

T.C
UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜŐÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL 8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ SAYILAR KONUSUNDAKİ
KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ESRA UÇAR

TEMMUZ 2019

UŞAK

T.C
UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜŐÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAOKUL 8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ SAYILAR KONUSUNDAKİ
KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ESRA UÇAR

UŞAK 2019

Esra UÇAR tarafından hazırlanan “Ortaokul 8.Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının İncelenmesi” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylıyorum.

Prof. Dr. Osman BİRGİN
(Tez Danışmanı, İlköğretim Matematik Eğitimi)

Bu araştırma, jürimiz tarafından oy birliği ile İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Osman BİRGİN
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Doç. Dr. Mustafa ULU
(Temel Eğitim Bölümü Sınıf Eğitimi, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi)

Dr. Öğr. Üyesi Erhan BOZKURT
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Tarih: 03/07/2019

Bu tez ile Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesi onaylanmıştır.

Doç. Dr. Murat Kemal KARACAN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu araştırmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Esra UÇAR



ORTAOKUL 8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ SAYILAR KONUSUNDAKİ KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Esra UÇAR

UŞAK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2019

ÖZET

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlarını belirlemektir. Bu çalışmada tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, 2018-2019 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde Uşak ilinde 8.sınıfta öğrenim gören toplam 225 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından oluşturulan ve yazılı cevap gerektiren 17 sorudan oluşan test ile toplanmıştır. Veriler, betimsel ve içerik analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda 8.sınıf öğrencilerin üslü sayının değerini belirlemede, sıfırcı kuvvetin anlamını ve negatif üssünü kavramada ve $(-a)^n$ ile $-a^n$ ve x^n ile n^x ifadelerini birbirinden ayırt etmede, bilimsel gösterimle ifade etmede, üslü sayıları sıralamada güçlük yaşadıkları ve çeşitli kavram yanlışısına sahip oldukları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin pozitif tam sayının üslü gösterimlerinde oldukça başarılı olmasına karşın negatif tam sayılar ve rasyonel sayıların üslü gösterimlerinde ve aritmetik işlemlerinde hata yaptıkları ve zorlandıkları tespit edilmiştir.

Bilim Kodu :

Anahtar Kelimeler : Matematik, 8.Sınıf, Üslü İfadeler, Kavram Yanılgısı

Sayfa Adedi : 127

Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Osman BİRGİN

INVESTIGATION OF THE 8TH GRADE STUDENTS' MISCONCEPTIONS ABOUT EXPONENTIAL NUMBERS

(M.Sc. Thesis)

Esra UÇAR

UNIVERSITY OF UŞAK

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

(July 2019)

ABSTRACT

The aim of this study is to determine the knowledge level and misconceptions of 8th grade students on exponential numbers. Survey method was used in this study. The sample of the study consisted of 225 students studying in 8th grade in Uşak province during the first semester of the academic year 2018-2019. The data were collected with test consisting of 17 questions required a written response and developed by the researcher. Data were analyzed using descriptive and content analysis method. At the end of the research, it was found that 8th grade students have some misconception and difficulties in the determination of the value of the exponential number and understanding of the meaning of the zero force and the negative base, and in distinguishing between $(-a)^n$ and $-a^n$ expression and between $-a^n$ and n^x expressions, and in ordering exponential numbers, and in expressing the scientific representation of exponential numbers. In addition, although the students were quite successful in the exponential representation of the positive integer, it was determined that the students made mistakes and had difficulties in arithmetic operations and exponential representations of negative integers and rational numbers.

Science Code :

Key Words : Mathematics, 8th Grade, Exponential Numbers, Misconception

Page Number : 127

Adviser : Prof. Dr. Osman BİRGIN

TEŞEKKÜR

Tez dönemim boyunca tecrübesi ve yol göstericiliği ile yardımcı olan, ayrıca tecrübelerinden yararlanırken göstermiş olduğu hoşgörü ve sabırdan dolayı değerli danışman hocam Prof. Dr. Osman BİRGİN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın uygulama sürecinde bana destek veren, okulların tüm imkânlarını sunan Uşak İl Milli Eğitim Müdürlüğüne, idari kadrosu ile öğretmenlerine, araştırmama ilgi ve merak içinde dâhil olan öğrencilerime ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

En önemlisi bugünlere gelmemi sağlayan ve desteklerini sürekli üzerimde hissettiğim anneme ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
TABLolar LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Gerekçesi.....	4
1.2. Araştırmanın Problemi.....	7
1.3. Araştırmanın Amacı.....	7
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	9
1.6. Araştırmanın Varsayımları.....	9
2. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	10
2.1. Kavram Yanılgısı ve Önemi.....	10
2.2. Kavram Yanılgılarında Öğretmen Bilgisinin Önemi.....	13
2.3. Kavram Yanılgısı Türleri.....	15
2.4. Üslü Sayıların Günlük Hayatımızdaki Yeri ve Önemi.....	17
2.5. Matematik Öğretim Programında Kazanımlar ve Üslü sayıların Yeri.....	18
2.6. Üslü Sayılar Konusunda Yapılan Çalışmalar ve Kavram Yanılgıları.....	21
3. YÖNTEM.....	33
3.1. Araştırmanın Modeli.....	33
3.2. Çalışma Grubu.....	34
3.3. Veri Toplama Aracı.....	34
3.4. Verilerin Toplanması.....	37
3.5. Verilerin Analizi.....	37
4. BULGULAR.....	40

4.1. Öğrencilerin Kendileriyle Tekrarlı Çarpım Şeklinde Verilen Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerini Üslü olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	40
4.2. Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerini Üslü olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları.....	43
4.3. Öğrencilerin Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	47
4.4. Öğrencilerin Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	51
4.5. Öğrencilerin Tam Sayıların Negatif Tam Sayı Kuvvetlerinin Rasyonel Sayı Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	56
4.6. Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları.....	60
4.7. Öğrencilerin Çarpım ve Toplam Şeklinde Verilen Sayıların Üslü Biçimde İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları.....	64
4.8. Öğrencilerin Ondalık Gösterimleri Verilen Sayıların 10'un Tam Sayı Kuvvetlerini Kullanarak Çözümlemelerine İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları.....	66
4.9. Öğrencilerin 10'un Tam Sayı Kuvvetleri Verilerek Çözömlenen Ondalık Sayıyı Bulmalarına İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	70
4.10. Öğrencilerin Üssün Üssü Olarak Verilen Tam Sayıları Üslü Biçimde İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları.....	73
4.11. Tabanları Aynı Üsleri Farklı Sayıların Çarpımını Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	78
4.12. Üsleri Aynı Tabanları Farklı Sayıların Çarpımını Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	82
4.13. Tabanları Aynı Üsleri Farklı Sayıların Bölümünü Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	86
4.14. Üsleri Aynı Tabanları Farklı Sayıların Bölümünü Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	89
4.15. Sayıların Bilimsel Gösterimlerini İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	93
4.16. Bilimsel Gösterim Olarak Verilen Eşitliklerde 10'un Kuvvetini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	96
4.17. Sayıların Bilimsel Gösterimlerini Sıralamaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları	99
4.18. Üslü İfadelere İlişkin Öğrenci Bilgi Düzeylerinin Karşılaştırılması	101
5. SONUÇ, TARTIŞMA, ÖNERİLER	104

5.1. Sonuçlar ve Tartışma	104
5.2. Öneriler	114
6. KAYNAKÇA	115
EKLER	123
EK-1. Üslü İfadelerde Kavram Yanılgısı Belirleme Testi.....	124
ÖZGEÇMİŞ	127



TABLolar LİSTESİ

Tablo		Sayfa
Tablo 1.1	Altıncı sınıf programındaki üslü ifadelerle ilgili etkinlik	19
Tablo 3.1.	Uygulama yapılan okulların yerleşim yerleri, öğrenci sayıları ve cinsiyet dağılımı	34
Tablo 3.2.	Soruların Kazanımlara Göre Dağılımı	35
Tablo 3.3.	Madde Güçlüğü ve Madde Ayırt Ediciliği.....	36
Tablo 4.1.	Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdellik dağılım (n=225).....	40
Tablo 4.2.	Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanılgıları	41
Tablo 4.3.	Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdellik dağılım (n=225).....	44
Tablo 4.4.	Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanılgıları	45
Tablo 4.5.	Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdellik dağılım	48
Tablo 4.6.	Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanılgıları	49
Tablo 4.7.	Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdellik dağılım (n=225).....	52
Tablo 4.8.	Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerine ilişkin kavram yanılgıları.....	53
Tablo 4.9.	Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin rasyonel sayı değerlerini bulmaya ilişkin yüzdellik dağılım (n=225).....	57
Tablo 4.10.	Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanılgıları	58
Tablo 4.11.	Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdellik dağılım (n=225)	61

Tablo 4.12. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanılgıları	62
Tablo 4.13. Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225).....	65
Tablo 4.14. Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü gösterimine ilişkin kavram yanılgıları	65
Tablo 4.15. Ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeye ilişkin ilişkilerin yüzdelerik dağılım (n=225).....	67
Tablo 4.16. Ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeye ilişkin kavram yanılgıları	68
Tablo 4.17. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin ilişkilerin yüzdelerik dağılım (n=225).....	70
Tablo 4.18. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin kavram yanılgıları	71
Tablo 4.19. Üssün üssü olarak verilen tam sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım	74
Tablo 4.20. Üssün üssü olarak verilen tam sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin kavram yanılgıları	75
Tablo 4.21. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225).....	79
Tablo 4.22. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanılgıları	80
Tablo 4.23. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225).....	83
Tablo 4.24. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanılgıları	84
Tablo 4.25. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225).....	87
Tablo 4.26. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümüne ilişkin kavram yanılgıları.....	88

Tablo 4.27. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225).....	90
Tablo 4.28. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümüne ilişkin kavram yanlışlıları	91
Tablo 4.29. Sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225)	93
Tablo 4.30. Sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlıları	94
Tablo 4.31. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin yüzdelerik dağılım.....	97
Tablo 4.32. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin kavram yanlışlıları	97
Tablo 4.33. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225)..	99
Tablo 4.34. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin kavram yanlışlıları	100
Tablo.4.35. Öğrencilerin üslü ifadelerine ilişkin başarı performans yüzdeleri	102

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1	Kesirlerdeki kısıtlı algılamaya bir örnek, $1/3$ örneği. 17
Şekil 1.2.	Sekizinci sınıf programındaki negatif sayı bulmayla ilgili bir etkinlik 19
Şekil 1.3.	Kendileriyle tekrarlı çarpımı etkinliği (MEB, 2009) 19
Şekil 4.1.1.	Tam sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanılması 42
Şekil 4.1.2.	Rasyonel sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanılması 43
Şekil 4.2.1.	Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü biçimde ifade edememe yanılması 46
Şekil 4.2.2.	Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü biçimde ifade edememe yanılması 47
Şekil 4.3.1.	Tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerini hesaplayamama yanılması 50
Şekil 4.4.1.	1'in kuvvetini kavrayamama kavram yanılması 54
Şekil 4.4.2.	Sıfırın kuvvetini kavrayamama yanılması 55
Şekil 4.4.3.	Negatif sayının sıfırinci kuvvetini kavrayamama yanılması 56
Şekil 4.5.1.	Negatif üssü hesaplayamama kavram yanılması 59
Şekil 4.5.2.	Tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılması 59
Şekil 4.6.1.	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılması 63
Şekil 4.7.1.	Aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe kavram yanılması 66
Şekil 4.7.2.	Aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe kavram yanılması 66
Şekil 4.8.1.	10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyememe kavram yanılması 68
Şekil 4.8.2.	Basamaklandırma hatası kavram yanılması 69
Şekil 4.8.3.	Yer tutucuyu dikkate almama kavram yanılması 70

Şekil 4.9.1. 10^7 'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama kavram yanılması.....	72
Şekil 3.9.2. Basamaklandırma hatasına ilişkin kavram yanılması.....	72
Şekil 4.9.3. Yer tutucuyu dikkate almama kavram yanılması	73
Şekil 4.10.1. Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası kavram yanılması	77
Şekil 4.10.2. Sıfıncı kuvvet hatası kavram yanılması.....	78
Şekil 4.11.1. Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası kavram yanılması	82
Şekil 4.12.1. Üsleri aynı olan sayıların çarpımında kavram yanılması.....	86
Şekil 4.13.1. Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası.....	89
Şekil 4.14.1. Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası kavram yanılması.....	92
Şekil 4.15.1. Sayıları bilimsel gösterimle ifade edememe kavram yanılması	95
Şekil 4.15.2. Sayıları bilimsel gösterim şekline uygun olmayan biçimde ifade etme kavram yanılması.....	95
Şekil 4.16.1. Eşitliklerde 10^7 'un kuvvetini bulurken basamaklandırma hatası kavram yanılması	98
Şekil 4.16.2. Eşitliklerde virgölü sola kaydırırken 10^7 'un kuvvetini azaltma hatası kavram yanılması.....	98
Şekil 4.17.1. Bilimsel gösterimlerini sıralarken 10^7 'un kuvvetini dikkate almama hatası kavram yanılması.....	100
Şekil 4.17.2. Bilimsel gösterimlerini sıralarken katsayıyı dikkate almama hatası kavram yanılması.....	101

1. GİRİŞ

Bireyin, toplumun, bilimin ve teknolojinin gelişimi için matematik vazgeçilmez bir alandır. Problem çözme, karar verme, eleştirel düşünme, mantıksal-yaratıcı düşünme, muhakeme edebilme soru sorma, genellemelere gitme ve bağımsız düşünme gibi üst düzey davranışları geliştirmek matematik ile mümkündür. Hayatımızın her alanında kullanılan, bilim ve teknolojinin gelişmesinde etkin rol oynayan matematiğin, eğitimi ve öğretimi büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle matematik eğitimi, temel eğitimin önemli yapı taşlarından birini oluşturmaktadır.

Matematik eğitim ve öğretim sürecinde eğitim sistemimizin temel unsurlarından biri olan öğretim programları da önemli bir konuma sahiptir. Öğretim programı kavramsal öğrenmeyi, işlemlerde akıcı olmayı, matematik bilgileriyle iletişim kurmayı desteklerken, öğrencilerin matematiğe değer vermelerine ve problem çözme becerilerinin gelişimine değinmektedir. Ayrıca öğrencilerin somut deneyimler yardımıyla matematiksel anlamlar oluşturmalarına, soyutlama ve ilişkilendirme yapmalarına yardımcı olmaktadır. Bunun yanında matematiği öğrenmek; temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu fark etmeyi de kapsar. Dolayısıyla öğrencilerin matematiği ‘yararlı, uğraşmaya değer, somut olarak’ görmelerine ve ‘özenle ve sebat ederek’ çalışmalarına yardım edecek öğrenme ortamları oluşturmak önemlidir (MEB, 2015).

Türkiye’de ilk olarak 2005 yılında ilköğretim matematik öğretim programına günlük hayatla matematiğin ilişkilendirilmesi dahil edilmiştir (MEB, 2015). 2017 yılında ise ortaokul matematik öğretim programı gerçek yaşama matematiği aktarabilme, kavramların değişik ifade edilişlerine ve kavramlar arasındaki bağlantıların tespit edilmesine imkan sağlama, matematiksel yetkinlik oluşturma, bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanabilme, modelleme yaparak problem çözebilme, ilişki kurabilme, tahminde bulunabilme, akıl yürütebilme vb. yeteneklerin gelişim sağlanmasına yönelik bireyler yetiştirilmesi amacıyla güncellenmiştir (MEB, 2017).

Ülkemiz eğitim sisteminin en önemli problemlerinden biri matematik öğretimidir. Ülkemiz insanların nesillerden nesillere aktarmaya devam ettiği “matematik zordur” düşüncesi ve matematik öğretmenlerinin öğretme noktasındaki tutum ve davranışları, öğrencilerin matematik konularına olan soğuk yaklaşımını pekiştirmektedir. Matematik öğretim yöntemlerindeki yeni gelişmeler, öğretmenlerce çok iyi izlenememekte, öğrencilerin öğrendikleri bilgileri gerçek hayatta nasıl kullanabileceklerine dair örnekler verilememekte ve öğrencilerin konuya bakış açısında olumlu bir yaklaşım sağlanamamaktadır (Doğan, 2001). Dolayısıyla eğitim sistemimizde daha çok geleneksel öğretim uygulanmakta, öğretmenler öğrencilerinin öğrenme düzeylerini ve kavram yanlışlarını yeterince belirleyememektedirler.

İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretimi konusunda yapılan çalışmalarda (Baki, 2002; Sulak ve Ardahan, 1996) ülkemizdeki matematik öğretiminin ezberci, öğretmen merkezli, matematik ve gerçek hayat ilişkisi kurulmadan, öğrenme ve öğretme metotlarına uymayan tarzda, kritik yapmaksızın sadece bilinen bilgilerin hatırlanması ve tekrarlanması şeklinde yapıldığı vurgulanmaktadır. Oysa öğrencilerin öğrendikleri matematiği gerçek hayatta karşılaştıkları problemlere uygulama yeteneği kazanmış olmaları esastır. Öğretmenlerin neyi anlattığından daha çok, öğrencilerin neyi anladığı önemlidir. Bu sebeple öğrencilerin yanlış anlamalarını teşhis ve yanlış anlamının sebeplerini ortaya koyarak, dönüt (feedback) vermek yukarıda işaret edilen eksiklikleri gidermek ve yerleşmiş yanlış anlayışları düzeltmek gereklidir (Yücesan, 2013).

Matematik öğretiminin her aşamasında sorunlar yaşandığı kuşku götürmez bir gerçektir. Son yıllarda bu sorunların neler olduklarının tespit edilmesi ve giderilmelerine yönelik birçok çalışma yapılmış ve yapılmaktadır. Bu çalışmaların bir bölümü öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemeye dönüktür. Matematiğin birikimli bir bilim dalı oluşu, başka bir deyişle, daha önceden edinilmiş bilgilerin yeni bilgiler edinmede kullanılması, matematik eğitiminin başarıyla yürütülmesi için kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesine ihtiyaç duyulmaktadır (Moralı, Köroğlu ve Çelik 2004). Aksi takdirde herhangi bir kavramın öğrenilmesinde güçlük ya da kavrama ilişkin edinilmiş yanlış bilgi daha sonra birçok kavramın öğrenilmesinde güçlükler yaşanmasına, kavramların yanlış algılanmasına neden olabilir (Duatpe-Paksu, 2008).

Matematik öğretiminde konular ve kavramlar birbirleriyle bağlantılıdır. Herhangi bir konu diğer konulardan tam olarak ayrılamaz. Bu durumu Sulak (1999), “Matematik birbirine bağlı kavramlar ve düşünceler ağıdır. Matematik öğretiminde her konunun kendinden önce gelen

konularla sıkı bir ilişkisi vardır. Ön şart konumundaki bilgiler öğrenilmemiş ise yeni konunun öğrenilmeyeceği açıktır. Neden ve niçinleri ile öğrenilmeyen konu olsa olsa ezberlenir. Ezberlenen bilginin de kalıcı olması beklenemez.” şeklinde açıklarken, Ersoy ve ark. (1991), “Matematik yığılmalı bir bilimdir” şeklinde ifade etmektedir.

Üslü ifadeler, matematiğin temelini teşkil eden cebirsel ifadelerin vazgeçilmez konularından biridir. Cebir öğretimi ile ilgili olarak da Baki ve Bell (1997) cebir öğretiminin, matematik öğretimi içinde farklı bir konuma sahip olduğunu belirtmişlerdir. Bu durumun sebebini ise cebir öğretiminin kurallı öğretim olmasından kaynaklandığını vurgulamışlardır. Cebir dersinde öğrenciler, yeni bir dil ve genelleme, soyutluk gibi yeni kavram ve kurallar öğrenirler. Cebir öğretiminde genel olarak, belirli bir probleme çözüm bulmaktan çok temel kavram ve yöntemler üzerinde durulur. Bu nedenle cebirde; kural ile anlama arasındaki gerilim oldukça şiddetlidir. Bundan dolayı üslü ifadelerin öğretimi ve bu öğretimde kullanılacak metotların seçimi de hem öğrencilerin bu konuları kavraması hem de öğrendikleri bilgilerin kalıcı olması bakımından önemlidir.

Matematik alanında başarılı olmanın önemli koşullarından biri matematiksel kavramların doğru bir şekilde öğrenilmesidir (Baki, 2008). Kavramların eksik ya da yanlış algılanması bir sonraki öğrenmeler için sorun teşkil eder. Dolayısıyla etkili bir matematik öğretimi için matematiksel kavramların doğru verilmesi, var olan kavram yanlışlarının tespit edilmesi ve ilgili kavramsal yanlış öğrenmelere ilişkin çözüm yollarının geliştirilmesi gerekir. Bu doğrultuda çalışmanın odak noktasını matematiksel kavram yanlışlarının giderilmesi amacıyla matematik dersinde öğrenme günlüklerinin uygulanması oluşturmaktadır.

Yanılgılar, bireyin yanlış inanışları ve tecrübeleri sonucu ortaya çıkan genellemelerdir. Dolayısıyla öğrenciler yeni bilgiler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ettikleri için sahip oldukları ön birikimler bazen bu yeni kavramların öğrenilmesinde yanlış öğrenmelerine yol açar. Bir problemin çözümü veya bir işlemin yapılması öğrencinin mantığına, önceki edinimlerine uygun düşebilir ve yaptıklarının matematiksel geçerliliğinin olmadığını da bilmeyebilir. Bu durumda kavram veya işlem yanlışlarının oluşması olağan bir durumdur. Bu tür yanılgılara örnek olarak çarpma işleminin; sonucu her zaman arttırdığı düşüncesi verilebilir. Doğal sayılarda doğru olan bu düşünce, çarpma işlemi reel sayılar genişletildiğinde rahatlıkla kavram yanılığına dönüşebilir (Baki, 1998).

Matematikte kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bunları giderilmesi için yolların aranması önem teşkil etmektedir. Öğrencilerin kavram yanlışları giderilmediği sürece ileriki konuların öğrenilmesinde sorun yaşanması muhtemeldir. Bu yüzden matematikte basit görülen bir kavram yanlışlığı, daha sonradan öğrenilecek birçok kavramın yanlış algılanmasına sebep olabilecektir (Baki, 2008; Altun, 2006). İnsanların düşünmesi, akıl yürütmesi ve doğru yargılara ulaşabilmesi için öğrendiklerini kavramaları gerekmektedir. Matematik öğretimini etkileyen bir diğer neden ise konuya ilişkin hatalardır. Her ne kadar son yıllarda hatanın olumsuz etkisinden ziyade, olumlu yönleri ve öğretime faydası gözetilse de, kurallaşmış hataların öğretimdeki olumsuz etkisi su götürmez bir gerçektir. Nitekim, matematik öğretimi alanında farklı öğretim kademelerindeki matematik konularına ilişkin öğrencilerin kavram yanlışlarını, hatalarını ve bilgi eksikliğini belirlemek, bunları giderme yollarına ilişkin çeşitli araştırmaların yapıldığı (Akkaya, 2006; Bayar, 2007; Soylu, 2008; Alkan, 2009; Ayyıldız, 2010; Kocakaya Baysal, 2010; Kaygusuz, 2011; Yılmaz, 2007; Ertekin, 2002; Ceylan, 2001; Gökbaş, 2005; Hatır, 2002; Özdemir, 2006; Zengin, 2014; Durmuş, 2006; Kocaoğlu, 2010; Yenilmez, 2010; Özçiftçi, 2007; Doğan, 2001; Pesen, 2007; Yetim, 2010; Kaya, 2015; İşeri, 1997; Mumcu, 2015; Kaplan, 2011; Keçeli, 2013) dikkat çekmektedir. Kavram yanlışları, öğretme ve öğrenme sürecinin çözümlenmesi gereken anlamlı bir bileşenidir. Öğrencilerin kavram yanlışlarını ortadan kaldırmalarına yardımcı olmak, bir parçası oldukları doğal dünyayı anlama süreçlerini hızlandırmakta ve karşılaştıkları olgular karşısında gerekli açıklamalarda bulunabilmelerini sağlamaktadır. Bu nedenle üslü sayılar konusundaki öğrencilerin yanlışlarının belirlenmesine ihtiyaç vardır.

1.1. Araştırmanın Gerekçesi

Yeni ortaöğretim matematik programı 2005-2006 yılından itibaren ülke genelinde uygulamaya konmuştur. Yeni matematik programı, “Herkes matematiği öğrenebilir” varsayımına dayanmaktadır (MEB, 2005). Yeni programda matematik, kurallar, formüller ve işlemler zincirinden ziyade; içinde anlam bütünlüğü olan düzenler ve ilişkiler ağı olarak ele alınmaktadır. Bu öğrenme alanlarında öğrencilerin matematiksel model kurabilme, problem çözme, akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme, araştırma yapma, teknoloji kullanma, psikomotor ve öz yönetim becerilerini geliştirmelerinin yanı sıra matematiği sevme, matematikte kendini bulma gibi başlıkları da içeren olumlu duyuşsal özelliklere sahip olması beklenmektedir.

Son yıllarda eğitim-öğretim alanında yapılan çalışmaların önemli bir bölümünü, öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemek ve bilgi eksikliğini bu yanlışlardan ayırmaktan oluşmaktadır. Matematikte kavram yanlışlarının saptanması ve bunları gidermenin yollarının aranması büyük önem taşır. Çünkü kavram yanlışları anlamlı öğrenmede büyük sorunlara yol açmaktadır. Hele kalıcı olan yanlışların zamanında giderilmemesi, matematik öğretiminin hedeflerine ulaşması için kayda değer zorluklara neden olur. Ayrıca bir önceki kavramlar ve bilgiler, sonrakiler için birer basamak olduğundan basit görülen bir kavram yanlışlığı, daha sonradan öğrenilecek birçok kavramın yanlış algılanmasına sebep olacaktır (Baki, 2008). Matematik dersindeki pek çok konu gibi, sayıların üslü ifadeler konusu da kavram yanlışlarının oldukça sık görüldüğü bir konudur (Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002). Öğrenciler bu konudaki kavram yanlışlarını gidermedikleri sürece ileriki konuların öğrenilmesinde güçlük yaşanması muhtemeldir.

İlgili alan yazın incelendiğinde, ilk ve orta öğretim seviyelerindeki matematik konularına ilişkin çeşitli hata ve kavram yanlışlarına ilişkin birçok araştırmaların (Akkaya, 2006; Bayar, 2007; Soylu, 2008; Alkan, 2009; Ayyıldız, 2010; Kocakaya Baysal, 2010; Kaygusuz, 2011; Yılmaz, 2007; Ertekin, 2002; Ceylan, 2001; Gökbaş, 2005; Hatır, 2002; Özdemir, 2006; Zengin, 2014; Durmuş, 2006; Kocaoğlu, 2010; Yenilmez, 2010; Özçiftçi, 2007; Doğan, 2001; Pesen, 2007; Yetim, 2010; Kaya, 2015; İşeri, 1997; Mumcu, 2015; Kaplan, 2011; Keçeli, 2013) yapıldığı dikkat çekmektedir. Bununla birlikte cebir ile ilgili olan bazı araştırmalarda (Orhun, 1998; Baki ve Bell, 1997) üslü ve köklü ifadeler ve bu konularla ilgili bazı öğrenci yanlışlarına ve yanlışlarına değinilmiştir. Bazı araştırmalar öğrencilerin üslü sayılara yönelik yaşadıkları zorluğun ve kavram yanlışlığının fazla olduğu ve bunların nedenleri üzerinde durmuşlardır (Avcu, 2010; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002). Avcu (2010), öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan ifadeleri karşılaştırmaya yönelik sorularda yüksek başarıya sahip olduklarını, farklı sayı alanına sahip taban ve kuvveti içeren ifadelerin yer aldığı sorularda zihinsel karşılaştırmaları yaparken zorlandıkları ve düşük başarı gösterdiklerini tespit etmiştir. Cengiz (2006), öğrencilerin bir sayının sıfırcı kuvvetinin sıfır olduğunu veya kendisine eşit olduğunu düşünme, üslü ifadeyi hesaplarken tabanla üssü çarpma, üsleri aynı ifadeleri toplarken tabanları direk toplama veya hem tabanı hem üssü toplama, üslü ifadelerde çarpma yaparken hem tabanı hem üssü çarpma, bölme işlemi yaparken ise üsleri çıkarmak yerine üsleri birbirine bölme veya hem tabanı hem üssü birbirine bölme gibi hataların yapıldığını, negatif üs almada sayıyı ters çevirmek yerine sayının önüne eksi işareti koyma, negatif sayıların tüm kuvvetlerinin değerlerinin negatif olduğunu düşünme

gibi kavram yanlışlarının olduğunu görmüştür. Şenay (2002), öğrencilerin negatif üs kavramını anlamakta güçlük yaşadıklarını ve negatif üs olan üslü ifadelerde işlem yapmada zorlandıklarını, tabanları aynı olan üslü ifadeler ve üsleri aynı olan üslü ifadelerle ilgili kuralları, üslü ifadelerde çarpma ve bölmeyle ilgili kuralları birbirine karıştırdıklarını, tabanın negatif olduğu üslü ifadelerde hatalı sonuçlar bulduklarını, üssün üssünü alırken de bazı hatalar yaptıklarını gözlemlemiştir. Duatepe-Paksu (2008), yaşanan bu zorlukların üslü sayının değerini belirleyememe, sıfırcı kuvvetin anlamını algılayamama, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerini birbirinden ayırt edememe, negatif üssü algılayamama, x^n ve n^x ifadelerini birbirinden ayırt edememe, üssü çift olan bir sayının değerinin daima pozitif olduğunu fark edememe, üslü sayının kuvvetinin değerini bulmada zorlanma, toplama ve çıkarma işlemlerinde karşılaşılan güçlükler, çarpma ve bölme işlemlerinde karşılaşılan güçlükler ve negatif üslü ifadelerle işlemlerle karşılaşılan güçlükler olarak gruplandırılabilirliği belirtilmiştir. Orhun (1998), öğrencilerin bir sayının negatifinin karesi ile bu sayının karesinin negatifini ayırtmada zorlandıklarını tespit etmiştir.

Genel olarak farklı kademelerde yapılan araştırmalarda üstel ifadeleri karşılaştırırken ve sezgisel olarak bir tahminde bulunmada zorlandıkları ve üslü sayı büyüklüklerindeki artışın toplamsal olduğunu düşündükleri tespit edilmiştir. Ancak öğrencilerin yaş seviyesi arttıkça üslü ifadelerin büyüklüklerinin tabana ve üsse göre nasıl değiştiğini daha iyi kavradıkları ve üslü ifadelerin gerçek değerini daha iyi tahmin edebildikleri görülmüştür.

Üslü sayıların matematik eğitiminde taşıdığı öneme rağmen ilgili alan yazın incelendiğinde (Sastre ve Mullet, 1998; Orhun, 1998; Crider, 1998; Şenay, 2002; Cengiz, 2006; Pitta-Pantazi, Christou ve Zachariades, 2007; Duatepe-Paksu, 2008; Avcu, 2010) ortaokul öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili anlayışlarını ölçülebilir veriler ışığında ifade etmekten daha çok derinlemesine yansıtacak sınırlı sayıda çalışma olduğu tespit edilmiştir. Bu çalışmalar incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerine yönelik çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Üstelik bu tür araştırmaların 4+4+4 eğitim sisteminden önce yapıldığı görülmektedir. Gerekli literatür taraması sonucunda diğer çalışmalara nazaran çalışmamız daha detaylı bir şekilde incelenecektir. Dolayısıyla sayıların üslü sayılar konusunda tam sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etme, hesaplama, üslü gösterimlerini rasyonel şekilde ifade etme, sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade etme, işlem yapma gibi alt başlıklarını ele alan detaylı araştırmalara ihtiyaç vardır. Ayrıca 2012-2013 eğitim-öğretim

yılında değişen 4+4+4 eğitim sisteminden sonra sayıların üslü sayılar konusunda yapılan pek fazla çalışma yapılmamış olması bu araştırmayı gerekli kılmaktadır.

1.2. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın belirtilen amaçlarına ulaşabilmek için araştırmanın genel problem cümlesi 'Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?' sorusu oluşturmaktadır. Bu problemin çözümü için cevap aranan alt araştırma soruları şunlardır:

- *Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplamadaki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Sayıların üslü gösterimlerini rasyonel gösterim biçimlerinde ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini ifade etme ve hesaplamadaki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Sayıların üslü ifadeleri ile ilgili toplama ve çıkarma işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Sayıların üslü ifadeleri ile ilgili çarpma ve bölme işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*
- *Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanılığları nelerdir?*

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanılığlarını belirlemektir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Sayılar ve aritmetik matematik eğitiminin temel yapı taşlarından biridir. Ama bu konular dört işlem kuralları, çarpım tablosu, yazılı hesaplama becerileri ile sınırlı olmamalıdır. Bu sınırlılık sebebiyle pek çok kişi matematik dersinin kurallar ve formüllerden oluştuğunu düşünebilir ve matematik dersini algılaması zor bir ders olarak görebilir.

