

**T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**

**İLKÖĞRETİM ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
ANALİTİK GEOMETRİ'NİN KOORDİNAT SİSTEMİ VE
DOĞRU DENKLEMİ KAVRAMLARINI OLUŞTURMASI
SÜREÇLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

(DOKTORA TEZİ)

Dilek SEZGİN MEMNUN

BURSA 2011

**T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI**

**İLKÖĞRETİM ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
ANALİTİK GEOMETRİ'NİN KOORDİNAT SİSTEMİ VE
DOĞRU DENKLEMİ KAVRAMLARINI OLUŞTURMASI
SÜREÇLERİNİN ARAŞTIRILMASI**

(DOKTORA TEZİ)

Dilek SEZGİN MEMNUN

Danışman

Prof. Dr. Murat ALTUN

BURSA 2011

ÖZET

Yazar : Dilek SEZGİN MEMNUN
Üniversite : Uludağ Üniversitesi
Anabilim Dalı : İlköğretim
Tezin Niteliği : Doktora Tezi
Sayfa Sayısı : XVI + 331
Mezuniyet Tarihi : ... / ... / 2011
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

İLKÖĞRETİM ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ANALİTİK GEOMETRİ’NİN KOORDİNAT SİSTEMİ VE DOĞRU DENKLEMİ KAVRAMLARINI YAPILANDIRMACI ÖĞRENME VE GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ’NE GÖRE OLUŞTURMASI SÜREÇLERİNİN ARAŞTIRILMASI

Bu araştırmada, Analitik Geometri’ye ilişkin kavramların öğrenilmesi esnasındaki *bilgi oluşumunun (soyutlamanın)* niteliğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi kavramlarının Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun olarak tasarlanan öğrenme ortamlarında uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Uygulamaların bu iki öğrenme kuramına uygun olarak gerçekleştirilmesinde, bu iki kuramın da matematik eğitimini etkileyen ve öğrencilerin bilgiyi kendisinin oluşturmalarına fırsat veren yaklaşımlar olmaları önemli rol oynamıştır.

Bu araştırma *nitel bir durum çalışması*dır. Uygulama öncesinde gerçekleştirilen pilot uygulama ile araştırmacının görüşme esnasındaki rolü ve etkinliklerin uygulamadaki yeterliliği incelenmiş, öğrenme ortamı ve etkinlikler öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini *daha iyi* ortaya koyabilecek şekilde yeniden düzenlenmiştir. Örnek olay çalışmasında/uygulamada, araştırmada yer alan iki öğrenme kuramına uygun olarak hazırlanmış olan ve Analitik Geometri’ye ilişkin temel kavramların öğrenimini içeren farklı etkinliklerin uygulaması gerçekleştirilmiştir. Farklı matematik başarı düzeylerindeki ikişer kişilik öğrenci gruplarında gerçekleştirilen bu uygulamaya, araştırmacı *katılımcı gözlemci* konumunda katılmıştır. Araştırmada, veri toplama yöntemleri olarak nitel araştırmalarda kullanılan *görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi* kullanılmıştır. Uygulamanın/örnek olay çalışmasının ardından yapılan araştırma/görüşme verilerinin analizinde, öğrencilerin kendilerine yöneltilen etkinliklerle ilgili çözümler yaptıkları çalışma kâğıtlarının ve görüşme sırasında kaydedilen video kayıtlarının incelenmesine yer verilmiştir. Verilerin analizi ve yorumlanması, nitel veri analizi türlerinden *betimsel analiz* ile gerçekleştirilmiştir.

Analizlerde soyutlama sürecinin gözlenmesinde RBC+C modeli referans alınmıştır. Araştırmada, öncelikle öğrenci gruplarında gerçekleştirilen görüşmelerdeki bilgi oluşturma sürecine ilişkin öğrenci ifadeleri / veri grubu sistematik ve açık bir şekilde düzenlenmiştir. Ardından, bu veriler / ifadeler RBC+C soyutlama modelinin belirlediği bilişsel eylemler üzerinden analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonunda, Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre hazırlanmış olan etkinliklerin uygulandığı örnek olay çalışmasına katılan öğrencilerin büyük bir bölümünün *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmektedir. Doğru denkleminin oluşturulması sürecinin incelenmesi amacıyla Yapılandırmacı Öğrenme'ye uygun olarak gerçekleştirilen etkinliklere katılan öğrencilerin tamamının *doğru denklemi kavramını oluşturdukları* ve ardından da *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler

Aktif Öğrenme, Yapılandırmacılık, Gerçekçi Matematik Eğitimi, Soyutlama, RBC+C Soyutlama Modeli, Koordinat Sistemi, Doğru Denklemi.

ABSTRACT

Author : Dilek SEZGİN MEMNUN
University : Uludağ University
Main Department : Elementary Education
Kind of Thesis : Doctoral Thesis
Number of Page : XVI + 331
Graduate Date : ... / ... / 2011
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Murat ALTUN

THE INVESTIGATION OF SIXTH GRADE STUDENTS' CONSTRUCTION OF COORDINATE SYSTEM AND LINEAR EQUATION CONCEPTS OF THE ANALYTICAL GEOMETRY USING CONSTRUCTIVISM AND REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION

The present study aimed to evaluate the nature of *knowledge construction (abstraction)* during the learning process of the concepts related to Analytical Geometry. For this purpose, the applications of the Coordinate System and the Linear Equation concepts were realized in the learning environments designed in accordance with the Constructivist Learning and Realistic Mathematics Education. In the realization of the applications in accordance with these two learning theories, the fact that both theories affect mathematics education and entail students' constructing knowledge, making abstraction and taking responsibility on their own played an important role.

This study is a *qualitative case study*. With the pilot study administered prior to the study, the role of the researcher during the interview and the sufficiency of the activities in the study were examined and the learning environment and the activities were rearranged in a way that would make it possible to reveal the students' knowledge construction processes *better*. In the case study, the application of different activities prepared in accordance with the two learning theories included in the study and covering the learning of basic concepts related to Analytical Geometry was realized. In this application carried out in the groups of two students at different mathematical achievement levels, the researcher took part as a *participant observer*. In the study, the data collection methods of *interview, participant observation and document analysis*, which are used in qualitative research studies, were employed. The analysis of the data obtained from the interview held following the case study included the examination of the worksheets, where students tried to find solutions to the problems addressed to them, and the video recordings recorded during the interview. The data was analyzed and interpreted through the technique of *descriptive analysis*, one of the qualitative data analysis techniques. RBC+C model is based on the analysis regarding the observation

process of abstraction. Firstly, the students' statements / data group regarding with the cognitive processes arranged clearly and systematically. Afterwards, the data is analyzed over the RBC+C abstraction model.

At the end of the study, it was observed that a great majority of the students participating in the case study, where the activities prepared in accordance with the Realistic Mathematics Education were applied, constructed the *concept of coordinate system* successfully. Moreover, it appeared that all the students participating in the activities prepared with the aim of analyzing the linear equation construction process and realized in accordance with the Constructivist Learning constructed the concept of linear equation and then consolidate it.

Key Words

Active Learning, Constructivism, Realistic Mathematics Education, Abstraction, RBC+C Abstraction Model, Coordinate System, Linear Equation.

Eşime ve Kızıma...

ÖNSÖZ

Bu araştırma birçok kişinin pek çok kişinin katkısı ve ilgisi sonucunda tamamlanmıştır. Öncelikle kendisinden çok şey öğrendiğim, sadece yüksek lisans ve doktora da değil, akademik hayatımın şimdiye kadarki her şamasında desteğini gördüğüm, bir araştırmacı olarak iyi yetişmem konusunda emeklerini esirgemeyen ve daha iyiye ulaşma çabamda her zaman yardımda olan değerli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Murat Altun'a çok şey borçluyum.

Kendi yoğun çalışmalarına rağmen, sorularımı yanıtızsız bırakmayan ve önerileriyle araştırmama katkı sağlayan hocalarım Sayın Prof. Dr. Halil Ardahan, Prof. Dr. Rıdvan Ezentaş, Prof. Dr. John Kesner, Doç. Dr. Sadegül Akbaba Altun ve Sayın Doç. Dr. Şeref Tan'a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmayı gerçekleştirmem için gerekli yardımı esirgemeyen Bursa Süleyman Cüra İlköğretim Okulu Müdürü Şemsi Ali Bingöl, matematik öğretmenleri Remzi Çulfa ve Mehmet Algan'a en içten şükranlarımı sunuyorum. Araştırmaya katılan öğrencilere de teşekkürler.

Yaşamımın her aşamasında yanımda bulduğum annem Vasfiye Sezgin'e, yaptığım çalışmaları her zaman destekleyen ve her kararımdayanımda olan sevgili eşim Sedat Memnun'a ve umut kaynağım olan kızım Selin Memnun'a gösterdikleri sabır ve anlayış için teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
TEZ ONAY SAYFASI.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	V
ÖNSÖZ.....	VIII
İÇİNDEKİLER.....	IX
TABLolar.....	XIII
ŞEKİLLER.....	XIV
GİRİŞ.....	1

BÖLÜM I GİRİŞ

1. Aktif Öğrenme.....	4
2. Yapılandırıcılık.....	6
2.1. Yapılandırıcılığın Tarihçesi.....	8
2.2. Yapılandırıcılığın İlkeleri.....	12
2.3. Yapılandırıcılığın Öğrenme ve Öğretme İlkeleri.....	13
2.4. Yapılandırıcı Öğrenme'nin Uygulama Aşamaları.....	17
2.5. Yapılandırıcılığın Çeşitleri.....	18
2.5.1. Bilişsel Yapılandırıcılık.....	18
2.5.2. Sosyal Yapılandırıcılık.....	21
2.5.3. Radikal Yapılandırıcılık.....	26
2.5.4. Yapılandırıcı Öğrenme Kuramlarının Ortak Noktaları.....	29
2.6. Yapılandırıcı Öğrenme'ye Uygun Tasarlanmış Uygulama Örneği.....	29
3. Gerçekçi Matematik Eğitimi (RME).....	31
3.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Tarihçesi.....	32
3.2. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Temel İlkeleri.....	32
3.2.1. Yönlendirilmiş Yeniden Keşif ve Matematikleştirme.....	33
3.2.2. Didaktik Fenomenoloji (Sürecin Yeniden Keşfi).....	36
3.2.3. Kendi Kendine Gelişen Modellere Yer Verme.....	37
3.3. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Öğrenme ve Öğretme İlkeleri.....	39
3.4. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Aşamaları.....	43
3.5. GME'ye Uygun Tasarlanmış Uygulama Örneği.....	44
3.6. Yapılandırıcılık ile GME Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar.....	45

4. Soyutlama – Bilgi Oluşumu.....	48
4.1. Bilişsel Bakış Açısı ile Soyutlama.....	48
4.2. Sosyokültürel Bakış Açısı ile Soyutlama.....	52
5. RBC+C Soyutlama Modeli.....	55
6. İlgili Araştırmalar.....	63
6.1. Değerlendirme Açısından Katkı Sağlayan Araştırmalar.....	63
6.2. Kuramsal ve Yöntemsel Anlamda Katkı Sağlayan Araştırmalar.....	68
7. Araştırmanın Amacı ve Önemi, Araştırma Problemi ve Alt Problemleri.....	84
7.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	84
7.2. Araştırma Problemi.....	88
7.3. Araştırma Alt Problemleri.....	88
8. Araştırmanın Sayıltıları, Sınırlamaları ve Tanımlar.....	89
8.1. Sayıltılar.....	89
8.2. Sınırlamalar.....	89
8.3. Tanımlar.....	89

BÖLÜM II

YÖNTEM

1. Araştırma Modeli.....	91
2. Araştırmada Kullanılan Örneklem Yöntemleri.....	93
3. Örnek Olay Çalışmasına Katılan Öğrenciler.....	95
4. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Veri Toplama Yöntemleri.....	102
5. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Veri Toplama Araçları.....	105
5.1. Örnek Olay Çalışmalarında Gelişimsel Araştırma.....	106
5.2. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Etkinlikler.....	107
6. Bilginin Oluşumuyla İlgili Diyalog Türleri.....	119
7. Araştırmacının Rolü.....	122
7.1. Nitel Araştırmada Araştırmacının Rolü.....	122
7.2. Bilginin Oluşturulması Sürecinde Araştırmacının Rolü.....	123
8. Pilot Uygulama.....	125
9. Verilerin Toplanması.....	131
10. Verilerin Analizi.....	133
11. Örnek Olay Çalışmasının Geçerlik ve Güvenirliği.....	134

BÖLÜM III

BULGULAR ve YORUMLAR

1. Öğrencilerin Koordinat Sistemi Kavramını Oluşturmaları Sürecinin Analizi..	137
1.1. Yılmaz ve Doğan'ın Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	138
1.1.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	139
1.1.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	144
1.2. Can ve Eren'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	149
1.2.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	150
1.2.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	154
1.3. Burak ve Kübra'nın Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	157
1.3.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	158
1.3.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	161
1.4. Selin ve Hale'nin Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	167
1.4.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	168
1.4.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	173
1.5. Merve ve Zeynep'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	176
1.5.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	176
1.5.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	182
1.6. Gürkan ve Özgür'ün Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	185
1.6.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	186
1.6.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	191
2. Öğrencilerin Doğru Denklemi Kavramını Oluşturma Sürecinin Analizi.....	195
2.1. Yılmaz ve Doğan'ın Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	197
2.1.1. Yavru Kaplumbağa Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	197
2.1.2. Okuma Denemeleri Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	207
2.1.3. Yeni Doğan Balina Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	215
2.1.4. Derslik Boyama Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	225
2.2. Can ve Eren'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	231
2.2.1. Yavru Kaplumbağa Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	231
2.2.2. Okuma Denemeleri Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	241
2.2.3. Yeni Doğan Balina Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci...	247
2.2.4. Derslik Boyama Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci.....	255
2.3. Fatih ve Nihal'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi.....	260

BÖLÜM IV

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

1. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecine İlişkin Sonuçlar.....	269
1.1. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin RBC+C soyutlama modeli Açısından Değerlendirilmesi.....	269
1.1.1. Sürecin Yön ve Kroki Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi..	269
1.1.2. Sürecin Yatay ve Dikey Eksen Anlamında Değerlendirilmesi	271
1.1.3. Sürecin Nokta Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi.....	275
1.1.4. Başlangıç Noktası Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi.....	290
1.1.5. Sürecin Koordinat Sistemi Anlamında Değerlendirilmesi.....	279
1.2. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin Gerçekçi Matematik Eğitimi Açısından Değerlendirilmesi.....	288
2. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecine İlişkin Sonuçlar.....	290
2.1. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin RBC+C Soyutlama Modeli Açısından İncelenmesi.....	290
2.1.1. Sürecin Kat İlişkisi Anlamında Değerlendirilmesi.....	290
2.1.2. Sürecin Tablo Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi.....	292
2.1.3. Sürecin Denklem Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi.....	293
2.1.4. Sürecin Grafik Kavramı Anlamında Değerlendirilmesi.....	297
2.1.5. Sürecin Geometrik Şekiller Anlamında Değerlendirilmesi.....	298
2.1.6. Sürecin Doğru Denklemi Anlamında Değerlendirilmesi.....	300
2.2. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin Yapılandırmacı Öğrenme Açısından Değerlendirilmesi.....	302
3. Bilgi Oluşturma Süreci ile İlgili Genel Sonuçlar.....	304
4. Öğrenmeye ilişkin Genel Sonuçlar.....	306
5. Öneriler.....	306
5.1. Koordinat Sistemi Kavramının Öğretimine İlişkin Öneriler.....	307
5.2. Doğru Denklemi Kavramının Öğretimine İlişkin Öneriler.....	307
5.3. Eğitim-Öğretime İlişkin Öneriler.....	308
KAYNAKLAR.....	310
EKLER.....	323
ÖZGEÇMİŞ.....	331

TABLÖLAR

Tablo 2.1. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrenci Grupları.....	101
Tablo 2.2. Esas Uygulamaya Katılan Öğrenci Grupları.....	102
Tablo 2.3. Bilginin Oluşturulmasıyla Alakalı Diyalog Türleri.....	121

ŞEKİLLER

Şekil 1.1. Yatay ve Dikey Matematikleştirme.....	34
Şekil 1.2. Yönlendirilmiş Yeniden Keşif ve Matematikleştirme.....	35
Şekil 1.3. Halkalı Deniz Yılanı Resmi ve Problemin Çözümü ile ilgili Tablo....	44
Şekil 1.4. Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli.....	47
Şekil 2.1. Birikimli ve Döngüsel Bir Süreç Olarak Gelişimsel Araştırma.....	106
Şekil 3.1. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Çizdikleri Birinci Şekil.....	140
Şekil 3.2. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Çizdikleri İkinci Şekil.....	142
Şekil 3.3. Yılmaz ve Doğan'ın Çalışma Kağıtlarından Örnek Kesit I.....	146
Şekil 3.4. Yılmaz ve Doğan'ın Çalışma Kağıtlarından Örnek Kesit II.....	148
Şekil 3.5. Can ile Eren'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliği için Çizdikleri Şekil.....	151
Şekil 3.6. Can ile Eren'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliğinde Aldıkları Notlar.....	153
Şekil 3.7. Can ve Eren'in Define Bulma Etkinliği Çalışma Kağıdından Kesit....	155
Şekil 3.8. Burak ve Kübra'nın Birinci Etkinlik için Çizdikleri Şekil.....	159
Şekil 3.9. Burak ve Kübra'nın Çalışma Kağıdından Örnek Kesitler.....	162
Şekil 3.10. Define Bulma Etkinliğindeki İkinci Çalışma Kağıdından Kesit.....	166
Şekil 3.11. Kübra'nın Yaptığı Nokta Tariflerinden Örnekler.....	166
Şekil 3.12. Hale ve Selin'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliği için Çizdikleri Şekil...	168
Şekil 3.13. Hale ve Selin'in Bu Etkinlikteki Öğrenci Yeri Tarifleri I.....	171
Şekil 3.14. Hale ve Selin'in Bu Etkinlikteki Öğrenci Yeri Tarifleri II.....	172
Şekil 3.15. Selin ve Hale'nin Çalışma Kağıtlarından Örnek Kesit I.....	173
Şekil 3.16. Zeynep ve Merve'nin Birinci Etkinlik için Çizdikleri Şekil.....	178
Şekil 3.17. Öğrencilerin Define Bulma Etkinliğinde Yaptıkları İlk Nokta Tarifi	284
Şekil 3.18. Merve ile Zeynep'in Birlikte Yaptıkları İkinci Nokta Tarifi.....	185
Şekil 3.19. Hakan ile Özgür'ün Çizdikleri İlk Şekil ve Yaptıkları Yer Tarifleri..	187
Şekil 3.20. Hakan ile Özgür'ün Çizdikleri İkinci Şekil ve Yaptıkları Tarifler....	189
Şekil 3.21. Özgür ile Hakan'ın Birlikte Çizdikleri İlk Define Şekli.....	191
Şekil 3.22. Özgür ve Hakan'ın Birlikte Çizdikleri İkinci Define Şekli.....	192
Şekil 3.23. Öğrencilerin İkinci Define Şekli için Matematiksel Gösterimleri.....	194
Şekil 3.24. Yılmaz ve Doğan'ın İlk Etkinlik için Birlikte Oluşturdukları Tablo..	200
Şekil 3.25. Yılmaz ve Doğan'ın Birinci Etkinlikteki Açıklamaları.....	201
Şekil 3.26. Yılmaz Tarafından Yazılan İlk Denklem İfadesi.....	202
Şekil 3.27. Yılmaz Tarafından Kurulan İki Bilinmeyenli Denklem.....	203
Şekil 3.28. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Çizdikleri İlk Grafik.....	204
Şekil 3.29. Yılmaz ile Doğan'ın Çözüm için Yazdıkları Denklem.....	206
Şekil 3.30. Yılmaz ve Doğan'ın İkinci Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Tablo...	209

Şekil 3.31. Yılmaz'ın İkinci Etkinlik için Yazdığı İfade.....	210
Şekil 3.32. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlikte Yazdıkları Denklem İfadesi...	211
Şekil 3.33. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlik için Çizdikleri Grafikler.....	212
Şekil 3.34. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlikteki Çözümleri.....	214
Şekil 3.35. Doğan'ın Düşüncesini Yazdığı Çalışma Kağıdından Kesit.....	215
Şekil 3.36. Yılmaz ve Doğan'ın Üçüncü Etkinlik için Oluşturdukları Tablo.....	217
Şekil 3.37. Doğan'ın Üçüncü etkinlik için Yazdığı İfade.....	218
Şekil 3.38. Yılmaz'ın Üçüncü etkinliğe İlişkin yazdığı Denklem İfadesi.....	219
Şekil 3.39. Yılmaz ile Doğan'ın Üçüncü Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik	220
Şekil 3.40. Grafik için Yapılan İlk Geometrik Şekil Adlandırması.....	221
Şekil 3.41. Grafik için Yapılan İkinci Geometrik Şekil Adlandırması.....	222
Şekil 3.42. Öğrencilerin Oluşturdukları Denklemle Yaptıkları Çözüm.....	223
Şekil 3.43. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Yaptıkları Denklem Adlandırması.....	223
Şekil 3.44. Yılmaz ve Doğan'ın Dördüncü Etkinlikte Birlikte Çizdikleri Tablo..	226
Şekil 3.45. Doğan'ın Zaman ile Miktar Arasındaki İlişkiyi Açıkladığı İfade.....	226
Şekil 3.46. Yılmaz Tarafından Yazılan İki Bilinmeyenli Denklem İfadesi.....	227
Şekil 3.47. Öğrencilerin Son etkinlikteki Denklem Adlandırmaları.....	229
Şekil 3.48. Can ve Eren'in İlk Etkinlik için Birlikte Oluşturdukları Tablo.....	232
Şekil 3.49. Can ve Eren'in Birlikte Yazdıkları Örnek Denklem İfadeleri.....	234
Şekil 3.50. Can ve Eren Tarafından Kurulan İki Bilinmeyenli Denklem.....	235
Şekil 3.51. Can ve Eren'in Birlikte Çizdikleri İlk Grafik.....	237
Şekil 3.52. Öğrencilerin Birinci Etkinlikteki Problem Çözümleri.....	238
Şekil 3.53. Öğrencilerin İlk Etkinlikteki İkinci Problem için Çözümleri.....	239
Şekil 3.54. Can ve Eren'in Birlikte Yaptıkları Denklem Adlandırması.....	240
Şekil 3.55. Öğrencilerin İkinci Etkinlik için Oluşturdukları Tablo.....	242
Şekil 3.56. Can ve Eren'in İkinci Etkinlik için Birlikte Yazdıkları Denklem.....	243
Şekil 3.57. Can ve Eren'in İkinci Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik.....	244
Şekil 3.58. Öğrencilerin İkinci Etkinlikteki Problem Çözümleri.....	245
Şekil 3.59. İkinci Etkinliğin İkinci Problemine İlişkin Denklem Çözümleri.....	246
Şekil 3.60. Can ve Eren'in Üçüncü Etkinlik için Oluşturdukları Tablo.....	248
Şekil 3.61. Öğrencilerin Üçüncü Etkinlik için Birlikte Yazdıkları Denklem.....	249
Şekil 3.62. Öğrencilerin Üçüncü Etkinlikte Birlikte Çizdikleri Grafik.....	251
Şekil 3.63. Can ve Eren'in Üçüncü Etkinlik için Yaptıkları Problem Çözümleri	253
Şekil 3.64. Can ve Eren'in İkinci Etkinlikteki Denklemde Yaptıkları Değişiklik	254
Şekil 3.65. Can ve Eren'in Dördüncü Etkinlik için Oluşturdukları Tablo.....	256
Şekil 3.66. Can ve Eren'in Dördüncü Etkinlik için Yazdıkları Denklem İfadesi...	257
Şekil 3.67. Can ve Eren'in Dördüncü Etkinlik için Çizdikleri Grafik.....	258
Şekil 3.68. Öğrencilerin Dördüncü Etkinlikteki Problem Çözümleri.....	259

Şekil 3.69. Can ve Eren Tarafından Yazılan İki Bilinmeyenli Denklem İfadesi..	260
Şekil 3.70. Nihal ile Fatih'in Etkinlik için Oluşturdukları Tablo	261
Şekil 3.71. Zaman ve Kelime Sayısı Arasındaki İlişkiyi Açıklayan İfade.....	262
Şekil 3.72. Nihal ile Fatih'in Etkinlik için Yazdıkları Denklem İfadesi.....	264
Şekil 3.73. Nihal ile Fatih'in Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik.....	265
Şekil 3.74. Nihal ile Fatih'in Etkinlikte Yaptıkları Adlandırma.....	266
Şekil 3.75. Öğrencilerin Etkinlikteki Problem Çözümleri.....	266
Şekil 3.76. Nihal ve Fatih'in Probleme İlişkin Denklem Çözümleri.....	267

BÖLÜM I

GİRİŞ

Son yıllarda öğrenme kuramlarında, çoğunlukla bilişsel süreçlerle ilgili gelişmeleri temel alan ciddi değişiklikler olmuştur ve iyi bir öğrenmenin ne olduğu ve buna uygun öğrenme ortamının nasıl hazırlanabileceği hususundaki bilgi hala kesinlik kazanmamıştır (Schoenfeld, 1988). Değişik öğrenme kuramları geliştirilmiş, çeşitli öğretim yöntem ve teknikleri denenmiştir (von Glasersfeld, 2007). Matematik eğitimi açısından düşünüldüğünde, bunlar arasında Yapılandırmacılık gibi gelişimi çok eskiye dayanan fakat uygulamaları yeni olan ve Gerçekçi Matematik Eğitimi gibi hem gelişimi hem de uygulamaları yeni olan iki kuram çok dikkati çekmektedir.

Matematik dersi kavramlarının büyük çoğunluğu bilişsel alanla ilgili olduğundan, matematik öğretimi tüm diğer alanlar arasında yapılandırmacılıktan çok etkilenmiştir. Matematik, Yapılandırmacılık kuramının seçkin uygulamalarının yapıldığı ve analiz edildiği bir alan olmuştur. Gerçekçi Matematik Eğitimi ise, süregelen matematik eğitiminin anti-didaktik olduğu ve değişmesi gerektiği savıyla ortaya çıkmıştır. Son kırk yıl içinde başta Hollanda olmak üzere dünyanın birçok yerinde uygulama alanı bulmuştur. Matematik eğitiminin genelini ve özel konu alanlarının öğretimini etkileyen bir kuram olmuştur.

Günümüzde eğitim öğretim faaliyetlerindeki etkisini çokça hissettiğimiz Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın temel dayanağı "*bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bilginin bireyin zihnine birileri tarafından aktarılmadığı, bunun aksine kendisi tarafından yapılandırıldığı*" (Doolittle, 1999) düşüncesidir. Özünde bilgi edinmeyle ilgili bir kuram olarak geliştirilmiş, öğrenme olayına olan yakın ilgisi nedeniyle zaman içinde bir öğrenme kuramı olarak da belirmiştir (Nelissen ve Tomic, 1998; Demirel, 2005: 233). Matematik eğitiminin iyileştirilmesi ve geliştirilmesi amacıyla ortaya koyulan Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımı'nda, matematik öğrenme bir anlamlandırma süreci olarak düşünülmektedir

(Nelissen ve Tomic, 1998). Matematik öğretiminin gerçek hayattan alınan problemler ve olgular için çözüm arayışı şeklinde gerçekleşmesi yani *matematik yapma* şeklinde olması gerektiği ifade edilmektedir (Freudenthal, 1973). Bunlara bağlı olarak da; bireyin bilgiyi nasıl yapılandırdığı, yapılandırma sürecinde nelerin etkili olduğu, ne tür koşulların bilginin niteliğini arttırabileceği gibi hususlar, öğrenme alanının önemli araştırma konuları haline gelmiştir. Bu alandaki çalışmalar öğrenme, öğretim, bilgi oluşturma, soyutlama, soyutlama süreci gibi deyimlerle karşımıza çıkmaktadır. Bununla birlikte, matematiğin bir soyutlama bilimi olması ve matematik kavramların soyutlama sonucu elde edilmeleri (Altun, 2008: 5), matematik eğitiminde soyutlamayı yani bilgi oluşturmaya ayrıca önemli kılmaktadır.

Soyutlama, en sade şekliyle somuttan soyuta geçiş süreci olarak bilinir. Soyutlama öncelikle bilgi kuramcılarının ilgilendiği bir kavram iken, öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiştir ve eğitim kuramcıları tarafından da araştırılan, tartışılan bir kavram olmuştur. Özellikle yirminci yüzyılın ortalarındaki Piaget ve Dienes'in soyutlama ile ilgili yayınları soyutlamaya olan ilgiyi daha da arttırmıştır (Özmantar, 2005a). Son yıllarda yapılan birçok çalışmada matematik eğitimcisinin bu alana yönelmesine sebep olmuştur (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Özmantar ve Roper, 2004; Kidron ve Dreyfus, 2004 vb.). Bu sebeplerden biri, bireylerin / öğrencilerin soyutlamalara ulaşmak için izledikleri yolların ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin öğrencilerin hangi süreçte ya da eylemde zorlandıklarının anlaşılmasına ve ardından zorlanılan konuya odaklanılarak sorunun çözülmesine yardımcı olmasıdır. Bu durum ise, bilgi oluşturma sürecinin daha etkin bir şekilde gerçekleşmesini ve dolayısıyla da kavramların ya da konuların daha hızlı bir şekilde öğrenilmesini sağlar.

Bu araştırmanın genel amacı, matematik eğitimini etkileyen ve bunun yanında bireyin bilgiyi kendisinin oluşturmasını, bilgi oluşturma ya da soyutlama da sorumluluk almasını gerekli kılan yani Aktif Öğrenme'ye uyan Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarının uygulamalarına yer vermek ve bu uygulamalar esnasındaki *bilgi oluşumunun (soyutlamanın)* niteliğini değerlendirmektir.

Yüzyıllardır üzerinde tartışılan soyutlamayı anlamlandırmayı amaçlayan modeller incelendiğinde; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılan ve sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan RBC+C (Recognizing - Building with- Constructing – Consolidation) olarak adlandırılan soyutlama modelinin olduğa yeni olmasına rağmen birçok araştırmacı tarafından benimsendiği ve soyutlama sürecini açıklamada kullanıldığı görülmüştür (Örneğin; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Bikner-Ahsbahs, 2004; Hershkowitz, 2004; Özmantar, 2004; Özmantar ve Roper, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Özmantar, 2005a ve 2005b; Schwarz, Hershkowitz ve Azmon, 2006; Yeşildere, 2006; Özmantar ve Monaghan, 2007; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz, 2007; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a, 2008b ve 2008c vb.). Üstelik bu konuda yapılan araştırmalar, bu modelin uygun modifikasyonlar yapılarak birçok farklı konuya uygulanabileceğini de göstermiştir (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky, 2006).

RBC+C soyutlama modeli soyutlamanın öneminin anlaşılması ile öne çıkan soyutlamanın *nasıl gözlenebileceği* sorusuna karşılık olarak, bilişsel eylemlerin *gözlenebileceği* (Dreyfus ve Tsamir, 2004 ve Dreyfus, 2007) düşüncesi ile belirlenen dört farklı bilişsel eylem üzerinden soyutlama sürecinin incelendiği bir modeldir. Aynı zamanda, bu model sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan soyutlama kuramlarından biridir ve bu yapısı itibariyle uygulamalarının gerçekleştirilmesi esnasında bilgi oluşumunun niteliğinin değerlendirileceği kuramlar olan Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına da uygun olacağı düşünölmüştür. Bu nedenlerle, bu araştırmada bilgi oluşumu sürecinin incelenmesi için soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan modellerden biri olan RBC+C soyutlama modelinin kullanılmasının uygun olduğu kararlaştırılmıştır.

Matematiksel bilgiler birçok özellikleri dikkate alınarak sınıflandırılabilir. Bu sınıflamalar öğretimde daha nitelikli planlanması ve yürütölmesi için de bazı ipuçları verebilir. Bunlardan biri, matematiksel bilgiyi, oluşumdaki kaynaklar bakımından ele almaz. Matematik bilgilerin bir kısmı doğal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili olup, bu konuların öğretiminde doğal modellerden yararlanılması mümkündür. Ölüsel

olmayan geometri (cisimlerin tanıtılması, koniklerin incelenmesi) buna örnek olarak gösterilebilir. Bir diğer kısmı ise, sosyal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili olup, bunlar sosyal hayata yön verme amacı, nitelik kazandırma ile üretilmiş matematiktir. Faiz hesapları, ölçüler, analitik düzlem buna örnek olarak gösterilebilir. Cisimlerin hacimlerinin hesaplanmasının öğretiminde hem fiziksel boyutlar hem de ölçü birimleri etkili olduğu için her iki türü birlikte görmek mümkündür. Bu araştırma, bu iki türden sadece birisi (sosyal hayatın matematikleştirilmesi) ile ilgili matematiksel bilgilerin öğrenilmesi ile ilgili olarak planlanmış olup, sosyal hayatın matematikleştirilmesi sonucu üretildiği düşünülen Analitik Geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarının, Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olacak şekilde tasarlanmış olan öğretim uygulamaları esnasındaki *bilgi oluşumunun* (*soyutlamanın*) değerlendirilmesi ile sınırlandırılmıştır.

Yukarıda özetlenen bu genel çerçeveden de anlaşılacağı üzere; Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı, Gerçekçi Matematik Eğitimi ve bunun yanı sıra oluşan bilginin niteliğini belirlemek için bilgi oluşumu sürecinin tahlilinde esas olması bakımından RBC+C (Recognition - Building with - Construction - Consolidation) Modeli araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmaktadır. Aşağıda, bu araştırmaya olan ihtiyacı daha net bir şekilde ortaya koymak amacıyla bu araştırmanın kavramsal çerçevesi tartışılacaktır.

1. Aktif Öğrenme

1970'lerdeki davranışçılıktan bilişselciliğe geçiş sürecinin öncesinde; Dewey, Pestalozzi gibi yazarlar geleneksel yöntemleri eleştiren, çevre ile etkileşime, gözleme, öğrencilerin etkinliğine, bilgiyi öğrenenin keşfetmesine önem veren modeller oluşturmuşlardır. Öğrenme anlayışının değişmesi, aktif öğrenmeye yeni anlamların yüklenmesi ve *aktif öğrenme* konusundaki araştırmaların yoğunlaşması ancak 1970'lerden sonra yani bu geçiş sürecinin ardından gerçekleşmiştir (Açıkgöz, 2002: 81-82).

Aktif öğrenme, öğrenenin öğrenme sürecinin sorumluluğunu taşıdığı, öğrenene öğrenme sürecinin çeşitli yönleri ile ilgili karar alma ve öz düzenleme yapma

fırsatlarının verildiği ve karmaşık öğretimsel işlerle öğrenenin öğrenme sırasında zihinsel yeteneklerini kullanmaya zorlandığı bir öğrenme sürecidir (Açıkgöz, 2003: 17). Bireyin öğrenme sürecine aktif olarak katılımının sağlandığı bir öğrenme süreci olan Aktif Öğrenme’de, bu katılımın sağlanabilmesi için öğrenenlere okuma, yazma, konuşma, tartışma, geçmiş yaşantılarla bağ kurma, edindiği bilgileri günlük yaşamda uygulama ve problem çözme işlemlerini kendi kendilerine yapma olanağının verilmesi gereklidir. Bu şekilde öğrenciler pasif alıcı olmaktan kurtulur ve kendileri öğrenerek yaşamlarını şekillendirmeye çalışırlar. Bu yolla öğrenciler aktif öğrenme sürecinde karar verme, sorumluluk alma ve özellikle öğrenmeyi öğrenme olanağına kavuşmaktadırlar Aktif öğrenme ile öğrenenler, bir ekip içinde nasıl çalışacağını, yardımlaşmayı, işbölümü yapmayı ve tartışarak ortak görüş oluşturma yollarını öğrenmiş olurlar (Demirel, 2005). Öğrenciler; okur, yazar, tartışır ve problemleri çözerler. En önemlisi de, yüksek dereceli düşünme noktalarında aktif şekilde rol alarak analiz, sentez ve değerlendirme yaparlar (Bonwell ve Eison, 1991).

Aktif öğrenmede, öğrenciler bir dereceye kadar kendi sahibi oldukları ve kontrol altında tuttıkları öğrenme ortamlarında çalışmalıdırlar (Kyriacou, 1992). Aktif öğrenmede özellikle ikili grup çalışmaları tercih edilmelidir (Quinn, 1996; Demirel, 2005). Aktif Öğrenme’de, öğretmen öğrenme ortamının hazırlanmasından sorumludur ve öğrencilerin uygulamalar esnasında öğretmenden ziyade, arkadaşlarından yardım alması ve tartışması desteklenmektedir. Bu öğrenme süreci ile eğitim durumları, öğretmen ve öğrencinin rolü farklılaştığı gibi değerlendirme ögesi de aktif öğrenme kavramından etkilenmektedir. Kalem-kağıt testleri yerini süreç değerlendirmeye, tümel değerlendirmeye, grup çalışmalarının ve yaratıcı etkinliklerin sunulmasına bırakmıştır. Ayrıca öğrenciler, hem kendi öğrenmelerini hem de arkadaşlarının öğrenmelerini değerlendirebilmektedir (Demirel, 2005).

Okul matematiğinde aktif öğrenme yönteminin kullanılmasına verilen önem 1982’lerden bu yana gittikçe artmaktadır. Ahmed (1987)’e göre matematik; çocukların uygulama, soru sorma, yansıtma, keşfetme, icat etme ve tartışma yapabilmelerini içeren bir öğrenme olmalıdır. Matematik öğretiminde, teorik bilgilerden çok duruma özel düşünme becerisi geliştirebilecekleri bir öğretim tercih edilmelidir (Akt. Smith, 1999).

Kyriacou (1992)'ya göre; matematikte öğrenme çalışmaları aktif öğrenmeye uymaktadır. Bu araştırmada; Aktif Öğrenme'ye uyan iki öğrenme yaklaşımı olan ve matematikte son yıllarda dünyanın birçok yerinde uygulama alanı bulan Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olacak şekilde tasarlanmış olan uygulamalar esnasındaki *bilgi oluşumunun (soyutlamanın)* niteliğinin değerlendirilmesi yapılacaktır.

2. Yapılandırmacılık

Yapılandırmacılık ya da bilgiyi yapılandırma, bilginin doğası ile ilgili bir kavram olarak ortaya çıkmıştır (Demirel, 2005: 233) ve kökleri yaklaşık yüzyıl eskiye dayanır (Altun, 2008: 29). Öğretimle ilgili bir kuram değildir, bilgi ve öğrenme ile ilgili bir kuramdır ve bilgiyi temelden kurmaya dayanır (Perkins, 1999: 8; Demirel, 2005: 233). Yani, temelde bilginin ne olduğu ve nasıl oluştuğu (epistemoloji) ile ilgilenir ve konusu bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir. Başlangıçta öğrenenlerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine ilişkin bir kuram olarak gelişmiş ve zaman içinde öğrenenlerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarına ilişkin bir yaklaşım haline dönüşmüştür (Perkins, 1999: 8; Demirel, 2005: 233). Eğitim ve öğrenme konusunda var olan sorunlara çözüm arayışındaki eğitimciler yeni bir bakış açısı sunmuştur ve eğitim sistemlerini kökten yenileyecek potansiyele sahip bir kuram olarak görülmüştür (Airasian ve Walsh, 1997). Amerika, Yeni Zelanda, İsrail, Kanada, İsviçre, Avustralya gibi ülkelere ek olarak Türkiye'de de ilk ve ortaöğretim programına damgasını vurmuştur (Aydın, 2007: 11).

Eğitim alanında en önemli gelişimini bilişsel psikolojinin kurucusu Piaget (1896-1980) zamanında geçiren (von Glasersfeld, 1991) bu kuram, olgunlaşmacılık ve davranışçılığın zıttı olarak tamamen farklı bir zemine dayanır. Öğretimde davranış ve becerilerden daha çok bilişsel gelişim ve derin anlamaya odaklanır. Basamaklar olgunlaşmanın bir sonucu olmaktan daha çok etkin öğrencinin organizasyonunun tekrar oluşumu olarak kabul edilir. Öğrenmenin doğrusal bir süreçten çok karmaşık ve temelde doğrusal olmayan bir doğası olduğu düşünülür (Fosnot ve Perry, 2007: 38).

Yapılandırmacılık, post-yapılandırmacı bir teori olarak öğrenmeyi etkin öğrencilerin çevreleriyle fiziksel ve sosyal dünyayla etkileşimi sonucu ortaya çıkan

yorumlayıcı, öz yenileyici ve doğrusal olmayan bir inşa süreci olarak tahlil eder (Fosnot ve Perry, 2007: 38). Yapılandırmacı Yaklaşım'a göre, bilgi var olan kesin gerçekler değildir. Bilgi, bireyin yaşantı ve etkinlikleriyle oluşan süreçlerdir (Yurdakul, 2004). Bilgi bir yerlerde var değildir, onu bireyin kendisi oluşturmaktadır. Birey yeni bir kavramla karşılaştığı zaman geçmişte edindiği bilgilerle, aralarında bir bağ kurmakta ve yeni bilgiyi oluşturmaktadır (Altun, 2005: 21). Bilgi, hiçbir zaman kişiden bağımsız değildir, duruma göre değişmekte ve bireysel olarak anlamlandırılmaktadır (Yurdakul, 2004). Yani, bilgi bireyin var olan değer yargıları ve yaşantıları tarafından geliştirilmektedir (Özkan, 2001).

Yapılandırmacı öğrenmede bireyin bilgiyi ancak kendi aktif çabasıyla zihninde oluşturabileceği, bu oluşturma süreci içinde kişinin geçmiş yaşantılarının ve çevresinin etkili olduğu, bilginin sadece dış dünyanın bir kopyası olmadığı ve bilginin bir bireyden diğerine doğrudan aktarılamayacağı kabul edilmektedir (Philips, 2000). Sonuç olarak, bireyin anlamlandırma sürecinde anlam deneyimlerle ilişkilidir ve bu süreç içerisinde sosyal etkileşim önemli bir rol oynamaktadır. Tüm bunlara bağlı olarak da, Yapılandırmacı Yaklaşım'ı temele alan eğitim uygulamalarında değerlendirmenin süreç ağırlıklı olduğu ve ürün yerine daha çok süreç değerlendirmelere ağırlık verildiği söylenebilir (Demirel, 2005: 236).

Matematik kendi başına bir dil ve yapılar topluluğu olduğu için her bir matematik kavramın öğretimi yapılandırmacı yaklaşımla gerçekleştirilebilir. Yapılandırmacı Yaklaşım'la yapıların matematik öğretimi öğrenci merkezlidir. Çocuklara bir bilginin dışarıdan sunulması onların bilişsel yapılarını zenginleştirmeyeceğinden, kendi bilişsel yapılarını kurabilmeleri için uygun çevre, öğrenme-öğretme ortamı hazırlanması gerekir (Altun, 2008: 31). Durmuş (2001), Yapılandırmacı Yaklaşım'ın matematik eğitiminde nasıl kullanılabileceğini tartıştığı çalışmasında, her bireyin matematik kültürüne kendi bilgi ve deneyimlerini getirdiğini ve diğer bireylerle iletişime girerek sanılanın aksine kendi matematik bilgisini inşa ettiğini vurgulamaktadır.

Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın nasıl geliştiğinin ve günümüze ne şekilde aktarıldığının öğrenilmesi kuramın felsefesinin anlaşılması açısından önemlidir. Bu nedenle, aşağıda bu kuramın tarihçesine yer verilmekte ve kuramın gelişimi ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

2.1. Yapılandırmacılığın Tarihçesi

Yapılandırmacılığın özüne dönük fikirler, bilginin oluşumundan söz eden Socrates, Plato ve Aristoteles gibi ilk çağ filozoflarına kadar uzanmaktadır (Özkan 2001; Koç 2002; Yurdakul, 2004: 21). Sokrates, “*tek bildiğim hiçbir şey bilmediğim*” (Aydın, 2007: 23) diyerek, içgörüselle sorularla bireylerin yanıtlara kendilerinin ulaşmasını sağlamıştır (von Glasersfeld, 1995). Sokrates'in öğrencileri ile yaptığı diyaloglara bakıldığında, öncelikle öğrencilerinin var olan bilgilerini yokladığı, “*yönlendirmeli buluş*” tekniğini kullanarak bilgileri öğrencilerine buldurduğu ve böylelikle önceki bilgiler üzerine yeni bilgiler inşa ettiği söylenebilir. Gerçekten de, yapılandırmacı yaklaşım bilginin inşasında karşılıklı konuşma ve tartışmayı temel olarak görür (Akar ve Yıldırım, 2004). Plato, yapılandırmacılığı Sokrates'in öğretim yöntemini izleyerek kullanmıştır. Aristoteles ise, duyuyla bilgi arasında ilişki kurmuştur (Aydın, 2007: 23).

Yapılandırmacılık, esasta 1920 ve 1930'ların iş ve eğitim dünyasına egemen olan değişik biçimlerdeki davranışçı yaklaşımlara bir tepki olarak gelişmiştir. Bu düşünceyi benimseyen yapılandırmacı görüşler Piaget'in çalışmaları, değişik post-positivist bilim felsefeleri, Kant'ın görüşlerinin yeni yorumları, Nelson, Goodman ve Hillary Putnam'ın felsefi yazıları, Edinburgh'da Barnes-Bloor okulunun bilgi sosyolojisi çalışmaları, George Kelly'nin bireyci psikolojisi ve Vygotsky'in dil kuramı içinde biçimlenmiştir (Olssen, 1996). Öğrenme felsefesi olarak yapılandırmacılık ilk olarak onsekizinci yüzyılda yaşamış olan Vico'nun yazılarında ve düşüncesinde yer almış ve yirminci yüzyılda Dewey, Piaget, Vygotsky ve von Glasersfeld'in çalışmalarıyla şekillenmiş ve bugünkü yapısına ulaşmıştır (Duffy ve Jonassen, 1992).

Bilginin yapılandırılmış boyutunu vurgularken yapılandırmacılar Dewey, Bridgman, Ceccato ve Piaget gibi yazarlardan önce Vico, Kant ve Berkeley'in

çalışmaları üzerinde durmuşlardır (Yurdakul, 2004: 21). Kant, Berkeley, Vico ve pragmatistler yapılandırmacılığa büyük katkıda bulunmuşlardır (Çüçen, 2001: 94). Berkeley'in esinlendiği Locke nesnelere niteliklerini birincil ve ikincil olarak ayırıp, birincil niteliklerin duyuma ait olduğunu ve nesnel olmadığını, bu açıdan bildiklerimizin aslında idealarımız olduğunu belirtir. Berkeley, Locke'un birincil ve ikincil nitelik ayırımını yadsıyıp, deneyciliği mantıksal sonucuna götürerek varlığı algılamaya indirgeyen ve var olmayı algılanmak olarak düşünür (Aydın, 2007: 23). Berkeley, dış dünyadaki nesnelere genellikle dokunma duyusunun nesnelere olduğunu öne sürerek, görüş ve dokunma organlarını ve fonksiyonlarını ayrıntılı olarak ele alır. Fakat dış dünyadaki nesnelere algılamada tüm duyu organlarının bir arada birbirine yardımcı olması gerektiğini düşünür. Ona göre dış dünyanın nesnelere hakkında bilgiye sahibiz, çünkü idelerle ilişki içinde olan duyuların sonuçları olan deneyleri algılarız. Algılanan her duyu, nesneyi bir bütün olarak kavramamızı sağlar (Çüçen, 2001: 198).

Yapılandırmacılığın eğitimdeki anlamını oluşturan, “*bilgi dünyadaki etkinlik ya da işlemlerin ürünü olarak ortaya çıkar*” yönündeki fikirler de, onsekizinci yüzyıl felsefecilerinden Vico'nun işlemler kuramından türemiştir ve daha sonra Piaget tarafından kullanılmıştır (Olssen, 1996; von Glasersfeld, 1995). Vico, 1710 yılında geliştirdiği “*insan beyni ancak kendi yarattığını bilebilir*” sloganı ile temel düşüncesini açıklamıştır (von Glasersfeld, 1995). Yani, bildiğimizin sadece zihnimizde imgesini oluşturduğumuzdan ibaret olduğunu ileri sürmüştür (Aydın, 2007: 23). Özgün zihinleri ve insan zihninde var olan tanrısal kudretin ancak bilginin kişinin beyninde işlenmesiyle ortaya çıkabileceğini savunmuştur (Irzık, 2000). Kısacası, Vico'ya göre bireyin bir şeyi bilmesi için onu açıklayabilmesi gerekmektedir. Bu görüş yapılandırmacılığın ilk çıkış noktası olarak kabul edilebilir. Daha sonra Kant bu fikri geliştirerek, bireyin bilgi oluşturma sürecinde pasif olmadığını, bilgiyi etkin biçimde oluşturduğunu ve önceki bilgilerle bağlantı kurarak içselleştirdiğini ifade etmiştir (Duffy ve Jonassen, 1992).

Önceki bilgi kuramcıları özneyi pasif ve nesneyi etkin konuma getirmekte iken, Kant nesne değil öznenin bilgiyi oluşturmada etkin taraf olduğunu göstermiştir. Kant, zihnin kurallarının doğadan çıkmadığını, bu kuralları zihnin doğaya verdiğini düşünmektedir. Kant gözlem, deney ve genel kurallara dayanan Newton psikolojisinin

sayılıtlarına karşıdır. Zihnin sürekli öğrenme etkinliği içinde kendini değiştirdiğini savunmuş, düşüncenin yapısal boyutu ile ilgilenmiştir (Olssen, 1996). Kant dışsal yani fiziksel dünyaya inanmaktadır, fakat bu dünyayı ancak duyularımız ile algılayabileceğimizi ifade etmektedir. Kant'a göre gerçek, bireyin zihinsel etkinliğine dayalı olarak yapılandırılır. Bireyler bu zihinsel etkinliklerle kendi gerçeğini yapılandıran algılayıcı ve yorumlayıcıdır (Fosnot, 1989). Kant'a göre insan zihni bir boş kâğıt olabilir ancak algılarla elde edilen bilginin bu boş kâğıda işlenmesi gerekir (Irzık, 2000). Birey bilgiyi pasif bir biçimde almaz. Birey önceki bilgileriyle bağlantı kurar, kendi yorumlarını oluşturarak kendine mal eder ve bilgiyi etkin biçimde işler (Duffy ve Jonassen, 1992). Sonuç olarak, Piaget'in büyük ölçüde etkilendiği Kant fiziksel dünya hakkındaki bilgilerin belirli kısımlarının bireyin kendi bilişsel örgütlenmesinin sonucu olduğunu ileri sürmüştür (Philips, 2000: 6-9).

Kant'la benzer görüşleri savunan Dewey'in çalışmaları bilimsel yöntem ve yapılandırmacı düşünmeyi oldukça etkilemiştir. Dewey yaşayarak öğrenmeyi savunmaktadır. Geleneksel öğretimde hatırlama ve ezberi reddederek "*eğitim, yaşama hazırlık değil yaşamın kendisidir*" demektedir. Ona göre, öğrenme konu alanı ve önceden belirlenen hedeflere ulaşmak yerine birey etrafında yapılandırılmalıdır (Hawkins, 1994). Dewey öğrenenlerin aktif olması, proje ve araştırma yöntemlerinin kullanılması, öğrenmenin en iyi sosyal içeriklerde gelişeceği ve sınıfın etkileşimli bir toplum olarak ele alınması yönündeki görüşleriyle bir yapılandırmacıdır (Phillips, 2000). Dewey'e göre, öğrenme yalnızca okul bağlamında düşünülmemelidir, çünkü öğrenme sosyal bir süreçtir. Dewey ile benzer düşünceleri paylaşan öğrencisi Kilpatrick geleneksel sınıfların öğrenci-öğretmen iletişimini azalttığını ve projelerin program temelli olması gerektiğini savunmuştur. Bruner ise, geleneksel öğretimi eleştirmiş ve içeriğin öğrenci etkinliği ile uyuşmadığını, öğrencilerin materyali anlamaları için gerekli bilişsel ilişkileri kuramadıklarını, eğitim programlarında daha güçlü becerilerin öğrenilmesi ile ilgili yaşantıların sağlanması gerektiğini, "*kim neyi keşfederse onu biliyordur*" şeklindeki görüşleri ile yapılandırmacılık tarihinde yerini almıştır (Yurdakul, 2004: 23).

Marx ise yirminci yüzyıl sosyal yapılandırmacılığının öncüsü olarak kabul edilmektedir. Marx ve Emile Durkheim'a yapılandırmacı görüşleri önemli görülmele birlikte, yapılandırmacılığın ilk olarak Edinburg Okulu olarak açıklanan bir grup tarafından geliştirildiği belirtilmektedir. Bu okul genel olarak bilginin bir disiplin içinde sosyolojik anlamda tam olarak açıklanabileceği ve tamamen oluşturulabileceği görüşünü savunmuştur (Philips, 2000). Barnes-Bloor Edinburg okulunun bilgi sosyolojisi çalışmalarından başka, Kelly'nin bireyci psikolojisi de yapılandırmacılık tarihinde önemli görülmektedir. Kelly'nin "kişisel yapı kuramı"da yapılandırmacı düşünceyi büyük ölçüde etkilemiştir. Kelly, her insanın kendisi için davranış alanını planlamasına olanak veren bir dünyayı algılama kuramı oluşturduğunu düşünmektedir (Olssen, 1996). Bu kurama göre, her birey dünyayı farklı biçimde yapılandırır ve bu yapılandırmanın kişinin deneyimleriyle bağlantılı olduğunu savunmaktadır. Kelly'ye göre bir birey bir diğersinin yapısını aynen oluşturmaz (Pope ve Gilbert, 1993; Akt. Koç, 2002). Kelly, her bireyin dünyayı farklı biçimde yapılandığı ve yapılarını yaşantılarla test ettiği üzerinde durmaktadır. Kelly'nin kişisel yapılar ve düşünme modellerine ilişkin fikirleri, özellikle yapılandırmacılıkta büyük öneme sahip yeni bir öğrenme kuramının (generative learning) gelişmesine neden olmuştur (Olssen, 1996). Ancak, yine de bu bölümde bahsedilen düşünürlerin hiçbirisinin felsefi anlayışının tümüyle yapılandırmacı anlayışa indirgenemeyeceği söylenebilir. Bu düşünürlerin ontolojik ve epistemolojik görüşlerinin bazı uzantıları bilişsel, sosyal ve radikal yapılandırmacılığa temel oluşturmuştur. Özellikle, bilişsel yapılandırmacılıkta Kant, Nietzsche ve Dewey, sosyal yapılandırmacılıkta Dewey ve Nietzsche, radikal yapılandırmacılıkta ise Socrates, Aristoteles, Locke, Berkeley ve Vico gibi düşünürlerin ontolojik ve epistemolojik görüşlerinin bazı etkilerini sezinlemek olasıdır (Aydın, 2007: 24).

Tüm bu filozofların yapılandırmacılığa katkılarına rağmen Piaget (1896-1980) modern yapılandırmacı kuramın kurucusu olarak kabul edilir. Piaget ve Vygotsky (1896-1936) yapılandırmacı en çok etkileyen bilim adamları olmuştur. Çünkü Piaget'in bilişsel ve gelişimsel yaklaşımı, Bruner ve Vygotsky'nin etkileşim ve kültür vurgusu yapılandırmacı yaklaşımda etkili öğeler olarak kabul edilmektedir. Yapılandırmacı araştırmalar, Dewey ve Goodman'ın felsefeleri ile Gibson'ın ekolojik

psikoloji çalışmalarına odaklanmaktadırlar. Matematik ve bilim eğitiminde yapılandırmacı düşünce üzerinde von Glasersfeld oldukça etkili bir isim olarak görülmektedir. Sonuç olarak da, tek bir yapılandırmacı öğrenme kuramı bulunmamaktadır (Yurdakul, 2004: 25). İlerleyen bölümlerde yapılandırmacı öğrenmenin çeşitleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

Yapılandırmacılığın felsefesinin anlaşılabilmesi ve uygulamaları hakkında fikir edinilebilmesi, bu kuramın dayandığı temel ilkeler ile öğrenme ve öğretme ilkelerinin de bilinmesini gerektirir. Aşağıda, bu ilkelere ayrıntılı bir biçimde yer verilmektedir.

2.2. Yapılandırmacılığın İlkeleri

İlgili literatür yapılandırmacılığın esasları olarak dört temel ilkedden bahsetmiştir (Doolittle, 1999). Bu ilkeler şunlardır:

1. Bilgi birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu ve kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur: Öğrenme pasif bir alma süreci değil, aktif bir anlamlandırma sürecidir. Bilgi, herhangi bir dışsal gerçekliğe bağlı olmadan bireysel olarak yapılandırılır. Öğrenenler etkin olarak kendi anlam dizilerini ve anlamlarını oluştururlar (Jonassen, 1990; Philips, 2000). Öğrenenler kendi öğrenmelerine katıldıklarında daha fazla ve anlamlı öğrenirler.

2. Öğrenme (bilgi edinme), bir adaptasyon sürecidir: Öğrenme var olanlarla yeni olan öğrenmeler arasında bağ kurma ve her yeni bilgiyi var olanlarla bütünleştirme sürecidir (Hein, 1991; Akt. Aydın, 2007: 56). Yani, bilgiye ulaşmak bireyin yaşamını düzenleyen bir uyum sürecini gerektirir (Olssen, 1996: 276). Birey kendi bilgisini diğer bireylerle, nesnelere ya da organizmalarla etkileşim kurarken sürekli olarak değerlendirir ve bu değerlendirme eski bilginin yeniden yapılandırılması ya da yeni bilgiye ilişkin yeni bir yapıya ulaşılması ile sonlanabilir. Böylelikle de, bireyin bilgisi ile davranışının etkililiği artar (Steffe, 1991). Bilir hale gelmek, kişinin deneyimlediği dünyayı düzenlemesini içeren bir adaptasyon sürecidir ve bu nedenle bilgi, bilen kişinin zihninden bağımsız olarak orada var olan bir dünyadan keşfedilemez (von Glasersfeld, 1989; Olssen, 1996: 27).

3. *Öğrenme öznel; nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir:* Bireylerin yaşantıya dayalı algıları aynı olmadığından, her birey kendi bilgisini yapılandırır ve bu bilgiler sonraki yaşantıları ve algıları etkiler. Bu algılar ve inançlar, bireyin herhangi bir nesne ile ilgili bakış açısı üzerinde etkili olur (Von Glasersfeld, 1995: 7-8).

4. *Öğrenme; sosyal etkileşim, kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir:* Bilgiyi yapılandırma ve düşünme araçlar, kültür ve toplumlara göre değişir (Olssen, 1996: 276). Öğrenme sosyal etkileşim ile gerçekleşir. Sosyal etkileşim, öğrenenlerin düşüncelerini sözel olarak ifade etmelerini ve kendi görüşlerini diğer bireylerin görüşleri ile karşılaştırarak anlamlarını yeniden düzenlemelerini desteklemektedir. Yani, bilgi edinme sürecinde bağlam çok önemlidir. Yapılandırdığımız bilgi ve geliştirdiğimiz beceriler, yaşantıların gerçekleştiği bağlamla ilgili bilgiyi içerir. Herhangi bir bağlamla ilişkisi olmayan kural ve ilkeler öğrenci için çok az anlam taşır. Gerçekten anladığımız bilgi ve becerileri rahatlıkla uygularız. Bazı bağlamları kullanmadan yalnızca olgu ve kavramları öğretmeye çalışmak, öğrencide anlamlı yapılar oluşturmaz. Üst düzey hedefler yalnızca anlamlı etkinliklerin uygulandığı bir bağlamda gerçekleşebilir (Koç, 2002: 17).

2.3. Yapılandırmacılığın Öğrenme ve Öğretme İlkeleri

Yapılandırmacı öğrenme-öğretme süreçlerinde dikkate alınması gereken temel ilkeler Lebow (1993) tarafından geliştirilmiş olmakla birlikte, yapılandırmacı öğrenme kuramcıları tarafından yeniden yorumlanmış ve genişletilip derinleştirilmiştir. Yapılandırmacı öğrenme kuramcılarının bu konuda temel noktalarda görüş birliği içinde oldukları anlaşılmıştır. Bu bölümde bu ilkelere yönelik yapılan yorumlar sentezlenmiş ve yapılandırmacı öğrenme süreçlerinin özelliklerini yansıtması açısından aşağıda ayrıntılarıyla incelenmiştir (Yurdakul, 2004: 45-51):

1. *Tüm öğrenme etkinlikleri geniş bir görev ya da probleme bağlıdır:* Yapılandırmacı öğrenme, öğrencilerin önbilgilerinin konuyu yorumlamayı etkilediği ve bilgiyi özgün problemlerde kullandığında en iyi öğrenmenin gerçekleştiği fikri üzerine odaklıdır. Buna göre, herhangi bir öğrenme etkinliğinin amacı öğrenen için açık ve

belirli olmalıdır ve öğrenen özel öğrenme etkinliğinin daha geniş öğrenme göreviyle ilişkisini kavramalıdır. Yani, yapılandırmacı öğrenme çevrelerinde temel fikirlerle çalışmak gerekmektedir. Fikirlerin uygulanabilirliğini ve etkililiğini incelemek, küçük gelişmeler önermek ve öğrenenin önbilgilerini açığa çıkarmak için etkinlikler düzenlenmelidir.

2. *Öğrenenlerin özgün bilgi yapılarını kendilerinin oluşturacakları yaşantılar düzenlenmeli ve bu yaşantılarla öğrenme sorumluluğu öğrencilere bırakılmalıdır:* Öğrenenler ancak öğrenme etkinliklerine katıldıklarında görevin önemini kavrayabilmektedirler ve eksiklerini kendileri belirlediklerinde tamamlamak için daha fazla çaba harcamaktadırlar. Bu nedenle; analiz, sentez, değerlendirme ve uygulama içeren tüm üst düzey bilişsel uğraşlar, öğrenenlerin etkin rol almasıyla gerçekleşmelidir. Bunun için, hedeflerin öğrenciye ait olması için öğrenenlerin ortaya attığı problemlerden yola çıkılarak öğrenme etkinlikleri düzenlenmeli ya da öğrenenlerin kendilerine ait hissedecekleri problemler belirlenmelidir. Bunun yanında, öğretmen öğrenenlerin kendi öğrenme etkinliklerini yönlendirmelerine yardımcı olmalıdır ve hedeflerin belirlenmesinin ardından öğrenenlerin bu hedeflere ulaşmalarını sağlayacak plan yapmaları da özendirilebilir. Öğrenenler problemin kendisi kadar öğrenme sürecini planlamaya katılmak suretiyle çözüm sürecinde de sorumluluk almalıdırlar.

3. *Yeni öğrenmeleri oluşturmada önbilgiler dikkate alınmalıdır:* Yapılandırmacı öğrenciler var olan önceki bilgi ağlarıyla yeni bilgi arasında bağ kurmayı içeren etkin yapılandırma süreciyle öğrenmektedirler. Öğrenenler önbilgileri yeni durumları yorumlamada, problem çözmede ve düşünmede kullanmakta, yeni öğrenmelerin gerçekleşmesinin kolaylaşması amacıyla önbilgileriyle yeni bilgi arasında bağ kurmaktadır. Bu nedenle, öğrenenlerin önbilgilerinin gözden geçirilmesi ve bildiklerini yansıtmalarının sağlanması önemlidir. Bu süreçte, öğrenen daha tanıdık bilgilerle yeni bilgi arasındaki bağlantıları incelemeli, söylenen şeyi anlamlandırmalı ve yeni bilgi yapılarını oluşturmalıdır. Öğretmen ise, öğrenenlerin ön bilgileriyle bağlantı kurulması için bu bilgiyi kullanmalarını gerektiren ödevler vermeli, öğrenenlerin yanlış ya da eksik bilgilerini açığa çıkarmalı, öğrenenin hatasını düzeltmeye ve öğreneni sorgulayarak hataları kendilerinin bulmalarını sağlamalıdır. Öğrenenlerin ön bilgilerini

kullanmalarına ve kendi düşünme yapılarını oluşturmalarına yardımcı yaşantılar düzenlenerek anlamlı öğrenme gerçekleştirilmeye çalışılmalıdır.

4. *Öğrenme sürecinde sosyal etkileşim sağlanmalıdır:* Öğrenme bilişsel bir süreç olmasının yanında, aynı zamanda sosyal bir süreçtir ve bu nedenle de öğrenme-öğretme süreçleri sosyal etkileşimi destekleyici bir nitelikte düzenlenmelidir. Materyaller ve diğer bireylerle etkileşim içinde olma özendirilmeli, bunları sağlayacak yaşantılar etkin bir biçimde uygulanmalıdır. Bu etkileşimde yaşanan tartışmalarda öğrencilerin birinin ortaya attığı bir fikir diğeri tarafından geliştirilebilmektedir. Ayrıca, birbirlerinin dillerini daha kolay anladıklarından özgün sorular sorabilmektedirler. Öğretmenin görevi bu ortamı yaratmak ve yönetmektir.

5. *Anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmek üzere özgün öğrenme görevleri tasarlanmalı ve gerçek yaşamın karmaşıklığını yansıtacak öğrenme ortamı oluşturulmalıdır:* Yapılandırmacı öğrenme süreçlerinin temel hedefi, öğrenenlerin öğrenme-öğretme süreçlerindeki kazanımlarını günlük yaşama transfer edebilmesidir. Transfer ise, genelde görevlerin basitleştirilmesiyle ve izole edilip bağlamdan kopuk ele alınmasıyla yeterince gerçekleşmemekte ve bu durum öğrenenlerin ilişkiler kurmasını, içeriğin karmaşıklığını kavramasını, içeriğin gerçek yaşam problemlerine uygulanmasını zorlaştırmaktadır. Süreçte ele alınan problemler gerçek yaşamdaki karmaşıklığı yansıttığında, problemlerle başa çıkma öğrenilebilmektedir. Bu bağlamda, öğrenme görevlerini basitleştirmek yerine gerçekçi ve karmaşık öğrenme ortamları yaratılmalıdır. Bu süreçte öğrenenler anlamlı ve gerçek problemlerle çalışmalı ve çözümler uygulanabilir gerçek yaşam çözümlerini yansıtmalıdır. Anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için, öğrenenlere nasıl yardım edilebileceği ve içeriğin ihtiyaç duyulan önemli bir duruma nasıl getirilebileceği soruları yanıtlanmalıdır. Gerçekçi durumlar gerçekleşen öğrenmenin içeriğin anlamlılığını arttırmaktadır. Bu nedenle, yeni konular parçalara bölünerek öğrenilmemeli, beceriler anlamlı problem çözme bağlamlarında bütüncül olarak ele alınmalıdır. Böylelikle, öğrenenler bilginin nasıl işe yarayacağını farkedebilmektedirler.

6. *Çoklu gerçeklikler açığa çıkarılarak bilişsel çelişkiler yaratılmalı ve bireysel anlamın oluşmasını destekleyecek etkinlikler düzenlenmelidir:* Öğrenme sürecinde

öğrenenlerin kendi anlamlarını test etmesi için alternatif çözümleri değerlendirmeyi sağlayacak etkinlikler düzenlenmelidir. Öğrenenlerin bilgiyi yapılandırması ve anlamasına yardımcı etkinlikler düzenlenerek üst düzey düşünmeye yardımcı olunmalıdır. Bu süreçte öğrenenler, tahmin ve hipotezlerini açıklamakta, kanıtlarla desteklemekte, birbirlerinin çözümlerini analiz etmekte ve kendi çözümlerinin etkililiğini tüm çözümlerini gözden geçirerek tekrar değerlendirmektedirler. Bunun yanında, çoklu gerçekliklerin algılanmasını sağlamak üzere çoklu sunum teknikleri kullanılarak anlam oluşturmaya katkı getirilmelidir.

7. Bilgiyi yapılandırma sürecinin farkına varılmasını desteklemek üzere nasıl öğrenildiğinin yansıtılmasını sağlayacak yaşantılar düzenlenmelidir: Öğrenenlerin bir problemi çözerken seçtiği yolu açıklayabilmeleri, bilgiyi yapılandırma sürecini analiz etme yeteneklerini sergileyebilmelerini sağlayacak yaşantılar düzenlenmelidir. Yapılandırmacı öğrenme sürecinde, (öğrenenlerin öğrenme süreçlerini yansıtarak bir stratejiyi diğerleri ile karşılaştırabileceği ve böylelikle kendi stratejilerinin etkililiğini değerlendirebilecekleri düşüncesiyle) öğrenenler kendi bilişsel süreçlerinin farkında olmalı, bu süreçleri düzenlemeli ve öğrenme etkinlikleri sırasında kullandıkları öğrenme stratejilerinin etkililiğini analiz etmelidirler. Öğrenenlerin etkinliklere katılımı sağlanarak, bilişötesi farkındalık düzeylerini geliştirebilecek düzeyde düşüncelerini yansıtmaya dayalı bir ortam yaratılmalıdır.

8. Öğrenme için tehlikesiz ve güvenli bir ortam yaratılmalıdır: Öğrenme esnasında öğrencilerin kendilerini güvende hissetmeleri ve rahat bir şekilde çalışmaları önemlidir.

9. Öğrenen düşüncelerinin desteklendiği bir öğrenme ortamı yaratılmalıdır: Yapılandırmacı öğrenme çevrelerinde, doğru söylenmeden öğrenenlerin fikirlerini yapılandırmasına ve gruplandırmasına yardımcı olunmalı, yargıda bulunulmadan fikirler kabul edilmeli ve doğru yanıtın nedenleri araştırılmalıdır. Düşünmeyi desteklemek için açık uçlu ve düşünmeyi uyarıcı sorular kullanılmalı, öğretmen yanıtı denetleyici rolden sıyrılarak dinleyici konumda bulunmalıdır. Öğrenenlerin konuyla ilgili kendi sorularını oluşturmalarını istemek, düşüncelerin açığa çıkışını ve desteklenmesini sağlamaktadır. Bilgiyi yapılandırmaları konusunda, olaylar hakkında

açık uçlu tartışmalar yapılması etkilidir ve tartışmaların öğretmen ve öğrenenlerin paylaşabileceği gözlem ve olaylara odaklanması anlamlı öğrenmeye de katkı getirmektedir. Düşünmeye dayalı öğrenme ortamı taratmak için derslerin düşünmeyi uyarıcı sorular etrafında yapılandırılması gereklidir ve bu sorular öğrenenlerin ön bilgilerini kullanmayı sağlamalı, yeni bir şey üretmek için önbilgilerini harekete geçiren nitelikte olmalıdır. Düşündürücü sorular düşünmeyi uyarak ilgili ek sorulara yol açmaktadır. Öğrenenler bu sayede kavramları tanımlama, hipotezler kurma, verileri belirleme, bulma, değerlendirme, sonuçları test etme, sonuçları değerlendirme, tartışma ve kavram, ilke ve diğer bilgi türlerini uygulama olanakları bulmaktadır. Dersi, üniteleri ya da konuyu bu tür sorular etrafında organize etmek, öğrenenlerin anlamlı bir biçimde konu alanını öğrenmesine yardımcı olmaktadır.

Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın uygulamalarının nasıl olması gerektiği konusunu daha net bir biçimde ortaya koymak amacıyla, aşağıda bu kuramın uygulama aşamaları açıklanmaktadır.

2.4. Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın Uygulama Aşamaları

Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın uygulamaları *dikkat çekme, keşfetme, açıklama, bilgiyi anlamlandırma ve değerlendirme* olmak üzere beş aşamada gerçekleştirilebilir (Brooks ve Brooks, 1993; Akt. Özerbaş, 2007):

a. *Dikkat Çekme*: Öğrenciler ilk olarak öğrenme göreviyle karşılaşmakta, geçmiş yaşantıları ile şu andaki yaşantıları arasında bağlantı kurmaktadır. Soru sormak, bir problemi tanımlamak, ilginç bir olayı anlatmak, öğrencilerin dikkatini çekmekte ve öğrenme görevine odaklanmalarına yardımcı olmaktadır.

b. *Keşfetme*: Öğrenciler materyal ve öğrenme göreviyle doğrudan etkileşime girmektedirler. Grupla çalışırken paylaşmayı ve iletişimi sağlayan ortak yaşantılar gerçekleşmektedir. Öğretmen materyalleri sunarak ve öğrencilere rehberlik ederek yönlendirici görevini üstlenmektedir.

c. *Açıklama*: Öğrenciler çalışma gruplarında birbirlerinin bilgilerini tartışmakta ve gözlemlerini, fikirlerini, sorularını ve hipotezlerini açıklamaktadırlar. Öğretmen anlama düzeyine ve olası yanlış anlamalara karar verebilir.

d. *Bilgiyi Anlamlandırma*: Öğrenciler öğrendikleri kavramları genişletmekte, diğer ilgili kavramlarla ilişki kurmakta ve bilgisini gerçek yaşamda kullanmaktadırlar.

e. *Değerlendirme*: Öğrenme sürecinin her aşamasında yer alan, devamlılık gösteren bir süreçtir. Bu süreçte öğretmen gözlemleri, öğrenci görüşmeleri, öğrenci dosyaları, proje ve probleme dayalı öğrenme ürünleri vb. teknikler kullanılabilir.

2.5. Yapılandırıcılığın Çeşitleri

Yapılandırıcı Öğrenme Kuramı ve öğretim uygulamalarının çeşitlenmesinin kaynağında bilginin yapılandırılmasını etkileyen faktörlerin çeşitliliği ile bunların ağırlığından etkilenen bilişsel ve sosyokültürel yaklaşım olarak bilinen iki yaklaşım vardır (Cobb, 2007). Bu yaklaşımlardaki düşünce farklılıkları yapılandırıcılığın başlıcaları bilişsel, sosyal ve radikal yapılandırıcılık olmak üzere çeşitli formlarının tanımlanmasına yol açmıştır.

2.5.1. Bilişsel Yapılandırıcılık

Piaget ve diğer bazı biliş kuramcılarının benimsediği bilişsel yapılandırıcılığın temelinde, öğrencilerin kendi öğrenme tarzlarını oluşturdukları ve onların farklı yorumlarının, kazandıkları bilginin şekil ve niteliğini belirlediği düşüncesi vardır (Cobb, 2007; Nelissen ve Tomic, 1998). Bilişsel Yapılandırıcılık, genel olarak öğrencilerin kendi kişisel deneyim dünyalarında tutarlılığı düzenleyerek etkili ve tesirli olmaya uğraşırken, faal olarak kendilerinin bilme tarzlarını oluşturduklarını kabul etmektedir (Cobb, 2007). Bu kuramın dayanak noktası bireyin var olan bilgi ve deneyimleri ile birleştirerek zihnindeki şemaları geliştirdiği düşüncesidir. Bilişsel Yapılandırıcı Kuram yapılandırıcılık için 1.2 başlığı altında verilen dört ilkedeki ilk ikisini, yani bilginin bireyin kendisi tarafından gerçekleştirildiğini ve bir adaptasyon süreci sonucunda edinildiğini esas alır (Altun, 2008: 29).

Piaget'ye göre, bilgi fiziksel ya da zihinsel olarak etkin olan bireyin faaliyetleri sonucu oluşmaktadır (von Glasersfeld, 1995: 26). Piaget öğrenmeyi *özümseme*, *uyum* ve *korunum* kavramları ile açıklamaktadır (Altun, 2008: 29). Yeni bir bilgi bireyin önceki yapıları ile uyuşmadığında ya da örtüşmediğinde dengesizlik oluşur. Birey bu

dengesizlikten rahatsız olur ve zihin dengeye ulaşmak için çabalar (Olssen, 1996). Yani, birey yeni öğrendiği bilgiyi zihnindeki şemalara uyarlamakta (özümseme), uyarlayamıyorsa zihnindeki şemaları yenileyip geliştirmektedir. Yeni öğrenmelerle yani özümseme ve uyum süreçleri ile bilişsel korunum yeniden oluşur. Bu süreçte kavramların anlamlarında bazı daralma ve genişlemeler olur. Birey yeni bir durumla karşılaşınca bilişsel korunumu bozulur. Daha açık bir ifadeyle, yeni karşılaştığı bir durumun bireye, mevcut bilgisinin yeterli olmadığını ve yeni bir şeyler öğrenmeye ihtiyacı olduğunu fark ettirmesine bilişsel korunumun bozulması denir. Eğer öğrenme isteği doğmaz ise korunum bozulmamış demektir. Uyum sırasında bilgi bazen genişler bazen daralır (Altun, 2008: 29-30). Bu konuda matematik dersine ait bir örnek şöyle verilebilir: Yamuk kavramını bilen bir çocuk, başlangıçta karenin aynı zamanda bir yamuk olduğunu kabul etmeyebilir. Çünkü zihninde yamuk ile ilgili bir şema vardır ve kare bu şemaya uymamaktadır. Fakat bir şeklin yamuk olması için gerekli olan özellikleri (dörtgen olması ve en az iki kenarının paralel olması) öğrendiği zaman yamuk ile ilgili şemada bir genişleme meydana gelir ve kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi bu iki özelliği taşıyan her şekli bu şemaya dâhil eder.

Piaget'in araştırmasında bilgi şemalarının, dünya ile giderek daha karmaşık etkileşimler kurma sonucunda geliştiği görülmektedir. Eski şemalar yeni şemaları etkileyerek eski bilginin yerini yeni bilgiler almaktadır (Olssen, 1996). Piaget özümseme ve uyum süreçlerine *uyarlama* adını vermiş, özümsemeyi daha kolay, uyumu ise daha zor bir uyarlama olarak nitelmiştir. Gerçekten mevcut bir kavramın anlamını değiştirmek, genişletmek; birey için yeniden bir kavramı kazanmaktan daha zordur. Piaget öğrenmede uyarlamanın vazgeçilmez bir öge olduğunu, bunun için çocuklara kavramları kendi kendilerine oluşturabilmeleri için fırsat verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Aksi halde onların özümseme ve uyum süreçlerinden yararlanarak, kendi kendine kavramsal yapılarını oluşturma fırsatlarının elinden alınmış olacağını belirtmiştir (Altun, 2008: 31).

Piaget'ye göre üst düzey fonksiyonlar mantık-matematik bilgiye dayanmaktadır. Örneğin, çakıl taşlarını sayma taşla yapılan bir eylemdir. Nesnelere yapılan eylemler sonucunda oluşan "*yansıtıcı soyutlama*" üst düzey bir fonksiyondur. Bu nedenle; Piaget

üst düzey bilişsel fonksiyonun gelişimini mantıklı düşünmeye, nesne özelliklerini yapılandırmaya, uzay, zaman ve sayı gibi yapıları anlamaya dayandırır. Piaget'ye göre dil, birçok imgesel fonksiyonların en önemlisi olsa da, ifade sistemlerinden sadece birisidir. Piaget “zihinsel işlemlerin dil gelişimine katkı sağladığına, tam tersinin söz konusu olmadığına” inanmaktadır. O, dilin zihinsel işlemler sonucu ortaya çıktığına ve zamanla etkileşim kurulduğuna inanmaktadır. Ona göre yapılandırma, bireyin insansız bir ortamdaki etkileşiminden diğer bireylerle etkileşimine doğrudur (Confrey, 1995).

Piaget'nin Bilişsel Gelişim Kuramı sosyal faktörlere gereken değeri vermediği konusunda eleştirilmektedir. Oysa Piaget'nin kuramı çocuğun hem sosyal hem de fiziki dünyadaki etkileşiminin önemini vurgulamaktadır. Bu etkileşimler sonucu çocuk fiziksel, mantıksal-matematiksel, sosyal olmak üzere üç çeşit bilgi içeren şema ya da düşünce sistemi oluşturmaktadır (Cummings ve Harlow, 2000). Piaget'in yazılarından uyum sağlama için en önemli olgunun sosyal etkileşim olduğu anlaşılmaktadır (von Glasersfeld, 1995). Bilişsel kuramcılar, bireyi ve onun niteliklerini birinci planda, sosyal ve kültürel etkinlikleri ikinci planda tutarlar. Bununla birlikte, sosyal iletişimi ve grup içi çalışmaları da göz ardı etmezler. Onları derin düşünmeye yol açmak suretiyle bilgi oluşturmaya katkı verdikleri savıyla önemli bulurlar (Doolittle, 1999).

Bilişsel Yapılandırmacı Kuram'ın (bilgi inşası ve anlam oluşturmaya dönük sistematik ve kurgusal bir kuram) temel varsayımları şunlardır (Aydın, 2007: 15):

1. İnsan zihni biyolojik organizmalara benzer biçimde işler. Çünkü her ikisi de sürekli çevreyle etkileşim içerisinde organize olmuş sistemlerdir.
2. Bilgi, bireyin çevreyle etkileşimin bir ürünüdür ve birey tarafından bilişsel yapılar aracılığıyla yapılandırılır.
3. Bilişsel gelişim, özde düşünsel-mantıksal gelişimi ifade eder ve çocukluktan erişkinliğe doğru gidildikçe mantıksal düşünme ağır basar.
4. Mantıksal düşünme yeteneği, akran ve öğretmen ile etkileşimle desteklenerek fiziksel nesnelerin anlaşılmasını sağlar.
5. Öğrenme, bireyin zihninde gerçekleşen bireysel-bilişsel yapılardan etkilenen bir süreçtir ve öğrenmede özümseme, uyum ve korunum önemli rol oynar.

2.5.2. Sosyal Yapılandırıcılık

Öğrenmenin sosyal ve kültürel doğasını vurgulayan Sosyal Yapılandırıcı Kuram temelde, büyük ölçüde Vygotsky'nin çalışmasına ve Davydov, Leont'ev ve Galper gibi etkinlik kuramcılarına dayanmaktadır (Cobb, 2007).

Sosyal Yapılandırıcı Kuram, yapılandırıcılık için verilen dört ilkeye de yer verir ve bu şekliyle Bilişsel Yapılandırıcılığa göre bilginin ediniminde fazladan sosyal etkileşimin, dilin ve kültürün önemini vurgular (Altun, 2008: 32). Bu kuram bilginin birlikte yaşayışın bir sonucu olarak ortaya çıktığı düşüncesini temel alır ve bilgi oluşturmada sosyal ve kültürel süreçlerin, öğretim etkinliklerinin önemini vurgular (Cobb, 2007; Nelissen ve Tomic, 1998). Bu kurama göre, bilgi bir insan ürünüdür ve sosyal ve kültürel olarak oluşturulur. Bireyler anlamı, birbirleriyle ve çevre ile etkileşimleri sonucunda yaratırlar (Gredler, 1997).

Sosyal Yapılandırıcı Kuram öğrenmenin tamamen sosyal bir süreç olduğunu savunmaktadır. Bireyler sosyal etkinliklerle uğraştığı zaman anlamlı öğrenme meydana gelir. Bu durum, *bireysel bilişten*, bir *öğrenenler* topluluğuna katılımcı olarak eylemde bulunma ve öğrenmeyi vurgulayan *sosyal bilişe* geçişe işaret etmektedir (Lesh, Doerr, Carmona ve Hjalmarson, 1993). Yani, bilgi oluşturmada etkinlik temelli sosyal ve kültürel süreçler birinci plana alınmaktadır ve bilginin bireylerin çevresiyle etkileşimi içinde ortaya çıktığı savunulur (Doolittle, 1999). Sosyal yapılandırıcılar, bilginin önce dışsal olarak oluşturulduğunu sonra içselleştirildiğini savunmaktadırlar (Cobb, 2007).

Bilişsel Yapılandırıcılığı bilgi ve anlam oluşturmada daha çok bireyi ön plana çıkardığı ve toplumsal süreçlerin etkisine az yer verdiği gerekçesiyle, Vygotsky (1978: 80) Piaget'i şu sözleriyle eleştirir:

“Çocukların bilişsel gelişimine yönelik deneysel araştırmalarda, tümdengelimsel çıkarım ve anlam oluşturma, dünyaya ilişkin düşüncelerin evrilmesi, dış dünyaya yönelik neden-sonuç ilişkisinin yordanması, düşünmenin mantıksal yapısının ve soyut mantığın tam olarak öğrenilmesi gibi süreçlerde, toplumsal bir kurum olan okul öğrenmesinin hiçbir etkisi olmaksızın gerçekleştiği ileri sürülmüştür. Bu yaklaşımın ilginç bir örneği, Piaget'in karmaşık ve ilgiye değer kuramsal ilkelerinde görülebilir.”

Vygotsky'nin üzerinde durduğu temel soru, öğrenenin nasıl öğrendiğidir. Vygotsky, öğrenenlerin anlamları nasıl yapılandıklarını keşfetmiştir. Vygotsky'e göre, sosyal yaşantılar düşünme ve dünyayı yorumlama yollarını şekillendirmektedir. Ona göre, bireysel biliş sosyal bir ortamda ortaya çıkmaktadır. Grup, üst düzey zihinsel öğrenme için çok önemli bir öğrenme biçimi olarak değerlendirilmektedir. Çünkü grupta bilgiyi birlikte yapılandıran ve bu etkinliği genelde dil yoluyla transfer eden daha bilgili akranlar ve yetişkinler bulunmaktadır (Jaramillo, 1996; Akt. Yurdakul, 2004).

Vygotsky'e göre, çocukta bilişsel gelişim dil gelişimiyle birlikte başlar ve çocuk sosyal çevresiyle etkileşerek öğrenir. Çocuklar problemlerini kendi bilişsel gelişim seviyelerinden ziyade, yetişkinlerin veya akran gruplarının yardımını alarak çözmektedir ve bundan dolayı *sosyal etkileşim* bilişin gelişmesinde temel bir rol oynar. Öğrenme için çevreye gereksinim vardır. Bilgi insanın zihninde bulunmaz, o bireyler arasında birlikte arayışın bir sonucu olarak oluşur. Bu bakımdan öğrenme ortamının ve o ortamdaki bireylerle iletişim kurmanın bilgi edinmede büyük bir payı vardır. Öğrencinin bilişsel fonksiyonları daha deneyimli akran ve öğretmenlerle çalışırken daha iyi gelişir. İletişim kurmanın aracı dildir. Başkalarından yararlanmak için onları dinler veya onlara fikrimizi söyleriz. Sosyal Yapılandırmacılığın Bilişsel Yapılandırmacılık'tan ayrıldığı nokta, bilginin sadece bireyin zihninde yapılandırılmadığı, zihinsel fonksiyonların yanı sıra sosyal etkileşimlerin ve inançların da bilginin oluşumunda etkili olduğudur. Sosyal Yapılandırmacı Kuram, öğrencilerin bilgiyi oluştururken, yetişkinler tarafından geliştirilen materyal ve açıklamaları temel almaktan ziyade, çocuklar için daha anlamlı ve anlaşılır olacağı için, kendilerinin geliştireceği materyalleri önemser (Nelissen ve Tomic, 1998). Kısacası, bilgi ve becerilerin kazanılması ve öğrenilmesi, problem çözme sırasında sembollerini kullanma eğilimiyle ve sosyal etkileşim yoluyla gerçekleşmektedir (Yurdakul, 2004: 29).

Vygotsky'ye göre, üst düzey bilişsel fonksiyonların içine alma, hatırlama, dikkat, düşünme ve algılama girmektedir. Bilincin sosyal boyutu birincil, bireysel boyutu ise ikincildir ve sosyal yapılandırmacı kuramcılar tarafından bu iddia desteklenmektedir (Vygotsky, 1985). Bunu, farkındalık hakkında aşağıda verilen görüş takip etmiştir:

“Organizma ve dış dünya arasındaki sınırda yer alan bir şey olarak, temelde “yüzeyde” olan bir şey. Çünkü farkındalık sadece sosyal olarak oluşmuş anlamlar çevresinde hayat bulur.” (Bakhurst, 1988: 38; Akt. Cobb, 2007).

Gözlenen sosyal ortamdan bilginin kazanılması ve özümsemesine *içselleştirme* denilmektedir. İçselleştirme üst düzey fonksiyonların bireyler arasından bireysele doğru ilerlemesi ile gerçekleşmektedir. (Vygotsky, 1978: 30). Vygotsky (1960: 197-198)’e göre;

“Her daha yüksek zihinsel işlev, içsel olmasından önce dışsal ve sosyaldır. Eskiden bu işlev iki insan arasındaki sosyal bir ilişkiydi. Kültürel gelişmenin genel kalımsal yasasını şu şekilde formüleştirebiliriz: Her işlev, iki kez veya iki düzlemde ortaya çıkar. İlk olarak insanlar arasında zihinler arası bir kategori olarak ve daha sonra ise içe dönük-zihinsel bir kategori olarak çocuğun içinde belirir (Akt. Cobb, 2007).”

Vygotsky’ye göre, çocuğun bilimsel kavramları geliştirmesi için öğretim ya da en azından bireylerarası etkileşim gerekir. Sosyokültürel boyut bireylerarası ilişkilerden kendi içine yönelmeyi ve bu içselleştirmede dilin rolünü vurgular (Confrey, 1995). Vygotsky’ye göre dil gelişimi karmaşık fikirlerin içselleştirilmesi için gereklidir. Çocuğun dil becerileri güçlüyse, çocuk yetişkin konuşmalarını daha iyi anlar, bu konuşmalardan daha fazla bilgi edinir, ya da tam tersi yetişkinlerin kullandığı kelimelerin çoğunu anlamadığı için çok az bilgiyi içselleştirir. Yapılandırmacı ortamda dil düşüncüyü şekillendirmekte, birey ve dünya arasında aracılık kurmaktadır. Vygotsky diğer insanlarla konuşmanın yavaş yavaş içselleştirildiğini ve bireyin bu içsel konuşma yoluyla problemleri çözebildiğini belirtmektedir (Hirtle, 1996).

Vygotsky’nin öğrenme ve öğretme alanına en büyük katkısı olan “Ulaşılabilir Gelişim Bölgesi (Attainable Improvement Region)” kavramı, kişinin daha ileri düşünme düzeyine sahip birinin yardımıyla ve onunla etkileşimde bulunarak problem çözme becerilerini potansiyellerinin en üst düzeyine çıkarabileceğini savunan bir kavramdır. Buna göre, bireyin problem çözmeye ulaşabileceği en üst bir düzey bulunmaktadır. Bu düzeye daha ileri düşünme düzeyinde olan birinin, bir yetişkinin, öğretmenin, anne babanın yardımıyla ulaşılabilir ve bu düzey daha da yükseltilebilir. Kişilerin yakınsal gelişim bölgeleri yaşadıkları kültüre, sosyal çevreye ve geçirdikleri deneyimlere göre

farklılık göstermektedir (Altun ve Büyükduman, 2007). Vygotsky (1985: 194) bu durumu şu şekilde ifade etmiştir:

“Her ne kadar bilimsel ve anlık kavramlar birbirlerine ters yönde geliyorsa da, her iki süreçte birbirleriyle çok yakından ilişkilidirler. Anlık kavramın gelişiminin çocuk için belli bir seviyeye gelmiş olması lazımdır ki, onunla ilgili bilimsel kavramı anlayabilsin. Örneğin, tarihsel kavramlar ancak çocuğun günlük anlamda geçmiş kavramının yeteri kadar farkında olmasından sonra gelişebilir (kendisinin ve çevresindekilerin hayatına “geçmişte ve şimdi” temel genellemesini uydurabildiğinde ancak kendisinin coğrafi ve sosyolojik kavramları “burası ve başka bir yer” basit şeması üzerine inşa edilebilir. Günlük bir kavram yukarıya doğru yavaş yavaş ilerlerken aşağıya doğru gelişen bilimsel kavrama yol açar. Kavramın daha ilkel ve temel boyutlarının gelişmesi için gerekli bir dizi yapı yaratır ki, bu da ona vücut ve yapı verir. Bilimsel kavramlar da buna karşılık olarak yukarıya doğru bilinçli ve amaçlı kullanım için yapılar sağlar. Bilimsel kavramlar anlık kavramların içinden aşağıya doğru, anlık kavramlar ise bilimsel kavramların içinden yukarıya doğru gelişirler.”

Bu alan çocuktan çocuğa değişir ve öğrencinin bilimsel kavramın mantığını anlama yeteneğini yansıtır. Bu nedenle, çocuğun sadece bireysel olarak problem çözmesini göz önünde bulunduran test ve okul içi çalışmaların uygun olmadığı görüşündedir ve çocuğun bir yetişkinle işbirliği içinde kavram oluşturma konusundaki gelişiminin izlenmesinin öğrencinin yeterliliklerini görmek için daha uygun olduğunu savunur (Fosnot ve Perry, 2007).

Ulaşılabilir Gelişim Alanı içinde öğrenene nasıl yardım ve destek sağlanacağını betimleyen bir kavram olan “*yapı iskelesi oluşturma-scaffolding*” kavramı, 1978 yılında Bruner ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmalarda öne sürülmüştür. Bu kavram, bir öğretmen ya da aile tarafından sağlanan yardım ve desteği açıklamaktadır. Bilişsel gelişimi harekete geçirmenin etkili yollarından biri olarak değerlendirilmektedir. Scaffolding’i kullanan öğretmenler, bireylerin hem bilişsel yeteneklerinin gelişmesine hem de sosyal ve duygusal ihtiyaçlarının karşılanmasına katkıda bulunmaktadır. Scaffolding için ulaşılabilir gelişim alanı içinde işbirliğine dayalı problem çözme etkinlikleri önemli görülmektedir (Yurdakul, 2004: 30-31; Fosnot ve Perry, 2007). Bu kavram Özmantar (2004) tarafından, öğreneni geliştirmek ve onların şu andaki

yeteneklerinin ötesindeki tüm potansiyellerini elde etmek için verilen yol gösterme olarak tanımlanmıştır.

Sosyal Yapılandırmacı Kuram'da bilişsel gelişimin öğeleri aşağıda verilmiştir (Aydın, 2007: 18):

1. Kültürün temel sembolleri ve kültürel gelişim üzerinde düşünme
2. Karmaşık fonksiyonlar bireylerin toplumsal etkileşimiyle başlar ve yavaş yavaş anlamlar elde edilir ve anlamlar öğrenenler tarafından içselleştirilir.
3. Çocuğun iletişim biçimi olarak ilk öğrendiği şey, konuşma ve diğer sembollerdir, çocuk yavaş yavaş düşüncenin yapısını ve düşüncesini yönetmeyi öğrenir.
4. Dil ve kültür, bireylerin nesnel dünyasını anlamlandırmasını etkiler.

Sonuç olarak, Aydın (2007: 18) tarafından açıklanan sosyal yapılandırmacı kuramın temel varsayımları şunlardır:

- a. İnsanın bilişsel etkinlikleri şu temeller üzerinde yapılır:
 - ❖ İnsan zihninin doğası
 - ❖ İnsanın biyolojik yapısı, kültürel, tarihsel ve psikolojik gelişimi
 - ❖ İnsanda gelişmeyle birlikte ortaya çıkan biyolojik süreçler
 - ❖ İnsanda ortaya çıkan dinamik psikolojik süreçlerin deneysel yöntemlerle araştırılması
- b. Bilgi, toplumsal-kültürel bir bağlamda inşa edilir.
- c. Dilsel-sembol sistemleri, eylemsel olarak çevreye uyum sürecinde insanlar tarafından geliştirilmiştir.
- d. Dil ve kültür, bireylerin nesnel dünyasını anlamlandırmasını etkiler.
- e. Öğrenme, toplumsal-kültürel bir ortamda dilsel bir bağlamda gerçekleşir ve sosyal etkileşimin bir ürünüdür.
- f. Öğrenmeler, salt gelişim dönemine bağlı değildir, çoğu kez gelişimin önündedir. Çünkü öğrenme bilişsel gelişimi etkiler ve yönlendirir. Bu nedenle,

kişinin kendi başına öğrenebileceği şey ile başkasının yardımı ile öğrenebileceği şey arasındaki farkı görmek önemlidir.

Bilişsel kuramcılar her bir öğrencinin düşünsel bakımdan yeniden düzenlenmesine olan ilgisinin aksine, sosyal kuramcılar (örneğin; Vygotsky, Leont'ev, Luria) yaptıkları tanımlarla öğrenmeyi kültürel uygulamalardaki katılımın içerisine koyarlar. Sonuç olarak; eğitime yönelik çıkarımlar, sıklıkla bilişsel süreçler ve ilgili düşünsel yapılardan ziyade öğrencilerin artarak uzmanın etkinliklerine katılımına olanak sağlayan sosyal bağlantı çeşitleri üzerine odaklanmıştır (Cobb, 2007).

2.5.3. Radikal Yapılandırıcılık

Radikal Yapılandırıcı Kuram'ın epistemolojik temelini geliştiren, hem Piaget'in *özümleme* ve *uyum* fikirlerini ve hem de sibernetik (beyin ve sinir sistemi gibi iletişim ve kontrol bilimi) geçerlilik kavramını bir arada incelemektedir. Von Glasersfeld *bilgi* terimini, Piaget'in kullandığı *uyarlama* anlamında kullanmaktadır. Bu kuramda, düşünen öznenin bir amaç veya hedefe ulaşmak için göreceli olarak ürettiği değişimler, gelişmenin itici kuvveti olarak varsayılır. Sonuç olarak da, öğrenme öznenin farklılıkları ortadan kaldırmak için etkinliklerini yeniden düzenlediği bir öz-düzenleme süreci olarak nitelendirilir. Von Glasersfeld öğrenmeyi öz-düzenleme olarak tanımlasa da, bu yapılandırıcı etkinliğin, düşünen bireyin topluluğun diğer üyeleriyle etkileşime girdiğinde oluştuğunu onaylamaktadır (von Glasersfeld, 1992: 381; Akt. Cobb, 2007). Ayrıca, "*gelişen bilişsel özne için en yaygın değişimlerin kaynağının diğerleriyle etkileşim*" olduğunu ileri sürmektedir (von Glasersfeld, 1989).

Radikal Yapılandırıcı Kuram, Yapılandırıcılık için 1.2 başlığı altında verilen ilkelerin ilk üçünü esas almaktadır. Bilişsel Yapılandırıcılığın temel esaslarına ek olarak, gerçekte ilgili bilginin bireyin kendi deneyimlerine, algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Her bireyin deneyim ve çevresi farklı olacağı için bilgisi de farklı oluşur. Bir durumla ilgili herkesin oluşturduğu bilgi aynı olmaz ve farklılıklar gösterir. Yani, bilgi bireysel olarak yapılandırılır. Birey için anlam ifade etmeyen, algılanamayan gerçekler (realiteler) o birey için bilgi değildir. Radikal Yapılandırıcı Görüş yapılandırıcılığın dördüncü ilkesini de kabul eder,

fakat dördüncü ilkeye yüklenen anlam sosyal yapılandırmacı kuramın yüklediği anlamdan farklıdır. Radikal Yapılandırmacılığı savunanlar; sosyal etkileşimi ve grupta tartışmayı, *derin düşünmeyi* sağladığı için önemli bulmaktadırlar. Sosyal etkileşim, derin düşünmeyi sağlamakla bireye bilgiyi oluşturmada ciddi fırsatlar sunabilir (Doolittle, 1999). Bununla birlikte, burada bireysel olarak yapılandıran kişiler üzerinde durulmaktadır, insanın içinde bulunduğu sosyal çevrenin öğrenmeyi ne ölçüde etkilediği incelenmemektedir. Bu kuramın en çok eleştirisi alan yanı budur (Hardy ve Taylor, 1997).

Radikal Yapılandırmacılık, bilginin öğrenenin kendisi tarafından zihinde aktif olarak oluşturulduğu temel ilkesine ikinci bir ilke ekler: İnsanlar değişmeyen bağımsız yapıların olduğu nesnel ve gerçek dünyaya değil, ancak kendi deneyimleri ile oluşturdukları öznel dünyaya ulaşabilirler (von Glasersfeld, 1990). Von Glasersfeld bilginin ve anlamın nasıl inşa edildiğine Piaget’den esinlenmekle birlikte onu aşan yeni bir yanıt vermektedir. O, nesnel bilginin olanaklılığını yadsır ve tüm bilgiyi bilenin zihinsel yapısına bağımlı hale getirir. Ona göre bilgi dışsal gerçekliğin baskısının bir sonucu değildir, birey sadece duyu organları aracılığı ile aldığı duyum izlenimleri ile temas halinde olduğu düşüncelere sahiptir. Bu açıdan bilginin temelinde, çevreye uyum sağlamak yatmaktadır. O bu uyum sürecini anlatırken, nesnel gerçekliğin var olduğuna inanmak için bir nedenimizin bulunmadığını, bireyin öznel olarak işlevsel inançlar oluşturduğunu ancak bu inançların bireyin bilişinin dışında nesnel bir gerçekliği temsil ettiğinin ileri sürülemediğini belirtmektedir. Ona göre, nesnel gerçekliğin bilinemez oluşu, diğer bireylerin bizimkilere benzeyen yapılar oluşturup oluşturmadıklarının da bilinemeyeceği anlamına gelmektedir (Aydın, 2007: 19). Von Glasersfeld bu durumu şöyle açıklamaktadır:

“Her ne kadar bizim dışımızda, orada duran bir nesnel gerçekliğin bulunması olası olsa da, bilgi bu nesnel gerçekliği yansıtmaz. Bilgi açıkçası, bizim deneyimlerimiz tarafından oluşturulmuş, düzenlenmiş ve organize edilmiş bir dünyayı yansıtır.” (von Glasersfeld, 1984: 24; Akt. Aydın, 2007: 19).

Sonuç olarak, Radikal Yapılandırmacılık nesnel gerçekliğin ne olabileceğini bilmenin bir yolunun olmadığını, bireylerin deneyimlerini kendi öznel zihinsel

yapılarıyla düzenlediklerini ifade eder (Smith, 1997). Yani, hiç kimse birinin bilgisinin bir diğer insanınki ile aynı olduğu sonucuna varmamalıdır. Bu nedenle, bu kurama göre matematik öğrenme ve öğretiminin etkililiğini değerlendirmek için betimleyici durum çalışmaları, deneysel ve kontrol edilen şartları içeren çalışmalardan daha önemlidir (Goldin, 1990).

Radikal Yapılandırmacılığın Bilişsel Yapılandırmacılık'tan farklılaştığı temel nokta şudur: Bilişsel Yapılandırmacılık'ta bireyin kendi deneyimlerine dayalı oluşturduğu öznel yapıların yanı sıra, bu öznel yapılardan farklı olarak bireyden bağımsız nesnel yapıların da olduğunu kabul eder. Radikal Yapılandırmacılık da böyle nesnel bir yapı (gerçeklik) yoktur, yapı yalnız bireyin kendi deneyimleri ile oluşur ve bireye özgüdür. Hiç kimsenin bir diğer kişinin deneyimlerinden oluşan dünyası hakkında doğrudan bilgisi yoktur, ancak diğerlerinin bilgi ve deneyimlerinin kişisel modellerini oluşturabilir (Goldin, 1990). Geçmiş deneyimlerinden oluşturulan zihinsel yapılar, birinin devam eden deneyimlerini zihninde düzenlemesi üzerinde etkilidir ki, bu da bilişsel yapılandırmacılıkta yer alan *uyarlama* süreci ile uyumaktadır (Cobb, 2007).

Radikal Yapılandırmacılığa göre, iletişimin katılımcılar arasında tamamen aynı şekilde paylaşılan anlamları içermesine gerek yoktur. Bireylerin sahip olduğu anlamların uyum içinde oluşu yeterlidir (von Glasersfeld, 1991). Bu kuramda Sosyal Yapılandırmacılığın tersine bilginin ilk başta içsel olarak oluşturulduğu, sonra dışsallaştırıldığı savunulmaktadır. Von Glasersfeld'in bilgiye enstrümantalci yaklaşımı genel olarak Bernstein (1983), Putnam (1987) ve Rotry (1978) gibi çağdaş yeni-pragmatist felsefecilerin görüşleriyle tutarlıdır (Cobb, 2007).

Radikal yapılandırmacılığın temel varsayımları şunlardır (Aydın, 2007: 20):

- a. Nesnel gerçeklik (yanı olan şey) bilinemez.
- b. Bilgi, bireysel bilişsel yapılarca inşa edilir.
- c. Bilgi, belli bir perspektifin ürünüdür ve görecelidir.
- d. Her bireyin nesnel dünyasına ilişkin inancı kendine aittir ve diğerleriyle karşılaştırılmaz.

2.5.4. Yapılandırmacı Öğrenme Kuramlarının Ortak Noktaları

Yapılandırmacı öğrenme kuramlarını arasında belli ölçülerde farklılıklar bulunmaktadır. Ancak kesiştikleri noktalardan söz etmekte mümkündür (Aydın, 2007: 21):

a. Nesnel gerçeklik bilinemez. İnsan sadece görünüşleri bilebilir. Bu nedenle, gerçeklik öznedir. Piaget'e göre bilişsel yapılar nesnel gerçekliğe göre değil, nesnel gerçeklik bilişsel yapılarca biçimlenir. Vygotsky gerçekliği dile ve kültüre endeksli hale getirir ve onun dilin ve kültürün dışındaki kendinde gerçekliğini örseler. Von Glasersfeld ise, daha da ileriye giderek, nesnel gerçekliğin bilinemeyeceğini, görünüşe ilişkin inançlarımızın olduğunu, bu inançların ise ötekinin varlığını zorunlu kılmadığını söyleyerek duyumcu bir tutuma kayar ve gerçekliği bütünüyle öznelleştirir ve onu yadsıyacak bir düzeye ulaşır.

b. Bilgi görecelidir. Bu görecelik Piaget'de bilişsel yapıların farklılaşmasında, Vygotsky'de bilginin dilsel ve toplumsal bağlamda ortaya çıkmasında ve topluma göreliliğinde, von Glasersfeld'de ise nesnel gerçekliğe bağımlı olmayan bireysel duyumda kendini açığa vurur.

Daha önceki bölümlerde, Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın felsefesinin anlaşılması ve uygulamaları hakkında fikir edinilmesi amacıyla kuramın dayandığı temel ilkeler ile öğrenme ve öğretme ilkelerine açıklanmış ve ardından kuramın uygulama aşamalarına yer verilmiştir. Aşağıda ise, bu kurama uygun olarak tasarlanmış bir öğrenme deneyimine yer verilecektir.

2.6. Yapılandırmacı Öğrenme'ye Uygun Tasarlanmış Uygulama Örneği

Aşağıda, bilgi ve öğrenmenin nasıl oluştuğu ile ilgilenen ve matematik veya fen öğretimi gibi birçok alanda kullanılabilen Yapılandırmacı Öğrenme felsefesinin daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla ve bir ifadenin çarpanlara ayrılması kavramının kazanılmasına yönelik olarak hazırlanmış olan bir uygulama örneği verilmektedir (Altun, 2008).

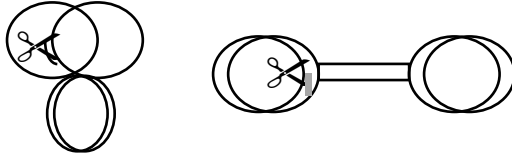
Etkinlik: Kare, dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgen

Grup: 2-3 kişi

Araç-gereçler: Kalem, makas, yapıştırıcı, çeşitli renklerde elışı kağıtları

İşlemler:

1. Kare ve dikdörtgen iki şerit (2 cm genişliğinde, aynı boy, aynı renk kestirilip sonra kıvrılarak halka yapılması).
2. Halkaların aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, dıştan birbirine dik olacak şekilde yapıştırılması.



3. Halkalardan birinin makasla ortasından halka boyunca kesilmesi.
4. İkinci şeridin de aynı şekilde kesilmesi. Her grubun oluşturduğu şekli sınıf tahtası üzerine yapıştırması.
5. Meydana gelen şekil nedir?
6. Şimdi farklı boylarda ve renklerde iki şerit kesilerek yukarıdaki çalışmanın yeniden yapılması. Meydana gelen şekil nedir? Özelliklerinin söylenmesi.
7. Eşkenar dörtgen ve paralelkenar elde etmek için nasıl bir çalışmanın yapılması gerektiğinin sorulması.

Bu etkinlikte kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerinin yaptıkları işlemler ve tartışmalar süreci sonunda elde edilmeleri amaçlanmıştır. Etkinlik süresince öğretmen, gruplarının çalışmalarını yönlendirerek ve sınıf tartışmaları sağlayarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde rehberlik görevi üstlenmiştir. Her grup işlemler sonunda elde ettikleri şekillerin özelliklerini belirler. Gruplar farklı ebatlarda şeritler keseceğinden farklı ebatlarda kare ya da dikdörtgen elde edecekleri için sınıf tartışmasıyla farklı boyutlarda kare ve dikdörtgenleri görme ve inceleme fırsatı bulurlar. Böylelikle küçük gruplarda olan akran etkileşimi gruplar arası etkileşimle daha da pekiştirilmiş olur. Bu tartışmalar sonucunda öğrenciler kare, eşkenar dörtgen,

dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerini kendileri belirleyerek daha kalıcı bir öğrenme gerçekleştirmiş olurlar.

3. Gerçekçi (Realistik) Matematik Eğitimi

Gerçekçi Matematik Eğitimi, geçen yüzyılda Hollanda’da matematik eğitiminde yapılan araştırmalar sonucunda ortaya çıkmış bir matematik eğitimi kuramıdır. Matematik eğitimi için öğretimsel materyallerin tasarımında olduğu kadar matematik öğrenme ve öğretmede de eğitimsel (pedagojik) ve öğretimsel (didaktik) bir felsefeyi tavsiye eden bir matematik eğitimi teorisidir. Gerçekçi Matematik Eğitimi’nin temel prensibi “*matematik her zaman öğrencilere anlamlı gelmelidir*” şeklindedir (Bakker, 2004: 4-5).

Gerçekçi Matematik Eğitimi’nin kurucusu olarak kabul edilen Freudenthal tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını ve gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal bilgiye ulaştığını ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki geleneksel öğrenmenin anti-didaktik olduğunu belirtmiştir (Freudenthal, 1991).

Freudenthal matematik öğrenmenin bir anlamlandırma süreci olarak tanıtmış ve düşüncesini “çocuk için matematik anlamlandırma ile başlar ve gerçek matematik yapmak için her yeni safhada anlamlandırmanın esas alınması gerekir.” (Nelissen ve Tomic, 1998) şeklinde ifade etmiştir. Freudenthal’e göre, matematiksel bir etkinlik konusu matematikten veya gerçek hayattan alınan bir problem için bir çözüm arayışıdır (Freudenthal, 1973). Ona göre, matematiksel kabuller ve yöntemler keşfedilemez fakat icat edilir, yani insanlar tarafından tasarlanır (Freudenthal, 1983). İnsan çevresindeki olayları kontrol altında tutmak için onları sayar, ölçer, sınıflar ve sıralar. Yani, sosyal olgular ve ihtiyaçlar matematik yapma ihtiyacı doğurur. Örneğin; iki şeyden hangisinin daha çok yer kapladığını bilme ihtiyacı, alan ölçmeyi icat etmeye yol açmıştır. Buna bağlı olarak, dikdörtgenin alanı için $A=axb$ şeklinde bir matematiksel formül geliştirilmiştir. Bu bir ölçme eylemidir ve kendi icat ettiğimiz bir şeydir. Başka bir ifadeyle, matematik yapmak için (çevresel bir problem) uyarıcı olmaktadır (Gravemeijer, van den Heuvel-Panhuizen ve Streefland, 1990).

Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'nın aksine, Gerçekçi Matematik Eğitimi oldukça yeni ortaya atılmış bir kuramdır ve geçmişi kısa olmakla birlikte dünyanın birçok ülkesinde öğrenmedeki önemi kabul edilmiş olup ders programlarında yer almış ve halen de almakta olan bir kuramdır. Bu kısa sayılabilecek geçmişine rağmen, bu kuramın nasıl ortaya çıktığı ve geliştiği önem taşımaktadır. Aşağıda, sırasıyla Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin tarihçesi, temel ilkeleri, öğrenme ve öğretme ilkeleri ve aşamaları ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

3.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Tarihçesi

Bu kuramın temelleri Hans Freudenthal (1905-1990) ve meslektaşları tarafından atılmış olmakla birlikte, kuramın gelişimi esasta Hollanda matematik eğitimini Amerika'da doğan “*yeni matematik*” eğitiminin etkilerinden koruma amacıyla Wijdeveld ve Goffree tarafından 1968 yılında başlatılan ve Freudenthal'in katıldığı “*Wiskobas' Project*” adını taşıyan bir proje sayesinde gerçekleşmiştir. Wiskobas ilk olarak Hollanda hükümetinin 1961 yılında ortaokullardaki matematik eğitimini modernleştirmek için başlatılmış olan Matematik Müfredat Modernizasyonu Komitesi (CMLW)'nin bir projesidir. Başlangıç olarak kabul edilen Wiskobas projesinin ardından 1971 yılında matematik eğitiminin gelişimi amacıyla IOWO Enstitüsü kurulmuştur. Bu profesyonel bir tarzın (biçimin) gelişimi için Wiskobas Projesi'nde ihtiyaç duyulan imkânları sağlamış ve ardından da bu gelişimi onaylamıştır. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin bugünkü ilkeleri, çoğunlukla gerçekleştirilen bu projeler zamanında Freudenthal'in ifade ettiği matematik ve matematik eğitimi ile ilgili düşüncelerden elde edilmiştir. Günümüzde, bu yaklaşım ile ilgili çalışmalar Freudenthal Enstitüsü tarafından yürütülmektedir (van den Heuvel-Panhuizen, 1996: 1-2 ve 2000; Bakker, 2004: 5-6).

3.2. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Temel İlkeleri

Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramının esasını oluşturan ve matematik öğrenmenin nasıl olduğu veya nasıl olması gerektiğini belirten ilkeler şunlardır: *Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme, sürecin yeniden keşfi (didaktik*

fenomonoloji) ve *kendi kendine gelişen modellere yer verme*. Bu ilkeler aşağıda ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır (Gravemeijer, 1994; Drijvers, 2003: 52; Bakker, 2004: 6-8):

3.2.1. Yönlendirilmiş Yeniden Keşif ve Matematikleştirme

Yönlendirilmiş yeniden keşif prensibi, öğrencilere daha önceden keşfedilmiş olan bir matematiksel konuyu benzer bir süreç içinde denemeleri konusunda fırsatlar verilmesi düşüncesine dayanır (Freudenthal, 1973).

Freudenthal gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece *matematikleştirme* adını vermiştir (van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre matematik eğitiminde *matematikleştirme* anahtar süreçtir ve bunun iki temel nedeni vardır: Bunlardan birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin değil her insanın işidir. Her insan bir şeyleri bir yere kadar matematikleştirebilir. Matematikleştirme bir strateji haline geldiğinde, öğrenciler günlük hayattaki durumlara matematiksel yaklaşımla bakarlar. Matematikleştirmeyi matematik eğitiminin merkezi yapmanın ikinci nedeni yeniden keşfetme fikri ile ilgilidir. Matematikte son basamak formal bilgiye ulaşmadır. Bu son nokta, öğrettiğimiz matematiğin ilk noktası olmamalıdır. Bu nedenle, öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli sürecin matematikçi tarafından üretilme şekline benzemelidir. Matematikleştirme olarak açıklanan bu süreçte, öğrenci matematik bilgiye kendisi ulaşmaktadır (Gravemeijer, 1994).

Matematikleştirme yatay ve dikey olmak üzere iki aşamalı bir eylem olarak ele alınabilir. *Yatay matematikleştirme* yaşamdan (çevresel) bir olaydan sembollere geçiş, *dikey matematikleştirme* ise sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişki kurma suretiyle formüllere ulaşma şeklindeki daha yüksek düzeyli matematiğe ulaşmadır (van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

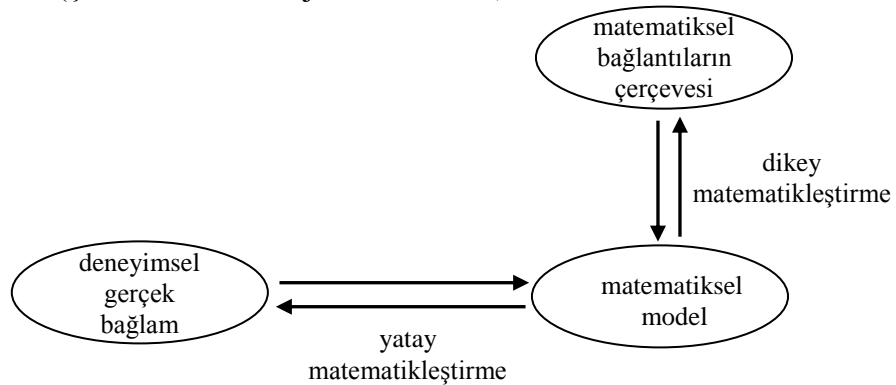
Çocuklar günlük yaşam gerçeklerinden türetilen problemlerle uğraşırken, bu problemleri çözmek için informal dili kullanma ve bağlamdan ayrı olarak düşünme fırsatına sahip olurlar ve matematik yaparlar. Bu süreç *yatay matematikleştirme* olarak adlandırılır. Yani, yatay matematikleştirme günlük yaşam problemi veya fiziksel modelden matematik bilginin üretildiği safhadır. Daha sonra bu informal dil daha

formal ve standart bir dile doğru geliştirilir. Yatay matematikleştirmenin gerçekleşmesinden sonra formal bilginin, algoritmaların elde edildiği ve sonucun sembolle ifade edildiği süreç yaşanır ve bu süreç *dikey matematikleştirme* olarak adlandırılır (Treffers, 1991). Sonuç olarak; yatay matematikleştirme düzenleme, transfer ve gerçek problemlerin matematiksel ifadelerle çevrilmesi ile ilgilenir ve kısacası gerçeğin matematikleştirilmesidir. Dikey matematikleştirme ise, matematiksel bir perspektiften yatay matematikleştirmeyi yansıtmaya ile ilgilenir. Kısacası, matematiksel etkinliklerin matematikleştirilmesi ve matematiksel bağlantıların bir çerçevesini geliştirir. Modeller, planlar, semboller ve diyagramlar dikey matematikleştirme için yararlı olabilecek araçlardır (Treffers, 1987; Akt. Drijvers, 2003: 53).

Freudenthal (1991) yatay ve dikey matematikleştirme arasındaki farkı şöyle açıklamaktadır:

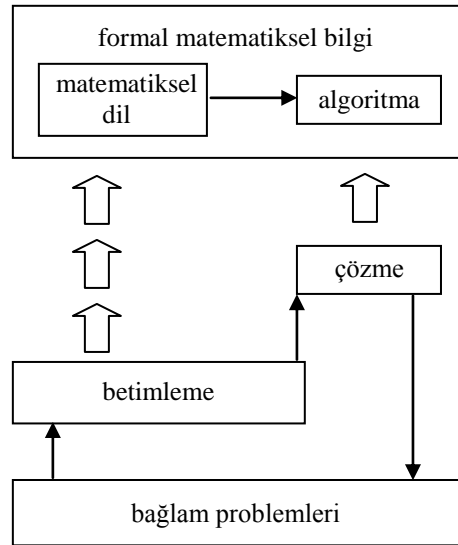
“Yatay matematikleştirme, yaşam dünyasından semboller dünyasına götürür. Yaşam dünyasında biri yaşar ve eylemde bulunur; diğer dünya da semboller şekillendirilir ve mekanik olarak, kavrayışla ilgili olarak, düşünme ile ilgili olarak kullanılır. Bu dikey matematikleştirmez. Yaşam dünyası gerçeklik ile ne kadar ilgili ise, sembol dünyası da o kadar soyutlama ile ilgilidir.”

Her iki matematikleştirme türü de matematik öğretiminin her seviyesinde vardır (van den Heuvel–Panhuizen, 1996). Gerçekçi Matematik Eğitimi’nde yatay ve dikey matematikleştirme birbirini tamamlamalıdır. De Lange (1987)’e göre, yatay durumun dikey bileşenin önünde olması gerekli değildir. Matematikleştirme farklı rotalar izleyebilir. Aşağıda yatay ve dikey matematikleşmenin ne şekilde gerçekleştiği görülmektedir (Şekil 1.1; Akt. Drijvers, 2003: 54).



Şekil 1.1. Yatay ve Dikey Matematikleştirme

Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme ilkesi çerçevesinde, öğrencilere matematiğin ilk keşfedildiği sürece benzer bir süreç yaşamaları konusunda fırsatlar verilmesi, öğrencilere kendi matematiklerini geliştirmeleri için bir yol tasarlanması sayesinde mümkün olabilir. Öğrenciler kendi matematiklerini geliştirirler, ancak bu süreçte akla uygun yani mantıklı tarafların (yönlerin) geliştirilmesi ve yararsız tarafların bırakılması konusunda yardımcı olunması, matematiksel topluluk içerisinde sıradan standartlara doğru bir yakınsamanın araştırılması için öğretmenin rehberliğine ihtiyaç vardır (Drijvers, 2003: 52). Bu sürecin önemli bir parçası, öğrencilerin çokça biçimlenmiş metotlar geliştirirken çözüm (çare) buldukları informal stratejilerdir. Matematiksel bilgi informal fakat anlamlı stratejilerin ilerledikçe biçimlendirilmesi sayesinde geliştirilir (Gravemeijer, 1994). Yani, bu ilke informal çözümlerden yola çıkılarak uygulanabilir. Öğrencilerin informal bilgi ve stratejileri, daha formal bilgi ve stratejilere (sonuçlara) giden bir yol olarak ele alınabilir. Öğrencilerin değişik çözüm süreçlerini kullanmalarına ve daha sonra benzer çözüm süreçlerini matematikleştirmelerine izin veren bağlam problemleri, yeniden keşif süreci için de bir fırsat sağlayacaktır (Gravemeijer, van den Heuvel-Panhuizen ve Streefland, 1990; Gravemeijer, 1994). Bu ilkenin iyi kullanımı için, ileri düzeylere ulaşmaya uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır (Altun, 2008: 26). Yönlendirilmiş yeniden keşif ve matematikleştirme süreçleri, Gravemeijer (1994: 94) tarafından Şekil 1.2.'deki gibi özetlenmiştir:



Şekil 1.2. Yönlendirilmiş Yeniden Keşif ve Matematikleştirme

3.2.2. Sürecin Yeniden Keşfi (Didaktik Fenomenoloji)

Didaktik fenomenoloji, Freudenthal tarafından geliştirilmiş olan bir prensiptir (Drijvers, 2003: 52) ve matematik kavramların analizini yapmak suretiyle nasıl oluştuklarını açıklayabilmeyi konu edinir. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram sürecin yeniden keşfi ile kazanılmaktadır (Gravemeijer, van den Heuvel-Panhuizen ve Streefland, 1990). Bu prensip, öğrencileri stratejilerini geliştirmeleri için cesaretlendiren öğrenci etkinliklerinin tasarımı için bir anlama ve öğrenme vazifesi görebilir (Drijvers, 2003: 52).

Didaktik fenomenolojiye göre, matematik konuların uygulamalarının matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir. Eğer matematiğin tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden elde edildiğini (geliştiğini) kavrarsak, günümüzdeki uygulamalardan da bu yaklaşımla matematik üretilebiliriz. Bu noktada esas yapılması gereken, önce genelleştirilebilecek durumlar bulmak ve sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamları yaratmaktır (Gravemeijer, van den Heuvel-Panhuizen ve Streefland, 1990).

Gravemeijer (1994, 1999)'e göre, didaktik fenomenoloji ilkesinin amacı özel yaklaşımların genellenebileceği ve dikey matematikleştirme için temel olarak alınabilecek çözüm süreçlerini teşvik edebilecek problem durumları bulmaktır. Bu amaç, tarihsel olarak bakıldığında, matematiğin uygulama ile ilgili problemleri çözmeden üretildiği gerçeğinden kaynaklanmaktadır. Matematik eğitiminde bu gelişme sürecine neden olan bağlam problemleri bularak bu amaç gerçekleştirilebilir. Bunun için, matematik öğretimine öğrenciler için anlamlı olan ve öğrenme sürecini teşvik eden bağlamlarla, yani çocukların ilgisini çeken ve pratikte tanıyabildikleri bir durumla başlanmalıdır. İyi seçilmiş bir bağlam, etkin bir düşünme sürecine zemin hazırlar (Nelissen, 1999).

Bazen Gerçekçi Matematik Eğitimi'ndeki "gerçekçi" ifadesi yanlış anlaşılmaktadır (van den Heuvel-Panhuizen, 2000). Birçok kişi bu kelimenin çevredeki nesnelere veya durumları ifade ettiğini düşünmektedir. Bu ifade tam olarak gerçek dünya ile bağlantıyı işaret etmez, aynı zamanda öğrencilerin zihinlerindeki gerçek

problem durumlarını da işaret eder. Hâlbuki bu nesne veya durumlar kurgusal da olabilir (Nelissen, 1999). Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde zihinde bir şeyleri gerçek yapabilme üzerine vurgu yapar. Bunun anlamı, öğrencilere sunulan problemlerin içeriğinde gerçek dünyadan bir şeyler olabilir, fakat bu daima geçerli değildir. Başka dünyalar, örneğin Peri masallarının fantastik dünyası ve hatta matematiğin formal dünyası öğrenciler için uygun içerik sunabilir (van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Gravemeijer (1999) bu durumu şöyle açıklamaktadır:

“Gerçekçi kelimesinin kullanımı, öğrenciler için yaşantısal olarak gerçek olan durumlarda matematiksel bilginin kuruluşunu işaret etmektedir. Gerçekçi Matematik Eğitimi'ndeki bağlam problemleri illa ki otantik, gerçek yaşam durumları ile ilgili olmak zorunda değildir. Önemli olan, problemlerin yerleştirildiği bu bağlamların, öğrenciler için deneysel açıdan zeki bir şekilde eylemde bulunabilecekleri kadar gerçek olmasıdır. Elbette ki, amaç matematiğin kendisinin öğrenciler için gerçek bağlamda oluşmasıdır.”

Bu durum, Bakker (2004: 5) tarafından şu şekilde ifade edilmiştir:

“ Realistik terimi, problem durumlarının öğrenciler için deneysel (tecrübeye dayalı) gerçek durumlar olması gerektiğini vurgular. Bu problem durumlarının her zaman gerçek yaşamda karşılaşılabilecek durumlar olması gerektiği anlamına gelmez. Öğrenciler soyut bir matematiksel problemi de, bu problemin matematiği öğrencilere anlamlı geldiği zaman, gerçekmiş gibi deneyebilirler.”

Sonuç olarak, “gerçekçi” kelimesi iki farklı şekilde yorumlanabilir. İlk olarak kavramsal-yapılanma, model-yapılanma, başvuru ve uygulama için fırsatlar veren gerçek-yaşam durumlarına işaret edebilir. Yine de, gerçeklik gerçek-yaşam ile eş anlamlı değildir. İkinci olarak da, öğrencilerin realistik deneyimlerini içeren matematiksel durumlara işaret edebilir (Drijvers, 2003: 53).

3.2.3. Kendi Kendine Gelişen Modellere Yer Verme

Matematik ve gerçek hayat ilişkilerinde modelleme, sezgisel bir işlevin görselleştirilmesini içerir (Ardahan, 2009). Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Başlangıçta öğrenciler kendileri için tanıdık bir model geliştireceklerdir. Genelleme ve formelleştirme sürecinden sonra, modelin kendisi

aşamalı olarak bağımsızlaşır. Gravemeijer (1994) bu süreci “...ın modeli”nden “...için model”e dönüşüm olarak betimlemektedir.

Gravemeijer (1994)’e göre, bir model etkinliklerin farklı düzeylerinde farklı roller oynayabilir. Gravemeijer (1994), modellerin nasıl kesin bir durumdan daha formal bir muhakeme için modeller haline geldiklerini açıklamıştır. Buna göre, ilk olarak bir model öğrenciler için deneysel olarak gerçek anlamlı problem durumları ile ilgilidir ve öğrencilerin duruma özel çözüm stratejileri ile uyumlu informal çözümlerini destekler (Gravemeijer, 1994 ve 1999; Treffers, 1991). Bu durum bir “...ın modeli”ni göstermektedir. Ardından, bu model ile çalışılması ile model büyük ölçüde daha genel bir karakter kazanır ve matematiksel muhakeme için bir model olarak şekillenir (Drijvers, 2003: 54). Yani, öğrencilerin benzer çözüm yöntemlerinde deneyim kazanmalarının ardından bir stratejinin seçimi artık problem durumuna bağlı değildir, daha çok problemin matematiksel özelliklerinden etkilenir. Burada modelin rolü değişmeye başlar, çünkü o daha genel bir nitelik kazanır. Son olarak, model artık matematiksel muhakeme için bir temel oluşturan, bağımsız bir varlık haline gelir (Gravemeijer, 1994 ve 1999; Treffers, 1991).

Modeller matematiksel düşünme sürecini desteklemektedir. Ona göre model ve modelleme derinlemesine düşünmeyi kolaylaştırır. Kişinin oluşturduğu bir model diğer benzer durumlarda da kullanılabilir. Ayrıca bu oluşturulan model yeni gerçekliklerin matematiksel gösterimi için de kullanılabilir (Streefland, 1985; Akt. Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijers, 2005). Gravemeijer (1999)’e göre, modelleri kullanmanın temel amacı matematiği bir uzmanın bakış açısından açıklamak olmamalıdır. Tersine, modeller öğrencileri kendi bakış açılarından başlayarak matematiği oluşturmaları konusunda desteklemelidir. Öğrencilere, problem çözerken kendi modellerini kullanma ve geliştirme fırsatı verilmelidir. Başka bir deyişle, Gerçekçi Matematik Eğitimi’nde modeller öğrencilerin kendi etkinliklerinden ortaya çıkmalıdır (Gravemeijer, 1994). Modeller öğrenciler için informal bilgi ile formal bilgi arasında köprü rolü üstlenmelidir (Gravemeijer, 1999).

3.3. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Öğrenme ve Öğretme İlkeleri

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin uygulamaları sırasında, öğrenmenin nasıl gerçekleşebileceğini açıklayan ilkeler aşağıda açıklanmıştır:

a. Oluşturma ve somutlaştırma: Bu ilkeye göre, matematik öğrenme yapılandırıcı bir etkinliktir ve matematiğin öğrenciler tarafından yapılandırıcı bir etkinlikle öğrenilmesi öğrencilerin kavramlara karşılık zihinlerinde oluşturduğu imajlar, şemalar, yöntemler, sezgiler veya düşünme deneyimleri gibi temsilleri kendilerinin keşfetmelerinin ciddiye alınması demektir. Bu temsilleri oluşturma matematik öğrenme sürecinin özelliklerinden biridir ve matematik öğrenme bir oluşturma etkinliğidir. Matematiği oluşturma bir etkinlikle öğrenme öğrencilerin zihinlerindeki temsilleri kendilerinin icat ya da keşfetmelerine imkân verecektir ve böylelikle öğrenciler matematikleştirme sürecine etkin bir şekilde katılabileceklerdir. Bu durum yine de öğrencilerin gerçekleştirdikleri bu keşiflerinin daima amaca ulaştığı anlamına gelmez, fakat öğretmene öğretmeye hangi noktadan başlayabileceği konusunda fikir verir (Nelissen ve Tomic, 1993). Aynı zamanda, bu ilkeye göre eğitim somut bir yönlendirmeyi temel alarak başlamalıdır. Başlangıç noktası olarak düzenlenen somut bir olgudan faydalanarak, öğrenciler düzenlenen bu araçları kullanmaları için teşvik edilebilir (Treffers, 1987; Akt. Bakker, 2004: 6; Treffers, 1991).

b. Modellerin ve sembollerin matematikleştirme için kullanımı: Matematiksel kavram veya beceriyi öğrenme, uzun bir döneme yayılan ve değişik soyutlama düzeyleri boyunca (informalden formale ve sezgisel düzeyden sistematik düzeye) hareket edilen bir süreç olarak görülür. Yani sezgisel, informal, bağlama yayılmış fikirlerden daha formal matematiksel kavramların gelişimi, ilerlemekte olan matematikleştirmenin aşamalı bir sürecidir. Çeşitli modeller, planlar, diyagramlar ve semboller bu süreci destekleyebilir. Bu nedenle, bu araçların sağlanması öğrenciler için anlamlıdır ve genelleme ile soyutlama için potansiyel güç sağlar (Treffers, 1991). Gravemeijer (1994) tarafından da, bu noktada modellerin önemini savunmaktadır ve problem çözme etkinliklerinden ortaya çıkan görsel modeller, model durumlar ve

şemaların öğrencilerin değişik düzeyler arasında geçiş yapmalarına yardım edeceği belirtilmektedir.

c. Derinlemesine düşünme ve özel ödevler: Derinlemesine düşünme bireyin kendi veya başkalarının eylem veya fikirleri üzerinde kendi iradesi ile (bilinçli olarak) düşünmesi olarak tanımlanabilir. Diğer insanlarla yürütülen diyalogu kişinin kendisiyle olan bir diyaloga çevirerek içselleştirmesidir. Böylece, derinlemesine düşünme kişiler arasından bireysel bir düzeye doğru ilerleyen içselleştirilmiş diyalogdur. Derinlemesine düşünme vasıtasıyla, her seferinde daha yüksek bir düzeyde yeni zihinsel yapılar oluşturmaya devam edilir. Bu düşünme biçimi matematik problemleri çözmeyi öğrenmede ve gerçekte insan eyleminde önemli bir rol oynar öğrencilerin gerçekte ne düşündüklerini ve neden düşündüklerini keşfetmelerine izin vererek kendilerine olan güvenlerinin artmasını sağlar (Nelissen, 1999). Öğrencilerin kendi yapı ve üretimlerine önem verilmektedir, çünkü Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğrenme sürecinin seviyesi yükseltilir ve bu yükseltme derinlemesine düşünme ile teşvik edilir. Bu amaçla, öğrenciler derste sürekli bir üst düzeye geçtikleri kritik anlara sahip olmalı ve bunun için teşvik edilmelidirler. Bunu gerçekleştirmek için öğrencilere özel ödevler verilmeli, çelişki yaratan problemler sağlanmalıdır (Treffers, 1991).

d. Sosyal bağlam ve etkileşim: Öğrenme sadece bir etkinlik değildir ve bir toplum içinde oluşur, sosyokültürel bağlam tarafından yönetilir ve teşvik edilir. Gerçekçi Matematik Eğitimi de geçmişte olduğu gibi sadece öğretmen ve öğrenciler arasındaki fikir değişimlerine değil, öğrenenlerin kendileri arasındaki fikir değişimlerine de dayalıdır (Treffers, 1991). Öğrencilerin değişik bakış açılarını denemelerinin düşüncelerini harekete geçireceği düşüncesiyle, öğrencilerin düşüncelerini paylaşmalarını temel alır. Öğrenciler küçük gruplarda ya da sınıf tartışmalarında fikirlerini diğer öğrencilerle paylaşma imkânı bulurlar ve birbirlerinden öğrenebilirler. Bir problemi çözerken öğrencilerin birbirleriyle çözümlerini paylaşmaları hem onların iletişim becerilerini geliştirir hem de farklı bakış açılarını görme ve deneme fırsatı tanır (Nelissen ve Tomic, 1993). Etkileşim muhakeme yapmayı, tartışmaları kullanmayı ve analiz etmeyi, kendi çözümleri ve diğerlerinin düşünceleri ile ilgili düşünmeyi teşvik eder. Bu nedenle, düşünme yeteneğini pekiştirir (Treffers, 1991). Bu durum ise

görüşme, müdahale, tartışma, iletişim ve değerlendirmeyi içeren etkileşimi öğrenme süreci için çok önemli bir öge haline getirmektedir (Nelissen ve Tomic, 1993).

e. Yapılandırma ve birlikte işleme: Bir öğretimsel durumu ya da sonucu ilişkili olduğu diğer alanlar içerisinde düşünmek önemlidir. Matematik eğitimi yararlı bütünleştirilmiş bilgiye izin vermelidir. Çünkü öğrenme birbiriyle ilgisi olmayan bir bilgi ve beceri topluluğunu olduğu gibi özümseme değildir, öğrenme sayesinde bu bilgi ve beceriler zihinde yapılandırılmaktadır. Örneğin, teori ve uygulamalar ayrı ayrı öğretilemez, fakat teori problem çözümlerinden geliştirilebilir (Treffers, 1987; Akt. Bakker, 2004: 6; Treffers, 1991).

Treffers (1987) tarafından ortaya koyulmuş olan bu öğrenme ve öğretme ilkeleri van den Heuvel-Panhuizen (2000) tarafından geliştirilmiş ve van den Heuvel–Panhuizen ve Wijers (2005) tarafından yapılan araştırmada da ayrıntılı bir biçimde ortaya koyulmuştur. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin bazıları öğrenme bakış açısını temel alırken bazıları ise öğretme bakış açısını temel alan bu altı ilkesi şunlardır:

i. Aktivite İlkesi: Bu ilke, öğrencilerin informal çalışmaya dayalı problem durumlarıyla karşılaştırılmalarına dayanır. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde, matematik en iyi yapılarak öğrenilen bir *aktivite* olarak kabul edilmektedir ve öğrencilerin kendilerinin üretmeleri önemli bir rol oynamaktadır. Öğrenciler *aktivite* sonucunda kendi ürettiği matematiksel araç ve düşüncelerle kendi matematiksel bilgisine ulaşırlar.

ii. Gerçeklik İlkesi: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde matematiği öğrenmenin gerçeğin matematikselleştirilmesi sonucunda gerçekleştiği, gerçek yaşamdan izole edilmiş bir şekilde öğrenilen matematiksel bilgilerin hemen unutulacağı kullanılmayacağı açıklanmaktadır (Freudenthal, 1968, 1971 ve 1973). Bu nedenle, matematik öğretimine, bazı tanımlar ve soyut kavramlar ile başlamak yerine zengin içerikli matematiksel durumlarla başlamalıdır ki (Freudenthal, 1968), öğrencilerin içerik problemleri üzerinde çalışırken fikir geliştirebilmeleri de sağlanabilsin.

iii. Seviye İlkesi: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğrenciler ilk önce duruma informal çözümler üretir, sonra bu çözümünü şematize eder ve en son olarak da yapılan

diğer çözümlerle birlikte daha farklı ilişkiler kurarak formal çözüme ulaşırlar. Yani, matematik öğrenme esnasında öğrenciler içerikle ilgili informal çözümlerden formal çözüme ulaşma, çeşitli aşamaları şematize etme veya kısaltma, daha geniş boyutlardaki ilişkileri ayırt edebilmeye kadar uzanan bir takım *anlama seviyelerinden* geçerler. Bir sonraki seviyeye geçmenin koşulu ilerleyen aktivitelerdeki yansıtma becerisidir. Bu ilke, matematiksel anlayışı geliştirmesi ve tutarlı bir öğretim programının geliştirmesini sağlaması açısından önemlidir.

iv. Birbiriyle İlişki İlkesi: Matematiğin içeriğini birbirinden ayrı düşünmek imkânsızdır ve hatta zengin içerikli problemleri çözmek için geniş bir matematik anlayışa ve çeşitli matematik aletlerine sahip olunması gerekmektedir. Bu ilke, matematiğin farklı bölümlerinin ya da bir bölümün içerisindeki farklı parçaların birbirleriyle olan karşılıklı ilişkisini ifade etmektedir.

v. Etkileşim İlkesi: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde matematik öğrenme bir sosyal aktivite olarak görülmektedir. Öğrenciler diğer öğrencilerin bulduklarını görerek ve bunları tartışarak kendi stratejilerini geliştirmek için fikir alırlar. Bunun yanında, etkileşim yani işbirliği öğrencilerin daha üst seviyelerde anlamalarını sağlayacak düşüncelerin doğmasına neden olur. Bu ilke, matematik eğitiminde sınıftaki öğrencilerin üzerinde çalışılan konuyu öğrenmelerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde önemli rolü olduğuna işaret eder. Fakat bu tüm sınıfın topluca ilerlediği, her öğrencinin aynı yolu takip ettiği ve aynı anda aynı gelişim seviyesine ulaştıkları anlamına gelmemektedir. Tersine bu kuramda çocuklar birey olarak görülür ve her biri kendi öğrenme yolunda ilerler. Bu durum ise, sınıfların genellikle her biri kendi öğrenme yolunu izleyen küçük gruplara bölünmesi gerektiğine işaret eder. Ancak, bu kuramda yine de sınıfı bir arada tutma ve eğitimi öğrencilerin farklı yetenek seviyelerine göre ayarlama konusunda güçlü bir öncelik vardır. Bu ise, farklı anlama seviyelerinde çözülebilen problemleri öğrencilere sunarak yapılabilir.

f. Rehberlik İlkesi: Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğrencilere matematiği tekrar keşfedebilmeleri, kendi kendilerine matematiksel araçlarını ve düşüncelerini geliştirebilmeleri için yol gösterici fırsatlar verilmesi önemlidir. Bu da, bu kuramda hem

öğretmenin hem de öğretim programının öğrencilerin bilgiyi nasıl edinmesi/nasıl öğrenmesi gerektiği konusunda çok önemli bir rolü olduğu anlamına gelir. Öğretim programı öğrenme sürecini yönlendirici olmalıdır ve öğrencilerin kavrayışlarını değiştirebilme konusunda bir araç olabilecek potansiyele ve öğrencilere kılavuzluk edebilmeleri amacıyla hedefe dayalı uzun dönemlik öğretme-öğrenme bakış açlarına sahip senaryolar içermelidir. Öğretmen istenilen düzeye ulaşılması amacıyla öğrencilere öğrenme süreçlerinin kendilerinden ortaya çıkacağı öğrenme ortamları sağlayarak ve öğrencilerin henüz belli olan anlayış ve becerilerini nerede ve nasıl anlayabileceklerini önceden görerek öğrenme sürecini yönlendirmelidir.

3.4. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin Aşamaları

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin ilkeleri ile öğrenme ve öğretme ilkeleri aslında kuramın uygulayıcılarına fikir vermektedir. Ancak yine de, bu kuramın uygulamalarının nasıl gerçekleştirilebileceği konusunun daha net bir biçimde ortaya koyulmasına ihtiyaç vardır. Bu nedenle, bu başlık altında Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin uygulama aşamaları ve ardından bu aşamalara uygun olarak gerçekleştirilecek öğrenme deneyimlerinde etkili olabileceği düşünülen şema verilecektir.

Gerçekçi Matematik Eğitimi uygun olarak hazırlanan bir öğrenme deneyimi ile bir konunun öğrenilmesi genellikle üç aşamayı kapsar (Treffers, 1991: 26). Bunlar:

1. Birçok özel, alışılmış, gündelik bağlamlarda işlemin kurallarını geliştirme.
2. Aynı yapının böyle birçok bağlamda mevcut olduğunu gösterme.
3. Genel yapıyı çalışma, sembolleştirme ve formüle etme.

Treffers (1991: 32)'a göre, bu aşamaların birincisi ile problem durumlarından yararlanarak matematiksel modele yönelme kastedilmektedir. Böylelikle bunlar matematiksel yollarla yaklaşılabilir. İkinci aşama yapısal benzerliklerin tanınması ve bu modele uygun birçok durumun farkında olma ve üçüncü aşama matematiksel modeli temsil eden yeni zihinsel nesnenin yapılandırılmasından oluşur. İki aşama birlikte konu sistemi, semboller dünyası içinde bilginin genişlemesinde ve kavranan yapıda yönetiliyor/ yönlendiriliyor olmasından oluşur. Bu üç aşama soyutlama ile

benzeşmektedir ve temel farklılık soyutlamadakinden daha çok olan sembolleştirmedeki vurgudur. Gerçekçi Matematik Öğretimi'nde soyutlama terimi “yeni matematiksel gerçekliğin oluşumu olarak soyutlama”ya tekabül eden ve resmi matematiğin çocukların matematiksel etkinliklerinden kaynaklandığı *ortaya çıkan modelleme (emergent modeling)* terimini kullanmayı tercih etmektedirler (Gravemeijer, 2002: 125).

Aşağıda Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin felsefesinin ve matematikleştirme sürecinin daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla ve bir kavramın kazanılmasına yönelik olarak hazırlanmış olan bir uygulama örneğine yer verilmektedir.

3.5. Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne Uygun Tasarlanmış Uygulama Örneği

Geometrik dizinin tanıtıldığı bir derste 3-4 kişilik gruplar halinde çalışan öğrencilere aşağıdaki problem verilir ve öğrencilerden kendilerine verilen bu problemi çözmeleri istenilir (Altun, 2008).

“Bir tür yılan bir aylık olunca gövdesinde bir siyah halka beliriyor. Her ay bu siyah halkanın ortasında bir kırmızı halka beliriyor ve böylece iki siyah bir kırmızı halka oluşuyor. Takip eden aylarda bu değişim aynı şekilde sürüyor. Yani her siyah halka ortasından kırmızı bir halka ile bölünüyor. Belli bir yaşa gelmiş bulunan bir yılanın kırmızı ve siyah halka sayıları bulunabilir mi? Aşağıdaki tabloyu doldurunuz ve 12 aylık bir yılanın kaç halkası olduğunu bulunuz.”

	<u>Siyah (S)</u>	<u>Kırmızı (K)</u>
S	1	-
SKS	2	1
SKSKSKS	4	3



Şekil 1.3. Halkalı Deniz Yılanı Resmi ve Problemin Çözümü ile ilgili Tablo

Oluşturulan gruplar öncelikle kendi aralarında problemi çözmeye çalışırlar ve ardından da çözümlerini sınıfta tartışırlar. Sonuçta, öğrencilerin siyah halka sayısının ikinin kuvvetleri şeklinde ilerlediği, kırmızı halka sayısının ise sarı halkaların

sayısından bir eksik olduğu belli olup, 12 aylık yılanın 2048 siyah ve 2047 kırmızı halkasının oluşacağı sonucuna ulaşmaları beklenilir. Bu aşamada öğretmen öğrencilerin dikkatini siyah halkalara çeker ve siyah halkaların dizilişinde olduğu gibi belirli bir sayıdan başlayıp bir önceki terimin sabit bir sayı ile çarpılması ile yeni terimin oluşturuldu dizilere geometrik dizi denileceği sonucuna ulaşmaları konusunda öğrencilere destek sağlar.

Bu örnekte yılan fiziksel bir modeldir ve mutlaka gerçek yaşamda böyle bir yılanın olması gerekli değildir. Bu tür modellerin gerçek yaşamda olabilecek şekilde tasarlanmaları yeterlidir. Bu problemin çözümünden geometrik dizi kavramı ve dizinin özellikleri elde edilebilmektedir.

Sonuçta, geometrik dizinin doğasının fark edildiği bu süreç *yatay matematikleştirme*dir. Yatay matematikleştirme ile geometrik dizi kavramı tanınmasının ardından “İlk terim a_0 , ortak çarpan r olmak üzere herhangi bir terimi $a_n = a_{n-1} \cdot r$ şeklinde ifade edilen dizilere *Geometrik Dizi* denir.” şeklinde tanımı elde ederek daha ileri düzey matematiğe geçme ise dikey matematikleştirme dir. Artık bu sonucun yılanla bir ilgisi kalmamıştır ve bağıntı fiziksel modelden soyutlanmıştır. Daha sonra dikey matematikleştirme süreci içerisinde geometrik dizi ile ilgili daha ileri uygulamalara yer verilebilir (Altun, 2008: 27).

3.6. Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar

Yapılandırmacı Öğrenme esas itibarıyla bir bilgi kuramıdır ve bilgiyi nasıl oluşturduğunu ile ilgilenen ve matematik, fen eğitimi gibi birçok alanda kullanılabilen bilişsel bir kuramı iken, Gerçekçi Matematik Eğitimi bir öğrenme kuramıdır. Bu iki kuram arasındaki esas farklılık bilginin yapılandırılmasında izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır.

Gerçekçi Matematik Eğitimi matematik yapmak için çevresel bir olayın uyarımını temel alır ve kuramsal bilginin uygulamadan ayrı olarak kazanılmasını reddeder. Bilginin, bağlamsal problemlerin çözümü sürecinde kazanılmasını temel alır.

Oysa ki, yapılandırmacı öğrenmede bu durum farklıdır ve uygulamalardan önce kavram ve süreçlerin anlaşılması önemlidir (Gravemeijer, van den Heuvel_Panhuizen ve Streefland, 1990). Yapılandırmacı Öğrenme’de çevre önemli olmakla beraber, matematik öğrenme için bu denli bağlayıcı değildir. Öğretmen çalışılacak konuyu ve çalışmanın içeriğini öğrencilerinin ön bilgi ve deneyimlerini etkin bir şekilde değerlendirerek planladığı takdirde yapılandırmacı öğrenme gerçekleşir.

Gerçekçi Matematik Eğitimi’nde öğrenme etkinliklerin hazırlanmasında öğrencinin payı çok büyüktür ve matematik öğrenmeye matematikleştirme ihtiyacı duyulacak bir olaydan başlamak şarttır. Yapılandırmacı Öğrenme’de böyle bir koşul yoktur. Yapılandırmacı Öğrenme’de öğretmenin etki alanı daha büyük, öğrencinin payı çok küçüktür. Gerçekçi Matematik Eğitimi’nde öğrenme ortamının oluşturulmasında ne tür materyal seçileceği de öğrenciye kalmaktadır. Bu özellikleri ile Gerçekçi Matematik Eğitimi yapılandırmacı yaklaşımlardan sosyal yapılandırmacılığa daha yakın durmaktadır.

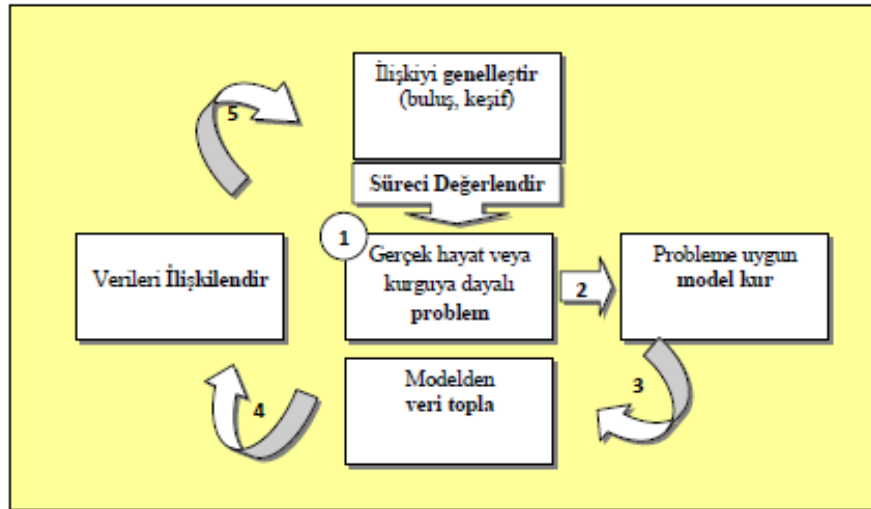
Bu iki kuramın her ikisi de (Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi) sonuçtan çok sürece odaklıdır. Her ikisinde de;

- * Öğrenme için informal bilgi, beceriler ve deneyimler,
- * Öğretimde motivasyon ve anlamlandırma,
- * Çevrenin öğrenme üzerindeki rolü,
- * Grupta tartışma ve dil önemlidir (Nelissen ve Tomic, 1998).

Gravemeijer (1994)’e göre, yapılandırmacılığın bilginin bir bireyden diğerine doğrudan aktarılamayacağı, bireyin kendi bilgisini kendisinin oluşturduğu fikri Gerçekçi Matematik Eğitimi’ndeki matematikleştirme sürecini desteklemektedir. Gerçekçi Matematik Eğitimi matematik yapmak için bir bağlamı temel alır ve kuramsal bilginin uygulamadan ayrı olarak kazanılmasını reddeder. Yapılandırmacılıkta ise, uygulamalardan önce kavram ve süreçlerin anlaşılması önemlidir (Gravemeijer, 1994). Yapılandırmacılık da bağlamı önemsemesine rağmen, Gerçekçi Matematik Eğitimi’nde ki kadar bağlayıcı değildir. Öğretmen çalışılacak konuyu ve çalışmanın içeriğini öğrencilerin ön bilgi ve deneyimlerini etkin bir şekilde değerlendirerek planlarken,

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğretmen ise öğretici konu ile ilgili bağlamsal problemler bularak ve üreterek katkı sağlamaktadır. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğretmenin rolü bilgiyi dağıtmak değildir, öğrencilere öğrendiklerini sentez yapmalarına ve birleştirmelerine yardım etmektir.

Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi gibi farklı öğrenme yaklaşımları yada yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilecek olan öğretim denemelerinde kullanılmak üzere Ardahan (2002) tarafından geliştirilen *sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modelinin*, etkinliklerin hazırlanması ve uygulamanın tasarlanması aşamalarında araştırmaya katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu model, problem çözme sürecini beş kritik ve ardışık adımla açıklamaktadır. Bunlar; *probleme uygun matematik model kurma, modelden veriyi toplama, verileri ilişkilendirme, ilişkiyi genelleştirme ve öğrenme süreci ve sonucu değerlendirme*dir (Ardahan ve Ersoy, 2001). Bu kritik adımlar aşağıdaki şekilde modellenmiştir.



Şekil 1.4. Sorgulayıcı Problem Çözme ve Öğrenme Modeli (Ardahan, 2002).

Bu araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturan kavramlardan biri de, bu çalışmada öğrenim deneyimlerinde yani Yapılandırmacı Öğrenme ya da Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanmış olan etkinliklerin uygulamalarında bilginin oluşum sürecinin incelenmesinde bir araç olarak kullanılacak olan RBC+C soyutlama modelidir. Bu modelin bilgi oluşumu sürecinde nasıl kullanılacağı

anlaşılması ise, ancak teorinin yapısının ve uygulanışının anlaşılması ile mümkün olabilir. Bu nedenle, aşağıda soyutlama/bilgi oluşumu ve ardından soyutlamaya bakış açıları ile RBC+C soyutlama modeli ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

4. Soyutlama – Bilgi Oluşumu

Soyutlamanın teorik temelleri oldukça eskiye dayanır. Soyutlama, Aristotle zamanında çalışılmaya başlanmış ve çeşitli filozoflar tarafından ele alınmıştır. Ancak soyutlamanın birçok yönü olduğu için soyutlamanın tek bir anlamı üzerinde fikir birliği sağlanamamıştır (Hazan, 1999; Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, soyutlama matematik eğitiminde önemli bir konu olmakla birlikte, eğitimciler arasında tam bir fikir birliği bulunmamaktadır (Ohlsson ve Regan, 2001). Soyutlama fikri üzerinde yapılan tartışmalar, yapılandırmacı kuram üzerindeki tartışmalara paralel olarak gerçekleşmiş ve bilişsel yapılandırmacılar ile sosyokültürel yapılandırmacıların soyutlamayı açıklama şeklinde farklılıklar ortaya çıkmıştır. Bunun sonucunda da, yüzyıllardan beri üzerinde çalışılmaya devam eden soyutlama fikrinin günümüzde iki değişik bakış açısıyla yorumlandığı görülmektedir. Bunlar; *bilişsel* ve *sosyokültürel* bakış açılarıdır.

Soyutlama fikrini anlamlandırmada öne çıkan bu iki bakış açısına ait temel ilkeler incelendiğinde, bilişsel ve sosyokültürel bakış açılarının soyutlamayı bir süreç olarak kabul etmeleri bakımından benzeşmekte oldukları, yani yeni zihinsel durumların/objelerin soyutlama sürecinin sonucunda meydana geldiği (Hassan ve Mitchelmore, 2006) düşüncesine dayandıkları anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, ilerleyen aşamalarda görüşler birbirinden ayrılmaktadırlar. Örneğin, soyutlamanın gerçekleşmesinde bağlamın rolü her iki bakış açısına uygun olarak gerçekleştirilen soyutlamalarda farklı şekilde algılanmaktadır.

4.1. Bilişsel Bakış Açısı ile Soyutlama

Soyutlamayı bilişsel bakış açısı ile ele alan araştırmacılardan biri Piaget'dir. Piaget kişinin dikkatini nereye verdiğine önem verir ve soyutlamanın üç farklı çeşidinden bahseder. Bunlar; nesnelde deneysel soyutlama, özellikler üzerinde sözde-deneysel soyutlama ve eylemler arasında karşılıklı ilişkiler üzerinde yansıtıcı

soyutlama. Piaget deneysel, sözde-deneysel ve yansıtıcı soyutlama arasındaki farklılıkları “*Studies in Reflecting Abstraction*” adlı kitabında belirtmiştir. Ona göre, deneysel soyutlama nesnelerin özelliklerini genelleme anlamına gelmektedir. Çünkü deneysel soyutlama matematiksel kavramların gelişimiyle dolaylı olarak ilgilenmektedir (Özmantar ve Monaghan, 2007). Kavramlar arasındaki yüzeysel benzerliklere dayanmaktadır ve günlük yaşamdaki kavramları oluşturmaya yönelik bir soyutlama tipidir (Mitchelmore, 2002). Yani, deneysel soyutlamada öğrenenler sadece nesnelerin özelliklerini kullanarak soyutlama yaparlar. Sözde-deneysel soyutlama, deneysel soyutlamada olduğu gibi yine kavramların ortak özellikleri dikkate alır (Mitchelmore ve White, 2004), fakat bunun yanında eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurur (Tall, 1991). Yansıtıcı soyutlama ise, öğrenenin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine eğilip onlar üzerine düşünerek, çalıştığı konuya yönelik yeni çıkarımlarda bulunmasını kapsar (Zembat, 2007) ve eylemlerin ve işlemlerin nasıl düşünülmüş ve özümsemiş nesnelere haline gelmeye başladıkları üzerinde odaklanır (Tall, 2004). Piaget çeşitli yansıtıcı soyutlama yapılarından bahsetmiştir. Bunlar; içsel süreçlerin bir yapılanması olarak *içselleştirme*, yeni bir yapı oluşturmak için iki ya da daha fazla işlemin/sürecin birleşimi ya da *koordinasyonu*, bir dinamik sürecin/işlemin sabit bir nesneye dönüşümünde *muhafaza etme*, *genellemedir* (Paschos ve Farmaki, 2006). Bu tür soyutlama, yapılandırmacı ve “belirli kuralların yeni anlamlar kazanmalarının tam ortasındaki yeni sentezler” ile sonuçlanan bir genellemeye izin verir (Piaget ve Garcia, 1989: 299; Akt. Paschos ve Farmaki, 2006).

Piaget’in yansıtıcı soyutlama fikri daha sonra yapılacak soyutlama araştırmalarına temel oluşturmuş (Tall, 1991), zihinsel işlemlerin sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasında yol gösterici olmuştur. Bu süreç, mantıklı ve tutarlı teorik modellerin yapılanmasını sağlar (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bununla birlikte, birçok yazar deneysel soyutlamanın matematiksel olmadığını iddia etmektedir. Bütün temel matematiksel fikirler deneysel soyutlamanın genel bir süreci vasıtasıyla öğrenilir ve sonraki öğrenme matematiksel soyutlama diye adlandırılan farklı bir süreç tarafından bu deneysel kavramlara dayandırılır (Mitchelmore ve White, 2004). Matematik eğitimcilerinin istediği deneysel soyutlamadan çok yansıtıcı soyutlama

olmalıdır. Ancak bu sayede öğrenciler uğraştıkları problemin yüzeysel özelliklerini ezberlemekten öteye geçer ve problemin çözümünde altyapıyı oluşturan matematiksel ilişkileri soyutlarlar. Buna ek olarak, öğrenciler ayrıca yeni soyutlamaları kendi bilişsel mekanizmalarına ekler ve başka benzer ortamlara (problem, soru, matematiksel kavram vb.) da aktarabilirler (Zembat, 2007).

Soyutlamayı bilişsel bakış açısı ile değerlendiren önemli isimlerden biri de Dienes'tir. Dienes (1961: 281), soyutlamayı “*bir grup farklı durumdan ortak özellik çıkarma süreci*” olarak tanımlamakta ve bir ürün olarak değil, bir süreç olarak ele almaktadır (Akt. Yeşildere, 2006: 25). Ona göre, soyutlama aynı kavramı şekillendiren farklı durumlar arasındaki aynı tür örüntüleri keşfetme sürecidir. Bu nedenle, matematik bağlamında somut bir deneyim fiziksel veya gerçek-dünya özellikleriyle değil, daha çok diğer matematiksel fikirler ve durumlarla nasıl anlamlı bağlantılar kurduyuyla tanımlanır. Örneğin bir öğrenci, sayının bir sunumunu oluşturarak ve onu ya gerçek ya da resimlendirilmiş bloklarla bağlayarak “dört” kavramının anlamını oluşturabilir (1963: 57-59; Akt. Durmuş, 2006).

Skemp ise, soyutlamayı “deneyimlerimizin arasındaki benzerliklerin farkına varma aktivitesi” olarak tanımlamıştır. Skemp (1986: 21) bu süreci şöyle açıklamıştır:

“*Soyutlama*, deneyimlerimizin arasında benzerliklerin... farkına vardığımız bir etkinliktir. *Sınıflama*, bu benzerliklere dayanarak deneyimlerimizi bir araya toplamak anlamına gelir. Bir *soyutlama* bir çeşit devam eden değişim, soyutlamanın zaten biçimlendirilmiş bir sınıfın benzerliklerini görme gibi yeni deneyimleri fark etmemizi sağlayan sonucudur. Bir aktivite olarak soyutlama ve onun son-ürünü olarak soyutlama arasındaki farkı ayırt etmek, sonrakini bir *kavram* olarak adlandırabiliriz.”

Mitchelmore ve White (2004), Skemp'in tanımından yola çıkarak soyutlamayı iki evrede ele almışlardır. Onlara göre, bu sürecin ilk evresi birçok farklı durumda genel özellikleri tanımadır. Günlük yaşam deneyimlerinde bu özellikler yüzeysel olabilir (renk gibi), fakat matematikte daima yapısaldır (sayı gibi). İkinci evrede fark edilen ya da tanınan benzerlik soyutlanır ve bu benzerliği bir anlamda temsil eden bir kavramda şekillendirilir. Bu durum Piaget'in literatüre kattığı örnekle açıklanabilir:

“Elindeki belli miktarda taşı değişik şekillerde (yuvarlak, kare, tek sıra vb.) yan yana dizen bir çocuğun her seferinde yaptığı taş dizme eylemi üzerine eğilip, sonuçlar üzerinde düşünmesiyle daha önceden farkına varmadığı taşları nasıl dizersem dizeyim sonuçta elimde hep aynı sayıda taş var.” çıkarımını yapmasıdır.”

Çocuğun yaptığı taş dizme eylemi, bu eylemin ürettiği sonuç ve çocuğun kendi bilişsel yapısıyla bu mekanizma üzerine düşünmesi ön plandadır. Bu tarz soyutlamaya sahip çocuk için, birçokluğun nicel olarak büyüklüğünün (grubun kaç tane taştan meydana geldiği) o çokluğu oluşturan elemanlara bağlı olduğu gerçeğini özümseyip sayma eylemine ihtiyaç duymayacağı söylenebilir. Eğer çocuk yaptığı eylem ve bu eylemden doğan sonuçları dikkate alarak uğraştığı mekanizma üzerine düşünmezse, sadece elinde bulunan taşların fiziksel özellikleriyle (renk, büyüklük vb.) ilgilenmiş olur. Bu durum çocuğun deneysel soyutlama yapması demektir (Hassan ve Mitchelmore, 2006).

Bilişsel kuramcıların düşünceleri özetlenecek olursa, Piaget ve onu izleyen diğer bilişsel yaklaşım kuramcıları soyutlamanın bir dizi matematiksel süreç ve nesneden oluştuğunu, öğrencilerin zihinlerindeki *bu nesnelere ortak özelliklerine göre ilişkilendirmek* suretiyle daha ileri bir matematiksel nesneye ulaştıklarını belirtmişlerdir (Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Soyutlamanın öğretim sırasında örneklerin incelenmesi ve onlardaki ortak özelliklerin yakalanması ile gerçekleştiğini açıklamışlardır (Özmantar, 2004; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a). Piaget’inde içinde bulunduğu bu psikologlar soyutlamanın ardışık olduğunu ve sıralı eylemler sonucunda elde edildiğini savunmuştur.

Sonuç olarak, soyutlamayı bilişsel yaklaşımla ele alan araştırmacılar üç önemli ortak ifade üzerinde durmaktadırlar (Özmantar, 2005a; Özmantar ve Monaghan, 2007). Bunlar;

- a. Çok sayıdaki spesifik durumlar içerisinde yalnız bırakılmış benzerliklerin tanınmasından ortaya çıkan genelleştirme (belli örneklerin ortak noktalarını tanıma),
- b. Düşük somut seviyelerden soyut düşünmenin yüksek seviyelerine doğru bir tırmanış (somuttan soyuta yükseliş),

c. Kendi bağlamının dışında düşünme süreci, ortamı çevreleyen koşullardan bağımsız olarak gerçekleşen bir süreç (zaman ve yer gibi ortam koşullarından bağımsız bir süreç).

4.2. Sosyokültürel Bakış Açısı ile Soyutlama

Soyutlama ile ilgili ikinci görüş, sosyokültürel bakış açısı ile değerlendirilen soyutlama görüşüdür. Sosyokültürel bir bakış açısıyla ele alınan soyutlama fikri öğrenmenin çevreden, öğrenme ortamını çevreleyen koşullardan, kullanılan araçlardan ve sosyal etkileşimden ayrı bir şekilde gerçekleşmeyeceği düşüncesine dayanır. Bu durum ise, soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alınan soyutlamanın oluşumu için öncelikle uygun çevresel koşulların sağlanması gerektiğini göstermektedir. Çünkü bu bakış açısına göre ancak uygun çevre şartlarının düzenlenmesi halinde bilgi öğrenci için anlamlı olur ve öğrencinin edindiği yeni bilgileri soyutlaması kolaylaşır.

Sosyokültürel yaklaşımın benimsediği açıklamalar özellikle de Davydov'un etkinlik kuramı ile ilgili düşüncelerinden beslenir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Özmantar ve Monaghan, 2007). Davydov (1990) soyutlamayı "*bir niteliği diğer niteliklerden genelden birkaç objeye/duruma ayırma*" olarak tanımlamıştır (Akt. Hassan ve Mitchelmore, 2006). Ona göre, kavramanın deneysel düşünme seviyesi ve kuramsal düşünme seviyesi olmak üzere iki şekli vardır. Bu düşünceye göre günlük kavramlar deneysel düşünme ile kazanılır, fakat deneysel düşünme ile soyut bilimsel kavramlara ulaşamaz. Bilimsel kavramlar soyutlardır ve soyut bilimsel bilginin kazandırılmasının tek yolu "*düşüncenin, durmayan bir devinim ve değişim içinde bulunması ve düşüncedeki evrimin iç çelişmelerinin yaşanması sonucunda ortaya çıkması*" anlamına gelen *diyalektik* mantıktır (Akt. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Öğrenciler yeni matematiksel bilgi ile öncekiler arasında muhtemel çelişkileri ve uygunlukları tartışır, bunların arasında bir bağ kurmaya ihtiyaç duyarlar. Özellikle kanıtlama suretiyle ulaşılan bilgilerde bu durum açıkça görülür. Davydov'un yaklaşımı bilişsel yaklaşımı reddetmekten ziyade, onu kapsamakta ve soyutlama için daha geniş bir çerçeve sunmaktadır. Davydov'un (1990) açıklamalarına göre, bilişsel psikologların

yaklaşımı deneysel düşünce düzeyi için uygun fakat kuramsal düşünce düzeyi için uygun değildir veya yetersizdir (Akt. Özmantar, 2004).

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan araştırmacılardan biri olan Leont'ev (1981) tarafından Vygotsky'nin görüşüne uygun olarak geliştirilen “*aktivite teorisi*” de soyutlama sürecinde oldukça büyük bir öneme sahiptir. Bu teoriye göre, etkinlikler davranışlar zincirinin oluşmasını sağlarlar. Bağlam bir etkinliğin vazgeçilmez bileşenidir, çünkü katılımcılar etkinlikte bağlam ile ilgili davranışları gerçekleştirirler. Bağlam, yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir. Bu teoriye göre, etkinlikler verilen içeriğin anlamlandırılması, yeni bilgi edinilmesi, öğrenilen yeni bilgilerin kalıcı olması ve soyutlanması için çevresel düzenlemenin temelini oluşturur. Bu nedenle, etkinlikler çeşitli el becerilerini içerecek şekilde olmalıdırlar. Bir etkinliğin gerçekleştirilmesi aşamasında; el becerileri yaratıcı, işlemsel ve dönüştürülebilir olmalıdır. Çeşitli el becerisi içeren bir etkinlik (araç, fikirler, işaretler) aracılığıyla davranışlar dolaylı olarak elde edilirler. Bununla birlikte; etkinlikler sadece dış çevreyi düzenleyen fiziksel bir faktör olmak yerine, katılımcının duyuşsal özelliklerine de cevap verip katkıda bulunacak şekilde tasarlanmış olmalıdır. Hazırlanan etkinlikler katılımcıların kişisel geçmişleri, hazır bulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, iletişim becerileri, ... gibi öznel faktörlere de yer vermelidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan araştırmacılardan bir diğeri olan Sfard (1991) ise, soyut matematiksel fikirler iki şekilde kavranabileceğini ele almıştır: Süreçler olarak işlevsel bir şekilde ve nesnel olarak yapısal bir şekilde. Öğrenciler ilk olarak, süreçleri ya da işlevleri, bizim durumumuzda manipülatifleri kullanarak matematiksel kavramlara aşına duruma gelir ve daha sonra onların kavrayışı süreçten ayrılır ve bu eylemler üzerinde yansımalar vasıtasıyla kavramların belli bir kategorisine ait olan yeni bir nesne olarak görülür. Bu yüzden, matematiksel süreçleri nesnel olarak algılayabilmek için öğrencileri yaptıkları eylemler üzerinde iyice düşünmeleri için cesaretlendirmek çok önemlidir.

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan araştırmacılar arasında bulunan Noss ve Hoyles (1996), bağlamın kişinin kavrayışını çeşitli düzeylerde ve birçok şekilde etkileyebileceğini ileri sürmüş, soyutlamayı öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri ilişkilendirmeleri boyutunda ele almış ve durumsal soyutlama fikrini üretmişlerdir. Durumsal soyutlamanın öğrencilerin kullandıkları materyallerden ve bir ortamdaki farklı bileşenlerinden sonuç çıkararak, matematiksel fikirleri nasıl oluşturduklarını anlamaya yardım eden bir araç olduğunu açıklamış ve öğrencilerin etkinlikleri başarılı bir şekilde gerçekleştirerek ilerlemeleri halinde bir önceki etkinliklerle yenilerini birleştirmeyi öğrendiklerini belirtmişlerdir. Onlara göre, durumsal soyutlama, öğrencilerin yaptıkları önceki yapılandırmalardan yararlanmalarını sağlar. Bununla birlikte, bilgi ağı kurma sürecinde yeni bir matematiksel bilginin oluşturulmasında uygun olan araçlar amaca hizmet edecek ölçüde öğrencilerin yararlarına kullanılmaktadır ve böylelikle önceden edinilmiş olan bilgilerle ilişkilendirme kurur.

Soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile değerlendiren diğer önemli isimler olan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ise, soyutlama sürecinin soyut düşünceden hareketle meydana geldiğini fakat bilimsel kavramlar için düşünmenin soyut bilginin oluşmasına neden olmadığını (bilginin bütün bir sistemden oluşması nedeniyle) ve bu nedenle de bilimsel kavramların soyutlanması sürecinde diyalektik mantığın gerekli olduğunu açıklamışlardır. Leont'ev in aktivite teorisinden yola çıkarak, matematiksel soyutlama sürecinin gelişiminde fiziksel, sembolik, dilsel ve işaretsel araçların matematiksel bilginin oluşumuna olan etkilerini de özellikle vurgulamışlardır (Yeşildere, 2006: 27; Dreyfus, 2007; Özmantar ve Monaghan, 2007). Yaptıkları çalışmalarda, soyutlama sürecinde etkinliklere katılanların geçmiş yaşantılarının, etkinliğin gerçekleşmiş olduğu sosyokültürel ve fiziksel koşulların gelişim sürecini etkilediğini ve çoğu zamanda belirlediğini örneklerle açıklamaya çalışmışlardır.

Soyutlama için diyalektik yaklaşımı benimseyen bu araştırmacılar, kendi deneyimlerini somut ve soyut arasında diyalektik bir bağlantı olarak ele alan (Özmantar, 2004) Davydov'un kuramı ile birleştirerek soyutlamayı "*önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak*

yeniden organizasyonu aktivitesi” şeklinde tanımlamışlardır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a ve 2001b; Dreyfus, 2007). Bu tanımda geçen “*aktivite*” sözcüğü ile bireysel veya grup çalışmalarında, tasarlanmış öğrenme ortamlarında öğrencilerin yürüttükleri eylemler; “*yeni bir matematiksel yapı*” ile soyutlama sonucunda oluşan matematiksel düşünce (kavram, bağıntı veya genelleme), “*dikey organizasyon*” ile de Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramında matematikleştirme sürecinin ikinci safhası olan dikey matematikleştirme (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001) yani sembollerle çalışma, kavramlar arasında ilişkiler kurmak suretiyle mevcut matematiksel nesnelere daha formal bir matematiksel nesneye ulaşma (De Lange, 1996; van den Heuvel-Panhuizen, 1996) kastedilmektedir. Dikey matematikleştirme yeni bir matematiksel yapının, matematiksel kavramlarla ve matematiğin kendi içinde yapılandırılması sürecidir ve yeni bir matematiksel yapıya ulaşmak amacıyla eski yapıların yeniden düzenlenmesi, bunlar arasında bağlantı ve ilişki kurulması ve bunların tek bir matematiksel düşünce süreci içinde birleştirilmesini gerektirir. RBC+C soyutlama süreci de, esasta yeni matematiksel yapıların ortaya çıkışlarıyla gerçekleşen dikey matematikleştirme sürecidir (Dreyfus, 2007).

Kısacası, bu araştırmacılara göre soyutlamanın gerçekleşmesi için yeni bir matematiksel yapıya ulaşmak için eski yapıların yeniden düzenlenmesi, bunlar arasında bağlantı ve ilişki kurulması ve bunların tek bir matematiksel düşünce süreci içinde birleştirilmesi gerekmektedir (Dreyfus, 2007). Bu araştırmacılar yaptıkları çalışmalarda öğrenen için yeni yapıların ortaya çıkması ile ilgilenmiş, Freudenthal Okulu’nun dikey matematikleştirme fikrini benimsemiş ve birey için önceki yapıların dikey olarak yeniden organize edilmesiyle yeni matematiksel yapıların nasıl ortaya çıkabileceğini ve bunlar arasında kurulan ilişkileri tartışmışlardır.

5. RBC+C Soyutlama Modeli

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya atılan ve matematiksel soyutlama süreçlerinin analiz edilmesi amacıyla geliştirilmiş olan RBC+C soyutlama modeli Davydov (1990)’un bilgi oluşturma felsefesi ve Leont’ev in aktivite teorisine dayanılarak geliştirilmiş bir modeldir.

RBC+C soyutlama modelinde bireylerin düşüncelerinin eylemlere dayanılarak tanımlanması söz konusudur ve bu amaçla alakalı eylem sınıfı da bilginin yapılandırılması sürecinde kullanılan eylemler olarak anlatılan (Schwarz ve Dreyfus, 1995) bilişsel eylemlerdir. Bu araştırmacılar tarafından ilk defa ortaya atıldığında *tanıma* (recognizing), *kullanma* (building with) ve *oluşturma* (construction) bilişsel eylemleri üzerinden soyutlama sürecinin incelendiği bir model olmakla birlikte, bu model kapsamında oluşturma süreçleri ile soyutlamanın bilginin kalıcı hale gelmesi koşullarını inceleyen ve açıklayan bazı araştırmaların (Tabach ve Hershkowitz, 2002; Dreyfus ve Tsamir, 2004; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Monaghan ve Özmantar, 2004 ve 2006) ardından Dreyfus (2007) tarafından bu soyutlama sürecine *pekiştirme* (consolidation) bilişsel eyleminin de eklenmesiyle son halini almıştır. Araştırmacıya *tanıma* (recognizing), *kullanma* (building with), *oluşturma* (construction) ve *pekiştirme* (consolidation) bilişsel eylemleri üzerinden soyutlama sürecinin inceleme ve bu eylemlerin birbiriyle ne şekilde iç içe olduğunu anlama fırsatı vermektedir. Bu soyutlama modelinin adı (RBC+C) da, bu bilişsel eylemleri ifade eden sözcüklerin baş harflerinin bir araya getirilmesi sonucunda elde edilmiştir. Aşağıda modelin adını da belirlenmesinde de etkili olan bu dört bilişsel eylem ayrıntılı bir biçimde açıklanmaktadır.

Yapıların oluşumunu gözlemlemek metodolojik bir problemdir. Çünkü yapıların oluşumu çok sıklıkla gerçekleşmemektedir ve bunların gözlemleneceği deneyleri tasarlamak da oldukça zordur. Yine de, bu soyutlama öğrenci tek başına oturup matematikle uğraşırken de gerçekleşebilir. RBC+C soyutlama modeli bu problemi bilginin kazanımı ile ilgili bilişsel eylemlerin genel sınıfa üye gözlemlenebilir eylemleri kullanılır hale getirerek çözmüştür (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, doğrudan gözlenemeyen zihinsel eylemler soyutlama süreci içerisindeki en önemli/kritik eylemlerdir ve bu nedenle bu modelde bilişsel eylemler üzerinden çalışılmıştır. Bilişsel eylemler, öğrencilerin sözlü ifadeleri ya da fiziksel eylemleri vasıtasıyla gözlemlenebilen zihinsel eylemlerdir ve RBC+C soyutlama modelinde süreci incelemeye kullanılan *tanıma*, *kullanma*, *oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri de epistemolojik eylemlerdir (Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001; Dreyfus ve

Tsamir, 2004; Dreyfus, 2007). Örneğin, bir stratejiyi kullanma veya verilerden sonuç çıkarma birer bilişsel/epistemolojik eylemdir (Tsamir ve Dreyfus, 2002).

Oluşturma soyutlamanın ana basamağıdır ve bir kişinin yeni yapı üretmek için sahip olduğu bilginin birleştiren ve tamamlayan unsurlarından oluşur (Hassan ve Mitchelmore, 2006; Dreyfus, 2007). Soyutlamanın oluşumunda yeni bir yapıya gereksinim vardır ve yeni bir soyut varlığın oluşturulması ki bu süreçte *tanıma* ve *kullanma* eylemleri iç içe geçmiş olarak var olan yapılardır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Birçok araştırmacı (Dreyfus, 2007; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Özmantar, 2004; Altun ve Yılmaz, 2008; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a, 2008b ve 2008c) tarafından da, bilişsel eylemlerin birbirleriyle iç içe geçmiş, birbirleri içinde yuvalanmış olan bu yapısı rapor edilmiştir. Dreyfus (2007)'e göre, bu bilişsel eylemler belirli yollarla birbiri içinde meydana gelmektedir. Bu yollar, yapıların birbirine paralel bir şekilde ilerleyebilmesi, dallara ayrılabilmesi, birleşebilmesi ya da farklı şekillerde birbirini etkileyebilmesi ve ilerleyen yapılar süresince bir dizi faaliyet içinde öğrencilerin bu yeni yapıları pekiştirebilmesi şeklinde olabilir. Yani, bu eylemler bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı olabilmektedir.

RBC+C soyutlama modelinde süreci incelemede yer alan bilişsel eylemlerden *tanıma*, (daha önceki aktiviteden aşına olunan) bilinen yapıyı ifade etmektedir (Bikner-Ahsbahr, 2004) ve bireyin önceden kazanmış olduğu formal veya informal bilgilerle, öğrenme ortamındaki matematiksel unsurlara anlam yüklemesi demektir. Bu anlam yükleme konuyla ilgili ve önceden karşılaşılmış bulunulan yapıları tanıma demektir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Belirli bir yapısal düzeyde, muhtemelen daha önce başka durumlarda kullanılmış ve uyarlanmış yapıların şu anda ve gerektiği zamanda kullanılabilmesini ifade eder (Hassan ve Mitchelmore, 2006). *Tanıma*, tanıdık bir matematiksel yapının farkına varılması, bu yapının karşılaşılan matematiksel bir ortamda fark edildiğinde gerçekleşir. Tanımının gerçekleştiği an, söz konusu tanıdık yapının öğrencinin zihnine girdiği ilk an değildir ve çoğu zaman deneysel düşünme seviyesinde gerçekleşir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Başka bir söyleyişle, *tanıma* öğrencinin daha önceden aşına olduğu bu yapının mevcut aktivitedeki

matematiksel durumda doğal olarak bulunduğunu, durumla bağlantılı ve ilgili olduğunu fark ettiği zaman ortaya çıkar (Dreyfus, 2007). Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001)'a ve Dreyfus (2007)'a göre, tanıma en az iki durumla (analoji/benzerlik ve özelleştirme) ortaya çıkabilir. Bu durumlardan hangisinin gerçekleşeceği içinde bulunulan bilişsel eyleme göre değişebilir. Eğer yeni bir durumla karşılaşıp daha önceki etkinliğin sonucuna başvuruluyorsa bu yeni durumun bir öncekine benzediğine karar verilebilir ki bu duruma analoji denilir. Ya da bu yeni durumun daha önceki duruma özdeş olduğuna karar verilebilir ki, bu duruma ise özelleştirme denilir.

Kullanma, tanımış bulunduğu matematiksel varlıkları yeni bilgi üretmeye giden yolda ilişkilendirme, problem çözmeye kullanma, onlardan yararlanma anlamına gelir (Dreyfus, 2007). Verilmiş bir hedefe ulaşmak için yapısal elementleri bir araya getirme olarak düşünülebilir (Hassan ve Mitchelmore, 2006). *Kullanma* sürecinde, öğrenci problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için mevcut yapısal bilgisini kullanır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Kullanma eylemlerinde hedefe daha önceden edinilmiş veya oluşturulmuş bilgiler kullanılarak erişilir (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, bu eylemle süreçte bilinen bilgilerin yeni içerikle birleştirilmesi sağlanmaktadır ve bu süreç *tanıma* sürecini de içine alır (Bikner-Ahsbahs, 2004). Kullanma eylemi, öğrencilerin bir durumu anlama, anlamlandırma, anlatma, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma hallerinde ve bir problem çözmeye karşı karşıya olduklarında gözlenir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Çünkü burada öğrenciler daha önceden tanıdıkları yapılara ihtiyaç duyar ve onlara başvururlar. Öğrencinin kullanma davranışı gözlemlenmediğinde (tıkama veya duraksama halinde) öğretmen vs. onları harekete geçirmek için bir ipucu verebilir (Dreyfus, 2007).

Oluşturma yeniden düzenleme ve yeniden yapılanma süreçleri olarak tanınan yeni bilginin yapılanması olarak bilinen süreçtir. Başka söyleyişle, tanınan yapıların kısmi değişikliğe uğratarak yeniden yapılandırılması, düzenlenmesi süreci ve bunun sonucunda yeni anlamlar inşa etme *oluşturma* olarak ifade edilebilir (Bikner - Ahsbahs, 2004). Çünkü bireyin bilgi ve deneyimleri ile diğer bilişsel eylemleri gerçekleştirmesi olmaksızın yeni bir yapı oluşmaz. Oluşturma diğer iki bilişsel eylemin gerçekleşmesi sonucunda ortaya çıkar (Dreyfus, 2007). Bir yapının oluşturulması, genellikle öğrenci

tek başına bu matematiksel konu üzerinde yoğun olarak düşündüğünde de gerçekleşebilir. Eğer öğrenci *oluşturma* eylemi sürecinde soyutlamaya ulaşıyorsa, yeni bilgiyi ifade etmek için bu süreçle eş zamanlı olarak bir dil geliştirir ve bu yeni bilginin doğruluğunu kanıtlamak veya açıklamak için bu dili kullanır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Kısacası, *oluşturma* eylemlerinde işlemin kendisi, bilginin oluşturulması veya yeniden oluşturulması aktivitenin hedefidir, değilse bile hedefe ulaşmak için en azından zorunludur (Tsamir ve Dreyfus, 2002).

Kullanma ile *oluşturma* arasındaki en önemli fark, *kullanmada* daha önce edinilmiş (var) olan yapılar, *oluşturmada* ise çalışmanın hedeflediği yapılar söz konusudur. Oluşturmada bir problemi çözmek, bir çözümü veya hipotezi kanıtlamak gibi bir amaca ulaşmak için yeni bir matematiksel yapının ortaya çıkması gerekmektedir. *Kullanmada* ise hedef, daha önce kazanılan bilgilerin kullanımı ile gerçekleşir. Öğrenci söz konusu amacı gerçekleştirmek için kendisi için ulaşılabilir olan yapıları bir araya getirir. Öğrenci problemi çözmek, ispatlama yapmak suretiyle bu yeni yapıyı oluşturur. (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Matematiksel bir örnek olarak ikinci dereceden bir denklemin köklerini veren

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ bağıntısının ispatı sırasında iki kare farkından yararlanma olayını göz

önüne alalım. Burada $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ şeklindeki ifadeden denklemin çözümü için

yararlanma *kullanma*, denklemin köklerini veren $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ şeklindeki bağıntıya

ulaşma *oluşturma* davranışına örnek olarak gösterilebilir. Benzer şekilde, $ax^4 + bx^2 + c = 0$

şeklindeki bir denklemde $x^2 = t$ dönüşümü yapıp $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ bağıntısından yararlanma

tekrar *kullanma* davranışıdır. Eğer öğrenci standart bir problem çözüyorsa, muhtemelen önceden edinilmiş yapıları tanır ve kullanır (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, öğrenci sıradan problemleri çözdüğünde tanıma ve kullanma eylemleri değişimli olarak gerçekleşebilir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Eğer öğrenci standart olmayan bir problem çözüyorsa dikeysel olarak bilgilerini yeniden düzenleyerek üstesinden gelebileceği bir engelle karşılaşabilir (Tsamir ve Dreyfus, 2002). Yani, öğrenci rutin olmayan problemleri çözdüklerinde

çoğunlukla bir oluşturmaya gidebilir. Standart olmayan bir problem çözerken, öğrenci kendisi için yeni olan bir olayı bularak, bu olayın içsel yapısı üzerinde dikkatle düşünerek ve zihinlerindeki diğer bilgilerle ilişkilendirilerek *oluşturma*ı gerçekleştirebilir. Oluşturma bu nedenle *tanıma* ve *kullanmadan* bağımsız değildir. *Tanıma* diğer iki eylemin - kullanma ve oluşturma eylemlerinin- içinde yer alırken *oluşturma* eylemi bu üç epistemik eylemi de içerir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Öğrencinin ifade ettiklerinin *tanıma* eylemini mi, *kullanma* eylemini mi yoksa *oluşturma* eylemini mi belirttiği farklılık gösterebilir. Aynı problem bir öğrencinin tanıma eylemini gerçekleştirirken bir başka öğrencinin bilgiyi oluşturma eylemini gerçekleştirmesini sağlayabilir. Bu durum öğrencinin biyografisine, bireysel becerilerine ve kullanılan uyarıcıların öğrencinin bilgisini harekete geçirip geçirmemesine bağlıdır. Burada bahsedilen uyarıcılar; öğrencinin öğrenmesi ile yeni bilgi yapılarını oluşturma arasında köprü oluşturacak her şeydir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a).

Dreyfus (2007), RBC soyutlama modeli ile açıklanan soyutlama sürecinde oluşturulan yeni yapıların kırılma olduğunu ve bu durumun yeni yapıyı muhafaza etmeyi zorlaştırdığını belirtmiştir. Soyutlamanın gerçekleşmesinin yanı sıra, edinilen yeni kavramların pekiştirmeye ihtiyacı olduğunu ve bu pekiştirmenin yapıların birbirleri ile ilişkilendirmesi, onları yeni bir yapı oluştururken kullanma ve üzerlerinde yoğun bir biçimde düşünme halinde gerçekleşebileceğini açıklamıştır. Soyutlanmış bir matematiksel nesnenin *sağlamlaşması / pekişmesi* halinde ancak yeni bir yapı olarak nitelenebileceğini ifade etmiş ve soyutlama sürecinde yeni yapılar oluşturulurken öncekilerin tanınmasının ve kullanılmasının onların daha rahatlıkla kullanılabilmesine ve *pekişmesine* yol açtığını belirtmiştir. Dreyfus ve Tsamir (2004) ise, pekiştirmenin öğrencilerin iyi bildiği matematik konularını çalışırken ve aynı zamanda yeni soyutladıkları bir durumu, kavramı daha ileri bir soyutlama için kullanırken ortaya çıkabileceğini açıklamışlardır.

RBC+C soyutlama sürecinin tüm bileşenleri bu eylemlerle sınırlı değildir. Birçok *bağlamsal faktör* böyle bir soyutlama sürecinin özel bir durumda gerçekleştiriliş şeklini etkiler. Bu bağlam pek çok unsura sahiptir. Bunlar; belli öğrenme hedefleri göz önünde bulundurularak oluşturulmuş bir dizi etkinliği içeren bir bağlam, muhtemelen öğrencilerin kullanımında olabilecek teknolojik araçlarla donatılmış bir ortam içeren bir öğrenme bağlamı; grup çalışması, bireysel çalışma ve tüm sınıf çalışmasına alternatif olabilecek bir sosyal bağlam olabilir (Dreyfus, 2007). Öğretim bağlamı, öğretim için tasarlanmış etkinlikler, öğrencinin deneyimleri, tarihsel ve kültürel çevre, öğrenme ortamı, öğretim araçları ile ilgili bilgi ve becerileri, sosyal çevre, öğrencinin grup içindeki konumu ve bireysel çalışma alışkanlıklarının her biri soyutlama süreci üzerinde etkisi olan faktörlerdir. Bu tartışmalar, her matematiksel kavramın soyutlama sonunda elde edileceği anlamını taşımamaktadır. Soyutlanmak suretiyle ulaşılan kısmının fazlalığına ve önemine rağmen bazı matematiksel becerilerin kazanılması, işlem algoritmalarının öğrenilmesi, hatırlanmaya ve tekrara bağlı matematiksel kazanımlardır.

Sonuç olarak, *bağlamda* RBC+C Modeline uygun *soyutlama* yeni bir yapı için ihtiyaç, yapının ortaya çıkışı ve yapının pekiştirilmesi olmak üzere 3 aşamalıdır (Dreyfus, 2007). Yani, bu modele göre soyutlama yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması ile başlar, yeni soyutlanmış bir varlığın oluşturulması ve yeni oluşturulan varlığın ileride tanıma ve kullanma eylemleri yoluyla sağlamlaştırılmasını yani pekiştirilmesini kapsar (Tsamir ve Dreyfus, 2002).

RBC+C soyutlama modeli matematiksel yapıların ortaya çıkışı, bağlantılı etkinlikler dizisi içinde bu yeni yapıların pekiştirilmesi, öğrencilerin tek başına çalışma veya grup çalışması yapabileceği ortamı içeren farklı işbirlikli ve bireysel sosyal ortamlarda öğrenme fakat aynı zamanda tek başına öğrenme, soyutlama sürecini destekleyen teknolojik aletler gibi soyutlama sürecinin birçok yönünü göz önünde bulundurur. Model, soyutlamanın karmaşık süreçlerinin bu bağlamsal faktörleri göz önünde bulundurarak iyi irdelenmiş bir analizini yapmak için araçlar sağlamaktadır (Dreyfus, 2007).

Bu araştırmada, öğrencilerin farklı kavramların öğrenilmesini amaçlayan etkinliklerin uygulamalarındaki bilgi oluşturma süreçleri RBC+C soyutlama modeli bağlamında incelenmektedir. Araştırmanın yürütülmesinde, Yapılandırmacılığın ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin yukarıda açıklanan anlamı matematiğın eskisinden farklı olarak *öğrenilmesi gereken soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, realitenin modellenmesini temel alan problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler* (De Corte, 2004) olarak algılanması ve yine matematiğın, en sade şekilde *yaşamın bir soyutlanmış biçimi* şeklindeki tanımlanması esas alınmıştır. Bu düşünceler ise; araştırma için, araştırmada öğretim çalışmalarının problem çözme tabanlı olması, araştırmanın gerçek yaşamdan seçilen modeller üzerinde çalışılarak gerçekleştirilmesi ve süreç içinde soyutlamanın gerçekleşmesi olmak üzere üç temel referans ortaya koymuştur.

Bu referanslar da göz önüne alınarak yapılan araştırmalar sonucunda, Gerçekçi Matematik Eğitimi ya da Yapılandırmacı Öğrenme kuramlarının Analitik Geometri'ye ilişkin kavramların öğrenimini konu edinen uygulamalarına yer veren bir araştırmaya rastlanamadığı gibi, bu kavramlardan bazılarının farklı öğretim tasarımları / yaklaşımları ya da bilgisayar destekli öğrenme ile öğrenimini konu edinen araştırmaların (Birgin, 2006; Birgin ve Kutluca, 2006; Kutluca ve Birgin, 2007; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009 vb.) sayısının da oldukça az olduğu görülmüştür. Üstelik, Gerçekçi Matematik Eğitimi ya da Yapılandırmacı Öğrenme'nin *süreç içinde soyutlamalara yer verecek* şekilde tasarlanmış uygulamalarının gerçekleştirildiğı araştırmalar (Özmantar, 2004; Özmantar ve Roper, 2004; Altun ve Yılmaz, 2008 vb.) da yok denecek kadar azdır.

Bu araştırmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin belirlenen iki öğrenme kuramının uygulamaları üzerinden ve RBC+C soyutlama modeli aracılığıyla incelenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle, öğrencilerin Analitik Geometri'ye ilişkin kavramları ve hatta bazı cebirsel ve geometriksel kavramları anlamadaki zorluklarını ve kavram yanılıklarını açıklayan bu çalışmaların özellikle de araştırma bulgularının değerlendirilmesi açısından araştırmaya önemli katkı sağlayabileceğı düşünölmektedir. Aşağıdaki bölümde, öncelikle çoğunlukla araştırma bulgularının değerlendirilmesinde

ihtiyaç duyulacağı düşünülen bu kavramların çalışıldığı farklı araştırmalara yer verilmiştir. Ardından, öğrencilerin öğrenmeleri esnasındaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modelini ele alan araştırmalar arasından, bu araştırmaya kuramsal ve yöntemsel anlamda katkısı olduğu düşünülen araştırmalara ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Bu soyutlama modelinin ortaya çıkışı ve geliştirilmesi sürecinin de görülebilmesi amacıyla, bu bölümde yer verilen araştırmaların açıklamaları bazı durumlarda alfabetik sıra ve tarih sırasında göz ardı edilerek verilmiştir.

6. İlgili Araştırmalar

Çalışmanın literatürü oldukça kapsamlı olmasından dolayı iki başlık altında ele alınmıştır. Bunlar; değerlendirme açısından katkı sağlayan araştırmalar ile kuramsal ve yöntemsel anlamda çalışmaya katkı sağlayan araştırmalardır.

6.1. Değerlendirme Açısından Katkı Sağlayan Araştırmalar

Aşağıda, araştırmada yer verilecek cebirsel ve geometriksel kavramlarını konu edinen ve özellikle de bulguların değerlendirilmesi açısından araştırmaya önemli katkılar sağlayabileceği düşünülen son yıllarda gerçekleştirilmiş araştırmalar aşağıda tarihsel sıraya göre verilmiştir.

Bu araştırmalardan Payne ve Squibb (1990), MacGregor ve Stacey (1997), Erbaş ve Ersoy (2000 ve 2002b), Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009), Ertekin (2001), Dede, Yalın ve Argün (2002), Ersoy ve Erbaş (2005), Akkaya ve Durmuş (2006), Dede ve Peker (2007) ve Soylu (2008) tarafından yapılan çalışmalar cebir, denklem ve değişkene ilişkin kavram yanlışlarını ortaya koymayı amaçlayan çalışmalardır. Bunlardan Johnson ve Alibali (1999), Dede (2004), Knuth, Alibali, McKneil, Weinberg ve Madison (2005), Yenilmez ve Avcu (2009) ve Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) tarafından yapılan çalışmalar cebirin ve cebir kavramlarının öğrenimini; Yenilmez ve Yaşa (2008) ve Öksüz (2010) tarafından yapılan çalışmalar ise, geometrik kavramların öğrenimi ile bu kavramlara ilişkin kavram yanlışlarını ortaya koymayı amaçlayan çalışmalardır.

Payne ve Squibb (1990), 3 farklı okulda okumakta olan 13-14 yaş grubu alt ve üst başarı düzeyindeki öğrencilerin cebirde yaptıkları hataları incelerken, öğrencilerin cebirde yaptıkları hataları sınıflandırmak için ortak ve sistematik olarak yapılan yanlışlar olarak nitelendirilen yanlış kurallamalar kullanmışlardır. Kavramayla ilgili yanlışlar kuramının tamamı iki temel ilkeye dayanmaktadır. Bunların ilki, tüm yanlışların *sürçme* veya *yanılgı* olarak sınıflandırılabilir. Buna göre, doğru bir davranışta bulunmaya niyetlendiği halde bunu başaramayan kişinin sürçtüğü, niyet ve amacını yanlış bir şekilde kurgulayan kişinin yanılgı olduğu söylenebilir. İkincisi ise, yanlış kurallamaların katıksız, biçimsel sembolik işlemler sırasında yapılan manipülasyonlar ve semantik algıdaki yetersizliklerden kaynaklandığı varsayımdır. Araştırmanın sonunda, yanlış kurallamaların çok kararsız olduğunu, aynı öğrencinin daha önce yaptığı bir yanlış kurallamayı yeri geldiğinde yapmayabileceği ve sürekli olarak yeni kurallar üretebileceğini, okul bazında yanlış kurallamaların sıklık ve türünün değişiklik gösterdiğini, daha az yanlış yapan öğrencilerin yanlışlarının yanlış kurallamalarla daha iyi açıklanabileceğini açıklamışlardır.

MacGregor ve Stacey (1997) tarafından yapılan çalışmanın başında hiç cebir görmemiş yedinci sınıf öğrencilerinin harfleri ve cebirsel ifadeleri nasıl algıladıkları belirlenmiş ve sonrasında bu öğrencilerin onuncu sınıfa gelene kadar izlenmiş ve bu süreçte her yıl 8 hafta süren cebir konuları ile ilgili ön test ve son test çalışması ve öğrencilerle görüşmeler harfleri ve cebirsel ifadeleri algılamalarının nasıl değiştiğine bakılmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin cebir konularını öğrenmeden önce harfleri bildikleri sembollerle benzeşim kurarak anlamlandırmaya çalıştıkları, öğretme yaklaşımlarının bir kısmının öğrencilerde yanlış anlamalara neden olduğu açıklanmıştır. Ayrıca, 15 yaşına gelene kadar öğrencilerin çoğunluğunun genelleştirilmiş sayılar veya cebirsel ifadelerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıkları da ifade edilmiştir.

Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin; Erbaş ve Ersoy (2000 ve 2002b) tarafından yapılan çalışmalarda da, öğrencilerin eşitliklerin çözümünde karşılaştıkları güçlüklerin, yaptıkları ortak hataların ve olası kavram yanılgılarının ortaya koyulması amaçlanmıştır. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy (2009) tarafından yapılan araştırmanın

sonucunda, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitlikleri / denklemleri çözmek için kullandıkları yanlış kurallamalar belirlenmiştir. Buna göre, düşük başarı seviyesindeki öğrencilerde ve okullarda yapılan yanlışların daha çok yanlış kurallama odaklı iken, orta ve yüksek başarı seviyesinde yanlışların daha çok aritmetik ve işlemsel olduğu açıklanmıştır. Erbaş ve Ersoy (2000 ve 2002b) tarafından yapılan araştırmaların sonucunda ise, öğrencilerin basit eşitliklerin çözümünde birtakım ciddi güçlüklerinin olduğu, bazı kavram yanlışlarına ve yanlış anlamalara sahip oldukları ve bu yanlış anlayışların ilköğretim 6-8. sınıflarda ve ortaöğretim düzeyinde de devam ettiği açıklanmıştır.

Ertekin (2001)'in, Konya'daki ilköğretim okullarında okumakta olan 553 yedinci sınıf ve 517 sekizinci sınıf öğrencisine araştırmacı tarafından kararlaştırılan bir teşhis testinin uygulanmasıyla gerçekleştirdiği araştırmanın sonucunda, öğrencilerin denklemleri çözmeye eşittir işaretinin anlamı, harfli ifadeler, toplama işaretinin anlamı, kesirler, işlem önceliği, dağılma özelliği, yönlü sayılar gibi konulardaki bilgi eksikliklerinden kaynaklanan güçlük ve yanlışlarının olduğunu tespit etmiştir.

Dede, Yalın ve Argün (2002) tarafından yapılan araştırmanın sonucunda, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin değişken kavramının anlamını bilmediklerini ve bu kavramın ne işe yaradığını anlamadıklarını görülmüştür. Öğrencilerin veri tabloları, örüntüler ve bunlar arasındaki ilişkileri görmede ve anlamada oldukça zorlandıklarını tespit edilmiştir.

Ersoy ve Erbaş (2005) tarafından yapılan bir çalışmanın elde edilen sonuçları, öğrencilerin Cebir konularını öğrenmede birtakım güçlükleri olduğunu göstermiş ve bu durumun da öğrencilerin özellikle eşitlik ve değişken kavramlarına ilişkin birtakım kavram yanlışlarının olabileceği ifade edilmiştir.

Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından ilköğretim ikinci kademe öğrencilerine farklı cebirsel kavram yanlışlarının ortaya çıkarılması amacıyla gerçekleştirilen çalışmanın sonunda, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cebirde harfleri anlamlandıramadıkları ve bu nedenle de harfler ve değişkenlerle işlem yaparken zorlandıkları açıklanmıştır.

Dede ve Peker (2007) tarafından yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilen çalışmanın sonucunda, öğrencilerin cebirsel işlem ve harfli ifadelerle yönelik hata ve yanlış anlamalarının olduğu ve hatta harfli ifadelerin kullanılmasının ve bunlar üzerinden işlemler yapılmasının gerektiği durumlarda bu hata ve yanlış anlamaların arttığı anlaşılmıştır.

Soylu (2008) tarafından ilköğretim yedinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilen çalışmanın sonucunda; öğrencilerin basit cebirsel ifadelerde değişkenleri kullanabilme, değişkenleri anlamlandırma ve değişkenleri belli harflerle sınırlandırma (sadece x olarak düşünme) gibi konularda problem yaşadıkları anlaşılmıştır. Öğrencilerin büyük bir kısmının değişken veya değişken olarak verilen harfleri sayısal değerlerle eşleştirdikleri görülmüştür.

Cebir ve cebir kavramların öğrenimini inceleyen ve araştıran Johnson ve Alibali (1999), Dede (2004), Knuth ve arkadaşları (2005), Yenilmez ve Avcu (2009) ve Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) tarafından yapılan çalışmalara aşağıda yer verilmiştir:

Johnson ve Alibali (1999), öğrencilerin matematiksel denklik/eşitlik hakkındaki kavramsal anlamaları ile sözel problemlerin/eşitlik gerektiren problemlerin çözümü için gerekli işlemler arasındaki ilişkileri araştırmış ve ileri sınıflarda eşit işaretinin bir eylemsel sembol olarak görülüp görülmediğini incelemişlerdir. Bu bağlamda, *eşitlik* kavramı ve *eşitlik* kavramı için doğru işlemlerin gerçekleştirilmesine odaklı olarak gerçekleştirilen eğitim öncesinde ve sonrasında ilköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin işlemsel ve kavramsal bilgilerini değerlendirmişlerdir. Beşinci ve altıncı sınıftaki öğrencilerin çoğunun *eşittir* işaretinin anlamını bilmedikleri ve eşitliklerin yapısını tam olarak kavrayamadıklarını açıklamışlardır.

Dede (2004) tarafından 14-15 yaşındaki öğrencilerin değişken kavramını anlama düzeylerini ortaya koyulmaya çalışılmış ve verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin bilinmeyen içeren sözel problemleri denklem olarak yazmada zorlandıkları açıklanmıştır. Öğrencilerin değişken kavramının genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olmadıkları, değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilmedikleri, matematikte daha önceden öğrendikleri bilgileri yanlış temsil ettikleri,

aritmetik işlem bilgilerinde eksikliklerinin olduğu ve değişken kavramıyla işlem yapabilme yetersizliklerinin olduğu tespit edilmiştir.

Knuth ve arkadaşları (2005), ortaokul öğrencilerinin eşitlik ve değişken cebirsel fikirlerini ve bu iki fikrin kullanımını gerektiren problemlerdeki performansları ile aralarındaki ilişkileri anlamayı amaçlayan bir çalışma yapmışlardır. Çalışmanın sonucunda, işlemsel anlamda altıncı sınıf öğrencilerinden bazılarının *eşittir* işaretini sonuçtan bir önce yazılan bir işaret olarak düşündüklerini, sekizinci sınıf öğrencilerinin bir kısmının ise *eşittir* işaretinden sonra sonucun yazılması gerektiğini düşündüklerini, ilişkisel anlamda ise altıncı sınıf öğrencilerinin *eşittir* işaretinin sol tarafı ile sağ tarafındaki sayıların birbirine eşit olduklarını düşündüklerini açıklamışlardır.

Yenilmez ve Avcu (2009) ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektikleri gözlenmiştir.

Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) ilköğretim altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin aritmetiksel ve cebirsel sözel problemlerden denklem oluşturma, verilen aritmetiksel ve cebirsel denklemlere uygun problemleri kurma yeterliliklerini belirlemeyi amaçlayan bir çalışma yapmışlardır. Çalışmanın sonunda; altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin parantez kullanımı, işlem önceliği ve problem durumundaki “katı, eksik, fazla” gibi ifadeleri yanlış yorumlamalardan kaynaklanan hataları sıkça tekrarladıkları ifade edilmiş, denklem kurmada yetersiz oldukları açıklanmıştır.

Geometrik kavramların öğrenimi ile bu kavramlara ilişkin kavram yanlışlarını ortaya koymayı amaçlayan, Yenilmez ve Yaşa (2008) ve Öksüz (2010) tarafından yapılan çalışmalara ise aşağıda yer verilmiştir:

Yenilmez ve Yaşa (2008) tarafından, ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin “doğru, doğru parçası, ışın” konularındaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi amacıyla bir araştırma yapılmıştır. Araştırmanın sonunda; matematik başarısı yüksek olan

öğrencilerin daha düşük başarı sağlamış öğrencilere oranla daha az kavram yanılığına düştükleri, matematik kaygı düzeyi yüksek olan öğrencilerin kavram yanılığlarına daha sık düştükleri, kaygı düzeyi düşük olan öğrencilerin ise kavram yanılığlarına daha az düştükleri tespit edilmiştir. Kendine güvenen ve derse karşı daha az kaygı besleyen öğrencilerin dikkatlerini derse verdiklerinden kavramları anlamalarının kolaylaştığı ve dolayısıyla da yanılığa düşme ihtimallerinin de azaldığı açıklanmıştır.

Öksüz (2010) tarafından yedinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilen bu çalışmada, öğrencilerin *nokta*, *doğru*, *doğru parçası*, *ışın* ve *düzlem* konularında karşılaştıkları güçlükler ve sahip oldukları kavram yanılığlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Araştırmanın sonunda, öğrencilerin söz konusu kavramları kavramlaştırmada birçok güçlüklerle karşılaştıkları ve çeşitli kavram yanılığlarına sahip oldukları açıklanmıştır.

6.2. Araştırmaya Kuramsal ve Yöntemsel Anlamda Katkı Sağlayan Araştırmalar

RBC+C soyutlama modelini ele alan ya da Gerçekçi Matematik Eğitimi / Yapılandırmacı Öğrenme'nin bu soyutlama modeline aracılığıyla gerçekleştirilen uygulamalarına yer veren araştırmalar arasından, bu araştırmaya kuramsal ve yöntemsel anlamda katkısının olması beklenen araştırmalar aşağıda tarihsel sırayla verilmiştir.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), soyutlamanın *problem çözme esnasında oluştuğu* düşüncesini ileri sürmüş ve yaptıkları çalışmada *soyutlama sürecinin bir analizi* gerçekleştirmişlerdir. Soyutlamanın öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun bir diyalektik ortamda gerçekleşmesinin önemini vurguladıkları çalışmada, dokuzuncu sınıfa devam eden 1 öğrenci ile görüşmeler yapmış ve yaptıkları görüşmelerde bu öğrenciye 1 hayvan parkındaki 3 hayvan topluluğunun zamana bağlı değişimi üzerinde geliştirdikleri 4 açık uçlu soruyu yöneltmişlerdir. Öğrencinin bazı sorularda *daha önceden yapılandırmış olduğu fonksiyon kavramı bilgisini kullandığını* ve yeni bilgiyi yapılandırmaya ihtiyaç duymadığını, yani *tanıma* eylemi ile yetindiğini gözlemlemişlerdir. İlerleyen sorularda, öğrencinin üç topluluğun grafiklerini kullanmak zorunda olduğunu ancak bir topluluğun sayısının değişme

davranışı göstereceği bir durumun söz konusu olduğunu ve öğrencinin bu durumu onu şaşırtan bir problem halinde ortaya koyup mantıksal yapıyı tanıdığını, ardından da uygun bilgi ile yeniden düzenleyerek *kullanma* eylemini gerçekleştirdiğini açıklamışlardır. Öğrencinin zorlandığı sorularda, öğrenciye görüşmeci tarafından basit tekrar soruları yöneltilmiş ve böylece öğrenciye basit bilgi yapıları hatırlatarak öğrencinin kendince yeni bilgi yapılarını inşa edebilmesine olanak tanımışlardır. Elde edilen verilerin çözümlenmesi sonucunda; öğrencinin problemdeki sayısal verilerin değişim oranını fonksiyonel bir kavram olarak yapılandırıldığını ve kısmen de olsa *oluşturma* eylemini gösterdiğini belirtmişlerdir. Araştırmanın sonunda, soyutlamanın *tanıma*, *kullanma* ve *oluşturma* olarak ifade edilebilecek üç epistemik eylemi kapsadığını öne sürmüşlerdir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001a ve 2001b) tarafından RBC soyutlama modelini bir durum çalışması ile örneklendirmeyi, daha karmaşık ve ilave durum çalışmaları ile modeli değerli kılmayı, *işbirlikli grup çiftleri* ile modeli daha zengin bir bağlama genişletmeyi ve *çift etkileşimi* bağlamında soyutlama sürecini incelemeyi amaçlayan bir araştırma yapılmıştır. Araştırma kapsamında *ikişer öğrenciden oluşturulan gruplarla* yapılan görüşmelerde, cebir dersini yeni almakta olan ve eşli olarak çalışan yedinci sınıf öğrencilerine bazı ikişerli tamsayı dizisi örnekleri verilmiştir ve öğrenci gruplarında verilenlerin çeşitli özelliklerinin sıralanmasının ardından öğrencilerin dikkati çarpım özelliği üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu aşamada, öğrencilere tüm örnekler için bu özelliğin doğru olup olmadığı konusunda ne düşündükleri sorulmuş ve ardından cebiri bir ispatlama aracı olarak *kullanma* şansını ve dolayısıyla da cebirin ispatlama için bir araç olduğu düşüncesini *oluşturma* fırsatıyla bir etkinlik sunulmuştur. Etkinlik aynı zamanda örneklerdeki çapraz çarpım özelliğinin toplamının çarpma üzerinde dağılım kuralını gerektirmesi nedeniyle, öğrencilere bu kuralın yapılandırılması ihtiyacı ve fırsatıyla yöneltilmiştir. Etkinliğin uygulanması esnasında çapraz çarpım özelliği şaşırtıcı bir şekilde ortaya çıkmıştır ve bu durum öğrencileri cevabı ispat etmek için motive etmiştir. Öğrenciler önce bir değişkeni bir harfle nasıl ifade edebileceklerini öğrenmekle işe başlamış, çarpmanın toplama üzerine dağılım özelliğini $(a(c+d)=ac+ad)$ kullanmış fakat toplamının çarpma üzerine dağılım özelliğini

$((a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd)$ kullanmamışlardır. Yapılan görüşmeler analizleri, soyutlamanın bilişsel eylemlerinin analizi ve çift etkileşiminin analizi olmak üzere iki farklı açıdan gerçekleştirilmiştir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz tarafından yapılan bu araştırmaların sonucunda, yapılan analizlerin soyutlama süreçlerini destekleyen sosyal etkileşim türlerinin tanımlanmasını sağladığı belirtilmiştir. Öğrencilerin dağılım kanununun bir problemin ispatı için ihtiyaç duyulan matematiksel bir araç olduğunu anladıkları açıklanmıştır. Bununla birlikte, oluşturma eylemlerinin (toplamanın çarpma üzerinde dağılıma özelliği) diğer üst seviyedeki oluşturma eylemlerini (ispat için bir araç olarak cebir) oluşturacak biçimde gelişebileceği anlaşılmıştır.

Tsamir ve Dreyfus (2002), matematiğin temellerine derinden katkılar sağlamış ve çeşitli matematiksel sistemlerin teorik tabanını oluşturmuş olan sonsuzluk kavramı üzerindeki bilgi oluşturma sürecini incelemişlerdir. Bu amaçla, durumları analiz edebilmesiyle, kendini ifade edebilmesiyle, metin ve işlemleri eleştirebilmesiyle 8 yaşındayken bile yetenekli olduğunu kanıtlamış olan ve eğitim yaşamına üstün yetenekli öğrencilerle birlikte başlayan 1 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Birbiri ile zıt iki metot kullanarak ve öğrencinin seviyesi doğrultusunda belirlenmiş olan sosyo-matematiksel normlara göre hareket ederek, araştırma yapıldığında onuncu sınıfa gitmekte olan bu öğrencinin sonsuz kümeler konusu üzerindeki bilgi oluşturma sürecini incelemişlerdir. Araştırma sonunda, bilişsel eylemlerin *birbirleri ile iç içe yuvalanmış* olarak işe koşulduğu ve yeni oluşturulan yapının *detaylandırılması ve olgunlaştırılması* gerektiği ortaya koyulmuştur. Araştırmanın ilerleyen aşamalarında, bu öğrencinin eylemlerinde bunun gerçekleşmeye başladığı fakat yine de bilgilerini pekiştirmeye ihtiyaç duyulduğu belirlenmiştir.

Hershkowitz (2004), Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) ve Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) tarafından yapılan araştırmalarda, sekizinci sınıflarda olasılık ünitesine ayrılmış olan 8 saatlik sürede bilginin yapılandırılması için şanslar yaratacak şekilde tasarlanmış olan 5 farklı etkinliğin (5 sınıf ve buna ek olarak 6 çift öğrencinin katılımıyla) küçük gruplarla, işbirlikli grup

çalışmaları ve sınıf tartışmaları vasıtasıyla uygulandığı geniş kapsamlı bir projenin sonuçları raporlanmıştır.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) tarafından *öğretmenlerin sınıf içinde bilginin oluşturulmasına nasıl rehberlik ettikleri* üzerinde durulmuş ve sınıf tartışmasında *öğretmenin müdahalelerinin* diyalog türünü ve bilginin oluşturulmasını nasıl etkilediğini analiz edilmiştir. Bu bağlamda, araştırmada diyalog dönemlerinde öğretmenin rolünün her zaman aktif olduğu düşüncesiyle öncelikle her biri farklı bir yükümlülüğe dayanan farklı türdeki, bilginin oluşturulmasıyla alakalı olası diyalog türlerine ait teorik bilgilere yer verilmiştir. Ardından, bir *öğretmenin hedefleri ve uyguladığı yöntemler* doğrultusunda öğrencilerin dâhil olacağı *diyalog türlerini belirleyebilmek için* tartışmayı nasıl yönettiğini göstermek amacıyla, geniş kapsamlı proje kapsamında uygulanan bir etkinliğe ait görevlerin birine ait analizlere yer verilmiştir.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) tarafından yapılan bu araştırmada; öğretmenin sınıf etkileşimine rehberlik etmek için *temel oluşturma diyalogundan, muhtemel ve eleştirel diyaloga* zamanında geçişler yaparak diyalog türlerini kullandığı, gerektiğinde tartışmalarda son ana kadar öğrenciler tarafından geliştirilen fikirlere katılmadığı belirtilmiştir. Bunun yerine, *eleştirel diyalog* becerileri ile düşünme sürecinin ifade edilmesini ve geliştirilmesini sağladığı açıklanmıştır. Bazı durumlarda ise, bilgi yapılandırılmasına yardımcı açısından gerekli olacağı düşüncesiyle, öğretmenin öğrencilerin bilişsel eylemlerine katıldığı ve böylelikle öğrencilerin fikirlerine daha açık bir dikkat gösterildiği fakat öğrencilerin bilişsel eylemlerine katılımın bazen gerekli olmakla birlikte çoğu zaman bu sorumluluğu üstlenmenin oldukça güç olduğu belirtilmiştir. Araştırmanın sonunda, bilginin oluşturulmasında rehberliğin öğretmenin sınıfta diyalog türlerini nasıl düzenlediğine, bu diyaloglar içinde hangi öğretim yöntemlerini uyguladığına ve öğrencilerin bilişsel eylemlerine ne ölçüde katıldığına dayandığı ifade edilmiştir.

Hershkowitz (2004) tarafından yapılan araştırmada, geniş kapsamlı bu projede yer alan sınıflarda oluşturulan öğrenci gruplarında hazırlanan bir dizi etkinlik vasıtasıyla

kullanma ve pekiştirme bilgi süreçlerinin keşfedilmesi amaçlanmıştır. Yapılan geniş kapsamlı projede uygulanan ikinci etkinlikte yer alan ve öğrencilerin çeşitli tekrar eden olayların olasılığını bir sayı doğrusu üzerinde göstermelerini ve onlara tekrarlanan olaylarla ilgili problemlerinin öğretilmesi amacıyla tasarlanmış olan farklı 4 sorunun çözülmesi aşamasındaki bilgi oluşturma süreçleri açıklanmıştır. Bu sorulardan birincisinde bir sınıf tartışması gerçekleştirilmiş, ikincisinde grup çalışmasına, üçüncü ve dördüncüsünde ise birbirlerinden ayrı olarak çalışabilecekleri ev ödevi çalışmasına yönlendirilmiştir. Uygulamanın sonunda ise, bir sınav ve görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri, 3 kişilik bir grupta ortaklaşa çalışan aktif 2 kız öğrenciye ait bilgilerden elde edilmiştir. Gerçekleştirilen uygulama sonucunda yapılan sınavın ve öğrencilerin her biri ile gerçekleştirilen görüşmenin bilgiyi nasıl oluşturduklarının yanında nasıl pekiştirdiklerinin de görülmesini sağladığı açıklanmıştır. Bilginin yapılandırılabilirdiğinin fakat öğrencilerin kısa bir süre sonra bunun yeni ortaya çıkan bir yapı olduğunu hatırlamayabileceklerinin anlaşıldığı ve bunun sonucunda da bu yapıyı oluşturmadıkları sonucuna ulaşıldığı açıklanmıştır. Ayrıca, aynı yapının yeniden oluşturulamama ihtimali de belirtilmiş ve bu durumun da bu *kısa süreli bilgi oluşturmada pekiştirmenin gerçekleşmediği* anlamına geldiği açıklanmıştır.

Hershkowitz (2004) tarafından, kısa süreli bilgi oluşturma ile bilginin sağlamlaşıp sağlamlaşmadığını yani pekişip pekişmediğini ortaya koymayı ve Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006) tarafından, grupla çalışan öğrencilerin soyutlama süreçlerini ve yeni/en son bilgi yapılarını *pekiştirme* tekniklerini inceleyen ve *pekiştirme mekanizması tanımlamayı* amaçlayan araştırmalar yapılmıştır. Araştırma, proje kapsamında öğrencilere olasılık üzerine bir üniteden verilen birinci görevin ikinci aşamasında grup olarak çalışmakta olan 3 kız öğrencinin bir kamera ile gözlenmesi yoluyla gerçekleştirilmiştir ve bu aşamada araştırmacılardan biri de sınıfta bulunmuştur. Elde edilen veriler analiz edilmiş ve özellikle de oluşturma süreçleri ile pekiştirme süreçlerinin sık sık iç içe olduğu tartışmasını destekleyecek veriler sunulmuştur.

Hershkowitz (2004) tarafından yapılan bu araştırmanın sonunda, açıklayıcı bilişsel eylemler aracılığıyla 3 *pekiştirme mekanizması* tanımlanmıştır. Bunlardan biri, daha önceden oluşturulmuş olan bir yapının yeni bir yapının oluşturulması sürecinde

pekiştirilmesidir ve bu araştırmada öğrencilerin bir kuralı başka bir kuralı oluşturmaları esnasında pekiştirmişlerdir. Diğeri, yeni bir yapının bu yapının oluşturulması süresince pekiştirilmesi yani yapı üzerinde düşünürken pekiştirmedir ki, bu araştırma çerçevesinde öğrencilerin benzer fakat farklı bağlamlarda olan ileriki sorulara gittikçe daha hızlı, daha esnek ve daha fazla özgüvenle verdikleri cevaplar bu pekiştirmenin gerçekteğini göstermiştir. Bunun yanında, öğrencilerin bu esnekliğinin kendini sadece öğrencilerin değişen bağlamlara uyum sağlamalarında değil, bazen de kendilerine has tablolarını oluştırmada bağımsızlaşmalarında da görülebileceği de belirtilmiştir. Bir diğeri ise, yeni bir soyutlama süreci esnasında yapının başka yapılar oluştırmakta gerekli olduğunu fark ederek pekiştirmedir ki, bu durumda yeni bir yapı onu bir yansıma nesnesi olarak tanırken pekiştirilir. Bunun için, öğrencilere yansıma için fırsat sunulması gerektiği de ifade edilmiştir. Bunlar arasında üçüncü mekanizmanın pekiştirme ve oluştırma süreçleri arasında kurduğu güçlü bağlantı nedeniyle özellikle ilgi çekici olduğu da belirtilmiştir. Bununla birlikte, pekiştirme süreçlerinin sadece bilişsel eylemlerin tanınmasında değil, aynı zamanda benimsenmesinde ve içselleştirilmesinde de gerekli olduğu ve bunların sonraki bilişsel eylemlerindeki anlatımları aracılığıyla ortaya çıkarılabileceği de çalışmanın sonunda açıklanmıştır.

