

**T.C.  
UŞAK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİ  
DÜZEYLERİ VE YAPTIKLARI HATALAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Selma DEMİRÖREN**

**HAZİRAN 2019**

**UŞAK**

**T.C.  
UŞAK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİ  
DÜZEYLERİ VE YAPTIKLARI HATALAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Selma DEMİRÖREN**

**UŞAK 2019**

Selma DEMİRÖREN tarafından hazırlanan “Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar ile İlgili Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalar” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Adem DURU .....  
(Tez Danışmanı, İlköğretim Matematik Eğitimi)

Bu araştırma, jürimiz tarafından oy birliği ile İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Adem DURU .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Prof. Dr. M. Emin ÖZDEMİR .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uludağ Üniversitesi)

Doç. Dr. Metin ÜNAL .....  
(İlköğretim Matematik Eğitimi, Uşak Üniversitesi)

Tarih : 26 /06 /2019

Bu tez ile Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesi onaylanmıştır.

Doç. Dr. Murat Kemal KARACAN .....  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Selma DEMİRÖREN



# ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN TAM SAYILAR İLE İLGİLİ BİLGİ DÜZEYLERİ VE YAPTIKLARI HATALAR

(Yüksek Lisans Tezi)

Selma DEMİRÖREN

UŞAK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Haziran 2019

## ÖZET

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerini belirlemek ve öğrencilerin tam sayılarda işlem yaparken yaptığı hataları incelemektir. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımlarından özel durum yöntemi (case study) kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini, Afyonkarahisar il merkezinde öğrenim gören 72 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen 11 açık uçlu sorudan oluşan “**Tam Sayılar Başarı ve Teşhis Testi**” ve uygulama sonrasında yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar yoluyla toplanmıştır. Öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizinde ve yapılan hataların belirlenmesinde betimsel ve içerik analiz tekniği kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin tam sayıların sözel karşılığını yazmada, sözel ifadeyi uygun tam sayı ile ifade etmede, tam sayıları sayı doğrusunda göstermede, pozitif tam sayıları toplamada, pozitif ve negatif tam sayıları kendi arasında sıralamada hatalarının daha az olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin mutlak değer içerisindeki tam sayıların değerini belirtmede, negatif tam sayılar ve zıt işaretli ifadelerde toplamada, çıkarmada ve sıralamada çok hata yaptıkları, dört işlemi yaparken sayıların işaretlerine dikkat etmeden işlem yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin sayıların tekrarlı çarpımında sayıların işaretine dikkat etmedikleri ve taban ile üssü çarparak açılımları oldukça hatalı cevaplar verdikleri belirlenmiştir. Birden fazla

işlemin bir arada yer aldığı sorularda işlem önceliğine dikkat etmedikleri ve hata yaptıkları tespit edilmiştir.

**Bilim Kodu** :

**Anahtar Kelimeler** : Ortaokul, 8.Sınıf, Tam sayılar, Bilgi düzeyleri, Hata.

**Sayfa Adedi** : 195

**Tez Yöneticisi** : Prof. Dr. Adem DURU



**KNOWLEDGE LEVEL OF THE 8TH GRADE SECONDARY SCHOOL  
STUDENTS ON INTEGERS AND THE MISTAKES THEY MAKE**

**(M. Sc. Thesis)**

**Selma DEMİRÖREN**

**UNIVERSITY OF UŞAK**

**GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**

**(June 2019)**

**ABSTRACT**

The aim of this study is to determine the knowledge level of the students on integers and to examine the mistakes that students make when doing calculations with integers. In the study, the case study methodology was used among qualitative research approaches. The sample of the study consisted of 72 students 8th grade students from the secondary schools in Afyonkarahisar province. The data is collected by using “**Integers Success and Diagnosis Test**” whose validity and reliability are tested, and which was developed by the researcher and consisted 11 open ended questions and by conducting semi-structured interviews after the application. Descriptive analysis and content analysis techniques were used in analyzing the responses of the students. At the end of the research, it has been seen that the knowledge levels of students are good in writing the verbal equivalent of whole numbers, in showing the given verbal expression with appropriate whole number and whole numbers on number line, addition with positive integers, ranging positive and negative integers among each other. It has been detected that students have difficulty in extracting an expression given in absolute value to out of absolute value, addition with negative integers and integers with opposite signs, ranging positive and negative integers with opposite signs. It is observed that the students performed subtraction and addition with integers randomly, without paying attention to the signs of numbers. It has also been

found out that students make distribution of exponentials by multiplying base and exponent in repeated multiplication of numbers and by not paying attention whether the power affects the sign of the number base. It has been found that students make operation without paying attention to the order of operations in questions where there are more than one operation, also identified that been made mistakes.

**Science Code** :

**Key Words** : Secondary School, 8<sup>th</sup> Grade Student, Integers, Knowledge Level, Mistake.

**Page number** : 195

**Adviser** : Prof. Dr. Adem DURU



## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek araştırma süresince değerli görüşleri ve önerileriyle bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile rehberlik eden danışman hocam Prof. Dr. Adem DURU' ya teşekkürlerimi sunarım. Araştırmamın başından sonuna kadar maddi ve manevi imkânlar sunan Yüksel Varlı Ortaokulu idari kadrosuna, öğretmenlerine, araştırmama ilgi ile dâhil olan öğrencilerime teşekkürlerimi sunarım. Hayatım boyunca bana güvenen, maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen, emeklerini hiçbir şekilde ödeyemeyeceğim canım aileme ve beni bu çalışmamda hiç yalnız bırakmayan ve her daim yardımcım olan canım eşim Kayhan DEMİRÖREN'e teşekkürü borç bilirim.



## İÇİNDEKİLER TABLOSU

Sayfa	
ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR .....	v
İÇİNDEKİLER TABLOSU .....	vi
TABLolar LİSTESİ .....	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xii
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Gereğiçesi .....	5
1.3. Araştırmanın Amacı.....	9
1.4. Araştırmanın Problemi.....	9
1.5. Araştırmanın Önemi .....	10
1.6. Araştırmanın Sınırlamaları .....	12
1.7. Araştırmanın Varsayımları .....	12
1.8. Kuramsal Çerçeve.....	13
1.8.1. Kavram .....	13
1.8.2. Kavram Öğretimi .....	15
1.8.3. Kavram Yanılgısı.....	18
1.8.4. Kavram Yanılgı Türleri .....	21
1.8.5. Kavram Yanılgılarının Nedenleri .....	23
1.8.6. Kavram Yanılgılarının Tespiti ve Giderilmesi .....	25
1.9. Tam Sayılar.....	27
1.10. Matematik Öğretim Programı Tam Sayıların Matematik Dersi Öğretim Programındaki Yeri .....	28
2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	30
3. YÖNTEM.....	47
3.1. Araştırmanın Modeli.....	47

3.2. Çalışma Grubu .....	47
3.3. Veri Toplama Aracı .....	48
3.4. Verilerin Toplanması .....	52
3.5. Verilerin Analizi .....	53
4.BULGULAR .....	54
4.1. Öğrencilerin Tam Sayıları Anlamlandırmadaki Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalara İlişkin Bulgular .....	54
4.2. Öğrencilerin Tam sayılarda Temel İşlemlerdeki Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalara İlişkin Bulgular .....	89
5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER.....	163
5.1. Sonuçlar ve Tartışma .....	163
5.2. Öneriler .....	173
6. KAYNAKÇA .....	179
EK-1: “Tam Sayılar ile İlgili Öğrencilerin Bilgi Düzeylerini Belirlemeye ve Yaptıkları Hataları Tespit Etmeye Yönelik Başarı ve Teşhis Testi” .....	189
EK-2: Araştırma İzin Belgesi .....	193
ÖZGEÇMİŞ.....	195

## TABLULAR LİSTESİ

<b>Tablo</b>	<b>Sayfa</b>
Tablo 3.1. 6. ve 7. sınıf “Tam Sayılar” alt öğrenme alanı kazanımları ile ders saati dağılımları.....	48
Tablo 3.2. Uygulamada kullanılan soruların konulara göre dağılımı.....	50
Tablo 3.3. Tam sayılar ile ilgili yaptıkları hataları teşhis testi için yapılan madde analizi sonuçları.....	51
Tablo 4.1. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1a).....	54
Tablo 4.2. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1b) .....	56
Tablo 4.3. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1c).....	57
Tablo 4.4. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1d) .....	58
Tablo 4.5. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1e).....	60
Tablo 4.6. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2a).....	62
Tablo 4.7. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2b).....	63
Tablo 4.8. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2c).....	64
Tablo 4.9. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2d).....	65
Tablo 4.10. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2e).....	66
Tablo 4.11. Öğrencilerin tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmelerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar .....	68
Tablo 4.12. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4a) .....	70
Tablo 4.13. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4b).....	72
Tablo 4.14. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4c) .....	74
Tablo 4.15. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4d).....	76
Tablo 4.16. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4e) .....	78

Tablo 4.17. Öğrencilerin pozitif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5a).....	81
Tablo 4.18. Öğrencilerin negatif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (5b) .....	82
Tablo 4.19. Öğrencilerin negatif ve pozitif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5c).....	84
Tablo 4.20. Öğrencilerin negatif, pozitif ve mutlak değer içerisinde verilen tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5d).....	86
Tablo 4.21. Öğrencilerin pozitif tam sayılarda toplama işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6a).....	90
Tablo 4.22. Öğrencilerin iki negatif tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6b).....	91
Tablo 4.23. Öğrencilerin iki negatif tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6c).....	92
Tablo 4.24. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6d) .....	93
Tablo 4.25. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6e).....	95
Tablo 4.26. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6f) .....	96
Tablo 4.27. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6g) .....	97
Tablo 4. 28. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6h) .....	99
Tablo 4.29. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7a).....	100
Tablo 4.30. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7b) .....	102
Tablo 4.31. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7c).....	103
Tablo 4.32. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7d) .....	104
Tablo 4.33. Öğrencilerin pozitif ve negatif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7e).....	106
Tablo 4.34. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7f) .....	107

Tablo 4.35. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7g).....	109
Tablo 4.36. Öğrencilerin sıfır ile pozitif bir tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7h).....	110
Tablo 4.37. Öğrencilerin sıfır ile negatif bir tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7ı).....	111
Tablo 4.38. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8a).....	113
Tablo 4.39. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8b) .....	114
Tablo 4.40. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8c).....	115
Tablo 4.41. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8d).....	115
Tablo 4.42. Öğrencilerin iki negatif ve bir pozitif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8e).....	116
Tablo 4.43. Öğrencilerin iki pozitif ve bir negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8f) .....	117
Tablo 4.44. Öğrencilerin üç negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8g) .....	118
Tablo 4.45. Öğrencilerin negatif bir tam sayı ve sıfır (0) arasındaki çarpma işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8h).....	118
Tablo 4.46. Öğrencilerin pozitif tam sayı ve sıfır (0) arasındaki çarpma işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8ı).....	119
Tablo 4.47. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9a).....	121
Tablo 4.48. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9b) .....	121
Tablo 4.49. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9c).....	122
Tablo 4. 50. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9d).....	123
Tablo 4.51. Öğrencilerin negatif ile pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9e).....	124
Tablo 4.52. Öğrencilerin negatif tam sayı ile pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9f) .....	124

Tablo 4.53. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile -1 arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9g) .....	125
Tablo 4.54. Öğrencilerin negatif tam sayı ile -1 arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9h) .....	126
Tablo 4.55. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10a).....	127
Tablo 4.56. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10b).....	128
Tablo 4.57. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10c).....	130
Tablo 4.58. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10d).....	132
Tablo 4.59. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10e).....	134
Tablo 4.60. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10f) .....	137
Tablo 4.61. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10g).....	140
Tablo 4.62. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10h).....	143
Tablo 4.63. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11a).....	146
Tablo 4.64. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11b) .....	148
Tablo 4.65. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11c).....	150
Tablo 4.66. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11d) .....	153
Tablo 4.67. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11e).....	155
Tablo 4.68. Öğrencilerin ile işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11f).....	158

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	55
Şekil 1.2. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	55
Şekil 1.3. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	56
Şekil 1.4. Soru 1.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	56
Şekil 1.5. Soru 1.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	57
Şekil 1.6. Soru 1.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	58
Şekil 1.7. Soru 1.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	58
Şekil 1.8. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	59
Şekil 1.9. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	59
Şekil 1.10. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	60
Şekil 1.11. Soru 1.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	60
Şekil 1.12. Soru 1.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	61
Şekil 2.1. Soru 2.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	62
Şekil 2.2. Soru 2.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	63
Şekil 2.3. Soru 2.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	63
Şekil 2.4. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevabı.....	63
Şekil 2.5. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevabı.....	64
Şekil 2.6. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevapları.....	64
Şekil 2.7. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevabı.....	65
Şekil 2.8. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevapları.....	65
Şekil 2.9. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevapları.....	65
Şekil 2.10. Soru 2. d'ye verilen öğrenci cevapları.....	66
Şekil 2.11. Soru 2. d'ye verilen öğrenci cevabı.....	66
Şekil 2.12. Soru 2. d'ye verilen öğrenci cevapları.....	66
Şekil 2.13. Soru 2. e'ye verilen öğrenci cevapları.....	67
Şekil 2.14. Soru 2. e'ye verilen öğrenci cevapları.....	67
Şekil 3.1. Soru 3'e verilen öğrenci cevapları.....	69



Şekil 3.2. Soru 3'e verilen öğrenci cevabı.....	69
Şekil 3.3. Soru 3'e verilen öğrenci cevapları.....	69
Şekil 4.1. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	71
Şekil 4.2. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	71
Şekil 4.3. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	72
Şekil 4.4. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	72
Şekil 4.5. Soru 4.b'ye verilen öğrenci cevapları.....	73
Şekil 4.6. Soru 4.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	74
Şekil 4.7. Soru 4.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	74
Şekil 4.8. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	75
Şekil 4.9. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	75
Şekil 4.10. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	75
Şekil 4.11. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	76
Şekil 4.12. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	77
Şekil 4.13. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	77
Şekil 4.14. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	78
Şekil 4.15. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	79
Şekil 4.16. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	79
Şekil 4.17. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	80
Şekil 4.18. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	80
Şekil 5.1. Soru 5.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	81
Şekil 5.2. Soru 5.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	81
Şekil 5.3. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	82
Şekil 5.4. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevapları.....	83
Şekil 5.5. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	83
Şekil 5.6. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	84
Şekil 5.7. Soru 5.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	84
Şekil 5.8. Soru 5.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	85
Şekil 5.9. Soru 5.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	85

Şekil 5.10. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	86
Şekil 5.11. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	87
Şekil 5.12. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	87
Şekil 5.13. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	87
Şekil 5.14. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	88
Şekil 5.15. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	88
Şekil 5.16. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	88
Şekil 5.17. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	89
Şekil 5.18. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	89
Şekil 6.1. Soru 6.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	91
Şekil 6.2. Soru 6.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	91
Şekil 6.3. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	92
Şekil 6.4. Soru 6.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	92
Şekil 6.5. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	93
Şekil 6.6. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	93
Şekil 6.7. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	93
Şekil 6.8. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	94
Şekil 6.9. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	94
Şekil 6.10. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	95
Şekil 6.11. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	95
Şekil 6.12. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	96
Şekil 6.13. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	96
Şekil 6.14. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	97
Şekil 6.15. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	97
Şekil 6.16. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	97
Şekil 6.17. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	98
Şekil 6.18. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	98
Şekil 6.19. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	98
Şekil 6.20. Soru 6.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	99

Şekil 6.21. Soru 6.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	99
Şekil 7.1. Soru 7.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	101
Şekil 7.2. Soru 7.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	101
Şekil 7.3. Soru 7.b'ye verilen öğrenci cevabı .....	102
Şekil 7.4. Soru 7.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	103
Şekil 7.5. Soru 7.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	103
Şekil 7.6. Soru 7.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	104
Şekil 7.7. Soru 7.c'ye verilen öğrenci cevabı .....	104
Şekil 7.8. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	105
Şekil 7.9. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	105
Şekil 7.10. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	105
Şekil 7.11. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	106
Şekil 7.12. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	107
Şekil 7.13. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	107
Şekil 7.14. Soru 7.f'ye verilen öğrenci cevabı .....	108
Şekil 7.15. Soru 7.f'ye verilen öğrenci cevabı .....	108
Şekil 7.16. Soru 7.f'ye verilen öğrenci cevabı .....	108
Şekil 7.17. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	109
Şekil 7.18. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	110
Şekil 7.19. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	110
Şekil 7.20. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	111
Şekil 7.21. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	111
Şekil 7.22. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	111
Şekil 7.23. Soru 7.ı'ya verilen öğrenci cevabı.....	112
Şekil 7.24. Soru 7.ı'ya verilen öğrenci cevabı.....	112
Şekil 7.25. Soru 7.ı'ya verilen öğrenci cevabı.....	112
Şekil 8.1. Soru 8.a'ya verilen öğrenci cevabı .....	113
Şekil 8.2. Soru 8.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	114
Şekil 8.3. Soru 8.c'ye verilen öğrenci cevabı .....	115

Şekil 8.4. Soru 8.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	116
Şekil 8.5. Soru 8.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	116
Şekil 8.6. Soru 8.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	117
Şekil 8.7.Soru 8.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	118
Şekil 8.8. Soru 8.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	119
Şekil 8.9. Soru 8.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	119
Şekil 8.10. Soru 8.ı'ya verilen öğrenci cevabı.....	120
Şekil 8.11. Soru 8.ı'ya verilen öğrenci cevabı.....	120
Şekil 9.1. Soru 9.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	121
Şekil 9.2. Soru 9.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	121
Şekil 9.3.Soru 9.b'ye verilen öğrenci cevapları.....	122
Şekil 9.4. Soru 9.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	123
Şekil 9.5. Soru 9d'ye verilen öğrenci cevapları.....	124
Şekil 9.6. Soru 9.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	124
Şekil 9.7. Soru 9.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	125
Şekil 9.8. Soru 9.g'ye verilen öğrenci cevabı.....	125
Şekil 9.9. Soru 9.h'ye verilen öğrenci cevabı.....	126
Şekil 10.1. Soru 10.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	127
Şekil 10.2. Soru 10.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	128
Şekil 10.3. Soru 10.b'ye verilen öğrenci cevapları.....	129
Şekil 10.4. Soru 10.b'ye verilen öğrenci cevapları.....	129
Şekil 10.5. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	130
Şekil 10.6. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	131
Şekil 10.7. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	131
Şekil 10.8. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları.....	132
Şekil 10.9. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	133
Şekil 10.10. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	133
Şekil 10.11. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	134
Şekil 10.12. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları.....	134

Şekil 10.13. Soru 10.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	135
Şekil 10.14. Soru 10.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	135
Şekil 10. 15. Soru 10.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	136
Şekil 10.16. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	137
Şekil 10.17. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	138
Şekil 10.18. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	138
Şekil 10.19. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	139
Şekil 10.20. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	139
Şekil 10.21. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	140
Şekil 10. 22. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları.....	141
Şekil 10.23. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları.....	141
Şekil 10.24. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları.....	142
Şekil 10.25. Soru 10.h'ye verilen öğrenci cevapları.....	144
Şekil 10.26. Soru 10.h'ye verilen öğrenci cevapları.....	144
Şekil 10.27. Soru 10.h'ye verilen öğrenci cevapları.....	145
Şekil 11. 1. Soru 11.a'ya verilen öğrenci cevapları.....	147
Şekil 11.2. Soru 11.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	147
Şekil 11.3. Soru 11.a'ya verilen öğrenci cevabı.....	148
Şekil 11.4. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	148
Şekil 11.5. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	149
Şekil 11.6. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	149
Şekil 11.7.Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	150
Şekil 11.8. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı.....	150
Şekil 11.9. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	151
Şekil 11.10. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	151
Şekil 11.11. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	151
Şekil 11.12. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	152
Şekil 11.13. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	152
Şekil 11.14. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı.....	153

Şekil 11.15. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	153
Şekil 11.16. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	154
Şekil 11.17. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	154
Şekil 11.18. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı.....	154
Şekil 11.19. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	155
Şekil 11.20. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	156
Şekil 11.21. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	156
Şekil 11.22. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevapları.....	157
Şekil 11.23. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	157
Şekil 11.24. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı.....	158
Şekil 11.25. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	159
Şekil 11.26. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	159
Şekil 11.27. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	160
Şekil 11.28. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	160
Şekil 11.29. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevapları.....	161
Şekil 11.30. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	161
Şekil 11.31. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	162
Şekil 11.32. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı.....	162

## SİMGELER ve KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
<b>MEB</b>	Milli Eğitim Bakanlığı
<b>NCTM</b>	National Council of Teachers of Mathematics
<b>PISA</b>	Program for International Student Assessment
<b>TIMSS</b>	Trends in International Mathematics and Science Study
<b>OECD</b>	Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)
<b>TTKB</b>	Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı
<b>TEOG</b>	Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş
<b>SBS</b>	Seviye Belirleme Sınavı
<b>OKS</b>	Ortaöğretim Kurumlar Sınavı
<b>YKS</b>	Yüksek Öğretim Kurumları Sınavı
<b>LGS</b>	Liselere Geçiş Sınavı

# 1. GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, araştırmanın gerekçesi, araştırmanın problemi, araştırmanın önemi, araştırmanın sınırlılıkları, araştırmanın varsayımları ve kuramsal çerçeve üzerinde durulmuştur.

## 1.1. Problem Durumu

Son zamanlarda teknolojiyle birlikte bilim alanında farklılıklar gerçekleşmekte bunun sonucunda hayata bakış açımız, kültürümüz, ekonomimiz kısacası günlük yaşama dair her şey değişmektedir. Gerçekleşen değişim ile birlikte bu duruma adapte olan kişilerin kendilerini yetiştirmesi, karşılaştığı olaylara karşı etkili ve olası çözümler üretebilmesi bireyin etkili ve yeterli bir eğitim almasıyla sağlanabilir (Çetin, 2009). İşte bu noktada eğitimin ne kadar önemli olduğu ortaya çıkmaktadır.

20. yüzyılda ülkemizde uygulanan eğitimin amacı, bireye belli konularda bilgi aktarmak, ona birkaç beceri kazandırmak ve onu ileride yaşayacağı toplum koşullarına hazırlamak iken; bilgi çağı olarak adlandırılan 21. yüzyılda eğitimin amacı bu ilkelere ek olarak bireye ihtiyaç duyacağı bilgi ve beceriyi hangi koşullarda kazanabileceğini öğretmek, sürekli gelişen ve değişen hayat koşullarına uyum sağlayabilecek, karşılaştığı binbir çeşit probleme yeni çözümler üretebilecek bireyler yetiştirmektir (Koroğlu ve Yeşildere, 2004). Belirlenen amaçlar göz önüne alındığında bu durumun NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)'nin belirlediği standartlar ile örtüştüğü görülmektedir. NCTM (2000)'e göre okullar eğitimin kalbi olarak görülmüş, öğrenciler ezbercilikten uzaklaştırılmış, anlayarak öğrenmeleri beklenmiş ve düşünmeyi öğreten bir ortam sunması gerektiği ifade edilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin bulunduğu zengin öğrenme ortamları, etkileşim halindeki materyalleri ve öğretim teknolojileri ile etkili öğrenme gerçekleştiği düşünülmektedir (Körükçü, 2008). İşte bu noktada tüm durumlardan etkilendiği düşünülen ve günlük hayatta önemli bir rol alan matematiğe her yerde rastlanmakta ve değeri giderek artmaktadır.



İnsanoğlunun ihtiyaçlarını karşılama isteği sonucu geliştiği kabul edilen matematik; düşünebilen ve bu düşüncelerini farklı durumlara uygulayabilen, karşılaştığı sorunları irdeleyip çözüme ulaştıran bireyler için bir araç olarak kabul edilmiştir (Özdeş, 2013). Baki (2015)'ye göre “matematiğin varoluşu insanın evreni ve çevresini nicel özellikleriyle algılama yeteneği olup, bu yetenek; insana günlük ihtiyaçlarını karşılamada ve sorunlarını çözmeye tarih boyunca yardım etmiştir.” Tarihe göz atarsak; Mezopotamyalıların yerleşik hayata geçmeleri ve tarımla uğraşırken kalacak yer ve sulama kanallarını inşa etmede matematiği etkin bir şekilde kullandıkları, tarım için önem arz eden Nil vadisinde nehrin taşma zamanlarını hesaplamak için hazırlanan takvimde de matematikten faydalandığı, ilk çağlarda Mısır aritmetiğinde kullanılan ikili sistemin aslında bugün kullandığımız bilgisayarların temelini oluşturduğu, görülmekte olup bunlar matematiğin çok eskilere dayandığını ispatlamaktadır (Ertuğrul, 2009). Saka (2008)'de tüm dünyada kullanılan ve sıfırı da içeren onluk sayı sisteminin Hintliler tarafından kullanıldığını ve böylece matematiğin günümüzü aydınlattığını ifade etmiştir. Dolayısıyla matematik geçmişi çok eskilere dayanan ve günlük ihtiyaçları gidermek için doğan köklü bir bilim dalı olarak kabul edilebilir.

MEB (2006) matematiği; “Sayı, şekil, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimi olarak kabul edildiğini, ayrıca sembol ve şekiller üzerine kurulmuş uluslararası bir dil olduğunu ve bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunarak problem çözmeyi içerdiğini belirtmiştir.” şeklinde tanımlamıştır. Matematik, varlıkların sadece kendileriyle değil, diğer varlıklarla da arasındaki ilişkilerle ilgilenen düşünce biçimi olup, mantık üzerine kurulu bir sistem ve kendine ait dili olduğu kabul edilen, geçmiş ve gelecek arası bağlantıyı kuracağı düşünülen bir iletişim aracıdır (Kaya, 2015). Anadilini konuşan ve okuma yazma becerisine sahip bireylerin, azda olsa matematiği öğrenme becerisinin var olduğu kabul edilmektedir. Ancak matematik, çoğu öğrenci tarafından sadece yapılması gereken bir görev ve herkes tarafından öğrenilmesi zorunlu bir ders olarak görülmektedir (Bozkurt ve Polat, 2011). Matematiği bu şekilde algılamak yerine günlük hayatın bir parçası olarak kabul etmek matematiğe ve matematik öğretimine farklı bir bakış açısı kazandıracaktır. Çelik (2016) çalışmasında yaşam ile matematiğin iç içe olduğunu ve matematik bilmenin insana güç verdiğini ifade etmiştir. Bu durumda geçmişte olduğu gibi bugün ve yarında bireylerin matematik ile sıkı bir ilişki içinde olması kaçınılmazdır. Matematik öğrenciler tarafından genel olarak sınavlarda

aşılması gereken bir engel olarak düşünülse de daha çok farklı anlamların olduğu ve bunların anlatıldığı günlük hayat işlevidir. Bu durumun oluşması günlük hayat işlevlerinin doğru anlatılıp, anlaşılmasına bağlıdır (Avcu ve Yenilmez, 2009). Köroğlu ve Yeşildere (2004) ise çalışmasında ulaşılması zorunlu kılınan hedef ve davranışların öğrencilerin matematiksel bilgilerini günlük hayata aktarmalarında engel olduğunu belirtmiştir.

Matematik dersi ilköğretim birinci sınıftan itibaren tam anlamıyla öğrencilerin hayatına giren ancak çoğu öğrenci tarafından korkulan ve sevimsiz bir ders olarak görülmektedir (Yenilmez ve Yılmaz, 2008). Oysa matematik dersinin sevilmesi ve matematiğin doğasının anlaşılması öğrencilerin bu derste başarılı olmalarının en önemli yolu olabilir. Etkili bir matematik eğitiminin gerçekleşmesi için birey, matematiğin içinde bulunan güzellikleri fark etmeli ve bunları bulmak için merak duygusunu geliştirerek hareket etmelidir. Aksi takdirde matematik öğretiminin gerçekleşmesi pek de mümkün olmayabilir. Öğrencilere matematiğin hayatlarının önemli bir parçası olduğunu hissettirmeden matematiğin ne kadar keyifli olduğunu söylemek eksik ve yanlış bir ifade olacaktır. 2005 yılında bu duruma uygun olarak hazırlanan matematik öğretim programında “Her çocuk matematik öğrenebilir”, ilkesi benimsenmiş, bu doğrultuda öğretmenlerden derslerde matematiği günlük hayatla ilişkilendirmeleri ve öğrencilerden de matematiği günlük hayatta kullanmaları istenmiştir. 2009, 2013, 2017 ve 2018 yıllarında revize edilen ve değiştirilen matematik öğretim programlarında da bu ilkelere sadık kalınmıştır. Buna göre öğrenci sadece matematik öğrenmekle kalmayacak, öğrendiğini uygulayıp günlük hayatına transfer etmesini öğrenecektir. Doğan ve Yeniterzi (2011)’ye göre ise bu durum ne kadar uygulanmaya çalışılsa da matematiğin soyut ve anlaşılması zor bir ders olduğu düşüncesinin önüne geçilemediğini, bu durumda dersin anlaşılmasında güçlüklerin, ön yargı ve başarısızlıkların olduğunu belirtmişlerdir.

Öğrencilerin matematiği öğrenirken başarısızlık yaşamalarının nedenleri, doğası gereği çoğu soyut olan matematik kavramlarını düşünmede yetersiz olmaları, deneyimlerinin eksik olması, matematiğe ilişkin geliştirdikleri olumsuz tutum ve yanlış teorik bilgilere sahip olmaları şeklinde özetlenebilir (Başbüyük, Erdem, Gökkurt, Şahin, ve Soylu, 2015). Matematik ile ilgili bir konunun eksik veya yanlış öğrenilmesi sorunları ortaya çıkarmakta, bu sorunlar öğrencinin ilerleyen eğitim öğretim hayatına yansıyor, öğrencilerin eğitim süreleri boyunca derste zorluk çekmelerine ve hata yapmasına neden olabilmektedir.

Yenilmez ve Yılmaz (2008) bu durumun öğrencinin sonraki öğretim hayatında aksaklıklar oluşturduğunu ve bu aksaklıkların ortadan kaldırılmadığı sürece yanlış ve eksik öğrenmelerin kavram yanlışlığı haline dönüşerek öğrencilerin hata yapmasına neden olduğunu ifade etmişlerdir.

Bu durum dikkate alan araştırmacılar ve matematik eğitimcileri uzun süreden beri öğrencilerin yaptıkları hataları ve kavram yanlışlıklarını belirleme, giderme ve çözüm üretme üzerine odaklanmaktadır (Altun, 2004; Akkaya, 2006; Yılmaz, 2007; İnce, 2008; Alkan, 2009; Çetin, 2009; Dereli, 2008; Baysal, 2010; Bilgin, 2010; Yetim ve Alkan, 2010; Erdem, 2015; Özdeş, 2013; Yücesan, 2013; Kaya, 2015; Özkan, 2015). Bu yüzden matematikte oluşan kavram yanlışlarının belirlenmesi, hataların ortaya çıkarılması ve bunları ortadan kaldırmanın yollarının aranması önem teşkil ettiği düşünülmektedir. Matematiğin sarmal yapılı bir bilim olması, önceki bilgilerin sonraki bilgiler için temel teşkil etmesi, önceki bilgilerde var olan kavram yanlışlarının daha sonra öğrenilecekler için engel olmasından dolayı öğrencilerin sahip olduğu kavram yanlışlarının öncelikle belirlenmesi, yapılan hataların ortadan kaldırılması, bu yanlışların giderilmesi ve tekrar oluşmaması için önlemlerin alınması gerekmektedir (Çetin, 2009). Bundan dolayı matematikte basit görülen bir kavram yanlışlığı, sonradan öğrenilecek birçok kavramın yanlış algılanmasına ve öğrencilerin hata yapmasına sebep olabilmektedir (Baki, 1988). Dolayısıyla önemsenmeyip gözden kaçan ayrıntılar ve bilgi eksiklikleri daha sonradan öğrenilecek olan matematik kavramlarının öğrenilmesine engel olabilmektedir. Öğrencilerin kavram yanlışlarına bağlı yaptıkları hatalar düzeltilip ortadan kaldırılmadığı sürece ileriki konuların öğrenilmesinde de sorun yaşanması olasıdır. Bu sorunların yaşanmaması adına bireylerin durumlar hakkında düşünüp, fikir belirtip, doğru sonuçlara varabilmesi ve öğrendiklerini kavramaları gerekmektedir (Kaya, 2015).

Ortaokulda, öğrencilerin öğrenmede sıkıntı yaşadıkları ve hata yaptıkları kavramlardan birisi, ilerleyen yıllardaki matematik kavramlarının temellerini oluşturan ve sonraki konularda sıkça kullanılan tam sayılar konusu olduğu düşünülmektedir. Tam sayılarla ortaokulda tanışan öğrencilerin tam sayıları nasıl kavramlaştırdıkları ve bu kavramsallaşma sürecinde öğrencilerde kavram yanlışlarının gelişip gelişmediği önemli olup, ilerleyen eğitim kademelerinde bu konuda gelişen kavram yanlışlarının incelenmesi ve daha sonraki matematik kavramlarının öğrenilmesine engel olabilecek tedbirlerin alınması önem

arz etmektedir. Bu nedenle bu araştırma kapsamında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki bilgi düzeyleri, tam sayılarda yaptığı hatalar ve bu hataları nasıl yaptıkları ele alınacaktır.

## **1.2. Araştırmanın Gerekçesi**

Ülkemizde belli aralıklarla güncellenen matematik dersi öğretim programında en son yapılan 2018' de yapılan değişikliklerle birlikte öğretim programları gözden geçirilip yeniden düzenlenmiştir. Öncelikle ortaokul ve lise öğretim programlarında yapılan düzenlemeler ile bazı konu ve kazanımların öğretildiği sınıf seviyelerinde ve kapsamalarında değişiklikler yapılmıştır. Yapılan değişiklikler ile öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerinin gelişimini sağlayarak bireyleri bir üst seviyeye getirebilmek amaçlanmıştır (MEB, 2013). Bu kapsamda eğitim sistemimizin mevcut yapısının ülke içinde ve uluslararası düzeyde geliştirilebilmesi, başarısızlık nedenlerinin araştırılması ve bunlara uygun tedbirlerin alınması her zaman önem arz etmektedir. Uluslararası öğrenci başarısını karşılaştırmayı amaçlayan TIMSS (Third International Study Of Science And Mathematics) ve PISA (Program for International Student Assessment) gibi uluslararası öğrenci değerlendirmeleri yarışma niteliği taşımamakla birlikte ülkelerin kendi eğitim sistemlerini değerlendirmelerine yardımcı olmaktadır (Ölçüoğlu, 2015). Ülkelerin bilgi ve becerilerinin yıllara göre takibini sağlayan bu değerlendirmeler sonucunda elde edilen bilgiler ışığında ülke genelinde gerekli yenilikler yapılabilmektedir (MEB, 2006).

PISA, OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) tarafında 15 yaş grubundaki öğrencilerin okuma becerileri, fen ve matematik okuryazarlığı alanındaki okulda öğrendikleri bilgi ve becerileri günlük yaşamda kullanma becerisini değerlendiren ve üçer yıllık dönemler hâlinde yapılan uygulamadır (OECD, 2002). Türkiye bu araştırmaya bir OECD üyesi olarak eğitim sistemindeki konumunun belirlenmesi, eksikliklerin giderilmesi, alınması gereken tedbirler ve eğitim düzeyinin daha da yükseltilmesi için katılmaktadır (MEB, 2018). İlk olarak 2000 yılında uygulanmaya başlanan PISA'ya ülkemiz belirli aralıklarla katılmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde ülkemizin uluslararası bir uygulama olan PISA'da henüz beklenen başarıda olmadığı, gözle görülen bir ilerleme kaydetmediği, son sıralarda yer aldığı gözlenmiştir.

TIMSS, eğitim alanında tüm dünyada birçok ülkenin katıldığı oldukça geniş çaplı ve ortak girişimler sonucunda yapılan uluslararası bir çalışmadır. Eğitim sistemindeki performansların ortaya çıkarılması ve bu konudaki alan uzmanlarına yön vermesi amacıyla yapılan bu çalışmada, matematik ve fen alanında iki farklı eğitim seviyesindeki (4. ve 8. sınıf) öğrencilerin bilgilerini kapsamlı çalışmalar yaparak çok yönlü olarak değerlendirmektedir (Kaya, 2015; Ölçüoğlu, 2015). Araştırmalar, ne kadar sınıf düzeyinde yapılsada geçmiş öğrenmeleride dikkate alarak ilköğretimin ilk sınıflarındaki bilgilere de dikkat çekmektedir. Ülkemiz, ilki 1995 yılında gerçekleştirilen TIMSS projesine 1999 ve 2007 yıllarında yalnızca 8. sınıf düzeyinde, 2011 ve 2015 yıllarında ise 4. ve 8. sınıf düzeyinde katılmıştır. Ülkemizin matematik başarı ortalaması yıllar içerisinde artmasına rağmen sıralama olarak oldukça gerilerde olduğunu görmekteyiz (TIMSS, 2011; TIMSS, 2015 ve TIMSS, 2016). 2012-2013 eğitim öğretim yılında ülkemizde 4+4+4 eğitim sistemine geçilmiştir. Dört yılda bir yapılan TIMSS araştırmasında, 2011 yılında 4. sınıf olarak katıldıkları bu araştırmaya 2015 yılında 8. sınıf olarak katılmışlardır. Böylece dört yıldaki gelişim ve değişim aynı grup üzerinde izlenmiştir. Uygulamada sayılar öğrenme alanı (doğal sayılar kesirler, ondalık sayılar ve tam sayılar, oran, orantı ve yüzde) %30'luk dağılım ile önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin sayılar konusunda da henüz beklenen seviyeye ulaşamadıkları düşünülmektedir.

Ülkemizde ise 2017-2018 eğitim öğretim yılı itibariye 8. sınıflara uygulanan LGS (Liselere Geçiş Sınavı) ve 12. sınıf veya mezun öğrencilere uygulanan YKS (Yüksek Öğretim Kurumları Sınavı) gibi ulusal düzeydeki sınavlarda da öğrencilerin matematik başarı ortalamaları oldukça düşük seyretmektedir. Bu sonuçlar dikkate alındığında öncelikle her konunun temeli olarak düşünülen sayılar öğrenme alanına bağlı tam sayılar ile ilgili öğrencilerin yaptıkları hataların araştırılması ve yeni çözüm yollarının üretilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Öğrenciler okul öncesi eğitimiyle birlikte bütün eğitim hayatları boyunca sayılarla iç içe olmaktadır. İlköğretimin ilk bölümünde doğal sayılarla karşılaşan öğrenciler günlük yaşamdaki bazı problemlerin çözümünde bu sayı sisteminin yetersiz kaldığını fark etmektedir. Bu yüzden doğal sayılar kümesinin genişletilmesine ihtiyaç duyulmuş, böylelikle tam sayılar kümesi elde edilmiştir (Dereli ve Şengül, 2013). Doğal sayılardan sonra var olan bilginin değişmeye zorlanması tam sayılarla ilgili öğrencilerin hata

yapmalarına neden olmaktadır. Tam sayılar, doğal sayılara benzemesine rağmen farklı ve karmaşık birçok özellik içeren bir sayı sistemidir ve tam sayılardaki bu farklılık ve karmaşıklık, bu konuda öğrencilerin hata yapmalarına neden olmaktadır (Yetim ve Alkan, 2010). İlköğretimin ilk kademesinde öğrencilerin karşısına hiç çıkmayan tam sayılar konusu öğrencilerde soyut işlemler döneminin başladığı düşünülerek de hem bir önceki matematik öğretim planında (MEB, 2009) hem de yeni matematik öğretim planında 6. sınıftan itibaren yer almaktadır (MEB, 2013). Ancak 2006 yılı itibariyle geçilen, yapılandırmacı yaklaşımın benimsediği eğitim-öğretim programı içeriğine göre tam sayılar kavramı ikiye bölünerek toplama ve çıkarma işlemleri 6.sınıfta, çarpma ve bölme işlemleri ise 7. sınıfta işlenmektedir (MEB, 2009). Bu daha sonra 2013 yılındaki matematik öğretim programında da bu şekilde devam etmiş ancak 2018 yılındaki matematik öğretim programında ise tam sayılarda işlemler tamamen 7. sınıfa kaydırılmıştır. Bu zamana kadar uygulanan tüm matematik öğretim programlarında tam sayılar konusu 6. ve 7. sınıfta öğrencilere verilmiştir. Dolayısıyla yeni öğrendikleri tam sayılar konusunu 7. sınıf öğrencilerinin tamamen kavramsallaştırması gerçekleşmemiş olabilir. Soyut işlemler döneminin her öğrencide aynı olmadığı, özellikle erkek öğrencilerde ergenliğin daha geç başladığı da düşünüldüğünde 6. ve 7. sınıf öğrencilerinden istenen davranışların tamamının gerçekleşmesi mümkün olmayabilir. Literatüre bakıldığında öğrenci hatalarının kaynaklarının zamana bağlı, dikkatsizlik, kavram yanılgısı gibi nedenlerden kaynaklandığı görülmüştür. 6. ve 7. sınıf öğrencilerinde kavramsallaşmanın tam gelişmediği düşünüldüğünden yapılan hatalarında kavram yanılgısından kaynaklanıp kaynaklanmadığını tespit etmek oldukça zordur. Ancak 8. sınıfa geldiğinde soyut işlemler dönemine geçişle birlikte tam sayıları kavramsallaştırıldığı düşünülmekte olup 8. Sınıflar üzerinde tam sayılarda yapılan hataların belirlenmesi gerekli görülmüştür.

Birçok öğrenme alanının temelini oluşturan tam sayılar öğrencilerin zihinlerinde soyut bir yapı olarak anlam bulamamaktadır. Ayrıca tam sayılar öğrenme alanı öğrencilerin sonraki öğrenmelerine temel teşkil ettiğinden önemlidir (Hayes ve Stacey, 2003; Kilhamn, 2008). Çünkü tam sayılarla tanıştıktan sonra öğrenilecek olan rasyonel sayılar, üslü sayılar, köklü ifadeler, cebirsel ifadeler ve bunları takip eden denklemler, eşitsizlikler, koordinat sistemi, doğrusal ilişkiler konuları da, tam sayıları temele alan konulardır. Bir üst öğrenim seviyesinde ise yine tam sayıları içerisinde barındıran fonksiyonlar, polinomlar, diziler, limit ve süreklilik, türev ve integral konularına rastlanılmaktadır. Tam sayıları

anlamlandırmakta sorun yaşayan, tam sayılar ile işlemlerde hata yapan, negatif sayılar ile pozitif sayıları birbirinden ayıramayan, bu sayılar ile ilgili gerekli işlemleri yapmakta eksiklikleri olan öğrenciler sonraki öğretim hayatlarında da aynı hataları yapmaya devam edecekler ve sonraki öğrenmelerine engel olacaktır. Bu durum dikkate alındığında öğrencilerin tam sayılarda nasıl hatalar yaptıkları, bu hataların hangi durumlarda ortaya çıktığı, hangi kazanımında daha çok hata yaptıkları ve bu hataların bir kavram yanılgısı sonucunda mı yoksa rastgele bir işlem hatası mı olup olmadığı, yapılan hataların nasıl düşünülerek yapıldığının belirlenmesi gerekmektedir. Matematiğin sarmal bir yapıda ilerlemesinden dolayı bir bilginin yanlış ve eksik öğrenilmesi diğerlerini olumsuz etkileyecek böylece etkili bir öğretim gerçekleşmeyecektir. Bu yüzden öğrencilerde oluşan ve oluşabilecek hataların tespit edilip giderilmesi, ilerleyen konularda da aynı hataların devam etmemesi açısından tam sayılar ile ilgili yapılan hataların oluşmasını engellemek ve var olan hataları ortadan kaldırmak için gerekli tedbirleri alınması için bir yol göstermesi açısından araştırmamızın yapılması gerekmektedir.

Yerli ve yabancı literatür incelendiğinde bu zamana kadar tam sayılar ile ilgili araştırmalara rastlanılmaktadır. Bu araştırmalardan bazıları farklı yöntemlerin ve materyal kullanımının tam sayıların öğretimine etkisini (Hackbarth, 2000; Mccorkle, 2001; Hayes ve Stacey, 2003; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Kullberg, 2007; Körükçü, 2008; Kilhamn, 2008; Baki, Gürbüz, Ünal ve Atasoy, 2009; Ünal ve İpek, 2009; Ertuğrul, 2009; Madsen, 2010; Bahadır ve Özdemir, 2013; Dereli ve Şengül, 2013; Kutluca ve Akın, 2014; Şahal, 2016) araştırırken, bazıları da tam sayılar konusunda yapılan öğrenci hatalarını ve öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları (Melemezoğlu, 2005; Gökbaş, 2005; İşgüden, 2008; Avcu ve Yenilmez, 2009; Avcu ve Durmaz, 2011; Kubar, 2012; Başbüyük, Erdem, Gök Kurt, Soylu ve Şahin, 2015, Atayev, 2015) araştırmıştır. Ayrıca tam sayılar ile ilgili öğrencilerin işlemsel bilgilerini araştıran çalışmalara (Hayes, 1996; Prather ve Alibali, 2008; Ercan, 2010) rastlanılmaktadır. Yapılan bu araştırmalar farklı sınıf seviyelerinde olup bir kısmı sadece 6. sınıf öğrencilerini (Kutluca ve Akın, 2014; Şahal, 2015; Ertuğrul, 2009; Atayev, 2015; Körükçü, 2008 ), bir kısmı sadece 7. sınıf öğrencilerini (Bahadır ve Özdemir, 2013; Ercan, 2010; Melemezoğlu, 2005; Dereli, 2008; Ünal ve İpek, 2009; Baki, Gürbüz, Ünal ve Atasoy, 2009; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Mccorkle, 2001; Hackbarth, 2000), bir kısmı 6. ve 7. sınıf öğrencilerini (Avcu ve Durmaz, 2008), bir kısmı 7. ve 8. sınıf öğrencilerini (İşgüden, 2008), bir kısmı sadece 8. sınıf öğrencilerini (Avcu ve Yenilmez,

2009), bir kısmı öğretmen adaylarını (Kubar, 2012; Akın ve Kutluca, 2013) ve bir kısmı da çalışan öğretmenleri (Zengin, 2014; Başbüyük, Erdem, Gökkurt, Soylu ve Şahin, 2015) örneklem olarak yapılmıştır. 8. sınıf üzerinde yapılan araştırma tam sayıların tamamını içermeyip sadece mutlak değer konusunda yaşanan zorlukları araştırırken, yapılan hataları ve yaşanan zorlukları araştıran diğer çalışmalar ise farklı sınıf seviyelerinde yapılan araştırmalardır. Bu çalışmalara bakıldığında tam sayılara ait bütün alt boyutları derinlemesine inceleyen, 8. sınıf seviyesindeki öğrencilerin sahip olduğu hataların incelendiği bir araştırmanın eksikliği göze çarpmaktadır. Bu açıdan bakıldığında yapılacak olan araştırmamız diğer araştırmalardan oldukça farklıdır.

2012-2013 eğitim-öğretim yılında değişen 4 + 4 + 4 eğitim sistemi ile yenilenen programda öğrenim gören öğrencilerin, sayıların “tam sayılar” alt öğrenme alanı ile ilgili yaptıkları hataları ve bilgi düzeylerini belirleme konusunda tüm boyutları ele alan ve sadece 8. sınıf öğrencileri ile pek fazla çalışma yapılmamış olması, öğrencilerin yapılan tüm merkezi sınavlar (LGS, PYBS ve YKS) ile uluslararası araştırmalarda (PISA ve TIMSS) sayılar konusunda başarısız olup hata yapmaları bu konuda eğitimcilerin bir önlem alması gerektiğine vurgu yapmak için detaylı bir çalışma gerekli görülmektedir.

### **1.3. Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerini ve öğrencilerin tam sayılarda işlem yaptığı hataları incelemek ve bu hataların nasıl yapıldığını belirlemektir.

### **1.4. Araştırmanın Problemi**

Araştırmanın problemini “Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeyleri ve tam sayılarda işlemlerde yaptıkları hatalar nedir? ” sorusu oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda özellikle aşağıdaki sorulara cevaplar aranacaktır.

1. Öğrencilerin tam sayıları anlamlandırmadaki (tamsayıları yorumlama, sayı doğrusunda gösterme, mutlak değer olarak ifade etme ve sıralama) bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar nelerdir?
2. Öğrencilerin tam sayılarda temel işlemlerdeki (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üslü ifadeler ve işlem önceliğini dikkat alan sorular) bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar nelerdir?



### 1.5. Araştırmanın Önemi

Günümüzde matematik öğretiminde pek çok sorun ile karşılaşmaktadır. Ön koşul ilkesinin yoğun olduğu matematik dersinde herhangi bir konuda sıkıntı yaşayan öğrenciler, bu konuyu takip eden diğer konularda da istenilen başarıya ulaşmamaktadır. Bunun nedeni olarak matematiğin biribiri ile ardışık ve güçlü bir yapıya sahip olması gösterilebilir (Altun, 2008). Örneğin cebir öğrenme alanının gelişiminde tam sayıların önemi büyüktür ve bu durum tam sayıları mutlaka öğrenilmesi gereken bir konu, ortaokul matematik dersi öğretim programı içerisinde kritik bir yapı haline getirmektedir (Christou ve Vosniadou, 2012; Vlassis, 2004). Ayrıca, tam sayılar konusunu rasyonel sayılar, üslü sayılar ve köklü ifadelerin öğretiminde, hatta üst düzeydeki limit, türev integral gibi kavramların temelinde de olduğunu söyleyebiliriz. Çünkü bu işlemler fonksiyonlar üzerinde tanımlanmaktadır, fonksiyonların tanım ve değer kümeleri bazen tam sayıların kendisi, bazen tam sayıları kapsayan reel sayılar olmaktadır. O halde yapılan işlemlerin tamamının tam sayılardaki işlemlere dayandığını dolayısıyla modern matematiğin yapı taşlarından birisinin tam sayılar olduğunu rahatlıkla ifade edebiliriz.

Tam sayılar ile ikiye ayrılan sayılar kümesi öğrencilerin zihinlerinde tam olarak anlam bulamamaktadır. Pozitif ve negatif sayı olarak ayrılan tam sayılardan pozitif tam sayılara, öğrencilerin zihinlerinde daha önceden var olan doğal sayılar yardımcı unsur iken, negatif tam sayılar ile işlem yapma ve onları anlamlandırma öğrenciler için yenidir (Erdem ve diğer., 2015). Daha önce hiç negatif tam sayıları kullanmayan, kullansa bile ne olduğunu bilmeyen öğrencilerin bir anda bunları kullanmaya başlaması, tam sayılarda özellikle negatif sayılarla işlem yapması tam sayıların öğrenimini zorlaştırmakta ve öğrencilerin hata yapma oranlarını yükseltmektedir. Ayrıca öğrencilerin tam sayıları anlamak yerine algoritmayı ezberlemeye çalışmaları tam sayılarda hata yapmayı artıran bir neden olarak karşımıza çıkmaktadır. (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Negatif sayının önündeki “-” işaretin aslında bir yön ifade ettiğini aklında canlandırmakta sorun yaşayan öğrenci hatayı da beraberinde getirmektedir.

Yapılan araştırmalar incelendiğinde de tam sayılar konusunun önemi ve öğrenilmesinde zorlukların yaşandığı (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Bozkurt ve Polat, 2011; Dereli, 2008; Erdem, 2015; Hativa ve Cohen, 1995; Işıksal-Bostan, 2009; Şengül ve Körükçü, 2012; Köroğlu ve Yeşildere, 2004; Ercan, 2010; Ünal ve İpek, 2009) belirtilmektedir.

Yapılan bu araştırmaların büyük çoğunluğu nitel araştırma olup genellenebilirliği yoktur. Örneğin Ankara'da yada başka bir ilde yapılan bir araştıma Afyonkarahisar ili için bir ipucu versede yinede bu konuda genelleme yapma imkanı vermeyecektir. Bu durum dikkate alındığından daha önce tam sayılardaki hataları belirlemek için Afyonkarahisar ilinde böyle derinlemesine bir araştırmaya rastlanılmaması bu araştırmayı önemli kılmaktadır. Ayrıca bu çalışma dikkatsizlik, sembol ya da metnin yanlış yorumlanması, deneyim eksikliği, matematiksel konulardaki bilgi eksikliği veya cevabı kontrol edememe gibi hataya sebep olan nedenlerin yanında kavram yanlışsında hataya neden olup olmadığını ortaya çıkarması açısından da önem arz etmektedir.

Yukarıda belirtildiği gibi öğrencilerin böylesine çok hata yaptıkları bir konuda birtakım çalışmalara yer verilse de konunun diğer tüm öğrenme alanlarına temel teşkil etmesi ve yapılan çalışmaların sayısının az ve yetersiz olması düşüncesi araştırmanın önemini arttırmaktadır. Bu yüzden çalışmaların çeşitliliğinin ve derinliliğinin artırılması gerektiği düşünölmüştür. Çalışmada elde edilen bulgularla, bu konu üzerine çalışan ya da çalışacak olan araştırmacılara, öğretmenlere ve alana öğrencilerin tam sayıların hangi boyutunda ne gibi hataları daha sık yaptıkları, bu hataları yapma nedenlerinin genel olarak ne olduğunu ifade ederek bu hataların ilerleyen nesillerde de oluşmaması için nasıl bir yol izlenmesi düşüncesini ortaya çıkarmada katkı sağlayacağı açısından da önemlidir. Bu sonuçlara göre tam sayıların öğretiminde ne gibi yanlış yolların izlendiği, değişen eğitim sistemi ve matematik dersi öğretim programının bu konudaki hatalarda değişikliğe neden olup olmadığını, hataları ortadan kaldırmak ve hatta hiç oluşmaması için yararlanılacak öğretim metodlarının belirlenmesi gerektiğini ortaya çıkarması açısından da önemli olduğu düşünölmektedir. Öğretmenlerin, öğrencilerin ne tür hatalar yaptıklarını, bu hataların neden yapıldığını bilmesi öğretim ortamında bir aksaklık olduğu ve düzenlenmesi gerektiği düşüncesi ile öğretmenlere öğretim ortamı hazırlarken ve ders planı yaparken yardımcı olması açısından da araştırmamız önemlidir.

Tam sayılar ile ilgili bu zamana kadar belli sınıf seviyelerinde çalışmalar yapılmış, öğrenme zorluklarına bakılmış ya da materyal desteğine dikkat çekilmiş olup sadece 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar kavramı ve tam sayı işlemlerinde yaptıkları hatalar ve bu hataların nasıl yapıldığı derinlemesine araştırılmamıştır. Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda yaptıkları hataların her yönüyle ortaya çıkarılması sağlanarak, bu

hataları önlemeye yönelik gelenekselden uzak yapılandırmacı eğitimi temele alan öğretim metotlarının daha etkin kullanılması hakkında fikir vermesi açısından önemlidir. Bundan dolayı çalışmanın alana yapacağı katkının önemli olduğu düşünülmektedir.

Son olarak bu araştırma da tam sayıları anlama, yorumlama, sayı doğrusunda gösterme, tam sayının mutlak değerini belirleme, anlamlandırma, karşılaştırma ve sıralama, aynı işaretli ve farklı işaretli tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerini yapma ve problem çözme, tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak gösterme ve tam sayı kuvvetlerini hesaplama kazanımlarına ait yaptıkları hatalar ile ilgili olarak 2013’de daha sonra da 2018 yılında değişen matematik dersi öğretim programından sonra, yapılan revizyonların ardından başka öğrencilerinde aynı hataları yapıp yapmayacaklarını karşılaştırmalarını sağlayabilecek detaylı bir araştırma olduğundan önem arz etmektedir.

#### **1.6. Araştırmanın Sınırlamaları**

Bu araştırma;

- a) Afyonkarahisar ilinden amaçlı örnekleme ile seçilen bir okuldaki sadece 8. sınıf öğrencilerinden elde edilecek veriler ile
- b) Araştırma öğrencilerin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları tespit etmeye yönelik geliştirilen “Tam Sayılar Başarı ve Teşhis Testi” aracılığıyla ulaşılabilecek veriler ile
- c) Araştırmada uygulanan veri toplama aracının geçerlik ve güvenirliği ile sınırlandırılmıştır.

#### **1.7. Araştırmanın Varsayımları**

Bu araştırmada aşağıdaki varsayımlardan hareket edilmiştir:

- a) Araştırmada kullanılan ölçme aracının hazırlanmasında görüşü alınan öğretmen ve uzmanların objektif ve samimi oldukları
- b) Araştırmada uygulanan veri toplama aracının kazanımlar doğrultusunda tamamı açık uçlu sorulardan oluşan 8. sınıf öğrencilerinin düzeyine uygun ve tesadüfi hatalardan arınmış olduğu
- c) Araştırmada yer alan öğrencilerin yanıtlarında herhangi bir yerden yardım almadan, sadece kendi bilgilerini kullanarak samimi olarak yanıtladıkları varsayılmıştır.

## 1.8. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde, araştırmanın amacına uygun olarak kuramsal bilgilere yer verilecektir.

### 1.8.1. Kavram

Öğrencilerin yaptığı hataları temelinde o konuya ait kavram bilgisi eksikliğinin büyük rol oynadığı düşünülmektedir (Akbaş, 2002; Alkan, 2009; Baki, 1988; Gökbaş, 2005). Bundan dolayı öncelikle kavramların öğrenciler tarafından doğru bir şekilde anlaşılması gerektiği söylenebilir. Kavram, birçok nesnenin bir arada bulunduğu, nesnelere arasındaki ilişkiyi ifade eden soyut ve genel düşüncelerin sözcük, sembol veya işaretler ile gösterilmesidir (Pesen, 2008). Daha açık bir şekilde ifade edilecek olursa kavram; ortak özellikleri olduğu varsayılan olay, düşünce ve nesnelere grubuna verilen ortak adıdır (Kaplan, 1998). Türk Dil Kurumuna göre kavram, “Bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki adı, nesnelere ve olayların ortak özelliklerine göre ortak bir isim etrafında gruplandırılan soyut ve genel fikirlere” (TDK, 2017). Senemoğlu (2007) ve Fidan (1996) ise kavramı, benzer özelliklere sahip nesnelere, insanları, olayları, fikirleri, süreçleri gruplamada kullanılan bir kategori olarak ifade etmiştir. Kavram; nesne, olay ve düşüncelerin benzer özelliklerine göre bir araya getirilmesinin ardından bireylerin zihinde oluşan yapı veya temsil şeklidir (Klausmeier, 1992). Kavramlar sadece somut nesne, varlık veya olaylar olmayıp, belirli kategoriler altında bir araya getirdiğimizde ulaştığımız soyut düşüncelerdir. Bu yüzden kavramların gerçek dünyada değil, düşüncelerimizde var olduğu düşünülmektedir. Biz gerçek dünyada kavramların ancak örneklerini bulabiliriz. Tam sayı, aç, üçgen, işlem, köklü ifadeler, denklem vs. birer kavram örneğidir.

Bilgilerin temel parçası olarak düşünülen kavramlar düşüncelerin birimleri olarak kabul edilmektedir. Bireyler çocukluk döneminden itibaren düşüncenin parçaları olan kavramları ve onların adları olan kelimeleri öğrenirler. Piaget 1966 yılında ortaya koyduğu zihinsel gelişim kuramına göre 2-7 yaş döneminden itibaren (işlem öncesi dönem) çocuklar kavramsal algılama evresine girer, ancak algıladıkları kavramları açıklamakta zorlanırlar. Soyut işlemler döneminde artık varsayımsal olarak kavramlarla düşünebilirler. Kavramların tam olarak anlamlandırılmaya başlandığı dönem soyut işlemler dönemi olup, ilerleyen dönemlerde öğrenciler kavramlar arasında ilişkiler kurup, kavramları sınıflara ayırabilirler. Böylece öğrenilen tüm bilgiler belli bir anlam kazanır, düzenlenir ve sonuç olarak yeni kavramlar ve yeni bilgiler oluşturulabilir. Bu süreç ömür boyu sürüp gider.

Yağbasan ve Gülçiçek (2003), yaptığı çalışmada öğrencilerin zihinlerinde kavramları geliştirilmesi sürecini genelleme, ayırım ve tanımlama olmak üzere üç aşamada ifade etmiştir. Genelleme sürecinde birey zihnindeki eski kavramlar ile yeni öğreneceği kavramlara ait gruplar oluşturur, ayırım sürecinde oluşturduğu gruplardaki birbirine benzer kavramları ayırt eder, son olarak tanımlama sürecinde ise artık kavramı tek başına tanımlayacak boyuta ulaşır.

Marin, Benarroch ve Jiménez (2000) bir araştırmasında kavramların genel özelliklerini şu şekilde sıralamıştır:

- a) Kavramlar, akademik bilginin elde edilmesinde ve gerçekliğinin ispatlanmasında gereklidir.
- b) Her bir kavram birbirini tamamlar niteliktedir ve bireylerin günlük yaşamlarındaki ifadeleri açıklamakta yardımcıdır.
- c) Öğrenciler tarafından kavramlara verilen anlamlar farklı anlamlarla karıştırılıp çelişkilere neden olabilir. Böyle bir durumda yanlış kavramlar ortaya çıkmaktadır.
- d) Öğrenciler çoğunlukla bir durumla ilgili tek bir yönü kavrarlar.
- e) Anlaşılır etki içermeyen durumlar, açıklanmış nedenler gerektirmez.

Ülgen (2004) ise kavramların özelliklerini şu şekilde özetlemiştir:

- a) Kavramların algılanması kişiden kişiye farklı özellik gösterebilir. Çünkü bireyler çevresel faktörlerden, geçmiş yaşantılarından, yetenek, yaş ve kültürel yapılarından etkilenebilir.
- b) Kavramın kendine has belli bir orijinal yapısı vardır. Bu yapı bireyin zihninde oluşturulan ilk haldir.
- c) Kavramların bazı özellikleri, bazı durumlarda başka kavrama ait özelliklerle uyuşabilir.
- d) Kavramlar durumların ve nesnelerin gözlenebilen tüm özelliklerini barındırabilir.
- e) Kavramlar çok boyutlu olarak kabul edilmektedir. Bir kavram duruma göre bazen temeli oluştururken bazen de yardımcı etkindir.
- f) Kavramlar gerektiğinde kendi içlerinde de gruplara ayrılabilir.
- g) Kavramlar aralarında karşılıklı etkileşime bağlı olarak bir bütünlük söz konusudur
- h) Kavramlar bireyin kullandığı iletişim dili ile alakalıdır.

