = 0, h/L = 0,04, x_c/L = 0,5, \alpha = 1$ )	59

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamalarıyla birlikte aşağıda sunulmuştur.

<b>Simgeler</b>	<b>Açıklama</b>
$L$	Kiriş boyu
$\rho$	Yoğunluk
$b$	Kiriş genişliği
$h$	Kiriş yüksekliği
$t$	Zaman parametresi
$c$	Dalga hızı
$C$	Denklemlerin katsayıları
$n$	Fonksiyonel derecelendirme faktörü
$R$	Mil yarıçapı
$\Omega$	Mil dönme hızı
$p_m$	Genel malzeme parametresi
$E$	Elastisite modülü
$\omega$	Doğal frekans
$A(x)$	Kesit alanı
$I(x)$	Alan atalet momenti
$V(x)$	Kesme kuvveti
$M(x)$	Eğilme momentini
$W(x)$	Mod şekli fonksiyonu
$w(x)$	Kirişte meydana gelen yer değişimi
$F(x)$	Santrifuj kuvveti
$f(x)$	Kiriş üzerine gelen dış zorlama
$T, I^{KE}$	Kinetik enerji
$U, I^{PE}$	Potansiyel enerji
$CE$	Harcanan enerji
$G$	Uzama enerjisi artış oranı

$(\Delta\theta_c)$	Çatlağın açısal yer değıştirmesi
$(\Delta\phi_c)$	Kirişin açısal yer değıştirmesi
$k_c^{(v)}$	Doğrusal yay katsayıları
$k_c^{(\phi)}$	Döner yay katsayıları
$(\Delta V)$	Gerilme enerjisindeki değışim
$\kappa$	Katsayı
$m$	Mod şekli fonksiyonundaki terimlerin sayısı
$j$	Mod şekli fonksiyonundaki endeksi
$a$	Çatlak derinliğı
$b_c$	Çatlak genişliğı
$h_c$	Çatlak yüksekliğı
$D$	Katsayılar matrisi
$c_b$	Derinlik yönündeki kesit değışimi
$c_h$	Kalınlık yönündeki kesit değışimi
$\delta$	Mil yarıçap oranı
$\alpha$	Boyutsuz dönme hızı parametresi
$\mu$	Boyutsuz doğal frekans parametresi
$r$	Çatlak derinlik oranı
$x_c$	Çatlak konumu
$x$	Kiriş uzunluğı boyunca olan eksen koordinatı
$y$	Kiriş derinliğı boyunca olan eksen koordinatı

### **Kısaltmalar**

### **Açıklama**

**FD**

Fonksiyonel derecelendirilmiş

**FDM**

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme



## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

*Bu bölümün amacı çatlaklı, çatlaksız, fonksiyonel derecelendirilmiş, düzgün veya değişken kesitli, bir mil etrafında dönen gibi farklı şekillerde modellenmiş kirişlerin titreşim analizlerinin yapılması adına kullanılan yöntemleri, farklı çatlak modellerini, ve araştırmacıların son yıllarda gözdesi haline gelen fonksiyonel derecelendirilmiş kirişler ile ilgili çalışmalarını kısaca hatırlatmaktır. Ayrıca, tezin amacı, organizasyonu ve literatüre sağladığı orijinal katkısı da detaylı bir şekilde anlatılmaktadır.*

#### 1.1 Giriş

Dönen kiriş uygulamaları mühendislik çalışmalarında sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. Bir merkez mili etrafında dönen kiriş modellemesine uygun elemanlara uçak motoru kanatları, pervaneler, robot kolları, fanlar, vb. gibi birçok örnek verilebilir. Bu yapılar darbeler, korozyon, yorulma ve kaynak gibi çeşitli iç ve dış etkiler nedeniyle zarar görebilir. Bu etkiler, yapıların dinamik davranışlarının değişmesine yol açan hatalarla sonuçlanabilir. Dinamik yükleme altındaki kiriş olarak modellenmiş mekanik veya yapı elemanlarındaki en yaygın çatlak türü yorulma çatlağıdır. Çatlakların titreşim etkisini anlamak, titreşim izleme uygulamalarında çatlakların tanımlanması açısından önemli bir yere sahiptir. Genel olarak literatürde sunulan çalışmalarda, çatlaklı kiriş modelleri analitik, sayısal ve deneysel olarak incelenmiştir.

##### 1.1.1 Bir Merkez Mili Etrafında Dönen Kiriş Titreşimleri

Araştırmacıların bir merkez mili etrafında dönen düzgün veya değişken kesitli kiriş modelleri üzerine uzun yıllardan beri çalışma yaptıkları gözlenmektedir. Bu kısımda bu başlıkla ilgili bazı araştırmacılar ve çalışmaları verilmiştir. Öncelikle araştırmacıların çoğunlukla Euler kiriş teorisini tercih ettikleri görülmektedir [1-8]. Düzgün kesitli Euler-Bernoulli kiriş modeli üzerine yapılan bazı çalışmalar Banerjee [1], Chung ve Yoo [2],

Yang vd. [3], Yoo ve Shin [4] tarafından literatüre kazandırılmıştır. Diğer yandan değişken kesitli Euler-Benoulli kirişi titreşimleri Banerjee [1], Banerjee vd. [5], Khulief [6], Ozdemir ve Kaya [7], Shavezipur ve Hashemi [8] tarafından incelenmiştir. Ayrıca değişken kesitli ve bir merkez mili etrafında dönen kiriş modelleri üzerine enerji denklemleri ve kiriş titreşim analizleri Khulief ve Bazonune [9], Rao ve Gupta [10], Banerjee ve Sobey [11], Ozdemir ve Kaya [12] tarafından sunulmuştur. Bu çalışmalarda araştırmacılar analiz sonuçları için farklı yöntemler kullanmışlardır. Bu yöntemlerden biri olan sonlu elemanlar yöntemi araştırmacılar tarafından sıklıkla tercih edilmiştir [2,3,6,8-10]. Ayrıca değişik metod kullanan araştırmacılar da mevcuttur. Bunlardan bazıları diferansiyel dönüşüm metodu [7], Rayleigh-Ritz metodu [4,13], Galerkin metodu [14], Kuvvet serileri metodu [15] şeklindedir.

### **1.1.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş Titreşimleri**

Fonksiyonel derecelenmiş kirişlerin titreşim analizi üzerine çalışmaların son yıllarda hız kazandığı görülmektedir. Bu kısımda ilk olarak kalınlık yönünde fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin titreşim analizleri [16,17] ve statik analizi [18] üzerine yapılan çalışmalar not edilmektedir. Analiz sonuçları Pradhan ve Chakraverty [16], Simsek [18] tarafından Rayleigh-Ritz metodu kullanılarak, Thai ve Vo [17] tarafından ise Navier çözüm prosedüründen yararlanılarak elde edilmiştir.

Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş titreşimlerinin analizi çalışmalarını ise şu şekilde sıralayabiliriz. Huang vd. [19] yaptığı analizde yardımcı bir fonksiyon tanımlayıp kuvvet serileri kullanarak sonuç bulmaktadır. Huang ve Li [20] ise çalışmasında basit çözümün değişken katsayılı denklemlerini Fredholm integrali denklemlerine dönüştürmüş ve doğal frekansları elde etmiştir. Shahba vd. [21] yeni bir eleman tipi tanımlayarak sonlu elemanlar yöntemi ile analiz sonuçlarına ulaşmıştır.

Mil etrafında dönen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedeki yapılmış kirişlerin titreşim analizi üzerine yapılan çalışmalara literatürde pek az rastlanmaktadır. Rajasekran [22] çalışmasında eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş Euler-Bernoulli kirişinin enine titreşimlerini incelemiş olup analiz sonuçlarını diferansiyel dönüşüm ve diferansiyel kareleme metotları ile elde etmiştir. Rajasekeran [23] aynı yöntemlerle Timoshenko

kirişinin enine titreşimlerini de incelemiştir. Ramesh ve Rao [24] ise çalışmasında bir mil etrafında dönen kalınlık yönünde fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin enine titreşimlerini Rayleigh-Ritz metodu yardımıyla analiz etmiştir. Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş dönen kiriş titreşim analizinde Rayleigh-Ritz metodunun kullanımı Mazanoğlu ve Ceylan [25], Mazanoğlu ve Güler [26] tarafından yapılan çalışmalarda mevcuttur.

### 1.1.3 Çatlaklı Kiriş Titreşimleri

Düzensiz kesitli çatlaksız bir kirişin eğilme titreşimi basitçe iyi bilinen sürekli çözüm metodu ile analiz edilir. Bu yöntemde doğal frekanslara karşılık gelen tekil değerler, çökme, eğim, moment ve kesme kuvveti ile elde edilen denklem takımının terimlerini içeren matrisin determinantı “0”a eşitlenerek belirlenir. Kirişin her iki ucundaki sınır koşullarını sağlayan sinüs ve hiperbolik sinüs formundaki terimlerden  $4 \times 4$  lük bir matris oluşturulur. Kiriş üzerinde çatlak meydana gelirse, süreklilik ve uyumluluk koşullarından dolayı ortaya çıkan dört yeni denklem matrise eklenmektedir. Sonuç olarak,  $n$  sayıda çatlak için  $4(n+1)$  sayıda denkleme ihtiyaç vardır. Diğer taraftan çatlak sayısındaki artış, oluşturulacak matris boyutunu ve dolayısıyla çözüm süresini arttırmaktadır. Ayrıca, çatlak sayısı arttıkça sistemin lineer olmayan karakteristiği arttığı için çözümün lineer bir model ile yapılması zorlaşmaktadır. Bahsi geçen zorluklardan dolayı, bu yöntem literatürde ağırlıklı olarak sadece tek çatlağın bulunduğu kirişlerin titreşimlerinin incelenmesi için kullanılmıştır [27-29]. Ayrıca yöntemin iki çatlaklı kirişin titreşimi için kullanıldığı çalışmalar da mevcuttur [30,31]. Shifrin ve Ruotolo [32] çalışmalarında yöntemi geliştirerek sonlu sayıda enine çatlağa sahip kirişlerin doğal frekans hesabını başaramışlardır. Araştırmacılar  $n$  çatlaklı kirişin titreşim analizi için  $n+2$  adet denklem kullanmışlardır.

Denklemlerin çözümünde kullanılan bir başka yöntem olan transfer matrisi metodu matris boyutunu azaltmakta ve çatlaklı kirişlerin analizlerinde araştırmacılara kolaylık sağlamaktadır. Lin [33] araştırmasında bu yöntemi tek çatlaklı kirişlerin analizi için kullanmıştır. Ayrıca, Khiem ve Lien [34,35], Lin, Chang, Wu [36], Patil, Maiti [37], Tsai ve Wang [38] tarafından sunulan çalışmalarda çok çatlaklı kirişlerin titreşim analizleri

transfer matris metodu ile ele alınmıştır. Bunlara ek olarak Fernandez-Saez ve Navarro [39] çatlaklı kirişlerde eğilme titreşimlerinin temel doğal frekansının hesabı için kapalı formda elde edilen ifadelerin öz değer problemi olarak ele alındığı bir analitik yaklaşımda bulunmuştur. Matveev, Bovsunovsky [40] ve Mei vd. [41] ise kirişlerin eğilme titreşimleri analizi için literatürde yer alan farklı analitik yaklaşımları kullanarak probleme çözüm aramışlardır.

Geometrik düzgünsüzlük sebebiyle lineer olmayan denklemlere sahip değişken kesitli kirişler için analitik çözüm yapmak oldukça zordur. Bundan dolayı literatürde değişken kesitli kirişlerin analizi için analitik çözümlerin kullanıldığı çok az sayıda çalışma mevcuttur. Li çalışmalarında sırasıyla, değişken kesitli çatlaklı kirişlerin [42] ve enine kesit değişimine sahip kademeli çatlaklı kirişlerin [43] mod şekilleri ve doğal frekanslarını incelemek için konsantre kütlelerden yararlanan çözümler sunmuştur. Ancak çalışmada sadece değişken kesitlerin bazı özel formlarına değinilmiştir. Ayrıca kullanılan analitik yöntemlerde çatlak konumunda oluşan gerilme etkisinin çatlak konumundan uzaklaştıkça azaldığı gerçeği göz ardı edilmektedir.

Bazı araştırmacılar çatlaklardan dolayı oluşan gerilme etkisinin çatlak konumdan itibaren eksponansiyel olarak dağıldığını düşünmüşlerdir. Bu dağılım etkilerinin doğrusal olmaması sebebiyle problemin çözümü için farklı yaklaşımlar gerekmektedir. Stres yükünün dağıtılması düşüncesi, sürekli sistemlerin titreşim denklemlerinin geliştirilmesi ve çözümü için kullanışlıdır. Ayrıca enerji metotları, tanımlanan stres ve gerilme fonksiyonlarından ve bu fonksiyonların eksponansiyel olarak dağıtılmasından faydalanırlar. Chondros, Dimarogonas, Yao [44,45] ve Chondros [46] çalışmalarında tek ve çift taraflı kenar çatlağına sahip kiriş modelleri için gerekli diferansiyel denklemleri verip, sınır koşullarını da dikkate alarak varyasyon prensibine dayanan sürekli bir çözüm sunmuşlardır. Christides, Barr [47] bir veya daha fazla simetrik çatlak çiftine sahip düzgün kesitli Euler-Bernoulli kirişi için gerekli diferansiyel denklemleri sınır koşullarına uygun olarak çıkarmışlardır. Shen, Pierre [48] araştırmalarında Galerkin metodundan yararlanarak tek çatlaklı kirişler için kiriş boyunca değişen enerji dağılımını tanımlamışlardır. Ayrıca, Carneiro, Inman [49] uyumluluk problemini gidermek suretiyle Shen, Pierre [48] tarafından verilen hareket denkleminin çıkarılışını geliştirmiş ve sonuçları revize

etmişlerdir. Çatlak etrafında oluşan gerilme enerjisi değişiminin dağılımına dayanan başka bir yaklaşım, Yang, Swamidas ve Seshadri [50] tarafından önerilmiştir. Araştırmacılar, çalışmalarında bir veya iki çatlığa sahip kiriş modelleri için çatlak etkisinin tanımı konusunu incelemişlerdir. Fakat araştırmada birbirine çok yakın iki veya daha fazla çatlığın bulunması durumu göz ardı edilmiştir. Bu yaklaşımlarda çatlak etkilerinin kiriş boyunca üstel fonksiyonlarla tanımlanması sebebiyle özellikle çatlak yerleri birbirine yakın olması durumunda dağılım fonksiyonları çakışmaktadır. Dolayısıyla bu yaklaşımlar birden fazla çatlığın birbirine yakın olması durumunu göz ardı etmektedir. Bu sorun, Mazanoğlu, Yeşilyurt ve Sabuncu [51] tarafından, Rayleigh-Ritz yöntemi yardımıyla, birden çok çatlığa sahip değişken kesitli kirişlerin eğilme titreşimi problemi için çakışan gerilme dağılımı etkileri de dikkate alınarak çözülmüştür. Kiriş yüksekliği boyunca birden çok kenar çatlığına sahip değişken kesitli kirişlerin titreşimi Mazanoğlu ve Sabuncu [52], çift taraflı ve açılıp kapanan çatlığa sahip Rayleigh kirişinin eğilme titreşimleri de Mazanoğlu ve Sabuncu [53] tarafından analiz edilmiştir.

Literatürde, çatlaklı kirişlerin titreşim analizi için varyasyon prensibine dayanan yöntemlerin dışında bazı farklı yöntemler de mevcuttur. Fernandez-Saez, Rubio ve Navarro [54] çalışmalarında çatlaksız bir kirişin çökme fonksiyonuna polinom fonksiyonları ekleyerek çatlaklı bir kirişin çökme fonksiyonuna dönüştürmeyi göstermişlerdir. Sınır ve kinematik koşulları karşılayan bu yeni kabul edilebilir fonksiyon ve Rayleigh metodu yardımıyla temel frekansı elde etmişlerdir. Chaudhari, Maiti [55,56] ise Frobenius tekniğini kullanarak sırasıyla tek çatlaklı değişken kesitli kirişlerin ve geometrik olarak bölünmüş tek çatlaklı kirişlerin enine titreşimlerini tanımlamak için çalışmışlardır. Ancak kirişler tek bir çatlığa sahip olmasına rağmen bulunan sonuçların oldukça kaba olduğu gözlenmektedir. Birden çok enine çatlığa sahip değişken kesitli kirişin doğal frekanslarının hesabı için Zheng ve Fan [57] tarafından sunulan bir yaklaşım, modifiye edilmiş Fourier serilerinin kullanılmasına dayanmaktadır. Diğer taraftan, lineer olmayan titreşimler için Rayleigh-Ritz metoduna dayanan yarı analitik bir modelin çözümü El Bikri, Benemar ve Bennouna [58] tarafından sunulmaktadır. Bahsi geçen çalışmada kabul edilebilir fonksiyonların seçimden etkilenen sonuçlar, tek çatlak durumunun ele alınması ve temel frekansların hesabı ile sınırlandırılmıştır.

Literatürde yer alan diğer çalışmalarda çoğunlukla çözüm metodu olarak sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Gounaris, Dimarogonas [59] ve Papaconomou, Dimarogonas [60] çalışmalarında çatlaklı kirişlerin titreşimleri için özel çatlak elemanı oluşturmuşlar ve çatlak çevresinde kirişin davranışı için bir uygunluk matrisi geliştirmişlerdir. Çatlaklı değişken kesitli bir shaftın sonlu elemanlar yaklaşımı ile incelenmesi Mohiuddin, Khulief [61] tarafından sunulmuştur. Yokoyama ve Chen [62] temel kiriş elemanlarına ek olarak modifiye edilmiş çizgi-yay modelini kullanarak çatlaklı kirişlerin serbest titreşimleri için gerekli matris denklemlerini araştırmışlardır. Zheng ve Kessissoglou [63] çatlaklı kirişin serbest titreşim analizi için toplam esneklik matrisini, yani rijitlik matrisini, sağlam kiriş elemanının esneklik matrisine "yerel ek esneklik matrisi" yerine "genel ek esneklik matrisi" ekleyerek tanımlamışlardır. Kısa ve Gürel [64] çalışmalarında dairesel kesitli kiriş modeli üzerinde çok çatlaklı durum için modal analizi yapmışlardır. Ayrıca aynı yazarlar başka bir çalışmada düzgün ve kademeli kirişlerin serbest titreşimlerini sonlu elemanlar ve bileşen mod sentezi yöntemlerini birleştiren nümerik bir yaklaşım kullanarak analiz etmişlerdir [65]. Tabarraei, Sukumar [66] çatlaklar gibi süreksiz alanların birbirinden bağımsız modellenmesi için genişletilmiş sonlu elemanlar yöntemini sunmuşlardır. Literatürde çatlak tanımlanması problemini (ileri problem) çözmek için sonlu elemanlar yöntemini kullanan çok sayıda araştırmaya rastlanmaktadır [67-72]. Sonlu eleman modelleri zaman kaybı pahasına her türlü elemanının modellenmesine olanak sağladıkları için karmaşık yapılarda tercih edilebilirler. Bununla birlikte, çatlaklara sahip yapısal elemanların eğilme titreşimlerinde etkili olan çok sayıda parametre mevcut olup, her durum için sonuçları sunmak ve karşılaştırmak oldukça zor olmaktadır. Bu parametreler, modellenen çatlak ve ağ (mesh) özelliklerine göre değişebilmektedir. Çatlak modellerinin türetildiği varsayımlar dikkate alınmadan, sonlu elemanlar yönteminin rastgele uygulanması ile yapılan frekans hesapları, çalışmalarda hatalara neden olabilir. Çatlaklı eleman davranışları, özel eleman veya bağlantı modelleri ile gözlenebilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi çatlaklar için özel bir model içermiyorsa, hesaplama süresi artsa bile çatlaklara yakın bölgelerde son derece sık ağ kurularak (ince mesh modelleri kullanılarak) doğru çözüme ulaşılabilir.

### 1.1.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Çatlaklı Kiriş Titreşimleri

Kalınlık yönünde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış dönmeyen çatlaklı kirişlerin enine titreşim analizi üzerine yapılan sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Akbas [73] düzgün kesitli Euler-Bernoulli kirişi üzerine lokal burulma yayı olarak düşünülen bir çatlak modellemiş ve sonlu elemanlar metodu ile analiz sonuçlarını bulmuştur. Ayrıca aynı problemin çözümü için Yang ve Chen [74] sürekli çözüm yönteminden faydalanmışlardır. Ke vd. [75] ise lokal burulma yayı kullanan çatlak modelini Timoshenko kirişine uygulamıştır. Literatürde bir merkez mili etrafında dönen fonksiyonel derecelendirilmiş çatlaklı kirişlerin titreşimi üzerine bir çalışmaya rastlanmamıştır.

### 1.1.5 Bir Merkez Etrafında Dönen Çatlaklı Kiriş Titreşimleri

Literatürde bir merkez mili etrafında dönen homojen malzemeden yapılmış çatlaklı kiriş titreşimlerinin incelendiği çalışmalar da mevcuttur [76-78]. Al-Said vd. [76] Timoshenko çubuğu teorisine uygun olarak ele aldığı düzgün kesitli kiriş üzerindeki bir çatlağı lokal burulma yayı şeklinde modellemiş ve problemin yaklaşık çözümünü kabul edilmiş mod şekli metoduyla elde etmiştir. Cheng vd. [77] mil etrafında dönen değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişi üzerine yine lokal burulma yayı yardımıyla çatlak modellemiş ve çatlaklı kirişin titreşim analizini 'p' tipi sonlu eleman metoduyla araştırmıştır. Torabi vd. [78] ise merkez mili etrafında dönen çok çatlaklı değişken kesitli Timoshenko kirişinin eğilme titreşimini incelemişlerdir. Araştırmacılar çalışmalarında merkez mili etrafında dönme hızını sabit olarak kabul etmişlerdir. Araştırma sonuçlarını ise diferansiyel kareleme metodu ile sunmuşlardır. Literatürde FD malzemeden yapılmış ve bir merkez mili etrafında dönen çatlaklı kirişlerin titreşimleri üzerine bir çalışmaya rastlanmamıştır.

### 1.1.6 Çatlak Modelleri

Literatürde, araştırmacılar çatlakların kirişin dinamik davranışı üzerindeki etkilerini tanımlamak için çeşitli çatlak modelleri kullanmaktadırlar. Genel olarak üç temel çatlak modeli vardır. Bunlar eşdeğer indirgenmiş kesit modeli, kırılma mekaniğinden lokal esneklik modeli ve sürekli esneklik modeli şeklindedir. Çoğu çalışmada kullanılan lokal

esneklik modeli kütlesiz dönme yayı etkisini veya lokal olarak azalmış kesit alanını içermektedir. Esneklik değişkenlerinin büyüklükleri kırılma mekaniğinin teorik ve deneysel çıktıları ile tahmin edilmektedir [79,80].

Çatlak bölgelerinden bölümlere ayrılan kiriş için çatlak konumundaki uygunluk ve süreklilik koşullarını sağlayan dönme yayları kullanılarak bölümler arası bağlantı sağlanabilir. Dönme yayı etkisi iki parça arasında yerel esnekliğe neden olan menteşenin etkisi gibi düşünülebilir. Dönme yayı modeli literatürde genellikle çatlaklı düzgün kirişlerin çözümü [27-31,81] ve analitik transfer matris yöntemi ile çözümde [34,35,37] kullanılmıştır. Bunun yanı sıra çatlakların titreşim üzerindeki lokal etkilerini belirlemek için çözüm yöntemlerinde dönme yayı modelini kullanan birçok çalışma mevcuttur [54-56, 69,83-85]. Bunlardan başka, Yokoyama ve Chen [62] çalışmalarında özellikle sonlu elemanlara dayalı çözümlerde kullanılan çizgi-yay çatlak modelini sunmaktadır. Sürekli çatlak esneklik modellerinde çatlağın neden olduğu ilave esneklik etkileri eksponansiyel olarak kiriş boyunca dağıtılır. Kırılma mekaniği kanunlarına göre hesaplanan enerji değişimi, kiriş boyunca dağılımı ve ilave esneklik formülleri Chondros, Dimarogonas ve Yao [44,45], Chondros [46], Christides, Barr [47], Shen, Pierre [48], Carneiro, Inman [49], Hu ve Liang [86] tarafından verilmektedir. Bunların dışında, Yang, Swamidas, ve Seshadri [50] tarafından sunulan çalışmada, kirişin sadece ilave bir zorlama etkisi altındayken ki durumu için farklı bir dağılım fonksiyonu seçilmiş ve Galerkin metodu ile sonuçlar tespit edilmiştir. Bu dağılım fonksiyonu, belli bir kalınlığı olan çok çatlaklı kirişler için Mazanoğlu, Yeşilyurt ve Sabuncu [51] tarafından modifiye edilmiştir. Bahsedilen çalışmada, harcanan enerji, kırılma mekaniği kanunları ve çatlak dibine yerleştirilen dönme yayı vasıtasıyla formüle edilir. Harcanan enerji formülasyonları ve dağılım formu, yan kenar çatlakları [52] ve çift taraflı kenar çatlakları [53] için yeniden düzenlenerek incelenmiştir.