Kidron ve Dreyfus (2004 ve 2006) tarafından, üst düzeydeki matematikte kavramların ortaya çıkışının (lojistik dinamik bir süreçte kendi başına öğrenen bir öğrencinin oluştırma sürecinin) gözlendiği bazı araştırmalar (Kidron ve Dreyfus, 2004; Dreyfus ve Kidron, 2006; Akt. Dreyfus, 2007 ve Kidron ve Dreyfus, 2006) yapılmıştır. Bu araştırmalarda *tanıma, kullanma ve oluştırma eylemlerinin doğrusal bir şekilde sıralanmadığı* fakat paralel olarak devam edebileceği düşüncesiyle, devam etmekte olan bir yapıdan yeni bir yapılandırmanın oluşmasında ayrılımların (dallanmaların-tek bir yapıdan iki paralel yapıya geçişi tanımlamak için kullanılan terim) incelenmesi amaçlanmıştır. Bu araştırmalarda, RBC modelinin farklı - introspektif (kendini tetkik) verilere uygulanışına yer verilmiş ve karmaşık bir ispatlama güdüsü ile sürdürülen öğrenme süreci vasıtasıyla karmaşık bir konuya ait belirlenen bir öğrenciyi yaklaşık 2 hafta süresince meşgul eden dinamik süreçlerin dallanması ele alınmıştır. Burada ispatlamadaki karmaşıklık öğrenciyi sayısal analizden, analizden ve cebirden öğeler

kullanmaya götürmüştür ve araştırmaya katılan öğrenci sözel ve grafiksel çeşitli açıklamalar kullanmıştır. Öğrenme deneyimleri esnasında öğrenci tarafından alınmış olan detaylı notlar, deneyimden bir süre sonra hazırladığı yazılı bir rapor için gerekli ham bilgiyi oluşturmuştur. Öğrencinin öğrenme deneyimi esnasındaki düşüncesini ve yaptıklarını detaylı olarak yazdığı açıklamalar araştırmacılardan biri tarafından okunmuştur ve öğrenciden öğrenme deneyimi esnasında olanlara yapılan sonraki eklemeleri, düzeltmeleri ve değişiklikleri yansıtmış gibi görünen her ifadeyi açıklaması istenmiştir. Ardından da, bu rapor istenilen açıklamalara cevap verecek şekilde düzenlenmiştir.

Kidron ve Dreyfus tarafından yapılan araştırmalar sonucunda gerçekleştirilen analizler, oluşturma eylemlerindeki etkileşimlerin devam eden bir oluşturma eyleminden kesilen ve sonra yeniden oluşan bir oluşturma eylemine ayrılan bir eylemden ve daha önceki aşamalarda ayrılıp sonraki aşamalarda yeniden birleşen oluşturma eylemlerinden (durum içinde aydınlanmaya ve öğrencinin gözünde ispatlama hissinin oluşmasına neden olan) oluştuğu belirtilmiştir. Yapıların birleşmesinin, durum içinde aydınlanmaya ve öğrencinin gözünde ispatlama hissinin oluşmasına neden olduğunu ifade edilmiştir.

Özmantar ve arkadaşları tarafından yapılan araştırmaların (Özmantar, 2004; Özmantar ve Roper, 2004; Özmantar, 2005a ve 2005b; Monaghan ve Özmantar, 2006; Özmantar ve Monaghan, 2007) her birinde, yapılan daha genel bir araştırmanın sonuçlarına bağlı olarak soyutlama farklı açılardan ele alınmıştır. Bu genel araştırmanın ve dolayısıyla da bu kısımda açıklanacak olan bu araştırmalara katılacak olan öğrencilerin belirlenmesinde iki ölçüte bağlı bir tanısal test kullanılmıştır. Bu ölçütlerden biri, öğrencilerin çalışmaları benimsemeleri için ön koşul bilgilerine sahip olmalarının gerekliliği, diğeri ise öğrencilerin planlamadan haberdar olmamalarıdır.

Özmantar (2005) tarafından *dış destek yoluyla matematiksel bilginin yapılanması, pekiştirme sürecinin doğasının ortaya koyulması ve RBC+C soyutlama modelinin geçerliliğinin kanıtlanması* amaçlayan bir araştırma yapılmıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden çoklu örnek olay çalışması deseni kullanılmıştır. Örnek

olay çalışmaları 4 farklı şekilde gerçekleştirilmiştir: Öğretici yardımı alan ve bireysel çalışan öğrenciler ile gerçekleştirilen, öğretici yardımı almayan ve bireysel çalışan öğrenciler ile gerçekleştirilen, öğretici yardımı alan ve grupla çalışılan ve son olarak öğretici yardımı olmadan grupla çalışılan örnek olay çalışmaları. Görüşmelerde öğrencilerle mutlak değer fonksiyonlarının grafikleri ile bağlantılı 4 farklı test hazırlanan ve öğrencilere verilen çalışma yaprakları da kullanılarak çalışılmıştır. Araştırma verileri öğrencilerin kullandığı çalışma yapraklarından ve video kayıtlarından elde edilmiştir.

Özmantar (2005) tarafından yapılan bu araştırmanın sonunda; dış destek yoluyla matematiksel bilginin oluşturulması konusunda öğreticinin müdahalelerinin öğrencilerin bilgi oluşturmaları ile dolaylı olarak ilgili olduğu anlaşılmıştır. Öğretici yardımıyla gerçekleştirilen görüşmelere ait verilerin analizinin sosyal, kültürel, tarihsel ve durumsal konuların karmaşık bir şekline içeren zor ve karmaşık olaylar olduğu açıklanmıştır. Öğreticinin konuşmalarının değerli muhakemeler, bireylerin kişisel geçmişleri, yaygın kültürel uygulamalar, bireylerin ortaya çıkan amaçları ve belirli etkileşim örüntüleri gibi birçok dinamiği içerdiği belirtilmiştir. *Pekiştirme* sürecinin doğasının ortaya koyulmasıyla ilgili olarak, *yeni oluşturulmuş yapılanmaların kırılma olduğu ve pekişmeye ihtiyaç duyulacağı ve bu yapılanmanın başka bir yapının oluşturulmasında kullanıldığı takdirde pekişebileceği, bir yapının pekiştirilmiş formunun ancak matematiksel yapı olarak ele alınabileceği* açıklanmıştır. Bu soyutlama modelinin geçerliliğinin ortaya koyulması amacıyla ilişki olarak ise, bu çalışmada öğrencilerin sözel verilerinin üç anahtar boyuta odaklanması sayesinde RBC+C soyutlama modelinin kritik bir değerlendirmesine izin verdiği belirtilmiş ve bu 3 anahtar boyut ise epistemolojik ve sosyokültürel prensipler, bilişsel eylemler ve bir soyutlamanın oluşumu/kökünü olarak açıklanmıştır. Araştırmada, ayrıca bu model için bazı aydınlatmalar, iyileştirmeler, düzenlemeler önerilmiştir.

Özmantar (2004) ve Özmantar ve Roper (2004) tarafından, Davydov'un aktivite teorisi soyutlama yaklaşımı olarak ele alınarak ve belirlenen amaçlara odaklanılarak matematiksel soyutlamanın başarılmasında *dışarıdan desteğin (scaffolding) rolünün kanıtlanmasını, bilgi oluşturmada görünen hedeflerin karakterize edilmesini ve*

soyutlamanın başarısı için *bu karakterizasyonun anlatılmasını* amaçlayan araştırmalar yapılmıştır. Bu araştırmalarda dış destek, matematiksel soyutlama ve büyüyen hedef yapıları arasındaki ilişkiler tartışılmış ve bu amaçla 17 yaşındaki 2 öğrenci ile birlikte gerçekleştirilen görüşmelere yer verilmiştir. Bu görüşmelerde, öğrencilere bilgi oluşumu sürecinin oluşumunun incelenmesi amacıyla özel olarak tasarlanmış olan ve her biri kendi hedeflerini içeren fakat tamamı $y=f(x)$ fonksiyon grafiklerinden yararlanılarak verilen farklı $y = f(|x|)$ fonksiyonlarının grafiklerinin oluşturulmasını kapsayan sorular yöneltirmiştir. Yapılan iki araştırmada da, öğrencilerin yeni hedeflerin ortaya çıkışını ve birbirlerini sürekli etkiledikleri ve bu nedenle destek sağlayanın/öğreticinin öğrencilerin eylemlerini ve dikkatlerini doğrudan destekleyici olacağı, duyarlı girişiminin öğrencilerin soyutlamaya doğru süreci gerçekleştirmede yardım edeceği, onların çalışmalarını ve çabalarını düzenleyeceği belirtilmiştir. Öğreticinin öğrencileri yönlendireceği ve önceden belirlenmiş hedeflerle yeni hedefin ortaya çıkışını etkileyeceği ve hatta bunu gerçekleştirmek için öğrencilerin eylemlerini ve etkileşimlerini temel alarak performanslarını gözlemleyeceği ve analiz edeceği açıklanmıştır. Öğreticinin asistanlığının tipi ve düzeyi hakkında kararlar alacağı ve bu asistanlığın yeni bir hedef oluşturabileceği de ifade edilmiştir.

Bu araştırmaların sonunda, hedeflerin birbiriyle inşa edilen hedeflere işaret etmesi gerektiği ve ilk ortaya çıkan hedefin başarısı ya da başarısızlığının yeni hedefin ortaya çıkmasını sağlayacağı yani ilk ortaya çıkan hedeflerin yeni hedeflerin karakterini etkileyeceği ifade edilmiştir. Ayrıca, hedeflerin sürekli ve başarılı bir şekilde ortaya çıktığı ve ortaya çıkan çeşitli hedeflerin (burada tümünün olması gerekmez) tamamlanmasının varsayıldığı ve bunun öğrencileri hedeflenen soyutluğu oluştırmaya yönelttiği ifade edilmiştir. Ayrıca Özmantar (2004) tarafından yapılan araştırmanın sonunda, öğreticinin müdahalesi/kavramsal çatı, öğrenci, işlemler/görevler ve önceki oluşan hedefler olmak üzere dört parametrenin gözlendiği belirtilmiş ve soyutlamanın bu dört parametrenin dinamik ve diyalektik etkileşimi ile ortaya çıktığını ifade edilmiştir.

Monaghan ve Özmantar (2006) tarafından, *soyutlamanın pekiştirilmesi* konu edilmiş ve matematiksel yapılar ile soyutlamalar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Genel bir araştırma kapsamında 1 öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmeler sırasında öğrencinin $y = f(x)$, $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$ ve $y = |f(|x|)|$ fonksiyonlarının birinden yararlanarak bir diğeri oluşturma süreci rapor edilmiştir. Çalışmaya katılan öğrencinin yeni yapılar ile henüz kurulmuş matematiksel bilgi arasında bağlantılar kurduğu ve yapılarla ilişkili matematiksel eylemleri tanımlamak ve yönetmek için bir dil geliştirdiği belirtilmiştir. Soyutlanmış bir matematiksel nesnenin kırılğan olduğu ve onun ancak başka bir yapının oluşturulmasında kullanıldığı takdirde pekişebileceği yani sağlanabileceği, bir yapının pekiştirilmiş formunun ancak matematiksel yapı olarak ele alınabileceği açıklanmıştır.

Özmantar ve Monaghan (2007) ise, matematiksel soyutlamayı deneysel ve diyalektik olmak üzere iki farklı kategoride ele alan, her iki kategorinin içerdiği zorlukları belgeleyen, soyutlama için mantıkla ilgili bir materyalist yaklaşım özelliği taşıyan yeni bir model ortaya koyan bir araştırma yapmışlardır. Araştırmada, yine yapılan genel araştırma kapsamında 17 yaşındaki 2 kız öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen veriler ışığında öğrencilerin arkadaşla iletişime geçebildiği ve öğretmen yardımı alabildiği bir ortamdaki soyutlama süreçlerini incelemişlerdir. Bu incelemelerin sonunda, soyutlama için mantıkla ilgili bir materyalist yaklaşım özelliği taşıyan yeni bir model bağlamında soyutlama süreci ile ilgili olarak (i) insan ve maddenin aracılığı, (ii) matematiksel yorumlama için öğretmen yardımı veya yönlendirmesi, (iii) öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun diyalektik ortam ve (iv) soyutlanacak bir şeyin varlığı olmak üzere dört önemli bileşen ortaya koymuşlardır.

Hassan ve Mitchelmore (2006), öğrencilerin *çeşitli değişim oranları kavramlarını* öğrenirken *hangi soyutlama modelini* kullandıklarını ve *soyutlamanın ne düzeyde gerçekleştiğini* araştırmışlardır. Sydney’de bulunan 5 farklı okulda okumakta olan ve çalışma öncesinde en az bir ders döneminde cebir dersini almış olan 11 yaş grubundaki 14 gönüllü öğrenci ile gerçekleştirilen çalışmada, araştırmacılardan biri tarafından her öğrenci ile birer hafta ara ile ikişer kez görüşülmüş ve yapılan görüşmeler

kaydedilmiştir. Bu görüşmelerde öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar, ilk olarak öğrencilerin eylemlerine göre ikinci olarak da öğrencilerin değişen oran kavramının öğrenilmesi için gerekli olan üç bilgiyi öğretimden önceki anlamaları ve öğretimden sonraki yeterli öğrenmelerini gösterecek biçimde kategorilere ayrılmıştır. Çalışmada, 4 öğrencinin değişimdeki ortalama oranını RBC modeli ile ve 1 öğrencinin ise deneysel soyutlama modeli ile öğrendiği; bununla birlikte 6 öğrencinin değişimdeki anlık ortalama kavramını RBC modeli ile öğrenirken öğrencilerin hiçbirinin bu kavramı deneysel soyutlama ile öğrenemediği görülmüştür. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin öğrenmelerinde RBC modelini kullandıkları fakat deneysel soyutlamayı kullanmadıkları anlaşılmıştır. Değişim oranları kavramında deneysel soyutlamanın muhtemelen 11 yaş seviyesinden önce gerçekleştiği ve iç içe geçmiş RBC modelinin değişen oran ve ortalama kavramlarının öğrenilmesi için uygun olduğu açıklanmıştır.

Yeşildere (2006) ve Yeşildere ve Türnüklü (2008a) tarafından farklı matematiksel güce sahip altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin *matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenmesini* ve matematiksel gücü yüksek yapan faktörlerin tartışılmasını amaçlayan araştırmalar yapılmıştır. Bu amaçlarla, öncelikle İzmir evreninden tabakalı örnekleme stratejisi ile seçilen 40 okulda okumakta olan toplam 798 öğrenciye araştırmacı tarafından geliştirilen bir matematiksel güç ölçeği uygulanmış, uygulanan güç ölçeğinin analizleri yapılmış ve böylelikle de bu öğrencilerin tamamının matematiksel güçleri belirlenmiştir. Araştırmalarda “örnek olay incelemesi” yöntemi kullanılmış ve öğrencilerin matematiksel bilgiyi nasıl oluşturduklarının anlaşılması amaçlandığından örnek olay çalışmasında odaklı görüşme yapılmıştır.

Yeşildere (2006) tarafından yapılan araştırma altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya her sınıf düzeyinden ikisi düşük matematiksel güce diğer ikisi ise yüksek matematiksel güce sahip olan toplam 12 öğrenci katılmıştır. Bu öğrencilere farklı RBC süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan, üçgen konusuna ilişkin açık uçlu problemler yöneltilmiştir. Araştırmanın sonunda, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir.

Düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri gözlemlenmiş ve yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin düşük olanlara göre soyutlama sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Yeşildere ve Türnüklü (2008a) tarafından yapılan araştırma ise matematiksel gücü düşük olan 2 ve matematiksel gücü yüksek olan 2 olmak üzere toplam 4 sekizinci sınıf öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanmasında, ikizkenar bir üçgende tabanda alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları ile ikizkenarlara ait dikmenin uzunluğu arasındaki ilişki problemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda, matematiksel güç düzeyi düşük veya yüksek olan öğrenciler arasındaki temel farkın öğrencilerin daha önceden yapılandırmış oldukları bilgi yapılarının doğruluğu veya yanlışlığından kaynaklandığı belirlenmiştir. Problem çözme sürecinde verilen ipucu ile önceden oluşturulmuş yapının hatırlanmasını içeren tanıma eyleminde, farklı (düşük veya yüksek) matematiksel güce sahip öğrencilerin ipucunu değerlendirmelerinde ve çözüme ulaşmalarında farklılıklar ortaya çıkmıştır. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler, ipuçları sayesinde hatalarını fark edip doğru sonuca gitmek için kullanırlarken matematiksel gücü düşük olan öğrenciler ipuçlarını fark edememiş ve kullanma eylemini gösterememişlerdir.

Yeşildere ve Türnüklü (2008b) ve Yeşildere ve Türnüklü (2008c) tarafından, öğrencilerin soyutlama sürecini, düşünsel süreçlerini oluşturan bileşenlerin *derinlemesine incelenmesini, öğrencilerin düşünsel süreçlerini yani soyutlamayı etkileyen ilişkiler ağının belirli bir sistematik yaklaşımla açıklanmasını ve yorumlanmasını* amaçlayan bir araştırma yapılmıştır.

Yeşildere ve Türnüklü (2008b) tarafından, bu amaçla farklı matematiksel güce sahip altıncı sınıf öğrencilerinin soyutlamanın içerisinde yer alan bilgi oluşturma süreçleri bilgi oluşturma felsefelerine uygun olarak incelenmiş ve bilgi oluşturma sürecinin matematiksel güce göre nasıl farklılık gösterdiği araştırılmıştır. Toplam 282 öğrenciye matematiksel güç ölçeği uygulanmış ve içlerinden amaçlı örnekleme ile seçilen 2 matematiksel gücü düşük, 2 matematiksel gücü yüksek toplam 4 öğrenci ile

örnek olay çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri, görüşme metinleri tanıma, kullanma, oluşturma başlıkları altında verilerek incelenmiştir. Araştırmanın sonunda; örnek olay çalışmalarında matematiksel gücü düşük öğrencilerin ilişkilendirmede sıkıntı çektiklerinin gözlemlendiği açıklanmış, oluşturulan bilginin farklı bir fikri ileri götürmede kullanılabileceğinin farkına varılmasının ve gerekli olan bilgi yapısının tanınmasının önemi üzerinde durulmuştur. Kendini ifade etmekte zorlanmayan ve kendi kendine dönütler vererek ilerleyen öğrencilerin matematiksel güçleri yüksek olan öğrenciler olduğu ve bilgi yapısını oluşturmada daha hızlı ilerledikleri tespit edilmiştir. Matematiksel gücü düşük olan öğrencilerin kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştiremedikleri, fakat tanıma eylemini gerçekleştirebildikleri anlaşılmıştır.

Yeşildere ve Türnüklü (2008c) tarafından yapılan araştırma ise İzmir evreninden tabakalı örnekleme ile seçilen 254 ilköğretim yedinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, bu öğrencilere 10 açık uçlu problem sorulmuş ve problem çözümedeki performanslarına göre amaçlı örnekleme ile seçilen 4 öğrenci ile örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya katılan 4 öğrenciye üçgen eşitsizliği hakkında hazırlanmış olan bir açık uçlu matematiksel problem yöneltilmiş ve araştırmada görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Araştırmanın sonunda; öğrencilerin örnek olay çalışması *problemini çözümede başarılı olan öğrencilerin yeni oluşturduğu bilgiyi kullanmada zorlanmadıkları ancak bilgi oluşturma adımlarını tekrar inceleme ihtiyacı hissettikleri, oluşturulması amaçlanmayan bir yapının süreç içerisinde oluşabileceği ve oluşturmanın belli bir noktada başlayıp biten bir süreç olmadığı* gözlenmiştir.

Altun ve Yılmaz (2008) tarafından, araştırmaya gönüllü katılan ve başarılı 2 lise birinci sınıf öğrencisinin *öğrenmeye uygun tasarlanmış bir öğrenme ortamında Tamdeğer Fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci* incelenmiştir. Yapılandırmacı öğrenmenin ilkelerine uygun olarak ve grup şeklinde gerçekleştirilen öğretimde, öğrencilerin ön deneyim ve bilgileri azami ölçüde kullanabildikleri, soyutlama sürecindeki eylemlerin gözlenebilmesine uygun tasarlanmış ve ikisi parçalı fonksiyon, biri tamdeğer fonksiyonu ile ilgili olmak üzere toplam üç problem üzerinde

yürütülmüştür. Tamdeğer fonksiyonunun parçalı fonksiyonların farklı bir formu olduğu göz önüne alınarak, hedef kavramın gerektirdiği ön bilgileri oluşturmak üzere önce parçalı fonksiyona uygun davranan olayları konu edinen iki problem yöneltmiştir ve öğrencilerin bilgisi ve izni altında çalışma boyunca görüntü ve ses kaydı alınmıştır. Araştırmacılardan biri tarafından gerçekleştirilen görüşmelerin başında problemlerin içinde sunulduğu bağlamı tanıma ile ilgili soru ve açıklamalar kullanılmış, çözüm sırasında duruma göre öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacılarla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Görüntü ve ses kayıtlarının yapılandırma öğrenmenin gerçekleşmesi ve bilgi oluşturma süreci bakımlarından analiz edilmesi sonucunda, öğrencilerin ilk problemde oluşturdukları bilgiyi sonrakilerde de kullandıkları, parçalı fonksiyon ve tamdeğer fonksiyonu bilgisini belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildikleri açıklanmıştır.

Bu bölümde bahsedilen araştırmaların her birinin bu araştırmaya farklı açılardan katkısı olmuştur. Yukarıda açıklanan araştırmaların bu araştırmaya olan katkıları aşağıda açıklanmaktadır:

RBC+C soyutlama modelinin bu araştırmaya uygunluğunun belirlenmesinde ve bilgi oluşturma süreçlerinin bu model bağlamında incelenmesinde, RBC+C Soyutlama modeli'nin kullanılabilirliğini ve işlevselliğini gösteren Dreyfus, Hershkowitz, Schwarz ve arkadaşları tarafından yapılan farklı araştırmaların bulguları etkili olmuştur. Hassan ve Mitchelmore (2006) tarafından yapılan araştırmanın bulguları da, 11 yaş grubunda RBC+C soyutlama modelinin uygunluğunu ve üstünlüğünü kanıtlar niteliktedir ve bu bağlamda bu araştırmada bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde RBC+C Soyutlama modeli'nin kullanılmasında etkili olmuştur.

Bu araştırmada kullanılacak olan etkinliklerin belirlenmesinde soyutlamanın problem çözme esnasında gerçekleşeceği bilgisini veren Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001)'un araştırması, etkinliklerin amaca uygun olarak hazırlanmasında Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ve Dreyfus (2007)'un araştırmaları yol gösterici olmuştur. Aynı zamanda, etkinliklerin hazırlanmasında Özmantar ve

Monaghan (2007) tarafından soyutlama sürecinin bileşenlerinden biri olarak rapor edilen “soyutlanacak bir matematiksel varlığın olması” düşüncesi de göz önüne alınmıştır. Bununla birlikte, Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) ve Dreyfus (2007)’un araştırmaları RBC+C Soyutlama modeli’nin incelediği bilişsel eylemler olan tanıma, kullanma ve oluşturma bilişsel eylemlerini açıklaması ve uygulamalarına yer vermesi bakımından ayrıca önem arz etmektedir. Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001a), Tsamir ve Dreyfus (2002) ve Kidron ve Dreyfus (2004, 2006 ve 2007)’un araştırmaları ise, bu bilişsel eylemlerin (tanıma, kullanma ve oluşturma) yanında yapısını ve birbiri ile etkileşimini açıklaması bakımından önem taşımaktadır.

Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001a), Özmantar (2004), Dreyfus (2007) ve Özmantar ve Monaghan (2007)’in araştırmaları da soyutlamanın öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun bir diyalektik ortamda gerçekleşmesinin önemini vurgulamaları açısından oldukça önemlidir. Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) tarafından yapılan araştırmada, görüşmelerin nasıl gerçekleştirileceğinin planlanmasında, bilginin oluşumu süreci için her biri farklı bir yükümlülüğe dayanan farklı türde planlanmış olan diyaloglardan yararlanılmıştır. Soyutlamada dış desteğin önemini vurgulayan Özmantar (2004) ve Özmantar ve Roper (2004)’in araştırmaları dış desteğin nasıl olması ve soyutlama sürecinin nasıl gerçekleşmesi gerektiğini açıklamaları bakımından bu araştırmaya katkı sağlamıştır. Araştırmacının soyutlamanın gerçekleşeceği görüşmeler esnasında öğrencilere nasıl rehberlik etmesi gerektiği ve sınıf tartışmasında ne tür müdahaleler yapması gerektiği konusunda Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004)’in araştırması yol gösterici olmuştur. Yapılan görüşmelerde / uygulamalarda grup içi etkileşimine yer verilmesinde Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001a) ve Hershkowitz (2004)’in çalışmaları etkili olmuştur ve bu çalışmalar çift etkileşimi / işbirlikli grup çiftleri bağlamında soyutlama sürecinin düzenlenmesi bakımından örnek oluşturmaktadır. Bununla birlikte, Özmantar ve Monaghan (2007)’in araştırması hem öğrencilerin arkadaşla iletişime geçebildiği hem de öğretmen yardımı alabildiği bir ortamdaki soyutlama süreçlerini incelemesi açısından bir örnek teşkil etmektedir.

Soyutlamanın gerçekleşmesinin yanı sıra, edinilen yeni kavramların pekiştirmeye ihtiyacı ortaya koyması bakımından Tsamir ve Dreyfus (2002)'un araştırması ve soyutlama sürecinde sağlanmasının yanı sıra pekişmenin nasıl gerçekleşmesi gerektiğini açıklaması bakımından Dreyfus (2007)'un araştırması önem taşımaktadır. Pekişmenin nasıl gerçekleşeceğini incelemesi ve kısa süreli bilgi oluşturmada pekiştirmenin gerçekleşmediğini ortaya koyması bakımından Hershkowitz (2004)'in araştırması, soyutlama süreçlerinin ve yeni bilgi yapılarının pekiştirme tekniklerinin incelenmesinin sonucunda ortaya koydukları ve bu araştırmada bazılarında yer verilecek olan farklı pekiştirme mekanizmalarını açıklaması bakımından Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz (2006)'ın araştırması önemlidir. Bununla birlikte, Monaghan ve Özmantar (2006)'ın araştırması ise soyutlamanın pekiştirilmesini konu etmesi ve matematiksel yapılar ile soyutlamalar arasındaki ilişkilerin incelenmesi açısından bir örnek oluşturmaktadır.

Yeşildere (2006) ve Yeşildere ve Türnüklü (2008a, 2008b, 2008c)'nın araştırmaları ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin *problem çözme esnasındaki* soyutlama sürecinin (matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin) incelenmesi ve farklı matematiksel bilgi ve becerilere (farklı matematiksel güce) sahip olan öğrencilerin bilgi oluşumu sürecinde izledikleri yollar arasındaki farklılıkları, öğrencilerin bilgi oluşturmadaki başarılarını ve eksikliklerini açıklamaları, Altun ve Yılmaz (2008)'un araştırması ise yapılandırmacı öğrenmeye uygun tasarlanmış bir öğrenme ortamında bilgi oluşturma sürecini incelemesi açısından bir örnek oluşturmaktadır.

Bu araştırmalarda ele alınan matematik soruları ya da problemleri incelendiğinde, bunların bazılarının öğrencilerin yaşamlarından kısmen uzak olan sorular ya da problemler, bazılarının öğrencilerin doğrudan bir matematik kavramla karşılaştıkları sorular ya da problemler, bazılarının ise matematiğe ilgi duyan ve matematikte başarılı olan öğrencilerin başarılı olabilecekleri sorular ya da problemler olduğu anlaşılmıştır ki her öğrencinin bu tür problemlere ilgi duyması beklenemez. Oysa sosyal değer taşıyan problemler soyut matematik problemlerine göre daha çok ilgi çekerler. Problemlerin sosyal değer taşıyan problemler olmasının önemi

düşünüldüğünde ise, öğrencide probleme ilgi duyma ve onu değerli bulma açısından problemin sunulduğu bağlam önemlidir. Bu araştırmanın problemleri, öğrencilerin anlamlı olduğunu düşünecekleri ve çözmeyi değerli bulabilecekleri beklenen bağlamlar kullanılarak belirlenmiştir. Araştırma, Özmantar ve Monaghan'ın (2007) soyutlama sürecinin bileşenlerinden biri olarak rapor ettiği “soyutlanacak bir matematiksel varlığın olması” bakımından da açık örnekler üzerinde yürütülmüştür. Ayrıca, bu araştırma Analitik Geometri konusuna ilişkin farklı kavramlar için bilgi oluşturma sürecinin incelenmesine, bu kavramların Yapılandırmacı Yaklaşım ya da Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanmış etkinliklerin uygulamalarına yer verilen öğrenme ortamlarında / yapılan görüşmelerde soyutlama sürecinin izlenmesine fırsat vermesi açısından yapılan diğer araştırmalardan farklılık göstermektedir.

7. Araştırmanın Amacı ve Önemi, Araştırma Problemi ve Araştırma Alt Problemleri

7.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Öğrenme kuramlarında meydana gelen değişikliklerin ardından, son yıllarda yapılan araştırmalarda öğrenmenin ne düzeyde gerçekleştiğinin incelenmesinden ziyade öğrenmenin nasıl gerçekleştiğinin incelenmesi önem kazanmıştır. Öğrenme süreci üzerindeki çalışmaların yoğunlaşması üzerine, *soyutlama* kavramı eğitim kuramcılarının da ilgisini çekmiş ve eğitim alanında araştırılan bir kavram olmuştur. Bununla birlikte, son yıllarda özellikle de ülkemizde yapılan araştırmalar incelendiğinde yeni öğretim tasarımları oluşturmaya, tasarlanan veya var olan öğretim/öğrenme biçimlerinin değerlendirmesini yapmaya yönelik nitel araştırmaların sayısında hızlı bir artış olduğu görülmektedir. Bu araştırmaların çoğunda, yapılan analizlerin içerik analizi, betimsel analiz vb. yöntemler kullanılarak gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır (Dede, 2004; Soylu, 2008; Yenilmez ve Avcu, 2009 vb.). Bununla birlikte, bu araştırmaların halen matematik alanında öğrenme sürecini ve dolayısıyla da gerçekleştirilen öğretimin niteliğini incelemede yeterli olmadıkları düşünülmektedir. Bu araştırma, öğrencilerin soyutlama/bilgi oluşturma süreçlerinin inceleneceği bir araştırma olup alanda yapılan birçok araştırmadan farklılık göstermektedir ve bu yönüyle önemlidir.

Bu araştırmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında ortaya atılmış ve 2007 yılında Dreyfus tarafından yapılan yeni düzenlemelerle son şeklini almış bir soyutlama modeli olan RBC+C soyutlama modeli kullanılarak incelenecektir. Bu soyutlama modeli, bilişsel eylemlerin *gözlenebileceği* (Dreyfus ve Tsamir, 2004 ve Dreyfus, 2007) düşüncesinden hareketle ortaya atılmış bir model olup, dört farklı *gözlenebilir bilişsel eylem* üzerinden bilgi oluşturma yani soyutlama sürecinin incelenmesine fırsat vermektedir. Yani, öğrencilerin bilgiyi öğrenme süreçlerinin analizine imkân vermekte ve sürecin analizini oldukça kolaylaştırmaktadır. Bu durum ise, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin bu model aracılığıyla analizinin geçerli ve etkili olacağını gösterir niteliktedir. Bunun sonucunda, bu araştırmada öğrencilerin *gözlenebilir* bilişsel eylemler üzerinden bilgiyi oluşturmaları süreç içerisinde incelenecek ve teorik yapının öngördüğü müdahalelerde bulunularak öğrenme sürecinin nasıl ilerlediği araştırılacaktır. Üstelik bu şekilde RBC+C soyutlama modeli güçlendirilebilir ve geçerli hale getirilebilir. Çünkü bu geçerli hale getirme yani matematiksel öğrenme üzerindeki araştırma aynı zamanda örnekler üzerinde temellenmektedir. Yani, örnekler modelin kurulmasında merkezi ve önemli bir rol oynamaktadır (Bills ve arkadaşları, 2006).

Soyutlamanın üzerinde gerçekteştirilen tartışmaların, özünde bilgi edinmeyle ilgili olarak geliştirilmiş olan ve öğrenme olayına olan yakın ilgisi nedeniyle zaman içinde bir öğrenme kuramı olarak da beliren Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı üzerindeki tartışmalara paralel olarak gerçekteşmiş olması ve son kırk yıl içinde Hollanda'da geliştirilmiş ve dünyanın birçok yerinde üzerine çalışmalar yapılmakta olan Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin matematiksel bilgiyi oluşturma için sunduğu üç temel basamağın (*sürecin yeniden keşfi, yönlendirilmiş keşfetme ve kendi kendine gelişen modellere yer verme*) soyutlama sürecindeki bilişsel eylemlerle ilişkili olması, bu iki kuramın da matematiği oluşturmacı bir etkinlikle öğrenmeleri esnasında öğrencilerin kavramlara karşılık zihinlerindeki temsilleri kendilerinin keşfetmelerine imkan veren öğrenme kuramları olmaları, bu araştırma kapsamında *bu iki öğrenme kuramının uygulamaları sırasındaki* bilgi oluşum (soyutlama) süreçlerinin incelenmesinin uygun olacağı düşüncesini doğurmuştur.

Bir öğrenme süreci olan Aktif Öğrenme'ye uyan bu iki öğrenme kuramı, bilginin edinilme şeklinin nasıl olması gerektiği konusunda gerçekleştirilen araştırmaların sonucunda gelişen ve son yıllarda matematik eğitimini oldukça etkiledikleri bilinen öğretim kuramlarıdır. Üstelik RBC+C Soyutlama modeli sosyokültürel bakış açısıyla ele alınan soyutlama kuramlarından biri olup, bu yapısı itibariyle uygulamalarının gerçekleştirilmesi esnasında bilgi oluşumunun niteliğinin değerlendirileceği kuramlar olan Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına da uymaktadır. 2005 yılı İlköğretim Matematik Dersi Programı'nda, matematikle ilgili bilgilerin kavramsal temellerinin oluşturulmasına daha çok zaman ayırma; böylece kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişkiler kurma önemsenmiştir. Bu yapılırken de öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden yararlanarak *matematiksels anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine* yardımcı olma amaçlanmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2005). Bu bağlamda, araştırmada bu iki öğrenme kuramına uygun olarak düzenlenen öğrenme ortamlarında öğrencilerin bilgi oluşumu süreçlerinin incelenmesi, ilköğretim ders programlarının uygulamalarında öğrencilerin bilgi oluşturmalarının nasıl gerçekleşeceğinin tespit edilmesi konusunda örnek teşkil edebilir. Bu araştırmadan elde edilecek sonuçlar, farklı matematiksel konuların öğreniminde öğrencilerin bilgi oluşumu için izlenecek yolları belirleme açısından önem arz etmektedir ve araştırma bu yönüyle de önemlidir. Bu amaçla, bu araştırmada Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Öğrenme kuramlarının uygulamalarına yer verilecek ve bilginin oluşumu bu kuramların uygulamalarının gerçekleştirilmesi esnasında incelenecektir. Bununla birlikte; özellikle Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na uygun öğrenme ortamında Doğru Denklemi kavramının öğrenilmesi amacıyla hazırlanmış olan etkinliklerin, 2005 yılı İlköğretim Matematik Dersi Programı'na uygun olarak hazırlanmış ders kitaplarında bulunan etkinliklerin gerçekleştirilme sürecine benzer şekilde tasarlanmış olması ile RBC+C soyutlama modelinin Türkiye'deki ilköğretim okullarındaki matematik derslerindeki uygulamalar esnasındaki bilgi oluşumu sürecinin incelenmesinde bir araç olarak kullanılıp kullanılmayacağı konusunda bir deneme yapılması ve ardından da bu durumun ortaya koyulması amaçlanmıştır.

Araştırma kapsamında bu iki kurama uygun olarak hazırlanacak öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretim durumlarının bilgi oluşumu açısından incelenmesi söz konusudur ve bu durum *süreç değerlendirmeyi* gerektirmektedir. Bu durum, araştırmanın belli bir matematik konusu ya da konuları üzerinden gerçekleştirilmesini gerektirmektedir. Bu nedenle, bu konuda yapılan araştırmaların birçoğundan farklı olarak, araştırmanın sosyal hayatın matematikleştirilmesi ile ilgili bir konu üzerinden gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Birçok araştırmada, koordinat sistemi ve doğrusal denklem konularının önemli olmakla birlikte öğrencilerin anlamakta zorluk çektikleri ve bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları kavramlar oldukları ortaya koyulmuştur (Carry, Lewis ve Bernard, 1980 ve Sharma, 1987; Akt. Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Birgin, 2006; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009 vb.). Bu kavramları da kapsayan cebir ve geometri öğretiminde bazı iyileştirici ve güçlükleri giderici çalışmaların yapılmasının, bu güçlüklerle yönelik teknoloji ve somut materyallerin kullanıldığı yeni etkinliklerin tasarlanmasının ve geliştirilmesinin gerekliliği de birçok araştırmada vurgulanmıştır (Akuysal, 2007; Birgin, Kutluca ve Gürbüz, 2008; Yenilmez ve Teke, 2008; Yenilmez ve Yaşa, 2008; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Yenilmez ve Avcu, 2009 vb.). Bazı araştırmalarda da (Birgin ve Kutluca, 2006; Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007 vb.), koordinat sistemi ve doğrusal denklem ile ilgili olarak öğrencilerde karşılaşılan yanılgıların fonksiyonlar, karmaşık sayılar, limit, türev ve integral gibi lise müfredatının ilerleyen konularında öğrenciler için ciddi öğrenme zorluklarını da beraberinde getirebildiği, yani yanlış anlamaların ilerde daha büyük yanlış anlamalara yol açabileceği açıklanmıştır. Bunun yanında, Analitik Geometri'ye ilişkin kavramlar olan koordinat sistemi ve doğrusal denklem kavramları sosyal değer taşıyan problemlerin ortaya koyulması için oldukça elverişli kavramlardır. Buna karşın, bu iki kuram aracılığıyla bu alanda yapılmış araştırmaların yetersizliği dikkati çekmektedir. Ayrıca, yapılan bazı araştırmalarda (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009 vb.) bu konuda daha geniş boyutlarda ve farklı örneklemelerden derlenecek verilere olan gereksinim vurgulanmış, başarılı ve başarısız öğrencilerin davranış ve düşünme yapılarının incelenmesinin önemi açıklanmıştır. Bu bağlamda, bu araştırmanın öğrencilerin kavram oluşturma süreçlerine mercek tuttuğu yani bu süreçlerin derinlemesine incelenmesine

fırsat sağladığı görülmüştür ve bu yönüyle yapılacak olan araştırmalara katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Sonuç olarak; bu araştırmada Analitik Geometri'ye ilişkin kavramların (Koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramları) matematik eğitimini etkileyen ve bunun yanında bireyin bilgiyi kendisinin oluşturmasını, bilgi oluşturma ya da soyutlama da sorumluluk almasını gerekli kılan Yapılandırmacı Öğrenme ile Gerçekçi Matematik Eğitimi kuramlarına uygun olarak öğrenileceği öğrenme ortamlarının tasarlanması, bu iki kuramın uygulamalarına yer verilmesi, bu uygulamalar esnasındaki *bilgi oluşumunun* (*soyutlamanın*) niteliğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın, matematik konularına ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl incelenebileceği hakkında bir örnek teşkil ettiği ve bu yönüyle alana katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

7.2. Araştırma Problemi

İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin Analitik Geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçleri nasıldır?

7.3. Araştırma Alt Problemleri

1. İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi kavramını (bu kavrama ilişkin birinci bölge bilgisini) Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci nasıldır?

2. İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin doğrusal denklem kavramını (iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusallığı bilgisini) Yapılandırmacılık'a göre oluşturma süreci nasıldır?

8. Araştırmanın Sayıtları, Sınırlamaları ve Tanımlar

8.1. Sayıtlar

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde, araştırmaya katılan öğrencilerin etkinliklerin uygulanması esnasında gerçek güçlerini ve tercihlerini ortaya koydukları varsayılmıştır.

8.2. Sınırlamalar

Bu araştırma;

1. Bursa ili Nilüfer ilçesine bağlı ilköğretim okullarından biri olan Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nun altıncı sınıfında okumakta olan 140 öğrenci arasından seçilmiş olan 18 öğrenci,

2. Araştırmada kapsamında gerçekleştirilen görüşmelerde kullanılan 6 etkinlik ile sınırlıdır.

8.3. Tanımlar

Araştırmada kullanılan bazı temel kavramların tanımları aşağıda verilmiştir. Bu kavramlar Giriş Bölümü'nde daha geniş tanıtılmış olup, burada okuyucunun özetle görebilmesine imkan vermek amacıyla sunulmuştur.

Aktif Öğrenme: Öğrenenin öğrenme sürecinin sorumluluğunu taşıdığı, öğrenene öğrenme sürecinin çeşitli yönleri ile ilgili karar alma ve öz düzenleme yapma fırsatlarının verildiği ve karmaşık öğretimsel işlerle öğrenenin öğrenme sırasında zihinsel yeteneklerini kullanmaya zorlandığı bir öğrenme sürecidir (Açıkgöz, 2003: 17).

Yapılandırıcı Öğrenme: Anlamın, çevreyle etkileşimle gerçekleştiğini ve içerik, bağlam, öğrenen etkinliği ile amaçların bir fonksiyonu olduğunu; bilişin bireyin içinde değil, bütün bir bağlamın biliş olduğunu; bilişsel çelişkinin ya da kargaşanın öğrenmenin uyarıcısı olduğunu ve öğrenilenlerin doğasına ya da düzenlenmesine karar verdiğini; bilginin sosyal etkileşimden ve bireysel anlamların yaşayabilirliğini

değerlendirmekten doğduğunu; öğrenenlerin anlamlarını ön öğrenmeleri ve sosyal etkileşim temelinde oluşturduklarını savunan öğrenme kuramı (Yurdakul, 2004: 10).

Gerçekçi Matematik Eğitimi: Matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığı ve gerçek hayatın matematikleştirildiği daha sonra formal bilgiye ulaşıldığı düşüncesini temel alan ve bu nedenle de önce formal matematik bilginin verilip arkasından uygulamaya geçilmesi şeklindeki geleneksel öğrenmeyi anti-didaktik olarak kabul eden, matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak gören, matematiksel bir etkinliği konusu matematikten veya gerçek hayattan alınan bir problem için bir çözüm arayışı olarak kabul eden, matematiksel içgörülerin ve yöntemlerin keşfedilmediği fakat icat edildiği yani insanlar tarafından tasarlandığı düşüncesiyle matematik öğretiminin *matematik yapma* şeklinde olması gerektiğini benimseyen bir matematik eğitimi teorisi (Freudenthal, 1973, 1983, 1991; Nelissen ve Tomic, 1998).

Bilgi Oluşturma (Soyutlama): Farkına varılan bilginin yeniden düzenlenip yapılandırılarak yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004). Problemlerin, araçların, katılımcıların kişisel geçmişlerinin, sosyal ve fiziksel ortamın çevrelediği koşullarda gerçekleşen bir süreç, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması etkinliğidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Pekiştirme: Daha önce oluşturulmuş olan matematiksel bilginin öğrenciye daha tanıdık gelmesi sürecidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Bağlam: Yapıyı ve insanoğlunun davranışlarının anlamını çerçeveleyen birbirine bağlı faktörlerin bir araya gelmesidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Yapı: Matematiksel bir etkinlik sonucunda ortaya çıkan zihinsel çıktıdır.

Epistemik Eylem: Bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili eylem.

BÖLÜM II

YÖNTEM

Bu araştırma, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na ya da Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak gerçekleştirilen öğretim denemeleri esnasındaki bilgi oluşturma süreçlerinin niteliğinin incelenmesini amaçlayan bir araştırmadır. Bu bölümde; araştırma modeli, araştırmaya katılan öğrenciler ve bu öğrencilerin belirlenmesi, örnek olay çalışması (örnek olay çalışmasında kullanılacak veri toplama yöntemleri ve araçları, etkinlikler, bilgi oluşturulması sürecinde araştırmacının rolü, pilot uygulama, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizi, örnek olay çalışmasının geçerliği ve güvenilirliği) ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

1. Araştırma Modeli

Araştırma deseni araştırma sorularının türüne, araştırmacının olaylar üzerindeki kontrolüne ve olayın odak noktasının ne olduğuna bağlı olarak farklı seçilebilmektedir (Yin, 1994). Bu çalışmada, Analitik Geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarının Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre öğrenimindeki bilgi oluşturma sürecinin incelenmesinin nasıl gerçekleştiği açıklanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle, bu araştırma 1980'li yıllarda eğitim araştırmalarındaki dinamikleri ve süreci ayrıntılı biçimde açıklamak amacıyla eğitimde sıklıkla kullanılmaya başlanan (Merriam, 1988; Akt. Vural ve Cenkseven, 2005) *örnek olay incelemesi* yani bir *durum çalışması*dır. Örnek olay incelemesi bilgi toplama, toplanan bilgileri organize etme, yorumlama ve araştırma bulgularına ulaşma gibi basamakları içeren sistematik desen türlerinden biridir (Vural ve Cenkseven, 2005). Organize edilmeleri oldukça güç olmakla birlikte, elde edilen veriler "gerçeklik" bağlamında çok güçlüdür. Bir olaya ya da bir olaydan bir kategoriye genellemeye, sosyal gerçekleri en küçük ayrıntılarına kadar işleyerek iyice özümsemeye olanak tanımaktadır (Cohen ve Manion, 1994: 123).

Durum çalışmaları nitel veya nicel yaklaşımla yapılabilir ve her iki yaklaşımda da amaç belirli bir duruma ilişkin sonuçları ortaya koymaktır. Özellikle sosyal bilimlerde çeşitli konuları araştırmak için yoğun bir şekilde kullanılıp, çoğunlukla *nitel* araştırma metodolojisi içerisinde görülmekte ve nitel araştırma metodolojisinin en önemli özelliklerinden birisi olarak değerlendirilmektedir (Stake, 1995; Akt. Ekiz, 2003). Bu araştırmada da, sosyal bilimlerde yapılan birçok araştırmada olduğu gibi *nitel* bir *durum çalışması*na yer verilecektir.

Nitel araştırmanın sosyal bilimlerde birçok tanımı yapılmıştır ve bu farklı tanımlarının ortaya konulması ise çeşitli disiplinler içerisinde aktif olarak kullanılmasından kaynaklanmaktadır (Ekiz, 2003: 27). Sosyolojide oluşturulan ve geliştirilen nitel araştırmanın eğitim alanında *geçerli* bir tanımı Yıldırım ve Şimşek (2005: 39) tarafından yapılmıştır. Onlara göre; *nitel araştırma* gözlem, görüşme ve doküman analizi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda, gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmadır. Benzer şekilde; Creswell (1998:9)'e göre, nitel araştırma sosyal yaşamı ve insanla ilgili problemleri kendine özgü metotlarla sorgulayarak anlamlandırma sürecidir. Işıkoğlu (2005)'a göre ise, belli olgu veya olayları kendi doğal ortamları içerisinde çok yönlü ve uzun süreli olarak incelemektir.

Örnek olay incelemesi ise, evrendeki belli bir ünitenin (birey, aile, okul, hastane, dernek vb.nin) derinliğine ve genişliğine, kendisini ve çevresi ile olan ilişkilerini belirleyerek, o ünite hakkında bir yargıya varmayı amaçlayan düzenlemelerdir (Karasar, 2005: 86). Yani, *örnek olay incelemesi (durum çalışması)* güncel bir olguyu kendi gerçek yaşam çerçevesi (içeriği) içinde çalışan, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan görgül bir araştırma yöntemi (Yin, 1994: 13) olarak tanımlanabilir. Buna göre, *nitel durum çalışması*nın en temel özelliği güncel bir olgu, olay ya da durumun birey ve gruplar üzerinde odaklanılıp derinlemesine araştırılmasıdır. Yani, bir duruma ilişkin etkenler (ortam, bireyler, olaylar, süreçler vb.) bütüncül bir yaklaşımla araştırılır ve ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanılır (Yıldırım ve

Şimşek, 2005: 77). Burada öğrencilerin düşünsel süreçlerine ilişkin bir genellemeye varmak değil, bu süreci oluşturan bileşenleri derinlemesine incelemek amaçlanmakta, öğrencilerin düşünsel süreçlerini etkileyen ilişkiler ağını belirli bir sistematik yaklaşımla açıklamak ve yorumlamak hedeflenmektedir (Yeşildere, 2006: 41).

Durum çalışmasının farklı desenlerinden söz edilebilir. Bunlar; bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni ve iç içe geçmiş çoklu durum desenidir. Bu çalışmada, Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanmış olan etkinliklerin uygulamaları sırasında *farklı matematik başarı düzeylerinde* bulunan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesini kapsadığından ve bu öğrenciler arasındaki bilgi oluşturma süreçleri arasındaki benzerlik ve farklılıkların açıklamalarına yer verdiğinden, bilgi oluşturma süreçlerinin bilişsel ve sosyal olmak üzere iki farklı açıdan incelenmesine yer verdiğinden *bütüncül çoklu durum deseni* kullanılmıştır. Bu desende, birden fazla kendi içinde bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur ve her bir durum kendi içinde bir bütün olarak ele alınır. Araştırmacının tek bir problem durumundan yola çıkarak alana standart araçlarla yaklaşması (örneğin standart görüşme ve gözlem formları) ve karşılaştırılabilir veriyi toplaması önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 292).

2. Araştırmada Kullanılan Örneklem Yöntemleri

Araştırmaya katılacak öğrencilerin seçileceği okulun belirlenmesinde, *amaçlı örneklem yöntemlerinden* biri olan *tipik durum örnekleme yöntemi* kullanılmıştır. *Amaçlı örneklem* zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 107). Bu örneklemede seçim için önemli olduğu düşünülen ölçütler belirlenmekte ve bu ölçütlere göre seçilen örneklemin, araştırma evrenini bütün nitelikleri ile temsil ettiği düşünülmektedir (Tavşancıl ve Aslan, 2001). *Tipik durum örnekleme* yöntemi de, ortalama durumların çalışılmasının uygun olduğu bir yöntemdir. Bu yöntemde amaç araştırmanın amacına uygun tipik durumları seçerek evrene genelleme yapmak değil; ortalama durumları çalışarak belirli bir alan hakkında

fikir sahibi olmak ya da bu alan, konu, uygulama ya da yenilik konusunda yeterli bilgi sahibi olmayanları bilgilendirmektir (Patton, 1987; Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005: 110). Bu nedenle, bu araştırmanın Bursa ili Nilüfer ilçesinde bulunan tipik ilköğretim okullarından biri olan (sosyo-ekonomik ve sosyo-kültürel düzeyler açısından ne çok üstte ne de çok altta olan, ilçedeki okulların başarı sıralamasında ortalarda olan, okuldaki öğrenci başarısı açısından ilçe okulların başarı ortalamasına yakın olan) Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır.

Nilüfer ilçesi Bursa'nın merkez ilçelerinden biri olmakla birlikte son yıllarda gelişmiş ve halen de gelişmekte olan ilçelerden biridir. Bu nedenle, bu ilçede bulunan ilköğretim okulları arasında sosyo-kültürel ve sosyo-ekonomik düzeyleri yüksek olan ailelerin çocuklarının devam etmekte oldukları okulların (Örneğin; Koç İlköğretim Okulu, Dilek Özer ilköğretim Okulu vb.) yanında, sosyo-kültürel ve sosyo-ekonomik düzeyleri düşük olan ailelerin çocuklarının devam etmekte oldukları okullar (Örneğin; Yaylacık İlköğretim Okulu, Gölyazı Ünallar İlköğretim Okulu vb.) da bulunmaktadır. Bu açıdan ele alındığında, Nilüfer ilçesinin okullar bakımından maksimum çeşitlilik gösteren bir ilçe olduğu söylenebilir. Okul çalışanlarının verdikleri bilgilerden ve ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerine uygulanan *öğrenci tanıma formlarının* (Ek 2) incelenmesi ile ulaşılan sonuçlardan, Süleyman Cüra İlköğretim Okulunun genelde sosyo-kültürel ve sosyo-ekonomik açıdan orta düzeyde sayılabilecek ailelerin çocuklarının devam etmekte oldukları bir ilköğretim okulu olduğu anlaşılmıştır. Bunun yanında, Süleyman Cüra İlköğretim Okulu Milli Eğitim Bakanlığı tarafından her yıl belirli tarihlerde düzenli olarak gerçekleştirilen Seviye Belirleme Sınavları'nda Nilüfer ilçesinde bulunan ilköğretim okullarının başarı sıralamaları arasında ortalarda olan ve sınav başarısı ortalaması açısından da matematik başarısı ortalaması açısından da ilçe ortalamasına yakın olan bir okuldur (Bakınız: Bursa İl Milli Eğitim Müdürlüğü SBS Veri Bankası 2008 Yılı Sonuçları).

Araştırma öncesinde gerekli yasal izinlerin (Ek 1) alınmasının ardından, araştırmanın amacı ve kapsamı okul yönetimi ve matematik dersi öğretmenleri ile paylaşılmış ve bu konuda destekleri sağlanmıştır. Bunun ardından, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin belirlenmesinde, yine *amaçlı örnekleme yöntemlerinden* biri olan *ölçüt*

örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş olan bir dizi ölçütü karşılayan durumların çalışılmasıdır. Bu yöntemde, ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 112).

Bu araştırmada öğrenci seçimi, araştırmacı tarafından belirlene iki ölçüt göz önüne alınarak seçilmiştir. Bu ölçütler; (a) öğrencilerin oluşturulması beklenen kavramları daha önceden herhangi bir şekilde oluşturmamış olmaları, (b) öğrencilerin öğrenmeye ilişkin motivasyonlarının ve matematiğe yönelik tutumlarının düşük olmamasıdır. Öğrenimlerinin büyük bir bölümünde geleneksel yaklaşıma uygun derslere katılmış olmaları ve öğrenme yaklaşımlarının yer aldığı derslerin okullardaki uygulamalarının yeni olması nedenleriyle, motivasyonu ve matematik tutumu düşük olan öğrencilerin bu araştırmada yer alan etkinliklerin uygulamalarını devam ettirmede zorlanabilecekleri düşünülmüş ve bu öğrencilerin örnek olay çalışmasına alınmaması kararlaştırılmıştır.

3. Örnek Olay Çalışmasına Katılan Öğrenciler

Araştırmanın ilköğretim ikinci kademenin hangi sınıf düzeyindeki öğrencilerle gerçekleştirileceğinin kararlaştırılması aşamasında, öncelikle 2005 yılı İlköğretim Okulu Matematik Dersi Programları incelenmiş ve yapılan incelemeler sonucunda araştırma kapsamında incelenecek olan Analitik Geometri'ye ilişkin kavramların bir kısmına ilköğretim yedinci sınıfta, bir kısmına ise ilköğretim sekizinci sınıfta yer verildiği görülmüştür. Bununla birlikte, altıncı sınıf matematik programında yer alan ve araştırmanın gerçekleştirilmesinin öncesinde altıncı sınıf öğrencileri tarafından öğrenilen konuların araştırma kapsamında incelenecek olan kavramlar için yeterli ön bilgileri içerdiği tespit edilmiştir. Bu nedenle, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nun Analitik Geometri konularını henüz öğrenmemiş ve yedinci sınıfa geçmek üzere olan ilköğretim altıncı sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır.

Araştırmaya temel oluşturan bu iki öğrenme kuramında da, öğrenme öğrencilerin kendi düşüncelerini paylaşabildikleri, grup içinde gerçekleştirilen etkileşim

sonunda kendi düşüncelerini oluşturdukları, bağlam içinde öğrenmenin gerçekleştiği öğrenme ortamlarında gerçekleşmektedir (Santos-Trigo, 1996; Verschaffel, De Corte, Lasure, van Vaerenbergh, Bogaerts ve Ratinckx, 1999). Etkinliklerin uygulamaları şeklinde gerçekleşen bu iki kuramın uygulamaları genellikle gruplarda gerçekleştirilmekte ve böylece öğrencilerin düşünme biçimlerini, akıl yürütme yöntemlerini, algılarını grup arkadaşları ile paylaşmalarının ardından araştırılan problem ya da soru hakkında bir karara varmaları sağlanmaktadır. Bununla birlikte, küçük gruplarda öğrencilerin sıklıkla kendi düşüncelerini, muhakemelerini ve problem çözme esnasındaki girişimlerini / eylemlerini açıklama ihtiyacı duyarlar. Bu açıklamalar / sözle ifade etmeler öğrencilerin başkalarının söyledikleri kadar kendi düşünceleri üzerinde de derinlemesine düşünmeleri konusunda öğrencilere yardım sağlar ve onları güçlendirir (Özmantar, 2005a: 44). Aynı zamanda, araştırma kapsamında gerçekleştirilecek öğrenme denemeleri Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacı Öğrenme kuramlarına uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerin uygulamalarını kapsamaktadır ve bilindiği gibi bu iki kuram da grupla öğrenme esasına dayalı olan kuramlardır. Bu araştırmanın ikili gruplarda gerçekleştirilmesi aynı zamanda bu iki kuramın da gereğidir. Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001a), etkinliğin bir parçası olduğunda etkileşimin, katılımcıların söylemlerinin epistemik eylemleri doğrulayabileceğini ve hatta bu eylemlerin gözlenebilmesini ve fark edilmesini sağlayabileceğini açıklamışlardır. Bu çalışmada RBC+C soyutlama modelinin bir araç olarak kullanıldığı ve bu modelde bilişsel eylemlerin gözlenebilir eylemler olduğu da düşünüldüğü, bu araştırmanın uygulamaları ikişer kişilik öğrenci gruplarında gerçekleştirilmiştir.

Bu aşamalardan sonra, öğrencilerin altıncı sınıf matematik ders notları ve SBS (Seviye Belirleme sınavı) puanları elde edilerek öğrencilerin başarı düzeyleri tespit edilmiştir. Bu amaçla, öğrencilerin matematiksel başarılarını ölçen ve toplam 16 çoktan seçmeli sorudan oluşan *2008 yılı Seviye Belirleme Sınavı*, araştırmanın gerçekleştirildiği esnada bu sınavla henüz karşılaşmamış olan altıncı sınıf öğrencilerine bahar dönemi ortasında ve bir ders saati süresi içerisinde uygulanmıştır. Öğrencilerin bu ölçeye verdikleri cevapların değerlendirilmesi için düzeltme formülü uygulanmış (seçenek

sayısının bir eksiği kadar yanlışın bir doğruyu götürmesi) ve herbir öğrenci için *matematik neti* hesaplanmıştır. Ardından, Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan 140 altıncı sınıf öğrencisinin 2008-2009 eğitim-öğretim yılı birinci dönemine ait *matematik dersi notları* incelenmiştir. İnceleme esnasında gerçekleştirilen grulamada, ders notu 0 ile 25 puan arasında olan öğrencilerin neredeyse hiç matematik bilgisine sahip olmadıkları ve dolayısıyla araştırma kapsamında çalışılacak olan kavramları oluşturabilmelerinin mümkün olmayacağı düşüncesiyle çalışmaya dâhil edilmemişlerdir. Matematik ders notu 25 ile 100 arasında olan öğrenciler ise 5 farklı gruba ayrılmış ve böylelikle matematik başarıları birbirinden *farklı* olan öğrenci grupları oluşturulmaya çalışılmıştır.

Sonuç olarak; SBS'deki matematik neti 10,7 ile 16 arası ve matematik ders ortalaması 85 ile 100 arasında olan öğrenciler de yüksek başarılı, matematik neti 5,4 ile 10,7 arası ve matematik ders ortalaması 55 ile 70 arasında olan öğrenciler orta başarılı, matematik neti 5,4'in altında ve matematik ders ortalaması 55 ile 70 arasında olan öğrenciler düşük başarılı olarak gruplanmıştır. Başarı düzeyleri arasında farklılık sağlanması amaçlandığından, belirlenen başarı aralıklarında olmayan öğrenciler araştırma kapsamına alınmamıştır.

Duyuşsal özelliklerinin belirlenmesi için, öğrencilere Pintrich ve De Groot tarafından geliştirilmiş ve Üredi tarafından 8. sınıf öğrencileri üzerinde dilsel eşdeğerlik, geçerlik ve güvenilirlik çalışması yapılarak Türkçe'ye uyarlanmış olan *Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği* (Ek 2) ile Aşkar (1986) tarafından geliştirilmiş olan *Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği* (Ek 3) uygulanmıştır.

Öğrenme sürecinde bilişsel ve davranışsal öğeler kadar motivasyonel öğelerin de önemine dikkat çeken araştırmacılar, bireylerin öğrenme sürecini düzenlemesinde öz-düzenleme stratejileri ile bu stratejilerin kullanılmasını sağlayan motivasyonel inançlar üzerinde durmuşlardır. Yapılan birçok araştırmada (Chye, Walker ve Smith, 1997; Malpass ve ark., 1999; Pintrich ve De Groot, 1990; Soung Youn, 2001; Young ve Vrongistinos, 2002) öz-düzenleme stratejileri ve motivasyonel inançlarla akademik başarı arasında yüksek bir ilişki olduğunu ortaya koyulmuştur (Akt. Üredi, 2005). Bu

nedenlerle, bu araştırmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin öz-düzenleme stratejileri ile motivasyonel inançlarının ölçülmesi tasarlanmış ve bu amaçla geliştirilmiş olan *Öğrenmeye İlişkin Motivasyonel Stratejiler Ölçeği* Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan altıncı sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Öğrencilerin belirli bir ders ya da konu alanındaki öz-düzenleme stratejileri ve motivasyonel inançlarını ölçmeye yönelik olarak 7'li likert türü bir araç olarak geliştirilen bu ölçme aracı, bu araştırmada *matematik dersine* yönelik olarak kullanılmıştır. Toplam 44 maddeden ve öz-düzenleme stratejileri ile motivasyonel inançlar olmak üzere iki boyuttan oluşan ölçeğin değerlendirilmesi, “bana hiç uymuyor” ve “bana tamamen uyuyor” uçları arasında belirlenen 7 dereceye göre gerçekleştirilmiştir. Öz-düzenleme stratejileri boyutunu ölçme aracı bilişsel strateji kullanımı (13 madde) ve öz-düzenleme (9 madde) olmak üzere iki ölçek; motivasyonel inançlar boyutunu öz-yeterlik (9 madde), içsel değer (9 madde) ve sınav kaygısı (4 madde) olmak üzere üç ölçek oluşturmaktadır. Bilişsel stratejiler boyutu tekrarlama, anlamlandırma ve örgütleme stratejilerinin kullanım sıklığını ölçen ölçme aracı, öz-düzenleme boyutunda planlama, izleme, gözden geçirme gibi biliş üstü stratejiler ile çaba yönetimi stratejilerini içermektedir. Motivasyonel inançlar boyutunun öz-yeterlik ölçeğinde sınıftaki performansla ilişkin algılanan yeterlik ve güveni ölçen ölçme aracı, içsel değer ölçeğinde içsel ilgi, sınıf çalışmasının önemine ilişkin algı ve içsel amaç yönelimini; sınav kaygısı ölçeğinde ise sınavlara ilişkin kaygı düzeyini ölçmektedir. Ölçme aracının Türkçe'ye uyarlanması çalışmasında alt ölçeklere ilişkin Cronbach alfa değerlerinin öz-düzenleme ölçeğinde 0,84; öz-yeterlik ölçeğinde 0,92; içsel değer ölçeğinde 0,88 ve sınav kaygısı ölçeğinde 0,81 olduğu tespit edilmiştir (Üredi, 2005). Araştırmaya katılan öğrencilerin ölçekte yer alan 44 maddenin her birinden aldıkları 1 ile 7 arasında değişen puanlara ait toplam puanları ile ortalama puanları, farklı zamanlarda aynı öğrencilere aynı ölçeğin yeniden uygulanması sonucunda elde edilen puanlara ait ortalama puanları Microsoft Excel aracılığı ile hesaplanmıştır. Öğrencilerin ölçekten alabilecekleri en yüksek toplam puan 308 ve en düşük puan 77 puandır. Elde edilen toplam puanların madde sayısına (44 madde) bölünmesi sonucunda ortalama puanlara ulaşılmıştır. Sonuç olarak, 7'li likert türde hazırlanmış olan bu ölçekten 4 ve üzerinde puan alan öğrenciler öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejisi yeterli düzeyde

olan öğrenciler olup, örnek olay çalışmasına katılacak olan öğrenciler bu öğrenciler arasından seçilmiştir.

Tutuma yönelik birçok tanım yapılmıştır ve bu tanımların hemen hepsinin ortak noktası tutumun davranışa hazırlayıcı bir eğilim olduğu ve bu eğilimin oluşumunda bilişsel, duyuşsal ve davranışsal bileşenlerinin bulunmasıdır (Özlu, 2001; Alkan, Bukova Güzel ve Elçi, 2004). Yapılan bazı çalışmalarda (Steinkamp, 1982; Minato, 1983; Minato ve Yanase, 1984; Kloostermann, 1991; Randhawa ve Beamer, 1992) matematiksel başarı ile tutum ve davranış ile ilgili değişkenler arasında 0,40'ın üzerinde anlamlı bir ilişki olduğu öne sürülmüştür, bazı çalışmalarda ise (Aiken, 1971; Anttonen, 1968; Beattie, Deichmann ve Lewis, 1973; Jacobs, 1974; Quinn, 1978) matematiksel başarı ve tutum ve davranış değişkenleri arasında çokta güçlü bir ilişki olmadığı ve 0,20 ile 0,40 arasında bir ilişki elde edildiği rapor edilmiştir (Akt. Ma ve Kishor, 1997). Sonuç olarak, başarı ile tutum arasında düşük bile olsa bir ilişki olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematiğe yönelik tutumlarının ölçülmesi tasarlanmış ve bu amaçla *Matematik Tutum Ölçeği* altıncı sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Aşkar (1986) tarafından geliştirilmiş olan bu ölçek, 5'li likert tipinde hazırlanmış olan bir ölçektir ve toplam 20 maddeden oluşmaktadır. Bu maddelerden 1, 4, 5, 8, 11, 13, 14, 17, 18 ve 20. maddeler olumlu ve diğer maddeler ise olumsuz ifade içermektedir. Yapılan uygulamalar sonucunda, ölçeğin değerlendirilmesi "asla" ve "her zaman" uçları arasında belirlenen 5 dereceye göre gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin ölçekte yer alan 20 maddeden aldıkları toplam ve ortalama puanlar Microsoft Excel aracılığı ile hesaplanmıştır. Öğrencilerin bu tutum ölçeğinden alabilecekleri en yüksek toplam puan 100 ve en düşük toplam puan ise 20 puandır. Diğer tutum ölçeği için yapılan değerlendirmelere benzer şekilde, bu tutum ölçeği için de elde edilen toplam puanların madde sayısına bölünmesi sonucunda ortalama puanlara ulaşılmıştır. Sonuç olarak, 5'li likert türünde hazırlanmış olan her iki ölçekten de 3 puan ve üzerinde ortalama puan alan öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutuma sahip olan öğrenciler olup, örnek olay çalışmasına katılacak olan öğrenciler bu öğrenciler arasından belirlenmiştir.

Araştırma ölçütlerine uyan öğrenciler arasından ikişerli öğrenci gruplarının oluşturulması aşamasında ise, aynı grupta bulunacak olan öğrencilerin birbirleri ile anlaşma düzeylerinin ve iletişimlerinin iyi olması gerektiği de göz önüne alınarak, belirlenen ölçütleri sağlayan, araştırmaya katılma konusunda istekli, araştırmacı tarafından altıncı sınıf öğrencileri ve matematik dersi öğretmenleri ile yaklaşık 1 ay süreyle yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda araştırmaya katılmasında herhangi bir sakınca görülmeyen öğrenciler arasından ikişer kişilik 9 farklı öğrenci grubunu oluşturan toplam 18 öğrencinin (6 düşük, 6 orta ve 6 yüksek başarılı öğrenci) araştırmaya / örnek olay çalışmasına katılması kararlaştırılmıştır. Bu öğrencilerin belirlenmesinin ardından, okul yönetimi ile birlikte bu öğrencilerin velileri ile görüşülmüş ve velilerin çocuklarının araştırmaya katılmaları konusunda sözlü izinleri alınmıştır. Araştırma kapsamında, araştırmaya katılacak olan öğrencilerin gerçek isimleri yerine kendilerinin belirlediği başka isimler kullanılmıştır.

Araştırmacının görüşmeler esnasındaki/uygulamalardaki rolünün etkililiğinin, etkinliklerin yeterliliğinin ve uygulamaların yapılabilirliğinin incelenmesi ile öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini *daha iyi* ortaya koyabilecek şekilde öğrenme ortamının, etkinliklerin ve etkinliklerde yer alan soruların yeniden düzenlenmesi amacıyla pilot uygulama gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Örnek olay çalışması için seçilen 18 öğrenciden 2'si yüksek, 2'si orta ve 2'si düşük başarılı olmak üzere toplam 6'sının pilot uygulamaya katılması uygun bulunmuştur. Etkinliklerin sayısı, amacı ile kapsamı göz önüne alınarak, araştırmada Koordinat Sistemi Kavramı'nın oluşturulması ve kavramın gelişimine ilişkin pilot uygulama belirlenen bu 6 öğrencinin oluşturduğu 3 farklı öğrenci grubunda gerçekleştirilirken, Doğru Denklemi Kavramı'nın oluşturulması ve kavramın gelişimine ilişkin pilot uygulama yüksek başarılı 2 öğrencinin oluşturduğu öğrenci grubu ile gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamanın farklı matematik başarı düzeylerinde bulunan öğrencilerle gerçekleştirilmesi ile matematik başarısı farklı olan bu öğrencilerin etkinlikleri anlama düzeylerinin, muhakeme biçimlerinin incelenmesi ve etkinliklerin bu öğrencilerin anlayabilecekleri ve cevaplayabilecekleri şekilde yeniden düzenlenmesi, böylelikle de bu aşamada gerçekleştirilen uygulamalar sonucunda yapılacak olan düzenlemelerin tüm başarı düzeylerinde bulunan öğrenciler için de

geçerliliğinin sağlanması, etkinliklerin uygulamalarında araştırmacının matematik başarısı farklı olan bu öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplara uygun ne tür farklı yönlendirmeler yapabileceğinin anlaşılması, özellikle de düşük başarılı öğrencilerin etkinlikleri sürdürebilmelerinin nasıl sağlanabileceğinin araştırılması amaçlanmıştır.

Uygulamaların ikiyeşerli öğrenci gruplarında gerçekleştirilmesi planlandığından, bu öğrencilerden 2'şer kişiden oluşan 3 farklı öğrenci grubu (yüksek başarılı 2 öğrenci, orta başarılı 2 öğrenci ve düşük başarılı 2 öğrencinin oluşturduğu 3 farklı grup) oluşturulmuştur. Pilot uygulamaya katılan bu öğrencilerin matematik dersi notları ve uygulanan seviye belirleme sınavındaki matematik netleri ile oluşturdukları öğrenci gruplarına ilişkin bilgilere Tablo 2.1.'de yer verilmiştir.

Tablo 2.1. Pilot Uygulamaya Katılan Öğrenci Grupları

Gruplar	Adı	Başarı Düzeyi	Ders Notu	SBS Neti
1. Grup	Tuba	Yüksek	92,25	14,66
	Ecem	Yüksek	87,50	13,66
2. Grup	Merve	Orta	62,25	7,33
	Elif	Orta	63,75	6,66
3. Grup	Gizem	Düşük	38,50	3,33
	Enes	Düşük	35,63	2,66

Araştırma kapsamında gerçekleştirilecek olan esas uygulamanın ise; 4'ü yüksek, 4'ü orta ve 4'ü düşük başarılı öğrenci olmak üzere toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Bu uygulamaların farklı matematik başarı düzeylerinde bulunan öğrencilerle gerçekleştirilmesi ile tasarlanan öğrenme ortamlarının niteliğinin her başarı düzeyinde değerlendirilmesi ve böylelikle de öğretimin niteliği hakkında daha belirgin sonuçlara ulaşılabilmesi amaçlanmıştır. Bununla birlikte; Doğru Denklemi Kavramı'nın doğrudan kazanımı / gelişimi zor bir kavram olması ve uygulama sürecinde grafik çizme, tablo yapma gibi uzun süren becerileri gerektirmesi nedeniyle, bu kavramın oluşturulması süreci bu 6 farklı öğrenci grubu ile gerçekleştirilmiştir fakat burada ancak 2 farklı öğrenci grubu ile gerçekleştirilen görüşmelere / uygulamalara ve bunlara ilişkin analizlere yer verilmiştir. Uygulamaların ikiyeşerli öğrenci gruplarında gerçekleştirilmesi planlandığından, bu

öğrencilerden 2'şer kişiden oluşan 6 farklı öğrenci grubu (ikisi de yüksek başarılı, biri yüksek diğeri orta başarılı, biri yüksek diğeri düşük başarılı, ikisi de orta başarılı, biri orta diğeri düşük başarılı ve ikisi de düşük başarılı öğrencilerden meydana gelen 6 farklı grup) oluşturulmuştur. Ayrıca, Amerika'nın Georgia eyaletinde bulunan Alpharetta şehrinde bulunan bir devlet ilköğretim okulunda okumakta olan iki türk yedinci sınıf öğrencisi ile de deneme amaçlı bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Tablo 2.2.'de, esas uygulamaya katılan bu öğrencilerin ders notları ve matematik netleri ile oluşturdukları öğrenci gruplarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 2.2. Esas Uygulamaya/Örnek Olay Çalışmasına Katılan Öğrenci Grupları

Gruplar	Adı	Başarı Düzeyi	Ders Notu	SBS Neti
1. Grup	Yılmaz	Yüksek	96,75	12,66
	Doğan	Yüksek	92,25	13,33
2. Grup	Can	Yüksek	94,75	13,33
	Eren	Orta	58,38	8,33
3. Grup	Kübra	Orta	59,38	8,66
	Burak	Orta	62,25	7,00
4. Grup	Selin	Yüksek	93,25	13,33
	Hale	Düşük	31,13	3,00
5. Grup	Merve	Orta	59,25	8,66
	Zeynep	Düşük	38,75	3,00
6. Grup	Gürkan	Düşük	35,13	3,33
	Özgür	Düşük	33,38	3,00

Araştırmanın gerçekleştirileceği ilköğretim okulunun altıncı sınıfında okumakta olan öğrencilere uygulanan anketlerin sonuçlarından ve araştırmacı tarafından yapılan gözlem ve görüşmelerden yararlanılarak, araştırmaya katılması kararlaştırılan bu öğrenciler hakkında daha ayrıntılı bilgilere *Bulgular ve Yorumlar* bölümünde yer verilecektir.

4. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Veri Toplama Yöntemleri

Bu araştırmada, nitel araştırmalarda kullanılan bir dizi veri toplama yöntemleri arasından *görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi* yöntemleri kullanılmıştır.

Görüşme bireylerin çeşitli konulardaki bilgi, düşünce, tutum ve davranışları ile bunların olası nedenlerinin öğrenilmesinde en kestirme yol olarak kullanılmaktadır (Karasar, 2005: 166) ve örnek olay çalışmasında veri toplama amacıyla en çok kullanılan yöntemlerden biridir. *Görüşme* önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci olarak tanımlanabilir (Stewart ve Cash, 1985; Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005: 119). Açık uçlu soruların sorulması, dinlenmesi, cevapların kaydedilmesi ve ilişkili ilave sorularla araştırma konusunun detaylı bir şekilde incelenmesini mümkün kılan bir yöntemdir (Kümbetoğlu, 2005: 71). Yani, *görüşme* sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniğidir ve bu teknikte bilgi alınacak kişilerle karşılıklı konuşma şeklinde yapılır (Şen, 2005).

Nitel araştırma tekniklerinden biri olan *görüşme* tekniği hakkında alanyazında farklı sınıflamalar bulunmaktadır. Bu teknik amacına, katılanların sayısına, görüşmedeki kuralların katılığına bağlı olarak farklı şekillerde sınıflandırılabilir (Seyidoğlu, 1997: 37; Karasar, 2005). Bunlardan biri yapılandırılmış, *yarı yapılandırılmış* ve yapılandırılmamış görüşme şeklindeki sınıflandırma türüdür. Yapılandırılmış görüşmede, görüşme öncesinde belirlenmiş olan soruların uygulandığı bir görüşme türüdür (Minichiello, Aroni, Timewell ve Alexander, 1990). Yani, yapılandırılmış görüşmede sorular önceden belirlenir ve bu sorularla veriler toplanmaya çalışılır (Karasar, 2005). *Yarı yapılandırılmış görüşme* tekniği ise, ana konuya ilişkin açık uçlu soruları kapsar. Katılımcılar sorulara özgürce cevap vermek için yönlendirilirler ve soruça derinlemesine bir inceleme yapılmış olur. Bu teknikte, görüşmeyi yapan kişi sorulara verilen cevapları netleştirmek için önceden görüşmenin başlıkları ile ilişkili olarak hazırladığı soruları görüşme sırasında sorar ve gerektiğinde açıklayıcı sorulara yönlendirir (Minichiello ve arkadaşları, 1990). Yani, araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren görüşme protokolünü hazırlar. Buna karşın araştırmacı, görüşmenin akışına bağlı olarak değişik yan ya da alt sorularla görüşmenin akışını etkileyebilir ve kişinin yanıtlarını açmasını sağlayabilir (Türnüklü, 2000). Yapılandırılmamış görüşme ise, herhangi bir soru sınıflandırılması olmayan bir görüşme türüdür (Minichiello ve ark., 1990). Sonuç olarak, *yarı yapılandırılmış*

görüşme yöntemi ne tam yapılandırılmış görüşme kadar katı ne de yapılandırılmamış görüşme kadar esnektir. Bu iki uç arasında yer almaktadır (Karasar, 2005).

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilecek görüşmelerde ne tür soruların ne şekilde sorulacağı ve hangi verilerin toplanacağı belirli olmakla (yapılandırılmış sorular hazırlanmış olmakla) birlikte, görüşme sırasında öğrencilere “düzenlediğin tablo istenilen bilgiyi gösteriyor mu?”, “grafik çizimine neden bu şekilde başladın?” gibi öğrencilerin düşünme biçimlerini yansıtmalarını ve açıklamalarını sağlayacağı düşünülen yapılandırılmamış sorular yönlendirilecek olması yani araştırmacı tarafından görüşmelerde uygulanacak etkinliklerde yer alan bu açık uçlu sorular konusunda öğrencilerin ne şekilde yönlendirileceğinin, ne gibi uygun dönütler verileceğinin, nasıl düşüncülerinin sağlanacağına kesin kalıplarla belirlenmemiş olması nedeniyle, bu araştırmada *yarı yapılandırılmış görüşme yöntemi* uygulanmıştır. Bununla birlikte; görüşmelerin kısa süreli olarak gerçekleştirilmiş olması, görüşmelerde açık uçlu soruların kullanılması, görüşmelerin konuşma şeklinde gerçekleştirilmesi ve önceden hazırlanmış etkinliklerde önceden belirlenmiş soruların öğrencilere yönlendirilmesi nedeniyle, yapılan görüşmelerin *odaklanmış görüşme* (Yin, 1994: 83) şeklinde gerçekleştirildiği de söylenebilir.

Gözlem ise, herhangi bir ortamda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan nitel bir araştırma yöntemidir. Sosyal araştırmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 169). Gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Nitel araştırmalarda gözlem, sayısal veri üretmekten çok, araştırmaya konu olan olay, olgu ve duruma ilişkin derinlemesine ve ayrıntılı açıklamalar ve tanımlamalar yapmaya yönelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 169–170). Bu araştırmada, görüşmelerde etkinliklerin uygulanması ve etkinliklerde yer alan soruların cevaplanması sürecinde öğrencilerin gözlemlenmesinin matematiksel düşüncülerinin ve bilgi oluşturmalarının anlamlandırılması konusunda fayda sağlayabileceği düşüncesiyle nitel araştırmaların vazgeçilmez araçlarından biri (Geray, 2006: 171) olan *katılımcı gözlem* kullanılmıştır. Katılımcı gözlemden, gözlem yapan kişi gözlenenlerle birlikte olup onlardan biri gibi davranmaktadır ve bu sayede davranışların nedenleri daha derinliğine

ve daha geçerli bir biçimde öğrenilebilmektedir (Karasar, 2005: 158). Böylelikle, araştırmaya katılan öğrencilerin etkinliklerin uygulanması sürecindeki davranışları gözlemlenmiştir.

Bu nitel araştırma yöntemlerinin yanında, araştırmada ayrıca *doküman incelemesi yöntemi* kullanılmıştır. Bu yöntem araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. Araştırma problemi hakkında geniş bir zaman dilimine dayalı analizi olanaklı kılması, çeşitli yazılı materyallere ulaşma yoluyla geniş bir örneklem oluşturulması, verilerin araştırmacı tarafından değil de birey tarafından özgün bir biçimde kaydedilmesi bakımından üstündür (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 187-190). Diğer yandan materyalin hazır olması da veri toplama sürecini araştırmacının öznelliğinden kurtarır (Mayring, 2000: 36-37). Bu araştırmada, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin ve bilgi oluşturmalarının anlamlandırılması konusunda katkı sağlayabileceği düşüncesiyle, ek bilgi kaynağı olarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri ile ilişkili yazılı materyal ve malzemeler de araştırmaya dâhil edilmiş yani öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri cevapların bulunduğu çalışma yaprakları incelenmiştir.

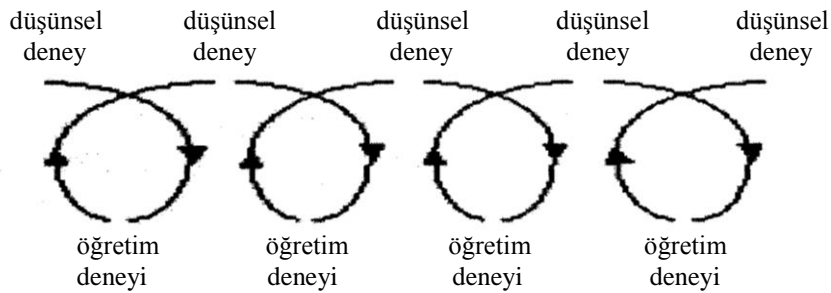
5. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Veri Toplama Araçları

Örnek olay çalışmasında / uygulamada kullanılan veri toplama araçları, üzerinde örnek olay çalışmasının yürütüldüğü etkinliklerin bulunduğu ve öğrencilerin kendilerine yöneltilen etkinliklerle ilgili çözümler yaptıkları çalışma yaprakları ile görüşme sırasında kaydedilen video kayıtlarıdır. Video kaydı alınması ile gözlem ve görüşme alan notlarının alındığı ortamın kısa süre sonra unutulmasının önüne geçilir. Video kayıtları araştırmacı tarafından istenildiği ve gerektiği kadar izlenebildiği için, araştırmacının uygun yaklaşım ve vurgulanacak noktalar hakkında emin oluncaya kadar son kararını vermemesine imkân tanır. Araştırmacı videoda ileri geri sararak nadir veya sık olayları bulabilir, bir olay hakkında hemen karar vermeden öncesine ya da devamına bakarak yorumlarını değiştirebilir veya düzeltebilir, anahtar özellikleri yakalayabilir (Plowman, 1999; Akt. Toptaş, 2008).

5.1. Örnek Olay Çalışmalarında Gelişimsel Araştırma

Bu araştırmada yer alan etkinlik uygulamaları ve bu uygulamalar esnasında sürecin gerçekleşmesi, bu konuda kabul görmüş olan *Gelişimsel Araştırma Teorisi* temel alınarak incelenmiştir.

Gelişimsel araştırma, Freudenthal (1991) ve Gravemeijer (1994) tarafından alanla ilgili teorik bilgiye dayalı olarak hazırlanan bir öğretim tasarımı ile ilgili *düşünsel deneyin* sınıftaki uygulamalardan önce geldiği ve uygulama sırasındaki izlenimlere göre öğretimin yeniden düzenlenebildiği döngüsel bir süreç olarak ifade edilmiştir (Şekil 2.1.). Buradaki *düşünsel deney* terimi, uygulanacak öğretim sırasında öğretme ve öğrenme sürecinin nasıl ilerleyeceği, öğrencilerin gösterebilecekleri tepkiler, muhakeme biçimleri, onların kolay kavrayacakları veya kavramakta zorlanacağı düşünülen noktalar vs. hakkında önceden tahmin yürütme olarak açıklanabilir (Gravemeijer ve Cobb, 2006).



Şekil 2.1. Birikimli ve Döngüsel Bir Süreç Olarak Gelişimsel Araştırma

Öğretmenlerin öğretimsel etkinliklerin seçiminde ve öğrencilerin varsayımsal öğrenme döngüleri tasarlamada kendi bakış açılarını kullanabilmelerine imkân veren bu teori üç aşamayı kapsar. İlk aşama olan ön hazırlık tasarımının geliştirilmesi aşamasında, öncelikle öğretme-öğrenme sürecinin sınıfta nasıl gerçekleşebileceği göz önüne getirilir ve ileriye yönelik olarak düşünülen deneyimler sonucunda oluşan matematiksel öğrenme amaçları belirlenir. Ardından öğrenciler için öğrenme araçları, planlanan öğretim etkinlikleri ve kullanılacak araçlar, derste hangi öğretim etkinlikleri kullanıldığında öğrencilerin düşünme ve anlamalarının sağlanabileceğinin öğretici tarafından fark edilebileceği *kısmi öğrenme süreci* belirlenir. Bu esnada, öğreticiler

öğrencilerin öğretimsel etkinliklerdeki zihinsel etkinliklerinin neler olabileceği ve bu zihinsel etkinliklerin öğrencilere matematiksel bakış açıları geliştirmelerinde nasıl yardımcı olabileceği hakkında düşünürler. İkinci aşama, öğretimin düzenlenmesinde kullanılan döngüsel sürece bağlı olarak öğretim deneyinin yürütülmesini kapsar. Üçüncü ve son aşama ise, yapılan öğretimde geriye dönük olarak yapılan analizleri içerir (Gravemeijer, 2004). Bu noktada, Cobb (1994; 2007) tarafından yapılan ve öğretmenlerin öğrencilerin ileriye yönelik matematiksel gelişimini nasıl destekleyebileceklerini, öğrencilerin bilgi yapılarına karşı bir tarafsızlığın nasıl olması gerektiğini açıklayan araştırma büyük rol oynamıştır (Gravemeijer, 2004). Sonuç olarak, bu teoride kullanılmaya ve ayrıntılandırılmaya hazır uygun bilgi yerine, öğrencilerin var olan bilgi oluşturma yollarını detaylandırarak, belirginleştirerek ve düzelterek zihinlerinde şekillendirdikleri bilginin kullanılması söz konusudur.

Gelişimsel Araştırma'da kaygı bilginin kazanımı ile ilgilidir. Amaca yönelik ve süreç sırasında gelişen teorinin rehberlik ettiği geliştirme ve düzenleme çok daha önemlidir. Bu nedenle, gelişimsel araştırma yapan bir bireyin amacı acil bir problemi çözmek değil, iyi düşünülmüş ve deneysel olarak sağlam bir temele dayalı sınırlı bir alana ait eğitim teorisi ile sonuçlanan ve tasarlama, deneyselleştirme, üzerinde düşünme ve yeniden tasarlama olmadan oluşan tekrarlayıcı ve birikimli süreci desteklemektir (Gravemeijer, 1994 ve 1997).

5.2. Örnek Olay Çalışmasında Kullanılan Etkinlikler

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilecek örnek olay çalışmasında yer alan/ kullanılacak olan etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olmaları çalışmanın doğası gereğidir. Çünkü RBC+C Modeli'nde yer alan *oluşturma* ve *pekiştirme* bilişsel eylemleri hakkındaki kanıtların çoğu öğrencilerin problem çözme sürecindeki bilişsel eylemlerinden çıkarılmalıdır (Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006). Bu durum ise, öğrencilerin problem çözmeleri esnasındaki bilişsel eylemlerinin incelenmesini gerekli kılmaktadır ve bu amaçla araştırmacı tarafından belirlenen alt

problemlere uygun olacak şekilde Yapılandırmacı Öğrenme ya da Gerçekçi Matematik Eğitimi'ni temel alan farklı etkinlikler tasarlanmıştır.

Araştırma açısından etkinliklerde yer alan örneklerin seçimi ve sıralanması önemlidir (Bills ve ark., 2006). Etkinliklerin seçiminde ve türlerinin düzenlenmesinde, klinik görüşmelerden beklenen sonuçları alabilmek için tartışmaya elverişli olması, açık uçlu olması ve öğrencilerin düşünme seviyelerini açıklığa kavuşturacak fırsatlar sunması gibi özellikler (Tanışlı, 2008) aranmıştır. Etkinliklerin, Ardahan (2002) tarafından geliştirilen *sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modelinin* araştırmada gerçekleşmesine izin verecek şekilde hazırlanmasına çalışılmıştır. Tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel eylemler ile ilgili kanıtların çoğunun problem çözümünde ortaya çıkan bilişsel eylemler olduğu dikkate alınarak, etkinlikler problem çözme odaklı olarak hazırlanmıştır. Etkinliklerin öğrencileri problem çözme uğraşı içinde tutması, gerçek yaşamdan seçilen modeller üzerinde çalışılmasına imkân vermesi, öğrencilerin olabildiğince çok ön deneyim ve bilgilerin harekete geçirecek olması ve etkinliklerde soyutlamaya uygun bir konunun (konuların) varlığı önemsenmiştir. Ayrıca, araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri belirlenen 4 farklı gözlenebilir bilişsel eylem bağlamında incelenmektedir ve bu nedenle araştırma kapsamında yapılan görüşmelerde bazı yeni yapıların oluşturulması ve sağlamlaştırılmasının gözlenmesi önemlidir. Bu nedenle, örnek olay çalışması kapsamında yapılan görüşmelerde kullanılan etkinliklerin yukarıda belirtilen genel özelliklerinin yanında, soyutlamanın süreç içinde gerçekleşmesine fırsat tanıyacak, yeni bir yapı içerecek, bu yapının sağlamlaştırılmasına fırsatlar tanıyacak ya da yeni soyutlamaların oluşumunda yeni yapıları kullanma konusunda öğrencilere izin verecek şekilde oluşturulmasına özen gösterilmiştir.

Araştırmada, aynı kavramın soyutlanmasına yönelik olarak hazırlanmış olan ilk etkinlikler öğrencilerin kavramın dayandığı alt kavramların kolaylıkla oluşturulmasına yönelik olarak hazırlanmış olan etkinliklerdir. Aynı kavramın oluşturulmasına yönelik olarak hazırlanan sonraki etkinlikler ise; önceki etkinliklere benzer ve önceki etkinliklerin devamı şeklinde olmakla birlikte, alt kavramların yanında soyutlanması istenilen kavramın da oluşturulmasına yönelik olarak fakat öğrencilerin istenilen

kavramı oluşturmaları konusunda zorlanabilecekleri tarzda tasarlanmış olan etkinliklerdir. Burada amaç öğrencilerin geliştirdikleri *muhakeme becerilerini* gözleyebilme ve anlayabilmedir. Bununla birlikte; etkinliklerin her bir alt problem için *benzer olarak* tasarlanmış olmaları ile, özellikle de *oluşturma* eyleminin ardından *pekiştirme* eyleminin de gözlenebilmesine imkân sağlamıştır.

Etkinliklerin oluşturulmasında yurt içi ve yurt dışında kullanılmakta olan kitaplarında yer alan konuya ilişkin bilgilerden ve etkinliklerden, Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi uygulama örneklerinden esinlenilmiştir. Etkinliklerin geçerlik ve güvenilirliğinin sağlanması amacıyla, öncelikle etkinliklerin uygunluğu ve yeterliliği konusunda uzman görüşü alınmış ve ardından etkinliklerin eksikliklerinin giderilmesini temel alan bir pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Aşağıda bu etkinlikler, etkinliklerin amaçları, uygulanış biçimleri ve uygulanışları esnasında ortaya çıkan gözlenebilir bilişsel eylemler hakkındaki bilgilere yer verilmektedir.

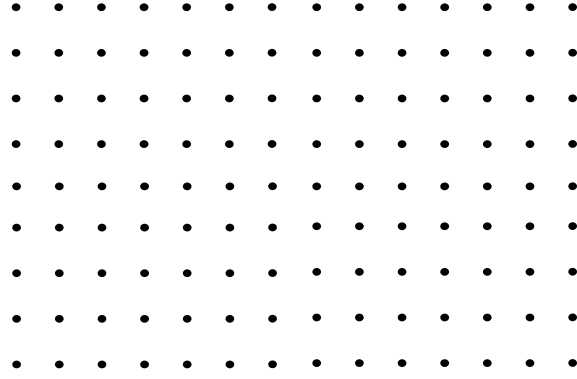
Araştırmaya katılan altıncı sınıf öğrencilerine uygulanmak üzere toplam 6 etkinlik tasarlanmıştır. Bu etkinliklerden ilk ikisi koordinat sistemi kavramında birinci bölge bilgisinin oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amacıyla, Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerdir. Diğer 4 etkinlik ise, doğru denklemi kavramının oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amacıyla Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerdir.

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin temel ilkeleri (Bkz. Giriş Bölümü) göz önüne alındığında, araştırmada öğrencilere *koordinat sistemi* kavramını benzer bir süreç içinde denemeleri konusunda fırsatlar verilebilmekte (Freudenthal, 1973), dolayısıyla da *yönlendirilmiş yeniden keşif* prensibinin gerçekleşebilmesi sağlanmakta ve gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bir *matematikleştirme* (van den Heuvel-Panhuizen, 1996) sürecinin gerçekleşmesi mümkün olabilmektedir. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde matematikleştirmenin gerçekleştirilmesi aşamaları göz önüne alındığında ise, Koordinat sistemi kavramına ilişkin birinci bölge bilgisinin öğrenilmesi bu aşamalardan her ikisine de (*yatay matematikleştirme* ve *dikey matematikleştirme*) ve diğer 3 bölgenin öğrenilmesi ise ikinci aşama olan *dikey matematikleştirmeye*

uymaktadır. Araştırmanın bu kısmında, hem kuramın bu iki aşamanın her ikisini de kapsayan ve yaşamdan ya da çevresel bir olaydan sembollere geçişi içeren (Bkz. Giriş bölümü) *yatay matematikleştirme* aşamasının, hem de sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişki kurma suretiyle formüllere ulaşmayı kapsayan dikey matematikleştirme aşamasının uygulamalarına yer verilecektir ve bu nedenle de koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisinin oluşturulması sürecinin incelenmesine fırsatlar tanıyacağı düşünülen etkinlikler tasarlanmıştır. Bu aşamada etkinliklerde yer verilen örneklerin, bilişsel karmaşa ve benzetme yoluyla sonuç çıkarma gibi bazı belirli tipteki çıkarımları tetikleyen farklı şekillerdeki gösterimlerine de dikkat edilmiştir (Bills ve ark., 2006). Koordinat sistemi kavramının soyutlanmasına yönelik olarak hazırlanmış olan ilk etkinlik öğrencilerin kavramı oluşturulmasına yönelik olarak hazırlanmış olan bir etkinlik iken, hazırlanan ikinci etkinlik ise *önceki etkinliğin benzeri* olmakla birlikte oyun şeklinde tasarlanmış olan bir etkinliktir. İki etkinlikte de; matematikleştirmenin esas alınması, öğrencilerin bir güçlükle karşı karşıya bırakılması ve sonra da onun üzerinde çalışmak suretiyle istenilen bilgileri oluşturmaları ya da açıklamaları sağlanmıştır.

Öğrencilerin koordinat sisteminin kavramının birinci bölgesi bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmış olan birinci etkinlik, *“Okul müdürünüz okulda gerçekleştirilen bir şiir yarışmasına katılan tüm öğrencileri kitap ile ödüllendirmeye karar verdi ve kitap dağıtımı için yedinci sınıflardan sizinde yakından tanıdığınız nöbetçi bir öğrenciyi görevlendirdi. Bu öğrenciye kitap dağıtılacak öğrencilerin bir listesini verdi. Bir toplantıya gitmek zorunda olduğunu söyledi ve bu nedenle kitap dağıtımı işinin 1 ders saati içerisinde tamamlanmasını istedi. Resim İş dersinde sınıfça okulunuzun yakınında bulunan bir resim sergisine gittiğinizden, bu ders saatinde sınıfınıza gelen bu öğrenci hiç kimseyi bulamadı. Fakat okul müdürüne kitap dağıtımı işini tamamlayamadığını söylemek de istemedi. Bunun yerine, sizi cep telefonundan aradı ve size durumu anlattı. Bunun kendisi için çok önemli olduğunu söyledi ve okul müdürünün verdiği listede adı yazılı olan 6 öğrencinin oturdukları yerleri tarif etmenizi istedi. Aşağıda verilen boş noktalı bir kâğıttan da yararlanarak*

öyle bir yöntem geliştiriniz ki, bu görevli siz anlattığınızda sınıfınızda kitap verilecek olan arkadaşlarınızın sınıfta oturduğu sıraları bulabilsin.



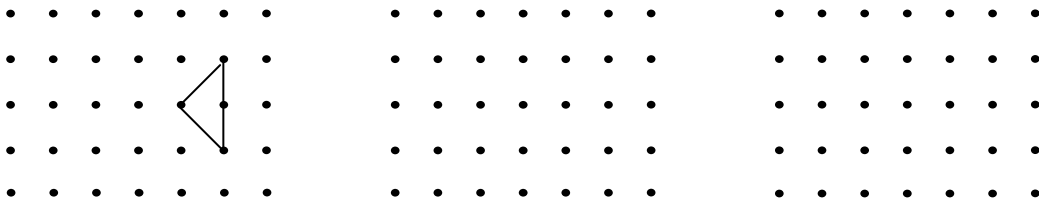
” şeklindedir.

Bu etkinlikte, öncelikle öğrencilerden etkinlik metnini okumaları ve metinden ne anladıklarını açıklamaları istenmiş, ardından da bu konu üzerine açılan bir tartışma ile etkinliğin tam olarak anlaşılması sağlanmıştır. Öğrencilere çalışma kâğıdında yer alan noktalı kısmı kendi sınıfları olarak düşünebilecekleri ve bu kâğıttan yararlanarak çözüme ulaşabilecekleri açıklanmıştır. Sonrasında, öğrenciler çözüm üzerinde düşünceleri ve tartışmaları için özgür bırakılmışlardır. Bu aşamada, öğrencilere etkinliğin anlaşılmasına yönelik hatırlatmalar ve öğrencilerin hatalı düşündükleri durumlarda da gerekli ve sınırlı yönlendirmeler yapılmıştır.

Gelişimsel araştırma bağlamında incelendiğinde, bu etkinliğin uygulanması ve bilgi oluşturulması sürecinde koordinat sistemi kavramının oluşturulabilmesi için gerekli alt kavramlar olan başlangıç noktası, yatay ve dikey eksen kavramlarının oluşturulması amaçlanmıştır. Bilgi oluşturma esnasında, öğrencilerin bir yeri referans olarak başlamaları gerektiği ve bunun sınıfta yer alan camlar, tahta, öğretmen masası ya da kapı olabileceği ve bu esnada camları ya da tahtayı referans olarak başlamalarının öğrencilerin çözüme ulaşmalarını zorlaştırabileceği düşünülmüştür. Bu noktada öğretmenin yapacağı yönlendirmeler önem kazanmıştır. Ardından; öğrencilerin yön bilgisini tanıyıp etkinlikte kullanarak öğrencilerin oturdukları yerleri belirlemeye çalışacakları düşünülmektedir ki, bu noktada öğrencilerin aynı noktadan hareketle yön tarifi yapmaları çözüme ulaşabilmelerini ve bu esnada da başlangıç noktası kavramını oluşturmalarını sağlayacaktır. Öğrencilerin çözüme ulaşmak için yapacakları çizimler

kroki bilgisini tanıyıp kullandıkları gösterecektir. Öğrencilerin yön tariflerinde kullanacakları sağ, sol gibi ifadeleri de, yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmalarında etkili olacağı düşünülmektedir.

Öğrencilerin koordinat sisteminin kavramının birinci bölgesi bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmış olan ikinci etkinlik, “Aşağıda verilen noktalı kâğıdın bir define adası olduğunu varsayarak, bu noktalı kâğıt üzerinde arkadaşınıza göstermeden (örnekte görüldüğü gibi) köşeleri noktalar üzerinde olan **üçgen şeklinde** bir define oluşturunuz.



Oluşturduğunuz defineyi grup arkadaşınıza göstermeden tarif edecek ve arkadaşınızdan bu defineyi bulmasını isteyeceksiniz. Öyle bir **yöntem geliştiriniz** ki, siz anlattığınızda arkadaşınız elindeki boş noktalı kâğıt üzerinde çalışarak bu define adasını bulabilsin. Başkalarının da bu örnekte olduğu gibi yer belirleme problemlerinde kullanabileceği **ortak bir yöntem** geliştirebilir misiniz? Nasıl?” şeklindedir.

Bu etkinlikte, öğrenci grubundaki her bir öğrenciye ayrı ayrı çalışma yaprakları dağıtılmış ve define bulma adası oyununun kuralları açıklanmıştır. Oyunun kuralları şöyledir: Oyunda, öğrencilerden biri çalışma kâğıdına diğer arkadaşına göstermeden üçgen şeklinde bir define adası çizer ve arkadaşından bu define adasının yerini tespit etmesini ister. Arkadaşının define adasını bulmasının ardından bu kez define bulma sırası diğer öğrenciye gelir, yani roller değişmiştir. Diğer öğrenci göstermeden kendi çalışma kâğıdına bir define adası çizer ve grup arkadaşından bu define adasını bulmasını ister. Etkinlik farklı define adalarının öğrencilerden biri tarafından oluşturulması ve diğer bir öğrenci tarafından bulunması şeklinde birkaç kez tekrarlanır. Bu aşamada, öğrencilerden bu oyunu nasıl oynayabilecekleri yani define adalarının yerlerini nasıl tarif edecekleri konusunda bir yöntem / strateji geliştirmeleri istenmiş ve öğrenciler bu yöntemi nasıl geliştirecekleri konusunda özgür bırakılmışlardır. Bazı

öğrenciler yöntem geliştirme amacıyla oyunu direkt oynamaya çalışmış, bazıları ise yöntemin nasıl olabileceğini birlikte düşünmüşlerdir. Böylelikle, öğrencilerin tartışma yapacakları ve farklı define adası tarifi denemeleri sonucunda belirli bir strateji tayin edebilecekleri bir ortam oluşması sağlanmıştır. Sonuçta, öğrencilerin / öğrenci grubunun define adası tanımlamak için noktaları ya da noktalar arasındaki boşlukları kullanmaları ve kendileri için define adalarının yerlerini bulabilme konusunda ortak bir strateji geliştirmeleri gereklidir. Çünkü aksi halde, bir öğrencinin anlattığı tarifi grup arkadaşı olan diğer öğrencinin anlaması mümkün olmaz. Böylelikle, öğrencilerin birlikte gerçekleştirdikleri bu etkinlik esnasında koordinat sistemi kavramının oluşturulabilmesi için gerekli alt kavramları (başlangıç noktası, yatay ve dikey eksen kavramları) oluşturup oluşturamadıkları, oluşturmuş olanların bunları uygulama esnasında kullanıp kullanamadıkları araştırılmıştır.

Gelişimsel araştırma bağlamında incelendiğinde, bu etkinliğin uygulanması ve bilgi oluşturulması sürecinde koordinat sistemi kavramının oluşturulabilmesi için gerekli alt kavramları (başlangıç noktası, yatay ve dikey eksen kavramları) oluşturmuş olan öğrencilerin bilgi oluşturma esnasında, bir yeri referans alarak başlamaları gerektiği ve bunun da noktalı kağıttaki köşelerden biri olabileceği fakat burada önemli olan noktanın sonraki durumlarda da aynı noktadan başlanması gerektiğinin fark edilmesidir. Bunu fark eden öğrencilerin, başlangıç noktası kavramını buradaki etkinlikte kullandıkları ya da henüz oluşturdukları söylenebilir. Öğrencilerin bu aşamada zorluklarının olabileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte; nokta tarifinde öğrencilerin hem yatay hem de dikeyi kullanma zorunda kalmaları, ya da yine yön bilgisinden hareket etmeleri de yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturup oluşturmadıkları ya da kullanıp kullanamadıkları konusunda fikir verebilir. Bu etkinlik ayrıca koordinat sisteminde nokta bilgisinin oluşturulması için oldukça idealdir.

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin ilkeleri bağlamında incelendiğinde ise; bu araştırmada yer alan iki etkinlikte de öğrenciler informal çalışmaya dayalı problem durumlarıyla karşılaşmakta, etkinlikler gerçek hayattan problemlerin modellemesini kapsamakta, öğrencilerin informal çözümler üretmeleri, şematize etmeleri ve yapılan farklı çözümlerle ilişki kurularak formal çözüme ulaşmada fırsatlar sağlayan

etkinliklerdir. Bununla birlikte, bu etkinliklerde öğrenciler arkadaşları ile fikir alışverişinde bulunarak ve tartışarak kendi stratejilerini geliştirme ve işbirliği sayesinde daha üst seviyelerde anlamayı sağlayacak düşüncelere ulaşma imkanına da sahip olabilirler.

Sonuç olarak, bu etkinliklerde bu tartışma ve kararlar verme sürecinde öğrencilerin nokta, yön, ışın vb. gibi koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisini oluşturabilmeleri için gerekli alt bilgileri tanıyıp tanımadıkları (tanıma), bu bilgileri kullanıp kullanamadıkları (kullanma) incelenmiş ve bu bilgilerden de yararlanarak birinci bölge bilgisini oluşturup oluşturamadıkları, nasıl oluştuğu, bu esnadaki muhakemeleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Doğru denklemi kavramının öğrenilmesinde ise, yaşamdan ya da çevresel bir olaydan doğrudan sembollere geçişin sağlanması oldukça zor olduğu düşünülmektedir. Çünkü burada denklemin doğrusallığı söz konusudur ve yaşamdan verilen bir olay için hem denklemin bulunması hem de doğrusallığın fark edilmesini ve dolayısıyla da etkinlikte farklı alt problemlerin sorgulanmasını/incelenmesini gerektirir. Yani, doğru denklemi kavramını oluşturmada öğrencilerin doğru ve denklem konusundaki bilgilerinin kullanılması önemli ve gerekli olup, bu kavramın öğrenciler tarafından oluşturulabilmesi için öğretici tarafından yapılan farklı yönlendirmelere ihtiyaç olmuştur. Bu nedenle, bu araştırmada öğrencilerin bu kavramı oluşturma süreçlerinin Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na uygun olarak tasarlanmış etkinlikler üzerinden incelenmesi uygun bulunmuştur. Bununla birlikte; burada yer alan etkinlikler 2005 yılı İlköğretim Matematik Dersi Programı'na uygun olarak hazırlanmış ders kitaplarında bulunan etkinliklere benzer şekilde tasarlanmış olup, RBC+C soyutlama modelinin bu tür etkinliklerin uygulamaları sırasında bir araç olarak kullanılıp kullanılmayacağı konusunda bir deneme yapılmış ve bu durum ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Bu araştırmada, doğru denklemi kavramının oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanan 4 etkinlik de Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerdir. Burada yer alan etkinlikler ise, öğrencilerin gerçek yaşamda birebir kullanmamakla birlikte, gerçek yaşamla ilişkilendirebilecekleri

tarzda hazırlanmış olan etkinliklerdir. Burada yer alan etkinliklerin uygulamalarının Yapılandırmacı Öğrenme'ye uygun olarak gerçekleştirilmesi ve bu aşamada yapılan yönlendirmelerin öğrencilerin çalışmalarını etkilemesi yani öğrencilerin doğrudan doğruya bir güçlükle karşı kaşıya bırakılmak yerine yönlendirmelerle çözüme ulaşmaları sağlanmıştır. Bu etkinlikler yapılandırmacı öğrenme ve öğretme ilkeleri bağlamında değerlendirildiğinde; etkinliklerin tamamının amacının öğrenen için açık ve belirli olduğu, yeni öğrenmelerin gerçekleşmesinin sağlanması amacıyla önbilgileriyle yeni bilgi arasında bağ kurmada kullanabilecek etkinlikler oldukları düşünülmektedir. Etkinlikler, öğrenme esnasında öğrencilerin birbirleriyle etkileşime girmelerine imkan sağlayan etkinliklerdir.

Araştırmacılar öğretimde genellikle baştan sona bütün örnekler için plan yapmaktadırlar, fakat öğretimdeki yaratıcı öğretim teknikleri olayların akışına ve öğretimde öğretmen tarafından spot kararlar üzerindeki hassasiyeti içerir. Etkinliklerdeki örneklerin eklenmesi veya vazgeçilmesi ile ilgili kararlar, araştırmanın belirli aşamalarında ve önceki aşamaların analiz edilmesiyle veya o anda ortaya çıkan zorunluluklara/acil durumlara göre yapılabilir (Bills ve ark., 2006). Bu bağlamda, öğrencilerin doğru denklemi kavramı bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmış olan 4 etkinlikten ilk ikisi ve son ikisi birbirine paralel ve aynı tarzda hazırlanmıştır. Birbirine paralel olarak ve aynı tarzda hazırlanmış olan ilk iki etkinlikte öğrencilerin $y=kx$ ($k \in \mathbb{Z}$ ve $k \neq 0$) iki bilinmeyenli denklemin uygulamalarını gerektiren araştırma problemleri aracılığıyla doğru denklemi kavramını oluşturmaları, son iki etkinlikte ise $y=kx+b$ ($k, b \in \mathbb{Z}$ ve $k \neq 0$) iki bilinmeyenli denklemin uygulamalarını gerektiren araştırma problemleri aracılığıyla doğru denklemi kavramını pekiştirmeleri amaçlanmaktadır. Bu 4 etkinliğin her birinde, öğrencilere günlük yaşamdan tanıdıkları *farklı olaylar* yöneltilmiş ve bunlar üzerinden gerçekleştirilen benzer durumların incelenmesiyle doğru denklemi kavramının öğrenciler tarafından oluşturulması sağlanmaya çalışılmıştır.

Bu etkinliklerden birincisi, “Bir yavru kaplumbağa yürüme denemeleri yapıyor. Bu yavru kaplumbağa dakikada 3 m. yürüyebiliyor.

- 1a.** Öyle bir **tablo** düzenleyiniz ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu göstereyin.
- 1b.** Bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zaman ile yürüdüğü yol arasında sizce nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- 1c.** Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yol kolaylıkla bulunabilsin.
- 1d.** Öyle bir **grafik** çizin ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu göstereyin.
- 1e.** Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.
- 1f.** Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.
- 1g.** Bu yavru kaplumbağa 6 dakika sonunda kaç m. yürümüş olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.
- 1h.** Bu yavru kaplumbağanın 21 m. yürümüş olması için kaç dakika yürümüş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.” şeklindedir.

Bu etkinliklerden ikincisi, “Efe okumaya başladı. Yapılan okuma denemelerinden Efe'nin dakikada 25 kelime okuduğu anlaşılmaktadır.

- 2a.** Öyle bir **tablo** düzenleyiniz ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını göstereyin.
- 2b.** Efe'nin okuduğu kelime sayısı ile bu okuma esnasında harcadığı zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- 2c.** Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu

kelime sayısı kolaylıkla bulunabilsin. (Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı arasındaki ilişkiyi göstere).

- 2d. Öyle bir **grafik** çizin ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını göstere.
- 2e. Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.
- 2f. Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.
- 2g. Efe'nin 175 kelime okumuş olması için kaç dakika okumaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
- 2h. Efe 8 dakika sonunda kaç kelime okumuş olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
- 2i. Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denkleme dersiniz?" şeklindedir.

Bu etkinliklerden üçüncüsü, "Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.

- 3a. Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.
- 3b. Balinanın büyüdüğü zaman ile ağırlığı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- 3c. Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığı kolaylıkla bulunabilsin.
- 3d. Öyle bir **grafik** çizin ki, balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını göstere.
- 3e. Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.
- 3f. Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.

- 3g.** Balina 5 ay sonunda kaç kg. ağırlığında olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
- 3h.** Balinanın 24 kg. olması için kaç ay geçmiş olmalıdır? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
- 3i.** Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denkleme dersiniz?” şeklindedir.