- i) Kavramların özellikleri anlaşılmaya çalışırken ulaşılan sonuçlarda birer kavram örneği olarak kabul edilebilir.

### 1.8.2. Kavram Öğretimi

Kavramı sadece açıklayıp bırakmak, bu kavramı öğrencinin öğrendiği anlamına gelmeyip, hatalardan uzak bir ortamın oluşması için kavram öğretimine de oldukça dikkat edilmelidir. Kavram öğrenme sadece nesnelere basit olarak sınıflama ya da bir sınıf nesnenin adını ve tanımını söyleme ile sınırlı olmayıp, üst düzeyde bilişsel süreçler ve değişik örneklerin bir arada verilip genelleme yapılabilmesini gerektirir (Bilgin, 2010). Çünkü kavramın oluşması için genelleme yapılmalıdır. Ayrıca bireyin genelleme yapabilmesi için ise nesne ve olayların ortak özelliklerini bir araya getirerek benzer ve benzer olmayan yönlerini fark edip, uyarıların benzer ve farklı yanlarını algılayabilmesi gerekmektedir. Birey algıladığı özellikleri ve bu özellikler arasındaki ilişkilere uygun kurallar ve ölçütler seçer, elde ettiklerini uygulayarak kavramın zihinlerinde oluşmasını sağlar (Gökbaş, 2005).

Yıllardır matematik öğretiminde öğretmen merkezli geleneksel yöntemler kullanılmıştır. Bu tür yöntemlerde öğrenciye önce tanım açıklanır, ardından formülü verilir. Bir örnekle durum açıklanır, alıştırmalar yapılır ve en son öğrenciden uygulaması istenir. Burada yapılan sadece verilen kuralların ezberlenip, anlamını kavramadan semboller üzerinde işlem yapmalarıdır. Kavrama basamağının oluşmasına imkan vermeden uygulama basamağına geçiş yapıp alıştırmaya çalışmalarına geçmek öğrenmeyi zorlaştırmakta, başarısızlık ve olumsuz tutumun oluşmasına neden olmaktadır (Altun, 2005). Yeni matematik eğitimi anlayışında ise işlemsel öğrenmenin yanında kavramsal öğrenmeye de önem verilir. Öğrencinin aktif katılımcı olarak yer aldığı öğrenci merkezli bu yaklaşımlarda aşağıdaki aşamaları içerdiği belirlenmiştir (MEB, 2006).

Problem→ Keşfetme→ Varsayımda bulunma→ Doğrulama→ İlişkilendirme →Genelleme

Öğrenciye bilgi hazır bir şekilde verilmez. Öğrencinin bilgiye keşfederek, yaparak yaşayarak ulaşması beklenir. Kavramsal öğrenme de bilgiyi doğrudan öğretmenin öğrenciye aktarması yerine, öğrencinin gerçek anlamaları kendi etkinliklerinden meydana getirmesi gerekmektedir (Noss ve Baki, 1996). Burada amaç öğrencinin kavramın sadece adını söyleyip, onu tanımlaması olmayıp, o kavramı açıklayıp genelleyerek kendi zihinsel

yapısına uygun bir şekilde anlamlandırmasıdır (Bilgin, 2010). Bu yüzden kavram öğretiminde öğretmene büyük rol düşmektedir. Öğretmen öğreteceği kavramın analizini yapmalı, açıklamasını düzgün bir şekilde hazırlamalı, kullanacağı örnekleri belirlemeli ve örnekleri etkili bir şekilde öğrenciye sunmalıdır (Ülgen, 2004 ). Ayrıca öğrencinin kavramı tam olarak anlayıp, zihinde anlamlandırılması için o kavram ile diğer kavramlar arasındaki geçişleri ve bağlantıyı da görmesi gerekir. Böylece kavram öğrencinin zihninde anlam kazanır, aksi takdirde tek başına bir şey ifade etmez. Ayrıca kavramların geçmiş ile günümüz durumlarını birbirine bağlayan güçlü bir yapıya sahip olduğu da düşünülmektedir.

Kavram bilgisi birden fazla ve değişik kavramların arasındaki bağlarla birbirine bağlıdır. Kavram bilgisini, her halka bir bilgi içeren zincire benzetilecek olursak, birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe zincir genişleyecek ve güçlenecektir. Örneğin “negatif iki tam sayının çarpımı veya bölümü pozitif bir tam sayıdır” şeklinde verildiğinde bu anlamı olmayan bir işlemler bilgisidir. Verilen kuralın nedeni açıklanmadığı veya anlaşılmadığı sürece bu ezbere dayanan kuru bir işlem bilgisi olacaktır. Ancak öğrenci bu kuralın nedenlerini öğrendiğinde kavramsal öğrenmenin gerçekleştiği söylenebilir. Matematik öğretiminin temelinde işlemsel ve kavramsal bilgi bir bütün olarak kabul edilmektedir. Bu bütünlük düşünüldüğünde matematiksel kavramların tek başına kullanılması öğrenci için bir anlam içermeyebilir. Çünkü kavramların işlemlerle ilişkilendirilmesi, ardından diğer kavramlara aktarılması sonucunda kavramın anlaşıldığı görülür (Özkan, 2015). Ancak okullardaki matematik öğretimine bakıldığında daha çok işlemin ön planda tutulduğu, bundan dolayı kavramların anlaşılması üzerinde pek durulmadığı söylenebilir. Oysa işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasındaki bağlantının kurulamaması bireylerin matematiksel kavramları doğru algılayamamasına ve beraberinde matematik öğretiminde çeşitli güçlükler yaşamasına ve hata yapmasına neden olabilir (Erbaş ve Ersoy, 2003). Bir dersin öğrenimi sırasında temel kavramların anlaşılmasında bir sıkıntı yaşandığında; öğrenci kavramın bulunduğu soruyu çözmekte güçlük yaşayabilir ve zamanla konular genişlediğinde temeli sağlam olmadığı için yaptığı hatalar artabilir (Şahin, 1998). Bu durum öğrencilerin matematik dersine ait akademik başarılarının düşmesine ve matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmelerine neden olabilir.

Driver ve Erickson (1983) kavram öğretiminin önemini şu şekilde belirtmişlerdir:

- a) Son zamanlarda kullanılan öğretim yaklaşımları etkili ve kalıcı öğrenmenin işlemselden çok kavramsal olması gerektiğini ifade etmektedir.
- b) Öğrenci, öğrendiği kavramları uygun durumlara uyguladığında anlamlı hale getirmiş olur.
- c) Öğrencilerin günlük hayatlarından ve geçmiş yaşantılarından elde ettikleri kazanımlar daha sonra kazanacağı yeni bilgiler üzerinde önemli etkisi vardır.
- d) Bireyde özellikle yanlış anlamalar kaynaklı bir sorun varsa bunlar yeni kavramları etkileyerek sorun oluşturacaktır.
- e) Gün geçtikçe sürekli yeni kavramaların ortaya çıkması ile temel kavramaların kazanılması önemli hale gelmektedir.
- f) Öğrencilerin geçmiş yaşantılarından sahip oldukları yanlış anlamalar düzeltilmeden yeni kavramların öğretilmesi gerçekleşmez.
- g) Bireysel farklılıklardan dolayı her birey farklı hızda öğrenebilmekte olup kavram öğretiminde bu durum dikkate alınmalıdır.
- h) Kavram öğretiminde basitten karmaşığa, soyuttan somuta doğru bir sıralama söz konusu öğrencilerin bu sıranın neresinde olduğunun bilinmesi kavram öğretimini etkili hale getirmektedir.

Klausmeier (1992) kavram öğretimi ve öğrenme üzerine yapmış olduğu çalışmada, kavram öğretiminin yedi aşamada gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bu aşamalarda;

- a) İlk aşamada öğrenciye kavramın bütün içerisinde yerinin neresi olduğu belirtilmelidir.
- b) İkinci aşamada kavramın bütünden uzak kendi başına ne ifade ettiği ifade edilmelidir.
- c) Üçüncü aşamada kavramın değişebilen özellikler belirlenmelidir.
- d) Dördüncü aşamada kavramı açıklayıcı olumlu örneklerle olumsuz örneklerin birbiriyle karşılaştırılması yapılmalıdır.
- e) Beşinci aşamada kavramın bir gruba dahil olmasına yönelik ölçütler belirlenmelidir.
- f) Altıncı aşamada kavramı işlevsel hale getirerek problem çözme denemeleri yapılmalıdır.



g) Yedinci aşama olarak kabul edilen son aşamada ise kavramı içeren başka kavramlarında özellikleri belirlenmelidir

Matematiksel kavramların istenilen şekilde kazandırılmasında öğrencilerin beden ve zihnen gelişimleri yani hazır bulunuşlukları göz önünde bulundurulmalıdır. Yapılan çalışmalar bireylerin karşılaştıkları durumlardan zevk almalarını ve dolayısıyla matematik dersine karşı da olumlu davranışlar kazanmalarını sağlayabilir. Çetin (2009) araştırmasında öğrencilerin kapasitelerini zorlayarak ya da üst düzey bir çalışma sergileyerek yapılacak etkinlikler matematikteki kavramların öğrenilmesini zorlaştırabileceğini ifade etmiştir. Bu doğrultuda matematiksel düşünce düzeylerine uygun seçilen faaliyetler matematiksel kavramların öğretiminde başarıyı arttıracakı düşünülmektedir (Dede, 2003). Ayrıca matematik öğretiminde, kavramların üzerinde yeterince durulması, bilginin kavranmasına engel oluşturacak tüm durumların en aza indirilmesi ile yapılan hatalar ve kavram yanlışlarında azalmalar görülecektir (Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007).

### **1.8.3. Kavram Yanılgısı**

Öğrencilerin matematik problemlerini çözmede başarısız olmalarının üç temel nedeninin yanılgı, hata ve kavram yanılgısı olduğu kabul edilmektedir. Anlık bir durum olarak kabul edilen yanılgı o anki yapılan işlemlerden kaynaklanır ve düzenli değildir. Böyle bir durumda sorunun farklı bir şekilde öğrenciye sorulması yanlış yapma durumunu ortadan kaldıracaktır. Hata ise problem çözümü için yapılan yanlış planlamadan kaynaklanır ve sistematikleşebilir. Bundan dolayı kavram yanılgısı haline gelmesi de kavram yanlışlarının habercisi olarak kabul edilebilir. Kavram yanlışları, bireylerin kavramların bilimsel anlamını dikkate almayıp, kavramları olması gereken anlamından farklı anlayarak, yanlış inanışları ve geçmiş yaşantıları ile destekleyerek oluşturduğu kabul edilmektedir (Yenilmez ve Yılmaz,2008). Bireylerin matematik problemlerinde başarısız olmasına neden olan faktörlere bakıldığında en tehlikeli olanının, değişimin zor olduğu düşünülen hatalardan kaynaklanan kavram yanlışlarıdır.

Kavram yanılgısı ‘sistemik bir şekilde hata üreten birey kavrayışı’ olarak tarif edilmektedir. Gelici (2008) ise kavram yanılgısını ‘öğrencilerin zihinlerinde bir kavramın yerine geçen; fakat matematiksel olarak yanlış ifadeler’ olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla kavram yanılgısı; bireyin zihninde oluşan kavramla aslında var olması gereken kavramın

birbiriyle uyuşmamasıdır, denilebilir. Baki ve Güç (2014) ise bir çalışmada bireylerin çeşitli etkinlikler sonucu öğrendikleri ve kavramlara yüklemiş oldukları anlamların, kavramın bilimsel anlamıyla her zaman uyuşmayabileceğini ifade etmişlerdir ki bu durumda kavram yanlışlarını açıkça ifade etmektedir.

Fisher (1985) yaptığı bir çalışmada kavram yanlışlarına ait bazı özellikleri şu şekilde ifade etmiştir:

- a) Kavram yanlışları birçok kişide bulunabilir.
- b) Kavram yanlışları farklı düşünceleri de beraberinde getirebilir.
- c) Birçok kavram yanlışlığı klasik yöntemlerle ortadan kaldırılamayacak kadar ısrarcı olabilir.
- d) Kavram yanlışları kişinin geçmiş yaşantılarından kaynaklanıyor olabilir.
- e) Kavram yanlışları bireyin genetik yapısı, geçmiş yaşantıları ve eğitim ortamından etkilenerek oluşabilir.

Güneş (2007)' e göre kavram yanlışlarının ortak özellikleri ise şu şekilde sıralanabilir:

- a) Bireyler derse gelmeden önce birçok kavram yanlışlığına sahip olmaktadır. Öğrenciler bilimsel olmayan tanımlar ile zihinlerinde oluşan kavramları eşleştirirler.
- b) Kavram yanlışları bireyin yaşı, derse olan yeteneği, cinsiyeti ve geçmiş yaşantısından ayrı düşünülmektedir.
- c) Kavram yanlışları bireyin zihninde değişime karşı dirençli bir yapıdadır ve klasik geleneksel yöntemlerle düzeltilmesi güçtür. Bundan dolayı öğrencilerdeki kavram yanlışları çoğunlukla geçmişte yaşamız filozof ve bilim adamlarının sahip oldukları düşüncelerine benzemektedir.
- d) Bireyler sadece bir ders veya konu ile ilgili kavram yanlışlığına sahip olmayıp aynı anda birden çok değişik kavram yanlışlığına sahip olabilirler.
- e) Bireyin sahip olduğu her yanlışlığı sadece ona özgü kabul edilmektedir.
- f) Bireylerin geçmiş deneyimleri kavram yanlışlığına neden olabilir.

Kavram yanlışları birbiri üzerine eklenen bir yapı gibidir. Kavram yanlışları, bireydeki bilgi eksikliğinden oluşan boşluklardan ve bu boşlukların geçmiş yaşantılar ve rastgele yöntemlerle doldurulmasıyla oluşur (Baysal, 2010). Bu süreçte oluşan bilgi birikimi bireyi belli bir miktar başarılı yapabilir ancak biraz ilerlenmek istendiğinde kavram yanlışları bir

engel olarak karşımıza çıkar ve bizi hataya sürükleyebilir. Bireylerin geçmiş yaşantıları sonucu oluştuğu düşünülen kavram yanlışlarının değişiminin zor olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler öğrendikleri yeni bilgileri önceden sahip oldukları bilgilere eklerler bu yüzden önceki kavramlar yeni kavramların öğrenilmesinde yanlışlıklara neden olabilir (Çetin, 2009). Bir konunun öğrenilmesi sırasında anlatılanlar bireyin mantığına ve geçmiş yaşantılarına uyum sağlayabilir, o yüzden yaptıklarının asıl olması gerekenler olup olmadığını fark edemeyebilir.

Kavram yanlışlığı, bireyin uzun zamandır doğru olarak kabul ettiği, değiştirmesi güç olan ve gerçek bilgileriyle ters düşen bilgileridir (Kaya, 2015). Baki (1998) bir çalışmada bu tür yanlışlıklara örnek olarak çarpma işleminin; sonucu her zaman artırdığı düşüncesini vermiş olup doğal sayılarda doğru olan bu düşüncenin, ondalık sayılara bu durum genişletildiğinde rahatlıkla kavram yanlışlığına dönüşebildiğini ifade etmiştir. Buna benzer bir örnek doğal sayılarda küçük sayıdan büyük sayının çıkmayacağı bilgisine sahip olan bir bireyin tam sayılar konusunda da aynı durumu kullanıp kavram yanlışlığına sahip olabilecektir. Bu durumlar göze alındığında kavram yanlışlıklarının en yoğun yaşandığı derslerden birisinin matematik olduğu söylenebilir. Matematik dersi konularındaki sarmal yapının güçlü yapısından dolayı yeni bilgiler eski bilgiler üzerine inşa edilir. Ancak ön şart durumundaki bazı kavramların kazanılmaması yaşanacak kavram yanlışlıklarını da beraberinde getirmektedir. İlköğretim konularının öğrenci tarafından tam anlaşılması nedeniyle yapılan hatalar, oluşan kavram yanlışlıkları, eksik ve yanlış öğrenmeler daha sonraki eğitim düzeyi olan ortaokula taşınmakta, bu yüzden matematik öğretimindeki sorunlarda gün geçtikçe katlanarak devam etmektedir (Alkan, 2009). Yapılan hataların çoğunluğunun ise kavram yanlışlığı sonucunda ortaya çıktığı düşünülmektedir. Bundan dolayı kavram yanlışlığına sahip bir öğrenci rahat bir şekilde hatalı davranışlar sergileyebilir ve yanlış sonuçlara ulaşabilir (Özdeş, 2013; Çetinkaya, Erbaş ve Ersoy, 2009). Bu durumda yapılması gereken ise hatanın kaynağı olan kavram yanlışlığı ve bu yanlışlığın temelini oluşturan nedenleri belirlemek ve bunları gidermeye çalışmak olmalıdır.

Öğrenciler birçok nedenden dolayı hata yapabilir. Bu hataların nedenleri, dikkatsizlik, sembol ya da metnin yanlış yorumlanması, deneyim eksikliği, matematiksel konulardaki bilgi eksikliği, bilinç eksikliği veya cevabı kontrol edememe olabilir (Drews, 2005).

Kavram yanlışları öğrencinin gelişigüzel yaptığı hatalardan farklıdır ve öğrenci yaptığı hatayı küçük bir uyarı ile anlayabilir ve düzeltebilir (Çetin, 2009). Eğer bu durum bir kavram yanlışlığı ise birey önce kendisini savunmaya geçer, hatayı kabul etmez ve bireyi bu konuda hata yaptığına inandıramadığımız takdirde bildiğinden vazgeçmeyip aynı şekilde yoluna devam edebilir (Akkaya ve Durmuş, 2006). Hata ile kavram yanlışlığı arasındaki farkı şu örnekle açıklayabiliriz:  $(-3) + 5 = -8$  ve  $5 + (-3) = 8$  işleminde yapılan hata sayıların işaretine bakmadan yapılan toplama bilgisi eksikliğinden kaynaklandığı için oluşan bir kavram yanlışlığı örneğidir. Yani işlem  $(-3) + (-5) = -8$  ve  $5 + 3 = 8$  şeklinde düşünülmekte ve sistematik olarak devam etmektedir. Fakat  $(-6) + (-7) = -12$  şeklinde toplama işlemi hatası yapılması öğrencide kavram yanlışlığı olduğunu değil dikkatsizlikten hata yaptığını göstermektedir. Bu tür hatalar bilgi eksikliğinden ziyade dikkatsizlik sonucu oluşan ve belli bir kasıt olmadan işlem hatası dediğimiz türden hatalar olabilir. Ancak bu durum ara sıra değil de düzenli bir şekilde sürekli yapılırsa, yukarıdaki örnekte olduğu gibi bir kavram yanlışlığına işaret edebilir. Genel olarak bakıldığında kavram yanlışları kesin hatadır ama bunun tam tersi bütün hatalar birer kavram yanlışlığı değildir diyebiliriz (Özdeş, 2013; Doyuran, 2014). Kavram yanlışları öğrencilerin önüne konulan birer set gibidir ve aşılmadıkça ilerlemek de mümkün olmayabilir. Kavram yanlışlığı kuralların yanlış uygulanması, aşırı ya da eksik genelleme ya da alternatif kavram durumlarında olabilir. Örneğin 3 basamaklı bir sayı 2 basamaklı bir sayıdan daha büyüktür ifadesi bazı durumlarda (328 büyüktür 35) geçerli olur, fakat negatif tam sayıları veya ondalık sayıları içeren durumlarda geçerli değildir. Örneğin  $-328$ ,  $-35$  den;  $3,28$  de  $3,5$  ten büyük değildir.

#### **1.8.4. Kavram Yanlışlığı Türleri**

Kavram yanlışlarının, bireyde anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesinde büyük bir engel oluşturduğu ve öğrencilerin sürekli hata yapmalarına neden olduğu düşünülmektedir. Hele ki kalıcı olan yanlışlara müdahale edilip zamanında giderilememesi, matematik öğretimindeki ulaşılması planlanan hedeflere büyük bir set oluşturabilir (İnce, 2008) Geçmiş araştırmalara bakıldığında kavram yanlışlarının değişik özelliklere sahip olduğu ve türlerinin var olduğu gözlenmiştir. Graeber ve Johnson (1991) kavram yanlışlarını dört ayrı türde ele almıştır. Bunlar sırasıyla; aşırı genelleme (over generalization), aşırı

özelleme (over specialization), yanlış tercüme ( mistranslation) ve kısıtlı kavrayışlardır (limited conception).

**a) Aşırı Genelleme:** Matematiğin bir alanında veya konusunda geçerli olan bir kuralın diğer konularda da geçerliliğinin düşünülmesi durumudur. Genel olarak birbirine benzer ifadelerle karşılaşan öğrenciler yeni bir olayla karşılaştığında bu olayın da daha öncekilerle aynı olduğunu düşünerek aşırı genelleme yapabilir. Graeber ve Johnson'ın (1991) yaptıkları bir çalışmada aşırı genellemeyi “Belli bir sınıfa ait kural, prensip veya kavramın diğer sınıflarda da işliyormuş gibi düşünülmesi ve diğer sınıflara da yayılmasıdır.” şeklinde ifade etmişlerdir. Yani matematikte sadece bir konuda geçerli olan bir durumun sanki bütün matematik konuları hatta diğer derslerdeki durumlar için de geçerli olduğunun düşünülmesidir. Bu durumun üstesinden gelmek için ise bir kavramı öğretirken o duruma ait olmayan örneklerde öğrenciye verilerek aralarında fark olduğu hissettirilebilir. Burada önemli olan elde edilen sonuçtan çok olayların gerçekleşmesine neden olan temeldeki sıkıntıları ortaya çıkarmak ve sıkıntıları ortadan kaldıracı çalışmalar yapmak, yani olayın derine inmek olmalıdır. Bu duruma uygun olarak negatif işaretinin “Bir pozitif sayıya uygulandığında o sayıyı negatife dönüştürür.” şeklinde algılamaktan çok “Bir şeye uygulandığında kendisine benzetir.” şeklinde algılanmaması öğrencinin her durumda “-a” matematiksel ifadesini negatif olarak düşünmesine neden olup, oradaki “a” sayısının negatif olduğu zaman da buna dikkat etmeden “-a” ifadesi yine negatif olarak kabul edilecektir (Özdeş, 2013). Önceki çalışmalara bakıldığında bu duruma verilen en genel örneklerden biri de “Uzun sayılar daima büyüktür.” kavram yanılgısıdır. Öğrencilere  $1.4 < 1.33$  sorusu yöneltildiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu durumu doğru olarak kabul etmektedir. 1,4 ve 1,33 sayılarının değerlerini düşünmeden, 1,33 sayısının 1,4 sayısına göre daha çok rakama sahip olması öğrenciyi böyle bir aşırı genellemeye yöneltmiş olabilir.

**b) Aşırı Özelleme:** Aşırı genellenenin tersine burada ‘Belli bir sınıfa ait kural, prensip ya da kavrama o sınıfın tümüne ait olmayan bir özelliği temel alarak, bir kısıtlama konulması ve bunun kullanılmasıdır’ (Doyuran,2014). Başka bir ifadeyle geniş kapsam da ifade edilebilecek veya kullanılabilir bir kural veya kavramın tek bir açıdan incelenerek kullanılmasıdır. Örneğin öğrenciler öğrenim yaşantılarının ilk başlarında değişme özelliğinin sadece doğal sayılar ile sınırlı olduğunu, hep doğal sayılar ile çalışıldığından

farklı bir sayı sistemine geçiş yapıldığında da bu kuralın geçerli olduğunu düşünebilmektedir. Dolayısıyla yeni bir sayı sistemi ile karşılaşan öğrenci eski bilgilerini değiştirmekte zorlanabilir. Bu durumu engellemenin veya ortadan kaldırmanın yolu ise anlatılan kavram ya da kuralların sadece o sayı sistemi veya konu ile sınırlandırmayıp en geniş anlamda ele alınmalıdır. Örneğin öğrenci de küçük sayıdan büyük sayı çıkmayacağı düşüncesi hakimdir; çünkü bu durum doğal sayılar da bu şekilde öğrenciyi öğretilmektedir. Ancak tam sayılar konusuna geçiş yapıldığında küçük sayıdan büyük sayı çıkarması gerektiğinde bunun olmayacağını düşünerek işlemi gerçekleştiremeyebilir.

**c) Yanlış Tercüme:** İşlem, formül, sembol, tablo, grafik ve cümle gibi değişik formlar arası geçişlerde yapılan sistemli hatalar zincirine yanlış tercüme denilmektedir. Bu duruma örnek olarak tam sayılarda verilen bir sözel ifadenin karşılığını tam sayı olarak yazamaması veya bir tam sayının sözel bir ifade haline getirilememesi olabilir.

**d) Kısıtlı Algılama (Kavrayış):** Bir kavramın sınırlandırılması veya olması gerektiği şekilde tam olarak algılanamaması sonucu oluşmaktadır. Örneğin öğrencilere “ $\frac{1}{5}$  kesrini modelle göster.” dediğimizde bir bütünü eşit parçalara bölmesi gerektiğini kavrayamayıp eşit bölünmemiş bir şekilde gösterebilir.

Bunların dışında Güneş (2007) araştırmasında kavram yanılığı çeşitlerini önyargılı fikirler, bilimsel olmayan inanç, kavramsal yanlış anlamalar, konuşma dilinden kaynaklananlar ve doğal olaylara dayalı kavram aynılıkları olmak üzere beş başlık altında ifade etmiştir:

### **1.8.5. Kavram Yanılıklarının Nedenleri**

Kavram yanılıkları sonucunda yapılan hataların bir daha tekrarlanmaması ve diğer öğrenme alanlarına etki etmemesi için yanılıkların nedenleri araştırılmalıdır. Tanımları zihinde anlamlandırılması zor, can sıkıcı, kafa karıştıran, saçma, günlük hayatta yeri olmayan ve gereksiz cümleler topluluğu olarak gören kabul eden öğrenciler, bu tanımları anlamak yerine ezberlemeyi tercih ederek daha fazla zaman kaybetmekte olup, bunun yerine tanımdan çok kuralları anlayıp bunlara dayalı problem çözerek daha etkili şeyler öğrenirim düşüncesiyle hareket ederek, öğrenme için gerekli görülen kavramları tam anlamlandırıp, yorumlaymadan, kavramsal bilgiyi oluşturmadan sadece işlemsel bilgi ile öğrenmeye çalıştıkları için genellikle hata yapmakta ve sonucunda da kavram yanılıklarına düşmektedirler (Çetin, 2009).

Yapılan literatür taramasında öğrencilerde meydana gelen kavram yanlışlarının ve ardından yapılan hataların sebepleri şu şekilde sıralanabilir:

- a) Öğrencilerin, farklı bir öğrenme ortamına girdiklerinde hazır bulunuşluklarını, kendi ön bilgilerini ve geçmiş yaşantılarını kullanmalarındaki eksiklik ve yetersizliktir (Demetgül, 2001; Gökdağ, 2004; Yazıcı ve Samancı, 2003; Başbüyük, Doğan, Gürses ve Yazıcı, 2004). Brooks ve Brooks (1993)'a göre de her birey geçmişte sahip olduğu bilgileri yeni bilgileri ile harmanlayarak kendine bir bilgi birikimi oluşturur, önceki bilgileriyle yeni bilgilerini birleştirerek bilgi dünyasını oluştur, bundan dolayı bireyin yeni bilgilerini anlamlı hale getirebilmesi için önceki bilgilerine ihtiyacı olduğunu belirtmişlerdir.
- b) Yetişkinlerin, öğrencilerin sahip oldukları kavramları değiştirmede yeterince etkili olamayıp bu durum karşısında başarısız olmalarıdır (Beydoğan, 1998). Moss ve Case (2001) öğrencilerdeki kavram yanlışlarını önleme de tek bir yolun yeterli olmadığını belirtmiştir. Öğrencilerin zihinlerinde oluşan doğru olmayan genellemeleri ortadan kaldırmak için ayrıca çaba harcanması gerektiği, yoksa kavramsal değişimin yaşanamayacağını ifade etmişlerdir.
- c) Kavramların öğrencilere öğretilirken, öğrencilerin o kavrama ilişkin anlam bütünlüğünü kuramayıp, bilgilerinin eksik kalması ve eski bilgileri ile arasında uyum sağlayamayıp durumları birbirine karıştırmasındadır (Akbaş, 2002; Başbüyük ve diğ., 2004). Doğan, Sulak ve Cihangir (2003)'e göre öğrenciler konu ile ilgili bazı kavramları kendine göre gereksiz, kafa karıştırıcı veya fazla olduğu düşüncesine kapılarak bu bilgileri zihinlerinde tutmak yerine bunları atarlar ancak ellerinde var olanlarla da anlamlı bir bütünlük kuramadıkları yeni kavramlara sahip olmaktadır. Bu durumda, öğrencinin zihninde şekillenen durum kavramın gerçek anlamıyla çelişip yanlış anlamaya ve devamında kavram yanlışlarına neden olmaktadır.
- d) Ders kitapları ve öğretmen faktörüdür (Yazıcı ve Samancı, 2003; Saka, 2008; Demetgül, 2001; Gökdağ, 2004). Ardahan ve Ersoy'a (1998) göre öğretmenlerin yanlış tanısı ve öğrencilerin sahip olduğu olası yanlışları bilmemesi, derslerde yeterli araç gereç ve yöntemleri kullanmaması, öğrencilerin yanlışlarında önemli bir etkidir. NTCM (2000)' de öğrencilerin bir konuyu anlaması için öğretmenlerin gerekli kural ve bilgileri sadece aktarması yeterli değildir. Bu aktarımı yaparken aynı zamanda bilgiyi öğrenci için anlamlı hale getirmesi gerekir.

### 1.8.6. Kavram Yanılgılarının Tespiti ve Giderilmesi

Son yıllarda eğitim öğretim alanında yapılan çalışmaların büyük bir bölümünü öğrencilerin yaptıkları hataları, kavram yanılgılarını belirlemek ve bu yanılgıların nedenlerinin neler olabileceğini bulmak oluşturmaktadır. Yapılan hataların temelini çoğunun kavram yanılgıları olduğu göz önüne alınarak kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve giderilmesi gerektiği düşünülmektedir. Kavram yanılgıları, bireyin zihinde gerçekleşen bir durum olduğu için somut bir şekilde gözlemlemek mümkün değildir. Dolayısıyla bu yanılgıları ve yanılgılar sonucunda yapılan hataları belirlemek kolay bir durum olmayıp, bir takım yöntem ve uygulamalar gerektirir. Örneğin, öğrencilere başarı testleri uygulanabilir ve kavramları nasıl anladıklarını tespit etmek için açık uçlu sorular yöneltilebilir. Böylece öğrencilerin konu ile ilgili bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar incelenerek yanılgıları ortaya çıkarılabilir. Bunun dışında, beyin fırtınası, tartışma gibi öğretim teknikleri kullanarak çocukların düşünceleri ortaya çıkarılabilir. Öğrencilerle yüz yüze görüşme yapmak ve öğrencileri gözlemlemekte hata ve kavram yanılgısını belirlemek için başvurulan diğer yöntemlerdir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde genel olarak gözlem, görüşme, tartışma, başarı ve teşhis testleri ile tecrübeli öğretmenlerin görüşlerinin alınması gibi yöntemlerin kullanıldığı görülmektedir (Akkaya, 2006; Atasoy ve Akdeniz, 2007; Baştürk, 2009; Baysal, 2010). Kavram yanılgısı ölçme testlerinde amaç, yanılgının köküne inip yapılan hatayı tespit etmek ve nedenini belirlemektir. Bu açıdan bakıldığında bu testlerde öğrencinin cevabının arkasında yatan nedenin tek başına anlaşılması pek mümkün değildir. Yapılan hataları ortadan kaldırmak ve nedenlerini tespit etmek adına; mülakatlar, tartışma ve gözlem ile bu testler desteklenmelidir (Karataş, Köse ve Coştu, 2003).

Matematik yapısı bakımından sistematik bir derstir. Edwards ve Ward (2004) matematiksel kavramların eğitimin her kademesinde doğrudan ders içerisinde, öğrencinin keşfetmesine yönelik etkinlikler ile birlikte sistemli bir şekilde verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Böylece kavramlar sistemli bir şekilde verildiğinde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve sahip oldukları kavram yanılgıları da en aza indirilecektir (Erdem, 2015). Bireylerin başarılı bir eğitim öğretim hayatı için sahip oldukları kavram yanılgıları ve yapılan hataların nedenleri tespit edilerek bir an önce giderilmesi gerekmektedir. Çünkü sahip olunan hatalar öğrencilerin bilgileri anlamlı bir şekilde öğrenmesini büyük ölçüde etkilemektedir. Anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşebilmesi için de öğrencilerin zihinlerinde o kavrama ait değişimi



sağlamalarına izin verilip, sahip oldukları kavram yanlışları ve yanlışların oluşum nedenleri belirlenmelidir (Cansüngü ve Bal, 2002). İçinde bulunduğumuz eğitim sistemi içerisinde öğrencilerde oluşan hataları engelleyemsek bile, onlarda oluşacak yanlışların neler olabileceğini ve bunlara nasıl müdahale etmemiz gerektiğini bilmemiz gerekmektedir. Bu konuda yapılacak ilk iş öğrencilerin en çok yaptıkları hataların ve öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının farkına varmak, ardından bunları belirleyerek müdahale etmektir (Özkan, 2015). Bireylerde var olan hataları gidermek için birçok yöntemden yararlanabilir. Ancak unutulmamalıdır ki tüm yanlışlar aynı yöntem ile giderilemez. Bazı yanlışlar kolayca giderilmesine karşın, sabitlenmiş ve küçük yaşlardan edinilmiş çeşitli hata ve kavram yanlışlarının giderilmesi oldukça zordur. Spooner (2002), çocukların matematiksel hata/kavram yanlışlarını kontrol edebildiklerini hissettikleri durumlara sokmanın onları kendi kavram yanlışlarını keşfetme ve tartışma konusunda iyi bir farkındalık yaratacağını belirtmektedir. Yağbasan vd., (2005) yaptıkları çalışmada kavram yanlışlarını gidermek için yapılması gerekenleri aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- Anlatılan konuyla ilgili daha önceden belirlenmiş olan kavram yanlışlarını öğrencilerle paylaşarak üzerinde tartışılmalıdır.
- Öğrencilerin, derste anlatılan konu ile ilgili diğer arkadaşlarıyla tartışarak kendi kavramsal bilgi düzeylerini test etmelidirler.
- Var olan kavram yanlışlarını gidermek için farklı yöntemler kullanılmalı, model ve etkinlikler tasarlanarak, etkili bir öğretim ortamı oluşturulmalıdır.
- Önceden belirlenen ve üzerinde durulan kavram yanlışları çok zaman geçmeden tekrar gündeme getirilmeli ve hala devam eden öğrenciler için tekrar tartışılmalıdır.
- Kavramların doğru bir şekilde anlaşılması için, belirli aralıklarla tekrar yapılmalı ve kontrolü sağlanarak pekiştirilmeye çalışılmalıdır.

Özet olarak, etkili bir öğretim gerçekleştirilmesi için konuya ilişkin hatalar ve kavram yanlışlarının belirlenmesi gerekmektedir. Yapılan tespitlerin ardından öğrencilerin sahip olduğu yanlışlarla yüzleşmeleri ve bu yanlışların tümünün ortaya çıkarılması yönünde bir öğretim planlanmalıdır. Ardından bilgilerin yeniden yapılandırılması ve özümsemesi için uygun eğitim yöntemi belirlenmelidir. Son olarak öğrenciler; tahminlerine uymayan, mevcut kavram bilgileriyle çözemeyecekleri ve sonucunda dengesizlik durumunun oluşacağı problemlerle yüz yüze getirilmelidir.

## 1.9. Tam Sayılar

Tam sayıların kullanımı binlerce yıl öncesine dayanmakta olup, matematik biliminin ve matematiksel yapının temelini oluşturmaktadır. Alman matematikçi Karl Weierstrass (1815-1897) tam sayıları ile ilgili “Tanrı bize tam sayıları verdi. Gerisini biz yaptık.” fikrini öne sürerken, başka bir Alman matematikçi Leopold Kronecker (1810- 1891) ise tam sayılar için “Tanrı tam sayıları yarattı. Diğerleri insanların buluşudur. Tam sayılardan başka sayı yoktur.” şeklinde ifade etmiştir (Struik, 2002). Doğal sayıların zamanla insanların ihtiyaçlarını karşılayamaması sonucunda yaklaşık olarak 2000 yıl kadar önce yönlü sayılar olarak kullanılmaya başlanmıştır (Baykul, 2005). Tam sayıların tarihsel gelişimi farklı dönemlere sahip olduğundan dolayı pozitif tam sayılar, sıfır ve negatif tam sayılar tarihi diye üçe ayırmak gerekir. Pozitif tam sayıların ortaya çıkışı tam olarak bilinmiyor olup ilk kullanımı sayma amaçlı olduğu düşünülmektedir. Negatif sayıların ilk kullanımı ise M.Ö. 100–50 yılları arası Çinliler dönemi olup, pozitif sayılar için alacak hesabını kırmızı, negatif sayıları için borç hesabını da siyah çubuklarla göstererek hesaplamalarıdır (Körükçü, 2008). 7. ve 8. asırda bir Hint yapıtı olan Brahmagupta'nın 628'de yayınladığı Siddhanta adlı eserinde borç için negatif sayılardan bahsedildiği, Avrupa'da 1202 yılında yayınlanmış olan Fibonacci'nin Liber Abaci adlı eserinde negatif sayılara yer verildiği, İtalyan matematikçisi Jerome Cardan (1501–1576) negatif sayılara yapma sayılar anlamına gelen üzere “false numbers” adını verdiği, artı ve eksi işaretlerin ilk defa 16. yüzyılda Johann Widmann'nın ticari aritmetik kitabında kullanıldığı, Micheal Stifel'in Aritmethica Integra'sında ikinci dereceden denklemlerden formülü elde etmek için negatif sayıları kullandığı görülmüştür (Körükçü, 2008).

Avrupa'da negatif sayıların kabulü 18. Yüzyılı bulmuş ve bunların özelliklerini ispat etmek üzere çalışmalara başlanmıştır (Crowley ve Dunn, 1985). Negatif iki sayının çarpımının artı bir sayı olduğunun matematik dünyasında kabulü ise 19. Yüzyıla dayanmaktadır (Özmantar ve Bingölbali, 2015). Diğer yandan tam sayıların artı ve eksi işaretlerinin toplama işleminin artısı ve çıkarma işleminin eksisi ile aynı işarete sahip olmasını kabul etmek, bu duruma alışmakta oldukça güç bir durumdur. Buradan da anlaşılmaktadır ki, aslında tam sayılarla ve özellikle negatif sayılarla hiç düşünmeden yaptığımız birçok işlemin kabulü kolay olmamıştır.

### 1.10. Matematik Öğretim Programı Tam Sayıların Matematik Dersi Öğretim Programındaki Yeri

Birçok matematik eğitimcisi negatif tam sayıların matematik dersi öğretim programında hangi seviye de yer alması gerektiğine ilişkin görüşlerini sunmuştur. Murray (1985) negatif sayılara matematik dersi öğretim programında 4. sınıf seviyesinden itibaren yer verilmesi gerektiğini, Hativa ve Cohen (1995) ise 4. ve 5. sınıf seviyelerinden itibaren öğrencilerin erkenden negatif sayılarla tanışmalarının iyi olacağını, çünkü ilköğretimin ilk dönemlerinden itibaren negatif sayılarla bir tanışmanın olmasının ileriki yıllarda öğrencilerin yapacakları hataları ve oluşabilecek kavram yanılgılarını önleyici olacağını belirtmişlerdir. Ülkemizde ise ilköğretimin ilk kademesinde öğrencilerin karşısına hiç çıkmayan tam sayılar konusu öğrencilerde soyut işlemler döneminin başladığı düşünülerek de hem bir önceki matematik öğretim planında hem de yeni matematik öğretim planında 6. sınıftan itibaren yer almaktadır (MEB, 2013). Ancak negatif tam sayıların hangi sınıf seviyesinde yer alması gerektiğine öğrencilerin gelişim süreçlerine bakılarak karar verilmelidir. Çünkü öğrenciler negatif sayılarla günlük hayatta karşılaşsalar, informal olarak bir bilgileri olsa da bu durum onların işlem yapabilmeleri için yeterli olmayabilir. Milli Eğitim Bakanlığının 2013 yılında yayımlanan matematik öğretimi programında kazanımların dağılım yüzdelerine bakıldığında, tam sayılar 6. sınıf matematik konuları içerisinde % 9'luk oranla 69 kazanımda 6 kazanımlık yere sahip olup 16 ders saati, 7. sınıf matematik konuları içerisinde %7'lik oranla 53 kazanımda 3 kazanım ve 12 ders saati ile sınırlıdır (MEB, 2013). Ortaokul 6. sınıf matematik dersi öğretim programında “Tam Sayılar ve Tam Sayılar ve İşlemler” alt öğrenme alanı altında yer alan kazanımlar şöyledir:

- Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir.
- Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.
- Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır.
- Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer.
- Tam sayılarda çıkarma işleminin ters işaretlisi ile toplama anlamına geldiğini anlar.
- Toplama işleminin özelliklerini akıcı işlem yapmak için birer strateji olarak kullanır.

Ortaokul 7. sınıf matematik dersi öğretim programında “Tam Sayılar ve Tam Sayılar ve İşlemler” alt öğrenme alanı altında yer alan kazanımlar ise şöyledir:

- Tam sayılarla ilgili çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
- Tam sayılarla ilgili işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer.
- Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.(MEB, 2013).

Söz konusu oranlar tam sayılar konusunun diğer konulara oranla programda daha az yer aldığını göstermektedir. Ancak bu oranların tam sayıların tam anlamıyla öğrenimi için yeterli olmadığı düşünülmektedir. Çünkü tam sayıların bu bağlamda yer alan cebirsel ifadeler ve bunlarla ilgili işlemler, rasyonel sayılar ve rasyonel sayılara ilgili işlemler, denklem ve eşitlik, üslü sayılar, köklü ifadeler, özdeşlikler ve eşitsizlikler gibi birçok konuya temel olduğu görülmektedir. Bu nedenle tam sayıların öğretimine ilk andan itibaren gerekli önem verilerek, yanlış öğrenmeleri en aza indirecek şekilde öğrenilmesinin sonraki konuların öğrenilmesini kolaylaştıracağı düşünülmektedir.

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin tam sayılar ile ilgili 6. ve 7. sınıf matematik dersi öğretim programlarının kazanımları ile sınırlı olup bu kazanımlar bağlamında 8. Sınıf öğrencilerinin tam sayılara ile ilgili bilgi düzeylerine ve yaptıkları hataların neler olduğunun incelemesi yapılacaktır.

## 2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

İlgili literatür incelendiğinde genel anlamda farklı yöntemlerin ve materyal kullanımının tam sayıların öğretimine etkisine, tam sayılar konusunda yapılan hatalar, karşılaşılan zorluklar ve tam sayılar ile ilgili öğrencilerin işlemsel bilgilerini araştıran çalışmalara ulusal veya uluslararası düzeyde yapılmış birçok araştırmaya rastlanılmıştır. Çalışmamızın problem konusu özelinde ortaokul 8. sınıf öğrencilerin tam sayılar konusundaki işlem bilgileri ve yaptıkları hataların neler olduğu ele alınacaktır.

Yerli ve yabancı literatür incelendiğinde tam sayılar ile ilgili çalışmaların farklı boyutlarının ele alındığı görülmektedir. Bu çalışmaların bazıları bizim çalışmamıza ilham kaynağı olan öğrencilerin tam sayılar ile ilgili karşılaştıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları ile ilgilidir (Gökbaş, 2005; Melemezoglu, 2005; İşgüden, 2008; Avcu ve Yenilmez, 2009; Avcu ve Durmaz, 2011; Kubar, 2012; Yenilmez ve Bağdat, 2013; Başbüyük, Erdem, Gökkurt, Soylu ve Şahin, 2015, Atayev, 2015).

Gökbaş (2005) çalışmasında öğrencilerin tam sayıların öğretimi ile ilgili yaptıkları hataları ve yanlışları tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmada Konya ili Meram ve Selçuklu ilçelerindeki ilköğretim okullarında öğretim gören 396 7. sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Çoktan seçmeli “Teşhis Testi” nin uygulandığı gruptan elde edilen veriler istatistiksel analiz yöntemleri ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin tam sayılar kümesini oluşturmada, mutlak değerle ilgili ifadelerde, işlemler arasında ilişki kurmada, sayı doğrusu üzerindeki çalışmalarda, negatif tam sayıları sıralamada, tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde, herhangi bir tam sayının kuvvetini bulmada, tam sayılar ile doğal sayılar arasında ilişki kurmada, günlük hayatta karşılaştıkları problemleri anlamada, matematiksel olarak ifade etmede, probleme uygun model oluşturmada ciddi güçlük yaşadıkları, kural ve kavramları tam olarak bilmediklerini, birbirine karıştırdıklarını tespit etmiştir.

Melemezoglu (2005) çalışmasında öğrencilerin yönlü sayılar ve yönlü sayılarla işlemler ile ilgili hatalarının ve yanlışlarının neler olduğu ve bu yanlışların ortadan kaldırılması için

neler yapılabileceğinin araştırılması amaçlanmıştır. Araştırma Konya ilinde öğrenim görmekte olan 12-13 yaşlarındaki (7. sınıf) 300 öğrenciye uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak için hazırlanan 23 soruluk teşhis testi oluşturulmuş ve elde edilen sonuçlar betimlemeli istatistik metotları ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin sözel problemleri kavrayıp çözebilme, yönlü sayılarla ilgili işlem yapabilme, model oluşturabilme konularında zorlandıkları ve yanılgılarının olduğu ortaya çıkmıştır.

İşgüden (2008) çalışmasında ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlüklerin neler olduğunu belirlemeyi ve bu güçlükleri gidermeyi amaçlamıştır. Çalışma betimsel bir araştırma olup tarama yönteminden yararlanılmıştır. Araştırmada Eskişehir ili Sivrihisar ilçesindeki ilköğretim okullarında okumakta olan 540 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Verilerin toplanması için araştırmacı tarafından uygulanan matematik dersi öğretim programında ve kullanılan kitaplar doğrultusunda 24 soruluk tam sayılar başarı testi uygulanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda tam sayılar konusunun kazanılmasına engel olan güçlükler bulunmuştur. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin tam sayılar kümesini yazma ve sembolle göstermede, “0” sayısının tam sayılar kümesine ait olup olmadığı konusunda, pozitif ve negatif tam sayıları tanımlama ve sembolle yazmada, negatif tam sayıların sadece negatif ve pozitif tam sayıların ise sadece pozitif tam sayılar kümesine ait olduğu düşünülüp, bunların aynı zamanda tam sayılar kümesinin elemanı olduğu konusunda zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Ayrıca tam sayıları sayı doğrusunda gösterme konusunda, sayı doğrusuna negatif sayıları yerleştirmede, büyüklük veya küçüklük sırasına koyup sembol kullanarak yazmada, özellikle negatif sayıların büyüklük küçüklük sıralamasında zorlandıkları ve hata yaptıkları tespit edilmiştir. Pozitif ve negatif tam sayıların mutlak değerlerini söyleyip yazma konusunda, mutlak değer anlamı hususunda, pozitif veya negatif bir tam sayının kuvvetlerini bulup yazmada, tam sayılarda kuvvet almada ve özellikle negatif tam sayıların çift ve tek kuvvetlerini ifade etme ve değerini bulmada sorun yaşadıkları görülmüştür. Tam sayılarda toplamanın yapıldığı bir işlemlerde, verilmeyen terimi bulup yazma konusunda, sayıların yerlerini harfler aldığında problem yaşandığı ve denklem çözme konusundaki eksikliğin bu soruların yapılamamasına etkisi olduğu tespit edilmiştir. Toplama ve çıkarma işlemlerinin bir arada olduğu, ayrıca dört işlemin bir arada bulunduğu (toplama, çıkarma, bölme ve çarpma) işlemlerin sonucunu bulup yazma

konusunda ve işlem önceliği konusunda tereddüde düşerek güçlük yaşadıkları bulunmuştur.

Avcu ve Yenilmez (2009) çalışmalarında 8. sınıf öğrencilerinin mutlak değer konusundaki performanslarını ve karşılaştıkları zorlukların neler olduğunu ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırma betimsel nitelikte olup tarama modelinden yararlanarak 2007-2008 eğitim öğretim yılında Eskişehir il merkezinde öğrenim görmekte olan 86 tane 8. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Araştırmada 10 açık uçlu sorudan oluşan mutlak değer başarı testi veri toplama aracı olarak uygulanmış olup elde edilen veriler analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre mutlak değerle tanışan öğrencilerin bu konuda sıkıntılar yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin mutlak değer içeren dört işlem sorularında başarı oranı yüksek iken; mutlak değer içeren denklem çözümlerinde ve harfli ifadelerin mutlak değerini bulmada bu oranın çok düşük olduğu sonucu elde edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin mutlak değer ile bağlantılı diğer konularda yaşadıkları zorlukları mutlak değer kavramına taşındığı, bu olumsuz transfer nedeniyle de mutlak değer konusunda başarının oldukça düştüğü tespit edilmiştir.

Avcu ve Durmaz (2011) yaptıkları çalışmada ilköğretim okullarında öğrenim görmekte olan 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ilgili işlemlerde yaptıkları hataların neler olduğunu ve öğrencilerin bu konunun öğrenimi sırasında ne gibi zorluklarla karşılaştıklarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Her sınıf düzeyine farklı sayıda ve çeşitte soruların sorulduğu bu çalışmada betimsel nitelikte olan tarama modeli kullanılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılara ait kazanımları istenilen düzeyde elde edemediklerini, negatif ve pozitif tam sayıları ayırt edebiliyorken hangisinin küçük hangisinin büyük olduğunu belirlemede sorun yaşadıkları, 0' tam sayılar kümesinin neresine yerleştireceklerini bilmediklerini, 0'a işaret verme konusunda hata yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde işarete dikkate almadan işlem yaptıkları, toplama işleminde sayıları rastgele topladıkları, çıkarma işleminde mutlak değerce büyük olan sayıdan küçük sayıyı çıkardıkları, 0'ı bölme işleminde 1 gibi etkisiz eleman olarak kabul ettikleri ve işlem önceliği sorularında rastgele işlem yaptıkları, işlem önceliğine dikkat etmedikleri sonucuna varılmıştır.

Kubar (2012)'de yaptığı çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının tam sayıların tanımına ilişkin konu ve pedagojik alan bilgisinin nasıl olduğunu belirlemeyi

amaçlamıştır. Çalışmada bu belirlenen amaçlar doğrultusunda veri toplama aracı olarak açık uçlu iki soru ve görüşme soruları kullanılmıştır. Çalışmanın başlangıcında açık uçlu bu iki soru, staj dersini almakta olan 38 aday öğretmene uygulanmış ve bu öğrencilerin dördüyle ise gönüllülük esasına dayanılarak görüşme yapılmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının yaptıkları bazı tanımlamalarda eksiklik ve yanlışlarının olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adayları aynı zamanda ilköğretim öğrencilerinin kavram yanılgısı ve hatalarına ilişkin birçok öneride bulunmuşlardır. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, öğretmen adaylarının önerdikleri kavram yanılgısı ve hataların önceki çalışmalarda bulunan sonuçlarla benzerlik gösterdiğini ortaya koymuştur. Önerilen yanılgıları ve hatalara dayanılarak bu durumun nedeni olarak; sayı kümeleriyle ilgili sahip olunan bilginin olumsuz transferi, öğrencilerin genel yetersizlikleri ve öğretme yaklaşımları olduğu ifade edilmiştir.

Yenilmez ve Bağdat (2013) yaptıkları çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarda işlem yaparken karşılaştıkları zorlukların neler olduğunu belirlemeyi amaçlamaktadırlar. 2012-2013 yılında öğrenim görmekte olan 10 tane 7 sınıf öğrencisi üzerinde yapılan çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmış olup veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan 11 açık uçlu soru ve ardından yapılan yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile toplanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin en çok tam sayılarda çıkarma işleminde hata yaptıkları, negatif tam sayının işareti ile çıkarma işlemini birbirine karıştırdıkları, tam sayılarda mutlak değerce büyük sayıdan küçük sayıyı çıkardıkları ve iki eksi yan yana gelince + olur düşüncesiyle hareket ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alan sorularda da hatalı davranışlar sergiledikleri, çarpma ve bölme işlemlerinde de sayıların işaretlerini görmezden geldikleri ve matematik dilini kullanmada yetersiz oldukları bulunmuştur.

Atayev (2015) çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları kavrama ve sıralama kavramlarındaki başarı düzeylerini incelemeyi, bu öğrencilerin tam sayıları kavrama ve sıralamada yaptıkları hataları belirlemeyi ve öğrencilerin yaptıkları hataların nedenlerinin araştırılmayı amaçlamıştır. Araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemlerini birleştiren karma bir araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma 262 altıncı sınıf ortaokulu öğrencisiyle yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak 8 tane açık uçlu soru içeren “Tam Sayı Başarı Testi” uygulanmıştır. Uygulama sonrasında ayrıca toplam 8 öğrenciyle testteki



cevaplarını açıklamaları amacıyla bireysel görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen verilere göre öğrencilerin sıralama sorularında orta, kavrama sorularındaki başarılarının yüksek seviyede olduğu görülmüştür. Kavrama sorularında, eksik çözüm stratejisi uygulama, yanlış sembol kullanımı, pozitif ve negatif işaretlerin yanlış kullanımı, verilen bilgi ihmali ve yanlış hizalama hataları yapılırken, sıralama sorularında; ters sıralama, rastgele sıralama, yanlış referans noktası alma, yanlış sembol kullanımı, pozitif ve negatif işaretlerin yanlış kullanımı, verilen bilgi ihmali ve yanlış hizalama hataları yapılmıştır. Uygulama sonrası yapılan mülakat ile öğrencilerin yaptıkları hataların nedenleri belirlenmiştir. Bu hataların nedenleri; soruyu dikkatsiz okuma, sayı doğrusu üzerindeki sayıların büyüklüğünü yanlış anlama, aynı işaretli tam sayıların farklı işaretli tam sayılara göre daha yakın olduğunu kabul etme ve son olarak doğal sayıların özelliklerini tam sayılara genellemeleri şeklinde belirlenmiştir.

Başbüyük, Erdem, Gökkurt, Şahin ve Soylu (2015) yılında yaptıkları araştırmada öğrenimi ve öğretimi zor olan konulardan biri olarak kabul edilen tam sayıların öğretimi konusunda yaşanan zorlukların neler olduğunu belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmış olup çalışma grubunu farklı okullarda çalışmakta olan 38 ortaokul matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak iki açık uçlu sorunun olduğu bir form kullanılmış ve veriler içerik analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin negatif tam sayılarda “-” işaretine anlam veremedikleri, özellikle tam sayılarda çıkarma işlemi yapmakta zorlandıkları, tam sayıları sıralarken negatif ya da pozitif olma durumlarına dikkat etmeden sıraladıkları, tam sayıların anlatımında somut bir materyal olarak kullanılan sayma pullarını anlamlandırmakta zorlandıkları ve günlük hayatla ilişkilendirirken hata yaptıklarını ifade eden öğretmen görüşleri olmuştur. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin daha somut işlemler döneminde olduğuna dikkat çekerek somut materyal sayısının artırılması gerektiğini ve çarpma ve bölme işlemlerinde sayma pullarının kullanılmasının pek doğru olmadığını belirtmişlerdir.

Yapılan diğer çalışmalar ise tam sayıların öğretimine dönük yarı deneysel ve deneysel çalışmalardır. Bu çalışmalarda öğrencilere tam sayıların öğretimini kolaylaştırmak için ne gibi yöntemlerin kullanımının yardımcı olabileceği üzerinde durulmuştur. Bu çalışmaların bazıları 7. sınıflar üzerinde (Hackbarth, 2000; Mccorkle, 2001; Köroğlu ve Yeşildere,

2004; Kullberg, 2007; Dereli, 2008; Atasoy, Baki, Gürbüz ve Ünal, 2009; Ünal ve İpek, 2009; Şengül ve Körükçü, 2012; Bahadır ve Özdemir, 2013; Dereli ve Şengül, 2013), bazıları 6. sınıflar üzerinde (Körükçü, 2008; Ertuğrul, 2009, Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Akın ve Kutluca, 2014; Şahal, 2016) yapılmıştır. Bunların dışında genel olarak ortaokul öğrencileri üzerinde yapılan çalışmalara (Chiu, 1994; Carson ve Day, 1995; Hayes, 1996; Kilhamn, 2008) ulaşılmıştır. Ayrıca ilkököl öğrencileri üzerinde (Hayes ve Stacey, 2003; Madsen, 2010 ), öğretmenler (Bozkurt ve Polat, 2011) ve öğretmen adayları (Akın ve Kutluca, 2013) üzerinde çalışılan çalışmalara rastlanılmıştır.

Chiu (1994) yılında yaptığı, “Matematikte Benzetimsel Muhakeme: Tam Sayı Problemlerini Çözmede Uzmanlar ve Öğrenciler” adlı çalışmasında benzetimsel muhakeme ile insanların karışık işlemler yaparak soyut göstergeleri nasıl yorumladıklarını, farkına vardıkları bu durumu daha sonraki problemlere nasıl uyguladıklarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada, ortaokul öğrencileri ile yüksek lisans mezunu uzmanların negatif sayılarla ilgili çözdükleri 3 soruya ilişkin görüşmeleri kayda alınmış ve analiz edilmiştir. Elde edilen verilere göre öğrencilerin yaptıkları benzetimler sayesinde, sadece problemleri anlamak ve çözmek için değil, aynı zamanda ulaştıkları sonuçları değerlendirmek ve kanıtlamak için benzetim olarak düşünmüşlerdir. Uzmanlar daha fazla benzetim eklemiştir ve bunları da seçerek mantıksal olarak açıklamışlardır. Aksine, öğrenciler benzetimsel düşünmeyi daha az ama daha sık kullanmışlardır.

Carson ve Day (1995)’te yaptıkları çalışmalarında, negatif sayılarla olan işlemlerin cebirsel geometri ile temellendirerek uygulanan matematik dersi öğretim programında öğretilmesi gerektiğini önemli olduğunu belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada cebir geometrisi geçiş dersi almış 9. sınıf öğrencilerinin kavramsal anlamaları ile geleneksel cebire giriş dersi almış, üstün zekâlı 6. sınıf öğrencilerinden oluşan bir kontrol grubunu kıyaslamaktadır. Açık uçlu bir sınavdan elde edilen genel verilere göre yılın başında geleneksel öğrencilerden daha düşük bir performans sergileyen cebir projesi öğrencileri, yılsonunda geleneksel grubu geride bırakmışlardır. Öğrencilerin problem çözme stratejileri üzerine daha derinlemesine incelemeler geleneksel yöntem grubunun hala bilindik işaretlerin kullanımından kaynaklanan bir kafa karışması sergilerken; cebir öğrencileri vektör işlemlerine dayalı, tam sayıların toplama ve çıkarmasına dair bir anlayış geliştirmişlerdir. Çalışmanın sonuçları, tam sayılarla ilgili tüm işlemlerin, öğrencilere zaman ve mekân

ilişkilerindeki vektör işlemlere hitap eden fiziksel ortamlar sağlayarak daha sezgisel hale nasıl getirilebileceğini ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar ‘tüm öğrencilerin matematiğin en önemli fikirlerini öğrenme fırsatları olmalı’ fikrini desteklemekle kalmayıp, aynı zamanda ‘tüm öğrenciler, soyut cebirsel kavramlar için geometrik temel oluşturan geleneksel “yüksek matematiği de öğrenmeleri gerektiğini savunmaktadır.

Hayes (1996)’ da yaptığı çalışmada negatif sayılar kavramının ve negatif sayılarla yapılacak olan işlemlerin öğretilmesinde en çok kullanılan yöntemlerin etkinliğini ve karşılaşılan güçlükleri belirlemek için 1994–1996 yılları arasında, üç ilköğretim okulu öğrencileri üzerinde bir çalışma yapılmıştır. Elde edilen verilere göre öğrencilerin negatif sayılar alanındaki bilgilerin yetersiz ve karmaşık olduğunu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin sergiledikleri davranışlar göz önünde tutulduğunda, aynı dersin öğretildiği sınıflar kıyaslanmış ve deneysel yaklaşımın orta düzey öğrencilerin performansını arttırdığı görülmüştür. Matematik başarısı yüksek olan öğrenciler konuyu zorlayıcı bulmazken, hem deney grubundakilerin hem de kontrol grubundakilerin konuya ilişkin bilgi düzeylerinin yüksek düzeyde olduğu ifade edilmiştir.

Hackbarth (2000) yılında yaptığı tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri üzerine yaptığı ve ayırık objelerin kullanıldığı araştırmasında 7. sınıflara öğretilen tam sayılarla toplama ve çıkarma metotlarının öğrencilerin matematik başarısı ve hatırlama düzeylerini nasıl etkilediğini belirlemek olmuştur. Araştırmacı çalışmasında ön test son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntem kullanmış olup, araştırmada iki deneysel gruba araç gereç kullanımıyla tam sayılarla toplama ve çıkarma öğretilmiştir. Bir grup (n=23) “artı-eksi pullar” kullanmış, diğer grup (n=22) “çift renkli pullar” kullanmıştır. Kontrol grubuna (n=23) geleneksel yöntemler uygulanarak tam sayıların toplama ve çıkarma kuralları öğretilmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan her biri otuz üç sorudan oluşan ön test son test ve hatırlama testleri 68 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin tam sayı kavramını anlamalarına yardım eden materyallerle (iki renkli çipler gibi) toplama ve çıkarma işleminin anlatılmasında etkili olduğu ancak aralarında çok fark oluşturmadığı tespit edilmiştir.

