T.C.

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ONUNCU SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARINI GELİŞTİRMEYE YÖNELİK ÖĞRETİM ORTAMININ TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Zeynep Bahar ERŞEN

BURSA

2018

T.C.

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

ONUNCU SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARINI GELİŞTİRMEYE YÖNELİK ÖĞRETİM ORTAMININ TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

DOKTORA TEZİ

Zeynep Bahar ERŞEN

Danışman

Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

BURSA

2018

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim.

Zeynep Bahar ERŞEN

29/11/2017

YÖNERGEYE UYGUNLUK ONAYI

"Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Öğretim Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" adlı Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Zeynep Bahar ERŞEN	Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

İlköğretim Anabilim Dalı Başkanı

Prof. Dr. Handan Asude BAŞAL

T.C.

ULUDAĞ ÜNİVESİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlköğretim Anabilim Dalı 811230004 numaralı Zeynep Bahar Erşen'in hazırladığı "Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Öğretim Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi" konulu Doktora çalışması ile ilgili tez savunma sınavı 27/12/2017 günü saat 11:00 – 13:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin başarılı olduğuna oy birliği ile karar verilmiştir.

Tez Danışmanı	Sınav Komisyonu Başkanı
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ	Prof. Dr. Murat ALTUN
Uludağ Üniversitesi	Uludağ Üniversitesi

Üye	Üye
Doç. Dr. Dilek TANIŞLI	Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ
Anadolu Üniversitesi	Afyon Kocatepe Üniversitesi

Üye

Doç. Dr. Nuray PARLAK YILMAZ

Uludağ Üniversitesi

ÖNSÖZ

Tez konusunu belirlediğim dönemde, geometri kitabı almak için kitabevine gitmiştim. Satıcı bana hangi dersten kaynak aradığımı sordu. Geometri cevabını alınca: "*Hocam, yanlış anlamayın. Biz geometri kitabı neredeyse hiç satmıyoruz. Öğrenciler zaten yapamadıklarını söyleyip, başka derslerin kitaplarını alıyorlar*." demişti. Bu cevap, beni bir yandan üzerken; bir yandan da mutlu etti. Öğrencilerdeki geometrik düşünme alışkanlığının kazandırılması ve geliştirilmesi gerekliliğine bir kez daha tanık olmuş oldum. Bu bağlamda araştırmada, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğretim ortamı değerlendirilmiştir.

Tez çalışmamı yürüttüğüm süre boyunca yardımlarını esirgemeyen, tezim hakkındaki görüş ve önerileriyle beni yönlendiren ve her zaman hoşgörülü tavrıyla örnek aldığım değerli hocam, tez danışmanım Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimim sürecinde aldığım derslerle, tez konumu belirleme döneminde vermiş olduğu fikirlerle, rutin olmayan geometri problemlerinin çözümlerini benden sabırla bekleyen ve her bir çözümümü dikkatle inceleyip değerlendiren, kendisini "Matematiği Yaşayan ve Yaşatan Adam" olarak tanımladığım sayın hocam Prof. Dr. Murat ALTUN'a teşekkür eder; saygı ve şükranlarımı sunarım.

Doktora eğitimim boyunca ders aldığım değerli hocalarıma, tez izleme komitelerimdeki görüş ve önerileriyle Doç. Dr. Nuray PARLAK YILMAZ'a, gerek tez konum gerekse diğer akademik çalışmalarımda beni yönlendiren, yeni şeyler öğrenmemi sağlayan, kendisini akademik yönüyle örnek aldığım değerli hocam Doç. Dr. Fatih KARAKUŞ'a ve değerli eşi Gülçin KARAKUŞ'a, tez yazım sürecinde beni destekleyen manevi kardeşim Yrd. Doç. Dr. Nimet AKIN'a, benden yardımlarını esirgemeyen Dr. Selcen Süheyla ERGÜN ve Yrd. Doç. Dr. Ertuğrul ERGÜN, Nesrin ERDOĞAN ve Doç. Dr. Metin ERDOĞAN çiftine çok teşekkür ederim. Bununla birlikte, tez konumun kaynak temininde yardımlarından ötürü değerli arkadaşım Dr. Buket Özüm BÜLBÜL’e; çalışma sürecini destekleyen Afyon Süleyman Demirel Fen Lisesi müdürü sayın Ömer YALINKILIÇ’a, müdür baş yardımcısı sayın Ekrem BİLİM’e, müdür yardımcısı sayın Mesut AY’a ve tüm 10. sınıf öğrencilerine teşekkürü bir borç bilirim.

Doktora öğrenimim süresince 2211 kodlu Yurt İçi Doktora Burs Programı ile bana maddi anlamda destek olan TÜBİTAK’a teşekkür ederim.

Bu süreçte evlerinin kapılarını bana açan, öğrenimim sürecinde bana manevi olarak büyük destek olan sevgili teyzem Gülben ALTIPARMAK ve sevgili eniştem Köksal ALTIPARMAK’a, doktora bursumun kefili, aile dostumuz ve arkadaşımız Dr. Ahmet Celal DOĞAN’a ve her zor anımızda yanımızda olan babam Abdülkerim ERŞEN ve annem Sema ERŞEN’e gönülden teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde en büyük emek sahibi olan, haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim ve her zaman dualarında olduğumu bildiğim canım annem Gülen ÖZDOĞAN’a, canım babam Şinasi ÖZDOĞAN’a ve diğer aile yakınlarıma sonsuz teşekkür ederim.

Son olarak, yapabileceklerimin sınırlarını genişletmem konusunda beni yüreklendiren, her daim sevgisini veren ve yanımda duruşuyla kendisinden güç aldığım değerli eşim Ogün ERŞEN’e; hayatımdaki birçok şeyi yapmamda teşvik edici rolü üstlenen canım kızım Ayşe Gülce ERŞEN’e sonsuz teşekkür ederim. İyi ki hayatımdasınız…

Zeynep Bahar ERŞEN

29/11/2017

ÖZET

Yazar	: Zeynep Bahar ERŞEN
Üniversite	: Uludağ Üniversitesi
Anabilim Dalı	: İlköğretim Anabilim Dalı
Tezin Niteliği	: Doktora Tezi
Sayfa Sayısı	: xvi + 183
Mezuniyet Tarihi	:
Tez Adı	: Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Öğretim Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi
Tez Danışmanı	: Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

ONUNCU SINIF ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARINI GELİŞTİRMEYE YÖNELİK ÖĞRETİM ORTAMININ TASARLANMASI, UYGULANMASI VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Geometri, günlük hayatımızın pek çok alanında belki de fark etmeden kullandığımız matematiğin dallarından biridir. Bu nedenle bireyler, sadece geometri derslerinde değil; hayatının farklı alanlarındaki problem çözme süreçlerinde geometrik düşünme sürecinden geçmektedir. O halde, bireylere geometrik düşünme alışkanlığının kazandırılması gerekmektedir. Bu araştırmada, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğretim ortamının, geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkililiğini belirlemek amaçlanmıştır.

Nicel ve nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bu araştırma bir karma yöntem araştırması (mixed method research) olarak desenlenmiştir. Araştırmanın nitel boyutu temel yorumlayıcı nitel araştırmaya; nicel boyutu ise yarı deneysel desene uygundur. Araştırmanın

çalışma grubu, 31'i deney ve 31'i kontrol grubu olmak üzere 62 öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubu öğrencilerine geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğretim ortamı sunulurken, kontrol grubu öğrencileriyle çoktan seçmeli sorular çözülmüştür. Araştırma verileri, geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren ön test, son test ve kalıcılık testleri ve derinlemesine görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın nicel verileri istatistik programıyla analiz edilirken; derinlemesine görüşmeler betimsel olarak analiz edilmiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar, tasarlanan öğretim ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde ve alışkanlıkların kalıcılığında etkili olduğunu göstermektedir. Yani, geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde ve bu alışkanlıkların kalıcılaşmasında deney grubu lehine anlamlı fark olduğu belirlenmiştir. Sonuçlara dayalı olarak, geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik yapılabilecek çalışmalarla ilgili önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: düşünme alışkanlıkları, geometrik düşünme alışkanlıkları, öğretim ortamı.

ABSTRACT

Author : Zeynep Bahar ERŞEN

University : Uludag University

Main Department : Elementary Education Department

Kind of Thesis : PhD

Number of Page : xvi + 183

Graduate Date :

Name of the thesis : The Design, Implementation and Evaluation of the Teaching Environment for Improve the Geometric Habits of Mind of Tenth Grade Students

Thesis supervisor : Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

THE DESIGN, IMPLEMENTATION AND EVALUATION OF THE TEACHING ENVIRONMENT FOR IMPROVE THE GEOMETRIC HABITS OF MIND OF TENTH GRADE STUDENTS

Geometry is one of the branches of mathematics that we use in many areas of our daily life, perhaps without noticing. For this reason, individuals are geometric thinkers not only in geometry classes; but also in different areas of life. In that case, it is necessary for the individual to acquire geometric habits of mind. The purpose of this study was to reveal the effectiveness of a teaching environment designed for improving the geometric habits of mind of high school students.

This research using quantitative and qualitative research methods was designed as a mixed method research. The qualitative part of the research was suitable for basic interpretive qualitative research; quantitative part was suitable for quasi-experimental design. The working group of the study was consisted of 62 students, 31 of which were experimental and

31 of which were control groups. While the experimental group was provided with a teaching environment for improving the geometric habits of mind, multiple choice questions were solved with the control group students. The research data were gathered by in-depth interviews, the pre-test, post-test and permanence test problems developed by the researcher that include geometric habits of mind. While the quantitative data of the study is analyzed by the statistical program; interviews were analyzed descriptively.

In the result of the study, it was showed that the designed teaching environment is effective in improving the geometric habits of mind and the permanence of habits. That is, it was determined that there is a significant difference in improving of geometric habits of mind and the persistence of these habits in favor of the experimental group. According to the results, some suggestions were made about the works that can be done for geometric habits of mind.

Key Words: habits of mind, geometric habits of mind, teaching environment

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

GDAÖT: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Testi

GDAST: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Testi

GDAKT: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kalıcılık Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

ÖSYM: Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi

PMÖ: Problem Merkezli Öğrenme

1. Bölüm

Giriş

1.1. Problem Durumu

Matematik, geleceğin bilimsel, teknolojik ve hatta sanatsal yeniliklerine alt yapı oluşturmasıyla, şüphesiz ki en önemli disiplinlerden biridir. Bu nedenle matematikçilerin, bilişim teknoloji uzmanlarının ve bilim adamlarının olaylara bakış açıları ve sahip oldukları düşünme alışkanlıkları gelecekte hayatımızı her açıdan etkileyecek sistemlere yön verecektir. Bu nedenle, bu sistemlere uyum sağlama sürecinde, bireylerin okul sonrasındaki hayatlarına iyi bir biçimde yön verilmek isteniyorsa; bireyler, daha önce karşılaşmadığı bir dizi teknoloji hakkında karar verebilme, teknolojiyi hayatına uyarlayabilme, kontrol edebilme ve anlayıp kullanma becerisine sahip hale getirilmelidir. O halde bireylerin matematiksel düşünme yollarının geliştirilmesi gerekmektedir. Bu düşünme yolları da düşünme alışkanlıkların kazandırılmasıyla sağlanır (Costa & Kallick, 2000; Cuoco, Goldenberg & Mark, 1996, Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Mark, Cuoco, Goldenberg, & Sword, 2010).

Düşünme alışkanlığı, bireylerin bir problemi çözüm sürecinde onu nasıl çözeceğine karar vermesinde etkili olan düşünme yaklaşımlarıdır (Costa & Kallick, 2000). Matematiksel düşünme alışkanlığı ise bireylerin karşılaştığı rutin olmayan bir matematik probleminin çözümüne yönelik geliştirdikleri düşünme yaklaşımlarıdır (Goldenberg, 1996; Jacobbe & Millman, 2009). Matematiksel düşünme alışkanlığında bireyin karşılaştığı bir problem ve bu probleme yönelik geliştirdiği problem çözme stratejileri söz konusudur. Yani, problem çözme, matematiksel düşünme alışkanlığının temelini oluşturmaktadır. Nitekim günümüzde, hangi ülkenin olursa olsun, öğretim programlarının en temel hedefi; öğrencileri günlük ya da okul hayatlarında karşılaştıkları problemlerin üstesinden ustalıkla gelebilen; iyi birer problem çözücü olarak topluma kazandırmaktır. Çünkü problem çözme süreci bireylerin; örüntü bulma, özel durumları düşünme, varsayımda bulunma, genelleme, ispat etme, değişen/

değişmeyen özellikleri belirleme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, pes etmeme, risk alma, analitik düşünme gibi birçok düşünme alışkanlığını kullanmalarını gerektirir (Costa, & Kallick, 2000; Driscoll ve diğerleri, 2007; 2008).

Matematiksel düşünme alışkanlıklarının matematik müfredatına entegre edilmesinin gerekliliğini savunan pek çok çalışma söz konusudur (Cuoco ve diğerleri, 1996, Goldenberg, 1996; Hu, 2005; Jacobbe & Millman, 2009; Lim & Selden, 2009; Mark ve diğerleri, 2010; Marshall, 2004; Seeley, 2014). Bu çalışmalar sonucunda matematiksel düşünme alışkanlıklarına sahip olan bireylerin özellikleri ortaya konmuştur. Sahip olunması gereken özellikler farklı kelimelerle ifade edilse de; ana fikir, bireylerin sadece matematiksel tanımları, teoremleri, algoritmaları bilmeleri değil, sıra dışı bir matematik problemiyle karşılaştığında bir matematikçinin kullandığı düşünme alışkanlıklarına benzer düşünme alışkanlıklarını kullanabilmesidir. Bununla birlikte matematiksel düşünme alışkanlıklarının bilişsel ve duyuşsal boyutundan söz edilebilir. Bilişsel boyuttaki matematiksel düşünme alışkanlıklarının bir kısmı; ilişki arama, varsayımda bulunma, tahmin etme, örnekler oluşturma, alternatif çözüm üretme, görselleştirme, yansıtıcı düşünme, düşündüğünü düşünme (üstbiliş) şeklinde özetlenebilir (Cuoco ve diğerleri, 1996; Goldenberg, Shteingold & Feurzeig, 2003; Jacobbe & Millman, 2009; Levasseur & Cuoco, 2003; Marshall, 2004; Mazano, Pickering & McTighe, 1993). Duyuşsal boyuttaki matematiksel düşünme alışkanlıkları ise pes etmeme, kararlı olma, empati kurma, merak etme, esneklik, öğrenmeye açık olma, şüphe etme, öz-disiplin şeklinde ifade edilebilir (Costa & Kallick, 2000; Leikin, 2007). Matematiksel düşünme alışkanlıklarının bilişsel ve duyuşsal boyutunun yanı sıra; literatürde, cebirsel, geometrik, trigonometrik, istatistiksel ve olasılıksal düşünme alışkanlıkları gibi özele indirgendiği görülmektedir (Goldenberg, 1996; Leikin, 2007; Mark ve diğerleri, 2010). Bu araştırmada da geometrik düşünme alışkanlıkları incelenmiştir.

Geometrik düşünme alışkanlıkları kavramını literatüre kazandıran Goldenberg (1996), "Connected Geometry" projesinin sonucunda bu alışkanlıklara sahip bireylerin alışkanlıklarını şu şekilde sıralamıştır: görselleştirme, geometrik şekilleri yorumlama, formal ve informal tanım yapma, görsel ve sözlü olarak sunulan bilgiler arasında dönüşüm yapma, denemeler yoluyla bir sonuca varma, değişmezleri araştırma, tümdengelimi kullanabilme, genellemeye varma, algoritma hakkında muhakeme etme ve algoritma oluşturma, geometrik yapıları hareketli düşünebilmedir. Cuoco ve diğerlerinin (1996) çalışmalarında da bu alışkanlıklara ek olarak farklı geometrik sistemler üzerinde çalışma ilgisi ve orantısal muhakeme becerisine vurgu yapılmıştır. Bu çalışmaların ardından, geometrik düşünme alışkanlıklarının en kapsamlı biçimde (her iki çalışmadaki sınıflamaları içeren) ele alındığı çalışma Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ortaya konmuştur. Araştırmacılar proje çalışmalarında, 5.-10. sınıf öğrencilerine sordukları geometri problemlerinin çözümlerini analiz etmiş; çözümlere yönelik öğrencilerle görüşmüştür. Ardından da, bireylerin sahip olması gereken geometrik düşünme alışkanlıklarını; ilişkilendirme alışkanlığı, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı, keşfetme ve yansıtma alışkanlığı olarak dört kategori altında toplamışlardır. Bu nedenle, bu çalışmanın teorik yapısı, Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından yapılan sınıflandırma üzerine kurulmuştur.

Literatürde Driscoll ve diğerleri (2007) ilköğretim ve lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya koymaya yönelik çalışma yaparken; ülkemizde de programın uygulayıcısı olan öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkların belirlenmesine ve geliştirilmesine yönelik çalışmalar yürütülmüştür (Bülbül, 2016; Özen, 2015; Yavuzsoy-Köse & Tanışlı, 2014). Bununla birlikte; ülkemizin geleceğine yön verecek olan gençlerin, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının belirlenmesi ve bu alışkanlıkların geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamlarının etkisinin incelenmesi, alan yazında önemli bir eksiklik olarak görülmektedir. Bu bağlamda, araştırmanın ana problemi; "Tasarlanan öğrenme ortamının, onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerinde etkisi nedir?" şeklinde belirlenmiştir. Bu temel probleme yanıt aramak için aşağıdaki alt problemler araştırılacaktır:

1. Deney grubu ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
   a. Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
   b. Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
2. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
   a. Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
   b. Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
3. Öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamından yansımalar nasıldır?

Birinci ve ikinci alt probleme yönelik oluşturulan hipotezler aşağıda belirtilmiştir:

1. H_0: Deney grubu ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ortalama puanlarına göre düzeltilmiş son test puanları arasındaki anlamlı farklılık yoktur.

H_1: Deney grubu ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ortalama puanlarına göre düzeltilmiş son test puanları arasındaki anlamlı farklılık vardır.

a. H_0: Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık yoktur.

H_1: Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık vardır.

b. H_0: Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık yoktur.

H_1: Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi ve son testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık vardır.

2. H_0: Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık var yoktur.

H_1: Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık vardır.

a. H_0: Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık yoktur.

H_1: Deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık vardır.

b. H_0: Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık yoktur.

H_1: Kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları son testi ve kalıcılık testi puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık vardır.

1.2 Araştırmanın Amacı

Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı’nda, öğrencilerin; problem çözme becerilerini geliştirmeleri, matematiksel düşünme becerisi kazanmaları, matematiğe özgü dili ve terminolojiyi doğru ve etkili bir şekilde kullanabilmeleri, matematiğe ve matematik öğrenimine değer vermelerinin sağlanması amaçlanmaktadır. Bununla birlikte, matematiksel bilginin öğrenciler tarafından yapılandırılması sürecinde keşfetme, merak ve sorgulama, deney ve gözlem yapma, verileri sınıflandırma, kavrama ulaşma, yeni bilgileri mevcut bilgilerle ilişkilendirme, matematiksel dilde ifade edebilme, uygulama yapma, farklı yollarda problemler çözme (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011) süreçlerinin, öğrencilerde derin matematiksel anlamalar oluşturmalarına yardımcı olacağı ifade edilmektedir.

Öğrencilere kazandırılması hedeflenen yukarıdaki süreçlerin hepsi; genelde matematik, özelde ise bireylerdeki geometrik düşünme alışkanlıklarına işaret etmektedir. Bu bağlamda araştırma, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğretim ortamının, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkililiğini tespit etmeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmayla birlikte, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının belirlenmesinin, geometrideki başarısızlığının nedenlerini ortaya koymaya yardımcı olacağı; bu alışkanlıkların geliştirilmesine yönelik oluşturulan öğrenme ortamının da, öğrencilerindeki geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek isteyen diğer öğretmen ve akademisyenlere yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

1.3 Araştırmanın Önemi

Matematik biliminin gelişim süreci düşünüldüğünde matematiğin temelini oluşturan alanlarından biri olan geometrinin, eğitimdeki önemi oldukça büyüktür (Altun, 2010). Geometri, geniş günlük hayat uygulamaları, içerdiği birçok kavramı ve problem çözme çalışmalarıyla diğer bilim dallarının gelişimine de katkıda bulunan matematiğin zengin bir dalıdır (Musser & Burger, 1997). Bu bağlamda geometrik düşünme sürecinin ve geometrik düşünme alışkanlıklarının, matematiksel düşünme sürecine katkısı büyüktür. Bu nedenle günümüz matematik öğretim programının içeriğinde gizli bir şekilde geometrik düşünme alışkanlıklarına yer verildiği görülmektedir.

Ulusal ve uluslararası düzeyde yapılan sınırlı sayıdaki çalışmalar; bireylerin geometrik düşünme alışkanlıklarını yeterli düzeyde kullanamadıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, geometrik düşünme alışkanlıkları üzerine yapılan bu çalışmalar; ders ortamında bu alışkanlıkların öğretilebileceği ve geliştirilebileceğini ortaya koymuştur (Bülbül, 2016; Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Driscoll ve diğerleri 2008; Goldenberg, 1996; Özen, 2015). Örneğin; Köse ve Tanışlı (2014) tarafından yapılan çalışmada, üçüncü sınıfta öğrenim gören sınıf öğretmeni adaylarının farklı düşünme alışkanlıklarına sahip olmadıkları tespit edilmiştir. Bununla beraber, sahip oldukları geometrik düşünme alışkanlıklarının istenilen düzeyde olmadığı belirlenmiştir. Bülbül (2016)'ün doktora çalışmasında ise İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim gören 32 öğretmen adayının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğretim uygulamalarının ardından; öğrencilerin uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarına göre genel olarak geliştiği ortaya konmuştur.

İlgili literatür incelendiğinde öğrencilere geometrik düşünme alışkanlıklarının kazandırılabileceği ve sahip olunan bu alışkanlıkların geliştirilebileceği belirtilmesine karşın, ortaöğretim düzeyindeki öğrencilere bu alışkanlıkların kazandırılmasına yönelik çalışmalara az sayıda rastlandığı görülmektedir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Ülkemizde konu alanına yönelik yapılan çalışmalar, öğretmen adayları ve öğretmenler üzerine odaklanmaktadır. Ayrıca merkezi sınav sonuçlarına göre geometri dersine ait soru netlerinin oldukça düşük olduğu görülmektedir. Nitekim, LYS Geometri test ortalaması 2014 yılında 30 soru üzerinden 5,47 iken; 2015 yılında 3,78 ve 2016 yılında 4,22'dir (Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi [ÖSYM],2014;2015;2016). Bu bağlamda, araştırmanın odağı lise düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarına çekilmiştir. Araştırmada, lise öğrencinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik öğretim ortamı tasarlanmasıyla, literatürdeki önemli bir eksikliğin kapatılacağı düşünülmektedir.

1.4 Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada;

1. Uygulama sürecinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin kontrol altına alınamayan dışsal etkenlerden eşit düzeyde etkilendiği,

2. Araştırmacının, uygulamada öğrencilerin doğal davranış sürecini etkilemediği,

3. Hazırlanan testler ve etkinliklerle ilgili görüş alınan uzmanların ve öğretmenlerin tarafsız oldukları,

4. Ön test, son test ve kalıcılık testinin uygun bir ortamda öğrencilere uygulandığı,

5. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin gerçek fikirlerini açıkça belirttikleri,

6. Öğrencilerin ön test, son test, kalıcılık testi ve uygulama etkinliklerinde yer alan geometri problemlerini ciddiyet ve samimiyetle cevapladıkları varsayılmıştır.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

1. Afyon il merkezindeki Fen Lisesi,

2. 9. ve 10. Sınıf; üçgenler, dörtgenler ve çemberde uzunluk konuları,

3. Biri deney, biri kontrol grubu olmak üzere ikişer 10. sınıf şubesi,

4. Lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik 12 uygulama ders saati süre ile sınırlıdır.

1.6 Tanımlar

Düşünme Alışkanlığı: Bireylerin bir problemi çözüm sürecinde onu nasıl çözeceğine karar vermesinde etkili olan düşünme yaklaşımlarıdır (Costa & Kallick, 2000).

Matematiksel Düşünme Alışkanlığı: Bireylerin karşılaştığı sıra dışı bir matematik problemin çözümüne yönelik matematikçilerin çalışmalarında kullandıkları yolları izleme yaklaşımlarıdır (Mark ve diğerleri, 2010).

Geometrik Düşünme Alışkanlığı: Bireylerin bir geometri problemi ile karşılaştığında, problemin doğru cevabına yönelik geliştirdikleri verimli düşünme yollarıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007).

2. Bölüm

Kavramsal Çerçeve

Bu bölümde, araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan “düşünme alışkanlığı (habits of mind)”, “matematiksel düşünme alışkanlığı (mathematical habits of mind)” ve “geometrik düşünme alışkanlığı (geometric habits of mind)”, ve “problem merkezli öğrenme” kavramları açıklanmıştır. Her bir kavrama yönelik açıklamalar ve bu kavramlara yönelik yapılan ilgili araştırmalara aşağıda yer verilmiştir.

2.1 Düşünme Alışkanlıkları

Düşünme alışkanlıkları, bireyin cevaplandırmada belirsizlik ya da ikileme düştüğü bir soru karşısında zihinsel süreç becerilerini kullanmasıyla ortaya çıkar (Costa, 1991). Bu bağlamda, düşünme alışkanlığı bir problem durumunda bireylerin akıllıca ve dikkatli bir şekilde probleme yönelik yaklaşımlarını ifade eder (Costa & Kallick, 2000). Cuoco ve diğerleri (1996) de düşünme alışkanlıklarının, bireyin bir problem durumunun üstesinden başarıyla gelebilmesi için; sahip olduğu dağarcık içerisindeki kavram ve ilkelerle ilişkili olduğunu belirtmektedir.

Literatür incelendiğinde, araştırmacılar tarafından düşünme alışkanlığına sahip olan bireylerin özellikleri farklı biçimlerde tanımlanmıştır (Costa & Kallick, 2008; Cuoco ve diğerleri, 1996; Leikin, 2007; Mazano, Pickering & McTighe, 1993). Örneğin Leikin (2007) düşünme alışkanlıklarına sahip olan bireylerin psikolojik özelliklerini bireysel kararlılık, etkili stratejiyi seçme yatkınlığı ve seçtiği stratejiyi uygulayabilme becerisi; zihinsel özelliklerini ise kararlılık, yaratıcılık ve üstün beceri olarak sıralamıştır. Bununla birlikte Cuoco ve diğerleri (1996) düşünme alışkanlıklarına sahip bireylerin özelliklerini daha çok bilişsel boyutta incelemiş; bu bireylerin özelliklerini şu şekilde sıralamıştır:

Olaylar/durumlar/ özellikler arasında örüntü yakalayabilme,

Araştırma yapma eğiliminde olma,

Elde ettiği verileri kullanarak tanım yapabilme,

Özellikleri/olayları/yapıları birbirinden bağımsız ve bir arada düşünebilme,

Varsayımda bulunabilme,

Varsayımlarından yola çıkarak tahmin edebilme,

Görselleştirme,

Yeni bir şey ortaya koyabilme.

Mazano ve diğerleri (1993), "Assessing Student Outcomes: Performance Assessment Using the Dimensions of Learning Model" başlıklı çalışmasında öğrenme boyutlarının öğrenme sürecinde gerekli olan beş düşünme çeşidine dayalı bir öğretim modeli olduğunu; bu beş düşünme çeşidinden birinin de verimli düşünme alışkanlıkları olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacılar bireylerin sahip olması gereken düşünme alışkanlıkları standartlarını aşağıdaki maddeler halinde özetlemişlerdir:

- Düşüncelerinin farkında olma,
- Amaçlarını, alt amaçlarını belirleme ve zamanı doğru kullanacak şekilde etkili planlar yapma
- Gerekli kaynakların kullanımının farkında olma,
- Geri dönüte duyarlı olma,
- Yaptıklarının etkililiğini değerlendirme,
- Yanlış yapmamaya özen gösterme ve doğruyu araştırma,
- Açık olma ve açıklığı araştırma,
- Açık fikirli olma,
- Dürtülerini kontrol etme,
- Emin olduğu bir durum hakkında görüş bildirme,
- Diğerlerinin görüşlerine ve hislerine duyarlı olma,
- Çözüm ya da sonuçların açık olmadığı durumlarda, çalışmaya daha çok odaklanma

- Kendi bilgi ve yeteneğinin sınırlarını keşfetme,
- Kendi değerlendirme standartlarını oluşturma, bu standartlara güvenme ve sürdürme,
- Bir durumu standart düzenin sınırları dışına çıkarmanın yeni yollarını bulma şeklindedir.

Bu maddeler göz önüne alınarak Mazano ve diğerlerinin (1993) bireylerdeki düşünme alışkanlıklarını bilişsel ve duyuşsal boyutta ele aldıklarını göstermektedir. Bununla birlikte Costa ve Kallick (2008) de bireylerin problem çözme süreçlerinde sadece bilişsel süreçlerine odaklanmamış; bu süreçte onların nasıl davranışlar sergilediklerine de odaklanmıştır. Araştırmacılar, “Learning and Leading with Habits of Mind:16 Essential Characteristics for Success” isimli kitaplarında düşünme alışkanlığına sahip bireylerin 16 özelliğini şu şekilde listelemişlerdir:

1. Bir işi tamamlayıncaya kadar pes etmeme,
2. Dürtülerini yönetme (bir işe başlamadan önce plan yapma, tedbirli davranma)
3. Anlayarak dinleme ve empati kurma,
4. Esnek düşünme,
5. Düşündüğünü düşünme (Üst biliş)
6. Doğruya ulaşmak için gayret etme,
7. Soru sorma ve problem oluşturma,
8. Önceki bilgileri yeni durumlara uyarlama,
9. Açık ve net şekilde düşünme ve iletişim kurma,
10. Çok yönlü veri toplama,
11. Yaratıcı olma, hayal etme ve yeniliği getirme,
12. Merak ve heyecanla yanıt verme,
13. Olası riskleri göz önüne alma,

14. Problemden zevk alma,

15. İlişkili düşünme,

16. Sürekli öğrenmeye açık olma.

Burada verilen düşünme alışkanlıkları, bireyin hayatının herhangi bir alanında karşılaştığı bir problemin üstesinden başarılı bir şekilde gelebilmek için sahip olması gerektiği tespit edilen alışkanlıklardır. Bununla birlikte, genel düşünme alışkanlıklarının yanı sıra, belli bir alana/disipline özgü düşünme alışkanlıkları da mevcuttur (Cuoco ve diğerleri 1996; Goldenberg, 1996; Lim & Selden, 2009). Bunlardan biri de, hiç şüphesiz ki, bireylerin günlük ya da okul hayatında karşılaşacağı problemlerin çözüm sürecinde sahip olması gereken matematiksel düşünme alışkanlıklarıdır.

2.2 Matematiksel Düşünme Alışkanlıkları

Matematiksel düşünme alışkanlıkları, matematiksel problemlere çözüm üretmenin, matematikçilerin kullandığı yollara benzer matematiksel kavramlara yönelik düşünme yolları geliştirmenin özelleştirilmiş bir yolu olarak tanımlanmıştır (Cuoco ve diğerleri 1996; Matsuura, Sword, Piecham, Stevens, & Cuoco, 2013). Bu kavramı ortaya koyan Cuoco ve diğerleri (1996) müfredat çalışmalarında şu ifadelere yer vermiştir:

…Burada amaç, matematikçilerin problemler için ürettikleri çözüm yollarından bazılarını öğrencilerin öğrenmesine ve benimsemesine yardımcı olmaktır. Düşünme alışkanlıkları çerçevesinde düzenlenen müfredat; matematik yapan ve matematik kullananlar ile onların ne söylediğiyle ilgilenenler arasındaki boşluğu kapatmayı hedeflemektedir. Bu müfredat yanlış başlangıçları, hesaplamaları, denemeleri ve özel durumları destekleyen bir müfredattır (Cuoco ve diğerleri, 1996, s. 376).

Goldenberg (1996) de matematiksel düşünme alışkanlıklarının müfredatta yer almasının önemini şu sözleriyle ifade etmiştir:

…Matematiksel düşünme alışkanlıklarının temele alındığı müfredatta hangi konuların öğretileceğinin önemi yoktur. Önemli olan şey; bireylerin daha önce görmedikleri bir problemle karşılaştıklarında; bireylere bu problemleri çözecek matematiksel beceriler kazandırmaktır. Böyle bir müfredat, öğrencilerin yeni bir bilgi üretme, bulma, tahminde bulunma ve deneme yapma gibi süreçlerin içinde olmasını sağlar (Goldenberg, 1996, s.33).

Bu ifadelerden de anlaşıldığı gibi, matematiksel düşünme alışkanlıklarının bireylere kazandırılması sürecinde; matematiksel tanımlara, kavramlara, teoremlere yer verilmesi yeterli olmayacaktır. Matematiksel düşünme alışkanlıklarının kazandırılması için bireyler, matematikçiler gibi düşünmeye, matematikçilerin çalışmalarında kullandığı çözüm yollarını muhakeme edip; kendi çözüm yollarını ortaya koymaya teşvik edilmelidir. Nitekim, Gordon (2011) öğrencilerin matematiği en iyi şekilde öğrenebilmesi için öğrenme ortamlarının matematiksel düşünme alışkanlıkları ile desteklenmiş olması gerektiğini ifade etmiş; bu süreçte hem doğru sonuca ulaşacağını hem de kavramsal boyutta öğrenmenin gerçekleşeceğini belirtmiştir.

Literatür incelendiğinde, matematiksel düşünme alışkanlıklarının neler olduğunu ortaya koyan tek bir listeden söz edilemez. Matematiksel zihin alışkanlıklarına dair belirlenen özellikler, matematiğin doğasından kaynaklanan belli başlıklara işaret etmektedir. Örneğin, Seeley (2014) makalesinde genel düşünme alışkanlıklardan elde edilecek matematiksel düşünme alışkanlıklarını sabır, kararlılık, dinleme ve iletişim becerileri, yansıma ve analiz etme gibi üst bilişsel beceriler olarak sıralamıştır. Bununla birlikte sadece matematikle ilgili düşünme alışkanlıklarını ise; sunulan matematiksel fikirleri farklı yollarla düşünme, bir problemin özel bir noktasına odaklanma ya da özel bir noktasından genelleme yapma, matematiksel ilişkileri düşünme, tahmin etme ve genelleme, matematiksel çözümleri doğrulama ve açıklama, matematiksel kavramları kendi ve diğer disiplinler içindeki kavramlarla bağlantı kurma becerisi olarak ifade etmiştir.

Charbonneau ve diğerleri (2009) askeri lise öğrencileri üzerinde yapmış oldukları önceki yıllardaki ders uygulamalarından yola çıkarak matematiksel düşünme alışkanlıklarının temel özelliklerini yaratıcılık, iş etiği, ilişkili düşünme, kritik düşünme, hayat boyu öğrenme ve meraklılık olarak belirtmiştir. Jacobbe ve Millman (2010) ise çalışmalarında matematiksel düşünme alışkanlarını şu şekilde belirtmişlerdir:

Öğretmenler, öğrencilerinin daha yaratıcı olmalarına yardımcı olmak için; matematiksel kavramları araştırmalarını, sonuçları formüle etmelerini, örnekler oluşturmalarını, problem çözme yaklaşımlarını tanımlamalarını, genelleme yapabilmelerini ve bir yanlış yaptıklarında kendi hatalarını görmelerini sağlamalıdır. Bu nitelikler matematiksel zihin alışkanlıkları şeklinde adlandırılabilir. …Üstelik, NCTM süreç standartları problem çözme, iletişim, muhakeme etme ve ispat, ilişki kurma ve temsil etmeyi içerir. Bu süreçler de matematiksel zihinsel alışkanlıkları olarak tanımlanabilir (Jacobbe & Millman, 2010, s.298)

Cuoco ve diğerleri (1996), matematiksel düşünme alışkanlıklarına sahip matematikçilerin özelliklerini şu şekilde listelemişlerdir:

1. Verilen bir durumu sağlamayan örnek bulabilme,
2. Basit bir problem ya da durumdan genellemeye varabilme,
3. Fonksiyonları kullanma,
4. Çok boyutlu düşünebilme,
5. Deneme-yanılmayı ve tümdengelimi bir arada kullanma
6. Matematiksel dili doğru kullanma
7. Sistemli çalışma.

Yapılan bazı çalışmalarda ise matematiksel düşünme alışkanlıklarına sahip bireylerin özellikleri okul seviyesine göre farklı kategorize edilmiştir. Örneğin Goldenberg, Shteingold ve Feurzeig (2003) ilköğretim öğrencilerinin sahip olması gereken matematiksel düşünme alışkanlıklarını şu şekilde sıralamıştır:

1. Bir kavram hakkında düşünme,
2. İddiaları doğrulama ve tahminleri ispatlama,
3. Kabul ve mantıksal gereklilik arasında ayrım yapma,
4. Soruları, cevapları ve kullanılan yöntemleri analiz etme,
5. Problem çözerken araştırma yapma ve sezgilerini kullanma.

Levasseur ve Cuoco (2003) ise ortaokul öğrencilerinin sahip olması beklenilen matematiksel düşünme alışkanlıklarını aşağıdaki şekilde listelemişlerdir:

1. Tahmin etme,
2. Çözümü doğru olsa sonucu sorgulama,
3. İlişki arama,
4. Hafızada tutma,
5. Özel durumları düşünme,
6. Alternatif gösterimler ortaya koyma,
7. Dikkatli bir biçimde sınıflandırma,
8. Cebirsel düşünme.

Araştırmacılar tarafından belirlenen matematiksel düşünme alışkanlıklarına sahip bireylerin özellikleri; matematiksel kavramları bilme ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri ortaya koyabilme, bir problemin çözümü için hipotezler ortaya koyma ve varsayımlarını doğrulama, farklı çözüm stratejileri geliştirme, matematiksel dili doğru bir biçimde kullanma ve elde edilen çözümlerden genelleme yapabilme şeklinde özetlenebilir. Bu düşünme alışkanlıkları da matematiğin geometri, cebir gibi alanlarında ön plana çıkmakta; bu alt disiplinlere yönelik alışkanlıklar, geometrik ya da cebirsel düşünme alışkanlıkları olarak tanımlanmaktadır (Driscoll, 1999; Goldenberg, 1996; Mark ve diğerleri, 2010). Bu çalışmada, araştırmanın oturtulduğu teorik çatı gereği, geometrik düşünme alışkanlıkları ayrıntılı bir biçimde açıklanacaktır.

2.2.1 Matematiksel düşünme alışkanlıkları ile ilgili yapılan çalışmalar. Literatürde matematiksel düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik yapılan çalışmalardan biri Guenther (1997)'in beşinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmadır. Araştırmada beşinci sınıf öğrencilerinin kritik düşünme, yaratıcı düşünme ve üst bilişsel düşünme alışkanlıklarındaki değişimi ortaya koymak amaçlanmıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı çalışma, altı hafta boyunca 22 beşinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırmada veri toplama araçları, alan notlarından, öğretmen günlük yorumlarından, 3000'in üzerinde yazılı ve sözlü öğrenci cevaplarından oluşmaktadır. Araştırma sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının pratik ve etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler, kendi hayatlarından yola çıkarak düşünme alışkanlıklarını örnek verebilmiş ve düşünme alışkanlıklarını belirleyebilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler düşünme alışkanlıklarının niçin ve nasıl yararlı olduklarını belirtip; düşünme alışkanlıklarını yeni durumlara transfer edebilmiştir. Yine, altı haftalık süreç sonunda uygulanan öz-değerlendirme rubriğine göre, öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının kullanımında % 67 artış tespit edilmiştir. Araştırmada, öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının değerlendirilebilmesi için özellikle zihinsel düşünmeyi ortaya çıkartacak etkinliklere yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Marshall (2004)'ın aksiyon araştırması yöntemini kullandığı projesindeki amaç; cebir dersi alan lise öğrencilerinin Costa ve Kallick (2000)'in belirlediği düşünme alışkanlıklarındaki gelişimini ortaya koymaktır. Bir dönem boyu süren çalışmanın katılımcıları 16 lise öğrencisidir. Araştırmada veri toplama araçları; öğrencilerin düşünme alışkanlıklarındaki değişimi ve gelişimi ortaya koyacak ön test ve son testlerden, öğrenci günlük notlarından ve odak grup görüşmelerinden oluşmaktadır. Verilerin analizi içinse betimsel istatistik ve ön test son testleri kıyaslamak için t-testi kullanılmıştır. Nicel veri analizine göre, istatistiksel olarak anlamlı fark çıkmasa da; nitel verilerden, öğrencilerin düşünme alışkanlıklarında gelişim olduğu belirlenmiştir.

Hu (2005), Tayvanlı öğrencilerin matematik dersindeki başarıları için düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik bir araştırma yürütmüştür. Çalışma 62'si deney, 62'si kontrol gurubu olmak üzere iki ilköğretim okulunda yapılmış olup; deney ve kontrol grubundaki öğrenciler rasgele seçilmiştir. Veri toplama aracı olarak ön test-son test, çalışma yaprakları ve video kayıtları kullanılmıştır. Ön testte deney ve kontrol grubu arasında herhangi bir fark yok iken; son testte ilişkilendirme, görselleştirme ve tanımlamada deney grubu lehine farklılık ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, "deneyimleme" matematiksel düşünme alışkanlığı için anlamlı bir fark ortaya çıkmamıştır. Araştırmada, ilişkilendirme ve görselleştirmenin daha kolay kazanılabilen düşünme alışkanlıkları olduğu ortaya çıkarken; tanımlama ve deneyimlemenin zor kazanılan düşünme alışkanlıkları olduğu ifade edilmiştir.

Korkmaz, Dündar ve Yaman (2016)'ın çalışmasında ise amaç; görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinde görülen matematiksel düşünme alışkanlıklarının neler olduğunu ortaya koymaktır. Tarama yönteminin kullanıldığı çalışmanın katılımcıları 52 matematik öğretmenidir. Veri toplama aracı olarak, araştırmacılar tarafından geliştirilen , "Bir Matematikçi Olarak Kendi Alışkanlıklarımızı Bilme" formu (MOKAB) kullanılmıştır. Verilerin analizi için, frekans, yüzde, ortalama ve standart sapma değerleri ile Mann Whitney-U ve Kruskal Wallis-H testleri kullanılmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin matematiksel düşünme alışkanlıklarıyla ilgili farklı düşüncelere sahip olduklarını; ve büyük çoğunluğun, düşünme alışkanlıklarının hem sınıf içi hem de sınıf dışında etkili olduğunu düşündüklerini göstermiştir. Cinsiyet değişkenine göre, öğretmenlerin düşünme alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin ve uygulamadaki alışkanlıklarının farklılığının istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir. Meslekî kıdem değişkenine göre ise, öğretmenlerin düşünme alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin genelleme alışkanlığı haricinde farklılık göstermediği tespit edilmiştir. Bununla birlikte, düşünme alışkanlıklarının meslekî kıdeme göre farklılığının istatistiksel olarak anlamlı olmadığı bulunurken; meslekî kıdem arttıkça, genelleme yapma tercihlerinin arttığı görülmüştür.

2.3 Geometrik Düşünme Alışkanlıkları

Geometrik düşünme alışkanlığı; bireyin bir geometri problemiyle karşılaştığında, problemi çözmeye yönelik sahip olduğu repertuar şeklinde tanımlanabilir. Geometrik düşünme alışkanlığı kavramı literatüre Goldenberg (1996)'in *"Habits of Mind: As an Organizer for the Curriculum"* isimli çalışmasıyla girmiştir. Bu çalışmada geometrik düşünme alışkanlığına sahip olan bireylerin özellikleri sıralansa da; geometrik düşünme alışkanlıklarının en kapsamlı biçimde ele alındığı araştırma; Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından bir proje sonucunda ortaya konmuş *"Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10"* başlıklı çalışmadır. Araştırmacılara göre geometrik düşünme alışkanlığına sahip olan bireylerin dört temel alışkanlığı vardır. Bu alışkanlıklar; ilişkilendirme alışkanlığı, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı ve keşfetme ve yansıtma alışkanlığıdır. Bu alışkanlıkların ne olduğu ve bu alışkanlıklara sahip bireylerin genel özellikleri aşağıda açıklanmıştır.