Bu etkinliklerden dördüncüsü, “Bir ilköğretim okulundaki derslikleri boyama görevini üstlenen bir usta dakikada 4 m^2 duvar boyuyor. Bu usta göreve başladığında okulun temizlik görevlisinin 12 m^2 lik bir alanı zaten boyamış olduğunu görüyor ve boyanmamış kısımdan başlayarak boyamaya devam ediyor.

- 4a.** Öyle bir **tablo** düzenleyiniz ki, ustanın harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilir.
- 4b.** Ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
- 4c.** Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarı kolaylıkla bulunabilsin.
- 4d.** Öyle bir **grafik** çizin ki, ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilir.
- 4e.** Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.
- 4f.** Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.
- 4g.** Usta 8 dakika sonunda kaç m^2 duvar boyamış olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.
- 4h.** Usta'nın 36 m^2 duvar boyamış olması için kaç dakika doyamaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.

- 4i. Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denkleme dersiniz?*
- 4j. Elde edilen bu denklem ifadelerinden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, doğru denkleme formülü olarak kabul edilebilsin.” şeklindedir.*

Sonuç olarak, bu 4 etkinlikte öğrencilerden sonuca ulaşmak için farklı olaylarda verilen bilgilere göre liste yapmaları, bu listedeki verileri kullanarak tablo oluşturmaları, tablodan yararlanarak grafik çizmeleri, bu grafik hakkında yorum yapmaları, etkinlikte yer verilen farklı ve benzer sorulardan yararlanarak öğrencilerin sonuca ulaşmak için genelleme yapmaları ve ardından da bunu matematiksel olarak ifade etmeleri sağlanmaktadır. Araştırmaya katılan öğrencilerin bazı genelleme durumları zorluklarının olabileceği düşünülmektedir. Yapılan bu uygulamaların ardından, öğrencilerin doğru denkleme kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Yani, bu etkinliklerde bu tartışma ve kararlar verme sürecinde öğrencilerin tablo, grafik, doğru vb. gibi doğru denkleme kavramını oluşturabilmeleri için gerekli alt bilgileri tanıyıp tanımadıkları (tanıma), bu bilgileri kullanıp kullanmadıkları (kullanma) incelenmiş ve bu bilgilerden de yararlanarak doğru denkleme kavramını oluşturup oluşturamadıkları, nasıl oluştukları, bu esnadaki muhakemeleri ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Alt kavramlar kullanılarak denkleme kavramına ulaşmada öğrencilerin başarılı olacakları düşünülmekle birlikte, denkleme ilişkin genel bir ifade yazmada ve denkleme doğru denkleme olarak adlandırmada zorlanacakları düşünülmektedir.

6. Bilginin Oluşumuyla İlgili Diyalog Türleri

Bilginin oluşturulmasıyla ilgili uygulamalar çoğunlukla konuşma analizlerine bağlıdır. Bazı araştırmacılar tarafından öğrenme sırasında yapılan konuşmalar arasından öğretici tarafından başlatılan ve kontrol edilen kısımlar tespit edilerek analiz etmeye çalışılmıştır. Bu süreçte öğreticinin becerileri üzerine odaklanılmıştır. Diğer taraftan Mercer’in sınıf içi konuşmalarının türlerini tespit etmek için yaklaşımı, düşünmenin (usa vurum) diyalogsal tanımını, Vygotsky’nin bireysel gelişim tanımıyla birleştirir: Düşünme, kişisel gelişimin sosyal uygulamalardan doğduğu bir süreçtir ve bu nedenle bilginin yapılandırılmasında RBC modeli ile uyumaktadır. Mercer’in konuşma kategorilerinden de faydalanarak, bilginin oluşumu süreci için her biri farklı bir

yükümlülüğe dayanan farklı türde diyaloglar planlanmıştır. Bu diyaloglar aşağıda açıklanmaktadır ve öğreticinin (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004):

- a. *Temel Oluşturma Diyalogu*: Katılımcılar genel bilgileri paylaşma yükümlülüğündedirler. Öğretici bir konu sunar ve öğrencilerin işlenen konuya aşina olup olmadıklarını, görevlendirilecekleri bir ödevi çözmek ya da bilgi yapılandırılması gibi öğrenme hedeflerini başarmak için gerekli geçmiş bilgisine sahip olup olmadıklarını kontrol eder.
- b. *Hazırlayıcı Diyalog*: Buradaki sorumluluk öğrenmeye hazırlanmaktır. Öğretici, problemi ve ulaşılabilecek hedefleri açıklar ve öğrencileri katılım göstermeleri ve bir başlangıç bakış açısı saptamaları için cesaretlendirir. Müdahaleler planlanmamıştır.
- c. *Eleştirel Diyalog*: Katılımcılar farklı bakış açılarını anlama ve uyum sağlama yükümlülüğündedirler. Yeni fikirler geliştirip düzenlerler, mantıklı tartışmalar meydana getirirler ve birbirlerinin düşüncelerine itiraz eder/karşı koyarlar.
- d. *Yansıtıcı Diyalog*: Katılımcılar kabul edilen tartışmayı tanımlamak ve tamamlamakla yükümlüdürler. Eylemleri özetlerler ve tecrübelerinden ders çıkarırlar. Konuşma elde edilen sonuçlardan daha çok süreçle ilgilidir.
- e. *Ders Verim Diyalogu*: Katılımcılar, bilgi iletimi amacını üstlenirler. Öğretici hazırlanmış bir dersi elindeki açıklamalarla sunar. Ders verimi bir ders kitabından okuyarak gerçekleştirilen ders sunumundan öğreticinin hazırlanmış bazı soruları sorarak öğretici bir şekilde hazırlanmış bir ders sunumuna kadar çeşitlilik gösterebilir.

Burada yer alan diyalog türleri bilginin oluşturulmasıyla alakalı olan diyalog türleridir. Tablo 2.3.'te yukarıdaki açıklanan diyalog türlerinin kısa bir özeti verilmektedir ve bu diyalog türlerinin üstlenilen amaçlara, hedeflere ve yöntemlere göre nasıl farklılaştığı görülmektedir.

Tablo 2.3. Bilginin Oluşturulmasıyla İlgili Diyalog Türleri

Diyalog Türü	Üstlenilen Amaç	Yöntemler	Öğretmenin Hedefi	Öğrencinin Hedefi
Temel kurma	İlgi uyandırma	Tanımlama	Bilgiyi kalıcı yapmak	Oryantasyon
Hazırlayıcı	Öğrenmeye hazırlanma	Beyin fırtınası Tahminde bulunma	Öğrencileri konu ile meşgul etme	Fikir / yer ifade etmek
Eleştirel	Farklı bakış açılarını anlama ve yerleştirme	Hipotez deneme Ayrıntılı irdeleme Tartışma	Tartışmayı ve bilgi yapılandırmasını destekleme	Fikirleri paylaşma İkna etme
Yansıtıcı	Bütünleştirme Genelleştirme	Özetleme Değerlendirme	Sonuç çıkarmayı sağlama	Sonuçlara varma
Ders verimi	Bilgi iletimi	Ders verme Açıklama	Kapsamı aktarma / nakletme	Kapsamı anlama / idrak etme

7. Araştırmacının Rolü

7.1. Nitel Araştırmada Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda (dolayısıyla da örnek olay incelemesinde) araştırmacı nicel çalışmalarda olduğu gibi sadece araştırma konusunu gözleyen değil, aynı zamanda konuyu ve katılımcıları daha iyi anlayıp analiz edebilmek için çalışmaya bizzat katılan, katılımcılarla birebir görüşen kişi konumundadır (Geray, 2006: 171), yani sürecin bir parçasıdır. Görüşmeden elde edilecek verinin niteliği büyük ölçüde görüşmeciye bağlıdır. Nitel araştırmalarda görüşmecinin sorumluluğu görüşülen kişinin cevaplarını rahatlıkla, doğrulukla, özenle alabilmeyi mümkün kılan bağlamı yaratabilmesidir. Coğunlukla bu süreçte iki kişi arasında kurulacak içtenlikli ve yakınlığa dayalı ilişki ve etkileşim, görüşülenin yüzeysel ve sınırlı cevaplardan çok, gerçekten kendi dünyasını açabildiği bir ortamı yaratır. Görüşmeci öncelikle bunu sağlamak için güven duygusunu oluşturmak zorundadır. Görüşmeci, görüştüğu kişiyi anlamak istediğini ve bunun önemini anlatabilmeli, iyi bir dinleyici olmalı, dinlerken çeşitli geri besleme yöntemleri ile konuşmacıyı cesaretlendirmelidir (Kümbetoğlu, 2005: 72-73). Bu nedenlerle, nitel araştırmalarda araştırmacının rolü oldukça önemlidir. Bundan dolayı, araştırmacı bu çalışmada *katılımcı gözlemci* konumundadır.

Nitel araştırmada araştırmacının alanda yer alması, çalışmaya katılan bireyler ile doğrudan görüşmeler yapması ise olayların akışını etkileyebilmektedir. Bu durum da elde edilen verilerin nesnel olmaması, geleneksel araştırma bakış açısına ters düşmektedir. Çünkü bu durumda elde edilen verinin yeterince nesnel olmadığı belirtilmektedir. Ancak bağlamın çalışılması için araştırmacının incelenilen olayın gerçekleştiği ortama katılması veya ortamdaki kişilerle yüz yüze görüşmeler yapması gerekmektedir. Bu durumda araştırmacının, incelediği olgu ya da olayı mümkün olduğunca gerçekeçi ve açık bir şekilde tanımlayabilmesi önem kazanmaktadır (Yıldırım ve şimşek, 2005: 22-28). Bu nedenle, örnek olay incelemesini gerçekeştirecek olan bir araştırmacının iyi soru sorabilmesi ve cevapları yorumlayabilmesi, iyi bir dinleyici olması ve önyargılarını ve ideolojisini yansıtmaması, yeni karşılaştığı durumları bir fırsat olarak görmesini sağlayacak ölçüde esnek olması, çalışılan konu hakkında sağlam

bir kavrayışa sahip olması, tarafsız olması gereklidir (Yin, 1994: 56). Bunların sonucunda, bu araştırmada araştırmacı öğrencilerin düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaya çalışan tarafsız bir rol üstlenmiştir.

7.2. Bilginin Oluşturulması Sürecinde Araştırmacının Rolü

Katılımcıların yeni bilgilerin oluşumunda ve birbirlerini sürekli etkilemelerinde katılımcı gözlemcinin nasıl algıladığı, değerlendirdiği (gözlemleri ve analizleri) ve nasıl yönlendirdiği, bu yönlendirmelerin / yardımların öğrenciler tarafından nasıl algılandığı ve değerlendirildiği, destek sağlayanın yeni durumu ve buna benzer durumları nasıl değerlendirdiği önemlidir (Özmantar, 2004). Yani, bilgi oluşturma / soyutlama çalışmalarında araştırmacı, görüşmeci gibi bilgili araçların yardımları vasıtasıyla öğrencilerin soyutlama yöntemlerinde iyi bir anlayışa sahip olmaları sağlanabilir.

Bilginin oluşturulmasını içeren öğrenme hedefleri verildiğinde, görüşmecinin / öğreticinin çok önem taşıyan iki görevinin olduğu görülmektedir. Bunlardan biri uygun etkinlikleri düzenlemek, bir diğeri ise düzenledikleri bu etkinlikler hakkında diyaloglar başlatıp bunları yönetmektir. RBC modelinin uygulamalarında, öğrenciler etkinlikleri öğretici ya da araştırmacı aracılığıyla tamamlamaktadırlar ve bu uygulamalar çoğunlukla konuşma analizlerine bağlıdır. Diyalog dönemi sürecinde öğreticinin rolü her zaman aktiftir ve kolayca göze çarpar. Öğreticinin diyaloga eklediği bilgileri, ne söylediği, nasıl söylediği, hareketleri, takip eden diyalog çeşitleri, öğreticinin bilginin yapılandırılmasında sağladığı rehberliğinin bileşenleridir. Öğretici önce açıklamalar ve tahminler yapar, sonra bunların tartışmacı süreçlerle irdelenmesini ister. Tartışmacı süreçleri desteklemek için kullanılan yöntemler bunu uygulamak için en teşvik edici olanlardır. Bunlar; kaynak sağlama, tartışma durumu sağlama ve bu tartışmaları uzlaşmaya ulaştırma yöntemlerini içerir. Kaynak sağlama, tartışmayı tetiklemek için gerekli bilgilerin eklenmesini ifade etmektedir. Tartışma durumunu sağlama yöntemi öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri ve tartışmaya katılmaları için cesaretlendirilmelerinden oluşur. Tartışmaları uzlaşmaya ulaştırma, tartışma durumunun sağlanmasına benzerdir fakat burada öğretici akla dayalı iddialar yakalamaya ve tartışmayı etkin kılmak için belirli iddiaları karşılaştırmaya ya da birleştirmeye çalışır.

Bu tartışmacı yöntemler uygulanması oldukça zor olan yöntemlerdir. Bu nedenle, öğretmenler çoğunlukla eleştirel bir diyalogu, öncesinde temel oluşturucu ve olası diyalogla yürütürler. Üstelik tartışma süresince aktif olmak ve eleştirel diyalog içinde önceden oluşturulmuş bilgiyi soyutlaştırmak için yansıtıcı diyalog süresince öğrencilere hareketlerini yansıtılabilmeleri için yardımcı olmak gereksinimi duyarlar. Başka bir deyişle, öğretmenler bilgi oluşturulmasında diyalogsal rehberlik içinde ders boyunca diyalog türlerini nasıl düzenleyeceğini belirleme ve diyaloglar boyunca belirli yöntemleri nasıl uygulayacağını (özellikle eleştirel diyaloglar içinde olan tartışmacı yöntemleri) seçme olmak üzere en az iki ana rol oynamaktadırlar (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2004).

Özmantar (2004) tarafından bu konu farklı bir bakış açısı ile ele alınmıştır. Ona göre, bilgi oluşturma / soyutlama çalışmalarında *görüşmeci* öğrencilerin çalışmasını yönlendirme yaparak (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001), imalarda bulunarak (Ohlsson ve Regan, 2001) ve etkinliklerin değişkenlerine odaklanarak (van Oers, 2001) desteklemektedir. Bununla birlikte, öğrenenlerin yarımsız çabalarının ötesinde gerçekleştirilecek yapılandırma / bilgi oluşturma çok da kolay olmayan bir aşamadır. Bu ise, bilgi oluşturmada dışarıdan sağlanan desteğin (scaffolding) teorik yapısı ile bağlantılıdır. Bu kavram, bilişsel gelişimi harekete geçirmenin etkili yollarından biri olarak değerlendirilmektedir (Yurdakul, 2004: 30-31). Bazı özel konulara aktif olarak sokulan fakat tek başına konunun üstesinden gelemeyen öğrenenin gelişmesinde öğretmenin duyarlılığı, destekleyici girişimi olarak ifade edilebilir. Bu girişim öğrenenin var olan performansını izlemesi, var olan performans ve öğrenilen hedefin gerektirdiği performans arasındaki farkların analiz etmesi ve performansta ele alınan farklar için uygun araya girmeleri cevaplamaya yardımcı olmasıdır (Özmantar, 2004). Bununla birlikte, dışarıdan sağlanan desteğin yer aldığı öğretim desenini kullanan öğretmenlerin, bireylerin hem bilişsel yeteneklerinin gelişmesine hem de sosyal ve duygusal ihtiyaçlarının karşılanmasına katkıda buldukları da bilinmektedir (Fosnot ve Perry, 2007).

Destek sağlayıcı yani öğretici, hedefle ilgili açık bir bakış açısına ve etkinliğin ana hedefine sahip olması nedeniyle istenilen soyutlamanın gerçekleşmeye başlaması ile

birlikte yeni hedeflerin hazırlanmasında öğrencileri yönlendirir ve önceden belirlenmiş hedeflerle yeni hedefin ortaya çıkışını etkiler ve hatta bunu gerçekleştirmek için öğrencilerin eylemlerini ve etkileşimlerini temel alarak performanslarını gözlemler ve analiz eder, destek sağlayanın asistanlığının tipi ve düzeyi hakkında kararlar alır ve bu asistanlık yeni bir hedef oluşturabilir. Hedefler birbiriyle inşa edilen hedeflere işaret etmelidir ve ilk ortaya çıkan hedefin başarısı ya da başarısızlığı yeni hedefin ortaya çıkmasını sağlar. Yani, ilk ortaya çıkan hedefler yeni hedeflerin karakterini etkilemektedir (Özmantar, 2004).

8. Pilot Uygulama

Araştırmacının görüşmeler esnasındaki / uygulamalardaki rolünün etkililiğinin, etkinliklerin yeterliliğinin, uygulamaların yapılabilirliğinin incelenmesinin ve gerekli düzenlemelerin yapılmasının amaçlandığı pilot uygulama, esas uygulamanın öncesinde çalışmaya katılma konusunda gönüllü olan altıncı sınıf öğrencileri arasından araştırmacı tarafından seçilen matematik başarı düzeyleri farklı öğrencilerin oluşturduğu 3 öğrenci grubu ve toplam 6 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilere ait bilgilere 2.5. *Örnek Olay Çalışmasına Katılan Öğrenciler* başlığı altındaki Tablo 2.1.'de yer verilmiştir.

Pilot uygulamaya katılan öğrenci grupları arasından yüksek başarılı iki öğrencinin (Tuğba ve Ecem) oluşturduğu öğrenci grubu ile gerçekleştirilen uygulamalarda yer alan etkinliklerden birine (dağıtılan kitaplar etkinliği) ait bulgulara aşağıda yer verilmiştir. Bu örnek uygulamada yer alan etkinliğin, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini daha iyi ortaya koyabilmesi amacıyla ne şekilde yeniden düzenlendiği açıklanmaya çalışılmıştır. Etkinliğin öğrencilerin bilgi oluşturma sürecini daha iyi ortaya koyabilmesi amacıyla yeniden düzenlenmesinde ve uygulamaların daha iyi bir şekilde gerçekleştirilmesinde, öğrencilerle gerçekleştirilen uygulama bulgularından ne şekilde yararlandığına ilişkin bilgiler de ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden ve öğrenci tanıma formu bilgilerinden birbirleri ile iyi anlaştıkları görülen bu iki başarılı öğrencinin oluşturduğu öğrenci grubunda, öğrencilerin koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen birinci etkinliğe 4 dakika 32 saniye zaman harcanmıştır. Bu

öğrenci grubu ile dağıtılan kitaplar etkinliğinin Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre gerçekleştirilme süreci aşağıda sunulmuştur. Bu uygulamada etkinliğe ve etkinliğin gerçekleştirilmesi sürecine son şekli verilmesi amaçlandığından, aşağıdaki bölümde etkinliğe ait bilgi oluşturma sürecinin *tanıma*, *kullanma* ve *oluşturma* eylemlerine göre yapılacak olan değerlendirmesine yer verilmemiştir (T:Tuğba, E:Ecem, A: Araştırmacı).

Dağıtılan kitaplar etkinliğinin bu öğrencilerle çalışılan ilk hali;

“Okul müdürü bazı arkadaşlarınıza okul tarafından kitap verilmesine karar verdi ve bunun için bir kişiyi görevlendirdi. Bu görevli sınıfınız beden eğitimi dersinde iken sınıfınıza belli kişilere verilmek üzere gelen kitapları getirdi. Aşağıda verilen boş noktalı bir kâğıttan da yararlanarak öyle bir yöntem geliştiriniz ki, bu görevli siz anlattığınızda sınıfınızda kitap verilecek olan arkadaşlarınızın sınıfta oturduğu sıraları bulabilsin.

• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •

” şeklinde idi.

Uygulama öncesinde, araştırmacı tarafından öğrencilerin bu etkinliği okumalarını istenmiştir. Öğrencilerden biri (Tuğba) etkinliği sesli bir şekilde okumuş ve ardından iki öğrenci de etkinlik üzerinde düşünmeye başlamıştır. Uzun bir süre düşünmüş olmalarından etkinliği anlamakla ilgili sorunları olduğu anlaşılmış ve araştırmacı tarafından öğrencilerin bu etkinlikte geçen olayı yaşadıklarını varsayarak düşünmeleri istenmiştir. Burada, etkinliğe başlamanın öncesinde bu konu hakkında yapılacak konuşmaların öğrencilerin etkinliğe daha iyi kanalize olmalarını ve etkinliği daha iyi anlamalarını sağlayacağı düşünülmektedir ve bu nedenle de buradan sonra yapılacak olan çalışmalarda bu durumun göz önüne alınmasının gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Ardından, Tuğba halen elini çenesine koymuş düşünmekte iken Ecem konuşmaya başlamıştır.

100E: Kişilerin kim olduğunu mu düşüneceğiz?

Ecem'in buradaki ifadesinden etkinlikte sorulana tam olarak anlayamadığı görülmüştür. Bunu üzerine araştırmacı etkinlik hakkında açıklama yapma ihtiyacı duymuştur. Öğrencilerin ikisi de bu açıklamayı dikkatlice dinlemiştir.

101A: Okul müdürünüz bazı arkadaşlarınıza kitap vermek istiyor. Mesela kimler olsun bu öğrenciler?

102T: Fatma, İrem... (eli halen çenesinde konuşmaktadır)

103E: Arzu, Tuğçe... (derken Tuğba hareketlenmiş, dikkatini araştırmacıya yönlendirmiş dinlemekte ve etkinliği anlamaya çalışmaktadır)

104A: Mesela bu 4 öğrenciye kitap bırakılması gerekiyor fakat siz beden eğitimi dersindeyiz yani yoksunuz. Görevli siz yokken bu kitapları bırakacak. (İki öğrenci de pür dikkat dinlemektedir, Tuğba konuşmaya başlamıştır.)

105T: Hımm...

106A: Nasıl tarif edebilirsiniz hangi sıraya kitap bırakacağımı? (derken Tuğba araştırmacının sözünün bitmesini beklemeden konuşmaya başlamıştır. Bu esnada Ecem gözlerini yere çevirmiş sessizce düşünmektedir.)

107T: Pencere önünde ikinci sıra mesela...

108A: Evet, öyle bir sistem geliştirmeniz isteniyor. Belirli bir yöntem yok, aranızda konuşarak ve tartışarak sizin bir yöntem oluşturmanız gerekiyor. (Ecem kalemını almak üzere harekete geçerken Tuğba sol elini sağ koluna dayamış çalışma kâğıdına bakmaktadır.)

Görüldüğü üzere, yukarıdaki görüşme metinleri etkinliğin anlaşılması üzerinedir. Yapılan tartışmaların ardından, öğrencilerin etkinliği anladıkları ve etkinlik hakkında konuşmaya başladıkları gözlenmiştir. Bu durumda, çalışma kâğıdında yazılı metnin etkinliği ortaya koyma açısından yetersiz kaldığı anlaşılmıştır. Uygulama metnini yeniden düzenlenmesine ihtiyaç vardır, fakat araştırmacı tarafından bu düzenlemenin görüşme metinlerinin tamamının düzenlenmesinin ardından gerçekleştirilmesinin daha uygun olacağı kararlaştırılmıştır. Ardından, Ecem konuşmaya başlar...

109E: Ben mi yapayım?

110T: Söyle... (derken bir an için başını pencereye çevirip düşünür. Bu esnada Ecem kalemını eline almış çalışma kâğıdına yazmaya başlamıştır.)

111A: Bu şekilde mi Tuğba? (der ve Tuğba hemen arkadaşının yazdıklarını açıklamaya başlar. Bu esnada Ecem arkadaşını dinlemektedir.)

112T: Mesela, bu ikisi bir sıra, şu ikisi bir sıra (derken yatayda ikiye bölünmüş noktaların sıra olarak düşündüğünü çalışma kâğıdında göstermektedir ve

ardından da dikeyi göstererek buradaki noktalara harfler atayacaklarını anlatmıştır.) Buraya doğru da A, B, C gibi harfler verilebilir.

- 113E: Noktalara yani...(sol elini çenesine koymuş ve sağ elinde kalem yazmaktadır)
- 114T: Hı hı... (derken Ecem'de arkadaşının dediklerini çalışma kâğıdına not etmekte, Tuğba'da arkadaşının çizdiklerini incelemektedir.)
- 115A: Peki, görevli A'nın B'nin ya da C'nin yerini nereden bilecek? Tarifiniz güzel aslında ama sınıfın hangi tarafının A olacağını nereden bilecek? Burası mı yoksa şurası mı? (Öğretmen masası tarafından ön sırayı ve kapı tarafındaki ön sırayı gösterir.) Sınıfta A'dan D'ye doğru denilerek nereden nereye kastediliyor? (İki öğrenci de düşünmeye başlarlar. Ecem başını öne eğmiş ve Tuğba ise kolunu kaşımaya başlamıştır. Bir müddet düşünmeye devam ederler.)
- 116A: Mesela, burada oturan bir öğrencinin oturduğu yeri nasıl tarif edersiniz? (Araştırmacı çalışma kâğıdında öğrencilerin çizdiği bir sırayı göstermiş ve burada oturan bir öğrenciyi nasıl tarif edebileceklerini sormuştur. Öğrenciler çok kısa bir müddet düşünmüşlerdir ve ardından Tuğba konuşmaya başlamıştır.)
- 117E: Görevliye bu kâğıdı versek? (der ve bu esnada araştırmacıya bakarlar)

Görüşme metinlerindeki 113E, 114T ve 117E'deki ifadelerden iki öğrencinin de görevli kişiye noktalı kâğıdı veremeyeceklerini ve bunun yerine öğrenci yerlerini sözlü olarak tarif edeceklerini anlamamış oldukları görülmüştür. Bu nedenle, etkinlik ifadesi yeniden düzenlenirken bu durumun göz önünde alınması kararlaştırılmıştır. Bununla birlikte, araştırmacının buradaki müdahalelerinin aceleci ve gereksiz müdahaleler olduğu düşünülebilir. Öğrencilerin aralarında tartışması için biraz daha beklenebilir ve bir sonuca ulaşamamalarının ardından yapılacak olan müdahale daha uygun olabilir. Bununla birlikte, öğrencilerin sonuca ulaşamamalarının ardından yapılacak olan bir müdahalenin öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeleri için gerekli olduğu da aşikârdır. Yapılacak olan diğer uygulamalarda, öğrencilere düşünmeleri ve tartışmaları için daha fazla zaman ayrılmasının yani diyalogların daha çok öğrenciler arasında geçmesinin gerekliliği anlaşılmıştır.

- 118T: (Eliyle sağdan sola doğru gidişi göstererek...) Şu taraf güney mi oluyor? (konuşurken iki öğrenci de araştırmacıya bakar ve ondan destek beklemiş ve adeta düşüncelerini ona onaylatmak istemişlerdir.) Buraya doğru...

Öğrencilerin yaptıklarını birbirlerine değil de halen araştırmacıya açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Bu nedenle buradan sonra yapılacak olan uygulamalarda, uygulamaya başlamadan önce araştırmacı tarafından öğrencilere birlikte hareket ederek

ve tartışarak çalışmalarını gerektiğinin açıklanmasının ve bunun öneminin vurgulanmasının gerekli olduğu düşünülmektedir.

120E: Evet...

121T: O zaman güneyde mesela (yataydaki noktaları da göstererek) bu E olur, bu F olur...(şeklinde konuşurken araştırmacı sorar)

122A: O zaman peki, güney ile kuzeyi ayıran nokta neresi? Bu nasıl söyleyeceğiz? (Bu esnada Ecem dikkatlice dinlemekte ve düşünmektedir.)

123T: (Sağ en üst ve en yukarıdaki noktayı göstererek...) merkezde...

124A: Merkez neresi?

125E: (Çalışma kâğıdında aynı noktayı göstererek) şurası...

125T: (Bir taraftan kolunu kaşıyarak bir taraftan da arkadaşının gösterdiği noktaya bakarak konuşur.) herhalde orası...

126A: Peki, düşünün. Ben görevliyim ve burası da sınıfınız. Ben kitaplar ve limde bir liste ile buradayım. Siz bana hangi sıralara kitapları bırakacağımı nlattınız ve ben yerleştiriyorum. Nasıl anlatırsınız? (Araştırmacı ayağa kalkar kapıya doğru ilerler ve görevli gibi davranır.)

127T: Ozaman şöyle diyelim... (uygulamanın yapıldığı sınıftaki sıraları yatayda göstererek) ...birinci bölüm, ikinci bölüm, üçüncü bölüm diyelim.

128A: Tamam.

129T: Birinci grubun A sırasında pencere tarafında oturan gibi...

(Bu esnada Ecem dikkatlice dinlemektedir.)

Buraya kadar ki görüşme metinlerinde Ecem'in katılımının Tuğba'ya göre daha az olduğu görülmektedir. Bu durum, buradan sonra yapılacak uygulamalar için öğrenci seçiminde buna da dikkat edilmesi gerektiğinin göstergesidir. Araştırmacının müdahalelerinin birbirleri ile tartışmalarına yönelik olmasının da öğrencilerin uygulamaya katılımını arttıracakı düşünülmektedir. Buradan sonraki uygulamalarda, araştırmacının uygulamaya katılım ve müdahale biçimlerinin de tartışma ortamı doğuracak tarzda olmasına dikkat edilecektir.

130A: Peki, bunu çalışma kâğıdında gösterebilir misiniz?

131T: (Eline kalemi almış ve konuşmaya başlamıştır.) Yazılı olarak... Burası pencere tarafı olsun (der ve merkez kabul ettiği sağ üst köşeyi gösterir) Birinci grupta mesela şurası...(derken Ecem çalışma kâğıdını pür dikkat izlemektedir ve arkadaşının konuşmasının bitmesini beklemeden konuşur.)

132E: İsim verelim o zaman bunlara...

133T: Bu birinci grup zaten... (sağdan birinci dikey sırayı göstererek) Buralara da A falan diyebiliriz (derken dikeydeki her bir yatay sırayı işaret ederek)

134E: Tamam şuraya birinci grup yazalım o zaman (der ve Tuğba bir taraftan yazmaktadır)

135T: Burası birinci grup, şuraları da A mesela...(Yazma işlemini bitirir ve başını kaşıyarak...) Birinci grup ve ilk sırada A...(der)
136E: Evet, böyle olabilir.

Sonuç olarak, bu bölümde koordinat sistemi kavramının oluşturulma sürecinin incelenmesi amacıyla uygulanması düşünülen dağıtılan kitaplar etkinliğinin (birinci etkinlik) hazırlanması ve uygulanma sürecinin kararlaştırılması için gerçekleştirilen pilot uygulamalardan birincisine yer verilmiştir. Bu pilot uygulamanın sonucunda, çalışma kâğıdında yer alan etkinlik metni yeniden düzenlenmiş ve uygulamaya katılacak olan öğrencilerin öğrenci yerleri hakkında sözlü tarifler yapmaları gerektiğinin sağlanması amacıyla metinde “öğrencilerin beden eğitimi dersinde bulunmaları” yerine okul dışında bir yer olan “resim sergisinde bulunmaları” söz konusu edilmiştir. Metinde yer alan “görevli biri” ifadesi “nöbetçi öğrencinin görevlendirildiği ve bu öğrencinin tanıdık bir öğrenci olduğu” ifadesi ile değiştirilmiş ve metne bu nöbetçi öğrencinin telefon ederek yardım istediği ifadesi de eklenmiştir. Uygulamaların başında, öğrencilerle ilgili konuya ilişkin tartışma açılması ve öğrencilere birlikte konuşarak ve tartışarak çözüme ulaşmalarının önemli olduğuna ilişkin açıklamalar yapılması kararlaştırılmıştır. Araştırmacının yani öğreticinin de, müdahalelerinin şekli ve türünün nasıl olması gerektiği hakkında tecrübe etmesi sağlanmıştır. Ardından, öncelikle pilot uygulamaya katılması kararlaştırılan ve matematik başarı düzeyleri de farklı olan diğer iki öğrenci grubu ile araştırmanın iki alt problemine uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerin uygulamaları gerçekleştirilmiştir.

Bu öğrencilerle gerçekleştirilen pilot uygulamaların analizleri sonucunda; yukarıdaki düzenlemelere benzer ve yeni düzenlemeler yapılmış, örnek olay çalışmasında yer alan/kullanılacak olan etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada ne düzeyde etkili olduğu belirlenmiş ve bu etkinlikler / çalışma yapıları araştırmanın gerektirdiği şekilde yeniden düzenlenmiştir. Uygulamanın gerçekleştirileceği ortamdaki eksiklikler giderilmiş ve etkinliklerin araştırmacı/öğretici tarafından nasıl uygulanacağı kararlaştırılmıştır. Etkinliklerin uygulamaları esnasında, öğrencilerle iletişimin nasıl olması gerektiği konusunda deneyim kazanılmıştır. Pilot çalışma bulguları doğrultusunda yeniden düzenlenen etkinlikler örnek olay çalışmasında kullanılmıştır.

9. Verilerin Toplanması

Örnek olay çalışması, öğrencilerin belirlenmesinin ve pilot uygulamanın gerçekleştirilmesinin ardından, araştırmanın yapıldığı bahar döneminin Nisan ve Mayıs ayları içerisinde gerçekleştirilmiştir.

Grup halinde çalışan öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri ile ilgili verileri elde edilebilmesi için grupta bulunan öğrencilerin ikisinin de etkinliklere katılmaları, düşüncelerini sözel olarak ifade etmeleri, sorular sormaları ve birbirlerini aydınlatmaları yani uyum içinde eşzamanlı olarak çalışmalarını gereklidir. Bununla birlikte, iki öğrencinin aynı gruba yerleştirilmesi ve etkinliklere katılmalarının istenilmesi bu öğrencilerin bu şekilde çalışacağını garantilemez. Bu nedenle, araştırma kapsamında gerçekleştirilecek uygulamaların öncesinde, araştırmaya katılan öğrencilere araştırmada kendilerine yöneltilen sorulara doğru ya da yanlış cevap vermelerinin önemli olmadığı açıklanmış, düşündükleri ve akıllarına gelen fikirlerin yanlış olabileceğini düşünmeleri halinde bile açıklamaktan çekinmemeleri ve verecekleri cevapların ders notlarını hiçbir şekilde etkilemeyeceği belirtilmiştir.

Bu öğrencilerden, yapılacak etkinliklerde yer alan sorular üzerinde grup arkadaşları ile birlikte düşünerek çözüme ulaşmaya çabalamaları, grup arkadaşlarını izlemeleri ve her yapılanı anladıklarından emin olmaları, grup arkadaşlarının yaptıkları hakkında açıklama yapmadan geçmelerine izin vermemeleri ve açıklamalarını istemeleri, bağımsız olarak değil de grup arkadaşları ile birlikte çalışmalarını, bu birlikte çalışma sürecinde ihtiyaç duydukları zamanlarda arkadaşından beklemesini istemeleri, tüm yapılanları kontrol etmeleri ve ihtiyaç duyduklarında üzerinde tartışmaları ve düzeltmeleri istenmiştir. Araştırmanın doğru bir şekilde yürümesi için bunların gerekliliği açıklanmıştır. Örnek olay çalışması sırasında ihtiyaç duyulduğu zamanlarda bu açıklamaların bazıları araştırmacı tarafından tekrarlanmıştır. Böylelikle, öğrencilerin herhangi bir not kaygısı olmaksızın gerçek düşüncelerini yansıtmaları ve yapılacak görüşmeler esnasında rahat ve doğru hareket etmeleri sağlanmıştır. Bunun yanında; öğrencilerin düşündüklerinin anlaşılabilmesi, söylediklerinin ve yaptıklarının hiçbirinin kaçırılmaması için etkinliklerin uygulanması esnasında araştırmacı tarafından

öğrencilere sorular yöneltileceği açıklanmıştır. Öğrencilere, soru sorulmasının yanlış bir şey yaptıkları ya da yanlış bir yolda ilerledikleri anlamına gelmediği ve bu durumun yalnızca düşünme biçimlerinin anlaşılması amacıyla yöneltileceği belirtilmiştir. Öğrencilere problem çözmedeki düşünme biçimleri ile ilgilenileceği için görüşmelerin kayıt altına (video kaydı) alınacağı belirtilmiş, araştırmaya katılan öğrencilerin bu konuda sözlü izinleri alınmıştır.

Uygulamalar içinde sadece *öğrenci çiftinin ve araştırmacının* bulunduğu okul tarafından tahsis edilen bir odada gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin de görebileceği bir yere yerleştirilmiş olan bir video kamera sayesinde kayıt altına alınmıştır. Video kamera araştırmacının ve öğrencilerin bulunduğu masanın önünde öğrenciye odaklı bir şekilde durmaktadır. Uygulamaların gerçekleştirildiği masada öğrencilerin kullanabilmesi için cetvel, gönye, farklı renklerde kalemler, silgi ve kalemıraş bulunmaktadır. Görüşmeler belli aralıklarla ve yaklaşık *yarım saatlik* sürelerde gerçekleştirilmiştir. Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz tarafından 2004 yılında ortaya atılan bilginin oluşturulmasıyla ilgili diyalog türleri (Tablo 2.3.) de göz önünde bulundurularak, her bir görüşmede ikişer kişilik öğrenci gruplarında Yapılandırmacı Öğrenme ya da Gerçekçi Matematik Öğretimi'ne uygun olarak tasarlanmış olan etkinlikler çalışılmıştır.

Çalışma esnasında, çalışılan her bir etkinliğe ait *çalışma kâğıdı* da öğrencilere verilmiş ve bu sayede öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açıklamaya katkısı olacağı düşünülen yazılı bilgilere de ulaşılmıştır. Uygulama sırasında, duruma göre öğrencilerin düşüncelerini ve düşünme biçimlerini açığa çıkarmak için gerekli sorular yöneltilmiş, öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacıyla olan sözlü ve sözsüz iletişimi gözlenmiştir. Bu aşamada, araştırmacı (katılımcı gözlemci) tarafından görüşmelerin Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz tarafından 2004 yılında ortaya atılan bilginin oluşturulmasıyla ilgili diyalog türleri (Tablo 2.3.) dikkate alınarak gerçekleştirilmesi konusunda özen gösterilmiştir. Ayrıca, öğrencilerle etkileşimlerde Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) ve Özmantar (2004) tarafından yayınlanan makalelerde ortaya konulan öğreticinin uygulama esnasındaki rolü dikkate alınmıştır. Buna göre, araştırmacı tarafından öğrencilerin eylemleri gözlenmiş, bu doğrultuda öğrencilere

gerekli durumlarda yönlendirmeler yapılmış ve öğrencilerin etkinliklerdeki değişkenlere odaklanmaları sağlanmıştır.

10. Verilerin Analizi

Verilerin analizi ve yorumlanması nitel veri analizi türlerinden *betimlemeli analiz* ile gerçekleştirilmiştir. Bu tür analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde sunmaktır. Bu amaçla, elde edilen veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 224). Bu aşamada, verilerin birkaç defa, dikkatle okunması ve elde edilen bilgilerin anlamlı bölümlere ayrılması gereklidir (Kümbetoğlu, 2005: 155). Burada, verilerin tanımlama amacıyla seçilmesi, anlamlı ve mantıklı bir biçimde bir araya getirilmesi söz konusudur ki, bu esnada bazı veriler dışarıda kalabilir ya da önemli olmayabilir. Yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden-sonuç ilişkileri irdelenir ve birtakım sonuçlara ulaşılır. Sonuçta ortaya çıkan temalar yorumlanır, böylelikle temaların anlamlandırılması ve ilişkilendirilmesi sağlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 224). Görüşme çözümlerindeki verilerin özüne sadık kalınması, bireylerin söylediklerinden doğrudan alıntılar yapılması ve betimsel bir yaklaşımla verilerin sunulması önemlidir (Kümbetoğlu, 2005: 154). Elde edilen verilerin analizinde bilgisayar, yazıcı, scanner vb. elektronik aletler kullanılmıştır.

Bu araştırmada RBC+C soyutlama modeli üzerinden bilişsel eylemlerin ortaya koyulması amaçlandığından, bilgi oluşturma sürecinin analizi *ikişer öğrenciden oluşan* öğrenci gruplarında sistematik ve açık bir şekilde düzenlenmiş veri grubunun yani ifadelerin bilişsel açıdan yorumlanması ile gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada, öncelikle görüşmeler sırasında kaydedilen konuşma ve görüntüler yazılı metne dönüştürülmüştür. Kaydedilen konuşma ve görüntüler nitel araştırmalarda verilerin nasıl analiz edileceği konusunda bilgilendirilmiş olan bir lisansüstü öğrencisi tarafından yeniden analiz edilmiş, daha önceden oluşturulmuş olan yazılı metinler yeniden incelenmiş ve böylelikle bu metinlerdeki eksiklikler giderilmiştir. Ardından, araştırmanın kavramsal çerçevesinden yola çıkılarak bir çerçeve oluşturulmuş ve bu çerçeveye göre verilerin hangi temalar altında düzenleneceği ve sunulacağı belirlenmiştir. Bilgi oluşturma

süreçlerini incelemede RBC+C Soyutlama Modeli analitik bir araç olarak kullanıldığından, yazılı görüşme metinlerinin analizi için belirlenmiş olan temalar; *tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme*dir. RBC+C modeli araştırmacıya sözü edilen dört epistemik eylemi gözlemleyerek soyutlama sürecini ve bu üç eylemin birbirleriyle ne şekilde iç içe olduğunu anlama fırsatı vermektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Bu aşamada, araştırmacı farklı zamanlarda (yaklaşık 3 ay ara ile) yazılı metinlerin belirlenen temalar altında yerleştirilmesi konusunda çalışmıştır. Ardından, bu çalışmalarda ortaya çıkan farklılıkların değerlendirilmesi sonucunda hangi metnin hangi tema altında yer alacağı belirlenmiştir. Yapılan görüşmelerde, bu bilişsel eylemler *birlikte* gözlenmiş ve kaydedilmiştir. Yazılı görüşme metinlerinin analizi, bu dört bilişsel eyleme göre gerçekleştirilmiştir. Son olarak da, daha önce ayrıntılı bir biçimde tanımlanan ve sunulan bulgulara anlam kazandırmak, bu bulgular arasındaki ilişkileri açıklamak ve bir takım sonuçlar çıkarmak üzere verilere dayalı olarak yorumlar yapılmıştır. Bu analiz ve yorumlamalar sonucunda, tasarlanan öğretimin uygulamalarının niteliği yani koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarının öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

11. Örnek Olay Çalışmasının Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda kullanılan geçerlik ve güvenirlilik kavramları nicel araştırmalardaki kavramlardan farklılık göstermektedir. Lincoln ve Guba (1985), nicel araştırmalarda geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan *geçerlik* ve *güvenirlilik* kavramları yerine, nitel araştırmalarda nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini ve nitel araştırmaların niteliğini artırabileceğini düşündükleri bir takım stratejileri uygun görmekteirler. Bu bağlamda, nitel araştırmalarda iç geçerlik yerine *inandırıcılık*, dış geçerlik yani genelleme yerine *aktarılabilirlik*, iç güvenirlilik yerine *tutarlılık* ve dış güvenirlilik yani tekrar edilebilirlik yerine de *teyit edilebilirlik* stratejilerinin kullanılmasını uygun bulmaktadırlar (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005: 264). Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliliği de bu stratejiler bağlamında incelenecektir.

Bu araştırmada, *inandırıcılığın* sağlanması amacıyla *uzman inceleme*si ve *çeşitleme* stratejilerine başvurulmuştur. *Uzman inceleme*sinde, araştırma bulguları bilgi oluşturma ve soyutlama üzerine çalışan tarafsız bir araştırmacı ile tartışılmış ve tartışmanın oluşturduğu perspektifle bulgular yeniden ele alınmıştır. Aynı zamanda, örnek olay çalışmasında görüşme, katılımcı gözlem ve doküman inceleme si veri toplama yöntemlerinin bir arada kullanılarak *yöntem çeşitlemesi* yapılmıştır. Yöntem çeşitlemesinde, çalışılan bir problem ya da programla ilgili olarak görüşme, gözlem, doküman ve anket gibi çoklu veri toplama yolları kullanılmaktadır (Patton, 1987).

Nitel araştırmalarda, araştırma sonuçları doğrudan benzer ortamlara genellenemez, ancak bu tür ortamlara sonuçların uygulanabilirliğine ilişkin geçici yargılara ulaşılabilir ve test edilebilecek denenceler oluşturulur. Bu nedenle, nitel araştırmalarda genelleme yerine *aktarılabirlik / transfer edilebilirlik* kavramı benimsenmiştir (Yıldırım ve şimşek, 2005: 270). Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen örnek olay çalışmasında *aktarılabirlik*, öğrencilerin bilgi oluşturma yani soyutlama süreçlerinin çoklu durum deseni kullanılarak incelenmesi ile sağlanmaya çalışılmıştır.

Nitel araştırmalarda *tutarlılık* stratejisinin amacı, araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılması ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma sürecinde tutarlı davranıp davranmadığının ortaya konulmasıdır (Yıldırım ve şimşek, 2005: 271). Tutarlılık, araştırma sürecinin her aşamasını belirten bir protokol, verilerin raporlanması ile örnek olay çalışmasının veri tabanının oluşturulması (Yin, 1994: 33), bir başka araştırmacı tarafından verilerin benzer süreçlerde toplanıp toplanmadığı belirlenmesi, verilerin kodlanması sürecinde kavramsallaştırma yaklaşımındaki tutarlılığın anlaşılması ya da verilerin sonuçlarla ilişkilerinin kurulması ile sağlanabilir (Yıldırım ve şimşek, 2005: 272). Bu araştırmada; yapılan görüşmelerde tüm öğrencilere araştırma problemlerine uygun olacak şekilde önceden hazırlanmış etkinliklerde yer alan sorular yneltim iş, sorular araştırmacı tarafından öğrencilere benzer yaklaşımlarla sorulmuş ve kayıt altına alınmış, yapılan görüşmeler özömlenmiş ve her biri için rapor hazırlanmış, görüşmelerin özömlenmiş halinden ve araştırmacı raporundan bir veri tabanı oluşturulmuştur. Böylelikle, yapılanların ve elde edilen sonuçların öğrencilerin bilgi

oluşturma süreçlerini içeren görüşme metinleri ve araştırma raporu ile takip ve kontrol edilebilmesi sağlanmıştır. Bununla birlikte; araştırmada görüşme, katılımcı birarada kullanılan gözlem ve doküman incelemesi veri toplama yöntemlerinin, görüşmede ortaya çıkan bulguların yapılan gözlemlerle ve yazılı dokümanlarla / çalışma yaprakları ile desteklenmiştir.

Nitel araştırmada *teyit edilebilirlik* ile nitel araştırmacıdan beklenen ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli olarak teyit etmesi ve bu çerçevede araştırma raporunda mantıklı açıklamalar sunmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 272). Araştırmada yapılan yorumları ve ulaşılan sonuçları “araştırmacı yanlılığı” açısından değerlendirmektir (Şencan, 2005). Araştırmada; teyit edilebilirliği sağlamak için ham veriler, nitel araştırmalarda konuşmaların ve görüntülerin nasıl kaydedileceği, yazılı metinlerin araştırma kapsamında belirlenen temalar altında nasıl toplanacağı konusunda bilgilendirilmiş olan bir lisansüstü oğrencisi tarafından ayrıca analiz edilmiş ve elde edilen her iki analiz sonucunda ortak görüş olan kısımlar ile uyuşmazlık görülen kısımlar tartışılarak teyit edilebilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

BÖLÜM III

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, araştırmaya katılan farklı matematik başarı düzeylerindeki öğrencilerin yazılı ve sözlü cevaplarından elde edilen verilerin analizleri sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Analizler; bazen sıralı eylemler halinde olabilecekleri gibi, bazen biri diğerinin tamamlayıcısı, uzanımı veya aynı anda oluşan *tanıma*, *kullanma*, *oluşturma* ve *pekiştirme* eylemleri üzerinden gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen her bir alt probleme ilişkin bulgular, farklı matematik başarı düzeylerindeki her bir öğrenci grubu için ayrı ayrı açıklanmış ve yorumlanmıştır.

Araştırma alt problemleri, Analitik Geometri Konusu'na ilişkin iki farklı kavramın (koordinat sistemi ve doğru denklemi) belirlenen farklı iki öğrenme yaklaşımına (Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi) uygun olacak şekilde öğrenilmesi sürecinin incelenmesini gerektirmektedir. Araştırmanın iki alt problemi vardır ve bu bölümde sürecin analizi her bir alt problem için ayrı ayrı gerçekleştirilmektedir. Buna göre, aşağıda *öncelikle* koordinat sistemi kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun bir öğrenme ortamında öğrenilmesi sürecini kapsayan *birinci araştırma problemine* ilişkin bilgi oluşturma sürecinin analizi ile bu analizler sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır.

1. Öğrencilerin Koordinat Sistemi Kavramını Oluşturma Sürecinin Analizi

Araştırmanın birinci alt problemi “İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi kavramını (bu kavrama ilişkin birinci bölge bilgisini) Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci nasıldır?” şeklindedir. Bu araştırma problemine cevap aranırken, Bursa ili Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan altıncı sınıf öğrencileri arasından seçilen öğrenciler / öğrenci grupları ile birinci alt probleme uygun olarak tasarlanmış 2 farklı etkinliğin uygulamaları gerçekleştirilmiştir.

Bu araştırmada; araştırmaya katılan öğrencilerin koordinat sistemi kavramını oluşturmaları sürecinde nokta, yn, ışın vb. gibi koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisini oluşturabilmeleri için gerekli olabilecek bilgilerden hangilerini tanıyıp kullandıklarının açıklanması, koordinat sistemi kavramının oluşturulması sürecinde başlangıç noktası ve eksen bilgilerini oluşturup oluşturamadıklarının, bu bilgileri koordinat sistemi kavramının oluşturulmasında tanıyıp tanımadıklarının ve bu bilgileri kullanıp kullanamadıklarının incelenmesi, bu bilgilerden de yararlanarak birinci bölge bilgisini oluşturup oluşturamadıklarının ve nasıl oluşturduklarının yani bu sıradaki muhakemelerinin ortaya koyulması amaçlanmıştır. Bu nedenle, aşağıda altıncı sınıf ğrencilerinin koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecine ilişkin bulgulara ve bu konuyla alakalı olarak yapılan yorumlara yer verilmiştir.

1.1. Yılmaz ve Doğan'ın Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Matematik dersi notlarının ve SBS matematik netlerinin incelenmesi, matematik dersi öğretmenleri ile yapılan görüşmeler ve araştırmacı tarafından yapılan gözlemler sonucunda 2 öğrencinin de matematik dersinde oldukça başarılı öğrenciler oldukları anlaşılmıştır. Yapılan tutum testi ve uygulanan motivasyonel stratejiler leğinden Doğan sırasıyla 3,71 ve 6,14 puan, Yılmaz ise 4,76 ve 5,70 puan almıştır. Ayrıca, yapılan gözlem ve görüşmelerden de bu iki öğrencinin iyi arkadaşlar oldukları anlaşılmıştır.

Yılmaz ve Doğan (ğrencilerin gerçek isimleri değildir) araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 15 dakika 10 saniye, ikincisine 13 dakika 18 saniye zaman harcamışlardır. Bu öğrencilerle yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinlikler vasıtasıyla, bu ğrencilerin Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma*, *kullanma* ve *oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (Y: Yılmaz, D: Doğan, A: Araştırmacı). Bu uygulamada yapılan diğer uygulamalarda özellikle de etkinliğe ilişkin şeklin çizilmesi aşamasındaki konuşmaların nasıl gerçekleştiği konusunda örnek teşkil etmesi amaçlanmış ve bu amaçla da aşağıda bu uygulamanın analizleri sonucunda elde edilen ilgili görüşme metinlerine yer verilmiştir.

1.1.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Birinci alt probleme cevap aranırken öğrencilerle çalışılan birinci etkinlik,

“Okul müdürünüz okulda gerçekleştirilen bir şiir yarışmasına katılan tüm öğrencileri kitap ile ödüllendirmeye karar verdi ve kitap dağıtımı için yedinci sınıflardan sizinde yakından tanıdığınız nöbetçi bir öğrenciyi görevlendirdi. Bu öğrenciye kitap dağıtılacak öğrencilerin bir listesini verdi. Bir toplantıya gitmek zorunda olduğunu söyledi ve bu nedenle kitap dağıtımı işinin 1 ders saati içerisinde tamamlanmasını istedi.

Resim eğitimi dersinde sınıfça okulunuzun yakınında bulunan bir resim sergisine gittiğinizden, bu ders saatinde sınıfınıza gelen bu öğrenci hiç kimseyi bulamadı. Fakat okul müdürüne kitap dağıtımı işini tamamlayamadığını söylemek de istemedi. Bunun yerine, sizi cep telefonundan aradı ve size durumu anlattı. Bunun kendisi için çok önemli olduğunu söyledi ve okul müdürünün verdiği listede adı yazılı olan 6 öğrencinin oturdukları yerleri tarif etmenizi istedi.

Aşağıda verilen boş noktalı bir kâğıttan da yararlanarak öyle bir yöntem geliştiriniz ki, bu görevli siz anlattığınızda sınıfınızda kitap verilecek olan arkadaşlarınızın sınıfta oturduğu sıraları bulabilsin.

.
.
.
.
.
.
.
.
.
.

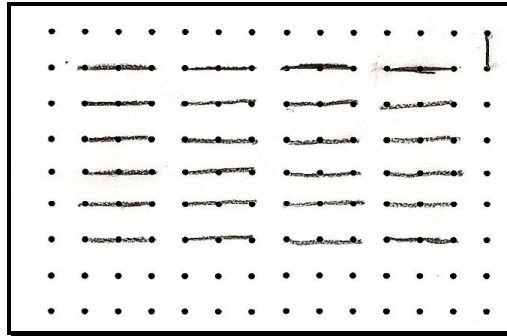
” şeklinde idi.

Araştırmacı dağıtılan kitaplar etkinliğini içeren çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş, öğrencilerden bu etkinlik metnini okumalarını ve etkinliğin nasıl gerçekleştirileceği konusunda aralarında tartışmalarını istemiştir. Bu aşamada Doğan çalışma kâğıdında yer alan etkinlik metnini sesli bir şekilde okurken, Yılmaz ise arkadaşını dikkatli bir şekilde dinlemiştir. Ardından, Doğan’ın daha iyi anlayabilmek üzere etkinlik metnini sessiz bir şekilde yeniden okuduğu gözlenmiştir. Bu sırada, Yılmaz da etkinlik üzerinde düşünmeye başlamıştır. Bunun sonrasında, araştırmacı etkinliğin anlaşılmasını kolaylaştırmak için öğrencilere problemin sunulduğu bağlamla ilgili bazı sorular yönelmiş ve öğrencilerin etkinliğin ne şekilde gerçekleştirileceği hakkında tartışmalarını sağlamıştır.

- 100A: Evet, sınıfınızı hayal edin. Kitap dağıtacak olan arkadaşınız sınıfınıza geldi ve 6 arkadaşınıza kitap bırakacak. Bu arkadaşınıza, nasıl bir dağıtım yapabileceğini nasıl açıklarsınız?
(Yılmaz elini ağzına götürür ve ciddi bir biçimde düşünmeye başlamıştır. Doğan ise soruyu içinden tekrarlamaya başlamış, ardından da çözümün nasıl olabileceği üzerinde düşünmüş ve bir çözüm üretmiştir.)
- 101D: Kitap verilecek arkadaşları en başlara oturtursak sorun kalmaz.
- 102A: Herkes sabit aynı yerlerinde oturuyor şu anda. Çünkü siz şu anda okulda değilsiniz ve arkadaşlarınızın yerini değiştirme şansınız maalesef yok.
- 103D: Yani, sıralar şu anda boş. (Bir taraftan başı ile de onaylamıştır.)
- 104A: Evet, herkesin yeri belirli ve eşyaları yani kitapları, çantaları, vb... hep kendi masalarında durmakta.
- 105D: Buraya bir üçgen ya da başka bir şekil çizebilir miyiz, dağıtması kolay olması için veya başka birşey? (Aynı zamanda düşünmeye devam etmektedir.)
- 106A: Düşünün. Öğrenci sınıfınıza geldi ve kitapları hangi sıralara bırakması gerektiğini düşünüyor. (Yılmaz bu arada söylenenleri başı ile onaylamıştır.)

Burada yer alan metinlerden öğrencilerin bu etkinliği anlayabilmek için bir çaba harcadıkları, ardından da çözüm için ciddi düşünelere gereksinim duydukları görülmektedir. Araştırmacının etkinliğin anlaşılması ve öğrencilerin etkinlik kapsamında kendilerinden beklenenleri anlayabilmeleri amacıyla gerçekleştirdiği yönlendirmelerin ardından, öğrenciler etkinlik üzerinde çalışmaya başlamışlardır. Aşağıdaki şekilde, Yılmaz ve Doğan'ın çözüm ararken çizdikleri ilk grafik görülmektedir (Şekil 3.1).

- 107Y: Burası kapı olsun ve bunlarda sıralar olsun.
(Yılmaz üç nokta bir doğru parçası olacak şekilde noktaları birleştirmiş ve bunların sıralar olduğunu söylemiştir. Bu esnada, kapıyı çizme konusunda Doğan arkadaşına yardımcı olmuş ve ardından da Yılmaz çözüm için yeniden düşünmeye başlarken Doğan'da konuşmaya başlamıştır.)



Şekil 3.1. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Çizdikleri Birinci Şekil

- 108D: Sıraları numaralandırabilir miyiz?
- 109Y: Hı hı... (Doğan sıraları numaralandırmaya başlamıştır.)
- 110A: Peki, sıraları öğrenciye nasıl tarif edeceksiniz? İsterseniz düşünmek için bu arkadaşlarınızın oturduğu yerleri belirleyin ve bunlar üzerinden düşünmeye başlayın.
- 111D: Şimdi biz oluşturduğumuz sıraların herbiri için 3 noktayı karaladık. (elini başına koymuş ve düşünmeye başlamıştır) Bunun yerine, kişileri noktalar temsil etse iki nokta sırayı gösterebilir.
(Bu arada Yılmaz düşünmeye devam etmektedir. Doğan ise yeniden çizmeye başlamıştır ve çizerken bira taraftan da konuşmaktadır.)
- 112D: Sıralar iki kişilik olunca işimiz zorlaşıyor, çünkü sıra sayısı artıyor.
- 113Y: Sınıfımızdaki sıraları düşünerek hareket etsek...
- 114D: Olabilir...
(Yılmaz çizimde silmeye ve düzeltmeye yardımcı olmuştur. Bu arada, araştırmacı tekrar öğrencileri bu konuda uyarma ihtiyacı duymuştur.)
- 115A: Sınıfınızdaki sıra sayısı doğru mu?
- 116D: Bakalım...
(Yılmaz elini başına götürmüş ve çok ciddi bir şekilde düşünmeye başlamıştır. Doğan da elini ağzına götürmüş ve düşündükten sonra tekrar yorum yapmaya başlamıştır.)
- 117Y: Buraların bir krokisini çizebiliriz.
(Bu arada Yılmaz da düşünmeye devam etmiştir.)
- 118D: Örneğin, enine 1, 2, 3 gibi boyuna ise A, B, C gibi sıralandırabiliriz. Sonra da, bunları numaralandırırız. A sırasından birinciye ya da C sırasından dördüncüye ver şeklinde...
(Yılmaz hareketlenmiş, arkadaşını başı ile onaylamış, vücut hareketleri değişmiş ve yeniden konuşmaya başlamıştır.)
- 119Y: Olur.
- 120D: Olur, değil mi?
- 121Y: Hadi kâğıt üzerinde gösterelim.
- 122D: Buraya yazalım mı... (yazmaya başlamıştır) A, B, C, ...
- 123Y: Aşağıya doğru harfleri ve yana doğru da sayıları yazalım.
(Doğan yazmaya başlamıştır.)
- 124D: Ya da, böyle yapmayalım... (bu esnada kalemini hızlı bir şekilde yere bırakmıştır) Eee... Böyle mi yapalım...(kalemini tekrar eline almış ve konuşurken kalemiyle oynamaya başlamıştır.)
- 125Y: Güzel bu güzel böyle yapalım.
- 126D: Hımm...
- 127Y: İyi bu.
(Yılmaz arkadaşının düşünürken yanlış yazdığı rakamların sırasını önce sözlü olarak değiştirmesini ve ardından da parmağı ile göstererek düzeltmesini istemiş ve düzeltirmiştir.)
- 128Y: Oraya da sayıları yaz.
- 129D: Bunun bir krokisini verebiliriz. Bırakacağımız sıraları da belirleyelim.
(Eline kalemini almış ve yukarıda görülen şekilde görülen sıraları çizmeye başlamıştır.)

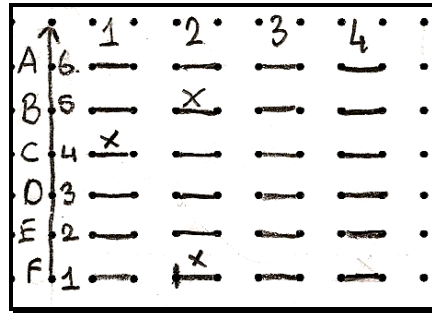
130Y: İki kişi oturuyor sıralarda.

131D: Böyle bir kroki verebiliriz ve çarpı koyduğumuz sıralara görevli öğrenci kitapları koyabilir.

132A: Fakat okulda yokken bu krokiyi verme şansınız tabii ki yok. Tarif edeceksiniz.

(Bu sırada Doğan elini ağzına götürmüş ve yeniden düşünmeye başlamıştır. Yılmaz ise hareketlenmiştir ve ağız hareketlerinden yorulduğu anlaşılmaktadır.)

Görüşme metinlerinde, Doğan'ın 118D ve 122D ifadeleri ile Yılmaz'ın görüşme metnindeki 107Y, 117Y, 119Y ile 128Y'deki ifadelerinden ve çizdikleri şekillerden (Şekil 3.1. ve 3.2.), iki öğrencinin de *kroki ve yön bilgisini tanıdığı ve kullandığı* anlaşılmıştır. Ayrıca, Doğan 129D ve 131D'de öğrenci yeri belirlemede kroki bilgisini kullandığını açıkça dile getirmiştir. Bu süreçte, öğrencilerin *yatay eksen* ve *dikey eksen kavramları* bilgisini *oluşturmaya* başladığı düşünülmektedir. Özellikle de, öğrencilerin 118D ve 123Y ifadeleri *yatay eksen* ve *dikey eksen kavramları* bilgisini *oluşturduğunu* gösterir niteliktedir. Doğan'ın 118D'deki ifadesi, aynı zamanda, öğrencinin oluşturduğu bu *eksen kavramları* yardımıyla yer tarifi yaptığına yani *nokta bilgisini oluşturduğuna* işaret etmektedir. Öğrencilerin bu esnada çizdikleri ve etkinliklerin ikisinin de uygulanması sonunda yapılan tartışma ile son şeklini almış olan ikinci şekil aşağıda görülmektedir. Ayrıca; aşağıdaki şekilde ve öğrencilerin görüşme metnindeki 112D ve 113Y'deki ifadelerinde, öğrencilerin kitap verilecek olan öğrencilerin oturdukları yerleri değil *sıraları* tarif etmeye çalıştıkları görülmektedir. Bu esnada, araştırmacı öğrencilere okulda olmadıklarından hazırladıkları krokiyi nöbetçi öğrenciye verme şanslarının olmayacağını hatırlatma ihtiyacı duymuş ve öğrencilerin yerlerini tarif etmeleri gerektiği konusunda onları yönlendirmiştir.



Şekil 3.2. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Çizdikleri İkinci Şekil

- 133D: Tarif edeceğiz?
(İkisi de bir müddet düşünmeye devam etmişlerdir.)
- 134A: Nasıl tarif edersiniz mesela?
(Doğan eli başında düşünmeye devam ederken, Yılmaz arkasına yaslanmış ve ellerini koltuğa dayayarak düşünmektedir.)
- 135Y: Biz öndeki sıralardan kapının yanındaki üçüncüsü gibi söyleriz.
- 136A: Peki, o zaman A, B, C ve 1, 2, 3 için ne dersiniz?
- 137D: Şey, eee... 1, 2, 3, ...sırası için şöyle bir tarif yapabilir miyiz acaba? Birinci grup cama yakın olan grup, ikinci grup cama yakın olanın yakını, ..., dördüncü grup da zaten son grup oluyor. Geriye A, B, C kalıyor, onları da sıralayabiliriz. (düşünmeye başlamıştır)
- 138Y: Bunları da... (demiş ve düşünmeye başlamıştır)
- 139A: Evet, onları da?
- 140D: Örneğin şurada camlar olduğunu düşünelim. Birinci camın olduğu yere A, ikinci camın olduğu yere B, üçüncü camın olduğu yere C dersek ve dördüncü de...
- 141A: Buna ihtiyacınız var mı peki? O kadar cam var mı sınıfınızda?
(Doğan elini ağzına götürmüş ve düşünmeye, tam bu sırada da Yılmaz konuşmaya başlamıştır.)
- 142Y: Buna ihtiyaç yok bence... Mesela, cam kenarındakinin önden arkaya doğru üçüncü sırası dersek, aynı olur.
- 143A: Peki, belirlediğiniz bir kişinin yerini tarif ederek düşünseniz...
- 144D: Birinci sıranın, cama yakın olan birinci sıranın, eee...
(Yılmaz daha fazla duramamış ve hemen cevabı tamamlamıştır.)
- 145Y: ...üçüncü sırası... önden arkaya doğru üçüncü sırası.
- 146D: O zaman A, B, C yerine de 1, 2, 3 yazabiliriz bence. Hadi, başka bir öğrencinin yerini de bu şekilde tarif edelim.
(Yılmaz Doğan'ı başı ile onaylamıştır ve ardından bahsettikleri değişikliği çalışma kâğıdında gerçekleştirmişlerdir.)
- 147D: Şunu tarif edelim.
- 148Y: Ortada olan iki sıranın cama yakınının...
- 149A: Ortada olan iki sıra mı?
- 150Y: Cama yakın olanın hemen yanındaki ikinci sıranın önden arkaya doğru altıncısı diye tarif ederiz.

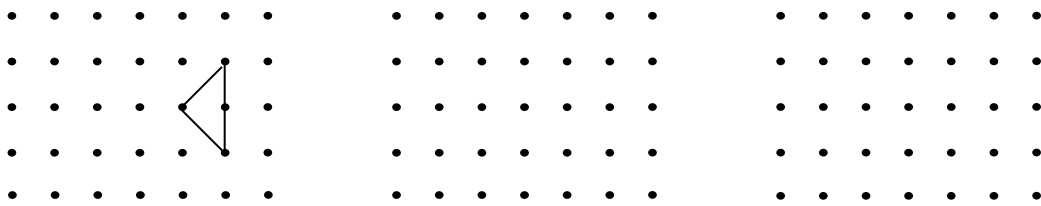
Görüşme metinlerinde Yılmaz'ın 135Y'deki ifadesinden kapının ve Doğan'ın 137D'deki ifadesinden camların bulunduğu yerden hareketle dikey ekseni, Doğan'ın 140D'deki ifadesinden ise camların bulunduğu yerden hareketle yatay ekseni kullanarak öğrenci yeri tarifi yapmaya çalıştığı görülmektedir. Yani burada yer alan görüşme metinlerinden, öğrencilerin yatay veya dikey ekseninde atadıkları değerleri cam, kapı gibi sınıfta bulunan başka cisimler olarak tasarladıkları ve bu nedenle yatay ve dikey ekseni bilgisini birlikte kullanma da zorlandıkları anlaşılmaktadır. Bu durumun başlangıç noktası bilgisini oluşturamamalarından da kaynaklandığı düşünülebilir. Bununla

birlikte; Yılmaz'ın burada verilen konuşma metinleri içerisinde 142Y ve 145Y'deki ifadelerinden *yatay ve dikey eksen kavramlarını* aynı anda *kullanarak nokta bilgisini oluşturduğu* anlaşılmaktadır. Doğan'ın 146D'deki ifadesinde başka bir yer tarif etme konusundaki ısrar ve istekliliği de, söz konusu olan *kavramları oluşturduğunun ve kullanmak istediğinin* bir göstergesidir. Ardından, öğrenciler belirledikleri başka bir öğrencinin yerini nasıl tarif edecekleri hakkında bir çözüm üretmeye çalışmışlardır. Doğan'ın 146D'deki ifade de arkadaşının yaptığını onaylaması ve ardından da Yılmaz'ın 148Y ve 150Y'deki ifadeleri, öğrencilerin *nokta bilgisini oluşturduklarını* kanıtlar niteliktedir ve bu bilgiyi *kullanmaya* başladıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin konuşma metinlerinden yer tarifine nereden başlayacakları konusunda çelişkiler yaşadıkları ve başlangıç noktası kavramını da oluşturamadıkları anlaşılmıştır. Doğan'ın 137D ve 144D'deki, Yılmaz'ın 145Y, 148Y ve 150Y'deki ifadelerinden de görüldüğü üzere, öğrenciler yer tarifini başlangıç noktası yerine dikey eksen üzerinden gerçekleştirmişlerdir.

1.1.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinin incelenmesi amacıyla öğrencilerle çalışılan ikinci etkinlik,

*“Aşağıda verilen noktalı kâğıdın bir define adası olduğunu varsayarak, bu noktalı kâğıt üzerinde arkadaşınıza göstermeden (örnekte görüldüğü gibi) köşeleri noktalar üzerinde olan **üçgen şeklinde** bir define oluşturunuz.*



*Oluşturduğunuz defineyi grup arkadaşınıza göstermeden tarif edecek ve arkadaşınızdan bu defineyi bulmasını isteyeceksiniz. Öyle bir **yöntem geliştiriniz** ki, siz anlattığınızda arkadaşınız elindeki boş noktalı kâğıt üzerinde çalışarak bu define adasını bulabilsin.*

*Başkalarının da kullanabileceği **ortak bir yöntem** geliştirebilir misiniz? Nasıl?”*

şeklinde idi. Araştırmacı bu etkinliği içeren iki ayrı çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve onlardan etkinliği okumalarını istemiştir. Yılmaz etkinliği sesli bir şekilde okurken,

Doğan dikkatle dinlemiş ve bir ara “Define adası, hımm...” demiştir. Kısa bir süre sessizlik olmuştur. Ardından, öğrenciler etkinlik hakkında aralarında tartışmaya başlamışlardır.

- 151A: Üçgen şeklinde yeni bir define çizerek başlasanız...
(İki öğrenci de bir süre düşünmüş ve aralarında tartışmışlardır. Ardından da, birbirlerine define adasının yeri konusunda sorular sorma yerine yöntem üzerinde birlikte düşünmeye devam etmişlerdir.)
- 152D: Şu kenarlar deniz kenarları değil mi? Bunları kuzey-güney diye ayırabilir miyiz? Şurayı kuzey yapabilir miyiz?
- 153Y: Hı hı...
- 154D: Yani insanın yön bulması için...
- 155Y: Evet olabilir... (demiş ama düşünmeye devam etmiştir)
- 156A: Peki siz neredesiniz? Neye göre belirlediniz bunu?
- 157Y: Kuzey dersek güney de dememiz gerekir.
- 158D: Biz batıya doğru çizeceğiz. (Ellerini çenesine koymuş düşünmektedir.)
- 159A. Peki, aynı mantıkla batı dersek doğu da işin içine girmez mi?
- 160Y: Burada olsak...
- 161D: Buradan yola çıksak...(Bu konuşmaların ve gösterimlerin ardından, bir noktayı buldukları nokta olarak belirlemişlerdir.)
- 162D: Ama başka burayı nasıl belirleyeceğiz... (ikinci boyutu kastederek) ...bir de o var...
(Ardından, düşünmeye devam etmişlerdir.)

Burada yer alan görüşme metinlerinden iki öğrencinin de *yön bilgisini tanıdığı* ve etkinlikte çözüme ulaşmak için *kullandığı* görülmektedir. Fakat buradaki çabaları bir yöntem geliştirmeleri için yeterli olmamıştır. Bu nedenle, öğrenciler etkinlikte verilen oyunu oynamaya karar verirler. Bu esnada, Doğan arkasını dönmüş ve Yılmaz da bir üçgen çizmiştir.

- 174D: Çizdiğin bu üçgen nerede? Adanın neresinde? Yön olarak tarif etsen...
- 175Y: Az önceki gibi yapabiliriz.
- 176D: Evet... Yazıyorum şey batı tarafına 1, 2, 3, 4, 5, ...
- 177Y: Burası bir ada ve ada üzerinde bir yer burası da... bu noktalara rakamlar yazabiliriz.
- 178D: Üstte 6 sıra var ve yanda 4 sıra... (Doğan arkadaşına bakmadan konuşmaya devam etmiş ve bir karar vermeye çalışmıştır.)
- 179Y: İlk olarak, belirlediğim köşe noktayı anlatacağım.
- 180A: Peki, buradaki noktanın nasıl ve nerede olduğunu arkadaşına nasıl anlatacaksın?
- 181Y: Kuzeyden ...(Bir taraftan nasıl anlatacağımı düşünmeye devam ederken, bir taraftan da hareketlenmiştir.)
- 182D: Kuzeyden... En üstte yani...

183Y: İşte, yukarıdan...

184D: Tamam en üstteki...

(Bu esnada Yılmaz arkadaşının kastettiği gibi devam etmektedir.)

185Y: Üstten sağdaki ilk noktanın yandan yukarıdaki noktası.

186D: Bir dakika yavaş... Üstten sağdaki, en köşedeki mi?

187Y: Evet, en üst köşedeki sağda.

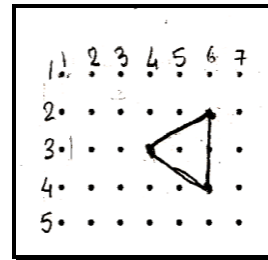
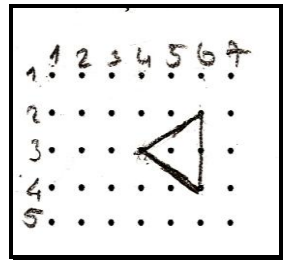
188D: Tamam, evet.

189Y: En üst köşedeki sağda. Bu nokta köşe noktası. Ardından oradan aşağıya doğru sayı verdim.

190D: Evet.

191Y: Aşağıya doğru. Sonra, en üstten sağa doğru da sayılar verdim.

Yukarıdaki görüşme metinlerinde 176D ve 178D'deki ifadelerden Doğan'ın *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıdığı ve kullandığı*; 175Y, 177Y'deki ifadelerden Yılmaz'ın *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıdığı* ve 189Y ve 191Y'deki ifadelerden de *bu kavramları kullandığı* anlaşılmıştır. Metinlerde 176D, 178D, 182D ve 184D ile 181Y ve 183Y'deki ifadelerden ise, öğrencilerin bu kavramları kullanırken aynı zamanda yön bilgisinden de yararlandıkları ve bu bilgiyi kullandıkları görülmüştür. Öğrenciler, bu esnada düşeye harfleri ve yataya da rakamları yazmak yerine, hem düşeye hem de yataya rakamları yazmışlardır (Şekil 3.3). Bu nokta tarifinde öncelikle iki öğrencinin de *yön bilgisini kolaylıkla kullandıkları* görülmüş ve öğrencilerin *nokta bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları* anlaşılmıştır (185Y, 186D ve 187Y). Bunların sonucunda; Doğan'ın 186D ve 188D'deki, Yılmaz'ın ise 179Y ve 189Y'deki ifadelerinden kolaylıkla *başlangıç noktası kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Aşağıdaki şekilde, bu etkinliğin gerçekleştirilmesi esnasında Yılmaz ve Doğan'ın kullandıkları çalışma kâğıtlarında çizdikleri/oluşturdukları şekiller görülmektedir.



Yılmaz tarafından sorulan ada çizimi

Doğan tarafından bulunan ada çizimi

Şekil 3.3. Yılmaz ve Doğan'ın Çalışma Kağıtlarından Örnek Kesit I

Şekil 3.2. ve 3.3.'de görüldüğü üzere, bu öğrenciler başlangıç noktasını (1,1) noktası olarak kabul ettikleri anlaşılmaktadır. Bu aşamada, öğrencilerin defneyi tarif edebilmek için bir yöntem geliştirmeye çabaladıkları ve bu amaçla eksenleri kendi taraflarındaki çalışma kâğıtlarında aynı şekilde oluşturabilmek üzere bir süre konuşup tartıştıkları görülmüştür. Ardından, Yılmaz arkadaşına göstermeden çizdiği üçgen şeklindeki defneyi tarif etmeye başlamıştır:

202Y: Üçgeni anlatayım şimdi de...

203D: Biz nerede... En solda köşede kaldık.

204A: Nasıl tarif edersin üçgeni?

205Y: Sayılara göre...

206A: Yani neyini tarif edersin? Kenarını mı, açısını mı, neyini?...

207Y: Nerede bulunduğunu...(kısa bir müddet düşünmüştür) Yukarıdan altıncı ve yandan ikinci sıra...

208D: Çizeyim mi?

209Y: Evet.

210D: İkinci... Yani en sağdakinin bir yanındaki... Buradan çizeyim mi? (Tereddüt etmiş ve arkadaşına çizimini onaylatmak istemiştir.)

211Y: Hı hı... (Başı ile arkadaşını onaylar)

212D: Evet, buradan nereye gideceğiz?

213Y: Şimdi yukarıdan 4'ün yandan üçüncüsü...

214D: Yandan üçüncünün üstten dördüncüsü...

215Y: Evet.

Burada, 207Y ve 213Y'teki ifadelerden Yılmaz'ın; 214D'deki ifadede de Doğan'ın *nokta bilgisini tanıyıp kullandığı* görülmüştür. Aşağıda yer alan görüşme metinlerinde, Yılmaz'ın arkadaşına göstermeden belirlediği üçgen şeklindeki definenin köşe noktalarının tarifleriyle ilgili görüşme metinleri verilmiştir.

216D: Bir tane nokta atlamadım değil mi?

217Y: Atladın.

218D: Bir tane atlamış gibi geldi.

219A: Evet atlama ihtimali var...

220Y: Yukarıdan altının yandan üçü ve yine altının yandan üçü...

221D: (Arkadaşına dönerek) Bir dakika şimdi... En üstten altıdan başladık, yandan ikincisi... İyisi mi sen baştan anlat...(kâğıdını bir miktar silmiştir)

222Y: Yukarıdan dördüncünün üçüncü noktasını buldun değil mi?

223D: Evet buldum.

224Y: Oraya bir tane işaret koy.

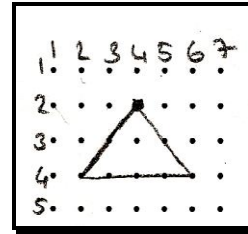
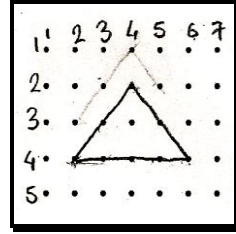
225D: Tamam.

226Y: Altıncının ikincisini de buldun mu?

227D: Evet, buldum.

- 228Y: Oraya da bir işaret koy.
 229D: Noktaları birleştireyim mi?
 230Y: Evet, birleştir.
 231D: Tamam.
 232Y: Altıncının dördüncüsü... Yukarıdan altı...(deme zorunluluğu hissetmiştir)
 233D: Altıncının dördüncüsü...
 234Y: Evet, tamam. Oradan da dördüncünün üçüne birleştir.
 235D: Böyle mi?
 236Y: Evet.
 237A: Evet, şimdi sen bir başka definenin yerini sor Yılmaz.
 (Yılmaz kendi çalışma kâğıdında defineyi hazırlamaya başlamış, Doğan ise beklemektedir.)

Buradaki görüşme metinlerinden, iki öğrencinin de *yatay eksen*, *dikey eksen* ve *nokta* ile *başlangıç noktası bilgisi* kavramlarını *kullandığı* anlaşılmıştır. Ardından, Yılmaz ve Doğan define bulma etkinliğini rolleri değişerek tekrarlamışlardır. Öğrencilerin oyunu tekrar etme konusundaki isteklilikleri de, yukarıda sözü geçen *bu kavramları kullandıklarının* ve bu kavramlarla alakalı olarak kafalarında hiçbir soru işareti kalmadığının göstergesidir. Bu bölümde, öğrencilerin birbirlerine yerini sordukları define adalarını çizdikleri şekiller ise aşağıda görülmektedir (Şekil 3.4).



Doğan tarafından sorulan ada çizimi Yılmaz tarafından bulunan ada çizimi

Şekil 3.4. Yılmaz ve Doğan'ın Çalışma Kağıtlarından Örnek Kesit II

- 238D: Şimdi söylüyorum... Yukarıdan dördüncü...
 239Y: Sayı mı yaptık?
 240D: Evet, aynı sayıları kullandık. Bunları yaz sonra da yukarıdan dördüncü ve yandan ikinciye bir işaret koy.
 241Y: Şimdi eee...
 242D: Yukarıdan üçüncü ve yandan üçüncü... Oradan geç.
 243Y: Evet. Eee...
 244D: Oradan yukarıdan ikinci ve yandan dördüncüye in.
 245Y: Evet.
 246D: (İçinden 1, 2, 3 şeklinde saymıştır) Üç tane nokta çizdin değil mi?
 247Y: Evet.
 248D: Şimdi yukarıdan ikincinin yandan dördüncüsü...

249Y: Onu yaptık.

250D: Tamam orayı yaptın değil mi?

251Y: Evet.

252D: Şimdi oradan tut, yani yukarıdan ikincinin yandan dördüncüsünden tut, yukarıdan altıncının alttan dördüncüsüne kadar götür. Altıya kadar götür. Götürdün mü?

253Y: Tamam.

254D: Götürdün mü?

255Y: Oradan da birleştirdim.

Burada yer alan görüşme metinlerinden, iki öğrencinin de koordinat sistemi kavramının oluşturulması için gerekli olan kavramları (*nokta bilgisi, yatay eksen, dikey eksen ve başlangıç noktası*) oluşturdukları, ardından da *tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır. Sonuç olarak, iki öğrencinin de *koordinat sistemi kavramını oluşturdukları* söylenebilir.

1.2. Can ve Eren'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Koordinat Sistemi kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturulma sürecinin incelendiği ikinci uygulama, yapılan gözlem ve görüşmelerin sonucunda iyi arkadaş oldukları anlaşılan, biri yüksek başarılı ve biri de orta başarılı olan Can ve Eren'in oluşturduğu iki kişilik öğrenci grubunda gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerden Can'ın uygulanan tutum testi ve uygulanan motivasyonel stratejiler ölçeğinden aldığı puanlar sırasıyla 4,79 ve 6,27 iken Eren'in aldığı puanlar 4,37 ve 5,98'dir.

Can ve Eren (öğrencilerin gerçek isimleri değildir) araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 15 dakika 50 saniye, ikincisine ise 7 dakika 52 saniye zaman harcamışlardır. Koordinat Sistemi kavramını oluşturamadıkları için, iki etkinliğin tamamlanmasının ardından araştırmacı ile birlikte değerlendirme ve yorum yapma imkânı bulunamamıştır. Yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinliklerin uygulanması esnasında, bu öğrenci grubunun Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma, kullanma ve oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (C: Can, E: Eren, A: Araştırmacı).

1.2.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

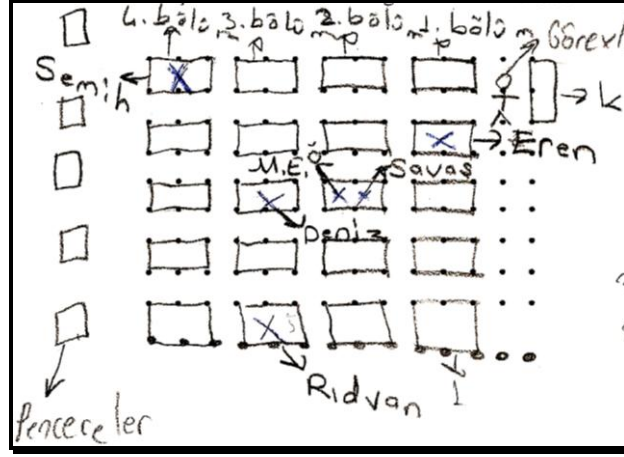
Araştırmacı öğrencilerden etkinliği okumalarını istemiş, Eren etkinliği sesli bir şekilde okurken Can dikkatle onu dinlemiştir. İki öğrenci de etkinlik üzerinde düşünmeye başlamıştır ki, araştırmacı bu esnada devreye girmiş ve öğrencilerden etkinliği açıklamalarını istemiştir. Etkinlik üzerinde yapılan bir tartışmanın ardından, öğrenciler etkinlik üzerinde çalışmaya başlamışlardır.

- 100E: Biz bu noktalara sıraları çizeceğiz ve seçeceğimiz kişiye göre yerleri işaretleyeceğiz.
- 101C: Sınıfımızda 41 kişi var.
- 102E: Kaç sıra var? Bir sırada 3 kişi oturuyorlar ve diğerlerinde ikişer kişi... Yani toplam 20 sıra var. (Kalemimi eline almış ve nasıl bir yerleşim yapacağı üzerinde kâğıda bakarak düşünmekte iken sıraların dağılımı için kendilerine verilen noktalı kâğıdın yeterli olup olmadığını incelemektedir.)
- 103E: Sığar mı?
(Bu esnada Can elini başına ve ardından da ağzına götürmüş düşünmeye devam etmektedir.)
- 104C: Sıraları beşerli beşerli dağıtalım.
- 105E: Evet, ayarlarsak sığar.
- 106C: Oturduğumuz yerleri de çizmemize gerek var mı? (Araştırmacıya sormuş ve böylelikle yapacağı uygulamaları ona onaylatmak istemiştir.)
- 107A: Nasıl isterseniz... Buna siz karar verebilirsiniz.
- 108E: Kroki gibi sanırım.
- 109C: Sıraları çizelim mi? (Can sıraları çizmeye başlamıştır.)
- 110E: Çiz... (Eren bu sırada kalemi başına koyup beklemiş ve arkadaşının çizimini izlemiştir.) Hı hı... (diyerek arkadaşının çizimini onaylamıştır)
- 111C: Yer yetmedi. (Çizim için yeterli noktalı sıra olmadığı için birlikte bir çözüm üretmiş ve alta bir sıra nokta eklemeye karar vermişlerdir.)
- 112E: Ben yapabilir miyim? Bir sıra daha eklersek olacak. (demiş ve noktalı sıra yapma görevini üstlenmiştir.)
(Bu esnada Can elini başına koymuş ve arkadaşının çizimini kâğıda eğilerek dikkatlice izlemiştir. Eren bu aşamada yapılan çizimi çok beğenmemiş ve çizim üzerinde yeni düzenlemeler yapmıştır. Bunun üzerinde bir müddet konuşmuşlardır. Ardından da, sıra çizimlerini tamamlama görevini yeniden Can üstlenmiştir. Can çizimi tamamlarken, bu kez arkadaşı kalemini oynatarak onu izlemektedir. Bir süre sonra çizime devam etme görevini yine Eren almış ve bir süre daha çizim üzerinde çalışmıştır. Çizimin tamamlanmasının ardından çözüm aramaya devam etmişlerdir.)
- 113C: Şimdi arkadaşlarımızın yerlerini belirleyelim.
- 114E: Kaç kişi seçecektik?

115C: Beş kişi... Rastgele yerlere çarpı koyabiliriz.

(Kişileri belirleme görevini Eren gerçekleştirmiş ve Eren kişilerin rastgele belirlenmesi istedikleri kişiler olması konusunda ısrarcı davranmıştır. Can'da onu gözlemiş ve desteklemiştir. Öğrenciler bir müddet bu konu üzerinde konuşmuş ve tartışmışlardır.)

Eren'in görüşme metinlerinde 100E, 102E, 108E ve 112E'deki ifadeleri ile Can'ın 104C ve 109C'deki ifadelerinden ve şekli çizme girişimlerinden, bu öğrencilerin *kroki bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları* anlaşılmıştır. Aşağıdaki şekilde, Can ile Eren'in birlikte çizdikleri şekil görülmektedir.



Şekil 3.5. Can ile Eren'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliği için Çizdikleri Şekil

116A: Şimdi, görevli arkadaşınıza sınıfınızda kitap verilecek olan arkadaşlarınızın yerini nasıl tarif edebilirsiniz ki, görevli kitapları doğru yerlerine koyabilsin?

117C: Önce Semih'in yerini tarif edelim.

118E: Evet, çünkü en ön sırada olduğu için daha kolay.

119C: (Çizdikleri şekli göstererek) Şurası ve şuraları duvar...

120E: Dört köşe...

121C: Evet... (demiş ve elini ağzına koyup bir süre düşünmüştür)

(Bu esnada elindeki kalemle oynamakta olan Eren de düşünmektedir.)

122C: (dikeyi düşünerek) Ya da şurada bir pencere olsa daha rahat.

123E: Yapalım mı?

124C: Kaç pencere var? Üç mü, dört mü?

125E: (Pencereleri hayal etmiş, saymış ve...) ...tam beş pencere var...

(Can pencereleri çizerken, Eren cam sayısından emin olmak için saymaya devam etmiş ve ardından da konuşmuştur.)

126E: Semih pencere kenarında en önde...

127C: Eren kapı tarafında ikinci sırada.

(Bu arada bir taraftan yer tariflerini yaparken bir taraftan da çalışma kâğıdına buldukları sonuçları yazmışlardır.)

128E: Yani...

129C: Sırayla gitsek...

130E: Bunu nasıl söyleyeceğiz? Savaş ile Muhammed aynı yerde.

131A: O zaman sadece birini mesela Savaş'ın yerini tarif edin.

132C: O zaman... (heyecanlanmış ve bu nedenle de el kol hareketleri değişmiştir) ...kapı tarafından ikinci sıranın üçüncü...

133E: ...yerinde.

134C: ...tam ortası diyebiliriz.

135E: Rıdvan'ın yerini de sen tarif et.

136C: Kapı tarafından...

137E: ... ikinci sıranın üçüncü sırası ... olmadı ya... (Eren konuşurken, Can tüm dikkatini toplamış ve...)

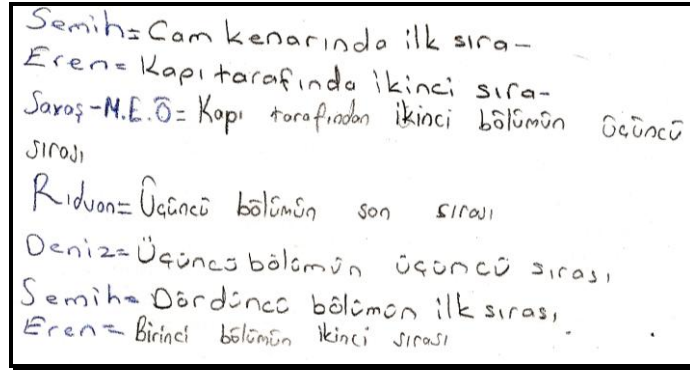
138C: (Kâğıt üzerinde bir yerleri göstererek...) Ama kapı tarafından dersek şurası olur. Üçüncü sıranın ikincisi diyelim... (Can'ın söyleminden kafasının karıştığı anlaşılmaktadır.)

Öğrencilerin görüşme metinlerinde 126E, 133E, 137E ile 127C, 132C, 136C, 138C'deki ifadelerinden, öğrencilerin yerini tarif etmede *yön ve kroki bilgisinden* yararlandıkları yani bu bilgileri *kullandıkları* anlaşılmıştır. Can'ın 122C, 124C ve 127C'deki ifadeleri ile Eren'in 125E ve 126E'deki ifadelerinden, öğrencilerin söz konusu olan bu bilgileri kullanarak *dikey eksen bilgisini oluşturmaya* başladıkları, fakat Eren'in pencere kenarını Can'ın ise kapı tarafını kullanması nedeniyle öğrencilerin iki eksen bilgisini aynı anda kullanamadıkları anlaşılmıştır. Bu durumun öğrencilerin başlangıç noktası bilgisini oluşturamamalarından da kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Görüşme metinlerinde 132C ve 133E'deki ifadelerden iki öğrencinin de *yatay ve dikey eksen kavramları* bilgisini *oluşturmaya* başladıklarını göstermekte ve bunlardan yararlanarak *nokta bilgisini oluşturduğunu* düşündürmektedir. Yine, Can'ın 138C'deki ifadesi de, *nokta bilgisini oluşturduğunu* göstermektedir. Görüşme metinlerinde 132C'deki ifadeden Can'ın kapıyı öğrenci yeri tarif etmede kullanmayı düşündüğü ve 133E'deki ifadeden de Eren'in bu konuda arkadaşını onayladığı anlaşılmıştır. Bunun sonucunda; yine 133E'deki ifadeden Eren'in ve 132C, 136C ve 138C'deki ifadelerden ise Can'ın *başlangıç noktası bilgisini oluşturduğunu* anlaşılmaktadır. Eren'in 137E'deki ifadesi ise, arkadaşı gibi kapı tarafından hareket etmeye başlamakla birlikte öğrenci yeri tarifini yapamadığını gösterir niteliktedir. Bu

durum, Eren'in yatay ve dikey eksen kavramları ile nokta bilgisini oluşturup oluşturmadığının anlaşılmasına neden olmuştur.

- 139E: Peki, ne yapsak?
140C: Şöyle yapsak... Biraz önce şuraya (kâğıtta yatayı göstererek) sıra demiştik ya, buraya da (kâğıtta dikeyi göstererek) bölüm desek?
141E: Olur...(İki öğrenci de heyecanlanmış ve çözüm üretmek için birbirlerini bekleyemeyip konuşmuşlardır.)
142C: O zaman...
143E: O zaman dur... (Bu esnada Eren bölüm isimlerini çizdikleri şekle eklemiştir.)
144C: Kapı tarafından ikinci bölümün üçüncü sırası (Buldukları sonucu çalışma kâğıdına not etmiştir.)
145E: Deniz'i yazalım bence...
(Yüz ifadelerinden sıkılmaya başladığı anlaşılmaktadır.)
146C: Rıdvan'ın yerini önce yazalım bence...
147E: Tamam o da olur. Üçüncü bölümün son sırası...
148C: ...son sırası... (İki öğrenci birlikte çözümü ifade etmişlerdir.) Bunu ben yazayım, diğerlerini de sen yaz. O zaman cam tarafından, kapı tarafından falan demeye gerek yok...
149A: Evet, doğru gerek yok...
150E: Olmazsa tekrar düşünürüz öbürlerini. (Eren hemen Deniz'in yerinin cevabını aramaya başlamıştır.) Üçüncü bölümün üçüncü sırası.
151C: Evet, üç...
152E: Şimdi Eren'i ve Semih'in yerlerini tekrar belirleyelim. Semih, dördüncü bölümün ilk sırası... (deyip çalışma kâğıdına not etmiştir. Ardından diğerini Can'ın yazmasını istemiştir.)
153C: Birinci bölümün ilk sırası... (demiş ve not kâğıdına not düşülmesinin ardından etkinlik sona ermiştir)

Aşağıdaki şekilde, Can ve Eren'in yaptıkları öğrenci yeri tarifleri ile ilgili olarak aldıkları bazı notlar görülmektedir.



Semih = Cam kenarında ilk sıra -
Eren = Kapı tarafında ikinci sıra -
Savaş - M.E.Ö = Kapı tarafından ikinci bölümün üçüncü sırası
Rıdvan = Üçüncü bölümün son sırası
Deniz = Üçüncü bölümün üçüncü sırası
Semih = Dördüncü bölümün ilk sırası
Eren = Birinci bölümün ikinci sırası

Şekil 3.6. Can ve Eren'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliğinde Aldıkları Notlar

Görüşme metinlerinde 140C, 144C, 148C, 151C ve 153C'deki ifadeler Can'ın *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğunu* ve bu kavramları *kullanmaya* başladığını gösterir niteliktedir. Bununla birlikte; 144C'deki ifade sayesinde öğrencinin *nokta bilgisini oluşturduğu* kanıtlanmış, 148C, 151C ve 153C'deki ifadelerden de bu bilgiyi *kullanmaya* başladığı anlaşılmıştır. Elde edilen metinlerde 144C'deki ifadeden Can'ın *başlangıç noktası bilgisini kullandığı* anlaşılmaktadır. Metinlerde 141E'deki ifadede Eren'in Can'ı onaylaması, bu öğrencinin *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğunu* göstermektedir. Bu öğrencinin 147E ve 150E'deki ifadeleri de *yatay ve dikey eksen kavramları* ile *nokta ve başlangıç noktası bilgisini oluşturduğunu* onaylar ve 150E ile 152E'deki ifadeleri de *bu bilgileri kullandığını* gösterir niteliktedir.

1.2.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Araştırmacı, etkinliği içeren iki ayrı çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve onlardan etkinliği okumalarını istemiştir. Eren sesli bir şekilde etkinliğin ilk bölümünü okurken, Can dikkatli bir şekilde etkinliği dinlemiştir. Kısa bir süre sessizliğin ardından, etkinlik üzerinde tartışmaya başlamışlardır.

154A: Evet, etkinliğe bir üçgen oluşturarak başlayabilirsiniz.

155C: Hadi, o zaman bir tane oluşturalım.

156E: Nasıl yapalım Can?

157C: Bir tane yapalım, nasıl olduğu bence çok önemli değil...

(Bu esnada Can bir tane üçgen çizmiştir. Ardından, öğrencilerin etkinliğin ikinci bölümünü yeniden okuma ihtiyacı duydukları ve bunun ardından Eren bu bölümü tekrar okurken Can'ın düşünmekte olduğu görülmüştür. Bu esnada, araştırmacı müdahale yapma ihtiyacı duymuştur.)

158A: Bu çizdiğiniz üçgen şeklindeki defineyi bir arkadaşınıza tarif edebileceğiniz bir yöntem geliştirmeniz isteniyor. Bunu nasıl yapabilirsiniz?

(İki öğrencinin de bir müddet düşünmeye devam ettikleri görülmüş ve ardından Can konuşmaya başlamıştır.)

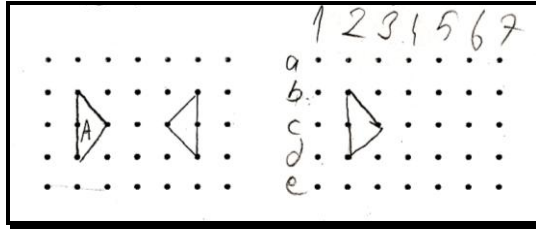
159E: Çizdiğimiz bu üçgeni tarif edeceğiz değil mi? (diye araştırmacıya sormuştur)

160A: Hı hı... Nasıl tarif edersiniz?

161E: Peki bu üçgen arkadaşımın elinde olacak mı, yoksa arkadaşıma boş bir noktalı kâğıt mı vereceğiz? (düşüncesini geliştirmek için yeniden etkinlik hakkında soru sormuştur)

- 162A: Hayır, tabii ki olmayacak... Arkadaşının elinde yalnızca boş noktalı kâğıdın bulunduğu bir çalışma kâğıdı olacak...
(Can elini ağzına götürmüş ve düşünmeye başlamıştır. Bu arada Eren de çalışma kâğıdına bakarak ciddi bir şekilde düşünmektedir.)
- 163C: Hımm... Tamam... O zaman şöyle 1, 2, 3, ... yazsak ... (İlk noktadan başlayarak sağa doğru tüm noktalara sıra ile değerler atamış ve ardından da yeniden düşünmeye başlamıştır.)
(Bu esnada Eren de arkadaşını izlemekte ve çözümün nasıl olabileceğini düşünmektedir.)
- 164A: Peki üçgeni tarif edebilmek için bu rakamlar yeterli mi yoksa?
- 165C: Aşağıya doğru... (bir müddet daha düşünmüştür) ...A, B, C diyelim...
(demiş ve aşağıya doğru her bir noktaya da bir harf atamıştır.)
(Bu arada Eren sessizce arkadaşını dinlemektedir.)
- 166E: Olabilir...

Aşağıda şekilde öğrencilerin eksnelere atadıkları değerler ve çizdikleri üçgenler görülmektedir.



Şekil 3.7. Can ve Eren'in Define Bulma Etkinliğindeki Çalışma Kâğıdından Kesit

Yukarıdaki görüşme metinlerinde, Can'ın 163C'de yatay eksene sayısal değerler ve 165C'de rakamdan farklı bir şeyler yazma ihtiyacı sonucunda dikey eksene ise harf değerleri ataması, oluşturduğu *yatay* ve *dikey eksen kavramlarını* yön bilgisini de kullanarak *tanıdığını* ve *kullandığını* göstermektedir. Aynı zamanda, 164E'deki ifade de Eren'in 163C'deki Can'ın ifadesi kabullenmiş olması *yatay eksen kavramını*, yine bu ifadede dikey eksen için ne yazılacağı hakkındaki sorgulaması da *dikey eksen kavramını tanıyıp kullandığını* düşündürmektedir. Eksnelere atanan değerlerin aynı noktadan başlıyor olması da, öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini tanıdıklarını* ve *kullandıklarını* göstermektedir.

- 167C: O zaman, 2'nin B'sinden D'sine kadar bir çizgi...(derken bir taraftan da düşünmeye devam etmektedir) Arkadaşıma 2B'den 2D'ye bir çizgi çekmesini söylerim. Sonra...

- (İki öğrenci de uzun bir süre düşünmüşlerdir. Bu esnada, Can bir taraftan düşünürken bir taraftan da parmaklarıyla masaya vurmaktadır.)
- 168A: Peki bu üçgenin kenarlarını tarif etmek gerekli mi? Yoksa bu tarifi gerçekleştirmenin daha kısa bir yolu var mı?
(Bir süre daha düşünmüşlerdir.)
- 169C: Evet, sadece köşeleri söylebiliriz. 2B, 2D, 3C... (Bu esnada söylediğinin doğru olup olmadığını onaylatmak ihtiyacıyla araştırmacıya bakmış, ardından da söylediklerini çalışma kâğıdında da göstermiştir.)
- 170A: Şu anda örneğin 2B diyerek neyi tarif ettin?
- 171C: Üçgenin bir köşesini. (demiş ve bu açıkladıklarını çizimle göstermeye başlamıştır)
(Bu arada Eren büyük bir dikkatle izlemekte ve anlamaya çalışmaktadır. Fakat ne düzeyde anladığı da vücut hareketlerinden tam olarak anlayamamaktadır.)

Can'ın 167C ve 169C'deki ifadelerinden, *nokta bilgisini tanıdığı* ve rahatlıkla *kullandığı* ve bu esnada da *yatay ve dikey eksen kavramlarından yararlandığı* yani bu kavramları *kullandığı* anlaşılmaktadır. Fakat Can burada üçgeni köşe noktaları ile değil de, kenarlarını oluşturan doğru parçaları ile tarif etmektedir. Araştırmacının 168A'daki ifadesinde yaptığı yönlendirmenin ardından, 169C ve 171C'deki ifadelerden Can'ın üçgeni köşeleri ile tarif edebileceğini açıkladığı görülmüştür. Etkinliğin aşağıdaki bölümünde Eren'in daha sessiz kaldığı gözlenmiştir. Bu nedenle de, bu öğrencinin nokta bilgisini tanıyıp tanımadığı, kullanıp kullanamadığı hakkında net bir bilgiye ulaşılamamıştır.

- 172A: Peki, harfler yerine de rakamları kullanma şansımız olur muydu?
(Can araştırmacının lafının bitmesini bekleyememiş ve hemen cevap vermek için harekete geçmiştir.)
- 173C: Olmaz...
- 174A: Peki, neden olmayacağı üzerinde aranızda tartışsanız...
- 175C: Çünkü mesela şimdi... 1'in 3'ü desek mesela o zaman belki burasını (yatayı göstermiştir) ya da şurasını gösterebilir (dikeyi göstermiştir). Aynı olmaz...
- 176E: Ben de soruyu şöyle anladım. Şunları buraya (yataya yazılan rakamları göstermiştir), bunları da şuraya (harflerin de dikeyde olacağını göstermeye çalışmıştır). Öyle anladım. Dediğiniz gibi aynı şey olsaydı olmazdı, çünkü karıştırılabilirdi.

Sonuç olarak; iki öğrencinin de *kroki ve yön bilgisini tanıdığı* ve *kullandığı* görülmüştür. Can'ın *nokta ve başlangıç noktası bilgisi* ile *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğu*, ardından da *tanıdığı* ve *kullandığı* anlaşılmıştır. Bunların

sonucunda, Can'ın *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmektedir. Bununla birlikte, 173C ve 175C'deki ifadelerinden koordinat sistemi kavramının matematiksel gösterimini nokta bilgisinin gösterimi bilmemesinden dolayı gerçekleştiremediği görülmüştür. Görüşme metnindeki ifadeleri Eren'in *nokta* ve *başlangıç noktası bilgisi* ile *yatay* ve *dikey eksen kavramlarını oluşturduğu, tanıyıp kullandıkları* düşünülmekle birlikte, özellikle de Define Adası Etkinliği'ne ait görüşme metnindeki ifadelerinden öğrencinin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığı tam olarak anlaşılammıştır. Bunların yanında, görüşme metnlerinden de görüldüğü üzere iki öğrenci birlikte oldukça uyumlu çalışmıştır ve matematik başarısı orta düzeyde olan Eren'in bilgi oluşturma sürecine yüksek matematik başarısına sahip Can'ın büyük katkısı olmuştur. Can ile birlikte düşünüyor ve çalışıyor olmasının Eren'in başarısını oldukça arttırdığı düşünülmektedir.

1.3. Burak ve Kübra'nın Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Öğrencilerin koordinat Sistemi kavramın oluşturma sürecinin incelendiği üçüncü uygulama, yapılan gözlem ve görüşmelerin sonucunda iyi arkadaş oldukları anlaşılan iki orta başarılı öğrencinin (Burak ve Kübra) oluşturduğu iki kişilik öğrenci grubunda gerçekleştirilmiştir.

Yapılan araştırma ve incelemeler sonucunda orta başarılı bir öğrenci olduğu belirlenen Kübra'nın uygulanan tutum testinden 4,29 ve motivasyonel stratejiler ölçeğinden 6,02 puan aldığı, Burak'ın uygulanan tutum testinden 3,95 ve motivasyonel stratejiler ölçeğinden 5,41 puan almış olan öğrencilerdir. Kübra ve Burak, araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 8 dakika 50 saniye, ikincisine 11 dakika 20 saniye zaman harcamışlardır. Yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinliklerin uygulanması esnasında, bu öğrenci grubunun Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma, kullanma* ve *oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (K: Kübra, B: Burak, A: Araştırmacı).

1.3.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Araştırmacı öğrencilerden öncelikle etkinliği okumalarını ve aralarında tartışmalarını istemiştir. Burak heyecanla etkinliği okumuştur ve Kübra da bu esnada dikkatlice dinlemiştir. Ardından, Kübra'nın hemen konuşmaya başlamasıyla etkinlik üzerindeki tartışma başlamıştır.

100K: Anladım ben...

101A: Sen anlayabildin mi Burak? Bir sorun var mı?

102B: Tarif ederken her noktayı bir sıra olarak görsek, istediğimiz arkadaşımızın yerini gösterebiliriz.

103K: (Başını sallayıp) Kroki gibi...

104B: Arkadaşlarımızın yerini biz mi belirliyoruz?

105A: Hı... hı...

106K: Yani, herhangi bir yere... (demiş ve araştırmacıya bakmıştır)

107A: Olabilir.

108B: Biri Ezgi olsun. Şurada... (derken çalışma kâğıdında da göstermiştir)

(Bu arada Kübra işaretleme için hemen harekete geçmiş fakat kâğıt üzerinde noktaları inceleyerek düşünmeye başlamıştır. Ardından, elini ağzına götürüp kendi kendine bir müddet daha düşünmeye devam etmiştir. Burak da eli ile çenesini kaşıyarak bir süre düşündükten sonra, dikkatini kâğıda yönlendirmiş ve çalışma kâğıdına bakarak yeniden düşünmeye başlamıştır. Kübra ise, etrafına bakınırken çok düşüncelidir ve ardından hemen konuşmaya başlamıştır.)

109K: Şöyle olabilir mi? Bak... (demiş ve kâğıt üzerinde arkadaşına göstermeye başlamıştır. Bir yandan da araştırmacıya dönmüş ve) Kroki çizilebilir mi? (diye sormuştur)

110A: Buna siz karar vermelisiniz...

111K: Buna göre arkadaşlarımızı yerleştirebiliriz diye düşündüm. (derken bir yandan da kâğıt üzerinde çizimlerine başlamıştır)

(Bu esnada Burak arkadaşını izlemektedir. Kübra bir taraftan çizim yaparken bir taraftan konuşmaktadır. Sınıfı genel hatları ile çizmiş (dolaplar, öğretmen sırası, kapı, askılık, tahta) ve arkadaşı ile yaptıklarını paylaşmıştır. Bir süre birlikte sınıftaki yerleşim üzerine konuşmuş ve hangi kişiye verileceğini belirleyebilmek için bunlara ihtiyaç olduğunu açıklamıştır. Bu esnada Burak da arkadaşına çizim konusunda yardım istemiştir.)

112B: Ben de yapayım...

113K: Öğretmenin masası... Sen de şu taraftan çiz... Böyle ikiye bölünür mü? (diyerek arkadaşına kâğıdında sıraları işaret etmiş ve iki nokta arasındaki uzaklık ile bir sıra yerine bir kişiyi göstermesinin doğru olup olmayacağını sormuştur.)

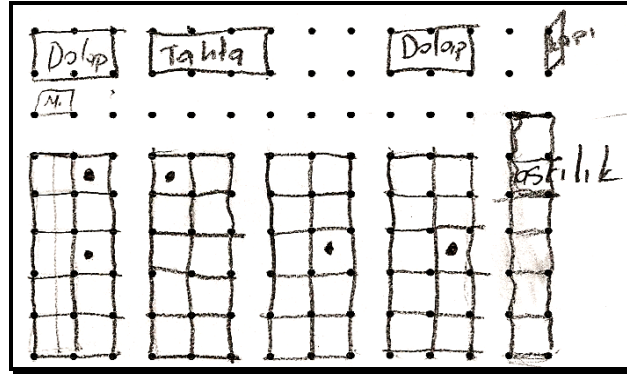
114B: Olur tabii... (demiş ve bir taraftan kendi çizimini tamamlamaya devam etmiştir) Yalnız şunu da yapayım. Askılık... (deyip çizmeye başlamıştır)

(Bir süre birbirleriyle tartışıp dönütler alarak çizmeye devam etmişler ve sonrasında çizimi tamamlamışlardır. Ardından da, sınıfta kitap verilecek olan arkadaşlarının yerlerini belirlemeye başlamışlardır.)

115K: Burada Osman oturuyor. (başını çevirip arkadaşına bakmıştır)

(Bu arada Burak konuşmamış fakat arkadaşına işaretleyeceği yeri göstermiştir. Kübra da çizimi yapmıştır. Ardından da, arkadaşlarının isimleri üzerinde konuşarak kimleri seçeceklerini belirlemiş ve işaretlemişlerdir.)

Yukarıda yer verilen 102K ve 103B'deki ifadelerden iki öğrencinin de *kroki bilgisini tanıdığı*; 108B ve 114B'deki ifadelerden Burak'ın, 109K, 111K, 113K ve 115K'daki ifadelerden Kübra'nın *kroki bilgisini kullandığı* görülmektedir. Aşağıda, noktalı kâğıdı kullanarak yaptıkları çizim görülmektedir. Bu esnada, öğrencilerin noktaları değil de oluşturdukları kareleri istenilen kavramı oluşturmada kullanabileceklerini düşündükleri anlaşılmıştır. Bununla birlikte, bu durumda yapılacak yönlendirmelerin, öğrencileri nokta bilgisine yönlendirebileceği ve öğrencilerin yapmakta oldukları çalışmanın doğasını etkileyebileceği de aşikârdır.