Mccorkle (2001)’ de yaptığı çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin pozitif ve negatif tam sayıları farklı yöntemler kullanılarak nasıl toplama ve çıkarma yapacaklarını öğretmeyi amaçlamıştır. Araştırmacı çalışmada ön ve son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntem

kullanmıştır. Çalışmada deney grubuyla çalışırken öğrencilere kabarcıklarla dolu bir cadı kazanı hayal etmelerini, "sıcak küp" eklenirse sıcaklığın 1 derece artacağı, eğer "soğuk küp" eklenirse sıcaklığın 1 derece düşeceği aynı şekilde eğer bir sıcak küp eksiltirse sıcaklığın 1 derece azalacağı, eğer bir soğuk küp eksiltirse sıcaklığın 1 derece artacağı vurgulanmıştır. Negatif sayıların soğuk küpleri, pozitif sayıların sıcak küpleri temsil ettiği belirtilmiştir. Deney grubu termometre ölçüsünün kullanıldığı "sıcak" ve "soğuk" küpleri kullanarak ilişkisel yaklaşımla öğrenim görürken, kontrol grubu kitap bağlı kalıp kural ezberletilmesi ile öğrenim görmüştür. 2 hafta sonra her iki gruba 25 soruluk son test uygulanmış olup, 3 hafta sonra ise aynı test onlara kalıcılık testi olarak verilmiştir. Elde edilen veriler sonucunda kavramsal öğrenen öğrencilerin testlerden daha yüksek sonuç aldığını ve hatırlamada daha iyi olduklarını göstermiştir.

Hayes ve Stacey (2003)'de yaptıkları çalışmalarında negatif sayıların öğreniminde "+" ve "-"nin birbirini götürme yöntemini içeren sayı doğrusu ile tam sayı pullarının kullanımının faydalarının neler olduğunun belirlenmeyi amaçlamıştır. Araştırmada deney ve kontrol gruplu yarı deneysel yöntem kullanılmış olup, 1995-1997 yılları arasında yapılan bu çalışmada deney grubunu iki devlet okulunda öğrenim göre 8 yaşındaki öğrenciler, kontrol grubu özel okulda öğrenim gören 7 yaşındaki öğrenciler oluşturmuştur. Elde edilen veriler doğrultusunda toplama işlemi için sayı doğrusunun kullanışlı olacağı buna karşın çıkarma işleminde sayı doğrusu ile anlatımında problem yaşandığı vurgulanmıştır. Öğrencilerin çıkarma işleminin işareti ile negatif sayının işaretinin karıştırdıkları, çıkarma işleminde ise bazen "sayıyı eksiltme" bazen de "fark bulunması" olarak kullanılması öğrencilerin zorlanmalarına neden olmuştur.

Koroğlu ve Yeşildere (2004)'de yaptığı çalışmasında tam sayıların öğretiminde düz anlatım yöntemi ile çoklu zekâ teorisine dayalı öğretim yönteminin öğrenci başarısına olan etkilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Yarı deneysel olarak yapılan araştırma İzmir ilindeki bir okulda öğrenim görmekte olan deney ve kontrol gruplu olmak üzere toplam 78 tane 7. sınıf öğrencisi üzerinde bir buçuk aylık bir sürede uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak geliştirilen tam sayılar başarı ve teşhis testi verileri istatistiksel yöntemlerle analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda çoklu zeka teorisine göre yapılan öğretimin düz anlatıma göre öğrenci başarısını artırdığı sonucuna varılmıştır.

Kullberg (2007)' de yaptığı çalışmada negatif sayıların toplaması ve çıkarması hakkında 7. sınıf öğretmeni ve öğrencileri (13 yaş öğrencileri) üzerinde bir ders boyunca konunun nasıl ele alındığına odaklanılmıştır. Araştırmacının amacı negatif sayıların öğreniminde kritik özelliklere ulaşılması sırasında öğrencilerin derse katılıp katılmadığı ve nasıl katıldığını görmektir. Bu çalışma farklı ders dizaynlarının tekrarını içeren bir çalışma öğretim deneyimi olarak belirlenmiş olup, Gotenborg Üniversitesi'nde bir araştırma grubu tarafından yürütülmüştür. Çalışmada aynı öğretmen benzer şekilde farklı iki sınıfa katılmış olup her birinde farklı şekilde ders işlemiştir. Uygulama sonucunda negatif sayılarla ilgili “çıkarma işlemi işareti ile sayının işaretinin farkı”, “çıkarma işleminde azaltmak yerine iki sayı arasındaki farkı görme”, “çıkarma işleminde perspektif” ve “sayı sistemini anlama” kriterleri belirlenmiştir. Derslerden biri iki kritik özellik üzerinden diğeri ise dört kritik özellik üzerinden yapılmıştır. Ön ve son testler yapılmış fakat iki sınıf arasında sonuçlar benzer çıkmıştır. Farklı yollarla kritik özelliklerin kazandırılabilceği gösterilmiştir. Bu çalışmada öğrencilere öğrenilecek konuda farklı olacak ve olamayacak deneyimlerin öğrencilere yansıtılması olmuştur

Kilhamn (2008)' de yaptığı çalışmasında negatif sayıların anlamlandırılması kullanılan kavramsal benzetimle muhakeme teorisini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Çalışma 99 öğrenciden elde edilen test sonuçlarını içermektedir. Araştırmada negatif sayılarda çıkarma işlemi sorusunda ilk olarak öğrenciden işlemi yapması, ikinci olarak cevabından ne kadar emin olduğunu gösteren şıkkı işaretlemesi ve üçüncü olarak da cevaba ulaşma şeklini açıklaması istenmiştir. Elde edilen veriler analiz edilerek öğrencilerin cevaba ulaşma şekillerine göre negatif sayıları görsel veya bazı mantıksal temsillere başvurarak benzetim muhakemesinin kullanılması, ikincisi aritmetik kurallarına veya tümdengelim düşüncesine başvurulması ve üçüncüsü ilgisiz cevap veya cevabın olmaması şeklinde üç kategoride toplanmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin benzetimle muhakeme sınırlılıklarının farkında olursa negatif sayıların öğretiminde yardımcı bir unsur olarak kullanılabilceği belirtilmiştir.

Körükçü (2008) çalışmasında tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına, hatırlama düzeylerine, matematik tutum ve kaygılarına etkisinin incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmacı çalışmada ön ve son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntem kullanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 2007-

2008 yılında İstanbul Güngören’de aynı ilköğretim okulunda eğitim gören iki 6. sınıf oluşturmaktadır. Çalışmada öğrencilerin tam sayılar konusundaki bilgilerini belirlemek için Tam Sayılar Başarı Testi, ön test ve sonra son test ve hatırlama düzeylerine etkisini görmek için hatırlama testi olarak uygulanmıştır. Ayrıca matematik kaygısına etkisini görmek için matematik kaygı ölçeği ve matematik tutumuna etkisini görmek için matematik tutum ölçeği kullanılmıştır. Mantıksal düşünme ve işlem bilgisi arasında ilişkiye bakmak için ise mantıksal düşünme testi ve işlem bilgisi testi uygulanmıştır. Elde edilen veriler istatistiksel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Sonuç olarak görsel materyal ile işlenen tam sayılar konuları, geleneksel öğrenme yöntemine göre olumlu yönde farklılıklar oluşturmuştur. Ancak görsel materyal ile kullanımı matematik tutum düzeylerinde artmaya, matematiğe olan kaygı düzeylerinde azalmaya sebep olmasına rağmen bu durum istatistiksel anlamda fark oluşturmamıştır. Matematiğin algılanan yararları bakımından ise iki grup arasında istatistiksel açıdan, deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna varılmıştır. Deney grubu ön ve son tutum puanları kıyaslandığında ise deney grubu öğrencilerinin matematik dersine olan ilgilerinde artan yönde anlamlı bir farklılık olduğu sonucuna varılmıştır. Mantıksal düşünme becerisi ile işlem bilgisi arasında ilişki bulunamamıştır.

Dereli (2008) çalışmasında tam sayılar konusunun karikatürle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına, tutumlarına, kaygılarına ve öğrenilen bilginin kalıcılığına etkisi olup olmadığını araştırmayı amaçlamıştır. Araştırmada ön test ve son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Araştırma 2007-2008 yılında Bolu ilindeki bir ilköğretim okulunda öğrenim görmekte olan iki 7. sınıf üzerinde yapılmıştır. Uygulama öncesi ve sonrası her iki gruba da başarı düzeylerini ölçen 20 sorudan oluşan başarı testi ve yine uygulama öncesi ve sonrası tutum ve kaygı ölçekleri uygulanmıştır. Uygulamadan 10 hafta sonra ise hatırlama testi uygulanmıştır. Elde edilen veriler istatistiksel analiz yöntemi ile analiz edilmiş olup sonucunda karikatürle işlenen dersin öğrencilerin başarı, tutum ve hatırlama seviyelerini arttırdığını ve kaygı düzeylerini azalttığı görülmüştür.

Baki, Gürbüz, Ünal ve Atasoy (2009), yılında yaptığı çalışmasında tam sayılarda dört işlem konusunda Çoklu Zeka Kuramına göre tasarlanan ve uygulanan etkinliklerin öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine etkisini araştırmayı amaçlamıştır. 2006-2007 yılında 7 sınıfta öğrenim görmekte olan 50 öğrenci üzerinde deney ve kontrol gruplu deneysel

yöntem kullanılarak yapılan araştırmada 10 açıkly sorudan oluşan tam sayılar dört işlem kavramsal öğrenme testi ön test, son test ve kalıcılık testi olmak üzere her iki gruba da uygulanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda oklu Zekâ Kuramına göre tasarlanan etkinliklerle gerçekleştirilen öğretimin geleneksel öğretime göre öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine ve kalıcılığına olumlu yönde etki ettiği belirlenmiştir.

nal ve İpek (2009) yaptığı çalışmasında yedinci sınıf ğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin (GME) etkisi incelenmeyi amaçlamıştır. Araştırmacılar çalışmalarında ön test - son test kontrol gruplu deneysel yöntemini kullanarak toplam 39 (19 kontrol - 20 deney grubu) 7 sınıf öğrencisine 8 çoktan seçmeli ve 1'i açık uçlu olmak üzere toplam 9 soru sorulmuştur. Elde edilen veriler doğrultusunda tam sayılarla çarpma konusunda GME yaklaşımının uygulandığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubu arasında başarı ortalamaları bakımından deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Ertuğrul (2009) yaptığı çalışmasında Milli Eğitim Bakanlığının 2006 yılında geleneksel yaklaşımdan uzaklaşıp yapılandırmacı yaklaşımın benimseyerek oluşturduğu yeni ilköğretim matematik dersi ğretim programındaki tam sayılarla ilgili etkinliklerin ve alıştırmaların 6. sınıf ğrencilerin "Sayılar" ğrenme alanının "Tam sayılar" ve "Tam sayılarla İşlemler" alt öğrenme alanlarındaki başarılarına olan etkisi araştırmak amaçlanmaktadır. Tarama yönteminin kullanıldığı bu araştırma da rneklemi Konya ilindeki 6 farklı okulda (2 Őehir merkezi, 2 ile ve 2 kasaba) ğrenim görmekte olan 6. sınıf öğrencileri oluşurmaktadır. Bilgi toplama aracı olarak öğrencilere ilk olarak ön test (hazırbulunuşluk testi), 10 ders saati uygulamanın ardından son test olmak üzere iki adet başarı testi uygulanmıştır. Tüm bu uygulamaların sonucunda öğrencilerin tam sayıları açıklamada zorlanmadıkları, tam sayıları günlük hayattan örneklerinde ifade edebildikleri (alacak-borç, deniz altı-üstü ...), tam sayıları sayı doğrusunda çoğu öğrencinin gösterebildiği ancak bir kısım öğrencinin pozitif tam sayıları gösterebilirken negatif tam sayıları sayı doğrusunda göstermekte zorlandıkları, sıralamada zorluk yaşadıkları, mutlak değeri belirlerken hata yapmadıkları ancak mutlak değeri işaret değiştirici olarak düşünerek hareket ettikleri, mutlak değer içerisindeki ifadeleri sıralarken hata yaptıkları, tam sayılarla toplama da sorun yaşamadıkları, çıkarma işleminde ise toplama işlemine göre oldukça zorluk yaşadıkları, toplama ve çıkarma işleminin bir arada olduğu sorularda da

problem yaşadıkları, sayma pulları ile modellenen toplama ve çıkarmanın matematik cümlesini yazabilme özelliğini öğrencilerin yeterince yerine getiremedikleri tespit edilmiştir.

Altıparmak ve Özdoğan (2010) yılında yaptıkları çalışmada temel olarak negatif sayıların öğretilmesinde bilinen zorlukların üstesinden gelmek için etkili bir strateji geliştirmeyi ve bu öğretim stratejisinin başarısını İzmir'deki bir grup ilköğretim okulu öğrencisi arasında ölçmeyi amaçlamıştır. Araştırmada öntest - sontest kontrol gruplu yarı deneysel yöntem kullanılmış olup araştırmacılar tarafından geliştirilen akademik başarı testi, öğrenme sürecinin başında ve sonrasında 150 altıncı sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Araştırma sonucunda uygulanan bilgisayar animasyonlarının deney grubu lehine anlamlı bir farklılık oluşturduğu bulunmuştur.

Madsen (2010) çalışmasında 2. ve 3. sınıf öğrencilerine çift yönlü sayma deneyimleri ile karşıt sayılar için bir anlayış geliştirmek, keşfetmek, lider yapmak ve öğrenme ortamlarını oluşturmayı amaçlamaktadır. Oyunlar ve çift yönlü etkinlikler ile örneğin öne ve arkaya doğru kurbağa gibi atlama, ana cadde üzerinde kuzey ve güney arasındaki adreslerde hareket etme sıcak ve soğuk hava arasındaki farkı bulma, olumlu ve olumsuz okumalar gibi ifadelerle öğrenim yapılırken öğrenciler oldukça hevesli davranmışlardır. Uygulamada "0" sayısı bu öğrenme süreci için temel olup, aynı boyutta ancak zıt iki sayım yapıldığında "0" oluştuğu fark edilmiştir. Sonuç olarak öğrenciler zıt miktarları temsil eden bu ifadeleri kullanarak karşıt sayılar için anlamlı bir anlayış göstermişlerdir.

Bozkurt ve Polat (2011) yaptıkları çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerin günlük hayata aktarmakta zorlandıkları bir konu olan tam sayılar konusunun öğrenilmesinde kullanılan sayma pullarının öğrenmeye etkisini araştırmayı amaçlamışlardır. Çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılarak 16 ortaokul öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Elde edilen veriler modellerin kullanım, kolaylık, yeterlilik ve etkililik yönlerine bakılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğretmenlerin farklı fikirlere sahip oldukları tespit edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda öğretmenlerin düşünceleri sayma pullarının bazı işlemleri modelleme de kullanışlı olmadığı, tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinde kullandıkları ancak çarpma ve bölme işlemlerinde kullanırken zorlandıkları, modellemede somutlaştırıcı ve tamamlayıcı olduğu ancak tek başına yeterli bir materyal olmadığı ve kullanan



öğretmenlerin sadece kaynaklardaki örneklerle sınırlı kalıp kendilerini geliştirmedikleri sonuçları elde edilmiştir.

Bahadır ve Özdemir (2013) yılında yaptıkları çalışmalarında geleneksel yöntemden uzak alternatif bir yöntem olarak kullanılan canlandırma yönteminin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerin tam sayılar konusunun öğretilmesindeki başarı ve hatırlama düzeylerine etkisinin olup olmadığını belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada ön test-son test kontrol gruplu deneysel yöntemin kullanılmış olup 159 yedinci sınıf öğrencisine ön test, son test ve kalıcılık testi olmak üzere her seferinde 15 soru sorulmuştur. Elde edilen veriler doğrultusunda alternatif bir yöntem olarak düşünülen canlandırma yönteminin uygulandığı deney grubunun geleneksel bir yöntem olarak düşünülen kontrol grubuna göre tam sayılarda işlem yapma ve hatırlama düzeylerinin daha yüksek başarıya sahip olmalarına katkı sağladığı tespit edilmiştir.

Dereli ve Şengül (2013) çalışmasında karikatürle öğretimin öğrencilerin tam sayılar konusundaki başarı, tutum, kaygı ve bilgilerin kalıcılığı üzerine etkisi olup olmadığını belirlemeyi amaçlamaktadır. Araştırma da ön test son test gruplu yarı deneysel desen kullanılmış olup, 61 yedinci sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Öğrencilerin başarı düzeylerini ölçmek için 20 soruluk bir test, “Matematikle İlgili Düşünceleriniz” adlı matematik tutum ölçeği ve matematik kaygı ölçeği çalışmaya başlamadan ve çalışma bitiminden sonra iki defa uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda yapılan karikatürle eğitimin diğer geleneksel yöntemlere göre daha başarılı ve kalıcılık düzeyinin daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerden alınan görüşlere göre karikatürlere karşı öğrencilerde olumlu düşüncelerin olduğu, karikatürlerin öğrenmelerine katkı sağladığı ve motivasyonlarını arttırdığını belirlenmiştir. Bulgulara göre karikatürlerin matematik başarısını arttırıcı ve derse motive edici özellikler gösterdiği ve derslerde kullanılabileceği önerilmiştir.

Akın ve Kutluca (2014) çalışmasında ortaokul matematik dersindeki tam sayılar konusunun öğretiminde dört kefeli cebir terazisi materyalini kullanarak buluş yoluyla öğrenme yöntemine örnek oluşturmayı, tam sayıları karşılaştırıp ve sıralama yapabilmeyi, bir tam sayının toplama işlemine göre tersini bulup, eşitliğin durumunu modelle gösterme kazanımlarını kazandırmayı amaçlamıştır. Bu etkinliğin amacı ortaokul öğrencilerinin tam sayılar konusunu daha iyi anlamaları için alternatif bir yöntem sunmak ve öğretmenlere de sınıflarından kullanacakları etkinlik için dört kefeli cebir terazisi somut materyalini

tanıtmaktır. 6. sınıf öğrencilerinin 2-3 kişilik gruplara ayrılarak uygulanan bu etkinliklerin sonucunda öğrencilerin tam sayılar konusunu öğrenmelerine yardımcı olduğu ve derslerde kullanımının uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Şahal (2016) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerine tam sayılar konusunu problem kurma yaklaşımıyla anlatılması sonucunda öğrencilerin tam sayılar akademik başarılarında ve matematik tutumlarında herhangi bir gelişme olup olmadığını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri bir arada olduğu karma yöntem kullanılmıştır. Nicel boyutunda ön test ve son test kontrol gruplu model tercih edilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu İstanbul Esenler ilçesinde öğrenim görmekte olan iki farklı 6. sınıf öğrencileri ve toplamda 69 öğrenci oluşturmuştur. 21 soruluk çoktan seçmeli matematik başarı testi, tutumlarını ölçmek için ise matematik tutum ölçeği veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Elde edilen veriler istatistiksel veri analizi ile analiz edilmiş olup sonuç olarak problem kurma yaklaşımının tam sayılar konusundaki akademik başarıyı olumlu yönde etkilediği ancak öğrencilerin matematik tutumları üzerinde farklı bir etkisinin olmadığı tespit edilmiştir.

Bir başka grup ise araştırmacıların tam sayılar ile ilgili işlem bilgisini araştırmaya yönelik çalışmalarıdır (Davidson, 1992; Hativa ve Cohen, 1995; Ardahan ve Ersoy, 1997; Bruno, Espinel ve Martinon, 1997; Ardahan ve Ersoy, 1998; Bruno ve Martinon, 1999; Peled ve Carraher, 2006; Prather ve Alibali, 2008; Ercan, 2010; Zengin, 2014).

Davidson, (1992)' de yaptığı, “Negatif Olmayan Sayıların Başlangıcı” adlı çalışmada 4 ile 7 yaş çocuklarının bulunduğu grupta, pozitif ve pozitif olmayan hareketlerin yer aldığı etkinlikleri kullanarak bu durumun doğal yoldan öğretimini amaçlamıştır. Sonuç olarak çocukların formal eğitim öncesinde, pozitif olmayan değerlere dair oyun odaklı etkinliklerle daha rahat ulaştıklarını ortaya koymuştur.

Hativa ve Cohen (1995) yılında yaptıkları çalışmalarında geliştirdikleri “Arithmetic Challenger” isimli yazılım programı ile 4. sınıf öğrencilerinin negatif sayıları karşılaştırma, sayı doğrusunda gösterme, aralarındaki mesafeyi bulma ve toplama çıkarma işlem becerilerini geliştirmeye yönelik sayı doğrusunu kullanma durumlarını geliştirmeyi amaçlamışlardır. Uygulama sonrasında öğrencilerin başarılarında artış olduğu, hatta başarı düzeyi çok düşük olan öğrencilerin yüksek olan öğrenciler kadar ilerlediği tespit edilmiştir.

Ardahan ve Ersoy (1997) yılında yaptıkları çalışmada Türk ve İngiliz öğrenci gruplarının tam sayılar ile ilgili performanslarının ne düzeyde olduğunu araştırmış ve öğrencilerin yönlü sayılar özellikle de negatif tam sayılarla işlemler, sözel problemlerdeki başarılarının nasıl olduğu ve yaptıkları ortak hataların neler olduğunu karşılaştırmayı amaçlamıştır. 15 yaş gurubundaki Türk ve İngiliz öğrencilerin karşılaştırıldığı bu araştırmada yönlü sayı işlemleri ve yönlü sayıların hayatta kullanılması ile ilgili sözel problemleri içeren bir teşhis testi kullanılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda İngiliz öğrencilerin Türk öğrencilere göre sözel problemleri çözmeye daha başarılı oldukları ve puanlarının daha yüksek olduğu ortaya çıkmıştır.

Bruno, Espinel ve Martinon (1997)' de yaptıkları çalışmalarında aday ilköğretim öğretmenlerine negatif sayıları içeren toplama problemlerinin çözümü için anketler uygulamışlardır. Elde edilen verilere göre öğrencilerin toplama problemlerinin çözümünde negatif sayıları dikkate almadan toplama işlemi yaptıkları ortaya çıkmıştır. Bu çalışma aynı içerikle ortaokul öğretmenlerine de uygulanmış ve elde edilen sonuçlarla tutarlı benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Ardahan ve Ersoy (1998) yılında yaptıkları bir diğer çalışma ise öğrencilerin yönlü sayılardaki işlem becerilerini ve öğretmenlerin bu konuda önceden belirttikleri tahminleri karşılaştırmayı ayrıca sözel problemlerdeki yanılma nedenlerinin belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada yönlü sayılardaki yanılma oranlarını belirlemeye yönelik hazırlanan teşhis testi ölçeği, 8. sınıf öğrencilerinden 204, 10. sınıf öğrencilerinden 193 öğrenciye uygulanmıştır. Ayrıca aynı test, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından 1997–1998 öğretim yılı yaz döneminde mersin de düzenlenen hizmet içi kursuna katılan ve okullarda bu dersi vermekte olan 70 branş öğretmenine uygulanmış, öğretmenlerden ayrıca öğrencilerin sözel problemlerde ve sayısal işlemlerde yapabileceği hataları tahmin etmeleri istenmiştir. Elde edilen verilere göre öğretmen tahminlerinin öğrencilerin yaptıkları hatalarla uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerde de öğrenciler gibi yerleşmiş yanılma oranları olduğu, özellikle sözel problemleri çözmeye bu yanılma durumunun daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Bruno ve Martinon (1999) yılında yaptıkları araştırmada negatif sayıları öğretimi üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada öğrencilerin tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinin anlamlandırabilmeleri, sayı doğrusunun kullanımı ve toplama problemlerinin çözümü üzerine yoğunlaşmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda pozitif sayılar hakkında sahip

olunan önceki bilgilerin önemi ve bu bilgilerin nasıl negatif sayılar bilgisini etkilediğini açıkladığı tespit edilmiştir.

Peled ve Carraher (2006) yılında yaptıkları çalışmada işaretli sayıların öğretimini ve onlara ait işlemleri erken sınıflarda olması gerektiğini önermektedir. Eğer dikkatli bir şekilde sunulursa işaretli sayılar öğrenciler için eşitlik ve fonksiyon gibi temel cebirsel kavramlar haline gelecektir. Böylelikle sırayla öğrenilen işaretli sayılar ile negatif sayılar ve işlemleri cebirsel ifadeler öğretilirken daha anlamlı hale geleceği tespit edilmiştir.

Prather ve Alibali (2008) yılında yaptıkları çalışmada yetişkinlerin negatif sayılarla işlemler için aritmetik ilkeleri bilmeleri ve problem gösterimleri arasındaki ilişkileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Elde edilen verilere göre yetişkinlerin bazıları aritmetiğin ilkelerini bildikleri bazılarının ise bilmediği, negatif sayılarla çıkarma işlemlerinde sorun yaşadıkları, sözel problem çözümlerinde sözel problemleri rahatlıkla okudukları ve çözüm yaparken denklemler kurdukları tespit edilmiştir. Katılımcılardan negatif sayılarla aritmetik ilkelerini bildiklerini gösterenler negatif sayıları içeren denklemleri daha uygun kurmuşlardır. Bu nedenle katılımcıların aritmetik ilkelerini bilmeleri onların problem gösterimleriyle ilişkili olduğu tespit edilmiştir.

Ercan (2010) yılında yaptığı çalışmada ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin, matematik dersinde tam sayı kavramının örneklerini ve örnek olmayanlarını gruplayabilmelerini ve bu gruplamayı yaparken ne gibi düşüncelerle yaptıklarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Tarama modelinin kullanıldığı çalışmada çalışmaya Çukurova ilçesinde öğrenim görmekte olan 7. sınıf öğrencileri arasından tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilen 628 öğrenci katılmıştır. Araştırmada tam sayı örneği olan 26 ve olmayan 25 olmak üzere toplam 51 adet sayı hazırlanmıştır. Bunları belirledikten sonra öğrencilerin ikinci bölümde verdikleri cevapları açıklamaları istenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin % 65'nin tam sayı kavramının örneği olan sayıları doğru, % 35'inin yanlış tanımladığı belirlenmiştir. Öğrencilerin % 63'ünün tam sayı kavramının örneği olmayan sayıları doğru ve % 37'sinin yanlış tanımladığı tespit edilmiştir. Tam sayı kavramının örneği olan sayılarla ilgili olarak verilen cevapların %35' inde doğru, %24' ünde yanlış gerekçe gösterildiği ve %14' ünde hiç gerekçe gösterilmediği, tam sayı kavramının örneği olmayan sayılar ile ilgili olarak verilen cevapların %32' sinde doğru, %53' ünde yanlış gerekçe gösterildiği ve %15' inde hiç gerekçe gösterilmediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin

bir kısmı için sayının önündeki işaretin verilen sayının tam sayı olarak kabul edilmesinde önemli bir etken olduğunu, bazı öğrencilerin sayının okunuşundan dolayı ondalık kesir biçiminde yazılan sayıları tam sayı olarak kabul ettikleri, bazı öğrencilerin ise verilen sayılar ondalık kesir biçiminde yazıldığı için tam sayı değildir dedikleri görülmüştür.

Zengin (2014) yılında yaptığı çalışmasında matematik dersinin önemli konularından biri olan düşünülen tam sayılar konusunun tarihsel gelişimini, tam sayıların ulaşılabilen programlarda nasıl verildiklerini ve ortaokul matematik öğretmenlerinin tam sayılar konusuna yönelik görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma da ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerini belirlemek amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden görüşme tekniği kullanılmış olup, araştırmanın katılımcılarını 2013-2014 eğitim öğretim yılında Bingöl ilinde görev yapmakta olan 30 öğretmen oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme formunun kullanıldığı bu araştırma da elde edilen veriler iki aşamada analiz edilmiştir. Bu aşamalardan ilkinde tarihçeye ve matematik dersi öğretim programına ulaşmak amacıyla tarama metodu kullanılırken, ikinci aşamada toplanan verilerin, araştırma problemine ilişkin olarak, neleri söylediği ya da hangi sonuçları ortaya koyduğunu ön plana çıkarmak için betimsel analiz yöntemine başvurulmuştur. Elde edilen verilere göre, tam sayıların daha iyi anlaşılması için konunun tarihsel gelişiminden bahsedilmesi gerektiği, öğretmenlerin yapılandırıcı yaklaşımdan uzak geleneksel yöntemden düz anlatım ve soru cevap yöntemini tercih ettikleri, çalışma grubu öğretmenlerinin 1-5 yıl arasında görev süresi olmasına rağmen geleneksel yöntemi daha çok tercih ettikleri, öğretmenlerin genel olarak modelleme yönteminden faydalandıkları, dersin işlenişini yardımcı olan herhangi bir materyalin olmadığı ve öğretmenlerin gerektiğinde kendi materyallerini kendileri yaptığı, kullanılan öğretmen kılavuz ve ders kitaplarının ders anlatımında pek uygun olmadığı, bu kitapların iyileştirilmesi gerektiği, kazanımların sıralanışının uygun olduğu sonuçları elde edilmiştir. Buna göre tam sayılar konusunun daha iyi anlaşılması için tam sayıların tarihsel gelişimi hakkında bilgi verilmesi, hayatla içi içe bir konu olduğunun öğrencilere sezdirilmesi gerektiği, ders kitaplarının bunlara uygun şekilde tekrar güncellenmesi ve uygun materyallerle dersin desteklenmesi önerilebilir.

### 3. YÖNTEM

Bu çalışmanın amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerini belirlemek ve öğrencilerin tam sayılarda işlem yaparken yaptığı hataları incelemektir. Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, verilerin toplanması ve verilerin analizi hakkında bilgi verilmiştir.

#### 3.1. Araştırmanın Modeli

Çalışma süresince, araştırmanın amacına, kullanılan veri toplama araçlarının yapısına en iyi hizmet ettiği düşünülen özel durum çalışması (case study) olarak belirlenmiştir. Özel durum çalışması modeli daha çok nitel araştırma yaklaşımlarının sahip olduğu özellikleri taşıyan bir araştırma modeli olarak bilinmektedir.

Özel durum çalışması, bir konunun tüm yönüyle araştırıldığı, ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanan, problemin derinlemesine ve kısa sürede araştırılmasına imkan sağlayan, bireysel yürütülen ve genellemeyi hedefe almayan bir araştırma yöntemidir. Özel durum çalışmaları “ne”, “niçin” ve “nasıl” sorularını ele alan, bir konuyu her yönüyle araştırma imkanı sunan çalışmalardır (Çepni, 2014). Bu özellikler düşünüldüğünde, 8. sınıf ortaokul öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerinin ve yapılan hataların neler olduğu, ayrıca hataların nasıl yapıldığının ayrıntılı bir şekilde araştırılmasından dolayı bu yöntem tercih edilmiştir.

#### 3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu Afyonkarahisar ili merkezindeki ortaokullarında öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri arasından amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiş olan 72 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Amaçlı (yargısal) örnekleme, araştırmacının araştırmasında kimlerin seçileceği konusunda kendi yargısını kullandığı ve araştırmanın amacına en uygun olan örnekleme almasını sağlayan yöntemdir.

6. sınıfta ilk kez tam sayılar ile karşılaşan öğrenciler, tam sayıları tanıma, yorumlama, sayı doğrusunda gösterme, mutlak değerini belirleme ve anlamlandırma, karşılaştırma ve

sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerini yapma, toplama işleminin özelliklerini kullanma kazanımları ile karşılaşırken, 7. sınıfta ise tam sayılarda çarpma ve bölme işlemleri yanı sıra tam sayılarda problem çözme kazanımlarını görmektedirler. Bu durumdan yola çıkarak 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda zihinlerinde bir kavramın olduğu düşünülmüş olup 8. sınıf öğrencileri seçilmiştir.

### 3.3. Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı olarak öğrencilerin tam sayılar konusundaki bilgi düzeylerini ve konu hakkındaki yapılan hataların neler olduğunu ortaya çıkarabilecek tamamı açık uçlu sorulardan oluşan bir başarı testi hazırlanmıştır. Başarı testinin geliştirilme sürecinde öncelikle ortaokul 6. ve 7. sınıf öğretim programında yer alan kazanımlar Tablo 3.1’de belirtilmiştir.

Tablo 3.1. 6. ve 7. sınıf “Tam Sayılar” alt öğrenme alanı kazanımları ile ders saati dağılımları

Sınıf	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Kazanımlar	Ders Saati
6. SINIF KAZANIMLARI	SAYILAR	TAM SAYILAR	Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir.	2
			Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.	3
			Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır.	2
			Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer.	3
			Tam sayılarda çıkarma işleminin ters işaretlisi ile toplama anlamına geldiğini anlar	2
			Toplama işleminin özelliklerini akıcı işlem yapmak için birer strateji olarak kullanır.	4
7.SINIF SINIF KAZANIMLARI	SAYILAR	TAM SAYILAR	Tam sayılarla ilgili çarpma ve bölme işlemlerini yapar	5
			Tam sayılarla ilgili işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer.	5
			Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.	2
<b>Toplam</b>			<b>9 kazanım</b>	<b>28</b>

Bu test hazırlanırken başta ilgili literatür, öğretim programı (MEB, 2013) ve ilgili 6. ve 7. sınıf “Tam Sayılar” alt öğrenme alanına ait kazanımlar incelenmiştir. Araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından hazırlanıp, geçerliliği ve güvenilirliği tespit edilen **“Tam Sayılar Başarı ve Teşhis Testi”** ve uygulama sonrasında yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Soruların hazırlanma aşamasından sonra konu alanındaki iki uzman

ve iki matematik öğretmeninden sorulan soruların sınıf seviyesine uygunluğunun, açık ve anlaşılır olduklarının ve incelenen konuyu içerdiklerinin teyidi alınmıştır.

Sorular oluşturulurken kazanımlar doğrultusunda 11 ana başlık belirlenmiştir. Bu başlıklar “Sözel bir ifadeyi tam sayı şeklinde yazma”, “Bir tam sayıyı sözel ifade şeklinde yazma”, “Tam sayıları sayı doğrusunda gösterme”, “Tam sayıları mutlak değer içinde ve dışında yazma”, “Tam sayıları sıralama”, “Tam sayılarda toplama işlemini yapma”, “Tam sayılarda çıkarma işlemini yapma”, “Tam sayılarda çarpma işlemini yapma”, “Tam sayılarda bölme işlemini yapma”, “Üslü biçimde yazılan tam sayıların değerini bulma” ve “Tam sayılarda işlem önceliğini dikkate alarak işlem yapma” şeklinde her sorunun alt maddeleri olmak üzere hazırlanmıştır. Test başlıklarının ve sorulara ait alt maddelerin hazırlanmasında ülkemizde bu güne kadar uygulanmış olan OKS, SBS ve TEOG sınav soruları, matematik ders kitabı, yardımcı kaynaklar ve geçmiş çalışmalardan yararlanılmıştır. Hazırlanan sorular öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hataları ön plana çıkararak şekilde belirlenmiştir.

Hazırlanan “Tam sayılar Başarı ve Teşhis Testi” öncelikle bir matematik uzmanının görüşleri alındıktan sonra 2 kere revize edilmiştir. Testin kapsam ve görüş geçerliliği için 2 alan uzmanından görüş alınmıştır. Matematik uzmanlarının uygundur görüşü alındıktan sonra 3 matematik öğretmenin de görüşleri alınmış olup gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Matematik öğretmenleri, sayıların tam sayılar konusunun önemli ve diğer konuların temeli olduğunu ve bu konuda yapılan hataların diğer konulara da aktarıldığını belirtmişlerdir. Negatif sayıların miktar olarak gösterilememesi, öğrencilerin zihinlerinde canlandırmalarının zor ve konunun soyut olması öğrencilerin bu konuda birçok hata yapmasına neden olmaktadır. Belirlenen 11 ana soru ve her sorunun alt maddeleri olmak üzere toplam 68 açık uçlu sorudan oluşan teşhis testi kapsam ve görünüş geçerliği için pilot uygulaması, 132 ortaokul 8. sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu öğrencilerin aynı zamanda test hakkındaki fikirleri de alınmıştır. Hazırlanan testte yer alan soruların kazanımlara dağılımı Tablo 3.2’de verilmiştir.



Tablo 3.2. Uygulamada kullanılan soruların konulara göre dağılımı

Tam sayıları yorumlar ve sayı doğrusunda gösterir	S1,S2,S3
Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır.	S4
Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar	S5
Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yapar; ilgili problemleri çözer	S6, S7
Tam sayılarda çıkarma işleminin eksilenin ters işaretlisi ile toplamak anlamına geldiğini kavrar.	S7
Toplama işleminin özelliklerini akıcı işlem yapmak için birer strateji olarak kullanır.	S6
Tam sayılarla ilgili çarpma ve bölme işlemlerini yapar.	S8,S9
Tam sayılarla ilgili işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer.	S11
Tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade eder.	S10

Tablo 3.2 incelendiğinde öğrenciler birkaçı soruların bazılarını zor bulurken, bazıları soruların genelini çözebildiğini belirtmişlerdir. Uygulamada öğrencilerin doğru cevaplarına 1, yanlış ve boş cevaplarına 0 puan verilerek değerlendirme yapılmıştır. Pilot uygulamada öğrencilerin sorulara verdiği cevaplara göre başarı testinin madde güçlüğü hesaplanmıştır. Ayrıca madde ayırt edicilik değerinin hesaplanması için öğrencilerin puan sıralamasına göre oluşturulan %27' lik alt ve üst gruba ayırma şeklindeki madde analizi uygulanmıştır (Büyüköztürk, Kılıç, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2014). Sonuç olarak maddelerin madde güçlüğü ve ayırt ediciliği hesaplanmıştır. Oluşan sonuçlara göre testten çıkarılan madde bulunmamaktadır.

*Madde güçlük indeksi:* Madde güçlük indeksinin temel amacı, sorunun ne kadar zor ya da kolay olduğunun derecesini göstermektir. Bu değer, soruyu doğru cevaplayan öğrenci sayısının, tüm öğrenci sayısına oranlanmasıyla elde edilir. 0 ile 1 arasında değerler alan madde güçlük indeksi 1'e yaklaştıkça madde kolaylaşır, 0'a yaklaştıkça madde zorlaşır. Bir test maddesinin güçlük indeks değeri 0.00 ile 0.30 arasında ise maddenin oldukça zor olduğu, 0.30 ile 0.70 arasında ise orta güçlükte yapılabilir olduğu ve 0.70 ile 1.00 arasında ise maddenin kolay olduğu ifade edilebilir (Büyüköztürk vd., 2014).

*Madde ayırıcılık gücü indeksi:* Bir maddenin ayırıcılığı, madde ile ölçülmek istenen davranışa sahip olan ve olmayanları birbirinden ayırmasıdır (Atılgan, 2006). (-1) ile (+1) arasında değer alan madde ayırıcılık gücü indeksi 0,40 ve üzeri olanlar 'çok iyi', 0,30 ile 0,39 arasında olanlar 'iyi' madde olarak ifade edilir. 0,20 ile 0,29 arasında değer alanlar düzeltilerek teste alınması, 0-0,19 arasında değer alanlar ise geliştirilerek teste alınması, düzeltme yapıp geliştirilemiyorsa testten çıkarılması, 0 veya negatif bir değer alıyorsa

testten atılması gerekmektedir (Büyüköztürk vd., 2014). Bu araştırma kapsamında başarı testinde yer alan maddelere ilişkin madde güçlük ve ayırt edicilik indeks değerleri Tablo 3.3'te sunulmuştur.

Tablo 3.3. Tam sayılar ile ilgili yaptıkları hataları teşhis testi için yapılan madde analizi sonuçları

Soru No	Madde Güçlüğü	Madde Ayırt Ediciliği	Soru No	Madde Güçlüğü	Madde Ayırt Ediciliği	Soru No	Madde Güçlüğü	Madde Ayırt Ediciliği
S.1.a.1	0,90	0,17	S.4.e.2	0,58	0,61	S.9.b	0,67	0,64
S.1.a.2	0,71	0,50	S.4.e.3	0,47	0,72	S.9.c	0,66	0,72
S.1.b.1	0,90	0,52	S.5.a	0,81	0,44	S.9.d	0,60	0,72
S.1.b.2	0,68	0,67	S.5.b	0,77	0,44	S.9.e	0,72	0,78
S.1.c.1	0,90	0,31	S.5.c.	0,71	0,61	S.9.f	0,74	0,83
S.1.c.2	0,72	0,61	S.5.d	0,43	0,89	S.9.g	0,64	0,75
S.1.d.1	0,88	0,25	S.6.a	0,83	0,19	S.9.h	0,66	0,67
S.1.d.2	0,60	0,64	S.6.b	0,48	0,97	S.10.a.1	0,87	0,31
S.1.e.1	0,85	0,33	S.6.c	0,43	0,75	S.10.a.2	0,84	0,39
S.1.e.2	0,56	0,56	S.6.d	0,59	0,69	S.10.b.1	0,85	0,31
S.2.a	0,65	0,36	S.6.e	0,58	0,78	S.10.b.2	0,59	0,58
S.2.b	0,72	0,44	S.6.f	0,53	0,83	S.9.f	0,74	0,83
S.2.c	0,69	0,39	S.6.g	0,57	0,86	S.10.c.1	0,74	0,61
S.2.d	0,58	0,36	S.6.h	0,61	0,75	S.10.c.2	0,69	0,58
S.2.e	0,61	0,42	S.7.a	0,69	0,56	S.10.d.1	0,71	0,72
S.3.a	0,80	0,39	S.7.b	0,51	0,47	S.10.d.2	0,73	0,61
S.3.b	0,78	0,44	S.7.c	0,59	0,61	S.10.e.1	0,21	0,28
S.3.c	0,79	0,50	S.7.d	0,54	0,58	S.10.e.2	0,45	0,53
S.3.d	0,79	0,50	S.7.e	0,47	0,78	S.10.f.1	0,21	0,17
S.3.e	0,78	0,53	S.7.f	0,34	0,89	S.10.f.2	0,61	0,75
S.4.a.1	0,65	0,56	S.7.g	0,30	0,75	S.10.g.1	0,38	0,61
S.4.a.2	0,65	0,64	S.7.h	0,47	0,61	S.10.g.2	0,40	0,53
S.4.a.3	0,65	0,58	S.7.ı	0,54	0,67	S.10.h.1	0,45	0,39
S.4.b.1	0,72	0,64	S.8.a	0,85	0,31	S.10.h.2	0,55	0,75
S.4.b.2	0,70	0,67	S.8.b	0,78	0,33	S.11.a	0,14	0,39
S.4.b.3	0,59	0,58	S.8.c	0,79	0,44	S.11.b	0,31	0,72
S.4.c.1	0,70	0,53	S.8.d	0,71	0,67	S.11.c	0,41	0,69
S.4.c.2	0,56	0,64	S.8.e	0,63	0,67	S.11.d	0,51	0,67
S.4.c.3	0,48	0,72	S.8.f	0,68	0,69	S.11.e	0,42	0,67
S.4.d.1	0,69	0,61	S.8.g	0,73	0,64	S.11.f	0,18	0,28
S.4.d.2	0,71	0,58	S.8.h	0,70	0,72			
S.4.d.3	0,28	0,19	S.8.ı	0,67	0,72			
S.4.e.1	0,64	0,61	S.9.a	0,68	0,61			

Tablo 3.3 incelendiğinde teşhis testinde yer alan S4d3, S7g, S10e1, S10f1, S11a ve S11f maddeleri madde güçlüğü bakımından “zor”, S1b1-d1-e1, S2a-c-d-e, S4a1-a2-a3-b3-c2-c3-d1-e1-e2-e3, S5c, S6b-c-d-e-f-g-h, S7a-b-c-d-e-f-g-h-ı, S8e-f-ı, S9a-b-c-d-g-h, S10b2-c2-e2-f2-g1-g2-h1-h2, S11b-c-d-e maddeleri “orta ”, diğerlerinin ise, “kolay” güçlüğüne sahip olduğu anlaşılmaktadır. Testin güçlüğüne bakacak olursak, testimiz 0,62 güçlük indeksine sahip olup orta güçlükte bir testtir.

Tablo 3.3 madde ayırt edicilik bakımından incelendiğinde başarı testindeki “S1a2-b1-b2-c2-d2-e2, S2b-e, S3b-c-d-e, S4a1-a2-a3-b1-b2-b3-c1-c2-c3-d1-d2-e1-e2-e3, S5a-b-c-d, S6b-c-d-e-f-g-h-ı, S7a-b-c-d-e-h-ı, S8c-d-e-f-g-h-ı, S9a-b-c-d-e-f-g-h, S10b2-c1-c2-d1-d2-e2-f2-g1-g2-h2, S11b-c-d-e” maddelerinin ayırt ediciliği “çok iyi”, “S1c1-e1, S2a-c-d, S3a, S8a-b, S10a1-a2-b1-h1, S11a” maddelerinin ayırt ediciliği ‘iyi’ olduğu görülmektedir. “S1d1, S10e1, S11f” maddelerinin ayırt ediciliği 0,20 ile 0,29 arasında, “S1a1, S4d3, S6a, S10f1” maddelerinin ayırt ediciliği 0-0,19 arasında olup 0,30’dan düşüktür. Bundan dolayı bu maddeler ya düzeltilip teste alınmalı ya da atılmalıdır. Maddeler incelendiğinde, “S1d1, S10e1, S11f, S1a1, S4d3, S6a” maddelerinin ayırt ediciliğinin düşük olduğu gözlenmekte olup, çıkarılması halinde diğer maddeleri de etkileyeceğinden bu maddeler düzeltilerek testte tutulmuştur. Bu sorulara ait kazanımlara ait başka soru olmadığından bu maddeler düzeltilerek testte yerini almıştır. Teste genel olarak baktığımızda maddelerin ayırt ediciliğinin düzeltilmesi gereken maddeler dışındaki tüm maddelerin ayırt ediciliklerinin 0,30’dan yüksek olduğu, madde güçlüğü bakımından da hem kolay, hem orta güçlükte hem de zor soruların yer aldığı söylenebilir. Sonuç olarak yapmış olduğumuz başarı testimiz 11 ana madde ve bu maddelere bağlı alt maddeler olmak üzere 68 açık uçlu sorudan oluşmaktadır.

*Test güvenilirliği:* Bir bilimsel çalışmada sağlanması gereken ilk koşullardan biri olan testin güvenilirliği, o testin içerisinde var olan rastgele hatalardan arınlık derecesi olup test maddelerinin testin tümüyle tutarlılık göstermesidir. 0 ile 1 arasında değer alması beklenen güvenilirlik katsayısının 0.70 değerinin üzerinde olması o testin güvenilir olduğunu, 0.70’in altında olması durumunda güvenilirliğin istenilen ölçüde olmadığı söylenebilir (Büyüköztürk, 2004). Bu araştırmaya kapsamında geliştirdiğimiz “*Tam Sayılar Başarı ve Teşhis Testi*”nin Kuder Richardson-20 (KR-20) güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve 0,97 olduğu belirlenmiştir. Bu yönüyle teşhis testinin güvenilir olduğu ve maddeler arasındaki iç tutarlılığında yüksek olduğu tespit edilmiştir.

### **3.4. Verilerin Toplanması**

Çalışmanın verileri 2016-2017 eğitim öğretim yılının bahar döneminde toplanmıştır. Veriler toplanmadan önce gerekli izinler alınmıştır. Ocak ayında pilot çalışma yapılmış ve Mart ayında çalışmanın asıl verileri toplanmıştır. Asıl verilerin toplanma aşamasında, Tam Sayı Başarı ve Teşhis Testi tek okulda aynı zamanda yapılmıştır. Sınıflardan birinde

araştırmacının kendisi uygulama yapmıştır. Diğer sınıflara da farklı öğretmenler uygulama yapmıştır. Diğer sınıflarda uygulama yapacak öğretmenler, uygulama öncesi araştırma ile ilgili bilgilendirilmişlerdir. Başarı testinin uygulamasından birkaç hafta sonra seçilen öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır.

### **3.5. Verilerin Analizi**

Veriler topladıktan sonra araştırmacı danışmanın rehberliği eşliğinde her bir öğrenci çalışma kağıdı üzerinde öğrenci cevaplarını incelemiştir. Yanlış cevaplar önceden 4 farklı öğretmen tarafından incelenmiştir. Bu öğretmenlerin verdiği puanların hemen hemen birbiri ile yakın olduğu görülmüştür. Bundan dolayıda bütün sorular araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Başarı ve teşhis testinden elde edilen verilerin analizinde öncelikle öğrenci cevapları üç kategoriye ayrılmış, “Boş”, “Yanlış” ve ”Doğru” cevaplar SPSS 17.0 programı kullanılarak değerlendirilmiştir. Öncelikle doğru yanlış frekans tablosundan yararlanılarak her bir soru için hata oranı tespit edilmiş ve yapılan hataları için örnekler verilmiştir. Öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizinde ve yapılan hataların belirlenmesinde betimsel analiz tekniği ve içerik analiz tekniği kullanılmıştır. Yapılan her bir analiz daha sonra diğer araştırmacılar tarafından da kontrol edilmiştir. Böylece analiz sonuçlarının güvenilirliği sağlanmıştır. Cevapları kontrol edilen öğrencilerden rastgele seçilen birkaç öğrencinin cevap kağıtları başka bir matematik öğretmeni tarafından da kontrol edilmiş olup, cevaplar arasındaki tutarlılık güçlendirilmiştir.

Betimsel analiz, nitel bir veri analizi türü olup çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilen verilerin öğrencilerin cevaplarına göre özetlenip yorumlanmasıdır. Doğrudan alıntılara sık sık yer verilerek bireylerin görüşleri daha net bir şekilde yansıtılmakta ve elde edilen bulgular okuyucuya özetlenip yorumlanarak sunulmaktadır (Yıldırım ve şimşek, 2004). İçerik analizi ise sözel, yazılı ve diğer materyallerin nesnel ve sistematik bir şekilde incelenmesine olanak tanıyan bilimsel bir yaklaşımdır (Tavşancıl ve Aslan, 2001). Bu çalışmada bu iki analiz yönteminden yararlanılmış olup her bir soru kendi içerisinde yapılan yanlışlarına göre gruplara ayrılmıştır. Testte var olan soruların her biri farklı bir durumu ölçtüğu için belli kalıplara göre değil kendi içerisindeki hatalarına göre analiz edilmiştir. Başarı yönünden analiz edilen sorularda yapılan her yanlışa ve açıklamaya ilişkin öğrenci cevaplarından örnekler sunulmuştur. Ayrıca yapılan hataların nedenleri öğrencilerin ifadeleri ile belirtilmiştir. Son olarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

## 4.BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine bağlı olarak elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

### 4.1. Öğrencilerin Tam Sayıları Anlamlandırmadaki Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalara İlişkin Bulgular

Araştırma kapsamında öğrencilerin tam sayıları yorumlama, sayı doğrusunda göstermelerine, mutlak değerlerini belirleme/yorumlama/anlamlandırmalarına, tam sayıları karşılaştırma ve sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ile yaptıkları hataları belirlemek, ayrıca bu hataların nedenlerini araştırmak adına uygulanan başarı testindeki her bir soru tek tek analiz edilmiş, tablolar ve örneklerle sunulmuştur.

#### *a) Verilen sözel bir ifadenin tam sayı karşılığını yazma ve nedenini açıklama*

Araştırma kapsamında 8. sınıf öğrencilerine “sözel ifadelerin tam sayı (pozitif veya negatif sayı) olarak karşılıklarını yazmalarına ve bu durumu nasıl yaptıklarını açıklamalarına” ilişkin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amacıyla sorulan 1. soruya verilen öğrenci cevapları analiz edilmiştir. Öğrencilerin 1. soruya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri ile yapılan hatalar tablolar ile sunulmuştur.

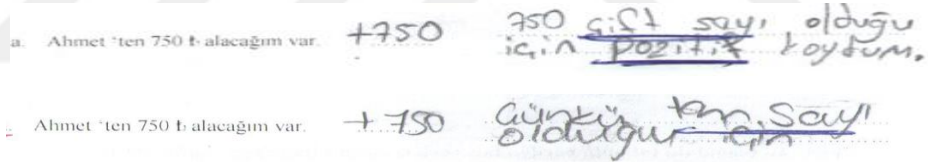
Tablo 4.1. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1a)

Soru 1.a	Yapılan tespitler	f	%
Ahmet 'ten 750 TL alacağım var.	Tam sayı ve açıklaması doğru olan	41	56,9
	Tam sayı doğru açıklama yanlış veya cevap vermeyen	17	23,6
	Tam sayı yanlış açıklama doğru	1	1,4
	Tam sayı ve açıklama yanlış veya cevap vermeyen	11	15,3
	Cevap vermeyen	2	2,8

Tablo 4.1 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %41,1'inin sözel ifadenin hem değerini hem de açıklamasını doğru, %23,6'sının tam sayı değerini doğru ancak açıklamasını yanlış, %1,4'ünün tam sayı değerini yanlış ancak açıklamayı doğru, %15,3'ü ise hem tam

sayı değerini hem de açıklamasını yanlış yaptığı görölmektedir. Öğrencilerin %2,8'inin soruyu boş bırakarak cevap vermediği belirlenmiştir.

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin “Tam sayı doğru ancak açıklamasını yanlış yaptıkları veya boş bırakarak cevap vermedikleri” tespit edilmiştir. Verilen cevapların bazıları incelendiğinde 1.a’da tam sayı olarak “+750, 750 veya pozitif ” ifadeleri doğru cevap olarak kabul edilmiştir. Bu duruma nasıl karar verdiklerini açıklarken ise “alacak” kelimesinin onlara yardımcı olduğunu belirtmeleri yeterli olacaktır. Ancak yapılan mülakatlar sonucunda ve yazılmış olan cevaplar incelendiğinde pozitif bir sayı olduğunu belirtmiş olmalarına rağmen açıklamaları bu durumu açıklar nitelikte bulunmamıştır. Öğrencilerden birisi bu durumu “Tam sayı olduğu için pozitif yaptım.” şeklinde ifade ederken, bir diğeri de “750 çift sayı olduğu için pozitif olarak belirledim.” ifadesini kullanmıştır. Bir başka öğrenci ise “Kar elde edeceğim için + olarak yazdım.” şeklinde açıklama yapmıştır. Ayrıca öğrencilerin bu durumu açıklarken rastgele cevaplar verdiği de belirlenmiştir. öğrencilerin tam sayı ve çift sayı kavramını sadece pozitif sayılar ile ilişkilendirdiği ve çift sayı kavramı ile pozitif sayı kavramını ayırt edemediği söylenebilir.

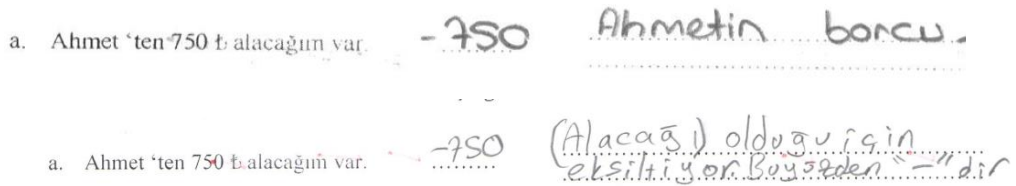


a. Ahmet'ten 750 ₺ alacağım var. +750 750 çift sayı olduğu için pozitif koytum.

a. Ahmet'ten 750 ₺ alacağım var. +750 çünkü tam sayı olduğu için

Şekil 1.1. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevapları

Verilen bir başka cevap ise “Tam sayı ve açıklamanın her ikisini de yanlış cevaplayan veya hiç cevaplamayan” öğrencilerin verdikleri cevaplardır. Öğrencilerin burada da tam sayı karşılığını “-750 ,- veya negatif” olarak yazdıkları belirlenmiştir. Bu durumu açıklarken ise öğrencilerden biri “Alacak olduğunda durum negatif olur.”, bir diğer öğrenci “Alacak olduğunda sayı eksilir ve -750 olur.” ve bir başka öğrenci ise “Ahmet'in borcu vardır. O yüzden -'dir.” şeklinde cevaplar vermişlerdir.



a. Ahmet'ten 750 ₺ alacağım var. -750 Ahmetin borcu.

a. Ahmet'ten 750 ₺ alacağım var. -750 (Alacağı) olduğu için eksiliyor. Borçtan -'dir

Şekil 1.2. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevapları

Öğrencilerin burada alacaklarının kendileri olduğunu düşünmemiş ve sanki borçlu kişi kendileriymiş gibi hareket ettikleri görülmüştür. Bu durumda öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı karşılığını yazmada ve bu durumu açıklama da sorun yaşadıkları düşünülmektedir. Bu cevapların dışında öğrencilerden bir tanesi sayının değerini “-750” olarak bulmuşken açıklamasını yaparken “Alacak olduğu için bu şekilde yazdım.” şeklinde yazdığını belirtmiştir.

a. Ahmet 'ten 750 ₺ alacağım var.

Şekil 1.3. Soru 1.a'ya verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.2. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1b)

Soru 1.b	Yapılan tespitler	f	%
Otopark alışveriş merkezinin 3 kat altındadır.	Tam sayı ve açıklaması doğru olan	53	73,6
	Tam sayı doğru açıklama yanlış veya cevap vermeyen	11	15,3
	Tam sayı ve açıklama yanlış veya açıklamaya cevap vermeyen	6	8,3
	Cevap vermeyen	2	2,8

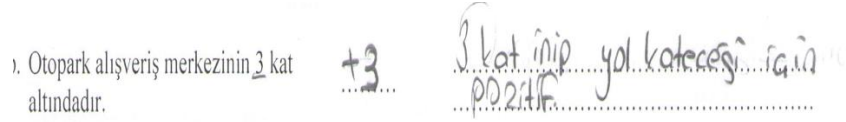
Tablo 4.2 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %73,6'sının hem tam sayı değerini hem de açıklamasını doğru, %15,3'ünün tam sayı değerini doğru ancak açıklamasını yanlış, %8,3'ünün ise hem tam sayı değerini hem de açıklamasını yanlış yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin %2,8'inin ise soruya cevap vermeyerek soruyu boş bıraktığı görülmüştür.

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin en çok “Tam sayı doğru ancak açıklamasını yanlış cevapladıkları veya boş bırakarak cevap vermedikleri” tespit edilmiştir. Soru 1. b'de “-3” tam sayısının karşılığını öğrencilerden biri “Çünkü 3 tam sayı değildir.”, şeklinde açıklarken, diğer iki öğrenci ise “Yaptım.” ve “Canım istedi.” şeklinde soruyu açıklayıcı olmayan ifadeler kullanmışlardır. Bu soruda da öğrencilerden bazılarının bir önceki sorudakinin tersine negatif olduğu için tam sayı olmadığı düşüncesiyle – yaptıkları belirlenmiştir.

b. Otopark alışveriş merkezinin 3 kat altındadır.

Şekil 1.4. Soru 1.b'ye verilen öğrenci cevabı

Verilen bir diğer cevap ise “*Tam sayı ve açıklamanın her ikisini de yanlış cevaplayan veya hiç cevaplamayan* ” öğrencilerin verdikleri yanlış cevaptır. Yapılan sözlü mülakat sırasında öğrencilerden biri tam sayı karşılığını “+3” olarak belirtmiş ve bu durumu “*3 kat yol gideceği için +3 olarak düşündüm.*”, bir diğer öğrenci ise “*Otoparkın 3 kat altına gidildiği için + oldu.*” şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır.



Şekil 1. 5. Soru 1.b'ye verilen öğrenci cevabı

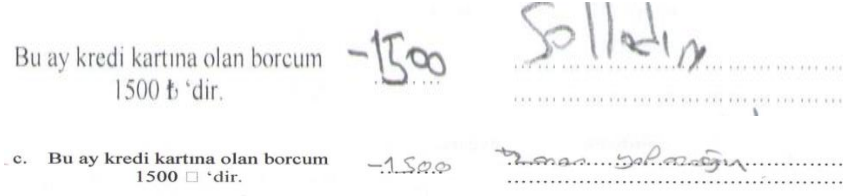
Tablo 4.3. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1c)

Soru 1.c	Yapılan tespitler	f	%
Bu ay kredi kartına olan borcum 1500 TL'dir	Tam sayı ve açıklaması doğru olan	53	73,6
	Tam sayı doğru açıklama yanlış veya cevap vermeyen	11	15,3
	Tam sayı ve açıklama yanlış veya açıklamaya cevap vermeyen	8	11,1

Tablo 4.3 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %73,6'sının hem tam sayı karşılığını hem de açıklamasını doğru, %15,3'ünün tam sayı karşılığını doğru ancak açıklamasını yaparken yanlış veya boş bıraktıkları tespit edilmiştir. Bunların dışında %11,1'inin ise hem tam sayı değerini hem de açıklamasını yanlış cevapladıkları belirlenmiştir.

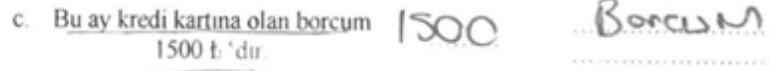
Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin “*Tam sayı doğru ancak açıklamasını yanlış cevapladıkları veya boş bırakarak cevap vermedikleri*”, öğrencilerin tam sayı karşılığını “- 1500” olarak yazarken açıklamasını yapmada hata yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerden biri açıklamasında “*Tam sayı olmadığı için -1500 yazdım.*” şeklinde cevap verirken, bir diğer öğrenci ise “*Kâr elde edilebilir.*” olduğu için bu açıklamayı yaptım şeklinde cevap vermiştir. Bunların dışında başka bir öğrencinin ise “*Zarar yapacağım.*” şeklinde açıklama yaptığı belirlenmiştir. Burada öğrencilerin önceki sorularda verdikleri cevaplara benzer cevaplar verdikleri, yazdıkları tam sayı ise açıklamayı birbiriyle ilişkilendiremedikleri görülmektedir.





Şekil 1.6. Soru 1.c'ye verilen öğrenci cevapları

Verilen bir diğer cevap şekli ise “*Tam sayı ve açıklamanın her ikisini de yanlış cevaplayan veya açıklamasını hiç yapmayan*” öğrencilerden oluşmaktadır. Öğrenciler burada tam sayı değerini “+1500” olarak bulmuş olup açıklamasını yaparken bir öğrencinin “*Borç olduğu için +1500 yaptım.*” şeklinde açıklama yaparak borç kelimesi ile negatif tam sayıyı ilişkilendiremediği belirlenmiştir. Bunların dışında “*Canım istedi.*” ve “*Salladım.*” şeklinde açıklama yapan öğrencilerin de olduğu tespit edilmiştir.