2.3.1 İlişkilendirme alışkanlığı. İlişkilendirme alışkanlığı; bir, iki ya da üç boyutlu geometrik şekil ve cisimlerin aralarındaki ilişkileri (eşlik, benzerlik ya da paralellik gibi) aramayı ve bu ilişkilerin problem çözme süreçlerine nasıl yardımcı olabileceğini muhakeme edebilmeyi içerir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu alışkanlığa sahip olan bireyler; iki ya da daha çok geometrik şekiller arasındaki ortak/benzer olan ya da olmayan özellikleri belirleyebilirler. Bu şekiller arasındaki benzerlik ya da farklılıkları gerekçeleriyle ortaya koyabilirler. Verilen bir geometrik şeklin içerisindeki alt şekilleri tespit edebilir; ya da geometrik bir şeklin içerisinde alt geometrik şekiller oluşturabilirler. Geometrik şekilleri ilişkilendirebilmek için simetriyi kullanabilirler. Yine, bu bireyler, iki ya da daha fazla geometrik şekli *orantısal muhakeme* ile ilişkilendirebilirler (Driscoll ve diğerleri, 2008). Orantısal muhakeme ise bireylerin aynı ya da farklı ölçme uzaylarına ait çoklukları çarpımsal olarak karşılaştırabilmesi ve bunu matematiksel olarak ifade edebilmesidir (Clark & Lesh, 2003). Bununla birlikte, ilişkilendirme alışkanlığına sahip olan bireyler, geometrik bir problemi çözme sürecinde kendilerine şu soruları sorarlar:

- Verilen geometrik şekiller birbirine nasıl benzemektedir?
- Geometrik şekiller arasındaki benzerlik kaç farklı yolla ortaya konabilir?
- Geometrik şekillerin farklı yönleri nelerdir?
- Başka hangi şekiller verilen tanıma uyar?
- Verilen şekil üzerinde ne yaparsam diğer şekle benzer?
- Şekiller arasındaki ilişkiyi başka bir boyutta düşünürsek ne olur?

2.3.2 Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı. Okul matematiğinin merkezinde olan genelleme, matematik öğretiminin temel amaçlarından biridir (NCTM, 2000; Polya, 1954). Genelleme, verilen problemin özel bir duruma yönelik durumunun doğrulanmasının ardından; bu durumdan yararlanarak genel bir kural oluşturmadır (Cuoco ve diğerleri, 1996; Goldenberg, 1996). Genelleme süreci de; "çoğu", "her" ya da "belli" durumları tahmin etme, tahminleri kontrol etme, tahmine yönelik bir sonuca varma ve bu sonuç üzerinde tartışabilme bileşenlerinden oluşur (Driscoll ve diğerleri, 2008). Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı ise, geometrik kavramla ilgili ortaya çıkacak "genel" ve "tüm" durumları tanımlamaya ve anlamaya yöneliktir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu alışkanlığa sahip bireyler; konuyla ilgili özel durumları göz önünde bulundurabilir, özel durumların ardından farklı örnekler için denemeler yapabilir ve ardından yeni durumlar için genellemeler yapabilirler. Çözüm kümesinin tamamını görebilir ve neden daha başka çözümün olmadığını açıklayabilirler. Bir geometrik şekil sınıfı için evrensel bir kural ortaya koyabilirler. Daha geniş bağlamda, problem ya da kurallara yönelik çıkarımlarda bulunabilirler (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bununla birlikte, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığına sahip olan bireyler, geometrik bir problemi çözme sürecinde kendilerine şu soruları sorarlar:

- Bu durum her zaman gerçekleşir mi?
- Bu durum niçin her durumda gerçekleşiyor?
- Bu tanıma uyan tüm örnekleri bulabilir miyim?
- Bu durumun geçerli olmadığı durumları bulabilir miyim; eğer bulursam genellememi yeniden düzenleyebilir miyim?
- Bu durum diğer boyutlarda da geçerli olur mu?

2.3.3 Değişmezleri araştırma alışkanlığı. Geometrik düşünme alışkanlığına sahip bireylerin özelliklerinden biri de değişmezleri araştırmaya yatkın olmalarıdır (Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Goldenberg, 1996). Değişmeyen ya da sabit niceliklerin belirlenmesi matematiksel araştırmanın en önemli kısımlarından biridir (Leikin, 2007). Geometride değişmezlik; geometrik yapının bazı kısımlarında değişim meydana gelse de aynı kalan durumları/özellikleri ifade eder. Bu geometrik alışkanlık, geometrik bir şeklin bir dönüşüm (yansıma, öteleme, döndürme, parçalara ayırma, şekli büyütme ya da kontrollü biçim değiştirme gibi) sonucunda hangi özelliklerinin aynı kalıp hangi özelliklerinin değiştiğini analiz etmeyi ortaya koyar (Driscoll ve diğerleri, 2007). Bu alışkanlığa sahip olan bireyler statik bir durum hakkında dinamik düşünebilirler. Bir dönüşüm uygulandığında hangi özelliklerin değiştiğini ve hangilerinin aynı kaldığını merak ederler. Bu özellikleri fark edip; bunların niçin değiştiğini/değişmediğini açıklayabilirler. Bir noktayı ya da şekli hareket ettirmenin ortaya çıkaracağı etkiye yönelik tahminde bulunurlar. Dönüşüm altındaki sınırlı ve uç durumları göz önünde bulundururlar (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bununla birlikte, değişmezleri araştırma alışkanlığına sahip olan bireyler, geometrik bir problemi çözme sürecinde kendilerine şu soruları sorarlar (Driscoll ve diğerleri, 2007):

- Bu şeklin görüntüsü hangi dönüşümler sonucunda elde edilir?
- Bu şekli bir dönüşüm altında bu şekle dönüştürmem mümkün mü?
- Neler değişti? Neden?
- Neler değişmedi? Neden?
- Verilen geometrik şekle aynı geometrik dönüşümü defalarca uygularsam ne olur?

2.3.4 Keşfetme ve yansıtma alışkanlığı. Keşfetme, bireyin geometrik bir problemin çözümüne yönelik çeşitli stratejiler geliştirerek sonuca ulaşması; yansıtma ise bu süreçte bireyin çözüme yönelik her yaptığının farkında olması ve bunları sorgulamasıdır. “Eğer böyle yaparsam ne olur?” ve “Bunu böyle yaparak ne öğrendim?” arasındaki denge, bu düşünme alışkanlığının göstergesidir (Driscoll ve diğerleri, 2007). Keşfetme ve yansıtma alışkanlığına sahip olan bireyler, tahmin ya da sezgiler yoluyla çizim yapabilir, şekille oynayabilir ya da şekil üzerinde keşifler yapabilirler. Daha önceki benzer durumları göz önünde bulundurabilirler. Bir durum, koşul ya da geometrik şeklin bazı özelliklerindeki değişimi düşünebilirler. Çözüm sürecindeki her bir adımda sonuca yönelik kendilerini sorgularlar. Çözüm için ara adımları iyi belirleyebilirler. Sonuçta nasıl bir durumun ortaya çıkabileceğine yönelik açıklama yapabilirler. Sonuca yönelik tahminlerini test etmek için kreatif yollar ortaya koyabilirler (Driscoll ve diğerleri, 2008). Bununla birlikte, bu alışkanlığa sahip olan bireyler, geometrik bir problemi çözme sürecinde kendilerine şu soruları sorarlar (Driscoll ve diğerleri, 2007):

- Bir şekil çizersem, resimden bir parça ekleyip çıkarırsam ya da geriye doğru çözüm stratejisini kullanırsam ne olur?
- Bu yaptıklarım bana ne anlatıyor?
- Bu problemi çözmek için sahip olduğum daha önceki bilgi birikimim bana nasıl katkıda bulunabilir?
- Hangi ara adımlar çözüm sürecimi kolaylaştırır?

- Elde etmeyi düşündüğüm sonuç nasıl bir şey olur?

2.3.5 Geometrik düşünme alışkanlığı ile ilgili yapılan çalışmalar. "Geometrik düşünme alışkanlıkları" kavramının kullanıldığı ilk çalışma Goldenberg (1996) tarafından yapılan *"Habits of Mind": As an Organizer for the Curriculum* başlıklı makaledir. Bu çalışmanın amacı; ilkokuldan liseye ve hatta öğretmen eğitimine kadar olan süreçteki matematik öğretiminde önemli bir yöntem olarak kullanılabilecek olan düşünme alışkanlıklarını açıklamaktır. Goldenberg (1996) matematiksel düşünme alışkanlıklarının özelde geometrik, cebirsel ve analitik düşünme ile nasıl entegre edilebileceğini sorgulamış; ardından "Connected Geometry" isimli müfredat geliştirme projesinden kullandığı örneklerle geometrik düşünme alışkanlıklarına sahip bireylerin özelliklerini şu şekilde sıralamıştır:

- görselleştirme yatkınlığı,
- geometrik şekilleri yorumlama becerisi,
- formal ve informal tanımlama yatkınlığı,
- görsel ve sözlü olarak sunulan bilgiler arasında dönüşüm yapabilme yatkınlığı,
- denemeler yoluyla bir sonuca ulaşma yatkınlığı,
- değişmezleri araştırma yatkınlığı,
- tümdengelimi kullanabilme yatkınlığı,
- genelleştirebilme yatkınlığı,
- algoritma hakkında muhakeme etme ve algoritma oluşturma yatkınlığı
- geometrik yapıları hareketli düşünebilme yatkınlığıdır.

Cuoco ve diğerleri (1996) makalelerinde matematiksel düşünme alışkanlıkları çerçevesinde düzenlenen müfredatın; matematik yapan ve matematik kullananlar ile onların ne söylediğiyle ilgilenenler arasındaki boşluğu kapatacağını savunmaktadır. Bununla birlikte araştırmacılar, matematiksel düşünme alışkanlıklarının yer aldığı müfredattaki amacın çok fazla sayıda öğrenciyi matematikçi yapmak değil; öğrencilerin karşılaştıkları problemlerin çözümünde matematikçiler gibi düşünebilmelerine yardım etmek olduğunu ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da matematiksel düşünme alışkanlıkları geometrik ve cebirsel olmak üzere iki alt kategoride incelenmiştir. Matematikte geometrik düşünmenin matematiğin her dalı için bir gereklilik olduğunu belirten araştırmacılar; amatör ya da profesyonel geometricilerin sahip olması gereken alışkanlıkları şu şekilde ifade etmişlerdir:

- Orantısal muhakemeyi kullanma
- Birçok matematiksel dili aynı anda kullanma (geometrik, analitik ya da cebirsel)
- Matematiksel sistemleri sevme
- Geometride değişen ya da değişmeyen yapı/özellikleri merak etme
- Geometrik şekilleri sevme (şekilleri görselleştirme, sınıflandırma, analiz etme, temsilleştirme)

Bu çalışmaların ardından geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik yapılan, geometrik düşünme alışkanlıklarının en kapsamlı ele alındığı ve bu araştırmanın da teorik yapısını oluşturan çalışma; Driscoll ve diğerleri'nin (2007) *"Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10"* isimli çalışmasıdır. Bu çalışma; öğretmenlere, 5.-10. sınıf düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirebilmeleri için geometrik düşünme yollarının tanıtıldığı, 2004-2008 yılları arasında gerçekleştirilen bir projenin sonucudur. Çalışmada, bireylerin geometri problemlerini başarılı bir şekilde çözebilmeleri için sahip olması gereken geometrik düşünme alışkanlıkları (ilişkilendirme alışkanlığı, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı, değişmezleri araştırma alışkanlığı, keşfetme ve yansıtma alışkanlığı) ve özellikleri tanımlanmış; tanımların ardından çeşitli geometri problemlerine yönelik öğrenci çözümlerine yer verilerek öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları analiz edilmiştir. Bu çalışmanın hemen ardından Driscoll ve diğerleri (2008) tarafından *"The Fostering Geometric Thinking Toolkit: A guide for Stuff Development"* isimli çalışma yayınlanmıştır. Aynı projenin ürünü olan çalışmada geometrik düşünme alışkanlıklarına, geometrik düşünme alışkanlıklarına sahip bireylerin özelliklerine, geometri konularına yönelik hazırlanmış ders planlarına ve materyallere; ve proje sürecinde çekilmiş video görüntülerini, örnek öğrenci çalışmalarını, bilgisayar destekli uygulamaları içeren DVD-ROM'a yer verilmiştir.

Geometrik düşünme alışkanlıklarının konu edinildiği bir başka çalışma; Köse ve Tanışlı (2014) tarafından yapılan, sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemeyi amaçlayan araştırmadır. Araştırmanın örneklemini Sınıf Öğretmenliği Programı 3. sınıfında öğrenim gören 57 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veri toplamı aracı olarak; çevre ve alan kavramları ile ilgili dört açık uçlu geometri problemi kullanılmıştır. Veriler, geometrik düşünme alışkanlıkları kuramsal çerçevesinde betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergeleri olan bileşenler bağlamında farklı düşünme alışkanlıklarına sahip olmadıkları tespit edilmiştir. Bununla beraber, adayların problemleri uygun biçimde analiz edemedikleri, akla ilk gelen fikre dayalı olarak davrandıkları; bu eylemlerini bütüne taşıyamadıkları, dolayısıyla geometrik düşünme alışkanlıklarının istenilen düzeyde olmadığı belirlenmiştir.

Deniz (2015)'in doktora tezinde ise ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerindeki gelişimi ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, öncelikle öğretmenler beş hafta süren bir seminere alınmış; öğretmenlere geometrik düşünme alışkanlıkları ve geometrik düşünmeyi geliştirici uygulamalar yapılmıştır. Ardından, üç ay süren ders imecesi çalışması gerçekleştirilmiş; ders imecesi uygulamasından iki ay sonra da öğretmenler okullarında 2 hafta boyunca gözlemlenmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin kullandıkları matematik dili kullanımının ve ders sürecinde öğrencilerini sorgulamalarının geliştiği; geometrik kavramlara yönelik geometrik düşünme alışkanlıklarını temel alarak etkinlik ve problem ürettikleri ve çözüm süreçlerini bu düşünme alışkanlıkları çerçevesinde değerlendirdikleri görülmüştür. Ders imeceleri sonrasında da öğretmenlerin öğretim sürecinde geometrik düşünme alışkanlıklarını dikkate aldıkları saptanmıştır.

Bu kavram çerçevesinde yapılan bir başka çalışma ise; Bülbül (2016)'ün problem çözme merkezli bir öğrenme ortamının, matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine nasıl katkı sağladığını belirlemeyi amaçladığı doktora tezidir. Nitel ve nicel yaklaşımların bir arada kullanıldığı çalışma, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı birinci sınıfta öğrenim gören 32 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak; araştırmacı tarafından geliştirilen geometrik düşünme alışkanlıklarını içeren ön test ve son test problemleri, problem çözme sürecinde geometrik düşünme alışkanlığına yönelik inanç ölçeği ve adaylara her hafta verilen ödev problemleri ve klinik mülakatlardır. Araştırmanın uygulama sürecinin ilk dört haftasında geometrik düşünme alışkanlıkları ayrı ayrı problemlere gömülü olarak verilmiş; sonraki altı haftasında da bütüncül yaklaşıma dayalı olarak verilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarına göre genel olarak geliştiği ortaya konmuştur. Yine, araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının ilişkilendirme alışkanlığına yönelik en çok orantısal muhakemeyi kullandıklarını, özel durumları düşünme ve genelleme alışkanlığına yönelik genel bir durumu ifade etmek için özel bir durumdan yararlandıklarını; değişmezleri araştırma alışkanlığına yönelik geometrik yapıyı hareketli düşündüklerini ve keşfetme ve yansıtma alışkanlığına yönelik problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yaptıklarını göstermektedir.

Literatür taraması sonucunda bireylerin matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik yapılan çalışmalarda; düşünme alışkanlıklarının gelişiminde olumlu sonuçlar elde edildiği görülmektedir (Bülbül, 2016; Deniz, 2015; Guenther, 1997; Hu, 2005; Marshall, 2004). Bununla birlikte ülkemizdeki merkezi sınav sonuçlarına göre geometri dersi ortalama netlerinin bir hayli düşük olması ve lise düzeyinde düşünme alışkanlıklarına yönelik yapılan çalışmaların sınırlı sayıda olması (Driscoll ve diğerleri, 2007; 2008; Marshall, 2004); lise düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik yapılacak olan çalışmaların gerekliliğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, matematiksel ve geometrik düşünme alışkanlıkları üzerine yapılan çalışmalarda, bireylerin düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde problem çözmenin temele alındığı görülmektedir (Driscoll ve diğerleri, 2007; 2008; Goldenberg, 1996; Jacobbe& Millman, 2009; Levasseur &Cuoco, 2003). Bu bağlamda, araştırmada onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesi sürecinde problem merkezli öğrenme (PMÖ) yöntemi kullanılmış; ve bu yöntem alt başlık halinde kısaca açıklanmıştır.

2.4 Problem Merkezli Öğrenme Yöntemi

PMÖ, problem çözme etkinlikleri temelinde matematiksel yapıların organize edildiği; bireylerin eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, matematiksel ilişkilendirme, muhakeme etme ve değerlendirme becerilerini geliştirmelerini sağlayan öğrenme yöntemi şeklinde tanımlanmıştır (Boud & Feletti, 1991; Roh, 2003). Cantürk-Günhan (2006) problem merkezli öğrenmeyi; öğrencilerin problem çözme becerisini, öğrenme gereksinimlerini fark edip belirleyebilmelerini, öğrenmeyi öğrenebilmelerini, bilgiyi işlevsel hale getirebilmelerini, konuların derinlemesine, bütünlük içinde anlaşılmasını sağlayan bir öğrenme yöntemi olarak tanımlamıştır. Problem merkezli öğrenmenin temelinde Dewey'in çalışmalarına dayandığı görülmektedir. Bununla birlikte bu yöntemin dayanağı yapısalcı öğrenme ve öğretme kuramı olmakla birlikte; yöntem, öğrenci merkezli öğrenme, aktif öğrenme, yaşam boyu öğrenme, bireysel öğrenme gibi pek çok öğrenme kuramı ile yakından ilgilidir (Kılınç, 2007).

PMÖ yöntemi, problem durumunu verme, problem durumunu araştırma ve problem çözme süreçlerini açıklama ve tartışma olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır (Karataş, 2008). İlk aşamada, öğrencilere problem durumu sunulur. Öğrenciler, bu problemi inceleyerek içeriğini anlamaya çalışırken; öğretmen rehber konumundadır. Öğrenciler problem durumdan birtakım öğrenme hedefleri ve hipotezler oluşturarak çalışmalarını bu hedefler doğrultusunda yürütürler (Yıldırım, 2011). İkinci aşamada ise öğrenciler problemi bireysel, grup ya da tüm sınıfla çözebilir. Öğrenciler çalışmayı yürütürken, veri toplar, fikirlerini paylaşır, bilgi kaynakları kullanır ve problem çözme stratejileri geliştirirler. Öğretmen de bu süreçte sınıf içinde dolaşarak bireysel performansları gözlemler ve öğrencileri problem üzerinde çalışmaları yönünde motive etmeye çalışır. Son aşama ise problem çözme süreçlerinin tamamlanmasıyla başlar. Öğrenciler, çözümlerini sınıf ortamında diğer arkadaşları ile paylaşır. Farklı çözüm stratejileri geliştiren öğrenciler de çözüm önerilerini sunmalarıyla, öğretmen önderliğinde tartışma süreci başlatılır. Tartışma esnasında öğretmen ve öğrenciler birbirlerine soru yönlendirebilir. Bu süreçte öğretmen kadar öğrenciler de aktiftir. Öğretmenin bu süreçteki rolü tartışma sürecinin kontrolünü kaybetmeyip; problemden çıkan sonuçları özetlemek, gerekli yerde bilgilendirme amaçlı açıklamalarda bulunmak ve eğer varsa genellemeler yapılmasına yardımcı olmaktır (Karataş, 2008).

3. Bölüm

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik etkisini ortaya koymak amacıyla nicel ve nitel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı bu araştırma bir karma yöntem araştırması (mixed method research) olarak desenlenmiştir. Karma yöntem, bir araştırmada veya bir araştırmalar dizisinde nitel ve nicel verilerin toplanmasına, analiz edilmesine ve harmanlanmasına odaklanarak; her iki yaklaşımın sınırlılıklarını minimuma indirmektedir (Creswell & Clark, 2014). Araştırmada nicel ve nitel verilerin kullanılarak; araştırmadan elde edilen verilerin daha iyi anlaşılması hedeflendiğinden; karma yöntemin kullanılması uygun görülmüştür.

Creswell ve Clark (2014) eğitim araştırmalarında en sık kullanılan karma yöntem araştırmalarını; yakınsayan paralel desen, açımlayıcı sıralı desen, keşfedici sıralı desen, iç içe desen, dönüştürücü desen ve çok aşamalı karma desen olmak üzere altı başlık altında sınıflandırmıştır. Öğrenme ortamının, 10. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarındaki gelişimine etkisinin incelendiği bu araştırmada iç içe karma yöntemi kullanılmıştır. İç içe karma yöntem araştırmalarında araştırmacının verileri, geleneksel nicel ve nitel desenler içinde topladığı ve çözümlediği durumlarda oluşur. Bu desende araştırmacı, deneysel çalışma gibi nicel bir aşama içerisine, nitel bir aşama veya durum çalışması gibi nitel bir aşama içerisine nicel bir aşama ekleyebilir (Creswell & Clark, 2014).

Araştırmanın alt problemlerinde, öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarına etkisi ve öğrenme ortamının yansıtılması amacıyla nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Araştırmanın nicel boyutunda; yarı deneysel araştırma yöntemi kullanılmıştır.

Eğitim araştırmalarında sıklıkla kullanılan yarı deneysel yöntem; deney ve kontrol gruplarına rasgele dağılımın yapılmadığı ancak deneysel bir yaklaşım içeren bir araştırma tasarımıdır (Campell & Stanley,1963; Cohen & Manion, 2007). Bu yöntemde grupların oluşturulmasında rasgele dağılım kullanılmaz; bu yolla grup oluşturmak için çaba harcanmaz. Bunun yerine daha önceden rastgele dağılım dışında bir yolla oluşturulmuş gruplardan bir veya birkaçı rasgele yolla deney ve kontrol grubu olarak seçilirken; grupların olabildiğince benzer nitelikte olmalarına dikkat edilir (Çepni, 2012). Bu nedenle, yarı deneysel yöntemi deneysel yöntemden ayıran en temel farkın rasgele olmayan örnekleme seçimi olduğu görülmektedir. Bu yöntemde deney ve kontrol grupları belirlenir ve gruplara ön test uygulanır. Uygulama sürecinde deney grubuna müdahale edilirken; kontrol gurubuna herhangi bir müdahalede bulunulmaz. Son olarak uygulamanın etkisini ortaya koyabilmek için her iki gruba son test uygulanır. Bu bağlamda, araştırmada zengin veri toplayabilmek adına amaçlı örneklem seçimi yapılmış; deney ve kontrol grubunun seçiminde akademik başarıları denk sayılabilecek iki sınıf rasgele seçilmiştir. Araştırmada nicel veriler, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin cevaplandırdıkları Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Testi (GDAÖT), Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Testi (GDAST) ve Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kalıcılık Testi (GDAKT) ile toplanmıştır.

Araştırmanın nitel boyutunda; tasarlanan öğrenme ortamının yansıtılması amaçlandığından; araştırma temel yorumlayıcı nitel araştırmadır. Nitel araştırma, bir problem ya da konunun keşfedilmesine fırsat sağlayan; belirlenen konuların detay, kapsam ve farklılıklar bakımından derinlemesine araştırılmasını sağlayan bir yöntemdir (Patton, 2005). Bu bağlamda nitel araştırmanın temel özelliği, bireylerin gerçeği sosyal dünyalarıyla etkileşimleri içinde inşa ettiği üzerine yoğunlaşmasıdır. Burada araştırmacı bir fenomenin anlamını, fenomene katılanlara göre anlamaya çalışır (Merriam, 2013). Araştırmanın nitel verileri, öğrenme ortamında yapılan etkinlikler üzerine deney grubundan seçilen öğrencilerle yapılan derinlemesine görüşmeler, öğrenme ortamından video kayıtları ve alan notları ile toplanmıştır.

3.2 Araştırmanın Tasarımı

Bu araştırmada öncelikli olarak araştırma problemini belirleyebilmek adına geometrik düşünme alışkanlıkları ile ilgili literatür taraması yapılmıştır. Yapılan literatür taraması sonucunda, hem yurt içinde hem de yurt dışında geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik yapılan çalışmaların sınırlı sayıda olduğu; özellikle bu konuya yönelik yapılan yurt içi çalışmalarında örneklem olarak öğretmen/öğretmen adaylarına odaklanıldığı görülmüştür. Bu ve öğrencilerin üniversiteye yerleştirilmesi adına yapılan merkezi sınav sonuçlarında geometri soru netlerinin çok düşük olması; araştırmanın ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerle çalışılacak olmasında etkili olmuştur. Ortaöğretim öğretim programı göz önünde bulundurularak; araştırmanın 10. sınıf lise öğrencileriyle yapılmasına karar verilmiştir. Ardından, lise öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğrenme ortamının tasarımı için gerekli kriterler belirlenmiştir. Bu bağlamda, tasarlanan öğrenme ortamında geometri problemlerini içeren çalışma kağıtlarının ve dinamik geometri yazılımının kullanılmasına karar verilmiştir.

Çalışmanın bir sonraki aşamasında, tasarlanan öğrenme ortamının etkisinin belirlenmesi ve gerektiğinde yeniden düzenlenmesi, geometrik düşünme alışkanlıkları başarılarının belirlenmesi için uygulama öncesi ve sonrasında yapılacak olan testlerin, bu testlerin geçerlik ve güvenirliğinin, derinlemesine görüşmelerin yapılması ve araştırmacının deneyim kazanması amacıyla 2016-2017 eğitim öğretim yılı güz döneminde pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda, araştırmacının gözlemleri, uygulamadan ortaya çıkan sonuçlar değerlendirilerek; çalışma yapraklarında ve testlerde yer alan bazı sorular yeniden düzenlenmiştir. Bunların sonucunda asıl uygulamada kullanılacak olan veri toplama araçlarının son halleri elde edilmiştir.

Çalışmanın asıl uygulaması ise, 2016-2017 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde altı hafta boyunca deney ve kontrol grubu olmak üzere iki 10. Sınıf şubesi ile yürütülmüştür. Uygulama öncesi her iki gruba ön test yapılmıştır. Uygulama sürecinde, deney grubunda geometri problemlerini içeren çalışma yaprakları takip edilirken; kontrol grubuna herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Bu süreçte araştırmacı alan notları alırken; her hafta yapılan etkinliklere yönelik belirlenen öğrencilerle derinlemesine görüşmeler yapılmıştır. Uygulama sonrasında öğrenme ortamının etkisini belirleyebilmek için son test; 5 hafta sonra da yapılan öğretimin kalıcılığını ortaya koyabilmek adına kalıcılık testi uygulanmıştır.

Veri toplama sürecinin ardından; verilerin analizi kısmında öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları puan başarıları, literatür taraması ve pilot çalışma sonucunda ortaya çıkan göstergelere bağlı olarak yapılmıştır. Tasarlanan öğrenme ortamının grupların geometrik düşünme alışkanlıkları başarı puanları üzerinde etkili olup olmadığını belirlemek için istatistiksel analizler yapılmıştır. Veri toplam sürecinde yapılan derinlemesine görüşmeler nitel olarak değerlendirilmiştir. Bununla birlikte alınan alan notları ile öğrenme ortamının daha iyi yansıtılması amaçlanmıştır.

3.2.1 Pilot çalışma. Yapılan pilot uygulama, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarmayı amaçlayan etkinliklerdeki problemlerin uygunluğunu; ön test, son test ve kalıcılık testinde yer alan her bir sorunun hangi geometrik düşünme alışkanlıklarıyla çözülebileceğini ve öğrenci seviyesine uygunluğunu tespit edebilmek ve uygulamayı yürütecek araştırmacının deneyim kazanması adına önem arz etmektedir. Pilot uygulama, Afyon Süleyman Demirel Fen Lisesi 10. sınıfta öğrenim gören 34'ü uygulamanın yapıldığı deney grubu olmak üzere; 70 öğrenci ile yapılmıştır. Pilot çalışma kapsamında uygulamalar, haftada iki ders saati olmak üzere 10 hafta boyunca yürütülmüştür. Etkinliklerin uygulanması ise ilk hafta, ön test, son test ve kalıcılık testlerinin uygulandığı haftaların çıkarılmasıyla 6 hafta ile sınırlıdır. Bununla birlikte, uygulamalar dinamik geometri yazılımının kullanma fırsatının olduğu bir derslikte gerçekleştirilmiş; uygulama derslerinde öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek amaçlı problem çözmeye dayalı öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Oluşturulan bu öğrenme ortamında geometrik düşünme alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile haftalık ders planı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Pilot uygulama haftalık ders planı

Hafta	Etkinlik Numarası	Uygulanan Etkinlik İçeriği	İlgili Kazanımlar	Süre
1		Öğrencilerle tanışma-Araştırmadan haberdar etme		100 dk
2		Ön test uygulaması		40 dk
	1. Etkinlik	Üçgende Açılar	*Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180°, dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu gösterir. (Üçgenin temel ve yardımcı elemanları hatırlatılır. İkizkenar ve eşkenar üçgenin açı özellikleri incelenir.)	80 dk
	2. Etkinlik	Üçgen Eşitsizliği	*Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu belirler.	
4	3. Etkinlik	Üçgende Eşlik	*İki üçgenin eşliğini açıklar, iki üçgenin eş olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	80 dk
	4. Etkinlik	Üçgende Benzerlik	*İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler. *Üçgenin alanını veren bağıntıları oluşturur ve uygulamalar yapar.	

	5. Etkinlik	Açıortay	*Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini gösterir.	
5	6. Etkinlik	Kenarortay	*Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar.	80 dk
	7. Etkinlik	Dik Üçgen	*Dik üçgende Pisagor teoremini ispatlar ve uygulamalar yapar.	
	8. Etkinlik	Pisagor- Öklid Bağıntısı	*Dik üçgende Pisagor teoremini ispatlar ve uygulamalar yapar. *İki üçgenin benzerliğini açıklar, iki üçgenin benzer olması için gerekli olan asgari koşulları belirler.	
6	9. Etkinlik	Dikdörtgen	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid ile ilgili açı, kenar ve köşegen özelliklerini açıklar.	80 dk
	10. Etkinlik	Paralelkenar	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoidin alan bağıntılarını oluşturur.	
	11. Etkinlik	Dikdörtgen	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid ile ilgili açı, kenar ve köşegen özelliklerini açıklar.	
7	12. Etkinlik	Kare	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid ile ilgili açı, kenar ve köşegen özelliklerini açıklar.	80 dk
	13. Etkinlik	Eşkenar Dörtgen	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid ile ilgili açı, kenar ve köşegen özelliklerini	

			açıklar.	
	14. Etkinlik	Yamuk	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoidin alan bağıntılarını oluşturur.	
8	15. Etkinlik	Çemberler	**Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid ile ilgili açı, kenar ve köşegen özelliklerini açıklar. **Çemberde kirişin özelliklerini gösterir. **Çemberde teğetin özelliklerini gösterir.	80 dk
	16. Etkinlik	Çemberler	**Çemberlerde teğet, kiriş, çap ve yay kavramlarını açıklar. **Bir çemberde merkez, çevre, iç, dış ve teğet-kiriş açıları açıklar; bu açıların ölçüleri ile gördükleri yayların ölçülerini ilişkilendirir.	
9		Son test uygulaması		40 dk
10		Kalıcılık testi uygulaması		40 dk

* 9. Sınıf geometri kazanımları
** 10. Sınıf geometri kazanımları

Tablo 1'den görüldüğü gibi, pilot uygulamanın ilk haftasında öğrencilerle tanışılmış ve yapılan araştırma hakkında öğrenciler bilgilendirilmiştir. Bilgilendirme kapsamında öğrencilere geometrik düşünme alışkanlıklarının neler olduğu geometri soruları üzerinde açıklanmaya çalışılmıştır. Uygulamanın ikinci haftasında geometrik düşünme alışkanlıkları ön testi yapılmış; öğrencilere 40 dk süre verilmiştir. İlk iki haftanın ardından, altı hafta boyunca öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik problemlerin yer aldığı etkinlikler yapılmış; problemlerin çözümünde GeoGebra kullanımına yer verilmiştir.

Araştırmacı GeoGebra programını kullanarak dinamik ortam oluşturmuş; ardından öğrencilerin şekil/şekilleri akıllı tahta üzerinde manipüle etmelerine izin verilerek dinamik düşünmeleri sağlanmıştır. Uygulamanın yürütüldüğü her hafta en az iki çalışma yaprağı kullanmış; etkinlikler bireysel olarak yapılmıştır. Pilot uygulama sürecinde etkinlikte yer alan problemler ve testlerle ilgili gönüllü olarak seçilen öğrencilerle derinlemesine görüşmeler yapılmıştır.

Pilot çalışma sonrasında öğrenme ortamını daha verimli bir hale getirmek adına aşağıda belirtilen değişiklikler yapılmıştır:

1. Pilot uygulamada etkinliklerin yapılmaya başlandığı üçüncü ve dördüncü haftada öğrencilerin düşüncelerini rahatça ifade edemedikleri görülmüştür. Bu nedenle asıl uygulamaya başlamadan önce, araştırmacının uygulama yapacağı öğrencilerle daha öncesinde matematik derslerini takip etmesi gerektiği öngörülmüştür.
2. Etkinliklerde yer alan problemlerin bazılarında görülen anlatım bozukluklarını ortadan kaldırmak, kullanılması beklenen geometrik düşünme alışkanlıklarını zenginleştirmek ve öğrenci seviyesine uygunluğunu sağlamak için gerekli değişiklikler yapılmıştır. Örneğin ön testte yer alan 6. problemin, öğrenci çözümleri ve görüşleri doğrultusunda rutin ve kolay bir problem olduğu görülmüş ve ön uygulama sonrasında değiştirilmiştir.
3. Ön test, son test ve kalıcılık testinde yer alan soru sayısının belirlenmesinde; konuya yönelik yapılan benzer çalışma (Bülbül, 2016), 3 lise matematik öğretmeni ve 3 uzman matematik eğitimcisi ile yapılan görüşmeler etkili olmuştur. Nitekim, öğrencilerle yapılan görüşmeler ve testlerin yapıldığı sürede araştırmacı tarafından yapılan gözlemler soru sayısının yeterli olduğunu göstermiştir.
4. Uygulama başlangıcında literatürden yararlanılarak belirlenen geometrik düşünme alışkanlıklarının göstergelerinin son hali pilot çalışma ile ortaya konmuştur.

Araştırmacı, geometrik düşünme alışkanlığının göstergeleri ve bu göstergelerin derecelendirmesini, 2 uzman görüşü alarak, literatürden ve öğrencilerin pilot çalışmada açık uçlu sorulara verdiği cevaplar doğrultusunda şekillendirmiştir.

5. Öğrenme ortamında öğrencilerin yaşadıkları durumu daha iyi ortaya koyabilmek için asıl çalışmada alan notu alınması öngörülmüştür.

6. Pilot çalışmada uygulama öncesi ve sonrasında yapılan geometrik düşünme alışkanlıkları başarı testlerinin tamamlanması için verilen sürenin yeterli olmaması üzerine başarı testlerinin tamamlanma sürelerinin 55 dakika olmasına karar verilmiştir.

3.2.2 Asıl çalışma. Asıl çalışma, 2016-2017 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Afyon Süleyman Demirel Fen Lisesi 10. Sınıf öğrencileri ile matematik dersi kapsamında yapılmıştır. Araştırmada öncelikli olarak, dört 10. sınıfın yer aldığı okulda, pilot çalışmanın ardından kalan iki sınıf, deney ve kontrol grubu olmak üzere rasgele yolla seçilmiştir. Araştırmacı, uygulamaya başlamadan önce deney grubu olarak seçilen sınıfın matematik derslerini üç hafta boyunca takip etmiş; öğrencilerle tanışmıştır. Uygulama sürecinde ise; deney grubunda geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan çalışma yaprakları ve araştırmacı tarafından dinamik geometri yazılımlarından GeoGebra kullanılmıştır. Böylece öğrencilerin akıllı tahta üzerinde çizimler yapmalarına ve bu çizimleri incelemelerine yardım edilmiştir. Kontrol grubundaki matematik derslerinde ise geometri problemi olarak ders öğretmenleri tarafından belirlenen konu testlerinden yararlanılmıştır.

3.3 Çalışma Grubu

Öğrencilerin geometri problemlerini çözüm sürecinde hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını kullandığının belirlenmesinde ve bu sürecin ortaya konmasında öğrenci seçimi önem arz etmektedir. Araştırmada rutin olmayan problemler seçildiğinden; öğrencilerin belirli bir başarı düzeyinde olması istenmiştir. Bu nedenle amaçlı örneklem seçimi yapılmış olup; araştırmanın çalışma grubunu Afyon ilinde bulunan Fen Lisesinin iki 10. Sınıf şubesi oluşturmaktadır. 10. sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedenleri; üçgenler, dörtgenler ve çemberler konularının görülmüş olması ve yakın gelecekte herhangi bir merkezi sınav yer almadığından, öğrencilerin sınav kaygılarının olmamasıdır.

Araştırmanın deney grubunda 17'si kız 14'ü erkek; kontrol grubunda 13'ü kız 18'i erkek olmak üzere 31 öğrenci yer almaktadır. Belirlenen gruplar, matematik derslerini aynı matematik öğretmeninin yürüttüğü, akademik başarı yönünden öğrenci seviyesinin birbirine yakın olduğu gruplar olmakla birlikte; geometrik düşünme alışkanlıkları ön test puanlarının ortalamaları açısından yapılan ilişkisiz örneklemler için t testi sonuçlarına göre (Tablo 2) gruplar arasında anlamlı farklılık çıkmamıştır ($t_{(60)}$= 1,449, p > ,05).

Tablo 2

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön test puanlarının ortalamalarına göre elde edilen t-Testi sonuçları

Testler	Gruplar	N	$\bar{X}$	Ss	Sd	t	p
Ön test	Deney	31	16,645	4,667	60	1,449	,153
	Kontrol	31	18,290	4,268			
	Kontrol	31	15,613	3,393			

Çalışma sürecindeki ayrıntılara yer verebilmek adına derinlemesine görüşmeler; akademik not ortalaması ve ön test sorularına verdiği cevaplara göre iyi (2 kişi), orta (2 kişi) ve düşük (2 kişi) düzeyde olmak 6 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcıların demografik ve araştırmacı tarafından gözlemlenen kişisel özelliklerine Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3

Derinlemesine görüşmelere katılan öğrencilerin demografik ve kişisel özellikleri

Katılımcı Kodu	**Cinsiyet**	**Akademik Not Ortalaması**	**Ön test puanı (30 üzerinden)**	**Ön plana çıkan kişisel özellikleri**

		(100 üzerinden)		
Ö6	Kız	91,25	23	Derse aktif katılım sağlayan, sınıf içinde iyi iletişim kuran, uyumlu ve başarılı bir öğrencidir.
Ö22	Kız	92,74	25	Geometriye ilgi duyan, farklı çözüm yolları deneyen, sakin bir öğrencidir.
Ö30	Erkek	85,45	16	Özgüveni yüksek, arkadaşları tarafından sevilen, soru sormayı seven bir öğrencidir.
Ö9	Kız	84,96	16	Derse katılan, uyumlu, saygılı, yeni şeyler öğrenmeye meraklı bir öğrencidir.
Ö17	Erkek	78,72	6	Arka sıralarda oturan, derse katılım konusunda çekingen tavır sergilese de ders dışı proje faaliyetlerinde aktif rol alan bir öğrencidir.
Ö16	Kız	79,82	8	Derse katılım konusunda istekli olmayan, arkadaşlarıyla iyi iletişim kuran ve sanatsal faaliyetlerde ön plana çıkan bir öğrencidir.

Tablo 3'ten görüldüğü üzere çalışmada derinlemesine görüşmelere katılacak olan öğrencilerin 4'ü kız, 2'si ise erkektir. Bu öğrenciler, uygulama öncesinde yapılan geometrik düşünme alışkanlıkları testi sonuçlarına ve akademik not ortalamalarına göre, yüksek, orta, düşük olmak üzere farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerdir. Bununla birlikte öğrenciler mülakatlara katılmayı gönüllü olarak kabul etmiştir. Belirlenen öğrencilerle her hafta gerçekleştirilen uygulamalar hakkında görüşmeler yapılmış; ve bu görüşmeler video kaydına alınmıştır. Görüşmeye katılan bu öğrencilerin yanı sıra; uygulama esnasında da çözüm süreçleri merak edilen öğrencilerin izni alınarak video kaydı yapılmıştır.

3.4 Veri Toplama Araçları

Araştırmanın bu bölümünde veri toplama araçlarına ve bu araçların geliştirilme süreçlerine yer verilmiştir.

3.4.1 Geometrik düşünme alışkanlıkları testleri. Öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemek amacıyla uygulama öncesinde ve sonrasında ön test, son test ve kalıcılık testi olmak üzere üç farklı Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Testi uygulanmıştır. Geometrik Düşünme Alışkanlığı Ön Testi (GDAÖT), Geometrik Düşünme Alışkanlığı Son Testi (GDAST) ve Geometrik Düşünme Alışkanlığı Kalıcılık Testinde yer alan problemler belirlenirken; en az bir geometrik düşünme alışkanlığını kullanmaya teşvik edecek ve hemen çözülemeyecek nitelikte olması göz önünde bulundurulmuştur. Her üç testte 10 açık uçlu soru yer almakla birlikte; her bir sorunun hangi geometrik düşünme alışkanlıklarının kullanımıyla çözülebileceğine dair bilgiler Tablo 4'te sunulmuştur:

Tablo 4

Ön test, son test ve kalıcılık testi sorularının içerdiği geometrik düşünme alışkanlıkları

	Geometrik Düşünme Alışkanlığı		
Soru Numarası	**Ön test**	**Son test**	**Kalıcılık Testi**
1	İ+ GFG	İ+ GFG	İ+ GFG
2	İ+KY	İ+KY	İ+KY
3	İ+DA	İ+DA	İ+DA
4	İ+GFG+KY	İ+GFG+KY	İ+GFG+KY
5	İ+KY	İ+KY	İ+KY
6	İ	İ	İ
7	İ+DA+KY	İ+DA+KY	İ+DA+KY
8	İ+KY	İ+KY	İ+KY
9	İ+DA+KY	İ+DA+KY	İ+DA+KY
10	İ+KY	İ+KY	İ+KY

*İ: İlişkilendirme Alışkanlığı
GFG: Geometrik Fikirlerin Genelleştirilmesi Alışkanlığı

DA: Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı
KY: Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı

Tablo 4 incelendiğinde her bir testte yer alan soruların çözümü için kullanılacak olan geometrik düşünme alışkanlıklarının aynı olduğu görülmektedir. Ön test, son test ve kalıcılık testinde yer alan her bir sorunun hangi geometri konularını ve çözümünde hangi geometrik düşünme alışkanlığını/alışkanlıklarını içerdiğine yönelik bilgiler aşağıda yer almaktadır:

1. Problem: Öğrencilerin üçgende eşliği bilmelerini gerektiren bir problemdir. Bununla birlikte sorunun içerisinde yer alan alt sorularla, öğrencilerin verilenlerden geometrik şekiller için genellemeye ulaşmaları beklenmektedir. Bu bağlamda problem, ilişkilendirme ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıklarının kullanımını gerektirmektedir.

2. Problem: Öğrencilerin özel üçgen ya da özel dörtgenlerin özelliklerini kullanmalarına yöneliktir. Bununla birlikte sonuca ulaşma sürecinde ek çizimler yapılması ile; problemde ilişkilendirme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının kullanımını işe koşmaktadır.

3. Problem: Dikdörtgenlerin katlanmasıyla ilgili olan problem; çözümünde değişen ya da değişmeyen kenar uzunluklarının belirlenmesi ve bu bağlamda üçgenlerin alan hesabının yapılmasıyla hem ilişkilendirme hem de değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanımını içermektedir.

4. Problem: Çözümünde ek bir çizim yapılmasıyla birlikte, alan bağıntılarının ve üçgenler arasındaki ilişkilerin bilinmesini gerektiren ispat türünde bir problemdir. İspat sürecinde keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıklarının kullanımı yer almaktadır.

5. Problem: Ek çizimlerin yapılmasıyla birlikte öğrencilerin Pisagor Teoremi’ni kullanmasına yöneliktir. Bu bağlamda öncelikle keşfetme ve yansıtma, ardından ilişkilendirme alışkanlıklarının işe koşulması söz konusudur.