Şekil 3.8. Burak ve Kübra'nın Birinci Etkinlik için Çizdikleri Şekil

116A: Şimdi tarif edin bakalım.

117K: Nasıl tarif edelim, yazarak mı?

118A: Sözlü olarak tarif edin bakalım.

(Burak bu esnada dinlemektedir.)

119K: O zaman kapıdan girince öğretmen masasının hemen yanında.

120A: Peki, ya siz okuldan ayrıldıktan sonra masayı kaydırmışlarsa... O zaman ne yaparsınız?

Buradaki görüşme metinlerinden çizdikleri krokinin öğrencileri yanıltmaya başladığı görülmektedir. Araştırmacı 120A'daki ifadesi ile öğrencileri bu yanılgıdan

vazgeçirmeye çalışmıştır. Bunun sonucunda, aşağıdaki görüşme metinlerinde öğrencilerin yön bilgisini kullanmaya başladıkları görülmektedir.

121K: Cam kenarı...

122B: Cam kenarı evet.

123K: Cam kenarında ön sırasında, sağ tarafta Ezgi.

124B: Ön sırada Ezgi, üçüncü sırada Tuğba.

125K: Onun tekrar sağında önde, birinci sırada Tuğçe.

126B: Yan sırada...

127A: Sağ mı sol mu peki... Görevli arkadaşınız geldiğinde sınıfınıza buradan girecek yani şurada olacak. Buna göre düşünmelisiniz. (demiş ve kapıyı göstermiştir)

128B: Sağ oluyor.

129K: Ona göre sol...

130A: Hı hı...

131K: Tahtanın tam önünde...

132B: Tahtayı da kaydıramazlar ya sonuçta...

133K: ...ilk sırada tam önde ve görevliye göre sağda birisi. Diğer bakayım... (der ve çok kısa düşünmüştür) ...dolapla tahtanın arasında üçüncü sıra.

Görüşme metinlerinde 123K, 125K'daki ifadelerden Kübra'nın, 124B, 126B ve 128B'deki ifadelerden de Burak'ın *yön bilgisini tanıdığı* ve *kullandığı* anlaşılmıştır. 121K, 123K ve 122B'deki ifadelerinden, öğrencilerin yer tarifinde cam kenarını kullandıkları görülmektedir ki, bu durum öğrencilerin *dikey eksen kavramını oluşturdukları* şeklinde yorumlanabilir. Bununla birlikte; 125K ve 126B'deki ifadelerinden, öğrencilerin *kroki bilgisini kullanarak* arkadaşlarının yerlerini belirlemeye çalıştıkları fakat bu esnada (nokta tayini yaparken) dikey eksen kavramına ek olarak yatay eksen kavramını değil de yön bilgini kullanmaya devam ettikleri görülmüştür. Bu da, öğrencilerin yatay eksen kavramını oluşturamadıklarını ya da dikey eksen kavramıyla birlikte yatay eksen kavramını nokta belirlemede birlikte kullanamadıklarını göstermektedir. Bu aşamada, 127A ifadesi ile araştırmacının yaptığı yönlendirmenin de işe yaramadığı söylenebilir. Öğrencilerin 131K ve 132B'deki ifadeleri ise, çizdikleri kroki nedeniyle dikkatlerinin dağıldığını ve düşüncelerini geliştiremediklerini gösterir niteliktedir. Bu nedenle, araştırma bu noktada tamamlanmış ve diğer etkinliğe geçilmiştir.

1.3.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Araştırmacı bu etkinliği içeren iki ayrı çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve onlardan etkinliği okumalarını istemiştir. Öğrenciler etkinliği sessizce okumayı tercih etmiş ve ardından da kısa bir süre düşünmüşlerdir. Araştırmacı ile birlikte etkinliğin anlaşılması üzerine bir tartışma uygulama başlamıştır.

- 134K: Define bulacağız. Hımm...
- 135A: Şekilde gördüğünüz bir definenin konumunu gösteriyor size ve define gördüğünüz gibi üçgen şeklinde. Siz de üçgen şeklinde bir define belirleyeceksiniz. Mesela bir tane belirleyelim...
- 136K: Üç kenarı olur. (hemen çizmeye başlamıştır)
- 137A: Şimdi birlikte öyle bir yöntem geliştireceksiniz ki, arkadaşınıza şekli göstermeden definenin yerini anlatabileceksiniz ve yandaki boş noktalı kâğıtta arkadaşınız bunu çizebilecek.
(Bu esnada Kübra kâğıda bakarak düşünmekte ve Burak ise araştırmacıyı dikkatle dinlemektedir)
- 138K: Hımm... Sen ne düşünüyorsun, Burak?
- 139B: Benim şu anda bir fikrim yok ki...(der ve başını kaşır)
- 140A: Böyle bir oyun oynuyorsunuz. Nasıl tarif edersiniz arkadaşımıza, boş yere nasıl çizdirirsiniz?
(Kübra da kâğıda bakarak düşünürken kulağını kaşımaktadır.)
- 141B: Boş yere şekiller çizerek... Buradaki gibi üçgen...
- 142A: Şekli görmüyor arkadaşınız.
- 143K: Yani, böyle şekli kapattık diyelim. Sen bunu nasıl göstereceksin? (derken kâğıt üzerinde şekli kapatarak arkadaşına açıklama yapma ihtiyacı duymuştur)
- 144B: Peki... (derken başını kaşıyıp düşünmeye devam etmiştir)
- 145K: Ben birim karelerden yararlanabileceğimizi düşünüyorum.
- 146B: Bence güzel fikir. Definenin konumuna göre birim kareleri kullanabiliriz. Ona göre yapabiliriz.
- 147A: Hı hı... (derken Kübra kâğıt üzerine iyice eğilir ve düşünmeye başlamış, bir ara da elini başına götürmüştür. Bu esnada Burak kalem ile oynayarak arkadaşını izlemektedir.)
- 148K: O zaman...
- 149B: Önden bir birim söylesek, şuradan başlıyor.
- 150K: Önden bir birim aşağıya ve solda...
- 151A: Nereye göre solda? Buna nasıl karar verebildin?
- 152K: ...sağda... (demiş ve düşünmeye devam etmiştir)
(Birlikte uzun bir süre düşünmüşlerdir. Ardından, Burak konuşmaya başlamıştır.)

Kübra'nın 145K'daki ifadesinden, birinci etkinlikte Burak'la birlikte çizdikleri krokideki gibi birim karelerden yararlanabileceklerini düşündüğü; Burak'ın 146B'deki

ifadesinden de, bu durumu onayladığı görülmektedir. Görüşme metinlerinde 149B ve 150K'daki ifadelerinden de öğrencilerin yaptıkları tarifte birim kareleri kullandıkları anlaşılmıştır. Bu durum, iki öğrencinin de *birim kare bilgisini tanıdıklarını* ve *kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Bununla birlikte, Kübra'nın 150K'daki ifadesinden *yön bilgisini tanıdığı* ve etkinlikte çözüme ulaşmak için bu kavramı *kullanmayı* düşündüğü anlaşılmaktadır. Araştırmacı 151A'daki ifadesinde, öğrencilerin başlangıç noktası bilgisini oluşturmalarını sağlayabilmeyi amaçlamıştır ve aşağıdaki görüşme metinlerinde araştırmacının bu girişiminin işe yaradığı görülmektedir.

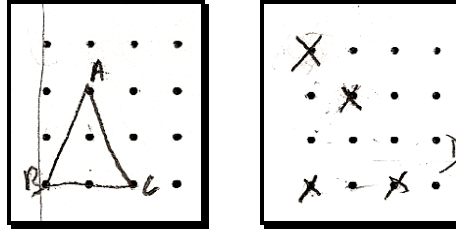
153B: O zaman, ilk önce bir nokta belirlemeliyiz. O da şurada olsun...

154K: Şurası mı?

155B: Hı hı... Evet, bu noktadan başlayarak arkadaşımıza tarif edeceğiz.

156A: Bu noktayı belirtelim isterseniz...(demiş ve Kübra noktayı çalışma kâğıdı üzerinde belirtmiştir. Şekilde görüldüğü gibi öğrenciler sol üst köşe noktayı başlangıç noktası olarak kabul etmişlerdir.)

Görüşme metinlerindeki 153B ve 155B'de yaptığı açıklamalardan Burak'ın ve 154K'da Kübra'nın Burak'la birlikte hareket etmesinden, iki öğrencinin de *başlangıç noktası bilgisini oluşturmaya* başladıkları anlaşılmaktadır. Arkadaşıyla birlikte belirledikleri noktayı çalışma kâğıdında işaretlemesinden yani bunu onaylamasından da Kübra'nın başlangıç noktası bilgisini oluşturduğu düşünülmektedir. Aşağıda, öğrencilerin birlikte çizdikleri üçgen şekli ve bu üçgenin tarifi için yaptıkları çizimler görülmektedir.



Şekil 3.9. Burak ile Kübra'nın Çalışma Kâğıdından Örnek Kesitler

157K: O zaman şöyle diyelim... (kâğıt üzerinde işlemlere başlamıştır) Şuradan soldan, yok sağdan ilk birim kare değil ikinciden başlıyor eşkenar üçgen. (Kübra aslında burada A noktasını tarif etmektedir.)

158A: Peki, bu söylemin doğru mu? İkinci kare dediğimizde karenin içerisi anlaşılabilir mi?

159B: Birim kare derken şu şekilde (kâğıt üzerinde bir nokta göstererek) bir noktayı kastediyor olabilir.

- 160A: Bu durumda, burada noktaları düşünmek daha mı mantıklı?
161K: Hı hı...
162B: Noktalar verip... sonuçta kare şeklinde çizim olmuş olur.
163A: Peki, kendi aranızda tartışarak devam edin bakalım. (Bir süre sessizliğin ardından düşünmeye başlamışlardır. Ardından Kübra'yı kastederek) Sen söyle ve Burak da diğer tarafta işaretlesin bakalım doğru mu oluyor? (demiş fakat Kübra'dan önce Burak konuşmaya başlamıştır)
164B: İkinci birim kareden...
165K: ... aşağıya ikinci.
166B: ... aşağıya ikinci. (Bu esnada iki öğrenci de aynı konuşmuşlardır.)
167K: Bir birim kare aşağıya gidecek... (demişlerdir ve belirledikleri noktayı işaretlemişlerdir) ... ve bir birim kare de sağa ve buradan başlarım eşkenar üçgeni çizmeye. (Kâğıt üzerinde bir nokta işaretlemişlerdir.)

Görüşme metinlerinde 158A ve 160A'daki ifadelerden, araştırmacının öğrencilerin birim kareler yerine birim karelerin köşe noktalarını kullanmaya yönlendirdiği görülmektedir. Bununla birlikte; 157K ve 159B'deki ifadeleri öğrencilerin *birim kare bilgisini kullanmaya* devam ettikleri fakat bu esnada aslında *nokta bilgisini oluşturma* çabası içerisinde oldukları anlaşılmaktadır. Kübra'nın 165K ve 167K'daki ifadeleri ile Burak'ın 164B ve 166B'deki ifadeleri de, iki öğrencinin de *nokta bilgisini oluşturdıklarını* düşündürmektedir. Metinlerde yer alan 164B, 165K, 166B ve 167K'daki ifadelerde öğrencilerin aynı noktadan hareketle nokta tarifi yapmaları, öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturdıklarını* göstermektedir. Ayrıca; bu ifadeler iki öğrencinin de *yatay eksen ve dikey eksen kavramlarını oluşturmaya* başladıklarını düşündürmektedir. Halen yön bilgisini kullanmakla birlikte, başlangıç noktasından yola çıkarak sağa ve aşağıya doğru noktaları sıralamaları bu durumun göstergesidir.

- 168B: Diğerini şuraya geliyor. Şurada bir tane boşluk bırakıp geçip şurayı... (Bu esnada Kübra çizmek için kalemi ile birlikte kâğıda eğilmiştir.)
169A: Burada, noktaları benzer şekilde tarif etmeniz yani bunun için bir yöntem geliştirmeniz gerektiğini de unutmayın. Öyle bir yöntem geliştirmeniz gerekiyor ki, burada hangi nokta olursa olsun tarif edebileyim. (Çalışma kâğıdına bakarak çok ciddi bir şekilde düşünmeye başlamıştır.)
170K: O zaman seçeceğimiz bir noktayı tarif etmeyi deneyelim. İlk önce iki birim aşağıya inerim ve...
171B: ...bir birim de sağa.
172A: Peki, kaldığınız yerden mi tarif edersiniz?
173B: Kaldığımız yerden.

174K: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.

Görüşme metinlerinde Burak'ın 168B, 171B ve 173B'deki ifadeleri ile Kübra'nın 170K ve 174K'daki ifadelerinden, bu iki öğrencinin başlangıç noktası bilgisini oluşturmakla birlikte henüz kullanamadıkları görülmektedir. Dolayısıyla da, bu öğrencilerin nokta tarifi için bir yöntem geliştiremedikleri anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, 170K ve 171B'deki ifadeleri öğrencilerin *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduklarını* düşündürmektedir. Yine bu ifadelerden, öğrencilerin *nokta bilgisini tanıdıkları* ve bu etkinliğin çözümü için bu bilgiyi *kullandıkları* anlaşılmıştır. Bu sırada, araştırmacı öğrencilerin koordinat sistemi kavramını oluşturmalarını sağlama ümidiyle harekete geçmiştir.

175A: Peki, ama kaldığınız noktadan devam ettiğiniz zaman sadece o üçgen için hareket etmiş oluyorsunuz, yani o üçgen için çizimi yapmış olursunuz. Yani, bir yöntem gelişmiş olmuyor.

176K: Hı hı... (diyerek başını sallamakta ve araştırmacıyı onaylamaktadır.)
(Bu esnada Burak ise hareketlenmiş düşünmektedir.)

177A: Bunun önüne nasıl geçebilirsiniz?

178B: Buna uygun başka bir yöntem geliştirerek... ama o zaman nasıl olacak?
(Kübra bu esnada elini çenesine koymuş düşünmektedir. İki öğrenci de bir süre düşünmeye devam etmişlerdir.)

179A: Herkesin herhangi bir üçgene uygulayabileceği bir yöntem olmalı.
(Bu sırada Burak ile Kübra halen düşünmeye devam etmektedirler. Uzun bir süre daha düşünmüş ve ardından öğrencileri harekete geçirmek amacıyla yeniden konuşmuştur.)

180A: Gidiş yolunuz doğru aslında, ama yaptıklarınızda genel bir yöntem olmasını engelleyen bir eksiklik var. Yöntemi bu üçgenden bağımsız hale getirmelisiniz. Yani, seçilen başka üçgenler için de benzer işlemler yapılabilmesi. Bunu nasıl sağlarsınız?
(Burak elini çenesine götürmüş düşünmekte ve bu esnada Kübra da kâğıda bakmaktadır.)

181K: O zaman nereden başlayalım?

182B: O zaman burada bir başlangıç noktası belirlemiştik, oradan gösteririz.
(Kübra da başı ile onaylamıştır.)

183A: Hımm... güzel. O zaman biraz önceki üçgeni tekrar tarif edin bakalım.

184B: Başlangıç noktasından yine üçgeni gösterebilecek şekilde gittiğimizde...
(düşünmektedirler)

185A: Nasıl tarif ederiz? Birinci noktayı tarif edin mesela...

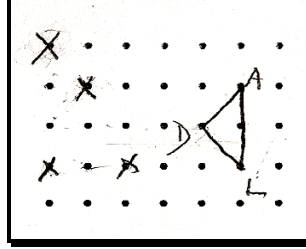
(İki öğrenci de hareketlenmiştir. Bu arada, Burak birşey diyecek gibi olmuş fakat ardından düşünmeye devam etmişlerdir. Bu esnada Kübra bir nokta göstererek konuşmaya başlamıştır.)

- 186K: Buna çarpı koyarım... (demiş fakat yüz ifadesinden kendisinin de söylediğine pek inanmadığı anlaşılmıştır)
- 187A: Nasıl belirlemiştik biraz önce noktayı? Düşünün.
- 188B: Bir birim aşağı ve bir birim sağa.
- 189A: Çalışma kâğıdında aşağıdaki boşluğa A noktasının tarifini yazın bakalım. (Kübra yazmaya başlamış ve Kübra yazarken Burak da ne yazacağını açıklamıştır.)
- 190B: Başlangıç noktasından bir birim aşağı ve bir birim sağa. (Kübra açıklamayı yazınca durmak istememiş ve B noktasını yazmaya başlamıştır. Yazarken de bir taraftan yazdığını açıklamıştır.)
- 191K: İki birim aşağı...
- 192B: Başlangıç noktasından üç birim aşağı... (demiş ve iki öğrenci birlikte B noktasını yazmışlardır)
- 193K: C noktası da...
- 194B: Başlangıç noktasından...
- 195K: Başlangıç noktasından üç birim aşağıya ve iki birim sağa...

Burak'ın 182B'deki ifadesinden *başlangıç noktası kavramını* kullanmayı düşündüğü ve 184B, 188B, 190B ve 192B'deki ifadelerinden de bu kavramı *kullandığı*; 188B ve 190B'deki ifadelerinden de *nokta bilgisini kullandığı* anlaşılmaktadır. Yine 188B, 190B ve 192B'deki ifadelerinden, Burak'ın yaptıkları nokta tariflerinde *yatay ve dikey eksen kavramlarından* yararlandığı yani bu esnada bu kavramları *kullandığı* düşünülmektedir. Bununla birlikte; 191K ve 195K'daki ifadeleri Kübra'nın *başlangıç noktası kavramını*, *nokta bilgisini* ile *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıyıp kullandığını* düşündürmektedir. Bu esnada araştırmacı öğrencilerin yatay eksen ve dikey eksen kavramlarına ilişkin matematiksel gösterimleri gerçekleştirebilmeleri konusunda yardımcı olmak amacıyla, öğrencilerden yeni bir üçgen belirlemelerini ve bu üçgeni tarif etmelerini istemiştir.

- 196A: Peki, şimdi de başka bir üçgen çizelim ve noktaları tarif edelim. Burak çizsin bu kez...
- 197B: Şuradaki boşluğa bir tane çizelim (Ardından tarif etmeye başlamıştır.) Başlangıç noktasından beş birim sağa ve bir birim de aşağı. (Bu arada Burak'ın söylediklerini Kübra çalışma kâğıdına yazmaktadır.)

Aşağıdaki şekilde, Burak tarafından çizilen ikinci üçgen şeklindeki define görülmektedir.



Şekil 3.10. Define Bulma Etkinliğindeki İkinci Çalışma Kâğıdından Kesit

198K: D noktası... (derken sessizce D ve L noktalarının tarifini kâğıda yazmıştır)

199B: Başlangıç noktasından iki birim aşağıya ve üç birim...

(Bu esnada Kübra çalışma kâğıdına Burağın söylediklerini yazmaktadır ve üç birimi duyunca kâğıt üzerinde takip edip düşünmeye başlamışlardır. Birlikte tekrar kontrol etmiş ve dört birim olduğu sonucuna varmışlardır.)

200K: Dört birim sağa... (Çalışma kâğıdına yazmıştır.)

Bu görüşme, öğrencilerin yukarıda görülen şekildeki diğer noktaları da doğru bir şekilde tarif etmeleri ile tamamlanmıştır. Aşağıdaki şekilde de, Kübra ve Burak tarafından ikinci üçgenin köşe noktaları için yapılan tarifler görülmektedir.

A noktası = 5 birim sağa 1 birim aşağı.
D noktası = Başlangıç noktasından 2 birim aşağı,
4 birim sağa.
L noktası = Başlangıç noktasından 3 birim aşağı,
5 birim sağa.

Şekil 3.11. Kübra'nın Yaptığı Nokta Tariflerinden Örnekler

Burada yer alan görüşme metinleri (197B, 199B ve 200K) iki öğrencinin de *nokta bilgisi, başlangıç noktası bilgisi* ile yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıyıp kullandıklarını kanıtlar niteliktedir. Bununla birlikte, bu görüşme metinlerinden öğrencilerin yatay ve dikey eksen kavramlarının matematiksel gösterimi yapmadıkları / yapamadıkları anlaşılmıştır. Araştırmacı bu amaçla Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin

uygulamasının tamamlanmasının ardından öğrencilere yeni sorular yönelmiştir. Bu amaçla da, araştırmacı tarafından öğrencilerden oluşturabilecekleri genel bir yöntem üzerinde düşünmeleri sağlanmış fakat araştırmacının bu çabası bir sonuca ulaşmamıştır.

Sonuç olarak; iki öğrencinin de kroki, yön ve birim kare bilgisini tanıyıp kullandıkları, nokta bilgisini oluşturdukları ve tanıyıp kullandıkları, başlangıç noktası, yatay eksen ve dikey eksen kavramlarını oluşturdukları anlaşılmıştır. Burak'ın başlangıç noktası bilgisinin oluşturmasının ardından, bu bilgiyi kullandığı görülmüştür. Bunun sonucunda; iki öğrencinin de matematiksel gösterimlerini yapmamakla birlikte *koordinat sistemi kavramını oluşturdukları* düşünülmektedir. Yine de; özellikle de bu iki öğrencinin yatay ve dikey eksen kavramlarının matematiksel gösterimini gerçekleştirememiş olmalarından dolayı, Koordinat Sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıklarının daha net bir biçimde ortaya koyulabilmesi için yapılacak olan yeni çalışmalara da ihtiyaç vardır.

1.4. Selin ve Hale'nin Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

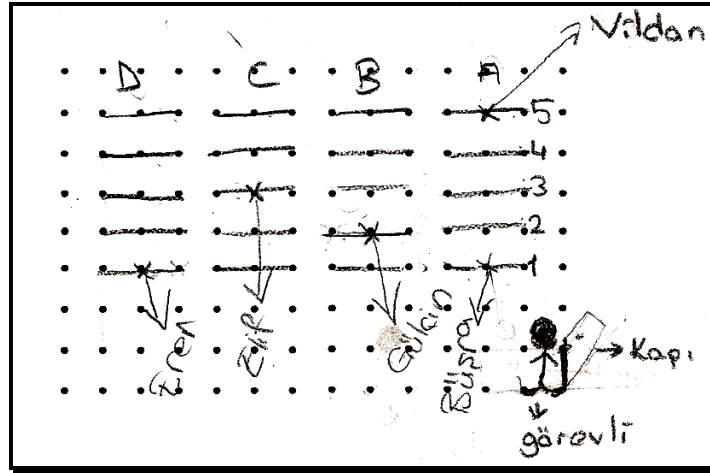
Araştırma kapsamında gerçekleştirilen dördüncü uygulama, yapılan incelemeler sonucunda matematik başarı düzeyinin yüksek olduğu anlaşılan Selin ve başarı düzeyinin düşük olduğu anlaşılan Hale isimli öğrencilerle gerçekleştirilmiştir.

Yapılan gözlem ve görüşmelerin ardından iyi arkadaş oldukları anlaşılan bu öğrencilerden Selin uygulanan tutum testi ve uygulanan öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğinden sırasıyla 4,68 ve 5,68 puan alırken, Hale sırasıyla 3,50 ve 5,23 puan almıştır. Selin ve Hale, araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 13 dakika 22 saniye ve ikincisine ise 6 dakika 35 saniye zaman harcamışlardır. Yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinliklerin uygulanması esnasında, bu öğrenci grubunun Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma, kullanma ve oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (S: Selin, H: Hale, A: Araştırmacı).

1.4.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Yüksek başarılı öğrenci olan Selin ve düşük başarılı öğrenci olan Hale ile gerçekleştirilen uygulamada, araştırmacı tarafından öğrencilerin kendilerine verilen çalışma kâğıdında yer alan etkinlik metnini okumaları istenmiştir. Bu esnada, Hale etkinliği okumuş ve Selin ise arkadaşını dinlemiştir.

Öğrencilerin sınıfın bir şeklini çizmeye karar vermelerinin ardından, Selin eline kalem almış ve şekli çizmeye başlamıştır. Bu aşamada; öncelikle öğrenciler kendi aralarında tartışarak sıraları ve kapıyı nasıl çizeceklerine karar vermişlerdir. Bu esnada da, noktalı şeklin farklı bir çizim için yeterli olmayacağı düşüncesiyle sıraları da kapıyı da çizgilerle yani kendi ifadeleri ile çubuklarla göstermeyi düşünmüşlerdir. Ardından, araştırmacı öğrencilerden sınıflarında kitap dağıtılacak beş öğrencinin yerini belirlemelerini ve bu öğrencilerin farklı yerlerde oturan öğrenciler olmalarına da dikkat etmelerini istemiştir. Bu iki öğrenci birlikte ve yine aralarında tartışarak sınıfta kitap dağıtılacak olan öğrencilerin yerlerini belirlemiş, isimlerini de şekil üzerinde belirtmişlerdir. Bununla birlikte, uygulamaya katılan bu öğrencilerin kitap dağıtılacak olan öğrencilerin yerlerini değil de sadece oturdukları sıraları işaretledikleri görülmüştür. Bu esnada, araştırmacı öğrencileri bu konuda uyarı yapmış fakat bu uyarısı öğrencilerin bu konudaki düşüncelerini değiştirmelerini sağlayamamıştır. Aşağıda, bu iki öğrencinin birlikte çizdikleri şekil görülmektedir.



Şekil 3.12. Hale İle Selin'in Dağıtılan Kitaplar Etkinliği için Çizdikleri Şekil

Sınıftaki sıralara yaptıkları işaretlemelerin ve işaretlemeleri için öğrenci isimleri yazmalarının ardından, öğrenciler kitap dağıtılacağını düşündükleri bu öğrencilerin oturdukları sıraları tarif etmeye başlamış ve bir taraftan da yaptıkları bu tarifleri çalışma kâğıdında yer alan noktalı kâğıdın alt bölümüne yazmışlardır. Öğrenci tarifinde ilk olarak konuşmaya başlayan öğrenci yüksek başarılı öğrenci olan Selin'dir. Başlangıçta, iki öğrenci de çalışma kâğıdına bir süre dikkatlice bakmıştır. Ardından, Selin sıra tarifi yapmaya başlamıştır ve bu esnada Hale ise arkadaşını izlemektedir.

- 174K: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.
- 117S: Şimdi bu görevli arkadaşımız kapıdan 1, 2, 3, 4, 5... (şeklinde kalemle de göstererek saymıştır. Sonra çok kısa bir süre düşünmenin ardından çalışma kâğıdından uzaklaşarak ve düzeltme yapmak amacıyla araştırmacıya dönerek sormuştur.) Görevlinin yerini tanıtalım mı?
- 118A: Olur nasıl isterseniz. Tanıtın bakalım... (Araştırmacı bu aşamada müdahale etmemeye karar vermiştir.
(Bunun üzerine öğrenciler çalışma kâğıdının alt bölümünü bir miktar silmiş ve görevli arkadaşlarının bulunduğu yeri yazmışlardır. Bu aşamada, yaptıkları tarifleri genellikle Selin'in çalışma kâğıdına yazdığı görülmüştür.)
- 119H: Şimdi, görevli 1, 2, 3, ..., 10... (diye çalışma kâğıdına bakarak ve kapıdan başlayarak saymıştır. Ardından da, başını arkadaşının omzuna koyup bir müddet düşünmüştür.)
- 120S: Kapıdan mı başlasak?
- 121H: Hı hı... Görevli... (derken dikkatlice çalışma kâğıdına bakmıştır. Tam bu esnada da Selin konuşmaya başlamıştır.)
- 122S: Kapının... (derken kalemle sağa doğru devam eden noktalara bakarak düşündüğü görülmüştür) Kapı tarafından... (derken bir taraftan da söylediğini çalışma kâğıdına yazmıştır)
(Bu esnada Hale de kalemle çalışma kâğıdına eğilmiş ve tersine sola doğru saymaya çalışmaktadır. Yani, bu esnada iki öğrenci de ellerinde kalemlerle çalışma kâğıdına eğilmişlerdir.)
- 123H: Beşinci sıra...
- 124S: ...beşinci sıradaki öğrenci... (derken yine çalışma kâğıdına not almıştır)
(Hale ise, arkasına yaslanmış kalemle düzeltmektedir.)

Hale'nin 119H ve 121H'deki ifadeleri ile Selin'in 120S ve 122S'deki ifadelerinden, görevli arkadaşlarının kapıya gelecek olması nedeniyle öğrenci tariflerine kapıdan başlamayı düşündükleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturmaya* başladıklarını gösterir niteliktedir. Bununla birlikte, 123H ve

124S'deki ifadelerden öğrencilerin yer tarifinde yalnızca yatay eksen bilgisinden yararlandığı fakat henüz yatay ve dikey eksenleri aynı anda düşünerek tarif yapamadıklarını yani bu bilgileri oluşturmadıklarını göstermektedir. Bu nedenle, araştırmacı bu esnada öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeleri için müdahale yapma ihtiyacı duymuştur.

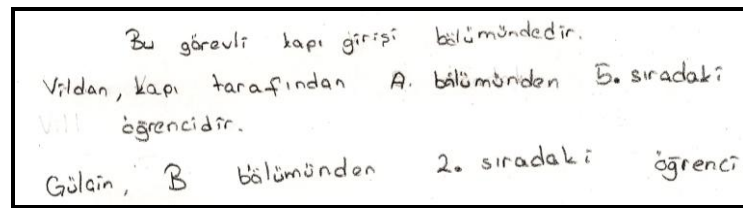
- 125A: Beşinci sıra deyince... (dikeydeki sıraları göstererek) ...ben buradan beşinci sıraya gidemez miyim? (yatayı göstererek) niçin buradan gideyim?
(Bu esnada Selin ise çalışma kâğıdına bakarak çok ciddi bir şekilde düşünmektedir ve ardından konuşmaya başlamıştır.)
- 126S: Sağ taraftan beşinci sıradaki desek?
- 127H: Bence kapı tarafından... (elini ağzına götürüp bir an için düşünmüştür)
- 128S: Sağ taraftan yola çıkarak tarif etmeliyiz bence...
- 129H: Burası da sağ olabilir mesela deyip, başka bir yeri göstermiştir. (bir müddet düşünmüş ve ardından yeniden konuşmaya başlamıştır) Kapı tarafından başlayarak... (yatayı göstererek konuşmuştur) Bunları A, B, C diye söylesek?
(Selin Hale'nin söylediklerini dinlemeden konuşmaya başlamıştır.)
- 130S: Tamam o zaman... A, B, C diyelim... (derken araştırmacıya bakmış ve onaylatmak istemiştir)
- 131A: Hı hı...
(Ardından Hale hemen çalışma kâğıdına yönelmiş ve dediği harfleri yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi yazmaya başlamıştır. Bu esnada Selin arkadaşını izlemektedir.)
- 132H: Kapı tarafından... (demiş ve bir an için düşünmüştür)
(Bu esnada, Selin hemen lafa karışmış ve konuşmaya başlamıştır.)
- 133S: A bölümü diyelim. (demiş ve söylediğini yine yazmaya başlamıştır)
- 134H: A bölümü beşinci sıra... (demiş ve çalışma kâğıdına eğilmiş durumda arkadaşının çiziminin bitmesini beklemiştir.) ...sıradaki öğrencinin...
(Ardından hemen Hale yeni öğrenci yeri tarifine başlamıştır ki, araştırmacı dikey eksenini oluşturmaları amacıyla sormuştur.)
- 135A: Peki, şekil üzerinde aynı zamanda bu beşinci sırayı da gösterebilir miyiz mesela?
- 136H: 1, 2, 3 diye yazalım. (demiş ve hemen yazmaya başlamıştır)
(Bu esnada Hale çalışma kâğıdına eğilmiş arkadaşını izlemekte ve bu esnada arkadaşının yazdıklarını kontrol edip onaylamaktadır.)
- 137S: 1, 2, 3, 4, 5, ...
(Ardından Selin diğer dikeydeki sıralara da aynı rakamları yazmak istemiş fakat Hale buna karşı çıkmıştır.)
- 138H: Onlara yazmana gerek yok ki... (demiş ve eliyle de dikeyleri işaret ederek açıklamaya başlamıştır) Bir sıra 5 sıra ve bir sıra yine 5 sıra...
(diye açıklamış ve ardından heyecanlanmış kalemi ağzına götürmüştür)
- 139S: Beş yani...(Bunun üzerine, Selin hemen yazdıklarını silip değiştirmiştir.)

- 140H: Hepsi beşer beşer... (çalışma kâğıdına eğilmiş ve ardından duramayıp yine yeni öğrenci yeri tarifini yapmaya başlamıştır) Kapı tarafının...
141S: Kapı tarafının değil bu sefer...
(İki öğrenci de çalışma kâğıdına kalemleriyle eğilmiş düşünmekte ve açıklamaktadırlar.)

Görüşme metinlerinde Selin'in 126S ve 128S'deki ifadeleri yön bilgisini, Hale'nin 127H, 129H, 132H ve 140H'deki ifadeleri ise kapı tarafını kullanarak fakat tek eksen üzerinden noktanın yerini tarif etmeye çabaladığını göstermektedir. Burada Hale'nin 129H'deki ile Selin'in 130S ve 133S'deki ifadesi öğrencilerin *yatay eksen kavramını*, Selin'in 137S ve 139S'deki ve Hale'nin 134H ve 136H'deki ifadeleri de öğrencilerin *dikey eksen kavramını oluşturduklarını* göstermektedir. 134H'deki ifadesi ise Hale'nin yatay eksen yanında dikey eksen de kullanarak öğrenci yeri tarifi yapmaya yani *nokta bilgisini oluşturmaya* başladığını göstermektedir. Burada, öğrencilerin yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi yatay ve dikey eksen için harfler ve değerler atarken başlangıç noktası olarak kabul ettikleri kapıdan başlayarak atamalar yaptıkları görülmüştür ki, bu durum da öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturduklarını* gösterir niteliktedir.

- 142H: B...
143S: B bölümünden iki...
144H: Kapı tarafındaki B bölümünden... (Bu tarif ettikleri Gülçin'in oturduğu sıradır.)
145S: Hayır kapı tarafı değil bu sefer... (diyerek arkadaşına bu konuda ısrar etmektedir. Hale de bunu kabullenmiş ve kapı tarafı demeden öğrenci yeri tarifine devam etmiştir. Bu esnada elini çalışma kâğıdından çekmiş ve başına koymuştur. Ardından, ikisi de aynı anda konuşmaya başlamışlardır.)
146S-H: İkinci sıradaki öğrencidir.
(Ardından Büşra'nın yerini tarif etmeye başlamışlardır.)

Öğrencilerin yaptıkları tariflerle ilgili olarak çalışma kâğıdına yazdıkları notlar aşağıdaki şekilde görülmektedir.

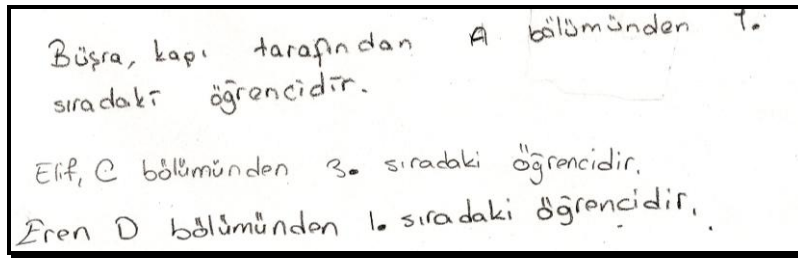


Bu görevli kapı girişi bölümündedir.
Vildan, kapı tarafından A. bölümünden B. sıradaki öğrencidir.
Gülain, B bölümünden 2. sıradaki öğrenci

Şekil 3.13. Hale ve Selin'in Bu Etkinlikteki Öğrenci Yeri Tarifleri I

- 147H: Kapı tarafından...(demiş ve kalemiyle tarif yapmak için şekle bakmaktadır)
- 148S: ...birinci sıradaki... (derken bir taraftan da çalışma kâğıdına yazmaktadır.)
- 149H: A bölümündeki birinci sıradaki öğrenci... (demiş ve tarifi bitirmiş olmanın verdiği rahatlıkla, kendinden emin bir şekilde arkasına yaslanmıştır)
- 150S:birinci sıradaki öğrenci (diyerek o da kendinden emin bir şekilde ifadeyi çalışma kâğıdına yazmıştır) Sonra Eren...
(Ardından çalışma kâğıdını Hale almış ve son öğrencinin yerini yazmak üzere çalışma kâğıdına eğilmiştir.)
- 151H: Önce Elif'in yerini tarif edelim...
- 152S: Sırayla mı gitmeliyiz? (diye araştırmacıya sorma ihtiyacı duymuştur)
- 153A: Hayır...
(Bu esnada iki öğrenci de dikkatli bir şekilde araştırmacıya bakmaktadır ve araştırmacının bu söyleminin ardından hemen hızlıca çalışmaya geri dönmüşlerdir.)
- 154S: Elif diyelim... Elif, C bölümünden 3. sırada oturan öğrencidir.
(Bu esnada Hale çalışma kâğıdına tarifi yazmış ve Selin ise bu esnada yine tarifi yapmış olmanın verdiği rahatlıkla kalemini bırakarak arkasına yaslanmıştır. Ardından da, ikisi birlikte Eren'in oturduğu yeri tarif etmişlerdir.)

Öğrenciler yaptıkları bu tariflerin ardından Öğrencilerin yaptıkları tariflerle ilgili olarak çalışma kâğıdına yazdıkları notlar aşağıdaki şekilde görülmektedir.



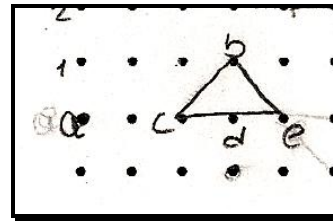
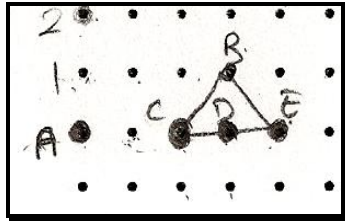
Şekil 3.14. Hale ve Selin'in Bu Etkinlikteki Öğrenci Yeri Tarifleri II

Hale'nin 144H, 146H, 147H ve 149H'deki ifadeleri ile Selin'in 143S, 146S, 150S ve 154S'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de kapı tarafından yola çıkarak öğrenci yeri tarifleri yaptığı ve dolayısıyla da *başlangıç noktası bilgisini kullanmaya* başladığı, *yatay* ve *dikey eksene* atanan değerlerden yararlanılarak öğrenci yeri / nokta tarifleri yaptığı yani *nokta bilgisini oluşturduğu* (144H, 146H ile 143S, 146S ve 150S) ve *kullanmaya* (147H, 149H ve 154S) başladığı anlaşılmıştır. Burada, öğrencilerin nokta tarifinde iki eksen aynı anda kullanmaları bu *yatay* ve *dikey eksene* ait bilgileri

oluşturduklarını göstermektedir. Öğrencilerin son öğrenci yeri tarifi olan Eren'in yerini tarif etmeye başlamaları da, koordinat sistemi kavramını oluşturmaları için gerekli olan nokta ve başlangıç bilgisi ile yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduklarını gösterir niteliktedir.

1.4.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

İkinci etkinliğe ait çalışma kâğıtları araştırmacı tarafından öğrencilere verilmiş ve öğrencilerden bu metni okumaları istenmiştir. Selin etkinliği okurken, Hale de çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşını dinlemiştir. Etkinlik üzerinde araştırmacı ile birlikte yapılan tartışmanın ardından, etkinliğin uygulamasına geçilmiştir. Bu aşamada, Selin arkadaşına göstermeden çalışma kâğıdına bir define çizmiş ve arkadaşına tarif etmektedir. Hale ise, kendisine verilen çalışma kâğıdına eğilmiş ve Selin'in tarif ettiği defineyi bulmaya çalışmaktadır. Aşağıdaki birinci şekilde Selin'in bu esnada tarif etmek üzere çizdiği define, ikinci şekilde ise Hale'nin arkadaşının tarifi sonucunda oluşturduğu define şekli görülmektedir.



Selin tarafından tarif edilen ada çizimi Hale tarafından oluşturulan ada çizimi

Şekil 3.15. Selin ve Hale'nin Çalışma Kâğıtlarından Örnek Kesit I

163S: A noktasının...

164H: Hangisi A noktası?

165S: Dur ya söylüyorum işte... A noktası sol bölümden...

166H: Tamam.

167S: ...dördüncü sıradaki...

168H: Tamam ama...

(Arkadaşının çalışma kâğıdına da bakmaktadır ve hemen düzeltmiştir.)

169S: ...aşağı doğru...

170H: Hımm... Tamam anladım.

171S: Hı hı... Tam orada...

172H: Evet, buldum.

- 173S: A noktasından sağa doğru iki nokta ilerlersek... (derken bir taraftan da arkadaşının ne yaptığını kontrol etmektedir) ...C noktasını bulabiliriz.
- 174H: İşte burası...(demiş ve Selin de eğilip arkadaşının doğru yapıp yapmadığını kontrol etmiştir. Ardından ikinci noktayı tarif etmeye başlamıştır.)
- 175S: A noktasından üç nokta ilerlersek... (derken arkadaşının kâğıdına bakmakta ve bir şey yapamadığını görmektedir. Bunun üzerine söylemini tekrarlamıştır.) Evet, sağa doğru A noktasından üç nokta ilerlersek D noktasını bulabiliriz.
- 176H: A noktasından başlıyoruz değil mi?...
(Arkadaşının çizimini kontrol etmiş ve doğru yaptığından emin olunca diğer bir noktayı tarife başlamıştır.)
- 177S: A noktasından beş birim sağa gidersek E noktasını bulabiliriz.
- 178H: Tamam anladım... (derken çalışma kâğıdında arkadaşının tarif ettiği noktayı göstermiştir.)
(Bu esnada Selin de üçgenin son noktasını tarif etmek istemiştir.)
- 179S: D noktasından bir nokta yukarıya gidersek üçgenin B noktasını bulabiliriz.

Selin'in 163S'deki ifadesinden bir *başlangıç noktası* belirlediği yani bu bilgiyi *kullandığı*, 173S, 175S ve 177S'deki ifadelerinden ise bu noktadan yalnızca bu nokta ile aynı yatayda bulunan üçgen köşelerini / noktalarını tarif etmede yararlandığı anlaşılmaktadır. Selin'in 179S'deki ifadesinden de, öğrencinin A noktası ile aynı yatayda olmayan B noktasını tarif ederken A noktasını kullanmadığı ve bunun yerine B noktasını en kolay tarif edebileceği şekli seçmiş olduğu görülmektedir. Bu durum, öğrencinin sıkıldığını ya da yorulduğunu ve bu nedenle de en kısa şekilde nokta tarifi yapmaya çabaladığını gösterebilir. Bununla birlikte, buradaki metinler Selin'in halen yalnızca yatay ya da yalnızca dikey eksen kavramlarını kullanarak nokta tarifi yapmaya çabaladığını ve bu esnada da yön bilgisini kullanmaya devam ettiğini düşündürülebilir. Bu esnada, 174H, 178H'deki ifadelerinden Hale'nin arkadaşının tarif ettiği noktaları A noktasından yararlanarak bulması da, bu öğrencinin *başlangıç noktası bilgisini kullandığı* anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, buradaki görüşme metinlerinden öğrencilerin koordinat sistemi kavramı için gerekli diğer bilgileri kullanıp kullanmadığı anlaşılabilir. Bu aşamada; araştırmacı öğrencilerin bu kavramları / bilgileri tanıyıp tanımadıklarını ya da kullanıp kullanmadıklarını anlayabilmek amacıyla, öğrencileri yönlendirme ihtiyacı duymuştur.

180A: Şimdi bu etkinlikte yöntem geliştirmeniz isteniyor. Buna göre, bir nokta tarifini nasıl yaparsanız diğerlerini de aynı şeyleri farklı üçgenlere de uygulayabilmeniz gerekmez mi?...

181S: Tamam o zaman A noktasından tarif yapalım. A noktasından bir nokta yukarıya sonra da sağa doğru 3 nokta ilerlersek B noktasını bulmuş oluruz. (Arkadaşının çizimine bakmış ve yaptığı çizimi kontrol etmiştir. Bunun sonucunda, arkadaşının yaptığı çizimin doğru olduğunu anlamıştır.)

Burada yer alan 181S'deki ifadede Selin'in B noktası A noktasından başlayarak doğru bir şekilde tarif etmiş olması, Selin'in sıkıldığı ya da yorulduğu için B noktasının tarifini A noktasından başlayarak yapmadığını kanıtlar niteliktedir. Bununla birlikte; Selin'in bu söyleminin ardından Hale'nin B noktasını doğru belirlemiş olması, iki öğrencinin de A noktasını *başlangıç noktası* olarak kullanabildiğini / *kullandığını* ve bunun yanında bir önceki etkinlikte oluşturdukları *nokta bilgisini kullandıklarını* göstermektedir. B noktasını tarif ederken Selin'in ve Hale'nin yatay ve dikey eksenini de birlikte kullanarak ve belirledikleri başlangıç noktasından hareket ederek nokta tarifini yapmış olmaları, bu öğrencilerin koordinat sistemi kavramının oluşturulabilmesi için gerekli olan kavramları da tanıyıp kullandıklarını düşündürmektedir. Fakat burada öğrencilerin yatay ve dikey için bir önceki etkinliğine benzer şekilde rakamlar ve harfler kullanmamış olmaları da, bu konuda bir tereddüt uyandırmaktadır. Bunun ardından, araştırmacı tarafından bu iki öğrencinin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıklarının anlaşılması amacıyla öğrencilere şekil üzerinde bazı sorular yöneltilmiş ve bazı yönlendirmeler yapılmış fakat bir sonuca ulaşamamıştır. Yönlendirmelerle öğrencilerin bir eksene rakamları yazmaları sağlanmış ve öğrencilerin diğer eksene bir şeyler yazmayla ilgili ihtiyacı fark etmeleri sağlanmış fakat diğer eksenini matematiksel olarak kullanmaları sağlanamamıştır.

Sonuç olarak; öğrencilerin *başlangıç noktası* ile *nokta bilgisini oluşturdukları* ve *tanıyıp kullandıkları*, *yatay* ve *dikey eksen kavramlarını oluşturdukları* görülmüş fakat bu eksen kavramlarını tanıyıp tanımadıkları ve kullanıp kullanamadıkları net bir biçimde ortaya koyulamamıştır. Bu nedenle de, bu gruptaki öğrencilerin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıkları net bir biçimde açıklanamamıştır ve bu oluşturmanın yeni etkinliklerle desteklenmesi gereklidir.

1.5. Merve ve Zeynep'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Bir sonraki uygulama, yapılan incelemeler sonucunda orta düzeyde matematik başarısına sahip olduğu anlaşılan Merve ve düşük düzeyde başarıya sahip olduğu anlaşılan Zeynep isimli öğrencilerin oluşturduğu iki kişilik öğrenci grubunda gerçekleştirilmiştir.

Matematik başarılı orta düzeyde olan Merve'nin uygulanan matematiğe yönelik tutum testi ve öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğinden sırasıyla 3,51 ve 5,36 puan alırken, matematik başarısı düşük olan Zeynep isimli öğrencinin ise sırasıyla 3,84 ve 5,27 puan almıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerden ve öğrenci tanıma formu bilgilerinden birbirleri ile iyi anlaştıkları görülen bu düşük başarılı iki öğrencinin oluşturduğu öğrenci grubu, araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 12 dakika 32 saniye ve ikincisine ise 8 dakika 24 saniye zaman harcamışlardır. Yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinliklerin uygulanması esnasında, bu öğrenci grubunun Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma*, *kullanma* ve *oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (M: Merve, Z: Zeynep, A: Araştırmacı).

1.5.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

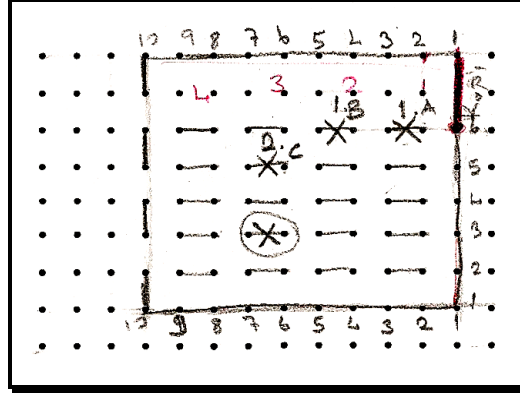
Araştırmacı tarafından, öğrencilere bu etkinliğe ilişkin çalışma kâğıtları verilmiş ve öğrencilerden etkinliği okumaları ve aralarında tartışmaları istenmiştir. Orta düzeyde başarılı olduğu anlaşılan Merve etkinliği yüksek sesle okumuş, düşük başarılı olduğu bilinen Zeynep ise dikkatlice arkadaşını dinlemiştir. Bir müddet etkinliğin nasıl olabileceği ve etkinliğe ilişkin şeklin nasıl çizileceği hakkında tartışmışlardır.

100M: (Araştırmacıya dönerek) Resim yapsak olur mu?

101A: Hı hı... Deneyin. Sizden bir yöntem geliştirmeniz isteniyor ve nasıl yapacağınıza siz karar vereceksiniz. İsterseniz resim de yapabilirsiniz. (Zeynep elini yanağına koymuş izlemektedir. Merve ise kalem tuttuğu elini bir an için saçına götürmüş ve düşünmeye başlamıştır.) İsterseniz hayal edin. Düşünün ki, ben görevliyim ve sınıfınıza elimde kitaplarla geldim. Nereye kitap bırakacağım? (Öğrenciler bir an için düşünür ve çizime başlarlar.)

- 102M: Sıraları çizebiliriz... (demiş ve eline kalemını alıp çizmeye başlamıştır)
Önce kapıyı çizelim... (çizimini tamamlamıştır) Şimdi bu kapı olsun.
- 103A: Yanına kapı diye yazalım istersen. (Merve yazarken araştırmacı tekrar konuşmuştur) Peki ya sıralar nerede?
- 104M: Bizim sınıfımıza göre mi yapacağız?
- 105A: Evet... (derken Merve çizime başlamış ve Zeynep de izlemektedir.)
- 106Z: Buradaki boşluklar ne? Üstelik kapı ile çizimlerin birleşmesi de doğru değil bence... (Merve hemen siler, boşlukları da kaldırır ve ardından sıra çizimlerini tamamlamaya çalışır. Bu esnada dikeyde beşer sıra çizim yapmıştır.) Beş tane...
- 107M: Ortada sırada altı tane var. Ortadaki sıra biraz daha önde.
- 108Z: Tamam öyle yapalım o zaman. (Merve çizimi tamamlarken Zeynep elini başına koymuş izlemektedir.)
- 109M: Şimdi de sınıfın duvarlarını çizelim.
- 110Z: Bence öğretmen masasını yapmadan önce oradaki duvarları çizelim.
- 111M: Öğretmen masasına ihtiyacımız yok bence... (Merve öğretmen masasının bulunduğu duvarı çizmiş, fakat Zeynep buna itiraz etmiştir.)
- 112Z: Buradan çizersek boşta kalan noktalar ayakta kalan öğrenciler olarak düşünülebilir bu noktalar. Buradan çizersek ise böyle olmaz. (demiş ve Merve duvar çizimlerini tamamlamıştır.)
- 113M: Böyle...
- 114Z: Bu duvarda camlar nerede? Camları da çizmeliyiz bence.
(Merve çizimi yaparken Zeynep elini başına koymuş izlemektedir. Çizim bittikten sonra da yine konuşmaya başlamışlardır.)
- 115M: Şimdi...
- 116A: Şimdi tarif edin bakalım arkadaşlarınız yerlerini... (bu esnada öğrenciler hareketlenip ne yapacaklarını düşünmeye başlamışlardır) Ben kapıda bekliyorum varsayın ve arkadaşlarınızın yerlerini tarif edin. Kimlere kitap verileceğini belirleyin bakalım.
- 117Z: Sıralara çarpı koyalım.
(Merve ile birlikte hangi öğrencilerin oturduğu sıralara çarpı konulacağına karar vermiş ve çizimi yapmışlardır. Bu esnada öğrencilerin isimlerini kullanmadıkları ve sıralarda ikişer kişi oturduğunu düşünmedikleri ve sadece sıraları kullanarak uygulamayı devam ettikleri görülmüştür.)

Görüşme metinlerinden, öğrencilerin ne yaptıklarını bilmemekle ve dolayısıyla da ifade edememekle birlikte sınıfın bir krokisini çizdikleri görülmüştür. Bunun sonucunda, öğrencilerin kroki bilgisini tanımadıkları ve tesadüfen kullandıkları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, uygulamanın gerçekleştirilebilmesi için gerekli olan çizimi de yapabildikleri aşikârdır. Aşağıda, Zeynep ve Merve'nin birlikte çizdikleri şekil görülmektedir.



Şekil 3.16. Zeynep ve Merve'nin Birinci Etkinlik için Çizdikleri Şekil

118A: Evet, şimdi tarif edin bakalım...

(Zeynep araştırmacıya bakmış ve gülmüş, arkasından da bir müddet sessiz kalmıştır. Merve'de kısa bir süre sessiz kalmasının ardından konuşmaya başlamıştır.)

119M: İlk önce kapıdan içeri ve sonra bir sıra sola döneceğiz. (derken emin olmak için araştırmacıya bakmıştır)

120A: Devam edin bakalım, nasıl diyorsunuz...

(Merve yeniden çalışma kâğıdına yönelmiş ve elini çenesine götürdüktan sonra konuşmaya başlamıştır.)

121M: Kapının bir çizgi sıra uzaklığında, (1-2 saniye sessizlik olmuştur) bir sıra uzaklığının arkasında...

(Öğrencilerin burada bir sonuca varamayacaklarını anlayan araştırmacı müdahale yapma gereği duymuştur.)

122A: Uzaklığı boş verip, sıralara göre tarif etseniz...

(Bu esnada Zeynep hiç yorum yapamamakta ve eli ağzında izlemekle yetinmektedir.)

123Z: En öndeki sıraya... (hareketlenmiş ve araştırmacıya bakmıştır)

(Bu esnada Merve kalem elinde çalışma kâğıdına bakıp düşünmektedir.)

124A: Evet nasıl tarif ediyoruz?

125Z: Birinci sıra, ikinci sıra...

126M: Birinci sırasının en önü...

127A: İkinci sıra dediğinde şuraya gitmemesini nasıl sağlarsınız? (derken eliyle kastettiği şekli çalışma kâğıdı üzerinde göstermiştir)

(Araştırmacı böylece öğrencilerin yatay eksen dışında dikey eksenini de oluşturabilmelerine yardımcı olabilmeyi düşünmektedir.)

128M: Önden... (çalışma kâğıdına bakarak konuşmaktadır)

129Z: (Arkadaşının bitirmesini bekleyemez.) Önden birinci sıra...

(Aynı esnada Merve de arkadaşını onaylamıştır.)

130M: ...birinci sıra... (kalem elinde çalışma kâğıdına bakmaktadır) Onun yanındaki ikinci sırası...

(Burada öğrencilerin başlangıçta orta kısma beş yerine altı sıra çizmiş olmaları sorun olmuştur ve bu nedenle birinci sıra yerine öğrenci ikinci

sıra demiştir. Buradan da, öğrencilerin halen aynı hizayı yani yatay eksenini başlangıç olarak görmemektedirler.)

131M: Onun yanındaki ikinci sırası...(Bir elinde kalem dururken, diğer elinde yaptıklarını göstermeye çalışmaktadır.)

132Z: ...önden iki... (arkadaşının cümlesini tamamlarken elini başına götürmüş oldukça tereddütlüdür ve arkadaşına değil de halen araştırmacıya bakmaktadır)

Burada yer verilen 119M, 121M, 126M ve 131M'deki ifadelerden Merve'nin iki eksenini kullanmaya çabaladığı fakat başaramadığı ve yaptığı tariflerde *yön bilgisini tanıdığı* ve *kullandığı* görülmüştür. Görüşme metinlerindeki 123Z ve 125Z'deki ifadelerinden Zeynep'in *yatay eksen kavramını oluşturduğu* anlaşılmaktadır. Bununla birlikte; Merve'nin 119M, 126M, 128M ve 130M ve 131M'deki ifadeleri ile Zeynep'in 129Z ve 132Z'deki ifadeleri öğrencilerin eksen kavramları yerine yön bilgisini kullanarak da olsa *nokta bilgisini oluşturmaya* başladığını gösterir niteliktedir. Araştırmacının 127A'daki ifadesinde ise, eksen kavramını oluşturamayan bu öğrencilerin eksen kavramını oluşturabilmeleri amacıyla yaptığı bir yönlendirme görülmektedir. Fakat bu yönlendirme yeterli olmamış ve araştırmacı bir müdahalede daha bulunma ihtiyacı duymuştur. Öğrencilerin eksen kavramlarını oluşturamamalarının, matematiksel gösterimleri yapamıyor olmalarından yani öğrenci yerleri belirlemede sıralama kullanmanın yerine yan, ön gibi *yön* belirten ifadeleri kullanmalarından kaynaklandığı düşünülebilir. Bu nedenle, araştırmacı Zeynep'in 125Z ve 132Z'deki ifadesi üzerinden yönlendirme yapmıştır.

133A: O zaman şöyle yapsak mı acaba? (derken yatay eksenindeki sıraları göstererek) 1, 2, 3 diye yazsak ve görsek mi?

(Bu esnada iki öğrenci de dikkatle çalışma kâğıdına bakmakta ve Zeynep eli yanağında, Merve ise ağzını buruşturmuş düşünülmektedir.)

134M: Bunlara numara verelim... (Zeynep çalışma kâğıdına eğilmiş dikkatlice bakmaktadır.)

135Z: Ortada bulunan önden altıncı sırayı silelim bence yoksa çok karışacak bence.

136M: Tamam. (demiş ve hemen yatay eksenini bozan bu sırayı silmiştir. Ardından da, yatay eksene rakamları yazma işlemini tamamlamıştır. Sonrada şekli göstermiş ve...) Böyle oldu... (demiştir)

137Z: Biz sıraya göre yapmıyor muyuz? Birinci sıra, İkinci sıra...

(Zeynep kendinden emin olmadığından ama düşündüğünün de ifade etmek istediğinden arkadaşına düşüncesini sessiz ve hızlı bir şekilde yeniden açıklamıştır. Bu durum, onun ne kadar çekinerek hareket

ettiğinin göstergesidir. Merve kalemi ağzına götürmüş ve arkadaşının düşüncesini dinlemektedir. Araştırmacı iki öğrenciyi de bu esnada uyarmıştır.)

138A: Daha yüksek sesle ve rahatça konuşabilirsiniz lütfen?

(İki öğrenci de gülümsemiş ve konuşmaya devam etmişlerdir.)

139Z: Ya şimdi biz böyle 1 aldık ya... (derken çalışma kâğıdını göstermektedir) ...2 de aldık. İkinci sıradaki gibi alabiliriz. Anladın mı? Üçüncüyü aldık ama burada ikinci sırada öğrencimiz. Ondan sonra bence birinci sırada oturan 1 ve buraya da 2... (demiş ve arkadaşına başını çevirmiştir)

(Bu esnada Merve ağzını buruşturmuş ve dinlemiş, ardından da başı ile olur manasında onaylamıştır. Fakat yüz ifadesinden sanki emin olamadığı düşünülmektedir. Hemen dikey de bir miktar silmiş ve yazmaya başlamıştır.)

140M: Bu da birinci sırada... (derken yatayda kapının yanından ikinci sıranın dikeyde birinci sırada oturana gösterir ve ardından da yataydaki üçüncü sırayı gösterir) ...bu da ikinci sırada...

(Zeynep başını çalışma kâğıdına çevirmiş izlemektedir. Merve'nin çizimi tamamlanınca hemen Zeynep araştırmacıya bakmış ve gülererek onaylatmak istemiştir.)

141A: Şimdi söyleyin bakalım kitapları sıralara bırakmak için görevli arkadaşınız sınıfta nasıl hareket etmeli?

142M: Duvar kenarının birinci sırasında...

143Z: Hı... hı... (Zeynep başı ile de onaylamıştır.)

(Öğrenciler bu esnada çalışmayı bırakmış ve araştırmacıya bakmaya başlamıştır.)

Bu bölümdeki görüşme metinlerinden 133A'daki ifadede, öğrencilerin sonuca ulaşamadıklarını anlayan araştırmacının öğrencilerin düşüncelerini geliştirebilmelerini sağlamak amacıyla yönlendirme yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin 139Z ve 140M'deki ifadelerinden halen yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturma amacıyla çaba harcadıkları fakat Merve'nin 134M ve 142M ile Zeynep'in 137Z ve 143Z'deki ifadelerinden yalnızca yatay eksen kavramını oluşturmaya başladıkları anlaşılmıştır. Bu noktada, araştırmacı öğrencilerin belirledikleri noktaların hep önlerdeki sıralar olduğunu ve bu durumun da öğrencilerin diğer tarifleri yapıp yapamadıklarının anlaşılabilmesinin önüne geçtiğini düşünmüştür. Bu nedenle de, öğrencilerin beklenen bilgiyi oluşturup oluşturamadıklarını iyi bir şekilde anlayabilme amacıyla, öğrencilere tarif etmeleri için çalışma kâğıdında (daire şeklinde görülen) yeni bir sıra işaretlemiştir.

- 144A: Peki, şimdi sizi bir de bu noktayı tarif eder misiniz? (demiş ve işaretlemeyi yapmıştır)
- 145M: Cam kenarının yanındaki sıranın... Cam kenarının yanındaki sıranın onun yanındakinin...
- 146Z: (arkadaşına müdahale eder) Sağdaki...
- 147M: ...sondan ikinci sırası...
(Bu esnada Zeynep de başını havaya kaldırmış düşünmektedir. Merve de araştırmacıya dönmüş onaylatmak istemektedir.)

Araştırmacının 133A'daki yönlendirmesine rağmen, bu bölümdeki görüşme metinlerinden (145M, 146Z ve 147M) öğrencilerin eksen kavramlarını oluşturamadıkları ve öğrencilerin oturdukları sıraları halen *yön bilgisini kullanarak* cevaplamaya çalıştıkları görülmüştür. Bununla birlikte, öğrenci yeri tarifinde halen bazı ifadelerde (142M) duvar kenarını, bazı ifadelerde de (145M) cam kenarını düşünerek hareket ettikleri anlaşılmıştır. Bunların sonucunda, iki öğrencinin de beklenen kavramların tam anlamıyla hiçbirini oluşturamadığı anlaşılmış ve araştırmacının yapacağı farklı yönlendirmelerin bu kavramları oluşturmalarına katkısı olup olmayacağı merak edilmiştir. Bu amaçla araştırmacı sormuştur:

- 148A: Bir yöntem geliştireceksiniz ya? Burada cam kenarını düşünüyorsanız... (kâğıt üzerinde başka bir noktayı göstererek) ...bunun için de aynı şekilde cam kenarını düşünmeniz gerekmez mi?
- 149M: O zaman duvar kenarından diyelim.
- 150A: Ya da diğerlerini de aynı yapmalısınız. Yöntem olacak çünkü...
- 151Z: Evet, bence de cam olarak yapmayalım. Duvar olarak yapalım.
- 152M: O zaman da karışır, bence cam kenarındaki sıranın yanı...
- 153Z: Bence cam kenarındaki sıranın yanındaki sıranın en arkadaki ikinci sıranın karşılığındaki gibi olamaz mı? (der ve dediğine kendisi de güler)
Böyle olamaz mı?

Merve'nin burada 149M'deki ifadesinden dikey eksen olarak duvar kenarını kullanmaya düşündüğü fakat 152M'deki ifadesinden de bunu yapmayı başaramadığı görülmüştür. Zeynep'in 151Z ve 153Z'deki ifadelerinden kararsızca hareket ettiği anlaşılmıştır. Sonuç olarak, araştırmacının müdahaleleri de işe yaramamıştır. Öğrencilerin ikisi de koordinat sistemi kavramına ilişkin hiçbir kavramı oluşturamamışlardır. Ardından, diğer etkinliğe geçilmiş ve araştırmacı tarafından etkinliğe ilişkin çalışma kâğıdı öğrencilere verilmiştir.

1.5.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Etkinliğe ait çalışma kâğıdını alır almaz Zeynep hemen etkinlik metnini okumaya başlamıştır. Bu esnada, Merve bir eliyle kalem tutarken diğer eli çenesinde arkadaşını dinlemiştir. Sonrasında, etkinlik hakkında konuşmaya başlamışlardır.

- 154M: Bu noktalı kâğıt define adası ise, yanlarındaki boşlukları deniz olarak mı düşüneceğiz?
- 155Z: Evet, bence böyle düşünebiliriz.
- 156A: Mesela, bu sizin çizdiğiniz define olsun. Birbirinize definenin yerini nasıl anlatırsınız ki, boş noktalı kâğıtta arkadaşınız bulabilsin?
(Merve ağzını çenesine koymuş ve Zeynep de kalem çenesinde bir an için düşünmüştür. Ardından, iki öğrenci birlikte çalışma kâğıdına yönelmiş ve Merve konuşmaya başlamıştır.)
- 157M: Sağdan ikinci noktanın... (demiş ve tereddütle bir müddet daha düşünmüştür) ...ikinci noktadan başlayan... (kalemle kâğıt üzerinde bu yeri işaret etmiştir) ...onun iki nokta sonrası... (derken Zeynep kâğıt üzerine iyice eğilmiş düşünmektedir)
- 158Z: Üçüncü sıradaki üçüncü sıra... (derken kalemi çevirmektedir)
- 159M: Sonra bu iki noktanın... Bunların eşit olarak bir noktada birleşmesi... (demiş ve kalemle bu söylediğini çizmeye çalışmıştır)
(Merve eli ağzında ve Zeynep kalem elinde bir müddet daha düşünmüşlerdir. Fakat çalışmayı devam ettirememişlerdir. Aynı yerlerde dönüp durmaktadırlar ve bir sonuca ulaşılamamaktadırlar.)
- 160A: Bana bu noktaları nasıl tarif edersiniz? Bir yöntem geliştirmelisiniz.
(Önce birlikte gülmüş, sonra da düşünmeye başlamışlardır. Bu esnada Zeynep elini kaşına koymuş, Merve de hareketlenmiş ve burnunu kaşımaktadır.)
- 161M: Birinci sıra boş...
(Zeynep arkadaşını izlerken, aynı zamanda da onaylamaktadır.)
- 162Z: Sırayı böyle de yapabiliriz değil mi? (derken çalışma kâğıdında dikeyi göstermiştir)
- 163A: Şimdi neye göre yapacaksınız? Bunun için bir yöntem geliştirmelisiniz.
- 164M: Yataylamasına ikinci noktanın ikinci sıradaki sağdan ikinci noktanın...
- 165Z: O zaman yatayı hemen yazalım bence...
- 166A: O zaman dikeyi de yazsanız...
(Merve dikeyi de yazmış ve ardından tarifine devam etmiştir)
- 167M: Yatayda ikinci noktanın diklemesine ikinci noktaya gitmesi.. bir aralık...
(Zeynep bu esnada izlemekte ve düşünmektedir. Ama bu arada işlemleri Merve'nin yazmasına rağmen, Zeynep'in de kalemini elinden bırakmıyor olması dikkat çekicidir. Merve söylediğini biraz daha düzeltme ihtiyacı duymuştur.)
- 168Z: Hımm...

169M: İkinci noktanın dikeylemesine bir nokta gitmesi... (konuşurken biraz da endişelidir. Bu esnada, Zeynep de hareketlenmiş ve araştırmacıya bakmıştır. Sonrasında, kâğıt üzerinde göstererek...) Şuradan şuraya...

Öğrencilerin 157M, 158Z, 159M ve 164M'deki ifadelerinden iki öğrencinin de iki boyutu aynı anda düşünerek hem yatay hem de dikey eksenini düşünerek (yani iki boyuta göre) nokta tarifi yapmaya çalıştıkları yani *nokta bilgisini oluşturmaya* başladıkları fakat düşündüklerini ifade etmede oldukça zorlandıkları anlaşılmıştır. Zeynep'in 162Z ve 165Z'deki ifadeleri ile Merve'nin 164M, 167M ve 169M'deki ifadelerinden, bu öğrencilerin *yatay* ve *dikey eksen bilgisini oluşturmaya* başladığı görülmüştür. Merve'nin 167M ve 169M'deki ifadeleri de, bu öğrencinin nokta bilgisini oluşturduğunu gösterir niteliktedir. Zeynep'in 168Z'de de görüldüğü gibi sessiz kalması da, nokta bilgisini oluşturup oluşturmadığının anlaşılmasını engellemiştir. Bu esnada; araştırmacı öğrencilerin bu kavramları oluşturmalarında katkısı olacağını düşünerek, ikinci boyut olan dikey eksenini oluşturmalarına yönelik 166A'daki yönlendirmeyi yapmıştır. Bunun sonrasında, Merve'nin düşüncelerini daha doğru şekilde ifade etmeye başladığı ve Zeynep'in ise sessiz kaldığı görülmüştür. Bu durum, Merve'nin dikey ve yatay eksen kavramlarını oluşturduğunu düşündürmektedir. Zeynep'in bu kavramları oluşturdukları düşünülmeyle birlikte, tam anlamıyla oluşturup oluşturamadığı anlaşılammıştır. Bu nedenle, araştırmacı öğrencilerden başka bir yeri tarif etmelerini istemiştir.

170A: Peki, buradaki ikinci nokta değil de dördüncü nokta olsaydı?

171M: Dörde iki... İkinci noktanın soldan? İkinci sıradaki noktalardan, sağ taraftan başlarız yani bu taraftan...

172Z: Evet... (arkadaşını çok dikkatle izlemiştir. Bu etkinlikteki katılımının diğerine göre daha iyi olduğu gözlenmektedir.)

173M: İkinci sıranın dördüncü dikey sırası... (der ama biraz tereddütlüdür) (Zeynep'in yüz ifadesinden arkadaşının söylediğini çok da anlamadığı görülmüştür.)

174A: Peki, yazalım bakalım çalışma kâğıdına bu söylediğinizi... Bu esnada şekilde hangi noktayı tarif ettiğimizi de belirtelim... (Merve yazmaya başlamış, Zeynep elini yanağına koymuş izlemiş sonra da hareketlenmiştir.)

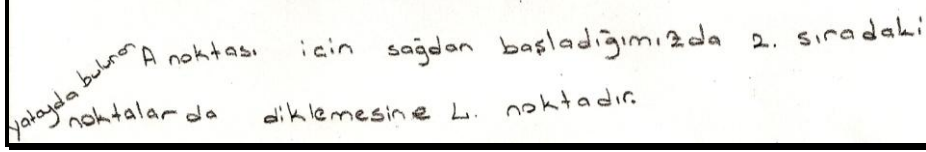
175Z: Evet sağdan başladığımızda... (Zeynep dikkati dağılmadan arkadaşının yazdıklarını kontrol etmiştir. Ardından arkadaşının yazdığı ifadeyi okumuştur.)

(Bu esnada Merve de elini ağzına koymuş hem yeniden düşünmekte hem de dinlemektedir.)

176M: Yatayda bulunan noktalardan ikinci sıradaki noktalardan diklemesine dördüncü nokta...

Görüşme metinlerinde 171M, 173M ve 176M'deki ifadeleri Merve'nin *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğunu* ve nokta tarifi yapabildiğini yani nokta bilgisini de *oluşturduğunu* düşündürmektedir. Yine, 171M ve 175Z'deki ifadelerden iki öğrencinin de nokta tarifi yaparken sağ tarafı yani aynı taraftaki dikey eksen başlangıç noktası olarak düşünerek hareket ettikleri görülmektedir. Üstelik 173M ve 176M'deki ifadelerinden *Merve'nin yaptığı nokta tariflerinde başlangıç noktası bilgisini kullandığı* yani nokta tarifi yaparken aslında *başlangıç noktası bilgisini de oluşturduğu* anlaşılmıştır.

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin burada yaptıkları nokta tarifi için çalışma kâğıdına yazdıkları notlar görülmektedir.

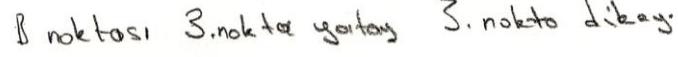


yatayda bulunan A noktası için sağdan başladığımızda 2. sıradaki noktalarda diklemesine L. noktadır.

Şekil 3.17. Öğrencilerin Define Bulma Etkinliğinde Yaptıkları İlk Nokta Tarifi

- 177M: Şimdi şu noktaya gelelim ve buna da B diyelim. (derken çalışma kâğıdında bir noktaya da B yazmıştır)
- 178A: Evet hadi tarif edin bakalım...
(Zeynep hemen hareketlenmiş ve kalemi eline alıp yazmaya başlamıştır.)
- 179Z: B noktası için... (demiş ve düşünmeye başlamıştır) ...dikeyde başladığımızda... üçüncü noktanın (eliyle de göstererek) yatayda üçüncü noktası...
- 180A: Evet yazın bakalım...
(Zeynep yazmaya başlamış, Zeynep ise çalışma kâğıdında bir nokta göstererek...)
- 181M: Ya da şöyle olabilirdi... İki nokta... Bunlar üç nokta olur değil mi, aralıkları saymıyoruz? (derken söylediğini onaylatma ihtiyacıyla araştırmacıya bakmaktadır)
- 182A: Hı... hı...
- 183M: Üç nokta yatay... baştan başlıyorum üç nokta yatay... sonra da üç nokta dikey...

Aşağıda, öğrencilerin yaptıkları B noktası tarifi için çalışma kâğıdına yazdıkları notlar görülmektedir.



B noktası 3. nokta yatay 3. nokta dikey

Şekil 3.18. Merve ile Zeynep'in Birlikte Yaptıkları İkinci Nokta Tarifi

Öğrencilerin 179Z ve 183M'deki ifadeleri, iki öğrencinin de *nokta* ve *başlangıç noktası bilgisi* ile *yatay* ve *dikey eksen kavramlarını oluşturduklarını* ve kullanmaya başladıklarını gösterir niteliktedir. Sonuç olarak; iki öğrencinin de koordinat sistemi kavramını oluşturabilmeleri için gerekli tüm alt kavramları oluşturdukları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, düşük düzeyde başarılı olan Zeynep'in bu bilgileri ve kavramları oluşturmada orta düzeyde başarılı olan Merve'ye göre daha fazla zorlandığı ve bu kavramları daha geç oluşturabildiği de görülmüştür. Bunların sonucunda, bu iki öğrencinin de koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığının net bir biçimde ortaya koyulabilmesi için yapılacak farklı etkinliklere ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

1.6. Gürkan ve Özgür'ün Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen son uygulama, ikisi de düşük matematik başarı düzeyinde olan, yapılan gözlem ve görüşmeler ile öğrenci tanıma formuna verdikleri cevaplar sonucunda iyi arkadaş oldukları anlaşılan Gürkan ve Özgür'ün oluşturduğu öğrenci grubunda gerçekleştirilmiştir.

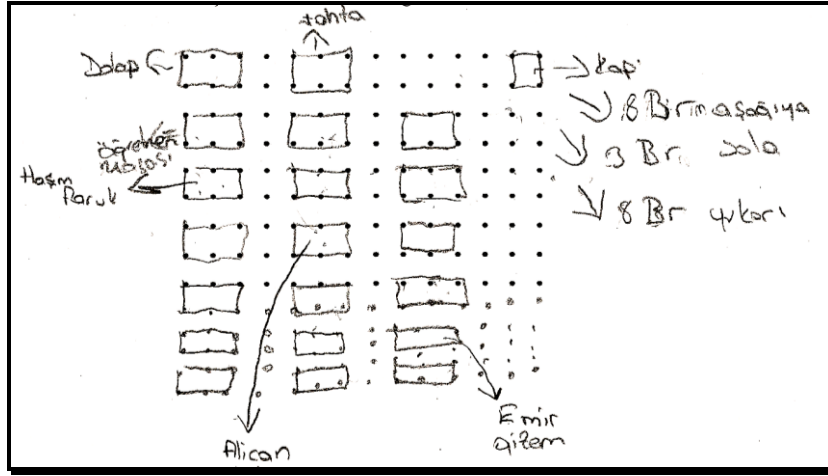
Gürkan uygulanan matematiğe yönelik tutum testi ve öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğinden sırasıyla 3,18 ve 5,12 puan ve Özgür ise sırasıyla 3,36 ve 5,23 puan almıştır. Bu öğrenci grubunda, araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinlikten birincisine 16 dakika 7 saniye ve ikincisine ise 7 dakika 57 saniye zaman harcanmıştır. Yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde çalışılan etkinliklerin uygulanması esnasında, bu öğrenci grubunun Koordinat Sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre oluşturma süreci *tanıma*, *kullanma* ve *oluşturma* eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (G: Gürkan, Ö: Özgür, A: Araştırmacı).

1.6.1. Dağıtılan Kitaplar Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Araştırmacı tarafından, ikisi de düşük başarılı öğrenciler oldukları anlaşılan Gürkan ve Özgür'e bu etkinliğe ait çalışma kâğıtları verilmiş ve öğrencilerden etkinliği okumaları istenmiştir. Bu aşamada, Özgür etkinlik metnini okumuş ve Gürkan da dinlemiştir. Etkinliğin okunmasının ardından, öğrencilerin etkinliğin nasıl gerçekleştirileceği üzerinde tartışma ihtiyacı duymadıkları fakat Özgür'ün etkinlik metnini sessiz bir şekilde yeniden okuduğu ve bu esnada Gürkan'ın çalışma kâğıdına eğilip düşündüğü görülmüştür. Etkinlik hakkında konuşmaya başlayan ilk öğrenci Gürkan olmuştur.

- 100G: O zaman şurası kapı... (derken elinde kalemi ile çalışma kâğıdında bunu göstermektedir) ...tahta şuraya... (tahtayı çizmiştir)
- 101Ö: Öğretmen masası... (demiş ve elinde kalemiyle çalışma kâğıdına doğru hareketlenmiştir)
- 102G: Öğretmen masası da burada...(derken çalışma kâğıdına hemen öğretmen masasını da çizmiştir) Şimdi sıralar başlıyor... birinci sıra... ikinci sıra... (diyerek sıraları da çizmiştir)
(Bu esnada Özgür de başını çalışma kâğıdına eğmiş arkadaşını izlemiş ve gerekli gördüğü yerlerde kalemiyle arkadaşının çizimini düzeltmiştir.)

Yukarıdaki görüşme metinleri düşük başarılı olan bu iki öğrencinin kendi aralarında tartışarak çizimi tamamlamaları ve ardından da arkadaşlarının yerlerini belirlemeleri ile devam etmiştir. Etkinliğe ilişkin metnin çizilmesi esnasında, çalışma kâğıdında yer alan noktalı bölge öğrencilerin çizimleri için yeterli olmamıştır. Bu nedenle, öğrenciler bu noktalı bölgenin altında yer alan kısma yeni noktalar eklemiş ve ardından sınıfta yer alan sıra çizimlerini tamamlamışlardır. Aşağıdaki şekilde yer alan çizimleri Gürkan gerçekleştirmiş ve kitap dağıtılacak öğrencilerin yerlerini ise Özgür belirlemiştir. Özgür özellikle de farklı konumlarda oturmakta olan öğrencilere kitap dağıtılması istemiş ve öğrenciler şekil üzerindeki işaretlemeler bunu göre gerçekleştirmişlerdir. Bunun sonrasında, Gürkan ve Özgür belirledikleri bu öğrencilerin sınıfta oturdukları yerleri tarif etmeye başlamışlardır.



Şekil 3.19. Gürkan ile Özgür'ün Çizdikleri İlk Şekil ve Yaptıkları Yer Tarifleri

- 108G: Şimdi yerleri belirledik ve kitaplar bu kişilere dağıtılacak.
- 109A: Evet, nasıl dağıtacaksınız?
- 110Ö: Üç birim... (çok kısa düşündükten sonra dediğini kontrol etme ihtiyacı duymuş ve hemen çalışma kâğıdında sola doğru kaleminin de yardımıyla saymaya başlamıştır) ...kaç birim...
- 111G: Hımm... Şimdi öteleme yapacağız.
(Bu esnada iki öğrenci de kalemleri ellerinde çalışma kâğıdına eğilmiştir.)
- 112Ö: Evet, öteleme... Bir dakika... (demiş ve yine saymaya başlamıştır)
O zaman üç birim sola...
(Bu esnada Gürkan kalemi ağzında kısa bir müddet arkadaşını izlemiştir.)
- 113G: Yok, bence aşağıya doğru öteleyelim. (Bu esnada iki öğrenci de ellerinde kalemler çalışma kâğıdına eğilmişlerdir.) Kaç birim?... (dedikten sonra ikisi birlikte saymaya başlamışlardır. Bu esnada, Gürkan elinde kalemlerle cevabı yazmaya başlamıştır.) Sekiz birim aşağıya... (Özgür ise bu esnada elini başına koyup arkadaşını izlemiş ve arkasından da arkadaşının yazdığını kontrol etmiştir.) Şimdi...
- 114Ö: Şimdi 2 birim, yok 3 birim sola...
(Gürkan halen yazmakta ve Özgür de söylediğinin doğruluğunu kontrol etmektedir.)
- 115G: Sonra geriye dönmesi için de 8 birim yukarıya gitmesi gerekir.
(Öğrenciler bu esnada çözümlerini çizdikleri şeklin yanındaki boşluğa yazmaktadırlar.)
- 116A: Peki, 8 birim aşağıya diyorsunuz ama neye göre bunu söyleyebiliyor sunuz?
- 117G: Aşağıya yani alt tarafa doğru...
- 118Ö: Noktaları saydık burada....
- 119A: Fakat şimdi öyle düşündüğümüzde iki nokta bir sırayı gösteriyor. Sekiz birimi nasıl saydınız? Acaba farklı bir çizim mi yapsanız? Başka bir

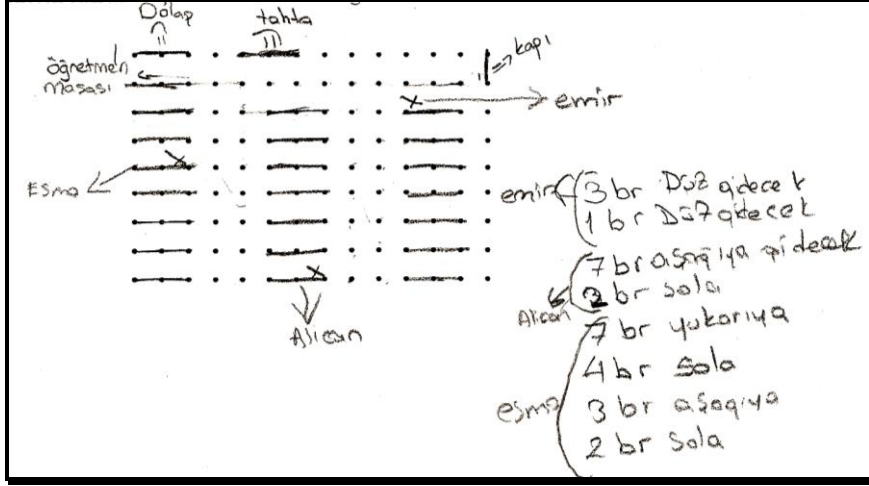
kâğıt vereyim size ve siz burada çizimlerinizde kare kullanmasanız da çizgileri kullansanız olur mu?

120G: Olabilir... (demiş ve çalışma kâğıdında hemen çizime başlamıştır)

Öğrencilerin 111G ve 112Ö'deki ifadelerinden çözüme ulaşmak için yapacaklarını öteleme olarak niteledikleri görülmüştür. Ardından, yaptıkları söylemlerde / konuşma ifadelerinde öteleme yapmaya çalıştıkları ve bu esnada sağ, sol, aşağı, yukarı gibi ifadeleri doğru kullandıkları anlaşılmıştır. Bu durum, öğrencilerin *öteleme ve yön bilgisini tanıdıklarını ve kullanmaya çabaladıklarını* gösterir niteliktedir. Aynı zamanda, öğrencilerin ilk yaptıkları ötelemede (112Ö, 113G ve 114Ö) çizdikleri şekilde görülen kapı noktasından hareket ettikleri yani kapıyı başlangıç noktası olarak düşündükleri de görülmektedir. Ancak, bu aşamada henüz bir yöntem geliştirememiş olmalarından dolayı görüşme metinlerinden, ikinci ötelemede kapıdan yani başlangıç noktasından hareket etmedikleri ve ilk öteleme sonucunda ulaştıkları noktadan öteleme yapmaya devam ettikleri anlaşılmıştır. Dolayısıyla, burada henüz başlangıç noktası bilgisini oluşturup oluşturamadıkları anlaşılamamıştır. Bununla birlikte, 116A'daki ifadeye araştırmacı tarafından öğrencilerin ötelemeyi neye göre yaptıkları anlaşılmaya çalışılmıştır. Yukarıda görülen şeklin sağ tarafında öğrencilerin yaptıkları bu ötelemelere ilişkin aldıkları notlar görülmektedir. Görüşme metnindeki 117G ile 118Ö'deki ifadelerden öğrencilerin neye göre öteleme yaptıkları anlaşılamamış ve 119A'daki ifade ile öğrencilerin düşüncelerini, fikirlerini geliştirebilmeleri için farklı bir çizimin de fayda sağlayabileceği düşünülmüştür. Bu amaçla, öğrencilere yeni bir çalışma kâğıdı verilmiş ve öğrencilerden sıraları kareler şeklinde değil de çizgilerle göstermeleri istenmiştir. Çizimi bu kez Özgür gerçekleştirmiş, fakat Gürkan da çizimin nasıl olacağı konusunda arkadaşına fikir vermiştir. Burada, şeklin çizimi esnasında gerçekleşen konuşma metinlerine yer verilmeyecektir.

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin aralarında tartışarak yaptıkları yeni çizim ve öğrenci tarifi yaparken aldıkları notlar görülmektedir. Bu şekilde görüldüğü üzere, öğrenciler sıraları çizmişler fakat aralarda koridorlar bırakmış ve bunu çizim esnasındaki görüşme metinlerinde de dile getirmişlerdir. Araştırmacı tarafından öğrencilerin birinci çizimlerinde yapmaya çalıştıkları tariflerin sonucunda yeni

çizimlerinde koridorları noktalarla belirtmeyecekleri düşünülürken, tersine koridorları oluşturan noktaların sırasını ve sayısını arttırdıkları görülmüştür.



Şekil 3.20. Gürkan ile Özgür'ün Çizdikleri İkinci Şekil ve Yaptıkları Tarifler

Araştırmacı tarafından, çizimi yaparlarken öğrencilere koridorları noktalarla belirtmeye ihtiyaçları olup olmadığı sorulmuş ve bu konu üzerinde düşünceleri saplanmış, fakat öğrencilerin bu yönlendirmenin sonucunda bir çıkarım yapamadıkları ve çizimlerini düzeltmedikleri görülmüştür. Ardından, Gürkan ve Özgür yeniden kitap dağıtılacak öğrencilerin yerlerini belirlemiş ve bu öğrencilerin yerlerini tarif etmeye başlamışlardır.

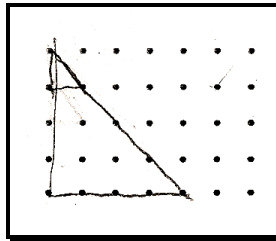
- 134G: Görevli arkadaşımız kapıdan girecek ve (1, 2, 3 diyerek saymıştır ve...) üç birim düz gidecek. (Bu esnada da çalışma kâğıdının sağ kısmına öğrenci tarifi yazmıştır. Sonrasında bir an için hareketlenmiştir) Nasıl anlatayım? (Düşünmeye başlamıştır ki, araştırmacı durumu netleştirmek amacıyla aşağıdaki görüldüğü gibi öğrencilerden kimin oturduğu yeri tarif ettiklerini açıklamalarını istemiştir.)
- 135A: Burada kimi tarif ediyorsunuz?
- 136G: Bu, şu an Emir için... Görevli Emir'e kitabı verdi. Şimdi Alican'a gelecek. (derken kalemiyle o öğrencinin yerini işaret etmektedir)
- 137A: Hı hı... Tamam... (Öğrenciler aralarında tartışmaya devam etmişlerdir.)
- 138G: Bence şu şekilde yapsak olmaz mı? (Kalemiyle çalışma kâğıdında arkadaşına göstermektedir.) Şuradan buraya gelelim ondan sonra buraya gelelim (şeklinde arkadaşına göstererek anlatırken Özgür'ün oldukça sessiz kaldığı görülmüştür)
- (Bu esnada araştırmacı bir uyarı yapma ihtiyacı duymuş ve öğrencilere bir yöntem geliştirmelerinin istenildiğini hatırlatmıştır.)

- 139A: Fakat unutmayın ki, bir yöntem geliştirmeniz gerek... Yani, farklı kişilere de kitap verecek olsanız benzer şeyleri yapabilmemiz gerek.
- 140Ö: (Çalışma kâğıdında göstererek...) Önce buraya, sonra buraya ve sonra da buraya...
- 141G: Sıraların arasından nasıl geçecek? Üstlerine basamaz ya? (diyerek arkadaşını onaylamamıştır) Şimdi bakalım (derken elinde kalem çalışma kâğıdına eğilirken Özgür de eğilmiş dikkatlice bakmaktadır. Çalışma kâğıdına bakarak bir müddet düşünmüş ve ardından da aşağıya doğru yedi birim saymıştır.) Şimdi (yatayda ikinci sırayı göstermiş) şuraya gelmesi gerekiyor ki, aşağıya doğru insin.
- 142Ö: Buraya gelmesi gerekmiyor mu?
- 143G: Tamam geldi, şuraya üç birim geldi. Buraya gelmesi gerekiyor ki, aşağıya doğru insin.
- 144Ö: Tamam.
(Gürkan yazmaya başlamış ve bu esnada Özgür de arkadaşına yardımcı olmuştur.)
- 145Ö: Üç birim sola... (çalışma kâğıdına eğilip sayarak Gürkan yazarken düzeltmiştir) ...iki birim...
- 146G: Sonra...
- 147Ö: Yedi birim, yok sekiz...
(Bir taraftan Gürkan çalışma kâğıdına bu tariflerini not etmektedir ve arkadaşının kararsızlığını görünce kaç birim aşağıya gidileceğini saymaya karar vermiştir. Birlikte yaptıkları saymanın arkasından...)
- 148G: Yedi birim aşağıya...
(Özgür kararsız kalmış ve yeniden sayma ihtiyacı duymuştur.)
- 149Ö: 1, 2, ..., 8...
- 150G: Yok bak böyle...buradan 1, 2, 3, 4, ..., 7
(Bu esnada Özgür arkadaşını cevaplamasını beklemeden konuşmuştur.)
- 151Ö: Anladım.
- 152G: Şuraya geldi şimdi... Burada geldi şimdi burada (1, 2, 3 diye saydıktan sonra) ...üç birim...
- 153Ö: Ama burada öğretmen masası var... o ne olacak...
- 154G: Öğretmen masası var burada... (demiş ve bu esnada öğretmen masasının ötelemeyi engellediğini düşünerek şekilde de görüldüğü gibi masayı ötelemiştir. Bu arada çizime Özgür de yardımcı olmuştur.)
- 155G: Onu şuraya çizelim. (Tekrar öğretmen masasını çizmiştir.) Şimdi kaç birim olacak? (dedikten sonra 1, 2, 3, 4 diye saymış ve) ...dört birim...
(Bu arada bulduğu sonuçları çalışma kâğıdına yazmaktadır.) Ondan sonra kaç birim...
(Bunun sonrasında, Özgür arkadaşının öğretmen masasını sayarak yaptığı ötelemeyi aşağıdaki gibi düzeltmiştir.)
- 156Ö: Buradan aşağıya doğru (1, 2, 3 diye saymış) üç birim... (deyip dönüp arkadaşına bakmıştır)
- 157G: Üç birim aşağıya sonra...
- 158Ö: İki birim sola...

Yukarıdaki şeklin sağ kısmında da görüldüğü gibi, Gürkan ve Özgür öğrenci tarifi yapmada öteleme dışında herhangi bir yöntem geliştirememişlerdir. Araştırmacının 139A'daki ifadesinde öğrencileri yöntem geliştirmeleri gerektiği konusunda yeniden yönlendirmesine rağmen, bu bölümdeki görüşme metinlerinde öğrencilerin yaptıkları tariflerde noktalara göre öteleme yapmaya çalıştıkları fakat başarılı olamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin bu başarısızlığında, sıraları değil de çalışma kâğıdında oluşturdukları şekildeki koridorların da dâhil olduğu tüm noktaları sayarak öğrencilerin yerlerini tarif etmeye çalışmaları büyük rol oynamıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin koridorları noktalarla belirtmeseler bile sıraları oluşturan noktaları da doğru bir şekilde sayamayacakları düşünülmektedir. Sonuç olarak, Gürkan ve Özgür'ün öğrenci yeri tarif etme amacıyla herhangi bir yöntem geliştiremedikleri anlaşılmıştır. Üstelik Alican ve Esmâ için yaptıkları tariflerde, başlangıç noktası olarak kabul ettikleri tahmin edilen kapıyı kullanmadıkları görülmüştür. Bunun sonucunda, öğrencilerin başlangıç noktası bilgisini de oluşturamadıkları anlaşılmıştır.

1.6.2. Define Bulma Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Uygulamaya katılan düşük başarılı iki öğrenciye de ikinci etkinliğe ait çalışma kâğıtları verilmiş ve öğrencilerden etkinliği birlikte okumaları, üzerinde tartışmaları ve çözüme ulaşmak için birlikte çalışmaları istenmiştir. Bu aşamada, Gürkan etkinliği okumuş ve Özgür ise dikkatle ve elinde kalemle arkadaşını dinlemiştir. Ardından, aşağıda görüldüğü gibi etkinliğin nasıl yapılabileceği üzerinde tartışmış ve çalışma kâğıdında yer alan noktalı kâğıt üzerinde aşağıdaki şekilde görülen üçgen şeklindeki defineyi çizmişlerdir.



Şekil 3.21. Özgür ile Gürkan'ın Birlikte Çizdikleri İlk Define Şekli

163G: Şöyle tarif edebilirim... (elinde kalem arkasına yaslanır ve halen çalışma kâğıdına bakmaktadır.) ...define üçgen şeklinde derim...

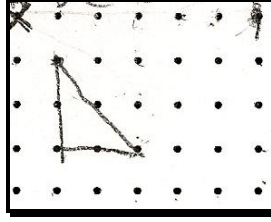
164A: Evet, arkadaşınız bunu biliyor fakat definenin yerini bilmiyor.

165G: O zaman, adanın köşe kısımlarından biri olarak bir ipucu veririm. Noktalı kâğıdın sol üst köşesinde diye arkadaşına açıklayabilirim.
(Gürkan konuşurken Özgür sessiz bir şekilde düşünmekte olduğu görülmüştür.)

Gürkan'ın burada yer alan 165G'deki ifadesinden, üçgeni köşelerini kullanarak tarif ettiği fakat bu tarifinde yine *yön bilgisini kullandığı* görülmüştür. Bu nedenle, araştırmacı öğrencilerden aşağıda görüldüğü gibi yeni bir üçgen çizmelerini istemiştir.

166A: Peki, define noktalı kâğıdın başka bir yerinde olsaydı? Başka bir ada çizin ve yeni bir tarif yapın bakalım...

Bunun üzerine, öğrenciler aşağıdaki şekilde görülen üçgen şeklindeki define çizmişler ve yeniden üçgeni tarif etmeye başlamışlardır.



Şekil 3.22. Özgür ve Gürkan'ın Birlikte Çizdikleri İkinci Define Şekli

167G: Şu köşe başlangıç noktası olsun bence...

(Araştırmacı öğrencinin bu köşeyi sözlü olarak açıklamasını istemiş ve bu amaçla sormuştur.)

168A: Hangi köşe?...

169G: Sağ üst köşe başlangıç noktası... (Bu esnada Özgür de eğilmiş arkadaşına bakmaktadır.) 3 birim sola ve oradan... (Çalışma kâğıdına bakarak 1, 2, 3 şeklinde saymıştır.) ...3 birim aşağıya... yok 4 birim... (Ardından çok kısa düşünmüştür.) Daha sonra definenin komple etrafında mı gezdirelim? (derken araştırmacıya bakmıştır)

Görüşme metnindeki 169G'deki ifadesinden, Gürkan'ın birinci etkinlikte yaptıkları gibi ilk noktanın tarifinin ardından ikinci nokta tarifini yine kaldığı yerden devam ederek gerçekleştireceği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, araştırmacı öğrencileri yönlendirme ihtiyacı duymuş ve öğrencilerin bu yönlendirme sonucunda beklenen kavramları oluşturup oluşturamayacaklarını araştırmıştır.

- 170A: Hayır, tekrar baştan tarif etmelisin... (Bu aşamada Özgür'ün de etkinliğe katılmaya başladığı görülmüştür.) O zaman burası adanın girişi olsun.
(Burada da, yine araştırmacı öğrencilerin beklenen kavramları oluşturup oluşturamayacaklarını anlayabilmek amacıyla başka bir yönlendirme yapma ihtiyacı duymuştur.)
- 172G: Tamam burası adanın girişi...
- 173Ö: Şimdi öbür noktayı tarif edelim.
- 174G: Üç birim sola sonra... (1, 2, 3, 4, 5 şeklinde saymıştır.) ...beş birim sola ve bir birim aşağıya sonra...
- 175Ö: Hı hı...
- 176G: Sonra tekrar (1, 2, 3, 4 şeklinde saymış) dört birim aşağıya ve ...
- 177Ö: 1, 2, 3, 4, ... (Ömer de arkadaşı gibi doğru noktayı bulabilmek amacıyla sola doğru saymaya başlamıştır.)
(Burada öğrenciler nokta tarifinde bir birim yanlışlık yapmışlardır.)
- 178G: (1, 2, 3, 4, 5 diye saymıştır) Beş birim de sola...
- 179Ö: Evet orası...
(Yaptıkları tarifi sonrasında, iki öğrencinin de rahatladığı ve arkasına yaslandığı görülmüştür.)

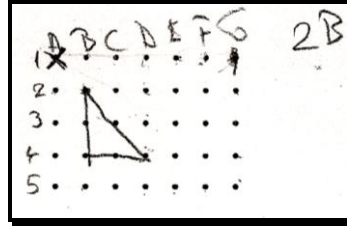
Araştırmacının yönlendirmesi sonucunda, görüşme metinlerindeki 172G, 174G ve 178G'deki ifadelerden Gürkan'ın sağ üst köşeyi başlangıç noktası olarak kabul edip kullandığı, Özgür'ün ise bu konuda yorum yapmadığı ve sessiz kaldığı görülmüştür. Metinlerde 174G, 176G ve 178G'deki ifadelerden Gürkan'ın başlangıç noktasını kullanarak ötelemeler yapmaya çalıştığı yani *yön bilgisini kullanarak* üçgenin köşelerini tarif etmeye çalıştığı fakat 176H'deki ifadeden ise bu konuda başarılı olamayabildiği anlaşılmıştır. Metinlerde 175Ö, 177Ö ve 179Ö'deki ifadelerde ise, Özgür'ün arkadaşını onayladığı görülmüş fakat kendi düşüncesi anlaşılammıştır. Sonuç olarak, bu öğrencilerin eksen kavramlarını oluşturup oluşturamadıklarının anlaşılabilmesi için yapılacak olan yeni etkinliklere ihtiyaç olduğu ve koordinat sistemine ilişkin kavramları oluşturamadıkları düşünülmektedir. Bu nedenle, araştırmacı öğrencilerin matematiksel olarak yaptıklarını ifade edip edemeyeceklerini ve matematiksel olarak yapacakları gösterimin öğrencilerin koordinat sistemine ilişkin kavramları oluşturmaları sürecinde etkili olup olmayacağını merak etmiş ve bu amaçla öğrencilere sormuştur.

- 180A: Peki öyle bir yöntem geliştirseniz ki, üçgen şeklindeki bir definenin köşesini tarif ederken burada yaptığınız gibi saymak zorunda kalmasam da kaç olduğunu hemen görebilsem!...
- 181G: 1, 2, 3, 4, 5 yazarız. (demiş ve hemen dikey eksene rakamları yazmaya başlamıştır)

182Ö: Amiral battı gibi...

183G: Buraya da rakamları yazarız. A, B, C gibi... (demiş ve yatay eksene harfleri yazmıştır)

(Yazma işlemini bitirince Gürkan rahatlamış ve kalemını yere bırakmıştır. Özgür de çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşının yaptıklarını kontrol etmiştir. Bu esnada, araştırmacı da öğrencilerin bilgi oluşturma sürecini yeniden inceleyebilmek amacıyla aşağıdaki şekilde görülen rakam ve harflerden yararlanarak üçgenin noktalarını yeniden tarif etmelerini istemiştir.)



Şekil 3.23. Öğrencilerin İkinci Define Şekli için Matematiksel Gösterimleri

Yukarıdaki görüşme metinlerinde yer alan 181G ve 183G'deki ifadelerden Gürkan'ın yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğu gösterir niteliktedir. Özgür'ün aşağıda yer alan görüşme metinlerindeki ifadelerinde nokta tarifinde bu eksenleri kullanıyor olması da, bu öğrencinin de eksen kavramlarını oluşturduğunu düşündürmektedir. Bununla birlikte, bu konu hakkında daha kesin bir yorum da yapılamamıştır.

184A: Peki, şimdi definenin yerini tarif edebilir misiniz?

185G: Bu kez A noktasını başlangıç giriş noktası olarak düşünebiliriz.

(Ardından, nokta tarifini Özgür yapmıştır.)

186Ö: 2B...

187G: Hı hı...

188A: Peki, 2B'yi nasıl gösterirsiniz...

(Çizdikleri şeklin sağ üst kısmında bunu 2B olarak yazmışlardır. Ardından, üçgenin ikinci ve üçüncü köşe noktalarını iki öğrenci birlikte tarif etmişlerdir.)

189Ö-G: 4B ve 4D...

190A: Peki, şimdi bu yaptığımızda harfler yerine rakamları kullanma şansınız olabilir miydi?

(Özgür araştırmacının bu sorusu üzerinde düşünürken, Gürkan cevaplamıştır.)

191G: Olabilirdi... (demiştir fakat elini sağa sola sallayıp biraz da bu durumu düşünmüştür. Özgür ün bu esnada hiçbir yorum yapmadığı görülmüştür.)

Buradaki görüşme metinlerinde yer alan 185G'deki ifadeden Gürkan'ın *başlangıç noktası kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Öğrencilerin 186Ö, 187G ve 189Ö-G'deki ifadelerinden ise iki öğrencinin de *nokta bilgisini oluşturdukları* ve yaptıkları nokta tarifinde çizdikleri yeni şekilde çarpı işareti ile gösterdikleri sağ üst köşeyi başlangıç noktası olarak kullandıkları görülmüştür. Bu durum, Özgür'ün de düşüncesini dile getirmemekle birlikte *başlangıç noktası bilgisini de oluşturduğunu* gösterir niteliktedir. Yine, Gürkan'ın 191G'deki ifadesinden öğrencinin koordinat sistemi kavramını oluşturduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte, yine de bu ifadenin arkasından yaptığı yorumlardan dolayı bu konuda kesin bir bilgiye de ulaşılamamıştır.

Sonuç olarak; Gürkan'ın nokta ve başlangıç noktası bilgisi ile yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğu anlaşılmış fakat koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığı yapılan görüşmelerden ortaya koyulamamıştır. Özgür'ün ise, daha çok arkadaşının da yardımıyla bu kavramları oluşturduğu görülmüş ve öğrencinin ifadelerinden özellikle de eksen kavramlarını oluşturup oluşturamadığı hakkında net bir bilgiye ulaşılamamıştır. Bunun yanında, bu iki öğrencinin bunları gerçekleştirmelerinde bile araştırmacının yaptığı birkaç yönlendirmenin katkısı da yadsınamaz. Araştırmacının bu yönlendirmeleri olmasa öğrencilerin gerçekleştirdikleri bu bilgi oluşturma sürecinde yapacaklarının öteleme yapmadan ileriye gidemeyeceği düşünülmektedir.

2. Öğrencilerin Doğrusal Denklem Kavramını Oluşturma Sürecinin Analizi

Araştırmanın ikinci alt problemi “*İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin doğrusal denklem kavramını (iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusallığı bilgisini) oluşturma süreci nasıldır?*” şeklindedir. Bu araştırma problemine cevap aranırken, Bursa ili Süleyman Cüra İlköğretim Okulu'nda okumakta olan altıncı sınıf öğrencileri arasından seçilen öğrenciler / öğrenci grupları ile ikinci alt probleme uygun olarak tasarlanmış 4 farklı etkinliğin uygulamaları 2 aşamalı olarak gerçekleştirilmiştir.

Doğru denklemi kavramı *doğrudan* edinilmesi / kazanılması zor bir kavramdır ve birçok önbilginin / kavramın tanınmasını ve kullanılmasını gerektirir. Bu durum, araştırmada etkinliklerin $y=kx$ ve $y=kx+b$ ($k, b \in \mathbb{Z}$ ve $k \neq 0$) iki bilinmeyenli

denklemlerinin *aşamalı* uygulamalarını kapsayan 4 etkinliğe yer verilmesini gerektirmiştir. Bu etkinliklerden ilk ikisi doğru denkleminin oluşturulması sürecinin incelenmesi amacıyla hazırlanmış olan ve $y=kx$ iki bilinmeyenli denkleminin uygulamalarını kapsayan etkinlikler olup, ilk görüşmede bu etkinliklerin uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Etkinliklerden son ikisi ise, doğru denklemi kavramının pekiştirilmesi sürecinin incelenmesi amacıyla hazırlanmış olan ve $y=kx+b$ iki bilinmeyenli denkleminin uygulamalarını kapsayan etkinlikler olup, ilk görüşmenin yaklaşık 1 hafta sonrasında yapılan ikinci görüşmede ise bu etkinliklerin uygulamalarına yer verilmiştir. Bununla birlikte; bu araştırmada doğru denklemi kavramının edinimi ile ilgili 4 farklı etkinliğe yer verilmesi ve bu etkinliklerin grafik ve tablo çizme, denklem yazma ve çözme gibi tartışma ile zaman gerektiren etkinlikler olmaları, görüşme metinlerinde ve analizlerde artışa neden olmuştur. Bu nedenle, bu bölümde araştırmaya katılan yüksek matematik başarılı altıncı sınıf öğrencilerinin bulunduğu 2 farklı öğrenci grubu ile doğru denklemi kavramını oluşturma sürecinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen görüşmelere / uygulamalara ilişkin bulgulara ve bunlara bağlı olarak yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir.

Sonuç olarak; bu bölümde araştırmaya katılan öğrencilerin doğru denklemi kavramını oluşturmaları sürecinde bu kavramı oluşturabilmeleri için gerekli ışın, doğru parçası, tablo, grafik ile denklem kurma ve çözme bilgilerini tanıyıp tanımadıkları ve bu bilgileri kullanıp kullanamadıkları incelenmiş, iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturup oluşturamadıkları ve nasıl oluştukları yani bu sıradaki muhakemeleri ile bu kavramı pekiştirip pekiştiremedikleri araştırılmıştır. Bu etkinliklerin uygulanmasının ardından yapılacak olan tartışma ile de, öğrencilerin doğru denklem kavramının matematiksel gösterimini yapıp yapamayacakları araştırılmıştır.

Bu nedenle, bu bölümde araştırmaya katılan altıncı sınıf öğrencilerinin doğru denklemi kavramını oluşturma süreci hakkındaki dört bilişsel eyleme (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) ilişkin bulgulara ve bu konuya ilişkin yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir. Aşağıda, bu hususlar sırayla ele alınmıştır.

2.1. Yılmaz ve Doğan'ın Doğru Denklemi Kavramını Oluşturma Süreci

Bu araştırma kapsamında yapılan incelemeler sonucunda matematik başarıları yüksek olduğu anlaşılan Yılmaz ve Doğan'ın yapılan görüşmeler / çalışılan etkinlikler vasıtasıyla Doğru Denklemi kavramını oluşturma süreci tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (Y: Yılmaz, D: Doğan, A: Araştırmacı). Bu öğrenci grubu doğru denklemi kavramını oluşturma sürecinin incelendiği etkinliklerden birincisi ile 21 dakika 12 saniye, ikincisi ile 13 dakika 17 saniye, üçüncüsü ile 11 dakika 42 saniye, dördüncüsü ile 10 dakika 23 saniye ve doğru denkleminin matematiksel gösterimi yapıp yapamayacakları üzerine yapılan tartışma için de 5 dakika 23 saniye olmak üzere toplam 1 saat 1 dakika 57 saniye zaman harcamışlardır.

2.1.1. Yavru Kaplumbağa Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Araştırmacı, ikinci alt problemi kapsamında gerçekleştirilen 4 farklı etkinlikten birincisi olan *Yavru Kaplumbağa Etkinliği*'ni içeren çalışma kâğıdını öğrencilere vermiş ve öğrencilerden etkinliğin ilk bölümünü okumalarını istemiştir. Çalışma kâğıdında yer alan etkinliğin ilk bölümünde yer alan metin “*Bir yavru kaplumbağa yürüme denemeleri yapıyor. Bu yavru kaplumbağa dakikada 3 m. yürüyebiliyor. Öyle bir **tablo** düzenleyiniz ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösterebilir.*” şeklindedir. Yılmaz etkinliği okurken Doğan da çalışma kâğıdına eğilmiş ve bir taraftan arkadaşını dinlerken, bir taraftan da etkinlik metnini içinden okumuştur. Ardından, kısa bir müddet sessizlik olmuştur. Bu esnada, Yılmaz bir taraftan eli başında başını kaşıyıp düşünürken bir taraftan da çalışma kâğıdına bakmaktadır. Uygulama etkinliği üzerinde yapılan bir tartışma ile başlamıştır.

100D: Yürüyüşte harcadığı zamana göre...(demiş ve elinde kalemini çevirerek yeniden düşünmeye başlamıştır)

(Bu esnada, Yılmaz harekete geçmiş ve çizmeye başlamıştır. Doğan halen kalemini çevirerek sessizce arkadaşını izlemektedir. Yılmaz bir müddet yazdıktan sonra araştırmacıya dönmüş ve sormuştur.)

101Y: Sadece üçünü mü çizeceğiz yoksa daha sonrakileri de çizecek miyiz?

102A: Bence nasıl olacağı konusunda birbirinizle tartışabilirsiniz.