Şekil 1.7. Soru 1.c'ye verilen öğrenci cevabı

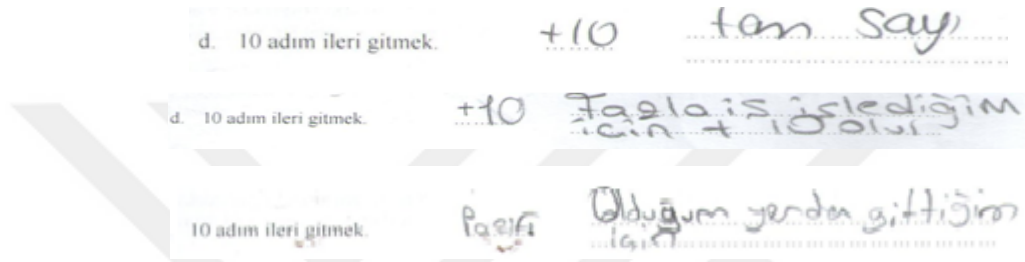
Tablo 4.4. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1d)

Soru 1.d	Yapılan tespitler	f	%
10 adım ileri gitmek.	Tam sayı ve açıklaması doğru olan	49	68,1
	Tam sayı doğru açıklama yanlış veya cevap vermeyen	17	23,6
	Tam sayı yanlış açıklama doğru	1	1,4
	Tam sayı ve açıklama yanlış veya açıklamaya cevap vermeyen	5	6,9

Tablo 4.4 incelendiğinde öğrencilerin %68,1'i hem tam sayı değerini hem de açıklamasını doğru, %23,6'sı tam sayı değerini doğru yapmışken açıklamasını yanlış yapmış veya cevap vermemiş, %1,4'ü tam sayı değerini doğru ancak açıklamasını yanlış yapmıştır. %6,9'u ise hem tam sayı değerini yanlış hem de açıklamasını yanlış yapmış veya açıklamasını boş bırakmıştır.

Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin “*Tam sayı doğru ancak açıklamasını yanlış cevapladıkları veya boş bırakarak cevap vermedikleri*” tespit edilmiştir. Burada öğrenciler tam sayı olarak “+10,10 veya pozitifdir.” şeklinde yazarak doğru cevap vermişlerdir. Açıklamasını yazarken ve yapılan mülakat sonrasında öğrencilerinden biri “*Tam sayı*

olduğu için +10 yazdım.”, bir diğer öğrenci “Fazla iş yaptığım için + oldu.” ve bir başka öğrenci ise “Olduğum yerden gittiğim için + yaptım.” şeklinde açıklama yapmışlardır. Öğrencilerden bir diğerinin ise “Adım adım gittiği için + olur.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Burada öğrenciler yine tam sayıları sadece pozitif tam sayılar olarak düşündükleri ve pozitif tam sayıları ifade edebilen her durumu tam sayı olduğu için + olarak yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca olduğu yerden gittiği için yönün önemini dikkate almadan işlem yaptıkları gözlenmiştir. Bir yere gitmeyi fazla iş olarak düşünüp işlem yapan öğrencilerde olmuştur.



Şekil 1.8. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevapları

“Tam sayı ve açıklamanın her ikisini de yanlış cevaplayan veya hiç cevaplamayan” öğrenciler burada tam sayı değerini “-10” olarak bulmuş olup, açıklamasını yaparken de durumla alakasız ifadeler kullanmışlardır. Örneğin öğrencilerden biri “5 adım ileri gittim.”, bir diğeri ise “10 adım attım.”, “+ olduğu için yaptım.” şeklinde açıklama yapmıştır. Ayrıca bir başka öğrencinin ise “10 lira kâr.” şeklinde durum ile alakası olmayan bir cevap verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin açıklama yaparken “ileri gitmek” kelimesi ile “pozitif tam sayıları” ilişkilendiremedikleri görülmüştür.



Şekil 1.9. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevabı

Bu cevapların dışında öğrencilerden bir tanesi “Tam sayı değerini yanlış ancak açıklamasını doğru” yaptığı ve “İleri gidersek +, geri gidersek - olur.” şeklinde ifade ettiği görülmüştür. Burada sonucun + olması gerektiğini açıklamış ancak tam sayı karşılığını negatif olarak belirlemiştir.

1. 10 adım ileri gitmek.

-10

ileri gidersek artar,  
geri gidersek azalır.

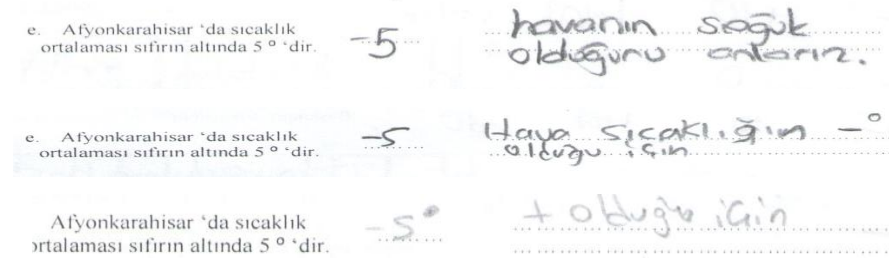
Şekil 1.10. Soru 1.d'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.5. Öğrencilerin sözel ifadenin tam sayı olarak karşılıklarını yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (1e)

Soru 1.e	Yapılan tespitler	f	%
Afyonkarahisar'da sıcaklık ortalaması sıfırın altında 5°C'dir.	Tam sayı ve açıklaması doğru olan	47	65,3
	Tam sayı doğru açıklama yanlış veya cevap vermeyen	16	22,2
	Tam sayı ve açıklama yanlış veya açıklamaya cevap vermeyen	8	11,1
	Cevap vermeyen	1	1,4

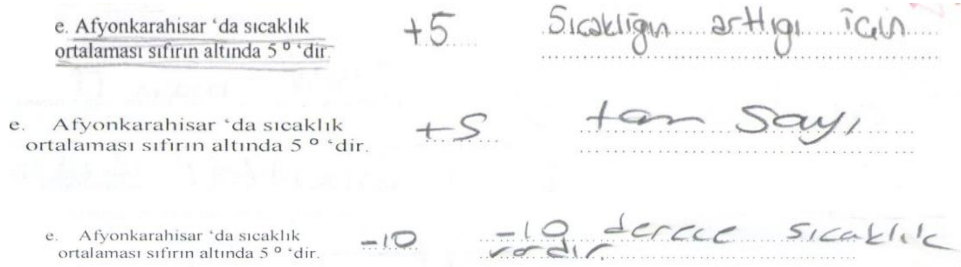
Tablo 4.5 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %65,3'ünün hem tam sayı değerini hem de açıklamasını doğru, %22,2' sinin tam sayı değerini doğru yapmışken açıklamasını yanlış yapmış veya cevap vermedikleri belirlenmiştir. Bunların dışında öğrencilerin %11,1'inin ise hem tam sayı değerini hem de açıklamasını yanlış yapmış veya açıklamasına cevap vermedikleri ve %1,4'ünün ise her ikisine de cevap vermedikleri belirlenmiştir.

"Tam sayı doğru ancak açıklamasını yanlış cevapladıkları veya boş bırakarak cevap vermedikleri" öğrencilerin tam sayı karşılığını "-5 veya negatif, -" şeklinde yazdıkları ancak açıklamasını yaparken öğrencilerden birinin "Hava soğuk olduğu için - yazdı." ve bir diğer öğrencinin ise "Sıcaklık - olduğu için." şeklinde açıklama yaptıkları görülmüştür. Burada öğrencilerin soğuk havanın negatif ile ifade edileceğini hava sıcaklığının 0'ın altında olmasıyla karar vermedikleri belirlenmiştir.



Şekil 1.11. Soru 1.e'ye verilen öğrenci cevapları

“Tam sayı ve açıklamanın her ikisini de yanlış cevaplayan veya hiç cevaplamayan” öğrenciler burada tam sayı değerini “ +5,0 ve-10” olarak bulmuş ve açıklamasını yaparken de durumla alakasız ifadeler kullandıkları görülmüştür.



Şekil 1.12. Soru 1.e'ye verilen öğrenci cevapları

Yapılan mülakat sırasında bu durumu açıklarken öğrencilerden biri “Sıcaklık arttığı için + yaptım.”, bir başka öğrenci ise “Tam sayı olduğu için +5 oldu.” şeklinde ifade etmişlerdir. Ancak bunların dışında öğrencilerden birinin “-10 derece sıcaklık var.” ve bir başka öğrencinin “Sıcaklık ortalaması 0’ın altındaysa sıcaklık 0’dır.” şeklinde soru ile alakası olmayan cevaplar verdikleri belirlenmiştir.

Açıklama yaparken öğrencilerin sıcaklığın 0’ın altında kelimesi ile negatif tam sayıyı ilişkilendiremediği belirlenmiştir. Ayrıca bu soruda öğrencilerin çoğunun açıklama kısmını boş bıraktıkları da tespit edilmiştir.

#### **b) Verilen tam sayıya uygun sözel ifade yazma**

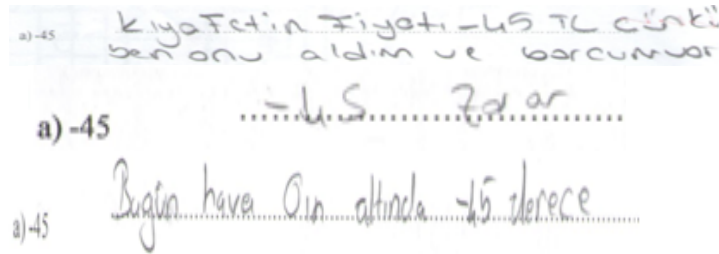
Bu araştırma kapsamında verilen bir tam sayıya uygun sözel ifade yazmalarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amacıyla 2. soruya verilen öğrencilerin cevapları analiz edilmiş ve öğrencilerin verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleriyle yaptıkları hatalar belirtilmiştir. Her bir soru ve sorulara verilen cevaplar incelenmiş ve yapılan mülakat sonucunda öğrencilerin hatalarının nerede olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.6 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %66,7’sinin doğru, %27,8’inin yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin %5,6’sının ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği gözlenmiştir.

Tablo 4.6. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2a)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	48	66,7	
Yanlış yapanlar	20	27,8	
Cevap vermeyenler	4	5,6	
Yapılan hatalar	Sözel ifadede tam sayıyı işareti ile birlikte yazanlar	10	13,9
	Sadece sayının okunuşunu yazanlar	7	9,7
	Rastgele cevap verenler	3	4,2

“Sözel ifadede tam sayıyı işareti ile birlikte yazanlar” öğrenciler burada hem sayıyı hem de işareti birlikte kullanmışlardır. Öğrencilerden biri “Bugün hava  $-45$  derecedir.”, bir diğeri de benzer şekilde “Bugün hava sıfırın altında  $-45$  derecedir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Bunların dışında öğrencilerin birkaçı ise “Benim bakkala  $-45$  TL borcum var.”, “ $-45$  zarar.” ve “Kıyafetin parası  $-45$  TL’dir. Çünkü ben onu aldım.” şeklinde cevaplar vermişlerdir. Burada hem işareti yazıp hem de işaretin anlamını karşılayan kelimeler kullanıldığı görülmüştür. “0”ın altında, zarar, borç” gibi kelimeler negatifliği karşılayan kelimeler olup ayrıca işaretin yazılması gereksizdir. Yapılan mülakat sırasında öğrencilere bu sonuçlara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birinin “ $-45$  sayısı negatif bir tam sayıdır. 0’ın altındaki sıcaklıklar – olduğu için bu şekilde yazdım.” açıklamasını yaptığı görülmüştür.



Şekil 2.1. Soru 2.a.’ya verilen öğrenci cevapları

“Sadece sayının okunuşunu yazanlar” öğrencilerin burada sadece sayının “Eksi kırk beş” şeklinde okunuşunu yazdıkları ve bu durumu anlatan bir ifade kullanmadıkları belirlenmiştir. Öğrencilere bu cevabı neden verdikleri sorulduğunda öğrencilerden birinin “Sözel olarak yazmamız istendiği için ben de okunuşunu yazdım.” açıklamasını yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin sözel ifadeden anladıklarının, sadece sayının okunuşu olduğu ortaya çıkmıştır.

a) -45

.....kırk...beş.

Şekil 2.2. Soru 2.a'ya verilen öğrenci cevabı

Öğrencilerin bazılarının ise “Rastgele” cevap vererek soru ile ilgisi olmayan alakasız açıklamalarda buldukları görülmüştür.

a) -45

.....tam sayı değil.

Şekil 2. 3. Soru 2.a'ya verilen öğrenci cevabı

Öğrencilerin birkaçının “Tam sayı değil.”, “Sayının başında – olduğu için negatiftir.” ve “Marketten bir şey aldığımızda ödememiz gerekir.” şeklinde cevaplar verdikleri görülmüştür.

Tablo 4.7. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2b)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	54	75,0	
Yanlış yapanlar	13	18,1	
Cevap vermeyenler	5	6,9	
Yapılan hatalar	Sadece sayının okunuşunu yazanlar	7	9,7
	Rastgele cevap verenler	4	5,6
	Açıklamasını yanlış yapanlar	2	2,8

Tablo 4.7 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %75'inin doğru, %18,1'inin yanlış cevap verdiği, %6,9'unun ise soruyu boş bıraktığı belirlenmiştir.

“Sadece sayının okunuşunu yazan” öğrencilerin sayının sözel ifade olarak karşılığını “On altı” ve “Artı 16” şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin sözel ifadeden anladıklarını sadece okunuşunu yazmak olduğu düşünülmektedir. 16 sayısını nasıl sözel olarak ifade ettikleri yapılan mülakat sırasında sorulduğunda öğrencilerden birinin “Pozitif tam sayı yani +16'dır.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür.

b) 16

.....On...altı.

Şekil 2.4. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevabı

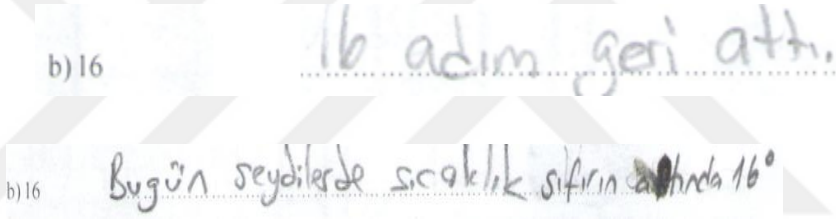
“Rastgele cevap veren” öğrencilerin sayıyı açıklayıcı bir ifade yerine alakasız cümleler kurdukları belirlenmiştir. Öğrencilerden birkaçının bu değeri “Tam sayıdır.”, “Otobüste

13 kişi vardı. 16 kişi daha bindi.” ve “Sayının başında + olduğu için pozitiftir.” şeklindeki ifadelerle açıkladıkları gözlenmiştir.



Şekil 2.5. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevabı

“Açıklamasını yanlış yapan” öğrencilerin kullandıkları kelimelerin pozitif duruma uygun olmadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin belirgin olarak verdikleri cevaplardan birkaçı “16 adım geri gittim.” ve “Bugün hava sıcaklığı sıfırın altında 16 derecedir.” şeklindedir. Bu cevaplara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Geri gitmek pozitif demektir.”, bir diğeri ise “Sıfırın altındaysa sıcaklık yine pozitiftir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu öğrencilerin pozitif durumu anlatan kelimelerin neler olduğunu bilmedikleri dikkat çekmektedir.



Şekil 2. 6. Soru 2. b'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.8. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2c)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	54	75,0	
Yanlış yapanlar	14	19,5	
Cevap vermeyenler	4	5,5	
Yapılan hatalar	Sadece sayının okunuşunu yazanlar	8	11,1
	Rastgele cevap verenler	3	4,2
	Açıklamasını yanlış yapanlar	3	4,2

Tablo 4.8 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %75'inin doğru, %19,5'inin yanlış cevap verdikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin %5,5'inin ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı görülmüştür.

“Sadece sayının okunuşunu yazan” öğrencilerin verilen cevaplar “Artı dört” ve “Dört” şeklindedir. Burada öğrencilerin sadece sayının okunuşunu yazdıkları görülmüştür.

c) +4 ... ..

Şekil 2.7. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevabı

“Rastgele cevap veren” öğrencilerin durumu anlatan bir sözel cümle yazmak yerine “+ tam sayıdır.” ve “Sayını başında + olduğu için pozitiftir.” şeklinde ifadeler kullandıkları belirlenmiştir.

c) +4 ... tam sayıdır

c) +4 Sayının başında + olduğu için pozitiftir.

Şekil 2.8. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevapları

“Açıklamasını yanlış yapan” öğrencilerin cevapları “Markete +4 lira borcum var.”, “4TL borcu kalmış.” ve “İstanbul’da hava sıcaklığı ortalama sıfırın altında 4 derecedir.” şeklindedir. Bu cevapları veren öğrenciler Soru-1’de de aynı hataları yapan öğrencilerden birkaçıdır. Burada pozitif duruma uygun kelimeler kullanmadıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilere sorulduğunda bir öğrencinin “Borç ve sıfırın altı pozitif tam sayıları anlatır.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür.

c) +4 Markete +4 lira borcum var.

c) +4 İstanbulda sıcaklık ortalama sıfırın altında 4

Şekil 2.9. Soru 2. c'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.9. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	46	63,9	
Yanlış yapanlar	19	26,4	
Cevap vermeyenler	7	9,7	
Yapılan hatalar	Sözel ifadede tam sayıyı işareti ile birlikte yazanlar	10	13,9
	Sadece sayının okunuşunu yazanlar	5	6,9
	Rastgele cevap verenler	4	5,6

Tablo 4.9 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %63,9’unun doğru ve %26,4’ünün yanlış cevap verdikleri, %9,7’inin ise soruyu boş bırakarak cevap vermedikleri belirlenmiştir.



“Sözel ifadede tam sayıyı işareti ile birlikte yazan” öğrencilerin “-1” tam sayısını açıklarken hem işareti hem de negatifliği anlatan kelimeler kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazılarının cevapları “Arkadaşıma -1 lira borç verdim.”, “Hava gece sıfırın altında -1 derecedir.” ve “-1 zarar ettim.” şeklindedir.

d)-1 Arkadaşıma -1 lira borç verdim.  
d)-1 -1 zarar

Şekil 2.10. Soru 2. d’ye verilen öğrenci cevapları

“Sadece sayının okunuşunu yazan” öğrencilerin “Eksi bir” şeklinde sadece sayının okunuşunu yazdıkları belirlenmiştir. Bu soruda da diğer sorularda olduğu gibi öğrencilerin bir tam sayıyı sözel olarak ifade etmenin o sayının okunuşunu yazmak olduğunu anladıkları görülmektedir.

d)-1 eksi bir

Şekil 2.11. Soru 2. d’ye verilen öğrenci cevabı

“Rastgele cevap veren” öğrenciler ise diğer sorulara benzer cevaplar vererek bu durumu “Tam sayı değildir.” ve “Sayının başında - olduğu için negatiftir.” şeklinde açıklamışlardır.

d)-1 Sayının başında - olduğu için negatiftir.  
d)-1 -1 tam sayı değil

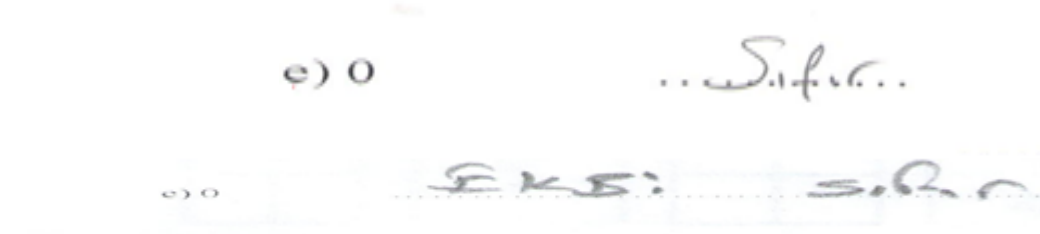
Şekil 2.12. Soru 2. d’ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.10. Öğrencilerin tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (2e)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	48	66,7	
Yanlış yapanlar	12	16,7	
Cevap vermeyenler	12	16,7	
Yapılan hatalar	Sadece sayının okunuşunu yazanlar	8	11,1
	Rastgele cevap verenler	4	5,6

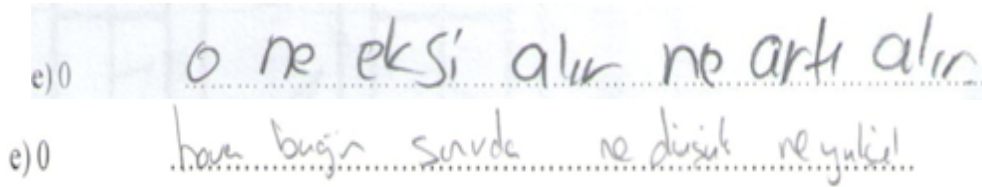
Tablo 4.10 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %66,7'sinin doğru, %16,7'sinin yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin %16,7'sinin ise soruyu boş bırakarak cevap vermedikleri görülmüştür. Öğrencilerin bu soruda “0” tam sayısını tanımlamakta sorun yaşadıkları ve soruyu boş bırakmayı tercih ettikleri görülmüştür.

“Sadece sayının okunuşunu yazan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde “Sıfır” şeklinde sadece sayının okunuşunu yazdıkları belirlenmiştir.



Şekil 2.13. Soru 2. e'ye verilen öğrenci cevapları

“Rastgele cevap veren” öğrencilerin cevapları 0'ın tam sayı karşılığı olarak değil 0'ı açıklayıcı şeklinde olmuştur. Öğrencilerden biri “Sıfır çarpılırsa yutar, toplanırsa etkisiz elemandır.” cevabını vermiş olup, 0'ın bir çarpma işleminde yutan eleman, toplama işleminde etkisiz eleman özelliğinde bahsetmektedir. Ancak bu ifade 0'ın tam sayı olarak karşılığı değildir.



Şekil 2. 14. Soru 2. e'ye verilen öğrenci cevapları

Yine benzer şekilde başka bir öğrenci “0 ne ekşi alır, ne de artı alır.” şeklinde açıklama yapmış olup yine 0'ı sözel olarak anlatan bir durum değildir. Bir başka öğrenci ise “Hava sıcaklığı bugün şu anda ne düşük ne yüksek.” şeklinde açıklama yapmış olup 0'ın orta nokta olduğunu ifade etmiştir. Ancak düşünüldüğünde 0 derece düşük bir sıcaklıktır.

Sonuç olarak öğrencilerin büyük çoğunluğu verilen tam sayılara uygun sözel ifadeler yazmışlardır. Ancak negatif tam sayıları ifade ederken hem işaret hem de işareti karşılayan kelimeler kullanmışlardır. Bu da öğrencilerin negatif duruma uygun sözel ifade yazma da hatalarının olduğunu göstermektedir. Tüm maddelerde bu durumu devam ettirmeleri öğrencilerin eksikliklerinin devam eder nitelikte olduğunu göstermektedir. Bir diğer verilen cevap ise öğrencilerin sadece sayıların okunuşunu yazmaları olmuştur. Burada

öğrencilerin sözel karşılıktan anladıklarının sadece okunuşu olduğu ortaya çıkmaktadır. Pozitif tam sayılara uygun ifade yazarken de öğrencilerin her iki sayıda da pozitifliğe uygun kelimeler kullanmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca 0'ı açıklayıcı sözel ifade bulmakta sıkıntı yaşadıkları, hata yaptıkları ve soruyu boş bırakmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir.

**c) Verilen tam sayılarını sayı doğrusuna yerleştirme**

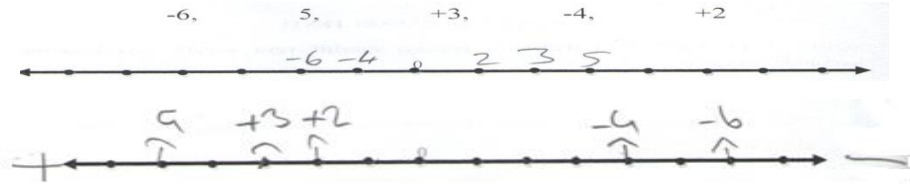
Bu araştırma kapsamında bu soruda 8. sınıf öğrencilerin verilen tam sayıları sayı doğrusunda yerlerine yerleştirmelerine ilişkin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır. Öğrencilerin 3. soruya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri ile yaptıkları hatalar Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11. Öğrencilerin tam sayıları sayı doğrusuna yerleştirmelerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	57	79,1	
Yanlış yapanlar	13	18,1	
Cevap vermeyenler	2	2,8	
Yapılan hatalar	Tüm sayıları yanlış yerleştirenler	9	12,5
	Pozitif tam sayıları yanlış yerleştirenler	2	2,8
	Negatif tam sayıları yanlış yerleştirenler	2	2,8

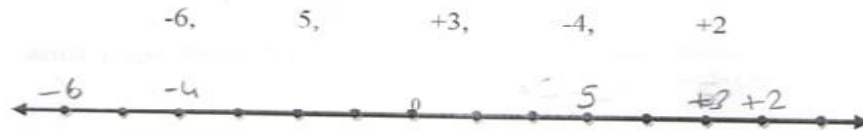
Tablo 4.11 incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu soruya doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Bu soruya öğrencilerin %79,1'inin doğru ve %18,1'inin yanlış cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin %2,8'i ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı belirlenmiştir.

“Tüm Sayıları Yanlış Yerleştiren” öğrencilerden birisine bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda “Ben burada önce ilk tarafa pozitifleri 0'dan başlayarak yerleştirdi. Diğer tarafa da yine 0'dan başlayarak negatif tam sayıları yerleştirdim.” cevabını vermiştir. Burada öğrencinin sayı doğrusuna sayıların 0'dan başlayarak yerleşeceğini bilmesine rağmen negatif ve pozitif tam sayıların yerlerini bilmede eksiklikleri olduğunu göstermektedir. Bir diğer öğrenci ise “Ben burada en baştan bütün sayıları yazdım.” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu öğrencinin negatif ya da pozitif tam sayı diye sayıları ayırmadığı ve 0'a dikkat etmediği dikkat çekmektedir. Bunların dışında öğrencilerin rastgele sayıların işaretlerine bakmadan ve sayarken yaptıkları yanlışlıklardan dolayı yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür.



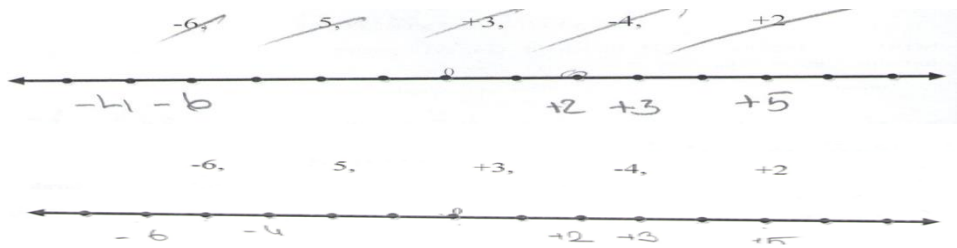
Şekil 3.1. Soru 3'e verilen öğrenci cevapları

“Pozitif Tam Sayıları Yanlış Yerleştiren” öğrencilerden biri “Sayı doğrusunda 0’ın solu negatiftir. O yüzden  $-6$  ve  $-4$ ’ü buraya yazdım. Sağ kısım ise pozitif kısımdır. En sağdan diğer pozitif sayıları yerleştirdim.” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencinin burada negatif ve pozitif tam sayıların sayı doğrusundaki bölgesi hakkında doğru bilgiye sahip olsa da pozitif tam sayıları yerleştirirken 0’dan başlamak yerine en sağdan başlayarak yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. Yanlış cevap veren bir diğer öğrenci ise “Ben burada önce negatif tam sayıları 0’ın solunda olacak şekilde yazdım. Pozitif tam sayıları da 0’dan başlayarak pozitif tam sayıları yerleştirdim.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrencilerin her ikisi de pozitif tam sayıları yerleştirirken hata yapmıştır. İlk öğrenci en sağdan başlayarak, diğer öğrenci ise sıfırdan başlayıp 1’i atlayarak yerleşim yapmıştır.



Şekil 3.2. Soru 3'e verilen öğrenci cevabı

“Negatif Tam Sayıları Yanlış Yerleştiren” öğrencilerden biri “Sol taraf negatif tam sayıların, sağ taraf pozitif tam sayıların. O halde 0’dan başlayarak negatif tam sayıları yerleştirdim. Saydığımda yerleri burası oldu.” açıklamasını yaptığı görülmüştür.



Şekil 3.3. Soru 3'e verilen öğrenci cevapları

Sonuç olarak burada öğrencilerin bu soruyu cevaplarırken çok fazla hata yapmadıkları ama bazı öğrencilerin negatif ve pozitif tam sayıların yerlerini karıştırarak tüm sayıların yerlerini yanlış belirledikleri, bazı öğrencilerin 0’dan başlamak yerine diğer uçtan

başlayarak sayıları yerleştirdikleri belirlenmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin ise sayarken hata yaptıkları ve 0'ı negatif tam sayıları sıralarken “-1”, pozitif tam sayıları sıralarken “+1”olarak saydıkları belirlenmiştir.

#### ***d) Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar***

Bu araştırma kapsamında verilen tam sayılarının mutlak değer içerisinde nasıl yazabildikleri, mutlak değer içerisindeki bir sayıyı mutlak değer dışına nasıl çıkardıkları ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamının ne olduğuna ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yapılan hataları belirlemek amaçlanmıştır. Verilen cevaplar analiz edilmiş olup öğrencilerin 4. soruya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri ile yapılan hatalar tablolarla sunulmuştur.

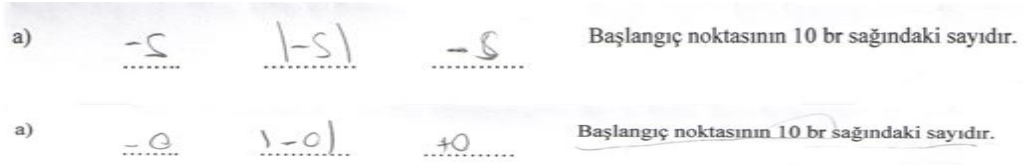
Tablo 4.12. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4a)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	41	56,9	
Yanlış yapanlar	18	25	
Cevap vermeyenler	13	18,1	
Yapılan hatalar	<i>Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; sayıyı tam sayı, mutlak değer içinde ve mutlak değer dışında yanlış yazanlar</i>	8	11,1
	<i>Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını verildiğinde; buna uygun tam sayıyı ve bu ifadeyi mutlak değer içinde doğru ancak mutlak değer dışına yanlış yazanlar</i>	6	8,3
	<i>Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; buna uygun tam sayı ve mutlak değer dışında doğru ancak mutlak değer işareti içine yanlış yazanlar</i>	3	4,2
	<i>Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; buna uygun tam sayıyı doğru ancak hem mutlak değer içinde hem de mutlak değer dışında yanlış yazanlar</i>	1	1,4

Tablo 4.12 incelendiğinde öğrencilerin %56,9'unun sorunun tamamını doğru cevapladıkları ve %18,1'inin sorunun tamamını boş bırakarak cevap vermedikleri görülmüştür. Öğrencilerin %25'inin ise farklı alt maddelerde yanlışlık yaptıkları belirlenmiştir.

*“Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; bu sayıyı tam sayı, mutlak değer içinde ve mutlak değer dışında yanlış yazan”* öğrencilerin cevapları incelendiğinde 10 sayısından alakasız farklı sayılar yazdıkları görülmüştür. Öğrencilerin verilen sözel ifadeye uygun tam sayıyı “-100, -5, -8, 20, +11 ve -0” şeklinde yazdıkları, buna bağlı olarak diğer ifadelerinde yanlış olduğu belirlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları bu yanlış

yapan öğrencilere sorulduğunda, öğrencilerden birisi “Ben sayıya dikkat etmeden kendim bir sayı yazdım.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Ayrıca bu değerleri yazan öğrencilerin bu tam sayıları mutlak değer içinde yazarken de yanlış yaptıkları gözlenmiştir. Aynı durum mutlak değer dışına çıkartırken de yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerden birinin bu soruya “tam sayı karşılığı  $= -5$ , mutlak değer içinde  $|-5|$ , mutlak değer dışında ise yine  $-5$ ” olarak yazdığı görülmüştür. Bu sonuca nasıl ulaştığı öğrencimize sorulduğunda “Bir sayı mutlak değer dışına aynen çıkar.” şeklinde açıkladığı tespit edilmiştir.



Şekil 4.1. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevapları

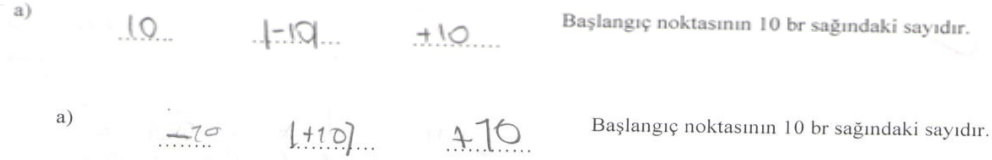
“Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını verildiğinde; buna uygun tam sayıyı ve bu ifadeyi mutlak değer içinde doğru ancak mutlak değer dışına yanlış yazan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin tam sayı karşılığını  $+10$ , mutlak değer içinde  $|+10|$  olarak yazmış ancak mutlak değer dışına çıkartırken  $-10$  olarak yazdığı belirlenmiştir. Bu durum sorulduğunda öğrencilerden birisinin “Mutlak değer dışına negatif sayılar  $+$ , pozitif tam sayılar ise  $-$  olarak çıkar.” şeklinde açıkladığı görülmüştür.



Şekil 4.2. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevabı

“Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; buna uygun tam sayı ve mutlak değer dışında doğru ancak mutlak değer işareti içine yanlış yazan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin tam sayı karşılığı olarak  $+10$  yazıp ancak bunu mutlak değer içinde  $|-10|$  ve tam sayı karşılığı olarak  $-10$  yazıp ancak bunu mutlak değer içinde  $|+10|$  olarak yazdıkları görülmüştür. Bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birisinin açıklaması “Bir sayı mutlak değer içine girerse işareti değişir. O yüzden bu şekilde yaptım.” şeklinde olmuştur. Öğrencinin burada mutlak değer dışına

çıkarken değil de içine girerken işaret değişikliği olduğu düşüncesiyle hareket ettiği belirlenmiştir.



Şekil 4.3. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevapları

*“Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı verildiğinde; buna uygun tam sayıyı doğru ancak hem mutlak değer içinde hem de mutlak değer dışında yanlış yazan”* öğrencinin cevabına bakıldığında bu öğrencinin tam sayı olarak karşılığını yazarken -10 yazdığı, bunu mutlak değer içinde  $|+10|$ , mutlak değer dışında ise  $-10$  şeklinde yazdığı görülmüştür. Bu sonuca nasıl ulaştığı öğrencimize sorulduğunda *“Burada yazılan sayı mutlak değer için ters işaretli olarak girer, dışarı yine ters işaretli olarak çıkar. O yüzden bu şekilde yaptım.”* şeklinde açıkladığı görülmüştür.



Şekil 4.4. Soru 4.a'ya verilen öğrenci cevabı

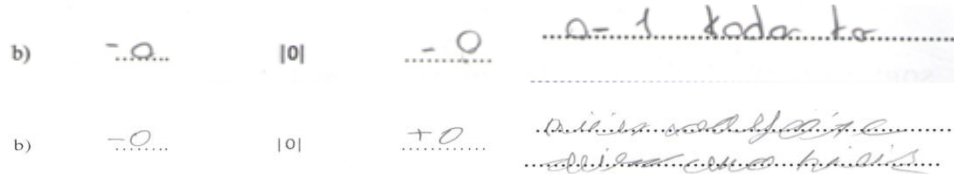
Tablo 4.13. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4b)

Yapılan tespitler		f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar		44	61,1
Yanlış yapanlar		15	20,8
Cevap vermeyenler		13	18,1
Yapılan hatalar	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; bu sayıya uygun tam sayı, tam sayı mutlak değer dışına çıkarmayı ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yazanlar</i>	7	9,6
	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; buna uygun tam sayıyı ve mutlak değer dışına çıkarmayı doğru ancak mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yazanlar</i>	4	5,6
	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; buna uygun tam sayıyı, mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını doğru ancak tam sayının mutlak değer dışında yanlış yazanlar</i>	4	5,6

Tablo 4.13 incelendiğinde öğrencilerin %61,1'inin bu sorunun tamamını doğru cevaplamış olup %18,1'inin ise sorunun tamamını boş bırakarak cevap vermedikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin %20,8'inin ise farklı alt maddelerde yanlışlık yaptıkları görülmüştür. Bu soruda öğrencilere *“Tam sayının mutlak değerinin sembolik değeri verilmiş ve buna göre*

*tam sayı karşılığı, mutlak değer dışına çıkarma ve mutlak değere karşılık gelen sayının anlamını yazmaları” istenmiştir.*

*“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; bu sayıya uygun tam sayı, tam sayı mutlak değer dışına çıkarmayı ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yazan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde tam sayı karşılığını “-0” , mutlak değer dışına “+0” olarak bulup, mutlak değer ifadesinin anlamını yazarken ise 0’ı yanlış tanımlayan ifadeler kullanmışlardır. Mülakat sırasında öğrencilere sorulduğunda, öğrencilerden birisinin, “Ben burada 0’ı ilk önce tam sayı olarak -0 olarak buldum. Çünkü tam sayı olarak- yazılması gerekir. Mutlak değer dışına çıkartırken +0 olarak yazdım. Çünkü mutlak değer dışına sayılar hep pozitif olarak çıkar. Açıklamasını yazarken mutlak değer uzaklık olduğu için bu şekilde buldum.” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğrencilerin bu şekilde açıklama yapmasının nedeni bir önceki soruda verilen açıklamanın uzaklık şeklinde olmasıdır. Ancak sifıra uzaklık burada yine sıfır olacağı için devamını belirtmeden bu şekilde belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerde sayıların mutlak değer dışında negatif, mutlak değer dışında pozitif olarak yazılacağı düşüncesi hâkimdir. Ayrıca 0’ın işareti olmadığı mutlak değer içinde de dışında da hep 0 şeklinde yazılacağı bilgisi eksikliği görülmektedir.*



Şekil 4.5. Soru 4.b’ye verilen öğrenci cevapları

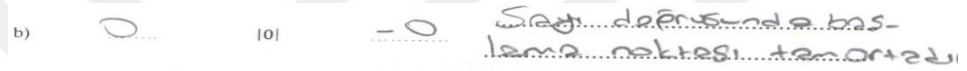
*“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; buna uygun tam sayıyı ve mutlak değer dışına çıkarmayı doğru ancak mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı yanlış yazan” öğrencilerin verdikleri cevaplar “0’a olan uzaklık”, “0 noktasında kalan işlemdir.” ve “ 0’a -1 kadar kar” şeklindedir. Burada öğrencilerin verdikleri cevaplar 0’ı tanımlayıcı cümleler değildir. Öğrencilere bu sonuçlara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencinin birisinin “0’ı açıklamaya uygun cümle bulamadım. Uzaklık şeklinde yazdım.” şeklinde açıkladığı görülmüştür.*





Şekil 4.6. Soru 4.b'ye verilen öğrenci cevabı

“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; buna uygun tam sayıyı, mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını doğru ancak tam sayının mutlak değer dışında yanlış yazan” öğrencilerin verdikleri cevaplar “-0 veya +0” şeklinde olmuştur. Öğrencilerin bu soruya nasıl cevap verdikleri sorulduğunda bir öğrencinin *“Mutlak değer içindeki bir ifade ters işaretli olarak dışarı çıkar. Yani negatif bir tam sayı pozitif olarak, pozitif bir tam sayıda negatif olarak çıkar. 0’ı da “-0” olarak buldum.”* şeklinde açıkladığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin burada 0’ı pozitif olarak kabul edip, mutlak değer dışına ters işaretli olarak çıkacağını düşünerek sonucu -0 olarak bulmuşlardır.



Şekil 4.7. Soru 4.b'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.14. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4c)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	29	40,2
Yanlış yapanlar	31	43,1
Cevap vermeyenler	12	16,7
Yapılan hatalar		
<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde doğru ancak mutlak değer dışına çıkarmada ve anlamını yazmada yanlış yapanlar</i>	14	19,5
<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde ve anlamını yazmada doğru ancak mutlak değer dışına çıkarmada yanlış yapanlar</i>	8	11,1
<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde, mutlak değer dışında ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yanlış yapanlar</i>	9	12,5

Tablo 4.14 incelendiğinde öğrencilerin %40,2’sinin bu sorunun tüm maddelerini doğru ve %16,7’sinin ise tüm maddeleri boş bırakarak cevap vermedikleri görülmüştür. Bunun dışında öğrencilerin %43,1’inin ise farklı alt maddelerde yanlışlık yaptığı tespit edilmiştir. Bu soruda öğrencilerden tam sayı olarak verilen “15”i mutlak değer içinde yazmaları, mutlak değer dışına çıkarmaları ve mutlak değere karşılık gelen anlamı yazmaları istenmiştir.

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde doğru ancak mutlak değer dışına çıkarmada ve anlamını yazmada yanlış yapan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin verilen tam sayıyı mutlak değer dışına “-15” olarak çıkardıkları ve buna bağlı olarak negatif şekilde tanımlama yaptıkları görülmüştür. Yapılan mülakat sırasında

yanlış cevabı veren öğrencilerden birisi “Pozitif tam sayılar mutlak değer dışına negatif olarak çıkar. o yüzden  $-15$  yaptım. Negatif tam sayılar soldadır. O yüzden açıklarken bu şekilde ifade ettim.” şeklinde açıklama yapmıştır. Mutlak değer dışına yanlış çıkardıkları için açıklamayı da yanlış yapmışlardır.

c) +15  $|15|$   $-15$  Sayı doğrusunda solda  
15

Şekil 4.8. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde ve anlamını yazmada doğru ancak mutlak değer dışına çıkarmada yanlış yapan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde cevabı “ $-15$ ” olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birinin “Mutlak değer dışına bir tam sayı pozitif ise negatif olarak çıkar. O yüzden  $-15$  olarak buldum.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür.

c) +15  $|15|$   $-15$  Başlangıç noktasının sağında  
15 br uzaklıktadır

Şekil 4.9. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde, mutlak değer dışında ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde mutlak değer içinde “ $|15|$ ” şeklinde yazdıkları, mutlak değer dışına “ $-15$ ” olarak çıkardıkları ve mutlak değer dışına yanlış çıkardıkları için anlamını da negatif bir duruma uygun olacak şekilde “borç, geri, ve başlangıç noktasının solu” şeklinde yazdıkları belirlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden birinin “Bize burada pozitif bir tam sayı verilmiş bu sayı mutlak değer içine ters işaretlisi olarak girer. O yüzden  $|15|$  olarak yazdım. Sonra değişmeden çıkacağından mutlak değer dışına  $-15$  olarak çıkarttım. Negatif bir sayı olduğu için sayı doğrusunun 15 br solu dedim.” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür.

c) +15  $|15|$   $-15$  başlangıç noktasında  
-15 br uzakta

Şekil 4.10. Soru 4.c'ye verilen öğrenci cevabı

Öğrencinin burada mutlak değer dışına çıkarken negatif sayılarda işareti değişir şeklindeki bilgisini, mutlak değer içine girerken sayının işareti değişir şeklinde kodladıkları belirlenmiştir.

Tablo 4.15. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	15	20,8	
Yanlış yapanlar	45	62,5	
Cevap vermeyenler	12	16,7	
Yapılan hatalar	<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde ve dışında doğru ancak mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapanlar</i>	31	43,1
	<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde, dışında ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapanlar</i>	6	8,3
	<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde doğru ancak mutlak dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapanlar</i>	4	5,6
	<i>Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını doğru ancak mutlak değer içinde yanlış yapanlar</i>	4	5,6

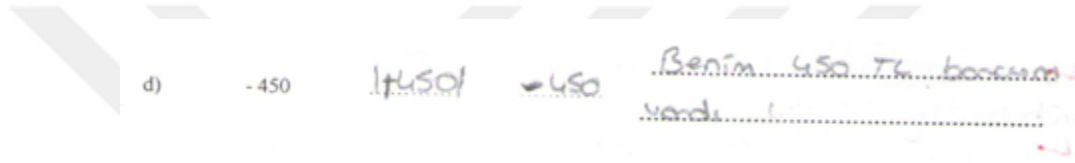
Tablo 4.15 incelendiğinde öğrencilerin %20,8'inin bu sorunun tüm maddelerine doğru cevap verdiği, %16,7'sinin ise sorunun tüm maddelerini boş bırakarak cevap vermediği görülmüştür. Öğrencilerin %62,5'inin ise sorunun farklı alt maddelerinde yanlışlık yaptığı tespit edilmiştir. Bu soruda öğrencilerden verilen “-450” tam sayısını mutlak değer içinde, dışında ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmaları istenmiştir.

*“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde ve dışında doğru ancak mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapan”* öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin mutlak değer içinde “|-450|”, mutlak değer dışında “+450” olarak doğru yazdıkları ancak mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazarken ilk verilen negatif tam sayıyı açıklayıcı ifadeler kullanarak yanlış yazdıkları görülmüştür. Bu cevaplara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerinden birisinin “*Burada negatif bir durum var o yüzden ben de buna uygun bir cümle yazdım.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencilerin mutlak değere bakmadan ilk sayıya göre açıklama yazdıkları görülmüştür.

d) -450 |-450| +450... Başlangıçta... noktasında... -450 bir... sonucunda...

Şekil 4.11. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde, dışında ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapan” öğrencilerin cevapları incelendiğinde “ mutlak değer içinde “ $|+450|$ ”, mutlak değer dışında “ $-450$ ” ve açıklarken ise negatifliği açıklayıcı ifadeler kullanmışlardır. Yani burada öğrenciler tüm maddeleri yanlış yapmışlardır. Bu sonuca nasıl ulaştıkları birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden birisinin “Bize burada tam sayı verilmiş. Bunu mutlak değer içinde  $|+450|$  olarak yazdım. Çünkü mutlak değer için sayı ters işaretli yani pozitif girer. Bu tekrar dışarı çıkar, yine işaret değişir ve  $-450$  olur. Bunu açıklarken de ‘Benim 450 TL borcum var’ şeklinde yazdım.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenciler verilen bir tam sayının mutlak değer içinde ve dışında yazılırken hep işaret değişikliği olduğunu düşünmektedirler.



Şekil 4.12. Soru 4.d’ye verilen öğrenci cevabı

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer içinde doğru ancak mutlak dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde mutlak değer içinde “ $|-450|$ ” olarak doğru yazdıkları ancak mutlak değer dışına çıkartırken “ $-450$ ” ve anlamını yazarken “Başlangıç noktasının  $-450$  br solundaki sayı” gibi negatifliği hem kelime hem de işaret olarak belirten cümleler ile yaptıkları belirlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda bir öğrencinin “Mutlak değer içindeki bir ifade mutlak değer dışına değişmeden çıkar. O yüzden ben de aynısını yazdım. Açıklarken de sayımız negatif olduğu için negatifliği açıklayan bir ifadeyi kullandım.” açıklamasını yapmışlardır. Bu öğrencilerin pozitif tam sayılardaki durumu negatif tam sayılara uyguladıkları görülmektedir.



Şekil 4.13. Soru 4.d’ye verilen öğrenci cevabı

“Bir tam sayı verildiğinde; mutlak değer dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını doğru ancak mutlak değer içinde yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde mutlak değer dışına “ $+450$ ” olarak, açıklamasını yazarken bu

pozitif durumu açıklayan ifadeler kullandıkları ancak mutlak değer içinde de “ $|+450|$ ” olarak yanlış yazdıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerden birisi bu durumu “*Bir tam sayı mutlak değer içine girerken işareti değiştirerek yazılır. Burada negatif olduğu için pozitifte dönüştürdüm.*” şeklinde ifade ederek açıklamıştır. Burada öğrenciler mutlak değer dışına çıkartırken yapılan işlemi mutlak değer içinde yazarken de uygulamışlardır.



Şekil 4.14. Soru 4.d'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.16. Öğrencilerin mutlak değere ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (4e)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	25	34,7	
Yanlış yapanlar	36	50	
Cevap vermeyenler	11	15,3	
Yapılan hatalar	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı doğru ancak mutlak değere karşılık gelen anlamı yazmada yanlış yapanlar</i>	14	19,5
	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmada yanlış yapanlar</i>	10	13,9
	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı yazarken ve mutlak değere karşılık gelen anlamını yazmada doğru ancak mutlak değere karşılık gelen anlamını yazmada yanlış yapanlar</i>	6	8,3
	<i>Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı, mutlak değeri dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmada yanlış yapanlar</i>	6	8,3

Tablo 4.16 incelendiğinde öğrencilerin %34,7'si tüm maddelere doğru cevap vermiş olup, %15,3'ü ise boş bırakarak cevap vermemiştir. %50'si ise farklı alt maddelerde yanlışlık yapmıştır. Bu soruda öğrencilerden mutlak değer içinde verilen “ $|700|$ ” ifadesini tam sayı olarak karşılığını belirlemeleri, mutlak değer dışında yazmaları ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin yanlış cevapları incelendiğinde 4 farklı grubun olduğu görülmüştür.

*“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı doğru ancak mutlak değere karşılık gelen anlamı yazmada yanlış yapan”* öğrencilerin cevapları incelendiğinde tam sayı olarak “700” olarak doğru yazdıkları ancak, mutlak değere karşılık gelen anlamını yazarken mutlak değeri dışına “-700” olarak yanlış çıkardıkları ve tam sayının anlamını yazarken mutlak değeri -700'i açıklayan negatif ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir. Bu durumu

öğrencilerden birisi “Mutlak değer içindeki pozitif bir tam sayı negatif olarak çıkar. O yüzden  $-700$  oldu. Buna göre negatif tam sayıyı açıklayan ‘sol’ kelimesini kullandım.” şeklinde açıklamıştır.

e)  $700$   $|+700|$   $-700$  Sayı değerinde başlangıç noktasının  $700$  br. solundadır.

Şekil 4.15. Soru 4.e’ye verilen öğrenci cevabı

“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; mutlak değer dışına doğru ancak uygun tam sayıyı yazmada ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmada yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde mutlak değer dışına “700” olarak doğru çıkardıkları ancak tam sayı olarak “ $-700$ ” yazdıkları ve anlamını yazmada negatif durumu açıklayıcı “sol, geri, verecek” şeklinde yanlış ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu cevabı nasıl yaptıkları cevabı veren öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden birisinin “Mutlak değer içinde bir değer pozitif ise bu değer aslında öncesinde negatiftir. Dolayısıyla ben de  $-700$  olarak yazdım. Açıklamasını yazarken de buna uygun bir şekilde ‘Başlangıç noktasının  $700$  br gerisi’ şeklinde yazdım.” şeklinde açıklama yaptığı belirlenmiştir. Öğrencilerin burada diğer sorularda olduğu gibi mutlak değer içindeki bir sayının tam sayı olarak ters işaretli olduğunu düşündükleri, açıklamasını yaparken de mutlak değere göre değil de tam sayıya göre yazdıkları görülmüştür.

e)  $-700$   $|+700|$   $700$  Başlangıç noktasının  $700$  br. gerisi.

Şekil 4.16. Soru 4.e’ye verilen öğrenci cevabı

“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı yazarken ve mutlak değere karşılık gelen anlamını yazmada doğru ancak mutlak değer dışına çıkarmada yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde mutlak değer dışına “ $-700$ ” şeklinde çıkardıkları görülmüştür. Bu sonuca nasıl ulaştıkları yanlış cevap veren birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden birisi bu durumu “Bir sayı mutlak değer dışına içindeki  $+$  ise  $-$  olarak,  $-$  ise  $+$  olarak çıkar. O yüzden bu sayıda pozitif olduğundan  $-700$  olarak çıktı.” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin burada pozitif

bir tam sayının işareti değişmeden mutlak değer dışına çıktığını, çünkü mutlak değer işareti değiştirici değil 0'a olan uzaklık anlamına geldiğini bilmedikleri belirlenmiştir.

e)  $+700$   $|+700|$   $-700$  Başlangıç noktasının 700 bir  
...sağında.....

Şekil 4.17. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı

“Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi verildiğinde; uygun tam sayıyı, mutlak değeri dışına çıkarmada ve mutlak değere karşılık gelen ifadenin anlamını yazmada yanlış yapan” öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde uygun tam sayıyı “-700”olarak yazdıkları, mutlak değer dışına yine “-700”olarak çıkardıkları ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yazarken buldukları -700 ifadesine uygun negatif durumu anlatan “sol, geri, borç, verecek” gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerden birisinin bu durumu “*Mutlak değer içinde bir değer pozitifse negatif olarak yazılır. O yüzden bunun tam sayısı -700 oldu. Mutlak değer dışında da -700 olarak yazıldı. Negatif durumu açıklarken de ‘Kredi kartına 700 lira vereceğim.’ ifadesini yazdım.*” şeklinde açıkladığı görülmüştür.

e)  $-700$   $|+700|$   $-700$  Kredi kartına 700 TL  
vereceğim.

Şekil 4.18. Soru 4.e'ye verilen öğrenci cevabı

Sonuç olarak öğrencilerin tüm maddelerde verilen ifadenin hep ters işaretli olarak mutlak değer dışında veya içinde yazılacağını düşündükleri, + ise - olarak, - ise + olarak yazılacağı şeklinde bilgi eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Tam sayı olarak yazılırken de yine ters işaretli olduğunu kabul ettikleri ve 0'ı işaretli bir tam sayı olarak düşündükleri görülmüştür. Açıklamasını yazarken de mutlak değer sonucunu yanlış yazarlarsa buna bağlı olarak açıklamayı da yanlış yazdıkları veya buna dikkat etmeden tam sayıya karşılık gelen bir ifade yazdıkları görülmüştür.

#### e) Öğrencilerin tam sayıları sıralamaya ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar

Bu araştırma kapsamında verilen tam sayıları küçükten büyüğe doğru sıralamalarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır.

Öğrencilerin 5. soruya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri ile yaptıkları hatalar tablolarla sunulmuştur.

Tablo 4.17. Öğrencilerin pozitif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5a)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	58	80,6
Yanlış yapanlar	13	18,1
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar		
$-1 < -4 < -7 < -12 < -19$	11	15,3
$-19 > -12 > -7 > -4 > -1$	2	2,8

Tablo 4.17 incelendiğinde bu soruda sıralamayı öğrencilerin %80,6'sının doğru yaptıkları ve %18,1'inin yanlış cevapladıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin %1,4'ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermedikleri tespit edilmiştir.

“ $-1 < -4 < -7 < -12 < -19$ ” cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birinin “*Burada en küçük -1'dir. Sonra arkasından diğer sayılar gelir.*” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğrencilerin burada sayıların işaretine dikkat etmeden sıralama yaptıkları, sayıların önündeki – işaretinin sayıyı küçülttüğünün farkında olmadıkları, bu konuda bilgi eksikliklerinin olduğu ve bu durumun hatayı beraberinde getirdiği fark edilmektedir.

a)  $-7, -12, -1, -19, -4$   $-1 < -4 < -7 < -12 < -19$

Şekil 5.1. Soru 5.a'ya verilen öğrenci cevabı

“ $-19 > -12 > -7 > -4 > -1$ ” şeklinde verilen bu cevapta aslında ilk cevaba benzerdir. Burada öğrenci aynı mantıkla büyükten küçüğe doğru sıralamıştır. Bu cevabı veren öğrencilerden birine bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda “*Burada en büyük -19'dur. Sonra -12, -7, -4 ve en küçük olan -1 gelir.*” şeklinde açıklamıştır.

a)  $-7, -12, -1, -19, -4$   $-19 > -12 > -7 > -4 > -1$

Şekil 5.2. Soru 5.a'ya verilen öğrenci cevabı

Öğrenciyi “*Ama burada küçükten büyüğe doğru sıralama yapılmak isteniyor.*” diye uyardığımda ise sayıları ters çevirmiş ve ilk sonuç gibi bulmuştur. Aynı şekilde sayının



işaretine dikkat etmeden önceki bilgilerinden yararlanarak hareket etmekte olup, yeni bilgilerle transfer yapamadığı düşünülmektedir.

Tablo 4.18 incelendiğinde bu soruda sıralama yaparken öğrencilerin %76,4'ünün soruya doğru ve %22,2'sinin yanlış cevap verdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin %1,4'ünün ise sıralama yapmayıp soruyu boş bıraktıkları belirlenmiştir.

Tablo 4.18. Öğrencilerin negatif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları (5b)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	55	76,4
Yanlış yapanlar	16	22,2
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar	+13 < +11 < 6 < 5 < +3	7
	5 < 6 < +3 < +11 < +13	4
	5 > 6 > +3 > +11 > +13	2
	+3 > 5 > 6 > +11 > +13	2
	+13 > +11 > +3 > 6 > 5	1

“+13 < +11 < 6 < +5 < +3” cevabının veren öğrencilerden biri bu durumu “*Burada sayıları büyükten küçüğe doğru sıraladım.*” şeklinde açıklamıştır. Öğrenci büyükten küçüğe doğru sıralasa da araya küçüktür işaretini koyması öğrencinin işaret konusunda yanılığını ortaya çıkarmaktadır. Bir başka öğrenci ise “*Burada büyük olan sayı işaretinden dolayı küçük, küçük olan ise büyüktür.*” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğrencinin pozitif tam sayıları negatif sayılardaki durumla karıştırdığı fark edilmiştir.

b) 5, +13, 6, +3, +11

.....+13 < +11 < 6 < 5 < +3.....

.....

Şekil 5.3. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevabı

“5 < 6 < +3 < +11 < +13” cevabını veren öğrencilerden birine bu sonuca nasıl ulaştığı yapılan mülakat sırasında sorulduğunda öğrenci: “*Burada işareti olmayan sayılar diğerlerinden küçük olur. O yüzden en küçük 5, daha sonra 6 gelir. Sonra işaretli sayılardan en küçüğü +3 olur. Bu sayıları +11 ve +13 takip eder.*” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğrencilerin burada sayıları işaretli ve işaretsiz sayılar olarak adlandırdıkları, aslında aynı sayı grubuna ait olan bu sayıları farklı olarak düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bu duruma benzer şekilde bir öğrenci de “+13 > +11 > +3 > 6 > 5” cevabını vermiş olup bu durumu “*Burada pozitif sayılar daha büyüktür. O yüzden +13 en büyük sayı olur.*”

Daha sonra +11 ve +3 gelir. Diğer sayılarda ise işareti olmadığından pozitiflerin arkasından gelir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencinin burada sadece önüne “+” işareti koyulduğunda pozitif sayı olduğunu düşündüğü ortaya çıkmıştır. İşaretsiz sayıları pozitif sayı olarak kabul etmemiştir. Ayrıca öğrenci küçükten büyüğe doğru sıralama yapmak yerine büyükten küçüğe doğru sıralama yapmıştır.

b) 5, +13, 6, +3, +11       $5 < 6 < +3 < +11 < +13$

b) 5, +13, 6, +3, +11       $+13 > +11 > 3 > 6 > 5$

Şekil 5.4. Soru 5.b’ye verilen öğrenci cevapları

Bu duruma benzeyen bir diğer cevap “ $5 > 6 > +3 > +11 > +13$ ” şeklinde olup öğrencilerin bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birinin “Burada önce işaretsiz sayıları sıraladım. Daha sonra işaretli sayıları yazdım. Küçükten büyüğe doğru dediği için en küçük 5 oldu. Daha sonra 6 geldi. Ardından işaretli sayılardan +3, +11 ve +13 sayıları takip etti.” şeklinde cevap verdiği görülmüştür. Öğrenciler burada küçükten büyüğe doğru sıralama yaptıklarını söylediler de kullandıkları işaret bize büyükten küçüğe doğru sıralama yaptıklarını göstermektedir. Bu yüzden işaret bakımından eksik bilgi söz konusudur. Ayrıca işaret doğru olmasa bile yaptıkları sıralama da yine sayıları işaretli ve işaretsiz sayılar olarak ayırmaları ve işaretin baskın olduğunu düşünerek sıralama yapmaları öğrencileri hatalı sonuçlara götürmüştür.

b) 5, +13, 6, +3, +11       $5 > 6 > +13 > +11 > +13$

Şekil 5.5. Soru 5.b’ye verilen öğrenci cevabı

“ $+3 > 5 > 6 > +11 > +13$ ” cevabını veren öğrencilerden birine bu cevaba nasıl ulaştığı sorulduğunda “Bu sayılar içinde en küçük olan sayı +3’tür. Daha sonra bu sayıları 5,6, +11 ve +13 sayıları takip eder. Çünkü bunların hepsi pozitif tam sayıdır.” şeklinde açıklama yapmışlardır. Aslında öğrencinin yaptığı sıralama doğrudur. Ancak arada kullandığı işaret büyüktür işareti olup hata yapmasına neden olmuştur. Yani burada öğrencilerin sıralama işareti bilgilerinde eksiklik olduğunu göstermektedir.

b) 5, +13, 6, +3, +11 +3 > 7 > 5 > 6 > 11 > 13...