6. Problem: Üçgenlerde Açı-Açı-Açı Benzerliği'nin kullanılmasına yönelik olan problemde ilişkilendirme alışkanlığının kullanılması beklenmektedir.

7. Problem: Büyük dikdörtgen içinde oluşan dörtgenler/üçgenler arasındaki ilişkilerin sorulduğu problem, ek bir çizim yapılması/şeklin analitik düzleme taşınması (ön testteki dikdörtgen için) ile keşfetme ve yansıtma alışkanlığının; alanlar arasında ilişki kurulmasıyla ilişkilendirme alışkanlığının kullanımını gerektirmektedir. Bununla birlikte; verilen noktanın hareketli düşünülerek değişen/değişmeyen özelliklerin belirtilmesiyle değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanımını içermektedir.

8. Problem: Özel dörtgenler konusuna yönelik problemde, öğrencilerden yeni çizimler yaparak oluşturulan şekiller arasında ilişkiler aramaları beklenmektedir. Bu bağlamda keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme alışkanlığının kullanımı ön planda tutulmuştur.

9. Problem: Üçgenler ve dörtgenler konularını içeren problem, öncelikle alanlar arasındaki ilişkiyi görebilmek için ek bir çizim yapmayı; bu nedenle de keşfetme ve yansıtma alışkanlığının kullanımını gerektirmektedir. Ardından, alanlar arasındaki ilişkinin belirlenmesi ilişkilendirme; sabit noktanın hareketli düşünülmesi/şeklin bir kenarının büyütülmesiyle değişen ya da değişmeyen durumların belirlenmesi değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanımını içermektedir.

10. Problem: Dörtgenler ve çemberde uzunluk konularını içeren son problem, şekil üzerinde yeni çizimler yapmayı gerektirdiğinden keşfetme ve yansıtma alışkanlığının; yapılan çizimlerin ardından uzunluklar arasında ilişki kurulmasıyla ilişkilendirme alışkanlığının kullanımına yöneliktir.

Yukarıda belirtilen özelliklere göre oluşturulan problemlerin belirlenmesi sürecinde literatür ayrıntılı bir biçimde incelenmiş; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya çıkarabilmek adına uygun geometri problemlerinin seçiminde çeşitli geometri kitaplarından faydalanılmıştır. Ön test, son test ve kalıcılık testi soruları hazırlanırken, aynı konulardan ve aynı düşünme alışkanlıklarıyla çözülmesi baz alınmıştır.

Geometrik düşünme alışkanlığı testlerinin geçerliğini sağlamak adına ölçme aracında bulunan problemlerin ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği sorunu ile ilgili olarak uzman görüşleri alınmıştır. Bunun için de öncelikle pilot çalışma sürecinde testlerde yer alan problemlerin öğrenciler tarafından nasıl çözüldüğü ve buna yönelik yapılan derinlemesine görüşmeler incelenmiş; bu problemlerin araştırmacı tarafından belirlenen geometrik düşünme alışkanlıkları göstergelerine uygun olup olmadığına bakılmıştır. Bu süreçte alıştırma türünden olduğu belirlenen soruların çıkarılmasıyla yeniden hazırlanan problemler; üç uzman matematik eğitimcisine ve üç lise matematik öğretmenine verilmiştir. Bu açıdan hazırlanan açık uçlu problemlerden oluşan geometrik düşünme alışkanlıkları test sorularının dil, seviye, içerik ve kapsam geçerliliği sağlanmıştır.

Literatür taraması (Bülbül, 2016; Deniz, 2015; Driscoll ve diğerleri, 2007) ve yapılan pilot çalışma ile birlikte Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ortaya konan dört temel geometrik düşünme alışkanlıklarının (ilişkilendirme, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmezleri araştırma, keşfetme ve yansıtma) göstergelerine Tablo 5’te yer verilmiştir:

Tablo 5

Geometrik düşünme alışkanlıkları ve göstergeleri

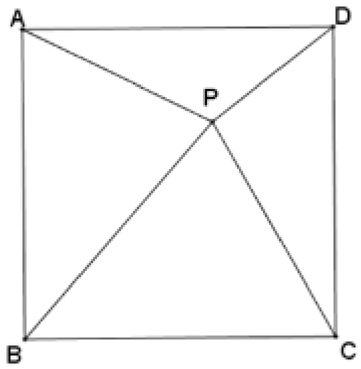
Geometrik Düşünme Alışkanlıkları	**Göstergeler**
İlişkilendirme Alışkanlığı	Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları gibi) belirleyebilir.
	Şekillerin özelliklerini tanımlayabilir ve hangi şekillerin bu tanıma yönelik sınıflandırmaya uygun olduğunu belirleyebilir.
	İki veya daha fazla geometrik şekli, orantısal muhakeme yoluyla ilişkilendirebilir (Eşlik-benzerlik).

	Şekiller arasındaki ilişkiyi farklı bir boyutta/düzlemde düşünebilir.
Geometrik Fikirlerin Genelleştirilmesi Alışkanlığı	Problemden ortaya çıkacak genel durumu açıklayabilmek için özel durumdan hareket edebilir.
	Doğruluğu kabul edilmiş genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir.
	Problemdeki veriler çerçevesinde olası durumları düşünebilir; varsa durumun geçerli olmadığı örnekleri tespit edebilir.
Değişmezleri Araştırma Alışkanlığı	Problemde verilen bir geometrik şeklin herhangi bir geometrik dönüşüm yapıldığında şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir.
	Problemde verilen bir geometrik şeklin belli bir oranda büyütülüp/ küçültüldüğünde şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir.
	Problemde yer alan geometrik yapıyı, problemin şartlarını bozmayacak şekilde, hareketli olarak düşünebilir ve aynı etkinin oluşup oluşmadığını tespit edebilir.
Keşfetme ve Yansıtma Alışkanlığı	Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir.
	Problemin çözümüne yönelik farklı/yaratıcı çözüm stratejileri geliştirebilir.
	Problem çözümü hakkında geriye dönük “Bu yaptığım şeyler bana ne anlatıyor?”, “Farklı bir yolla gitseydim; aynı sonucu elde edebilir miydim?” gibi bireyin üst biliş kapasitesiyle ilişkili sorularla değerlendirme yapabilir.
	Problem çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik, matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir açıklama yapabilir.

Tablo 5 incelendiğinde ilişkilendirme alışkanlığına ait dört göstergenin, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığına ait üç göstergenin, değişmezleri araştırmanın alışkanlığına ait üç göstergenin, keşfetme ve yansıtma alışkanlığına ait olarak da dört göstergenin yer aldığı görülmektedir. Öğrencilerin verilen bir problemin çözümüne yönelik hangi düşünme alışkanlıklarını kullandığına dair bir örnek aşağıda açıklanıştır:

Tablo 6

On ikinci uygulama problemi



Karenin içinde alınan bir noktanın karenin karşılıklı köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamının birbirine eşit olduğunu gösteriniz. Yani,

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ olduğunu gösteriniz.

a.) Bu nokta karenin üzerinde ya da dışında olsaydı; elde edilen eşitlik değişir miydi?

b.) Kare için elde edilen bu eşitlik, herhangi bir dikdörtgen için de geçerli olabilir mi? Gerekçesiyle açıklayınız.

Bu problemin çözüm sürecinde öğrencinin P noktasından karenin her bir kenarına dikmeler indirmesi yani ek bir çizim yapması öğrencinin keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullandığını göstermektedir. Ardından, oluşan dik üçgenler arasında Pisagor bağıntısını uygulayıp istenilen eşitliğe ulaşması ilişkilendirme alışkanlığını kullandığını ortaya koymaktadır. P noktasının yeri değiştirildiğinde, uzaklıkların kareleri toplamlarının değişmediğinin belirlenmesi ise, öğrencinin değişmezleri araştırma alışkanlığını işe koştuğunu gösterir. Son olarak öğrencinin kare özel bir dikdörtgen olduğundan ya da her kare bir dikdörtgen olduğundan aynı özelliğin herhangi bir dikdörtgen için de geçerli olacağı genellemesine varabilmesi; geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını kullandığının göstergesidir.

Geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinin güvenirliği için, her bir sorunun puanlanmasında Bülbül (2016) tarafından geliştirilen derecelendirilmiş puanlama ölçeği kullanılmıştır. Her bir öğrencinin ön test, son test ve kalıcılık testinin her bir sorusundan almış olduğu puanlar belirlenip; testlerin Cronbach Alfa değerleri ön test için .80, son test için .82 ve kalıcılık testi için .88 olarak hesaplanmıştır.

3.4.2 Öğrenme ortamının tasarımı ve geometrik düşünme alışkanlığı etkinlikleri. Araştırma amacının ve problemlerinin belirlenmesinin ardından; 10. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik hazırlanan öğrenme ortamında öncelikli olarak problemler belirlenmiştir. Bunun nedeni; matematiksel düşünme alışkanlıklarının temelini problem çözmenin oluşturmasıdır (Driscoll ve diğerleri, 2007; Jacobbe & Millmann, 2009). O halde geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde de geometri problemleri baz alınmalıdır. Bu bağlamda çalışmada geometri problemleri kullanılarak öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemek ve geliştirmek hedeflenmektedir. Seçilen problemlerin daha önce de belirtildiği gibi, öğrencilerin hemen çözemeyeceği, daha az karşılaştıkları yani rutin olmayan problemler olmasına dikkat edilmiştir. Çünkü ancak bu şekilde öğrencilerin sahip oldukları geometrik düşünme alışkanlıkları ortaya çıkabilecektir (Cuoco, Goldenberg ve Mark; 2010; Driscoll ve diğerleri 2007; Leikin, 2007). Bununla birlikte, araştırmacı öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmiş; çeşitli yönergeler verip, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanmaya teşvik ederek sonuca ulaşmalarını sağlamıştır. Öğrenme ortamının tasarımında dikkat edilen bir diğer husus da öğrencilerin değişmezleri araştırma alışkanlığını işe koşmalarında dinamik geometri yazılımlarının kullanımıdır. Yapılan çalışmalarda bireylerin geometrik yapıları hareketli düşünmelerinde bu yazılımların kullanılması gerektiği vurgulanmıştır (Cuoco ve diğerleri, 1996; Goldenberg, 1996; Leikin, 2007). Bu bağlamda uygulama sürecinde değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanımını gerektiren problem çözümlerinde GeoGebra programı kullanılmıştır. Öğrenme ortamı hazırlanırken dikkate alınan önemli bir husus da öğrencilerin problemler üzerinde tartışabilecekleri, yeni fikirler sunabilecekleri bir atmosfer oluşturulmasıdır. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000)'in süreç standartlarının öğelerinden biri matematiksel iletişimdir. Nitekim ortaöğretim matematik dersi öğretim programının öğrencilere kazandırmayı hedeflediği matematiksel yeterlilik ve becerilerden biri de matematiksel iletişim sağlayabilmedir (MEB, 2013). Son olarak, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesinde sahip oldukları düşünme alışkanlıklarının farkında olması gerekir (Costa & Kallick, 2000). Bu nedenle, her bir problemin öğrenciler tarafından çözümünün ardından hangi alışkanlıkların kullanıldığı gerekçeleriyle birlikte öğrencilere açıklanmış; ya da öğrencilerden açıklanması istenmiştir.

Öğrenme ortamının taşıması gereken özelliklerin belirlenmesinin ardından, hangi konulara yer verileceği ve hangi problemlerin seçileceği konusunda 3 uzman matematik eğitimcisi ve öğrencilerin matematik derslerini yürüten matematik öğretmeninin de görüşleri alınarak etkinlikler hazırlanmıştır. Tablo 7'de altı hafta süresince etkinliklerde yer alan konular ve hangi geometrik düşünme alışkanlıklarını içerdiğine dair bilgiler yer almaktadır:

Tablo 7

Etkinlik konuları ve içerdiği geometrik düşünme alışkanlıkları

Etkinlik Numarası	**Konu**	**Geliştirilmesi Hedeflenen Geometrik Düşünme Alışkanlıkları**
1	Üçgende Açılar	İ + KY
2	Üçgen Eşitsizliği	İ + GFG + KY
3	Üçgende Eşlik	İ + GFG +DA
4	Üçgende Benzerlik	İ+ DA+ KY
5	Açıortay	İ + KY
6	Kenarortay	İ + KY
7	Dik Üçgen	İ + KY

8	Pisagor- Öklid Bağıntısı	İ + KY
9	Dikdörtgen	İ + DA
10	Paralelkenar	İ + KY + DA
11	Dikdörtgen	İ + KY
12	Kare	İ + KY + DA + GFG
13	Eşkenar Dörtgen	İ + KY
14	Yamuk	İ + DA + GFG + KY
15	Çemberde Uzunluk	İ + KY
16	Çemberde Uzunluk	İ + DA + KY

Tablo 7 incelendiğinde, altı hafta boyunca uygulanan etkinliklerde yer alan problem konuları ve bu problemlerin çözüm sürecinde öğrencilerde geliştirilmesi amaçlanan geometrik düşünme alışkanlıkları görülmektedir. Etkinlik konuları, 9. Sınıftan itibaren matematik dersi kapsamında görülen geometri konularını kapsamaktadır. Görüldüğü gibi, her bir etkinlikte en az iki geometrik düşünme alışkanlığının kullanılması amaçlanmıştır. Her problem çözümünde, yapılan çözüm basamaklarının hangi düşünme alışkanlıklarını içerdiği öğrencilerle tartışılmıştır. Bununla birlikte uygulama sürecinde problem sayısı önemli olsa da; öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları, çözümü uğraştıran ve ispat türünden problemlerin yer almasına öncelik verilmiştir. Bireyin geometrik düşünme alışkanlıkları, bireyin o zamana kadar sahip olduğu geometrik yaşantılarıyla şekillendiğinden; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirebilmek için bu tip problemlerin seçiminin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Yine uygulama sürecinde, öğrencilere problemleri çözebilmeleri için yeterli süre verilmiş; çözümlerini birbirleriyle paylaşmaları için öğrenciler teşvik edilmiştir. Son olarak, pilot uygulama yapılan öğrenci grubu ile asıl uygulama yapılan öğrenci grubunun başarı düzeyi yakın olduğundan; pilot uygulama sürecinde haftalara göre yapılan etkinlik dağılımı asıl uygulama sürecinde değişiklik göstermemiştir.

Tablo 8

Asıl uygulama süreci ders planı

Hafta	Etkinlik Numarası	Uygulanan Etkinlik İçeriği	Süre
1		Araştırmadan haberdar etme- Geometrik Düşünme Alışkanlıklarının Açıklanması	120 dk (3 ders saati)
2		Ön test uygulaması	55 dk
3	1. Etkinlik	Üçgende Açılar	80 dk
	2. Etkinlik	Üçgen Eşitsizliği	
4	3. Etkinlik	Üçgende Eşlik	80 dk
	4. Etkinlik	Üçgende Benzerlik	
	5. Etkinlik	Açıortay	
5	6. Etkinlik	Kenarortay	80 dk
	7. Etkinlik	Dik Üçgen	
	8. Etkinlik	Pisagor- Öklid Bağıntısı	
6	9. Etkinlik	Dikdörtgen	80 dk
	10. Etkinlik	Paralelkenar	
	11. Etkinlik	Dikdörtgen	
7	12. Etkinlik	Kare	80 dk
	13. Etkinlik	Eşkenar Dörtgen	
	14. Etkinlik	Yamuk	
8	15. Etkinlik	Çemberde uzunluk	80 dk
	16. Etkinlik	Çemberde uzunluk	
9		Son test uygulaması	55 dk
15	(5 hafta sonra)	Kalıcılık testi uygulaması	55 dk

Tablo 8’den asıl uygulama sürecinin toplamda 15 haftayı kapsadığı; ilk haftada araştırma hakkında öğrencilerin bilgilendirildiği, ikinci, dokuzuncu ve on beşinci haftalarda geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinin uygulandığı, diğer alt haftada ise etkinliklerin yer aldığı uygulamanın yapıldığı görülmektedir. Etkinliklerin yapıldığı uygulama sürecinde problem merkezli öğrenme (PMÖ) modeli temel alınmış olup; bu model problem durumunu verme, problem durumunu araştırma ve problem çözme süreçlerini açıklama ve tartışma aşamalarından oluşmaktadır (Karataş, 2008). Aşağıda problemler aracılığıyla geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamında uygulanan örnek bir etkinlik süreci tanıtılmıştır:

Tablo 9

Etkinlik süreci örneği

Etkinliğin Konusu	Kare
Geliştirilmesi Hedeflenen Geometrik Düşünme Alışkanlıkları	İlişkilendirme, Geometrik Fikirlerin Genelleştirilmesi, Değişmezleri Araştırma, Keşfetme ve Yansıtma
Problem Durumunu Verme	Araştırmacı sınıfa girerek yapılacak etkinlik hakkında öğrencileri bilgilendirir ve ardından "Size şimdi bir problem vereceğim, herkes problemi çözmeyi bitirdikten sonra sınıfta çözümlerinizi hep beraber tartışacağız ve hangi düşünme alışkanlıklarını kullandığımızı sorgulayacağız." diyerek konuya yönelik hazırlanmış çalışma yapraklarını dağıtır ve derse başlar.
Problem Durumunu Araştırma	Bu aşamada öğrenciler problemi bireysel olarak çözmektedir. Araştırmacı ise sınıfta dolaşarak bireysel performansları gözlemlemekte ve gerektiğinde öğrencileri motive etmeye çalışmaktadır. Araştırmacının bir öğrenciyle problemin çözümüne yönelik gerçekleştirdikleri diyalog şu şekildedir: Ö: Öğretmenim ben problemi çözdüm. A: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın? Ö: Evet. Öncelikle, P noktasından kenarlara yükseklikler çizdim. Sonra oluşan her bir kenarı şu şekilde harflendirdim (Kenarlara verdiği harfleri gösteriyor). A: Sonra? Ö: Sonra oluşan dik üçgenlerde Pisagor bağıntısını uyguladım. Burada

	ulaşmamızı istenen sonuç çıktı. A: Peki ya P noktasının yeri değiştiğinde sonuç değişti mi? Ö: Onun için de benzer şeyleri yaptım. Yine aynı sonuç çıkıyor. A: Hım (Araştırmacı çözümü kontrol ediyor). Buradan elde ettiğin sonuç dikdörtgen için geçerli midir? Ne düşünüyorsun? Ö: Geçerli, çünkü kare de bir dikdörtgen yani aynı özellik dikdörtgende de olmalı.
Problem Çözme Süreçlerini Açıklama ve Tartışma	Öğrenci çözümleri bittikten sonra, problemi çözen öğrencilerden biri çözümü tahtada yapar ve nasıl çözdüğünü açıklar. Ardından araştırmacı, farklı bir yolla çözümü yapan öğrenci olup olmadığını ya da problemin farklı bir yolla çözülüp çözülemeyeceğini öğrencilere sorar ve farklı çözüm yapan başka bir öğrenciyi tahtaya kaldırır. Ardından araştırmacı GeoGebra programında şekli çizer ve problemin çözümünü problemdeki yönergeler doğrultusunda program üzerinde gerçekleştirir. Son olarak, çözüm sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığı açıklanır: A: Arkadaşlar, öncelikle P noktasından kenarlara yükseklikler çizerek yani ek çizimler yaparak keşfetme ve yansıtma alışkanlığımızı kullandık. Ardından, her bir dik üçgen için Pisagor bağıntısını kullanıp; kenarları ilişkilendirdik. Yani ilişkilendirme alışkanlığımızı kullanmış olduk. Sonrasında, P noktasının karenin üzerinde ya da dışında olmasının aslında verilen özelliği değiştirmediğini; yani P noktasının yeri değişse de uzunlukların kareleri toplamının değişmediğini fark ettik. Bu da değişmezleri araştırma alışkanlığımızı işe koştuğumuzu gösteriyor. Evet, peki “bu özellik herhangi bir dikdörtgen için geçerli midir?” sorusuna cevaplandırmamız hangi alışkanlığımızı kullandığımızı gösterir? Ö19: Hocam, genelleme alışkanlığı vardı ya o işte! A: Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı evet. Neden? Ö19: Çünkü biz kare için bu özelliği doğruladık. Kare özel bir dikdörtgen; bunu düşünerek dikdörtgen için de sağlar yargısına vardık. A: Arkadaşınıza katılıyor musunuz? S: Evet.

Probleme yönelik herhangi bir soru yöneltilmediyse başka bir etkinliğe geçilir.

3.4.3 Derinlemesine görüşmeler. Araştırmanın nitel verileri derinlemesine görüşmelerle toplanmıştır. Araştırma tekniği olarak görüşme, araştırmacı ile araştırmanın öznesi konumunda yer alan kişi arasında geçen kontrollü ve amaçlı sözel iletişim biçimidir (Cohen & Manion, 2007). Derinlemesine görüşme de açık uçlu soru sormayı, dinlemeyi ve cevapları kaydetmeyi, ek yeni sorular sormayı içeren; görülen davranışlara içten bir bakış açısı ekleyen bir görüşme türüdür (Patton, 2005). Bu bağlamda araştırmada öğrencilerin etkinliklerde yer alan problemleri çözüm sürecinde neler düşündüklerini ortaya koyabilmek için derinlemesine görüşmelerden yararlanılmıştır. Yani, öğrencilerle her hafta yapılan derinlemesine görüşmelerin amacı; belirlenen her bir öğrencinin haftalık gelişimini ortaya koymaktan ziyade, her bir problemi çözüm süreçlerinde kullandıkları geometrik düşünme alışkanlıklarını ortaya koymaktır. Görüşmeler esnasında öğrencilere "Niçin böyle bir çözüm yolu tercih ettin?", "Başka bir yolla çözebilir miydin?", "Niçin buradan bir ek çizim yaptın?" "Şeklin bu kenarını uzatsan ne değişirdi?" "Noktanın başka yerde olması sonucu değiştirir mi?" "Burada hangi geometrik düşünme alışkanlığını kullanmış oldun?" gibi sorular yöneltilmiştir. Ön testlerden ve akademik not ortalamalarına göre belirlenen öğrenciler arasından seçilen gönüllü 6 öğrenci ile her hafta gerçekleştirilen etkinliklere bağlı olarak görüşmeler yapılmıştır. Her bir öğrenci ile yapılan görüşmeler yaklaşık 15 dk sürmüştür. Görüşmeler, öğrencilerin kendilerini rahat hissettikleri ortamda gerçekleştirilmiş olup; bireysel olarak yürütülmüştür. Bununla birlikte; uygulama sürecinde farklı çözümler geliştiren ya da çözümü merak edilen öğrenciler ile de izinleri alınarak video kaydı ile görüşmeleri kaydedilmiştir.

3.4.4 Alan notları. Araştırmanın nitel veri toplama araçlarından bir diğeri ise alan notlarıdır. Uygulayıcı olan araştırmacı, öğrencilerin geometri problemlerini çözüm sürecinde dikkat çeken her detayı not almıştır. Bununla birlikte, farklı çözüm yolları için öğrencinin de izni alınarak video kayıtları da yapılmıştır. Sonuç olarak, öğrenme ortamından elde edilen verileri daha iyi resmedebilmek için alan notlarından yararlanıldığını söylemek mümkündür.

Bu araştırmanın nitel verilerine ait geçerlik ve güvenirlik çalışmaları da yapılmıştır. İç geçerliliğin sağlanması için araştırma boyunca yapılan derinlemesine görüşmelerden, video kayıtlarından ve alan notlarından elde edilen verilere tekrar tekrar incelenerek tarafsız bir biçimde sunulmuştur. Dış geçerliği sağlamak içinse; uygulama sürecindeki etkinlikler ve içerikleri, öğrenme ortamı, örneklem mümkün olduğu kadar ayrıntılı bir biçimde betimlenmeye çalışılmış; bulgular doğrudan alıntılarla zenginleştirilmiştir.

Araştırmada iç güvenirliği sağlamak için her hafta uygulama etkinliklerinin ardından öğrencilerle derinlemesine görüşmeler yapılmış; öğrencilerin kullandıkları gözlenen geometrik düşünme alışkanlıklarının neler olduğu bu görüşmeler esnasında teyit edilmiştir. Dış güvenirlik içinse; araştırmacı konumunu açık bir şekilde ifade etmiş, öğrenci profili tanımlanmış, araştırma sürecinde elde edilen tüm veriler net ve uygun bir biçimde sunulmuştur.

3.4.5 Araştırmacının rolü. Araştırmacının amacı; 10. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını belirlemek ve bu alışkanlıkları geliştirmeye yönelik öğrenme ortamı tasarlamaktır. Araştırmacı, asıl uygulama öncesinde çalışma grubunu 3 hafta boyunca gözlemlenmiş; öğrencilerle tanışmıştır. Bu süreçte geometri problemlerinin çözüldüğü derslerde öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını yeterince kullanamadıkları; ezberledikleri formül ya da problemlerle sonuca ulaşmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğretim ortamında ise araştırmacı, öğrencilerin sorularına verdiği cevaplar, öğrencilere yönelttiği sorular ve verdiği dönütlerle yol gösterici konumundadır. Bununla birlikte araştırmacı, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek amacıyla süreçte dinamik geometri yazılımından da faydalanmıştır. Ayrıca, uygulamanın gerçekleştiği öğretim ortamında akıllı tahta ve projeksiyon cihazı mevcuttur. Uygulama sonrası araştırmacı elde ettiği verileri analiz etmiş; bilimsel yazım kuralları doğrultusunda okuyucuya sunmuştur.

3.5 Verilerin Analizi

Yarı deneysel araştırmanın doğasına uygun olan bu çalışmada, nicel ve nitel analiz yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Geometrik düşünme alışkanlıkları testinden elde edilen veriler nicel analiz; alan notları, görüşmeler ve video kayıtlarından elde edilen veriler nitel yöntemlerle analiz edilmiştir. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının her birine yönelik analiz süreci alt başlıklar halinde sunulmuştur.

3.5.1 Geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinden elde edilen verilerin analizi. Tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarına etkisini belirlemek amacıyla uygulama öncesi ve sonrasında GDAÖT, GDAST ve GDAKT uygulanmıştır. Bu testlerden elde edilen verilerin değerlendirilmesi için Bülbül'ün (2016) doktora çalışmasında kullandığı 4 düzeyli puanlama cetveli kullanılmıştır. Bülbül (2016) tarafından hazırlanan puanlama cetveli şu şekildedir:

0 Puan : Hiç bir alışkanlık kullanılmadı.

1 Puan : Yalnızca 1 alışkanlık kullanıldı ancak doğru çözüme ulaşılamadı.

2 Puan : Birden fazla alışkanlık kullanıldı ancak çözüme ulaşılamadı.

3 Puan : Bir/birden fazla alışkanlık kullanıldı ve problemin çözümüne ulaşılabildi.

Öğrencilerin ön test, son test ve kalıcılık testinde sorulara verdiği cevaplar yukarıdaki gibi derecelendirildikten sonra; deney ve kontrol grubu öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını önce kendi içlerinde sonra birbirleriyle karşılaştırmak için IBM SPSS Statistics 22 yazılımı kullanılmıştır. Böylece araştırmada geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinden elde edilen nicel verilerin analizi ile öğrencilerin tasarlanan öğrenme ortamındaki gelişimleri genel çerçevede ortaya koymaya çalışılmıştır.

Değerlendirme amaçlı kullanılan GDAÖT, GDAST, GDAKT testleri için her bir öğrencinin almış olduğu puanlar ayrı ayrı hesaplanmıştır. Ardından, deney ve kontrol gruplarının her bir geometrik düşünme alışkanlıkları test sonuçlarının normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemek için Shapiro-Wilks testi uygulanmıştır. Grup büyüklüğünün 50'den küçük olması durumunda Shapiro-Wilks kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2013).Tablo 10'da görüldüğü gibi, veri grupları normal dağılım göstermektedir.

Tablo 10

Deney ve kontrol gruplarının geometrik düşünme alışkanlıkları testinden aldıkları puanların Shapiro-Wilks Testi ile karşılaştırılması

Gruplar	Test	N	Shapiro-Wilks	P
Deney	Ön test	31	0,973	0,604*
	Son test	31	0,951	0,170*
	Kalıcılık testi	31	0,962	0,336*
Kontrol	Ön test	31	0,939	0,075*
	Son test	31	0,969	0,503*
	Kalıcılık testi	31	0,942	0,096*

Araştırmada deneysel işlem sonucunda elde edilen puanlar üzerinden yapılan istatistiki analizler şu şekildedir:

- Grupların kendi içinde geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik ön test, son test ve kalıcılık testi puan ortalamaların karşılaştırılmasında; ortalaması kıyaslanacak veriler normal dağılıma sahip, herhangi iki ölçüm arası farklar dizilerinin varyansları eşit ve veriler aynı veri kaynağından alınmış olma şartlarını sağladığından (Can, 2017), Tekrarlı Ölçümler

İçin Tek Faktörlü ANOVA (One-Way ANOVA for Repeated Measures) analizi ve etki büyüklüğü hesaplaması,

- Grupların kendi aralarında ön-test puanlarının etkisi kontrol edilerek, geometrik düşünme alışkanlıkları son-test puanlarına ait ortalamaları karşılaştırmasında; kıyaslanacak grupların normal dağılım sergilemesi ve varyanslarının eşit olması, bağımlı değişken ve kontrol değişkeni arasında doğrusal bir ilişki olması, gruplardaki regresyon katsayılarının homojen olması ve kontrol değişkeninin gruplarda anlamlı fark göstermemesi şartlarını sağladığından (Can, 2017), tek yönlü kovaryans (One-way ANCOVA) analizi ve etki büyüklüğü hesaplaması,

- Grupların kendi aralarında geometrik düşünme alışkanlıkları son test puanları ile kalıcılık testi puanlarına ait ortalamaların karşılaştırılmasında; her bir veri normal dağılım sergilediğinden, grupların varyansları homojen olduğundan, grupların kovaryansları arasında anlamlı fark olmadığından (Can, 2017) karışık ölçümler için iki yönlü ANOVA analizi ve etki büyüklüğü hesaplaması.

Etki büyüklüğü (effect size) olarak da isimlendirilen eta-kare, bağımsız değişkenin ya da faktörün bağımlı değişkendeki toplam varyansın ne kadarını açıkladığı gösterir; değeri, 0.00 ile 1.00 arasında değişir. .01, .06, .14 düzeyindeki eta-kare değerleri sırasıyla “küçük” (small), “orta” (medium) ve “geniş” (large) etki büyüklüğü olarak yorumlanır (Büyüköztürk, 2013).

3.5.2 Geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirilmesi amacıyla tasarlanan öğrenme ortamına yönelik yapılan analizler. 10. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimine yönelik hazırlanan öğrenme ortamının yansıtılması amacıyla ders esnasında ve görüşmeler esnasında çekilen video kayıtlarından, derinlemesine görüşmelerden ve alan notlarından yararlanılmıştır. Elde edilen bu veriler nitel olarak analiz edilmiştir.

3.5.2.1 Video kayıtlarının analizi. Araştırmada video kaydı, öncelikli olarak, gönüllü olarak seçilen 6 öğrencinin her hafta yer alan geometri problemlerini çözüm süreçlerini ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır. Bununla birlikte öğrenme ortamında farklı çözüm yolları kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrencilerin çözümleri, öğrencilerin izinleri alınarak video ile kaydedilmiştir. Elde edilen video kayıtları transkript edilmiş; öğrencilerin çözüm sürecinde neler yaparak hangi düşünme alışkanlıklarını kullanmış oldukları örnekleriyle birlikte bulgular bölümünde yer verilmiştir.

3.5.2.2 Derinlemesine görüşmelerin analizi. Araştırma kapsamında yapılan derinlemesine görüşmeler, ön test ve akademik başarıları öncelikli olarak baz alınan ve gönüllü olarak seçilen 6 öğrenci ile her uygulama sonrası yapılmıştır. Bu görüşmeler, öğrencilerin çözüm sürecini daha iyi inceleyebilmek ve hangi düşünme alışkanlıklarını kullandıklarını daha doğru biçimde ortaya koyabilmek adına video kaydına alınarak transkript edilmiştir. Mülakatlardan elde edilen veriler, betimsel olarak analiz edilmiştir. Betimsel analiz sürecinde araştırmacı, doğru ve farklı düşünme alışkanlıklarının kullanıldığı cevaplar ile eksik ve yanlış cevaplara odaklanmıştır. Buna yönelik, sıklıkla doğrudan alıntılara yer verilmiş; ardından bulgular ile ilgili gerekli açıklamalara yer verilmiştir.

3.5.2.3 Alan notları ile elde edilen verilerin analizi. Tasarlanan öğrenme ortamı video kaydına alınmadığı için; öğrencilerin geometri problemlerini çözüm sürecinde yaptıklarına yönelik alan notları tutulmuştur. Öğrenme ortamını daha iyi yansıtmak amaçlı olarak bulgular kısmında küçük ayrıntılara yer vermek adına alan notlarına yer verilmiştir.

4. Bölüm

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde çalışmanın her bir alt problemine yönelik toplanan verilerin analizlerinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Öncelikle, tasarlanan öğrenme ortamının 10. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkisini ortaya koyan; ardından da her bir etkinliğe yönelik öğrenme ortamından elde edilen verilere yer verilmiştir.

4.1 Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Üzerine Etkisi ile İlgili Bulgular

Bu bölümde, çalışmaya katılan deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarındaki gelişim incelenmiştir. Veri grupları normal dağılım gösterdiğinden; elde edilen puanlar göz önüne alarak, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin problem çözme başarılarındaki gelişim, tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA ile incelenmiştir.

Deney grubundaki öğrencilerin araştırma süresince geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişme gösterip göstermediğini belirlemek için uygulanan geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinden aldıkları puanlara göre ilişkili tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA uygulanmıştır. Elde edilen veriler Tablo 11 ve Tablo 12'de özetlenmiştir.

Tablo 11

Deney grubundaki öğrencilerin ön test, son test ve kalıcılık testinden aldıkları puanların betimsel istatistik sonuçları

Değişken	N	$\bar{X}$	Ss
Ön Test	31	16,645	4,666
Son Test	31	24,452	3,443
Kalıcılık Testi	31	21,387	3,303

Tablo 11'den görüldüğü gibi, deney grubundaki öğrencilerin ön testten aldıkları puanlar ($\bar{X}$= 16,645), uygulama sonrasında yapılan son testte ($\bar{X}$= 24,452) artmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin beş hafta sonra uygulanan kalıcılık testi puanları ($\bar{X}$=21,387) son test puanlarına göre düşse de ön test puanlarından yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 12

Deney grubu öğrencilerinin ön test, son test ve kalıcılık testinden aldıkları puanların tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	Anlamlı Fark	η^2
Deneklerarası	957,914	30	31,930	76,077	,000	1-2,	,757
Ölçüm	959,118	2	712,539			1-3,	
Hata	378,215	60	9,366			2-3	
Toplam	2295,247	71,728					

Tablo 12'ye göre deney grubu öğrencilerinin her bir testten aldığı puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olduğu ($F_{(2,60)}$=76,077, p<.05) ve etki büyüklüğünün yüksek olduğu görülmüştür (η^2=0,757). Buna göre, öğrencilerin son testten ve kalıcılık testinden almış oldukları ortalama puanlar, ön testten aldıkları ortalama puana göre daha yüksektir. Bununla birlikte, kalıcılık testinden alınan ortalama puanlar, son testten alınan ortalama puanlara göre daha düşüktür. Buradan, tasarlanan öğrenme ortamının, deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiği; son test ile kalıcılık testi ortalama puanları arasında anlamlı fark çıksa da, öğrencilerin kalıcılık testi ortalama puanlarının ön test ortalama puanlarına göre yüksek olması ile birlikte kalıcılığa etkisinin olduğu görülmektedir.

Kontrol grubundaki öğrencilerin araştırma süresince geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişme gösterip göstermediğini belirlemek için uygulanan geometrik düşünme alışkanlıkları testlerinden aldıkları puanlara göre ilişkili tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA uygulanmıştır. Elde edilen veriler Tablo 13 ve Tablo 14'te özetlenmiştir.

Tablo 13

Kontrol grubundaki öğrencilerin ön test, son test ve kalıcılık testinden aldıkları puanların betimsel istatistik sonuçları

Değişken	N	$\bar{X}$	Ss
Ön Test	31	18,290	4,268
Son Test	31	20,839	3,407
Kalıcılık Testi	31	15,613	3,393

Tablo 13'den görüldüğü gibi, kontrol grubundaki öğrencilerin ön testten aldıkları ortalama puanlar ($\bar{X}$=18,290), uygulama sonrasında yapılan son testte ($\bar{X}$= 20,839) artmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin 5 hafta sonra uygulanan kalıcılık testi ortalama puanlarının ($\bar{X}$=15,613) hem ön test hem son test ortalama puanlarından düşük olduğu görülmektedir.

Tablo 14

Kontrol grubu öğrencilerinin ön test, son test ve kalıcılık testinden aldıkları puanların tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	P	Anlamlı Fark	η^2
Deneklerarası	616,645	30	20,555	20,378	,000	1-2,	,404
Ölçüm	423,376	2	222,263			1-3,	
Hata	623,290	60	10,907			2-3	
Toplam	1663,311	92					

Tablo 14’e göre kontrol grubu öğrencilerinin her bir testten aldığı puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olduğu ($F_{(2,60)}$=20,378, p<.05) ve etki büyüklüğünün orta düzeyde olduğu görülmüştür (η^2=0,404). Buna göre, öğrencilerin son testten almış oldukları ortalama puanlar, ön testten ve kalıcılık testinden aldıkları ortalama puanlara göre daha yüksektir. Bununla birlikte, kalıcılık testinden alınan ortalama puanların ön testten alınan ortalama puanlara göre daha düşük olduğu görülmektedir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Testi’nden almış oldukları puanlara ait ortalamalar arasında anlamlı bir farkın olup olmadığına yönelik tek yönlü kovaryans analizi (ANCOVA) yapılmıştır. Analiz sonucunda elde edilen veriler Tablo 15 ve Tablo 16’da verilmiştir.

Tablo 15

Grupların gerçek son test puanları ve ön-test puanlarına göre düzeltilmiş son test puanları

		Son Test		Düzeltilmiş Son Test	
Gruplar	N	$\bar{X}$	Ss	$\bar{X}$	Ss
Deney	31	24,452	3,443	24,715	0,568
Kontrol	31	20,839	3,407	20,575	0,568

Tablo 15, bağımsız değişkene ait, kontrol değişkeni ön test puanlarının etkisi dikkate alınarak hesaplanmış ortalamaları göstermektedir. Ön test puanlarının etkisi kontrol edildiğinde, deney grubunun son test puan ortalaması ($\bar{X}_{sontest}$= 24,452) yükselmiş ($\bar{X}_{düzeltsontest}$= 24,715); kontrol grubunun son test puan ortalaması ($\bar{X}_{sontest}$= 20,839) düşmüştür ($\bar{X}_{düzeltsontest}$= 20,575). Düzeltilmiş ortalama puanlara göre gruplar arasında gözlenen farkın anlamlı olup olmadığını test etmek için ANCOVA analizi yapılmıştır. Yapılan analiz sonucuna ilişkin elde edilen veriler Tablo 15'te verilmiştir:

Tablo 16

Grupların ön test puanlarına göre düzeltilmiş son test puanlarına ait ANCOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	η^2
Ön test (Regresyon)	123,202	1	123,202	12,518	,000	
Gruplar (Son test)	**256,706**	**1**	**256,706**	**26,083**	**,000**	**,307**
Hata	580,669	59	9,842			
Toplam	906,194	61				

Tablo 16'ten elde edilen sonuçlara göre, grupların ön test puanlarına göre düzeltilmiş son test puanlarının ortalamaları arasında deney grubunun lehine anlamlı bir fark vardır ($F_{(1,59)}$=256,083). Bununla birlikte etki büyüklüğü ,307 olarak bulunmuştur. Elde edilen bu bulgular; tasarlanan öğrenme ortamının, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarının gelişimi üzerinde önemli ölçüde etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerinin son test ve kalıcılık testi arasındaki fark puanlar dizisinin oluşturduğu puan ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığına yönelik karışık ölçümler için iki yönlü ANOVA yapılmıştır. Analiz sonucunda elde edilen verilere Tablo 17'de yer verilmiştir.

Tablo 17

Deney ve kontrol grubunun son test-kalıcılık testi puanlarının iki yönlü ANOVA sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p	η^2
Deneklerarası	1679,846	61				
Grup (Deney/Kontrol)	682,911	1	682,911	41,101	,000	,407
Hata	996,935	60	16,616			
Deneklerİçi	948,500	62				
Ölçüm	532,653	1	532,653	84,182	,000	,584
Grup*Ölçüm	**36,202**	**1**	**36,202**	**5,721**	**,020**	**,087**
Hata	379,645	60	6,327			
Toplam	2628,346	123				

Tablo 17 incelendiğinde, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin son test ve kalıcılık testi puanlarının ortalamaları arasında anlamlı fark vardır ($F_{(1,60)}$= 41,101, p<, 05). Bu da deney ve kontrol grupları için yapılan tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA sonuçlarını desteklemektedir. Bununla birlikte, karışık ölçümler için iki faktörlü varyans analizi sonucunda, grup-ölçüm ortak etkisi, deney grubundaki puan azalışının, kontrol grubuna göre anlamlı derecede az olduğunu göstermektedir ($F_{(1,60)}$=5,721, p<,05).Ayrıca, etki büyüklüğünün ,087 olarak bulunması; uygulamanın önemli ölçüde etkiye sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durumda, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının, alışkanlıkların kalıcılığı üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu sonucuna varılabilir.

4.2 Tasarlanan Öğrenme Ortamından Yansımalar

Çalışmanın bu bölümünde, tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını süreç içerisinde nasıl etkilediğini ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu nedenle, öğrencilerin her hafta yürütülen uygulamalardaki problemlere verdikleri cevaplarda ortaya çıkan geometrik düşünme alışkanlıklarına yönelik bulgular yer almaktadır. Böylece öğrencilerin haftadan haftaya sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıkları ortaya konulmaya çalışılmıştır.

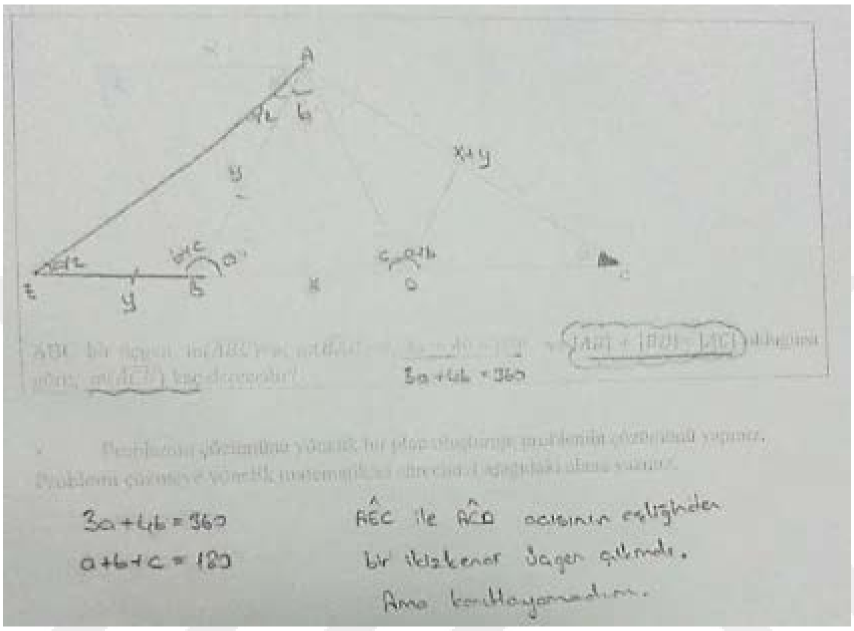
4.2.1 Birinci uygulama haftasına yönelik bulgular. Birinci haftada iki uygulama etkinliği yapılmıştır. İlk etkinlik "Üçgende Açılar", ikinci etkinlik ise "Üçgen Eşitsizliği" konusu ile ilgilidir. İlk etkinlikte öğrencilerden ek bir çizim yaparak, ikizkenar üçgen oluşturabilmeleri; daha sonra üçgenler arasında ilişkilendirme yaparak, açılar arasındaki ilişkileri ortaya koyabilmeleri istenmektedir. İkinci etkinlikte beklenen ise; yine öğrencilerin ek çizim/çizimler yaparak, üçgenler arasında üçgen eşitsizliğini kullanabilmesi ve istenilen eşitsizliği elde edebilmesidir. Bununla birlikte öğrencilerin özel bir durum kullanarak (A ve D noktasından geçen yüksekliği çizerek) üçgenlerin kenarları arasında ilişki kurarak eşitsizliği elde edebilmesi de söz konusudur. Bu bağlamda ilk hafta etkinliklerinde baskın olan düşünme alışkanlıkları ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığıdır.