Sayılar günlük hayatta da sık sık karşılaştığımız kavramlardır. Sayılar içinde yer alan üslü sayılar da bilim okuryazarlığı ve matematik okuryazarlığı içinde bulunmaktadır. Sayıların çok büyük veya çok küçük olduğu durumlarda üslü sayılardan faydalanılır. On sayısının negatif ya da pozitif kuvvetlerini kullanma öğrencilerin problem çözmelerini, akıl yürütmelerini, soyut, eleştirel düşüncelerini, ilişkilendirmelerini ve karar vermelerini kolaylaştırır. Daha üst düzey düşünme becerilerini geliştirmenin yanı sıra birçok matematik konularının (logaritma, köklü ifadeler, bilimsel gösterim vb.) temelini oluşturması nedeniyle erken yaşlarda üslü sayılarla ilgili kazanımların verilmesi öğrencilerin sayı duyularının gelişimine yardımcı olur (İymen, 2012). Ayrıca üslü sayılar farklı disiplinlerde ve ilköğretim ile sonraki öğretim kademelerinde çok sık karşılaşılan bir kavramdır. Üslü sayılar konusu öğrencilerin en çok zorlandıkları ve kavram yanlışlarına uğradıkları konuların başında gelir (Durmuş, 2004). Üslü sayılarda yaşanan zorluklar, öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmelerine neden olmakta ve fen konularında çalışma yapmaktan uzaklaşmaktadır. Üslü sayılar ile ilgili güçlüklerin önüne geçebilmek için öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili hata ve yanlışların belirlenmesi önemlidir. Bu sebeple, bu araştırma kapsamında 8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili hata ve kavram yanlışlarının ayrıntılı olarak incelenmesinin alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Alan yazın incelendiğinde (Sastre ve Mullet, 1998; Orhun, 1998; Crider, 1998; Şenay, 2002; Cengiz, 2006; Pitta-Pantazi, Christou ve Zachariades, 2007; Duatepe-Paksu, 2008; Avcu, 2010) farklı sınıf düzeylerinde öğrencilerin üslü sayılar konusunda çeşitli araştırmaların yapıldığı dikkat çekmektedir. Ancak 8. sınıf Türk öğrencilerine yönelik araştırmaların sınırlı olduğu ve ülkemizdeki 4+4+4 eğitim sisteminden önce yapıldığı görülmektedir. Bu nedenle bu araştırma kapsamında sayıların üslü sayılar konusunda tam sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etme, hesaplama, üslü gösterimlerini rasyonel şekilde ifade etme, sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade etme ve işlem yapma konularındaki hata ve kavram yanlışlarının detaylı olarak incelenmesi alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırmanın çalışma grubunu 2018-2019 eğitim öğretim yılı Uşak ilindeki farklı yerleşim yerlerinden rastlantısal örnekleme yoluyla seçilmiş beş ortaokuldaki 225 öğrenci ile sınırlıdır.
- Bu çalışmada gerçekleştirilen uygulama ile elde edilen veriler sadece uygulamanın yapıldığı ortaokulda bulunan sınıflardan rastgele seçilen 8. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
- Sayıların üslü gösterimi konusunda hazırlanan 17 yazılı cevap gerektiren kavram yanılgıları belirleme testi ile sınırlıdır.

1.6. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmanın bulgularının doğru analiz edilmesi ve yorumlanması amacıyla;

- Çalışma grubu kapsamındaki veri toplama aracında açık uçlu soruların ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin düzeyini doğru olarak yansıttığı,
- Araştırma kapsamında olan öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorular samimi cevaplar verdikleri ve kendi matematiksel bilgi ve düşüncelerini kullanarak yanıtladıkları varsayılmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın teorik alt yapısını oluşturmak amacıyla kavram yanılığı ve önemi, kavram yanılığında öğretmen bilgisinin önemi, kavram yanılığı türleri, üslü sayıların günlük hayatımızdaki yeri ve önemi, matematik öğretim programında kazanımlar ve üslü sayıların yeri, üslü sayılar konusunda yapılan çalışmalar ve kavram yanılığlarından kısaca bahsedilmiştir.

2.1. Kavram Yanılığı ve Önemi

Matematik eğitimi literatüründe matematik öğreniminde karşılaşılan zorlukları ifade etmek için birçok farklı terimin, çoğunlukla da birbirlerinin yerine, kullanıldığı bilinmektedir. 'Zorluk' (difficulty), 'kavram yanılığı' (misconception) ve 'hata' (error) terimleri öğrencilerin matematik öğreniminde karşılaştıkları güçlüklerin ifade edilmesinde en sık kullanılanlar arasında gelmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2014).

'Zorluk' kapsamlı bir kavram olup, öğrencilerin matematik öğrenimi ile ilgili karşılaştıkları güçlükleri genel olarak ifade etmek için kullanılan bir terimdir. Bu özelliğinden dolayı kavram yanılığı ve hatayı da kapsayan bir kavramdır. Zorluk teriminin bu özelliğinden ötürü öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler daha çok 'kavram yanılığı' altında incelenmektedir. Zorluk ve hata terimlerinin anlaşılmasını da mümkün kılacağını düşündüğümüz bu inceleme, öncelikle kavram yanılığının ne olduğunun açıklanmasını gerekli kılmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2014).

Kavram yanılığı, sistematik hataya sebep olan algı biçimi olarak tanımlanabilir. Algı ise kişinin uyarıları anlamlı hale getirmesidir. Kavram yanılığının oluşmasında kişilerin herhangi bir konuyu o konunun uzmanlarından farklı şekilde algılamış olmaları söz konusudur (Adıgüzel, 2013).

Kavram yanlışlığının ne olduğunu tarif edebilmek için öncelikle ‘öğrenme’ konusuna hangi merceklerle baktığımızı açıklığa kavuşturması gerekmektedir. Ülkemizdeki okullarda hala birçok öğretmen tarafından kullanılmasına rağmen, davranışçı ekolün öne sürdüğü tezlerin artık günümüzde eğitim ve öğretime dair gereksinimlere cevap veremediği kabul görmektedir. Öğrenme, davranışçı ekolde olduğu gibi doğrudan bilgi transferi şeklinde düşünülürse öğrencinin algısının hiçbir önemi yoktur. Eğer öğrencilerin algıları doğrudan anlatımla düzeltilebilir ve geliştirilip uzman algılarına eşdeğer hale gelinceye kadar ilerletilebilirse, o halde niçin öğrencilerde kavram yanlışlıklarına rastlanmaktadır? Bu sorunun cevabını şu şekilde vermek mümkündür. Hammer ‘a (1996) göre kavram yanlışlarının temelini kuvvetli ve sabit bir biçimde varolan algılar, uzmanlarınkinden farklılaşan algılar, öğrencilerin anlamalarını etkileyen algılar ve bir konuda uzmanlaşabilmenin önünde engel teşkil eden algılar oluşturmaktadır. Dolayısıyla doğrudan aktarımla düzeltilmeye çalışılan algılar kalıcı ve kuvvetli oldukları ve öğrencilerin olaylara bakış açılarını etkiledikleri için doğrudan anlatım etkili ve verimli bir sonuç vermemekte ve hatta daha başka yanlışların da ortaya çıkmasına sebep olmaktadır (Zembar, 2010).

Öğrenmeye karşı bakış açısı aynı zamanda ‘kavram yanlışlığı’ ile basit anlamda ‘hatanın’ karıştırılmasına, birbirlerinin yerine kullanılmalarına yol açmaktadır. Hata (error), kavram yanlışlığının bir sonucudur. Bu doğrultuda kavram yanlışlığı sistemli bir biçimde hata üreten algı biçimi (Smith diSessa ve Roschelle, 1993) olarak da ifade edilebilir ki bu da önceki tanımında belirtildiği gibi öğrenci algısının uzman algısından uzaklaştığına işaret eder. Yani kavram yanlışlığına sahip bir öğrenci bunun sonucu olarak problem çözümünde veya belli konularda hatalı yaklaşımlar kullanabilmekte ve hatalı sonuçlara ulaşabilmektedir. Burada öğretmenlerin odaklanması gereken şey hatadan çok hatanın kaynağı olan kavram yanlışlığı ve dolayısıyla yanlışlığın kökeninde yatan algı biçimi olmalıdır (Zembar, 2010). Hatanın kendisinden ziyade hataya neden olan sürecin iyi irdelenmesi gerekir. Bu kavram yanlışlığının kökenine inerek hangi algının bu tarz bir kavram yanlışlığına ve sonucunda da bahsi geçen hataya öğrencileri sürüklediğini belirlemek gerekir.

Matematik kavramları daha çok somut olmayan yapıları sebebiyle yanlış anlaşılması olası kavramlardır. Bu kavramlar öğretilirken, neyi neden yapacağını bilme anlamına gelen ilişkisel anlama (Skemp, 1978) gerçekleşmezse öğrencide kavram yanlışlıkları ya da kavramla ilgili öğrenmelerde güçlükler oluşabilmektedir. Anlamli öğrenmenin gerçekleşeceği bir öğrenme ortamı oluşturmak yerine öğrencilerin bazı kurallar ve algoritmaları ezberlemeye

yönlendirilmesi, işlemsel ve kavramsal bilgilerin ilişkilendirememesi gibi sebeplerle kavramların tam olarak anlaşılması güçleşmekte ve hatta kavram yanılgıları ortaya çıkabilmektedir (NCTM, 2000). Anlamlı öğrenme, öğrenenin var olan birikimiyle yeni bilgi arasında bir ilişki kurması halinde gerçekleşir (Ausubel, 1960) ve ancak öğrenenin zihnindeki şemalarla yeni bilginin bağlantısının kurulması sağlanırsa oluşur. Bu sebeple matematiğin temel kavramlarının zihinde iyi yapılanması, daha sonra öğrenilecek üst düzeydeki kavramların da zihinde iyi yapılanmasını kolaylaştıracaktır. Böylece zihinde oluşacak kavramsal yapılar, kavramsal analizi ve doğru sonuç çıkarmayı hızlandıracaktır (MEB, 2005).

Kavramların doğru bir şekilde anlamlandırılmadan öğrenilmesi öğrencilerde kavram yanılgılarının oluşmasına ve artmasına neden olmaktadır. Kavram yanılgısı, öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılamasıdır. Yanılgılar, bireyin ön öğrenmeleri, yanlış inanışları ve tecrübeleri sonucu ortaya çıkan davranışlardır. Doğal olarak, öğrenciler yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler (Yılmaz, 2007).

Eğitim-öğretim alanında yapılan çalışmaların birçoğu, öğrencilerin kavram yanılgılarını ve bilgi eksikliğini belirlemek, bunları telafi etme yolları ile ilgili çalışmalar yapmaktır. Çünkü kavram yanılgıları anlamlı öğrenmede büyük bir engel teşkil etmektedir. Bununla birlikte kalıcı olan yanılgıların zamanında giderilmemesi, matematik öğretiminin hedeflerine ulaşması için büyük güçlükler oluşturmaktadır. Geleneksel öğretim yöntemleri yanılgıların oluşmasında önemli bir faktör olarak ön plana çıkmaktadır (Lawson and Thompson, 1988; Ubuz, 1999; Marek vd., 1994).

Öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin düştükleri hataları tespit etmek ve gidermek oldukça önemlidir. Matematik yığılmalı bir bilim dalı olduğundan öğrenilen her bir kavram sonraki kavram ya da kavramlar için bir basamak olmaktadır. Yani matematik konularının büyük çoğunluğu sarmal bir düzende olduğu için önceki öğrenmelerle yeni öğrenmelerin ilişkilendirilmesi önemlidir. Bu nedenle herhangi bir kavramın öğrenilmesindeki güçlük ya da kavrama ilişkin edinilmiş yanlış bilgi daha sonra birçok kavramın öğrenilmesinde güçlükler yaşanmasına, kavramların yanlış algılanmasına neden olabilir (Duatepe-Paksu, 2010). Burada öğretmenin rolü, çocuğun bu kavramları zihninde oluşturmaya yardımcı olmak ve bu amaçla uygun öğretim ortamı hazırlamaktır. Kavram bilgisinin tam olarak kazandırılabilmesi için, konu ile ilgili tanımlar, özellikler eksiksiz ve doğru olarak verilmelidir. Ayrıca bir kavram öğretilirken o kavramın ne olduğunun yanı sıra ne olmadığını da verilmesi gerekir. Bu

durum çocuğun zihninde, o kavramın ne olduğunun ya da neler olamayacağını netleşmesinde yardımcı olmaktadır (Küçük ve Demir, 2009).

Kavram yanlışlarının öğrenmeye verdikleri engellerden biri yeni öğrenilecek bilgilere ket vurmasıdır. Böylelikle öğrenciler belki de bilgileri yapılandırmak yerine onları ezberlemeyi tercih etmektedirler. Bu alışkanlık pekiştikçe öğrencilerde; anlamadan ezberleyerek, öğrendiğini zannetme düşüncesi yerleşmektedir. Öğrenme olmadan gerçekleşen ezberlemelerle de hiçbir zaman öğrenme sayesinde ortaya çıkması beklenen ürünler elde edilemez. Bu durum da verimsiz, anlamsız bir öğrenme çabasına dönüşür. Bir ürüne dönüşmeyen öğrenme çabaları, bireyin öğrenme etkinliklerinden zevk duymasını engellediğinden bireyin zamanla öğrenmeyi yorucu bir süreç olarak görmesine ve ondan soğumasına neden olacaktır (Arnaz, 2006).

Alan yazı incelendiğinde üslü sayılar konusunda öğrenciler güçlükler ve kavram yanlışları yaşamakta, üslü sayının tanımını, tanımda geçen taban ve üs kavramlarını içselleştirmemiş oldukları görülmektedir. Üslü sayılar matematiğin birçok alanında başka disiplinlerde kullanılıyor olmasına rağmen genellikle öğrenciler tarafından günlük hayatla ilgisi olmayan, zor, gereksiz ve karışık işlemler ve kavramlar olarak tanımlanmaktadır (Şenay, 2002). Bunun sebebi olarak, bu konuların günlük yaşamda kullanılmıyor olması ve öğrencilerin gözünde soyut kalması gösterilmektedir. Ayrıca bu güçlükler, üslü sayı duyusunun oluşmamasından ve doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılarda geçerli olan tüm kuralların üslü sayılara genellenebileceği yanlışından kaynaklanmaktadır.

2.2. Kavram Yanlışlarında Öğretmen Bilgisinin Önemi

Öğrencilerde oluşan kavram yanlışlarının giderilmesinde en önemli faktörlerden biri de öğretmen ve öğretmen adaylarının konu alan ve pedagojik alan bilgileridir. En genel anlamda öğretmenlerin öğretecekleri konuya ilişkin ne bildikleri ve bu bilgilerin en iyi şekilde nasıl sunduklarıdır. Konu alan bilgisi iyi olan öğretmenlere duyulan ihtiyaç duyulması nedeniyle son yıllarda eğitimcilerin ve araştırmacıların, öğretmenlerin alan bilgilerine odaklanmalarına ve önem vermelerine neden olmuştur (Hill, Rowan, & Ball, 2005; Crespo & Nicol, 2006). İyi bir öğretim programı için öğretmenlerin sahip olması gereken konu alan ve pedagojik alan bilgilerinin önemi birçok çalışmada da vurgulandığı görülmektedir (Ball, Thames, & Phelps;

2007; Crespo & Nicol, 2006; Hill, Schilling, & Ball, 2004; Tirosh, 2000; Tirosh & Graeber, 1991).

Öğrencilerin konuyu anlaması öğretmenin gerekli kural ve bilgileri vermesinden ibaret değildir. Alan bilgisi ‘kuvvetli’ olan öğretmenler derslerinde yüzeysel bilgi ve kurallar yerine detaylara iner, konuyu diğer konularla ilişkilendirir ve kitaba bağlı kalarak konu işlemezler (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Konu alan bilgisi güçlü olan öğretmenlerin problem çözme ile araştırma yapmaya önem verdikleri ve kavramlar arası ilişkileri vurguladıkları belirtilmiştir (Borko & Putnam, 1996). Diğer yandan ise, alan bilgisi zayıf olan öğretmenlerin genellikle matematiksel doğruları ve gerçekleri mantıksal açıklamalar yapmadan bulunmuş kurallar şeklinde sunmayı ve ders planlarına bağlı kalarak ders anlatmayı tercih ettikleri saptanmıştır. Even (1990) konu alan bilgisi eksik olan öğretmenlerin kendi kavram yanılgılarının ve yanlış anlamalarının öğrencilere de aktarabileceklerini diğer yandan ise kavram bilgisi kuvvetli olan öğretmenlerin öğrencilerine işlemlerin ardındaki kavramsal bilgiyi verebileceklerini savunmuştur.

Ne var ki, sadece iyi bir alan bilgisine sahip olmak konuyu en etkin bir şekilde sunabilmek için yeterli değildir. Öğretmenlerin sahip oldukları bu matematiksel bilgileri en güçlü gösterimler kullanarak öğrenciler için anlaşılabilir ve kullanılabilir hale getirmeleri gerekmektedir. Anlamlı öğrenme için öğretilcek matematiksel kavram ve becerilerin çok iyi derecede biliniyor olması, bu bilgileri problem durumlarında doğru bir şekilde kullanabilmenin göstergesi olmadığı belirtilmiş asıl önemli olanın o bilgiyi öğrenciler için anlamlı kılmak olduğu vurgulanmıştır (Ball, Thames, & Phelps, 2007). Başka bir deyişle, birçok matematik eğitimcisi öğretmenlerin matematiksel kavramları iyi bilmelerinin yeterli olmadığını aynı zamanda bu bilgilerin öğrencilere en etkin bir şekilde aktarabilmesinin gerekliliğini savunmuştur (Ball & Thames, & Phelps, 2007; Ma, 1999). NCTM (1989, 2000) matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerini geliştirmeleri gerekliliğini ve öğretmenlerin matematiksel konu ve kavramları öğrencilere nasıl sunacaklarını ve öğrencilere konulara farklı perspektiflerden bakmayı öğretebilecek bilgiye sahip olmaları gerekliliğini belirtmiştir. Buna paralel olarak, Milli Eğitim Bakanlığı'nın matematik özel alan yeterliklerinde öğretmenlerin sayılar, geometri, ölçme, olasılık ve istatistik ile cebire yönelik alan bilgisine sahip olmaları ve bu bilgileri öğretim sürecinde etkin bir biçimde kullanabilmenin önemi belirtilmiştir (MEB, 2009).

2.3. Kavram Yanılgısı Türleri

Mevcut literatür taraması kavram yanılgılarının farklı özelliklere sahip olduğunu ve dolayısıyla türlerinin de var olduğunu göstermektedir. Bunlar; aşırı genelleme (overgeneralization), aşırı özelleme (overspecialization), yanlış tercüme (mistranslation) ve kısıtlı algılama (limited conception) başlıkları altında tanımlanmaktadır (Graeber ve Johnson, 1991; Zembat, 2008).

a) Aşırı Genelleme: Zembat (2008, s.43) yaptığı literatür taramasında büyük oranda Graeber ve Johnson'ın (1991) çalışmasına dayanarak aşırı genellemeyi şu şekilde tarif etmektedir: “Belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır.” Başka bir deyişle matematiğin sadece bir alanında veya konusunda geçerli olabilecek bir kuralın ya da prensibin sanki bütün matematiksel konularda geçerli olduğunun düşünülmesidir. Burada dikkat edilirse söz konusu olan öğrenenin kural, prensip veya kavrama ilişkin sahip olduğu kavrayıştır. Çarpma kavramıyla ilgili bir özelliğin sadece doğal ve tam sayılarda geçerli olmasına rağmen aşırı genellenmesi sonucu ortaya çıkan kavram yanılgısının bu türüne şu örnek verilebilir; “ çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür ” (Graeber, 1993). Çarpma işlemi için, örneğin, 12×15 işlemini ele alalım. Bu işlemin sonucu 180'dir. Burada gerçekten de çarpma işleminin sonucunun çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğu görülmektedir. Çarpma işlemi ile ilgili bu tür işlemleri sürekli yapan bir öğrenci “ çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan ya da çarpılandan daha büyüktür ” türü bir kavrayış geliştirebilmektedir. Bu kavrayış $(2/3) \times (1/5)$ türünden bir çarpma işlemi yapıncaya kadar geçerliliğini ve muhtemelen sonrasında bile varlığını devam ettirebilme özelliğine sahiptir. Öğrencinin aşırı genellemeyi içeren bu kavrayıştan yola çıkarak $(2/3) \times (1/5)$ çarpımının, çarpan ve çarpılandan daha büyük olduğu sonucuna varması aşırı genellemeye örnek olarak gösterilebilir (Bingölbali ve Özmantar, 2015, s. 6).

Öğrencilerin üslü sayılarla karşılaştıkları genelleme, sayının üssün üssünü bulurken üs durumundaki iki sayıyı toplayıp sonucu üs olarak kabul ettikleri görülmüştür. Örneğin, bazı öğrenciler $(7^2)^4 = 7^{2+4} = 7^6$ biçimde işlem yapmışlardır. Bu hatanın sebebi öğrencilerin tabanları aynı olan sayılarla çarpma işlemi yaparken üslerin toplanması kuralını üslü sayının üssünü bulma işlemine yanlış şekilde genellemeleridir (Crider, 1998).

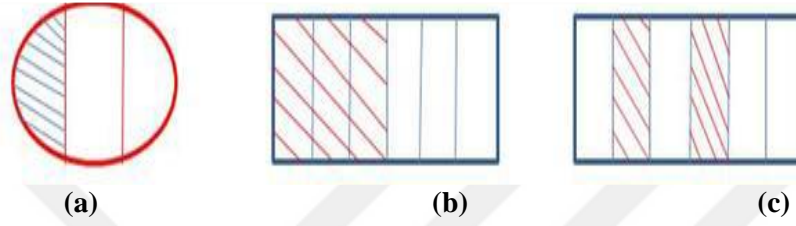
Yapılan çalışmalarda, bazı öğrenciler hem tabanın hem de üssün negatif olması durumunda ‘negatifle negatifin çarpımı pozitifdir’ düşüncesinin yanlış bir şekilde genellenmesiyle sayının değerinin pozitif olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Bu şekilde düşünen öğrenciler $-a^{-4} = a^4$ eşit olduğunu söylemektedir (Şenay, 2002).

Bazı öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde üslerin toplanıp çıkarılması kuralını yanlış bir şekilde tabanları farklı üsleri eşit olan üslü sayılarla yapılan işlemlere genelledikleri belirlenmiştir. Örneğin $2^4 \times 5^4 = (2 \times 5)^{4+4} = 10^8$ ya da $9^4/3^4 = (9/3)^{4-4} = 3^0$ biçiminde tabanları çarpıp/bölüp eğer ortak üs varsa üsler arasında toplama ya da çıkarma işlemi yapmaktadırlar (Şenay, 2002).

b) Aşırı Özelleme: Aşırı özelleme, belli bir sınıfa ait olan bir kural, prensip veya kavrama, o sınıfın tümüne ait olmayan bir özelliği temel alarak, bir kısıtlama konulması olarak tanımlanmaktadır. Bir başka ifadeyle tüm sınıfın yalnızca bir alt sınıfta geçerli olan kural, prensip veya kavramlar ile kısıtlanması ve genelden daha özel bir yapıya dönüştürülmesi şeklinde açıklanabilir (Zembat, 2015a, s. 48). Aşırı özelleme için örnek olarak denklem çözümünden verilebilir. Denklem sistemleri ile ilgili araştırmalar esnasında ve ya bu konunun öğretiminde öğrencilere genelde bazı denklemlerin çözülmesi istenir ve çözümünde $x^2 = -2$ gibi ifade ile karşılaştıklarında denklemin kökünün olmadığını düşünürler (Heid ve Zembat, 2007). Aslında bu sonuç belli kısıtlamalar altında doğrudur. Eğer çalışılan sayı sistemi reel sayılara kısıtlı ise sonuç doğru ama kompleks sayılar da bu sistem dahil ediliyorsa sonuç yanlıştır. Dolayısıyla ‘denklemin kökü yoktur’ sonucu tüm sayı sistemlerinin dahil olduğu bir ortamdaki kök kavramının sadece reel sayılar için geçerli olan bir kök kavramına aşırı özellenmesini doğurmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2015, s. 9).

c) Yanlış Tercüme: İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zincirine yanlış tercüme denilmektedir. Örnek olarak sık sık rastlanan hatalardan birisi öğrencilere “2 sayısını 1/2’ye bölünüz” denildiğinde bu cümleyi “ $2 \div (1/2)$ ” olarak tercüme etmektense “ $2/2$ ” olarak tercüme etmeleridir (Ma, 1999). Küçük gibi görünen bu hatanın temelinde bölme kavramının tam olarak yapılandırılmamış olması yatmaktadır. Bölmeyi bir sayının içindeki diğer bir sayının adedini saptamak olarak algılamayan, çarpma ile bölmeyi bu anlamda birbirine karıştıran [$2 \div (1/2) = 2 \times (1/2)$ gibi], elde edilecek sonucun bölen ve bölünen cinsinden manasını göz ardı eden bir öğrenci bu zincirleme hataların bir sonucu olarak yanlış tercüme yanlılığına düşebilir (Zembat, 2015a, s. 49).

d) Kısıtlı Algılama: Bir kavramın kısıtlı (veya olması gerekenden zayıf) olarak anlaşılması bu kavramın kısıtlı olarak algılanmasını meydana getirmektedir. Kesirler hakkındaki kısıtlı kavram bilgisi şu şekilde örneklendirilebilir. “Aşağıdakilerden hangisi $1/3$ 'ü gösterir? ” tarzındaki bir soruya Şekil 1.1a'daki şekli cevap olarak seçen öğrencilerin (Lesh, Post ve Behr, 1987) kesirleri kısıtlı kavradıkları ve bunların neticesinde de kısıtlı algıladıkları söylenebilir (Zembat, 2015a, s.50).



Şekil 1.1 Kesirlerdeki kısıtlı algılamaya bir örnek, $1/3$ örneği.

Kesri “bir bütünü belli sayıda parçaya bölmek” ya da “belli sayıda parçaların kombinasyonu” olarak kısıtlı algılayan bir öğrencinin yukarıdaki yanıtı vermesi çok normaldir. Eş parçalama kavramı parçalama işleminde aktif olarak kullanılmazsa bu tür sonuçların çıkması olasıdır (Zembat, 2007). Diğer taraftan üslü ifadeler bağlamında 2^4 ile 4^2 nin aynı sayıya eşit olduğunu fark edememiş olması kısıtlı algılamaya örnek teşkil etmektedir.

2.4. Üslü Sayıların Günlük Hayatımızdaki Yeri ve Önemi

Matematik; sayı saymadır, hesaplama yapmaktır, sayı ve şekilleri ilişkilendiren bilim dalıdır, yaşam biçimidir, problem çözümedir, evrensel bir dildir. Aslında matematiği tüm özelliklerini kapsayacak şekilde tek bir cümle ile özetlemek, tanımlamak oldukça zordur. Düşünme becerilerimizi geliştiren matematik, olaylara daha farklı açılardan bakabilmeyi, görebilmeyi sağlamaktadır (Zihar, 2018).

Sayılar hayat boyu karşılaştığımız kavramlardır. Günlük hayatta kullanılan sayılardan farklı olarak; matematik, fizik, kimya, biyoloji, mühendislik, astronomi gibi bilim dallarında çok küçük veya çok büyük sayılarla karşılaşılır. Bir atomun kütlesi, gezegenlerin dünyaya uzaklığı, insan beynindeki nöronların sayısı, ışığı saniyedeki hızı, avogadro sayısı, hidrojen atomunun yarıçapı bu sayılara örnek olarak verilebilir. Üslü ifadeler, bu tür sayıların daha kısa gösteriminde kullanılır. Çok büyük veya çok küçük sayıları üslü olarak ifade etmek bu

sayıları kullanırken büyük kolaylık sağlar. Sayıların bir çeşit gösterim şekli olarak düşünülebilecek üslü ifadeler, çok küçük ve çok büyük sayıların bilimsel gösterimi, doğal sayılar ve ondalık kesirleri çözümlenmede 10'un negatif ve pozitif kuvvetlerini kullanma gibi birçok konuda öğrencilerin akıl yürütme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için olanak sağlar. İleri matematikte de logaritma, köklü ifadeler gibi birçok konunun temelini oluşturur (Bayram, 2013). Dolayısıyla, üslü ifadeler okuldaki öğretimde üzerinde durulması ve erken yaşlarda temelinin atılması gereken konular arasında yer almaktadır.

2.5. Matematik Öğretim Programında Kazanımlar ve Üslü sayıların Yeri

Ortaokul matematik programına bakıldığında, doğal sayılarla işlemler ünitesi içerisinde yer alan üslü sayılar konusu 5.sınıfta %16'lık, 6.sınıfta % 8'lik, 7. sınıfta tam sayılarla işlemler ünitesi içerisinde yer alan üslü sayılar konusu %17'lik 8.sınıfta üslü sayılar ünitesinde %8'lik kazanım oranına sahiptir. Fakat matematikteki kavramlar birbirine bağlı olduklarından, bir konunun sadece kendi ünitesi içinde değil, diğer üniteler içinde de detaylı olarak işlendiği göz ardı edilmemelidir. MEB (2009) programında, 8. sınıflar için üslü ifadelerle ilgili dört kazanım yer almaktadır. Bunlar:

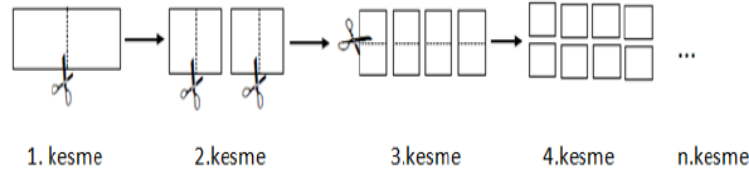
- *Bir tam sayının negatif kuvvetini belirler ve rasyonel sayı olarak ifade eder.*
- *Ondalık kesirlerin veya rasyonel sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımını üslü olarak yazar ve değerini belirler.*
- *Üslü ifadelerle çarpma ve bölme işlemlerini yapar.*
- *Çok büyük ve çok küçük pozitif sayıları bilimsel gösterimle ifade eder.*

Programda sekizinci sınıflar için, bir tam sayının negatif kuvvetinin ne anlama geldiğini göstermek için örüntülerden yararlanılarak Şekil 1.2'deki gibi bir etkinlik gösterilmiştir (MEB, 2009). Şekil 1.2'de görüldüğü gibi bu etkinlikte öğrencilerden örüntüden faydalanarak bir tam sayının negatif kuvvetini keşfetmeleri beklenmektedir. Üslü ifadelerde çarpma işleminin kuralını öğrencilere keşfettirmek için ise Şekil 1.2'de belirtilen etkinlik önerilmiştir:

$$\begin{array}{l}
3^4 - 81 \\
3^3 - 27 \\
3^2 = 9 \\
3^1 - 3 \\
\vdots
\end{array}
\begin{array}{l}
:3 \\
:3 \\
:3 \\
:3 \\
\vdots
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
3^0 - 1 \\
3^{-1} - \frac{1}{3} \\
3^{-2} = \frac{1}{9} \\
\vdots
\end{array}
\begin{array}{l}
:3 \\
:3 \\
:3 \\
\vdots
\end{array}$$

Şekil 1.2. Sekizinci sınıf programındaki negatif sayı bulmayla ilgili bir etkinlik

6. sınıfta ise aynı şekilde cebir öğrenme alanı, örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanında; “Doğal sayıların kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder ve üslü niceliklerin değerini belirler.” şeklinde kazanım yer almaktadır (MEB, 2009; s. 207). Buna ilişkin Şekil 1.3’deki etkinlik önerilmiştir:



Şekil 1.3. Kendileriyle tekrarlı çarpımı etkinliği (MEB, 2009)

Şekil 1.3’teki etkinlikte öğrencilere birer kâğıt şerit dağıtılır. Makas ile kâğıt şeridi ortadan ikiye kesmeleri, oluşan eş parçaların her birini tekrar ikiye kesmeleri ve bu işlemi devam ettirmeleri istenir. Kesme sıra numarasını ve kesme sonucunda oluşan parça sayısını Tablo 1.1’in ilgili satırlarına yazmaları sağlanır (s. 207). Bu etkinlikte her bir kesmede oluşan parça sayısı bir öncekinin iki katı olduğundan, öğrencilerin Tablo 1.1 doldurulduğunda oluşan parça sayılarının 2’nin kuvvetleri olduğunu fark etmeleri ve adım sayısını genelleyerek oluşan parça sayısını, 2^n şeklinde üslü olarak ifade edebilmeleri beklenir.

