T.C.

UŞAK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KULLANDIKLARI PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİ VE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KARŞILAŞTIKLARI HATALAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gözde DEMİR

TEMMUZ 2019

UŞAK

T.C.
UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KULLANDIKLARI PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİ VE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KARŞILAŞTIKLARI HATALAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gözde DEMİR

UŞAK 2019

KABUL VE ONAY SAYFASI

Gözde DEMİR tarafından hazırlanan "8. Sınıf Öğrencilerinin Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri ve Problem Çözme Sürecinde Karşılaştıkları Hatalar" adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylıyorum.

Prof. Dr. Adem DURU ………………………
(Tez Danışmanı, İlköğretim Matematik Eğitimi)

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İlköğretim Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Adem DURU ………………………
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Dr. Öğrt. Üyesi Veysel AKÇAKIN ………………………
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Prof. Dr. Mustafa DOĞAN ……………...……….
(Matematik Eğitimi A.B.D., Selçuk Üniversitesi)

Tarih: 26/07/2019

Bu tez ile Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Doç. Dr. Murat Kemal KARACAN ………………………………..
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Gözde DEMİR

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KULLANDIKLARI PROBLEM ÇÖZME STRATEJİLERİ VE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KARŞILAŞTIKLARI HATALAR

(Yüksek Lisans Tezi)

Gözde DEMİR

UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2019

ÖZET

Bu araştırma, ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları stratejilerin neler olduğunu ve öğrencilerin problem çözme sürecinde hangi aşamada hata yaptıklarını belirlemek amacıyla yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda en az üç strateji ile çözülebilen 15 soruluk açık uçlu problem testi hazırlanmıştır. Problem testi hazırlanırken farklı kaynaklar ve çalışmalardan faydalanılmıştır. Çalışma 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Manisa ili Saruhanlı ilçesinde MEB'e bağlı ortaokullarda öğrenim gören amaçsal örnekleme yöntemiyle seçilen 60 sekizinci sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Yapılan çözümler incelenerek öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri belirlenmiş ve öğrencilerin yaptıkları hatalar ise Newman (1977, 1983) tarafından geliştirilmiş olan hata kategorilerini temel alan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanteri ile incelenmiştir. Bu araştırma nitel bir araştırmadır ve araştırmada betimsel tarama yöntemi kullanılmıştır. Testin güvenirliği ve geçerliği için üç ortaokul öğretmeni ve bir öğretim üyesinden uzman görüşü alınmıştır. Veri analizi ise strateji türlerinin belirlenmesinde kullanılan kriterlere ve hata analiz envanterinde hataların belirlenmesi için kullanılan kriterlere göre yapılmıştır. Açık uçlu problem testi uygulanmadan önce öğrencilerin problemleri çözme sürecinde kullanmaları öngörülen problem çözme stratejileri belirlenip belirtke tablosunda gösterilmiştir. Sonuç olarak problemleri doğru olarak çözen öğrencilerin en çok tahmin ve kontrol stratejisini kullandığına ulaşılmıştır. Bu stratejiyi şekil çizme stratejisi, aritmetiksel strateji, denklem kurma stratejisi sırasıyla takip etmiştir. En az kullanılan stratejinin ise tablo yapma stratejisi olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan hatalar Newman Hata Analiz Envanteri'ne göre değerlendirildiğinde ise en çok anlama basamağında (%50,71) hata yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bilim Kodu :
Anahtar Kelimeler : Problem, Problem Çözme, Problem Çözme Stratejileri, Hata
Sayfa Adedi **:** 151
Tez Yöneticisi **:** Prof. Dr. Adem DURU

PROBLEM-SOLVING STRATEGIES UTILIZED BY 8TH GRADE STUDENTS AND ERRORS THEY FACE DURING THE PROBLEM-SOLVING PROCESS

(Master's Thesis)

Gözde DEMİR

UNIVERSITY OF UŞAK
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

July 2019

ABSTRACT

This research is conducted to determine strategies utilized by 8th grade students when they are solving problems and to determine at which stage the students make errors during the process of solving problems. For this purpose, a test that consists of 15 open-ended questions, each of which can be solved with at least three strategies, is prepared. When the problem test was being prepared, it was benefited from different sources and studies. The research is conducted with 60 8th grade students selected with purposive sampling method who were continuing their education during the 2017-2018 academic year at secondary schools regulated by the Ministry of National Education at Saruhanlı district of the city of Manisa. The problem-solving strategies utilized by students are determined by examining their solutions, and errors made by students are examined via the error analysis inventory used by Wijaya et al. (2014), which takes the categories of errors developed by Newman (1977, 1983) as its basis. This research is a qualitative research and descriptive research method is used within this study. For the reliability and validity of the study, expert opinions were taken from three secondary school teachers and a faculty member. The data analysis was made according to the criteria that are used to determine strategy types and criteria to determine errors in the error analysis inventory. Before the execution of open-ended problem test, problem solving strategies that were foreseen to be utilized by students during the problem-solving process were determined and shown on the table of specifications. As a result, it is found that students who solved the problems correctly utilized the strategy of guess and check the most. This strategy was followed by make a drawing or diagram strategy, arithmetic strategy, write an equation strategy, in this respective order. It is found that the least used strategy is the make a table strategy. When the errors made were assessed according to the Error Analysis Inventory of Newman, it is found that most of the errors were made at the step of comprehension (50,71%).

Science Code **:**
Keywords **:** Problem, Problem-Solving, Problem-Solving Strategies, Error
Number of Pages **:** 151
Adviser **:** Prof. Dr. Adem DURU

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez danışmanlığımda bana yardımcı olan, araştırma süresince desteğini ve bilgisini benden esirgemeyen, en yoğun zamanlarında dahi araştırmama rehberlik etmek için zaman ayıran danışman hocam Prof. Dr. Adem DURU'ya teşekkürlerimi sunarım. Araştırmamı yürüteceğim okullarda çalışmama izin veren Manisa İl Milli Eğitim Müdürlüğüne, bu okullarda görev yapan zümrelerime, ayrıca araştırmama ilgili ve merak içinde dâhil olan öğrencilerime, bu süreç boyunca manevi desteklerini esirgemeyen arkadaşlarıma teşekkür ederim. Yaşadığım süre boyunca bana güvenen, her an yanımda olan, maddi ve manevi desteğini bir an olsun esirgemeyen, haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim canım annem Dilek ŞALLUOĞLU, birtanecik babam F. Murat CANDAŞ'a ve beni büyüten, her şeyime uzak yakın demeden koşan, üzerimde bir hayli emeği olan babaannem Gülsevim CANDAŞ'a ve çalışmam esnasında hep yanımda olan, sabreden, beni motive eden, yardımlarını esirgemeyen biricik eşim Muhammet DEMİR'e teşekkür ederim.

Sevgili aileme ithaf olunur…

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER TABLOSU

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Problem hayatın bir parçasıdır. Aynı şekilde matematiğin de bir parçası halinde olması yadsınamaz bir gerçektir. Problem kelimesinin literatürde değişik tanımları bulunmaktadır. Polya (1945) problemi, herhangi bir belirsiz durumdan kurtulmak için bilinçli bir şekilde atılması gereken uygun adımı arama halindeyken istenen sonuca ulaşamamak olarak tanımlamıştır. Dewey (1991) insan zihnini karıştırarak belirsizliğe yol açan durum olarak ifade etmektedir (Akt. Baykul, 1999). Baki'ye (2015) göre problem, bireyde rahatsızlık uyandıran, buna bağlı olarak kendi bilgi ve deneyimlerini kullanarak bireyi çözüm aramaya yönlendiren bir kavramdır. Blum ve Niss'e (1991) göre problem belirli açık soruları ile kişinin ilgisini çeken ve kişinin bu soruları cevaplayacak yeterli donanıma sahip olmadığı bir durumdur. Posamentier ve Krulik (1998) ise problemi bir kişinin karşı karşıya kaldığı, çözülmesi gereken fakat çözüme giden yolun hemen bulunamadığı bir durumdur.

Bu durumda tanımlardan da anlaşıldığı gibi problem durumu kişiden kişiye değişebilir ve birisi için problem olan bir durum, bir başkası için problem olma özelliğini yitirebilir. Çünkü bir durumla bazı bireyler karşılaşmış oldukları halde bazıları karşılaşmamış olabilir (Yeşilova, 2013). Hatta problem bir öğrenci için alıştırma iken başka bir öğrenci için çözülemez olabilir (Baki, 2015).

Problem kelimesinin sözlükteki anlamı ise teoremler veya kurallar yardımıyla çözülmesi istenen sorun, meseledir (TDK, 2017). Başka bir tanıma göre ise "Problem", bir kimsenin karşısına çıkan engel olarak ifade edilmektedir (Bingham, 1983). Yapılan bu tanımlarda da görüldüğü gibi problem için şu özellikleri saymak mümkündür. Bunlar: Problem, karşılaşan kişi için zordur, kişi ilk defa karşılaşır yani kişi için yeni olması gerekir ve kişinin çözümle alakalı hazırlığı yoktur (Altun, 2005; Gümüş ve Umay, 2017). Cartrette ve Bodner'ın (2010) da belirttiği gibi kişi sorulan soruyla daha önce karşılaşmışsa bu soruya aşina ise soru onun içi problem olmaktan çıkar bir alıştırma olur. Öğrencilerin problem çözmeye karşı olumsuz inançlar sergiledikleri görülmektedir. Bunlar arasında her problemin tek bir doğru çözüm yolu ve gerçek hayatta kullanılan matematikle okuldaki matematiğin arasında ciddi farkların olduğu gibi inançlar sayılabilir (Altun ve Arslan, 2006). Gerçek hayatta kullanılan matematikle okuldaki matematik arasında ciddi farkların olduğu görülmektedir. Buna yol açan sebebin ise okulda öğrencilerin üzerinde kafa yoracağı, hayattaki bir olayı açıklığa kavuşturan veya gerçek olaylara modellik edebilecek problemler ile oldukça az karşılaşması ve problem çözme öncesinde öğretmenlerin yöntemleri anlatıp örnek çözümlere yer vermesi öğrencilerin ezber yapmasına ve istenmeyen davranışların ortaya çıkmasına yol açmaktadır (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004). Alternatif yaklaşımları test etmek için öğrencilere çözüm yöntemleri açık olmayan problemlerin çözdürülmesinin ve öğrencilerin cesaretlendirilmesinin önemi büyüktür (Suydam, 1982).

Bu alanda litaratür incelendiğinde yapılan çeşitli araştırmalar (Durmaz ve Altun, 2014; İncebacak ve Ersoy, 2016b, Saygılı, 2017, Yazgan ve Bintaş, 2005; Arsal, 2009; Temel, 2018; Aydoğdu ve Keşan, 2016; Bayazıt ve Koçyiğit, 2017) öğrencilerin problem çözerken farklı stratejilerden yararlandıklarını göstermiştir. Gür ve Hangül (2015) araştırması sonucunda öğrencilerin tahmin ve kontrol stratejisini kullanırken sıkıntı yaşadığına; fakat örüntü arama, sondan başlama, denklem yazma ve liste hazırlama stratejilerini içeren soruları tüm öğrencilerin doğru cevaplandırdığına, Atay (2017) çalışmasında öğrencilerin en fazla denklem kurma/eşitlik yazma stratejisini kullandıklarına ve Matematik Başarısı Yüksek olan öğrencilerin şema çizme stratejisini en az tercih ettiğine ulaşırken; Durmaz ve Altun (2014) araştırmasının sonucunda en yüksek kullanım yüzdesine sahip stratejinin bağıntı (örüntü) arama ve en düşük kullanım yüzdesine sahip olan stratejilerin ise tablo yapma, eleme ile şekil ve diyagram çizme stratejilerinin olduğuna ulaşmışlardır. Kabael ve Akın (2016) aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin cebirsel stratejileri problem çözüm sürecinde kullanmak yerine genellikle aritmetiksel çözüme odaklandıklarına, Kılıç (2018) ise çalışmasının sonucunda, katılımcıların büyük çoğunluğunun örüntü arama stratejisi ile çözülebilecek problem kurma yerine örüntü oluşturma yoluna gittikleri sonucuna varmışlardır.

Temel (2018) ve Vilenius-Tuohimaa, Aunola ve Nurmi (2008) problem çözmenin okuduğunu anlamadaki performansla yakından ilişkili olduğuna ulaşmışlardır. Bazı çalışmalarda (Yıldız, 2008; Yaşa, 2010; Turhan ve Güven, 2014) matematik öğretiminin öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarını arttırdığı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde olumlu rol oynadığı bulunmuştur. Bununla birlikte Ersoy ve Güner (2015) problem çözme konusunun matematiksel düşünme üzerinde olumlu bir etkisi olduğuna ulaşmışlardır. Memnun (2015) ortaokul öğrencilerinin birçoğunun problem çözme aşamaları ile problem çözme stratejileri konusundaki bilgi ve becerilerinin geliştirilmesine ihtiyaç olduğu sonucuna varmıştır. Dölek (2018) araştırmada problem çözme aşamaları olan problemi anlama, plan hazırlama, planı uygulama ve değerlendirme aşamalarında öğrencilerin performanslarının düşük olduğu sonucuna ulaşmıştır. Karataş ve Güven (2004) problemi yanlış tanımlayan öğrencilerin, denklem kurmada ve sonuca ulaşmada zorluk çektiklerini gözlemişlerdir. İncebacak ve Ersoy (2016a) öğrencilerin daha önce karşılaştıkları veya çözdüklerine benzer problemleri çözmede daha başarılı olduklarını ve öğrencilerin çoğunluğunun rutin olmayan problemleri çözmekte güçlük çektiğini görmüşlerdir.

Sepeng ve Sigola (2013), Taşpınar-Şener ve Bulut (2015), Ulu, Tertemiz, Peker (2016) ve Nuryadin ve Lidinillah (2012) ve çalışmasını Newman hata basamaklarına göre yapan Ekici ve Demir (2018), Saleh, Yuwono, As' ari ve Sa'dijah (2017) öğrencilerin problemleri anlamada zorluklarla karşılaştığını ortaya koymuştur. Yine araştırmasını Newman hata basamaklarına göre yapan Zamzam ve Patricia (2018) ve Singh, Rahman ve Hoon (2010), sık sık hatanın dönüşüm aşamasında ve beceri sürecinde olduğu sonuçlarına varmışlar, ayrıca bu çalışmalara ek olarak Ellerton ve Clements (1996), Rohmah ve Sutiarso (2018) öğrencilerin hatalarının çoğunun anlama, dönüşüm veya dikkatsizlikte olduğunu belirlemişlerdir. Csaky, Azabova ve Nasticka (2015) araştırmasını Newman'ın hata kategorilerine göre analiz etmişler ve öğrencilerin aynı türden problemleri çözerken benzer hatalar yaptıklarına ulaşmışlardır. Tong ve Loc (2017) öğrencilerin dikkatsizlik, hesaplama kurallarının yanlış uygulanması, problem türlerinin yanlış tanımlanması ve yanlış hesaplama gibi birçok farklı nedenden dolayı birçok hata yapıldığı sonucuna varmışlardır.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde problem çözme basamaklarında çok fazla hataların yapıldığı ve öğrencilerin problemleri çözerken farklı stratejileri kullanmada sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Problem çözmede yaşanılan sıkıntı matematiksel düşünmeyi de etkilemekte ve matematik dersine yönelik tutumlarının olumsuz olmasına sebep olmaktadır. Bu yüzden problem çözme önemlidir. Literatürde problem çözme ile ilgili her sınıf seviyesinde yapılan çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Çalışmalardan da anlaşılacağı gibi problem çözme günümüzde her sınıf seviyesinde temel bir sorundur.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları stratejilerin neler olduğunu anlamak ve öğrencilerin yaptıkları hataları Newman (1977, 1983) tarafından geliştirilmiş olan hata kategorilerini temel alan Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, Doorman ve Robitzsch (2014) hata analiz modeli ile analiz etmektir.

1.3. Problem Cümlesi

Araştırmanın problem cümlesini *“8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları problem çözme stratejileri nelerdir ve öğrenciler problem çözme sürecinin hangi aşamasında hata yapmışlardır?”* sorusu oluşturmaktadır. Bu problem ışığında aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

8. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler nelerdir?

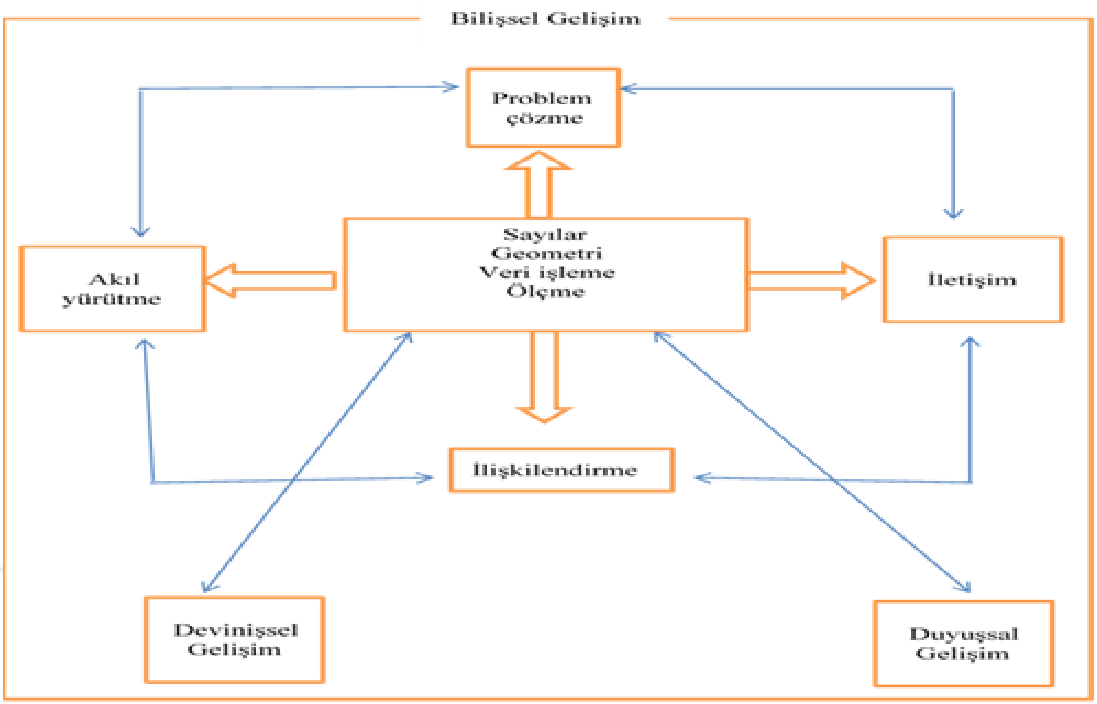
8. sınıf öğrencileri matematik problemlerini çözerken hangi aşamada hata yapmışlardır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde de problem çözmenin önemi fark edilebilmektedir. Programda ortak beceriler ve alana özgü becerilerden bahsedilmiştir. Türkçe, Fen ve Teknoloji ile Sosyal Bilgiler vb. diğer derslerin programlarında olduğu gibi ortak becerilerin kazandırılması hedeflenmektedir. Bu beceriler eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, iletişim, araştırma-sorgulama, problem çözme becerisi, bilgi teknolojilerini kullanma, girişimcilik, Türkçeyi doğru, etkili ve güzel kullanma şeklinde sıralanabilir (MEB, 2009). Bu şekilde gruplanmış olan ortak becerilerin yanında alana özgü beceriler olarak da problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme bulunmaktadır (MEB, 2009). Problem çözme becerisinin hem ortak beceriler arasında hem de alana özgü beceriler arasında bulunduğu görülmektedir.

Akıl yürütme, muhakeme etme becerisidir. Matematik programında bu becerinin gelişimine önem verilmektedir. İlişkilendirme, matematiğin sadece kurallardan, işlemlerden, sembollerden vb. oluşmadığını; matematikte her şeyin birbiri ile bağlantılı ve matematiğin kendi içinde bir ilişki ağı olduğunu gösterir. İletişim, matematiğin kendine has bir terminolojisi olan, kendine has sembolleri olan evrensel bir dil olduğunu gösterir. Matematik ile uğraşma sürecinde sözlü anlatımla yazılı ifadelerin, resimlerin, grafiklerin ve somut modellerden yararlanmanın önemi büyüktür. Problem çözme becerisi ise Ortaokul Matematik Programı'nda üzerinde fazlaca durulan bir beceridir. Problem çözme becerisi içerisinde problemin anlaşılması, gerekirse problemin alt basamaklara indirgenmesi, uygun şekilde çözülmesi için planlama yapılması, işlemler sırasında yapılan çalışmaların gözlenip gerektiğinde stratejilerin ve planların değiştirilme yoluna gidilmesi, yöntemlerin denenmesi, çözüm aşamasında elde edilen veri ve bilgilerin değerlendirilmesi, çözüme ulaşılınca çözümün anlamlılığının ve işe yararlılığının kontrol edilmesi ve yeni problemlerin fark edilmesi yer alır (MEB, 2009). Buradan da anlaşılacağı gibi problem çözme becerisi öğrencinin yaşamında karşılaşacağı problemleri çözmek için gerekli olan becerileri kapsamaktadır.

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nın odağında matematiksel kavram ve ilişkilerin oluşturduğu öğrenme alanları bulunmakta ve bununla birlikte program; kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişki kurmanın önemine vurgu yapmaktadır (MEB, 2009). Ayrıca matematikle diğer disiplinler arasında ve yaşam arasında da bir bağ bir ilişki vardır. Matematik öğretim programında her öğrenme alanı da birbiriyle ilişkilidir.



Şekil 1. Matematik Öğretim Programının Geliştirilmesinde Kavramsal Yapılandırma (Ersoy, 2006).

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere beş öğrenme alanından oluşmaktadır. Her öğrenme alanında bu becerilerin ele alınması gerekmektedir (MEB, 2018). İlköğretim Matematik Dersi Öğretimi Programı'nda (MEB, 2009) öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimine önem verilmektedir.

Bunun için öğrencilerde aşağıdakilerin kazandırılması hedeflenmiştir:

· Matematiği öğrenmek için problem çözmeden yararlanır.

· Problem çözmenin öğrenmeye katkı sağlayacağına ilişkin farkındalık geliştirir

· Yaşantısında, diğer derslerde ve matematikte karşılaştığı yeni bir durumda problem çözme becerisini kullanır.

· Problem çözme adımlarını anlamlı bir şekilde uygular.

· Problem çözmenin yanı sıra kendi problemlerini de kurar.

· Problem çözmede özgüven duyar.

· Problem çözme ile ilgili olumlu duygu ve düşüncelere sahip olur (MEB, 2009).

Problem çözme, öğrencilerin “nasıl?” sorusuna cevap bulmasını sağlar. Problem çözmeyi öğrenmekle birlikte öğrenciler eleştirel ve bilimsel düşünerek bilgilerini deneyimleriyle bağdaştırıp gerçek dünyayla bağlantı kurarlar (Asfar, Nur ve Asfar, 2019).

Problem çözme başarısı ile matematik başarısı arasında kuvvetli bir ilişki vardır (Özsoy, 2005). Öğrencilere problem çözme ve üst bilişsel öğrenme stratejileri gibi becerilerin kazandırılması başarılarını arttırabilir (Kaya ve Kablan, 2018). Matematik Dersi Öğretimi Programı’nda (MEB, 2018) öğrencinin problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade ederek, matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirip matematiksel problemlere öz güvenli bir yaklaşım geliştirmesi hedeflenir. Bu şekilde öğrenci, arkadaşlarının veya çevresindeki kişilerin matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşluklarını görebilecektir (MEB, 2018).

Matematikte iyi bir problem çözücü olmanın günlük yaşama da katkısı büyüktür ve iyi bir problem çözücü olmak iş hayatında da büyük üstünlük ve farklılık sağlayabilir (NCTM, 2000). İyi bir problem çözücü olmak öğrencilerin eleştirel düşünme, karar verme ve sorgulama becerilerinin gelişmesine yardımcı olur. Çözümleme, birleştirme yeteneğinin yanısıra kalıcı bilgi ve kalıcı öğrenme kazandırır (Yılmaz, 2010). Problem çözme sırasında öğrenciler matematiğin gücünü ve faydasını fark edebilirler (NCTM, 2000). Reys, Suydam, Lindquist ve Smith’e (1998) göre problem çözme matematiksel düşünmenin ilk adımlarından birisidir ve daha önceki bilgilerin yeni durumlara uyarlanma süreci olduğu için önemlidir.

İnsanlar günlük yaşamda bir fare kapanı icat etmekten bir okul ders planını tasarlamaya kadar değişen her türlü problemi çözmek için (planlama, araç/sonuç analizi, çıkarım yapma gibi) temel problem çözme yollarını kullanırlar (Flower ve Hayes, 1977).

Günden güne problemleri iyi analiz edip çözmek amacıyla iyi ve de uygun plan yapabilen kişilere ihtiyaç artmaktadır. Bu ihtiyaç doğrultusunda kişinin akademik yaşantısında problem çözme süreci benimsetilmeli ve bu süreçte alacağı kararlar, bu kararlar yardımıyla atacağı adımlar ve sürecin genel sorumluluğu bireye verilmelidir (Kayapınar, 2015). Bu yüzden öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmeye eğilen programların önemli olduğu açıktır (Charles ve Lester, 1982). Öğrencilere problem çözme becerilerini kazandırmak ne kadar önemliyse öğrencilerin bu becerilere hangi düzeyde sahip olduğunu belirlemekte o derece önemlidir. Çünkü becerilerin değerlendirilmesi ile öğrencilerin matematik bilgisi belirlenecek ve öğretim programlarına yön verebilecek bilgiler elde edilmiş olacaktır (Karataş, 2002). Problem çözme sanatı matematiğin kalbidir. Bu nedenle, matematik eğitimi öğrencilerin matematiği problem çözme olarak deneyimleyecek şekilde tasarlanmalıdır (Wilson, Fernandez ve Hadaway, 1993). Problem çözme her tür güçlüğü ortadan kaldırmada işe yarayacak düşünme modelleri kazandırır ve öğretimde kaliteyi arttıracak bir öğrenme yaklaşımıdır (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

Matematiksel kavramların öğrenimi sürecinde öğretmenlerin yönlendirmeleri gerekli ve önemlidir. Bu bağlamda, "Bu probleme benzer bir problemle daha önce karşılaştın mı? Eğer karşılaştıysan nasıl bir yol izlediğini hatırlıyor musun? Bu problemin çözümünde işe yarayacak yolu biliyor musun?" gibi sorularla öğrencinin düşünme sürecini ortaya koymasına ve güçlendirmesine fırsat verilmelidir (MEB, 2018).

Çalışmalar incelendiğinde genellikle literatürde problem çözme konusunda Polya'nın problem çözme stratejileri ya da rutin olmayan problemleri çözme stratejilerinin kullanılarak çalışmalar yapıldığı görülmüş ve özellikle ülkemizde 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken hem kullandıkları stratejileri hem de problem çözme sürecinde bu öğrencilerin yaptıkları hata türlerini kullandığımız hata analiz modelini kullanarak araştıran çalışmanın olmadığı fark edilmiştir. Bundan dolayı bu çalışmanın özgün değer taşıdığı söylenebilir. Literatürde Ulu, Tertemiz ve Peker (2016) benzer bir çalışmayı ilköğretim 5. sınıfları üzerinde Yeo (2009) tarafından geliştirilen modele ek olarak Fong (1995) anlama bölümündeki hata çeşitlerinin eklenmesiyle oluşturulan modeli kullanarak rutin olmayan problemlerde hata analizini yapmışlardır.

Bu çalışmada öncelikle 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları stratejiler belirlenecek daha sonra da öğrencilerin problem çözme sürecinde hangi aşamada hata yaptıkları Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, Doorman ve Robitzsch'in (2014) kullandığı Newman hata kategorilerine dayanan hata analiz modeli yardımıyla analiz edilecektir.

Ayrıca çalışmanın literatürde problem çözme basamaklarında yapılan hatalara farklı bakış açısı ile bakılma olanağı sağlayacağı için yararlı olacağı ve bu araştırmanın öğretmenlerin öğrencilerine farklı problem çözme stratejilerinden bahsetmeleri açısından katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öğretmenlerin öğrencilerini problemleri farklı stratejilerle çözmesi için teşvik etmesi beklenmektedir. Araştırmada incelenen öğrencilerin yaptıkları hata türlerinin bilinmesi de öğretmenin derslerde hangi noktalara ağırlık vermesi, konuyu nasıl anlatması gerektiği, öğrencilerin nasıl hatalar yaptığı konusunda öğretmene yol gösterebileceği düşünülmüştür.

1.5. Varsayımlar

Bu araştırma aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır:

a) Araştırmaya katılan öğrencilerin açık uçlu problem testindeki soruları cevaplarken bağımsız oldukları (herhangi bir kişiden yardım almadıkları),

b) Araştırmada kullanılan ölçme araçlarıyla ilgili fikir alınan öğretmen ve uzmanların samimi ve objektif oldukları,

c) Araştırmada öğrencilere sorulan problemler farklı problem çözme stratejileri ile çözülebilmesi açısından en uygun problem oldukları varsayılmıştır.

1.6. Sınırlandırma

Bu araştırma;

a) 2017-2018 eğitim öğretim yılı 2. dönemi ile,

b) Manisa ili Saruhanlı ilçesindeki ortaokullarda öğrenim gören araştırmaya gönüllü katılan 8. sınıf öğrencileri ile,

c) Açık uçlu problem çözme testindeki on beş problem ile,

ç) Açık uçlu problem testini çözmek için verilen bir ders saati süresi ile sınırlandırılmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde problem türleri (rutin ve rutin olmayan), problem çözme aşamaları ve Polya'nın Problem Çözme Basamakları hakkında bilgi verilmiştir.

2.1.1. Problem Türleri

Matematiğin ayrılmaz bir parçası olan problemin çeşitlerini ulusal ve uluslararası literatürde çeşitli bakış açılarına göre farklı sınıflarda görmek mümkündür (Altun, 2005). Bunlardan bir tanesi gerektirdikleri çabaya göre rutin ve rutin olmayan problemler şeklindeki yapılmış olan sınıflamadır (Van de Walle, 1993; Akt. Memnun, 2015). Bir bakış açısına göre problem çözmeyi öğretmek için matematik öğretilir ve öğrencilerin matematik öğrenmesi sırasında hem rutin hem de rutin olmayan problemleri çözmeleri beklenir (Avcu ve Avcu, 2010).

Rutin problemlere literatürde değişik isimlerde rastlanabilir. Bunlar dört işlem problemleri, sözel problemler, sıradan problemlerdir (Şahin, 2007; Çelebioğlu, 2009). Rutin problemlerden kasıt sıradan problemler olması ve rutin olmayan problemin ise sıra dışı olmasıdır (Billstein, Libeskind ve Lott, 1993; Orton ve Wain, 1994; Van De Walle, 2001). Rutin problemler daha önceden çözülmüş, bilinen veya çözümü tahmin edilen problemlerdir. Rutin problemlere günlük yaşamda karşılaştığımız kar-zarar, yol zaman hesabı gibi çözülmesinde dört işlem becerilerinin yeterli olduğu ve bunların bilinip, doğru kullanılmasıyla çözülen problemler örnek verilebilir (Altun, 2005). Bazen de öğrenilmiş bir formülü başka duruma uyarlamak ile karşımıza çıkabilir (Polya, 1985). Kısacası rutin problemler dört işlemin (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme) doğrudan yapılması ile çözülebilen problemlerdir (Şahin, 2007).

Örneğin; "Bir satıcı 20 kilogram mercimeğin yarısını kilogramı 90 kuruştan kalanının kilogramını ise 1.20 liradan satıyor. Bu satıştan sonra eline kaç lira geçer?" problemi rutin bir problemdir (Altun, 2008).

Rutin olmayan problemler ise gerçek hayatta karşılaşılan veya karşılaşma olasılığı yüksek olan problemlerdir (Yaşa, 2010; Çelebioğlu, 2009). Bu nedenle bu problemlere gerçek problem veya gerçek hayat problemi de denir. Bir problemi çözen kişi problemi nasıl çözeceğini bilmediğinde ve problemi çözemediğinde veya çözüm açık olmadığında o problem rutin olmayan bir problemdir (Mayer ve Hegarity, 1996). Rutin olmayan problemlerin bir diğer ismi sıra dışı problemlerdir. Çünkü bu problemlerin konusu çoğunlukla çevresel veya etrafta rastlanılabilecek bir olaydır. Öğrenci bu problemleri kendi somut yaşantısına dayanarak çözebilir ve bunu çözdüğü zaman çevrede gelişen olayların matematik kurallarına dayandığı konusunda da farkındalığı artar (Altun, 2005).

Rutin olmayan problemler bilinen bir yöntem veya formül ile çözülemeyen, çözümü öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesini ve yaratıcı bir girişimde bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanmasını gerektiren problemlerdir (Artut ve Tarım, 2006). Rutin olmayan problemlerin çözümleri işlem becerilerinin ötesinde, verileri organize etmek, sınıflandırmak, ilişkileri görmek gibi becerilerin gerçekleşmesini gerektirir (Souviney, 1989; Akt. Erümit, 2014). Rutin olmayan problemlerin çözümünde ilk akla gelen hatırlatmalardan çok yaratıcı düşünme ile çözümler üretilmesi gerektiğidir (Akay, Soybaş ve Argün; 2006).

Problem çözme becerilerinin daha iyi gelişmesi için öğrencilerin, rutin olmayan problem durumları ile de karşı karşıya gelmeleri gerekir (Dölek, 2018). Polya (1985) problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi açısından rutin problemlerin çözümünün öğretiminin önemli olduğunu vurgulamasına rağmen bunlarla yetinilmemesi gerektiğini öğretimde mutlaka rutin olmayan problemlere de yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Çünkü Matematik etkin bir süreçtir (MEB, 2009). Bu yüzden öğrencilere rutin olmayan problemleri çözdürmek onların hayal gücünü kullanabilmesi için önemlidir. Öğrencilerin problemleri çözebilmesi için gerekli verileri seçmesi, çözüm için uygun planın seçilmesi, problemi cevaplaması ve bu cevabın mantıklı olup olmadığına karar vermesi, problemi genişletmesi, alternatif önermesi gibi bir bilişsel süreçten geçmesi gerekmektedir (Karataş ve Güven, 2003b).

Rutin olmayan problemler öğrencilerin yaratıcı düşünme, bağıntı arama ve ispat becerilerini geliştirir (Altun, 2008). Polya'nın (1957) da belirttiği gibi derste rutin problemler dışında başka tür problemlere yer vermemek yani öğrencilere rutin olmayan problemleri çözdürmemek büyük bir hatadır. Burada rutin olmayan problemlerin önemi vurgulanmıştır. Kaur ve Yeap (2009) ise rutin ve rutin olmayan problemlere yer verilmesinin eğitimin farklı aşamalarında yararlı olduğunu belirtmişler ve yeni bir konu öğretilirken rutin problemler kullanılması ve daha sonra rutin olmayan problemlerin dahil edilmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Örneğin; “Bir adam bir oyundan bir tilki, bir ördek ve bir çuval mısır kazanıyor. Bunlarla birlikte nehrin bir kıyısından öbür kıyısına geçmek istiyor. Fakat adamın kullanacağı bir kayık var ve bu kayık çok küçük. Kayıkta adamla birlikte sadece tilki, ördek ve mısır çuvalından sadece bir tanesini alabilecek kadar yer var; fakat adam mısırı kayığa alırsa geride kalan tilki ördeği yiyebilir, tilkiyi kayığa alırsa ördek mısırı yiyebilir. Hiçbir zayiat olmadan bunları karşıya nasıl geçirebilir?” problemi rutin olmayan bir problemdir. Bu tür problemler ya gerçek hayatta karşılaşılmış ya da karşılaşılabilecek bir durumun ifadesidir. Bundan dolayı gerçek hayat problemleri de denir (Altun, 2000).

2.1.1.1. Rutin (Sıradan) Problemlerin Öğretilmesinin Amacı

Rutin problemlere derslerde yer verilip, bu problemlerin öğretilmesinin amacı olarak;

• Öğrencilerin işlem becerilerinin geliştirilmesi,

• Problemlerde geçen sözel verilerin matematiksel cümlelere dönüştürülmesinin sağlanması,

• Öğrencilerin düşüncelerini ve verilenleri şekillerle anlatmalarını sağlamak,

• Öğrencilere problem çözmenin gerektirdiği temel becerileri kazandırmak sayılabilir (Şahin, 2007).

2.1.1.2. Rutin Olmayan (Sıradışı) Problemlerin Öğretilmesinin Amacı

Rutin olmayan problemlere derslerde yer verilip, bu problemlerin öğretilmesinin amacı olarak;

• Öğrencilerin olayları inceleme, ilişki, düzen ve örüntü arama eğilimlerinin artmasını sağlamak,

• Öğrencilerin problemlerin sonuçlarını tahmin etme, yaklaşık sonuç bulma becerilerini geliştirmek,

• Öğrencilerin verileri organize etmelerini, sınıflandırmalarını, veriler arasındaki ilişkileri görme becerilerini geliştirmek sayılabilir (Şahin, 2007).

2.1.2. Problem Çözme Aşamaları

Problem çözme karmaşık bir süreç olduğundan ilgili literatür incelendiğinde problem çözme sürecinin değişik basamaklara bölündüğü görülmektedir (Hayes, 1981; Akt. Nickerson, 1994; Dewey, 1991; Senemoğlu, 2007; Forgan, 2003; Polya, 1957).

Hayes (1981) problem çözme sürecini problemi bulma, problemi betimleme, çözümü planını yapma, planı gerçekleştirme ve çözümü değerlendirme aşamalarıyla açıklamaktadır (Akt. Nickerson, 1994). Dewey'e (1991) göre problem çözme aşamaları; problemin sınırlarını saptamak, nedenlerini araştırarak bilgi toplamak, hipotezler kurarak çeşitli çözüm yolları saptamak, çözüm yollarının probleme uygunluğunu saptamak, problemi çözmek, çözümü test etmek, çözümü uygulamaktır. Senemoğlu (2007) problem çözme aşamalarını; problemi anlama, gerekli bilgileri toplama, problemin köküne inme, çözüm yolları geliştirme, en iyi çözüm yollarını seçme ve problemi çözümleme olarak; Forgan (2003) ise problem çözme aşamalarını problemleri tanımlama, problem çözümü için beyin fırtınası yapma, çözümlerin engellerini tanımlama, çözümlere tekrar bakma ve birini seçme, çözümleri deneyerek geçerli kılma, uygulanan çözümü değerlendirme olduğunu belirtmiştir. Polya (1957) problem çözmeyi problemi anlamak, plan hazırlamak, planı uygulamak, geriye dönüp kontrol etme şeklinde dört aşamada ele almıştır.

2.1.3. Polya Problem Çözme Basamakları

Polya (1957) problemlerin çözümünde ortak olarak bazı aşamalardan geçildiğini belirtmiştir.

Polya 'nın bahsettiği aşamalar şunlardır (Polya, 1957; Baki, 2015; Altun, 2000):

a) Problemi Anlamak

b) Plan Hazırlamak (Strateji Seçimi)

c) Planı Uygulamak

ç) Geriye Dönüp Kontrol Etmek

2.1.3.1. Problemi Anlamak

Problemi anlama basamağı problem çözmenin ilk basamağıdır. Öğrenciler problemi kendi kelimeleri, kendi şekil ve grafikleri ile yeniden ifade edip, önce kendisinin anlayabileceği şekle sokar (Ünsal ve Ergin, 2011).

a) Problemde neler verilmiştir?

b) Neler istenmektedir?

c) Problemde verilenler yeterli midir?

ç) Problemde verilenler arasında fazla bilgi var mı?

d) Problemi şekil yardımıyla anlatınız.

e) Problem alt problemlere ayrılabiliyor mu?

2.1.3.2. Plan Hazırlamak (Strateji Seçimi)

Problemi anlama aşamasından sonra bir sonraki aşama stratejinin seçilmesidir. Bunun için öğretmen öğrencilerine aşağıdaki soruları yöneltebilir (Çelebioğlu, 2009):

a) Bu problemde bulunmak istenilen nedir?

b) Problemde verilen bilgiler nelerdir? Neyi biliyorsun, hatırla?

c) Daha evvel buna benzer problem çözdün mü çözdüysen orada ne yaptın, hatırla?

ç) Eğer bu problemi çözemiyorsan, buna benzer olan daha basit bir problem ifade edip çözebilir misin?

d) Yapmak için tasarladığın çözümde bütün bilgileri kullanabiliyor musun?

e) Bu problemin cevabını tahmin edebiliyor musun? Cevap hangi değerler arasında olabilir?

2.1.3.3. Planı Uygulamak

Bu aşama seçilen stratejinin uygulanması aşamasıdır. Gerekli aritmetik işlemlerin yapılması da bu aşamada yer alır. Bu kısımda aşağıdaki adımlar izlenir (Taşpınar, 2011; Şahin, 2007):

a) Strateji seçimi ve problemi çözmek,

b) Problem çözülmezse problemin bir veya ikinci adımına geri dönülüp anlamada bir eksiklik olup olmadığına bakmak,

c) Yine çözülemez ise strateji değiştirilme yoluna gitmek.

2.1.3.4. Geriye Dönüp Kontrol Etmek

Bu aşamada öğrenci çözüm boyunca yaptıkları üzerinde düşünür ve geriye dönerek çözüm için hazırlanan planını ve çözüm yolunun doğru olup olmadığını değerlendirir. Öğrencinin çözüm yolu sonuca ulaştırmamışsa, başka çözüm yollarının olup olmadığına bakar (Taşpınar, 2011). Ayrıca kullanılan çözümün bir başka problemde kullanılıp kullanılmayacağı araştırılır (Şahin, 2007). Bu aşamanın belirlenebilmesi için öğrenciye şu sorular sorulabilir (Taşpınar, 2011):

a) Çözümü kontrol ettin mi?

b) Farklı bir çözüm yolu bulabilir misin?

c) Bu sonucu, uyguladığın yöntemi farklı problemler için de kullanabilir misin? Açıklar mısın?

2.1.4. Problem Çözme Stratejileri

Zor ve karmaşık problemler zor oldukları için çözüme yönelik belirli stratejiler, yöntemler geliştirilmiştir (Çınar, 2013). Bu stratejilerden biri, karşılaşılan problem daha basit alt yapılara ayırmak ve bu kapsamda tüm sorunun çözümüne götürecek alt amaçların ne olduğunu saptamaktır (Dağlı, 2004). Öğrencilerin problem çözme başarıları onların gelişim düzeyleri ile ilişkili olduğu için, problemler öğrencilerin düzeylerine uygun olmalıdır (Suydam, 1982). Problem çözmek için bazı alternatif stratejiler bulunmaktadır. Problemin çözüm planı, temelde çözüme uygun bir stratejinin seçilmesine bağlıdır. Bazen de aynı problemin çözümüne farklı stratejiler uygun düşebilir. Bunun için de bireysel farklılıklar dikkate alınmalıdır, bu farklılıklara dikkat edilmeden yapılan eğitimin beklenen sonucu vermeyeceği unutulmamalıdır. Çimen ve Yenilmez’in (2014) ilköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan öğretmen adayları arasında George Polya tarafından söylenen “Bir problemi beş farklı yoldan çözmek, beş problemi bir yoldan çözmekten daha iyidir." sözü hakkındaki düşüncelerini belirlemek için yaptıkları araştırma sonucunda da ortaya çıktığı gibi bir problemi farklı yollardan çözmenin birden çok problemi bir yolla çözmekten daha faydalı olduğu sonucu da farklı stratejileri öğrenmenin çok yönlü düşünme becerisini geliştirdiğini göstermiştir. Literatür incelendiğinde problem çözerken çok farklı stratejiler kullanıldığı görülmektedir. Çalışmamızda bu stratejiler arasından en fazla kullanılanlara değinilmiştir. Problem çözmede kullanılan stratejilerin başlıcaları şunlardır:

1) Sistematik Liste Yapma
2) Tahmin ve Kontrol
3) Şekil ve Diyagram Çizme
4) Bağıntı Bulma (Veriler Arasında İlişki Arama)
5) Denklem Kurma (Eşitlik Yazma)
6) Tahmin Etme
7) Problemi Basitleştirme
8) Geriye Doğru Çalışma
9) Eleme
10) Tablo Yapma
11) Muhakeme Etme
12) Aritmetiksel Strateji
13) Canlandırma
14) Farklı Bir Bakış Açısı Geliştirme
15) Formül Kullanma
16) Problemi Özetleme
17) Uç Durumları Düşünme (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004; Van Dooren, Verschaffel ve Onghena, 2002; Jiang ve Chua, 2010; Fong ve Hsui, 1999; Posamentier ve Krulik, 2016; Yazgan ve Arslan, 2017; Şimşek, 2019; Taşpınar, 2011; Fan ve Zhu, 2007; Ulu, 2011; Atay, 2017; Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012; Çınar, 2013).

2.1.4.1. Sistematik Liste Yapma

Bazı problemlerin çözümü problemde verilen bilgilerle ilgili tüm durumları yazmayı gerektirebilir (Altun, 2008). Böyle durumlarda sırayla sistematik bir şekilde liste yapmak çözümü kolaylaştırabilir. Eğer liste sistemli bir şekilde yazılmazsa bazı durumlar gözden kaçabilir ya da bir durum birden fazla yazılmış olabilir ve bu durum da karmaşıklığa yol açar (Yazgan, 2007).

Örneğin; “Aşağıda bir lokantanın yemek listesi verilmiştir. Verilen yemek listesinden bir başlangıç yemek ve bir ana yemek seçmek şartıyla kaç değişik şekilde yemek yiyebilirsiniz?”

Başlangıç yemek	Ana yemek
Domates çorbası	Tavuk
Mercimek çorbası	Etli nohut
	Ispanak

Çözüm:

Domates çorbası- Tavuk	Mercimek çorbası- Tavuk
Domates çorbası- Etli nohut	Mercimek çorbası- Etli nohut
Domates çorbası- Ispanak	Mercimek çorbası- Ispanak

Sonuç: Görüldüğü gibi yemek listesinde başlangıç ve ana menüden birer tane yemek seçilmiştir. Seçilen yemekler ile sistematik liste oluşturulmuştur. Yapılan listeye göre 6 farklı seçim yapılabildiği görülmektedir (Çelebioğlu ve Yazgan, 2009).

2.1.4.2. Tahmin ve Kontrol

Problemlerde verilen bilgilerin cevabı tam olarak net olmadığı durumlarda uygulanan bir stratejidir. Problemin çözümü için cevaba yönelik bir tahmin yapılır. Eğer tahmin cevap ise problem çözülmüş olur. Eğer tahmin sonucu cevaba ulaşılmamışsa yani tahmin problemdeki gerekli şartları sağlamıyorsa ikinci bir tahmin yapılır ve cevaba ulaşıncaya kadar bu tahmine devam edilir (Altun, 2008).

Örneğin; “6/A sınıfının takımı bir yarışmada üç ya da beş puanlık test sorularını cevaplayarak 12 sorudan 50 puan kazanmıştır. Kaç tane beş puanlık soru doğru cevaplanmıştır?” (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

Çözüm:

Üç puanlık soru sayısı	Beş puanlık soru sayısı	Toplam puan
1	11	58
3	9	54
4	8	52
5	7	**50**

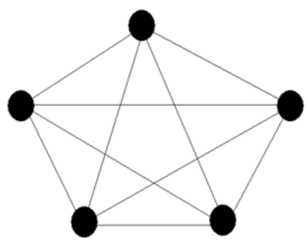
Sonuç: Takım eğer 1 tane üç puanlık ve 11 tane beş puanlık soruyu doğru cevaplarsa 58 puan kazanır. 3 tane üç puanlık ve 9 tane beş puanlık soruyu doğru cevaplarsa 54 puan kazanır. Fakat soruda takımın 50 puan kazandığı belirtildiğine göre üç puanlık soru sayısının arttırılıp beş puanlık soru sayısının düşürülmesi gerekmektedir. Tahminler sonucunda takımın üç puanlık 5 soruyu ve beş puanlık 7 soruyu doğru cevapladığı görülmektedir.

