

**T.C.**  
**UŞAK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ**  
**HATA VE KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Kayhan DEMİRÖREN**

**HAZİRAN 2019**

**UŞAK**

**T.C.**  
**UŞAK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ**  
**HATA VE KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Kayhan DEMİRÖREN**

**UŞAK 2019**

Kayhan DEMİRÖREN tarafından hazırlanan “Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Osman BİRGİN .....  
(Tez Danışmanı, İlköğretim Matematik Eğitimi)

Bu araştırma, jürimiz tarafından oy birliği ile İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Osman BİRGİN .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi)

Dr. Öğr. Üyesi Veysel AKÇAKIN .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Tarih: 28 /06 /2019

Bu tez ile Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesi onaylanmıştır.

Doç. Dr. Murat Kemal KARACAN .....  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Kayhan DEMİRÖREN



# SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL İFADELER KONUSUNDAKİ HATA VE KAVRAM YANILGILARININ İNCELENMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Kayhan DEMİRÖREN

UŞAK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

2019

## ÖZET

Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanılgılarını ve hatalarını incelemektir. Bu çalışmada, betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezi, ilçe ve beldelerinde öğrenim gören toplam 120 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından oluşturulan 15’i çoktan seçmeli, 15’i yazılı cevap gerektiren toplam 30 sorudan oluşan “Cebir Testi” ile toplanmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda değişkenlere bağlı olarak cebirsel ifadelerin değerinin hesaplanmada başarılı oldukları; görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklamada ve denklem çözümlerinde başarısız oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerin görsel ve geometrik gösterimlerinde, işlem seçiminde ve önceliğinde, denklem kurma ve çözümede çeşitli hatalar yaptıkları ve kavram yanılgısına sahip oldukları saptanmıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin aritmetik işlemlerdeki başarılarını cebirsel ifadelere yansıtamadıkları görülmüştür.

**Bilim Kodu** :

**Anahtar Kelimeler** : Ortaokul, 8.Sınıf, Cebirsel ifadeler, Kavram Yanılgıları, Hata

**Sayfa Adedi** : 118

**Tez Yöneticisi** : Prof. Dr. Osman Birgin

**INVESTIGATION OF THE 8TH GRADE STUDENTS' MISTAKES AND  
MISCONCEPTIONS ABOUT ALGEBRARY EXPRESSIONS**

**(M.Sc. Thesis)**

**Kayhan DEMİRÖREN**

**UNIVERSITY OF UŞAK**

**GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

**(2019)**

**ABSTRACT**

The aim of this study is to examine the misconceptions and mistakes of 8<sup>th</sup> grade secondary school students about algebraic expressions. Descriptive survey model has been used in this study. The study group of the research consists of 120 students studying in Afyonkarahisar city centre, districts and towns in the 2017-2018 academic year. Data were collected with the algebra test, prepared by the researcher, consisting a total of 30 questions including 15 multiple-choice questions and 15 open questions requiring written answers. Data were analysed with the descriptive analysis method. As a result of the study, it has been found that students are successful in calculating the value of algebraic expressions based on variables in algebraic expressions; unsuccessful in explaining the meaning of visual and algebraic expressions and solving equations. In addition, it has been noted that some students made various mistakes in the visual and geometric projection of algebraic expressions, operation selection and prioritization, equation formation and solving, and they have misconceptions. Moreover, it was observed that some students could not reflect their success in arithmetic operations on algebraic expressions.

**Science Code** :

**Key Words** : 8<sup>th</sup> Grade Student, Mistake, Algebraic expression, Misconception

**Page Number** : 118

**Adviser** : Prof. Dr. Osman BİRGIN

## TEŞEKKÜR

Tez danıőmanlıęımı üstlenerek araştırma süresince değerli görüşleri ve önerileriyle bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile rehberlik eden danıőman hocam Prof. Dr. Osman BİRGİN'e teőekkürlerimi sunarım. Araştırmanın uygulama sürecinde yardımlarını esirgemeyen Şemsettin Karahisari Ortaokulu idari kadrosu, öğretmenleri ve ilgi ile araştırmaya katkı sağlayan öğrencilerime teşekkür ederim. Hayatım boyunca desteklerini hep hissettiğim, güç kaynağım olan değerli aileme ve çalıőmalarımındaki en yakın destekçim, kıymetli eőim Selma DEMİRÖREN' e sonsuz teşekkür ederim.



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET .....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER .....	iv
TABLolar LİSTESİ.....	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	vii
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Problem Durumu .....	1
1.2. Araştırmanın Gerekçeleri .....	3
1.3. Araştırmanın Problemi .....	7
1.4. Araştırmanın Amacı .....	7
1.5. Araştırmanın Önemi .....	7
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	10
1.7. Araştırmanın Varsayımları.....	10
1.8. Kuramsal Çerçeve .....	10
1.8.1. Kavram Yanılgısı ve Önemi .....	10
1.8.2. Kavram Yanılgı Türleri ve Kavram Yanılgılarını Belirlemede Kullanılan Teknikler.....	12
1.8.3. Cebir ve Cebirsel Düşünmenin Önemi ve Matematik Öğretim Programındaki Yeri .....	15
1.8.4. Cebirsel İfadelerde Karşılaşılan Hata ve Kavram Yanılgıları .....	19
1.9. Literatür Taraması.....	23
2. YÖNTEM .....	42
2.1. Araştırmanın Modeli .....	42
2.2. Çalışma Grubu .....	42
2.3. Veri Toplama Aracı.....	43
2.4. Verilerin Toplanması .....	45
2.5. Verilerin Analizi.....	45
3. BULGULAR.....	48
3.1. Basit Görsel ve Cebirsel İfadeyi Anlama ve Örüntüden Denkleme Geçebilmeye İlişkin Bulgular .....	48
3.2. Cebirsel İfadeleri Anlama ve Farklı Biçimlerde Yazabilmeye İlişkin Bulgular .....	53



3.3. Sözel Duruma Uygun Cebirsel İfade Yazabilmeye İlişkin Bulgular .....	57
3.4. Cebirsel İfadeye Uygun Sözel Durum Yazabilmeye İlişkin Bulgular .....	61
3.5. Cebirsel İfadeleri Toplama, Çıkarma ve Bir Sayı İle Çarpmaya İlişkin Bulgular .....	65
3.6. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümüne İlişkin Bulgular	68
3.7. Cebirsel İfadenin Değerini Değişkenin Alacağı Farklı Doğal Sayı Değerleri İçin Hesaplamaya İlişkin Bulgular .....	72
4. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER.....	76
4.1. Sonuçlar ve Tartışma.....	76
4.2. Öneriler .....	83
KAYNAKÇA.....	86
EKLER.....	97
EK-1: Araştırma İzni.....	97
EK-2: Cebir Testi .....	99
ÖZGEÇMİŞ .....	106

## TABLULAR LİSTESİ

<b>Tablo</b>	<b>Sayfa</b>
Tablo 1.1. Cebir öğrenme alanı kazanımlarından yıllara göre çıkan soru sayıları.....	18
Tablo 1.2. Literatürdeki cebirsel ifadelerle ilgili hatalar .....	22
Tablo 2.1. Uygulamada kullanılan soruların kazanımlara göre dağılımı .....	43
Tablo 2. 2. Cebir testi için yapılan madde analizi sonuçları.....	44
Tablo 3.1. Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilmeye ilişkin yüzdelerik dağılım (n=120) .....	48
Tablo 3.2. Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları .....	49
Tablo 3.3. Cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilmeye ilişkin yüzdelerik dağılım .....	53
Tablo 3.4. Cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları.....	54
Tablo 3.5. Sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilmeye ilişkin yüzdelerik dağılım .....	57
Tablo 3.6. Sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları.....	58
Tablo 3.7. Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilmeye ilişkin yüzdelerik dağılım .....	61
Tablo 3.8. Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları.....	62
Tablo 3.9. Cebirsel ifadeleri, toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpmaya ilişkin yüzdelerik dağılım .....	65
Tablo 3.10. Cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları.....	66
Tablo 3.11. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye ilişkin yüzdelerik dağılım .....	68
Tablo 3.12. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları.....	69
Tablo 3.13. Cebirsel ifadenin değerini alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplamaya ilişkin yüzdelerik dağılım .....	72
Tablo 3.14. Cebirsel ifadenin değerini alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama ile ilgili kavram yanılgıları .....	73

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1 1. TIMSS 8. sınıf matematik öğrenme alanlarının dağılımı.....	16
Şekil 1.2. Sekizinci sınıf matematik konu alanlarına göre Türkiye'nin durumu.....	17
Şekil 3.1. Cebir-geometri ilişkisini hatalı kurmaya ilişkin bazı örnekler.....	50
Şekil 3.2. İşlem seçiminde yaptıkları hata örneği.....	51
Şekil 3.3. İşlem seçiminde yaptıkları hata örneği.....	51
Şekil 3.4. Şekil örüntüsünden denkleme geçişte hata örnekleri .....	52
Şekil 3.5. Denklem hatasından kaynaklı terimi yanlış hesaplama örnekleri.....	52
Şekil 3.6. Değişkene verilen bir değeri genelleme hatası örnekleri .....	55
Şekil 3.7. Cebirsel ifadeleri en sade haliyle ifade ederken, benzer terimleri çarpma hatası	55
Şekil 3.8. Cebirsel ifadelerde benzer terimler toplarken işaretleri ihmal etme hata örneği	56
Şekil 3.9. Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişkeni dikkate almama hata örneği.....	56
Şekil 3.10. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarparken paranteze hatalı dağılma örneği ..	57
Şekil 3.11. Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması örnekleri .....	59
Şekil 3.12. Sözel ifade, cebirsel çevrilirken işlem önceliği hatası örneği .....	60
Şekil 3.13. Sözel ifade cebirsel çevrilirken, benzer terim hatası örneği.....	60
Şekil 3.14. Cebirsel ifade, sözele çevrilirken işlem önceliği hatası örnekleri.....	63
Şekil 3. 15. Verilen her işleme sonuç üretme hatası örnekleri .....	64
Şekil 3.16. Çıkarma işleminde değişme özelliği hatası örnekleri.....	64
Şekil 3.17. Çarpmanın paranteze hatalı dağılma örnekleri.....	68
Şekil 3.18. İşlem hatası örnekleri .....	70
Şekil 3.19. Çarpmanın paranteze hatalı dağılması örneği .....	71
Şekil 3.20. Rasyonel terimli denklemlerin hatalı çözüm örneği .....	71
Şekil 3.21. İki farklı değişkeni bir araya getirememme hatası örneği .....	71
Şekil 3.22. Çarpım olarak verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme hataları.....	74
Şekil 3.23. Cebirsel ifadelerde parantezi dikkate almama hatası örneği .....	74
Şekil 3.24. Öğrencilerin işlem hatası örnekleri .....	75

## SİMGELER VE KISALTMALAR

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
<b>MEB</b>	Milli Eğitim Bakanlığı
<b>NCTM</b>	National Council of Teachers of Mathematics
<b>PISA</b>	Program for International Student Assessment
<b>TIMSS</b>	Trends in International Mathematics and Science Study
<b>TIMSS-R</b>	Trends in International Mathematics and Science Study- Repeat
<b>TDK</b>	Türk Dil Kurumu
<b>NAEP</b>	National Assesment of Educational Progress
<b>TEOG</b>	Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş

# 1. GİRİŞ

Bu bölümde; giriş, araştırmanın gerekçesi, araştırmanın problemi, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmanın sınırlılıkları, araştırmanın varsayımları, kuramsal çerçeve ve literatür taraması üzerinde durulmuştur.

## 1.1. Problem Durumu

Tüm dünyada geçerli evrensel bir dil olan matematik, yalnızca bilim insanlarının değil her bireyin günlük hayat gereçlerindedir. Bu sebeple matematik eğitiminde amaç; bireylerin günlük hayat problemlerini akıl yürüterek, neden-sonuç ilişkisi kurmak ve bunlara uygun kavramları, işlemleri seçebilme yeteneği kazandırmak olmalıdır (Yazıcı, 2004). Matematik, bilim ve teknolojideki gelişmelerin de etkisiyle günlük yaşamımızın en önemli gereksinimlerinden olmuştur. Zamanı bilme, alışveriş yapma, sayma gibi günlük ihtiyaçların yanı sıra, fizik, kimya, astronomi gibi birçok bilim dalına da temel oluşturmaktadır. Mesafe ölçme, arazilerin alanını hesaplama, avlanılan hayvan sayıları gibi temel ihtiyaçlarla başlayan matematiğin serüveni, sağlam temellerle günümüze kadar ulaşmıştır (Işık, 2001).

Çekinilen ve başarı düzeyi olarak düşük bir ders olması sebebiyle, günümüzde matematiğe ön yargıyla yaklaşılmaktadır. Bazı bireylerin başardıkça ve keşfettikçe matematikten aldıkları zevk artsa da çoğu bireyin tamamen matematikten soğuduğunu gözlemlenebilir. Bunun sebebi başarısızlık gibi gözüke de başarısızlığa yol açan eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları da bu başarısızlıkta çok önemli faktörlerdir. Matematikte soyut konular arttıkça kavram yanılgıları da artmaktadır. Öğrencilerin severek ve isteyerek matematik öğrenmeleri, yeni öğrenilen kavramların doğru anlaşılmasını ortaya çıkarabilecek kavram yanılgılarının azalmasını sağlayabilir. Mevcut yanılgıların tespitiyle birlikte planlanacak öğretim programları da bu konuda ön hazırlık için son derece önemli olduğu düşünülmektedir.

Bu bağlamda matematik eğitimi, eğitim ve öğretimin de önemli bir kısmını teşkil etmektedir. Yeni eğitim programında ‘Her çocuk matematik öğrenebilir.’ düşüncesi hâkimdir (MEB, 2013). Günlük hayat problemlerini çözmek, matematiksel işlemleri yapabilmek ve analitik düşünebilmek her bireyin ihtiyacıdır. Bununla birlikte ilgi ve yeteneklerine göre matematik eğitimini ilerletip bilim dünyasına katkı sağlayacak bireylerin yetiştirilmesi ülkemiz ve dünya adına umut verici olacaktır. Diğer bir deyişle matematik eğitimi ve öğretimi bireyin düşünce yapısının gelişmesini sağlar, olaylara farklı bakış açıları ve yorum yapma yeteneği kazandırır (MEB, 2012). Matematiği öğrenmek; yalnızca matematiksel kavram ve becerilerin öğrenilmesi değil; matematiksel düşünceyi, problem çözebilme kabiliyetini, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeyi kapsamaktadır. Bu bakış açısıyla matematik dersi öğretim programında, matematiği öğrenmenin zengin ve kapsamlı bir yolculuk olduğu görüşü benimsenmiştir (Vural, 2005).

Matematiğin zorunlu ders olması kaçınılmazdır. Matematik ilköğretim programlarında temel derslerden birini oluşturmaktadır (Çakmak, 2000). Hatta birçok ülkenin ilk ve ortaöğretim okul programlarında ülkenin ana dilinden sonra en fazla matematiğe yer verildiği görülmektedir (Ersoy, 1997). Ülkemizdeki son programda da bu özelliğini koruyan matematik sınav sistemleri ve öğretim programları değişse de her geçen gün önemini arttırarak korumaya devam etmektedir.

Türkiye ve birçok ülkenin matematik programları incelendiğinde ortaokul matematik programı, somut ilköğretim programı ile çok formal olan lise matematik programı arasında köprü görevi görmektedir (Greenes ve Findell, 1999). İlkokulda kazandıkları aritmetik yetenekleri ortaokulda oluşan soyut kavramlarla birleştirebilen öğrenciler lise matematiğinde zorlanmadan kendilerini yükseköğretime taşıyabilirler. Öğrencilerin lise ve yükseköğretimdeki matematiğe karşı ilgilerini ve başarılarını dikkate alırsak bu geçişlerinin beklenen düzeyde olmadığı görülmektedir. Baysal’a göre (2003) Türk eğitim sisteminde karşılaşılan temel problem ezbere eğitimidir. Ezbere öğrenilen bilgiler temeli sağlam olmayan bir yapı gibi zamanla sağlamlığını yitirir (Nasibov ve Kaçar, 2008). Her ne kadar üretilen projeler, yenilenen programlar ezberci eğitime karşı olsa da gerek öğrencilerin başarı kaygısı, gerek öğretmenlerin konuları yetiştirme çabaları zaman zaman bireyleri ezberci eğitimle karşı karşıya getiriyor. Bunun sonucunda da öğrencilerde eksik öğrenmeler ve kavram yanılgıları kaçınılmaz olmaktadır.

## 1.2. Araştırmanın Gerekçeleri

Gelişmiş ülkelere paralel olarak ülkemiz de son yıllarda kültürel ve ulusal değerlerle evrensel değerleri harmanlayıp eğitim alanında köklü değişikliklere imza atmış ve yeni uygulamalara başlamıştır (Demirel, 2007; Güven, 2008). Bu düzenlemeler sonucunda, 2005–2006 akademik yılında öğrenme sürecinde öğrencinin aktif olmasını temel alan bir ilköğretim programı uygulamaya konulmuştur. Bu sayede pasif konumdan çıkan öğrenci yapılandırmacı yaklaşımla birlikte öğretimin merkezindedir (Çelik-Şen ve Şahin-Taşkın, 2010). Son olarak 2018 yılında tekrar güncellenen matematik öğretim programı da birey merkezli, işbirliğine dayalı öğrenmeyi temel alan, sosyal becerileri önemseyen, eleştirel düşünmeye vurgu yapar nitelikte hazırlanmıştır. Bu programla günümüz sosyal ve ekonomik koşullarında önemli rol oynayabilecek bireyler yetiştirebilmek, ülkelerin uluslararası alanda söz sahibi olması ile doğrudan ilişkilendirilmektedir. Bu durum; tüm ülkeleri sorumluluklarının bilincinde, karar verme yönünden etkin, karşılaşılan problemlere çözüm üretebilen ve eleştirel düşünce yapısına sahip bireyler yetiştirmeye elverişli bir eğitim modeli arayışına itmektedir (MEB, 2018).

2000’li yıllarla birlikte ülkelerin eğitim sistemlerini, başarılarını karşılaştırmak ve bunun sonucunda uygun politikalar geliştirmek amacıyla TIMSS (Third International Study Of Science And Mathematics) ve PISA (Programme for International Student Assessment) gibi değerlendirme testleri geliştirilmiştir. TIMSS, matematik ve fen başarılarını ölçmekle birlikte ülkelerin eğitim sistemleri arasındaki farkları değerlendirmeyi amaçlamıştır (Yalçın, 2011). TIMSS’ in matematik bölümündeki soruların konu dağılımları şu şekildedir; %30 cebir, %30 sayılar, %20 geometri ve %20 veri-olasılık. Verilen oranlarda görüldüğü gibi sayılar ve cebir testin en önemli kısımlarını oluşturmaktadır. Bu araştırmanın ikincisi olan TIMSS-R’a dâhil olan Türkiye uluslararası başarı ortalamasının altında kalmıştır. Öğrenciler cebir başarısında da benzer şekilde, her yıl bir önceki yıla göre artış gösterebilir de genel ortalamayı (500) henüz yakalayamamıştır. Son uygulanan sınavda en yüksek cebir ortalamalarını (460) elde etmelerine rağmen beklenen sonuçlara henüz ulaşamamıştır. Bu bağlamda her ne kadar programlar yenilense de bunun tek başına beklenen etkiyi yaratmadığı görülmektedir (Yücel, Karadağ, ve Turan, 2013).

Bir diğer uluslararası çalışma olan PISA’ da ise matematik okuryazarlığı, öğrenci güdülenmesi, öğrenme biçimleri ve aile yapıları bakımından öğrencileri karşılaştırma

imkânı bulunmaktadır. Matematik okuryazarlığı bakımından bakıldığında; PISA 2009'a göre Türkiye 65 ülke içerisinde 41. sırada, PISA 2012' de 65 ülke içerisinde 44. sırada ve PISA 2015 sonuçlarına göre 72 ülkeden 50. sırada yer bulmuştur (MEB, 2016). Bu sonuçlar Türk öğrencilerinin uluslararası yapılan sınavlarda matematik başarılarının düşük düzeyde kaldığını göstermektedir.

Eğitimciler cebiri matematiğin en fazla zorlanılan ve hata yapılan alanlarından biri olarak görmektedir. Bu yüzden etkili ve kalıcı bir öğretim için farklı metodlar araştırmaktadırlar. Son yıllarda bu alternatiflerden en fazla üzerinde durulan ise cebire girişte örüntülerden yararlanılmasıdır. Cebirde örüntünün kullanımı, dünyada matematik eğitimine yön veren kuruluşlardan olan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM)'nin Okul Matematiğinin Prensipleri ve Standartları dokümanında vurgulanmıştır (NCTM, 2000). Ülkemizde de benzer şekilde 2004 yılında değiştirilen matematik dersi öğretim programında örüntülerin farklı biçimlerde gösterilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesinin öğrencilerde cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacağı belirtilmiştir (MEB, 2009). 2018 itibarıyla yayınlanan yeni matematik öğretim programı da bu düşünceleri destekler niteliktedir. Cebire dönük kazanımlar ilk olarak 6. sınıfta yer almaktadır. Öğrencilerden, cebirsel ifadeleri anlamlandırarak, örüntüleri ifade etmeleri istenir. 7. sınıf seviyesinde ise; cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma, eşitlik kavramı, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözebilmeleri istenmektedir. 8. sınıfta; özdeşlikler, doğrusal denklemler, eşitsizlikler, çarpanlara ayırma ve doğrusal ilişkiler ile cebir kazanımları ortaokulda sona ermektedir. 2005 sonrası güncellenen matematik öğretim programlarındaki cebir öğrenme alanındaki en önemli engellerden birinin kavram yanılgıları olduğu ifade edilebilir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Anlamli öğrenmenin sağlanması ve programların hedeflerine ulaşması için yanlış öğrenmeler birikimli ilerleyen öğretim programında öğrencilere engel teşkil edecektir. Aritmetik bilgilerinde kavram yanılgılarına sahip öğrenciler bunları cebir alanına taşıdıkları gibi, cebirde oluşan kavram yanılgıları da sonraki eğitim kademelerini olumsuz etkileyebilir. Bu nedenle soyut düşünmenin temelini atıldığı ortaokul döneminde cebire geçişle birlikte oluşan kavram yanılgılarının tespiti, önlenmesi ve ortadan kaldırılması son derece önemlidir.



Birçok araştırmacı cebirin öğrenciler için önemli bir konu olduğunu ve cebirsel düşünebilmenin mümkün olduğunca erken yaşlarda gelişmesinin önemini vurgulamışlardır (Kieran, 1989; Moses, 1995; NCTM, 2000; Kaput & Blanton, 2001; Blanton & Kaput, 2003; Cai, 2004; Gülpek, 2006; Carraher & Schliemann, 2007; Yenilmez ve Teke, 2008; Bağdat ve Saban, 2014; Kaya, 2017). Bu açıklamanın ana gerekçesi erken yaşlardaki cebirsel düşünce yapısını geliştiren öğrencilerin cebirsel sembollerle olan ilişkilerini kolaylaştırması olarak ifade edilmektedir (Cai & Knuth, 2011). Yapılan çalışmalarda genellikle cebir öncesi dönem ve cebire geçişe rastlanmaktadır, ayrıca bu çalışmalar ortaokulun ilk yıllarındaki öğrencilerle yürütülmüştür (Akkaya ve Durmuş, 2006; Yenilmez ve Avcu, 2009; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Akyüz ve Hangül, 2013). Son yıllarda yapılan birçok araştırma matematikteki kavram yanlışlarına dikkat çekerken (Altun, 2004; Özcan, 2004; Yılmaz, 2007; Dereli, 2009; Çetin, 2009; Alkan, 2009; Kaya, 2015) cebirdeki kavram yanlışları ile ilgili henüz yeterli sayıda ve nitelikte çalışmaya ulaşılamamıştır. Yapılan araştırmalarda Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) , basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaşılan güçlükler, yapılan ortak hatalar ve olası kavram yanlışlarını incelemiş başarı seviyesi düşük öğrencilerin yanlışlarının, daha çok yanlış kurallamalardan, orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin yanlışlarının ise daha çok aritmetik veya işlem becerisindeki eksiklerden kaynaklandığını gözlemlemişlerdir. Akkaya ve Durmuş (2006), çalışmalarında 6-8. Sınıf öğrencilerinin cebirle ilgili kavram yanlışlarının neler olduğunu belirlemeyi amaçlamışlardır. Öğrencilerin cebirde harfleri anlamlandıramadıklarını ve değişken kullanımında zorlandıklarını görmüşlerdir. Bu konuda Dede, Yalın ve Argün (2002) de çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmış ve öğrencilerin değişkenlerle işlem yaparken çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduklarını tespit etmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin eski bilgilerin transferlerinde, değişkenin farklı kullanımlarında ve değişkenlerle işlem yaparken zorlandıklarını görmüşlerdir. Erdem (2013) yaptığı araştırmada 7.sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları kavram yanlışlarını incelemiş ve öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem konusunda bazı hata ve kavram yanlışlarına sahip oldukları saptamış, öğretmenler ise bu hata ve yanlışları öğrencilerin yaşına ve müfredattaki zaman yetersizliğine bağlamışlardır. Nitekim Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012) aritmetik ve cebir konusunda yaptıkları literatür taraması sonucunda; öğrencilerin cebirle ilgili fikirlerini aritmetikle ilgili daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak şekillendirmelerinden ötürü bu iki alan arasında yoğun ve

karşılıklı bir etkileşim olduğunu, ancak bu ilişkiye rağmen yapılarındaki farklılıklar neticesinde öğrencilerin cebire geçişte zorlandıklarını belirlemişlerdir. Bu farklılıkların; aritmetikte hesaplama zincirlerini kurulurken cebirde mantıksal denklem zincirlerinin gerekmesi, aritmetikte eşittir her zaman sonuca işaret ederken cebirde denkliği temsil etmesi, aritmetikte kısa süreli bilinmeyen varken cebirde sabit bilinmeyenlerin olması gibi nedenlerden kaynaklandıklarını ifade etmiş ve önerilere yer vermişlerdir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin cebirsel ifadeler (Dede ve Argün, 2003; Akkaya ve Durmuş, 2006; Soylu, 2008; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Kaya ve Keşan, 2014), değişken ve denklem çözümleri (Dede, 2005; Booth & Koedinger, 2008; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Akyüz ve Hangül, 2013; Yakar ve Yılmaz, 2017) konusundaki hata ve kavram yanlışları bağlamında çeşitli araştırmalar yapılmasına karşın şekil örüntülerine ve sözel ifadelere karşılık gelen cebirsel ifade etme becerisine yönelik araştırmalara yeterince yer verilmediği dikkat çekmektedir. Nitekim 2018 yılında güncellenen matematik öğretim programında örüntüden denkleme geçişle başlayan bilinmeyen ve denklem öğretiminde, öğrencilerin bilinmeyeni sadece bir harf olarak görmemesi ve görsel olarak ifade etmesi, sözel olarak verilen durumları görsel ve cebirsel olarak ifade etmesi ve bu gösterim biçimleri arasında geçiş yapabilmesi önem kazanmıştır. Literatürde pek rastlanmayan görsel ifadelerle değişken gösterimi ve bu konudaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi cebirsel ifadelerin anlamlandırılması bakımından gereklidir.

Diğer taraftan cebirsel ifadelerdeki değişken ve denklem çözümlerinin birlikte ele alınması ve cebirsel ifadelerin sözel ve görsel olarak ifade edilmesi ve bu farklı gösterim türleri arasındaki geçişin bütünsel olarak incelenmesi ve oluşan kavram yanlışlarının tespit edilmesi daha sonraki öğrenmeler bakımından gereklidir. Nitekim ortaokulun ilk yıllarında görülen kavram yanlışlarının ve eksikliklerin daha sonraki öğretim kademelerine taşındığı bilinmektedir. Bu yüzden lise öğrenimine geçiş aşamasında olan 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki bilgi düzeylerinin ve kavram yanlışlarının detaylı olarak incelenmesine ihtiyaç vardır. Ayrıca bu inceleme yeni öğretim programının cebirsel ifadeler bağlamında elde edilen ilk verilerinden sayılabilecektir.

### 1.3. Araştırmanın Problemi

Bu araştırmanın problemini “*Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışları nelerdir?*” sorusu oluşturmaktadır. Bu araştırmanın problemi bağlamında cevap aranan alt araştırma soruları şunlardır:

- a) *Öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimde ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- b) *Öğrencilerin sözel olarak verilen bir durumu cebirsel ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- c) *Öğrencilerin cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- d) *Öğrencilerin cebirsel ifadelerle dört işlem yapabilmeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- e) *Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözümedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- f) *Öğrencilerin farklı değişkenler için cebirsel ifadenin değerini hesaplamadaki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- g) *Öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını ifade etmedeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*
- h) *Öğrencilerin örüntüden denkleme geçişlerdeki bilgi düzeyleri ve kavram yanlışları nelerdir?*

### 1.4. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışları incelemektir. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunun alt boyutlarında sahip oldukları kavram yanlışlarını ayrı ayrı araştırmak hedeflenmiştir.

### 1.5. Araştırmanın Önemi

Günlük yaşamda ihtiyaç duyulan hesaplama becerilerinin yanı sıra gün geçtikçe karmaşık bir hale gelen, akıl yürütme ve problem çözme yöntemlerine ihtiyaç duyan insanoğlu için matematik eğitimi çok ciddi bir öneme sahiptir (Umay, 2003). Bu önem herkes tarafından bilinmesine karşın matematiği öğrenmek ve öğretmek halen zorlu bir süreçtir. Bu sürecin

verimli şekilde ilerleyebilmesi ise matematiksel düşünme gerektirir. Matematiksel düşünme aritmetik, cebir, geometri gibi her alana özgü farklılıklar içerir (Dindyal, 2003).

Cebir ve cebirsel düşünme matematik öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Farkına varmadan, günlük hayatta karşılaştığımız problemleri analiz edip, çözmeye çalışırken cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır (Davidenko, 1997). Bu bağlamda soyut düşünme ve cebirsel düşünme becerisinin kazanılması bireylerin akademik başarısının yanı sıra günlük hayat problemlerine çözüm üretmede daha yaratıcı olmalarına katkı sağlar. Bunun için cebir öğrenme alanındaki hata ve kavram yanılgılarının belirlenmesi önemlidir. Nitekim uluslararası alanyazında farklı öğretim kademesindeki öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ve cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanılgılarını inceleyen çeşitli araştırmalar yapıldığı dikkat çekmektedir.

Ayrıca öğrencilerin değişkenleri anlamakta zorlandığını belirten (Küchemann,1978; Wagner,1983; Philipp, 1992; Davidenko, 1997; Macgregor & Satcey,1997; English & Warren, 1998) ve cebirin en önemli alanlarından olan denklemlere geçişte öğrencilerin yaşadıkları zorlukları inceleyen çalışmalar mevcuttur. Örneğin; sözel ifadeleri cebirsel ifadelerle dönüştürmedeki zorluklar (Fillooy & Rojano, 1989; Bernardo & Okagaki, 1994; Linchevski & Hersovics, 1996), harfli ifade ve şekilleri matematik cümlesi olarak anlamlandırmadaki zorluklar (Kieran, 1992), aritmetikten cebire geçişte yaşanan zorluklar, eşitlik ve değişken kavramının anlaşılmasındaki zorluklar (Usiskin, 1988; Falkner, Levi & Carpenter, 1999). Herscovics ve Linchenski (1994) öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukları, aritmetikten cebire geçişte oluşan bir bilişsel boşluğa bağlamışlardır. Bu boşluğu aşmak amacıyla cebir öncesi döneme vurgu yapan pek çok çalışma vardır (Fillooy & Rojano, 1989; Kieran, 1992; Kieran & Chalouh, 1993; Hersovics & Linchevski, 1994; Linchevski, 1995; Van Amerom, 2002).

Benzer şekilde ulusal alan yazın incelendiğinde çeşitli araştırmalar yapıldığı dikkat çekmektedir (Dede, Yalın ve Argün, 2002; Akkaya ve Durmuş, 2006; Bayar, 2007; Soylu, 2008; Yenilmez ve Avcu, 2009; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Akyüz ve Hangül, 2013; Yıldız, Çiftçi, Akar ve Sezer, 2015;). Bu bağlamda Akkaya ve Durmuş (2006) altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki olası güçlüklerini ve kavram yanılgılarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin cebirde harfleri anlamlandıramadıkları ve bu nedenle harflerle, değişkenlerle

işlem yaparken zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Yenilmez ve Avcu (2009) altıncı sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde; öğrencilerin eşitliğin ifade edilmesi ve korunumunda zorlanmadıkları ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme konusunda zorlandıkları gözlenmiştir. Soylu (2008) ise araştırmasında öğrencilerin değişken kavramındaki öğrenme güçlüklerini ve hatalarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlarda öğrencilerin değişken kavramını sabit sayılarla özdeşleştirdiğini ve belli harflerle sınırladığını görmüştür. Dede, Yalın ve Argün (2002) yaptıkları çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının farklı kullanımlarında ve değişkenlerle işlem yapmada ve daha önce öğrendikleri bilgileri transfer etmede zorlandıklarını ve bazı kavram yanlışlarına sahip olduklarını saptamıştır.