Tablo 1.1. Altıncı sınıf programındaki üslü ifadelerle ilgili etkinlik

Kesme sıra numarası	Oluşan parça sayısı	Kendisiyle tekrarlı çarpım	Sayıların üslü gösterimi
1	2	2	2^1
2	4	2×2	2^2
3	8	$2 \times 2 \times 2$	2^3
4	16	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^4
...
n	n tane	$2 \times 2 \times \dots \times 2$ n tane	2^n

6. sınıflar için başka bir etkinlikte ise; hesap makinesindeki x^2 ve x^n tuşlarının işlevlerini öğrenmek için bu tuşları kullanılarak değişik sayıların değişik kuvvetlerini bulma etkinliklerinin yaptırılması önerilmiştir. Bunun dışında 10'un kuvvetlerinin öğrencilere fark ettirilip, 10 sayısının kuvvetine göre sayının sonunda kaç tane sıfır olması gerektiğinin öğrencilerin keşfetmesi istenmiştir (MEB, 2009).

7. sınıfta ise üslü ifadelerle, cebir öğrenme alanı, örüntüler ve ilişkiler alt öğrenme alanında karşılaşılmaktadır. Kazanım olarak; “Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.” (s. 279) belirlenmiştir. Etkinlik olarak ise; öğrencilere bir tam sayı seçtirilip, bu sayının pozitif kuvvetleri hesaplatılmıştır. Etkinlikte sayı negatif olduğunda hangi durumlarda sonucun pozitif, hangi durumlarda negatif olduğunun da öğrencilerin keşfetmeleri beklenmektedir (MEB, 2009).

2013 yılı şubat ayında, değişen sistemle birlikte, 5-8 arası sınıflar için ortaokul matematik müfredatı yayınlanmıştır (MEB, 2013). Bu yeni programda üslü ifadelerle ilgili küçük değişiklikler yapılmıştır. Üslü ifadelerle yönelik tüm kazanımlar öncekinden farklı olarak sayılar ve işlemler öğrenme alanına alınmıştır. Yayınlanan programda sadece öğrenme alanı ve kazanımlar açıklanırken, bunlarla ilgili etkinliklere eski programdaki gibi ayrıntılı olarak yer verilmemiştir.

5. sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanında üslü ifadelerle ilgili “Bir doğal sayının karesi ve küpünü üslü olarak gösterir; değerini bulur.” (s. 4) kazanımına yer verilmiştir.

6. sınıfta ise üslü ifadeler, sayılar ve işlemler öğrenme alanında, doğal sayılar ve işlemler alt öğrenme alanında “Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder ve üslü niceliklerin değerini belirler.” (s.13) kazanımı yer almaktadır.

7. sınıfta ise sayılar ve işlemler öğrenme alanında üslü ifadelerin “Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.” (s. 25) kazanımıyla öğrencilere tabanın negatif tam sayı olduğu durumlarda, kuvvetin tek ve çift olmasına göre üslü ifadenin değerinin nasıl değiştiğinin fark ettirilmesi beklenmektedir.

8. sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanında, çarpanlar ve katlar alt öğrenme alanında üslü ifadelerle yönelik “Verilen pozitif tam sayıların çarpanlarını bulur; pozitif tam sayıları üslü

ifade ya da üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar.” kazanımı yer almaktadır. Bununla ilgili $288=25.32$ şeklinde bir pozitif tam sayının asal çarpanlarını bulmaya yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

Üslü ifadeler alt öğrenme alanında ise eski programdan farklı olarak 8. sınıflar için 5 kazanım bulunmaktadır. Bunlar:

- *Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplar, üslü ifade şeklinde yazar.*
- *Sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümler.*
- *Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar, birbirine denk ifadeler oluşturur.*
- *Sayıları 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade eder.*
- *Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade eder ve karşılaştırır (s. 34).*

Programa üslü ifadeler açısından genel olarak bakıldığında, üslü ifadelerin sembolik gösterimini fark ettirmeye, negatif kuvveti anlamaya ve üslü ifadelerle çarpma işleminin kuralını keşfettirmeye yönelik farklı etkinliklerin bulunduğu, kazanımlarda da üslü ifadelerle yönelik temel kuralların verildiği görülür. Üslü sayıların, negatif sayı kuvvetlerine, üslü sayılarla çarpma ve bölme işlemlerine, çok büyük ve çok küçük sayıların bilimsel gösterimlerine 8. sınıfta yer verilmiştir.

2.6. Üslü Sayılar Konusunda Yapılan Çalışmalar ve Kavram Yanılgıları

Sastre ve Mullet (1998) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin a^n tipindeki ifadelerin büyüklüğünü tahmin etmek için taban ve kuvvet ile ilgili bilgilerini sezgisel olarak nasıl birleştirdikleri incelenmiştir. Araştırma grubu olarak 108 İspanyol öğrencisi seçilmiştir. Öğrencilere üzerinde 12 farklı sayının yer aldığı 12 kart verilmiştir. Kartların üstünde tabanları 5, 7 ve 9 ile üsleri 2, 3, 4 ve 5 sayılarının kombinasyonları ($5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 7^2, 7^3, 7^4, \dots$) olacak şekilde 12 farklı üslü ifade yazılmıştır. Öğrencilerden bu ifadelerin büyüklüklerin bir cetvel üstünde göstermeleri istenmiştir. Öğrencilere ilk olarak en büyük ve en küçük değer oldukları belirtilerek 5^2 ve 9^5 sayılarının yer aldığı kartlar ve daha sonra diğer kartlar karışık sırada verilmiştir. Her öğrenci ile ayrı ayrı gerçekleştirilen uygulama yaklaşık 45 dakika sürmüştür. Analiz aşamasında öğrencilerin cetvel üstünde belirttiği yerler sayısal verilere çevrilmiştir ve daha sonrasında grafikler ile modeller oluşturulmuştur. Modellerde 5, 7 ve 9 tabanlarının her biri için bir eğri çizilmiştir. Örneğin 5

tabanına göre oluşturulan eğri, yatay ekseninde kuvvetler (2, 3, 4 ve 5) ve dikey ekseninde $5^2, 5^3, 5^4$ ve 5^5 ifadeleri için öğrencilerin belirttiği büyüklükler yer alacak şekilde 2 boyutlu bir düzlem üstünde gösterilmiştir. 7 ve 9 eğrileri de aynı şekilde çizilerek toplamda 3 eğri oluşturulmuştur. Öğrencilerin modellerinde tabanın ve üssün değeri büyüdükçe ifadenin değerinin büyüdüğünü görmüşlerdir. Burada öğrencilerin kullandıkları anahtar özellik taban olmuş ve ifadenin büyüklüğünü tabanın değerinin etkilediğini görmüştür. Burada öğrencilerin ifadenin büyüklüğünü oluştururken kullandıkları birleştirme formülleri $f(\text{taban} + \text{kuvvet})$ olmuştur. İkinci gruptaki öğrencilerin ifadenin büyüklüğünde kuvvetin etkisinin tabandan daha fazla olduğunu fark etmiştir. Bu gruptaki öğrencilerin kullandıkları büyüklük fonksiyonunun yine toplamsal fakat $f(\text{kuvvet} + \text{taban})$ olduğu belirtilmiştir. Üçüncü gruptaki öğrenciler tabanın etkisinin üssün seviyesi ile orantılı olduğunu fark etmiştir. Öğrencilerin kullandıkları büyüklük fonksiyonunun çarpımsal olarak $f(\text{kuvvet} \times \text{taban})$ olduğu belirtilmiştir. Bunların yanı sıra öğrencilerin üstel ifadeleri karşılaştırırken ve sezgisel olarak tahmin ederken zorlandıkları belirtilmiştir. Büyük yaştaki öğrencilerin büyüklüklere karar verirken çarpımsal modeli daha fazla ve küçük yaştaki öğrencilerin ise toplamsal modeli daha fazla kullanma eğiliminde olduğu görülmüştür.

Orhun (1998) tarafından yapılan çalışmada cebir öğretiminde üslü ve köklü ifadelerdeki kavram yanlışlarının tespiti üzerine yapılan araştırmada 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemlerde, üslü ve köklü ifadelerde ve cebirsel ifadeleri sadeleştirmede yaptıkları aynı hataları saptamak ve bazı cebirsel kuralların uygulama aşamasındaki yetilerini açığa çıkarma amacıyla sosyo-ekonomik düzeyleri farklı okullardan 249 öğrenciye, 10 tane açık uçlu işlem sorusu yöneltilmiş ve verilen cevapları değerlendirmiştir. Öğrencilerin yanıtlardan aşağıdaki sonuçlar çıkarılmıştır:

- Öğrencilerin bir sayının negatifinin karesi ile bu sayının karesinin negatifini ayırtmada zorlandıkları görülmüştür.
- Her zaman pozitif sayıların kareköklerinin tanımlı olduğu ve x sayısı negatifse $\sqrt{x^2} = x$ in yanlış olduğu pek çok öğrenci tarafından fark edilmemiştir.
- Karekök alma işlemi üzerine dağılma özelliğinin olmadığını, birçok öğrenci bilmemektedir.

Benzer bir araştırmayı farklı sınıf düzeyinde çalışan Crider (1998) ön lisans öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki yaşadığı zorlukları ve yapılan hataları belirlemek amacıyla çalışmasında birçok yanlış algı saptamıştır. Öğrenciler, üslü şekilde verilen sayıları sayı

doğrusunda konumlandırılmamış, bir sayının sıfırcı kuvvetini anlamlandıramamış ve çoğunluğu bir tamsayının sıfırcı kuvvetinin kendisine eşit olduğunu ifade etmiş, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerinin aynı olduğunu belirterek parantezin işlevini anlayamamış ve negatif kuvvetli üslü ifadelerle alakalı pek çok yanlış yapmışlardır. Bazısı taban üs kavramını tanımlayamadığı için sayının üssünde bulunan eksi işaretini tabanda olarak algılamış, bazısı ise negatif üslü ifadenin değerini bulurken üssü pozitifmiş gibi hareket ederek buldukları sayının başına eksi koymuşlardır. Negatif kuvvet ile ilgili gerçekleştirilen yanlışlardan birisi de üs pozitif olduğu zaman tabanı çarpan öğrencilerin üs negatif olduğunda bölme yapmalarıdır. Bir kısım öğrenciler ise negatif üslü tamsayının kuvvetindeki eksiği kaldırıp üssün çarpmaya göre tersini almışlardır. Bazı öğrenciler negatif üslü bir tam sayıyı $3^{-2} = 0,03$ şeklinde ondalık gösterim olarak düşünmüşlerdir. Ayrıca öğrencilerin x^n ve n^x ifadelerini ayırtamadıkları, bir sayının üssünün üssünü hesap ederken kuvvetleri topladıkları, üslü ifadenin üssünün üssünü bulurken her iki kuvvetin negatif olması durumunun zorluk yaşattığı, çarpım durumundaki üslü ifadelerde hem taban hem de kuvvetteki sayıları çarptıkları, tabanları aynı olan üslü ifadelerde toplama işlemi yaparken kuvvetleri de topladıkları gözlemlenmiştir (Akt., Duatepe Paksu, 2008).

Şenay (2002) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin üslü ve köklü ifadelerle yönelik sahip oldukları hataların ve yanlışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın örneklemini 9 farklı genel liseden 729 dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Öğrencilere araştırmacı tarafından geliştirilen 20 maddelik çoktan seçmeli bir test uygulanmıştır. Sonrasında öğrencilerin bir kısmı ile görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerin tabanları veya üsleri aynı olan ifadeler ile ilgili kuralları karıştırdıkları ve negatif kuvvete sahip üslü ifadeler ile işlem yapamadıkları belirtilmiştir. Örneğin “ $a^{-2} = 5^{-2} + 12^{-2}$ ise pozitif a değeri nedir?” sorusunda öğrencilerin $a = 5 + 12$ veya $a^{-2} = 25 + 144 = 169 = 13^2 \rightarrow a = 13$ şeklinde hatalar yaptıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerde bir üslü ifadenin belirtilen kuvvetini almada zorluklar yaşadıkları belirtilmiştir. Örneğin $(a^{-3})^2$ ifadesinde parantez dışındaki üssü, parantez içindeki üssün üssü gibi görerek ifadenin eşitini a^9 olarak bulmuşlardır. Öğrencilerin yaptıkları önemli hatalardan biri üssün işaretini tabanın işaretine etki ettirmek olmuştur. Örneğin öğrencilerden a^{-2} ifadesinin kuvvetindeki (-) değerinin tabana etki edeceğini düşünerek bu ifadenin $-a^2$ ifadesine eşit olduğunu belirtenler olmuştur. Genel olarak öğrencilerin negatif üssü tanımlama ve negatif üslü ifadeler ile işlem yapma konularında güçlük çektikleri belirtilmiştir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin üslü sayılar arasında çarpma

kuralını bilmedikleri görülmüştür. Örneğin $a \times (-a^4) \times (-a)^2$ ifadesini a^8 şeklinde yazdıkları görülmüştür.

Cengiz (2006) tarafından yapılan çalışmada genel lise öğrencilerinin rasyonel sayılar, üslü ifadeler ve köklü ifadeler konularındaki kavram yanlışları araştırılmıştır. Araştırmanın örneklemini 163 9. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Ölçme aracı olarak rasyonel sayılar bilgi testi, üslü ifadeler bilgi testi ve köklü ifadeler bilgi testi kullanılmıştır. Üslü ifadeler bilgi testinde 16"sı üslü ifadeleri kavrayabilme ve 6"sı üslü ifadelerde işlem yapabilme ile ilgili olacak şekilde 22 açık uçlu soruyu içerecek şekilde hazırlanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin sayıların sıfırncı kuvvetini alırken $a^0 = a$ veya $a^0 = 0$ şeklinde bir yanılgıya sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin bir reel sayının kuvvetini alırken tabanla üssü çarpma yanlışına sahip olduğu görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin $(-a)^2 = -a^2$ yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Araştırmacı tarafından bu öğrencilerin üslü sayıları kavrayamadıkları belirtilmiştir. Çalışmada öğrencilerin üslü ifadeler ile çarpma ve bölme ile ilgili kuralları uygularken çeşitli hatalar yaptıkları ve kuralları birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Örneğin öğrenciler $2^4 \times 2^2 \times 2^5$ ifadesi için 8^{11} , $2^{4 \times 2 \times 5} = 2^{40}$, $6^{4+2+5} = 6^{11}$ şeklinde hatalar yapmıştır. Araştırmacı tarafından üslü sayılarla çarpma ve bölme kuralını tam anlayamadıkları ve anlamlı öğrenme gerçekleşmediği için bu tür yanlışlıklar yapıldığı belirtilmiştir. Öğrencilerin tabanları aynı olan üslü ifadelerin çarpımı ile üsleri aynı olan üslü ifadelerin çarpımı ile ilgili kurallarını birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Örneğin bu yanılgıya sahip öğrenciler $2^4 \times 3^4 = 6^8$ veya $2^4 \times 3^4 = (2 + 3)^4 = 5^4$ şeklinde bir ifadeler yazmıştır. Bunun yanı sıra çalışmada belirtilen diğer bir yanılgı ise bölme işleminde tabanları veya üsleri bölmek olarak belirlenmiştir. Bu yanılgıya sahip olan öğrenciler $5^6 \div 5^3 = 5^2$ veya $5^6 \div 5^3 = 1^2$ ifadelerini oluşturmuştur. Bunun yanı sıra öğrencilerin çarpım ile ilgili kuralı $5^6 \div 5^3 = 5^9$ şeklinde bölmeye uyguladıkları da görülmüştür. Öğrencilerin tabanları aynı olan üslü ifadeleri bölme ile üsleri aynı üslü ifadeleri bölme kuralını birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Örneğin bu yanılgıya sahip bir öğrenci $9^{15} \div 3^{15} = 3^0 = 1$ şeklinde düşünmüştür. Bunların yanında öğrencilerin negatif üssü tam olarak kavrayamadıkları görülmüştür. Negatif kuvvete sahip üslü sayılarla ilgili bir yanılgı tabanla üslü çarpma şeklindedir. Diğer bir yanılgı ise hem tabanın çarpmaya göre tersini alma hem de üssün işaretini tabanın işareti ile çarpma olduğu görülmüştür. Araştırmada belirlenen diğer bir yanılgı parantez içindeki üssü parantez dışındaki üs ile toplamak olduğu belirlenmiştir. Örneğin bu yanılgıya sahip öğrenci $(3^2)^3 \times (5^3)^2 = 3^5 \times 5^5 = 15^5$ şeklinde işlem yapmıştır. Üslü sayılarda toplama işlemi ile ilgili belirlenen yanlışlardan biri üsleri aynı olan ifadeleri

toplarken doğrudan tabanları toplamaktır. Örneğin bir öğrenci $10^3 + 6^3 + 8^3 = 24^3$ şeklinde yanıt vermiştir. Bunun yanı sıra $2^4 + 2^4 + 2^4 = 6^{12}$ ifadesindeki gibi hem tabanları hem de kuvvetleri toplama yanılığısı belirlenmiştir. Öğrencilerin tabanları aynı üslü ifadeleri $3^3 + 3^4 + 3^2 = 3^{11}$ şeklinde toplamaya uyguladıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrenciler verilen herhangi üslü ifadeyi çarparken/bölerken $8^6 \div 4^2 = 2^3$ gibi direkt olarak tabanları çarpma ve bölme yanılığısına sahiptirler.

Pitta-Pantazi vd. (2007) tarafından yapılan çalışmada kavramsal değişim ve prototip teorisi yolu ile işlemsel ve kavramsal öğrenme bağlamları içerisinde öğrencilerin üslü sayı kavrayış seviyelerini tanımlamak ve analiz etmek amaçlanmıştır. Çalışmada öğrencilerin üslü sayı kavrayış geliştirmek için ilerleme seviyelerinin neler olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmanın örneklemini 202 lise öğrencisi oluşturmuştur. Tüm öğrenciler testin uygulanmasından 2 ay önce üslü ifadeler ile tanışmıştır. Ölçme aracı olarak 20 maddelik açık uçlu soruların yer aldığı “üslü sayılar başarı testi” kullanılmıştır. Ölçme aracının her bir maddesinde üslü sayı çiftleri verilmiştir ve aralarına ($>$, $=$, $<$) işaretlerinden birini hesap makinası kullanmadan yerleştirmeleri istenmiştir. Sorudaki ifadeler kağıt kalem ile hesaplanamayacak büyüklükte seçilmiştir. Testte yer alan maddeler üslü ifadelerin tabanlarının ve üslerinin negatif veya pozitif tamsayı veya rasyonel sayı olmasına göre alt gruplara ayrılmıştır. 8 soru aynı tabana sahip ve 12 soru aynı üsse sahip üslü sayı çiftlerini karşılaştırma ile ilgilidir. Öğrencileri üslü sayıları kavrayışlarına göre düzeylere ayırmak için

kümeleme analizi (LCA) yapılmıştır. Kümeleme analizi sonucunda öğrenciler düşük başarılı, orta başarılı ve yüksek başarılı olmak üzere 3 düzeye ayrılmıştır. Her düzeyden 10 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılarak verdikleri yanıtların ardında yatan akıl yürütmeleri incelenmiştir. Düzeyler, içerdikleri öğrencilerin özelliklerine göre kavram öncesi (pre-conceptual), kavramsal seviye (conceptual) ve yeniden oluşturabilme olarak adlandırılmıştır. 1. Seviyedeki öğrencilerin üslü sayılarla ilgili kavram görüntülerinin işlemsel anlayışa dayalı olduğu belirtilmiştir. Bu seviyedeki öğrenciler tekrarlı çarpım prototipini üslü ifadelerin tabanları pozitif kesirli sayı ve pozitif tam sayı olduğu durumlara genişletebilmiştir. Bu düzeydeki öğrencilerin büyük çoğunluğunun taban ve kuvveti doğal sayı olan maddeleri doğru yanıtladıkları görülmüştür. Bu gruptaki öğrencilerin doğal sayı elemanlarına sahip örneklerde geçerli olan kuralları farklı taban ve üsse sahip sayılara da uyguladıkları görülmüştür. Öğrenciler tekrarlı çarpma prototipini negatif üsse sahip ifadelere uygulayamamıştır. 2. seviyedeki öğrencilerin çoğunluğunun üslü ifadeleri $b^x \cdot b^y = b^{x+y}$

şeklinde parçalayabildikleri görülmüştür. Örneğin $23^8 < 23^{13}$ yanıtlarının nedenini $23^8 = 23^{13} \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23$ şeklinde açıklamıştır. Bu düzeydeki öğrencilerin en temel özelliği negatif tam sayı içeren üslü ifadeler ile ilgili kavramsal bilgi ve sembolik anlayışa sahip olmaları olarak belirtilmiştir. Bu gruptaki öğrenciler tekrarlı çarpımı prototipinin doğal sayılar ile sınırlı olmadığını kavramış ve negatif tam sayıya sahip üslü ifadeler için genişletebilmiştir. 3. gruptaki öğrenciler $a^{\frac{x}{y}}$ biçimindeki üslü sayıları kök kavramını kullanarak yeniden organize edebilmiştir. 3. Düzeydeki öğrencilerin tekrarlı çarpma prototipini tabanı ve üssü reel sayı olan ifadeler için genişletebildikleri görülmüştür. Örneğin bu gruptaki bir öğrenci $24^{\frac{3}{5}} = \left(24^{\frac{1}{5}}\right)^3 = (24)^{\frac{1}{5}} \times (24)^{\frac{1}{5}} \times (24)^{\frac{1}{5}}$ şeklinde açıklamıştır. Ayrıca aynı öğrenci $\left(24^{\frac{1}{5}}\right)$ ifadesi için kendisi ile 5 kez çarpıldığında $24^{\frac{1}{5}}$ 'ü veren sayı şeklinde bir açıklama yapmıştır.

Pitta-Pantazi, Christou ve Zachariades'in (2007) yaptıkları çalışmada, Güney Kıbrıs'taki ortaokul öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili bilgilerindeki mevcut durumu araştırmak ve öğrencilerin üslü ifade kavramını anlama seviyelerini belirlemek, bunu öğrencilerin kavramsal değişim aynı zamanda öğrencilerin prototip kavram ve yorumlamalarının etkisi çerçevesinde analiz etmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın örneklemini yaklaşık eşit sayıda erkek ve kız öğrenciden oluşan ve orta sınıf devlet okulundan gelen 202 ortaokul öğrencisi oluşturmuştur. Veriler 20 sorudan oluşan yazılı sorularla ve yarı yapılandırılmış görüşme yapıları olarak toplanmıştır. Öğrencilere soruları çözmek için 40 dakika süre verilmiştir. Her soruda öğrencilere bir çift üslü ifade verilip bilgisayar ve hesap makinesi kullanmadan verilen iki üslü ifadeyi karşılaştırmaları istenmiştir. Öğrencilerin üslü ifade ve sayı sistemi bilgilerine dayanarak soruları çözmelerini sağlamak için, karşılaştırılması istenen üslü ifade çiftleri, öğrencilerin yazılı hesap yaparak bulmalarını zorlaştıracak şekilde çok büyük sayılardan oluşturulmuştur. Öğrencilerden ayrıca yazılı olarak verdikleri yanıtları, kullandıkları yöntemleri veya yanıtı ulaşılmakta için kullandıkları özellikleri yazarak doğrulamaları istenmiştir. Yazılı doğrulamaların yanı sıra yapılan görüşmeler öğrencilerin düşüncelerinin daha nitel olarak analiz edilmesi sağlamıştır. Yazılı sorular iki farklı türden oluşmuştur. Birinci tür sorularda tabanlar aynı üsler farklı, ikinci tür sorularda ise üsler aynı tabanlar farklı şekilde verilmiştir ve her iki tür soru grubu kendi içinde alt türlere ayrılmıştır. Örneğin tabanları aynı olan üslü ifade karşılaştırma sorularında, üssün negatif veya pozitif olduğu iki farklı grup soru yer almıştır. Öğrencilerin farklı üslü ifade anlama seviyelerini araştırmak için

öğrenciler yazılı ölçeğin sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek başarılılar olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Test uygulamasından 1 hafta sonra ise her gruptan 10 kişi olmak üzere kişiyle daha ayrıntılı bilgi toplamak için görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda her gruptaki öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili gösterdikleri yetenekler temel alınarak üslü ifade anlama seviyesi modeli önerilmiştir. Bu modelde öğrenciler üslü ifade sorularında verdikleri yanıtlara göre üç seviyeye ayrılmıştır. 1. seviyedeki öğrencilerin, ön kavramsal düzeyde ve tam sayı olan üsler için tekrarlı çarpma yöntemini kullanmakta olduğu ve bu aşamada kullanılan sayıların pozitif olduğu; 2. seviyedeki öğrencilerin kavramsal seviyede ve prototip kavramların genişlemesi aşamasında oldukları, bu aşamada taban ve üslerin negatif olduğu durumlarda işlem yapılabildiği; seviye 3'ün ise yeniden yapılandırılmanın olduğu seviye olduğu ve bu seviyede bilgilerin yeniden organize edilmesinin söz konusu olduğu, bu aşamada olan öğrencilerin anlama düzeylerinin köklü sayılara kadar genişlediği, taban ve kuvvetin pozitif veya rasyonel sayı olduğu durumlarda da işlem yapabildiği tespit edilmiştir.

Duatepe-Paksu (2008) tarafından üslü ve köklü sayılar ile ilgili alan yazındaki çalışmalarda karşılaşılan güçlükler derlenmiştir ve bu güçlüklerin ortadan kaldırılması için çözüm önerilerinin yer aldığı bir çalışma yapılmıştır. Bunların yanı sıra ilköğretim ve ortaöğretim matematik ders programlarında üslü ve köklü sayıların veriliş biçimi değerlendirilmiştir. Araştırmacı tarafından üslü sayılara ilişkin alan yazında belirtilen güçlükler; üslü sayının değerini belirleyememe, sıfırcı kuvvetin anlamını algılayamama $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerini birbirinden ayırt edememe, negatif üssü algılayamama, x^n ve n^x ifadelerini birbirinden ayırt edememe, üssü çift olan bir sayının değerinin daima pozitif olduğunu fark edememe, üslü sayının kuvvetinin değerini bulmada zorlanma, toplama ve çıkarma işlemlerinde karşılaşılan güçlükler, çarpma ve bölme işlemlerinde karşılaşılan güçlükler ve negatif üslü ifadelerle işlemlerle karşılaşılan güçlükler olarak gruplandırılmıştır. Çalışmada üslü sayılar konusundaki yanlışların önlenmesi için üslü sayılar konusuna geçilmeden önce mutlaka tam sayılar, rasyonel sayılar, bu sayılarla dört işlem ve mutlak değer konularındaki bilgi eksikliklerinin giderilmesi gerektiği belirtilmiştir. Üslü sayılar konularında planlanacak etkinliklerin işlemsel bilgi yanında kavramsal bilgiyi de destekleyici olması gerektiğini belirtmiştir. Üslü sayılara ilişkin kuralları hazır olarak vermek yerine kurallara ve formüllere kendisinin ulaştığı etkinliklere yer verilmesi gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca konu öğretimi sırasında sık sık açık uçlu soruları içeren değerlendirmelerle yanlışların ve güçlüklerin belirlenmesi ve ek etkinlikler ile bu yanlışların giderilmesi gerektiği belirtilmiştir. Araştırmada öğretim sırasında üslü sayılar ile ilgili konuşma, tartışma, yazma ve dinleme gibi becerilerin

kullanıldığı etkinliklere yer verilmesinin öğrencilerin düştükleri yanılgıları belirlemede yardımcı olacağı belirtilmiştir. İlköğretim matematik ders programında bir sayının negatif ve 0. kuvvetini kendisinin keşfetmesine olanak tanındığı, üssü çift olan bir sayının değerinin daima pozitif olduğunu fark edememe yanılgısını gidermek için gerekli vurgunun yapıldığı ve üslü sayılar ile çarpma ve bölme kurallarını keşfetmelerine yönelik etkinliklerin yer aldığı görülmüştür. Ancak ondalık sayılar ve rasyonel sayıların kuvvetlerinin bulunması ile ilgili yeterli sayıda örnek ve etkinliğe yer verilmediği belirtilmiştir.

Avcu (2010) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin üslü ifadeleri karşılaştırırken gösterdikleri zihinsel performanslarında zihinlerindeki ilk örneklerin (prototip) rolünü incelemek amaçlanmıştır. Araştırma grubunu 2 farklı ilköğretim okulunda öğrenim gören 159 8. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Ölçme aracı olarak 20 maddelik açık uçlu soruların yer aldığı “üslü sayılar başarı testi” kullanılmıştır. Ölçme aracının her bir maddesinde üslü sayı çiftleri verilmiştir ve aralarına ($>$, $=$, $<$) işaretlerinden birini hesap makinası kullanmadan yerleştirmeleri istenmiştir. Sorudaki ifadeler kağıt kalem ile hesaplanamayacak büyüklükte seçilmiştir. Sorular her birinden iki tane olmak üzere 10 farklı prototipi içerecek şekilde hazırlanmıştır. Örneğin tabanı ve üssü doğal sayı olan 2, tabanı doğal sayı iken üssü negatif çift tamsayı olan 2 veya tabanı negatif tamsayı iken üssü negatif tek tamsayı olan 2 soru hazırlanmıştır. 20 sorunun 10’unda aynı üs ve 10’unda aynı tabana sahip üslü sayıların karşılaştırılması istenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan ifadeleri karşılaştırmaya yönelik sorularda yüksek başarıya sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin bu soru tipindeki başarılarının nedeni olarak üslü sayı öğretiminde bu prototipin sık kullanılması olabileceği belirtilmiştir. Öğrencilerin farklı sayı alanına sahip taban ve kuvveti içeren ifadelerin yer aldığı sorularda zihinsel karşılaştırmaları yaparken zorlandıkları ve düşük başarı gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin genel eğilimleri doğal sayı prototipindeki kuralları diğer sayı alanlarını içeren ifadeleri karşılaştırmak için kullanmak olmuştur. Örneğin bunlardan biri $(0,4)^{-10} \dots (0,4)^{-12}$ şeklindeki soru olmuştur. Burada öğrenciler tabanları aynı olduğu için yalnızca üslerini $-10 > -12$ şeklinde karşılaştırarak $(0,4)^{-10} > (0,4)^{-12}$ yanıtını vermiştir. Benzer bir yaklaşım en düşük başarının gösterildiği $(0,5)^{21} \dots (0,5)^{17}$ karşılaştırmasının yapılmasının istendiği soruda görülmüştür. Bu soru için benzer şekilde düşünen öğrenciler tabanları aynı olduğu için üsleri karşılaştırarak $(0,5)^{21} > (0,5)^{17}$ şeklinde yanıt vermiştir. Araştırmacı tarafından bu yaklaşımda tabanı ve üssü doğal sayıdan oluşan prototipin etkisinin açıkça görüldüğü belirtilmiştir. Bunun yanında “ $(-15)^{-13} \dots (-15)^{-17}$ karşılaştırmasında $(-)(-15)^{13} = 15^{13}$ şeklinde hatalarla

$(-)(-15^{17} = 15^{17}$ karşılaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin genellikle tekrarlı çarpmayı denedikleri görülmüştür. Bu yaklaşımın 2^{-1} ve $2^{\frac{1}{2}}$ gibi sayılarda anlamsız kaldığı belirtilmiştir.

Aydın (2011) çalışmasını 84 öğrenci ile yürütmüştür. 7 açık uçlu sorudan oluşan bir başarı testi uygulamıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin üslü sayılar ve ondalık sayılar konusunda eksiklerinin olduğu, üslü çokluğun kök ve logaritmasını anlamadıklarını, üslü ve ondalıklı sayıları toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerini yaparken güçlükler yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır.

İymen (2012) tarafından yapılan araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusuyla ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri açısından incelenmesini amaçlanmıştır. Bu çalışmanın pilot uygulaması bir devlet okulunda öğrenim gören üç 8. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Gerçek uygulamayı ise aynı devlet okulunda bulunan yirmi 8. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Mülakat yapılacak öğrencileri seçmek için Pitta-Pantazi, Christou ve Zachariades (2007) tarafından tasarlanan üslü ifadeleri kıyaslama testinden yararlanılmıştır. Araştırmadan elde edilen verilere göre 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusuna ilişkin sorularda sayı duyularından istenilen düzeyde faydalanamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin kısa süren ve pratik olan yolların yerine uzun işlemleri tercih ettikleri görülmüştür. Sayı duyusu kullanımını belirleyen önemli etkenin soru yapısı olduğu ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak sayı duyusu bileşenine ilişkin işlemlerin etkisini idrak etmede yetersizliklerin olduğu tespit edilmiştir.

Bayram (2013) tarafından yapılan araştırmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, bir devlet okulunun 8. sınıf öğrencilerinden 48 kişi oluşturmaktadır. Araştırmanın veri toplama araçlarını, araştırmacı tarafından geliştirilen “Üslü ifadelerle yönelik başarı testi” ve İymen (2012) tarafından geliştirilen “Üslü ifadelerle yönelik sayı duyusu ölçeği” oluşturmaktadır. Elde edilen veriler sonucunda ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifade sorularında sayı duyularını kullanma başarılarının düşük olduğu, üslü ifadelerle ilişkin başarılarının ise orta seviyede olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili aynı sorulardan aldıkları başarı puanlarının, sayı duyusu puanlarına göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Bunun dışında, sekizinci sınıf

öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin başarıları ve sayı duyuları yüksek derecede ilişkili bulunmuştur.