Literatürde, çatlaklar daima açık veya zamanla açılıp kapanabilen şekilde düşünülen iki modelle değerlendirilmektedir. Açılıp kapanabilen bir çatlağın eğilme titreşimleri üzerindeki lineer olmayan etkileri birçok araştırmada değerlendirilmiştir [40,45,87-90]. Mazanoğlu ve Sabuncu [53] daha önce açık çatlak için sundukları modeli, çift taraflı açılıp kapanabilen çatlaklar için uygun hale getirmek üzere düzenlemişlerdir. Açık ve açılıp



kapanabilen çatlak modellerinin çözümleri arasındaki fark, genliğe bağlı olarak değişmektedir. Düşük genliklerde oldukça küçük olan fark, genlikte meydana gelen artışla birlikte artar. Bu nedenle, çoğu araştırmacı çatlak kaynaklı lineer olmayan etkileri göz ardı edip, problemi basite indirgemek için çatlak modelinin sürekli açık kaldığını varsaymışlardır. Bununla birlikte, çatlağın açılıp kapanması sırasında oluşan uzama-gerilme farkından dolayı doğal frekans modülasyonları görülür. Bazı araştırmacılar ölçülen verilerde gözlenen bu etkiyi çeşitli çatlak tespit yöntemleri vasıtasıyla araştırmışlardır [91-96].

Çatlakların, konum ve yayılma özelliklerine göre ele alındığı farklı çatlak modelleri de literatürde mevcuttur. Araştırmacıların çoğu, çatlağın etkisi ve ilerlemesi açısından daha kritik olan enine kenar çatlağına sahip kirişlerin titreşim analizini sunmuşlardır. Bazı araştırmalarda simetrik derinliklere sahip çift taraflı enine kenar çatlaklarının titreşim üzerindeki etkileri de incelenmiştir [31,33,44,47,97,98]. Buna ek olarak, Mazanoğlu ve Sabuncu [53] çalışmasında simetrik ve asimetrik çift taraflı kenar çatlakları ya da tek taraflı kenarlı çatlakları için geçerli olan bir model sunmuşlardır. Ayrıca kirişin alışıktan olmayan yüzeyindeki çatlaklar yan kenar çatlakları olarak tanımlanmaktadır. Mazanoğlu ve Sabuncu [52] tarafından yapılan çalışmada, bu tanıma uygun çatlakların etkileri incelenmektedir. Nandwana ve Maiti [28] ise içe doğru eğimli kıvrılan çatlaklara sahip kirişlerin titreşimlerini analiz etmişlerdir. Çatlaklara ait birçok farklı durum için kırılma mekaniği formülleri Tada, Paris ve Irwin [80] tarafından verilmiştir. Farklı çatlak durumları gelişmiş ağ (mesh) teknikleri ile incelenebilir. Tabarraei ve Sukumar [66] tarafından gösterilen, genişletilmiş sonlu elemanlar ağı, çift taraflı kenar çatlakları ve merkezi çatlakları içeren durumlar için örneklerle gösterilmiştir.

### **1.1.7 Literatür Değerlendirmesi**

FD kiriş titreşimleri ile ilgili çalışmalarda eksiklikler son yıllarda fark edilmiş olup araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Var olan çalışmalarda genellikle sonlu eleman analizi ile kaba bir çözüme gidilmiş, dönmeyen, kalınlık yönünde FD ve çatlaksız kirişlerin titreşimleri ele alınmıştır. Literatürde çatlaklı homojen veya FD kirişlerde, çatlak etkileri genel olarak lokal burulma yayı ile modellenmiş olup çatlaklı dönen kiriş titreşimleri

üzerine pek az çalışma mevcuttur. Dahası çatlaklı dönen eksenel yönde FD kiriş titreşimleri üzerine bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu tez çalışması ile bahsedilen bu eksikliklerin giderilmesi için Rayleigh-Ritz yaklaşım metodu, basitleştirilmiş hesaplama tekniği ile uygulanmakta ve dönmeyen homojen kirişlerdeki çatlak etkilerini incelemek için yayılı esneklik modeli kullanılmaktadır.

## 1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmada; bir mil etrafında dönen eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş çatlaklı Euler-Bernoulli kirişinin enine titreşimleri, enerji denklemleri kullanılarak araştırılmaktadır. Buna göre tezin amacı

- İncelenen her durum için enerji denklemlerini doğru olarak tanımlayıp Rayleigh-Ritz metodunu uygun şekilde uygulamak,
- Eksenel yönde FD dönen kirişteki bir çatlağı yayılı esneklik modeli ile uygun şekilde modellemek,
- Literatürde saptanan eksiklikler doğrultusunda gelecekte yapılacak çalışmalar için kapsamlı bir veri kaynağı oluşturmak,
- Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirme ve kesit değişiminin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkilerini incelemek,
- Merkez mili dönme hızı ve yarıçapı etkilerini incelemek,
- Farklı konum ve derinliklerde oluşan bir çatlağın doğal frekanslar üzerindeki etkilerini incelemek,

olarak özetlenebilir.

## 1.3 Tezin Orijinal Katkısı

Rayleigh-Ritz metodunda türev esaslı bir hesaplama tekniği kullanılması ve şekil fonksiyonların basit olması hesap hızını arttırmaktadır. FD kirişlerin sonlu elemanlar ile analizinde yeterli çözüm hassasiyeti için çok fazla eleman kullanılmakta ve bu da araştırmacılara çok fazla iş yükü ve zaman kaybı getirmektedir. Rayleigh-Ritz metodunda, kullanılan şekil fonksiyonları sayesinde enerji ifadelerinden direk sonuç elde edilir ve böylece bahsedilen kayıplar en az seviyeye çekilmeye çalışılır. Çatlak için kabul edilen

yayıllı esneklik modelinde, çatlak noktasında maksimum potansiyel enerji düşünülmemekte ve bu enerji kaybı kırışın uçlarına doğru eksponansiyel olarak azalmaktadır. Daha önce dönmeyen ve homojen kırış için uygulanmış olan bu çatlak modelinin [51], bu tezde dönen kırışlere ve eksenel yönde FD kırışlere uygulanması tezin önemli katkıları arasındadır. Ayrıca düzgün/değişken kesitli, homojen/eksenel yönde FD, merkez mili etrafında dönen/dönmeyen, çatlaklı/çatlaksız, Euler–Bernoulli kırışinin enine titreşimleri için verilen sonuçlar gelecekte yapılacak çalışmalar için kapsamlı bir veri bankası oluşturacaktır. Bu kapsamda, kesit değişimi, merkez mili dönme hızı ve yarıçapı, fonksiyonel derecelendirme faktörü, çatlak pozisyonu ve derinliği, kırış boyutları gibi parametrelerin sonuçlar üzerindeki etkileri detaylı olarak incelenmektedir.

#### **1.4 Tezin Organizasyonu**

Bu tezde hedeflenen çalışma amacı kapsamında sonuçlara ulaşmak için kullanılan yaklaşımlar ve yapılan araştırmalar aşağıdaki gibidir.

Bölüm 1: Farklı sınır koşulları altında çatlaksız / çatlaklı, düzgün / değişken kesitli, bir merkez mili çevresinde dönen / dönmeyen, homojen / fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme şartları altında modellenmiş ve daha önce çeşitli yöntemlerle analiz edilmiş kırış titreşimleri hakkında literatür bilgisi içermektedir.

Bölüm 2: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin ortaya çıkışı, kullanım alanları ve avantajları hakkında bilgi içermektedir.

Bölüm 3: Kırışlerin eğilme titreşim denklemleri, dönen kırışlerin eğilme titreşim denklemleri, enerji denklemleri, kullanılan çatlak modeli, çatlaklı kırışler için gerekli enerji denklemleri, Rayleigh–Ritz metodunun işleyişi ve farklı sınır koşulları altındaki kırışler için kullanılacak mod şekli fonksiyonları hakkında bilgi içermektedir.

Bölüm 4: Bir önceki bölümde verilen kırış titreşim modelleri ve Rayleigh–Ritz çözüm yöntemi kullanılarak farklı özelliklerdeki kırışlerin, değişik sınır koşulları altında meydana gelen enine titreşimleri incelenmekte ve çizelgeler halinde bulunan boyutsuz doğal frekans

değerleri sunulmaktadır. Benzer durumlar çatlaklı kirişler içinde geçerli olup bu kısımda çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranlarına yer verilmektedir. Bunlara ek olarak, bulunan sonuçların yorumlanması yapılmaktadır.

Bölüm 5: Yapılan çalışma için genel sonuçlar maddeler halinde belirtilmiş ve çözüm önerileri değerlendirilmiştir. Bölümün son kısmı, gelecek çalışmalara ilişkin önerileri içermektedir.

## BÖLÜM 2

### FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME TANITIMI

*Bu bölümün amacı fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin kullanımının ortaya çıkışı, diğer malzemelere göre avantajları / dezavantajları ve günümüzdeki kullanım alanlarının örneklerle açıklanması olup bölüm içinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler genel olarak tanıtılmaktadır.*

#### 2.1 Malzemeler Tarihi

Mühendislik uygulamalarında malzeme seçimi büyük önem taşımaktadır. Bazı tasarımlarda birbirine zıt özelliklere sahip malzeme özellikleri istenmektedir. Bu nedenle çoğu tasarımda saf metal kullanımı giderek azalmıştır. Örneğin tasarım malzemesinin yüksek mukavemette aynı zamanda yüksek esneme katsayısına sahip olması istenebilir, fakat böyle bir özelliğe sahip malzeme doğada bulunmamaktadır. Bu probleme çözüm üretmek için bilim insanları tarafından birçok yol denenmiştir. Bunlardan biri metal-metal veya metal-ametal malzemelerin birleştirilmesi yoludur. Malzemelerin eritilmesiyle elde edilen bu karışımlara alaşım adı verilmektedir. Alaşım karıştırılan metallerden tamamen farklı özellikte malzemelerdir. Bilinen ilk alaşım türü bakır-kalay karışımı sonucu ortaya çıkan bronzdur. Bronzun bulunuşu insanlık tarihini derinden etkilemiş ve yaşanan çağa isim olmuştur. İnsanoğlu bu devirden itibaren sürekli malzeme özelliklerini iyileştirmek için farklı alaşım türleri denemiştir. Ergimiş halde bulunan iki farklı malzeme arasında termodinamik denge kurulana kadar malzeme çözeltileri birbirlerine nüfuz etmektedir. Bu nedenle geleneksel alaşım hazırlama yöntemlerinde çok sayıda eksiklik bulunmaktadır. Örneğin alaşımda kullanılan herhangi bir malzemedan daha fazla oranda istenilirse, erime sıcaklıkları arasında büyük fark olan malzemelerin alaşımlarının hazırlanması gibi durumlar bu yöntemin eksiklikleridir. Bu gibi nedenlerden dolayı malzemeleri katı haliyle birleştirme yolu seçilmiş ve elde edilen bu yeni malzeme türüne kompozit adı verilmiştir. Oluşan kompozit malzeme, kullanılan malzeme özelliklerinden farklı, hafif ve daha

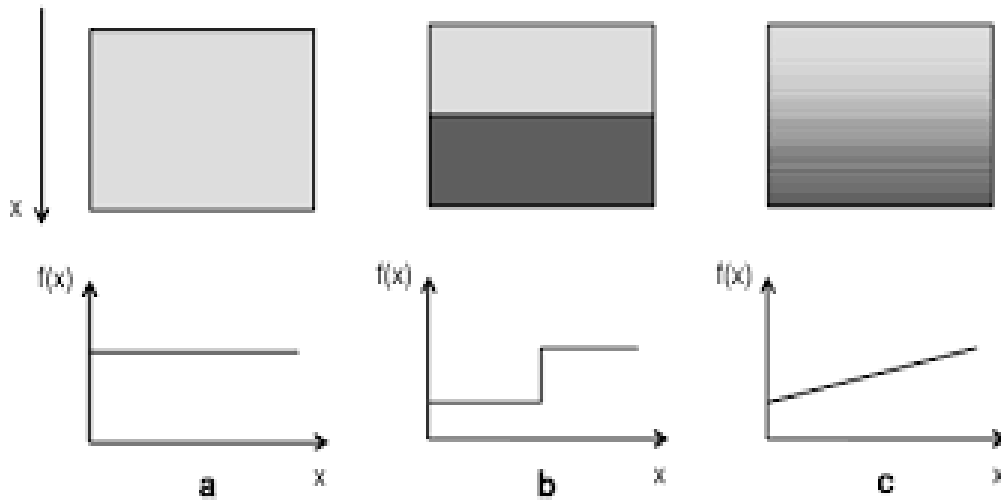
dayanıklı yeni bir malzeme türü şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Doğal kompozitlere en güzel örnek selülozdan oluşan odundur. Saf metallere ve alaşımlara göre birçok avantaja sahip olan kompozit malzemelerde, aşırı çalışma koşullarında delaminasyon hataları meydana gelmektedir. Ayrıca yüksek sıcaklık altında, farklı genleşme katsayısına sahip iki metalin kullanıldığı testlerde kompozit malzemelerin yetersiz olduğu görülmüştür. Bu problemler karşısında farklı çözüm arayışlarına devam edilmiştir. 1980'li yıllarda Japonya'da üretilen uzay aracında kullanılan homojen seramik yapının yüksek sıcaklığa maruz kalan kısımlarında aşınma, oksidasyon, korozyon gibi tehlikelere karşı metal yüzeyleri koruma işleminde başarılı olduğu gözlenmiştir. Ancak tek eksik olarak ısıl gerilmelerin önüne geçilememiştir. Bu konuda çalışmalarına devam eden araştırmacılar uzay araçlarının ar-ge testleri sırasında ilk kez fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme fikrini ortaya atmışlardır. Daha sonra yapılan çalışmalarda bu malzemenin üretim yöntemleri araştırılmış ve birçok konferansa konu edilerek yeni bir vizyon oluşturulmuştur.

## **2.2 FDM Tanıtımı ve Avantajları**

Parçaların tasarımında, üretiminde ve kullanımında dinamik, aerodinamik, termal, mekanik vb. özellikler bakımından mühendislik yaklaşımlarıyla belirlenen kriterler söz konusudur. Homojen malzemelerin veya klasik tabakalı kompozitlerin bazı durumlarda sağlayamadığı bu kriterler nedeniyle malzeme özelliği kademeli ya da sürekli değişen bir yapıya ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyacı karşılamak için üretilen malzeme tipine fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme denilmektedir. FD malzemeler son yıllarda araştırmacıların ilgisini çekmekte ve sıklıkla daha da geliştirilmesi yönünde çalışmalar yapılmaktadır.

Boyutları ve imal edildiği malzeme özellikleri bilinmeyen bir parçanın belli bir frekansta zorlamaya maruz bırakılması durumunda rezonans meydana gelebilir. Rezonans genel olarak az sönümü ihmal etmek suretiyle bir cismin ya da sistemin kendi doğal frekansıyla çakışan bir frekansta uyarılması halinde ortaya çıkan aşırı titreşim genlikleri nedeniyle parçanın kırılması veya sistemin bozulması şeklinde tanımlanabilir. Bu olay makine ve yapıların gizli bir düşmanıdır ve meydana geldiği takdirde hasar alan parça veya yapılar kullanılamaz duruma gelir. Parçalar tabakalı kompozit ya da FDM'den üretildiği takdirde değişen mekanik özellikler sayesinde doğal frekans, rezonansa neden olan rezonans

frekansından uzaklaştırılabilir. Boyut veya tasarım kısıtlamalarının söz konusu olduğu bir durumda diğer kriterleri de sağlayacak şekilde tabakalı kompozit veya FD malzeme kullanımı bazen tek seçenek olabilir. Buna ilaveten, FD malzemeler, tabakalı kompozitlerden farklı olarak gücü ve ağırlığı eşit şekilde dağıtmakta ve yapısal bütünlüğü korumaktadır. FD malzemedan üretilen bir parçada, sürekli ve yumuşak bir geçiş gösteren malzeme özelliği bulunması nedeniyle tabakalı kompozitlerde görülen tabakalar arası gerilme yükü oluşmamakta ve bu yükten kaynaklanan delaminasyon hataları ortaya çıkmamaktadır.



Şekil 2.1. Üç farklı parça için temsili resimler ve yük dağılımları

Şekil 2.1’de (a) homojen, (b) tabakalı kompozit ve (c) FD malzemedan imal edilmiş parçalar temsili olarak gösterilmektedir. Resimlerin altındaki grafikler parçaların taşıyabildikleri yük kapasitelerinin dağılımı olsun. Açık renk ile gösterilen malzemenin dayanıklı fakat ağır olduğunu koyu renk malzemenin ise hafif fakat dayanıksız olduğunu düşünelim. Buna göre, (a) resminde görülen malzeme ile yeterli hatta gereğinden fazla dayanım elde edilmesine rağmen parça ağırlığı gereksiz yere artırılmış olur ve bu da artan enerji kayıplarına neden olur. (b) resminde görülen tabakalı kompozit malzeme ile ağırlık azaltılmıştır, ortalama dayanım da yeterli olabilir, fakat artan yük altında dayanımları farklı olan tabakaların çökme miktarları da farklı olacağından basitçe tabakaların birbirinden ayrılması olarak tanımlanabilecek delaminasyon hataları ortaya çıkar. Bu durumda parça kullanılamaz hale gelir. (c) resminde görülen FD malzeme kullanımında ise ağırlık

azaltılmış, ortalama dayanım yeterli hale gelmiş ve yumuşak malzeme geçişi sayesinde delaminasyon riski ortadan kaldırılmıştır.

## **2.3 FDM Kullanım Alanları**

### **2.3.1 Havacılık ve Uzay Sektörü**

Bu alanlar fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme fikrinin ortaya çıkmasında öncü kabul edilmektedir. Havacılık ve uzay sektöründe kullanılan yapılar genellikle yüksek termal sınır şartlarında çalışmaktadır. Bu nedenle iyi derecede ısı iletkenliğe ve ısı dirence sahip olmaları istenmektedir. Bu zıt malzeme özelliklerinin aynı yapıda bulunması için araştırmacılar FDM kullanıma başlamışlardır. Bu da yapılara hafiflik, sağlamlık ve dayanım gibi özellikler katmaktadır. Özellikle roket ve uzay mekiği dış kaplamalarında kullanılarak bu alanda geri kazanım sağlamak için çalışmalar hız kazanmıştır.

### **2.3.2 Sağlık Sektörü**

Diş, kemik gibi benzeri dokular özellikleri gereği doğal birer fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme şeklindedir. Kaybedilen canlı dokunun yerine kullanılacak suni yapıda uygun malzeme seçimi yapılması, biyolojik dokuya zarar vermemesi için önemlidir. Yapılan araştırmalarda fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin ideale en yakın olduğu görülmüştür. Sağlık alanında ortopedi ve diş uygulamalarında kullanılmaktadır.

### **2.3.3 Savunma Sanayi**

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler değişen malzeme özellikleri sayesinde parçaların yapısal bütünlüğünü korur ve parçada oluşan bir hasarın büyümesini geciktirmektedir. Bu dirençli yapıları sayesinde savunma sanayi uygulamalarında delinme ve parçalanmalara karşı kullanılacak elemanlara iyi bir avantaj sağlamaktadır. Örneğin kurşun geçirmez yelek, araç zırh kaplamaları başlıca uygulamalardır.



### **2.3.4 Enerji Sektörü**

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler bu alanda genellikle geri dönüşüm araçlarında kullanılmaktadır. Ayrıca termal bariyer görevi görmeleri nedeniyle gaz türbinlerinin motorlarında, türbin kanatlarında koruyucu tabaka şeklinde karşımıza çıkmaktadır.

### **2.3.5 Diğer Kullanım Alanları**

Bunların yanı sıra farklı uygulamalarda fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları, görsel ve sesli iletişimde kullanılan optik fiber teller, dizel motorlar, yüksek hızda kullanılan kesici kalemler, nükleer reaktör parçaları, ısı değiştiricileri, sensörler şeklinde örneklendirilebilir.

## BÖLÜM 3

### TEORİK ALTYAPI

*Bu bölümde öncelikle Euler-Bernoulli kiriş modelinin eğilme titreşimlerinin hesaplanabilmesi için gerekli denklemler verilmiştir. Daha sonra eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş modeli, kullanılan malzeme özellikleri ve formülleri sunulmuştur. Bu kısımdan sonra bir merkez mili etrafında dönen Euler-Bernoulli kiriş modeli eğilme titreşimleri denklemleri verilmiştir. Bölümün bir sonraki kısmında kullanılan çatlak modeli tanıtılmıştır. Çatlaklı Euler-Bernoulli kiriş modeli ve eğilme titreşimi denklemleri verilmiştir. Son olarak tezde kullanılan çözüm yöntemi olan Rayleigh-Ritz metodunun uygulanması tanıtılmıştır.*

#### 3.1 Kiriş Eğilme Titreşimleri

İnce yapılı kirişlerde eğilme ile meydana gelen yer değiştirme ve ortaya çıkan eğilme momenti titreşim karakteristiğini belirler. Bu nedenle, ince kirişler genellikle, artan uzunluk / yükseklik oranı ile doğruya yaklaşan temel teori olan Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile modellenir.

Şekil 3.1’de boyu  $L$  ve kesit alanı  $A(x)$  olan bir kirişin enine titreşim hareketi sırasında, kirişin herhangi bir kesitine etki eden dış kuvvetler ve kesitte meydana gelen yer değiştirmeler gösterilmiştir. Şekilde verilen değişkenler sırasıyla  $V(x, t)$  kesme kuvvetini,  $M(x, t)$  eğilme momentini,  $w(x, t)$  yer değiştirmeyi,  $f(x, t)$  ise kiriş üzerine gelebilecek dış zorlamayı temsil etmektedir. Eğilme momenti ile eğilme yer değiştirmesi arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (3.1)$$

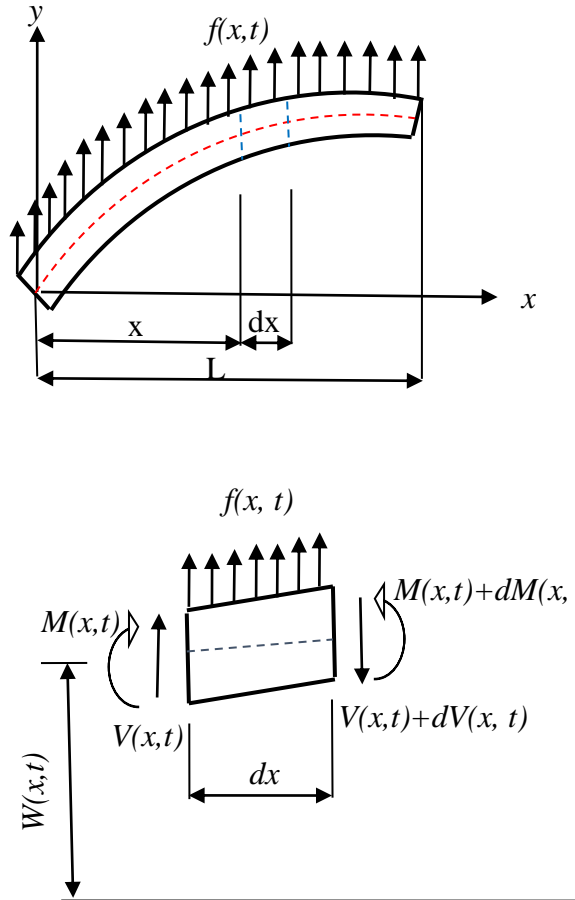
Burada  $E$  elastisite modülü,  $I$  ise alan atalet momentidir. Kesme kuvveti, eğilme momentinin  $x$  koordinatına göre kısmi türevidir.

$$V(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right] \quad (3.2)$$

$\left[ dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx \right]$  şeklinde matematiksel bir dönüşüm yapıp, kesme kuvveti, atalet kuvveti  $\left[ \rho A(x) dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \right]$  ve dış kuvvetlerin  $[f(x, t) dx]$  dahil olduğu kuvvet dengesi yazıldığında zorlanmış kirişin enine titreşimleri için geçerli genel hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir [99].