2.1.4.3. Şekil ve Diyagram Çizme

Bazı problem çeşitlerinde problemlerdeki verileri bir şekil ya da diyagram üzerinde göstermek çözümü görmeyi kolaylaştırır. Diyagram veriler arasındaki ilişkileri görmeyi sağlamak için çizilen temsili şemalardır. Bu strateji bazen tek başına kullanıldığı gibi bazen de diğer stratejilerle beraber kullanılabilir (Altun, 2008). Problemi çözerken kullanılacak çizimin sanatsal bir çalışma olması gerekmez. Önemli olan problemin ne anlattığının öğrencinin gözünde canlanmasına olanak tanımasıdır. Daha önceden de söylenen bir atasözündeki gibi "Bir resim bin sözcüğe bedeldir." sözü resim, şekil, diyagram vb. çizimlerin ekonomik olduğunu da açıklamaktadır (Posamentier ve Krulik, 2016).

Örneğin; "5 arkadaş aynı takımı tutmaktadırlar ve tuttukları takımın maçına gitmişlerdir. Takımlarının her golünde 5 arkadaş zıplar ve kutlamak amaçlı her ikisi birer kez vurmak şartı ile diğerinin eline vurur. Her sayıda kaç el vuruşması olur?"

Çözüm:

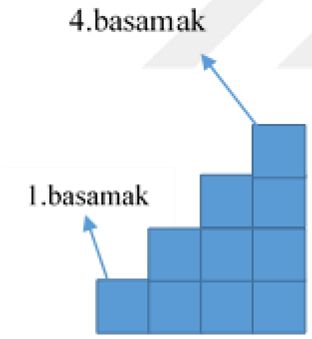


Sonuç: Her nokta bir kişiyi temsil etmektedir. Noktalar arasındaki çizgiler de el vurmalarını göstermektedir. Görüldüğü gibi 1 kişi 4 kişiyle el vurur; fakat her iki kişi sadece bir kez el vururlar. Buna göre toplam el vuruş sayısı 10'dur (Taşpınar, 2011).

2.1.4.4. Bağıntı Bulma (Veriler Arasında İlişki Arama)

Bu strateji literatürde bağıntı bulma, örüntü bulmak ya da veriler arasında ilişki arama gibi isimlerle bilinebilir. Bazen şekil veya sayı dizisi belli bir kurala göre dizilmişken bazen de problemlerde verilerin belli bir kurala göre dizildiği görülebilir. Bu şekilde problemleri çözmek için veriler arasındaki bağıntıyı keşfetmek gerekir (Altun, 2008). Böylece, bulunan ilişkiden yararlanarak saymada sıkıntı oluşturabilecek büyük örnekler için çözüm yoluna erişilir (Yazgan, 2007).

Örneğin; "Şekildeki gibi 1. basamakta bir tuğladan, 2. basamakta iki tuğladan, 3. basamakta üç tuğladan oluşan bir merdiven inşa edilmek isteniyor. Buna göre merdivenin 15 basamaklı olması için toplamda kaç tuğla kullanılmalıdır?"



Basamak sayısı	1	2	3	4	…
Tuğla sayısı	1	3	6	10	….

Sonuç: Dört basamaklı model incelendiğinde, birinci basamakta bir, ikinci basamakta iki, on beşinci basamakta ise on beş tuğlanın üst üste konulduğu görülmüştür. O halde cevap $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 15 = 120$'dir. Yani 15 basamaklı merdivende toplam 120 tuğla kullanılmıştır (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

2.1.4.5. Denklem Kurma/Eşitlik Yazma

Küçük çocukların problem çözerken kullandığı dikdörtgen veya üçgen gibi geometrik şekillerin yerini ileriki yaşlarda bilinmeyenler (değişkenler) alır ve denklem kurulur. Denklem kurma soyut düşünmenin başladığı yedinci ve sekizinci sınıftan itibaren kullanılabilen bir problem çözme stratejisidir (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

Örneğin; "Deniz okuduğu bir hikaye kitabını her gün bir önceki gün okuduğunun 3 katı kadar okuyarak 3 günde bitirmiştir. Deniz'in okuduğu hikaye kitabı 260 sayfa ise Deniz ikinci gün kaç sayfa okumuştur?"

Çözüm:

1. gün: x 2. gün: $3x$ 3. gün: $9x$

$$x + 3x + 9x = 260$$

$$13x = 260 \text{ ise } x = 20\text{'dir.} \qquad 3x = 60\text{'dır.}$$

Sonuç: Deniz her gün bir önceki gün okuduğunun 3 katı kadar sayfa okumuştur. Yani birinci gün okunan sayfa sayısı x olarak kabul edilirse ikinci gün $3x$ ve üçüncü gün ise $9x$ kadar okunur. Denklem kurulup 260 sayısına eşitlendiğinde x bilinmeyenin değeri 20 olarak bulunur. Fakat soruda istenilen ikinci gün kaç sayfa okunduğudur. İkinci günü okunulan sayfa sayısını bulmak için 3 ile çarpılır ve cevap 60 olarak bulunur.

2.1.4.6. Tahmin Etme

Bazen problemlerde problemin tam bir çözümü yerine verileri en yakın sayıya ya da alt veya üst sayıya yuvarlayıp tahmini çözümüne ulaşmak da yeterli olabilir. Bu şekilde sayıları yuvarlamak genelde zihinden yapılır (Altun, 2008).

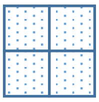
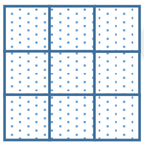
Örneğin; "2250 m^2 büyüklüğünde tarlaya ihtiyacı olan birinin baktığı tarlalardan biri dikdörtgen şeklindedir ve ebatları $52\,m\,x\,38\,m$'dir. Bu arsa aranan koşullara uygun mudur?"

Çözüm: Öncelikle sayıları yuvarlayarak tahmin edelim. 52 m 50'ye; 38 m ise 40 m'ye yuvarlanır. Yani bakılan tarlanın alanı $50x40 = 2000\,m^2$ olur. Tarla 2250 m^2'den küçük olduğu için yeterli değildir (Altun, 2008).

2.1.4.7. Problemi Basitleştirme

Sayıların büyük olmasından ya da karmaşık olmasından dolayı çözülmesi güç olan bazı problemleri çözmek için aynı problemin daha basit ya da küçük sayılarla olanını gözden geçirmek işimizi kolaylaştırabilir (Yazgan, 2007; Altun, 2008). Bu durum bazen ondalık basamakların çok olması durumunda da söz konusudur. Böyle durumlarda orijinal probleme benzer sayısal verileri daha küçük ya da daha uygun problemlerin çözülmesi orijinal problemin çözümü hakkında fikir verir (Altun, 2008).

Örneğin; “5x5’lik 25 küçük kareden oluşan bir büyük kare içerisinde kaç tane kare vardır?” (Yazgan, 2007).

	Boyut sayısı	1x1 lik kare sayısı		2x2 lik kare sayısı		3x3 lük kare
	1x1	1		-		-
	2x2	4	+	1		-
	3x3	9	+	4	+	1

Sonuç: 1x1’lik karede bir karenin olduğu, 2x2’lik karede 4’ün eklendiği, 3x3’lük karede 9’un eklendiği görülmektedir. Yani her seferinde her seferinde bir sonraki sayının karesinin eklendiği görülmektedir. Öyleyse 5x5’lik karede $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ kare bulunur.

2.1.4.8. Geriye Doğru Çalışma

Bu stratejinin kullanımı sondan başa doğru ilerlenmesi gereken problem çeşitlerinde uygundur. Yani sonuçtan hareket edilir ve aradaki işlemlerin ters işlemleri yapılır ve ilk kısım olan başlangıca ulaşılır (Yazgan, 2007).

Örneğin; “Bir A ormanında yaşayan sincapların nüfusu her yıl ikiye katlanmaktadır. Altı yıl sonra ormanda 4800 sincap olduysa, ilk yıl ormanda kaç sincap vardı?”

Çözüm:

Altıncı yıl = 4800

Beşinci yıl $4800 \div 2 = 2400$

Dördüncü yıl $2400 \div 2 = 1200$

Üçüncü yıl $1200 \div 2 = 600$

İkinci yıl $600 \div 2 = 300$

Birinci yıl $300 \div 2 = 150$

Sonuç: Yukarıdaki problemde başlangıçtaki sincap sayısına ulaşmak için geriye doğru çalışma stratejisi kullanılmış ve başlangıçta 150 sincabın olduğu sonucuna varılmıştır (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

2.1.4.9. Eleme

Bazı problemlerde birçok seçenek denenerek, işe yaramayanlar elenir. Yalnız eleme işi rastgele yapılmayıp, sonuca ulaşma amacı taşımalıdır.

Örneğin; "10 kg, 7 kg ve 3 kg alabilen 3 kaptan 10 kg olan pekmezle doludur. Bu pekmezi kapları kulanarak (başka bir ölçü aracı kullanmadan) iki eş parçaya ayırabilir misiniz?" (Altun, 2008).

Çözüm	10	7	3
0. durum	10	-	-
1. durum	3	7	-
2. durum	3	4	3
3. durum	6	4	-
4. durum	6	1	3
5. durum	9	1	-
6. durum	9	-	1
7. durum	2	7	1
8. durum	2	5	3

Sonuç: Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi 1. durumda 3 kg'lık kap yardımıyla pekmez 3 ve 7 kg'a ayrılmış 2. durumda 7 kg'lık kaptaki pekmez 3 kg'lık kap yardımıyla 3 ve 4 kg olarak paylaştırılmıştır. İşlem bu şekilde kaplarla devam ettirildiğinde 10 kg'lık pekmez 5 kg'lık 2 eş parçaya ayrılmış olur.

2.1.4.10. Tablo Yapmak

Problemdeki verileri bir tabloya yerleştirerek çözme işlemidir.

Örneğin; "Bir marangoz 3 ayaklı sehpalar ve 4 ayaklı masalar yapmaktadır. Bir günün sonunda 33 ayak kullanılmışsa o gün kaç masa ve kaç sehpa yapmıştır?"

Çözüm:

Sehpa sayısı

Masa sayısı

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	10	13	16	19	22	25	28	31
2	11	14	17	20	23	26	29	32	35
3	15	18	21	24	27	30	33	36	39
4	19	22	25	28	31	34	37	40	43
5	23	26	29	32	35	38	41	44	47
6	27	30	33	36	39	42	45	48	51
7	31	34	37	40	43	46	49	52	55

Tablodaki satır sehpa sayısını ve sehpaların ayak sayısını, sütun sayısı ise masa sayısı ve masaların ayak sayılarını göstermektedir. Satırlardaki sayıların üçer üçer, sütunlardaki sayıların dörder dörder ve sağ çapraz kutulardaki sayıların birer birer ve sol çaprazdakilerin ise yedişer yedişer arttığı görülmektedir.

Sonuç: Tablodan 33'ü veren değerlere bakıldığında marangozun 7 sehpa – 3 masa veya 3 sehpa- 6 masa yaptığı anlaşılmaktadır (Yazgan ve Arslan, 2017).

2.1.4.11. Muhakeme Etmek

Genelde tüm problemlerin çözümünde bu strateji kullanılır. Doğru olarak kabul edilen bir a durumundan hareketle b durumunun çözüm olup olmadığı incelenir (Ulu, 2011). Yani bir ifadenin doğru olarak kabul edilmesinin ardından diğer ifadelerin de ona dayalı olarak doğru olarak gösterilmesidir (Fan ve Zhu, 2007). Bu stratejinin kullanıldığı problemler hangi ürün alınırsa daha karlı olunabileceği gibi basit mantık gerektiren, düşünmeyi hedefleyen problemler olabildiği gibi çıkarımlar zincirinin takip edilmesi gereken zor problemler de olabilir (Yazgan ve Arslan, 2017). Bazı insanlar karşılaştıkları sorunlar karşısında hızlı ve kullanışlı çözüm yolları üretirler. Hemen hemen tüm problemler farkında olunmasa da mantıksal muhakeme yeteneği ile bulunmaktadır (Taşpınar, 2011; Altun ve Memnun, 2008).

Örneğin; "Bir tepside bulunan hepsi de aynı görünümlü olan dokuz ping-pong topundan sekiz tanesinin kütlesi aynı, birisinin kütlesi diğerlerinden bir gr fazladır. Kütlesi fazla olanı kefeli terazi ile en az kaç tartıda bulabilirsiniz?"

Çözüm: Toplar 3, 3, 3 şeklinde üç gruba ayrılır ve bu gruplardan ikisi üçlü olarak tartılır. Eğer terazi dengede ise ağır top tartılan toplar arasında değil, dışarıda kalan üçlü içinde, dengede değilse ağır taraftaki üçlü içindedir. Böylece terazi bir kez kullanılınca ağır topun içinde bulunduğu üçlü grup belirlenmiş olur. Daha sonra ağır olan topun bulunduğu üçlünün ikisi terazinin kefelerine koyulur, terazi dengede ise ağır olan dışarıdaki top, dengede değilse ağır olan taraftaki toptur. Böylece iki tartı ile ağır topun hangisi olduğu belirlenmiş olur (Altun, Bintaş, Yazgan ve Arslan, 2004).

2.1.4.12. Aritmetiksel Strateji

Öğrencinin problemde verilen sayılarla ilgili bir veya daha fazla işlemi içeren bir matematiksel ifade yazdığı stratejiye aritmetiksel strateji denir (Van Dooren, Verschaffel ve Onghena, 2002; Jiang ve Chua, 2010; Fong ve Hsui, 1999).

Örneğin; $1 \div \frac{1}{2} = 2$, $45 \times 5 = 225$, $5 + 7 = 12$ aritmetiksel strateji çözüm örneğidir.

2.1.4.13. Canlandırma

Bu strateji daha çok küçük çocukların problemde verilenleri zihninde canlandırmaları için somut nesneler kullanmaları ile gerçekleşir. Çocuklar problemdeki faaliyetleri benzetmek için pullar, şişe kapakları, kağıt parçaları, fiş gibi materyallerden ya da çizimlerden yararlanabilirler. Örneğin, madeni paralar içeren bir problemde gerçek para olmasına ihtiyaç duyulmadan üzerinde 50 kuruş, 1 lira yazılı kağıt parçalarını kullanabilirler (Yazgan ve Arslan, 2017; Posamentier ve Krulik, 2016).

2.1.4.14. Farklı Bir Bakış Açısı Geliştirme

Probleme bazen ilginç akıl yürütmelerle, farklı bir bakış açısı ile yaklaşılması, problemin daha etkili ve enteresan bir çözümle çözülmesini sağlayabilir (Posamentier ve Krulik, 2016). Problemi doğrudan çözmeye başlamak yerine problemin çözümünde zekice bir düşünce bulup bu yönde ilerlemek hedefler arasındadır (Şimşek, 2019). Bu durum aşikar olan çözümün yanlış olduğu anlamına gelmemekte tersine matematiğin değişik ve güzel yönlerini ortaya koymayı sağlamaktadır.

Örneğin; "101'den küçük bütün çift sayıların toplamı ile 101'den küçük bütün tek sayıların toplamı arasındaki farkı bulunuz." (Posamentier ve Krulik, 2016).

Çözüm: Bu soruda öğrenciler 101'den küçük olan çift sayıların hepsini toplayıp; ardından 101'den küçük olan tek sayıların hepsini toplayıp sonuçları birbirinden çıkararak aradaki farkı bulabilir.

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 97 + 99 = 2500$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 98 + 100 = 2550$$

$$2550 - 2500 = 50$$

Yani fark 50 olarak bulunur. Bu çözüm doğru olmasına rağmen farklı bir bakış açısıyla daha mükemmel bir çözüm yapılabilir. Bunun için aşağıdaki gibi sayılar gruplanabilir.

$$(2-1) + (4-3) + (6-5) + \cdots (100-99) = 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 = 50$$

Sonuç: Aradaki fark 50 olarak bulunur.

2.1.4.15. Formül Kullanma

Problem çözümünde bazen bilinen bir formül, bağıntılar kullanılır (Emre, 2008).

Örneğin; "Bir bisikletli 60 km uzunluğunda bir yolu 4 saatte aldığına göre bu bisikletlinin hızı kaç km/saat'tir?"

Çözüm: Yol ile hız arasındaki ilişki $Yol = \ Hız \times Zaman$ olduğundan, $60 = Hız \times 4$,

Buradan, $Hız = \ 15 \ km/saat$ olarak bulunur.

2.1.4.16. Problemi Özetleme

Problemi özetleme problemde verilen gereksiz, önemli olmayan detayları atlayıp problemdeki önemli olan unsurlara odaklanmak ile gerçekleşir. Özellikle uzun olan problemlerde fazla ve gereksiz bilgilerden kurtulup verilen bilgilerle istenilenlerin ne olduğunu kolayca fark etmeyi sağlar (Atay, 2017).

2.1.4.17. Uç Durumları Düşünme

Matematikte bazı durumların analizi için uç durumlara bakmak gerekebilir. Bazı değişkenleri sabit tutarken diğerlerinin en uzak ve en uç değerlere sahip olması verilen durum için iyi bir bakış açısı kazandırır (Emre, 2008; Çınar, 2013). Fakat değişkenlerden biri değiştirilirken problem durumu değiştirilmemeye dikkat edilmelidir (Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012).

Örneğin; "İki basamaklı birbirinden farklı 3 doğal sayının toplamı 100'dür. Buna göre büyük sayı en çok kaç olabilir?"

Çözüm: Bu sorunun büyük sayının en fazla alabileceği değer istendiği için diğer sayıları olabildiğince en az olarak kabul etmeliyiz. Bunun için sayılardan biri en az 10 ve birbirinden farklı dediği için diğer sayı ise 11 olarak kabul edilir. İki sayının toplamı $10 + 11 = 21$ olur. Üç sayının toplamı 100 olduğundan $100 - 21 = 79$ olarak büyük sayının alabileceği en büyük değer bulunur.

2.1.5. Problem Çözme Sürecinde Yapılan Hatalar

Problemi çözmenin temel kuralı problemi anlamaktır. Problemi anladıktan sonra çözüm yollarının ne olacağını fark etmek ve uygulama yapmak gibi basamaklar izlenir. Bu basamaklarda herhangi bir hata yapmak problemin yanlış çözülmesine sebep olacaktır. Bu hataların literatürde çeşitli şekillerde gruplandırıldığı görülmektedir (Yeo, 2009; Fong, 1995; Healy ve Hoyles, 1999; Newman, 1977). Öğrencilerin problem çözme esnasında yaptıkları hatalar arasında problemi yanlış anlama, problemi yanlış tercüme etme, dikkatsizlik, yanlış hesaplama gibi hatalara tanık oluruz. Yeo (2009) tarafından geliştirilen hata analiz envanterinde okuma, anlama, strateji seçimi, stratejinin yürütülmesi, hesaplamanın yapılması olmak üzere beş başlık altında incelenmiştir. Fong (1995) ise problem çözerken yapılan hata türlerini dilsel, dönüştürme, matematiksel ve psikolojik faktörler olmak üzere dört ana başlık altında toplamıştır. Healy ve Hoyles (1999) tarafından yapılan çalışmalarda hatalar içsel ve dışsal olmak üzere gruplandırılmıştır. Newman (1977) yaptığı araştırmada öğrencilerin sözel problemlerdeki hatalarını analiz edip ve hataları sınıflandıracak kullanışlı bir model geliştirmiştir. Newman (1977) tarafından geliştirilmiş olan bu "Problem Çözme Hata Analizi Envanteri" ile ilköğretim öğrencilerinin problem çözerken yaptıkları hatalar beş grupta incelenmiştir. Bunlar okuma yeteneği, kavrama, dönüştürme, süreç becerileri ve kodlamadır (Ekici ve Demir, 2018; White, 2009; Csaky, Szabova ve Nasticka, 2015). Newman öğrencilerin kelime problemlerinde hangi hatayı yaptığını anlamak için aşağıdaki soruları yöneltmiştir.

1) Lütfen soruyu bana okuyun. Bilmediğiniz kelime varsa söyleyin. (Okuma)
2) Soru sizden ne istemiştir? Söyleyin. (Anlama)
3) Cevabı nasıl bulacaksınız? Söyleyin. (Dönüştürme/Dönüşüm)
4) Soruyu çözme için gereken işlemleri yapar mısın? (İşlem/Süreç becerileri)
5) Şimdi, sorunun cevabını yazın. (Kodlama) (White, 2009; Ekici ve Demir, 2018).

2.2. İlgili Çalışmalar

Literatürde problem çözme konusunda yapılmış birçok çalışma bulunmaktadır. Aşağıda bu alanda yapılmış araştırmalardan alanyazın taraması esnasında ulaşılan çalışmaların özetleri verilmiştir. Bu çalışmaların bazıları çalışmamızla tam olarak alakalı olmasa da literatürde yer alan problem çözme ile ilgili yapılmış olan çalışmalara da yer verilme gereği duyulmuştur. Yapılan çalışmalar ilköğretim öğrencileri ile problem çözme stratejileri ile ilgili yapılan çalışmalar (Yazgan ve Bintaş, 2005; Artut ve Tarım, 2006; Yazgan, 2007; Arsal, 2009; Çelebioğlu ve Yazgan, 2009; Durmaz ve Altun, 2014; Gür ve Hangül, 2015; İncebacak ve Ersoy, 2016a; İncebacak ve Ersoy, 2016b; Kabael ve Akın, 2016; Atay, 2017; Kılıç, 2018; Temel, 2018), ilköğretim öğrencileri ile problem çözme ile problem kurma becerileri, değişkenlerin problem çözme üzerine etkisini icelemek gibi konularda yapılan diğer çalışmalar (Karataş ve Güven, 2004; Özsoy, 2005; Vilenius-Tuohimaa, Aunola ve Nurmi, 2008; Yıldız, 2008; Yaşa, 2010; Kanadlı ve Sağlam, 2013; Turhan ve Güven, 2014; Memnun, 2015; Kurbal, 2015; Yazlık ve Erdoğan, 2016; Dölek, 2018), lise öğrencileri ile problem çözme konusunda yapılan çalışmalar (Arıkan ve Ünal, 2012; Sepeng ve Sigola, 2013; Saleh, Yuwono, As' ari ve Sa'dijah, 2017; Saygılı, 2017; Zamzam ve Patricia, 2018), öğretmen adayları ile problem çözme stratejileri konusunda yapılan çalışmalar (Avcu, 2012; Ersoy ve Güner, 2015; Gürbüz ve Güder, 2016; Gümüş ve Umay, 2017; Yılmaz, 2017; Özdemir, Koçak ve Soylu, 2018), öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili inançlarını incelemek için yapılan çalışma (Kayan ve Çakıroğlu, 2008), problem çözme becerileri ve matematiksel düşünme düzeylerini araştırmak konusunda yapılan çalışma (Ersoy ve Güner, 2014) ve problem kurma becerilerini incelemek için yapılan çalışmaya (Sitrava T. ve Işık, 2018) yer verilmiştir. Üstün zekalı ve üstün yetenekli öğrenciler ile problem çözme konusunda yapılan çalışmalar (Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012; Aydoğdu ve Keşan, 2016; Bayazıt ve Koçyiğit, 2017), ilköğretim öğrencileri ile problem çözmede karşılaşılan hatalar konusunda (Ellerton ve Clements, 1996; Prakitipong ve Nakamura, 2006; Singh, Rahman ve Hoon, 2010; Yayan, 2010; Nuryadin ve Lidinillah, 2012; Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, Doorman ve Robitzsch, 2014; Csaky, Azabova ve Nasticka, 2015; Taşpınar-Şener ve Bulut, 2015; Ulu, Tertemiz ve Peker, 2016; Angateeah, 2017; Tong ve Loc, 2017; Ekici ve Demir, 2018; Rohmah ve Sutiarso, 2018; Suryani, Nengsih, Sianturi, Nur' Aini ve Meirista, 2018) yapıldığı görülmektedir.

Aşağıda ilköğretim öğrencileriyle problem çözme stratejileri ile ilgili yapılan çalışmalardan bazıları verilmiştir.

Yazgan ve Bintaş (2005) çalışmasında 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenimi ve kullanımı incelemişlerdir. Bu çalışmayı deney ve kontrol grubu üzerinde yapmışlardır. Çalışılacak stratejileri tahmin ve kontrol, ilişki arama, sekil çizme, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme ve sistematik liste yapma olarak belirlemişlerdir. Deney grubuna her bir strateji öğretilirken kontrol grubu normal derslerini izlemiştir. Araştırma sonucunda çalışma yapılan sınıf seviyelerinde bazı problem çözme stratejileri informal olarak kullanılabildiği ve problem çözme stratejilerinin 4. ve 5. sınıf öğrencileri tarafından öğrenilebildiği belirlenmiştir.

Artut ve Tarım (2006) çalışmasında 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sıra sayıları içeren rutin olmayan problemlerde gösterdikleri başarı, çözüm stratejileri ve bu problemleri çözerken yaptıkları hatalar belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışma tarama modelinde betimsel bir araştırmadır. Öğrencilere cevaplamaları için I. Tip, II. Tip ve III. Tip 26 sözel problemden oluşan bir soru seti verilmiştir. Veri analizleri incelendiğinde her sınıf düzeyindeki öğrencilerin beklenildiği gibi I. Tip problemleri çözmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Genel olarak öğrencilerin çok az sayıda informal çözümler ürettikleri sonucuna varılmıştır.

Yazgan (2007) çalışmasında ilköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencileri ile yapılan deneysel çalışmada rutin olmayan problem çözme stratejilerinden tahmin ve kontrol, şekil çizme, bağıntı bulma, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma ve geriye doğru çalışma stratejileri ile ilgili toplam 41 soruya yer vermiştir. Bu çalışma sonucunda öğrencilerin rutin olmayan problemler için özgün stratejiler geliştirebildikleri ve böylece problem çözmeye karşı olumlu tutum geliştirebildikleri sonucuna varmıştır.

Arsal (2009) bu çalışmasını ilköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemek ve bu stratejilerin problem çözme başarısını yordama gücünü ortaya koymak amacıyla yapmıştır. Araştırma ilköğretim 4. ve 5. sınıfa devam eden rastlantısal örnekleme yoluyla seçilen 162 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen “Matematik Problemlerini Çözme Stratejilerini Belirleme Ölçeği” ile başka bir araştırmacı tarafından geliştirilen “Problem Çözme Başarı Testi” ile toplanmıştır. Araştırma sonunda hem 4. hem de 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyinin yüksek olduğu fakat 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini daha fazla kullandıklarınu bulmuş ve problem çözme stratejilerinden problemi okuma ve anlama ile problemi farklı ifade etme stratejilerinin problem çözme başarısını yordamada etkili olduğu görmüştür. Araştırmada problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının cinsiyet değişkeni açısından anlamlı bir farklılık göstermediği de ulaşılan bir diğer sonuçtur.

Çelebioğlu ve Yazgan (2009) tarafından yapılan bu çalışmada ilköğretim öğrencilerinin matematiksel rutin olmayan problem çözme stratejilerinden bağıntı bulma stratejisi ile sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeyleri ve bu düzeyler arasında bir ilişki olup olmadığı incelenmiştir. Bu amaçla, ilköğretim 2 ve 3. sınıf öğrencileri ile 4 ve 5. sınıf öğrencileri birer grup olarak düşünülmüş ve her grup için bu iki stratejiye ait farklı iki test tasarlanmıştır. Testlerin uygulanması sonucunda tüm sınıf düzeylerinde bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerinin ortalamalarının düşük olduğu; ancak kullanımları arasında olumlu yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür.

Durmaz ve Altun (2014) çalışmasını problem çözme stratejileriyle ilgili daha önce hiçbir eğitim almamış olan ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini ve bu stratejilerden elde edilen puanlar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını araştırmak amacıyla yapmışlardır. Bu amaçla seçilen her bir problem çözme stratejisine uygun olan birer problemden oluşan problem çözme testini, toplam 118 ortaokul öğrencisine uygulamışlardır. Araştırmanın sonucunda en yüksek kullanım yüzdesi bağıntı (örüntü) arama ve sıra dışı bölme problemlerinde; en düşük kullanım yüzdesi ise sırasıyla tablo yapma, eleme ve şekil ve diyagram çizme stratejilerinde olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca tahmin ve kontrol ve muhakeme etme stratejileri arasında olduğu gibi birçok stratejiden elde edilen ortalama puanlar arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğunu bulmuşlardır.

Gür ve Hangül (2015) çalışmayı 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini ve problem çözerken yaşadıkları sıkıntıları belirlemek amacıyla yapmışlardır. Çalışmayı bir devlet okulunun 6. sınıfında öğrenim gören 12 öğrencisi ile gerçekleştirmişler ve çalışmanın verilerini her soru farklı bir strateji kullanılarak çözülebilecek olan 7 sorudan oluşturmuşlardır. Bu verilerin analizi sonucunda örüntü arama, sondan başlama, denklem kurma ve liste hazırlama stratejilerini içeren soruları çalışmaya katılan tüm öğrencilerin doğru cevaplandırdığı; şema çizme ile bölmek ve yönetmek stratejilerini iki öğrencinin; tahmin-kontrol stratejisini ise üç öğrencinin yanıtlayamadığı sonuçlarına ulaşmışlardır. Ayrıca öğrencilerin verilen soruların açıklamalarını uzun bulduklarını, tahmin kontrol stratejisini kullanırken sıkıntı yaşadıklarını, bölmek ve yönetmek stratejisinde ise fazla zaman harcadıklarını gözlemişlerdir.

İncebacak ve Ersoy (2016a) bu çalışmayı ortaokul öğrencilerinin problem çözme ve problem çözme stratejileri seviyelerini araştırmak amacıyla yapmışlardır. Çalışmayı rasgele seçilen, Türkiye'nin Karadeniz Bölgesindeki iki ilden toplam 72 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada nitel araştırmaya uygun olan vaka çalışmasını kullanmışlar ve içerik analizi uygulamışlardır. Çalışma grubunu, Samsun ilinde 50, Karadeniz Bölgesi'nde Sinop ilinde 22 öğrenciden, 35'i kız, 37'si erkek öğrenci oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak Smith tarafından geliştirilen ve araştırmacılar tarafından Türkçeye uyarlanan beş yaratıcı problem kullanılmıştır. Uygulanan problemler Polya'nın problem çözme aşamasına göre değerlendirilmiş ve sonuç olarak öğrencilerin daha önce karşılaştıkları veya çözdüklerine benzer problemleri çözmede daha başarılı oldukları ve öğrencilerin çoğunluğunun rutin olmayan problemleri çözmekte güçlük çektiği görülmüştür.

İncebacak ve Ersoy (2016b) yaptıkları bu çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin problem çözme ve problem çözme strateji kullanım düzeylerini araştırmaktır. Çalışmayı Türkiye'nin Karadeniz Bölgesi'nde bulunan iki ilden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile seçilen toplam 72 öğrenci ile gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada betimsel analiz kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak Smith (1997) tarafından geliştirilen ve araştırmacılar tarafından Türkçeye uyarlanan iki problem kullanılmıştır. Uygulanan problemler Polya'nın (1945) problem çözme aşamalarına göre değerlendirilmiş ve öğrencilerin problemi çözerken tahmin ve kontrol, mantıksal akıl yürütme, tahmin etme, bağıntı kurma stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin problemin değerlendirilmesi aşamasında başarılı olduklarını görmüşlerdir.

Kabael ve Akın (2016) çalışmasını 7. sınıf öğrencilerinin bir cebirsel hikâye problemini çözerken kullandıkları problem çözme stratejilerinin ve niceliksel muhakeme becerilerinin incelenmesi amacıyla yapmışlardır. Araştırma nitel bir çalışma olup dokuz tane 7. sınıf öğrencisi ile yapılmış, veriler klinik görüşme tekniği aracılığı ile toplanmıştır. Araştırma bulguları bu 7. sınıf öğrencilerinin yedisinin aritmetiksel stratejileri ve diğer ikisinin de cebirsel stratejiler kullandığını göstermiştir. Yaptıkları incelemelerde, öğrencilerin problem çözme sürecinde hem aritmetiksel ve hem de cebirsel stratejilerin kullanılabilmesinde niceliksel muhakeme becerisinin önemli bir rol oynadığı fark edilmiştir Ayrıca aritmetikten cebire geçişte 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel stratejileri problem çözüm sürecinde kullanma yerine genellikle aritmetiksel çözüme odaklandıkları sonucuna varılmıştır.

Atay'ın (2017) yaptığı bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin problem çözmede çözüm stratejilerini kullanma becerilerini değerlendirme amacını taşımaktadır. Bu amaç doğrultusunda, araştırmacı en az iki strateji ile çözülebilecek şekilde 15 matematik problemi hazırlamıştır. Araştırmacı çalışmayı 24 yedinci sınıf öğrencisi ile yapmıştır. Öğrencilerin yaptıkları çözümler incelenerek öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri belirlenmiş ve çalışmada betimsel araştırma deseninden faydalanılmıştır. İstatiksel analiz ve bağımsız gruplar t-testi kullanılmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda, 12 Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve 12 Matematik Başarısı Orta (MBO) toplam 24 öğrenci uygun örnekleme tekniği ile seçilmiştir. Bu öğrenciler özel bir okulda okuyan il genelinde 6. sınıf öğrencilerin katılabildiği seviye belirleme sınavında aldıkları puanlara göre belirlenen ve sınıflara yerleştirilen öğrencilerdir. MBY öğrencilerin matematik dersi, diğer gruptan farklı olarak 6. sınıftan itibaren haftalık ders programında daha fazla yer almıştır. Bu grup fazladan işlenen matematik dersleri sayesinde farklı türde problemlerle uğraşma fırsatı buldukları bilinmektedir. Sonuçta, iki grupta da en fazla denklem kurma/eşitlik yazma stratejisinin kullanılmış olduğu, şema çizme stratejisi ise MBY öğrencilerin en az tercih ettiği strateji olduğu ortaya çıkmıştır. Bu iki grup arasında problem çözme açısından ise, doğal olarak, MBY belirgin bir şekilde üstün olduğuna; fakat strateji kullanımı ortalaması açısından ise önemli bir fark olmadığına ulaşılmıştır.

Kılıç (2018) çalışmasını toplam 189 ortaokul 8. sınıf öğrencisi ile bu öğrencilerin problem çözme stratejilerinden biri olan örüntü arama stratejisi ile çözülebilecek problem kurma performanslarını belirlemek amacıyla yapmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere örüntü arama stratejisi ile çözülebilecek problem kurmaları ve bu problem kurma sürecinde neler yaptıklarını adım adım anlatmaları istenmiştir. Çalışmaya katılan öğrencilerden gönüllü olan ve başarı düzeylerine göre farklılık gösteren toplam 6 öğrenci ile de klinik görüşmeler gerçekleştirilmiş ve verilerin analizinde semantik ve betimsel analiz teknikleri kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, katılımcıların büyük çoğunluğu örüntü arama stratejisi ile çözülebilecek problem kurma yerine örüntü oluşturma yoluna gittikleri sonucuna varılmıştır.

Temel'in (2018) yaptığı bu çalışma ile problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması amaçlanmıştır. Bunun için literatürde en çok yer alan problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerileri esas alınarak sınıflandırılması gerçekleştirilmiş, problem çözme stratejileri eğitiminin etkisi ve problem çözme stratejileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişki ortaya konulmuştur. Çalışmada yarı deneysel desen kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 8. sınıfta öğrenim görmekte olan 42 öğrenci oluşturmuştur. Öğrenciler, TEOG sınavı matematik başarı puanlarına göre belirlenmiş 21'er öğrenciden oluşan birbirine denk iki grup, deney ve kontrol gruplarına rastgele atanmıştır. Deney grubu ile 5 haftalık (10 ders saati) problem çözme stratejileri eğitimi gerçekleştirilirken kontrol grubu ise normal öğrenimine devam etmiştir. Araştırmanın nicel verileri Problem Çözme Testi ve Matematik Okuryazarlık Testi ile toplanmış, nitel veriler ise deney grubunun problem çözme testi son testinin çözümlerinden elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda bağıntı bulma, değişken kullanma ve diyagram çizme stratejilerinin hem formüle etme hem de yürütme süreçlerini; sistematik liste yapma ve tablo yapma stratejilerinin sadece yürütme sürecini; geriye doğru çalışma, tahmin ve kontrol ile muhakeme etme stratejilerinin hem yürütme hem de yorumlama, değerlendirme süreçlerini; basitleştirme stratejisinin ise formüle etme, yürütme ve yorumlama, değerlendirme süreçlerini içerdiği tespit edilmiştir. Problem çözme stratejileri eğitiminin, öğrencilerin problem çözme stratejilerini kullanma ve matematik okuryazarlık düzeylerini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca problem çözme stratejilerinin matematik okuryazarlık başarı düzeyinin anlamlı bir yordayıcısı olduğu ortaya konulmuştur.

Bazı değişkenlerin ilköğretim öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine etkisini incelemek, öğrencilerin problem kurma ya da problem çözme becerilerini belirlemek ya da ilköğretim öğrencilerinin problem çözmeye karşı tutum ve inançlarını ortaya koymak konusunda yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Karataş ve Güven'in (2004) yaptıkları bu çalışmanın amacı öğrencilerin problem çözme aşamalarındaki yeterliliklerini ve zayıflıklarını ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda 4 sözel problem hazırlanmış ve klinik mülâkat yöntemi yardımıyla ilköğretim 8. sınıfta okuyan 5 öğrencide uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrenciler çoğunlukla problemi anlama aşamasında problemi değişken kullanarak açıkladıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca problemi yanlış tanımlayan öğrenciler, denklem kurmada ve sonuca ulaşmada zorluk çekmişlerdir.

Özsoy'un (2005) yaptığı bu araştırmanın amacı ilköğretim 5. sınıfta problem çözme becerisi ile matematik dersi başarısı arasındaki ilişkiyi incelemektir. Araştırmaya 5.sınıflarda öğrenim gören 107 öğrenci katılmıştır. Verileri elde etmek amacıyla çoktan seçmeli test maddelerinden oluşan; "Matematik Başarı Testi" ve "Problem Çözme Beceri Testi" kullanılmış olup, araştırma sonunda; ilköğretim 5. Sınıf matematik başarısı ile problem çözme becerisi arasında anlamlı ve pozitif yönde bir ilişki bulunduğu görülmüştür.

Vilenius-Tuohimaa, Aunola ve Nurmi (2008) bu çalışmada, matematiksel kelime problemi becerileri ile okuduğunu anlama arasındaki etkileşimi araştırmayı amaçlamışlardır. Katılımcılar 9-10 yaş arası 225 öğrenciden oluşmuştur Çocukların metin anlama ve matematiksel kelime problem çözme performansı test edilmiştir. Katılımcıları iyi veya kötü okuyucu olarak sınıflandırmak için teknik okuma becerileri incelenmiştir. Sonuçlardan biri matematik kelime problemleri üzerindeki performansın okuduğunu anlamadaki performansla yakından ilişkili olduğunu göstermiştir.

Yıldız'ın (2008) yaptığı çalışmanın amacı Polya'nın matematik adımlarına dayalı matematik öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme yeteneklerindeki, problem çözmeye yönelik tutumlarındaki ve matematiğe yönelik tutumlarındaki değişimi incelemektir. Bu amaçla bir ilköğretim okulunun 6. sınıfında öğrenim gören 53 öğrenci ile çalışma yapılmıştır. Bu sınıfta çalışmanın sürdürüldüğü 17 hafta boyunca problem çözümünde Polya'nın metodu kullanılmış ve çalışma sonucunda öğrencilerin matematik problemlerini çözme becerilerinde önemli bir artış olduğu, Polya'nın adımlarına dayalı matematik öğretiminin öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarını arttırdığı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde olumlu rol oynadığı bulunmuştur.

Yaşa (2010) yaptığı bu çalışmada, yeni ilköğretim programı ışığında problem çözme stratejileri öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına etkisini araştırmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 12 ilköğretim 6. sınıf öğrencisi oluşturmuş, araştırmada karma yöntem kullanılmıştır. Verilerin toplanmasında, araştırmacı tarafından geliştirilen ön test ve son test olarak kullanılan problem çözme başarı testi ile çalışma yapraklarından yararlanılmıştır. Araştırmada ön testin uygulanmasından sonra, gruba problem çözme stratejileri hakkında bilgilendirme yapılmış olup sonrasında bu stratejilerin kullanılacağı problemlerin yer aldığı çalışma yapraklarını 18 ders saat süreyle uygulamışlardır. Araştırmanın sonunda, son test uygulamışlar ve öğrencilerin uygulama hakkındaki görüşlerine başvurmuşlardır. Araştırmanın sonucunda, çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejileri öğretiminin öğrencilerin problem çözme başarılarını arttırdığı sonucuna varmışlardır.

Kanadlı ve Sağlam (2013) yaptıkları araştırmayla 7. sınıf öğrencilerinin üstbilişsel davranışları olarak görülen soruyu anlamak için tekrar tekrar okumanın soruyla ilgili şekiller çizmenin, sonucun mantıksal ve matematiksel kontrolünü yapmanın problem çözmeye etkisi olup olmadığını belirlemek istemişlerdir. Bu çalışma bir vaka incelemesidir ve araştırmanın çalışma grubunu 25 tane 7. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Verileri, sesli düşünme yöntemi kullanılarak bir ses kayıt cihazı ile toplamışlar ve ses kayıtları yazıya çevirip daha sonra içerik (tümevarım) analizi yapılarak kategori ve kodlar tespit etmişlerdir. Araştırmanın sonucunda soruyu tekrar tekrar okuma, soruyla ilgili şekil çizme, sonucun mantıksal ve matematiksel kontrolünü yapma yöntemlerinin alıştırma sorularının çözümünde etkili olduğu, problem çözümünde herhangi bir etkisinin olmadığı sonucuna varmışlardır.

Turhan ve Güven'in (2014) çalışmasının amacı, problem kurma yaklaşımı ile gerçekleştirilen matematik öğretiminin, öğrencilerin problem çözme başarıları, problem kurma becerileri ve matematiğe yönelik görüşlerine etkisini incelemektir. Araştırmada deneysel model kullanılmış ve öğrencilerin matematiğe yönelik görüşlerini belirlemeye yönelik nitel veriler de toplanmıştır. Araştırmada, deney grubundaki öğrencilere problem kurma yaklaşımı ile gerçekleştirilen matematik öğretimi uygulanmış ve kontrol grubundaki öğrencilerle ders kitabına bağlı kalınarak, süregelen öğretme-öğrenme süreçleri devam ettirilmiştir. Araştırmanın uygulama süreci "Ondalık Kesirler" ünitesi kapsamında sekiz hafta devam etmiştir. Araştırma sonunda grupların Problem Çözme Başarı Testi sontest puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık belirlenemezken, Problem Kurma Beceri Testi sontest puan ortalamaları arasında ise deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu belirlenmiştir. Diğer yandan, deney grubunda yer alan öğrencilerin matematiğe yönelik görüşlerinde olumlu yönde farklılıklar olduğu belirlenmiştir.

Memnun (2015) bu araştırmayı, ortaokul öğrencilerinin problem çözmenin önemi ile matematiksel problem çözmeye ilişkin bilgi ve becerileri hakkındaki inançları ortaya koymak amacıyla yapmıştır. Çalışmayı 5, 6 ve 7. sınıflarda öğrenim görmekte olan toplam 443 öğrenciye 3 farklı açık uçlu soru yazılı olarak yöneltmiştir. Elde edilen veriler betimsel analiz ve içerik analizi yöntemleri ile çözümlenmiştir. Çalışmanın sonunda, araştırmaya katılan ortaokul öğrencilerinin birçoğunun problem çözmenin matematik derslerinde neden önemli olduğu konusunda fikir sahibi olmadıklarını anlamış ve ortaokul öğrencilerinin birçoğunun problem çözme aşamaları ile problem çözme stratejileri konusundaki bilgi ve becerilerinin geliştirilmesine ihtiyaç olduğu sonucuna varmıştır.

Kurbal'ın (2015) yaptığı bu çalışmanın amacı Zekâ Oyunları dersinin 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve akıl yürütme becerilerine olan etkisini incelemektir. Bu amaçla, dersin başında ve sonunda öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri ve bu stratejilerin altında yatan akıl yürütme becerileri araştırılmıştır. Çalışma özel bir ortaokulda okuyan ve Zekâ Oyunları dersi alan 40 altıncı sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Veriler, matematiksel problem çözme ve akıl yürütme testi, Zekâ Oyunları dersi değerlendirme formları ve yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Sekiz tane açık uçlu, rutin olmayan ve gerçek hayat probleminden oluşan test, araştırmacı tarafından literatüre dayalı olarak hazırlanmış ve ön test ve son test şeklinde uygulanmıştır. Testlerin sonuçlarını karşılaştırmak amacıyla eşleştirilmiş t-test uygulanmış ve 7 katılımcıyla yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın bulgularından biri, öntest ve sontest puanları arasında istatistiksel olarak sontest lehine anlamlı bir fark ortaya çıktığıdır. Bu bulgu, Zekâ Oyunları dersi alan öğrencilerin problem çözme stratejilerini ve akıl yürütme becerilerini geliştirdiğini göstermiştir.

Yazlık ve Erdoğan'ın (2016) araştırmasının amacı, işbirlikli öğrenme ile birlikte kullanılan problem çözme stratejilerinin öğrencilerin problem çözme başarısına etkisini araştırmaktır. Araştırmada kontrol gruplu ön test ve son test araştırma deseni kullanmışlardır. Araştırmanın örneklemini, 35'i deney grubu ve 36'sı ise kontrol grubunda olmak üzere toplam 71 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verilerini 20 problemden oluşan "Problem Çözme Testi" ile toplamışlar ve uygulamaya başlamadan önce deney grubu öğrencilerine Polya'nın dört aşamalı problem çözme sürecinden bahsedilmiş ve iki örnek problem üzerinde bu süreci kavratmaya çalışmışlardır. Ayrıca deney grubu öğrencilerine Polya'nın problem çözme süreci dikkate alınarak dikkat çekici hikâyeleştirilmiş birer problemin bulunduğu çalışma yaprakları hazırlamışlardır. Deney grubu öğrencileri ile "Problemler" konusunu bu çalışma yaprakları ve iş birlikli öğrenme grupları ile 30 ders saati ve kontrol grubunda ise "Problemler" konusu 30 ders saati boyunca geleneksel öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Problem çözme testinden elde edilen veriler bağımlı ve bağımsız t testi ile analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucunda deney grubundaki öğrencilerin problem çözme başarıları ile kontrol grubundaki öğrencilerin problem çözme başarıları arasında anlamlı bir farka rastlamamışlar; fakat uygulamadan 5 ay sonra ise deney grubu öğrencilerine son testteki soruların aynısını içeren kalıcılık testi uyguladıklarında deneysel öğrenme ortamının olumlu etkilerinin kaybolmamış olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Dölek (2018) bu çalışmayla ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla çalışmada, Polya'nın problem çözme aşamalarına göre yapılandırılan problem çözme öğretimi yapılmış sonrasında öğrencilere problemler çözdürülmüştür. Daha sonra Stoyanova ve Ellerton'un serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma durumlarına göre problem kurma öğretimi yapılmıştır. Öğrencilerin çözdükleri ve kurdukları problemlerin Polya'nın dört aşamasının her biri için belirlenen kritik davranışlara göre incelenmesi sonucunda kurulan problemler ise "problem", "problem değil" ve "boş" olmak üzere üç ana kategoride değerlendirilmiş ve araştırmada problem çözme aşamaları olan problemi anlama, plan hazırlama, planı uygulama ve değerlendirme aşamalarında öğrencilerin performanslarının düşük olduğu ulaşılan sonuçlardan biridir.

Lise öğrencileriyle problem çözme konusunda yapılan çalışmalardan biri aşağıda verilmiştir.