Birinci etkinliğe otuz iki öğrenci katılmıştır. 3 öğrenci doğru çözüme ulaşırken; 3 öğrenci hiçbir geometrik düşünme alışkanlığını kullanmamıştır. Bunun dışında, 10 öğrencinin amaca yönelik olmayan rastgele ek çizimler yaptığı ve ardından çözüm sürecine devam etmediği görülmektedir. Geriye kalan öğrencilerin ise; ek bir çizim yapıp keşfetme ve yansıtma düşünme alışkanlıklarını kullansalar da açılar ve kenarlar arasında ilişkiyi belirlemede sıkıntı yaşadıklarından doğru çözüme ulaşamadıkları belirlenmiştir.

Birinci etkinlikte yer alan probleme yönelik çözüm sürecini tamamlayamayan Ö23 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 1'de yer almaktadır.

Şekil 1

Ö23 kodlu öğrencinin 1. probleme yönelik çözümü



Şekil 1'de Ö23 kodlu öğrencinin "$\widehat{AEC}$ ile $\widehat{ACD}$ açısının eşliğinden bir ikizkenar üçgen çıkmalı. Ama kanıtlayamadım." cevabını verdiği görülmektedir. Çözüm sürecini ve bu kanıya nasıl vardığını görebilmek için aşağıda video kaydından bir kesit verilmiştir.

A: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö23: Şimdi AB kenarıyla aynı uzunlukta şurada bir kenar oluşturdum. $\widehat{AEC}$ *ikizkenar üçgen oldu. Bize bir eşitlik verilmiş.* $\widehat{ABD}$*'nin iç açıları toplamının 180° olduğunu biliyoruz. Buraya kadar geldim.*

A: Evet. Benim merak ettiğim $m(\widehat{E})$ *ile* $m(\widehat{C})$ *'nin eş çıkması gerektiğini yazmışsın. Bunu neye dayanarak söylüyorsun. Senin yazdıkların bu çıkarımı nasıl ortaya koyuyor?*

Ö23: Haklısınız. Ancak burada kenar uzunlukları arasındaki ilişki boşuna verilmemiş. Muhakkak ki bir yerde bir ikizkenar üçgen ya da eşkenar üçgen oluşacak diye düşündüm.

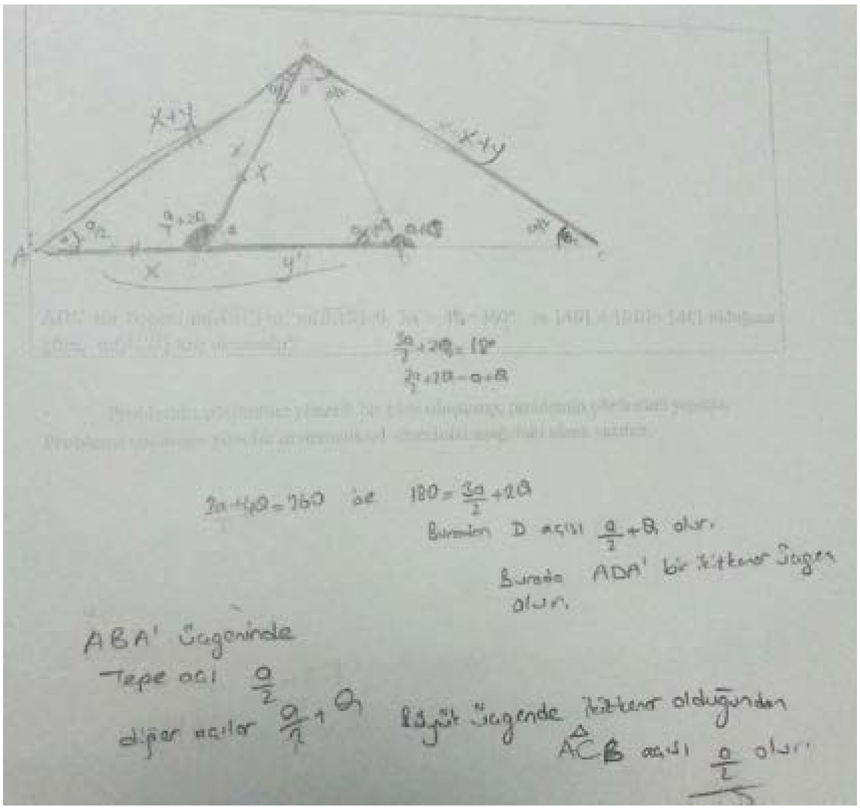
Buna dayanarak söyledim. Çünkü başta oluşturduğum kenarı da bu kenar bağıntısını göz önünde bulundurarak çizdim.

Ö23 kodlu öğrenci çözüm sürecinde öncelikle kenarlar arasındaki ilişkiyi göz önünde bulundurup; bir kenar oluşturma ihtiyacı duymuş; üçgenin açılarından yola çıkarak eşitlikler yazmıştır. Bununla birlikte elde ettiği eşitlikleri kullanarak m$(\widehat{C})$'yi elde etmese de sezgisel olarak açılar arasında bir eşitlik olacağını ifade etmiştir. Yani; Ö23 kodlu öğrenci ek çizim yaparak, keşfetme ve yansıtma düşünme alışkanlığını; üçgenler arasındaki açılar arasında eşitlikler yazarak ilişkilendirme alışkanlığını kullanmaya çalışmıştır. Ancak burada özellikle ilişkilendirme alışkanlığını yeterli düzeyde kullanamadığından; çözüm sürecini tamamlayamamıştır.

Birinci problemde doğru çözümü yapan öğrencilerden biri ise Ö22 kodlu öğrencidir. Şekil 2'de öğrencinin cevabı yer almaktadır.

Şekil 2

Ö22 kodlu öğrencinin 1. probleme yönelik çözümü



Ö22 kodlu öğrenci çözüm sürecini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Ö22:Önce şu kenarla (AB kenarını gösteriyor) aynı uzunlukta bir kenar çizdim.

A: Niçin çizdin peki?

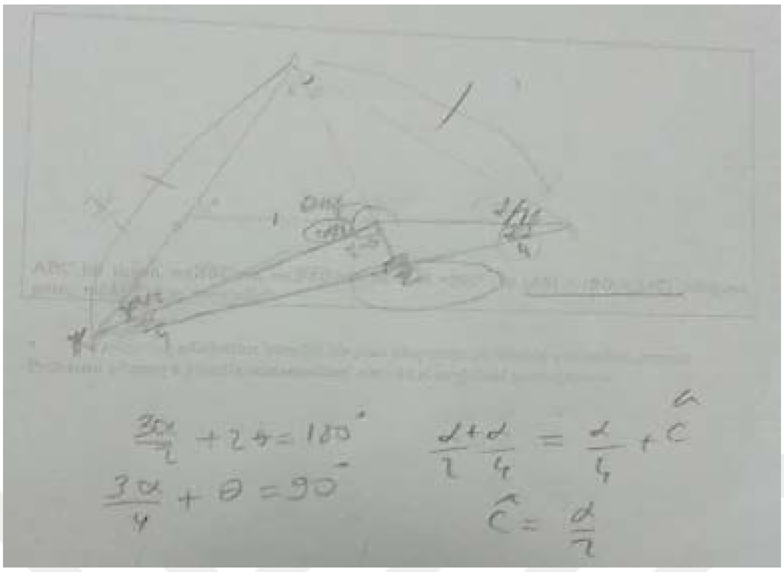
Ö22: Soruda $|AB|+|BD|=|AC|$ *verilmişse bunu kullanmam gerektiğini düşündüm. Ben de BD kenarını AB kenarı kadar uzatarak* $|AB|+|BD|$ *elde etmiş oldum. Sonra açıları kullanmaya başladım. A ve A açıları eşit. Soruda verilen eşitlikte her tarafı 2'ye böldüm. Üçgenin açıları toplamı 180 ya. Burada da üçgenin açıları toplamından yeni açı değerlerini bulacağımı düşündüm. ABD üçgenine baktığımda bu eşitliğin sağlanması için D açısının ölçüsü* $\frac{\alpha}{2}+\theta$ *olması gerekiyor. E zaten A açısı da aynı. Yani ADE ikizkenar üçgen oldu. Büyük üçgen de ikizkenar olur o zaman. C açısı ile E açısı eşit olduğu için sonuç* $\frac{\alpha}{2}$ *olur.*

Yukarıda da görüldüğü gibi, Ö22 kodlu öğrenci bir kenara eş uzunlukta bir kenarı oluşturmasının nedenini açıklayabilirken; üçgenler içerisindeki açılar arasında ilişkileri de belirlemiş ve çözüme ulaşabilmiştir. Yani öğrencinin hem keşfetme ve yansıtma hem de ilişkilendirme alışkanlığını başarılı bir biçimde kullandığını söylemek mümkündür.

Ö9 kodlu öğrenci ise problemi çözen arkadaşlarından farklı bir çözüm stratejisi geliştirmiştir. Öğrencinin cevabı Şekil 3'te görülmektedir.

Şekil 3

Ö9 kodlu öğrencinin 1. probleme yönelik çözümü



Ö9 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmede öğrenci çözüm sürecini şu şekilde açıklamıştır:

Ö9: Ben B noktasından a uzunluğu kadar bir uzunluk çizdim ve o noktaya K dedim. Böylece AKC ikizkenar üçgeni oluşmuş oldu. K ile D noktalarını birleştirince orada da bir ikizkenar üçgen var. Açı ölçüsü değerlerini yazdım. A ile D noktalarından geçecek şekilde yükseklik çizdim.

A: Açı değerlerini nasıl yazdın?

Ö9: Şimdi verilen $3\alpha + 4\theta = 360°$*'yi kullandım. Sonra bir dış açı kendine komşu olmayan iki iç açının toplamı ya onu kullandım. K açısının ölçüsü ile C açısının ölçüsü eşit olması lazım. Oradan çıkıyor işte.*

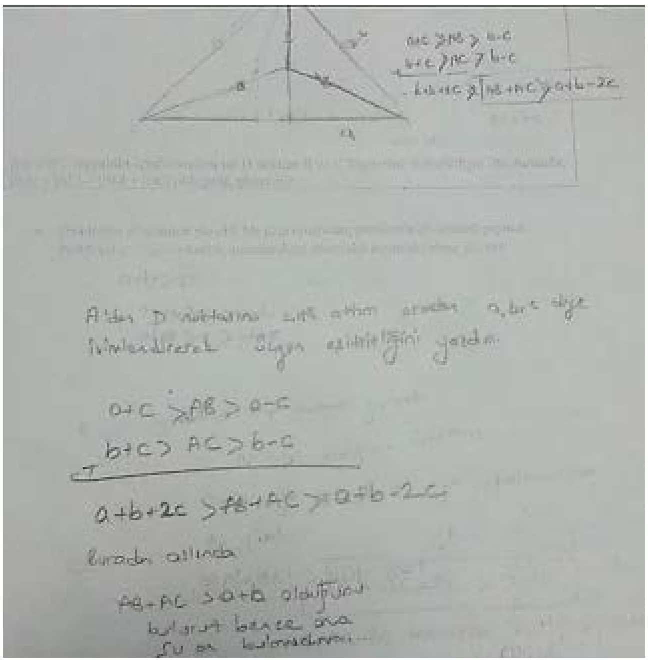
Birinci etkinliğe yönelik öğrencinin "Problemin çözümüne yönelik farklı/yaratıcı çözüm stratejileri geliştirebilir." alışkanlığını ve "Problem çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik, matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir açıklama yapabilir." alışkanlığını yüksek düzeyde kullanabildiği görülmektedir.

İlk hafta uygulamada yer alan diğer etkinlik “Üçgen Eşitsizliği” etkinliğidir. Öğrencilerin 5’i hiçbir düşünme alışkanlığını kullanmamış; yani soruyu boş bırakmıştır. 13 öğrenci ise büyük üçgen ve küçük üçgen için kenar eşitsizliklerini yazıp; büyük açı karşısında büyük, küçük açı karşısında küçük kenar bulunduğunu ifade ederek çözümü tamamlamıştır. 11 öğrenci A ile D köşelerini birleştirme, A ile D noktalarından geçen ve BC kenarını kesen doğru parçası çizme ya da D noktasını büyük üçgenin bir kenarıyla birleştirme gibi ek çizimler yaparak kenar arasında ilişkiler aramaya çalışmıştır. Yine 3 öğrenci geometrik düşünme alışkanlıklarını etkili bir biçimde kullanarak doğru çözüm yapmışlardır.

Örneğin, Ö18 kodlu öğrenci A köşesi ile D köşesini birleştirmiş; daha sonra oluşan üçgenler için üçgen eşitsizliklerini yazmıştır. Ancak istenilen eşitsizliği elde edememiştir. Burada öğrenci ilişkilendirme alışkanlığını kullansa da; çözüme yönelik etkili bir strateji geliştiremediğinden ya da keşfetme ve yansıtma alışkanlığını etkili bir biçimde kullanamadığından, çözümü tamamlayamamıştır. Şekil 4’te Ö18 kodlu öğrencinin çözümü yer almaktadır.

Şekil 4

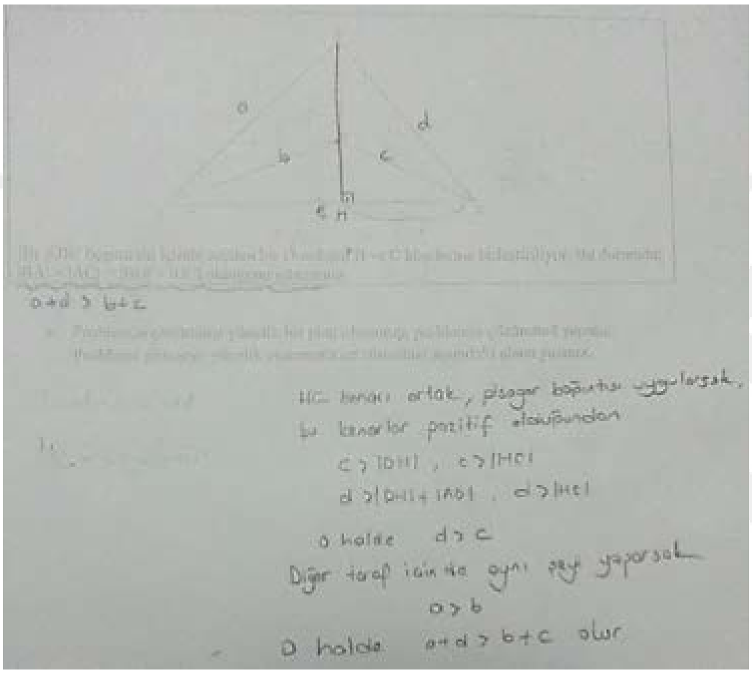
Ö18 kodlu öğrencinin 2. probleme yönelik çözümü



Ö3 kodlu öğrenci ise A ile D’den geçen BC kenarına ait yüksekliği çizmiştir. Sonrasında Pisagor Teoremi’ni kullanarak verilen eşitsizliği elde etmiştir. Öğrencinin çözümü Şekil 5’te yer almaktadır.

Şekil 5

Ö3 kodlu öğrencinin 2. probleme yönelik çözümü



Aşağıda Ö3 kodlu öğrencinin çözüm sürecine yönelik yaptığı açıklamalar yer almaktadır.

Ö3: Öncelikle A ve D noktasından geçen bir yükseklik çizdim. Sonrası kolaydı zaten.

A: Ne yaptığını anlatır mısın?

Ö3: Şimdi…(Düşünüyor). HC kenarı ortak. Hipotenüs her zaman en uzun kenar değil mi? O halde daha uzun dik kenarı olan hipotenüs daha büyük.

A:Evet.

Ö3:Aynı şeyi diğer taraf için de düşünebiliriz. Bir de burada şey var tabi. Kenar uzunlukları her zaman pozitif bir sayı.

A: Şimdi bu yazdıklarından istenilen eşitsizliği elde ettiğini görüyorum. Bir şey soracağım. Sence bu bir ispat mıdır? Yani her D noktası için bu yaptıkların doğru mudur?

Ö3:Bilmiyorum.

A: Yani diyorum ki D'yi AB kenarına yakın bir yerde düşünsem; yine A ile D'den geçen BC kenarına ait bir yükseklik çizebilir miydin?

Ö3: Hım, anladım. Yok, çizemezdim. Ben özel bir durum için düşündüm bunu.

A: Peki böyle düşünerek hangi düşünme alışkanlığını kullandın? İsmini hatırlıyor musun?

Ö3: Genelleme alışkanlığı mıydı?

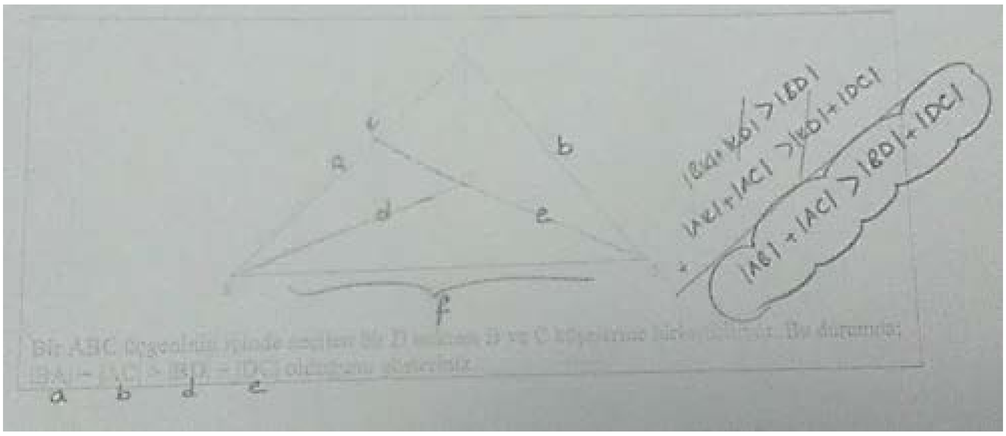
A: Evet, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını kullanmış oldun. Burada yaptığın şey de bir doğrulama aslında. Yani bu özel durum için verilen eşitsizliğin doğruluğunu göstermiş oldun.

Ö3 kodlu öğrenci çözüm sürecinde farklı bir strateji belirlemiş ve çözüme yönelik değerlendirmesini yapmıştır. Bu da öğrencinin keşfetme-yansıtma alışkanlığını başarılı bir biçimde kullandığını göstermektedir. Ayrıca A ile D'den geçen yükseklik çizerek geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının göstergesi olan "Doğruluğu kabul edilmiş genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir." alışkanlığını ortaya koyduğu görülmektedir. Ayrıca üçgenlerin kenarları arasında Pisagor Teoremi'ni uygulayan öğrencinin ilişkilendirme alışkanlığını başarılı bir biçimde kullandığını göstermektedir.

İkinci etkinlikte yer alan ispat problemini doğru çözen öğrencilerden biri Ö6 kodlu öğrencidir. Öğrencinin çözümüne Şekil 6'da yer verilmiştir:

Şekil 6

Ö6 kodlu öğrencinin 2. probleme yönelik çözümü



Ö6 kodlu öğrenci çözüm sürecini şu şekilde açıklamıştır:

Ö6: İlk aklıma gelen her iki üçgende de kenar eşitsizliklerini yazmaktı ama oradan bir şey elde edilmiyor.

A:Sonra ne düşündün?

Ö6: Sonra aklıma yükseklik de çizmek geldi ama burada D herhangi bir nokta yani benim yapacağım şeyin üçgen içindeki her yerde bu eşitsizliği sağlaması gerekiyor. Sonra siz de biraz tüyo verdiniz (Gülüyor).

A: Ne yaptın benim tüyomdan sonra?

Ö6: D noktasından AB kenarına bir doğru parçası çizdim. Sonra oluşan iki üçgen için kenar eşitsizliklerini yazdım, sonuç çıktı.

A:Peki D kenarını AC kenarıyla birleştirseydin aynı eşitsizliği elde eder miydin?

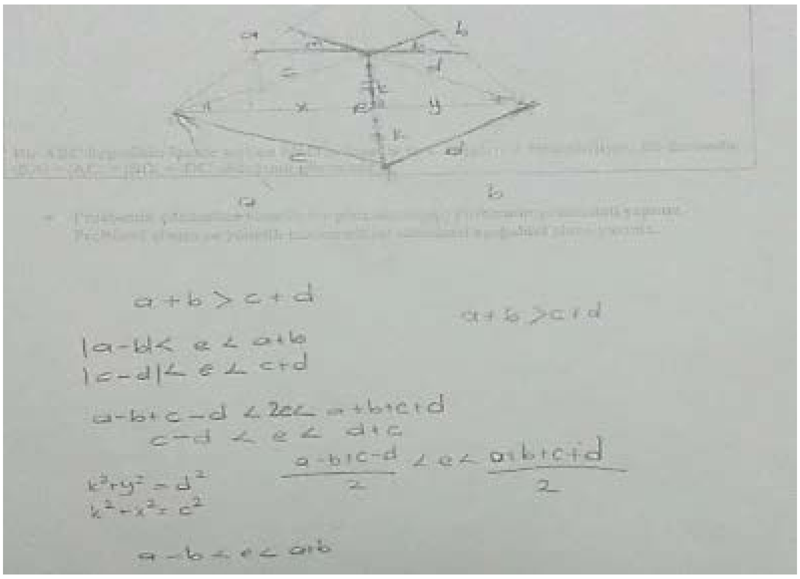
Ö6: …(Düşünüyor)… Evet yine benzer şekilde üçgenler elde ederek bu sonucu elde ederdim. Burada önemli olan o çizgiyi çekebilmek. Bir de sınıfta da ilk olarak hemen bu zaten belli niye gösteriyoruz ki dedik. Hani zaten içteki küçük ya gerek yok gibi geliyor bize. Güzel bir soruydu bence. Niye olduğunu yaparak gördük.

Ö6 kodlu öğrencinin "Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir." ve "Problem çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik, matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir açıklama yapabilir." göstergelerini ortaya koyarak keşfetme-yansıtma alışkanlığını kullandığı görülmektedir. Bununla birlikte öğrencinin "Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları) belirleyebilir." göstergesini yansıttığı görülmektedir.

İkinci etkinlikte kullanılan bir başka düşünme alışkanlığı ise değişmezleri araştırma alışkanlığı olmuştur. Ö12 kodlu öğrenci bu alışkanlığın göstergesi olan "Problemde yer alan geometrik yapıyı, problemin şartlarını bozmayacak şekilde, hareketli olarak düşünebilir ve aynı etkinin oluşup oluşmadığını tespit edebilir." alışkanlığı kullanırken; Ö31 kodlu öğrenci "Problemde verilen bir geometrik şeklin herhangi bir geometrik dönüşüm yapıldığında şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir" alışkanlığını kullanma eğilimindedir. Ancak her iki öğrencinin çözümü tamamlayamadığı görülmektedir. Öğrencilerin çözümlerine Şekil 7 ve Şekil 8'de yer verilmiştir.

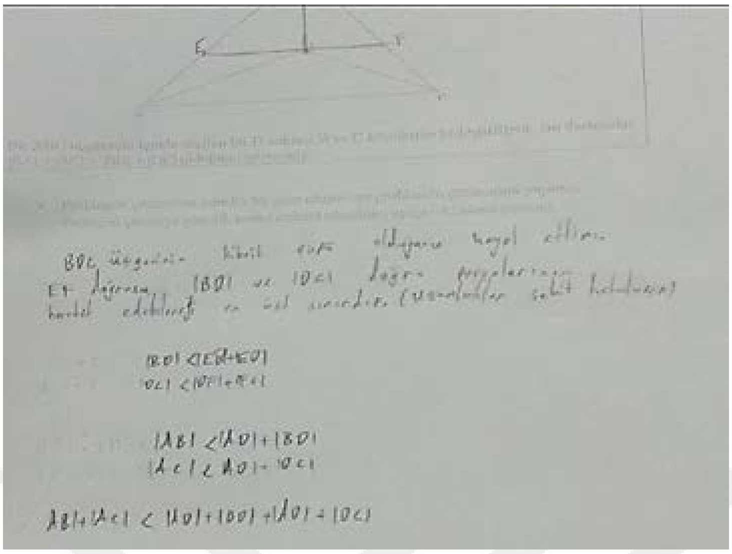
Şekil 7

Ö12 kodlu öğrencinin 2. probleme yönelik çözümü



Şekil 8

Ö31 kodlu öğrencinin 2. probleme yönelik çözümü



İlk hafta etkinliklerinde alan notlarında ön plana çıkan durum öğrencilerin daha önce bu tip problemlerle karşılaşmadıklarından öncelikle “Bu soru zor, çözmeyiz.” “Uğraşmak istemiyorum.” gibi serzenişte bulunmaları ve pes etmeleridir. Araştırmacı, öğrencileri soruları çözebilecekleri konusunda yüreklendirmiş ve çeşitli yönlendirmelerde bulunmuştur. Problemleri çözen öğrenciler tahtaya kaldırılmış ve çözümlerini arkadaşlarıyla paylaşmaları istenmiştir. Problemlerin çözümünün ardından genel kanaat problemlerin zorluğundan ziyade; kendilerinin yeterince düşünmedikleri/çaba sarf etmedikleri yönünde olmuştur. Çözmek vakit alsa da öğrenciler problem çözme sürecinden keyif aldıklarını ifade etmiştir.

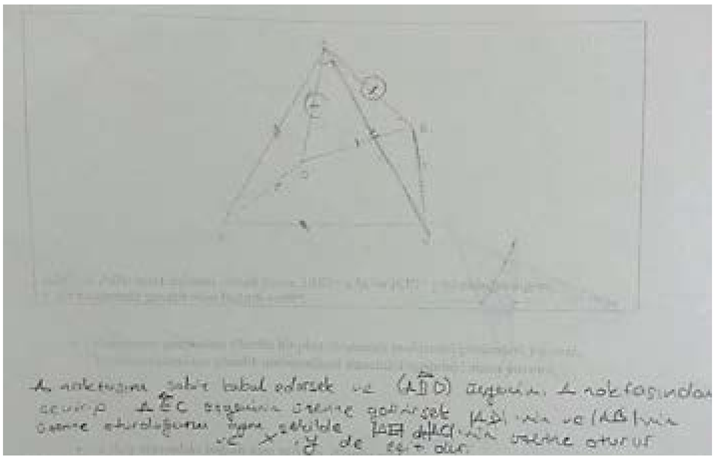
4.2.2 İkinci uygulama haftasına yönelik bulgular. İkinci haftada üç uygulama etkinliği yapılmıştır. İlk etkinlik “Üçgende Eşlik”, ikinci etkinlik “Üçgende Benzerlik” ve üçüncü etkinlik “Açıortay” konusu ile ilgilidir. İlk etkinlikte öğrencilerden üçgenler arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemeleri ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını kullanmaları beklenmektedir. İkinci etkinlikte ise; öğrencilerin simetri kavramını kullanarak yeni üçgeni oluşturabilmeleri, bu üçgenler arasındaki benzerliği belirleyebilmeleri ve orantısal muhakeme yapabilmeleri beklenmektedir. Son etkinlikte de öğrencilerden çeşitli ek çizimler yardımıyla farklı stratejiler geliştirerek istenilen açının ölçüsünü belirlemeleri istenmektedir. Bu bağlamda ikinci hafta etkinliklerinde baskın olan düşünme alışkanlıkları ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi ve değişmezleri araştırma alışkanlığıdır.

İkinci hafta etkinlikleri yine 32 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. 10 öğrencinin herhangi bir düşünme alışkanlığı kullanmadığı görülürken; etkinliğin ilk bölümünü 5 öğrenci değişmezleri alışkanlığını kullanarak, 17 öğrenci ise KAK eşliğini belirleyerek yani ilişkilendirme alışkanlığını kullanarak doğru çözmüştür. Bununla birlikte etkinliğin ikinci kısmını tamamlayan yani geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını da kullanıp etkinliği tam ve doğru bir şekilde tamamlayan 12 öğrenci bulunmaktadır.

İkinci haftadaki birinci etkinliğin ilk kısmını değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanarak çözen ve çözümünü sözel olarak açıklayan Ö10 kodlu öğrencinin cevabına Şekil 9'da yer verilmiştir. Öğrencinin yaptığı çözümün çözümünü desteklemek ve öğrencilerin dinamik düşünmelerini aktive etmek adına problemin GeoGebra programında çözümüne sınıfta yer verilmiş olup; Şekil 11'de GeoGebra programından çözüme yönelik kesitler yer almaktadır.

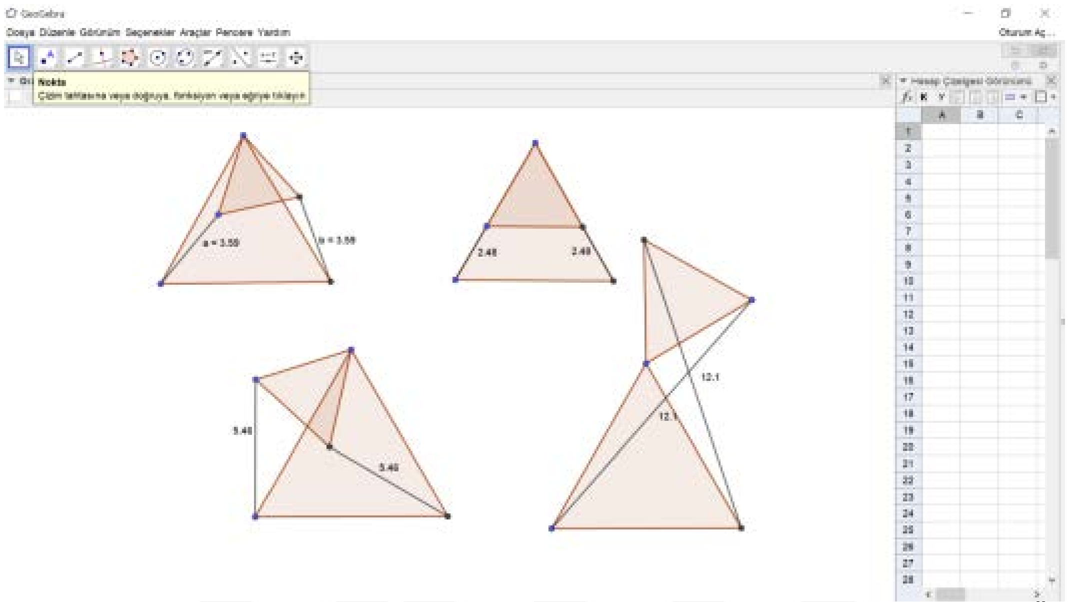
Şekil 9

Ö10 kodlu öğrencinin 3. probleme yönelik çözümü



Şekil 10

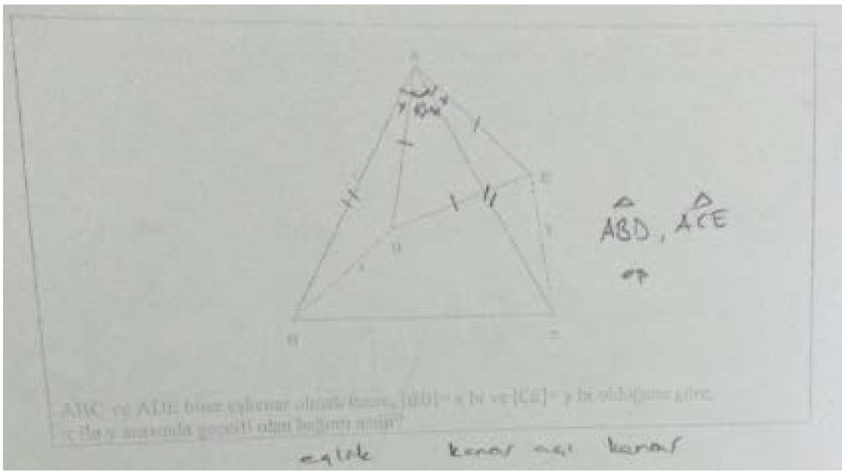
Üçüncü problem için, GeoGebra programı kullanılarak yapılan çözüm



Etkinliğin ilk kısmını ilişkilendirme alışkanlığını kullanarak tamamlayan Ö16 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 11'da yer almaktadır.

Şekil 11

Ö16 kodlu öğrencinin 3. probleme yönelik çözümü



Ö16 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmelerde öğrenci çözüm sürecini şu şekilde açıklamıştır:

Ö16:Kenarları işaretledim, sonra açıları koydum. Daha sonra kenar açı kenar eşliği var dedim. Çözmüşüm soruyu.

A:Evet ancak diğer düzgün çokgenler için bir şey yapmamışsın. Bir genelleme de ifade etmemişsin.

Ö16:Buradan bir genellemeye varamam sanırım.

A:Niçin?

Ö16: Yani bilmiyorum ben bir şey yazamadım.

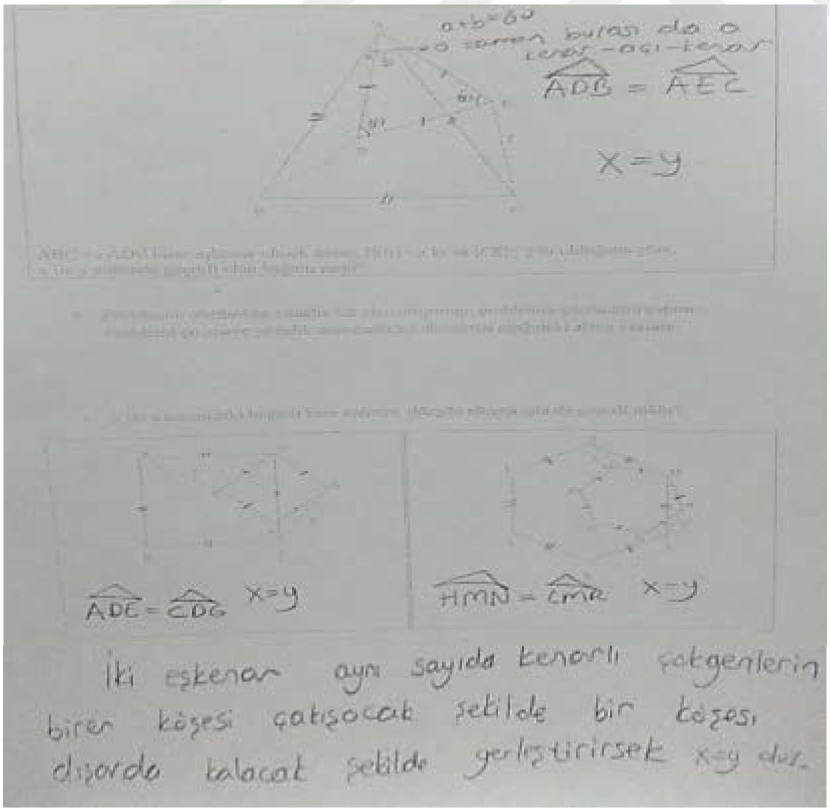
A: Hani öncelikle yaptığın şey bir eşkenar üçgen içindi. Burada bir kare var bir düzgün altıgen var. Aynı eşlik bu şekiller için de oluşmaz mıydı?

Ö16: Bilmiyorum, olabilir. Onlar için göremedim bu eşliği.

İlk etkinliği doğru şekilde tamamlayan Ö15 kodlu öğrenciye ait Çözüm Şekil 12'de yer almaktadır.

Şekil 12

Ö15 kodlu öğrencinin 3. probleme yönelik çözümü

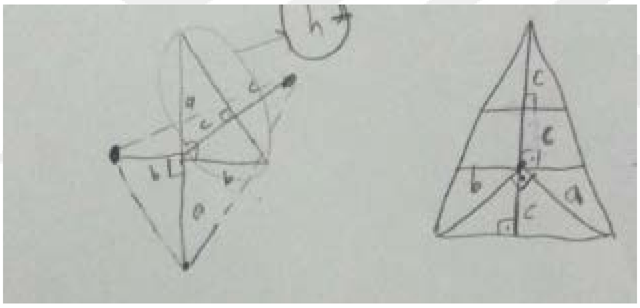


Ö15 kodlu öğrencinin çözümü incelendiğinde "İki veya daha fazla geometrik şekli, orantısal muhakeme yoluyla ilişkilendirebilir (Eşlik-benzerlik)." alışkanlığını ve "Problemden ortaya çıkacak genel durumu açıklayabilmek için özel durumdan hareket edebilir.” alışkanlığını başarılı bir şekilde kullandığı görülmektedir.

İkinci hafta uygulamasında yer alan ikinci etkinlik “Üçgende Benzerlik” etkinliğidir. 15 öğrencinin üçgenin köşelerinin karşısındaki kenarlara göre simetriklerinin belirttiği yeni üçgeni oluşturamadığı görülmektedir. Bu da “Problemde verilen bir geometrik şeklin herhangi bir geometrik dönüşüm yapıldığında şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir.” alışkanlığını yeterli düzeyde kullanamadıklarını göstermektedir. Şekil 13 ve Şekil 14’te bu duruma yönelik Ö12 ve Ö8 kodlu öğrencilerin çizimlerine yer verilmiştir.

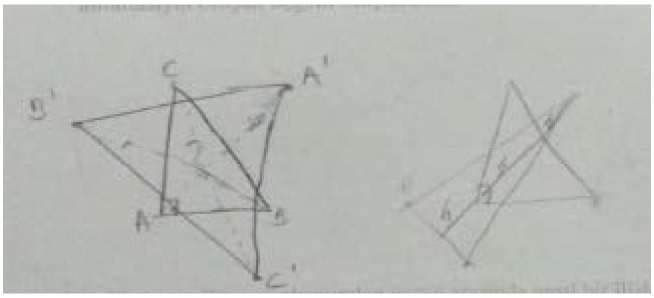
Şekil 13

Ö12 kodlu öğrencinin 4. probleme yönelik çözümü



Şekil 14

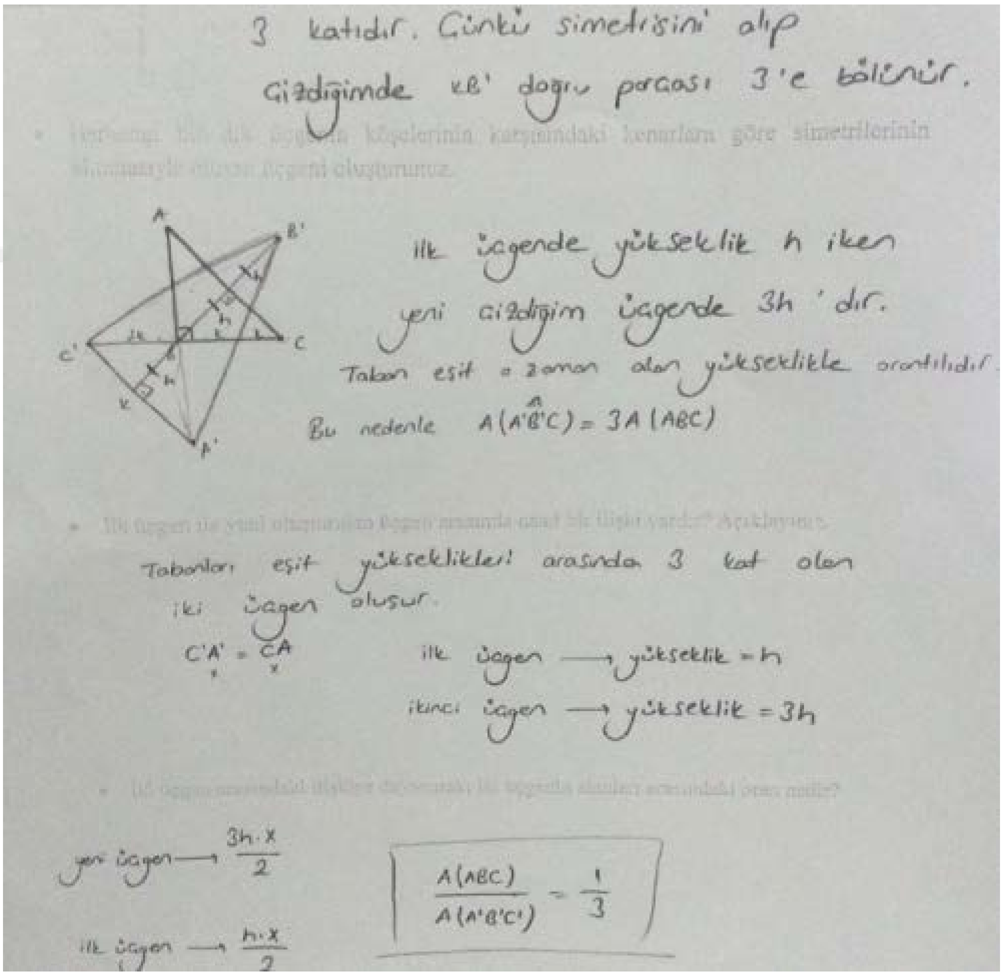
Ö8 kodlu öğrencinin 4. Probleme yönelik çözümü



Yeni üçgeni oluşturan öğrencilerin ise ilk üçgen ile yeni üçgen arasındaki kenarlar arasındaki ilişkiyi belirleyip; iki üçgenin alanları arasındaki oranı bulmuşlardır. Şekil 15'te Ö19 kodlu öğrencinin çözümü yer almaktadır.

Şekil 15

Ö19 kodlu öğrencinin 4. probleme yönelik çözümü



Ö19 kodlu öğrenci oluşan üçgen ile ilk üçgenin bir kenarlarının ve tabanları arasında belli bir oranın olduğunu ifade etmektedir. Bununla birlikte 6 öğrenci iki üçgen arasında benzerlik olduğunu ifade etmektedir. Aşağıda Ö17 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmeden bir kesit yer almaktadır:

Ö17: Öncelikle köşelerin kenarlara göre simetrisini alıp yeni üçgenin köşelerini belirledim ve üçgeni oluşturdum. Bu üçgenler benzerdir demişim.

A:Neden benzerdir peki?

Ö17: E işte simetrisini aldık. Aynı açılar falan filan. Öyle değil mi?

A:Bilmiyorum hangi durumlarda üçgenler benzerdir diyebiliyoruz? Sen bu açıların eşit olduğunu söylüyorsun değil mi?

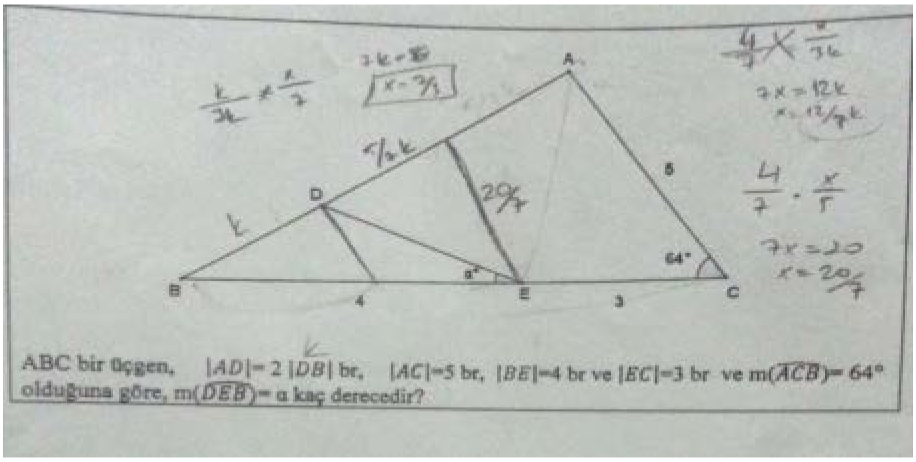
Ö17: Mesela aynı açılara sahipse ya da kenarlar arasında oran varsa benzerdir diyorduk. Burada da yükseklikler arasında oran var işte o yüzden benzerdir.

Ö17 kodlu öğrenci değişmezleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde kullanırken; üçgenler arasındaki ilişkiyi belirleme konusunda sıkıntı yaşamaktadır. Üçgenler arasında benzerlik olduğunu düşünen öğrencinin ilişkilendirme alışkanlığını yeterli düzeyde kullanamadığı görülmektedir.

"Açıortay" konusuna yönelik etkinliğe katılan 3 öğrenci herhangi bir düşünme alışkanlığını kullanmazken;12 öğrenci çözüme yönelik çeşitli stratejiler geliştirip; şekiller arasında ilişkiler arasa da çözüme ulaşamamıştır. 17 öğrenci ise hem keşfetme ve yansıtma hem de ilişkilendirme alışkanlığını başarılı düzeyde kullanıp; doğru sonuca ulaşmıştır. Şekil 16'da Ö28 kodlu öğrencinin çözümü yer almaktadır.