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (3.3)$$

Burada  $\rho$  yoğunluğu ifade eder.



Şekil 3.1. Kiriş eğilme titreşimleri

Eşitlik 3.3 'de verilen ifade düzgün kesitli (uniform) kirişler için Eşitlik 3.4 haline dönüştürülür.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (3.4)$$

Hareket denklemi, düzgün kesitli ve homojen bir kiriş için dış zorlama olmaması durumunda Eşitlik 3.5 haline dönüşür.

$$c^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x, t) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = 0 \quad (3.5)$$

Eşitlik 3.5'te verilen  $t$  parametresi zamanı,  $c$  ise enine titreşim dalga hızını ifade etmektedir. Yukarıdaki iki eşitlik birlikte değerlendirildiğinde,  $c$  dalga hızının aşağıdaki gibi formüle edildiği görülür.

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.6)$$

Kirişin serbest titreşim çözümü için  $w(x, t) = W(x)T(t)$  şeklinde değişkenlere ayırma işlemi yapılabilir. Bu işlem sonrasında yalnızca yer değiştirme parametresini içeren diferansiyel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \beta^4 W(x) = 0 \quad (3.7)$$

Burada frekans parametresi  $\beta^4 = \frac{\omega_n^2}{c^2} = \frac{\rho A \omega_n^2}{EI}$  olarak tanımlanır. Buna göre, kirişin mod şekli genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$W(x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (3.8)$$

Genel çözümdeki  $C$  katsayıları 4 sınır koşulu yardımıyla oluşturulan 4 denklemin çözümünden bulunur. Denklemlerin harmonik ve hiperbolik terimlerinden oluşturulan

matrisin determinantı sıfıra eşitlenerek  $\beta$  frekans parametreleri ve dolayısıyla  $\omega_n$  doğal frekansları elde edilir.

Bahsedilen sınır şartları sabit ise,

$$W(x) = 0, \quad \frac{dW(x)}{dx} = 0, \quad (3.9)$$

serbest ise,

$$EI(x) \frac{d^2W(x)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d}{dx} \left[ EI(x) \frac{d^2W(x)}{dx^2} \right] = 0 \quad (3.10)$$

basit ise,

$$W(x) = 0, \quad EI(x) \frac{d^2W(x)}{dx^2} = 0, \quad (3.11)$$

eşitlikleri geçerlidir.

### 3.1.1 Kirişin Enerji Denklemleri

Euler-Bernoulli kirişinin  $dx$  kesiti için  $\rho A(x) dx$  kütesinden gelen kinetik enerji ifadesi şu şekilde yazılır:

$$dT_w = \frac{1}{2} \rho A(x) dx \left( \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \right)^2 \quad (3.12)$$

Eşitlik 3.12' de  $A$  kesit alanı,  $\rho$  yoğunluğu,  $w$  ise enine yer değiştirmeyi göstermektedir. Ayrıca  $t$  ve  $x$  zamanı ve kiriş eksenini temsil eden değişkenlerdir. Değişkenler ayrıştırılıp  $w(x,t) = W(x) \sin \omega t$  zaman fonksiyonunda  $\sin \omega t = 1$  alınarak, zaman fonksiyonundan bağımsız olarak maksimum kinetik enerji ifadesi şu şekilde ifade edilir.

$$T = T_w = \frac{1}{2} \omega^2 \int_0^L \rho A(x) W(x)^2 dx \quad (3.13)$$

Eşitlik 3.13'te  $L$  kirişin boyu,  $\omega$  doğal frekans,  $W(x)$  maksimum enine yer değiştirme yani mod şekli fonksiyonudur. Diğer taraftan zamandan bağımsız olarak eğilme momenti ve enine yer değiştirme arasındaki ilişki şu şekildedir.

$$M(x) = EI(x) \frac{d^2W(x)}{dx^2} \quad (3.14)$$

Tahmin edilebileceği gibi eğilme modu uzama enerjisi  $U_M$ , Eşitlik 3.14'te verilen eğilme momentinin bir fonksiyonudur.

$$U_M = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{1}{EI(x)} M(x)^2 dx \quad (3.15)$$

Eşitlik 3.14'te verilen denklem Eşitlik 3.15'te yerine konulup gerekli düzenlemeler yapılırsa maksimum uzama enerjisi, bir başka deyişle maksimum potansiyel enerji  $U$ , aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$U = U_M = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left( \frac{d^2W(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (3.16)$$

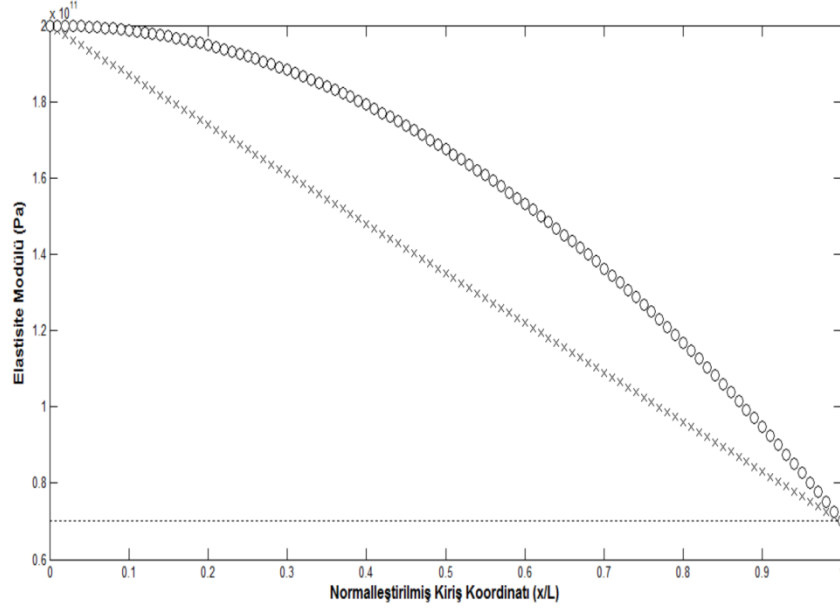
### 3.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kiriş

Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş modeli için Elastisite modülü ( $E$ ) ve yoğunluk ( $\rho$ ) parametreleri genel bir malzeme parametresi  $p_m$  olarak tanımlanırsa, kiriş uçlarındaki malzeme özellikleri  $p_{m1}$  ve  $p_{m2}$  olmak üzere kiriş boyunca değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özellikleri aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilmiştir.

$$p_m(x) = (p_{m1} - p_{m2}) \left( \frac{x}{l} \right)^n + p_{m2} \quad (3.17)$$

Eşitlik 3.17'de,  $n$ , fonksiyonel dereceleme faktörüdür. Örnek olarak, eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş Alüminyum (Al) ve Zirkonyum ( $ZrO_2$ ) malzemeleri ile oluşturulmuş olsun. Bu malzemelerin özellikleri sırasıyla  $E_{al} = 70$  GPa,  $\rho_{al} = 2702 \text{ kg/m}^3$ ,  $E_{zr} = 200$  GPa,  $\rho_{zr} = 5700 \text{ kg/m}^3$  olarak belirlenmiştir. Bu malzemeler

kullanıldığında, denkleme uygun olarak  $n$ 'nin farklı değerleri için Elastisite modülündeki değişim Şekil 3.2'de görülmektedir.



Şekil 3.2. Elastisite Modülünün Farklı  $n$  Değerlerine Göre Değişimi

Eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için Eşitlik 3.13 ve 3.16'da verilen enerji denklemlerinde,  $E, \rho$  parametreleri  $x'$  e bağlı olarak  $T = \frac{1}{2} \omega^2 \int_0^L \rho(x) A(x) W(x)^2 dx$  ve  $U = \frac{1}{2} \int_0^L E(x) I(x) \left( \frac{d^2 W(x)}{dx^2} \right)^2 dx$  şeklinde ifade edilir.

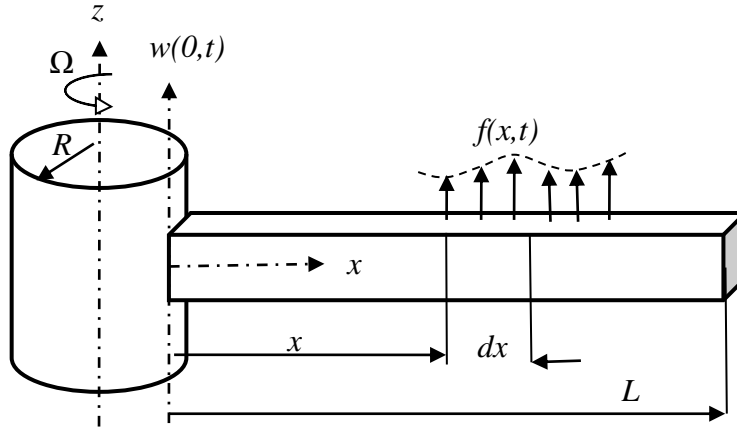
### 3.3 Dönen Kiriş Titreşimleri

Birçok mühendislik uygulaması, bir merkez mili etrafında dönen kiriş şeklinde modellenebilecek elemanlara sahiptir. Şekil 3.3'te sabit bir açısal hıza ( $\Omega$ ) sahip bir sistemde,  $z$  eksenindeki merkez mili etrafında dönen kiriş modeli, örnek olarak sabit-serbest sınır şartları için görülmektedir. Merkez mili yarıçapı  $R$  olup kirişin mile bağlandığı ucu  $x=0$ , diğer ucu  $x=L$  pozisyonu olarak alınmıştır. Kiriş bir  $\Omega$  hızıyla dönerken belli bir  $x$  noktasındaki  $dm$  kütesinin neden olduğu santrifüj kuvvet  $\rho A dx \Omega^2 (R + x)$  olduğundan bu kuvvetin  $x$  ve  $L$  sınırları ile integre edilmesi sonucu kiriş boyunca değişen santrifüj kuvvetin fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir [99].

$$F(x) = \int_x^L \rho A \Omega^2 (R + x) dx = \rho A \Omega^2 \left[ R(L - x) + \frac{1}{2}(L^2 - x^2) \right] \quad (3.18)$$

Enine titreşim sırasında kiriş boyunca oluşan elastik yer değiştirmenin santrifüj kuvvete etkisi ihmal edilmiştir. Daha önce Euler-Bernoulli kirişinin eğilme titreşimi için verilen Eşitlik 3.4, dönmeden kaynaklanan santrifüj kuvvet etkisi dahil edilerek aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - \rho A \Omega^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left[ R(L - x) + \frac{1}{2}(L^2 - x^2) \right] \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right] = f(x, t) \quad (3.19)$$



Şekil 3.3. Merkez mili etrafında dönen Euler-Bernoulli kiriş modeli

Mil etrafında dönen kirişin eğilme titreşimleri için kullanılacak sınır şartları dönmeyen kiriş için verilenler ile aynıdır. Santrifüj kuvvetten gelen terimden dolayı yukarıdaki diferansiyel denklemin sürekli ve kesin çözümünü yapmak oldukça zor hatta çoğunlukla mümkün olmamaktadır. Bu nedenle böyle diferansiyel denklemlerin çözümü için yaklaşık sonuç veren nümerik metotlar veya enerji metotları kullanılabilir. Sonraki kısımlarda enerji denklemleri ve enerji metotlarından Rayleigh-Ritz metodu hakkında teorik bilgiler verilmektedir.



### 3.4 Dönen Kirişin Enerji Denklemleri

Bu kısımda bir merkez mili etrafında dönen kirişin enerji denklemleri verilmiştir. Oluşturulan modelde eğilme-burulma ve eğilme-eğilme bağlaşım (coupling) etkileri ihmal edilmiş olup  $\Omega$  mil dönme hızı sabit kabul edilmiştir. Bu nedenle kiriş üzerinde aktif teğetsel atalet kuvveti oluşmamaktadır. Diğer yandan mil etrafında dönen kirişin, başlangıç noktasından itibaren belli bir  $x$  mesafesindeki, santrifuj kuvveti  $F(x)$ , Eşitlik 3.18'de verilmişti. Bu santrifuj kuvvet ile yapılan işin etkisi dönmeyen kiriş için yazılan potansiyel enerji denklemine ilave edildiğinde, dönen kiriş eğilme titreşimleri için potansiyel enerji  $U$  aşağıdaki gibi elde edilir [25].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \{E(x)I(x)(W''(x))^2 + F(x)(W'(x))^2\} dx + C_1 \quad (3.20)$$

$W'$  ifadesi mod şekli fonksiyonun birinci türevini,  $W''$  ise ikinci türevini göstermektedir. Denklemdaki ilk terim dönmeyen bir Euler-Bernoulli kirişinin potansiyel enerjisi, ikinci terim ise dönme etkisiyle meydana gelen santrifuj kuvvetten kaynaklanan ilave enerjidir.  $C_1$  sabiti  $C_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \{(F(x))^2/E(x)A(x)\} dx$  olarak ifade edilmekle birlikte integral sabiti olarak sonuca etki etmez.

Dönen kirişin eğilme titreşimleri için kinetik enerji ifadesi  $T$  aşağıdaki gibidir.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \omega^2 \rho(x)A(x)(W(x))^2 dx + C_2 \quad (3.21)$$

Burada  $\omega$  doğal frekansı ifade etmektedir.  $C_2$  sabit dönme hızından gelen sabit terimleri içerip sonuca etki etmediğinden, dönen kiriş eğilme titreşimleri için kinetik enerji ifadesi, dönmeyen kiriş için verilen ifade ile aynıdır.

### 3.5 Çatlak Modeli ve Çatlaklı Kiriş Titreşimleri

Kırılma mekaniği teorisine göre, yapısal uzama enerjisi çatlakın büyümesiyle birlikte artmaktadır. Harcanan enerjiye eşit olduğu düşünülen uzama enerjisi artışı, dışarıdan etki eden sabit bir eğilme momenti altında aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [80].

$$\Delta U = CE = \int_0^a G b_c da \quad (3.22)$$

Burada  $G$  uzama enerjisi artış oranıdır. Ayrıca bu ifade, kirişin enine titreşimleri sırasında çatlak üzerindeki kesme gerilmelerinin etkisi göz ardı edilip sadece eğilme gerilmeleri hesaba katıldığında  $G = K_1^2 E'$  olarak da yazılabilir. Burada  $E'$ , düzlemdeki sıkışma için  $E$ , düzlemdeki uzama için  $E/(1 - \nu^2)$  ifadelerine eşittir. Birinci mod çatlak için gerilme yoğunluğu faktörü ( $K_1$ ) aşağıdaki eşitlik ile ifade edilir.

$$K_1 = \frac{6M(x)\sqrt{\pi a}}{b_c h_c^2} F(r) \quad (3.23)$$

Eşitlik 3.23'te yer alan ve daha önce verilen  $M(x)$  eğilme momenti ifadesi, uzama ve sıkışma halleri için  $M(x) = E'I(x) \frac{d^2 W(x)}{dx^2}$  olarak düzenlenebilir. Denklemdaki  $F(r)$  ifadesi,  $r = a/h_c < 0,6$  şartında geçerli olan ve aşağıdaki gibi tanımlanan bir fonksiyondur.

$$F(r) = 1.12 - 1.4r + 7.33r^2 - 13.8r^3 + 14r^4 \quad (3.24)$$

Böylece harcanan enerji aşağıdaki gibi düzenlenebilir [50].

$$CE = D(r)[M(x)]^2 \quad (3.25)$$

Burada yer alan  $D(r)$  şu şekilde tanımlanır.

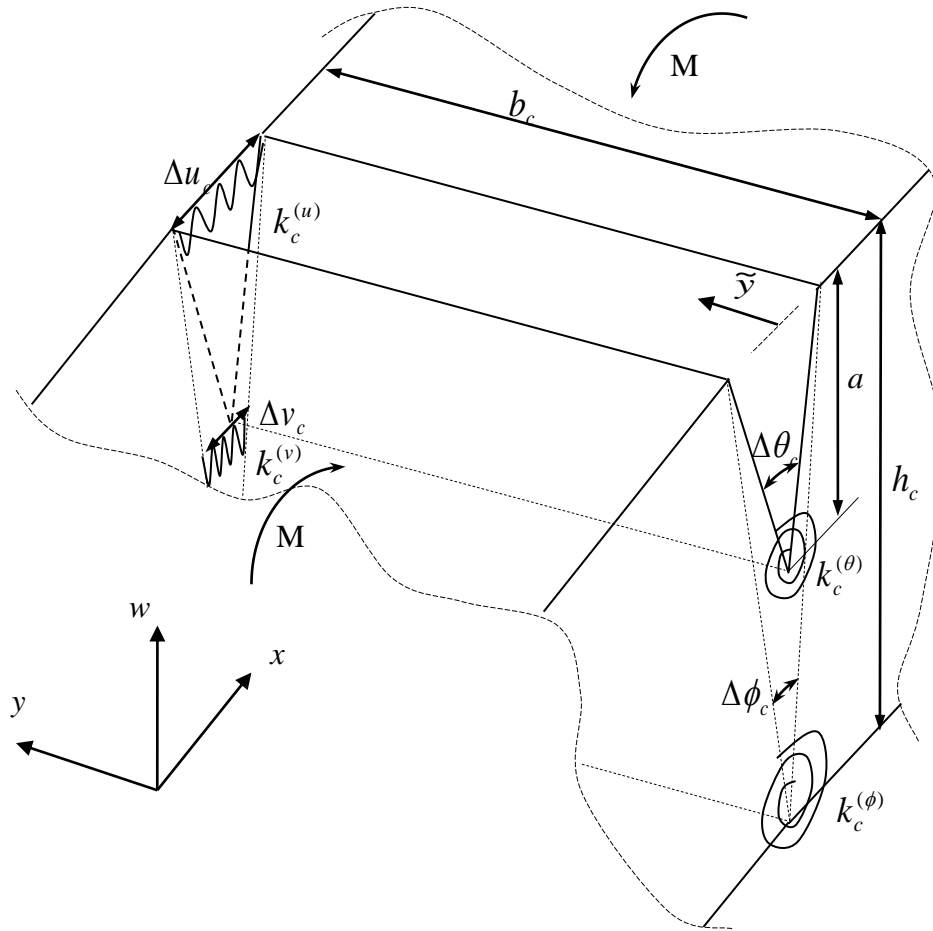
$$D(r) = \frac{18\pi F(r)^2 a^2}{E b_c h_c^4} \quad (3.26)$$

Yukarıda verilen enerji ifadeleri sadece kirişin çatlak tarafındaki yüzeyinin uzama enerjisi hesaba katıldığında geçerlidir. Öyleyse çatlaklı kiriş yüzeyi boyunca uzama enerjisindeki artış, çatlakın iki kenarı boyunca yerleştirilen doğrusal yayların aşağıda verilen enerjisine karşılık gelebilir [51].

$$\Delta U = \frac{1}{2b_c} \int_{\tilde{y}=0}^{b_c} k_c^{(u)} (\Delta u_c)^2 d\tilde{y} \quad (3.27)$$

Bu enerji çatlak dibine yerleştirilen dönme yaylarının enerjisine aşağıdaki gibi dönüştürülebilir.

$$\Delta U = \frac{1}{2b_c} \int_{\tilde{y}=0}^{b_c} k_c^{(\theta)} (\Delta \theta_c)^2 d\tilde{y} \quad (3.28)$$



Şekil 3.4. Çatlak modeli [51]

Bununla birlikte kirişin çatlak konumundaki eğim değişikliği düşünüldüğünde,  $(\Delta\theta_c)$  çatlak açılma açısı yer değiştirmesi,  $(\Delta\phi_c)$  kirişin açılma açısı yer değiştirmesine sebep olur. Şekil 3.4'te açık durumdaki çatlak modeli ve çatlak konumundaki açılma açısı yer değiştirmeleri gösterilmektedir. Kirişin açılma açısı yer değiştirmesi çatlak dibi tarafında ek gerilme bölgelerine neden olmaktadır. Ek uzama enerjisi tanımlarına benzer şekilde, Şekil 3.4'te görüldüğü gibi doğrusal veya döner yaylar  $k_c^{(v)}$ ,  $k_c^{(\phi)}$  kullanılarak gerilme enerjisindeki değişim  $(\Delta V)$  tanımlanabilir. Burada çatlaktan kaynaklanan uzama, potansiyel enerjiyi düşürürken, ek gerilme bölgeleri potansiyel enerjiyi artırır. Sonuç olarak kirişin eğilmesinden kaynaklanan açılma açısı yer değiştirme harcanan enerjiyi azaltmaktadır. Burada çatlak çevresindeki tarafsız (nötr) katmanın altında düşünülmesi gereken sıkışma alanının yaklaşık olarak çatlak dibindeki uzamaya eşit olduğu kabul edilmiştir. Bu etkiler oldukça küçüktür ve birbirini götürür bu nedenle çatlak modelinde ihmal edilebilir. Tüm bu koşullar dikkate alındığında harcanan enerji ifadesi aşağıdaki gibidir [51].

$$CE = \frac{1}{b_c} \int_{\tilde{y}=0}^{b_c} (k_c^{(\theta)} (\Delta\theta_c)^2 - k_c^{(\phi)} (\Delta\phi_c)^2) d\tilde{y} \quad (3.29)$$

Burada  $\Delta\phi_c = (a/h_c)\Delta\theta_c$  şeklinde ifade edilmektedir. Ayrıca rijitlik ilişkisi eğilme momenti denklemi kullanılarak aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{1}{b_c} \int_{\tilde{y}=0}^{b_c} (k_c^{(\theta)} \Delta\theta_c - k_c^{(\phi)} \Delta\phi_c) d\tilde{y} = 0 \quad (3.30)$$

Sonuç olarak  $k_c^{(\phi)} = (h_c/a)k_c^{(\theta)}$  ifadesine eşittir.