Yücesan (2013) tarafından yapılan araştırmada öğrenci merkezli eğitimde üslü ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerilerini belirlemiştir. Bu çalışmanın temel amacı 2005 yılında uygulanmaya başlanan kazanım merkezli öğretim modelinin ortaöğretim öğrencilerinin üslü ve köklü ifadelerdeki uygulamalarda hangi hatalara sıklıkta başvurduklarını ortaya çıkarmaya yönelik öğrenci merkezli sistemin kavram yanlışlarını ve öğrenme güçlüklerini ne oranda azalttığını araştırmaktır. Bu araştırmaya bağlı olarak matematik öğretmenlerinin öğrenci merkezli sistemi ne oranda benimseyip uyguladıklarını öğrenmek için hazırlanan 21 adet test sorusu 10. Sınıf öğrencisi arasından 623 öğrenci üzerinde uygulanmış ve sonuçlar analiz edilmiştir. Yapılan çalışmalar sonucunda yeni modelin kavram yanlışlarını azaltmada istenen başarıyı gösteremediği belirlenmiştir. Araştırma sonucuna bağlı olarak öğrenci merkezli öğretim sisteminin öğretmenler tarafından ne oranda benimsenip uygulandığını tespit edip, iyileştirilmesi adına nelerin yapılabileceği üzerinde durulup çözüm önerileri sunulmuştur.

Üslü sayı anlayışlarını ve kavram yanlışlarını inceleyen çalışmalarda;

- Öğrencilerin üstel ifadeleri karşılaştırırken ve sezgisel olarak bir tahminde bulunmada zorlandıkları (Sastre ve Mullet, 1998),
- Üslü sayılar için verilen “tekrarlı çarpım” yaklaşımının reel taban ve üsse sahip ifadeler için de anlamlandırılmasının gerekli olduğu (Pitta-Pantazi vd.,2007).
- 13-14 yaşlarındaki öğrencilerin üslü sayı büyüklüklerindeki artışın toplamsal olduğunu düşündükleri (Sastre ve Mullet, 1998),
- Öğrencilerin tabanı ve üssü doğal sayı olan ifadeleri karşılaştırmaya yönelik sorularda yüksek başarıya sahip oldukları, farklı sayı alanına sahip taban ve kuvveti içeren ifadelerin yer aldığı sorularda zihinsel karşılaştırmaları yaparken zorlandıkları ve düşük başarı gösterdikleri (Avcu, 2010),
- Farklı öğretim kademelerinde öğrencilerin üslü sayılara yönelik yaşadıkları zorluğun ve kavram yanlışlarının fazla olduğu (Avcu, 2010; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002),
- Yaşanılan bu zorlukların üslü sayının değerini belirleyememe, sıfırcı kuvvetin anlamını algılayamama, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerini birbirinden ayırt edememe, negatif

üssü algılayamama, x^n ve n^x ifadelerini birbirinden ayırt edememe, üssü çift olan bir sayının değerinin daima pozitif olduğunu fark edememe, üslü sayının kuvvetinin değerini bulmada zorlanma, toplama ve çıkarma işlemlerinde karşılaşılan güçlükler, çarpma ve bölme işlemlerinde karşılaşılan güçlükler ve negatif üslü ifadelerle işlemlerle karşılaşılan güçlükler olarak gruplandırılabilirliği belirtilmiştir (Duatepe-Paksu, 2008).

- Öğrencilerin bir sayının sıfırinci kuvvetinin sıfır olduğunu veya kendisine eşit olduğunu düşünme, üslü ifadeyi hesaplarken tabanla üssü çarpma gibi hatalar yaptıkları (Cengiz, 2006); üssün üssünü alırken de bazı hatalar yaptıkları görülmüştür (Şenay, 2002).
- Üsleri aynı ifadeleri toplarken tabanları direk toplama veya hem tabanı hem üssü toplama gibi hataların yapıldığı belirlenmiştir (Cengiz, 2006).
- Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgi çeşitli kavram yanlışlarının olduğu tespit edilmiştir (Cengiz, 2006).
- Öğrencilerin köklü sayıların üslerini almada hatalar yaptıkları, köklü sayılarla işlem yapmada zorlandıkları (Şenay, 2002) ve öğrencilerin köklü sayılarla ilgili olarak çeşitli kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir (Cengiz, 2006; Şenay, 2002).
- Öğrencilerin üslü ifadelerde çarpma yaparken hem tabanı hem üssü çarpma, bölme işlemi yaparken ise üsleri çıkarmak yerine üsleri birbirine bölme veya hem tabanı hem üssü birbirine bölme gibi hatalar yaptıkları görülmüştür (Cengiz, 2006). Ayrıca, öğrencilerin tabanları aynı olan üslü ifadeler ve üsleri aynı olan üslü ifadelerle ilgili kuralları, üslü ifadelerde çarpma ve bölmeyle ilgili kuralları birbirine karıştırdıkları belirlenmiştir (Şenay, 2002).
- Öğrencilerin negatif üs kavramını anlamakta zorluk yaşadıkları ve negatif üs olan üslü ifadelerde işlem yapmada zorlandıkları (Şenay, 2002); negatif üs almada sayıyı ters çevirmek yerine sayının önüne eksi işareti koyma gibi hatalar yaptıkları belirlenmiştir (Cengiz, 2006).
- Tabanın ondalık sayı, üssün doğal sayı olduğu durumlarda öğrencilerin üslü ifadeleri karşılaştırmada zorlandıkları; tabanın veya üssün negatif olduğu karşılaştırma sorularında da aynı şekilde öğrencilerin yanlışlığı; kısaca öğrencilerin üslü ifadeleri karşılaştırmadaki yeterliliklerinin tabandaki ve üstteki sayı formlarına göre çeşitlilik gösterdiği tespit edilmiştir (Avcu, 2010).

- Öğrencilerin yaş seviyesi arttıkça üslü ifadelerin büyüklüklerinin tabana ve üsse göre nasıl değiştiğini daha iyi kavradıkları ve üslü ifadelerin gerçek değerini daha iyi tahmin edebildikleri görülmüştür (Sastre ve Mullet, 1998).
- Öğrencilerde; üsteki değere bakmadan taban ne kadar büyükse, üslü ifadenin değerinin daha fazla olduğu, üs ne kadar büyükse üslü ifadenin değerinin de doğrusal bir şekilde arttığı, tabandaki sayının üslü ifadenin büyüklüğüne etkisinin üssün değeri ile orantılı olduğu gibi kavram yanılgılarının bulunduğu tespit edilmiştir (Sastre ve Mullet, 1998).
- Öğrencilerin verilen sayı formlarından tabanın ve üssün doğal sayı olduğu durumlarda üslü ifadeleri hesaplamada son derece başarılı olduğu belirlenmiştir (Avcu, 2010).
- Tabanın negatif olduğu üslü ifadelerde hatalı sonuçlar buldukları (Şenay, 2002) ve negatif sayıların tüm kuvvetlerinin değerlerinin negatif olduğunu düşünme gibi kavram yanılgılarının olduğu görülmüştür (Cengiz, 2006).

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama aracı, verilerin toplanması ve veri analizine yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Betimsel tarama modeli verilen bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlar (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Çalışma süresinde araştırmanın amacına uygun, en iyi şekilde hizmet eden mevcut durumu tespit etmek amacıyla tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modeli, geçmişte ve halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan yaklaşımlardır. Araştırmaya konu olan olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde var olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olan şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır (Karasar, 2005). Bu çalışmada üslü sayılar konusundaki kavram yanlışlarını belirleme testi'nden elde edilen öğrenci yanıtları analiz edilmiş, öğrencilerin hata ve kavram yanlışları tespit edilerek mevcut durum ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Araştırmada öğrencilerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlar, içerik analiziyle satır okunarak öğrenci hataları ve kavram yanlışları irdelenmiş, bu hatalar ve kavram yanlışları ve yanlışların olası nedenleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin ortak hata ve kavram yanlışlarından örnekler tarayıcı kullanılarak bilgisayar ortamına aktarılmış ve bulgular kısmında sunulmuştur.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2018-2019 öğretim yılında Uşak il merkezi, ilçe merkezi, belde ve köyde bulunan toplam 225 öğrenci oluşturmaktadır. Okulların seçiminde farklı başarı düzeyleri, sosyo-ekonomik durumları dikkate alınarak maksimum çeşitlilik olmasına özen gösterilmiştir. Çalışma grubu kapsamındaki okulların yerleşim yeri, öğrenci sayısı ve cinsiyet dağılımı Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Uygulama yapılan okulların yerleşim yerleri, öğrenci sayıları ve cinsiyet dağılımı

Yerleşim Yeri	Kız	Erkek	Toplam
İl Merkezi	44	46	90
İlçe Merkezi	35	40	75
Belde / Köy	32	28	60
Toplam	111	114	225

3.3. Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak 17 sorudan oluşan teşhis testi kullanılmıştır. Kavram yanlışlığı teşhis testinin geliştirme sürecinde Şenay’ın (2002) ‘Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma’ isimli çalışmasından, Yücesan’ın (2013) ‘Öğrenci merkezli eğitimde üslü ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerileri’ isimli çalışmasından Adıgüzel’in (2013) ‘İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8.sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılarla ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları’ isimli çalışmasından, Cengiz’in (2006) ‘Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma’ isimli çalışmasından yararlanılmıştır. Ayrıca üslü ifadeler ile ilgili kavram yanlışları konusunda yapılmış çeşitli araştırmalardan (Demetgül, 2001; Çavuş Erdem, 2013; İymen, 2012; Orhun, 1998), 8. sınıf matematik ders kitabından (MEB, 2018) ve yardımcı kaynaklardan yararlanılmıştır. Ortaokul 8.sınıf matematik dersi öğretim programındaki kazanımlar dikkate alınarak hazırlanan teşhis testi öncelikle dört matematik öğretmeni tarafından gözden geçirilmiş, gelen görüşler neticesinde kavram yanlışlarını ortaya çıkartmayacağı düşünülen sorular testten çıkartılmıştır. Ardından iki matematik eğitim uzmanının görüşü alınarak öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik yeni sorular eklenmiştir. Testin son halini dört matematik öğretmeni incelemiş ve soruların üslü ifadelerle ilgili kavram yanlışlarını ortaya çıkartmada etkili olacağını ifade etmiştir. Son olarak da iki

matematik eğitim uzmanının ve dört matematik öğretmenin görüşü alınarak açık uçlu ve çoktan seçmeli toplam 17 sorudan oluşan taslağın kapsam ve görünüş geçerliği sağlanmıştır. Bu araştırma kapsamında 8.sınıf matematik dersi kazanımlarına yönelik hazırlanan soruların kazanımlara göre dağılımı Tablo 3.2’de gösterilmiştir.

Tablo 3.2. Soruların Kazanımlara Göre Dağılımı

Kazanımlar	Soru No
Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme	S1a,S1b,S1c
Rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme	S2a,S2b,S2c,S2ç,S2d,S2e
Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama	S3a,S3b,S3c,S3d,S3e,S3f, S4a, S4b, S4c, S4d, S4e, S4f, S4g, S4h, S4g
Negatif üsle ifade edilen tam sayıları hesaplama	S5a,S5b,S5c,S5d,S5e
Rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama	S6a,S6b,S6c,S6d
Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etme	S7a,S7b
Sayıların ondalık gösterimlerini 10^n ’un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenme	S8a,S8b,S8c
10^n ’un tam sayı kuvveti verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturma	S9a,S9b,S9c
Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü olarak ifade etme	S10a,S10b,S10c,S10d, S10e,S10f
Sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri	S11a,S11b,S11c,S11d, S12a,S12b,S12c,S12d
Sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri	S13a,S13b,S13c,S13d, S13e,S14a,S14b,S14c, S14d,S14e
Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme	S15a,S15b,S16a,S16b
Bilimsel gösterimleri verilen sayıları sıralama	S17a,S17b

Taslak olarak oluşturulan testin geçerlik ve güvenilirlik çalışması için 2018-2019 eğitim-öğretim yılı birinci döneminde Uşak ilinde 8.sınıfta okuyan 100 öğrenci üzerinde pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulamada öğrencilerin sorulara verdiği cevaplara göre teşhis testindeki maddelerin madde gücü ve ayırt edicilik indeksleri hesaplanmıştır.

Madde güçlük indeksi: Bir test sorusunun gücü, o soruya doğru cevap veren öğrencilerin sayısının tüm öğrencilerin sayısına oranlanarak elde edilir. Madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değerler alır. Madde güçlük indeksinin 1’e yaklaşması maddenin kolaylaştığı, 0’a

yaklaşması ise maddenin zorlaştığı anlamına gelmektedir. Madde güçlük indeksinin 0,50 civarında olması maddenin orta güçlükte olduğunun göstergesidir (Özçelik, 1997).

Madde ayıricılık gücü indeksi: Bir maddenin ayıricılığı, bir maddenin bilen öğrencilerle bilmeyen öğrencilerin birbirinden ayırt edilebilirlik gücüdür. Madde ayıricılık gücü indeksi (-1) ile (+1) arasında değer almaktadır. Madde ayırt edicilik gücü 0 ile negatif olanlara teste yer verilmemesi, 0 ile 0,19 arasında olanlar eğer düzeltilemiyorsa testten mutlaka çıkartılması ve ayırt edicilik gücü 0,20-0,29 arasında olanların ise maddelerin düzeltilerek teste alınması önerilmektedir. Ayırt edicilik gücü 0,30 ile 0,39 arasında olanlar “iyi”, 0,40 ve üzerinde olan maddeler ise “çok iyi” madde olarak nitelendirilmektedir (Özçelik, 1997). Teşhis testinde yer alan 17 maddenin madde güçlük ve ayırt edicilik değerlerine Tablo 3.3’de yer verilmiştir.

Tablo 3.3. Madde Güçlüğü ve Madde Ayırt Ediciliği

Soru No	Madde Güçlüğü	Ayırt edicilik	Soru No	Madde Güçlüğü	Ayırt edicilik	Soru No	Madde Güçlüğü	Ayırt edicilik
Soru 1a	0,76	0,52	Soru 5a	0,44	0,93	Soru 11b	0,35	0,75
Soru 1b	0,72	0,54	Soru 5b	0,33	0,80	Soru 11c	0,41	0,82
Soru 1c	0,80	0,46	Soru 5c	0,34	0,89	Soru 11d	0,35	0,74
soru 2a	0,84	0,46	Soru 5d	0,38	0,92	Soru 12a	0,68	0,77
soru 2b	0,52	0,54	Soru 5e	0,34	0,87	Soru 12b	0,57	0,84
soru 2c	0,33	0,56	Soru 6a	0,50	0,92	Soru 12c	0,49	0,72
soru 2ç	0,51	0,69	Soru 6b	0,50	0,80	Soru 12d	0,48	0,77
soru 2d	0,54	0,67	Soru 6c	0,25	0,70	Soru 13a	0,58	0,87
soru 2e	0,54	0,59	Soru 6d	0,29	0,72	Soru 13b	0,29	0,74
Soru 3a	0,79	0,52	Soru 7a	0,87	0,39	Soru 13c	0,27	0,67
Soru 3b	0,52	0,82	Soru 7b	0,28	0,56	Soru 13d	0,42	0,72
Soru 3c	0,64	0,89	Soru 8a	0,53	0,93	Soru 13e	0,32	0,77
Soru 3d	0,65	0,74	Soru 8b	0,54	0,93	Soru 14a	0,55	0,89
Soru 3e	0,68	0,74	Soru 8c	0,48	0,95	Soru 14b	0,48	0,95
Soru 3f	0,73	0,72	Soru 9a	0,60	0,92	Soru 14c	0,28	0,59
Soru 4a	0,69	0,84	Soru 9b	0,54	0,97	Soru 14d	0,46	0,80
Soru 4b	0,65	0,84	Soru 9c	0,40	0,84	Soru 14e	0,21	0,59
Soru 4c	0,68	0,67	Soru 10a	0,64	0,82	Soru 15a	0,32	0,79
Soru 4d	0,51	0,79	Soru 10b	0,53	0,90	Soru 15b	0,35	0,77
Soru 4e	0,68	0,82	Soru 10c	0,28	0,54	Soru 16a	0,42	0,89
Soru 4f	0,76	0,62	Soru 10d	0,48	0,77	Soru 16b	0,44	0,82
Soru 4g	0,36	0,64	Soru 10e	0,31	0,54	Soru 17a	0,37	0,57
Soru 4h	0,57	0,79	Soru 10f	0,24	0,57	Soru 17b	0,20	0,59
Soru 4ı	0,63	0,48	Soru 11a	0,44	0,79			

Tablo 3.3 incelendiğinde teşhis testinde yer alan S5, S11, S13, S15, S16, S17 maddeleri madde güçlüğü bakımından “zor”, S1 maddesi “kolay”, diğerlerinin ise “orta” güçlüğüne sahip

olduğu anlaşılmaktadır. Tablo 3.3 madde ayırt edicilik bakımından incelendiğinde teşhis testindeki 7 seçeneğin (S7a, S11b, S11d, S13e, S15a, S15b, S17a) “iyi”, diğerlerinin ise “çok iyi” nitelikte ayırt edici olduğu görülmektedir. Tüm bu bulgular ışığında başarı testinin son halindeki maddelerin ayırt ediciliğinin 0,30 dan yüksek olduğu, madde güçlüğü değerleri bakımından test içerisinde hem zor hem kolay hem de orta düzeyde sorular olduğu söylenebilir.

Test güvenilirliği: Bir testin tesâdüfî hatalardan arınlık derecesi ve test maddelerinin testle olan tutarlılığı o testin güvenilirliği ile alakalıdır. Güvenirlik katsayısı 0 ile 1 arasında değerler alıp güvenilirlik katsayısının 0,70 değerinin üzerinde olması beklenmektedir (Büyüköztürk, 2016). Güvenirlik katsayısının 0,70 ve daha yüksek olması genel anlamda testin güvenilir olduğu şeklinde yorumlanmaktadır. Test maddeleri arasındaki iç tutarlılığı belirlemek için Kuder Richardson-20 (KR-20) kullanılır (Büyüköztürk, 2016). Teşhis testinin iç güvenilirlik analizi sonucu KR-20 güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve 0.92 olduğu belirlenmiştir. Bu yönüyle teşhis testinin güvenilir olduğu kabul edilmiştir.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmada uygulanan testler yeteri kadar çoğaltılarak bizzat araştırmacı tarafından, Uşak ili merkezi, ilçe merkezi, belde ve köyde bulunan amaçlı örnekleme yoluyla seçilmiş beş ortaokuldaki 225 sekizinci sınıf öğrencisine 40 dakika süre verilerek uygulanmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Veriler toplandıktan sonra araştırmacı her bir öğrenci çalışma kağıdı üzerinde öğrenci cevaplarını incelemiştir. Daha sonra sorular için öğrenci cevapları üç kategoriye ayrılmış, “Boş”, ”Yanlış” ve ”Doğru” olarak öğrenci çalışmaları değerlendirilmiştir. Veriler SPSS 17.0 programı kullanılarak değerlendirilmiştir. İlk bölümde doğru yanlış frekans tablosundan yararlanılarak her bir soru için hata oranı tespit edilmiş, öğrencilerin düştükleri kavram yanlışları ve hataları için örnekler verilmiştir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizinde ve kavram yanlış türlerinin belirlenmesinde betimsel analiz tekniği ve içerik analiz tekniği kullanılmıştır.

Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını içeren bir nitel veri analiz türüdür. Bu analiz türünde araştırmacı görüştüğü ya da gözlemiş olduğu bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verebilmektedir. Bu analiz türünde temel amaç elde edilmiş olan bulguların okuyucuya özetlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2003).

Betimsel analiz dört aşamada gerçekleşmektedir. Birinci aşamada araştırmacı araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ya da görüşme ve gözlemlerde yer alan boyutlardan hareket ederek veri analizi için bir çerçeve oluşturur. Böylece verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiş olur. İkinci aşamada, araştırmacı daha önce oluşturmuş olduğu çerçeveye dayalı olarak verileri okur ve düzenler. Bu süreçte verilerin anlamlı ve mantıklı bir biçimde bir araya getirilmesi önem taşımaktadır. Üçüncü aşamada araştırmacı düzenlemiş olduğu verileri tanımlar. Bunun için gerekli yerlerde doğrudan alıntılara da başvurmak zorunda kalabilir. Dördüncü aşamada araştırmacı tanımlamış olduğu bulguları açıklar, ilişkilendirir ve anlamlandırır. Araştırmacı bu aşamada ayrıca yapmış olduğu yorumları daha da güçlendirmek için bulgular arasındaki neden-sonuç ilişkilerini açıklar ve ihtiyaç duyulması durumunda farklı olgular arasında karşılaştırma yapar (Yıldırım ve Şimşek, 2003).

Bu araştırma kapsamında betimsel içerik analiz teknikleri kullanılarak analiz edilmiştir. Öğrenci cevapları içerik analizi yapılarak kavram yanlışlıklarını ve hata türleri için kategoriler oluşturularak kodlanmıştır. Her bir kod ve kategoriye ilişkin öğrenci cevaplarına yönelik örnekler sunulmuştur. Her bir kod ve kategori için güvenilirliği sağlamak amacıyla başka bir araştırmacıyla kodlama uyumu gerçekleştirilmiştir. Bu araştırma kapsamındaki sorulardaki kodlama uyumu % 84,4 ile % 99,5 arasında olduğu tespit edilmiştir. Kodlama uyumunun olmadığı durumlarda uzlaşma yoluna gidilmiştir.

İçerik analizi sözel, yazılı ve diğer materyallerin nesnel ve sistematik bir şekilde incelenmesine olanak tanıyan bilimsel bir yaklaşımdır (Tavşancıl ve Aslan, 2001). İçerik analizinde, dokümanlardan elde edilen nitel araştırma verilerinin işlenmesi, verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklinde dört aşama bulunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu çalışmada da, ilk aşamada belirlenen tarama ve seçim ölçütlerine göre kodlamalar yapılmış ve bu bağlamda çeşitli temalara ulaşılmıştır. Bu aşamadan sonra veriler düzenlenmiş,

temalara göre gruplanmış ve uygun olduğu durumlarda veriler sayısal hale getirilerek sunulmuştur. Son olarak, elde edilen bulgular yorumlanmıştır.



4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine bağlı olarak elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

4.1. Öğrencilerin Kendileriyle Tekrarlı Çarpım Şeklinde Verilen Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerini Üslü olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

Bu araştırma kapsamında sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımı şeklinde verilen ifadelerin tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla 'Soru-1'e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Öğrencilerin Soru-1'e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.1'de verilmiştir.

Soru 1: Aşağıdaki çarpma işlemlerini üslü sayı olarak yazınız.

a. $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) =$ b. $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) =$ c. $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) =$

Tablo 4.1. Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdelik dağılım (n=225)

Soru-1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini üslü sayı olarak yazınız.	Yanıt Türü	f	%
1a) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$	Boş	6	2,7
	Yanlış	49	21,8
	Doğru	170	75,6
1b) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$	Boş	14	6,2
	Yanlış	49	21,8
	Doğru	162	72,0
1c) $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$	Boş	10	4,4
	Yanlış	35	15,6
	Doğru	180	80,0

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-1a’da $(-7).(-7).(-7)$ şeklindeki sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımının üslü gösterimine ilişkin öğrencilerin %75,6’sı doğru cevap, %21,8’i yanlış cevap, %2,7’si boş cevap vermiştir. Soru-1b’ye ilişkin öğrencilerin %72’si doğru cevap, %21,8’i yanlış cevap, %6,2’si boş cevap vermiştir. Soru-1c’ye ilişkin öğrencilerin %80’i doğru cevap, %15,6’sı yanlış cevap, %4,4’ü boş cevap vermiştir. Tablo 3.1 incelendiğinde; yanlış cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımının üslü olarak ifade edilmesinde öğrencilerin yaklaşık %76’sı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin sayıların kendileriyle tekrarlı çarpımını üslü olarak ifade etmeyi öğrendikleri anlaşılmaktadır. Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etme ile ilgili öğrenci hata ve kavram yanılığı türlerine ilişkin bulgular Tablo 3.2’de özetlenmiştir.

Tablo 4.2. Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanılığları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
1a) $(-7).(-7).(-7)$	Tam sayının çarpımını üslü olarak ifade edememe	12	$(7)^{-3}$
		10	$(3)^{-7}$
		14	$(-7)^{-3}$
		13	$(7)^3$
1b) $(-\frac{1}{5}).(-\frac{1}{5})$	Rasyonel sayının çarpımını üslü olarak ifade edememe	17	$\frac{1}{25}$
		12	$\frac{1}{10}$
		10	$\frac{2}{10}$
	Rasyonel sayının çift kuvvetinde parantezi dikkate almama	8	$-\frac{1}{25}$
		2	-5^{-2}
1c) $(\frac{1}{4}).(\frac{1}{4}).(\frac{1}{4}).(\frac{1}{4})$	Rasyonel sayının çarpımını üslü olarak ifade edememe	23	$\frac{4}{256}$
		12	-4^4

Tablo 4.2 incelendiğinde görüldüğü gibi çarpım şeklinde verilen sayıların üslü gösterimiyle ilgili öğrencilerin 3 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Tam sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin çarpım şeklinde verilen tam sayıların üslü biçimde ifade edememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlığı türünü 12 öğrenci $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = (7)^{-3}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.1a) tabandaki sayıyı pozitif kabul edip negatif üs olarak belirtmiş, 10 öğrenci $(3)^{-7}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.1b) taban ile üssü ayırt edememiş, 14 öğrenci $(-7)^{-3}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.1c) sayının kuvvetini negatif üs olarak belirtmiş, 13 öğrenci de $(7)^3$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.1d) tabandaki sayıyı pozitif kabul etmiştir.

(a) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = (7)^{-3}$ (b) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = 3^{-7}$ (c) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = (-7)^{-3}$ (d) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = 7^3$

Şekil 4.1.1. Tam sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanlışlığı

ii) Rasyonel sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin çarpım şeklinde verilen rasyonel sayıların üslü biçimde ifade edememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlığı türü 1-b ve 1-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı rasyonel sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanlışlığı türünü yapmışlardır. Bu yanlışlığı türünü soru 1-b'de 17 öğrenci $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru bulmuş fakat üslü biçimde ifade edememiş, 12 öğrenci $\frac{1}{10}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.1e) sayıların işaretinin pozitifliğe dönüştüğünü düşünüp paydalarını toplamış, 10 öğrenci $\frac{2}{10}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.1f) sayıların pozitifliğe dönüştüğünü düşünüp hem paylarını hem paydalarını toplamıştır. Aynı zamanda bu yanlışlığı türünü soru 1-c'de 23 öğrenci $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4}{256}$ şeklinde ifade (Şekil 4.1g) ederek rasyonel sayıların paylarını toplayıp paydalarını çarpmış, 12 öğrenci de -4^4 şeklinde ifade ederek sayıyı negatif üs olarak göstermek (4^4) yerine tabandaki sayıyı negatif kabul etmiştir.

$$\text{b. } \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{10}$$

(e)

$$\text{b. } \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{10} \quad \text{c. } \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4}{256}$$

(f)

(g)

Şekil 4.1.2. Rasyonel sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanılığı

iii) Rasyonel sayının çift kuvvetinde parantezi dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin çarpım şeklinde verilen parantez içindeki negatif rasyonel sayıların çift kuvvetlerinde işaretin pozitifte dönüştüğünü fark edememe kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü soru 1-b maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı rasyonel sayının çift kuvvetinde parantezi dikkate almama yanılığı türünü yapmıştır. Bu yanılığı türünü 8 öğrenci $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{25}$ şeklinde ifade ederek sonucun hem pozitifte dönüştüğünü kavrayamamış hem de üslü biçimde belirtememiş, 2 öğrenci -5^{-2} şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif rasyonel sayıların çift kuvvetlerinde işaretin pozitifte dönüştüğünü fark edememiştir.

4.2. Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerini Üslü olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığları

Bu araştırma kapsamında rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığlarını belirlemek amacıyla 'Soru-2' ye verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-2'ye verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.3'de verilmiştir.

Soru 2: Aşağıdaki rasyonel sayıları üslü sayı olarak yazınız.

a. $64 =$

b. $-81 =$

c. $-\frac{1}{49} =$

ç. $\frac{1}{25} =$

d. $1000 =$

e. $-100 =$

Tablo 4.3. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-2	Yanıt Türü	f	%
Aşağıdaki rasyonel sayıları üslü sayı olarak yazınız.	Boş	15	6,7
	Yanlış	21	9,3
	Doğru	189	84,0
2a) 64	Boş	19	8,4
	Yanlış	88	39,1
	Doğru	118	52,4
2b) -81	Boş	32	14,2
	Yanlış	119	52,9
	Doğru	74	32,9
2c) $-\frac{1}{49}$	Boş	36	16,0
	Yanlış	75	33,3
	Doğru	114	50,7
2ç) $\frac{1}{25}$	Boş	33	14,7
	Yanlış	71	31,6
	Doğru	121	53,8
2d) 1000	Boş	29	12,9
	Yanlış	75	33,3
	Doğru	121	53,8
2e) -100	Boş	29	12,9
	Yanlış	75	33,3
	Doğru	121	53,8

Tablo 4.3’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-2a’da 64 şeklindeki tam sayının üslü gösterimine ilişkin öğrencilerin %84,0’ü doğru cevap, %9,3’ü yanlış cevap, %6,7’si boş cevap vermiştir. Soru-2b’ye ilişkin öğrencilerin %52,4’ü doğru cevap, %39,1’i yanlış cevap, %8,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-2c’ye ilişkin öğrencilerin %32,9’u doğru cevap, %52,9’u yanlış cevap, %14,2’si boş cevap vermiştir. Soru-2ç’ye ilişkin öğrencilerin %50,7’si doğru cevap, %33,3’ü yanlış cevap, %16,0’ı boş cevap vermiştir. Soru-2d’ye ilişkin öğrencilerin %53,8’i doğru cevap, %31,6’sı yanlış cevap, %14,7’si boş cevap vermiştir. Soru-2e’ye ilişkin öğrencilerin %53,8’i doğru cevap, %33,3’sü yanlış cevap, %12,9’si boş cevap vermiştir. Tablo 4.3 incelendiğinde; yanlış cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Rasyonel sayıların üslü gösteriminde öğrencilerin yaklaşık %55’i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeyi öğrendikleri anlaşılmaktadır. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etme ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.4’de özetlenmiştir.

Tablo 4.4. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
2a) 64	Tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	21	8^8
2b) -81	Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama	15	9^2
		17	$(-9)^2$
	Tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	17	-9^9
		16	3^{-4}
23	9^{-9}		
2c) $-\frac{1}{49}$	Negatif rasyonel sayının kuvvetinde işareti dikkate almama	30	7^{-2}
		15	$(-7)^{-2}$
	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	44	7^2
2ç) $\frac{1}{25}$	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	30	49^1
		45	5^2
2d) 1000	Tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	30	$\frac{1}{5^5}$
		35	100^2
2e) -100	Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama	36	100^{10}
		10	10^2
	Tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe	14	$(-10)^2$
		10	-50^2
		17	10^{-2}
24	-10^{-2}		

Tablo 4.4 incelendiğinde görülmektedir ki rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin üslü gösterimiyle ilgili öğrencilerin 4 tür kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tam sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü biçimde ifade edememe kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 2-a, 2-b, 2-d ve 2-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük çoğunluğu tam sayıları üslü olarak ifade edememe yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 2-a da 21 öğrenci $64 = 8^8$ şeklinde belirterek (Şekil 4.2a) tabanıyla üssünün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 2-b'de 17 öğrenci $-81 = -9^9$ şeklinde belirterek yine tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 16 öğrenci 3^{-4} şeklinde ifade ederek (Şekil 4.2b) tabandaki sayıyı pozitif kabul edip negatif üs olarak algılamış, 23 öğrenci 9^{-9} şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 2-d'de 35 öğrenci $1000 = 100^2$ şeklinde

belirterek 10'un kuvvetini yanlış ifade etmiş, 36 öğrenci 100^{10} şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 2-e'de 10 öğrenci $-100 = -50^2$ şeklinde belirterek sayının taban ile üssünün çarpımı olarak ifade etmiş, 17 öğrenci 10^{-2} şeklinde belirterek tabandaki sayıyı pozitif kabul edip negatif üs olarak ifade etmiş, 24 öğrenci de -10^{-2} şeklinde belirterek (Şekil 4.2c) tam sayının kuvvetini negatif üs olarak algılamıştır.

$$\text{a. } 64 = 8^3$$

(a)

$$\text{b. } -81 = 3^{-4}$$

(b)

$$\text{e. } -100 = 10^{-2}$$

(c)

Şekil 4.2.1. Tam sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü biçimde ifade edememe yanılığı

ii) Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin negatif tam sayıların kuvvetlerinde işareti dikkate almama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 2-b ve 2-e maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin bir kısmı negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 2-b'de 15 öğrenci $-81 = 9^2$ şeklinde belirterek negatif sayının işaretini dikkate almayıp üslü şekilde ifade etmiş, 17 öğrenci $(-9)^2$ şeklinde parantez içinde ifade ederek sayıyı pozitif dönüştürmüşlerdir. Soru 2-e'de 10 öğrenci $-100 = 10^2$ şeklinde ifade ederek negatif tam sayının önündeki işareti ihmal etmiş, 14 öğrenci de $(-10)^2$ şeklinde parantez içinde ifade ederek sayıyı pozitif dönüştürmüştür.

iii) Rasyonel sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade edememe kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 2-c ve 2-ç maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin büyük bir kısmı rasyonel sayının tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade edememe yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 2-c'de 44 öğrenci $-\frac{1}{49} = 7^2$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.2d) sayının negatif ve rasyonel olduğunu ihmal edip paydadaki sayıyı üslü olarak ifade etmiş, 30 öğrenci de 49^1 şeklinde ifade ederek hem önündeki işaretini hem de üssünü negatif sayıyla belirmemişlerdir. Soru 2-ç'de 45 öğrenci $\frac{1}{25} = 5^2$ şeklinde ifade ederek rasyonel sayıyı negatif üs şeklinde

belirtememiş, 30 öğrenci de $\frac{1}{5^5}$ şeklinde belirterek (Şekil 4.2e) sayının tabanıyla üssünün çarpımının sonucu ifade ederek yanılığa düşmüştür.

$$c. -\frac{1}{49} = 7^2$$

(d)

$$c. \frac{1}{25} = \frac{1}{55}$$

(e)

Şekil 4.2.2. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerini üslü biçimde ifade edememe yanılığı

iv) Negatif rasyonel sayının kuvvetinde işareti dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin negatif rasyonel sayıların kuvvetinde işareti dikkate almama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türünü soru 2-c’de 30 öğrenci $-\frac{1}{49} = 7^{-2}$ şeklinde ifade ederek sayının önündeki işareti dikkate almamış, 15 öğrenci $(-7)^{-2}$ şeklinde parantezle ifade ederek sonucu pozitif dönüştürmüşlerdir.