Şekil 16

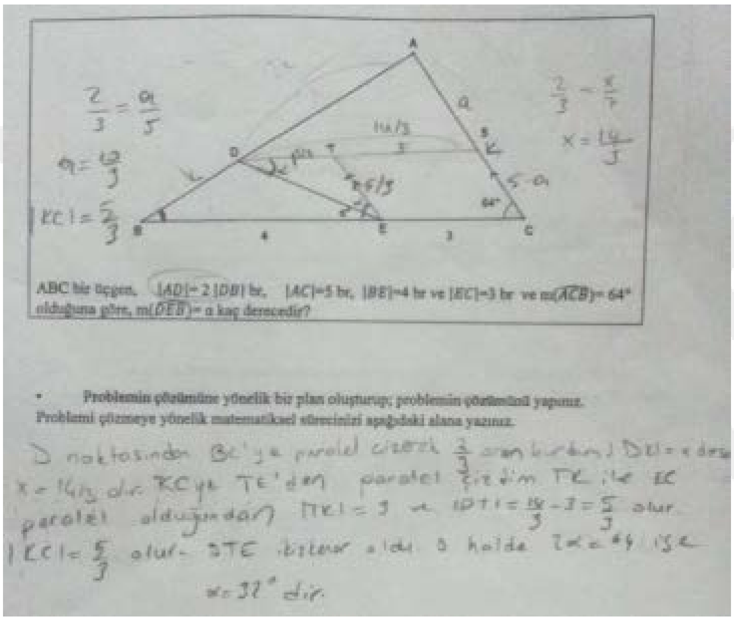
Ö28 kodlu öğrencinin 5. probleme yönelik çözümü



Ö28 kodlu öğrenci çözüme yönelik ek çizim sürecinde AC kenarına paralel çizmeyi tercih ettiği görülmektedir. Bu da alternatif çizimlerden biri olarak değerlendirilebilir. Ancak sonrasında öğrencinin benzer üçgenler arasında oranı matematiksel olarak doğru yazamadığı görülmektedir. Bu da öğrencinin ilişkilendirme alışkanlığının göstergelerinden biri olan "İki veya daha fazla geometrik şekli, orantısal muhakeme yoluyla ilişkilendirebilir" alışkanlığını doğru şekilde kullanamadığını göstermektedir. Bununla birlikte ek çizimler yapıp; üçgenler arası benzerlikleri kullanarak çözüme ulaşan Ö9 ve Ö7 kodlu öğrencinin cevaplarına Şekil 17 ve Şekil 18'de yer verilmiştir.

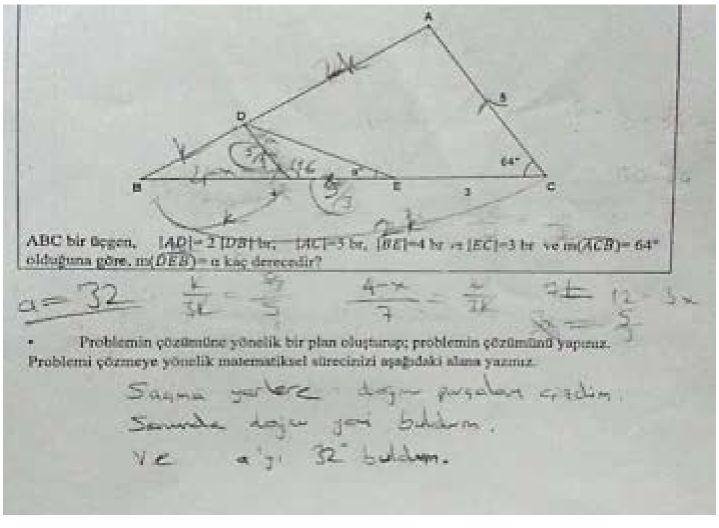
Şekil 17

Ö9 kodlu öğrencinin 5. probleme yönelik çözümü



Şekil 18

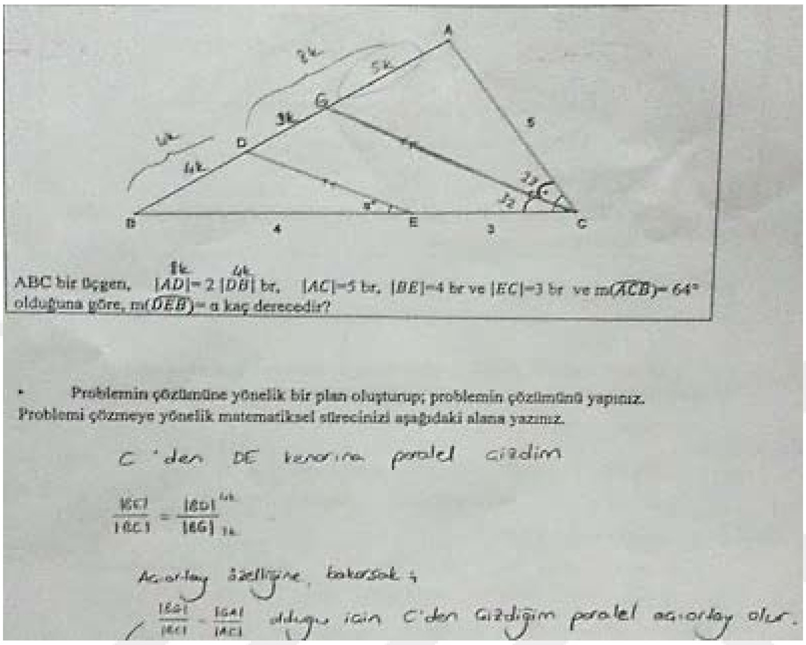
Ö7 kodlu öğrencinin 5. probleme yönelik çözümü



Son olarak, açıortay özelliğini kullanarak çözüm yapan Ö6 kodlu öğrencinin çözümüne Şekil 19'da yer verilmiştir.

Şekil 19

Ö6 kodlu öğrencinin 5. probleme yönelik çözümü



Burada Ö6 kodlu öğrencinin ek bir çizim yapıp, benzerliği kullandığı; bununla birlikte, "Şekillerin özelliklerini tanımlayabilir ve hangi şekillerin bu tanıma yönelik sınıflandırmaya uygun olduğunu belirleyebilir." alışkanlığını (çizdiği paralelin açıortay olduğunu belirlemesi) başarılı bir şekilde kullandığı görülmektedir.

İkinci uygulama haftasında GeoGebra dinamik yazılım programından yararlanılmaya başlanmıştır. Öğrenciler böyle bir programın sınıfta ilk defa kullanıldığını belirtmiş; şekillerin hareket ettiriliyor olması oldukça dikkatlerini çekmiştir. Geometri dersinde problemlerin bu programla çözülmesinin dersi daha zevkli ve eğlenceli hale getireceğini ifade etmişlerdir. Örneğin Ö9 kodlu öğrenci yapılan görüşmelerde "*Keşke derslerimizde de bu programı kullansak. Yani biz de kullanmayı öğrensek. Bu programla birlikte problemleri daha kolay çözebileceğimizi düşünüyorum.*" şeklinde düşüncelerini ifade ederken; Ö19 kodlu öğrenci de

"*Bu programda şekilleri hareket ettirebilmek eğlenceli ve öğretici. Çok zevk aldım.*" şeklinde görüşlerini bildirmiştir.

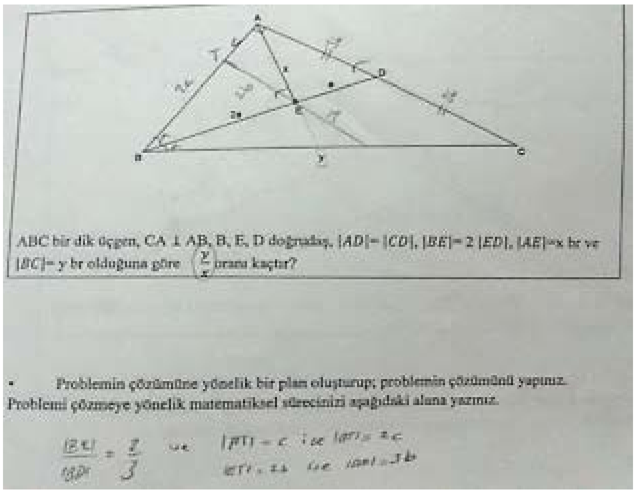
4.2.3 Üçüncü uygulama haftasına yönelik bulgular. Üçüncü haftada "Kenarortay", "Dik üçgen" ve "Öklid-Pisagor Bağıntısı" konularıyla ilgili üç etkinliğe yer verilmiştir. Her üç etkinlikte de öğrencilerden ek çizimler yapmaları ve kenarlar/uzunluklar arasındaki ilişkileri belirleyip çözüme ulaşmaları beklenmektedir. Bu bağlamda üçüncü hafta etkinliklerinde baskın olan düşünme alışkanlıkları ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma alışkanlığıdır.

Üçüncü hafta etkinlikleri 31 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Kenarortay konusu ile ilgili olan etkinliğe yönelik 6 öğrenci herhangi bir düşünme alışkanlığını kullanıp soruyu çözmezken; 9 öğrenci düşünme ilişkilendirme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını başarılı biçimde kullanamadıklarından çözümü tamamlayamamış; 16 öğrenci ise düşünme alışkanlıklarını kullanmakla birlikte doğru çözüme ulaşmışlardır.

Probleme yönelik çözümü tamamlayamayan öğrencilerin cevapları incelendiğinde ön plana çıkan durumlar; çözüme katkı sağlayabilecek ek çizimler yapılsa da, üçgenlerin kenarları arasındaki ilişkiyi belirleyememesidir. Bu duruma örnek olarak Ö16 kodlu öğrencinin çözümü verilebilir.

Şekil 20

Ö16 kodlu öğrencinin 6. probleme yönelik çözümü



Şekil 20’de, öğrencinin ek çizim yaptığı ve benzerlik oranını yazdığı görülmektedir. Adayın çözüm sürecini anlayabilmek için yapılan derinlemesine görüşmelerden bir kesit verilmiştir.

A:Problemi nasıl çözmeye çalıştın anlatır mısın?

Ö16: Ben önce E noktasından geçecek şekilde AC kenarına bir paralel çizdim. $\frac{2}{3}$ *benzerlik oranı olduğundan AB ve AC kenarlarının uzunluklarını belirledim. Ancak bundan sonra x ile y arasında nasıl bir bağlantı kuracağımı bilemedim.*

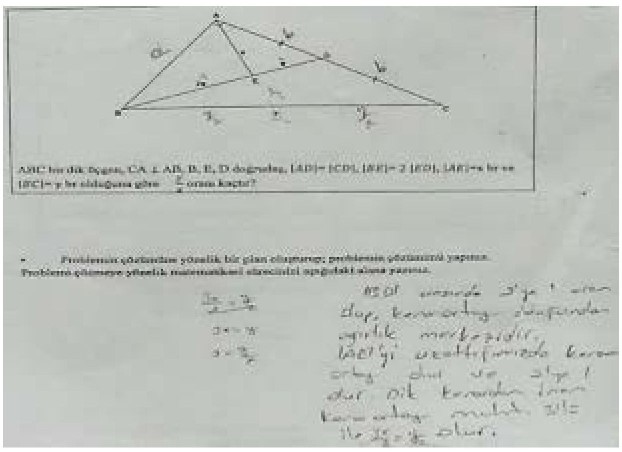
A: Paralel çizdiğini söylüyorsun. O halde T açısının ölçüsü 90° olmaz mıydı? Buradan bir yere varamaz mıydın?

Ö16: Haklısınız bunu düşünememişim. x ve y’yi b ve c cinsinden yazdığımda muhakkak ki bir şey elde ederdim.

Diyalogda ve probleme yönelik çözümler incelendiğinde Ö16 kodlu öğrencinin çözüme yönelik farklı bir strateji geliştirdiği görülmektedir. Ancak öğrencinin “Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi belirleyebilir” alışkanlığını kullanma sürecinde problem yaşadığından çözümü tamamlayamadığı açıktır. Bununla birlikte her iki düşünme alışkanlığını etkili bir biçimde kullanarak çözüme ulaşan Ö21 kodlu öğrencinin çözümüne Şekil 21’de yer verilmiştir.

Şekil 21

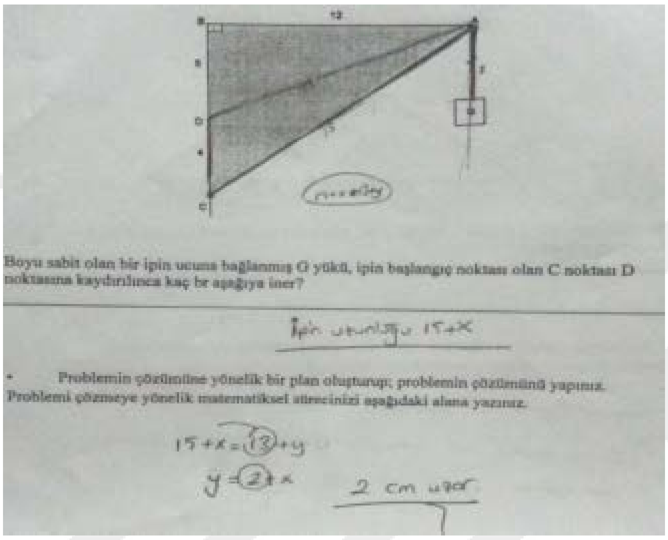
Ö21 kodlu öğrencinin 6. probleme yönelik çözümü



Dik üçgen konusu ile ilgili diğer etkinlikte ise tüm öğrencilerin ek bir çizim yaparak keşfetme ve yansıtma alışkanlığını; kenarlar arasındaki ilişkiyi belirleyerek ilişkilendirme alışkanlığını yüksek düzeyde kullandıkları görülmektedir. Aşağıda Ö22 kodlu öğrencinin çözümü yer almaktadır.

Şekil 22

Ö22 kodlu öğrencinin 7. probleme yönelik çözümü

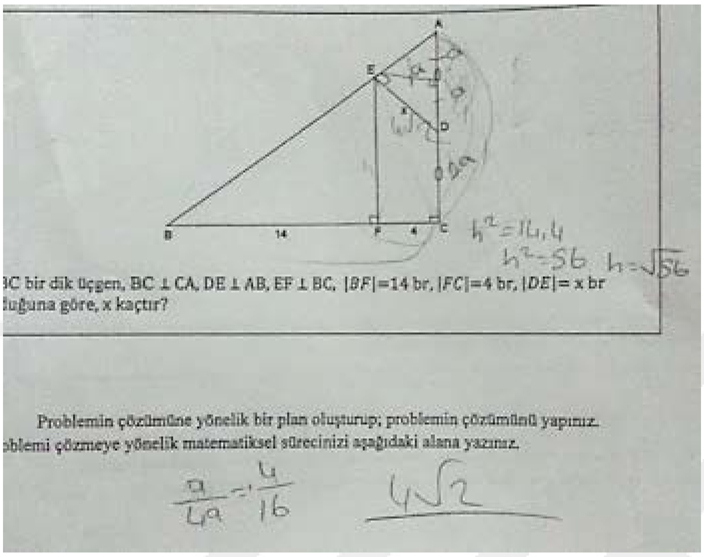


Şekil 22’den, Ö22 kodlu öğrencinin matematiksel dili etkili bir şekilde kullanarak sonucu açıklayabildiği için keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Problem çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik, matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir açıklama yapabilir.” alışkanlığını da başarılı bir şekilde kullandığını söylemek mümkündür. Bununla birlikte hem etkinliğin yapıldığı esnada hem de yapılan derinlemesine görüşmelerde öğrenciler, problemi günlük hayatla ilişkili olduğundan beğendiklerini ifade etmişlerdir. Örneğin Ö22 kodlu öğrenci “*Problem başta sanki zor gibi. Hani böyle, ip, yük olunca biraz daha yaşantımızla ilgili. Böyle problemleri çözmek daha eğlenceli geliyor.*”

Haftanın son etkinliğinde ise 7 öğrencinin herhangi bir çözüm yapmadığı görülürken; 11 öğrenci ilişkilendirme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarını yeterli düzeyde kullanamadıklarından çözüm sürecinde zorluk yaşamıştır. Öğrencilerin özellikle kenarlar arasındaki ilişkileri belirlemede problemler yaşadıkları görülmektedir. Örneğin Ö13 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 23'te yer almaktadır.

Şekil 23

Ö13 kodlu öğrencinin 8. probleme yönelik çözümü

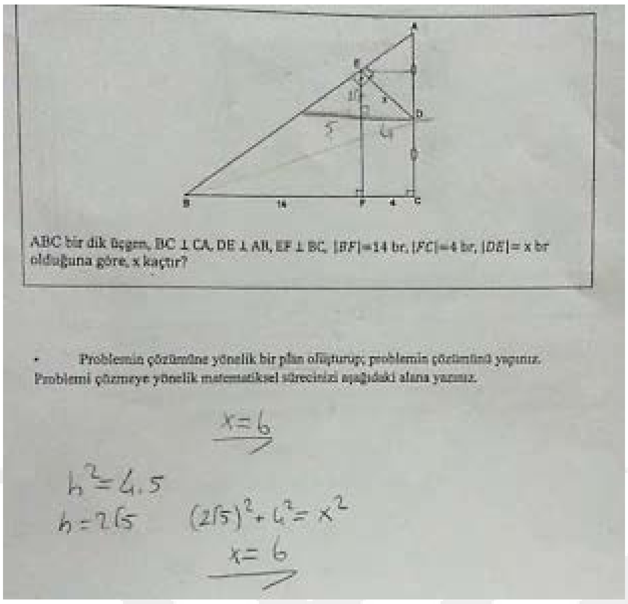


Ö13 kodlu öğrencinin BC kenarına paralel E noktasından AC kenarına bir dik doğru parçası çizerek keşfetme ve yansıtma alışkanlığının "Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir." göstergesini kullandığı görülmektedir. Ancak bu alışkanlığı kullanımı sonrasında kenar uzunlukları ve oluşan üçgenler arasındaki benzerlik oranları arasındaki ilişkiyi doğru belirleyemediğinden; ilişkilendirme alışkanlığının göstergelerinden olan "Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları gibi) belirleyebilir." ve "İki veya daha fazla geometrik şekli, orantısal muhakeme yoluyla ilişkilendirebilir (Eşlik-benzerlik)." alışkanlıklarını düşük düzeyde kullandığı görülmektedir.

Problemi çözen öğrencilerin çözüm süreçlerinin aynı olduğu görülmektedir. Bu bağlamda örnek çözümlerden biri olan Ö9 kodlu öğrencinin çözümüne Şekil 24'te yer verilmiştir.

Şekil 24

Ö9 kodlu öğrencinin 8. probleme yönelik çözümü



Şekil 24'ten Ö9 kodlu öğrencinin çözüme yönelik ek çizim yapmasının ardından, benzerlik oranını ve Öklid bağıntısını kullanarak çözümü tamamladığı görülmektedir.

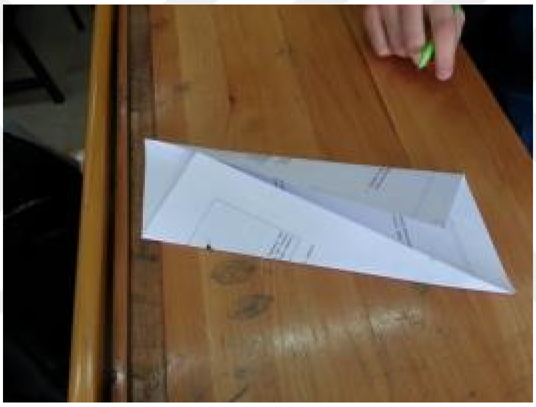
Üçüncü hafta etkinliklerinde yer alan problemlerde öğrencilerin keşfetme-yansıtma ve ilişkilendirme alışkanlığının etkili bir biçimde kullanabilmeleri amaçlanmıştır. Süreçte keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergelerinden olan ek çizim yapma ve yaptıklarının gerekçelerini açıklayabilme becerilerini yüksek düzeyde kullanabilen öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlığını da yüksek düzeyde kullanıp; doğru sonuca ulaştıkları belirlenmiştir.

4.2.4 Dördüncü uygulama haftasına yönelik bulgular. Uygulamanın dördüncü haftasında öğrencilere 3 farklı etkinlik sunulmuştur. İki etkinlik dikdörtgenlerle; bir etkinlikte de paralelkenarda alan konusuyla ilgilidir. Yapılan ilk etkinlikte amaç; öğrencilerin değişmezleri araştırma ve ilişkilendirme alışkanlıklarını işe koşmaktır. İkinci etkinlikteki amaç ise; öğrencilerin ek bir çizim yapmasının ardından ilişkilendirme ve yapıyı hareketli düşünüp değişmezleri araştırma alışkanlıklarını kullanmayı sağlamaktır. Son etkinlikte de öğrencilerden ek çizimler yapmaları ve kenarlar/uzunluklar arasındaki ilişkileri belirleyip çözüme ulaşmaları beklenmektedir. Bu bağlamda dördüncü hafta etkinliklerinde baskın olan düşünme alışkanlıkları ilişkilendirme, keşfetme ve yansıtma ve değişmezleri araştırma alışkanlığıdır.

Dördüncü hafta uygulanan etkinliklere 31 öğrenci katılmıştır. İlk etkinlikte yer alan problemi 28 öğrenci doğru cevabı verirken; 3 öğrenci sonuca varamamıştır. Sonuca varamayan öğrencilerden biri de etkinlik kağıdını katlayarak problemi çözmeye çalışan Ö19 kodlu öğrencidir. Şekil 25'te öğrencinin çözüm sürecine yönelik bir kesit yer almaktadır.

Şekil 25

Ö19 kodlu öğrencinin 9. probleme yönelik çözüm sürecinden bir kesit



Şekil 25'te Ö19 kodlu öğrencinin problemi çözmek için etkinlik kağıdı üzerinde katlama yapıldığı görülmektedir. Aşağıda öğrenciyle süreç esnasında öğrenciyle yapılan görüşme yer almaktadır:

A: Ne yapıyorsun bakalım?

Ö19: Hocam, ben zihnimde canlandıramıyorum. O yüzden belki problemi çözebilirim diye katlayayım dedim.

A: Peki kağıdı katlayarak görebildin mi bir şeyler?

Ö19: Valla yine de tam göremiyorum. Bu katlama soruları beni aşar hocam. Olmayacak çözemiyorum yine.

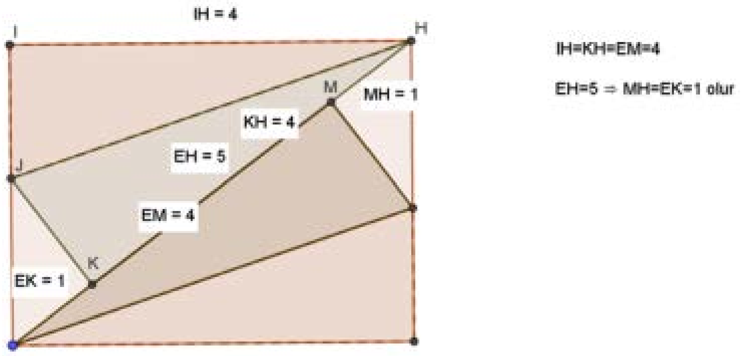
A: Hangi kenar nereye taşınıyor, uzunluk değişiyor mu? Bunlara odaklansan göreceksin aslında.

Ö19: Bilmiyorum…

Burada Ö19 kodlu öğrencinin dikdörtgen üzerinde katlama yapıldıktan sonra değişen ve değişmeyen özellikleri belirleyemediği görülmektedir. Bu durum öğrencinin, değişmezleri araştırma alışkanlıklarının göstergelerinden biri olan “Problemde verilen bir geometrik şeklin herhangi bir geometrik dönüşüm yapıldığında şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir.” alışkanlığını kullanmadığının ya da bu alışkanlığa sahip olmadığının göstergesi olabilir. Bununla birlikte; öğrencilerin değişmezleri araştırma alışkanlığını geliştirebilmek için problemin çözümüne GeoGebra programında yer verilmiştir.

Şekil 26

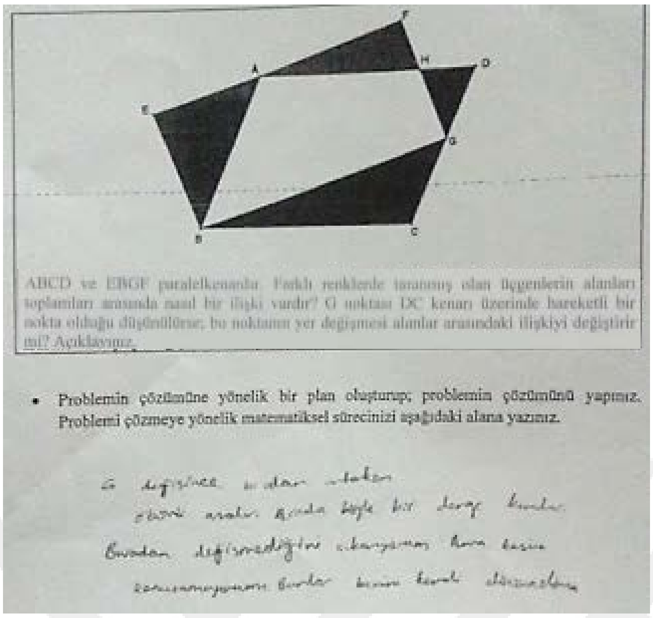
Dokuzuncu problemin GeoGebra ile çözümü



Paralelkenarda alan konusuyla ilgili olan ikinci etkinlikte ise 8 öğrenci kağıtlarına “Bilmiyorum.”, “Çözemiyorum.” , “Zor bir soru.” gibi görüşlerini ifade eden cümleler yazmakla birlikte herhangi bir geometrik düşünme alışkanlığını kullanmamıştır. 21 öğrenci ise şekil üzerinde verilen noktanın hareket ettirilirse alanlar arasındaki ilişkinin değiştirip değiştirmemesi konusunda geometrik bir çizimle birlikte matematiksel bir açıklama yapmamış; sözel olarak düşüncelerini ifade etmişlerdir. Şekil 27’de Ö16 kodlu öğrencinin, alanlar arasındaki ilişkinin değişmediğine yönelik görüşünü içeren cevabı yer almaktadır.

Şekil 27

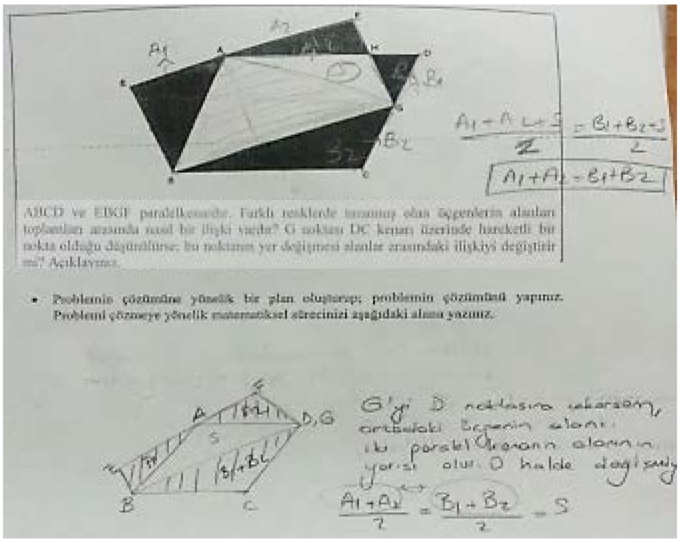
Ö16 kodlu öğrencinin 10. probleme yönelik çözümü



Problemi çözümünü doğru bir şekilde tamamlayan Ö22 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 28'de yer almaktadır.

Şekil 28

Ö22 kodlu öğrencinin 10. probleme yönelik çözümü

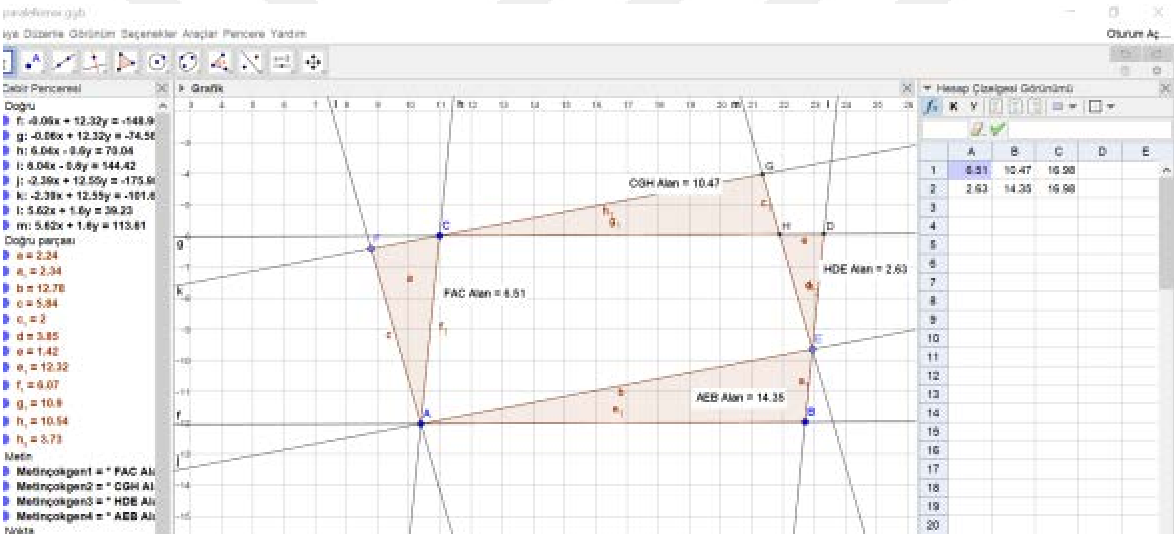


Ö22 kodlu öğrencinin cevabı incelendiğinde öncelikle ek bir çizim yaptığı, üçgenler ve paralelkenarlar arasında ilişki kurduğu ve noktayı hareketli düşünerek oluşan yeni durumda alanlar arasındaki ilişkinin değişmediğini görsel ve matematiksel olarak da ifade ettiği görülmektedir. Buradan öğrencinin keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve değişmezleri araştırma alışkanlığını başarılı bir şekilde kullandığını göstermektedir.

Problemi Ö22 kodlu öğrencinin çözümü tahtada da çözmesinin ardından, araştırmacı G noktasının DC kenarı üzerindeki yeri değiştiğinde alanlar arasındaki ilişkinin değişmeyeceğini GeoGebra programından göstermiştir. Şekil 29, probleme yönelik hazırlanan GeoGebra programından alınan ekran görüntüsüdür.

Şekil 29

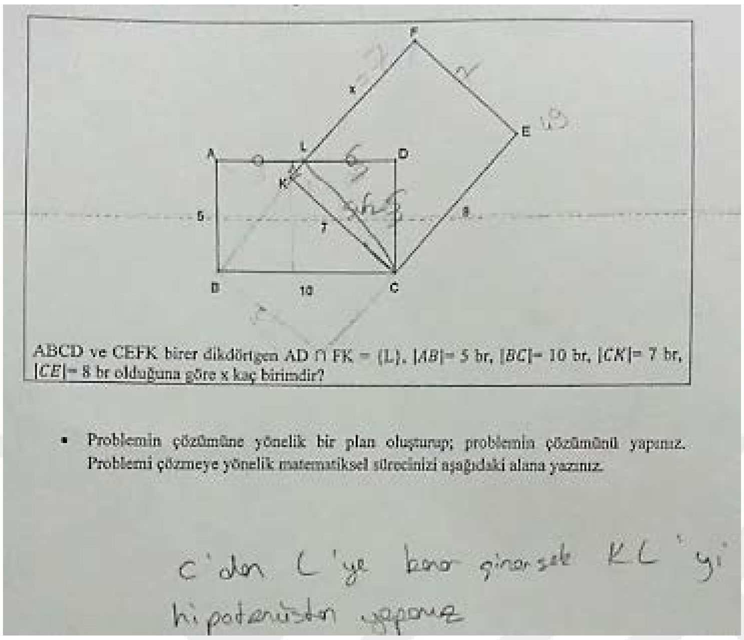
Onuncu problemin GeoGebra programı ile çözümü



Dördüncü haftanın son etkinliğinde ise, yalnız 1 öğrenci soruyu çözmezken; diğer öğrencilerin problemi çözdükleri görülmektedir. Şekil 29'da, Ö30 kodlu öğrencinin cevabı görülmektedir.

Şekil 30

Ö30 kodlu öğrencinin 11. probleme yönelik çözümü



Öğrencinin çözüm sürecini açıklayan diyaloğa aşağıda yer verilmiştir.

A: Şimdi senin bu soruda farklı şeyler denediğini görüyorum. Burada çizimler yapmışsın sonra silmişsin.

Ö30: Aynen. Öteki yaptığım çizimler bir şey elde edemedim. O yüzden sildim onları. Yani beni çözüme götürmedi.

A: Sonra ne yaptın peki?

Ö30: Sonra işte C köşesinden L noktasına bir doğru parçası çizdim. Bu çizdiğim her iki üçgenin de hipotenüsü oluyor. Pisagoru kullandım. Sonra x'i 7 buldum.

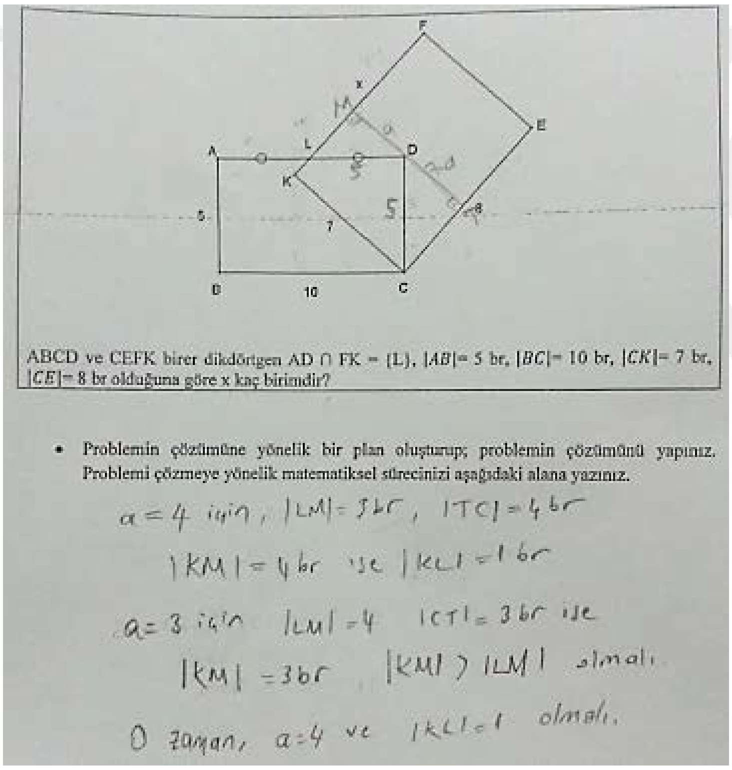
A:Peki bu soruyu çözerken hangi düşünme alışkanlıklarını kullandın?

Ö30: Hım… Keşfetme ve ilişki arama yöntemlerini kullandım.

Diyalogta görüldüğü gibi öğrenci hangi düşünme alışkanlıklarını kullandığının farkındadır. Bununla birlikte öğrencinin "Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir." ,"Problem çözümünün niçin doğru olduğuna yönelik, matematiksel dili doğru kullanarak mantıklı bir açıklama yapabilir.” ve “Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları gibi) belirleyebilir.” alışkanlıklarını sergilediği görülmektedir. Problemin çözümünde öğrencilerin neredeyse tümünün aynı çözüm stratejisini uygularken; Ö27 kodlu öğrencinin farklı bir yolla çözümü gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğrencinin probleme verdiği cevap Şekil 31’de verilmiştir.

Şekil 31

Ö27 kodlu öğrencinin 11. probleme yönelik çözümü



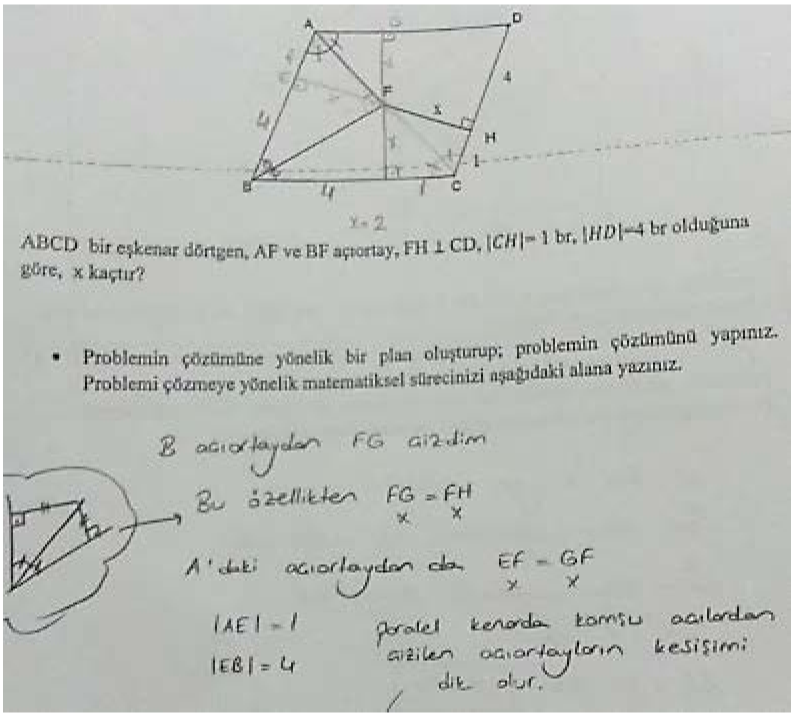
Çözüme yönelik öncelikli olarak öğrencinin “Problemin çözümüne yönelik farklı/yaratıcı çözüm stratejileri geliştirebilir.” alışkanlığını kullandığı görülmektedir. Farklı bir yerden çizim yaparak çözüm sürecine başlayan öğrenci, diğer arkadaşlarından farklı olarak; geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Problemdeki veriler çerçevesinde olası durumları düşünebilir; varsa durumun geçerli olmadığı örnekleri tespit edebilir.” göstergesini kullanmıştır. Bununla birlikte ilişkilendirme alışkanlığını da yüksek düzeyde kullandığı söylenebilir.

4.2.5 Beşinci uygulama haftasına yönelik bulgular. Beşinci haftada üç uygulama etkinliği yapılmıştır. İlk etkinlik "Eşkenar dörtgen", ikinci etkinlik "Kare" ve üçüncü etkinlik "Yamukta alan" konusu ile ilgilidir. İlk etkinlikte öğrencilerden çeşitli çözüm stratejileri geliştirerek kenarlar arasında bağıntılar kurarak ilişkilendirme alışkanlığını kullanmaları beklenmektedir. İkinci etkinlikte ise; öğrencilerin ek çizim yaparak kenarları arasındaki ilişkiyi belirlemeleri, verilen noktayı hareketli olduğu düşünüldüğünde değişmeyen özellikleri belirlemeleri ve son olarak geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını işe koşmaları beklenmektedir. Haftanın son etkinliğinde ise ortaya çıkması hedeflenen düşünme alışkanlıkları ilişkilendirme, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarıdır.

İlk uygulama etkinliği eşkenar dörtgende uzunluk bulma ile ilgilidir. Öğrencin hepsi problemi çözerken; Ö6, Ö30 ve Ö17 kodlu öğrencilerin farklı çözüm yollarına Şekil 32'de, Şekil 33 ve Şekil 34'te yer verilmiştir.

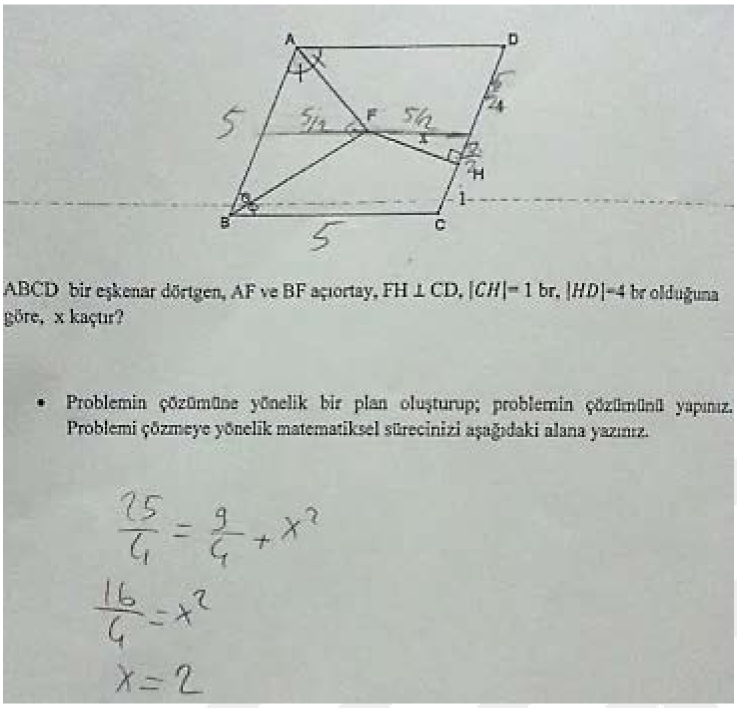
Şekil 32

Ö6 kodlu öğrencinin 12. probleme yönelik çözümü



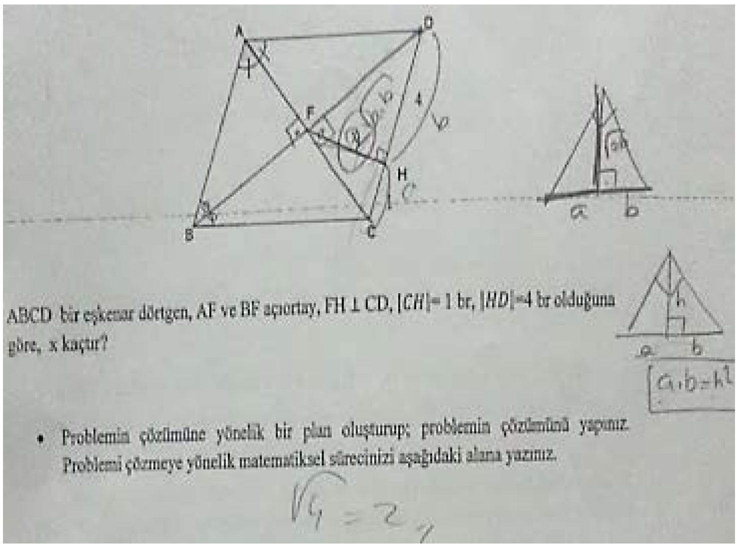
Şekil 33

Ö30 kodlu öğrencinin 12. probleme yönelik çözümü



Şekil 34

Ö17 kodlu öğrencinin 12. probleme yönelik çözümü



Ö6 kodlu öğrenci öncelikle açıortay özelliğini kullanarak çözüme ulaşırken; Ö17 kodlu öğrenci köşegenleri tamamlamak için ek bir çizim yapmış, ardından Öklid bağıntılarından birini kullanarak x değerini bulmuştur. Ö30 kodlu öğrencinin çözüm sürecini ortaya koymak adına görüşme sürecinden bir kesite yer verilmiştir.

Ö30: Bu soruda F noktasından BC kenarına paralel çizersem; bu aynı zamanda AB ve CD kenarlarının kenarortayı olur.

A: Neden peki?

Ö30: Paralel çizdiğimde açılardan gidersem Z kuralından belli zaten. İkizkenar üçgenler elde etmiş olurum.

A: Sonra?

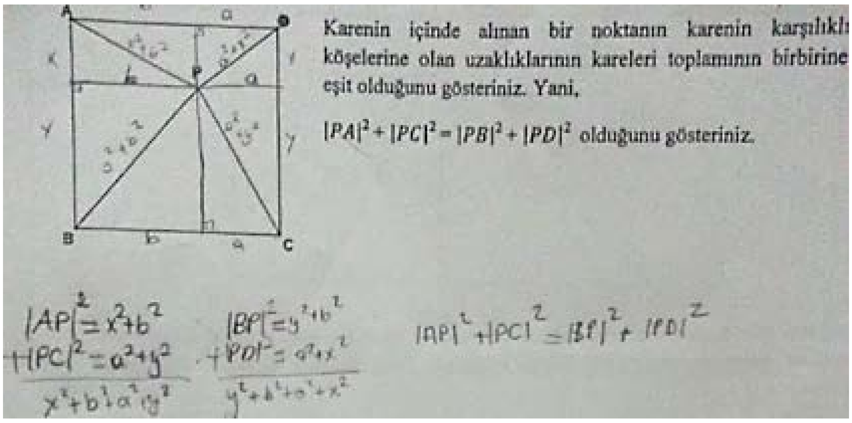
Ö30: Sonra işte $\frac{5}{2}$*'yi buldum. Diğer tarafta da kenarortay özelliği olduğundan uzunlukları belirledim. Gerisi Pisagor'dan çıkıyor zaten.*

Diyalogta da görüldüğü gibi Ö30 kodlu öğrencinin çözüme yönelik amaçlı bir şekilde ek bir çizim yaparak keşfetme ve yansıtma alışkanlığını yüksek düzeyde kullanabildiği; ardından açılar ve uzunluklar arasındaki ilişkileri doğru biçimde belirleyebilmesiyle ilişkilendirme alışkanlığını da başarılı şekilde kullanabildiği görülmektedir.