Arıkan ve Ünal (2012) bu çalışmayı bir problemin birden fazla yolla çözümünü bulmanın getireceği faydaları ve farklı profile sahip öğrencilerin çoklu yoldan problem çözme becerilerini tespit etmek amacıyla 11. sınıfta öğrenim gören 15 öğrenciyle yapmışlardır. Çalışma nitel araştırma olup durum çalışması özelliği taşımıştır. Araştırma için 11. sınıf konusu olan karmaşık sayılar konusunu seçmişlerdir. Öğrencilere dört adet karmaşık sayı sorusunun yer aldığı çalışma kâğıtlarını dağıtmışlar ve her bir soru için mümkün olabildiğince çoklu yoldan problemin çözümüne ulaşmalarını istemişlerdir. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerle üç sorudan oluşan yapılandırılmış mülakat yapmışlardır. Sonuçta, her soru için üçten fazla yol keşfeden öğrenciye rastlamamışlardır. Kimi öğrenci çoklu yoldan problem çözmenin gereksiz olduğunu düşünürken, kimi öğrenciler de çoklu yoldan problem çözmenin önemli olduğu görüşünde birleşmişlerdir.

Sepeng ve Sigola (2013) bu araştırmayı, 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel kelime problemlerini bir sınıfta çözerken yaptıkları hata kaynaklarını araştırmak amacıyla yapmışlardır. Çalışmada bir test yoluyla toplanan verilerle nicel bir yaklaşım izlemişlerdir. Araştırmaya matematikte farklı akademik başarılara sahip 35 dokuzuncu sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilerin yazılı çalışmalarından (veya bir testinden) toplanan verilerin analizleri sonucunda, öğrencilerin matematiksel kelime problemlerini okurken ve anlamada zorluklarla karşılaştığı ortaya koyulmuştur. Bu durum ise bir problem ifadesinde kullanılan matematiksel kelimeleri anlama eksikliğinin bir sonucu olarak ortaya çıktığını göstermiştir.

Saleh, Yuwono, As' ari ve Sa'dijah (2017) bu çalışmayı Newman hata basamaklarını kullanarak öğrencilerin problem çözmede yaptıkları hataları analiz etmek amacıyla yapmışlardır. Bu çalışma nitel bir çalışmadır. Çalışmada öğrencilerle görüşmeden yararlanılmıştır. Araştırma Endonezya'nın Güney Batı Nusa kentindeki 148 lise öğrencisi ile yapılmıştır. Araştırmada kullanılan test iki problem içermiştir. Bunlar: Kaynak ve hedef. Çalışmada öğrencilerden matematiksel kavramlar birbirine bağlı olduğu için öğrencilerin önceki problemin karşılaştığı problemleri ilişkilendirebilmeleri ve problem çözme hedeflerindeki öğrencilerin bir şeyler yapması istenmiştir. Öğrenciler problemi okumaya ve anlamaya başlayıp; daha önce bildikleri sorunları önceden bildikleri problemlerle ilişkilendirerek çözülecek problemlerin kesin formülünü belirlemeleri ve daha sonra aritmetik işlemlerini yapmaları istenmiştir. Genel olarak, öğrencilerin problemi anlamada hata yaptıkları sonucuna ve öğrencilerin problemde ne verildiğini ve problemde ne istendiğini bilmedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Saygılı (2017) yaptığı bu çalışmayla bir lisedeki bazı öğrencilerin rutin olmayan problemleri nasıl çözdüklerini araştırmayı amaçlamıştır. Bu problem durumu, kavramsal matematik anlayışlarını ve çözüme dahil olan algoritmalarla ilgili prosedürel bilgilerini kullanmayı gerektirmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analiz sonuçları her öğrencinin en az üç problem çözme stratejisi kullandığını göstermiştir. En sık kullanılan stratejiler ise sistematik liste yapmak, kalıp (formül) aramak, mantıksal akıl yürütmek ve model ya da diyagram oluşturmak olmuştur. Ayrıca iyi performans gösteren öğrencilerin de çözüm stratejilerini rahatlıkla kullandıkları sonucuna varmışlardır.

Zamzam ve Patricia (2018) yaptıkları bu çalışma ile geometri problemlerindeki öğrenci hatalarını Newman'ın hata analizi envanteri ile incelemeyi amaçlamışlardır. Bu araştırma nitel bir araştırmadır. Her biri farklı bilişsel ve cinsiyet stilleri olan öğrencilerden oluşan matematik eğitimi dersi alan dört öğrenci ile yapılmıştır. Bu çalışmada veri toplama teknikleri olarak test ve mülakat teknikleri kullanılmıştır. Sonuçta sık sık hatanın dönüşüm aşamasında ve beceri sürecinde olduğuna ulaşılmıştır.

Öğretmen adayları ile problem çözme stratejileri konusunda yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Avcu (2012) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel problem çözmedeki başarılarını ve kullandıkları stratejilerin neler olduğunu incelemek amacıyla, bir ilköğretim matematik öğretmenliği programına devam eden 250 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Veri toplamak için araştırmacı tarafından oluşturulan dokuz maddelik Problem Çözme Testi kullanılmış ve araştırma sonucunda ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözmede başarısı oldukça yüksek bulunmuş; fakat ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının farklı problem çözme stratejilerini sınırlı kullandıkları belirlenmiştir. Adayların en çok şekil çizme ile tahmin ve kontrol stratejilerini kullandıkları ayrıca denklem kurma ve formül kullanma stratejilerinden de yararlandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının en az kullandıkları strateji ise örüntü bulma stratejisi olmuştur. Çalışmanın bulgularına dayanarak Avcu (2012) matematik eğitimcilerinin öğretimde aktif bir rol alması için problem çözme süreç ve stratejilerinin öğrenilmesi, öğretmen eğitimi programlarında problem çözmenin daha çok vurgulanmasını önermiştir.

Ersoy ve Güner (2015) bu çalışmada problem çözme becerilerinin geliştirilmesi için verilen problem çözme dersinin etkilerini araştırmak ve ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözme stratejilerini ve problem çözme aşamalarını kullanma durumlarının matematiksel düşünme düzeyleri üzerine etkisini öğrenmeyi amaçlamışlardır. Çalışmada, nicel araştırma yöntemleri kulanılmış olup 13 hafta (26 saat) boyunca yürütülmüş ve öğrencilere Polya'nın (1945) dört adımdan oluşan problem çözme aşamaları ve problem çözme stratejileri öğretilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak başka bir araştırmacı tarafından geliştirilen iki problem kullanılmış ve problem çözme dersinin matematiksel düşünme üzerine etkisinin olup olmadığını belirlemek için diğer bir araştırmacı tarafından geliştirilen "Matematiksel Düşünme Ölçeği" kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, problem çözme konusunun matematik öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerini ve uygun stratejiyi seçip uygulayabilme becerilerini geliştirmeleri üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Ayrıca, problem çözme konusunun matematiksel düşünme üzerinde olumlu bir etkisi olduğu sonucuna varılmıştır.

Gürbüz ve Güder (2016) çalışmasını 6 ortaokul matematik öğretmeni ile ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözmede kullandıkları farklı stratejileri belirlemek ve bu farklılığın nedenlerini ortaya koymak amacıyla yapmışlardır. Bunun için literatür ile bağlantılı 3 matematik problemini çalışmada uygulanmak üzere seçmişler ve özel durum (case study) çalışması yaparak öğretmenlerin problemlerin doğru sonucunu bulmada kısmen yeterli olduklarını, fakat farklı stratejiler kullanmada yeterli olmadıkları sonucuna varmışlardır.

Gümüş ve Umay (2017) bu çalışmayı problem çözme stratejileri öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözerken kavramsal ve işlemsel çözüm tercihlerine ve problem çözme performanslarına olan etkisi incelemek amacıyla yapmışlardır. Çalışmada yarı deneysel desen kullanmışlar ve daha önceden bir problem çözme eğitimi almamış olan iki grupla çalışmışlardır. Gruplara strateji temelli problem çözme eğitimi ve strateji temelli olmayan problem çözme eğitimi olmak üzere iki farklı problem çözme eğitimi vermişlerdir. Araştırma sonucunda, strateji temelli problem çözme eğitimi alan grubun işlemsel çözüm yollarını, strateji temelli olmayan problem çözme eğitimi alan grubun ise kavramsal çözüm yollarını tercih ettiklerini görmüşlerdir. Araştırmanın başka bir bulgusu ise eğitim süreci sonunda her iki grubun performanslarında da aynı ölçüde artış olması ancak diğer grubun tersine, strateji eğitimi yapılmayan grup için bu artışın kalıcı olması olmuştur.

Yılmaz (2017) yaptığı bu çalışmayı sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme süreçleri ile ilgili durumlarını ortaya koymak ve problem çözme sürecinde kullandıkları stratejilerin neler olduğu belirlemek amacıyla, bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde sınıf öğretmenliği 3. sınıfında öğrenim gören 126 katılımcı ile nitel olarak gerçekleştirmiştir. Adaylara ilkokul düzeyine uygun rutin bir problem sorulmuş çözümünün incelenmesi ile elde edilen veriler Polya'nın problem çözme sürecinin basamakları doğrultusunda betimsel olarak analiz edilmiştir. Sınıf öğretmeni adaylarının çoğunlukla tahmin-kontrol, sistematik liste yapma ve ilkokul düzeyine uygun olmayan denklem kurma stratejisini kullandıklarını, bir kısmının ise muhakeme etme ve diyagram kullanma stratejilerini tercih ettikleri sonucuna varılmıştır.

Özdemir, Koçak ve Soylu (2018) bu çalışmayı ortaokul matematik öğretmeni adaylarının sözel problemleri değişkensiz olarak çözebilme becerilerini ve problem çözme süreçlerinde kullandıkları stratejileri ve yöntemleri incelemek amacıyla yapmışlardır. Bu doğrultuda, çalışmanın katılımcılarını ortaokul matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören 72 öğretmen adayı oluşturmuştur. Bu araştırmada, durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak, değişken kullanmadan çözülebilen 6 sözel problemden oluşan form hazırlamışlardır. Çalışmadan elde edilen verileri, öğretmen adaylarının yazılı açıklamalarından ve bu adaylar arasından seçilen 8 öğretmen adayı ile yapılan görüşmelerden elde etmişler ve elde edilen verilerin analizinde nitel veri analizi tekniklerini kullanmışlardır. Çalışmadan elde edilen bulgular sonucunda, öğretmen adaylarının çoğunun yüzde problemi dışında geriye kalan yaş, hareket, sayı ve işçi problemlerini değişkensiz olarak çözebildiklerini ve çözümlerinde çoğunlukla deneme-yanılma stratejisini kullandıklarını görmüşlerdir.

Aşağıda öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili inançlarını incelemek için yapılan çalışma (Kayan ve Çakıroğlu, 2008), problem çözme becerileri ve matematiksel düşünme düzeylerini araştırmak konusunda yapılan çalışma (Ersoy ve Güner, 2014) ve problem kurma becerilerini incelemek için yapılan çalışma (Sitrava T. ve Işık, 2018) örneklerine yer verilmiştir.

Kayan ve Çakıroğlu (2008) bu çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme ile ilgili inançlarını incelemişlerdir. Çalışma grubunu beş üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği programlarına devam eden 244 son sınıf öğretmen adayı oluşturmuştur. Veriler, araştırmacılar tarafından geliştirilen bir ölçek aracılığıyla toplanmış ve araştırmanın sonucunda genel olarak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili pozitif görüşlere sahip oldukları sonucuna varılmıştır. Fakat öğretmen adaylarının gerek hesaplama becerileri konusunda gerekse problem çözerken önceden belirlenmiş adımları takip etme konusunda bazı gelenekçi görüşlere sahip oldukları saptanmıştır.

Ersoy ve Güner (2014) bu çalışmayı sınıf öğretmenliği 3. sınıf adaylarının problem çözme becerileri ve matematiksel düşünme düzeylerini araştırmak amacıyla yapmışlardır. Çalışma durum çalışması olup öğrencilere problem çözme becerilerini geliştirmek için Polya'nın dört adımdan oluşan problem çözme aşamaları anlatılmış, problem çözme stratejileri tanıtılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak önceden geliştirilmiş olan iki problem ve "Matematiksel Düşünme Ölçeği" kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin geliştiği ve uygun stratejiyi seçebilme, uygulayabilme becerilerinde olumlu yönde artış olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Sitrava T. ve Işık (2018) bu çalışmayı sınıf öğretmeni adaylarının doğal sayılarda dört işlem ile ilgili kurdukları problemleri ve problem kurma becerilerini incelemek amacıyla yapmışlardır. Verileri durum çalışması yöntemi kullanılarak toplamışlardır. Çalışmaya 72 sınıf öğretmeni adayı katılmış veriler ise iki sorudan oluşan "Serbest Problem Kurma Soru Seti" aracılığıyla toplanmıştır. Verileri analiz etmek için içerik analizi yaklaşımını kullanmışlardır. Çalışmanın bulgularına göre, bazı öğretmen adaylarının yeterli müfredat bilgisine sahip olmadığı için kazanıma uygun olmayan problemler kurduklarını belirlemişler ve ayrıca, sözel denklem yazan ve hiç problem kuramayan öğretmen adaylarının ise alan bilgisinin, problem çözme deneyiminin ve yaratıcılık yeteneklerinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu az işlemli sözel problemler kurmuşlardır.

Aşağıda üstün zekalı ve üstün yetenekli öğrenciler ile problem çözme konusunda yapılan çalışmalardan bazıları örnek olarak verilmiştir.

Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven (2012) yaptıkları bu çalışmada üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümünde kullandıkları stratejileri incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada özel durum çalışması kullanılmıştır. Veriler klinik mülakat yöntemi ile toplanmıştır. Veri toplama aracı olarak beş problem kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda; üstün yetenekli olan öğrencilerin, bir problemin çözümünde daha çok sayıda strateji kullandıkları görülmüştür. Ayrıca her iki grup birlikte düşünüldüğünde; tüm olası durumları düşünme stratejisinin en fazla kullanıldığı ve tahmin etme-test etme stratejisinin hiç kullanılmadığı görülmüştür.

Aydoğdu ve Keşan (2016*)* bu çalışmayı 9. sınıf üstün zekâlı öğrencilerin geometri dersindeki problem çözme stratejileri ve bu stratejilerin Van Hiele geometri düşünme düzeylerine göre farklılık gösterip göstermediği araştırmak amacıyla yapmışlardır. Çalışma Fen Lisesi'nde öğretim gören 27 dokuzuncu sınıf öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre Yaşantıya Bağlı Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin en çok kullandıkları stratejilerin problemi ayrıştırma, diyagram çizme ve değişken kullanma olduğu, en az kullandıkları stratejilerin problemin dışında hareket etme olduğu; Mantıksal Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin en çok kullandıkları stratejilerin diyagram çizme, bilinen bir bilgiyi kullanma, değişken kullanma ve benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma olduğu, en az kullandıkları stratejilerin tahmin ve kontrol, problemi özetleme ve problem dışında hareket etme olduğu sonuçlarına varmışlardır. En İleri Düzeyde bulunan öğrencilerin ise en çok kullandıkları stratejilerin problemi ayrıştırma, diyagram çizme, bilinen bir bilgiyi kullanma ve değişken kullanma iken; en az kullandıkları stratejilerin problemin dışında hareket etme stratejisi olduğunu görmüşlerdir.

Bayazıt ve Koçyiğit (2017) bu çalışmayla üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarılarını incelemeyi amaçlamışlardır. Örnek olay yönteminin kullanıldığı bu çalışma 72 ortaokul öğrencisinin (36 üstün zekâlı, 36 normal zekâlı) katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Yazılı sınav ve mülakatlardan elde edilen veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak analiz edilmiş ve rutin olmayan problemlerin çözümünde üstün zekâlı öğrencilerin çok daha esnek düşünebildikleri, farklı yaklaşım ve özgün yöntemler kullanabildiklerini göstermiştir. Kullanılan stratejilerin çeşitliliği ve etkinliği noktasında da üstün zekâlı öğrencilerin daha başarılı olduklarını görmüşlerdir. Üstün zekâlı öğrenciler liste yapma, şekil çizme, problemi basitleştirme, geriye doğru çalışma ve örüntü arama/bağıntı bulma stratejilerini başarılı bir şekilde kullanırken normal zekâlıların deneme-yanılma, işlem seçme ve denklem kurma türünden geçmişten aşina oldukları rutin stratejileri tercih ettikleri sonucuna varmışlardır.

İlköğretim öğrencileri ile problem çözme sürecinde karşılaşılan hatalar konusunda yapılan hatalar konusunda yapılan araştırmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Ellerton, Clements (1996) çalışmasını Malezya ve Avustralya'da 7. sınıf öğrencilerinden oluşan bir örneklem ile yapmışlardır. Testte 24 matematik sorusu kullanılmıştır. Newman röportaj tekniğine uygun olarak röportaj yaptılar. İki ülkede öğrencilerin yaptıkları hata türleri analiz edilip ve karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak tüm hataların yaklaşık %70'inin anlama, dönüşüm veya dikkatsizliğin birinde olduğu belirlenmiştir.

Prakitipong ve Nakamura (2006) yaptıkları çalışmada öğrencilerin okuma, anlama, dönüştürme, süreç becerileri ve kodlama gibi beş aşamada sınıflandırılmış yeteneklerinin seviyelerinin analizi yoluyla düşük başarı nedenini ortaya koymaya çalışmışlardır. Karşılaştırma, Bangkok ve Samutsakhon Eyaletindeki öğrenciler arasında yapılmıştır. Beşinci sınıf 40 öğrenciye 5 soru sorulmuş, sonuç olarak öğrencilerin hatalarının çoğu yapılandırılmış sorular için anlama düzeyinde, çoktan seçmeli sorular için dönüşüm düzeyinde gerçekleşmiştir. İyi performans gösterenlerin hatalarının okuma düzeyinde gerçekleşmediği, ancak düşük performans gösterenlerin hatalarının çoğunlukla anlama düzeyinde gerçekleştiği sonuçlarına varılmıştır.

Singh, Rahman ve Hoon (2010) yaptıkları bu çalışma İngilizce olarak sunulan matematik görevlerindeki hataları belirlemek amacıyla ilköğretim 4. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Testin bazı maddelerinde yanlış cevap veren bu öğrencilerle, Newman Hata Analizi Envanteri kullanılarak yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerinin hatalarının dil (okuma ve anlama) ile ilgili olduğu ve geri kalan %68'inin içerik bilgisi (dönüşüm, süreç becerisi, kodlama,…) ile ilgili olduğu bulunmuştur.

Yayan'ın (2010) yaptığı bu çalışmanın amaçlarından biri özelikle, 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerini dört süreçli problem çözme çerçevesinde araştırmaktır. Bu dört süreç ve problemi anlama, bir plan tasarlama, planı gerçekleştirme ve geriye bakma ve değerlendirme süreçleridir. Çalışmada, ilgili literatüre dayalı bir model önerilmiş ve bu önerilen model hiyerarşik doğrusal modelleme tekniği kullanılarak test edilmiştir. Çalışmanın bir diğer amacı için çalışmaya katılan öğrencilerin matematik öğretmenleri de öğretmen anketini doldurmuşlardır. Çalışmanın sonuçlarından biri genel olarak 6. sınıf öğrencilerinin genel problem çözme becerileri testinde düşük performans gösterdikleridir. Öğrencilerin problem anlama sürecinde en iyi performansı gösterirken, geriye dönüp değerlendirme ve değerlendirme sürecinde en kötü performansı gösterdikleri sonucuna varmıştır.

Wijaya, Heuvel-Panhuizen, Doorman ve Robitzsch (2014) bu çalışmayı ortaöğretim düzeyinde son sınıf öğrencileri için tasarlanan bir sınava giren ilköğretim düzeyindeki öğretmen adaylarının sonuçlarını araştırmak, öğretmen adaylarının hatalarını belirlemek ve değerlendirmek için 56 öğretmen adayı ile gerçekleştirmişlerdir. Yapılan araştırmadaki problemleri Newman (1977, 1983) hata analizi envanterine dayanan modele uygun olarak belirledikleri bir model ile değerlendirmişlerdir.

Csaky, Azabova ve Nasticka (2015) bu çalışmayı bağlam temelli matematiksel problemleri çözerken öğrencilerin yaptığı hataları analiz etmek ve öğrenci çözümlerinde ortaya çıkan hata türlerini doğru tanımlamak, sınıflandırmak amacıyla yapmışlardır. Bu değerlendirmede Slovakya'daki bir proje kapsamındaki yazarların katkılarıyla tasarlanan dört basamak kullanılmıştır. Toplam 56 birinci ve ikinci sınıf öğrencisi ilköğretim öğretmenliği eğitimi veren üniversite yüksek lisans programı sınavına girilmiştir. Öğrenci çözümlerindeki hatalar, öncelikle Newman’ın hata kategorilerini ve ayrıca yazarın önerdiği 13 hata alt tipini öneren ek kategorileri takip ederek sınıflandırılmıştır. Yapılan analiz sonucunda öğrencilerin aynı türden görevleri çözerken benzer hatalar yaptıklarına ulaşılmıştır.

Taşpınar-Şener, Bulut (2015) yaptıkları bu çalışmada problemin çözümüne ulaşamayan öğrencilerin problem çözme adımlarından hangi adımda güçlük yaşadıklarını belirlemeye çalışmışlardır. Bu amaçla, seçkisiz örnekleme yoluyla seçilen 22 sekizinci sınıf öğrencisine 7 açık uçlu problem yöneltilmiş ve her problemde öğrencilere, problemi anlama, uygun stratejinin seçimi, seçilen stratejinin uygulanması ve kontrol etme adımlarını ölçen alt sorular/yönergeler yöneltilmiştir. Buna göre problemi çözemeyen öğrencilerin problem çözme adımlarından hangisinde sorun yaşadıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerin analizinde nitel araştırma yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmış, veriler kodlama yolu ile kategoriler halinde incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, problemleri çözemeyen öğrencilerin rutin problemlerde, uygun stratejinin seçimi ve stratejinin uygulanması basamaklarında, rutin olmayan problemlerde ise problemi anlama basamağında sorun yaşadıkları belirlenmiştir.

Ulu, Tertemiz, Peker (2016) araştırmasında ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerin çözümünde problem çözme sürecinde yaptıkları hata türlerinin belirlenmesini amaçlamışlardır. Bu hataların kaynağını belirlemek amacıyla betimsel tarama ve klinik mülakat metodundan faydalanmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin en fazla anlama kaynaklı (%45,50) hata yaptıkları; anlama kaynaklı hataların en fazla yanlış anlama kaynaklı (%27,28) olduğu, yanlış anlama kaynaklı hataları ilgisiz işlem (%10,42) kaynaklı ve eksik anlama (%7,39) kaynaklı hataların takip ettiği görülmüştür. Anlama kaynaklı hataların haricinde yapılan hataların sırasıyla yanlış stratejinin yürütülmesi (%5,72), eksik ya da yanlış okuma (%3,77), yanlış hesaplama yapılması (%2,62) ve hatalı strateji seçiminden (%2,36) kaynaklandığı belirlenmiştir.

Angateeah (2017) bu çalışmayı, kelime problemlerini çözmekte zorlanan 190 sekizinci sınıf öğrencileriyle yapmıştır. Çalışmada öğrencilere rutin olmayan üç kelime problemi uygulanmıştır. Problemleri çözerken kullanılan bilişsel süreçleri ölçmek için 15 öğrenci ile görüşülmüştür. Verileri analiz etmek için problem çözme çerçevesi kullanılmıştır. Sonuç olarak yüksek başarısı olan öğrencilerin dikkatsizlikten dolayı hatalar yaptıklarına, ortalama başarısı olanların işlemsel hatalar yaptıklarına ve düşük başarısı olanların ise problemin görselleştirilmesinde ve temsil edilmesinde zorluklarla karşılaştıklarına ulaşılmıştır.

Nuryadin ve Lidinillah (2012) çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel kelime problemini çözmedeki hata türlerini ve performanslarını Newman'ın Hata Analizi Envanteri ile incelemeyi amaçlamışlardır. Bu araştırmada betimsel yöntem kullanılmıştır. Rutin olmayan iki kelime probleminde hata yapan 23 öğrenci ile çalışılmış, 46 öğrencinin verdiği cevaplara göre %58,7 anlama hataları, %34,78 dönüşüm hataları olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca %6,52 hata göstermemiş ve öğrencilerin ortalama test puanı %43 olarak bulunmuştur. Sonuç olarak öğrencilerin matematiksel kelime problemlerini çözme konusundaki performanslarının iyi olmadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin okuma ve anlama becerilerini geliştirmeleri temel öneri olarak sunulmuştur.

Tong ve Loc (2017) bu çalışmayı, Vietnam'da matematik kelime probleminin bazı türleri ile ilgili 160 üçüncü sınıf öğrencilerinin hatalarını görmek amacıyla yapmışlardır. Sonuçlar, çocukların öznellik, dikkatsizlik, hesaplama kurallarının yanlış uygulanması, problem türlerinin yanlış tanımlanması ve yanlış hesaplama gibi birçok farklı nedenden dolayı birçok hata yaptığını göstermiştir.

Ekici ve Demir (2018) bu çalışmayı 4. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözerken yaptıkları matematiksel hataları matematiksel dil becerileriyle birlikte incelemek amacıyla yapmışlardır. Araştırmada veri toplama tekniği olarak başka bir araştırmacı tarafından geliştirilen dört işlem sorularının Türkçeye uyarlama çalışması yapılmış ve bu 10 adet dört işlem sorusu öğrencilere uygulanmıştır. Ardından gönüllü öğrencilerden 7'si ile Newman Hata Analizi prosedürlerine göre uygulama gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda 4. sınıf öğrencilerinin okumada, okuduğunu anlamada ve okuduklarını kendi cümleleriyle ifade etmekte sıkıntı yaşadıkları ve soruyu tam olarak anlayamadıklarından çözüm için uygun bir yol oluşturamadıkları ortaya çıkmıştır. Dört işleme hâkim olmamalarının da işlem hatası yapmalarına sebep olabildiği düşünülmüştür. Özellikle çarpma işlemi yapmaktan kaçınmakta oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Rohmah ve Sutiarso (2018) bu çalışmayı öğrencilerin matematik problemlerini çözerken yaptıkları hata türlerini ve sebeplerini araştırmak amacıyla yapmışlardır. Araştırmada problem çözme testi kullanılmıştır. Yaklaşık 15 yaşında olan Endonezya ortaokul öğrencileri (N = 147) çözümleri Newman Hata Analizi Envanteri kullanılarak analiz edilmiştir. Sonuçlar %4,35 okuma hatalarını, %17,39 anlama hatalarını, %34,78 dönüşüm hatalarını, %23,91 süreç becerileri hatalarını ve %19,57 eşleştirme (kodlama) hataları olduğunu göstermiştir.

Suryani, Nengsih, Sianturi, Nur'Aini ve Meirista (2018) bu çalışmayla 4. sınıf öğrencilerinin tam sayı sorularını çözerken yaptıkları hataları Newman Hata Analiz Envanteri ile açıklamayı amaçlamışlardır. Araştırma nitel bir araştırma olup verilerin analizi sonucunda alan bağımlı bilişsel stili olan öğrenciler okuma hatası, anlama hatası, dönüşüm hatası, işlem becerisi hatası ve kodlama hatası yaptıkları görülmüştür. Alandan bağımsız bilişsel stili olan öğrenciler ise süreç beceri hatası ve kodlama hatası şeklinde hata yapmışlardır. Öğrencilerin yaşadığı hataların nedenleri arasında adımları tamamlayamama, çalışma zamanının sınırlı olması ve son cevabı yazmaya veya sonuç çıkarmaya alışık olmamayla ilgili karışıklıklar bulunmuştur.

3. YÖNTEM

Bu araştırma ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları stratejileri belirlemek ve problem çözme sürecinde hangi aşamada hata yaptıklarını öğrenmek amacıyla yapılmıştır. Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmanın örneklemi, güvenirlik ve geçerlik, veri toplama aracı, veri analizi hakkında bilgi verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırma nitel bir araştırmadır. Nitel araştırmalarda amaç, araştırılan konu ile ilgili okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu araştırmada betimsel tarama yöntemi kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli, araştırma problemi ile ilgili mevcut durumu ortaya koymayı, betimlemeyi ve problemin ne olduğunu anlamayı amaçlayan ve hem nicel hem de nitel araştırmalarda kullanılan bir modeldir (Arıkan, 2011). Bu araştırmalar verilenler doğrultusunda durumu açıklamak ve olaylar arasında bağlantı kurmak için yapılır. Araştırma modelinin en önemli özelliği var olan bir olay ya da durumu var olduğu şekilde tanımlamasıdır (Çepni, 2014).

Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu olduğu gibi betimlemeyi, incelenen durumu etraflıca tanımlayıp açıklamayı amaçlayan bir yaklaşımdır (Ulu, 2011; Çepni, 2014). Çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evren hakkında genel bir yargıya varmak amacıyla evrenin tümü ya da ondan alınacak bir grup ya da örneklem üzerinde yapılan taramadır (Köse, Ercoşkun ve Balcı, 2016; Karasar, 2002).

Bu çalışmada, öğrencilerin problem çözerken yaptıkları çözümlerin incelenmesi ve öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi, problem çözme sürecinde yaptıkları hataların neler olduğunun incelenmesi açısından betimsel araştırma modelinden faydalanılmıştır.

3.1.1. Güvenirlik ve Geçerlik

Nitel araştırmalarda inandırıcılık önemli bir ölçüttür (Gür ve Hangül, 2015). Yürütülen çalışmalarda aynı basamakların izlenmesi ile benzer sonuçlara varılması istenir. Bu durum, bir araştırmacı tarafından ulaşılan bir sonuca başka bir araştırmacı tarafından da ulaşılmasıdır (Karasar, 2002). Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin çözümleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin cevap kağıtları arasından 6 tanesi seçilmiştir. Öncelikle bu kağıtlardaki cevaplar araştırmacı ve üç ortaokul öğretmeni tarafından doğru, yanlış ve boş olarak kategorize edilmiştir. Daha sonra cevaplar doğru ise hangi stratejilerin kullanılmış olduğu ve yanlış ise bu hatanın sebebi hata analiz envanterine göre üç ortaokul öğretmeni ile birlikte belirlenmiş ve sonuçların tutarlı olduğuna varılmıştır.

Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel'e (2016) göre, uzman görüşüne başvurmak kapsam geçerliğini belirleme yollarından biridir. Bundan dolayı araştırmamızda kullandığımız açık uçlu problem testindeki problemlerin 8. sınıf öğrenci seviyesine uygunluğu ve kapsam geçerliği için üç ortaokul öğretmeni ve bir öğretim üyesinden uzman görüşü ile desteklenmiştir. Görüşler çerçevesinde kullanılan problemler son haline getirilmiştir.

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemini 2017-2018 eğitim öğretim yılı ikinci dönemi Manisa ili Saruhanlı ilçesinde MEB'e bağlı ortaokullarda 8. sınıflarda öğrenim görmekte olan 60 öğrenci oluşturmuştur. Araştırma örneklemi seçiminde örnekleme yöntemlerinden seçkisiz olmayan amaçsal (amaçlı) örnekleme kullanılmıştır. Manisa ili Saruhanlı ilçesinde MEB'e bağlı ilçe merkezi ve köylerde farklı okullarda ve farklı öğretmenlerle eğitim gören 8. sınıf öğrencileri ile çalışma sağlanmıştır. Amaçsal örnekleme çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin olan durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak tanır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2016). Amaçsal örneklemede bazı durumlarda araştırma için önemli olan özellikler bakımından bunlara sahip olunmasına dikkat edilerek bir örneklem seçilmesini araştırmacı uygun görebilir (Özen ve Gül, 2007). Araştırmacı kimleri seçeceği konusunda kendi yargısını kullanır (İşçil, 1973). Araştırmacılar önceden edinmiş oldukları bilgilerini, deneyimlerini kullanarak örneklem seçerler, yani araştırmanın amacına hizmet edecek kişileri seçmeyi tercih ederler (Monette, Sullivan ve Dejong, 1990; Akt. Özen ve Gül, 2007; Bailey, 1987).

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından hazırlanan 15 soruluk açık uçlu problem testi kullanılmıştır (Ek 1). Bu test öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemek amacı ile öğrencilerin en az 3 stratejiden yararlanarak çözebilecekleri problemlerden oluşturulmuştur. Testte yer alan problemler oluşturulurken literatür taraması yapılmış; 1. problem Bomar (2009); 2, 3 ve 4. problemler Pelfrey (2000); 5. problem Duru, Peker, Bozkurt, Akgün ve Bayrakdar (2011); 6, 11 ve 15. problemler Yazgan ve Arslan (2017); 7 ve 8. problemler Ulu, Tertemiz ve Peker (2016); 12 ve 14. problemler Altun'dan (2008) seçilmiş; 9, 10 ve 13. problemler ise araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Bu test hazırlanırken soruların en fazla stratejiyle çözülebilecek şekilde olması amaçlanmış ve dolayısıyla problemi doğru cevaplayan öğrencilerin farklı çözüm yolları görülmek istenmiştir. Yanlış cevaplanan sorularda ise problem çözme sürecinin hangi basamağında ne tür hataların yapıldığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Testteki problemler hazırlanırken her bir problem ayrıntılı olarak incelenmiş ve farklı stratejilerle çözülebildiği kontrol edilmiştir. Problemler çözülürken kullanılması muhtemel stratejiler Tablo 1'de belirtilmiştir.

3.4. Veri Analizi

Araştırmada öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar ayrıntılı olarak incelenmiştir. İncelemeler sonunda öğrencilerin verdiği cevaplar ilk olarak doğru, yanlış ve boş olarak kategorize edilmiştir. Sonraki aşamada ise doğru cevaplar kendi arasında tekrardan değerlendirilerek öğrencinin soruyu cevaplarken hangi stratejiyi kullandığı belirlenmiştir. Yanlış yapılan sorulardaki hataların hangi basamakta olduğu Newman (1977, 1983) Hata Analiz Envanteri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Wijaya vd. (2014) kullandığı Newman hata kategorilerine dayanan Hata Analiz Envanteri araştırmacı tarafından Türkçeye uyarlanarak kullanılmıştır. Boş olarak bırakılmış sorular herhangi bir değerlendirilmeye alınmamıştır. Öğrencilerin yaptıkları işlemler ve çözüm sırasındaki açıklamaları problem çözerken kullandıkları stratejiler ve yanlış yapılan sorularda hataların yapıldığı basamak hakkında yorumlar yapılmıştır. Bu kapsamda araştırmadan önce açık uçlu problem testinin çözümünde kullanılması öngörülen problem çözme stratejilerine ait belirtke tablosu Tablo

1’de verilmiştir. Öğrencilerin çözümleri değerlendirilirken kullandıkları strateji türlerinin sınıflandırılmasında kullandığımız kriterler Tablo 2’de, hata türlerinin analizinde kullandığımız kriterler ise Tablo 3’ te belirtilmiştir.

Tablo 1. Açık uçlu problem testinde kullanılması öngörülen problem çözme stratejilerine ait belirtke tablosu

Sorular / **Stratejiler**	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Problemi basitleştirme	x										x				
Geriye doğru çalışma	x								x	x					
Denklem kurma	x	x	x	x	x		x	x	x	x		x	x	x	
Muhakeme etme	x	x	x	x							x	x			x
Tahmin ve kontrol		x		x				x	x	x		x	x	x	
Tablo yapma		x		x		x									
Şekil ve diyagram çizme	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Aritmetiksel		x	x		x		x	x	x	x	x	x		x	
Sistematik liste yapma						x									x
Bağıntı bulma			x			x	x								

Tablo 1’de problemlerde kullanılması muhtemel olan stratejilerin yer aldığı belirtke tablosu verilmiştir. Tablo 1 incelendiğinde örneğin 1. soruda problemi basitleştirme, geriye doğru çalışma, denklem kurma, muhakeme etme ile şekil ve diyagram çizme stratejilerini kullanılabileceği ön görülmüştür. Her problemin üç ve daha fazla strateji ile çözülebileceği görülmektedir.

Tablo 2. Strateji türlerinin belirlenmesinde kullanılan kriterler

Strateji Türleri	**Öğrencilerin kullandığı strateji türünün belirlenmesindeki kriterler**
Sistematik Liste Yapma	Öğrenci problem durumuyla alakalı tüm durumları planlı olarak listelemiştir.
Tahmin ve kontrol	Öğrenci problemin sonucuyla ilgili tahminlerde bulunup daha sonra tahminlerini kontrol etmiştir. Sonuçta doğru cevaba ulaşmıştır.
Şekil ve diyagram çizme	Öğrenci problemin çözümü için kendince anlaşılır olarak şekil çizmiş, şekil yardımıyla sonuca ulaşmıştır.
Bağıntı bulma (Veriler arasında ilişki arama)	Öğrenci sayıların veya şekillerin belirli bir kurala göre dizildiğini fark etmiş ve bağıntıya ulaşarak doğru sonuca varmıştır.
Denklem kurma/Eşitlik yazma	Öğrenci sorunun çözümü için x,y/a,b,c gibi değişkenler kullanarak denklem kurmuştur.
Problemi basitleştirme	Öğrenci problemin çözümü için sorudaki karmaşık sayıları daha basit sayılara dönüştürerek veya soyut durumları somut hale getirerek doğru sonuca ulaştığı görülmüştür.
Geriye doğru çalışma	Öğrenci geriye doğru çalışmanın uygun olduğu bir problemde sondan başa doğru giderek sonuca ulaşmıştır.
Tablo yapma	Öğrenci sorudaki verileri bir tablo yardımıyla ifade etmiştir.
Muhakeme etme	Öğrenci akıl yürüterek problemi çözmüş, problemi nasıl çözdüğünü yazmıştır.
Aritmetiksel	Öğrenci doğal sayılarda dört işlem ya da kesirlerde işlemlerden faydalanarak problemi çözmüştür.

Tablo 2'de problem çözme sürecinde öğrencilerin hangi stratejilerden yararlandığına karar vermek için kullanılan kriterler verilmiştir. Bu çalışma yapılırken özellikle Tablo 2'de verilen 10 strateji üzerinde durulmuştur.

Tablo 3. Hata türlerinin belirlenmesinde Newman (1977, 1983) hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanteri ve hata analizinde kullanılan kriterler

Hata Türleri	**Öğrencinin Yaptığı Davranışlar**
ANLAMA	
a.Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin ne yapacağını anlayamadığı görülmüş bu nedenle bu hataların bu kategoride incelenmesi uygun bulunmuştur.
b.Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin genellikle matematiksel terimi anlayamadığı ya da bilmediği görülmüş olup, bu hataların bu kategoride incelenmesine karar verilmiştir.
c.Bilgiyi seçmeden kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin gerekli bilgi ile gereksizi ayıramadığı ya da soruda kullanılması gereken bilgiyi veya sayıyı hiç kullanmadığı görülmüş bu nedenle hataların bu kategoride incelenmesi uygun bulunmuştur.
DÖNÜŞÜM	
ç.Anlamsız işlemlerden kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin soruyla hiç alakası olmayan işlemler yaptığı görülmüştür. Bu nedenle bu tür hatalar anlamsız işlemler kategorisinde değerlendirilmiştir.
d.Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin problem durumundan ziyade gerçek durumla ilgilendiği görülmüştür. Örneğin öğrencinin problemde babanın en çok pastayı yiyebileceğini düşündüğü fark edilmiş, bu nedenle bu hatalar gerçek durumdan sıyrılamamak kategorisinde değerlendirilmiştir.
e.Yanlış matematiksel kavram/ stratejiden kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin çözüm ile bağdaşmayan alakasız strateji kullandığı görülmüştür. Bu nedenle bu tarz hatalar yanlış matematiksel kavram/ strateji hataları olarak ele alınmıştır.
MATEMATİKSEL İŞLEM/SÜREÇ BECERİLERİ	
f.Cebirsel hata	Çözüm incelendiğinde öğrencinin cebirsel ifadenin kullanımında hata yaptığı görülmüştür. Bu nedenle bu hata bu kategoride değerlendirilmiştir.
g.Aritmetiksel hata (işlem hatası)	Çözüm incelendiğinde öğrencinin problemin herhangi bir yerinde hesaplama hatası yaptığı görülmüştür. Bu hata türü aritmetiksel hata grubunda yer almıştır.
h.Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	Çözüm incelendiğinde öğrencinin tek bir noktaya odaklanıp şekli yorumlamada hata yaptığı anlaşılmıştır. Bu nedenle hata bu kategoride değerlendirilmiştir.
ı.Bitmemiş cevaptan kaynaklı	Çözüm incelendiğinde öğrencinin problemin çözümü için doğru yoldan gittiği fakat çözümü yarım bıraktığı görülmüştür. Bu hatanın bitmemiş cevap kategorisinde olmasına karar verilmiştir.
BELİRLENEMEYEN HATA	Çözüm incelendiğinde öğrencinin nasıl bir hata yaptığı belirlenememiştir.

Tablo 3'e bakıldığında öğrencilerin problemleri çözerken yaptıkları hataları belirlemek için kullanılan kriterler görülmektedir. Öğrenciler hangi hataları yaptığında bunun hangi kategoride değerlendirilmesi gerektiği Tablo 3'te açıklanmıştır. Bu hataların analizinde Newman (1977, 1983) tarafından geliştirilen Hata Analiz Envanteri'ndeki üç basamak (anlama, dönüşüm, matematiksel işlem/süreç becerileri) kullanılmıştır. Öğrencilerin aynı sınıf ve süre içerisinde problemleri çözmelerinden dolayı okuma basamağı envanterimize dahil edilmemiştir. Öğrenci soruyu çözerse ancak soru için makul bir çözüm olmaz ya da soruyu hiç çözemezse bu basamak Newman tarafından kodlama basamağı olarak kabul edilmiştir; fakat bizim çalışmamızda öğrencinin yaptığı çözümün uygun bir çözüm olmadığında bunun sebebinin ne olduğu (işlem hatası, cebirsel hata,…gibi) alt basamaklara göre incelendiği için kodlama basamağı ayrı bir basamak olarak alınmamış ve envanterimize dahil edilmemiştir. Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine dayanarak talimatı yanlış anlamadan kaynaklı hatalar, anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı hatalar, bilgiyi seçmeden kaynaklı hatalar anlama basamağında; anlamsız işlemlerden kaynaklı hatalar, gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı hatalar ve yanlış matematiksel işlem/kavramdan kaynaklı hatalar dönüşüm basamağında; cebirsel hata, aritmetiksel hata (işlem hatası), grafiğin/şeklin/modelin matematik yorumunda hata, bitmemiş cevaptan kaynaklanan hatalar matematiksel işlem/süreç becerileri basamağındaki hatalar kategorisinde incelenmiştir. Son kategori ise belirlenemeyen hata kategorisidir. Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterinde dönüşüm kısmındaki bir basamak (grafiğin şekline aldanmaktan dolayı yapılan hata) ve matematiksel işlem/süreç becerileri kısmındaki iki basamak (ölçeğin yanlış kullanılmasından kaynaklanan hata ve ölçme hatası) hazırladığımız açık uçlu problem testindeki sorulara uygun olmadığı gerekçesiyle analiz envanterimizden çıkarılmıştır. Son durumda kullandığımız hata analiz envanteri Tablo 3'te verilmiştir.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde öğrencilerin doğru çözdükleri problemlerde kullandıkları stratejilere değinilmiş; yanlış yapılan problemlerde kullandıkları stratejiler değerlendirmeye alınmamıştır. Öğrencilerin problem çözme sürecinde hatalarının hangi aşamalarda olduğuna ilişkin incelemeler yapılmış ve problemlerin çözümlerinden örnekler verilmiştir.

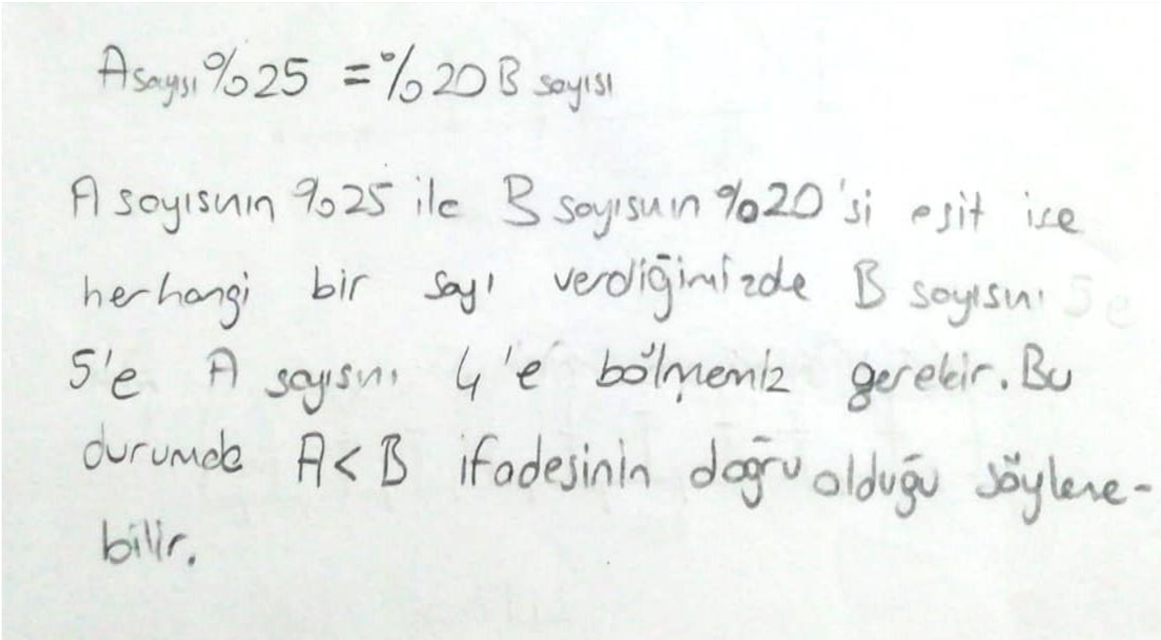
İlk olarak öğrencilere *“A sayısının %25’i ile B sayısının %20’si birbirine eşittir. Buna göre A ve B sayıları arasında nasıl bir ilişki vardır? A>B veya A<B olduğu söylenebilir mi? Açıklayınız.”* şeklindeki, öğrencilerin öncelikle problemi basitleştirme, geriye doğru çalışma, denklem kurma, muhakeme etme ile şekil ve diyagram çizme stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 31 öğrenci doğru olarak yaparken, 25’i soruyu yanlış cevaplamış ve 4 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen verilen bulgular Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4. 1. Birinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Muhakeme etme	12	38,70	20
Problemi basitleştirme	7	22,58	11,66
Denklem kurma	6	19,35	10
Geriye doğru çalışma	1	3,22	1,66
Sadece cevap	5	16,12	8,33
Toplam	31	100	51,66

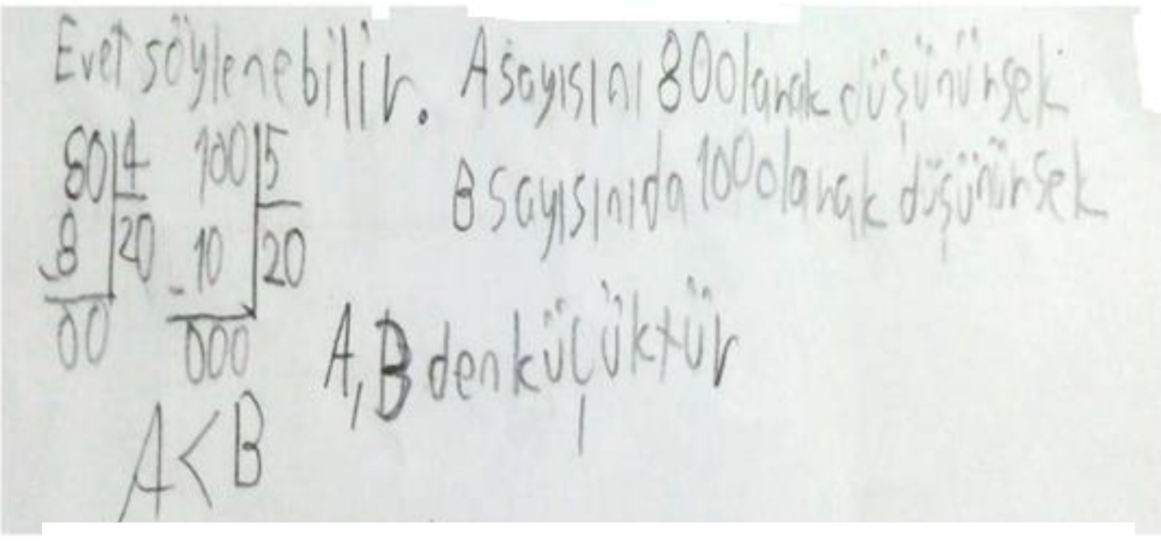
Tablo 4.1’de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 31'i (%51,66) birinci problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru cevaplayan öğrencilerden 12'si (%38,70) muhakeme etme, 7'si (%22,58) problemi basitleştirme, 6'sı (%19,35) denklem kurma ve 1'i (%3,22) ise geriye doğru çalışma stratejisini kullanmış ve 5'inin (%16,12) ise sadece doğru cevabı yazdıklarından dolayı hangi stratejiyi kullandıkları anlaşılamamıştır.