Diğer araştırmalardan farklı olarak bu çalışmada, öğrencilerin bilinmeyen kavramını tek harfe indirgemeleri ve anlamlandırmakta zorlanmaları sebebiyle görsel ifadelerle daha fazla önem verilmiştir. Ayrıca önceki araştırmalarda öğrencilerin genellikle denklem çözümünde zorlandıkları görülmüştür. Bu durumun öğrencilerin cebirsel ifadelerin sözele; sözel ifadelerin cebirsel dönüşürülmesinde sorun yaşamalarından dolayı ortaya çıktığı düşünülmektedir. Bu bağlamda kazanım boyutunda sözel ve cebirsel ifadelerin derinlemesine ele alınması önem arz etmektedir. Araştırma kapsamında daha önce tespit edilen yanlışların öğrencilerde devam edip etmediğinin görülmesi ve 2012-2013 eğitim-öğretim yılından bu yana uygulanan 4+4+4 eğitim sistemindeki cebir eğitiminde rastlanan yanlışlara da güncel bir örnek oluşturacağı düşünülmektedir. Ayrıca 2017-2018 eğitim öğretim yılı itibari ile yenilenen matematik öğretim programına da yol gösterici olabilmesi beklenmektedir. Bu araştırma sekizinci sınıf öğrencilerinin; cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme, sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazma, cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazma, cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir doğal sayı ile çarpma, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme, cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama, basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme kazanımlarında sahip oldukları kavram yanlışlarının tespiti için ortaöğretimden önceki son fırsattır. Cebirsel ifadelerle ait ilköğretimdeki tüm kazanımların 8. Sınıf seviyesinde ölçüldüğü ve kavram yanlışlarının tespit edildiği bir araştırmanın literatürdeki eksikliği dikkat

çekmektedir. Bu bağlamda belirtilen kazanımların tek tek detaylı şekilde incelenmesi ile alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## **1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu araştırma;

- a) Afyonkarahisar ilinden amaçlı örnekleme ile seçilen sekizinci sınıf öğrencilerinden elde edilen veriler ile,
- b) 2017-2018 eğitim öğretim yılında yapılan uygulama sonucunda elde edilen veriler ile,
- c) Cebirsel ifadeler ile ilgili kavram yanlışlarını tespit etmeye yönelik geliştirilen ‘Cebirsel ifadeler başarı testi’nden elde edilen veriler ile sınırlandırılmıştır.

## **1.7. Araştırmanın Varsayımları**

Bu araştırma aşağıdaki varsayımlar çerçevesinde yürütülmüştür:

- a) Araştırmada kullanılan veri toplama aracının uygulanan sınıf düzeyine uygun, tesadüfi hatalardan arınmış, kazanımları kapsayan ve yeterli uzman görüşüne başvurulmuş,
- b) Öğrencilerin veri toplama aşamasında doğrudan matematiksel bilgi ve yeteneklerini kullandıkları, herhangi bir yardım almadıkları,

## **1.8. Kuramsal Çerçeve**

Bu bölümde araştırmanın dayandığı teorik alt yapıyı oluşturmak için kavram yanlışlığı ve önemi, kavram yanlışlığı türleri ve kavram yanlışlıklarını belirlemede kullanılan teknikler, kavram yanlışlığının öğrenmeye ve matematik eğitime etkileri, cebir ve cebirsel düşünmenin önemi, matematik öğretim programında cebirsel ifadeler ve karşılaşılan kavram yanlışlarından kısaca bahsedilmiştir.

### **1.8.1. Kavram Yanlışlığı ve Önemi**

İnsanoğlu geçmişten günümüze matematik sayesinde birçok yeni bilgiye ulaşabilmektedir. Bu bilgilere ulaşmanın yanı sıra, onların açıklanması ve güvenle yeni kuşaklara aktarılması

önemlidir (Ergöz, 2000). Aktarılan bu bilgiler sayesinde bilim ve teknolojideki gelişmelere yardımcı olacak bir bilgi birikimi oluşacaktır. Matematiksel anlamda bir bilgi birikimi oluşturmak ve kullanmak için matematik eğitiminde adından sıkça söz edilen iki tür bilgiye değinmemiz gerekir. Birincisi, kuralları ve sembolleri içerip problem çözmemizi sağlayan işlemsel bilgidir. Diğeri ise bilgilerin arasında köprü kurarak kurallar ve ilişkileri açıklamaya yarayan kavramsal bilgidir (Baroody, 2003). Kavramsal ve işlemsel bilgi, birbirini destekleyerek zihinsel gelişime katkı sağlaması dolayısıyla matematik eğitimi açısından son derece önemlidir (Baki, 2008). Bireyin yaşı, hazırbulunuşluk düzeyi, öğretim programı gibi değişkenler işlemsel ya da kavramsal bilginin verilme sırasını etkileyebilir. Önemli olan kavram ve işlemlerin dönüşümlü olarak bir bütün halinde ele alınması ve birbirini destekler nitelikte matematik eğitiminin verilebilmesidir. Günümüzde yaygın olan görüş bu iki bilgi türünün birlikte ele alınması ve uyum içerisinde yürütülmesidir (Johnson & Schneider, 2015).

Matematikte anlamlı öğrenmeyi sağlamak için işlemsel bilgiler ile kavramsal bilgiler arasındaki bağı kurmak önemlidir. Bu bağı kurulması ile temel matematik kavramlarının anlamlandırılması, daha üst düzey kavramların zihinde başarılı bir şekilde yapılandırılmasını kolaylaştıracaktır; ancak bu bağı kuramayan öğrenciler birtakım kavramları zihinde doğru canlandıramadıkları gibi çeşitli zorluklar da yaşayabilirler. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorluklar cebir konuları ile artış göstermektedir (Ersoy ve Erbaş, 2003). Zorlukla karşılaşan öğrenciler, kendilerince oluşturdukları kavramların doğruluğuna ikna olmaya ve çeşitli kavram yanılgıları oluşturmaya başlarlar. Öğrenme sürecini etkileyen en önemli unsurlardan biri kavram yanılgılarıdır. Alan yazında kavram yanılgıları daha önce; hatalı fikirler (Fisher, 1983), olgunlaşmamış kavramlar (Hashweh, 1988), anlık akıl yürütme (Viennot, 1979), hatalı uygulamalar (Elby, 2001) gibi isimlerle ifade edilse de günümüzde en yaygın kullanımı kavram yanılgısıdır. En kısa haliyle kavram yanılgısı, uzmanlarca üzerinde hemfikir olunan bilginin yerine farklı bilgilerin kabul edilmesidir. Bu kabul, geçici bir durum olmadığı için mevcut konunun kavranmasını engellemekle beraber sonraki konuların da yanlış anlaşılmasına sebebiyet verebilir (Şandır, Ubuz ve Argün, 2007). Bu nedenle cebir eğitiminde örneğin; değişkenleri kavramada oluşabilecek bir kavram yanılgısı, sonraki denklem, grafik, eşitsizlik gibi konuların anlaşılmasında, öğrenilmesinde zorlanmalara ve sistematik hatalara sebebiyet verebilir. Zamanında fark edilip, önlenemeyen bu kavram yanılgıları ülkemizde altıncı sınıfta cebirle

başlayıp, ortaöğretimde fonksiyonların öğretimine kadar gidebilir. Matematiksel kavramları bir zinciri tutan halkalar gibi düşünürsek, bu halkada meydana gelebilecek kopmaların ileri düzey matematiksel kavramları öğrenmede zorluklara yol açabileceği öngörülmektedir (Swadener ve Soedjadi, 1998).

Kavram yanlışları öğrenmeye ve matematiksel başarıya etkisiyle beraber öğrencilerin tutumlarına da olumsuz etki gösterir (Akın, 2014). Bu nedenle mümkün olan en kısa sürede belirlenip giderilmesi gerekir. Kavram yanlışlığı, basit bir hata olmamakla birlikte bireylerin yaptıkları hataların doğruluğuna inanmaları ve nedenleri ile açıklamaları gerekmektedir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Kavram yanlışlığı ve hata arasındaki farkı ayırt etmek gerekir. Hatalar, bir kavram yanlışlığından kaynaklanabileceği gibi yetersiz bilgi ya da dikkatsizlik sonucunda da oluşabilirler (Gates, 2001). Kavram yanlışları ise genellikle bilgi eksikliğinden, yanlış uygulanan kurallardan veya hatalı genellemelerden oluşur (Spooner, 2002). O halde kavram yanlışlığı; öğrenciyi sistemli olarak hataya götüren bir kavrayış biçimidir ve öğrencinin yaptığı hataların çoğunun arka planında kavram yanlışlığı bulunmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2010). Okur ve Gürel (2016) ise kavram yanlışlığını “öğrencilerin kavramı, bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı algılayıp; bu algılarını sistemli ve ısrarcı bir şekilde sürdürmeleri” şeklinde tanımlamışlardır. Zamanında tespit edilemeyen ve önlenemeyen kavram yanlışlığı, konular ilerledikçe artacak ve öğrenci için büyük zorluklara, yol açacaktır. Bu nedenle kavram yanlışlarının tespiti ve giderilmesi matematik eğitimi açısından önemlidir.

### **1.8.2. Kavram Yanlış Türleri ve Kavram Yanlışlarını Belirlemede Kullanılan Teknikler**

Kavram yanlışları tek başlıkta incelenemeyecek kadar çeşitli ve karmaşıklardır. Bu nedenle Zembat (2008) çalışmasında kavram yanlışlarını dört başlık altında toplamıştır. Bunlar: Aşırı genelleme (overgeneralization), aşırı özelleme (overspecialization), yanlış tercüme (mistranslation) ve kısıtlı algılamadır (limitedconception).

*a) Aşırı Genelleme:* Graeber ve Johnson’ın (1991) çalışmasına paralel olarak aşırı genellemeyi Zembat (2008); “Belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır.” şeklinde tanımlamıştır. Kısaca bireyin matematikte bir konuda geçerli olan kuralı, tüm konularda geçerli olabilecek şekilde düşünmesidir. Şimşek (2006) bunun sebebini, genel olarak



birbirine benzer ifadelerle karşılaşan öğrencilerin yeni bir olayla karşılaştıklarında bu olayın da daha öncekilerle aynı olduğunu düşünerek aşırı genelleme yapmaları şeklinde ifade etmiştir. Cebirsel ifadelerde aşırı genellemeye örnek verecek olursak; Dede, Yalın ve Argün (2002) çalışmalarında öğrencilerin “ $2+5x = 7x$ ” şeklinde bir işlem yaparak, bilinmeyen başındaki sayılarla doğal sayıların toplanabileceği yanılığına düştüklerini görmüşlerdir. Burada öğrenci toplama işleminin kuralını aşırı genelleyerek ‘Aralarında toplama işareti olan sayılar her koşulda toplanır.’ şeklinde düşünmüştür.

**b) Aşırı Özelleme:** Genel bir kuralın sadece belli durumlara özgü olduğunu düşünmeye aşırı özelleme olarak adlandırılır. Baki (1997)’ ye göre daha geniş kapsama sahip, kavram ve kuralların sadece belli bir boyutta kullanılması olarak düşünülebilir. Burada aşırı genellenenin aksine öğrencilerin kendini kısıtladıkları ve kendilerince kurallar koydukları söylenebilir. Örneğin Kalkan (2014)’in araştırmasında; “ $y = mx$ ” denkleminin doğrusal olduğunu belirten bir öğrenci, “ $y = mx + n$ ” denkleminin doğrusal olmadığını düşünüyorsa aşırı özelleme yapmaktadır. Burada ilk denklemdeki doğrusal ilişkiyi yalnızca tek tip denkleme özgü düşünmesi bu yanılığa sebep olmuştur. Aşırı özelleme Ben-Hur (2006)’ a göre bir kavramın eksik veya kısıtlı kavranmasından kaynaklanabilir.

**c) Yanlış tercüme:** Zembat (2008)’ a göre; formül, tablo, işlem, grafik ve cümle gibi çeşitli ifadeler arasındaki geçişlerde sistematik olarak devam eden hatalar, yanlış tercüme olarak nitelendirilmektedir. Cebirsel ifadeleri sözel olarak ifade ederken veya sözel ifadeleri cebirsel ifadelere dönüştürürken öğrencilerde karşılaşılan hatalar bu duruma dâhil edilebilir. Örneğin; “Bir sayının 1 fazlasıyla 2 eksiğinin toplamını” ifade ederken “ $(x+1) - 2$ ” cebirsel ifadesini yazan bir öğrenci bu yanılığa sahiptir (Yenilmez ve Avcu, 2009). Burada bilinmeyen 2 eksiği ile toplamı gerekirken direk 2 çıkartan öğrenci yanlış tercümeye sahiptir.

**d) Kısıtlı Algılama:** Bir kavramın kısıtlı bir şekilde öğrenilmesi, o kavramın kısıtlı algılanmasına yol açar (Bingölbali ve Özmantar, 2010). Tam olarak kavranmayan bilgiler zaman zaman öğrenciler tarafından öğrenildiği düşüncesiyle bu yanılığa sebebiyet verebilir. Bu durumda harflerin ya da şekillerin nesnelere yerine kullanılması söz konusudur. Örneğin Akarsu’un (2013) 7.sınıf öğrenciler üzerinde yapmış olduğu çalışmada olduğu gibi “ $3c + 7c = 10$ ” cebirsel ifadesinin anlamı sorulduğunda “c”

harfinin “ceviz”in kısaltması olarak düşünerek “10 ceviz” yazan bir öğrencinin kısıtlı bir algılamaya sahip olduğu söylenebilir.

Kavram yanlışlarının giderilmesi için ilk olarak tespit edilmesi önemlidir. Bu bağlamda kavram yanlışlarını tespit ederken testlerden, kavram haritalarından, kelime ilişkilendirme testlerinden ve mülakat gibi çeşitli yöntemlerden yararlanılmaktadır. Bu yöntemlerden en yaygın olanı, kullanım ve uygulama kolaylığı açısından testler olarak görülmektedir. Test türleri kısaca; cevapların bir cümleden veya rakamdan oluştuğu kısa cevaplı testler, öğrencilerin bildiklerini ifade ettiği açık uçlu testler, doğru-yanlış testlerini de içine alan sınıflama testleri ve sorulan sorunun yanıtının verilen seçenekler içerisinde seçildiği test grupları olan çoktan seçmeli testlerdir (Baki, 2008). Ülkemiz gibi birçok ülkede de en yaygın kullanıma sahip testler çoktan seçmeli testlerdir. Tesadüfi hataya açık olsalar da geçerlik ve güvenilirlik açısından oldukça kullanışlıdır. Buna karşın öğrencilerin kavram yanlışlarının nedenlerini derinlemesine ortaya koymada kısıtlı kalmaktadırlar. Bu nedenle öğrencinin kavramsal bilgilerinin derinliğini ve kavram yanlışlarının ve eksikliklerinin tespiti amacıyla iki aşamalı testler geliştirilmiştir.

İki aşamalı testlerde amaç, öğrencilerin yanlış anlamaları ve kavram yanlışlarının tespit etmektir (Peterson & Treagust, 1989). Testin ilk aşamasında çoktan seçmeli ya da sınıflandırma gereken testler kullanılır. İkinci aşamada işaretlenen şıkkın gerekçesi öğrenciden istenir. Bu aşamada öğrencinin konuya hâkimiyeti ve kendini ifade becerisi de açık uçlu yanıtlar sayesinde tespit edilebilir.

Kullanılan testlere bakıldığında öğrencilerin ön bilgilerinin tespiti ve eksiklerinin görülmesi açısından daha çok iki aşamalı testlerle çalışıldığını; ulaşılan örneklerle kavram yanlışlarının belirlendiğini görülmektedir (Karataş, 2003). Bu nedenle öğrencilerin hem seviyesine hem de eksiklerine ulaşma imkanı bulunduğu için çalışmada iki aşamalı testten yararlanılmıştır. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar incelendikten sonra bu cevaplarda rastlanan hata ve kavram yanlışlarının tespiti için öğrenciden cevapların gerekçesi istenmiştir. Bu sayede yanlışların kaynakları ve hangi gruplarda yoğunlaştığı bilgisi elde edilmiştir.

### 1.8.3. Cebir ve Cebirsel Düşünmenin Önemi ve Matematik Öğretim Programındaki Yeri

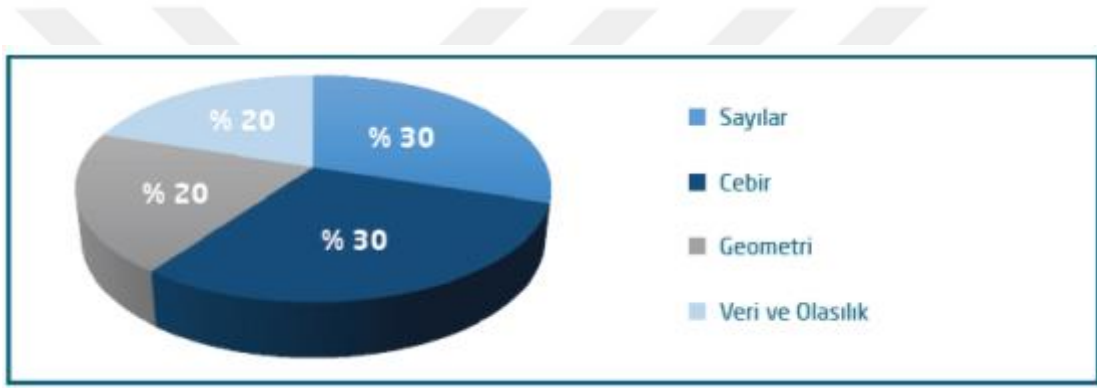
825 yılında Persli matematikçi Harizmi'nin eseri olan ve matematik tarihinde cebir adına yazılmış ilk kitap olarak kabul gören “al Kitab al-muhtaşar fi hisab al-cebr wal-muqabala” isimli eserindeki “al-jabr” kelimesinden gelen cebir, ayrı parçaların birleştirilmesi anlamını taşımaktadır. Öyle ki cebir matematiğin çeşitli bölümleri arasındaki birliği sağlar (Kieran,1992). 20 yy'deki Latin çevirmenlerin modern bir kelime olan “cebir” e çevirdikleri “al-jabr” biliminin ana hedefi denklemleri çözmektir (Katz, 1997).

Matematiğin ana dili olarak kabul gören cebirle ilgili literatürde pek çok tanıma rastlamak mümkündür; Cebir pozitif ve negatif sayılarla, bunların yerine kullanılan harfler ve notasyonlar aracılığıyla nicelikler arasında ilişkiler kuran, matematiğin temel alanlarından biridir (TDK, 2017). Başka bir ifade ile cebir, bir problemle ilgili model oluşturup, o model yardımıyla da problemi çözmeye kullanılır. Bunu yaparken de mevcut verilerin sayısal ve grafiksel gösterimleriyle bağlantı kurar (Chapin & Johnson, 2006). Ryan ve Williams (2007) ise cebiri; “bir dizinin genel terimini bulma, verilen ifadeleri sadeleştirme, denklemleri çözmeye gibi işlemleri içeren sembolik bir oyunda harflerin ve sayıların üzerinde çeşitli oynamalar yapma” şeklinde tanımlamıştır. Cebir sayesinde öğrenciler matematikle diğer disiplinler arasında bağ kurabilirler (NCTM, 2008). Vance (1998) cebiri, genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır. Bir başka cebir tanımı ise öğrencilerin denklemleri çözebilme ve sembolleri anlayabilme çabasını cebir olarak ifade etmiştir (Dede ve Peker, 2007 ). Tüm bu tanımlarda görüldüğü üzere cebir için, sayılarla semboller arasındaki ilişkiyi kurmamızı sağlayan matematiğin evrensel bir dili diyebiliriz. Bu dili kullanamayan bireyler soyut matematik konularında başarısız olmakla birlikte cebirsel düşünce yapısını kazanamadıkları için zamanla matematikten de kopma noktasına gelebilirler.

Cebirsel düşünme, aritmetiksel bir dille cebirsel işlemlere ve sembollere anlam yükleyerek zihinde var olan cebirsel bilginin sınırları doğrultusunda matematiksel muhakemenin gelişimini içerir (Kieran & Chaloug, 1993). Cebir ve cebirsel düşünce, günümüz eğitim anlayışının hedefleri bakımından, matematik okuryazarlığının en önemli parçası ve birleştirici unsurudur (Erbaş ve Ersoy, 2002). Matematik konuları ilerledikçe bireylerin bu düşünce yapısına sahip olmaları önemlidir; denklemler, fonksiyonlar ve grafikler cebirsel

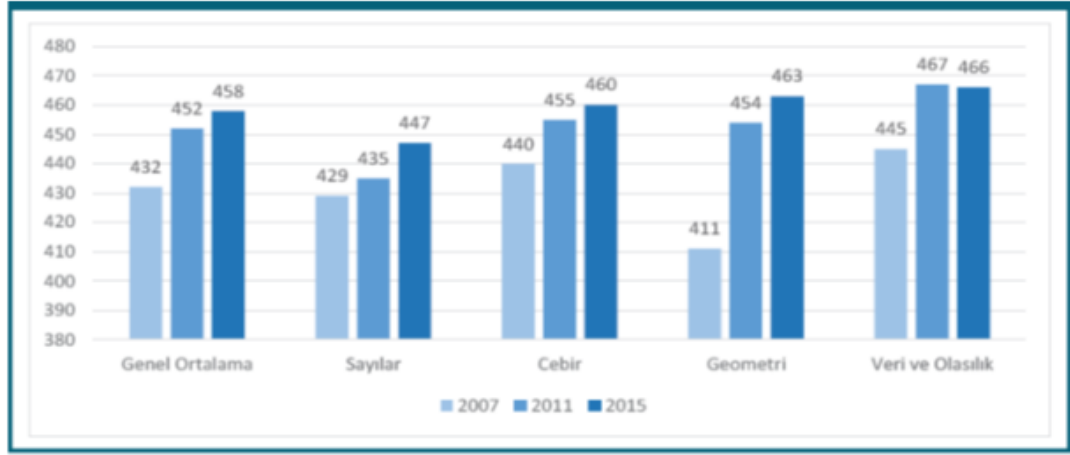
ifadeleri ve cebirsel düşünmeyi bilmeden öğrenilmesi mümkün olmayan konulardan bazılarıdır. Yapılan ulusal ve uluslararası başarı testlerinde de cebir çok önemli bir yere ve öneme sahiptir.

Her dört yılda bir tüm dünyada 4. ve 8. sınıflara Matematik ve Fen bilimleri derslerinde; bu derslerin eğitim ve öğretimlerinin geliştirmek amacıyla uygulanan TIMSS, öğrenci başarılarındaki eğilimleri ve eğitim sistemleri arasındaki farklılıkları belirlemektedir. Matematik dersinde 4. sınıflarda; Sayılar, Geometrik Şekil ve Ölçümler, Veri Gösterimi öğrenme alanlarında sorulara yer veriliyor. 8. sınıflarda ise; Sayılar, Cebir, Geometri, Veri ve Olasılık öğrenme alanından sorular, grafikteki oranlarla dağılmaktadır. 8. Sınıf öğrenme alanlarının dağılımı Şekil 1.1' de görülmektedir.



Şekil 1 1. TIMSS 8. sınıf matematik öğrenme alanlarının dağılımı

Şekil 1.1'de görüldüğü gibi, dünyadaki en büyük uluslararası öğrenci başarısını değerlendirme çalışmalarından olan TIMSS'de öğrenme alanlarının %30'unu cebir oluşturmaktadır. Sayılarla birlikte çalışmanın en büyük kısmını oluşturan cebir, ülkemizde olduğu gibi tüm dünyada da ilköğretimden ortaöğretime geçişte çok önemli bir role sahiptir. TIMSS 8.sınıf matematik öğrenme alanlarında ülkemizin başarı durumu ve yıllara göre ilerlemesi Şekil 1.2' deki grafikte görülmektedir.



Şekil 1.2. Sekizinci sınıf matematik konu alanlarına göre Türkiye'nin durumu

Şekil 1.2'ye bakıldığında ise yapılan son üç TIMMS sonuçlarında ülkemizdeki öğrencilerin tüm öğrenme alanlarında olduğu gibi Cebir öğrenme alanında da başarılarının arttığını gözlemlemektedir. Her ne kadar matematik konularında her sınavda bir öncekine göre artış gözlense de öğrencilerimiz, sıralamada ve öğrenim boyutunda beklenen seviyelerde değildir. Cebir öğrenme alanında daha büyük ilerleme kaydetmek için öğrencilerin sayılar gibi aritmetik temelde zorlanmamaları gerekmektedir. Bu sayede aritmetikten cebire geçişte daha başarılı olabilecekleri düşünülmektedir.

Ülkemizdeki öğretim programına ise, yapılan uluslararası çalışmalara paralel olarak yenilenen her programda cebirin önemli bir yeri olduğunu görmekteyiz. Cebir matematik öğretim programında beş öğrenme alanından birini oluşturmaktadır (MEB, 2013). Ortaokul matematik dersi öğretim programında Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık olmak üzere 5 öğrenme alanı mevcuttur. Cebir öğrenme alanı 5. sınıf hariç tüm sınıflarda yer almaktadır. Altıncı sınıf seviyesinde cebirsel ifadeler kazanımının altında; aritmetik dizilerin kurallarını harfle ifade etme ve istenen terimi bulma, sözel olarak verilen duruma uygun cebirsel ifade yazma-cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazma, cebirsel ifadelerin değerini değişkenin alacağı farklı değerler için hesaplama, basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve verilen bir sayıyla çarpma kazanımları mevcuttur. Yedinci sınıfta; eşitlik ve denklem, doğrusal denklemler kazanımları bulunmaktadır. Sekizinci sınıflarda ise; cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler, denklem sistemleri, eşitsizlikler kazanımları cebir başlığı altında öğrencilere kazandırılmak üzere bulunmaktadır. Cebirin matematik öğretim

programını içerisindeki yoğunluğuna bakıldığında; 6. Sınıf seviyesinde 6 kazanım, 16 ders saati ile cebire % 9 süre ayrılırken, 7. Sınıfta eşitlik ve denklem boyutuyla 7 kazanım, 24 ders saati ile % 14 oranında süreyi görmektedir. Ortaokulun son yılında ise içerisinde denklem sistemleri ve eşitsizlikleri de alan cebir toplamda 13 kazanım, 48 ders saati ile 8. Sınıf matematik öğretim programının % 27' sini oluşturmaktadır (MEB, 2013). Yapılan öğretim programı değişikliğinde de görüldüğü gibi ortaokul öğretim programının önemli bir kısmında cebirsel ifadeler yer almaktadır. Birçok konuya temel oluşturması bakımından son derece önemli ve öğrencilerin zorlanabilecekleri muhtemel konulardan olan cebir, ülkemizde liselere geçişte son kullanılan yöntem olan TEOG sınavlarında her yıl en az 6 soruyla yer almıştır. Cebir konularında TEOG ve MAZARET sınavlarında çıkan soru sayılarının yıllara göre dağılımı Tablo1.1'deki gibidir.

Tablo 1.1. Cebir öğrenme alanı kazanımlarından yıllara göre çıkan soru sayıları

Kazanımlar	2013-2014		2014-2015		2015-2016		2016-2017	
	2.TEOG	MAZ.	2.TEOG	MAZ.	2.TEOG	MAZ.	2.TEOG	MAZ.
Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	2	2	3	3	2	2	2	2
Doğrusal Denklemler	2	2	2	3	2	2	3	2
Denklemler Sistemleri	2	2	1	0	1	1	1	1
Eşitsizlikler	0	0	0	0	1	1	1	1
Toplam	6	6	6	6	6	6	7	6

Tablo 1.1'de görüldüğü gibi TEOG merkezi sınavlarında farklı kazanımlardan her yıl en az 6 soru cebir öğrenme alanındadır. Liselere geçişte anahtar rol oynayan bu sınavlarda son yıllarda eşitsizlikler kazanımından sorular çıkmaya başlarken, denklem sistemleri soru sayıları azaltılmıştır. Planlanan yeni matematik öğretim programı değişikliği çerçevesinde denklem sistemlerinden artık hiç soru gelmeyeceği belirtilmiştir (MEB, 2017). Bu bağlamda öğrencilerin daha çok bilinmeyen kavramı, basit cebirsel ifadeler, görsel ifadeler ve denklem çözümü boyutlarında cebirle ilgileneceklerini düşünebiliriz.

Ulusal ve uluslararası testlerde de görüldüğü gibi cebir, öğrencilerin ortaöğretim ve yükseköğretim öncesinde kazanması gereken önemli kazanımlara sahiptir. Öğrencilerin bu konuda yaşadıkları zorluklar ve kavram yanlışları ne kadar azalır başarılarının da o ölçüde artacağı düşünülmektedir. Bunun için de öncelikle kavramsal öğrenmenin sağlanması gerekmektedir. Cebiri kavramsal olarak anlamak ve öğrenebilmek için

içerisindeki birçok kavramın doğru öğrenilmesi önemlidir. Örneğin değişken kavramı, matematik öğretim programının tüm bölümleri için son derece önemlidir. Cebir öğretimi ve ileri düzey matematik bilgisi için öğrencilerin değişken kavramını öğrenmeleri gerekmektedir. Ancak, eğitim kademesinin her basamağında öğrencilerin değişken kavramını anlamakta zorlandıkları görülmektedir. Bu zorluklar, birçok faktörden oluşabilir. Ancak, bu faktörlerden en önemlisi, değişkenlerin gösteriminde kullanılan harf sembollerin, farklı kullanımlarından kaynaklanmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Arcavi ve Schoenfeld (1988) bu konuyla ilgili olarak, “Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik öğretim programında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir...” demişlerdir. Zaman zaman cebirde aynı durumdaki niceliklerin farklı harflerle; farklı durumdaki niceliklerin de aynı harflerle ifade edilmesi öğrencilerde kavram kargaşası oluşturabilir. Bununla birlikte, değişken kavramında zorlanan öğrencilerin, cebirsel bilgidен çok işlem bilgilerinde eksikleri olduğu gözlenmektedir (Gray & Tall, 1994; Linchevski & Livneh, 1999; Philipp & Schappelle, 1999; Slavit, 1999). İşlem bilgileri eksik öğrencilerin değişken ve cebirsel ifadelerde zorlanmaları beklenen bir sonuçtur. Bu nedenle hem işlem hem de cebirsel içeren kazanımların doğru ve kalıcı öğretimi için kavramsal öğrenmenin önemi ortadadır. Bu sebeple oluşturulacak bilgilere kavramsal öğrenme yoluyla gidilmelidir. Eğitimin tüm kademelerinde öğrencilerin aktif kılınarak; bilgiyi alan değil, üreten bireyler olması amacı görülmektedir. Bu sebeple kavramsal öğrenmenin önünde görülen en önemli engellerden olan kavram yanlışlarının tespitinin ve giderilmesinin son derece önemli olduğu düşünülmektedir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Bilgiyi oluşturma aşamasında çeşitli yanlışlara ve eksiklere sahip olan öğrencilerin kavramsal öğrenmede başarılı olmalarını bekleyemeyiz. Özellikle soyut konuları içeren cebirde oluşan kavram yanlışları öğrencilerin bu konuda eksik ilerlemelerine ve başarısızlıklarına yol açabilir.

#### **1.8.4. Cebirsel İfadelerde Karşılaşılan Hata ve Kavram Yanlışları**

Cebir ve cebirsel düşünce, çağımızın eğitim anlayışı, hedef ve beklentileri açısından matematik eğitiminin en temel parçası, vazgeçilemez bilgiler bütünüdür (Erbaş ve Ersoy, 2002). Cebir ile gelişen soyut düşünce yapısı, matematik ve diğer bilim dalları arasında kavramsal bir bağ oluşturmaktadır. Bu bağlamda, pozitif bilimlerde başarılı olabilmek için soyut düşünceye, soyut düşünce yapısının gelişimi için de matematik ve cebire ihtiyaç

duyulmaktadır. Başka bir ifadeyle matematikteki başarının en önemli anahtarı cebirdir (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003). Cebir konusunun matematik öğretimindeki yerine bakıldığında öğrencilerin cebirde yaşadıkları zorlukların ve kavram yanlışlarının incelenmesi matematik öğretimi açısından önemlidir. Thelma Perso (1992) yaptığı çalışmada öğrencilerin cebir ile ilgili kavram yanlışlarını araştırmış ve kavram yanlışlarını üç gruba ayırmıştır: i) harflerin cebirdeki yerini anlama, ii) değişkenleri kullanma ve iii) denklem çözerken cebirsel kuralları kullanma. Cebir öğretimi için temel oluşturan kavramlar arasında cebirsel ifadeler ve değişken kavramları ilk sıralarda yer almaktadır. İlkokulda günlük hayattaki örüntüler aracılığıyla fark etmeden cebirle tanışan öğrenciler, sınıfları ilerledikçe cebirin en önemli terimlerinden değişkeni, değişkeni bulmak için de denklemleri öğrenirler.

Değişken kavramı cebire girişte ve cebirsel düşünce yapısını sağlayabilmede önemli bir yere sahiptir (Booth, 1988; Kieran, 1992). Arcavi ve Schoenfeld (1988), cebirsel ifadelerin yapı taşları olarak görülen değişkenler için: “Değişken kavramı, aritmetikten cebire geçiş için temeldir. Kavram bu önemine rağmen çoğu matematik öğretim programında basit bir terim olarak görülür ve birkaç örnekle geçiştirilir (s. 420-427)” şeklinde vurgulamaktadır. Değişken kavramının kavramsal düzeyde öğrenilmemesi öğrencilerin cebirsel ifadelerde zorlanmasına neden olmaktadır. Farklı durumlardaki farklı nicelikler için aynı değişkeni kullanmak ya da farklı değişkenleri aynı çokluklar için ifade etmek değişken konusunda öğrencilerin kavram kargaşası yaşamalarına sebep olabilmektedir (Dede, Yalın, ve Argün, 2002). Değişkenin farklı kullanımlarının öğrenciler tarafından bilinmemesi (Gray & Tall, 1994; Linchevski & Livneh, 1999; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012) ve öğrencilerin aritmetik işlem bilgisi eksiklikleri (Philipp & Schappelle, 1999; Slavit, 1999; Akkaya ve Durmuş, 2006; Yenilmez ve Avcu, 2009) bu kavramın öğreniminde öğrencilerin zorlanma nedenlerinden biri olarak gösterilmektedir.

Öğrencilerin somut düşünceden soyut düşünce yapısına geçişlerinde önemli bir role sahip olan diğer kavram ise denklemlerdir. Değişkenleri kavrayarak denklem aşamasına gelen öğrencilerin cebire karşı tutumlarının da olumlu yönde gelişmesi beklenmektedir. Denklemler, günlük hayatta öğrencilerin karşılaştıkları problemlere yaratıcı çözümler üretmelerine imkan sağlamakla birlikte, ileri matematik bilgilerinin gelişimi için kuramsal altyapıyı oluşturmalarına yardımcı olmaktadır (Köroğlu, Geçer, Taşçı, ve Ay, 2004).



Literatürde denklem konusuyla ilgili farklı ifadeler rastlamak mümkündür. Altun (2004)'a göre denklem, bilinmeyen içeren bir eşitlik iken, Baykul (2004) için iki cebirsel ifadenin eşitliği denklem olarak ifade edilebilir. Bir başka ifade ile; denklem, eşitliğin tarafları arasındaki dengeyi gösteren matematiksel cümlelerdir. Son yıllarda yapılan birçok araştırma öğrencilerin denklemlerde sahip oldukları kavram yanlışlarına dikkat çekmektedir (Tirosh, Even & Robinson, 1998; Soylu, 2008; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Akyüz ve Hangül, 2013; Yıldız, Çiftçi, Akar ve Sezer, 2015; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016). Bu bağlamda Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada öğrencilerin, alfabetik sıralamada olduğu gibi *harflerin sayısal bir konum belirttiğini, cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğunu, sayılar, değişkenler ve işaretler her zaman birbirinden farklıdır ve harflerin kelimeler için etiket olduğunu* düşündüklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca aritmetik işlemlerden kaynaklı hatalar olarak değerlendirilen, *öğrencilerin işlem sırasını ve işlem yaparken parantezi dikkate almadıkları* şeklinde kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Erdem (2013), 7. sınıf öğrencilerinin denklemler konusundaki kavram yanlışlarını belirlediği çalışmada öğrencilerin eksik öğrenmelere sahip olduklarını belirlemiştir. Çalışmada öğrencilerin *değişkenler arası kat ilişkisini oluşturamama, negatif katsayıyı görmezden gelme, eşitliğin bir tarafından diğer tarafına terimi işaret değiştirmeden geçirmek, işlem önceliğine dikkat etmeden soldan sağa doğru işlem yapmak* şeklindeki kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmektedir. Ertekin (2002) ise 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin en fazla *eşitliğin bir tarafındaki terimi işaret değiştirmeden eşitliğin diğer tarafına geçirme* eğiliminde olduklarını belirlemiştir.

Sınıf seviyeleri ve okulları farklı öğrencilerin değişken kavramı, denklem çözümü, eşitsizlik kavramı, cebirsel ifadeleri kullanarak problem çözme gibi birçok bölümde zorlandıkları, hata ve yanlışlarının olduğu görülmektedir (Booth, 1984; Herscovics, 1989; Kieran, 1992; MacGregor & Stacey, 1994; English & Halford, 1995; Baki, 1999; Baki ve Kartal, 2004; Dede ve Peker, 2007). Ülkemizde bu konuda yapılan çalışmalara bakıldığında öğrencilerin sıkça yaptıkları yanlışlar kavram yanlışlığı (Baki, 1999; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Dede ve Peker, 2007) veya işlemsel ve kavramsal bilgi eksikliği olarak belirtilmektedir (Baki ve Kartal, 2004). Bununla birlikte; değişkenin anlamında, sözel ifadelerin cebirle çevrilmesinde, cebirsel ifadelerin sözel ifadelerinde ve denklem çözümünde öğrencilerin sıklıkla hata yaptıkları görülmektedir. Hata ve kavram

yanılığlarının daha önce karşılaşılan türleri ve mevcut durumda ortaya çıkan verilerin karşılaştırılması önemlidir. Yapılan araştırmalarda cebirsel ifadelerde görülen kavram yanılığı türlerine ait örnekler Tablo 1.2' de görülmektedir.

Tablo 1.2. Literatürdeki cebirsel ifadelerle ilgili hatalar

ARAŞTIRMA	SINIF	YANILGI ve Hata TÜRÜ	ÖRNEK
Dede, Yalın ve Argün (2002)	8. Sınıf	Bilinmeyen başındaki sayılar ile doğal sayılar toplanabilir.	$2 + 5x = 7x$
Kösa (2004)	8. Sınıf	Değişkenin anlamı sayıların değişimidir. İşlem sırasını karıştırılması	$2/5 + 3/7$ işleminde 5 ve 7 değişkendir. 3'er çıkılıp, 4'er inilen merdivende 21 adım atıldığına göre basamak sayısı: $3x = 4$ . (21-x) yerine, $3x = 4$ . (x-21) yazılması
Akkaya ve Durmuş (2006)	6 ve 8. Sınıf	Harflerin cebirde önemi yoktur. Harfler alfabetik sıralanır. İşlem sırası önemli değil.	a+5 ifadesinde a'nın bir önemi yoktur. a=7, c=9 ise b=8 olmalı. m=5n+1 de n değeri 2 arttırılırsa m=7n+1
Bayar (2007)	7 ve 8. Sınıf	Denklem çözümünde parantez hatası.	$60 - 3 \cdot (2x + 1) = 15$ $60 - 6x + 1 = 15$
Akgün (2007)	8. Sınıf	Değişkeni problem cümlesine çevirme. Problemleri değişkenlerle yanlış ifade etme.	$4x + 1 = 5y$ Bir sayının 4 katının 1 fazlası o sayının 5 katıdır. Ardışık 3 sayının toplamı 60'tır. $x + 2x + 3x = 60$
Soylu (2008)	7. Sınıf	"fazla" kavramının çarpım olarak algılanması Farklı değişkenlerin aynı olması.	10 fazlası = 10 katı şeklinde algılama $h+10 = x+10$
Yenilmez ve Avcu (2009)	6. Sınıf	Sözel ifadeyi cebirsel ifadeye hatalı çevirme. Denklemi hatalı çözme.	Bir sayının 1 fazlasıyla 2 eksiğinin toplamı: $(x+1) - 2$ $4y = 28$ ise $y = 28$
Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009)	Lise	Eşitlikte hatalı parantez kullanımı. Eşitliğin 2 tarafını bölme.	$m \cdot (x+p) = mx + p$ $3x = 5$ ise $x = 3/5$
Akarsu (2013)	7. Sınıf	Harflerin nesnelere yerine kullanılması.	$3c + 7c = 10$ ceviz $4m = 80$ ifadesinde m= metre
Erdem (2013)	7. Sınıf	Negatif sayılı denklemlerde işlem hatası Bilinmeyen sembol veya şekil olamayacağı	$-x = a$ ile $x = a$ aynıdır $* + a = b$ ile $x + a = b$ farklıdır.
Kalkan (2014)	8. Sınıf	Doğrusal ilişkiyi kavrama hatası.	$y = mx$ doğrusaldır, $y = mx + n$ değil.
Yıldız vd.(2015)	7. Sınıf	Cebirsel ifadeleri birleştirip, sonlandırma.	$2x + 3 = 5x$
Akyüz ve Hangül (2013)	6. sınıf	Grammer hatası	$5x - 3 = 2x$
Borchert (2003)	Ortaokul	Eşittir işaretiyle ilgili grammer hatası	$7 + 3a = 10a$
Van Amerom (2002)	Ortaokul	Değişkeni anlamlandırılmama	$4 + ? = 10$ ifadesinde '?' yerine 6 gelirken $4 + x = 10$ ifadesinin anlamsız bulunması
Kieran (1992)	Ortaokul	Harflerin nesnelere yerine kullanılması	$3m = 15$ ifadesinde 3 metre 15 çokluğuna işaret eder.
Stacey (2008)	Ortaokul	Sözel ifadeyi cebirsel ifadeye hatalı çevirme.	Kalemlerimin 4 eksiğinin 2 katı 20'dir. $2k - 4 = 20$
Booth & Koedinger (2008)	Ortaokul	Negatif terimli denklemlerde işlem hatası	$3 - 4x$ ile $4x - 3$ ifadeleri eşittir.

Bu yanlışlar yön gösterici olmakla birlikte yapılan literatür taramasında da rehber niteliğindedir. Tablo 1.2 incelendiğinde benzer hataların farklı yıllarda tekrar karşımıza çıktığı ve giderilemediği görülmektedir.

### **1.9. Literatür Taraması**

Yapılan araştırmalara bakıldığında araştırmacıların; değişken, cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem, cebirsel muhakeme boyutları ile öğrencilerin bu alanlardaki kavram yanlışları üzerinde çalıştıkları göze çarpmaktadır.

#### ***a) Değişken boyutunda yapılan araştırmalar ve bulunan kavram yanlışları***

English ve Halford (1995) bilinmeyen ve değişken kavramları arasındaki farklılıklara değindikleri çalışmalarında, harflere yüklenen farklı anlamlardan ötürü bu iki kavramın öğrenciler tarafından ayırt edilmesinin önemini vurgulamışlardır. Bazı harflerin hem değişken hem de bilinmeyen olarak kullanılmasından dolayı öğrencilerde kavram kargaşası oluşmaktadır. Örneğin; " $x+3 = 8$ " ifadesinde "x" bilinmeyen iken, " $y = 2x+5$ " ifadesinde değişken olarak görülmektedir. Bu bağlamda yapılan bir diğer çalışmada Herscovics ve Linchevski (1994) bu durumu öğrencilerin yaşlarından kaynaklandığını ve harfleri algılamalarının yaşa bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler en düşük aşamada (10-11 yaş) harfleri somut nesnelere kısaltması olarak görmektedirler, orta aşamada (12-13 yaş) harfleri bilinmeyen anlamında kullanmaya başlamaktadırlar ve en üst düzeyde (14-15 yaş) ise harfler öğrenciler tarafından değişken olarak kullanılmaya başlamaktadır.

Dede, Yalın ve Argün (2002) yapmış oldukları araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramı ile ilgili hataları ve kavram yanlışlarını incelemiştir. Öğrencilerin değişken kavramının ne ifade ettiğini ve nasıl kullanılacağını bilmediklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin değişkenler yardımıyla genelleme ve soyutlama yapamadıkları görülmüştür. Değişkenin farklı kullanımlarının bilinmemesi ve öğrencilerin sahip oldukları aritmetik işlem becerisindeki eksiklikler bu kavramın anlamlandırılmasında öğrencilerin zorlanmalarının nedenlerinden birisi olarak görülmüştür. Ayrıca öneri olarak; öğrencilerin aritmetik işlem bilgisi eksiklerinin giderilmesi ve harflerin bilinmeyen olarak gösteriminde öğrencilerin ön yargılı olmasından dolayı farklı sembollerin de seçilebileceği belirtilmiştir.

Dede ve Argün (2003) çalışmalarında harf sembollerin farklı kullanımlarının belirlenmesini ve bu farklı kullanımlarından kaynaklanan karışıklıkların giderilmesini

amaçlamışlardır. Araştırmacılar sembollerin ne derecede anlaşıldığını anlamak için “harf semboller ve sayılar arasındaki ilişkiler” ve “harf semboller ve sözcükler arasındaki ilişkiler” olmak üzere iki ana başlıkta incelemişlerdir. Bu iki başlığın benzerlikleri ve farklılıkları irdelenmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen verilerde, matematik eğitiminin ve genel olarak eğitimin en önemli amaçlarından birisi olan eleştirel ve çok yönlü düşünebilme yeteneklerinde de bazı eksikliklerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca öneri olarak; harf sembollerin özelliklerinin, öğrencilere mutlaka öğretilmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Dede ve Argün, harf sembollerin farklı kullanımlarının olduğu, buldukları içeriğe göre farklı anlamlar kazanabilecekleri ve farklı roller üstlenebileceklerinin bilincinde olunması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu sayede öğrencilerin eleştirel düşünme ve farklı bakış açıları kazanma alışkanlıkları dolaylı olarak gelişme gösterebilir.

Weinberg, Stephens, McNeil, Krill, Knuth ve Alibali (2004), yapmış oldukları çalışmada değişkenlerle ilgili kavram yanlışlarını incelemişler ve bu kavram yanlışlarını; (i) psikolojik model, (ii) deneysel model ve (iii) yapısal model olmak üzere üç bölüm altında toplamışlardır. 123 tanesi 6. sınıf, 115 tanesi 7. sınıf, 135 tanesi 8. sınıf olmak üzere toplam 373 ortaokul öğrencisi ile yürütülen çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin 31 tanesini videoteybe, kalanları yarı yapılandırılmış mülakata tabi tutmuşlardır. Öğrencilerin değişken hakkında düşündükleriyle ilgili daha fazla bilgi almak için yazılı değerlendirmeleri ve mülakat maddelerini 6. sınıftan başlayarak 2 yıl boyunca sürdürmüşlerdir. Öğrencilerin sorulara vermiş oldukları cevaplar doğrultusunda ilgili genel tanımları oluşturmuşlar ve bu tanımları daha sonra kategorize etmişlerdir. Bağımsız kodlayıcılar sayesinde güvenirliliğin en az % 8’lik bir doğruluğa ulaşmasını sağlamışlar. Yapmış oldukları gözlem ve mülakatlar sonucunda 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinde değişken ile ilgili kavram yanlışları olduğunu gözlemlemişlerdir. Çalışmada 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramından ne anladıkları, değişkenin farklı kullanımları, değişken kavramının öğreniminde öğrencilerde oluşan kavram yanlışları ve bu kavram yanlışlarının hangi sınıflarda oluştuğunun tespit edilmeye ve bu kavram yanlışlarının nasıl giderilebileceği ile ilgili önerilere yer verilmiştir. 4 ve 5. sınıfların da araştırmaya dâhil edilmesi bu konuda var olan boşluğu doldurma amacındadır.

Dede (2005) “Değişken Kavramı Üzerine” adlı çalışmasında, değişken kavramının tanımları ve bu tanımların her birinin kullanım alanlarına yönelik bilgiler vermiştir. Ayrıca, değişken kavramının öğretimi ve öğrenimindeki zorlukların aşılabilmesi için önerilen modeller üzerinde de durmuştur. Araştırmada değişken kavramının öğreniminde ve öğretiminde bazı problemlerin olduğunu ve bunların çeşitli nedenlerden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Bu problemlerin birçok nedenden dolayı kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Öğretmenlere, değişken kavramının öğretimiyle ilgili bu olumsuz durumu aşabilmek için değişken kavramının tanımını, özelliklerini, farklı kullanımlarını ve öğretimine yönelik önerilen modelleri bilmeleri ve sınıflarında bunları uygulayabilmeleri önerilmiştir.

Akgün (2007) çalışmasında öğrencilerin değişken kavramıyla ilgili düşüncelerini, farklı kullanımlarını ve sahip oldukları kavram yanılgılarını incelemiştir. 8. Sınıf öğrencileriyle yürütülen çalışmada, öğrencilerin değişkenin genel bir sayı olarak kullanılması konusunda zorluk yaşadıkları, özdeşlik ve denklem kavramlarını ayırt etmekte zorlandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrenciler değişkeni genelleme, işlem yapma, iki değişken arasındaki ilişkiyi açıklama, değişkenlere farklı değerler verme, cebirsel ifadeleri sözel olarak ifade etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmacıya göre, öğrencilerin belirli sayılarla ve harfli ifadelerle ilgili olarak işlem yapabilme kabiliyetlerinin sınırlı düzeyde olduğu görüşü ortaya çıkmıştır.

Akgün (2007) araştırmasında öğrencilerin sözel problemlerle değişkenler arasında oluşturdukları ilişkiyi gözlemlemiştir. 8. sınıf öğrencileri ile yürütülen çalışmada veriler; öğrencilere uygulanan testler, sınavlar ve yapılan görüşmelerle toplanmıştır. Araştırma, öğrencilerin büyük bir kısmının matematiksel ifadeleri ve değişkenleri problem cümlesine dönüştürmede zorlandıklarını göstermiştir. Öğrencilerin,  $x$ ,  $y$ ,  $z...$  gibi değişkenlerle karşılaştıklarında bu ifadeleri somut birtakım nesnelerin yerini alabileceğini ve günlük konuşma diline çevrilebileceğini öğrenmeleri gerektiği, matematiksel dil ile anadilleri arasında güçlü bir bağ kurulabilirse cebirde daha başarılı olacakları ve bu sayede günlük hayat problemlerine daha rahat çözüm üretebilecekleri belirtilmiştir.

Soylu (2008) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hataları incelemiştir. Öğrencilerin değişkenlere verdikleri anlamları ve bu anlamlandırmada yaptıkları hataları belirlemek amacıyla

hazırlanan 8 açık uçlu soruya verilen yanıtlar incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin değişkenleri belli bir harfe indirgedikleri (x); “eksik” ve “fazla” kavramlarının yanlış algılanması sonucu 10 fazla için “h-10” ifadesinin kullanılması sıklıkla rastlanan durumlar olarak ortaya çıkmıştır. Bunları önlemek amacıyla öğretmenlere değişkenlerin farklı kullanımlarını öğrencilere kavratmaları ve doğru anlamlandırmaları için çalışmalar yapılması gerektiği belirtilmiştir.

#### ***b) Cebirsel ifadeler ile ilgili yapılan bazı çalışmalar ve bulunan kavram yanılgıları***

Real (1996), Hong Kong'daki 600 ortaokul öğrencisiyle gerçekleştirdiği çalışmasında, öğrencilere birtakım cebirsel problemler vererek “ters hata” olarak bilinen bir hata türünü ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Cebirsel bir bağıntının yorumlanması ve onun günlük dile çevrimini içeren iki problemin testteki diğer maddelerle karşılaştırıldığında çok düşük avantaj oranlarına sahip olduğu ortaya çıkarılmıştır. Bu çalışma “ters hata” üzerinde daha önceden yapılan araştırmalara benzer olarak, öğrencilerin günlük dilde yazılan bir ifadeyi değişkenler kullanarak matematiksel bir denkleme çevirebilme durumu üzerine yoğunlaşmıştır. Öğrencilere yöneltilen; “Kolejde profesörlerin 6 katı kadar öğrenci vardır. Eğer öğrencilerin sayısı S, profesörlerin sayısı P diye gösterilirse bu ilişkiyi gösteren bir denklemi ifade ediniz” tipindeki bir sorularla “ters hata” belirlenmeye çalışılmıştır. Bu sorularla öğrencilerin, cebirsel ifadeler ve sözel ifadeler arasındaki ilişkiyi kavrama düzeyleri araştırılırken; iki nesne arasındaki ilişkiyi ve değişimi anlamlandırma düzeyleri de test edilmektedir. Burada “yorumlama” olarak sayılan problemler cebirsel ifadeyi yorumlama kabiliyetini anadillerine hâkimiyeti bağlamında incelemektedir. Öğrencilerin cebirsel denklemlerin ifade ve yorumlamalarındaki eksiklerine odaklanan çalışmada, öğrencilere çeşitli ve farklı soru tipleriyle, konunun zenginleştirilerek verilmesi tavsiye edilmiştir.

Stacey ve MacGregor (1997) tarafından yapılan “Öğrencilerin Cebirsel Notasyonu Algılamaları” adlı çalışmada öğrencilerin basit cebirsel ifadeleri nasıl anladıkları, karşılaşılan hata ve yanlış anlamalar incelenmiştir. Bir grup öğrencinin 7. Sınıfta cebirsel ifadeleri ve harfleri anlamlandırmalarıyla başlayan çalışma, her yıl 8 haftalık bir süreçte yapılan cebir konularını kapsayan ön test son test ve görüşmelerle üç yıl boyunca devam etmiştir. 10. sınıfa gelen öğrencilerde gözlenen cebirsel gelişim ve kavram yanılgıları bu süreçte detaylı incelenmiştir. Bu süreçte öğrencilerde sıklıkla görülen bazı kavram

yanılgıları şu şekildedir: “Bir sayının10 fazlası” ifadesine karşılık gelen cebirsel gösterim için “10.h” ifadesinin kullanılması; “a = 24” ise b = 25 olmalı” şeklinde bilinmeyenin alfabetik ilerlediği düşüncesi; “m= metre, h= height, w = weight” gibi harfli ifadelerin bazı çoklukların kısaltması olduğunun düşünülmesi. Bu araştırmaya göre öğrenciler ilk olarak harflerle bildikleri semboller arasında benzerlik kurarak bilinmeyi kavramaya çalışmışlardır. Elde edilen sonuçlara bakıldığında öğrencilerdeki yanlış anlamaların en önemli nedeni öğretme yaklaşımları olarak görülmüştür.

Ergöz (2000) çalışmasında cebire kademeli geçişi sağlayan bir eğitim geliştirerek uygulamıştır. 48’i kontrol grubu, 53’ü deney grubu olan 101 adet 6.sınıf öğrencisiyle yürütülen çalışmada ilk olarak hazırlanan testler her iki gruba da uygulanmıştır. Kontrol grubuna geleneksel eğitim verilirken, deney grubuna aritmetikten cebire geçişi sağlayan eğitim verilmiştir. Çalışma sonunda, deney grubuna verilen eğitim öğrencilerin harfli ve cebirsel ifadeleri anlamlandırmada oluşturdukları yanlış anlamaları azalttığı tespit edilmiştir. Bu eğitimle birlikte bilinmeyen ve değişken kavramının öğrenciler tarafından daha iyi anlaşıldığı belirlenmiştir.

Burrill (2002), yaptığı çalışmada, matematik öğretiminde en önemli adımlardan biri olarak cebirsel ifadelerin anlaşılmasını belirtmiştir. Burrill içeriğe bağlı problemlerin 9–12 yaşındaki öğrencilerin temel cebirsel kavramlara başlaması için kullanılabileceğini söylemiştir. Bu gelişim sayesinde öğrencilerin informal keşiflerle başlayan, hem fiziksel hem de matematiksel olarak olgunlaşması gibi formal bir anlamaya uzayan aşamalı ilerlemeleri görülmektedir. Burril’e göre cebir, genellikle sembolik anlamlandırma, denklem çözme ve cebirsel denklemleri grafikleştirme olarak öğretilir. Burrill içeriksel bir yaklaşım vasıtasıyla ve anlamayı geliştirmede kritik bir eleman olarak görselleştirmeye güvenerek, genç öğrencilere örnek tanıma ve araştırma, değişken kavramına götüren sembolik gösterim, ifadeleri ve formülleri yazma ve genel sayı kavramlarına dayanan kararları verme gibi kavramların öğretilebileceğini söylemiştir.

Akkaya ve Durmuş (2006) araştırmalarında 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgılarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırma sorularına cevap bulabilmek için Perso’nun (1992) 30 soruluk “Cebir Testi”ni Türkçeye uyarlamışlardır. Araştırma sonucunda her üç sınıf seviyesinde de “harflerin alfabetik sıralamada olduğu gibi sayısal konum belirttiği” kavram yanılgısı ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin bir kısmı harflerin sadece rakamlardan oluşma gerektiği düşüncesindedir. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin değişkenleri kullanırken işlemlerin sırasına dikkat etmedikleri ve parantezlerin işlemlerde önemini dikkate almadıkları ortaya çıkmıştır. Sekizinci sınıflar incelendiğinde ise bir denklemin diğer tarafında da aynı işlemin yapılabileceğini ve harflerin kelimeler için bir etiket olduğu düşüncesinde oldukları ifade edilmiştir. Bu kavram yanlışlarının giderilmesi için öğretmenlerin harflerin kullanıldığı ortama göre farklı anlamlar kazanabilecekleri somut çevreden desteklenmeleri gerektiği ve öğretmenlerin matematiksel ilişkileri harflerle ifade etmeleri, bu harflerle işlemler yapmaya yönelik anlamlı problem durumları oluşturmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca aritmetikte sahip olunan işlem becerilerinin somut modeller yardımıyla cebire uyarlanacak şekilde ilişkilendirilme yapılmasının, öğrencileri matematiksel düşünme becerilerini kazanmalarına ya da geliştirmelerine katkı sağlayabileceğini söylemişlerdir.

Akkaya (2006) yüksek lisans tezinde, altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaştıkları kavram yanlışlarını tespit etmeyi ve etkinlik temelli öğretimle bu yanlışların gidermeyi amaçlamıştır. Kavram yanlışlarının tespiti ve tespit edilen yanlışların giderilmesi için örnekleme deney ve kontrol grubuna ayırarak deney grubuna etkinlik temelli, kontrol grubuna geleneksel yaklaşımlarla cebir eğitimi verilmiştir. Eğitim başında ve sonunda deney grubundan 10 öğrenciyle görüşme yapılmıştır. Uygulanan cebir testi ve görüşmeler neticesinde kavram yanlışları 8 kategoride toplanmıştır:

- Harflerin matematikte bir anlamı yoktur. (örn; " $a + 5$ " ifadesindeki "a"nın herhangi bir anlamı yoktur.)
- Harfler sayılar gibi davranmaz. (örn; " $a+b+c = a+z+c$ " ifadesinde "z" yanlış yazılmıştır, oraya "b" yazılması gerekirdi.)
- Harflerin basamak değeri vardır. (örn; " $2xy = 240$  ve  $x = 4$  ise  $y = 0$ " olmalıdır.)
- Harfler nesnelere kısaltmasıdır. (örn; " $3c + 7c$ " işleminin sonucu 10 cevizdir.)
- Harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar. (örn; " $a + b + c$ " ifadesi  $1 + 2 + 3 = 6$  olmalıdır.)
- Harfler alfabe gibi sıralanırlar. (örn; " $a=7$  ve  $c=9$  ise  $b=8$ " olmalıdır.)
- "=" işareti daima bir sonuç üretir. (örn; " $12 + 13 = ? + 26$ " ifadesinde "?" yerine tüm sayıların toplamı olan 41 gelmelidir.)



- “+” ve “-” işareti daima bir sonuç üretir. (örn; "6 + c" ifadesi “6c” ye eşittir.)

Bu sonuçlar doğrultusunda, öğrencilere ezberci eğitim yerine bireysel farklılıklar da göz önüne alarak aktif öğretim uygulanmasının ve öğrencinin etkinliklere birebir dâhil edilmesinin kavram yanlışlarını azalttığı belirtilmiştir.

Yenilmez ve Avcu (2009), ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini ölçme amaçlı çalışmalarında yarı-yapılandırılmış görüşme tekniğini kullanmışlardır. Araştırma için altıncı sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni, yenilenen programda öğrencilerin cebirsel ifadeler konusuyla altıncı sınıftan itibaren karşılaşmakta olmalarıdır. Verilerin toplanmasında, öğrencilere denklem kurma ve çözme ile ilgili becerilerini yoklayan dört açık uçlu soru yöneltilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre; öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadıkları ancak denklem kurma ve kurulan denklemleri çözmede zorluk çektikleri gözlenmiştir. Sonuç olarak, ilköğretim ikinci kademedeki ve ortaöğretimde matematik derslerinin anlaşılması en zor konularından biri olan “Denklem Kurma ve Çözme” kavramının aslında kavramla ilk karşılaşılacak dönem olan ilköğretim yıllarında problem teşkil etmeye başladığı görülmektedir. Öğrencilerin bu çalışmada gösterdikleri performanslara göre soruları hala ilköğretim birinci kademedeki alıştırdıkları yöntem ile cevaplamaya çalışmakta, kendi yorumlarını kullanarak farklı çözümlere yönelmemektedirler. Bu durum cebirsel ifadelerle ilk kez karşılaşmalarından ve cebirsel ifadelerle işlem yapmadaki eksikliklerinden kaynaklanıyor olabileceğini belirtmişlerdir. Araştırmada cebirsel ifadeler konusu için gerekli ön bilgilerin öğrenilmesi gerektiği ve her öğrencinin denklem çözebilmesi için yeterli sürenin tanınmasının öneminden bahsedilmiştir.

Baysal (2010) çalışmasında, ilköğretim öğrencilerinin (4-8. sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışlarını ve bu kavram yanlışlarının öğrencilerin öğretim sürecinde hangi sınıflarda oluştuğunu veya sönüğünü belirlemeyi amaçlamıştır. 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflarda öğrenim gören 895 öğrenci ile yürütülen çalışmada veri toplama aracı olarak, cebir testi kullanılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin testte yer alan problemleri nasıl yorumladıklarını ve çözüm sırasındaki düşüncelerini incelemek amacıyla her sınıf düzeyinden aritmetik ortalamasının bir standart sapma altı 2 öğrenci ile bir standart sapma üstü 2 öğrenci olmak üzere toplamda 20 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Elde edilen verilere göre, bütün sınıf düzeylerindeki öğrencilerin harfleri değişken olarak algılamada

zorlandıkları, öğrencilerin sıralı şekilde verilen değişkenler ile örüntü oluşturan sıralı ifadeleri birbiri ile karıştırdıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerinin hala ilköğretim birinci kademedeki alıştıkları aritmetik yöntemler ile soruları cevaplamaya çalıştıkları, kendi yorumlarını katarak, mantık yürüterek veya muhakeme yaparak yeni çözüm yöntemlerini kullanmayı reddettikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlere değişken kavramı ile ilgili hataları aşabilmek için; bu kavramı öğretirken; tanımına, özelliklerine, farklı kullanım alanlarına vurgu yapmaları ve değişik modellerden yararlanmaları tavsiye edilmiştir.

Palabıyık ve İspir (2011) çalışmalarında örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına olan etkilerini incelemektedir. 40 öğrenciyle yürütülen çalışmada deney grubuna örüntü temelli etkinliklerle cebir öğretimi yapılırken, kontrol grubuna ise İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki etkinliklerle cebir öğretimi yapılmıştır. Elde edilen niceliksel veriler t-testi analizi ile incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre; grupların Kavramsal Cebir Testi Puanları arasında, anlamlı bir fark bulunmuştur, ancak İşlemsel Cebir Testi ve Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği puanlarına arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Deney grubundan öğrencilerle yapılan görüşmeler neticesinde, öğrencilerin öğretim sürecini verimli buldukları ve örüntü temelli etkinliklerin başka sınıflarda kullanılmasını önerdikleri görülmüştür.

Uyangör ve Övez (2012) çalışmalarında İlköğretim Altıncı Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı Cebir Öğrenme Alanına ait kazanımlara ulaşılma düzeyini belirlemeyi amaçlamışlardır. 510 altıncı sınıf öğrencisine kazanımlara ulaşım düzeyini test etmek için erişim testi uygulanmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz, ilişkili örneklem için t testi ve kovaryans analizi kullanılarak değerlendirilmiştir. Ayrıca eta-kare (etki büyüklüğü) korelasyon katsayısı da hesaplanmıştır. Araştırma sonucunda İlköğretim matematik dersi altıncı sınıf öğretim programı cebir öğrenme alanı uygulamaları sonucunda öğrencilerin cebir testi puan ortalamalarının son test lehine anlamlı ( $p < .05$ ) olduğu, ancak son test mutlak başarı puan ortalamalarının 0.75 in altında kalması nedeni ile tam öğrenme düzeyine ulaşamadığı tespit edilmiştir. Üst grup okullardaki öğrencilerin orta ve alt grup okullara göre daha başarılı oldukları ifade edilmiştir.

Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2012) 5-8. Sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmalarında, öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde problem çözümlerindeki değişim ve

gelişimleri incelemişlerdir. Veri toplama aracı olarak aritmetik-sözel ve cebirsel-simgesel problemler kullanılmış olup, klinik mülakatlarla seçilen 24 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre; öğrenim seviyesi arttıkça cebirsel çözümlere geçişte artış gözlenmektedir. Cebirsel çözümlerde 5. Sınıf öğrencileri genellikle geometrik şekilleri kullanırken, 7 ve 8. Sınıf öğrencileri genellikle  $x$  ve  $y$  değişkenlerini tercih etmişlerdir. Öğrencilerin sıklıkla zorlandıkları aritmetikteki: “ $35 \neq 3.5$  ve  $35 \neq 53$ ” ifadeleri ile cebirdeki “ $ab = a.b$  ve  $ab = ba$ ” ifadeleri arasındaki farkların kavramaları gerekmektedir. Öğretmenlere bu yanlışların üzerine gitmeleri tavsiye edilmiştir.

Akarsu (2013) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel dil kullanımlarını cebir öğrenme boyutunda incelemiştir. Araştırmada, 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme becerileri incelenmiş ve matematik başarıları ile cinsiyetleri arasındaki ilişki üzerinde durulmuştur. Ayrıca matematiksel dil kullanımına ilişkin görüşleri değerlendirilerek matematiksel dil kullanabilme becerileri, cinsiyetleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. 7. sınıflarında öğrenim gören 160 öğrenciyle yürütülen çalışmada veriler, 19 sorudan oluşan cebir başarı testi ve likert tipi matematiksel dil ölçeğinden elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda; öğrencilerin cebir öğrenme alanında bir takım önemli eksiklikleri olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanım becerilerinin yeterli olmadığı ve cebir öğrenme alanında çeşitli kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Bunlardan bazıları; sözel ifadeyi cebirsel ifade edememe, cebirsel ifadeyi sözel ifade edememe, değişken kavramının anlamını tam kavrayamama ve belli harflerle sınırlandırma ( $x$ ), “+”, “-“ ve “=” sembollerinin sonuca götürdüğüne şartlanma, parantez hatası şeklinde gruplandırılmıştır. Öğrencilerin matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme düzeyleri ile matematik başarıları arasında orta düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin olduğu ve öğrencilerin matematiksel dili anlayabilme-kullanabilme düzeylerinin cinsiyetlerine göre önemli bir farklılık göstermediği bulgusuna ulaşılmıştır. Ayrıca kız öğrencilerin matematiksel dil kullanımına ilişkin görüşlerinin erkek öğrencilere göre daha olumlu olduğu bulunmuştur. Son olarak, elde edilen sonuçlar doğrultusunda çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Yıldız, Çiftçi, Akar ve Eser (2015) yaptıkları çalışmada 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hataları belirlemeyi

amaçlamışlardır. Araştırmada durum çalışması modeli kullanılmış ve maksimum çeşitlik örnekleme esas alınarak seçilen farklı başarı düzeylerindeki 4 öğrenciyle çalışılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin yaptıkları beş hata türü belirlenmiştir: (i) cebirsel ifadeyi bilinmeyen olarak düşünme; “ $x + 3$ ” cebirsel ifadesini sonuç olarak kabul etmekte zorlanıp “ $x$ ” bilinmediği için işlemin sonlanamayacağı fikri. (ii) cebirsel ilişkileri yanlış kullanma; “ $2a+5b$ ” şeklindeki bir cebirsel ifadenin tamamlanmamış olarak düşünülüp “ $7ab$ ” şeklinde birleştirmeye çalışmaktadırlar (iii) cebirsel ifadeleri birleştirme ve sonlandırma; “ $2x + 3 = 5x$ ” şeklinde işlemi sonlandırmak. (iv) değişkenlerin sayısal bir değeri değil nesnelere temsil ettiklerini düşünme; “ $2m$ ” ifadesi “ $2$  metre” şeklinde ifade edilmektedir. (v) değişkenleri sadece bilinmeyen olarak düşünme; “ $3x + 3 = 9$ ” ifadesi düşünüldüğünde “ $x= 2$ ” olması sebebiyle farklı sorudaki denklemde de  $x$  için  $2$  değerini kullanmak.

### ***c) Eşitlik ve denklem kavramı ile bu konudaki kavram yanlışları***

Steinberg, Sleeman ve Ktorza (1990) çalışmalarında öğrencilerinin denklemlerin eşitliği konusundaki yeterliliklerini incelemeyi amaçlamışlardır. Sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencileri ile yürütülen çalışmada öğrencilere denklem çiftleri sunulmuş ve denklemlerin her bir çiftin eşdeğeri olup olmadığı konusundaki yargıları sebepleri ile sorulmuştur. Verilen cevaplar; sonuçların hesaplanması, denklem dönüşümlerine dayanan yargılar ve yanlış çözümler olmak üzere üç ana grupta toplanmıştır. Öğrencilerin çoğu uygun bir şekilde bir gruptan gerekçelendirme vermiştir. Dönüşüme dayalı gerekçeler veren öğrenciler sonuçları hesaplayan çocuklardan daha yüksek oranda doğru cevap vermişlerdir. Yanlış cevap veren gruptaki öğrencilerin başarı oranlarının diğer iki gruptaki öğrencilerin oranlarından daha düşük düzeyde olduğu görülmüştür. Dönüşümleri yapan gruptaki öğrencilerin çoğu denklemlerin çözümünü kullanmadan dönüşümler için kendi aritmetik bilgilerinden yararlanmışlardır. Bu çalışma ile birçok öğrencinin denklemlerin eşitliği kavramı hakkında iyi bir öğrenmeye sahip olmadıkları görülmüştür. Öğrenciler araştırmacıların verdiği birçok denklem eşitliğinde bazı dönüşümler yoluyla bir eşitlikten diğerinin türetilmesini gözlemleyerek hızlı şekilde denklemleri değerlendirebilmişlerdir. Denklemlerin denklemini sonuçları hesaplayarak değerlendiren öğrencilerin doğru sonuçlara ulaştıkları görülmüş; fakat bu durum öğrencilerin denklemin çözümünde neler anladığını gösterdiği halde bu yöntemin kullanımı öğrencilerin zayıf bir kavramsal anlayışa

sahip olduklarını göstermiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin neredeyse yarısının ve birkaç dokuzuncu sınıf öğrencisinin denklemlerin eşitliği konusundaki yargıları için yanlış gerekçeler öne sürdükleri görülmüştür. Araştırmacılar öğrencilerin bu gerekçelendirmelerden bazılarının  $3x$  ve  $3+x$ ’ i ayırt edememe gibi cebirde eksik işlem bilgileri ve temel kavramlar hakkındaki bilgi eksikliklerini yansıttığını belirtmişlerdir.

Kieran (1992) öğrencilerin eşittir işaretini nasıl algıladıklarına yönelik bir çalışma yapmıştır. Araştırmada ilk olarak eşittir işaretinin ne anlama geldiği örneklerle açıklamaları istenmiştir. Daha sonra eşitliğin her iki yanında sadece bir işlem içeren çeşitli aritmetiksel eşitlikler (örn;  $2 \times 10 = 4 \times 5$ ) ve her iki tarafta farklı işlem içeren eşitlikler (örn;  $4.6 = 18 + 6$ ) verilmiştir. Bir sonraki aşamada ise her iki tarafta da birden fazla işlemlerin yer aldığı işlemler (örn;  $8.2 + 2 - 3 = 5.2 + 5$ ) verilmiştir. Öğrenciler aritmetiksel özellikleri kullanarak her iki taraftaki değerlerin birbirine eşit olduklarını belirlemişlerdir. Araştırmanın sonunda öğrencilerin eşittir işaretinin ilişkisel boyutuna geçtikleri gözlemlenmiştir. Eşittir işaretinin yalnızca bir tarafının cevap belirtmediği, her iki tarafta aynı değere sahip bir ifadenin yer alabileceği vurgulanmalıdır. Bununla birlikte değişken kavramının da eşitliğin her iki tarafında da bulunabileceği öğrenciye keşfettirilmelidir. Booth ve Koedinger (2008) çalışmalarında öğrencilerin cebirsel eşitliklerin çözümü ve yaptıkları yanlışların öğrenmeye etkisini incelemişlerdir. Öğrencilerin negatif ve eşitlik içeren problemlerde eksikleri olduğunu gözlemlemişlerdir. Derslerin devamında bu konulardaki bilgilerin gelişimiyle öğrencilerin son testlerinde ilk testlerine göre daha fazla soru çözebildikleri gözlenmiştir. Bunun sebebini cebirsel öğrenmenin birikimli ilerlemesi ve bilgi birikimindeki artışın sonucu kavramsal öğrenmedeki ilerleme olarak belirtilmiştir. Problem özellikleri ile ilgili yeterli bilgisi olmayan öğrencilerin soru çözümede eksiklerinin olması ve öğrendikleri bilgilerin ihtiyaç olan sorularda yetersiz kaldığı ortaya çıkmıştır. Sadece eşittir işareti değil işlemlerde kullanılan toplama, çıkarma, bölme, çarpma işaretlerinde, rakamlarda, kesirli sayılarda, sabit katsayılarla vs. gibi, eşitliklerde gerekli olan durumlarda önemli karışıklıklara neden olmuş. Bunların içinde özellikle eşittir ve negatif işaretleri üzerinde durulmuş.

Erbaş ve Ersoy (2002), 9. sınıf öğrencilerinin eşitlikleri çözümedeki başarı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler, yapılan yanlışlar ve olası kavram yanlışlarını araştırmak üzere bir çalışma yapmışlardır. Çalışmada rasgele seçilen, farklı seviyedeki dört okuldan

veri toplanmıştır. Yapılan istatistik sonucu okullar bazında ve bir önceki yıl matematik notuna göre anlamlı farklar bulunmuştur. Fakat cinsiyete göre ve sınıf düzeyi bazında karşılaştırıldığında anlamlı fark bulunmamıştır. Kavram yanılgıları ile ilgili sonuçlar kısaca şöyle sıralanabilir:

- Yanlış kurallamaların sıklıkları değişiklik göstermektedir. Bu durum, yanlış kurallamaların tutarlı olmadıklarını göstermektedir.

- Farklı okullarda farklı yanlış kurallamalar gözlenmiştir.

- Başarı düzeyi daha düşük öğrencilerde ve okullarda yapılan hatalar, daha çok yanlış kurallama odaklı iken, başarı düzeyi orta ve yüksek olanlarda hataların daha çok aritmetiksel veya işlem bazında olduğu görülmektedir.

- Başarı düzeyinin daha yüksek olduğu okullarda öğrenci hataları daha iyi teşhis edilmiştir.

Benzer bir çalışma da Johnson ve Alibali (1999) tarafından yapılmış, ileri sınıflarda eşit işaretinin bir eylemsel sembol olarak görülüp görülmediğini araştırmışlardır. Araştırmanın sonucunda 5 ve 6. sınıftaki öğrencilerin büyük bir kısmının eşittir işaretinin anlamını ve eşitliklerin ne ifade ettiğini tam olarak anlamlandıramadıkları görülmüştür.

Ertekin (2002) çalışmasında 8.sınıf öğrencileri ile çalışmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak, literatürden yararlanılarak hazırlanan 28 sorudan oluşan bir “Teşhis Testi” kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda denklem çözümüne ilişkin öğrencilerde var olan 26 tür hata tespit edilmiştir. Öğrencilerin en çok eşitliğin bir tarafındaki terimi, eşitliğin diğer tarafına geçirirken işaret değiştirmeden geçirdikleri ve denklem çözmede kendilerine göre birtakım yanlış kural geliştirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin işlemleri soldan sağa doğru yapmada ısrar ettikleri ve bir sonuca ulaşma amacıyla işlemlerini sürdürdükleri tespit edilmiştir. Bu yanılgılara çözüm olarak, öğrencilere tamsayılar, rasyonel sayılar ve cebirsel ifadeler gibi denklem çözümüyle alakalı konuların tekrar edilmesi, eşitlik ve denklem çözümüne ilişkin soldan sağa doğru işlem yapma eğiliminin asgari seviyeye indirilmesi, öğretmenlerin öğrencilerde var olan hata ve kavram yanılgılarını gidermeye yönelik çalışmalar yapması önerilmiştir.

Yaman, Toluk ve Olkun (2003) çalışmalarında ilk ve orta öğretim öğrencileri ile görüşmeler yaparak onların eşitlik algılarını araştırmışlardır. Araştırmada sözel problemler, sembolik problemler ve doğru-yanlış bölümlerinden oluşan eşitlik soruları yer almıştır.

Elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin sembolik problemlerde zorlandıkları ve eşitlikleri terse çevirmede hatalar yaptıkları gözlemlenmiştir. Örneğin;  $c = a+b$  eşitliğinin ters yazıldığı ifade ederek çevirmeyi düşünmüşler ve eşitliği düzelterek yeniden yazmışlardır. Benzer şekilde  $a+b = * + c$  türündeki eşitliklerde '\*' yerine soldaki sayıların toplamını yazmışlardır.

Kösa (2004) çalışmasında 8. Sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözme sürecinde denklemlerden yararlanabilme becerilerini araştırmıştır. Veri toplama aracı olarak tanı testi, klinik mülakat ve alan notlarından yararlanılan çalışmada 8 sözel problemten oluşan tanı testi öğrencilere uygulandı. Tanı testi uygulanan 6 öğrenciye klinik mülakatlar yapılmış ve yapılan mülakatlar analiz edilerek öğrencilerin problem çözmede denklemlerden yararlanma becerileri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırmanın sonunda genel olarak öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel ifadelere dönüştürmede zorlandıkları, bunun sonucunda da probleme ait denklemi yazıp çözmede başarısız oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerde ayrıca parantez hatası, işaret hatası ve bilinmeyenli eşitliğin diğer tarafına taşımada hatalar görülmüştür. Bir bilinmeyenli denklemleri çözmek iki bilinmeyenli denklemleri çözmeye göre daha kolay gelmiştir. Ortaya çıkan bu zorlukları gidermek için öğretmenlere; denklem kurmayı gerektiren çeşitli problemler çözmeleri ve öğrencilerin müfredatla günlük hayat arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olmaları tavsiye edilmiştir.

Şandır, Ubuz ve Argün (2007) çalışmalarında, mutlak değer kavramının öğretilmesinde gerekli olan aritmetik işlemler, sayıların sıralanması, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki 9. sınıf öğrencilerinin yaptığı hatalar ve öğrencilerin zorlandıkları konular ortaya çıkarılmaya çalışılmışlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin negatif sayılarla yaptıkları işlemlerde sıklıkla hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Bununla birlikte rasyonel ve irrasyonel sayılar, denklem ve eşitsizlik çözümlerinde de hatalara rastlanmış; mutlak değer gibi ön koşul gerektiren konulara gereken önemin verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Bayar (2007) çalışmasında, 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin 1. dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki hatalarını belirlemeyi amaçlamıştır. 7. 8. Sınıf öğrencilerinin katılımıyla 38 soruluk 'Tanı Testi' kullanılarak yürütülen çalışmada öğrencilerin 1. Dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözerken yaptıkları hatalar 11 kategoride toplanmıştır. Bu kategorilerden en öne çıkanları: Benzer terimlerle, benzer olmayan

terimler arasında yapılan işlemler; terimleri eşitliğin diğer tarafına geçirirken yapılan işaret hataları ve işlem önceliği hatalarıdır. Bu hataların giderilmesi için; aritmetikten cebire kademeli geçilmesi ve çeşitli öğretim stratejilerinden yararlanılması önerilmiştir.

Gürbüz ve Akkan (2008) farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin denklem konusunda belirlenen problemlere ilişkin çözüm stratejilerini değerlendirerek aritmetikten cebire geçiş düzeylerini karşılaştırmayı amaçladıkları çalışmalarını ortaokulun tüm kademelerinde toplam 240 öğrenciye uygulamışlardır. Öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları çözüm şekilleri incelenerek aritmetikten cebire geçiş seviyeleri incelenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin öğrenim seviyesi arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde geliştiği ancak kullanılan çözüm yöntemlerindeki kısıtlılıktan ötürü hiçbir öğrenim seviyesinde beklenen geçişin sağlanamadığı tespit edilmiştir. Elde edilen bulgulara bakıldığında öğrencilerin işlem bilgilerinde ve değişken kavramının farklı kullanımlarında eksikleri olduğu gözlemlenmiştir. Bu bağlamda öğrenciler aritmetikten cebire geçişte zorlanmaktadır. Cebir öncesi etkinliklere ağırlık verilmesi, öğrenme ortamlarında farklı problem türlerine yer verilmesi, her zaman aritmetik çözümlerle bulunamayacak soru tiplerinin kullanılması öğretmenlere tavsiye edilmiştir.

Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) araştırmalarında, öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde yaptıkları hatalar, karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları incelenmiş ve bunlar belirlenen yanlış kurallama ve yanlışları kategorilere ayırmışlardır. Yapılan gruplandırmalara göre; bölme işlemindeki yanlış kurallamalar, parantez kullanımındaki hatalar, cebirsel hatalar ve aritmetik hatalar öğrencilerin en fazla yaşadıkları güçlükler olarak göze çarpmıştır. Başarı düzeyi düşük öğrencilerde görülen yanlışlar, daha çok yanlış kurallama merkezli iken, orta ve yüksek başarı düzeyindeki hataların daha çok aritmetik veya işlemsel boyutta olduğu görülmüştür.

Özarslan (2010) çalışmasında ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözerken, probleme uygun denklemi yazabilme becerilerini ve yazılan denklemi çözerek sonuca ulaşmalarındaki başarı düzeylerini belirlemenin yanı sıra bu problemleri çözerken yapılan hataları belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlere denklem kurmada ve denklem çözümünde başarılarının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Cebirsel ifadelerdeki bilinmeyen ve eşitliğin anlaşılmasında, bilinen ve bilinmeyen ayrımında öğrencilerin hataları göze çarpmaktadır. Bu bağlamda denklem



kurma ve çözümede öğrencilerin zorlandıkları görülmektedir. Çalışma sonunda öğretmenlere, öğrencilerin zorlandıkları bu konular üzerine eğilmeleri tavsiye edilmiştir.

Akyüz ve Hangül (2013) 6. Sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları yanlışların giderilmesine yönelik yaptıkları çalışmalarında 6. Sınıfta öğrenim gören 25 öğrenciye 20 açık uçlu soru yöneltmişlerdir. Öğrencilerin sahip oldukları hatalar, betimsel analiz ile tespit edilmiş, tespit edilen tüm hataları gidermeye yönelik hazırlanmış etkinliklere dayalı bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim sonrası, daha önce ön-test olarak uygulanan kavram testi aynı gruba son-test olarak tekrar uygulanmış ve etkinliklerin öğrencilerin hatalarını gidermedeki etkisine bakılmıştır. Öğrencilere uygulanan etkinliklerde; “ $5x + 2x = ?$  ve  $5 + 2x = ?$ ” şeklindeki sorularla gramer hatası, “ $4a$  ve  $4 + a$ ” cebirsel ifadelerinin ne anlama geldikleri sorularıyla ters işlem hatası ve çeşitli denklem kurma problemleriyle de yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hatalarına ulaşılmıştır. Sonuç olarak, öğrencilerin % 12’ sinde gramer hatası, % 4’ünde ters çevirme hatası, % 48’inde ters işlemi sınırlı kullanım hatası ve öğrencilerin % 36’sı da tanıdık olmayanı görmezden gelme hatası ( $x/2$  ve  $x$  aynı değerlerdir şeklinde düşünme) gözlemlenmiştir. Bu bağlamda yapılan etkinliklerin öğrencilerin “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler” konusundaki hatalarını azalttığı tespit edilmiştir.

Erdem (2013) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin denklemler konusundaki hata ve kavram yanlışlarını belirlemeyi ve bu hata ve yanlışlara ilişkin öğretmenlerin görüşlerini almayı amaçlamıştır. Araştırma karma yöntemle uygulanmıştır. Nicel kısmı, bir ilin 6 ortaokulunda öğrenim gören 193 7. sınıf öğrencisiyle, nitel kısmı ise aynı ildeki farklı ortaokullarda görev yapmakta olan 6 matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Nicel verilerin toplanmasında, literatürden yararlanılarak geliştirilen “Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanlışlarını Belirleme Ölçeği” kullanılmıştır. Nitel veriler ise, altı öğretmenle öğrencilerin denklemler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının sebepleri ve giderilmesine yönelik yarı yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Nicel verilerin analizinde SPSS programı, nitel verilerin analizinde ise betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, 7. Sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde çeşitli hata ve kavram yanlışlarına sahip oldukları saptanmıştır. Bunlar; eşittir işaretinin anlamına yönelik hatalar, negatif kat sayı içeren denklemlerdeki işaret hataları, eşitliğin diğer tarafına yanlış geçirme, bilinmeyen kavramı

ile ilgili hatalar şeklinde gruplandırılmıştır. Öğretmenler bu hata ve kavram yanlışlarının sebeplerini öğrencilerin yaşına ve müfredattaki zaman yetersizliğine bağlamışlardır.

#### *d) Cebirsel muhakeme boyutunda yapılan çalışmalar*

Umay (2003), matematiksel muhakeme yeteneği konulu çalışmasında; Matematiksel muhakeme yaklaşımları ve neye göre değiştiği, kültür farklılıklarının muhakeme biçimine etkisi ve bireylerin kendilerine özgü muhakeme tarzlarını nasıl bulabileceklerini araştırmıştır. Uygulama sonucunda doğru yanıtı ulaşan öğrencilerin tümü (29 kişi) problemi çözerken ilk sırada aynı yöntemi kullanmış olmaları Umay tarafından üzüntüyle karşılanmıştır. Öğrencilerden 8 tanesi başka hiçbir yol bulamadığını belirtirken, 21 tanesi ikinci, 1 tanesi de üçüncü yol için gayret içine girmişler, farklı bir şeyler yapmaya çalışmışlardır. Ancak çözümleri incelendiğinde bu öğrencilerin de farklı muhakeme tarzları üretmedikleri görülmüştür. Umay öğrencilerdeki bu durumu iki nedene bağlamıştır. Birincisi, öğrencilerin geçmiş öğrenim yaşantılarının onları tek tip düşünceye alıştırmış, farklı düşünme becerilerini törpülemiş olmasıdır. İkincisi problemin farklı muhakeme yaklaşımları üretmeye uygun nitelikler taşınamamasıdır. Araştırmacı öneriler kısmında; yapıları çözümleyebilmeyi, içindeki ilişkileri görebilmeyi, olaylar arasında neden sonuç ilişkisi kurabilmeyi kısacası muhakeme becerilerine sahip bireyler yetiştirilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Yenilmez ve Teke (2008) yapmış oldukları çalışmada yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisinin olup olmadığını araştırmıştır. Araştırmalarında tek gruplu ön test – son test modelini kullanmışlardır. Araştırmacılar Altun' un (2005) dört düzeyde incelediği soruları örnek almışlardır. Bu dört düzeyi ölçebilecek olan örnek sorular yardımıyla hazırlanan “Cebirsel Düşünmenin Gelişimi” testinden yararlanmışlardır. Araştırmada düzeyler arasındaki farklılıklarla birlikte cinsiyet, başarı ve matematik dersine olan ilgi değişkenlerine göre gelişim düzeylerindeki farklılıkların başarı değişkeni için anlamlı olduğunu gözlemlemişlerdir. Sonuç olarak yenilenen matematik programındaki etkinliklerin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini oldukça geliştirdiğini ifade etmişlerdir.

Kabael ve Tanışlı (2010) çalışmalarında cebirsel düşünme sürecinde örüntü ve fonksiyon kavramlarının ilişkisi ve bu kavramların öğretim stratejilerini literatür tabanlı incelemiş ve

inceleme sonucunda elde ettikleri sonuçları araştırmacıların önerileri ile de destekleyerek vermişlerdir. Matematik öğretiminde cebirsel düşüncenin gelişiminin, nicelikler ve nicelikler arası ilişkiler üzerine kurulu olduğundan bahsetmişler. Cebir öğretimi sürecinde örüntülerden fonksiyona geçişte öğretim etkinlikleri üzerinde durulmuştur. Bu etkinlik örnekleri incelendiğinde, problem durumlarının değişmesi gerektiğini vurgulamışlar ve değiştirilen problem durumlarına örnekler vermişlerdir. Çalışmada öğrencilerin örüntünün kuralını sözel olarak ifade edebilmeye başladıktan sonra sembolik gösterime geçebileceği düşüncesini savunmuşlardır. Kabael ve Tanışlı (2010), örüntü ve fonksiyon kavramlarının öğretimini ilişkili bir biçimde gerçekleştirmeyi sağlayacak önerilerini üç maddede toplamışlar. (i) Yaşamın içerisinde yer alan fonksiyonel ilişkinin okulöncesi öğretimle başlayarak öğrencilerin algılamasını sağlayacak günlük yaşam durumları ve eğitim materyalleri kullanılmalıdır. (ii) İlköğretimin erken basamaklarından itibaren örüntü kavramına yönelik etkinlikler düzenlenirken yine fonksiyonel ilişkiyi kavratma amacı göz önünde bulundurulmalı. (iii) Fonksiyon ve örüntü kavramlarının öğretiminde kullanılan günlük yaşam durumu örneklerinin, ders içi etkinlikler ve temsil biçimleriyle paralel olması öğrencilerin kavramları anlamlandırması bakımından önemlidir.

Kaya ve Keşan (2014) çalışmalarında, ilköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi üzerine yapılan çalışmalar aracılığıyla bu durumun gerekçesini ortaya koymaya çalışmışlardır. Yapılan araştırmada cebirsel, matematiksel ve genel muhakeme becerilerinin soyut düşünceye etkileri ve erken yaşta kazanılmasının önemi üzerinde durulmuştur. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları zorluklara çözüm bulmaları, cebirsel muhakemenin kazanılmasıyla paralel olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Öğretim sırasında cebir öğrenme ortamının çeşitlendirilmesi önerilmiştir.

Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş (2016) çalışmalarında 7. Sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeylerini araştırmışlardır. Veri toplama aracı olarak Kaya (2015) tarafından geliştirilen 16 çoktan seçmeli, 22 açık uçlu olmak üzere 38 sorudan oluşan test kullanılmıştır. İzmir merkezinde bulunan bir ortaokulunda yedinci sınıfta okuyan öğrencilerle çalışılmıştır. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin cebirsel düşüncelerinde ve cebirsel muhakeme yeteneklerinde çeşitli sıkıntılara sahip olduğunu görülmektedir. Yapılan araştırmada cebirsel ilişkileri tanıma ve kullanmaya yönelik puan

ortalaması orta düzeyin üzerinde olmasına karşın cebirsel muhakeme ve çıkarım yapma yönünden ortalamaların oldukça düşük olması dikkat çekmektedir. Ölçme aracına ait alt boyutlar incelendiğinde; tüm boyutlarda kız öğrencilerin test puanlarına ait ortalamalarının erkek öğrencilerin ortalamasından fazla çıktığı görülmektedir. Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında ise öğrencilerin muhakeme yeteneklerinin istenilen düzeylerde olmaması dikkat çekici bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu bağlamda NCTM, NAEP ve TIMMS gibi uluslararası kabul görmüş kuruluşların cebir müfredatına ilişkin matematiğin temel yönlerinden biri olan düşünme ve muhakeme becerilerine vurgu yapmaları faydalı olacaktır.

Kaya (2017) çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin, cinsiyete göre cebirsel düşünme düzeylerini ve cebir öğrenme alanındaki pozitif ve negatif beceri eksikliklerini incelemiştir. 10 soruluk Cebirsel Düşünce Düzeyi Belirleme Aracı 185 öğrenciye uygulanmış, öğrencilerin cebir öğrenme alanı ile ilgili doğru cevap oranlarının ilk aşamadan son aşamaya doğru belirgin şekilde azaldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin genel ortalaması 15.09, her bir soruya göre erkek öğrencilerin ortalaması 1.32, kız öğrencilerin 1.70 olarak hesaplanmıştır. Araştırmada öğrencilerin doğru cevapladıkları cevapları şans eseri mi yoksa bilerek mi bulduklarını tespit amacıyla kararsızlık ve emin olma durumlarını belirtmeleri istenmiştir. Elde edilen bulgular neticesinde, öğrencilerin ortalama %30'unun bilgi eksikliği, %14'ünün şanslı tahminde buldukları belirlenmiştir. Bu sonuçlar çoktan seçmeli testlerin öğrencilerin eksiklerini tespit için güvenilir olduğunu ortaya koymuştur. Genel çerçeveye çalışmadan elde edilen bulgular göz önüne alındığında 7. Sınıf öğrencilerinin cebir konusunda zorlandıkları net bir şekilde görülmektedir. Öğrencilerin cebirde yaşadıkları güçlüklerin ana nedenlerini belirlemeye dönük öğretim programı dâhilinde boylamsal çalışmalara ağırlık verilmesi önerilmiştir.

Yakar ve Yılmaz (2017) çalışmalarında 7. sınıf öğrencilerinin cebir alanında tasarlanan bir hikâye içerisindeki gerçek yaşam durumunu matematiksel ifadeye dönüştürme sürecindeki matematiksel dil becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. 7. Sınıf düzeyinde 80 öğrenciyle yürütülen araştırmada başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek çıkan 3 öğrenciyle klinik görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilere cebir öğrenme alanına uygun bir hikâye tasarlanarak bu hikâye ile ilgili 8 soru sorulmuştur. Öğrencilerin verilen durumu cebirsel olarak ifade

etmede zorlandıkları görülmüştür. Klinik görüşmelerde ise matematik başarıları yüksek olan öğrencinin ifadeleri açıklarken doğru sözel, yazılı ve sembolik dil kullandığı gözlemlenmiştir. Matematik başarı düzeyi düşük olan öğrencinin ise gerçek yaşam durumlarını açıklarken ve sembolik ifadeleri oluştururken zorlandığı belirlenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin matematiksel kavramları doğru anlayıp ifade edebilmeleri için gerçek yaşam durumlarına daha fazla önem verilmesi, denklem çözüme süreçleri üzerinde durarak sembolik dilin gelişmesi önerilmiştir.



## 2. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın modeli, çalışma grubu ve ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla verilerin toplanması ve verilerin analizi hakkında bilgi verilmiştir.

### 2.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, geçmişte olmuş ya da halen var olan durumu olduğu şekliyle ortaya koymayı hedefleyen betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Bu modelde; araştırılan konuyu değiştirmeden doğru bir şekilde gözlemleyerek tespit etmek ve belirlemek önemlidir (Karasar, 2000). Betimsel araştırmalar, olayların önceki olaylarla ilişkilerini göz önünde bulundurarak durumlar arasındaki ilişkiyi kişilerin, grupların, kurumların, objelerin ve varlıkların ne olduklarını betimleyen çalışmalardır (Kaptan, 1999). Ayrıca betimsel çalışmalarda verilen durumu belirli standartlar çerçevesinde inceleyerek aydınlatmak için etraflıca tanımlamak ve açıklamak gerekmektedir (Çepni, 2014). Bu yönüyle betimsel çalışmalarda doğru durum tespiti sayesinde sonraki çalışmaları yönlendirici sonuçlar elde edilebilmektedir.

Tarama modelinde bilimin tasvir yönü ön plandadır. Bu bağlamda tespit amaçlı gözlem, kaydetme, olaylar arasında ilişki kurma ve genelleme bu modelde yürütülen çalışmalarda dikkat çekmektedir (Yıldırım, 1999). Mevcut durumun doğru tespiti oluşabilecek çeşitli eksik ve yanlış anlamalar açısından da önemlidir.

### 2.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2017-2018 eğitim-öğretim yılında Afyonkarahisar il merkezi, ilçe ve beldelerinde öğrenim gören, amaçlı örnekleme ile seçilen 64'ü kız ve 56'sı erkek olmak üzere toplam 120 öğrenci oluşturmaktadır.

### 2.3. Veri Toplama Aracı

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak 15’i çoktan seçmeli, 15’i yazılı cevap gerektiren toplam 30 sorudan oluşan ‘Cebir Testi’ kullanılmıştır. Bu testin geliştirilmesinde 6, 7 ve 8.sınıf matematik ders kitaplarından (MEB, 2016), Thelma Perso’nun (1992) hazırlamış olduğu ‘‘Diagnostic Test - Conceptions in Algebra’’ testindeki soruların Türkçeye uyarlamasından, Akkaya ve Durmuş’un (2006) ‘İlkretim 6-8. Sınıf ğrencilerinin Cebir ğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları’ alışmasından, Baysal’ın (2010) ‘İlkretim ğrencilerinin Cebir ğrenme Alanında Oluşturduğu Kavram Yanılgıları’ yüksek lisans tezinden, Ksa’nın (2004) ‘‘Sekizinci Sınıf ğrencilerinin Sözel Problemlerin zmnde Denklemlerden Yararlanabilme Becerileri’’ alışmasından, Glpek’in (2006) ‘İlkretim 7. ve 8. Sınıf ğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Gelişimi’ isimli araştırmasından ve Erdem’in (2013) ‘ğrencilerin Denklem Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanılgıların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin ğretmen Görüşleri’ isimli çalışmasından yararlanılmıştır.

Veri toplamadan önce soruların içeriği ve ğrenci düzeyine uygunluğu hakkında alanında uzman kişiler ve MEB’ de görev yapmakta olan öğretmenlerden görüş alınmıştır. Daha sonra soruların 100 ğrenci ile pilot uygulaması yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda anlaşılabilirlik ve ayırt edicilik açısından 4.sorudaki görsel yeniden düzenlenmiş ve 9.soru açık uçlu hale getirilmiştir. Asıl uygulamaya 120 ğrenci katılmış, testin güvenirlik katsayısı 0,90 bulunmuştur. Testteki sorular 6. sınıftan 8. sınıfa kadar kazanımlardan yararlanılarak hazırlanmış ve soruların dağılımı Tablo 2.1’de gösterilmiştir.

Tablo 2.1. Uygulamada kullanılan soruların kazanımlara göre dağılımı

Kazanımlar	Soru No
Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme.	S1, S2, S3a, S3b, S4, S5a, S5b
Cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme.	S6, S7, S8, S9, S10
Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifadede yazma.	S11, S12, S13, S14, S15
Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazma.	S16, S17a, S17b, S18, S19
Cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile arpma.	S20, S21, S22, S23a, S23b
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri zme.	S24a, S24b, S24c, S24d, S25
Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama.	S26,S27,S28a, S28b, S29, S30

*Madde güçlük indeksi:* Bir test sorusunun güçlüğü, o soruya doğru cevap veren öğrencilerin sayısının, tüm öğrencilerin sayısına oranıdır. Madde güçlük indeksi 0 ile 1 arasında değerler alır. Madde güçlük indeksi 1'e yaklaştıkça madde kolaylaşır, 0'a yaklaştıkça madde zorlaşır. Değerin 0,50 civarında olması, maddenin orta güçlükte olduğunu gösterir (Özçelik, 1997).

*Madde ayırtıcılık gücü indeksi:* Bir maddenin ayırt ediciliği, o maddedeki davranışı bilenle bilmeyen öğrencilerin ayırt edilebilirlik gücüdür. Madde ayırtıcılık gücü indeksi (-1) ile (+1) arasında değer alır. Madde ayırt edicilik gücü 0 ile 0,19 arasında olanlar geliştirilmesi ve negatif olanlara testte yer verilmemesi, ayırt edicilik gücü 0,20-0,29 arasında olanların ise maddeler düzeltilerek teste alınması önerilmektedir. Ayırt edicilik gücü 0,30 ile 0,39 arasında olanlar “iyi”, 0,40 ve üzerinde olan maddeler ise “çok iyi” madde olarak nitelendirilmektedir (Özçelik, 1997). Bu araştırma kapsamında başarı testinde yer alan maddelere ilişkin madde güçlük ve ayırt edicilik indeks değerleri Tablo 2.2'de sunulmuştur.

Tablo 2. 2. Cebir testi için yapılan madde analizi sonuçları

Soru No	Madde Güçlüğü	Madde Ayırt ediciliği	Soru No	Madde Güçlüğü	Madde Ayırt ediciliği
S1	0,39	0,35	S17b	0,60	0,70
S2	0,79	0,40	S18	0,40	0,35
S3a	0,16	0,18	S19	0,67	0,48
S3b	0,19	0,16	S20	0,83	0,21
S4	0,36	0,64	S21	0,51	0,51
S5a	0,30	0,40	S22	0,83	0,29
S5b	0,54	0,18	S23a	0,43	0,43
S6	0,58	0,43	S23b	0,33	0,35
S7	0,86	0,16	S24a	0,41	0,81
S8	0,76	0,37	S24b	0,39	0,64
S9	0,49	0,54	S24c	0,32	0,56
S10	0,43	0,72	S24d	0,31	0,72
S11	0,64	0,27	S25	0,34	0,51
S12	0,88	0,18	S26	0,67	0,56
S13	0,44	0,29	S27	0,74	0,48
S14	0,52	0,37	S28a	0,53	0,72
S15	0,31	0,56	S28b	0,50	0,83
S16	0,63	0,43	S29	0,32	0,59
S17a	0,51	0,83	S30	0,62	0,56



Tablo 2.2 incelendiğinde cebir testinde yer alan S1, S3a, S3b, S4, S5a, S15, S18, S23b, S24b, S24c, S24d, S25, S29 maddeleri madde güçlüğü bakımından “zor”, S2, S7, S8, S11, S12, S16, S19, S20, S22, S26, S27 ve S30 maddeleri “kolay”, diğerlerinin ise “orta” güçlüğüne sahip olduğu anlaşılmaktadır. Maddeler ayırt edicilik bakımından incelendiğinde cebir testindeki 24 seçeneğin (S2, S4, S5a, S6, S9, S10, S15, S16, S17a, S17b, S19, S21, S23a, S24a, S24b, S24c, S24d, S25, S26, S27, S28, S29, S30) “çok iyi”, 6 seçeneğin (S1, S8, S13, S14, S18, S23b) “iyi”, diğerlerinin ise kabul edilebilir nitelikte ayırt edici olduğu görülmektedir. Tüm bu bulgular ışığında başarı testinin son halindeki maddelerin ayırt ediciliğinin 0,30’dan yüksek olduğu, madde güçlüğü değerleri bakımından test içerisinde hem zor hem kolay hem de orta düzeyde sorular olduğu söylenebilir.

*Test güvenilirliği:* Bir testin güvenilirliği, o testin tesadüfi hatalardan arınma derecesi ve test maddelerinin, testin tümüyle olan tutarlılığıdır. Güvenirlik katsayısı 0 ile 1 arasında değerler alır. Güvenirlik katsayısının 0.70 değerinin üzerinde olması beklenir. 0.70’in altındaki değerler için, güvenilirliğin iyi olmadığı şeklinde yorumlanmaktadır (Büyüköztürk, 2004). Bu araştırmaya kapsamında geliştirilen kavram yanılgısı teşhis testi için KR-20 güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve 0,90 olduğu belirlenmiştir. Bu yönüyle teşhis testinin güvenilir olduğu kabul edilmiştir.

#### **2.4. Verilerin Toplanması**

Araştırmada uygulanan testler çoğaltılarak araştırmacı tarafından, rastlantısal olarak seçilen Afyonkarahisar ili merkezinde, ilçe merkezi ve beldede bulunan okullardan 120 sekizinci sınıf öğrencisine bir ders saati süre verilerek uygulanmıştır.

#### **2.5. Verilerin Analizi**

Veriler toplandıktan sonra araştırmacı danışmanın rehberliği eşliğinde her bir öğrenci çalışma kâğıdı üzerinde öğrenci cevaplarını incelemiştir. Daha sonra sorular için öğrenci cevapları üç kategoriye ayrılmış, “Boş”, ”Yanlış” ve ”Doğru” olarak öğrenci cevapları değerlendirilmiştir. Verilerin analizi aşamasında ise, bu sayısal değerler verilerin betimsel istatistik analizlerinde frekans tablolarını oluşturmak için kullanılmıştır.

İlk bölümde doğru yanlış frekans tablosundan yararlanılarak her bir soru için hata oranı tespit edilmiş, öğrencilerin düştükleri kavram yanılgıları ve hataları için örnekler

verilmiştir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizinde ve kavram yanılığı türlerinin belirlenmesinde betimsel analiz tekniği ve içerik analiz tekniği kullanılmıştır.

Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri yardımı ile elde edilen verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını gerektiren bir nitel veri analiz türüdür. Bu analiz türünde araştırmacı çalıştığı bireylerin görüşlerini net bir şekilde yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara sıklıkla yer verebilmektedir. Bu analiz türünde temel amaç elde edilmiş bulguların okuyucuya anlaşılır bir biçimde özetlenmiş ve yorumlanmış olarak sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Betimsel analiz dört aşamada gerçekleşmektedir. İlk aşamada araştırmacı tarafından araştırma sorularından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden ya da görüşme ve gözlemlerde yer alan boyutlardan yola çıkarak veri analizi için bir çerçeve oluşturur. Bu sayede verilerin düzenlenip sunulacağı temalar ortaya çıkmış olur. İkinci aşamada, araştırmacı ilk aşamada oluşturduğu çerçeveye bağlı kalarak verileri düzenler. Bu süreçte verilerin anlamlı ve mantıklı bir şekilde bir araya getirilmesi önemlidir. Üçüncü aşamada ise düzenlenen veriler araştırmacı tarafından tanımlanır. Bu aşamada doğrudan alıntılara başvurulabilir. Dördüncü aşamada ise araştırmacı tanımlamış olduğu bulguları açıklar, ilişkilendirir ve anlamlandırır. Bu aşamada araştırmacı bulgular arasındaki neden-sonuç ilişkilerini açıklayarak ve karşılaştırmalar yaparak yorumlarını kuvvetlendirebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Bu araştırmada nitel verileri analiz etmek için betimsel analiz tekniklerinden yararlanılmıştır. Öğrencilerin cevapları yapılan içerik analizi sonrasında kavram yanılığaları ve hatalar için kategorilere ayrılarak kodlanmıştır. Her kategoriye uygun örnekler sunulmuştur. Her bir kod ve kategori için güvenilirliği sağlamak için başka bir araştırmacı ve alan uzmanı ile kodlama uyumu çalışması yürütülmüştür. Kodlamalarda görülen farklılıklarda ise uygun şekilde uzlaşmıştır.

İçerik analizi sözel, yazılı ve çeşitli diğer materyallerin nesnel ve sistematik bir biçimde incelenmesine olanak sağlayan bilimsel bir yaklaşımdır (Tavşancıl ve Aslan, 2001). İçerik analizi dokümanlardan elde edilen nitel araştırma verilerinin işlenmesi, verilerin kodlanması, temaların bulunması, kodların ve temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanması şeklinde dört aşamadan meydana gelmektedir (Yıldırım ve

Şimşek, 2005). Bu çalışmada veriler uygun kodlamalar yapılarak ve kategorilere ayrılarak düzenlenmiş, gerekli yerlerde sayısal olarak sunulmuştur. Son aşamada ise bulgular yorumlanmıştır.



### 3. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine göre elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

#### 3.1. Basit Görsel ve Cebirsel İfadeyi Anlama ve Örüntüden Denkleme Geçebilmeye İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin ilk 5 sorusuna verilen cevaplar analiz edilerek Tablo 3.1’de sunulmuştur.

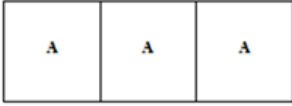
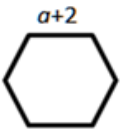
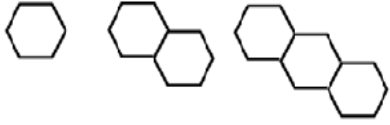
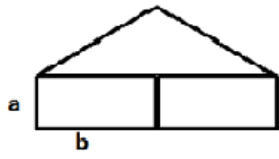
Tablo 3.1. Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilmeye ilişkin yüzdelik dağılım (n=120)

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 1	51 (%42,5)	65 (%54,2)	4 (%3,3)
Soru 2	93 (%77,5)	21 (%17,5)	6 (%5)
Soru 3	16 (%13,3)	41 (%34,2)	63 (%52,5)
Soru 4	40 (%33,3)	45 (%37,5)	35 (%29,2)
Soru 5a	32 (%26,7)	46 (%38,3)	42 (%35)
Soru 5b	65 (%54,2)	27 (%22,5)	28 (%23,3)

Tablo 3.1 incelendiğinde öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklamada (Soru 1, Soru 2 ve Soru 4), örüntüden denkleme geçebilme (Soru 3 ve Soru 5) boyutuna göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Buna rağmen öğrencilerin görsel içeren sorularda cebir geometri ilişkisini tam olarak kuramadıkları ve aritmetik bilgilerini cebirsel bilgiler ile birleştirmekte zorlandıkları tespit edilmiştir.

Öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme kazanımı ile ilgili hatalarının frekansları, kavram yanlış türleri ve örnek cevaplar Tablo 3.2’de sunulmuştur.

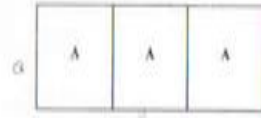
Tablo 3.2. Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme kazanımı ile ilgili kavram yanlışları

Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
1) Aşağıdaki her bir karenin alanı A birim kare olmak üzere şeklin alanının cebirsel gösterimini nasıldır?	Cebir-Geometri ilişkisini hatalı kurma	45	Bir karenin alanı A ise 3 karenin alanı $3A^2$
 <p>a) <math>A^3</math> b) <math>3A</math> c) <math>3A^2</math> d) <math>A + 3</math></p>	İşlem seçiminde yapılan yanlışlar.	20	Bir karenin alanı A ise 3 karenin alanı $A^3$
2) Bir kenarı $a + 2$ cm olan aşağıdaki altıgenin çevresini hesaplayınız.	Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi yaparken parantez dikkate alınmaz	11	$6.(a+2) = 6a+2$
	İşlem hataları ve diğer hatalar	10	$6.(a+2) = 12a$
3) Aşağıda ilk üç adımı verilen örüntü için; a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz. b) 20. adımdaki kenar sayısını hesaplayınız.	Şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş.	26	Şekilde kenarlar 5'erli arttığı için kural $x+5$
 <p>1. adım      2. adım      3. adım</p>	İşlem hataları ve diğer hatalar	15	Her adımda 1 şekil artıyor: $x+1$
	Denklemi hatalı bulmaktan kaynaklı terimi yanlış hesaplama	26	20. adımda $20+5=25$
	İşlem hataları ve diğer hatalar	15	$20.5=100$
4) İki eş dikdörtgen ve bir eş kenar üçgenden oluşan aşağıdaki şekilde; dikdörtgenin kısa kenarı 'a' ve uzun kenarı 'b' olduğuna göre şeklin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.	Cebir-Geometri ilişkisini hatalı kurma	45	Şekilde tüm kenarların toplamı çevredir; $8b+2a$
			
5) 3, 7, 11, 15, 19... şeklinde ilerleyen bir dizinin	Örüntüden denkleme hatalı geçiş	27	4'er artan dizi: $x+4$ 4'lü gidiyor: $4x$
a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.	İşlem hataları ve diğer hatalar	19	20.terim =23
b) 20. Terimini bulunuz.	Denklemi hatalı bulmaktan kaynaklı terimi yanlış hesaplama	27	$x+4$ için 20. Terim: 24 $4x$ için 20. Terim: 80

Tablo 3.2’ de görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 5 tür kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bu yanılgılar türleri ve örnek açıklamalar detaylı olarak aşağıda sunulmuştur:

**a) Cebir-Geometri ilişkisini hatalı kurma:** Öğrencilerde bu yanılı türü geometrik şekillerin boyutlarının değişkenlerle ifade edildiği Soru 1 (%37,5) ve Soru 4’te (%37,5) ortaya çıkmıştır. Soru 1’de karelerin alanları ‘A’ ile ifade edilmesine rağmen bunu bir kenar olarak düşünen öğrenciler 1 karenin alanını; ‘A<sup>2</sup>’, 3 karenin alanını ise ‘3A<sup>2</sup>’ olarak ifade etmişlerdir. Soru 4’te ise kapalı bir şeklin çevresi sorulduğunda yalnızca dışta kalan kenarları toplamak yerine gördükleri tüm kenarları toplayarak çevreyi: ‘8b + 2a’ olarak ifade etmişlerdir (Şekil 3.1). Burada öğrencilerin sahip oldukları bilgileri aşırı genelledikleri görülmektedir.

1) Aşağıdaki her bir karenin alanı A birim kare olmak üzere şeklin alanının cebirsel gösterimi nasıldır?

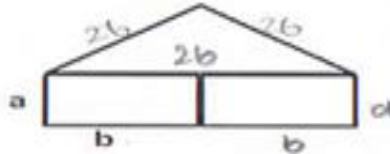


- a) ~~A<sup>3</sup>~~ b) ~~3A~~ c) 3A<sup>2</sup> d) ~~A + 3~~

$$A \begin{matrix} \square \\ A^2 \\ \square \\ A \end{matrix} \rightarrow 3A^2$$

(Ö34 cevabı)

4) İki eş dikdörtgen ve bir eşkenar üçgenden oluşan aşağıdaki şekilde; dikdörtgenin kısa kenarı ‘a’ ve uzun kenarı ‘b’ olduğuna göre şeklin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.



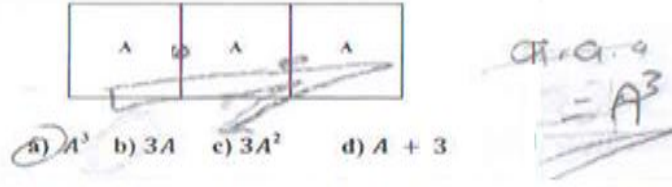
$$8b + 2a$$

(Ö3 cevabı)

Şekil 3.1. Cebir-geometri ilişkisini hatalı kurmaya ilişkin bazı örnekler

**b) İşlem seçiminde yapılan hatalar:** Öğrencilerin matematik problemleri çözerken sıkça yaptıkları hatalardan olan işlem seçimi hatası Soru 1’de (%16,7); ‘Bir karenin alanı ‘A’ ise 3 karenin alanı A<sup>3</sup> tür.’ şeklinde karşımıza çıkmaktadır (Şekil 3.2).

1) Aşağıdaki her bir karenin kenarı  $A$  birim kare olmak üzere şeklin alanının cebirsel gösterimi nasıldır?

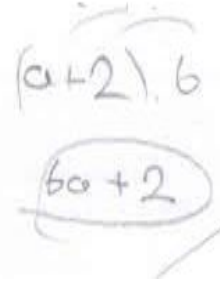
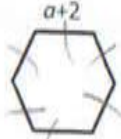


(Ö21 Cevabı)

Şekil 3.2. İşlem seçiminde yaptıkları hata örneği

c) **Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi yaparken parantezi dikkate almama:** Öğrenciler 2. Sorudaki çokgenin altıgen olduğuna karar verdiklerinde, bir kenarı  $(a + 2)$  olarak ifade edildiği için  $6 \cdot (a + 2)$  işleminde parantezi dikkate almadan yapmışlardır (%9,17). Sadece parantez içindeki ilk terim olan ' $a$ ' ile 6 sayısını çarparak çevreyi  $6a + 2$  şeklinde ifade etmişlerdir (Şekil 3.3).

2) Bir kenarı  $a + 2$  cm olan aşağıdaki altıgenin çevresini hesaplayınız.



(Ö30 Cevabı)

Şekil 3.3. İşlem seçiminde yaptıkları hata örneği

d) **Şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş:** Soru 3a' da öğrenciler şekil örüntüsünün kuralını belirlerken kenarların 5'erli arttıklarını tespit etmişler; ancak bunu cebirsel olarak ifade ederken ' $x + 5$ ' şeklinde yazmışlardır (Şekil 3.4). Farklı değişkenler kullanılsa da 26 öğrenci tarafından bu hata yapılmıştır (%21,7). Benzer şekilde 27 öğrenci tarafından Soru 5a' da sayı örüntüsünden denkleme hatalı geçiş gözlenmiştir (%22,5). Sayılardaki 4'erli artışı gören öğrenciler kuralı ' $x + 4$ ' ya da ' $4x$ ' şeklinde düşünmüşlerdir (Şekil 3.4). Bunun nedeni olarak öğrencilerin bir artış gördüklerinde doğrudan toplama ya da çarpma işlemine yöneldikleri düşünülmektedir. Bu durum kısıtlı algılama kavram yanılgısı şeklinde yorumlanabilir.

3) Aşağıda ilk üç adımı verilen örüntü için;

- a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.  
b) 20. adımıdaki kenar sayısını hesaplayınız.



(Ö18 Cevabı)

5) 3, 7, 11, 15, 19... şeklinde ilerleyen bir dizinin a)  $x+4$

a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.

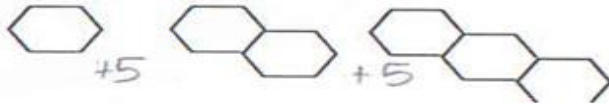
(Ö35 Cevabı)

Şekil 3.4. Şekil örüntüsünden denkleme geçişte hata örnekleri

**e) Denklemi hatalı bulmaktan kaynaklı terimi yanlış hesaplama:** Soru 3a ile bağlantılı olarak denklemi hatalı olarak bulan 26 öğrenci Soru 3b'de 20.terimi ' $x + 5$ ' için ' $20 + 5 = 25$ ' şeklinde hatalı hesaplamışlardır (Şekil 3.5). Soru 5b'de 27 öğrenci benzer şekilde kural hatasından kaynaklı 20. terimi ' $x + 4$ ' için ' $24$ '; ' $4x$ ' için ' $80$ ' bulmuşlardır (Şekil 3.5). Bu soruda hataların daha az olmasının nedeni öğrencilerin bir kısmının istenen terimi sayarak bulmalarındır.

3) Aşağıda ilk üç adımı verilen örüntü için;

- a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.  
b) 20. adımıdaki kenar sayısını hesaplayınız.



5) 3, 7, 11, 15, 19... şeklinde ilerleyen bir dizinin

a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.

b) 20. Terimini bulunuz.

a)  $x+5$   
b)  $20+5 = 25$

a)  $4x$   
b)  $4 \cdot 20 = 80$

(Ö76 Cevabı)

Şekil 3.5. Denklem hatasından kaynaklı terimi yanlış hesaplama örnekleri

Özetle bu bölümde öğrencilerden en fazla hata ve kavram yanılgısı görülen soruların görsel ifade içeren sorular olduğu tespit edilmiştir. Cebir-geometri ilişkisini hatalı kuran öğrencilerin cebirsel ifadelerin anlamlarını ifade etmekte zorlandıkları ve örüntüden denkleme geçişte başarılı olamayan öğrencilerin de istenen terimi bulamadıkları



belirlenmiştir. Bazı öğrencilerin ise Soru 5b’de olduğu gibi sayarak istenen terimi buldukları görülmüştür.

### 3.2. Cebirsel İfadeleri Anlama ve Farklı Biçimlerde Yazabilmeye İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 6, 7, 8, 9 ve 10. sorularına verdikleri cevaplar Tablo 3.3’te sunulmuştur.

Tablo 3.3. Cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilmeye ilişkin yüzdelik dağılım

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 6	69 (%57,5)	50 (%41,7)	1 (%0,8)
Soru 7	104 (%86,7)	13 (%10,8)	3 (%2,5)
Soru 8	90 (%75)	27 (%22,5)	3 (%2,5)
Soru 9	54 (%45)	37 (%30,8)	29 (%24,2)
Soru 10	43 (%35,8)	42 (%35)	35 (%29,2)

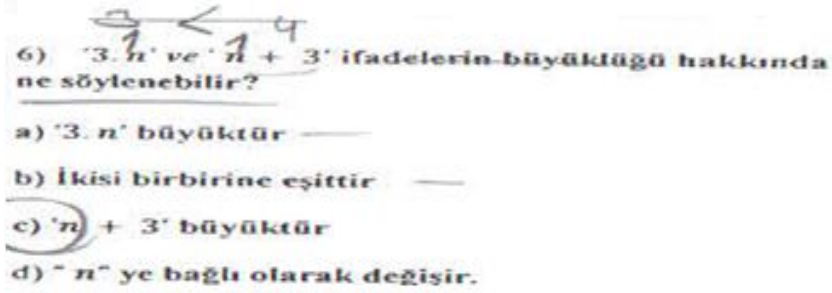
Tablo 3.3 incelendiğinde öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilmeye ilişkin çeşitli hata ve kavram yanlışlarına sahip olsalar da tüm sorularda doğru sayıları yanlış ve boş sayılarından fazladır. Test tekniğinin de yardımıyla öğrencilerin çoktan seçmeli sorularda (6, 7, 8) açık uçlu sorulara (9 ve 10) göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Ayrıca açık uçlu cevap gerektiren sorularda (9 ve 10) aritmetik bilgisi belirli bir seviyede olan öğrenciler tahmini cevaplar yazsa da cebirsel ifadeler ile ilgili bilgi eksiği olan birçok öğrenci bu soruları boş bırakmayı tercih etmişlerdir. Öğrencilerin bu kazanım ile ilgili hatalarının frekansları ve kavram yanlış bulguları Tablo 3.4’de belirtilmiştir.

Tablo 3.4. Cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanlışları

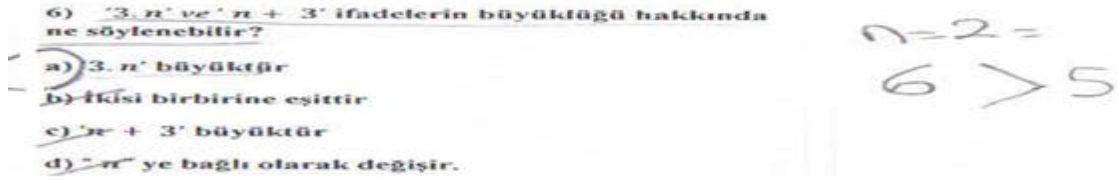
Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
6) '3.n' ve 'n + 3' ifadelerin büyüklüğü hakkında ne söylenebilir? a) '3.n' büyüktür b) İkisi birbirine eşittir c) 'n + 3' büyüktür d) "n" ye bağlı olarak değişir.	Değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme	27 <hr/> 15	'3.n' ve 'n+3' cebirsel ifadelerini karşılaştırırken; n=1 için 'n+3' büyüktür. <hr/> n=2 için '3n' büyüktür.
7) $6x + 2y + x = ?$ İşleminin en basit haliyle cebirsel olarak ifade edilmiş hali aşağıdakilerden hangisidir? a) $7x + 2y$ c) $8xy$ b) $8x + 2y$ d) $6x^2 + 3y$	Bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken, benzer terimler çarpılır.	11	$6x+2y+x = 6x^2+2y$
	İşlem hataları ve diğer hatalar	2	' $8xy$ '
8) $3x \cdot (-1 + y) + 2y \cdot (x - 1)$ cebirsel ifadesinin farklı bir gösterimi aşağıdakilerden hangisidir? a) $5xy - 3x + 2y$ c) $5xy + 3x - 2y$ b) $5xy - 3x - 2y$ d) $5xy + 3x + 2y$	Cebirsel ifadelerde benzer terimler toplanırken işaretlerin önemi yoktur.	21	' $3x \cdot (-1+y) + 2y \cdot (x-1) = 5xy + 3x + 2y$ '
	İşlem hataları ve diğer hatalar	6	' $3x \cdot (-1+y) + 2y \cdot (x-1) = 5xy + 3x - 2y$ '
9) Alanı $9x^2$ olan bir karenin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.	Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişken dikkate alınmaz.	24	'Alanı $9x^2$ olan karenin bir kenarı: $3x^2$ , çevresi: $12x^2$ '
	İşlem hataları ve diğer hatalar	13	' $3x \cdot 3x = 6x$ '
10) $\odot = 2x + 5$ ve $\heartsuit = 5 - x$ olmak üzere,  $3\odot + 2\heartsuit$ toplamını cebirsel olarak ifade ediniz.	Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarparken paranteze hatalı dağılma.	27	$3 \cdot (2x+5) + 2 \cdot (5-x) = 4x+40$
	İşlem hataları ve diğer hatalar	15	' $6x+15+10-2x = 8x+25$ '

Tablo 3.4'de görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 5 tür kavram yanlışlığına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu yanlışlar sırasıyla şu şekildedir:

a) **Değişkene verilen bir değeri genelleme hatası:** Soru 6'da öğrencilere ' $3.n$ ' ve ' $n+3$ ' ifadelerinin büyüklükleri hakkında fikirleri sorulmuştur. Öğrenciler değişkene verdikleri tek değerle sonuca ilişkin genellemeler yapmışlardır: ' $n=1$  olsun, buna göre  $n+3$  büyüktür ya da ' $n=2$  olsun, buna göre  $3.n$  büyüktür (Şekil 3.6).



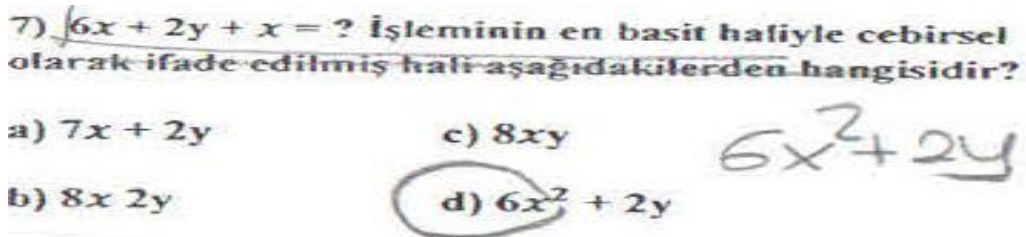
(Ö18 Cevabı)



(Ö52 Cevabı)

Şekil 3.6. Değişkene verilen bir değeri genelleme hatası örnekleri

b) **Bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken, benzer terimleri çarpma hatası:** Öğrencilerin 11 tanesi Soru 7' de yer alan: ' $6x+2y+x$ ' ifadesini en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplamak yerine çarpma hatası yapmışlar ve ' $6x+2y+x = 6x^2+2y$ ' şeklinde ifade etmişlerdir (Şekil 3.7).



(Ö44 Cevabı)

Şekil 3.7. Cebirsel ifadeleri en sade haliyle ifade ederken, benzer terimleri çarpma hatası

c) **Cebirsel ifadelerde benzer terimler toplanırken işaretleri ihmal etme hatası:** Soru 8'de öğrencilerden ' $3x.(-1+y) + 2y.(x-1)$ ' cebirsel ifadesinin farklı gösteriminin seçeneklerden

bulmaları istenmiştir. 21 öğrenci bu soruda çarpma işlemi parantez içine dağıtırken sayıların işaretlerini dikkate almadan; ' $5xy + 3x + 2y$ ' şeklinde ifade etmişlerdir (Şekil 3.8).

8)  $3x \cdot (-1 + y) + 2y \cdot (x - 1)$  cebirsel ifadesinin farklı bir gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $5xy - 3x + 2y$       e)  $5xy + 3x - 2y$   
b)  $5xy - 3x - 2y$       d)  $5xy + 3x + 2y$

(Ö49 Cevabı)

Şekil 3.8. Cebirsel ifadelerde benzer terimler toplarken işaretleri ihmal etme hata örneği

d) **Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişkeni dikkate almama hatası:** Soru 9' da öğrenciler, alanı ' $9x^2$ ' olarak verilen karenin bir kenarını bulmayı bilmelerine rağmen işlem yaparken değişkenin kuvvetini dikkate almamış ve bir kenarı ' $3x^2$ ' bulmuşlardır. Bu sebeple çevreyi ' $12x^2$ ' olarak hatalı ifade etmişlerdir (Şekil 3.9). Bu soruda öğrencilerin geometri bilgilerinden kaynaklanan bir hata yoktur. Bu hatanın cebirsel ifadelerdeki değişkenle işlem yapma boyutundan kaynaklandığı görülmektedir.

9) Alanı  $9x^2$  olan bir karenin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.

$$3x^2 \cdot 4 = 12x^2$$

(Ö21 Cevabı)

Şekil 3.9. Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişkeni dikkate almama hata örneği

e) **Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarparken paranteze hatalı dağılma:** Öğrencilerden 27 tanesi 10. Soruda cebirsel ifadeleri bir doğal sayı ile çarparken parantez kullanmalarına karşın, dağılma özelliğinde işaretleri dikkate almadan işlem yapmaları sebebiyle hatalı sonuçlar bulmuşlardır (Şekil 3.10). Bu ve benzeri sorularda öğrencilerin sadece sayıların işaretlerine dikkat ettikleri, değişkenlerin işaretlerini ihmal ettikleri düşünülmektedir.

10)  $\odot = 2x + 5$  ve  $\heartsuit = 5 - x$  olmak üzere,  
 $3\odot + 2\heartsuit$  toplamını cebirsel olarak ifade ediniz.

$$6x + 15 + 10 + 2x$$
$$8x + 25$$

### (Ö32 Cevabı)

Şekil 3.10. Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarparken paranteze hatalı dağılma örneği

Bu bölümde öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme becerileri incelenmiştir. Öğrenciler cebirsel ifadeleri anlamlandırmak için verdikleri değerlere göre yorumlar yapmış ve buldukları hatalı sonuçları genellemişlerdir. Öğrencilerin, bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimlerle hangi işlemi yapacağı konusunda kararsız kaldıkları görülmüştür. İşlem yaparken değişkeni göz ardı etmek, paranteze hatalı dağılma görülen diğer hata türleri olmuştur. Ayrıca tüm sorularda aritmetiksel işlem ve işaret hataları yapan öğrenciler bulunmaktadır.

### 3.3. Sözel Duruma Uygun Cebirsel İfade Yazabilmeye İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 11, 12, 13, 14 ve 15. sorularına verdikleri cevaplar analiz edilerek aşağıdaki Tablo 3.5'deki yüzdelere ulaşılmıştır:

Tablo 3.5. Sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilmeye ilişkin yüzdelik dağılım

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 11	76 (%63,3)	36 (%30)	8 (%6,7)
Soru 12	100 (%83,3)	20 (%16,7)	0 (%0)
Soru 13	52 (%43,3)	66 (%55)	2 (%1,7)
Soru 14	62 (%51,7)	54 (%45)	4 (%3,3)
Soru 15	36 (%30)	54 (%45)	30 (%25)

Öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilmeye ilişkin 11, 12 ve 14. sorularda doğru sayıları yanlış ve boş sayılarından fazladır. Bu sorular öğrencilere çoktan seçmeli ve kullanacakları değişkenler verilerek yöneltilmiştir. 13. Soru da benzer şekilde olmasına rağmen genellikle değişkenlerin tam tersi olan seçenek işaretlenmiştir. Açık uçlu yöneltilen 15. Soru ise bu bölümde en fazla boş bırakılan soru olmuştur. Öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifadeleri yazma konusunda çoktan seçmeli ve bir değişkenli sorularda daha başarılı oldukları görülmektedir. Öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanlışlığı bulguları Tablo 3.6'da belirtilmiştir.

Tablo 3.6. Sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanlışları

Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
11) Ceren kırtasiyeden tanesi 3 TL olan kalemlerden ve tanesi 2 TL olan defterlerden alıyor. Ceren kasaya 15 TL ödediğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?  k: aldığı kalemlerin sayısını; d: aldığı defterlerin sayısını göstermektedir. a) $3d + 2k = 15$ TL b) $k + d = 15$ TL c) $3k + 2d = 15$ TL d) $6k + d = 15$ TL	Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılmış.  İşlem hataları ve diğer hatalar	20  9  7	'3 TL değerindeki kalemler ve 2 TL değerindeki defterlere 15 TL ödenmesi: $3d + 2k = 15$ '  ' $6k+d=15$ '  ' $k+d=15$ '
12) 'Kardeşimin yaşının 3 katının 5 fazlası 20 dir.' ifadesinin cebirsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir? (a: Kardeşimin yaş)	Sözel ifade, cebirsel çevrilirken işlem önceliği göz ardı edilmiş.  İşlem hataları ve diğer hatalar	14  6	'Üç katının beş fazlası = $3.(a+5)$ '  'Üç katının beş fazlası = $3a-5$ '
a) $3a + 5 = 20$ b) $3a - 5 = 20$ c) $3.(a + 5) = 20$ d) $3.(a - 5) = 20$			
13) 'Bir okuldaki futbol topları, basketbol toplarının 2 katından 5 eksiktir.' Cümlesini ifade eden cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisi olabilir? (f: futbol topu, b: basketbol topu)	Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılmış.  İşlem hataları ve diğer hatalar	40  18  8	' $f=2b-5$ ifadesi yerine $2f-5=b$ ifadesi tercih edilmiş.'
a) $2f - 5 = b$ c) $2b + 5 = f$ b) $f = 2b - 5$ d) $f - 2b = 5$			' $f=2b-5$ ifadesi yerine $2b+5=f$ ifadesi tercih edilmiş.'
			' $f=2b-5$ ifadesi yerine $f-2b=5$ ifadesi tercih edilmiş.'
14) "Bir bilgisayarın şifresinin yarısının üç katının dört eksiği 98 dir." Bilgisayarın şifresi için yazılabilecek denklem hangisidir? (x: bilgisayarın şifresi)	Sözel ifadeler, rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevrilememiş.	44	'Yarısının 3 katının 4 eksiği' ifadesi cebirsel olarak yazılamamış.
a) $\frac{3}{2}x + 4 = 98$ c) $\frac{2}{3}x + 4 = 98$ b) $\frac{3}{2}x - 4 = 98$ d) Hiçbiri	İşlem hataları ve diğer hatalar	10	' $\frac{3}{2}x-4=98$ ' yerine $\frac{3}{2}x+4=98$ '
15) 8 / A sınıfındaki kızların sayısı, erkeklerin sayısından 6 fazladır. Buna göre sınıftaki <u>toplam öğrenci sayısını</u> ifade eden cebirsel ifadeyi yazalım.	Sözel ifade cebirsel çevrilirken, benzer terimler toplanmamış.  İşlem hataları ve diğer hatalar	32  22	' $x+6$ ' ile ' $x$ ' toplamı ' $x+x+6$ ' olarak ifade edilmiş.  ' $x+x+6=x^2+6$ '

Tablo 3.6' da görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 4 tür kavram yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Bu yanlışlar sırasıyla şu şekildedir:

**a) Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması:** 11. ve 13. sorularda öğrencilere verilen sözel durumlara uygun cebirsel ifadeleri seçenekler içerisinde seçmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin hangi değişken için hangi harf kullanacakları belirtilmesine rağmen değişkenler genellikle ters kullanılmıştır. 11. soruda '3TL değerindeki kalemler ile 2 TL değerindeki defterlerden alındığında 15 TL ödendiği' belirtiliyor. Bu sözel duruma ait cebirsel ifadeyi yazarken, 20 öğrenci tarafından değişkenlere dikkat edilmeden ' $3d + 2k = 15$ ' ifadesi işaretlenmiştir (Şekil 3.11). Bu hatanın şıkların (çeldiricilerin) sıralamasından ve değişkene dikkat edilmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu hataya benzer bir durumun 13. soruda da karşımıza çıktığını görmekteyiz. Öğrencilerden 'Futbol topları, basketbol toplarının 2 katından 5 eksiktir' şeklindeki sözel ifadenin cebirsel çevrilmiş halini bulmaları istendiğinde; ' $2f - 5$ ' şikkını seçtikleri görülmektedir (Şekil 3.11). Öğrencilerin cümledeki sıralamadan kaynaklı bu şikka yönelindikleri düşünülmektedir. Bu durum, öğrencilerin yanlış tercüme kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermektedir.

11) Ceren kartasiyeden tanesi 3 TL olan kalemlerden ve tanesi 2 TL olan defterlerden alıyor. Ceren kasaya 15 TL ödediğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$k$ : aldığı kalemlerin sayısını;  
 $d$ : aldığı defterlerin sayısını göstermektedir.

- a)  $3d + 2k = 15$  TL.  
b)  $k + d = 15$  TL.  
c)  $3k + 2d = 15$  TL.  
d)  $6k + d = 15$  TL.

(Ö3 Cevabı)

13) 'Bir okuldaki futbol topları, basketbol toplarının 2 katından 5 eksiktir.' Cümlesini ifade eden cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisi olabilir? ( $f$ : futbol topu,  $b$ : basketbol topu)

- a)  $2f - 5 = b$       c)  $2b + 5 = f$   
b)  $f = 2b - 5$       d)  $f - 2b = 5$

$2x - 5$

(Ö12 Cevabı)

Şekil 3.11. Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması örnekleri

**b) Sözel ifade, cebirsel çevrilirken işlem önceliği hatası:** Öğrencilerden 12. soruda '3 katının 5 fazlasının 20' olduğu bir durumun cebirsel gösterimi istenmiştir. 14 öğrenci tarafından işlem önceliğine dikkat edilmeden, ' $3.(a + 5) = 20$ ' seçeneğinin işaretlendiği görülmüştür (Şekil 3.12). Bu hatanın, öğrencilerin işlem önceliği bilgisini cebirsel ifadelerle aktarmakta zorladıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

12) 'Kardeşimin yaşının 3 katının 5 fazlası 20 dir.' ifadesinin cebirsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir? ( $x$ : Kardeşimin yaşı)

a)  $3a + 5 = 20$

b)  $3a - 5 = 20$

c)  $3.(a + 5) = 20$

d)  $3.(a - 5) = 20$

$3(x+5)=20$

(Ö96 Cevabı)

Şekil 3.12. Sözel ifade, cebirsel çevrilirken işlem önceliği hatası örneği

**c) Sözel ifadelerin, rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevrilememe hatası:** 14. soruda verilen sözel ifade cebirsel olarak ifade edilirken rasyonel terimler kullanılmalıdır. Bu soruda üç seçenek rasyonel terim içermesine karşın 44 öğrenci 'Hiçbiri' seçeneğini işaretleyerek doğru cebirsel ifadeyi bulamamıştır (%36,7). 'Yarisinin üç katı' ifadesini öğrencilerin anlamlandıramadıklarını ve bir değişkenle ifade edemedikleri görülmüştür. Bununla birlikte 10 öğrenci tarafından diğer çeldirici seçenekler işaretlenmiş olup, bu hatalar işlem ve işaret hatası olarak gruplandırılmıştır.

**d) Sözel ifade cebirsel çevrilirken, benzer terimlerin toplanmama hatası:** Açık uçlu olarak öğrencilere yöneltilen 15. Soruda 'Kızların sayısının erkeklerin sayısından 6 fazla olduğu bir sınıfın mevcudu' ifadesinin cebirsel olarak yazılması istenmiştir. 32 öğrenci tarafından farklı değişkenlerle de olsa kız ve erkek sayıları cebirsel olarak ifade edilmesine karşın, sınıftaki toplam öğrenci sayısı yazılırken benzer terimler toplanmadan ' $x + x + 6$ ' şeklinde ifade edilmiştir (Şekil 3.13). Buradan öğrencilerin bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade edemedikleri çıkartılabilir. Bu tür yanılığa sahip öğrencilerin denklem çözümünde zorlanacakları düşünülmektedir.

15) 8 / A sınıfındaki kızların sayısı, erkeklerin sayısından 6 fazladır. Buna göre sınıftaki toplam öğrenci sayısını ifade eden cebirsel ifadeyi yazalım.

$(x+6)+x=?$

(Ö29 Cevabı)

Şekil 3.13. Sözel ifade cebirsel çevrilirken, benzer terim hatası örneği

Bu bölümdeki sorularda öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme boyutundaki bilgi düzeyleri ve sahip oldukları kavram yanılıgı araştırılmıştır. Bu



bağlamda öğrencilerin istenen değişkenleri kullanarak cebirsel ifade yazmakta zorlandıkları, işlem önceliğine dikkat etmedikleri ve benzer terimleri toplamayı ihmal ettikleri görülmüştür. Bu hata ve yanlışlar ile birlikte tüm sorularda işlem ve işaret hatalarından kaynaklı yanlışlar da saptanmıştır. Yapılan hataların öğrencilerin tam sayılar konusundaki bilgi eksikliklerden kaynaklandığı ve bu hataların giderilmeden öğrencilerin verilen bir soruyu denklem kurarak çözmekte zorlanabilecekleri düşünülmektedir.

### 3.4. Cebirsel İfadeye Uygun Sözel Durum Yazabilmeye İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde öğrencilerin cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 16, 17, 18 ve 19. sorularına verilen cevaplar analiz edilerek, Tablo 3.7' de sunulmuştur.

Tablo 3.7. Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilmeye ilişkin yüzdeler dağılımı

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 16	71 (%59,2)	45 (%37,5)	84(%3,3)
Soru 17a	62 (%51,7)	12 (%10)	46 (%38,3)
Soru 17b	73 (%60,8)	8 (%6,7)	39 (%32,5)
Soru 18	51 (%42,5)	48 (%40)	21 (%17,5)
Soru 19	80 (%66,7)	36 (%30)	4 (%3,3)

Tablo 3.7 incelendiğinde öğrencilerin tüm sorularda doğru sayılarının yanlış ve boş sayılarından fazla olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin cebirsel ifadelere uygun sözel ifade yazma konusunda zorlanmadıklarını göstermektedir. En çok hata yapılan sorulardan 16. soruda öğrencilerin genellikle seçenekleri dikkatli okumadıkları ve hata yaptıkları görülmüştür. 18. soruda ise öğrencilerin verilen her işlemin sonuç üretmesi gerektiği düşüncesi ile sözel ifade beklenmesine karşın değerleri yerine koyarak işlem yaptıkları görülmüştür. Sorulara verilen cevaplar incelendiğinde cebirsel ifadelere uygun sözel ifade yazarken zorlanan öğrencilerin yaptıkları bazı hatalar ve sahip oldukları kavram yanlışları Tablo 3.8'de belirtilmiştir.

Tablo 3.8. Cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme kazanımı ile ilgili kavram yanılgıları

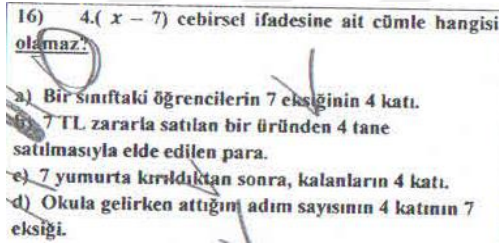
Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
16) $4 \cdot (x - 7)$ cebirsel ifadesine ait cümle hangisi <u>olamaz</u> ?		3	<i>Bir sınıftaki öğrencilerin 7 eksiğinin 4 katı</i>
a) Bir sınıftaki öğrencilerin 7 eksiğinin 4 katı.	Cebirsel ifade, sözele çevrilirken işlem önceliğinin göz ardı edilmesi	14	<i>7 TL zararla satılan üründen 4 tane satılmasıyla elde edilen para.</i>
b) 7 TL zararla satılan bir üründen 4 tane satılmasıyla elde edilen para.			
c) 7 yumurta kırıldıktan sonra, kalanların 4 katı.			
d) Okula gelirken attığım adım sayısının 4 katının 7 eksiği.		28	<i>7 yumurta kırıldıktan sonra, kalanların 4 katı.</i>
17) <u>Aşağıdaki cebirsel ifadelerin karşısına uygun sözel ifadeler yazınız.</u>	Verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır.	12	<i>'<math>\frac{x}{3} - 10 = 15</math>' cebirsel ifadesine uygun sözel ifade: 'x=75'</i>
a) $\frac{x}{3} - 10 = 15$ .....	Cebirsel ifade, sözele çevrilirken işlem önceliğinin göz ardı edilmesi	8	<i>'iki katının 7 fazlası' yerine '7 fazlasının 2 katı' ifadesi</i>
b) $2x + 7 = 21$ .....			
18) Ebru pazardan tanesi 2 TL olan limonlardan ve tanesi 3 TL olan karpuzlardan alıyor.			<i>Tanesi 2 TL olan limonlardan, tanesi 3 TL olan karpuzlardan alındığında '<math>2a + 3b</math>' ifadesinin anlamı: <math>2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13</math></i>
a: aldığı limonların sayısı	Verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır.	48	
b: aldığı karpuzların sayısı ise, $2a + 3b$ ne anlama gelir?			
19) ' $24 - a$ ' ifadesi hangisiyle ifade edilebilir?		9	<i>'24-a' ifadesi, '24 yıl önce babamın yaşı' ile ifade edilir.</i>
a) Bir günden geriye kalan zaman.	Çıkarma işleminin değişme özelliği vardır.	6	<i>'24-a' ifadesi, 'Cebimdeki paranın 24 TL fazlası' olabilir.</i>
b) 24 yıl önce babamın yaşı.			
c) Cebimdeki paranın 24 TL fazlası.			
d) Bir sayının 24 eksiği.		21	<i>'24-a' ifadesi, 'Bir sayının 24 eksiği' şeklinde ifade edilir.</i>

Öğrencilerin 17a ve 17b sorularına verdikleri cevapların büyük bir kısmının doğru olduğu, doğru cevabı bilemeyen öğrencilerin ise genellikle boş bıraktıkları görülmüştür. Bu sorularda yapılan hatalar genellikle işlem işaretinden kaynaklı olduğu için kavram yanılgısı düzeyine ulaşmadığı düşünülmektedir. 16. ve 19. sorular çoktan seçmeli olmalarının da etkisiyle öğrencilerin büyük bir çoğunluğu tarafından işaretlenmiştir. Bu sorulardaki hatalı cevapların genellikle işlem önceliği konusundaki bilgi eksikliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. 18. Soruya bakıldığında yanlış ve doğru cevap sayılarının birbirine yakın

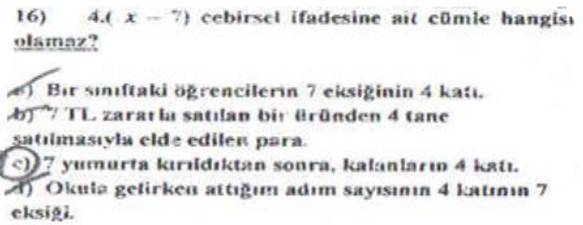
olduğu görülmektedir. Bu soruda genel anlamda görülen hata; öğrencilerin işlem yapmaya çalışarak sözel ifade yazmayı göz ardı etmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Tablo 3.8’ de görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 3 tür kavram yanılgısı ve hataya sahip oldukları görülmüştür. Bu yanılgılar sırasıyla şu şekildedir:

**a) Cebirsel ifade, sözele çevrilirken işlem önceliğinin göz ardı edilmesi:** Öğrencilerin 16. soruda  $4.(x - 7)$  şeklindeki cebirsel ifadeye uygun olmayan seçeneği bulmaları için parantezden kaynaklanan işlem önceliğine dikkat etmeleri beklenmektedir. 45 öğrenci tarafından verilen cebirsel ifadeye uygun olan seçeneklerden; ‘Bir sınıftaki öğrencilerin 7 eksiğinin 4 katı’, ‘7 TL zararla satılan üründen 4 tane satılmasıyla elde edilen para’ ve ‘7 yumurta kırıldıktan sonra, kalanların 4 katı’ seçenekleri seçilmiştir (%37,5). Bunun nedeni olarak; öğrencilerin işlem önceliğine uygun olan şıkları gördüklerinde işaretlemeleri ve uygun olmayan seçenekteki işlem önceliği hatasının dikkatlerinden kaçtığı düşünülmektedir. Soru 17b’ ye bakıldığında benzer bir hatanın 8 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı ‘ $2x + 7$ ’ ifadesine uygun sözel ifadenin ‘7 fazlasının 2 katı’ şeklinde yazılması ile görmekteyiz (Şekil 3.14).



(Ö6 Cevabı)



(Ö20 Cevabı)

b)  $2x + 7 = 21$  Bir sayının 7 fazlasının 2 katı 21

(Ö43 Cevabı)

Şekil 3.14. Cebirsel ifade, sözele çevrilirken işlem önceliği hatası örnekleri

**b) Verilen her işleme sonuç üretme hatası:** Öğrencilerden 17a ve 18. sorularda verilen cebirsel ifadelere uygun sözel durum yazmaları istenmiştir. Verilen cebirsel ifadelerde ‘+’, ‘-’ ve ‘=’ sembollerini gören öğrencilerden 12 tanesi soru 17a’ da ‘ $\frac{x}{3} - 10 = 15$ ’ cebirsel ifadesine uygun sözel durum yazmak yerine denklemini çözerek; ‘ $x=75$ ’ cevabını vermişlerdir (Şekil 3.15). Benzer şekilde 48 öğrenci 18. soruda verilen cebirsel duruma uygun sözel ifade yazmak yerine ‘ $2a + 3b$ ’ cebirsel ifadesinde soruda verilen sayıları kullanarak ‘ $a = 2, b = 3$  ise  $2a + 3b = 13$ ’ cevabını vermişlerdir (Şekil 3.15). Bu sorularda

öğrencilerin; 'Her matematiksel işlem veya sembol bir sonuç üretmelidir.' görüşüne hâkim oldukları düşünülmektedir.

17) Aşağıdaki cebirsel ifadelerin karşısına uygun sözel ifadeler yazınız.

$$\frac{x}{3} = 15 + 10$$

a)  $\frac{x}{3} - 10 = 15$  .....  $\frac{x}{3} = 3 \cdot 25 \rightarrow x = 75$

(Ö60 Cevabı)

18) Ebru pazardan tanesi 2 TL olan limonlardan ve tanesi 3 TL olan karpuzlardan alıyor.  
a: aldığı limonların sayısı  
b: aldığı karpuzların sayısı ise,  
 $2a + 3b$  ne anlama gelir?

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 8$$
$$4 + 9 = 13$$

(Ö76 Cevabı)

Şekil 3. 15. Verilen her işleme sonuç üretme hatası örnekleri

c) **Çıkarma işleminde değişme özelliği hatası:** 19. Soruda öğrencilerden verilen ' $24 - a$ ' cebirsel ifadesine uygun sözel durumu seçmeleri istenmiştir. 21 öğrenci çıkarma işleminin de toplama işlemi gibi değişme özelliğine sahip olduğunu düşünerek 'Bir sayının 24 eksiği' seçeneğini işaretlemişlerdir (Şekil 3.16). Bunun nedeni olarak; dört işleme ait özelliklerin bilinmemesi veya cebirsel ifadelerde kullanılamaması görülebilir.

- 19) ' $24 - a$ ' ifadesi hangisiyle ifade edilebilir?
- a) Bir günden geriye kalan zaman.
- b) 24 yıl önce babamın yaşı.
- c) Cebimdeki paranın 24 TL fazlası.
- d) Bir sayının 24 eksiği.

(Ö115 Cevabı)

Şekil 3.16. Çıkarma işleminde değişme özelliği hatası örnekleri

Testin bu bölümünde öğrencilerin cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerde; işlem önceliğini göz ardı ederek yazılan sözel durumlar, verilen her işlemin sonuç üretmesi gerektiği düşüncesi ile çözülen denklemler ve çıkarma işleminde değişme özelliği olabileceği düşüncesiyle aşırı özellemeye dönük hatalı yazılan sözel ifadeler tespit edilmiştir.

### 3.5. Cebirsel İfadeleri Toplama, Çıkarma ve Bir Sayı İle Çarpmaya İlişkin Bulgular

Araştırma bulgularının bu bölümünde öğrencilerin cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 20, 21, 22 ve 23. sorularına verilen cevaplar analiz edilerek, Tablo 3.9’da sunulmuştur.

Tablo 3.9. Cebirsel ifadeleri, toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpmaya ilişkin yüzdeler dağılım

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 20	102 (%85)	15 (%12,5)	3 (%2,5)
Soru 21	60 (%50)	59 (%49,2)	1 (%0,8)
Soru 22	102 (%85)	16 (%13,3)	2 (%1,7)
Soru 23a	47 (%39,2)	50 (%41,7)	23 (%19,1)
Soru 23b	37 (%30,8)	39 (%32,5)	44 (%36,7)

Tablo 3.9 incelendiğinde öğrencilerin 20, 21 ve 22. sorularda doğru sayılarının yanlış ve boş sayılarından fazla olduğu görülmektedir. Bu durum öğrencilerin çoktan seçmeli ve yorum gerektiren sorularda zorlanmadıklarını göstermektedir. Bu sorularda yapılan hatalar genellikle değişkenlerle işlem yapma boyutundadır. 23a ve 23b sorularında ise öğrencilerin yanlış cevapları doğru cevaplarına göre daha fazladır. Bu sorulardaki hataların genellikle negatif ve rasyonel çarpanların parantez içine hatalı dağılmasından kaynaklandığı görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin işlem bilgisi ve tam sayılar konusundaki bilgi eksikliklerini cebire de taşıdıklarını göstermektedir. Öğrencilerin cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma kazanımı ile ilgili bazı kavram yanlış bulguları Tablo 3.10’da belirtilmiştir.

Tablo 3.10. Cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma kazanımı ile ilgili kavram yanlışları

Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	<i>f</i>	Örnek Öğrenci Cevabı
20) $3c + 7c = ?$ İşleminin sonucu nedir?		4	' $3c + 7c = 10$ ceviz' olabilir.
a) 10 ceviz	Benzer terimlerin işlem yaparak bir araya getirilmeme hatası.	11	' $3c + 7c$ ' ifadesi toplanarak daha basit ifade edilemez.
b) $3c + 7c$			
c) $10c$			
d) 100			
21) $a + b + c = ?$ İfadesinin sonucu için ne söyleyebiliriz?	Değişkenlerin sayı değerleri alfabetik olarak büyütür veya küçülür.	42	' $a + b + c$ ' İfadesi için '3 sayı sırayla toplanmış' diyebiliriz.
a) Üç sayı sırayla toplanmış		11	' $a + b + c = 6$ '
b) Neye eşit olduğunu söyleyemez			
c) 6	İşlem hataları ve diğer hatalar	6	' $a + b + c = 3$ '
d) 3			
22) $6xy$ ifadesine 5 eklersem ne olur?	Toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur.	16	' $6xy$ ' ifadesine 5 eklersek: ' $11xy$ ' olur.
a) $11xy$			
b) $6xy + 5$			
c) $30xy$			
d) Hiçbiri			
23) Aşağıdaki cebirsel ifadeleri en sade haliyle yazınız.	Çarpmanın paranteze dağılma hatası.	34	' $-3.(4b - 4a) = 12b - 12a$ '
a) $2.(3a + 7b) - 3.(4b - 4a) =$	İşlem hataları ve diğer hatalar	16	' $-3.(4b - 4a) = 12b + 12a$ '
b) $3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2} =$	Çarpmanın paranteze dağılma hatası.	24	' $3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2} = 8y - 6x$ '
	İşlem hataları ve diğer hatalar	15	' $3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2} = 4y + 3x$ '

Tablo 3.10' da görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 4 tür kavram yanlışlığı ve hataya sahip oldukları görülmüştür. Bu yanlışlıklar sırasıyla şu şekildedir:

a) **Benzer terimlerin bir araya getirilmeme hatası:** Öğrencilerden 15 tanesi 20. Soruda verilen ' $3c + 7c$ ' işleminin sonucunu veren ' $10c$ ' seçeneğini işaretlemek yerine ' $3c + 7c$ ' seçeneğini tercih etmişlerdir (%12,5). Bu öğrencilerin cebirsel ifadelerde benzer terimleri toplayarak bir araya getiremedikleri görülmektedir. Bunun sebebinin; öğrencilerin ortak değişkenlere sahip terimlerle toplama işlemi yapılabileceğini bilmemeleri olduğu düşünülmektedir.

**b) Değişkenlerin sayı değerleri alfabetik olarak büyür hatası:** 21.soruda verilen ' $a + b + c$ ' ifadesi için 42 öğrenci tarafından '*3 sayı sırayla toplanmış*' seçeneğinin işaretlendiği görülmüştür (%35). Değişkenler hakkında herhangi bir bilgi verilmemesi nedeniyle bu ifadenin neye eşit olacağı bilinemez. Bu değişkenlerin alfabetik olarak yazılması, öğrencilere onların sırayla yazılmış sayılar olabileceğini düşündürmüştür. Bu hataya öğrencilerin kısıtlı algılamaları ve bir cebirsel ifadede harflerin sırayla yer alacakları fikrinin neden olduğu düşünülmektedir.

**c) Toplama işleminde değişkenleri dikkate almama hatası:** 22.soruda öğrencilerden ' $6xy$ ' ifadesine ' $5$ ' eklendiğinde elde edilen sonucu seçenekler içerisinde seçmeleri istenmiştir. 16 öğrenci tarafından bu soruya aşırı genelleme yaparak ' $11xy$ ' cevabının verildiği görülmektedir (%13,3). Toplama işleminde ancak benzer olan terimlerle işlem yapılabilirken, bu öğrenciler verilen terimlerdeki sayıların toplanıp değişkenleri de yanlarına yazılmış seçeneği işaretlemişlerdir. Bu hataya öğrencilerin '*Benzer terim*' kavramını eksik ya da yanlış bilmelerinin neden olabileceği düşünülmektedir.

**d) Çarpmanın paranteze hatalı dağılması:** 23a ve 23b sorularında öğrencilerden verilen cebirsel ifadeleri en sade halleriyle yazmaları istenmiştir. Verilen ifadelerde işlem önceliği gereği çarpma işlemi yapılması gerekmektedir, bu bağlamda bir sayı ile bir cebirsel ifade parantezin içine dağılarak çarpılmalıdır. 34 öğrenci 23a sorusunda ' $2.(3a + 7b) - 3.(4b - 4a)$ ' ifadesinin sonucunu negatif çarpma dikkat etmeden, ' $9b - 6a$ ' şeklinde yazmışlardır (%28,3). Benzer bir hata rasyonel terim içeren ve işlem önceliği ve dağılma özelliği kullanılarak çözülmesi gereken 23b sorusunda karşımıza çıkmaktadır. Burada verilen ' $3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2}$ ' ifadesinde rasyonel terim çıkarma işlemi üzerine dağılmadan payda eşitleme yapılarak; ' $8y - 6x$ ' cevabının verilmiştir (%20). Bu hataların nedeni olarak; öğrencilerin cebirsel ifadelerde negatif ve rasyonel terimlerle işlem yaparken zorlandıkları, çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinde eksikleri olduğu düşünülmektedir.

23) Aşağıdaki cebirsel ifadeleri en sade haliyle yazınız.

a)  $2 \cdot (3a + 7b) - 3 \cdot (4b - 4a) =$

a)  $6a + 21b - 12b - 12a$   
a)  $9b - 6a$

(Ö87 Cevabı)

b)  $3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2} =$

b)  $\frac{3y}{2} + 2y - 6x = \frac{6y + 4y - 12x}{2} = \frac{10y - 12x}{2} = 5y - 6x$

(Ö94 Cevabı)

### Şekil 3.17. Çarpmanın paranteze hatalı dağılma örnekleri

Bu bölümde öğrencilerin cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin; benzer terimleri bir araya hatalı getirme, değişkenin alabileceği sayı değerini alfabetik düşünme, değişkenleri işlemde dikkate almama ve paranteze hatalı dağılma şeklindeki cevapları görülmektedir.

### 3.6. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümüne İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 24 ve 25. sorularına verdikleri cevaplar analiz edildiğinde sonuçlar Tablo 3.11’de görülmektedir.

Tablo 3.11. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye ilişkin yüzdeler dağılımı


Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 24a	48 (%40)	20 (%16,7)	52 (%43,3)
Soru 24b	45 (%37,5)	23 (%19,2)	52 (%43,3)
Soru 24c	38 (%31,7)	19 (%15,8)	63 (%52,5)
Soru 24d	47 (%39,2)	50 (%41,7)	23 (%19,1)
Soru 25	33 (%27,5)	16 (%13,3)	71 (%59,2)

Öğrencilerin bu bölümdeki tüm sorularda boş sayıları doğru ve yanlış sayılarından fazladır. Denklem çözümünü kavrayamayan öğrenciler bu kısımdaki soruları boş bırakmayı tercih etmişlerdir. Boş sayılarının fazlalığında soruların açık uçlu olarak öğrencilere yöneltilmesinin de etkisi olabileceği düşünülmektedir. Yanlış cevaplar ise genellikle işlem



hatalarından ve eşitliğin her iki tarafına da aynı işlemi uygulamamaktan kaynaklanmıştır. Öğrencilerin denklem çözümlerinde denklik kavramını anlamaları gerekmektedir, denklik kavramını anlayamayan öğrenciler denklem çözerken değişken ve sayıları yer değiştirmeye odaklandıkları için sıklıkla işaret ve işlem hatası yapabilmektedirler. Bu hataların dağılımı Tablo 3.12’ de sunulmuştur.

Tablo 3.12. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme kazanımı ile ilgili kavram yanlışları

Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
<p>24) Aşağıdaki denklemlerde istenen değerleri hesaplayınız. (Çözümler için sağdaki boşluğu kullanalım.)</p> <p>a) <math>-11 = 24 - 5x</math> ise <math>x = ?</math></p>	İşlem hatası	20	' $-11 = 24 - 5x$ ' denkleminin sonucu: ' $x = 5$ '
<p>24) Aşağıdaki denklemlerde istenen değerleri hesaplayınız. (Çözümler için sağdaki boşluğu kullanalım.)</p> <p>b) <math>3.(m - 8) = m + 30</math> ise <math>m = ?</math></p>	Çarpmanın paranteze hatalı dağılması.	23	' $3.(m - 8) = m + 30$ ' ise; ' $3m - 8 = m + 30$ ' ve ' $m = 19$ '
<p>24) Aşağıdaki denklemlerde istenen değerleri hesaplayınız. (Çözümler için sağdaki boşluğu kullanalım.)</p> <p>c) <math>\frac{x+4}{3} + 2 = 6</math> denkleminde <math>x = ?</math></p>	Rasyonel terimli denklemlerin hatalı çözümü.	19	' $\frac{x+4}{3} + 2 =$ $6$ ' denklemin için; ' $x + 4 + 6 = 6$ ' ise ' $x = -4$ '
<p>24) Aşağıdaki denklemlerde istenen değerleri hesaplayınız. (Çözümler için sağdaki boşluğu kullanalım.)</p> <p>d) <math>a - 7 + 2b = b + 9</math> eşitliğine göre '<math>a + b</math>' nedir?</p>	İki farklı değişkeni bir araya getirememesi hatası.	16	' $a - 7 + 2b = b + 9$ ' ise ' $a + b = ?$ ' için ' $b = 16$ '
<p>25) Aşağıda verilen tahterevallinin sol tarafında 6 özdeş top ve 2 adet 1 kg'lık ağırlık; sağ tarafında ise soldaki toplarla özdeş 4 adet top ile 4 tane 1 kg'lık ağırlık vardır. Tahterevalli dengede olduğuna göre bir topun ağırlığını denklemler kurarak ve bu denklemleri çözerek hesaplayınız.</p> 	İşlem hatası	23	' $6x + 2 = 4x + 4$ ' için ' $x = 3$ '

Tablo 3.12' de görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 4 tür kavram yanlışlığı ve hataya sahip oldukları görülmüştür. Bu yanlışlıklar sırasıyla şu şekildedir:

**a) İşlem hatası:** Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde Soru24a ve Soru 25' de öğrenciler tarafından işlem hataları yapıldığı görülmüştür. Bunlardan en yaygın olanları Tablo 3.12' de görüldüğü gibi öğrencilerin bir terimi eşitliğin diğer tarafına taşırken işaretini değiştirmemeleridir (%35,83). Diğer bir ifade ile eşitliğin bir tarafından bir sayıyı çıkartırken diğer tarafına eklemek ya da; bir tarafına eklerken diğer tarafından çıkarmak öğrencilerin eşitliği bozdukları durumlardır. Neticede denklem sonuçları hatalı bulunmuştur. Bazı öğrenciler ise hatalı toplama ve çıkarma yaparak yanlış sonuçlar bulmuşlardır. Bu durumların öğrencilerin konuyu bilmelerine rağmen dikkatsizlik sonucu ortaya çıktığı ve kavram yanlışlığı olmayacağı düşünülmektedir.

a)  $-11 = 24 - 5x$  ise  $x = ?$

$x = 25 = 5x - 1 = 5$

(Ö18 Cevabı)

25) Aşağıda verilen tahterevallinin sol tarafında 6 özdeş top ve 2 adet 1 kg'lık ağırlık; sağ tarafında ise soldaki toplarda özdeş 4 adet top ile 4 tane 1 kg'lık ağırlık vardır. Tahterevalli dengede olduğuna göre bir topun ağırlığının denklem kurarak ve bu denklemi çözerek hesaplayınız.

$6x + 2 = 4x + 4$

$2x = 2$   
 $x = 1$

(Ö70 Cevabı)

Şekil 3.18. İşlem hatası örnekleri

**b) Çarpmanın paranteze hatalı dağılması:** Öğrencilerin Soru 24b için yaptıkları çözümler incelendiğinde 23 öğrenci tarafından çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılması sırasında hata yaptıkları tespit edilmiştir. Burada yapılan hatalar genellikle parantez içi terimlerden birini unutmaları şeklinde karşımıza çıkmıştır. ' $3.(m - 8) = m + 30$ ' denklemini çözerken ' $(m - 8)$ ' ile ' $3$ ' terimlerini çarparken öğrenciler genellikle parantez içindeki terimlerden birini ihmal ederek hatalı sonuçlar elde etmişlerdir (%19,17). Bunun nedeninin öğrencilerin çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini bilmemeleri olabileceği düşünülmektedir.

b)  $3(m-8) = m + 30$  ise  $m = ?$  3  $m-8 = m+30$   
 $2m = 30+8$   
 $m = 19$   $\frac{38}{18} \frac{2}{19}$

(Ö31 Cevabı)

Şekil 3.19. Çarpmanın paranteze hatalı dağılması örneği

c) **Rasyonel terimli denklemlerin hatalı çözümü:** Soru 24c' ye bakıldığında 19 öğrencinin rasyonel terimlerle denklem yaparken hatalı çözümler yaptıkları görülmektedir. Bunlardan en yaygın olarak görüleni: ' $\frac{x+4}{3} + 2 = 6$ ' denkleminde sadece denklemin sağının '3' ile çarpılması sol tarafının ihmal edilmesidir (%15,83). Bu bağlamda ' $x + 4 + 6 = 6$ ' denklemini elde eden öğrenciler sonucu '-4' olarak bulmaktadırlar. Bu durum öğrencilerin eşitliğin korunumu ilkesini bilmediklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

c)  $\frac{x+4}{3} + 2 = 6$  denklemine göre  $x = ?$  -4  
 $x+4+6 = 6$

(Ö89 Cevabı)

Şekil 3.20. Rasyonel terimli denklemlerin hatalı çözüm örneği

d) **İki farklı değişkeni bir araya getirememe hatası:** 24d sorusunda diğer denklemlerden farklı olarak iki değişken bulunmaktadır. Burada öğrencilerden iki değişkenin toplamını bulmaları istenmektedir. Bu nedenle değişkenleri ayrı ayrı bulmak yerine toplamı tek bir değişken olarak düşünmeleri beklenmektedir. 16 öğrenci değişkenlerden herhangi birini ihmal ederek yalnızca bir değişkeni bulmayı tercih etmişlerdir (%13,3). Bunun nedeninin sürekli tek değişkenle karşılaşan öğrencilerin ikinci değişkeni görmezden gelmeleri olduğu düşünülmektedir.

d)  $a - 7 + 2b = b + 9$  eşitliğine göre ' $a + b$ ' nedir?  
 $2b - b = 9 + 7$   
 $b = 16$

(Ö35 Cevabı)

Şekil 3.21. İki farklı değişkeni bir araya getirememe hatası örneği

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde öğrencilerin bu bölümde; işlem hatası, çarpmanın paranteze hatalı dağılımı, rasyonel terimli denklemlerin hatalı çözümü ve iki farklı değişkeni bir araya getirmede yaptıkları hatalar öne çıkmıştır. Bu hatalardan işlem hatalarının aritmetiksel düzeyde, genellikle dikkatsizlik ve hızlı soru çözme isteğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu nedenle kavram yanlışlığı oluşturmadığını ifade edilebilir. Çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılmasında bazı terimlerin öğrenciler tarafından göz ardı edildiği görülmektedir. Benzer hatalara rasyonel terimli denklemlerde de rastlanmaktadır. Denklemlerde tek değişkenle işlem yapmaya alışkın öğrencilerin de Soru 24d' de hatalar yaptıkları tespit edilmiştir.