Karede kenar uzunlukları ile ilgi olan ikinci uygulama etkinliğinde 14 öğrencinin "Eşitlik doğru, çözmeye gerek yok.", "Bilmiyorum.", "Öklid ile çözülür herhalde." ve "İspatları ezberliyoruz, çözmüyoruz." şeklinde sözel ifadeler yazıp; geometrik herhangi bir düşünme alışkanlığını kullanmadıkları görülmektedir. Bununla birlikte, 11 öğrenci öncelikli olarak ilişkilendirme ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıklarını kullandıkları; ancak, değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanılması sürecinde değişmeyen/değişmeyen kenarları ve bağıntıları belirleme konusunda problem yaşadıkları görülmektedir. Son olarak 7 öğrencinin her bir düşünme alışkanlığını başarılı bir biçimde kullanarak doğru çözüme ulaştıkları görülmektedir. Doğru sonuca tam olarak ulaşamayan (değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanmayan) öğrencilerden biri olan Ö32 kodlu öğrencinin probleme yönelik cevabı Şekil 35'te yer almaktadır.

Şekil 35

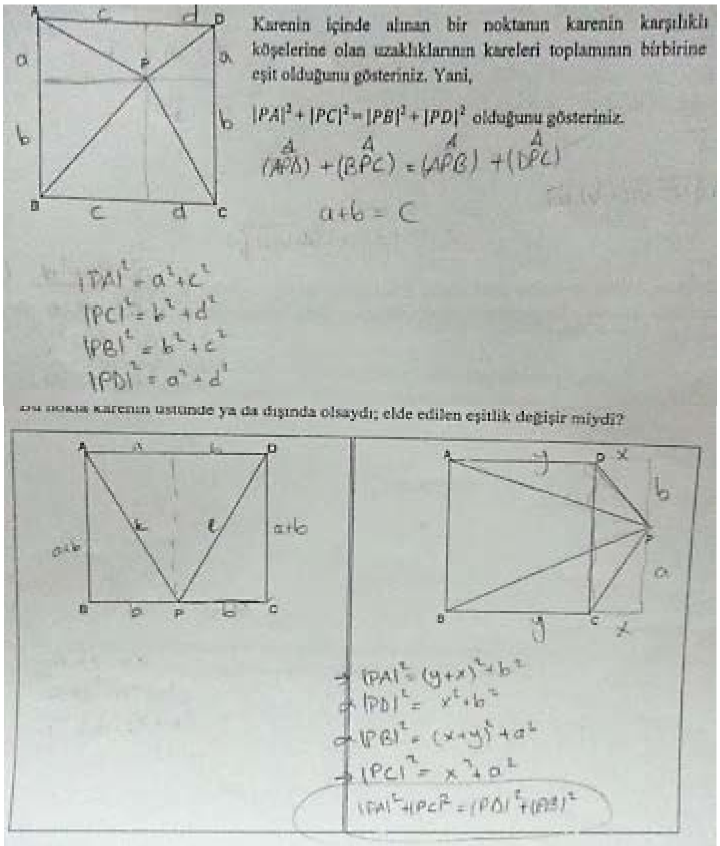
Ö32 kodlu öğrencinin 13. probleme yönelik çözümü



Bununla birlikte yine ilişkilendirme alışkanlığını kullanmakla beraber; değişmezleri araştırma alışkanlığını tam olarak kullanamayan öğrencilerden biri olan Ö25 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 36'da yer almaktadır.

Şekil 36

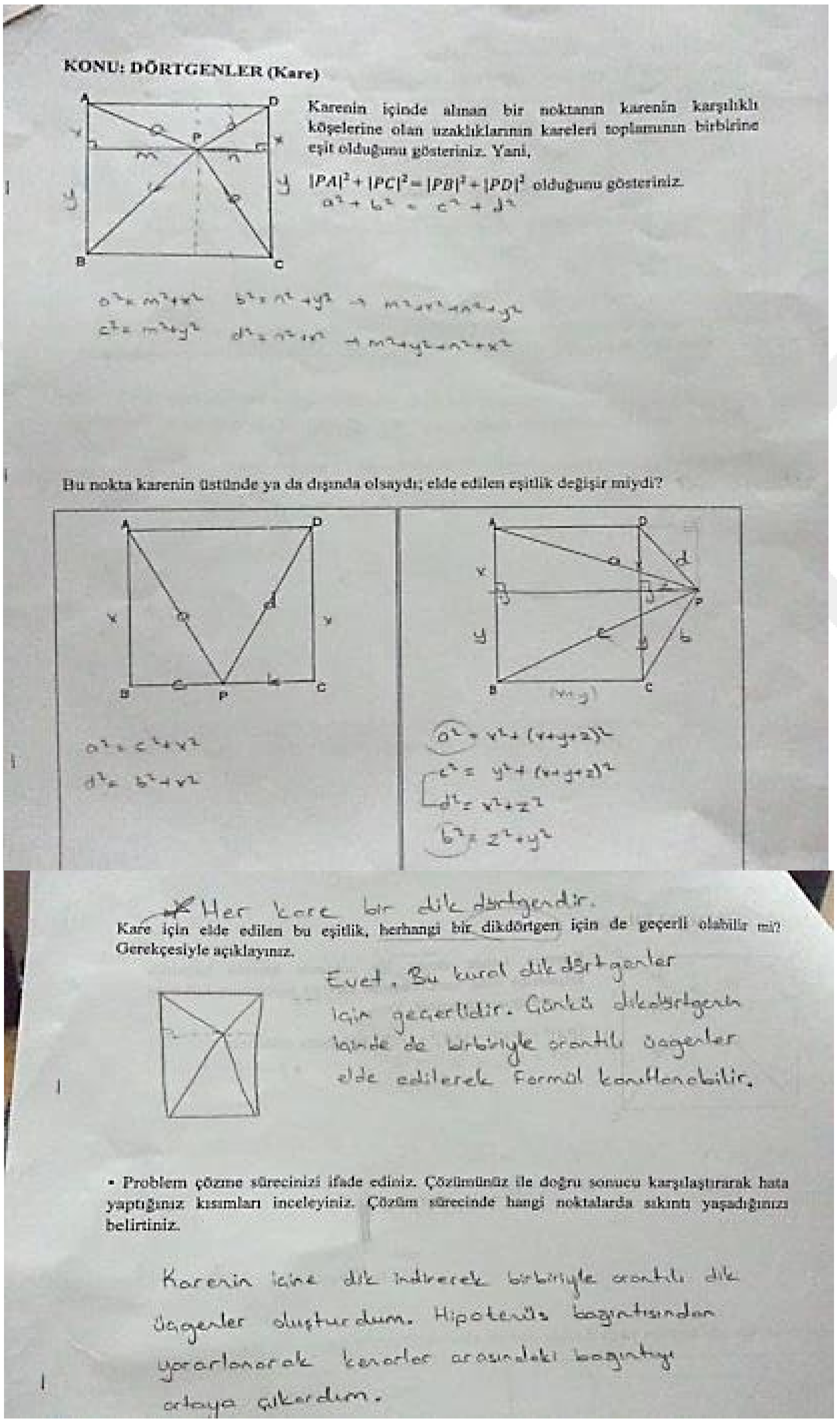
Ö25 kodlu öğrencinin 13. probleme yönelik çözümü



Son olarak her bir düşünme alışkanlığını kullanıp; problemi doğru çözen öğrencilerden biri olan Ö1 kodlu öğrencinin cevabına Şekil 37'de yer verilmiştir.

Şekil 37

Ö1 kodlu öğrencinin 13. probleme yönelik çözümü



KONU: DÖRTGENLER (Kare)

Karenin içinde alınan bir noktanın karenin karşılıklı köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamının birbirine eşit olduğunu gösteriniz. Yani,

$|PA|^2+|PC|^2=|PB|^2+|PD|^2$ olduğunu gösteriniz.

$a^2+b^2=c^2+d^2$

$a^2=m^2+x^2$ $b^2=n^2+y^2$ → $m^2+x^2+n^2+y^2$

$c^2=m^2+y^2$ $d^2=n^2+x^2$ → $m^2+y^2+n^2+x^2$

Bu nokta karenin üstünde ya da dışında olsaydı; elde edilen eşitlik değişir miydi?

$a^2=c^2+x^2$

$d^2=b^2+x^2$

$a^2=x^2+(x+y+z)^2$

$c^2=y^2+(x+y+z)^2$

$d^2=x^2+z^2$

$b^2=z^2+y^2$

Her kare bir dikdörtgendir.

Kare için elde edilen bu eşitlik, herhangi bir dikdörtgen için de geçerli olabilir mi? Gerekçesiyle açıklayınız.

Evet. Bu kural dikdörtgenler için geçerlidir. Çünkü dikdörtgenin içinde de birbiriyle orantılı üçgenler elde edilerek formül kanıtlanabilir.

• Problem çözme sürecinizi ifade ediniz. Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

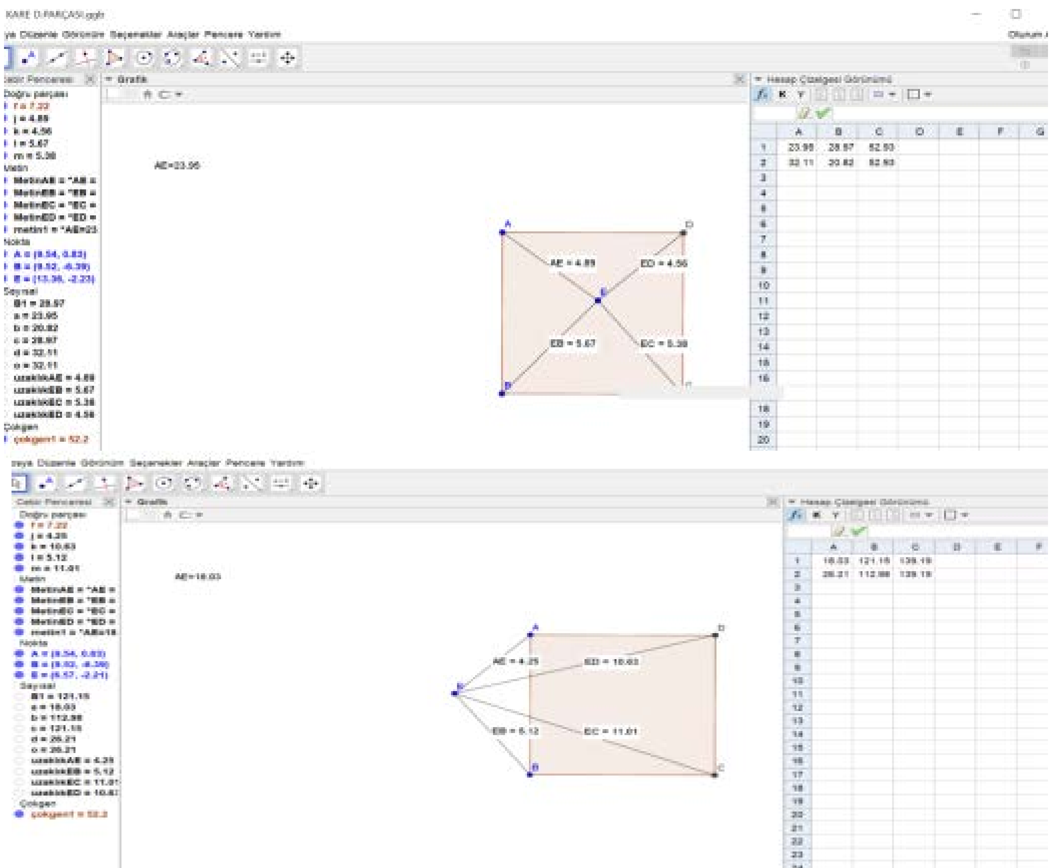
Karenin içine dik indirerek birbiriyle orantılı dik üçgenler oluşturdum. Hipotenüs bağıntısından yararlanarak kareler arasındaki bağıntıyı ortaya çıkardım.

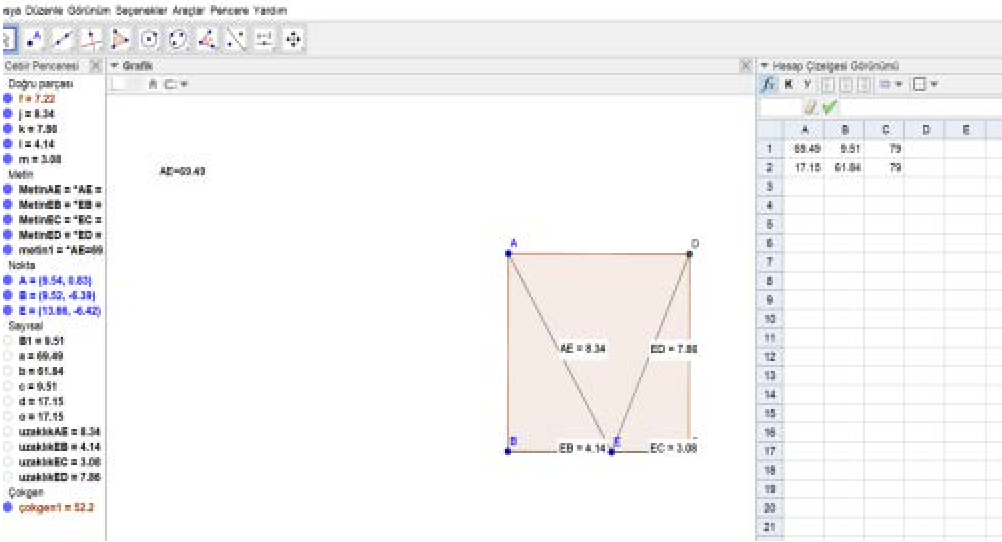
İkinci etkinlikten elde edilen veriler; öğrencilerin neredeyse yarısının soruya yönelik çözüm sürecine girmediğini göstermektedir. Bununla birlikte diğer öğrencilerin “Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları gibi) belirleyebilir.”, “Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir.” ve “Problemden ortaya çıkacak genel durumu açıklayabilmek için özel durumdan hareket edebilir.” alışkanlıklarını kullanmada başarılı oldukları görülmektedir.

Problem çözümünün ardından araştırmacı, öğrencilerin dinamik düşünme becerilerine katkıda bulunmak ve bu bağlamda değişmezleri araştırma alışkanlıklarını geliştirebilmek adına GeoGebra programında hazırladığı sunuma yer vermiştir. Karenin içinde üzerinde ve dışında noktayı sürekli hareket ettirerek; doğru parçaları arasındaki ilişkinin değişmeyeceği gösterilmiştir. Şekil 38, probleme yönelik hazırlanan GeoGebra programından alınan ekran görüntüsüdür.

Şekil 38

On üçüncü problemin GeoGebra programı ile çözümü



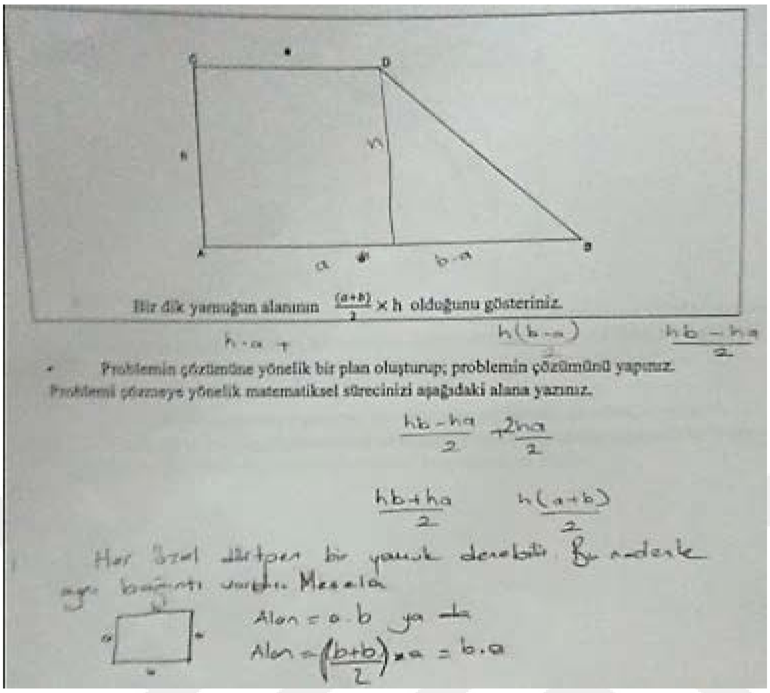


Beşinci haftanın son etkinliğinde öğrencilerden alt taban uzunluğu b br, üst taban uzunluğu a br ve yüksekliği h br olan bir dik yamuğun alanının $\frac{a+b}{2}$ x h olduğunu göstermeleri istenmiştir. 8 öğrenci herhangi bir geometrik düşünme alışkanlığı kullanmazken; geriye kalan 23 öğrenci keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve 1 öğrenci de ilişkilendirme alışkanlığının yanı sıra değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanarak doğru çözüme ulaşmışlardır. Bununla birlikte uygulama esnasında araştırmacının “Bu alan formülü diğer özel dörtgenler (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar) için geçerli olur mu? Neden?” sorusunun cevabını da etkinlik kağıdına yazmalarını istemiştir. Herhangi bir çözüm yapmayan 5 öğrenci bu soruyu da cevaplandırmazken; 27 öğrencinin geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Doğruluğu kabul edilmiş genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir.” alışkanlığını yüksek düzeyde kullanabildiklerini göstermektedir.

Şekil 39’da Ö24 kodlu, Şekil 40’ta ise Ö17 kodlu öğrencilerin cevaplarına yer verilmiştir.

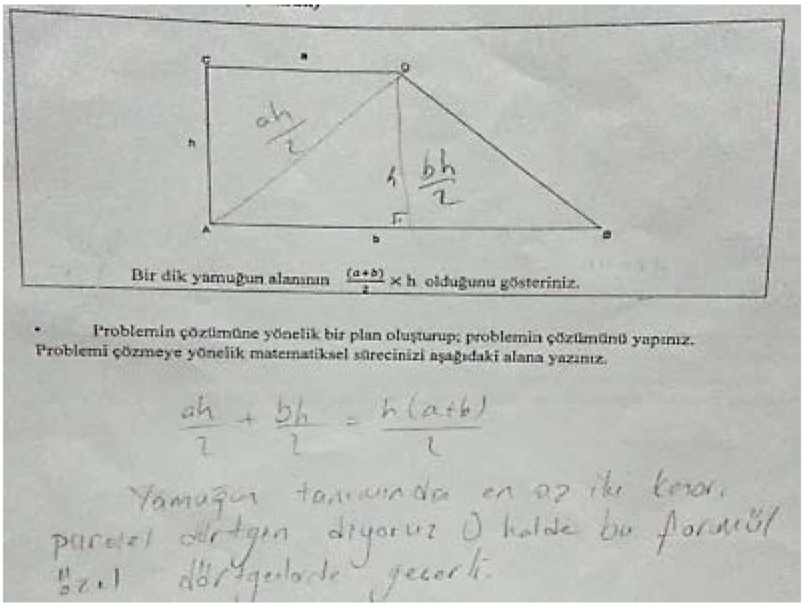
Şekil 39

Ö24 kodlu öğrencinin 14. probleme yönelik çözümü



Şekil 40

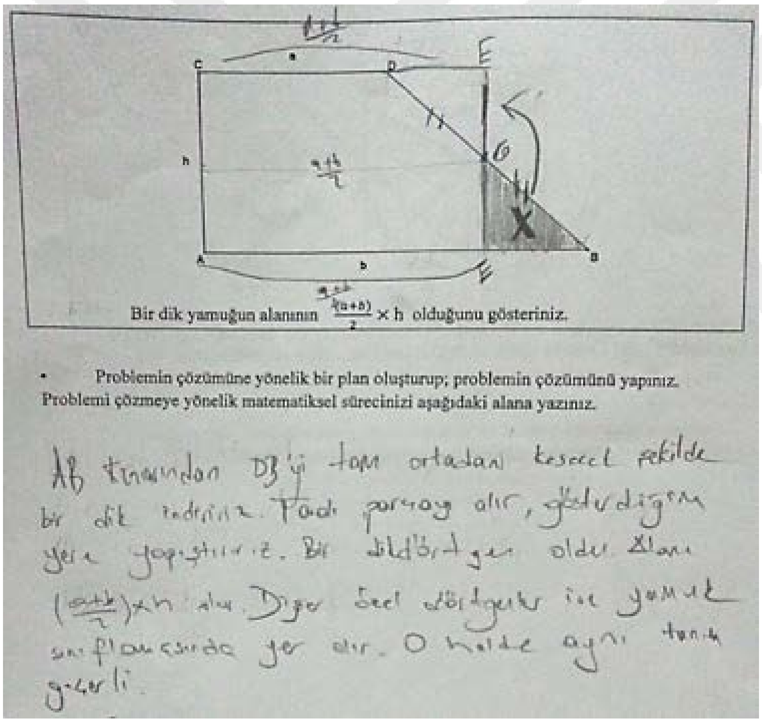
Ö17 kodlu öğrencinin 14. probleme yönelik çözümü



Ö24 ve Ö17 kodlu öğrencilerin cevaplarından keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme alışkanlıklarını kullandıkları görülmektedir. Soruyu çözen öğrencilerin geneli bu alışkanlıkları kullanırken; Ö5 kodlu öğrencinin "Problemde yer alan geometrik yapıyı, problemin şartlarını bozmayacak şekilde, hareketli olarak düşünebilir ve aynı etkinin oluşup oluşmadığını tespit edebilir." göstergesinde olduğu gibi üçgeni hareketli düşündüğü; bu şekilde alan bağıntısını elde ettiği görülmektedir. Ö5 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 41'de yer almaktadır.

Şekil 41

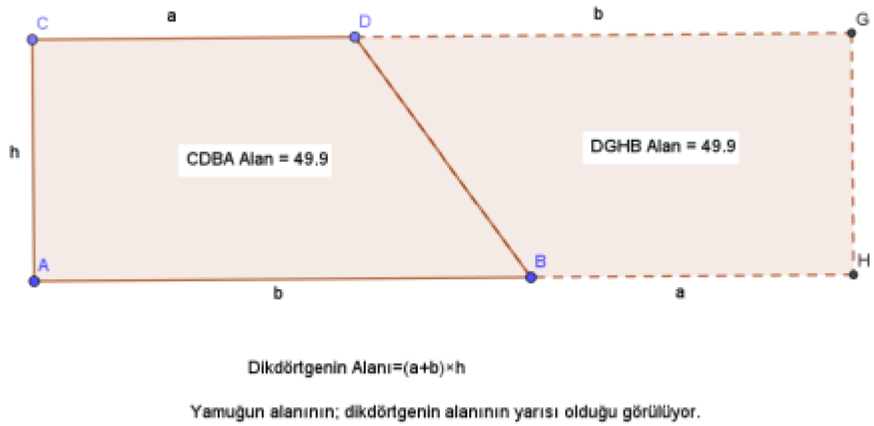
Ö5 kodlu öğrencinin 14. probleme yönelik çözümü



Beşinci haftanın son uygulamasının ardından, problemi farklı yollardan çözen öğrenciler çözümlerini arkadaşlarıyla paylamışlardır. Ardından yine öğrencilere farklı bir bakış açısı kazandırmak; hem de değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanım sürecini ortaya koymak için GeoGebra çizimine yer verilmiştir. Şekil 41, probleme yönelik hazırlanan GeoGebra programından alınan ekran görüntüsüdür.

Şekil 42

On dördüncü problemin GeoGebra programı ile çözümü



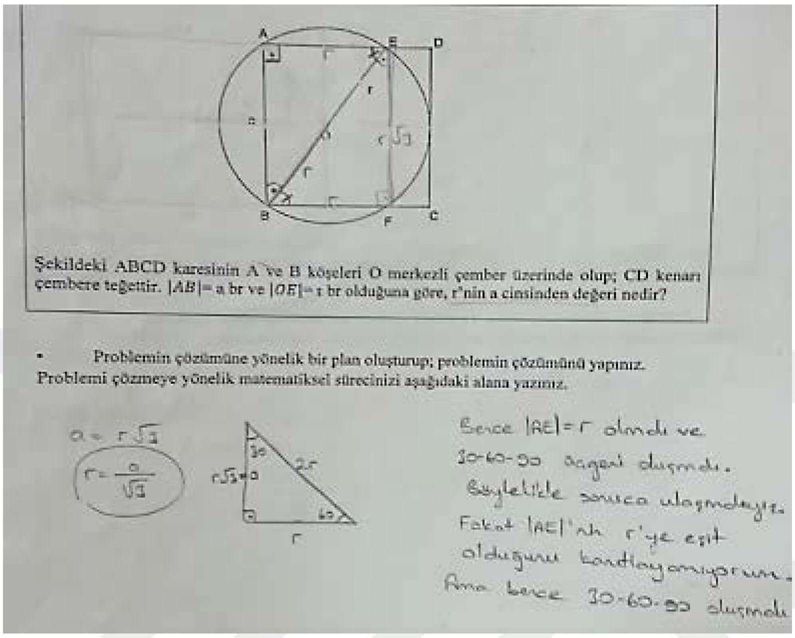
Problemin GeoGebra ile birlikte yapılan çözümünün ardından; öğrencilerin belirttikleri böyle bir çözümün akıllarına gelmeyeceğidir. Bununla birlikte öğrencilerin birçoğu bu çözümün çok daha pratik ve kolay bir çözüm olduğunu ifade etmiştir.

4.2.6 Altıncı uygulama haftasına yönelik bulgular. Altıncı haftada iki uygulama etkinliği yer almaktadır. İki etkinlik de çemberde uzunluk konusu ile ilgilidir. İlk etkinlikte öğrencilerden çeşitli çözüm stratejileri geliştirerek kenarlar arasında bağıntılar kurup, ilişkilendirme alışkanlığını kullanmaları beklenmektedir. İkinci etkinlikte ise; öğrencilerin geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmezleri araştırma ve ilişkilendirme alışkanlığını işe koşmaları beklenmektedir. Son etkinlikte öğrencilerin geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Doğruluğu kabul edilmiş genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir.” ve değişmezleri araştırma alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Problemde verilen bir geometrik şeklin herhangi bir geometrik dönüşüm yapıldığında şekle ait özelliklerin hangilerinin değiştiğini ve hangilerinin sabit kaldığını tespit edip; problemi çözebilir.” alışkanlığını geliştirebilmeleri amaçlanmaktadır.

Birinci etkinliğe toplam 32 öğrenci katılmıştır. 6 öğrenci soruyu çözmezken; 20 öğrencinin ise ek çizim yapıp ilişki aramakla birlikte; doğru sonuca ulaşamadığı ve 6 öğrencinin doğru cevabı verdiği görülmektedir. Etkinlikte doğru sonuca ulaşamayan öğrencilerden biri Ö1 kodlu öğrencidir. Şekil 43'te öğrencinin çözümüne yer verilmiştir.

Şekil 43

Ö1 kodlu öğrencinin 15. probleme yönelik çözümü



Öğrencinin çözüm sürecine derinlemesine inceleyebilmek için, çözüm esnasında yapılan video kaydından bir kesite yer verilmiştir:

A: Evet, neler yaptığını anlat bakalım.

Ö1: Yarıçapı uzattım. Şurası da r oldu (OB doğru parçasını gösteriyor.) AE uzunluğu da r olur. 1'e 2 oranı var. O zaman 30-60-90 üçgeni oluşur. Sonuç çıkıyor oradan.

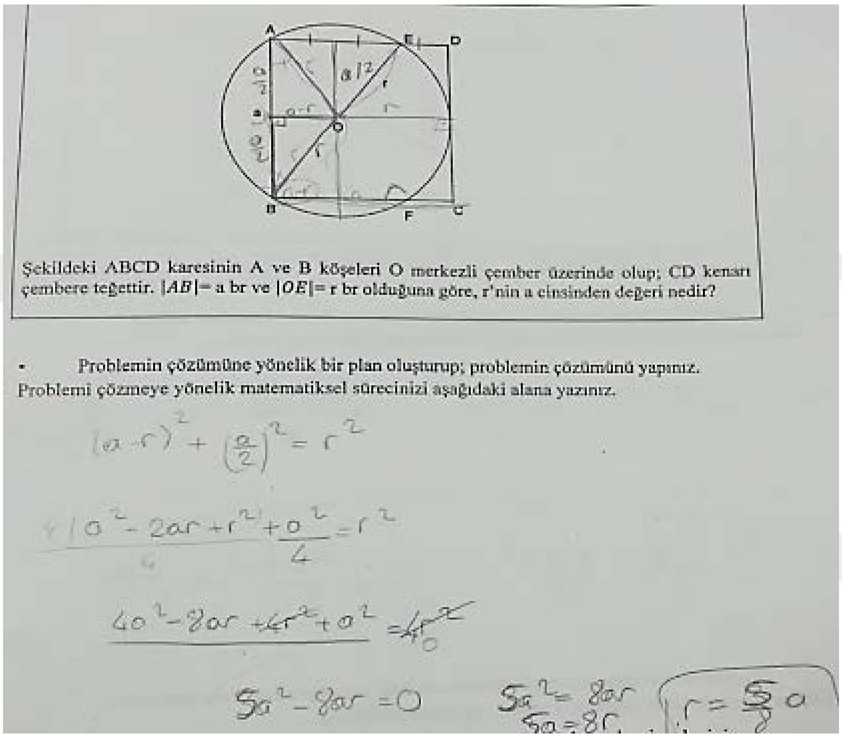
A: Peki, AE doğru parçasının r birim olacağına nasıl karar verdin? Ya da buradaki açıların değerlerine?

Ö1: Sezgisel olarak bence öyle. Bu tip sorularda 30-60-90 çok çıkıyor. Burada da o var bence. O yüzden r olur dedim.

Diyalogdan görüldüğü gibi burada öğrencinin yaşadığı sıkıntı aşırı genelleme yapmasıdır. Buradan öğrencinin problem çözme sürecini sekteye uğratan nedenin "Problemde, yer alan durumu açıklayabilmek için özel durumdan hareket edip genelleme yapabilir.” alışkanlığını doğru kullanamaması olduğu görülmektedir. Problem çözümü sürecinde kullanılması beklenen geometrik düşünme alışkanlıklarını kullanıp; sonuca ulaşan öğrencilerden biri de Ö14 kodlu öğrencidir. Şekil 44’te öğrencinin cevabına yer verilmiştir.

Şekil 44

Ö14 kodlu öğrencinin 15. probleme yönelik çözümü



Şekildeki ABCD karesinin A ve B köşeleri O merkezli çember üzerinde olup; CD kenarı çembere teğettir. $|AB|$= a br ve $|OE|$= r br olduğuna göre, r’nin a cinsinden değeri nedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

$(a-r)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = r^2$

$a^2 - 2ar + r^2 + \frac{a^2}{4} = r^2$

$4a^2 - 8ar + 4r^2 + a^2 = 4r^2$

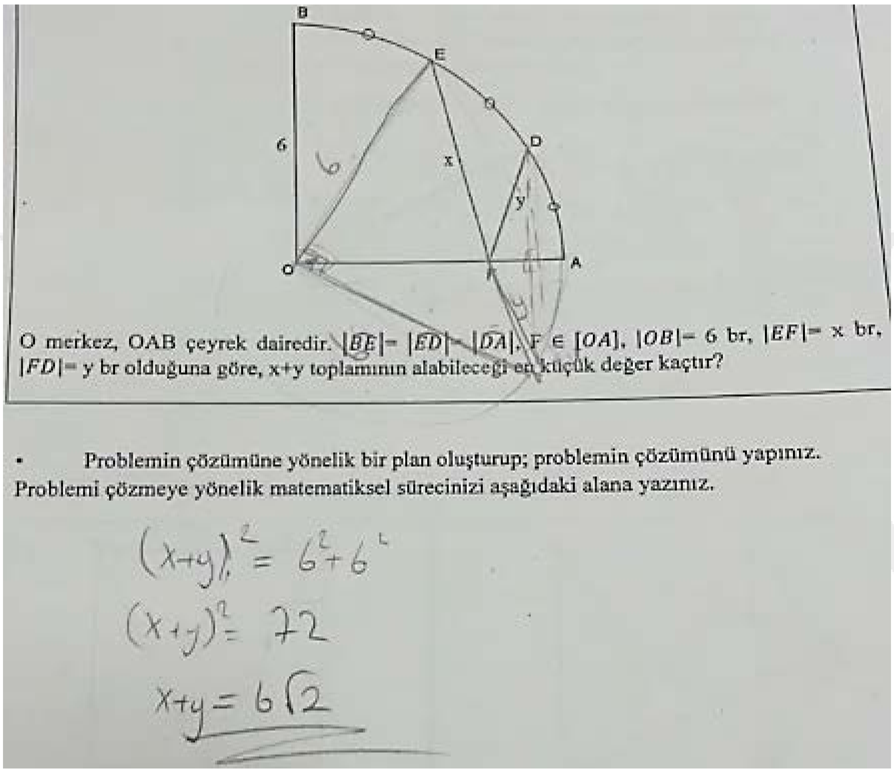
$5a^2 - 8ar = 0 \quad 5a^2 = 8ar \quad 5a = 8r \quad r = \frac{5}{8}a$

Şekil 44’ten den görüldüğü gibi öğrenci öncelikli olarak keşfetme ve yansıtma alışkanlığının göstergelerinden biri olan “Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek çizim/çizimler yapabilir.” alışkanlığını kullanmış; merkezden kirişe indirilen dikmenin kirişi ortaladığı bilgisini kullanmıştır. Bundan sonraki süreç dik üçgende Pisagor bağıntısı uygulama sürecidir ki; bu da ilişkilendirme alışkanlığının bir uygulamasıdır. Buradan öğrencinin her iki düşünme alışkanlığını başarılı bir şekilde kullandığı görülmektedir.

Altıncı haftanın ikinci etkinliğinde 4 öğrencinin herhangi bir düşünme alışkanlığı kullanmadığı; 8 öğrencinin ise çeşitli ek çizimler yaptığı ancak çözüm sürecini ilerletmediği görülmektedir. 19 öğrenci ise keşfetme ve yansıtma ve ilişkilendirme alışkanlıklarını kullansalar da çözüme ulaşamamıştır. 9 öğrencinin doğru çözümü yaparak sonuca ulaştığı görülmektedir. Doğru sonuca ulaşan öğrencilerden biri Ö9 kodlu öğrencidir. Öğrencinin çözümü Şekil 45'te sunulmuştur.

Şekil 45

Ö9 kodlu öğrencinin 16. probleme yönelik çözümü



Öğrencinin çözüm sürecinde neler yaptığını ve hangi düşünme alışkanlıklarını kullandığını daha iyi ortaya koymak için derinlemesine görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

Ö9: Şimdi burada ben simetri aldım.

A: Neyin neye göre simetriğini aldın?

Ö9: Bu çeyrek çemberin OA doğru parçasına göre simetriğini aldım işte. Y'nin simetriği y' oldu. O da simetride uzunluk aynı kaldığında yine y uzunluğu.

A: Doğru yapmışsın. Ancak niye simetrisini aldın? Açıklar mısın?

Ö9: Geçen seneden hatırlıyorum. Üçgenler konusunda böyle toplam uzaklıkların en az olmasıyla ilgili sorular. Oradan bir şey demişti hocamız.

A: Ne demişti?

Ö9: İşte simetrisini alın. Toplamın en az olması için noktaların doğrusal olması gerekir demişti. Onu kullandım ben de.

A: Sonra ne yaptın?

Ö9:Gerisi kolay zaten açılar belli. Dik üçgen oluştu yine. Oradan çıkıyor $6\sqrt{2}$.

A: Peki merak ettim. Alabileceği en büyük değer ne olur?

Ö9: …(Yaklaşık 1 dk düşündü).. E işte F noktasını merkeze çekersem ikisi de yarıçap uzunluğunda olur. Buradan 6 çarpı 2, 12.

A: Hangi düşünme alışkanlıklarını kullanmış oluyorsun bu sorunun çözümünde?

Ö9: Hepsi sanırım. Çünkü simetri aldım, değişmezleri araştırma oluyordu. Ek çizim yaptım keşfetme alışkanlığı. Bir de kenarlar arasındaki ilişkiyi belirledim.

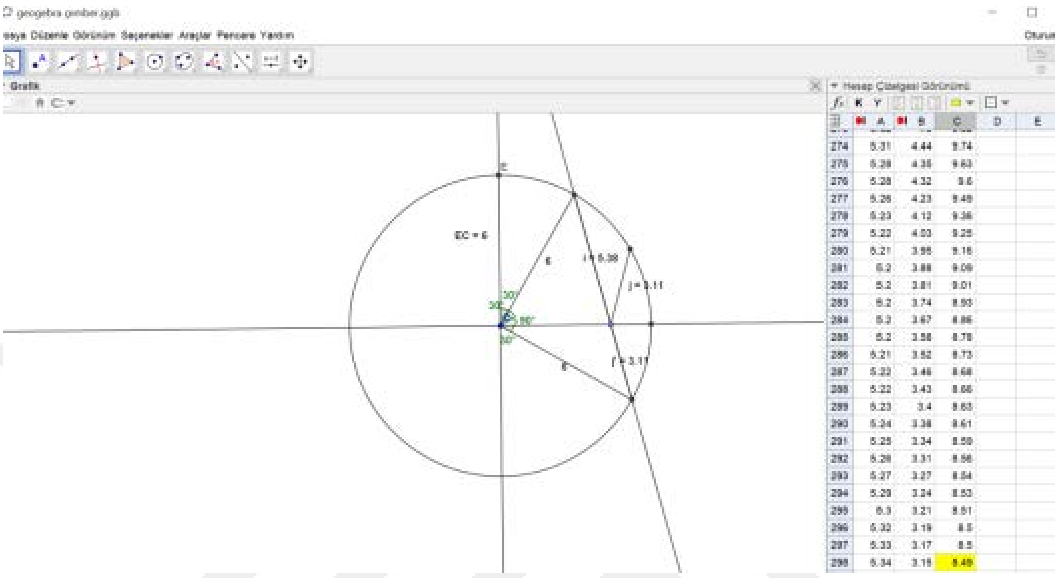
A: Geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığı?

Ö9: O da şu geneli burada uyguladım ya hangi doğrusal olması. Onu kullanmış oldum.

Diyalogdan da görüldüğü gibi öğrencinin her bir düşünme alışkanlığını kullandığı ve hangi düşünme alışkanlıklarını kullandığının farkında olduğu görülmektedir. Bu çözüm ile öğrenci “Verilen bir geometrik şekle dönüşümler yaparak, değişen ve değişmeyen özellikleri fark etme ve bu durumu çözümde uyarlama” alışkanlığını yansıtan değişmezleri araştırma göstergesini, “Problemin çözümüne yardımcı olabilecek ek bir çizim yapma” alışkanlığını yansıtan keşfetme ve yansıtma göstergesini, “Geometrik şekillerin alan, uzunluk, çevre vb. özellikleri arasındaki ilişkiyi (benzerlik ve farklılıkları gibi) belirleyebilir.” alışkanlığını yansıtan ilişkilendirme göstergesini kullanmıştır. Bununla birlikte öğrencinin “Problemde, yer alan genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir.” göstergesini kullandığı da görülmektedir. Ö9 kodlu öğrenci sorunun çözümünü tahtada yapmış ve arkadaşlarına anlatmıştır. Ardından araştırmacı, sonun çözümünün doğruluğunu bilgisayar ortamında teyit ettirmek hem de verilen noktanın hareket halini görebilmeleri adına problemin GeoGebra programında çözümüne yer vermiştir.

Şekil 46

On altıncı problemin GeoGebra programı ile çözümü



Problemin çözümünün Şekil 45'te görüldüğü gibi GeoGebra programında çözülmesi öğrencilerin dikkatini oldukça çekmiştir. Birçok öğrenci geometri problemlerinin bu tip programlar üzerinde çözülmesi gerektiğini ya da kendilerinin de bu programı kullanmak istediklerini dile getirmiştir. GeoGebra programıyla yapılan çözüm de; öğrencilerin ilişkilendirme, geometrik fikirlerin genelleştirilmesi, değişmezleri araştırma ve keşfetme ve yansıtma alışkanlıklarının işe koşulmasını gerektirmektedir. Bu problemin çözümünde de programın sağladığı avantaj, öğrencilerin tahmini sonuçlarını programın sayısal verilerle doğrulaması; ve dinamik düşünme süreçlerine katkıda bulunmasıdır.

5. **Bölüm**

Tartışma ve Öneriler

Çalışmanın bu kısmında; tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları üzerindeki etkisi ve uygulama süreci tartışılmıştır.

5.1 Tasarlanan Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Üzerine Etkisi ile İlgili Tartışma

Öncelikli olarak, geometrik düşünme alışkanlıkları ön test puanlarının ortalamaları açısından yapılan ilişkisiz örneklemler için t testi sonuçlarına göre deney ve kontrol grupları puan ortalamaları arasında anlamlı farklılık çıkmamıştır. Yani tasarlanan öğretimin uygulandığı deney grubu ile test sorularının çözüldüğü kontrol grubu öğrencilerinin başarılarının birbirine denk olduğu söylenebilir. Bu durum, öğrenme ortamının etkililiğinin karşılaştırılmasında, yani grupların son test ortalamalarının yorumlanmasında kolaylık sağlamıştır. Deney grubundaki öğrencilerin ön testten aldıkları puan ortalamaları ve kontrol grubundaki öğrencilerin ön testten aldıkları puan ortalamaları; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını orta düzeyde kullanabildiklerini göstermektedir. Uygulamanın yapıldığı çalışma grubunun fen lisesi öğrencileri olduğu düşünüldüğünde, elde edilen sonuçlar beklenti düzeyinin altındadır. Nitekim, sınava giren tüm öğrencilerin LYS Geometri test ortalamalarının oldukça düşük olması (ÖSYM,2014;2015;2016); öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarına çok düşük düzeyde sahip olduklarını; ve bu alışkanlıkların geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre, deney grubundaki öğrencilerin ön testten aldıkları puan ortalamaları, uygulama sonrasında yapılan son testte artmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin beş hafta sonra uygulanan kalıcılık testi puan ortalamaları son test puanlarına göre düşse de ön test puanlarından yüksek olduğu görülmektedir. Bununla birlikte; deney grubu öğrencilerinin her bir testten aldığı puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olduğu ve etki büyüklüğünün yüksek olduğu görülmüştür. Buna göre, öğrencilerin son testten ve kalıcılık testinden almış oldukları puan ortalamaları, ön testten aldıkları puan ortalamalarına göre daha yüksektir. Buradan, tasarlanan öğrenme ortamının, deney grubundaki öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiği görülmektedir. Araştırmadan elde edilen bu sonuçlar; literatürde savunulduğu üzere uygun öğrenme ortamlarında düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceği görüşünü destekler niteliktedir (Charbonneau ve diğerleri, 2009; Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2008; Goldenberg, 1996; Gordon, 2011; Hu, 2005; Jacobbe & Millman, 2009). Bununla birlikte Bülbül (2016)'ün öğretmen adaylarıyla gerçekleştirmiş olduğu çalışmada da öğretmen adaylarının uygulama sonunda sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarının başlangıçta sahip olduğu geometrik düşünme alışkanlıklarına göre geliştiği gözlenmiştir. Benzer şekilde, matematiksel düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik yapılan çalışmalarda da öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının geliştiği belirlenmiştir (Guenther, 1997; Hu, 2005; Marshall, 2004).

Kontrol grubundaki öğrencilerin ise; ön testten aldıkları ortalama puanlar, uygulama sonrasında yapılan son testte artmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin 5 hafta sonra uygulanan kalıcılık testi ortalama puanlarının hem ön test hem son test ortalama puanlarından düşük olduğu görülmektedir. Ortalama puanlar arasında yapılan tekrarlı ölçümler için tek yönlü ANOVA sonuçları; kontrol grubu öğrencilerinin her bir testten aldığı puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olduğunu ve etki büyüklüğünün orta düzeyde olduğu göstermektedir. Buna göre, öğrencilerin son testten almış oldukları ortalama puanlar, ön testten ve kalıcılık testinden aldıkları ortalama puanlara göre daha yüksektir. Bununla birlikte, kalıcılık testinden alınan ortalama puanların ön testten alınan ortalama puanlara göre daha düşük olduğu görülmektedir. Buradan, çoktan seçmeli soru çözümleriyle yürütülen öğretim ortamlarının, öğrenmenin kalıcılığı üzerinde etkisi olmadığı sonucuna varılabilir.