Problemi muhakeme etme stratejisini kullanarak doğru çözen 12 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.1.1’de verilmiştir. Şekil 4.1.1’de görüldüğü gibi öğrenci soruyu çözerken bir sayının %25'ini bulmanın sayıyı 4 ile bölmek ve başka bir sayının %20'sini bulmanın ise sayıyı 5 ile bölmekle gerçekleşeceğini düşünerek hareket etmiş ve farklı sayılara bölündüğü halde sonuçların eşit çıkması için daha büyük sayıya bölünen sayının daha küçük sayıya bölünen sayıdan daha büyük olması gerektiği kanısına varmıştır. Yani muhakeme etme (akıl yürütme) stratejisini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır.



Şekil 4.1.1. Muhakeme etme stratejisi örneği

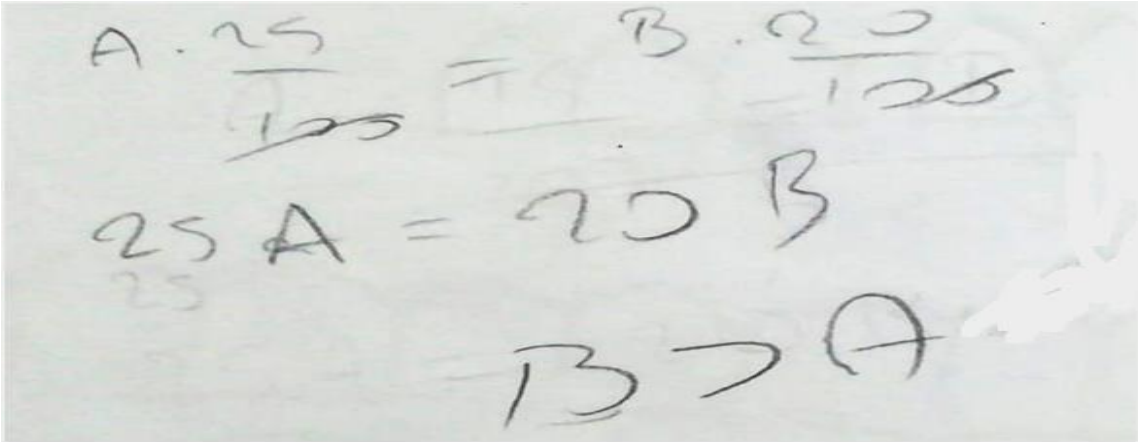
Problemi problemi basitleştirme stratejisini kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.1.2’de verilmiştir.



Şekil 4.1.2. Problemi basitleştirme stratejisi örneği

Öğrenci bu soruyu cevaplarken A sayısını 80 ve B sayısını ise 100 olarak kabul etmiş, A sayısının 4'te 1'ini ve B sayısının ise 5'te 1 ini alarak iki sonucu da 20 olarak bulmuş ve $A < B$ sonucuna ulaşmıştır. Öğrenci karmaşık haldeki soruyu daha basitleştirmiştir. Bu yüzden öğrencinin problemi basitleştirme stratejisini kullandığı düşünülmüştür.

Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 6 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.1.3'te verilmiştir.



Şekil 4.1.3. Denklem kurma stratejisi örneği

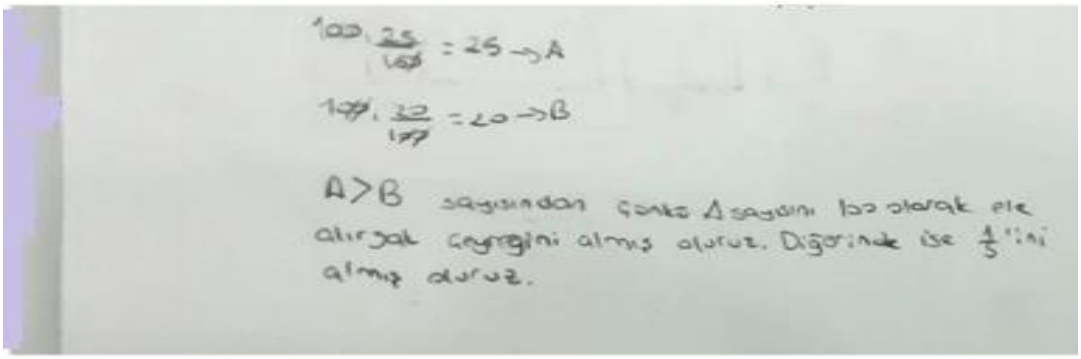
Öğrenci bu soruda A sayısının %25'i ile B sayısının %20'sinin eşit olduğunu denklem kurarak ifade etmiş sonuçta $25A = 20B$ olduğuna ulaşmıştır. 25 tane A sayısının 20 tane B sayısına eşit olması için $B > A$ olması gerektiğini düşünmüştür. Öğrencinin bu soruda denklem kurma stratejisini kullandığı görülmektedir.

Birinci soruyu doğru olarak çözemeyen 25 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.2'de verilmiştir. Tablo 4.2'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 25'i (%41,66) birinci problemde hata yapmıştır. Hata yapanlar arasındaki öğrencilerden 17'si (%68) talimatı yanlış anlamadan kaynaklı ve 1'i (%4) bilgiyi seçmeden kaynaklı hata olmak üzere toplamda 18 (%72) öğrenci anlama basamağında; 4'ü (%16) aritmetiksel hata, 1'i (%4) cebirsel hata, 1'i (%4) bitmemiş cevaptan kaynaklı olmak üzere toplamda 6 (%24) öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında hata yapmıştır. 1'inin (%4) hatası ise belirlenemeyen hata basamağında yer almıştır.

Tablo 4. 2. Birinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	17	68	28,33
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	1	4	1,66
	Toplam	18	72	30
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	1	4	1,66
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	4	16	6,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	1	4	1,66
	Toplam	6	24	10
Belirlenemeyen hata	Toplam	1	4	1,66

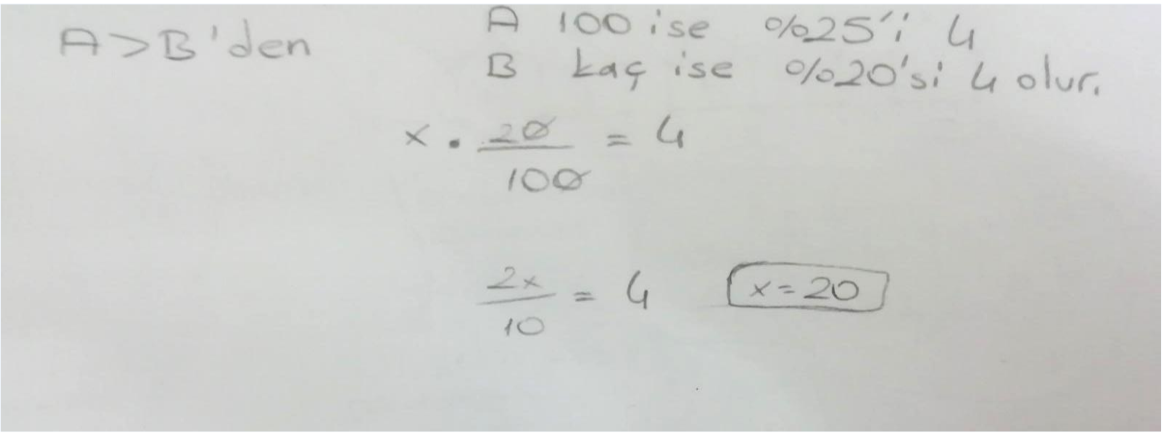
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlama basamağında hata yapan 17 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.2.1'de verilmiştir



Şekil 4.2.1. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Öğrenci soruyu anlamayıp iki sayıyı da 100 olarak kabul etmiştir. Halbuki soruda verilen A sayısının %25’i ile B sayısının %20’si birbirine eşit olduğudur. Bu nedenle öğrencinin yaptığı bu hatanın talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı olduğu düşünülmüştür.

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan aritmetiksel hata basamağında hata yapan 4 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.2.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2.2. Aritmetiksel hata (işlem hatası) örneği

Öğrenci bu problemde A sayısını 100 olarak kabul etmiştir. Fakat A sayısının %25’ini bulurken muhtemelen 100 sayısını 25’e bölüp sonucu 4 olarak yazmıştır. Öğrencinin burada dikkatsizlikten kaynaklı aritmetiksel hata yapmış olabileceği düşünülmüştür.

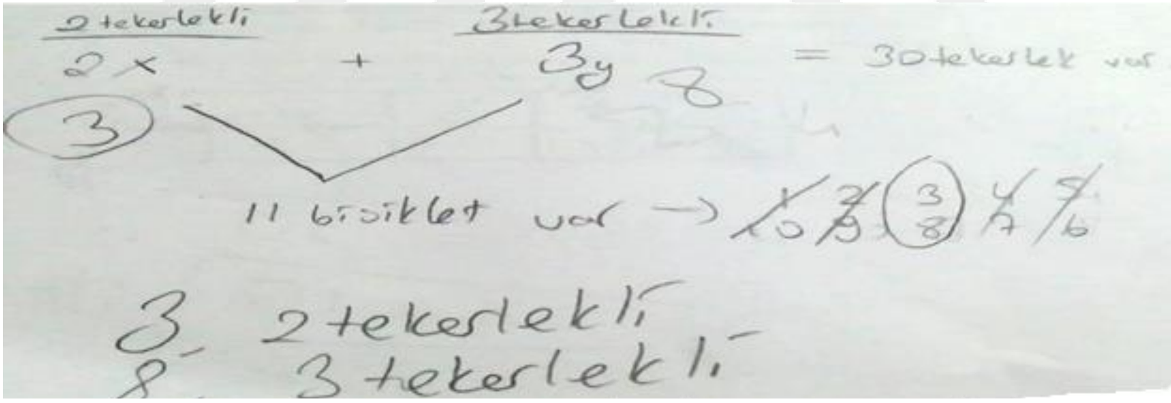
Öğrencilere ikinci olarak ‘‘*Ahmet'in bir bisiklet satış mağazası vardır. Bu mağazada satılmak üzere 2 tekerlekli ve 3 tekerlekli toplam 11 bisiklet bulunmaktadır. Ahmet bu bisikletlerin toplam 30 tekerleğinin olduğunu saymıştır. Bu bisikletlerden kaçı 2 tekerlekli kaçı 3 tekerleklidir?”* şeklindeki öğrencilerin öncelikle denklem kurma, muhakeme etme, tahmin ve kontrol, şekil ve diyagram çizme, tablo yapma, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 41 öğrenci doğru olarak cevaplarken, 13’ü yanlış cevaplamış ve 6 öğrenci ise boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.3’te verilmiştir. Tablo 4.3’te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 41'i (%68,33) birinci problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 30'u (%73,17) tahmin ve kontrol, 3'ü (%7,31) denklem kurma, 1'i (%2,43) şekil ve diyagram çizme stratejilerini kullanırken; 1'i (%2,43) tahmin ve kontrol ile muhakeme etme stratejilerini, 1’i

(%2,43) de tahmin ve kontrol ile denklem kurma stratejilerini birlikte kullanmıştır. 5'inin (%12,19) ise sadece doğru cevabı yazmalarından dolayı hangi stratejiyi kullandıkları anlaşılamamıştır.

Tablo 4. 3. İkinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Tahmin ve kontrol	30	73,17	50
Denklem kurma	3	7,31	5
Şekil ve diyagram çizme	1	2,43	1,66
Tahmin ve kontrol ile denklem kurma	1	2,43	1,66
Tahmin ve kontrol ile muhakeme etme	1	2,43	1,66
Sadece cevap	5	12,19	8,33
Toplam	41	100	68,33

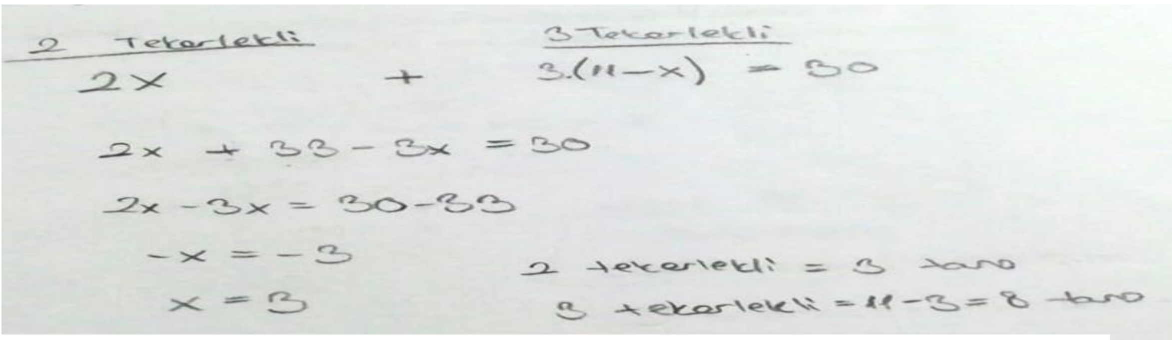
Problemi tahmin ve kontrol ile denklem kurma stratejilerini kullanarak doğru çözen 30 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.3.1'de verilmiştir.



Şekil 4.3.1. Tahmin ve kontrol ile denklem kurma stratejileri örneği

Öğrenci 2 tekerlekli bisiklet sayısını x ve 3 tekerlekli bisiklet sayısını y olarak kabul etmiş, tekerlek sayısının toplamı olan denklemi $2x + 3y = 30$ olarak yazmıştır. Daha sonra 2 tekerlekli ve 3 tekerlekli bisiklet sayılarını tahmin ve kontrol etme stratejisini kullanarak belirlemiş ve yazmış olduğu denklemde sayıları yerine koyarak sonuçta 2 tekerlekli olan üç ve 3 tekerlekli olan sekiz bisikletin olduğunu belirlemiştir.

Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.3.2’de verilmiştir.



Şekil 4.3.2. Denklem kurma stratejisi örneği

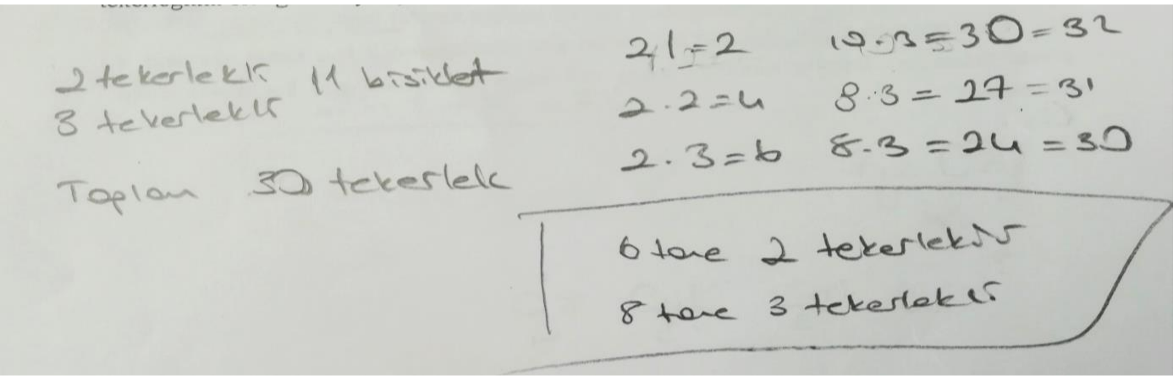
Öğrenci bu soruda 2 tekerlekli bisiklet sayısını x ve 3 tekerlekli bisiklet sayısını ise $11 - x$ olarak kabul ederek $2x + 3.(11 - x) = 30$ denklemini kurmuştur Kurduğu denklemi çözerek ise 2 tekerlekli üç bisikletin ve 3 tekerlekli sekiz bisikletin olduğu sonucuna varmıştır.

Öğrencilere yöneltilen ikinci soruyu doğru olarak çözemeyen 13 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.4’te verilmiştir. Tablo 4.4’te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 13'ü (%21,66) ikinci problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 7’si (%53,84) bilgiyi seçmeden kaynaklı, 2’si (%15,38) anahtar kelimeyi seçmeden kaynaklı hata olmak üzere toplamda 9 öğrenci anlama basamağında; 3’ü (%23,07) matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında cebirsel hata ve 1’i (%7,69) ise dönüşüm basamağında anlamsız işlemlerden kaynaklı hata yapmışlardır.

Tablo 4.4. İkinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

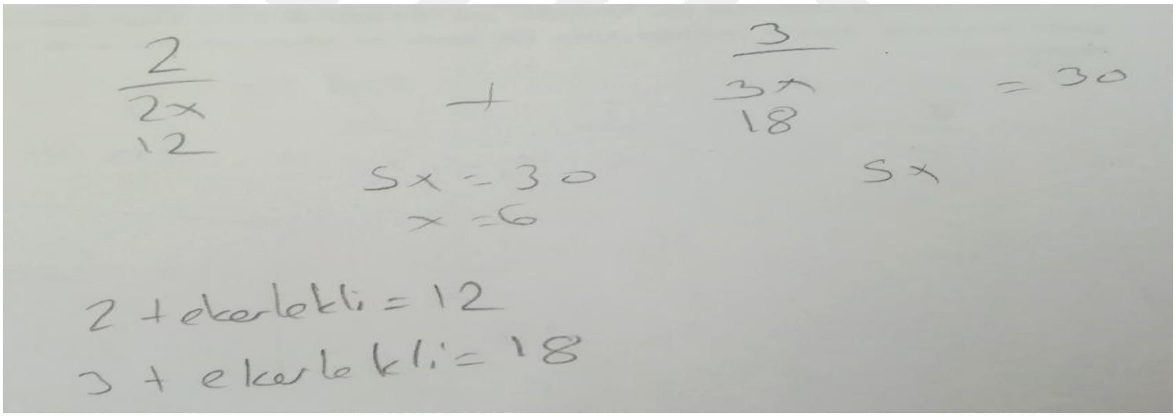
Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	2	15,38	3,33
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	7	53,84	11,66
	Toplam	9	69,23	15
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	1	7,69	1,66
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	1	7,69	1,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	3	23,07	5
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	23,07	5
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan bilgiyi seçmeden kaynaklı hata basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.4.1'de verilmiştir. Şekil 4.4.1'de görüldüğü gibi öğrenci bu problemi çözerken tahmin ve kontrol stratejisini kullanmıştır. Öğrenci öncelikle 2 tekerlekli bir bisiklet ve 3 tekerlekli on bisiklet olduğunu düşünmüş, daha sonra 2 tekerlekli bisiklet sayısını arttırıp 3 tekerlekli bisiklet sayısını azaltarak tahminlerini kontrol etmiştir. Öğrenci sekiz tane 3 tekerlekli bisikletin olduğu ve üç tane 2 tekerlekli bisikletin olduğu sonucuna tahmin ve kontrolleri sonucunda ulaşmış; fakat cevabı yazarken 6 tane 2 tekerlekli bisiklet yazmıştır. Tahminleri arasından hangi sayının bisikleti hangi sayının tekerlek sayısını belirttiğini anlayamamış olabileceği bu nedenle öğrencinin bisiklet sayısı ve tekerlek sayısı arasında bilgiyi seçmekten kaynaklı hata yapmış olabileceği düşünülmüştür.



Şekil 4.4.1. Bilgiyi seçmeden kaynaklı hata örneği

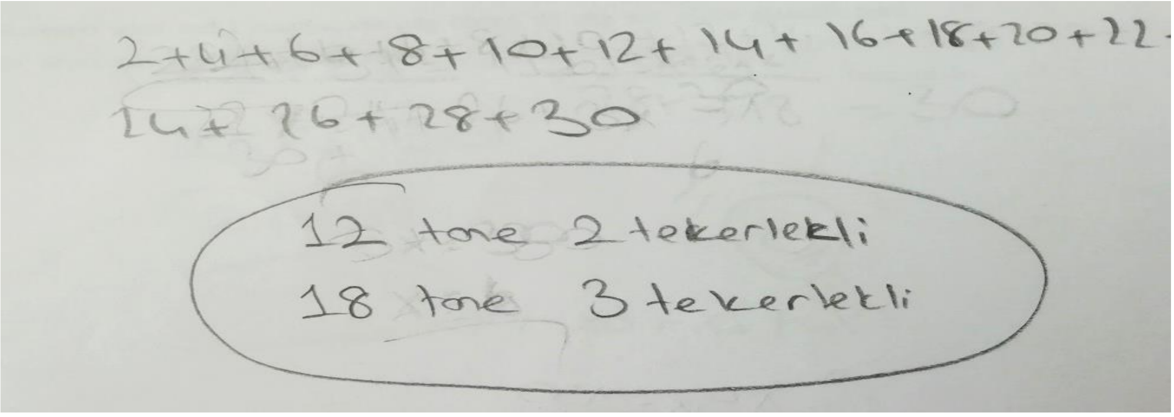
Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan cebirsel hata basamağında hata yapan 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.4.2. Cebirsel hata örneği

Öğrenci bu problemi çözerken 2 tekerlekli bisiklet sayısını x olarak kabul etmiş ve 3 tekerlekli bisiklet sayı için de başka bir bilinmeyen kullanması gerekirken ona da x demiştir. Öğrenci denklem kurmada ya da değişkenlerin kullanımında sıkıntı yaşıyor olabilir. Bu nedenle öğrencinin cebirsel hata yaptığı düşünülmüştür.

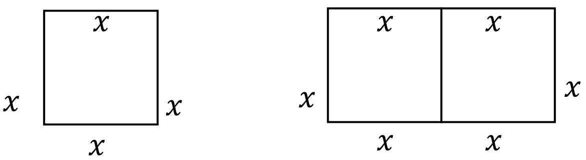
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı hata basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.4.3’te verilmiştir. Şekil 4.4.3’te görüldüğü gibi öğrenci problemde verilen tekerlek sayısının 30 tane olduğunu yanlış anlayıp toplam bisiklet sayısının 30 tane olduğunu düşünerek 12 tane 2 tekerlekli ve 18 tane 3 tekerlekli bisiklet olduğu sonucuna varmıştır. Bu da öğrencinin bisiklet ve tekerlek kavramlarını yanlış anlamış olabileceğini göstermektedir. Bu durumda öğrencinin anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı hata yaptığı düşünülmüştür.



Şekil 4.4.3. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

Öğrencilere üçüncü soru olarak öğrencilerin öncelikle denklem kurma, muhakeme etme, şekil ve diyagram çizme, aritmetiksel ve bağıntı bulma stratejileri ile çözmeleri beklenen aşağıdaki soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 47 öğrenci doğru olarak cevaplarken, 13’ü yanlış cevaplamıştır. Boş bırakan olmamıştır. Soruyu doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.5’ te verilmiştir.

Bir okul kantininde şekildeki gibi 4 kişi 1 masada birlikte oturabilmektedir. Eğer yan yana iki masa birleştirilirse şekilde olduğu gibi 6 kişi birlikte oturabilmektedir. Buna göre 20 kişinin birlikte oturabilmesi için kaç tane masanın birleştirilmesi gerekir?

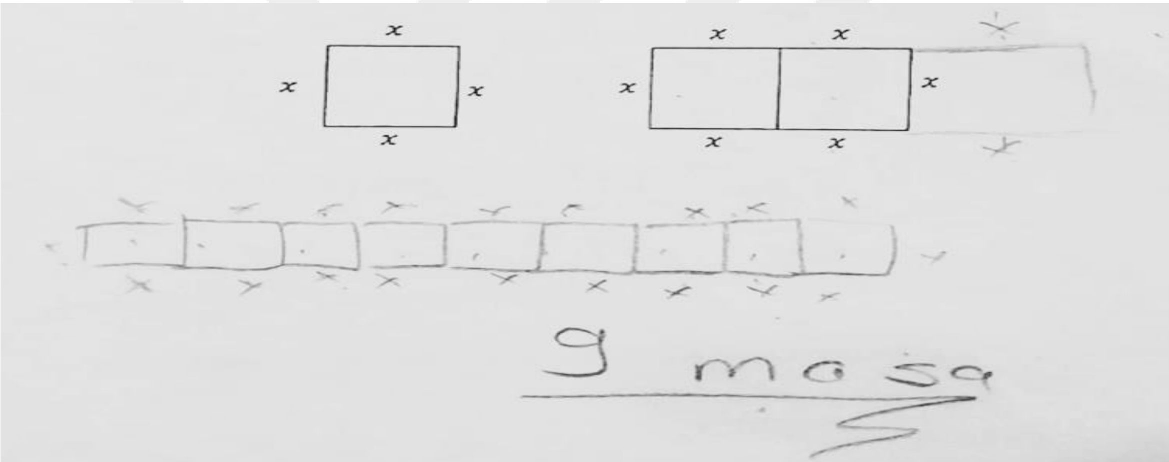


Tablo 4.5’te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 47'si (%78,33) üçüncü soruyu doğru olarak cevaplamış ve bu öğrencilerin 36'sı (%76,59) şekil ve diyagram çizme, 3'ü (%6,38) bağıntı bulma, 3'ü (%6,38) muhakeme etme, 2’si (%4,25) aritmetiksel, 1'i (%2,12) denklem kurma, 1'i (%2,12) hem aritmetiksel hem de muhakeme etme stratejilerini birlikte kullanmıştır. 1'i (%2,12) ise sadece doğru cevabı yazdığından dolayı hangi stratejiyi kullandığı anlaşılamamıştır.

Tablo 4.5. Üçüncü problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Şekil ve diyagram çizme	36	76,59	60
Bağıntı bulma	3	6,38	5
Muhakeme etme	3	6,38	5
Aritmetiksel	2	4,25	3,33
Aritmetiksel ve muhakeme etme	1	2,12	1,66
Denklem kurma	1	2,12	1,66
Sadece cevap	1	2,12	1,66
Toplam	47	100	78,33

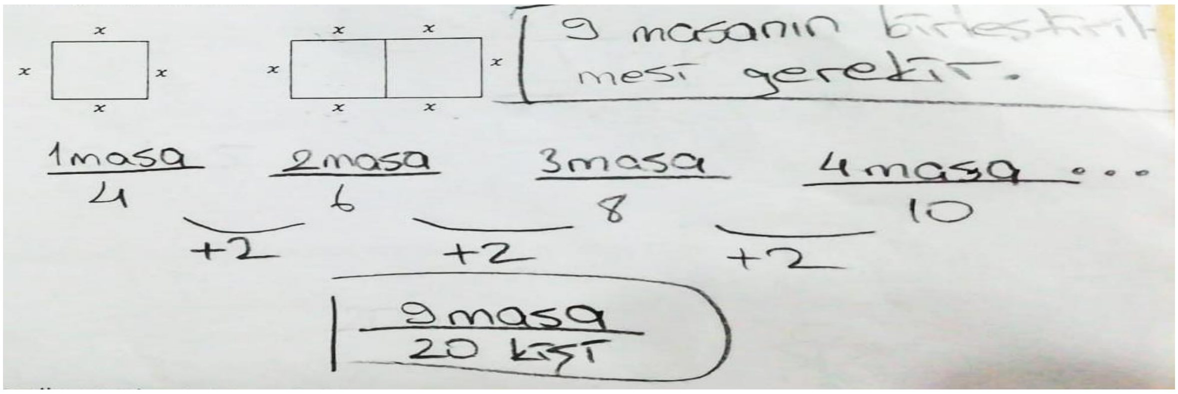
Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 36 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.5.1'de verilmiştir.



Şekil 4.5.1. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

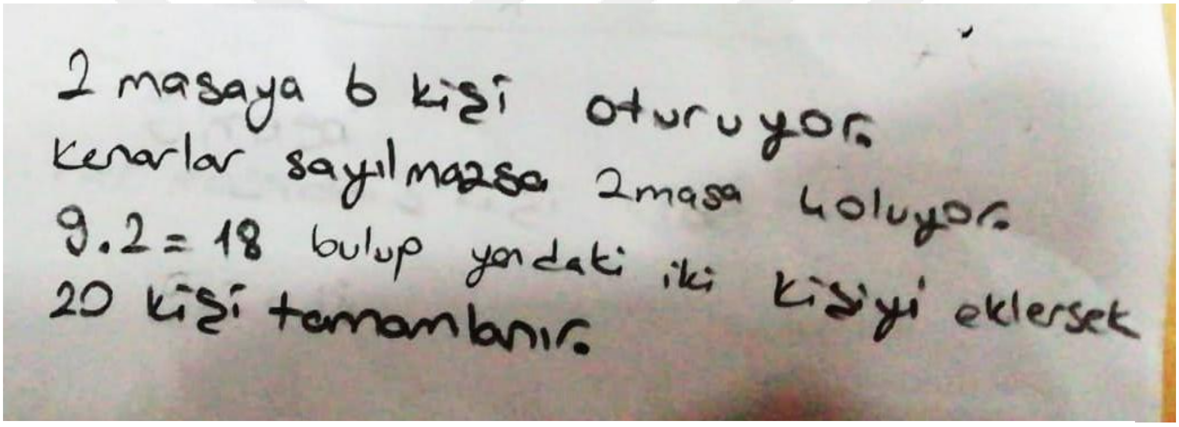
Öğrenci bu problemi çözerken şekil çizmenin sonuca ulaşmakta daha kolay bir yöntem olabileceğini düşündüğünden dolayı masaları yan yana koyarak şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanmıştır. 20 kişinin yan yana oturabilmesi için 9 masayı çizerek yan yana getirmiştir.

Problemi bağıntı bulma stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.5.2'de verilmiştir. Şekil 4.5.2'de görüldüğü gibi öğrenci bu problemde bağıntı bulma (örüntü arama) stratejisinden faydalanarak bir masada 4, iki masada 6 ve üç masada 8 kişinin oturduğunu yani aradaki kişi sayısının ikişer arttığını farketmiş ve bu nedenle 20 kişinin oturabilmesi için 9 masa gerektiği sonucuna varmıştır.



Şekil 4.5.2. Bağıntı bulma stratejisi örneği

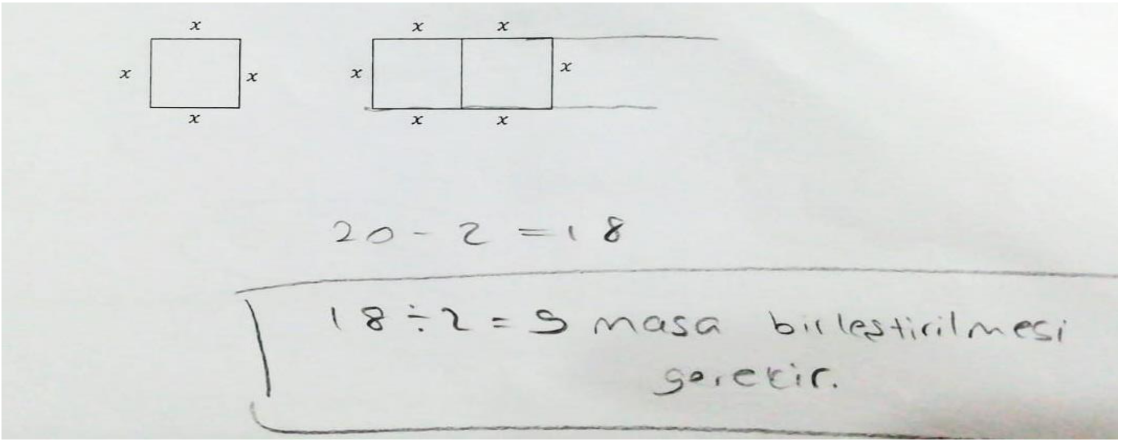
Problemi muhakeme etme stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.5.3’te verilmiştir.



Şekil 4.5.3. Muhakeme etme stratejisi örneği

Öğrenci bu problemi çözerken masanın sağ ve sol kenarları sayılmadığı takdirde 2 masaya 4 kişinin oturabileceğini düşünmüş, bu şekilde 9 masa olursa $9 \times 2 = 18$ kişinin sığabileceğini ve sağ ile sol kenarlardaki birer kişiyi de ekleyince $18 + 2 = 20$ sonucuna ulaşmıştır. Öğrenci nasıl bir yol izlediğini sözel olarak yazmıştır. Öğrencinin problemi çözerken muhakeme etme (akıl yürütme) stratejisini kullandığı düşünülmüştür.

Problemi muhakeme etme ve aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen bir öğrencinin çözümü Şekil 4.5.4’te verilmiştir. Şekil 4.5.4’te görüldüğü gibi öğrenci bu problemde birinci masada başta ve ikinci masada sonda oturan iki kişiyi çıkarıp birinci masada 2 kişinin oturduğunu düşünerek 18 sayısını 2’ye bölüp 9 masanın gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Öğrencinin hem muhakeme etme hem de aritmetiksel stratejiyi kullandığı düşünülmüştür.



Şekil 4.5.4. Muhakeme etme ve aritmetiksel strateji örneği

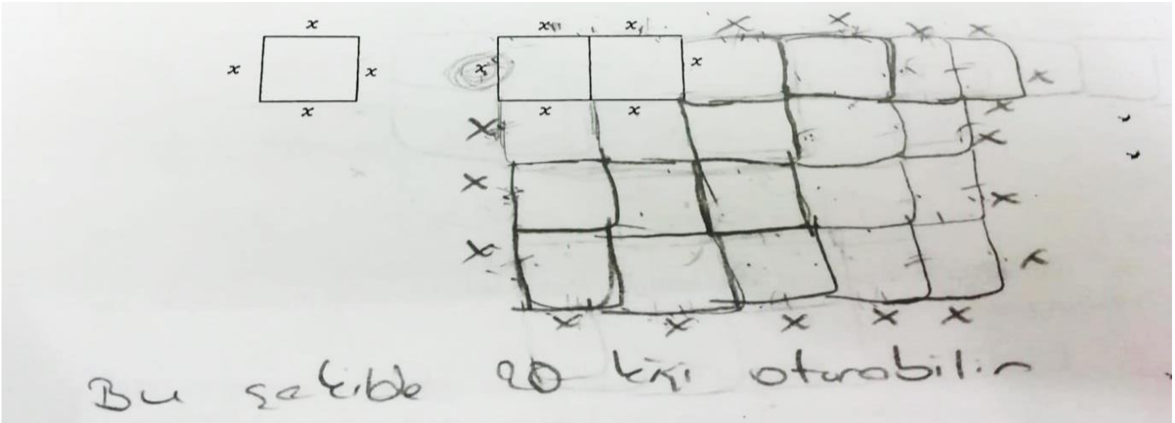
Öğrencilere yöneltilen üçüncü soruyu doğru olarak çözemeyen 13 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6. Üçüncü soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	10	76,92	16,66
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	10	76,92	16,66
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	1	7,69	1,66
	Toplam	1	7,69	1,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	1	7,69	1,66
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevap	1	7,69	1,66
	Toplam	2	15,38	3,33
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Tablo 4.6’da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 13’ü (%21,66) üçüncü problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 10’unun (%76,92) anlama basamağında talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı, 1'inin (%7,69) dönüşüm basamağında yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı hata yaptığı ve 1'inin (%7,69) cebirsel hata, 1’inin (%7,69) ise bitmemiş cevap kategorisinde olmak üzere toplam 2 kişinin matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında hata yaptığı görülmektedir.

Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlamadan kaynaklı hata basamağında hata yapan 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.6.1’de verilmiştir.



Şekil 4.6.1. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Öğrencinin şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak çözüm yaptığı ve bu problemde masaları sadece yanyana getirmeyip karşı karşıya da sıraladığı görülmektedir. Problemdeki altı kişinin oturduğu örnek durumdan da talimatı anlamadığı ya da yanlış anladığı düşünülmüştür.

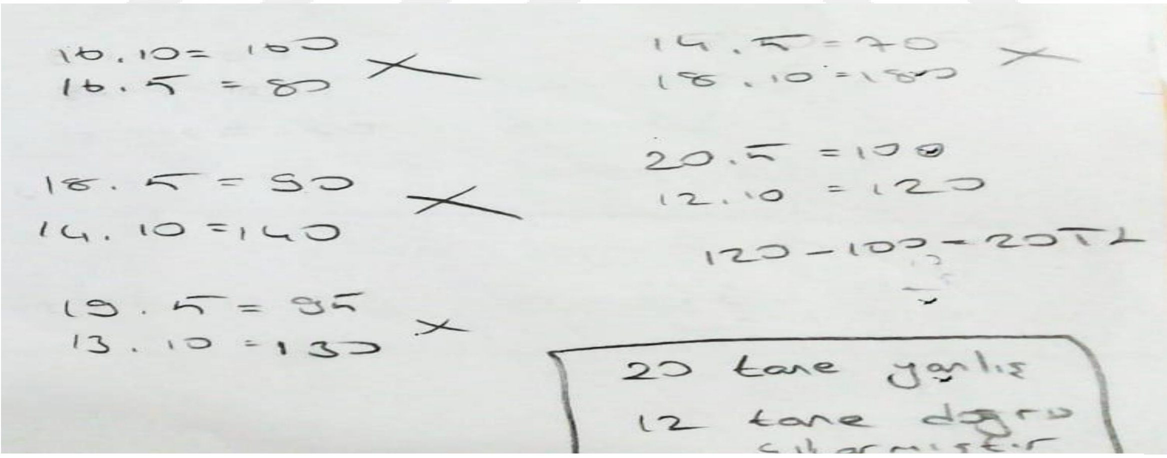
Öğrencilere “*Meltem'in annesi evde Meltem'e bir deneme sınavı uygulayacaktır. Meltem'in annesi ona her doğru cevabı için 10 TL verecektir. Her yanlış cevap için 5TL’sini geri alacaktır. Meltem 32 soru cevapladıktan sonra 20 TL kazandığına göre kaç tane doğru, kaç tane yanlış cevabı çıkmıştır?”* şeklindeki, öğrencilerin öncelikle, denklem kurma, muhakeme etme, tahmin ve kontrol, tablo yapma ve şekil ve diyagram çizme stratejileri ile çözmeleri beklenen dördüncü soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 35 öğrenci doğru olarak yaparken, 14’ü yanlış cevaplamış ve 11 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7. Dördüncü problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Tahmin ve kontrol	25	71,42	41,66
Denklem kurma	3	8,57	5
Tablo yapma	2	5,71	3,33
Muhakeme etme	1	2,85	1,66
Şekil ve diyagram çizme	1	2,85	1,66
Sadece cevap	3	8,57	5
Toplam	35	100	58,33

Tablo 4.7’de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 35'i (%58,33) dördüncü problemi doğru olarak cevaplamış ve problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 25'i (%71,42) tahmin ve kontrol, 3'ü (%8,57) denklem kurma, 2'si (%5,71) tablo yapma, 1'i (%2,85) muhakeme etme, 1'i (%2,85) şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanmış ve 3'ünün (%8,57) ise sadece doğru cevabı yazdıklarından dolayı hangi stratejiyi kullandıkları anlaşılamamıştır.

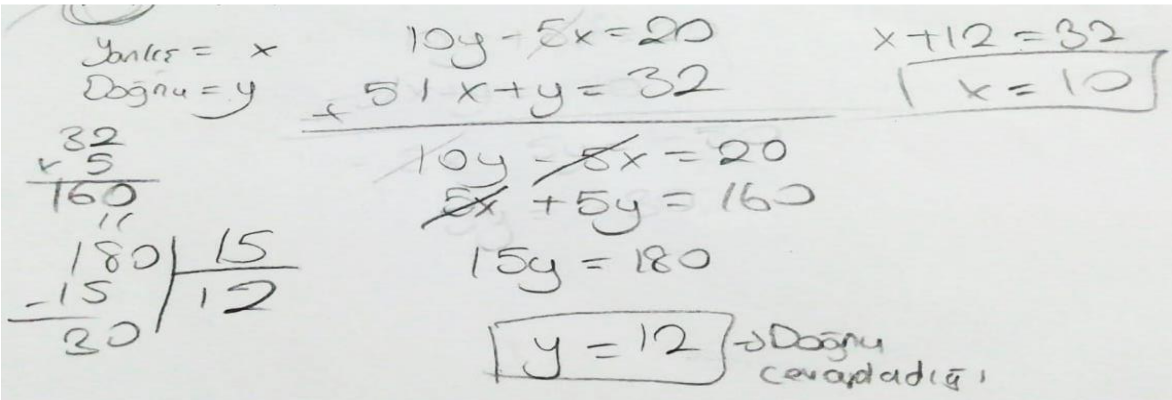
Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 25 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.7.1’de verilmiştir.



Şekil 4.7.1. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde doğru ve yanlış sayılarını bulmak için tahminlerini yazarak denemiş ve kontrol etmiştir. Öncelikle 16 doğru ve 16 yanlış cevap olduğunu yazmıştır. Örneğin ilk durumda 16 doğru olursa 160 TL kazanılacağını ve 16 yanlış olursa 80 TL kaybedileceğini belirtmiştir. Bu durumda 80 TL kazanılmış olur. Daha sonra ikinci denemesinde 14 doğru ve 18 yanlış olduğunu düşünerek 14 doğrudan 140 TL kazanılacağını ve 18 yanlıştan 90 TL kaybedileceğini yazmıştır. Bu durumda 50 TL kazanılmış olur. Öğrenci problemde 20 TL lik kazanca ulaşmak için doğru sayısının azaltılıp yanlış sayısının arttırılması gerektiğini farketmiş ve tahminlerini yazmıştır. Denemeleri sonucunda 20 yanlış olursa 100 TL kaybedilip ve 12 doğru olursa 120 TL kazanılacağını ve son durumda 20 TL kazanılmış olacağını farkederek sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin bu problemin çözümünde problem çözme stratejilerinden tahmin ve kontrol stratejisini kullandığı görülmektedir.

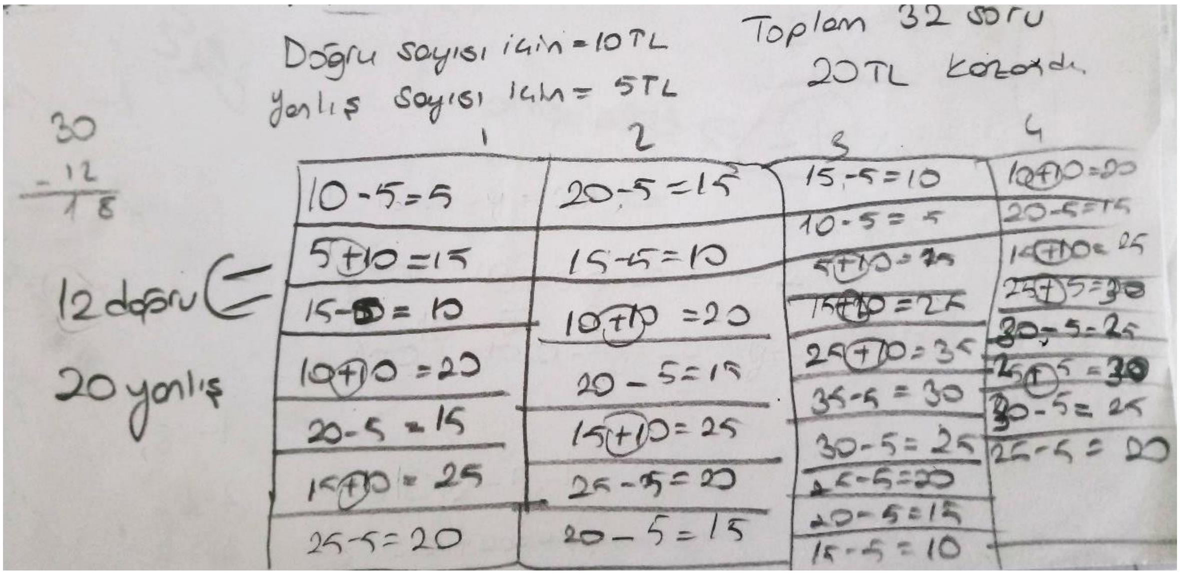
Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.7.2'de verilmiştir.



Şekil 4.7.2. Denklem kurma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde doğru sayısını y ve yanlış sayısını x olarak kabul ederek 2 bilinmeyenli denklem kurmuştur. Her doğru için 10 TL kazanılıp her yanlış cevap için 5 TL kaybedildiğinden ve son durumda 20 TL kazanılmış olduğundan ilk denklem olarak $10y - 5x = 20$ denklemini; ikinci denklem olarak toplam 32 soru cevaplandığı için $x + y = 32$ denklemini kurmuştur. İki denklemi çözerken yok etme metodunu kullanarak y= 12 sonucuna yani doğru cevap sayısının 12 olduğuna ulaşmıştır. Daha sonra toplam cevaplanan soru sayısının 32 olması için yanlış cevaplanan soru sayısı olan x'in 10 olması gerektiğini yazmıştır. Öğrencinin problem çözme stratejilerinden denklem kurma stratejisini kullandığı görülmektedir.

Problemi tablo yapma stratejisini kullanarak doğru çözen 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.7.3'te verilmiştir. Şekil 4.7.3'te görüldüğü gibi öğrenci tablo yapma stratejisini kullanarak doğru ve yanlış cevap sayılarını tabloda göstermiştir. Sonuç olarak 12 doğru ve 20 yanlış cevabına ulaşmıştır.



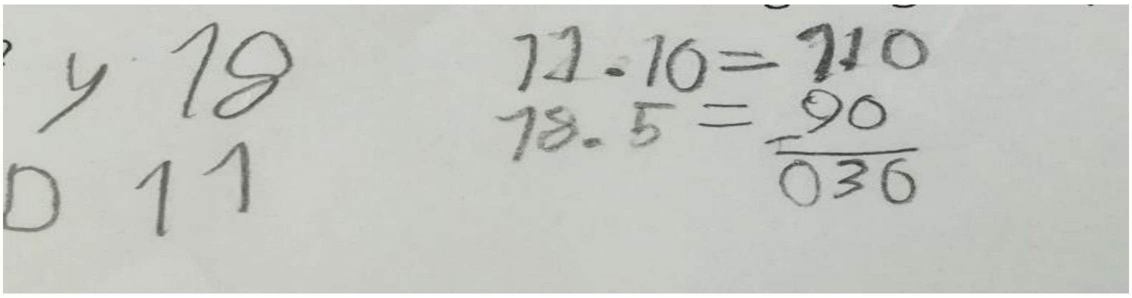
Şekil 4.7.3. Tablo yapma stratejisi örneği

Öğrencilere yöneltilen dördüncü soruyu doğru olarak çözemeyen 14 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.8'de verilmiştir. Tablo 4.8'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 14'ü (%23,33) dördüncü problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 7'sinin (%50) anlama basamağında bilgiyi seçmeden kaynaklı hata yaptığı, 5'inin (%35,71) anlamsız işlemlerden kaynaklı ve 2'sinin (%14,28) yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı olmak üzere toplam 7 öğrencinin dönüşüm basamağında hata yaptığı görülmektedir.