Böylece, sadece uzama durumu için verilen Eşitlik 3.26, kirişin açılma açısı yer değiştirmesinin neden olduğu gerilme bölgesi etkilerini içerecek şekilde  $r \leq 0.5$  için aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir.

$$D(r) = \frac{18\pi F(r)^2 a^2}{Eb_c h_c^4} (1 - r) \quad (3.31)$$

Harcanan enerji kiriş boyunca aşağıdaki forma uygun dağılır.

$$I^{CE} = \frac{Q(r, x_c)}{1 + [(x - x_c)/(q(r)a)]^2} \quad (3.32)$$

Burada,  $Q(r, x_c)$  ve  $q(r)$  aşağıdaki gibi tanımlanan ifadelerdir.

$$Q(r, x_c) = \frac{D(r)[M(x)]^2}{q(r)a\{\arctan[(L - x_c)/(q(r)a)] + \arctan[x_c/(q(r)a)]\}} \quad (3.33)$$

$$q(r) = \frac{3\pi[F(r)]^2(h_c - a)^3 a}{(h_c^3 - (h_c - a)^3)h_c} \quad (3.34)$$

Enerjinin korunumu ilkesine göre çatlaksız bir kiriş boyunca maksimum potansiyel enerji ve maksimum kinetik enerji birbirine eşit olmalıdır. Eğer bir kiriş üzerinde çatlak varsa, çatlak bölgesinde kütle kaybı olmadığı varsayılarak, maksimum potansiyel enerjideki azalmanın harcanan enerjiye eşit olduğu düşünülür. Sonuç olarak maksimum enerji dengesi aşağıdaki gibi yazılır [99].

$$\int_{x=0}^L ((I^{PE} - I^{CE}) - I^{KE}) dx = 0 \quad (3.35)$$

Burada  $I^{PE}$  ve  $I^{KE}$  sırasıyla maksimum potansiyel ve kinetik enerji dağılımlarını temsil etmekte olup ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$I^{PE} = \frac{1}{2} EI(x) \left( \frac{d^2 W(x)}{dx^2} \right)^2 \quad (3.36)$$

$$I^{KE} = \frac{1}{2} \omega^2 \rho A(x) (W(x))^2 \quad (3.37)$$

### 3.6 Rayleigh-Ritz Yöntemi Hesaplama Tekniği

Rayleigh-Ritz yöntemi enerjinin korunumu yasasına dayanmaktadır. Bu yöntem modal parametrelerin yaklaşık değerlerinin bulunmasını sağlamaktadır. Enerji farkını minimum yapmak için Rayleigh oranının veya potansiyel ve kinetik enerji farkının  $\kappa_j$  katsayılarına göre türevi alınır.

$$\frac{\partial}{\partial \kappa_j} \Sigma(U - T) = 0, \quad j = 1, 2, 3 \dots, m \quad (3.38)$$

Burada  $m$  ve  $j$  sırasıyla mod şekli fonksiyonundaki terimlerin sayısı ve endeksidir. Rayleigh-Ritz yönteminin uygulanışını anlatmak için enerji ifadelerini ayrıklaştırılmış formda göstermek daha uygun olur. Aşağıda dönen çatlaksız bir kiriş için ayrıklaştırılmış enerji ifadeleri verilmiştir [26].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E(x) I(x) \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j'' \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i'' dx + \frac{1}{2} \int_0^L F(x) \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j' \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i' dx \quad (3.39)$$

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 \int_0^L \rho(x) A(x) \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i dx \quad (3.40)$$

Döner kirişte çatlak bulunması halinde,  $\gamma = \left(1 + \left[\frac{x-x_c}{q(r)a}\right]^2\right) \cdot \left(q(r)a \left\{\arctan \left[\frac{L-x_c}{q(r)a}\right] + \arctan \left[\frac{x_c}{q(r)a}\right]\right\}\right)$  3.32 ve 3.33 Eşitliklerinin paydalarının çarpımı olmak üzere, harcanan enerjinin etkisini içeren ayrıklaştırılmış potansiyel enerji ifadesi aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E(x) I(x) \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j'' \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i'' dx + \frac{1}{2} \int_0^L F(x) \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j' \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i' dx - \int_0^L \frac{D(r)(E'I(x))^2}{\gamma} \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j'' \sum_{i=1}^m \kappa_i \lambda_i'' dx \quad (3.41)$$

Denklemlerde  $W$ , mod şeklinin, fonksiyon serileri şeklinde aşağıdaki gibi temsil edildiği görülmektedir.

$$W = \sum_{j=1}^m \kappa_j \lambda_j(x) \quad (3.42)$$

Burada  $\lambda(x)$  ise en az geometrik sınırı karşılayan bir polinom fonksiyonun genel terimidir.  $W'$  ve  $W''$  ifadelerindeki türev gösteriminin ayrıklaştırılmış form yazımında  $\lambda'$  ve  $\lambda''$  şeklinde polinom fonksiyonların genel terimleri üzerinde gösterileceği açıktır. Uygulanan basit ve hızlı bir çözüm tekniğinde, enerji farkı eşitliğinin minimum olması için ayrıklaştırılmış formunun,  $\kappa_j$  katsayısına göre kısmi türevi alındıktan sonra, ortaya çıkan

denklem takımındaki denklemlerin  $\kappa_i$  katsayılarına göre de kısmi türevleri aşağıda gösterildiği gibi alınır.

$$d_{i,j} = \frac{\partial^2}{\partial \kappa_j \partial \kappa_i} (U - T) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.43)$$

Eşitlik 3.42'de yapılan işlemle denklemdeki  $\kappa_j$  ve  $\kappa_i$  katsayılarını içermeyen  $d_{i,j}$  terimleri elde edilir. Elde edilen terimler aşağıda gösterildiği gibi bir  $D$  matrisine yerleştirilir.

$$D = \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & \dots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & \dots & d_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & \dots & d_{n,n} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Matrisin determinantının sıfıra eşitlenmesi ( $\det(D) = 0$ ) sonucunda doğal frekanslar elde edilir. Bu hesaplama tekniği, basit fonksiyonlara kolay bir şekilde uygulanabilmekte birlikte çözümde sağladığı zaman tasarrufu bakımından önemlidir. Metotta kullanılmaya uygun polinom formundaki mod şekli fonksiyonlarının genel terimleri çeşitli sınır şartları için Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Değişik sınır şartları için mod şekli fonksiyonu genel terimleri

Sınır Koşulları	$\lambda_j(x)$
Sabit - Sabit	$(x/L)^2 (1 - x/L)^{j+1}$
Basit - Basit	$(x/L)^1 (1 - x/L)^j$
Sabit - Serbest	$(x/L)^2 (1 - x/L)^{j-1}$
Sabit - Basit	$(x/L)^2 (1 - x/L)^j$
Serbest - Serbest	$(x/L)^0 (1 - x/L)^{j-1}$
Basit - Serbest	$(x/L)^1 (1 - x/L)^{j-1}$

## BÖLÜM 4

### ANALİZ SONUÇLARI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

*Tezin bu bölümünde, 3.Bölümde teorisi verilen kiriş, dönen kiriş, aksenal yönde fonksiyonel derecelenmiş kiriş ve çatlaklı kiriş eğilme titreşimleri, değişik kesit, homojenite, dönme hızı, mil çapı, çatlak yeri, çatlak derinliği ve sınır şartları altında incelenmiş, Rayleigh-Ritz metodu kullanılarak bulunan sonuçlar tablo ve/veya grafikler halinde verilmiş ve yorumlanmıştır. Aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş bir merkez mili etrafında dönen çatlaklı kiriş için verilen sonuçlar literatüre sağladığı orijinal katkısı nedeniyle önem arz etmektedir.*

#### 4.1 Giriş

Tez kapsamında, çözüm yöntemi olarak Rayleigh-Ritz metodu, çatlaklı, fonksiyonel derecelendirilmiş, dönen, değişken kesitli gibi farklı şartlarda modellenen Euler-Bernoulli kirişinin doğal frekans sonuçlarını bulmak için kullanılmıştır. Analizlerde kullanılan mod şekli fonksiyonu, bütün şartlara uyumlu olacak ve ilk beş mod frekanslarını hassas olarak verecek şekilde 12 terimli olarak seçilmiştir. Örnek olarak kullanılan Alüminyum (Al) ve Zirkonyum ( $ZrO_2$ ) malzemelerinden oluşturulan kirişin malzeme özellikleri  $E_{al} = 70$  GPa,  $\rho_{al} = 2702$  kg/m<sup>3</sup>,  $E_{zr} = 200$  GPa,  $\rho_{zr} = 5700$  kg/m<sup>3</sup> olarak belirlenmiştir. Farklı şartlarda elde edilen sonuçların sağlıklı bir şekilde karşılaştırılabilmesi için merkez mili yarıçapı, dönme hızı, kiriş doğal frekansı parametreleri boyutsuz hale dönüştürülmüştür.

$$\delta = R/L \quad (4.1)$$

$$\alpha = \Omega L^2 \left( \frac{\rho_0 A_0}{E_0 I_0} \right)^{0.5} \quad (4.2)$$

$$\mu = \omega L^2 \left( \frac{\rho_0 A_0}{E_0 I_0} \right)^{0.5} \quad (4.3)$$



Burada,  $\delta$  boyutsuz mil yarıçapı,  $\alpha$  boyutsuz dönme hızı ve  $\mu$  boyutsuz doğal frekans parametresi olup kirişin mil tarafındaki boyut ve malzeme özelliklerini tanımlamak için kullanılmıştır.

## 4.2 Çatlaksız Kiriş Sonuçları

### 4.2.1 Rayleigh–Ritz Metodu Yakınsama Testi

Çizelge 4.1’de dönmeyen düzgün kesitli Ankastre Euler-Bernoulli kirişi için boyutsuz doğal frekans parametresi sonuçları görülmektedir. Çözümde kullanılan Rayleigh-Ritz metodu için seçilen terim sayısının yeterliliğini göstermek amacıyla 8 ve 12 terimli metot sonuçları verilmiştir. Bulunan sonuçların Cheng et al. [99] ve Solid FE [26] ile uyum içerisinde olduğu görülmektedir. Ayrıca terim sayısı arttıkça yüksek titreşim modlarında gerçeğe yaklaşan sonuçlar elde edildiği doğrulanmakta ve 12 terimli çözümün ilk dört doğal frekansı yeterli ondalık hassasiyette verdiği tespit edilmektedir.

Çizelge 4.1. Dönmeyen düzgün kesitli ankastre Euler-Bernoulli kirişinin doğal frekansları [26]

Metot / Referans	Doğal Frekans Parametresi			
	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$
Rayleigh-Ritz (8 terim için sonuçlar)	3,51602	22,0345	61,6973	121,117
Rayleigh-Ritz (12 terim için sonuçlar)	3,51602	22,0345	61,6972	120,902
Cheng et al. [100]	3,51602	22,0345	61,6972	120,902
Solid FE [26]	3,5180	22,024	61,565	120,35

### 4.2.2 Dönmeyen Kirişte Kesit Değişimi Etkisi

Çizelge 4.2’de, farklı sınır koşulları altında dönmeyen Euler-Bernoulli kirişlerinin farklı kesit değişim oranları için elde edilen doğal frekans parametreleri görülmektedir. Modellenen kirişin derinlik ve kalınlık yönlerindeki kesit değişimleri ( $c_h = c_b = c$ ) eşit olarak kabul edilmiştir. Kesit değişim oranları, ankastre sınır koşulunda  $c = 0,1$  ve  $c = 0,5$  olan, basit-serbest sınır koşulunda  $c = 0,5$  olan kirişler için bulunan sonuçların Khulief [6] tarafından verilenler ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Ankastre kiriş için, kesit değişim oranındaki artışın, birinci doğal frekans parametresinde artışa, yüksek doğal

frekans parametrelerinde ise düşüşe neden olduğu tespit edilmiştir. Sabit-sabit ve basit-basit sınır koşullarında kesit değişim oranlarındaki artış, elde edilen doğal frekans parametrelerinde düşüşe neden olmaktadır. Basit-serbest koşulunda birinci doğal frekans parametresinin “0” olduğu, ikinci doğal frekans parametresinin kesit değişim oranı arttıkça en büyük kesit değişimini gösteren  $c = 0,9$  durumu hariç azalan bir trend gösterdiği, yüksek doğal frekans parametrelerinin ise artan kesit değişim oranı ile birlikte azaldığı görülmektedir. Bunlara ek olarak, aynı kesit değişim oranlarında sınır şartı farklı kirişler için, diğer sınır şartlarına göre sabit-sabit sınır koşulunun daha yüksek, basit-serbest sınır koşulunun daha düşük boyutsuz doğal frekanslara neden olduğu gözlemlenmiştir.

Çizelge 4.2. Dönmeyen, değişken kesitli, ankastre Euler-Bernoulli kirişlerinin doğal frekans parametreleri ( $c_h = c_b = c$ )

Sınır Koşulları	$c$	Kaynak	Doğal Frekans Parametresi				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Sabit-Serbest	0,1	Bu çalışma	3,67370	21,5502	59,1886	115,397	190,357
		Khulief [6]	3,67371	21,5506	59,1960	115,451	190,593
	0,3	Bu çalışma	4,06693	20,5555	54,0151	103,975	170,580
		Bu çalışma	4,62515	19,5476	48,5788	91,8127	149,390
	0,5	Bu çalışma	4,62517	19,5480	48,5855	91,8575	149,580
		Khulief [6]	4,62517	19,5480	48,5855	91,8575	149,580
0,7	Bu çalışma	5,50926	18,6411	42,8104	78,5208	125,951	
	Bu çalışma	7,20487	18,6802	37,1246	63,5109	98,2040	
Sabit-Sabit	0,1	Bu çalışma	21,2453	58,5559	114,786	189,743	283,442
	0,3	Bu çalışma	18,9232	52,0855	102,043	168,633	251,870
	0,5	Bu çalışma	16,4790	45,1758	88,3527	145,890	217,806
	0,7	Bu çalışma	13,8345	37,5326	73,0682	120,389	179,521
	0,9	Bu çalışma	10,7676	28,2499	54,1352	88,4890	131,331
Basit-Basit	0,1	Bu çalışma	9,36240	37,4891	84,3422	149,932	234,281
	0,3	Bu çalışma	8,25024	33,4012	75,0685	133,357	208,286
	0,5	Bu çalışma	6,95659	29,1103	65,2277	115,646	180,430
	0,7	Bu çalışma	5,35887	24,4801	54,4381	96,0303	149,363
	0,9	Bu çalışma	3,05291	19,1019	41,5203	72,1088	111,091
Basit-Serbest	0,1	Bu çalışma	-	14,9622	47,7538	99,2915	169,574
	0,3	Bu çalışma	-	14,0487	43,2525	89,0737	151,523
	0,5	Bu çalışma	-	13,1894	38,6337	78,3156	132,320
		Khulief [6]	-	13,1895	38,6371	78,3440	132,451
	0,7	Bu çalışma	-	12,5937	33,9319	66,7590	111,270
	0,9	Bu çalışma	-	13,2458	29,8791	54,2441	86,8530

### 4.2.3 Dönme Hızı Etkisi

Çizelge 4.3'te, bir merkez mili etrafında dönen düzgün kesitli Euler-Bernoulli kirişinin farklı değerlerdeki dönme hızları altında elde edilen boyutsuz doğal frekans parametreleri görülmektedir. Ankastre ve basit-serbest sınır şartları için yapılan analizde kalınlık ve derinlik kesit değişimleri  $c_h = c_b = 0$ , ve merkez mili yarıçapı  $\delta = 0$  kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Khulief [6] tarafından verilen boyutsuz doğal frekanslar ile uyum içerisinde. Hız parametresinde meydana gelen artış boyutsuz doğal frekans parametrelerinin artmasına neden olmaktadır. Bu etki birinci doğal frekans için daha belirgin göze çarpmakta iken doğal frekans numarası yükseldikçe doğal frekans artış oranı azalmaktadır. Ayrıca çalışmada ele alınan iki farklı sınır koşulunda elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, ankastre durum için elde edilen boyutsuz doğal frekansların basit-serbest sınır şartı için bulunanlara göre daha yüksek değerlerde olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.3. Hız parametresinin boyutsuz doğal frekanslara etkileri ( $c_h = c_b = 0, \delta = 0$ )

Sınır koşulları	$\alpha$	Kaynak	Doğal frekans parametreleri				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Sabit - Serbest	1	Khulief [6]	3,68170	11,1811	61,8421	121,054	200,027
		Bu çalışma	3,68165	22,1810	61,8417	121,051	200,012
	5	Khulief [6]	6,44950	25,4464	65,2053	124,569	203,632
		Bu çalışma	6,44954	25,4461	65,2050	124,566	203,622
	10	Khulief [6]	11,2024	33,6406	74,6497	134,889	214,470
		Bu çalışma	11,2023	33,6404	74,6493	134,884	214,461
Basit - Serbest	1	Khulief [6]	-	15,6245	50,1440	104,424	178,451
		Bu çalışma	1	15,6242	50,1436	104,420	178,447
	5	Khulief [6]	-	19,9198	54,2421	108,472	182,475
		Bu çalışma	5	19,9196	54,2419	108,469	182,476
	10	Khulief [6]	-	29,4439	65,2558	120,152	194,471
		Bu çalışma	10	29,4439	65,2554	120,146	194,467

Çizelge 4.4'te, bir merkez mili etrafında dönen değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin farklı değerlerdeki dönme hızları için boyutsuz doğal frekans parametreleri görülmektedir. Ankastre sınır şartları için yapılan analizde kesit değişimi, derinlik yönünde olmayıp ( $c_b = 0$ ), kalınlık yönünde vardır ( $c_h = 0,5$ ) ve merkez mili yarıçapı  $\delta = 0$  kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Rajasekaran [22] tarafından verilen boyutsuz doğal frekanslar ile tam bir uyum içerisindedir. Dönmeyen değişken kesitli kiriş için bulunan boyutsuz doğal frekans parametresi değerleri en düşük olup, artan dönme hızı ile birlikte bulunan sonuçlar gitgide daha fazla artış göstermektedir.

Çizelge 4.4. Sabit-serbest sınır koşulunda değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin farklı dönme hızı parametresinin boyutsuz doğal frekanslara etkileri ( $c_h = 0,5$ ,  $c_b = 0$ ,  $\delta = 0$ )

$\alpha$	Kaynak	Doğal Frekans Parametresi		
		$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$
0	Rajasekaran[22]	3,8238	18,3173	47,2648
	Bu çalışma	3,8238	18,3173	47,2648
1	Rajasekaran[22]	3,9866	18,4740	47,4173
	Bu çalışma	3,9866	18,4740	47,4173
2	Rajasekaran[22]	4,4368	18,9366	47,8716
	Bu çalışma	4,4368	18,9366	47,8716
3	Rajasekaran[22]	5,0927	19,6839	48,6190
	Bu çalışma	5,0927	19,6839	48,6190
4	Rajasekaran[22]	5,8788	20,6852	49,6456
	Bu çalışma	5,8788	20,6852	49,6456
5	Rajasekaran[22]	6,7434	21,9053	50,9338
	Bu çalışma	6,7434	21,9053	50,9338
6	Rajasekaran[22]	7,6551	23,3093	52,4633
	Bu çalışma	7,6551	23,3093	52,4633
7	Rajasekaran[22]	8,5956	24,8647	54,2124
	Bu çalışma	8,5956	24,8647	54,2124
8	Rajasekaran[22]	9,5540	26,5437	56,1595
	Bu çalışma	9,5540	26,5437	56,1595
9	Rajasekaran[22]	10,5239	28,3227	58,2833
	Bu çalışma	10,5239	28,3227	58,2833
10	Rajasekaran[22]	11,5015	30,1827	60,5639
	Bu çalışma	11,5015	30,1827	60,5639
11	Rajasekaran[22]	12,4845	32,1085	62,9829
	Bu çalışma	12,4845	32,1085	62,9829
12	Rajasekaran[22]	13,4711	34,0877	65,5237
	Bu çalışma	13,4711	34,0877	65,5237

#### 4.2.4 Fonksiyonel derecelendirme etkisi

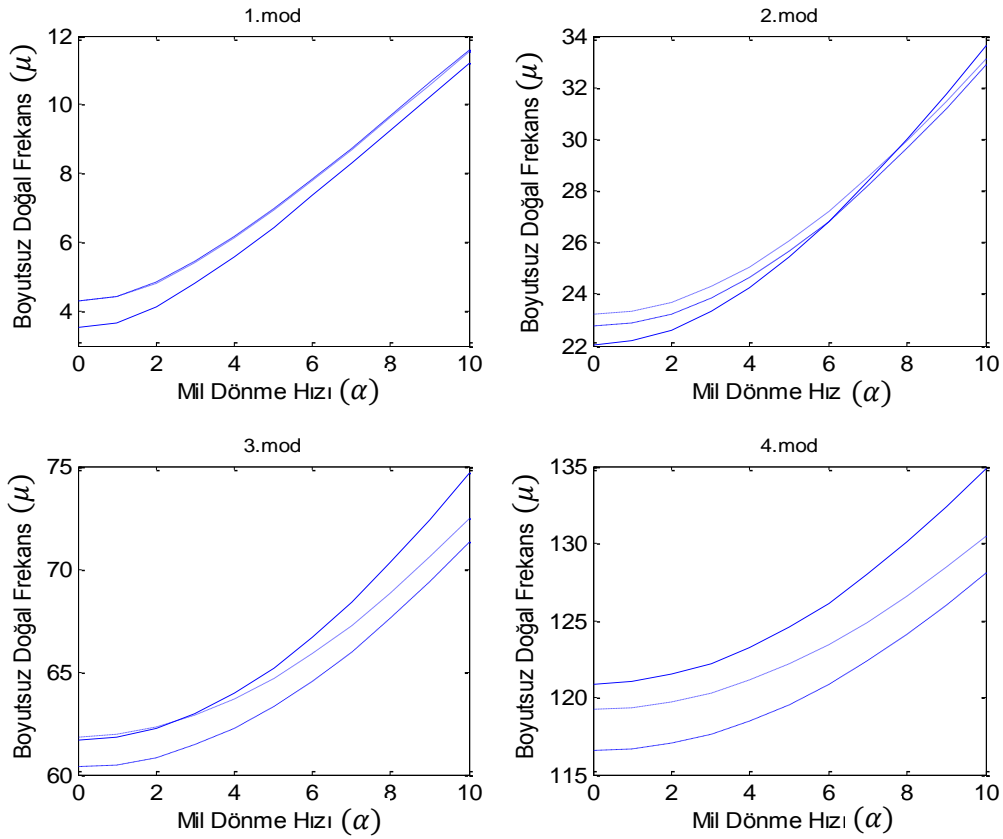
Çizelge 4.5'te bir merkez mili etrafında dönen eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin farklı dönme hızları durumunda elde edilen doğal frekans parametreleri görülmektedir. Burada kesit değişimleri sabit  $c = 0,5$ , mil yarıçap parametresi  $\delta = 0,1$  olarak belirlenmiş olup  $n$  fonksiyonel derecelendirme faktörünün farklı üç değeri için sonuçlar aranmaktadır. Hız parametresinde meydana gelen artışın doğal frekansı arttırdığı önceki tabloda da tespit edilmişti. Buna ilaveten, burada kirişin fonksiyonel olarak derecelendirilmesinin, yüksek doğal frekans parametrelerinin düşmesine sebep olduğu görülmektedir. Basit-basit ve sabit-sabit sınır şartları için ise tüm frekans parametrelerinin fonksiyonel derecelendirme ile birlikte düştüğü görülmektedir. Buradan, ele alınan malzeme özellikleri için, sınır koşulları kirişi rijitleştirdikçe fonksiyonel derecelendirmenin doğal frekansı düşürücü etkisinin açıkça ortaya çıktığı sonucuna varılabilir. Ayrıca basit-serbest sınır koşulu için bulunan birinci doğal frekans parametresi sonuçlarında fonksiyonel dereceleme faktörünün etkisinin çok az olduğu saptanmıştır.

Çizelge 4.5. Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına mil hızı ve fonksiyonel derecelendirme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c = 0,5, \delta = 0,1$ )

Sınır Koşulları	$\alpha$	$n$	Doğal Frekans Parametreleri				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Sabit - Serbest	1	0	4,78248	19,6980	48,7251	91,9591	149,537
		1	5,63765	20,2205	47,7558	88,6226	142,985
		2	5,65006	20,6723	48,8575	90,6243	146,147
	10	0	12,6259	31,1606	61,4507	105,393	163,390
		1	13,1934	30,7290	59,2637	100,624	155,267
		2	13,1251	30,9093	60,0070	102,237	158,028
Basit - Serbest	1	0	1,08252	13,3923	38,8066	78,4789	132,479
		1	1,08940	13,5943	37,7922	75,3213	126,325
		2	1,08926	14,2596	39,1098	77,4971	129,604
	10	0	10,8202	26,6892	53,1603	93,1896	147,361
		1	10,8872	25,7220	50,6464	88,3459	139,411
		2	10,8863	26,1339	51,6343	90,1768	142,336
Basit - Basit	1	0	7,12048	29,2631	65,3807	115,799	180,583
		1	6,46389	27,9242	62,1522	109,797	170,964
		2	6,63415	28,4794	63,4375	112,087	174,524

Çizelge 4.5. “Devam” Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına mil hızı ve fonksiyonel derecelendirme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c = 0,5, \delta = 0,1$ )

Sınır Koşulları	$\alpha$	$n$	Doğal Frekans Parametreleri				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Basit - Basit	10	0	16,3475	41,5875	79,0017	130,020	195,115
		1	15,1883	38,8189	74,0809	122,208	183,619
		2	15,1183	39,2024	75,1139	124,196	186,853
Sabit - Sabit	1	0	16,5700	45,3004	88,4875	146,030	217,950
		1	15,9691	43,1834	83,9678	138,276	206,136
		2	15,6677	43,2447	84,7874	140,166	209,392
	10	0	23,6652	56,1045	100,857	159,215	231,613
		1	22,3954	52,7558	94,8639	149,856	218,113
		2	21,9260	52,5827	95,3717	151,394	220,996



Şekil 4.1. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, ankastre kirişte dönme hızı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c_h = c_b = 0, h/L = 0,02$ ). Sonuçlar  $n = 0$  (—),  $n = 1$  (- -),  $n = 2$  (...) için verilmiştir.