4.3. Öğrencilerin Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığları

Bu araştırma kapsamında tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığlarını belirlemek amacıyla ‘Soru-3’e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-3’e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.5’de verilmiştir.

Soru 3 : Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $3^4 =$

b. $-6^2 =$

c. $(-2)^5 =$

d. $(-4)^2 =$

e. $-5^3 =$

f. $4^3 =$

Tablo 4.5’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-3a’da 3^4 şeklindeki tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin öğrencilerin %78,7’si doğru cevap, %16,4’ü yanlış cevap, %4,9’u boş cevap vermiştir. Soru-3b’ye ilişkin öğrencilerin %51,6’sı doğru cevap, %44,0,1 yanlış cevap, %4,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-3c’ye ilişkin öğrencilerin %63,6’sı doğru cevap, %25,8’i yanlış cevap, %10,7’si boş cevap vermiştir. Soru-3d’ye ilişkin öğrencilerin %64,9’si doğru cevap, %27,6’sı yanlış cevap, %7,6’sı boş cevap vermiştir. Soru-3e’ye ilişkin öğrencilerin %68,0’ı doğru cevap, %25,3’ü yanlış cevap, %6,7’si boş cevap vermiştir.

Tablo 4.5. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdeler dağılımı

Soru-3	Yanıt Türü	f	%
3a) 3^4	Boş	11	4,9
	Yanlış	37	16,4
	Doğru	177	78,7
3b) -6^2	Boş	10	4,4
	Yanlış	99	44,0
	Doğru	116	51,6
3c) $(-2)^5$	Boş	24	10,7
	Yanlış	58	25,8
	Doğru	143	63,6
3d) $(-4)^2$	Boş	17	7,6
	Yanlış	62	27,6
	Doğru	146	64,9
3e) -5^3	Boş	15	6,7
	Yanlış	57	25,3
	Doğru	153	68,0
3f) 4^3	Boş	12	5,3
	Yanlış	49	21,8
	Doğru	164	72,9

Soru-3f’ye ilişkin öğrencilerin %72,9’u doğru cevap, %21,8’i yanlış cevap, %5,3’ü boş cevap vermiştir. Tablo 3.5 incelendiğinde; yanlış cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Tam sayıların tam sayı değerlerinin bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %67’si doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin tam sayıların tam sayı değerlerini öğrendikleri anlaşılmaktadır. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulma ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.6’de özetlenmiştir. Tablo 4.6 incelendiğinde görülmektedir ki tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmayla ilgili öğrencilerin 4 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencileri tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerini hesaplayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 3-a, 3-b, 3-c, 3-d, 3-e, 3-f maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin büyük çoğunluğu üslü olarak verilmiş tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini hesaplayamama yanılığın türünü yapmışlardır. Bu yanılığın türünü soru 3-a'da 37 öğrenci $3^4 = 12$ şeklinde belirterek (Şekil 4.3a) tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

Tablo 4.6. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanılığları

Soru No	Yanılığın Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
3a) 3^4	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	37	12
3b) -6^2	Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama	67	36
	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	17 15	-12 $\frac{1}{36}$
3c) $(-2)^5$	Parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama	30	32
	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	14 12	-10 $\frac{1}{32}$
3d) $(-4)^2$	Parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	32	-16
	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	18 12	8 $\frac{1}{16}$
3e) -5^3	Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama	19	125
	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	20 18	-15 $\frac{1}{125}$
3f) 4^3	Tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	49	12

Soru 3-b'de 17 öğrenci $-6^2 = -12$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 15 öğrenci $\frac{1}{36}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.3b) tabandaki sayının negatif olmasını negatif üs olarak düşünüp sonucu rasyonel ifade etmiştir. Soru 3-c'de 14 öğrenci $(-2)^5 = -10$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 12 öğrenci de $\frac{1}{32}$ şeklinde ifade ederek tabandaki negatif olmasını negatif üs olarak algılayıp rasyonel şekilde belirtmiştir. Soru 3-d'de 18 öğrenci $(-4)^2 = 8$ şeklinde belirterek parantez içindeki negatif sayının çift kuvvetinden ötürü pozitifeye dönüştürüp tabanla üssün çarpımının

sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 12 öğrenci de $\frac{1}{16}$ şeklinde ifade ederek tabandaki sayının negatif olmasını negatif üs olarak algılayıp rasyonel şekilde belirtmiştir. Soru 3-e'de 20 öğrenci $-5^3 = -15$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 18 öğrenci de $\frac{1}{125}$ şeklinde ifade ederek tabandaki sayının negatif olmasını negatif üs olarak algılayıp rasyonel şekilde belirtmiştir. Soru 3-f'de 49 öğrenci $4^3 = 12$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

a. $3^4 = 12$

(a)

b. $-6^2 = \frac{1}{36}$

(b)

Şekil 4.3.1. Tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerini hesaplayamama yanılışı

ii) Negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencileri negatif tam sayıların tam sayı kuvvetinde işareti dikkate almama kavram yanılışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılış türü 3-b ve 3-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş negatif tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini hesaplarken negatif işareti dikkate almama yanılış türünü yapmışlardır. Bu yanılış türünü soru 3-b'de 67 öğrenci $-6^2 = 36$ şeklinde ifade ederek tam sayının tam sayı kuvvetini doğru hesaplamış ancak işareti dikkate almamıştır. Soru 3-e'de 19 öğrenci $-5^3 = 125$ şeklinde ifade ederek tam sayının tam sayı kuvvetini doğru hesaplamış ancak işareti dikkate almamıştır.

iii) Parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama:

Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama kavram yanılışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılış türü soru 3-c maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş parantez içindeki negatif tam sayıların tek kuvvetinin değerlerini hesaplarken işaretin negatif olduğunu kavrayamama yanılış türünü yapmışlardır. Bu yanılış türünü 30 öğrenci $(-2)^5 = 32$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak işaretin negatif olduğunu kavrayamamıştır.

iv) Parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama kavram yanılığine sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığ türü soru 3-d maddesinde görülmüş olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş parantez içindeki negatif tam sayıların çift kuvvetinin değerlerini hesaplarken işaretin pozitifte dönüştüğünü kavrayamama yanılığ türünü yapmışlardır. Bu yanılığ türünü 32 öğrenci $(-4)^2 = -16$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak işaretin pozitifte dönüştüğünü kavrayamamıştır.

4.4. Öğrencilerin Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığları

Bu araştırma kapsamında tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığlarını belirlemek amacıyla ‘Soru-4’e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-3’e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.7’de verilmiştir.

Soru 4 : Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $(-1)^{23} =$

b. $(-1)^{2018} =$

c. $1^{2023} =$

d. $-1^{18} =$

e. $-1^{13} =$

f. $1^0 =$

g. $-6^0 =$

h. $(-64)^0 =$

ı. $0^5 =$

Tablo 4.7’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-4a’da $(-1)^{23}$ şeklindeki tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin öğrencilerin %68,9’u doğru cevap, %22,7’si yanlış cevap, %8,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-4b’ye ilişkin öğrencilerin %65,3’ü doğru cevap, %27,1’i yanlış cevap, %7,6’sı boş cevap vermiştir. Soru-4c’ye ilişkin öğrencilerin %68,0’ı doğru cevap, %21,8’i yanlış cevap, %10,2’si boş cevap vermiştir.

Tablo 4.7. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-4. Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.	Yanıt Türü	f	%
4a) $(-1)^{23}$	Boş	19	8,4
	Yanlış	51	22,7
	Doğru	155	68,9
4b) $(-1)^{2018}$	Boş	17	7,6
	Yanlış	61	27,1
	Doğru	147	65,3
4c) 1^{2023}	Boş	23	10,2
	Yanlış	49	21,8
	Doğru	153	68,0
4d) -1^{18}	Boş	19	8,4
	Yanlış	91	40,4
	Doğru	115	51,1
4e) -1^{13}	Boş	23	10,2
	Yanlış	49	21,8
	Doğru	153	68,0
4f) 1^0	Boş	19	8,4
	Yanlış	36	16,0
	Doğru	170	75,6
4g) -6^0	Boş	22	9,8
	Yanlış	123	54,7
	Doğru	80	35,6
4h) $(-64)^0$	Boş	19	8,5
	Yanlış	78	34,8
	Doğru	127	56,7
4i) 0^5	Boş	26	11,6
	Yanlış	56	25,0
	Doğru	142	63,4

Soru-4d'ye ilişkin öğrencilerin %51,1'i doğru cevap, %40,4'ü yanlış cevap, %8,4'ü boş cevap vermiştir. Soru-4e'ye ilişkin öğrencilerin %68,0'ı doğru cevap, %21,8'i yanlış cevap, %10,2'si boş cevap vermiştir. Soru-4f'ye ilişkin öğrencilerin %75,6'sı doğru cevap, %16,0'ı yanlış cevap, %8,4'ü boş cevap vermiştir. Soru-4g'ye ilişkin öğrencilerin %35,6'sı doğru cevap, %54,7'si yanlış cevap, %9,8'i boş cevap vermiştir. Soru-4h'ye ilişkin öğrencilerin %56,7'si doğru cevap, %34,8'i yanlış cevap, %8,5'i boş cevap vermiştir. Soru-4i'ye ilişkin öğrencilerin %63,4'ü doğru cevap, %25,0'ı yanlış cevap, %11,6'sı boş cevap vermiştir. Tablo 4.7 incelendiğinde; yanlış cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Tam sayıların tam sayı değerlerinin bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %61'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin tam sayıların tam sayı değerlerini öğrendikleri anlaşılmaktadır. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulma ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.8'de özetlenmiştir.

Tablo 4.8 incelendiğinde tam sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmayla ilgili öğrencilerin 6 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları görülmektedir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) 1' in kuvvetlerini kavrayamama : Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler 1'in tam sayı kuvvetlerini kavrayamama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 4-a, 4-b, 4-c, 4-d, 4-e, 4-f maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin büyük çoğunluğu üslü olarak verilmiş 1'in tam sayı kuvvetlerini kavrayamama yanlış türünü yapmışlardır.

Tablo 4.8. Tam sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerine ilişkin kavram yanlışlıkları

Soru No	Yanlış Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
4a) $(-1)^{23}$	1' in kuvvetlerini kavrayamama	24	-23
		12	$-\frac{1}{23}$
	Parantez içindeki -1' in tek kuvvetlerinin negatif olduğunu kavrayamama	15	1
4b) $(-1)^{2018}$	1' in kuvvetlerini kavrayamama	15	-2008
		18	2008
	Parantez içindeki -1' in çift kuvvetlerinin pozitif olduğunu kavrayamama	28	-1
4c) 1^{2023}	1' in kuvvetlerini kavrayamama	49	2023
4d) -1^{18}	1' in kuvvetlerini kavrayamama	20	-18
		17	18
	Tam sayının önündeki işareti ihmal etme	54	1
4e) -1^{13}	1' in kuvvetlerini kavrayamama	16	-13
		16	$-\frac{1}{13}$
	Tam sayının önündeki işareti ihmal etme	17	1
4f) 1^0	1' in kuvvetlerini kavrayamama	36	0
4g) -6^0	Sıfırıncı kuvvetini kavrayamama	74	0
	Tam sayının önündeki işareti ihmal etme	49	1
4h) $(-64)^0$	Parantez içindeki negatif tam sayının sıfırıncı kuvvetinin 1 olduğunu kavrayamama	15	-1
	Sıfırıncı kuvvetini kavrayamama	63	0
4ı) 0^5	Sıfırın kuvvetini kavrayamama	56	5

Bu yanlış türünü soru 4-a'da 24 öğrenci $(-1)^{23} = -23$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 12 öğrenci $-\frac{1}{23}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.4a)

sayının rasyonel olduğunu düşünüp paydayı tabanla üssün çarpımıyla belirtmiştir. Soru 4-b'de 15 öğrenci $(-1)^{2018} = -2008$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 18 öğrenci 2008 şeklinde belirterek (Şekil 4.4b) parantez içindeki -1'in çift kuvvetten dolayı pozitifeye dönüştüğünü anlamış ancak tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 4-c'de 49 öğrenci $1^{2023} = 2023$ belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 4-d'de 20 öğrenci $-1^{18} = -18$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini, 17 öğrenci ise 18 şeklinde belirterek (Şekil 4.4c) hem tam sayının önündeki işareti ihmal etmiş hem de tabanla üssün çarpımının sonucu olarak ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 4-e'de 16 öğrenci $-1^{13} = -13$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini, 16 öğrenci de $-\frac{1}{13}$ şeklinde belirterek sayının rasyonel olduğunu düşünüp paydayı tabanla üssün çarpımı olarak ifade etmiştir. Soru 4-f'de 36 öğrenci $1^0 = 0$ şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

The image shows four handwritten mathematical expressions labeled a, b, c, and d. Expression (a) is $(-1)^{23} = \frac{-1}{23}$. Expression (b) is $(-1)^{2018} = 2018$. Expression (c) is $-1^{18} = 18$. Expression (d) is $-1^{18} = -18$.

Şekil 4.4.1.1'in kuvvetini kavrayamama kavram yanılığı

ii) Parantez içindeki -1' in tek kuvvetlerinin negatif olduğunu kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler parantez içindeki -1'in tek kuvvetlerinin negatif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 4-a da karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilen parantez içindeki -1'in tek tam sayı kuvvetlerinin değerinin negatif olduğunu kavrayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü 4-a'da 15 öğrenci $(-1)^{23} = 1$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak işaretin negatif olduğunu kavrayamamıştır.

iii) Parantez içindeki -1' in çift kuvvetlerinin pozitif olduğunu kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler parantez içindeki -1'in çift kuvvetlerinin pozitif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 4-b de karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilen parantez içindeki -1'in çift tam sayı kuvvetlerinin değerinin pozitifeye dönüştüğünü kavrayamama yanılığı türünü

yapmışlardır. Bu yanlış türünü 4-b’de 28 öğrenci $(-1)^{2018} = -1$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak işaretin pozitifliğine dönüşümünü kavrayamamıştır.

iv) Tam sayının önündeki işareti ihmal etme: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler tam sayının önündeki işareti ihmal etme kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 4-d, 4-e ve 4-g maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük çoğunluğu üslü olarak verilmiş negatif tam sayının tam sayı kuvvetini hesaplarken tam sayının önündeki işareti ihmal etme yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü 4-d’de 54 öğrenci $-1^{18} = 1$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak tam sayının önündeki işareti ihmal etmiştir. Soru 4-e’de 17 öğrenci $-1^{13} = 1$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak tam sayının önündeki işareti ihmal etmişlerdir. Soru 4-g’de 49 öğrenci $-6^0 = 1$ şeklinde ifade ederek sonucu doğru hesaplamış ancak tam sayının önündeki işareti ihmal etmiştir.

v) Sıfırın kuvvetini kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler sıfırın kuvvetini kavrayamama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 4-ı maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş 0 tam sayısının tam sayı kuvvetini hesaplarken sıfırın kuvvetini kavrayamama yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü 4-ı’da 56 öğrenci $0^5 = 5$ şeklinde belirterek (Şekil 4.4d) tabanla üssün toplamının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

$$1. 0^5 = 5$$

(d)

Şekil 4.4.2. Sıfırın kuvvetini kavrayamama yanlışlığı

vi) Sıfırın kuvvetini kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler sıfırın kuvvetini kavrayamama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 4-g ve 4-h maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş tam sayının 0. kuvvetini hesaplarken sıfırın kuvvetini kavrayamama yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü 4-g’de 74 öğrenci $-6^0 = 0$ şeklinde belirterek (Şekil 3.4e) sıfırın kuvvetinin 1 olduğunu düşünmeyip tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 4-h’de 63 öğrenci $(-64)^0 = 0$ şeklinde belirterek sıfırın kuvvetinin 1 olduğunu düşünmeyip tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

$$g. -6^0 = 0$$

(e)

Şekil 4.4.3. Negatif sayının sıfırinci kuvvetini kavrayamama yanılığı

4.5. Öğrencilerin Tam Sayıların Negatif Tam Sayı Kuvvetlerinin Rasyonel Sayı Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

Bu araştırma kapsamında tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin rasyonel sayı değerlerini bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla 'Soru-5' e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-5'e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 3.9'de verilmiştir.

Tablo 4.9'de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-5a'da 7^{-2} şeklindeki tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin öğrencilerin %43,6'sı doğru cevap, %44,9'u yanlış cevap, %11,6'sı boş cevap vermiştir. Soru-5b'ye ilişkin öğrencilerin %32,9'u doğru cevap, %51,6'sı yanlış cevap, %15,6'sı boş cevap vermiştir.

Soru 5: Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $7^{-2} =$

b. $-10^{-2} =$

c. $-5^{-3} =$

d. $(-3)^{-3}$

e. $(-8)^{-2} =$

Soru-5c'ye ilişkin öğrencilerin %33,8'i doğru cevap, %46,7'si yanlış cevap, %19,6'sı boş cevap vermiştir. Soru-5d'ye ilişkin öğrencilerin %37,8'i doğru cevap, %44,9'u yanlış cevap, %17,3'ü boş cevap vermiştir. Soru-5e'ye ilişkin öğrencilerin %34,2'si doğru cevap, %48,4'ü yanlış cevap, %17,3'ü boş cevap vermiştir. Tablo 4.9 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin sayı değerlerinin bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %36'sı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin tam sayıların negatif tam sayı kuvvetinin değerlerini öğrenmelerinde zorlandıkları anlaşılmaktadır.

Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetinin değerlerini bulma ile ilgili öğrenci kavram yanılığı türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.10’da özetlenmiştir.

Tablo 4.9. Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin rasyonel sayı değerlerini bulmaya ilişkin yüzdelerlik dağılım (n=225)

Soru-5 Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.	Yanıt Türü	f	%
5a) 7^{-2}	Boş	26	11,6
	Yanlış	101	44,9
	Doğru	98	43,6
5b) -10^{-2}	Boş	35	15,6
	Yanlış	116	51,6
	Doğru	74	32,9
5c) -5^{-3}	Boş	44	19,6
	Yanlış	105	46,7
	Doğru	76	33,8
5d) $(-3)^{-3}$	Boş	39	17,3
	Yanlış	101	44,9
	Doğru	85	37,8
5e) $(-8)^{-2}$	Boş	39	17,3
	Yanlış	109	48,4
	Doğru	77	34,2

Tablo 4.10 incelendiğinde görölmektedir ki tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmayla ilgili öğrencilerin 5 tür kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Negatif üssü hesaplamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrenciler üslü olarak verilmiş tam sayıların negatif üssünü hesaplamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 5-a, 5-b, 5-c, 5-d, 5-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük çoğunluğu üslü olarak verilmiş tam sayıların negatif üssü hesaplamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 5-a’da 25 öğrenci $7^{-2} = -49$ şeklinde ifade ederek (şekil 4.5a) negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip tabandaki sayıyı negatif kabul edip 2.kuvvetini almış, 42 öğrenci 49 şeklinde ifade edip yine rasyonel olacağını düşünmeyip tabandaki sayının 2.kuvvetini almış, tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüş, 25 öğrenci de -14 şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 5-b’de 42 öğrenci $-10^{-2} = 100$ şeklinde ifade ederek (şekil 4.5b) negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip tabanla üssün işaretlerinin çarparak pozitif e dönüştürüp tabandaki sayının 2.kuvvetini almış, 50

öğrenci -100 şeklinde ifade edip rasyonel olacağını düşünmeyip tabandaki sayının 2.kuvvetini almıştır.

Tablo 4.10. Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Yanılı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
5a) 7^{-2}	Negatif üssü hesaplayamama	25	-49
		42	49
		25	-14
	Tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	9	$\frac{1}{14}$
5b) -10^{-2}	Negatif üssü hesaplayamama	42	100
		50	-100
	Tam sayının önündeki işareti ihmal etme	24	$\frac{1}{100}$
5c) -5^{-3}	Negatif üssü hesaplayamama	39	-125
		20	125
		30	15
	Tam sayının önündeki işareti ihmal etme	16	$\frac{1}{125}$
5d) $(-3)^{-3}$	Negatif üssü hesaplayamama	43	-27
		42	27
	Parantez içindeki negatif sayının tek kuvvette negatif olduğunu algılayamama	13	$\frac{1}{27}$
5e) $(-8)^{-2}$	Negatif üssü hesaplayamama	52	64
		37	16
	Parantez içindeki negatif sayının çift kuvvette pozitif olduğunu algılayamama	20	$-\frac{1}{64}$

Soru 5-c'de 39 öğrenci $-5^{-3} = -125$ şeklinde ifade ederek negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip tabandaki sayının 3.kuvvetini almış, 20 öğrenci 125 şeklinde ifade ederek tabanla üssün işaretlerini çarparak pozitive dönüştürüp tabandaki sayının 3.kuvvetini almış, 30 öğrenci 15 şeklinde belirterek tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 5-d'de 43 öğrenci $(-3)^{-3} = -27$ şeklinde ifade ederek negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip tabandaki sayının 3.kuvvetini almış, 42 öğrenci 27 şeklinde belirterek tabanla üssün işaretini çarpıp pozitive dönüştürmüş ve tabandaki sayının 3.kuvvetini almıştır. Soru 5-e'de 52 öğrenci $(-8)^{-2} = 64$ şeklinde ifade ederek negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip tabandaki sayının 2.kuvvetini almış, 37 öğrenci 16 şeklinde belirterek negatif üssün rasyonel şekilde ifade edileceğini düşünmeyip, tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür.

$$\text{a. } 7^{-2} = -49$$

(a)

$$\text{b. } -10^{-2} = 100$$

(b)

Şekil 4.5.1. Negatif üssü hesaplayamama kavram yanılığı

ii) Tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 5-a maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin küçük bir kısmı üslü olarak verilmiş tam sayıların negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 5-a'da 9 öğrenci $7^{-2} = \frac{1}{14}$ şeklinde belirterek (Şekil 3.5c) rasyonel şekilde ifade etmiş ancak tabanla üssün çarpımını paydaya yazarak tam sayının negatif tam sayı kuvvetini hesaplayamamıştır.

$$\text{a. } 7^{-2} = \frac{1}{14}$$

(c)

Şekil 4.5.2. Tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılığı

iii) Tam sayının önündeki işareti ihmal etme: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen negatif tam sayının negatif tam sayı kuvvetlerinin hesaplanırken tam sayının önündeki işareti ihmal etme kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 5-b ve 5-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilmiş negatif sayıların negatif tam sayı kuvvetlerini hesaplanırken tam sayının önündeki işareti ihmal etme yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 5-b'de 24 öğrenci $-10^{-2} = \frac{1}{100}$ rasyonel şekilde ifade etmiş ancak tam sayının önündeki işareti ihmal etmiştir. Soru 5-c'de 16 öğrenci $-5^{-3} = \frac{1}{125}$ rasyonel şekilde ifade etmiş ancak tam sayının önündeki işareti ihmal etmiştir.

iv) Parantez içindeki negatif sayının çift kuvvette pozitif olduğunu algılayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen parantez içindeki negatif sayının çift kuvvette pozitif olduğunu hesaplayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü soru 5-e maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin küçük bir kısmı üslü olarak verilmiş parantez içindeki negatif sayının çift kuvvette pozitif

dönüştüğünü algılayamama yanılı türünü yapmışlardır. Bu yanılı türünü 20 öğrenci $(-8)^{-2} = -\frac{1}{64}$ rasyonel şekilde ifade ederek parantez içindeki sayının çift kuvvette pozitif dönüşüğünü algılayamamasıdır.

v) Parantez içindeki negatif sayının tek kuvvette negatif olduğunu algılayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen parantez içindeki negatif sayının tek kuvvette negatif olduğunu hesaplayamama kavram yanılığine sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılı türü soru 5-d maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin küçük bir kısmı üslü olarak verilmiş parantez içindeki negatif sayının tek kuvvette negatif olduğunu algılayamama yanılı türünü yapmışlardır. Bu yanılı türünü 13 öğrenci $(-3)^{-3} = \frac{1}{27}$ rasyonel şekilde ifade ederek parantez içindeki sayının tek kuvvette negatif olduğunu algılayamamıştır.

4.6. Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Tam Sayı Kuvvetlerinin Değerlerini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığaları

Bu araştırma kapsamında rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığalarını belirlemek amacıyla ‘Soru-6’ya verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-6’ya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.11’de verilmiştir.

Soru 6: Aşağıda verilen üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$

c. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} =$

d. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} =$

Tablo 4.11’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-6a’da $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ şeklindeki rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin öğrencilerin %50,0’ı doğru cevap, %28,6’sı yanlış cevap, %21,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-6b’ye ilişkin öğrencilerin %50,0’ı doğru cevap, %27,2’si yanlış cevap, %22,8’i boş cevap vermiştir. Soru-6c’ye ilişkin öğrencilerin %24,9’u doğru cevap, %49,8’i yanlış cevap, %25,3’ü boş cevap vermiştir. Soru-

6d'ye ilişkin öğrencilerin %28,9'u doğru cevap, %47,6'sı yanlış cevap, %23,6'sı boş cevap vermiştir.

Tablo 4.11. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmaya ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-6 Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.	Yanıt Türü	f	%
6a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$	Boş	48	21,4
	Yanlış	64	28,6
	Doğru	112	50,0
6b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$	Boş	51	22,8
	Yanlış	61	27,2
	Doğru	112	50,0
6c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$	Boş	57	25,3
	Yanlış	112	49,8
	Doğru	56	24,9
6d) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}$	Boş	53	23,6
	Yanlış	107	47,6
	Doğru	65	28,9

Tablo 3.11 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin orta düzeyde olması göze çarpmaktadır. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin sayı değerlerinin bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %38'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini öğrenmelerinde zorlandıkları anlaşılmaktadır. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetinin değerlerini bulma ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.12'de özetlenmiştir.

Tablo 4.12 incelendiğinde görülmektedir ki rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmayla ilgili öğrencilerin 4 tür kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 6-a, 6-b, 6-c ve 6-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük bir kısmı üslü olarak verilen rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama yanlış türünü yapmışlardır.

Tablo 4.12. Rasyonel sayıların tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanılgıları

Soru No	Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
6a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$	Parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama	13	$\frac{8}{27}$
	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	51	$-\frac{6}{9}$
6b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$	Parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	16	$-\frac{4}{25}$
	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	25	$\frac{4}{10}$
		20	$-\frac{4}{10}$
6c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}$	Parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama	8	32
	Rasyonel sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama	65	$-\frac{1}{32}$
	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	39	$\frac{5}{10}$
6d) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}$	Parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	11	-100
	Rasyonel sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama	60	$\frac{1}{100}$
	Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama	36	$-\frac{2}{20}$

Bu yanılgı türünü soru 6-a'da 51 öğrenci $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{6}{9}$ şeklinde belirterek (Şekil 3.6a) tabanıyla üssünün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmüştür. Soru 6-b'de 25 öğrenci $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{10}$ şeklinde belirterek (Şekil 3.6b) payın 2.kuvvetini almış paydaları ise toplama hatası yapmış, 20 öğrenci $-\frac{4}{10}$ şeklinde ifade ederek hem payları hem de paydaları toplama hatası yapmıştır. Soru 6-c'de 39 öğrenci $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{5}{10}$ şeklinde belirterek (Şekil 3.6c) tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini belirtmiştir. Soru 6-d'de 36 öğrenci $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} = -\frac{2}{20}$ (Şekil 3.6d) şeklinde ifade ederek hem payları hem de paydaları toplama hatası yapmıştır.

$$\begin{array}{cccc} \text{a. } \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{6}{9} & \text{b. } \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{10} & \text{c. } \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{5}{10} & \text{d. } \left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} = -\frac{2}{20} \\ \text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)} & \text{(d)} \end{array}$$

Şekil 4.6.1. Rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılığı

ii) Parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu

kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 6-a ve 6-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilen parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 6-a'da 13 öğrenci $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvette işaretinin negatif olduğunu kavrayamamıştır. Soru 6-c'de 8 öğrenci $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvette işaretinin negatif olduğunu kavrayamamıştır.

iii) Parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu

kavrayamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 6-b ve 6-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilen parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 6-b'de 16 öğrenci $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{4}{25}$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvette işaretinin pozitive dönüştüğünü kavrayamamıştır. Soru 6-d'de 11 öğrenci $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} = -100$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvette işaretinin pozitive dönüştüğünü anlayamamıştır.

iv) Rasyonel sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama:

Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üslü olarak verilen rasyonel sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 6-c ve 6-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üslü olarak verilen rasyonel

sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama yanılı türünü yapmışlardır. Bu yanılı türünü soru 6-c'de 65 ğrenci $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = -\frac{1}{32}$ şeklinde ifade ederek rasyonel sayının negatif kuvvette çarpma işlemine göre tersinin alınacağını kavrayamamıştır. Soru 6-d'de 60 ğrenci $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} = \frac{1}{100}$ şeklinde ifade ederek rasyonel sayının negatif kuvvette çarpma işlemine göre tersinin alınacağını anlayamamıştır.

4.7. Öğrencilerin arpım ve Toplam şeklinde Verilen Sayıların sl Biçimde İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılıları

Bu araştırma kapsamında çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılılarını belirlemek amacıyla 'Soru-7' ye verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında ğrencilerin Soru-7'ye verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.13'de verilmiştir.

Soru 7: Aşağıdaki işlemleri üslü biçimde yazınız.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5 = \dots\dots\dots$

20 tane

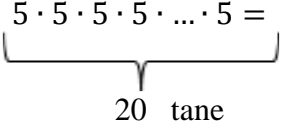
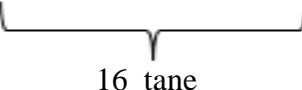
b) $4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 = \dots\dots\dots$

16 tane

Tablo 4.13'de görüldüğü gibi, lme aracındaki yer alan Soru-7a'da çarpım şeklinde verilen sayıların üslü gösterimine ilişkin öğrencilerin %87,1'i doğru cevap, %9,3' yanılı cevap, %3,6'sı boş cevap vermiştir. Soru-7b'de toplam şeklinde verilen sayıların üslü gösterimine ilişkin öğrencilerin %28,4' doğru cevap, %62,7'si yanılı cevap, %8,9'u boş cevap vermiştir.

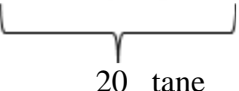
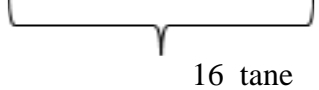
Tablo 4.13 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin yüksek olması gze arpmaktadır. Sayıların sl gösterimine yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %58'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin sayıların üslü gösterimine yönelik soruların ifade etmelerini öğrendikleri anlaşılmaktadır.

Tablo 4.13. Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin yüzdellik dağılım (n=225)

Soru-7 Aşağıdaki işlemler üslü biçimde yazınız.		Yanıt Türü	f	%
7a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5 = \dots\dots\dots$ 		Boş	8	3,6
		Yanlış	21	9,3
		Doğru	196	87,1
7b) $4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 = \dots\dots\dots$ 		Boş	20	8,9
		Yanlış	141	62,7
		Doğru	64	28,4

Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü gösterimiyle ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.14’da özetlenmiştir.