Tablo 4.8. Dördüncü soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	7	50	11,66
	Toplam	7	50	11,66
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	5	35,71	
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	2	14,28	3,33
	Toplam	7	50	11,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	-	-	-
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

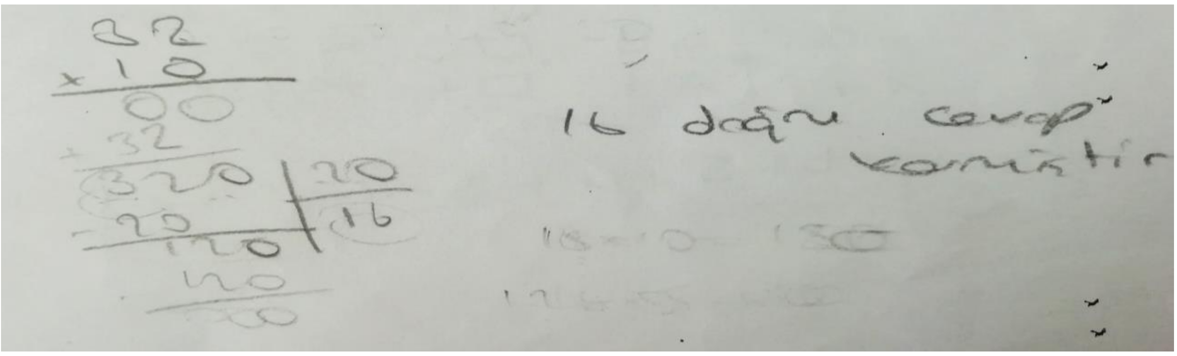
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan bilgiyi seçmeden kaynaklı hata basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.8.1'de verilmiştir.



Şekil 4.8.1. Bilgiyi seçmeden kaynaklı hata örneği

Öğrenci bu problemin çözümünde cevaplanan yanlış sayısını 18 olarak yazmış ve her yanlışta 5 TL kaybedileceği için $18 \times 5 = 90$ TL kaybedileceğini belirtmiştir. Doğru sayısını 11 olarak yazmış ve her doğruda 10 TL kazanıldığı için $11 \times 10 = 110$ TL kazanılacağı sonucuna ulaşmıştır. Bu durumda yani toplamda 29 soru cevaplanmış olur; fakat soruda 32 sorunun cevaplandığı verilmiştir. Öğrencinin soruda verilen bigiyi seçemediği; bu nedenle öğrencinin bilgi seçmekten kaynaklanan hata yaptığı düşünülmüştür.

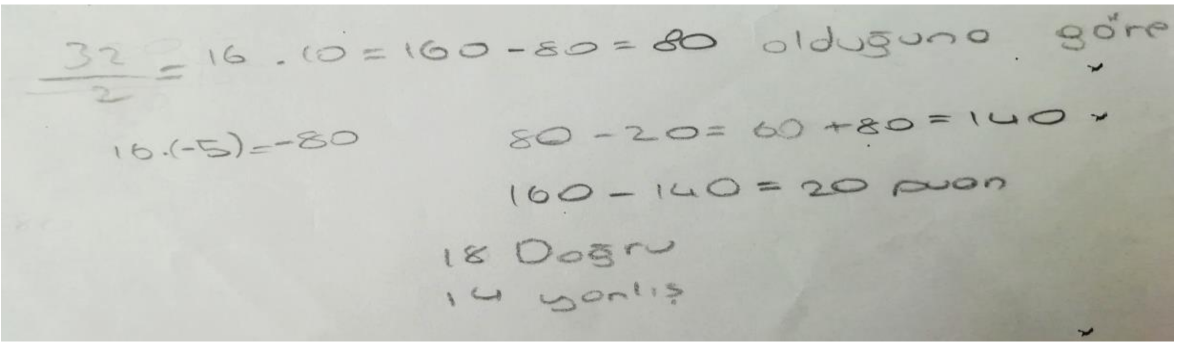
Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 5 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.8.2'de verilmiştir.



Şekil 4.8.2. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci problemin çözümünde gerekip gerekmediğini bilmeden dört işlemi kullanarak anlamsız işlemler yapmıştır. Bu nedenle bu hata anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneğidir.

Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan yanlış matematiksel kavram/strateji basamağında hata bir yapan öğrencinin çözümü Şekil 4.8.3'te verilmiştir.



Şekil 4.8.3. Yanlış matematiksel kavram/strateji hata örneği

Öğrenci bu problemin çözümüne cevaplanan soru sayılarının 16'sının doğru 5'inin yanlış olduğunu kabul ederek başlamış bu durumda 16 doğrudan 160 TL kazanılıp, 5 yanlıştan 80 TL kaybedileceğini son durumda 80 TL kazanılmış olunacağını belirtmiştir. Ancak soruda verilen 20 TL kazanıldığıdır. Öğrenci aradaki 60 TL'lik farkı hesaplarken yanlış strateji kullanmış olabilir; bu nedenle yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı hata yapıldığı düşünülmüştür.

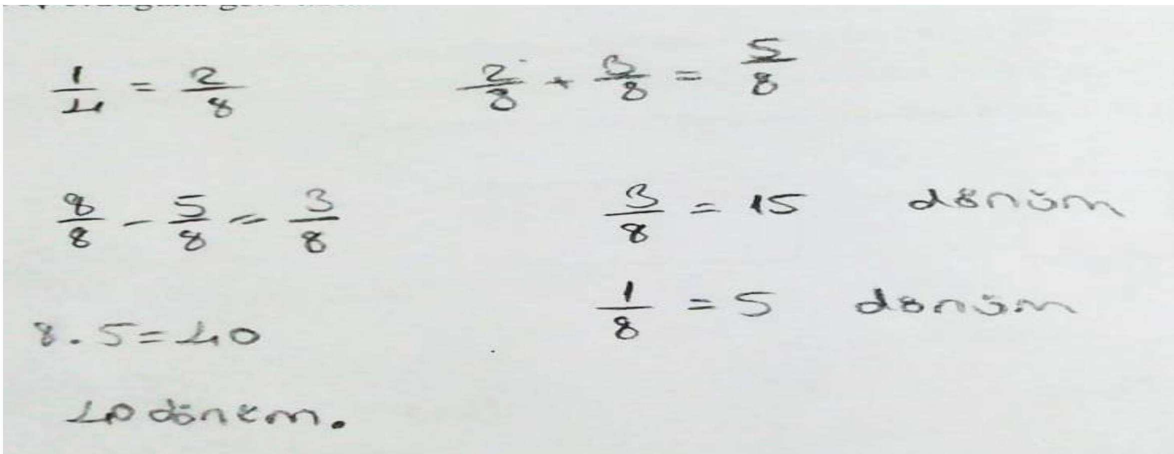
Öğrencilere beşinci olarak *"Ahmet amca tarlasının* $\frac{3}{8}$*'üne domates* $\frac{1}{4}$*'ine salatalık ekmiştir. Tarlasının 15 dönümü boş olduğuna göre tarlanın tamamı kaç dönümdür?"* şeklindeki öğrencilerin öncelikle, şekil ve diyagram çizme, aritmetiksel ve denklem kurma stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 36 öğrenci doğru olarak yaparken, 23'ü soruyu yanlış cevaplamış ve 1 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4.9. Beşinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Aritmetiksel	23	63,88	38,33
Şekil ve diyagram çizme	13	36,11	21,66
Toplam	36	100	60

Tablo 4.9'da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 36'sı (%60) beşinci problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 23'ü (%63,88) aritmetiksel ve 13'ü (%36,11) ise şekil ve diyagram çizme stratejilerinden yararlanmıştır.

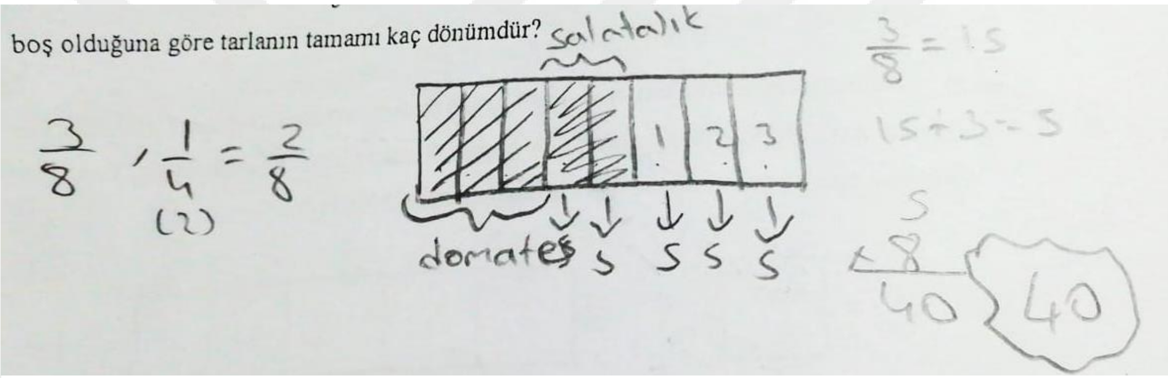
Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 23 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.9.1'de verilmiştir.



Şekil 4.9.1 Aritmetiksel strateji örneği

Şekil 4.9.1’de görüldüğü gibi öğrenci bu problemde denk kesirler ve kesirlerde işlemlerden yararlanarak aritmetiksel stratejiyi kullanmıştır. Salatalık ekili kısmın tarlanın $\frac{2}{8}$’si ve domates ekili kısmın ise tarlanın $\frac{3}{8}$’ ü olduğunu toplam dolu kısmın tarlanın $\frac{5}{8}$’i ve boş kısmın ise tarlanın $\frac{3}{8}$’ü olduğunu yazmıştır. Boş kısmın yani $\frac{3}{8}$’lük kısmın 15 dönüm olduğunu bundan yola çıkarak $\frac{1}{8}$’lik kısmın 5 dönüm olduğunu belirtmiş ve bir parçaya 5 dönüm denk gelirse sekiz parçaya denk gelen dönümü bulmak için 8 ile çarparak tarlanının tamamının 40 dönüm olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 13 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.9.2’de verilmiştir.



Şekil 4.9.2. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

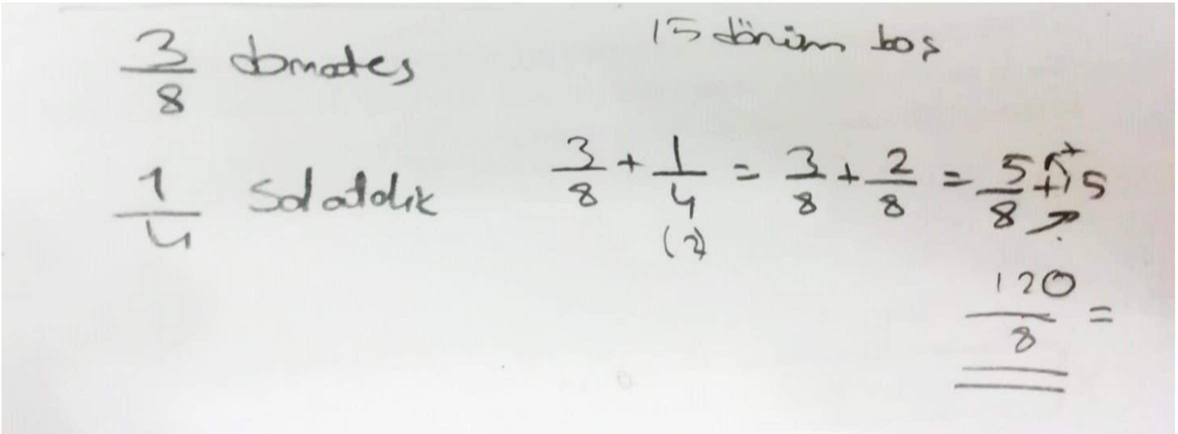
Öğrenci bu problemde tarlayı dikdörtgensel bölgeyle ifade etmiş ve dikdörtgensel bölgeyi eşit parçalara bölerek $\frac{3}{8}$’lük kısmı domates, $\frac{2}{8}$’lik kısmı salatalık ekili olarak belirtmiştir. Boş kısmı şekilde taramadan göstererek her bölmenin 5 dönüme denk geleceğini yazmış ve 8 bölme olduğu için 5×8 işleminden tarlanın tamamının 40 dönüm olduğunu bulmuştur. Öğrencinin soruyu çözerken şekil ve diyagram çizme stratejisinden faydalandığı görülmektedir.

Öğrencilere yöneltilen beşinci soruyu doğru olarak çözemeyen 23 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.10’da verilmiştir. Tablo 4.10’da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 23'ü (%38,33) beşinci problemde hata yapmıştır. Bu hatalar incelendiğinde öğrencilerden 13'ü (%56,52) yanlış matematiksel kavram/strateji ve 4'ü (%17,39) anlamsız işlemlerden kaynaklı olmak üzere toplamda 17 öğrenci dönüşüm basamağında; 3'ü (%13,04) bitmemiş cevaptan kaynaklı, 1'i (%4,34) cebirsel hata ve 1'i (%4,34) aritmetiksel hata olmak üzere toplamda 5 öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında ve 1'i (%4,34) ise anlama basamağında anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı hata yapmıştır.

Tablo 4.10. Beşinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

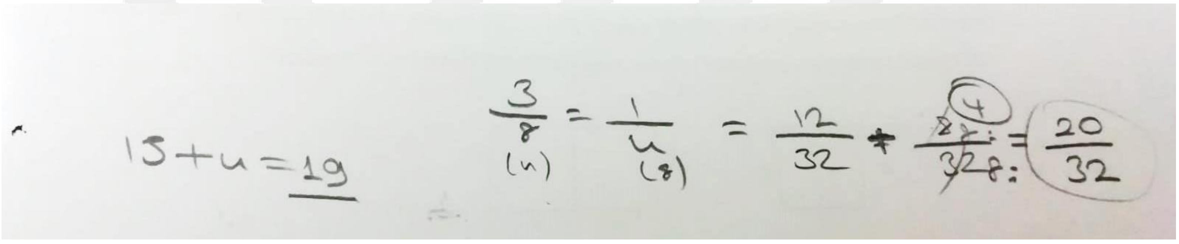
Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	1	4,34	1,66
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	1	4,34	1,66
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	4	17,39	6,66
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	13	56,52	21,66
	Toplam	17	73,91	28,33
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	1	4,34	1,66
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	1	4,34	1,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	3	13,04	5
	Toplam	5	21,73	8,33
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan yanlış matematiksel kavram /strateji basamağında hata yapan 13 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.10.1’de verilmiştir. Şekil 4.10.1’de görüldüğü gibi öğrenci bu problemde domates ekili kısım ile salatalık ekili kısmı kesirlerde toplama işlemi yaparak toplamış; üzerine de boş olan kısmı 15 dönüm olarak ekleyeceğini düşünmüştür. Burada yanlış bir strateji uyguladığı görülmektedir. Bu nedenle öğrencinin yaptığı hatanın yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı olduğu düşünülmüştür.



Şekil 4.10.1. Yanlış matematiksel kavram/strateji hata örneği

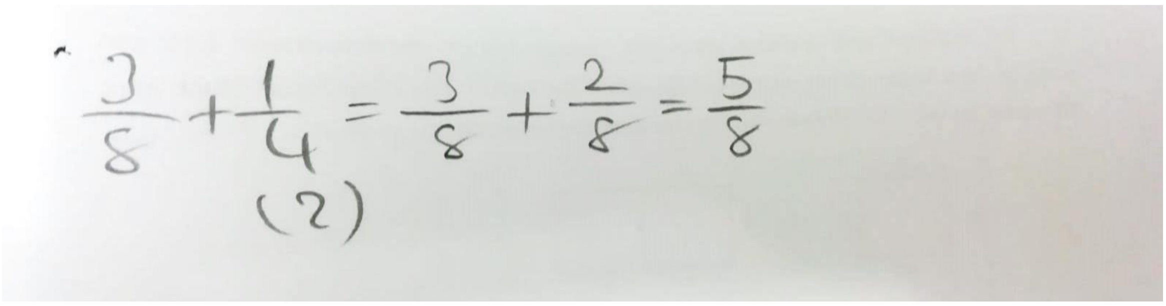
Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 4 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.10.2’de verilmiştir.



Şekil 4.10.2. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci bu problemde hangi bilgilerin verilip hangi bilgilerin istendiğini bilmeden, anlamsız işlemler yapmıştır.

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan bitmemiş cevap basamağında hata yapan bir öğrencinin çözümü Şekil 4.10.3’te verilmiştir.



Şekil 4.10.3. Bitmemiş cevap hata örneği

Öğrenci bu problemin çözümüne doğru olarak başlayıp, önce domates ekili kısım ile salatalık ekili kısmı kesirlerde toplama işlemi yaparak toplamış ve tarlanın kaçta kaçının ekili olduğunu bulmuştur. Soruyu doğru yoldan çözmeye başlamasına rağmen yarım bırakmıştır. Bu nedenle bu hata bitmemiş cevap kategorisinde değerlendirilmiştir.

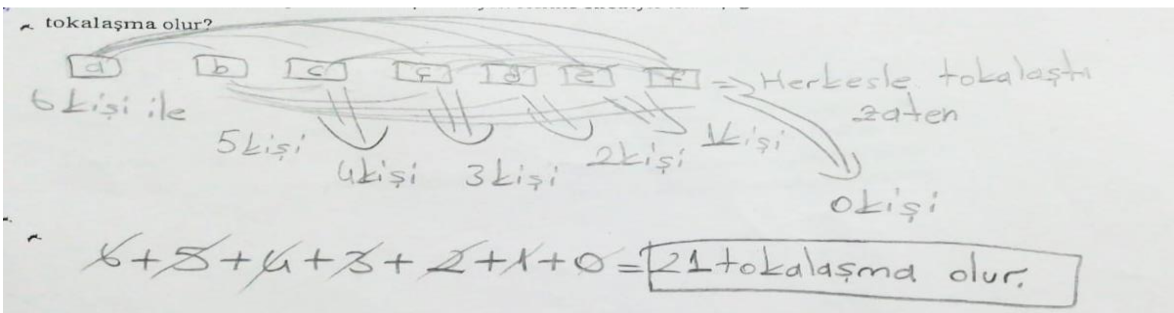
Öğrencilere altıncı olarak "*Bir doğum günü partisine 7 kişi katılıyor. Herkes birbiriyle tokalaştığında toplam kaç tokalaşma olur?*" şeklindeki, öğrencilerin öncelikle problemi şekil ve diyagram çizme, sistematik liste yapma ve bağıntı bulma ve tablo yapma stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 26 öğrenci doğru olarak yaparken, 33'ü yanlış cevaplamış ve 1 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11. Altıncı problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Şekil ve diyagram çizme	12	46,15	20
Sistematik liste yapma	10	38,46	16,66
Bağıntı bulma	3	11,53	5
Tablo yapma	1	3,84	1,66
Toplam	26	100	43,33

Tablo 4.11'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 26'sı (%43,33) altıncı problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 12'si (%46,15) şekil ve diyagram çizme, 10'u (%38,46) sistematik liste yapma 3'ü (%11,53) bağıntı bulma, 1'i (%3,84) ise tablo yapma stratejisinden yararlanarak doğru cevaba ulaşmıştır.

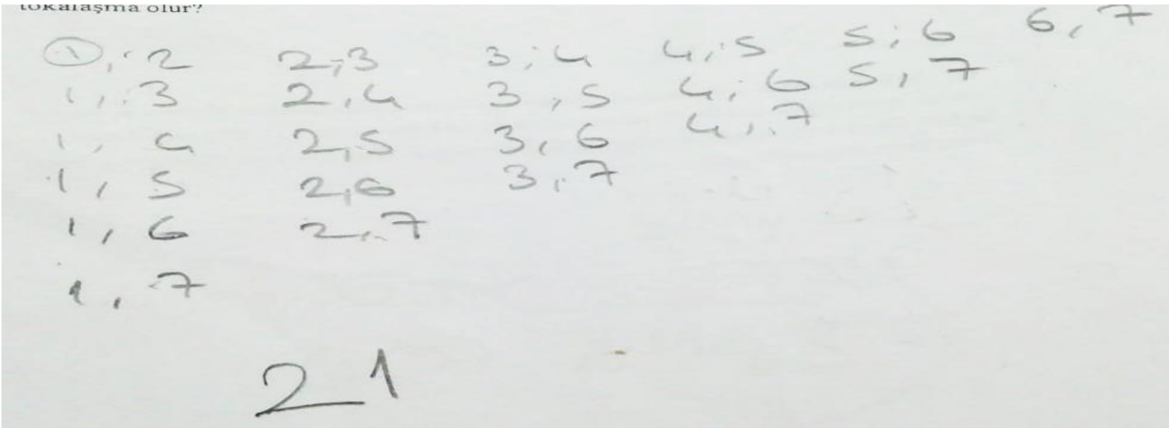
Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 12 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.11.1'de verilmiştir.



Şekil 4.11.1. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde tokalaşan 7 kişiyi kutucuklarla ifade etmiş hepsine a, b, c, ç, d, e, f harflerini vermiştir. Bu kişilerin tokalaşmalarını oklarla göstermiş ve toplam 21 tokalaşmanın olduğu sonucuna varmıştır. Öğrencinin sorunun çözümünde problem çözme stratejilerinden şekil ve diyagram çizme stratejisinden yararlandığı görülmektedir.

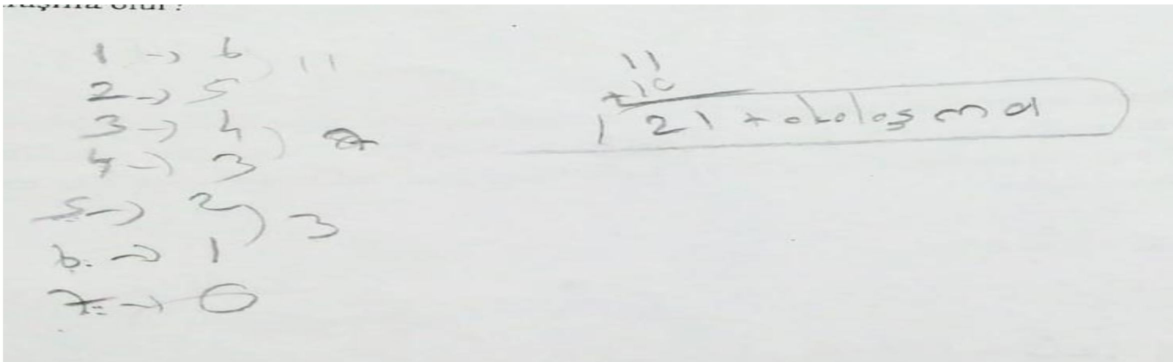
Problemi sistematik liste yapma stratejisini kullanarak doğru çözen 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.11.2'de verilmiştir.



Şekil 4.11.2. Sistematik liste yapma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde tokalaşan kişileri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 olarak belirtmiş ve tokalaşmaları liste yaparak 1-2, 1-3, ... gibi tüm durumları yazarak 21 tokalaşma olacağı sonucuna varmıştır. Öğrencinin bu soruda problem çözme stratejilerinden sistematik liste yapma stratejisinden yararlandığı görülmektedir.

Problemi bağıntı bulma stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.11.3'te verilmiştir.



Şekil 4.11.3. Bağıntı bulma stratejisi örneği

Şekil 4.11.3'te görüldüğü gibi öğrenci bu problemde 1. kişinin 6 kişiyle, 2. kişinin 5 kişiyle tokalaşacağını ve bu şekilde tokalaşmaların belli bir düzen dahilinde ilerlediğini fark etmiştir. Bu nedenle öğrenci bu sorunun çözümünde problem çözme stratejileri arasından bağıntı bulma stratejisinden yararlanmıştır.

Öğrencilere yöneltilen altıncı soruyu doğru olarak çözemeyen 33 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.12'de verilmiştir.

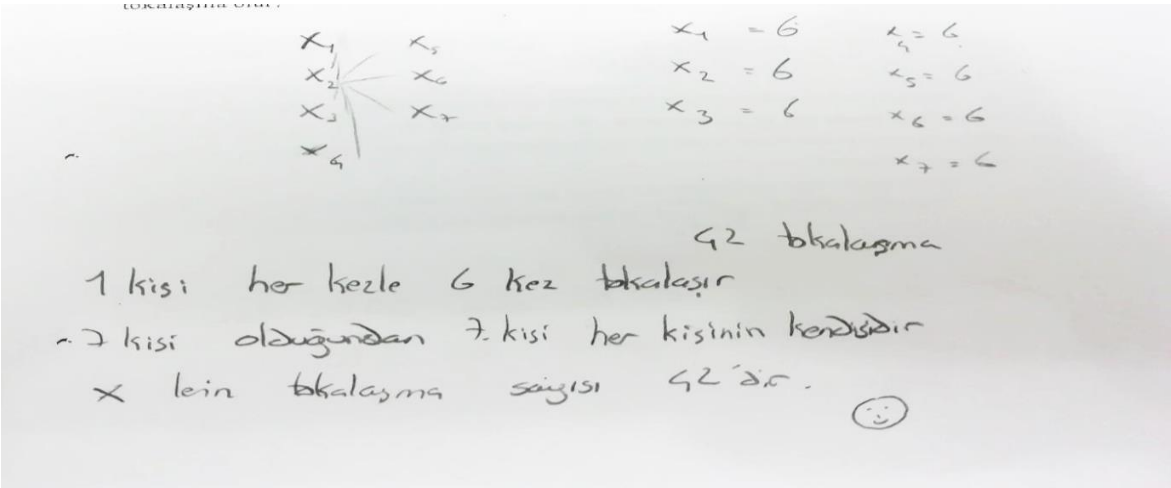
Tablo 4.12. Altıncı soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	1	3,03	1,66
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	26	78,78	43,33
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	27	81,81	45
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	1	3,03	1,66
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	1	3,03	1,66
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	2	6,06	3,33
	Toplam	4	12,12	6,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata			
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	2	6,06	3,33
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	2	6,06	3,33
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Tablo 4.12'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 33'ü (%55) altıncı problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden büyük bir çoğunluğunun anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin 26'sı (%78,78) anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı, 1'i (%3,03) talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı olmak üzere toplamda 27 öğrenci anlama

basamağında; 2’si (%6,06) yanlış matematiksel kavram/strateji, 1’i (%3,03) gerçek yaşam durumundan kurtulamamaktan ve 1'i (%3,03) anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata olmak üzere toplamda 4 öğrenci dönüşüm basamağında ve 2’si (%6,06) matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında aritmetiksel hata (işlem hatası) yapmıştır.

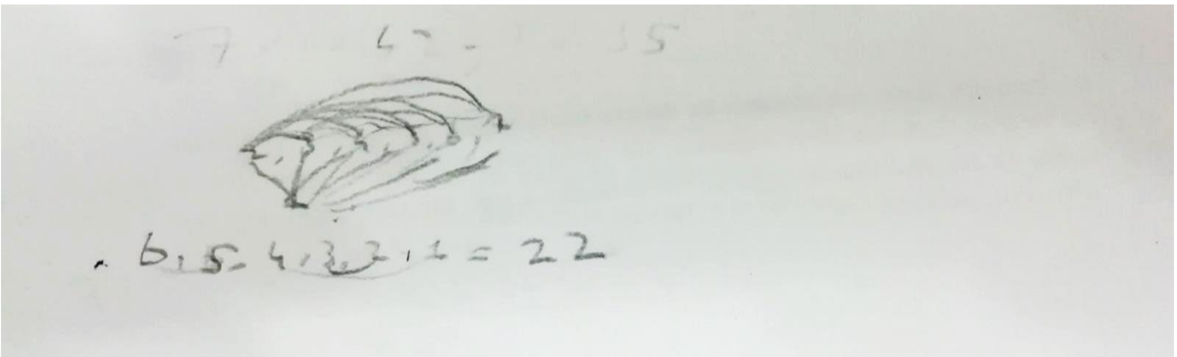
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata yapan bir öğrencinin çözümü Şekil 4.12.1’de verilmiştir.



Şekil 4.12.1. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

Öğrenci problemin çözümünde tokalaşma kelimesini anlamayarak 1 kişinin her defasında 6 kişiyle tokalaşacağını düşünmüş olabilir. Bu yüzden bu hatanın anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı bir hata olduğu düşünülmüştür.

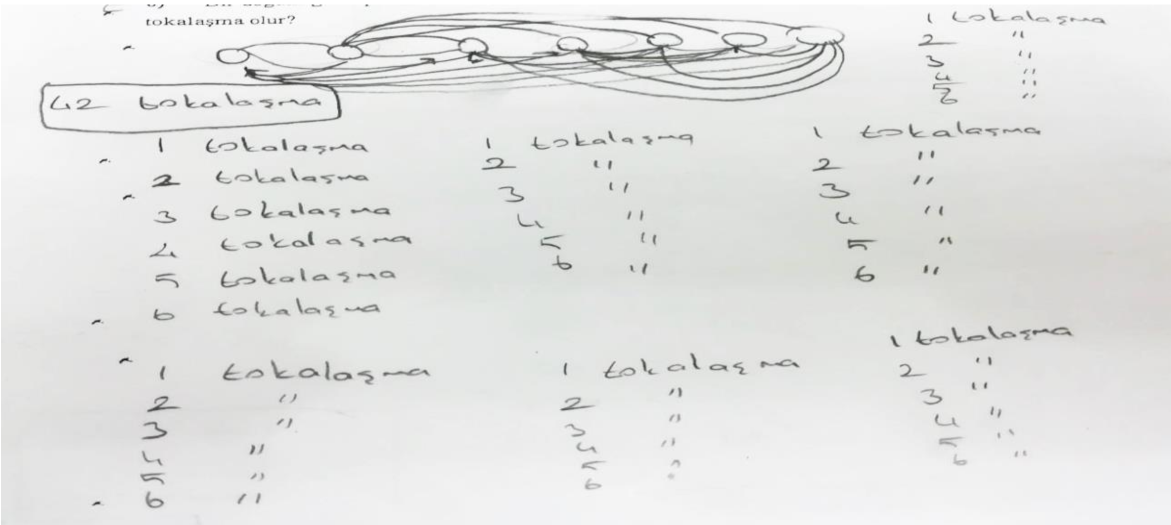
Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan aritmetiksel hata basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.12.2’de verilmiştir.



Şekil 4.12.2. Aritmetiksel hata örneği

Öğrenci şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak tokalaşmaların her birini göstermiş birinci kişinin 6, ikinci kişinin 5, üçüncü kişinin 4, dördüncü kişinin 3, beşinci kişinin 2 ve altıncı kişinin 1 kez tokalaştıklarını yazmıştır. Fakat bu tokalaşma sayılarını toplarken bir işlem hatası yaparak sonucu 22 olarak bulmuştur. Bu nedenle bu durum aritmetiksel hata (işlem hatası) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan yanlış matematiksel kavram/strateji basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.12.3'te verilmiştir.

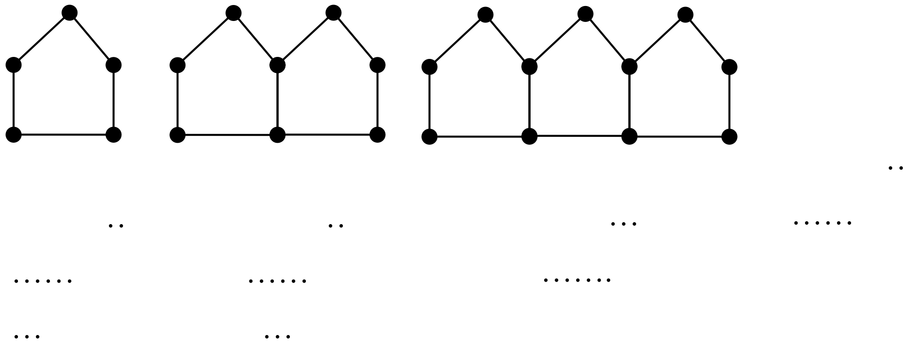


Şekil 4.12.3. Yanlış matematiksel kavram/strateji hata örneği

Öğrenci 7 kişiyi birbiriyle tokalaştırırken tek tokalaşma yerine her birinin birbiriyle ikişer defa tokalaşacağını düşünmüştür. Buna göre bu hata yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklanan bir hata türü kategorisinde olduğu düşünülmüştür.

Öğrencilere yedinci soru olarak öğrencilerin öncelikle denklem kurma, şekil ve diyagram çizme, bağıntı bulma ve aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen aşağıdaki soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 31 öğrenci doğru olarak cevaplarken, 27'si yanlış cevaplamış ve 2 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.13' te verilmiştir.

"Dilek kibrit çöpleriyle aşağıdaki gibi ev yapıyor. 10 tane birbirine bitişik ev yapabilmek için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?"

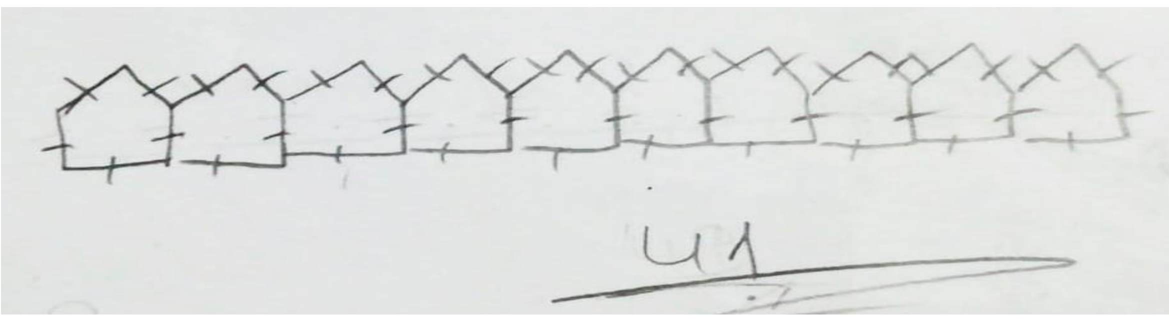


Tablo 4.13. Yedinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Şekil ve diyagram çizme	13	41,93	21,66
Bağıntı bulma	13	41,93	21,66
Aritmetiksel ve muhakeme etme	3	9,67	5
Denklem kurma	1	3,22	1,66
Sadece cevap	1	3,22	1,66
Toplam	31	100	51,66

Tablo 4.13'te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 31'i (%51,66) yedinci problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 13'ü (%41,93) şekil ve diyagram çizme, 13'ü (%41,93) bağıntı bulma, 3'ü (%9,67) aritmetiksel ve muhakeme etme stratejilerini birlikte kullanmış ve 1'i (%3,22) ise denklem kurma stratejisinden yararlanmıştır. 1'i (%3,22) ise sadece doğru cevabı yazdığından dolayı hangi strateji kullandığı anlaşılamamıştır.

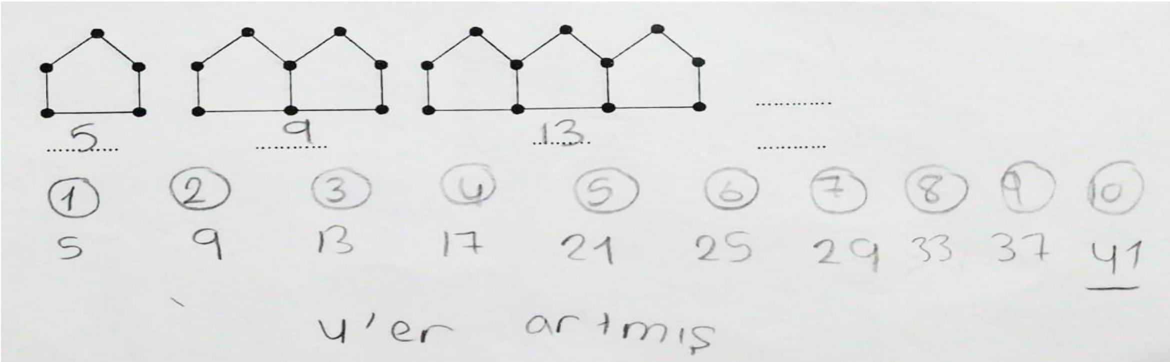
Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 13 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.13.1'de verilmiştir.



Şekil 4.13.1. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

Öğrenci bu problemin çözümünde 10 tane ev yapmak için kaç tane kibrit çöpünün gerektiğini bulurken problem çözme stratejilerinden şekil ve diyagram çizme stratejisinden yararlanmıştır. Birbirine bitişik 10 tane evi çizerek yan yana getirmiştir. Kibrit çöplerini saymış ve 41 tane kibrit çöpünün gerektiği sonucuna ulaşmıştır.

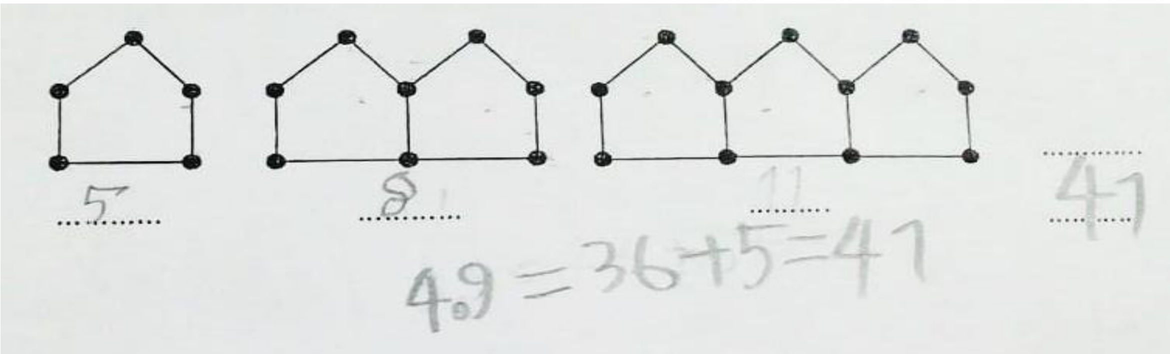
Problemi bağıntı bulma stratejisini kullanarak doğru çözen 13 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.13.2'de verilmiştir.



Şekil 4.13.2. Bağıntı bulma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde bir ev için 5, iki ev için 9, üç ev için 13 kibrit çöpü gerektiğini yani kibrit çöplerinin sayısının dörder dörder arttığını farketmiş ve soruyu bağıntı bulma stratejisinden faydalanarak çözmüştür.

Problemi aritmetiksel ve muhakeme stratejilerini birlikte kullanarak doğru çözen bir öğrencinin çözümü Şekil 4.13.3'te verilmiştir.



Şekil 4.13.3. Aritmetiksel ve muhakeme etme stratejileri örneği

Öğrenci bu problemde problem çözme stratejilerinden aritmetiksel ve muhakeme etme stratejilerini birlikte kullanmıştır. Birinci, ikinci ve üçüncü adımlarda birleşim yerlerindeki kibrit çöplerini saymadan 4 kibrit çöpünün gerektiğini toplam 9 tane bu şekilde ev olduğunu düşünmüş, 9 ev için toplam harcanan kibrit çöpü sayısına birinci evdeki kibrit çöpü sayısını ekleyerek 41 kibrit çöpü sonucuna ulaşmıştır.

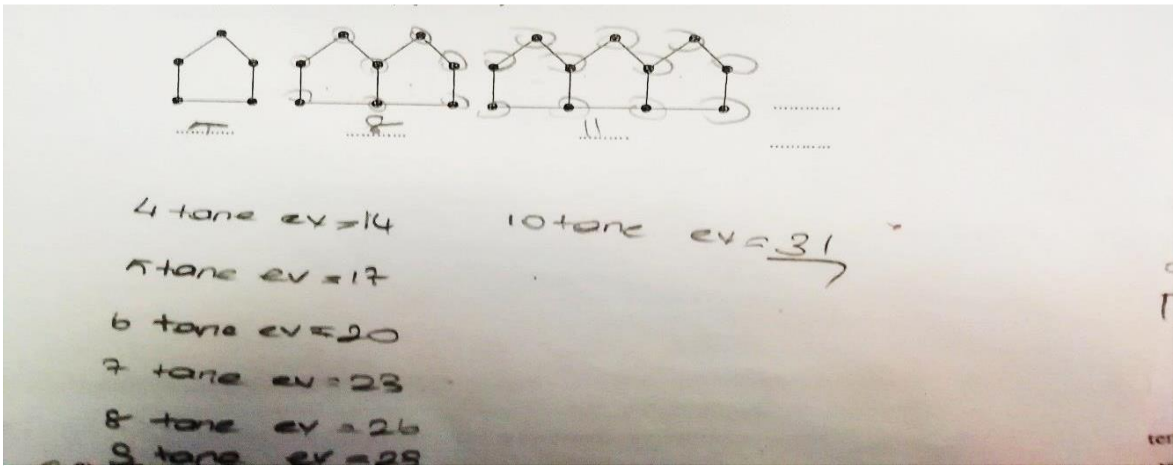
Öğrencilere yöneltilen yedinci soruyu doğru olarak çözemeyen 27 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.14'te verilmiştir.

Tablo 4.14. Yedinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	5	18,51	8,33
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	5	18,51	8,33
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	3	11,11	5
	Toplam	3	11,11	5
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata			
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	4	14,81	6,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	15	55,55	25
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	19	70,37	31,66
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Tablo 4.14'te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 27'si (%45) yedinci problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 15'i (%55,55) grafiğin matematik yorumunda ve 4'ü (%14,81) aritmetiksel hata olmak üzere toplamda 19 öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında; 5'i (%18,51) anlama basamağında talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı ve 3'ü (%11,11) ise dönüşüm basamağında yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı hata yapmıştır.

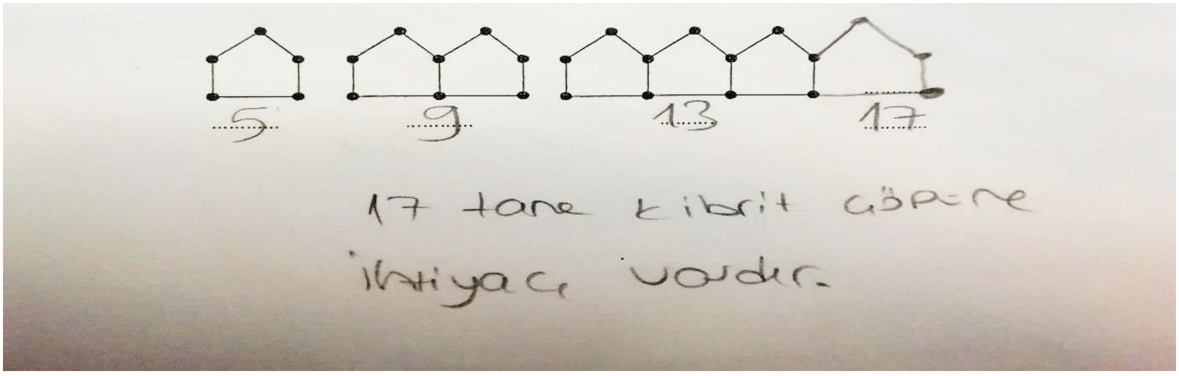
Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan grafiğin matematik yorumunda hata yapan 15 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.14.1'de verilmiştir.



Şekil 4.14.1. Grafiğin matematik yorumunda hata örneği

Öğrenci problemin çözümünde kullanılan kibrit çöplerinin sayılarını saymak yerine şekildeki yuvarlak kısımları saymıştır. Bu nedenle şekli yorumlarken hata yapmıştır. Bu hata grafiğin matematik yorumunda yapılan hata olarak düşünülmüştür.

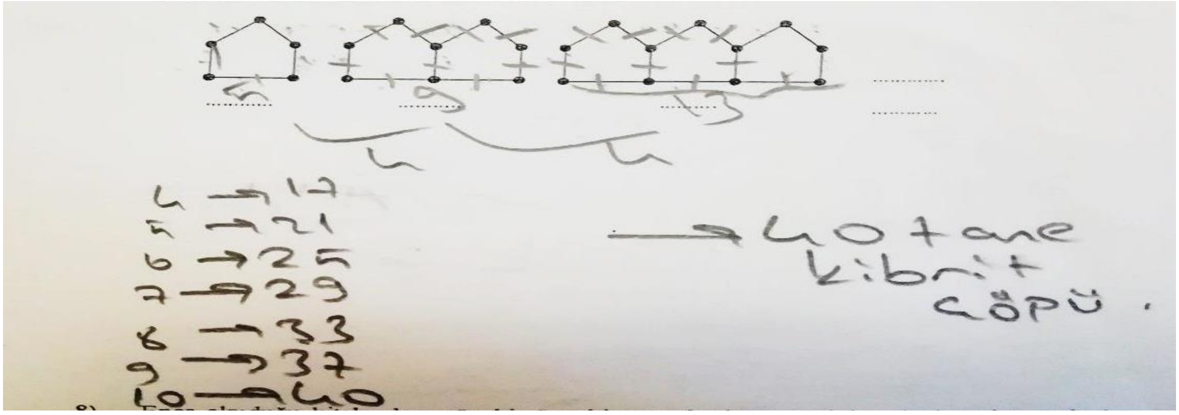
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı hata basamağında hata yapan bir öğrencinin çözümü Şekil 4.14.2'de verilmiştir.



Şekil 4.14.2. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Öğrenci problemi çözerken şekilde verilen üç tane evin yanına bir ev daha çizerek dört ev için 17 kibrit çöpünün gerektiği sonucunu yazmıştır. Fakat problemde istenilen 10 tane ev için kaç tane kibrit çöpünün gerektiğidir. Öğrenci ise sadece problemde verilen noktalı yerin doldurulacağını düşünmüş olmalı ki sadece noktalı yere bir ev çizip talimatı yanlış anlayarak 17 tane kibrit çöpünün gerektiği sonucuna varmıştır.

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan aritmetiksel hata basamağında hata yapan bir öğrencinin çözümü Şekil 4.14.3'te verilmiştir.



Şekil 4.14.3. Aritmetiksel hata örneği

Öğrenci bu problemde ev sayısı ile kibrit çöpü sayıları arasında bir bağıntı olduğunu farketmiştir ve kibrit çöpleri sayısının dörder dörder arttığını görmüştür. En son yaptığı işlemde 9 ev için 37 kibrit çöpünün gerektiğini bulmuş; fakat 10. ev için gereken kibrit çöpü sayısını bulurken 37 sayısına 4'ü yanlış ekleyip cevabı 40 olarak yazmıştır. Bu nedenle öğrencinin yaptığı bu hata işlem hatası yani aritmetiksel hatadır.

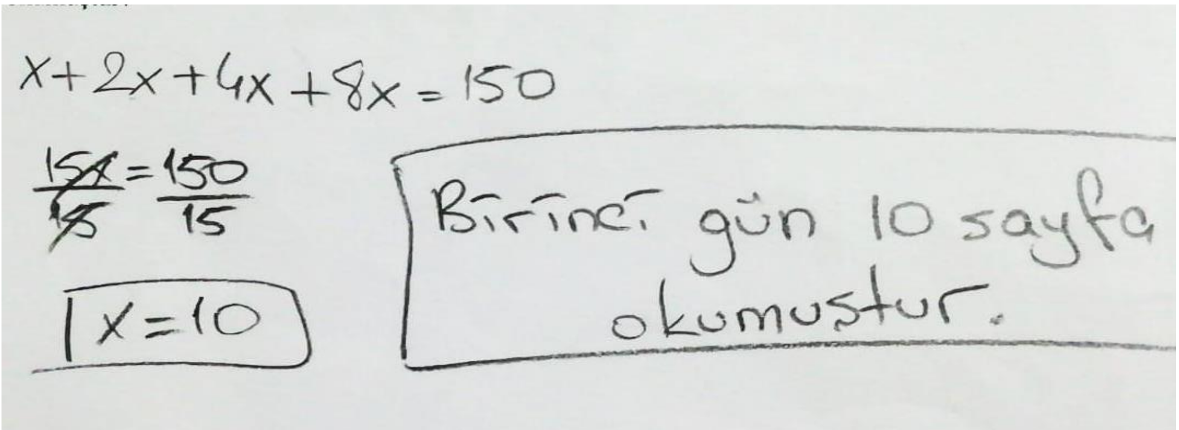
Öğrencilere sekizinci soru olarak "*Enes okuduğu kitabı, her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar okuyarak 4 günde bitirmiştir. Enes'in okuduğu kitap 150 sayfa ise birinci gün kaç sayfa kitap okumuştur?*" şeklindeki, öğrencilerin öncelikle denklem kurma, tahmin ve kontrol, şekil ve diyagram çizme, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 44 öğrenci doğru olarak yaparken, 12'si yanlış cevaplamış ve 4 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.15'te verilmiştir.