Eksenel yönde FD düzgün kesitli ankastre kirişin farklı fonksiyonel derecelendirme faktörü ve değişen dönme hızları için elde edilen boyutsuz doğal frekans sonuçları Şekil 4.1’de grafikler halinde verilmektedir. Analiz edilen kirişin, derinlik ve kalınlık yönündeki kesit değişimi olmadığı ve kalınlık/boy oranının 0,02 olduğu kabul edilmiştir. Birinci mod  $n = 0$  için elde edilen boyutsuz doğal frekansların,  $n = 1$  ve  $n = 2$ ’ ye göre daha düşük olduğu gözlenmektedir. Mod numarası arttıkça, homojen kirişin boyutsuz doğal frekansının homojen olmayan kirişlerin frekanslarının üstüne çıktığı görülmektedir. Ayrıca ikinci mod için dönme hızının doğal frekansı arttıran etkisinin, homojen kirişte homojen olmayan kirişlere göre daha fazla hissedildiği görülmektedir.

Çizelge 4.6’da, merkez mili etrafında dönen eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişleri için, kesit değişim oranı ve fonksiyonel derecelendirme faktörünün doğal frekans parametresi üzerindeki etkileri görülmektedir. Burada mil dönme hızı sabit  $\alpha = 5$ , boyutsuz mil yarıçap parametresi  $\delta = 0,2$  kabul edilmiştir. Buna göre kesit değişim oranı ve fonksiyonel dereceleme faktöründeki artışın, doğal frekans parametrelerinde titreşim moduna göre değişen artış veya düşüşlere sebep olduğu gözlemlenmektedir. Ayrıca, basit-basit sınır koşullarında bulunan sonuçların diğer sınır koşullarında bulunanlara göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.6. Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına kesit değişimi oranının ve fonksiyonel dereceleme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $\alpha = 5$ )

Sınır Koşulları	$c$	$n$	Doğal Frekans Parametreleri				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Sabit - Serbest	0,1	0	7,13392	25,7212	63,5344	119,947	195,033
		1	7,66810	25,8364	61,6356	115,024	186,098
		2	7,63155	26,2071	62,9127	117,505	190,103
	0,5	0	7,85729	23,3927	52,5210	95,8365	153,468
		1	8,51061	23,5663	51,1660	92,0729	146,462
		2	8,47928	23,9106	52,1516	93,9585	149,510
Basit - Serbest	0,1	0	5,71034	20,4350	53,0459	104,531	174,791
		1	5,75944	19,9648	50,9005	99,6729	166,208
		2	5,76217	20,5008	52,3930	102,334	170,330
	0,5	0	5,79126	18,0555	43,2443	82,8002	136,746
		1	5,85417	17,7823	41,7335	79,1298	130,067
		2	5,85339	18,3191	42,9341	81,1989	133,244

Çizelge 4.6. “Devam” Farklı sınır koşullarında dönen FD kirişin boyutsuz doğal frekanslarına kesit değişimi oranının ve fonksiyonel dereceleme faktörünün etkileri ( $c_h = c_b = c$ ,  $\delta = 0,2$ ,  $\alpha = 5$ )

Sınır Koşulları	$c$	$n$	Doğal Frekans Parametreleri				
			$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
Basit - Basit	0,1	0	13,3619	42,2847	89,3430	155,011	239,395
		1	12,3507	39,6220	84,1591	146,332	226,210
		2	12,4501	40,2967	85,7550	149,204	230,714
	0,5	0	10,6620	33,1692	69,4260	119,901	184,711
		1	9,83770	31,3505	65,6808	113,368	174,554
		2	9,88983	31,8435	66,8869	115,570	178,022

#### 4.2.5 Eksenel Yönde FD Döner Kirişte Kesit Değişimi Etkisi

Çizelge 4.7’de bir merkez mili etrafında döner eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin, değişik sınır koşulları altında farklı kesit değişim oranları için elde edilen boyutsuz doğal frekans parametreleri verilmiştir. Analiz için fonksiyonel derecelendirme faktörü ( $n = 2$ ), mil yarıçapı  $\delta = 0$  ve boyutsuz hız parametresi  $\alpha = 2$  şeklinde sabit alınmıştır. Bulunan boyutsuz doğal frekans sonuçlarının, Rajasekaran [22] tarafından verilen sonuçlar ile uyumlu olduğu görülmektedir. Kirişin eksen boyunca kalınlık ve derinlik yönündeki kesit değişimlerinin birbirine eşit ve sabit olduğu düşünülmüştür. Sabit-sabit ve basit-basit sınır koşullarında kesit değişim oranındaki artış, boyutsuz doğal frekans parametrelerinde gözle görülür bir azalmaya neden olmaktadır. Sabit-serbest sınır koşulunda ise kesit değişimindeki artış, birinci doğal frekansta artışa neden olurken diğer boyutsuz doğal frekanslarda açık bir şekilde düşüşe sebebiyet vermektedir. Tüm sınır koşulları değerlendirildiğinde ise bulunan boyutsuz doğal frekans parametreleri içerisinde en yüksek değerlerin Sabit-sabit sınır koşulunda, en düşük değerlerin ise Ankastre sınır koşulu altında ortaya çıktığı görülmektedir.



Çizelge 4.7. Kesit değişiminin merkez mili etrafında dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin boyutsuz doğal frekanslarına etkileri ( $c_h = c_b = c$ ,  $\delta = 0$ ,  $\alpha = 2$ ,  $n = 2$ )

Sınır Koşulları	$\mu$	Kaynak	Kesit Değişim Oranı (c)			
			0	0,3	0,6	0,9
Sabit - Sabit	$\mu_1$	Rajasekaran[22]	20,8997	17,9485	14,7595	11,3024
		Bu çalışma	20,8997	17,9485	14,7594	11,1638
	$\mu_2$	Rajasekaran[22]	58,5673	49,8115	40,1356	28,7144
		Bu çalışma	58,5673	49,8115	40,1351	28,2023
	$\mu_3$	Rajasekaran[22]	115,6538	97,9304	78,1478	54,3656
		Bu çalışma	115,6536	97,9297	78,1463	53,0570
	$\mu_4$	Rajasekaran[22]	191,8866	162,2092	128,7916	89,1723
		Bu çalışma	191,8553	162,1136	128,7635	85,9419
Sabit - Serbest	$\mu_1$	Rajasekaran[22]	4,8142	5,3933	6,3690	8,5415
		Bu çalışma	4,8142	5,3933	6,3690	8,5414
	$\mu_2$	Rajasekaran[22]	23,6961	22,0868	20,4740	19,9850
		Bu çalışma	23,6961	22,0865	20,4737	19,9827
	$\mu_3$	Rajasekaran[22]	62,2940	54,6112	46,3376	37,7093
		Bu çalışma	62,2940	54,6112	46,3278	37,6613
	$\mu_4$	Rajasekaran[22]	119,8089	102,9809	84,8333	63,5064
		Bu çalışma	119,7193	102,9710	84,5333	62,8599
Basit - Basit	$\mu_1$	Rajasekaran[22]	10,0556	8,3229	6,1982	3,2721
		Bu çalışma	10,0556	8,3229	6,1979	3,2640
	$\mu_2$	Rajasekaran[22]	38,8038	32,9243	26,6344	19,5282
		Bu çalışma	38,8037	32,9243	26,6329	19,4787
	$\mu_3$	Rajasekaran[22]	86,5742	73,2563	58,7088	41,3334
		Bu çalışma	86,5666	73,2555	58,7087	41,1021
	$\mu_4$	Rajasekaran[22]	153,5932	130,2473	103,2995	71,3854
		Bu çalışma	153,3778	129,5624	103,2192	70,4514

#### 4.2.6 Eksenel Yönde FD Dönen Kirişte Mil Yarıçapı Etkisi

Çizelge 4.8'de değişik sınır koşulları altında merkez mili yarıçapı ( $R=0$  ve  $R=L$ ) durumu ve farklı hız değerleri için, dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin birinci doğal frekans parametresi sonuçları görülmektedir. Analiz için kirişin eksene göre bitiş noktasında boyuna kesit değişim oranı  $c_h = 0,5$ , enine kesit değişim oranı  $c_b = 0$ , fonksiyonel derecelendirme faktörü  $n = 2$  olarak kabul edilmiştir. Birinci doğal frekans parametresi için bulunan sonuçlar ile Rajasekaran'ın [22] sonuçları uyum içerisindedir. Sonuçlar incelendiğinde, seçilen sınır koşullarının hepsinde hız parametresi  $\alpha$ 'nın on kat artışı

sonucu oluşan santrifuj kuvvette arttığından rijitlik ve dolayısıyla boyutsuz doğal frekansların arttığı görülmektedir. Bunun yanında merkez mili yarıçapındaki artış da santrifuj kuvveti arttırmakta ve doğal frekans parametrelerini yükseltmektedir. Ayrıca, hız parametresindeki değişimin sonuçlara etkisinin, basit-serbest sınır koşulu için en belirgin olduğu göze çarpmaktadır. Sabit-sabit sınır koşulunda ise doğal frekans sonuçları diğer koşullarda bulunanlardan daha yüksektir. Bunlara ek olarak  $\alpha = 1$  için  $\delta$  parametresinin doğal frekansı arttıran etkisi küçük seviyelerde iken  $\alpha = 10$  durumunda bu etki daha açık bir şekilde ortaya çıkmaktadır.

Çizelge 4.8. Farklı sınır koşulları, merkez mili hızı ve yarıçapının, dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin birinci doğal frekansına etkileri ( $c_h = 0,5$ ,  $c_b = 0$ ,  $n = 2$ )

Sınır Koşulları	$\alpha$	$\delta$	Kaynak	Birinci Doğal Frekans
				$\mu_1$
Sabit - Basit	1	0	Rajasekaran [22]	12,2910
			Bu çalışma	12,2909
		1	Rajasekaran [22]	12,4172
			Bu çalışma	12,4172
	10	0	Rajasekaran [22]	18,5139
			Bu çalışma	18,5139
1		Rajasekaran [22]	25,1084	
		Bu çalışma	25,1084	
Sabit - Sabit	1	0	Rajasekaran [22]	15,4096
			Bu çalışma	15,4095
		1	Rajasekaran [22]	15,5324
			Bu çalışma	15,5323
	10	0	Rajasekaran [22]	21,5971
			Bu çalışma	21,5971
		1	Rajasekaran [22]	28,5077
			Bu çalışma	28,5078
Basit - Serbest	1	0	Rajasekaran [22]	1,0000
			Bu çalışma	1,0000
		1	Rajasekaran [22]	1,6516
			Bu çalışma	1,6516
	10	0	Rajasekaran [22]	10,0000
			Bu çalışma	10,0000
		1	Rajasekaran [22]	16,3494
			Bu çalışma	16,3494

Çizelge 4.8. “Devam” Farklı sınır koşulları, merkez mili hızı ve yarıçapının, dönen FD Euler-Bernoulli kirişinin birinci doğal frekansına etkileri ( $c_h = 0,5$ ,  $c_b = 0$ ,  $n = 2$ )

Basit	1	0	Rajasekaran [22]	6,8560
			Bu çalışma	6,8560
-	1	1	Rajasekaran [22]	7,1018
			Bu çalışma	7,1018
Basit	10	0	Rajasekaran [22]	14,8930
			Bu çalışma	14,8931
		1	Rajasekaran [22]	22,6624
			Bu çalışma	22,6625
Basit	1	0	Rajasekaran [22]	9,1849
			Bu çalışma	9,1848
		1	Rajasekaran [22]	9,4116
			Bu çalışma	9,4116
Sabit	10	0	Rajasekaran [22]	17,2257
			Bu çalışma	17,2257
		1	Rajasekaran [22]	25,5095
			Bu çalışma	25,5096

### 4.3 Çatlaklı Kiriş Sonuçları

#### 4.3.1 Dönmeyen Kirişlerde Çatlak Etkileri

Çizelge 4.9’da ankastre sınır şartlarındaki düzgün kesitli dönmeyen Euler-Bernoulli kirişinin boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlak oluşması halinde çatlaklı / çatlaksız kiriş doğal frekans oranları görülmektedir. Tabloda,  $h/L = 0,02$  olan bir kirişteki farklı çatlak konumları ( $x_c$ ) ve çatlak derinlik oranları ( $r$ ) için elde edilen değerler verilmektedir. Çatlak serbest uçtan ankastre uca doğru yaklaştıkça birinci doğal frekans parametresi azalmaktadır. Bunun sebebi, kirişin ankastre tarafında eğilme momentinin maksimum olması ve çatlağın maksimum gerilme bölgesinde oluşmasıyla maksimum enerji kaybının ortaya çıkmasıdır. Çatlak derinlik oranındaki yükselme ise doğal frekans parametresini düşürmektedir. Titreşim mod numarası arttıkça, ilgili modun şekli ve eğilme momenti dağılımı ile ilişkili olarak, doğal frekans düşüş miktarı kiriş boyunca değiştirilen çatlak konumuna bağlı olarak dalgalanmaktadır. Buradaki ile aynı yöntemin

kullanılmasıyla elde edilen benzer sonuçlar, çeşitli değişken kesitli kiriş modelleri için Mazanoğlu vd. [51] tarafından da grafik halinde sunulmaktadır.

Çizelge 4.9. Düzgün kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c = 0, h/L = 0,02$ )

Çatlak derinlik oranı ( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	-	3,51602	22,0345	61,6972	120,902
0,15	0,1	0,9935	0,9975	0,9993	0,9996
	0,3	0,9969	0,9990	0,9964	0,9985
	0,5	0,9990	0,9957	0,9998	0,9960
	0,7	0,9998	0,9976	0,9952	0,9983
	0,9	0,99998	0,9999	0,9994	0,9986
0,3	0,1	0,9735	0,9901	0,9969	0,9981
	0,3	0,9877	0,9960	0,9863	0,9943
	0,5	0,9958	0,9833	0,9988	0,9850
	0,7	0,9992	0,9903	0,9817	0,9932
	0,9	0,9999	0,9994	0,9974	0,9938

Çizelge 4.10'da ankastre sınır şartlarında dönmeyen değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlak varken ki doğal frekans oranları görülmektedir. Kirişteki çatlağın konumu ( $x_c$ ) ve derinlik oranının ( $r$ ) farklı değerleri göz önüne alınarak inceleme yapılmıştır. Kirişin kalınlık ve derinlik yönündeki kesit değişimi faktörleri  $c_h = c_b = 0,5$ , kalınlık-boy oranı  $h/L = 0,02$  alınmıştır. Çizelge 4.10'da değişken kesitli kiriş için elde edilen boyutsuz doğal frekans parametresi sonuçları, Çizelge 4.9'da verilen düzgün kesitli kiriş sonuçları ile karşılaştırıldığında, kesit değişiminin birinci doğal frekans parametresini açık şekilde arttırdığı diğerlerini azalttığı gözlemlenmektedir. Bunun yanı sıra, çatlak etkileri karşılaştırıldığında, kesiti azalan kirişteki bir çatlak düzgün kesitli kirişteki bir çatlaka göre, ankastre tarafta daha az, serbest tarafta daha fazla birinci doğal frekans düşüşüne sebep olmaktadır. Buradaki eğilme momenti dağılımı düzgün kiriş eğilme momenti dağılımından farklı olduğundan, yüksek modlarda daha önce bahsedilen doğal frekans dalgalanmasının formu, değişen kesitle birlikte farklılık gösterir. Buna göre sonuçlar değişkenlik gösterebilir, kesit azaldıkça çatlak derinlik oranı arttığından, Çizelge 4.10'deki doğal frekans oranları genellikle Çizelge 4.9'da verilen oranlardan küçüktür.

Çizelge 4.10. Değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c = 0,5$ ,  $h/L = 0,02$ )

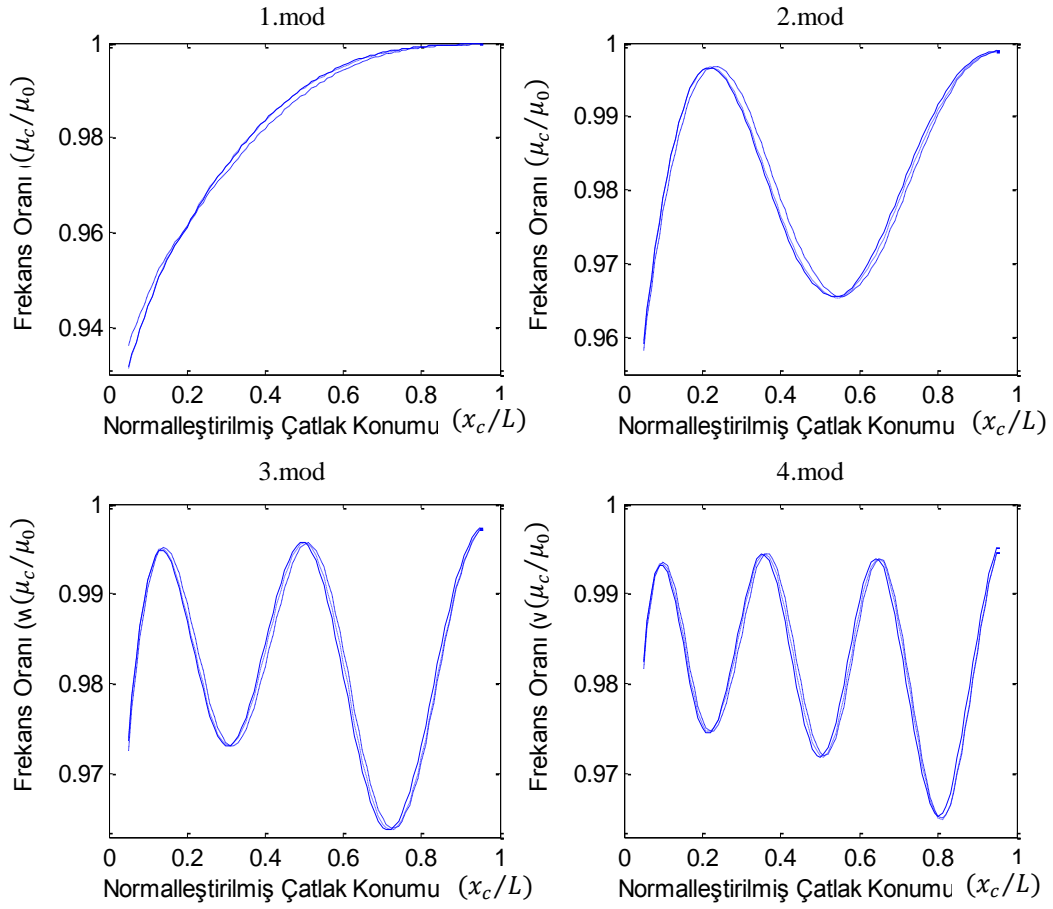
Çatlak derinlik oranı( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	-	4,62515	19,5476	48,5789	91,8128
0,15	0,1	0,9946	0,9966	0,9986	0,9996
	0,3	0,9959	0,9998	0,9968	0,9967
	0,5	0,9977	0,9956	0,9989	0,9962
	0,7	0,9992	0,9946	0,9940	0,9994
	0,9	0,9999	0,9994	0,9980	0,9955
0,3	0,1	0,9773	0,9863	0,9941	0,9979
	0,3	0,9827	0,9990	0,9870	0,9870
	0,5	0,9895	0,9811	0,9950	0,9842
	0,7	0,9961	0,9736	0,9721	0,9967
	0,9	0,9991	0,9958	0,9848	0,9662

Çizelge 4.11'de ankastre sınır şartlarındaki dönmeyen değişken kesitli kirişlerin farklı kesit oranları için boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlak oluşumu sonrası çatlaklı/çatlaksız kiriş doğal frekans oranları görülmektedir. Kiriş modelinde kalınlık-boy oranı  $h/L = 0,02$ , oluşan çatlağın derinlik oranı  $r = 0,15$  olarak alınmış, iki farklı çatlak konumu için inceleme yapılmıştır. Ayrıca ele alınan kirişin kalınlık ve derinlik yönündeki kesit değişimleri eşittir ( $c_h = c_b = c$ ). Her iki çatlak pozisyonunda da kirişin kesit değişim oranı arttıkça birinci modda boyutsuz doğal frekans parametresinde artış söz konusu iken yüksek modlara doğru daha belirgin hal alan düşüşler gözlemlenmiştir. Çatlak etkileri incelendiğinde, normalleştirilmiş çatlak konumu 0,1 iken, kesit değişim oranı arttıkça birinci doğal frekans oranının arttığı yüksek mod doğal frekans oranlarının genellikle azalan bir trend gösterdiği görülmektedir. Normalleştirilmiş çatlak konumu 0,5 iken ise, değişim oranı arttıkça birinci ve üçüncü frekans oranları azalırken diğerleri artma eğilimindedir.

Çizelge 4.11. Değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c$ ,  $h/L = 0,02$ ,  $r = 0,15$ )

Kesit değişim oranı ( $c$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0,1	-	3,67370	21,5503	59,1886	115,398
	0,1	0,9936	0,9973	0,9992	0,9997
	0,5	0,9988	0,9956	0,9998	0,9958
0,3	-	4,06693	20,5555	54,0152	103,975
	0,1	0,9941	0,9970	0,9989	0,9997
	0,5	0,9983	0,9955	0,9996	0,9958
0,5	-	4,62515	19,5476	48,5789	91,8128
	0,1	0,9946	0,9966	0,9986	0,9996
	0,5	0,9977	0,9956	0,9989	0,9962
0,7	-	5,50926	18,6412	42,8104	78,5209
	0,1	0,9952	0,9965	0,9982	0,9993
	0,5	0,9967	0,9962	0,9974	0,9976
0,9	-	7,20487	18,6802	37,1246	63,5110
	0,1	0,9955	0,9967	0,9979	0,9990
	0,5	0,9957	0,9968	0,9952	0,9995

Şekil 4.2’de aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş, düzgün kesitli, ankastre kirişteki farklı çatlak konumları için elde edilen çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranları grafik halinde verilmektedir. Kirişin derinlik ve kalınlık yönündeki kesit değişimi ‘0’, kalınlık/boy oranı 0,04, çatlak oranı  $r = 0,3$  olarak kabul edilmiştir. Çatlak kirişin serbest ucuna doğru yaklaştıkça elde edilen doğal frekans oranının 1’e yaklaştığı görülmektedir. Yüksek modlarda, eğilme momentinin minimum olduğu nod noktaları civarında doğal frekans oranlarının 1’e yaklaştığı görülmektedir. Ayrıca mod numarası büyüdükçe çatlak kaynaklı doğal frekans oranlarındaki dalgalanmaların sıklaştığı gözlenmiştir. Fonksiyonel derecelendirme faktörü etkisi ise  $n = 0$  ve  $n = 2$  değerleri için birbirine oldukça yakındır. Üçüncü ve dördüncü modlar için çizilen grafiklerde, doğal frekans oranlarındaki dalgalanmanın sıklaşması sebebiyle fonksiyonel derecelendirme etkisi ayırt edilememektedir.



Şekil 4.2. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte çatlak konumu ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c_h = c_b = 0$ ,  $h/L = 0,04$ ,  $r = 0,3$ ). Sonuçlar  $n = 0$  (—),  $n = 1$  (---),  $n = 2$  (...) için verilmiştir.

### 4.3.2 Dönmeyen Çatlaklı Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri

Çizelge 4.12'de ankastre sınır şartlarındaki dönmeyen, düzgün ve değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin farklı kalınlık-boy oranları altında boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlak oluşumu nedeniyle elde edilen doğal frekans oranları görülmektedir. Kirişteki çatlağın derinlik oranı  $r = 0,3$  ve normalleştirilmiş konumu  $x_c/L = 0,1$  olarak kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, düzgün veya değişken kesitli iki model için de, kiriş kalınlığının artmasının veya boyunun kısalmasının doğal frekans oranlarının düşmesine sebep olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sonuç, aynı derinlik oranı

ve normalleştirilmiş konumdaki bir çatlakın, boyu daha kısa olan kırışlerde daha etkin olarak rijitliği azalttığını gösterir.