Tablo 4.14. Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü gösterimine ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Yanılı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
7a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5$ 	Aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe	21	100
7b) $4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4$ 	Aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe	141	4^{16}

Tablo 4.14 incelendiğinde görülmektedir ki çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü gösterimiyle ilgili öğrencilerin 2 tür kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe üslü olarak kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 7-a maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı aynı tam sayıların çarpımı şeklinde verilen sayıyı üslü olarak ifade edememe yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü

7-a'da 21 öğrenci 100 şeklinde belirterek (Şekil 3.7a) tekrar eden sayıyla adedinin çarpımının sonucu ifade ettiğini düşünmesidir.

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5}_{20 \text{ tane}} = 100\dots$$

(a)

Şekil 4.7.1. Aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe kavram yanılığı

ii) Aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe üslü olarak kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 7-b maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük bir kısmı aynı tam sayıların toplamı şeklinde verilen sayıyı üslü olarak ifade edememe yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 7-b'de 141 öğrenci 4^{16} şeklinde belirterek (Şekil 3.7b) sayıların toplamını çarpım gibi düşünüp adedini üs olarak ifade etmiştir.

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4}_{16 \text{ tane}} = 4 \cdot 16$$

(b)

Şekil 4.7.2. Aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe kavram yanılığı

4.8. Öğrencilerin Ondalık Gösterimleri Verilen Sayıların 10'un Tam Sayı Kuvvetlerini Kullanarak Çözömlmelerine İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığarı

Bu araştırma kapsamında ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığarını belirlemek amacıyla 'Soru-8'e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-8'e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.15'de verilmiştir.

Soru 8: Aşağıdaki sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleniz.

a. $234,578 =$

b. $0,24 =$

c. $14,002 =$

Tablo 4.15. Ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeye ilişkin ilişkin yüzdelik dağılım (n=225)

Soru-8			
Aşağıdaki sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleniz.	Yanıt Türü	f	%
8a) 234,578	Boş	56	24,9
	Yanlış	50	22,2
	Doğru	119	52,9
8b) 0,24	Boş	64	28,4
	Yanlış	40	17,8
	Doğru	121	53,8
8c) 14,002	Boş	62	27,6
	Yanlış	56	24,9
	Doğru	107	47,6

Tablo 4.15'de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-8a'da 234,578 şeklinde verilen ondalık sayıların 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenmeye ilişkin öğrencilerin %52,9'u doğru cevap, %22,2'si yanlış cevap, %24,9'u boş cevap vermiştir. Soru-8b'ye ilişkin öğrencilerin %53,8'i doğru cevap, %17,8'i yanlış cevap, %28,4'ü boş cevap vermiştir. Soru-8c'ye ilişkin öğrencilerin %47,6'sı doğru cevap, %24,9'u yanlış cevap, %27,6'sı boş cevap vermiştir. Tablo 4.15 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelilerinin orta düzeyde olması göze çarpmaktadır. Ondalık gösterimi verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenmeye yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %51'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin sayıların 10'un tam sayı kuvveti kullanarak çözümlenmeye yönelik soruların ifade etmelerini öğrendikleri anlaşılmaktadır. Ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvveti kullanarak çözümlenmeye ilgili öğrenci kavram yanılğı türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.16'da özetlenmiştir.

Tablo 4.16. Ondalık gösterimleri verilen sayıları 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeye ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
8a) 234,578	10 un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe	23	$2,34578 \cdot 10^2$
	Basamaklandırma hatası	27	$2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
8b) 0,24	10 un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe	23	$24 \cdot 10^{-2}$
	Basamaklandırma hatası	10	$2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1$
		7	$0 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-1}$
8c) 14,002	10 un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe	12	$14002 \cdot 10^{-3}$
	Basamaklandırma hatası	32	$2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$
	Yer tutucuyu dikkate almama	12	$1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}$

Tablo 4.16 incelendiğinde görülmektedir ki ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvveti kullanarak çözümlenmeye ilgili öğrencilerin 3 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) 10 un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlığı türü 8-a, 8-b ve 8-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı ondalık olarak verilen sayının 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe yanlışlığı türünü yapmışlardır. Bu yanlışlığı türünü soru 8-a'da 23 öğrenci $234,578 = 2,34578 \cdot 10^2$ şeklinde belirterek (Şekil 4.8a) 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememiş bilimsel gösterim şekliyle ifade etmiştir.

a. $234,578 = 2,34578 \cdot 10^2$

b. $0,24 = 24 \cdot 10^{-2}$

c. $14,002 = 14002 \cdot 10^{-3}$

Şekil 4.8.1. 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememe kavram yanlışlığı

Soru 8-b'de 23 öğrenci $0,24 = 24 \cdot 10^{-2}$ şeklinde doğru ifade etmiş (Şekil 4.8b) ancak 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenememiştir. Soru 8-c'de 12 öğrenci

$14,002 = 14002 \cdot 10^{-3}$ şeklinde doğru ifade etmiş (Şekil 4.8c) ancak 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyememiştir.

ii) Basamaklandırma hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin basamaklandırma hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 8-a, 8-b ve 8-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı ondalık olarak verilen sayının 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlerken basamaklandırma hatası yanılığın türünü yapmışlardır. Bu yanılığın türünü soru 8-a'da 27 öğrenci $234,578 = 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.8d) sağdan başlayıp 10 'un 0 . kuvvetini kullanarak çözümleyerek yanlış basamaklandırmıştır. Soru 8-b'de 10 öğrenci $0,24 = 2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.8e) ondalık kısmı tam kısım gibi algılayıp yanlış basamaklandırmış, 7 öğrenci $0 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-1}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.8.2f) tam kısmı doğru basamaklandırmış ancak ondalık kısımda basamaklandırma hatası yapmıştır. Soru 8-c'de 32 öğrenci $14,002 = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.8f) tam kısım ile ondalık kısmı karıştırıp 10 'un tam sayı kuvvetleriyle yanlış çözümlemiştir.

a. $234,578 = 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$ (d)

b. $0,24 = 2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1$ (e)

c. $14,002 = 0 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-1}$ (f)

Şekil 4.8.2. Basamaklandırma hatası kavram yanılığı

iii) Yer tutucuyu dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin yer tutucuyu dikkate almama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 8-c maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin küçük bir kısmı ondalık olarak verilen sayının 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlerken yer tutucuyu dikkate almama yanılığın türünü yapmışlardır. Bu yanılığın türünü soru 8-c'de 12 öğrenci $14,002 = 1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.8g) tam kısmı doğru ifade etmiş ancak ondalık kısımdaki yer tutucuları dikkate almadan basamaklandırmıştır.

$$c. 14,002 = 1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}$$

(g)

Şekil 4.8.3. Yer tutucuyu dikkate almama kavram yanılığı

4.9. Öğrencilerin 10'un Tam Sayı Kuvvetleri Verilerek Çözömlenen Ondalık Sayıları Bulmalarına İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığarı

Bu araştırma kapsamında 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılığlarını belirlemek amacıyla 'Soru-9'a verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-9'a verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 3.17'de verilmiştir.

Soru 9: Aşağıda 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulunuz.

a. $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} =$

b. $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} =$

c. $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} =$

Tablo 4.17. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin ilişkin yüzdelik dağılım (n=225)

Soru-9 Aşağıdaki 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulunuz.	Yanıt Türü	f	%
9a) $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$	Boş	43	19,1
	Yanlış	48	21,3
	Doğru	134	59,6
9b) $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3}$	Boş	47	20,9
	Yanlış	56	24,9
	Doğru	122	54,2
9c) $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2}$	Boş	51	22,7
	Yanlış	83	36,9
	Doğru	91	40,4

Tablo 4.17'de göröldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-9a'daki gibi 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin öğrencilerin %59,6'sı doğru

cevap, %21,3'ü yanlış cevap, %19,1'i boş cevap vermiştir. Soru-9b'ye ilişkin öğrencilerin %54,2'si doğru cevap, %24,9'u yanlış cevap, %20,9'u boş cevap vermiştir. Soru-9c'ye ilişkin öğrencilerin %40,4'ü doğru cevap, %36,9'u yanlış cevap, %22,7'si boş cevap vermiştir. Tablo 3.17 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin orta düzeyde olması göze çarpmaktadır. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %51'i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulmaya yönelik soruların ifade etmelerini öğrendikleri anlaşılmaktadır. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulmayla ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.18'de özetlenmiştir.

Tablo 4.18. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
9a) $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$	10 un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama	40	4258
	Basamaklandırma hatası	8	4,258
9b) $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3}$	10 un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama	35	8709
	Basamaklandırma hatası	5	87,009
	Yer tutucuyu dikkate almama	16	8,79
9c) $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2}$	10 un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama	37	200302
	Basamaklandırma hatası	15	200,302
	Yer tutucuyu dikkate almama	31	23,2

Tablo 4.18 incelendiğinde görülmektedir ki 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulmayla ilgili öğrencilerin 3 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) 10 un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlık türü 9-a, 9-b ve 9-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük bir kısmı 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama yanlışlık türünü

yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 9-a'da 40 öğrenci $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} = 4258$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9a) sayıyı tam kısımdan oluşturmuş ondalık kısmını ihmal ederek 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamamıştır. Soru 9-b'de 35 öğrenci $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 8709$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9b) sayıyı tam kısımdan oluşturmuş ondalık kısmını ihmal ederek 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamamıştır. Soru 9-c'de 37 öğrenci $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 200302$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9c) sayıyı tam kısımdan oluşturmuş ondalık kısmını ihmal ederek 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamamıştır.

$$\text{a. } 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} = 4258 \quad (\text{a})$$

$$\text{b. } 8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 8709 \quad (\text{b})$$

$$\text{c. } 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 200302 \quad (\text{c})$$

Şekil 4.9.1. 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluşturamama kavram yanlışlığı

ii) Basamaklandırma hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluştururken basamaklandırma hatası kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 9-a, 9-b ve 9-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluştururken basamaklandırma hata yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 9-a'da 8 öğrenci $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} = 4,258$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9d) virgüli yanlış yerde belirterek basamaklandırma hatası yapmıştır.

$$\text{a. } 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} = 4,258 \quad (\text{d})$$

$$\text{b. } 8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 87,009 \quad (\text{e})$$

$$\text{c. } 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 200,302 \quad (\text{f})$$

Şekil 3.9.2. Basamaklandırma hatasına ilişkin kavram yanlışlığı

Soru 9-b'de 5 öğrenci $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 87,009$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9e) virgüli yanlış yerde belirterek basamaklandırma hatası yapmıştır. Soru 9-c'de 15 öğrenci $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 200,302$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9f) virgüli yanlış yerde belirterek basamaklandırma hatası yapmıştır.

iii) Yer tutucuyu dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluştururken yer tutucuyu kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 9-b ve 9-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenmiş ondalık sayıyı oluştururken yer tutucuyu dikkate almama yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 9-b'de 16 öğrenci $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 8,79$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9g) ondalık kısımdaki yer tutucuları dikkate almayarak ondalık sayıyı oluşturamamıştır. Soru 9-c'de 31 öğrenci $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 23,2$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.9h) hem tam kısım hem de ondalık kısımdaki yer tutucuları dikkate almayarak ondalık sayıyı oluşturamamıştır.

$$\text{b. } 8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 8,79 \quad \text{c. } 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} = 23,2$$

(g)

(h)

Şekil 4.9.3. Yer tutucuyu dikkate almama kavram yanlışlığı

4.10. Öğrencilerin Üssün Üssü Olarak Verilen Tam Sayıları Üslü Biçimde İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

Bu araştırma kapsamında üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlıklarını belirlemek amacıyla 'Soru-10'a verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-10'a verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.19'da verilmiştir.

Soru 10: Aşağıda verilen ifadelerin değerini üslü ifade olarak yazınız.

a. $(3^2)^3 =$

b. $(5^2)^{-1} =$

c. $(-5^3)^0 =$

d. $(7^{-2})^{-1} =$

e. $(-3^2)^{-3} =$

f. $(-5^0)^3 =$

Tablo 4.19’da görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-10a’da $(3^2)^3$ şeklindeki üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %64,4’ü doğru cevap, %20,9’u yanlış cevap, %14,7’si boş cevap vermiştir. Soru-10b’ye ilişkin öğrencilerin %52,9’u doğru cevap, %31,1’i yanlış cevap, %16,0’ı boş cevap vermiştir. Soru-10c’ye ilişkin öğrencilerin %28,0’ı doğru cevap, %54,2’si yanlış cevap, %17,8’i boş cevap vermiştir.

Tablo 4.19. Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye ilişkin yüzdelik dağılım

Soru-10 Aşağıda verilen ifadelerin değerini üslü ifade olarak yazınız.	Yanıt Türü	f	%
10a) $(3^2)^3$	Boş	33	14,7
	Yanlış	47	20,9
	Doğru	145	64,4
10b) $(5^2)^{-1}$	Boş	36	16,0
	Yanlış	70	31,1
	Doğru	119	52,9
10c) $(-5^3)^0$	Boş	40	17,8
	Yanlış	122	54,2
	Doğru	63	28,0
10d) $(7^{-2})^{-1}$	Boş	41	18,2
	Yanlış	75	33,3
	Doğru	109	48,4
10e) $(-3^2)^{-3}$	Boş	42	18,2
	Yanlış	113	50,2
	Doğru	70	31,1
10f) $(-5^0)^3$	Boş	26	20,4
	Yanlış	124	55,1
	Doğru	55	24,4

Soru-10d’ye ilişkin öğrencilerin %48,4’ü doğru cevap, %33,3’ü yanlış cevap, %18,2’si boş cevap vermiştir. Soru-10e’ye ilişkin öğrencilerin %31,1’i doğru cevap, %50,2’si yanlış cevap, %18,7’si boş cevap vermiştir. Soru-10f’ye ilişkin öğrencilerin %24,4’ü doğru cevap, %55,1’i yanlış cevap, %20,4’ü boş cevap vermiştir. Tablo 3.19 incelendiğinde; doğru cevap

yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %42'si doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü olarak ifade etmede zorlandıkları anlaşılmaktadır. Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeyle ilgili öğrenci kavram yanılı türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.20'de özetlenmiştir.

Tablo 4.20. Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye ilişkin kavram yanılı türleri

Soru No	Hata ve Yanılı Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
10a) $(3^2)^3$	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	10	3^5
	Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası	17	5^3
		5	6^3
		18	18
		7	$9 \cdot 3$
10b) $(5^2)^{-1}$	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	10	5^1
	Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası	41	10^{-1}
		8	7^{-1}
		2	-10
		9	$25 \cdot (-1)$
10c) $(-5^3)^0$	Tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe	21	125
	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	36	-5^3
	Parantezi dikkate almama	32	-5^0
	Sıfırıncı kuvvet hatası	15	0
		18	-5^1
10d) $(7^{-2})^{-1}$	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	12	7^{-3}
	Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası	27	49^{-1}
		20	-14^{-1}
		16	-21
10e) $(-3^2)^{-3}$	Parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama	43	3^{-6}
	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	12	$(-3)^{-1}$
	Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası	18	-6^{-3}
		19	$6 \cdot -3$
		21	$(-6) \cdot (-3)$
10f) $(-5^0)^3$	Parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama	55	5^0
	Sıfırıncı kuvvet hatası	28	-5^1
	Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması	36	-5^3
	Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası	5	-15

Tablo 4.20 incelendiğinde görülmektedir ki üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeyle ilgili öğrencilerin 6 tür kavram yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üssün üssünü alırken üslerin toplanması kavram yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıgı türü 10-a, 10-b, 10-c, 10-d, 10-e ve 10-f maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin büyük bir kısmı tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplama yanılıgı türünü yapmışlardır. Bu yanılıgı türünü soru 10-a'da 10 öğrenci $(3^2)^3 = 3^5$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır. Soru 10-b'de 10 öğrenci $(5^2)^{-1} = 5^1$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır. Soru 10-c'de 36 öğrenci $(-5^3)^0 = -5^3$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır. Soru 10-d'de 12 öğrenci $(7^{-2})^{-1} = 7^{-3}$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır. Soru 10-e'de 12 öğrenci $(-3^2)^{-3} = (-3)^{-1}$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır. Soru 10-f'de 36 öğrenci $(-5^0)^3 = -5^3$ şeklinde ifade ederek tam sayının üssün üssünü alırken üsleri toplamıştır.

ii) Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üssün üssünü alırken işlem hatası kavram yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıgı türü 10-a, 10-b, 10-d, 10-e ve 10-f maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin büyük bir kısmı tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası yanılıgı türünü yapmışlardır. Bu yanılıgı türünü soru 10-a'da 17 öğrenci $(3^2)^3 = 5^3$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10a) üsleri çarpmak yerine parantez içindeki tabanla üssü toplamış, 5 öğrenci 6^3 şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10b) üsleri çarpmak yerine parantez içindeki tabanla üssü çarpmış, 18 öğrenci 18 şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10c) tabanı, üssü, üssün üssünü çarpmış, 7 öğrenci $9 \cdot 3$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10d) parantez içini doğru bulmuş ancak üsle çarparak işlem hatası yapmıştır.

Soru 10-b'de 41 öğrenci $(5^2)^{-1} = 10^{-1}$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki üslü sayının tabanıyla üssünü çarpmış, 8 öğrenci 7^{-1} şeklinde ifade ederek parantez içindeki tabanla üssü toplamış, 2 öğrenci -10 şeklinde ifade ederek tabanı, üssü, üssün üssünü çarpmış, 9 öğrenci $25 \cdot (-1)$ şeklinde ifade ederek parantez içini doğru bulmuş ancak üsle çarparak işlem hatası yapmıştır. Soru 10-d'de 27 öğrenci $(7^{-2})^{-1} = 49^{-1}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10e)

parantez içindeki üslü ifade de negatif üssü görmezden gelmiş, 20 öğrenci -14^{-1} şeklinde ifade ederek parantez içinde tabanla üssü çarpmış, 16 öğrenci -21 şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10f) üsleri toplamış tabanla çarparak işlem hatası yapmıştır. Soru 10-e'de 18 öğrenci $(-3^2)^{-3} = -6^{-3}$ şeklinde ifade ederek üsleri çarpmak yerine parantez içindeki tabanla üssü çarpmış, 19 öğrenci 6^3 şeklinde ifade ederek parantez içindeki tabanla üssü çarpmış aynı zamanda tabandaki negatif işaretle üssün üssündeki negatif işaretin çarparak pozitifte dönüştürmüştür, 21 öğrenci $(-6) \cdot (-3)$ şeklinde ifade ederek tabanı, üssü, üssün üssünü çarparak işlem hatası yapmıştır. Soru 10-f'de 5 öğrenci $(-5^0)^3 = -15$ şeklinde ifade ederek üsleri toplamış tabanla çarparak işlem hatası yapmıştır.

a. $(3^2)^3 = 5^3$ a. $(3^2)^3 = 6^3$ a. $(3^2)^3 = 18$ a. $(3^2)^3 = 9.3$ d. $(7^{-2})^{-1} = 49^{-1}$ d. $(7^{-2})^{-1} = 21$

(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Şekil 4.10.1. Tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası kavram yanılığı

iii) Tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 10-c maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 10-c'de 21 öğrenci $(-5^3)^0 = 125$ şeklinde ifade ederek hem tam sayıların sıfırcı kuvvetinin değerinin 1 olduğunu hesaplayamamış hem de üslü şekilde ifade edememiştir.

iv) Parantezi dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin parantezi dikkate almama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 10-c maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı tam sayının üssün üssünü alırken parantezi dikkate almama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 10-c'de 32 öğrenci $(-5^3)^0 = -5^0$ şeklinde ifade ederek parantez içindeki negatif ifadenin çift kuvvetinde pozitifte dönüştüğünü kavrayamamıştır.

v) Sıfırcı kuvvet hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin sıfırcı kuvvet hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 10-c ve 10-f maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı sıfırcı kuvvet hatası yanılığı türünü yapmışlardır.

$$c.(-5^3)^0 = 0$$

(g)

$$c.(-5^3)^0 = -5^1$$

(h)

Şekil 4.10.2. Sıfırıncı kuvvet hatası kavram yanılığı

Bu yanılı türünü soru 10-c'de 15 öğrenci $(-5^3)^0 = 0$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10g) sıfırıncı kuvvetin tabanı, üssü, üssün üssünü çarparak yanlış sonuca varmış, 18 öğrenci -5^1 şeklinde ifade ederek (Şekil 4.10h) tam sayının sıfırıncı kuvvetinin 1 olduğu düşüncesiyle tabanın üssünü 1 ile ifade etmiştir. Soru 10-f'de 28 öğrenci $(-5^0)^3 = -5^1$ şeklinde ifade ederek tam sayının sıfırıncı kuvvetinin 1 olduğu düşüncesiyle tabanının üssünü 1 ile ifade etmiştir.

vi) Parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılı türü 10-e ve 10-f maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama yanılı türünü yapmışlardır. Bu yanılı türünü soru 10-e'de 43 öğrenci $(-3^2)^{-3} = 3^{-6}$ şeklinde ifade ederek üssün üssünü çarpmış ancak parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinin tek olduğunu kavrayamamıştır. Soru 10-f'de 55 öğrenci $(-5^0)^3 = 5^0$ şeklinde ifade ederek üssün üssünü çarpmış ancak parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinin tek olduğunu kavrayamamıştır.

4.11. Tabanları Aynı Üsleri Farklı Sayıların Çarpımını Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılıları

Bu araştırma kapsamında tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılılarını belirlemek amacıyla 'Soru-11'e verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-11'e verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.21'de verilmiştir.

Soru 11: Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.

a. $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = .$

b. $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} =$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

d. $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} =$

Tablo 4.21’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-11a’da $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8}$ şeklindeki tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %44,0’ı doğru cevap, %29,8’i yanlış cevap, %26,2’si boş cevap vermiştir. Soru-11b’ye ilişkin öğrencilerin %34,7’si doğru cevap, %32,9’u yanlış cevap, %32,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-11c’ye ilişkin öğrencilerin %41,3’ü doğru cevap, %28,4’ü yanlış cevap, %30,2’si boş cevap vermiştir. Soru-11d’ye ilişkin öğrencilerin %35,1’i doğru cevap, %30,2’si yanlış cevap, %34,7’si boş cevap vermiştir.

Tablo 4.21. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-11			
Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.	Yanıt Türü	f	%
11a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8}$	Boş	59	26,2
	Yanlış	67	29,8
	Doğru	99	44,0
11b) $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3}$	Boş	73	32,4
	Yanlış	74	32,9
	Doğru	78	34,7
11c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$	Boş	68	30,2
	Yanlış	64	28,4
	Doğru	93	41,3
11d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}$	Boş	78	34,7
	Yanlış	68	30,2
	Doğru	79	35,1

Tablo 4.22 incelendiğinde görülmektedir ki tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etme ile ilgili öğrencilerin 5 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 11-a, 11-b, 11-c ve 11-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası yanlış türünü yapmışlardır.

Tablo 4.22. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
11a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8}$	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	23	3^{-64}
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası	3	27^{-2}
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	32 9	3^{-14} $6 \cdot 12 \cdot -24$
11b) $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3}$	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	25	$(-8)^{24}$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası	7	$(-512)^{-1}$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	39	-8^{-9}
	Parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama	3	8^{-1}
11c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	28	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası	12	$\left(\frac{4}{9}\right)^1$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	24	$\left(\frac{4}{9}\right)^{-6}$
11d) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6}$	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	23	$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-24}$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası	4	$\left(\frac{9}{25}\right)^{-2}$
	Parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	9	$-\frac{3^{-2}}{5}$
	Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	32	$\left(\frac{9}{25}\right)^{-24}$

Bu yanlış türünü soru 11-a'da 23 öğrenci $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = 3^{-64}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine üslerin çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-b'de 25 öğrenci $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} = (-8)^{24}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine üslerin çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-c'de 28 öğrenci $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = (-8)^{24}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine üslerin çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-d'de 23 öğrenci $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-24}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine üslerin çarpımı hatasını yapmıştır.

ii) Tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarpımı kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 11-a, 11-b, 11-c ve 11-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası yanılığın türünü yapmışlardır. Bu yanılığın türünü soru 11-a'da 3 öğrenci $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = 27^{-2}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine tabanların çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-b'de 7 öğrenci $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} = (-512)^{-1}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine tabanların çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-c'de 12 öğrenci $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^1$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine tabanların çarpımı hatasını yapmıştır. Soru 11-d'de 4 öğrenci $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} = \left(\frac{9}{25}\right)^{-2}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplamak yerine tabanların çarpımı hatasını yapmıştır.

iii) Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 11-a, 11-b, 11-c ve 11-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası yanılığın türünü yapmışlardır. Bu yanılığın türünü soru 11-a 32 öğrenci $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = 3^{-14}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.11a) tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplarken işlem hatası yapmış üsleri negatif sayı gibi düşünüp toplamış, 9 öğrenci $6 \cdot 12 \cdot (-24)$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.11b) her bir üslü ifadenin tabanı ile üssünü çarparak işlem hatası yapmıştır. Soru 11-b'de 39 öğrenci $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} = -8^{-9}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında üsleri toplarken işlem hatası yapmış üsleri negatif sayı gibi düşünüp toplamıştır. Soru 11-c'de 24 öğrenci $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-6}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.11c) tabanları aynı olan sayıların çarpımında hem tabanları çarpmış hem de üsleri çarpmıştır. Soru 11-d'de 32 öğrenci $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} = \left(\frac{9}{25}\right)^{-24}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların çarpımında hem tabanları çarpmış hem de üsleri çarpmıştır.

$$\begin{array}{lll} \text{a. } 3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = 3^{-16} & \text{a. } 3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} = 6 \cdot 12 \cdot (-24) & \text{c. } \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-6} \\ \text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)} \end{array}$$

Şekil 4.11.1. Tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası kavram yanılığı

iv) Parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama:

Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 11-b maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 11-b'de 3 öğrenci $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} = 8^{-1}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı sayıların çarpımında üsleri toplamış ancak parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinde sonucun negatif olduğunu kavrayamamıştır.

v) Parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama:

Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 11-d maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif dönüşüğünü kavrayamama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 11-d'de 9 öğrenci $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} = -\frac{3^{-2}}{5}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı sayıların çarpımında üsleri toplamış ancak parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinde sonucun pozitif dönüşüğünü kavrayamamıştır.

4.12. Üsleri Aynı Tabanları Farklı Sayıların Çarpımını Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılığları

Bu araştırma kapsamında üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılıklarını belirlemek amacıyla 'Soru-12'ye verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında

öğrencilerin Soru-12'ye verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.23'de verilmiştir.

Soru 12: Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.	
a. $2^3 \cdot 5^3 =$	b. $3^{-2} \cdot 9^{-2} =$
c. $(-4)^5 \cdot (-3)^5 =$	d. $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

Tablo 4.23. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-12 Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.	Yanıt Türü	f	%
12a) $2^3 \cdot 5^3$	Boş	28	12,4
	Yanlış	43	19,1
	Doğru	154	68,4
12b) $3^{-2} \cdot 9^{-2}$	Boş	45	20,0
	Yanlış	52	23,1
	Doğru	128	56,9
12c) $(-4)^5 \cdot (-3)^5$	Boş	49	21,8
	Yanlış	65	28,9
	Doğru	111	49,3
12d) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$	Boş	78	34,7
	Yanlış	40	17,8
	Doğru	107	47,6

Tablo 4.23'de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-12a'da $2^3 \cdot 5^3$ şeklindeki üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %68,4'ü doğru cevap, %19,1'i yanlış cevap, %12,4'ü boş cevap vermiştir. Soru-12b'ye ilişkin öğrencilerin %56,9'u doğru cevap, %23,1'i yanlış cevap, %20,0'ı boş cevap vermiştir. Soru-12c'ye ilişkin öğrencilerin %49,3'ü doğru cevap, %28,9'u yanlış cevap, %21,8'i boş cevap vermiştir. Soru-12d'ye ilişkin öğrencilerin %47,6'sı doğru cevap, %17,8'i yanlış cevap, %34,7'si boş cevap vermiştir. Tablo 3.23 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin orta düzeyde olması göze çarpmaktadır. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %56'sı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeyi

öğrendikleri anlaşılmaktadır. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etme ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.24’de özetlenmiştir.

Tablo 4.24. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
12a) $2^3 \cdot 5^3$	Üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe	12	$8 \cdot 125$
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	11	10^9
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası	2	7^3
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	16	3^{10}
		2	$10^3 \cdot 10^3 = 10^6$
12b) $3^{-2} \cdot 9^{-2}$	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	12	27^4
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası	13	12^{-2}
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	27	-2^{27}
12c) $(-4)^5 \cdot (-3)^5$	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	28	12^{25}
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası	12	-7^5
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	25	5^{12}
12d) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$	Üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe	10	$\frac{8}{343} \cdot \frac{1}{27}$
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası	6	$\left(\frac{2}{21}\right)^9$
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası	9	$\left(\frac{13}{21}\right)^3$
	Üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası	15	$\left(\frac{3}{10}\right)^3$

Tablo 4.24 incelendiğinde görülmektedir ki üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etme ile ilgili öğrencilerin 4 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 12-a ve 12-d maddelerinde

karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 12-a'da 12 öğrenci $2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımını doğru hesaplamış ancak üslü olarak ifade edememiştir. Soru 12-d'de 10 öğrenci $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{343} \cdot \frac{1}{27}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımını doğru hesaplamış ancak üslü olarak ifade edememiştir.

ii) Üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 12-a, 12-b, 12-c ve 12-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 12-a'da 11 öğrenci $2^3 \cdot 5^3 = 10^9$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında üsleri de çarparak hata yapmıştır. Soru 12-b'de 12 öğrenci $3^{-2} \cdot 9^{-2} = 27^4$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında üsleri de çarparak hata yapmıştır. Soru 12-c'de 28 öğrenci $(-4)^5 \cdot (-3)^5 = 12^{25}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında üsleri de çarparak hata yapmıştır. Soru 12-d'de 6 öğrenci $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{21}\right)^9$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında üsleri de çarparak hata yapmıştır.

iii) Üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 12-a, 12-b, 12-c ve 12-d maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 12-a'da 2 öğrenci $2^3 \cdot 5^3 = 7^3$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarpmak yerine toplama hatası yapmıştır. Soru 12-b'de 13 öğrenci $3^{-2} \cdot 9^{-2} = 12^{-2}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarpmak yerine toplama hatası yapmıştır. Soru 12-c'de 12 öğrenci $(-4)^5 \cdot (-3)^5 = -7^5$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarpmak yerine toplama hatası yapmıştır. Soru 12-d'de 9 öğrenci $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{13}{21}\right)^3$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarpmak yerine toplama hatası yapmıştır.

iv) Üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası kavram yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıg türü 12-a, 12-b ve 12-c maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası yanılıg türünü yapmışlardır. Bu yanılıg türünü soru 12-a'da 16 öğrenci $2^3 \cdot 5^3 = 3^{10}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.12a) üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarparak üsse, üsleri de taban kabul etmiştir, 2 öğrenci $10^3 \cdot 10^3 = 10^6$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.12b) üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları ortak katta birleştirip üsleri toplamıştır. Soru 12-b'de 27 öğrenci $3^{-2} \cdot 9^{-2} = -2^{27}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarparak üsse, üsleri de taban kabul etmiştir. Soru 12-c'de 25 öğrenci $(-4)^5 \cdot (-3)^5 = 5^{12}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları çarparak üsse, üsleri de taban kabul etmiştir.

a. $2^3 \cdot 5^3 = 3^{10}$
(a)

a. $2^3 \cdot 5^3 = 10^3 \cdot 10^3 = 10^6$
(b)

Şekil 4.12.1. Üsleri aynı olan sayıların çarpımında kavram yanılıgı

4.13. Tabanları Aynı Üsleri Farklı Sayıların Bölümünü Üslü Olarak İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılıgıları

Bu araştırma kapsamında tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılıgılarını belirlemek amacıyla 'Soru-13'de verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-13'de verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.25'de verilmiştir.