Tablo 4.15. Sekizinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Denklem kurma	27	61,36	45
Tahmin ve kontrol	12	27,27	20
Aritmetiksel	5	11,36	8,33
Toplam	44	100	73,33

Tablo 4.15’te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 44'ü (%73,33) sekizinci soruyu doğru cevaplamış ve doğru cevaplayan öğrencilerden 27 'si (%61,36) denklem kurma, 12'si (%27,27) tahmin ve kontrol ve 5'i (%11,36) ise aritmetiksel strateji kullanmıştır.

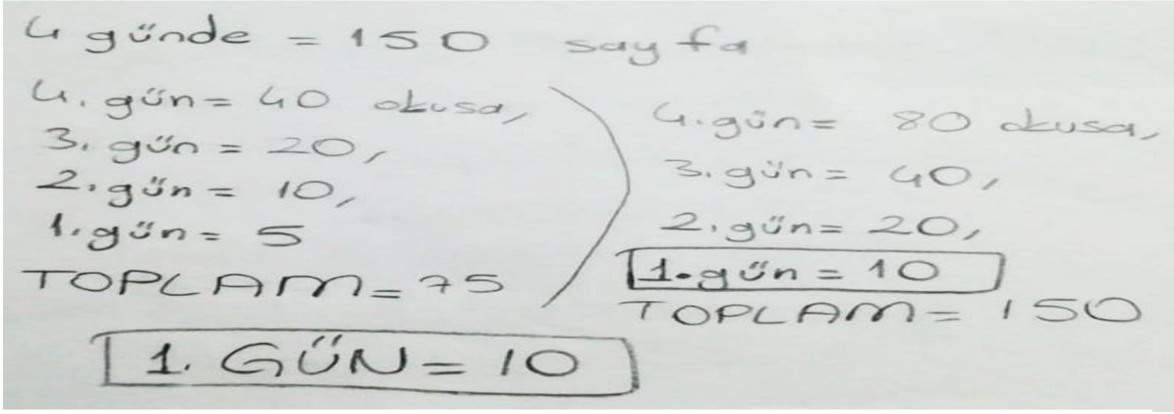
Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 27 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.15.1’de verilmiştir.



Şekil 4.15.1. Denklem kurma stratejisi örneği

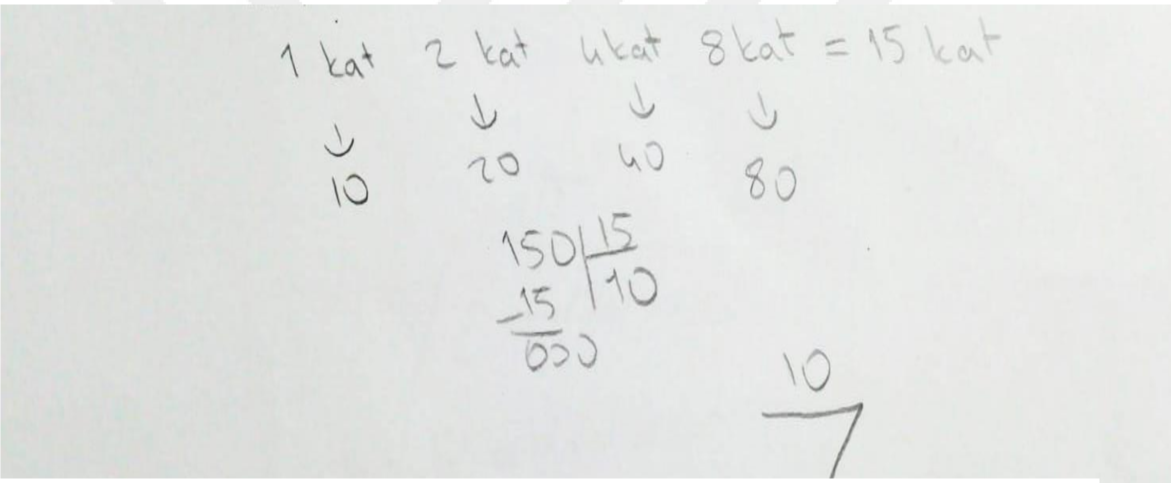
Öğrenci bu problemin çözümünde ilk gün okunan kitabın sayfa sayısına x olarak kabul etmiş ve her gün okunulan sayfa sayısı bir önceki günün 2 katı olduğu için ikinci günü $2x$, üçüncü günü $4x$ ve dördüncü günü $8x$ olarak ifade etmiştir. Okunulan toplam sayfa sayısını 150'ye eşitleyerek denklem kurma stratejisinden yararlanmış ve $x + 2x + 4x + 8x = 150$ denklemini kurmuştur. Denklemi çözerek x bilinmeyeninin değerini 10 olarak bulmuştur. Yani x olarak belirttiği birinci gün okunulan sayfa sayısı 10’a eşittir.

Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 12 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.15.2’de verilmiştir. Şekil 4.15.2’de görüldüğü gibi öğrenci bu problemde her gün okunan sayfa sayıları için tahminlerini yazıp kontrol etmiştir. Birinci gün okunulan sayfa sayısını ilk olarak 5 kabul etmiş bu şekilde ilerleyince ikinci gün okunulan sayfa sayısı 10, üçüncü gün 20 ve dördüncü gün 40 olarak yazmıştır. Fakat bu durumda toplamda 150 sayfa okunulmuş olamamıştır. Bu nedenle daha sonra birinci gün okunulan sayfa sayısının 10 olarak kabul etmiştir. Bu şekilde ilerlediğinde ise doğru sonuca ulaşmıştır. Yani öğrencinin sorunun çözümünde tahmin ve kontrol stratejisinden yararlandığı görülmüştür.



Şekil 4.15.2. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 5 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.15.3’te verilmiştir.



Şekil 4.15.3. Aritmetiksel strateji örneği

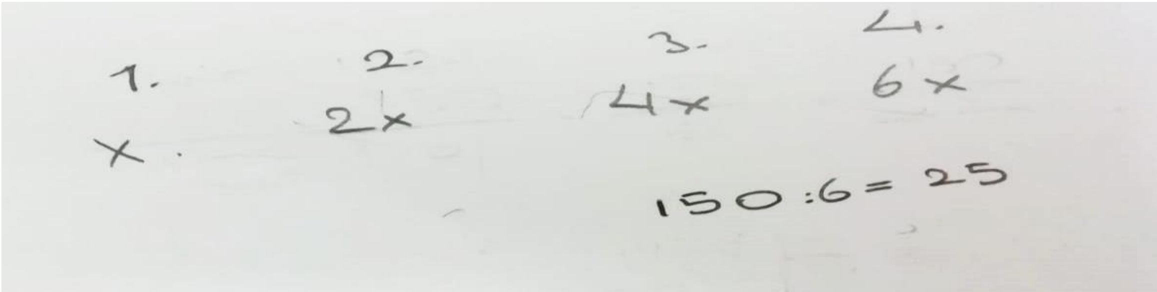
Öğrenci bu problemin çözümünde birinci gün okunan sayfa sayısını 1 kat, ikinci günü 2 kat, üçüncü günü 4 kat ve dördüncü günü 8 kat kabul ederek toplamı yani 15 katı 150’ye eşitlemiştir. Daha sonra $150 \div 15 = 10$ işlemiyle 1 katın değerini 10 olarak bulmuştur. Öğrenci bu soruda aritmetiksel stratejiyi kullanmıştır.

Öğrencilere yöneltilen sekizinci soruyu doğru olarak çözemeyen 12 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.16’da verilmiştir. Tablo 4.16’da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 12'si (%20) sekizinci problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 4'ü (%33,33) anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan, 1’i (%8,33) talimatı yanlış anlamaktan, 1’i (%8,33) bilgiyi seçmeden kaynaklı hata olmak üzere toplamda 6 öğrenci anlama basamağında; 2'si (%16,66) cebirsel ifadelerde hata ve 1'i (%8,33) ise aritmetiksel hata olmak üzere toplamda 3 öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında; 2'si (%16,66) belirlenemeyen hata ve 1'i (%8,33) dönüşüm basamağında yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı hata yapmıştır.

Tablo 4.16. Sekizinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

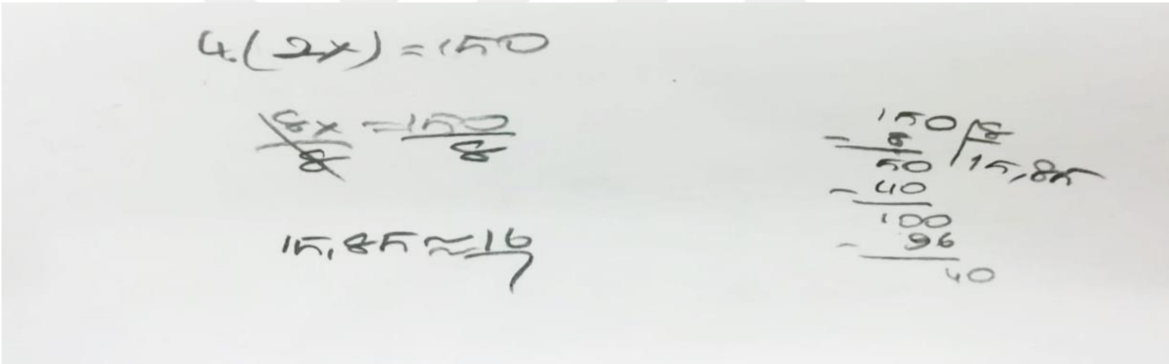
Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	1	8,33	1,66
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	4	33,33	6,66
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	1	8,33	1,66
	Toplam	6	50	10
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	1	8,33	1,66
	Toplam	1	8,33	1,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	2	16,66	3,33
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	1	8,33	1,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	25	5
Belirlenemeneyen hata	Toplam	2	16,66	3,33

Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata yapan 4 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.16.1'de verilmiştir. Şekil 4.16.1'de görüldüğü gibi öğrenci birinci günde okunulan sayfa sayısını x olarak kabul etmiş, diğer günleri $x,\ 2x,\ 4x,\ 8x$ olarak yazacağına kat kavramını anlamayarak 2 katını almak yerine ikişer arttırarak yazmıştır. Ayrıca toplam sayfa sayısını 150 olarak yazmayıp dördüncü günde okunulan sayfa sayısını 150 olarak kabul etmiştir. Burada öğrencinin kat ve toplam kavramlarını anlayamadığı görülmektedir. Bu nedenle öğrencinin anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata yaptığı düşünülmüştür.



Şekil 4.16.1. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

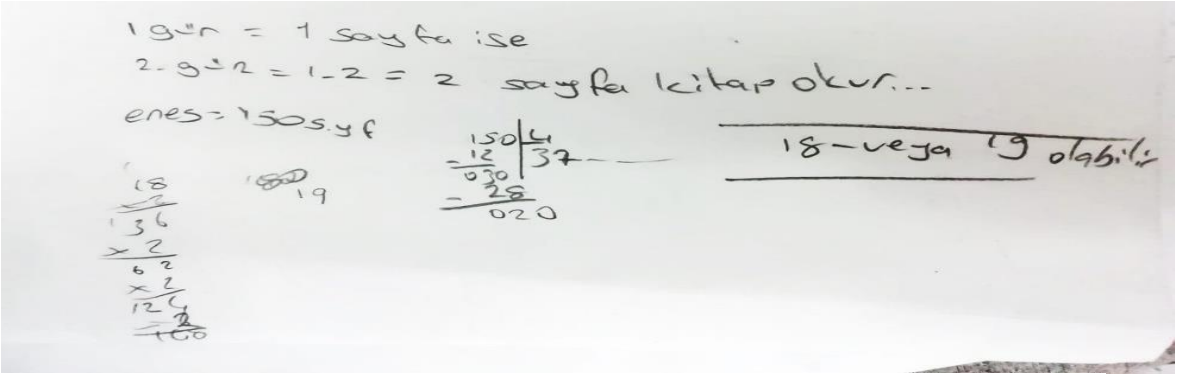
Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan cebirsel hata basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.16.2'de verilmiştir.



Şekil 4.16.2. Cebirsel hata örneği

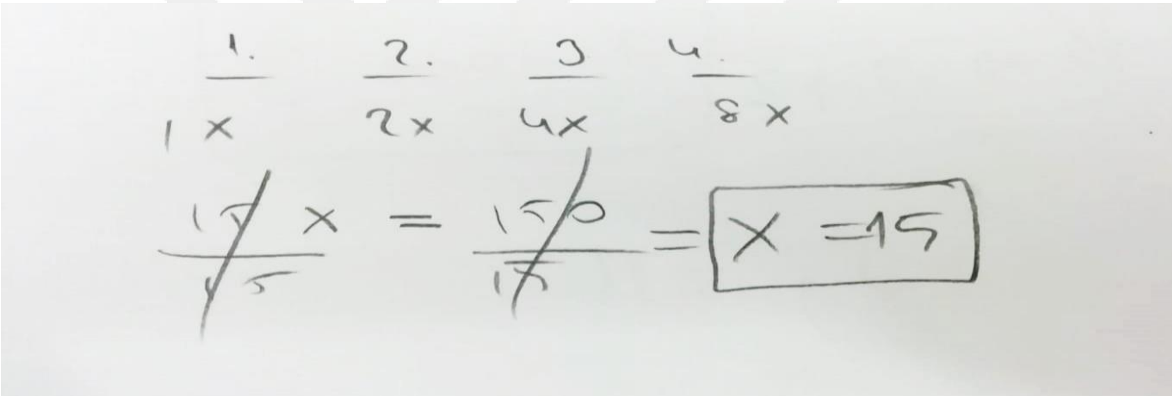
Öğrenci bu soruda her gün okunulan sayfa sayısını $2x$ olarak kabul etmiş ve 4 günde okunulan sayfa sayısını bulmak için 4 ile çarpmıştır. Öğrenci cebirsel ifadelerde değişkenleri kullanırken ya da yorumlarken sıkıntı yaşıyor olabilir. Bu nedenle bu hatanın cebirsel ifadelerden kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

Problemi çözerken belirlenemeyen hata basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.16.3'te verilmiştir. Şekil 4.16.3'te görüldüğü gibi öğrenci problemi çözerken cevabın 18 veya 19 olabileceğini düşünmüştür. Nereden bu sonuca ulaşmış olduğu anlaşılamamış olup bu durum belirlenemeyen hata türü kategorisinde incelenmiştir.



Şekil 4.16.3. Belirlenemeyen hata örneği

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan aritmetiksel hata basamağında hata yapan bir öğrenciye ait çözüm Şekil 4.16.4’te verilmiştir.



Şekil 4.16.4. Aritmetiksel hata örneği

Öğrenci bu problemi çözerken birinci günü x, ikinci günü $2x$, üçüncü günü $4x$, dördüncü günü $8x$ olarak kabul ederek doğru bir çözüm yolu uygulamış, $15x = 150$ denklemini kurmuştur. Fakat en son 150 sayısını 15’e bölerken sonucu 10 olarak bulmak yerine işlem hatası yaparak 15 olarak bulmuştur. Bu hata aritmetiksel hatadır.

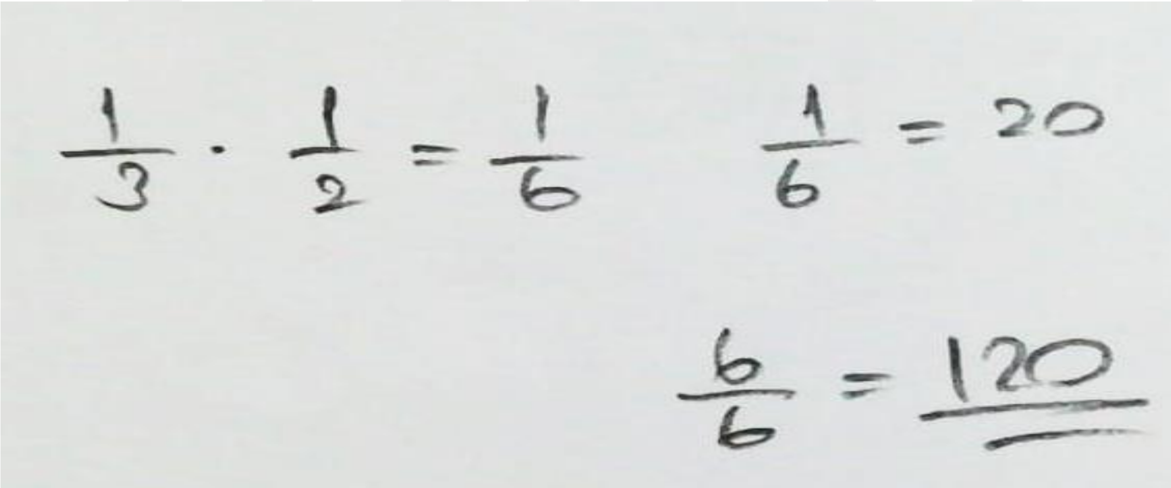
Öğrencilere dokuzuncu soru olarak “*Bir sayının* $\frac{1}{3}$*’nin* $\frac{1}{2}$*’i 20 ise bu sayı kaçtır?*” şeklindeki, öğrencilerin öncelikle geriye doğru çalışma, denklem kurma, şekil ve diyagram çizme, tahmin ve kontrol ile aritmetiksel startejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 43 öğrenci doğru olarak yaparken, 9’u yanlış cevaplamış ve 8 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.17’de verilmiştir.

Tablo 4.17. Dokuzuncu problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Aritmetiksel	20	46,51	33,33
Denklem kurma	11	25,58	18,33
Geriye doğru çalışma	6	13,95	10
Şekil ve diyagram çizme	3	6,97	5
Tahmin ve kontrol	2	4,65	3,33
Sadece cevap	1	2,32	1,66
Toplam	43	100	71,66

Tablo 4.17'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 43'ü (%71,66) dokuzuncu problemi doğru olarak cevaplamış ve bu öğrencilerin 20'si (%46,51) aritmetiksel, 11 'i (%25,58) denklem kurma, 6'sı (%13,95) geriye doğru çalışma, 3'ü (%6,97) şekil ve diyagram çizme, 2'si (%4,65) tahmin ve kontrol stratejilerinden yararlanmış ve 1'inin (%2,32) ise sadece doğru cevabı yazdığından dolayı hangi stratejiyi kullandığı anlaşılamamıştır.

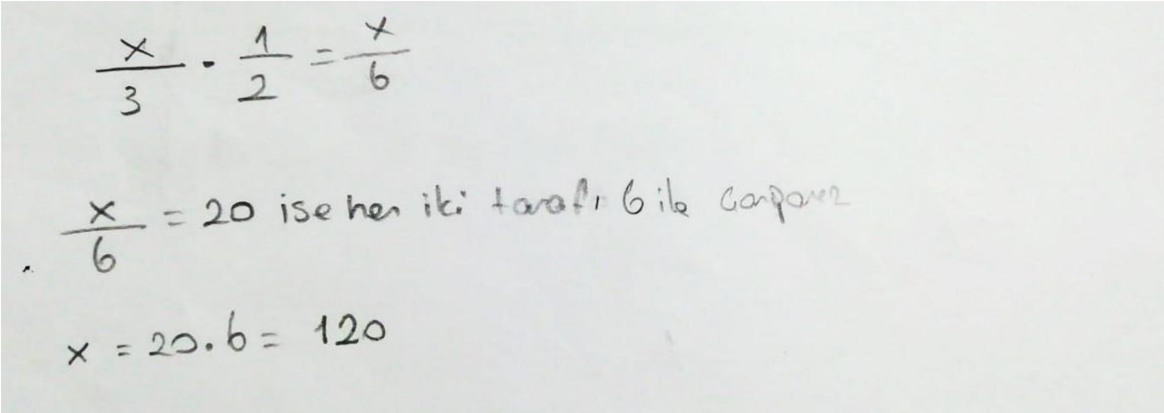
Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 20 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.17.1'de verilmiştir.



Şekil 4.17.1. Aritmetiksel strateji örneği

Öğrenci bu problemin çözümünü kesirlerde işlemlerden ve kesrin kesrinden faydalanarak yapmıştır. Önce $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ işlemini yapmıştır. Daha sonra $\frac{1}{6}$'i 20 olduğu için sayının tamamını 120 olarak bulmuştur. Öğrenci bu problemin çözümünde aritmetiksel strateji kullanmıştır.

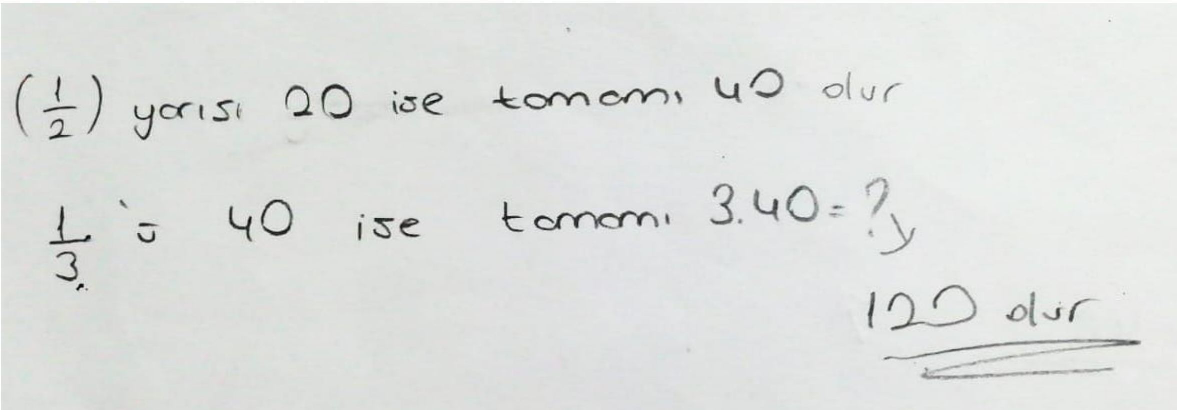
Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 11 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.17.2’de verilmiştir.



Şekil 4.17.2. Denklem kurma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemin çözümünde bilinmeyeni x olarak kabul etmiş $\frac{x}{3}.\frac{1}{2}=\frac{x}{6}$ denklemini ve $\frac{x}{6}=20$ denklemini kurmuştur. Denklemi çözmek için eşitliğin her iki tarafını 6 ile çarptığında $x=120$ cevabına ulaşmıştır. Öğrencinin bu problemde denklem kurma stratejisinden yararlandığı görülmüştür.

Problemi geriye doğru çalışma stratejisini kullanarak doğru çözen 6 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.17.3’te verilmiştir.



Şekil 4.17.3. Geriye doğru çalışma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemin çözümünde sondan başa doğru giderek sonuca ulaşmıştır. Öncelikle yarısı 20 olan sayının tamamını bulup daha sonra da $\frac{1}{3}$’i yarısı 20 olan sayıya eşit olan sayının tamamına ulaşmış ve sonucu 120 olarak bulmuştur. Öğrenci geriye doğru çalışma stratejisinden faydalanmıştır.

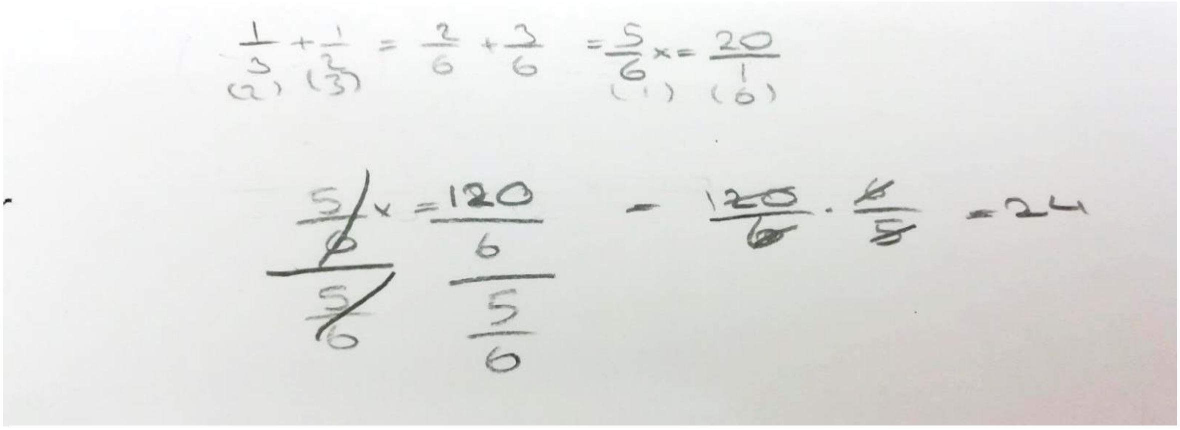
Öğrencilere yöneltilen sekizinci soruyu doğru olarak çözemeyen 9 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.18'de verilmiştir.

Tablo 4.18. Dokuzuncu soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	2	22,22	3,33
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	4	44,44	6,66
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı			
	Toplam	6	66,66	10
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	2	22,22	3,33
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	1	11,11	1,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	33,33	5
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

Tablo 4.18'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 9'u (%15) dokuzuncu problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden çoğunluğu anlama basamağında hata yapmıştır. Öğrencilerin 4'ü (%44,44) anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı ve 2'si (%22,22) talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı hata olmak üzere toplamda 6 öğrencinin anlama basamağında hata yaptığı; 2'si (%22,22) cebirsel hata ve 1'i (%11,11) ise aritmetiksel hata olmak üzere toplamda 3 öğrencinin matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında hata yaptığı görülmüştür.

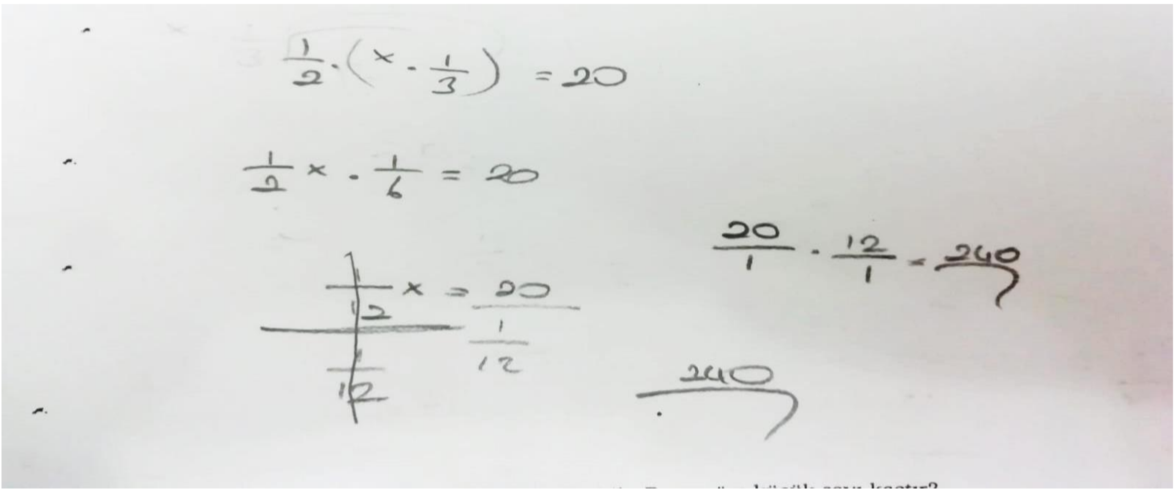
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata 4 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.18.1'de verilmiştir.



Şekil 4.18.1. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

Öğrenci kesrin kesri olan kavramı anlamayarak $\frac{1}{3}$'inin $\frac{1}{2}$'ini bulurken toplama işlemi yapmıştır. Öğrenci muhtemelen kesrin kesri kavramının neyi ifade ettiğini bilmiyor ya da anlamıyor olabilir. Öğrencinin bu problemde anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata yaptığı düşünülmüştür.

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan cebirsel hata basamağında hata 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.18.2'de verilmiştir.



Şekil 4.18.2. Cebirsel hata örneği

Öğrenci problemi çözerken denklem kurma stratejisini tercih etmiştir; fakat parantez dışındaki sayıyı parantez içinde toplama işlemi varmış gibi düşünüp dağılma özelliğini uygulamıştır. Öğrenci cebirsel ifadeler ve dağılma özelliği konusunda sıkıntı yaşıyor olabilir. Bu nedenle yapılan bu hatanın cebirsel hata olduğu düşünülmüştür.

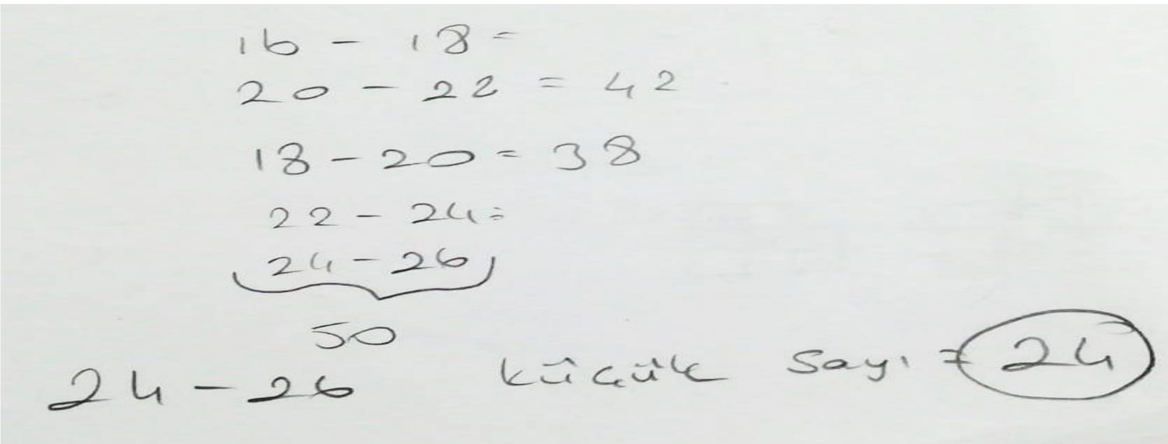
Öğrencilere onuncu soru olarak "*Ardışık iki çift doğal sayının toplamı 50'dir. Buna göre küçük sayı kaçtır?"* şeklindeki, öğrencilerin öncelikle geriye doğru çalışma, denklem kurma, şekil ve diyagram çizme, tahmin kontrol, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 55 öğrenci doğru olarak yaparken, 3'ü yanlış cevaplamış ve 2 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.19'da verilmiştir.

Tablo 4.19. Onuncu problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Tahmin ve kontrol	28	50,90	46,66
Aritmetiksel	10	18,18	16,66
Denklem kurma	10	18,18	16,66
Sadece cevap	7	12,72	11,66
Toplam	55	100	91,66

Tablo 4.19'da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 55'i (%91,66) onuncu problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 28'i (%50,90) tahmin ve kontrol, 10'u (%18,18) ise aritmetiksel strateji, 10'u (%18,18) denklem kurma stratejilerinden yararlanmış ve 7'sinin (%12,72) ise sadece doğru cevabı yazdıklarından dolayı hangi stratejiyi kullandıkları anlaşılamamıştır.

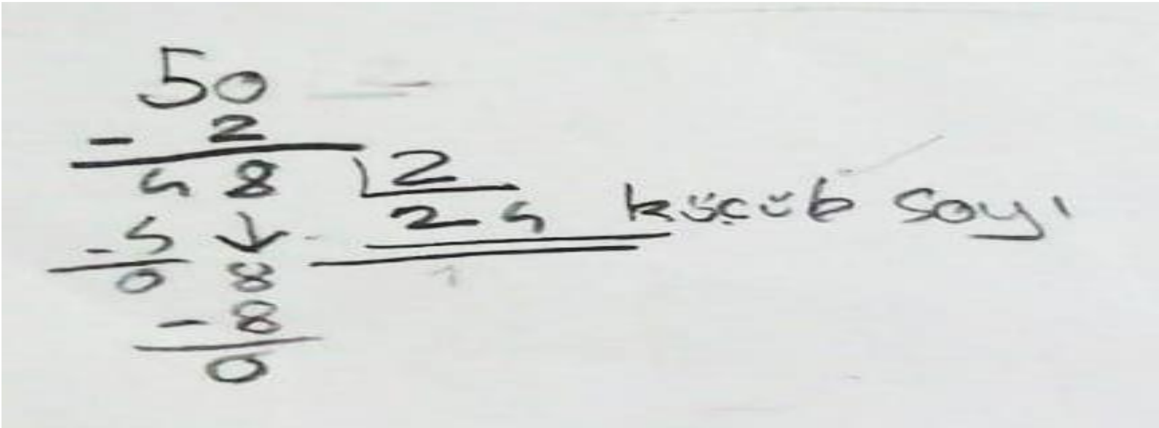
Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 28 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.19.1'de verilmiştir.



Şekil 4.19.1. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde iki ardışık çift doğal sayı için tahminlerini yazarak denemiştir. Önce ardışık iki çift sayıyı 16-18 almıştır. Fakat toplamları 50'ye eşit olmamıştır. Daha sonra 20-22, 18-20, 22-24 sayılarını toplamıştır. Yine 50 sayısına ulaşamayınca ardışık çift sayıları 24-26 olarak almıştır. Buna göre küçük sayının 24 olması gerektiğine ulaşmıştır. Öğrencinin bu sorunun çözümünde tahmin ve kontrol stratejisini kullandığı görülmüştür.

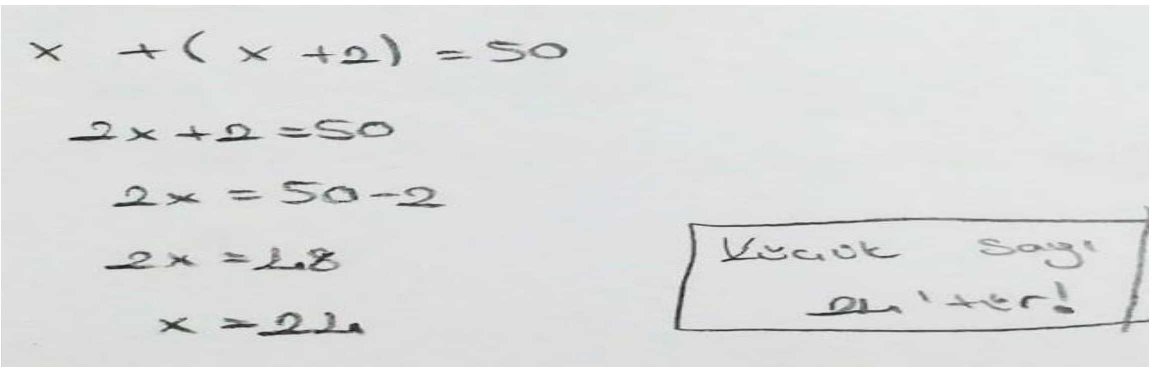
Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.19.2'de verilmiştir.



Şekil 4.19.2. Aritmetiksel strateji örneği

Öğrenci bu problemin çözümünü doğal sayılarda işlemlerden faydalanarak yapmıştır. Öğrenci ardışık çift sayılarınn aralarında 2 fark olduğunu bildiği için bu farkı çıkarmış ve böylece iki sayı arasında fark kalmamış, sayılar eşitlenmiştir. Bulduğu sonucu 2'ye bölerek bu sayılardan küçük olanını bulmuştur. Öğrencinin bu soruda doğal sayılarda işlemlerden faydalanarak aritmetiksel stratejiyi kullandığı görülmüştür.

Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.19.3'te verilmiştir.



Şekil 4.19.3. Denklem kurma stratejisi örneği

Öğrenci soruda ardışık iki çift doğal sayıdan küçüğünü x ve diğerini $x+2$ kabul ederek $x+(x+2)=50$ denklemini kurmuştur. Daha sonra denklemi küçük sayıya eşit olan x bilinmeyeninin 24 olduğu sonuca ulaşmıştır.

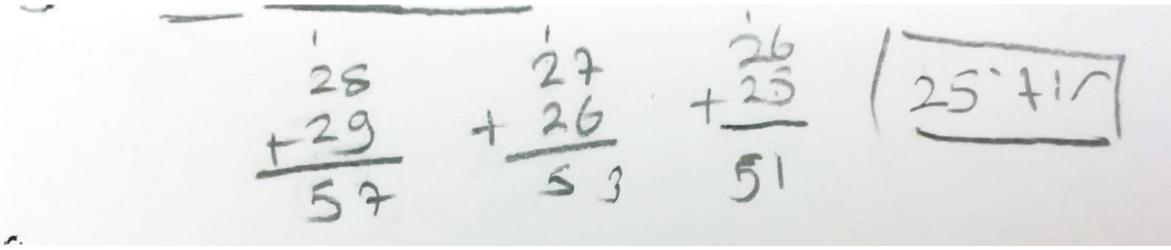
Öğrencilere yöneltilen onuncu soruyu doğru olarak çözemeyen 3 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.20'de verilmiştir.

Tablo 4.20. Onuncu soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	2	66,66	3,33
	Toplam	2	66,66	3,33
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	-	-	-
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Belirlenemeyen hata	Toplam	1	33,33	1,66

Tablo 4.20'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden yalnızca 3'ü (%5) onuncu problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 2'si (%66,66) anlama basamağında bilgiyi seçmekten kaynaklı hata yapmıştır. 1'inin (%33,33) ise hatası belirlenemeyen hata kategorisindedir.

Problemi çözerken bilgiyi seçmekten kaynaklı hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.20.1'de verilmiştir.



Şekil 4.20.1. Bilgiyi seçmekten kaynaklı hata örneği

Öğrenci bu problemin çözümünü yaparken tahmin ve kontrol stratejisini kullanmayı tercih etmiştir. Problemde verilen " ardışık" kelimesinden yola çıkarak doğal sayıları 28-29, 26-27, 25-26 olarak seçmiş fakat sayıların "çift" olması gerektiğine dikkat etmemiştir. Bu yüzden öğrencinin bilgiyi seçmeden kaynaklı hata yaptığı düşünülmüştür.

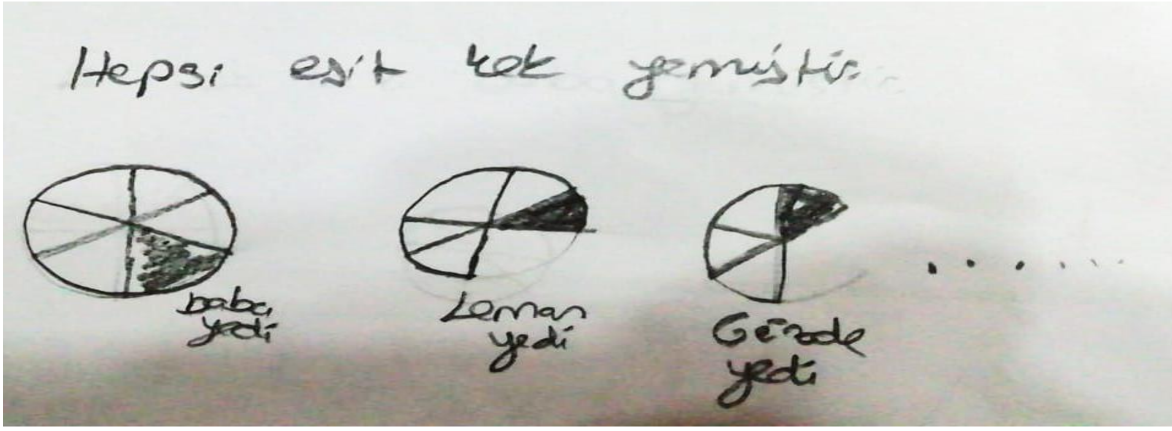
Öğrencilere on birinci soru olarak "*6 kişilik bir ailede anne bir kek pişirmiştir. Baba kekin* $\frac{1}{6}$*'ini yemiştir. Çocuklarından Leman kalan kekin* $\frac{1}{5}$*'ini, ikinci çocuk Gözde kalan kekin* $\frac{1}{4}$*'ini, üçüncü çocuk Murat kalanın* $\frac{1}{3}$*'ini son çocuk Şehnaz ise en son kalan kekin* $\frac{1}{2}$*'ini yemiştir. En çok keki kim yemiştir?"* şeklindeki, öğrencilerin öncelikle problemi basitleştirme, şekil ve diyagram çizme, muhakeme etme, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 30 öğrenci doğru olarak yaparken, 26'sı yanlış cevaplamış ve 4 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.21'de verilmiştir.

Tablo 4.21. On birinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Şekil ve diyagram çizme	11	36,66	18,33
Aritmetiksel	7	23,33	11,66
Problemi basitleştirme	3	10	5
Muhakeme etme	1	3,33	1,66
Sadece cevap	8	26,66	13,33
Toplam	30	100	50

Tablo 4.21’de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 30'u (%50) on birinci doğru olarak cevaplamış doğru cevaplayan bu öğrencilerin 11'i (%36,66) şekil ve diyagram çizme, 7'si (%23,33) ise aritmetiksel, 3'ü (%10) problemi basitleştirme ve 1'i (%3,33) ise muhakeme etme stratejilerinden yararlanmış ve 8'inin (%26,66) ise sadece doğru cevabı yazdıklarından dolayı kullandıkları strateji anlaşılamamıştır.

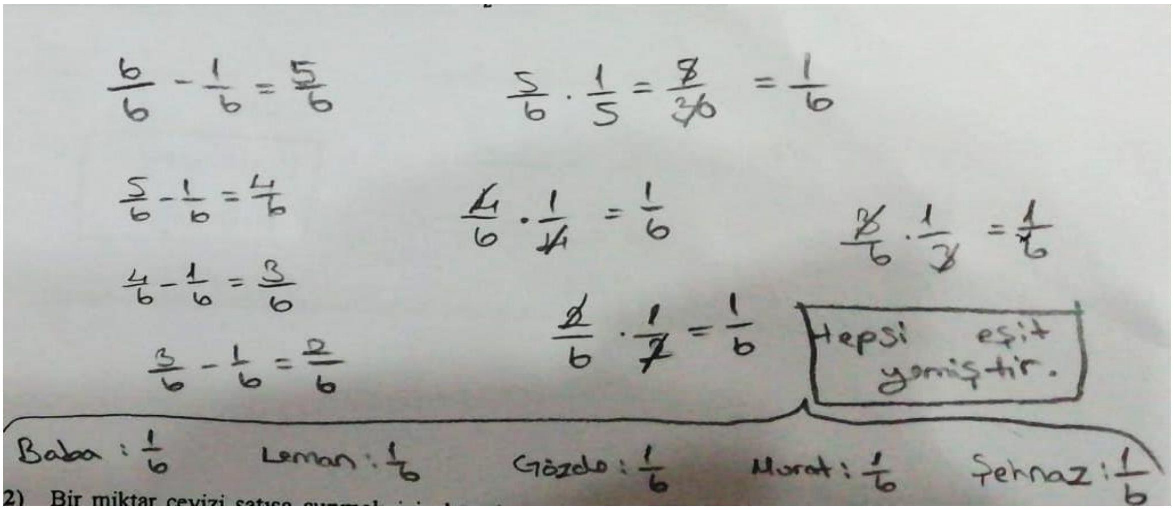
Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 11 öğrenciden birinin çözümü Şekil 4.21.1’de verilmiştir.



Şekil 4.21.1. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

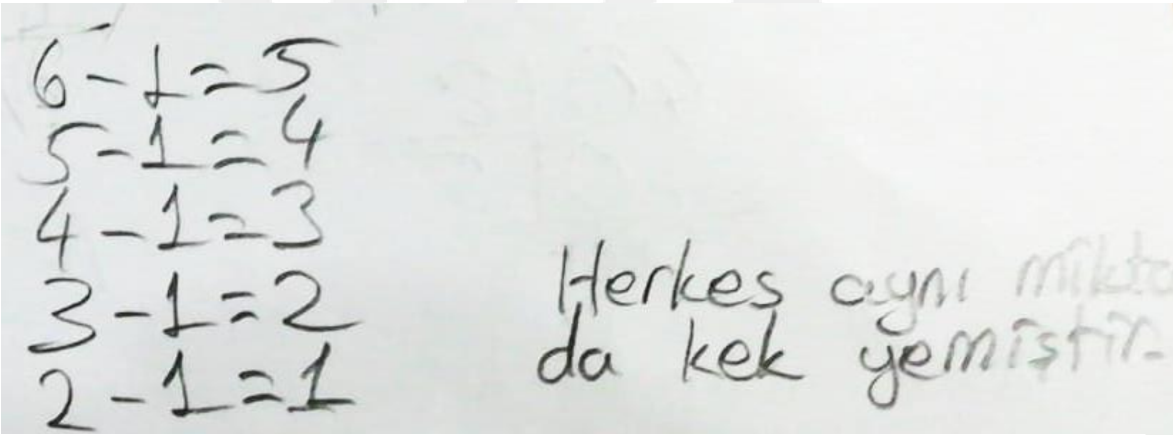
Öğrenci bu problemde verilen kekin şeklini sembolik olarak çizmiş ve 6 parçaya ayırmıştır. Baba $\frac{1}{6}$’ini yediği için 1 parçayı baba yemiş olur. Geri kalan kısmın $\frac{1}{5}$’ini Leman yediği için 1 parçayı da Leman yemiş olur. Geri kalan kısmın $\frac{1}{4}$’ini de Gözde yediği için Gözde de 1 parça yemiş olur. Bu şekilde yeme işlemi devam etmiş ve öğrenci herkesin eşit miktarda kek yediği sonucuna ulaşmıştır. Öğrencinin burada şekil ve diyagram çizme stratejisinden faydalandığı görülmektedir.

Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.21.2’de verilmiştir. Şekil 4.21.2’de görüldüğü gibi öğrenci problemde kesirlerde işlemlerden faydalanmıştır. Kekin tamamını $\frac{6}{6}$ olarak kabul etmiş daha sonra $\frac{1}{6}$’i yendiği için kalan kek bütünün $\frac{5}{6}$’i olmuştur. Daha sonra $\frac{5}{6}$’in $\frac{1}{5}$’ini $\frac{1}{6}$ olarak hesaplamıştır. İşleme devam ettiğinde hep yenilenler birbirine eşittir. Öğrencinin bu problemde kesirlerde işlemlerden faydalanarak aritmetiksel stratejiyi kullandığı görülmektedir.



Şekil 4.21.2. Aritmetiksel strateji örneği

Problemi, problemi basitleştirme stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.21.3’te verilmiştir.



Şekil 4.21.3. Problemi basitleştirme stratejisi örneği

Öğrencinin kekin tamamını 6 dilim olarak kabul etmiş 6’nın $\frac{1}{6}$’ini yemenin 1 dilim yemek olduğunu bulmuş, kalan 5 dilim olduğunu ve 5’in $\frac{1}{5}$’ini 1 dilim olarak bulmuştur. 5 dilimden 1 dilim çıktığında 4 dilim kek kalmıştır. Sonrasında 4’ün $\frac{1}{4}$’ini 1 dilim olarak bulmuştur. Bu şekilde işleme devam etmiş ve her defasında yenilen 1 dilim olduğu sonucuna varmıştır. Öğrenci problemi çözerken keki 6 dilim olarak kabul etmesi ile problemi basitleştirme stratejisinden faydalandığı görülmüştür.