Şekil 5.6. Soru 5.b'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.19. Öğrencilerin negatif ve pozitif tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5c)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	48	66,7
Yanlış yapanlar	22	30,5
Cevap vermeyenler	2	2,8
Yapılan hatalar	$-1 < +3 < -4 < 5 < -10$	10
	$-1 < -4 < -10 < +3 < 5$	6
	$-10 < -4 < -1 < 5 < +3$	6

Tablo 4.19 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %66,7'sinin doğru ve %30,5'inin yanlış cevap verdiği görülmüştür. Öğrencilerin %2,8'inin ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

“ $-1 < +3 < -4 < 5 < -10$ ” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birisinin “*Buradaki en küçük sayı 1'dir. Daha sonra bu sayıyı 3,4,5 ve 10 takip eder.*” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin burada sayının işaretini dikkate almadan sıraladıkları, sayıları ters bir şekilde sıraladıkları, işaret olarak büyüktür işaretini kullandıkları,  $-10$ 'dan başlayarak ve büyüktür işaretini kullanarak sıralama yaptıkları tespit edilmiştir. Her birinin açıklaması da sayıların işaretini dikkate almadan sıralama yaptıklarını göstermektedir. Büyüktür işaretini kullanıp küçüktür diye sıraladıklarını belirtmeleri de öğrencilerin yine işaret bilgisi eksikliğini göstermektedir. Bu öğrencilerin hep aynı öğrenciler olması ise öğrencilerde yanılmanın olduğunu göstermektedir.

c) -1, 5, +3, -10, -4 -1 < ~~+3~~ < ~~-4~~ < ~~5~~ < -10

e) -1, 5, +3, -10, -4 (-1 > -4 > -10 > 5 > +3)

Şekil 5.7. Soru 5.c'ye verilen öğrenci cevapları

“ $-1 < -4 < -10 < +3 < 5$ ” cevabını veren öğrencilerin cevapları incelenip bu sonuca nasıl ulaştıkları yapılan mülakat sırasında sorulduğunda öğrencilerden birinin “*Negatif sayılar en küçük sayılardır ve ilk önce onlar yazılır. Burada en küçük -1 olur. Bu sayıyı -4 ve -10 takip eder. Daha sonra ise +3 ve 5 gelir.*” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Aslında öğrenciler burada soruya doğru bilgiyle başlamış ancak negatif sayıların 0’dan uzaklaştıkça küçüldüğü bilgisinin eksikliğinden kaynaklı yanlış sonuca ulaşmışlardır. Benzer şekilde +3 ile 5’in yerlerini ters yazan öğrenciler de mevcuttur. Bu öğrencinin açıklaması ise “*Önce negatif sayılar, sonra işaretsiz olan 5 ve en büyük olan pozitif tam sayı +3’tür.*” şeklinde olmuştur. Öğrenci tam sayılardan işareti olmayan tam sayıyı farklı bir grup olarak almıştır. Ayrıca tam tersi sıralama da yapılmış olup hem büyüklük-küçüklük işareti bilgisi eksikliği hem de sayılardaki büyüklük küçüklük algısı eksikliği göze çarpmaktadır.

c) -1, 5, +3, -10, -4  $-1 < -4 < -10 < 5 < +3$

c) -1, 5, +3, -10, -4  $-1 < -4 < -10 < 3 < 5$

Şekil 5.8. Soru 5.c’ye verilen öğrenci cevapları

“ $-10 < -4 < -1 < 5 < +3$ ” cevabını veren öğrencilerden biri bu durumu “*Burada negatif tam sayılar en küçük sayılardır. Bu sayılar içinde de ne kadar büyükse aslında o kadar küçüktür. Dolayısıyla en küçük olan -10, daha sonra -4 ve -1 gelir. Bunlardan 5 ve en son pozitif tam sayı +3 olur. Çünkü pozitif tam sayılar en büyük olan sayılardır.*” şeklinde açıklamıştır. Öğrenci soruya doğru bilgi ile başlamış, ancak pozitif tam sayının hem işaretli hem de işaretsiz verilmesi öğrenciyi hataya götürmüştür. Burada yine bu sayıları ters sıralayan öğrenciler olmuştur. Bu da öğrencilerin yine işaret bilgisi eksikliğinden kaynaklanmaktadır.

c) -1, 5, +3, -10, -4  $-10 > -4 > -1 > 5 > +3$

c) -1, 5, +3, -10, -4  $-10 < -4 < -1 < 5 < +3$

Şekil 5.9. Soru 5.c’ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.20. Öğrencilerin negatif, pozitif ve mutlak değer içerisinde verilen tam sayıları sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (5d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	26	36,1	
Yanlış yapanlar	45	62,5	
Cevap vermeyenler	1	1,4	
Yapılan hatalar	$-8 <  -3  < 0 <  +1  < +4$	15	20,7
	$-8 <  +1  < 0 <  -3  < +4$	4	5,6
	$-8 <  -3  <  +1  < +4 < 0$	4	5,6
	$-8 < +4 <  -3  <  +1  < 0$	3	4,2
	$-8 < 0 < +4 <  +1  <  -3 $	2	2,8
	$0 <  +1  <  -3  < +4 < -8$	7	9,6
	$0 <  -3  < -8 <  +1  < +4$	3	4,2
	$ -3  < -8 < 0 <  +1  < +4$	4	5,6
	$+4 <  +1  < -8 <  -3  < 0$	3	4,2

Tablo 4.20 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %36,1'inin doğru ve %62,5'inin yanlış cevap verdiği,%1,4'ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

" $-8 < |-3| < 0 < |+1| < +4$ " çok fazla öğrenci tarafından verilmiş bir cevap olup bu soruya nasıl cevap verdikleri birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden birisi "*Ben burada negatifler daha küçük olduğu için negatif sayılardan başladım. Tabi negatif sayılarda da ters bir durum vardı. Büyük olan daha küçük sayılıyordu. Daha sonra 0 gelir. Tam ortada en son ise pozitif tam sayılar gelir.*" şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrenciler mutlak değer durumunu dikkate almadan sıralama yapmış, bu durum öğrencileri hatalı sonuca yönlendirmiştir.

d) 0,  $|-3|$ , +4,  $|+1|$ , -8

d) 0,  $|-3|$ , +4,  $|+1|$ , -8

Şekil 5.10. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevapları

" $-8 < |+1| < 0 < |-3| < +4$ " cevabının veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda ise öğrencilerden birisi "*Burada en küçük negatif tam sayı olan  $-8$ 'dir.  $|+1| = -1$  olarak dışarı çıkar ve diğer negatif tam sayı olarak yazılır. Daha sonra 0 tam ortadadır. Ardından  $|-3| = +3$  olarak yazılır ve pozitif tam sayılar sıralanır.*" şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrenciler burada doğru bir bilgiyle soruyu cevaplamaya başlamış

ancak pozitif bir tam sayıyı mutlak değer dışarısına negatif olarak çıkartarak hatalı sonucu ulaşımlardır.

d) 0, |−3|, +4, |+1|, −8

$$-8 < -3 < 0 < 3 < 4 \dots\dots$$

Şekil 5.11. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-8 < |-3| < |+1| < +4 < 0$ ” cevabını veren öğrencilerden biri “*Burada negatif sayılar en küçüktür. Daha sonra pozitif sayılar gelir ve en büyük olan ise ne negatif ne de pozitif olan ve işareti olmayan 0'dır.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencilerin burada mutlak değer içindeki sayıları mutlak değer dışına çıkarmadan sıralama yaptıkları ve 0'ı en büyük sayı olarak kabul ettikleri görülmüştür.

d) 0, |−3|, +4, |+1|, −8

$$-8 < -3 < 1 < +1 < +4 < 0$$

Şekil 5.12. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-8 < 0 < +4 < |+1| < |-3|$ ” cevabını veren öğrencilerden biri bu durumu “*Burada en küçük negatif tam sayı, sonra 0 gelir. Ardından pozitif tam sayı olan +4 ve en son ise mutlak değer ifadeleri yazılır. Çünkü onlar en büyük sayılardır.*” şeklinde açıklamışlardır. Öğrenciler burada negatif tam sayıların küçük olduğunu bilmektedir. Ancak mutlak değer ifadelerinin mutlak değer dışına pozitif tam sayıdan farklı bir sayı olarak çıktığını düşünmeleri öğrencileri yanlış cevaba yönlendirmiştir. Mutlak değerın ayrı baskın bir özellik olduğunu düşünmüşlerdir.

d) 0, |−3|, +4, |+1|, −8

$$-8 < 0 < 4 < 1 < 3$$

Şekil 5.13. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-8 < +4 < |-3| < |+1| < 0$ ” cevabını veren öğrencilerden biri “*Burada en küçük −8'dir. Çünkü negatiftir ve negatifler her zaman en küçüktür. Daha sonra onu 4, 3, 1 ve 0 takip eder.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencilerin burada soruya doğru bir şekilde cevap vermeye başladıkları ancak diğer sayıların işaretine dikkat etmeden ve mutlak değeri işin içine katmadan sıralama yaptıkları görülmüştür.

d) 0, |−3|, +4, |+1|, −8

$-8 < +4 < |-3| < +1 < 0$

Şekil 5.14. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $0 < |+1| < |-3| < +4 < -8$ ” cevabını veren öğrencilerden biri “*En küçük sayı 0'dır. Daha sonra bu sayıyı 1, 3, 4 ve 8 takip eder.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencilerin burada sayıların işaretine dikkat etmeden önceki bilgilerine göre sıralama yaptıkları belirlenmiştir.

d) 0, |−3|, +4, |+1|, −8

$0 < |+1| < |-3| < +4 < -8$

Şekil 5.15. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $0 < |-3| < -8 < |+1| < +4$ ” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda ise öğrencilerden birisi “*En küçük sayı 0'dır. Ardından negatif sayılar en son ise pozitif tam sayılar gelir.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencilerin burada 0'ı önceki bilgilerinde hep en küçük sayı olarak kodlamaları, mutlak değer ifadelerini dikkate almadan sıralama yaptıkları ve negatif olarak kabul ettikleri  $|-3|$  tam sayısını  $-8$ 'den küçük olarak belirtmeleri öğrencilerin zihinlerinde hatalı düşüncelere sahip olduklarını göstermektedir.

d) 0, ~~|−3|~~, +4, |+1|, ~~−8~~

$0 < -3 < -8 < |+1| < +4$

Şekil 5. 16. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $+4 < |+1| < -8 < |-3| < 0$ ” cevabı bir önceki cevaba benzer olup bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda bir öğrencinin “*Burada en büyük pozitif tam sayılardır. Sonra negatif tam sayılar gelir ve en son 0 yazılır.*” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Öğrenciler burada büyükten küçüğe doğru sıralama yaptıklarını söylemektedir. Ancak kullandıkları sıralama işareti küçüktür işaretidir. İşareti karıştırmış olsalar bile burada öğrenciler 0'ı en küçük sayı olarak almışlardır. Yani burada hem işaret konusunda hem de sıralama konusunda öğrencilerde hatalı bilgi mevcuttur.

d) 0, |-3|, +4, |+1|, -8

$$4 < |+1| < -3 < +3 < 0$$

Şekil 5.17. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $|-3| < -8 < 0 < |+1| < +4$ ” cevabını veren öğrencilerden birine bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda öğrencinin “*En küçük sayılar negatif tam sayılardır. Dolayısıyla önce onları yazdım.  $-3 < -8$ 'dir. Sonra ortada yer alan 0 gelir. En son ise pozitif tam sayılar sıralanır,  $1 < 4$ .*” şeklinde ifade ettiği görülmüştür. Burada öğrencilerin yine mutlak değer ifadesine dikkat etmedikleri, mutlak değer olmasa bile negatif sayıları sıralarken hata yaptıkları ortaya çıkmıştır.

d) 0, |-3|, +4, |+1|, -8

$$|-3| < -8 < 0 < |+1| < +4$$

Şekil 5.18. Soru 5.d'ye verilen öğrenci cevabı

Sonuç olarak öğrencilerin sayıların işaretlerini dikkate almadan sıralama yaptıkları, eğer soruda mutlak değer varsa sayıları mutlak değer dışına yanlış çıkarttıkları, sayının işareti yoksa işaretli olanı daha baskın düşündükleri, negatif tam sayıları sıralarken 0'dan uzaklığına dikkat etmeden pozitif tam sayıymış gibi düşündükleri, küçüktür diye düşünüp büyüktür işareti ve büyüktür diye düşünüp küçüktür işareti yaptıkları, işareti belirlemede eksik oldukları ortaya çıkmıştır.

#### 4.2. Öğrencilerin Tam sayılarda Temel İşlemlerdeki Bilgi Düzeyleri ve Yaptıkları Hatalara İlişkin Bulgular

Araştırma kapsamında öğrencilerin tam sayılar arasında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, üslü ifadelerin açılımı ve değeri ile işlem önceliğini dikkate alan soruları yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek, bu hataların nedenlerini araştırmak adına uygulanan başarı testindeki her bir soru tek tek analiz edilmiş, tablolar ve örneklerle sunulmuştur.



**a) Öğrencilerin tam sayılar ile toplama işlemine yönelik bilgi düzeyi ve yapılan hatalar**

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin verilen tam sayıları ile toplama işlemlerini yapmalarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır. 6. soruda öğrencilere pozitif tam sayıların, negatif tam sayıların, hem pozitif hem de negatif tam sayıların bir arada bulunduğu toplama işlemleri sorulmuştur. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda sayıların işaret durumlarını göz önüne alarak bu işlemleri yapmaları istenmiştir. 6. soru 8 alt maddeden oluşmakta olup öğrencilerin her maddeye verdikleri doğru, yanlış ve boş cevap frekans ve yüzdeleri ile yapılan yanlışlara ait bilgiler tablolar halinde aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.21. Öğrencilerin pozitif tam sayılarda toplama işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6a)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	64	88,9
Yanlış yapanlar	7	9,7
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar		
(+7) + 5 + (+2) = -14	4	5,6
İşlem hatası yapanlar	3	4,1

Tablo 4.21 incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğu soruya doğru cevap verdiği gözlenmiştir. Bu soruya öğrencilerin %88,9'unun doğru, %9,7'sinin yanlış ve %1,4'ünün boş cevap verdiği tespit edilmiştir. Yapılan mülakat sonucunda öğrencilerden birisi "İşlemden sayıları topladım çünkü arada toplama işlemi vardı. İşaretini yazarken artı ile artı eksi olduğu için eksi yazdım." şeklinde belirtmiştir. Bir diğer öğrenci ise "5" in işaretini dikkate almadan "(+7) ile (+2)'nin işaretleri birbirini eksi yaptı." şeklinde açıklamıştır. Bir başka öğrenci ise "Artı ile artı eksi olur. Elde ettiğimiz eksi ile artı ise yine eksi olur." düşüncesiyle hareket ederek işareti belirlediğini belirtmiştir. Bu soruda yanlış sayısının aslında az olması öğrencilerin eski bilgileri olan doğal sayılardaki toplama işlemi bilgilerini kullanmalarından olabilir. Yanlış yapan öğrencilerin açıklamaları ise çarpma işleminde öğrendikleri bir durumu toplama işlemine yanlış bir şekilde aktarmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

$$a) (+7) + 5 + (+2) =$$

$$\dots -14 \dots$$

$$a) (+7) + 5 + (+2) =$$

$$\dots -14 \dots$$

Şekil 6.1. Soru 6.a'ya verilen öğrenci cevapları

Öğrencilerin 6.b. sorusuna verdikleri cevapların frekans ve yüzdeleri Tablo.4.22'de sunulmuştur. Buna göre bu soruya öğrencilerin %58,3'ünün doğru ve %41,7'sinin ise yanlış cevap verdiği belirlenmiştir.

Tablo 4.22. Öğrencilerin iki negatif tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6b)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	42	58,3	
Yanlış yapanlar	30	41,7	
	$(-15) + (-6) = 21$	18	25
	$(-15) + (-6) = +9$	4	5,6
Yapılan hatalar	$(-15) + (-6) = -9$	6	8,3
	İşlem hatası yapanlar	2	2,8

" $(-15) + (-6) = 21$ " cevabını veren öğrencilerden biri bu durumu "*Toplama işlemi olduğu için sayıları topladım*", bir diğeri ise "*Eksi ile eksi birbirini artı yapar, arada da toplama işareti olduğu için topladım.*" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Bu durum öğrencilerin çarpma ve bölme işleminde öğrendikleri bir ifadeyi bu duruma genelleyerek sonuca ulaştıklarını göstermektedir.

$$b) (+15) + (+6) =$$

$$\dots +21 \dots$$

Şekil 6.2. Soru 6.b'ye verilen öğrenci cevabı

" $(-15) + (-6) = +9$ " cevabını veren öğrencilere bu cevabı nasıl buldukları sorulduğunda öğrencilerden birisinin "*İkisi de eksi olduğu için çıkarttım, eksi ile eksi artı olduğundan artı yaptım.*" cevabını verdiği gözlenmiştir. Burada öğrenci toplama işleminin işaretini dikkate almadan, sayıların işaretlerinden hareket ettiği sonucu çıkarılabilir.

$$b) (-15) + (-6) = \dots 9 \dots$$

$$b) (-15) + (-6) = \dots -15 + 6 = -9 \dots$$

Şekil 6.3. Soru 6.e’ye verilen öğrenci cevapları

“ $(-15) + (-6) = -9$ ” sonucuna ulaşan öğrencilerden biri mülakat sırasında bu durumu “Negatif sayı olduğu için ikisini çıkarttım ve ilk sayının işaretini yazdım.”, bir başka öğrenci ise “Aradaki toplamı işareti ile 6’nın işareti olan - bir araya gelince - olur böylece işlem  $(-15) - 6 = ?$  olur, 15’ten 6 çıkarsa 9 olur, 15’in işareti - olduğu için -9 yaptım” açıklamasını yapmıştır. Bu durumda öğrenci işlemin işareti ile çıkan sayının işaretini tek işarete dönüştürmüş ancak negatif sayıdan pozitif sayıyı çıkartırken hata yapmıştır. Bu da öğrencinin negatif iki sayının toplamı yaparken sorun ile karşılaştığını göstermektedir.

$$b) (-15) + (-6) = \dots -9 \dots$$

Şekil 6.4. Soru 6.b’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.23. Öğrencilerin iki negatif tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6c)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	40	58,3	
Yanlış yapanlar	31	41,7	
Soruyu cevaplamayan	1	1,4	
Yapılan hatalar	$-7 + (-11) = +18$	17	25
	$-7 + (-11) = -4$	8	5,6
	$-7 + (-11) = +4$	3	8,3
	İşlem hatası yapanlar	3	2,8

Tablo 4.23 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %58,3’ünün doğru ve %41,7’sinin yanlış cevap verdiği, %1,4’ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

“ $-7 + (-11) = +18$ ” cevabını veren öğrencilerden birinin bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda “Toplama işlemi olduğu için topladım, işarete bakmadım.”, bir diğer öğrencinin ise “Sayıları topladım, eksi ile eksi artı yapar o yüzden işareti artı yaptım.” şeklinde açıklamalar yapmışlardır.

$$c) +7 + (+11) =$$

...18...

Şekil 6.5. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-7 + (-11) = -4$ ” sonucuna ulaşan öğrencilerden biri bu durumu “*İkisi de negatif tam sayı olduğu için çıkarttım ve büyük olan sayının yani  $-11$ 'in işaretini yazdım.*” şeklinde açıklamıştır. Bir başka öğrencimiz ise toplama işlemini çıkartma işlemine dönüştürüp “*7'den 11 çıkmaz, 4 borç alırız o yüzden  $-4$  olur.*” şeklinde açıkladığı görülmüştür.

$$c) -7 + (-11) =$$

...-6...

Şekil 6.6. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-7 + (-11) = +4$ ” verilen bir diğer cevap olup öğrencilerden biri bu durumu “*Her iki sayı da eksi olduğu için çıkarttım, eksi ile eksi artı yaptığı için işaretini artı yazdım.*” şeklinde ifade etmiştir. Burada öğrenci hem toplama işleminde bilgi eksikliği yaşamakta hem de çarpma işleminde öğrendiği bir durumu toplamaya uygulamaya çalışmıştır. Bir diğer öğrenci ise aradaki toplama işlemi ile “ $-11$ ”in işaretinin yerini değiştirip “ $-7 - (+11)$ ” olarak düşünmüş, “*Büyükten küçük çıktı ve 4 oldu.*” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Burada öğrencinin uyguladığı yöntem doğru olsa bile çıkarma işleminin mantığını yanlış anladığı için hatalı sonuca ulaşmıştır. Soruya bu şekilde açıklama yapan öğrenciler bir önceki maddede aynı yöntemi kullanmış olup, yanlışlarını devam ettirmiştir.

$$c) -7 + (-11) =$$

...+6...

Şekil 6.7. Soru 6.c'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.24. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	43	59,7	
Yanlış yapanlar	29	40,3	
	$(-5) + 7 = -12$	16	22,3
Yapılan hatalar	$(-5) + 7 = 12$	6	8,3
	$(-5) + 7 = -2$	6	8,3
	İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.24 incelediğinde bu soruya öğrencilerin %59,7'sinin doğru ve %40,3'ünün yanlış cevap verdiği görülmüştür.

" $(-5) + 7 = -12$ " şeklinde cevap veren öğrencilerden biri bu durumu yapılan mülakat sırasında "Burada toplama işlemi olduğu için 5 ile 7 yi topladım. Daha sonra eksi ile artı, eksi olduğu için işaretini eksi olarak yazdım." olarak açıklamıştır. Öğrenciler burada sayının işaretini dikkate almadan toplama işlemi yapmış, ayrıca çarpma işlemi ile toplama işlemi karıştırarak işareti belirlemiştir.

$$d) (-5) + 7 = \dots\dots\dots -12$$

Şekil 6.8. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı

Öğrencilerin verdikleri bir diğer cevap ise " $(-5) + 7 = +12$ " şeklindedir. Öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden birinin "Burada toplama olduğu için toplama yaptım ve 7 daha büyük olduğu için '+' işaretini sonuca yazdım. Aslında 7'nin işareti + dir. O yazılmamış aslında ama biz onun + olduğunu biliyoruz." şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrencinin 5'in işaretini dikkate almadan sayıları direkt topladıkları ve büyüğün işareti baskın olur düşüncesiyle hareket ettiklerini anlamaktayız.

$$d) (-5) + 7 = \dots\dots\dots +12$$

Şekil 6.9. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı

" $(-5) + 7 = -2$ " cevabını veren öğrencilerden biri bu durumu "Burada -5'in işareti ile aradaki + birleşince - olur ve böylece işlem çıkarma işlemine dönüşür ( $5 - 7 = ?$ ) 5'den 7 çıkarsa, aslında çıkmaz ve biz borç alırız. Borç - demektir ve böylece sonuç -2 olur." şeklinde açıklamıştır. Bu sonuca ulaşan bir başka öğrenci ise "Burada bu iki sayı toplanmak isteniyor ancak toplanamaz. Çünkü bu sayılardan biri negatif diğeri pozitif sayıdır. Biz de toplayamadığımız için bunları çıkartırız ve baştaki sayının işaretini yazarız." açıklamasını yapmıştır. Aslında burada öğrenciler toplamanın mantığını anlamışlar ancak işaretini belirlerken ilk sayının işareti olarak düşünerek başka bir durumu buna uygulamışlardır.

$$d) (-5) + 7 =$$

$$\dots(-2)\dots$$

Şekil 6.10. Soru 6.d'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.25. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6e)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	45	62,5	
Yanlış yapanlar	27	37,5	
Yapılan hatalar	$(+8) + (-2) = -10$	12	16,7
	$(+8) + (-2) = +10$	10	13,9
	$(+8) + (-2) = -6$	4	5,5
	İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.25 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %62,5'inin doğru ve %37,5'inin ise yanlış cevap verdiği tespit edilmiştir. Bir önceki sorudan farklı olarak burada ilk sayı parantez içerisinde işareti ayrıca yazılmış pozitif bir tam sayı, ikinci toplanan sayı ise yine parantez içerisinde yazılmış bir negatif tam sayıdır. Her iki madde incelendiğinde yanlış yapılma yüzdeleri birbirine oldukça yakındır.

“ $(+8) + (-2) = -10$ ” cevabını öğrencilerden biri bu cevabı nasıl verdiğini “*Bu işlem bir toplama işlemidir. O yüzden ben sayıları topladım. Daha sonra baktım biri pozitif bir tam sayı diğeri negatif bir tam sayı bu iki işaret bir araya gelince eksi olduğu için sonuca eksi işaretini yazdım.*” şeklinde açıklamıştır. Diğer maddelerde karşılaştığımız durum burada da gözlenmektedir.

$$e) (+8) + (-2) =$$

$$\dots(-10)\dots$$

Şekil 6.11. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı

“ $(+8) + (-2) = +10$ ” cevabını veren öğrenci sayısı yine bir önceki cevaba oldukça yakın olup, bu öğrencilerden biri yapılan mülakatta “*Bu işlem bir toplama işlemi o yüzden topladım ve artı işareti yazdım. Çünkü bu bir toplama işlemidir.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrencinin zihninde negatif tam sayıya ait bilgi olmadığı, çünkü negatif sayıyı hiç dikkate almadığı ve direkt toplama işlemine odaklanarak toplamayı yapmış ve işlem toplama olduğu için sonucun pozitif olduğunu düşünmüştür. Bu durumu başka bir öğrenci de “*Bu sayıların toplanması istenmiş o yüzden topladım. 8 daha büyük ve önde yazılmış onun işareti geçerli olur diye + yazdım.*” şeklinde ifade etmiştir.

$$(+ 8) + (- 2) =$$

$$\dots\dots\dots +10 \dots\dots\dots$$

Şekil 6.12. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı

“( + 8 ) + ( - 2 ) = -6” cevabını veren öğrencilerden biri bu durumu “*Burada toplama işlemi var ancak bu sayılardan biri pozitif diğeri negatif tam sayıdır. Bu sayılar farklı olduğu için toplanamaz, biz bunları çıkartırız ve çıkarttığımız için de - işaretini koyarız.*” olarak açıklamıştır. Bir başka öğrenci ise yine aynı yolu izlemiş ve açıklamanın son kısmını “*Bu sayıları çıkartırız ve artı ile eksi, eksi olduğu için sonuç eksi olur.*” şeklinde düşünerek hareket ettiğini belirtmiştir. Aslında işlemin sonucuna oldukça yaklaşılmıştır ancak işaret belirlemede yapılan yanlışlıklar ve izlenen yollar hatalı sonuca ulaşmaya neden olmaktadır. Aynı tip hatalar sürekli tekrar edildiği için bir süre sonra kavram yanılığısına dönüşmektedir.

$$e) (+ 8) + (- 2) =$$

$$\dots\dots\dots -6 \dots\dots\dots$$

Şekil 6.13. Soru 6.e'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.26. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6f)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	40	55,6	
Yanlış yapanlar	32	44,4	
Yapılan hatalar	$(- 11) + 6 = -17$	18	25
	$(- 11) + 6 = +17$	6	8,4
	$(- 11) + 6 = +5$	4	5,5
	İşlem hatası yapanlar	4	5,5

Tablo 4.26 incelendiğinde soruya öğrencilerin %55,6’sının doğru ve %44,4’ünün yanlış cevap verdiği, soruyu boş bırakan öğrencinin ise olmadığı belirlenmiştir.

“( - 11 ) + 6 = -17” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*Sayıların toplanması istendiği için topladım. İşaretleri bir araya getirince - olacağı için eksi yazdım.*”, bir başka öğrenci “*Toplama olduğu için topladım ve 11 daha büyük olduğu için onun işaretini yazdım*” ve bir diğer öğrenci ise 11’in büyük olması dışında “*İlk sayı olduğu ve önde olduğu için - yazdım.*” şeklinde açıklamalar yapmışlardır.

$$f) (-11) + 6 =$$

$$\dots\dots\dots -17 \dots\dots$$

Şekil 6.14. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı

" $(-11) + 6 = +17$ " cevabını veren öğrencilerden biri "Toplama işlemi istenmiş bizden, ben de onları topladım. İşareti de toplama olduğu için işareti pozitif olmalıdır. O yüzden bu şekilde yazdım." şeklinde açıklamada bulunmuştur. Bu öğrenciler toplamada sadece pozitif bir sonuç çıkacağını düşünmüş olup, bir önceki maddede aynı şekilde hareket etmişlerdir.

$$f) (-11) + 6 =$$

$$\dots\dots\dots (+17) \dots\dots$$

Şekil 6.15. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı

" $(-11) + 6 = +5$ " cevabı veren öğrencilerden de benzer cevaplar gelmiş olup bir öğrenci bu durumu "Bu sayılar birbirinden farklı o yüzden ben bunları toplamadım çıkarttım. İşaretimi de toplama olduğu için + yaptım. Diğerlerine bakmadım." şeklinde açıklarken bir diğer öğrenci ise " $-11$ 'in işareti ile aradaki + birleşince - olur ve işlem çıkartmaya dönüşür.  $(11 - 6 = ?)$  Dolayısıyla 11 den 6 çıkarsa cevap 5 olacaktır. O da pozitiftir." şeklinde açıklamıştır. Öğrenciler çarpma, bölme ve çıkarma işlemine özgü olan durumları toplama işlemine de çok rahat uygulamıştır. Böylece yapılan bu yanlışların tekrarı ve devamı beraberinde yanılıgıları getirmektedir.

$$f) (-11) + 6 =$$

$$\dots\dots\dots -11 + 6 = 5 \dots\dots$$

Şekil 6.16. Soru 6.f'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.27. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6g)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	43	59,7	
Yanlış yapanlar	29	40,3	
	$(+10) + (-15) = -25$	16	22,2
Yapılan hatalar	$(+10) + (-15) = +25$	7	9,8
	$(+10) + (-15) = 5$	5	6,9
	İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.27 incelendiğinde öğrencilerin diğer maddelere yakın oranda hata yaptıkları gözlenmektedir. Bu soruya öğrencilerin %59,7'sinin doğru ve %40,3'ünün yanlış cevap



verdiği tespit edilmiştir. Bu soruda amaç pozitif bir tam sayının da işareti yazıldığında öğrencilerin nasıl bir yol izlediklerini gözlemlemektir.

“( + 10 ) + ( - 15 ) = -25” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*Ben bu sayıları topladım ve işaretini yazarken + ile - bir araya geldiğinde - olduğu için eksi yazdım.*” şeklinde açıklamıştır. Diğer maddelerde de olduğu gibi en yoğun hata bu tipte yapılmaktadır.

$$g) \quad (+ 10 ) + ( - 15 ) = \quad \dots (-25) \dots$$

Şekil 6.17. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı

“( + 10 ) + ( - 15 ) = +25” cevabını veren öğrencilerden biri “*Ben bu sayıları arada toplama işareti olduğu için topladım ve baştağının işareti yazdım.*” şeklinde ifade ederken, bir diğer öğrenci ise “*İşlem toplama olduğundan topladım, toplamada sonuç büyük çıkar ondan pozitif yazdım.*” açıklamasını yapmıştır. Bu durumda öğrenci eski bilgilerinin üzerine yenilerini eklemekte sorun yaşamış ve önceki bilgileri yenilere ket vurmuştur. Toplama işleminde sayının sadece büyüdüğünü, negatif bir durumun olmadığını düşünmesi negatif sayılara yönelik bilgisinde sıkıntı olduğunu göstermektedir.

$$(+ 10 ) + ( - 15 ) = \quad \dots +25 \dots$$

Şekil 6.18. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı

“( + 10 ) + ( - 15 ) = 5” cevabını veren öğrenciler sonucun sayı değerini doğru bulmuş ancak işareti yazarken hata yapmışlardır. Bu hataya düşen öğrencilerden biri bu durumu “*Pozitif bir sayı ile negatif bir sayı toplanmaz. Ben de ondan bunları çıkardım. İşareti de biz hep baştağının işareti yazarız ondan + yazdım.*” şeklinde ifade etmiştir. Bu yanıt burada hatalı iken 6.e ve 6.f maddelerinde cevabı doğru vermesini sağlamaktadır.

$$g) \quad (+ 10 ) + ( - 15 ) = \quad \dots 5 \dots$$

Şekil 6.19. Soru 6.g'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4. 28. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayının toplama işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (6h)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	47	65,3
Yanlış yapanlar	25	34,7
Yapılan hatalar	$(-15) + 15 = -30$	13
	$(-15) + 15 = +30$	9
	İşlem hatası yapanlar	3
		4,1

Tablo 4.28 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %65,3'ünün doğru ve %34,7'sinin yanlış cevap verdiği tespit edilmiştir. Soruda işlem hatası yapan öğrenciler tüm öğrencilerin %4,1'ini oluşturmaktadır. İşlem hatası yapan öğrencilerden biri cevabı sıfır olarak bulmuş ancak sıfırın işareti olmadığı bilgisini unutup “-0” cevabını yazmıştır.

“ $(-15) + 15 = -30$ ” cevabını veren öğrenciler bu sayıların birbirini tersi olduğu bilgisinin eksikliği ile yanlış cevaba ulaşmış olup bu durumu öğrencilerden biri bu “*Bu sayılar toplanmak istendiğinde ben de onları topladım ve işaretini yazarken ilk 15'in işareti ile ikinci 15'in işaretini bir araya getirdim ve eksi oldu.*” açıklamasını yapmıştır.

$$h) \quad (-15) + 15 = \dots -30 \dots$$

Şekil 6.20. Soru 6.h'ye verilen öğrenci cevabı

Bir diğer öğrenci de yine aynı mantıkla toplama yapmış ve “*Ben soruda – den başka işaret görmediğim için – yaptım.*” cevabını vermiştir. Burada öğrenci hangi işareti görüyorsa onu dikkate almış ve yazılmayanları önemsememiştir. Bir başka öğrenci ise yine toplama yaptığını ve işaretini yazarken “*Biz toplama yaparken hep ilk sayının işaretini dikkate alırız. Ondan eksi yaptım.*” şeklinde düşündüğünü belirtmiştir.

“ $(-15) + 15 = +30$ ” cevabı bir önceki verilen cevabın sadece ters işaretlisi olup öğrencilerden biri bu durumu “*Ben bu sayıları topladım. Toplamada sonuç + olur. Ondan + yaptım.*” şeklinde açıklamıştır.

$$h) \quad (-15) + 15 = \dots (+30) \dots$$

Şekil 6.21. Soru 6.h'ye verilen öğrenci cevabı

Tüm toplama işlemlerinde öğrencilerden birkaçının işlem hatası yaptığı gözlenmiştir. Bu durum işlem hatası yapan öğrencilere sorulduğunda “*dikkatsizlikten, soruyu yanlış okumadan*” olduğu veya öğrencinin soruya “*rastgele cevap verdiği*” sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak tüm toplama işlemlerine bakıldığında öğrencilerin benzer hataları yaptıkları gözlenmektedir. İşaretleri belirlerken çarpma ve bölme işleminden uygulanan eksi ile artı, eksi olur bilgisini buraya taşımaları öğrencilerin “aşırı genelleme” yaptıklarını göstermektedir. Öğrencilerin bu yanılığa bu kadar düşmeleri konuyu anlamak yerine ezbere hareket ederek, zihinlerinde anlamlandırmadan hareket etmeleri olarak düşünülmektedir. Yine toplama işleminde işaret sadece + olur düşüncesiyle hareket etmeleri de öğrencilerin doğal sayılardaki bir durumu tam sayılara da uygulayıp “aşırı genelleme” yapmalarından kaynaklandığını düşündürmektedir. Ayrıca sorularda ilk sayının işareti geçerlidir düşüncesiyle hareket edildiği gözlenmiştir. Bu durum negatif bir tam sayıdan pozitif bir tam sayıyı çıkartırken kullanılan bir ifadedir. Öğrenciler toplama işlemine de bu durumu uygulamakta olup, durum öğrencileri bazen doğru sonuca ulaştırırken, bazen yanlış cevaba ulaştırmaktadır. Yine bir genelleme durumu söz konusu olup kavram yanılıklarını kuvvetlendirmektedir.

***b) Öğrencilerin tam sayılar ile çıkarma işlemine yönelik bilgi düzeyi ve yapılan hatalar***

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin verilen tam sayılar ile çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır. 7. soruda öğrencilere pozitif tam sayıların, negatif tam sayıların, hem negatif hem de negatif tam sayıların bir arada bulunduğu çıkarma işlemleri sorulmuştur. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda sayıların işaret durumlarını göz önüne alarak bu işlemleri yapmaları istenmiştir. 7. soru, 9 alt maddeden oluşmakta olup maddelere ait frekans ve yüzdeler ile yapılan yanlışlara ait bilgiler tablolar halinde verilmiştir.

Tablo 4.29. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7a)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	55	76,4	
Yanlış yapanlar	17	23,6	
Yapılan hatalar			
	$(+ 8) - 4 = -4$	15	20,8
	$(+ 8) - 4 = +12$	2	2,8

Tablo 4.29'a göre Soru 7.a'ya öğrencilerin %76,4'ünün doğru ve %23,6'sının yanlış cevap verdiği görülmüştür.

Öğrencilerin yoğun olarak yaptıkları hatalardan ilki “ $(+ 8) - 4 = -4$ ” şeklindedir. Bu cevabı nasıl buldukları mülakat sırasında öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*Burada bir çıkarma işlemi olduğu için ben, 8'den 4'ü çıkarttım. İşareti belirlerken 8'in işareti '+', çünkü önünde + yazıyor yani pozitif bir tam sayı, 4'ün önünde de - işareti var. Biz böyle durumda '+' ile '-' bir araya geldiğinde sonuca - yazdığımız için cevap '-4' oldu.*” şeklinde açıklamıştır. Aslında soruya doğru cevap verirken zihninde çarpma ve bölmeye ait bir durumu çıkarma işlemine uygulayarak hataya düşmüştür.

The image shows a handwritten student answer for question 7.a. The question is written as "a) (+ 8) - 4 =". The student has written "-4..." to the right of the equals sign. There is a small mark under the minus sign of the 4 in the question.

Şekil 7.1. Soru 7.a'ya verilen öğrenci cevabı

“ $(+ 8) - 4 = +12$ ” sonucunu bulan öğrenci sayısı az olmasına rağmen bu hatayı nasıl yaptıkları her iki öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden biri “*Bu soruda 8'in önünde + yazıyor o yüzden ben de 8 ile 4 'ü topladım.*” cevabını vermiştir. Öğrencilerin çıkarma işlemi dikkate almadıkları ilk gördükleri işaret neyse ona göre işlem yaptıkları gözlenmiştir. Burada sayının işaretinin ayrıca yazılmış olması öğrencide yanılgıya neden olmuştur. Aslında “ $8 - 4$ ” olan işlemi tam sayılarla tanışmadan önce çok rahat yapabilirken, tam sayıları öğrendikten sonra bu şekilde cevap vermeleri yeni bilgileri yapılandırmada sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Ayrıca çarpma ve bölmeye ait bilgileri toplama ve çıkarma işlemlerine aktarma yapmaları da hatayı beraberinde getirmektedir.

The image shows two handwritten student answers for question 7.a. The first answer is "a) (+ 8) - 4 = +12..." with a dotted line below the 12. The second answer is "a) (+ 8) - 4 = 12" with a handwritten 12.

Şekil 7.2. Soru 7.a'ya verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.30. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7b)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	38	52,8
Yanlış yapanlar	34	47,2
Yapılan hatalar		
$4 - (+ 12) = +8$	28	38,9
$4 - (+ 12) = +16$	5	6,9
İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.30 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %52,8'inin doğru cevap verirken, %47,2'sinin yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Soru 7.a'dan farklı olarak bu soruda eksilen sayı çıkan sayıdan mutlak değerce küçük ve işareti ayrıca belirtilmemiş pozitif bir tam sayı, çıkan sayı ise işareti, ayrıca belirtilmiş ve parantez içerisinde yazılmış pozitif bir tam sayıdır. Burada öğrencilerden küçük sayıdan büyük sayıyı çıkarmaları istenmektedir. İlk kademede sürekli öğretmenlerinden duydukları “*Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz, komşuya gider bir onluk alırız.*” cümlesi artık burada geçerli olmayacaktır. Çünkü onluk alınabilecek bir komşu yoktur.

Öğrencilerin yoğun olarak verdikleri hatalı yanıtlardan ilki, “ $4 - (+ 12) = +8$ ” şeklindedir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda yapılan mülakat sonucunda öğrencilerden biri “*Ben burada çıkarma işlemi olduğunu biliyorum. 4'ten 12 çıkmaz, dolayısıyla 12'den 4'ü çıkarttım ve 8 buldum. 12'nin işareti + olduğu için de sonuç +8 oldu.*” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenci “*değişme özelliğini*” kullanmış, ancak bu özellik çıkarma işleminde ait olmadığı için yanlış cevap vermesine neden olmuştur. Bir başka öğrenci ise bu soruyu açıklarken “*Ben burada 12'den 4'ü çıkarttım ve 8 buldum. 4'ün işareti yazılmasa da + dır. 12'nin de zaten +, iki + bir araya gelirse eksi olur, arada eksi var ve eksi ile eksi bir araya gelirse artı olur o yüzden +8 yazdım.*” ifadesini kullanmıştır. Öğrencilerin çarpma işleminde kullandıkları bazı ifadeleri çıkarma işlemine yanlış aktardıkları gözlenmektedir. Bu cevabı veren öğrenciler pozitif tam sayıları toplarken de aynı şekilde hata yaptıkları tespit edilmiştir.

b)  $4 - (+ 12) =$   $+8$

Şekil 7.3. Soru 7.b'ye verilen öğrenci cevabı

Öğrenciler tarafından verilen bir diğer cevap ise “ $4 - (+ 12) = +16$ ” şeklindedir. Öğrencilerden biri bu durumu “*Ben burada çıkarma işlemini yapamam çünkü 4 küçük 12 büyük , o yüzden bunları topladım. 12’ nin işaretini yazdım. Çünkü tek işaret var o da +’dır.*” şeklinde açıklamıştır. Öğrenciler burada çıkarma işlemini dikkate almadan hareket etmiştir. 12’nin işaretinin ayrıca yazılmış olması öğrencilerin yanılığa düşmelerine neden olmuştur.

$$b) \quad 4 - (+ 12) =$$

(+.16)....

Şekil 7.4. Soru 7.b’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.31. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7c)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	39	54,2	
Yanlış yapanlar	33	45,8	
	$(- 5) - (- 15) = -10$	18	25
Yapılan hatalar	$(- 5) - (- 15) = -20$	6	8,3
	$(- 5) - (- 15) = +20$	3	4,2
	İşlem hatası yapanlar	6	8,3

Tablo 4.31 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %54,2’sinin doğru ve %48,8’inin ise yanlış cevap verdiği gözlenmiştir.

Verilen yanlış cevaplardan ilki “ $(- 5) - (- 15) = -10$ ” şeklindedir. Bu hatalı sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*15 den 5’i çıkardım ve sonuç 10 çıktı. 15 daha büyük ya ondan onun işaretini yazdım -10 oldu.*” şeklinde cevap vermiştir. Burada öğrenci sayıların işaretlerine dikkat etmeden hep büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma düşüncesine göre hareket etmiştir. Öğrencilerden bir diğeri ise “*5 küçük olduğu için 15’i çıkartamayız, o yüzden 15’den 5’i çıkartırsak 10 olur. İki negatif sayı çıkarsa sonuç negatif olur. Dolayısıyla -10 olur.*” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenci işlem çıkartma işlemi ise ve sayılar negatif tam sayı ise sonucunda negatif tam sayı olacağını düşünmektedir.

$$c) \quad (- 5) - (- 15) =$$

...-10....

Şekil 7.5. Soru 7.c’ye verilen öğrenci cevabı

Öğrencilerin verdiği bir diğer yanlış cevap ise “ $(- 5) - (- 15) = -20$ ” şeklindedir. Bu sonuca nasıl vardıkları mülakat sırasında öğrencilere sorulduğunda öğrencilerin çoğunda işaretlerde değişiklik yapıp sonra esas işlemi yaptıkları gözlenmiştir. Öğrencilerden biri bu durumu “15’in önünde iki tane eksi var ve bunlar bir araya gelince + olur. Dolayısıyla işlem toplama işlemine dönüşür biz sayıları toplarız ve 20 olur. 5’in önünde de - vardı. Sonuç -20 oldu.” şeklinde bir açıklamıştır. Öğrenci doğru sonuca giden bir yoldayken hata yapmıştır. Bu sonuca farklı bir yaklaşımla ulaşan başka bir öğrenci ise açıklamasını “Bu sayılar birbirinden çıkmaz. Çıkartamazsak biz de toplarız ve her ikisi de eksi olduğu için işaretle başka bir şey olmaz.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenci farklı durumlara ait bilgileri bir araya getirerek uygulamıştır.

$$c) (- 5) - (- 15) = \dots\dots\dots (-20\dots\dots\dots)$$

Şekil 7.6. Soru 7.c’ye verilen öğrenci cevabı

“ $(- 5) - (- 15) = +20$ ” alınan bir diğer farklı cevaptır. Bu cevabı veren öğrenci sayısı az olsa da neden bu cevabı verdikleri mülakat sırasında sorulduğunda öğrencilerden biri “İki negatif sayı bir araya gelince pozitif olur toplarsak sonuç 20 dir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrenci için çıkarma işleminin herhangi bir önemi olmayıp sadece sayıların işaretine bakmıştır.

$$c) (- 5) - (- 15) = \dots\dots\dots +20\dots\dots\dots$$

Şekil 7.7. Soru 7.c’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.32. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7d)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	45	62,5
Yanlış yapanlar	26	36,1
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar		
$- 17 - (- 5) = +12$	16	22,2
$- 17 - (- 5) = -22$	7	9,7
$- 17 - (- 5) = +22$	3	4,2

Tablo 4.32 incelendiğinde 7.d sorusuna öğrencilerin %62,5'inin doğru ve %36,1'inin yanlış cevap verdiği, bunların dışında %1,4'ünün ise soruyu yanıtlamadığı belirlenmiştir.

Hatalardan ilki “ $-17 - (-5) = +12$ ” şeklindedir. Yapılan mülakatta bu cevabı veren öğrencilerden biri “*Ben burada çıkarma işlemi olduğunu gördüm ve 17'den 5'i çıkarttım. Daha sonra bu iki sayının her ikisi de negatif olduğu için, eksi ile eksi artı olur. O yüzden sonucu +12 olarak yazdım.*” şeklinde açıklamıştır.

d)  $+17 + (-5) =$

+12

Şekil 7.8. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı

Diğer yapılan yanlış “ $-17 - (-5) = -22$ ” şeklindedir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*Arada çıkarma işlemi var ancak bundan sonra -5'in işareti var ve onlar bir araya gelince + olur. İşlem toplamaya dönüşür. 17 ile 5'i toplarsak 22 olur. 17'nin işareti - olduğu için sonuç -22 olur.*” açıklamasını yaptıkları gözlenmiştir. Aslında doğru bir şekilde başlayan işlem sahip olunan yanılgılardan dolayı hatalı sonuca ulaştırmıştır. Bu öğrencilerin bu durumu toplama işlemine de uyguladığı gözlenmiştir.

d)  $-17 - (-5) =$

.....-22.....

Şekil 7.9. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-17 - (-5) = +22$ ” yapılan bir diğer yanlış olup öğrencilerden biri bu durumu bir önceki açıklamaya benzer olarak “*Bu soruda çıkarma işlemi var ancak bundan sonra 5'in işareti de -, dolayısıyla iki eksi yan yana gelirse + olur ve işlem toplamaya dönüşür. Bu sayıları toplayınca 22 olur. Toplama işleminde de sonuç pozitif tam sayı olur. Ondan sonuç +22 olacaktır.*” şeklinde açıklamıştır. Yine doğru başlayan bir durum toplamada sonuç pozitif olur düşüncesinin hakim olması öğrenciyi yanılgıya düşürmüştür.

d)  $-17 - (-5) =$

+22

Şekil 7.10. Soru 7.d'ye verilen öğrenci cevabı



Tablo 4.33. Öğrencilerin pozitif ve negatif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7e)

Yapılan tespitler		f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar		40	55,6
Yanlış yapanlar		31	43,1
Cevap vermeyenler		1	1,4
Yapılan hatalar	$10 - (-6) = -4$	19	26,4
	$10 - (-6) = +4$	10	13,9
	$10 - (-6) = -16$	2	2,8

Tablo 4.33 incelendiğinde 7.e sorusuna öğrencilerin %55,6'sının doğru ve %43,1'inin yanlış cevap verdiği tespit edilmiştir. Bu soruda diğer sorulara göre öğrencilerin yanlış cevap verme yüzdeleri oldukça yüksektir.

Yapılan yanlışlardan ilki ve en yoğun olanı " $10 - (-6) = -4$ " şeklindedir. Hatayı yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu "*Bu soruda bizden çıkarma işlemi yapmamız isteniyor. Ben de 10'dan 6'yı çıkarttım 4 buldum, 6'nın işareti - olduğu için sonuç -4 oldu.*" şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin burada işaretlere dikkat etmeden direkt çıkarma işlemi yaptıkları ve işareti de tek sayının işaretine göre belirledikleri gözlenmektedir. Başka bir öğrencide benzer şekilde "*Çıkarma işlemi olduğu için çıkarttım ve çıkarmada sonuç - olduğu için -4 yazdım.*" ifadesini kullanmıştır. Öğrenciler çıkarma işleminde sonucun sadece -işaretini aldığı düşüncesine sahiptirler.

$$e) \quad 10 - (-6) = \dots\dots\dots -6\dots\dots$$

Şekil 7.11. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı

Verilen bir diğer hatalı cevap ise " $10 - (-6) = +4$ " şeklindedir. Bu hatanın neden yapıldığını öğrenmek için yanlış yapan öğrencilere sorduğumuzda öğrencilerden biri bu durumu "*Burada çıkartma işlemi var ve bende 10'dan 6'yı çıkarttım ve sonucu 4 buldum. İki eksi işareti bir araya gelince + olduğu için sonucu +4 ya da 4 olarak yazdım.*" şeklinde ifade etmiştir. Yine sayıların işaretine bakmadan işlem yapmış ve çıkartma işlemi var diye sayıları birbirinden çıkartmıştır. İşareti belirlerken yaptığı durumu aslında ilk önce uygulasa, toplama işlemine dönüştürüp işlemi yapsa doğru sonuca ulaşacakken sahip olduğu yanlışlar öğrenciyi yanlışla sevk etmiştir.

$$e) 10 - (-6) =$$

6.....

Şekil 7.12. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı

Yapılan bir diğer yanlış ise “ $10 - (-6) = -16$ ” şeklinde olup, burada öğrenciler sayı değeri olarak doğru sonuca ulaşırlar da işaret belirlerken yanlışlık yapmışlardır. Bu durum öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*Burada pozitif sayıdan negatif tam sayıyı çıkartmamız isteniyor. Bunlar birbirinden çıkmaz, ben de onları topladım ve 16 buldum. 6'nın işareti - olduğu için -16 yazdım.*” şeklinde açıklamasını yaparken bir başka öğrenci ise “*Eksi ile eksi bir araya gelince + olur. O halde bu sayılar toplanır ve 16 olur. 6'nın işareti eksi olduğu için - olduğu için -16 yaptım.*” olarak ifade etmiştir. Öğrenci aslında burada doğru bir şekilde işleme başlamış ancak yaptığı işaret değişikliğinin geçici olduğunu düşünerek tekrar ilk hali ile düşünüp işareti belirlemiştir.

$$e) 10 - (-6) =$$

-16.....

Şekil 7.13. Soru 7.e'ye verilen öğrenci cevabı

Sonuç olarak öğrenciler pozitif bir tam sayıdan negatif bir tam sayıyı çıkartırken farklı durumları bir araya getirerek hatalı işlem yapmışlardır.

Tablo 4.34. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7f)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	24	33,3	
Yanlış yapanlar	47	65,3	
Cevap vermeyenler	1	1,4	
Yapılan hatalar	$-9 - 10 = -1$	24	33,3
	$-9 - 10 = +1$	12	16,7
	$-9 - 10 = +19$	7	9,7
	İşlem hatası yapanlar	4	5,6

Tablo 4.34 incelendiğinde 7.e sorusuna öğrencilerin %33,3'ünün doğru ve %65,3'ünün yanlış cevap verdiği, %1,4'ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir. Yapılan yanlışların ilki ve en yoğun olanı “ $-9 - 10 = -1$ ” şeklindedir. Bu cevabı veren öğrencilere sorulduğunda öğrencilerde biri bu durumu “*Burada bir çıkarma işlemi var. Ama 9'dan 10 çıkmaz. Çünkü 9 daha küçüktür. O yüzden ben de 10'dan 9'u çıkardım ve 1*

*buldum. Çıkarma işlemi olduğu için -1 yazdım.” şeklinde açıklamıştır. Çıkarma işleminde değişme özelliğini uygulamış, küçükten büyük çıkmaz bilgisini kullanarak hareket etmiştir. İşareti belirlerken de çıkarma işlemi olduğu için yaptım şeklinde açıklamıştır. Bir başka öğrenci ise “9’un işareti -,10’un işareti aslında + ve - ile + birbirinden çıkarsa - olur.” şeklinde açıklamada bulunmuştur.*

$$f) \quad -9 - 10 = \dots\dots\dots -1 \dots\dots\dots$$

Şekil 7.14. Soru 7.f’ye verilen öğrenci cevabı

Bir diğer yanlış cevap ise “- 9 - 10 = +1” şeklinde bu cevabı veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada çıkarma işlemi var. Ama 9’dan 10 çıkmaz ve ben de 10’dan 9’u çıkarttım ve 1 buldum. 10 daha büyük olduğu için +1 oldu.”, bir başka öğrenci “10’dan 9’u çıkarttım ve 1 buldum. 9’un önündeki - ile aradaki - bir araya gelince + olur. Sonuç +1 oldu.” şeklinde açıklamıştır. Öğrenciler burada hangi sayıdan hangi sayının çıkartıldığını anlamadan kendi isteklerine göre çıkarma işlemi yapmışlar, değişme özelliği uygulamışlar, “Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz.” sabit fikriyle hareket etmişler ve işareti belirlerken farklı işlemlere ait özellikleri bir araya getirerek hareket etmişlerdir. Bu durumda öğrencileri hata yapmalarına ve yanlışlara sahip olmalarına neden olmaktadır.

$$f) \quad -9 + 10 = \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots$$

Şekil 7.15. Soru 7.f’ye verilen öğrenci cevabı

Öğrenciler tarafından yapılan bir diğer yanlış ise “- 9 - 10 = +19” şeklinde olup cevabı bulan öğrencilerden biri “9’un önündeki - ile aradaki - birleşince + olur ve işlem + işlemine dönüşür. 9 ile 10’u toplarsak +19 olacaktır.” şeklinde açıklama yapmıştır.

$$f) \quad +9 + 10 = \dots\dots\dots +19 \dots\dots\dots$$

Şekil 7.16. Soru 7.f’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.35. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7g)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	21	29,2
Yanlış yapanlar	51	70,8
Yapılan hatalar	$-3 - 3 = 0$	45,8
	$-3 - 3 = +6$	11,1
	$-3 - 3 = -0$	5,6
	İşlem hatası yapanlar	6

Tablo 4.35 incelendiğinde 7.g sorusuna öğrencilerin %29,2'sinin doğru ve %70,8'inin yanlış cevap verdiği görülmüştür. 7.e. sorusundan farklı olarak eksilen ve çıkan sayı mutlak değerce birbirine eşit olan sayılardır.

Yapılan yanlışlardan ilki ve en yoğun şekilde gözleneneni “ $-3 - 3 = 0$ ” şeklindedir. Öğrencilerin bu yanlışa bu kadar yönelmiş olmaları dikkat çekici ve merak uyandırıcıdır. Bu soruyu nasıl çözdükleri öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*Çıkarma işlemi olduğu için 3'ten 3 çıktı ve sonuç 0 olur. Sıfırın işareti de olmadığı için direkt 0 yazdım.*” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğrenciler burada hangi sayıdan hangi sayının çıktığını fark etmeden direkt çıkarma işlemine odaklanıp, hangi sayı hangisinden çıkarsa onu çıkartalım düşüncesine sahiptir. Soruda verilen sayıların ters işaretli ancak mutlak değerce eşit olması da öğrencileri bu sonuca yöneltmektedir. Çünkü bu durum toplama işleminde bu şekildedir. Mutlak değerce aynı ancak zıt işaretli sayılar toplanırsa birbirini götürür ve geriye 0 kalır, bilgisinin öğrencinin zihninde yer etmesi bu durumu çıkarma işlemine uygulamasına neden olmaktadır. Bir diğer öğrenci ise yaptığı işlemi “*Bunlar zıt işaretli bir pozitif diğeri negatif, birbirini götürür ve sonuç 0 kalır.*” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin önceki bilgilerini yanlış kodlayarak sonraki bilgilerine aktarmaları yanlışları meydana getirmekte ve öğrencilerin hata yapmasına neden olmaktadır.

g)  $-3 - 3 =$  

Şekil 7.17. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-3 - 3 = +6$ ” şeklinde olup bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*İki eksi bir araya gelirse + olur. Dolayısıyla işlem toplamaya dönüşür ve sonuç +6 olur.*” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin düşündüğü gibi aslında “*İki eksi bir*

araya gelince + olacaktır.”. Ancak bu durum bu şekilde bir araya gelme durumu değildir. Bu da öğrencilerin hata yapmalarına neden olmaktadır.

g)  $-3 - 3 =$  +6.....

Şekil 7.18. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı

“ $-3 - 3 = -0$ ” verilen bir diğer cevap olup bu sonuca ulaşan öğrencilere sorduğumuzda öğrencilerden biri bu durumu “3'ten 3'ü çıkarttım ve 0 oldu. İlk sayı - olduğu için -0 yazdım.”, bir diğer öğrenci ise “3'ten 3'ü çıkarttım ve çıkarttığım için -0 yazdım.” şeklinde açıklamıştır. İlk yanlış 3'ten 3'ü çıkartarak yapılmıştır. Çünkü soruda  $-3$ 'ten 3'ü çıkarılması istenmektedir. İkinci yapılan yanlış ise 0'a işaret yazılmasıdır. 0, ne pozitif ne de negatif tam sayıdır. Ancak öğrenciler bu duruma dikkat etmeyip 0'a işaret yazılabileceğini düşünmüşlerdir.

$-3 - 3 =$  -0.....

Şekil 7.19. Soru 7.g'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.36. Öğrencilerin sıfır ile pozitif bir tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (7h)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	43	59,7	
Yanlış yapanlar	28	38,9	
Cevap vermeyenler	1	1,4	
Yapılan hatalar	$0 - 10 = +10$	14	19,4
	$0 - 10 = 0$	11	15,3
	$0 - 10 = -0$	3	4,2

Tablo 4.36 incelendiğinde 7.h sorusuna öğrencilerin %59,7'sinin doğru, %38,9'unun yanlış cevap verdiği ve %1,4'ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği görülmüştür.

Kolay bir soru olarak düşünülse de öğrencilerin yanlış yaptıkları gözlenmiştir. Yapılan yanlışlardan ilki ve en yoğun olanı “ $0 - 10 = +10$ ” şeklinde olup bu soruyu nasıl cevapladıkları mülakat sırasında öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “0'dan 10 çıkmaz, dolayısıyla 10'dan 0'ı çıkarttım ve sonucu 10 buldum. 10 büyük olduğu için +10 yazdım.” şeklinde açıklamıştır. Öğrenciler burada yine küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz

düşüncesiyle hareket etmiş ve çıkarma işleminde olmayan değişme özelliğini uygulamışlardır. İşareti belirlerken de büyük sayıya göre hareket etmişlerdir.

$$h) \quad 0 + 10 =$$

10.....

Şekil 7.20. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı

Yapılan bir diğer yanlış ise “ $0 - 10 = 0$ ” şeklindedir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları yanlış yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “*0 dan 10 çıkarsa sonuç 0 olur. Çünkü 0 yutan elemandır. Sonucu sıfırlar.*” açıklaması yaptığı görülmüştür. Çarpma işlemine ait bir özelliği çıkarma işlemine uygulayan öğrencilerde bu durum hata yapmalarına neden olmuştur.

$$h) \quad 0 - 10 =$$

0.....

Şekil 7.21. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı

“ $0 - 10 = -0$ ” bu hatayı yapan öğrencilere neden bu şekilde cevap verdikleri sorulduğunda öğrencilerden biri “*0'dan 10 çıkarsa sonuç 0 olur. Çünkü 0 yutan elemandır. Sonuç sıfırlanır. Arada eksi olduğu için  $-0$  olur.*” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada yapılan ilk yanlış öğrencinin öncelikle çıkarma işleminde 0'ın yutan eleman olduğunu düşünüyorsa, diğer yanlış ise 0'a işaret yazmasıdır.

$$h) \quad 0 - 10 =$$

-0.....

Şekil 7.22. Soru 7.h'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.37. Öğrencilerin sıfır ile negatif bir tam sayı arasındaki çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (71)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	37	51,4	
Yanlış yapanlar	33	45,8	
Cevap vermeyenler	2	2,8	
Yapılan hatalar	$0 - (-10) = -10$	20	27,7
	$0 - (-10) = 0$	10	13,9
	$0 - (-10) = -0$	3	4,2

Tablo 4.37 incelendiğinde soruya öğrencilerin %51,4'ünün doğru, %45,8'inin yanlış cevap verdiği ve %2,8'inin ise soruyu boş bıraktığı belirlenmiştir.

Yapılan yanışlar incelendiğinde en yoğun olarak verilen yanış cevabın “ $0 - (-10) = -10$ ” olduğu gözlenmiştir. Mülakat sırasında yanışı yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*0’ dan 10 çıkmaz ve dolayısıyla 10’ dan 0 çıkarırım, sonucu 10 bulurum. 10’un işareti - olduğu içinde sonuç -10 olur.*” şeklinde bir açıklamıştır.

$$0 - (-10) = \dots\dots\dots -10$$

şekil 7.23. Soru 7.1’ya verilen öğrenci cevabı

“ $0 - (-10) = 0$ ” şeklinde verilen yanış cevabın açıklamasını öğrencilerden biri “*0’ dan -10 çıkarsa sonuç 0 kalır. Çünkü 0 yutan sayıdır.*” olarak belirtmiştir. 7.h sorusunda yapılan aynı yanış burada da devam etmektedir. Öğrenciler 0’ın her durumda yutan eleman olduğunu düşünmektedir.

$$0 - (-10) = \dots\dots\dots 0$$

şekil 7.24. Soru 7.1’ya verilen öğrenci cevabı

“ $0 - (-10) = -0$ ” yapılan bir diğer yanış olup öğrencilerden biri bu durumu “*0’ dan -10 çıkarsa sonuç 0 olur. 10’un işareti - olduğu için -0 olur.*” şeklinde açıklamıştır. 0’ı çıkarma işleminde yutan eleman ve işareti olan bir tam sayı olarak düşünmeleri öğrencileri yanış cevaba yönlendirmekte ve dolayısıyla yanılığlara neden olmaktadır.

$$0 - (-10) = \dots\dots\dots -0$$

şekil 7.25. Soru 7.1’ya verilen öğrenci cevabı

Ayrıca sorularda öğrencilerin işlem hatası yaptıkları da tespit edilmiştir. Yapılan işlem hatalarının nedenleri öğrencilere sorulduğunda “*dikkatsizlikten*” olduğu veya öğrencinin soruya “*rastgele cevap verdiği*” sonucuna varılmıştır.