Soru 13: Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.

a. $\frac{5^8}{5^6} =$

b. $7^9 \div 7^{-6} =$

c. $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1} =$

d. $\frac{3^{-8}}{3^{-4}} =$

e. $(-5)^{-2} \div (-5)^{-3} =$

Tablo 4.25. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-13		Yanıt Türü	f	%
Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.				
13a) $\frac{5^8}{5^6}$		Boş	66	29,3
		Yanlış	28	12,4
		Doğru	131	58,2
13b) $7^9 \div 7^{-6}$		Boş	70	31,1
		Yanlış	89	39,6
		Doğru	66	29,3
13c) $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1}$		Boş	82	36,4
		Yanlış	83	36,9
		Doğru	60	26,7
13d) $\frac{3^{-8}}{3^{-4}}$		Boş	77	34,2
		Yanlış	54	24,0
		Doğru	94	41,8
13e) $(-5)^{-2} \div (-5)^{-3}$		Boş	88	39,1
		Yanlış	65	28,9
		Doğru	72	32,0

Tablo 4.25’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-13a’da $\frac{5^8}{5^6}$ şeklindeki tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %58,2’si doğru cevap, %12,4’ü yanlış cevap, %29,3’ü boş cevap vermiştir. Soru-13b’ye ilişkin öğrencilerin %29,3’ü doğru cevap, %39,6’sı yanlış cevap, %31,1’i boş cevap vermiştir. Soru-13c’ye ilişkin öğrencilerin %26,7’si doğru cevap, %36,9’u yanlış cevap, %36,4’ü boş cevap vermiştir. Soru-13d’ye ilişkin öğrencilerin %41,8’i doğru cevap, %24,0’ı yanlış cevap, %34,2’si boş cevap vermiştir. Soru-13e’ye ilişkin öğrencilerin %32,0’ı doğru cevap, %28,9’u yanlış cevap, %39,1’i boş cevap vermiştir. Tablo 4.25 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %38’i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü öğrenmelerinde zorlandıkları anlaşılmaktadır. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümü ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.26’da özetlenmiştir.

Tablo 4.26 incelendiğinde görülmektedir ki tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etme ile ilgili öğrencilerin 2 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

Tablo 4.26. Tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümüne ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
13a) $\frac{5^8}{5^6}$	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı	10	5^{14}
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	18	5^{-2}
13b) $7^9 \div 7^{-6}$	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı	75	7^3
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	24	7^{-3}
13c) $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1}$	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı	73	$(-3)^{-1}$
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	10	-3^3
13d) $\frac{3^{-8}}{3^{-4}}$	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı	41	3^{-12}
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	13	3^2
13e) $(-5)^{-2} \div (-5)^{-3}$	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı	45	$(-5)^{-5}$
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	20	$(-5)^{-1}$

i) Tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlığı türü 13-a, 13-b, 13-c ve 13-d maddelerinde görülmüş olup öğrencilerin bir kısmı tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama yanlışlığı türünü yapmışlardır. Bu yanlışlığı türünü soru 13-a'da 10 öğrenci $\frac{5^8}{5^6} = 5^{14}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri çıkarmak yerine toplama yanlışlığı yapmıştır. Soru 13-b'de 75 öğrenci $7^9 \div 7^{-6} = 7^3$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri çıkarmak yerine toplama yanlışlığı yapmıştır. Soru 13-c'de 73 öğrenci $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1} = (-3)^{-1}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri çıkarmak yerine toplama yanlışlığı yapmıştır. Soru 13-d'de 41 öğrenci $\frac{3^{-8}}{3^{-4}} = 3^{-12}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri çıkarmak yerine toplama yanlışlığı yapmıştır. Soru 13-e'de 45 öğrenci $(-5)^{-2} \div (-5)^{-3} = (-5)^{-5}$ şeklinde ifade ederek tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri çıkarmak yerine toplama yanlışlığı yapmıştır.

Soru 14: Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.

a. $36^2:9^2 =$

b. $\frac{63^3}{7^3} =$

c. $(-48)^2:(8)^2 =$

d. $\frac{(-4)^6}{(-2)^6} =$

e. $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$

Tablo 4.27. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin yüzdeler dağılımı (n=225)

Soru-14 Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.	Yanıt Türü	f	%
14a) $36^2:9^2$	Boş	75	33,3
	Yanlış	26	11,6
	Doğru	124	55,1
14b) $\frac{63^3}{7^3}$	Boş	87	38,7
	Yanlış	30	13,3
	Doğru	108	48,0
14c) $(-48)^2:(8)^2$	Boş	95	42,2
	Yanlış	68	30,2
	Doğru	62	27,6
14d) $\frac{(-4)^6}{(-2)^6}$	Boş	87	38,7
	Yanlış	34	15,1
	Doğru	104	46,2
14e) $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$	Boş	119	52,9
	Yanlış	58	25,8
	Doğru	48	21,3

Tablo 4.27’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-14a’da $36^2:9^2$ şeklindeki üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %55,1’i doğru cevap, %11,6’sı yanlış cevap, %33,3’ü boş cevap vermiştir. Soru-14b’ye ilişkin öğrencilerin %48,0’ı doğru cevap, %13,3’ü yanlış cevap, %38,7’i boş cevap vermiştir. Soru-14c’ye ilişkin öğrencilerin %27,6’sı doğru cevap, %30,2’si yanlış cevap, %42,2’si boş cevap vermiştir. Soru-14d’ye ilişkin öğrencilerin %46,2’si doğru cevap, %15,1’i yanlış cevap, %38,7’si boş cevap vermiştir. Soru-14e’ye ilişkin öğrencilerin %21,3’ü doğru cevap, %25,8’i yanlış cevap, %52,9’u boş cevap vermiştir. Tablo 4.27 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin orta düzeyde olması göze çarpmaktadır. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %40’ı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü öğrendikleri anlaşılmaktadır.

Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümü ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.28’de özetlenmiştir.

Tablo 4.28. Üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümüne ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
14a) $36^2:9^2$	Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe	10	16
	Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	12	45^2
		4	27^2
14b) $\frac{63^3}{7^3}$	Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	12	56^3
		8	70^3
14c) $(-48)^2:(8)^2$	Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe	7	36
	Parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	55	-6^2
	Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	4	$(-40)^2$
2		$(-56)^2$	
14d) $\frac{(-4)^6}{(-2)^6}$	Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe	13	64
	Parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama	16	-2^6
	Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	2	$(-6)^6$
3		$(-2)^6$	
14e) $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$	Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe	13	$\frac{1}{4}$
	Tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası	45	$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$

Tablo 4.28 incelendiğinde görülmektedir ki üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etme ile ilgili öğrencilerin 3 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü ifade edememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 14-a, 14-c, 14-d ve 14-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 14-a’da 10 öğrenci $36^2:9^2 = 16$ şeklinde ifade ederek doğru sonuca ulaşmış ancak üslü biçimde ifade edememiştir. Soru 14-c’de 7 öğrenci $(-48)^2:(8)^2 = 36$ şeklinde ifade ederek doğru sonuca ulaşmış ancak üslü biçimde ifade edememiştir. Soru 14-d’de 13 öğrenci

$\frac{(-4)^6}{(-2)^6} = 64$ şeklinde ifade ederek doğru sonuca ulaşmış ancak üslü biçimde ifade edememiştir. Soru 14-e'de 13 öğrenci $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{4}$ şeklinde ifade ederek doğru sonuca ulaşmış ancak üslü biçimde ifade edememiştir.

ii) Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığın türü 14-a, 14-b, 14-c, 14-d ve 14-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası yanılığın türünü yapmışlardır. Soru 14-a'da 12 öğrenci $36^2:9^2 = 45^2$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.14a) üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine toplayarak işlem hatası yapmış, 4 öğrenci de 27^2 şeklinde ifade ederek (Şekil 4.14b) sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine çıkararak işlem hatası yapmıştır. Soru 14-b'de 12 öğrenci $\frac{63^3}{7^3} = 56^3$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine çıkararak işlem hatası yapmış, 8 öğrenci de 70^3 şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine toplayarak işlem hatası yapmıştır. Soru 14-c'de 4 öğrenci $(-48)^2:(8)^2 = (-40)^2$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine toplayarak işlem hatası yapmış, 2 öğrenci $(-56)^2$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları negatif kabul ederek toplama hatası yapmıştır. Soru 14-d'de 2 öğrenci $\frac{(-4)^6}{(-2)^6} = (-6)^6$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine toplayarak işlem hatası yapmış, 3 öğrenci $(-2)^6$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine çıkararak işlem hatası yapmıştır. Soru 14-e'de 45 öğrenci $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde tabanları bölmek yerine toplayarak işlem hatası yapmıştır.

a. $36^2:9^2 = 45^2$
(a)

a. $36^2:9^2 = 27^2$
(b)

Şekil 4.14.1. Üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası kavram yanılığı

iii) Parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama:

Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin üsleri aynı olan sayıların bölümünde parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinde sayının pozitif dönüşümünü kavrayamama yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıgı türü 14-c, ve 14-e maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı üsleri aynı olan sayıların bölümünde parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinde sayının pozitif dönüşümünü kavrayamama yanılıgı türünü yapmışlardır. Soru 14-c’de 55 öğrenci $(-48)^2 : (8)^2 = -6^2$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinde sayının pozitif dönüşümünü kavrayamamıştır. Soru 14-d’de 16 öğrenci $\frac{(-4)^6}{(-2)^6} = -2^6$ şeklinde ifade ederek üsleri aynı olan sayıların bölümünde parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinde sayının pozitif dönüşümünü kavrayamamıştır.

4.15. Sayıların Bilimsel Gösterimlerini İfade Etmeye İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılıgıları

Bu araştırma kapsamında sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılıgılarını belirlemek amacıyla ‘Soru-15’de verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-15’de verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.29’da verilmiştir.

Soru 15: Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini karşılardaki boşluklara yazınız.

a. 0,000013 =

b. 854000000 =

Tablo 4.29. Sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=225)

Soru-15 Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini karşılardaki boşluklara yazınız.	Yanıt Türü	f	%
15a) 0,000013	Boş	49	21,8
	Yanlış	104	46,2
	Doğru	72	32,0
15b) 854000000	Boş	48	21,3
	Yanlış	98	43,6
	Doğru	79	35,1

Tablo 4.29’da görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-15a’da 0,000013 şeklindeki sayının bilimsel gösterimini ifade etmeye ilişkin öğrencilerin %32,0’ı doğru cevap, %46,2’si yanlış cevap, %21,8’i boş cevap vermiştir. Soru-15b’ye ilişkin öğrencilerin %35,1’i doğru cevap, %43,6’sı yanlış cevap, %21,3’ü boş cevap vermiştir. Tablo 4.29 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Sayının bilimsel gösterimini ifade etmeye yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %40’ı doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeyi öğrenmede zorlandıkları anlaşılmaktadır. Sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etme ile ilgili öğrenci kavram yanlış türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.30’da özetlenmiştir.

Tablo 4.30. Sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanlış Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
15a) 0,000013	Sayıyı bilimsel gösterimle ifade edememe	42	$1,3^{-5}$
	Küçük sayı olduğunu fark edememe	22	$1,3.10^5$
	Bilimsel gösterim şekline uygun olmama	26	13.10^{-6}
	Basamaklandırma hatası	14	$1,3.10^{-6}$
15b) 854000000	Sayıyı bilimsel gösterimle ifade edememe	49	$8,54^8$
	Büyük sayı olduğunu fark edememe	9	$8,54.10^{-8}$
	Bilimsel gösterim şekline uygun olmama	24	854.10^6
	Basamaklandırma Hatası	16	854.10^9

Tablo 4.30 incelendiğinde görülmektedir ki sayıların bilimsel gösterimle ifade etme ile ilgili öğrencilerin 5 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Sayıyı bilimsel gösterimle ifade edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade edememe kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 15-a ve 15b maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade edememe yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü soru 15-a’da 42 öğrenci $0,000013 = 1,3^{-5}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.15a) verilen ondalık sayıyı 10’un kuvvetini kullanmadan ifade etmiştir. Soru 15-b’de 49 öğrenci

$854000000 = 8,54^8$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.15b) verilen sayıyı 10 'un kuvvetini kullanmadan ifade etmiştir.

a. $0,000013 = 1,3^{-5}$ (a) b. $854000000 = 8,54^8$ (b)

Şekil 4.15.1. Sayıları bilimsel gösterimle ifade edememe kavram yanılığı

ii) Bilimsel gösterim şekline uygun olmama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin verilen sayıları bilimsel gösterim şekline uygun olmayan biçimde ifade etme kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 15-a ve 15b maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen sayıları bilimsel gösterim şekline uygun olmayan biçimde ifade etme yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 15-a'da 26 öğrenci $0,000013 = 13 \cdot 10^{-6}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.15c) bilimsel gösterimin ön koşulu olan katsayının 1 ile 10 arasında olma durumunu sağlayamadığı için bilimsel gösterimle ifade edememiştir. Soru 15-b'de 24 öğrenci $854000000 = 854 \cdot 10^6$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.15d) bilimsel gösterimin ön koşulu olan katsayının 1 ile 10 arasında olma durumunu sağlayamadığı için bilimsel gösterimle ifade edememiştir.

a. $0,000013 = 13 \cdot 10^{-6}$ (c) b. $854000000 = 854 \cdot 10^6$ (d)

Şekil 4.15.2. Sayıları bilimsel gösterim şekline uygun olmayan biçimde ifade etme kavram yanılığı

iii) Basamaklandırma hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken basamaklandırma hatası kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılığı türü 15-a ve 15b maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken basamaklandırma hatası yanılığı türünü yapmışlardır. Bu yanılığı türünü soru 15-a'da 14 öğrenci $0,000013 = 1,3 \cdot 10^{-6}$ şeklinde ifade ederek virgülden sonraki kısımda basamaklandırma hatası yapmıştır. Soru 15-b'de 16 öğrenci $854000000 = 854 \cdot 10^9$ şeklinde ifade ederek sayının 9 basamaklı olmasını 10 'un kuvveti şeklinde göstererek basamaklandırma hatası yapmıştır.

iv) Küçük sayı olduğunu fark edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken küçük sayı olduğunu fark edememe kavram

yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıgı türü 15-a maddesinde görülmüş olup öğrencilerin bir kısmı verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken küçük sayı olduğunu fark edememe yanılıgı türünü yapmışlardır. Bu yanılıgı türünü soru 15-a'da 22 öğrenci $0,000013 = 1,3 \cdot 10^5$ şeklinde ifade ederek küçük sayıların gösteriminde 10'un kuvvetini negatif sayıyla ifade etmemiştir.

v) Büyük sayı olduğunu fark edememe: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken büyük sayı olduğunu fark edememe kavram yanılıgına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılıgı türü 15-b maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen sayıları bilimsel gösterimle ifade ederken büyük sayı olduğunu fark edememe yanılıgı türünü yapmışlardır. Bu yanılıgı türünü soru 15-b'de 9 öğrenci $854000000 = 8,54 \cdot 10^{-8}$ şeklinde ifade ederek büyük sayıların gösteriminde 10'un kuvvetini pozitif sayıyla ifade etmemiştir.

4.16. Bilimsel Gösterim Olarak Verilen Eşitliklerde 10'un Kuvvetini Bulmaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılıgıları

Bu araştırma kapsamında bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılıgılarını belirlemek amacıyla 'Soru-16'da verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-16'da verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.31'de verilmiştir.

Soru 16: Aşağıdaki eşitliklerde kutu yerine gelmesi gereken sayıları bulunuz.

a. $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{\square}$

b. $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{\square}$

Tablo 4.31. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin yüzdeler dağılımı

Soru-16			
Aşağıdaki eşitliklerde kutu yerine gelmesi gereken sayıları bulunuz.	Yanıt Türü	<i>f</i>	%
16a) $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{\square}$	Boş	76	33,8
	Yanlış	54	24,0
	Doğru	95	42,2
16b) $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{\square}$	Boş	78	34,7
	Yanlış	47	20,9
	Doğru	100	44,4

Tablo 4.31'de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-16a'da $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{\square}$ şeklindeki bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin öğrencilerin %42,2'si doğru cevap, %24,0'ı yanlış cevap, %33,8'i boş cevap vermiştir. Soru-16b'ye ilişkin öğrencilerin %44,4'ü doğru cevap, %20,9'u yanlış cevap, %34,7'si boş cevap vermiştir. Tablo 3.31 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin yüksek olması göze çarpmaktadır. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %43'ü doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmayı öğrenmede zorlanmadıkları anlaşılmaktadır. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulma ile ilgili öğrenci kavram yanılğı türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.32'de özetlenmiştir.

Tablo 4.32. Bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin kavram yanılğıları

Soru No	Yanılğı Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
16a) $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{\square}$	Basamaklandırma hatası	35	$2,18 \cdot 10^{11}$
	Virgülü sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası	19	$2,18 \cdot 10^6$
16b) $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{\square}$	Basamaklandırma hatası	36	$1,275 \cdot 10^{-5}$
	Virgülü sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası	11	$1,275 \cdot 10^{-9}$

Tablo 4.32 incelendiğinde görülmektedir ki bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulma ile ilgili öğrencilerin 2 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) Basamaklandırma hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin bilimsel gösterimleri verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulurken basamaklandırma hatası kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 16-a ve 16-b maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulurken basamaklandırma hatası yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü 16-a'da 35 öğrenci $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{11}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.16a) virgüli sola kaydırmada 10'un kuvvetini arttırırken basamaklandırma hatası yapmıştır. Soru 16-b'de 36 öğrenci $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{-5}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.16b) virgüli sola kaydırmada 10'un kuvvetini arttırırken basamaklandırma hatası yapmıştır.



a. $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{11}$ (a) b. $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{-5}$ (b)

Şekil 4.16.1. Eşitliklerde 10'un kuvvetini bulurken basamaklandırma hatası kavram yanlışlığı

ii) Virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin bilimsel gösterimleri verilen eşitliklerde virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlış türü 16-a ve 16-b maddelerinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı verilen eşitliklerde virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası yanlış türünü yapmışlardır. Bu yanlış türünü 16-a'da 19 öğrenci $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^6$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.16c) virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini arttırmak yerine azaltmıştır. Soru 16-b'de 11 öğrenci $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{-9}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.16d) virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini arttırmak yerine azaltmıştır.



a. $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^6$ (c) b. $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{-9}$ (d)

Şekil 4.16.2. Eşitliklerde virgüli sola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası kavram yanlışlığı

4.17. Sayıların Bilimsel Gösterimlerini Sıralamaya İlişkin Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgıları

Bu araştırma kapsamında sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin 8.sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla ‘Soru-17’de verilen cevaplar analiz edilmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerin Soru-17’de verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.33’de verilmiştir.

Soru 17: Aşağıda verilen sayıların bilimsel gösterimini küçükten büyüğe sıralayınız.

$$44.10^{-22} ; 4,4.10^{-23} ; 0,44.10^{-19}$$

$$243.10^{24} ; 87.10^{26} ; 10,2.10^{25}$$

Tablo 4.33. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin yüzdelik dağılım (n=225)

Soru-17			
Aşağıda verilen sayıların bilimsel gösterimini küçükten büyüğe sıralayınız.	Yanıt Türü	f	%
17a) $44.10^{-22} ; 4,4.10^{-23} ; 0,44.10^{-19}$	Boş	72	32,0
	Yanlış	70	31,1
	Doğru	83	36,9
17b) $243.10^{24} ; 87.10^{26} ; 10,2.10^{25}$	Boş	81	36,0
	Yanlış	99	44,0
	Doğru	45	20,0

Tablo 4.33’de görüldüğü gibi, ölçme aracındaki yer alan Soru-17a’da $44.10^{-22} ; 4,4.10^{-23} ; 0,44.10^{-19}$ şeklindeki sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin öğrencilerin %36,9’u doğru cevap, %31,1’i yanlış cevap, %32,0’ı boş cevap vermiştir. Soru-17b’ye ilişkin öğrencilerin %20,0’ı doğru cevap, %44,0’ı yanlış cevap, %36,0’ı boş cevap vermiştir. Tablo 3.33 incelendiğinde; doğru cevap yüzdelerinin düşük olması göze çarpmaktadır. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya yönelik sorularda öğrencilerin yaklaşık %28’i doğru yanıt vermiştir. Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamada zorlandıkları anlaşılmaktadır. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralama ile ilgili öğrenci kavram yanılgı türlerine ilişkin bulgular Tablo 4.34’de özetlenmiştir.

Tablo 4.34. Sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin kavram yanlışları

Soru No	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
17a) 44.10^{-22} ; $4,4.10^{-23}$; $0,44.10^{-19}$	10'un kuvvetini dikkate almama	34	$0,44.10^{-19} < 44.10^{-22} < 4,4.10^{-23}$
		36	$44.10^{-22} < 4,4.10^{-23} < 0,44.10^{-19}$
17b) 243.10^{24} ; 87.10^{26} ; $10,2.10^{25}$	Katsayıyı dikkate almama	59	$243.10^{24} < 10,2.10^{25} < 87.10^{26}$
		40	$10,2.10^{25} < 87.10^{26} < 243.10^{24}$

Tablo 4.34 incelendiğinde görülmektedir ki sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulma ile ilgili öğrencilerin 2 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar sırasıyla şöyledir:

i) 10'un kuvvetini dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini sıralarken 10'un kuvvetini dikkate almama hatası kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılgı türü 17-a maddesinde görülmüş olup öğrencilerin bir kısmı sayıların bilimsel gösterimlerini sıralarken 10'un kuvvetini dikkate almama hatası yanılgı türünü yapmışlardır. Bu yanılgı türünü Soru 17-a'da 34 öğrenci 44.10^{-22} ; $4,4.10^{-23}$; $0,44.10^{-19}$ şeklindeki sayıları $0,44.10^{-19} < 44.10^{-22} < 4,4.10^{-23}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 4.17a) katsayıları eşitledikten sonra 10'un kuvvetini dikkate alarak sıralama yapması gerekirken hatalı sıralama yapmış, 36 öğrenci $44.10^{-22} < 4,4.10^{-23} < 0,44.10^{-19}$ şeklinde ifade ederek aynı şekilde katsayıları eşitledikten sonra 10'un kuvvetini dikkate alarak sıralama yapmamıştır.

$$44.10^{-22} ; 4,4.10^{-23} ; 0,44.10^{-19}$$

$$0,44.10^{-19} < 44.10^{-22} < 4,4.10^{-23}$$

(a)

Şekil 4.17.1. Bilimsel gösterimlerini sıralarken 10'un kuvvetini dikkate almama hatası kavram yanlışlığı

ii) Katsayıyı dikkate almama: Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini sıralarken katsayıyı dikkate almama kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanılgı türü 17-b maddesinde karşımıza çıkmış olup öğrencilerin bir kısmı

sayıların bilimsel gösterimlerini sıralarken katsayıyı dikkate almama yanılğı türünü yapmışlardır. Bu yanılğı türünü soru 17-b'de 59 öğrenci 243.10^{24} ; 87.10^{26} ; $10,2.10^{25}$ şeklindeki sayıları $243.10^{24} < 10,2.10^{25} < 87.10^{26}$ şeklinde ifade ederek 10'un kuvvetlerini aynı sayıyla ifade edip katsayıları dikkate alarak sıralama yapması gerekirken 10'un kuvvetlerine göre sıralama yapmış, 40 öğrenci de $10,2.10^{25} < 87.10^{26} < 243.10^{24}$ şeklinde ifade ederek (Şekil 3.17b) 10'un kuvvetlerini aynı sayıyla ifade etmeden katsayıları dikkate alarak sıralama yapmıştır.

$$243.10^{24} ; 87.10^{26} ; 10,2.10^{25}$$

$$10,2.10^{25} < 87.10^{26} < 243.10^{24}$$

(b)

Şekil 4.17.2. Bilimsel gösterimlerini sıralarken katsayıyı dikkate almama hatası kavram yanılğısı

4.18. Üslü İfadelere İlişkin Öğrenci Bilgi Düzeylerinin Karşılaştırılması

Bu araştırma kapsamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin bilgi düzeylerinin belirlemek amacıyla sorulara verdikleri doğru cevap yüzdeleri dikkate alınmıştır. Öğrencilerin üslü ifadelerle bilgi düzeylerine ilişkin performans yüzdeleri oranları Tablo 4.35.de sunulmuştur.

Tablo.4.35 de görüldüğü gibi, öğrencilerin %75,9'u kendileriyle çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede, %54,6'sı rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede, %63,5'i tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama, %36,5'i negatif üsle ifade edilen tam sayıları hesaplamada, %38,4'ü rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplamada, %57,8'i çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etmede, %51,4'ü sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmede, %51,4'ü 10'un tam sayı kuvveti verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturmada, %41,6'sı üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü olarak ifade etmede, %47,1'i sayıların üslü ifadeler ile ilgili çarpma işlemi yapmada, %38,6'sı sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapma, %38,4'ü çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etmede, %28,4'ü bilimsel gösterimleri verilen sayıları sıralamada başarı göstermişlerdir.

Tablo.4.35. Öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin başarı performans yüzdeleri

Kazanım	Doğru Cevap Yüzdesi
Kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme	%75,9
Rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme	%54,6
Tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama	%63,5
Negatif üsle ifade edilen tam sayıları hesaplama	%36,5
Rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama	%38,4
Çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etme	%57,8
Sayıların ondalık gösterimlerini 10^n 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenme	%51,4
10^n 'un tam sayı kuvveti verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturma	%51,4
Üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü olarak ifade etme	%41,6
Sayıların üslü ifadeler ile ilgili çarpma işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri	%47,1
Sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapmadaki bilgi düzeyleri	%38,6
Çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme	%38,4
Bilimsel gösterimleri verilen sayıları sıralama	%28,4

Tablo 4.35 incelendiğinde öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin en iyi oldukları alanların kendileriyle çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme (%75,9), tam sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama (%63,5) olduğu görülmektedir. Buna karşın öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin en düşük oldukları alanların sırasıyla negatif üsle ifade edilen tam sayıları hesaplama (%36,5), rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama (%38,4), sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapma (%38,6), çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme (%38,4), bilimsel gösterimleri verilen sayıları sıralama (%28,4) şeklindedir. Bununla birlikte öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin diğer alanlardaki (rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etme, çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü olarak ifade etme, sayıların ondalık gösterimlerini 10^n 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenme, 10^n 'un tam sayı kuvveti verilerek çözümlenen

ondalık sayıyı oluşturma, üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü olarak ifade etme, sayıların üslü ifadeler ile ilgili çarpma işlemi yapma) bilgi düzeyleri orta düzeyde kalmıştır.



5. SONUÇ, TARTIŞMA, ÖNERİLER

Bu bölümde yapılan araştırmanın sonuçlarına yer verilmiş, elde edilen bulgular ve sonuçlar ışığında konu hakkında çalışmak isteyen araştırmacı ve eğitimcilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlarını belirlemektir. Bu amaca yönelik 8.sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirilen teşhis testinden elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin üslü sayılar konusuna ilişkin çeşitli hatalar yaptıkları ve kavram yanlışısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu bağlamda elde edilen sonuçlar ilgili alan yazın ile tartışılarak aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %19,7'sinin kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeye ilgili üç tür kavram yanlışısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlış türleri; tam sayının çarpımını üslü olarak ifade edememe, rasyonel sayının çarpımını üslü olarak ifade edememe, rasyonel sayının çift kuvvetinde parantezi dikkate almama şeklindedir. Bu araştırmada bazı öğrencilerin kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini ifade etmede eksiklikleri ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Özellikle negatif sayıların üslü gösterimlerinde $(-7).(-7).(-7) = (7)^{-3}$ ya da $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -5^{-2}$ gibi yanlışların daha sık olduğu

saptanmıştır. Bu durumun ortaya çıkmasında kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede öğretmenlerin doğru terminoloji kullanmalarının önemli bir etken olduğu düşünülmektedir. Örneğin 5^3 ifadesinin $5 \times 5 \times 5$ ifadesine eşit olduğu bilgisi işlemsel bir bilgidir. Bu ifadeyi ayrıtları 5'er birimlik küplerden oluşan bir küpü ifade ettiği ve bu küpteki küçük küplerin sayısına eşit olduğu bilgisi kavramsal bilgidir. Öğrencinin işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki ilişkiyi görmesi bu kavramı daha net görmesini sağlayacağı ve olası hatalara düşmekten kurtaracağı söylenebilir. Bu nedenle öğretim sürecinde kendileriyle tekrarlı çarpım şeklinde verilen sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede öğretmenlerin doğru terminolojinin kullanılmasına önem arz etmektedir.

Öğrencilerin rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %33,2'sinin rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini üslü olarak ifade etmeyle ilgili dört tür kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılığı türleri; tam sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe, negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama, rasyonel sayının tam sayı kuvvetini üslü olarak ifade edememe, negatif rasyonel sayının kuvvetinde işareti dikkate almama şeklindedir. Bu araştırmada öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin üslü olarak ifade etmede eksiklikleri ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Özellikle $-81 = -9^9$ gibi sayının tam sayı kuvvetini belirtirken tabanla üssün çarpımının sonucu ifade ettiğini düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bu güçlüğü üstesinden gelmek için konunun en başından yeni sayı formu dikkatlice tanıtılmalı, üslü bir sayının başka nasıl ifade edileceği üzerinde durulmalıdır.

Öğrencilerin tam sayıların, tam sayı kuvvetinin değerini bulmaya ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %28,4'ünün tam sayıların, tam sayı kuvvetinin değerini bulmada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin tam sayıların, tam sayı kuvvetinin değerini bulmayla ilgili yedi tür kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılığı türleri; tam sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama, negatif tam sayının kuvvetinde işareti dikkate almama, parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu

kavrayamama, 1'in kuvvetlerini kavrayamama, sıfırın kuvvetini kavrayamama, sıfırıncı kuvveti kavrayamama şeklindedir. Bu araştırmada öğrencilerin tam sayıların tam sayı değerlerini bulmada eksiklikleri ve kavram yanılgılarının olduğu belirlenmiştir. Üslü sayının değerinin anlaşılmasını sorununu pek çok öğrenci yaşamıştır. Özellikle öğrencilerin düştikleri hatalardan biri $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerini aynı sanmalarıdır. Bu yanılgının temel sebeplerinden biri 'bir sayının karesinin daima pozitif olduğu' bilgisini genellemeleridir. Bu iki ifadenin ne anlama geldiğinin öğrenci tarafından sözlü olarak açıklanmasının istenmesi öğrencinin kendi kendine iki ifadeyi ayırmasına yardımcı olabilir. Bu durumu sözel hale dökmek sorunun ortadan kalkmasını sağlayabilir. Ayrıca a ve n yerine değerler verilerek de sorunun ortadan kalkması sağlanabilir. Bir diğer yanlgı öğrencilerin sayıların sıfırıncı kuvvetini alırken $a^0 = a$ veya $a^0 = 0$ şeklinde bir yanlgıya sahip oldukları görülmüştür. Buradaki sıkıntının giderilmesi için öğrencilere a^n/a^n ifadesinin değeri vurgulanmalıdır.

Benzer sonuçlar çeşitli araştırmalarda karşımıza çıkmaktadır. Cengiz (2006) çalışmasında bir üslü sayının değerini bulmaya çalışırken öğrencilerin düştikleri yanılgılardan biri taban ile üssün çarpılarak sayının değerinin bulunacağını düşünme ($3^2 = 3 \times 2 = 6$) gibi kavram yanılgılarının olduğunu tespit etmiştir. Cengiz (2006) ve Crider (1998) çalışmalarında sıfırıncı kuvvetin değerini bulmaya çalışırken öğrencilerin sıfır sayısının toplama işleminin etkisiz elemanı olması özelliğini yanlış yorumlayıp sayının sıfırıncı kuvvetinin sayının kendisine eşit sandığını göstermektedir. Cengiz (2006), Crider ve Orhun (1998) çalışmalarında $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerinin aynı olduğunu düşünme yanlgı türüne ulaşmışlardır. Öğrenciler -3^2 ifadesinin değerinin de $(-3)^2$ ifadesi gibi 9'a eşit olduğunu düşünmüşlerdir. Cengiz (2006) ve Şenay (2002) çalışmalarında üssü çift olan sayının değerini bulmaya çalışırken öğrencilerin üslü sayının tabanı negatif ise üssü ne olursa olsun sayının değerinin mutlaka negatif olacağını $(-3)^2 = -9$ gibi düşündüklerini tespit etmişlerdir. Crider (1998) çalışmasında öğrencilerin x^n ile n^x ifadelerini birbirinden ayıramadıklarını $x^2 = 2^x = 2x$ ya da $x^2 = 2^x = x \cdot x$ gibi olacağını düşündüklerini tespit etmiştir. Bu yönüyle Şenay'ın (2002), Cengiz'in (2006), Crider'in (1998) ve Orhun'un (1998) çalışmaları da bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin rasyonel sayı değerlerini bulmaya ilişkin kavram yanılgılarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %47,3'ünün tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin değerini bulmada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin tam sayıların negatif

tam sayı kuvvetlerinin değerini bulmayla ilgili beş tür kavram yanılığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılığı türleri; negatif üssü hesaplayamama, tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama, tam sayının önündeki işareti ihmal etme, parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu algılayamama, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu algılayamama şeklinde dir. Bu araştırmada öğrencilerin tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmada eksiklikleri ve kavram yanılığlarının olduğu belirlenmiştir. Negatif üslü ifadelerle karşılaşılan zorluklar öğrencilerin negatif üssün anlamına yönelik güçlüklerle sahip olmasında kaynaklanır. Öğrencilerin negatif üslü sayının değerini hesaplariken pozitif üsse ilişkin bilgilerini uygulayarak üsteki eksi işaretini düşünmeden hesaplama yapıp elde ettikleri $7^{-2} = -49$ gibi sonucun başına eksi işaretini koydukları gözlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise tabanın negatif olması durumunda tabanla üssü işaretini çarparak negatifle negatifin çarpımının pozitif olduğu bilgisini genelleyerek $-10^{-2} = 100$ gibi sayının değerinin pozitif olduğunu düşünmüşlerdir. Bunlar dışında negatif üssün kesir formunda olduğuna ilişkin bilgiyi yanlış yorumlayarak $7^{-2} = \frac{1}{14}$ şeklinde ifadenin sayısal değerini hesaplayamamışlardır. Negatif üsse ilişkin güçlüklerin ortadan kaldırılması için negatif üs ile pozitif üssün ilişkisinin iyi bir şekilde vurgulanması önemlidir. Pozitif üssün değerini bulmakta zorlanmayan bir öğrenci negatif üsle ilişkisini bilirse hata yapma olasılığı ortadan kalkar.