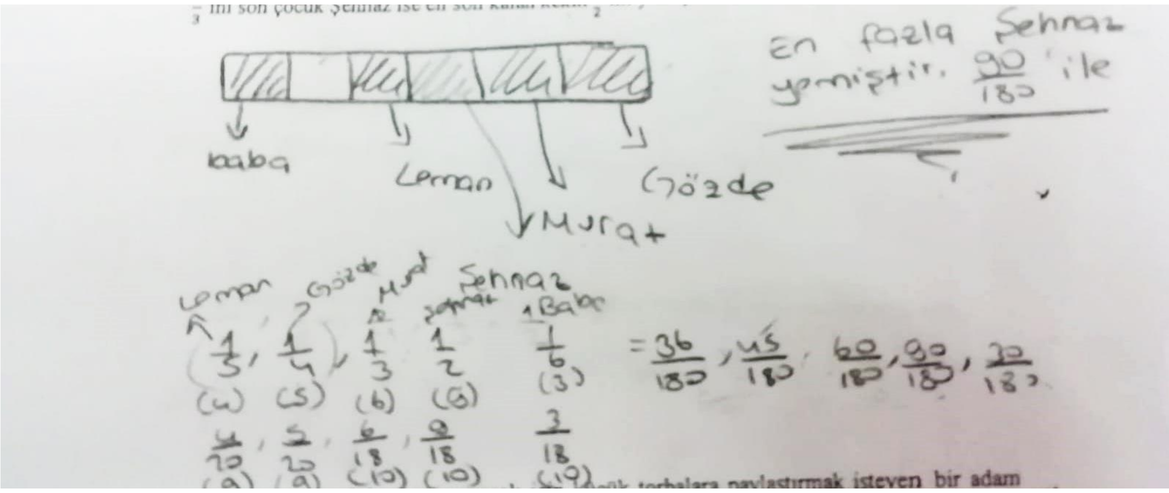
Öğrencilere yöneltilen on birinci soruyu doğru olarak çözemeyen 26 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.22'de verilmiştir.

Tablo 4.22. On birinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	7	26,92	11,66
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	7	26,92	11,66
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	1	3,84	1,66
	Toplam	15	57,69	25
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	-	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	4	15,38	6,66
	Toplam	4	15,38	6,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata			
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	3	11,53	5
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	11,53	5
Belirlenemeyen hata	Toplam	4	15,38	6,66

Tablo 4.22'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 26'sı (%43,33) on birinci problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 7'si (%26,92) anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı ve 7'si (%26,92) talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı, 1'i (%3,8) bilgiyi seçmekten kaynaklı olmak üzere toplamda 15 öğrenci anlama basamağında; 4'ü (%15,38) dönüşüm basamağında yanlış matematiksel kavram/stratejiden kaynaklı, 4'ü (%15,38) belirlenemeyen hata, 3'ü (%11,53) matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında aritmetiksel hata yapmıştır.

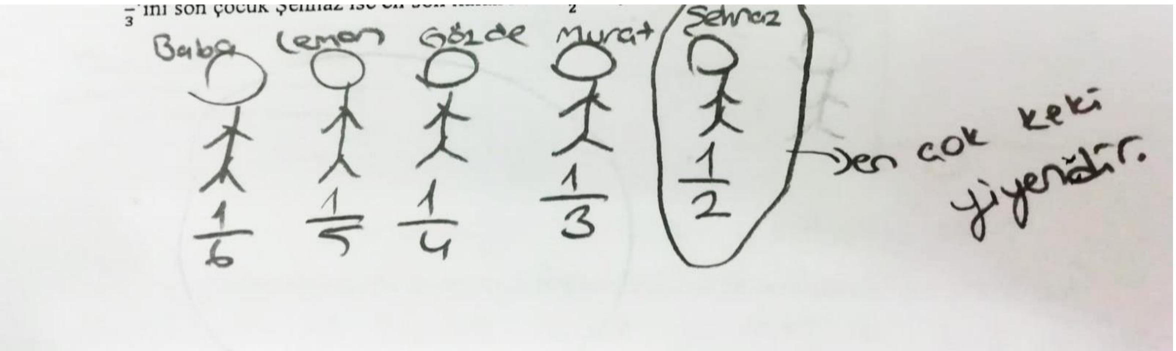
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.22.1’de verilmiştir .



Şekil 4.22.1. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

Öğrenci problemde verilen kekin $\frac{1}{6}$’ini babanın yediğini, diğerlerinin ise kalan kekin $\frac{1}{5}$'ini sonra tekrar kalan kekin $\frac{1}{4}$’ini yeme durumunda verilen kalan kelimesini anlayamamıştır. Bu nedenle bu hatanın anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklandığı düşünülmüştür.

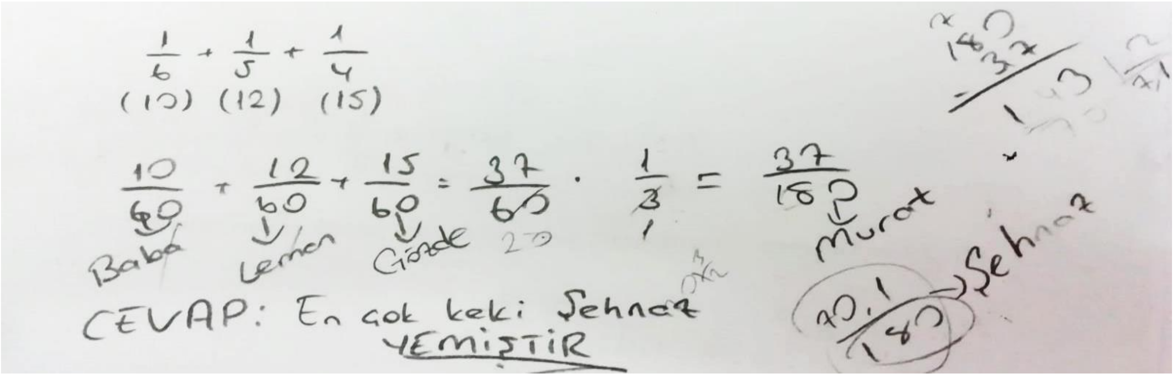
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlama basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.22.2’de verilmiştir.



Şekil 4.22.2. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Öğrenci problemde babanın pastanın $\frac{1}{6}$’ini, Leman’ın $\frac{1}{5}$’ini vs. yedikleri gibi düşünmüştür. Öğrencinin problemi yanlış yorumlayarak talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı bir hata yaptığı düşünülmüştür.

Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan yanlış matematiksel kavram/strateji basamağında hata yapan 4 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.22.3'te verilmiştir.



Şekil 4.22.3. Yanlış matematiksel kavram/strateji hata örneği

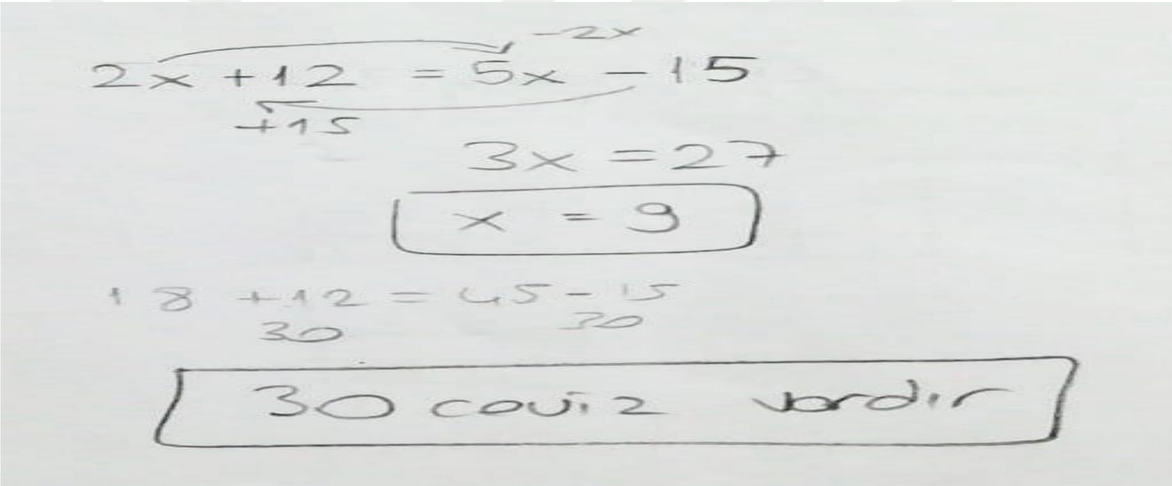
Öğrenci çözüm yaparken yanlış bir strateji seçerek işlemine devam etmiştir. Öğrencinin problemin çözümünde yaptığı bu hata yanlış matematiksel işlem/kavram/stratejiden kaynaklanan hata olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilere on ikinci soru olarak "*Bir miktar cevizi satışa sunmak için küçük torbalara paylaştırmak isteyen bir adam cevizleri torbalara 2'şer 2'şer koyarsa 12 ceviz açıkta kalıyor. 5'er 5'er koyarsa 3 torba boş kalıyor. Buna göre toplam kaç ceviz vardır?*" şeklindeki, öğrencilerin öncelikle denklem kurma, muhakeme etme, tahmin ve kontrol, şekil ve diyagram çizme, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 13 öğrenci doğru olarak yaparken, 21'i yanlış cevaplamış ve 26 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.23'te verilmiştir. Tablo 4.23'te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 13'ü (%21,66) on ikinci problemi doğru olarak cevaplamıştır. Problemi doğru olarak cevaplayan öğrencilerden 7'si (%53,84) denklem kurma, 3'ü (%23,07) tahmin ve kontrol, 1'i (%7,69) şekil ve diyagram çizme, 1'i (%7,69) aritmetiksel, 1'i (%7,69) ise muhakeme etme stratejilerinden faydalanmıştır.

Tablo 4.23. On ikinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	Frekans (*f*)	Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)	Toplamda yüzde (%)
Denklem kurma	7	53,84	11,66
Tahmin ve kontrol	3	23,07	5
Şekil ve diyagram çizme	1	7,69	1,66
Aritmetiksel	1	7,69	1,66
Muhakeme etme	1	7,69	1,66
Toplam	13	100	21,66

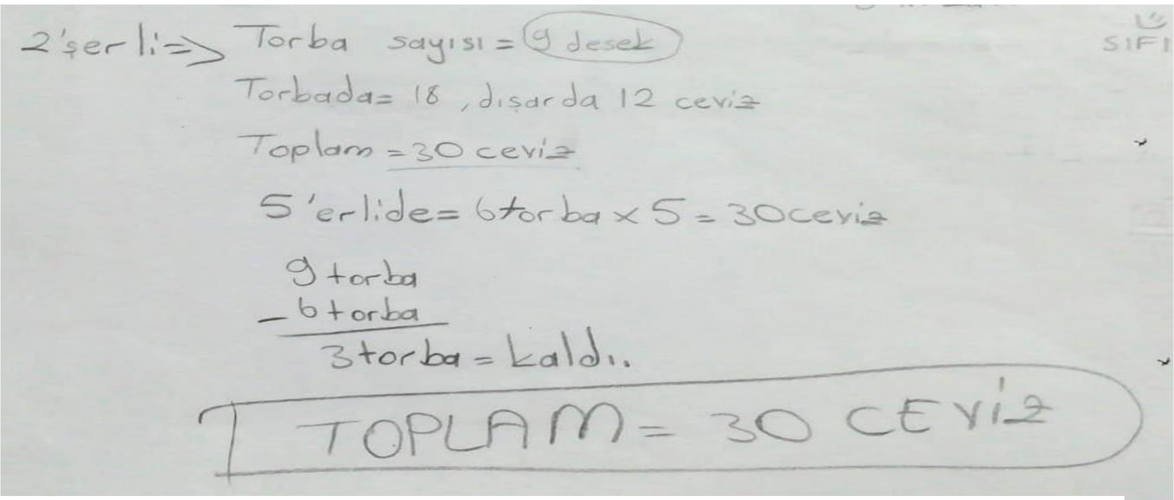
Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.23.1'de verilmiştir.



Şekil 4.23.1. Denklem kurma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemi çözerken torba sayısını x olarak kabul etmiş, torbalara ikişer ikişer ceviz koyulduğunda 12 ceviz açıkta kaldığı için toplam ceviz sayısını $2x + 12$ denklemini kurarak belirtmiştir. Beşer beşer torbalara koyulduğunda ise 3 torbanın boş kalma durumunu 15 cevizin olmamasından kaynaklandığını düşünerek toplam ceviz sayısını $5x - 15$ denklemini kurarak belirtmiştir. Her iki durumda da ceviz sayısı eşit olacağı için $2x + 12 = 5x - 15$ denklemini kurarak soruyu çözmüş ve kullanılan torba sayısı olan x değişkenini 9 olarak bulmuştur. Ceviz sayısını veren cebirsel ifadede x yerine 9 yazarak sonuçta 30 ceviz olduğuna ulaşmıştır. Öğrencinin bu problemde denklem kurma stratejisini kullandığı görülmüştür.

Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.23.2'de verilmiştir.



Şekil 4.23.2. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

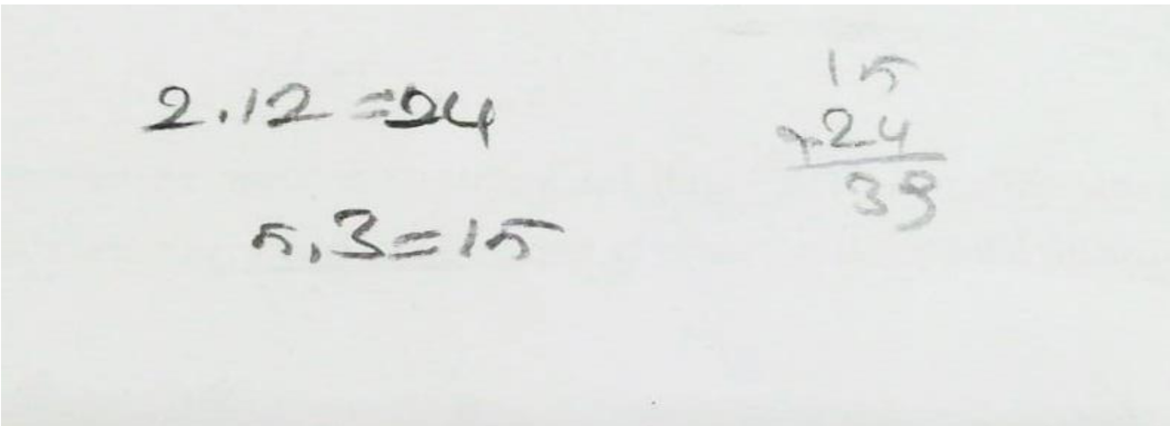
Öğrenci torba sayısı için tahminlerini yazıp denemiş ve torba sayısının 9 olması durumunda verilenlerin sağlanacağı ve ceviz sayısının ise 30 olacağı fikrine varmıştır. Öğrencinin bu problemde tahmin ve kontrol stratejisinden faydalandığı görülmüştür.

Öğrencilere yöneltilen on ikinci soruyu doğru olarak çözemeyen 21 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.24'te verilmiştir. Tablo 4.24'te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 21'i (%35) on ikinci soruda hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 13'ü (%61,90) dönüşüm basamağında anlamsız işlemlerden kaynaklı; 5'i (%23,80) bilgiyi seçmeden kaynaklı ve 2'si (%9,52) talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı olmak üzere toplamda 7 öğrenci anlama basamağında hata yapmış; 1'inin (%4,76) ise hatası belirlenemeyen hata kategorisinde yer almıştır.

Tablo 4.24. On ikinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	2	9,52	3,33
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	5	23,80	8,33
	Toplam	7	33,33	11,66
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	13	61,90	21,66
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	13	61,90	21,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	-	-	-
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Belirlenemeyen hata	Toplam	1	4,76	1,66

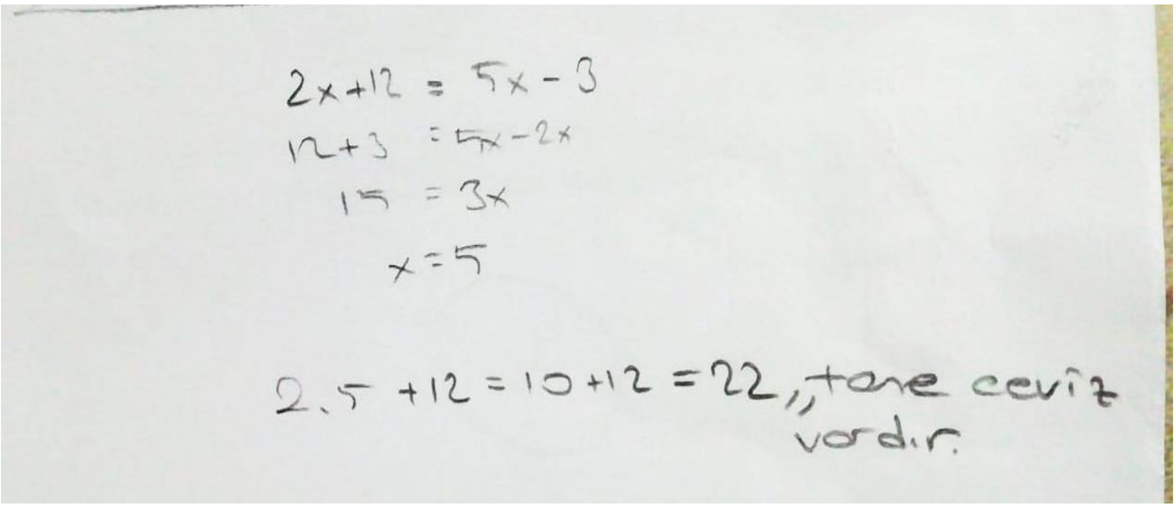
Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 13 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.24.1'de verilmiştir.



Şekil 4.24.1. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci bu problemde verilen ve istenilen bilginin ne olduğunu anlamadan çeşitli işlemler yapmıştır. Bu hatanın anlamsız işlemlerden kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

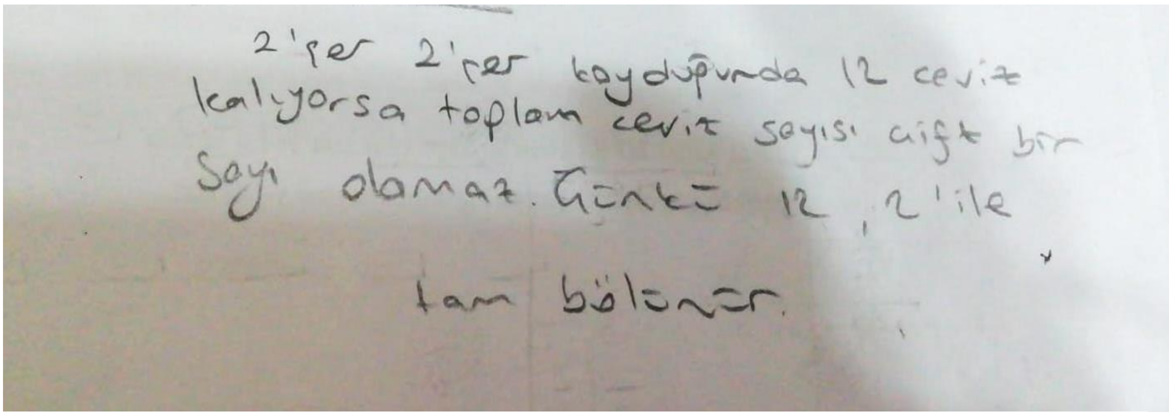
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan bilgiyi seçmeden kaynaklı hata basamağında hata yapan 5 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.24.2’de verilmiştir.



Şekil 4.24.2. Bilgiyi seçmeden kaynaklı hata örneği

Öğrenci problemin çözümünü denklem kurma stratejisi ile çözmeyi tercih etmiştir. Fakat denklemi kurarken eşitliğin ilk kısmını doğru yazmış, ikinci kısmında ise beşerli yerleştirildiğinde 3 torbanın boş olma durumunu $5x - 3$ şeklinde ifade etmiştir. Yani burada 3 torbanın boş olmasında $5x - 15$ şeklinde yazması gerekirken torbaları ceviz olarak algılayıp denklemi kurmuştur. Bu durum öğrencinin bilgiyi seçmekten kaynaklı hata yaptığını göstermiştir.

Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlama hata basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.24.3’de verilmiştir.



Şekil 4.24.3. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Bu problemde cevizler 2 farklı şekilde torbalara yerleştirilip kalan ceviz sayısı ve boş kalan torba sayısı verilerek toplam ceviz sayısının ne olduğu istenmiştir. Şekil 4.24.3’te görüldüğü gibi öğrenci problemin çözümünde ceviz sayısını bulmak yerine yukarıda görüldüğü gibi bir yorum yapmıştır. Bu durum da öğrencinin talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı hata yaptığı düşünülmüştür.

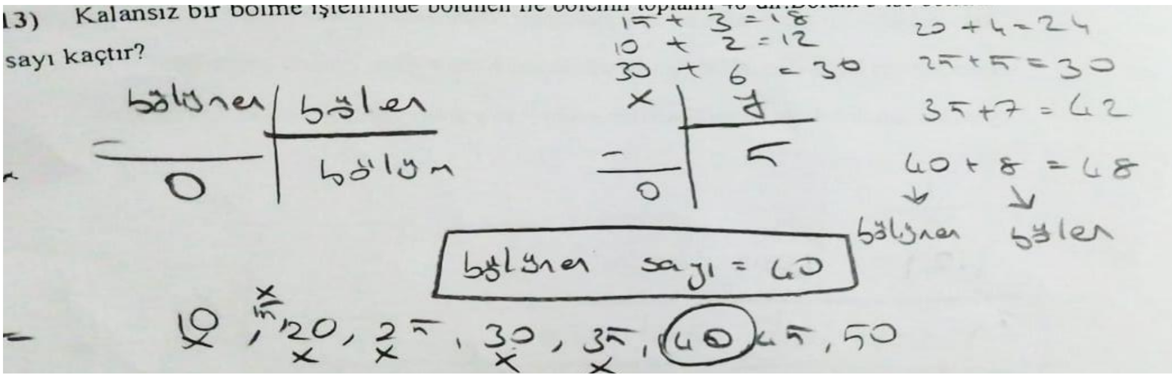
Öğrencilere on üçüncü soru olarak “*Kalansız bir bölme işleminde bölünen ile bölenin toplamı 48’dir. Bölüm 5 ise bölünen sayı kaçtır?”* şeklindeki, öğrencilerin öncelikle denklem kurma, tahmin ve kontrol, şekil ve diyagram çizme stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 50 öğrenci doğru olarak yaparken, 5’i yanlış cevaplamış ve 5 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.25’te verilmiştir.

Tablo 4.25. On üçüncü problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Tahmin ve kontrol	41	82	68,33
Denklem kurma	7	14	11,66
Sadece cevap	2	4	3,33
Toplam	50	100	83,33

Tablo 4.25’te görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 50'si (%83,33) on üçüncü problemi doğru olarak cevaplamış ve doğru cevaplayan bu öğrencilerin 39'u (%82) tahmin ve kontrol, 7'si (%14) denklem kurma stratejilerinden yararlanmış ve 2'sinin (%4) ise sadece doğru cevabı yazdıklarından dolayı hangi stratejiyi kullandıkları anlaşılamamıştır.

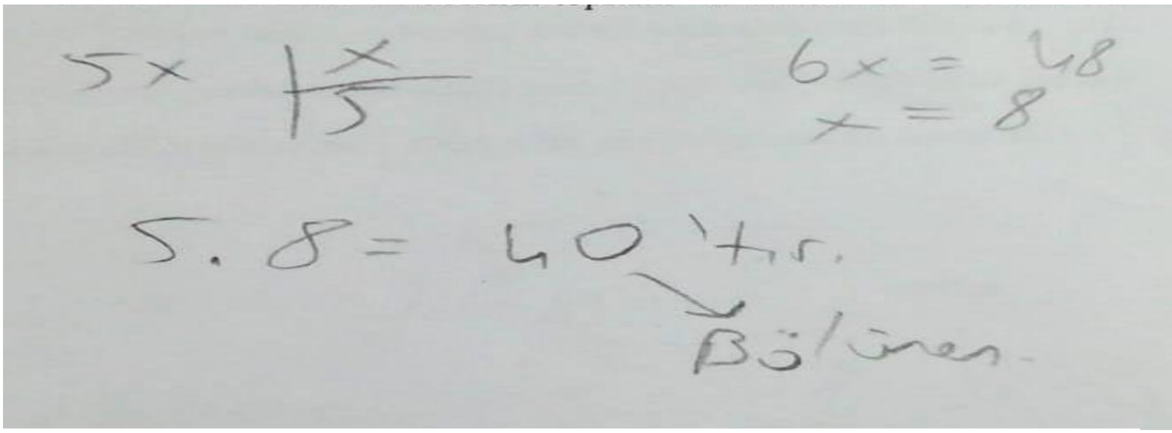
Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 41 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.25.1’de verilmiştir.



Şekil 4.25.1. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

Şekil 4.25.1’de görüldüğü gibi öğrenci problemde bölünen ve bölen sayılar için tahminlerini yazmış ve denemiş sonrasında bölünen sayının 40 olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencinin bu soruda tahmin ve kontrol stratejisini kullandığı görülmüştür.

Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.25.2’de verilmiştir.



Şekil 4.25.2. Denklem kurma stratejisi örneği

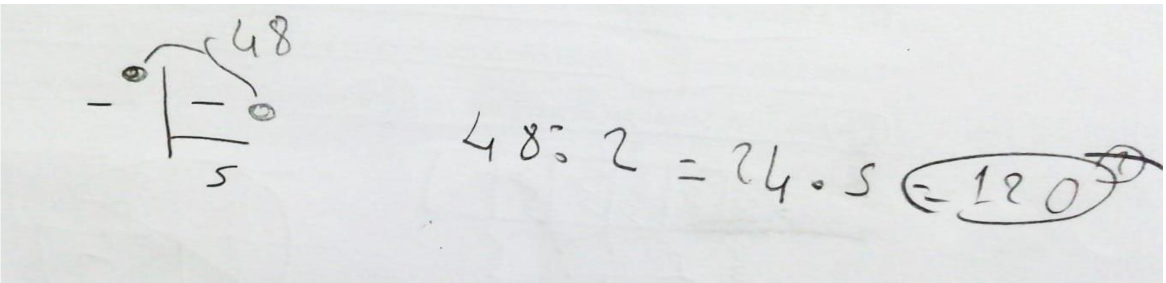
Öğrenci bu problemde bölen sayıyı x olarak kabul etmiş, bölünen sayı bölenin 5 katı olduğu için bölene $5x$ deyip toplamlarını denklem kurarak 48'e eşitlemiştir. Yani $6x = 48$ denklemini kurmuş ve $x = 8$ sonucuna ulaşmıştır. Bölünen sayıyı bulmak için de x’in 5 katını almıştır. Bölünen sayı bu durumda 40 olarak bulunmuştur. Öğrencinin bu sorunun çözümünde denklem kurma stratejisinden faydalandığı görülmüştür.

Öğrencilere yöneltilen on üçüncü soruyu doğru olarak çözemeyen 5 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.26’da verilmiştir. Tablo 4.26’da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 5'i (%8,33) on üçüncü problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 3'ü (%60) dönüşüm basamağında anlamsız işlemlerden kaynaklı, 2'si (%40) matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında bitmemiş cevaptan kaynaklı hata yapmıştır.

Tablo 4.26. On üçüncü soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	3	60	5
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	60	5
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	-	-	-
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	2	40	3,33
	Toplam	2	40	3,33
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

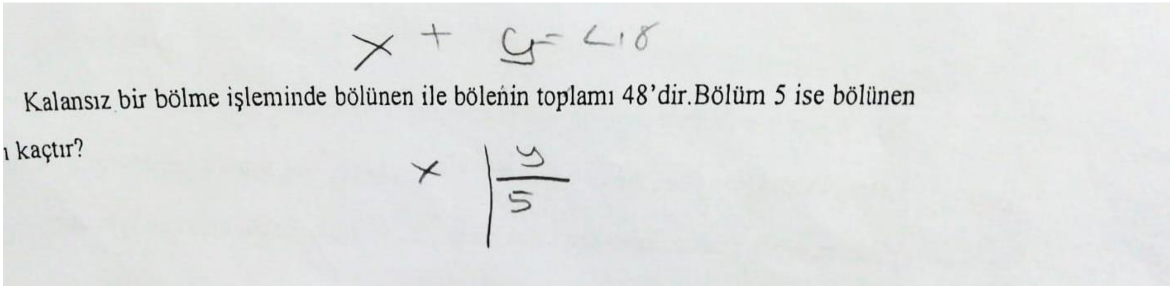
Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.26.1'de verilmiştir.



Şekil 4.26.1. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci bu problemde bölünen sayı ile bölen sayının toplamını 48 olarak belirtip soruyla alakalı olmayan bir çözüm uygulamış ve işlemler yapmıştır. Bu hatanın anlamsız işlemlerden kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan bitmemiş cevap basamağında hata yapan 2 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.26.2'de verilmiştir.



Şekil 4.26.2. Bitmemiş cevap hata örneği

Öğrenci bu problemde bölünen sayıyı x ve bölen sayıyı y olarak kabul ederek verilen bilgileri yerlerine yerleştirmiştir. Öğrenci problemi çözerken doğru yoldan gitmesine rağmen devam etmeyip çözümü yarım bırakmıştır. Bu hata bitmemiş cevap kategorisinde değerlendirilmiştir.

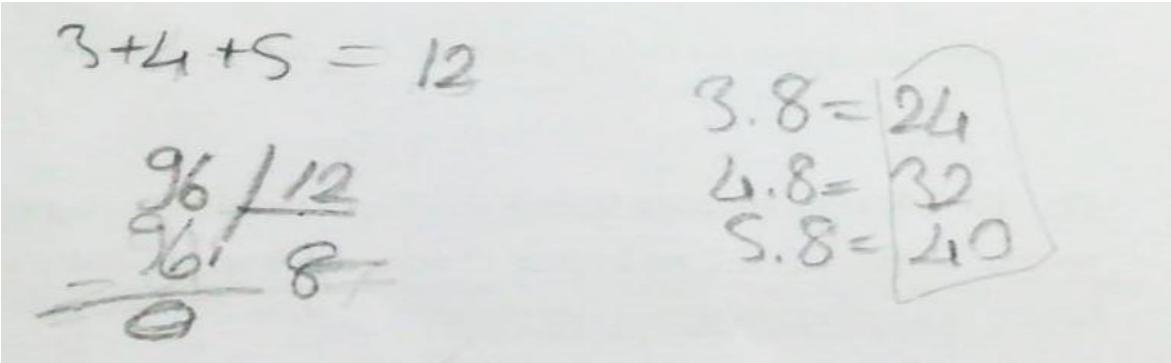
Öğrencilere on dördüncü soru olarak "*3, 4 ve 5 ile orantılı olan üç sayının toplamı 96'dır. Buna göre bu sayıları bulunuz*" şeklindeki, öğrencilerin öncelikle denklem kurma, şekil ve diyagram çizme, tahmin ve kontrol, aritmetiksel stratejileri ile çözmeleri beklenen soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 36 öğrenci doğru olarak yaparken, 13'ü yanlış cevaplamış ve 11 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.27'de verilmiştir.

Tablo 4.27. On dördüncü problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde(%)**
Aritmetiksel	15	41,66	25
Denklem kurma	11	30,55	18,33
Tahmin ve kontrol	10	27,77	16,66
Toplam	36	100	60

Tablo 4.27'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 36'sı (%60) on dördüncü problemi doğru olarak cevaplamış ve doğru cevaplayan bu öğrencilerin 15'i (%41,66) aritmetiksel strateji, 11'i (%30,55) denklem kurma ve 10'u (%27,77) tahmin ve kontrol stratejilerinden yararlanmıştır.

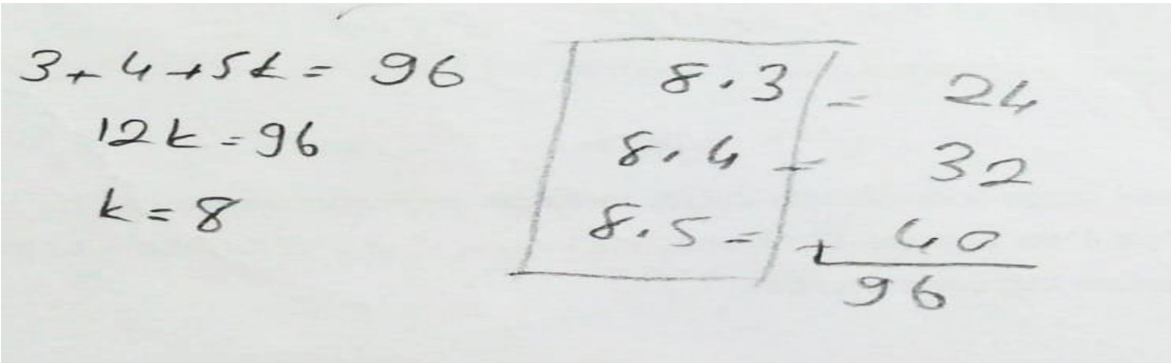
Problemi aritmetiksel stratejiyi kullanarak doğru çözen 15 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.27.1'de verilmiştir.



Şekil 4.27.1. Aritmetiksel strateji örneği

Öğrenci bu problemde sayılar 3, 4 ve 5 ile orantılı olduğu için bu sayıları 3, 4 ve 5 kat olarak düşünmüş, toplam 12 kat olmuş ve 1 kata denk gelen sayıyı 8 olarak bulmuştur. Her bir sayıyı bulmak için 1 katın değerinden yararlanarak çarpmıştır. Bu durumda sayıları 24, 32 ve 40 olarak bulmuştur. Öğrencinin dört işlemden faydalanarak aritmetiksel strateji kullandığı düşünülmüştür.

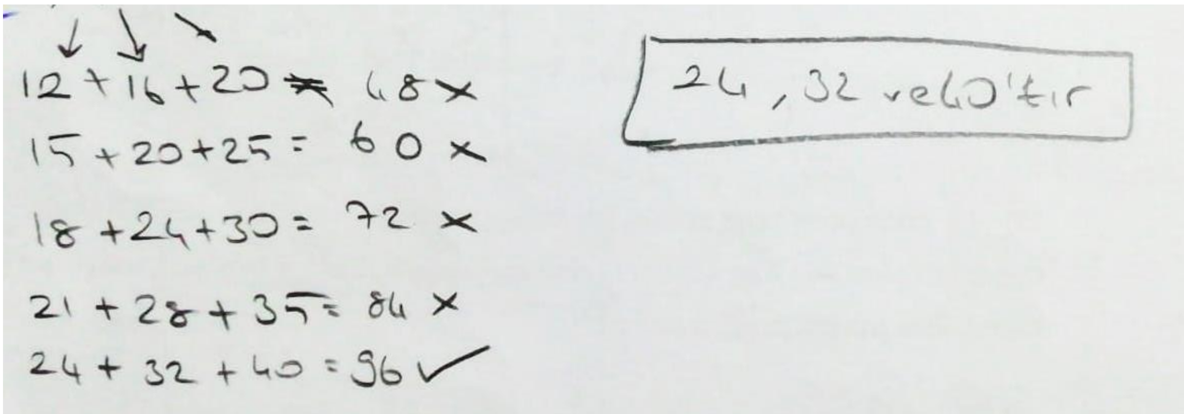
Problemi denklem kurma stratejisini kullanarak doğru çözen 11 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.27.2'de verilmiştir.



Şekil 4.27.2. Denklem kurma stratejisi örneği

Öğrenci bu problemde bilinmeyene k harfini vermiş, $3k + 4k + 5k = 96$ denklemini kurmuş, denklemi çözdüğünde $k = 8$ sonucuna ulaşmış ve k bilinmeyeninden yola çıkarak sayıları 24, 32 ve 40 olarak bulmuştur. Öğrenci sonrasında problemi doğru çözüp çözmediğini kontrol etmek için sağlamasını da yapmıştır. Öğrencinin denklem kurma stratejisini kullandığı görülmüştür.

Problemi tahmin ve kontrol stratejisini kullanarak doğru çözen 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.27.3'te verilmiştir.



Şekil 4.27.3. Tahmin ve kontrol stratejisi örneği

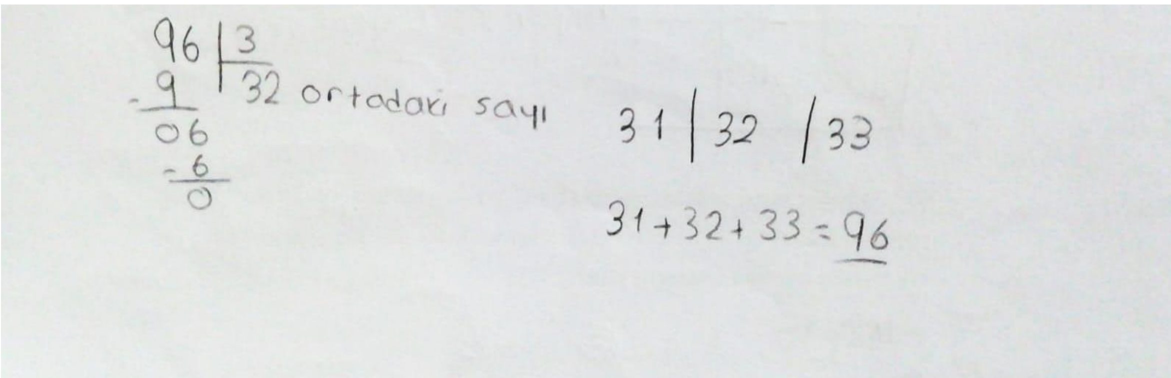
Öğrenci bu problemi çözerken 3, 4 ve 5 ile orantılı sayılar için tahminlerini yazmış bu sayıları toplamış cevaplarını yazmıştır. Örneğin 3, 4 ve 5 sayılarının 4 katını alarak 12, 16 ve 20 sayılarını yazarak toplayıp 48 sonucuna ulaşmıştır. 5 katını alarak 15, 20, 25 sayılarını yazıp toplayarak 60 sonucuna ulaşmıştır. Denemeleri sonucunda toplamları 96 olan sayıları 24, 32 ve 40 olarak bulmuştur. Öğrencinin burada tahmin ve kontrol stratejisinden faydalandığı görülmüştür.

Öğrencilere on dördüncü soru olarak yöneltilen soruyu doğru olarak çözemeyen 13 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.28'de verilmiştir. Tablo 4.28'de görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 13'ü (%21,66) on dördüncü problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 7'si (%53,84) anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı ve 3'ü (%23,07) talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı olmak üzere toplamda 10 öğrenci anlama basamağında; 3'ü (%23,07) dönüşüm basamağında anlamsız işlemlerden kaynaklı hata yapmıştır.

Tablo 4.28. On dördüncü soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	3	23,07	5
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	7	53,84	11,66
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	10	76,92	16,66
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	3	-	-
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	3	23,07	5
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata	-	-	-
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	-	-	-
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	-	-	-
	Toplam	-	-	-
Belirlenemeyen hata	Toplam	-	-	-

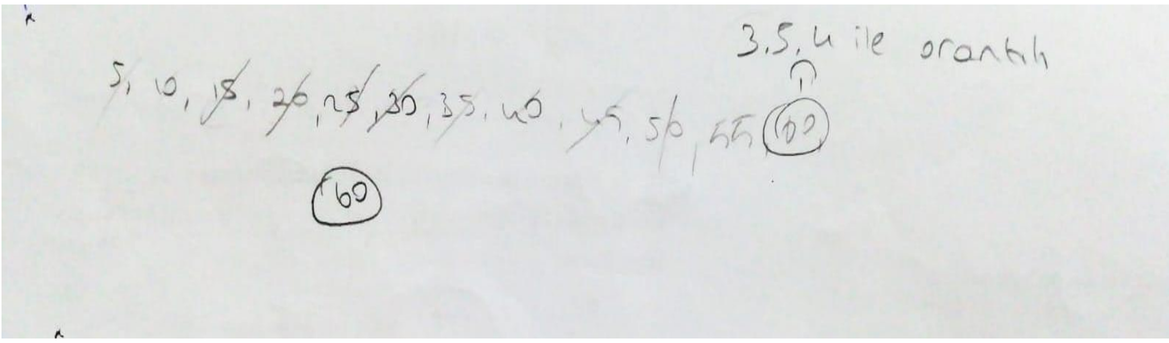
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan anahtar kelimeyi yanlış anlama basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.28.1'de verilmiştir.



Şekil 4.28.1. Anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklanan hata örneği

Öğrenci problemde verilen "orantılı" kelimesini yanlış anlayıp "ardışık" gibi düşünürek toplamları 96 olan ardışık 31, 32 ve 33 sayılarını yazmıştır. Bu hatanın anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

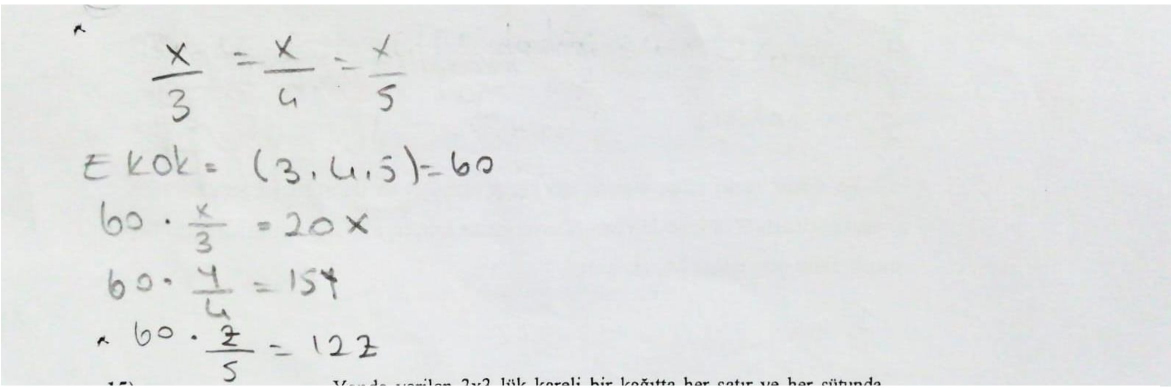
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlama basamağında hata yapan 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.28.2'de verilmiştir.



Şekil 4.28.2. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Öğrenci problemde 3, 4 ve 5 ile bölünebilen bir sayı olan 60 sayısını yazmıştır. Soruda istenileni anlayamamıştır. Çünkü soruda toplamları 96 olan 3, 4 ve 5 ile orantılı 3 sayıdan bahsedilmiştir. Bu hatanın talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

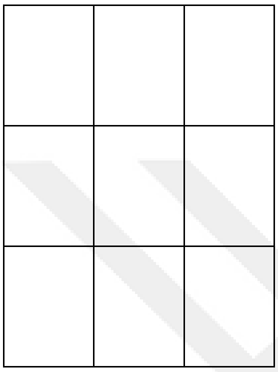
Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 3 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.28.3'te verilmiştir.



Şekil 4.28.3. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci problemde 3, 4 ve 5 sayılarının en küçük ortak katını alarak 60 yazmış ve devamında başka işlemler yapmıştır. Bu hatanın anlamsız işlemlerden kaynaklanan bir hata olduğu düşünülmüştür.

Öğrencilere on beşinci soru olarak öğrencilerin öncelikle muhakeme etme, şekil ve diyagram çizme ile sistematik liste yapma stratejileri ile çözmeleri beklenen aşağıdaki soru yöneltilmiştir. Bu soruyu 14 öğrenci doğru olarak yaparken, 41'i yanlış cevaplamış ve 5 öğrenci ise soruyu boş bırakmıştır. Problemi doğru olarak çözen öğrencilerin cevaplarının incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.29'da verilmiştir.



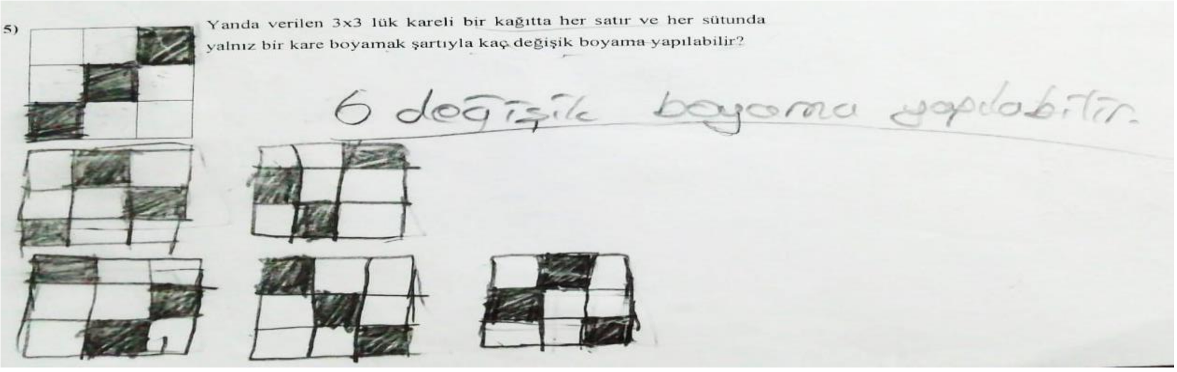
Yanda verilen 3x3 lük kareli bir kağıtta her satır ve her sütunda yalnız bir kare boyamak şartıyla kaç değişik boyama yapılabilir?

Tablo 4.29. On beşinci problemi çözerken kullanılan stratejilere ilişkin bulgular

Kullanılan strateji	**Frekans (*f*)**	**Doğru yapanlar arasındaki yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Sistematik liste yapma	7	50	11,66
Şekil ve diyagram çizme	7	50	11,66
Toplam	14	100	23,33

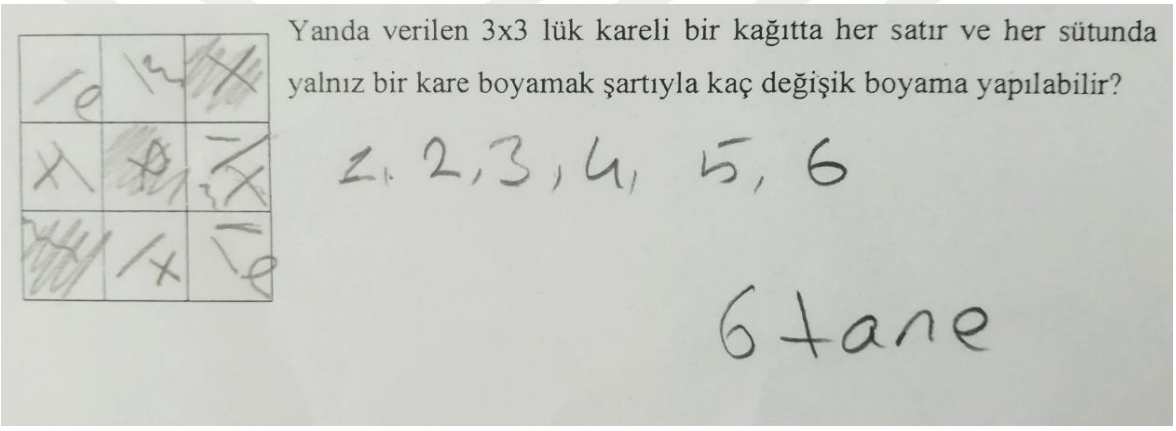
Tablo 4.29'da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 14'ü (%23,33) on beşinci problemi doğru olarak cevaplamış ve doğru cevaplayan bu öğrencilerin yarısının (%50) problem çözme stratejilerinden sistematik liste yapma stratejisinden, diğer yarısının (%50) ise şekil ve diyagram çizme stratejisinden faydalandığı görülmüştür.

Problemi sistematik liste yapma stratejisini kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.29.1'de verilmiştir. Şekil 4.29.1'de görüldüğü gibi öğrenci bu problemde her sütun ve satırda yapılacak olan boyamalar için tüm olası durumları listelemiş ve 6 farklı boyama yapılacağı sonucuna varmıştır. Bu nedenle bu strateji sistematik liste yapma stratejisidir.



Şekil 4.29.1. Sistematik liste yapma stratejisi örneği

Problemi şekil ve diyagram çizme stratejisini kullanarak doğru çözen 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.29.2’de verilmiştir.