- 103D: Hımm... (kalemle de oynayarak) Bu kaplumbağa dakikada 3 m yürümüş... (demiş fakat kalemle oynayarak yeniden düşünmeye başlamıştır. Arkadaşına dönerek...) Şurayı anlamadım... (demiş ve metnin son kısmını tekrar okumuştur.)
(Yılmaz arkadaşına bakarak düşünmeye devam etmektedir. Bunun üzerine araştırmacı düşünceleri sağlamak amacıyla sormuştur.)
- 104A: Zaman nedir burada sizce?
(Doğan halen kalemle oynayarak düşünmekteyken, Yılmaz konuşmaya başlamıştır.)
- 105Y: Geçen süre olabilir... (derken yerinde hareketlenmiş ve çalışma kâğıdına biraz daha eğilmiştir)
- 106A: Geçen süre... Peki verilenler...
- 107D: Kaplumbağanın dakikada 3 m. yürüdüğü verilmiş.
- 108A: Yani zamanımız...
(Yılmaz başını tavana çevirmiş düşünürken, Doğan elinde kalemle oynamaktadır ve konuşmuştur.)
- 109D: Bir dakika...
- 110A: Evet. Öyle bir tablo çizeceksiniz ki, tabloya bakan biri belirli bir zaman sonra kaplumbağanın ne kadar yürüdüğünü bize söyleyebilecek. Mesela 6 dakika, mesela 10 dakika gibi...
(Doğan hareketlenmiş ve çalışma kâğıdına eğilmiş iken, Yılmaz arkasına yaslanmış düşünmektedir.)
- 111D: O zaman dakikada 3 m. yürüyorsa üçer üçer arttırabiliriz bunu...
(Bu esnada Yılmaz başını sallayarak arkadaşının söylediğini onaylamıştır.) Buraya (yukarı üst köşeyi göstererek) değil de, buraya (daha aşağıda bir noktayı göstererek) buraya zamanı yazalım... Buraya da (sağ üst köşeyi göstererek) Eee...
(Doğan'ın burada tablo yerine grafik düşündüğü anlaşılmaktadır. Bu esnada Yılmaz hareketlenmeye başlamıştır.)
- 112Y: Grafik mi çizeceğiz, tablo mu? (demiş ve ardından çalışma kâğıdına eğilerek çizmeye başlamıştır)
(Doğan bir müddet arkadaşını izlemiş ve sonra da Yılmaz'ın kaldığı yerden çizimi tamamlamıştır.)
- 113D: (Yılmaz'a çalışma kâğıdında göstererek...) Şimdi buraya 5 dakikada yürüdüğü yolu yazsak, buraya 10 dakikada ve buraya da 30 dakikada yürüdüğü yolu yazsak olur mu? (dönerek arkadaşına bakmış ve bu konudaki fikrini almaya çalışmıştır.)
- 114Y: Önce 1 dakika var onu yazsak... (derken elini çenesine koymuş ve sonra da elini çekip hareketlenmiştir.) 5 dakikada...
- 115D: O zaman 5, 10, 15 (çalışma kâğıdında göstererek) gibi mi gidelim yoksa daha büyük mü? (demiş elini çekip düşünmeye başlamıştır.)
(Bu esnada Yılmaz da çalışma kâğıdına dikkatlice bakmaktadır. Bir müddet sessizliğin ardından, Yılmaz konuşmaya ve Doğan da arkadaşına bakmaya başlamıştır.)
- 116Y: Düşündüm... (derken hareketlenmiştir ve) ...5 iyi... (hareketlerinden Yılmaz'ın kararsız kaldığı anlaşılmaktadır)

- 117D: Bu ilk başlıklara tablonun anlaşılması için zamanı yazalım... (iki öğrenci de kalemleri ile çalışma kâğıdına eğilirler ve) yaz o zaman... (diye arkadaşına izin vermiştir.)
(Yılmaz da hemen yazmaya başlamıştır. Doğan ise çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşının yazdığını kontrol etmektedir.)
- 118Y: (Tablodaki diğer boşluğu göstererek) Buraya ne yazalım?
- 119D: Oraya da yürüdüğü yol olarak metre yazalım...
- 120Y: O zaman, zaman bölümüne de dakika yazalım (demiş ve yazmaya başlamıştır. Rakamları yazmadan arkasına dayanmıştır.)
- 121D: Beşi yazalım o zaman. (Yılmaz tekrar çalışma kâğıdına eğilmiş ve yazmaya devam etmiştir. Doğan sessizce elini kulağına götürmüş ve içinden hesaplama yapmaya çalışmıştır. Ardından, tekrar konuşmuştur.)
Onbeş...(tereddütlüdür)
- 122Y: Buraya 15 gelmez mi? (demiş ve hemen yazmaya başlamıştır)
- 123D: Evet. (Yılmaz'ın yazma işlemini tamamlamasının ardından konuşmaya devam etmiştir.) 15, 10, 30... (derken halen kulağını kaşımaktadır)
(Yılmaz da yazmaya devam etmektedir.) 15... 45 (demiştir.)
(Yılmaz yazma işlemini bitirmiş ve arkasına yaslanmıştır. Doğan eli yanağında konuşmaya başlamıştır.)
- 124D: Peki, buraya ne gelmesi lazım... (derken çalışma kâğıdında bir yeri arkadaşına göstermiştir. Yılmaz da araştırmacıya dönmüştür. Doğan konuşmaya devam etmiştir.) Hiçbirsey... (Biraz düşünceli olduğu görülmüştür.)
- 125Y: Sürati yazalım oraya... (derken kravatu ile oynamakta ve tereddütlü bir biçimde araştırmacıya onaylatmaya çalışmaktadır. Şekilde fazladan çizilen bir sütun nedeniyle tartıştıkları anlaşılmaktadır. Araştırmacı yönlendirmek istemiş ve sormuştur.)
- 126A: Peki, bu bölüme ihtiyacınız var mı?
- 127D: Hayır yok... (demiş ve eline silgiyi alıp sütunu silmeye başlamıştır)
(Yılmaz'ın da arkadaşını bu konuda onayladığı yüz ifadelerinden anlaşılmuştur.)
- 128A: Diğer soruya geçelim o zaman...

Doğan'ın 111D'deki ifadesinden grafik ile tabloyu karıştırdığı düşünülmektedir. Yılmaz'ın yaptığı çizim ile 112Y, 120Y ve 122Y'deki ifadelerinden ve Doğan'ın 113D, 117D, 121D ve 123D'deki ifadeleri ile arkadaşına çizim konusunda yaptığı yardımlardan, iki öğrencinin de *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* görülmüştür. Birlikte tamamladıkları tablodan (Şekil 3.24) ve 122Y ile 123D'deki ifadelerinden bu öğrencilerin *kat ilişkisini* de doğru bir biçimde kullandıkları görülmüştür. Bununla birlikte; öğrencilerin kaplumbağanın belirlenecek herhangi bir zamanda yürüdüğü yolu göstermesi amacıyla oluşturulan tabloda (Şekil 3.24.) her dakikada değil de belli dakikalarda kaplumbağanın yürüdüğü yolu gösteren değerlerin yer aldığı ve 111D,

113D, 115D, 121D, 123D ve 122Y'deki ifadelerinden de *tahmin ve kontrol yöntemi* kullanmayı tercih ettikleri anlaşılmıştır. Bu aşamada, Yılmaz'ın 114Y ve 116Y'deki ifadelerinden başlangıçta tereddütte kaldığı fakat sonuçta bu konuda arkadaşını desteklediği de anlaşılmaktadır. Aşağıda, Yılmaz ile Doğan'ın birlikte çizdikleri tablo şekli görülmektedir.

Zaman (d)	Yol (m)
5	15
10	30
15	45

Şekil 3.24. Yılmaz ile Doğan'ın İlk Etkinlik için Birlikte Oluşturdukları Tablo

Etkinliğin ikinci bölümünde yer alan “*Bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zaman ile yürüdüğü yol arasında sizce nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki metni Doğan okumuş ve Yılmaz ise dinlemiştir. Ardından, kısa bir süre sessizlik yaşanmıştır. Doğan'ın soruyu sessiz bir şekilde yeniden okuduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte; Doğan'ın burada soruyu okuyan kişi kendisi olmasına rağmen soruyu yeniden okuma ihtiyacı duymuştur ki, bu durum soruyu zihninde anlamlandırmada zorlandığına işaret edebilir. Bu da, bir önceki bölümde tablo ile grafiği karıştırmadığını yani sadece soruyu anlamlandırmadığını gösterebilir. Ardından, eline kalemini almış ve kalemle çalışma kâğıdındaki tabloda sağ ve sol kısımları göstererek konuşmaya başlamıştır.

129D: (Çalışma kâğıdında göstererek) Burası ile şurası arasındaki farkı soruyor. (Kısa bir müddet sessizlik yaşanmıştır. Ardından, Yılmaz araştırmacıya ve arkadaşına bakarak konuşmuştur.)

130Y: ...üç kat o zaman... Öyle değil mi?

131D: Olabilir... (yerinde hareketlenmiştir) Bu kaplumbağa bu kadar yürüyorsa onun da üç katı yol... eee... metre yürümüş oluyor o zaman. Bu kaplumbağa... (elinde kalemiyle tabloyu göstermektedir ve konuşmaya devam eder) ...beş dakika harcıyor o beş dakikanın üç katını yola harcıyor o zaman... (demiş ve onaylatmak için arkadaşına bakmıştır) ...yaz... (demiştir ve bu esnada iki öğrenci de hareketlenmiştir.)

132D: ...eee...

- (Ardından, Yılmaz yazmak üzere eğilmiştir ve birlikte cevap olarak çalışma kâğıdına ne yazacaklarını bir müddet düşünmüşlerdir.)
...eeeeee... (Kalemiyle oynayarak düşünmektedir) Bir süremiz var mı?
(diye araştırmacıya dönerek sormuştur)
- 133A: (Araştırmacı çalışma kâğıdını işaret ederek) Hayır yok... Yalnız cevabı yazarken buradaki metinden yararlanabilirsiniz. (derken Doğan lafa karışmış ve konuşmaya başlamıştır.)
(Yılmaz ise yazmak amacıyla çalışma kâğıdına yönelmiştir.)
- 134Y: O zaman, yürüyüşte kaplumbağanın harcadığı zamanın... (cevabı söylerken bir taraftan da çalışma kâğıdına yazmaktadır.)
- 135D: ...3 katı... (bir taraftan çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşının yazdıklarını kontrol etmektedir)
- 136Y: ...yol olur. (yazmaya devam etmektedir)
- 137D: ...yürüdüğü yol olur.
(Yılmaz bu esnada arkadaşının söylemini de çalışma kâğıdına yazmak istemiş ve bir miktar silip düzeltmiştir.)

Öğrencilerin burada ne yazacakları konusunda düşüncelerinden düşüncelerini matematiksel anlamda yazıya aktarma konusunda zorlandıkları düşünülmektedir. Yılmaz'ın 130Y'deki ifadesi ile 136Y'deki ifadesinde arkadaşını onaylamasından ve Doğan'ın 131D ve 135D'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de *kat ilişkisini* kolayca tanıyıp kullandıkları anlaşılmıştır. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin çalışma kâğıdına yazdıkları açıklama notu görülmektedir.

Yürüyüşte kaplumbağanın harcadığı zamanın 3 katı yürüdüğü yol olur

Şekil 3.25. Yılmaz ve Doğan'ın Birinci Etkinlikteki Açıklamaları

Ardından, etkinlikte yer alan ve yukarıda açıkladıkları kat ilişkisine ait bir denklem yazmaları beklenen üçüncü bölüme geçilmiştir. Bu bölümde yer alan soru metni, "Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yol kolaylıkla bulunabilsin." şeklindedir ve öğrencilerden yukarıda açıkladıkları kat ilişkisini gösteren bir denklem yazmaları istenmiştir. Bu bölümle ilgili olarak çalışma kâğıdında yer alan metni, iki öğrencide önce sessizce okumuş ve ardından bir müddet düşünmüştür. Bunun üzerine, araştırmacı öğrencilerden etkinliği sesli bir şekilde yeniden okumalarını istemiştir. Arkadaşının da isteği üzerine etkinliği

Doğan okumaya başlamıştır. Metnin okunmasının ardından, bir müddet daha düşünmüşlerdir. Bu esnada, Yılmaz'ın oldukça sessiz olduğu görülmüştür. Doğan ise, sesli bir şekilde metnin tekrar tekrar okumakta ve eli gözlerinde düşünmektedir.

140D: O zaman bizim derdimiz sadece şu ikisi. (demiş ve çalışma kâğıdında tablodaki yol ve zaman ifadelerini göstermiştir)

141A: Sizden ne yapmanız isteniyor?

142D: Denklem yazmamız...

143A: Peki, denklemin ne demek olduğunu biliyor musunuz?

144Y: Hı hı...

(Doğan da, arkadaşını başı ile onaylamıştır.)

145A: O zaman burada örnek bir denklem yazabilir misiniz?

İki öğrencinin de kısa bir müddet düşünmelerinin ardından, Doğan halen kararsızca düşünürken, Yılmaz'da eline kalemi almış ve sessizce yazmaya başlamıştır. Doğan da arkadaşının yazdığını başı ile onaylamıştır. Aşağıda, Yılmaz tarafından yazılan ilk denklem ifadesi görülmektedir.

$$x + 4 = 3$$

Şekil 3.26. Yılmaz Tarafından Yazılan İlk Denklem İfadesi

Görüldüğü üzere, iki öğrenci de kat ilişkisini gösteren bir denklem ifadesi yazmada zorlanmışlardır. Bunun üzerine, araştırmacı öğrencilerin düşüncelerini geliştirmeleri amacıyla sormuştur.

146A: Evet, güzel. Peki, bu denklem türü olarak nasıl bir denklem türü biliyor musunuz?

147Y: Bir bilinmeyenli denklem...

148A: Peki, iki bilinmeyenli denklem gördünüz mü?

(Doğan eline kalemi alıp bir şeyler yazmış gösterirken, Yılmaz da çalışma kâğıdına yazmaya başlamıştır.) Hımm...

149Y: Böyle olur mu? (diye yazdığını araştırmacıya göstermiştir.)

(Yılmaz'ın iki tane x kullanarak "2x+7=2-x" şeklinde yeni bir denklem yazdığı görülmüştür. Bu denklem çalışmada kullanılmak üzere yazılmış değildir. Araştırmacı sadece bu bilgiyi kullanıp kullanamayacaklarını anlamak istemiştir. Bunun üzerinde, araştırmacı yeniden müdahale yapma ihtiyacı duymuştur.)

150A: Burada bilinmeyenler neler, bana söyleyebilir misiniz?

151Y: x...

152A: Ama ben iki tane bilinmeyenli demiştim.

153D: Aynı olmayacak yani... (Doğan konuşurken, Yılmaz yazdığını aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi düzeltmiştir.)

$$2x + 7 = 2 - y$$

Şekil 3.27. Yılmaz Tarafından Kurulan İki Bilinmeyenli Denklem

Ardından, araştırmacı öğrencilerden etkinliğin üçüncü bölümünde bu bilgiyi kullanmalarını istemiştir.

154A: Şimdi, buradaki çalışma için benzer bir denklem yazabilir misiniz? (Öğrencilerin bir müddet daha düşündükleri gözlenmiştir. Yılmaz oldukça sessizdir ve Doğan ise elini çenesine koymuş düşünmektedir.) Mesela, burada değişkenlerimiz neler olmalı?

155Y: (Doğan'a bakarak, tablodaki yol ve zaman ifadelerini göstermiştir.) Bunlar olabilir... Olur mu?

156D: Olur. (başı ile de onaylamış ve ardından hareketlenip çalışma kâğıdına eğilmiştir) Sıra olarak nasıl yapacağız? (kısa bir süre düşünmüştür) Hımm... Beş...

157Y: Beş diyelim. (demiş ve çalışma kâğıdına yazmaya başlamıştır.)

158D: Beş çarpı üç (düşünürken) olabilir.

159Y: Olmadı...

160D: (Başı ile de onaylayarak) Evet, Olmadı.

Burada yer alan görüşme metinlerinden; öğrencilerin ikisinin de denklem konusunu işlediklerini kabul etmekle birlikte, *bir bilinmeyenli denklemi tanıdıkları* (Yılmaz'ın bu denklemi yazması ve Doğan'ın ise arkadaşının yazdığı denklemi başı ile onaylamasından) fakat *iki bilinmeyenli denklem kavramını* tam anlamıyla *tanıyamadıkları* görülmüş ve özellikle de Yılmaz'ın Şekil 3.26.'da görülen ifadesinden bu konuda *sürçme yanlışına* sahip olduğu anlaşılmıştır (149Y, 153D). Bununla birlikte, araştırmacının desteğinin ardından iki öğrencinin de iki bilinmeyenli denklem konusundaki kavram yanlışlarının ortadan kalktığı (Doğan'ın 153D'deki ifadesi ile Yılmaz denklemi yazabilmesinden) ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Bununla birlikte; Doğan'ın 156D, 158D ve 160D'deki ifadeleri ile Yılmaz'ın 157Y ve 159Y'deki ifadelerinden ve yazdıklarından, iki öğrencinin de *iki bilinmeyenli denklem kavramını* bu etkinlik için *tanıyıp kullanamadığı* anlaşılmıştır.

Etkinliğin dördüncü bölümünde yer alan “Öyle bir **grafik** çizin ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösterebilir.” şeklindeki etkinlik metnini, Doğan’ın hemen okuduğu görülmüştür.

174Y: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.

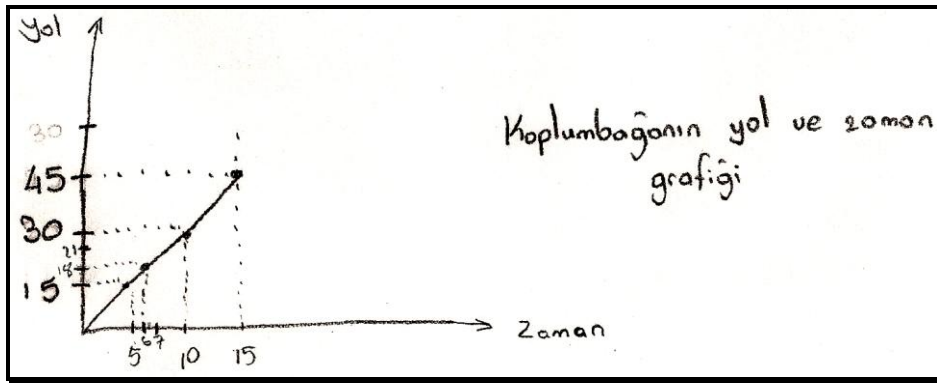
161D: Bu kez grafik çizeceğiz (demiş ve arkadaşına dönerek) oku...
(Bunun üzerine Yılmaz etkinlik metnini okumuş ve hemen ardından çizime başlamıştır. Doğan’ın bu esnada metni yeniden sesli bir şekilde tekrarladığı gözlenmiştir.)

(Yılmaz eksenleri çizerken, Doğan da okumasını bitirmiş ve arkadaşını yönlendirmeye başlamıştır.)

162D: Beş, on, onbeş...

(Bu esnada Yılmaz çizim yapmaya devam etmektedir. Bir ara görevi değişmişlerdir ve çizime Doğan devam etmiş, bu esnada y eksenini için değerleri yazmıştır. Bir müddet sonra görevi yeniden Yılmaz devralmış ve x eksenini için değerleri yazdıktan sonra çizdikleri noktaları doğru parçası oluşturacak şekilde birleştirmiştir.)

Bu şekilde birlikte çalışarak, kısa sürede çizimi tamamlamışlardır. Çizimin tamamlanmasının ardından, araştırmacı öğrencilerden çizimi isimlendirmelerini istemiştir. Aşağıdaki şekilde, bu iki öğrencinin birlikte çizdikleri grafik ve grafiğe verdikleri isim görülmektedir.



Şekil 3.28. Yılmaz ve Doğan’ın Birlikte Çizdikleri İlk Grafik

Öğrencilerin burada birlikte yaptıkları çizimlerden (Şekil 3.34.) ve konuşmalarından *grafik kavramını tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır. Ardından, beşinci bölümde verilen “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki metni sesli bir şekilde birlikte okumuş ve üzerinde tartışmaya başlamışlardır.

- 168A: Peki, bu grafikte oluşan şekil nedir? Ne oluştu?
(Doğan elini ağzına götürmüş ve Yılmaz ise arkasına yaslanmış düşünmektedirler.)
- 169D: (Doğan şekil üzerinde bir yerleri göstererek...) Buraları sayabilir miyiz, şuraları... (derken Yılmaz halen sessizce oturmaktadır.)
- 170A: Grafikte oluşan şekli soruyoruz?
- 171Y: Bence burada iki tane üçgen oluştu.
- 172A: Peki, Doğan?
(Doğan başını sağa sola çevirerek şekle bakmaktadır. İki öğrenci de bir müddet sessiz kalırlar ve ardından Doğan konuşmaya başlamıştır.)
- 173D: (Çalışma kâğıdında yatay ve dikey eksenini göstererek) Bunları saymıyoruz değil mi? (araştırmacıya bakmaktadır)
- 174A: Grafiği sormuyoruz, grafikte oluşan şekil nedir?
- 175D: (Noktalı çizgileri göstermiştir.) Bunlar değil o zaman...
- 176Y: Ka... (araştırmacıya bakarak tereddüt etmiş fakat devam etmiştir) Kare değil mi?
- 177A: Noktalar bize sadece yol gösterdi. Noktalar belirgin olmasaydı ne derdiniz?
(Doğan elini ağzına götürmüş ve Yılmaz da hiç kıpırdamadan düşünmektedir.)
- 178Y: (Kendinden emin konuşmuştur) Tamam... doğru parçası...
(Doğan da arkadaşını başı ile onaylamıştır.)
- 179D: Hı hı...

Bunun sonrasında, öğrenciler “*Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.*” şeklindeki etkinlik metnini okumuş ve ardından Şekil 3.34.’de görülen isimlendirmeyi yapmışlardır.

- 180A: Peki, bu grafikte oluşan şekilden yararlanarak nasıl bir ad verebilirsiniz?

Bunun üzerine öğrenciler bir müddet daha düşünmüşler fakat bir cevap verememişlerdir. Burada, Yılmaz’ın 178Y’deki ifadesi ve ardından Doğan’ın 179D’deki ifadesinde Yılmaz’ı onaylamasından, iki öğrencinin de *doğru parçası kavramını tanıdıkları* anlaşılmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin yaptıkları çizimden grafiği çizmede başarılı oldukları yani *grafik kavramını tanıyıp kullanabildikleri* fakat 169D, 173D, 175D ile 171Y, 176Y,’deki ifadelerinden grafikte oluşan şekli kararlaştırmada başarısız oldukları görülmüştür. Öğrencilerin özellikle de nokta belirlemede kullandıkları noktalı çizgiler üzerinden grafikteki şekil hakkında yorum yapma konusunda ısrarcı davranmaları bunun göstergesidir.

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin bu aşamada kurdukları denklem görülmektedir.

$$\begin{array}{l} d \cdot 8 = 21 \\ d = 7 \end{array}$$

Şekil 3.29. Yılmaz ile Doğan'ın Çözüm İçin Yazdıkları Denklem

- 181A: Peki, ilk önce grafikten yararlanarak cevaba ulaşabilir misiniz?
(Yılmaz kalemi ile kâğıda eğilmiş ve yazmaya, bir taraftan da yazdıklarını açıklamaya başlamıştır. Doğan da bu esnada dikkatlice kâğıda bakmakta ve arkadaşının yazdıklarını incelemektedir.)
- 182Y: Böyle yapabilirim.
(Şekil 3.28.'de görüldüğü gibi, birlikte grafik üzerinde ara değerler olarak altı ve yediyi belirtmişlerdir.)
- 183A: Peki, Doğan sen ne düşünüyorsun?
- 184D: Altı olabilir... Yedi değil de... (bir taraftan iyice yerinden kalkmış ve çalışma kâğıdına dikkatlice bakmaktadır)
- 185A: Peki, o zaman denklemden yararlanalım şimdi de...
- 186D: Denkleminiz buydu... (diyerek daha önceden yazdıklarına bakmıştır)
Pardon ya... Ben yanlış hesaplamışım cevap 7 olacak...
(Bir müddet düşünmüşlerdir. Sonrasında, Yılmaz yazmaya başlamıştır.)
- 187Y: Ay, yanlış yazdım. (arkasına doğrulmuştur.)
(Bu esnada Doğan arkadaşına yardımcı olmuştur.)
- 188D: 21... (Yılmaz silmiş ve doğru şekilde yeniden yazmıştır. Doğan da bu esnada arkadaşına yardımcı olmuştur.) ...3 yazalım...
(Yılmaz yazmayı tamamlayınca rahatlamış ve arkasına yaslanmıştı.)

Bu aşamada; öğrencilerin bu etkinliğe ilişkin iki bilinmeyenli denklemi kurmakta zorlanmakla birlikte, burada yer alan problemin çözümünde *denklemi* doğru bir şekilde kurdukları ve *kullandıkları* (188D'deki ifadedeki Doğan'ın söylemi ve Yılmaz'ın bu esnada arkadaşına yaptığı yardım) görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde *tanıyıp kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Aynı zamanda, öğrencilerin *grafığı* ve *grafikte yer alan eksenleri* burada yer alan sorunun çözümünde doğru bir şekilde *kullandıkları* (182Y ve 186D) anlaşılmıştır.

Ardından, araştırmacı öğrencilerden yedinci ve son bölümde yer alan “*Bu yavru kaplumbağa 6 dakika sonunda kaç m. yürümüş olur? Öncelikle yaptığımız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve elde*

ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki soruya cevap aranmıştır. Doğan okurken, Yılmaz arkadaşını dinlemiş ve ardından çalışma kâğıdına yönelmiştir. Bu esnada, Doğan da çalışma kâğıdına bakarak soruyu yeniden okumuştur.

- 189A: Grafikten nasıl bulabilirsiniz?
(İki öğrenci de hemen grafiğe yönelmiştir ve aynı anda konuşmaya başlamışlardır.)
- 190Y: (Grafik üzerinde göstererek) Buradan bu tarafa olması lazım.
- 191D: Beşin paralelinde... (demiş ve grafik üzerinde çizmeye başlamıştır.)
(Bu esnada Yılmaz’ın da desteklemesiyle çizimi tamamlamışlardır. 3.28.’de öğrencilerin bu çizimi görülmektedir.)
- 192A: Peki, cevabı ararken grafikte baktığınızda ve denklemlerle çözdüğünüzde aynı sonuca ulaştınız mı?
- 193Y: Hı hı... (Doğan da başı ile onaylamaktadır.)
- 194A: Grafik de denklem de sonuçta aynı şeye ulaşmamızı sağlıyor mu?
- 195D: Evet.
(Yılmaz da başı ile onaylamıştır.)
- 196A: O zaman denkleme isim vermenizi istesek, ne denkleme derdiniz? (Bir müddet düşünmüşlerdir) Grafikte birlikte düşünseniz, grafik sizin için bir yol gösterici olsa?

Burada; öğrencilerin 193Y ve 195D’deki ifadelerinden grafik ile denklem ile yaptıkları çözümlerin aynı sonuca ulaşmalarını sağladığını anladıkları görülmüştür. Bununla birlikte, araştırmacının tüm yönlendirmelerine ve aralarında tartışmalarına rağmen öğrencilerin yazdıkları denkleme bir isim veremedikleri anlaşılmıştır. Birinci etkinlik olması nedeniyle, zaten öğrencilerin farkındalıklarının da henüz gelişmiş olmaması doğaldır. Aynı zamanda, yine öğrencilerin *grafiki* ve *grafikte yer alan eksenleri* burada yer alan sorunun çözümünde doğru bir şekilde *kullandıkları* (190Y ve 191D) anlaşılmıştır.

2.1.2. Okuma Denemeleri Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Doğru denkleme kavramını oluşturma sürecinin nasıl gerçekleştiğinin ortaya koyulması amacıyla hazırlanmış olan ikinci etkinlik “*Efe okumaya başladı. Yapılan okuma denemelerinden Efe’nin dakikada 25 kelime okuduğu anlaşılmaktadır.*” üzerine kurulu bir etkinliktir. Bu etkinliğin birinci bölümünde, öğrencilerden Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren bir tablo

düzenlemeleri istenmektedir. Çalışma kâğıdında buna ilişkin yer alan metin “*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösterebilir.*” şeklindedir. Etkinlik metninin bu bölümünü Doğan okumuş ve Yılmaz da dinlemiştir. İki öğrenci de hemen hareketlenmiş ve öncelikle etkinlikte ne sorulduğu üzerinde tartışmışlardır. Ardından, Doğan çizime başlamıştır. Doğan'ın çizim esnasında yardıma ihtiyaç duymadığı ve yalnızca isim verirken arkadaşının fikrini de aldığı gözlenmiştir.

200D: Bire yirmi beş... (çizmeye başlamış ve bir müddet çizime devam etmiştir)

201Y: Kelime sayısı...

202D: Hı hı... Kelime sayısı diyebiliriz. (Arkadaşına bakmış ve başı ile arkadaşını onaylamıştır. Çizime devam ederken bir ara yeniden konuşmuştur.)

(Yılmaz çalışma kâğıdına eğilmiş ve dikkatli bir şekilde arkadaşının çizimini kontrol etmektedir.)

203A: Evet...

(İki öğrenci de tabloya yazacakları değerler hakkında aynı anda konuşmaya başlamışlardır.)

204D: Şimdi, dakikada 25 kelime...

205Y: İki dakikada 50...

206D: Tamam da, hangi dakikaları alalım...

(Yılmaz arkadaşının sorusu üzerine başını tavana çevirip çok kısa bir süre için düşünmüştür. Doğan da eli gözünde düşünürken, bir taraftan da konuşmaya başlamıştır.)

207D: (Bir önceki etkinliği düşünerek) 5, 10, 15 gittik... (arkadaşına bakarak) ... 3, 6, 9 gibi gidelim.

208Y: Tamam.

(Doğan değerleri tabloya yazdıktan, sonra arkasına kısa bir müddet için yaslanmış.)

209D: Evet...

210Y: Yetmiş beş. (çalışma kâğıdına eğilmiş ve kelime sayısı yazısını göstermektedir)

(Bunun üzerine, Doğan arkadaşının söylediğini ve ardından da diğer kelime sayısına ilişkin değerleri tabloya yazmıştır.)

Öğrencilerin buradaki (200D, 204D, 209D ve 205Y, 208Y, 210Y) ifadelerinden, *kat ilişkisi* hakkındaki bilgiyi *tanıyıp kullandıkları* anlaşılmaktadır. Aşağıdaki şekilde, Doğan tarafından arkadaşının da yardımıyla çizilip tamamlanan ve Efe'nin zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren şekil görülmektedir. Burada, öğrencilerin Efe'nin herhangi bir zaman müddetinde kaç kelime okuduğu hakkında tahminde

bulunabilecekleri ve daha yüksek zaman aralıklarında için tablo değerlerini yazmalarının tahmin yapmada kolaylık sağlayabileceğini düşündükleri anlaşılmıştır. Bu durum da, yine öğrencilerin problemin çözümüne ulaşmada genelleme yerine tahmin etmeye çabaladıklarını gösterir niteliktedir. Fakat araştırmacı tarafından birinci etkinlikte tabloyu bu şekilde yazmış olmalarının yani oluşturdukları tabloda yer alan değerlerinin öğrencilerin denklem yazmalarını etkilemiş olabileceği düşünülmüş ve bu nedenle bu etkinlikte tabloyu ne şekilde oluşturmaları gerektiği konusunda müdahale yapma ihtiyacı duyulmuştur. Aslında, Yılmaz'ın 105Y'deki ifadesinden tabloya birden başlayarak değerleri yazmayı düşündüğü fakat bu konuda kararsız ve sessiz kaldığından arkadaşının 106D'deki ifadesinde görüldüğü gibi tahmin yaparak devam etmeye karşı çıkmadığı da görülmüştür.

211A: Peki, tablo değerlerini bir dakikadan başlayarak yazabilir miydik?

212D: Tabii...

213Y: Yazabilirdik.

214A: O zaman, bunun için yeni bir tablo daha çizerseniz?

Bunun üzerine yine Doğan çizimi yapmaya başlamış, bir müddet çizime Yılmaz devam etmiş ve ardından da Doğan tablo değerlerini yazmayı tamamlamıştır. İki öğrencinin de bu esnada yardıma ihtiyaç duymadıkları gözlenmiştir. Bu durum, iki öğrencinin de *tablo bilgisini tanıdıklarını* ve rahatlıkla *kullandıklarını* göstermektedir. Bununla birlikte, burada yine tabloya atadıkları değerler de, öğrencilerin *kat ilişkisini* doğru *kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Aşağıda verilen Şekil 3.30.'da, Yılmaz ve Doğan'ın ikinci etkinlik için birlikte çizdikleri tablo şekilleri görülmektedir.

2. AMAN (d)	KELİME S. (k)
3	75
6	150
9	225

2. AMAN (d)	Kel. S. (k)
1	25
2	50
3	75
4	100
5	125
6	150

Şekil 3.30. Yılmaz ve Doğan'ın İkinci etkinlik için Birlikte Çizdikleri Tablo

Ardından, “Efe’nin okuduğu kelime sayısı ile bu okuma esnasında harcadığı zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.” şeklindeki çalışma kâğıdında yer alan etkinliğin ikinci bölümüne geçilmiştir. Doğan etkinliğin bu kısmını okuma sırasını arkadaşına vermiş ve kendisi de çalışma kâğıdına eğilip dinlemiştir. Bunun üzerine Yılmaz etkinliğe ait ikinci bölümdeki metni okumuştur. Öğrenciler çok kısa bir süre düşünmüşlerdir ve bu esnada Doğan’ın yine metnin son kısmını tekrarladığı gözlenmiştir. Yine kısa bir düşünmenin ardından, Yılmaz eli ile başını kaşımış ve konuşacak gibi hareketlenmiştir. Bu esnada Doğan eli ağzında halen düşünmektedir ki, Yılmaz konuşmaya başlamıştır.

217Y: Kelime sayısı 25 kat...

218D: Zaten dakikada 25 kelime okuyormuş ve dakika arttıkça bir 25 kelime daha okuyor. O zaman 25 diyorum.

(Yılmaz cevabı yazmak üzere çalışma kâğıdına eğilmiş ve yardıma ihtiyaç duymaksızın aşağıdaki şekilde verilen ifadeyi yazmıştır.)

Efe'nin okuduğu kelime sayısı harcadığı zamanın 25 katıdır.

Şekil 3.31. Yılmaz’ın İkinci Etkinlik için Yazdığı İfade

Yılmaz’ın yazma işlemini tamamlamasının ardından arkasına yaslandığı gözlenmiştir. Bu esnada Doğan ise, etkinliğin üçüncü bölümüne ilişkin “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı kolaylıkla bulunabilsin. (Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı arasındaki ilişkiyi göstereyin)” şeklindeki ifadeyi okumaya başlamıştır. Okuma işleminin tamamlanmasının ardından, Yılmaz cevabı Doğan’dan yazmasını istemiştir. Doğan ilk yazdığını silmiş ve yeniden yazdığı matematiksel ifadenin doğruluğunu arkadaşına danışmıştır. Ardından, bir miktar daha silmiş ve çözüm üzerinde bir süre daha tartışmışlardır.

174K: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.

226Y: Zamanla 25’i çarparsak... (eliyle de çalışma kâğıdını işaret ederek konuşmaktadır)

- 227D: O zaman $d+25=k$ diyebilir miyiz? (bir taraftan arkadaşına bakmaktadır)
 228Y: Çarpı...
 229D: Çarpar mıyız?
 230Y: (Eliyle çalışma kâğıdında göstererek) Bir kere yirmi beş yirmi beş eder.
 231D: O zaman d çarpı yirmi beş ... kelime sayısını buluruz. (bir taraftan ifadeyi yazmıştır ve yazmayı bitirince arkasına yaslanmıştır)
 232Y: Evet... (derken Yılmaz'ın kendinden oldukça emin olduğu görülmüştür)
 233D: Evet...

$$d \times 25 = k$$

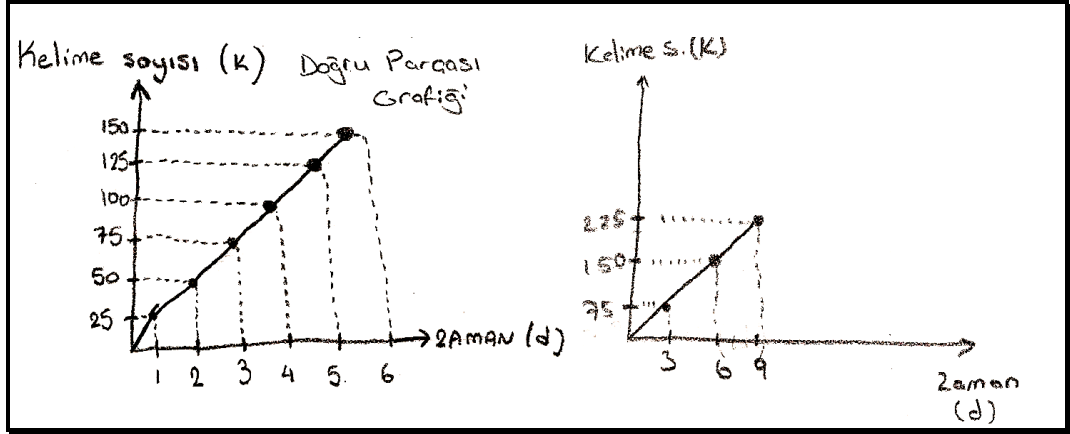
Şekil 3.32. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlik için Yazdıkları Denklem İfadesi

Burada yer alan görüşme metinlerinde 226Y, 228Y, 230Y ve 232Y'deki ifadelerinden, Yılmaz'ın *kat ilişkisini denkleme yazarken* doğru bir biçimde *kullandığı* ve Doğan (227D)'in ise başlangıçta denklem ifadesinde kat ilişkisi yerine toplama kullanmayı denediği fakat ardından arkadaşı ile aralarında yaptıkları tartışmanın da sonucunda çözümde kat ilişkisinin daha uygun olacağını (231D ve 233D) kararlaştırdığı görülmüştür. Yine öğrencilerin buradaki ifadelerinden ve Şekil 3.28.'den, iki öğrencinin de birinci etkinlikte oluşturmakla birlikte *matematiksel gösterimini* gerçekleştiremedikleri *iki bilinmeyenli denklem kavramını* bu etkinlikte *gerçekleştirebildikleri* yani iki bilinmeyenli denklem kavramını tam anlamıyla *oluşturdukları* anlaşılmıştır. Başka bir ifadeyle, birinci etkinlikte öğrencilerin iki bilinmeyenli denkleme doğru kuramamakla birlikte burada iki bilinmeyenli denkleme doğru bir biçimde kurmuş olmaları, iki öğrencinin de iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduklarını gösterir niteliktedir. Bu durum da, araştırmacının oluşturdukları tabloya yaptığı müdahalenin etkili olduğu ve bu sayede öğrencilerin kat ilişkisini denklem yazmada daha kolaylıkla kullanmalarının sağlanmış olmasının etkili olduğu düşünülmektedir.

Ardından, öğrencilerin etkinliğin bir sonraki bölümü için çalışma kâğıdında gördükleri “*Öyle bir grafik çizin ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösterebilir.*” şeklindeki ifadeyi okuma ihtiyacı bile duymadan aralarında konuşarak grafiği çizmeye başladıkları görülmüştür. Bu esnada, Doğan ilk olarak yatay ve dikey eksenleri çizmiş ve arkasından arkadaşına danışmıştır.

- 236D: Hangisini çizelim, bunu mu? (derken arkadaşına bakmaktadır ve araştırmacının yardımıyla çizdikleri tabloyu göstermiştir)
- 237Y: İkisini de bence...
- 238D: Kelime sayısı... (derken bir taraftan da çizmekte ve bu esnada sesli bir şekilde düşünmektedir.)

Öğrenciler aralarında da tartışarak çizimi gerçekleştirmişlerdir. Bu aşamada; Yılmaz'ın büyük bir dikkatle arkadaşını izlediği ve bazen arkadaşını düzelttiği, Doğan'ın ise çizimi gerçekleştirdiği görülmüştür. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin birlikte çizdikleri grafikler görülmektedir. Öğrencilerin çizdikleri bu grafikler, iki öğrencinin de *çizgi grafiği tanıyıp kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Bu grafik incelendiğinde, öğrencilerin grafiği doğru bir biçimde çizdikleri grafiklerde oluşan şekle (0,0) noktasını da dâhil ettikleri gözlenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin grafik hakkında yaptıkları tek hatanın eksenlere atadıkları değerler arasındaki aralıkların nasıl olması gerektiği konusuna dikkat etmemeleridir.



Şekil 3.33. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlik için Çizdikleri Grafikler

Bunun sonrasında, iki öğrenci birlikte etkinliğin beşinci bölümüne ilişkin “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki metni okumuştur. Doğan dayanamamış ve hemen cevabı söyleyivermiştir.

- 243D: Doğru parçası (derken çalışma kâğıdına da cevabı yazmıştır)
- 244Y: Hı hı...

Öğrencilerin buradaki ifadelerinden (243D ve 244Y), Şekil 3.33.'deki grafikte gördükleri şekli doğru parçası olarak adlandırdıkları yani *doğru parçası kavramını tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır. Etkinliğe ait çalışma kâğıdında yer alan “*Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.*” şeklindeki metni Yılmaz ve Doğan ikisi birlikte okumuştur.

174K: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.

245A: Peki, grafiği isimlendirmenizi istesek, bu grafiğe oluşan şekli de göz önüne alarak ne diyebilir siziz?

246D: Doğru parçası grafiği diyebilir miyiz?

247Y: Hı hı... (demiş ve ifadeyi çalışma kâğıdına yazmıştır. Şekil 3.33.'de Yılmaz'ın yazdığı bu ifade de görülmektedir.)

Burada, öğrencilerin grafikte gördükleri şekle odaklanmaya başladıkları ve grafiği doğru adlandırdıkları (246D ve 247Y) görülmüştür.

Ardından, etkinliğin bir sonraki bölümü olan “*Efe'nin 175 kelime okumuş olması için kaç dakika okumaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki problemi okumuş ve cevap aramaya başlamışlardır.

248D: Yedi...

249A: Grafikten bakarak gösterebilir misiniz?

250D: Grafikte fazla yukarıya çıkmayacağımız için bunun hemen... eee... (derken birinci grafikteki değerlerin yeterli olmadığını söylemeye çalışmıştır)

251Y: O zaman diğer grafiği kullanalım. (derken ikinci grafiği işaret etmiştir. Ardından, grafikteki yerleri göstererek) ...şuraya gelir.

252D: Şurada, 160... Evet...

İki öğrenci de çalışma kâğıdına eğilmiş ve grafik üzerinde sonucu göstermişlerdir. Öğrencilerin buradaki ifadelerinden (248D, 250D, 252D ve 251Y) ve grafik üzerinde doğru gösterimler yapmalarından, iki öğrencinin de grafiği doğru bir biçimde okuyabildikleri yani çizdiği *grafiği* problemin çözümünde *kullanabildiği* anlaşılmıştır. Ardından, araştırmacı tarafından öğrencilerden denklem yardımıyla çözüme ulaşmaları istenmiştir. Bu esnada, Yılmaz düşünürken Doğan'ın sesli bir şekilde düşünmeye başladığı gözlenmiştir.

253A: Peki, denklemler...

254D: 25... (derken eli ağzında düşünmüştür)

255Y: 175...

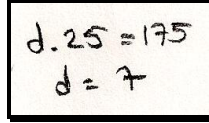
(Bu esnada Doğan çalışma kâğıdına yönelmiş ve cevabı yazmaya başlamıştır. Yılmaz ise arkadaşının yazdığına bakmış ve beğenmeyip başka bir şeyler yazmaya başlamıştır.)

256Y: 25'e böleriz.

257D: 175'i 25'e... (derken arkadaşına bakıp onaylatmaya çalışmıştır.)

258Y: 175'i 25'e böleriz (derken bir taraftan da cevabı yazmıştır. Ardından rahatlayıp arkasına yaslanmıştır.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin yazdıkları denklem yardımıyla yaptıkları çözümleri görülmektedir.


$$\begin{aligned} d \cdot 25 &= 175 \\ d &= 7 \end{aligned}$$

Şekil 3.34. Doğan ve Yılmaz'ın İkinci Etkinlikteki Çözümleri

Sonuç olarak; öğrencilerin 254D, 257D ile 255Y, 256Y ve 258Y'deki ifadeleri ve birlikte yazdıkları ifade (Şekil 3.34.'de görülmektedir), iki öğrencinin de oluşturduğu *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde doğru bir biçimde *kullandıklarını* gösterir niteliktedir.

259A: Peki, şimdi de son soruyu okuyalım.

Araştırmacının da isteği üzerine öğrencilerin birlikte “*Efe 8 dakika sonunda kaç kelime okumuş olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki metni okudukları ve grafikte de denklem ile de doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Buradaki çözümlerinden de, yine öğrencilerin *grafik okuyabildikleri* yani başka bir ifadeyle *grafik ve grafikte görülen eksenleri* problemin sonucuna ulaşmada *kullanabildikleri* ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanabildikleri* anlaşılmıştır.

Son olarak, bu etkinliğe öğrencilerin doğru denklemi hakkında oluşturdukları bilgiyi ortaya koymak amacıyla eklenmiş olan “*Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denklemi dersiniz?*” şeklindeki soruyu okumuşlardır. Bu esnada, araştırmacı konuşmaya başlamıştır.

264A: Peki, yaptığımız iki etkinliğe de baktığımızda grafikte denklem bana aynı şeyi veriyor mu?

265Y: Hı hı...

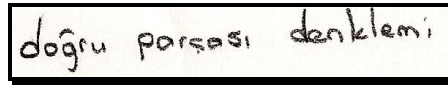
266D: Evet.

267A: O zaman bu denkleme bir isim verecek olsak ne denklemi deriz?

268D: Doğru parçası denklemi (derken Yılmaz'ın ise sessiz kaldığı görülmüştür)

269Y: Doğru... (başı ile de onaylamıştır)

Aşağıdaki şekilde, Doğan'ın düşüncesini yazdığı çalışma kâğıdından bir kesit görülmektedir.



doğru parçası denklemi

Şekil 3.35. Doğan'ın Düşüncesini Yazdığı Çalışma Kâğıdından Kesit

Burada; Doğan (266D) ve Yılmaz (265Y)'ın grafik ile denklem arasında bağlantı kurmaya başladığı görülmüş ve bu öğrencilerin (268D ve 269Y'de arkadaşını onaylamasından) denklemi doğru parçası denklemi olarak adlandırdıkları anlaşılmıştır ki, bu durum iki öğrencinin de *doğru denklemi kavramını oluşturduğunu* düşündürmektedir. Sonuç olarak; bu iki etkinliğin uygulanması sonucunda öğrencilerin grafik, kat ilişkisi, tablo, doğru parçası ve denklem kavramlarını tanıyıp kullandıkları, iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturdukları görülmüştür. Öğrencilerin oluşturdukları grafik ile yazdıkları denklem arasında ilişkiyi fark ettikleri ve bunu sonucunda da, *doğru denklemi kavramını oluşturdukları* anlaşılmıştır.

Bu iki etkinlik $y=k.x$ şeklindeki denklemden yararlanarak doğru denkleminin oluşturulmasına yönelik olarak hazırlanmış olan etkinlikler olup, buradan sonraki iki etkinlik ise $y=kx+b$ denkleminde yararlanarak doğru denkleminin pekiştirilmesine yönelik olup hazırlanmış olan etkinliklerdir.

2.1.3. Yeni Doğan Balina Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Üçüncü etkinlik “Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlelerini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.” üzerine kuruludur. Bu etkinliğin ilk kısmında diğer iki etkinlikte olduğu gibi öğrencilerden balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir *tablo*

çizimleri istenmektedir. Çalışma kâğıdında yukarıdaki metne ek olarak “Öyle bir *tablo* düzenleyiniz ki, balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösterebilir.” şeklinde verilen metni Doğan okumuş ve ardından da etkinliğin nasıl olacağı hakkında yorum yapmıştır. Bu esnada, Yılmaz dikkatli bir biçimde çalışma kâğıdına bakmaktadır ve ardından da tabloyu çizmeye başlamıştır. Bir ara rolleri değiştirmişler ve aralarında tartışarak tablo çizimini gerçekleştirmişlerdir. Bu tabloda, öğrencilerin birinci aydan itibaren kiloyu düşündükleri ve bebek balinanın doğduğu zamanı hesaba katmadıkları görülmüştür.

Ardından, araştırmacı etkinliğin ikinci bölümünden devam etmelerini yani ay ile kütle arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler, öncelikle “*Balinanın büyüdüğü zaman ile ağırlığı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki metni okumuş ve ardından da aralarında tartışmaya başlamışlardır.

281D: Üç buçuk üç buçuk artıyor, yani...

282Y: (Tablo üzerindeki ilk ayı göstererek) Burada ne olacak?

283D: (Çalışma kâğıdına da dikkatlice bakarak) Her ay kütlesi üç buçuk üç buçuk artıyor. Başka bir açıklaman var mı?

284Y: Yok, (başını da sallamaktadır) öyle yapalım o zaman.

(Araştırmacı bu esnada, halen öğrencilerin tabloda yaptıkları hatanın farkına varmadıkları ve bu nedenle de buradan sonraki cevaplamalarının da hatalı olabileceğini anlamıştır. Öğrencileri yönlendirme ihtiyacı duymuştur.)

285A: Peki, bebeğin doğduğundaki durumunu değerlendirebilir misiniz?

286D: Şimdi bebek doğduğunda 3 kg zaten... (konuşurken kalemle de oynamaktadır)

287A: Peki, tabloda şimdi bir şey dikkatimi çekti. Bebek bir aylıkken mi 3 kg. gelmiş?

288Y: Hı hı...

289D: Evet...

(Bu esnada Yılmaz lafa karışmıştır.)

290Y: Ay, yok...

291D: Doğduğunda. (Hemen Doğan da söylemini değiştirmiştir)

292A: O zaman tabloda bir eksiklik var mı acaba?

Bunun üzerine Doğan hemen kalemi kâğıdı eline almış ve Yılmaz ile birlikte yaptıkları tartışma ile ilk yaptıkları tabloyu düzeltmişlerdir. Bu durum; araştırmacının 287A'daki ifadesinde yaptığı yönlendirmesinin ardından, öğrencilerin ilk iki etkinlik ile üçüncü etkinlik arasındaki farkı anlamaya başladıklarını gösterir niteliktedir. Öğrencilerin burada 281D, 283D ve 284Y'deki ifadelerinden *kat ilişkisini tanıyıp* doğru

bir biçimde *kullandıkları* anlaşılmaktadır. Öğrenciler, buradaki tartışmalarının ardından tabloya aşağıdaki şekilde görülen son şeklini verdikleri görülmüştür.

293Y: Evet...

294D: Bir ay yanlış yazdık o zaman (demiş ve hemen tablonun bir bölümünü silmiştir)

295Y: (Eliyle tablo üzerinde ay sütununu göstererek) Burayı silelim.

296D: O zaman bunların hepsini bir yukarıya kaydırmamız gerekmiyor mu? Birinci ay altı buçuk olması gerekli...

297Y: Tamam, dikey kısmı sil ve tekrar yazalım.

AY (A)	KÜTLE (X)
YENİ 0	3
1	6,5
2	10
3	13,5
4	17
5	20,5

Şekil 3.36. Yılmaz ve Doğan'ın Üçüncü Etkinlik için Birlikte Oluşturdıkları Tablo

Burada da; araştırmacının yönlendirmesinin ardından 294D, 296D ve 295Y, 297Y'deki ifadeleri ile Şekil 3.36.'da görüldüğü gibi tabloyu doğru bir biçimde yazmış olmaları, öğrencilerin diğer iki etkinlikten farklı olan ($y=kx+b$ denklemini oluşturmaya yardımcı olacak şekilde) *kat ilişkisini tanıyıp kullandıklarını* düşündürmektedir. Yine, buradaki ifadelerinden ve kat ilişkisini gösteren tabloyu da doğru bir biçimde oluşturabilmelerinden, ilk iki etkinlikten farklı tarzda hazırlanmış problemler için de *tabloyu tanıyıp kullandıkları* da anlaşılmıştır. Üçüncü etkinliğe ilişkin tablonun düzeltilmesinin ardından, öğrencilerden etkinliğin ikinci bölümünde yer alan ve ay ile kütle arasında ilişkiyi açıklamaları ve bu açıklamayı yazmaları istenmiştir.

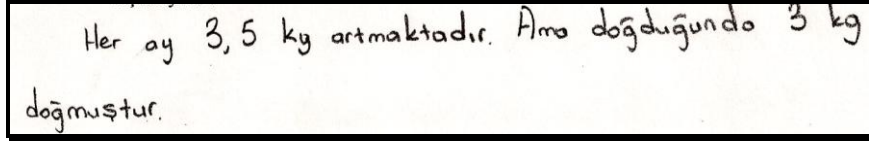
298Y: Şimdi burada *doğduğu ay* olarak yazdığımız ifadeyi de etkilemeli.

(Yılmaz konuşmasını bitirmeden Doğan çalışma kâğıdına cevabı yazmaya başlamıştır. Yılmaz da çalışma kâğıdına bakmakta ve arkadaşının izlemektedir. Doğan doğduğu ayla ilgili olarak ifadeyi nasıl düzenleyeceği konusunda kararsız kalmış ve arkadaşıyla tartışmaya başlamıştır.)

299D: Doğduğunda 3 kg.dı, fakat aylar geçtikçe 3,5 kg. artarak... (ifadeyi yazmaya başlamıştır)

300Y: Oldu bence...

Buradaki konuşmalarından (298Y, 300Y ile 299D), öğrencilerin Şekil 3.36.'da de görülmekte olan tablodan da yararlanarak bu probleme ilişkin doğru bir ifade yazdıkları görülmüştür. Bu durumun da, özellikle de diğer iki etkinlikten farklı olan doğru denklem ifadesini yazmaları konusunda kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Aşağıdaki şekilde (Şekil 3.37.), Doğan'ın yazdığı bu ifade görülmektedir.



Her ay 3,5 kg artmaktadır. Ama doğduğunda 3 kg doğmuştur.

Şekil 3.37. Doğan'ın Üçüncü Etkinlik için Yazdığı İfade

Ardından, etkinlikte yer alan üçüncü bölüme ilişkin “*Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığı kolaylıkla bulunabilsin.*” şeklindeki metinde yer alan denklem ifadesini görmüş ve bu metni okuma ihtiyacı bile duymamışlardır. Bunun üzerine, iki öğrenci de kısa bir süre düşünmüştür ve ardından ilk olarak Doğan konuşmaya başlamıştır.

- 301D: Burada her şeyi, şu 3 değeri karıştırıyor. (kalemiyle metinde bu ifadeyi göstermiştir)
(Bu esnada Yılmaz çalışma kâğıdına bakarak düşünmektedir.)
- 302A: Peki, burada 3 olmasaydı ne yapardınız? Önce böyle düşünseniz... Üç değeri neyi değiştirdi?
- 303Y: Sıralamayı değiştirdi (tablo üzerinde değiştirdikleri ay sütununu göstermiştir)
(Öğrencilerin ikisi de bir müddet düşünmüşlerdir.)
- 304D: A çarpı 3,5 eşittir x diyebiliriz.
- 305Y: Bence, birinci ay için hesaplama yapalım (demiş ve hemen elinde kalem çalışma kâğıdına eğilip hesaplamayı yapmış ve ardından da arkadaşına açıklamıştır.) Şimdi A bir hesapladık diyelim. A ile yani bir ile üç buçuğu çarptım sonra da üç ile topladım altı buçuk çıktı.
- 306D: (Bir iki saniye arkadaşının cevabını kontrol ettikten sonra) Doğru...
(derken başını da sallamıştır)
- 307A: Peki, neden üç ekledik?
- 308D: Şu doğduğu ayda üç kiloydu ya bunun için...

Yılmaz ve Doğan'ın buradaki ifadelerinden (303Y ve 304D), ikinci etkinlikte oluşturdukları $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını pekiştirdikleri görülmüştür. Bunun sonrasında; Yılmaz'ın 305Y'deki ifadesinden deneme yanılma yöntemini kullanmayı düşündüğü ve böylelikle doğru sonuca ulaşabildiği, Doğan'ın 306D'deki ifadesi ile 308D'deki ifadesinde yaptığı açıklamasından da birlikte gerçekleştirdikleri deneme yanılma yönteminin ardından doğru sonuca ulaştıkları anlaşılmıştır. Bu durum; iki öğrencinin de $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanarak, $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduklarını göstermektedir. Aşağıdaki şekilde görülen ve öğrencilerin aralarında tartışarak yazdıkları denklem ifadesi de, bu iki öğrencinin $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduklarını kanıtlar niteliktedir.

$$3 + A \times 3,5 = X$$

Şekil 3.38. Yılmaz'ın Üçüncü Etkinliğe İlişkin Yazdığı Denklem İfadesi

Öğrencilerden etkinlik metninin devamını okumaları istenmiştir ve iki öğrencinin de içlerinden metni okudukları gözlenmiştir. Bu metinde, öğrencilerden balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir grafik çizmeleri istenmektedir. Çizime ilk başlayan öğrenci Yılmaz olmuştur. Doğan ise arkadaşının çizimi kontrol etmiş ve ay ve kütle değerlerini yazarken arkadaşına yardımcı olmuştur. Bu esnada araştırmacı merak içinde sormuştur.

312A: Peki, size bir şey sormak istiyorum. Grafiği çizerken burada (yatay eksenini göstermiştir) birer birer arttırıyoruz ama şurada (dikey eksenini göstermiştir) üçer üçer arttırıyoruz fakat aralık büyüklüklerini aynı yapıyoruz. Bu doğru mu sizce?

(Bu esnada Yılmaz elini ağzına koymuş ve çizimini bir an için bırakmıştır. Doğan da çalışma kâğıdına dikkatli bir şekilde eğilmiş ve araştırtmacıyı dinlemiştir.)

313D: Evet...(biraz tereddütlüdür ve bir müddet daha düşünmüştür) doğru...

314Y: Bence farklı. Burası kütle yani bu farklı bir şey ve burası da ay bu da farklı. (grafikte göstermektedir)

(Doğan arkadaşının konuşmasını bitirmesini beklemeden konuşmaya başlamıştır.)

315D: Ama bir dakika... Bunların arasında bir sayı olmadığı için, (yine grafikte göstererek) bunların arasında bir sayı var (bu esnada da grafikte dikey

ekseni, göstermiştir) Onun için fark edebilir mi? (araştırmacıya bakmış ve söylediği hakkında onay beklemiştir)

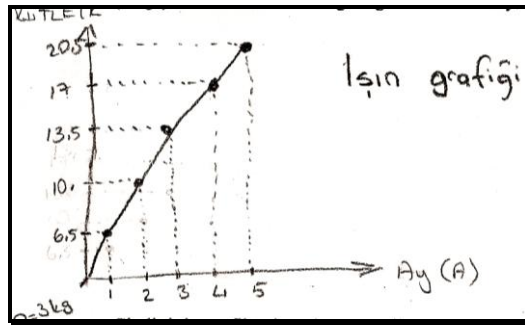
316A: Evet, peki ona uygun çizebilir miyiz o zaman?

(Yılmaz silmeye başlamış ve grafiği düzeltmiştir. Doğan da arkadaşının çizimini kontrol etmiş ve bir müddet çizimi izlemiştir)

317D: (Eliyle grafiğin üst kısmını göstererek) Şuradan başlaman lazım... sıfır değerini de ekleyelim...

(Bunun üzerinde Yılmaz'ın bu değeri de grafikte oluşan şekle eklediği görülmüştür.)

Burada araştırmacının öğrencilerin grafik hakkındaki bilgilerini anlayabilmek ve düşüncelerini geliştirmelerini sağlayabilmek amacıyla yaptığı yönlendirmenin (312A) ardından, öğrencilerin yatay ve dikey eksenlerdeki değerlerin yerlerini hatalı gösterdiklerini fark ettikleri (315D ve 314Y) görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin yatay ve dikey eksen kavramlarını doğru bir biçimde kullanamadıklarını düşündürmüştür. Araştırmacının buradaki yönlendirmesinin sonucunda, öğrenciler çizdikleri grafiğin bir kısmını silip düzeltmeye çalışmış ve grafikte dikeyde bulunan değerler arasındaki boşlukları arttırmışlardır. Bu durum ise, öğrencilerin kolaylık sağlamak ve yer kazanmak amacıyla eksenlerdeki değerler arasındaki boşluklara dikkat etmediklerini düşündürmektedir. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin bu etkinlik için çizdikleri grafiğin son hali görülmektedir. Öğrencilerin burada yaptıkları değişiklik, *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıdıklarına* ve istediklerinde *kullanabildiklerine* işaret etmektedir. Sonuç olarak, iki öğrencinin de *grafik kavramını tanıyıp kullandıkları* (Yılmaz'ın Şekil 3.39.'daki grafik çizimi, Doğan'ın 317D'deki ifadesi ve grafik çiziminde arkadaşını desteklemesinden) anlaşılmıştır.

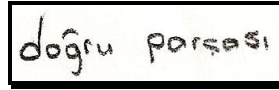


Şekil 3.39. Yılmaz ile Doğan'ın Üçüncü Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik

Araştırmacı “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki etkinlik metnini öğrencilere göstermiş ve cevaplamalarını istemiştir.

- 318A: O zaman şimdi de hangi geometrik şeklin oluştuğunu kararlaştırın.
319Y: Aynı bence...
320D: (Başı ile arkadaşını onaylayarak) Evet, doğru parçası.
321Y: Bence ışın da olabilir.

Öğrenciler bu esnada aralarında *tartışmaya* başlamış fakat doğru cevabın doğru parçası mı yoksa ışın mı olacağı konusunda kesin bir karara varamamışlardır. Bununla birlikte, yaptıkları bu tartışma iki öğrencinin de *doğru parçası* ve *ışın kavramlarını tanıdığını* ve burada *kullanmaya* çabaladığını (319Y, 320D ve 321Y) göstermektedir. Tartışmanın ardından, Doğan arkadaşından cevabı *doğru parçası* olarak yazmasını istemiştir ve Yılmaz'da ifadeyi yazmıştır. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin kararlaştırdıkları ve Yılmaz'ın çalışma kâğıdına yazdığı ilk cevap görülmektedir.



Şekil 3.40. Grafik için Yapılan İlk Geometrik Şekil Adlandırması

- 324D: Şey birinci, ilk başta bize yaptırdığınız etkinlikte grafiğin ve denklemin ismini yazmamıştık. Ona ışın grafiği ve ışın denklemi diyebilir miyiz?
325A: Hı hı...
326D: O zaman çalışma kâğıdına yazalım mı? (demiş ve araştırmacıdan aldığı kâğıda söylediklerini yazmış, ardından da araştırmacıya geri vermiştir)

Burada Doğan'ın 324D'deki ifadesinden birinci etkinlik ile diğer gerçekleştirilen iki etkinlik arasında bağlantı kurduğu, bunun sonucunda ilk etkinlikte de grafik ve denklemin aynı isimleri aldığını fark ettiği anlaşılmıştır. Yine; Doğan'ın 320D ve 324D'deki ifadesi, grafikte oluşan şeklin doğru parçası mı yoksa ışın mı olduğu konusundaki tereddüdünü göstermektedir.

- 327A: O halde, bu etkinlikte bebek balinanın 3 kg. doğmuş olması yani bu değeri çözümde kullanmış olmamız sonucu etkiledi mi?
(Yılmaz başı ile onaylamıştır.)
328D: Hayır, değiştirmedim. (derken çalışma kâğıdına iyice eğilmiş ve buldukları sonuçları incelemektedir. Bir ara arkasına yaslanmış ve düşünceli olmakla birlikte konuşmaya başlamıştır) Şöyle bir şey var. (kalemle çalışma kâğıdında yazdıkları son ifadeyi göstererek) Önceki çözümlerimizde *doğru parçası* sonucuna ulaştık ama ben birinci etkinliğin cevabını *ışın* olarak söyledim. Yani, bence burada *ışın* da

diyebilirdik. Ama hangisinin doğru olduğuna karar veremiyorum şu anda.

329Y: *Işın* bunlar. (Grafik üzerinde şeklin devamını göstererek) Buraya doğru devam ettirebiliyoruz çünkü.
(Doğan'da başı ile arkadaşımı onaylamıştır.)

Sonuç olarak, iki öğrencinin de *ışın* ve *doğru parçası kavramlarını tanıdığı* ve başlangıçta zorlanmakla birlikte (Doğan'ın 320D, 324D ve 328D'deki ifadeleri, Yılmaz'ın 321Y'deki ifadesi ve cevabı başlangıçta doğru parçası olarak çalışma kâğıdına yazması) grafikte oluşan şeklin *ışın* olduğu sonucuna (321Y, 329Y'deki ifadeleri ile Şekil 3.41.'de görüldüğü gibi çalışma kâğıdına yazdığı ifade; Doğan'ın Yılmaz'ı başı ile onaylaması) ulaştığı anlaşılmıştır. Araştırmacı öğrencilerden grafiği adlandırmalarını istemiş ve öğrencilerin bu grafiği *ışın grafiği* olarak adlandırdıkları görülmüştür (Şekil 3.39). Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin kararlaştırdıkları ve Yılmaz'ın çalışma kâğıdına yazdığı cevap görülmektedir.



Şekil 3.41. Grafik için Yapılan İkinci Geometrik Şekil Adlandırması

Öğrencilerin grafik için yaptıkları adlandırmanın ardından öncelikle oluşturdukları grafik ve denklem yardımıyla çözmeleri gereken sorulardan birincisi “Balina 5 ay sonunda kaç kg. ağırlığında olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” için ve ardından da ikincisi “Balinanın 24 kg. olması için kaç ay geçmiş olmalıdır? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” Sorularına ilişkin çözümler için birlikte çalıştıkları ve bu amaçla her seferinde öncelikle etkinlik metnini birlikte okudukları gözlenmiştir. Öğrenciler birlikte önce grafik üzerinde doğru cevabı göstermiş ve ardından da aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi denklem yardımıyla doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu aşamada çözümleri yapan ve cevapları açıklayan Yılmaz'dır. Doğan da çalışma kâğıdına eğilmiş, arkadaşının çözümlerini bazen sessiz ve bazen de sesli bir şekilde kontrol etmiştir. Bu durum, öğrencilerin *grafik kavramını* ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde *kullanabildiklerini* yani grafiği

okuyabildiklerini gösterir niteliktedir. Aşağıdaki şekilde, burada yer alan ikinci sorunun/ problemin denklem yardımıyla yaptıkları çözümü görülmektedir.

$$\begin{array}{l} 3 + A \cdot 3,5 = 24 \\ A \cdot 3,5 = 21 \\ A = 6 \end{array}$$

Şekil 3.42. Öğrencilerin Oluşturdukları Denklem Yardımıyla Yaptıkları Çözüm

Yılmaz ve Doğan'ın yukarıdaki şekilde görülen denklem çözümleri de, öğrencilerin $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullanmaya başladıklarını ve dolayısıyla da *pekiştirdiklerini* kanıtlar niteliktedir.

341A: Peki, bulduğunuz sonuçları karşılaştırsanız şimdi de?

342Y: Grafik de denklem de bizi aynı sonuca ulaştırdı.

(Bu esnada Doğan da arkadaşını başı ile onaylamıştır. Araştırmacı ise çalışma kâğıdında yer alan “Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne dersiniz?” şeklindeki metni göstererek)

343A: O zaman denkleme bir isim verseniz ne diyebilir siziz?

344Y: Işın denklemi...

(Doğan yine başı ile onaylamış ve aşağıdaki şekilde görülen ifadeyi de yazmıştır.)

Işın denklemi

Şekil 3.43. Yılmaz ve Doğan'ın Birlikte Yaptıkları Denklem Adlandırması

Yılmaz'ın 342Y'deki ifadesi ile Doğan'ın arkadaşını onaylamasından, iki öğrencinin de $y=kx+b$ iki bilinmeyenli denkleminin çözümlerini gerektiren problemlerin yer aldığı *doğru denklem kavramını oluşturma* sürecinde çizdikleri grafik ile yazdıkları denklem arasındaki ilişkiyi anladıkları görülmüştür. Yılmaz'ın yine burada 344Y'deki ifadesi, 329Y'deki ifadesinde belirttiği düşüncesini devam ettirdiğini ve burada çalışılan denklem ile grafiği ışın grafiği ve ışın denklemi olduğunu düşündüğünü göstermektedir. Bununla birlikte; Doğan'ın aşağıdaki görüşme metinlerinde yer alan ifadelerinden, Şekil 3.43.'te de görülmekte olan ifadeyi yazmakla ve 344Y'deki ifadesinde arkadaşını onaylamakla birlikte halen sessiz kalması, kafasındaki soru işaretlerini halen çözemediğini göstermektedir. Bu aşamada, Doğan

masaya bıraktığı kalemi ile de oynayarak ve çalışma kâğıdındaki grafiğe bakarak düşüncesini açıklamıştır.

- 345D: Peki ama neden doğru denklemi demiyoruz da, *ışın denklemi* diyoruz. Bence *doğru denklemi* desek daha uygun olurdu.
(Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerin düşüncelerini geliştirmek amacıyla yönlendirmeye başlamıştır.)
- 346A: Peki, grafiğe baktığınızda doğruyu nasıl ifade edebilir siziz? Hangi taraf bize bunu garanti edebilir?
- 347Y: (Grafikte başlangıç noktası tarafını göstererek) Şurası bizim bunu söylememizi sağlayabilir.
(Doğan da başı ile bunu onaylamıştır. Ardından, araştırmacı öğrencilere bunun nasıl sağlanabileceğini ya da düşünülebileceğini açıklamıştır.)
- 348A: Bakın burada bebeğin doğmadan önce yani anne karnındayken de bir ağırlığı vardır. Öyle değil mi? Yılmaz'ın söylediği bu tarafa doğru grafiği genişletebiliriz ve bu da bu şeklin doğru olabileceğini gösterebilir. Benzer şekilde, birinci etkinlikte yer alan kaplumbağa ileriye doğru değil de geriye doğru devam edebilir. Bu da yine grafiğin aşağıya doğru genişletilmesini gerektirir.
(Bu sırada, Doğan araştırmacının söylediğini başı ile onaylamış ve Yılmaz da aşağıdaki ifadesiyle bunu anladığını göstermiştir.)
- 349Y: Ters tarafa da gidebilir.

Burada öğrencilerin *ışın* yerine *doğru denklemi ifadesini* kullanabilmeleri (345D, 347Y), ikisinin de önsezilerinin kuvvetli olduğunu ve matematiksel ifade olarak da *ışın denklemi* yerine *doğru denklemi* ifadesini daha uygun buldukları anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, esasında bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen buradaki uygulamalarda öğrencilerin doğru denklemini ifade etmeleri beklenmemektedir ve *doğru parçası* ya da *ışın denklemi* gibi ifadeleri kullanmaları yeterli görülmektedir. Çünkü öğrenciler araştırmanın diğer bölümünde oluşturdukları koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisini başka bir ifadeyle grafik kavramını kullanabildikleri, fakat henüz koordinat sistemi kavramının diğer üç bölgesine ilişkin bilgiyi oluşturmadıklarından bu grafikte yer alan şeklin doğru şekli olduğunu düşünemeyebilecekleri göz önüne alınmıştır.

Sonuç olarak; iki öğrencinin de ilk iki etkinlikte yer alan $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramının oluşturulma sürecindeki gibi üçüncü etkinlikte *grafik*, *tablo*, *ışın* ve *doğru parçası kavramlarını tanıyıp kullandıkları*, ilk iki etkinlikte yer alan $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını üçüncü etkinlikte *pekiştirdikleri* ve

bu kavramı kullanarak $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem ifadesi yazabildikleri, problem çözümede bu ifadeyi kullanabildikleri yani *iki bilinmeyenli denklem kavramını da tanıyıp kullandıkları* ve böylelikle de *sağlamlaştırdıkları yani pekiştirdikleri*, grafikte oluşan şekle bir isim belirlerken bu *doğru parçası* ile *ışın kavramlarını tanıyıp kullandıkları*, çizdikleri grafik ile yazdıkları denklemi ilişkilendirebildikleri anlaşılmıştır. *Doğru kavramını tanıdıkları* ve bu etkinlikte *kullanmayı düşündükleri* ve ardından da *doğru denklemi kavramını pekiştirdikleri* görülmüştür. Burada; $y=kx$ ile $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemden de yararlanarak üçüncü etkinlikteki 345D ve 347Y'deki ifadelerinde doğru denklemini doğru bir biçimde ifade etmiş olmaları, öğrencilerin doğru denklemleri için matematiksel ifade (formül) yazmayı başarıp başaramadıklarının araştırılması amacıyla genel bir değerlendirme yapılması kararlaştırılmıştır. Bunun öncesinde; aşağıda dördüncü ve son etkinliğin uygulamasına da yer verilmiş, böylelikle de öğrencilerin *doğru denklemi kavramını oluşturdukları ve pekiştirdikleri* kanıtlanmaya çalışılmıştır.

2.1.4. Derslik Boyama Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Dördüncü ve son etkinlik “*Bir ilköğretim okulundaki derslikleri boyama görevini üstlenen bir usta dakikada 4 m² duvar boyuyor. Bu usta göreve başladığında okulun temizlik görevlisinin 12 m² lik bir alanı zaten boyamış olduğunu görüyor ve boyanmamış kısımdan başlayarak boyamaya devam ediyor.*” metni üzerine kurulu bir etkinliktir. Bir boyama ustasının yaptığı işi konu edinen bu etkinliği içeren çalışma kâğıdı araştırmacı tarafından öğrencilere verilmiş ve metni okumaları istenmiştir. Doğan sesli bir şekilde etkinliği okumuş ve Yılmaz da çalışma kâğıdına eğilmiş ve etkinliği dinlemiştir. Etkinlik metnine bağlı olarak, çalışma kâğıdında “*Öyle bir **tablo** düzenleyiniz ki, ustanın harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilir.*” şeklinde yer alan tablo çizimini gerçekleştirmek üzere, Yılmaz harekete geçmiştir. Bununla birlikte, etkinlik metni üzerine bir tartışma açılmış ve ustanın nereleri boyayacağı üzerine tartışılmıştır. Bu tartışmanın sonucunda, Doğan ustanın boyama yapmaya başladığı anla ilgili düşüncesini aşağıdaki gibi dile getirmiştir.

355D: O zaman burada 12 metrekareden başlamak gerekli.

Yılmaz'ın arkadaşı ile aynı fikirde olduğu ve tabloya ilk olarak bu değeri yazdığı görülmüştür. Doğan çalışma kâğıdına eğilmiş arkadaşının çizimini kontrol ederken, Yılmaz'ın tablo çizimini zorlanmadan gerçekleştirdiği görülmüştür. Bir önceki etkinlikte olduğu gibi, ustanın boyamaya başladığı dakikayı da belirterek aşağıdaki tabloyu çizdikleri görülmüştür. Bu durum, iki öğrencinin de $y=kx+b$ denklemi için gerekli tablo bilgisini tanıyıp kullandığını gösterir niteliktedir.

Zaman (d)	Alan (m ²)
0	12
1	16
2	20
3	24
4	28

Şekil 3.44. Yılmaz ve Doğan'ın Dördüncü Etkinlikte Birlikte Çizdikleri Tablo

Bunun sonrasında; öğrencilerin etkinliğin devamındaki metni sesli bir şekilde okumamakla birlikte, çalışma kâğıdına bakarak kısa bir müddet düşündükleri görülmüştür. Sonrasında yaptıkları açıklamalardan iki öğrencinin de “*Ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki metni okuduğu ve üzerinde düşündüğü anlaşılmıştır.

356D: Yani, biraz önce yaptığımız gibi usta her boyadığında dörder artıyor ama şöyle bir şey var. Temizlik görevlisi 12 metrekaresini boyamış. (Arkadaşına dönerek açıklamakta ve onaylatmak istemektedir. Yılmaz'ın başı ile onaylamasının ardından çalışma kâğıdına bu ilişkiyi gösteren ifadeyi yazmaya başlamıştır. Yılmaz da arkadaşını izlemektedir.)

Aşağıda, Doğan'ın ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasındaki ilişkiyi açıklamak amacıyla yazdığı ifade görülmektedir.

Usta her boyadığında 4 m² gidiyor. Ama Temizlik görevlisi 12 m² boyamıştı.

Şekil 3.45. Doğan'ın Zaman ile Boyanan Miktar Arasındaki İlişkiyi Açıkladığı İfadesi

Şekil 3.44.'de de görülen tabloyu problemin gerektirdiği doğru bir biçimde yapmaları ve ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasındaki ilişkiyi doğru bir biçimde açıklamaları (Şekil 3.45), öğrencilerin *cebirselsel işlemleri* ve bu işlemlere ilişkin *kat ilişkisini tanıyıp kullandıklarını* göstermektedir.

Öğrencilerin etkinlikte devam eden metinleri de okuma ihtiyacı duymadan, denklem ifadesini görür görmez istenen cevapları yazdıkları görülmüştür. “*Yukarıda verilen tabloda da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarı kolaylıkla bulunabilsin.*” şeklindeki sorunun cevabını yazma konusunda Yılmaz gönüllü olmuştur. Yılmaz ifadeyi yazarken Doğan da aşağıda görüldüğü gibi açıklama yapmış ve böylelikle arkadaşına yardımcı olmuştur.

357D: On iki artı d çarpı dört ...

Aşağıdaki şekilde de, öğrencilerin kararlaştırdıkları ve yazdıkları bu iki bilinmeyenli denklem ifadesi görülmektedir. Doğan'ın burada 357D'deki ifadesi ile Yılmaz'ın arkadaşını onaylaması ve yine birlikte yazdıkları denklem ifadesi, iki öğrencinin de $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullandıklarını gösterir niteliktedir.

$$12 + d \cdot 4 = m^2$$

Şekil 3.46. Yılmaz Tarafından Yazılan İki Bilinmeyenli Denklem İfadesi

Yine, çalışma kâğıdında yer alan “*Öyle bir **grafik** çiziniz ki, ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilirsiniz.*” şeklindeki metni okuma ihtiyacı bile duymamış ve birlikte grafiği çizmişlerdir. Çizdikleri bu grafikte, öğrencilerin grafik değerlerinin aralıklarına halen dikkat etmedikleri de görülmüştür. Grafiğin çiziminin ardından, “*Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.*” şeklindeki soruya cevap ararken doğru parçası ya da ışın yazma konusunda yine bir tartışma yaşanmıştır.

358Y: Yine, ışın.

359D: Evet, ışın. (demiş cevabı çalışma kâğıdına yazmıştır)

360Y: Bak, (grafik üzerinde sağ üst köşeyi göstererek) buraya, arkaya doğru devam edebiliyor ya... (sol alt kısmı da göstererek) istediğimiz tarafa doğru gidebiliyor ya... (bir süre düşünmüştür) Doğru da olabilir. (Doğan da, bu esnada başını sallayarak arkadaşını onaylamıştır.)

Burada Yılmaz'ın 358Y'deki ve Doğan'ın 359D'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de grafikte oluşan şeklin ışın olduğu konusunda hem fikir oldukları anlaşılmıştır. Yılmaz'ın 360Y'deki ifadesi de ve Doğan'ın başını sallayarak arkadaşını bu konuda onayladığını göstermesi, bir önceki etkinlikte Doğan'ın 345D'deki ifadesi üzerine öğrencilerin araştırmacı ile birlikte yaptıkları tartışmanın sonucunda ulaştıkları *doğru grafiği* düşüncesini devam ettirdikleri anlaşılmıştır. Bununla birlikte, etkinlik metninde verilen “*Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.*” şeklindeki soruyu *ışın grafiği* olarak adlandırmaya devam ettikleri de gözlenmiştir.

Bu cevabın ardından, beklemezsizin “*Usta 8 dakika sonunda kaç m² duvar boyamış olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki sorunun cevabını aralarında tartışmış ve cevabın 44 olduğunu açıklamışlardır. Sonra da, “*Usta'nın 36 m² duvar boyamış olması için kaç dakika doyamaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki metni içlerinden okumuş ve cevap üzerinde aşağıda görüldüğü gibi tartışarak sonuca ulaşmışlardır.

374D: (Elinde silgiyi çevirerek) 36 metrekare. Biz grafikte 28'e gelmişiz zaten. (demiş ve elini çenesine koymuştur. Ardından bir süre sessizlik yaşanmıştır.)

375Y: 32... (İki öğrenci de aynı anda konuşmaya başlamışlardır.)

376D: (Elinde silgiyle oynamaya devam ederken) 32...(düşünmeye devam etmektedir)

377Y: Altı bulunur. (elini gözüne götürmüş ve hareketlenmiştir)

378D: Altı... (demiş ve hemen ardından cevabı çalışma kâğıdına not etmiştir)

379A: Peki ya denklem ile?

380D: Yazdığımız denklemde m yerine 36 yazarsak cevabı yine 6 olur.

381Y: (Başı ile de onaylayarak) Grafikteki gibi yani...

382D: Hı hı...

Öğrencilerin burada yer alan problemlerin çözümlerinde çizdikleri *grafığı* (374D, 376D ve 378D ile 375Y ve 377Y) ve yazdıkları *denklemi* (380D, 382D ile 381Y) doğru bir biçimde *kullandıkları* anlaşılmıştır. Ardından, denklemle de grafikte de aynı sonuca ulaştıklarını fark ettikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin grafik ve denklemle aynı sonuca ulaştıklarını anladıklarını gösterir niteliktedir. Aynı zamanda, burada “*Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne derdiniz?*” şeklindeki sorunun cevabı olarak da aşağıdaki şekilde görülen ifadeyi yazmışlardır.

Işın denklemi

Şekil 3.47. Öğrencilerin Son Etkinlikteki Denklem Adlandırması

Sonuç olarak; öğrencilerin 381Y ve 382D’deki ifadelerinde çizdikleri grafik ile yazdıkları denklem arasında ilişki olduğunu anlamaları ve burada yazdıkları ifade (Şekil 3.47) de bu etkinlik için yazdıkları denklemi *ışın denklemi* olarak adlandırmaları, yine iki öğrencinin de *doğru denklemi kavramını pekiştirdiklerini* kanıtlar niteliktedir.

Bu etkinliğin ardından, burada yapılan uygulamaların genel bir değerlendirmesine yer verilmiş ve öğrencilerin oluşturdukları $y=kx$ ve $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemlerin uygulamalarını gerektiren problemlerin yer aldığı etkinliklerin doğru denklemi kavramına ilişkin matematiksel gösterimi (formül) gerçekleştirip gerçekleştirmedikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, dördüncü etkinliğe ilişkin çalışma kâğıdında yer alan “*Elde edilen bu denklem ifadelerinden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, doğru denklemi formülü olarak kabul edilebilsin.*” şeklindeki metni öğrenciler birlikte okumuşlar ve ardından bir müddet düşünmüşlerdir. Araştırmacı ile birlikte yaptıkları tartışma ile matematiksel gösterimi yapmaya yani sonucu yazmaya çalışmışlardır. Bu aşamada, araştırmacı sonuca ulaşmalarını sağlamak amacıyla öğrencileri aşağıda görüldüğü gibi yönlendirmiştir.

383A: Peki, sonuçta burada yaptığımız uygulamalarda oluşturduğunuz denklemlerle ilgili ne tür adlandırmalar yaptınız?

384Y: Hepsinde aynı adlandırmayı yaptık ve *ışın denklemi* dedik.

385D: Hı hı... (başı ile arkadaşını onaylamıştır)

386A: Oysa farklı iki tür problemin çözümü yani iki tür denklem ile uğraştık değil mi?

- 387Y: Evet...
- 288A: Bunların neler olduğunu çalışma kâğıtlarına da bakarak söyleyebilir misiniz?
- 389D: İki tane sıfır olanlar ve bir de olmayanlar...(bir taraftan eli ile masaya vurarak düşünmektedir)
- 390Y: (Çalışma kâğıtlarına bakarak) Bir tür ikinci etkinlikte yaptığımız gibi sadece çarpma yaptığımız ve bir de diğer etkinliklerdeki gibi hem çarpma hem de toplama yaptığımız tür denklemler.
- 390D: Evet.
- 391A: Peki, bunların hepsi *ışın denklemi* ya da diğer ifadenizle *doğru denklemi* oldu mu sizce?
- 392D: Evet.
- 392Y: Evet (biraz düşünerek cevaplamıştır)
- 393A: O zaman doğru denklemi için bir matematiksel ifade yazsak da, doğru denklemi şöyle olur diyebilsek!
- 394D: (Sesli bir şekilde düşünmeye başlamıştır) Ne diyebiliriz, doğru denklemi olarak... (çalışma kâğıdına eğilmiş düşünmektedir)
(Öğrenciler bir müddet düşünmüşler fakat bir cevaba ulaşamamışlardır. Bunun sonucunda, araştırmacı son bir müdahale daha yapma ihtiyacı duymuştur.)
- 395A: Peki, çalışma kâğıtlarındaki bu denklemlere bakalım. Birinci 12 ve diğerinde 3 değerleri ile toplama yapılmış. İkinci etkinlikte ise toplama işlemi yok. Yoksa aslında var mı?
- 396Y: Artı sıfır...
- 397A: O zaman burada yaptıklarımız hep aynı şeyler doğru mu?
- 398Y: Evet. (arkasına yaslanmıştır)
- 399D: Evet. (biraz düşüncelidir)
- 400A: Buradaki problemlerde yazdığımız denklemlere bakın. Birinde sabit değer olarak 12 geldi, diğerinde 3 geldi.
- 401Y: Evet, 12 geldi. (başı ile de araştırmacının söylemini onaylamıştır.)
- 402A: Formüle ulaşmak için 12, 3, 0 gibi değerlerin yerine bir değişken yazsanız mesela?
(Bu esnada Yılmaz başı ile sabit değerlerin doğruluğunu onaylamıştır.)
- 403D: Ama o zaman bu üçlü çarpma olur. (elinde kalemiyle oynayarak düşünmektedir)

Öğrencilerin araştırmacının buradaki yönlendirmesinin ardından bir müddet daha düşündükleri ve fakat araştırmacının tüm müdahalelerine rağmen formülleştirmede değişken kullanmayı başaramadıkları görülmüştür. Sonuç olarak; öğrencilerin *doğru denklemi kavramını oluşturdukları ve pekiştirdikleri* fakat doğru denklemi kavramı için matematiksel gösterim yapamadıkları anlaşılmıştır.

2.2. Can ve Eren'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Yapılan incelemeler sonucunda yüksek düzeyde matematik başarısına sahip olan Can ve orta düzeyde matematik başarısına sahip olan Eren'in yapılan uygulamalar aracılığıyla Doğru Denklemi kavramını oluşturma süreci tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (C: Can, E: Eren, A: Araştırmacı). Bu öğrenci grubu doğru denklemi kavramını oluşturma sürecinin incelendiği etkinliklerden birincisi ile 16 dakika 12 saniye, ikincisi ile 11 dakika 6 saniye, üçüncüsü ile 10 dakika 52 saniye, dördüncüsü ile 9 dakika 7 saniye ve doğru denkleminin matematiksel gösterimi yapıp yapamayacakları üzerine yapılan tartışma için de 3 dakika 53 saniye olmak üzere toplam 51 dakika 10 saniye zaman harcamışlardır.

2.2.1. Yavru Kaplumbağa Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

İkinci alt problemi kapsamında gerçekleştirilen 4 farklı etkinlikten birincisi olan *Yavru Kaplumbağa Etkinliği*'ni içeren çalışma kâğıdı araştırmacı tarafından öğrencilere verilmiş ve öğrencilerden etkinliğin ilk bölümü okumaları istenmiştir. Çalışma kâğıdında yer alan etkinliğin ilk bölümünde yer alan metin “*Bir yavru kaplumbağa yürüme denemeleri yapıyor. Bu yavru kaplumbağa dakikada 3 m. yürüyebiliyor. Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösterebilir.*” şeklindedir. Eren etkinliği okumuş ve Can da bu esnada çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşını dinlemiştir. Gerçekleştirdikleri okumanın ardından, Eren'in hiç zaman kaybetmeden çözüm için fikir üretmeye başladığı gözlenmiştir. Can da bu esnada dikkatlice arkadaşını izlemektedir.

100E: Şey yapalım... (demiş ve bu esnada çalışma kâğıdına eğilmiş ve çizime başlamıştır) İlk önce tablonun şeklini çizelim... Şuradan da çizelim... (Bu esnada çizmeye çalıştığı şekil bir grafikdir ve çizime ara verip elini çenesine koyarak düşünmeye başlamıştır. Can arkadaşını bu konuda uyarır.)

101C: Şey, tablo çizecektik...

102E: Tablo, pardon... (demiş ve hemen çizimini silmeye başlamıştır) Şu okları silelim... (demiş ve silme işlemini tamamlamasının ardından çizime Can

devam etmiştir. Bu esnada, Eren de elinde kalemi çalışma kağıdına eğilmiş, arkadaşını izlemeye başlamıştır.)

103C: Tamam...

104E: Üç metre yürüyebiliyormuş. O zaman burada dakika 3 metre yürüyebildiğinden buraya 1 dakika buraya da 3 metre yazabiliriz. (şeklindeki anlatımı esnasında çalışma kağıdında çizdikleri tabloda bu değerleri yazacakları yerleri göstermektedir.) Sonrada bu değerlerin katlarını yazarak tabloyu dolduracağız. (Ardından, tabloda yer alan dakika kısmına yazılacak değerleri yazmış ve metre değerlerini yazması için çalışma kağıdını arkadaşına yönlendirmiştir.)

105C: Dakikada 3 metre yürüyebilirse, 2 dakikada 6 metre, 3 dakikada 9 metre, 4 dakikada 12 metre gider. (demiş ve kalemiyle tabloda ilgili kısmın tamamını doldurmuştur.)

Aşağıda, Can ve Eren'in birlikte çizdikleri tablo şekli görülmektedir.

Harcadığı Zaman (dk)	1	2	3	4	5
Aldığı Yol (m)	3	6	9	12	15

Şekil 3.48. Can ve Eren'in İlk Etkinlik için Birlikte Oluşturdukları Tablo

Öğrencilerin 101C ve 102E'deki ifadelerinden *tablo bilgisini tanıdıkları*, 104E ve 105C'deki ifadelerinden ve çizdikleri şekilden (Şekil 3.48) de bu bilgiyi rahatlıkla *kullanabildikleri* anlaşılmaktadır. Ayrıca, yine 104E ve 105C'deki ifadelerinden *kat ilişkisini tanıdıkları* ve doğru bir biçimde *kullandıkları* görülmektedir.

Etkinliğin ikinci bölümünde yer alan “*Bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zaman ile yürüdüğü yol arasında sizce nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki metni yine Eren okumuş ve Can ise bir taraftan arkadaşını dinlerken, bir taraftan da çalışma kâğıdında yer alan metni içinden okumuştur.

106C: (Arkadaşına dönerek) Açıklamak ister misin? (demiştir)

(Eren'in sessiz kalması üzerine Can açıklamaya başlamıştır. Bu esnada, Eren çalışma kağıdına eğilmiş ve sessizce arkadaşını dinlemiştir.)

107C: Dakikada 3 metre yürüyebiliyor, yani aldığı yol harcadığı zamanın 3 katıdır ve bu hep böyle devam eder. Mesela, 2 dakikada 6 metre. Altıyı

ikiye bölerim 3 çıkar. Üç dakikada 9 metre ve dokuzu üçe bölersek yine 3 çıkar.

108A: Peki, bununla ilgili bir açıklama yazabilir misiniz?

(Eren de hareketlenmiş ve konuşmaya başlamıştır.)

109E: Nasıl birşey yazabiliriz... Düşünelim...

(İki öğrenci de bir müddet düşünmüş fakat yine de soruya cevap verememişlerdir.)

110A: Geçelim bu kısmı isterseniz... Bir sonraki soruya bakalım...

Eren'in burada ne yazacakları konusunda düşünmesinden ve sessiz kalması, düşüncesini matematiksel anlamda yazıya aktarma konusunda zorlanmış olabileceğini düşündürmektedir. Can'ın 107C'deki ifadesinden *kat ilişkisini* kolayca *tanıyıp kullandığı* anlaşılmıştır. Eren ise, başlangıçta sessiz kalmış ve arkadaşının yaptığı açıklamaya rağmen halen ne yazacakları konusunda düşünmek istemiştir. Sonuçta, iki öğrencinin de bir müddet daha düşünmüş fakat çalışma kâğıdına bu kat ilişkisi gösteren bir ifade yazmada başarılı olamamışlardır.

Ardından, etkinlikte yer alan ve yukarıda açıkladıkları kat ilişkisine ait bir denklem yazmaları beklenen üçüncü bölüme geçilmiştir. Bu bölümde yer alan soru metni, “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yol kolaylıkla bulunabilsin.” şeklindedir ve öğrencilerden yukarıda açıkladıkları kat ilişkisini gösteren bir denklem yazmaları istenmiştir. Bu bölümle ilgili olarak çalışma kâğıdında yer alan metni, iki öğrenci de yeniden çalışma kâğıdına yönelmiş ve Eren'in isteği ile etkinliğin bu kısmını Can okumuştur. Ardından Eren'in de soruyu yeniden okuma ihtiyacı duyduğu ve sesli bir şekilde arkadaşına da bakarak yeniden soruyu okuduğu gözlenmiştir. Yine de, iki öğrencinin de denklem yazma konusunda tereddüt yaşadığı ve cesaret edemedikleri görülmüştür.

111A: Bana bir denklem ifadesi yazabilir misiniz?

112C: Ben yazabilirim aslında...

113E: Yazabiliriz, yani... (derken mimikleri ile de bunu onaylamaktadır)

114C: O zaman ben yazayım... x artı diyelim... (demiş ve aşağıdaki şekilde görülen $x+3=5$ şeklindeki bir bilinmeyenli denklemi yazmıştır.)

(Bu esnada arkadaşı da çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşını yazdığına bakmaktadır.)

115A: Peki, bu denklem kaç bilinmeyenli bir denklem söyleyebilir misiniz?

116C: Bir... (derken çalışma kâğıdına bakmaktadır)

- 117E: Evet, bir...
- 118A: İki bilinmeyenli bir denklem yazabilir misiniz?
(Can hemen çalışma kâğıdına eğilip bir denklem yazmaya başlamıştır. Eren de arkadaşının yazdığı ifadeyi gözlemlemektedir.)
- 119E: Bu iki bilinmeyenli bir denklem...
- 120C: Evet, iki bilinmeyenli denklem... (demiş ve bu esnada yazdıkları denklem ifadesi $2x+5=6$ şeklindedir.)
- 121A: Peki, bu denklemin ilk yazdığınızdan farkı ne? İkisinde de x var.
- 122C: (Birkaç saniye için elini başına götürmüş ve bu kısa düşünmenin ardından) O zaman şöyle yapalım... (demiş ve eline bilgiyi alıp hemen denklemi düzeltmeye başlamıştır.) Bir de y diyelim... $2x$ bölü 4 artı 5... (derken hemen Eren devreye girmiştir.)
- 123E: Eksi y ya da z de olabilir. (demiş ve Can ile birlikte aşağıdaki şekilde görülen ikinci denklemi yazmışlardır.)

Aşağıda, Can tarafından yazılan denklem ifadeleri görülmektedir.

$$\begin{array}{l} x+3=5 \\ \frac{2x}{4} + 5+y=6 \end{array} \quad x = \frac{1}{4} \text{ Harcadığı zaman}$$

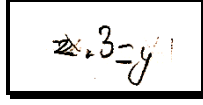
Şekil 3.49. Can ve Eren'in Birlikte Yazdıkları Örnek Denklem İfadeleri

Ardından, araştırmacı öğrencilerden etkinliğin üçüncü bölümünde bu bilgiyi kullanmalarını istemiştir.

- 124A: Peki, şimdi düşünün bakalım bizim buradaki denklemimizde kaç bilinmeyen olur?...
(Bu esnada iki öğrenci de çalışma kâğıdına dikkatle bakmaya başlamışlardır. Bir süre sonra Can yeniden konuşmaya başlamıştır.)
- 125C: Bir tane olur... (derken el ve yüz hareketlerinden verdiği cevaptan çok da emin olmadığı anlaşılmaktadır.)
(Bu sırada Eren sessizce düşünmekte ve konuşmamaktadır ki, Can yeniden konuşmaya başlar.)
- 126C: Şimdi aklıma geldi de... Denklemi şöyle yaptım... (derken bir taraftan çalışma kâğıdına eğilmiş ve denklemi yazmıştır.)
(Arkadaşının yazdığı denkleme Eren bilgi ile müdahale etmiştir. Sonuçta yazdıkları denklem cevap olarak bulunacak denkleme çok yakın ve iki bilinmeyenli bir denklemdir. Bunun üzerine araştırmacı yeniden soru metnini öğrencilere hatırlatma ihtiyacı duymuştur.)
- 127A: Bir yavru kaplumbağa dakikada 3 metre yürüyebiliyor. Bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösteren bir denklem yazmalıyız.

- 128C: O zaman x çarpı 3 eşittir y yani yol diyebiliriz.
129E: x 'i bence z yapalım. z zaman demek olsun.
130A: Peki, şimdi yazdığınız denklemi anladınız mı?
(Araştırmacı daha sorusunu bitirmeden Eren konuşmaya başlamıştır.)
131E: Evet... (derken Can da başı ile arkadaşını onaylamıştır.)

Aşağıda, öğrencilerin birlikte yazdıkları ve kağılumbağanın harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösteren denklem ifadesi görülmektedir.


$$x \cdot 3 = y$$

Şekil 3.50. Can ve Eren Tarafından Kurulan İki Bilinmeyenli Denklem

Burada yer alan görüşme metinlerinden; öğrencilerin ikisinin de denklem konusunu işlediklerini kabul etmekle birlikte, *bir bilinmeyenli denklemi tanıdıkları* (Öğrencilerin 114C, 116C ve 117E'deki ifadeleri ile Şekil 3.49.'da Can tarafından yazılan ilk denklem ifadesinden) fakat *iki bilinmeyenli denklem kavramını* tam anlamıyla *tanıyamadıkları* görülmüş, özellikle de Can'ın $2x+5=6$ şeklinde bir denklem ifadesi yazmasından ve öğrencilerin 119E ve 120C'deki ifadelerinden bu konuda *hataya* sahip oldukları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, araştırmacının desteğinin (121A) ardından iki öğrencinin de iki bilinmeyenli denklem konusundaki kavram yanlışlarının ortadan kalktığı (Öğrencilerin 122C ve 123E'deki ifadeleri ile Şekil 3.49.'da yazdıkları ikinci denklem ifadesinden) ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Bununla birlikte; Can'ın 126C ve 128C'deki ifadeleri ile Eren'in arkadaşının yazdığı denkleme silgi ile yaptığı müdahalelerden, 129E ve 131E'deki ifadelerinden), iki öğrencinin de *iki bilinmeyenli denklem kavramını* bu etkinlik için *tanıdıkları* ve başlangıçta tereddütle de olsa etkinlik için gerekli *denklem ifadesi yazmada kullandıkları* anlaşılmıştır. Bu durumda, yazılması beklenen denklemin bir yol denklemi olduğunu anlamalarının etkili olduğu düşünülmektedir.

Etkinliğin dördüncü bölümünde yer alan “Öyle bir **grafik** çiziniz ki, bu yavru kaplumbağanın yürüyüşte harcadığı zamana göre yürüdüğü yolu gösterebilir.” şeklindeki etkinlik metnini okumak amacıyla iki öğrencinin de çalışma kâğıdına yöneldiği ve ardından da Eren'in metni okumaya başladığı görülmüştür. Eren'in arkadaşına da

bakarak hemen çizime başlamak amacıyla çalışma kâğıdına yönelmiş ve bir taraftan da konuşarak çizimi sürdürmüştü, bu esnada Can da arkadaşını izlemiştir.

- 132E: Eee... Şey yaparız... İlk önce şöyle yapalım. (derken aşağıda görülen şekildeki yatay ve dikey eksen çizgilerini çizmiştir.)
(Bu esnada Can da dikkatlice çizimi izlemiştir. Eren'in eksenleri çizmesinin ardından Can grafiği nasıl çizeceklerine ilişkin arkadaşı ile konuşmaya başlamıştır.)
- 133C: Peki, hangi tarafı aldığı yol yapalım...
- 134E: (Şekil üzerinde yatayı göstererek) Burayı yol yapalım, burayı da zaman...
- 135C: Tamam o zaman öyle yapalım. (demiş ve grafikte eksenlere yol ve zaman ifadelerini yazmıştır) Zaman yazalım şuraya ve buraya da aldığı yol yazalım.
- 136E: (Şekilde yatayı göstererek) Buraya da aldığı yol yazalım... (derken yüz ifadesinden bu konuda bir endişe taşımadığı anlaşılmaktadır.)
- 137C: Buraya da sıfır... (derken grafikte değerleri yazma işlemine de başlamıştır.)
- 138E: Buraya da üç kat olan değerleri yazalım... (derken yine yatay eksenini parmağı ile işaret etmiştir)
- 139C: 3, 6, ... (konuşurken bir taraftan da grafik değerlerini yazmaktadır)
- 140E: Sonrada buradan bunları eşleştiririz. (derken yatay ve dikey eksenindeki değerleri birleştirip grafiğin tamamlanmasına yardımcı olmuştur. Bu esnada Can da arkadaşına aşağıdaki söylemi ile destek vermiştir)
- 141C: Şey, böyle dikdörtgen olacak...
- 142E: Evet, tamam...
- 143C: Her seferinde üç üç artarak gidiyor...
- 144E: Evet, buradan böyle de çizeriz. (ellerini kaldırarak ve kendinden emin bir şekilde) Yani, böyle işte... (demiş ve şekli tamamlamıştır)

Can ve Eren, birlikte çalışarak çizimi tamamlamışlardır. Bu öğrencilerin buradaki ifadelerinden ve çizdikleri şekilden (Şekil 3.51.) grafik çizme konusunda herhangi bir sorun yaşamadıkları ve *grafik bilgisi ile kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır.

Çizimin tamamlanmasının ardından, araştırmacı öğrencilerden çizimi isimlendirmelerini istemiştir. Bu sırada, öğrenciler “*Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.*” şeklindeki metni yine Eren okumuş ve hemen şekil hakkında yorum yapmaya başlamıştır. Araştırmacının öğrencileri grafiğin tamamında yer alan çizgilerden ziyade yaptıkları işlemlerin sonucunda oluşan son şekle uygun bir adlandırma yapmalarını hatırlatmasının ardından, Eren'in doğru grafiği ve Can'ın ise

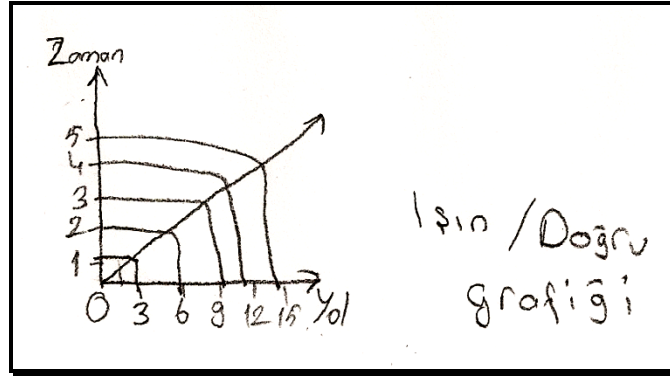
ışın grafiği olarak bu çizimi adlandırdıkları görülmüştür. Aşağıda bu kısma ilişkin görüşme metinleri görülmektedir.

145E: Doğru... (derken elleri ve mimikleri ile kendinden emin görünmektedir)
(Bu sırada halen Can'ın sessiz kaldığı ve düşündüğü görülmüştür.)

146A: Peki, Can sen ne düşünüyorsun?

147C: Ya... (derken başını kaşıyarak...) Işın (demiştir)

Bunun sonrasında, araştırmacı öğrencilerden oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak çizdikleri grafiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Bu esnada iki öğrenci de başlangıçta ışın grafiği demiş fakat sonra doğru grafiği de olabileceği konusunda aralarında yaptıkları tartışmanın ardından, aşağıda şekilde görüldüğü gibi grafiği adlandırmışlardır.



Şekil 3.51. Can ve Eren'in Birlikte Çizdikleri İlk Grafik

Burada öğrencilerin araştırmacının da metinle ilgili yaptığı hatırlatmaların ardından, grafiği adlandırmada çok da zorlanmadıkları anlaşılmıştır. Burada 145E ve 147C'deki ifadelerinden ve yaptıkları tartışmadan, Can'ın geometrik şekiller hakkında yeterli düzeyde bilgisi olduğu ve *ışın kavramını tanıyıp kullandığı* görülmüştür. Bununla birlikte, Eren'in grafikte oluşan şekli ışın yerine doğru olarak adlandırdığı görülmüş ve bu da öğrencinin bu kavramları tanıyıp kullanamadığını düşündürmüştür. Yine de, burada Eren'in grafikten şekli okumaya çalışmasından dolayı bu kavramları karıştırmış olabileceği düşünülmektedir. Üstelik çalışmanın doğası gereği iki öğrencinin söylemi de doğru kabul edilebilir.

Ardından, araştırmacı öğrencilerden altıncı bölümde yer alan “*Bu yavru kaplumbağanın 21 m. yürümüş olması için kaç dakika yürümüş olması gerekir? Öncelikle yaptığımız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki soruyu okumalarını istemiştir. Yine Eren metni okurken, Can dikkatlice dinlemeyi tercih etmiştir ve ilk konuşmaya başlayan da Eren olmuştur.

152E: Burada 21 için işlemleri yapacağız.

153C: (Araştırmacıya dönerek) Burada grafiği tekrar çizelim mi, yoksa...

154A: Önceki grafik üzerinde de inceleyebilirsiniz, ihtiyaç duyarsanız çizebilirsiniz de...

(Bunun üzerine iki öğrenci de çizdikleri grafiğe dikkatlice bakmaya başlamışlardır ki, Eren grafik üzerinde yorum yapmaya başlar. Bu esnada Can’ın konuşmak üzere atılmış fakat Eren’in konuşması üzerine sessiz kalmıştır.)

155E: (Dikey eksen göstererek) Burayı 7’ye kadar çıkarız ve (yatayı göstererek) buradan da devam ettiririz...

156C: Buradan da üç üç arttırırız... 18 ve 21 olur, yani ikincisinde 7 için bulmuş oluruz.

157E: Evet, böyle doğru olur... ve denklemlerle...

158A: Peki, denklem ile de çözümü yapabilir misiniz?

159C: Tabii ki, denklem ile de çözümü yapalım. z... (derken bir taraftan da denklemi yazmaktadır)

160E: (Daha önce yazdıkları denklemi göstererek) ... çarpı üç eşittir y... (Bu esnada, Can da yazmaya devam etmektedir.)

161C: Yolu zaten vermiş 21 ve biz 21’i ters işlem yaparak 3’e böleriz. Böylece de, zamanı buluruz.

(Bu esnada, Eren arkadaşının yazdıklarını sessizce konuşarak kontrol etmektedir ve bu amaçla da çalışma kağıdına dikkatle bakmaktadır.)

162E: Yedi... (derken kendinden oldukça emindir)

163C: Yirmibir bölü üç eşittir yedi bölü bir... (derken bir taraftan da sonucu çalışma kağıdına yazmış ve destek almak istercesine arkadaşına bakmıştır. Bu esnada Eren’de bir taraftan kalemini bir eliyle çevirirken bir taraftan da ağız hareketleriyle ve sessizce çözümü kontrol etmiştir.)

Can tarafından arkadaşının da desteği alınarak yapılan denklem çözümü aşağıda görülmektedir.

$$\begin{array}{l} z \cdot 3 = y^{(21)} \\ \frac{21}{3} = \frac{z}{1} \end{array}$$

Şekil 3.52. Öğrencilerin İlk Etkinlikteki İkinci Problem için Çözümleri

Ardından, etkinlik metninde yedinci ve son bölümde yer alan “*Bu yavru kaplumbağa 6 dakika sonunda kaç m. yürümüş olur? Öncelikle yaptığımız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki soruya cevap aranmıştır. Eren’in metni okumasının ve Can’ın da bir taraftan çalışma kağıdına bakarken bir taraftan da arkadaşını dinlediği görülmüştür. Metnin okunmasının ardından, Eren hiç zaman kaybetmeden cevabı söylemek üzere konuşmaya başlamıştır.

- 164E: Biz burayı 6 yaparsak (dikey eksenini göstererek), şurası da 18 dakika olur (yatay eksenini göstererek).
(Bu esnada Can da başı ile arkadaşını onaylamaktadır.)
- 165C: Çünkü 1 dakikada 3 metre yürüyor. (derken eli ile de onaylamaya çalışmaktadır. Aynı esnada Eren de yeniden konuşmaya başlamıştır.)
- 166E: Bir dakikada 3 metre yürüyor.
- 167C: (Grafik üzerinde yatay ve dikey eksenlerde de göstererek) Bu nedenle, burası 6 ise şurası da 18 oluyor. Yani, 18 metre yürümüş olur.
- 168E: Evet... (derken bir taraftan da arkadaşını dinlemeye devam etmektedir)
- 169C: Şimdi de, denklem yardımıyla bulalım. Bunun için de, denklemi tekrara yazacağız. (demiş ve denklemi yazmak üzere çalışma kağıdına eğilmiştir.)
- 170E: Yaz... $z \cdot 3 = y$... (derken arkadaşını dikkatlice izlemektedir)
- 171C: Burada, z harfi 6 rakamı yerine geçiyor ve y yerine de 18 yazılmalı...
(Çalışma kağıdında yazma işlemini de yapmaktadır.)
(Bu esnada, Eren de bir açıklama yapma ihtiyacı duymuştur.)
- 172E: Burada z zaman ve y de yol oluyor.

Bu soru için gerekli cevaba aralarında yaptıkları kısa bir tartışmanın ardından rahatlıkla ulaştıkları görülmüştür. Aşağıda, Can ve Eren’in birlikte yaptıkları çözüm yer almaktadır.

$$\begin{array}{c} (6) \\ 2 \cdot 3 = y \\ (18) \end{array}$$

Şekil 3.53. Öğrencilerin İlk Etkinlikteki Problem Çözümleri

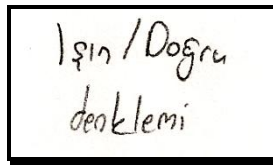
Bu aşamada; öğrencilerin bu etkinliğe ilişkin iki bilinmeyenli denklemi kurmakta zorlanmakla birlikte, burada yer alan problemin çözümünde *denklemini* doğru bir şekilde kurdukları ve *kullandıkları* yani *denklemin matematiksel gösterimini* de gerçekleştirdikleri (Can’ın 159C, 161C, 163C, 169C ve 171C’deki ifadeleri, Eren’in

160E, 162E, 170E ve 172E'deki ifadeleri, son bölümdeki problem çözümleri) görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde *tanıyıp kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Aynı zamanda, öğrencilerin *grafiği ve grafikte yer alan eksenleri* burada yer alan sorunun çözümünde doğru bir şekilde *kullandıkları* (öğrencilerin 155E, 157E, 164E ve 168E ile 156C, 167C) anlaşılmıştır.

Bu çözümün ardından araştırmacı tarafından öğrencilerden bu denklemi adlandırmaları istenmiştir.

- 173A: O zaman biz denklemle de grafik üzerinde yaptığımız işlemlerle de aynı sonuca ulaştık mı?
174E: Evet... (derken Can da başı ile onaylamıştır)
175A: Peki, o zaman denkleme bir isim verecek olsak ne diyebiliriz.
(İki öğrenci de çalışma kâğıdına bakarak birkaç saniye düşünmüşlerdir.)
176C: Yine bunun gibi mi, yani bu şekil gibi mi derken grafiği göstermektedir.
177E: (Ellerini de açarak ve kalemi elinde) Doğru denklemi (derken kendinden emin görünmekte ve arkadaşının desteğini almak için arkadaşına bakmaktadır. Bu esnada, Can da çoktan yorum yapmaya başlamıştır.)
178C: O zaman, ışın 7 doğru denklemi... (derken arkadaşına bakmaktadır.)
(Bir anda iki öğrenci birlikte araştırmacıya dönmüş ve cevaplarının doğruluğunu onaylatmak istemişlerdir.)

Aşağıda, öğrencilerin araştırmacının isteği üzerine çalışma kâğıdına yazdıkları cevap görülmektedir.