Çizelge 4.12. Düzgün veya değişken kesitli dönmeyen çatlaklı ankastre kırışlerin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c$ ,  $r = 0,3$ ,  $x_c/L = 0,1$ )

Kesit değişim oranı ( $c$ )	Kalınlık/boy oranı ( $h/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	-	3,51602	22,0345	61,6972	120,902
	0,02	0,9735	0,9901	0,9969	0,9981
	0,04	0,9443	0,9790	0,9916	0,9932
	0,06	0,9150	0,9678	0,9846	0,9858
	0,08	0,8865	0,9567	0,9764	0,9766
	0,1	0,8592	0,9458	0,9671	0,9661
0,5	-	4,62515	19,5476	48,5789	91,8128
	0,02	0,9773	0,9863	0,9941	0,9979
	0,04	0,9514	0,9714	0,9866	0,9934
	0,06	0,9245	0,9567	0,9785	0,9871
	0,08	0,8977	0,9429	0,9699	0,9793
	0,1	0,8712	0,9297	0,9610	0,9704

### 4.3.3 Dönen Kırışlerde Çatlak Etkileri

Çizelge 4.13'te mil etrafında dönen düzgün kesitli ankastre bir kırışin boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlaklı durumlardaki frekans oranları görülmektedir. Farklı çatlak derinlikleri ve normalleştirilmiş çatlak konumlarına sahip kırışlerin analizi üç sabit dönme hızı için yapılmıştır. Kırışin bağlı bulunduğu mil ne kadar yüksek hızda dönerse, boyutsuz doğal frekansların da buna paralel olarak yükseldiği daha önce incelenen çatlaksız dönen kırış sonuçlarında gözlemlenmişti. Kırışte çatlak oluşumu halinde bulunan sonuçlara bakıldığında, çatlak derinliğindeki artışın doğal frekans oranlarını düşürdüğü ve çatlak konumu serbest tarafa yakinken özellikle birinci doğal frekans olmak üzere doğal frekans düşüşlerinin en az olduğu görülmektedir. Diğer taraftan, dönme hızı arttıkça çatlakın doğal frekansı düşürücü etkisinin azaldığı, yani doğal frekans oranlarının arttığı görülmektedir.



Çizelge 4.13. Mil etrafında dönen düzgün kesitli çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,02$ )

Hız Parametresi ( $\alpha$ )	Çatlak derinlik oranı ( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları				
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$	
1	0	-	3,68165	22,1810	61,8418	121,051	
	0,15	0,1	0,9940	0,9976	0,9993	0,9996	
		0,5	0,9991	0,9958	0,9998	0,9960	
		0,9	0,99998	0,9999	0,9994	0,9986	
	0,3	0,1	0,9756	0,9902	0,9969	0,9981	
		0,5	0,9963	0,9836	0,9988	0,9851	
		0,9	0,9999	0,9994	0,9974	0,9938	
	5	0	-	6,44954	25,4461	65,2050	124,566
		0,15	0,1	0,9976	0,9983	0,9994	0,9997
0,5			0,9998	0,9969	0,9998	0,9963	
0,9			0,999997	0,9999	0,9994	0,9986	
0,3		0,1	0,9905	0,9930	0,9974	0,9982	
		0,5	0,9994	0,9880	0,9990	0,9860	
		0,9	0,99998	0,9995	0,9974	0,9938	
10		0	-	11,2023	33,6404	74,6493	134,884
		0,15	0,1	0,9990	0,9992	0,9996	0,9997
	0,5		0,99999	0,9984	0,9999	0,9970	
	0,9		0,999999	0,9999	0,9995	0,9986	
	0,3	0,1	0,9961	0,9966	0,9982	0,9985	
		0,5	0,9999	0,9938	0,9993	0,9885	
		0,9	0,999999	0,9996	0,9976	0,9939	

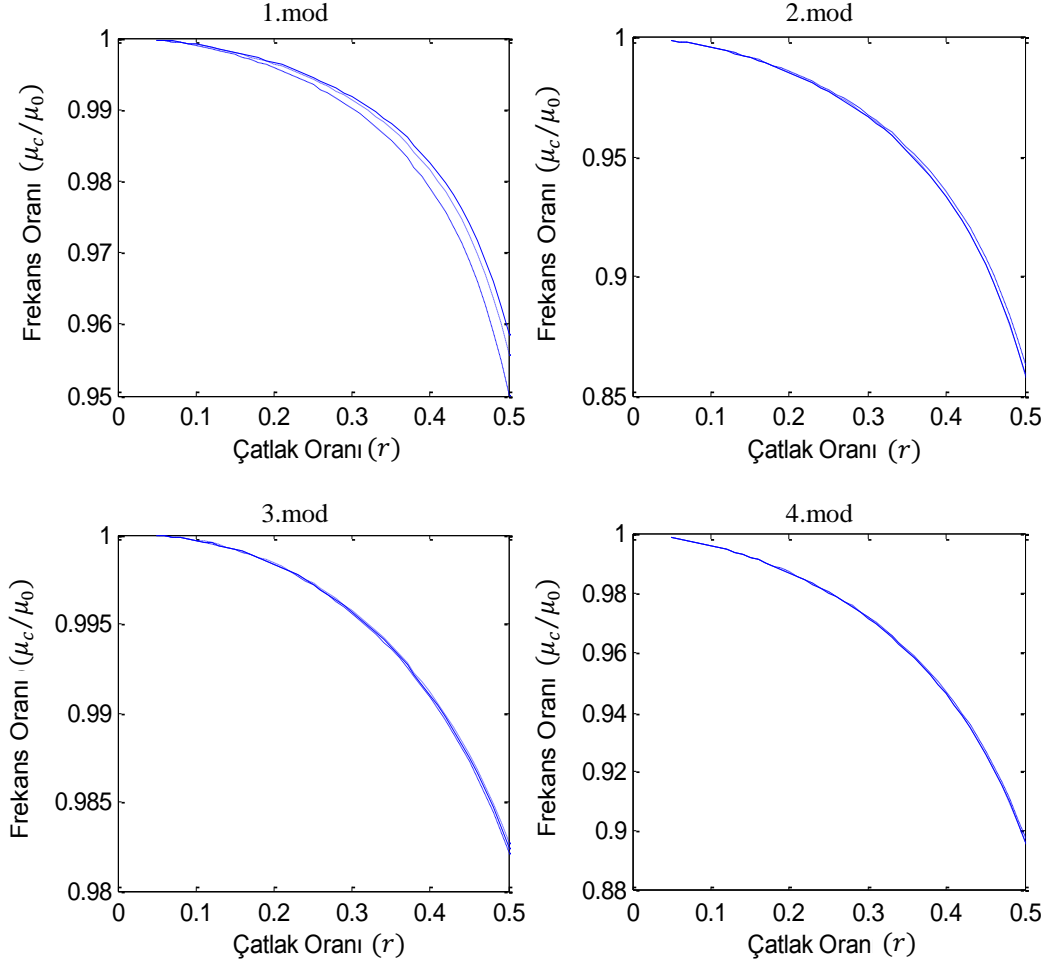
Çizelge 4.14'te ankastre sınır şartlarında mil etrafında dönen değişken kesitli bir kirişin doğal frekans parametreleri ve çatlaklı/çatlaksız frekans oranları görülmektedir. Kalınlık ve derinlik yönünde kesit değişim oranları  $c_h = c_b = 0,5$  alınmıştır. Çizelge 4.13 için yapılan yorumlara ilaveten, burada incelenen kiriş için elde edilen sonuçlarda, kesit kalınlığının serbest tarafa doğru azalmasından dolayı, serbest tarafa yakın bir çatlaktan kaynaklanan doğal frekans düşüşünün, aynı çatlak için Çizelge 4.13'te gözlenen frekans düşüşüne göre daha fazla olduğu söylenebilir.

Çizelge 4.14. Mil etrafında dönen değişken kesitli çatlaklı ankastre kirişte farklı çatlak konumları ve derinlikleri için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0,5$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,02$ )

Hız Parametresi ( $\alpha$ )	Çatlak derinlik oranı ( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları				
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$	
1	0	-	4,76405	19,6803	48,7073	91,9410	
	0,15	0,1	0,9948	0,9967	0,9986	0,9996	
		0,5	0,9979	0,9957	0,9989	0,9962	
		0,9	0,9999	0,9994	0,9980	0,9955	
	0,3	0,1	0,9783	0,9865	0,9941	0,9979	
		0,5	0,9904	0,9814	0,9951	0,9842	
		0,9	0,9991	0,9958	0,9848	0,9663	
	5	0	-	7,29014	22,6360	51,6918	94,9627
		0,15	0,1	0,9971	0,9975	0,9988	0,9996
0,5			0,9995	0,9968	0,9991	0,9965	
0,9			0,999953	0,9996	0,9981	0,9956	
0,3		0,1	0,9878	0,9897	0,9949	0,9981	
		0,5	0,9976	0,9862	0,9959	0,9854	
		0,9	0,9997	0,9968	0,9860	0,9676	
10		0	-	11,9415	30,0299	60,0399	103,810
		0,15	0,1	0,9984	0,9986	0,9992	0,9997
	0,5		0,9999	0,9983	0,9994	0,9972	
	0,9		0,999983	0,9997	0,9984	0,9960	
	0,3	0,1	0,9934	0,9941	0,9965	0,9985	
		0,5	0,9997	0,9927	0,9974	0,9883	
		0,9	0,9999	0,9980	0,9885	0,9710	

Şekil 4.3'te bir merkez etrafında dönen, aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş, düzgün kesitli ankastre kirişteki farklı çatlak derinlikleri için elde edilen çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranları grafik halinde verilmektedir. Kirişin derinlik ve kalınlık yönündeki kesit değişimi  $c = 0$ , kalınlık/boy oranı 0,04, normalleştirilmiş çatlak konumu ise  $x_c/L = 0,5$  olarak kabul edilmiştir. Ayrıca dönen kirişte çatlak etkisinin daha iyi görülebilmesi için mil dönme hızı ( $\alpha = 1$ ) düşük bir değer seçilmiştir. Çatlak derinlik oranı arttıkça ele alınan bütün modlarda doğal frekans oranlarının giderek azaldığı görülmektedir. Fonksiyonel derecelendirme faktörünün etkisi ise kirişin birinci modu için daha belirgindir. Şekil 4.2'den de kontrol edilebileceği gibi, 3. modda en küçük, 2. ve 4. modlarda en büyük doğal frekans düşüşlerinin gözlemlendiği 0,5 normalleştirilmiş çatlak pozisyonunda fonksiyonel derecelendirme etkisi azalmaktadır. Dolayısıyla bu etki Şekil 4.3'teki yüksek mod frekans

düşüş eğrilerinde belirgin değildir. Çatlak pozisyonu 3. modun nod noktası civarında olması sebebiyle, çatlak oranındaki artışın doğal frekansı düşürücü etkisi kirişin üçüncü modunda daha azdır.



Şekil 4.3. Düzgün kesitli, aksenal yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte çatlak derinlik oranı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c = 0$ ,  $h/L = 0,04$ ,  $x_c/L = 0,5$ ). Sonuçlar  $n = 0$  (—),  $n = 1$  (---),  $n = 2$  (...) için verilmiştir.

#### 4.3.4 Dönen Çatlaklı Kirişlerde Mil Yarıçapı Etkileri

Çizelge 4.15'te mil etrafında dönen değişken kesitli ankastre kirişlerin değişen mil yarıçapı ve kesit değişimi etkisi altında çatlaksız durumdaki boyutsuz doğal frekansları ve çatlaklı durumdaki doğal frekans oranları görülmektedir. Mil dönme hızı  $\alpha = 10$ , kirişin

kalınlık/boy oranı 0,02, çatlak derinlik oranı  $r = 0,3$  olarak kabul edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre çatlak konumun sabit tarafa en yakın olduğu zaman doğal frekans oranlarının daha düşük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra mil yarıçapındaki artış, doğal frekans oranlarını yükseltmekte, yani çatlak etkisini azaltmaktadır.

Çizelge 4.15. Mil etrafında dönen değişken kesitli ankastre kirişlerde, çatlak konumu, mil yarıçapı ve kesit değişimlerinin doğal frekans oranlarına etkileri ( $c_h = c_b = c$ ,  $\alpha = 10$ ,  $r = 0,3$ ,  $h/L = 0,02$ )

Mil yarıçapı oranı ( $\delta$ )	Kesit değişim oranı ( $c$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	0,3	-	11,5589	31,5244	66,0667	116,738
		0,1	0,9947	0,9952	0,9974	0,9987
		0,3	0,9992	0,9988	0,9914	0,9929
		0,5	0,9999	0,9933	0,9987	0,9878
	0,6	-	12,2119	29,2867	56,9143	96,9873
		0,1	0,9926	0,9936	0,9960	0,9982
		0,3	0,9982	0,9993	0,9918	0,9894
		0,5	0,9995	0,9921	0,9961	0,9892
	0,9	-	13,7492	28,0899	47,6077	74,4326
		0,1	0,9891	0,9924	0,9947	0,9970
		0,3	0,9951	0,9995	0,9941	0,9875
		0,5	0,9974	0,9872	0,9869	0,9961
1	0,3	-	17,0871	41,7519	79,5710	132,544
		0,1	0,9978	0,9978	0,9985	0,9990
		0,3	0,9998	0,9994	0,9951	0,9948
		0,5	0,9999	0,9968	0,9989	0,9917
	0,6	-	17,9604	38,8930	69,3161	111,246
		0,1	0,9967	0,9967	0,9977	0,9988
		0,3	0,9994	0,9996	0,9951	0,9926
		0,5	0,9997	0,9962	0,9974	0,9930
	0,9	-	19,9642	37,0710	58,7573	87,0829
		0,1	0,9946	0,9957	0,9968	0,9980
		0,3	0,9982	0,9997	0,9961	0,9913
		0,5	0,9988	0,9933	0,9922	0,9972
10	0,3	-	41,1163	90,8447	151,374	225,038
		0,1	0,9998	0,9998	0,9998	0,9997
		0,3	0,999968	0,9999	0,9993	0,9988
		0,5	0,999975	0,9996	0,9995	0,9987

Çizelge 4.15. "Devam" Mil etrafında dönen değişken kesitli ankastre kirişlerde, çatlak konumu, mil yarıçapı ve kesit değişimlerinin doğal frekans oranlarına etkileri ( $c_h = c_b = c$ ,  $\alpha = 10$ ,  $r = 0,3$ ,  $h/L = 0,02$ )

Mil yarıçapı oranı ( $\delta$ )	Kesit değişim oranı ( $c$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
10	0,6	-	43,0558	85,2325	135,626	195,021
		0,1	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
		0,3	0,9999	0,9999	0,9992	0,9984
		0,5	0,9999	0,9995	0,9994	0,9989
	0,9	-	47,4013	80,9438	118,221	160,473
		0,1	0,9992	0,9993	0,9995	0,9996
		0,3	0,9998	0,9999	0,9990	0,9979
		0,5	0,9998	0,9989	0,9986	0,9992

#### 4.3.5 Dönen Çatlaklı Kirişlerde Sınır Koşulu Etkileri

Çizelge 4.16'da mil etrafında dönen düzgün kesitli bir kirişin değişik sınır koşulları altındaki boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranları görülmektedir. Kiriş dönme hızı  $\alpha = 5$ , mil yarıçap oranı  $\delta = 1$ , çatlak derinlik oranı  $r = 0,3$  ve kirişin kalınlık/boy oranı 0,02 olarak kabul edilmiştir. Bulunan doğal frekans sonuçlarına bakıldığında, basit-serbest sınır koşulundaki kirişin birinci modu için sınırlarda moment bulunmadığından, doğal frekans oranlarının 1'e çok yakın değerlerde olduğu gözlenmektedir. Genel olarak, sabit-sabit ve basit-basit sınır şartlarında çatlakın doğal frekansı düşürücü etkisinin daha belirgin hale geldiği söylenebilir. Kiriş dönme hızı ve mil yarıçapının büyük ve kalınlık/boy oranının küçük değerlerde seçilmesi doğal frekans oranlarının 1'e oldukça yakın çıkmasına sebep olmuştur.

Çizelge 4.16. Mil etrafında dönen düzgün kesitli bir kirişin değişik sınır koşulları altında farklı çatlak konumları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\delta = 1$ ,  $r = 0,3$ ,  $h/L = 0,02$ )

Sınır şartları	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
Sabit	-	8,94036	29,3528	69,7607	129,580
	0,1	0,9950	0,9953	0,9979	0,9984
-	0,3	0,9990	0,9980	0,9903	0,9950
	0,5	0,9997	0,9914	0,9991	0,9873
Serbest	0,7	0,9999	0,9935	0,9852	0,9946
	0,9	0,999987	0,9995	0,9975	0,9938
Basit	-	7,87648	24,8804	59,9120	114,416
	0,1	0,999977	0,9994	0,9959	0,9909
-	0,3	0,9999	0,9957	0,9920	0,9986
	0,5	0,999956	0,9926	0,9984	0,9886
Serbest	0,7	0,999984	0,9958	0,9860	0,9922
	0,9	0,9999	0,9997	0,9981	0,9949
Basit	-	16,8218	48,5602	98,5812	167,942
	0,1	0,9998	0,9970	0,9920	0,9878
-	0,3	0,9983	0,9910	0,9973	0,9953
	0,5	0,9949	0,9992	0,9879	0,9983
Basit	0,7	0,9929	0,9902	0,9983	0,9932
	0,9	0,9976	0,9934	0,9887	0,9856
Sabit	-	27,3788	69,0160	129,195	208,673
	0,1	0,9942	0,9978	0,9984	0,9961
-	0,3	0,9986	0,9901	0,9949	0,9973
	0,5	0,9931	0,9991	0,9869	0,9981
Sabit	0,7	0,9969	0,9885	0,9955	0,9964
	0,9	0,9926	0,9976	0,9981	0,9954

#### 4.3.6 Dönen Çatlaklı Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri

Çizelge 4.17’de mil etrafında dönen düzgün kesitli çatlaklı kirişlerin farklı dönme hızları altında ve kalınlık/boy oranı değişimine göre elde edilen doğal frekans oranları görülmektedir. Kirişlerde çatlak derinlik oranı  $r = 0,3$  ve normalleştirilmiş çatlak konumu  $x_c/L = 0,1$  olarak alınmıştır. Daha önce dönmeyen çatlaklı kiriş için kalınlık/boy oranındaki artışın doğal frekans oranlarında düşüşe neden olduğunun tespiti yapılmıştı. Dönen kiriş için de aynı etkinin söz konusu olduğu görülmektedir. Ancak hız

parametresinin büyümesiyle birlikte doğal frekans oranlarındaki düşüş miktarı azalmaktadır.

Çizelge 4.17. Mil etrafında dönen düzgün kesitli çatlaklı kirişlerin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $r = 0,3$ ,  $x_c/L = 0,1$ ,  $\delta = 0$ )

Hız parametresi ( $\alpha$ )	Kalınlık/boy oranı ( $h/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
1	-	3,68165	22,1810	61,8418	121,051
	0,02	0,9756	0,9902	0,9969	0,9981
	0,04	0,9488	0,9793	0,9916	0,9932
	0,06	0,9219	0,9683	0,9847	0,9859
	0,08	0,8960	0,9574	0,9765	0,9767
	0,1	0,8711	0,9466	0,9673	0,9662
5	-	6,44954	25,4461	65,2050	124,566
	0,02	0,9905	0,9930	0,9974	0,9982
	0,04	0,9802	0,9850	0,9927	0,9936
	0,06	0,9702	0,9769	0,9866	0,9868
	0,08	0,9608	0,9688	0,9793	0,9783
	0,1	0,9520	0,9608	0,9711	0,9685
10	-	11,2023	33,6404	74,6493	134,884
	0,02	0,9961	0,9966	0,9982	0,9985
	0,04	0,9919	0,9924	0,9949	0,9947
	0,06	0,9877	0,9880	0,9904	0,9891
	0,08	0,9837	0,9835	0,9851	0,9821
	0,1	0,9799	0,9789	0,9790	0,9741

#### 4.3.7 Çatlaklı Kirişlerde Fonksiyonel Derecelendirme Etkileri

Çizelge 4.18’de ankastre sınır koşullarında aksel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş dönmeyen düzgün kesitli kirişlerin boyutsuz doğal frekansları ve çatlaklı durum için doğal frekans oranları verilmektedir. Kirişin kalınlık ve derinlik yönünde kesit değişimi 0 olup, kalınlık/boy oranı 0,04 kabul edilmiştir. Burada, fonksiyonel dereceleme faktöründeki artışın çatlaklı kirişler için etkisi görülmekte olup  $n = 0$  için tek tip Alüminyum malzeme kullanıldığı unutulmamalıdır. Kalınlık /boy oranının önceki analizlerde kullanılabildiği göre yüksek seçilmesinden dolayı, çatlağın en etkili olduğu pozisyonlarda doğal frekans

oranlarının 0,94'lere kadar düştüğü görülmektedir. Çatlaktan kaynaklanan doğal frekans düşüşlerinde, fonksiyonel derecelendirme etkisinin pek az olduğu söylenebilir. Genel olarak, çatlağın pozisyonuna ve derinliğine bağlı olarak değişen doğal frekans düşüşleri ne kadar fazla ise fonksiyonel derecelendirme etkisi mutlak olarak daha fazla görülmektedir. Burada,  $n = 0$  homojen giriş için verilenlerle kıyaslanırsa, sonuçlarda  $n = 2$  iken gözlenen değişimler,  $n = 1$  iken gözlenenlerden daha azdır.  $n = 1$  iken fonksiyonel derecelendirmeden kaynaklanan doğal frekans düşüşlerindeki değişimin oransal olarak en fazla hissedildiği normalleştirilmiş çatlak pozisyonları (incelenen konumlar arasında), birinci mod için 0,5, ikinci mod için 0,3, üçüncü mod için 0,9, dördüncü mod için 0,7 olarak tespit edilebilir.  $n = 2$  iken doğal frekans düşüşlerinde fonksiyonel derecelendirme etkisi çok az olsa da, değişimin oransal olarak en fazla hissedildiği normalleştirilmiş çatlak pozisyonu, üçüncü ve dördüncü frekans modlarında daha belirgin olmak üzere 0,9 olarak gözlemlenmektedir.