Sonuç olarak öğrenciler tam sayılarda çıkarma işlemi yaparken çok fazla ve değişik hatalar yapmışlardır. Farklı işlemlere ait özellikleri çıkarma işlemine uygulamışlardır. Öğrenciler, küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz düşünceyle çıkarma işleminde değişme özelliğinin

olduğu düşüncesine kapılmışlar, çarpma ve bölme işlemlerinde işaret belirlerken yapılan işlemleri çıkarma işlemlerinde de kullanmışlar, çıkarma işleminde sonucun sadece negatif bir tam sayı çıkacağı fikrini benimsemişler, 0'ın çıkarma işleminde yutan eleman olduğunu ve 0'ın işareti olduğunu düşünerek hareket etmişlerdir.

**c) Verilen çarpma işlemlerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yapılan hatalar**

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin verilen tam sayılar ile çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır. 8. soruda öğrencilere pozitif tam sayıların, negatif tam sayıların, hem negatif hem de negatif tam sayıların bir arada bulunduğu çarpma işlemleri sorulmuştur. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda sayıların işaret durumlarını göz önüne alarak bu işlemleri yapmaları istenmiştir. 8. soru, 9 alt maddeden oluşmakta olup her maddeye ait bilgiler aşağıda tablolar halinde verilmiştir.

Tablo 4.38. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8a)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	66	91,7
Yanlış yapanlar	5	6,9
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar (+ 5) · (+ 7) = -35	5	6,9

Tablo 4.38 incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun soruyu doğru yanıtladığı görülmektedir. Soruyu öğrencilerden %91,7'sinin doğru ve %6,9'unun yanlış cevap verdiği, %1,4'ünün ise boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir

Öğrencilerin verdiği yanlış cevap “(+ 5) · (+ 7) = -35” şeklindedir. Yanlış cevap veren öğrencilere bu soruyu nasıl cevapladıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “*Burada çarpma işlemi var ve ben de 5 ile 7'yi çarpıp 35 oldum. Biz çarpma işlemi yaparken iki pozitif sayıyı çarptığımızda negatif bir tam sayı çıktığından sonuca - işareti koyup -35 buldum.*” şeklinde açıklama yapmıştır.

a)  $(+ 5) \cdot (+ 7) =$  

Şekil 8.1. Soru 8.a'ya verilen öğrenci cevabı



Aslında öğrencilerin tam sayıları öğrenmeden önce doğal sayılarda yaptıkları çarpma işleminden farklı olmadığını, sayıların işaretlerin yazılması öğrencilerde sorunun farklı algılanıyor olmasına neden olmaktadır. Öğrenciler burada sayı olarak doğru sonuca ulaşırsa işareti belirlerken yanlışlık yapmaları onları hataya yönlendirmiştir.

Tablo 4.39. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8b)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	59	81,9
Yanlış yapanlar	12	16,7
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar	$-6 \cdot (-5) = -30$	10
	İşlem hatası yapanlar	2
		2,8

Tablo 4.39 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %81,9'unu doğru ve %16,7'sinin yanlış cevap verdiği, %1,4'ünün ise soruyu boş bıraktığı tespit edilmiştir.

Yapılan yanlışlar incelendiğinde öğrencilerin " $-6 \cdot (-5) = -30$ " cevabını verdikleri gözlenmiştir. Yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçına bu soruyu nasıl cevapladıkları sorulduğunda öğrencilerden biri "6 ile 5'i çarparsak cevabı 30 buluruz. 6 daha büyük olduğundan, 6'nın işaretini yazarız ve sonuç  $-30$  olur.", bir diğer öğrenci "6 ile 5'i çarptım ve 30 buldum. Parantez içerisinde 5'in işareti yazılmış olduğundan  $-30$  yaptım." ve başka bir öğrenci ise "6 ile 5'i çarptım. İki eksi bir araya gelirse yine eksi olur. Ondan  $-30$  yaptım." açıklamalarını yapmışlardır. Burada öğrenciler sayı değeri olarak doğru sonuca ulaşmakta sıkıntı yaşamamışken işaret konusunda kafa karışıklığı yaşamaktadırlar. Büyük olanın işaretini yazma, sayılardan sadece birinin ve özellikle parantezli olanınkine dikkat etme ve iki negatif sayının çarpımının yine negatif bir tam sayı olduğunu düşünme yapılan en genel yanlışlardır.

b)  $-6 \cdot (-5) =$

*30*

Şekil 8.2. Soru 8.b'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.40 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %81,9'unun doğru ve %16,7'sinin ise yanlış cevap verdiği, %1,4'ünün de soruyu boş bırakarak yanıt vermediği belirlenmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanlış cevaplar incelendiğinde tek tip cevabın olduğu gözlenmektedir.

Tablo 4.40. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8c)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	59	81,9
Yanlış yapanlar	12	16,7
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar	$(-4) \cdot 7 = +28$	8
	İşlem hatası yapanlar	4
		5,6

Verilen yanlış cevap “ $(-4) \cdot 7 = +28$ ” şeklinde olup, bu cevabı nasıl verdikleri birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden biri “4 ile 7’yi çarptım ve 28 buldum. 7 daha büyük olduğu için 7’nin işaretini yazdım.” ve bir diğer öğrenci ise “4 ile 7’yi çarptım, 28 buldum. - ile + çarpılırsa + olduğu için +28 yazdım.” şeklinde açıklamıştır.

c)  $(-4) \cdot 7 = \dots 28 \dots$

Şekil 8.3. Soru 8.c’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.41. Öğrencilerin negatif ve pozitif iki tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8d)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	50	69,4
Yanlış yapanlar	20	27,8
Cevap vermeyenler	2	2,8
Yapılan hatalar	$(+10) \cdot (-3) = 30$	17
	İşlem hatası yapanlar	3
		4,2

Tablo 4.41 incelendiğinde yanlış cevap veren öğrenci sayısında diğer sorulara göre artış olduğu gözlenmiştir. Bu soruya öğrencilerin %69,4’ünün doğru ve %27,8’inin yanlış cevap verdiği, %2,8’inin ise soruyu boş bırakarak yanıtlamadığı görülmüştür. Soruya verilen yanlış cevaplar incelendiğinde öğrencilerin tek bir cevap üzerinde yoğunlaştığı ve bunun dışında işlem hatası yaptıkları gözlenmektedir.

Öğrencilerin verdikleri yanlış cevap “ $(+10) \cdot (-3) = 30$ ” şeklinde olup, bu cevabı veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “10 ile 3 ü çarptım. 30 buldum. 10 daha büyük olduğu için pozitif olarak düşündüm.”, bir diğer öğrenci “10 ile 3’ü çarptım. 30 olarak buldum. İlk sayının işareti + olduğu için +30 yazdım.” ve başka bir öğrenci ise “10 ile 3’ü çarptım, 30 buldum. + ile - çarpılırsa + olduğu için +30 yazdım.” şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır. Öğrencilerin verdikleri

cevaplara göre sayı değeri olarak problem yokken yine işaret belirleme de çok farklı düşünceler geliştirerek karar vermişlerdir. Bu yanlış bilgiler bazı sorularda onları doğru cevaba götürürken, bazı durumlarda hata yapmalarına neden olmaktadır.

$$d) (+10) \cdot (-3) = +30\dots\dots$$

Şekil 8.4. Soru 8.d'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.42. Öğrencilerin iki negatif ve bir pozitif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8e)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	45	62,5
Yanlış yapanlar	22	30,6
Cevap vermeyenler	5	6,9
Yapılan hatalar	$(-3) \cdot 5 \cdot (-7) = -105$	11
	İşlem hatası yapanlar	11
		15,3

Tablo 4.42 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %62,5'inin doğru ve % 30,6'sının yanlış cevap verdiği gözlenmiştir. Öğrencilerin %6,9'unun ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin cevaplarına bakıldığında genel olarak yapılan yanlışın tek tip olduğu, yanlış kadar da işlem hatası yapıldığı gözlenmektedir.

Öğrencilerin cevabına bakıldığında “ $(-3) \cdot 5 \cdot (-7) = -105$ ” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Yanlış cevap veren öğrencilere bu cevabı nasıl verdikleri sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “Sırasıyla 3, 5 ve 7'yi çarptım, 105 buldum. Sonra - ile + nin çarpımı - oldu. Buradan elde ettiğimiz - ile - yine - oldu.”, bir başka öğrenci “105'i buldum. 7 daha büyük olduğu için -105 yaptım.” ve bir diğer öğrenci ise “105'i bulduktan sonra ilk sayı - olduğu için -105 yaptım.” şeklinde açıklamışlardır.

$$e) (-3) \cdot 5 \cdot (-7) = 105\dots\dots$$

$$e) (-3) \cdot 5 \cdot (-7) = -105\dots\dots$$

Şekil 8.5. Soru 8.a'ya verilen öğrenci cevabı

Yapılan işlem hatası da bu soruda oldukça fazladır. İşlem hataları incelendiğinde ve öğrencilere bu cevapları nasıl verdikleri sorulduğunda öğrencilerin dikkatsizlikten, çarpma işleminde eksik saymalarından, üç sayı olmasından dolayı sayıları karıştırmalarından, çarpma işlemi yerine farklı işlem yapmalarından ve çarpma işlemi bilgisi eksikliğinden kaynaklandığı gözlenmektedir.

Tablo 4.43. Öğrencilerin iki pozitif ve bir negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8f)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	49	68,1
Yanlış yapanlar	18	25,0
Cevap vermeyenler	5	6,9
Yapılan hatalar	$6 \cdot (+5) \cdot (-2) = +60$	9
	İşlem hatası yapanlar	9
		12,5

Tablo 4.43 incelendiğinde soruya öğrencilerin %68,1'inin doğru ve %25'inin yanlış cevap verdiği, %6,9'unun ise soruya cevap vermeyip boş bıraktığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde tek bir cevap üzerinde yoğunlaşıldığı ve diğer işlem hatası olduğu gözlenmektedir.

Öğrencilerin verdiği cevap " $6 \cdot (+5) \cdot (-2) = +60$ " şeklinde olup bu cevaba nasıl ulaştıkları cevabı yanlış yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri "Bu sayıları sırasıyla çarptım ve 60 buldum ve 5'in işareti + olduğu için +60 yazdım.", bir başka öğrenci "6, 5 ve 2 yi çarptım. 6 ilk sayı olduğu için 60 yazdım." ve bir diğer öğrenci ise "Sayıları sırasıyla çarptım ve 6'nın işareti +, 5'in işareti +, bunlar çarpılırsa - olur. Buradan elde ettiğimiz değer ile 2'nin işareti olan -'yi çarparsak sonuç + olur." şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır. Toplama işleminde de kullanılan bu yanlış bilgileri çarpma işlemine de taşımışlardır. Çarpma işlemi yaparken sayıların sadece büyük olanının işaretinin önemli olduğunu düşünerek diğer sayıların işaretlerini dikkate almamışlardır.

$$f) \quad 6 \cdot (+5) \cdot (-2) =$$

60.....

$$f) \quad 6 \cdot (+5) \cdot (-2) =$$

+60.....

Şekil 8.6. Soru 8.f'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.44. Öğrencilerin üç negatif tam sayı arasındaki çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8g)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	50	69,4
Yanlış yapanlar	18	25
Cevap vermeyenler	4	5,6
Yapılan hatalar	$-6 \cdot (-1) \cdot (-2) = +12$	12
	İşlem hatası yapanlar	6
		8,3

Tablo 4.44 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %69,4'ünün doğru, %25'inin ise yanlış cevap verdiği görülmektedir. Öğrencilerin %5,6'sı soruyu boş bırakmıştır. Verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin tek bir yanlış cevap üzerinde yoğunlaştığı gözlenmiştir.

Verilen yanlış cevap " $-6 \cdot (-1) \cdot (-2) = +12$ " şeklinde olup, bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda yanlış yapan öğrencilerden birisi "*Sayıları sırasıyla çarptım 12 buldum. Sayıların hepsi negatif, tüm eksiler bir araya gelince + olduğu için +12 olarak yazdım.*", bir başka öğrenci de "*Ben sayıları çarptım ve 12 buldum. İşaretlerine dikkat etmedim.*" şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrenciler sayı değeri olarak doğru yapmış olsalar da işareti belirlerken hata yapmışlardır. Farklı şekilde doğru olan bir bilgiyi değiştirerek buraya uyguladıkları için hatalı sonuca ulaşmışlardır. Diğer sorularda kullandıkları bazı ifadeler öğrencilerin yanlış düşüncelerle doğru yanıtı ulaşmalarını göstermektedir. Örneğin öğrencilerden birisi "*6 büyük olduğu için onun işaretini yazdım.*", bir başka öğrenci de "*6 ilk sayı olduğu için - yaptım.*" şeklinde ifadede bulunmuştur.

$$g) -6 \cdot (-1) \cdot (-2) = \dots\dots\dots +12 \dots\dots\dots$$

Şekil 8.7.Soru 8.g'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.45. Öğrencilerin negatif bir tam sayı ve sıfır (0) arasındaki çarpma işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (8h)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	52	72,2
Yanlış yapanlar	19	26,4
Cevap vermeyenler	1	1,4
Yapılan hatalar	$-15 \cdot 0 = -15$	14
	$-15 \cdot 0 = -0$	5
		6,9

Tablo 4.45 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %72,2'sinin doğru, %26,4'ünün yanlış cevap verdiği, %1,4'ünün ise boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

Öğrencilerin cevaplarından ilki “ $-15 \cdot 0 = -15$ ” şeklindedir. Bu cevabı veren öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “0 çarpma işleminde etkisiz elemandır ve 0 ile 15'i çarparsak 15 olur. 15'in işareti - olduğu için -15 yazdım.” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin burada 0'ı çarpma işleminin etkisiz elemanı olarak düşünmeleri bu soruda hata yapmalarına neden olmuştur. Bu öğrenciler 0'ı çıkarma işleminde yutan eleman olarak düşünen öğrencilerdir.

h)  $-15 \cdot 0 =$  .....-15.....

Şekil 8.8. Soru 8.h'ye verilen öğrenci cevabı

Verilen bir diğer cevap ise “ $-15 \cdot 0 = -0$ ” şeklinde olup, bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “15 ile 0'i çarparsak 0 olur. - ile + ise - olduğu için sonuç -0 olur.” ve bir başka öğrenci “15 ile 0'in çarpımı 0'dır ve 15'in işareti - olduğu için sonuç -0 olur.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenciler sayı değeri olarak işlemi doğru yapsalar da işaretini belirlerken hata yapmışlardır.

h)  $-15 \cdot 0 =$  .....-0.....

Şekil 8.9. Soru 8.h'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.46. Öğrencilerin pozitif tam sayı ve sıfır (0) arasındaki çarpma işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (81)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	54	75,0	
Yanlış yapanlar	16	22,2	
Cevap vermeyenler	2	2,8	
Yapılan hatalar	$0 \cdot (+23) = +23$	13	18
	$0 \cdot (+23) = +0$	3	4,2

Tablo 4.46 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %75'inin doğru ve %22,2'sinin yanlış cevap verdiği, %2,8'inin ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

Öğrencilerin verdiği hatalı cevaplardan ilki “ $0 \cdot (+23) = +23$ ” şeklindedir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada 0 ile 23'ü çarptım ve sonucu 23 buldum. Çünkü 0 çarpma işleminde etkisiz elemandır. 23'ün işareti

+ olduğu için +23 olarak düşündüm.” ve bir diğer öğrenci ise durumu “0 etkisiz eleman olduğu için 23 ile çarpılırsa sonuç yine 23 olur.” şeklinde açıklamıştır.

$$D) 0 \cdot (+23) = \dots\dots +23.$$

Şekil 8.10. Soru 8.1'ya verilen öğrenci cevabı

7.h sorusunda da 0'a işaret vererek işlem yapan öğrencilerden bazıları burada da benzer işlem yaparak “ $0 \cdot (+23) = +0$ ” sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “0 ile 23 ‘ü çarparsak sonuç 0 olur. 23 ‘ün işareti + olduğu için +0 olacaktır.” şeklinde açıklama yapmıştır. 0’ın işareti olmadığını düşünmüş ancak yine de 0’a işaret vermiştir.

$$- D) 0 \cdot (+23) = + \textcircled{0} \dots\dots$$

Şekil 8.11. Soru 8.1'ya verilen öğrenci cevabı

Öğrencilerin sorularda yaptıkları işlem hatalarına bakıldığında ise dikkatsizlikten sayıları yanlış çarptıkları ve çarpma işlem bilgisi eksiliğinden olduğu gözlenmektedir.

#### **d) Verilen bölme işlemlerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yapılan hatalar**

Bu araştırma kapsamında 8. sınıf öğrencilerin verilen tam sayılar ile bölme işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amaçlanmıştır. 9. soruda öğrencilere pozitif tam sayıların, negatif tam sayıların, hem negatif hem de pozitif tam sayıların bir arada bulunduğu bölme işlemleri sorulmuştur. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda sayıların işaret durumlarını göz önüne alarak bu işlemleri yapmaları istenmiştir. 9. soru, 8 alt maddeden oluşmakta olup her maddeye ait bilgiler aşağıda tablolar halinde sunulmuştur.

Tablo 4.47 incelendiğinde öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu soruya doğru cevap verdikleri gözlenmektedir. Öğrencilerin %76,5’inin doğru ve %16,9’unun yanlış cevap verdiği bu soruya %6,9’unun ise soruyu yanıtlamadığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.47. Öğrencilerin iki pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9a)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	55	76,5
Yanlış yapanlar	12	16,6
Cevap vermeyenler	5	6,9
Yapılan hatalar	$(+10) \div (+5) = -5$	5
	$(+10) \div (+5) = -2$	5
	İşlem hatası yapanlar	2
		2,8

Hatalardan ilki “ $(+10) \div (+5) = -5$ ” şeklinde olup, bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “10’u 5’e böldüm ve 5 çıktı. Her ikisi de pozitif, + ile + birbirine bölünürse - olur ondan sonuç -5 oldu.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenciler hem sayı değeri olarak sonucu yanlış bulmuş hem de işareti belirlerken hata yapmışlardır.

$$a) (+10) \div (+5) = \dots -5 \dots$$

Şekil 9.1. Soru 9.a’ya verilen öğrenci cevabı

Bir diğer yapılan yanlış ise “ $(+10) \div (+5) = -2$ ” şeklinde olup, öğrenciler bu soruyu neden bu şekilde cevaplandıklarını öğrencilerden biri “10’u 5’e böldüm ve 2 çıktı. İki pozitif tam sayı birbirine bölünürse negatif olduğu için -2 oldu.” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenciler burada sayı değeri olarak doğru sonuca ulaşıyorlar da işareti belirlemede yine aynı hatayı yapmışlardır.

$$a) (+10) \div (+5) = \dots -2 \dots$$

Şekil 9.2. Soru 9.a’ya verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.48. Öğrencilerin iki negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9b)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	44	61,1
Yanlış yapanlar	22	30,6
Cevap vermeyenler	6	8,3
Yapılan hatalar	$(-20) \div (-4) = -5$	17
	İşlem hatası yapanlar	5
		6,9



Tablo 4.48. incelendiğinde öğrencilerin bir önceki maddeye göre yanlış ve boş cevap yüzdelerinde artış olduğu gözlenmektedir. Bu soruya öğrencilerin %61,1'inin doğru, %30,6'sının yanlış ve %8,3'ünün boş cevap verdiği tespit edilmiştir.

Verilen yanlış cevabın “ $(-20) \div (-4) = -5$ ” şeklinde olduğu gözlenmektedir. Bu cevabı veren öğrencilerin bir kısmıyla yapılan mülakat sonucunda öğrencilerden biri “20'yi 4'e böldüm 5 çıktı ve her ikisi de negatif tam sayı olduğu için sonuç negatif olur. Yani cevap  $-5$ 'dir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrenciler sayı değeri olarak doğru cevaba ulaşsa da işareti belirlerken hata yapmışlardır. Bu cevap için bir başka öğrenci ise “20 daha büyük ondan  $-5$  yaptım.” olarak ifade etmiştir. Büyük sayıya göre hareket edileceğini düşünerek işareti buna göre belirlemiştir.

b)  $(-20) \div (-4) = -9$

b)  $(-20) \div (-4) = -5$

Şekil 9.3.Soru 9.b'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.49. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9c)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	51	70,8
Yanlış yapanlar	14	19,4
Cevap vermeyenler	7	9,7
Yapılan hatalar	$45 \div (-15) = +3$	9
	İşlem hatası yapanlar	5
		6,9

Tablo 4.49 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %70,8'inin doğru ve %19,4'ünün yanlış cevap verdiği, %9,7'sinin ise soruyu boş bıraktığı belirlenmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanlış cevaplar incelendiğinde tek bir cevap üzerine yoğunlaştığı ve bunun dışında işlem hatalarının olduğu gözlenmektedir.

Verilen yanlış cevap “ $45 \div (-15) = +3$ ” şeklinde olup, öğrencilerin bu cevabı neden verdikleri sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “45'in içerisinde 15, 3 defa vardır. 45 daha büyük olduğu için ve önde yazıldığı için  $+3$  olur.” şeklinde açıklamıştır. Bir diğer öğrenci ise “45'i 15'e böldüm ve 3 çıktı.” şeklinde belirterek, işareti hakkında bilgi vermemiştir. Burada öğrenciler sayı değeri olarak doğru sonuca ulaşmışlar ancak yine işaret belirlemede hata yapmışlardır.

$$c) \quad 45 + (-15) =$$

B....

$$c) \quad 45 \div (-15) =$$

+3....

Şekil 9.4. Soru 9.c'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4. 50. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile negatif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	45	62,5	
Yanlış yapanlar	20	27,8	
Cevap vermeyenler	7	9,7	
Yapılan hatalar	$(+60) \div (-4) = +15$	14	19,5
	İşlem hatası yapanlar	6	8,3

Tablo 4.50 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %62,5'inin doğru ve %27,8'inin yanlış cevap verdiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %9,7'sinin ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı belirlenmiştir. 9.c'den farklı olarak bu soruda bölünen sayı işareti ile birlikte parantez içerisinde yazılmış pozitif, bölen sayı ise yine parantez içerisinde yazılmış negatif bir tam sayıdır. Öğrencilerin ayrıca işareti yazıldığında bölme işleminde nasıl bir yol izlediğini görmek amaçlanmaktadır.

Öğrencilerin tek bir yanlış yanıt üzerinde yoğunlaştıkları ve bunun da “ $(+60) \div (-4) = +15$ ” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Bu cevabı veren birkaç öğrenciye bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada 60'ı 4'e böldüm ve 15 buldum.”, bir diğer öğrenci “Burada bölme işlemi var biz de 60'ı 4'e bölersek 15 buluruz. 60 büyük ve ilk sayı olduğu için sonuç +15 olur.” ve bu duruma ek olarak bir başka öğrenci ise “+ ile - çarpılırsa sonuç + olur.” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrenciler burada sayı değeri olarak doğru sonuca ulaşmış olsalar da işareti belirlemede hata yaptıkları fark edilmiştir. Öğrencilerin işarete dikkat etmeden sadece bölme yaptıkları, işareti belirlerken büyük sayıya göre hareket ettikleri veya çok daha karmaşık bir durum ifade ederek işaret belirledikleri gözlenmiştir.

$$d) (+60) \div (-4) =$$

$$+15 \dots$$

$$d) (+60) + (-4) =$$

$$+15 \dots$$

Şekil 9.5. Soru 9d'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.51. Öğrencilerin negatif ile pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9e)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	55	76,4	
Yanlış yapanlar	11	15,3	
Cevap vermeyenler	6	8,3	
Yapılan hatalar	$(-36) \div 9 = +4$	10	13,9
	İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.51 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %76,4'ünün doğru ve %15,3'ünün yanlış cevap verdiği, %8,3'ünün ise soruyu boş bırakarak cevaplamadığı tespit edilmiştir.

" $(-36) \div 9 = +4$ " şeklinde yapılan yanlışlığın nedeni öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu "36'yı 9'a böldüm ve sonucu 4 olarak buldum." ve bir başka öğrenci "36'yı 9'a böldüm ve sonuç 4 çıktı. + ile - bir araya gelince + olduğu için sonuca + işaretini yazdım." şeklinde açıklamıştır. Soruda öğrencilerin işaret hakkında düşünmeden veya işareti dikkate almadan bölme yaptıkları fark edilmektedir.

$$e) (-36) \div 9 =$$

$$+4 \dots$$

Şekil 9.6. Soru 9.e'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.52. Öğrencilerin negatif tam sayı ile pozitif tam sayı arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9f)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	53	73,6	
Yanlış yapanlar	12	16,7	
Cevap vermeyenler	7	9,7	
Yapılan hatalar	$(-40) \div (+4) = +10$	11	15,3
	İşlem hatası yapanlar	1	1,4

Tablo 4.52 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %73,6'sının doğru ve %16,7'sinin yanlış cevap verdiği, %9,7'sinin ise soruyu cevaplamadığı belirlenmiştir.

Öğrencilerin tek bir yanlış cevap üzerinde yoğunlaştıkları ve bu cevabın “ $(-40) \div (+4) = +10$ ” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Bu cevaba nasıl ulaştıkları yanlış yapan birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden biri “40 sayısını 4’e böldüm ve sonuç 10 çıktı.” (İşaret hakkında herhangi bir yorum yapmamıştır.) ve bir diğer öğrenci “40 sayısı 4’e bölünürse 10 çıkar, biri + diğeri - olduğundan sonuç + olacaktır.” açıklamalarını yapmıştır.

$$f) (-40) \div (+4) = \dots\dots+10\dots\dots$$

Şekil 9.7. Soru 9.f’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.53. Öğrencilerin pozitif tam sayı ile -1 arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9g)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	47	65,3
Yanlış yapanlar	18	25
Cevap vermeyenler	7	9,7
Yapılan hatalar	$6 \div (-1) = +6$	17
	İşlem hatası yapanlar	1
		23,6
		1,4

Tablo 4.53 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %65,3’ünün doğru ve %25’inin yanlış cevap verdiği, %9,7’sinin ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

Öğrencilerin tek bir yanlış cevap üzerinde yoğunlaştığı ve bu cevabın “ $6 \div (-1) = +6$ ” şeklinde olduğu fark edilmektedir. Bu cevabın nasıl olduğu yanlış yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “6’yı 1’e böldüm ve cevabı 6 buldum.” (İşaretleri dikkate almadan işlem yapmıştır.), bir başka öğrenci “6’yı 1’e böldüm ve 6 çıktı. 6, pozitif olduğu için sonuç +6 oldu.” ve bir diğer öğrenci ise “Pozitif bir sayı negatif bir sayıya bölünürse sonuç pozitif çıkar.” şeklinde açıklamalarda bulunmuşlardır.

$$g) 6 \div (-1) = \dots\dots+6\dots\dots$$

Şekil 9.8. Soru 9.g’ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.54 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %61,1’inin doğru ve %26,4’ünün yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin %12,5’inin ise soruyu boş bırakmayı tercih ettiği tespit edilmiştir.

Tablo 4.54. Öğrencilerin negatif tam sayı ile -1 arasındaki bölme işlemini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (9h)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	44	61,1
Yanlış yapanlar	19	26,4
Cevap vermeyenler	9	12,5
Yapılan hatalar	$(-13) \div (-1) = -13$	18
	İşlem hatası yapanlar	1
		1,4

Öğrencilerin tek bir yanlış cevap üzerinde yoğunlaştığı ve bu yanlış cevabın “ $(-13) \div (-1) = -13$ ” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Bu yanlış cevabı veren öğrencilerden birkaçına bu cevabı nasıl verdikleri sorulduğunda öğrencilerden biri “13’ü 1’e böldüm 13 çıktı. Her ikisi de negatif tam sayı olduğundan cevap  $-13$ ’tür.” ve bir diğer öğrenci ise “13 daha büyük ve önde yazıldığı için cevap  $-13$  olmuştur.” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin işaret belirlerken genelleme yaparak veya akıllarında yanlış kodladıkları bilgilerle işlem yaptıkları gözlenmiştir.

h)  $(-13) \div (-1) = \dots\dots\dots 13\dots$

Şekil 9.9. Soru 9.h’ye verilen öğrenci cevabı

Bunların dışında öğrencilerin işlem hatası yaptıkları gözlenmiştir. Burada öğrencilerin dikkatsizlikten ve bölme işlemi bilgisi eksiliğinden dolayı hata yaptıkları tespit edilmiştir.

**e) Öğrencilerin tam sayıların tekrarlı çarpımının açılımı ve değerini yazmaları yönelik bilgi düzeyi ve yapılan hatalar**

Bu araştırma kapsamında verilen tam sayıların tekrarlı çarpımının açılımını ve değerini yazabilmelerine ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek ayrıca yapılan hataların nedenlerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Soruda öğrencilere pozitif ve negatif tam sayıların farklı şekillerde pozitif kuvvetlerinin açılımı ve değerleri sorulmuştur. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda sayıların işaret durumlarını göz önüne alarak önce açılımlarını yazmaları ardından değerini bulmaları istenmiştir. Maddeler analiz edilerek, öğrencilerin verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri tablolarda verilmiştir.

Tablo 4.55. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10a)

Soru 10.a	Yapılan tespitler	f	%	
2 <sup>3</sup>	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	59	81,8	
		+6	2,8	
	Açılımı doğru ,değeri yanlış yapanlar	+16	1,4	
		-8	1,4	
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	3.3 = 6	3	4,2
		3.3 = 9	2	2,8
		2.3 = 6	2	2,8
	Cevap vermeyen	2	2,8	

Tablo 4.55 incelendiğinde öğrencilerin %81,9'unun sorunun hem açılımını hem de değerini doğru, %5,6'sının açılımını doğru ancak değerini yanlış, %9,7'sinin hem açılımını ve hem de değerini yanlış yaptığı belirlenmiştir. Bunların dışında öğrencilerin %2,8'inin ise üslü ifadenin açılımını yazmadığı ve değerini hesaplamadığı tespit edilmiştir.

Yapılan yanlışlar incelendiğinde "2<sup>3</sup>" ifadesinin açılımını "2.2.2" şeklinde yaptıkları ancak değerini bulurken "+ 6, 16 veya -8" yazarak hata yaptıkları gözlenmiştir. Bu öğrencilere bu cevaplara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri "2.2.2 şeklinde açılımını yaptım. Çünkü burada 2 üç defa kendisiyle çarpılıyor. 2.2 = 4, 4.2 = 6 şeklindedir." olarak açıklamıştır. Bu cevaba benzer olarak bir başka öğrenci ise "2'yi 3 defa kendisiyle çarparsak 6 çıkar." şeklinde belirtilmiştir. 16 cevabının bulan öğrenci işlem hatası yaparak fazladan çarpma yaparken, -8 değerini bulan öğrenci ise değer olarak doğru ancak işaret olarak yanlış işlem yapmıştır. Öğrencilerin çarpma işleminde de yaptığı aynı hatayı buraya aktardıkları ve "2'nin işareti pozitif, pozitif sayılar çarpılırsa negatif olur. O yüzden -8 yazdım." şeklinde ifade ettikleri görülmüştür.

ÜSLÜ SAYI	AÇILIMI	DEĞERİ
a) 2 <sup>3</sup> =	.....2.2.2.....	.....f.k.....
a) 2 <sup>3</sup> =	.....2.2.2.....	.....-8.....

Şekil 10.1. Soru 10.a'ya verilen öğrenci cevapları

Açılımı ve değerinin her ikisini de yanlış yapan öğrencilerin cevapları incelendiğinde çok sayıda bu durumda olan öğrenci olmadığı gözlenmiştir. Bu yanlışlardan ilki "3.3 = 6" şeklinde olup, bu cevaba nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri "Burada 3'ün 2 defa kendisi ile çarpılması isteniyor. O yüzden 3.3 yazdım. Bunun sonucu da 6 çıkar." açıklamasını yapmıştır. Burada üslü sayının kendisiyle çarpılmak olduğunu

bilmekte ancak kendisiyle çarpılması gerektiğini bilmemektedir. Ayrıca 3 ile 3'ü çarparken de hata yapmış ve 6 sonucuna ulaşmıştır. Bu durumun farklı bir şekli de “3.3 = 9” olarak gözlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaşıldığı öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “3'ün 2 defa kendisiyle çarpılması demektir. 3.3 olarak yazılır. Sonucu da bu ikisini çarparsak 9 olur.” şeklinde belirtmiştir. Burada öğrenci başlangıçta üslü sayının açılımını yanlış yapmıştır. Doğal olarak sonuçta yanlış çıkmıştır. Bulunan bir diğer cevap ise “2.3 = 6” şeklinde olup bu sonuca ulaşan öğrencimiz “2<sup>3</sup> demek 2 ile 3'ü çarpmak demektir. Dolayısıyla bunları da çarparsak sonuç 6 olur.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenci başta üslü sayıyı ifade etmede hata yapmıştır. Buna bağlı olarak değer de yanlış çıkmıştır. Üslü sayılarda amaç tabandaki sayıyı kendisiyle tekrarlı çarpmak iken, tabandaki sayıyı üssüyle çarpmak şeklinde düşünmüşlerdir.

Şekil 10.2. Soru 10.a'ya verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.56. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10b)

Soru 10.b	Yapılan tespitler	f	%
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	46	63,9
	+16	10	13,9
(+4 <sup>4</sup> )	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	5	6,8
	İşlem hatası yapanlar	4	5,6
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	4	5,6
	Cevap vermeyen	3	4,2

Tablo 4.56 incelendiğinde öğrencilerin %63,9'unun üslü ifadenin hem açılımını hem de değerini doğru, %26'sının üslü ifadenin açılımını doğru yapmışken değerini bulmada yanlış cevap verdiği, %5,6'sı hem açılımını hem değerini bulmada yanlış yapmıştır. Bunların dışında %4,2'i ise her iki cevabı da boş bıraktığı gözlenmiştir.

Öğrenciler değeri bulurken “16,32, -16 ve çarpma işleminde yaptıkları hatalardan kaynaklı” sonuçlara ulaşmışlardır. Burada en yoğun olarak bulunan değer “16” olup, bu sonuca nasıl ulaştıkları birkaç öğrenciye sorulduğunda öğrencilerden biri “4'ü 4 defa

kendisiyle çarparsak 16 çıkar.” açıklamasını yapmışlardır. Değeri ve ifade ediş şekli doğru olan öğrencilerin çarpmada hata yaptıkları ve tıpkı toplama gibi ya da 4 tane 4’ü  $4 \times 4$  olarak düşündükleri gözlenmiştir. Bir diğer cevap ise “32” olup burada da yine çarpma işleminden kaynaklı bir hatanın yapıldığı gözlenmiştir. Açılımını doğru yazan öğrenciler değerini bulurken toplama ve çarpmayı bir arada kullanarak yanlış sonuçlara ulaşmaktadırlar.

b)  $(+4^4) =$  ..... 16

b)  $(+4^4) =$  ..... 32

Şekil 10.3. Soru 10.b’ye verilen öğrenci cevapları

Hem açılımını yazmada hem de değerini bulmada yanlış yapan öğrencilerin cevapları incelendiğinde hepsinin de aynı cevap üzerinde yoğunlaştıkları gözlenmektedir. Burada taban ve üssün aynı sayı değerine sahip olması öğrencileri bir önceki soruda yaptıkları hatalardan kurtarmıştır. Bu soruya “ $4 \cdot 4 = 16$ ” şeklinde cevap verilmiş olup bu sonuca ulaşan öğrencilere sorduğumuzda öğrencilerden biri bu durumu “4’ü 4 ile çarpmamızı istiyor.  $4 \times 4 = 16$  olur.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenciler üslü sayının açılımı yapılırken çarpma işleminin olduğunun farkındadır. Ancak taban ile üssün çarpılması gerektiğini değil tabanın üs kadar kendisi ile çarpılması gerektiğini bilmemektedir. Açılımın yanlış olmasına bağlı olarak sonuç da yanlış çıkmaktadır.

b)  $(+4^4) =$  ..... 16

b)  $(+4^4) =$  ..... 16

Şekil 10.4. Soru 10.b’ye verilen öğrenci cevapları




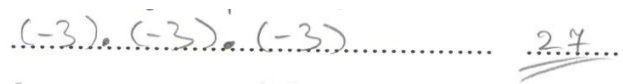
Tablo 4.57. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10c)

Soru 10.c	Yapılan tespitler	f	%
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	53	73,4
	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	-9	2,8
		27	1,4
	Açılımı yanlış, değeri doğru yapanlar	-3.3.3	4,2
(-3) <sup>3</sup>		3.3.3	2,8
	Açılımını ve değerini yanlış yapanlar	3.3.3 = 18	1,4
		3.3.3 = 9	4,2
		3.3.3 = 27	1,4
		-3.3 = -9	5,6
	İşlem hatası yapanlar	2	2,8

Tablo 4.57 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %73,4'ünün hem açılımını hem de değerini doğru, %4,2'sinin açılımını doğru değeri yanlış, %7'sinin açılımını yanlış değerini doğru, %12,6'sının ise hem açılımını hem de değerini yanlış buldukları tespit edilmiştir.

Açılımı doğru olarak yazsa da çarpma işlemi eksiliğinden dolayı öğrencilerin “-9 ve 27” cevabını verdikleri belirlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada bizden -3'ü 3 defa kendisiyle çarpmamız isteniyor. 3 tane -3'de -9 yapar.” ve bir başka öğrenci “Buradaki sayının açılımını yaparsak -3. -3. -3 olur. Bu üç sayıyı çarparsak eğer sonuç 27 çıkar. Çünkü tüm eksiler çarpılınca + olur.” açıklamalarını yapmışlardır. İlk açıklamada öğrenci çarpma işlemi yaparken, ikinci açıklamada ise işareti belirlerken yanlışlık yapmıştır.

c)  $(-3)^3 =$  

c)  $(-3)^3 =$  

Şekil 10.5. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımını yanlış yazan öğrencilerin cevaplarına bakıldığında “-3.3.3” ve “3.3.3” şeklinde cevap verdikleri gözlenmiştir. İlk cevabı veren öğrencilere bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada 3 sayıyı 3 defa kendisiyle çarpılacak önünde - yazdığı için -'yi başına yazdım.” açıklamasını yapmıştır. Öğrenciler burada “-“ işaretin sadece ilk sayıya yazılması gerektiğini düşünüp, parantezden dolayı kuvvetin işareti de etkilediğini hesaba katmamıştır. Bir başka öğrenci ise “3'ü kendisiyle 3 defa çarptım.”

şeklinde bir açıklama yapmıştır. Burada hiç işareti dikkate almadan açılımı yaptıkları fark edilmektedir.

c)  $(-3)^3 = -3.3.3 = -9$

c)  $(-3)^3 = 3.3.3 = -27$

Şekil 10.6. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları

Hem açılımı hem değeri yanlış olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde “3.3.3” açılımını yapan öğrenciler değerini hesaplarken “9, 18 ve 27” sonuçlarına ulaşmışlardır. Bu cevaplara nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “3’ü 3 defa kendisiyle çarptım ve 9 buldum.” cevabını vermiştir. Diğer bir öğrenci “3’ü kendisiyle 3 defa çarpınca 18 buldum.” ve bir başka öğrenci ise “3’ün kendisiyle 3 defa çarpımı 27 olur.” şeklinde açıklama yaptıkları belirlenmiştir. Burada öğrenciler açılımı yaparken hiç işarete dikkat etmeden işlem yaptıkları için ilk yanlışı zaten orada yapmışlardır. Ardından tam sayılarda çarpma işlemi bilgisi eksikliğinden dolayı değeri de yanlış bulmuşlardır.

c)  $(-3)^3 = 3.3.3 = 9$

c)  $(-3)^3 = 3.3.3 = 18$

c)  $(-3)^3 = 3.3.3 = 27$

Şekil 10.7. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları

Bir diğer verilen yanlış cevap ise “ $-3.3 = -9$ ” şeklinde olup bu cevabı nasıl verdikleri öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “ $-3$ ’ü 3 ile çarpıyoruz ve sonuç  $-9$  çıkar.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrenciler taban ile kuvvetin çarpılacağını düşünerek hareket etmişleridir.

$$c) (-3)^3 = 9 \quad \dots \text{sa ile işi yaptım} = -9$$

$$c) (-3)^3 = -3 \cdot 3 = -9$$

Şekil 10.8. Soru 10.c'ye verilen öğrenci cevapları


Tablo 4.58. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10d)

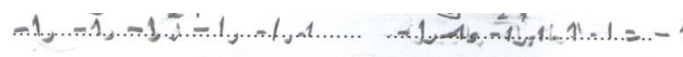
Soru 10.d	Yapılan tespitler	f	%
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	39	54,1
	-1	7	9,6
	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	2	2,8
	6	2	2,8
$(-1)^6$	1.1.1.1.1.1	4	5,6
	Açılımı yanlış, değeri doğru yapanlar	2	2,8
	+1. +1. +1. +1. +1. +1. +1.		
	1.1.1.1.1.1 = -1	4	5,6
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	7	9,6
	-1.6 = -6		
	1.1.1.1.1.1 = 6	1	1,4
	Cevap vermeyen	4	5,6


Tablo 4.58 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %54,1'inin hem açılımını hem de değerini doğru, %15,2'sinin açılımını doğru yaparken değerini yanlış, %8,4'ünün açılımını yanlış ancak değerini doğru ve %16,7'si hem açılımını hem de değerini yanlış yaptıkları tespit edilmiştir. Bunların dışında öğrencilerin %5,6'sının ise soruya yanıt vermeyip boş bıraktığı belirlenmiştir.

Açılımını doğru ancak değerini yanlış bulan öğrencilerin cevaplarına bakıldığında “-1, -6 ve 6” olduğu gözlenmiştir. Bu cevaplara nasıl ulaştıkları mülakat sırasında öğrencilere sorulduğunda “-1”cevabını veren öğrencilerden biri “Burada -1'i 6 defa kendisiyle çarptığımızda cevap -1 çıkar. Çünkü negatif sayıların çarpımı yine negatiftir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Üslü sayıların tabandaki sayının kendisiyle tekrarlı çarpım olduğunu, 1 sayısını kendisiyle çarpınca yine 1 çıkacağını biliyorken, işaretini belirlerken hata yapmıştır. “-6” yanıtını veren öğrencilerden birinin açıklaması ise “6 tane -1'i çarparsak sonuç -6 çıkar.” şeklinde olmuştur. Burada -1'i kendisiyle değil 6 ile çarparak sonuca ulaşmıştır. “6” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Tüm eksiler çarpılınca + olacaktır. 6 tane 1 çarpılırsa sonuç 6 olur.”

şeklinde açıklamışlardır. Burada öğrenciler işaret olarak doğru sonuca ulaşsa da çarpma işleminde işlem hatası yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır.

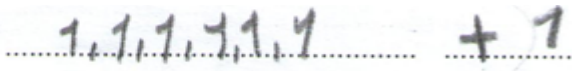
d)  $(-1)^6 =$  


d)  $(-1)^6 =$  

d)  $(-1)^6 =$  

Şekil 10.9. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımı yanlış değerini doğru bulan öğrencilerin cevapları incelendiğinde “ $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$  ve  $+1 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +1$ ” cevabını veren öğrenciler olduğu gözlenmiştir. Bu cevaba nasıl ulaştıkları öğrencilerden birkaçına sorulduğunda öğrencilerden biri “*Negatif sayıların çift kuvveti + olur. O yüzden burada -1'in işareti + olacağı için 1'leri 6 defa kendisiyle çarptım.*” ve bir başka öğrenci “*Burada 1'i 6 defa kendisiyle çarpmamız ifade ediliyor. Ben de 1.1.1.1.1.1 şeklinde açılımını yazdım.*” şeklinde açıklama yaptıkları gözlenmiştir. İlk açıklamada öğrenciler işareti önce belirlemişler ve sanki pozitif bir tam sayının tekrarlı çarpımı isteniyor gibi düşünerek açılımı yanlış yazmışlardır. İkinci açıklamada ise işareti dikkate almadıkları gözlenmektedir. Tüm bunlara rağmen üssün çift olması ve tabandaki sayının 1 olması değerini bulmada hata yapmalarını engellemektedir.

$(-1)^6 =$  

$(-1)^6 =$  

Şekil 10.10. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımı ve değeri yanlış olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde dört farklı cevabın olduğu gözlenmiştir. “ $1.1.1.1.1.1 = -1$  ve  $1.1.1.1.1.1 = 6$ ” cevaplarını veren öğrencilere bu sonuçlara nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “*1'i 6 defa kendisiyle çarpmamız gerektiği ifade edilmekte, çünkü 1'in üzerinde 6 yazıyor. Buna göre sonuç 1 çıkar. Sayının önünde - yazdığı için -1 olur.*” ve bir diğer öğrenci “*1'i 6 defa kendisiyle çarparsız. Sonuç 6 çıkar.*” şeklinde açıklamalar yapmışlardır. Burada ilk açıklamaya bakıldığında öğrenci açılımı yazarken değil değerini belirlerken işareti dikkate almış ve

sadece sonucu etkilediğini düşünerek sonucun önüne yazmıştır. Oysaki burada kuvvet işareti de kapsamaktadır. Dolayısıyla açılım ve buna bağlı olarak sonucun işareti yanlış olmuştur. İkinci sonucun açıklamasına bakıldığında ise öğrencini hem işareti dikkate almadan açılım yaptığı hem de değerini yanlış bulduğu gözlenmektedir.

d)  $(-1)^6 =$  1.1.1.1.1.1 ..... 6

d)  $(-1)^6 =$  1.1.1.1.1.1 = -1 ..... -1

Şekil 10.11. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları

Gözlenen bir diğer yanlış cevap ise “ $-1.6 = -6$ ” şeklinde olup bu sonuca nasıl ulaşıldığı yanlış yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “ $-1$ 'i 6 ile çarpmamız isteniyor. Bu işlemi yaparsak sonuç  $-6$  çıkar.” açıklama yapmıştır. Burada öğrenciler üslü ifadeyi, taban ile kuvvetin çarpımı olarak düşünmektedir. Buna bağlı olarak değeri de yanlış olmaktadır

d)  $(-1)^6 =$  6 ..... bir ile altyı çarpım = -6

d)  $(-1)^6 =$  6.1 ..... -6

Şekil 10.12. Soru 10.d'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.59. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10e)

Soru 10.e	Yapılan tespitler	f	%	
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	17	23,5	
	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	10	1,4	
		25	1,4	
	Açılımı yanlış, değer doğru yapanlar	-5, -5	18	25
-5 <sup>2</sup>	-5. -5 = +25	21	29,1	
	-5. -5 = -10	2	2,8	
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	-5. -5 = +10	2	2,8
		-5.2 = -10	3	4,2
		2.2.2.2.2 = 32	3	4,2
		2.2.2.2.2 = -32	1	1,4
		Cevap vermeyen	3	4,2

Tablo 4.59 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %23,5'inin hem açılımı hem değerini doğru, %2,8'inin açılımı doğru yapmışken değerini yanlış,%25'inin açılımı yanlış değerini doğru ve %44,5'inin hem açılımı hem de değerini yanlış cevapladığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin %4,2'sini ise her iki seçeneği de boş bırakarak cevap vermediği belirlenmiştir.

Açılımı doğru ancak değerini yanlış bulan öğrenci sayısı oldukça azdır. Bu öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerden birinin cevabı “ $5 \cdot 5 = 10$ ” şeklinde olup bu öğrenciye bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda “5 ile 5’i çarptım ve 10 buldum.” açıklaması yaptığını gözlenmiştir. Burada öğrenci hem işaret olarak hem de değer olarak yanlış sonuca ulaşmıştır. Burada sonucu 10 bulması işlem hatasından kaynaklı olabilir. Ancak işareti yanlış bulması tam sayılarda çarpma işlemindeki işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir. Verilen bir diğer cevap ise “ $5 \cdot 5 = 25$ ” şeklinde olup, bu sonuca nasıl ulaştığı öğrenciye sorulduğunda “Burada 5’in kendisiyle 2 defa çarpılması istenmektedir. 5 ile 5’i çarparsak sonuç 25 çıkar.” açıklamasını yapmıştır. Yine tam sayılarda çarpma işlemi bilgisi eksikliğinden kaynaklanan bir hata yapılmıştır.

e)  $-5^2 =$   $5 \cdot 5 = 10$

e)  $-5^2 =$   $5 \cdot 5 = 25$

Şekil 10.13. Soru 10.e’ye verilen öğrenci cevapları

Açılımı yanlış ancak değeri doğru olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin genel olarak “ $-5 \cdot -5$ ” şeklinde açılım yaptıkları, kuvvetin işareti etkilediğini düşünmüşlerdir. Bu öğrencilerden birine bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Bu soruda bizden  $-5$ ’i kendisiyle iki defa çarpmamız isteniyor. Bu da  $-5 \cdot -5$  demektir.” şeklinde açıklamıştır. Açılımı bu şekilde yapmış olmalarına rağmen doğru sonuca ulaşmaları öğrencilerin yaptıkları çarpma işleminde bir yanlışlığa sahip oldukları sonucuna ulaştırmaktadır.

e)  $-5^2 =$   $-5 \cdot -5 = -25$

Şekil 10.14. Soru 10.e’ye verilen öğrenci cevabı

Açılımı ve değerini yanlış yapanların sayısı diğer durumlara göre oldukça fazladır. Burada öğrencilerin cevaplarını incelediğimizde en çok verilen cevabın “ $-5 \cdot -5 = +25$ ” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Bu sonuca ulaşan birkaç öğrenciye soruyu nasıl cevaplandığı sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada  $-5$ ’in 2. kuvveti isteniyor bizden. 2. kuvveti demek kendisi ile 2 defa çarpmak demektir.  $-5 \cdot -5 = 25$  olur. Çünkü  $-$  ile  $-$ ’nin çarpımı  $+$  olacaktır.” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrenciler açılımı yanlış yapmalarından dolayı

değerini de yanlış bulmuşlardır. Aynı açılımı verilen bir başka yanıt ise “ $-5 \cdot -5 = -10$ ” şeklinde olup, burada öğrencinin açıklaması “ $-5$ 'in karesi alınmış. Dolayısıyla  $-5 \cdot -5$  olarak yazarız. 5 ile 5'i çarparsak sonuç 10 çıkar. İkisi de  $-$  olduğu için  $-10$ 'dur.” olmuştur. Bir diğer cevap ise “ $-5 \cdot -5 = +10$ ” şeklindedir. Bu durumu ise yanlış cevap veren öğrencilerden biri “ $-5$ 'in 2. kuvveti olduğu için  $-5 \cdot -5$  şeklinde yazdım. 5 ile 5'i çarparsak 10 olur. İkisi de  $-$  olduğu için sonuç  $+10$  oldu.” şeklinde açıklamıştır. Her iki durumda da açılım zaten yanlıştır. Ancak bunun yanında çarpma işleminde de yanlış yapmışlardır. Burada karşılaşılan tek sorun açılım değil aynı zaman da çarpma işlemini de yanlış yapmalarındır. Karşılaşılan bir diğer cevap ise “ $-5 \cdot 2 = -10$ ” şeklinde olup, burada öğrencilerden biri bu durumu “ $-5$ 'in üzerinde 2 yazdığı için  $-5$  ile 2'yi çarptım. Çarpınca da  $-10$  çıktı. Çünkü sayılardan biri negatiftir.” şeklinde ifade ederek açıklamıştır. Öğrencilerin yaptığı bir diğer yanlış şekli ise “ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$  ve  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -32$ ” şeklinde olup taban ve kuvveti yer değiştirerek bir açılım yapmışlardır. Bu durumu öğrencilerden biri “Bu soruda 5 tane 2'nin kendisi ile tekrarlı çarpımı isteniyor. Üslü sayı demek kendisi ile çarpmak demektir.  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$  olur” ve negatif cevap öğrenci ise “5 tane 2'yi kendisiyle çarparsak sonuç 32 çıkar. 5'i işareti  $-$  olduğu için sonuç  $-32$  olacaktır.” şeklinde açıklamıştır.

e)  $-5^2 =$   $-5 \cdot -5 = 25$

e)  $-5^2 =$   $5 \cdot 5 = 25$

e)  $-5^2 =$   $-5 \cdot 5 = -25$

e)  $-5^2 =$   $(-5) \cdot (-5) = +10$

e)  $-5^2 =$   $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -32$

e)  $-5^2 =$   $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = +32$

Şekil 10. 15. Soru 10.e'ye verilen öğrenci cevapları

Sonuç olarak burada öğrenciler, kuvvet olarak verilen ifadenin sadece sayıyı mı yoksa sayıyla birlikte önünde yazan işareti de etkileyip etkilemediğini bilmediği fark edilmiştir. Bunların dışında taban ile üssün çarpılacağı düşüncesi bu maddede devam etmiştir. Aynı

şekilde tabanın değil de üssün taban kadar çarpılması ve tüm bunların dışında yazdıkları açılımlarda çarpma işleminde de yine aynı hataları sürdürdükleri gözlenmiştir.

Tablo 4.60. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10f)

Soru 10.f	Yapılan tespitler	f	%	
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	12	16,6	
	Açılımı doğru ,değeri yanlış yapanlar	1000 30	1,4 1,4	
(- 10 <sup>3</sup> )	Açılımı yanlış, değeri doğru yapanlar	-10. -10. -10	34 47,2	
	-10.-10.-10=100,-100,-10000	4	5,6	
	-10.-10.-10=-30,+30,-300,+300	7	9,7	
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	-10.3=-30 10.3=30	2 2	2,8 2,8
	3.3.3.3.3.3.3.3 =30,-59049	4	5,6	
	Cevap vermeyen	5	6,9	

Tablo 4.60 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %16,6'sının hem açılımı hem de değerini doğru, %2,8'inin açılımı doğru ancak değerini yanlış, %47,2'sinin açılımı yanlış ancak değerini doğru ve % 26,5'inin hem açılımı hem de değerini yanlış cevapladığı belirlenmiştir. Bunların dışında öğrencilerin %6,9'unun ise cevap vermeyerek soruyu boş bıraktığı tespit edilmiştir.

Açılımı doğru değerini yanlış bulan öğrencilerin cevapları incelendiğinde 2 farklı cevabın verildiği gözlenmiş olup cevaplar “-10. -10. -10 = 1000 ve -10. -10. -10 = 30” şeklindedir. Burada öğrenciler çarpma işlemini yaparken hata yapmışlardır. İlk sonuçta öğrenci işaret hatası yapmıştır. İkinci sonuçta ise 3 tane 10 çarpılınca 30 olacağını düşünmüş. Hem işaret hem değer hatası yapmıştır. Buradaki hatalar dikkatsizlikten veya işlem hatası eksikliğinden kaynaklanabilir.

f) (- 10<sup>3</sup>) = 10.10.10 = 30

f) (- 10<sup>3</sup>) = 10.10.10 = 1000

Şekil 10.16. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımını yanlış ancak değerini doğru bulan öğrenci sayısı oldukça fazladır. Burada değerini doğru çıkmasının nedeni negatif sayıların tek kuvvetlerinin de negatif olması ile ilgilidir. Çünkü -10. -10. -10 işleminin sonucu da -1000, -10.10.10'un sonucu da



-1000'dir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde verilen yanlış cevabın “-10. -10. -10” şeklinde olduğu gözlenmiştir. Bu sonuca ulaşan öğrencilerden birçoğuna sorduğumuzda öğrencilerden biri “Burada bizden -10 'u 3 defa kendisiyle çarpmamız istenmektedir. O yüzden -10. -10. -10 olur. Bunlarında çarpımı -1000 olur.” şeklinde açıklamıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin açılımı sayı parantez içerisinde yazıldı diye “(-10).(-10).(-10)” şeklinde yazıldığı gözlenmiştir. Öğrenciler kuvvetin sadece sayının üzerinde olduğunu fark etmeyip, işaretle bir bütün olarak kabul etmişlerdir.

$$f) (-10^3) = \underline{-10 \cdot -10 \cdot -10} \quad \underline{-1000}$$

Şekil 10.17. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevabı

Hem açılımı hem sonucu yanlış olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde değişik cevapların verildiği gözlenmiştir. Açılım olarak yine genel olarak aynı hata yapılmış, değeri bulunurken de çarpma işlemi bilgisi eksikliği ve sahip oldukları yanlışlardan dolayı yanlış sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan biri açılımı “-10. -10. -10” şeklinde olup, bu açılımın sonucunu 100, -100 ve -10000 olarak bulmuşlardır. Bu sonuçlara nasıl ulaşıldığı sorulduğunda öğrencilerden biri “-10'un üzerinde 3 yazmaktadır. Bu demek oluyor ki bizim -10'u 3 defa kendisiyle çarpmamız gerekir. Bu sayıları da çarparsak 100 buluruz.”, diğer bir öğrenci “-100 buluruz.” ve bir başka öğrenci ise “-10000 buluruz.” şeklinde açıklamışlardır. Açılımda yapılan yanlışlığın yanında, değerini bulurken de çarpma işleminde hata yapmışlardır.

$$(-10^3) = \underline{-10 \cdot -10 \cdot -10} \quad \underline{-10 \cdot 000}$$

$$f) (-10^3) = \underline{10 \cdot 10} \quad \underline{-100}$$

Şekil 10.18. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları

Aynı açılıma ait bir diğer yanlış değer grubu ise “-10. -10. -10 = -30, +30, -300, +300” şeklindedir. Bu durumu öğrenciler benzer şekillerde açıklamışlardır. Yine burada da çarpma işlemindeki işlem bilgisi eksiklikleri ve sahip oldukları yanlışlar ön plandadır.

$$\begin{array}{l} f) (-10^3) = \dots 10, 10, 10 = 30 \dots 30 \\ f) (-10^3) = \dots 10, 10, 10 \dots -30 \\ f) (-10^3) = \dots (-10), (-10), (-10) \dots +300 \\ f) (-10^3) = \dots -10, -10, -10 \dots -300 \end{array}$$

Şekil 10.19. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları

Verilen bir diğer açılım ise “ $-10.3 = -30$ ” şeklinde olup bu durumu öğrencilerden biri “Burada bizden -10 ile 3’ü çarpmamız isteniyor. Biz de bunları çarparsak eğer -30 çıkar. Çünkü sayılardan biri negatif diğeri pozitiftir.” açıklamasını yapmıştır. Bu duruma benzer bir başka sonuç ise “ $10.3 = 30$ ” şeklinde olup burada öğrenci “10 ile 3’ün çarpılması isteniyor. Çarpınca da sonuç 30 çıkar.” açıklamasını yapmıştır.

$$\begin{array}{l} f) (-10^3) = 30 \dots 10, 10, 10 = 30 \\ f) (-10^3) = \dots 10.3 \dots -30 \end{array}$$

Şekil 10.20. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları

Hem işareti dikkate almadan hem de açılımı taban ile üssün çarpımı olarak düşünerek yanlış sonuca ulaşmıştır. Diğer sorularda da gözlendiği gibi bu soruda da taban ile kuvvet ilişkisini dikkate almadan “ $3.3.3.3.3.3.3.3.3 = 30$  ve  $-59049$ ” şeklinde açılım yapan öğrenciler gözlenmiştir. Burada öğrenci tabanı üs kadar değil üssü taban kadar çarpmayı düşünmüş ve bunu sonucunda da değer olarak da yanlış cevap vermiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada bizden 3’ü 10 defa kendisiyle çarpmamız isteniyor. Bunları çarparsak da sonuç 30 çıkar.” ve bir diğer öğrenci “Ben bunların hepsini çarptım ve sonuç 59049 çıktı. Önünde - olduğu için - yazdım.” şeklinde açıklamışlardır. İlk durumda öğrenci yazdığı açılıma göre yanlış çarpma işlemi yaparak yine yanlış sonuca ulaşmıştır. 2. sonuca ulaşan öğrenci ise açılımına göre doğru sayı değerine ulaşsa da istenen sonuç değildir.

f)  $(-10^3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \dots 30$   
g)  $(-10^3) = \cancel{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} - 59069$

Şekil 10.21. Soru 10.f'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.61. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10g)

Soru 10.g	Yapılan tespitler	f	%
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	23	31,9
	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	36	5,9
		12	4,2
- (-6) <sup>2</sup>	Açılımı yanlış, değeri doğru yapanlar	$-(-6) \cdot -(-6)$	3,4,2
		$6 \cdot 6$	3,4,2
		$6 \cdot 6 = 36$	20,27,8
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	$-6 \cdot 2 = -12$ veya $12$ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ veya $12$	4,5,5
		$-(-6) \cdot -(-6) = +36$	3,4,2
	Cevap vermeyen	4	5,5

Tablo 4.61 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %30,5'inin bu sayının hem açılımını hem değerini doğru, %8,4'ünün açılımını doğru yaparken değerini yanlış, %9,8'inin açılımını yanlış ancak değerini doğru ve %45,5'inin hem açılımını hem de değerini yanlış buldukları tespit edilmiştir. Bunların dışında öğrencilerin %5,5'inin ise bu soruya cevap vermemekle boş bıraktığı belirlenmiştir. Diğer sorudan farklı olarak burada iki işaret söz konusudur.