Işın / Doğru
denklemi

Şekil 3.54. Can ve Eren'in Birlikte Yaptıkları Denklem Adlandırması

Etkinliğin bu bölümünde; öğrencilerden Eren'in 174E'deki ifadesi ve Can'ın da arkadaşının bu ifadesini başı ile onaylamasından, iki öğrencinin de grafik ile denklem ile yaptıkları çözümlerin aynı sonuca ulaşmalarını sağladığını anladıkları görülmüştür. Ardından, öğrencilerin 177E ve 178C'deki ifadelerinden de yazdıkları denkleme isim verebildikleri ve denklem ile grafik arasında ilişki kurmada da zorlanmadıkları anlaşılmıştır.

2.2.2. Okuma Denemeleri Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Doğru denklemi kavramını oluşturma sürecinin nasıl gerçekleştiğinin ortaya koyulması amacıyla hazırlanmış olan ikinci etkinlik “*Efe okumaya başladı. Yapılan okuma denemelerinden Efe’nin dakikada 25 kelime okuduğu anlaşılmaktadır.*” üzerine kurulu bir etkinliktir. Bu etkinliğin birinci bölümünde, öğrencilerden Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren bir tablo düzenlemeleri istenmektedir. Çalışma kâğıdında buna ilişkin yer alan metin “*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösterebilirsiniz.*” şeklindedir. Etkinliği yine Eren okumuş ve Can da çalışma kâğıdından da takip ederek arkadaşını dinlemiştir. Ardından, istenen tablo çizimini Can arkadaşı ile de tartışarak gerçekleştirmiştir.

- 174K: Evet, kaldığımız yerden tarif ederiz. Sonra, diğer bir nokta için kaldığımız yerden iki birim kare daha sağa gideriz.
- 181C: (Tablonun kenarlarını çizmesinin ardından) Buraya zamanı yazıyoruz... (derken ilk satıra yazma işlemini gerçekleştirmiştir)
(Bu esnada, Eren de tablo hakkında yorum yapmaya başlamıştır.)
- 182E: Alt kısma da, kelime yazalım... (Can yazmaya başladığında) Biraz daha ortaya yazsan iyi olur. (Tablo üzerinde ikinci satırı göstererek) Altı boş kalacak...
(Can tablo üzerinde daha dikkatli bir biçimde yazma işlemine devam etmiştir.)
- 183C: Kelime... Kelime sayısı...
(Aynı esnada, Eren de konuşmaya başlamıştır.)
- 184E: Kelime sayısı... (derken dikkatlice arkadaşını izlemektedir)
- 185C: Başka birşey yazmaya gerek yok...
(Can yazma işlemi bitince bir an için arkasına dayanmıştır ki, Eren tablo üzerinde göstererek...)
- 186E: Dakikada, hımmm... (arkadaşına dönerek) Sen şeyleri çiz yine... (söylemi ile arkadaşının kat ilişkisini yazacakları rakamların yer alacağı sütunlardan bahsettiği anlaşılmıştır)
(Bu çizimi yapmadan önce Can soruyu yeniden hatırlama ihtiyacı duymuştur.)
- 187C: Soru neydi?
(Eren hemen arkadaşına soruyu hatırlatmıştır.)
- 188E: Şey... 25 kelime okuyabiliyor ya... (çalışma kâğıdında kalemi ile işaret ederek) ...kelime sayısının dakikaya göre... şey... nasıl değişir...
- 189C: Anladım. (Başı ile de anladığını onaylamıştır.)

- 190E: Burayı ben söyleyeyim. Bir dakika olduğu için ilk satıra 1 yazarız ve altına da 25... İki yazarız ve altına da 50... Çünkü bu sefer 25'in katları ile devam edeceğiz, yani 75, 100... Öyle gidecek...
(Ardından, Can da sütunların çizimlerini tamamlamıştır.)
- 191E: Bu sefer sen dakikaları yaz ve ben de kelime sayılarını yazayım.
- 192C: Tamam, olur...
(Can dakikaları yazma işlemini tamamlamış ve ardından çalışma kağıdını arkadaşına uzatmıştır.)
- 193E: Şimdi burada birincisi için 25, ikincisi olarak 50, üçüncü 75, burası 100 ve 125 olur. (derken bir taraftan da tabloyu doldurmuştur)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin birbirleri ile fikir alışverişi yaparak tamamladıkları ve Efe'nin zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren tablo görülmektedir.

Zaman (dk)	1	2	3	4	5
Kelime Sayısı	25	50	75	100	125

Şekil 3.55. Öğrencilerin İkinci Etkinlik için Oluşturdukları Tablo

Öğrencilerin burada yer alan 181C, 183C ve 192C ile 182E, 184E, 190E ve 193E'deki ifadeleri, iki öğrencinin de *tablo bilgisini tanıdıklarını* ve rahatlıkla *kullandıklarını* göstermektedir. Bununla birlikte, yine öğrencilerin 190E, 192C ve 193E'deki ifadeleri ile çizdikleri tablodan, *kat ilişkisi* hakkındaki bilgiyi *tanıyıp kullandıkları* anlaşılmaktadır. Yine; tabloya atadıkları değerler de, öğrencilerin *kat ilişkisini doğru kullandıklarını* gösterir niteliktedir.

Ardından, "Efe'nin okuduğu kelime sayısı ile bu okuma esnasında harcadığı zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız." şeklindeki çalışma kâğıdında yer alan etkinliğin ikinci bölümüne geçilmiştir. Bu kez metni okuma görevini Can üstlenmiştir ve okuma işleminin tamamlanmasının ardından Eren hemen yorum yapmaya başlamıştır.

- 194E: Biraz önce 3 katları vardı. Şimdi, burada 25'in katları olarak düşünmek gerekli..

(Bu sırada eli ile çalışma kağıdını göstermektedir ve hareketlidir.)

195C: Burada da kelime sayısını zamana bölünce hep 25 çıkıyor. Yani, her seferinde 25 çıkması gerekiyor yoksa olmaz.

Öğrencilerin buradaki ifadelerinden, iki öğrencinin de *kat ilişkisini* kolayca tanıyıp kullandıkları anlaşılmıştır. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin çalışma kâğıdına yazdıkları açıklama notu görülmektedir.

Ardından, araştırmacı öğrencilerden etkinliğin üçüncü bölümünde yer alan “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı kolaylıkla bulunabilsin. (Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı arasındaki ilişkiyi göstereyin)” şeklindeki metne uygun bir denklem yazmalarını istemiştir.

196A: Peki, bu durumu ifade eden bir denklem yazabilir misiniz?

197E: (Başını kendinden çok emin bir şekilde sallayarak) Evet...

198C: Şey... zaman...

(Bu esnada Eren de dayanamamış ve konuşmaya başlamıştır.)

199E: z çarpı... (Bu kez de Can lafa karışır.)

200C: Yirmibir... Yani aynı şeyleri yapabiliriz.

201E: Evet, aynı şeyleri yapabiliriz. Doğru...

202A: Nasıl aynı şeyleri... Açıklayabilir misiniz?

203E: Yani, z çarpı 21... (derken kalemi elinde başı ile de onaylamaktadır)

204A: Peki, böyle bir denklemi çalışma kâğıdına yazabilir misiniz?

205E: Tabii...

206C: Zaman çarpı 25 eşittir kelime sayısı yani k olsun.

(Eren de arkadaşını başı ile kendinden emin bir biçimde onaylamıştır.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin yazdıkları denklem ifadesi görülmektedir.

$$z \cdot 25 = k$$

Şekil 3.56. Can ve Eren'in İkinci Etkinlik için Birlikte Yazdıkları Denklem İfadesi

Burada yer alan görüşme metinlerinde öğrencilerin 194E, 199E, 203E ve 205E ile 195C, 200C ve 206C'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de *kat ilişkisini denkleme* yazarken doğru bir biçimde *kullandıkları* görülmüştür. Yine öğrencilerin buradaki

ifadelerinden ve Şekil 3.56.'dan, iki öğrencinin de birinci etkinlikte gerçekleştirdikleri denklemin *matematiksel gösterimini* bu etkinlikte pekiştirdikleri anlaşılmıştır.

Ardından, öğrencilerin etkinliğin bir sonraki bölümü için çalışma kâğıdında gördükleri “Öyle bir **grafik** çizin ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösterebilirsin.” Şeklindeki metni yine Eren okumuş ve Can da dinlemiştir. Ardından, Eren çözüme başlamış ve Can ise çalışma kâğıdına eğilmiş dinlemektedir.

207E: Yine, aynı şekilde bir grafik çiziyoruz. (demiş ve yatay ve dikey eksenlerin çizimi ile başlamıştır) Buraya (yatay eksenini göstererek) okuduğu kelime sayısı... k olarak gösterelim. Dakikayı da (dikey ekseninde yazarak) dk olarak gösterelim. (Başlangıç noktasının bulunduğu yeri de kalemle göstererek) Burası da sıfır... (Ardından dikey ekseninde dakika değerlerini grafiğe yazmıştır.) Bir, iki,...

(Bu esnada, Can da dayanamamış ve konuşmaya başlamıştır.)

208C: ... üç, dört, beş...

209E: (Yatay eksen üzerinde yazmaya başlayarak) Burada da 25, 50, 75, 100 ve 125... Evet, aynı şeyleri yapabiliriz. Doğru... Yine aynı şekilde bunları birleştiriyoruz.

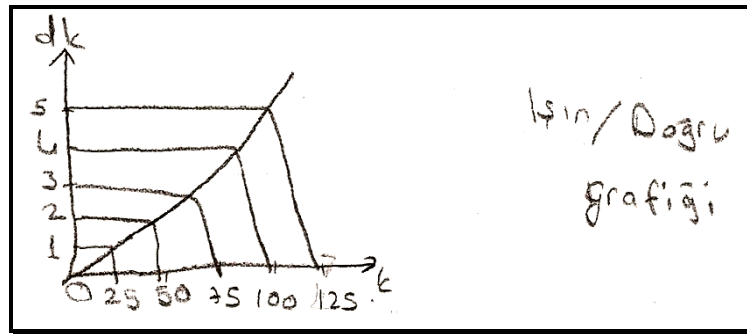
210C: Ama tam karşılığı olmalı...

(Ardından Enes yatay ve dikey eksenindeki değerleri birleştirmiştir)

211A: Peki, burada sıfırdan başlamak doğru mu sizce?

212C: Evet, çünkü okumaya yeni başlamış... Bu nedenle, sıfırdan başlamalıyız.

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin birlikte çizdikleri ve geçen her bir dakikadaki okunan kelime sayısını gösteren grafik şekli görülmektedir.



Şekil 3.57. Can ve Eren'in İkinci Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik

Öğrenciler aralarında da tartışarak çizimi gerçekleştirmişlerdir. Bu aşamada; Can'ın büyük bir dikkatle arkadaşını izlediği ve bazen arkadaşını düzelttiği, Eren'in ise

çizimi gerçekleştirdiği görülmüştür. Öğrencilerin çizdikleri bu grafik, iki öğrencinin de *çizgi grafiği tanıyıp kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Bu grafik incelendiğinde, öğrencilerin grafiği doğru bir biçimde çizdikleri grafiklerde oluşan şekle (0,0) noktasını da dâhil ettikleri gözlenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin grafikte eksenlere atadıkları değerler arasındaki aralıkların nasıl olması gerektiği konusuna dikkat etmemeleri de dikkat çekicidir.

Bunun sonrasında, iki öğrenci birlikte etkinliğin beşinci bölümüne ilişkin “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” ve “Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.” şeklindeki sorulara öğrenciler yine Şekil 3.57.’de görüldüğü gibi *ışın / doğru grafiği* demişlerdir.

Ardından, etkinliğin bir sonraki bölümü olan “Efe’nin 175 kelime okumuş olması için kaç dakika okumaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki problemi içlerinden okumuş ve cevap aramak üzere iki öğrenci de hemen konuşmaya başlamıştır.

217E: Yüzyetmişbeş...

218C: Yüzyetmişbeş...

219A: Grafikten gösterebilir misiniz?

(Yine iki öğrenci aynı anda hareketlenmiş ve grafiğe yönelmişlerdir.)

220E: Yine şey yaparız...

221C: (Eksenleri göstererek) Şekli uzatırız... 125’den sonra 150 olur, sonra 175..

(Bu sırada Eren de dayanamamış ve konuşmaya başlamıştır.)

222E: Yani, burada iki dakika uzatırız.

223C: Cevap 7 olur.

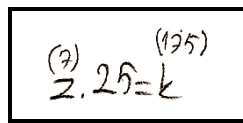
224A: Peki, buna ilişkin denklemden yararlanarak cevabı bulabilir miyiz?

225E: z çarpı 25 eşittir k (şeklinde denklemi ifade ederken, Can da yazmıştır.)

226C: Buna göre k 175 ve z de 7 olur.

(Bu esnada, Eren de eğilmiş ve kâğıda yazılanları kontrol etmiştir.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin öğrencilerin çalışma kağıdına yazdıkları görülmektedir.


$$\begin{array}{c} (z) \quad (175) \\ z \cdot 25 = k \end{array}$$

Şekil 3.58. Öğrencilerin İkinci Etkinlikteki Problem Çözümleri

Öğrencilerin buradaki ifadelerinden (221C, 222E ve 223C) ve grafik üzerinde doğru gösterimler yapmalarından, iki öğrencinin de grafiği doğru bir biçimde okuyabildikleri yani çizdiği *grafiği* problemin çözümünde rahatlıkla *kullanabildiği* ve bu konuda herhangi bir endişeleri olmadığı anlaşılmıştır. Ardından, araştırmacı tarafından öğrencilerden denklem yardımıyla çözüme ulaşmaları istenmiştir. Yine, öğrencilerin 225E ve 226C'deki ifadeleri ve birlikte yazdıkları ifade (Şekil 3.58.), iki öğrencinin de oluşturduğu *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde doğru bir biçimde *kullandıklarını* göstermektedir.

Araştırmacının da isteği üzerine öğrencilerin birlikte “*Efe 8 dakika sonunda kaç kelime okumuş olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.*” şeklindeki metni okudukları ve grafikte de denklem ile de doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin bu soruya ilişkin çalışma kâğıdına yazdıkları görülmektedir.

A handwritten equation is shown inside a rectangular box. The equation is $2.25 = k$. Above the number 8 on the left side of the equation is a circled number 8, and above the number 200 on the right side is a circled number 200.

Şekil 3.59. İkinci Etkinliğin İkinci Problemine İlişkin Denklem Çözümleri

Buradaki çözümlerinden de, yine öğrencilerin *grafik okuyabildikleri* yani başka bir ifadeyle *grafik ve grafikte görülen eksenleri* problemin sonucuna ulaşmada *kullanabildikleri* ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanabildikleri* anlaşılmıştır.

Son olarak, bu etkinliğe öğrencilerin doğru denklemi hakkında oluşturdukları bilgiyi ortaya koymak amacıyla eklenmiş olan “*Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne denklemi dersiniz?*” şeklindeki soruya ise birinci etkinlikte olduğu gibi *ışın / doğru denklemi* şeklinde cevap vermişlerdir. Aşağıda buna ilişkin görüşme metinleri görülmektedir.

232A: Peki, yaptığımız iki etkinliğe de baktığınızda grafikler ve denklemler birbirine benziyor mu ? Grafikte denklem bana aynı şeyi veriyor mu?

265C: Evet...

266E: Kesinlikle... (Bu esnada eli ve başı ile bu ifadesini onaylamaktadır.)

- 267A: O zaman bu denkleme bir isim verecek olsanız ne denklemini dersiniz?
268E: Işın... (derken kendinden emin görünmektedir).
269C: ...denklemini...

Bu görüşme metinleri incelendiğinde, öncelikle şunu belirtmek gereklidir. Eren'in 268E'deki ifadesinde denklemini bir önceki etkinlikte doğru denklemini olarak nitelendirmekle birlikte, bu etkinlikte ışın denklemini olarak ifade ettiği ve bu söyleminde arkadaşının da herhangi bir etkisi olmadığı görülmüştür. Bu durum, Eren'in geometrik şekiller konusundaki düşüncelerinin netleştiğine işaret etmektedir. Öğrencilerin benzer şekilde hazırlanmış olan iki etkinlikte de denklemleri ışın / doğru denklemini olarak adlandırmış olmaları, iki öğrencinin de *doğru denklemini kavramını oluşturduğunu* düşündürmektedir. Sonuç olarak; bu iki etkinliğin uygulanması sonucunda öğrencilerin grafik, kat ilişkisi, tablo, doğru parçası ve denklem kavramlarını tanıyıp kullandıkları, iki bilinmeyenli denklem kavramını birinci etkinlikte oluşturdukları ve ikinci etkinlikte tanıyıp kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin iki etkinlikte de oluşturdukları grafik ile yazdıkları denklem arasında ilişkiyi fark ettikleri ve bunu sonucunda da, *doğru denklemini kavramını oluşturdukları* anlaşılmıştır.

Bu iki etkinlik $y=k.x$ şeklindeki denklemden yararlanarak doğru denkleminin oluşturulmasına yönelik olarak hazırlanmış olan etkinlikler olup, buradan sonraki iki etkinlik ise $y=kx+b$ denkleminde yararlanarak doğru denkleminin pekiştirilmesine yönelik olup hazırlanmış olan etkinliklerdir. Bu etkinlikler ile aynı zamanda doğru denklemini kavramının da pekiştirilmesi amaçlanmıştır.

2.2.3. Yeni Doğan Balina Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Üçüncü etkinlik “*Bir araştırmacı yeni doğan bir balinanın kütlesini her ay ölçmektedir. Bu yavru balina doğduğunda 3 kg.'dır ve büyüdüğü her ayın sonunda 3,5 kg. daha almaktadır.*” üzerine kuruludur. Bu etkinliğin ilk kısmında diğer iki etkinlikte olduğu gibi öğrencilerden balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir *tablo çizimleri* istenmektedir. Çalışma kâğıdında yukarıdaki metne ek olarak “*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösterebilir.*” şeklinde verilen metni yine Eren okumuş ve ardından da Can arkadaşının da desteğini alarak bir önceki

iki etkinlikte olduğu gibi tabloyu oluşturmaya başlamıştır. Buradan da, öğrencilerin etkinliklerde kendilerine ait görevleri belirledikleri ve iki öğrencinin de sürekli olarak bu görevlere bağlı kaldıkları anlaşılmıştır. Oluşturdukları tabloda, öğrencilerin aralarında yaptıkları tartışmanın ardından tabloyu çizerken balinanın doğduğu ayı da hesaba kattıkları görülmüştür. Tablo çiziminin ardından, öğrencilerin aralarında geçen görüşme metinleri aşağıda yer almaktadır.

- 270C: Şimdi geçen ayı 1, 2, 3... (Bir an için yazma işlemini bırakmış ve sesli düşünmüştür.) Ama bunu sıfırdan başlatmamız lazım, çünkü doğduğu aydan...
(Bu esnada, Eren arkadaşının konuşmasını tamamlamıştır.)
- 271E: Doğduğu aydan yani sıfırdan itibaren...
(Can eline silgiyi almış tabloya yazdıklarını düzeltirken, Eren de çalışma kağıdına doğru yönelmiş arkadaşının yazdıklarına bakmaktadır.)
- 272C: İkinci satırı sen doldurabilir misin? (demiş ve arkadaşına bakmıştır)
(Eren, bir an için eline çenesine koyarak düşünmesinin ardından çalışma kağıdına yönelmiştir.)
- 273E: Doğduğunda kütlesi 3 kiloymuş ve her ayın sonunda 3,5 kilo daha artmış.
O zaman buradaki ilk sütuna 3,5 yazarız.
- 274C: (Çalışma kağıdında sotuyu işaret ederek) Yok, ama doğduğunda daha 3 kiloymuş.
(Hemen kağıda yönelmiş ve tablodaki birinci sütunu düzeltmiştir.)
- 275E: O zaman, 3,5 daha 6,5 eder (demiş fakat cevabı tabloya yazmak için arkadaşının onayını beklercesine ona bakmıştır. Can'ın arkadaşını başı ile onaylamasının ardından, cevabı kağıda yazmıştır. Sonra da, diğer sütunları doldurmak için düşünmeye başlamıştır.) Burası, eee...
- 276C: On eder. (demiştir ki, Eren'in bu esnada buçuklu toplama işlemini içinden yaptıktan sonra çalışma kağıdına cevabı yazdığı görülmüştür.)
(Ardından, öğrenciler birlikte kalan sütunları da toplama işlemi yaparak doldurmuşlardır.)

Birlikte yaptıkları tartışmanın ve çalışmanın sonucunda oluşan tablo aşağıdaki şekilde görülmektedir.

Geçen Ay	0	1	2	3	4
Katle (kg)	3	6,5	10	13,5	17

Şekil 3.60. Can ve Eren'in Üçüncü Etkinlik için Oluşturdukları Tablo

Ardından, araştırmacı etkinliğin üçüncü bölümünden devam etmelerini yani ay ile kütle arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler, öncelikle “*Balınanın büyüdüğü zaman ile ağırlığı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki metni Eren okumuş ve birlikte başlamışlardır.

280E: Aralarındaki ilişki ise, bu 3,5 kat şeklinde olur...

281A: Birlikte düşünün ve çalışma kağına net bir cevap yazın olur mu?

(Eren eli başında, Can ise eli çenesinde çalışma kağına eğilir ve kısa bir müddet düşünürler)

282C: Ben buldum (demiş ve arkasına yaslanmıştır)

283E: Ne buldun? (derken hala eli başında düşünmektedir)

284C: şimdi, şöyle... Bir ile 3,5’u çarptığın zaman 3,5 olur ve bir de ilk doğduğunu da toplarsın 6,5 olur. Sonra, 2 ile 3,5’u çarptığın zaman 7 olur... (Bir an için sesli düşünmüştür) Yedi mi olur? (Elini gözüne görütmüş ve yine bir an düşünmüştür ki, bu esnada Eren arkadaşına yardımcı olmuştur.)

285E: Evet, 7 olur...

286C: ...sonra tekrar 3 ile topladığımızda 10 olur. Bu böyle gider. (derken kalem ile tabloda ikinci satırı göstermektedir.)

287A: Peki, bunun için bir denklem yazabilir misiniz?

(Eren daha araştırmacının konuşması bitmeden harekete geçmiştir.)

288E: şey, olur. Ay ve kütle artı üç olur. (Elinde silgi ile oynayarak telaşlı bir şekilde düşünmektedir.)

(Bu esnada Can da çalışma kağına eğilmiş ve denklemi yazma çabası içerisine girmiştir.)

289C: Ay yani a... (derken birkaç saniye düşünme ihtiyacı duymuştur ki, bu esnada Eren devreye girmiştir.)

290E: ...çarpı...

291C: Evet, çarpı 3 virgül 5 artı 3 eşittir kütle.

(Eren de çalışma kağına eğilmiş ve arkadaşının yazdığı denklemi izlemiştir. Fakat, Eren’in bu denklemi anlayıp anlayamadığı mimiklerinden gözlenememiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilerden yazdıkları denklemin doğru olup olmadığını kararlaştırmalarını istemiştir.)

Aşağıdaki denklemde, Can ve Eren’in birlikte yaptıkları çalışma sonucunda Can tarafından yazılan denklem ifadesi görölmektedir.

$$a. 3,5 + 3 = k$$

şekil 3.61. Öğrencilerin Üçüncü Etkinlik için Birlikte Yazdıkları Denklem

- 292A: Peki, yazdığımız bu denklem doğru mu? Birlikte düşünün ve karar verin.
(Bunun üzerine Can hemen cevap vermiştir.)
- 293C: Evet, doğru... (derken hemen arkasına yaslanmış ve kendinden emindir)
- 294E: Evet, biraz önce de (tabloyu göstererek) hep 3 ekliyorduk. Bu nedenle, bence de doğru... (demiş ve el hareketleri ile de kendinden emin olduğunu göstermiştir)

Öğrencilerin buradaki ifadelerinden (270C ve 271E) ve kat ilişkisini gösteren tabloyu da doğru bir biçimde oluşturabilmelerinden, ilk iki etkinlikten farklı tarzda hazırlanmış problemler için de *tabloyu tanıyıp kullandıkları* da görülmüştür. Can'ın buradaki 274C, 276C, 282C, 284C ve 286C'deki ifadelerinden, ilk iki etkinlikten farklı olan ($y=kx+b$ denklemini oluşturmaya yardımcı olacak şekildeki) *kat ilişkisini tanıdığı* ve denklem kurmada rahatlıkla *kullandığı* anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, Eren'in bu şekildeki kat ilişkisi ile alakalı ilk ifadelerinden (273E, 275E ve 280E) bazı kararsızlıklar yaşadığı ve bu kat ilişkisini ifade etmede ve yazmada zorlandığı anlaşılmaktadır. Bununla birlikte; Can'ın 284C'deki ifadesinde arkadaşına yaptığı açıklamaların ardından, Eren'in bu *kat ilişkisi bilgisini oluşturduğu*, denklem yazmada *kullanmaya çabaladığı* (285E ve 290E'deki ifadeleri) ve başarılı olduğu (294E) gözlenmiştir.

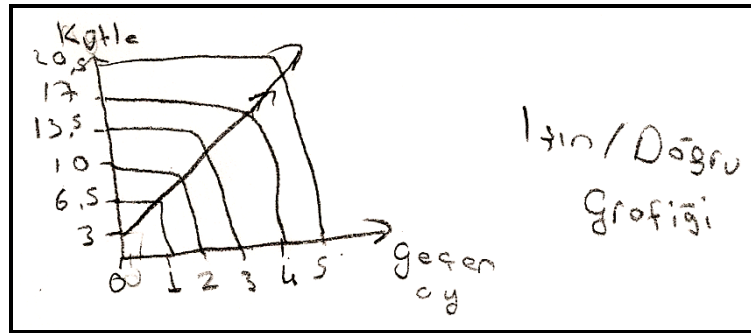
Öğrencilerin söz konusu kat ilişkisini gösteren bir denklem yazma deneyimleri esnasındaki görüşme metinleri incelendiğinde ise, iki öğrencinin de birinci ve ikinci etkinliklerde oluşturdukları $y=kx$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını pekiştirdikleri* (289C, 290E ve 291C) anlaşılmıştır. Sonrasında, Eren'in başlangıçta zorlanmakla birlikte (288E ve 290E), Can'ın ise kolaylıkla $y=kx$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanarak, $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduklarını* (291C, 293C ve 294E) göstermektedir. Şekil 3.61.'deki görülen ve öğrencilerin aralarında tartışarak yazdıkları denklem ifadesi de, bu iki öğrencinin $y=kx+b$ şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturduklarını* kanıtlar niteliktedir.

Ardından, öğrencilerden çalışma kâğıdında yer alan “Öyle bir **grafik** çiziniz ki, balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösterebilir.” şeklindeki metni okumaları ve grafiği çizmeleri istenmiştir. İki öğrenci de, grafik kelimesini görmelerinin sonrasında

metnin tümünü sesli okuma ihtiyacı duymamışlardır. Öğrencilerin balinanın büyüdüğü zamana göre ağırlığını gösteren bir grafik çizmeleri gereklidir. Diğer etkinliklerde olduğu gibi çizime Eren başlamış ve ilk olarak yatay ve dikey eksenleri çizmiştir. Can ise bu sırada çizimi kontrol etmiş ve gerekli durumlarda, özellikle de ay ve kütle değerlerinin yazımı esnasında arkadaşına yardımcı olmuştur.

- 295E: Buraya geçen ayı yazalım... (derken dikey eksen isimlendirmekte)
(Bu esnada, Can araya girmiş ve konuşmaya başlamıştır.)
- 296C: Ama burada şöyle birşey var. Burada (grafik üzerinde işaret ederek) üçten başlayacak.
- 297E: Evet...
- 298C: Çünkü sıfırınca ayda... (arkadaşına yatay eksen göstererek) ayı şöyle yapsan daha iyi olurdu.
(Bunun üzerine Eren yazdığı bu ifadenin yerini değiştirmiştir.)
- 299E: Burası da olur ama... (yaptığı düzeltmenin ardından) O zaman ayları yazalım... Sıfır, bir... (Eren yazmakta, Can da çalışma kâğıdına yönelmiş ve arkadaşının yazdıklarını izlemekte ve kontrol etmektedir. Grafikteki değerleri tamamlamasının ardından yine Eren yatay ve dikey eksenle karşılık gelen değerleri birleştirmeye başlamıştır.) Şimdi, biz bunu sıfırdan üçe, birden altıbuçuğa, ..., onyediden dörde... (derken bir anda Can arkadaşına müdahale etmiş ve çizimi durdurmuştur.)
- 300C: Bunu şöyle de yapabiliriz. (derken hareketlenmiş ve ayağa kalkmış, ardından da kararsız kalarak elini başına koymuş ve bir müddet düşünmüştür) Mesela, direkt şuradan başlasak... (derken eliyle çizdikleri grafikteki kütle 3 noktasını göstermiştir. Ardından, silgiyi alıp çizimde şekilde de görülen 0 noktasını değiştirmiş) Evet, buradan başlasın.
(deyip ışının çizimini tamamlamıştır)

Aşağıdaki şekilde Can ve Eren'in birlikte çizdikleri bu grafik görülmektedir.



Şekil 3.62. Öğrencilerin Üçüncü Etkinlikte Birlikte Çizdikleri Grafik

Burada öğrencilerin ifadeleri (295E, 297E ve 299E ile 298C ve 296C) ile birlikte çizdikleri şekilden, iki öğrencinin de *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıdıklarını ve kullanabildikleri* anlaşılmaktadır. Burada, eksenlerdeki değerler arasındaki boşlukların büyüklüğü konusundaki dikkatsizliklerinin de, aceleci davranmalarından ve özensiz hareket etmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu düşünce ile araştırmacı öğrencilere boşlukların nasıl olması gerektiği hakkındaki fikirlerini sormuştur.

301A: Peki, birşey söylemek istiyorum. Eğer bu grafiği daha düzgün bir biçimde çizecek olsaydınız, grafikteki bu boşluklar yine böyle mi olurdu sizce?

302E: (Hiç düşünmeksizin) Evet, yine aynı olurdu bence...

303C: Hayır, bence 0 ile 1 arasındaki boşluk aynı kalırdı, fakat 0 ile 6,5 arası daha büyük olurdu.

Buradaki görüşme metinleri, Can'ın (303C) *yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıdığını ve kullanabildiğini* kanıtlar niteliktedir. Bununla birlikte, Eren'in arkadaşının yaptığı yorumun ardından yeni bir fikir üretmediği görülmüş ve öğrencinin bu konudaki düşüncesi doğrulanamamıştır. Şekil 3.62.'de görülen grafik de bu durumu kanıtlar niteliktedir. Bununla birlikte, yine bu ifadeler (295E, 297E ve 299E ile 298C, 296C ve 300C) ve çizdikleri şekilden (Şekil 3.62.), iki öğrencinin de *grafik kavramı tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır.

Grafiğin çiziminin ardından, öğrenciler “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki soruya aynı anda ve yine *ışın grafiği* şeklinde cevap vermişlerdir. Şekil 3.62.'de, Eren'in yazdığı cevap görülmektedir.

Öğrencilerin grafik için yaptıkları adlandırmanın ardından öncelikle oluşturdukları grafik ve denklem yardımıyla çözmeleri gereken sorulardan birincisi “Balina 5 ay sonunda kaç kg. ağırlığında olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” için ve ardından da ikincisi “Balinanın 24 kg. olması için kaç ay geçmiş olmalıdır? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” problemlerinin çözümünde de birlikte çalışmışlardır. Öncelikle grafik üzerinde göstererek ve sonrasında da aşağıdaki şekillerde görüldüğü denklem üzerinde çalışarak sonuca ulaşmışlardır. Bu durum, öğrencilerin *grafik kavramını ve iki bilinmeyenli*

denklemleri kavramını problem çözümünde kullanabildiklerini yani grafiği okuyabildiklerini gösterir niteliktedir. Aşağıdaki şekilde, burada yer alan ikinci sorunun/ problemin denklemler yardımıyla yaptıkları çözümü görülmektedir.

(b) (20) a. $3,5 + 3 = k$	(5) (20,5) a. $3,5 + 3 = k$
------------------------------	--------------------------------

Şekil 3.63. Can ve Eren'in Üçüncü Etkinlik için Yaptıkları Problem Çözümleri

Can ve Eren'in buradaki denklemler çözümleri de, öğrencilerin $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemler kavramını tanıyıp kullanmaya başladıklarını ve dolayısıyla da pekiştirdiklerini kanıtlar niteliktedir. Ardından, araştırmacı öğrencilere bir önceki etkinlikte yazdıkları denklemler ve grafiği göstermiştir. Bunu yapmadaki amacı, öğrencilerin doğru denklemler ifadesini genellemelerine yardımcı olabilmektir.

- 304A: Buradaki denklemler ve grafiğe bakarsanız şu an yaptığımızdan biraz farklı
Bu farklılık sizce neden kaynaklandı?
- 305E: Toplamadan...
- 306C: (Etkinlik metnini bularak) Bu yavru balina doğduğunda 3 kilogramdır dediği için orada artı üç...
- 307E: Hı hı...
- 308C: ...orada üç üç artsaydı toplama gelmeyecekti ama doğduğu ile her ay artan sayılar farklı.
- 309A: Keşke öyle birşey yapsanız ki, bu denklemler birbirine benzesin? Bunu nasıl sağlarsınız? Bunlar arasında ne fark var?
- 310E: (Çalışma kâğıdında denklemler üzerinde göstererek) Şu var... artı üç...
- 311A: Peki, ne yapsak bu artı üç için farklılığı yok etmiş oluruz;
- 312E: (Hiç düşünmeden) Sıfır...
- 313A: Değiştirin bakalım ne olacak?
(Hemen Can çalışma kâğıdını almış ve denklemler değiştirmiştir.
Arkadaşının yazdığını Eren de başı ile onaylamıştır.)
- 314C: Tamam. (Denklemler tamamlamasının ardından arkasına yaslanmış.)
- 315A: Peki, denklemler ve grafikte bulduklarınız sizi aynı sonuca ulaştırdı mı?
- 316E: Işın / doğru denklemler (derken kendinden oldukça emindir)
(Arkadaşı daha cevabını bitirmeden, Can da konuşmaya başlamış ve arkadaşını desteklemiştir.)
- 317C: Evet...

Aşağıda öğrencilerin ikinci etkinlikteki denklem üzerinde yaptıkları bu değişiklik görülmektedir.

$$z. 25+0=6$$

Şekil 3.64. Can ve Eren'in İkinci Etkinlikteki Denklemde Yaptıkları Değişiklik

Eren'in 310E ve 312E'deki ifadeleri ile Can'ın ikinci etkinlikteki denklemi üçüncü etkinlikteki denkleme benzer şekilde çalışma kâğıdına yazması ve 314C'deki ifadesi, iki öğrencinin de $y=kx+b$ iki bilinmeyenli denkleminin çözümlerini gerektiren problemlerin yer aldığı *doğru denklemi kavramını oluşturma* sürecinde çizdikleri grafik ile yazdıkları denklem arasındaki ilişkiyi anladıkları anlaşılmıştır. Benzer şekilde; Eren'in 316E'deki ifadesi ile Can'ın 317C'deki ifadesinde arkadaşını desteklemesinden, bu öğrencilerin denklemi *doğru/ışın denklemi* olarak kolaylıkla adlandırdıkları görülmüştür.

Sonuç olarak; iki öğrencinin de ilk iki etkinlikte yer alan $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramının oluşturulma sürecindeki gibi üçüncü etkinlikte de *grafik, tablo, ışın ve doğru parçası kavramlarını tanıyıp kullandıkları*, ilk iki etkinlikte yer alan $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını üçüncü etkinlikte *pekiştirdikleri* ve bu kavramı kullanarak $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem ifadesi yazabildikleri, problem çözmede bu ifadeyi kullanabildikleri yani *iki bilinmeyenli denklem kavramını da tanıyıp kullandıkları* ve böylelikle de *pekiştirdikleri*, grafikte oluşan şekle bir isim belirlerken bu *doğru* ile *ışın kavramlarını tanıyıp kullandıkları*, çizdikleri grafik ile yazdıkları denklemi ilişkilendirebildikleri anlaşılmıştır. Ardından da, *doğru denklemi kavramını pekiştirdikleri* görülmüştür. Bununla birlikte, Öğrencilerin $y=kx$ ile $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemden de yararlanarak üçüncü etkinlikteki Can'ın 289C, 291C ve 293C'deki ifadeleri ile 290E ve 294E'deki ifadelerinde doğru denklemini doğru bir biçimde ifade etmiş olmaları, ardından da ikinci etkinlikteki denklem ile üçüncü etkinlikteki denklem arasında 310E, 312E ve 314C'deki ifadelerinde doğru bir biçimde ilişki/bağlantı kurmuş olmaları öğrencilerin bu denklemler için matematiksel bir ifade yazabilecekleri düşüncesini

doğurmuştur. Bu nedenle, dördüncü ve son etkinliğin uygulanmasının ardından öğrencilerin doğru denklemleri için matematiksel ifade (formül) yazmayı başarıp başaramadıklarının araştırılması amacıyla genel bir değerlendirme yapılması kararlaştırılmıştır. Aşağıda yer verilen dördüncü ve son etkinliğin uygulaması da, öğrencilerin *doğru denklemi kavramını oluşturdukları ve pekiştirdiklerinin* kanıtlanabileceği düşüncesiyle gerçekleştirilmiştir.

2.2.4. Derslik Boyama Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Dördüncü ve son etkinlik “*Bir ilköğretim okulundaki derslikleri boyama görevini üstlenen bir usta dakikada 4 m² duvar boyuyor. Bu usta göreve başladığında okulun temizlik görevlisinin 12 m² lik bir alanı zaten boyamış olduğunu görüyor ve boyanmamış kısımdan başlayarak boyamaya devam ediyor.*” metni üzerine kurulu bir etkinliktir. Bir boyama ustasının yaptığı işi konu edinen bu etkinliği içeren çalışma kâğıdı araştırmacı tarafından öğrencilere verilmiş ve metni okumaları istenmiştir. Eren sesli bir şekilde etkinliği okumuş ve Can da çalışma kâğıdına eğilmiş ve etkinliği dinlemiştir. Etkinlik metnine bağlı olarak, çalışma kâğıdında “*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, ustanın harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilirsiniz.*” şeklinde yer alan tablo çizimini gerçekleştirmek üzere, hemen Can harekete geçmiştir. Bununla birlikte, etkinlik metni üzerine bir tartışma açılmış ve ustanın nereleri boyayacağı üzerine tartışılmıştır. Bu tartışmanın sonucunda, Can ustanın boyama yapmaya başladığı anla ilgili düşüncesini aşağıdaki gibi dile getirmiştir.

326C: Şimdi, (derken elinde kalemi çalışma kâğıdına eğilmiş ve metni tekrar etmiştir) 12 dakikada 16... (Bir taraftan da tabloyu doldurmaktadır ki, Eren dayanamaz)

327E: Onaltı... (derken dikkatlice arkadaşını izlemektedir)

328C: İki dakikada 20, üç dakikada 24, dört dakikada 28 ve beş dakikada 32... (Aynı zamanda, Eren de arkadaşını izlemekte ve söylemleri ile desteklemektedir.)

329E: ...üç dakikada 24, dört dakikada...

Bu çalışma esnasında, Eren çalışma kâğıdına eğilmiş ve arkadaşının çizimini kontrol edip arkadaşını desteklerken, Can'ın tablo çizimini çok kolaylıkla gerçekleştirdiği görülmüştür. Bir önceki etkinlikte olduğu gibi, ustanın boyamaya

başladığı dakikayı da belirterek aşağıdaki tabloyu çizdikleri görülmüştür. Bu durum, iki öğrencinin de $y=kx+b$ denklemi için gerekli tablo bilgisini tanıyıp kullandığını gösterir niteliktedir. Aşağıda, Can ile Eren'in birlikte çizdikleri ve tamamladıkları tablo görülmektedir.

Geçen zaman	1	2	3	4	5
Özelliği boyanmış alan	16	20	24	28	32

Şekil 3.65. Can ve Eren'in Dördüncü Etkinlik için Oluşturdukları Tablo

Bunun sonrasında; araştırmacı öğrencilerden ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamalarını istemiştir. Bunun üzerine iki öğrencinin de bir müddet çalışma kâğıdına bakarak düşündükleri görülmüştür. Ardından, ilk konuşmaya başlayan Eren olmuştur.

330A: Peki, bu ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasında nasıl bir ilişki var? Bu ilişkiyi nasıl açıklarsınız

331E: Burada 4 metrekare vardı. (Bir taraftan tablodaki değerleri kalem ile göstermektedir.) Her seferinde boyanan kısmı bunun üstüne ekledik 16 oldu ve sonra yine dörder dörder ekledik.

(Bu esnada, Can da başı ile arkadaşını onaylamıştır.)

Öğrencilerin tabloyu problemin gerektirdiği doğru bir biçimde yapmaları (Şekil 3.65.) ve ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasındaki ilişkiyi doğru bir biçimde açıklamaları (331E ve Can'ın başı ile arkadaşını onaylaması), öğrencilerin *cebirselsel işlemleri* ve bu işlemlere ilişkin *kat ilişkisini tanıyıp kullandıklarını* göstermektedir.

Öğrencilerin bu kez verilen etkinlik metnindeki *denklem* ifadesini görür görmez istenen cevapları yazdıkları görülmüştür. “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir *denklem* yazınız ki, bu denklem kullanılarak ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarı kolaylıkla bulunabilsin.” şeklindeki sorunun cevabını yazma konusunda Can gönüllü olmuştur. Can'ın bu denklem ifadesini

yazması esnasında Eren’de arkadaşını takip etmiş ve ona destek vererek yardımcı olmuştur.

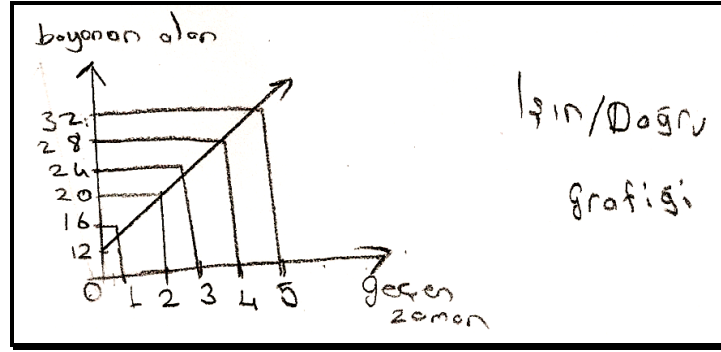
- 332E: Yazalım, o zaman... (diyerek arkadaşına bakmaktadır)
- 333C: (Çalışma kağıdına denklemi yazmak üzere yönelirken) Yine aynı şekilde zaman ve eee... Ama işte burada örüntü gibi kuralı bulmamız lazım. (derken Eren de çalışma kağıdına iyice eğilmiş, düşünmektedir. Bir anda arkadaşının yazdığına yönelmiş ve arkadaşını uyarmıştır.)
- 334E: Sen burada 16 yazdın ama ilk önce burada 12 yazıp, sonra dörder dörder artıp, yani dördün katı olduğunu söyleyebiliriz.
- 335C: Tamam nasıl olacağını buldum. (derken Eren de Can’ın ilk yazmaya başladığı ifadeyi silmiştir) Öncelikle geçen zaman ile dördü çarpıyoruz, sonra da 12 ekliyoruz. Çünkü 12’den başlıyoruz.
- 336E: Şöyle olur o zaman. Zaman çarpı 4 artı 12 eşittir b diyorum yani boyanan kısım. (Eren’in söylediklerini bir taraftan yazmaktadır.)

Aşağıdaki şekilde de, öğrencilerin kararlaştırdıkları ve yazdıkları bu iki bilinmeyenli denklem ifadesi görülmektedir. Öğrencilerin buradaki ifadeleri (334E, 335C ve 336E) ile birlikte yazdıkları denklem ifadesi, iki öğrencinin de $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullandıklarını gösterir niteliktedir.

$$z. 4+12=b$$

Şekil 3.66. Can ve Eren’in Dördüncü Etkinlik için Yazdıkları Denklem İfadesi

Yine, çalışma kâğıdında yer alan “Öyle bir **grafik** çizin ki, ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zamana göre boyanan duvar miktarını gösterebilir.” şeklindeki metni okuma ihtiyacı bile duymamış ve birlikte grafiği çizmişlerdir. Çizdikleri bu grafikte, öğrencilerin grafik değerlerinin aralıklarına halen dikkat etmedikleri de görülmüştür. Grafiğin çiziminin ardından, “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” ile “Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.” şeklindeki sorulara cevap ararken öğrenciler tartışmaksızın *ışın/doğru grafiği* adını vermişlerdir. Can ve Eren’in bu etkinlik için çizdikleri grafik ile bu grafiği adlandırmaları aşağıdaki şekilde görülmektedir.



Şekil 3.67. Can ve Eren'in Dördüncü Etkinlik için Çizdikleri Grafik

Bu cevabın ardından, beklemeksizin “Usta'nın $36 m^2$ duvar boyamış olması için kaç dakika doyamaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki metni içlerinden okumuş ve cevap üzerinde aşağıda görüldüğü gibi tartışarak sonuca ulaşmışlardır. Sonra da, “Usta 8 dakika sonunda kaç m^2 duvar boyamış olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki sorunun cevabını aralarında tartışmış ve cevabın 44 olduğunu açıklamışlardır. İlk problemi Eren okumuş ve hemen ardından durmaksızın cevap vermiştir.

349E: O zaman 32, hımm 36 olur. Burası 6 dakika...

(Bu esnada, Can da başı ve mimikleri ile arkadaşını onaylamıştır.)

350C: Evet...

351A: Peki ya denklem ile çözsünüz?

(Eren, çalışma kâğıdından denkleme bakma ihtiyacı duymuştur.)

352E: Denklem nasıldı? (derken çok kısa düşünmüş ve çözümü açıklarken arkadaşından da yazmasını istemiştir) Şöyle yapacağız. z çarpı 6 artı 12...

(Denklemin kalan kısmını Can tamamlamıştır.)

353C: Eşittir b...

(Eren çalışma kâğıdında kalemle denklemini göstererek)

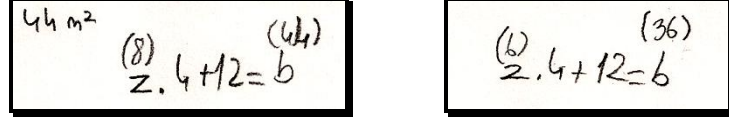
354E: Şurası 36 olursa z de 6 olur.

355C: (Bir an elini başına koyarak düşündükten sonra) Ama önce 12'yi çıkartıyoruz.

356E: Hı hı... Sonra da, dörde böleriz.

Öğrencilerin burada yer alan problemlerin çözümlerinde çizdikleri *grafiği* (349E ve 350C) ve yazdıkları *denklemini* (352E, 354E, 356E ile 353C, 355C) doğru bir biçimde

kullandıkları anlaşılmıştır. Ardından, denklemlerle de grafiklerle de aynı sonuca ulaştıklarını fark ettikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin grafik ve denklemlerle aynı sonuca ulaştıklarını anladıklarını gösterir niteliktedir. Aşağıda öğrencilerin bu çözümleri esnasında yazdıkları görülmektedir.



44 m² (8) (44)
z. 4+12=b

(6) (36)
z. 4+12=b

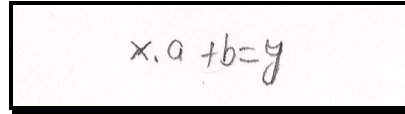
Şekil 3.68. Öğrencilerin Dördüncü Etkinlikteki Problem Çözümleri

Ardından, Can ve Eren “*Yukarıda elde ettiğiniz denkleme bir ad verecek olsanız ne derdiniz?*” şeklindeki soruya da yine *ışın / doğru denklemi* olarak adlandırmışlardır. Sonuç olarak; öğrencilerin çizdikleri grafik ile yazdıkları denklem arasında ilişki olduğunu anlamaları ve buradaki görüşme metinlerinde / konuşmalarında bu etkinlik için yazdıkları denklemi doğru bir şekilde adlandırmaları, yine iki öğrencinin de *doğru denklemi kavramını pekiştirdiklerini* kanıtlar niteliktedir.

Bu etkinliğin ardından, burada yapılan uygulamaların genel bir değerlendirmesine yer verilmiş ve öğrencilerin oluşturdukları $y=kx$ ve $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemlerin uygulamalarını gerektiren problemlerin yer aldığı etkinliklerin doğru denklemi kavramına ilişkin matematiksel gösterimi (formül) gerçekleştirip gerçekleştirmedikleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, dördüncü etkinliğe ilişkin çalışma kâğıdında yer alan “*Elde edilen bu denklem ifadelerinden yararlanarak öyle bir formül yazınız ki, doğru denklemi formülü olarak kabul edilebilsin.*” şeklindeki metni öğrenciler birlikte okumuşlar ve ardından üzerinde bir müddet düşünmüşlerdir. Araştırmacı ile birlikte yaptıkları tartışma ile matematiksel gösterimi yapmaya yani sonucu yazmaya çalışmışlardır. Bu aşamada, araştırmacı sonuca ulaşmalarını sağlamak amacıyla öğrencileri aşağıda görüldüğü gibi yönlendirmiştir.

- 365A: Peki, sonuçta buradaki çalışmaların herbirinde bulunan denklemlere ilişkin adlandırmalara baktığınızda ne görüyorsunuz?
- 366E: Hepsine *ışın/doğru denklemi* dedik.
- 367A: O zaman sizden bu çalışmalardaki denklemler için bir formül yazmanızı istesek, bir formül yazabilir misiniz?

- (Bu esnada, Eren sessiz kalmış ve Can da elini başına götürüp çok ciddi bir biçimde düşünmeye başlamıştır.)
- 368C: Ya, formül şöyle olur. Bir kural olacak ve hep o kurala doğru hareket edecek. (demiş fakat ardından bir müddet sessizlik yaşanmıştır)
(Bunun üzerine araştırmacı bir müdahale yapma ihtiyacı duymuştur.)
- 369A: O zaman, denklem ifadelerindeki rakamların yerine değişken yazarak formüle ulaşabilir misiniz, mesela x ve y iki sabit sayıyı gösteren değişkenler olsun.
- 370C: x...
- 371E: ... ve y... (derken iki öğrenci de başını sallamaktadır)
- 372A: Bu son denklemde 4 ve 12'nin yerine x ve y düşünebilir miyim?
- 373C: Evet... (derken Eren de başı ile onaylamıştır)
- 374A: İfadeyi bir yazsanız...
- 375C: Yazalım... (demiş ve iki öğrenci de hemen çalışma kağıdına yönelmiştir)
- 376E: O zaman z yerine de a yazsak. Böylece a ve b uyumlu olur.
- 377C: x çarpı a artı b eşittir y...(Bir yandan yazarken bir yandan konuşmaktadır)
(Eren de eğilmiş dikkatlice arkadaşının yazdıklarını kontrol etmektedir.)
- 378A: O zaman böyle bir doğru denklemi yazsak her zaman sonuca ulaşabilir miyiz?
(Öğrencilerin ikisi de burada “ulaşabiliriz” cevabını vermişlerdir. Bununla birlikte, Can'ın mimik ve hareketlerinden kendinden emin olduğu anlaşılakta fakat Eren'in mimik ve hareketleri bu konudaki kararsızlığını göstermektedir.)


$$x \cdot a + b = y$$

Şekil 3.69. Can ve Eren Tarafından Yazılan İki Bilinmeyenli Denklem İfadesi

Bu çalışma grubunu oluşturan iki öğrencinin ancak araştırmacının buradaki yönlendirmesinin ardından (369A, 372A ve 378'deki ifadeleri) doğru denkleme ilişkin formüllemeyi başardıkları (Şekil 3.69.) görülmüştür. Sonuç olarak; öğrencilerin *doğru denklemi kavramını oluşturdukları ve pekiştirdikleri* fakat bu kavrama ilişkin matematiksel gösterimini ancak yönlendirmelerin ardından yapabildikleri anlaşılmıştır.

2.3. Fatih ve Nihal'in Bilgi Oluşturma Sürecinin Analizi

Matematik başarıları orta düzeyde olan Fatih ve Nihal'in Doğru Denklemi kavramını oluşturma süreci tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri dikkate alınarak aşağıda sunulmuştur (F: Fatih, N: Nihal, A: Araştırmacı). Bu öğrenci grubu doğru

denklemleri kavramını oluşturma sürecinin incelendiği etkinliğe 10 dakika 35 saniye zaman harcamışlardır.

Okuma Denemeleri Etkinliğindeki Bilgi Oluşturma Süreci

Doğru denklemleri kavramını oluşturma sürecinin nasıl gerçekleştiğinin ortaya koyulması amacıyla hazırlanmış olan ikinci etkinlik “*Efe okumaya başladı. Yapılan okuma denemelerinden Efe’nin dakikada 25 kelime okuduğu anlaşılmaktadır.*” üzerine kurulu bir etkinliktir. Bu etkinliğin birinci bölümünde, öğrencilerden Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren bir tablo düzenlemeleri istenmektedir. Çalışma kâğıdında buna ilişkin yer alan metin “*Öyle bir tablo düzenleyiniz ki, Efe’nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısını gösterebilirsiniz.*” şeklindedir. Etkinlik metninin bu bölümünü Nihal okumuş ve Fatih ise çalışma kâğıdından da takip ederek arkadaşını dinlemiştir. Ardından, çizime Nihal başlamış ve Fatih de çalışma kâğıdına eğilerek dikkatlice arkadaşını izlemiş ve gerekli durumlarda müdahalelerde bulunmuştur.

- 100F: Elli... (Eğilmiş, çalışma kâğıdına bakarken, bir ara kalemi ile bir düzeltme yapmıştır. Ardından arkadaşının izlemeye devam etmiştir.) Yüz kaldı...
101N: Beş dakika... 125 kelime... (Fatih de başı ile onaylamıştır.)
102F: Altı dakika... (derken arkadaşını izlemektedir.)
103N: (Çalışma kâğıdının üstüne eğilmiş ve ...) Dakika... (yazmıştır)
104F: Kelime yazmadık...
(Nihal hemen eğilmiş ve ifadeyi çalışma kâğıdına yazmıştır.)

Aşağıdaki şekilde, Efe’nin zamana göre okuduğu kelime sayısını gösteren tablo görülmektedir.

Dakika	Kelime	
1 DK	25	$1 \times 25 = 25$
2 DK	50	$2 \times 25 = 50$
3 DK	75	$3 \times 25 = 75$
4 DK	100	$4 \times 25 = 100$
5 DK	125	$5 \times 25 = 125$
6 DK	150	$6 \times 25 = 150$

Şekil 3.70. Nihal ile Fatih’in Etkinlik için Oluşturdukları Tablo

Öğrencilerin burada yer alan 100F, 101N, 102F, 103N ve 104F'deki ifadeleri, iki öğrencinin de *tablo bilgisini tanıdıklarını ve rahatlıkla kullandıklarını* göstermektedir. Bununla birlikte, yine Nihal'in 101N'deki ifadesi ve Fatih'in bu esnada başı ile arkadaşını onaylamasından ve birlikte çizdikleri tablodan, *kat ilişkisi* hakkındaki bilgiyi *taniyip kullandıkları* anlaşılmaktadır. Yine; tabloya atadıkları değerler de, öğrencilerin *kat ilişkisini doğru kullandıklarını* gösterir niteliktedir.

Ardından, “*Efe'nin okuduğu kelime sayısı ile bu okuma esnasında harcadığı zaman arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.*” şeklindeki çalışma kâğıdında yer alan etkinliğin ikinci bölümüne geçilmiştir. Bu kez konuşmaya araştırmacı başlamıştır.

105A: Şimdi ikinci kısmı bir okuyalım bakalım...

(İki öğrenci de içinden metni okumuş ve bitirir bitirmez arkasına yaslanmış. Fatih kalem ağzında metne bakarak düşünürken, Nihal konuşmaya başlamıştır.)

106N: Hep 25'er artmış.

107F: Yirmi beş... Yirmi beş...

108N: Her dakikaya... (Bir an düşünmüştür. Bu esnada Fatih de eli ile kalemini kaşımaktadır.) Şimdi bir dakikaya 25 kelime okuduysa, her dakikada iki kat daha fazla...

(Bu esnada Fatih çalışma kâğıdına eğilmiş ve konuşmaya başlamıştır.)

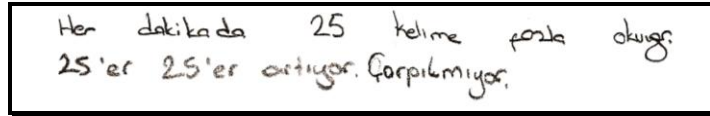
109F: Yirmi beşer yirmi beşer artıyor... Çarpılmıyor...

(Nihal istenilen ifadeyi yazarken, Fatih arkadaşını izlemiştir.)

110N: Birşey soracağım. Yirmi beşer yirmi beşer artınca 25 ile mi çarpılır. İki tane yirmibeşin çarpımı 50 olmaz ki...

111F: Ama ben çarpılmıyorum burada... Çarpılmıyor...

(Nihal arkasına yaslanmış ve anladığını gösterir bir biçimde başı ile arkadaşını onaylamıştır.)



Her dakikada 25 kelime fazla okuyor.
25'er 25'er artıyor. Çarpılmıyor.

Şekil 3.71. Zaman ve Kelime Sayısı Arasındaki İlişkiyi Açıklayan İfade

Öğrencilerin buradaki 106N, 107F ve 109F'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de *kat ilişkisini kolayca taniyip kullandıkları* anlaşılmıştır. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin çalışma kâğıdına yazdıkları açıklama notu görülmektedir.

Ardından, araştırmacı öğrencilerden etkinliğin üçüncü bölümünde yer alan “Yukarıda verilen tablodan da yararlanarak öyle bir **denklem** yazınız ki, bu denklem kullanılarak Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı kolaylıkla bulunabilsin. (Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre okuduğu kelime sayısı arasındaki ilişkiyi göstereyin)” şeklindeki metne uygun bir denklem yazmalarını istemiştir. Bu esnada, Nihal metni okumuş ve hemen çözüme başlamıştır.

112N: $x+25...$ (derken yazdığından biraz tereddütlüdür ve araşırmacıya bakarak yazdığını onaylatmak istemektedir) ...eşittir... ...bir harf veriyoruz burada... ne olsun... d olsun...

(Bu esnada Fatih arkadaşını izlemektedir. Öğrencinin yazdığı denklem hatalıdır ve öğrenci bu durumun farkında değildir. İşte bu esnada araşırmacı devreye girmiştir.)

113A: Peki, o zaman değer verip kontrol edebilir miyiz?

114F: Evet, tabii ki...

(Bu esnada Nihal çalışma kâğıdına eğilmiş, arkadaşını izlemektedir.)

115A: O zaman şöyle göstersek... Buradaki bilinmeyenler neyi gösteriyor?

116N: x dakikayı ve d de kelimeyi gösteriyor. (demiş ve denemeler yapmaya başlamıştır) Şu x 25 olsa, d de 50 oluyor.

(Fatih başı ile arkadaşını onaylamaktadır.)

117F: Elli artı yirmi beş... (derken arkadaşının yazdığı ifadeyi izlemektedir.)

118A: Peki, bu yazdığın yeterli mi? Yoksa başka çözümlerde var mı?

119N: Değişken... (demiş ve yeniden yazmaya başlamıştır) Elli artı yirmi beş yetmiş beş yapar...

120F: Ama cevap 75 olmamalı...

121N: O zaman yeniden yazalım. (demiş ve aşağıda görülen şeklin sağ tarafındaki ifadeleri yazmaya başlamıştır.) “ x çarpı 25 eşittir d ” diyebiliriz. x i dakika olarak hesaplayabiliriz. (dedikten sonra kısa bir müddet sessizlik yaşanmıştır)

122A: O zaman yukarıda çizdiğiniz tabloyu kullansanız...

123N: (Hemen hareketlenmiştir) Hımm... O zaman iki oluyor... (Hemen şekilde görülen örnekleri yazmaya başlamıştır) İki çarpı...

(Bu esnada, Fatih başını çalışma kâğıdına eğmiş, arkadaşını izlemektedir.)

124F: Evet, burada 2 ile çarpınca 50 çıkıyor ama 75 ile çarpınca 50 çıkmıyor...

(Kalemi ile çalışma kâğıdında göstermektedir.)

125A: Peki, aranızda tartışıp bir karar verseniz. Tabloya yazdığımız iki denklemden hangisi doğrudur?

126N: İkinci tabii ki... Çünkü $50+25=75$ oluyorken, $2x25=50$ oluyor. İşte bu nedenle...

(Bu esnada Fatih oldukça sessiz kalmıştır.)

127A: O zaman başka değerler verip yeniden denesiniz... Mesela dört için...

(Nihal hemen çözüme başlamıştır ve tam bu esnada iki öğrenci de hareketlenmiştir.)

- 128F: Hımm... Ben şimdi anladım... (derken Nihal zaten çoktan açıklamaya başlamıştır.)
- 129N: Şimdi çarpı iki oluyor... (çalışma kâğıdında da göstererek) ... artı yirmi beş oluyor... (demiş ve biraz tereüütle düşünmeye başlamıştır. Bu esnada, Fatih de eğilmiş ve çalışma kâğıdına bakarak arkadaşını izlemektedir.)
- 130F: Hayır bak... Çarpma mı yoksa toplama mı doğru? İşte bunu bulmalıyız.
- 131N: Dakikada hep kelime kat olarak artmış...
- 132F: Bak işte... Bir ile yirmi beşi çarparsak 25 olur.
- 133N: İki ile yirmi beşi çarpınca da elli oluyor.
(Öğrenciler çalışma kâğıdında bu söylemlerini aralarında da tartışarak yazmışlardır.)
- 134A: O zaman şöyle yapsanız... Doğru olan denklemleri bulup kare içine alsanız...
(İki öğrenci de çalışma kâğıdına eğilmiştir.)
(Öğrenciler aşağıdaki şekilde kare içerisinde görülen ifadeyi aralarında tartışarak yazmışlardır.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin birlikte çizdikleri ve geçen her bir dakikadaki okunan kelime sayısını gösteren denklem ifadesi görülmektedir.

Şekil 3.72. Nihal ve Fatih'in İkinci Etkinlik için Yazdıkları Denklem İfadesi

Burada yer alan görüşme metinlerinde öğrencilerin 112N, 116N, 117F, 119N'deki ifadelerinden başlangıçta *kat ilişkisini denklemleri* yazarken doğru bir biçimde kullanmada zorlandıkları fakat ardından 123N, 128F, 129N, 131N ve 132F'deki ifadelerinden, iki öğrencinin de *kat ilişkisini denklemleri* yazarken doğru bir biçimde kullandıkları görülmüştür. Yine öğrencilerin buradaki ifadelerinden ve Şekil 3.78.'den, iki öğrencinin de denklemin *matematiksel gösterimini* bu etkinlikte gerçekleştirdikleri anlaşılmıştır.

Ardından, öğrencilerin etkinliğin bir sonraki bölümü için çalışma kâğıdında gördükleri "Öyle bir **grafik** çiziniz ki, Efe'nin okuma esnasında harcadığı zamana göre

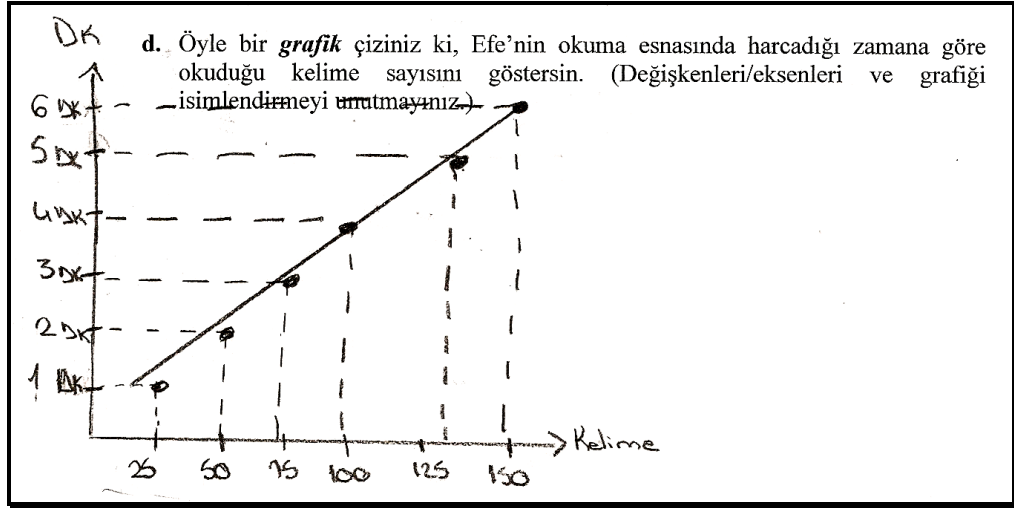
okuduğu kelime sayısını gösterebilir.” şeklindeki metni okudukları ve ardından da grafiği çizmeye başladıkları görülmüştür.

135F: Biraz geriye çizelim ki, sorun olmasın... (der demez Nihal hemen çizime başlamıştır.)

136N: (Eliyle arkadaşına çizimin bir bölümünü göstererek) Bak burası biraz kısa oldu... Düzeltelim miyiz?...

(Öğrenciler aralarında tartışarak ve gerekli düzenlemeleri yaparak grafik çizimini gerçekleştirmişlerdir.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin birlikte çizdikleri ve geçen herbir dakikadaki okunan kelime sayısını gösteren grafik şekli görülmektedir.



Şekil 3.73. Nihal ile Fatih'in Etkinlik için Birlikte Çizdikleri Grafik

Öğrencilerin çizdikleri bu grafik, iki öğrencinin de *çizgi grafiği tanıyıp kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Bu grafik incelendiğinde, öğrencilerin grafiği doğru bir biçimde çizemedikleri yani grafiklerde oluşan şekle (0,0) noktasını dâhil etmedikleri gözlenmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin grafikte eksnelere atadıkları değerler arasındaki aralıkların nasıl olması gerektiği konusuna dikkat etmemeleri de dikkat çekicidir.

Bunun sonrasında, iki öğrenci birlikte etkinliğin beşinci bölümüne ilişkin “Çizdiğiniz grafikte hangi geometrik şekil oluştu? Açıklayınız.” şeklindeki metni okumuş ve birlikte Şekil 3.74.'de görülen cevabı vermişlerdir.

Çizdiğimiz grafikte doğru oldu.

Şekil 3.74. Nihal ve Fatih'in Etkinlikte Yaptıkları Adlandırma

Etkinliğe ait çalışma kâğıdında yer alan “Grafikte oluşan bu geometrik şekilden faydalanarak grafiğe bir ad veriniz.” şeklindeki metni iki öğrenci birlikte okumuş ve bir müddet düşünmenin ardından buna da doğru grafiği cevabını vermişlerdir.

Ardından, etkinliğin bir sonraki bölümü olan “Efe'nin 175 kelime okumuş olması için kaç dakika okumaya devam etmiş olması gerekir? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki problemi içlerinden okumuş ve cevap aramak üzere iki öğrenci de hemen konuşmaya başlamıştır.

151N: Yüzyetmiş beş ile ikiyi çarpmalıyız. (demiş ve hemen çalışma kâğıdına yazmaya başlamıştır.)

152F: Neden öyle olsun ki?... Kelime 175 dakikayı bulmalıyız...

(Bu esnada, Nihal aşağıdaki şekilde görülen karmaşık ifadeleri yazmaya başlamıştır.) Hayır... (demiş ve çalışma kâğıdına eğilerek arkadaşına açıklamaya başlamıştır.) İki yüz olur bu...

154N: Evet... Biz yanlış yaptık. Dakikayı... (demiş fakat gerisini getirememiştir.)

155A: Grafikten faydalansanız ilk olarak? (İki öğrenci de grafiğe yönelmiştir.)

156N: O zaman yedi dakikada oluyor...

157F: Yedi... (derken Nihal hemen çalışma kâğıdına eğilmiş ve cevabı yazmıştır.)

Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin öğrencilerin çalışma kâğıdına yazdıkları görülmektedir.

150 kelime 6 dk'da okunuyor $x = dk$
175 kelime ise 7 dk'da okunuyor $d = kelime$
 $x \times 25 = d$ $x = 7$
 $25 \times 7 = 175$ $d = 175$

Şekil 3.75. Öğrencilerin Etkinlikteki Problem Çözümleri

Yukarıdaki şekilde öğrencilerin yazdığı ifadelerden, iki öğrencinin de bu konuda zorlandıkları anlaşılmıştır. Buradaki ifadeleri de öğrencilerin bu zorluklarına işaret etmektedir. Öğrencilerin doğru çözüme ulaşmalarında, grafiği kullanmaları konusunda araştırmacı tarafından yönlendirmelerinin olumlu etkisi olmuştur. Ardından, araştırmacı tarafından öğrencilerden denklem yardımıyla çözüme ulaşmaları istenmiştir. Yine, öğrencilerin 156N ve 157F'deki ifadeleri ve birlikte yazdıkları ifade (Şekil 3.81.), iki öğrencinin de oluşturduğu *iki bilinmeyenli denklem kavramını* problem çözümünde doğru bir biçimde *kullandıklarını* göstermektedir.

Araştırmacının da isteği üzerine öğrencilerin birlikte “Efe 8 dakika sonunda kaç kelime okumuş olur? Öncelikle yaptığınız grafikten yararlanarak bulunuz. Ardından cevabı yazdığınız denklem yardımıyla bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.” şeklindeki metni okudukları ve grafikte de denklem ile de doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Aşağıdaki şekilde, öğrencilerin bu soruya ilişkin çalışma kâğıdına yazdıkları görülmektedir.

7 dk	175	kelime
8 dk	200	kelime

$18 \times 25 = 450$

Şekil 3.76. Nihal ve Fatih'in Probleme İlişkin Denklem Çözümleri

Buradaki çözümlerinden de, yine öğrencilerin *grafik okuyabildikleri* yani başka bir ifadeyle *grafik ve grafikte görülen eksenleri* problemin sonucuna ulaşmada *kullanabildikleri* ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanabildikleri* anlaşılmıştır.

Sonuç olarak; bu iki etkinliğin uygulanması sonucunda öğrencilerin grafik, kat ilişkisi, tablo, doğru ve denklem kavramlarını tanıyıp kullandıkları, iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturdukları görülmüştür. Öğrencilerin bu etkinlikte, oluşturdukları grafik ile yazdıkları denklem arasında ilişkiyi fark ettikleri düşünülmekte olup, *doğru denklemi kavramını oluşturup oluşturamadıkları* tam anlamıyla anlaşılmıştır.

BÖLÜM IV

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bulgular ve Yorum bölümünde; araştırmaya katılan farklı matematik başarı düzeylerindeki öğrencilerin yazılı ve sözlü cevaplarından elde edilen verilerin *tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* eylemleri üzerinden gerçekleştirilen analizleri sonucunda elde edilen bulgulara ve yapılan yorumlara yer verilmişti. Bu bölümde ise; elde edilen her bir alt probleme ilişkin bulguların ve bunlara bağlı olarak yapılan yorumların, öğrencilerin matematik başarı düzeyleri de göz önüne alınarak yapılan değerlendirmelerine yer verilmiştir.

Bu araştırmada, öğrencilerin Analitik Geometri'ye ilişkin iki farklı kavramı (koordinat sistemi ve doğru denklemi), belirlenen farklı iki öğrenme yaklaşımına (Yapılandırmacılık ve Gerçekçi Matematik Eğitimi) göre öğrenmeleri süreçleri incelenmiştir. Buna göre, *aşağıda* ilk olarak öğrencilerin koordinat sistemi kavramını Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak öğrenmeleri esnasındaki bilgi oluşturma sürecinin analizi sonucunda elde edilen bulgular ve yapılan yorumların değerlendirilmesine yer verilmiştir. Bu aşamada, öncelikle koordinat sistemi kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre öğrenilmesi açısından ve ardından da koordinat sistemi kavramının öğrenilmesi sürecinin RBC+C Soyutlama Modeli aracılığıyla (*tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden) incelenmesi açısından yapılan değerlendirmeler sonucunda elde edilen bilgiler açıklanmıştır. İkinci olarak, öğrencilerin doğru denklem kavramını Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na uygun olacak şekilde öğrenmeleri esnasındaki bilgi oluşturma sürecinin analizi sonucunda elde edilen bulgular ile yapılan yorumların değerlendirilmesine yer verilmiştir. Bu aşamada da, öncelikle doğru denklemi kavramının Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na göre öğrenilmesi açısından ve ardından da doğru denklemi kavramının öğrenilmesi sürecinin RBC+C Soyutlama Modeli aracılığıyla incelenmesi açısından yapılan değerlendirmeler sonucunda elde edilen bilgiler açıklanmıştır.

1. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecine İlişkin Sonuçlar

Araştırmanın “İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi kavramını (bu kavrama ilişkin birinci bölge bilgisini) Gerçekçi Matematik Eğitimi’ne göre oluşturma süreci nasıldır?” şeklindeki birinci alt problemine cevap aranırken, araştırmaya katılan altıncı sınıf öğrencilerinin (bu öğrencilerin oluşturduğu öğrenci gruplarının) koordinat sistemi kavramını oluşturmaları sürecinde nokta, yön, ışın vb. gibi koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisini oluşturabilmeleri için gerekli olabilecek bilgilerden hangilerini tanıyıp kullandıkları açıklanmıştır. Koordinat sistemi kavramının oluşturulması sürecinde nokta, başlangıç noktası ve eksen bilgilerini oluşturup oluşturamadıkları ve bu bilgileri koordinat sistemi kavramının oluşturulması esnasında tanıyıp tanıyamadıkları ve bu bilgileri kullanıp kullanamadıkları incelenmiş, öğrencilerin birinci bölge bilgisini oluşturup oluşturamadıkları ve nasıl oluşturdukları açıklanmaya çalışılmıştır.

Bu bölümde, öncelikle koordinat sistemi kavramının bilgisinin oluşturulma sürecine ilişkin sonuçların öncelikle RBC+C Soyutlama Modeli açısından (*tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme* bilişsel eylemleri üzerinden) ve ardından da Gerçekçi Matematik Eğitimi açısından (*yönlendirilmiş yeniden keşif, yatay ve dikey matematikleştirme* prensipleri üzerinden) değerlendirilmesi sonucunda elde edilen bilgilere yer verilmiştir.

1.1. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin RBC+C Soyutlama Modeli Açısından Değerlendirilmesi

1.1.1. Sürecin Yön ve Kroki Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi

Birinci etkinlikte öğrencilerin tamamının kitap dağıtacakları öğrencilerin yerlerini tarif ederken sınıflarına ait çizimler (Şekil 3.1, 3.2, 3.5, 3.8, 3.12, 3.16 ve 3.19) yaptıkları görülmüştür ki, bu durum öğrencilerin *kroki bilgisini tanıdıklarını ve kullandıklarını* gösterir niteliktedir. Görüşme metinleri üzerinde yapılan incelemeler sonucunda, yüksek başarılı oldukları bilinen altıncı sınıf öğrencilerinin tamamının [Doğan (118D, 122D, 129D, 131D, 152D, 162D, 176D, 178D, 182D, 184D ve 186D

ile), Yılmaz'ın (107Y, 117Y, 119Y, 128Y, 181Y, 183Y, 185Y ve 187Y), Selin'in (126S, 128S, 165S, 169S, 173S, 175S, 177S ve 179S), Can'ın (104C, 109C, 127C, 132C, 136C, 138C, 163C ve 165C)], matematik başarısının orta düzeyde olduğu bilinen Merve'nin bazılarında cam kenarı ya da duvar kenarına (142M ve 145M) göre olmakla birlikte (119M, 121M, 126M, 131M, 145M ve 147M), Eren'in (100E, 102E, 108E, 112E, 126E, 133E ve 137E), Kübra ve Burak'ın (102K, 103K, 109K, 111K, 113K, 115K, 123K, 125K, 150K ve 152K ile 103B, 108B, 114B, 124B, 126B ve 128B), düşük başarılı olduğu bilinen Gürkan'ın (113G, 165G, 174G, 176G ve 178G) hem birinci hem de ikinci etkinliğin uygulanması esnasında *yön ve/veya kroki bilgisini tanıdığı ve kullandığı* anlaşılmıştır.

Düşük başarılı iki öğrencinin oluşturduğu öğrenci grubundaki öğrenciler (Özgür ve Gürkan) ile gerçekleştirilen uygulamada, öteleme (112Ö) yapmaya çalıştıkları ve bu esnada sağ, sol, aşağı, yukarı gibi ifadeleri doğru kullandıkları, başka bir söyleyişle Özgür ile Gürkan'ın *öteleme ve yön bilgisini tanıdığını ve kullanmaya çabaladığını* gösterir niteliktedir (112Ö, 113G ve 114Ö). Yine, düşük başarılı olduğu bilinen Zeynep'in (146Z) ikinci etkinliğin uygulanması esnasında *yön bilgisini tanıdığı ve bu bilgiyi etkinlikte çözüme ulaşmak için kullandığı* görülmüştür. Ayrıca, orta düzeyde başarılı öğrenciler olan Burak ve Kübra'nın 145K ve 146B'deki söylemleri *birim kare bilgisini tanıdıklarını* düşündürmektedir.

Bununla birlikte, düşük başarılı olduğu bilinen Hale'nin birinci ifadesi (129H) ve ikinci etkinlikte grup arkadaşının yön tarifini gerçekleştirebilmesi *yön bilgisini tanıdığı* ve bu etkinliklerde çözüme ulaşmak için *kullandığını* düşündürmekle birlikte, bu bilgiyi kullandığına dair net bir söylemine de rastlanamamıştır. Düşük düzeyde başarılı oldukları bilinen Hale (129H) ve Zeynep'in (146Z) yön bilgisini birer ifade de açıklamaları, bu iki öğrencinin de yön bilgisini tesadüfen kullanmış olabileceklerini düşündürmektedir. Bu durumda da, bu öğrencilerin yön bilgisini tanıyıp kullandıkları anlaşılamamıştır.

Bu incelemeler sonucunda, araştırmaya katılan öğrencilerin koordinat sistemi kavramının oluşturulması amacıyla hazırlanmış olan birinci etkinliğin uygulamaları

sırasında yaptıkları söylemler/konuşmalar ile çizdikleri şekillerden *kroki bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları* görülmüştür. Koordinat sistemi kavramını oluşturmaları amacıyla hazırlanmış olan bu iki etkinlikte, araştırmaya katılan 12 öğrenciden 10'unun *yön ve kroki bilgisini tanıyıp kullandığı* anlaşılmıştır. Bu bilgiyi tanıyıp kullanamayan öğrenciler ise, matematik başarı düzeyi düşük olan öğrencilerdir.

1.1.2. Sürecin Yatay ve Dikey Eksen Bilgileri Anlamında Değerlendirilmesi

Yapılan araştırmalar sonucunda; araştırmaya katılan öğrenciler arasından dördü yüksek başarılı, dördü orta başarılı ve üçü ise düşük başarılı olan toplam 11 öğrencinin yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturdukları anlaşılmıştır.

Bu öğrencilerden yüksek düzeyde başarılı oldukları bilinen öğrencilerin tamamının yani Yılmaz (123Y), Doğan (118D ve 146D), Can (127C, 132C ve 140C) ile Selin (143S, 146S, 150S ve 154S)'in ve matematik başarısı orta düzeyde olan Eren (126E, 133E, 141E, 147E, 150E ve 152E)'in *yatay eksen ve dikey eksen kavramları* bilgisini ***birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları*** görülmüştür. Düşük düzeyde matematiksel başarıya sahip olan Hale (134H, 144H, 146H, 147H ve 149H)'nin de bu kavramları ***birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturması*** da dikkat çekicidir ve bu durumun yüksek başarılı öğrenci olan Selin ile birlikte uygulamaya katılmasının yanında, etkinliğin uygulanması esnasında öğrencinin kroki bilgisinin yanında tesadüfi bile olsa yön bilgisinden yararlanmayı düşünmesi sayesinde gerçekleştiği düşünülmektedir. Benzer şekilde, matematik başarı düzeyi yüksek olan bu diğer 4 öğrencinin de Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerin uygulamaları esnasında kroki bilgisi ile yön bilgisini birlikte kullanmayı düşünen ve birbirleriyle ilişkilendiren öğrenciler oldukları bir önceki bölümde açıklanan bilgilerden görülmüştür. Biri orta ve biri de düşük düzeyde başarılı olan diğer iki öğrencinin (Eren ve Hale) de, yüksek başarılı olan öğrencilerin bulunduğu gruplarda olmaları ise öğrencilerin düşüncelerini geliştirmelerinde ikili öğrenci grubunda çalışmalarının önemli olduğunu ve yüksek başarılı öğrencilerin gruplarındaki diğer öğrencilerin başarısını da arttırdığını düşündürmektedir.

Orta düzeyde başarılı oldukları bilinen Burak (164B, 166B ve 171B), Kübra (165K, 167K ve 170K) ve Merve (164M, 167M, 169M, 171M, 173M, 176M ve 183M) ile düşük düzeyde matematiksel başarıya sahip olduğu bilinen Gürkan (181G, 183G ve 189G) ve Zeynep (162Z, 165Z ve 179Z)'in ise, *yatay eksen* ve *dikey eksen kavramları* bilgisini ***ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları*** düşünülmektedir.

Bu bağlamda, bu araştırmaya katılan öğrencilerden Yılmaz ile Doğan'ın, Burak ile Kübra'nın, Can ile Eren'in, Selin ve Hale'nin ve Merve ile Zeynep'in birlikte uygulamaya katılan öğrenciler oldukları görülmüştür ki, araştırmaya katılan 6 gruptan beşinde yer alan öğrencilerin bu kavramları oluşturmalarının bilgi oluşturma sürecinde ***grup halinde çalışmalarının önemli olduğunu*** kanıtlar niteliktedir. Bu durum, yine öğrencilerin düşüncelerini geliştirmelerinde ikili öğrenci grubunda çalışmalarının önemli olduğunu düşündürmekte ve Quinn (1996) tarafından yapılan çalışmanın sonucu da bu durumu desteklemektedir.

Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerden Can (122C, 124C ve 127C) ile orta düzeyde matematik başarısına sahip olan ve uygulamalarda birlikte çalışan Eren (125E ve 126E), Burak (122B) ve Kübra (121K ve 123K)'nin koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinde öncelikle *dikey eksen bilgisini oluşturmaya* başladıkları, bu esnada da Can'ın kapı tarafını, Burak ile Kübra'nın ise cam kenarını ve Eren'in de önce pencere kenarını ve ardından da kapı tarafını kullanmaları nedeniyle iki eksen bilgisini aynı anda kullanmada zorlandıkları, Burak ile Kübra'nın dikey eksen kavramına ek olarak yatay eksen kavramını değil de yön bilgisini kullanmaya devam ettikleri ve ancak bunun sonrasında iki eksen kavramını da oluşturabildikleri anlaşılmıştır. Bununla birlikte; gerçekleştirilen uygulamalara birlikte katılan yani aynı grubu oluşturan düşük başarılı Hale ve yüksek başarılı Selin'in öncelikle *yatay eksen kavramını* (129H ile 130S ve 133S) ve ardından da *dikey eksen kavramını* (134H ve 136H ile 137S ve 139S) *oluşturduklarını* ve ancak bunun sonrasında iki eksen kavramını da oluşturabildiklerini düşündürmektedir.

Orta düzeyde başarılı olduğu bilinen Merve (134M, 140M ve 142M) ile düşük düzeyde başarılı olan Zeynep (123Z, 125Z, 137Z, 139Z ve 143Z)'in ise, birinci

etkinliğin uygulanmasında öncelikle *yatay eksen kavramını oluşturmaya* başladığı görülmüş ve ardından da Merve'nin dikey eksen olarak duvar kenarını kullanmayı düşünmesi (149M) fakat bunu yapmayı başaramaması (152M) nedeniyle iki eksen bilgisini aynı anda kullanmada zorlandığı anlaşılmıştır. Zeynep'in ise birinci etkinliğin uygulanması esnasında yapılan yönlendirmelerle de olsa bu iki kavramı oluşturamamakla birlikte, ikinci etkinliğin uygulanması esnasında *yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmaya* başladığını (162Z ve 165Z) ve etkinliğin sonraki çözümlerinde de Zeynep (179Z)'in *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğunu* düşündürmektedir. Bunların sonucunda, araştırmaya katılan 6 öğrenci grubunu oluşturan toplam 12 öğrenciden sadece birinin yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturamadığı düşünülmektedir. Bu öğrenci ikisi de düşük başarılı öğrenci olan Gürkan ve Özgür'ün oluşturduğu öğrenci grubunda bulunan Özgür'dür. Düşük düzeyde matematiksel başarıya sahip olan öğrencilerden Özgür'ün yaptıkları nokta tarifinde bu eksenleri kullanıyor olmasının (186Ö ve 189Ö) grup arkadaşı olan Gürkan'ın yardımıyla eksen kavramlarını oluşturduğunu düşündürmekte olup, öğrencinin ifadelerinden özellikle de eksen kavramlarını oluşturup oluşturamadığı açık bir biçimde ortaya konamamıştır.

Öğrencilerle yapılan uygulamalardaki görüşme metinlerinin analizi ve incelenmesi sonucunda; matematik başarı düzeyi yüksek olan Yılmaz'ın birinci etkinliğin uygulanması esnasında *yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturmasının* ardından nokta tarifi yaparken / nokta bilgisini oluştururken bu kavramları *kullandığı* (142Y ve 145Y) anlaşılmış ve ardından ikinci etkinliğin uygulanması esnasında da bu bilgileri *tanıdığı* (175Y ve 177Y) ve *kullandığı* (189Y, 191Y, 220Y, 222Y, 226Y, 232Y ve 234Y) görülmüştür. Yine, matematik başarı düzeylerinin yüksek olduğu bilinen Doğan'ın birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu bu kavramları ikinci etkinliğin uygulanması esnasında *kullandığı* (176D, 178D, 221D, 223D, 225D, 227D ve 223D); Can'ın ise, birinci etkinliğin uygulanması esnasında nokta bilgisini oluştururken (144C, 148C, 151C ve 153C) *yatay ve dikey eksen kavramlarını kullandığı*, ikinci etkinliğin uygulanması sırasında *tanıdığı ve kullandığı* (163C, 165C ve 167C, 169C, 221D, 223D, 225D, 227D ve 223D) anlaşılmıştır. Yüksek başarı düzeyinden bu üç

öğrencinin de birinci etkinliğin uygulanması esnasında bu kavramları oluşturmalarının ardından nokta bilgisini oluştururken bu kavramları kullandıkları (144C, 148C, 151C ve 153C; 142Y ve 145Y; 176D, 178D, 221D, 223D, 225D, 227D ve 223D) görülmüş, ardından da ikinci etkinliğin uygulanması esnasında bu kavramları öncelikle çözüme ulaşmada bir yöntem olarak (176D ve 178D; 163C ve 165C; 175Y ve 177Y) ve ardından da nokta yeri tarifinde kullandıkları görülmüştür. Burada bahsedilen yöntem ifadesi ile çalışılan etkinlikte oluşturulan şekilde öğrencilerin önce bir eksene ve ardından da diğer eksene değerler ataması kastedilmektedir.

Matematik başarılarının orta düzeyde olduğu bilinen öğrencilerden biri olan Eren'in *yatay ve dikey eksen kavramlarını* birlikte çalıştığı arkadaşı Can gibi birinci etkinliğin uygulanması esnasında nokta bilgisini oluştururken *kullanmaya* başladığı (147E, 150E ve 152E) ve ardından da ikinci etkinliğin uygulanması esnasında Can (163C)'ı yatay ve dikey eksenlere değerler ataması konusunda desteklemesi ve dikey eksen için ne yazılacağı hakkındaki sorgulaması da Eren'in *bu kavramları tanıyıp kullandığını* (164E) göstermektedir. Yine, matematik başarılarının orta düzeyde olduğu bilinen diğer öğrencilerden Burak ile Kübra'nın *yatay ve dikey eksen kavramlarını* nokta tarifi yaparken *tanıyıp kullandıkları* (188B, 190B, 192B, 197B ve 199B; 191K, 195K ve 200K) anlaşılma ile birlikte, bu iki öğrencinin halen yatay ve dikey eksen kavramlarının matematiksel gösterimi yapmadıkları / yapamadıkları da görülmüştür. Bu öğrencilerden Eren'in matematik başarısı yüksek olan Can ile çalışmış bir öğrenci olması ve Burak ile Kübra'nın birlikte çalışmış olmaları nedeniyle bu kavramları tanıyıp kullanabildiklerini düşündürmektedir ki, düşük düzeyde başarılı olduğu bilinen Zeynep ile birlikte çalışan Merve'nin bu kavramları tanıyıp kullanamamış olması da bu durumu destekler niteliktedir. Bu durum ise, uygulamaların gerçekleştirildiği ikişerli öğrenci gruplarında yer alan öğrencilerin niteliğinin de bilginin oluşturulması esnasında düşüncelerini geliştirmede önem arz ettiğini düşündürmektedir.

Matematik başarı düzeyleri yüksek olan öğrencilerden birlikte çalıştıkları anlaşılma Yılmaz ve Doğan ile Matematik başarısı orta düzeyde olan Eren ile birlikte çalışmış olan Can'ın aksine, matematik başarısının düşük düzeyde olduğu anlaşılma Hale ile birlikte etkinliklere katılan Selin'in ikinci etkinliğin uygulamalarında halen

yalnızca yatay ya da yalnızca dikey eksen kavramlarını kullanarak nokta tarifi yapmaya çabaladığı ve bu esnada da yön bilgisini kullanmaya devam ettiği (173S, 175S ve 177S) görülmüştür. Bu durum, Selin'in birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu bu kavramları tanıyıp kullanmada zorlandığını göstermektedir. Birlikte çalıştığı düşük başarılı öğrenci Hale'nin ise diğer düşük başarılı öğrencilerin aksine oluşturduğu bu kavramları tanıma ve kullanma (134H) çabası içerisinde olduğu anlaşılmıştır ki, bu durum ise yüksek başarılı öğrenci ile birlikte çalışmasının düşüncesini geliştirmesi konusunda yardımcı olmasından kaynaklandığını düşündürmektedir.

Bulgular ve Yorum bölümünde yapılan analiz ve incelemeler ile yorumların bu bölümde yatay ve dikey eksen kavramları anlamında yapılan değerlendirmesi sonucunda, düşük düzeyde matematik başarısına sahip olduğu bilinen Özgür isimli öğrenci haricindeki öğrencilerin tamamının bu kavramları oluşturdukları anlaşılmış fakat etkinliklerin uygulamalarında düşük başarılı olduğu bilinen öğrencilerle çalışmış hiçbir öğrencinin bu kavramları tanıyıp kullanmadığı da görülmüştür. Bu durum, düşük başarılı öğrencilerin katıldığı öğrenci gruplarındaki bilgi oluşturulması sürecinin istenilen düzeyde gerçekleşmemiş olabileceğini yani düşük düzeyde başarılı olan öğrenci gruplarında çalışmanın bilgi oluşturulması sürecinde düşüncenin geliştirilmesini olumsuz etkilediğini düşündürmektedir.

1.1.3. Sürecin Nokta Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi

Yapılan analiz ve incelemelerden elde edilen sonuçların burada yer alan değerlendirmelerinden, araştırmaya katılan farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin tamamının koordinat sisteminde yer alan yani yatay ve dikey eksenlerin birlikte kullanımını gerektiren nokta bilgisini oluşturduğu anlaşılmıştır. Bu öğrencilerden matematik başarı düzeyi yüksek olan Doğan (118D ve 146D), Yılmaz (142Y, 145Y, 148Y ve 150Y), Can (132C, 138C ve 144C) ve Selin (143S, 146S ve 150S), matematik başarısının orta düzeyde olduğu bilinen Eren (147E, 150E ve 152E) ile matematik başarı düzeyi düşük olan Hale (134H, 144H ve 146H)'nin *nokta bilgisini birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları* anlaşılmıştır. Burada nokta bilgisini yüksek başarılı öğrenciler haricinde birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturan

tek bir öğrenci (Hale) olmuştur. Bu öğrencinin başarısında yüksek başarılı olduğu bilinen Selin ile çalışmasının büyük rolü olduğu düşünülmektedir. Ayrıca, bu öğrencilerden Yılmaz ile Doğan'ın ve Can ile Eren'in de etkinliklerin uygulamalarında birlikte çalışan öğrenciler oldukları da bilinmektedir. Bu öğrencilerin tamamının yatay ve dikey eksen aracılığıyla yaptıkları yer tarifleri sayesinde bu bilgiyi oluşturdukları da *Bulgular ve Yorum* bölümünde yapılan açıklamalardan anlaşılmaktadır.

Matematik başarılarının orta düzeyde olduğu bilinen Merve (157M, 159M, 164M, 167M, 169M ve 183M), Kübra (165K ve 167K) ve Burak (164B ve 166B) ile matematik başarılarının düşük düzeyde olduğu bilinen Zeynep (158Z, 179Z), Özgür (186Ö ve 189Ö) ve Gürkan (187G ve 189G)'ın ise, *nokta bilgisini ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları* anlaşılmıştır. Burada araştırmaya katılan bir öğrenci grubunu oluşturan iki öğrencinin de aynı etkinliğin uygulanması esnasında bu bilgiyi oluşturduğu görülmüştür. Bu durum da, yine grup halinde çalışmanın öğrencilerin düşüncelerini geliştirmelerini etkilediğini göstermekte ve grupla çalışmanın önemini kanıtlamaktadır.

Matematik başarıları yüksek düzeyde olan Yılmaz (148Y, 150Y, 185Y, 187Y, 207Y ve 213Y), Doğan (186D, 221D ve 233D), Selin (181S), Can (148C, 151C, 153C, 167C ve 169C), matematik başarılarının orta düzeyde olduğu bilinen Kübra (170K, 191K ve 195K), Burak (171B, 188B, 190B, 197B ve 199B) ve Eren (150E ve 152E) ile matematik başarı düzeyi düşük olan Hale (147H ve 149H ile ikinci etkinlikteki doğru nokta işaretlemelerinden)'nin oluşturdukları nokta bilgisini *tanıyıp kullandıkları* görülmüştür. Bu öğrencilerden yüksek düzeyde başarılı olan Can ve Yılmaz'ın birinci etkinliğin uygulanması sırasında *nokta bilgisini kullanmaya* (148Y ve 150Y; 148C, 151C, 153C) başladıkları ve ikinci etkinlikte de (185Y, 187Y, 207Y ve 213Y; 167C ve 169C) bu bilgiyi tanıyıp kullandıkları görülmüştür. Bununla birlikte, matematik başarısı orta düzeyde olan Eren ile düşük düzeyde olan Hale'nin birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturup kullandıkları nokta bilgisini ikinci etkinlikte tanıyıp kullandıkları söylenememektedir. Bu açıklamaların sonucunda; Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak tasarlanmış olan etkinliklerin uygulamaları esnasında araştırmaya katılan öğrencilerin tamamının nokta bilgisini oluşturduğu fakat yüksek düzeyde başarılı 4

öğrenci, orta düzeyde başarılı 3 öğrenci ve düşük düzeyde başarılı yalnız 1 öğrenci olmak üzere toplam 8 öğrencinin bu bilgiyi (nokta bilgisi) tanıyıp kullandıkları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, araştırmaya katılan öğrencilerin hiçbirinin noktanın sembolik olarak nasıl ifade edilebileceği konusunda bir fikir üretilmediği yani kendi fikirlerini gösteren bir çözüm öneremedikleri görülmüştür ki, bu durum Öksüz (2010) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarını desteklemektedir.

Nokta bilgisini tanıma ve kullanmayı başaramayan öğrencilerden birinin (Merve) orta düzeyde başarılı bir öğrenci olduğu fakat diğer üçünün de (Zeynep, Özgür, Gürkan) düşük düzeyde başarılı olan öğrenciler olduğu anlaşılmıştır. Bu noktada, orta başarılı olan Merve'nin düşük başarılı olan Zeynep ile birlikte çalışmış olmasından ve bu nedenle de düşüncesini geliştirememiş olmasından dolayı bu bilgiyi tanıyıp kullanamadığı düşünülmektedir. Matematik başarı düzeylerinin düşük olduğu bilinen diğer iki öğrencinin (Özgür ve Gürkan) ise gerçekleştirilen uygulamalar esnasında birlikte çalışan öğrenciler olmaları nedeniyle düşüncelerini geliştiremedikleri düşünülmektedir.

1.1.4. Sürecin Başlangıç Noktası Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi

Yüksek başarılı olan Selin (120S, 122S, 126S, 128S ve 137S) ve Can (132C, 136C ve 138C'deki ifadelerde kapı noktasından hareket etmesi), orta başarılı olan Eren (147E ve 150E) ile düşük başarılı olan Hale (127H, 129H, 132H, 134H, 136H ve 140H'deki yaptıkları tariflerde kapı noktasından hareket etmesi)'nin *başlangıç noktası bilgisini birinci etkinliğin uygulamaları esnasında oluşturdukları* ve bu öğrencilerin genellikle kapının bulunduğu noktayı başlangıç noktası (Örneğin; 132C, 133E, 119H, 121H vb.) olarak düşündükleri anlaşılmıştır. Üstelik bu 4 öğrenci de oluşturulan aynı 2 çalışma grubunda bulunan öğrenciler yani çalışma arkadaşlarıdır.

Araştırmaya katılan yüksek matematik başarı düzeyindeki Doğan (186D ve 188D) ve Yılmaz (179Y ve 189Y), matematik başarısının orta düzeyde olduğu bilinen Burak (153B ve 155B'deki ifadelerde sabit bir noktayı tarif etmesi ile 164B ve 166B'deki ifadelerde aynı noktadan hareketle nokta tarifi yapmaları), Kübra (154K'deki

ifadede Burak'ın başlangıç noktasını belirlemesini onaylaması, 165K ve 167K'daki ifadelerde aynı noktadan hareketle nokta tarifi yapması) ve Merve (173M ve 176M'deki ifadelerde yaptığı nokta tariflerinde aynı noktadan hareket etmesi, 183M) ile matematik başarı düzeyi düşük olan Zeynep (179Z), Gürkan (185G, 187G ve 189G) ve Özgür (185Ö ve 189Ö)'ün ise, bu bilgiyi **ikinci etkinliğin uygulamaları esnasında oluşturdukları** ve bu esnada genellikle yön bilgisinden yararlandıkları görülmüştür. Örneğin, Özgür ile Gürkan'ın (186Ö, 187G ve 189Ö-G) yaptıkları nokta tarifinde çizdikleri yeni şekilde çarpı işareti ile gösterdikleri sağ üst köşeyi başlangıç noktası olarak kullandıkları anlaşılmıştır. Bununla birlikte, Doğan ile Yılmaz'ın başlangıçta yer tarifini başlangıç noktası yerine dikey eksen üzerinden gerçekleştirdikleri (137D, 144D, 145Y, 148Y, 150Y) ve ardından başlangıç noktası bilgisini oluşturdukları (186D ve 188D ile 179Y ve 189Y) da görülmüştür. Sonuç olarak da, araştırmaya katılan tüm öğrencilerin *başlangıç noktası bilgisini oluşturdukları* anlaşılmıştır. Öğrencilerin bir bölümünün bu bilgiyi ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturmaları da, yöntem bölümünde etkinliklerin tanıtılması esnasında araştırmacı tarafından açıklanan öğrencilerin bu konuda zorlukları olabileceği düşüncesini doğrulamıştır. Bu durumun, öğrencilerin bazılarının yatay ve dikey eksen kavramları hakkındaki zorluklarından veya bu kavramları bir arada kullanamamalarından kaynaklanmış olabilir.

Araştırmaya katılan dördü yüksek, üçü orta ve biri düşük düzeyde başarılı olmak üzere toplam 8 öğrencinin başlangıç noktası bilgisini tanıyıp kullandıkları ortaya konulmuştur. Matematik başarı düzeyi yüksek olan Doğan (216D, 221D, 223D ve 233D), Yılmaz (217Y, 220Y, 222Y, 226Y ve 232Y), Selin (143S, 146S, 150S ve 154S'nin kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 163S ve 181S) ve Can (144C)'in, matematik başarısı orta düzeyde olan Eren (164E'de eksenlere atanan değerlerin aynı noktadan başlaması), Burak (182B, 184B, 188B, 190B, 192B, 197B ve 199B), Kübra (191K ve 195K)'nın ve matematik başarı düzeyi düşük olan Hale (144H, 146H, 147H ve 149H'de kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 174H ve 178H), *başlangıç noktası bilgisini tanıdıklarını ve kullandıklarını* göstermektedir.

1.1.5. Sürecin Koordinat Sistemi Anlamında Değerlendirilmesi

Koordinat sistemi kavramının oluşturulması süreci RBC+C Soyutlama Modeli aracılığıyla değerlendirilirken, öncelikle araştırmaya katılan öğrencilerin bu kavramı oluşturabilmeleri için gerekli olan nokta bilgisi, başlangıç noktası bilgisi ile yatay ve dikey eksen kavramlarının hangilerinin oluşturdukları ve tanıyıp kullandıkları incelenmiştir. Ardından da, bu bilgiler üzerinden altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıkları açıklanmaya çalışılmıştır.

Yukarıda yapılan değerlendirmelerden, incelemeler sonucunda yüksek düzeyde matematik başarısına sahip oldukları anlaşılan Yılmaz, Doğan ve Can'ın etkinliklerin uygulamalarında kroki ve/veya yön bilgisini tanıyıp kullandıkları (107Y, 117Y, 119Y, 128Y, 185Y ve 187Y; 104C, 109C ve 165C; 118D, 129D, 131D 118D, 122D, 129D, 131D, 152D, 162D, 176D ve 186D ile Şekil 3.1., Şekil 3.2. ve Şekil 3.5.) görülmüştür. Yatay ve dikey eksen kavramlarını birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları (123Y; 118D ve 146D; 127C, 132C ve 140C) ve ikinci etkinliğin uygulanması esnasında da tanıyıp kullandıkları (176D, 178D, 221D, 223D, 225D, 227D ve 223D; 144C, 148C, 151C, 153C, 163C, 165C ve 167C, 169C ile 142Y, 145Y, 175Y, 177Y, 189Y, 191Y, 220Y, 222Y, 226Y, 232Y ve 234Y) görülmüştür. Nokta bilgisini de birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları (118D ve 146D; 132C, 138C ve 144C ile 142Y, 145Y, 148Y ve 150Y) ve tanıyıp kullandıkları (186D, 221D ve 233D; 148C, 151C, 153C, 167C ve 169C ile 148Y, 150Y, 185Y, 187Y, 207Y ve 213Y) anlaşılmış, başlangıç noktası bilgisini oluşturdukları (132C, 136C ve 138C'deki ifadelerde kapı noktasından hareket etmesi; 186D ve 188D; 179Y ve 189Y) ve tanıyıp kullandıkları (144C; 216D, 221D, 223D ve 233D; 217Y, 220Y, 222Y, 226Y ve 232Y) görülmüştür. Sonuç olarak; koordinat sistemi kavramının oluşturulması için gerekli olan kavramların tamamını (nokta bilgisi, yatay eksen, dikey eksen ve başlangıç noktası) oluşturdukları, ardından da tanıyıp kullandıkları anlaşılmıştır. Sonuç olarak, iki öğrencinin de *koordinat sistemi kavramını oluşturdukları* söylenebilir. Öğrenciler ikinci etkinlikte çizdikleri şekillerde (Şekil 3.3. ve Şekil 3.4.) koordinat sisteminin matematiksel gösterimini de gerçekleştirmeye başladıklarına işaret etmektedir.

Yüksek düzeyde başarılı bir diğer öğrenci olan Selin'in ise; yön bilgisini (126S, 128S, 173S, 175S, 177S ve 179S) tanıyıp kullandığı; başlangıç noktası bilgisini birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu (120S, 122S, 126S, 128S ve 137S) ve birinci etkinliğin uygulanması esnasında kullanmaya başlamakla birlikte ikinci etkinliğin uygulanması sırasında tanıyıp kullandığı (143S, 146S, 150S ve 154S'nin kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 163S ve 181S); birinci etkinliğin uygulanması sırasında nokta bilgisini oluşturduğu (143S, 146S ve 150S) ve ikinci etkinliğin uygulanması esnasında tanıyıp kullandığı (181S); yatay ve dikey eksen kavramlarını da yine birinci etkinliğin uygulanması sırasında oluşturduğu (143S, 146S, 150S ve 154S) fakat yön bilgisini kullanmaya devam etmesi nedeniyle ikinci etkinliğin uygulanması esnasında tanıyıp kullanmada zorlanmakla birlikte yine de başardığı (173S, 175S ve 177S) anlaşılmıştır. Burada; Selin'in nokta bilgisi ile alakalı olarak kullandığı ifadelerin sayısının oldukça az olması, öğrencinin bu bilgiyi oluşturduğu ve tanıyıp kullandığı konusunda şüphelere neden olmuştur. Aynı zamanda, birinci etkinlikte kullanmaya başlamakla birlikte ikinci etkinliğin uygulanması esnasında da halen yön bilgisini kullanmaya devam etmesi ve bu bilgiyi fazla sayıda ifade ile açıklaması da, bu öğrencinin düşüncesini geliştiremediğini gösterir niteliktedir ve bu durumun bu öğrencinin düşük başarılı bir öğrenci olan Hale ile çalışmasından kaynaklandığını akla getirmektedir. Bununla birlikte; yön bilgisini kullanmaya devam etmesi nedeniyle, ikinci etkinliğin tamamlanma aşamasında bile yatay ve dikey eksen kavramlarını tanıyıp kullanmada zorlanmış olması da, bu öğrencinin koordinat sistemi kavramını oluşturması konusunda endişelere neden olmuştur. Bunların sonucunda; matematik başarı düzeyi yüksek olan Selin'in koordinat sistemi kavramını (birinci bölge) oluşturup oluşturamadığı hakkında net bir bilgiye ulaşılamamıştır. Bu öğrencinin etkinliklerde çizdikleri şekillerden (Şekil 3.12. ve Şekil 3.15.) koordinat sisteminin matematiksel gösterimini de gerçekleştirip gerçekleştirmediği anlaşılamamaktadır. Selin'in *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmeyle birlikte, bunun yapılacak olan uygulamalarla *desteklenmesine ihtiyaç* olduğu düşünülmektedir.

Orta düzeyde matematik başarısına sahip oldukları bilinen öğrencilerden Merve'nin yön bilgisini (119M, 121M, 126M, 131M, 145M ve 147M) tanıdığı ve

kullandığı, yatay eksen ve dikey eksen kavramları bilgisi (164M, 167M, 169M, 171M, 173M, 176M ve 183M) ile nokta bilgisini (157M, 159M, 164M, 167M, 169M ve 183M) ikinci etkinliğin uygulanması esnasında zorlukla oluşturduğu fakat ardından tanıyıp kullanamadığı görülmüştür. Burada; yön bilgisini çok sayıda ifade de kullanmış olması Merve'nin düşüncesini geliştirme de zorlandığını göstermektedir. Ayrıca, yukarıda yatay ve dikey eksen kavramları ile nokta bilgisini fazla sayıda ifade de açıklaması ve kullanmasının, yukarıda bahsedilen kavram ya da bilgileri oluşturmada zorlandıklarına işaret etmektedir ve bu ifadelerin incelenmesi de bu durumu kanıtlar niteliktedir. Öğrencinin buradaki zorlanmasının, birlikte çalıştığı grup arkadaşı olan Zeynep'in düşük başarılı bir öğrenci olmasından ve bu nedenle de bilgi oluşturma sürecinde düşüncesini geliştirememesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Merve (173M ve 176M)'nin yaptığı nokta tariflerinde aynı noktadan hareket etmesinden ancak ikinci etkinliğin uygulamalarının tamamlanmasına yakın bir zamanda başlangıç noktası bilgisini oluşturduğu görülmektedir. Bunların yanında, öğrencinin (183M) ikinci etkinliğin tamamlanması esnasında yukarıda bahsedilen bu kavramları tanıyıp kullanmaya başladığı da anlaşılmaktadır. Bunların sonucunda; Merve'nin *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmekte fakat bunun yapılacak yeni çalışmalarla desteklenmesi gerektiğine işaret edilmektedir.

Yine, matematik başarılarının orta düzeyde olduğu bilinen Burak ve Kübra'nın Matematik başarıları orta düzeyde olan Kübra ve Burak'ın yön bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları (123K, 125K, 150K ve 152K ile 124B, 126B ve 128B), birim kare bilgisini tanıdıkları (145K ve 146B) ve yön bilgisi aracılığıyla yaptığı öğrenci yeri tariflerinde bu bilgiyi kullandıkları (149B ve 150K) anlaşılmıştır. Bu öğrencilerin kroki bilgisini (103B, 108B ve 114B ve 126B; 102K, 103K, 109K, 111K, 113K, 115K ve 125K; Şekil 3.8.) tanıyıp kullandıkları görülmüştür. Yatay eksen ve dikey eksen kavramlarını (164B, 166B ve 171B; 165K, 167K ve 170K) ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdukları ve bu kavramları nokta tarifleri yaparken tanıyıp kullandıkları (188B, 190B, 192B, 197B ve 199B; 191K, 195K ve 200K) anlaşılmıştır. Bununla birlikte, bu iki öğrencinin yatay ve dikey eksen kavramlarının matematiksel gösterimini yapmadıkları / yapamadıkları da görülmüştür. Nokta bilgisini ikinci

etkinliğin uygulanması esnasında oluşturdıkları (165K ve 167K; 164B ve 166B) ve yine bu etkinliğin uygulanması esnasında tanıyıp kullandıkları (170K, 191K ve 195K; 171B, 188B, 190B, 197B ve 199B) anlaşılmıştır. Öğrencilerin başlangıç noktası bilgisini de yine ikinci etkinliğin uygulamaları esnasında genellikle nokta tarifi yaparken ve yön bilgisinden yararlanarak oluşturdıkları (153B, 155B, 164B ve 166B; 154K, 165K ve 167K) ve tanıyıp kullandıkları (182B, 184B, 188B, 190B, 192B, 197B ve 199B; 191K ve 195K) görülmüştür. Bunların sonucunda, iki öğrencinin de *koordinat sistemi kavramını oluşturdıkları* düşünülmektedir. Yine de; başlangıç noktası bilgisini kullanmada zorlanmaları ve özellikle de bu iki öğrencinin yatay ve dikey eksen kavramlarının matematiksel gösterimini gerçekleştirememiş olmaları da, koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıklarının net olarak ortaya koyulabilmesi için yapılacak olan *yeni uygulamalara olan ihtiyacı* göstermektedir.