Şekil 4.29.2. Şekil ve diyagram çizme stratejisi örneği

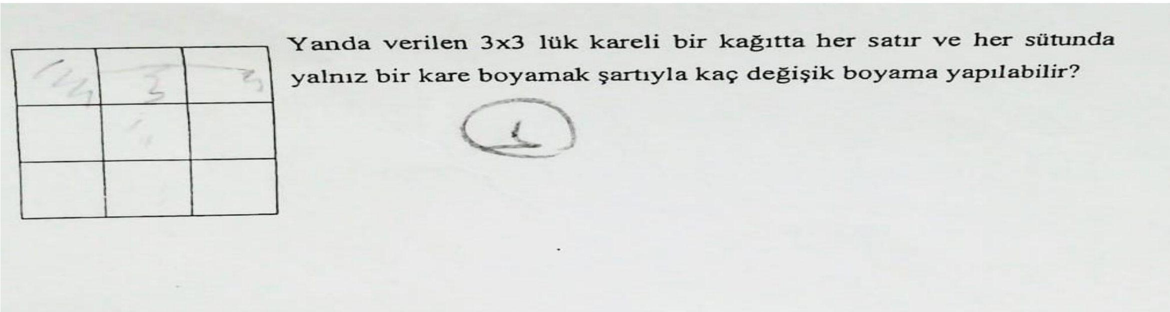
Şekil 4.29.2’de görüldüğü gibi öğrenci problemi çözerken kendince şekiller/semboller kullanarak her satır ve her sütunda yalnız 1 kare boyanmak şartıyla 6 değişik boyama yapılacağı sonucuna varmıştır.

Öğrencilere yöneltilen aşağıda verilen on beşinci soruyu doğru olarak çözemeyen 41 öğrencinin cevaplarının kullanılan hata analiz envanteri basamaklarına göre incelenmesi sonucunda, elde edilen bulgular Tablo 4.30’da verilmiştir. Tablo 4.30’da görüldüğü gibi araştırmaya katılan 60 öğrenciden 41'i (%68,33) on beşinci problemde hata yapmıştır. Hata yapan öğrencilerden 18’'i (%43,90) anlama basamağında talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı, 10'u (%24,39) aritmetiksel hata ve 2'si (%4,87) ise bitmemiş cevaptan kaynaklı olmak üzere toplamda 12 öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında; 7’si (%17,07) dönüşüm basamağında anlamsız işlemlerden kaynaklı hata yapmış ve 4'ünün (%9,75) hatası ise belirlenemeyen hata kategorisinde yer almıştır.

Tablo 4.30. On beşinci soruya ilişkin öğrenci hatalarının Newman hata kategorilerine dayanan Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanterine göre incelenmesi

Basamaklar	**Alt basamaklar**	**Frekans (*f*)**	**Hata yapanlar içinde yüzde (%)**	**Toplamda yüzde (%)**
Anlama	Talimatı yanlış anlamadan kaynaklı	18	43,90	30
	Anahtar kelimeyi yanlış anlamadan kaynaklı	-	-	-
	Bilgiyi seçmeden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	18	43,90	30
Dönüşüm	Anlamsız işlemlerden kaynaklı	7	17,07	11,66
	Gerçek hayat durumundan kurtulamamak/sıyrılamamaktan kaynaklı	-	-	-
	Yanlış matematiksel kavram /stratejiden kaynaklı	-	-	-
	Toplam	7	17,07	11,66
Matematiksel işlem/süreç becerileri	Cebirsel hata			
	Aritmetiksel hata (işlem hatası)	10	24,39	16,66
	Grafiğin/Şeklin/Modelin matematik yorumunda hata	-	-	-
	Bitmemiş cevaptan kaynaklı	2	4,87	3,33
	Toplam	12	29,26	20
Belirlenemeyen hata	Toplam	4	9,75	6,66

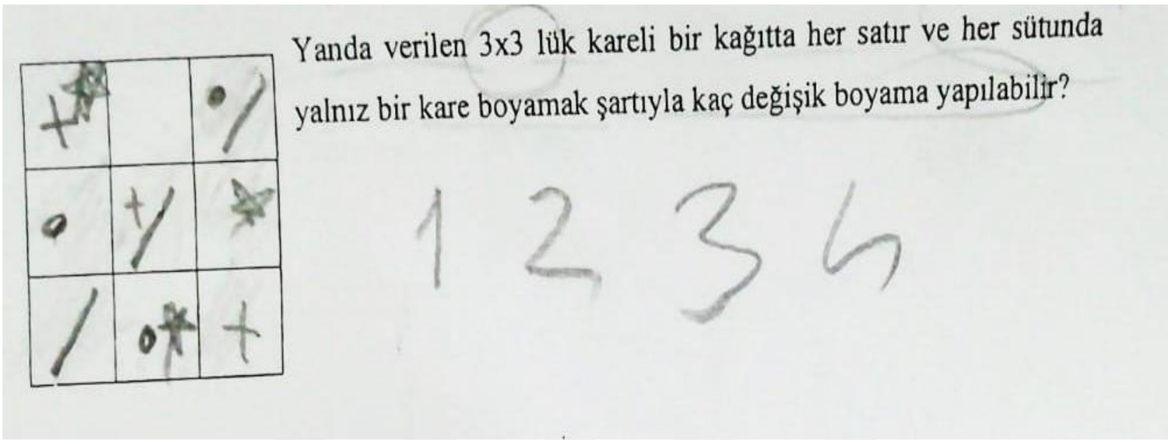
Problemi çözerken anlama basamağının alt basamağı olan talimatı yanlış anlama basamağında hata yapan 18 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.30.1'de verilmiştir.



Şekil 4.30.1. Talimatı yanlış anlama hata örneği

Şekil 4.30.1'de görüldüğü gibi öğrenci problemde çözülmek istenilenin ne olduğunu anlayamamış; satırın tamamını boyamıştır. Öğrencinin talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı hata yaptığı düşünülmüştür.

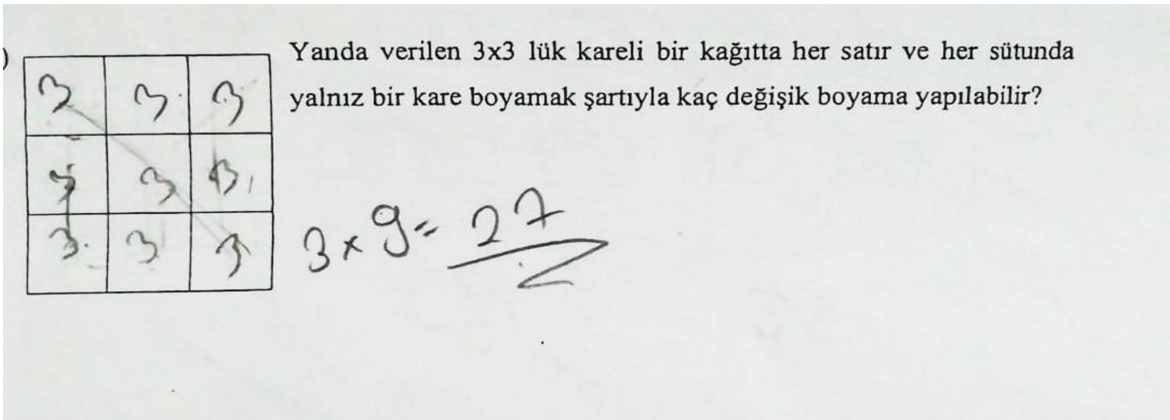
Problemi çözerken matematiksel işlem/süreç becerileri basamağının alt basamağı olan aritmetiksel hata basamağında hata yapan 10 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.30.2'de verilmiştir.



Şekil 4.30.2. Aritmetiksel hata örneği

Öğrenci bu problemde istenilenin ne olduğunu anlamış her satır ve her sütuna bir tane sembol koyarak çözüm yapmıştır. Fakat bazı kutulara hiçbir sembol yerleştirmemiş olduğundan aritmetiksel hata yaptığı düşünülmüştür.

Problemi çözerken dönüşüm basamağının alt basamağı olan anlamsız işlemler basamağında hata yapan 7 öğrenciden birisinin çözümü Şekil 4.30.3'te verilmiştir.



Şekil 4.30.3. Anlamsız işlemlerden kaynaklanan hata örneği

Öğrenci bu problemde her kutuya 3 rakamlarını yazmış ve daha sonra $3x9$ işlemini yapmıştır. Bu hatanın anlamsız işlemlerden kaynaklı hata olduğu düşünülmüştür.

Tablo 4.31. Öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejilere ait belirtke tablosu

Sorular / **Kullanılan Stratejiler**	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Problemi basitleştirme	x										x				
Geriye doğru çalışma	x								x	-					
Denklem kurma	x	x	x	x	-		x	x	x	x		x	x	x	
Muhakeme etme	x	-	x	x							x	x			-
Tahmin ve kontrol		x		x				x	x	x		x	x	x	
Tablo yapma		-		x		x									
Şekil ve diyagram çizme	-	x	x	x	x	x	x	-	x	-	x	x	-	-	x
Aritmetiksel		-	x		x		-	x	x	x	x	x		x	
Sistematik liste yapma						x									x
Bağıntı bulma			x			x	x								
Tahmin ve kontrol ile denklem kurma		x													
Tahmin ve kontrol ile muhakeme etme		x													
Aritmetiksel ve muhakeme etme			x				x								

Yukarıda Tablo 4.31'de öğrencilerin problem çözerken kullandıkları stratejilere (x) ve ön görüldüğü halde kullanılmayan stratejilere (-) ait belirtke tablosu verilmiştir. Örneğin 1. problemde öğrenciler tarafından problemi basitleştirme, geriye doğru çalışma, denklem kurma, muhakeme etme stratejileri kullanılmış olup; şekil ve diyagram çizme stratejisi kullanılması öngörüldüğü halde öğrenciler tarafından kullanılmamıştır. Bunun sebebi ise öğretmenlerin derslerde belirli stratejiler üzerinde durması ya da öğrencilere kullandıkları stratejilerin daha kolay gelmiş olması söylenebilir. Belirtke tablosunda da olduğu gibi her problemin çözümünde en az iki farklı strateji ile çözüm yapıldığı görülmüştür.

Tablo 4.32. Öğrencilerin problemleri çözerken yaptıkları hatalara ait tablo

Sorular / **Hata basamakları**	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	Hata sayısı
Anlama	18	9	10	7	1	27	5	6	6	2	15	7	-	10	18	141
Dönüşüm	-	1	1	7	17	4	3	1	-	-	4	13	3	3	7	64
Matematiksel işlem/süreç becerileri	6	3	2	-	5	2	19	3	3	-	3	-	2	-	12	60
Belirlenemeyen hata	1	-	-	-	-	-	-	2	-	1	4	1	-	-	4	13
Hata sayısı	25	13	13	14	23	33	27	12	9	3	26	21	5	13	41	278

Öğrencilerin problem çözümleri genel olarak incelendiğinde hangi basamaklarda kaç öğrencinin hata yaptığı Tablo 4.32'de verilmiştir. Tablo 4.32 incelendiğinde örneğin 1. problemde 18 öğrenci anlama basamağında, 6 öğrenci matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında hata yapmış olup 1 öğrencinin hatası ise belirlenememiştir. Dönüşüm basamağında ise hata yapan öğrenci olmamış olup; toplam 25 öğrenci 1. problemde hata yapmıştır. Problem çözerken yapılan hataların en çok anlama basamağında olduğu görülmüştür. Tablo 4.32 incelendiğinde problemlerde anlama basamağında 141 hata, dönüşüm basamağında 64 hata, matematiksel işlem/süreç becerileri basamağında 60 hata ve belirlenemeyen hata basamağında 13 hata olduğu görülmektedir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışma ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken kullandıkları stratejilerin neler olduğunu anlamak ve öğrencilerin problem çözme sürecinde hangi aşamalarda hata yaptıklarını ortaya koymak amacıyla yapılmıştır. Hataların nedenlerini anlamak için Newman (1977, 1983) modeline dayanarak geliştirilen Wijaya vd. (2014) kullandığı hata analiz envanteri kullanılmıştır. Milli Eğitim Bakanlığına bağlı okullarda yürütülen bu çalışma 60 öğrenci ile yapılmıştır. Çalışmada her öğrencinin cevapladığı 15 problem toplamda 900 problem incelenmiştir. Bu problemlerin 532’si (%59,11) doğru, 278’i (%30,88) yanlış cevaplanmış ve 90’ı (%10) boş bırakılmıştır.

Stratejiler incelendiğinde problemleri doğru cevaplayan öğrencilerden büyük bir kısmının tahmin ve kontrol stratejisini kullandığı görülmektedir. Ardından bu stratejiyi şekil ve diyagram çizme stratejisi, aritmetiksel strateji, denklem kurma stratejisi sırasıyla takip etmiştir. En az kullanılan problem çözme stratejisi ise tablo yapma stratejisidir. Bir stratejinin daha az ya da daha çok kullanılmış olmasının sebebi daha az ya da daha fazla probleme uygun olmasından kaynaklanıyor olabilir.

Altun ve Arslan (2006) yedinci sınıf öğrencilerinle yaptıkları çalışmada tahmin ve kontrol (%56), sistematik liste yapma (%47), şekil çizme (%24), problemi basitleştirme (%23) stratejilerinin kullanıldığı sonucuna varmıştır. Seçtikleri altı strateji arasından öğrencilerin en fazla tahmin ve kontrol stratejisini kullanmış olmaları bizim çalışmamızdaki verilerin sonuçlarıyla örtüşmektedir. Diğer stratejilerin kullanılma durumlarının bizim çalışmamızda farklılık göstermesinin sebebi ise çalışmamızda daha fazla sayıda stratejiyle çözülebilen problemlerin yer almış olmasıdır. Bu nedenle öğrencilerin daha farklı stratejiler kullanabildikleri düşünülebilir. Altun, Memnun ve Yazgan’ın (2007) da belirttiği gibi öğrencilerin denklem kurmak yerine problemleri çözmek için tahmin ve kontrol stratejisini daha çok tercih ettikleri çalışmamızdaki verilerle örtüşmektedir. Bunun sebebi öğrencilerin problem çözerken daha kolay ve daha güvenli yeni stratejiler edinmiş olması ya da tahmin ve kontrol stratejisini denklem kurma stratejisine göre daha kolay bulmaları olabilir.

Yazgan (2007), ilköğretim 4 ve 5. sınıflar üzerine yaptığı çalışmada, öğrencilerin şekil çizme ve sistematik liste yapma stratejilerini rahatça kullanabildikleri sonucuna varmıştır. Bizim yaptığımız çalışmada şekil ve diyagram çizme ile sistematik liste yapma stratejilerinin kullanıldığı 6. problemde de problemi doğru cevaplayan öğrencilerin şekil ve diyagram çizme (%46,15) ve sistematik liste yapma (%38,46) stratejilerini rahatlıkla kullanabildikleri görülmüştür. Bu durum Yazgan'ın (2007) çalışmasıyla uyuşmaktadır. Altun (1995), ilköğretim 3, 4 ve 5. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin probleme uygun şekil veya diyagram çizme davranışlarının yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu durum bizim çalışmamızla uyuşmaktadır. Fakat Altun'un (1995) çalışmasında öğrencilerin tahmin ve kontrol stratejisini az sayıda kullandıkları sonucuna varmış olması çalışmamızdaki verilerle uyuşmamakta sebebinin ise örneklemin farklı olmasından kaynaklı olduğu düşünülmüştür.

Yapılan hatalar hata analiz envanterinde Newman'ın hata basamaklarına göre incelendiğinde ise en çok hatanın talimatı yanlış anlamaktan kaynaklı (%23,74) hata olduğu görülmüştür. Bu hataları anahtar kelimeyi yanlış anlamaktan kaynaklı (%18,34), anlamsız işlemlerden kaynaklı (%13,30), aritmetiksel hatadan (işlem hatası) kaynaklı (%9,35), yanlış matematiksel kavramdan (yanlış strateji seçimi) kaynaklı (%9,35), bilgiyi seçmekten kaynaklı (%8,63) hatalar izlemiştir.

Çalışmadan elde edilen bulgulara dayalı olarak öğrencilerin en çok Newman'ın Hata Analiz Envanteri'nin anlama basamağında (%50,71) hata yaptıkları görülmüştür. Bu çalışma Karataş ve Güven (2003a) ve Saleh, Yuwono, As'ari ve Sa'dijah'ın (2017) problemin yeteri kadar anlaşılmamasından dolayı öğrencilerin problem çözme sürecinde hata yaptıkları sonucuyla örtüşmektedir. Ulu (2011) 5. sınıflarda yaptığı çalışmada en fazla hatanın anlama kaynaklı (%45,50) olduğu sonucuna varmıştır. Bu durum yaptığımız çalışmayla benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin yaptığı hatalar arasında Verschaffel, De Corte ve Vierstraete (1999) da belirttiği gibi problemde geçen sayılara ve kelimelere odaklanma, aritmetik işlemleri yürütürken yapılan basit işlemsel hatalar da dikkat çekmektedir. Öğrencilerin alakasız işlemlerden kaynaklı hata yapmalarının sebebi olarak Gökkurt, Örnek, Hayat ve Soylu'nun (2015) da belirttiği gibi öğrencilerin düşünmeden önce problemi çözmek istemeleri gösterilebilir. Yoshida, Verschaffel ve De Corte'nun (1997) belirttiği gibi bu hatayı yapan öğrenciler problemi anlamadan çoğunlukla problemde verilen sayıları kullanıp işlem yapmaya öncelik vermektedir. Bu durum daha önce de değindiğimiz gibi öğrencilerin direkt sonuca ulaşma çabaları ve başka sorulara bir an evvel geçme istekleri olmasından kaynaklanıyor olabilir (Erbaş ve Okur, 2012). Kroll ve Miller (1993) tarafından yapılan bir çalışmada da bazı öğrencilerin dört işlemi yapabildikleri fakat problem çözerken gerekli işlemlerin neler olduğunu hangi işlemlerin kullanılması gerektiklerini belirleyemedikleri görülmüştür (Akt. Ulu, 2011). Bu duruma bizim çalışmamızda da rastlanmıştır. Bazı öğrencilerin hangi işlemleri yapacaklarını bilmedikleri için alakasız işlemler yaptıkları görülmüştür. Ayrıca problem testindeki 7. soruda anlama kaynaklı hata yapanlar (%18,51) ve aritmetiksel hata yapanlar (işlem hataları) (%14,81) bulunmuştur. Ulu, Tertemiz ve Peker'in (2016) aynı soruyla yapmış olduğu çalışmada ise anlama kaynaklı hatalar (%23,9) ve işlem hataları (%15,2) olduğu sonuçlarına varmışlardır. 7. soruda hem aritmetiksel hata hem de anlama kaynaklı hatalarda sonuçlar birbine yakındır. Aynı şekilde Ulu, Tertemiz ve Peker'in (2016) çalışmasından yararlandığımız açık uçlu problem testindeki 8. soruda anlama kaynaklı hatalar (%50) olduğu sonucuna varılmıştır. Ulu, Tertemiz ve Peker (2016) çalışmasında de aynı soru için anlama kaynaklı hataların (%47,5) olduğu sonucuna varmışlardır. Bu durumun da çalışmamızdaki veriler ile uyuştuğu görülmüştür.

5.2. Öneriler

- Bu çalışma 8. sınıf öğrencileri arasında yapılmış olsa da öğrencilerin genelinde problem çözme stratejilerinin eksik olduğu görülmektedir. Bundan dolayı tüm sınıflarda problem çözme stratejileri öğretilmeli ve problem çözme stratejileri adıyla seçmeli dersler ortaokul programına dahil edilmelidir.
- Ortaokul öğrencilerine sorulacak problemlerin, yalnızca sonuç bulmaktan ziyade öğrencinin problemi anlamasına, önemli bilgiyi önemsiz bilgiden ayırt etmesine yönelik olmalı ve problem çözdürülürken verilenler ve istenenler mutlaka yazdırılmalıdır.
- MEB Talim ve Terbiye Kurulu'nca, ders kitapları hazırlanırken farklı problem çözme stratejileri ile çözülebilecek türde problemlere yer verilmeli, öğretmenler için problem çözme ve problem çözme stratejilerine yönelik kaynak öğretim materyalleri hazırlanmalıdır.
- Problem çözme stratejileri konusunda öğretmenler Milli Eğitim Bakanlığı tarafından hizmet içi eğitim kapsamına alınabilir. Bu kapsamda öğretmenler öğrencilerin farklı stratejiler kullanılarak çözülebilecek problemlerle karşılaşmasına fırsat vermeli, derslerde farklı stratejilerin kullanıldığı örnek problem çok çözdürmelidir.

- Matematik dersinde öğrenciler aktif hale getirilmeli öğretmenler sınıftaki problem çözümlerinde hangi stratejiyi ne amaçla kullandıklarını öğrencilere hissettirmeli ve bu stratejiler sınıfta öğrencilerle tartışılıp problemin çözülmesi için daha uygun bir strateji olup olmadığı sorulmalıdır.
- Problem çözerken karşılaşılan hatalar matematiksel becerilerin yanı sıra dil becerilerinden de kaynaklanıyor olabilir. Yapılan hataların en çok anlama kaynaklı olduğunun görülmesinden dolayı problem çözme eğitimin sadece matematik dersi ile sınırlı tutulmayıp Türkçe zümre öğretmenleri ile de iş birliği halinde olunmalı, disiplinler arası çalışma ortamları arttırılmalıdır.
- Öğretmenler öğrencilere yaptıkları sınavda ya da sınıf içerisinde çözdürdükleri sorularda hata yapan öğrencilerin hatalarının nelerden kaynaklandığını analiz etmeli ve bu hataları gidermeye yönelik çalışmalar yapmalıdır.
- Etkili bir öğrenme için öğrencilerin sonuca odaklı çalışmalarına engel olunmalı yani sadece test sorularından ziyade öğrenciler açık uçlu problemlerle de düşünmeye yönlendirilmelidir.

KAYNAKLAR

Akay, H. (2006). Problem kurma yaklasimiyla yapilan matematik ögretiminin ögrencilerin akademik basarisi, problem cozme becerisi ve yaraticiligi uzerindeki etkisinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi, Ankara*.

Akay, H., Soybaş, D. and Argün, Z. (2006). Problem kurma deneyimleri ve matematik öğretiminde açık-uçlu soruların kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *14(1),* 129-146.

Altun, M. (1995). *İlkokul 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine bir çalışma.* Yayınlanmış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Altun, M. (2000). *İlköğretimde problem çözme öğretimi*, Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları: 3526, Sayı:147: 27-33, Ankara.

Altun, M., Bintaş, J., Yazgan, Y. ve Arslan C. (2004). *İlköğretim çağındaki çocuklarda problem çözme gelişiminin incelenmesi*. Bursa: Uludağ Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi.

Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi* (Onbirinci basım). Bursa: Aktüel.

Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(1), 1-21.*

Altun, M., Memnun, D. S. ve Yazgan, Y. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *İlköğretim Online*, *6(1),* 127-143.

Altun, M. (2008). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi* (6. Baskı), Aktüel Yayınları.

Altun, M. ve Memnun, D. S. (2008). Mathematics teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. Journal of Theory and Practice in Education, *4(2),* 213-238.

Angateeah, K. S. (2017). An investigation of students' difficulties in solving non-routine word problem at lower secondary. *International Journal of Learning and Teaching*, *3(1)*, 46-50.

Arıkan, R. (2011). *Araştırma yöntem ve teknikleri*. (Geliştirilmiş İkinci Baskı). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Arıkan, E. E. ve Ünal, H. (2012). Farklı profillere sahip öğrencilerle çoklu yoldan problem çözme. *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, *1(2),* 76-84.

Arsal, Z. (2009). Problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısını yordama gücü. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 103-113.

Artut, P. D. ve Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *15(2)*, 39-50.

Asfar, A. I. T., Nur, S. and Asfar, A. I. A. (2019). The ımprovement of mathematical problem-solving through the application of problem posing & solving (PPS) learning model. In *1st International Conference on Advanced Multidisciplinary Research (ICAMR 2018)*. Atlantis Press, 362-366.

Atay, H. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin problem çözmede çözüm stratejileri kullanma becerilerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.

Avcu, S. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları stratejilerin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ: Ankara.

Avcu, S. ve Avcu R. (2010). Pre-service elementary mathematics teachers' use of strategies in mathematical problem solving. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 9, 1282-1286.

Aydoğdu, M. Z. ve Keşan, C. (2016). 9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri. *Eğitim Ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *5(2)*, 48-55.

Bailey, K. (1987). *Methods of social research*. (Üçüncü Baskı), New York: The Free Press.

Baki, A. (2015). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5. Sınıflar İçin*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Bayazıt, İ. ve Koçyiğit, N. (2017). Üstün zekâlı ve normal zekâlı öğrencilerin rutin olmayan problemler konusundaki başarılarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17(3)*, 1172-1200.

Billstein, R., Libeskind, S. and Lott, J. W. (1993). *A problem solving approach to mathematıcs for elementary school teachers* (Fifth edition). USA: Addison-Wesley Publishing Company.

Bingham, A. (1983). *Çocuklarda problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi.* Çev: Dr. A. Ferhan Oğuzkan, Dördüncü Baskı, MEB Basımevi, İstanbul.

Blum, W. and Niss, M. (1991). " Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects, state, trends and ıssues in mathematics ınstruction, *Educational Studies in Mathematics* 22: 37-68, *Kluwer Academic Publishers, Netherlands.*

Bomar, M. (2009). Real life problem solving in eighth grade mathematics. *Action Research Project Report*, University of Nabraska-Lincon.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*.(21.baskı) Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Cartrette, D. P. and Bodner, G. M. (2010). Non-mathematical problem solving in organic chemistry. *Journal of Research in Science Teaching*, *47(6),* 643-660.

Charles, R. and Lester, F. (1982). Teaching problem solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

Csaky, A., Azabova, E. and Nasticka, Z. (2015). Analysis of errors in student solutions of context-based mathematical tasks. *Acta Mathematica Nitriensia, 1(1),* 68-75.

Çelebioğlu, B. ve Yazgan, Y. (2009). İlköğretim öğrencilerinin bağıntı bulma ve sistematik liste yapma stratejilerini kullanma düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22(1),* 15-28.

Çelebioğlu, B. (2009). *İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri.* Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (7. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık, 71.

Çınar, İ. (2013). *Matematik dersinde problem çözme stratejilerinin alan bağımlı-alan bağımsız öğrenciler üzerindeki etkisi.* Yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyon.

Çimen, E. E. ve Yenilmez, K. (2014) Bir problemi beş farklı yoldan çözmek, beş problemi bir yoldan çözmekten daha mı iyidir? *ICEMST*, 1042-1046.

Dağlı, A. (2004). Problem çözme ve karar verme. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi, 3(7),* 41-49.

Dewey, J. (1991). *How we think*. New York: Prometheus Books, Buffalo.

Dölek, S. (2018). *İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma çalışmalarınn incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Durmaz, B. ve Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 73-94.

Duru, A., Peker, M., Bozkurt, E., Akgün, L. ve Bayrakdar, Z. (2011). Pre-service primary school teachers' preference of the problem solving strategies for word problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *15*, 3463-3468.

Ekici, B. ve Demir, M. K. (2018). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözerken yaptıkları matematiksel hatalar. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *14(1)*, 61-80.

Ellerton, N. F. and Clements, M. A. (1996). Newman error analysis: A comparative study involving year 7 students in Malaysia and Australia. *Technology and mathematics education*, 186-193.

Emre, E. (2008). *Ortaöğretim öğrencilerinin uygun problem çözme stratejisi kullanabilme becerileri*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Erbaş, A. K. ve Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality & Quantity: International Journal of Methodology*, *46(1)*, 89–102.

Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim online*, *5(1)*, 30-44.

Ersoy, E. ve Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *3(2)*, 102-112.

Ersoy, E. and Guner, P. (2015). The place of problem solving and mathematical thinking in the mathematical teaching. *The Online Journal of New Horizons in Education*-January, *5(1)*, 120-130.

Erümit, A. K. (2014). *Polya'nın problem çözme adımlarına göre hazırlanmış yapay zeka tabanlı öğretim ortamının öğrencilerin problem çözme süreçlerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Fan, L. and Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational studies in Mathematics*, *66(1)*, 61-75.

Flower, L. S. and Hayes, J. R. (1977). Problem-solving strategies and the writing process. *College English*, *39(4)*, 449-461.

Fong, K. H. (1995). Schematic model for categorising children's errors in solving a ratio and proportion problem. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, *3*, 15-29.

Fong, H. K. and Hsui, V. (1999). Strategy preferences and their association with hierarchical difficulties of fraction problems. *Science, Mathematics and Technical Education*, *5*, 3-12.

Forgan, J. W. (2003). "Introduction to problem solving". Teaching problem solving through children's literature. (Illustrated by David Tripp). America: Teacher Ideas Press.

Gökkurt, B. Örnek, T., Hayat, F. ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4(2)*, 751-774.

Gümüş, F. Ö. ve Umay, A. (2017). Problem çözme stratejileri öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kavramsal/işlemsel çözüm tercihlerine ve problem çözme performansına etkisi. *İlköğretim Online, 16(2),* 746-764.

Gür, H. ve Hangül, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejileri üzerine bir çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *5(1),* 95-112.

Gürbüz, R. ve Güder, Y. (2016). Matematik öğretmenlerinin problem çözmede kullandıkları stratejiler. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, *17(2),* 371-386.

Healy, L. and Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: Making connections with computers. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 59-84.

İncebacak, B. B. ve Ersoy, E. (2016a). Problem solving skills of secondary school students. *China-USA Business Review*, *15(6*), 275-285.

İncebacak, B. B. ve Ersoy, E. (2016b). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejileri. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 9(47),* 645-653.

İşçil, N. (1973). *İstatistik Metodları ve Uygulamaları*, Ankara: AITIA Yayınları.

Jiang, C. and Chua, B. L. (2010). Strategies for solving three fraction-related word problems on speed: A comparative study between Chinese and Singaporean students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *8(1),* 73-96.

Kabael, T. ve Akın, A. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler ve niceliksel muhakeme becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 24(2),* 875-894.

Kanadlı, S. ve Sağlam, Y. (2013). Üstbilişsel davranışlar problem çözmede faydalı mıdır? *İlköğretim Online*, *12(4),* 1074-1085.

Karasar, N. (2002). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Nobel Yayınları, 11. Baskı. Ankara.

Karataş, İ. (2002). *8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri.* Yüksek lisans tezi, KTÜ, Trabzon.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003a). 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecince kullandığı bilgi türlerinin analizi. *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi.* http://www.matder.org.tr/

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003b). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, *2(2),* 2-9.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, *163,* 1-10.

Kaur, B. and Har, Y. B. (2009). Mathematical problem solving in Singapore schools. In *Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009,* Association of Mathematics Educators, 3-13.

Kaya, S. ve Kablan, Z. (2018). The analysis of the studies on non-routine problems. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 12(1), 25-44.*

Kayan, F. ve Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218–226.

Kayapınar, A. (2015). *Matematiksel problem çözme stratejileri öğretiminin ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarına ve öz düzenleyici öğrenmelerine etkisi*. Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Kılıç, Ç. (2018). Örüntü arama stratejisi ile çözülebilecek problemleri kurmada ortaokul öğrencilerinin performanslarının incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *27(2),* 647-656.

Köse, E., Çelik Ercoşkun, N. ve Balcı, A. (2016). Okul öncesi ve sınıf öğretmeni adaylarının yaratıcı düşünme ve problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1(40),* 153-170.

Kurbal, M. S. (2015). *An investigation of sixth grade students'problem solving strategies and underlying reasoning in the context of a course on general puzzles and games.* Masters' Thesis. Middle East Technıcal University, Ankara.

MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.

MEB. (2018). *Matematik Öğretim Programı* (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara: MEB. Yayınları.

Memnun, D. S. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemi çözmeye ilişkin inançlarının incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *34(1),* 75-98.

Mayer, R. E. and Hegarity, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Stenderg & T. Ben-Zee (Eds.), *The nature of mathematical thinking*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 29 – 54.

NCTM, P. (2000). *Principles and standarts for school mathematics.* Reston/VA: NCTM.

Newman, M.A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Research in Mathematical Education in Australia*, 1, 239-258.

Newman, M. A. (1983). *Strategies for diagnosis and remediation.* Sydney: Harcourt, Brace Jovanovich.

Nickerson, R. S. (1994). The teaching of thinking and problem solving. *Thinking and problem solving*, 12, 409-449.

Nuryadin, A. and Lidinillah, D. A. M. (2012). Analysis of fifth grade students' performance in solving mathematical word problem using Newman's procedure, 139-146.

Orton,W. and Wain,G. (1994) *Issues ın teaching mathematics*, London: Cassell.

Özdemir, B. G. Koçak, M. ve Soylu, Y. (2018). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının sözel problemleri değişkensiz çözmede kullandıkları stratejiler ve yöntemler. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(3), 449-467.

Özen, Y. ve Gül, A. (2007). Sosyal ve eğitim bilimleri araştırmalarında evren-örneklem sorunu, Atatürk Üniversitesi *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15: 394-422.

Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25(3)*, 179-190.

Polya, G. (1945). *How to Solve It*, Princeton NJ: Princeton U. Press.

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. 2nd ed. Princeton, N.J. Princeton University Press.

Polya, G. (1985). *How to solve ıt?* (2.th Edition), USA: Princton Universty Press.

Pelfrey, R. (2000). *Open-ended Questions for Mathematics*. ARSI Resource Collaborative University of Kentucky.

https://www.uky.edu/OtherOrgs/ARSI/www.uky.edu/pub/arsi/openresponsequestions/mathorq.pdf adresinden alındı.

Posamentier, A. S. and Krulik, S. (1998). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: A resource for the mathematics teacher*. Thousand Oaks: Corwin Press.

Posamentier, A.S. and Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme, 3-6. sınıflar için*. (L. Akgün, T. Kar, M.F. Öçal, Çev.) Ankara: Pegem.

Prakitipong, N. and Nakamura, S. (2006). Analysis of mathematics performance of grade five students in Thailand using Newman procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, *9(1)*, 111-122.

Reys, R., Suydam, M., Lindquist, M. and Smith, N. (1998). *Helping children learn mathematics* (5th ed). United States of America: Allyn & Bacon.

Rohmah, M. and Sutiarso, S. (2018). Analysis problem solving in mathematical using theory Newman. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(2)*, 671-681.

Saleh, K., Yuwono, I., As'ari, A. R. and Sa'dijah, C. (2017). Errors analysis solving problems analogies by Newman procedure using analogical reasoning. *International Journal of Humanities and Social Sciences, 9(1),* 17-26.

Saygılı, S. (2017). Examining the problem solving skills and the strategies used by high school students in solving non-routine problems. *E-International Journal of Educational Research, 8(2),* 91-114.

Senemoğlu, N. (2007). *Gelişim, öğrenme ve öğretim (Kuramdan Uygulamaya)*. Ankara: Gönül yayıncılık.

Sepeng, P. and Sigola, S. (2013). Making sense of errors made by learners in mathematical word problem solving. *Mediterranean Journal of Social Sciences, 4(13),* 325-333.

Singh, P., Rahman, A. A. and Hoon, T. S. (2010). The Newman procedure for analyzing primary four pupils errors on written mathematical tasks: A Malaysian perspective. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 8,* 264-271.

Suryani, D. R., Nengsih, L. W., Sianturi, M., Nur'Aini, K. D. and Meirista, E. (2018). An analysis of grade IV's error on whole number based on Newman Procedure's Cognitive Style. In *International Conference on Science and Technology (ICST 2018).* Atlantis Press, 849-852.

Suydam, M. N. (1982). Update on research on problem solving: Implications for classroom teaching. *Arithmetic Teacher, 29(6),* 56-60.

Şahin, A. A. (2007). *13-14 Yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi*, Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Şimşek, M. (2019). *Ortaokul matematik öğretmeni ve ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sözel problemleri çözme süreçlerinin incelenmesi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Taşpınar, Z. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Taşpınar-Şener, Z. ve Bulut, N. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde problem çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi* (GEFAD), *35(3),* 637-661.

TDK (2017). Türk Dil Kurumu.

http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&arama=gts&guid=TDK.GTS.58f503db3 adresinden alındı.

Tekin Sitrava, R. ve Işık, A. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının serbest problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38(3),* 919-947.

Temel, H. (2018). *Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması*, Yayımlanmış doktora tezi, Bursa Uludağ üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

Tong, D. H. and Loc, N. P. (2017). Students' errors in solving mathematical word problems and their ability in identifying errors in wrong solutions. *European Journal of Education Studies*, *3(6)*, 226-241.

Turhan, B. ve Güven, M. (2014). Problem kurma yaklaşımıyla gerçekleştirilen matematik öğretiminin problem çözme başarısı, problem kurma becerisi ve matematiğe yönelik görüşlere etkisi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43(2)*, 217-234.

Ulu, M. (2011). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde yaptıkları hataların belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir uygulama*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Ulu, M., Tertemiz, N. ve Peker, M. (2016). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde yaptıkları hata türlerinin belirlenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, *9(4)*, 571-605.

Ünsal, Y. ve Ergin, İ. (2011). Fen eğitiminde problem çözme sürecinde kullanılan problem çözme stratejileri ve örnek bir uygulama. *Savunma Bilimleri Dergisi*, 10(1), 72-91.

Van De Walle, J. A. (2001). *Elementary and Middle School Mathematic: Teaching developmentally*. 4 th ed. New York: Longman.

Van Dooren, W., Verschaffel, L. and Onghena, P. (2002). The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students'strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33(5)*, 319– 351.

Verschaffel, L., De Corte, E. and Vierstraete, H.(1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modelling and solving nonstandart additive word problems ınvolving numbers. *Journal for Reaserch in Mathematics Education*, *3(30)*, 265-285.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., and Nurmi, J. E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, *28(4)*, 409-426.

Wijaya, A., van den Heuvel Panhuizen, M., Doorman, M. and Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, *11(3)*, 555-584.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L. and Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. *Research ideas for the classroom: High school mathematics*, *57*-78.

White, A. L., 2009. A revaluation of Newman's Error Analysis. *MAV Annual Conference 2009*. 249–257.

Yaşa, E. (2010). *Çalışma yaprakları destekli problem çözme stratejilerinin öğretiminin öğrenci başarısına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi. Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yayan, B. (2010). *Student and teacher characterıstıcs related to problem solvıng skılls of the sıxth grade Turkısh students*. Doctoral dissertation, The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, Ankara.

Yazgan, Y. ve Bintaş, J. (2005). "İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: Bir öğretim deneyi", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28*, 210-218.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemler. *İlköğretim Online, 6(2)*, 249-263.

Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri*. (4.baskı), Pegem Akademi Yayıncılık, Ankara.

Yazlık, D. Ö. ve Erdoğan, A. (2016). İşbirlikli öğrenme ile birlikte kullanılan problem çözme stratejilerinin öğrenci başarısı üzerine etkisi, *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17(3)*, 1-16.

Yeo, K. K. J. (2009). Secondary 2 students' difficulties in solving non-routine problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 8, 1-30.

Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki davranışları ve problem çözme başarı düzeyleri*, Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Yıldırım, A. ve Şimşek H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayınları, Ankara.

Yıldız, V. (2008). *Polya'nın problem çözme adımlarına dayalı matematik öğretiminden sonra altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözme becerileri, problem çözmeye karşı tutumları ve matematiğe karşı tutumlarındaki değişimin incelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y. ve Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25(1)*, 123-143.

Yılmaz, E. D. (2010). *Eğitici Cep Kitabı: Yükseköğretim eğiticileri ve yetişkinlik döneminde öğreten-öğrenen herkes için*. İmge Kitabevi.

Yılmaz, R. (2017).Sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme sürecinde kullandıkları stratejiler: Rutin problem çözme durumları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *27(1)*, 85-94.

Yoshida, H., Verschaffel, L. and De Corte, E.(1997). Realistic consideration in solving problematic word problems: do Japanese and Belgian children have the same difficulties?. *Learning and Instruction*, *7(4)*: 329-338.

Zamzam, K. F. and Patricia, F. A. (2018). Error analysis of Newman to solve the geometry problem in terms of cognitive style. In *University of Muhammadiyah Malang's 1st International Conference of Mathematics Education (INCOMED 2017)*. Atlantis Press, 24-27.

EKLER

EK-1. “Açık Uçlu Problem Testi”

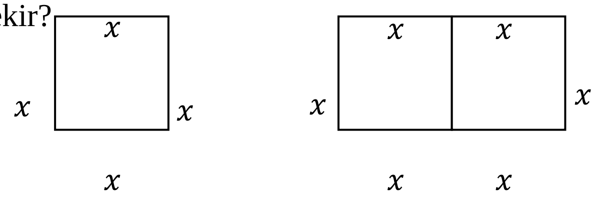
EK-2. “Araştırma İzni Belgesi”

EK-1. "Açık Uçlu Problem Testi"

1) A sayısının %25'i ile B sayısının %20'si birbirine eşittir. Buna göre A ve B sayıları arasında nasıl bir ilişki vardır? A>B veya A<B olduğu söylenebilir mi? Açıklayınız.

2) Ahmet'in bir bisiklet satış mağazası vardır. Bu mağazada satılmak üzere 2 tekerlekli ve 3 tekerlekli toplam 11 bisiklet bulunmaktadır. Ahmet bu bisikletlerin toplam 30 tekerleğinin olduğunu saymıştır. Bu bisikletlerden kaçı 2 tekerlekli kaçı 3 tekerleklidir?

3) Bir okul kantininde şekildeki gibi 4 kişi 1 masada birlikte oturabilmektedir. Eğer yan yana iki masa birleştirilirse şekilde olduğu gibi 6 kişi birlikte oturabilmektedir. Buna göre 20 kişinin birlikte oturabilmesi için kaç tane masanın birleştirilmesi gerekir?

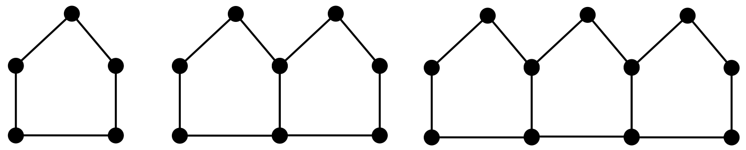


4) Meltem'in annesi evde Meltem'e bir deneme sınavı uygulayacaktır. Meltem'in annesi ona her doğru cevabı için 10 TL verecektir. Her yanlış cevap için 5 TL'sini geri alacaktır. Meltem 32 soru cevapladıktan sonra 20 TL kazandığına göre kaç tane doğru, kaç tane yanlış cevabı çıkmıştır?

5) Ahmet amca tarlasının $\frac{3}{8}$'üne domates $\frac{1}{4}$'ine salatalık ekmiştir. Tarlasının 15 dönümü boş olduğuna göre tarlanın tamamı kaç dönümdür?

6) Bir doğum günü partisine 7 kişi katılıyor. Herkes birbiriyle tokalaştığında toplam kaç tokalaşma olur?

7) Dilek kibrit çöpleriyle aşağıdaki gibi ev yapıyor. 10 tane birbirine bitişik ev yapabilmek için kaç adet kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?



..

.. .. … ……

…… …… …….

… …

8) Enes okuduğu kitabı, her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar okuyarak 4 günde bitirmiştir. Enes'in okuduğu kitap 150 sayfa ise birinci gün kaç sayfa kitap okumuştur?

9) Bir sayının $\frac{1}{3}$'nin $\frac{1}{2}$'si 20 ise bu sayı kaçtır?

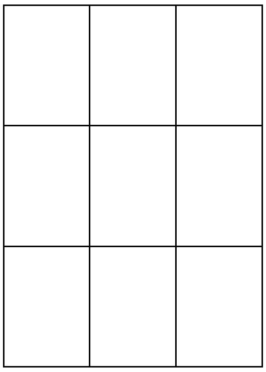
10) Ardışık iki çift doğal sayının toplamı 50'dir. Buna göre küçük sayı kaçtır?

11) 6 kişilik bir ailede anne bir kek pişirmiştir. Baba kekin $\frac{1}{6}$'ini yemiştir. Çocuklarından Leman kalan kekin $\frac{1}{5}$'ini, ikinci çocuk Gözde kalan kekin $\frac{1}{4}$'ini, üçüncü çocuk Murat kalanın $\frac{1}{3}$'ini son çocuk Şehnaz ise en son kalan kekin $\frac{1}{2}$'ini yemiştir. En çok keki kim yemiştir?

12) Bir miktar cevizi satışa sunmak için küçük torbalara paylaştırmak isteyen bir adam cevizleri torbalara 2'şer 2'şer koyarsa 12 ceviz açıkta kalıyor. 5'er 5'er koyarsa 3 torba boş kalıyor. Buna göre toplam kaç ceviz vardır?

13) Kalansız bir bölme işleminde bölünen ile bölenin toplamı 48'dir. Bölüm 5 ise bölünen sayı kaçtır?

14) 3 ,4 ve 5 ile orantılı olan üç sayının toplamı 96'dır.Buna göre bu sayıları bulunuz.



15) Yanda verilen 3x3 lük kareli bir kağıtta her satır ve her sütunda yalnız bir kare boyamak şartıyla kaç değişik boyama yapılabilir?

EK-2. “Araştırma İzni” Belgesi

T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 46949512-605.01-E.4452546 02.03.2018
Konu : Araştırma İzni

UŞAK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: 15.02.2018 tarih ve 1030 sayılı yazınız.

İlgi yazınız ekinde bulunan, Gözde DEMİR'e ait "8. Sınıf Öğrencilerinin Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri ve Problem Çözme Sürecinde Karşılaştıkları Hatalar" konulu tez çalışması için ilimiz Saruhanlı İlçe Millî Eğitim Müdürlüğüne bağlı bağlı ortaokullarda yönelik araştırma izni ile ilgili olarak, Müdürlük Makamından alınan 27.02.2018 tarih ve 4119231 sayılı onay yazısı yazımız ekindedir.

Bilgilerinizi ve araştırma tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içerisinde araştırma sonucunu içeren bir kitap ve iki adet CD'nin Müdürlüğümüz Strateji Şubesine teslim edilmesini arz ederim.

Necmettin OKUMUŞ
İl Millî Eğitim Müdür V.

EKLER :
Onay yazısı (1 sayfa)
Ölçekler (7 sayfa)

Güvenli Elektronik İmza
Aslı ile Aynıdır.
02/03/2018

Bayram [illegible]
Şef

Nişancıpaşa Mh. Atatürk Blv. No:36/A Şehzadeler/MANİSA
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
e-posta: strateji45@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi: Ar-Ge Birimi
Tel: (0 236) 231 46 08 (105)
Faks: (0 236) 231 12 51

T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 46949512-605.01-E.4119231 27.02.2018
Konu : Araştırma İzni

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22.08.2017 tarih ve 12607291 sayılı 2017 / 25 No'lu genelgesi,
b) Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 15.02.2018 tarih ve 1030 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ve ekinde; Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Gözde DEMİR'e ait "8. Sınıf Öğrencilerinin Kullandıkları Problem Çözme Stratejileri ve Problem Çözme Sürecinde Karşılaştıkları Hatalar" konulu tez çalışması için Saruhanlı İlçe Millî Eğitim Müdürlüğüne bağlı ortaokullarda bir araştırma yapmak istediği belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin; 2017 - 2018 eğitim öğretim yılı içerisinde, eğitim öğretimi aksatmadan, yazımız ekinde bulunan onaylı formların kullanılması koşuluyla, gönüllülük esasına dayalı olarak uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Necmettin OKUMUŞ
İl Millî Eğitim Müdür V.

EKLER :
Araştırma Değerlendirme Formu (1 sayfa)
Ölçekler (7 sayfa)

Nişancıpaşa Mh. Atatürk Blv. No:36/A Şehzadeler/MANİSA
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
e-posta: strateji45@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi: Ar-Ge Birimi
Tel: (0 236) 231 46 08 (105)
Faks: (0 236) 231 12 51

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Gözde DEMİR

Doğum Yeri ve Tarihi : İzmir, 27.02.1993

e-mail : gozdecandascandas@gmail.com

EĞİTİM

İlk-Ortaokul	Müdafaa-i Hukuk İlköğretim Okulu	1999-2007
Lise	Övgü Terzibaşıoğlu Anadolu Lisesi	2007-2011
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi/İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2011-2015

İŞ TECRÜBESİ

Yer	Yıl	Görev
Tahtaköprü Ortaokulu	2015-2017	Matematik Öğretmeni
Neval Yaralı Milli Egemenlik Ortaokulu	2017-…	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL BİLGİSİ

İngilizce