Çizelge 4.18. Eksenel yönde FD, dönmeyen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre giriş için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,04$ )

Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak derinlik oranı( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	0	-	3,51602	22,0345	61,6972	120,902
	0,15	0,1	0,9868	0,9949	0,9982	0,9987
		0,3	0,9937	0,9979	0,9931	0,9969
		0,5	0,9978	0,9915	0,9992	0,9924
		0,7	0,9996	0,9951	0,9908	0,9963
0,9	0,9999	0,9996	0,9986	0,9968		
	0,3	0,1	0,9443	0,9790	0,9916	0,9932
		0,3	0,9739	0,9907	0,9732	0,9876
		0,5	0,9907	0,9664	0,9956	0,9718
		0,7	0,9980	0,9792	0,9640	0,9853
		0,9	0,9997	0,9980	0,9931	0,9852
1	0	-	4,30978	22,7404	60,3781	116,526
	0,15	0,1	0,9875	0,9944	0,9979	0,9988
		0,3	0,9934	0,9984	0,9932	0,9963
		0,5	0,9975	0,9918	0,9992	0,9925
		0,7	0,9994	0,9945	0,9910	0,9970
0,9	0,9999	0,9995	0,9984	0,9964		



Çizelge 4.18. “Devam” Eksenel yönde FD, dönmeyen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kiriş için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,04$ )

Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak derinlik oranı( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
1	0,3	0,1	0,9469	0,9771	0,9907	0,9935
		0,3	0,9726	0,9929	0,9735	0,9856
		0,5	0,9892	0,9676	0,9957	0,9723
		0,7	0,9974	0,9772	0,9650	0,9876
		0,9	0,9996	0,9977	0,9921	0,9835
2	0	-	4,28604	23,2225	61,8298	119,247
	0,15	0,1	0,9869	0,9949	0,9982	0,9987
		0,3	0,9938	0,9980	0,9931	0,9967
		0,5	0,9978	0,9916	0,9992	0,9925
		0,7	0,9995	0,9948	0,9908	0,9968
		0,9	0,9999	0,9996	0,9984	0,9965
	0,3	0,1	0,9443	0,9790	0,9916	0,9934
		0,3	0,9739	0,9912	0,9732	0,9869
		0,5	0,9905	0,9667	0,9957	0,9719
		0,7	0,9978	0,9784	0,9645	0,9868
		0,9	0,9996	0,9978	0,9923	0,9836

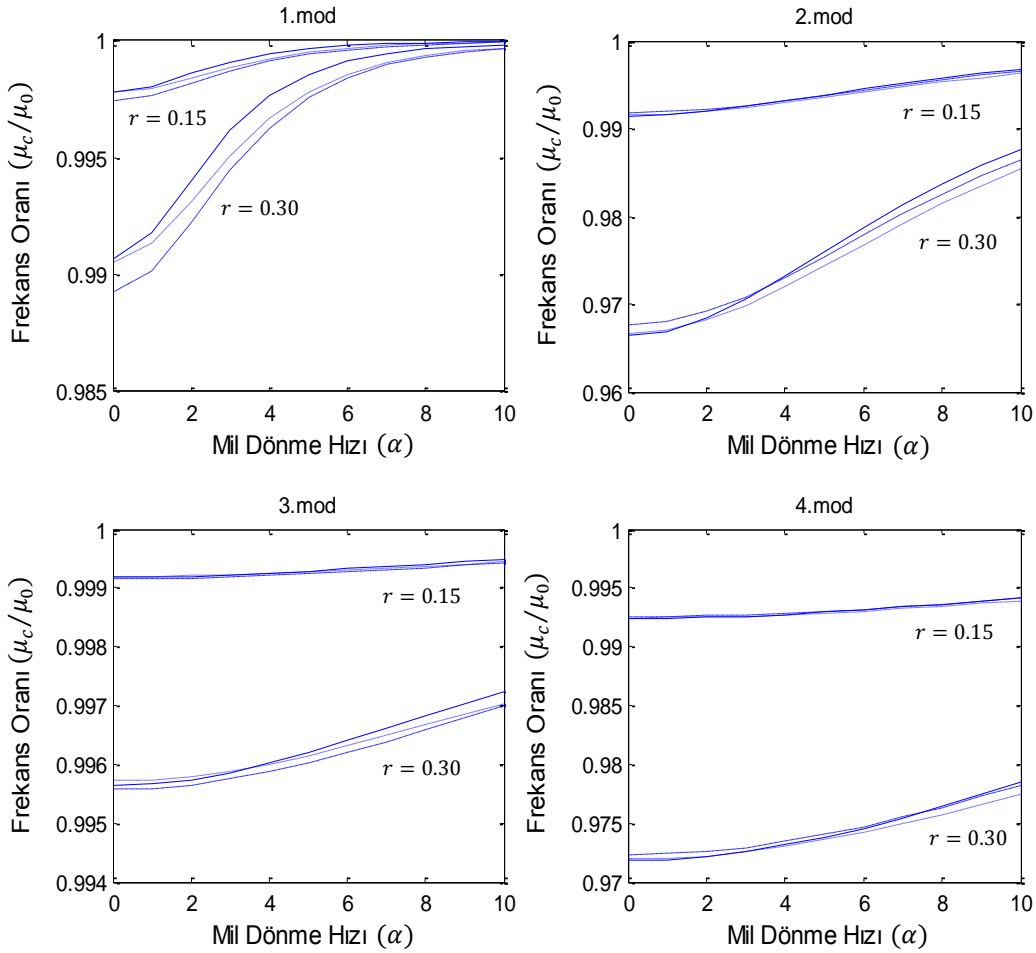
Çizelge 4.19’da dönen, eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş, düzgün kesitli ankastre kirişlerin boyutsuz doğal frekans parametreleri ve çatlaklı durumu için doğal frekans oranları görülmektedir. Kiriş kalınlık/boy oranı 0,04 olup mil yarıçapının olmadığı ( $\delta = 0$ ) kabul edilmektedir. Analiz sonuçlarından, kiriş fonksiyonel derecelendirilmiş iken de, hız parametresinin, boyutsuz doğal frekans parametresini ve çatlaklı durumlarda elde edilen doğal frekans oranlarını yükselttiği görülmektedir. Homojen kirişler için belirtildiği gibi, eksenel yönde FD kirişler için de dönme hızı arttıkça çatlağın doğal frekansı düşürücü etkisi azalmaktadır. Buna ilaveten, artan dönme hızı ile birlikte fonksiyonel derecelendirmenin frekans oranları üzerindeki etkisi azalmaktadır.

Çizelge 4.19. Farklı hızlarda dönen, eksenel yönde FD, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişler için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,04$ )

Hız parametresi ( $\alpha$ )	Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak derinlik oranı ( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları					
				$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$		
1	0	0	-	3,68165	22,1810	61,8418	121,051		
		0,15	0,1	0,9879	0,9950	0,9982	0,9987		
			0,5	0,9981	0,9916	0,9992	0,9924		
			0,9	0,9999	0,9996	0,9986	0,9968		
		0,3	0,1	0,9488	0,9793	0,9916	0,9932		
			0,5	0,9918	0,9669	0,9957	0,9719		
			0,9	0,9997	0,9980	0,9931	0,9852		
		1	0	-	4,44935	22,8638	60,4982	116,648	
			0,15	0,1	0,9882	0,9945	0,9979	0,9988	
	0,5			0,9977	0,9919	0,9992	0,9926		
	0,9			0,9999	0,9996	0,9984	0,9964		
	0,3		0,1	0,9498	0,9774	0,9907	0,9935		
			0,5	0,9901	0,9680	0,9956	0,9724		
			0,9	0,9996	0,9977	0,9921	0,9835		
	2		0	-	4,42428	23,3418	61,9462	119,365	
			0,15	0,1	0,9876	0,9950	0,9982	0,9988	
		0,5		0,9980	0,9917	0,9992	0,9925		
		0,9		0,9999	0,9996	0,9984	0,9965		
		0,3	0,1	0,9475	0,9793	0,9916	0,9934		
			0,5	0,9913	0,9670	0,9957	0,9720		
			0,9	0,9997	0,9978	0,9923	0,9836		
		5	0	0	-	6,44954	25,4461	65,2050	124,566
				0,15	0,1	0,9952	0,9964	0,9984	0,9988
	0,5				0,9997	0,9939	0,9993	0,9929	
0,9	0,999985				0,9997	0,9986	0,9969		
0,3	0,1			0,9802	0,9850	0,9927	0,9936		
	0,5			0,9986	0,9759	0,9962	0,9738		
	0,9			0,9999	0,9984	0,9933	0,9854		
1	0			-	6,97162	25,6519	63,3085	119,530	
	0,15			0,1	0,9942	0,9957	0,9982	0,9988	
			0,5	0,9994	0,9937	0,9992	0,9930		
			0,9	0,999979	0,9996	0,9984	0,9965		
	0,3		0,1	0,9760	0,9825	0,9917	0,9938		
			0,5	0,9976	0,9754	0,9960	0,9740		
			0,9	0,99988	0,9981	0,9925	0,9838		
	2		0	-	6,92885	26,0436	64,6727	122,168	
			0,15	0,1	0,9941	0,9961	0,9984	0,9988	
0,5				0,9995	0,9935	0,9993	0,9929		
0,9				0,999980	0,9996	0,9985	0,9965		

Çizelge 4.19. “Devam” Farklı hızlarda dönen, eksenel yönde FD, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişler için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0, \delta = 0, h/L = 0,04$ )

Hız parametresi ( $\alpha$ )	Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak derinlik oranı ( $r$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
				$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
5	2	0,3	0,1	0,9756	0,9839	0,9925	0,9937
			0,5	0,9978	0,9744	0,9961	0,9736
			0,9	0,9999	0,9982	0,9926	0,9839



Şekil 4.4. Düzgün kesitli, eksenel yönde FD, çatlaklı ankastre kirişte, iki çatlak oranı için dönme hızı ve fonksiyonel derecelendirme etkileri ( $c = 0, h/L = 0,04, x_c/L = 0,5, \alpha = 1$ ) Sonuçlar  $n = 0$  (—),  $n = 1$  (---),  $n = 2$  (...) için verilmiştir.

Şekil 4.4'te aksenal yönde FD, düzgün kesitli ankastre kirişte meydana gelen bir çatlağın iki farklı derinlik oranı için dönme hızı ve fonksiyonel derecelendirmenin çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranları üzerindeki etkileri grafik halinde verilmektedir. Kirişin kalınlık/boy oranı 0,04, normalleştirilmiş çatlak konumu  $x_c/L = 0,5$  olarak kabul edilmiştir. Ayrıca  $r = 0,15$  ve  $r = 0,30$  çatlak oranı durumları incelenmektedir. Grafiklere bakıldığında, çatlak derinlik oranının düşük ve dönme hızının yüksek olmasının, çatlağın doğal frekansı düşürücü etkisini azalttığı gözlenmektedir. Fonksiyonel derecelendirme etkisinin 1. Mod doğal frekans oranlarında en belirgin olduğu görülmektedir. Ayrıca, yüksek dönme hızlarında çatlak kaynaklı doğal frekans düşüşlerinin homojen kirişte daha az olduğu görülmektedir.

#### 4.3.8 Çatlaklı FD Dönen Kirişlerde Mil Yarıçapı Etkileri

Çizelge 4.20'de mil etrafında dönen aksenal yönde FD, düzgün kesitli ve çatlaklı ankastre kirişlerin farklı mil yarıçapları için boyutsuz doğal frekansları ve çatlaklı durumdaki doğal frekans oranları görülmektedir. Ele alınan kirişin kalınlık/boy oranı 0,04, mil dönme hızı  $\alpha = 1$  ve kirişteki çatlağın derinlik oranı  $r = 0,3$  olarak alınmıştır. Artan mil yarıçapı oranı dönen kirişe gelen santrifuj kuvvetleri arttırdığından, dönen kiriş mil yarıçapı arttıkça çatlak kaynaklı doğal frekans oranları artmaktadır. Bu etki, doğal frekans numarası yükseldikçe azalmaktadır.

Çizelge 4.20. Aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı mil yarıçapı oranlarında doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $h/L = 0,04$ ,  $\alpha = 1$ ,  $r = 0,3$ )

Mil yarıçapı oranı ( $\delta$ )	Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
1	0	-	3,88882	22,3750	62,0431	121,263
		0,1	0,9540	0,9798	0,9917	0,9932
		0,5	0,9927	0,9676	0,9957	0,9720
		0,9	0,9997	0,9980	0,9931	0,9852
	1	-	4,63117	23,0308	60,6685	116,825
		0,1	0,9535	0,9778	0,9908	0,9935
		0,5	0,9910	0,9685	0,9956	0,9725
		0,9	0,9997	0,9977	0,9921	0,9835

Çizelge 4.20. “Devam” Eksenel yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı mil yarıçapı oranlarında doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $h/L = 0,04$ ,  $\alpha = 1$ ,  $r = 0,3$ )

Mil yarıçapı oranı ( $\delta$ )	Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
1	2	-	4,60742	23,5050	62,1133	119,539
		0,1	0,9515	0,9797	0,9917	0,9934
		0,5	0,9921	0,9676	0,9958	0,9721
		0,9	0,9997	0,9979	0,9923	0,9837
5	0	-	4,62417	23,1339	62,8406	122,108
		0,1	0,9670	0,9814	0,9920	0,9933
		0,5	0,9952	0,9699	0,9958	0,9725
		0,9	0,9998	0,9981	0,9931	0,9852
	1	-	5,29535	23,6865	61,3440	117,529
		0,1	0,9640	0,9793	0,9910	0,9936
		0,5	0,9934	0,9705	0,9957	0,9729
		0,9	0,9997	0,9978	0,9922	0,9835
	2	-	5,27591	24,1464	62,7767	120,234
		0,1	0,9628	0,9810	0,9919	0,9935
		0,5	0,9942	0,9695	0,9959	0,9725
		0,9	0,9998	0,9979	0,9924	0,9837

#### 4.3.9 Çatlaklı FD Dönen Kirişlerde Kalınlık/Boy Oranı Etkileri

Çizelge 4.21’de dönen eksenel yönde FD, düzgün kesitli ve çatlaklı ankastre kirişlerin boyutsuz doğal frekansları ve farklı kalınlık/boy oranları altındaki doğal frekans oranları görülmektedir. Dönme hızı  $\alpha = 1$ , kirişlerdeki çatlakın derinlik oranı  $r = 0,3$ , normalleştirilmiş çatlak konumu  $x_c/L = 0,1$  olarak kabul edilmiştir. Tek tip Alüminyum malzemedan oluşan kirişler için sonuçlar daha önce de analiz edilmişti. Burada karşılaştırmak için bir daha verilmiştir. Kiriş FD malzemedan olsun ya da olmasın, kalınlık/boy oranı arttıkça çatlaktan kaynaklanan doğal frekans oranları azalmakta yani çatlak etkileri artmaktadır. Ele alınan çatlak pozisyonu için frekans düşüşleri, birinci modda  $n = 2$  iken, ikinci ve üçüncü modda  $n = 1$  iken, dördüncü modda  $n = 0$  iken en fazla olmaktadır. Bu sonucun tüm kalınlık/boy oranları için geçerli olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.21. Eksenel yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı ankastre kirişin farklı kalınlık/boy oranları için doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = 0$ ,  $\alpha = 1$ ,  $r = 0,3$ ,  $x_c/L = 0,1$ ,  $\delta = 0$ )

Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Kalınlık / Boy oranı ( $h/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0	-	3,68165	22,1810	61,8418	121,051
	0,02	0,9756	0,9902	0,9969	0,9981
	0,04	0,9488	0,9793	0,9916	0,9932
	0,06	0,9219	0,9683	0,9847	0,9859
	0,08	0,8960	0,9574	0,9765	0,9767
	0,1	0,8711	0,9466	0,9673	0,9662
1	-	4,44935	22,8638	60,4982	116,648
	0,02	0,9762	0,9892	0,9964	0,9982
	0,04	0,9498	0,9774	0,9907	0,9935
	0,06	0,9232	0,9657	0,9836	0,9865
	0,08	0,8974	0,9543	0,9755	0,9776
	0,1	0,8725	0,9432	0,9663	0,9674
2	-	4,42428	23,3418	61,9462	119,365
	0,02	0,9750	0,9902	0,9969	0,9982
	0,04	0,9475	0,9793	0,9916	0,9934
	0,06	0,9199	0,9683	0,9848	0,9862
	0,08	0,8932	0,9575	0,9767	0,9773
	0,1	0,8676	0,9468	0,9676	0,9669

#### 4.3.10 Çatlaklı FD Dönen Kirişlerde Kesit Değişimi Etkileri

Çizelge 4.22’de dönen, eksenel yönde FD, çatlaklı ve farklı kesit değişimlerine sahip ankastre kirişlerin boyutsuz doğal frekansları ve doğal frekans oranları görülmektedir. Kirişlerin kalınlık/boy oranı 0,04, dönme hızı  $\alpha = 1$  ve çatlak derinlik oranı  $r = 0,3$ ’tür. Ayrıca kirişlerin kalınlık ve derinlik yönünde kesit değişim oranları eşittir. Birinci doğal frekanslardaki değişim incelendiğinde, frekans oranlarının çatlak ankastre taraftan uzaklaştıkça, kesit değişim oranı 0,3 iken hızlıca arttığı, 0,6 iken yavaşça arttığı, 0,9 iken ise azaldığı görülmektedir. Normalleştirilmiş çatlak konumu 0,5 iken kesit değişimi etkileri karşılaştırıldığında, ilk üç doğal frekans oranının azaldığı, dördüncü doğal frekans oranının ise arttığı görülmektedir. Normalleştirilmiş, çatlak konumu 0,1 iken kesit değişim oranı arttıkça, birinci doğal frekans oranı artmakta, ikincisi azalan bir trend göstermekte, diğer frekans oranları ise kesin olarak azalmaktadırlar. Genel olarak kesit değişiminin sonuca

etkisi fonksiyonel derecelendirme faktöründeki değişimin etkisinden çok daha fazla olmaktadır. Ulaşılan bu sonuç üzerinde, sabit taraftan uzaklaştıkça azalan kesite sahip kırıların incelenmesinin de etkisi büyüktür. Çünkü, kesit azaldıkça çatlak derinlik oranı artmaktadır.

Çizelge 4.22. Eksenel yönde FD dönen, çatlaklı ankastre kırıların farklı kesit değişimlerinde doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c$ ,  $\alpha = 1$ ,  $r = 0,3$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,04$ )

Kesit değişim oranı (c)	Fonksiyonel dereceleme faktörü (n)	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0,3	0	-	4,21748	20,6941	54,1498	104,111
		0,1	0,9510	0,9748	0,9891	0,9938
		0,3	0,9700	0,9948	0,9722	0,9806
		0,5	0,9856	0,9629	0,9938	0,9681
	1	-	5,03651	21,2814	53,0365	100,340
		0,1	0,9531	0,9730	0,9878	0,9936
		0,3	0,9683	0,9962	0,9738	0,9784
		0,5	0,9832	0,9654	0,9920	0,9704
	2	-	5,03116	21,7419	54,2758	102,635
		0,1	0,9500	0,9749	0,9891	0,9939
		0,3	0,9694	0,9951	0,9726	0,9799
		0,5	0,9850	0,9633	0,9931	0,9691
0,6	0	-	5,14132	19,1945	45,8640	85,4685
		0,1	0,9551	0,9705	0,9853	0,9929
		0,3	0,9621	0,9970	0,9754	0,9711
		0,5	0,9719	0,9601	0,9818	0,9706
	1	-	6,01834	19,6851	44,9638	82,3565
		0,1	0,9582	0,9692	0,9837	0,9921
		0,3	0,9613	0,9969	0,9786	0,9699
		0,5	0,9682	0,9651	0,9771	0,9759
	2	-	6,04065	20,1375	45,9996	84,2084
		0,1	0,9544	0,9710	0,9853	0,9928
		0,3	0,9618	0,9971	0,9764	0,9708
		0,5	0,9711	0,9610	0,9798	0,9733
0,9	0	-	7,30883	18,7998	37,2447	63,6297
		0,1	0,9579	0,9710	0,9819	0,9898
		0,3	0,9521	0,9951	0,9863	0,9673
		0,5	0,9298	0,9515	0,9359	0,9885
	1	-	8,25565	19,1221	36,4163	61,1187
		0,1	0,9619	0,9707	0,9804	0,9885
		0,3	0,9524	0,9931	0,9900	0,9695

Çizelge 4.22. “Devam” Eksenel yönde FD dönen, çatlaklı ankastre kirişlerin farklı kesit değişimlerinde doğal frekans oranları ( $c_h = c_b = c$ ,  $\alpha = 1$ ,  $r = 0,3$ ,  $\delta = 0$ ,  $h/L = 0,04$ )

Kesit değişim oranı ( $c$ )	Fonksiyonel dereceleme faktörü ( $n$ )	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
			$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
0,9	1	0,5	0,9239	0,9631	0,9295	0,9902
	2	-	8,26885	19,6491	37,3207	62,5215
		0,1	0,9573	0,9721	0,9821	0,9897
		0,3	0,9520	0,9951	0,9876	0,9684
		0,5	0,9296	0,9538	0,9334	0,9900

#### 4.3.11 Çatlaklı FD Dönen Kirişlerde Sınır Şartı Etkileri

Çizelge 4.23’te eksenel yönde FD bir merkez mili çevresinde dönen düzgün kesitli çatlaklı kirişlerin farklı sınır koşulları altında boyutsuz doğal frekansları ve çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranları görülmektedir. Kirişin bağlı olduğu milin dönme hızı parametresi  $\alpha = 1$ , yarıçap oranı  $\delta = 1$ , fonksiyonel dereceleme faktörü  $n = 2$ , kalınlık/boy oranı 0,04 ve çatlak derinlik oranı  $r = 0,3$  olarak kabul edilmiştir. Farklı konumlarda oluşan çatlakların doğal frekans üzerindeki etkileri değişik sınır koşulları altında incelenmiştir. Frekans düşüşlerinin, incelenen sınır şartları arasında, çatlak konumu serbest sınıra yakın iken en az olduğu, sabit sınıra yakın iken en fazla olduğu söylenebilir. Basit sınıra yakın bir çatlak ise diğer iki sınır şartına yakın çatlak etkilerinin arasında bir etkiye sahiptir. Kirişte kesit değişimi olmamasına rağmen simetrik sınır şartlarında, simetrik pozisyonlardaki çatlakların doğal frekansları düşürücü etkilerinin eşit çıkmadığı görülmektedir. Bunun sebeplerinden biri kirişin belli bir yarıçapı olan bir mil etrafında dönmesi ve dolayısıyla simetrik pozisyonlarındaki santrifüj etkinin farklılık göstermesidir. Bir diğer sebep ise kirişin eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş olmasıdır. Birinci doğal frekans oranı, sabit-serbest ve basit-serbest sınır koşullarında çatlak konumunun serbest uca yaklaşmasıyla yükselirken, basit-basit sınır koşulunda 0,5 konumuna kadar azalır bu konumdan sonra artış göstermektedir. Sabit-sabit sınır koşulunda ise orta bölgelerdeki çatlaklar için gözlenen doğal frekans azalmasına ilaveten sabit uçlara yakın bölgelerdeki çatlakların etkisiyle de doğal frekans düşüşleri görülmektedir.



Çizelge 4.23. Farklı sınır koşulları altında aksenal yönde FD dönen, düzgün kesitli, çatlaklı kiriş için doğal frekans oranları ( $n = 2$ ,  $c_h = c_b = 0$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\delta = 1$ ,  $h/L = 0.04$ )

Sınır Şartları	Çatlak konumu ( $x_c/L$ )	Doğal frekans parametreleri ve doğal frekans oranları			
		$\mu_1$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_2$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_3$ $\mu_c/\mu_0$	$\mu_4$ $\mu_c/\mu_0$
Sabit - Serbest	-	4,60742	23,5050	62,1133	119,539
	0,1	0,9515	0,9797	0,9917	0,9934
	0,3	0,9780	0,9914	0,9736	0,9870
	0,5	0,9921	0,9676	0,9958	0,9721
	0,7	0,9982	0,9788	0,9648	0,9869
	0,9	0,9997	0,9979	0,9923	0,9837
Basit - Serbest	-	1,61658	16,7938	50,6305	103,346
	0,1	0,999988	0,9927	0,9831	0,9747
	0,3	0,999971	0,9699	0,9769	0,9945
	0,5	0,999979	0,9658	0,9923	0,9742
	0,7	0,999993	0,9857	0,9645	0,9813
	0,9	0,999999	0,9986	0,9941	0,9863
Basit - Basit	-	9,91041	38,6264	86,3842	153,194
	0,1	0,9959	0,9856	0,9761	0,9710
	0,3	0,9805	0,9697	0,9918	0,9874
	0,5	0,9692	0,9963	0,9709	0,9933
	0,7	0,9745	0,9743	0,9943	0,9824
	0,9	0,9928	0,9819	0,9730	0,9699
Sabit - Sabit	-	20,7969	58,4150	115,488	191,684
	0,1	0,9756	0,9909	0,9934	0,9892
	0,3	0,9952	0,9726	0,9855	0,9921
	0,5	0,9766	0,9954	0,9712	0,9924
	0,7	0,9878	0,9736	0,9912	0,9874
	0,9	0,9854	0,9937	0,9915	0,9851

## BÖLÜM 5

### SONUÇ VE ÖNERİLER

*Tezin bu bölümünde, 4.Bölümde değişik şartlar altında bulunan kiriş modelleri için elde edilen analiz sonuçlarının yorumlanmasına ek olarak genel değerlendirmeler ve Literatüre eklenecek gelecek çalışmalar için öneriler sunulmaktadır.*

#### 5.1 Sonuçların Genel Değerlendirilmesi

Önceki bölümde elde edilen çizelge ve grafik halinde verilen sonuçlar değerlendirilirse özet olarak aşağıdaki çıkarımlar yapılabilir.

- Rayleigh–Ritz yaklaşımı, farklı sınır koşulları altında değişken kesitli, dönen, aksenal yönde FD, çatlaklı olmak üzere incelenen tüm kiriş durumları için uygulanabilir bir çözüm yöntemidir.
- Rayleigh-Ritz çözüm yönteminde kullanılan mod şekli fonksiyonunda terim sayısı arttıkça yüksek modlarda gerçeğe yaklaşan sonuçlar elde edilmiştir.
- Sistemin sınır koşulları kirişi rijitleştirdikçe boyutsuz doğal frekans parametreleri yükselmektedir. Bunun sonucu olarak, incelenen sınır koşulları arasında doğal frekans değerleri, en yüksek sabit-sabit, en düşük ise basit-serbest koşullarında ortaya çıkmaktadır.
- İncelenen sınır koşullarında, kesit değişim oranı arttıkça yüksek doğal frekans parametreleri kesin olarak düşmektedir. İlk doğal frekans parametresi ise kesit değişim oranı arttıkça rijitlik sağlayan sınır şartlarında düşerken esneklik sağlayan sınır şartlarında yükselmektedir.
- Bir merkez mili çevresinde dönen kirişlerde, dönme hızı artışı doğal frekans parametresini yükseltmektedir.
- Ele alınan FD kiriş malzeme özellikleri için, sınır koşulları kirişi rijitleştirdikçe fonksiyonel derecelendirmenin doğal frekansı düşürücü etkisi açıkça ortaya çıkmaktadır.

- Bir merkez mili çevresinde dönen kirişte mil yarıçap oranındaki artış doğal frekans parametrelerini yükseltmektedir.
- Kirişlerde oluşan bir çatlak, kirişin rijitliğininin azalmasına neden olduğundan doğal frekansların düşmesine sebep olmaktadır.
- Çatlak derinlik oranında meydana gelen artış, çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranlarını düşürür.
- Çatlak konumunun doğal frekanslar üzerindeki etkisi kirişin modal eğilme momenti dağılımı ile ilişkilidir. Çatlak konumu serbest uca doğru yaklaştıkça çatlağın doğal frekansları düşüren etkisi azalmakta, sabit uç civarında en fazla olmaktadır.
- Çatlaklı kiriş modellerinde, kesit değişim oranı azaldıkça çatlağın derinlik oranı arttığından, düzgün kesitli kirişlerle kıyaslandığında azalan kesitli kirişlerde çatlağın doğal frekansları düşürücü etkisi daha fazla hissedilir.
- Kiriş kalınlığının artması veya kirişin boyunun kısalması çatlaklı/çatlaksız doğal frekans oranlarının düşmesine, yani çatlak kaynaklı doğal frekans düşüşlerinin artmasına neden olmaktadır.
- Mil etrafında dönen çatlaklı kirişlerde, dönme hızındaki ve mil yarıçap oranındaki artış, çatlağın doğal frekansları düşürücü etkisini azaltmaktadır.
- Çatlağın doğal frekansı düşürücü etkisi rijitlik sağlayan sınır şartlarında daha belirgindir.
- Çatlaklı FD kirişlerde elde edilen doğal frekans oranları, eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilme faktörü arttıkça, aynı çatlağın homojen kirişte bulunması durumunda gözlenen doğal frekans oranlarına yaklaşır.
- Seçilen malzemelerin özelliklerine göre  $E/\rho$  oranının birbirine yakın olması nedeniyle, farklı fonksiyonel derecelendirme faktörleri için boyutsuz doğal frekanslardaki ve çatlak kaynaklı doğal frekans düşüşlerindeki değişimler çok değildir.

## 5.2 Öneriler

Bu tez çalışması ile elde edilen sonuçlar ışığında, gelecekte yapılabilecek olası çalışmalar üzerine öneriler aşağıda verilmektedir.

- Mühendislik uygulamalarında, kiriş modellerinin incelenmesi için mevcut kiriş teorilerinden seçim yapılmalıdır. Tezde ince kiriş teorisi kullanılmış olup gelecek çalışmalarda kalın kiriş teorisi ele alınabilir.
- Dönen çatlaklı kirişlere sabit veya hareketli kütle/atalet eklenerek çatlak etkileri araştırılabilir.
- Tek tip malzemeden oluşan kirişlere göre birçok avantaja sahip olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden üretilmiş kiriş modellerinde, çatlak etkisinin araştırılması için farklı tip malzemeler kullanılabilir, malzeme değişimi kalınlık yönünde seçilebilir.
- Bir merkez mili etrafında dönen çatlaklı kirişlerde dönme düzlemindeki chord-wise titreşimleri incelenebilir.
- FD kademeli kirişlerde çatlakların etkisi araştırılabilir. FD çatlaklı kirişlerde, farklı tip çatlak tanımlamaları yapılabilir, çok çatlaklı durumlar incelenebilir ve değişik çatlak modellemeleri kullanılabilir.
- Aynı konularda farklı çözüm yöntemleri kullanılabilir. Gerekli araç ve gereçler temin edildiği takdirde deney düzenekleri kurularak deneysel incelemeler yapılabilir.
- FD ve dönen kirişlerde çatlak tespit yöntemleri araştırılabilir.

## KAYNAKÇA

- [1]. Banerjee, J.R., 2000, “Free vibration of centrifugally stiffened uniform and tapered beams using the dynamic stiffness method”, *Journal of Sound and Vibration* , 233,(5): 857-875.
- [2]. Chung, J., Yoo, H.H., 2000,”Dynamic analysis of a rotating cantilever beam by using the finite element method”, *Journal of Sound and Vibration* , 249 (1): 147-164
- [3]. Yang, J.B., Jiang, L.J., 2004, “Chen, D.C.H. Dynamic modelling and control of a rotating Euler–Bernoulli beam”, *Journal of Sound and Vibration*, 274: 863-875.
- [4]. Yoo, H.H., Shin, S.H., 1998,”Vibration analysis of rotating cantilever beams”, *Journal of Sound and Vibration*, 212 (5): 807-828.
- [5]. Banerjee, J.R., Su, H., Jackson, D.R.,2006,”Free vibration of rotating tapered beams using the dynamic stiffness method”, *Journal of Sound and Vibration*, 298: 1034-1054.
- [6]. Khulief, Y.A.,1989,”Vibration frequencies of a rotating tapered beam with end mass”, *Journal of Sound and Vibration*, 134 (1): 87-97.
- [7]. Özdemir, Ö., Kaya, M.O.,2006,”Flapwise bending vibration analysis of a rotating tapered cantilever Bernoulli–Euler beam by differential transform method”, *Journal of Sound and Vibration*, 289: 413-420.
- [8]. Shavezipur, M., Hashemi, S.M.,2009,”Free vibration of triply coupled centrifugally stiffened nonuniform beams, using a refined dynamic finite element method”, *Aerospace Science and Technology*, 13 (1): 59-70.
- [9]. Khulief, Y.A. and Bazonune, A.A.,1992,“Finite beam element for vibration analysis of rotating tapered Timoshenko beams”, *Journal of Sound and Vibration*,156 (1): 141-164.
- [10]. Rao, S.S. and Gupta, R.S.,2001,“Finite element vibration analysis of rotating Timoshenko beams”, *Journal of Sound and Vibration*, 242 (1): 103-124.
- [11]. Banerjee, J.R. and Sobey, A.J., 2002, “Energy expressions for rotating tapered Timoshenko beams”, *Journal of Sound and Vibration*, 254 (4): 818-822.
- [12]. Özdemir, Ö. and Kaya, M.O., 2007,“Energy expressions and free vibration analysis of a rotating double tapered Timoshenko beam featuring bending–torsion coupling”, *International Journal of Engineering Science*,45: 562–586.

- [13].Zhu, T.L., 2011,"The vibrations of pretwisted rotating Timoshenko beams by the Rayleigh–Ritz method", *Computational Mechanics*, 47: 395-408.
- [14].Al-Ansary, M.D., 1998, "Flexural vibrations of rotating beams considering rotary inertia", *Computers and Structures*, 69: 321-328.
- [15].Lin, S.C. and Hsiao, K.M.,2001,"Vibration analysis of rotating analysis of rotating Timoshenko beam", *Journal of Sound and Vibration*, 240 (2): 303-322.
- [16].Pradhan, K.K., Chakraverty,S., 2013,"Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh–Ritz method",*Composites: Part B*,51: 175-184.
- [17].Thai, H.T., Vo, T.P., 2012,"Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher order shear deformation beam theories",*International Journal of Mechanical Sciences*, 62: 57-66.
- [18].Şimşek, M., 2009,"Static analysis of a functionally graded beam under a uniformly distributed load by Ritz method", *International Journal of Engineering and Applied Sciences*,1 (3): 1-11.
- [19].Huang, Y., Yang, L.-E., Luo, Q.-Z., 2013,"Free vibration of axially functionally graded Timoshenko beams with non-uniform cross-section", *Composites: Part B*, 45: 1493-1498.
- [20].Huang, Y., Li, X.-F.,2010,"A new approach for free vibration of axially functionally graded beams with non-uniform cross-section", *Journal of Sound and Vibration*, 329: 2291-2303.
- [21].Shahba, A., Attarnejad, R., Marvi, M.T., Hajilar, S.,2011,"Free vibration and stability analysis of axially functionally graded tapered Timoshenko beams with classical and non-classical boundary conditions", *Composites: Part B*, 42: 801-808.
- [22].Rajasekaran, S., 2013a,"Differential transformation and differential quadrature methods for centrifugally stiffened axially functionally graded tapered beams", *International Journal of Mechanical Sciences*,74 (1): 15-31.
- [23].Rajasekeran, S., 2013b,"Free vibration of centrifugally stiffened axially functionally graded tapered Timoshenko beams using differential transformation and quadrature methods", *Applied Mathematical Modelling*, 37: 4440-4463.
- [24].Ramesh, M.N.V., Mohan, R.N., 2014,"Free vibration analysis of rotating functionally-graded cantilever beams", *International Journal of Acoustics and Vibration*,19 (1): 31-41.

- [25].Mazanoglu, K., Ceylan, A., 2015,"Rayleigh–Ritz natural frequency analyses for centrifugally stiffened functionally graded and tapered beams",*13th International Conference on Dynamical Systems – Theory and Applications, Edited Book:Mechatronics and Life Sciences, Lodz*, 323-332.
- [26].Mazanoglu, K., Güler, S., 2017,"Flap-wise and chord-wise vibrations of axially functionally graded tapered beams rotating around a hub",*Mechanical Systems and Signal Processing*, 89: 97–107.
- [27].Dado, M.H., 1997,"A comprehensive crack identification algorithm for beams under different end conditions",*Applied Acoustics*, 51: 381-398.
- [28].Nandwana, B.P., Maiti, S.K., 1997a,"Modelling of vibration of beam in presence of inclined edge or internal crack for its possible detection based on frequency measurements",*Engineering Fracture Mechanics*, 58: 193-205.
- [29].Rizos, P.F., Aspragathos, N., Dimarogonas, A.D., 1990,"Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes",*Journal of Sound and Vibration*, 138: 381-388.
- [30].Douka, E., Bamnios, G., Trochidis, A., 2004,"A method for determining the location and depth of cracks in double-cracked beams",*Applied Acoustics*, 65: 997-1008.
- [31].Ostachowicz, W.M., Krawczuk, M., 1991,"Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam",*Journal of Sound and Vibration*, 150: 191-201.
- [32].Shifrin, E.I., Ruotolo, R., 1999,"Natural frequencies of a beam with an arbitrary number of cracks",*Journal of Sound and Vibration*, 222: 409-423.
- [33].Lin, H.P., 2004,"Direct and inverse methods on free vibration analysis of simply supported beams with a crack",*Engineering Structures*, 26: 427-436.
- [34].Khiem, N.T., Lien, T.V., 2001,"A simplified method for natural frequency analysis of a multiple cracked beam",*Journal of Sound and Vibration*, 245: 737-751.
- [35].Khiem, N.T., Lien, T.V., 2004,"Multi-crack detection for beam by the natural frequencies",*Journal of Sound and Vibration*, 273: 175-184.
- [36].Lin, H.P., Chang, S.C., Wu, J.D., 2002,"Beam vibrations with an arbitrary number of cracks",*Journal of Sound and Vibration*, 258: 987-999.
- [37].Patil, D.P., Maiti, S.K., 2003,"Detection of multiple cracks using frequency measurements",*Engineering Fracture Mechanics*, 70: 1553-1572.

- [38]. Tsai, T.C., Wang, Y.Z., 1997, "The vibration of a multi-crack rotor", *International Journal of Mechanical Sciences*, 39: 1037-1053.
- [39]. Fernandez-Saez, J., Navarro, C., 2002, "Fundamental frequency of cracked beams in bending vibrations: an analytical approach", *Journal of Sound and Vibration*, 256: 17-31.
- [40]. Matveev, V.V., Bovsunovsky, A.P., 2002, "Vibration-based diagnostics of fatigue damage of beam-like structures", *Journal of Sound and Vibration*, 249: 23-40.
- [41]. Mei, C., Karpenko, Y., Moody, S., Allen, D., 2006, "Analytical approach to free and forced vibrations of axially loaded cracked Timoshenko beams", *Journal of Sound and Vibration*, 291: 1041-1060.
- [42]. Li, Q.S., 2001, "Dynamic behaviour of multistep cracked beams with varying cross section", *Acoustical Society of America*, 109: 3072-3075.
- [43]. Li, Q.S., 2002, "Free vibration analysis of non-uniform beams with an arbitrary number of cracks and concentrated masses", *Journal of Sound and Vibration*, 252: 509-525.
- [44]. Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D., Yao, J., 1998, "A continuous cracked beam vibration theory", *Journal of Sound and Vibration*, 215: 17-34.
- [45]. Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D., Yao, J., 2001, "Vibration of a beam with a breathing crack", *Journal of Sound and Vibration*, 239: 57-67.
- [46]. Chondros, T.G., 2001, "The continuous crack flexibility model for crack identification", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24: 643-650.
- [47]. Christides, S., Barr, A.D.S., 1984, "One dimensional theory of cracked Bernoulli-Euler beams", *International Journal Mechanics Science*, 26: 639-648.
- [48]. Shen, M.H.H., Pierre, C., 1994, "Free vibration of beams with a single-edge crack", *Journal of Sound and Vibration*, 170: 237-259.
- [49]. Carneiro, S.H.S., Inman, D.J., 2001, "Comments on the free vibrations of beams with a single-edge crack", *Journal of Sound and Vibration*, 244: 729-737.
- [50]. Yang, X.F., Swamidas, A.S.J., Seshadri, R., 2001, "Crack identification in vibrating beams using the energy method", *Journal of Sound and Vibration*, 244: 339-357.



- [51].Mazanoglu, K., Yesilyurt, I., Sabuncu, M., 2009,"Vibration analysis of multiple cracked non-uniform beams", *Journal of Sound and Vibration*, 320: 977-989.
- [52].Mazanoglu, K., Sabuncu, M., 2010a,"Vibration analysis of non-uniform beams having multiple edge cracks along the beam's height", *International Journal of Mechanical Sciences*, 52: 515-522.
- [53].Mazanoglu, K., Sabuncu, M., 2010b,"Flexural vibration of non-uniform beams having double edge breathing cracks", *Journal of Sound and Vibration*, 329: 4181-4191.
- [54].Fernandez-Saez, J., Rubio, L., Navarro, C., 1999,"Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams", *Journal of Sound and Vibration*, 225: 345-352.
- [55].Chaudhari, T.D., Maiti, S.K., 1999,"Modelling of transverse vibration of beam of linearly variable depth with edge crack", *Engineering Fracture Mechanics*, 63: 425-445.
- [56].Chaudhari, T.D., Maiti, S.K., 2000,"A study of vibration of geometrically segmented beams with and without crack", *International Journal of Solids and Structures*, 37: 761-779.
- [57].Zheng, D.Y., Fan, S.C., 2001,"Natural frequencies of a non-uniform beam with multiple cracks via modified Fourier series", *Journal of Sound and Vibration*, 242: 701-717.
- [58].El Bikri, K., Benamar, R., Bennouna, M.M., 2006,"Geometrically nonlinear free vibrations of clamped-clamped beams with an edge crack", *Computers and Structures*, 84: 485-502.
- [59].Gounaris, G., Dimarogonas, A.D., 1988,"A finite element of a cracked prismatic beam for structural analysis", *Computers and Structures*, 28: 309-313.
- [60].Papaconomou, N., Dimarogonas A.,1989,"Vibration of cracked beams", *Computational Mechanics*, 5: 88-94.
- [61].Mohiuddin, M.A., Khulief, Y.A., 1998,"Modal characteristics of cracked rotors using a conical shaft finite element", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 162: 223-247.
- [62].Yokoyama, T., Chen, M.-C., 1998,"Vibration analysis of edge-cracked beams using a line spring-model", *Engineering Fracture Mechanics*, 59: 403-409.

- [63].Zheng, D.Y., Kessissoglou, N.J., 2004,"Free vibration analysis of a cracked beam by finite element method", *Journal of Sound and Vibration*, 273: 457-475.
- [64].Kisa, M., Gurel, M.A., 2006,"Modal analysis of multi-cracked beams with circular cross section", *Engineering Fracture Mechanics*, 73: 963-977.
- [65].Kisa, M., Gurel, M.A., 2007,"Free vibration analysis of uniform and stepped cracked beams with circular cross sections", *International Journal of Engineering Science*, 45: 364-380.
- [66].Tabarraei, A., Sukumar, N., 2008,"Extended finite element method on polygonal and quadtree meshes", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197: 425-438.
- [67].Dharmaraju, N, Tiwari, R, Talukdar, S., 2004,"Identification of an open crack model in a beam based on force–response measurements", *Computers and Structures*, 82: 167-179.
- [68].Lee, J., 2009a,"Identification of multiple cracks in a beam using natural frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, 320: 482-490.
- [69].Lee, J., 2009b,"Identification of multiple cracks in a beam using vibration amplitudes", *Journal of Sound and Vibration*, 326: 205-212.
- [70].Orhan, S., 2007,"Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam", *NDT&E International*, 40: 443-450.
- [71].Ozturk, H., Karaagac, C., Sabuncu, M., 2009,"Free vibration and lateral buckling of a cantilever slender beam with an edge crack: Experimental and numerical studies", *Journal of Sound and Vibration*, 326: 235-250.
- [72].Yuen, M.M.F., 1985,"A numerical study of the eigen parameters of a damaged cantilever", *Journal of Sound and Vibration*, 103: 301-310.
- [73].Akbas, Ş.D., 2013,"Free Vibration Characteristics of Edge Cracked Functionally Graded Beams by Using Finite Element Method", *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)* ,4 (10): 4590-4597.
- [74].Yang, J., Chen, Y., 2008,"Free vibration and buckling analyses of functionally graded beams with edge cracks", *Composite Structures*, 83: 48–60.
- [75].Ke, L.L., Kitipornchai, S., Yang, J., Xiang, Y., 2009,"Nonlinear vibration of edge cracked functionally graded Timoshenko beams", *Journal of Sound and Vibration*, 324 (3–5): 962–982.

- [76].Al-Said, S.M., Naji, M., Al-Shukry, A.A., 2006,"Flexural Vibration of Rotating Cracked Timoshenko Beam", *Journal of Vibration and Control*, 12: 1271-1287.
- [77].Cheng, Y., Zhigang, Y., Wu, X., Yuan, Y., 2011,"Vibration analysis of a cracked rotating tapered beam using the p-version finite element method", *Finite Elements in Analysis and Design*, 47: 825-834.
- [78].Torabi, K., Afshari, H., Heidari-Rarani, Sih, G.C., 1973,"Some basic problems in fracture mechanics and new concepts", *Engineering Fracture Mechanics*, 5: 365-377.
- [79].Sih, G.C., 1973,"Some basic problems in fracture mechanics and new concepts", *Engineering Fracture Mechanics*, 5: 365-377.
- [80].Tada, H., Paris, P.C., & Irwin, G.R., 1973,"The Stress Analysis of Cracks." *Handbook, Del Research Corporation. Hellertown Pennsylvania*
- [81].Chang, C.-C., Chen, L.-W., 2005,"Detection of location and size of cracks in the multiple cracked beam by spatial wavelet based approach", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19: 139-155.
- [82].Patil, D.P., Maiti, S.K., 2003,"Detection of multiple cracks using frequency measurements", *Engineering Fracture Mechanics*, 70: 1553-1572.
- [83].Khiem, N.T., Lien, T.V., 2002,"The dynamic stiffness matrix method in forced vibration analysis of multiple-cracked beam", *Journal of Sound and Vibration*, 254: 541-555.
- [84].Morassi, A., Rollo, M., 2001,"Identification of two cracks in a simply supported beam from minimal frequency measurements", *Journal of Vibration and Control*, 7: 729-739.
- [85].Yang, J., Chen, Y., Xiang, Y., Jia, X.L., 2008,"Free and forced vibration of cracked inhomogeneous beams under an axial force and a moving load", *Journal of Sound and Vibration*, 312: 166-181.
- [86].Hu, J., Liang, R.Y., 1993,"An integrated approach to detection of cracks using vibration characteristics", *Journal of Franklin Institute*, 330: 841-853.
- [87].Cheng, S.M., Wu, X.J., Wallace, W., Swamidias, A.S.J., 1999,"Vibrational response of a beam with a breathing crack", *Journal of Sound and Vibration* 225: 201-208.
- [88].Friswell, M.I., Penny, J.E.T., 2002,"Crack modelling for structural health monitoring", *Structural Health Monitoring*, 1: 139-148.

- [89].Luzzatto, E., 2003,"Approximate computation of non-linear effects in a vibrating cracked beam", *Journal of Sound and Vibration*, 265: 745-763.
- [90].Qian, G.-L., Gu, S.-N., Jiang, J.-S., 1990,"The dynamic behaviour and crack detection of a beam with a crack", *Journal of Sound and Vibration*, 138: 233-243.
- [91].Douka, E., Hadjileontiadis, L.J., 2005,"Time–frequency analysis of the free vibration response of a beam with a breathing crack", *NDT&E International*, 38: 3-10.
- [92].Loutridis, S., Douka, E., Hadjileontiadis, L.J., 2005,"Forced vibration behaviour and crack detection of cracked beams using instantaneous frequency", *NDT&E International*, 38: 411-419.
- [93].Prabhakar, S., Sekhar, A.S., Mohanty, A.R., 2001,"Detection and monitoring of cracks using mechanical impedance of rotor-bearing system", *Journal of Acoustical Society of America*, 110: 2351-2359.
- [94].Pugno, N., Surace, C., Ruotolo, R., 2000,"Evaluation of the non-linear dynamic response to harmonic excitation of a beam with several breathing cracks", 235, 749-762.
- [95].Saavedra, P.N., Cuitino, L.A., 2002,"Vibration analysis of rotor for crack identification", *Journal of Vibration and Control*, 8: 51-67.
- [96].Sekhar, A.S., 2003,"Identification of a crack in a rotor system using a model-based wavelet approach", *Structural Health Monitoring*, 2: 293-308.
- [97].Al-Said, S.M., 2007,"Crack identification in a stepped beam carrying a rigid disk", *Journal of Sound and Vibration*, 300: 863-876.
- [98].Al-Said, S.M., Naji, M., Al-Shukry, A.A., 2006,"Flexural vibration of rotating cracked Timoshenko beam", *Journal of Vibration and Control*, 12: 1271-1287.
- [99].Rao, S. S., 2007, "Vibration of continuous systems", John Wiley Sons, New Jersey, 1-737.
- [100].Cheng, J., Xu, H., Yan, A., 2006, "Frequency analysis of a rotating cantilever beam using assumed mode method with coupling effect", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 34: 25-47.

## **ÖZGEÇMİŞ**

### **Kişisel Bilgiler**

Soyadı, Adı : KARAKUZU TOLGA

Uyruğu : T.C

Doğum Tarihi ve Yeri : 02.06.1992 TAVAS

Medeni Hali : BEKAR

Telefon: 0544 794 1326

E- mail : Tolgakarakuzu01@gmail.com

### **Eğitim**

Yüksek Lisans : Uşak Üniversitesi / Makine Mühendisliği 2017

Lisans : Pamukkale Üniversitesi / Makine Mühendisliği 2014

Lise : Isparta Uluborlu Cumhuriyet Anadolu Lisesi 2010

### **İş Denevimi**

### **Yer**

### **Görev**

### **Yabancı Dil**

İngilizce

### **Hobiler**

Fotoğraf, Seyahat Etmek, Basketbol