Matematik başarısının orta düzeyde olduğu bilinen Eren'in kroki bilgisini tanıyıp kullandığı (100E, 102E, 108E ve 112E), yatay eksen ve dikey eksen kavramları bilgisini birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu (126E, 133E, 141E, 147E, 150E ve 152E) ve birinci etkinliğin uygulanması esnasında nokta bilgisini oluştururken kullanmaya başladığı (147E, 150E ve 152E) ve ardından da ikinci etkinliğin uygulanması esnasında tanıyıp kullandığı (164E) görülmüştür. Nokta bilgisini birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu (147E, 150E ve 152E) ve ardından da yine bu etkinliğin uygulanması esnasında (152E) kullandığı; başlangıç noktası bilgisini de yine birinci etkinliğin uygulanması sırasında oluşturduğu (147E ve 150E) ve kapının bulunduğu noktayı başlangıç noktası olarak düşündüğü (133E), ardından da ikinci etkinliğin gerçekleştirilmesi esnasında eksenlere atadığı değerlerin aynı noktadan başlaması nedeniyle tanıyıp kullandığı (164E) anlaşılmıştır. Eren'in koordinat sistemi kavramının oluşturabilmesi için gerekli alt kavramların tamamını birinci etkinliğin gerçekleştirilmesi esnasında oluşturduğu anlaşılmıştır ki, bu durumda grup arkadaşı Can'ın da etkisi olduğu aşikârdır. Yapılan incelemelerde, matematik başarı düzeyinin yüksek olduğu bilinen Can'ın da bu kavramları birinci etkinliğin oluşturulması esnasında oluşturduğu görülmüştür. Yani, Eren'in koordinat sistemi kavramının oluşturabilmesi için gerekli alt kavramları oluşturduğu ve tanıyıp kullandığı

düşünülmektedir fakat bu sürecin grup arkadaşı olan yüksek başarılı Can'a benzer şekilde gerçekleşmiş olduğu da görülmektedir. Bunlarla birlikte, Eren'in ikinci etkinliğin uygulanması esnasında daha sessiz kaldığı görülmüştür ve bu durum burada ilgili kavramları tanıyıp kullanması ile alakalı ifadelerin sayısının çok az olmasından da anlaşılmaktadır. Üstelik de; bu öğrencinin nokta bilgisi ile başlangıç noktası bilgisini oluşturduğunun ve tanıyıp kullandığının aynı fakat az sayıda ifadelerde ortaya koyulduğu görülmüştür ki, bu durum öğrencinin bu bilgileri / kavramları oluşturduğu ve tanıyıp kullandığı hakkında endişelere neden olmuştur. Sonuç olarak; Eren'in bilgi oluşturma sürecinin birinci etkinliğin uygulanması sırasında Can'a benzer şekilde gerçekleşmesi ve ikinci etkinlikte oldukça sessiz kalması nedeniyle bu öğrencinin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığı tam anlamıyla anlaşılamamıştır. Bu öğrencinin bu kavramı oluşturduğunun daha net bir şekilde ortaya koyulabilmesi için tasarlanacak olan yeni etkinliklerin uygulanmasına ihtiyaç vardır.

Yapılan inceleme ve değerlendirmeler sonucunda, matematik başarı düzeyinin düşük olduğu anlaşılan öğrencilerden hiçbirinin koordinat sistemi kavramını oluşturamadığı anlaşılmıştır. Bu öğrencilerden Zeynep'in ikinci etkinliğin uygulanması esnasında yön bilgisini tanıdığı ve etkinlikte çözüme ulaşmak için kullandığı (146Z) görülmüş, fakat bu bilgiyi bir tek ifade de açıklamış olması nedeniyle bu öğrencinin yön bilgisini tesadüfen kullanmış olabileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde grup arkadaşı Merve ile birlikte birinci etkinlik için çizdikleri şekilden (Şekil 3.16) kroki bilgisini de tanıyıp kullandığı düşünülmüş, fakat ardından bu bilgiyi hiçbir ifade de açıklamamış olmasından bu bilgiyi tanımadığı ve tesadüfen kullandığı görülmüştür. Yatay eksen ve dikey eksen kavramları bilgisini (162Z, 165Z ve 179Z), nokta (158Z, 179Z) ve başlangıç noktası bilgisini (179Z) ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu anlaşılmış ve bu bilgilerin tamamını etkinliğin tamamlanması aşamasında oluşturmuş olması nedeniyle tanıyıp kullanamadığı anlaşılmıştır. Üstelik öğrencinin çok az sayıdaki ve benzer türdeki ifadelerinden bu bilgileri/kavramları oluşturduğunun anlaşılması ise, koordinat sistemi kavramının oluşturulması konusunda endişelere ve hatta bu bilginin oluşturulmadığının düşünülmesine neden olmuştur. Sonuç olarak; bu öğrencinin *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmekle birlikte, bu durumun yapılacak

olan yeni görüşmelerde uygulanacak olan *etkinliklerle desteklenmesine ihtiyaç* olduğu düşünülmektedir.

Başarı düzeyi düşük olan öğrencilerden biri olan Hale'nin de birinci etkinliğin uygulanması esnasında (129H) yön bilgisini tanıdığı ve etkinlikte çözüme ulaşmak için kullandığı, sınıf şeklinin çiziminde arkadaşına yardımcı olmasından dolayı kroki bilgisi ve/veya yön bilgisini tanıyıp kullandığı (129H) görülmüştür. Bununla birlikte; bu bilgileri tanıyıp kullandığının yalnızca arkadaşıyla birlikte yaptığı çiziminden (Şekil 3.12.) ve bir ifadesinden (129H) anlaşılması da, öğrencinin bu bilgileri tesadüfen kullanmış olabileceğini düşündürmektedir. Bu öğrencinin yatay ve dikey eksen kavramlarını birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturması (134H, 144H, 146H, 147H ve 149H) da dikkat çekici olup, bu durumun yüksek başarılı öğrenci olan Selin ile birlikte uygulamaya katılmasından ve etkinliğin uygulanması esnasında öğrencinin hem kroki hem de yön bilgisinden yararlanmayı düşünmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte, bu öğrencinin diğer düşük başarılı öğrencilerin aksine oluşturduğu bu kavramları tanıma ve kullanma (134H) çabası içerisinde olduğu anlaşılmıştır. Nokta (134H, 144H ve 146H) ve başlangıç noktası bilgisini (127H, 129H, 132H, 134H, 136H ve 140H'deki yaptıkları tariflerde kapı noktasından hareket etmesi) birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu görülmüştür. Nokta bilgisini ikinci etkinliğin uygulanması sırasında yaptığı nokta işaretlemelerinden de nokta bilgisini (147H ve 149H), birinci etkinliğin uygulamaları esnasında da başlangıç noktası bilgisini (144H, 146H, 147H ve 149H'de kapı tarafından yola çıkarak yer tarifi yapması, 174H ve 178H) tanıyıp kullandığı görülmüştür. Bunların yanında, düşük düzeyde olan Hale'nin birinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturup kullandığı nokta bilgisini ikinci etkinlikte tanıyıp kullandığı söylenememektedir. Burada ulaşılan sonuçlardan; öğrencinin söz konusu eksen kavramlarını oluşturmakla birlikte tanıyıp kullanamadığı, başlangıç noktası bilgisini birinci etkinlikte oluşturduğu ve tanıyıp kullandığı fakat ikinci etkinlikteki ifadelerinden bu bilgiyi tanıyıp kullandığı konusunda herhangi bir bilgiye ulaşamadığı görülmüştür. Bu nedenlerle, Hale'nin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığı net bir biçimde ortaya koyulamamıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerden ikisi de düşük başarılı olan öğrencilerin (Özgür ve Gürkan) oluşturduğu öğrenci grubunun, öteleme ve yön bilgisini tanıdığını ve kullanmaya çalıştığını (112Ö, 113G ve 114Ö ile 113G, 165G, 174G, 176G ve 178G) gösterir niteliktedir. Bu iki öğrencinin nokta bilgisini ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturmakla (186Ö ve 189Ö ile 187G ve 189G) birlikte, bu bilgiyi tanıyıp kullanmayı başaramadıkları; başlangıç noktası bilgisini ise ikinci etkinliğin uygulamaları esnasında yön bilgisinden de yararlanarak oluşturdukları (185Ö ve 189Ö ile 185G, 187G ve 189G) ve yaptıkları nokta tarifinde çizdikleri şekilde çarpı işareti ile gösterdikleri sağ üst köşeyi başlangıç noktası olarak kullandıkları (186Ö, 187G ve 189Ö-G) anlaşılmıştır. Bununla birlikte; Gürkan (181G, 183G ve 189G)'ın yatay eksen ve dikey eksen kavramları bilgisini ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oluşturduğu görülmüş, fakat Özgür'ün bu kavramları oluşturup oluşturamadığı net bir biçimde açıklanamamıştır. Üstelik bu grupta yer alan iki öğrencinin de düşük başarılı olması nedeniyle, araştırmacı tarafından bu grupta diğer gruplara oranla daha fazla yönlendirme yapıldığı da bilinmektedir. Sonuç olarak; Gürkan'ın nokta ve başlangıç noktası bilgisi ile yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturduğu anlaşılmış, fakat özellikle de oluşturduğu nokta bilgisini bile ancak ikinci etkinliğin tamamlanmasına yakın bir zaman dilimi içerisinde oluşturmuş olması nedeniyle koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadığı yapılan görüşmelerden net bir biçimde ortaya koyulamamıştır. Özgür'ün ise, daha çok arkadaşının da yardımıyla bu kavramların bir kısmını oluşturduğu görülmüş fakat özellikle de yatay ve dikey eksen kavramlarını oluşturamaması nedeniyle koordinat sistemi kavramını da oluşturamadığı anlaşılmıştır.

Bu araştırma kapsamında yapılan incelemeler ve değerlendirmelerin ardından bu bölümde açıklanan bilgilerin sonucunda, araştırmaya katılan farklı matematik başarı düzeylerinden 12 altıncı sınıf öğrencisinden yüksek matematik başarıya sahip olan 3 öğrencinin (Yılmaz, Can ve Doğan) koordinat sistemini oluşturdukları açık bir biçimde ortaya koyulmuştur. Biri yüksek başarılı (Selin), üçü orta düzeyde başarılı (Burak, Kübra, Merve ve Eren) ve biri düşük başarılı (Zeynep) olmak üzere toplam 5 öğrencinin ise koordinat sistemi kavramını oluşturdukları düşünülmekle birlikte, öğrencilerin tasarlanan iki farklı etkinliğin uygulamalarından bu bilgiyi oluşturdukları net bir

biçimde ortaya koyulamamıştır. Üçü de düşük düzeyde başarılı olan toplam 4 öğrencinin (Hale, Özgür ve Gürkan) ise koordinat sistemi kavramının oluşturulabilmesi için gerekli bazı alt kavramları ya da bilgileri oluşturamamış olmaları ya da oluşturma süreçlerinin yeterli olmaması nedeniyle koordinat sistemi kavramını oluşturamadıkları da açıklanmıştır.

Bu öğrenciler arasından koordinat sistemi kavramını oluşturdukları ortaya koyulan öğrencilerin tamamı yüksek düzeyde matematik başarısına sahip olan öğrenciler olup, bu öğrenciler arasından yüksek başarılı öğrenci grubunu oluşturan Doğan ve Yılmaz uygulamalar esnasında birlikte çalışan öğrencilerdir. Diğer yüksek başarılı öğrenci olan Can ise, biri yüksek diğeri orta başarılı grupta yer alan yüksek başarılı öğrencidir ve uygulamalar esnasında matematik başarısı orta düzeyde olan Eren ile çalışmıştır. Matematik başarı düzeyi yüksek olup araştırmaya katılan son öğrencinin yani Selin'in ise koordinat sistemi kavramını oluşturduğu düşünülmektedir ki, bu kavramı oluşturup oluşturamadığının ortaya koyulamamasının nedenlerinden birinin düşük başarılı öğrenci olan ve koordinat sistemi kavramını oluşturamayan ve düşük başarılı bir öğrenci olan Hale ile birlikte çalışmasından kaynaklanmış olabilir. Koordinat sistemini oluşturduğu düşünülen fakat daha açık bir biçimde ortaya koyulmadığı düşünüldüğünden bu durumun tasarlanacak olan yeni etkinliklerin uygulamaları ile desteklenmesine ihtiyaç duyulan 4 öğrenciden üçünün orta başarılı (Burak-Kübra-Zeynep) ve birinin ise düşük (Merve-Zeynep) başarılı öğrenciler oldukları anlaşılmıştır. Buradaki açıklamalardan da anlaşılacağı üzere, koordinat sistemi kavramını oluşturduğu düşünülen tek düşük başarılı öğrenci Zeynep olup, bu öğrencinin başarısında orta düzeyde başarılı olan Merve ile birlikte çalışmasının katkısı olduğu düşünülmektedir.

Koordinat sistemi kavramını oluşturamayan orta düzeyde matematik başarısına sahip tek öğrenci olan Eren yüksek düzeyde başarılı öğrenci olan Can ile birlikte çalışan yani biri yüksek ve diğeri orta düzeyde olan iki öğrencinin oluşturduğu grupta bulunan bir öğrenci olup, tasarlanan ikinci etkinliğin uygulanması esnasında oldukça sessiz kalmış olmasından dolayı söz konusu olan kavramı oluşturup oluşturamadığı anlaşılamamıştır. Koordinat sistemi kavramını oluşturamayan bir diğeri yüksek-

düşük matematik başarı düzeyindeki öğrencilerin oluşturduğu grupta bulunan düşük düzeyde başarılı Hale'dir. Hale'nin birçok alt kavramı oluşturduğu fakat özellikle de ikinci etkinlikte nokta bilgisini kullanamaması nedeniyle koordinat sistemi kavramını oluşturamadığı görülmüştür ki, bu basit kavramı bile Selin'in aksine tanıyıp kullanamamış olması bu iki öğrencinin birlikte yeterli bir uyum içerisinde çalışmadıklarına işaret edebilir. Üstelik Selin'in de bu kavramı oluşturduğunun net bir biçimde ortaya koyulamayan bir öğrenci olmasının düşük başarılı olan Hale ile birlikte çalışmasından ve bu nedenle de düşüncesini geliştirememesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Düşük başarılı öğrenciler olan (ikisi de düşük başarılı olan öğrencilerin oluşturduğu çalışma grubu) Özgür ve Gürkan'ın da, koordinat sistemi kavramını oluşturamadığı görülmüş ve bu durumun birbirlerinin düşüncelerini geliştiremediklerinden kaynaklandığı anlaşılmıştır.

Sonuç olarak; aynı düzeyde başarılı olan öğrencilerin (ikisi de yüksek başarılı ya da ikisi de orta düzeyde başarılı öğrencilerin oluşturduğu ikiserli gruplar) uygulamalara birlikte katıldıklarında oldukça uyumlu bir biçimde çalıştıkları ve birbirlerinin düşüncelerini geliştirdikleri görülmüştür. Matematik başarıları birbirine yakın olan öğrencilerin birlikte çalışmaları az başarılı olan öğrencinin başarısını arttırabilir. Matematik başarısı orta düzeyde olan Merve ile birlikte çalışan düşük başarılı Zeynep'in koordinat sistemini oluşturan düşük düzeyde başarılı tek öğrenci olması da, bu durumu kanıtlar niteliktedir. Kendilerinden daha az başarılı olan öğrencilerle çalışmalarının başarılı öğrencilerin düşüncelerini geliştirmelerini ve dolayısıyla da bilgi oluşturma sürecindeki başarılarını az da olsa olumsuz biçimde etkileyebileceği; benzer şekilde kendilerinden daha başarılı olan öğrencilerle çalışmalarının da düşüncelerini geliştirebilmeleri için avantaj sağlayabileceği ve bilgi oluşturma sürecindeki başarılarını olumlu etkileyebileceği anlaşılmıştır. Yüksek düzeyde başarılı olan Selin ile düşük düzeyde başarılı olan Hale ile gerçekleştirilen uygulamanın incelenmesi sonucunda Selin'in başarısının olumsuz fakat Hale'nin başarısının olumlu etkilendiğinin görülmesi de bu duruma işaret etmektedir.

1.2. Koordinat Sistemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin Gerçekçi Matematik Eğitimi Açısından Değerlendirilmesi

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen koordinat sistemi kavramının öğrenimine yer veren uygulamalarda, öğrencilerin kendilerine yöneltilen iki etkinliğe de ilgi gösterdikleri ve sonuca ulaşmak için çaba harcadıkları anlaşılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin, her iki etkinliğin uygulamalarında da sınırlandırılmadıkları yani ne şekilde devam edecekleri ve ne zaman ne yapacakları konusunda özgür oldukları görülmüştür. Yani, öğrenci grupları bu etkinliklerin uygulamaları esnasında, etkinliklerin gerçekleşme sürecinde ne yapacakları konusunda kendi kararlarını kendileri verme fırsatı bulmuşlardır. Verdikleri kararlarda çoğunlukla başarılı olmuş, bazen de olamamışlardır. Bu kararlar sonucunda ulaştıkları başarılar, öğrencilerin kavramı oluşturmalarını sağlamıştır. Örnek olay çalışmaları esnasında alınan yanlış ve eksik kararlar ise, öğrencilerin koordinat sistemi kavramını oluşturup oluşturamadıklarının net bir biçimde ortaya koyulamamasına neden olduğu anlaşılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerden, ikiside orta başarılı olan öğrenci grubundaki öğrenciler (Burak-Kübra) ile biri orta ve diğeri düşük başarılı grubu oluşturan öğrencilerin (Merve-Zeynep) bu kavramı oluşturdukları düşünülmekle birlikte bu durum net bir biçimde ortaya koyulamamıştır. Bu da, bu öğrencilerin etkinlikleri sağladığı bu fırsatları yeterince iyi değerlendiremediklerini düşündürmektedir. Bu yaklaşımı temel alan etkinliklerde öğrencilerin kendi yöntemlerini belirleyerek istenilen kavramları oluşturmuş olmalarının, etkinlik boyunca motivasyonlarını arttırdığı düşünülmektedir.

Öğretim sürecinde, her öğrenci grubu farklı yöntemler kullanarak istenilen kavramları oluşturmuşlardır. Öğrenci gruplarının öğrenme sürecindeki farklılıkların genel olarak öğrencilerin özelliklerinden kaynaklandığı söylenebilir.

Araştırmada yer alan ve koordinat sistemi kavramının oluşturulması amacıyla hazırlanmış olan bu iki etkinliğin de, öğrencilere daha önceden keşfedilmiş olan bu matematiksel kavramı gerçekleştirecek bir süreç içerisinde denemeleri konusunda fırsat

sağladıkları görülmüştür. Böylelikle, *yönlendirilmiş yeniden keşif* prensibinin gerçekleştiği anlaşılmıştır.

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde matematikleştirmenin gerçekleştirilmesi bağlamında düşünüldüğünde ise, Koordinat sistemi kavramına ilişkin birinci bölgenin öğrenilmesi hem *yatay* hem de *dikey matematikleştirmeye* uymaktadır. Bu nedenle, araştırmanın bu kısmında kuramın bu iki aşamasından birincisi olan ve yaşamdan ya da çevresel bir olaydan sembollere geçişi kapsayan *yatay matematikleştirme* aşamasının ardından *dikey matematikleştirmeyi* içeren uygulamalara yer verilmiştir. Araştırmanın bu bölümünde yer alan iki etkinliğin de; bu aşamaları gerçekleşmesini sağlayacak etkinlikler olmalarına özen gösterilmiştir. Görüşme metinleri incelendiğinde, öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun etkinliklerin uygulanması sonucunda koordinat sistemi kavramına ilişkin birinci bölge bilgisini oluşturdukları ya da bu bilgiyi oluşturduklarının düşünüldüğü görülmüştür. Bu oluşturma esnasında, öğrencilerin *yatay matematikleştirmeyi gerçekleştirdikleri* anlaşılmış, fakat *dikey matematikleşmenin* gerçekleşme durumu net bir biçimde görülememiştir.

Sonuç olarak; bu etkinliklerin uygulamalarında *yönlendirilmiş yeniden keşif* prensibi ve *yatay* ve *dikey matematikleştirme* süreçleri gerçekleşmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin büyük bir bölümünün gerçekliğin modellenmesi (De Corte, 2004) olarak düşünülebilecek etkinliklerin uygulamaları esnasında *koordinat sistemi kavramını oluşturduğu* düşünülmektedir ve bu durum bu kavramın öğrenilmesi için *Gerçekçi Matematik Eğitimi*'nin uygun olduğunu gösterir niteliktedir. Diğer yandan; bu öğrencilerin büyük bir bölümünün koordinat sistemi kavramını oluşturduğu düşünülmektedir fakat koordinat sistemine ilişkin matematiksel gösterimleri gerçekleştirememiş olmaları nedeniyle, bu öğrencilerin çoğunun bu kavramı oluşturduklarının daha açık ve net bir şekilde ortaya koyulabilmesi için gerçekleştirilen uygulamanın ardından yapılacak ve dikey matematikleştirmeyi ortaya koyabilecek yeni etkinliklerle desteklenmesi uygun olabilir. Bu iki etkinliğin devamı şeklinde hazırlanacak olan bu etkinliklerin, farklı bir öğrenme yaklaşıma uygun olarak hazırlanmasının koordinat sistemi kavramının matematiksel gösteriminin gerçekleştirilebilmesi açısından daha uygun ve yararlı olabileceği de düşünülmektedir.

Sonuç olarak; öğrencilerin neredeyse tamamının koordinat sistemi kavramını ve bu kavrama ilişkin alt kavramları sezinledikleri anlaşılmıştır. Bu durum matematiksel gösterimlerin yapılabilmesi için farklı etkinliklerin tasarlanması gerektiğine işaret etmekle birlikte, bu etkinliklerin Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne mi yoksa farklı öğrenme kuramlarına mı uygun olarak tasarlanmasının daha doğru olacağı bir araştırma konusudur. Başka bir ifadeyle, bu tür bir uygulamada yer alan koordinat sistemi kavramının oluşturup oluşturulmadığının anlaşılması amacıyla gerçekleştirilen ilk etkinliklerin Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin uygulamaları kapsamıştır. Ardından, özellikle de farklı bölge bilgisinin ile kavramların matematiksel gösteriminin oluşturulması amacıyla gerçekleştirilecek sonraki etkinliklerin hangi farklı öğrenme kuramı ya da kuramlarının uygulamalarını kapsamalarının uygun olabileceği araştırılabilir. Ayrıca, bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen uygulamalarda özellikle de başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin kavramları oluşturmada da başarılı oldukları ve öğrencilerin matematik başarı düzeyi düştükçe bu araştırmadaki başarılarının da düştüğü görülmüştür ki, bu durum Gerçekçi Matematik Eğitimi ile kavramların oluşturulmasını konu edinen yeni çalışmalara olan ihtiyacı gösterebilir. Yine bu durum, bu kavramın oluşturulmasında farklı bir öğrenme kuramının da kullanılmasının daha fazla sayıda ve farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin kavramı öğrenmeleri açısından faydalı olabileceğine işaret etmektedir. Birden çok öğrenme yaklaşımının bu kavramın öğrenimi için birarada kullanılması, bir öğrenme yaklaşımı ile öğrenememiş olan öğrencilerin diğer yaklaşım ile kavramı öğrenmelerine yol açabilir.

2. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecine İlişkin Sonuçlar

2.1. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin RBC+C Soyutlama Modeli Açısından Değerlendirilmesi

2.1.1. Sürecin Kat İlişkisi Anlamında Değerlendirilmesi

Üçü yüksek düzeyde ve biri orta düzeyde matematiksel başarıya sahip olan dört öğrencinin de (Yılmaz-Doğan, Can-Eren), doğru denklemi kavramının oluşturulması ve pekiştirilmesinin amaçlandığı 4 farklı etkinliğin tamamında *cebirsal işlemleri* ve bu işlemlerde *kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır.

Birinci etkinlikte Yılmaz'ın tablo çizimi esnasındaki 122Y'deki ifadesi ile 130Y'deki ifadesi ve 136Y'deki ifadesinde arkadaşını onaylamasından, Doğan'ın yine tablo çizimine ilişkin 123D'deki ifadesi ile 131D ve 135D'deki ifadelerinden, Can'ın tablo çizimine ilişkin 105C'deki ifadesi ile kat ilişkisi çalışma kâğıdına yazma esnasındaki 107C'deki ifadesinden ve Eren'in yine tablo çizimindeki 104E'deki ifadesi ile kat ilişkisini yazma esnasındaki ifadesi; ikinci etkinlikte Yılmaz'ın 205Y, 208Y, 210Y ve 217Y'deki ifadeleri ile Doğan'ın 200D, 204D, 209D ve 218D'deki ifadelerinden ve 227D'deki ifadesinde başlangıçta denklem ifadesinde kat ilişkisi yerine toplama kullanmayı denemesi fakat ardından arkadaşı ile aralarında yaptıkları tartışmanın da sonucunda çözümde kat ilişkisinin daha uygun olacağını (231D ve 233D) kararlaştırmasından, Can'ın ve Eren'in tablo oluşturma esnasındaki ifadeleri (192C'deki ifadesi ile 190E ve 193E'deki ifadeleri) ile denklemi yazma esnasındaki 194E, 199E, 203E ve 205E ile 195C, 200C ve 206C'deki ifadelerinden *kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmaktadır.

Benzer şekilde; üçüncü etkinlikte Yılmaz'ın 284Y, 295Y ve 297Y'deki ifadeleri ile 226Y, 228Y, 230Y ve 232Y'deki ifadelerinde kat ilişkisini denklemi yazarken doğru bir biçimde kullanmasından ve 281D, 283D'deki ifadeleri ile araştırmacının yönlendirmesinin ardından yaptığı 294D, 296D'deki ifadelerinden, Can tablo çizimi esnasındaki 270C'deki ifadesi ile denklem yazma sırasındaki 274C, 276C, 282C, 284C ve 286C'deki ifadelerinden, Eren'in tablo çizimi esnasındaki 271E'deki ifadesinden; dördüncü etkinlikte Eren'in 331E'deki ifadesi ve Can'ın başı ile arkadaşını onaylamasından bu öğrencilerin *cebirsal işlemleri* ve bu işlemlere ilişkin *kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmaktadır.

Bununla birlikte; orta düzeyde matematik başarısına sahip olduğu bilinen Eren'in ilk iki etkinlikte kat ilişkisi ile çözümü gerektiren durumlarda başarılı olmakla birlikte, özellikle de üçüncü etkinlikte Eren'in bu şekildeki kat ilişkisi ile alakalı ilk ifadelerinden (273E, 275E ve 280E) bazı kararsızlıklar yaşadığı ve bu kat ilişkisini ifade etmede ve yazmada zorlandığı anlaşılmaktadır. Can'ın yaptığı açıklamaların ardından ise, Eren'in bu *kat ilişkisi bilgisini oluşturduğu*, denklem yazmada *kullanmaya*

çabaladığı (285E ve 290E'deki ifadeleri), başarılı olduğu (294E) ve son etkinlikte (331E) *taniyip kullandığı* görülmüştür.

Aynı zamanda; öğrencilerin Şekil 3.24, Şekil 3.30, Şekil 3.36 ve Şekil 3.44'de görülen tablolara doğru değerler atamaları; birinci etkinlikte yürüyüşte kurbağanın harcadığı zaman ile yürüdüğü yol arasındaki ilişkiyi Şekil 3.10.'de, ikinci etkinlikte okunan kelime sayısı ile harcanan zaman arasındaki ilişkiyi Şekil 3.31.'de, üçüncü etkinlikte ay ile kilo arasındaki ilişkiyi Şekil 3.43'te ve son etkinlikte de ustanın duvar boyama sırasında harcadığı zaman ile boyanan duvar miktarı arasındaki ilişkiyi Şekil 3.51.'de görüldüğü gibi doğru bir biçimde açıklamaları da yine bu öğrencilerin *cebirsal işlemleri* ve bu işlemlere ilişkin *kat ilişkisini tanıyıp* doğru bir biçimde *kullandıklarını* gösterir niteliktedir.

2.1.2. Sürecin Tablo Bilgisi Anlamında Değerlendirilmesi

Araştırmanın bu bölümüne katılan dört öğrencinin de (Yılmaz-Doğan, Can-Eren), doğru denklemi kavramının oluşturulması ve pekiştirilmesinin amaçlandığı 4 farklı etkinliğin tamamında *cebirsal işlemleri* ve bu işlemlerde *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerden Yılmaz ve Doğan'ın birlikte gerçekleştirdikleri tablo çizimleri (Şekil 3.24, 3.30, 3.36 ve 3.44) ile Can ve Eren'in birlikte gerçekleştirdikleri tablo çizimleri (Şekil 3.48, 3.55, 3.60 ve 3.65), bu öğrencilerin *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* gösterir niteliktedir. Bununla birlikte; birinci etkinlikte Can ve Eren'in 101C, 102E, 104E ve 105C'deki ifadelerinden, Yılmaz'ın 112Y, 120Y ve 122Y'deki ifadelerinden, Doğan'ın 113D, 117D, 121D ve 123D'deki ifadeleri ile arkadaşına çizim konusunda yaptığı yardımlardan; ikinci etkinlikte Can ve Eren'in 181C, 183C ve 192C ile 182E, 184E, 190E ve 193E'deki ifadelerinden; üçüncü etkinlikte başlangıçta öğrencilerin araştırmacının yönlendirmesinin ardından gerçekleştirdikleri tartışmada yer alan 294D, 296D ve 295Y, 297Y'deki ifadelerinden, Can ve Eren'in 270C ve 271E'deki ifadelerinden; son etkinlikte öğrencilerin $y=kx+b$ denkleminin yazmalarına yardımcı olacak şekilde kat

ilişkisini tanıyıp kullanarak tabloyu birlikte doğru bir biçimde yazmış olmalarından bu öğrencilerin *tablo bilgisini tanıyıp kullandıkları* görülmüştür.

2.1.3. Sürecin Denklem Kavramı Anlamında Değerlendirilmesi

Araştırmanın bu bölümüne katılan 4 öğrencinin de, doğru denklemi kavramının oluşturulması ve pekiştirilmesinin amaçlandığı 4 farklı etkinlik için yapılan inceleme ve analizler sonucunda *bir bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullandıkları ve iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturdıkları ve pekiştirdikleri* anlaşılmıştır.

Birinci etkinlikte, Yılmaz'ın bir bilinmeyenli denklemi yazması ve Doğan'ın ise arkadaşının yazdığı denklemi başı ile onaylamasından, Can ve Eren'in 114C, 116C ve 117E'deki ifadeleri ile Şekil 3.49.'de Can tarafından yazılan ilk denklem ifadesinden, araştırmanın bu bölümüne katılan bu öğrencilerin tamamının *bir bilinmeyenli denklem kavramını tanıdıkları* anlaşılmıştır. Bununla birlikte, Yılmaz'ın 149Y'deki ifadesi ile yazdığı " $2x+7=2-x$ " şeklindeki ifadesinden, Can'ın " $2x+5=6$ " şeklinde bir denklem ifadesi yazmasından ve öğrencilerin 119E ve 120C'deki ifadelerinden, bu öğrencilerin yine tamamının *iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyamadıkları* görülmüş ve bu konuda *hataya* sahip oldukları anlaşılmıştır. Bu durumun, öğrencilerin bu konuyu matematik derslerinde araştırmanın hemen öncesinde öğrenmiş olmaları nedeniyle henüz denklem kavramını pekiştirememiş yani sağlamlaştıramamış olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Araştırmacının destek ve yönlendirmelerinin ardından ise; Doğan'ın 153D'deki ifadesi ile Yılmaz'ın denklemi yazabilmesi, Can ve Eren'in 122C ve 123E'deki ifadeleri ile Şekil 3.49.'da yazdıkları ikinci denklem ifadesi de bu öğrencilerin iki bilinmeyenli denklem konusundaki sürçmenin ortadan kalktığını ve *iki bilinmeyenli denklem kavramını* tam anlamıyla *oluşturduklarını* düşündürmektedir. Yine de, Doğan'ın 156D, 158D ve 160D'deki ifadeleri ile Yılmaz'ın 157Y ve 159Y'deki ifadelerinden ve yazdıklarından, iki öğrencinin de *iki bilinmeyenli denklem kavramını* bu etkinlik için *tanıyıp kullanmadığı* anlaşılmıştır. Yine, bu söylemlerinin ardından Can'ın 126C ve 128C'deki ifadeleri ile Eren'in arkadaşının yazdığı denkleme silgi ile yaptığı müdahaleleri ve 129E ve 131E'deki ifadeleri; Şekil 3.50. ise, bu iki öğrencinin *iki bilinmeyenli denklem kavramını* bu etkinlik için *tanıdığını* ve etkinlik için

gerekli *denklemler/matematiksel gösterim yazmada kullandığını* düşündürmektedir. Etkinliğin son kısmında yer alan problemlerin çözümünde; Doğan'ın 188D'deki söyleminden ile Yılmaz'ın bu esnada arkadaşına yaptığı yardımdan, Can'ın 159C, 161C, 163C, 169C ve 171C'deki ifadelerinden, Eren'in 160E, 162E, 170E ve 172E'deki ifadelerinden yani etkinliğin son kısmındaki problem çözümlerinden ve Şekil 3.53.'den, yine bu dört öğrencinin de birinci etkinlikte *denklemler* doğru bir şekilde kurduğu ve *kullandığı* yani problem çözümünde *iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullandığı* anlaşılmaktadır.

Birinci etkinlikte, Yılmaz'ın burada " $2x+7=2-x$ " şeklindeki denklem ifadesini yazması esnasında iki x değeri yazması dolayısıyla doğru bir davranışta bulunmaya niyetlendiği halde başaramamış olması ve araştırmacının yönlendirmesinin (150A ve 152A) ardından Doğan ile birlikte hemen yazdıklarını düzeltmesi, bu öğrencinin Payne ve Squibb (1990) tarafından yapılan çalışmada açıklandığı gibi bir sürçme yanlışı olduğu söylenebilir. Burada 113E ve 114C'deki ifadelerinde bir bilinmeyenli denklemler " $x+3=5$ " şeklinde yazarken, Can'ın iki bilinmeyenli denklemler " $2x+5=6$ " şeklinde yazması bu öğrencinin "iki bilinmeyenli" ifadesini "iki kat" olarak algıladığını göstermektedir ki, bu durum bu öğrencinin niyet ve amacını yanlış bir şekilde kurguladığını yani bir kavram yanılığı oluşturduğuna (Payne ve Squibb, 1990) işaret etmektedir. Bu durum, Ersoy ve Erbaş (2000, 2005 ve 2002b) ile Knuth ve arkadaşları (2005) tarafından yapılan araştırmaların öğrenmede birtakım güçlüklerinin olduğunun belirgin bir işareti olduğu ve bu durumun da özellikle *eşitlik* ve *değişken* kavramlarında öğrencilerin birtakım kavram yanılığlarının olabileceği şeklindeki sonucunu desteklemektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin başarılı öğrenciler olmalarına rağmen burada halen hem cebirde harflerin kullanımını algılamada hem de cebirsel ifadelerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıklarını göstermektedir ki, bu ise MacGregor ve Stacey (1997) ile Stacey ve MacGregor (1997) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Ertekin (2001) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları da, öğrencilerin harfli ifadeler hakkında eksiklikleri olduğunu gösterir niteliktedir ki, bu durum bu çalışmada da doğrulanmıştır.

Bu araştırmaya katılan öğrencilerden Yılmaz'ın 226Y, 228Y, 230Y ve 232Y'deki ifadeleri ile Şekil 3.29.'den, Yılmaz ve Doğan'ın birinci etkinlikte matematiksel gösterimini gerçekleştiremedikleri iki bilinmeyenli denklem kavramını ikinci etkinlikte gerçekleştirebildikleri yani *iki bilinmeyenli denklem kavramını* tam anlamıyla *oluşturdukları* anlaşılmıştır. Bu etkinliğe ilişkin problemlerin çözümü esnasında ise, bu öğrencilerin bu etkinliğe ilişkin iki bilinmeyenli denklemini kurmakta zorlanmakla birlikte, burada yer alan problemin çözümünde *denklemini* doğru bir Şekilde kurdukları ve *kullandıkları* (188D'deki ifadedeki Doğan'ın söylemi ve Yılmaz'ın bu esnada arkadaşına yaptığı yardım) görölmüştür. Bununla birlikte; Can ve Eren'in ikinci etkinlikteki 194E, 199E, 203E ve 205E ile 195C, 200C ve 206C'deki ifadelerinden, birlikte yazdıkları Şekil 3.56.'daki denklem ifadesinden, iki öğrencinin de birinci etkinlikte gerçekleştirdikleri denklemin *matematiksel gösterimini* bu etkinlikte pekiştirdikleri anlaşılmıştır. Bu iki öğrencinin de oluşturduğu *iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp* problem çözümünde doğru bir biçimde *kullandığı* da, bu öğrencilerin etkinliğin son kısmındaki problem çözümleri esnasındaki 225E ve 226C'deki ifadeleri ile birlikte yazdıkları ifadeden (Şekil 3.58. ve Şekil 3.59.) anlaşılmaktadır. Bu araştırmada yer alan ilk iki etkinliğin sonucunda, araştırmanın bu bölümüne katılan öğrencilerin tamamı $y=kx$ Şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını* oluşturmuş ve bu kavramı *tanıyıp kullanmada* başarılı olmuşlardır.

Üçüncü etkinlikte 303Y, 304D, 290E, 289C ve 291C'deki ifadelerinden, araştırmaya katılan öğrencilerin ikinci etkinlikte oluşturdukları $y=kx$ Şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını pekiştirdikleri*; Eren'in (288E ve 290E) başlangıçta zorlanmakla birlikte 305Y, 306D, 308D, 291C, 293C ve 294E'deki ifadeleri ile Şekil 3.38. ve Şekil 3.61.'de görölen ve öğrencilerin aralarında tartışarak yazdıkları denklem ifadesinden, $y=kx$ Şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını kullanarak* $y=kx+b$ Şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturdukları*; yine bu etkinlikte öğrencilerin yaptıkları problem çözümlerinde $y=kx+b$ Şeklindeki *iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullanmaya* başladıkları (Şekil 3.42. ile Şekil 3.63.) ve dolayısıyla da *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır. Eren'in iki bilinmeyenli denklem kavramını oluştırmada başlangıçta yaşadığı zorluklar, bu öğrencinin orta başarılı bir öğrenci

olması nedeniyle olağan karşılanabilir. Ardından, bu kavramı oluşturabilmesinde yüksek başarılı bir öğrenci olduğu bilinen Can'ın katkısının yadsınamayacağı da aşikârdır.

Dördüncü ve son etkinlikte, araştırmanın bu bölümüne katılan öğrencilerin kararlaştırıp yazdıkları Şekil 3.46. ve Şekil 3.66.'de görülen bu iki bilinmeyenli denklem ifadeleri, Can ve Eren'in denklemin yazılması esnasındaki 334E, 335C ve 336E'deki ifadeleri ile etkinlikteki problem çözümleri esnasındaki 352E, 354E, 356E ile 353C, 355C'deki ifadeleri, Doğan'ın 357D'deki ifadesi ile Yılmaz'ın bu konuda arkadaşını onaylaması, bu öğrencilerin $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını tanıyıp kullandıklarını gösterir niteliktedir. Bu çalışmada yer alan üçüncü ve dördüncü etkinliğin sonucunda, araştırmanın bu bölümüne katılan öğrencilerin tamamı $y=kx$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını pekiştirmiş, $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklem kavramını oluşturmuş ve ardından da bu kavramı tanıyıp kullanmada başarılı olmuşlardır. Bunların yanında, öğrencilerin bu çalışma kapsamında yer alan 4 etkinliğin uygulamaları esnasındaki problem çözümlerinden öğrencilerin etkinlikle ilgili olarak yazdıkları denklemleri çözmede, eşit ve kat ilişkisine ait işlemlerin gerçekleştirilmesinde zorlukları olmadığı anlaşılmıştır ki, bu durum Johnson ve Alibali (1999), Dede (2004), Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından yapılan araştırmaların sonuçları ile örtüşmemektedir. Johnson ve Alibali (1999) ile Erbaş ve Ersoy (2000 ve 2002b) tarafından yapılan araştırmalarda, altıncı sınıf öğrencilerinin çoğunun “eşittir” işaretinin anlamını bilmedikleri ve eşitliklerin yapısını tam olarak kavrayamadıkları yani öğrencilerin basit eşitliklerin çözümünde birtakım ciddi güçlüklerinin olduğu, Yenilmez ve Avcu (2009) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektikleri, Akkaya ve Durmuş (2006) tarafından yapılan çalışmada ise öğrencilerin değişkenlerle işlem yaparken zorlandıkları yani denklem kavramıyla işlem yapabilme yetersizliklerinin olduğu açıklanmıştır. Araştırmanın bu bölümüne katılan öğrencilerin bu konuda herhangi bir zorlukları olmamasının ve etkinliklerdeki problem çözümlerinde değişkenin farklı kullanımlarını bilmelerinin, bu öğrencilerin matematik başarısı yüksek olan öğrenciler olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bununla birlikte, bu

çalışmanın bulguları Yenilmez ve Avcu (2009)'nun öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığı hakkındaki açıklamalarını destekler niteliktedir.

2.1.4. Sürecin Grafik Kavramı Anlamında Değerlendirilmesi

İkisi de yüksek başarılı öğrenciler olan Yılmaz ve Doğan'ın birlikte yaptıkları ve Şekil 3.28., Şekil 3.33. ile Şekil 3.39.'de görülmekte olan çizimlerinden, biri yüksek ve diğeri orta düzeyde matematik başarısına sahip olan Can ile Eren'in birlikte gerçekleştirdikleri ve Şekil 3.51, Şekil 3.57. ile Şekil 3.62.'de görülmekte olan çizimlerinden, araştırmanın bu bölümüne katılan dört öğrencinin de *grafik kavramını tanıyıp kullandıkları* anlaşılmıştır. Bununla birlikte, bu dört etkinlik esnasındaki görüşme metinleri de öğrencilerin bu kavramı tanıyıp kullandıklarını kanıtlar niteliktedir.

Yılmaz ve Doğan'ın birinci etkinlikteki 182Y, 190Y, 186D ve 191D'deki ifadeleri ile ikinci etkinlikteki 248D, 250D, 252D, 251Y ve 317D'deki ifadeleri ve buradaki etkinliklerde yer alan problemlerin çözümlerinde çizdikleri grafikler üzerinde doğru gösterimler yapmaları, üçüncü etkinlikte Can ve Eren'in 295E, 297E ve 299E ile 298C, 296C, 300C ve 303C'deki ifadeleri öğrencilerin grafiği doğru bir biçimde oluşturup okuyabildiklerini yani çizdikleri *grafığı ve grafikte yer alan yatay ve dikey eksenleri tanıdığını ve kullandığını* gösterir niteliktedir. Bununla birlikte; öğrencilerin başlangıçta gördükleri şekle odaklanma yerine, nokta belirlemede kullandıkları noktalı çizgiler üzerinden grafikteki şekil hakkında yorum yapmaya çabalamalarının (169D, 173D, 175D, 171Y ve 176Y) da grafiği özümsemeye ve anlamada zorlanmalarına neden olduğunu göstermiştir. Burada öğrencilerin grafik ile ilgili (okuma/anlamlandırmaya ilişkin) kavram yanlışlığına düştükleri söylenebilir. Grafik çizimlerinde oluşan şekiller (Şekil 3.28., 3.33. ve Şekil 3.39.) Yılmaz ve Doğan'ın bir uç noktası sınırlı olmayan bir şekil olması gerektiğini anlayamadıklarını göstermektedir ki, bu durum grafik ve grafik ile ilgili problem çözümlerinde zorlandıklarına işaret edebilir. Fakat ilk gerçekleştirilen etkinliğin ardından, öğrencilerin grafiği doğru adlandırdıkları (246D ve 247Y) görülmüştür ki, bu durum yapılan uygulamanın ardından öğrencilerin bu kavram

yanılığlarının ortadan kalktığını düşündürmektedir. Aynı zamanda; birinci ve ikinci etkinlikteki ifadeleri ile grafik üzerinde doğru gösterimler yapmaları, öğrencilerin *grafiği* ve *grafikte yer alan eksenleri* burada yer alan problemin çözümünde doğru bir şekilde *kullanabildiklerini* (öğrencilerin 155E, 157E, 164E, 168E ve 222E ile 156C, 167C, 221C ve 223C'deki ifadeleri / 374D, 376D ve 378D ile 375Y ve 377Y vb.) göstermiştir. Bu durum, Eren'in araştırmanın ilk bölümünde son kısımda bir müddet sessiz kalmış olması nedeniyle oluşturup oluşturamadığı kararlaştırılamamış olan koordinat sistemine ilişkin birinci bölge bilgisini gerçekte oluşturduğunu ve burada yani araştırmanın ikinci bölümünde yer alan etkinliklerde de pekiştirdiğini göstermiştir.

Bu etkinliklerin ardından gerçekleştirilen üçüncü ve dördüncü etkinliğin uygulamalarında, benzer şekilde öğrencilerin oldukça başarılı oldukları gözlenmiş, problem türlerindeki küçük değişimlere rağmen koordinat sisteminde probleme ilişkin verileri göstermede zorlanmadıkları anlaşılmıştır. Bu etkinliklerde, öğrenci gruplarında araştırma problemlerine ilişkin grafiklerin rahatlıkla ve fikir paylaşımına ya da değişiklik yapmaya bile ihtiyaç duymadan çizilmiş olmaları, etkinliklerin son kısımlarında yer alan ve araştırma probleminin uygulaması niteliğindeki problemlerin çözümlerinde bu çizimleri kullanabilmeleri de, öğrencilerin *grafik kavramı* (koordinat sisteminin birinci bölgesi kavramı ile yatay ve dikey eksen kavramları) tanıyıp kullanmanın ötesinde *pekiştirdiklerini* gösterir niteliktedir.

Sonuç olarak, araştırmanın bu bölümüne katılan 4 öğrencinin de araştırmanın birinci bölümündeki Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre tasarlanmış olan etkinliklerin uygulamalarında *grafiği* ve *grafikte yer alan eksenleri tanıdığı* ve *kullandığı* (birinci ve ikinci etkinlikte), ardından da (üçüncü ve dördüncü etkinlik) *pekiştirdiği* anlaşılmıştır.

2.1.5. Sürecin Geometrik Şekiller Anlamında Değerlendirilmesi

Bazıları başlangıçta bazı endişe ve kararsızlıklar yaşamakla birlikte (Yılmaz ve Doğan), iki farklı öğrenci grubunu oluşturan öğrencilerin tamamının doğru denklemi kavramının oluşturulması ve pekiştirilmesinin amaçlandığı etkinliklerde *doğru parçası, ışın* ve *doğru kavramlarını tanıdıkları* ve etkinlik uygulamalarında *kullanmaya çalıştıkları* anlaşılmıştır.

Birinci etkinlikte öğrencilerin 178Y, 179D, 145E ve 147C'deki ifadelerinden ve yaptıkları tartışmadan, ikinci etkinlikte Yılmaz ve Doğan'ın 244Y, 247Y, 243D ve 246D'deki ifadeleri ile iki öğrenci grubunda gerçekleştirilen bu etkinliklerin uygulamaları esnasında çizilen grafiklerde (Yılmaz ve Doğan'ın çizdiği grafikler Şekil 3.28. ve Şekil 3.33.; Can ile Eren'in çizdiği grafikler Şekil 3.51. ve Şekil 3.57.) gördükleri şekli doğru parçası / ışın olarak adlandırmalarından, bu öğrencilerin *doğru parçası*, *ışın* gibi geometrik şekillere ilişkin *kavramları tanıyıp kullanmaya* çabaladıkları görülmüştür. Burada yer alan iki etkinlikte Yılmaz ve Doğan'ın grafiklerde oluşan şekilleri doğru parçası şeklinde anlandırmaları, bu öğrencilerin doğru parçasının sınırlılık özelliğini farklı biçimlerde untabildiklerini gösterebilir ki, bu durum Öksüz (2010) tarafından yapılan çalışmanın sonucunu destekler niteliktedir. Bununla birlikte; Yılmaz ve Doğan'ın çizimlerinden (Şekil 3.28., 3.33. ve Şekil 3.39.), bir uç noktası sınırlı olmayan bir şekil olması gerektiğinin anlaşılmasından dolayı grafik çizimlerinde oluşan şekilleri *doğru parçası* olarak adlandırdıkları da düşünülebilir. Benzer şekilde; öğrencilerin üçüncü ve dördüncü etkinlikteki bazı ifadeleri (319Y, 320D, 321Y, 324D, 328D, 329Y, 344Y, 358Y ve 359D), çizdikleri grafik şekilleri (Şekil 3.39. ve Şekil 3.62.) ile bu şekilleri adlandırma konusunda yaptıkları tartışma da, araştırmaya katılan 4 öğrencinin de *doğru parçası* ve *ışın kavramlarını* etkinliklerde *kullanmaya* çabaladığı anlaşılmıştır. Bununla birlikte; üçüncü etkinlikte Yılmaz'ın 347Y ve 360Y'deki ifadeleri ve Doğan'ın başını sallayarak arkadaşını bu konuda onaylaması, üçüncü etkinlikte Doğan'ın 345D'deki ifadesi üzerine öğrencilerin araştırmacı ile birlikte yaptıkları tartışmanın sonucunda ulaştıkları *doğru kavramı* düşüncesini devam ettirdiklerini yani bu kavramı *tanıdıklarını* ve *kullanmaya* çabaladıklarını göstermektedir.

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen buradaki uygulamalarda, öğrencilerin doğru denklemini ifade etmeleri beklenmemektedir ve *doğru parçası* ya da *ışın denklemi* gibi ifadeleri kullanmaları yeterli görülmektedir. Çünkü bu araştırmada araştırmaya katılan öğrenciler henüz araştırmanın diğer bölümünde oluşturdukları koordinat sisteminin ikinci, üçüncü ve dördüncü bölge kavramlarını oluşturamamışlardır ve araştırmanın bu bölümünde *birinci bölgeye* ilişkin *bilginin*

pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Burada yer alan etkinliklerin tamamında öğrencilerin çizimleri beklenen grafikler, *koordinat sistemine ilişkin birinci bölge kavramının tanınmasını ve kullanımını* gerektirmiştir. Bu durum ise, çizilen grafiklerde oluşan geometrik şekillerin *ışın* ya da *doğru parçası* olarak adlandırılmasına yol açmıştır. Ancak, bu araştırmada önemli olan öğrencilerin bu şekli adlandırmalarından ziyade bu grafik ve adlandırma ile yazılan denklem ve yapılacak adlandırma arasındaki ilişkiyi fark etmeleridir. Bu nedenle, bu araştırmada öğrencilerin söz konusu bu geometrik şekiller ile gerçekleştirdikleri adlandırmaları da doğru kabul edilmiştir.

Sonuç olarak; araştırmanın bu bölümüne katılan 4 öğrencinin tamamının *doğru parçası*, *ışın* ve *doğru kavramlarını tanıyıp kullandıkları*, araştırmanın birinci bölümünde oluşturdukları *koordinat sisteminin birinci bölge kavramını* yani başka bir ifadeyle grafik kavramını *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır.

2.1.6. Sürecin Doğru Denklemi Anlamında Değerlendirilmesi

Aktif Öğrenme'ye uygun olarak gerçekleştirilen uygulamaların analizlerinden, araştırmaya katılan öğrencilerin tamamının *doğru denklemi* kavramını oluşturdukları anlaşılmıştır.

Araştırmanın bu bölümünde yer alan ve $y=kx$ iki bilinmeyenli denkleminin uygulamalarını kapsayan etkinliklerden birincisinde, öğrencilerden Yılmaz ve Doğan denklem ile grafik arasındaki ilişkiyi fark etmekle (193Y ve 195D) birlikte, yazdıkları denkleme bir isim veremedikleri; Eren'in 174E'deki ifadesi ve Can'ın da arkadaşının bu ifadesini başı ile onaylaması ise bu öğrencilerin denklem ile grafik arasındaki ilişkiyi oluşturdukları ve ardından da yazdıkları denkleme isim verebildikleri (177E ve 178C) de görülmüştür. Bu durum, bu etkinliğin uygulanması esnasında sadece Cen ve Eren'in oluşturduğu öğrenci grubunun *doğru denklemi kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Bu etkinliklerden ikincisinde, Yılmaz ve Doğan'ın grafik ile denklem arasındaki ilişkiyi anladıkları (265Y ve 266D) ve denkleme *doğru parçası denklemi* olarak adlandırdıkları (Doğan'ın 268D'deki ifadesi ile Yılmaz'ın 269Y'de arkadaşını onaylaması) anlaşılmıştır. Bu durum, iki öğrencinin de *doğru denklemi kavramını oluşturduğunu*

düşündürmüştür. Can ile Eren'in bu etkinlikteki bazı ifadeleri (268E ve 269C) de, bu öğrencilerin *doğru denklemi kavramını oluşturduklarını* kanıtlar niteliktedir. Sonuç olarak; ilk öğrenci grubunu oluşturan Yılmaz ve Doğan'ın ikinci etkinlikte, ikinci öğrenci grubunu oluşturan Can ve Eren'in ise birinci etkinlikte *doğru denklemi kavramını oluşturduğu* anlaşılmıştır. Bu öğrencilerden Can ile Eren'in bu kavramı oluşturduğu ikinci etkinlikte de doğrulanmıştır.

Bu iki etkinliğin ardından uygulanan ve $y=kx+b$ iki bilinmeyenli denkleminin uygulamalarını kapsayan etkinlikler olan üçüncü ve dördüncü etkinlikte, Yılmaz ve Doğan'ın çizdikleri grafikler ile yazdıkları denklemler arasında ilişkiyi anladıkları (342Y ve Doğan'ın arkadaşını başı ile onaylaması, 381Y ve 382D) ve buradaki görüşme metinlerinde (345D ve 347Y) ve yazdıkları ifadede (Şekil 3.47) bu etkinlik için yazdıkları denklemi beklenen şekilde adlandırmış olmalarından da, *doğru denklemi kavramını pekiştirdikleri* görülmüştür. Benzer şekilde, Can ve Eren'in bu etkinliklerde çizdikleri grafikler ile yazdıkları denklemler arasında ilişkiyi anladıkları (Eren'in 310E ve 312E'deki ifadeleri ile Can'ın ikinci etkinlikteki denklemi üçüncü etkinlikteki denkleme benzer şekilde çalışma kâğıdına yazması ve 314C'deki ifadesi) ve burada görüşme metinlerindeki ifadelerde (316E ve 317C), bu esnada da bu etkinlik için yazdıkları $y=kx+b$ iki bilinmeyenli denklem adlandırması da, bu öğrencilerin *doğru denklemi kavramını pekiştirdikleri* anlaşılmıştır.

Bu kavramın öğrenilmesine ilişkin aktif öğrenmeye uyan etkinliklerin uygulanması sonucunda öğrencilerin tamamının doğru denklemi kavramını *oluşturmuş* ve *pekiştirmiş* olmaları, bu öğrencilerin bu kavramın matematiksel gösterimini gerçekleştirip gerçekleştirmeyecekleri konusunda merak uyandırmıştır. Bu amaçla, araştırmacının öğrenci gruplarında yaptığı görüşmelerin sonucunda ise Yılmaz ve Doğan'ın araştırmacının tüm müdahalelerine rağmen formülleştirmede değişken kullanmayı başaramadıkları, Can ve Eren'in ise araştırmacının buradaki yönlendirmesinin ardından doğru denkleme ilişkin formülleştirmeyi yapabildikleri görülmüştür. Öğretim uygulamaları analizi sonucu, araştırmacının yöntem bölümünde etkinliklerin tanıtıldığı esnada öğrencilerin doğru denkleminin matematiksel gösterimini gerçekleştiremeyecekleri yönündeki düşüncesini desteklememektedir.

Sonuç olarak; bu kavramın edinimine ilişkin etkinliklerin uygulanması sonucunda, araştırmanın bu bölümüne katılan öğrencilerin tamamının *doğru denklemi kavramını oluşturdukları* ve ardından da *pekiştirdikleri* anlaşılmıştır. Bu öğrencilerin doğru denklemi kavramına ilişkin matematiksel gösterimi yapmada zorlandıkları ve ancak araştırmacının yönlendirmelerinin ardından formülleştirme konusunda fikir üretebildikleri görülmüştür.

2.2. Doğru Denklemi Kavramının Oluşturulması Sürecinin Yapılandırıcı Öğrenme Açısından Değerlendirilmesi

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen ve Yapılandırıcı Öğrenme'ye uygun olarak hazırlanmış etkinliklerin doğru denklemi kavramının öğrenimine yer veren uygulamalarında, öğrencilerin kendilerine yöneltilen etkinliklerin tamamına ilgi gösterdikleri ve çaba harcadıkları görülmüştür. Bu etkinliklerin belli zaman aralıkları ile gerçekleştirilen iki aşamalı uygulamaları, öğrencilerin uygulamalar esnasında sıkılmamasını ve birlikte çalışmayı sürdürmelerini sağlamıştır.

Yapılandırıcı yaklaşımı temel alan etkinliklerin uygulanması sonucunda öğrenciler arasındaki etkileşimin öğrenme sürecinde önemli bir faktör olduğu tespit edilmiştir. Yapılandırıcı yaklaşıma göre, öğrenme diğer bireylerle etkileşime girildiği zaman daha etkili olmaktadır. Düşüncelerini açıklamaları, düşünceler arasında yeni ilişkilerin kurulmasına yol açmaktadır. Çalışmanın yürütüldüğu gruplarda etkileşimin üst düzeyde olduğu görülmüştür. Gruplarda etkileşim, daha çok problemi anlayan öğrencinin anlamayan öğrenciye açıklama yapması şeklinde gerçekleşmiştir.

Araştırmaya katılan öğrencilerin tamamının Yapılandırıcı Öğrenme'ye uygun olan ilk iki etkinliğin uygulanması esnasında *doğru denklemi kavramını oluşturduğu* ve daha farklı tarzda hazırlanmış olmanın yanında bu kavramın matematiksel gösteriminin oluşturulabilmesine de imkan tanıyabileceği düşünölen son iki etkinliğin uygulanması esnasında da *bu kavramı pekiştirdiği* düşünölmektedir ki, bu durum bu kavramın öğrenilmesi için bu kuramın *uygun* olduğunu gösterir niteliktedir. Bununla birlikte, öğrencilerin *doğru denklemi kavramına* ilişkin matematiksel gösterimi yapmada

zorlandıkları ve araştırmacının desteğine ihtiyaç duydukları görülmüştür. Bu durumun da, bazı öğrencilerin somut işlemler döneminden soyut işlemler dönemine geçiş döneminde olabilecekleri (Cengiz ve Küçükali, 2007; Demirel, 2005, Altun, 2005 ve 2008) ve matematik derslerinde bu tarz çalışmalara yakın zamanda başlamış olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu durum, değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamamalarından kaynaklandığı da düşünülebilir ki, bu durum Dede, Yalın ve Argün (2002), Dede (2004) tarafından yapılan çalışmaların sonucunu destekler niteliktedir. Sonuç olarak; *doğru denklemi kavramının öğrenimi için Yapılandırmacı Öğrenme'nin uygun olduğu* söylenebilir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlardan, Yapılandırmacı Öğrenme'ye uygun olarak hazırlanmış öğrenme ortamları ile Hassan ve Mitchelmore (2006)'un çalışmasına benzer şekilde 12 yaş grubunda Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak hazırlanmış olan öğrenme ortamlarında bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinde, RBC+C Soyutlama Modeli'nin kullanılmasının uygun olduğu ve bu modelin bu yaş grubu için etkili olduğu anlaşılmıştır. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde öğrenciler daha önceden edinilmiş olan kavramları yeniden keşfetmekte (*yönlendirilmiş keşif*) ve yapılan etkinliklerle *matematikleştirmeyi* gerçekleştirmektedirler. Yani, bu kuram öğrencilerin özgürce hareket etmelerini ve kendi fikirlerini üreterek kavramları yeniden keşfetmeleri ile matematikleştirmelerini gerektirmektedir.

Benzer şekilde, Yapılandırmacı Öğrenme'de de öğrencilerin bir dereceye kadar fikirlerini ortaya koymada ve uygulamada özgür bırakıldıkları anlaşılmıştır. Bu durum ise, öğrencilerin farklı şekilde geliştirdikleri keşiflerine ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesini zorlaştırmaktadır. RBC+C Soyutlama Modeli'nde dört farklı bilişsel eylem üzerinden bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi ile, Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uyan etkinliklerin uygulamalarındaki bilgi oluşturma sürecinin incelenmesini kolaylaştırmakta ve standartlaşmaktadır.

3. Bilgi Oluşturma Süreci ile İlgili Genel Sonuçlar

Her iki etkinlikteki bilgi oluşturma süreçleri epistemik eylemlerin gerçekleşme şekilleri ortaya konularak ayrıntılı bir biçimde analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda, yeni yapıları oluşturma sürecinde bazı noktalar ön plana çıkmıştır. Bunlardan ilki, öğrenciler için *istenilen kavramları oluşturma sürecinin çok yönlü ve çeşitli olduğudur*. Yani, bilgi oluşturma süreçleri bir gruptan diğerine değişkenlik göstermektedir. Bu değişkenlik, uygulamalar boyunca farklı etkileşim örüntüleri şeklinde gelişmiş ve her gruptaki öğrenciler için bilgi oluşturma süreci farklı bir biçimde ilerlemiştir. Örneğin; Can ve Eren'in koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinde, Can'ın istenilen kavramı oluştururken Eren'in bu kavramı oluşturamadığı görülmüştür. Oysa Burak ve Kübra'nın aynı kavramları oluşturma sürecinde, her ikisi de bu kavramları eş zamanlı olarak oluşturabilmişlerdir. Gürkan ve Özgür'ün koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinde, birbirleri ile etkileşime fazlaca girmelerine rağmen istenilen kavramı oluşturamadıkları anlaşılmıştır.

Araştırmanın sonucunda ön plana çıkan bir diğer bulgu ise, etkinliklerin uygulanışı esnasında gruptaki bir öğrencinin daha aktif olduğunun gözlenmesidir. Etkileşimde aktif ya da pasif olan öğrencilerin psikolojik özellikleri, o anki başarı ya da başarısızlığı ya da öğrencinin matematiksel geçmişi gibi birçok etkene bağlı olabilir. Eren ve Can'ın koordinat sistemi kavramını oluşturma süreci buna örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrencilerin birlikte gerçekleştirdikleri etkinliklerin uygulamalarında, özellikle de ikinci etkinliğin uygulanması esnasında, Eren'in sessiz kaldığı gözlenmiş ve bu durum bu öğrencinin istenilen kavramı oluşturduğunun düşünülmesine rağmen bu kavramı oluşturup oluşturamadığının anlaşılmasına neden olmuştur. Bu öğrencinin çalışmaya katılma konusunda, araştırmaya katılan diğer öğrencilerden bile daha istekli olduğu bilinmektedir ve etkinliklerin uygulamaları esnasındaki durumunun çabuk sıkılan bir öğrenci olmasından yani psikolojik yapısından kaynaklandığı düşünülmektedir. Araştırmanın bu bulgusu da, Hershkowitz ve diğerleri (2006) tarafından yapılan çalışmanın bulgusu ile tutarlıdır.

Soyutlamanın epistemik eylemleri olarak bilinen tanıma, kullanma ve oluşturmanın doğrusal olmayıp (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001a; Tsamir ve Dreyfus, 2002; Kidron ve Dreyfus, 2004, 2006 ve 2007; Özmantar, 2004; Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Dreyfus, 2007; Altun ve Yılmaz, 2008; Yeşildere ve Türnüklü, 2008a, 2008b ve 2008c) birbiri içine yuvalanmış yapısı bu çalışmada da doğrulanmıştır. Örneğin, koordinat sistemi kavramını oluşturma sürecinde öğrenciler başlangıç noktası kavramını doğru olarak algıladıktan sonra bu yapıyı tanıyıp kullanarak başka yapıları (yatay ve dikey eksen kavramları vb.) oluşturabilmişlerdir. Bu durumda ise; tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin birlikte ilerledikleri söylenebilir.

Bilgi oluşturma sürecinde önemli olan bir diğer durum ise, bağlam içerisinde beklenen dışında bir yapının oluşabilmesi yani oluşturulması amaçlanmayan bir yapının süreç içerisinde gözlenmesidir. Bu duruma örnek olarak da, Yılmaz ile Doğan'ın ve Can ile Eren'in birlikte gerçekleştirdikleri ve doğru denklemi kavramının oluşturulmasını gerektiren uygulamalarda, Yılmaz iki bilinmeyenli denklem ifadesine ilişkin hatalı kullanımları (Yılmaz'ın " $2x+7=2-x$ " ve Can'ın ise " $2x+5=6$ " şeklinde ifadeleri) gösterilebilir.

Yeni oluşturulmuş bir yapının pekiştirilmesi öğrencinin daha sonraki etkinliklerinde bu yapıyı tanımasına ve kullanmasına imkan sağlamaktadır (Monaghan ve Özmantar, 2006). Yapılan çalışmalarda üç farklı pekiştirme mekanizmasından bahsedilmektedir. Bunlar; *yapıyı oluşturma esnasında pekiştirme*, *yapı üzerinde derinlemesine düşünerek pekiştirme* ve *yeni bir soyutlama süreci esnasında yapının kullanılması suretiyle gerçekleşen soyutlamadır*. Bu çalışmada, öğrenciler $y=kx$ iki bilinmeyenli denklemini $y=kx+b$ şeklindeki iki bilinmeyenli denklemin oluşturulmasına ilişkin üçüncü ve dördüncü etkinliğin uygulanması esnasında pekiştirmişler ve böylelikle de yeni bir bilgi oluşturma süreci esnasında yapının kullanılması suretiyle soyutlamayı gerçekleştirmişlerdir.

4. Öğrenmeye İlişkin Genel Sonuçlar

Bu araştırma kapsamında Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak gerçekleştirilen uygulamalarda, öğrenciler ciddi bir öğretmen müdahalesine gerek kalmadan koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturmuşlardır. Öğretimde öğrencilere matematik yapma ihtiyacı hissettirecek ve kendi bilgilerini oluşturmalarına imkan veren ortamlar oluşturulmasının nitelikli öğrenmeye yol açacağı söylenebilir. Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan etkinlikte, etkileşim genellikle problemi çözen öğrencinin çözemeyen ya da anlayamayan öğrenciye kendi çözüm yolunu açıklaması şeklinde gerçekleşmiştir. Gerçekçi Matematik Eğitimi'ni temel alan bir etkinlikte, öğrenciler etkinlikler boyunca kullanacakları yöntemleri kendileri belirledikleri için her öğrenci kendi düşüncesini açıklayarak doğru yöntemi bulmaya çalışmıştır. Yapılandırmacı Öğrenme'ye göre hazırlanmış olan etkinliklerde öğrenciler istenilen kavramı oluşturmada öğreticinin tasarımına bağlıdır. Gerçekçi Matematik Eğitimi'nde ise, öğrenciler kendi yöntemlerini kendileri belirleyerek istenilen kavramı oluşturmuşlardır. Bu durum, öğrencilerin etkinlikler sürecince motivasyonlarını güçlü tutmuştur.

Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen uygulamalar sonucunda, Analitik Geometri'ye ilişkin temel kavramların oluşturulmasında tek bir kuramın kullanılmasını önerilemez. Bunun yerine, iki kuramın ya da bu kuramlara ek olarak farklı öğrenme kuram ve yöntemlerinin birlikte kullanılmasının öğretimin niteliğini arttırabileceği düşünülmektedir.

5. Öneriler

Genel olarak belirtmek gerekir ki, bu araştırma benzer birçok araştırmaya kapı açmaktadır. Matematik öğretiminin anahtar kavramlarının (sayı doğrusu, işlem, işlemlerin özellikleri, birim çember, bir olayın olasılığı vb.) öğretimi başta olmak üzere, benzer araştırmaların yapılmasını ve güçlüklerin açıklanmasını konu edinen araştırmalar yapılabilir. Bu bölümde, bu araştırma kapsamındaki özel alanlarla ilgili öneriler sunulmuştur.

5.1. Koordinat Sistemi Kavramının Öğretimine İlişkin Öneriler

Araştırmanın bir bölümünü kapsayan koordinat sistemi kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne göre öğrenilmesi esnasındaki bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi sonucunda elde edilen bilgiler ışığında yapılan öneriler aşağıda sunulmuştur:

- * Koordinat sistemi kavramının *matematiksel gösteriminin* gerçekleştirilip gerçekleştirilemeyeceğinin incelenmesini amaçlayan araştırmalarda, Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin yanında başka bir öğrenme kuramının uygulamalarına da yer verilen öğrenme ortamları tasarlanması uygun olabilir.
- * Koordinat sisteminin dinamik uygulamalarına yer verilen etkinlik ve öğrenme ortamlarının tasarlandığı yeni araştırmaların yapılması uygun olabilir.
- * Koordinat sistemi kavramının birinci bölge bilgisinin oluşturulması amacıyla gerçekleştirilen uygulamalarına yer verilmiştir. Yapılacak olan araştırmalarda, koordinat sistemi kavramının diğer bölge bilgilerinin oluşturulması amacıyla gerçekleştirilen uygulamalarına da yer verilmesi uygun olacaktır.
- * Koordinat sistemi kavramının öğrenilmesi sürecinin incelenmesi amacıyla yapılacak olan araştırmalarda yer alacak ilk öğrenme etkinliklerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi'ne uygun olarak tasarlanması (yatay matematikleştirme ve dikey matematikleştirme) ve ardından bu etkinliklerin uygun görülen farklı öğrenme kuramlarına uygun olacak şekilde tasarlanan etkinliklerle desteklenmesi (dikey matematikleştirme) gerektiği düşünülmektedir.

5.2. Doğru Denklemi Kavramının Öğretimine İlişkin Öneriler

Araştırmanın diğer bölümünü kapsayan doğru denklemi kavramının Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı'na göre öğrenilmesi esnasındaki bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi sonucunda elde edilen bilgiler ışığında yapılan öneriler aşağıda sunulmuştur:

* Doğru denkleminin dinamik uygulamalarına yer verilen etkinlik ve öğrenme ortamlarının tasarlandığı çalışmaların yapılması uygun olabilir.

* *Doğru denklemi* kavramına ilişkin *matematiksel gösterimin* gerçekleştirilip gerçekleştirilemeyeceğinin incelenmesini amaçlayan araştırmalar yapılabilir.

* Bu araştırmaya katılan öğrenciler öğrenmeye ilişkin motivasyonu ve matematiğe yönelik tutumu düşük olmayan öğrenciler idi. Yapılacak olan araştırmalarda, bu becerileri düşük olan öğrencilerin de bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesini kapsayan araştırmalara yer verilebilir.

5.3. Eğitim - Öğretime İlişkin Öneriler

Araştırmada, bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi sonucunda elde edilen bilgiler ışığında eğitim-öğretime yönelik olarak yapılan önerilere de aşağıda yer verilmiştir:

* Bu araştırmada gerçekleştirilen uygulamalarda, RBC+C soyutlama modeli kullanılarak öğrencilerin kavramları oluşturmaları esnasında zorlandıkları noktalar belirlenmiş olmakla birlikte, kavramların oluşturulamaması durumlarında yeni uygulamalar ve ciddi müdahalelere yer verilmemiştir. Yapılacak olan araştırmalarda, öğrencilerin etkinliklerde zorlandıkları durumlar için yeni metodlar geliştirilebilir ve farklı uygulamalarla bu öğrencilerin söz konusu kavramları oluşturmaları üzerine çalışılabilir.

* Bu araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelemesine yer verildi. Yapılacak olan çalışmalarda, farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin daha önceden öğrenmedikleri farklı kavramların öğrenimi esnasında oluşturulması beklenen kavramların oluşturulması süreçlerinin incelenmesi yapılabilir. Bu incelemenin öğretim için yararlı ipuçları sağlayabileceği düşünülmektedir.

* İlköğretim ve ortaöğretim okullarında çalışmakta olan öğretmenlerin öğretime Aktif Öğrenme'ye dayalı bu öğrenme yaklaşımları ile başlamalarının,

öğrencilerinin bilgi ya da bilgilerin / kavram ya da kavramların oluşturulması ve pekiştirilmesi bakımlarından uygundur.

* İlköğretim ve ortaöğretim okullarında çalışmakta olan öğretmenlerin bilgi veya kavramların oluşturulması süreçlerinin nasıl incelenebileceği konusunda fikir sahibi olmalarının ve ihtiyaç duydukları zamanlarda (özellikle de öğrencilerinin matematik kavramları oluşturmaları esnasındaki zorluklarını anlamada ve çözüm üretmede) kullanabilmelerinin, etkili bir öğretim için önemli olduğu düşünülmektedir.

* Öğrenme sürecinin RBC+C soyutlama modeli bağlamında incelenmesini amaçlayan yeni araştırmaların matematik başarı düzeyleri birbirine yakın olan öğrencilerin birlikte çalıştıkları öğrenci gruplarında gerçekleştirilmesinin, öğrencilerin bilgi oluşturma sürecinde düşüncelerini geliştirmeleri ve kavramları oluşturabilmeleri açısından daha uygun olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Açıkgöz, K. Ü. (2003). *Aktif Öğrenme*. İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.
- Airasian, P. W. & Walsh, M. E. (1997). Constructivist Cautions. *Phi Delta Kapan*, 78(6), 444-449.
- Akar, H. & Yıldırım, A. (2004). Oluşturmacı Öğretim Etkinliklerinin Sınıf Yönetimi Dersinde Kullanılması: Bir Eylem Araştırması. *İyi Örnekler Konferansı*, (ss. 1-15). İstanbul.
- Akgün, L. (2006). Cebir ve Değişken Kavramı Üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü. & Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklem Oluşturma ve Problem Kurma Yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Akkaya, R. & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-12.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin 7. Sınıf Ünitelerindeki Geometrik Kavramlardaki Yanılgıları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Alkan, H., Bukova Güzel, E. & Elçi, A. N. (2004). Öğrencilerin Matematiğe Yönelik Tutumlarında Matematik Öğretmenlerinin Üstlendiği Rollerin Belirlenmesi. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*. Malatya.
- Altun, M. (2005). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun M. (2008). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, S. & Büyükduman, İ. F. (2007). Yapılandırmacı Öğretim Tasarımı Uygulamasına İlişkin Öğrenci ve Öğretmen Görüşleri Bir Örnek Çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(1), 7-39.
- Altun, M. & Yılmaz, A. (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.
- Ardahan H. (2009). Mathematical Modeling Activities in Primary Mathematics Education, Further Education in The Balkan Countries, 2, 1367-1375, Eğitim Kitabevi Yayınları, 42090, Konya.
- Ardahan, H. (2002). Öğretim Materyalleri-CD, Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi (Fakültenin 19.11.2002 tarih ve 2002/786 sayılı kararı).

- Ardahan, H., Ersoy, Y. (2001). Issues on Integrating CAS in Teaching Mathematics: A Functional and Programming Approach. Preceeding of ICTMT-5: Derive & TI-89/92 Sesion, Special Group 1, Austria.
- Aşkar, P. (1986). Matematik Dersine Yönelik Tutumu Ölçen Likert Tipi Bir Ölçeğin Geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 11(62), 31-36.
- Aydın, H. (2007). *Felsefi Temelleri Işığında Yapılandırmacılık*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Bakker, A. (2004). *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools*. Published Doctoral Dissertation, Freudenthal Institute Utrecht, The Netherlands: CD-β Press.
- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). Towards The Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Exemplification in Mathematics Education. In J. Novotna (Ed.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague, Czech Republic: PME.
- Birgin, O. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Doğrunun Eğimi ile ilgili Öğrenme Düzeyleri ve Olası Kavram Yanılgıları. *I. Ulusal Matematik eğitimi Öğrenci Sempozyumu*. İzmir.
- Birgin, O. & Kutluca, T. (2006). Doğru Denklemi Konusunun Öğretimine Yönelik Bilgisayar Destekli Öğretim Materyal Örneği. *I. Ulusal Matematik eğitimi Öğrenci Sempozyumu*. İzmir.
- Birgin, O., Kutluca, T. & Gürbüz, R. (2008). Yedinci Sınıf Matematik Dersinde Bilgisayar Destekli Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 879-882.
- Bonwell, C. & Eison, J. A. (1991). Active Learning: Creating Excitement in the Classroom. ASHE-ERIC Higher Education Report 1. Washington.
- Cengiz, C. & Küçükali, R. (2007). Piaget'in Somut ve Soyut İşlemler Dönemine Ait Olarak Saptadığı Bilişsel Özelliklerin Çocukların Çizimlerine Yansımaları. *I. Ulusal İlköğretim Kongresi*. Ankara.
- Cobb, P. (2007). Zihin Nerededir? Sosyokültürel ve Bilişsel Oluşturmacı perspektiflerin Bir Buluşma Noktası. In C. T. Fosnot (Ed.), S. Durmuş (Çev.Ed.), *Oluşturmacılık: Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde (pp. 43-66). İstanbul: Nobel Yayın Dağıtım.
- Cohen, L. & Manion, L. (1994). *Research Methods in Education* (4th Edition). London: Routledge.

- Confrey, J. (1995). How Compatible are Radical Constructivism, Sociocultural Approaches, and Social Constructivism. In L. P. Steffe and J. E. Gale (Eds.), *Constructivism in Education* (pp. 185-225). New Jersey, the United States of America: Lawrence Erlbaum Associates.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Traditions*. Sage Publications: Thousand Oaks.
- Cummings, R. & Harlow, S. (2000). The Constructivist Roots of Moral Education. *The Educational Forum*, 64, 300-307.
- Çüçen, A. (2001). *Bilgi Felsefesi*. Bursa: Asa Kitabevi.
- De Corte, E. (2004). Mainstreams and Perspectives in Research on Learning Mathematics From Instruction. *Applied Psychology: An International Review*, 53(2), 279-310.
- De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. In J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education: Part One* (pp. 49-97). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Dede, Y. (2004). Değişken Kavramı ve Öğrenimindeki Zorlukların Belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 24-56.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003a). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003b). Değişken Kavramının Öğretimi: Harf Sembollerin Farklı Kullanımları. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(6), 39-51.
- Dede, Y. Peker, M. (2007). Öğrencilerin Cebire Yönelik Hata ve Yanlış Anlamaları: Matematik Öğretmen Adaylarının Bunları Tahmin Becerileri ve Çözüm Önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları. V. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* (ss. 221). Ankara.
- Demirel, Ö. (2005). *Kuramdan Uygulamaya Eğitimde Program Geliştirme* (7. baskı). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Doolittle, P. E. (1999). Constructivism and Online Education. Retrieved on November 12, 2008 from <http://edpsychserver.ed.vt.edu/tohe/text/doo2.pdf>, 12 Ekim 2008.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model. Retrieved on November 12, 2008 from <http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf>, 12 Ekim 2008.

- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2006). Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 465-472). Prague, Czech Republic: PME.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001a). Abstraction in Context II: The Case of Peer Interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001b). The Construction of Abstract Knowledge in Interaction. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 377-384). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute.
- Dreyfus, T. & Tsamir, P. (2004). Ben's Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Drijvers, P. H. M. (2003). *Learning Algebra in a Computer Algebra Environment*. Published Doctoral Dissertation. Freudenthal Institute, Utrecht, The Netherlands: CD-β Press.
- Duatepe, A. & Çilesiz, Ş. (1999). Matematik Tutum Ölçeği Geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16-17, 45-52.
- Duffy, T. M. & Jonassen, D. H. (1992). Constructivism: New Implications for Instructional Technology. In T. M. Duffy and D. H. Jonassen (Eds.), *Constructivism and the Technology of Instruction*, (pp. 1-16). New Jersey, the United States of America: Lawrence Erlbaum Associates.
- Durmuş, S. (2001). Matematik Eğitimine Oluşturmacı Yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 101-107.
- Durmuş, S. (2006). Virtual Manipulatives in Mathematics Education: A Theoretical Framework. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 5(1).
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş: Nitel, Nicel ve Eleştirel Kuram Metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Education and Science*, 34(152), 44-59.
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2000). Cebir Öğretiminde Öğrencilerin Güçlükleri-II: Yanlışlarla İlgili Öğretmen Görüşleri. *IV. Ulusal Fen Eğitimi Kongresi*, (ss. 625-629). Ankara.
- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002a). High School Students' Performances and Difficulties in Elementary Algebra: The Case of Turkey. In the *Proceedings of the First International Conference on Education: Changing Time and Changing Needs*. Gazimagosa, Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti.

- Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002b). Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Ankara.
- Ersoy, Y. & Erbaş, A. K. (2005). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencisinin Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Ertekin, E. (2001). *Denklem Öğretimindeki Hata ve Yanılgıların Teşhisi ve Alınması Gereken Tedbirler*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Fosnot, C. T. (1989). *Enquiring Teachers Enquiring Learners: A Constructivist Approach for Teaching*. New York, the Unites States of America: Teachers College Press.
- Fosnot, C. T. & Perry, R. S. (2007). Oluşturmacılık: Psikolojik Bir Öğrenme Teorisi. C. T. Fosnot (Ed.), S. Durmuş (Çev.Ed.), *Oluşturmacılık: Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde (pp. 9-42). İstanbul: Nobel Yayın Dağıtım.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Reidel, Dordrecht: The Netherlands.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, the Netherlands: Riedel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishing.
- Geray, H. (2006). *Toplumsal Araştırmalarda Nicel ve Nitel Yöntemlere Giriş*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Goldin, G. A. (1990). Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning in Mathematics. In R. B. Davis, C. A. Maher and N. Noddings (Eds.), *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics, Journal for Research in Mathematics Education: Monograph*, (Vol. 4, pp. 31-47). Virginia, the United States of America: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht, The Netherlands: CD-β Press.
- Gravemeijer, K. (1997). Instructional Design for Reform Mathematics Education. In M. Beisheizen, K. Gravemeijer & E. Van Lieshout (Eds.), *The Role of Contexts and Models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures*, (pp. 13-34). Utrecht, Netherlands: Technipress.
- Gravemeijer, K. (1999). Developmental Research: Fostering A Dialectic Relation Between Theory and Practice. In J. Anghileri (Eds.), *Principles and Practice in Arithmetic Teaching*. London, England: Open University Press.

- Gravemeijer, K. (2002). Building New Mathematical Reality, or How Emergent Modeling May Foster Abstraction. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 125-129). Norwich, England: PME.
- Gravemeijer, K. (2004). Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform. *Mathematical Thinking and Learning An International Journal*, 6(2), 105-128.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design Research from a Learning Design Experience. In J. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieven (Eds.), *Educational Design Research*, (pp. 17-51). New York, the United States of America: Routledge.
- Gravemeijer, K., van den Hauvel-Panhuizen, M. & Steefland, L. (1990). *Contexts Free Productions Test and Geometry in Realistic Mathematics Education*. Utrecht, The Netherlands: OW&OC.
- Gredler, M. E. (1997). *Learning and Instruction: Theory into Practice*, (5. Edition). New Jersey, the United States of America: Upper Saddle River Prentice-Hall.
- Hardy, M. D. & Taylor, P. C. (1997). Von Glasersfeld's Radical Constructivism: A Critical Review. *Science & Education*, 6, 135-150.
- Hassan, I. & Mitchelmore, M. (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.
- Hawkins, D. (1994). Constructivism: Some History. In P. J. Fensham, R. Gunstone and R. White (Eds.), *The Content of Science: A Constructivist Approach to Its Teaching and Learning*, (pp. 9-13). Bristol, England: Routledge Falmer Press.
- Hazzan, O. (1999). Reducing Abstraction Level When Learning Abstract Algebra Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 71-90.
- Hershkowitz, R. (2004). From Diversity to Inclusion and Back: Lenses on Learning (Plenary Lecture). In M. J. Hoines and A. B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- Hershkowitz, R., Hadas, N., Dreyfus, T. & Schwarz, B. (2007). Abstracting Processes, from Individuals' Constructing of Knowledge to a Group's Shared Knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 41-68.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Contexts: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- Hirtle, J. (1996). Social Constructivism (Coming to Terms). *English Journal*, 85(1), 91-92.

- Irzık, G. (2000). Back to Basics: A Philosophical Critique of Constructivism”, *Science & Education*, 9, 621-639.
- Işıkoğlu, N. (2005). Eğitimde Nitel Araştırma. *Eğitim Araştırmaları*, 20, 158-165.
- Johnson, B. & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics: Does One Lead You The Other?. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189.
- Jonassen, D. (1990). Toward a Constructivist View of Instructional Design. *Educational Technology*, 30(9), 32-34.
- Kalaycı, Ş. (2006). *Spss Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler-Teknikler*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Kidron, I. & Dreyfus, T. (2004). Constructing Knowledge about the Bifurcation Diagram: Epistemic Actions and Paralel Constructions. In M. J. Hoines and A. B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 153-160). Bergen, Norway: PME.
- Kidron, I. & Dreyfus, T. (2006). Mathematical Justification, Parallel Constructions of Knowledge and the Instrumentation Process. In the *Proceedings of the 9th Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*. New Jersey, the United States of America: MERGA.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A. & Stephens, A. C. (2005). Middle School Students’ Understanding of Core Algebraic Concept: Equivalence & Variable. *National Science Foundation*, 37(1), 1-9.
- Koç, G. (2002). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Duyuşsal ve Bilişsel Öğrenme Ürünlerine Etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Kutluca, T. & Birgin, O. (2007). Doğru Denklemi Konusunda Geliştirilen Bilgisayar Destekli Öğretim Materyali Hakkında Matematik Öğretmeni Adaylarının Görüşlerinin Değerlendirilmesi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(2), 81-97.
- Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma*. Ankara: Bağlam Yayıncılık.
- Kyriacou, C. (1992). Active Learning in Secondary School Mathematics. *British Educational Research*, 18(3).
- Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G. & Hjalmarson, M. (2003). Beyond Constructivism. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 5(2&3), 211-233.
- Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the Relationship Between Attitude Toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(1), 26-47.

- MacGregor, M. & Stacey, K. (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19.
- Mayring, P. (2000). *Nitel Sosyal Araştırmaya Giriş* (Çev. A. Gümüş ve M. S. Durgun). Adana: Baki Kitabevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Minichiello, V., Aroni, R., Timewell, E. & Alexander, L. (1990). In-Dept Interviewing: Researching People. In K. Punch (Eds.), *Introduction to Social Research*, (pp.166-167). London: Sage Publications.
- Mitchelmore, M. (2002). The Role of Abstraction and Generalization in the Development of Mathematical Knowledge. *Paper Presented at the 2nd East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the 9th Southeast Asian Conference on Mathematics Education*. Singapore: ERIC Document Reproduction Service No. 466962.
- Mitchelmore, M. & White, P. (2004). Teaching Mathematical Concepts: Instruction for Abstraction. *Invited Regular Lecture Presented at the 10th International Congress on Mathematical Education*. Copenhagen, Denmark.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and Consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 233-258.
- Nelissen, Jo M. C. (1999). Thinking Skills in Realistic Mathematics. In J. H. M. Hamers, J. E. H. Van Luit, B. Csapó (Eds.), *Teaching and Learning Thinking Skills*, (pp. 189-214). Swets and Zeitlinger, Lisse. Retrieved on December 12, 2008 from <http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6259.pdf>.
- Nelissen, Jo M. C. & Tomic, W. (1993). Learning and Thought Processes in Realistic Mathematics Instruction. *Curriculum and Teaching*, 8(1), 19-37.
- Nelissen, Jo M. C. & Tomic, W. (1998). Representations in Mathematics Education. ERIC Document Reproduction Service No. ED428950.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*, (Mathematical Education Library Series, Vol. 17). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ohlsson, S. & Regan, S. (2001). A Function for Abstract Ideas in Conceptual Discovery and Learning. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 243-277.
- Olssen, M. (1996). Radical Constructivism and Its Failings: Anti - Realism and Individualism. *British Journal of Educational Studies*, 44(3), 275-295.

- Öksüz, C. (2010). İlköğretim Yedinci Sınıf Üstün Yetenekli Öğrencilerin “Nokta, Doğru ve Düzlem” Konularındaki Kavram Yanılgıları. *İlköğretim Online*, 9(2), 508-525.
- Özerbaş, M. A. (2007). Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarının Öğrencilerin Akademik Başarılarına ve Kalıcılığına Etkisi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(4), 609-635.
- Özkan, B. (2001). *Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarında Özgün Etkinlik ve Materyal Kullanımının Etkililiği*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Özlü, Ö. (2001). *Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematiğe Karşı Tutumları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Özmantar, M. F. (2004). Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 24(2). Retrieved on November 16, 2007 from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf>.
- Özmantar, M. F. (2005a). *An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions Through Scaffolding*. Unpublished Doctoral Thesis, University of Leeds, Leeds, United Kingdom.
- Özmantar, M. F. (2005b). Mathematical Abstraction: A Dialectical View. In the *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 25(2). Retrieved on February 18, 2007 from <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip25-2/BSRLM-IP-25-2-14.pdf>.
- Özmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Özmantar, M. F. & Roper, T. (2004). Mathematical Abstraction Through Scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 481-488). Bergen, Norway: PME.
- Paschos, T. & Farmaki, V. (2006). The Reflective Abstraction in the Construction of the Concept of the Definite Integral: A Case Study. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 337-344). Prague, Czech Republic: PME.
- Patton, M. Q. (1987). *How to Use Qualitative Methods in Evaluation*. California, the United States of America: Sage Publications.
- Payne, S. J. & Squibb, H. R. (1990). Algebra Mal-rules and Cognitive Account of Error. *Cognitive Science*, 14, 445-481.
- Perkins, D. (1999). The Many Faces of Constructivism. *Educational Leadership*, 57(3), 6–11.

- Philips, D. C. (2000). An Opinionated Account of the Constructivist Landscape. In D. C. Philips (Eds.), *Constructivism in Education: Opinions and Second Opinions on Controversial Issues: The Ninety-Ninth Yearbook of the National Society for the Study of Education Part I*, (pp. 1-17). Chicago, the United States of America: the University of Chicago Press.
- Quinn, R. J. (1996). Exploring Probability and Statistics with Preservice and Inservice Teachers. *School Science & Mathematics*, 96(5).
- Santos-Trigo, M. (1998). Instructional Qualities of a Successful Mathematical Problem Solving Class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(5), 631-646.
- Schoenfeld, A. H. (1988). When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of “Well Taught” Mathematics Courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.
- Schwarz, B. & Dreyfus, T. (1995). New Actions upon Old Objects: A New Ontological Perspective on Functions. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 259-291.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R. (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 169-176). Bergen, Norway: PME.
- Schwarz, B., Hershkowitz, R. & Azmon, S. (2006). The Role of the Teacher in Turning Claims to Arguments. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká and N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 65-72). Prague, Czech Republic: PME.
- Seyidoğlu, H. (1997). *Bilimsel Araştırma ve Yazma El Kitabı* (7. Baskı). İstanbul: Güzem Yayınları.
- Sfard, A. (1991). On The Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, pp. 1-36.
- Skemp, R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmondsworth, Middlesex, England: Penguin Books Ltd.
- Smith, E. (1997). Review: Constructing the Individual Knower. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 106-111.
- Smith, J. (1999). Active Learning of Mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(2).
- Soylu, Y. (2008). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeleri ve Harf Sembollerini (Değişkenleri) Yorumlamaları ve Bu Yorumlamada Yapılan Hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 237-248.

- Steffe, L. P. (1991). The Constructivist Teaching Experiment: Illustrations and Implications. In E. von Glasersfeld (Eds.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*, (Mathematics Education Library Series, ed., Vol. 8, pp. 177-194). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Şen, Ü. S. (2005). Sanat Eğitiminde Bilimsel Araştırma Yöntemlerinin Kullanılması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(1), 343-360.
- Şencan, H. (2005). *Sosyal ve Davranışsal Ölçümlerde Güvenilirlik ve Geçerlilik*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Tabach, M. & Hershkowitz, R. (2002). Construction of Knowledge and Its Consolidation. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 265-272). Norwich, United Kingdom: PME.
- Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*. the Netherlands: Kluwer Academic.
- Tall, D. (2004). Thinking Through Three Worlds of Mathematics. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 281-288). Bergen, Norway: PME.
- Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntülere İlişkin Anlama ve Kavrama Biçimlerinin Belirlenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Tavşancıl, E. & Aslan, E. A. (2001). *İçerik Analizi ve Uygulama Örnekleri*. İstanbul: Epsilon Yayıncılık.
- Toptaş, V. (2008). An Examination of the Teaching – Learning Process and Teaching Materials Used in the Instruction of Geometry Sub-Learning Fields in a First Grade Classroom. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(1), 299-323.
- Treffers, A. (1991). Didactical Backround of a Mathematics Program for Primary Education. In L. Steefland (Eds.), *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht, the Netherlands: CD- β Press.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – A Process of Abstraction: The case of Ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 1-23.
- Turanlı, N., Keçeli, V. & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara Yönelik Tutumları ile Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 9(2), 135-149.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 24, 543-559.

- Üredi, I. & Üredi, L. (2005). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Öz-düzenleme Stratejileri ve Motivasyonel İnançlarının Matematik Başarısını Yordama Gücü. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(2), 250-260.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. & Wijers, M. (2005). Mathematics Standards and Curricula in the The Netherlands, (*Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*). 37(4), 287-307.
- van den Heuvel - Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht, The Netherlands: Technipress.
- van den Heuvel - Panhuizen, M. (2000). *Mathematics Education in the The Netherlands: A Guided Tour*. Utrecht, The Netherlands.
- van Oers, B. (2001). Contextualization for Abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1, 279-305.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, Hedwiq & Ratinckx, E. (1999). Learning to Solve Mathematical Application Problems: A Desing Experiment with Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.
- von Glasersfeld, E. (1989). Cognition, Construction of Knowledge, and Teaching. *Synthese*, 80(1), 121-140.
- von Glasersfeld, E. (1990). An Exposition of Constructivism: Why Some Like It Radical. In R. B. Davis, C. A. Mayer and N. Noddings (Eds.), *Constructivist Views on the Teaching of Mathematics*, (pp. 19-29). Virginia, the United States of America: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- von Glasersfeld, E. (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. (Mathematics Education Library Series, ed. A. J. Bishop, Vol. 7). Dordrecht, Boston and London, England: Kluwer Academic Publishers.
- von Glasersfeld, E. (1995). A Constructivist Approach to Teaching. In L. P. Steffe and J. Gale (Eds.), *Constructivism in Education*. New Jersey, the United States of America: Lawrence Erlbaum Associates.
- von Glasersfeld, E. (2007). Giriş: Oluşturmacılığın Yansımaları. C. T. Fosnot (Ed.), S. Durmuş (Çev.Ed.), *Oluşturmacılık: Teori, Perspektifler ve Uygulama* kitabı içinde (pp. 3-9). İstanbul: Nobel Yayın Dağıtım.
- Vural, R. A. & Cenkseven, F. (2005). Eğitim Araştırmalarında Örnek Olay (Vaka) Çalışmaları: Tanımı, Türleri, Aşamaları ve Raporlaştırılması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(10), 126-139.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner and E. Souberman (Eds.). Cambridge, the United States of America: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1985). *Düşünce ve Dil*, (çev. S. Koray). Kaynak Yayınları.

- Yenilmez, K. & Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008). İlköğretim Öğrencilerinin Geometrideki Kavram Yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXI(2), 461-483.
- Yenilmez, K. & Avcu, T. (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008a). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008b). An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power. *Eurasian of Educational Research (Eğitim Araştırmaları)*, 31, 151-169.
- Yeşildere, S. & Türnüklü, E. B. (2008c). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: Üçgen Eşitsizliği Örneği. *VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Bolu.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*, (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (1994). *Case Study Research*, (Applied Social Research Methods Series, Vol. 5). California, the United States of America: Sage Publications.
- Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine, Bilişötesi Farkındalık ve Derse Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi ile Öğrenme Sürecine Katkıları*. Yayımlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırmacılığın Temel Bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 195-213.

EK 1. RESMİ İZİN YAZILARI

T.C.
BURSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : B.08.4.MEM.4.16.00.07-050 / 13820
Konu : Araştırma İzni

27 Mart 2009

VALİLİK MAKAMINA
BURSA

İlgi : M.E.B.na Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.

Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Anabilim Dalı doktora öğrencilerinden Dilek SEZGİN MEMNUN' un "İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin analitik geometriye ilişkin temel kavramalarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturma süreçlerinin incelenmesi" konulu tez çalışmasını İlimiz Nilüfer ilçesi Süleyman Cura İlköğretim Okulu II. Kademe öğrencilerine uygulamak istediği, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'nün 10/03/2009 tarih ve sayılı yazısı ile bildirilmektedir.

Millî Eğitim Bakanlığına bağlı her tür ve her derecedeki okul ve kurumlarda yapılacak lisans, yüksek lisans, doktora veya doktora üstü araştırma-geliştirme çalışmaları ile Bakanlığın destek verdiği araştırmalar kapsamındaki anket, uygulama, gözlem gibi faaliyetler; bir ili kapsıyorsa izin başvurularının İl Millî Eğitim Müdürlüğüne yapılacağı ilgi yönergede belirtildiğinden öğrencilerinden Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Anabilim Dalı doktora öğrencilerinden Dilek SEZGİN MEMNUN' un "İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin analitik geometriye ilişkin temel kavramalarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimine göre oluşturma süreçlerinin incelenmesi" konulu tez çalışması ile ilgili öneri ve veri toplama araçlarının, ilgi Yönerge gereği ilimizde oluşturulan "Araştırma Değerlendirme Komisyonu" tarafından incelenerek değerlendirilmesi sonucunda, araştırma ile ilgili anketlerin okullardaki eğitim öğretim faaliyetleri aksatılmadan, mühürlü ve imzalı anketlerin aslı okul müdürlüklerince görülerek, gönüllülük esası ve veli izni ile okul müdürlüklerinin gözetim ve sorumluluğunda İlimiz Nilüfer ilçesi Süleyman Cura İlköğretim Okulu II. kademe öğrencilerine ilgi Yönerge çerçevesinde uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde gereğini olurlarınıza arz ederim.

Atilla GÜLSAR
Millî Eğitim Müdürü

OLUR.
...27...3... / 2009
Adnan KAYIK
Vali a.
Vali Yardımcısı

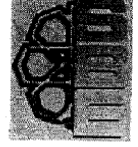


Yeni Hükümet Konağı A Blok Osmangazi 16050 BURSA
Tel: (0 224) 256 70 00 / 148-137 Faks : (0 224) 256 66 80
Ayrıntılı bilgi için irtibat: Kültür Bölümü 137
web: bursameb.gov.tr e-mail: kultur16@meb.gov.tr





T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
MÜDÜRLÜĞÜ



Sayı : B.30.2.ULU.0.41.00.00.350./1207
Konu :Uygulama

10 Mart 2009

BURSA VALİLİĞİ
İİ MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE

Enstitümüz İlköğretim Anabilim dalı doktora öğrencisi Dilek SEZGİN MEMNUN'un "İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin analitik geometriye ilişkin temel kavramları yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitime göre oluşturma süreçlerinin incelenmesi" konulu tez çalışması için aşağıdaki okulda ilköğretim II kademede okuyan öğrencilere anket uygulaması gerekmektedir.

Bilgilerinizi ve konu hakkında cevabınızın Enstitümüze gönderilmesi hususunda gereğini arz ederim.

Prof.Dr.Erkan İŞİĞİÇOK
Müdür

Okul
Süleyman Cüra İlköğretim Okulu

İlçesi
Nilüfer

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM FAKÜLTESİ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

Sayı :B.30.2.ULU.0.36.00.00/98
Konu:Anket Uygulaması

9.3.2009

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Anabilim dalmız Doktora öğrencilerinden Araş.Gör.Dilek SEZGİN MEMNUN, Bursa İli'ne bağlı, Nilüfer İlçesi Süleyman Cura İlköğretim okulunda Doktora teziyle ilgili olarak uygulama yapmak istemektedir.

İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izin alınması hususunda gereğini bilgilerinize arz ederim.

Prof. Dr. Muhlis ÖZKAN

Anabilim Dalı Başkanı



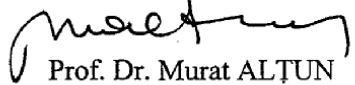
EKİ:1-Dilekçe
2-Anket Formu
3-Araştırma Hakkında Genel Bilgi

İLKÖĞRETİM BÖLÜM BAŞKANLIĞINA

Danışmanı olduğum Dilek SEZGİN MEMNUN “İlköğretim ikinci Kademe Öğrencilerinin Analitik Geometri’ye İlişkin Temel Kavramları Yapılandırmacı Öğrenme ve Gerçekçi Matematik Eğitimi’ne Göre Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi” adlı doktora tez çalışması yapmaktadır. Bursa Nilüfer İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü’ne bağlı Süleyman Cüra İlköğretim Okulu’nda uygulama yapmak ve elde edeceği verileri tez çalışmasında kullanmak istemektedir.

İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden izin alınması hususunda gereğini bilgilerinize arz ederim.

09.03.2009


Prof. Dr. Murat ALTUN

EK 2. ÖĞRENMEYE İLİŞKİN MOTİVASYONEL STRATEJİLER ÖLÇEĞİ

Adı Soyadı:

Sınıfı:

Aşağıda matematik dersi içerisindeki davranışlarınızı tanımlayan 44 madde bulunmaktadır. Lütfen aşağıdaki ifadelerin size ne derece uyduğunu daire içine alarak belirtiniz. Eğer ifade, size **tamamen uyuyorsa “7”yi, hiç uymuyorsa “1”i** daire içine alınız. Eğer ifade size daha az ya da daha fazla uyuyorsa, 1 ile 7 arasında sizi en iyi tanımlayan dereceyi daire içine alınız.

	1	2	3	4	5	6	7
	bana hiç uymuyor						bana tamamen uyuyor
1. Yeni şeyler öğrenebilmek için zorlayıcı sınıf çalışmalarını tercih ederim.	1	2	3	4	5	6	7
2. Sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında bu derste başarılı olacağımı umuyorum.	1	2	3	4	5	6	7
3. Sınav esnasında o kadar gergin olurum ki öğrendiğim bilgileri hatırlayamam.	1	2	3	4	5	6	7
4. Bu derste öğretilenleri öğrenebilmek benim için önemlidir.	1	2	3	4	5	6	7
5. Bu derste öğrendiklerimi seviyorum.	1	2	3	4	5	6	7
6. Bu derste öğretilenleri anlayabileceğimden eminim.	1	2	3	4	5	6	7
7. Bu derste öğrendiğim bilgileri diğer derslerde de kullanabileceğimi düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
8. Bu derste çok başarılı olmayı umuyorum.	1	2	3	4	5	6	7
9. Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, iyi bir öğrenci olduğumu düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
10. Daha fazla çalışmayı gerektirse bile genellikle bir şeyler öğrenebileceğim ödev konularını seçerim.	1	2	3	4	5	6	7
11. Bu derste verilen ödevleri ve problemleri çok iyi yapacağımdan eminim.	1	2	3	4	5	6	7
12. Sınava girdiğim zaman gergin ve tedirgin hissederim.	1	2	3	4	5	6	7
13. Bu derste iyi bir not alacağımı düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
14. Sınavda başarısız olduğum zaman bile hatalarımdan bir şeyler öğrenmeye çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
15. Bu derste öğrendiklerimin benim için faydalı olduğunu düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
16. Çalışma becerilerim bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında mükemmeldir.	1	2	3	4	5	6	7

17. Bu derste öğrendiklerimin ilginç olduğunu düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
18. Bu sınıftaki diğer öğrencilerle karşılaştırıldığında, çalıştığım konular hakkında daha fazla bilgi sahibi olduğumu düşünüyorum.	1	2	3	4	5	6	7
19. Bu dersle ilgili konuları öğrenebileceğimden eminim.	1	2	3	4	5	6	7
20. Sınavlar beni çok endişelendirir.	1	2	3	4	5	6	7
21. Bu dersin konularını anlamak benim için önemlidir.	1	2	3	4	5	6	7
22. Sınava girdiğim zaman, soruları cevaplandırmada ne kadar başarısız olduğumu düşünürüm.	1	2	3	4	5	6	7
23. Sınava çalışırken derste öğrendiğim bilgilerle, kitaptaki bilgileri bir araya getirmeye çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
24. Ödevimi yaparken, soruları doğru bir şekilde cevaplandırabilmek için öğretmenin derste anlattığı şeyleri hatırlamaya çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
25. Çalışmakta olduğum konuyu öğrendiğimden emin olmak için kendi kendime sorular sorarım.	1	2	3	4	5	6	7
26. Çalıştığım konularda ana fikirlerin neler olduğuna karar vermek benim için zordur.	1	2	3	4	5	6	7
27. Çalıştığım konu zor olduğunda ya çalışmayı bırakırım ya da sadece kolay bölümleri çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
28. Ders çalışırken önemli bilgileri kendi sözcüklerimle ifade ederim.	1	2	3	4	5	6	7
29. Bir anlam ifade etmese bile daima öğretmenin söylediğini anlamaya çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
30. Sınava çalışırken olabildiğince fazla bilgi hatırlamaya çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
31. Çalışırken konuları hatırlamama yardımcı olması için notlarımı yeniden yazarım.	1	2	3	4	5	6	7
32. Yapmak zorunda olmadığım bile bölüm sonu sorularını ve alıştırmaları yaparım.	1	2	3	4	5	6	7
33. Çalışma konuları sıkıcı olduğunda bile bitirene kadar çalışmaya devam ederim.	1	2	3	4	5	6	7
34. Sınava çalışırken önemli bilgileri kendi kendime defalarca tekrar ederim.	1	2	3	4	5	6	7
35. Çalışmaya başlamadan önce konuyu öğrenmek için yapmam gerekenleri düşünürüm.	1	2	3	4	5	6	7
36. Yeni ödevleri yapmak için eski ödevlerden ve ders kitaplarından öğrendiklerimden faydalanırım.	1	2	3	4	5	6	7
37. Genellikle çalıştığım şeylerin ne hakkında olduğunu anlamadığımı fark ederim.	1	2	3	4	5	6	7

38. Öğretmen ders anlatırken başka şeyler düşündüğümün ve söyleneni dinlemediğim farkına varırım.	1	2	3	4	5	6	7
39. Bir konuya çalışırken, tüm bildiklerimi birbirine uygun şekle getirmeye çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
40. Çalışırken arada bir durup, okuduklarımı gözden geçiririm.	1	2	3	4	5	6	7
41. Bu ders için bir konuya çalışırken hatırlamama yardımcı olması için bilgileri kendi kendime tekrar ederim.	1	2	3	4	5	6	7
42. Çalışmama yardımcı olması için kitabımdaki ünitelerin ana hatlarını çıkarırım.	1	2	3	4	5	6	7
43. Dersi sevmediğimde bile iyi bir not almak için çok çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7
44. Çalışırken, okuduklarımla bildiklerim arasında bağlantı kurmaya çalışırım.	1	2	3	4	5	6	7

EK 3. MATEMATİK DERSİNE YÖNELİK TUTUM ÖLÇEĞİ

Adı Soyadı:

Sınıfı:

Aşağıdaki maddeleri dikkatlice okuyunuz. Her madde sizin matematikle ilgili görüşünüzü almaya yöneliktir. Lütfen bu maddelerdeki durumların sizin için ne kadar geçerli olduğunu belirtiniz.

		Asla	Nadiren	Bazen	Sık Sık	Her Zaman
1.	Matematik sevdiğim derslerden biridir.					
2.	Matematik dersine girerken büyük bir sıkıntı duyarım.					
3.	Matematik olmasa öğrencilik hayatı daha zevkli olur.					
4.	Arkadaşlarımla matematik konusunda tartışmaktan zevk alırım.					
5.	Matematiğe ayrılan ders saatlerinin fazla olmasını dilerim.					
6.	Matematik dersi çalışırken canım sıkılır.					
7.	Matematik dersi benim için bir angaryadır.					
8.	Matematikten hoşlanırım.					
9.	Matematik dersinde zaman geçmek bilmez.					
10.	Matematik dersi sınavından çekinirim.					
11.	Matematik benim için ilgi çekicidir.					
12.	Matematik bütün dersler içinde en korktuğum derstir.					
13.	Yıllarca matematik okusam bıkmam.					
14.	Diğer derslere göre matematiği daha çok severek çalışırım.					
15.	Matematik dersi beni huzursuz eder.					
16.	Matematik dersi beni ürkütür.					
17.	Matematik dersi eğlenceli bir derstir.					
18.	Matematik dersinde neşe duyarım.					
19.	Derslerin içinde en sevimsizi matematiktir.					
20.	Çalışma zamanımın çoğunu matematiğe ayırmak isterim.					

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Dilek SEZGİN MEMNUN

Doğum Yeri ve Yılı: Bursa / 17.01.1978

Öğrenim Gördüğü Kurumlar:	Başlama-Bitirme Yılı	Kurum Adı
Lise:	1991-1995	Bursa Nilüfer Anadolu Ticaret Meslek Lisesi
Lisans:	1995-1999	U.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü
Yüksek Lisans:	2001-2004	U.Ü. Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü
Doktora:	2006-2011	U.Ü. Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü

Medeni Durum: Evli ve bir çocuk annesi

Bildiği Yabancı Diller ve Düzeyi: İngilizce / Orta düzeyde

Çalıştığı Kurumlar:	Başlama ve Ayrılma Yılı	Çalışılan Kurumun Adı
1.	1999 2000	Özel Bursa Elit Dershanesi
2.	2000 2001	Özel Gemlik Körfez Fen Dershanesi
3.	2001 2001	Sinanbey İlköğretim Okulu
4.	2001 2002	Yusuf Köstem İlköğretim Okulu
5.	2002 devam	Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Yurt İçi ve Yurt Dışı Bilimsel Toplantılar:

- 1. Sekizinci Sınıfta Permütasyon ve Olasılık Konularının Aktif Öğrenme ile Öğretiminin Uygulama Düzeyi Öğrenci Başarısına Etkisi**, XVI. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Tokat (Murat ALTUN ile).
- 2. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Yetkinlik Düzeylerinin Belirlenmesi**, VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 27-29 Ağustos 2008, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Bolu (Recai AKKAYA ve Yeliz YAZGAN ile).
- 3. İlköğretim 6. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Biçim ve İçerik Açısından İncelenmesi**, VIII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, 27-29 Ağustos 2008, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Bolu (Poster sunu) (Recai AKKAYA ile).
- 4. Bilimsel Makalelerin Hakem Değerlendirme Sürecinin Analizi**, 17. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, 1-3 Eylül 2008, Sakarya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Sakarya (Aslıhan YILMAZ ve Murat ALTUN ile).
- 5. The Levels of Metacognitive Awareness of Preservice Elementary Teachers**, World Conference of Educational Sciences-2009, 4-8 February 2009, Near East University, Nicosia, Cyprus (Recai AKKAYA ile).

Yayımlanan Çalışmalar:

- 1. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Matematiksel Problemleri Çözme Becerileri ve Bu Konudaki Düşünceleri**, Elementary Education Online (İlköğretim Online), 6(1), 127-143, 2007 (Murat ALTUN ve Yeliz YAZGAN ile).
- 2. Permütasyon ve Olasılık Konularının Aktif Öğrenme ile Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi**, e-Journal of New World Sciences Academy, 2(4), 398-416, 2007 (Murat ALTUN ile).
- 3. Mathematics Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems**, Journal of Theory and Practice in Education (Eğitimde Kuram ve Uygulama Dergisi), 4(2), 213-238, 2008 (Murat ALTUN ile).
- 4. Sekizinci Sınıfta Permütasyon ve Olasılık Konularının Aktif Öğrenme ile Öğretiminin Uygulama Düzeyi Öğrenci Başarısına Etkisi**, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, XXI(2), 403-426, 2008.
- 5. Olasılık Kavramlarının Öğrenilmesinde Karşılaşılan Zorluklar, Bu Kavramların Öğrenilememe Nedenleri ve Çözüm Önerileri**, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(15), 88-101, 2008.
- 6. The Levels of Metacognitive Awareness of Primary Teacher Trainees**, Procedia-Social and Behavioral Sciences, 1(1), 1919-1923. (Recai AKKAYA ile)
- 7. İlköğretim Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik dersi Hakkındaki Düşünceleri**, Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 3(2), 100-117, 2010 (Recai AKKAYA ile).
- 8. İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Olasılıkla İlgili Temel Kavramları Anlama Düzeyleri**, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, XXIII(1), 11-29, 2010 (Murat ALTUN ve Aslıhan YILMAZ ile).