Tam sayıların negatif tam sayı kuvvetlerinin rasyonel sayı değerlerini bulmayla ilgili elde ettiğimiz sonucun benzerlerini Crider (1998) ve şenay (2002) araştırmalarında da rastlanmaktadır. Öğrencilerin sayının üssünde bulunan eksiye tabandaymış gibi algılayarak $2^{-3} = -2 \times -2 \times -2 = -8$ ve $2^{-4} = -2 \times -2 \times -2 \times -2 = 16$ şeklinde ifade ettiklerini tespit etmişlerdir. Crider (1998) bazı öğrencilerin negatif üslü sayıların değerini düşünürken üsteki eksi işaretini düşünmeden hesaplama yapıp elde ettikleri sonucun başına eksi işaretini koyduklarını ($3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$ ise $3^{-6} = -729$) ortaya çıkarmıştir. Negatif üs konusunda karşılaşılan hatalardan birinin negatif üssün pozitif üssün tersi olması durumunun yanlış şekilde yorumlandığını tespit etmiştir. Üs pozitifken tabanı çarpan öğrencilerin üs negatif olduğunda ($2^{-4} = 2/2/2/2$) bölme yaptıklarını gözlemlemiştir. Bunlar dışında bir tam sayının negatif üssünün kesir formunda olduğuna ilişkin bilgisi olan fakat bu bilgiyi yanlış yorumlayarak negatif üslü tam sayının üssünü belirlerken negatif işaretini kaldırıp üssün çarpmaya göre tersini alarak örneğin, $5^{-4} = 5^{1/4}$ gibi ifade ettiklerini ortaya çıkarmıştir. Bazı öğrencilerin ise negatif üslü bir tam sayıyı ondalık kesir biçiminde

ifade etme hatasına düştüklerini gözlemlenmiştir. $7^{-3} = 0,007$ biçiminde örneklenebilecek bu yanlışlık, tam sayının negatif üssünün sayının kendisinden daha küçük olduğu düşüncesine sahip olduklarını göstermektedir. Şenay (2002) bazı öğrencilerin negatif üslü bir ifadenin, aynı ifadenin pozitif üslüsünün çarpmaya göre tersinin, ters işaretlisine eşit olacağını $(3^{-5}) = -\left(\frac{1}{3^5}\right)$ düşündüğünü ortaya koymuştur. Bunlar dışında bazı öğrencilerin hem tabanın hem de üssün negatif olması durumunda ‘negatifle negatifin çarpımı pozitifdir’ düşüncesinin yanlış bir şekilde genellenmesiyle sayının değerinin pozitif olması gerektiğini düşündüklerini ortaya çıkarmıştır. Bu şekilde düşünen öğrenciler $-a^{-4} = a^4$ eşit olduğunu belirtmişlerdir. Cengiz (2006) tam sayının negatif üssünün kesir formunda olduğuna yönelik sezgiye sahip olan öğrencilerin düşebileceği yanlışlardan birini, üssü kesrin payı $3^{-2} = \frac{2}{3}$ gibi düşündüklerini ifade etmiştir. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerlerini bulmaya ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %38,3’ünün rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerini bulmada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin rasyonel sayıların tam sayı kuvvetlerinin değerini bulmayla ilgili dört tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlış türleri; rasyonel sayının tam sayı kuvvetinin değerini hesaplayamama, parantez içindeki negatif rasyonel sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama, parantez içindeki negatif rasyonel sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama, rasyonel sayının negatif kuvvetinin değerini hesaplayamama şeklindedir.

Öğrencilerin çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %36’sının çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü biçimde ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıların üslü biçimde ifade etmeye ilgili iki tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlış türleri; aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe, aynı tam sayıların toplamı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade edememe şeklindedir. Bu çalışmada öğrencilerin çarpım ve toplam şeklinde verilen sayıları üslü biçimde ifade etmede eksiklikleri ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin aynı tam sayıların çarpımı şeklindeki sayıyı üslü olarak ifade etmede karşılaştıkları hata çarpma işlemi yaparken toplama işleminin kuralını uygulayarak adediyle

sayıyı çarpmasıdır. Bunun yanı sıra aynı tam sayıların toplamını üslü olarak ifade etmede karşılaştıkları en büyük hata ise aynı olan sayıları toplarken üslü ifadelerle çarpma işleminin kuralını uygulamalarıdır. Bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için toplamın ve çarpmanın hangi koşullarda yapılabileceği vurgulanmalıdır.

Toplam şeklinde verilen sayıları üslü biçimde ifade etmeyle ilgili kavram yanılgısı, Cengiz'in (2006) 8.sınıf öğrencileri üzerinde yapmış olduğu araştırmasıyla örtüşmektedir. Nitekim Cengiz (2006) bazı öğrencilerin üslü ifadelerle toplam işlemi yaparken $2^4 + 2^4 + 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{12}$ gibi üslü ifadelerle çarpma işlemi kuralını uyguladıklarını tespit etmiştir. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmelerine ilişkin kavram yanılgılarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %21,6'sının ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin ondalık gösterimleri verilen sayıların 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenmeleriyle ilgili üç tür kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılgı türleri; 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlenme, basamaklandırma hatası, yer tutucuyu dikkate almama şeklindedir.

Öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmalarına ilişkin kavram yanılgılarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %27,7'sinin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmalarıyla ilgili üç tür kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılgı türleri; 10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı oluşturamama, basamaklandırma hatası, yer tutucuyu dikkate almama şeklindedir. Araştırma sonuçları birçok öğrencinin basamaklandırma hatası, yer tutucuyu dikkate almama gibi kavram yanılgılarına sahip olduğunu ortaya çıkarmıştır.

10'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıyı bulmaya ilişkin elde ettiğimiz sonucun benzerine Sharma (1993) araştırmasında rastlanmaktadır. Normalde hiçliği ifade etmek için kullanılan sıfırın basamakta önemli yer tutması öğrenciler tarafından zorlukla algılanıyor. Oysa sayıların onluk sistemde yazımında sıfır hiçbir değer göstermiyor gibi görünse de önemlidir çünkü diğer basamakların yerlerinin belirlenmesini sağlar. Örneğin; 305

sayısında 0 bir 'yer tutucu'dur. Eğer 0'a sahip olmasaydık, sayı 35 olurdu. Bu güçlüğün üstesinden gelmek için öğretim sürecinde ondalık sayılarla üslü sayıların ilişkisinin daha açık şekilde ortaya konması gerekmektedir. Sharma (1993) işlemlerin terimlerinin çözümlenmesi bu konuda karşılaşılan güçlüklerin giderilmesine yardımcı olacağını vurgulamaktadır.

Öğrencilerin üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %17,6'sının üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin üssün üssü olarak verilen tam sayıları üslü biçimde ifade etmeyle ilgili altı tür kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlış türleri; tam sayının üssün üssünü alırken üslerin toplanması, tam sayının üssün üssünü alırken işlem hatası, tam sayının üssün üssünü üslü olarak ifade edememe, parantezi dikkate almama, sıfırcı kuvvet hatası, parantez içindeki negatif ifadenin tek kuvvetinde işareti dikkate almama şeklindedir. Kimi öğrencilerin sayının üssün üssünü bulurken üs durumundaki iki sayıyı $(3^2)^3 = 3^5$ gibi toplayarak sonucu ifade ettikleri gözlenmiştir. Bunun sebebi ise tabanları aynı olan üslü sayılarla çarpma işlemi yaparken üslerin toplanması kuralını üslü sayının üssün üssünü bulma işlemine genellemeleridir. Verilen ifadenin aşamalı olarak çözümlenmesi karşılaşılan güçlüklerin ortadan kalkmasında etkili olabilir.

Benzer sonuçlar çeşitli araştırmalarda karşımıza çıkmaktadır. Crider (1998) çalışmasında üslü bir sayının üssün üssünü bulmaya çalıştıklarında öğrencilerin üs durumundaki iki sayıyı toplayıp $(7^2)^4 = 7^{2+4} = 7^6$ gibi sonucun üssü olarak kabul ettiklerini gözlemlemiştir. Şenay (2002) çalışmasında öğrencilerin üslü sayının üssünün değerini bulurken parantezin dışında bulunan üssü, parantezin içindeki üssün üssü olarak kabul ederek $(2^3)^2 = 2^9 = 512$ gibi işlem yaptıklarını ortaya çıkarmıştır. Benzer yanlış ise üslerden biri negatif olduğunda $(a^{-3})^2 = (1/a^3)^2 = (1/a^6) = a^{-6}$ şeklinde ifade ettiklerini ortaya çıkarmıştır. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %30,3'ünün tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeyle ilgili beş tür kavram yanlışına

sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılı türleri; tabanları aynı olan sayıların çarpımında üslerin çarpımı hatası, tabanları aynı olan sayıların çarpımında tabanların çarpımı hatası, tabanları aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası, parantez içindeki negatif tam sayının tek kuvvetinin negatif olduğunu kavrayamama, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama şeklindedir. Öğrenciler üsleri farklı tabanları aynı üslü ifadelerle çarpma işleminde üslerin toplanması kuralını genelleyerek $2^3 \cdot 5^3 = 7^3$ gibi tabanların toplanması gerektiğini düşünmüşlerdir. Bunun için terimlerin çözümlenerek işlemlerin yapılması yanılığın giderilmesine yardımcı olur.

Benzer sonuçlar Şenay (2002) çalışmasında görülmektedir. Bazı öğrencilerin üslü sayılarla çarpma işleminde üslerin toplanması kuralını genişletip tabanların toplanması gerektiğini düşündüklerini ortaya çıkarmıştır. Örneğin $2^4 \times 2^7 = (2 + 2)^{4+7} = 4^{11}$ gibi. Hatta bu yanılığı tabanların eşit olmadığı durumlarda bile uyguladıklarını gözlemlemiştir. $3^4 \times 5^2 = (3 + 5)^{4+2} = 8^6$ ya da $6^4 \times 5^3 = (6 + 5)^{4+3} = 11^7$ gibi. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanılıklarını ölçmek için öğrencilere teste sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %22,2'sinin üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların çarpımını üslü olarak ifade etmeyle ilgili dört tür kavram yanılığine sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanılı türleri; üsleri aynı olan sayıların çarpımını üslü olarak ifade edememe, üsleri aynı olan sayıların çarpımında tabanları toplama hatası, üsleri aynı olan sayıların çarpımında işlem hatası şeklindedir. Üsleri aynı tabanları farklı üslü ifadelerin çarpımında tabanların çarpılması kuralını genelleyerek $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-6}$ gibi hem tabanları hem üsleri çarparak kavram yanılığası oluşturmuşlardır. Bunun için terimlerin çözümlenerek işlemlerin yapılması yanılığın giderilmesine yardımcı olur.

Benzer sonuçlar Şenay (2002) çalışmasında görülmektedir. Bazı öğrencilerin çarpma işlemlerinde üslerin toplanması kuralını yanlış bir şekilde tabanları farklı üsleri eşit olan üslü sayılarla yapılan işlemlere genellediklerini belirtmiştir. Örneğin, $2^4 \times 5^4 = (2 \times 5)^{4+4} = 10^8$ biçiminde tabanları çarpıp ortak üsler arasında toplama işlemi yaptıklarını gözlemlemiştir. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %28,3'ünün tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin tabanları aynı üsleri farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeyle ilgili iki tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığı türleri; tabanları aynı olan sayıların bölümünde üsleri toplama hatası, tabanları aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası şeklindedir. Öğrenciler üsleri farklı tabanları aynı üslü ifadelerle bölme işleminde $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1} = (-3)^{-1}$ gibi işlem hatası yaparak üsleri çıkarmak yerine toplamıştır. Üslü sayılarla yapılan bölme işlemlerinde terimlerinin çözümlenmesi bu konuda karşılaşılan güçlüklerin ortadan kalkmasına yardımcı olur.

Benzer sonuçlar Şenay (2002) çalışmasında görülmektedir. Bazı öğrencilerin üslü sayılarla bölme işleminde üslerin çıkarılması kuralını aşağıdaki örneklerde olduğu gibi yanlış genellediklerini tespit etmiştir. $5^4/5^3 = (5 - 5)^{4-3} = 0^1$, $7^5/5^2 = (7 - 5)^{5-2} = 2^3$ gibi. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %19,2'sinin üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin üsleri aynı tabanları farklı sayıların bölümünü üslü olarak ifade etmeyle ilgili üç tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığı türleri; üsleri aynı olan sayıların bölümünü üslü olarak ifade edememe, üsleri aynı olan sayıların bölümünde işlem hatası, parantez içindeki negatif tam sayının çift kuvvetinin pozitif olduğunu kavrayamama şeklindedir.

Öğrencilerin üslü sayılarla bölme işleminde üslerin çıkarılması kuralını genelleyerek $\frac{63^3}{7^3} = 56^3$ gibi tabanların çıkarılması gerektiğini düşündükleri görülmüştür. Üslü sayılarla yapılan bölme işlemlerinde terimlerinin çözümlenmesi bu konuda karşılaşılan güçlüklerin ortadan kalkmasına yardımcı olur.

Benzer sonuçlar Şenay (2002) çalışmasında görülmektedir. Bazı öğrencilerin bölme işlemlerinde üslerin çıkarılması kuralını yanlış bir şekilde tabanları farklı üsleri eşit olan üslü sayılarla yapılan işlemlere genellediklerini belirtmiştir. Örneğin $9^4/3^4 = (9/3)^{4-4} = 3^0$

biçiminde tabanları bölüp ortak üsler arasında çıkarma işlemi yaptıklarını gözlemlemiştir. Bu yönüyle bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeye ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %45'inin sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmede yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini ifade etmeyle ilgili beş tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığı türleri; sayıyı bilimsel gösterimle ifade edememe, bilimsel gösterim şekline uygun olmama, basamaklandırma hatası, küçük sayı olduğunu fark edememe, büyük sayı olduğunu fark edememe şeklindedir.

Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmaya ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %22,5'inin sayıların bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterim olarak verilen eşitliklerde 10'un kuvvetini bulmayla ilgili iki tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığı türleri; basamaklandırma hatası, virgülsola kaydırırken 10'un kuvvetini azaltma hatası şeklindedir.

Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamaya ilişkin kavram yanlışlarını ölçmek için öğrencilere testte sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin %37,6'sının sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamada yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin sayıların bilimsel gösterimlerini sıralamayla ilgili iki tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığı türleri; 10'un kuvvetini dikkate almama, katsayıyı dikkate almama şeklindedir. Verilen üslü sayının büyüklüğüne karar verememe öğrencilerin bu konuda karşılaştıkları en büyük sıkıntılardandır. Bu güçlüğün üstesinden gelmek için, üslü olarak verilen sayının değerinin çok büyük ya da çok küçük olduğu durumlarda tahmini olarak kaç olabileceğinin düşünülmesi sağlanmalıdır.

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin en çok kavram yanlışlığına sahip olduğu konular sırasıyla negatif üsle ifade edilen tam sayıları hesaplama, rasyonel sayıların, tam sayı kuvvetlerini hesaplama, sayıların üslü ifadeler ile ilgili bölme işlemi yapma, çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme, bilimsel gösterimleri verilen sayıları sıralama olduğu belirlenmiştir. Bu kavram yanlışlığının temel nedeni üslü sayı duyusunun oluşmamasında ve doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılarda geçerli olan tüm kuralların

üslü sayılara genellenebileceği yanlışından kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, üslü ifadeler konusu ile ilgili olarak öğrencilerin bilgi eksikliği ve çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduğunun göstermektedir ve birçok araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir.

5.2. Öneriler

Bu araştırmada 8.sınıf öğrencilerinin sayıların üslü gösterimlerine ilişkin bilgi düzeyleri ve sahip oldukları kavram yanlışlarının belirlenmesi kapsamında elde edilen sonuçlarına dayalı olarak yapılan öneriler şöyledir:

- Öğretmenler öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarını tespit etmek ve önüne geçebilmek amacıyla öncelikle tam sayılar, rasyonel sayılar ve bu sayılarla dört işlem konularındaki farkındalıklarını arttırmak amacıyla hizmet içi eğitim verilmesi önerilir.
- Negatif kuvvetin etkisi farklı etkinliklerle öğrencilere fark ettirilmelidir. Bunun dışında, kuvvetteki artışa göre sayının büyüklüğündeki değişimin toplamsal değil çarpımsal olduğu, öğrencilere bir tam sayının kuvvetleri buldurularak fark ettirilebilir.
- Üslü sayılarla işlemler öğretilirken olası kavram yanlışları ve hatalar ile ilgili etkinlikler yapılarak öğrenme güçlükleri, eksiklikler ve yaygın hatalar belirlenebilir. Gerekli durumlarda ek etkinliklerle olası yanlışların giderilmesi ve eksik öğrenmelerin tamamlanması sağlanabilir.
- Üslü ifadeler konusunun öğretiminde işlem becerisinin yanında tahmin ve zihinsel işlem yapma becerilerinin geliştirilmesine önem verilmelidir.
- Matematik öğretmen adaylarının öğrenim sürecinde öğrencilerin üslü ifadeler konuları ile ilgili kavram yanlışları konusunda bilgi ve deneyim kazandırılması önerilmektedir.
- Bu araştırma kapsamında 8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki bilgi düzeyleri ve olası kavram yanlışları incelenmiştir. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda farklı öğretim kademesindeki öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları incelenebilir.
- Bu araştırma kapsamında geniş bir örneklem üzerinde veri toplama aracı olarak yazılı cevap gerektiren sorular kullanılmıştır. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda öğrencilerin küçük örneklem üzerinde derinlemesine araştırma yapılması önerilir.

6. KAYNAKÇA

- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8.sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılarla ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Akkaya, R. (2006). *İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Altun, M. (2006). The teacher trainees' skills and opinions on solving nonroutine mathematical problems. *Paper presented at the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics*, İstanbul
- Altun, M. (2008). İlköğretim ikinci kademe (6,7 ve 8. sınıflarda) *Matematik öğretimi*. Aktüel Yayıncılık (6.Baskı), Bursa
- Ausubel, D. P. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of Educational Psychology*, 51, 267-272.
- Armaz, V. (2006). *Fizik öğretmen adaylarının sıvıların kaldırma kuvveti hakkındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi*, Gazi Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi.
- Aslan, N. (2018). *Üslü ifadelerle ilgili etkinlik temelli öğretimin matematik akademik başarısına, tutumuna ve kaygı-endişe düzeyine etkisi*, Balıkesir Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi.
- Aydın, A. (2011). Fen Bilgisi öğretmenliği öğrencilerinin bazı matematik kavramlarına yönelik hatalarının ve bilgi eksiklerinin tespit edilmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 13(1), 78-87.
- Aykaç, S. (2008). *İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin ondalık sayıların öğreniminde karşılaştıkları güçlükler ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ayyıldız, N. (2010). *6. sınıf matematik dersi geometriye merhaba ünitesine ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde öğrenme günlüklerinin etkisinin incelenmesi*.

- Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Baki, A. (1996). Matematik eğitiminde değişim. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(14), (41–47).
- Baki, A. Bell, A. (1997). ‘Ortaöğretim Matematik Öğretimi’ Ankara: *YÖK/ Dünya Bankası M.E.G.P. Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi*
- Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi, *Atatürk Üniversitesi 40. yıldönümü Matematik sempozyumu*, Erzurum.
- Baki, A. (2008). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. Ankara: Harf Yayınları.
- Başer, E. E. & Ulusoy, F. & Çakıroğlu, E. (2015). Üslü sayılarda kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki kopukluklar: bir durum çalışması. 16-18 Mayıs 2015, *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu*, Adıyaman.
- Bayar, H. (2007). *1. dereceden bir bilinmeyenli denklem konusundaki öğrenci hatalarının analizi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Bayram, G. (2013). *8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişki*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6.-8. Sınıflar İçin*, Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bell, A. (1996). *Mathematics Teaching (Secondary)*, N.E.D.P. Pre-service Teacher Education Part I, II, Ankara.
- Borko, H., ve Putnam, R. T. (1996). Learning to teach. In D. C. Berliner, ve R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of Educational Psychology*. New York: Macmillan Library Reference USA.
- Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2015). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. Ankara: *Pegem Akademi*.
- Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2015). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: *Pegem Akademi*.
- Büyüköztürk, Ş. (2016). *Veri analizi el kitabı*. Ankara: *Pegem Akademi*.
- Büyüköztürk, Ş. Çokluk-Bökeoğlu, Ö. Köklü, N. (2016). *Sosyal Bilimler için İstatistik*. Ankara: *Pegem Akademi Yayıncılık*.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2009). Bilimsel araştırma yöntemleri (14. Baskı). Ankara: Pegem Yayınları

- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma*. (Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi), Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ceylan, N. (2001). *Cebir öğretimindeki yanlışların teşhisi ve sebeplerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Crider, M. R. (1998). *The effects of using 'splitting' multiplicative structures on students' understanding of integer exponents*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Texas A&M Üniversitesi.
- Crespo, S., ve Nicol, C. (2006). Challenging pre-service teachers' mathematical understanding: The case of division by zero. *School Science and Mathematics*, 106(2), 84-97
- Çavuş Erdem, Z. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Demetgül, Z. (2001). *Trigonometri konusundaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Doğan, A. (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanlışları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma*. Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Duatepe-Paksu, A.(2008). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. M. F Özmentar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s.9-39). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Durmuş, S. (2004). Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 125.
- Ersoy, Y. ve Ark. 1991. Matematik Öğretimi, Anadolu Üniversitesi Yayın No: 401, ETAM A.Ş., Web-Ofset, Eskişehir.
- Ertekin, E. (2002). *Denklemlerim öğretimindeki yanlışların teşhisi ve sebeplerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Gökbaş, H. (2005). *Tam sayılar konusunda öğrenci yanlış ve yanlışlarının teşhisi ve alınması gereken tedbirler*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Graeber, A.O. (1993). Misconceptions about multiplication and division. In D.L. Chambers (Ed.), *Putting Research into Practice in the Elementary Grades* (pp. 97-100). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Graeber, A., & Johnson, M. (Eds.) (1991). *Insights into secondary school students' understanding of mathematics*. College Park, University of Maryland, MD.
- Gülcan, B. (2013). *8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişki*. Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Hammer, D. (1996). More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education research. *American Journal of Physics*, 64(10), 1366-1325
- Hatır, E. (2002). Öğrencilerin aritmetik işlemlere yaklaşımları ve bu konuda yaptıkları kavram yanlışları, *S.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 287-292
- Heid, K. M., ve Zembat, I. O. (2007). *Representational and object understanding of mathematical entities: The case of function*. Makalenin sunulduğu konferans, American Educational Research Association (AREA) Annual Meeting. Chicago, IL, USA.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Mcmillan.
- Hill, H. C., Rowan, B., ve Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on students achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406
- Hill, H. C., Schilling, S. G., ve Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), 11-30
- İymen, E. (2012). *8.sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- İşeri, A. İ. (1997). *Öğrencilerin ondalık kesirleri yorumlarken ve uygularken sahip oldukları kavram yanlışlarının tanısı*. Yüksek Lisans Tezi, O.D.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kaplan, A., İşleyen, T., ve Öztürk, M. (2011). 6. Sınıf Oran Orantı Konusundaki Kavram Yanlışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 958-963
- Karasar, N. (2005). Bilimsel araştırma ve yöntemi (15. baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım
- Kaya, R. (2015). *Ortaokul 6.sınıf öğrencilerinin sayıların ondalık gösterimi konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.
- Kaygusuz, Ç. (2011). *Matematik dersi programında yer alan "çember alt öğrenme" alanına ait kavram yanlışlarının belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi.

- Keçeli, V. ve Turanlı, N. (2013). Karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 28(1), 223-234.
- Kocaoğlu, T., & Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*. 14(2010), 71-85.
- Kocakaya Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8.sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdıkları kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Küçük, A. & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13 (2009), 97-112.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. C. Janvier (Eds.), *Problems of representation in the teaching and learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- MEB (2005b). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB
- MEB. (2009). *İlköğretim 6.-7.-8. sınıflar matematik dersi öğretim programı*. Retrieved December, 23, 2012 from <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx/?width=900>.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2015). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2017). *Ortaokul matematik dersi (5-8.sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.
- MEB (2018). *Ortaokul matematik dersi (5-6-7-8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları.
- Mumcu, H. (2015). 6-8 sınıf öğrencilerinin ondalık kesirlerle ilgili sahip oldukları kavram yanlışları ve nedenleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 294-338.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NTCM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va. NTCM

- Orhun, N. (1998). Cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışların tespiti. *Atatürk Üniversitesi 40. yıldönümü Matematik sempozyumu*, Erzurum.
- Özçelik, A. D. (1997). Test hazırlama kılavuzu. Ankara: ÖSYM yayınları
- Özdemir, M. F. (2006). *Ortaöğretimde kompleks sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özçiftçi, R. (2007). *Rasyonel sayıların öğretimindeki hatalar ve alınması gereken tedbirler*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanlışları, *Eğitim ve Bilim*, 2007, 32(143), 79-88.
- Pitta-Pantazi, D., Chiristou, C. & Zachariades, T. (2007). Secondary school students' levels of understanding in computing exponents. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 301-311.
- Sastre, M. T. M. ve Mullet, E. (1998). Evolution of the intuitive mastery of the relationship between base, exponent, and number magnitude in highschool students. *Mathematical Cognition*, 4(1), 67-77.
- Sharma, M. C. (1993). Place value concept: How children learn it and how to teach it. *Math Notebook*, 10(1-2), 1-126.
- Sirotic, N. (1998). *Prospective secondary mathematics teachers' understanding of irrationality*. Yayınlanmış Doktora Tezi. Simon Fraser Üniversitesi.
- Smith, J. P., diSessa, A. A. ve Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163.
- Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Sulak, H., Ardahan, H. (1996). Sayılar öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler. II. *Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*, M.Ü.A.E.F., İstanbul.
- Sulak, H. ve diğerleri. (1999). Sayıların öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler, S.Ü.A.F. Proje No: 96/123, Konya.
- Soylu, Y. (2008). Öğrencilerin kesirler konusundaki hata ve yanlış anlamaları ve sınıf öğretmen adaylarının tahmin edebilme becerileri. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 33(356), 31-39.
- Soylu, Y. (2008). 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (Değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı: 23, ss. 237 -248.

- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı: 8 (2), ss. 83-94.
- Şenay, Ş. C. (2002) *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma*. Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Tavşancıl, E. ve Aslan, E. (2001). Sözel, Yazılı ve Diğer Materyaller için İçerik Analizi ve Uygulama Örnekleri. Epsilon Yayınevi, İstanbul.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teacher' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Reseach in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Tirosh, D., ve Graeber, A. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics*, 91, 157-163
- Turanlı, N., Keçeli, V., Karakaş Türker N. (2007) Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılara konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9,2,135-149.
- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf öğrencilerinin geometride kavram yanlışları ve cinsiyet farklılıkları, *Öğretmen Eğitiminde Çağdaş Yaklaşımlar Sempozyumu*, DEU, Buca Eğitim Fakültesi, İzmir.
- Yetim, S. ve Alkan R. (2010). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve bu sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanlışları. *Kırgızistan- Türkiye Manas Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11, 87-109.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınları .
- Yılmaz, Z. (2007). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Yılmaz, Z., & Yenilmez, K. (2007). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*.
- Yücesan, R. (2013). *Öğrenci merkezli eğitimde üslü ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerileri*. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Zengin, S. (2014). *Rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan kavram yanlışları ve hataların tespiti*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Zembat, İ. Ö. (2007). Sorun aynı-kavramlar; Kitle aynı-öğretmen adayları. *İlköğretim Online*, 6(2), 305-312.

- Zembat, İ. Ö. (2015a). Sayıların farklı algılanması-Sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi?. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s.41-60). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Zembat, İ. Ö. (2015b). Kavram yanlışsı nedir?. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s.1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Zihar, M. (2018). *Matematiksel modelleme yöntemiyle 8.sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.



EKLER

EK-1. Üslü İfadelerde Kavram Yanılgısı Belirleme Testi



EK-1. Üslü İfadelerde Kavram Yanılgısı Belirleme Testi

SORULAR

1) Aşağıdaki çarpma işlemlerini üslü sayı olarak yazınız.

a. $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) =$

b. $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) =$

c. $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) =$

2) Aşağıdaki rasyonel sayıları üslü sayı olarak yazınız.

a. $64 =$

b. $-81 =$

c. $-\frac{1}{49} =$

ç. $\frac{1}{25} =$

d. $1000 =$

e. $-100 =$

3) Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $3^4 =$

b. $-6^2 =$

c. $(-2)^5 =$

d. $(-4)^2 =$

e. $-5^3 =$

f. $4^3 =$

4) Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $(-1)^{23} =$

b. $(-1)^{2018} =$

c. $1^{2023} =$

d. $-1^{18} =$

e. $-1^{13} =$

f. $1^0 =$

g. $-6^0 =$

h. $(-64)^0 =$

i. $0^5 =$

5) Aşağıdaki üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $7^{-2} =$

b. $-10^{-2} =$

c. $-5^{-3} =$

d. $(-3)^{-3} =$

e. $(-8)^{-2} =$

6) Aşağıda verilen üslü sayıların değerlerini bulunuz.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$

c. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} =$

d. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} =$

7) Aşağıdaki işlemleri üslü biçimde yazınız.

a. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 5 = \dots\dots\dots$
20 tane

b. $4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 = \dots\dots\dots$
16 tane

8) Aşağıdaki sayıların ondalık gösterimlerini 10 'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleniz.

a. $234,578 =$

b. $0,24 =$

c. $14,002 =$

9) Aşağıda 10 'un tam sayı kuvvetleri verilerek çözümlenen ondalık sayıları bulunuz.

a. $4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} =$

b. $8 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} =$

c. $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-2} =$

10) Aşağıda verilen ifadelerin değerini üslü ifade olarak yazınız.

a. $(3^2)^3 =$

b. $(5^2)^{-1} =$

c. $(-5^3)^0 =$

d. $(7^{-2})^{-1} =$

e. $(-3^2)^{-3} =$

f. $(-5^0)^3 =$

11) Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.

a. $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{-8} =$

b. $(-8)^{-2} \cdot (-8)^4 \cdot (-8)^{-3} =$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$

d. $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-6} =$

12) Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını üslü olarak gösteriniz.

a. $2^3 \cdot 5^3 =$

b. $3^{-2} \cdot 9^{-2} =$

c. $(-4)^5 \cdot (-3)^5 =$

d. $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

13) Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.

a. $\frac{5^8}{5^6} =$

b. $7^9 \div 7^{-6} =$

c. $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^1} =$

d. $\frac{3^{-8}}{3^{-4}} =$

e. $(-5)^{-2} \div (-5)^{-3} =$

14) Aşağıdaki bölme işlemlerini üslü olarak ifade ediniz.

a. $36^2 : 9^2 =$

b. $\frac{63^3}{7^3} =$

c. $(-48)^2 : (8)^2 =$

d. $\frac{(-4)^6}{(-2)^6} =$

e. $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$

15) Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini karşılardaki boşluklara yazınız.

a. $0,000013 =$

b. $854000000 =$

16) Aşağıdaki eşitliklerde kutu yerine gelmesi gereken sayıları bulunuz.

a. $218 \cdot 10^8 = 2,18 \cdot 10^{\square}$

b. $1275 \cdot 10^{-6} = 1,275 \cdot 10^{\square}$

17) Aşağıda verilen sayıların bilimsel gösterimini küçükten büyüğe sıralayınız.

$44 \cdot 10^{-22}$; $4,4 \cdot 10^{-23}$; $0,44 \cdot 10^{-19}$

$243 \cdot 10^{24}$; $87 \cdot 10^{26}$; $10,2 \cdot 10^{25}$

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : UÇAR, Esra
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 1989, Uşak
e-mail : esra.6489@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Lisans	Amasya Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2012
Lise	Sait Sabri Ağaoglu Lisesi	2007

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2013 - 2017	Susuzören Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2017- ...	Külköy Ortaokulu	Matematik Öğretmeni

Yabancı Dil

İngilizce