Açılımını doğru ancak değerini yanlış yapan öğrencilerin cevapları incelendiğinde öğrencilerin "36" ve "12" sonuçlarına ulaştıkları gözlemlenmiştir. 36 cevabını bulan öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda öğrencilerden biri "*-6 ile -6'nın çarpımı +36 çıkar.*" şeklinde ifade etmiştir. Açılımı yazarken başta yazan işareti dikkate almış ancak çarparken işareti dikkate almamış sadece sayıların işaretine göre çarpma yapmıştır. 12 cevabını bulan öğrencilerden biri ise bu durumu "*-6 ile -6'nın çarpımının 12 ve eksilerin tümü çarpılınca + olduğu için sonucun +12 olur.*" şeklinde ifade etmiştir. Burada öğrenci ilk başta çarpma işlemi toplama işlemi gibi veya 2 tane 6 olduğu için 2 ile çarpılacağını düşünerek hata yapmıştır. Ardından tüm eksiler çarpılınca + olur şeklinde beyninde oluşturduğu düşüncesi ise onu yanlışla sürüklemiştir.

$$\begin{array}{l} \text{g) } -(-6)^2 = \dots -6 \cdot -6 \dots \dots \dots 12 \\ \text{g) } -(-6)^2 = \dots -(-6) \cdot (-6) \dots \dots \dots 36 \end{array}$$

Şekil 10. 22. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımını yanlış ancak değerini doğru bulan öğrencilerin cevapları incelendiğinde “ $-(-6) \cdot -(-6)$ ”ve “ $6 \cdot 6$ ” cevaplarının verildiği gözlenmiştir. Bu cevaplara nasıl ulaştıklarını yanlış cevap veren öğrencilere sorduğumuzda öğrencilerden biri “*Burada bizden -6'yi kendisiyle 2 defa çarpmamız isteniyor. Bir de önünde - işareti var onu da her sayının önüne yazarız. Dolayısıyla açılım “ $-(-6) \cdot -(-6)$ ” şeklinde olur.*” açıklamasını yapmıştır. Burada kuvvetin tabanda yazılan tüm sayı ve işaretleri etkilediği düşünülmüştür. Değer olarak doğru sonuca ulaşılsa da bu açılimdan elde edilecek sonuç +36 olmalıdır. Dolayısıyla öğrenciler çarpma işleminde hata yapmışlardır. Bulunan bir diğer yanlış cevap olan “ $6 \cdot 6$ ” için olup öğrencilerden biri “*Önde yer alan eksi ile 6'nın önünde yer alan eksi birleşir ve + olur. O halde açılım  $6 \cdot 6$ 'ya dönüşür.*” şeklinde açıklamıştır. Burada yine yazılan açılima ve yapılan açıklamaya göre sonuç +36 çıkmalıdır. Ancak çarpma işleminde işaret belirleme konusunda yaşanan eksiklikler bu soruyu da etkilemektedir.

$$\begin{array}{l} \text{g) } -(-6)^2 = \dots -(-6) \cdot (-6) \dots \dots \dots (-36) \\ \text{g) } -(-6)^2 = \dots +6 \cdot +6 \dots \dots \dots -36 \end{array}$$

Şekil 10.23. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları

Hem açılımı yanlış hem de değerini yanlış yapan öğrencilerin sonuçları incelendiğinde farklı cevapların olduğu gözlenmiştir. “ $6 \cdot 6 = 36$ ” yanlış cevabının yoğun olarak gözlendiği, bu soruda öğrencilerden birkaçına bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*Sayının önünde iki tane - işareti var. Bunlar bir araya gelince + olur. O halde sayılar pozitif sayıya dönüşür. 6 ile 6'nın çarpımı da 36'dır.*” şeklinde açıklamıştır. Dört işlemde uygulanan bir özelliği öğrenciler bu duruma da genelleyerek işlem yapmıştır. Oysaki burada parantez önünde var olan - işareti sadece 1 sayının işaretini etkilemektedir. Öğrenciler tarafından verilen bir diğer yanlış cevap ise “ $-6 \cdot 2 = -12$  veya 12” şeklinde olup, bu durumu öğrencilerden biri “*Burada -6'dan 2*

tane dediği için  $-6$  ile  $2$ 'yi çarpacağız. Sonuç buna göre  $-12$  olur.” ve bir diğeri “ Sayıları çarpınca  $-12$  oldu. Bir tane  $-$ 'de parantez önünde vardı. Onu da dikkate alınca  $+12$  olur.” şeklinde açıklama yapmışlardır. “ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$  veya  $12$ ” öğrencilerin verdiği bir diğer cevap olup bu durumu öğrencilerden biri “İki  $-$  işaret birbirini  $+$  yaptı. Bize burada  $2$ 'yi  $6$  defa kendisiyle çarpmamız isteniyor. Tüm bunları çarparsak sonuç  $64$  çıkar.” ve bir diğer öğrenci “ $2$ 'yi  $6$  defa kendisiyle çarparsak sonuç  $12$  çıkar.” şeklinde açıkladıkları gözlenmiştir. Burada taban ile kuvvetin yerlerini değiştirerek ve yine açılım öncesi işaret birleştirme yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Verilen bir diğer hatalı cevap “  $-(-6) \cdot -(-6) = +36$ ” şeklinde olup burada öğrenciler soruda yer alan işaret ve sayıların tamamının kuvvetten etkilendiğini düşünerek hareket ettiği düşünülmektedir. Öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda ise öğrencilerden biri bu duruma benzer bir şekilde “Burada bizden  $-(-6)$ 'nın karesi istenmekte, dolayısıyla açılımı yaparken “ $-(-6) \cdot -(-6)$ ” yazarız. Bunları çarpınca da sonuç  $36$  çıkacaktır.” açıklamasını yapmıştır. Açılıma göre sonuç doğrudur. Ancak açılım yanlış olduğu için değer de yanlış kabul edilmektedir.

e)  $-\frac{(-6)^2}{4} =$  .....  $b \cdot b$  .....  $15b$

e)  $-(-6)^2 =$  .....  $-6 \cdot 6$  .....  $+36$

g)  $-(-6)^2 =$  .....  $-(-6) \cdot (-6)$  .....  $(+36)$

g)  $-(-6)^2 =$  .....  $altı ile ikiyi çarpım = -(12)$  .....

g)  $-(-6)^2 =$  .....  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  .....  $12$

g)  $-(-6)^2 =$  .....  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  .....  $64$

g)  $-(-6)^2 =$  .....  $2 \cdot -6$  .....  $12$

Şekil 10.24. Soru 10.g'ye verilen öğrenci cevapları

Tablo 4.62. Öğrencilerin üslü ifadenin açılımını ve değerini yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (10h)

Soru 10.h	Yapılan tespitler	f	%	
	Açılımı ve değerini doğru yapanlar	23	31,9	
	Açılımı doğru, değeri yanlış yapanlar	125 -15,50ve - 75	7 5	9,7 6,9
- (+ 5) <sup>3</sup>	Açılımı yanlış, değeri doğru yapanlar	-5 · -5 · -5	15	20,8
		-(+5) · -(+5) · -(+5)	2	2,8
		-5 · -5 · -5 = 125, -15	4	5,6
		-(+5) · -(+5) · -(+5)	4	5,6
	Açılımı ve değeri yanlış yapanlar	= 125 ve - 15		
		-5 · 3 = -15 = 5 · -3	4	5,6
	3 · 3 · 3 · 3 · 3 = 243 ve 15	3	4,2	
	Cevap vermeyen	5	6,9	

Tablo 4.62 incelendiğinde bu soruda öğrencilerin %31,9'unun hem açılımı hem de değerini doğru, %16,6'sının açılımı doğru yapmışken değerini yanlış, %23,6'sının açılımını yanlış değerini doğru ve %21'nin ise hem açılımını yanlış hem de değerini yanlış cevapladığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin %6,9'unun ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı tespit edilmiştir.

Açılımını doğru yapmasına rağmen değerini yanlış bulan öğrencilerin cevapları incelendiğinde dört farklı cevabın olduğu ve bu cevapların "125, -15,50 ve 75" şeklinde olduğu gözlenmiştir. Burada öğrencilerin çarpma işleminde hata yaptıkları sonucuna varılmaktadır. Tam sayılarda çarpma işleminde görülen hatalara burada da rastlanılmıştır. 125 cevabını veren öğrencilerden bir kaçına sorduğumuzda öğrencilerden biri "5'i 3 defa çarparsak kendisiyle 125 olur." açıklamasını yapmıştır. Bir başka öğrenci ise "5'in işaretini + olarak yazıldığı için sonuçta +125 olacaktır." şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğrenciler değer olarak doğru sonuç bulsalar da işaret konusunda yanlışlarını devam ettirmişlerdir. Diğer cevaplar ise çarpma işleminde işlem hatası veya bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Bir diğer öğrencinin açıklaması ise "3 tane 5'i çarparsak 15 olur. Önünde - olduğu için -15 tir." şeklindedir. Burada öğrenci işaret olarak doğru yapsa da sayı değeri olarak yanlış cevaba ulaşmıştır. Diğer bulunan iki değer ise yine çarpma işlemini yanlış yapmalarından kaynaklanmaktadır. Ayrıca işaret konusunda da hata yapmışlardır.

$$\begin{array}{l}
 \text{f) } -(+5)^3 = \dots 5 \cdot 5 \cdot 5 \dots \dots \dots 50 \\
 \text{d) } -(+5)^3 = \dots 5 \cdot 5 \cdot 5 \dots \dots \dots +125 \\
 \text{h) } -(+5)^3 = \dots +5 + 5 + 5 \dots \dots \dots -15 \\
 \text{f) } -(+5)^3 = \dots 5 \cdot 5 \cdot 5 \dots \dots \dots -75
 \end{array}$$

Şekil 10.25. Soru 10.h'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımını yanlış ancak değerini doğru yapan öğrencilerin cevapları incelendiğinde iki farklı cevabın olduğu gözlenmiştir. “ $-5 \cdot -5 \cdot -5$ ” cevabını yazan öğrencilere bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “*Burada iki tane işaret var . - ile + yan yana gelince - olduğu için -5’i 3 defa kendisiyle çarpabiliriz. Sonuçta -125 çıkar.*” şeklinde açıklarken, bir diğer cevap için başka bir öğrenci “ $-(+5) \cdot -(+5) \cdot -(+5)$ ” şeklinde açıklım yaparak “*Bu soruda bizden  $-(+5)$ ’i kendisiyle 3 defa çarpmamız isteniyor. O yüzden bu şekilde yazdım.*” açıklamasında bulunmuştur. Burada öğrenciler her iki işaretin de kuvvetten etkilendiğini düşünmektedirler. İlkinde işareti birleştirip tek işaret yaparken, ikinci durumda her ikisini de kullanarak yapmıştır. Tek kuvvet olmasından dolayı da her şekilde sonuç doğru çıkmıştır.

$$\begin{array}{l}
 \text{h) } -(+5)^3 = \dots -5 \cdot -5 \cdot -5 \dots \dots \dots | -125 | \\
 \text{h) } -(+5)^3 = \dots -(+5) \cdot -(+5) \cdot -(+5) \dots \dots \dots -125
 \end{array}$$

Şekil 10.26. Soru 10.h'ye verilen öğrenci cevapları

Açılımı ve değeri yanlış olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde farklı açıklımlar ve bu açıklımlara da farklı cevaplar verilmiştir. Bazıları yapılan açıklım için doğru iken bazıları çarpma işlemindeki eksikliklerden dolayı açıklımına göre yanlıştır. “ $-5 \cdot -5 \cdot -5 = 125, -15$ ” ifadesi için üç farklı sonuç söz konusudur. Bu sonuca ulaşan öğrencilere sordüğümüzde öğrencilerden biri “*Ben - ile +’yı birleştirdim - çıktığı için -5’i 3 defa kendisiyle çarptım. Tüm eksiler bir araya geldiği için sonuç +125 oldu.*”, bir diğer öğrenci “*3 tane -5’i kendisiyle çarparsak sonuç -15 olur.*” ve başka bir öğrenci ise “*3 tane -5 çarparsak tüm - ler birbirini + yapacağı için sonuç +15 oldu.*” açıklamalarını yapmışlardır. Benzer açıklamalar “ $-(+5) \cdot -(+5) \cdot -(+5) = 12$  ve  $-15$ ” cevapları için

de geçerli olmaktadır. Açılımı yaparken her iki işareti de kullanmış ancak değerleri bulurken çarpma işleminde hata yapmışlardır. Bunların dışında diğer ifadelerde de olduğu gibi taban ile üssü çarpan öğrencilere rastlanılmış olup cevaplar “ $-5 \cdot 3 = -15$ ” şeklindedir. Bu durumu öğrencilere sorduğumuzda öğrencilerden biri “Bizden -5 ile 3’ü çarpmamız isteniyor. Çarparsak sonuç -15 çıkar.” ve bir diğer öğrenci ise “Ben burada 5 ile -3’ çarptım. Çünkü 5’in işareti +, bir de - işareti var. O halde 3 - olur. Bu ikisini çarparsak sonuç -15 çıkar.” şeklinde açıklamalar yaptıkları gözlenmiştir. Taban ile kuvvet arasındaki ilişkinin anlaşılmadığı ve her soru da devam ettiği için artık öğrencilerde yerleşmiş bir durum olduğu düşünülmektedir. Son cevap şekli ise taban ile üssün yerlerini değiştirerek yaptıkları “ $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$  ve 15” şeklindeki açılamdır. Öğrencilerden biri “Burada bizden 3’ü 5 defa kendisiyle çarpmamız isteniyor ve sonuç 243 çıkar.” ve bir diğeri ise “5 tane 3’ü kendisiyle çarparsak sonuç 15 olur.” açıklamalarını yapmışlardır. Öğrencilerin - işareti dikkate almadıkları dikkat çekmektedir. Bu durum sorulduğunda “O kuvvetin dışında bizi etkilemez.” şeklinde ifade etmişlerdir.

Bunların dışında öğrencilerin yaptıkları işlem hatalarının olduğu da gözlenmiştir. Bu hataların dikkatsizlikten olduğu tespit edilmiştir.

h)  $-(+5)^3 =$  ..... beş ile üç çarpım = ..... -15

i)  $-(+5)^3 =$  .....  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  ..... +243

$-(+5)^3 =$  .....  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$  ..... 15

$-(+5)^3 =$  .....  $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$  ..... +125

$-(+5)^3 =$  .....  $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$  ..... -15

h)  $-(+5)^3 =$  .....  $-(+5) \cdot -(+5) \cdot -(+5)$  ..... -15

$-(+5)^3 =$  .....  $-5 \cdot 3$  ..... -15

Şekil 10.27. Soru 10.h’ye verilen öğrenci cevapları



Sonuç olarak öğrencilerin pozitif tam sayıların kuvvetlerini bulurken pek hatalı davranış sergilemedikleri ancak negatif kuvvetlerin ve iki işaretli ifadelerin kuvvetlerini bulurken oldukça hata yaptıkları gözlenmiştir. Bazı durumlarda açılımı yaparken kendisiyle tekrarlı çarpım olduğunu bilmeden taban ile üssü çarptıkları veya taban ile üs yer değiştirerek tekrarlı çarpım yapıldığı fark edilmiştir. İfadenin değeri bulunurken çarpma işleminde hatalar yaparak işaret ve sonuca ulaşmada başarısız olmuşlardır.

**f) Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alan sorulara yönelik bilgi düzeyi ve yapılan hatalar**

Bu araştırma kapsamında verilen tam sayılar ile ilgili işlem önceliğinin dikkat edilmesi gereken dört işlem problemlerinin çözümlerine ilişkin 8. sınıf öğrencilerin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek, ayrıca yapılan hataların nedenlerini bulmak amaçlanmıştır. Maddelerde üslü sayı, mutlak değer, çarpma, bölme, toplama ve çıkarma işlemlerine yer verilmiştir. Öğrencilerden bilgileri doğrultusunda işlem önceliğini dikkate alarak işlemlerin sonuçlarına ulaşmaları istenmiştir. Soruda, ayrı ayrı bakmış olduğumuz tam sayılarda tekrarlı çarpım, mutlak değer, çarpma, bölme, toplama ve çıkarma işlemlerinin bir arada olması durumunda öğrencilerin ne tür hatalar yapacakları belirlenecektir. Öğrencilerin 11. soruya verdikleri cevaplara ilişkin frekans ve yüzde değerleri işe yapılan yanlışlar tablolar halinde verilmiştir. Her bir madde analiz edilerek yorumlanmıştır.

Tablo 4.63. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11a)

Yapılan tespitler	<i>f</i>	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	10	13,9	
Yanlış yapanlar	55	76,4	
Cevap vermeyenler	7	9,7	
Yapılan hatalar	$15 - 15 \cdot (4 - 6) = 0$	34	47,2
	$15 - 15 \cdot (4 - 6) = 2$	9	12,5
	$15 - 15 \cdot (4 - 6) = -2$	4	5,6
	İşlem hatası yapanlar	8	11,1

Tablo 4.63 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %13,9’unun doğru ve %76,4’unun yanlış cevap verdiği, %9,7’sinin ise cevap vermeyerek soruyu boş bıraktığı tespit edilmiştir.

“ $15 - 15 \cdot (4 - 6) = 0$ ” cevabının öğrenciler tarafından en çok verildiği gözlenmektedir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları yanlış yapan öğrencilere sorduğumuzda

öğrencilerden biri bu durumu “15’den 15’i çıkartınca 0 buldum. 0 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın 0 olduğu için 0 yazdım. Parantezi bulmaya gerek duymadım.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrencilerin işlem önceliğini dikkate almadan ilk işlem neyse ona göre hareket ettikleri gözlemlenmiştir. Yanlış yapan öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun bu şekilde cevap vermiş olması öğrencilerin bir takım yanılgılara sahip olduğunu göstermektedir.

a)  $15 - 15 \cdot (4 - 6) =$   $0 \cdot 2 = 0$

a)  $15 - 15 \cdot (4 - 6) =$   $0 \cdot -2 = 0$

Şekil 11. 1. Soru 11.a’ya verilen öğrenci cevapları

“ $15 - 15 \cdot (4 - 6) = 2$ ” cevabını veren öğrencilerden birçoğuna bu cevaba nasıl ulaştığı yapılan mülakat sırasında sorulduğunda öğrencilerden biri “15’ten 15’i çıkardım ve sonuç 0 oldu. 4’ten 6 çıkmaz. 6 dan 4’ü çıkartırsak da 2 çıkar. 0 ile 2 çarpılırsa sonuç 2 olur.” şeklinde açıklamada bulunmuştur. Burada öğrenciler hem işlem önceliğini dikkate almadan işlem yapmışlar hem de tam sayılardaki dört işlem bilgilerini yanlış kullanmışlardır. Burada yapılan hatalar; öğrencilerin önce işlem önceliğini dikkate almadan çıkarma işlemini yapmaları, ardından parantez içindeki çıkarma işleminde değişme özelliği olduğunu düşünerek 6’dan 4’ü çıkartmak ve 0 ile çarpınca da sayıyı 0 yerine 2 bulmalarındır.

a)  $15 - 15 \cdot (4 - 6) =$   $0 \cdot 2 = 2$

Şekil 11.2. Soru 11.a’ya verilen öğrenci cevabı

“ $15 - 15 \cdot (4 - 6) = -2$ ” bir önceki işlemin ters işaretlisi olarak bulunan bu sonucu öğrencilerden biri “Burada ilk parantez içerisindeki çıkarma işlemini yaparız ve sonuç -2 olur. 15’den 15 çıkartırsak 0 olur. 0 ile -2’yi çarparsak sonuç -2 olur.” ve bir diğer öğrenci “ $15 - 15 = 0$  olur .  $4 - 6 = -2$  olur. Bu ikisi çarpılırsa sonuç -2 olur. Çünkü 0 çarpma da etkisiz elemandır.” şeklinde açıklama yapmıştır.

$$a) \quad 15 - 15 \cdot (4 - 6) = \dots\dots\dots -2$$

$\underbrace{15 - 15}_0 \cdot \underbrace{(4 - 6)}_{-2} =$

Şekil 11.3. Soru 11.a'ya verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.64. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11b)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	18	25	
Yanlış yapanlar	45	62,5	
Cevap vermeyenler	9	12,5	
Yapılan hatalar	$35 - (-17 - 18) = 0$	17	23,6
	$35 - (-17 - 18) = +34$	13	18
	$35 - (-17 - 18) = -34$	6	8,3
	$35 - (-17 - 18) = 36$	3	4,2
	$35 - (-17 - 18) = -36$	2	2,8
İşlem hatası yapanlar	4	5,6	

Tablo 4.64 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %25'inin doğru ve %62,5'inin yanlış cevap verdiği, %12,5'inin ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği tespit edilmiştir.

“ $35 - (-17 - 18) = 0$ ” cevabını bulan öğrencilere bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “35'den 17'yi çıkarttum ve 18 kaldı. 18'den 18 çıkarsa sonuç 0 olur.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrencilerin parantez önceliğini dikkate almadan direkt en baştan işleme başladıkları ayrıca parantezi önemsemeden sayıları parantez dışına olduğu gibi çıkarıp işlem yaptıkları gözlenmiştir. Burada verilen cevaba ait bir diğer öğrencinin açıklaması ise “İlk önce parantez içini yaparız. Parantez içinde iki tane - var. Bunlar bir araya gelince + olur. O halde işlem toplama oldu ve sonuç 35 olur.  $35 - 35$ 'in sonucu da 0 olur.” şeklindedir. Öğrenciler doğru bir yola başlamış ancak çıkarma işleminde sahip oldukları yanlışları burada da devam ettirerek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Çarpma ve bölme işlemlerinde öğretmenler tarafından sık kullanılan bu ifadeyi toplama ve çıkarmaya genelleyerek yanlış sonuca ulaşmışlardır.

$$b) \quad 35 - (-17 + 18) = \dots\dots\dots 6\dots\dots$$

$35$

Şekil 11.4. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı

“ $35 - (-17 - 18) = +34$ ” bir diğer cevap olup bu yanlış cevaba nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden birinin “Önce parantez içi yapılır. 17den 18

çıkamaz. 18'den 17 çıkarsa sonuç 1 olur.  $35 - 1 = 34$  olur." şeklinde açıklama yaptığı gözlenmiştir. Burada öğrenciler işlem önceliği yapılmasının farkında olup işlem yaparken hata yapmaktadırlar. Yine çıkarma işleminde değişme özelliği olduğunu düşünerek hareket etmişlerdir. Oysaki burada 17'den 18 değil,  $-17$ 'den 18 çıkarılmak istenmektedir. Öğrenciler işlem nasıl kolayına gelirse ona göre hareket etmektedirler. Parantez içinden yanlış sonuç bulunca diğer yapılan işlemde bizi hatalı sonuca götürmektedir.

$$b) \quad 35 - (-17 - 18) = \dots\dots\dots (34) \dots\dots\dots$$

Şekil 11.5. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı

" $35 - (-17 - 18) = -34$ " yanlış sonucuna ulaşan öğrencileri bu cevabı nasıl verdikleri sorulduğunda "Önce parantez içini yaparsak 17'den 18 çıkamaz, borç alırız ve sonuç  $-1$  olur.  $35 - 1 = 34$  tür. 1'in işareti - olduğu için cevap  $-34$  olur." açıklamasını yaptıkları gözlenmiştir. Burada yine iki yanlış durum birbirini takip ederek öğrencileri yanlış cevaba yönlendirmiştir. Öncelikle parantez içerisindeki ifade  $17 - 18$  değil,  $-17 - 18$  şeklindedir. Öğrenciler buna dikkat etmeden hareket etmişlerdir. Bu durumun devamı olarak öğrenciler buldukları sayının işaretini önce dikkate almamış sonucu bulduktan sonra yazmışlardır. Çıkarma işlemlerinde yapılan hatalar burada da devam etmiştir.

$$b) \quad 35 - (-17 - 18) = \dots\dots\dots (-34) \dots\dots\dots$$

Şekil 11.6. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı

" $35 - (-17 - 18) = 36$ " cevabını veren öğrencilerden birinin bu duruma ait açıklaması "17'den 18 çıkamaz, borç alırız ve sonuç  $-1$  olur. İşlem  $35 - (-1)$ 'e dönüşür. İki - işaret bir araya gelince + olduğu için  $35 + 1 = 36$  olacaktır." şeklindedir. Öğrenciler diğer bulunan sonuçlardaki gibi yine 17'nin işaretini dikkate almadan işlem yapmışlardır. Buradan bulunan sonuç yanlış olduğu için devam eden işlemlerde öğrencileri yanlış cevaba yönlendirmiştir.

$$\begin{array}{l} \text{b) } 35 - (-17 - 18) = \\ 35 + +1 \end{array}$$

$$\dots\dots\dots 36 \dots\dots\dots$$

Şekil 11.7.Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı

“ $35 - (-17 - 18) = -36$ ” işlemi için açıklama bir önceki işlemler için yapılanlara benzer şekildedir. Bu cevaba ulaşan öğrencilerden biri “ $-17 - 18 = -1$ ’dir. Dolayısıyla işlem  $35 - (-1)$  olur. Burada da düzenleme yaparsak  $35 + (+1) = 36$  buluruz. İki pozitif tam sayı toplanırsa negatif olacağı için sonuç en son  $-36$  şeklindedir.” açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin oldukça karışık bir şekilde bu sonuca ulaştığı gözlenmektedir. Burada öncelikle çıkarma işleminde hata yapıp yanlış sonuca ulaşılmış, ardından bulduğu sonuç ile işlem yaparken işaret hatası yapmıştır. Toplama işleminde de sergilediği aynı davranışı öğrencilerin bu işlemlerde de sergilediği gözlenmektedir.

$$\begin{array}{l} \text{b) } 35 - (-17 - 18) = \\ -1 \end{array}$$

$$\dots\dots\dots -36 \dots\dots\dots$$

Şekil 11.8. Soru 11.b'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.65. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11c)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	23	31,9	
Yanlış yapanlar	40	55,6	
Cevap vermeyenler	9	12,5	
Yapılan hatalar	$(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -36$	17	23,7
	$(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = 36$	7	9,7
	$(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = 14$	5	6,9
	$(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -22$	2	2,8
	$(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -105$	2	2,8
	İşlem hatası yapanlar	7	9,7

Tablo 4.65 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin %31,9’unun doğru ve %55,6’sının yanlış cevap verdiği, %12,5’inin ise soruyu boş bırakmayı tercih ettiği belirlenmiştir.

“ $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -36$ ” cevabını veren öğrencilerin bu soruya nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada önce  $(-7)$ ’yi  $(-1)$ ’e bölünce cevap  $(+7)$  oldu. Bunu da 5 ile toplarsak  $+12$  çıktı.  $(+12)$  ile  $(-3)$ ’ü çarparsak sonuç  $(-36)$  oldu.” şeklinde açıklamıştır. Doğru olarak başladıkları bir işleme işlem önceliği bilgisinin

eksikliğinden dolayı hata yapmışlardır. En çok hatanın bu şekilde yapılmış olması öğrencilerin bu konuda eksikliği olduğunu göstermektedir.

$$c) \quad (-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots (-36) \dots\dots\dots$$

*(Handwritten annotations: A bracket under (-7) and (-1) is labeled '7'. An arrow points from this bracket to '12'. Below '12' is written '12 · (-3) = -36'. The final answer is written as (-36) with a dotted line to its left.)*

Şekil 11.9. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = 36$ ” yanlış cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda bir önceki yanlış cevap için verilene benzer bir açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin “İlk işlem bölme olduğu için bu sayıları birbirine böldüm ve 7 çıktı. 5 ile toplayınca sonuç 12 oldu. Burada tüm işaretler – olduğu için hepsi bir araya gelince + olur. O yüzden sonuç 36 oldu.” şeklinde açıklama yapmışlardır. Burada öğrenciler hem işlem önceliğini dikkate almadan işlem yapmış hem de işaret belirleme de hata yapmışlardır. İşareti işlem yaparken değil en sonda toplu bir şekilde belirlemişlerdir.

$$c) \quad (-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots 35 \dots\dots\dots$$

*(Handwritten annotations: A bracket under (-7) and (-1) is labeled '7'. Below '7' is written '7 + 5 = 12'. To the right of '12' is written '12 · 3 = 35'. The final answer is written as 35 with a dotted line to its left.)*

Şekil 11.10. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = 14$ ” cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “İlk olarak bölme işlemini yaparız ve sonuç 7 olur. Daha sonra 5'ten 3 çıkarsa 2 kalır. 7 ile çarparsak sonuç 14 (+14) olur.” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrenciler 3'ün işareti – olduğu için çıkarma işlemi olarak düşünüp çarpma işlemini dikkate almadan işlem yapmışlardır. Çarpma işlemini ise daha bir sonraki işlem olarak düşünmüşlerdir. İşlemlerin yerlerini değiştirmişlerdir.

$$c) \quad (-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots +14 \dots\dots\dots$$

*(Handwritten annotations: A checkmark is under (-7) and (-1) with '7' written below. Another checkmark is under 5 and (-3) with '5-3=2' written below. The final answer is written as +14 with a dotted line to its left.)*

Şekil 11.11. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -22$ ” yanlış cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “Burada işlem önceliği vardır. O yüzden bölme ve çarpmayı ayrı yaparız. Bölme işleminin sonucunda cevap -7 oldu. Çünkü iki negatif sayı birbirine bölününce negatif olur. Çarpma işlemini sonucu da -15 oldu. Bu ikisi toplanırsa sonuç -22 olur.” şeklinde ifade etmiştir. Burada öğrenciler işleme doğru bir şekilde başlamışlar ancak işlemleri yaparken hata yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Burada işlem hatası eksikliği değil çarpma ve bölme işleminde eksiklik göze çarpmaktadır.

$$c) (-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots -22$$

$-7 + -15$

Şekil 11.12. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

“ $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = -105$ ” cevabını veren öğrencilere bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden “Burada önce bölme işlemini yaptım ve sonuç +7 oldu. 5 ile -3'ü de çarparsak sonuç -15 olur. Daha sonra onu 7 ile -15'i çarptım ve sonuç -105 oldu.” şeklinde açıklama yapmışlardır. Burada öğrenciler işlem önceliğini dikkate alarak işlem yapmışlardır. Ancak arada olan toplama işlemini de çarpma gibi düşünerek işlem yapmışlar ve dolayısıyla hatalı sonuca ulaşmışlardır.

$$c) (-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots -105$$

Şekil 11.13. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

Bu cevapların dışında öğrencilerin bir kısmı da işlem hatası yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır. İşlem hatasının yapıldığı sonuçlar incelendiğinde öğrencilerin bu sonuca rastgele, belli bir yöntemi ve açıklaması olmadan ulaştıkları belirlenmiştir. Yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde işaret olarak değil değer olarak farklı sonuçlara ulaştıkları bu da öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde bilgi eksikliği olduğunu göstermektedir. Ayrıca yine dikkat eksikliğinden de değer olarak doğru ancak işaret olarak yanlış cevaba ulaştıkları fark edilmiştir.

$$c) (-7) + (-1) + 5 \cdot (-3) = \dots\dots\dots 8$$

$\begin{array}{r} 7 \\ + \\ -15 \\ \hline -7-15 \end{array}$

Şekil 11.14. Soru 11.c'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.66. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11d)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	26	36,1	
Yanlış yapanlar	35	48,6	
Cevap vermeyenler	11	15,3	
Yapılan hatalar	$3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = 20$	10	13,9
	$3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -14$	7	9,7
	$3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -16$	7	9,7
	$3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -23$	2	2,8
	İşlem hatası yapanlar	9	12,5

Tablo 4.66 incelendiğinde soruya öğrencilerin %36,1'inin doğru ve %48,6'sının yanlış cevap verdiği, bunların dışında öğrencilerin %15,3'ünün ise soruyu boş bırakarak cevap vermediği belirlenmiştir.

“ $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = 20$ ” cevabını bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada öncelikle parantez içi ve üslü sayının değeri buldum. Üslü sayının değeri  $(-4)$ 'tür. Parantez içi de 3 oldu. Daha sonra çarpma işlemi yaparız.  $-5$  ile  $(-4)$ 'ü çarptığımda 20 buldum. Çıkarma işlemi de yapınca sonuç 0 çıktı. 0 ile 20'yi toplayınca sonuç 20 oldu.” şeklinde açıklama yapmıştır. Burada öğrencilerin işlem önceliği bilgisine sahip oldukları ancak işlem yaparken hata yaptıkları fark edilmiştir. Ayrıca bu soruda bir diğer öğrenci ise üslü sayının değerini bulurken “ $-5 \cdot (-2)^2$  işleminde iki - birleşince sonuç + olur. 2'nin karesi 4 olur. 5 ile çarpılınca +20 olur.” şekilde açıklama yapmıştır. Üslü ifadelerin açılımlarında yaptıkları hataları öğrencilerin bu soruya da taşıdıkları fark edilmiştir.

$$d) 3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = \dots\dots\dots 20$$

$\begin{array}{r} 4 \\ 0 - 20 \end{array}$

Şekil 11.15. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı



“ $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -14$ ” hatalı cevabı bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Önce üslü sayıyı değerini buldum sonuç 4 çıktı.  $-5$  ile çarptım ve sonuç  $-20$  oldu. Parantez içini yaptım 3 oldu. Sırasıyla iki defa  $-20$ 'den 3'leri çıkartınca sonuç  $-14$  oldu.” şeklinde açıklamıştır. Bu soruda öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak işleme başladıkları ancak çıkarma işleminde değişme özelliği olduğu düşüncesiyle hareket ederek işleme devam ettikleri gözlenmiştir.

d)  $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 =$  ..... (-14) .....

The student's work shows:  $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 =$ . They first calculate  $(2 + 1) = 3$  and  $(-2)^2 = 4$ . Then they calculate  $5 \cdot 4 = 20$ . Finally, they perform the subtraction:  $3 - 3 - 20 = -20$ , and then  $-20 - 6 = -26$ , which is crossed out and replaced with  $-14$ .

Şekil 11.16. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -16$ ” cevabını bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Önce üslü sayının değerini buldum ve 5 ile çarptım ve sonuç  $-20$  oldu.  $3 - (2 + 1)$  buradaki  $-$  ile  $+$  yer değiştirirse  $3 + (2 - 1) = 4$  oldu.  $4 - 20 = -16$  olarak buldum.” olarak ifade etmiştir. Öğrencilerin burada öncelikle üslü sayıya dikkat etmeden ilk olarak çarpma işlemini yaptıkları gözlenmiştir.

d)  $3 + (2 + 1) - (5 \cdot (-2)^2) = -16$

The student's work shows:  $3 + (2 + 1) - (5 \cdot (-2)^2) = -16$ . They first calculate  $(2 + 1) = 3$  and  $(-2)^2 = 4$ . Then they calculate  $5 \cdot 4 = 20$ . Finally, they perform the addition:  $3 + 3 - 20 = -14$ , which is crossed out and replaced with  $-16$ .

Şekil 11.17. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı

“ $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 = -23$ ” cevabını bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Önce üslü sayının değerini buldum. 5 ile çarpınca cevap 20 oldu. 3 ile toplarsak 23 çıktı. Arada  $-$  işareti olduğu için  $-23$  oldu.” şeklinde belirtmiştir. Burada öğrencilerin sorunun başında yazan 3 sayısını dikkate almadıkları gözlenmiştir.

d)  $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 =$  ..... -23 .....

The student's work shows:  $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 =$ . They first calculate  $(2 + 1) = 3$  and  $(-2)^2 = 4$ . Then they calculate  $5 \cdot 4 = 20$ . Finally, they perform the addition:  $3 + 3 - 20 = -14$ , which is crossed out and replaced with  $-23$ .

Şekil 11.18. Soru 11.d'ye verilen öğrenci cevabı

Tablo 4.67. Öğrencilerin işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11e)

Yapılan tespitler	f	%	
Soruyu doğru cevaplayanlar	25	34,7	
Yanlış yapanlar	35	48,6	
Cevap vermeyenler	12	16,7	
Yapılan hatalar	$ -7  -  -3  + (-2^3) = +12$	11	15,3
	$ -7  -  -3  + (-2^3) = -12$	6	8,3
	$ -7  -  -3  + (-2^3) = -10$	6	8,3
	$ -7  -  -3  + (-2^3) = 4$	6	8,3
	$ -7  -  -3  + (-2^3) = -18$	3	4,2
	$ -7  -  -3  + (-2^3) = 2$	2	2,8
İşlem hatası yapanlar	1	1,4	

Tablo 4.67 incelediğinde bu soruya öğrencilerin %34,7'sinin doğru ve %48,6'sının yanlış cevap verdiği, %16,7'sinin ise soruya cevap vermeyerek boş bıraktığı tespit edilmiştir.

" $|-7| - |-3| + (-2^3) = +12$ " cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri "Mutlak değerler dışarıya pozitif olarak çıkıyordu. Yani işlem  $7 - 3 = 4$  oldu. Üslü sayının değeri de 8 çıktı.  $4 + 8 = 12$  oldu." şeklinde açıklama yapmışlardır. Başka bir öğrenci ise "İki - ifade birbirini + yapar. Yani işlem  $7 - 3 = 4$  olur. Üslü sayının değeri de 8 olur.  $4+8=12$  dir." açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenciler işlem önceliği ve mutlak değer dikkate alınmış olsa da üslü sayının değerini bulurken "-" işareti dikkate almadan işlem yapmışlardır. Bu durum öğrencilerin işlem önceliği bilgisi eksikliğinden değil üslü sayının değerini bulma eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca çarpma işleminde uygulanan, daha önceki toplama ve çıkarma işlemlerinde uyguladıkları işaret birleştirmeyi burada da yaptıkları gözlenmiştir.

$$e) \quad |-7| - |-3| + (-2^3) = \dots \underline{12} \dots$$

$$7 - 3 + 8$$

$$4 + 8$$

Şekil 11.19. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı

" $|-7| - |-3| + (-2^3) = -12$ " cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları yapılan mülakat sırasında sorulduğunda öğrencilerden biri " -7'den -3'ü çıkarttım ve sonuç -4 oldu.  $(-2^3) = -8$  olur. Çünkü kuvvet sadece sayının üstündedir. ( Bu kısmı 3 tek olduğu için negatif oldu şeklinde açıklayan öğrenci de olmuştur.) -4 ile -8 toplanırsa sonuç -12

olur.” şeklinde açıklamıştır. Ayrıca bir diğer öğrenci ise “ $-|-3|$  ifadesindeki eksiler birbirini, + yapar.  $-7$  ile  $+3$  toplanırsa  $-4$  olur.  $(-2^3)=-8$  olduğundan bunların toplamını  $-12$  buldum.” açıklamasını yapmıştır. Öğrencilerin burada mutlak değere dikkat etmeden hareket ettikleri mutlak değer dışına çıkartmadan işlem yaptıkları dikkat çekmektedir. Ayrıca üslü ifadenin değerini bulurken de kuvvetin tek olması yardımcı olmuş ve sonucu  $-8$  olarak bulmuşlardır.

$$e) \quad \begin{array}{l} |-7| + |-3| + (-2^3) = \dots\dots\dots -12 \\ -4 + (-8) = -8 \end{array}$$

Şekil 11.20. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı

“ $|-7| - |-3| + (-2^3) = -10$ ” cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda ise öğrencilerden biri “ $|-7| - |-3| = -4$  olarak buldum.  $(-2^3) = -2.3 = -6$  oldu. Bu iki sonucu topladım ve en son  $-10$  olarak buldum.” açıklamasında bulunmuştur. Burada öğrencilerin mutlak değer ifadesini dikkate almadıkları ve üslü sayının açılımının sayının kendisiyle çarpımı olduğunu bilmedikleri sonucuna ulaştırmaktadır.  $-4$  ‘ü bulurken bir önceki sonuçta yapılan işlemin aynısı burada da yapılmıştır. Mutlak değer dışarı çıkarılmadan işaret birleştirme yapılarak sonuca ulaşılmıştır.

$$e) \quad \begin{array}{l} |-7| - |-3| + (-2^3) = \dots\dots\dots -10 \\ -4 + -2.3 = -6 \end{array}$$

Şekil 11.21. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı

“ $|-7| - |-3| + (-2^3) = 4$ ” cevabını bulan öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “ $-|-3| = +3$  olur. Mutlak değer dışarisına  $|-7| = +7$  olarak çıkarttım.  $(-2^3) = -6$  oldu. Bu iki sonucu toplayınca daha doğrusu çıkarınca sonuç 4 oldu.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrenci bir sayının mutlak değer dışına pozitif olarak çıktığını bilmektedir. Ancak öncesinde yapmış olduğu işaret birleştirme yaparak çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürmüştür. Ayrıca üslü sayının değerini

de yanlış bularak hatalı sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerden bir kaçının ise başka bir şekilde bu sonuca ulaştıkları yapılan mülakat sonucunda fark edilmiştir. Bu durumu öğrencilerden biri “İki negatif sayı birbirini pozitif yapar ve sonuç burada 4 olur.  $(-2^3) = -8$  oldu. İşlem  $4 - 8 = 4$  olur. Çünkü küçükten büyük çıkmaz. Ben de 8’den 4’ü çıkarttım ve 4 buldum.” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerin burada da diğer sorularda yaptıkları hataları devam ettirdikleri fark edilmektedir. Bir konu için öğrenilen bilgiyi her duruma genelleyerek uyguladıkları, kalıplaşmış bilgilerle hareket ettikleri dikkat çekmektedir.

e)  $| -7 | + | +3 | + (-2^3) =$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $+7 + 3 = 10 + -6 = +4$

.....+4..... e)  $| -7 | - | -3 | + (-2^3) =$   
 $7 - 3$   
 $4 + -8$

Şekil 11.22. Soru 11.e’ye verilen öğrenci cevapları

“ $| -7 | - | -3 | + (-2^3) = -18$ ” cevabına ulaşan öğrencilerin bu sonucu nasıl buldukları sorulduğunda öğrencilerden biri “ $- | -3 |$  ifadesindeki eksiler birbirini pozitif yaptı ve sonuç 3 oldu.  $| -7 | = +7$  olarak buldum.  $7 + 3 = 10$  oldu.  $(-2^3) = -8$  olarak hesapladım.  $10 + (-8) = -18$  olur. Çünkü  $-$  ile  $+$  birbirini  $-$  yapar.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrencilerin mutlak değeri dışarı çıkarmadan işaret değişikliği yaptıkları ve bunun sonucunda çıkarma işlemini toplama işlemine dönüştürdükleri, en son elde edilen iki tam sayıyı toplarken aynı hataları devam ettirerek çarpma işlemindeki duruma genelleme yaparak işlem yaptıkları belirlenmiştir.

$| -7 | - | -3 | + (-2^3) =$   
 $-10 + -8$   
 $-18$

Şekil 11.23. Soru 11.e’ye verilen öğrenci cevabı

“ $| -7 | - | -3 | + (-2^3) = 2$ ” cevabının bulan öğrencilerin bir önceki cevaba benzer işlem yaptıkları belirlenmiştir. Bu sonuca nasıl ulaştıkları bu hatayı yapan öğrencilere sorulduğunda öğrencilerden biri “ $| -7 | - | -3 |$  ifadesindeki eksiler birbirini  $+$  yaptı ve sonuç 10 oldu.  $(-2^3) = -8$  olarak buldum.  $10 - 8 = 2$  sonucuna ulaştım.” şeklinde

açıklamıştır. Burada öğrenciler yine mutlak ifadesine dikkat etmeden işlem yaptıkları dikkat çekmektedir.

$$e) \begin{array}{l} |-7| - |-3| + (-2^3) = \\ 7 + 3 - 8 = 2 \end{array}$$

Şekil 11.24. Soru 11.e'ye verilen öğrenci cevabı

Sonuç olarak öğrencilerin mutlak değer ifadesini dikkate almadan işlem yaptıkları, üslü ifadenin değerini bulurken bazen işareti kullanmadan işlem yaptıkları, bazen üslü sayının kuralından farklı olarak üs ile tabanı çarparak hareket ettikleri, toplama ve çıkarma işlemlerinde yaptıkları hataların aynılarını burada da devam ettirdikleri belirlenmiştir. Buradaki hataların nedenleri işlem önceliğinden çok mutlak değer, üslü sayı, toplama ve çıkarma işlemlerine ait hatalardır.

Tablo 4.68. Öğrencilerin ile işlem önceliğini dikkate alarak dört işlem yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar (11f)

Yapılan tespitler	f	%
Soruyu doğru cevaplayanlar	15	20,8
Yanlış yapanlar	48	66,7
Cevap vermeyenler	9	12,5
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = -55$	8 11,1
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = -18$	6 8,3
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = \frac{-11}{4}$ ve $\frac{-11}{-4}$	6 ve 2 11,1
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = -35$	5 6,9
Yapılan hatalar	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = \frac{-11}{-2}, \frac{-11}{2}$	2 ve 2 5,6
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = 5$	3 4,2
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = -22$	2 2,8
	$10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 = -2$	2 2,8
	İşlem hatası yapanlar	10 13,9

Tablo 4.68 incelendiğinde bu soruya öğrencilerin % 20,8'inin doğru ve %66,7'sinin yanlış cevap verdiği, ayrıca %12,5'inin boş bırakarak soruya cevap vermediği tespit edilmiştir.

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = -55$ ” cevabını öğrenci sayısı diğer cevaplara göre en fazla olup bu cevaba nasıl ulaştıkları öğrencilere sorulduğunda “*Önce üslü sayının değerini buldum 1 çıktı. -3'ten çıkartınca sonuç -2 oldu. Daha sonra  $(-2) + |-9|$  ifadesindeki iki negatif sayı birbirini + yaptı ve sonuç +11 oldu. “ $10 \times 11 = 110$ ” olarak*

buldum.  $+110 \div -2 = -55$  sonucuna ulaştım.” açıklamasını yapmıştır. Bu gruptaki bir öğrenci ise yine aynı işlemleri yapmış ancak “ $-3 - 1 = 2$ ” olarak yazmış ve sonucu “ $+110 \div 2 = 55$ ” olarak bulmuştur. Burada öğrencilerin işlemleri rastgele yaptıkları ve işlem önceliğine dikkat etmedikleri sonucuna varılmaktadır. Ayrıca yaptıkları toplama ve çıkarma işlemlerinde de hatalar yaparak yaptıkları işlemlerin sonucunu da yanlış bulmuşlardır.

Şekil 11.25. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = -18$ ” cevabını bulan öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Önce çarpma işlemi yaptım ve sonucu  $-20$  olarak buldum. Daha sonra bölme işlemi yaptım ve sonucu  $+3$  olarak buldum. Çünkü iki negatif sayı birbirine bölünürse sonuç  $+$  olur. Daha sonra üslü sayının değerini buldum ve  $+1$  çıktı. Yani işlem  $(-20) + 3 - 1$  oldu.  $3 - 1 = 2$  olur.  $(-20) + 2 = -18$  olacaktır.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrencilerin işlem önceliğine dikkat ettikleri ancak bölme işlemi sırasında mutlak değeri dışına çıkarmadan işlem yaptıkları  $-3$  olarak bulunması gereken sonucu  $+3$  olarak bularak yanlış sonuca ulaştıkları belirlenmiştir.

Şekil 11.26. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = \frac{-11}{4}$  ve  $\frac{-11}{-4}$ ” cevabına bulan öğrencilere bu cevaba nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Burada ilk olarak çarpma işlemi var. Bu iki sayıyı çarptım ve sonucu  $-20$  buldum. Mutlak değer dışına  $+$  olarak çıktığından ve  $-20 + 9 = -11$  oldu.  $(-3) - |-1|^4$  işleminde  $-$  işaretler birbirini  $+$  yaptı. Üslü sayının değeri  $1$  oldu ve sonuç  $4$  çıktı.  $-11$ 'i  $4$  'e bölersek tam bölünmez ve rasyonel olarak bulunur ve  $\frac{-11}{4}$  olarak yazdım.” şeklinde açıklamıştır. Benzer cevabı bulan

öğrencilerden biri ise “ $(-3) - |-1|^4$  işleminde - işaretler birbirini + yaptı. Üslü sayının değeri 1 oldu ve sonuç -4 çıktı. -11'i -4'e bölersek tam bölünmez ve rasyonel olarak bulunur ve  $\frac{-11}{4}$  olarak yazdım.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrencilerin işlem önceliği sırasına dikkat etmeden ilk işlemde başladıkları ve ardından çıkarma işlemini yaparak en son bölme işlemini yaptıkları belirlenmiştir.

Şekil 11.27. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevapları

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = -35$ ” cevabını bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri bu durumu “Burada önce toplama yaptım ve sonucu 7 buldum. Çünkü mutlak değer dışına + olarak çıkar. Daha sonra 10 ile çarpım ve 70 oldu. Üslü sayının değerini hesapladım 1 oldu. -3'ten 1'i çıkartırsak sonuç -2 olur.  $70 \div (-2) = -35$  olarak buldum.” şeklinde ifade etmiştir. Bu gruptaki bir diğer öğrenci ise yine bu şekilde işlemleri yapmış ancak “ $(-2) + 9 = -7$  olarak bulmuş ve 10 ile çarpınca -70 olmuş. -2'ye böldüğünde sonucu +35” olarak hesaplamıştır. Burada öğrencilerin yine işlem önceliğini dikkate almadan işlem yaptıkları ayrıca toplama ve çıkarma işlemlerinde de daha önceki hatalarını devam ettirdikleri belirlenmiştir.

Şekil 11.28. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = \frac{-11}{-2}, \frac{-11}{2}$ ” cevabını bulan öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada il işlem çarpma olduğu için çarpma yaptım ve sonuç -20 oldu. Daha sonra mutlak değeri dışarı çıkarttım ve sonucu +9 olarak buldum. Bu ikisini toplarsak sonuç -11 olur. Üslü değer sonucunu önündeki - işareti ile birleşince +1 oldu.  $(-3)+1 = -2$  olarak hesapladım. -11'i -2'ye bölünce de sonuç  $\frac{-11}{-2}$  olarak çıktı.” şeklinde açıklamıştır. Benzer cevabı veren diğer bir öğrenci ise “Üslü değer sonucunu önündeki - işareti ile birleşince +1 oldu.  $(-3)+1 = +2$  olarak

hesapladım.  $-11$ 'i  $+2$ 'ye bölünce de sonuç  $\frac{-11}{2}$  olarak çıktı.” şeklinde ifade etmiştir. Burada öğrencilerin işlem önceliği bilgisinin eksik olduğu, bundan dolayı işlem sırasının nasıl verildiye ona göre yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca toplama ve çıkarma işlemlerinde yaptıkları hataların aynılarını bu soruda da devam ettirerek yanlış sonuçlara ulaşmışlardır.

$$f) 10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = \dots -11 / -2 \dots$$

$$g) 10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) + |-1|^4 = \dots \frac{-11}{2} \dots$$

Şekil 11.29. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevapları

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = 5$ ” cevabını veren öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada  $10 \cdot (-2) = -20$  olarak buldum. Bu sonucu  $-20 + |-9| = -29$  oldu. Bu sayıyı  $-3$ 'e bölersek  $9$  olur. Kalan oldu ancak ben onu dikkate almadım.  $|-1|^4 = 4$  oldu. En son  $9 - 4 = 5$  olarak hesapladım.” açıklamasını yapmıştır. Burada öğrencilerin yine ilk işlemden başlayıp sırayla devam ettikleri, tam bölünmese de bölme işlemini yapıp kalanı yok saydıkları ve üslü sayının değerini yanlış hesaplayarak yanlış sonuca ulaştıkları gözlenmiştir.

$$f) 10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = \dots +9 \dots -4 \dots = 5 \dots$$

Şekil 11.30. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = -22$ ” cevabını veren öğrencilerin bu sonuca nasıl ulaştıklarına sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada önce çarpma işlemini yaptım ve sonucu  $-20$  olarak buldum. Daha sonra mutlak değer dışarı çıktı ve  $-3$  ile bölününce sonuç  $-3$  oldu. Üslü sayının önünde  $-$  işareti var bunlar birleşince  $+$  oldu ve  $+1$  olarak buldum. Yani sonuç olarak işlem  $(-20) + (-3) + 1$  işlemine dönüştü ve sonuç  $-22$  olarak çıktı.” şeklinde açıklama yapmışlardır. Burada öğrencinin doğru bir şekilde işleme başladığı yaptığı tek hatanın ise üslü sayının değerini bulurken olduğu görülmektedir.



$$d) \frac{10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4}{-20 + \frac{9}{-3} - 1} = \dots\dots\dots -22$$

Şekil 11.31. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

“ $10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4 = 2$ ” cevabını bulan öğrencilere bu sonuca nasıl ulaştıkları sorulduğunda öğrencilerden biri “Ben burada önce çarpma işlemi yaptım ve sonucu  $-20$  olarak buldum. Bundan  $9$ 'u çıkardım ve  $-11$  oldu.  $-11$ 'i  $-3$ 'e bölünce tam bölünmedi ve  $3$  olarak buldum. Kalanı dikkate almadım. Üslü sayının değerini de  $1$  olarak hesapladım.  $3-1=2$  oldu.” şeklinde açıklamıştır. Burada öğrencilerin ilk işlemde başladıkları, bölme işlemini kalanlı bir şekilde bulup kalanı yok saydıkları ve üslü sayının değerini de yanlış buldukları, tüm bu durumlar bir araya geldiğinde hatalı sonuca ulaştıkları gözlenmiştir.

$$\frac{10 \cdot (-2) + |-9| \div (-3) - |-1|^4}{-20 - 9 - 1} = +2\dots\dots$$

$$-11 \div -3 = 3 - 1 = +2$$

Şekil 11.32. Soru 11.f'ye verilen öğrenci cevabı

Tüm sorularda bu cevapların dışında öğrencilerin vermiş oldukları işlem hatalarından kaynaklı yanlış cevapları da vardır. Cevaplar incelendiğinde bu yanlışların nedenleri bilgi eksikliği, dikkatsizlik, deneyim eksikliği ve cevabı kontrol edemeden kaynaklanmakta olup, öğrencilerin çoğunun rastgele cevaplar verdikleri belirlenmiştir. Tüm verilen cevaplar incelendiğinde sonuç olarak öğrencilerin işlemleri yaparken işlem önceliğine dikkat etmeden ilk işlemde başlayarak sırayla devam ettiği, mutlak değer ifadelerinde mutlak değer dışına çıkarmadan işlem yaptıkları, üslü sayının değerini bulurken, toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Önceki sorularda baktığımız bu kazanımları bir arada verdiğimizde de öğrencilerin aynı hataları tekrarladıkları ortaya çıkmıştır.

## 5. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde yapılan araştırmanın sonuçlarına yer verilmiş, elde edilen bulgular ve sonuçlar ışığında konu hakkında çalışmak isteyen araştırmacı ve eğitimcilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

### 5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerini ve öğrencilerin tam sayılarda işlem yaparken yaptığı hataları belirlemektir. Bu amaca yönelik 8. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirilen tam sayılar başarı ve teşhis testinden elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin tam sayılar konusuna ilişkin sözel ifadeleri tam sayı olarak yazma, verilen tam sayıları sözel olarak ifade etme, verilen tam sayıları sayı doğrusunda gösterme, mutlak değer içerisinde verilen ifadeleri mutlak değer dışına çıkarma, sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapma, tam sayıların kendisi ile tekrarlı çarpımını bulma ve işlem önceliğini dikkate alan işlemleri yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataların neler olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda elde edilen sonuçlar ilgili alan yazın ile tartışılarak aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin verilen sözel ifadeleri tam sayı (pozitif veya negatif sayı ) olarak karşılıklarını yazmalarına ve bu durumu nasıl yaptıklarını açıklamalarına ilişkin bilgi düzeylerini ve yaptıkları hataları belirlemek amacıyla sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun hem tam sayı olarak karşılığını yazdığını hem de bu duruma nasıl karar verdiğini açıkladığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin bu soruyu çözmekte çok fazla hata yapmadıkları, günlük hayatla ilişkili bir şekilde cevabı bulup açıklama yaptıkları belirlenmiştir. Elde edilen bu sonuç daha önce yapılan çalışmaların (Erdem ve ark., 2015, Ertuğrul, 2009; Gökbaş, 2005; Melemezoğlu, 2005) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Ertuğrul (2009) 6. sınıf öğrencileri üzerinde yaptığı çalışmasında öğrencilerin tam sayıları açıklamada zorlanmadıklarını ifade etmiştir. Ancak bunların dışında bazı öğrencilerin ise verilen ifadenin tam sayı olarak karşılığını yanlış yazdığı ve açıklama yaparken ilişkilendirmede sorun yaşadıklarını ifade etmiştir. Verilen sorularda

“alacak = -, zemin altı =+, borç=+, ileri=- ve sıfırın altındaki sıcaklık= +” olarak ifade eden öğrencilerin olduğu ve bu durum öğrencilerin tam sayıları kavrayamadıklarını ve sözel ifadeyi sayılarla bağdaştıramadıklarını göstermektedir. Literatüre bakıldığında öğrencilerin bu gibi benzer ifadeler kullandıkları görülmektedir. Melemezoğlu (2005) yılında yaptığı çalışmasında öğrencilerin yönlü sayıları kavramada azda olsa problem yaşadıklarını, Gökbaş (2005) ise yine benzer şekilde 7. sınıf öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları sözel ifadeleri tam sayı olarak ifade ederken ve Erdem ve ark.(2015) tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirirken hata yaptıkları ve zorluk yaşadıklarını tespit etmiştir. Sonuç olarak 8. sınıf öğrencilerinin çoğunun günlük hayatla ilişki verilen ifadeleri tam sayı olarak karşılığını yazmaktaki bilgi düzeylerinin iyi olduğu, ancak bunların dışında öğrencilerin verilen ifadelerin tam sayı karşılığını yazmada veya bu durumu açıklamada hata yaptıkları ve bu hataların yanlış tercüme ve kısıtlı anlayıştan kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bu durumun nedeni öğrencilerin tam sayıları günlük hayatta kullandıkları durumlara aktarmada ilişkilendirmede eksik kalmaları şeklinde açıklanabilir.

Öğrencilerin verilen bir tam sayıya uygun sözel ifadeleri yazmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek amacıyla sorulan sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun verilen tam sayılara uygun sözel ifadeler yazdıkları görülmüştür. Elde edilen bu sonuç daha önce yapılan çalışmaların (Hayes, 1996 ve Ertuğrul, 2009) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Ertuğrul (2009) çalışmasında benzer şekilde öğrencilerin tam sayıları günlük hayattan örneklerle ifade edebildiklerini (alacak, borç, deniz altı ve üstü...) belirtmiştir. Öğrencilerin pozitif tam sayılara uygun sözel ifadeleri yazmakta genel olarak az hata yaptıkları, negatif tam sayıları ifade ederken hem işaret hem de işareti karşılayan kelimeler kullandıkları belirlenmiştir (-1 TL borç, -45 zarar, vb.). Hayes (1996) ise bu durumu çalışmasında öğrencilerin negatif sayılarda bilgilerinin yetersiz ve karmaşık olması şeklinde açıklamıştır. Çalışmada elde edilen bir diğer sonuç ise öğrencilerin sadece sayıların okunuşunu (-45= eksi kırk beş, +4=artı dört, +16=artı on altı, -1=-eksi bir, 0=sıfır) yazarak sözel olarak ifade edemedikleri şeklindedir. Bu durum öğrencilerin sözel ifade şeklinde yazmayı sadece okunuşu olarak yazmak olarak anladıklarını düşündürmektedir. Bu durum daha önceden yapılan çalışmalarla benzerlik göstermektedir (İşgüden, 2008; Avcu ve Durmaz, 2011). İşgüden (2008) yılında 7. ve 8. sınıf öğrencileri üzerinde yaptığı çalışmasında öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıları tanımlamada ve sembolle gösterme benzer hatalar

yaptıklarını belirtmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin 0'ı açıklayıcı sözel ifade bulamadıkları ve soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Bu durumu İşgüden (2008) ve Avcu ve Durmaz (2011) benzer şekilde öğrencilerin 0'ı tam sayılar kümesine ait olup olmadığı konusunda sıkıntı yaşadıklarını, 0'ı tam sayılar kümesinin neresine yerleştireceklerini bilemediklerini, 0'a işaret verme konusunda hata yaptıkları tespit edilmiştir. Bu durumun nedeni olarak öğrencilerin verilen tam sayılara uygun kullanılacak sözel ifadelerde günlük hayatta hem sayıyı hem de işareti dikkat etmeden kullanmaları, anlamada sıkıntı yaşamaları ve yanlış tercüme yapmaları olabilir. Ayrıca 0'ı tam sayılar içerisinde yerleştirmede sorun yaşamaları ise tanımlamada hata yapmalarına neden olmuş olabilir.

Öğrencilerin verilen tam sayıları sayı doğrusunda uygun yerlere yerleştirmelerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek amacıyla sorulan soruda öğrencilerin bu soruyu cevaplarırken hata davranışlarının çok fazla olmadığı belirlenmiştir. Buna karşın bazı öğrencilerin ise negatif ve pozitif tam sayıların yerlerini karıştırarak tüm sayıların yerlerini yanlış belirledikleri, bazı öğrencilerin 0'dan başlamak yerine sayı doğrusunun sol tarafından başlayarak sayıları yerleştirdikleri, bazı öğrencilerin ise sayarken hata yaptıkları ve 0'ı negatif tam sayıları sıralarken “-1”, pozitif tam sayıları sıralarken “+1” olarak kabul ettikleri belirlenmiştir. Bu soruda öğrencilerin hata yapmalarının nedeni olarak sayı doğrusunun soru içinde hazır olarak verilmiş olması ve küçük sayıların sorulmuş olması düşünülmektedir. Elde edilen bu sonuçlar önceden yapılan çalışmalarla (Hativa ve Cohen, 1995; Bruno ve Martinon, 1999; Hayes ve Stacey, 2003; Gökbaş, 2005; İşgüden, 2008; Ertuğrul, 2009) benzer özellikler göstermektedir. Gökbaş (2005) ve İşgüden (2008) çalışmalarında öğrencilerin sayı yerleştirme de çok sorun yaşamadığını ancak sayı doğrusunda pozitif ve negatif tam sayıların yerlerini karıştırdığını ve özellikle negatif sayıların yerleştirmede sorun yaşadıklarını ifade etmiştir. Yine benzer şekilde Ertuğrul (2009) yılında yaptığı çalışmasında çoğu öğrencinin tam sayıları sayı doğrusunda rahatlıkla gösterebildiğini ancak bir kısım öğrencinin pozitif tam sayıları gösterebilirken negatif tam sayıları sayı doğrusunda göstermekte hata yaptıklarını belirlemiştir. Hativa ve Cohen (1995), Bruno ve Martinon (1999) ve Hayes ve Stacey (2003) yılında yaptıkları çalışmalarında sayı doğrusunun öneminden bahsetmiş ve öğrenciler tam sayıları sayı doğrusunda doğru bir şekilde yerleştirirse diğer işlemleri de daha anlamlı şekilde kavrayacaklarını ve öğrencilerin tam sayıları anlamlandırma da en iyi yöntemlerden birinin sayı doğrusu olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin verilen sayıların sayı doğrusuna

yerleştirme de hata yapmalarının nedeni ise doğal sayılarda sayı doğrusunun her zaman sol taraftan başlanarak yazılmasından kaynaklı bir genelleme yapmaları, 0'ı hem negatif hem de pozitif tam sayıların başlangıç noktası olduğu bilgisi eksikliğinden dolayı kısıtlı algılayışın beraberinde hata yapmış olabilecekleri düşünülmektedir.

Öğrencilerin verilen bir tam sayıyı mutlak değer içinde yazabilmesi, mutlak değeri verilen bir sayıyı mutlak değer dışına çıkarabilmesi ve mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamını yazabilmesine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan soruda öğrencilerin tüm maddelerde verilen ifadenin hep ters işaretli olarak mutlak değer dışında veya içinde yazılacağını düşündükleri, + ise - olarak, - ise + olarak yazılacağı şeklinde bilgi eksikliklerinin olduğu ve öğrencilerin aşırı genelleme yaptığı görülmüştür. Tam sayı olarak yazılırken de yine ters işaretli olduğunu, 0'ı işaretli bir tam sayı olarak düşünmeleri kısıtlı bir algılayış olduğunu ve durumun yanlış tercüme edildiğini göstermiştir. Açıklamasını yazarken de mutlak değer sonucunu yanlış yazdıklarında buna bağlı olarak açıklamasını da yanlış yazdıkları belirlenmiştir. Mutlak değerle ilgili elde ettiğimiz sonucun benzerleri yapılan diğer araştırmalarda da rastlanılmaktadır ( Gökbaş, 2005; İşgüden, 2008; Ertuğrul, 2009; Avcu ve Yenilmez, 2009). Ertuğrul (2009) yaptığı çalışmasında öğrencilerin benzer şekilde mutlak değeri belirlerken hata yapmadıklarını ancak mutlak değeri işaret dönüştürücü olarak düşünerek hareket ettiklerini ifade etmiştir. Gökbaş (2005), İşgüden (2008) ve Avcu ve Yenilmez (2009) çalışmalarında öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıların mutlak değerlerini söyleyip yazma konusunda ve mutlak değer anlamını belirleme hususunda sıkıntılar yaşadıkları, buna bağlı olarak mutlak değer kullanıldığı tüm konularda da benzer sıkıntıların olduğunu tespit etmişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin mutlak değer içerisindeki bir ifadeyi dışarı çıkarken her zaman pozitif olduğu bilgisi eksikliğinden, mutlak değer bir işaret dönüştürücü değil 0'a olan uzaklığı belirttiğini ve uzaklığın hiçbir zaman negatif olmadığı her zaman pozitif olarak ifade edileceği bilgisine sahip olmamalarından kaynaklanıyor olabilir.

Öğrencilerin verilen tam sayıları küçükten büyüğe doğru sıralamalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin sadece pozitif ve negatif tam sayıları sıralarken hatalı cevaplarının az olduğu ancak negatif tam sayıların işaretlerini dikkate almadan sıralama yaptıkları belirlenmiştir. Eğer soruda mutlak değer varsa sayıları mutlak değer dışına yanlış çıkarttıkları, sayının işareti yoksa işaretli olanı

daha baskın düşündükleri, negatif tam sayıları sıralarken 0'dan uzaklığına dikkat etmeden pozitif tam sayıymış gibi düşündükleri, küçüktür diye düşünüp büyüktür işareti ve büyüktür diye düşünüp küçüktür işareti yaptıkları, kullanılacak işareti belirlemede hata yaptıkları ve bunun nedeni olarak yanlış tercümeyle dayalı bir yanılığın olduğu bulunmuştur. Yapılan çalışmalara bakıldığında elde edilen benzer sonuçların olduğu görülmüştür (Ball, 1990; Gökbaş, 2005; İşgüden, 2008; Ertuğrul, 2009; Avcu ve Durmaz, 2011; Atayev, 2015, Erdem ve ark., 2015). Ball (1990) ve Atayev (2015) yılında yaptığı çalışmada doğal sayıların özelliklerini tam sayılara da genellediğini buna bağlı olarak öğrencilerin  $1 < 5$  olduğu için  $-1 < -5$  şeklinde düşünerek hareket ettiklerini, sayıların sayı doğrusunda 0'dan uzak olmasının o sayıyı büyüttüğünü, mutlak değerce büyük olan sayının hep büyük olacağı düşüncesinin hakim olduğunu belirtmişlerdir. Avcu ve Durmaz (2011) yılında yaptıkları çalışmada da benzer sonuçlar elde etmiş olup öğrencilerin negatif ve pozitif tam sayıları ayırt edebiliyorken hangisinin daha küçük hangisinin daha büyük olduğunu belirleme de hata yaptıklarını belirtmiştir. Erdem ve ark (2015) yaptıkları çalışmalarında ise öğrencilerin tam sayıları sıralarken negatif ya da pozitif olma durumuna dikkat etmeden sıralama yaptıklarını, Ertuğrul (2009) öğrencilerin sıralamada ve özellikle mutlak değer içerisindeki ifadeleri sıralamada, benzer şekilde İşgüden (2008) ise negatif tam sayıları büyüklük küçüklük sıralamasında güçlükler yaşadıkları, sembol kullanarak sıralamada hata yaptıklarını belirlemiştir. Bu durumun nedeni öğrencilerin doğal sayılardaki bilgilerini tam sayılara genelleyerek hareket etmelerinden ve mutlak değerce büyük olan sayıyı her zaman büyük olacağı düşüncesinden kaynaklanmış olabilir.

Öğrencilerin verilen tam sayılar ile ilgili toplama işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin pozitif tam sayıları kendi aralarında toplarken hatalı cevap sayısının az olduğu görülmüştür. Bunun sebebi doğal sayılarda toplama işlemi ile tam sayılarda pozitif iki tam sayının toplamının benzer olması olabilir. Bu sonuç daha önce yapılan çalışmalarının (Altun, 2008; Ertuğrul, 2009) sonuçları ile benzer niteliktedir. Ertuğrul (2009) çalışmasında öğrencilerin iki pozitif tam sayının toplamında hata yapan öğrenci sayısının az olduğunu ifade etmiştir. Yine benzer şekilde Altun (2008) iki veya daha fazla pozitif tam sayının toplamının öğrenciler için zor olmadığını ve çok hata yapmadıklarını belirtmiştir. Ancak bunun dışında bazı öğrencilerin pozitif tam sayılarla toplama işlemi yaparken işaret olarak çarpma ve bölme işlemlerinde kullanılan bir ifadeyi yanlış bir şekilde genelleyerek işlem yaptıkları

gözlenmiştir. Bunların dışında öğrencilerin negatif tam sayıları kendi arasında ve zıt işaretli tam sayıları toplarken hatalı cevaplarının oldukça fazla ve çeşitli olduğu görülmüştür. Elde edilen bu sonuç daha önce yapılan çalışmaların (Yenilmez ve Bağdat, 2013; Avcu ve Durmaz, 2011; İşgüden, 2008; Melemezoğlu, 2005; Gökbaş, 2005; Hackbarth, 2000; Bruno ve Martinon, 1999; Bruno, Espinel ve Martinon, 1997; Hativa ve Cohen, 1995) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Avcu ve Durmaz (2011) yaptığı çalışmada zıt işaretli tam sayılarla toplama işlemlerinde öğrencilerin sayıları toplayıp işareti kafasına göre belirlediklerini ifade etmiştir. Bunların dışında öğrencileri sonucun işaretini belirlerken çarpma ve bölme işleminde uygulanan “eksi ile artı eksi olur” bilgisiyle hareket ettikleri, toplama işleminde sonucun işaretin sadece + olur düşüncesine sahip oldukları belirlenmiştir. Yenilmez ve Bağdat (2013) yapmış olduğu çalışmada ise öğrencilerin tam sayılarda toplama işlemi yaparken (-) ile (-) toplamı pozitifdir şeklinde düşünceyle hareket ederek hata yaptıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin sorularda sonucun işaretini belirlerken ilk sayının işareti geçerlidir bilgisine sahip oldukları belirlenmiştir. Bruno, Espinel ve Martinon (1997) yılında yaptığı çalışmasında öğrencilerin toplama işlemlerinde negatif tam sayıların işaretini dikkate almadıklarını ve sonucun + olarak bulunacağını belirtmiştir. Bu durumun nedeni olarak ise öğrencilerin daha önceden toplama ve çıkarma işlemleri için kullandıkları “+” ve “-” işaretlerinin bundan sonra aynı zamanda sayıların sembolleri olarak kullanılmaya başlamaları olabilir. Ayrıca öğrencilerde toplama işleminde bir sayının ters işaretlisi ile toplanırken sonucun “0” olacağı bilgisi eksiliği olduğu belirlenmiştir. Hativa ve Cohen (1995), Bruno ve Martinon (1999), Hackbarth (2000), Melemezoğlu (2005), Gökbaş (2005) ve İşgüden (2008) yaptıkları çalışmalarda öğrencilerin tam sayılarda toplama işlemi yaparken zorlandıklarını ve bunun sonucunda ise hata yaptıklarını, genellemelere göre hareket ettikleri belirtmişlerdir.

Öğrencilerin verilen tam sayılar ile ilgili çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin çıkarma işlemlerini yaparken oldukça hata yaptıkları belirlenmiştir. Literatürde benzer çalışmalara rastlamak mümkündür (Erdem ve ark., 2015; Kubar, 2012; Avcu ve Durmaz, 2011; Ertuğrul, 2009; Prather ve Alibali, 2008; İşgüden, 2008; Gökbaş, 2005; Melemezoğlu, 2005; Hayes ve Stacey, 2003; Hayes, 1996). Çalışmada öğrencilerin iki pozitif tam sayıyı birbirinden çıkartırken hata yaptıkları, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartırken hata sayısı azalsada mutlak değerce küçük sayıdan büyük sayıyı çıkartırken oldukça fazla hata

yaptıkları belirlenmiştir. “Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz.” düşüncesiyle doğal sayılardaki bu bilginin tam sayılarda değişebileceğini düşünmeden aşırı özelleme yapıp her zaman işarete dikkat etmeden büyükten küçüğü çıkarmaya çalışmışlardır. Avcu ve Durmaz (2011) ve Yenilmez ve Bağdat (2013) çalışmalarında benzer şekilde öğrencilerin mutlak değerce büyük sayıdan küçük sayıyı çıkardıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin bu sonuca ulaşımlarında çıkarma işleminde “Değişme Özelliği” olduğunu düşünmeleri ve “Aşırı Genelleme” yapmaları olabilir. Altıparmak ve Özdoğan (2010) çalışmasında öğrencilerin “6 – 9” işleminin sonucunu bulmada zorluk çektiklerini ve işlemi hemen “9 – 6” ya çevirerek yaptıklarını belirtmiştir. Avcu ve Durmaz (2011) çalışmasında öğrencilerin çıkarma yaparken de genellikle büyük sayıdan küçük sayı çıkarılarak ( $-15 - 3 = -12$ ) sonuca ulaştıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin genel olarak sayı değeri olarak büyük olan sayıdan sayı değeri daha küçük olan sayıyı çıkarma eğiliminde oldukları belirtilmiştir. Öğrencilerin toplama işleminde sonucun işaretini belirlerken yaptıkları “+ ile -’nin sonucu – olur ve - ile -’nin sonucu + olur.” düşüncesiyle hareket ettikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde Yenilmez ve Bağdat (2013) yılında yaptığı çalışmasında öğrencilerin iki eksi yan yana gelince + olur düşüncesiyle hareket ettiklerini belirtmiştir. Bu durumun nedeni öğrencilerin öğrendikleri bir bilgiyi her duruma genelleyerek hareket etmeleri, bilgiyi kavramak yerine ezberleyerek hareket etmeleri olabilir. Ayrıca öğrencilerde sayıların işaretlerini dikkate almadan işlem yaptıkları ve baskın olan işaretin geçerli olacağını düşünerek sonucu belirlemişlerdir. Literatürde, Hayes ve Stacey (2003), Kulberg (2007) ve Erdem ve ark. (2015) çalışmasında öğrencilerin çıkarma işlemi ile sayının işaretinin farkını anlayamayıp karıştırdıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin 0’dan bir tam sayıyı çıkartırken hata yaparak 0’ın çıkarma işleminde yutan eleman olarak düşünüp sonucu 0 buldukları ve 0’a işaret yazarak +0 ve -0 şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Benzer şekilde Avcu ve Durmaz (2011) yılında yaptığı çalışmasında öğrencilerin sonucu 0 bulduklarında ona işaret vererek hata yaptıklarını belirtmiştir. Bu duruma öğrencilerin 0’ı anlamlandırmakta hata yapmalarının nedeni, çarpma işlemine ait bir özelliği çıkarma işlemine genellemeleri ve 0’ın tam sayılar kümesinde hangi kısımda olması gerektiği bilgisinin eksikliği olmuş olabilir. Öğrencilerin çıkarma işlemlerinde bu kadar hata yapmalarının nedenleri ise toplama işlemi öğrendikten sonra çıkarma işlemi anlamakta güçlük çekerek ezbere gitmeleri, ilkokuldan beri öğretmenler tarafından söylenen “Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz.” gibi kalıplaşmış sözler, öğrencilerin işlemler ile sayıların



işaretlerini karıştırmaları, çıkarma işleminde hep sayıların azalacağı düşüncesi ve çıkarma işlemine ait olmayan özellikleri aşırı genellemeleri olabilir.

Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri öğrencilerin anlamakta zorlandıkları ve çok hata yaptıkları bir konu olup bu durumu engellemek için öğretim yöntemleri ve materyaller geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılmıştır (Chiu, 1994, Hayes, 1996; Bruno ve Martinon, 1999; Hackbarth, 2001; Mccorkle, 2001; Hayes ve Stacey, 2003; Kulberg, 2007; Kilhamn, 2008; Körükçü, 2008; Dereli, 2008; Atasoy,Baki, Gürbüz ve Ünal, 2009; Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Madsen, 2010; Aksoy; Bozkurt ve Polat, 2011; Şengül ve Körükçü, 2012; Akın ve Kutluca, 2013; Bahadır ve Özdemir, 2013; Dereli ve Şengül, 2013; Akın ve Kutluca, 2014). Tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinin daha anlaşılır ve kalıcı olması için önerilen bu materyaller ve yöntemler ile öğrencilerin hata yapma yüzdeleri azaltılabileceği düşünülmektedir.

Öğrenciler pozitif ve negatif tam sayılarla çarpma işlemi yaparken tıpkı toplama ve çıkarma işlemlerindeki gibi hatalar yapabilirler. Öğrencilerin verilen tam sayılar ile ilgili çarpma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin çarpma işlemlerini yaparken çok hata yapmadıkları ve yapılan hataların genel olarak işaret belirlemede olduğu belirlenmiştir.  $((+ 5) \cdot (+ 7) = - 35)$ . Elde edilen bu sonuçlar yapılan çalışmalarla da benzerlik göstermektedir (Erdem ve ark., 2015; İşgüden, 2008; Melemezoğlu, 2005; Gökbaş, 2005). Erdem ve ark., (2015) ve Gökbaş (2005) çalışmalarında öğrencilerin tam sayılarda çarpma işlemi yaparken toplama ve çıkarma işlemleri kadar olmasa da hatalı cevaplar verdiklerini ifade etmişlerdir. Çalışmada öğrencileri iki pozitif tam sayıyı birbirine çarparken işaret olarak - olarak bulmuştur. Bu durum öğrencilerin eksi ile eksi artı olursa, artı ile artı da eksi olur şeklinde düşüncülerinden kaynaklanıyor olabilir. Bu duruma benzer cevaplar negatif ile pozitif tam sayıları birlikte çarparken de öğrenciler tarafından ifade edilmiştir  $((- 4) \cdot 7 = +28)$ . Bu durumun nedeni iki negatif sayıyı toplarken sonuç negatif çıktığı bilgisini kavrayan öğrenciler bu durumu çarpma işlemine de genelleyerek sonucun negatif çıkmasını düşündüklerinden  $(- 6 \cdot (- 5) = -30)$  dolayı hata yapmış olabilirler. Öğrenciler tüm sayıların işaretini dikkate almadan sadece ilk sayı veya mutlak değerce büyük olan sayının işaretini düşünerek  $((+10) \cdot (- 3) = 30)$ , 10 hem ilk sayıdır hem de işareti + olduğu için sonuç + olmuştur.) tıpkı toplama ve çıkarma işlemlerindeki gibi baskın işarete  $(6 \cdot (+5) \cdot$

$(-2) = +60$  iki tane pozitif tam sayı olduğu için) odaklanmışlardır. Bu durumun nedeni olarak doğal sayılarda çarpma işlemlerinde sonuç her zaman çarpanlardan büyük olduğu için sayıların işaretlerine bakmadan pozitif olarak kabul edip genelleme yapmış olabilir. Avcu ve Durmaz (2011) ve Yenilmez ve Bağdat (2013) yılında yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin çarpma işlemi yaparken sayıların işaretini dikkate almadan çarpma yaptıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin yaptıkları bir diğer hata ise 0'ı çarpma işleminde etkisiz eleman olarak kabul etmeleridir ( $-15 \cdot 0 = -15$ , 0 ile çarpılan sayının değeri değişmemiştir.). Avcu ve Durmaz (2011) çalışmasında öğrencilerin çarpma işleminde 0'ı etkisiz eleman olarak düşündüklerini ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin 0'ın işareti olduğu bilgisiyyle hareket ederek 0 negatif tam sayıyla çarpılıyorsa “-0” ( $-15 \cdot 0 = -0$ ), pozitif tam sayıyla çarpılıyorsa “+0” ( $0 \cdot (+23) = +0$ ) olur şeklinde cevap verdikleri görülmüştür. İşgüden (2008) yılında yaptığı çalışmasında benzer bir şekilde öğrencilerin “0” sayısının tam sayılar kümesinin neresine dahil olduğunu belirlemede hata yaptıkları ve 0'a bir işaret belirleme ihtiyacı olduğunu belirlemiştir.

Öğrencilerin verilen tam sayılar ile ilgili bölme işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin bölme işlemlerini yaparken hatalı cevaplarının az olduğu ancak bazı öğrencilerin hatalı cevaplar verdikleri ve bu sonuçların benzer çalışmalarda da tespit edildiği belirlenmiştir (Erdem ve ark, 2015; Yenilmez ve Bağdat, 2013; Avcu ve Durmaz, 2011; İşgüden, 2008; Melemezoğlu, 2005; Gökbaş, 2005). Öğrencilerin yaptıkları hatalara bakıldığında çoğunun işaret hatası olduğu ( $+10 \div +5 = -2$ ), sayıları bölerken ise sorun yaşamadıkları görülmüştür. Öğrenciler negatif ve pozitif sayılarda bölme işlemi yaparken çarpma işlemindeki gibi sayıların önünde yazan işaretlerin yön olduğunu dikkate almadan rastgele işaretler yazmışlardır ( $-20 \div -4 = -5$ ). Avcu ve Durmaz (2011) ve Yenilmez ve Bağdat (2013) yılında yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin bölme işlemi yaparken sayıların işaretini dikkate almadan bölme yaptıklarını belirtmişlerdir. Sorularda öğrencilerin sayıların işaretini dikkate almadan ilk sayının ( $+60 \div -4 = +15$ ), büyük sayının ( $45 \div -15 = +3$ ) veya da dikkat çeken sayının işaretinin baskın olduğunu düşünerek işaret belirlemişlerdir. Ayrıca çarpma işleminde yaptıkları gibi “artı ile artı bir araya gelince eksi olur ( $+10 \div +5 = -2$ ), eksiler birbirini değiştirmez işaret yine eksi olur ( $-20 \div -4 = -5$ ) ve eksi ile artıdan kim büyükse onun işareti geçerli olur ( $6 \div -1 = +6$ )” gibi yanlış genellemeler ile işaret belirlemede hata

yaptıkları görülmüştür. Bu durumların nedeni öğrencilerin işaret belirlemeyi sorgulamak ve anlamlandırmak yerine kural gibi ezberlemelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin iki negatif sayıyı birbirine bölerken sonucu negatif bulmalarının nedeni doğal sayılarda bölme işleminde sonucun her zaman küçüleceği düşüncesiyle işareti negatif olarak belirlemeleri olabilir.

Öğrencilerin verilen tam sayıların tekrarlı çarpımının açılımını ve değerini yazabilmelerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin verilen üslü ifadelerin açılımını doğru değeri yanlış yaptıkları, açılımı yanlış değeri doğru yaptıkları ve hem açılımı yanlış hem de değerini yanlış buldukları bulunmuştur. Öğrencilerin cevaplarına bakıldığında pozitif tam sayıların açılımını yazarken ve değerini bulurken az sayıda da olsa öğrencilerin yanlış cevaplar vererek hata yaptıkları ( $2^3 = 2.3 = 6, 2^3 = 2.2.2 = 6$ ), negatif tam sayıların ( $(-3)^3 = -3.3 = -9, (-3)^3 = -3.3.3$ ), iki işaretli sayıların ( $-(-6)^2=6.6$ ) ve kuvvetin işareti etkilemediği ( $-10^3 = -10. -10. -10$  ve  $-5^2 = -5. -5$ ) tekrarlı çarpımların açılımlarında öğrencilerin daha çok hata yaptıkları benzer çalışmalarda da belirlenmiştir (Erdem ve ark, 2015; Melemezoğlu, 2005; Gökbaş, 2005). Sorularda öğrencilerden tabandaki sayıyı kendisiyle tekrarlı çarpımları beklenirken, öğrenciler tabandaki sayıyı üssüyle veya üssü taban kadar çarpılacak şeklinde düşünerek kısıtlı bir kavram anlayışı ve yanlış tercüme sonucu hata yapmışlardır ( $(-1)^6 = -1.6$ ). Öğrencilerden negatif tam sayıların kuvveti almaları istendiğinde ise öğrencilerin işareti dikkate almadan açılım yaptıkları ve dolayısıyla hata yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin kuvvetin sayıyı mı yoksa sayıyla birlikte işareti de etkileyip etkilemediğine dikkat etmeden ( $(- + 5)^3 = -5. -5. -5$ ) işlem yaptıkları görülmüştür. Bunlara ek olarak açılımlarını doğru yapsalar bile çarpma işlemlerinde yaptıkları işaret ve çarpma hatalarını ( $(-1)^6 = -1. -1. -1. -1. -1. -1 = -6$ ) buraya da aktararak hata yaptıkları görülmüştür. Benzer sonuçlar İşgüden (2008)'in yılında yaptığı çalışmada öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıların kuvvetlerini yazmada, tam sayılarda kuvvet almada ve özellikle negatif tam sayıların çift ve tek kuvvetlerini hesaplamada sorun yaşadıklarını belirtmiştir.

Öğrencilerin verilen tam sayılar ile ilgili işlem önceliğinin dikkat edilmesi gereken dört işlem problemlerinin çözümlerine ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hataları belirlemek için sorulan sorularda öğrencilerin sorulara cevap verirken oldukça çok fazla ve değişik

hata yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin bu sorularda önceki sorularda yaptıkları mutlak değer, toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemlerinde ve tam sayıların tekrarlı çarpım açılımlarında yaptıkları hataları bu sorularda da devam ettirmişlerdir. Bu hatalara ek olarak öğrencilerin işlem önceliğini dikkate almadan işlem yaptıkları ve hatalı sonuçlara ulaştıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin sorularda ilk işlemde başlayarak sırayla işlemleri yaptığı, mutlak değer ifadelerinde mutlak değeri dışına çıkarmadan veya mutlak değeri dışına yanlış çıkararak işleme devam ettikleri, üslü sayının değeri bulurken hata yaptıkları, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlar yapılan çalışmalarla (Yenilmez ve Bağdat, 2013; Avcu ve Durmaz, 2011; İşgüden, 2008) benzer niteliktedir. İşgüden (2008) yılında yaptığı çalışmada öğrencilerin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin bir arada bulunduğu ifadenin sonucunu bulup yazmada ve işlem önceliği konusunda çok fazla hata yaptıklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Avcu ve Durmaz (2011) ve Yenilmez ve Bağdat (2013) yılında yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin işlem önceliği sorularında rastgele işlem yaptıklarını ve işlem önceliğine dikkat etmeden sonuca vardıklarını bulmuştur. Bu sorularda öğrencilerin hata yapmalarının nedeni olarak ise tam sayılarda mutlak değer anlamını bilmemeleri, tam sayılarda toplama-çıkarma-çarpma ve bölme işlemlerini yaparken hata yapmaları, üslü ifadelerin değerini yanlış bulmaları ve bunlara ek olarak işlem önceliğini dikkate almadan rastgele işlem yaptıkları, işlemlere ilk işlemde başlayarak yapmaları olabilir.

## 5.2. Öneriler

Bu araştırmada ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili bilgi düzeylerinin neler olduğu ve yaptıkları hataların belirlenmesi kapsamında elde edilen bulgulara göre tam sayılar konusunda yaşanan güçlükleri en aza indirmek amacıyla yapılan öneriler şöyledir:

Öğrencilerin bazılarının verilen bir sözel ifadeyi pozitif veya negatif tam sayı olarak ifade etmekte hata yaptıkları, bu durumu açıklarken o tam sayıyı açıklayıcı yanlış ifadeler kullandığı tespit edilmiştir. Ayrıca bu durumun tam tersi olarak verilen bir tam sayıyı açıklayıcı bir sözel ifade yazarken de benzer hatalar yapmışlardır. Bu durum öğrencilerin tam sayıları anlamlandırma da zorlandıklarını göstermektedir. Bu durumun ortadan kaldırılması için öğrencilere günlük hayattan daha çok örnekler verilmeli ve aslında soyut

bir kavram da olsa tam sayıların aslında normal yaşantımızda her an karşımıza çıktığı sezdirilmelidir. Ayrıca öğretmenlerin doğru ifadeler kullanmalarının önemli bir etken olduğu unutulmamalı, öğretim sürecinde özellikle negatif sayıları ve 0'ı tanımlamada doğru ifadelerin kullanılmasına önem verilmelidir.

Öğrencilerin sayı doğrusunda sayı yerleştirirken çok fazla hata yapmadıkları görülse de bazı öğrencilerin başlangıç noktası olarak 0'ı kabul etmedikleri ve doğal sayılardaki gibi soldan başlayarak sayıların işaretlerine bakmadan sayı doğrusuna yerleştirdikleri görülmüştür. Bu durumun ortadan kaldırılması için tam sayıların negatif tam sayılar, pozitif tam sayılar ve "0" olmak üzere üç parçadan oluştuğu, 0'ın her iki sayı grubunun da başlangıç noktası olduğu ancak her ikisine dahil olmadığı ifade edilmelidir. Ayrıca negatif tam sayıların 0'ın solunda, pozitif tam sayıların tıpkı doğal sayılar gibi 0'ın sağında yer aldığı açıklanmalıdır. Pozitif tam sayıların aslında daha önceden öğrendikleri doğal sayılar olduğu öğrencilere ifade edilmelidir.

Öğrencilerin mutlak değeri bir işaret değiştirici olarak düşündükleri negatif sayıları pozitif, pozitif tam sayıları ise negatif yaptığı şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Sahip olunan bu yanlış bilgiyi ve yapılan hataları düzeltmek için mutlak değer ifadesini aslında 0'a olan uzaklık olduğu ve uzaklıkların, mesafenin veya uzunluğun her zaman pozitif yani + olarak ifade edilebileceği çeşitli materyaller ile öğretmenler tarafından öğrencilere anlatılmalıdır. Ezberden uzak öğrenciler tarafından keşfedilmesi sağlanırsa daha kalıcı bir bilgi olacaktır. Öğrencilerin zihinlerinde kalabilecek değişik örnekler ile konunun kalıcılığı artırılabilir.

Öğrencilerin sıralama yaparken sayıların işaretlerine dikkat etmeden rastgele ve önceden öğrendikleri doğal sayılardaki gibi sıralama yaptıkları, mutlak değer içerisindeki ifadeleri mutlak değer dışına çıkarmadan veya yanlış çıkartarak işleme dahi ettikleri görülmüştür. Ayrıca < (küçüktür) ve > (büyüktür) işaret bilgisinin eksik olması hatalı sıralamalara neden olmuştur. Hatalı cevapları ve ardından oluşacak kavram yanlışlarını önlemek için tam sayılarda negatif tam sayıların pozitif tam sayılara göre daha küçük olduğu, 0'ın her ikisinin de ortasında yer aldığı ve mutlak değer içerisindeki bir ifadenin mutlak değer dışına + olarak çıktıktan sonra sıralamaya dahil edildiği bilgisi öğrencilere aktarılmalıdır. Negatif tam sayılarda sıralamanın pozitif tam sayılara göre farklı olduğu öğrencilere sayı doğrusu veya diğer görsellerle ifade edilmelidir. Ayrıca < ve > işaretlerinin anlamları öğrencilere öğretilmelidir. Öğrencilerdeki bu yanlışları gidermek için ilköğretimin ilk

basamaklarında öğrencilere bu işaretler tam olarak kavratılabilir. Çünkü bu işaretleri karıştıran bir öğrenci diğer sayıları sıralarken de benzer hataları yapacaktır. Bu hataların ortadan kaldırılması için öğretmenlerin konuyla ilgili günlük hayatta örnekler vererek büyüklük küçüklük kavramını öğrencilere kavratılabilir. Örnek seçimlerinde düşünceye dayalı ve yorum gerektiren güncel örneklerle öncelik verilerek konu hem ilgi çekici hale getirilebilir hem de kalıcılığı sağlayabilir.

Öğrencilerin tam sayılarda işlem yapmada çok fazla hata yaptıkları görülmüştür. Araştırmadaki çoğu öğrenci doğal sayılarda yaptığı işlemleri tam sayılardaki işlemlere de uygulamıştır. Toplama ve çıkarma işlemlerinde sayının işareti ile işlemin işareti birbirine çok karıştırılarak rastgele işlemler yapılmıştır. Bu durumun ortadan kaldırılması gerekmektedir. Çünkü tam sayılarda oluşan bu yanlış bilgi daha sonraki öğrenmelerinde de devam edecektir. Bu yüzden işlem işareti ile sayıların işaretinin ayırımına iyice varılmalıdır. Gerekirse sayının işareti ile işlemi birbirinden ayırıcı farklı renkler kullanılabilir. Parantez ile sayıyı işlemden ayırma üzerine durulabilir. Yapılan bir diğer hata ise öğrencilere öğretilen bilgilerin ezbere dayalı olmasıdır. Öğrencilere öğretilen “Dostumun dostu dostumdur.” , “Dostumun düşmanı düşmanımdır.” gibi ezbere dayalı ifadeler öğrencilerde karışıklığa neden olmaktadır. Çünkü burada öğrenci dost kim, düşman kim bilemeyebilir. Ya da öğretmenlerin en çok kullandığı “- ile - bir araya gelince + olur.”, “- ile + ise - olur.” şeklinde kullandıkları ifadeleri öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinde çok farklı şekilde uygulayarak hatalı sonuçlara ulaşmışlardır. Bu gibi genellemeler yerine bu işlemlerin temelini öğretmek öğrencilerin zihinlerinde daha kalıcı bilgilerin oluşmasını sağlayacaktır. O yüzden ezbere dayalı bu şekilde genellemelerden kaçınılması gerekmektedir. Ayrıca toplama işlemine ait “Değişme özelliğini” çıkarma işlemine de uygulayarak hatalı sonuçlara ulaşmışlardır. Bu durumun nedeni doğal sayılarda çıkarma işleminde öğrendikleri ve öğretmenler tarafından sık tekrar edilen “Küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz.” genellemesi neden olduğu düşünülmektedir. Bu yüzden tam sayıların doğal sayılardan farklı olduğu özellikle negatif tam sayıların artık yeni bir sayı olarak karşılıklarına çıktığı öğrencilere vurgulanmalıdır. Değişik materyaller, sayı doğrusu ve sayma pulları ile öğrencilerin zihinlerinde kalıcılığı arttırılmalıdır. Öğretmenler ezbere dayalı genellemelerden kaçınmalı ve yapılandırmacı yöntemleri tercih edilmelidir. Burada öğrencilere kurallar yardımıyla öğretim yerine kavram, işlem, uygulama basamakları

sırasıyla izlenmeli, özellikle tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemleri üzerinde durularak öğrencilerin bilgi seviyeleri arttırılmalıdır.

Öğrencilerin çarpma ve bölme işlemlerinde çok fazla hata yapmadıkları ancak işaret belirlemede hata yaptıkları görülmüştür. Bu durumun ortadan kaldırılması için işaret bilgisi öğrencilere iyice kavratılmalıdır. Ayrıca öğrencilerin çarpma işleminde “0” ı etkisiz eleman gibi veya 0’ın işareti var şeklinde hareket ettikleri görülmüştür. O yüzden öğrencilere toplama işleminde 0 etkisiz eleman iken çarpma işleminde yutan eleman olduğu bilgisi kavratılmalıdır. Ayrıca “0” sayısının ne negatif ne de pozitif bir tam sayı olmadığı ancak tam sayı olduğu ve herhangi bir işaretinin olmadığı vurgulanmalıdır.

Öğrencilere tam sayıların kuvvetlerinin açılımını yazmada ve değerini bulmada hata yaptıkları ve bilgi eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Bunun için öğrencilere kuvvetin sadece sayının mı yoksa sayıyla birlikte işaretin üzerinde mi olduğu sorgulatılmalı ve buna göre açılımların yapılacağı belirtilmelidir. Ayrıca üslü ifade de tabandaki sayı kendisiyle kuvvet kadar çarpılacak bilgisi yerine taban ile kuvveti çarparak işlem yapılması yine öğrencileri hataya sevk etmektedir. Üslü ifadelerde durumun farklı olduğu, burada olay sadece kuvvet ile tabanı çarpmak olsaydı sayının üstüne herhangi bir sayı yazmanın hiçbir anlamının olmayacağı normal çarpma şeklinde ifade edilebileceği ilişkilendirilmesi yapılabilir. Öğrencilere parantezin öneminden bahsedilmeli ve tabandaki sayının işaretlerine dikkat edilmesi gerektiği belirtilmelidir. Öğrenciler burada açılımı doğru yapsa bile çarpma işlemi bilgisi eksikliği ve yaptıkları hatalar üslü ifadelerin değerini bulurken de devam edecektir. O yüzden matematiğin sarmal yapıda olduğu düşüncesi, her konunun bir sonraki konu için temel teşkil ettiği öğrencilere de açıklanmalıdır. Bunun için öğrencilerde görülen eksiklikler ve yanlış algılamalar zamana bırakılmadan anında giderilmelidir.

Öğrencilerin toplama, çıkarma, çarpma, bölme, mutlak değer, üslü alma ve parantezli işlemlerde işlem önceliğine dikkat etmeden rastgele işlem yaparak hatalı sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Bu yüzden öğrencilere birden fazla işlem içeren işlemlerde işlem önceliği olduğu, işlemlerin rastgele değil belli bir sırayla yapılması gerektiği belirtilmelidir. İşlem önceliğinin önemi üzerinde durulmalı ve öğretmenlerin işlem önceliğine dikkat etmeden ve dikkat ederek soruları çözdüklerinde buldukları sonuçlar arasında nasıl bir fark olduğunu öğrencilere göstererek doğru sonuca nasıl ulaşmaları gerektiği anlatılmalıdır.

Öğretmenler öğrencilerde görülen bilgi eksikliği, yanlış algılamalar ve yaptıkları hataları zamanında fark ederek hemen engelleyebilir. Ayrıca öğrencilerinin yaptıkları hataları, bu hataların neden kaynaklandığını tespit etmek ve önüne geçebilmek amacıyla diğer konular içinde engel teşhis etmemesi adına teşhis testleri kullanabilir ve eğitim öğretim dönemi boyunca ara değerlendirmeler yapılarak hem zorlandıkları konuları hem de yaptıkları hataları gözden geçirme imkanı bulabilirler. Tam sayılar konusun ilerleyen zamanda öğrenecekleri diğer sayı kümelerinin de içerisinde yer alacağı ve bundan sonra yönlü sayıların her zaman karşısına çıkacağı öğrencilere hatırlatılarak tam sayılar konusunun tam anlamıyla öğrenilmesi gerektiği düşüncesi öğrencilere aktarılmalıdır.

Öğrenciler sınav endeksli derslere gelmemeli, sadece sınav odaklı sorular üzerinde durulmamalı, konuların tam bir şekilde anlaşıldığı tespit edilmelidir. Ayrıca tanımlara ve kavramlara önem verilmeli, gerekli kural ve genellemelere öğrencilerin kendilerinin varmaları sağlanmalıdır. Matematiksel kavramlar göz ardı edilerek yalnızca formülleri, kuralları ezberletmek işinden vazgeçilmeli ve yapılandırmacı öğretime göre hareket edilmelidir.

Bu çalışmada öğrencilerin yaptıkları hataları belirlemek için 72 tane 8. sınıf öğrencisinden yapılamayan sorulara göre yaklaşık her soruda yaklaşık olarak 10 öğrenci ile mülakat yapılmıştır. Bu çalışmada en büyük eksiklik az öğrenciyle çalışılmış olması olabilir. Dolayısıyla bundan sonra yapılacak benzer araştırmalarda daha çok öğrenci ile çalışıp mülakat yapılan öğrenci sayısını da fazla olması önerilir.

Bu araştırma 8. sınıf öğrenciler ile gerçekleştirilmiş olup bu alanda çalışma yapacak olan araştırmacılar, farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerle benzer araştırmalar yaparak tam sayılara ilişkin öğrencilerin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar incelenebilir.





## 6. KAYNAKÇA

- Akbaş, Y. (2002). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin coğrafi kavramları anlama düzeyleri ve kavram yanlışları*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Trabzon.
- Akın, M.F., ve Kutluca, T. (2014). Dört kefli cebir terazisi somut materyali yardımı ile tamsayılar konusunun öğretimi. *İlköğretim Online*, 13(1), 17-26.
- Akkaya, R. (2006) *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Alkan, R. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi rasyonel sayılar konusu ile ilgili hata ve kavram yanlışlarının analizi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi, Ankara.
- Altıparmak, K., ve Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47.
- Altun, H. (2004). *Kesirler ve rasyonel sayıların öğretilmesinde karşılaşılan güçlüklerin giderilme yöntemleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Altun, M. (2005). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Aktüel Yayıncılık: Bursa.
- Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi 6-7-8. Sınıflar* (6.baskı). Ankara: Alfa Yayınları.
- Ardahan, H., ve Ersoy, Y.(1997). Deficiencies In Solving Problems With Directed Numbers In Secondary Schools, European Research Conference on Mathematics Education, 31 Aug-4 Sep, Czech Republic, Pdebrady.
- Ardahan, H., ve Ersoy, Y.(1998). Yönlü sayılarla ilgili sözel problemlerde olası yanlışlar ve öğretmenlerin tanıları. 3. *Ulusal Fen Bilimleri Sempozyumu Bildirileri*, KTÜ, Trabzon.
- Atasoy, Ş., ve Akdeniz, A. R. (2007). Kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik bir testin geliştirilmesi. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, 4(1), 45-55.
- Atayev, G. S. (2015). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları kavrama ve sıralama kavramlarındaki başarı düzeyleri, yaptıkları hatalar ve bu hataların nedenleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

- Atılgan, H. (2006) *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme*. Anı Yayıncılık: Ankara.
- Avcu, T., ve Yenilmez, K. (2009). İlköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusunda karşılaştıkları zorluklar. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 80-88.
- Avcu, T., ve Durmaz, B. (2011). Tam sayılarla ilgili işlemlerde ilköğretim düzeyinde yapılan hatalar ve karşılaşılan zorluklar. *2nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications*. 27-29 April,2011. Antalya–Turkey.
- Bahadır, E., ve Özdemir, A. Ş. (2013). Tam sayılar konusunun canlandırma tekniği ile öğretiminin öğrenci başarısına ve hatırlama düzeyine etkisi. *International Journal Social Science Research*, 2(2), 114-136.
- Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu*, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Baki, A., Gürbüz, R., Ünal, S., ve Atasoy, E. (2009). Çoklu zekâ kuramına dayalı etkinliklerin kavramsal öğrenmeye etkisi: tam sayılarda dört işlem örneği. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2),237-259.
- Baki, A., ve Güç, A. F. (2014). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanlışları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(2), 176-206.
- Baki, A. (2015). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baştürk, S. (2009). Mutlak değer kavramı örneğinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yaklaşımları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 3(1),174–194.
- Başbüyük, K., Erdem, E., Gökkurt, B., Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-118.
- Başbüyük, A., Doğar, Ç., Gürses, A., ve Yazıcı, H. (2004). Yüksek öğrenim öğrencilerinin hava ve iklim olaylarını anlama seviyeleri ve kavram yanlışları, *Milli Eğitim Dergisi*, 162.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 6.-8. Sınıflar İçin*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Baysal, F. K. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8. Sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Beydoğan, H. Ö. (1998). *Çocuklarda kavram öğrenme ve kavram öğretme*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Erzurum.

- Bilgin, U. E. (2010). *11.ve 12. sınıf öğrencilerinin“kimyasal tepkimelerde hız” ünitesindeki kavram yanlışlarının belirlenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Bozkurt, A., ve Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(2),787-799.
- Brooks, J. G. ve Brooks, M. G. (1993). *In search for understanding the case for constructivist classroom*. Alexandria, Virginia: ASCD.
- Bruno, A., Espinel, M. C.,ve Martinon, A. (1997). Prospective teachers solve additive problems with negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 19(4), 36-55.
- Bruno, A., ve Martinon, A. (1999). The teaching of numerical extensions: The case of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 30(6), 789-809.
- Büyüköztürk, Ş. (2004). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç, E., Akgün, Ö.,Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2014). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Cansüngü, K. Ö., ve Bal, Ş. (2002). Fen öğretiminde kavram yanlışları ve kavramsal değişim stratejisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 10(1), 83-90.
- Carson, C. L., ve Day, J. (1995). *Annual report on promising practices: how the algebra project eliminates the “game of signs” with negative numbers*. Report-Research. (ERIC Document Reproduction Service No.ED394828)
- Chiu, M. M. (1994). *Metaphorical reasoning in mathematics: experts and novices solving negative number problems*. Report Research. (ERIC Document Reproduction Service No. ED374988)
- Christou, K. P., ve Vosniadou, S. (2012). What kinds of numbers do students assign to literal symbols? Aspects of the transition from arithmetic to algebra. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 1-27.
- Crowley, M. L., ve Dunn, K. A. (1985). On multiplying negative numbers. *Mathematics Teacher*, 78(4), 252–256.
- Çelik, İ. (2016). *Ülke özelliklerinin TIMSS 2011 sekizinci sınıf matematik başarısına çok düzeyli etkileri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.

- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Davidson, P. M. (1992). Precursors of non positive integer concepts: *Paper presented at the Biennial Meeting of the Society for Research in Child Development, Baltimore, MD*. Report-Research. (ERIC Document Reproduction Service No. ED356146).
- Dede, Y. (2003). *Öğre gösterim teorisi ve arcs modeli'ne dayalı yaklaşımın öğrencilerin değişken kavramını öğrenme düzeylerine ve motivasyonlarına etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Demetgül, Z. (2001). *Trigonometri konusundaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Dereli, M. (2008). *Tam sayılar konusunun karikatürlerle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına ve tutumuna etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dereli, M., ve Şengül, S. (2013). Tam sayılar konusunun karikatürle öğretiminin 7. Sınıf öğrencilerinin matematik tutumuna etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(4), 2509-2534.
- Drews, D. (2005). Children's mathematical errors and misconceptions; perspectives on the teacher's role, Children's Errors in Mathematics, Alice Hansen, *Learning Matters*, 14.
- Doğan, A., Sulak, H., ve Cihangir, A., (2003). Öğretmen adaylarının fonksiyonlarda limit kavramı ile ilgili yanlışları. *Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, Konya.
- Doğan, M., ve Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 217-237.
- Doyuran, G. (2014). *Ortaokul öğrencilerinin temel geometri konularında sahip oldukları kavram yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Driver, R., ve Erickson, G. (1983). Theories in action: some theoretical and empirical issues in the study of students' conceptual frameworks in science. *Studies in Science Education*, 10, 37-60.
- Edwards, B. S., ve Ward, M. B. (2004). Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. *The American Mathematical Monthly*, 111(5), 411-424.

- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., ve Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 45-59.
- Ercan, B. (2010). *İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramı ile ilgili bilgilerinin değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğretiminde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 97-118.
- Erbaş, A. K., ve Ersoy, Y. (2003). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencisinin başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online Dergisi*, 18-39.
- Ertuğrul, G. (2009). *Yeni ilköğretim matematik dersi 6. Sınıf öğretim programında yer alan tam sayılarla ilgili etkinliklerin öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Fidan, N. (1996). *Okulda Öğrenme ve Öğretme*. Alkım Kitabevi: Ankara.
- Fisher, K.(1985). A misconception in biology: amino acids and translation. *Journal of Biology Education*, 22, 53-62.
- Gelici, Ö. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki, kavram yanlışları ve ortak hataları. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. 27-30 Haziran, 2012. Niğde.
- Gökbaş, H. (2005). *Tam sayılar konusunun öğretimindeki hata ve yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Gökdal, N. ( 2004). *İlköğretim 8. sınıf ve ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin alan ve hacim konularındaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Graeber, A., ve Johnson, M. (Eds.) (1991). Insights into secondary school students understanding of mathematics. College Park, University of Maryland, MD.
- Güneş, G. (2007). 7, 8, ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*. 173, 361-375.
- Hackbarth, M. (2000). *A comparison of the effectiveness in teaching the addition and subtraction of integers using manipulatives versus rules to seventh grade students*. Yüksek lisans tezi, The Faculty of California State University of Dominguez Hills.

- Hativa, N., Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 28(2), 401–431.
- Hayes, B., ve Stacey, K. (2003). *Teaching negative number using integer tiles*. Unpublished Doctoral Thesis, University of Melbourne, USA.
- Hayes, B. (1996). *Teaching for understanding of negative number concepts and operations*. Technology in mathematics education: proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), at the University of Melbourne.
- İşıksal-Bostan, M. (2009). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanlışları ve bu yanlışların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- İnce, S. (2008). *İlköğretim 5. sınıfta rasyonel sayılar konusundaki yanlışlar ve bu yanlışların ortadan kaldırılması için öneriler*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Ege Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- İşgüden, E. (2008). *7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Kaplan, S. (1998). *Bilimsel Araştırma ve İstatistik Teknikleri*. Ankara: Tekışık Web.Ofset Tesisleri.
- Karataş, F. Ö., Köse, S., ve Coştu, B. (2003). Öğrenci yanlışlarını ve anlama düzeylerini belirlemede kullanılan iki aşamalı testler. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(13), 54 – 69.
- Kaya, R. (2015). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin sayıların ondalık gösterimi konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.
- Kilhamn, C. (2008). *Making sense of negative numbers through metaphorical reasoning*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Göteborgs University.
- Klausmeier, H. J. (1992). Concept learning and concept teaching. *Educational Psychologist*, 27(3), 267-286.
- Koroğlu, H., ve Yeşildere, S. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersi tam sayılar ünitesinde çoklu zeka teorisi tabanlı öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 25-41.
- Körükçü, E. (2008). *Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Kubar, A. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının tam sayı tanımı hakkındaki ve ilköğretim öğrencilerinin tam sayı tarifleri hakkındaki olası kavram yanlışlığı ve hatalarına ilişkin bilgisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kullberg, A. (2007). Students opening up dimensions of variation for learning negative numbers. Göteborg University. <http://www.ied.edu.hk/wals/conference07/post1.htm> web sitesinden 15 Nisan 2017 tarihinde edinilmiştir.
- Kutluca, T. ve Akın, F. A. (2013). Somut materyallerle matematik öğretimi: dört kefeli cebir terazisi kullanımı üzerine nitel bir çalışma. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(1),48-65.
- Madsen, M. S. (2010). *Coming to an understanding of the signed numbers: how second and third grade students make sense of the integers*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Arizona State University.
- Marin, N., Benarroch, A., ve Jiménez, E.G. (2000). What is the relationship between social constructivism and piagetian constructivism? An analysis of the characteristics of the ideas within both theories. *International Journal Of Science Education*, 22(3) , 225-238.
- Mccorkle, K. (2001). *Relational and instrumental learning when teaching the addition and subtraction of positive and negative integers*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Faculty of California State University Dominguez Hills, USA.
- MEB Talim Terbiye Kurulu (2006). *İlköğretim 1-5. sınıf programları tanıtım kitapçığı*. Ankara: MEB Yayınları.
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.
- MEB. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5-6-7-8. sınıflar) öğretim programı*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.
- MEB. (2018). *İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar matematik öğretim programı*. TTKB. Ankara: MEB Yayınları.
- Melemezoğlu, C. (2005) *Yönlü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptığı hatalar ve yanlışlıkları üzerine bir araştırma*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Moss, J., ve Case, R. (2001). Developing children's understanding of the rational numbers: a new modal and experimental curriculum. University of Toronto, Canada.
- Murray, J. C. (1985). *Children's informal conceptions of integer arithmetic*. Proceedings of the 9th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 147-153. Noordwijkerhout, Netherlands.



- NCTM (2000). *Principals and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: national council of teachers of mathematics pub.
- Noss, R., ve Baki, A. (1996). Liberating school mathematics from procedural view. *Journal of Education Hacettepe University*, 179-182.
- OECD. (2002). *PISA 2000 Technical Report*. Paris: OECD Publishing.
- Ölçüoğlu, R. (2015). *TIMMS 2011 Türkiye sekizinci sınıf matematik başarısını etkileyen değişkenlerin bölgelere göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Ankara.
- Özdeş, H. (2013). *9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Özkan, M. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanlışlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Özmantar, M. F., ve Bingölbali, E. (2009). Matematiksel kavram yanlışları: Sebepleri ve çözüm arayışları. Ed:M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara:PegemA Yayıncılık.
- Peled, I., ve Carraher, D. W. (2006). Signed numbers and algebraic thinking. *Kaput Chapter*, (12), 303- 327.
- Pesen, C. (2008). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Göre Matematik Eğitimi*. Ankara: PegemA Yayınları.
- Prather, R. W., ve Alibali, M. W.(2008). Understanding and using principles of arithmetic: operations involving negative numbers. *Cognitive Science*, 32(2), 445-457.
- Saka, M. (2008) .Matematik nedir, ne değildir?.<http://mat.dunyasi.tripod.com/mat.htm>.web sitesinden 10.09.2016 tarihinde edinilmiştir.
- Senemoğlu, N. (2007). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim Kuramdan Uygulamaya*. Ankara: Gönül Yayıncılık.
- Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: working towards successful, SATS*. London: David Fulton Publishers.
- Struik, D. J. (2002). *Kısa Matematik Tarihi*. (Çeviri:Yıldız Silier). İstanbul: Doruk Yayınları
- Şahal, M. (2016). *Problem kurma yaklaşımı ile işlenen tam sayılar konusunun öğrencilerin akademik başarısına ve matematik tutumlarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Şahin, B. (1998). İlkokul 2. Sınıf matematik dersinde toplama ve çıkarma işlem tekniğinin kazanmasında sayıların çözümlenmiş şeklerinden yararlanmanın erişkiye etkisi. *Hacettepe Üniversitesi eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 124-132.
- Tavşancıl, E., ve Aslan, E. (2001). *İçerik Analizi Ve Uygulama Örnekleri*. İstanbul: Epsilon Yayıncılık.
- TDK. (2017). *Türkçe Sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- TIMSS (2016). *International mathematics report 2015*. IEA, 2016, Boston.
- Turanlı, N., Keçeli, V. ve Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9(2),. 135-149.
- Ülgen, G. (2004). *Kavram Geliştirme*. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Ünal, A. Z., ve İpek, A. S. (2009). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 60-70.
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in ‘negativity’. *Learning and Instruction*, 14, 469–484.
- Yağbasan, R., ve Gülçiçek, Ç. (2003). Fen öğretiminde kavram yanlışlarının karakteristiklerinin tanımlanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 110 – 128.
- Yazıcı, H., ve Samancı, O. (2003). İlköğretim öğrencilerinin sosyal bilgiler ders konuları ile ilgili bazı kavramları anlama düzeyleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 158, Ankara.
- Yenilmez, K., ve Yılmaz, Z. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak ili örneği). *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 8(1), 269-290.
- Yenilmez, K., ve Bağdat, O. (2013). *Yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusundaki öğrenme güçlükleri*. Abstracts of International EJER Congress: 1 st Eurasian Educational Research Congress, 24 – 26 April 2014, İstanbul, Turkey.
- Yetim, S., ve Alkan, R. (2010). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve bu sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanlışları. *Fen bilimleri dergisi*, 11, 87-109.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2004). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, Z. (2007). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanlışları (Uşak İli Örneği)*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yücesan, R. (2013). *Öğrenci merkezli eğitimde üslü ve köklü sayılardaki kavram yanlışları, öğrenme güçlükleri ve çözüm önerileri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü, Van.

Zengin, Ş. (2014). *Tam sayıların tarihçesi ve tam sayılar konusunun öğretimine ilişkin öğretmen görüşleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.



## 7. EKLER

### EK-1: “Tam Sayılar ile İlgili Öğrencilerin Bilgi Düzeylerini Belirlemeye ve Yaptıkları Hataları Tespit Etmeye Yönelik Başarı ve Teşhis Testi”

#### TAM SAYILAR BAŞARI ve TEŞHİS TESTİ

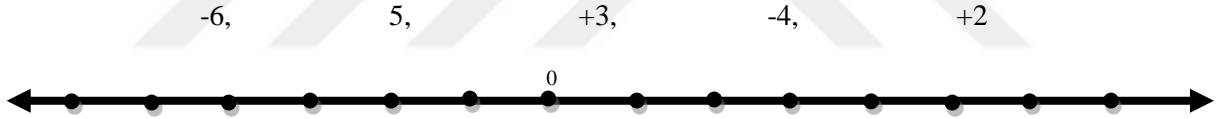
**SORU 1) Aşağıdaki sözel ifadelerin tam sayı (pozitif veya negatif sayı ) olarak karşılıklarını yazınız.**

Durumlar	Tam sayı karşılığı	Nasıl yaptığınızı açıklayınız
a. Ahmet 'ten 750 ₺ alacağım var.	.....	.....
b. Otopark alışveriş merkezinin 3 kat altındadır.	.....	.....
c. Bu ay kredi kartına olan borcum 1500 ₺ 'dir.	.....	.....
d. 10 adım ileri gitmek.	.....	.....
e. Afyonkarahisar 'da sıcaklık ortalaması sıfırın altında 5 ° 'dir.	.....	.....

**SORU 2) Aşağıda verilmiş olan tam sayılara uygun sözel ifadeler yazınız.**

- a) -45 .....  
b) 16 .....  
c) +4 .....  
d) -1 .....  
e) 0 .....

**SORU 3) Aşağıda verilen tam sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.**



**SORU 4) Aşağıdaki tabloda verilen boş yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.**

	Tam sayılar	Tam sayıların mutlak değerinin sembolik gösterimi	Tam sayıların mutlak değeri	Mutlak değere karşılık gelen tam sayının anlamı
Örnek	- 4	$ -4 $	+ 4	Sayı doğrusundaki solundaki 4 sayısının başlangıç noktasına (0 'a) uzaklığıdır.
a)	.....	.....	.....	Başlangıç noktasının 10 br sağındaki sayıdır.
b)	.....	$ 0 $	.....	.....
c)	+15	.....	.....	.....
d)	- 450	.....	.....	.....
e)	.....	$ +700 $	.....	.....

**SORU 5) Aşağıdaki tam sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.**

	Tam sayılar					Sıralama
a)	-7,	-12,	-1,	-19,	-4	..... .....
b)	5,	+13,	6,	+3,	+11	..... .....
c)	-1,	5,	+3,	-10,	-4	..... .....
d)	0,	$ -3 $ ,	+4,	$ +1 $	-8	..... .....

**SORU 6) Aşağıdaki tabloda bulunan tam sayılar ile ilgili verilen toplama işlemleri yapınız.**

	İŞLEMLER	SONUÇ
a)	$(+7) + 5 + (+2) =$	.....
b)	$(-15) + (-6) =$	.....
c)	$-7 + (-11) =$	.....
d)	$(-5) + 7 =$	.....
e)	$(+8) + (-2) =$	.....
f)	$(-11) + 6 =$	.....
g)	$(+10) + (-15) =$	.....
h)	$(-15) + 15 =$	.....

**SORU 7) Aşağıdaki tabloda bulunan tam sayılar ile ilgili verilen çıkarma işlemlerini yapınız.**

	İŞLEMLER	SONUÇ
a)	$(+8) - 4 =$	.....
b)	$4 - (+12) =$	.....
c)	$(-5) - (-15) =$	.....
d)	$-17 - (-5) =$	.....
e)	$10 - (-6) =$	.....
f)	$-9 - 10 =$	.....
g)	$-3 - 3 =$	.....
h)	$0 - 10 =$	.....
D)	$0 - (-10) =$	.....

**SORU 8) Aşağıdaki tabloda bulunan tam sayılar ile ilgili verilen çarpma işlemlerini yapınız.**

İŞLEMLER	SONUÇ
a) $(+5) \cdot (+7) =$	.....
b) $-6 \cdot (-5) =$	.....
c) $(-4) \cdot 7 =$	.....
d) $(+10) \cdot (-3) =$	.....
e) $(-3) \cdot 5 \cdot (-7) =$	.....
f) $6 \cdot (+5) \cdot (-2) =$	.....
g) $-6 \cdot (-1) \cdot (-2) =$	.....
h) $-15 \cdot 0 =$	.....
D) $0 \cdot (+23) =$	.....

**SORU 9) Aşağıdaki tabloda bulunan tam sayılarla bölme işlemlerini yapınız.**

İŞLEMLER	SONUÇ
a) $(+10) \div (+5) =$	.....
b) $(-20) \div (-4) =$	.....
c) $45 \div (-15) =$	.....
d) $(+60) \div (-4) =$	.....
e) $(-36) \div 9 =$	.....
f) $(-40) \div (+4) =$	.....
g) $6 \div (-1) =$	.....
h) $(-13) \div (-1) =$	.....

**SORU 10) Aşağıdaki tabloda verilen tam sayıların tekrarlı çarpımlarının açılımını ve değerlerini yazınız.**

ÜSLÜ SAYI	AÇILIMI	DEĞERİ
a) $2^3 =$	.....	.....
b) $(+4^4) =$	.....	.....
c) $(-3)^3 =$	.....	.....
d) $(-1)^6 =$	.....	.....
e) $-5^2 =$	.....	.....
f) $(-10^3) =$	.....	.....
g) $-(-6)^2 =$	.....	.....
h) $-(+5)^3 =$	.....	.....

**SORU 11) Aşağıdaki tabloda bulunan işlemleri yapınız.**

İŞLEMLER	SONUÇ
a) $15 - 15 \cdot (4 - 6) =$	.....
b) $35 - (-17 - 18) =$	.....
c) $(-7) \div (-1) + 5 \cdot (-3) =$	.....
d) $3 - (2 + 1) - 5 \cdot (-2)^2 =$	.....
e) $ -7  -  -3  + (-2^3) =$	.....
f) $10 \cdot (-2) +  -9  \div (-3) -  -1 ^4 =$	.....

## EK-2: Araştırma İzin Belgesi

Evrak Tarih ve Sayısı: 25/04/2017-E.14229  
Evrak Tarih ve Sayısı: 21704/2017-8447



T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407 -605.01-E.5361366  
Konu : Araştırma İzni  
( Selma DEMİRÖREN )

19.04.2017

UŞAK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
( Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü )

İlgi : Valilik Makamı' nın 18/04/2017 tarih ve 605.01-E/5349433 sayılı Olurları.

Üniversitesiniz İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitim Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Selma DEMİRÖREN'in "**Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları**" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere İlimiz Merkez Yüksel Varlı Ortaokulunda anket çalışması yapılabilmesine dair ilgili izin talebiniz;

Müdürlüğümüz AR-GE Birimi tarafından "Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü" 07/03/2012 tarihli genelgesi ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı Bakanlık onayı ile yayınlanan Genelge doğrultusunda incelemiş olup "Valilik Oluru" ve "Onaylanmış Veri Toplama Aracı" ekte gönderilmiştir.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

Metin YALÇIN  
İl Millî Eğitim Müdürü

### EKLER:

- Valilik Onayı (1 sayfa)
- Onaylanmış Veri Toplama Aracı (7 sayfa)

**Not: Anket çalışmalarında Müdürlüğümüz tarafından onaylanmış (mühürlü) veri toplama araçlarının çoğaltılarak kullanılması zorunludur.**

Karaman İş Merkezi K:5 Ar-Ge Birimi  
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr  
e-posta: avbir03@meb.gov.tr / afyonstrateji@gmail.com

Ayrıntılı bilgi için: AR-GE Görevlisi  
Tel: (0 272) 2137603/208  
Faks: (0 272) 2137605

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 475e-d420-3d2c-adb0-4018 kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5. Maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.





T.C.  
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 86649407 -605.01-E.5349433  
Konu : Araştırma İzni  
(Selma DEMİRÖREN)

18/04/2017

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün 10/04/2017 tarih ve 2126 sayılı yazıları.

Uşak Üniversitesi İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitim Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Selma DEMİRÖREN'in "**Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları**" konulu tez çalışmasında kullanılmak üzere İlimiz Merkez Yüksel varlı Ortaokulunda çalışma yapması ve çalışmalarını tamandıktan sonra sonuçlarının birer örneğinin İl Millî Eğitim Müdürlüğü'ne teslim edilmesi şartıyla, Müdürlüğümüz AR-GE Birimi teklifi doğrultusunda, Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamınızca da uygun görülmesi halinde gereğini olurlarınıza arz ederim.

Musa DİNÇGEZ  
İl Millî Eğitim Müdür V.

OLUR  
18/04/2017

Erhan GÜNAY  
Vali a.  
Vali Yardımcısı

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	DEMİRÖREN, Selma
Uyruğu	T.C.
Doğum tarihi ve yeri	05.04.1988/ Bozüyük
Medeni hali	Evli
e-mail	selma_demiroren@hotmail.com

### Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi/ Öğretmenliği	2006
Lise	Bozüyük Mustafa Şeker Anadolu Lisesi	2002

### İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2012	Van Merkez Başkale Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2013	Sivas –TOKİ Şehit Üsteğmen Şükrü Pürlü Ortaokulu	Matematik Öğretmeni
2015	Afyonkarahisar-Yüksel Varlı Ortaokulu	Matematik Öğretmeni

### Yabancı Dil

İngilizce

### Yayınlar

Birgin, O.,ve Demirören, S. (2016). Beşinci ve altıncı sınıf ortaokul öğrencilerinin matematik dersi problem çözme becerilerinin bazı değişkenler bakımından incelenmesi, 28-30 Eylül 2016, 12. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Demirören, S., Duru, A. ve Birgin. O. (2018). Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin tam sayılar ile ilgili toplama ve çıkarma işlemlerini yapmalarına ilişkin bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar, 23-25 Mart 2018, *Uluslararası Bilim ve Eğitim Kongresi (International Congress on Science and Education-ICSE)*, Afyonkarahisar.