### 3.7. Cebirsel İfadenin Değerini Değişkenin Alacağı Farklı Doğal Sayı Değerleri İçin Hesaplamaya İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu kısmında öğrencilerin cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Bu bağlamda testin 26, 27, 28, 29 ve 30. sorularına verilen cevaplar Tablo 3.13'de verilmiştir.


Tablo 3.13. Cebirsel ifadenin değerini alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplamaya ilişkin yüzdeler dağılımı

Soru No	Doğru Cevap	Yanlış Cevap	Boş
Soru 26	75 (%62,5)	9 (%7,5)	36 (%30)
Soru 27	89 (%74,2)	24 (%20)	7 (%5,8)
Soru 28a	64 (%53,3)	4 (%3,3)	52 (%43,3)
Soru 28b	62 (%51,7)	6 (%5)	52 (%43,3)
Soru 29	36 (%30)	8 (%6,7)	76 (%63,3)
Soru 30	74 (%61,7)	28 (%23,3)	18 (%15)

Tablo 3.13 incelendiğinde öğrencilerin bu bölümdeki tüm sorularda doğru sayıları yanlış sayılarından fazladır. Çoktan seçmeli 27 ve 30. sorularda seçeneklerden yararlanan öğrencilerin daha az zorlandıkları, açık uçlu yöneltilen ve görsel ifade içeren 28a ve 28b, 29. sorularda ise boş cevapların fazlalığı dikkat çekmektedir. Denklik kavramı ve denklem çözümünü tam olarak kavrayamayan öğrencilerin bu soruları yapamadıkları görülmüştür.

Ayrıca bu sorularda görsel ifadelerle yer verilmesi denklemlerde değişkenleri harf ile ifade etmeye alıştıran öğrencilerin zorlandıkları bir diğer nokta olarak düşünülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin hataları Tablo 3.14’te incelenmiştir.

Tablo 3.14. Cebirsel ifadenin değerini alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama ile ilgili kavram yanlışları

Sorular	Hata ve Yanılgı Türü	f	Örnek Öğrenci Cevabı
26) $x$ ve $y$ herhangi bir tam sayı olmak üzere, $2x \cdot y = 240$ ise $x = 4$ için $y = ?$	Çarpım şeklinde verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme.	9	' $2x \cdot y = 240$ ' ifadesinde ' $x = 4$ ' ise ' $2 \cdot 4 \cdot y = 240$ ve $y = 10$ ' olmalı
27) $a + c = 4$ ise $2 \cdot (a + b + c) = ?$ a) $4 + b$ c) $4 + 2b$ b) $4 + c$ d) $8 + 2b$	Cebirsel ifadelerde parantezi dikkate almama.	14 3 7	' $a + c = 4$ ' için; ' $2 \cdot (a + b + c)$ ' ifadesinin değeri: ' $4 + b$ ' olmalı. ' $a + c = 4$ ' için; ' $2 \cdot (a + b + c)$ ' ifadesinin değeri: ' $4 + c$ ' olmalı. ' $a + c = 4$ ' için; ' $2 \cdot (a + b + c)$ ' ifadesinin değeri: ' $4 + 2b$ ' olmalı.
28) Aşağıda bir kefesinde 4 bilye, diğer kefesinde 1 birim kütle olan eşit kollu terazi dengededir. Buna göre: a) 1 Birim Kütle 8kg ise 1 bilyenin ağırlığı ne kadardır? b) 1 Bilyenin ağırlığının 3 kg olması durumunda 1 Birim kütle ne kadar ağırdır?	İşlem hatası	4	' $4x = 8$ ise $x = 4$ '
	İşlem hatası	6	'1 bilye = 3kg ise 4 bilye = 9 kg'
29) $\blacktriangle$ ve $\blacksquare$ farklı iki doğal sayı olmak üzere, $\blacksquare = 4$ ve $3\blacktriangle + 5 = 29$ ise $5\blacktriangle + 2\blacksquare - 3 = ?$ işleminin sonucunu bulunuz	Çarpım şeklinde verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme.	8	' $\blacksquare = 4$ ise $2\blacksquare = 24$ olmalı
30) $\clubsuit = -2$ ve $\spadesuit = 3$ olmak üzere, $4 \cdot (2\clubsuit + \spadesuit) / (\clubsuit + 3) = ?$ a) 4                                      c) -4 b) $28/5$ d) $-28/5$	İşlem hatası	20 6 2	$4 \cdot (-1) / 1 = 4$ $4 \cdot (-4 + 3) / (-2 + 3) = 28/5$ $4 \cdot (-4 + 3) / (-2 + 3) = -28/5$

Tablo 3.14' te görüldüğü gibi öğrencilerin bu kazanımda 3 tür kavram yanlışlığı ve hataya sahip oldukları görülmüştür. Bu yanlışlıklar sırasıyla şu şekildedir:

a) **Çarpım şeklinde verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme hatası:** 26. Soruda ' $2x \cdot y = 240$ ' şeklinde verilen cebirsel ifadede ' $x = 4$ ' olarak verildiğinde öğrenciler çarpma işlemini göz ardı ederek verilen cebirsel ifadede ' $2x$ ' iki basamaklı bir sayı olarak düşünmüş ve ' $y = 10$ ' olarak ifade etmişlerdir (%7,5). Benzer şekilde 29. soruda da görsel olarak verilen cebirsel ifadenin istenen değeri yerine koyulduğunda 8 öğrenci tarafında iki basamaklı bir sayı olarak algılanmıştır (%6,7). Bu tür hataların genellikle; değişken ile bir doğal sayının arasında işaret olmadığına 2 ya da 3 basamaklı bir doğal sayı olarak düşünülmesinden kaynaklandığı söylenebilir.

26)  $x$  ve  $y$  herhangi bir tam sayı olmak üzere,  
 $2x \cdot y = 240$  ise  $x = 4$  için  $y = ?$   
 4

$24 \cdot y = 240$   
 $y = 10$

(Ö21 Cevabı)

29) ▲ ve ■ farklı iki doğal sayı olmak üzere,  
 $■ = 4$  ve  $3▲ + 5 = 29$  ise  $5▲ + 2■ - 3 = ?$  işleminin sonucunu bulunuz.  
 8

$58 + 24 - 3 = 79$

(Ö72 Cevabı)

Şekil 3.22. Çarpım olarak verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme hataları

b) **Cebirsel ifadelerde parantezi dikkate almama hatası:** 27. Soruda öğrencilerden 2 değişkenin toplamının verilen cebirsel ifadede yerine koyulması ile elde edilen sonucu bulmaları istenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerden bir kısmı doğru sayıyı yerine koysalar da, işlemdeki parantezi ve parantezin önündeki çarpma işlemini dikkate almadıkları için hatalı seçeneği işaretlemişlerdir (%11,7). Bu hatanın değişkenin alacağı farklı değerler için cebirsel ifadelerin değerlerini hesaplayan öğrencilerin çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini göz ardı etmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

27)  $a + c = 4$  ise  $2 \cdot (a + b + c) = ?$

a)  $4 + b$

b)  $4 + c$

c)  $4 + 2b$

d)  $8 + 2b$

(Ö30 Cevabı)

Şekil 3.23. Cebirsel ifadelerde parantezi dikkate almama hatası örneği

c) **İşlem hatası:** Öğrencilerin 28 ve 30. sorularda işlem hataları yaptıkları dikkat çekmektedir. 28. sorudaki hatalar daha çok çarpma ve bölme işlemlerinde (%8,3), 30. soruda ise negatif işaret kullanılan işlemlerde göze çarpmaktadır (%23,3). Bu hataların, öğrencilerin bir an önce sonuca gitmek için hızlı işlem yapmaları ve yapılan işlemlerde işaretleri göz ardı etmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

28) Aşağıda bir kefesinde 4 bilye, diğer kefesinde 1 birim kütle olan eşit kollu terazi dengededir. Buna göre:  
a) 1 Birim Kütle 8kg ise 1 bilyenin ağırlığı ne kadardır?

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

(Ö24 Cevabı)

b) 1 Bilyenin ağırlığının 3 kg olması durumunda 1 Birim kütle ağırlığı ne kadardır?



$$1 \text{ bilye} = 3 \text{ kg}, 4 \text{ bilye}$$

$$4 \cdot 3 = 9$$

(Ö43 Cevabı)

30)  $\clubsuit = -2$  ve  $\spadesuit = 3$  olmak üzere,

$$4 \cdot (2\clubsuit + \spadesuit) / (\clubsuit + 3) = ?$$

$$a) 4 \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad c) -4$$

$$b) 28 / 5$$

$$d) -28 / 5$$

$$\frac{4}{1} = 4$$

(Ö64 Cevabı)

Şekil 3.24. Öğrencilerin işlem hatası örnekleri

Araştırmanın bu bölümünde öğrencilerin cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama boyutundaki bilgi düzeyleri, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelenmiştir. Elde edilen bulgular çerçevesinde aritmetik işlem yapmayı gerektiren sorularda öğrencilerde işlem hatası görülmüştür. Ayrıca parantezi veya işlemi göz ardı ederek yapılan hatalar dikkat çekmektedir. İşlem yapmayı gerektiren açık uçlu sorularda öğrencilerin boş cevaplarının sayısının yanlışlarından fazla olduğu, diğer çoktan seçmeli sorularda ise öğrencilerin seçenekleri deneyerek sonuca gitmeleri sayesinde boşlarının daha az olduğu görülmektedir.

## 4. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgular yorumlanmış, daha önceki çalışmalar ile benzer ve farklı yanları tartışılmış ve konu ile ilgili araştırma yapmak isteyen araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

### 4.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlarını belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda oluşturulan cebir testinden elde edilen bulgularda öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki bilgi düzeyleri, hataları ve kavram yanlışları belirtilmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürdeki verilerle tartışılarak aşağıda verilmiştir.

Bu araştırma kapsamında 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda en başarılı oldukları alanın “*cebirsel ifadenin değerinin değişkenin alacağı farklı değerler için hesaplanması*” olduğu, en başarısız oldukları alanın ise “*görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama*” olduğu tespit edilmiştir. Bu durum matematik öğretmenlerinin derslerde daha çok cebirsel denklemler konusunda aritmetik işlem boyutunu ön plana çıkardıkları, görsel ve cebirsel ifadeleri birleştiren konulara ise yeterince yer vermedikleri şeklinde yorumlanabilir. Nitekim yapılan bazı araştırmalar (Perso, 1992; Burill, 2002; Akkaya ve Durmuş, 2006) öğrencilerin daha çok görsel ifade içeren cebirsel problemlerde daha başarısız olduklarını ortaya koymaktadır.

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme konusunda yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelendiğinde 5 tür kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunlar: “*Cebir-geometri ilişkisini hatalı kurma*”, “*işlem seçiminde yapılan hata*”, “*cebirsel ifadelerde çarpma işleminde parantezi dikkate almama*”, “*şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş*”, “*denklemi hatalı bulmaktan kaynaklı terimi yanlış hesaplama*” şeklindedir.



Bu araştırmada basit görsel ve cebirsel ifadelerde cebir-geometri ilişkisini kuramayan bazı öğrenciler 1. soruda karelerin alanları 'A' ile ifade edilmesine rağmen bunu bir kenar olarak düşünerek bir karenin alanını; 'A<sup>2</sup>', 3 karenin alanını ise '3A<sup>2</sup>' olarak ifade etmişlerdir. Benzer şekilde 4. soruda kapalı bir şeklin çevresi sorulduğunda yalnızca dışta kalan kenarları toplamak yerine gördükleri tüm kenarları toplayarak çevreyi ifade etmişlerdir. şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçişte ise öğrencilerin bir kısmı Soru 3a'da şekil örüntüsünün kuralını belirlerken kenarların 5'erli arttıklarını tespit etmişler; ancak bunu cebirsel olarak hatalı ifade etmişlerdir. Soru 5a'da ise sayı örüntüsünden denkleme hatalı geçiş gözlenmiştir. Sayılardaki 4'erli artışı gören öğrenciler kuralı 'x + 4' ya da '4x' şeklinde düşünmüşlerdir. Bunun nedeni olarak öğrencilerin bir artış gördüklerinde doğrudan toplama ya da çarpma işlemine yöneldikleri düşünülmektedir. Alan yazın incelendiğinde cebirsel ifadelerdeki kavram yanılığları çerçevesinde cebir-geometri ilişkisine ve şekil örüntüsünden denkleme hatalı geçiş gibi görsel ifadelerin önemine vurgu yapan bazı alışmalar (Perso, 1992; Burill, 2002; Akkaya ve Durmuş, 2006; Glpek, 2006; Palabıyık ve İspir, 2011, Bağdat ve Saban, 2014) söz konusudur. Nitekim Kabael ve Tanışlı (2010) tarafından değişik ğretim kademelerinde şekil örüntüleri bağlamında yapılan çalışmada kibrit çöpleri ile oluşturulan bir örüntünün genel formülünü değişken yardımıyla öğrencilerin 4+3.(x-1) şeklinde ifade etmeleri beklenmesine karşın birçok öğrencinin genel terimi doğru yazmakta zorlandıkları tespit edilmiştir.

Bu araştırmada basit görsel ve cebirsel ifadelerde işlem seçiminde yapılan hatalar incelendiğinde bazı öğrencilerin soru 1'de olduğu gibi 'Bir karenin alanı 'A' ise 3 karenin alanı A<sup>3</sup> tür.' şeklinde yanılığya sahip oldukları belirlenmiştir. Tüm alanları toplamak yerine çarparak hatalı sonuçlar elde edilmiştir. Benzer şekilde Soylu (2008) yaptığı çalışmasında "40'tan m kadar eksik" ifadesi için hatalı işlem seçimi nedeniyle "40.m" şeklinde ifade eden öğrenciler olduğunu tespit etmiştir. Alan yazında öğrencilerin buna benzer hatalar yaptıkları çeşitli araştırmalar görülmektedir (Stacey ve MacGregor, 1997; Akgün, 2007; Akkan, Baki ve akıroğlu, 2013; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016).

Bu araştırma kapsamında bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerde çarpma işleminde parantezi dikkate almama konusunda hata yaptıkları (soru 2, soru 10, soru 23a, 23b, soru 27) tespit edilmiştir. Genel anlamda öğrencilerin bir doğal sayı ile parantez içerisindeki cebirsel ifadeyi çarparken bazı terimleri unuttukları, dağılma özelliğini hatalı kullandıkları

görülmüştür. Bu araştırma kapsamındaki bazı öğrencilerin 2. sorudaki bir kenarı “ $(a + 2)$ ” olarak verilen altıgenin çevresinin ifade edilmesinde “ $6.(a + 2)$ ” işlemini parantezi dikkate almadan hatalı yaptıkları belirlenmiştir. Bezer şekilde 23a sorusunda da negatif çarpma dikkate etmeden parantez hatası yapmışlardır. Bu durum öğrencilerin çarpmanın toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılmasında ve parantezin kullanımı konusunda çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir. Benzer şekilde alan yazın incelendiğinde (Perso, 1992; Kieran, 1992; Akkaya ve Durmuş, 2006; Bayar, 2007; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Akarsu, 2013) cebirsel ifadelerde parantezin kullanımı ile ilgili karşılaşılan benzer hata ve kavram yanlışlarının olduğu görülmektedir. Nitekim Baysal (2010) 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıfları içeren geniş çaplı çalışmasında “ $m = 5n + 1$ ” ifadesinde “ $n$ ” değerinin 2 artırılması istendiğinde öğrencilerin “ $n + 2$ ” ifadesini parantez kullanarak ifade etmek yerine 5 ile 2’yi toplayarak çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılımında parantezi dikkate almadıklarını tespit etmiştir.

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme konusundaki tespit edilen hatalar ve kavram yanlışları “*Değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme*”, “*Bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade edememe*”, “*Cebirsel ifadelerde benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almama*” şeklinde gruplandırılmıştır.

Bu çalışmada cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde yazabilme konusunda değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme hatası bağlamında öğrencilerden “ $3.n$ ” ve “ $n + 3$ ” ifadelerinin büyüklüklerini karşılaştırmaları (6.soru) istenmiştir. Bazı öğrencilerin değişkene verdikleri tek bir değerle sonuca ilişkin genellemeler yaptıkları belirlenmiştir. Alan yazın incelendiğinde benzer genelleme hataları ve harflere yüklenen anlamlardan dolayı öğrencilerin hata yaptıkları ve kavram yanlışına sahip oldukları görülmektedir (English ve Halford, 1995; Akkaya, 2006; Gülpek, 2006; Akgün, 2007; Akyüz ve Hangül, 2013; Yıldız, Çiftçi, Akar ve Eser, 2015).

Araştırmanın farklı bölümlerinde karşımıza çıkan hata türlerinden olan; bir cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade edememe ilk olarak 7. soruda karşımıza çıkmaktadır. Bazı öğrenciler “ $6x + 2y + x$ ” ifadesini en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplamak yerine çarpma hatası yapmışlar ve “ $6x + 2y + x = 6x^2 + 2y$ ” şeklinde ifade etmişlerdir. Bazı öğrencilerin 15. soruda verilen “*Kızların sayısının erkeklerin sayısından 6 fazla olduğu bir*

*sınıfın mevcudu*” cebirsel olarak ifade edilmesinde benzer terimler toplanmadan yazdıkları görülmüştür. Benzer şekilde bazı öğrencilerin 20. soruda verilen “ $3c + 7c$ ” işleminin sonucunu “ $10c$ ” olarak ifade edemedikleri tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerin cebirsel ifadelerde benzer terimleri toplayarak bir araya getiremediklerini göstermektedir. Daha önce yapılan birçok çalışmanın bulguları da bu sonucu destekler niteliktedir (Booth, 1984; Perso, 1992; Akkaya ve Durmuş, 2006; Bayar, 2007; Baysal, 2010; Akyüz ve Hangül, 2013; Akarsu, 2013).

Bu araştırmada bazı öğrencilerin cebirsel ifadelerde benzer terimlerle işlem yaparken değişkeni ve işareti dikkate almadıkları tespit edilmiştir. Nitekim Soru 8’de öğrencilerden verilen cebirsel ifadenin farklı gösteriminin bulmaları istenmiştir. Ancak öğrencilerin bir kısmı çarpma işlemini parantez içine dağıtırken sayıların işaretlerini dikkate almadan cevaplamışlardır. Benzer şekilde Soru 9’da öğrenciler, alanı “ $9x^2$ ” olarak verilen karenin bir kenarını bulmayı bilmelerine rağmen işlem yaparken değişkenin kuvvetini dikkate almamış ve bir kenarı “ $3x^2$ ” bulmuşlardır. Bu sebeple çevreyi “ $12x^2$ ” olarak hatalı ifade etmişlerdir. 22. Soruda öğrencilerden “ $6xy$ ” ifadesine “5” eklendiğinde elde edilen sonucu seçenekler içerisinde seçmeleri istenmiştir. Benzer olmamasına rağmen bazı öğrenciler terimleri toplayarak “ $11xy$ ” cevabını vermişlerdir (%13,3). *Akkaya ve Durmuş’un (2006) çalışmalarında da öğrenciler “+” ve “=” işaretleri daima sonuç üretir düşüncesi ile bilinmeyenler ile sayıları toplayarak cevap vermişlerdir.* Soru 24d’de öğrencilere verilen soruda iki farklı değişken bulunmaktadır. Soruda soruların aksine öğrenciler, değişkenlerden herhangi birini ihmal ederek yalnızca bir değişkeni bulmayı tercih etmişlerdir. Bu sorularda da görüldüğü gibi cebirsel ifadelerle işlemler içeren sorularda öğrencilerin değişkenleri ya da işaretleri ihmal edip sonuca ulaşmaya çalıştıklarını görmekteyiz. Alan yazındaki benzer çalışmaların bulguları da bu sonuçları doğrular niteliktedir (Steinberg, Sleeman ve Ktorza, 1990; Kösa, 2004; Akkaya, 2006; Bayar, 2007; Booth ve Koedinger, 2008; Soylu, 2008; Baysal, 2010; Erdem, 2013; Akyüz ve Hangül, 2013).

Öğrencilerin sözel duruma uygun cebirsel ifade yazabilme boyutunda yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları incelendiğinde bu yanılgıları şu şekilde gruplandırabiliriz: “*Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması*”, “*sözel ifade cebirsel çevrilirken*

*işlem önceliğine dikkat etmeme”, “sözel ifadelerin rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevrilememesi”.*

Sözel ifade cebirsel çevrilirken hatalı değişkenler kullanılması araştırmanın 11. ve 13. sorularında karşımıza çıkmaktadır. 11. soruda “3 TL değerindeki kalemler ile 2 TL değerindeki defterlerden alındığında 15 TL ödendiği” belirtiliyor. Bu sözel duruma ait cebirsel ifadeyi yazarken bazı öğrencilerin değişkenlere dikkat etmeden hatalı seçeneği işaretledikleri görülmüştür. Burada öğrencilerin hangi değişken için hangi harf kullanacakları belirtilmesine rağmen değişkenler genellikle ters kullanılmıştır. Öğrencilerin 13. soruda da benzer hataları yaptıkları görülmektedir. “Futbol topları, basketbol toplarının 2 katından 5 eksiktir” şeklindeki sözel ifadenin cebirsel çevrilmiş halini bulmaları istendiğinde; “ $2f - 5$ ” şıkkını seçtikleri görülmüştür. Öğrencilerin cümledeki sıralamadan kaynaklı bu şıkka yöneldikleri düşünülmektedir. Akgün (2007) yaptığı çalışmada, öğrencilerin kırmızı ve mavi arabalara verilen değişkenler ile işlem yaparken benzer hatalar yaptıklarını tespit etmiştir.  $6K=7M$  verildiğinde öğrenciler mavi arabaların kırmızılara oranını bulurken hata yapmışlardır. Buna benzer hatalara diğer çalışmalarda da rastlanmıştır (Perso, 1992; Real, 1996; Kösa, 2004; Akkaya ve Durmuş, 2006; Stacey, 2008).

Öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel çevrilirken işlem önceliğine dikkat etmeme boyutunda yaptıkları hatalar, araştırmanın 12. sorusunda görülmektedir. “3 katının 5 fazlası 20 olan” ifade cebirsel olarak ifade edilirken işlem önceliğine dikkat edilmeden “ $3.(a + 5) = 20$ ” seçeneğinin işaretlendiği görülmüştür. Yenilmez ve Avcu (2009) çalışmalarında verilen bir sayının iki fazlasının 5 katı ifadesinin  $5x+2$  olarak belirtilmesi benzer hataların öğrencilerde tekrarlandığını göstermektedir. İşlem önceliğine ait bilgileri cebirsel ifadelere aktaramayan öğrencilerin bu hataları daha önceki çalışmalarda sıklıkla yaptıkları görülmektedir (Kieran, 1992; Kösa, 2004; Bayar, 2007; Soylu,2008; Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş, 2016).

Araştırma bulguları incelendiğinde öğrencilerin, sözel ifadelerin rasyonel terim gerektiren cebirsel ifadelere çevrilmesi boyutunda ve rasyonel terimli denklemlerin çözümlerindeki hataları dikkat çekmektedir. Bu bağlamda 14. Soruda verilen “yarısının üç katı” ifadesinin bazı öğrenciler tarafından hatalı yorumlandığı ve ifade edemedikleri görülmüştür. Öğrencilerin benzer sorularda sözel ifadeleri cebirsel olarak ifade ederken bu kadar

zorlanmadıkları, bu sorudaki hataların cebirsel ifadenin rasyonel terim içermesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu sonuca paralel olarak Soylu (2008) çalışmasında öğrencilerin rasyonel terim içeren cebirsel ifadelerde zorlandıklarını tespit etmiştir. Yapılan diğer çalışmalarda elde edilen benzer sonuçlar bu durumu destekler niteliktedir (Booth ve Koedinger, 2008; Akkaya ve Durmuş, 2006; Sarı, 2012; Akyüz ve Hangül, 2013).

Öğrencilerin cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme boyutundaki yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları incelendiğinde; *“Cebirsel ifade sözele çevrilirken işlem önceliğinin göz ardı edilmesi”*, *“verilen her işleme sonuç üretme hatası”* ve *“çıkarma işleminde değişme özelliği hatası”* karşımıza çıkmaktadır.

Araştırmada öğrencilerin cebirsel ifadeleri sözele çevirirken işlem önceliğini göz ardı ettikleri dikkat çekmektedir. 16. soruda verilen cebirsel ifadeye uygun olmayan seçenek yerine uygun olan seçeneklerin tercih edildiği görülmüştür. Bunun nedeni olarak; öğrencilerin işlem önceliğine uygun olan şıkları gördüklerinde işaretlemeleri ve uygun olmayan seçenekteki işlem önceliği hatasının dikkatlerinden kaçtığı düşünülmektedir. Soru 17b' ye bakıldığında benzer bir hatanın  $2x + 7$  ifadesine uygun sözel ifadenin *“7 fazlasının 2 katı”* şeklinde yazılması şeklinde yapıldığı görülmektedir. Alan yazın incelendiğinde benzer bulguların elde edildiği çalışmalar yer almaktadır (Akkaya, 2006; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Yenilmez ve Avcu, 2009; Akarsu, 2013; Yıldız, Çiftçi Akar ve Eser, 2015).

Öğrencilerin 17a ve 18. Sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde verilen her işleme sonuç üretme düşüncesi ile yaptıkları hatalar görülmektedir. Cebirsel ifadesine uygun sözel durum yazmak yerine denkleme çözerek sayısal cevap verdikleri tespit edilmiştir. Diğer soruda verilen cebirsel duruma uygun sözel ifade yazmak yerine verilen cebirsel ifadede soruda verilen sayıları kullanarak sonuç elde etmişlerdir. Benzer şekilde Yıldız, Çiftçi, Akar ve Eser (2015) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin  $2x+3$  şeklinde verilen cebirsel ifadeyi  $5x$  şeklinde ifade ederek sonuç üretme hatası yaptıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin; *“Her matematiksel işlem veya sembol bir sonuç üretmelidir”* görüşüne hâkim olduklarını göstermektedir. Daha önce yapılan birçok çalışma benzer sonuçlar içermektedir (Kieran, 1992; Borchert, 2003; Akkaya ve Durmuş, 2006; Akarsu, 2013).

Öğrencilerin cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazabilme boyutunda yaptıkları diğer hata: “Çıkarma işleminde değişme özelliği hatası”dır. 19. Soruda verilen “ $24 - a$ ” cebirsel ifadesine uygun sözel durumu seçmeleri istenilen öğrencilerden bazılarının çıkarma işleminin de toplama işlemi gibi değişme özelliğine sahip olduğunu düşünerek “Bir sayının 24 eksiği” seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin bu hatayı daha önceki çalışmalarda da yaptıkları görülmektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Soylu, 2008; Booth ve Koedinger, 2008; Baysal, 2010).

Öğrencilerin cebirsel ifadeleri toplama, çıkarma ve bir sayı ile çarpma boyutunda yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları incelendiğinde diğer bölümlerden farklı olarak karşımıza çıkan yanılğı türü: “Değişkenlerin değerlerinin alfabetik olarak büyüüp küçülmesi” şeklindedir. 21. Soruda verilen “ $a + b + c$ ” ifadesi için bazı öğrencilerin “3 sayı sırayla toplanmış” seçeneğini işaretledikleri görülmüştür. Akkaya ve Durmuş (2006) çalışmalarında benzer olarak: “ $a=7, c=9$  ise  $b=8$  olmalı düşüncesi öğrencilerin alfabetik ilerlemeyi esas aldıklarını göstermektedir.” bulgusuna ulaşmışlardır. Bu hatanın öğrencilerin sayıların sırayla yer alabileceği fikrinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer hatalar literatürde farklı çalışmalarda da karşımıza çıkmaktadır (Perso, 1992; MacGregor ve Stacey, 1994).

Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme ve cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama boyutundaki kavram yanılgıları incelendiğinde “işlem hataları” dikkat çekmektedir. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde 24. soruda öğrenciler tarafından bir terimi eşitliğin diğer tarafına taşıırken işaretini değiştirmedikleri görülmüştür. 28 ve 30. sorularda da işlem hataları görülmektedir. 28. sorudaki hatalar daha çok çarpma ve bölme işlemlerinde, 30. soruda ise negatif işaret kullanılan işlemlerde göze çarpmaktadır. Yapılan diğer çalışmalardaki işlem hataları bulguları destekler niteliktedir (Ertekin, 2002; Kösa, 2004; Akgün, 2007; Yenilmez ve Avcu, 2009; Erdem, 2013, Akyüz ve Hangül, 2013).

Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama boyutunda yapılan hatalardan: “Çarpım şeklinde verilen cebirsel ifadelerde işlemi göz ardı etme hatası” 26. soruda öğrenciler çarpma işlemini göz ardı ederek verilen cebirsel ifadeye “ $2x$ ” ifadesini iki basamaklı bir sayı olarak düşünmüştür. Benzer şekilde 29. soruda da görsel olarak verilen cebirsel ifadenin istenen değeri yerine koyulduğunda bazı öğrenciler

tarafından iki basamaklı bir sayı olarak algılanmıştır. Aynı bakış açısıyla; *Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından uygulanan testte “2xy” ifadesini üç basamaklı bir sayı olarak düşünen öğrenciler olmuştur.* Alan yazındaki diğer çalışmalar bulunan sonuçları desteklemektedir (Perso, 1992, Stacey ve MacGregor, 1997; Akkaya, 2006; Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Yıldız, Çiftçi, Akar ve Eser, 2015).

Bu araştırmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin en çok hata ve kavram yanılgılarına sahip oldukları bölümlerin: *“Basit görsel ve cebirsel ifadelerin anlamını açıklama, örüntüden denkleme geçebilme”* ve *“birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümü”* olduğu görülmektedir. Bazı öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlama ve farklı biçimlerde ifade edebilme boyutunda başarılı olmalarına rağmen, aynı başarıyı görsel ifadelerde gösteremedikleri tespit edilmiştir. Bunun sebebinin öğrencilerin işlem bilgilerini görsel ifadelerle birleştirememeleri olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde öğrencilerin cebirsel ifadelerle dört işlem yapma boyutundaki başarılarını denklem çözümlerine yansıtamadıkları görülmüştür. Bu durumun denklem çözümünü tek yönlü ve belli kalıplarla öğretiminden kaynaklandığı, somut örneklerde öğrencilerin daha başarılı olabileceği düşünülmektedir.

#### **4.2. Öneriler**

Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanılgılarını belirlemeye dönük yapılan bu çalışmada elde edilen sonuçlara dayalı yapılan öneriler aşağıda sunulmuştur.

Bu çalışmada 8.sınıf öğrencilerinin cebir geometri ilişkisini kurmakta zorlandıkları, şekil örüntüleri ve görsel içeren sorularda hata yaptıkları görülmüştür. Bu hatalara öğrencilerin cebir ve görsel ifadeler arasındaki ilişkiyi kuramamaları, aritmetik ve geometrideki eksik bilgilerinin sebep olduğu söylenebilir. Ayrıca denklem sorularında bilinmeyenlerin genellikle harflerle ifade edilmesinin öğrencilerin tek yönlü düşünmelerine neden olmakta ve şekillerde bu yüzden zorlandıkları düşünülmektedir. Özellikle denklemlere geçişte değişkenlerin sadece belli harflere indirgenmemesi, çeşitli görsellerle günlük hayatla bağdaştırılması öğretmenlere ve öğretmen adaylarına önerilmektedir. Aritmetikten cebire geçişte önemli bir yere sahip olan örüntülerde, sayı örüntüleriyle birlikte şekil örüntülerinin de üzerinde durulmasının bu süreçte öğrenci açısından faydalı olacağı düşünülmektedir.

Günlük hayatta karşılaşılan şekil örüntülerinin görselleri ile öğrencilerin konuyu somutlaştırması sağlanabilir. Şekillerle kuralları ifade edebilen öğrencilerin sayı örüntülerinin genel terimlerini bulurken ve bilinmeyen ile ifade ederken daha başarılı olacağı düşünülmektedir. Öğretmenlerin dersi görseller ve materyaller ile zenginleştirilmesi öğrencilerin soyut düşünce yapısını geliştirecektir. Bu sayede öğrencilerin cebire ve soyut düşünceye karşı daha olumlu tutum ve beceriler geliştirmeleri sağlanabilir.

Araştırmada dikkat çeken bir başka nokta ise bazı öğrencilerin ilköğretimin son kademesine gelmelerine karşın denklem çözmek yerine değişkenlere değerler vererek ya da tahmin ederek sonuca ulaşmaya çalışmalarıdır. Bu durumun öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte yaşadıkları kavram karmaşasından ve denklem çözümedeki bilgi eksikliklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu sorunu ortadan kaldırmak için; ilköğretimin ilk kademelerinden itibaren öğrencilerin muhakeme gücünü geliştirebilecek, onları soyut düşünmeye itecek örneklerle ders sırasında ve kullanılan kaynaklarda yer verilmesi öğretmen ve öğretmen adaylarına tavsiye edilmektedir. Muhakeme becerisini geliştirebilecek kitapların ve problemlerin öğrencilere ortaokulun ilk yıllarından itibaren verilmesi hazırbulunuşluk açısından öğrencilere fayda sağlayacaktır. Denklem çözebilme boyutuna geçebilmek için öğrencilerin bilinmeyen, denklik ve cebirsel ifade kavramlarını öğrenmeleri gerekmektedir. Kullanılan dört işlem sorularının ardından geçilecek problemlerin öncelikle 7. sınıf seviyesinde daha sonra da 8. sınıfta günlük hayattan ve öğrencilerin ilgisini çekebilecek konularda olması tavsiye edilmektedir.

Bazı öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel ifadeye çevirirken sorularda kullanılacak değişkenlerin belirtilmesine rağmen öğrencilerin hatalı değişken kullandıkları görülmüştür. Bu durumun dikkat eksikliğinden kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin bu konuda hatalarını azaltmak için farklı sembol ve harfler içeren cebirsel ifadeler ile ilgili örnekler çözmeleri önerilmektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin sorularda sıklıkla işlem hataları yapmaları, onların aritmetik işlem becerisindeki eksikleri ve işlem önceliğini bilmemelerinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Bu hataların azalması için ortaokulun ilk yıllarından itibaren öğrencilere işlem becerisini arttıracak örnekler çözdürülmesine, zihinden işlem becerisiyle birlikte dört işlemdeki hızının paralel ilerlemesine önem verilmesi öğretmenlere ve öğretmen adaylarına önerilmektedir. Denklem çözümlerinde öğrencilerin zihinden yaptıkları işlemler



zaman zaman hatalı sonuçlara neden olmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin zihinden işlem yapma becerisi kazandırılırken dört işlemi göz ardı etmeleri engellenmelidir. Cebirsel ifadelerdeki benzer terimleri bir araya getiremede zorlanan öğrencilerin değişken kavramını anlamada zorlandıkları görülmektedir. Sayılarla bilinmeyenleri işleme koyan öğrencilere benzer terim ve değişken kavramının öğretilmesi gerekmektedir. Bu sayede öğrenciler benzer terimleri en sade haliyle yazabilecek ve denklem çözümü için hazır hale geleceklerdir. Öğretmenler, ders öncesi ve sırasında dikkat toplayıcı etkinliklere yer vererek güncel hayattan örneklerle öğrencinin ilgisini yüksek tutabilirler. Ayrıca ünite sonlarında tüm öğrencilerin katılımlarıyla, hata yapılan soruların analizlerinin de faydalı olacağı önerilmektedir. Bu sayede benzer hataları yapan öğrenciler kendi hatalarının farkına varabileceklerdir.

Cebir öğretiminin farklı yaklaşımları ve güncel çalışmaların takibi açısından MEB tarafından düzenlenen, uzmanların ve deneyimli öğretmenlerin içerisinde bulunduğu geniş çaplı hizmet içi eğitimler öğretmenlere rehberlik edeceği düşünülmektedir. Bu sayede öğretmenler farklı bakış açılarını görerek cebir öğretiminde öğrencilere çeşitlilik sağlayabilirler. Yenilenen programın hedeflenen sonuçlara ulaşmasında önemli bir yere sahip olan cebirin gelişimine bu tür hizmet içi eğitimlerin katkı sağlaması beklenmektedir.

Bu araştırma 8. Sınıflarla sınırlı tutulmuştur. Yenilenen programın süreçte değerlendirilmesi ve öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarının cebirsel ifadeler ile ilk karşılaştıkları andan itibaren takip edilmesi açısından diğer sınıf seviyelerinde araştırmaların yapılması araştırmacılara tavsiye edilmektedir. Ayrıca tespit edilen yanlışların ortaya çıkmaması açısından yenilenen öğretim programında öğretim temelli bir araştırma yaparak farklı öğrenci gruplarıyla çalışılabilir. Cebirsel ifadelerin farklı yöntemlerle öğretilmesi yeni verilerin elde edilmesini sağlayabilir.

## KAYNAKÇA

- Akarsu, E. (2013) *7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Akgün, L. (2007) *Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Akın, M.F. ve Kutluca, T. (2014). Dört kefli cebir terazisi somut materyali yardımı ile tamsayılar konusunun öğretimi. *İlköğretim Online*, 13(1), 17-26.
- Akkan Y., Baki A. ve Çakıroğlu Ü. (2011). Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklar: Cebir Öncesinin Önemi' *Elementary Education Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A., Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 01-13.
- Akkaya, R. (2006) *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Akyüz, G. ve Hangül, T. (2013). 6. sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları yanlışların giderilmesine yönelik bir çalışma. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 7(1), 16-43.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi, Ankara.
- Altun, H. (2004). *Kesirler ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlüklerin giderilme yöntemleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademe Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel.
- Arcavi, A. & Schoefeld, A.H. (1988). On The Meaning of Variable, *Mathematics Teacher*, September, 420-427.
- Bağdat, O. ve Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. *International Journal of Social Science* Number: 26, 473-496.

- Baki,A. (1995).What prospective teachers need to know to teach conceptually in mathematics?, *The World Conference on Teacher Education*, Çeşme, Turkey.
- Baki, A. (1997). Educating mathematics teachers. *Medical Journal of Islamic Academy of Sciences*, 10(3).
- Baki, A. (1999). Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi, *III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*, M.E.B. ÖYGM.
- Baki, A. Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27–46.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara: Harf eğitim yayıncılığı.
- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In Arthur J.Baroody ve Ann Dowker (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise* (pp.1-33). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Bayar, H. (2007). *I. dereceden bir bilinmeyenli denklem konusundaki öğrenci hatalarının analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde matematik öğretimi 6.-8. sınıflar için*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Baysal, F.K. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8. Sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Baysal, N. 2003. *İlköğretim sosyal bilgiler dersinde öğretmen tutumlarının problem çözmeye dayalı öğrenmeye etkisi*. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Ben-Hur, M. (2006). *Concept-rich mathematics education:Building a strong foundation for reasoning and problem solving*, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia, USA.
- Bernardo, A. ve Okagaki, L. (1994). Roles of symbolic knowledge and problem-information context in solving word problems. *Journal of Educational Psychology*, 86, 212-220.
- Bingölbali, E. & Özmantar, M. F. (2010). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (2. bs.). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.
- Blanton, M. & Kaput, J. (2003). Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. *Teaching Children Mathematics*, 10(2), 70-77.
- Booth, J. & Koedinger, K. (2008). Key Misconceptions in Algebraic Problem Solving. Human Computer Interaction Institute, Carnegie Mellon University Pittsburgh, USA.

- Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The Ideas of Algebra, K-12* (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Booth, L. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors*. Windsor, UK: NFER- Nelson.
- Burrill, J. (2002). Teaching Algebra Concepts in the Early Grades, Proceedings of the International Conference the Humanistic Renaissance in Mathematics Education.
- Büyüköztürk, Ş. (2004). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Cai, J. & Knuth, E. (2011). *Early algebraization*. New York: Springer.
- Cai, J. (2004). Developing algebraic thinking in the earlier grades: A case study of the Chinese elementary school curriculum. *The Mathematics Educator*, 8(1), 107-130.
- Carraher, D. W. & Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, pp. 669-705). Reston: NCTM.
- Chapin, S. H. & Johnson, A. (2006). *Math matters : Understanding the math you teach, grades K-8* (2nd ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Chapin, S. H. O'Connor, C., & Anderson, N.C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades 1-6*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Cobb, P. (1986). Context, goals, beliefs, and learning mathematics, *For the Learning of Mathematics FLM*, 6. 2-9.
- Çakmak, M. (2000). İlköğretim matematik öğretimi ve aktif öğretim teknikleri. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 119-131.
- Çelik-Şen, Y. Şahin-Taşkın, Ç. (2010). Yeni İlköğretim Programının Getirdiği Değişiklikler: Sınıf Öğretmenlerinin Düşünceleri. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, VII(II)*, 26-51.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*, Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Davidenko, S. (1997). Building the concept of function from students' everyday activities, *The Mathematics Teacher*, cilt:90 sayı:2, 144-149.
- Dede, Y. Yalın, H. ve Argün, Z. (2002). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y. ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri, *İlköğretim Online*, 6, 1, 35-49.
- Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine, *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, (13), 1, 149.
- Demirel, Ö. (2007). *Eğitimde Program Geliştirme*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level*. Unpublished Doctoral Dissertations, Illinois State University.
- Elby, A. (2001). Helping physics students learn how to learn. *American Journal of Physics, Physics Education Research Supplement*, (69), 1, 54-64.
- English, L. D. ve Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration, *The Mathematics Teacher*, Vol.91, Iss. 2, pg. 166.
- English, L. D. ve Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education: Models and Processes*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey.
- Erbaş, A. K, Ersoy, Y. (2002) Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları, UFBMEK-5 Bildiri Kitabı.
- Erbaş, A. K, Ersoy, Y. (2003) “Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencisinin başarıları ve öğrenme güçlükleri”, *İlköğretim Online Dergisi*, 4 (1), 18-39.
- Erbaş, A. K. Çetinkaya, B., & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 45-59.
- Erdem, Z. Ç. (2013). *Öğrencilerin denklem konusundaki hata ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bu hata ve yanlışların nedenleri ve giderilmesine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Ergöz, N. (2000). *Aritmetikten cebire kademeli geçişi vurgulayan eğitimin etkileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ersoy, Y. (1997). Okullarda matematik eğitimi: matematikte okur-yazarlık, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 13, 107–112.

- Ertekin, E. (2002). *Denklemlerin öğretimindeki yanlışların teşhisi ve sebeplerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Falkner, K. P, Levi, L. & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: a foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232-236.
- Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving equations: the transition from arithmetic to algebra, *For The Learning of Mathematics*, 9(2), 19-25.
- Fisher, K. (1983). Amino acids and translation: a misconceptions in biology. In H. Helm J. Novak (Eds.), *Proceedings of the International Seminar on Misconceptions in Science and Mathematics* (pp. 407-419). Ithaca, NY: Department of Education Cornell University.
- Gates, L. W. (2001). Probability experiments in the secondary school. *Teaching Statistics*.
- Graeber, A. ve Johnson, M. (Eds.) (1991). Insights into secondary school students understanding of mathematics. College Park, University of Maryland, MD.
- Gray, E. ve Tall, D.(1994). Duality, ambiguity and flexibility: a proceptual view of simple arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 115-141.
- Greenes C, Findell C, (1999). *National Council of Teachers Of Mathematics 1999 Year Book; Developing Mathematics Reasoning in Grades K-12* ed by Lee V. Stiff, Frances R, Curcio p: 127-137, NCTM, Reston VA.
- Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Gürbüz, R. & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33 (148), 64-76.
- Güven, S. (2008). Sınıf Öğretmenlerinin yeni ilköğretim ders programlarının uygulanmasına ilişkin görüşleri, *Milli Eğitim Dergisi*, 177, 224-236.
- Hashweh, M. (1988). Descriptive studies of students' conceptions in science. *Journal of Research in Science Teaching*, 25, 121-134.
- Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (s. 60 -86). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hersovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Işık, A. (2001) Matematik dünyasında değişimler, *Journal of Scientific Research Foundation*, India.

- Johnson, B. & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175–189.
- Johnson, B. & Schneider, M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. R. C. Kadosh, & A. Dowker içinde, *Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1102–1118). Oxford: Oxford University Press.
- Kabael, T. ve Tanışlı, D. (2010). Cebirsel Düşünme Sürecinde Örüntüden Fonksiyona Öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.
- Kalkan, D. B. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Kaptan, F. (1999). Fen Bilgisi Öğretimi, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.
- Kaput, J. J. & Blanton, M. (2001). *Student achievement in algebraic thinking: A comparison of 3rd graders performance on a 4th grade assessment*. In R. Speiser, C. Maher, & C. Walter (Eds.), *The Proceedings of the 23rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 99-107). Columbus, OH: ERIC.
- Karasar, N. (2000). Bilimsel Araştırma Yöntemi, 10. baskı Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Karataş F. Ö. Köse, S., Coştu, B. (2003). Öğrenci yanılgılarını ve anlama düzeylerini belirlemede kullanılan iki aşamalı testler. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(13), 54 – 69.
- Katz, V. J. (1997). Algebra and its teaching: an historical survey. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(1), 25-38.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38-47.
- Kaya, R. (2015). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin sayıların ondalık gösterimi konusundaki kavram yanılgılarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.
- Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 657-675.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, (7)1,142-163.
- Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. In S. Wagner & Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 33-56). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In Grouws DA (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the transition from arithmetic to algebra. In Douglas T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 178-192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Koroğlu, H., Geçer, Z., Taşçı, Ö., ve Ay, H. G. (2004). *İlköğretim 7. sınıf denklemler konusunun farklı öğrenme etkinlikleri ile işlenmesi ve değerlendirilmesi*. 6. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş bildiri, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Kösa, T. (2004). *8. Sınıf öğrencilerinin sözel problemlerin çözümünde denklemlerden yararlanabilme becerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Küchemann, D. (1981). Algebra. In K. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics*. Murray: London.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with Numbers and Arithmetic with Letters: A Definition of Pre-Algebra, *Journal of Mathematical Behaviour*, 14 (1), 113-120.
- Linchevski, L. & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30(1), 39-65.
- Linchevski, L. & Livneh, D. (1999). Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts, *Educational Studies in Mathematics* 40(2), 173-196.
- MacGregor, M. & Stacey, K. (1994). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 217-232.
- Macgregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.
- MEB. (2012). *Öğretmen kılavuz kitabı matematik 8*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- MEB. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5-6-7-8. sınıflar) öğretim programı*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.
- MEB. (2016). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı PISA 2015 ulusal raporu*. Ankara: Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü.



- Moses, B. (1995). Algebra the new civil right. In C. Lacampagne, W. Blair, & J. Kaput (Eds.), *The algebra colloquium* (Vol. 2, pp. 53-67). Washington.
- Nasibov, F.H. ve Kaçar, A. (2008). Analize Giriş. Palme Yayınları, 311, Ankara.
- NCTM (2000). *Principals and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: national council of teachers of mathematics pub.
- NCTM (2008). *Algebra: What, when, and for whom a position of the National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Noss, R. ve Baki, A. (1996). Liberating school mathematics from procedural view. *Journal of Education Hacettepe University*, 179-182.
- Okur, M., ve Gürel, Z. Ç. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 922-952
- Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Özcan, V. (2004). *İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve çözüm önerileri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, İzmir.
- Özçelik, D. A. (1997). Test hazırlama kılavuzu (3. Baskı). ÖSYM Eğitim Yayınları 8, 117.
- Palabıyık, U., ve İspir, O. A. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 111-123.
- Perso, T.(1992). Using diagnostic teaching to overcome misconceptions in algebra. The Mathematical Association of Western Australia (INC), Subiaco W.A.
- Peterson, R.F. & Treagust, D.F. (1989). Grade-12 students' misconceptions of covalent bonding and structure. *Journal of Chemical Education* 66, 459-460.
- Philipp, R. & Schappelle, B. (1999). Algebra as generalized arithmetic: starting with the known for a change. *The Mathematics Teacher*. April 92 (4), 310-316.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables, *The Mathematics Teacher*, 85 (7), 557-561.
- Real, F. L. (1996). Secondary pupils' translations of algebraic relations into everyday language: a hong kong study, *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 20)* (20th, Valencia, Spain, July 8-12, 1996), Volume 3.

- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics, 4-15: Learning from errors and misconceptions*. Buckingham, UK: Open University Press.
- Sarı, S. (2012). 7. Sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklediği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Schliemann A. D., Carraher D. W., & Brizuela B. M. (2007). *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Skemp, R. R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin Boks. Middlesex. England.
- Slavit, D. (1999). The role of operation sense in transition from arithmetic to algebraic thought; *Educational Studies in Mathematics*, 37, 251-274.
- Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 237 -248.
- Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: Working towards successful SATS*. New York, USA: David Fulton Publishers.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 110–113.
- Steinberg, R. M., Sleeman, D., & Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalent equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 112-121.
- Swadener, M. ve Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: an indonesian perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 193-208.
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. Sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.
- Şimşek, A. (2006). *İçerik Türlerine Dayalı Öğretim: Kavramların Öğretimi*. Nobel Yayın Dağıtım.
- Tavşancıl, E. ve Aslan, E. (2001). *Sözel, Yazılı ve Diğer Materyaller için İçerik Analizi ve Uygulama Örnekleri*. Epsilon Yayınevi, İstanbul
- Türk Dil Kurumu [TDK], (2017). *Türk dil kurumu*. Erişim tarihi: 20.04.2017, <http://tdk.gov.tr/> .

- Tirosh, D., Even, R. & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions: teacher awareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 51-64.
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In A. Coxford (Ed.), *The Ideas of Algebra*, K-12 (pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Uyangör, M. S. ve Övez, D.T.F. (2012). İlköğretim altıncı sınıf matematik dersi öğretim programı cebir öğrenme alanı kazanımlarına ulaşılma düzeyi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, (6), 1, 1-22.
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.
- Vance, J.H. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.
- Viennot, L. (1979). Spontaneous reasoning in elementary dynamics. *European Journal Science Education*, 1, 205-221.
- Vural, M. (2005). *İlköğretim Ders Programları Ve Öğretim Klavuzları 1-5. Sınıflar*, Yakutiye Yayıncılık, 164-169.
- Wagner, S., (1983). What are these things called variables? *Mathematics Teacher* 76 (Oct.): 474-479.
- Weinberg, A. D., Stephens, A. C., McNeil, N. M., Krill, D. E., Knuth, E. J., & Alibali, M. W., (2004). Students' initial and developing conceptions of variable, *Paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association*, San Diego, CA.
- Yakar, A. E. ve Yılmaz, S. (2017). 7. sınıf öğrencilerinin cebire yönelik gerçek yaşam durumlarını matematiksel ifadelere dönüştürme sürecindeki matematiksel dil becerileri. *İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi* (18), 1, 292-310.
- Yaman, H., Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.
- Yazıcı, E. (2004). *Öğrenme stilleri ile ilköğretimde beşinci sınıf matematik dersindeki başarı arasındaki ilişki*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.

- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Yıldırım, A., Simsek, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Seckin Yayınları, 5. Baskı, Ankara.
- Yıldırım, C. (1999). Matematiksel Düşünme, Remzi Kitabevi, İstanbul.
- Yıldız, P., Çiftçi, Ş., Akar, Ş. ve Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Araştırmaları Dergisi*, (1), 1.
- Yılmaz, S. (2007). *İlköğretim II. kademe öğrencilerinin problem çözmedeki kavram yanlışları*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Yücel, C., Karadağ, E. ve Turan, S. (2013). *TIMSS 2011 ulusal ön değerlendirme raporu*. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitimde Politika Analizi Raporlar Serisi I, Eskişehir.
- Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram yanlışsı nedir? M. F. Özmentar, E. Bingölbali, ve H. Akkoç (Eds.) içinde, *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*. 1-8 Ankara: PegemA Yayıncılık.

## EKLER

### EK-1: Araştırma İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 06/06/2018-11224



T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407-605.01-E.10695142

01.06.2018

Konu: Araştırma İzni (Kayhan DEMİRÖREN)

UŞAK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: a) Valilik Makamı'nın 31/05/2018 tarihli ve 605.01-E.10678509 sayılı Olurları.  
b) 28/05/2018 tarihli ve 3142 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Kayhan DEMİRÖREN'in "Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgılarının İncelenmesi" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere 2017-2018 Öğretim Yılı içinde Müdürlüğümüze bağlı ilgi (b) yazınızda isimleri belirtilen okullarda öğrenim gören öğrencilere araştırma çalışması yapabilmesine dair ilgi (b) talebi;

Müdürlüğümüz AR-GE Birimi tarafından "Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü" 22/08/2017 tarihli ve 35558626-10.06.01-E.12607291 sayılı yazısı ile yayımlanan 2017/25 No'lu Genelge doğrultusunda incelemiş olup ilgi (a) "Valilik Oluru" ve onaylanmış veri toplama aracı ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Metin YALÇIN  
İl Millî Eğitim Müdürü

EKLER:

- Valilik Onayı ( 1 sayfa )
- Onaylanmış Veri Toplama Aracı (... sayfa)

**Not: 1- Anket çalışmalarında Müdürlüğümüz tarafından onaylanmış (mühürlü) veri toplama araçlarının çoğaltılarak kullanılması zorunludur.**

**2- Çalışmalar tamamlandıktan sonra sonuçlarının birer örneğinin İl Millî Eğitim Müdürlüğüne teslim edilmesi zorunludur.**

Bu evrakın 5070 Sayılı Kanun Gereğince  
E-İMZA ile imzalandığı tasdik olunur.  
01.06/2018  
Mustafa ORAL  
Memur

Ayrıntılı bilgi için: Mustafa ORAL (Memur)  
Karaman İş Merkezi / AFYONKARAHİSAR  
e-posta: avbir03@meb.gov.tr / afyonstrateji@gmail.com

İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ Ar-Ge  
Elektronik Ağ: afyon.meb.gov.tr  
Tel: (0 272) 2137604 / 207 Faks (0 272) 2137605



T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407605.01-E.10678509  
Konu: Araştırma İzni (Kayhan DEMİRÖREN)

31/05/2018

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2017/25 sayılı Genelgesi.  
b) Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünün 28/05/2018 tarihli ve 3142 sayılı yazısı.

Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Kayhan DEMİRÖREN'in "Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Bilgi Düzeyleri ve Kavram Yanılgularının İncelenmesi" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere 2017-2018 Öğretim Yılı içinde Müdürlüğümüze bağlı ilgi (b) yazıda isimleri belirtilen okullarda öğrenim gören öğrencilere, ilgi (a) Genelgenin hükümleri doğrultusunda anket çalışması yapmaları, çalışmalarını tamandıktan sonra sonuçlarının birer örneğinin İl Millî Eğitim Müdürlüğüne teslim edilmesi şartıyla, Müdürlüğümüz AR-GE Birimi teklifi doğrultusunda araştırma yapmaları Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

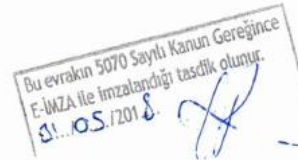
Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Metin YALÇIN  
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR  
31/05/2018

Erhan GÜNAY  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

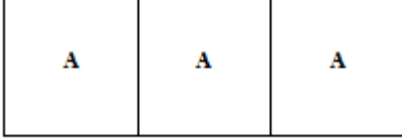
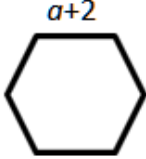
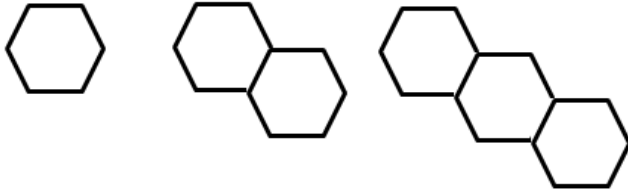
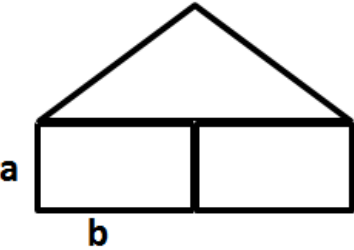
Ek:  
- İlgi Yazı ve Ekleri (20 Sayfa)



Ayrıntılı bilgi için: Mustafa ORAL (Memur)  
Karaman İş Merkezi/AFYONKARAHİSAR  
e-posta: avbir03@meh.gov.tr / afyonstrateji@gmail.com

İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ Ar-Ge  
Elektronik Ağ: afyon.meb.gov.tr  
Tel: (0 272) 2137604 / 207 Faks (0 272) 2137605

## EK-2: Cebir Testi

SORULAR	SONUÇLARI NASIL BULDUĞUNUZU BU BÖLÜME YAZARAK İŞARETLEYİNİZ
<p>1) Aşağıdaki her bir karenin alanı A birim kare olmak üzere şeklin alanının cebirsel gösterimi nasıldır?</p>  <p>a) <math>A^3</math>   b) <math>3A</math>   c) <math>3A^2</math>   d) <math>A + 3</math></p>	
<p>2) Bir kenarı <math>a + 2</math> cm olan aşağıdaki altıgenin çevresini hesaplayınız.</p> 	
<p>3) Aşağıda ilk üç adımı verilen örüntü için; a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz. b) 20. adımdaki kenar sayısını hesaplayınız.</p>  <p>1. adım                      2. adım                      3. adım</p>	
<p>4) İki eş dikdörtgen ve bir eşkenar üçgenden oluşan aşağıdaki şekilde; dikdörtgenin kısa kenarı 'a' ve uzun kenarı 'b' olduğuna göre şeklin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.</p> 	


<p>5) <b>3, 7, 11, 15, 19...</b> şeklinde ilerleyen bir dizinin</p> <p>a) Kuralını cebirsel olarak ifade ediniz.</p> <p>b) 20. Terimini bulunuz.</p>	
<p>6) '<b>3.n</b>' ve '<b>n + 3</b>' ifadelerin büyüklüğü hakkında ne söylenebilir?</p> <p>a) '<b>3.n</b>' büyüktür</p> <p>b) İkisi birbirine eşittir</p> <p>c) '<b>n + 3</b>' büyüktür</p> <p>d) "<b>n</b>" ye bağlı olarak değişir.</p>	
<p>7) <b><math>6x + 2y + x = ?</math></b> İşleminin en basit haliyle cebirsel olarak ifade edilmiş hali aşağıdakilerden hangisidir?</p> <p>a) <b><math>7x + 2y</math></b>                      c) <b><math>8xy</math></b></p> <p>b) <b><math>8x 2y</math></b>                         d) <b><math>6x^2 + 2y</math></b></p>	
<p>8) <b><math>3x \cdot (-1 + y) + 2y \cdot (x - 1)</math></b> cebirsel ifadesinin farklı bir gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?</p> <p>a) <b><math>5xy - 3x + 2y</math></b>      c) <b><math>5xy + 3x - 2y</math></b></p> <p>b) <b><math>5xy - 3x - 2y</math></b>      d) <b><math>5xy + 3x + 2y</math></b></p>	
<p>9) Alanı <b><math>9x^2</math></b> olan bir karenin çevresini cebirsel olarak ifade ediniz.</p>	



<p>10) <math>\text{☺} = 2x + 5</math> ve <math>\text{♥} = 5 - x</math> olmak üzere,  <math>3\text{☺} + 2\text{♥}</math> toplamını cebirsel olarak ifade ediniz.</p>	
<p>11) Ceren kırtasiyeden tanesi 3 TL olan kalemlerden ve tanesi 2 TL olan defterlerden alıyor. Ceren kasaya 15 TL ödediğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?  <i>k</i>: aldığı kalemlerin sayısını;  <i>d</i>: aldığı defterlerin sayısını göstermektedir.  a) <math>3d + 2k = 15</math> TL  b) <math>k + d = 15</math> TL  c) <math>3k + 2d = 15</math> TL  d) <math>6k + d = 15</math> TL</p>	
<p>12) 'Kardeşimin yaşının 3 katının 5 fazlası 20 dir.' ifadesinin cebirsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?  (<i>a</i>: Kardeşimin yaşı)  a) <math>3a + 5 = 20</math>                      b) <math>3a - 5 = 20</math>  c) <math>3.(a + 5) = 20</math>                      d) <math>3.(a - 5) = 20</math></p>	
<p>13) 'Bir okuldaki futbol topları, basketbol toplarının 2 katından 5 eksiktir.' Cümlesini ifade eden cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisi olabilir? (<i>f</i>: futbol topu, <i>b</i>: basketbol topu)  a) <math>2f - 5 = b</math>                      c) <math>2b + 5 = f</math>  b) <math>f = 2b - 5</math>                      d) <math>f - 2b = 5</math></p>	

<p>14) "Bir bilgisayarın şifresinin yarısının üç katının dört eksiği 98 dir." Bilgisayarın şifresi için yazılabilecek denklem hangisidir? (<math>x</math>: bilgisayarın şifresi)</p> <p>a) <math>\frac{3}{2}x + 4 = 98</math>                      c) <math>\frac{2}{3}x + 4 = 98</math>  b) <math>\frac{3}{2}x - 4 = 98</math>                      d) Hiçbiri</p>	
<p>15) 8 / A sınıfındaki kızların sayısı, erkeklerin sayısından 6 fazladır. Buna göre sınıftaki <u>toplam öğrenci sayısını</u> ifade eden cebirsel ifadeyi yazalım.</p>	
<p>16) <math>4.(x - 7)</math> cebirsel ifadesine ait cümle hangisi <u>olamaz?</u></p> <p>a) Bir sınıftaki öğrencilerin 7 eksiğinin 4 katı.  b) 7 TL zararla satılan bir üründen 4 tane satılmasıyla elde edilen para.  c) 7 yumurta kırıldıktan sonra, kalanların 4 katı.  d) Okula gelirken attığım adım sayısının 4 katının 7 eksiği.</p>	
<p>17) Aşağıdaki cebirsel ifadelerin karşısına uygun sözel ifadeler yazınız.</p> <p>a) <math>\frac{x}{3} - 10 = 15</math> .....</p> <p>b) <math>2x + 7 = 21</math> .....</p>	
<p>18) Ebru pazardan tanesi 2 TL olan limonlardan ve tanesi 3 TL olan karpuzlardan alıyor.  a: aldığı limonların sayısı  b: aldığı karpuzların sayısı ise,  <math>2a + 3b</math> ne anlama gelir?</p>	

<p>19) '24 - a' ifadesi hangisiyle ifade edilebilir?  a) Bir günden geriye kalan zaman.  b) 24 yıl önce babamın yaşı.  c) Cebimdeki paranın 24 TL fazlası.  d) Bir sayının 24 eksigi.</p>	
<p>20) <math>3c + 7c = ?</math> İşleminin sonucu nedir?  a) 10 <i>ceviz</i>                      c) 10c  b) <math>3c + 7c</math>                      d) 100</p>	
<p>21) <math>a + b + c = ?</math> İfadesinin sonucu için ne söyleyebiliriz?  a) Üç sayı sırayla toplanmış  b) Neye eşit olduğunu söylenemez.  c) 6  d) 3</p>	
<p>22) <math>6xy</math> ifadesine 5 eklersem ne olur?  a) <math>11xy</math>                      c) <math>30xy</math>  b) <math>6xy + 5</math>                      d) Hiçbiri</p>	
<p>23) Aşağıdaki cebirsel ifadeleri en sade haliyle yazınız.  a) <math>2 \cdot (3a + 7b) - 3 \cdot (4b - 4a) =</math>  b) <math>3y + (2y - 6x) \cdot \frac{1}{2} =</math></p>	

<p>24) Aşağıdaki denklemlerde istenen değerleri hesaplayınız. (Çözümler için sağdaki boşluğu kullanalım.)</p> <p>a) <math>-11 = 24 - 5x</math> ise <math>x = ?</math></p> <p>b) <math>3.(m - 8) = m + 30</math> ise <math>m = ?</math></p> <p>c) <math>\frac{x+4}{3} + 2 = 6</math> denklemine göre <math>x = ?</math></p> <p>d) <math>a - 7 + 2b = b + 9</math> eşitliğine göre '<math>a + b</math>' nedir?</p>	
<p>25) Aşağıda verilen tahterevallinin sol tarafında 6 özdeş top ve 2 adet 1 kg'lık ağırlık; sağ tarafında ise soldaki toplarla özdeş 4 adet top ile 4 tane 1 kg'lık ağırlık vardır. Tahterevalli dengede olduğuna göre bir topun ağırlığını denklem kurarak ve bu denklemi çözerek hesaplayınız.</p> 	
<p>26) <math>x</math> ve <math>y</math> herhangi bir tam sayı olmak üzere,  <math>2x \cdot y = 240</math> ise <math>x = 4</math> için <math>y = ?</math></p>	
<p>27) <math>a + c = 4</math> ise <math>2.(a + b + c) = ?</math></p> <p>a) <math>4 + b</math>                                      c) <math>4 + 2b</math>  b) <math>4 + c</math>                                      d) <math>8 + 2b</math></p>	

28) Aşağıda bir kefesinde 4 bilye, diğer kefesinde 1 birim kütle olan eşit kollu terazi dengededir. Buna göre:  
a) 1 Birim Kütle 8kg ise 1 bilyenin ağırlığı ne kadardır?  
b) 1Bilyenin ağırlığınının 3 kg olması durumunda 1 Birim kütlelerin ağırlığı ne kadardır?



29) ▲ ve ■ farklı iki doğal sayı olmak üzere,  
■ = 4 ve  $3▲ + 5 = 29$  ise  $5▲ + 2■ - 3 = ?$  işleminin sonucunu bulunuz.

30) ♣ = -2 ve ● = 3 olmak üzere,  
 $4.(2♣ + ●) / (♣ + 3) = ?$   
a) 4  
b) 28 / 5  
c) -4  
d) -28/ 5

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : DEMİRÖREN, Kayhan

Uyruğu : T.C.

Doğum tarihi ve yeri : 08.02.1988

e-mail : kayhan-d@hotmail.com

### Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Lisans	Osmangazi Üniversitesi/İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2010
Lise	Afyon Anadolu Öğretmen Lisesi	2006

### İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2011 - 2013	Yıldızeli Kadıköy Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2013 - 2015	Sivas Kızılca Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2015 - 2017	İscehisar Seydiler Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2017- ....	Şemsettin Karahisari Ortaokulu	Matematik Öğretmeni

### Yabancı Dil

İngilizce

### Yayınlar

Birgin, O. & Demirören, K. (2017) Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki performanslarının incelenmesi, 14-16 Eylül 2017, *I. Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi-ERTE Congress*, Uşak Üniversitesi, Uşak.