Araştırmada, grupların ön test puanlarına göre düzeltilmiş son test puanlarının ortalamaları arasında deney grubunun lehine anlamlı bir fark vardır. Bununla birlikte, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerinin son test ve kalıcılık testi arasındaki fark puanlar dizisinin oluşturduğu puan ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığına yönelik karışık ölçümler için iki yönlü ANOVA sonuçları; grup-ölçüm ortak etkisi, deney grubundaki puan azalışının, kontrol grubuna göre anlamlı derecede az olduğunu göstermektedir. Bu durumda, öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının, alışkanlıkların kalıcılığı üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu sonucuna varmak mümkündür. Buradan; 10. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik hazırlanan öğrenme ortamının; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiği ve geometrik düşünme alışkanlıklarının kalıcılığını arttırdığı görülmektedir. Bununla birlikte, çalışmalarda da problem merkezli öğrenmenin ve/veya dinamik geometri yazılımlarının kullanımının öğrenmenin kalıcılığı üzerinde olumlu yönde etkisi olduğu belirlenmiştir (Dods, 1997; Uslu, 2006; Üstün ve Ubuz, 2004).

5.2 Tasarlanan Öğrenme Ortamından Yansımalar ile İlgili Tartışma

Bu araştırmada 10. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla ön test ile birlikte durum tespitinin yapılmasının ardından öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan altı haftalık öğrenme ortamından elde edilen verilerden aşağıdaki sonuçlara ulaşılmış; ilgili literatürle tartışılmıştır:

1. Öğrencilerin ilişkilendirme ve keşfetme ve yansıtma alışkanlığını kullanmalarını gerektiren problemlerde; öğrencilerin çözüm sürecini etkileyen öncelikli alışkanlık; ek çizimlerin yapıldığı keşfetme ve yansıtma alışkanlığıdır. Nitekim, ek çizim/çizimlerle birlikte geometrik şekiller yeniden yapılanacak; geometrik öğeler arasında ilişkiler ortaya çıkarılacaktır. Araştırmada da çözüme hizmet edebilecek,

amaçlı ek çizimlerin yapılmasıyla öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlıklarını da başarılı düzeyde kullanabildikleri belirlenmiştir. Bununla birlikte; çözüm süreçleri incelendiğinde; herhangi bir ilişki kuramasa bile öğrencilerin çeşitli ek çizimlerle çözüm sürecine başlaması, öğrencilerin ek çizim yapma farkındalığının olduğunu göstermektedir. Arcavi (2003)'nin belirttiği üzere bu durum öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili kavram imajı zenginliğinden, şekil-matematik bilgisi arasındaki etkileşimleri iyi kuruyor olmasından ya da uzamsal becerilerinin gelişmiş olmasından kaynaklanıyor olabilir.

2. Uygulama sürecinde yer alan bazı problemler ispatlama türündedir. Öğrencilerin dik yamuğun alanının ve karede kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin ispatı ilgili problemlerde başarılı oldukları görülürken; üçgen eşitsizliği ve paralelkenarda alan ile ilgili problemin ispatında yalnızca 3 öğrencinin ispatı yapabildiği görülmektedir. Çözüm süreçleri incelendiğinde ise geometrik düşünme alışkanlıklarını daha çok kullanan öğrencilerin ispat yapma sürecinde daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Buradan; geometrik düşünme alışkanlıkları ile geometride ispat yapma düzeyleri arasında anlamlı bir ilişkinin olabileceği düşünülmektedir. Nitekim Erşen ve Karakuş (2017)'un ilköğretim matematik öğretmenleriyle yürüttüğü çalışmada geometrik düşünme alışkanlıklarını daha çok kullanan öğrencilerin ispat yapma düzeylerinin daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.
3. Uygulama problemlerinde değişmezleri araştırma alışkanlığının kullanılmasını gerektiren problemlerden biri de ikinci hafta uygulama etkinliklerinden biri olan üçgende benzerlik konusu ile ilgilidir. Burada öğrencilerden verilen üçgenin köşelerinin karşı kenarlarına göre simetrilerinin alınıp; yeni üçgeni oluşturmaları istenmiştir. Ancak 15 öğrencinin (neredeyse yarısının) simetri alıp; yeni şekli oluşturamadığı belirlenmiştir. Etkinlik kağıtları incelendiğinde bunun nedeninin

Karadeniz, Baran, Bozkuş ve Gündüz (2015)'ün çalışmalarında belirttiği gibi; simetri konusunda en sık yapılan hatalardan biri olan şeklin simetrisini alırken, kritik nokta belirleme ve bu kritik noktaları dik uzaklığa göre yansıtmada yaptıkları hatadan kaynaklandığı görülmüştür.

4. İkinci haftada yer alan üçgende eşlik ve beşinci haftada yer alan dik yamukta alan konusu ile ilgili problemlerde çözüm sürecinde kullanılabilecek alışkanlıklardan biri de değişmezleri araştırma alışkanlığıdır. Çözümler incelendiğinde ise; her iki problem için de bu alışkanlığın çözüm sürecinde çok az kullanıldığı görülmektedir. Bu durum; öğrencilerin dinamik düşünme süreçlerini gerektiren problemlerle yeterince karşılaşmamış olmalarından, ders öğretmenlerinin bu tip çözüm yollarını tercih etmemesinden ya da dinamik geometri yazılımlarını kullanmamasından kaynaklanıyor olabilir.
5. Paralelkenarda alan konusu ile ilgili problemde geometrik şekil üzerinde verilen bir noktanın hareketli düşünülerek üçgenler arasındaki ilişkinin değişip/değişmeyeceğinin belirlenmesinin istenmiştir. Öğrencilerin birçoğu sözel olarak değişmeyeceğini ifade etse de; bir nokta belirleyip o nokta üzerinden alanlar arasındaki ilişkinin değişmeyeceğini matematiksel olarak ifade eden bir öğrenci vardır. GeoGebra'nın bu ve diğer problem çözümlerinde kullanılmasıyla bir nokta hareket ettiğinde yapılar arasındaki ilişkilerin nasıl değişip/değişmediğinin görülmesi sağlanmıştır. Nitekim literatür, değişmezleri araştırma alışkanlığının geliştirilmesinde dinamik geometri yazılımlarının kullanımının önemine yer vermektedir (Kılıç, 2013;Marrades & Gutierrez, 2000; Ruthven, Hennessy ve Deaney, 2008).
6. İkinci haftanın ilk etkinliğinde öğrencilerin büyük çoğunluğu (22 kişi) verilen durumun doğruluğunu eşkenar için göstermesine rağmen; 10 öğrenci kare ve

düzgün beşgen için durumun doğruluğunu gösteremeyip genellemeyi sözel olarak ifade edememiştir. Bununla birlikte; Samson (2014)'ın çalışmasından yola çıkarak öğrencilerin genelleme sürecinin kolaylaştırmak adına kare ve beşgene yönelik çizimler araştırmacı tarafından etkinliğe konsa da; genellemeye ulaşan öğrenci sayısındaki azalmanın ilişkilendirme ya da değişmezleri araştırma alışkanlığının yeterli düzeyde kullanılamamasından kaynaklandığı görülmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının göstergelerinden biri olan "Doğruluğu kabul edilmiş genel bir durumu, özel bir durum için uyarlayabilir." alışkanlığını başarılı şekilde kullanabildikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin önemli çoğunluğu karede elde edilen bir eşitliğin dikdörtgen için de geçerli olacağını; dik yamuktaki alan formülünün özel dörtgenler için de geçerli olabileceğini dörtgenler arasındaki sınıflamayı göz önünde bulundurarak ifade etmiştir. Bu aynı zamanda öğrencilerin özel dörtgenlere yönelik zengin ve doğru kavram imajlarına sahip olduklarının da bir göstergesidir.

7. Uygulama sürecinde ilişkilendirme alışkanlığını yüksek düzeyde kullanabilen öğrencilerin problem çözümlerinde daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Yapılan çalışmalarda da geometrik yapılar arasında ne düzeyde ilişkiler kurulabilirse; karşılaşılan problemlerde de o düzeyde başarılı çözümler ortaya koyabileceği belirtilmiştir (Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll ve diğerleri, 2007; Leikin, 2007; Seago ve diğerleri, 2013).

5.3 Öneriler

Araştırma sonuçlarına dayalı olarak ortaya konulacak öneriler "Uygulamaya Yönelik Öneriler" ve "Gelecekteki Çalışmalara Yönelik Öneriler" başlıkları altında toplanmıştır.

5.3.1 Uygulamaya yönelik öneriler. Aşağıda, araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı öneriler listelenmiştir.

1. Geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilebilmesi için öncelikli olarak bireylerin rutin olmayan ve farklı türde problemlerle karşılaşması gerekmektedir. Bu çalışmada uygulama haftasında yer alan problemler belirlenirken; 10. Sınıf öğrencilerinin daha önce sıklıkla karşılaşmadıkları problemler olmasına matematik öğretmenlerinin görüşleri alınarak dikkat edilmiştir. Bu bağlamda; geometri öğretiminde problemler seçilirken öğrencilerin bir/birden fazla geometrik düşünme alışkanlıklarını harekete geçirecek problemlere yer verilmesi önerilmektedir.
2. Literatürde geometrik düşünme alışkanlıklarının geliştirilebileceği problem türlerinden birinin geometrik inşa problemleri olduğu görülmektedir (Karakuş, 2014; Napitupulu, 2001). Bu bağlamda ortaokul ve lise düzeyinde üçgenin temel elemanları konusunun ele alınmasının ardından; öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını işe koşmak ve geliştirmek adına geometrik inşa problemlerine yer verilebilir.
3. Öğrenciler, GeoGebra programıyla ilk defa karşılaştıklarını ifade etmişlerdir. Araştırmadan elde edilen sonuçlar ise problem çözme merkezli ve dinamik geometri yazılımının kullanıldığı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiğini göstermektedir. Bu bağlamda ortaöğretimde görev yapan matematik öğretmenlerinin dinamik geometri yazılımlarından faydalanması gerekmektedir.
4. Yukarıdaki önerilerde görüldüğü üzere, alan öğretmenlerine geometrik düşünme alışkanlıklarının kazanılması sürecinde önemli görevler düşmektedir. Bu amaçla; matematik öğretmenlerinin geometrik düşünme alışkanlıkları ve geometrik

düşünme alışkanlıklarının kazandırılabileceği öğrenme ortamları hakkında bilgilendirmek amacıyla öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir.

5.3.2 Gelecekteki çalışmalara yönelik öneriler. Aşağıda konu ile ilgili yapılacak yeni araştırmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

1. Bu çalışmada kullanılan yöntem ve veri toplama araçlarından faydalanılarak; ilkokul, ortaokul ve ortaöğretimin farklı düzeylerinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin örneklem olarak ele alındığı çalışmalar gerçekleştirilebilir.
2. Literatürde üzerine vurgu yapılan bir diğer düşünme alışkanlığı ise cebirsel düşünme alışkanlığıdır (Cuoco ve diğerleri, 1996). Geometrik düşünme ve cebirsel düşünme alışkanlıklarının birlikte incelenebileceği çalışmalara yer verilebilir.
3. Geometrik düşünme alışkanlıklarının bilişsel boyutunun tarafından ortaya konulmasıyla birlikte; literatürde düşünme alışkanlıklarının duyuşsal boyutu da ortaya çıkmaktadır (Costa ve Kallick, 2000; Marshall, 2004). Bu bağlamda her iki boyutun birlikte incelendiği araştırmalar tasarlanabilir.
4. İlkokul, ortaokul ve lise düzeyindeki matematik ders kitaplarındaki geometri konularında yer verilen problemlerin hangi düşünme alışkanlıklarıyla çözülebileceğine yönelik bir içerik analizi yapılabilir.

Kaynakça

Altun, M. (2010). *Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri için Matematik öğretimi* (15. Baskı). İstanbul: Alfa Yayıncılık.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*, 215-241.

Boud, D. & Feletti, G. (1991). *The challenge of problem based learning*. London: Kogan Page.

Bülbül, B. Ö. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Trabzon.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (18. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Campell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). *Experinmental and quasi-experimental designs for research.* Chicago: Rand McNally & Company.

Can, A. (2017). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (5. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Cantürk-Günhan, B. (2006). *İlköğretim II. kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma* (Doktora Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Charbonneau, P. C., Jackson, H. A., Kobylski, G. C., Roginski, J. W., Sulewski, C. A., & Wattenberg, F. (2009). Developing students' "habits of mind" in a mathematics program. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 19*(2), 105-126. http://dx.doi.org/10.1080/10511970802409040

Cohen, L., & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (Third Edition). New York: Routledge Publications.

Costa, A. (1991). The Search For Intelligent Life. in A. Costa, (Ed*.) Developing Minds: A Resource Book for Teaching Thinking: pp.* 100-106 Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Costa, A. L., & Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Currculum Development.

Costa, A. L., & Kallick, B. (2008). *Learning and learning with habits of mind: 16 essentials characeristics for success.* Alexandria, VA: Assosication for Supervision and Curriculum Development.

Clark, K., & Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics, 103*(2), 92-98.

Creswell, J.W., & Clark, V.L.P. (2014). *Karma yöntem araştırmaları – Tasarımı ve yürütülmesi* (Çev. Ed. S.B. Demir). Ankara: Anı Yayıncılık.

Cuoco, A., Goldenberg, E. and Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*(4), 375–402.

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (Altıncı Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Dods, R. F. (1997). An action research study of the effectiveness of problem-based learning in promoting the acquisition and retention of knowledge. *Journal for the Education of the Gifted*, *20*(4), 423-437.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A Guide for teachers grades 6-10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J., & Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5-10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Driscoll, M. J., DiMatteo, R. W., Nikula, J., Egan, M., Mark, J., & Kelemanik, G. (2008). *The Fostering Geometric Thinking Toolkit: A Guide for Staff Development.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Erşen, Z.B., & Karakuş, F. (2017). Investigation of the relationship between preservice elementary mathematics teachers'geometric habits of mind geometric habits of mind. 26. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi bildiriler kitabı içinde (ss. 2197-2198). Antalya, Türkiye.

Goldenberg, E. P. (1996). "Habits of Mind" as an organizer for the curriculum. *Journal of Education, 178*(1), 13–34.

Goldenberg, E. P., Shteingold, N., & Feurzeig, N. (2003). Mathematical habits of mind for young children. *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Prekindergarten Grade, 6,* 51-61.

Gordon, M. (2011). Mathematical habits of mind: promoting students' thoughtful considerations. *Journal of Curriculum Studies*, *43*(4), 457-469.

Guenther, S. J. (1997). *An examination of fifth grade students' consideration of habits of mind: a case study*. Disseration Abstracts International, (UMI No. 9841295).

Hu, H-W. (2005). *Developing Siblings and Peer Tutors To Assist Native Taiwanese Children In Learning Habits Of Mind For Math Success.* Disseration Abstracts International, 256B (UMI No. 3179886).

Jacobbe, T., & Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers. *School Science and Mathematics, 109*(5), 298-302.

Karadeniz, M-H., Baran, T., Bozkuş, F., & Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6*(1), 117-138.

Karakuş, F. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik inşa etkinliklerine yönelik görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 7*(4), 408-435.

Karataş, İ. (2008). *Problem çözmeye dayalı öğrenme ortamının bilişsel ve duyuşsal öğrenmeye etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Trabzon.

Kılınç, A. (2007). Probleme dayalı öğrenme. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 15*(2), 561-578.

Korkmaz, S., Dündar, S., & Yaman, H. (2016). Problem çözmede zihnin matematiksel alışkanlıkları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(1), 35-61.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *In the Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2330-2339). Larnaca, Cyprus.

Levasseur, K., & Cuoco, A. (2009). Mathematical Habits of Mind. National Council of Teachers of Mathematics.

Lim, K. H., & Selden, A. (2009). Mathematical habits of mind. In S. L. Swars, D. W. Stinson and S. Lemons-Smith (Eds.). Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Atlanta, GA: Georgia State University.

Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Sword, S. (2010). Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School, 15*(9), 505-509.

Marrades, R., & Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, *44* (1-3), 87-125. http://dx.doi.org/10.1023/A:1012785106627

Marshall, A. R. (2004). *High school mathematics habits of mind instruction: student growth and development.* Disseration Abstracts International, 115B, (UMI No. 1421654)

Marzano, R. J., Pickering, D., & McTighe, J. (1993). *Assessing student outcomes: Performance assessment using the dimensions of learning model.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Matsuura, R., Sword, S., Piecham, M. B., Stevens, G., & Cuoco, A. (2013). Mathematical habits of mind for teaching: Using language in algebra classrooms. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(3), 735-776.

MEB (2011). *Ortaöğretim matematik 9-12. Sınıflar öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* S. Turan (Çev. Ed.). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Musser, G. L. & Burger, W. L. (1997). *Mathematics for Elementary Teachers a Contemporary Approaches*. 4 th Edition. NJ: Prentice Hall.

Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele levels of thinking on geometric constructions* (Unpublished Master Thesis). Simon Fraser University, Canada.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

ÖSYM. (2014). *2014 – ÖSYS Yerleştirme Sonuçlarına İlişkin Sayısal Bilgiler.* http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2014/OSYS/yerlestirme/2014-OSYS-YerlestirmeSonuclar%C4%B1naIliskinSayisalBilgiler23072014.pdf adresinden 01.09.2017 tarihinde erişilmiştir.

ÖSYM. (2015). *2015 – ÖSYS Yerleştirme Sonuçlarına İlişkin Sayısal Bilgiler.* http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2015/OSYS/2015-OSYSYerlestirmeSonucSayisalBilgiler23072015.pdf adresinden 01.09.2017 tarihinde erişilmiştir.

ÖSYM. (2016). *2016 – ÖSYS Yerleştirme Sonuçlarına İlişkin Sayısal Bilgiler.* http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2016/LYS/YerlestirmeSayisalBilgiler10082016.pdf adresinden 01.09.2017 tarihinde erişilmiştir.

Özen, D. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmelerinin geliştirilmesi: Bir ders imecesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Eskişehir.

Patton, M.Q. (2005). *Qualitative Research: Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Roh. K. H. (2003). Problem-based learning in mathematics. Eric Digest 482725. ERIC Clearing House for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1-7.

Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education*, *51*(1), 297-317.

Samson, D. (2014). Visualising and generalising with square arrays. *Australian Mathematics Teacher, 70*(2), 4-12.

Seago, N., Jacobs, K. J., Dricsoll, M., Nikula, J., Matassa, M. & Callahan, P. (2013). Developing teachers' knowledge of a transformations-based approach to geometric similarity. *Mathematics Teacher Educator, 2*(1), 74-85.

Seeley, C. L. (2014). Developing Mathematical Habits of Mind. A Mathematical Practices Message. 12 Mart 2016 tarihinde http://www.mathsolutions.com/documents/Message31_9781935099369_SmarterThanWeThink.pdf adresinden alınmıştır.

Uslu, G. (2006). *Ortaöğretim matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin derse ilişkin tutumlarına, akademik başarılarına ve kalıcılık düzeylerine etkisi.* Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Balıkesir.

Üstün, I. ve Ubuz, B. (2004). *Geometrik Kavramların Geometer's Sketchpad Yazılımı ile Geliştirilmesi. Eğitimde İyi Örnekler Konferansı* (17 Ocak 2004). İstanbul: Sabancı Üniversitesi.

Yavuzsoy-Köse N. ve Tanışlı, D. (2014). Primary school teacher candidates' geometric habits of mind. *Educational Sciences: Theory & Practice, 14*(3), 1220- 1229. http://dx.doi.org/1229.10.12738/estp.2014.3.1864

Yıldırım, H. (2011). Probleme dayalı öğrenme ve proje tabanlı öğrenme yöntemlerinin ilköğretim öğrencilerinin başarılarına ve tutumlarına etkisi (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Eğitim Programları ve Öğretimi Bilim Dalı, Konya.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011).*Nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Ekler

EK-1: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Ön Test Soruları

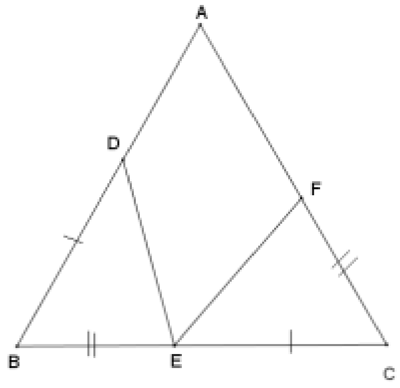
<u>AÇIKLAMA:</u>

Bu test 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır.

Testte yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not alınmayacaktır. Lütfen testte yer alan soruları dikkatli bir biçimde okuyup cevaplandırınız.

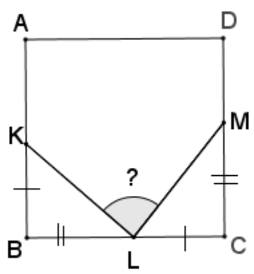
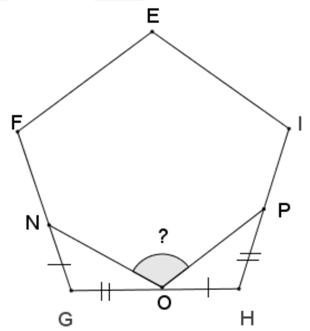
ADI:

SOYADI:

1- 

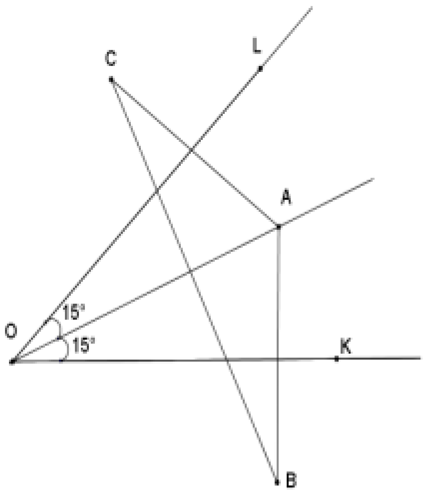
ABC eşkenar üçgen, F $\in [AC]$, D$\in$ $[AB]$ ve E $\in$ $[BC]$ (ardışık kenarlar üzerinde alınan noktalar), $|BE|$=$|FC|$ ve $|BD|$=$|EC|$ olduğuna göre m($\widehat{FED}$)'yi hesaplayınız.

a) Eğer şekil ABC eşkenar üçgen yerine; kare ve düzgün beşgen olsaydı nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Şekiller üzerinde gösteriniz.

<u>Kare için</u>	<u>Düzgün Beşgen için</u>
	

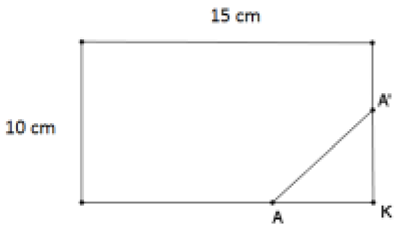
b) Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz?

2-

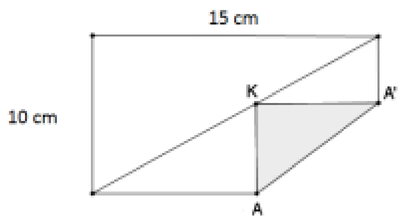


m($\widehat{LOA}$)=m($\widehat{AOK}$)=15° yandaki şekilde A noktasının OK ye göre simetriği B, OL ye göre simetriği C'dir. $|OA|$= 5 cm olduğuna göre, $|CB|$ kaç cm'dir?

3-



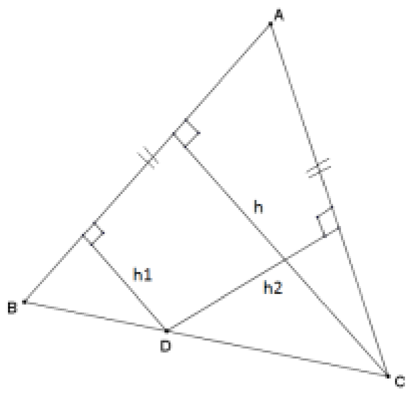
Şekil I



Şekil II

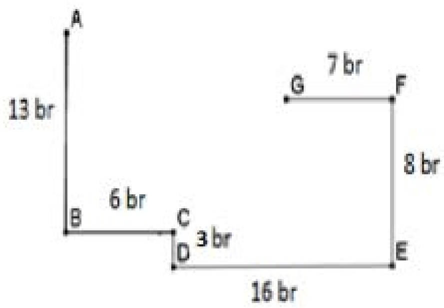
Boyutları 15 cm ve 10 cm olan Şekil I 'deki dikdörtgen biçiminde bir karton, K köşesine eşit uzaklıkta olan A ve A' noktalarını birleştiren AA' doğrusu boyunca Şekil II'deki gibi katlandığında K köşesi dikdörtgenin köşegeni üzerine geliyor. Katlanan AA'K üçgensel bölgesinin alanı kaç cm^2 'dir?

4-



ABC ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$, h_1 ve h_2, $|BC|$ kenarı üzerindeki D noktasından AB ve AC kenarlarına çizilen yüksekliklerdir. Buna göre, $h_1 + h_2 = h$ olduğunu gösteriniz. Bu durum eşkenar üçgen için de geçerli midir? Neden?

5-



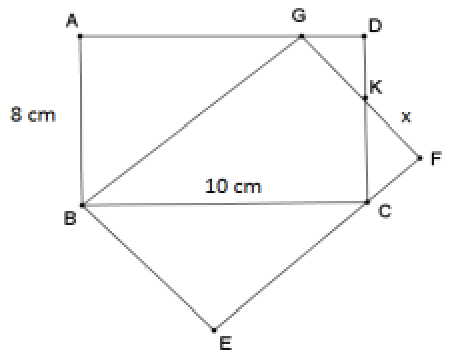
AB ⊥ BC, $[AB] \mathbin{/\!/} [CD] \mathbin{/\!/} [FE]$,

$[BC] \mathbin{/\!/} [DE] \mathbin{/\!/} [GF]$,

$|AB|$= 13 br, $|BC|$= 6 br, $|CD|$ = 3 br,

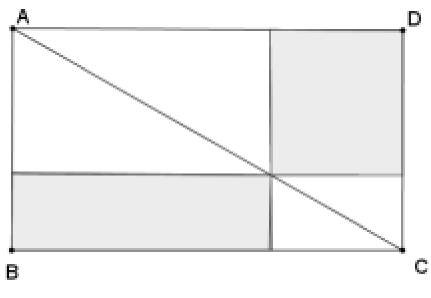
$|DE|$= 16 br, $|EF|$= 8 br ve $|FG|$=7 br olduğuna göre, A ile G arasındaki uzaklık kaç br'dir?

6-



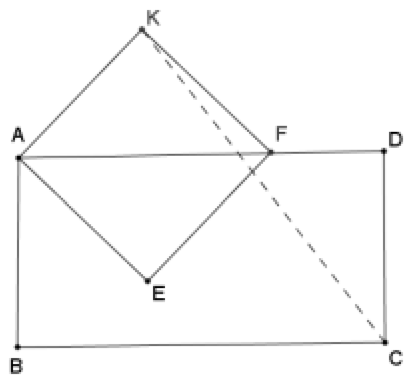
Kenar uzunlukları 8 cm ve 10 cm olan ABCD ve BEFG eş dikdörtgenleri, şekildeki gibi yerleştiriliyor. Bu dikdörtgenlerin DC ve FG kenarları, K noktasında kesişmektedir. Buna göre, $|KF|$ = x kaç cm'dir?

7-



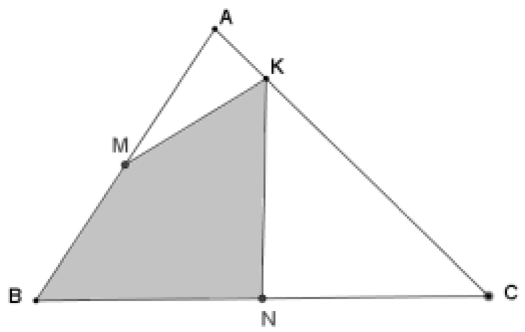
Bir dikdörtgenin bir köşegeni üzerinde alınan herhangi bir noktadan dikdörtgenin kenarlarına paraleller çiziliyor. Taralı alanlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Köşegen üzerindeki noktanın yeri değiştiğinde, alanlar arasındaki ilişki de değişir mi? Açıklayınız.

8-



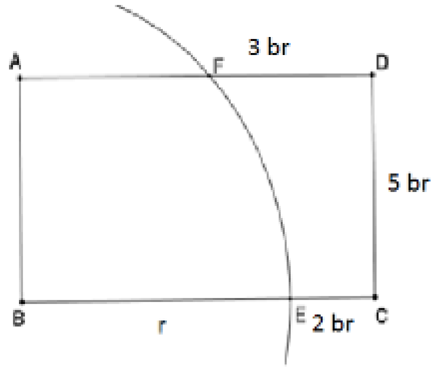
ABCD bir dikdörtgen, AEFK bir kare,
$|AK| = 5\sqrt{2}$ cm, $|AD| = 14$ cm, $|AB| = 7$ cm
olduğuna göre, $|CK|$ kaç cm'dir?

9-



Yandaki şekilde verilen ABC üçgeninde; K noktası AC üzerinde herhangi bir nokta, M noktası AB'nin orta noktası, N noktası BC'nin orta noktası olduğuna göre KMBN dörtgeninin alanı ile ABC üçgeninin alanı arasındaki ilişkiyi bulunuz. K noktasının AC kenarı üzerindeki yerinin değişmesi alanlar arasındaki ilişkiyi etkiler mi?

Açıklayınız.

10- 

ABCD bir dikdörtgen, B merkezli çember yayı, $|EC| = 2$ br, $|CD| = 5$ br, $|FD| = 3$ br ve $|BE| = r$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı r kaç birimdir?

EK-2: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Son Test Soruları

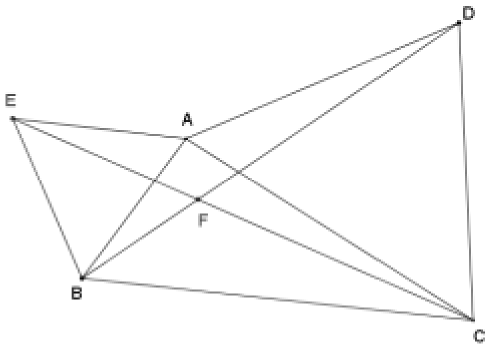
<u>AÇIKLAMA:</u>

Bu test 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır.

Testte yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not alınmayacaktır. Lütfen testte yer alan soruları dikkatli bir biçimde okuyup cevaplandırınız.

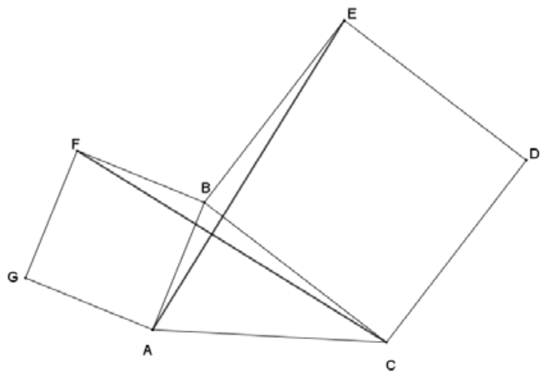
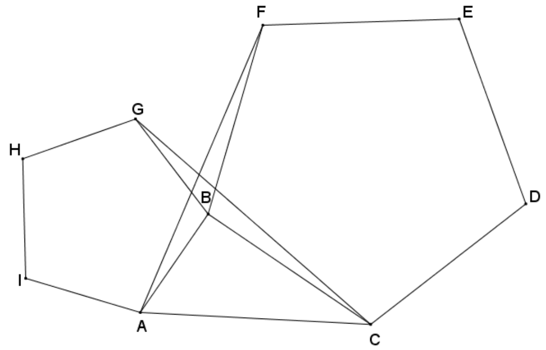
ADI:

SOYADI:

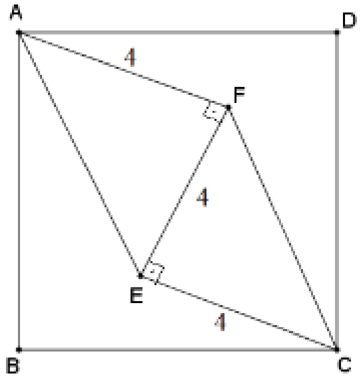
1- 

ABC herhangi bir üçgen, $\widehat{CDA}$ ve $\widehat{AEB}$ eşkenar üçgen, $[BD] \cap [CE] = \{F\}$ olduğuna göre, $\frac{|BD|}{|CE|}$ oranı kaçtır?

a) Eğer ABC üçgeninin iki kenarı üzerinde oluşturulan eşkenar üçgenler yerine; kare ve düzgün beşgen oluşturulsaydı nasıl bir sonuca ulaşırdınız? Gösteriniz.

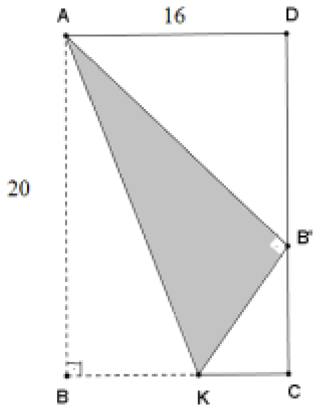
<u>Kare için</u>	<u>Düzgün Beşgen için</u>
 $\frac{\lvert FC\rvert}{\lvert AE\rvert} = ?$	 $\frac{\lvert AF\rvert}{\lvert GC\rvert} = ?$

b) Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz?

2- 

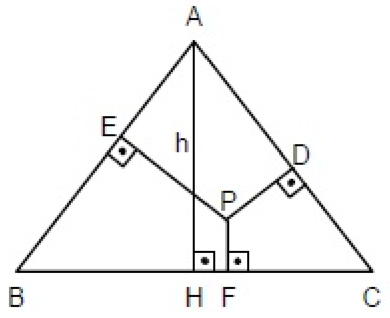
ABCD bir kare, AF ⊥ FE, FE ⊥ EC,

$|AF|$=$|FE|$=$|EC|$=4 cm olduğuna göre, ABCD karesinin alanı kaç cm^2'dir?

3- 

Kenar uzunlukları $|AD|$= 16 cm, $|AB|$= 20 cm olan dikdörtgen biçimindeki bir kartonun $[BC]$ kenarı üzerinde uygun bir K noktası bulunup karton AK boyunca katlanarak B köşesi $[DC]$ kenarı üzerindeki B' noktasına getiriliyor. Kartonun üste katlanan kısmı olan AKB' üçgeninin alanı kaç cm^2'dir?

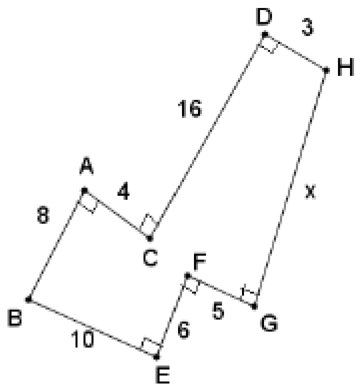
4-



ABC eşkenar üçgen, P eşkenar üçgen içinde herhangi bir nokta olsun. $|EP|$+ $|PF|$+$|PD|$ = h olduğunu gösteriniz.

Bu durum ikizkenar üçgen için de geçerli midir? Neden?

5-



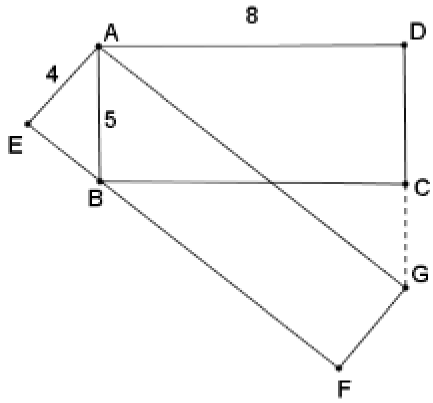
$|HD|\perp|DC|$, $|DC| \perp |CA|$, $|CA|\perp|AB|$,

$|BE| \perp |EF|$, $|EF| \perp |FG|$, $|FG| \perp |GH|$,

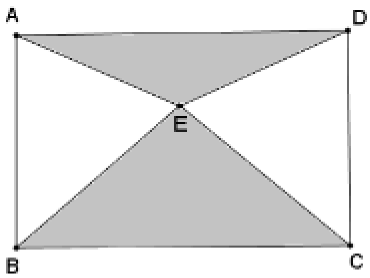
|HD|= 3 br, |DC|= 16 br, |CA|= 4 br, |AB|= 8 br,

|BE|= 10 br, |EF|= 6 br, |FG|= 5 br olduğuna göre,

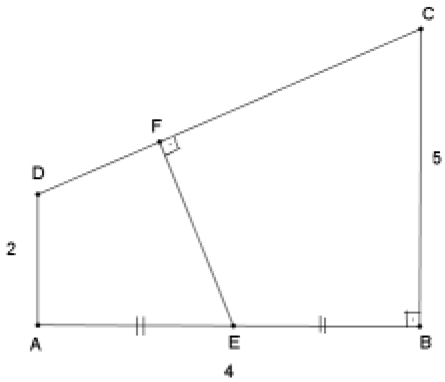
|GH|= x kaç birimdir?

6- 

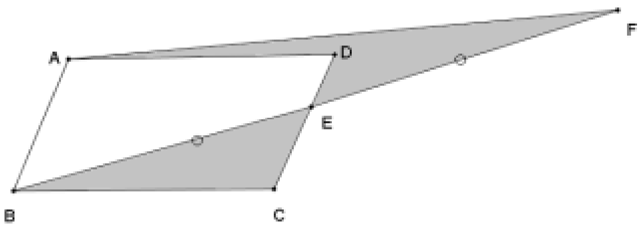
Yandaki şekilde ABCD ve AEFG dikdörtgendir. $|AD|$= 8 cm, $|AE|$= 4 cm ve $|AB|$= 5 olduğuna göre, AEFG dikdörtgeninin alanını bulunuz.

7- 

Bir dikdörtgenin iç bölgesinde alınan herhangi bir E noktası, dört köşesi ile birleştirildiğinde oluşan üçgenlerin alanları ile dikdörtgenin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu noktanın yeri değiştiğinde, alanlar arasındaki ilişki değişir mi? Açıklayınız.

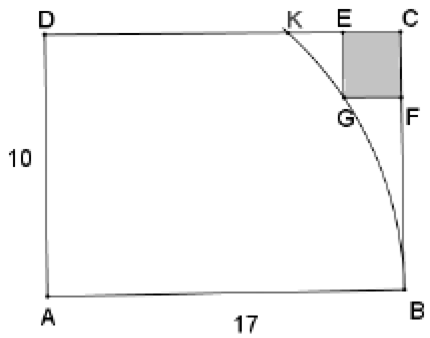
8- 

ABCD bir dik yamuk, F, $[DC]$ üzerinde bir nokta, E, $[AB]$'nin orta noktasıdır. $[EF]\perp[DC]$, $|AE|=|EB|$, $|AB|=4$ birim, $|BC|=5$ birim ve $|AD|=2$ birim olduğuna göre, $|EF|$ kaç birimdir?

9- 

Yandaki şekilde $|BE|=|EF|$ olduğuna göre, BCE üçgeni ile FADE konkav dörtgeninin alanları arasındaki ilişkiyi bulunuz. E noktasının DC kenarı üzerindeki konumunun değişmesi alanlar arasındaki ilişkiyi etkiler mi? Açıklayınız.

10-



ABCD dikdörtgen, GFCE bir kare, $|AB|= 17$ birim, $|AD|= 10$ birimdir. KGB yayı A merkezli çember yayı olduğuna göre, GFCE karesinin bir kenarı kaç birimdir?

EK-3: Geometrik Düşünme Alışkanlıkları Kalıcılık Testi Soruları

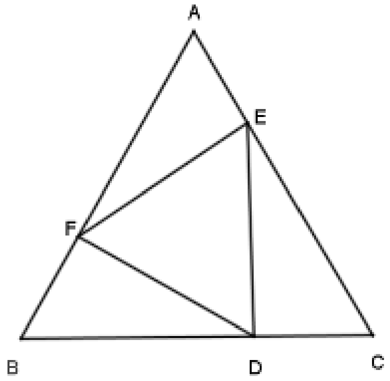
<u>AÇIKLAMA:</u>

Bu test 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır.

Testte yer alan sorulara vereceğiniz yanıtlardan herhangi bir not alınmayacaktır. Lütfen testte yer alan soruları dikkatli bir biçimde okuyup cevaplandırınız.

ADI:

SOYADI:

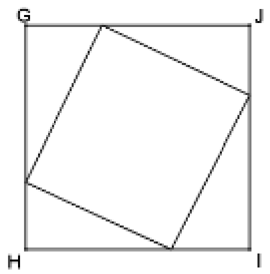
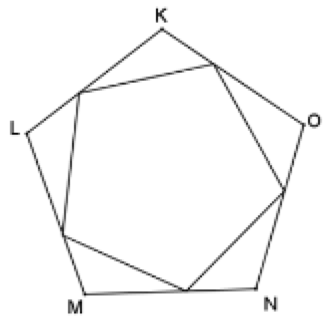


1- ABC bir eşkenar üçgen,

F ∈ [AB], D ∈ [BC], E ∈ [AC]

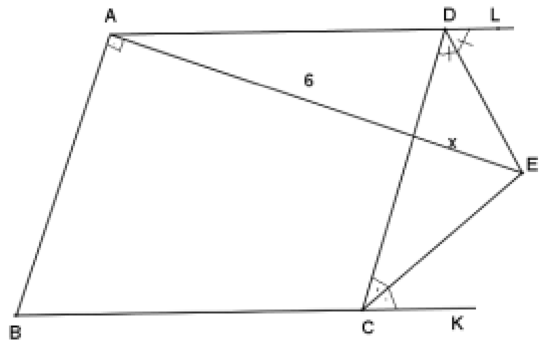
$\frac{|AF|}{|FB|} = \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|CE|}{|EA|}$ olduğuna göre, FDE üçgeni için ne söylenebilir? (Ne tür bir üçgendir?)

c) Eğer şekil ABC eşkenar üçgen yerine; kare ve düzgün beşgen olsaydı oluşan şekiller hakkında ne söyleyebilirsiniz? Şekiller üzerinde gösteriniz.

Kare için	Düzgün Beşgen için
	

a) Eşkenar üçgen, kare ve düzgün beşgene yönelik bulduğunuz sonuçlar arasında bir ilişki var mıdır? Bulduğunuz bu ilişkiye dayanarak genel bir yargıya varabilir misiniz?

2-

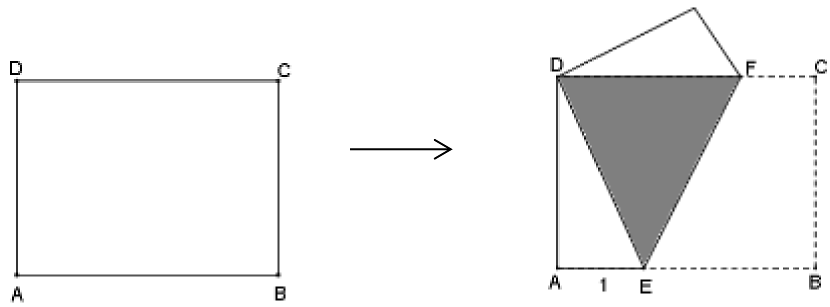


ABCD eşkenar dörtgen, A,D,L doğrudaş, B,C,K, doğrudaştır.

$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{LDE})$, $m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{KCE})$

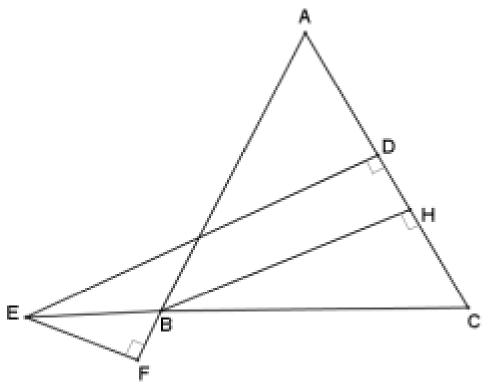
|AF| = 6 br, |FE| = x br olduğuna göre x kaçtır?

3- Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir kağıt, B ve D köşeleri çakışacak şekilde katlanıyor. [AB] kenarı üzerindeki katlama noktası E olmak üzere, |AE|= 1 birim oluyor.



Katlama sonucunda, kağıdın üst üste gelen kısımları koyu renkli DEF eşkenar üçgensel bölgesini oluşturuyor. Buna göre, kağıdın alanı kaç birim karedir?

4-

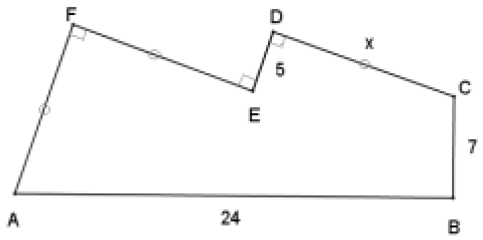


ABC ikizkenar üçgen olmak üzere,

|ED|- |EF| = |BH| olduğunu gösteriniz.

Aynı özellik herhangi bir üçgen için de geçerli midir? Gerekçesiyle açıklayınız.

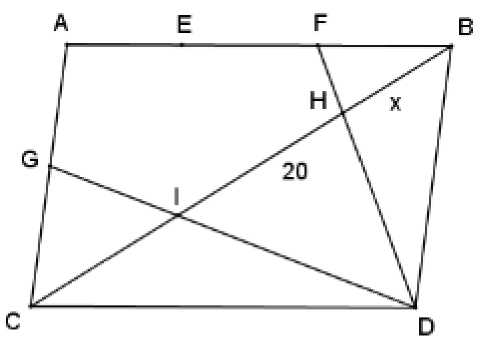
5-



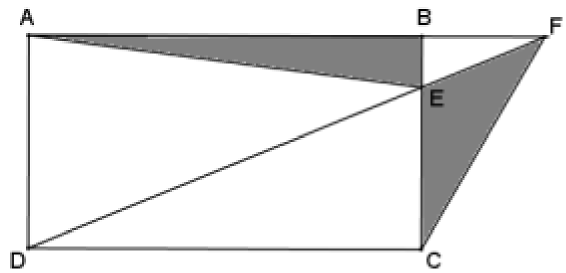
$[AB]\perp[BC]$, $[CD]\perp[DE]$, $[DE]\perp[EF]$, $[EF]\perp[FA]$,

$|AB|= 24$ br, $|BC|= 7$ br, $|CD|=|EF|=|FA|= x$ br olduğuna göre x kaçtır?

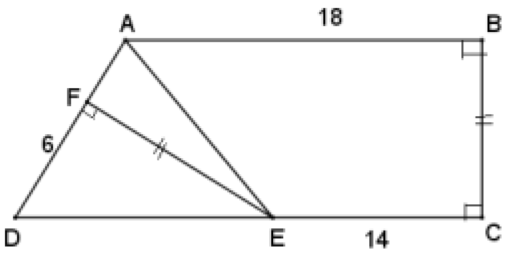
6-



ABDC bir paralelkenar, |AE|=|EF|=|FB|, |AG|=|GC|, |IH|= 20 br, |HB|= x br olduğuna göre x kaçtır?

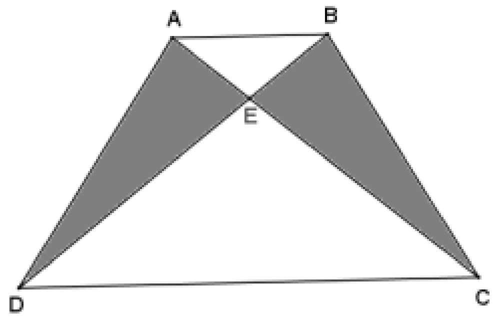
7- 

ABCD bir dikdörtgen olmak üzere, taralı üçgenlerin alanları arasında nasıl bir ilişki vardır? BC kenarı üzerindeki E noktasının yerinin değişmesi alanlar arasındaki ilişkiyi nasıl etkiler? Gerekçeleriyle açıklayınız.

8- 

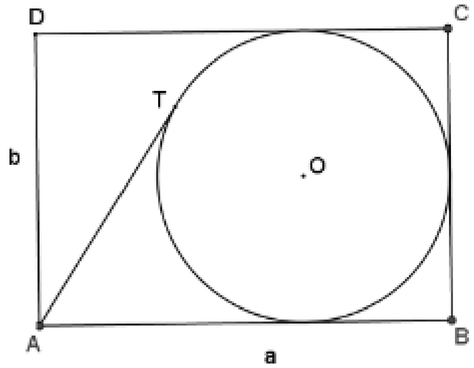
ABCD dik yamuk, [AB] // [DC], [DA]⊥[EF] ve [AB]⊥[DC], |BC|=|EF|, |EC|= 14 br, |AB|= 18 br, |FD|= 6 br olduğuna göre |AE| kaç birimdir?

9-



ABCD bir yamuk olmak üzere, taralı bölgelerin alanları arasındaki ilişkiyi ispatlayınız. AB kenar uzunluğunun iki katına çıkması alanlar arasındaki ilişkiyi değiştirir mi? Gerekçeleriyle açıklayınız.

10-



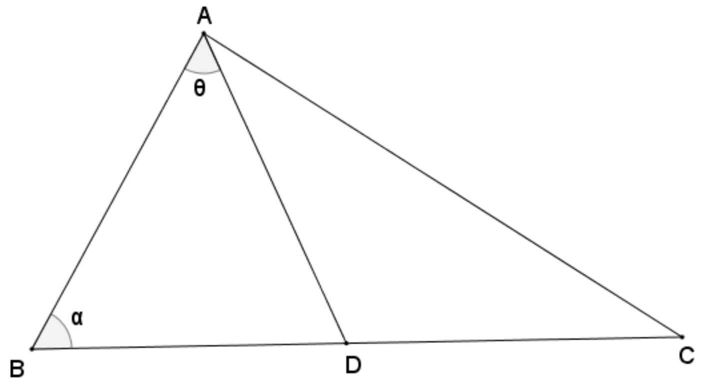
ABCD bir dikdörtgen, $|AB| = a$, $|AD| = b$, O merkezli çember üç kenara teğet, A noktasından çizilen teğet doğrusu O merkezli çembere T noktasında değiyor.

$|AD| = |AT|$ olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

EK-4: UYGULAMA ETKİNLİK PROBLEMLERİ

1.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABC bir üçgen, m($\widehat{ABC}$)=α, m($\widehat{BAD}$)=θ, 3α + 4θ =360° ve $|AB|$ + $|BD|$= $|AC|$ olduğuna göre, m($\widehat{ACB}$) kaç derecedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

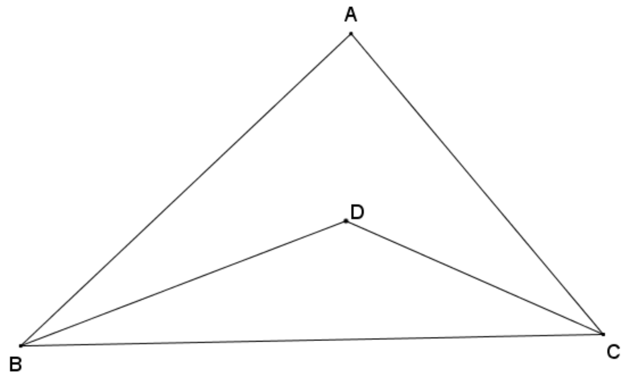
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

1. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problem durumunun araştırılması sürecinde; öğrencilerden beklenen BC kenarının uzantısında BA kenarına eş bir ikizkenar oluşturabilmeleridir. Bununla birlikte AB kenarının uzantısında AC kenarına eş bir kenar oluşturularak da C açısının değerini elde edebilmek mümkündür.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

2.PROBLEM

AD/SOYAD:



Bir ABC üçgeninin içinde seçilen bir D noktası B ve C köşelerine birleştiriliyor. Bu durumda;

|BA| + |AC| > |BD| + |DC| olduğunu gösteriniz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

  Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

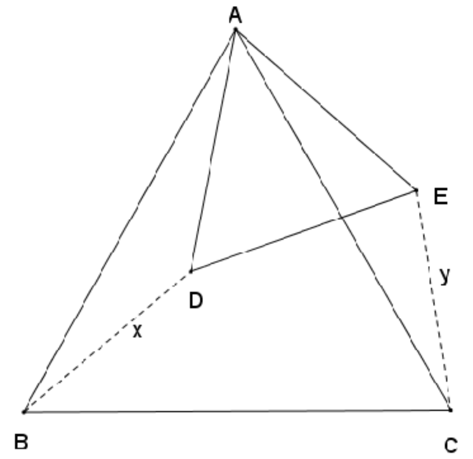
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

2. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problem durumunun verilmesinin ardından; birçok öğrenci dıştaki üçgenin kenarları toplamının içteki üçgenin kenarları toplamından büyük olduğunun zaten şekil üzerinden görüldüğünü söyleyecektir. Uygulayıcı, bunun ispatlanması gereken bir durum olduğunu öğrencilere ifade etmelidir.
- Bu problemde farklı ek çizimler yaparak (keşfetme-yansıtma alışkanlığı kullanılarak) çözüm süreci tamamlanabilir. D noktası ile AB ya da AC kenarı birleştirilerek, D noktasından geçen BC kenarına bir paralel çizilerek oluşturulan üçgenlerden üçgen eşitsizlikleri yazıldığında istenilen eşitsizliğe ulaşılacağı görülecektir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

3.PROBLEM

AD/SOYAD:



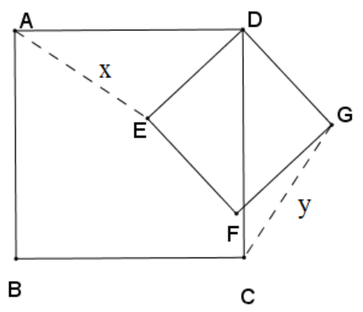
ABC ve ADE birer eşkenar olmak üzere, $|BD|$= x br ve $|CE|$= y br olduğuna göre,

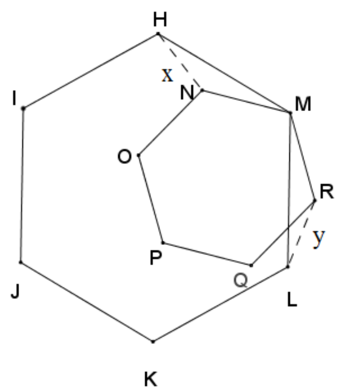
x ile y arasında geçerli olan bağıntı nedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

  Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- x ile y arasındaki bağıntı kare ve/veya düzgün altıgen için de geçerli midir?





- Buradan, bir genellemeye varmanız mümkün müdür?

3. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemin çözümünde, x ile y arasındaki bağıntının belirlenmesinde iki düşünme alışkanlığının baskın olduğu görülmektedir. Birincisi, öğrencilerin KAK eşliğini kullanarak ilişkilendirme alışkanlığını işe koşması; diğeri ise ADE üçgenini hareket ettirerek değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanıyor olmasıdır.
- Bu problemde DGY kullanılarak ilişkilendirme, değişmezleri araştırma ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıklarının ön plana çıkarılması mümkündür.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

4.PROBLEM

AD/SOYAD:

Herhangi bir dik üçgenin köşelerinin karşısındaki kenarlara göre simetriklerinin belirttiği üçgenin alanı, ilk üçgenin alanının kaç katıdır?

- Herhangi bir dik üçgenin köşelerinin karşısındaki kenarlara göre simetrilerinin alınmasıyla oluşan üçgeni oluşturunuz.

- İlk üçgen ile yeni oluşturulan üçgen arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

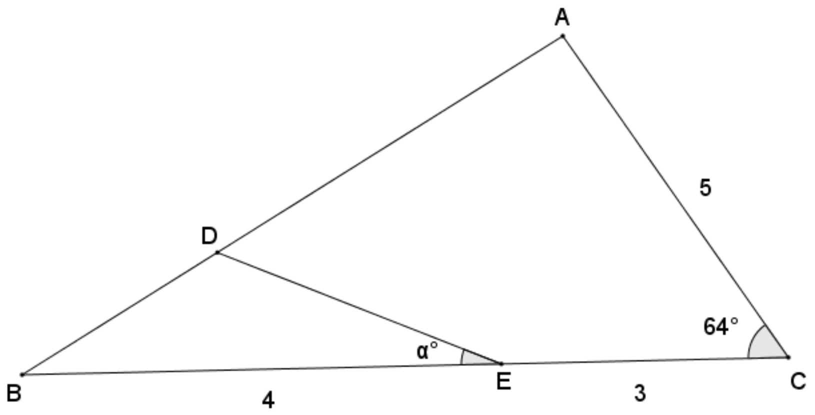
- İki üçgen arasındaki ilişkiye dayanarak; iki üçgenin alanları arasındaki oran nedir?

4. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Yeni üçgenin oluşturulması sürecinde yaşanan sıkıntılar göz önünde bulundurularak; problem durumu verilmeden önce simetri kavramına yönelik gerekli hatırlatmalar yapılabilir.
- Bu problemde DGY kullanılarak ilişkilendirme, değişmezleri araştırma alışkanlıklarının ön plana çıkarılması mümkündür.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

5.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABC bir üçgen, $|AD|$= 2 $|DB|$ br, $|AC|$=5 br, $|BE|$=4 br ve $|EC|$=3 br ve m($\widehat{ACB}$)= 64°

olduğuna göre, m($\widehat{DEB}$)= α kaç derecedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

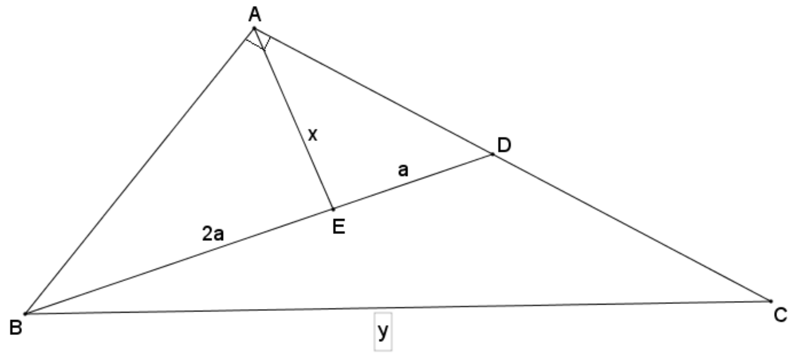
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

5. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Araştırmacının problem sürecinde öncelikli olarak amaçladığı; C noktasından ED doğru parçasına çizilen paralel doğru parçasının açıortay olduğunu öğrencilerin keşfetmesidir (İlişkilendirme alışkanlığı baskın). Bununla birlikte süreçte farklı paralel doğru parçaları çizilerek öğrencilerin keşfetme-yansıtma ve ilişkilendirme alışkanlıklarını kullandıkları belirlenmiştir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

6.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABC bir dik üçgen, CA ⊥ AB, B, E, D doğrudaş, $|AD|= |CD|$, $|BE|= 2\ |ED|$, $|AE|$=x br ve $|BC|$= y br olduğuna göre $\frac{y}{x}$ oranı kaçtır?

• Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

• Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

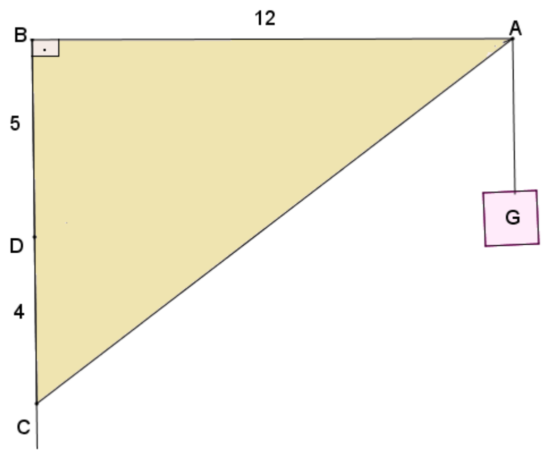
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

6. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Çözüm sürecinde beklenilen, E noktasının bir doğru parçasıyla BC kenarıyla birleştirilmesi ve dik üçgenin de özelliğinin kullanılarak oranın hesaplanmasıdır. Bu bağlamda ek çizim yapılması keşfetme-yansıtma alışkanlığının; uzunluklar arasında ilişki kurmak da ilişkilendirme alışkanlığının kullanıldığının göstergesidir.
- Farklı ek çizim yapan öğrencilerden çizim gerekçelerini açıklamaları istenmeli ve şekiller arasındaki ilişkileri belirlemeleri istenmelidir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

7.PROBLEM

AD/SOYAD:



Boyu sabit olan bir ipin ucuna bağlanmış G yükü, ipin başlangıç noktası olan C noktası D noktasına kaydırılınca kaç br aşağıya iner?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

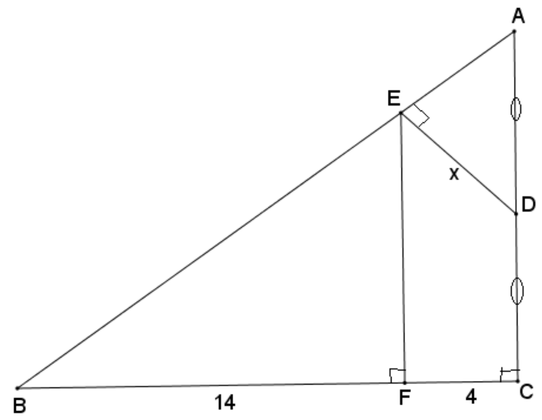
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

7. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Çözüm sürecinde A ile D noktasının birleştirilmesinin ardından (keşfetme-yansıtma alışkanlığı); kenar uzunlukları arasında Pisagor bağıntısının kullanımı söz konusudur (İlişkilendirme alışkanlığı).
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

8.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABC bir dik üçgen, BC ⊥ CA, DE ⊥ AB, EF ⊥ BC, $|BF|$=14 br, $|FC|$=4 br, $|DE|$= x br olduğuna göre, x kaçtır?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

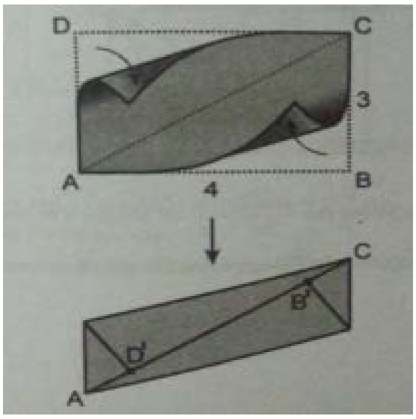
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

8. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Çözüm sürecinde genel yaklaşım, D noktasından BC kenarına paralel bir doğru parçası çizilerek benzerliğin kullanılmasıdır. Bununla birlikte E noktasından BC kenarına paralel doğru parçası çizilerek de çözüme ulaşılabilir. Bu bağlamda problemin çözüm sürecinde keşfetme-yansıtma ve ilişkilendirme alışkanlıklarının ön plana çıktığı görülmektedir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

9.PROBLEM

AD/SOYAD:



Kenar uzunlukları 3 cm ve 4 cm olan ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir kağıt, AB ve CD kenarları AC köşegeni ile çakışacak biçimde katlanıyor.

Katlama sonunda, B ve D noktalarına köşegen üzerinde karşılık gelen B' ve D' noktaları arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

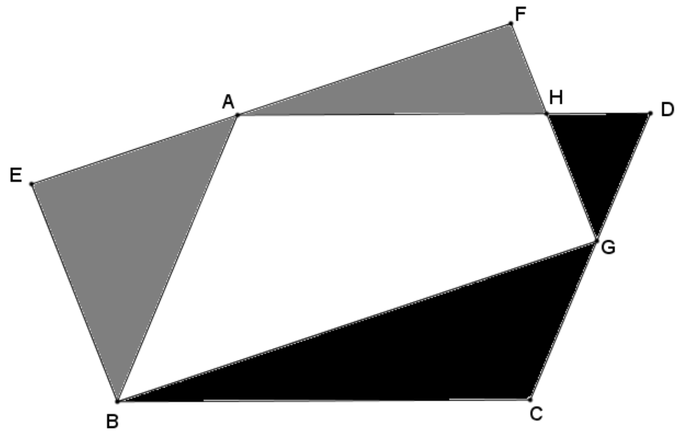
- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

9. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemin çözümünde öğrencilerin katlama sonrasında değişen/değişmeyen uzunlukları belirliyor olabilmesi gerekir. Bu durumda değişmezleri araştırma alışkanlığını işe koşmaları beklenir. Ardından kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin belirlenmesiyle istenilen uzaklık hesaplanır.
- Değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanamayan öğrenciler için DGY kullanılabilir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

10.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABCD ve EBGF paralelkenardır. Farklı renklerde taranmış olan üçgenlerin alanları toplamları arasında nasıl bir ilişki vardır? G noktası DC kenarı üzerinde hareketli bir nokta olduğu düşünülürse; bu noktanın yer değişmesi alanlar arasındaki ilişkiyi değiştirir mi? Açıklayınız.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

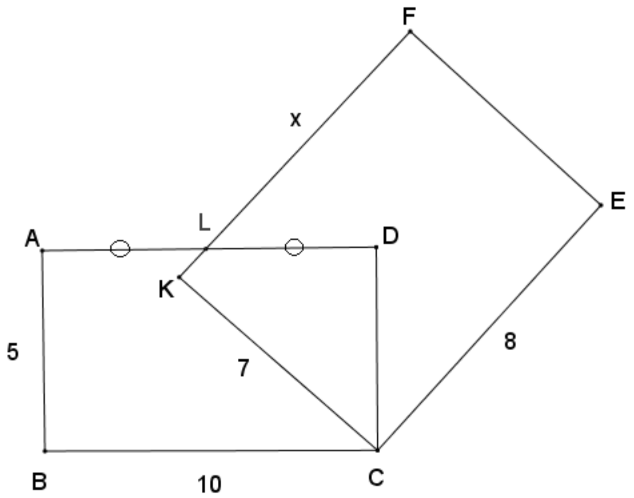
- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

10. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Alanlar arasındaki ilişkinin belirlenmesinde, A ile G noktasının birleştirilmesi yani keşfetme-yansıtma alışkanlığının kullanılabilmesi önemlidir. Ardından, paralelkenar ile içinde oluşan üçgenlerin alanları arasındaki ilişkilerin doğru belirlenmesi gerekmektedir. Noktanın hareketli olduğu düşünüldüğünde, öğrencilerin noktayı D ya da C noktası üzerine getirdiklerinde şeklin nasıl olacağını çizmeleri istenebilir. Şekli oluşturamayan öğrenciler için DGY'nin kullanılması faydalı olacaktır.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

11.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABCD ve CEFK birer dikdörtgen AD ∩ FK = {L}, $|AB|$= 5 br, $|BC|$= 10 br, $|CK|$= 7 br, $|CE|$= 8 br olduğuna göre x kaç birimdir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

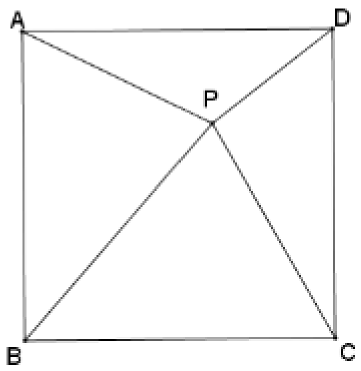
- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

11. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Çözüm sürecinde ön plana çıkan yaklaşım, C köşesi ile L noktasının birleştirilmesi ve oluşan üçgen üzerinde kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin belirlenmesidir. Bununla birlikte D köşesinden KC kenarına paralel çizilerek de doğru çözüme ulaşıldığı görülmüştür. Buradan, problemin çözüm sürecinde keşfetme ve yansıtma, ilişkilendirme ve geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığının kullanıldığı görülmektedir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

12.PROBLEM

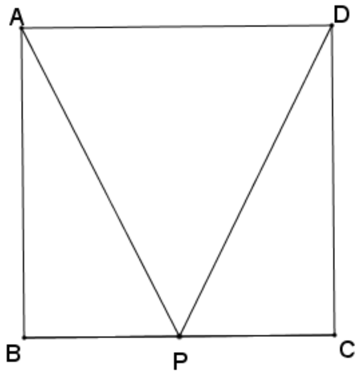
AD/SOYAD:

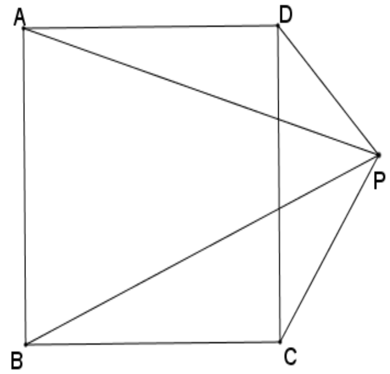


Karenin içinde alınan bir noktanın karenin karşılıklı köşelerine olan uzaklıklarının kareleri toplamının birbirine eşit olduğunu gösteriniz. Yani,

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ olduğunu gösteriniz.

Bu nokta karenin üstünde ya da dışında olsaydı; elde edilen eşitlik değişir miydi?





Kare için elde edilen bu eşitlik, herhangi bir dikdörtgen için de geçerli olabilir mi? Gerekçesiyle açıklayınız.

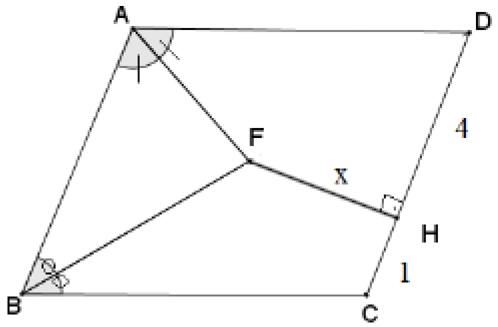
• Problem çözme sürecinizi ifade ediniz. Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

12. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemde karenin her bir kenarına dik doğru parçaları çizilmesinin ardından, kenarlar arasında Pisagor bağıntısı uygulanarak istenilen eşitlik elde edilir. Böylece hem keşfetme-yansıtma hem de ilişkilendirme alışkanlığı işe koşulmuş olur. Noktanın hareket ettirilerek eşitliğin değişip değişmeyeceği DGY üzerinde incelenmesi değişmezleri araştırma alışkanlığının pekiştirilmesine katkı sağlayacaktır. Eşitliğin kare yerine dikdörtgen için de geçerli olup olmayacağının belirlenmesinde öğrencilerin geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlığını kullanabilmeleri amaçlanmıştır.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

13.PROBLEM

AD/SOYAD:



ABCD bir eşkenar dörtgen, AF ve BF açıortay, FH ⊥ CD, $|CH|$= 1 br, $|HD|$=4 br olduğuna göre, x kaçtır?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız. Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

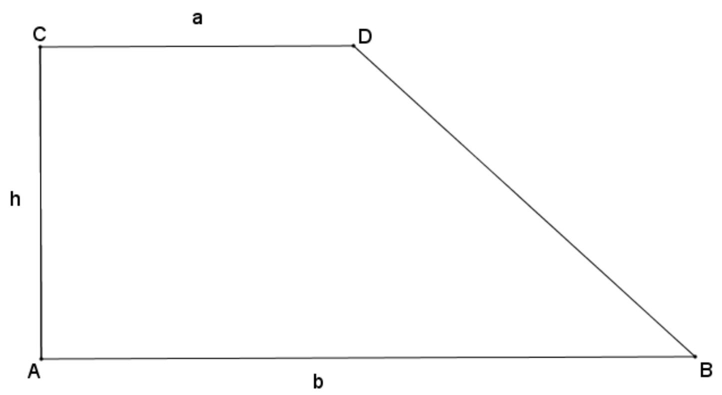
- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz. Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

13. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemde eşkenar dörtgendeki açıortayların köşegen olduğunun bilinmesiyle köşegenler birleştirilerek ya da F noktasından geçen ve AD ya da BC kenarlarına paralel olan doğru parçası çizilerek bilinmeyene ulaşılması mümkündür. Bu nedenle hem keşfetme-yansıtma hem de ilişkilendirme alışkanlığının kullanılması amaçlanmıştır.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

14.PROBLEM

AD/SOYAD:



Bir dik yamuğun alanının $\frac{(a+b)}{2} \times h$ olduğunu gösteriniz.

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

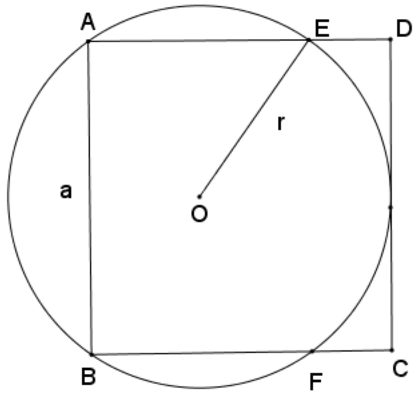
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

14. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Çözüm sürecinde öğrenciler, D köşesinden AB kenarına dik indirerek, D köşesini A köşe ile birleştirerek, geometrik şekillerin alan bağıntılarından dik yamuğun alan bağıntısını belirlemişlerdir. Bunun ardından öğrencilere belirlenen bu bağıntının diğer özel dörtgenler için geçerli olup olmayacağı sorgulatılarak geometrik fikirlerin genelleştirilmesi alışkanlıkları sorgulatılabilir. Uygulama esnasında dikkat edilmesi gereken bir diğer husus ise; öğrencilerin değişmezleri araştırma alışkanlığının işe koşulmasıdır. Bu şekil dikdörtgene tamamlatılarak da dik yamuğun alanı hesaplanabilir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

15.PROBLEM

AD/SOYAD:



Şekildeki ABCD karesinin A ve B köşeleri O merkezli çember üzerinde olup; CD kenarı çembere teğettir. $|AB|$= a br ve $|OE|$= r br olduğuna göre, r'nin a cinsinden değeri nedir?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

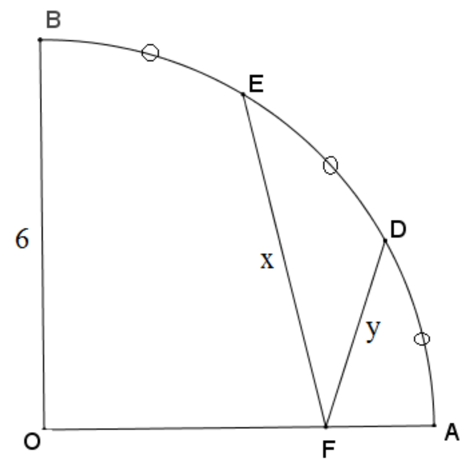
Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

15. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemde merkezden AB kenarına indirilen dikme AB kenarını iki eş parçaya bölecektir. Buradan Pisagor bağıntısı kullanılarak işlem yapıldığında r'nin a cinsinden değeri bulunur. Bu bağlamda keşfetme-yansıtma ve ilişkilendirme alışkanlıklarının kullanılabileceği türden bir soru olduğu görülmektedir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

16.PROBLEM

AD/SOYAD:



O merkez, OAB çeyrek dairedir. $|\widehat{BE}|= |\widehat{ED}|= |\widehat{DA}|$, F $\in [OA]$, $|OB|$= 6 br, $|EF|$= x br, $|FD|$= y br olduğuna göre, x+y toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- Problemin çözümüne yönelik bir plan oluşturup; problemin çözümünü yapınız.

Problemi çözmeye yönelik matematiksel sürecinizi aşağıdaki alana yazınız.

- Çözümünüz ile doğru sonucu karşılaştırarak hata yaptığınız kısımları inceleyiniz.

Çözüm sürecinde hangi noktalarda sıkıntı yaşadığınızı belirtiniz.

16. Probleme Yönelik Uygulayıcıya Notlar

- Problemin çözümünde öğrencilere, özellikle üçgenlerde benzerlik konusunda sorulan "toplamın en küçük değerini hesaplama" sorularında ne yapıldığı hatırlatılabilir (Toplamın en küçük olması için noktaların doğrusal olması gerektiği). Bunun ardından öğrencilerden beklenen, x ya da y'nin OA doğru parçasına göre simetriğinin alınması ve uzunluklar arasında ilişki kurmasıdır. Bununla birlikte, öğrencilerin dinamik düşünmelerini sağlamak amacıyla DGY kullanılarak bulunan sonucun doğruluğu sorgulatılabilir.
- Problem çözme sürecinin değerlendirilmesinde farklı çözüm yolları incelenmeli ve tartışılmalıdır. Unutulmaması gereken önemli bir nokta ise; problem çözme sürecinde hangi düşünme alışkanlıklarının kullanıldığının öğrencilere sorulması ve uygulayıcının buna yönelik açıklama yapmasıdır.

EK-5: Araştırma İzni

T.C.
AFYONKARAHİSAR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 86649407-605.01-E.6686450 10.05.2017
Konu : Araştırma İzni
(Zeynep Bahar ERŞEN)

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi : Valilik Makamı' nın 10/05/2017 tarih ve 605/6668720 sayılı Olurları.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Zeynep Bahar ERŞEN'in **"İlköğretim Öğrencilerinin Muhakeme ve İspatla İlgili Zihinsel Alışkanlıklarının Geliştirilmesi "** adlı tez çalışmasında kullanılmak üzere İlimiz Merkez Süleyman Demirel Fen Lisesinde anket çalışması yapabilmesine dair ilgili izin talebiniz;

Müdürlüğümüz AR-GE Birimi tarafından "Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü" 07/03/2012 tarihli genelgesi ve B.08.0.YET.00.20.00.0/3616 sayılı Bakanlık onayı ile yayınlanan Genelge doğrultusunda incelemiş olup "Valilik Oluru" ve "Onaylanmış Veri Toplama Aracı" ekte gönderilmiştir.

Gereğini bilgilerinize arz ederim.

Fatih AKÇİL
İl Milli Eğitim Müdür V.

Ekler:
- Valilik Onayı (1 sayfa)
- Onaylanmış Veri Toplama Aracı (30 sayfa)

(Not: Anket çalışmalarında Müdürlüğümüz tarafından onaylanmış (mühürlü) veri toplama araçlarının çoğaltılarak kullanılması zorunludur.)

Bu evrakın 5070 Sayılı Kanun Gereğince
E-İMZA ile imzalandığı tasdik olunur
12.05.2017

Karaman İş Merkezi K:5 Ar-Ge Birimi
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
e-posta: arbir03@meb.gov.tr / afyonstrateji@gmail.com

Ayrıntılı bilgi için: Osman Bayramoğlu/ Memur
Tel: (0 272) 2137603/208
Faks: (0 272) 2137605

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 6ba1-cfd3-3631-978d-ac0b kodu ile teyit edilebilir.

Özgeçmiş

Doğum Yeri-Tarihi: Gümüşhane-1987

Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı	Karadeniz Teknik Üniversitesi	2009
Y. Lisans	İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	Karadeniz Teknik Üniversitesi	2012
Doktora	İlköğretim Anabilim Dalı	Uludağ Üniversitesi	2017

Görevler:

Görev Ünvanı	Görev Yeri	Yıl
Arş. Gör.	Afyon Kocatepe Üniversitesi	2011-devam

Projeler:

Karakuş, F. & **Erşen, Z.B.** (2016). Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik Cisimlere Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Kariyer Destek projesi (Araştırmacı).

Karakuş, F., **Erşen, Z.B.** & Ocak, G. (2017). Matematik ve Matematik Eğitimi Öğrencilerinin İspata Yönelik Görüşleri ve İspat Değerlendirme Becerilerinin İncelenmesi. Afyon Kocatepe Üniversitesi Kariyer Destek projesi (Araştırmacı).

Burslar:

TÜBİTAK Yurtiçi Doktora Bursu (2012-2017)

ESERLER

A. Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

1. Erşen, Z. B. (2016). Preservice mathematics teachers metaphorical perceptions towards proof and proving. *International Education Studies, 9*(7), 88-97. doi: 10.5539/ies.v9n7p88

2. Ocak, G. & **Erşen, Z. B.** (2015). Evaluation of the views of students towards creative drama used in mathematics education. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 2(1), 24-37.

3. Ocak, G. & **Erşen, Z. B.** (2015). Öğretmen adaylarının iletişim becerileri algılarının incelenmesi. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33, 1-19.

4. Erşen, Z. B. & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(2), 124-146.

5. Özdoğan, Z. B., Seyitoğlu, E. & Güven, B. (2011). The change over the years of problem solving skills of pre service elementary mathematics teachers. P*rocedia - Social and Behavioral Sciences, 15,* 2278-2283.

6. Yıldız, C., Çabakçor, B. Ö., **Özdoğan, Z. B.** & Arslan, S. (2011). The views of the teacher and students as regards the use of history of mathematics in the teaching of fractal subject. P*rocedia - Social and Behavioral Sciences, 15,* 868-872.

B. Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :

1. Karakuş, F. & **Erşen, Z. B.** (2016). Sınıf öğretmeni adaylarının bazı dörtgenlere yönelik tanımlama ve sınıflamalarının incelenmesi. *Karaelmas Journal of Education Sciences*, 4, 38-49.

C. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında (proceedings) basılan bildiriler :

1. Erşen, Z. B. & Karakuş, F. (2017). Investigation of the relationship between preservice elementary mathematics teachers'geometric habits of mind and geometric proving abilities. 26th International Conference on Educational Sciences (s. 407-413), 20-23 April 2017, Antalya, Turkey.

2. Karakuş, F. & **Erşen, Z. B.** (2017). Examining pre-service teachers' concept images about solids. 26th International Conference on Educational Sciences (s. 73-80), 20-23 April 2017, Antalya, Turkey.

3. Karakuş, F., **Erşen, Z. B.** & Ocak, G. (2017). An examination of proof evaluation skills of preservice mathematics teachers. International Conference on New Horizons in Education, 17-19 July 2017, Berlin, Germany.

4. Karakuş, F., **Erşen, Z. B.** & Ocak, G. (2017). Matematik ve matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin ispat yapmaya yönelik görüşlerinin incelenmesi. Uluslararası Sosyal Bilimler ve Eğitim Araştırmaları Sempozyumu, 3-5 Kasım, Antalya.

5. Erşen, Z. B. (2017). Onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarının incelenmesi. 1. Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi (s. 105-107), 14-16 Eylül, Uşak.

6. Erşen, Z. B. (2017). Lise öğrencilerinin geometriye yönelik tutumları ile geometrik düşünme alışkanlıkları arasındaki ilişkinin incelenmesi. 1. Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi (s. 213-215), 14-16 Eylül, Uşak.

7. Karakuş, F., **Erşen, Z. B.** & Ocak, G. (2017). Matematik ve matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin ispat yapma düzeylerinin incelenmesi. 1. Uluslararası Eğitim Araştırmaları ve Öğretmen Eğitimi Kongresi (s. 42-44), 14-16 Eylül, Uşak.

8. Erşen, Z. B., Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının ispat değerlendirmelerinin incelenmesi. 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (s. 514-517), 17-19 Mayıs, Afyon.

9. Karakuş, F., **Erşen, Z. B.** & Pancaroğlu, N. (2016). Pre-service elementary mathematics teachers concept images for sequences. International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology (ICEMST) (s. 824-828), 19-22 Mayıs, Bodrum.

10. Karakuş, F., Pancaroğlu, N. & **Erşen, Z. B.** (2016). Examining preservice elementary mathematics teachers understandings of sequence. 8 th World Conference on Educational Studies (s. 301), 4-6 Şubat, Madrid.

11. Özdoğan, Z. B., Seyitoğlu, E. & Güven, B. (2011). The change over the years of problem solving skills of pre service elementary mathematics teachers. 3rd World Conference on Educational Sciences (s.), 3-7 Şubat, İstanbul.

12. Yıldız, C., Çabakçor, B. Ö., **Özdoğan, Z. B.** & Arslan, S. (2011). The views of the teacher and students as regards the use of history of mathematics in the teaching of fractal subject. 3rd World Conference on Educational Sciences (s.), 3-7 Şubat, İstanbul.

D. Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:

1. Erşen, Z. B. & Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının ispat değerlendirmelerinin incelenmesi. 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (s. 514), 17-19 Mayıs 2017, Afyon, Türkiye.

2. Erşen, Z. B. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının ispat ve ispatlama kavramlarına ilişkin sahip oldukları metaforik algılar. 2. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (s. 68), 16-18 Mayıs, Adıyaman.

3. Karakuş, F., **Erşen, Z. B.** & Pancaroğlu, N. (2014). Okul öncesi öğretmeni adaylarının matematiğe yönelik inançları üzerinde öğretmen eğitimi programlarının etkisi. XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi (s. 615-616), 11-14 Eylül, Adana.

4. Ocak, G. & **Erşen, Z. B.** (2014). Öğretmen adaylarının iletişim becerilerinin incelenmesi. XIII. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Sempozyumu (s. 337), 29-31 Mayıs, Kütahya.

5. Erşen, Z. B. & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgen algılarının değerlendirilmesi. 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (s.), 20-22 Haziran, Trabzon.

6. Karakuş, F. & **Erşen, Z. B.** (2013). Öğretmen adaylarının bazı dörtgenlere yönelik tanımlama ve sınıflamalarının belirlenmesi. 1. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (s.), 20-22 Haziran, Trabzon.

E. Atıflar (Yazarın Yer Almadığı Yayınlar)

1. Dündar, S. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının eğim kavramına ilişkin bilgileri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 11*(2), 673-693. (EBSCOhost-ERA)

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

2. Köğce, D. (2015). Conceptions and concept images of prospective mathematics teachers in a teacher training program regarding basic mathematical concepts. *International J. Soc. Sci. & Education, 5*(4), 678-706. (ERA)

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

3. Ulusoy, F. (2015) A meta-classification for students' selections of quadrilaterals: The case of trapezoid. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.598-604), CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic.

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

4. Aydın, E., Delice, A. & Demiroğlu, D. (2016). An analysis of history of mathematics research literature in Turkey: the mathematics education perspective. *Journal of the British Society for the History of Mathematics, 31*(3), 215-229. (British Education Index)

Atıf Yapılan Eser: A6 numaralı yayın.

5. Göksel, A. G., Caz, Ç., Yazıcı, Ö. F. & Pala, A. (2016). Spor lisesi öğrencilerinin iletişim becerilerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 9*(44), 1440-1445. (EBSCO)

Atıf Yapılan Eser: A3 numaralı yayın.

6. Ayvaz, Ü., Gündüz, N. & Bozkuş, F. (2017). Understanding of prospective mathematics teachers of the concept of diagonal. *Journal on Mathematics Education, 8*(2), 165-184.

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın. (ERIC)

7. Kaya, D. (2017). Self-organizing neural network map for the purpose of visualizing the concept images of students on angles. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 3*(2), 503-520. doi: 10.21890/ijres.327909 (ERIC)

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

8. Butuner, S.O. & Filiz, M. (2017). Exploring Turkish mathematics teachers' content knowledge of quadrilaterals. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 3*(2), 395- 408. doi: 10.21890/ijres.327898 (ERIC)

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

9. Horzum, H. & Ertekin, E. (2017). Prospective mathematics teachers' understanding of the base concept, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1-24. doi: 10.1080/0020739X.2017.1352042 (British Education Index-ERIC)

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın.

10. Aydoğdu-İskenderoğlu, T., Akşan-Kılıçaslan, E. (2017). Definitions and forms of certain 2D geometrical shapes as provided by fourth year pre-service primary school teachers. *International Online Journal of Educational Sciences, 9* (3), 663 – 675.

Atıf Yapılan Eser: A4 numaralı yayın. (ERA-DOAJ)

Uludağ Üniversitesi

Tez Çoğaltma ve Elektronik Yayımlama İzin Formu

Yazar Adı Soyadı	Zeynep Bahar ERŞEN
Tez Adı	Onuncu Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Alışkanlıklarını Geliştirmeye Yönelik Öğretim Ortamının Tasarlanması, Uygulanması ve Değerlendirilmesi
Enstitü	Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	İlköğretim
Bilim Dalı	
Tez Türü	Doktora
Tez Danışman(lar)ı	Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Çoğaltma (Fotokopi Çekim) izni	□ Tezimden fotokopi çekilmesine izin veriyorum. □ Tezimin sadece içindekiler, özet, kaynakça ve içeriğinin % 10 bölümünün fotokopi çekilmesine izin veriyorum. □ Tezimden fotokopi çekilmesine izin vermiyorum.
Yayımlama İzni	□ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin veriyorum. □ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasının ertelenmesini istiyorum. 1 yıl □ 2 yıl □ 3 yıl □ □ Tezimin elektronik ortamda yayımlanmasına izin vermiyorum.

Hazırlamış olduğum tezimin yukarıda belirttiğim hususlar dikkate alınarak, fikri mülkiyet haklarım saklı kalmak üzere Uludağ Üniversitesi Kütüphane ve Dökümantasyon Daire Başkanlığı tarafından hizmete sunulmasına izin verdiğimi beyan ederim.

Tarih: 29/11/2017

İmza: