



**ATOM ÇEKİRDEĞİNDE KRİTİK NOKTA SİMETRİLERİNİN BOHR
HAMILTONYENİN γ -KATI ÇÖZÜMLERİ İLE ARAŞTIRILMASI**

MELEK GÖKBULUT

**DOKTORA TEZİ
FİZİK ANA BİLİM DALI
Doç. Dr. İbrahim YİĞİTOĞLU
Aralık - 2018
Her hakkı saklıdır**

T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANA BİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

ATOM ÇEKİRDEĞİNDE KRİTİK NOKTA SİMETRİLERİNİN
BOHR HAMILTONYENİN γ -KATI ÇÖZÜMLERİ İLE
ARAŞTIRILMASI

MELEK GÖKBULUT

TOKAT
Aralık - 2018

Her hakkı saklıdır



Bu tez çalışması;

**Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından TBAG
112T754 nolu proje ile desteklenmiştir.**

Melek GÖKBULUT tarafından hazırlanan “**Atom Çekirdeğinde Kritik Nokta Simetrilerinin Bohr Hamiltonyenin γ -Katı Çözümleri ile Araştırılması**” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 14 ARALIK 2018 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen Jüri tarafından Oy Birliği ile Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü FİZİK ANA BİLİM DALI nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.


Jüri Üyeleri

İmza

Danışman
Doç. Dr. İbrahim YİĞİTOĞLU

.....

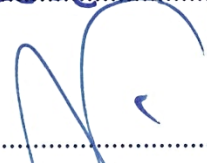

Üye
Prof. Dr. Ömer ÇAKIROĞLU
İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa

.....


Üye
Doç. Dr. Erhan ESER
Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi

.....


Üye
Doç. Dr. M. Numan BAKIRCI
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi

.....


Üye
Doç. Dr. Sertaç ÖZTÜRK
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi

.....


ONAY
.....
Prof. Dr. Çetin ÇEKİÇ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü
14/11/2018


TEZ BEYANI

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

Melek GÖKBULUT

14 Aralık 2018



ÖZET

DOKTORA TEZİ

ATOM ÇEKİRDEĞİNDE KRİTİK NOKTA SİMETRİLERİNİN BOHR HAMİLTONYENİN γ -KATI ÇÖZÜMLERİ İLE ARAŞTIRILMASI

MELEK GÖKBULUT

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANA BİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. İBRAHİM YİĞİTOĞLU

Bu çalışmada atom çekirdeğinin kollektif hareketini tasvir eden Bohr Hamiltonyeninin özel çözümleri sunulmuştur. Analitik çözümler Bohr Hamiltonyeninin sırasıyla $\gamma=30^\circ$ ve $\gamma=0^\circ$ için γ -katı çözümüne karşılık gelen Z(4) ve X(3) durumları için β kollektif değişkeni içinde Davidson potansiyeli kullanılarak inşa edilmiştir. Buradan elde edilen yeni çözümler Z(4)-D ve X(3)-D olarak adlandırılmıştır. Her bir model için Schrodinger denkleminin özdeğer ve özvektör problemi Nikiforov ve Uvarov tarafından geliştirilen Nikiforov-Uvarov analitik metodu ile çözülmüştür. Z(4)-D ve X(3)-D modelleri için ayrı ayrı band içi ve bandlar arası B(E2) elektrik kvadropol geçiş oranları hesaplanmıştır. Enerji ve B(E2) için elde edilen sonuçlar, ilgili modellerin var olan deneysel verileri ve literatürdeki teorik çalışmalarla karşılaştırılmış ve deneysel verilerle oldukça iyi bir uyum elde edilmiştir. Bununla birlikte, şekil faz geçiş noktasında fiziksel niceliğin davranışını belirlemek için önerilen varyasyon prosedürü, bir serbest parametre içeren Davidson potansiyeli kullanılarak uygulanmıştır. İlgili sonuçlar Z(4) ve X(3) model tahminleri ile karşılaştırılmıştır. Buradan Z(4) modelin küresel vibratörden katı üç eksenli rotora, X(3) modelin ise küresel vibratörden eksensel simetrik prolept deforme yapıya şekil faz geçişi noktasına karşılık gelen çözümler olduğu gösterilmiştir.

2018, 111 SAYFA

ANAHTAR KELİMELER: Bohr Hamiltonyeni, Davidson potansiyeli, Kritik nokta simetrisi, Nikiforov-Uvarov metodu.

ABSTRACT

DOCTORATE THESIS

SEARCHING OF CRITICAL POINT SYMMETRIES IN ATOMIC NUCLEI WITH BOHR HAMILTONIAN γ -RIGID SOLUTIONS

MELEK GOKBULUT

TOKAT GAZIOSMANPASA UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

DEPARTMENT OF PHYSICS

SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. IBRAHIM YIGITOGU

In this work, the special solutions of the Bohr Hamiltonian which describe the collective motion of the atomic nucleus are presented. Analytical solutions of the Bohr Hamiltonian are constructed using the Davidson potential for the β -part in the cases of Z(4) and X(3) models, corresponding to a γ -rigid solutions of the Bohr Hamiltonian for $\gamma=30^\circ$ and $\gamma=0^\circ$, respectively. These new solutions are called as Z(4)-D and X(3)-D. The eigenvalues and eigenvectors problem of Schrodinger equation for both models are solved through the Nikiforov-Uvarov analytical method developed by Nikiforov and Uvarov. Separately for both models, intraband and interband B(E2) electric quadrupole transitions rates are calculated and the obtained results for energies and B(E2) transition rates are compared with existing experimental data and the theoretical results in the literature. The agreement with the experimental data is achieved. In addition, variation procedure, proposed in order to determine the behavior of physical quantity at the point of shape-phase transition is applied by taking a Davidson potential containing a free parameter. The relevant results are compared with Z(4) and X(3) models predictions. It is shown that Z(4) model, corresponding to the transition from spherical to rigid triaxial rotor, and X(3) model, corresponding to the transition from spherical to prolate axially deformed structure are the solutions at the shape phase transition points.

2018, 111 PAGES

KEYWORDS: Bohr Hamiltonian, Davidson potential, Critical point symmetries, Nikiforov-Uvarov method.

ÖNSÖZ

Bu çalışmada desteğini ve yardımını hiç esirgemeyen, akademik anlamda kendisinden çok şey öğrendiğim çok değerli tez hocam Doç. Dr. İbrahim YİĞİTOĞLU'na çok teşekkür ederim.

Tez çalışması süresince fikirleri ve öngörülleri ile çalışmada bana yol gösteren ve destek olan tez izleme komitesi (TİK) üyeleri çok saygı değer hocalarım Doç. Dr. Erhan ESER'e ve Doç. Dr. Sertaç ÖZTÜRK'e ve savunma sınavımda kendisini tanımaktan onur duyduğum jüri üyelerinden Prof. Dr. Ömer ÇAKIROĞLU'na teşekkürlerimi sunarım.

Bunun yanı sıra çalışmalara devam etmem konusunda bana ümit veren ve teşvik eden başta fizik bölümü başkanı olmak üzere çok değerli hocalarım Prof. Dr. Bahtiyar MEHMETOĞLU'na, Doç. Dr. M. Numan BAKIRCI'ya, Doç. Dr. Hüseyin TOPAKLI'ya, Doç. Dr. Salih SAYGILI'ya ve diğer tüm bölüm hocalarıma çok teşekkür ederim. Geçirdiğim zor günlerde benim yanımda olan çok değerleri arkadaşlarım Dr. Elif SOMUNCU'ya, Dr. Ayşe BAT'a, Hatun ÇAÇAN'a Burcu UÇAR'a ve Sinem KILIÇASLAN'a ve maddi manevi desteğini benden hiç esirgemeyen hayat arkadaşım Yasin GÖKBULUT'a teşekkür ederim.

Son olarak 01.02.2018'de kaybettiğim en değerlim, kanadım kolum, yokluğunu hiçbir şeyin dolduramadığı sevgili babam İdris KARA'ya ve aileme sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunmayı bir ödev bir borç bilirim.

MELEK GÖKBULUT

14 Aralık 2018

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	vi
ABSTRACT.....	vii
ÖNSÖZ	viii
İÇİNDEKİLER	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xii
Şekil Sayfa	xii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xv
1. GİRİŞ	1
2. GENEL BİLGİLER.....	6
2.1. Nükleer Yapı ve Limit Yapılar	6
2.2. Geometrik Kollektif Model	17
2.3. Etkileşen Bozon Modeli	21
2.4. Atom Çekirdeğinde Şekil Faz Geçişleri	27
2.5. Kritik Nokta Simetrileri	34
2.5.1. E(5) Kritik Nokta Simetrisi	38
2.5.2. X(5) Kritik Nokta Simetrisi	39
2.5.3. Z(5) Kritik Nokta Simetrisi	42
2.5.4. Y(5) Kritik Nokta Simetrisi	44
2.6. Bohr Hamiltonyenin γ -Katı Çözümleri.....	45
2.7. Farklı Potansiyeller için Bohr Hamiltonyenin Özel Çözümleri... 46	
2.8. Davidson Potansiyeli	53
2.8.1. Davidson Potansiyeli ile E(5), X(5) ve Z(5) Modelleri.....	56
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	60
3.1. Nikiforov-Uvarov Metodu	60
3.2. Z(4)-D ve X(3)-D Model.....	63
3.2.1. Z(4)-D Model Enerji Spektrumu ve Dalga Fonksiyonu	63
3.2.2. Z(4)-D Modeli B(E2) Geçiş Oranları	68
3.2.3. X(3) Modeli Enerji Spektrumu ve Dalga Fonksiyonu.....	69
3.2.4. X(3)-D Modeli B(E2) Geçiş Oranları.....	72
3.3. Veri Analizi	73
3.3.1. Varyasyon Metodu	73
3.3.2. Deneysel Verilerin Seçilmesi	74
4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....	76

4.1. Z(4)-D Model	76
4.2. X(3)-D Model	90
5. SONUÇ	101
6. KAYNAKLAR	106
7. ÖZGEÇMİŞ	111



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
A	Kütle numarası
J	Eylemsizlik momenti
K	Açısal momentumun simetri eksenini üzerindeki izdüşümü
L	Açısal momentum operatörü
N_B	Bozon sayısı
N	Nötron sayısı
n_ω	Wobbling kuantum sayısı
γ	Çekirdeğin eksensel simetriden sapmasının ölçüsü
β	Çekirdeğin küresel simetriden sapmasının ölçüsü
π	Proton akışkanı
ν	Nötron akışkanı
Z	Proton sayısı
$O(6)$	γ -kararsız yapı
$U(5)$	Küresel titreşimsel yapı
$SU(3)$	Eksensel simetrik prolejt deforme yapı
$\overline{SU(3)}$	Eksensel simetrik obleyt deforme yapı
$SU_{\pi\nu}^*(3)$	Prolejt-proton ve obleyt-nötron üç eksenli yapı
$\overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$	Obleyt-proton ve prolejt-nötron üç eksenli yapı

Kısaltmalar	Açıklama
CBS	Sınırlandırılmış β -Soft Model
ES-X(5)	Tam Çözülebilir X(5) Kritik Nokta Simetrisi
IBM	Etkileşen Bozon Modeli
IVBM	Etkileşimli Vektör Bozon Modeli
gsb	Temel Seviye Bandı
NNDC	Uluslararası Nükleer Veri Merkezi
NU	Nikiforov-Uvarov Metod
RTR	Katı Üç Eksenli Rotor
WS	Woods-Saxon Potansiyeli

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Nötron sayısının bir fonksiyonu olarak çift-çift çekirdeklerde $E(2^+)$ enerji seviyeleri.....	9
Şekil 2.2. Çift-çift çekirdeklerde $E(2^+)$ enerjisine karşı $E(4^+)$ enerji grafiği.....	10
Şekil 2.3. Çift-çift çekirdeklerde proton ve nötron sayısına göre $R_{4/2}$ enerji değerleri...11	
Şekil 2.4. Çift-çift çekirdeklerde $N = 82-126$ ve $Z = 50-82$ için 2_1^+ ve 0_1^+ temel seviye bandı elektrik kuadropol geçişleri.....	15
Şekil 2.5. Çift-çift çekirdekler için $R_{4/2}$ değerlerine karşı A kütle numarası ile normalize edilmiş $B(E2:2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ elektrik kuadropol geçişi değerleri.....	16
Şekil 2.6. Titreşim modu λ parametresinin belirli değerlerine karşılık gelen nükleer şekiller.....	17
Şekil 2.7. Kollektif değişkenler β ve γ parametreleriyle ilişkili olarak eksenel simetrik kuadropol şekillerin şematik olarak gösterilmesi.....	19
Şekil 2.8. Geometrik kollektif modele göre nükleer yapının şekil faz diyagramı.....	20
Şekil 2.9. (a) Nükleer yapı için simetri üçgeni (b) Eksenel simetrik obleyt deforme yapının eklenmesi ile elde edilen nükleer yapı şekil faz diyagramı...26	
Şekil 2.10. (a) IBM-2 modeli ile elde edilen nükleer yapı için şekil faz diyagramı (b) proleyt deforme proton ve obleyt deforme nötron akışkanlarından oluşan $SU_{\pi\nu}^*(3)$ dinamik simetrisi denge şeklinin geometrik yorumu.....	27
Şekil 2.11. (a) Şekil faz diyagramının birinci ve ikinci dereceden faz geçişleri ile birlikte şematik gösterimi (b) IBM Hamiltonyeni göz önünde bulundurularak elde edilen şekil faz diyagramının şematik gösterimi.....	28
Şekil 2.12. $U(5)$ - $SU(3)$ ve $U5$ - $O(6)$ geçiş hattı için kollektif gözlenebilir $R_{4/2}$ enerji oranının ve birinci türevinin ζ parametresine göre değişim grafiği.....	29
Şekil 2.13. Obleyt deforme yapıya karşılık gelen $\chi = +\sqrt{7}/2$ değerinin eklenmesi ile elde edilen simetri üçgeni.....	30
Şekil 2.14. Proton-nötron etkileşiminin de göz önünde bulundurulduğu IBM-2 modeli şekil faz diyagramı üzerinde, ζ' , χ_S ve χ_V parametrelerinin değişimi.....	31

Şekil 2.15. IBM-2 Hamiltonyeni ζ' , χ_S ve χ_V parametreleri uzayında küresel eksensel simetrik deforme ve üçeksenli deforme bölgeler arasında birinci dereceden (turuncu) ve ikinci dereceden (mavi) faz geçiş yüzeyleri.....	34
Şekil 2.16. (a) E(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi ve limit yapılar (b) SU(3) obleyt deforme yapının eklenmesi ile γ serbestlik derecesine göre şekil faz diyagramı	35
Şekil 2.17. Birinci (X(5)) ve ikinci dereceden (E(5)) faz geçişlerinin potansiyel enerji yüzeylerinin, β parametresine göre şematik gösterimi	36
Şekil 2.18. Bazı ağır çift-çift çekirdek bölgesi için; S_{2n} iki nötron ayrılma enerjileri.....	37
Şekil 2.19. Çizelge 2.1'de verilen (a) V_K ; Kratzer (b) V_M ; Morse (c) V_{WS} ; Woods-Saxon (d) V_{EC} ; Eckart (e) V_H ; Hulten (f) V_{MR} ; Manning-Rosen potansiyel şekilleri.....	46
Şekil 2.20. Sextic potansiyel şeklinin (a, b) düzlemine göre değerlendirilmesi.....	52
Şekil 2.21. Sequence ve Davidson potansiyelleri grafikleri ile birlikte, bu potansiyel formları ve sınırlandırılmış β -soft (CBS) modeli ile limit yapılar arasındaki nükleer yapının tasvir edilmesinin, şekil faz diyagramı üzerinde şematik gösterimi.....	54
Şekil 4.1. U(5), O(6) limit yapıları ve Z(5), Z(4) öngörülleri ile farklı β_0 değerleri için elde edilen temel seviye bandı (gsb) enerji oranlarının karşılaştırılması.....	78
Şekil 4.2. Z(4)-D modeli (a) $L = 4, 12, 20$ için temel seviye bandı için $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının ve $dR_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_0$ birinci türevlerinin (b) $L = 3, 14, 21$ için γ_1 -bandı $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının ve $dR_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_0$ birinci türevlerinin β_0 parametresine karşı değişimi.....	79
Şekil 4.3. Z(4)-D modeli $\beta_0 = 0$ ve $\beta_0 \rightarrow \infty$ için γ_1 -bandı S(L) değerlerinin, X(5), E(5), Z(5) ve Z(4) modelleri S(L) değerleri ile karşılaştırılması.....	81
Şekil 4.4. $^{74-76}\text{Ge}$, ^{192}Os , ^{192}Pt , $^{110-114}\text{Ru}$, ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotopları γ_1 -bandı enerjileri için deneysel S(L) değerleri.....	82
Şekil 4.5. (a) Farklı β_0 değerleri için hesaplanan Z(4)-D temel seviye bandı enerji oranlarının, Z(5) ve Z(4) model tahminleri ile birlikte, $^{74-76}\text{Ge}$ ve $^{192-198}\text{Pt}$ izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması.....	83
Şekil 4.5. (b) Farklı β_0 değerleri için hesaplanan Z(4)-D temel seviye bandı enerjilerinin, Z(5) ve Z(4) model tahminleri ile birlikte $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$ ve ^{192}Os izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması.....	84

Şekil 4.6. Farklı β_0 değerleri için X(3)-D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının X(3), X(5) model tahminleri ve U(5), SU(3) limit yapıları ile karşılaştırılması.....	92
Şekil 4.7. X(3)-D modeli L = 4, 12, 18 için temel seviye bandı $R_{n,L}$, enerji oranlarının ve $dR_{n,L}/d\beta_0$ birinci türevlerinin β_0 parametresine karşı değişimi.....	93
Şekil 4.8 (a) X(5) ve X(3) model tahminleri ile farklı β_0 değerleri için X(3)-model temel seviye bandı $R_{n,L}$ enerji oranlarının $^{172-180}\text{Os}$ ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotoplarının deneysel verileri ile karşılaştırılması.....	94
Şekil 4.8 (b) X(5) ve X(3) model tahminleri ile birlikte farklı β_0 değerleri için X(3)-D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması....	95
Şekil 4.9. Temel seviye bandı için belirlenen β_0 değerleri için elde edilen X(3)-D modeli β_1 -bandı enerji oranları ve X(5), X(3) modeli tahminlerinin ^{172}Os , ^{148}Nd , ^{126}Xe , ^{180}Os , ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotoplarının deneysel β_1 -bandı enerji oranları ile karşılaştırılması.....	96

ÇİZELGE LİSTESİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
Çizelge 2.1. Bohr Hamiltonyeninde kullanılan bazı potansiyel formları ve özellikleri.....	47
Çizelge 2.2. E(5)-D, X(5)-D ve Z(5)-D modelleri için varyasyon metodu kullanılarak elde edilen $\beta_{0,m}$ değerleri için hesaplanan temel seviye bandı $R_{n,L}$ enerji oranlarının E(5), X(5) ve Z(5) kritik nokta simetrisi $R_{n,L}$ değerleri ile karşılaştırılması.....	58
Çizelge 4.1. Farklı β_0 değerleri için Z(4)-D çözümleri $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ enerji oranlarının Z(5), Z(4) ve katı üç eksenli rotor (RTR) model sonuçları ile karşılaştırılması.....	77
Çizelge 4.2. Varyasyon prosedürü uygulanarak elde temel seviye bandı ($s = 1, n_\omega = 0$) ve γ_1 -bandı (çift L için $s = 1, n_\omega = 2$ tek L için $s = 1, n_\omega = 1$) $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var) değerlerinin Z(4) model çözümleri ile karşılaştırılması.....	80
Çizelge 4.3. (a) $^{74-76}\text{Ge}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları deneysel γ_1 -bandı enerjileri ile birlikte β_0 ile etiketlenen Z(4)-D model sonuçları ve Z(4) model tahminleri.....	85
Çizelge 4.3 (b) $^{110-114}\text{Ru}$, ^{192}Os ve $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları deneysel γ_1 -bandı enerjileri ile birlikte β_0 ile etiketlenen Z(4)-D model sonuçları ve Z(4) model tahminleri.....	86
Çizelge 4.4. Z(4)-D çözümü ile elde edilen temel seviye bandı (gsb) enerji oranları ile birlikte Z(4)-S (S:Sextic potansiyel) model öngörülleri ve $^{130-132}\text{Xe}$, $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel verileri.....	87
Çizelge 4.5. Z(4)-D çözümü ile elde edilen γ_1 -bandı enerji oranları ile birlikte Z(4)-S (S:Sextic potansiyel) model tahminleri ve $^{130-132}\text{Xe}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel verileri.....	87
Çizelge 4.6. Z(4)-D modeli için farklı β_0 değerlerine karşılık gelen temel seviye bandı ($s = 1, n_\omega = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n_\omega = 0$) ve γ_1 -bandı (çift L için $s = 1, n_\omega = 2$; tek L için $s = 1, n_\omega = 1$) band içi B(E2) geçiş oranları ile birlikte Z(4) model tahminleri.....	89
Çizelge 4.7. Z(4)-D modeli için farklı β_0 değerleri ile hesaplanan γ_1 -bandı (çift L, $s = 1, n_\omega = 2$, tek L, $s = 1, n_\omega = 1$) ve temel seviye bandı ($s = 1, n_\omega = 0$) bandlar arası B(E2) geçiş oranları ve Z(4) model sonuçları.....	90

Çizelge 4.8. Farklı β_0 değerlerine karşılık gelen X(3)-D modeli temel seviye bandı ($s = 1, n = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n = 1$) ve β_2 -bandı ($s = 3, n = 2$) $R_{n,L}$ enerji oranları ile birlikte X(5) ve X(3) model tahminleri.....	91
Çizelge 4.9. Varyasyon metodu ile X(3)-D modeli temel seviye bandı için elde edilen $\beta_{0,m}$ değerlerine karşılık gelen $R_{n,L}$ (var) enerji oranları ile X(3) model tahminleri.....	93
Çizelge 4.10. Eşitlik 3.69 ile hesaplanan X(3)-D temel seviye bandı ve β_1 -bandı $R_{n,L}$ enerji oranları ile birlikte X(3)-S model tahminleri ve $^{172-180}\text{Os}$, ^{154}Gd , ^{156}Dy , ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotoplarının deneysel verileri.....	98
Çizelge 4.11. X(3)-D modeli için farklı β_0 değerlerine karşılık gelen temel seviye bandı ($s = 1, n = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n = 1$) ve β_2 -bandı ($s = 3, n = 2$) band içi B(E2) geçiş oranları ve X(3) model tahminleri.....	99

1. GİRİŞ

Nükleer fiziğin en ilgi çekici konularından biri olan, atom çekirdeğinin kollektif hareketinin incelenmesi, atom çekirdeğinin özellikleri ve davranışları hakkında daha fazla bilgi edinilmesine ve dolayısıyla nükleer yapının daha iyi tasvir edilmesine olanak sağlar. Atom çekirdeğinde titreşim ve rotasyonel hareketin bir birleşimi olan kollektif hareket, küresel şekilleri destekleyen kısa menzilli çiftlenim etkileşimi ve deformasyonu tetikleyen uzun menzilli kuadropol-kuadropol etkileşimi tarafından kontrol edilir. Bu kuvvetler arasındaki denge, atom çekirdeğinin belirli bir şekle sahip olmasını sağlar. Artan nükleon sayısı ile birlikte bu kuvvetler arasındaki dengenin bozulması ise atom çekirdeklerinin kendisini oluşturan proton ve nötron sayılarının bir fonksiyonu olarak şekil faz geçişi davranışı sergilemesine neden olur.

Atom çekirdeğinde şekil faz geçişleri, çekirdeğin kollektif hareketini tasvir eden Bohr kollektif modeli (Bohr, 1952) ve çekirdeği titreşen bir bozonik sıvı damlası olarak göz önünde bulunduran Etkileşen bozon modeli (IBM) (Iachello ve Arima, 1987) ile ele alınır. Her iki yaklaşımda da atom çekirdeğinde; küresel vibratör, prolyt ve obleyt deforme yapıyı içeren eksensel simetrik rotor ve son olarak üç eksenli (Davydov ve Filippov, 1958; Davydov ve Rostovsky, 1959) ve γ -kararsız (Wilets ve Jean, 1956) yapıyı içeren eksensel olmayan deforme rotor olmak üzere farklı limit yapıların ortaya çıktığı görülür.

Teorik alt yapısı grup cebirine dayanan IBM modelinde ise limit yapılar $U(6)$ grubu altında bir alt grup olan $U(5)$, $SU(3)$, $\overline{SU(3)}$, $O(6)$ dinamik simetrisi ile temsil edilir. Bu dinamik simetrisi, teorik alt yapısı IBM ile aynı olan ve literatürde genel olarak IBM olarak anılan IBM-1 modeli içinde yer alır. Proton-proton ve nötron-nötron bozon çiftleri arasında hiçbir ayırımın yapılmadığı bu modelde, $U(5)$ dinamik simetrisi, küresel vibratöre, $SU(3)$; eksensel simetrik prolyt yapıya, $\overline{SU(3)}$; eksensel simetrik obleyt yapıya $O(6)$ ise γ - kararsız yapıya karşılık gelir. IBM-1'de doğrudan bir karşılığı bulunmayan üç eksenli deforme yapı ise, proton ve nötron serbestlik derecelerini içeren bozonları proton ve nötron tipi bozonlar olarak ayrı ayrı ele alan IBM-2 modeli ile ele alınır. Bu üç eksenli deforme yapıların IBM-2 yaklaşımından yararlanılarak nasıl elde edileceği ile ilgili teorik alt yapı ise etkileşimli vektör bozon modeli (IVBM) (Ganev, 2011) ile takdim edilmiştir.

Bu bağlamda atom çekirdeğinde şekil faz geçişleri Bohr kollektif model ve IBM çatısı altında incelenir. Bu limit yapılar Casten üçgeni adı verilen şekil faz diyagramı üzerinde gösterilerek basit polar koordinat seti ile bazı çekirdek bölgeleri haritalanır (Casten, 2009).

Tam olarak şekil faz geçişi noktasına karşılık gelen çekirdekler ise kritik nokta simetri kavramı ile tasvir edilir (Iachello, 2000, 2001). Yapının ani ve çok hızlı değiştiği şekil faz geçişinde, sistem bir fazdan diğer bir faza geçer ve bu durum dinamik simetrilerin kırılmasına karşılık gelir. İlk olarak tanıtılan E(5) (Iachello, 2000) kritik nokta simetrisi küresel vibratörden γ -kararsız yapıya (U(5)-O(6)), X(5) (Iachello, 2001) kritik nokta simetrisi ise küresel vibratörden eksensel simetrik prolept deforme yapıya geçiş noktasında (U(5)-SU(3)) yer alır. Daha sonra geliştirilen Y(5) (Iachello, 2003) kritik nokta simetrisi iki deforme limit yapı arasında eksensel simetrik yapıdan üç eksenli deforme yapıya (SU(3)- $\overline{\text{SU}}(3)$) geçişe karşılık gelir. IBM'de doğrudan bir görüntüye sahip olmayan Z(5) (Bonatsos ve ark., 2004a) kritik nokta simetrisi ise üç eksenli vibratör yapıdan katı üç eksenli rotor yapıya şekil faz geçiş noktasına karşılık gelir.

Kritik nokta simetrisi grup cebri altında değil Bohr Hamiltonyenin analitik çözümleri olarak ele alınır. Kuadropol deformasyona sahip olan çekirdekleri β ve γ kollektif değişkenleri ile tasvir eden Bohr Hamiltonyeni, deforme çekirdeğin uzaydaki yönelimini belirten üç Euler açısı ile birlikte beş boyutlu bir uzayda yer alır. Burada β küresel simetriden sapmanın, γ ise rotasyonel simetriden sapmanın bir ölçüsüdür. Bohr Hamiltonyenin analitik tam ve yaklaşık çözümleri, potansiyel ifadesi $V(\beta) + V(\gamma)$ şeklinde alınarak belirlenir.

Bazı çekirdek bölgeleri için yapılan mikroskobik çalışmalar (Meng ve ark., 2005; Sheng ve Guo, 2005; Fossion ve ark., 2006) ve çekirdeklerin izotop zincirleri boyunca deneysel davranışları (özellikle iki nötron ayrılma enerjileri gibi) dikkate alındığında (Cejnar ve ark., 2010) tam şekil faz geçişi noktasında potansiyel tabanının düz olduğu varsayımı kabul edilir. Buradan hareketle tüm kritik nokta simetrisi, Bohr Hamiltonyeni içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak inşa edilir.

E(5) kritik nokta simetrisi Bohr Hamiltonyenin γ -bağımsız çözümü olup, potansiyel sadece β içinde sonsuz kare potansiyeli kullanılarak elde edilir. X(5) kritik nokta simetrisi $\gamma \approx 0$ için, Z(5) kritik nokta simetrisi ise $\gamma \approx 30$ için Bohr Hamiltonyenin yaklaşık çözümleridir. X(5) ve Z(5) kritik noktaları için yaklaşık çözüm β içinde sonsuz kare kuyu,

γ içinde ise sırasıyla $\gamma = 0^\circ$ ve $\gamma = 30^\circ$ civarlarında minimum noktasına sahip olan harmonik osilatör potansiyeli için elde edilir. Daha sonra X(5) kritik nokta simetrisi için potansiyel ifadesi $u(\beta) + u(\gamma)/\beta^2$ şeklinde alınarak ES-X(5) (Bonatsos ve ark., 2007a) olarak adlandırılan tam çözüm elde edilir. Teorik alt yapısı bu kritik nokta simetriten farklı olan Y(5) kritik nokta simetrisi, β içinde harmonik osilatör, γ içinde ise sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak inşa edilir. Tüm kritik nokta simetriten için enerji özdeğerleri ve özfonksiyonları Bessel fonksiyonları ile ifade edilir.

Bununla birlikte merkezi kuvvetlerden kaynaklanan dönme ve titreşim hareketini araştırmak için iki model önerilir. Sadece β titreşimlerinin göz önünde bulundurulduğu ve çekirdeğin γ titreşimlerine göre katı sayıldığı bu modellerde, γ -katı rejimi (Davydov ve Chaban, 1960) çatısı altında şekil faz geçişi bölgesindeki nükleer yapı tasvir edilir. Bu modellerden biri Bohr Hamiltonyeninin $\gamma = 30^\circ$ için Z(4) (Bonatsos ve ark., 2005), diğeri ise $\gamma = 0^\circ$ için X(3) (Bonatsos ve ark., 2006a) γ -katı çözümleridir. Her iki model de β içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak inşa edilir ve tam analitik çözüm Bessel fonksiyonlarına göre alınır. Buradan kritik nokta simetriten ve Bohr Hamiltonyeninin γ katı çözümleri aracılığı ile elde edilen enerji özdeğerleri ve özvektörleri kullanılarak hesaplanan, enerji oranları, B(E2) kuadropol geçiş oranları, uyarılmış β ve γ bandı enerji seviyeleri, literatürde var olan deneysel verilerle karşılaştırılır ve geçiş bölgesinde yer alan çekirdek bölgesi taranır.

Bu bağlamda Bohr Hamiltonyeninin özel çözümleri sonsuz kare kuyu potansiyeli dışında başka potansiyel formları kullanılarak da elde edilir. Sonlu kare kuyu (Caprio, 2002), iki sınıra sahip sonsuz kare kuyu (Pietralla ve Gorbachenko, 2004; Bonatsos ve ark., 2006b), Sequence (Bonatsos ve ark., 2004b,c), Quartic (Arias ve ark., 2003; Budaca, 2014), Coulomb (Fortunato ve Vitturi, 2003, 2004), Morse (Boztosun ve ark., 2008; Inci ve ark., 2011; Inci, 2014), Kratzer (Fortunato ve Vitturi, 2003, 2004; Bonatsos ve ark., 2013), Hulten (Chabab ve ark., 2015), Woods-Saxon (Çapak ve ark., 2015), Eckart (Naderi ve Hassanabadi, 2016), Manning-Rosen (Chabab ve ark., 2016), Killingbeck (Neyazi ve ark., 2016), Sextic (Levai ve Arias, 2004, 2010; Raduta ve Buganu, 2011; Kharb ve Chand, 2012; Buganu ve Budaca, 2015a, b) gibi bazı potansiyel formları kullanılarak da Bohr Hamiltonyeninin yaklaşık ve tam çözümleri ile atom şekil faz geçişi noktasında nükleer yapı tasvir edilir.

Bu çalışmada ise potansiyel olarak, kollektif modelin limit yapılarından biri olan γ kararsız deforme yapının rotasyonel ve titreşimsel enerji spektrumunu elde etmek için kullanılan (Rowe ve Bahri, 1998) Davidson potansiyel formu alınmıştır. Davidson potansiyeli, atom şekil faz geçişinde iki limit yapı $U(5)$ - $SU(3)$ ve $U(5)$ - $O(6)$ arasında köprü kurmak amacıyla önerilen (Bonatsos ve ark., 2004b, c), Davidson-tipi (Davidson, 1932) potansiyellerin tam çözümüne karşılık gelir. Kritik nokta simetrisi için Davidson potansiyeli ile elde edilen Bohr Hamiltonyeninin tam ve yaklaşık çözümleri $E(5)$ - D $X(5)$ - D (Bonatsos ve ark., 2004d) ve $Z(5)$ - D (Yigitoglu ve Bonatsos, 2011) olarak adlandırılır. $X(5)$ kritik nokta simetrisi için potansiyel formu $u(\beta) + u(\gamma)/\beta^2$ şeklinde alınarak ES - D (Bonatsos ve ark., 2007b) tam çözümü elde edilir. Tüm bu çözümlerde, Davidson potansiyelinin içerdiği β_0 parametresinin sıfır ve sonsuz limit değerleri kullanılarak iki limit yapı arasındaki çekirdek bölgesi taranır. Ayrıca yukarıda adı geçen çalışmalarda, Davidson potansiyelinin içerdiği serbest parametre aracılığı ile şekil faz geçiş noktasında fiziksel niceliklerin davranışını belirlemek için varyasyon metodu da uygulanmıştır. Kuantum mekaniğinde serbest parametre içeren dalga fonksiyonu kullanılarak enerjinin mümkün en düşük değerinin belirlendiği Ritz varyasyon (Greiner, 1989) metodunu anımsatan bu metotta, farklı olarak serbest parametre içeren potansiyel ifadesi kullanılarak fiziksel niceliğin değişim oranının maksimum olduğu değer belirlenir. Varyasyon metodu sonuçları göz önünde bulundurularak $E(5)$, $X(5)$, ES - $X(5)$ ve $Z(5)$ modellerinin şekil faz geçişine karşılık gelen kritik nokta simetrisi olduğu gösterilmiştir (Bonatsos ve ark., 2004d, e; Yigitoglu ve Bonatsos, 2011).

Buradan bu çalışmada Davidson potansiyeli Bohr Hamiltonyeninin γ -katı çözümleri $Z(4)$ ve $X(3)$ modelleri için kullanılmış ve elde edilen yeni çözümler $Z(4)$ - D (Yigitoglu ve Gokbulut, 2018) ve $X(3)$ - D (Yigitoglu ve Gokbulut, 2017) olarak adlandırılmıştır. $Z(4)$ ve $X(3)$ modelleri, enerji özdeğerleri ve özvektörleri için analitik çözümler Nikiforov-Uvarov (Nikiforov ve Uvarov, 1988) metodu ile elde edilmiştir. Schrodinger tipi denklemleri çözmek için geliştirilen bu metot, doğrudan ve tam analitik çözümler elde edilmesi bakımından oldukça kullanışlıdır.

Daha sonra $Z(4)$ - D ve $X(3)$ - D için $B(E2)$ geçiş oranları hesaplanmış ve elde edilen nümerik sonuçlar literatürde var olan teorik çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Her iki model için enerji özdeğerleri kullanılarak bulunan temel seviye bandı ve diğer uyarılmış seviye bandı enerji oranları, $Z(4)$ - D için küresel ve üç eksenli yapı, $X(3)$ - D için ise küresel ve eksensel simetrik deforme yapı arasında yer aldığı düşünülen çekirdeklerin deneysel

verileri ile karşılaştırılmıştır. Davidson potansiyelinin içerdiği serbest parametrenin sıfır ve sonsuz limitleri için alınan nümerik hesaplamalar ile Z(4)-D ve X(3)-D modelleri için sırasıyla küresel vibratör, katı üç eksenli deforme yapı ve eksensel simetrik deforme yapı arasındaki bölge taranmıştır. Her hangi bir yaklaşım ve deneysel verilere göre ayarlanan her hangi bir parametreye ihtiyaç duyulmadan elde edilen Z(4)-D ve X(3)-D analitik çözümlerinin daha geniş bir çekirdek bölgesini taradığı belirlenmiştir. Son olarak Z(4) ve X(3) modellerinin şekil faz geçişine karşılık gelen kritik nokta simetrisi olup olmadığını belirlemek amacıyla varyasyon metodu uygulanmış ve elde edilen nümerik sonuçlar Z(4) ve X(3) model tahminleri ile karşılaştırılmıştır.



2. GENEL BİLGİLER

2.1. Nükleer Yapı ve Limit Yapılar

Atom çekirdeği, ortak bir kütle merkezi etrafındaki yörüngelerde bulunan ve başlıca çekici kısa menzilli güçlü etkileşim ile birbirleriyle etkileşen protonlar ve nötronlardan oluşan bir kuantum sistemi olarak ele alınır. Nükleer yapı fiziğinin en önemli zorluklarından birisi, nükleer yapının evrimini nükleon sayısı ile haritalamak ve bu fenomenolojiyi hem mikroskobik hem de makroskobik açıdan ele alarak anlamaktır. Bazı çekirdeklerde bazı karakteristik uyarılma spektrumlarının ortaya çıkması, titreşim yapabilen küresel çekirdeklerin, hem titreşen hem de dönebilen elipsoidal çekirdeklerin ve bu iki nükleer yapı arasındaki ara forma sahip olan çekirdeklerin yapısını ele alan kolektif model ile ilgili paradigmalara gelişmesine yol açmıştır. Sadece iki nükleonun değişimi ile oldukça keskin değişimlere uğrayan hızlı yapısal şekil faz değişimlerinin gerçekleştiği bölgelerdeki nükleer yapı ile ilgili çalışmalar kuantum faz geçişleri ile tasvir edilir. Kuantum faz geçişi kavramı bazı değişkenlerin bir fonksiyonu olarak denge durumunun veya taban durumunun yapısındaki ani değişimlerle ilgilidir. Atom çekirdeğinde kuantum faz geçişleri, nötron veya proton sayısının değişimiyle gerçekleşen hızlı yapısal değişimleri yansıtır.

Bu bağlamda nükleer uyarılmalar, geçiş oranları ve diğer olgulara ilişkin verilerin olağanüstü derecede zengin olması, atom çekirdeğinin davranışlarının çeşitli yönlerini açıklamak üzere tasarlanmış, simetri kavramına dayanan nükleer modelleri ortaya çıkarmıştır. Temel olarak iki grupta ele alınan, bazı modeller nükleer şekle göre atom çekirdeğinin kolektif uyarılmalarını (deforme elipsoidin dönmesi ve titreşimi) tasvir ederken (Bohr ve Mottelson, 1953, 1998) diğerleri, nükleonların belirli yörüngeleri ve nükleonlar arasındaki etkileşime odaklanan nükleer yapıyı ele alır (Haxel ve ark., 1949). Atom çekirdeğinin davranışının altında yatan simetrilerin araştırılması ise kavramsal olarak basit grup teorik yöntemlerin kullanıldığı cebirsel modeller ile yapılır. Genel çerçevede bu modellerin her biri çekirdeğin davranışının farklı yönlerini tanımlamak için kullanılan tamamlayıcı yaklaşımlardır (Casten ve ark., 1993a).

Çekirdeğin teorik olarak tasvir edilmesinde kullanılan ilk yaklaşım, nükleonlar ve onlar arasındaki temel etkileşimler ile çekirdeğin özelliklerini türeten *ab initio* modelleridir (Pieper ve ark., 2002; Navratil ve ark., 2009). Bu yaklaşımlarda iki veya üç nükleon etkileşiminden hareket edilerek çok cisim hesaplamaları harmonik osilatör temel alınarak gerçekleştirilir. Bununla birlikte artan A nükleon sayısı ile nükleonlar arası etkileşimlerin karmaşık doğasının bir sonucu olarak çok cisim probleminin çözümü zorlaşır ve bundan dolayı böyle yaklaşımlar hafif çekirdeklerle sınırlı kalır.

Daha ağır çekirdekler için çok cisim problemi, tüm nükleonların bağımsız olarak yörüngelerde bulunmalarını sağlayan ve kendileri tarafından oluşturulan merkezi bir potansiyel içinde hareket ettikleri varsayılarak basitleştirilir. Bu ortalama alan potansiyelini elde etmek için, birkaç femto metre mesafesinde asimtotik olarak sıfıra giden yuvarlatılmış kare kuyu potansiyel formunda Wood-Saxon potansiyeli kullanılır. Böyle bir potansiyele, açısal momentumun iki terime ayrılmasına neden olan spin-yörünge etkileşiminin ilave edilmesiyle, farklı osilatör ve açısal momentum kuantum sayılarının bir kümesi elde edilir. Belli açısal momentuma sahip belirli bir yörüngeyi dolduran özdeş nükleonların sayısını sınırlayan Pauli ilkesinin göz önünde bulundurulmasıyla soy gazların atomik yapısına benzeyen kapalı kabuklara karşılık gelen belirli nükleon sayılarına ulaşılır (Haxel ve ark., 1949; Mayer, 1949). Sihirli sayılar olarak adlandırılan bu sayılar 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 ve bazı durumlarda 40 ve 64 sayısının da alındığı nükleon sayısına karşılık gelir. Aşırı bağımsız parçacık modeli olarak adlandırılan basit kabuk modeliyle nükleer enerji seviyeleri (küresel) statik bir merkezi potansiyel kuyusunda bağımsız olarak hareket eden, tek bir nükleonun dalga fonksiyonuna göre tanımlanır ve basit kabuk model yapılandırılmaları etkin iki nükleon etkileşimini içeren Hamiltonyen kullanılarak tasvir edilir. Bu model ile kapalı kabuklar dışında tek bir parçacığa sahip olan tek- A kütle numarasına sahip çekirdeklerin taban durumu spin ve düşük seviyeli uyarılmış enerji düzeyleri iyi bir şekilde tahmin edilir (Iachello ve Talmi, 1987).

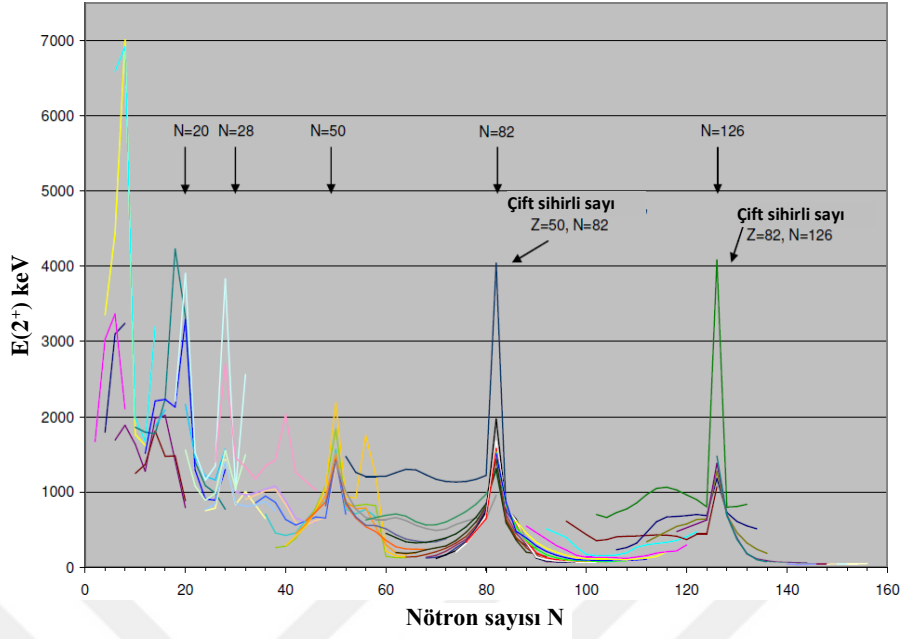
Bu modelin birden fazla "değerlik" nükleona sahip olan çekirdeklere genişletilmesi ile kapalı kabuklar dışındaki tüm nükleonların hesaba alındığı çok parçacık kabuk modeli elde edilir. Buradan ortalama merkezi alana valans nükleonlar arasındaki artık etkileşimler olarak adlandırılan rezidual etkileşimler de dâhil edilir. Bağlanma enerjisine

çok zayıf katkıda bulunan bu etkileşimler pertürbasyon terimi olarak alınır ve buradan sistemi tasvir eden Hamiltonyen aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H = H_0 + H_{rezid.}$$

Burada H_0 ortalama merkezi alanın Hamiltonyenini gösterir. Normal olarak rezidual etkileşimler iki parçacığın spin koordinatlarına ve mesafesine bağlı olarak iki cisim etkileşmesiyle sınırlandırılır. Bu etkileşimlerin temel özelliği kısa menzilli ve çekici özelliğe sahip olmasıdır. Ancak iki etkileşen nükleonun orbital düzlemleri arasındaki bazı açılara göre, itici bileşenlere de sahip olabilen bu etkileşim, kısa mesafelerde çiftlenim korelasyonuna, çekirdek boyunca uzun mesafelerde ise bireysel nükleonların korelasyonuna neden olur. Böyle bir nükleonik hareket yüksek kuadropol momentlerin yanı sıra titreşim artı rotasyonel benzeri spektrumların oluşmasına da yol açar. Bu etkileşimlerin sonucunda kapalı kabuklar dışında artan nükleon sayısı ile birlikte ortaya çıkan çekirdeğin kollektif özellikleri, çekirdeklerin şekillerinin tamamen geometrik tasvirine veya çekirdeklerde belirgin bazı simetri tiplerine dayanan makroskobik modeller kullanılarak ele alınır (Cejnar ve ark., 2010).

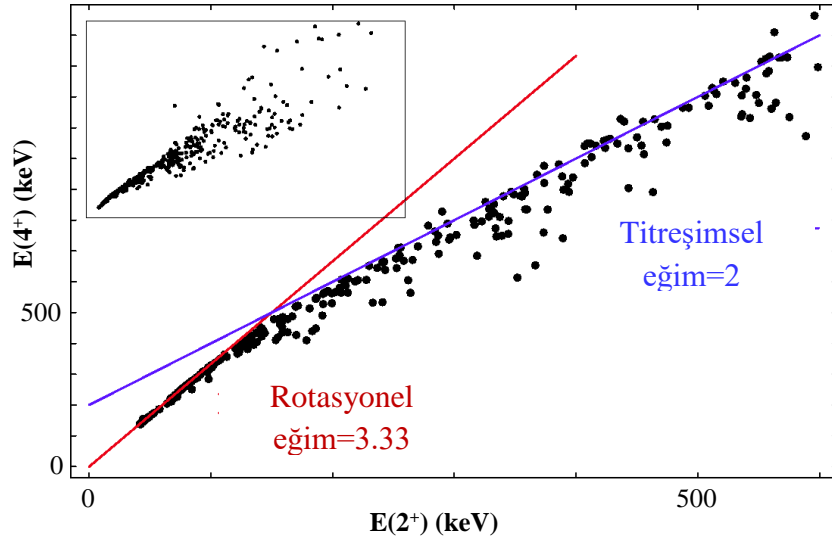
Çekirdeklerin şekilleri ise nükleer yapıda birtakım gözlenebilirler ile ortaya çıkarılır. Bu bağlamda bu gözlenebilirlerden, ilki, çift-çift çekirdeklerin taban durumu $L^\pi = 0^+$ seviyeleri üzerinde bulunan ikinci uyarılmış $E(2^+)$ enerji seviyeleridir. Farklı çekirdek bölgelerinde $E(2^+)$ enerji seviyesinin belirgin karakteristik özelliklere sahip olduğu görülür. Şekil 2.1'de N nötron sayısının bir fonksiyonu olarak çift-çift çekirdeklerde $E(2^+)$ enerji değerleri verilmiştir.



Şekil 2.1. Nötron sayısının bir fonksiyonu olarak çift-çift çekirdekte $E(2^+)$ enerji seviyeleri (Vertes ve ark., 2011)

Şekil 2.1’de bu ilk uyarılmış enerji değerlerinin kapalı kabuklar yakınında oldukça yüksek, valans nötron sayısının arttığı, kapalı kabuk bölgelerinden uzaktaki $88 \leq N \leq 120$ ve $N > 134$ bölgelerinde ise oldukça düşük olduğu görülür. Bu keskin düşüşlerin valans nükleon sayısı arttıkça büyüdüğü görülür ve buradan bu son iki bölgenin rotasyonel karaktere sahip olan deforme yapıya karşılık geldiği öngörülür (Casten, 1990).

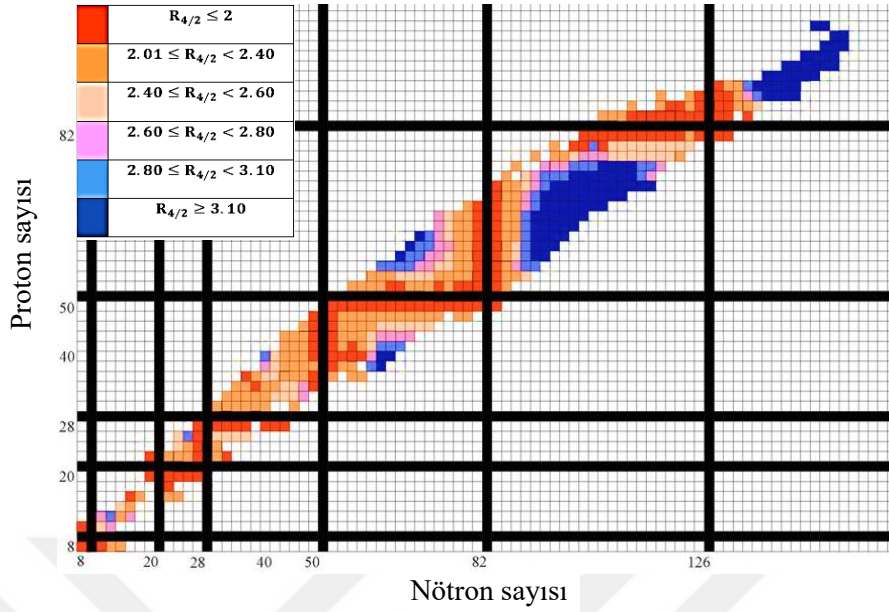
Diğer önemli bir gözlenebilir çift-çift çekirdekte genel olarak gözlemlenen ikinci uyarılmış 4^+ enerji seviyesidir. Şekil 2.2’de proton sayısı 38 ve 82 ($A \cong 80-208$) arasında olan tüm kolektif çekirdeklerin $E(4^+)$ enerji seviyesine karşı $E(2^+)$ enerji grafiği verilmiştir. Burada neredeyse tüm verilerin $E(2^+) \cong 120$ keV civarında keskin bir değişime sahip olacak biçimde, eğimleri 2.00 ve 3.33 olan iki lineer doğru boyunca uzandığı görülür.



Şekil 2.2. Çift-çift çekirdeklerde $E(2^+)$ enerjisine karşı $E(4^+)$ enerji grafiği (Frank ve ark., 2009)

Bu iki düz çizgi iki farklı tipte nükleer yapı olduğunu belirtir. Eğimi 2.00 olan çizgi küresel denge şekli etrafında küçük genlikli salınımlara maruz kalan çekirdeklere karşılık gelirken, eğimi 3.33 olan çizgi ise dönen küresel olmayan (deforme) çekirdeklere karşılık gelir. Bunun yanı sıra titreşimsel yapıdan deforme yapıya şekil faz geçişi süresince $E(2^+)$ ve $E(4^+)$ enerji seviyelerinin azaldığı görülür (Zamfir ve ark., 1994; Frank ve ark., 2009).

Buradan Şekil 2.3'de proton ve nötron sayısına göre bu ilk iki enerji seviyelerinin oranı $R_{4/2}$ ile çekirdek bölgesi haritalanmıştır. Nükleon sayısının bir fonksiyonu olarak $R_{4/2}$ deformasyonun büyüklüğünü vermez ancak çekirdeğin deforme olup olmadığını göstermesi bakımından oldukça önemli bir göstergedir. Bu oran çift sihirli sayıda nükleona sahip olan çekirdekler yakınında, $\approx 1.2-1.6$ değerlerindedeyken, sihirli sayıdan biraz uzaktaki titreşim çekirdekleri için $\approx 2.0-2.2$, geçiş bölgesi çekirdekleri için ise yaklaşık olarak $2.5-3.0$ değerleri arasında yer alır. Rotasyonel hareketi içeren yarı kapalı kabuk bölgesindeki deforme simetrik çekirdekler için ise bu oran ≈ 3.33 değerine kadar yükselir (Casten ve ark., 1993b).



Şekil 2.3. Çift-çift çekirdekte proton ve nötron sayısına göre $R_{4/2}$ enerji değerleri (Cejnar ve ark., 2010)

Sihirli sayıda nükleona sahip olan çekirdeklerin düşük enerji düzeyleri bağımsız parçacık modeline göre tasvir edilir. Sihirli sayıda nükleona sahip bir kor ve bunun dışında sadece iki parçacığa sahip olan çekirdekler göz önünde bulundurulduğunda düşük enerji düzeyleri her iki parçacığın açıl momentumu j olacak şekilde (j^2, L) ile tasvir edilir. Kısa mesafede çoğunlukla çekici olan rezidual etkileşim 0^+ taban durumuna yakın olan $L = 2, 4, \dots, (2j-1)$ spinli durumlara kadar oldukça geniş bir enerji sıçramasına sahip olan bir enerji spektrumu verir. Böyle bir enerji spektrumunda ilk iki uyarılmış enerji seviyeleri arasındaki oran, $R_{4/2} < 2$ olur. Valans nükleon sayısı arttıkça rezidual etkileşimler tarafından oluşturulan konfigürasyon nedeniyle kollektif davranışlar ortaya çıkar. Böyle bir durum için ise $R_{4/2} \geq 2$ olur.

Kapalı kabuk yakınlarında, yani N nötron sayısı veya Z proton sayısı sihirli sayının hemen üzerinde olan çekirdekte, deforme edilebilir korun dışındaki nükleon sayısı küçük ve en düşük salınımların sıfır nokta enerjisi deformasyon enerjisinden daha büyüktür. Bu nedenle çekirdeğin şekli kararlı değildir. Bu titreşim çekirdekleri taban durumunda küresel bir şekle sahip olup uyarıldıkları zaman denge şekilleri etrafında yüzey titreşimleri sergilerler. Bu hareketlerin fermiyonik serbestlik dereceleri açısından mikroskobik açıklaması oldukça karmaşık olabilirken, yüzey salınımları (λ açıl momentumlu fononlar) açısından makroskobik açıklaması çok basit olarak ele alınır.

Altında yatan mikroskobik yapıyı bilmeden, bu durum çekirdeğin farklı titreşim durumları ile ilişkili olan fononların yaratma $Q_{\lambda\mu}^\dagger$ ve yok etme $Q_{\lambda\mu}$ operatörleri ile ilişkilendirilerek verilir. Burada λ titreşim modlarını μ ise bu modların girilebilir durumlarını belirtir. Bu operatörlerin komütasyon bağıntısı $[Q_{\lambda\mu}, Q_{\lambda\mu}^\dagger] = \delta_{\lambda\lambda'}\delta_{\mu\mu'}$ şeklindedir ve diğer tüm komütasyon bağıntıları sıfırdır. Bu λ fononlarının sayı operatörü; $N_\lambda = \sum_\mu Q_{\lambda\mu}^\dagger Q_{\lambda\mu}$ şeklinde olup, titreşimi ifade eden hamiltonyen harmonik osilatör hamiltonyeni ile ifade edilir.

$$H_{tit} = \sum \hbar\omega_\lambda \left(N_\lambda + \lambda + \frac{1}{2} \right)$$

Burada ω_λ seçilen titreşim moduyla ilişkili olan osilatör frekansını ifade eder. Hamiltonyenin özdeğerleri ise $N_\lambda = 0, 1, 2, \dots$ değerleri yerine konularak elde edilir. Titreşim enerjisinin bir birimi fonon olarak adlandırılır ve $\lambda = 2$ nükleer titreşimin birimi olan kuadropol fonona karşılık gelir. Buradan bir çift-çift çekirdeğin 0^+ durumuna bir birim titreşim enerjisi eklendiğinde $L = 2$ açısal momentumuna sahip ilk 2^+ uyarılmış enerji durumu elde edilir ve uyarılma enerjisi $E_{ex} = \hbar\omega_2$ olur. İki fonon durumunda açısal momentum değerleri $L = 0, 2, 4$ ve uyarılma enerjisi $E_{ex} = 2\hbar\omega_2$ olur ve bu durumda $R_{4/2} = 2$ şeklinde elde edilir. Gerçek çekirdekler göz önünde bulundurulduğunda ise fononlar arasındaki rezidual etkileşimden kaynaklanan anharmonik etkiler görülür ve bu durumda $R_{4/2}$ değerleri ≈ 2.2 ve ≈ 2.4 arasında yer alır. Eğer deforme olabilen çekirdeğin nükleon sayısı, osilasyon enerjisinin sıfır nokta enerjisini deformasyon enerjisinden daha küçük yapacak şekilde olursa, sistem kararlı deforme bir şekle sahip olur. Bu durumda, yüzey titreşimleri hala mevcut kolektif modları temsil eder, ancak en düşük enerjili kolektif hareket rotasyonel harekettir. Böylece N ve Z her iki nükleon sayısı sihirli sayılardan çok uzakta olan çekirdeklerin rotasyonel spektrumlarına sahip olduğu görülür (Cejnar ve ark., 2010).

Kalıcı deformasyona sahip olan çekirdeğin hareketi ise küresel simetriden sapmanın bir ölçüsü olan; β ve eksensel simetriden sapmanın bir ölçüsü olan; γ kolektif koordinatlarına göre tasvir edilir ve sistemin eylemsizlik momenti aşağıdaki gibi alınır.

$$J_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3}k \right), \quad k = 1, 2, 3$$

Burada B kütle parametresini, $k = 1, 2, 3$ ise Euler dönüşümüne göre laboratuvar sabitli eksenlerle ilişkili olan cisim sabitli eksenleri ifade eder. Böylece (J_1, J_2, J_3) eylemsizlik momenti bileşenlerine sahip olan rotasyonel hamiltonyen aşağıdaki gibi alınır.

$$H_{rot} = \frac{L_1^2}{2J_1} + \frac{L_2^2}{2J_2} + \frac{L_3^2}{2J_3}$$

Burada en basit rotasyonel sistem iki koordinat civarında eşit frekansta rotasyonel harekete sahip olan eksensel simetrik ($\gamma = n\pi/3$) yapıdır. Burada bir bütün olarak çekirdeğin herhangi bir dönüşü simetri eksenine dik bir eksen etrafında gerçekleşir ve böyle bir dönüş, simetri eksenini boyunca kaybolan bir izdüşüme sahip olur. Bu durumda simetri eksenini etrafındaki rotasyonel hareket enerjisi herhangi bir katkıda bulunmaz ve nükleer rotasyonel hareket toplam açısal momentumun simetri eksenini üzerindeki izdüşümünü belirten K açısal momentum operatörü ile karakterize edilir. Toplam açısal momentumun sadece çift değerlerinin izinli olduğu $K = 0$ dışında, $L = K, K+1, K+2, \dots$ şeklinde etiketlenir. Böylece iç uyarılmalarla ilişkili olarak rotasyonel enerji $\gamma = 0$ için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{L,K} = \frac{\hbar^2}{2J} [L(L+1) - K^2]$$

Buradan deforme çift-çift çekirdeklerde düşük enerjili pozitif pariteye sahip olan temel seviye bandı için ilk iki uyarılmış enerji seviyeleri için $R_{4/2}$ enerji oranı 3.33 olarak elde edilir (Cejnar ve ark., 2010). Deforme çekirdeklerde en çok bilinen ve en sık gözlenen titreşimsel uyarımlar $K = 0$ ve $K = 2$ açısal momentumlu β ve γ titreşim modlarıdır. Temel seviye bandı üzerinde yer alan bu titreşim bandları nükleer yapı açısından oldukça belirleyicidir. Burada β titreşim modu β kuadropol deformasyonu içindeki dalgalanmaları, γ titreşim modu ise γ içindeki salınımları tasvir eder. Bundan başka β titreşim modunda titreşim simetri eksenini boyunca gerçekleşir ve çekirdeğin eksensel simetrisi korunurken, γ titreşim modunda çekirdeğin eksensel simetrisi bozulur ve γ titreşimi yarı klasik olarak simetri eksenine dik iki doğrultuda kuadropol denge şeklinin ezilmesi olarak tanımlanır. Bu iki titreşim modu tüm deforme çekirdeklerde görülür. Çoklu fonon uyarılmaları ise K değerleri ve K değerlerinin farklı bileşenlerinin cebirsel toplamı ile elde edilir. Burada çift β titreşimi $K = 0$, $\beta\gamma$ titreşimi $K = 2$, çift γ titreşimi ise $K = 0$ ve $K = 4$ açısal momentumlarına karşılık gelir (Casten, 1990).

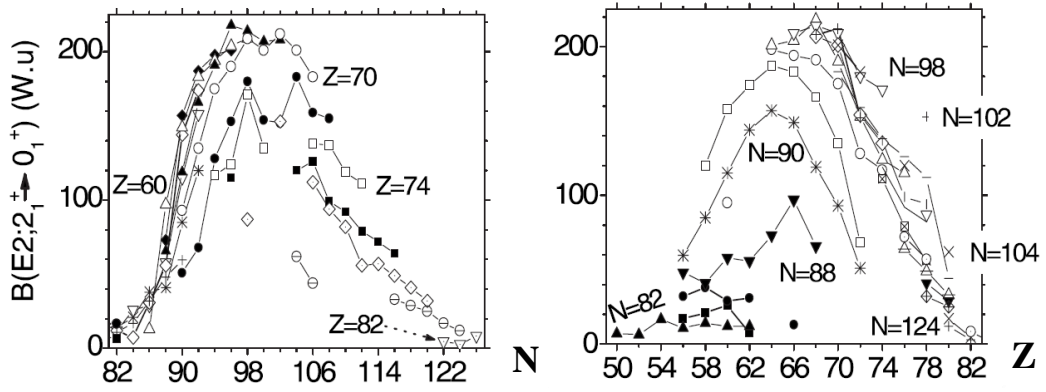
Bununla birlikte deforme bölgenin sonlarına doğru ağır çekirdeklerin eksensel simetriden sapma eğilimde bir davranış sergiledikleri görülür. Bu durumda asimetrinin ölçüsü genellikle 0° (eksensel simetrik prolept rotor) ile 30° (maksimum asimetrik rotor) ve 60° (eksensel simetrik obleyt) arasında değişen γ parametresi ile belirlenir ve $\gamma \neq n\pi/3$ olacak şekilde ara değerler alır. Burada statik ve dinamik olmak üzere iki asimetrik durum göz önünde bulundurulur. Bunlardan ilki üç eksenli (Davydov ve Filippov, 1958 ; Davydov ve Rostovsky, 1959), ikincisi ise γ -kararsız (γ -soft) (Wilets ve Jean, 1956) yapıya karşılık gelir. Üç eksenli yapıda potansiyelin sabit bir γ değerinde oldukça derin bir minimuma sahip olduğu ve böylece çekirdeğin asimetrik katı bir şekil aldığı kabul edilir. İkinci durum γ -kararsız yapıda ise çekirdeğin $\gamma = 0^\circ$ ve $\gamma = 60^\circ$ arasında γ serbestlik derecesine göre oldukça düz bir potansiyel içinde salınım yaptığı öngörülür. Her iki durum için $R_{4/2}$ enerji oranı titreşimsel yapı ve rotor arasında $\cong 2.5$ değerini alır (Casten, 1993a). Genel olarak eksensel simetriye sahip olmayan çekirdekler için analitik çözüm $\gamma = 30^\circ$ maksimum asimetrik duruma karşılık gelen üç eksenli rotor için gerçekleştirilir. Bu durumda eylemsizlik momenti bileşenleri $J_2 = J_3 = \frac{1}{4}J_1 = \frac{1}{3}J$ şeklinde elde edilir ve $\hat{1}$ -ekseni civarında eksensel simetriye sahip olan rotasyonel hamiltonyen aşağıdaki gibi alınır.

$$H_R = \frac{3}{8J} [L_1^2 + 4(L_2^2 + L_3^2)]$$

Simetriden dolayı L açısal momentumu $\hat{1}$ -ekseni üzerinde α ile gösterilen keskin bir izdüşüme sahip olur ve buradan enerji spektrumu aşağıdaki gibi alınır (Meyer-Ter-Vehn, 1975).

$$E = \frac{3\hbar^2}{8J} [4L(L+1) - 3\alpha^2]$$

Bununla birlikte atom çekirdeğinde şekil faz geçişlerine duyarlı olduğu için nükleer yapının değişiminin bir işareti olarak işlev gören diğer bir gözlenebilir, band içi ve bandlar arasındaki B(E2) elektrik kuadropol geçişleridir. Buradan Şekil 2.4'de $Z = 50-82$ ve $N = 82-126$ kabukları için B(E2; $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$) temel seviye bandı arasındaki elektrik kuadropol geçişleri verilmiştir.

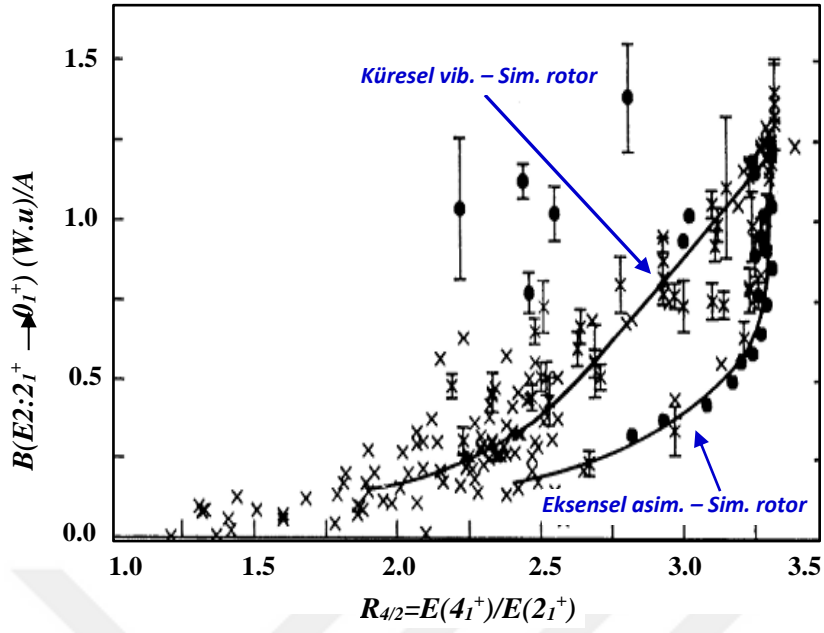


Şekil 2.4. Çift-çift çekirdeklerde $N = 82-126$ ve $Z = 50-82$ için 2_1^+ ve 0_1^+ temel seviye bandı elektrik kuadropol geçişleri (Cejnar ve ark., 2010)

Bu değerlerin sihirli sayılara karşılık gelen kapalı kabuk bölgelerinde oldukça küçük, orta kabuk bölgesinde ise oldukça büyük değerlere sahip olduğu görülür. Şekil 2.4'de görüldüğü gibi karakteristik olarak bu pik değerleri artan valans nükleon sayısı ile hızla artmakta ve daha sonra orta kabuk bölgelerinde belirli bir doyum noktasına ulaşmaktadır.

Bununla birlikte temel seviye bandı $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ elektrik kuadropol geçişlerin küresel yapıdan deforme yapıya arttığı, $B_{4/2} = B(E2: 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ oranının ise azaldığı görülür. Bandlar arası elektrik kuadropol geçiş oranlarında ise, örneğin β ve γ titreşim bandları ile ilişkili olarak $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ geçişi göz önünde bulundurulduğunda, bu geçişin üçeksenli deforme bölgede dikkate değer bir biçimde arttığı, titreşimsel bölgede ise bu artışın daha az olduğu görülür (Cejnar ve ark., 2010).

Bu band içi ve bandlar arası geçişlerde görülen karakteristik özellikler, çekirdeklerin farklı nükleer yapıya sahip olduğunu gösterir ve buradan nükleer yapı, $E(2_1^+)$, $R_{4/2}$ ve $B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ gözlenebilirleri arasındaki korelasyon ele alınarak incelenir. Buradan nükleer yapıda şekil faz geçişlerinin yeni bir işareti olarak Casten ve Zamfir (1993) tarafından $B(E2)$ ve $R_{4/2}$ arasındaki korelasyon ele alınmıştır. Şekil 2.5'de orta ve ağır ($Z > 30$) çift-çift çekirdekler için $R_{4/2}$ değerlerine karşılık A kütle numarası ile normalize edilmiş $B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ değerleri verilmiştir.



Şekil 2.5. Çift-çift çekirdekler için $R_{4/2}$ değerlerine karşı A kütle numarası ile normalize edilmiş $B(E2:2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ elektrik kuadropol geçişi değerleri (Casten ve Zamfir, 1993)

Şekil 2.5’de neredeyse tüm verilerin, $R_{4/2} \approx 2$ değerinden başlayarak lineer olarak artan ve büyük $B(E2)$ değerlerinde 3.33 değerinde son bulan ve yine $R_{4/2} \approx 2.5$ değerinden başlayarak keskin bir artış ile 3.33 değerinde son bulan iki farklı kola ayrılarak uzandığı görülür. Buradan iki temel nükleer faz geçişinin bulunduğu sonucuna varılır. Üsteki kolun küresel vibratörden ($R_{4/2} = 2$) eksensel simetrik ($R_{4/2} = 3.33$) rotora, altındaki kolun ise eksensel asimetrik ($R_{4/2} = 2.5$) rotordan (özellikle γ -soft) eksensel simetrik rotora şekil faz geçişine karşılık geldiği öngörülür (Casten ve Zamfir, 1993).

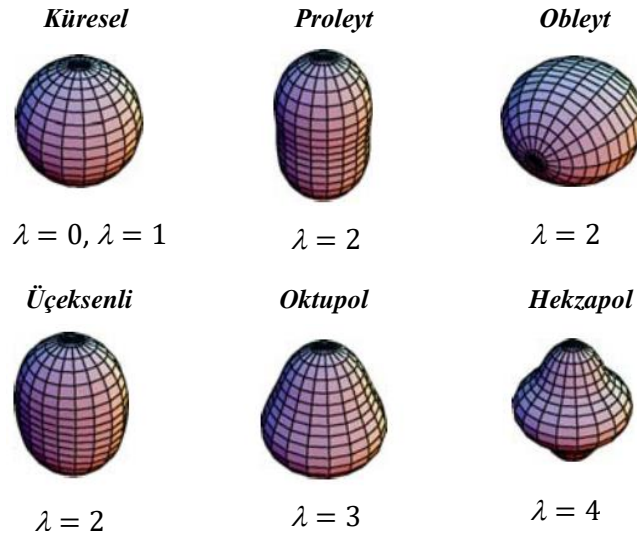
Bu bağlamda tüm bu gözlenebilirler ışığında orta ve ağır çekirdeklerde üç farklı limit yapının bulunduğu kabul edilir. Titreşimsel çekirdekleri tasvir eden küresel vibratör (Arima ve Iachello, 1976), prolept ve obleyt deforme yapıyı içeren eksensel simetrik rotor (Elliott, 1958), üç eksenli (Davydov ve Filippov, 1958; Davydov ve Rostovsky, 1959) ve γ -kararsız (γ -soft) (Wilets ve Jean, 1956) yapıyı içeren eksensel asimetrik rotor. Bu üç limit yapı ve bu limit yapılar arasındaki şekil faz geçişleri ise iki fenomenolojik model; Geometrik kollektif model (GCM) ve Etkileşen bozon modeli (IBM) kullanılarak ele alınır.

2.2. Geometrik Kollektif Model

Atom çekirdeğinin kolektif hareketini tasvir etmek için kullanılan ve makroskopik bir model olan geometrik kolektif model genel olarak Bohr ve Mottelson modeli olarak bilinir (Bohr, 1952; Bohr ve Mottelson, 1953). Çekirdeği titreşen bir sıvı damlası olarak ele alan bu modelde nükleer uyarılmaların temel modları yüzey salınımları ve elastik titreşimler gibi kolektif hareketlere karşılık gelir. Nükleer kolektif özellikler nükleer alanı tanımlayan ve nükleon yoğunluğunun uzaysal dağılımını karakterize eden $\alpha_{\lambda\mu}$ polar koordinat seti tarafından tasvir edilir. Çok boyutlu bu koordinat seti, deforme yüzeydeki tüm noktaları içine alır ve sitemin keskin bir yüzeye sahip olduğu varsayılarak, nükleer yüzey $\alpha_{\lambda\mu}$ genişleme parametrelerine göre aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$R(\theta, \varphi) = R_o \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right] \quad (2.1)$$

Burada R_o ; denge şekli küresel olan çekirdeğin yarıçapına, $Y_{\lambda\mu}$ ise küresel harmoniklere karşılık gelir. Atom çekirdeğinin farklı şekilleri, titreşim modunu temsil eden λ parametresinin belirli değerlerine göre belirlenir. Bu durum Şekil 2.6'da gösterilmiştir.



Şekil 2.6. Titreşim modu λ parametresinin belirli değerlerine karşılık gelen nükleer şekiller (Frank ve ark., 2009)

Burada $\lambda = 0$ monopol titreşime karşılık gelir ve çekirdeğin şekli değişmez sadece yarıçapı değişir. Bu nedenle monopol titreşim çekirdeğin nefes alıp vermesi olarak tasvir edilir. Çekirdekte herhangi bir deformasyonun gerçekleşmediği $\lambda = 1$ ise dipol titreşim olarak adlandırılır ve bu durum çekirdeğin kütle merkezinin kaymasına karşılık gelir. Eksensel simetrik proleyt ve obleyt, eksensel asimetrik üç eksenli deforme yapıları içeren, $\lambda = 2$ durumu kuadropol fonon titreşim, $\lambda = 3$ oktupol titreşim ve $\lambda = 4$ hekzapol titreşim olarak adlandırılır ve λ parametresinin daha üst değerlerinde kendiliğinden fisyon olayı gerçekleşir. Buradan hareketle nükleer deformasyon, kalıcı deforme yapının gerçekleştiği kuadropol fonon titreşimi göz önünde bulundurularak incelenir.

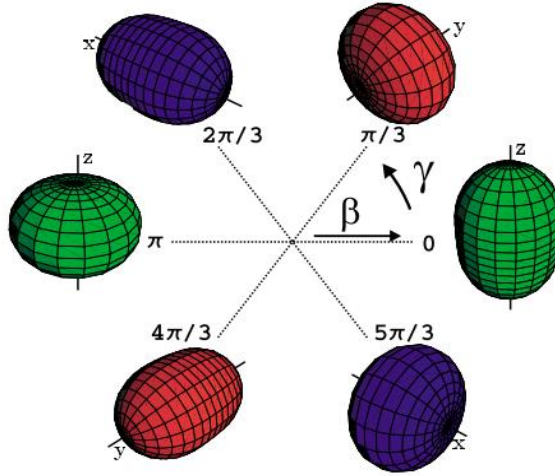
Buradan toplam $\lambda = 2$ titreşim modu üzerinden alınır ve kuadropol fononun mümkün değerleri $\mu = -2, -1, 0, 1, 2$ şeklinde belirlenir. Beş boyutlu kuadropol deformasyon uzayı içinde (β, γ) kolektif değişkenlerine göre $\alpha_{20} = \beta \cos \gamma$, $\alpha_{22} = \alpha_{2-2} = 1/\sqrt{2} \beta \sin \gamma$ şeklinde elde edilir. Burada α_{21} ve α_{2-1} bileşenleri yalnızca nükleer kütle merkezinin hareketine karşılık gelir ve bundan dolayı $\alpha_{21} = \alpha_{2-1} = 0$ olarak alınır. Böylece sistem deforme çekirdeğin uzaydaki yönelimini belirten üç Euler açısı ve nükleer şekli belirleyen iki kolektif değişken β ve γ parametreleri kullanılarak tasvir edilir.

Burada $\beta = 0$ küresel, $\beta \neq 0$ ise elipsoidal şekle sahip olan çekirdeklere karşılık gelir. Nükleer yarıçap ile β , γ parametreleri arasındaki ilişki, bu iki kolektif değişkenin bir fonksiyonu olarak kartezyen koordinatlarda yarıçaptaki $R_{x',y',z'} - R_0$ değişimi değerlendirilerek görülebilir. Nükleer yarıçaptaki değişimi ifade eden bağıntı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\delta R_k = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} R_0 \beta \cos \left[\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right] \quad (2.2)$$

Eşitlik 2.2'de $k = 1, 2, 3$ sırasıyla x', y', z' cisim sabitli koordinatları gösterir. Burada n tam sayı olmak üzere $\gamma = n\pi/3$ eksensel simetrik yapıya, $\gamma \neq n\pi/3$ ise eksensel asimetrik yapıya karşılık gelir. Şekil 2.7'de n değerinin farklı tamsayı değerleri için eksensel simetrik yapı için çekirdeğin sahip olduğu proleyt ve obleyt deforme yapı şematik olarak gösterilmiştir. Proleyt ($\gamma = 0, 120, 240$) deforme yapıda nükleer yarıçapındaki değişim miktarı bir eksen yönünde artıp diğer iki eksen yönünde azalırken; obleyt ($\gamma = 60, 180, 300$) deforme yapıda, nükleer yarıçaptaki değişim miktarı iki eksen

yönünde artıp bir eksen yönünde azalır. Bu değerlerin arasındaki değerlerde ise nükleer yarıçaptaki değişim miktarı üç eksen de birbirinden farklı olup $\gamma = \pi/6$ maksimum asimetrik çekirdekleri temsil eden üç eksenli yapıya karşılık gelir (Fortunato, 2005).



Şekil 2.7. Kollektif değişkenler β ve γ parametreleriyle ilişkili olarak eksensel simetrik kuadrupol şekillerin şematik olarak gösterilmesi (Fortunato, 2005)

Buradan γ parametresinin aynı zamanda çekirdeğin yük dağılımının olduğu simetri eksenini belirlediği sonucuna varılır. Geometrik kolektif modelde çekirdeğin şekil faz diyagramı kolektif değişkenlere bağlı potansiyel ifadesi ele alınarak incelenir. Buradan nükleer sıvı damlasının potansiyel enerjisi için en genel ifade aşağıdaki gibi alınır.

$$V = V_0 + A\beta^2 + B\beta^3 \cos 3\gamma + C\beta^4 \quad (2.3)$$

Burada V_0 küresel çözüme karşılık gelirken A , B ve C parametreleri proton ve nötron sayısına bağlı olan değişkenlerin fonksiyonu olan sıradan sabitlere karşılık gelir. Bu potansiyel ifadesi analiz edilerek geometrik kolektif modelin temel şekil faz diyagramı elde edilir. Bu amaçla olası çözümler denklemin minimum noktaları ele alınarak değerlendirilir:

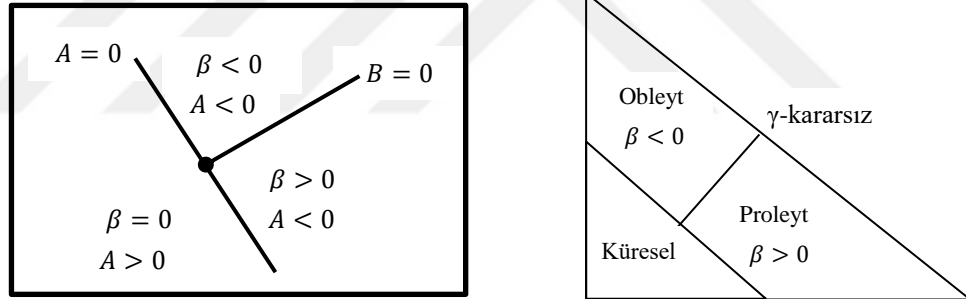
Potansiyel fonksiyonunun γ parametresine bağlı minimum noktaları, $\gamma < 0^\circ$ veya 60° için elde edilir. Bununla birlikte $A > 0$ ve $\beta = 0$ için potansiyel bir minimuma sahip olup, çözüm küresel çekirdeklere karşılık gelir.

Deformasyon parametresi β 'nin sıfırdan farklı değerleri için çözüm ise potansiyelin birinci türevi sıfır ve ikinci türevi sıfırdan büyük alınarak elde edilir.

$$\beta(2A + 3B\beta \cos 3\gamma + 4C\beta^2) = 0$$

$$(2A + 6B\beta \cos 3\gamma + 12C\beta^2) > 0$$

Burada $B = 0$ durumunda $\beta \neq 0$ için; $\beta = \pm\sqrt{-A/2C}$ şeklinde iki tane kök elde edilir ve A ve C katsayılarının ters işaretli olmasını gerektiği sonucuna varılır. İkinci türev şartından bağlı durumlar için C pozitif olmalıdır ve deforme fazlar için A katsayısı negatif alınır. Bununla birlikte γ parametresine bağlı olarak aranan çözümde deforme faz için $\gamma = 0$ ($B < 0$) ve $\gamma = \pi/3$ ($B > 0$) olmak üzere iki temel faz meydana gelir. Buradan $A < 0$ durumu için $B = 0$ çizgisi, proleyt ve obleyt deforme yapılar arasında bir geçiş hattı oluşturur ve bu yapı potansiyelin γ değişkenine bağlı olmadığı γ kararsız yapıya karşılık gelir. Küresel yapıdan deforme yapıya geçiş A katsayısının işaretine, proleyt yapıdan obleyt yapıya geçiş ise B katsayısının işaretine bağlı olarak gerçekleşir ve sonuç olarak toplam üç farklı faz elde edilir. Elde edilen bu durum şematik olarak Şekil 2.8'de verilmiştir (Casten, 2009).



Şekil 2.8. Geometrik kolektif modele göre nükleer yapının şekil faz diyagramı (Casten, 2009)

Geometrik kolektif modele göre üç eksenli yapı dışında, çekirdeğin sahip olduğu farklı şekillerin teorik alt yapısı bu şekilde özetlenir. Küresel olmayan çekirdeklerin en belirgin özelliği, simetri eksenine dik bir eksen etrafında rotasyonel hareket yapabilmeleridir. Böyle bir sistemin kinetik enerjisi titreşimsel ve rotasyonel olmak üzere iki kısımdan oluşur.

$$T_{tit} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right]$$

$$T_{rot} = \frac{\hbar^2}{2} \sum_{k=1}^3 \frac{L_k^2}{4B\beta^2 \sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}k\right)}$$

Titreşim kinetik enerjisine karşılık gelen operatör, elipsoit çekirdeğin uzaydaki yönelimi sabit kalacak şekilde çekirdeğin şeklinin değişmesine neden olur. Çekirdeğin dönme hareketini tasvir eden rotasyonel kinetik enerji operatöründeki L_k ; açısız momentum operatörleri olup, paydadaki ifade çekirdeğin, J_k eylemsizlik momentine karşılık gelir (Bohr, 1952).

2.3. Etkileşen Bozon Modeli

Etkileşen Bozon Modeli (IBM) Iachello ve Arima (Iachello ve Arima,1987) tarafından orta ve ağır kütleli çift-çift çekirdeklerin kollektif uyarılmalarını tasvir etmek için önerilmiştir. Hem geometrik yaklaşımlara yakınlığı hem de mikroskobik alt yapıya sahip olması bakımından yarı mikroskobik bir modeldir. Çekirdeği tek parçacıklı yörüngeleri işgal eden ve zayıf etkileşen fermiyonlar topluluğu olarak ele alması bakımından Shell modelin fermiyonik doğasını içerir (Otsuka ve ark., 1978). Çekirdeği kollektif titreşim ve rotasyonlarla tanımlanan temel uyarılmalara sahip titreşen bir sıvı damlası olarak ele alması bakımından ise geometrik kollektif modelin bozonik davranışını içerir (Janssen ve ark., 1974). Bu bakımdan IBM bu iki model arasında yer alır.

Etkileşen bozon modelin orijinal versiyonu proton-proton ve nötron-nötron bozon çiftleri arasında hiçbir ayırım yapmayan IBM-1 modeline dayanır. Bu iki modelin teorik altyapıları birebir aynıdır. Bu modellerin biraz daha genişletilmiş versiyonu olan IBM-2 modelinde ise proton ve nötron bozon çiftleri ayrı ayrı göz önünde bulundurulur. Diğer versiyonları IBM-3 ve IBM-4 modelleri ise $N \approx Z$ olan çekirdekleri tasvir etmek için kullanılır (Cejnar ve Jolie, 2009).

IBM'in temel varsayımına göre her bir nükleon çifti, toplam açısız momentumu $L = 0$ olan s ve toplam açısız momentumu $L = 2$ olan d olmak üzere iki çeşit bozon şeklinde alınır. Orta ve ağır çekirdeklerin kollektif durumları parçacık ya da deşik olup olmadığına bakılmaksızın en yakın kapalı kabuklara tamamlanan valans proton ve nötron sayılarının yarısı olarak elde edilen N_B bozon sayısına göre inşa edilir. Burada s bozonu yalnızca bir manyetik alt duruma, d bozonu ise beş manyetik alt duruma sahiptir. Buradan $s - d$ bozon sistemi matematiksel olarak altı boyutlu bir uzayda yer alır. Bu bağlamda teorik

alt yapısı grup cebri dayanan bu modelde, sistemin yapısı $U(6)$ grup cebri kullanılarak tasvir edilir. $U(6)$ grup yapısı, fiziksel durumu tasvir eden L açısai momentum kuantum sayısına sahip olan $O(3)$ rotasyonel alt grubunu içeren üç alt gruba ayrılır (Casten ve ark., 1993a).

$$U(6) \supset U(5) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2)$$

$$\begin{matrix} [N_B] & n_d & \tau & \nu_\Lambda & L & M \end{matrix}$$

$$U(6) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2) \quad (2.4)$$

$$\begin{matrix} [N_B] & (\lambda, \mu) & K & L & M \end{matrix}$$

$$U(6) \supset O(6) \supset O(5) \supset O(3) \supset O(2)$$

$$\begin{matrix} [N_B] & \sigma & \tau & \nu_\Lambda & L & M \end{matrix}$$

Her bir zincir için izinli açısai momentum değerlerini belirleyen L kuantum sayısı ise her bir grubu temsil eden kuantum sayılarının birbirine indirgenmesiyle belirlenir. Burada N_B ; $U(6)$ grubunda bulunan toplam bozon sayısını, n_d ; ise $U(5)$ grubunda d durumunda bulunan bozon sayısını ifade eder. Tüm bozonlar d durumunda ise $N_B = n_d$, sadece bir bozon hariç diğerleri d durumunda ise $N_B - 1 = n_d$, hiçbir bozon d durumunda değilse $n_d = 0$ olur. Buradan n_d kuantum sayısı aşağıdaki gibi belirlenir.

$$n_d = N_B, N_B - 1, N_B - 2, \dots, 1, 0$$

Böylece $U(6)$ grubu $U(5)$ grubuna, $U(6) \supset U(5)$ indirgenir. $U(5)$ grubunun $O(5)$ grubuna indirgenmesi işleminde verilen n_d değerleri için, τ değerleri bozon kuasi-spin tekniği kullanılarak belirlenir. Bozon kuasi-spin operatörleri, yaratma d^\dagger ve yoketme \tilde{d} operatörleri cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_+ \equiv \frac{1}{2} d^\dagger \cdot d^\dagger \quad , \quad S_- \equiv S_+^\dagger \equiv \frac{1}{2} \tilde{d} \cdot \tilde{d} \quad , \quad S_0 \equiv \frac{1}{4} (d^\dagger \cdot \tilde{d} + \tilde{d} \cdot d^\dagger) = \frac{1}{2} n_d + \frac{5}{4}$$

Bu operatörlerin sıra değiştirme özellikleri, $[S_\pm, S_0] = \mp S_\pm$, $[S_+, S_-] = -2S_0$ olup eksi işareti dışında açısai momentum operatörlerinin sıra değiştirme özellikleri ile aynı forma sahiptir. Buradan $S_\pm \leftrightarrow L_\pm$, $S_0 \leftrightarrow L_z$ karşılık gelir ve aşağıdaki gibi bir operatör tanımlanır.

$$C \equiv -S_+ S_- - S_0 + S_0^2 = -S_- S_+ + S_0 + S_0^2$$

Buradan C operatörü açısai momentumun karesine, $|S\mu\rangle$ özfonksiyonu ise $|LM\rangle$ özfonksiyonuna karşılık gelir. Bu operatörün özdeğer denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C|S\mu\rangle = S(S-1)|S\mu\rangle, \quad S_0|S\mu\rangle = \mu|S\mu\rangle$$

Bu benzerlikten yararlanılarak, $S_{\pm}|S\mu\rangle = \sqrt{\mu^2 \pm \mu - S(S-1)}|S, \mu \pm 1\rangle$ ve S_0 operatörü için verilen denklemden, $\mu = \frac{1}{2}n_d + \frac{5}{4}$ şeklinde belirlenir. Buradan $C|S\mu_{min}\rangle$ özdeğer probleminde, $S_-|S\mu_{min}\rangle = 0$ eşitliği kullanılarak μ_{min} değerinin S değerine karşılık geldiği belirlenir ve μ kuantum sayısı spektrumu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mu = S, S+1, S+2, \dots$$

Daha sonra $\mu_{min} = S$ için, n_d kuantum sayısının τ kuantum sayısına karşılık geldiği kabul edilerek, verilen herhangi bir n_d için τ kuantum sayısı spektrumu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\tau = n_d, n_d - 2, n_d - 4, \dots, 0 \text{ veya } 1$$

Böylece $U(5)$ grubu $O(5)$ grubuna, $U(5) \supset O(5)$ indirgenir. Burada üçüncü zincirdeki $U(6)$ grubunun $O(6)$ grubuna indirgenme işlemi, $U(5)$ grubunun $O(5)$ grubuna indirgenme işlemine benzer. Ancak $U(6) \supset O(6)$ işleminde s bozonları da göz önünde bulundurulur ve bu durumda kuasi-spin operatörleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_+ \equiv \frac{1}{2}(d^\dagger \cdot d^\dagger - s^\dagger \cdot s^\dagger), \quad S_- \equiv \frac{1}{2}(\tilde{d} \cdot \tilde{d} - s \cdot s)$$

$$S_0 \equiv \frac{1}{4}(d^\dagger \cdot \tilde{d} + \tilde{d} \cdot d^\dagger + s^\dagger \cdot s + s \cdot s^\dagger) = \frac{1}{2}\hat{N}_B + \frac{3}{2}$$

Yukarıdaki indirgeme işlemine benzer olarak, S_0 için verilen denklemden, $\mu = \frac{1}{2}\hat{N}_B + \frac{3}{2}$ şeklinde belirlenir ve $\mu_{min} = S$ için N_B bozon sayısının σ kuantum sayısına karşılık geldiği kabul edilir. Buradan her hangi bir N_B değeri için σ kuantum sayısı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma = N_B, N_B - 2, N_B - 4, \dots, 0 \text{ veya } 1$$

Bundan sonraki adım $O(6)$ grubunun $O(5)$ grubuna indirgenmesi işlemidir. Burada verilen bir σ değeri için τ değerlerinin nasıl belirleneceği üzerinde durulur. Olasılıklardan birisi σ kuantum sayısı ile ilişkili olan tüm bozonların d durumunda olmasıdır ve bu durumda $\sigma = \tau$ alınır. Diğer bir olasılık biri hariç diğer tüm bozonların d durumunda olmasıdır ve $\sigma - 1 = \tau$ olarak alınır. Bu şekilde devam edilerek τ değerleri aşağıdaki gibi belirlenir ve böylece $O(6) \supset O(5)$ işlemi tamamlanır.

$$\tau = \sigma, \sigma - 1, \sigma - 2, \dots, 1, 0$$

Her iki zincirde olan $O(5)$ grubunun $O(3)$ grubuna indirgenmesi işleminde sadece d bozonlarından oluşan durumlar ele alınır. Temel durumda $n_d = 0, \tau = 0$, ilk uyarılmış durumda $n_d = 1, \tau = 1$ dir. Aynı L açısai momentuma sahip olan ortogonal durumları etiketlemek için τ kuantum sayısı yeterli değildir. Bunun için ν_Δ şeklinde gösterilen ek bir kuantum sayısı tanımlanır ve aynı L ve τ kuantum sayısına sahip olan iki durum $\nu_\Delta = 0, 1, 2, \dots$ spektrumuna sahip olan bu kuantum sayısı ile ayırt edilir. Buna bağılı olarak $O(5)$ grubunun $O(3)$ grubuna tam olarak indirgenmesi için, $\Lambda \equiv \tau - 3\nu_\Delta \geq 0$ şeklinde bir şart belirlenir ve buna bağılı bir algoritma izlenir. Buradan izinli açısai momentum değerleri aşağıdaki gibi belirlenir (Casten ve ark., 1993a).

$$L = 2\Lambda, 2\Lambda - 2, 2\Lambda - 3, \dots, \Lambda + 1, \Lambda \quad (2.5)$$

Böylece birinci ve üçüncü grubtaki indirgeme işlemleri açısai momentumun izinli değerlerinin belirlenmesi ile tamamlanır. İkinci zincir ise $U(6) \supset SU(3)$ ve $SU(3) \supset O(3)$ olmak üzere iki tane indirgeme işlemi içerir. Üç boyutlu rotasyonel hareket altında sistemin dalga fonksiyonunun dönüşüm özellikleri $U(3)$ üniter grup kullanılarak ele alınır. Bu bağlamda $U(n)$ üniter grubun indirgenemez temsilleri n sayıda, $f_1 \geq f_2 \geq f_3 \geq \dots \geq f_n \geq 0$ şeklinde $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ kuantum sayıları ile etiketlenir. Fiziksel problemlerde genel olarak $U(n)$ üniter grubun bir alt grubu $SU(n)$ özel üniter grup kullanılır. $SU(n)$ grubunun indirgenemez temsilleri ise $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{n-1}$ kuantum sayıları ile etiketlenir. Buradan $SU(3)$ özel üniter grubun indirgenemez temsilleri f_1 ve f_2 şeklinde iki tane kuantum sayısı olup,

$$\begin{aligned}
(\lambda\mu) = & (2N_B, 0), (2N_B - 4, 2), (2N_B - 8, 4), \dots \\
& \left\{ \begin{array}{l} (0, N_B), \\ (2, N_B - 1), \end{array} \right. & \begin{array}{l} N_B \text{ çift} \\ N_B \text{ tek} \end{array} \\
& (2N_B - 6, 0), (2N_B - 10, 2), (2N_B - 14, 4), \dots \\
& \left\{ \begin{array}{l} (2, N_B - 4), \\ (0, N_B - 3) \end{array} \right. & \begin{array}{l} N_B \text{ çift} \\ N_B \text{ tek} \end{array} \\
& (2N_B - 12, 0), (2N_B - 16, 2), (2N_B - 20, 4), \dots \\
& \left\{ \begin{array}{l} (0, N_B - 6), \\ (2, N_B - 7), \end{array} \right. & \begin{array}{l} N_B \text{ çift} \\ N_B \text{ tek} \end{array}
\end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklinde $\lambda = f_1 - f_2$ ve $\mu = f_2$ ($\lambda\mu$) Elliott (1958) kuantum sayıları ile temsil edilir. SU(3) grubunun ($\lambda\mu$) temsillerine karşılık gelen açısai momentum değeri için genel kural ise aşağıdaki gibi belirlenir (Elliott, 1958).

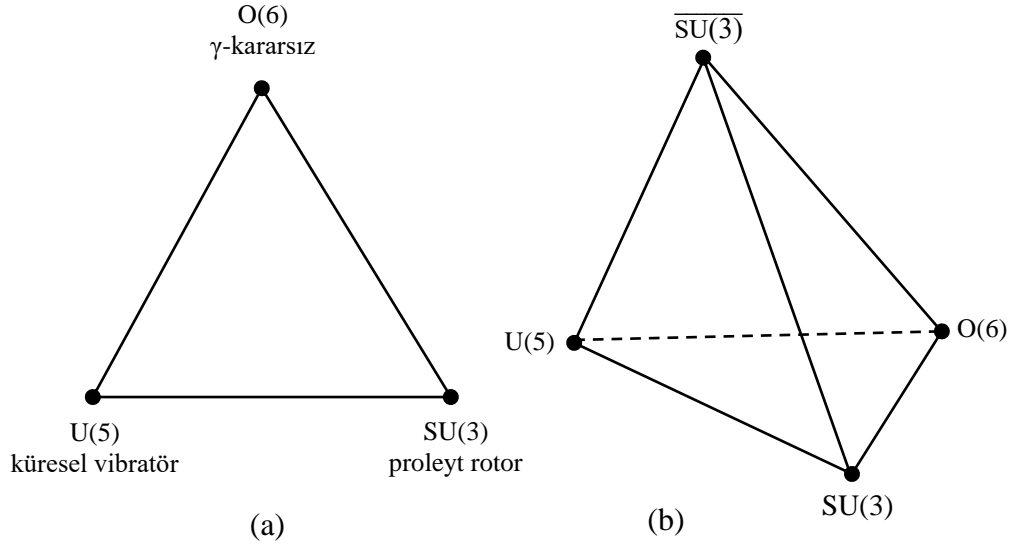
$$K \equiv \min\{\lambda, \mu\}, \min\{\lambda, \mu\} - 2, \min\{\lambda, \mu\} - 4, \dots, 0 \text{ veya } 1$$

Burada K; toplam açısai momentumun simetri eksenini üzerindeki izdüşüme karşılık gelir ve $\min\{\lambda, \mu\} > 1$ için aynı L değeri için sahip olan ($\lambda\mu$) temsillerini ayırt etmek için kullanılır. Buradan SU(3) grubu için izinli açısai momentum değeri aşağıdaki gibi belirlenir.

$$L = \begin{cases} K, K+1, K+2, \dots, K + \max\{\lambda, \mu\} & K \neq 0 \\ 0, 2, 4, \dots, \max\{\lambda, \mu\} & K = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Tüm bu hesaplamalar sonucunda, belirli bir N_B değeri için belirlenen izinli açısai momentum değeri ile her bir alt grup için enerji spektrumu elde edilir. Deneysel verilerle karşılaştırılabilen bu enerji spektrumları ile IBM'de nükleer yapı U(6) grubunun alt gruplarının ikinci halkası olan ve dinamik simetri olarak adlandırılan U(5), SU(3) ve O(6) ile tasvir edilir.

Yapılan bazı çalışmalar (Dieperink ve ark., 1980; Ginocchio ve Kirson, 1980; Hatch ve Levit, 1982) IBM ile ilişkili olan bir dizi klasik değişken setinin birebir Bohr-Mottelson sıvı damlası modeline karşılık geldiğini göstermiş ve IBM içinde Bohr değişkenlerine göre enerji fonksiyonları elde edilmiştir. Buradan Bohr-Mottelson modelinin IBM'in klasik limitlerinde ortaya çıktığı kabul edilir ve $N_B \rightarrow \infty$ limitinde her bir dinamik simetri çekirdeğin geometrik resmine karşılık gelir. U(5), harmonik ve anharmonik versiyonları içeren küresel vibratör yapıya, SU(3), kapalı kabuklardan uzakta birçok valans nükleona sahip olan eksensel simetrik prolept deforme yapıya, O(6) ise nükleon ve deşiklerden oluşan eksensel asimetric çekirdekleri tasvir eden γ -kararsız yapıya karşılık gelir. Bu üç limit yapı Şekil 2.9 (a)'da gösterildiği gibi Casten üçgeni adı verilen simetri üçgeninin köşelerinde yer alır. Şekil 2.9 (a)'da verilen üçgenin bacakları ise geçiş bölgesindeki nükleer yapıya karşılık gelir. Çekirdeklerde prolept deforme yapıya göre daha nadir rastlanan obleyt deforme yapının şekil faz üçgenine eklenmesi ile (Jolie ve ark., 2001) nükleer yapı Şekil 2.9 (b)'de görüldüğü gibi düzgün dörtyüzlü ile ifade edilir. Şekil 2.9 (b)'de $\overline{SU(3)}$ eksensel simetrik obleyt deforme yapıyı gösterir.



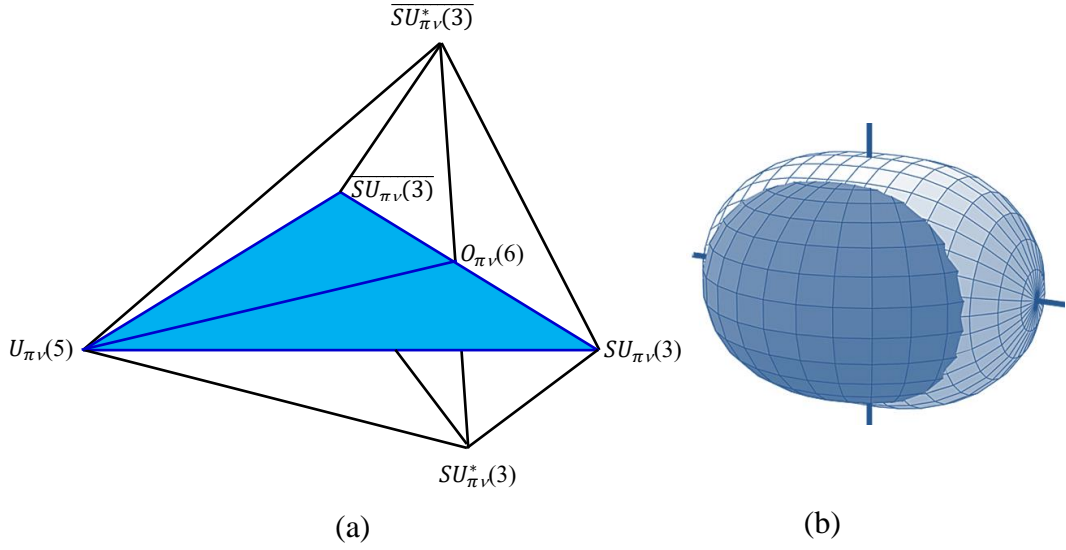
Şekil 2.9. (a) Nükleer yapı için simetri üçgeni (b) Eksensel simetrik obleyt deforme yapının eklenmesi ile elde edilen nükleer yapı şekil faz diyagramı

IBM 'de doğrudan temsil edilemeyen üç eksenli yapı ise, proton ve nötron bozonlarının ayrı ayrı ele alındığı, IBM'in iki bileşenli versiyonu olan IBM-2 modeli ile temsil edilir. IBM-2'de, toplam bozon sayısı sırasıyla N_π ve N_ν proton ve nötron sayılarının toplamı olarak alınır ve bu bozon sayılarının her ikisinin de ayrı ayrı korunduğu varsayılır.

IBM-2'nin cebir yapısı $U_\pi(6) \times U_\nu(6)$ çarpımından oluşur. İki çeşit bozonun varlığı, izospine çok benzeyen F-spin kuantum sayısı ile ayırt edilir. Burada $F = \frac{1}{2}$ için, bozonların, proton tipi bozonlar için $M_F = +\frac{1}{2}$ ve nötron tipi bozonlar için $M_F = -\frac{1}{2}$ olmak üzere iki mümkün yük durumuna sahip olduğu varsayılır (Cejnar ve Jolie, 2009).

Tüm proton-nötron deformasyon kombinasyonlarının göz önünde bulundurulması ve F spin kuantum sayısının analizi ile IBM-2 modeli şekil faz diyagramı, Şekil 2.10 (a)'daki gibi elde edilir.

Şekil 2.10 (a)'da gölgeli bölüm IBM-1 ile aynı olan $U_{\pi\nu}(5)$, $O_{\pi\nu}(6)$, $SU_{\pi\nu}(3)$ ve $\overline{SU_{\pi\nu}(3)}$ dinamik simetrilerini içerir. Burada $SU_{\pi\nu}(3)$, proleyt-proleyt deforme proton ve nötron akışkanlarından, $\overline{SU_{\pi\nu}(3)}$ ise obleyt-obleyt deforme proton ve nötron akışkanlarından oluşan nükleer yapıya karşılık gelir. IBM-2 ile yeni takdim edilen, $SU_{\pi\nu}^*(3)$ dinamik simetrisinin denge şekli ise, proleyt deforme proton ve obleyt deforme nötron akışkanlarından oluşur.



Şekil 2.10. (a) IBM-2 modeli ile elde edilen nükleer yapı için şekil faz diyagramı (b) proleyt deforme proton ve obleyt deforme nötron akışkanlarından oluşan $SU_{\pi\nu}^*(3)$ dinamik simetrisi denge şeklinin geometrik yorumu (Caprio ve Iachello, 2005)

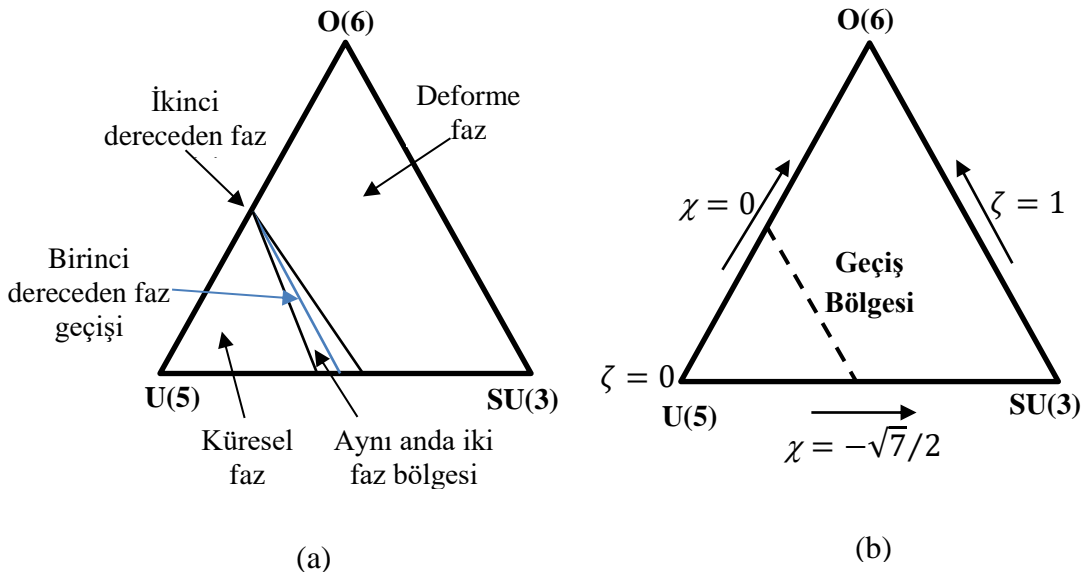
Bunun tam karşıtı $\overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$ ise, proton ve nötron deformasyonlarının yer değiştirdiği obleyt deforme proton ve proleyt deforme nötron akışkanlarından oluşan nükleer yapıya karşılık gelir. Şekil 2.10 (b)'de $SU_{\pi\nu}^*(3)$ dinamik simetrisinin denge şeklinin geometrik yorumu verilmiştir. Burada açık bölge proleyt deforme proton akışkanını, koyu bölge ise obleyt deforme nötron akışkanını gösterir. Bu iki yeni dinamik simetriler ise üç eksenli deforme yapıya karşılık gelir (Caprio ve Iachello, 2005). Böylece atom çekirdeği için öngörülen bütün limit yapıların yer aldığı şekil faz diyagramı elde edilir.

2.4. Atom Çekirdeğinde Şekil Faz Geçişleri

Çekirdeklerin birçoğu kararlı limit yapısını koruyamaz ve nükleon sayısının bir fonksiyonu olarak değişen karakter özelliklerine sahip şekil faz geçişi davranışı sergilerler. Bu bağlamda atom çekirdeğinde, üzerinde en çok çalışılan şekil faz geçişleri, küreselden eksensel veya eksensel olmayan kuadropol deforme yapıya, geometrik konfüğürasyonun değişimiyle meydana gelen şekil faz geçişleridir. Faz geçişleri, sistemi etkileyen bir değişken olan kontrol parametresi ve onun bir fonksiyonu olarak sistemin yapısını tasvir eden düzen parametresi gibi niceliklerin keskin değişimine göre tasvir edilir.

Atom çekirdeklerinin şekil faz yapısı, cebirsel bir model olan Etkileşen Bozon modeli (IBM)'in klasik limiti ($N_B \rightarrow \infty$) çatısı altında incelenir ve faz geçişlerinin mertebesi genel olarak Ehrenfest teoremi ile tanımlanır. Bu teoreme göre, kontrol parametresinin bir fonksiyonu olarak, taban durumu enerjisi şekil faz geçişi noktasında kesikli ise sıfırıncı dereceden, eğer birinci türevi kesikli ise birinci dereceden, eğer ikinci türevi kesikli ise ikinci dereceden bir faz geçişi gerçekleşir. Çok büyük N_B bozon sayısı için, IBM modelinin dinamik simetrilerini, atom çekirdeğinin klasik denge şekilleriyle ilişkilendiren bazı çalışmalar (Dieperink ve ark., 1980; Feng ve ark., 1981), U(5) ve SU(3) arasında birinci dereceden, U(5) ve O(6) arasında ise ikinci dereceden şekil faz geçiş noktasının bulunduğunu göstermiştir.

Buradan küresel bölgeyi deforme bölgeden ayıran ve ikinci dereceden faz geçişi noktasında son bulan, birinci dereceden bir faz geçiş hattının olduğu belirlenmiştir. Birinci dereceden faz geçiş eğrisi yarı kararlı bölge ile çevrilidir ve bu bölge iki fazı birarada bulundurur. Birinci dereceden faz geçiş eğrisi, ikinci dereceden faz geçiş noktasına doğru gittikçe daralır. Bu durum Şekil 2.11 (a)'da şematik olarak verilmiştir. Şekil faz diyagramının, geçiş bölgelerini kapsayacak şekilde IBM Hamiltonyeni ile ele alınması ise Şekil 2.11 (b)'de gösterilmiştir.

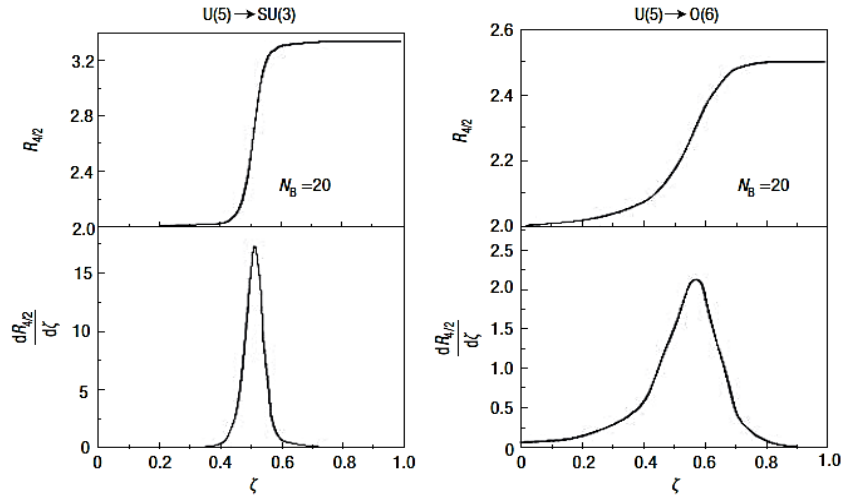


Şekil 2.11. (a) Şekil faz diyagramının birinci ve ikinci dereceden faz geçişleri ile birlikte şematik gösterimi (Iachello, 2002) (b) IBM Hamiltonyeni göz önünde bulundurularak elde edilen şekil faz diyagramının şematik gösterimi (Werner ve ark., 2002)

IBM Hamiltonyeni, N_B bozon sayısına bağılı olarak, temel etkileşimler olarak düşük mertebede titreşimsel uyarımları içeren küresel ortalama alan ve kuadropol kuvvetlerin oluşturduğu deforme ortalama alan arasındaki rekabeti yansıtan ζ ile kuadropol operatör ifadesinde yer alan ve γ kararsızlığının derecesini belirleyen χ parametresini içerir (Casten, 2006). Şekil 2.11 (b)'de görüldüğü gibi ζ parametresi 0 ile 1, χ parametresi ise 0 ile $-\sqrt{7}/2$ arasında değişir.

Herhangi bir χ değeri için $\zeta = 0$ için U(5) limit yapısı, $\zeta = 1$ ve $\chi = -\sqrt{7}/2$ için ise SU(3) limit yapısı elde edilir. Böylece U(5) \leftrightarrow SU(3) geçişinde $\chi = -\sqrt{7}/2$ ve U(5) \leftrightarrow O(6) geçişinde ise $\chi = 0$ değerlerini alır. Her iki geçiş için ζ parametresi 0 ile 1 arasında değişir ve bu nedenle vibratör ve rotasyonel limit yapılar arasındaki şekil faz geçişleri ζ parametresinin değişimi ile ele alınır (Werner ve ark., 2002). Buradan U(5) \leftrightarrow SU(3) ve U(5) \leftrightarrow O(6) iki geçiş yolu üzerinde, vibratörden rotora yapının evrimi boyunca şekil faz geçişi noktasına karşılık gelen belirli bir noktanın tanımı, $R_{4/2}$ enerji oranının ζ parametresine göre değişimi ile belirlenir.

Şekil 2.12'de $N_B = 10$ için, $R_{4/2}$ enerji oranları ve enerji oranlarının birinci türevlerinin, her iki geçiş hattı için, ζ parametresine göre değişim grafiği verilmiştir.



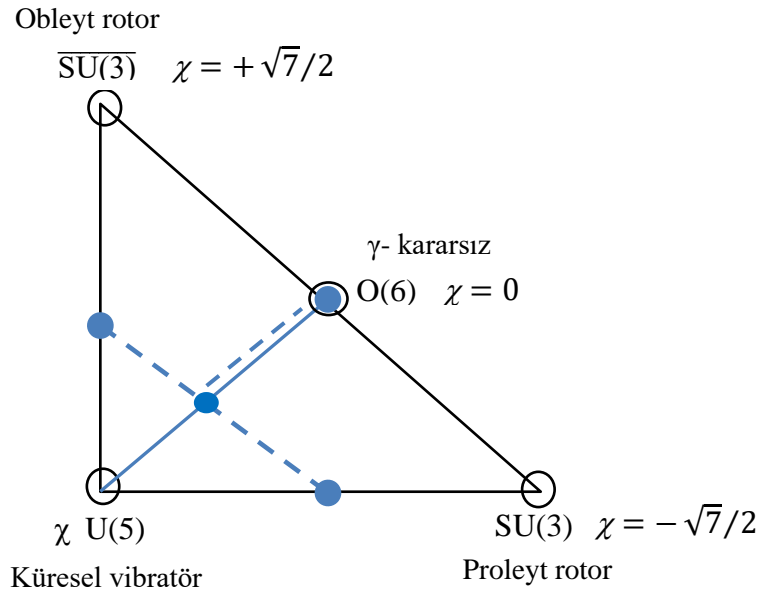
Şekil 2.12. U(5)-SU(3) ve U(5)-O(6) geçiş hattı için kolektif gözlenebilir $R_{4/2}$ enerji oranının ve birinci türevinin ζ parametresine göre değişim grafiği (Casten, 2006)

Şekil 2.12'de birinci dereceden faz geçişinin bulunduğu U(5)-SU(3) geçiş hattı için, düzen parametresi (kuadropol deformasyon parametresi) $R_{4/2}$ 'nin çok hızlı, ikinci

dereceden faz geçiş hattının bulunduğu $U(5)$ - $O(6)$ geçiş hattı için ise daha yavaş değiştiği görülür. $U(5) \leftrightarrow SU(3)$ geçişinde iki fazın birarada bulunması, birinci trevlerdeki piklerin genişliği ile açıklanabilir. Bu geçiş hattında birinci türevin pik genişliğinin çok dar olması, yapının çok keskin bir değişime uğradığını belirtir. $U(5) \leftrightarrow O(6)$ geçişinde ise birinci türev eğrilerinin genişliği daha geniştir ve bu durum yapısal değişimin adım adım gerçekleştiğini gösterir. Birinci türevlerin pik yaptığı yerler ise küresel ve deforme konfgrasyonların keşiştiği ve Şekil faz geçişinin gerçekleştiği noktalara karşılık gelir.

Bununla birlikte IBM Hamiltonyeninin analizi ile deforme çekirdeklerde proleyt ve obleyt yapılar arasında Şekil faz geçişi davranışının olduğu belirlenmiştir (Moreno ve Castanos, 1996). Bazı gzlenebilirlerin $O(6)$ limit yapısında pik yaptığı ve bu bağlamda $O(6)$ limit yapısının proleyt ve obleyt deforme yapı arasında Şekil faz geçişine karşılık gelip gelmediği araştırılmıştır. Buradan simetri üçgeninin inşasında pozitif χ değerleri de göz önünde bulundurulmuş ve enerji fonksiyonunun $O(6)$ limit yapısına karşılık gelen $\chi = 0$ 'da Şekil faz geçişi davranışi sergilediği grlmştir (Jolie ve ark., 2001).

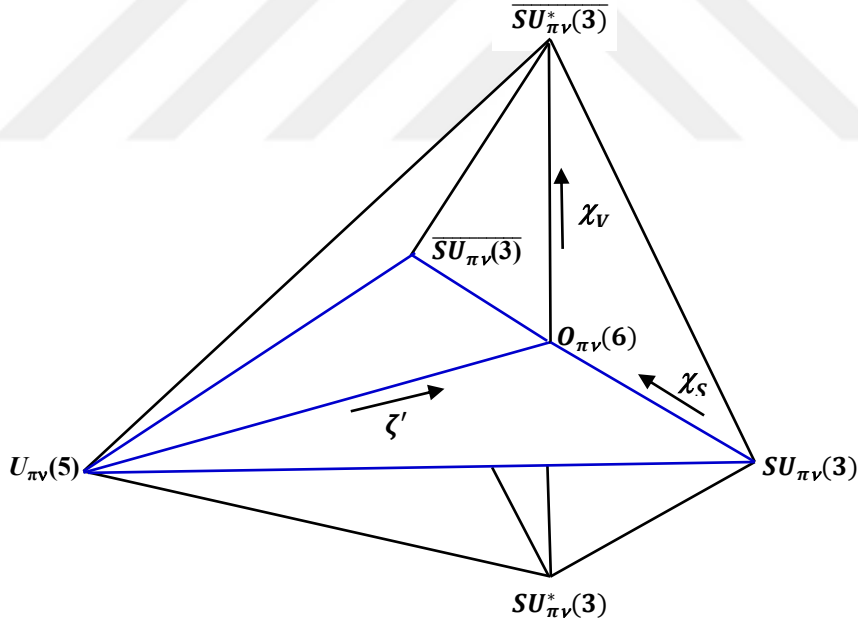
Bu durumda $\chi = +\sqrt{7}/2$ için eksensel simetrik obleyt yapıya karşılık gelen $\overline{SU(3)}$ dinamik simetrisinin, simetri üçgenine dahil edilmesi ile $\chi = -\sqrt{7}/2$ 'den $\chi = +\sqrt{7}/2$ 'e kadar uzanan yapı için, Casten geni Şekil 2.13'deki gibi elde edilir.



Şekil 2.13. Obleyt deforme yapıya karşılık gelen $\chi = +\sqrt{7}/2$ değerinin eklenmesi ile elde edilen simetri geni (Jolie ve ark., 2001)

Şekil 2.13’de çemberler, IBM modelinin dinamik simetrilerini gösterirken; katı noktalar, üçgenin kritik noktalarını gösterir. Kesikli çizgiler ise üçgen içindeki şekil faz geçişi davranışının yörüngelerini gösterir ve üçgen içinde meydana gelen faz geçişlerini haritalar. Bu faz geçişleri merkezdeki nokta üzerindeki $O(6)$ - $U(5)$ yolu boyunca birinci dereceden faz geçişleri olarak gerçekleşir ve üçgenin bacaklarının dışına doğru uzanır. Merkezdeki nokta ise ikinci dereceden faz geçişine karşılık gelir (Jolie ve ark., 2001).

Üçeksenli deforme yapı arasındaki şekil faz geçişleri ise IBM-2 modeli ile ele alınır. IBM-2 hamiltonyeni ζ' , ve proton ve nötron için ayrı ayrı sırasıyla χ_π ve χ_ν olmak üzere üç kontrol parametresi içerir. Buradan hareketle skaler $\chi_S = \frac{1}{2}(\chi_\pi + \chi_\nu)$; ve vektörel $\chi_V = \frac{1}{2}(\chi_\pi - \chi_\nu)$ olmak üzere iki parametre tanımlanır. Şekil faz geçişleri bu parametrelerin değişimine göre tasvir edilir (Caprio ve Iachello, 2005). IBM-2’ye göre elde edilen şekil faz diyagramı üzerinde, bu parametrelerin değişimi Şekil 2.14’de verilmiştir.



Şekil 2.14 Proton-nötron etkileşiminin de göz önünde bulundurulduğu IBM-2 modeli şekil faz diyagramı üzerinde, ζ' , χ_S ve χ_V parametrelerinin değişimi (Caprio ve Iachello, 2005)

Şekil 2.14’de parametrelerin değişim aralığı $0 \leq \zeta' \leq 1$, $-\sqrt{7}/2 \leq \chi_S \leq \sqrt{7}/2$ ve $-\sqrt{7}/2 \leq \chi_V \leq \sqrt{7}/2$ şeklinde olup, şekil faz geçişleri bu parametrelerin değişimine göre ele alınır. Burada χ_S ve χ_V parametreleri, bu parametrelerden bağımsız olan $U_{\pi\nu}(5)$

limit yapısını kapsayacak şekilde ζ' parametresine göre ölçeklendirilmiştir. IBM-2'nin dört limit yapısı, $\chi_v = 0$ için koyu mavi hatla çevrili bölgede oluşur. Bunlar deforme olmayan proton ve nötron akışkanlarından oluşan yapıyı tasvir eden, $U_{\pi\nu}(5)$ limit yapısı, $O_{\nu\pi}(6)$ ($\chi_\pi = \chi_\nu = 0$) γ -kararsız deforme yapısı, $SU_{\pi\nu}(3)$ ($\chi_\pi = \chi_\nu = -\sqrt{7}/2$) eksenel simetrik prolejt yapısı ve $\overline{SU_{\pi\nu}(3)}$ ($\chi_\pi = \chi_\nu = +\sqrt{7}/2$) eksenel simetrik oblejt yapısıdır.

IBM-2'ye özgün simetrik yapılardan biri olan, $SU_{\pi\nu}^*(3)$; denge konfigürasyonu eksenel simetrik prolejt deformasyona sahip proton $\chi_\pi = -\sqrt{7}/2$ ve eksenel simetrik oblejt deformasyona sahip nötron $\chi_\nu = +\sqrt{7}/2$ akısından, proton ve nötron deformasyonlarının yer değiştirdiği diğer yapı, $\overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$ ise $\chi_\pi = +\sqrt{7}/2$ ve $\chi_\nu = -\sqrt{7}/2$ için oluşur. Her iki limit yapısı da üç eksenli deforme nükleer yapıya karşılık gelir (Caprio ve Iachello, 2004).

Böylece elde edilen IBM-2 faz diyagramı eksenel ve üçeksenli yapı arasındaki şekil faz geçişlerini incelemek için kullanılır. Nümerik hesaplamalar $\zeta' = 1$ 'den $\zeta' < 1$ 'e kadar uzanan faz ayrımının üzerinde eksenel simetrik ve üçeksenli deforme fazlar arasında ikinci dereceden faz geçişinin gerçekleştiği bir düzlem olduğunu göstermiştir. Bu düzlem $U_{\pi\nu}(5)$ dinamik simetrisine yakın olan küresel-deforme faz geçişinde son bulur. Küresel deforme faz geçişi, $\chi_\pi = \chi_\nu = 0$ 'da eksenel asimetrik ve üç eksenli faz geçişinin kesişim noktası hariç birinci dereceden faz geçişi olarak gerçekleşir (Cejnar ve Jolie, 2009).

Bu bağlamda $\chi_v = 0$ için ($\chi_s \neq 0$), IBM yapısına indirgenen yapı için denge konfigürasyonu, $\chi_s = \chi$ parametrelili IBM hamiltonyeni için elde edilen yapıya benzer olarak $\beta_\pi = \beta_\nu = \beta$ ve $\gamma_\pi = \gamma_\nu = 0$ için meydana gelir. Enerji yüzeyi $\zeta' \leq 1/5$ için $\beta = 0$ 'da bir minimuma sahiptir ve bu minimum $\zeta' = 1/5$ 'da β parametresine göre kararsız hale gelir. Eğer $\chi = 0$ ise, bu kararsızlık deforme olmayan ($\beta = 0$) ve deforme ($\beta \neq 0$) yapı arasında ikinci dereceden şekil faz geçişine neden olur. Bununla birlikte χ parametresinin herhangi bir değeri için $\beta = 0$ 'da minimum $\zeta' = 1/5$ 'da sıfırdan farklı β parametrelili farklı bir minimum tarafından önlenir ve bu durum birinci dereceden faz geçişine neden olur. Böylece $\zeta' = 1/5$ ve $\chi = 0$ 'da ikinci dereceden faz geçişi noktası birinci dereceden faz geçişi yörüngeleri üzerinde uzanır.

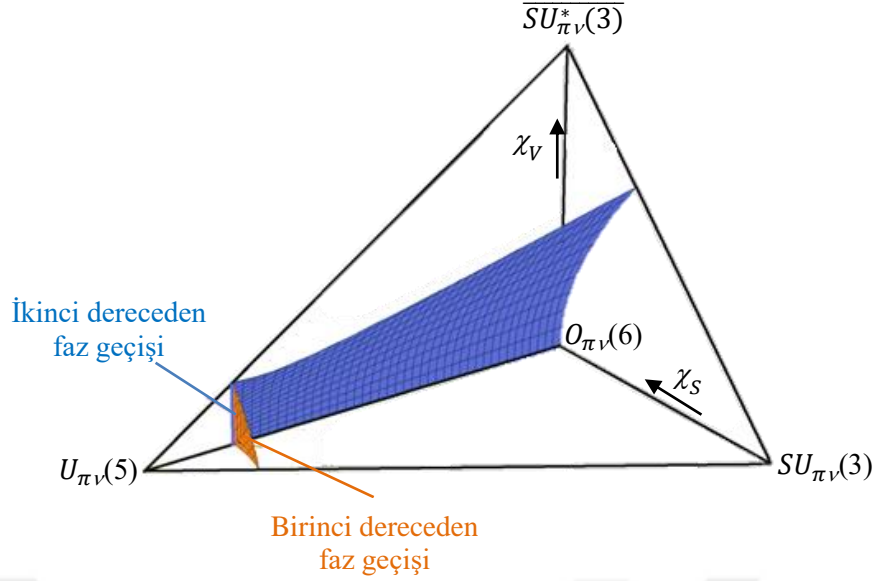
Bunun yanı sıra proleyt ve obleyt yapı arasındaki düzlemi temsil eden $\chi_S = 0$ durumu için minimum noktasının $(\gamma_\pi + \gamma_\nu)/2 = \pi/6$ 'da olması beklenir. Buradan küresel ve deforme yapı arasındaki ikinci dereceden faz geçiş çizgisi, IBM'in ikinci dereceden faz geçiş noktasını kapsayacak şekilde $\zeta' = 1/5$ ve $\chi_S = 0$ noktasında gerçekleşir (Caprio ve Iachello, 2005).

Şekil 2.14'deki şekil faz diyagramında ensağdaki düzleme karşılık gelen $\zeta' = 1$ düzlemi $O_{\pi\nu}(6)$, $SU_{\pi\nu}(3)$, $SU_{\pi\nu}^*(3)$ ve geriye kalan $\overline{SU_{\pi\nu}(3)}$ ve $\overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$ limit yapılarını içerir. Denge deformasyonunun eksensel simetrik olduğu bölgede, $SU_{\pi\nu}(3)$ dinamik simetrisi etrafında, $\gamma_\pi = \gamma_\nu = 0$ değerini, $\overline{SU_{\pi\nu}(3)}$ dinamik simetrisi etrafında ise $\gamma_\pi = \gamma_\nu = \pi/3$ değerini alır. Bu düzlem içindeki denge yapıları daima deforme ($\beta_\pi > 0$ ve $\beta_\nu > 0$) olmakla birlikte değişkenlerin $SU_{\pi\nu}(3)$ değerlerinden uzaklaşması ile eksensel deformasyon γ_π veya γ_ν değişkenlerinin sıfırdan farklı bir değer aldığı üç eksenli deforme yapıya doğru kayar.

Bu düzlem içinde ($\zeta' = 1$) eksensel simetrik ve üç eksenli denge yapılarını ayıran bir sınır eğrisi yer alır. $SU_{\pi\nu}(3) - SU_{\pi\nu}^*(3)$ boyunca ($\chi_\pi = -\sqrt{7}/2$) geçiş, sabit $\gamma_\pi = 0$ için, γ_ν parametresine göre kararsız olan $\chi_\nu \cong 0.4035$ civarında gerçekleşir (Caprio ve Iachello, 2004).

Bu bağlamda $\zeta' = 1$ düzleminde, χ_π parametresinin sabit olduğu $SU_{\pi\nu}(3) - SU_{\pi\nu}^*(3)$ ($\chi_\pi = -\sqrt{7}/2$) ve $\overline{SU_{\pi\nu}(3)} - \overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$ ($\chi_\pi = +\sqrt{7}/2$) yolları ve χ_ν parametresinin sabit olduğu $SU_{\pi\nu}(3) - \overline{SU_{\pi\nu}^*(3)}$ ($\chi_\nu = -\sqrt{7}/2$) ve $\overline{SU_{\pi\nu}(3)} - SU_{\pi\nu}^*(3)$ ($\chi_\nu = +\sqrt{7}/2$) yolları üzerindeki bir noktadan yatay olarak uzanan geçiş çizgileri proleyt-üç eksenli ve üç eksenli-obleyt ikinci dereceden faz geçiş eğrileri ile kesişir. $O_{\pi\nu}(6)$ limit yapısı ise daima γ -kararsız ve üçeksenli deforme yapı arasındaki ikinci dereceden faz geçişi noktasında yer alır. Buradan eksensel ve üçeksenli deforme yapı arasındaki faz geçişlerinin her yerde ikinci dereceden faz geçişi olarak gerçekleştiği sonucuna varılır (Caprio ve Iachello, 2005).

Tüm bu veriler ışığında, IBM-2 Hamiltonyeni için enerji yüzeylerinin β_π , β_ν , γ_π ve γ_ν parametrelerine göre minimize edilmesiyle nümerik olarak elde edilen şekil faz geçiş yüzeyleri diyagramı Şekil 2.15'de verilmiştir.

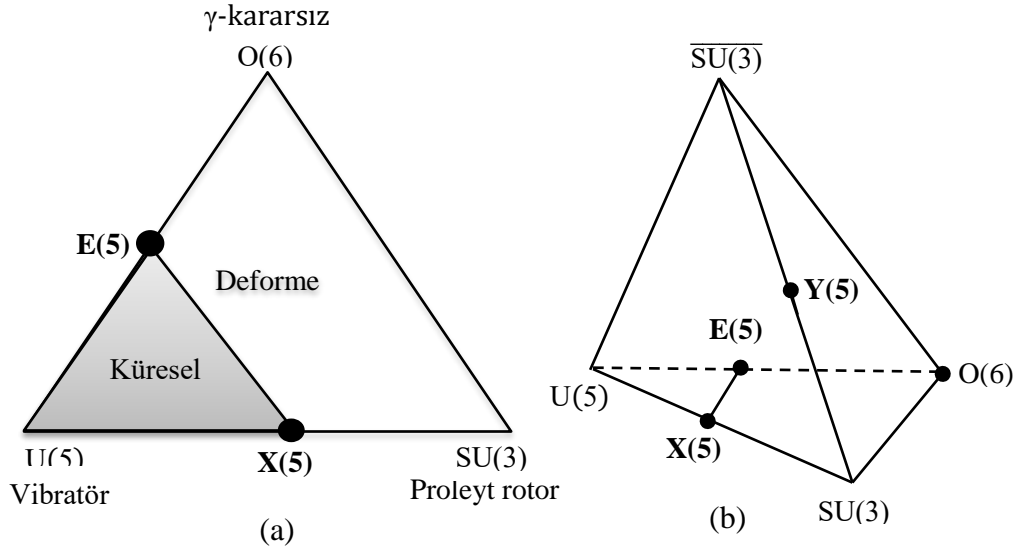


Şekil 2.15. IBM-2 Hamiltoniyeni ζ' , χ_S ve χ_V parametreleri uzayında küresel, eksensel simetrik deforme ve üçeksenli deforme bölgeleri arasında birinci dereceden (turuncu) ve ikinci dereceden (mavi) faz geçiş yüzeyleri (Caprio ve Iachello, 2004)

Burada komşu örgü noktalarına göre enerji denkleminin farklı yerel minimum noktalarının tümü gözönünde bulundurulmuş ve nümerik hesaplamalar Hamiltonyen ifadesinde $N_\pi = N_\nu$ olarak alınmıştır (Caprio ve Iachello, 2004; 2005). Şekil 2.15'de küresel, eksensel deforme ve üçeksenli deforme denge şekilleri arasındaki birinci dereceden faz geçiş yüzeyi turuncu ikinci dereceden faz geçiş yüzeyi ise mavi ile gösterilmiştir.

2.5. Kritik Nokta Simetrileri

Kritik nokta simetri kavramı çok cisimli sistemlerde şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen nükleer yapıyı tasvir etmek için ortaya atılmıştır (Iachello, 2000; Iachello, 2001). Kritik noktada nükleer yapı çok hızlı değişir ve sistem bir fazdan diğer faza şekil faz geçişine maruz kalır. Buradan U(5) ve O(6) arasında küresel vibratörden γ -kararsız yapıya şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen ikinci dereceden kritik nokta simetrisi E(5) (Iachello, 2000); U(5) ve SU(3) arasında küresel vibratörden eksensel simetrik prolept deforme yapıya karşılık gelen birinci dereceden kritik nokta simetrisi ise X(5) (Iachello, 2001) olarak adlandırılır. Bu iki kritik nokta simetrisinin simetri üçgenine yerleştirilmesi ile simetri üçgeni Şekil 2.16 (a)'da görüldüğü gibi küresel ve deforme olmak üzere iki bölgeye ayrılır.



Şekil 2.16. (a) $E(5)$ ve $X(5)$ kritik nokta simetrisi ve limit yapılar (Casten, 2006) (b) $\overline{SU(3)}$ obleyt deforme yapının eklenmesi ile γ serbestlik derecesine göre şekil faz diyagramı (Iachello, 2003)

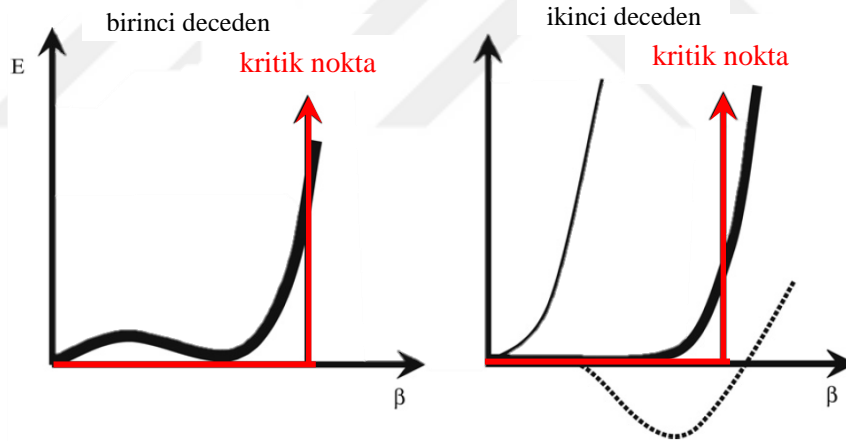
Üçeksenli deforme yapı arasındaki şekil faz geçişi için ise iki tane kritik nokta simetrisi tanımlanmıştır. Bunlardan ilki eksensel simetrik yapıdan üçeksenli deforme yapıya şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen ve Şekil 2.16 (b)'de görüldüğü gibi $SU(3)$ ve $\overline{SU(3)}$ limit yapılar arasındaki bölgede yer alan; $Y(5)$ kritik nokta simetrisi (Iachello, 2003), ikincisi ise IBM'de doğrudan bir görüntüye sahip olmayan ve üçeksenli vibratör yapıdan katı üçeksenli rotor yapıya şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen $Z(5)$ (Bonatsos ve ark., 2004a) kritik nokta simetrisidir.

Obleyt deforme yapının simetri üçgenine eklenmesi ile $O(6)$ limit yapısı proleyt-obleyt şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen kritik nokta simetrisi olduğu gösterilmiştir (Jolie ve ark., 2001). $O(6)$ kritik nokta simetrisi hem IBM'in $U(6)$ grubunun bir dinamik simetrisi hem de proleyt-obleyt şekil faz geçişine karşılık gelen bir kritik nokta simetrisi olması bakımından benzersizdir ve diğer kritik nokta simetrilerinden önemli birkaç farklılığa sahiptir. $Y(5)$ kritik nokta simetrisi ile birlikte $O(6)$ kritik nokta simetrisi $E(5)$, $X(5)$ ve $Z(5)$ kritik nokta simetrilerinden farklı olarak β yerine γ değişkeni kullanılarak inşa edilir. Bundan başka $O(6)$ limit yapısı tam olarak çözülebilir ve bundan dolayı kritik noktadaki davranışın analitik olarak tanımlanması için herhangi bir yaklaşıma gerek yoktur. Son olarak ve en önemlisi de $O(6)$ kritik nokta simetrisi için tam çözüm $N_B \rightarrow \infty$ için değil her hangi bir N_B değeri için elde edilir.

Geriyeye kalan kritik nokta simetrisi ise grup cebri ile değil N_B bozon sayısının sonsuza gittiği klasik limit değerinde Geometrik kollektif model çatısı altında ele alınır. Kritik nokta simetrisi çekirdeğin kollektif hareketini tasvir eden Bohr Hamiltonyeninin analitik çözümleridir. İki kollektif değişken (β, γ) ve θ_i ($i=1,2,3$), üç Euler açısı olmak üzere beş boyutlu uzayda yer alan Bohr Hamiltonyenini (Bohr, 1952) aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_k \frac{L_k^2}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right)} \right] + V(\beta, \gamma)$$

Kritik nokta simetrisinin Bohr Hamiltonyenini ile nasıl inşa edileceği ise IBM hamiltonyenini ile elde edilen potansiyel enerji yüzeylerinin kollektif değişkenlere göre değişim grafiği incelenerek bulunur. Buradan Şekil 2.17’de birinci dereceden faz geçişleri ve ikinci dereceden faz geçişleri için potansiyel enerji yüzeylerinin β parametresine göre değişim grafiği verilmiştir (Casten, 2009).

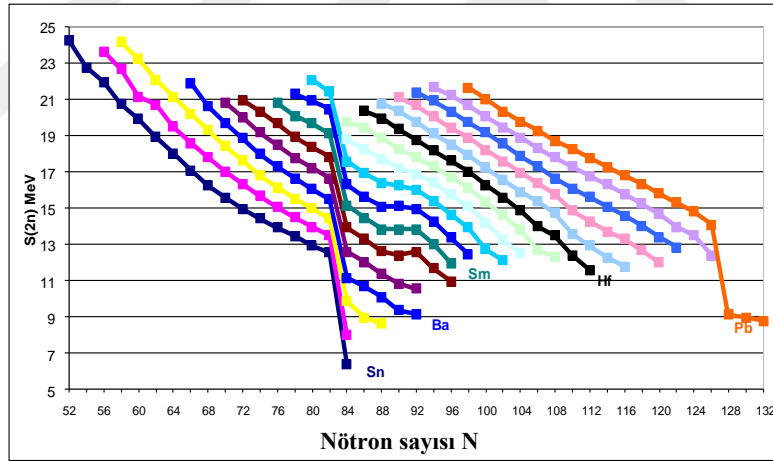


Şekil 2.17. Birinci (X(5)) ve ikinci dereceden (E(5)) faz geçişlerinin potansiyel enerji yüzeylerinin, β parametresine göre şematik gösterimi (Casten, 2009)

Şekil 2.17’de birinci dereceden faz geçişinde β parametresinin bir fonksiyonu olan $V(\beta)$ kollektif potansiyelinin, birbiri ile rekabet eden küresel ($\beta = 0$) ve deforme ($\beta \neq 0$) olmak üzere iki tane minimum noktası içerdiği görülür. Bu iki minimum noktasının kesiştiği nokta şekil faz geçişinin gerçekleştiği kritik nokta simetrisine (X(5)) karşılık gelir. Daha az valans nükleona sahip olan çekirdekte deforme minimum noktası daha yüksek iken, daha fazla sayıda valans nükleon içeren çekirdekte deforme minimum noktası denge konfigürasyonunda bulunur. Böylece çekirdekte birinci dereceden faz

geçiş davranışı iki minimum noktası arasında bulunan bariyerin yüksekliğine bağlı olarak değişir.

İkinci dereceden faz geçişi için Şekil 2.17’de farklı valans nükleon sayısı için üç potansiyel eğrisi verilmiştir. Burada potansiyel, küresel ($\beta = 0$) ve faz geçişinden sonra deforme ($\beta \neq 0$) olmak üzere bir minimum noktasına sahiptir. Ortadaki eğri ise tam şekil faz geçişinin gerçekleştiği kritik noktaya karşılık gelir ($E(5)$) ve burada potansiyel tabanının oldukça düz olduğu görülür. Bu tür geçişler tek bir minimum noktasına sahip olan γ kararsız potansiyel durumuna özgüdür. Atom çekirdeklerinde şekil faz geçişi davranışının gözlenebildiği diğer önemli bir gözlenebilir, çift-çift çekirdekte S_{2n} ; iki nötron ayrılma enerjileridir. Buradan Şekil 2.18’de bazı çift-çift izotop bölgesi için iki nötron ayrılma enerjilerinin N nötron sayısına göre değişim grafiği verilmiştir. Burada yeni kabuklarda kayda değer biçimde daha az sıkı bağlı olan valans nükleonlardan dolayı kapalı kabuklardan hemen sonra nötron ayrılma enerjilerinde büyük düşüşler görülür.



Şekil 2.18. Bazı ağır çift-çift çekirdek bölgesi için S_{2n} ; iki nötron ayrılma enerjileri

Bununla birlikte bu lineer azalmaya karşı $N = 90$ yakınlarında S_{2n} değerlerinde aniden ortaya çıkan bir düzlüğün olduğu belirlenir. Bu düzlüğün tam olarak küreselden deforme yapıya şekil faz geçiş noktasını işaret ettiği kabul edilir (Casten, 2009). Buradan tüm kritik nokta simetrisi Bohr Hamiltonyeni içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak inşa edilir. Bunun yanı sıra, potansiyel enerji yüzeylerinin bazı çekirdek bölgeleri için, β parametresine göre incelendiği mikroskobik çalışmalarla da (Meng ve ark., 2005; Sheng ve Guo, 2005; Fossion ve ark., 2006), tam şekil faz geçiş noktasında potansiyel tabanının düz olduğu varsayımını, destekler nitelikte sonuçlar elde edilmiştir.

2.5.1. E(5) Kritik Nokta Simetrisi

Küresel vibratör ve γ -kararsız yapı arasında şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen E(5) (Iachello, 2000) kritik nokta simetrisi, Bohr Hamiltonyeninin γ -bağımlı çözümü olup çözüm sadece β parametresine bağlı potansiyel için elde edilir. Bohr Hamiltonyeni içinde potansiyel $V(\beta, \gamma) = U(\beta)$ ve dalga fonksiyonu $\Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = f(\beta)\Phi(\gamma, \theta_i)$ şeklinde alınarak elde edilen Schrodinger denklemi, değişkenlerine ayırma metodu ile açılmal ve radyal olmak üzere iki kısma ayrılır. Açılmal Schrodinger denklemin çözümünden ayrılmal parametresi, $\Lambda = \tau(\tau+3)$ şeklinde O(5) grubunun τ kuantum sayısına bağlı olarak elde edilir. Açılmal schrodinger denkleminde elde edilen çözüm ile birlikte indirgenmiş enerji; $\varepsilon = 2BE/\hbar^2$ ve indirgenmiş potansiyel; $u = 2BU/\hbar^2$ ifadeleri kullanılarak, β parametresine bağlı radyal Schrodinger denklemi aşağıdaki gibi alınır.

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{\tau(\tau+3)}{\beta^2} + u(\beta) \right] f(\beta) = \varepsilon f(\beta) \quad (2.8)$$

Aşağıdaki gibi alınan sonsuz kare kuyu potansiyeli için,

$$\begin{aligned} u(\beta) &= 0, & \beta &\leq \beta_W \\ u(\beta) &= \infty, & \beta &> \beta_W \end{aligned}$$

Eşitlik 2.8, dalga fonksiyonu, $\varphi(\beta) = \beta^{3/2} f(\beta)$ şeklinde alınarak, $z = \beta k$ ($\varepsilon = \sqrt{k}$) dönüşümü altında özfonksiyonları $J_\nu(z)$; Bessel fonksiyonları ile ilişkili olan aşağıdaki gibi Bessel diferansiyel denklemine dönüşür.

$$\varphi'' + \frac{\varphi'}{z} + \left[1 - \frac{\nu^2}{z^2} \right] \varphi = 0, \quad \nu = \tau + \frac{3}{2}$$

Buradan $\varphi(\beta_W) = 0$ sınır koşulu için, E(5) kritik nokta simetrisi için enerji spektrumu Bessel fonksiyonlarına göre aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{\xi, \tau} = \frac{\hbar^2}{2B} k_{\xi, \tau}^2, \quad k_{\xi, \tau} = \frac{x_{\xi, \tau}}{\beta_W} \quad (2.9)$$

Eşitlik 2.9'da $x_{\xi, \tau}$; $J_\nu(z)$ Bessel fonksiyonunun ξ . kökünü gösterir. Her bir τ kuantum sayısı için, O(5) grubu için tanımlanan $\Lambda = \tau - 3\nu_\Delta \geq 0$, $\nu_\Delta = 0, 1, 2, \dots$ koşulundan

izinli açısai momentum değeri, $L = 2\Lambda, 2\Lambda - 2, 2\Lambda - 3, \dots, \Lambda + 1, \Lambda$ şeklinde belirlenir. Bu bağlamda E(5) kritik nokta simetrisi çözümlü O(5) simetrisini de içerir. E(5) durumunda açısai momentum değeri $L_{\xi, \tau}$ şeklinde gösterilir.

E(5) için $R_{4/2} = E(4_{1,2}^+)/E(2_{1,1}^+) = 2.20$ şeklinde belirlenmiştir (Iachello, 2000). Burada $\xi = 1$ temel seviye bandına (gsb), $\xi = 2$ ise β_1 -bandına karşılık gelir, γ_1 -bandı enerji seviyeleri ise gsb ile dejenere olup gsb içinde tekrarlanır. E(5) çekirdekleri olarak ilk olarak ^{134}Ba ^{102}Pd ve bazı Ru izotopları alınır.

2.5.2. X(5) Kritik Nokta Simetrisi

Küresel vibratörden (U(5)), eksensel simetrik deforme prolept yapıya (SU(3)) şekil faz geçiş noktasında yer alan X(5) (Iachello, 2001) kritik nokta simetrisi, Bohr Hamiltonyenin $\gamma \cong 0$ için yaklaşık çözümüdür. Burada çözüm, potansiyel ifadesi $V(\beta, \gamma) = V(\beta) + V(\gamma)$ şeklinde alınarak aranır. X(5) kritik nokta simetrisinde potansiyelin $\gamma = 0^\circ$ 'da derin bir minimuma sahip olduğu göz önünde bulundurulur ve Bohr Hamiltonyeni içinde en son terim $\gamma = 0^\circ$ civarında aşağıdaki gibi alınır.

$$\sum_k \frac{L_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \cong \frac{4}{3}(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) + L_3^2 \left(\frac{1}{\sin^2\gamma} - \frac{4}{3} \right)$$

Burada L_k ; açısai momentum operatörlerine, $k = 1, 2, 3$ ise \hat{x}' , \hat{y}' ve \hat{z}' cisim sabitli kartezyen koordinatlara karşılık gelir. Bohr Hamiltonyenine karşılık gelen Schrodinger denkleminde, dalga fonksiyonu $\Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \varphi_K^L(\beta, \gamma) D_{M,K}^L(\theta_i)$ şeklinde alınır. Burada $D(\theta_i)$; Euler açılarının Wigner fonksiyonunu M ve K ise sırasıyla L açısai momentum operatörünün laboratuvar sabitli \hat{z} -ekseni ve cisim sabitli \hat{z}' -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösterir. Wigner fonksiyonlarına göre çözüm $L(L + 1)$ şeklinde elde edilir. Potansiyel ifadesi $V(\beta, \gamma)$, γ içinde periyodik olup, periyodu $2\pi/3$ olan bu potansiyel, yeniden etiketlenen iç eksenler altında potansiyel enerjinin değişmeden kalmasını sağlayan $\pi/3$ civarında bir simetriye sahiptir (Caprio, 2005). Bohr Hamiltonyeninde indirgenmiş enerji; $\varepsilon = 2BE/\hbar^2$, indirgenmiş potansiyel $u = 2BV/\hbar^2$ ifadeleri kullanılarak, potansiyel ifadesi; $u(\beta, \gamma) = u(\beta) + u(\gamma)$ enerji ifadesi $\varepsilon = \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma$ ve dalga fonksiyonu $\varphi_K^L(\beta, \gamma) = \xi_L(\beta)\eta_K(\gamma)$ için Schrodinger denklemi yaklaşık olarak radyal ve açısai olmak üzere aşağıdaki gibi iki kısma ayrılır.

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{4\beta^2} L(L+1) + u(\beta) \right] \xi_L(\beta) = \varepsilon_\beta \xi_L(\beta)$$

$$\left[-\frac{1}{\langle \beta^2 \rangle} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{4\langle \beta^2 \rangle} K^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \gamma} - \frac{4}{3} \right) + u(\gamma) \right] \eta_K(\gamma) = \varepsilon_\gamma \eta_K(\gamma)$$

Açısal Schrodinger denkleminde, $\xi_L(\beta)$ üzerinden β^2 'nin ortalama değerini gösteren $\langle \beta^2 \rangle$ parametresini içeren bu yaklaşık çözümde, X(5) kritik nokta simetrisi, β içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli; $u(\beta) = 0$, $\beta \leq \beta_W$ ve $u(\beta) = \infty$, $\beta > \beta_W$, γ içinde harmonik osilatör potansiyeli; $u(\gamma) = (3c)^2 \gamma^2 / 2$ kullanılarak inşa edilir. X(5) kritik nokta simetrisi için çözüm $\nu = \left(\frac{L(L+1)}{3} + \frac{9}{4} \right)^{1/2}$ mertebeden Bessel fonksiyonlarına göre elde edilir (Iachello, 2001).

X(5) kritik nokta simetrisi için tam çözüm ise Bohr Hamiltonyeninde indirgenmiş potansiyel ifadesi $u(\beta, \gamma) = u(\beta) + u(\gamma) / \beta^2$ şeklinde alınarak elde edilmiştir. Bu çözüm tam değişkenlerine ayrılmış anlamında (exactly separable) ES-X(5) (Bonatsos ve ark., 2007a) olarak adlandırılmıştır. Bu çözümde radyal ve açısal Schrodinger denklemini ise aşağıdaki gibi alırız.

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{L(L+1)}{3\beta^2} + u(\beta) + \frac{Q}{\beta^2} \right] \xi_L(\beta) = \varepsilon \xi_L(\beta) \quad (2.10)$$

$$\left[-\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{K^2}{4} \left(\frac{1}{\sin^2 \gamma} - \frac{4}{3} \right) + u(\gamma) \right] \eta_K(\gamma) = Q \eta_K(\gamma) \quad (2.11)$$

Burada Q değeri açısal Schrodinger denkleminin çözümünden belirlenir ve bunun için Eşitlik 2.11 $\gamma \cong 0$ ($\sin 3\gamma \approx \gamma$) ve $u(\gamma) = (3c)^2 \gamma^2 / 2$ potansiyel formu için aşağıdaki gibi alırız.

$$\left[-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{K^2}{4\gamma^2} + (3c)^2 \frac{\gamma^2}{2} \right] \eta_K(\gamma) = \varepsilon_\gamma \eta_K(\gamma) \quad (2.12)$$

Eşitlik 2.12'de $\varepsilon_\gamma = Q + K^2/3$ şeklinde olup, bu denklemin çözümü Laguerre polinomlarına göre elde edilir. Burada n ; Laguerre polinomunun köklerinin sayısını belirten kuantum sayısı olmak üzere, $n = (n_\gamma - |K/2|)/2$ ve $\varepsilon_\gamma = 3c(n_\gamma + 1)$ şeklinde elde edilir.

Eşitlik 2.10 ise, $u(\beta)$; sonsuz kare kuyu potansiyeli ve dalga fonksiyonu $\tilde{\xi}(\beta) = \beta^{3/2}\xi(\beta)$ için, $z = \beta k_\beta$ ($\varepsilon = \sqrt{k_\beta}$) dönüşümü altında özfonksiyonları $J_\nu(z)$ ilişkili olan Bessel diferansiyel denkleminde dönüşür. Burada,

$$\nu = \left(\frac{L(L+1) - K^2}{3} + \frac{9}{4} + 3c(n_\gamma + 1) \right)^{1/2}$$

şeklinde belirlenir. Sınır koşulu $\tilde{\xi}(\beta_W) = 0$ için ES-X(5) modeli enerji özdeğerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\varepsilon_{\beta,s,L} = (k_{s,L})^2, \quad k_{s,L} = \frac{x_{s,L}}{\beta_W} \quad (2.13)$$

Burada $x_{s,L}$; $J_\nu(k_{s,L}\beta)$ Bessel fonksiyonunun s . kökünü gösterir. ES-X(5) modeli için açısal momentum değerleri L_{s,n_γ} şeklinde etiketlenir. Açısal momentumun izinli değerleri ise $K = 0$ için, $L = 0, 2, 4, \dots$ şeklinde, $K \neq 0$ için ise, $L = K, K+1, K+2, \dots$ şeklinde belirlenir. Enerji seviyeleri ise $n = s - 1$ bağıntısı ile inşa edilir. Temel seviye bandı, $s = 1$, $n_\gamma = 0$ ($K = 0$), β_1 -bandı, $s = 2$, $n_\gamma = 2$ ($K = 0$), γ_1 -bandı enerji seviyeleri ise $s = 1$, $n_\gamma = 1$ ($K = 2$) ile karakterize edilir.

X(5) kritik nokta simetrisi için $R_{4/2} = 2.91$ olarak belirlenir. Değişkenlerin yaklaşık olarak ayrıldığı X(5) ve tam çözümün elde edildiği ES-X(5) çözümlerinde elde edilen sonuçlar $V(\gamma)$ potansiyel seçiminden bağımsızdır. Her iki çözümde de $V(\gamma)$ potansiyeli küçük γ değerleri için γ^2 ile orantılı olarak $(3c)^2 \gamma^2 / 2$ şeklinde alınır. Burada alınan c parametresi, Bohr Hamiltonyenin γ -sertliğinin bir ölçüsü olan ve nümerik hesaplamalarla elde edilen (Caprio, 2005) $a \equiv 2AB\beta_W^2/\hbar^2$ parametresine bağlıdır ve $c = \sqrt{a}/3$ şeklinde ifade edilir (Bonatsos ve ark., 2007b).

Bohr Hamiltonyenin γ -sertliği direkt olarak IBM hamiltonyeninde yer alan ve polar açığı belirleyen $|\chi|$ parametresi ile ilişkilidir (Hinke ve ark., 2006). Aynı zamanda β deformasyon parametresinin minimum noktasına, N_B bozon sayısına ve kuadropol etkileşim gücüne de bağlı olan bu parametrenin, $a = 0$ değerinde, potansiyel γ -bağımsız olup, Hamiltonyen E(5) Hamiltonyenine indirgenir, a 'nın sıfırdan farklı değerlerinde ise çözüm $\gamma = 0$ civarında sınırlandırılır. Çok büyük a değerlerinde ise, enerji bandları arasındaki boşlukların katı rotor deforme yapıya doğru kaydığı görülür (Caprio, 2005).

Buradan X(5) için nümerik hesaplamalar $a = 200$ ve $a = 1000$ değerleri için yapılmıştır. Nadir toprak elementleri geçiş çekirdekleri ($N \approx 90$) için ise, a parametresi 200 ve 300 arasında alınmıştır (Caprio, 2005). Bu bağlamda X(5) modeli teorik hesaplamaları için en uygun aday çekirdekler, $N = 90$ izotonları, ^{150}Nd , ^{152}Sm , ^{154}Gd ve ^{156}Dy olarak belirlenir.

2.5.3. Z(5) Kritik Nokta Simetrisi

Küresel üç eksenli yapı ve katı üç eksenli rotor arasında şekil faz geçiş noktasında yer alan Z(5) (Bonatsos ve ark., 2004a) kritik nokta simetrisi, maksimum asimetric şekle karşılık gelen $\gamma \cong 30^\circ$ için Bohr Hamiltonyenin yaklaşık çözümüdür. Bu durumda potansiyel $\gamma = 30^\circ$ civarlarında bir minimuma sahip olup, Bohr Hamiltonyeninde son terim aşağıdaki gibi alınır.

$$\sum_k \frac{L_k^2}{\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}k)} \cong L_1^2 + 4(L_2^2 + L_3^2) = 4(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) - 3L_1^2$$

İndirgenmiş enerji, $\varepsilon = 2BE/\hbar^2$ ve indirgenmiş potansiyel, $u = 2BV/\hbar^2$ ifadeleri kullanılarak elde edilen Schrodinger denkleminde, toplam dalga fonksiyonu $\Psi(\beta, \gamma, \theta_i) = \xi_{L,\alpha}(\beta)\eta(\gamma)D_{M,\alpha}^L(\theta_i)$, potansiyel $u(\beta, \gamma) = u(\beta) + u(\gamma)$ ve enerji $\varepsilon = \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma$ şeklinde alınarak radyal ve açısal Schrodinger denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{4\beta^2} (4L(L+1) - 3\alpha^2) + u(\beta) \right] \xi_{L,\alpha}(\beta) = \varepsilon_\beta \xi_{L,\alpha}(\beta) \quad (2.14)$$

$$\left[-\frac{1}{\langle \beta^2 \rangle} \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + u(\gamma) \right] \eta(\gamma) = \varepsilon_\gamma \eta(\gamma) \quad (2.15)$$

Burada α ; L açısal momentumun cisim sabitli \hat{x}' -ekseni üzerindeki izdüşümünü (Meyer-Ter-Vehn, 1975) gösterir ve sadece çift değerler alır. Burada M ise açısal momentumun laboratuvar sabitli \hat{z} -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösterir. Açısal Schrodinger denkleminin spektrumunu elde etmek için Eşitlik 2.15 aşağıdaki gibi yazılır.

$$\left[-\frac{1}{\langle \beta^2 \rangle} \left(\frac{\partial^2}{\partial \gamma^2} + 3 \frac{\cos 3\gamma}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + u(\gamma) \right] \eta(\gamma) = \varepsilon_\gamma \eta(\gamma)$$

Burada $\gamma = \pi/6$ 'da bir minimuma sahip olan harmonik osilatör potansiyel ifadesi $u(\gamma) = \frac{1}{2}c\left(\gamma - \frac{\pi}{6}\right)^2 = \frac{1}{2}c\tilde{\gamma}^2$ şeklinde alınarak elde edilen denklemde, $\gamma \approx \pi/6$ için $\cos 3\gamma$ terimi kaybolur ve bu durumda yukarıdaki denklem aşağıdaki formda yeniden yazılır.

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial \tilde{\gamma}^2} + \frac{1}{2}c\langle \beta^2 \rangle \tilde{\gamma}^2 \right] \eta(\tilde{\gamma}) = \varepsilon_{\tilde{\gamma}} \langle \beta^2 \rangle \eta(\tilde{\gamma})$$

Buradan bu basit harmonik osilatör denklemi için enerji özdeğerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\varepsilon_{\tilde{\gamma}} = \sqrt{\frac{2c}{\langle \beta^2 \rangle}} \left(n_{\tilde{\gamma}} + \frac{1}{2} \right) \quad , \quad n_{\tilde{\gamma}} = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

Eşitlik 2.14'de verilen β parametresine bağlı olan denklem için, α kuantum sayısı yerine $n_{\omega} = L - \alpha$ şeklinde tanımlanan (Meyer-Ter-Vehn, 1975) wobbling kuantum sayısı kullanılır. Buradan β parametresine bağlı radyal denklem aşağıdaki gibi alınır.

$$\left[-\frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{4\beta^2} [L(L+4) + 3n_{\omega}(2L - n_{\omega})] + u(\beta) \right] \xi_{L,\alpha}(\beta) = \varepsilon_{\beta} \xi_{L,\alpha}(\beta)$$

Sonsuz kare kuyu potansiyeli $u(\beta) = 0$, $\beta \leq \beta_W$ ve $u(\beta) = \infty$, $\beta > \beta_W$ ve dalga fonksiyonu, $\tilde{\xi}(\beta) = \beta^{3/2} \xi(\beta)$ için $z = \beta k_{\beta}$ ($\varepsilon_{\beta} = \sqrt{k_{\beta}}$) dönüşümü altında enerji özfonksiyonları; $\nu = \frac{\sqrt{L(L+4)+3n_{\omega}(2L-n_{\omega})+9}}{2}$ şeklinde $J_{\nu}(z)$ Bessel diferansiyel denkleminde dönüşür. Buradan sınır koşulu, $\tilde{\xi}(\beta_W) = 0$ için enerji spektrumu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\varepsilon_{\beta,s,n_{\omega},L} = (k_{s,\nu})^2 \quad , \quad k_{s,\nu} = \frac{x_{s,\nu}}{\beta_W} \quad (2.17)$$

Z(5) kritik nokta simetrisi için, açısal momentum $L_{s,n_{\omega}}$ şeklinde etiketlenir ve izinli açısal momentum değerleri wobbling kuantum sayısına göre, $L = n_{\omega}, n_{\omega} + 2, n_{\omega} + 4, \dots$ şeklinde belirlenir. Temel seviye bandı enerji seviyeleri $s = 1, n_{\omega} = 0$; β_1 -bandı enerji seviyeleri $s = 2, n_{\omega} = 0$ ile karakterize edilir, γ_1 -bandı çift enerji seviyeleri, $s = 1, n_{\omega} = 2$; tek enerji seviyeleri ise $s = 1, n_{\omega} = 1$ kullanılarak oluşturulur. Z(5) kritik nokta

simetrisi için $R_{4/2} = 2.35$ olarak hesaplanmış ve bu model için ilk aday çekirdekler ^{192}Pt ve ^{196}Pt izotopları olarak belirlenmiştir.

2.5.4. Y(5) Kritik Nokta Simetrisi

Eksensel simetrik ve üç eksenli deforme yapı arasındaki şekil faz geçişi noktasına karşılık gelen Y(5) (Iachello, 2003) kritik nokta simetrisi, faz geçişlerinin açılı değişkenleri ile ele alınması ile oluşturulur. Teorik alt yapısı diğer kritik nokta simetrislerinden farklı olan Y(5) kritik nokta simetrisi, β değişkeni içinde harmonik osilatör potansiyeli, γ değişkeni içinde ise sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak inşa edilir.

Bu bağlamda çözüm, $u(\beta, \gamma) = \frac{2B}{\hbar^2} V(\beta, \gamma) = u(\beta) + u(\gamma)$ için yaklaşık olarak değişkenlerine ayrılmış radyal ve açısal Schrodinger denklemleri göz önünde bulundurularak aranır. Radyal Schrodinger denkleminde $u(\beta) = \frac{1}{2} u_0 (\beta - \beta_0)^2$ lineer harmonik osilatör potansiyeli için çözüm, $\beta - \beta_0 = \beta_1 x$ şeklinde alınarak elde edilir (Bohr, 1952). Buradan β spektrumu için enerji denklemi aşağıdaki gibi alınır.

$$E_\beta = \frac{2\hbar^2}{B\beta_1^2} + \hbar \sqrt{\frac{u_0}{B}} (n_\beta + 1) \quad , \quad n_\beta = 0, 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

Açısal Schrodinger denklemi ise, $u(\gamma) = 0, \gamma \leq \gamma_W$ ve $u(\gamma) = \infty, \gamma > \gamma_W$ sonsuz kare kuyu potansiyeli için, $\gamma_W \ll 60^\circ$ durumunda, $\sin 3\gamma \approx \gamma$ olacak şekilde aşağıdaki denkleme indirgenir.

$$\left[-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + M'^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} - \frac{4}{3} \right) \right] \eta(\gamma) = \tilde{\epsilon}_\gamma \eta(\gamma) \quad (2.19)$$

Burada $M' = \frac{K}{2}$ ve $\tilde{\epsilon}_\gamma = \langle \beta^2 \rangle \epsilon_\gamma$ olmak üzere, Eşitlik 2.19 $z = k\gamma$ ($\tilde{\epsilon}_\gamma = k^2 - \frac{4}{3} M'^2$) dönüşümü ile özfonksiyonları $J_{M'}(z)$ Bessel fonksiyonu ile ilişkili olan Bessel diferansiyel denklemine dönüşür.

$$\frac{d^2 \eta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\eta}{dz} + \left[1 - \frac{M'^2}{z^2} \right] \eta = 0$$

Buradan $\eta(\gamma_W) = 0$ sınır koşulu için Y(5) kritik nokta simetrisi γ spektrumu enerji özdeğerleri aşağıdaki gibi alınır.

$$\tilde{\epsilon}_{\gamma,s',M'} = k_{s',M'}^2 - \frac{4}{3}M'^2 \quad , \quad k_{s',M'} = \frac{x_{s',M'}}{\gamma_W} \quad (2.20)$$

Eşitlik 2.20'de $x_{s',M'}$, $J_{M'}(z)$ Bessel fonksiyonunun s' . kökünü belirtir, $M' = 0$ dışında enerji spektrumu dejenere olup, açısal momentum operatörü $L_{s',M'}$ şeklinde etiketlenir. Temel seviye bandı $s' = 1$, $M' = 0$; γ_1 -bandı enerji seviyeleri ise $s' = 1$, $M' = 1$ ile karakterize edilir. Y(5) kritik nokta simetrisi için $R_{4/2} = 3.33$ şeklinde belirlenir. Bu bağlamda Y(5) kritik nokta simetrisi için aday çekirdekler, eksensel simetrik deforme bölgede yer alan ancak üç eksenli rotor yapının γ -bandı enerji seviyelerindeki sıçrama davranışı göz önünde bulundurularak belirlenir.

2.6. Bohr Hamiltonyenin γ -Katı Çözümleri

Bohr Hamiltonyenin γ -katı çözümü olarak Z(4) (Bonatsos ve ark., 2005) ve X(3) (Bonatsos ve ark., 2006a) olmak üzere iki model önerilmiştir. Her iki model sadece β titreşimlerinin göz önünde bulundurulduğu ve çekirdeğin nükleer şeklin eksensel simetriden sapmasını belirleyen γ parametresine göre katı olduğu kabul edilen Davdov ve Chaban (1960) yaklaşımına göre oluşturulur.

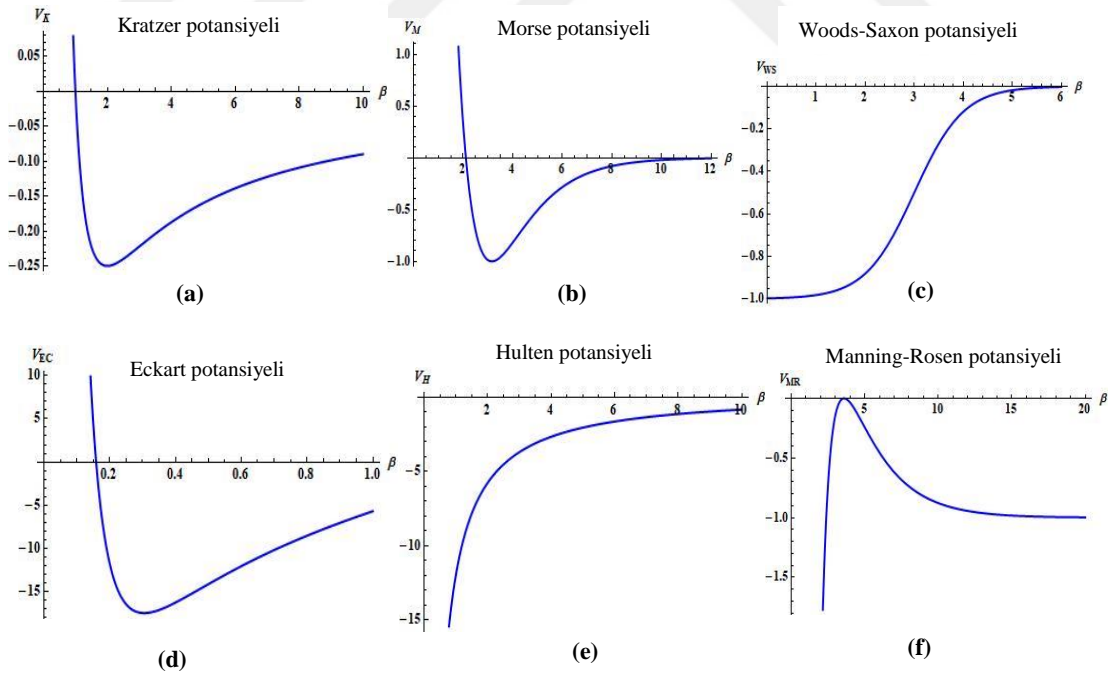
Üç eksenli (triaxial) çekirdek yapısını tasvir etmek için geliştirilen Z(5) (Bonatsos ve ark., 2004a) kritik nokta simetrisinin γ -katı versiyonu olan Z(4) model maksimum asimetriye karşılık gelen $\gamma = 30^\circ$ için Bohr Hamiltonyenin γ -katı çözümü olarak inşa edilir. Bu modelde Hamiltonyen ifadesi β ve üç Euler açısı olmak üzere dört değişkene bağlıdır. Çekirdeğin simetrik bir şekle sahip olmadığı $\gamma = 30^\circ$ durumu için iki eylemsizlik momenti ($J_2 = J_3$) birbirine eşit olduğundan dolayı, Hamiltonyen cisim sabitli \hat{x}' ekseninde civarında eksensel simetriye sahiptir. Buradan sistemin hareketi toplam açısal momentumun x' -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösteren α açısal momentumu (Meyer-Ter-Vehn, 1975) ile karakterize edilir.

Küresel vibratörden eksensel simetrik proleyt yapıya şekil faz geçişini tasvir eden X(5) (Iachello, 2001) kritik nokta simetrisinin γ -katı versiyonu olan X(3) model ise eksensel simetrik proleyt yapıya karşılık gelen $\gamma = 0^\circ$ için Bohr Hamiltonyenin γ -katı çözümüdür. Bu durumda sistemi tasvir eden hamiltonyen ifadesi β ve iki Euler açısı olmak üzere üç değişken içerir ve sistemin hareketi toplam açısal momentumun cisim sabitli \hat{z}' eksenindeki K açısal momentumu ile karakterize edilir.

Her iki modelde de γ bir değişken değil bir parametre gibi davrandığından dolayı potansiyel ifadesi yalnızca β değişkenine bağlı olarak ele alınır ve çözüm β içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli ile aranır. Enerji özdeğerleri ve dalga özfonksiyonları Bessel fonksiyonlarına göre elde edilir.

2.7. Farklı Potansiyeller için Bohr Hamiltonyenin Özel Çözümleri

Bohr Hamiltonyenin özdeğer denklemi ile ilişkili olan analitik veya yaklaşık çözümleri, nükleer yapıyı tasvir etmek için oldukça önemlidir ve her bir çözüm belirli formda $V(\beta, \gamma)$ potansiyeli ile elde edilir. Bu bağlamda bu bölümde, şekil faz geçişleri için Bohr Hamiltonyenin farklı potansiyel formları için analitik ve yaklaşık çözümleri göz önünde bulundurulmuş ve bu potansiyellerin kullanıldığı bazı çalışmalar kısaca özetlenmiştir. Çizelge 2.1’de kritik nokta simetrilerini oluşturmak için kullanılan sonsuz kare kuyu ve bu çalışmada kullanılan Davidson potansiyeli dışında Bohr Hamiltonyeninde kullanılan bazı potansiyel formları ve özellikleri, Şekil 2.19’da ise Çizelge 2.1’de verilen bazı potansiyel formlarının şekilleri verilmiştir.



Şekil 2.19. Çizelge 2.1’de verilen (a) V_K ; Kratzer (b) V_M ; Morse (c) V_{WS} ; Woods-Saxon (d) V_{EC} ; Eckart (e) V_H ; Hulten (f) V_{MR} ; Manning-Rosen potansiyel şekilleri

Çizelge 2.1. Bohr Hamiltonyeniinde kullanılan bazı potansiyel formları ve özellikleri

β -içinde Potansiyel	Formu	Özellikleri
Harmonik Osilatör	$1/2 C\beta^2$	Tam çözülebilir
Kare kuyu potansiyeli	$u(\beta) = u_o, \beta \leq \beta_w$ $u(\beta) = \infty, \beta > \beta_w$	$u_o < 0$, olup bağlı durumlar için çözüm $u_o < \varepsilon < 0$ aralığında gerçekleşir.
Quartik	$A\beta^4$ veya $\frac{1}{2}\alpha_1\beta^2 + \alpha_2\beta^4$	$\lambda = \alpha_1\alpha_2^{-2/3}, \lambda = 0$ potansiyel kuartic harmonik osilatöre $\lambda \rightarrow \infty$ harmonik osilatöre indirgenir.
Coulomb	$-A/\beta$	$A > 0$
Kratzer	$-A/\beta + B/\beta^2$	D ; “potansiyelin min. nok. derinliği” β_o ; “potansiyelin min. noktası” ($A = 2D\beta_o, B = D\beta_o^2$)
Morse	$e^{-2a(\beta-\beta_e)} - 2e^{-a(\beta-\beta_e)}$	β_e , “potansiyelin min. noktası” a , “potansiyel duvarının eğimi”
Woods-Saxon	$-U_o/(e^{2a(\beta-\beta_o)} + 1)$	U_o , “kuyu derinliği”, a “pot. yayılma oranı, β_o “kuyu boyutunu verir” $a \rightarrow \infty$ “pot. sonlu kare kuyu potansiyeline dönüşür”
Eckart	$-2b\coth\beta + a(a-1)c\text{sch}^2\beta$	Çok küçük β değerleri için $\frac{1}{\sinh^2\beta} \approx \frac{1}{\beta^2}$ şeklinde alınır.
Hulthen Potansiyeli	$-\frac{1}{e^{\delta\beta} - 1}$	$\delta = 1/a$, “ a , pot. aralığını verir” “küçük β değerleri için potansiyel kısa menzilli Coulomb pot. gibi davranır”
Manning-Rosen Potansiyeli	$-\left(1 - \frac{e^{\beta_o\alpha} - 1}{e^{\beta\alpha} - 1}\right)^2$	α ; “potansiyelin menzili ile ilişkili parametre, β_o pot. min. noktasıdır”
Sextic	$A\beta^2 + B\beta^4 + C\beta^6$	$A = (b^2 - 4ac^{\pm})$, $B = 2ab$, $C = a^2$ şeklinde alınır.
γ - içinde potansiyel	Formu	Özellikleri
Harmonik	$1/2 C(\gamma - \gamma_o)^2$	γ_o , potansiyelin minimum noktasıdır.
Ters sinüs kare	$\mu/\sin^2(3\gamma)$	$\gamma = \pi/6$ ’da min. nok. sahiptir. $\mu = 0$ γ -soft yapı ve $\mu \gg 1$ γ -katı arasındaki bölge taranır.
Halka şekilli potansiyel	$\frac{c + s\cos^q(3\gamma)}{\sin^p(3\gamma)}$	“ p ve q parametrelerinin aldığı değerlere göre pot. prolept ve üç esenli yapılarda kullanılan pot. formuna dönüşür”

Bohr-Mottelson modeli (Bohr ve Mottelson, 1953) çekirdeği denge şekli etrafında küçük salınımlar yapan bir sistem olarak ele alır ve bu durumda sistem, Bohr Hamiltonyeni β kolektif değişkeni içinde γ -bağımsız, $1/2 C\beta^2$ harmonik osilatör potansiyeli kullanılarak tasvir edilir (Bohr,1952). Enerji özdeğerleri, $E_N = \hbar\omega \left(N + \frac{5}{2}\right)$ şeklinde belirlenir. Yüzey titreşimleri B kütle parametrelili, $\omega = \sqrt{C/B}$ frekanslı harmonik salınım yapan bir sistem olarak gözönünde bulundurulur. Burada $N = \sum_{\mu} n_{\mu}$ olmak üzere n_{μ} , \hat{z}' -ekseni boyunca uzanan $\mu\hbar$ bileşenli açısal momentuma sahip olan toplam fonon sayısını verir.

Atom çekirdeğinin sonlu sayıda parçacığa sahip olması bakımından tüm kritik nokta simetrilerinin $N_B \rightarrow \infty$ limitinde elde edilmesi bir problem olarak görülmüştür. Bu problem E(5) kritik nokta simetrisi için düşük uyarılmış seviyelerde N_B sayısının çok etkili olmadığını göstermek amacı ile Bohr Hamiltonyeni içinde sonsuz kare kuyu yerine sonlu kare kuyu potansiyeli kullanılarak araştırılmıştır (Caprio, 2002). Bu çalışmada sonlu kare kuyu derinliğinin E(5) kritik nokta simetrisi üzerindeki, etkileri üzerinde durulmuştur. Burada E(5) kritik nokta çözümlerinin temel özelliklerinin potansiyelin derinliğinin değişimi altında neredeyse hiç değişmeden kaldığı ve bu bağlamda ideal sonsuz kare kuyu potansiyelin gerçek çekirdekler için uygulanabilirliğinin olası olduğu sonucuna varılmıştır.

Quartik anharmonik osilatör potansiyelinin kullanıldığı çalışmalar, E(5) kritik nokta simetrisi (Arias ve ark., 2003) ve Bohr Hamiltonyenin γ -katı prolept yapısı X(3) için (Budaca, 2014) gerçekleştirilmiştir. E(5) kritik nokta simetrisinin IBM Hamiltonyeni ile araştırıldığı çalışmada (Arias ve ark., 2003) çok büyük N_B sayısı için cebirsel hesaplamaların, β^4 kuartic potansiyel içeren Bohr diferansiyel denkleminin çözümü ile benzer sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Buradan küresel sistemlerden γ -kararsız sistemlere geçişte, IBM modeli içinde kritik nokta simetrisinin sonsuz kare kuyu yerine β^4 potansiyeli ile ilişkili olduğu gösterilmiştir. Diğer çalışmada X(3) modeli β kolektif değişkeni içinde kuartik anharmonik osilatör potansiyel formu, $u(\beta') = 1/2\lambda\beta'^2 + \beta'^4$ şeklinde alınmıştır (Budaca, 2014). Burada $\lambda = 0$ için $R_{4/2} = 2.286$ maksimum değer, λ 'nın maksimum değeri için $R_{4/2}$ enerji oranının titreşimsel çekirdeklere karşılık gelen minimum 2 değerini aldığı gösterilmiştir. Buradan λ parametresinin değişimi ile X(3)- β^2 X(3)- β^4 arasındaki çekirdek bölgesi taranmıştır.

Daha çok molekül fiziğinde kullanılan Kratzer potansiyeli nükleer yapının tasviri için ilk olarak Fortunato ve Vitturi (2003; 2004) tarafından γ -kararsız ve eksensel simetrik proleyt rotor için kullanılmıştır. Bu çalışmalarda Kratzer potansiyelinin yanında Coulomb tipi potansiyel ifadesi içinde analitik çözümler sunulmuştur. Her iki çalışmada da potansiyel ifadesinde yer alan A parametresi $2D\beta_o$ ve B parametresi ise $D\beta_o^2$ şeklinde alınmıştır. Burada D potansiyelin minimum noktasının derinliğini, β_o ise potansiyelin minimum noktasını gösterir. Bu çalışmalarda B parametresinin sıfırdan sonlu bir değere değişmesiyle küreselden deforme yapıya değişen durumlar tasvir edilmiştir. Artan B değeriyle potansiyelin minimum derinliğinin arttığı ve dolayısıyla β -band enerji seviyelerinin temel seviye bandı üzerinde yüksek enerji seviyelerinde uzandığı belirtilmiştir. Şekil 2.19 (a)'da Kratzer potansiyeli şekli $A = 1$ ve $B = 1$ parametreleri kullanılarak elde edilmiştir.

Diğer bir çalışmada, Bohr Hamiltonyeni içinde $B(\beta) = \frac{B_o}{(f(\beta))^2}$ deformasyona bağlı kütle parametresi kullanılmış ve Kratzer potansiyeli ile γ -kararsız, eksensel simetrik proleyt ve üç eksenli yapıların enerji spektrumu ve dalga fonksiyonları için analitik ifadeler elde edilmiştir (Bonatsos ve ark., 2013). Bu çalışmada Kratzer potansiyeli için, kütle deformasyona bağımlılığını gösteren a parametresine bağlı deformasyon parametresi $f(\beta) = 1 + a\beta$, $a \ll 1$ şeklinde alınmıştır. Elde edilen nümerik sonuçlar $R_{4/2} \leq 2.6$ geçiş elementleri ve $R_{4/2} > 2.9$ aktinit ve nadir toprak elementleri bölgesinde yer alan çekirdeklerin deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada a parametresinin orta kabuklara yakın olan çekirdekler dışında sıfıra çok yakın değerler aldığı ve buradan küresele yakın çekirdeklerin kütle deformasyonuna bağlı olmadığı öngörülmüştür. Derin dar bir kuyu şekline sahip olan Kratzer potansiyelinin özellikle X(5) kritik nokta simetrisi çekirdekleri olarak göz önünde bulundurulmuş, $N = 90$ nadir toprak çekirdeklerini iyi tasvir ettiği sonucuna varılmıştır.

The Morse potansiyeli (Morse, 1929) X(5) modeli ve kritik nokta simetrisi ile ilişkili modellerde β bandı enerji seviyeleri arasındaki boşlukların tahmini için kullanılmıştır. Morse potansiyeli ile kolektif Bohr Hamiltonyenin analitik çözümleri, γ -kararsız yapı (E(5)) $\gamma \approx 0$ eksensel simetrik proleyt yapı (ES-X(5)) ve üç eksenli (Z(5)) yapı için elde edilmiştir (Boztosun ve ark., 2008; Inci ve ark., 2011; Inci, 2014). Bu çalışmalarda diferansiyel denklemin çözümü için asimptotik iterasyon metodu kullanılmıştır. Morse

potansiyeli için nükleer yapının tasviri, $A \geq 100$, $R_{4/2} < 2.6$ ve $A \geq 150$, $R_{4/2} > 2.9$ çekirdek bölgeleri deneysel verileri için yapılmıştır. Burada özellikle orta kabuklara doğru potansiyelin minimum noktasını gösteren β_e parametresinin arttığı, potansiyel duvarının dikliğine karşılık gelen a parametresinin ise azaldığı görülür (Boztosun ve ark., 2008). Bu bağlamda potansiyel ifadesinde yer alan β_e ve a parametreleri her bir çalışmada göz önünde bulundurulan yapıyla ilişkili olan deneysel verilere göre belirlenir. Şekil 2.19'de (b) Morse potansiyeli şekli, bu çalışmalarda ^{132}Xe izotopu için belirlenen $a = 0.66$ ve $\beta_e = 3.16$ değerleri için çizilmiştir.

Woods-Saxon (WS) potansiyeli kullanılarak γ -kararsız ve prolept deforme yapılar için yaklaşık çözümler (Çapak ve ark., 2015) Pekeris yaklaşımı (Pekeris, 1934) kullanılarak elde edilmiştir. Pekeris metodu ekponansiyel ifadeler içeren potansiyeller için yaklaşık analitik çözümler elde etmek için kullanılır. Bu çalışmada $l(l + 1)/\beta^2$, merkezi bariyerli WS potansiyeli, Pekeris yaklaşımı ile modifiye küresel simetrik WS potansiyeline indirgenir ve buradan dalga fonksiyonu için analitik ifadeler Jacobi polinomlarına göre elde edilir. Woods-Saxon potansiyelinde U_0 ; kuyu derinliğini, β_0 ; kuyu boyutunu gösterir, a ise potansiyelin yayılma oranı ile ilişkili olan parametredir. Kapalı kabuklar yakınında a parametresinin düşük, orta kabuklarda ise yüksek değerler aldığı görülür (Çapak ve ark., 2015). Şekil 2.19 (c)'de Woods-Saxon potansiyeli grafiği $a = 1$, $\beta_0 = 3$ alınarak elde edilmiştir.

Eckart potansiyeli ile Bohr Hamiltonyenin β kısmı, $Z(5)$ kritik nokta simetrisi için oluşturulmuştur. Bu çalışmada küçük β değerleri için potansiyel ifadesinde yer alan $1/\sinh^2\beta \approx 1/\beta^2$ şeklinde alınarak çözüm $\coth\beta = z$ dönüşümü ile Hermite polinomlarına göre (Naderi ve Hassanabadi, 2016) elde edilmiştir. $Z(5)$ model sonuçlarını üretmek amacıyla potansiyel ifadesinde yer alan a ve b parametreleri sırasıyla yaklaşık olarak 1.366 ve 5.91 şeklinde alınmıştır. Şekil 2.19 (d)'de Eckart potansiyel grafiği bu parametreler göz önünde bulundurularak elde edilmiştir.

Eckart potansiyelinin özel bir durumu olan, kısa menzilli Hulthen potansiyeli kullanılan çalışmada (Chabab ve ark., 2015) üç eksenli yapı için Bohr kolektif hamiltonyenin β kısmı Hulthen potansiyeli, γ -kısmı ise halka şeklinde $u(\gamma) = c + scos^p(3\gamma)/sin^q(3\gamma)$ potansiyel formu kullanılarak inşa edilmiştir ve elde edilen yeni çözüm $Z(5)$ -H olarak adlandırılmıştır. İçerdiği parametrelerin aldığı değerlere göre farklı nükleer yapıları tasvir

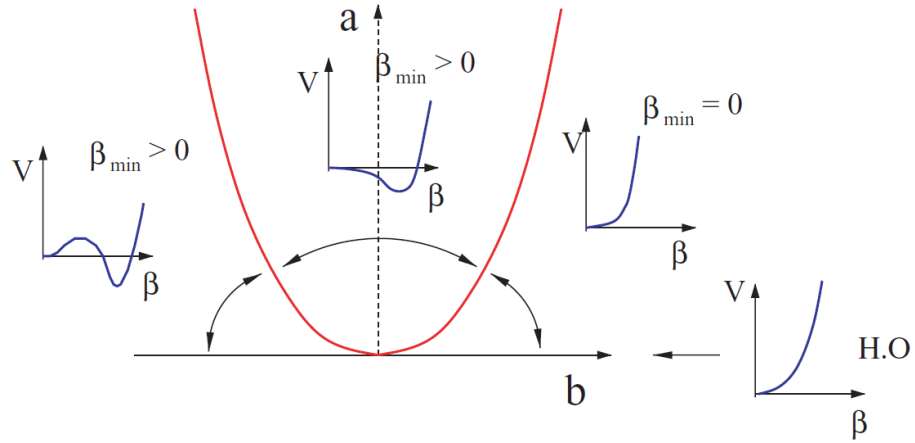
eden bu potansiyel formu, bu çalıma için $p = 2$ ve $q = 2$ şeklinde $\gamma = \pi/6$ civarında bir minimuma sahip olan potansiyel formuna indirgenir. Asimtotik iterasyon metodunun kullanıldığı bu çalışmada δ , c ve s parametreleri deneysel verilere göre belirlenmiş ve elde edilen nümerik sonuçlar $^{126-134}\text{Xe}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. Şekil 2.19 (e)'de Hulten potansiyeli grafiği ^{132}Xe izotopu için belirlenen $\delta = 0.08$ değeri kullanılarak çizilmiştir.

Manning-Rosen potansiyeli kullanılarak Bohr Hamiltonyenin analitik çözümleri γ kararsız yapı (E(5)) ve eksensel simetrik prolept deforme yapı (X(5)) için elde edilmiştir (Chabab ve ark., 2016). Bu çalışmada $100 < A < 250$ kütle numarasına sahip çekirdek bölgesi göz önünde bulundurulmuştur. Enerji spektrumu ve dalga fonksiyonları için analitik ifadeler, Schrodinger tipi denklemleri içeren fiziksel problemleri çözmek için kullanılan iterasyon metodu ile elde edilmiştir. Manning-Rosen potansiyelinin, diğer potansiyellere göre büyük β değerleri için daha düz bir şekle sahip olması nedeniyle, bu tür hesaplamalar için daha uygun olduğu vurgulanmıştır. Bu çalışmada nümerik hesaplamalar deneysel verilere göre belirlenen, potansiyel menziline karakterize eden tarama parametresi α ve potansiyelin minimum noktasının konumunu gösteren, β_0 parametreleri alınarak elde edilmiştir. Şekil 2.19 (f)'de Manning-Rosen potansiyeli ^{132}Xe izotopu için belirlenen $\alpha = 0.388$, $\beta_0 = 3.57$ değerleri kullanılarak çizilmiştir.

Yarı çözülebilir potansiyel sınıfına ait olan sextic osilatör potansiyel formu aşağıdaki gibi verilir (Ushveridze, 1994).

$$u^\pm(\beta) = (b^2 - 4ac^\pm)\beta^2 + 2ab\beta^4 + a^2\beta^6 + u_0^\pm$$

Burada c^\pm sabiti çift ($c^+ = 11/4$) ve tek ($c^- = 13/4$) açısal momentum durumlarını ayırmak için kullanılır. Sextic osilatör potansiyeli içerdiği parametrelere bağlı olarak diğer çözülebilir potansiyellerden daha esnek bir şekle sahiptir. Sextic potansiyelin maksimum ve minimum noktaları b ve $b^2 - 4ac^\pm$ parametrelerinin işaretine bağlıdır. Eğer $b^2 > 4ac^\pm$ ve $b > 0$ ise potansiyel yalnızca $\beta = 0$ 'da bir minimum noktasına sahiptir. Eğer $b^2 < 4ac^\pm$ ise bu durumda minimum noktası β 'nın sonlu bir değerine doğru hareket eder. Buradan $b = 0$ için potansiyel β 'nın sonlu değerinde bir minimum noktasına sahipken, $b < 0$ için potansiyel $\beta = 0$ ve $\beta > 0$ olmak üzere iki minimum noktası içerir. Bu bağlamda $b^2 = 4ac^\pm$ parabolü ab düzlemi içinde Şekil 2.20'de görüldüğü gibi üç bölgeye ayrılır.



Şekil 2.20. Sextic potansiyel şeklinin (a, b) düzlemine göre değerlendirilmesi (Levai ve Arias, 2010)

Parabolün sağ tarafı küresel ($\beta_{min} = 0$), parabolün üst tarafı bir minimumlu ($\beta_{min} > 0$) soltarafı ise iki minimum içeren ($\beta_{min2} > \beta_{min1} = 0$) deforme yapıya karşılık gelir. Parabolün sağ bacağından sol bacağına geçiş noktası ise küreselden deforme yapıya şekil faz geçişi kritik nokta simetrisine karşılık gelir. Bu bağlamda bu potansiyel farklı şekiller arasındaki geçişleri tasvir etmek için önemlidir. Buradan Sextic osilatör potansiyeli ilk olarak Bohr Hamiltonyeninde iki parametrelili çözülebilir γ -bağımsız potansiyel olarak önerilmiş (Levai ve Arias, 2004) daha sonra küreselden γ -kararsız ve deforme yapıya, şekil faz geçişini araştırmak için uygulanmıştır (Levai ve Arias, 2010; Kharb ve Chand, 2012). Bu çalışmalarda (a, b, c^\pm) parametrelerine göre elde edilen nümerik sonuçlar Pd, Ru, Cd (Levai ve Arias, 2010) ve Te, Xe (Kharb ve Chand, 2012) izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. Üç eksenli yapıyı tasvir eden $Z(5)$ kritik nokta simetrisi için Sextic osilatör potansiyeli kullanılarak elde edilen nümerik hesaplamalar ise $^{188-192}\text{Os}$ ve $^{228-230}\text{Th}$ izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır (Raduta ve Buganu, 2011).

Bunun yanısıra Sextic osilatör potansiyeli ile Bohr Hamiltonyen γ -katı çözümleri $Z(4)$ ($\gamma = 30^\circ$) ve $X(3)$ ($\gamma = 0^\circ$) modelleri için de ele alınmış ve oluşturulan yeni modeller sırasıyla $Z(4)$ -S (Buganu ve Budaca, 2015a) ve $X(3)$ -S (Buganu ve Budaca, 2015b) olarak adlandırılmıştır. $Z(4)$ -S modeli için elde edilen nümerik hesaplamalar, $^{128-13}\text{Xe}$, $^{192-196}\text{Pt}$ $X(3)$ -S modeli için elde edilen nümerik hesaplamalar ise $^{98-108}\text{Ru}$, $^{100-102}\text{Mo}$, $^{116-130}\text{Xe}$ ^{134}Ce , $^{146-150}\text{Nd}$, $^{150-152}\text{Sm}$, $^{152-154}\text{Gd}$, $^{154-156}\text{Dy}$, ^{172}Os , $^{180-196}\text{Pt}$, ^{190}Hg ve ^{222}Ra izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır.

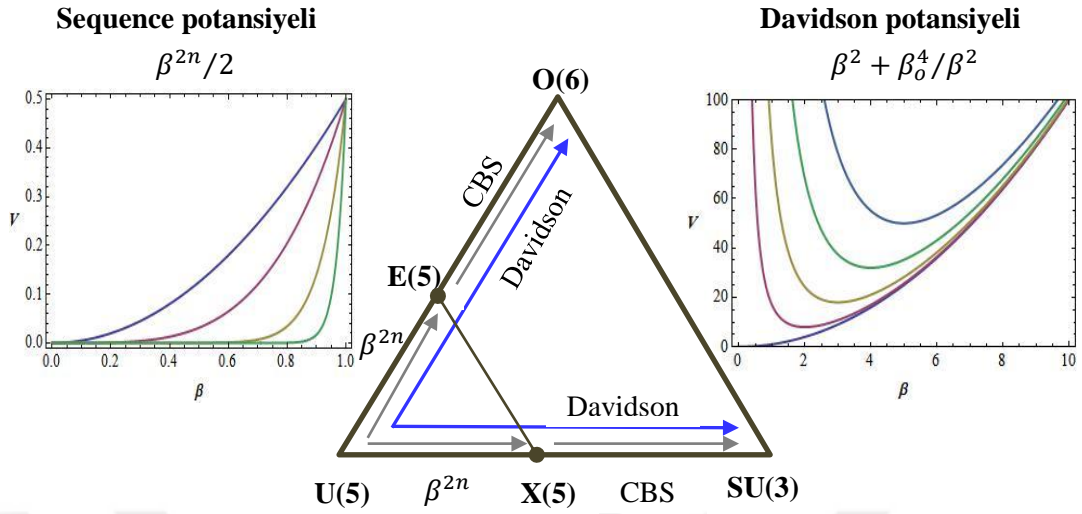
Bohr Mottelson kollektif modeli Bohr Hamiltonyeninin γ -kısımları için γ -periyodik potansiyel formu $\mu/\sin^2(3\gamma)$ için analitik çözümler De Baerdemacker ve ark., (2006) tarafından sunulmuştur. Bu çalışmada, $\gamma = \pi/6$ 'da minimum noktasına sahip olan bu potansiyel formu kullanılarak küçük μ değerleri için γ -kararsız (γ -soft) yapıdan büyük μ değerleri için γ katı yapıya doğru hareket eden çekirdek bölgesi araştırılmıştır.

2.8. Davidson Potansiyeli

İki atomlu moleküllerin ve çekirdeklerin elektromanyetik geçişleri ve rotasyonel ve titreşimsel enerji spektrumları Davidson (Davidson, 1932) tarafından önerilen Davidson tipi potansiyeller kullanılarak elde edilir. Çekirdeğin sıvı damlası olarak göz önünde bulundurulduğu Bohr-Mottelson (Bohr ve Mottelson, 1953) kollektif modeli Hamiltonyeni içinde Davidson potansiyeli ile γ -kararsız (γ -soft) yapının (Wilets ve Jean, 1956) karakteristik rotasyonel-titreşimsel enerji spektrumu, cebirsel yaklaşımlar kullanılarak elde edilir (Rowe ve Bahri, 1998).

Atom şekil faz geçişinde ise Davidson-tipi potansiyeller, küresel vibratör U(5) ve deforme γ -kararsız yapı O(6) ve deforme eksensel simetrik yapı SU(3) arasında köprü kurmak amacıyla önerilmiştir (Bonatsos ve ark., 2004b, c). Bu bağlamda ilk olarak, U(5) küresel vibratör yapıdan, E(5) kritik nokta simetrisine ve X(5) kritik nokta simetrisine ulaşmak için, n tamsayı olmak üzere, $u_{2n}(\beta) = \beta^{2n}/2$ şeklinde ifade edilen Sequence potansiyeli kullanılmıştır. E(5) ve X(5) iki kritik nokta simetrisi için, β kollektif değişkeni içinde Sequence potansiyeli ile oluşturulan Bohr Hamiltonyeninin analitik çözümleri, n 'in farklı değerleri için sırasıyla, E(5)- β^{2n} (Bonatsos ve ark., 2004b) ve X(5)- β^{2n} (Bonatsos ve ark., 2004c) olarak adlandırılmıştır. Bu durum Şekil 2.21'de, $n = 1, 2, 6$ ve 16 için elde edilen Sequence potansiyeli grafiği ile birlikte şekil faz üçgeni üzerinde şematik olarak gösterilmiştir.

Burada n 'in artan değerleri ile birlikte adım adım potansiyel tabanının giderek düzleştiği ve $n \rightarrow \infty$ limitinde sonsuz kare kuyu potansiyelinin elde edildiği görülür. Her iki çalışmada da, $n = 1$ için U(5) limit yapısı, $n \rightarrow \infty$ limiti için ise E(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi elde edilmiştir. U(5) ve E(5) kritik nokta simetrisi arasındaki çekirdek bölgesini taramak amacı ile E(5)- β^2 , E(5)- β^4 ve E(5)- β^8 modelleri, U(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi arasındaki bölgeyi taramak için ise, X(5)- β^2 , X(5)- β^4 ve X(5)- β^8 modelleri ele alınır.



Şekil 2.21. Sequence ve Davidson potansiyelleri grafikleri ile birlikte, bu potansiyel formları ve sınırlandırılmış β -soft (CBS) modeli ile limit yapılar arasındaki nükleer yapının tasvir edilmesinin, şekil faz diyagramı üzerinde şematik gösterimi

Her bir model için elde edilen temel seviye bandı ve diğer uyarılmış band enerji seviyeleri, E(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi ile karşılaştırılır.

Bununla birlikte şekil faz geçiş noktası ile deforme limit yapılar arasındaki bölge ise sınırlandırılmış β yumuşak (soft) (CBS) modeli (Pietralla ve Gorbachenko, 2004; Bonatsos ve ark., 2006b) ile incelenir. Bu model X(5) ve E(5) için sonsuz kare kuyu potansiyeli yerine, aşağıdaki gibi ifade edilen, $\beta_M > \beta_m \geq 0$ formunda iki duvar ile sınırlandırılmış sonsuz kare kuyu potansiyeli kullanılarak geliştirilmiştir.

$$u(\beta) = \begin{cases} 0 & , \quad \beta_m \leq \beta \leq \beta_M \\ \infty & , \quad 0 \leq \beta < \beta_m \quad , \quad \beta > \beta_M \end{cases}$$

X(5) ve SU(3), E(5) ve O(6) arasındaki nükleer yapının evrimi bu potansiyel formu için Bohr Hamiltonyeninin özdeğer probleminin analitik çözümü ile ele alınır. Bu bağlamda potansiyelin katılığının bir ölçüsü olan $r_\beta = \beta_m/\beta_M$ oranı göz önünde bulundurulmuş ve $r_\beta = 0$ için X(5) ve E(5) kritik nokta simetrisinden, $r_\beta \rightarrow 1$ deforme limit yapılar doğru, artan $R_{4/2}$ enerji oranları ile kritik nokta simetrisi ve deforme limit yapılar arasındaki çekirdek bölgesi taranmıştır. Bu durum Şekil 2.21’de şekil faz üçgeni üzerinde şematik olarak gösterilmiştir.

Buradan hareketle U(5) küresel vibratörden şekil faz üçgenin diğer köşelerinde yer alan O(6) ve SU(3) deforme limit yapılar arasındaki bölgeyi taramak için $\beta \neq 0$ 'da bir minimuma sahip olan ve β_0 serbest parametresi içeren Davidson-tipi potansiyeller önerilmiştir.

$$u_D^{2n}(\beta) = \beta^{2n} + \frac{\beta_0^{4n}}{\beta^{2n}}$$

Burada $n = 1$ için yukarıdaki potansiyel ifadesi tam çözümün elde edildiği Davidson potansiyeline dönüşür ve β_0 potansiyelin minimum noktasına karşılık gelir.

$$u_D^2(\beta) = \beta^2 + \frac{\beta_0^4}{\beta^2}$$

Limit yapılar arasındaki nükleer yapı, β kolektif değişkeni içinde Davidson potansiyeli ile inşa edilen Bohr Hamiltonyenin analitik çözümleriyle ele alınır. Bu durum Şekil 2.21'de Davidson potansiyel grafiği ile birlikte şekil faz diyagramında şematik olarak gösterilmiştir. Burada Davidson potansiyeli grafiği β_0 'ın 0, 2, 3, 4 ve değerleri alınarak elde edilmiştir. Bohr Hamiltonyeni içinde Davidson potansiyeli kullanılarak elde edilen analitik çözümler E(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi için, sırasıyla E(5)-D, X(5)-D (Bonatsos ve ark., 2004d) olarak adlandırılmıştır. Davidson potansiyeli kullanılarak, X(5) kritik nokta simetrisinin tam çözümü (ES-X(5)) için ES-D (Bonatsos ve ark., 2007b), Z(5) kritik nokta simetrisi için ise Z(5)-D (Yigitoglu ve Bonatsos, 2011) modelleri elde edilmiştir.

Bundan başka, γ -kararsız, eksensel simetrik prolept ve üç eksenli deforme yapı durumları için, deforme kütle parametresine bağlı Bohr Hamiltonyeni için analitik çözümler β içinde Davidson potansiyeli ile elde edilmiştir. Deformasyona bağlı kütle parametresinin kullanıldığı çalışmalar deformasyona bağlı kütle anlamında DDM olarak adlandırılır (Bonatsos ve ark., 2011, 2013). Davidson potansiyeli ile DDM modelinde, deneysel gözlemler aracılığı ile belirlenen eylemsizlik momentinin β^2 ile orantılı olarak deforme çekirdeklere doğru artışı göz önünde bulundurulmuş ve buradan Bohr Hamiltonyeni içinde kütle parametresi Davidson potansiyeli göz önünde bulundurularak, $B_0/(1 + a\beta^2)^2$ şeklinde belirlenmiştir. Bu çalışma, deformasyona bağlı kütle parametresiyle eylemsizlik momentinin deformasyonla artışını ılımlaştırmak ve modelin yetersizliğini ortadan kaldırmak amacıyla yapılmıştır.

2.8.1. Davidson Potansiyeli ile E(5), X(5) ve Z(5) Modelleri

Bohr Hamiltonyenin γ -bağımsız çözümü E(5) kritik nokta simetrisi radyal Schrodinger denkleminde Davidson potansiyeli $u(\beta) = \beta^2 + \beta_o^4/\beta^2$ yerine yazılarak E(5)-D için dalga özfonksiyonu Laguerre polinomlarına göre aşağıdaki gibi elde edilir (Bonatsos ve ark., 2004d).

$$F_n^\tau(\beta) = \left[\frac{2n!}{\Gamma\left(n + p + \frac{5}{2}\right)} \right]^{1/2} \beta^p e^{-\beta^2/2} L_n^{p+3/2}(\beta^2)$$

Burada $\Gamma(n)$ gamma fonksiyonu olup, $p = -3/2 + [(\tau + 3/2)^2 + \beta_o^4]^{1/2}$ şeklinde alınır. E(5)-D enerji özdeğerleri ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{n,\tau} = 2n + 1 + \left[\left(\tau + \frac{3}{2} \right)^2 + \beta_o^4 \right]^{1/2}$$

Burada τ kuantum sayısı O(5) grubunun indirgenemez durumlarını temsil eder ve açılal momentum değerleri τ kuantum sayısına göre belirlenir. E(5) kritik nokta simetrisi ve E(5)-D modeli arasında birebir bağlantı $n = s - 1$ bağıntısı ile sağlanır. Burada s ; Bessel diferansiyel denkleminin köklerini, osilatör kuantum sayısı n ise Laguerre polinomlarının köklerini gösterir. Temel seviye bandı(gsb) enerji seviyeleri $L = 2\tau$ alınarak elde edilir. Temel seviye bandı enerji seviyeleri $s = 1, n = 0$, β_1 -bandı enerji seviyeleri ise $s = 2, n = 1$ ile karakterize edilir. Burada γ_1 -bandı enerji seviyeleri ise temel seviye bandı enerji değerleri ile dejenere olup, $L = 2$ γ_1 -bandı enerji seviyesi, $L = 4$ temel seviye bandı içinde, $L = 3, 4$ γ_1 -bandı enerji seviyeleri ise $L = 6$ temel seviye bandı içinde yer alır ve böylece γ_1 -bandı enerji seviyeleri temel seviye bandı göz önünde bulundurularak elde edilir. E(5)-D için $R_{n,L}$ enerji oranları ise aşağıdaki gibi belirlenir.

$$R_{n,L} = \frac{E_{n,L} - E_{0,0}}{E_{0,2} - E_{0,0}}$$

E(5)-D modeli için $\beta_o = 0$ için tam olarak U(5) limit yapı, β_o 'ın çok büyük değerleri $\beta_o \rightarrow \infty$ limiti için ise tam olarak O(6) limit yapısı elde edilir. Böylece Davidson potansiyeli ile bu iki limit yapı arasını tarayan bir çözüm geliştirilir.

Davidson potansiyel ile oluşturulan X(5)-D modeli için dalga özfonksiyonları ve enerji özdeğerleri ise aşağıdaki gibi elde edilir (Bonatsos ve ark., 2004d).

$$F_n^L(\beta) = \left[\frac{2n!}{\Gamma\left(n + q + \frac{5}{2}\right)} \right]^{1/2} \beta^q e^{-\beta^2/2} L_n^{q+3/2}(\beta^2)$$

Burada $q = -3/2 + [L(L+1)/3 + 9/4 + \beta_o^4]^{1/2}$ şeklinde alınır.

$$E_{n,L} = 2n + 1 + \left[\frac{L(L+1)}{3} + \frac{9}{4} + \beta_o^4 \right]^{1/2}$$

X(5)-D modelinde β_o 'ın büyük değerleri için tam olarak SU(3) limit yapısı elde edilirken $\beta_o = 0$ için X(5)- β^2 modeli (Bonatsos ve ark., 2004c) enerji seviyeleri elde edilir. Bohr Hamiltonyeninde $u(\beta, \gamma) = u(\beta) + u(\gamma)/\beta^2$ potansiyel formu ile elde edilen ES-X(5) için ES-D modeli (Bonatsos ve ark., 2007b) ise açısız Schrodinger denkleminde, harmonik osilatör potansiyeli $u(\gamma) = (3c)^2 \gamma^2$, radyal Schrodinger denkleminde ise Davidson potansiyeli kullanılarak inşa edilir. ES-D modeli için enerji özdeğer denklemi aşağıdaki gibi alınır.

$$E_{n,L} = 2n + 1 + \left[\frac{L(L+1) - K^2}{3} + \frac{9}{4} + \beta_o^4 + 3C(n_\gamma + 1) \right]^{1/2}$$

Bu çözümde enerji seviyeleri (n, n_γ) ile etiketlenir. Temel seviye bandı (0,0), β_1 -bandı (1,2) ve γ_1 -bandı enerji seviyeleri (0,1) ile karakterize edilir. Burada tüm seviyeler β_o ve $C(=2c)$ parametresine bağlı olarak alınır. Bu parametre Bohr Hamiltonyenin γ katılığının bir ölçüsü olan a parametresi ile ilişkili olup, $C = 2\sqrt{a}/3$ şeklinde ifade edilir. (Caprio, 2005). ES-D çözümü $\beta_o = 0$ için ES-X(5)- β^2 (Bonatsos ve ark., 2007a) modeline karşılık gelirken, $\beta_o = 4$ değerinde ise rotasyonel limit yapı değerlerine yaklaşır. Buradan ES-D ve ES-X(5) çözümlerinin deforme çekirdekler için daha uygun oldukları sonucuna varılır.

Son olarak Z(5)-D modeli (Yigitoglu ve Bonatsos, 2011) dalga özfonksiyonları,

$$\xi_{n,n_\omega}^L(\beta) = \left[\frac{2n!}{\Gamma(n + m + 5/2)} \right]^{1/2} \beta^m e^{-\beta^2/2} L_n^{m+3/2}(\beta^2)$$

$$m = -\frac{3}{2} + \left[\frac{L(L+4) + 3n_\omega(2L - n_\omega) + 9}{4} + \beta_o^4 \right]^{1/2}$$

şeklinde olup, enerji spektrumu ise aşağıdaki gibi alınır.

$$E_{n,L}^{n_\omega} = 2n + 1 + \left[\frac{L(L+4) + 3n_\omega(2L - n_\omega) + 9}{4} + \beta_o^4 \right]^{1/2}$$

Bu modelde $\beta_o = 0$ için temel seviye bandı enerji seviyeleri Z(5)- β^2 modeline karşılık gelirken, $\beta_o \rightarrow \infty$ limiti için tam olarak katı üç eksenli rotor (RTR) model (Davydov ve Filippov, 1958; Davydov ve Rostovsky, 1959) enerji seviyeleri elde edilir.

Davidson potansiyelinin bir diğer önemli özelliği ise iki limit yapı arasındaki tüm bölgeyi kapsayabilen β_o serbest parametresi ile varyasyon metodunun uygulanmasına izin vermesidir. Bu metot şekil faz geçişinin gerçekleştiği kritik noktada fiziksel niceliklerin değişiminin maksimum olduğu noktayı belirlemek için kullanılır. Bu bağlamda E(5)-D, X(5)-D ve Z(5)-D modelleri temel seviye bandı her bir açısal momentum değerleri için belirlenen $\beta_{o,m}$ değerleri kullanılarak hesaplanan $R_{n,L}$ değerleri (Bonatsos ve ark., 2004d; Yigitoglu ve Bonatsos, 2011) Çizelge 2.2’de sunulmuştur.

Çizelge 2.2. E(5)-D, X(5)-D ve Z(5)-D modelleri için varyasyon metodu kullanılarak elde edilen $\beta_{o,m}$ değerleri için hesaplanan temel seviye bandı $R_{n,L}$ enerji oranlarının E(5), X(5) ve Z(5) kritik nokta simetrisi $R_{n,L}$ değerleri ile karşılaştırılması

L	E(5)-D $\beta_{o,m}$	E(5)-D $R_{n,L}$	E(5)	X(5)-D $\beta_{o,m}$	X(5)-D $R_{n,L}$	X(5)	Z(5)-D $\beta_{o,m}$	Z(5)-D $R_{n,L}$	Z(5)
4	1.421	2.185	2.199	1.334	2.901	2.904	1.375	2.341	2.350
6	1.522	3.549	3.590	1.445	5.419	5.430	1.474	3.956	3.984
8	1.609	5.086	5.169	1.543	8.454	8.483	1.562	5.819	5.877
10	1.687	6.793	6.934	1.631	11.964	12.027	1.640	7.915	8.019
12	1.759	8.667	8.881	1.711	15.926	16.041	1.713	10.237	10.403
14	1.825	10.705	11.009	1.785	20.330	20.514	1.780	12.781	13.024
16	1.888	12.906	13.316	1.855	25.170	25.437	1.843	15.544	15.878
18	1.947	15.269	15.799	1.922	30.442	30.804	1.902	18.523	18.964
20	2.004	17.793	18.459	1.985	36.146	36.611	1.960	21.719	22.279

Çizelge 2.2’de görüldüğü gibi varyasyon metodu ile elde edilen $R_{n,L}$ değerleri sonsuz kare kuyu kullanılarak inşa edilen kritik nokta simetrisi enerji oranları ile uyumludur. Burada X(5)-D ve Z(5)-D modelleri için $\beta_o = 0$ için U(5) limit yapısı tam olarak elde edilemez ancak varyasyon metodu sonuçları, X(5) ve Z(5) çözümlerinin sırasıyla U(5) SU(3) ve U(5)-RTR limit yapılar arasında yer aldığını gösterir.



3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Nikiforov-Uvarov Metodu

Nikiforov ve Uvarov (1988) tarafından Schrödinger ve Schrödinger tipi denklemleri çözmek için alternatif metotlardan biri olarak geliştirilen bu metot, özel ortogonal fonksiyonlar aracılığı ile hipergeometrik tipte ikinci mertebeden lineer diferansiyel denklemin çözümüne dayanır. Verilen bir potansiyel için, çözülmek istenen denklem uygun koordinat dönüşümü ile hipergeometrik tipte ikinci mertebeden lineer diferansiyel denkleme dönüştürülür. Bu metotla ilişkili ana denklem aşağıdaki şekilde verilir.

$$u''(z) + \frac{\tilde{\tau}(z)}{\sigma(z)}u'(z) + \frac{\tilde{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)}u(z) = 0 \quad (3.1)$$

Burada $\sigma(z)$ ve $\tilde{\sigma}(z)$ en fazla ikinci dereceden bir polinomu, $\tilde{\tau}(z)$ ise en fazla birinci dereceden bir polinomu ifade eder. Burada $u(z) = \varphi(z)y(z)$ şeklinde alınarak Eşitlik 3.1 aşağıdaki denkleme indirgenir.

$$y''(z) + \left(2\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} + \frac{\tilde{\tau}(z)}{\sigma(z)}\right)y'(z) + \left(\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} + \frac{\varphi'(z)\tilde{\tau}(z)}{\varphi(z)\sigma(z)} + \frac{\tilde{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)}\right)y(z) = 0 \quad (3.2)$$

Eşitlik 3.2'yi Eşitlik 3.1'e benzetmek amacı ile ikinci terimin katsayısı $\tau(z)/\sigma(z)$ şeklinde alınır ve buradan aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} = \frac{\pi(z)}{\sigma(z)} \quad (3.3)$$

Burada $\pi(z)$ en fazla birinci dereceden polinom olup aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\pi(z) = \frac{1}{2}[\tau(z) - \tilde{\tau}(z)]$$

Buradan $\tau(z)$ aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\tau(z) = \tilde{\tau}(z) + 2\pi(z) \quad (3.4)$$

Eşitlik 3.3 kullanılarak Eşitlik 3.2'nin üçüncü teriminin katsayısı içindeki $\varphi''(z)/\varphi(z)$ ifadesi aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} = \left(\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right)' + \left(\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right)^2 = \left(\frac{\pi(z)}{\sigma(z)}\right)' + \left(\frac{\pi(z)}{\sigma(z)}\right)^2 \quad (3.5)$$

Eşitlik 3.2'de $y(z)$ 'nin katsayısı aşağıdaki formda yazılır.

$$\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)} + \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \frac{\tilde{\tau}(z)}{\sigma(z)} + \frac{\tilde{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)} = \frac{\bar{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)} \quad (3.6)$$

Eşitlik 3.5'den en fazla ikinci dereceden bir polinom olan, $\bar{\sigma}(z)$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{\sigma}(z) = \tilde{\sigma}(z) + \pi^2(z) + \pi(z)[\tilde{\tau}(z) - \sigma'(z)] + \pi'(z)\sigma(z) \quad (3.7)$$

Sonuç olarak Eşitlik 3.2'deki denklem aşağıdaki forma yeniden düzenlenir.

$$y''(z) + \frac{\tau(z)}{\sigma(z)}y'(z) + \frac{\bar{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)}y(z) = 0 \quad (3.8)$$

Elde edilen yeni denklemin Eşitlik 3.1'deki denklemle aynı forma sahip olan bir denklem olduğu görülür ve böylece denklem tipinin değişmediği bir dönüşüm elde edilir. Eşitlik 3.8'deki $\bar{\sigma}(z)$ polinomunun $\sigma(z)$ ile bölünmesi ile Eşitlik 3.8 aşağıdaki gibi hipergeometrik tipte bir denkleme indirgenir.

$$\sigma(z)y''(z) + \tau(z)y'(z) + \lambda y(z) = 0 \quad (3.9)$$

$$\bar{\sigma}(z) = \lambda\sigma(z) \quad (3.10)$$

Daha sonra Eşitlik 3.7 ve Eşitlik 3.10 eşitlenerek $\pi(z)$ polinomu için aşağıdaki gibi ikinci dereceden bir denklem elde edilir.

$$\pi^2(z) + \pi(z)[\tilde{\tau}(z) - \sigma'(z)] + \tilde{\sigma}(z) + k\sigma(z) = 0 \quad (3.11)$$

$$k = \lambda - \pi'(z) \quad (3.12)$$

Eşitlik 3.11'deki ikinci dereceden denklemin köklerinden $\pi(z)$ aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\pi(z) = \frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2}\right)^2 - \tilde{\sigma}(z) + k\sigma(z)} \quad (3.13)$$

Eşitlik 3.9 için genelleştirilmiş çözüm ise hiregeometrik tipte bir fonksiyonun tüm türevlerinin yine hipergeometrik tipte bir fonksiyon vermesi sonucundan elde edilen tekrarlama bağıntısı ile bulunur.

Bunun için Eşitlik 3.9'un birinci türevi alınarak, $v_1(z) = y'(z)$ ifadesi kullanıldığında yine aşağıdaki gibi hipergeometrik tipte bir denklem elde edilir.

$$\sigma(z)v_1''(z) + \tau_1 v_1'(z) + \mu_1 v_1(z) = 0 \quad (3.14)$$

Burada $\tau_1(z)$ en fazla birinci dereceden bir polinom, μ_1 ise z değişkeninden bağımsız bir parametre olup, $\tau_1(z) = \tau(z) + \sigma'(z)$, $\mu_1 = \lambda + \tau'(z)$ şeklinde alınır. Eşitlik 3.14'ün ikinci türevi için $v_2(z) = y''(z)$ ifadesi kullanılarak yine aşağıdaki gibi hipergeometrik tipte bir denklem elde edilir.

$$\sigma(z)v_2''(z) + \tau_2 v_2'(z) + \mu_2 v_2(z) = 0 \quad (3.15)$$

Eşitlik 3.15'de $\tau_2(z) = \tau(z) + 2\sigma'(z)$, $\mu_2 = \lambda + 2\tau'(z) + \sigma''$ şeklinde alınır. Buradan $v_n(z) = y^n(z)$ için Eşitlik 3.19'un genel çözümü tekrarlama bağıntısı kullanılarak aşağıdaki gibi inşa edilir.

$$\tau_n(z) = \tau(z) + n\sigma'(z) \quad (3.16)$$

$$\mu_n = \lambda + n\tau'(z) + \frac{n(n-1)}{2} \sigma'' \quad (3.17)$$

Burada $\mu_n = 0$ için n . dereceden hipergeometrik denklem $v_n(z) = \text{sabit}$ özel bir çözüme sahip olur. Bu özel çözüm $y(z) = y_n(z)$ şeklinde bir polinoma karşılık gelir. Hipergeometrik tipte bir polinom olan $y_n(z)$ polinomunu çözümleri Rodrigues bağıntısı ile bulunur.

$$y_n(z) = \frac{B_n}{\rho(z)} \frac{d^n}{dz^n} [\sigma^n(z)\rho(z)] \quad (3.18)$$

Eşitlik 3.18'de B_n normalizasyon katsayısını, $\rho(z)$ aşağıdaki koşulu sağlayan ağırlık fonksiyonunu gösterir.

$$[\sigma(z)\rho(z)]' = \tau(z)\rho(z) \quad (3.19)$$

Son olarak özel çözüme karşılık gelen λ parametresi ise aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\lambda_n = -n\tau'(z) - \frac{n(n-1)}{2} \sigma'', \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.20)$$

Bu metodun uygulanma aşamasında ilk olarak çözülmek istenen denklem uygun koordinat dönüşümü ile Eşitlik 3.1’de verilen ana denkleme dönüştürülür. İkinci olarak elde edilen denklem ile ana denklem karşılaştırılarak $\tilde{\tau}(z)$, $\sigma(z)$ ve $\tilde{\sigma}(z)$ polinomları belirlenir. Belirlenen bu polinomlar Eşitlik 3.13’de yerine yazılır ve $\pi(z)$ için genel bir denklem elde edilir. Burada $\pi(z)$ en fazla birinci dereceden bir polinom olduğu için karekök içindeki ifade bir polinomun karesi olması gerekir ve buradan hareketle karekök içindeki ifadenin diskriminantı sıfıra eşitlenerek k için ikinci dereceden bir denklem elde edilir. Denklemin kökleri k_{\pm} şeklinde belirlenir. Bu değerler kullanılarak $\pi(z)$ için olası dört denklem elde edilir. Bu olası dört denklemden Eşitlik 3.4’de verilen $\tau(z)$ polinomunun negatif türevini veren $\pi(z)$ değeri alınır. Daha sonra belirlenen $\pi(z)$ ve k değerleri Eşitlik 3.3, Eşitlik 3.4 ve Eşitlik 3.12’de yerine yazılarak sırasıyla $\varphi(z)$, $\tau(z)$ ve λ değerleri elde edilir. Elde edilen $\tau(z)$ ve $\sigma(z)$ ifadelerinin birinci ve ikinci türevleri Eşitlik 3.20’de yerine yazılarak λ_n parametresi bulunur. Buradan $\lambda = \lambda_n$ kullanılarak enerji özdeğerleri ve son olarak belirlenen bu parametrik fonksiyonlar Eşitlik 3.3, Eşitlik 3.19 ve Eşitlik 3.18’de yerine yazılarak sistemi tasvir eden, $u(z) = \varphi(z)y_n(z)$ dalga özfonksiyonları elde edilir.

3.2. Z(4)-D ve X(3)-D Model

Bohr hamiltonyeninin $\gamma = 30^\circ$ ve $\gamma = 0^\circ$ için γ -katı çözümleri, β değişkeni içinde Davidson potansiyeli kullanılarak oluşturulmuş ve bu yeni modeller sırasıyla Z(4)-D ve X(3)-D olarak adlandırılmıştır. Bu iki modelin enerji özdeğerleri ve özfonksiyonları yukarıda bahsedilen NU metodu ile elde edilmiş ve her iki model için bulunan dalga özfonksiyonları kullanılarak B(E2) elektrik kuadropol geçiş oranları hesaplanmıştır.

3.2.1. Z(4)-D Model Enerji Spektrumu ve Dalga Fonksiyonu

Çekirdeğin γ titreşimlerine göre katı kabul edildiği Davdov-Chaban (1960) yaklaşımına göre çekirdeğin kolektif hareketini tasvir eden Bohr Hamiltonyeni β ve üç Euler açısı olmak üzere dört değişkene bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^3} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^3 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_{k=1}^3 \frac{L_k^2}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right)} \right] + U(\beta) \quad (3.21)$$

Burada B ; kütle parametresini, L_k açısai momentum bileşenlerini gösterir. Hamiltonyen ifadesinde γ değişken değil bir parametre olarak ele alınır ve son terim $\gamma = 30^\circ$ için aşağıdaki gibi alınır.

$$\sum_{k=1}^3 \frac{L_k^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}k\right)} = 4(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) - 3L_1^2 \quad (3.22)$$

Burada dalga fonksiyonu $\Psi(\beta, \theta_i) = \phi(\beta)\psi(\theta_i)$ şeklinde alınarak indirgenmiş enerji $\varepsilon = (2B/\hbar^2)E$ ve indirgenmiş potansiyel, $u = (2B/\hbar^2)U$ ifadeleri kullanıldığında Hamiltonyen ifadesine karşılık gelen Schrodinger denklemi gibi radyal ve açısai olmak üzere iki kısma ayrılır.

$$\left[\frac{1}{\beta^3} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^3 - \frac{Q}{\beta^2} + (\varepsilon - u(\beta)) \right] \phi(\beta) = 0 \quad (3.23)$$

$$\left[(L_1^2 + L_2^2 + L_3^2) - \frac{3}{4}L_1^2 - Q \right] \psi(\theta_i) = 0 \quad (3.24)$$

Eşitlik 3.24'de verilen açısai Schrodinger denkleminin çözümü, toplam açısai momentum L ve onun laboratuvar sabitli \hat{z} -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösteren μ ve cisim sabitli \hat{x}' -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösteren α açısai momentumları ile ilişkili olarak $D(\theta_i)$ Wigner foksionlarına göre aşağıdaki gibi alınır ve buradan Q parametresi aşağıdaki gibi belirlenir (Meyer-Ter-Vehn, 1975).

$$\psi(\theta_i) = \sqrt{\frac{2L+1}{16\pi^2(1+\delta_{\alpha,0})}} \times [D_{\mu,\alpha}^L(\theta_i) + (-1)^L D_{\mu,-\alpha}^L(\theta_i)] \quad (3.25)$$

$$Q = L(L+1) - \frac{3}{4}\alpha^2 \quad (3.26)$$

Buradan Eşitlik 3.23'de verilen radyal Schrodinger denklemi, Davidson potansiyeli $u(\beta) = \beta^2 + \beta_0^4/\beta^2$ ve açısai Schrodinger denkleminde elde edilen Q parametresi ile aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\frac{d^2\phi(\beta)}{d\beta^2} + \frac{3}{\beta} \frac{d\phi(\beta)}{d\beta} + \left[\varepsilon - \frac{L(L+1)}{\beta^2} + \frac{3}{4\beta^2}\alpha^2 - \beta^2 - \frac{\beta_0^4}{\beta^2} \right] \phi(\beta) = 0 \quad (3.27)$$

Eşitlik 3.27, NU metodunu uygulamak amacı ile $\beta^2 = z$ ve $\phi(\beta) \rightarrow u(z) = \varphi(z)y_n(z)$ dönüşümü altında aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2u(z)}{dz^2} + \frac{4}{2z} \frac{du(z)}{dz} + \frac{1}{4z^2} [-z^2 + \varepsilon z - \Omega]u(z) = 0 \quad (3.28)$$

Eşitlik 3.28'de $\Omega = L(L + 1) - 3/4 \alpha^2 + \beta_o^4$ şeklinde olup, Eşitlik 3.28 ve Eşitlik 3.1'de verilen NU metodu ile ilişkili olan ana denklem karşılaştırılarak metodun uygulanması için gerekli parametrik polinomlar aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\tilde{\tau}(z) = 4 \quad , \quad \sigma(z) = 2z \quad , \quad \tilde{\sigma}(z) = -z^2 + \varepsilon z - \Omega \quad (3.29)$$

Bu parametrik fonksiyonlar kullanılarak Eşitlik 3.13'de verilen $\pi(z)$ fonksiyonu için genel ifade aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\pi(z) = -1 \pm \sqrt{z^2 + z(2k - \varepsilon) + \Omega + 1} \quad (3.30)$$

Burada $\pi(z)$ en fazla birinci dereceden bir polinomu ifade ettiğinden dolayı karekök içindeki ifade bir polinomun karesi olmak zorundadır. Buradan karekök içindeki ifadenin diskriminantı ($\Delta = b^2 - 4ac$) sıfıra eşitlenerek k parametresine bağlı ikinci dereceden denklem $k^2 - k\varepsilon + [\varepsilon^2/4 - (\Omega + 1)]$ şeklinde elde edilir. Bu denklemin köklerinden elde edilen k_{\pm} değerleri Eşitlik 3.30'da yerine yazılarak $\pi(z)$ polinomu için olası dört değer aşağıdaki gibi bulunur.

$$\pi(z) = -1 \pm \begin{cases} z + \sqrt{\Omega + 1} \quad , \quad k_+ = \frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{\Omega + 1} \\ z - \sqrt{\Omega + 1} \quad , \quad k_- = \frac{\varepsilon}{2} - \sqrt{\Omega + 1} \end{cases} \quad (3.31)$$

Eşitlik 3.31'den çözüm için uygun olan negatif kök alınarak $\pi(z)$ polinomu aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\pi(z) = -1 - [z - \sqrt{\Omega + 1}] \quad (3.32)$$

Daha sonra Eşitlik 3.32, Eşitlik 3.4, 3.12 ve 3.20'de yerine yazılarak sırasıyla $\tau(z)$, λ ve λ_n ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\tau(z) = 2 - 2[z - \sqrt{\Omega + 1}] \quad , \quad \lambda = \frac{\varepsilon}{2} - \sqrt{\Omega + 1} - 1 \quad , \quad \lambda_n = 2n \quad (3.33)$$

Radyal dalga fonksiyonunun birinci kısmı ise Eşitlik 3.32 ve Eşitlik 3.29'da belirlenen $\pi(z)$ ve $\sigma(z)$ polinomlarının Eşitlik 3.3'de yerine yazılması ile elde edilir.

$$\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} = \frac{-1 - z + \sqrt{\Omega + 1}}{2z} \quad (3.34)$$

$$\varphi(z) = z^{-1/2} e^{-z/2} z^{\sqrt{\Omega+1}/2} \quad (3.35)$$

Radyal dalga fonksiyonunun ikinci kısmı $y_n(z)$ 'nin bağlı olduğu $\rho(z)$ ağırlık fonksiyonu ise Eşitlik 3.19'da $\sigma(z)$ ve $\tau(z)$ fonksiyonları yerine yazılarak elde edilir.

$$\frac{\rho'(z)}{\rho(z)} = \frac{\tau(z) - \sigma'(z)}{\sigma(z)} = \frac{-2z + 2\sqrt{\Omega + 1}}{2z} \quad (3.36)$$

$$\rho(z) = z^{\sqrt{\Omega+1}} e^{-z} \quad (3.37)$$

Buradan Eşitlik 3.37, Eşitlik 3.18'de yerine yazılarak $y_n(z)$ dalga fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunur.

$$y_n(z) = B_n 2^n e^z z^{-\sqrt{\Omega+1}} \frac{d^n}{dz^n} \left[e^{-z} z^{n+\sqrt{\Omega+1}} \right] \quad (3.38)$$

Laguerre polinomlarının Rodrigues formülünden (Magnus ve ark., 1966),

$$L_n^{(\alpha)}(x) = x^{-\alpha} \frac{e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} [e^{-x} x^{n+\alpha}] \quad (3.39)$$

Eşitlik 3.38'de verilen $y_n(z)$ dalga fonksiyonunun, $B_n 2^n = 1/n!$ olmak üzere Laguerre polinomlarına karşılık geldiği görülür ve buradan, $u(z) = \varphi(z)y_n(z)$, $z \rightarrow \beta$ için toplam radyal dalga fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\phi(\beta) = C_N \beta^{-1+\sqrt{\Omega+1}} e^{-\beta^2/2} L_n^{\sqrt{\Omega+1}}(\beta^2) \quad (3.40)$$

Enerji denklemi ise Eşitlik 3.33'de belirlenen $\tilde{\lambda}$ ve $\tilde{\lambda}_n$ parametrelerinin birbirine eşitlenmesi ile elde edilir.

$$E_{n,L} = 2n + 1 + \left[L(L + 1) - \frac{3}{4} \alpha^2 + 1 + \beta_o^4 \right]^{1/2} \quad (3.41)$$

Eşitlik 3.40'da dalga fonksiyonu için C_N normalizasyon katsayısı, $\int_0^\infty \phi^2(\beta)\beta^3 d\beta = 1$ koşulu alınarak elde edilen integralde, Laguerre polinomlarının diklik bağıntısı kullanılarak bulunur.

$$\int_0^\infty e^{-x} x^\alpha L_n^\alpha(x) L_m^\alpha(x) dx = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ \Gamma(1 + \alpha) \binom{n + \alpha}{n} & , m = n \end{cases}$$

Eşitlik 3.41'de verilen enerji denkleminde ise açısal momentumun \hat{x}' -ekseni üzerindeki izdüşümünü gösteren α yerine $n_\omega = L - \alpha$ şeklinde tanımlanan (Meyer-Ter-Vehn, 1975) wobbling kuantum sayısı kullanılır. Buradan Davidson potansiyeli kullanılarak oluşturulan bu model için dalga özfonksiyonu ve enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir ve elde edilen bu yeni model Z(4)-D olarak adlandırılır (Yigitoglu ve Gokbulut, 2018).

$$\phi(\beta) = \left[\frac{2n!}{\Gamma(n + \mathfrak{b} + 2)} \right]^{1/2} \beta^\mathfrak{b} e^{-\beta^2/2} L_n^{\mathfrak{b}+1}(\beta^2) \quad (3.42)$$

$$E_{n,L}^{n_\omega} = 2n + 1 + \left[\frac{L(L + 4) + 3n_\omega(2L - n_\omega) + 4}{4} + \beta_o^4 \right]^{1/2} \quad (3.43)$$

Eşitlik 3.42'de $\mathfrak{b} = -1 + \sqrt{\frac{L(L+4)+3n_\omega(2L-n_\omega)+4}{4} + \beta_o^4}$ şeklinde alınır. Simetriden dolayı α sadece çift tamsayı değerleri alır, buradan $L - n_\omega$ çift tam sayı değerleri ile sınırlandırılır. Bu durumda wobbling kuantum sayısına göre açısal momentum değerleri $L = n_\omega, n_\omega + 2, n_\omega + 4, \dots$ şeklinde belirlenir.

Nükleer yapının araştırılmasında çok önemli rol oynayan $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ enerji oranları ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$R_{n,L}^{(n_\omega)} = \frac{E_{n,L}^{(n_\omega)} - E_{0,0}^{(0)}}{E_{0,2}^{(0)} - E_{0,0}^{(0)}} \quad (3.44)$$

Z(4) ve Z(4)-D enerji spektrumları doğrudan $n = s - 1$ bağıntısı ile karşılaştırılabilir duruma getirilir. Burada s Bessel fonksiyonlarının köklerini, osilatör kuantum sayısı n ise Laguerre polinomlarının köklerini gösterir.

Z(4)-D modeli için temel seviye bandı (gsb) enerji seviyeleri $s = 1, n_\omega = 0$ ($n = 0$) β_1 bandı enerji seviyeleri ise $s = 2, n_\omega = 0$ ($n = 1$) ile karakterize edilir. Burada γ_1 -bandı

çift L seviyeleri $s = 1$, $n_\omega = 2$, tek L seviyeleri ise $s = 1$, $n_\omega = 1$ kuantum sayıları ile oluşturulur.

3.2.2. Z(4)-D Modeli B(E2) Geçiş Oranları

B(E2) elektrik kuadropol geçiş oranlarını hesaplamak için gerekli olan kuadropol operatörünün genel ifadesi aşağıdaki gibi verilir.

$$T_\mu^{(E2)} = t\beta \left[D_{\mu,0}^{(2)}(\theta_i) \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right) \sin\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (3.45)$$

Eşitlik 3.45'de t ölçek faktörü ve θ_i Euler açıları olmak üzere, $D(\theta_i)$ Wigner fonksiyonlarında yer alan μ den sonra gelen sayı, açısal momentumun cisim sabitli \hat{x}' eksenindeki izdüşümü olan α kuantum sayısını temsil eder. Kuadropol operatörün genel formu $\gamma = \pi/6$ için ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T_\mu^{(E2)} = -\frac{t\beta}{\sqrt{2}} \left[D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right] \quad (3.46)$$

İlk durumdan son duruma, elektrik kuadropol geçiş oranı ise aşağıdaki gibi verilir.

$$B(E2; L_i\alpha_i \rightarrow L_s\alpha_s) = \frac{5}{16\pi} \frac{|\langle L_s\alpha_s | T^{(E2)} | L_i\alpha_i \rangle|^2}{2L_i + 1} \quad (3.47)$$

Eşitlik 3.47'de matris elemanları Wigner-Eckart teoremi kullanılarak hesaplanır.

$$\langle L_s\mu_s\alpha_s | T_\mu^{(E2)} | L_i\mu_i\alpha_i \rangle = \frac{\langle L_i 2L_s | \mu_i \mu \mu_s \rangle}{\sqrt{2L_s + 1}} \langle L_s\alpha_s | T^{(E2)} | L_i\alpha_i \rangle$$

Burada β üzerinden integral aşağıdaki formda olup,

$$I_\beta(nL, n'L') = \int_0^\infty \beta \phi_{n,L}(\beta) \phi_{n',L'}(\beta) \beta^3 d\beta$$

Eşitlik 3.47 aşağıdaki gibi alınır.

$$\begin{aligned}
B(E2; L_i \alpha_i \rightarrow L_s \alpha_s) &= \frac{5}{16\pi} \frac{t^2}{2} \frac{1}{(1 + \delta_{\alpha_i,0})(1 + \delta_{\alpha_s,0})} \\
&\times [(L_i, 2, L_s | \alpha_i, 2, \alpha_s) + (L_i, 2, L_s | \alpha_i, -2, \alpha_s) \\
&+ (-1)^{L_i} (L_i, 2, L_s | -\alpha_i, 2, \alpha_s)]^2 I_\beta^2
\end{aligned} \tag{3.48}$$

3.2.3. X(3) Modeli Enerji Spektrumu ve Dalga Fonksiyonu

Bohr kollektif modelde (Bohr, 1952) çekirdeğin rotasyonel kinetik enerjisi artı nükleer yüzeyin titreşim enerjisi klasik olarak β ve γ kollektif koordinatlarına göre aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 J_k \omega_k'^2 + \frac{1}{2} B(\dot{\beta}^2 + \beta^2 \dot{\gamma}^2) \tag{3.49}$$

Burada B kütle parametresi olmak üzere eylemsizlik momenti aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$J_k = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} k \right) \tag{3.50}$$

Euler açılarının türevlerine göre $(\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ cisim sabitli k ($k = 1, 2, 3$) eksenine göre açısal hız bileşenleri ise aşağıdaki gibi elde edilir (Sitenko ve Tartakovski, 1975).

$$\begin{aligned}
\omega_1' &= -\dot{\varphi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\theta} \sin \psi \\
\omega_2' &= \dot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\
\omega_3' &= \dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Eksensel simetrik prolejt durum $\gamma = 0^\circ$ için, Eşitlik 3.48'de verilen eylemsizlik momenti bileşenleri, $J_1 = J_2 = 3B\beta^2$ ve $J_3 = 0$ şeklinde alınır. Bununla birlikte Eşitlik 3.51'de verilen açısal hız bileşenleri Eşitlik 3.49'da yerine yazılarak sistemi tasvir eden kinetik enerji ifadesi ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T = \frac{1}{2} B [3\beta^2 (\dot{\varphi} \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \dot{\beta}^2] \tag{3.52}$$

Eşitlik 3. 52'den hareketin (φ, θ, β) olmak üzere üç serbestlik derecesi ile karakterize edildiği görülür. Buradan genelleştirilmiş koordinatlar $q_1 = \varphi, q_2 = \theta, q_3 = \beta$ için g_{ij} metrik katsayıları $g_{11} = 3\beta^2 \sin^2 \theta$, $g_{22} = 3\beta^2$ ve $g_{33} = 1$ şeklinde, bu metrik katsayılarının determinantı ise $g = |g_{ij}| = 9\beta^4 \sin^2 \theta$ şeklinde belirlenir. Buradan genelleştirilmiş koordinatlara göre Laplasyen operatöründen, $\nabla^2 = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\sqrt{g} g_{ij}^{-1} \frac{\partial}{\partial q_j} \right)$ sistemi tasvir eden Hamiltonyen denklemi aşağıdaki gibi elde edilir (Sitenko ve Tartakovski, 1975).

$$H = -\frac{\hbar^2}{2B} \left[\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^2 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{3\beta^2} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{3\beta^2} \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + U(\beta) \quad (3.53)$$

Dalga fonksiyonu $\Psi(\beta, \theta, \varphi) = F(\beta) Y_{LM}(\theta, \varphi)$ şeklinde alınarak, elde edilen Schrodinger denklemi değişenlerine ayırma metodu ile çözülür. Laplasyen operatörüne karşılık gelen açısal Schrodinger denkleminin çözüm $L(L+1)$ şeklinde elde edilir. İndirgenmiş enerji, $\varepsilon = 2BE/\hbar^2$, indirgenmiş potansiyel, $u = 2BU/\hbar^2$ ifadeleri ve açısal Schrodinger denkleminin elde edilen çözüm kullanılarak, radyal Schrodinger denklemi aşağıdaki gibi alınır.

$$\left[\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^2 \frac{\partial}{\partial \beta} + \left(\varepsilon - \frac{L(L+1)}{3\beta^2} - u(\beta) \right) \right] F(\beta) = 0 \quad (3.54)$$

Eşitlik 3.54 Davidson potansiyeli, $u(\beta) = \beta^2 + \beta_o^4/\beta^2$ ile $\beta^2 = z$ koordinat dönüşümü $F(\beta) \rightarrow f(z) = \varphi(z) y_n(z)$ altında aşağıdaki gibi alınır.

$$\frac{d^2 f(z)}{dz^2} + \frac{3}{2z} \frac{df(z)}{dz} + \frac{1}{4z^2} [-z^2 + \varepsilon z - \vartheta] f(z) = 0 \quad (3.55)$$

Eşitlik 3.55, Eşitlik 3.1'de verilen NU metodu ana denklemi ile karşılaştırılarak parametrik fonksiyolar aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\tilde{\tau}(z) = 3, \quad \sigma(z) = 2z, \quad \tilde{\sigma}(z) = -z^2 + \varepsilon z - \vartheta \quad (3.56)$$

Eşitlik 3.56'da $\vartheta = L(L+1)/3 + \beta_o^4$ şeklinde alınır. Bu parametrik fonksiyonlar Eşitlik 3.13'de yerine yazılarak $\pi(z)$ fonksiyonunun genel formu aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\pi(z) = -\frac{1}{2} \pm \left[z^2 + z(2k - \varepsilon) + \vartheta + \frac{1}{4} \right]^{1/2} \quad (3.57)$$

Eşitlik 3.57’de karekök içindeki ikinci dereceden denklemin diskriminantı sıfıra eşitlenerek elde edilen k parametresine bağlı ikinci dereceden denklemin köklerinden $k_{\pm} = \varepsilon/2 \pm \sqrt{\vartheta + 1/4}$ şeklinde alınır. Bu değerler Eşitlik 3.57’de yerine yazılarak $\pi(z)$ fonksiyonunun olası dört değeri aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\pi(z) = -\frac{1}{2} \pm \begin{cases} z + \sqrt{\vartheta + 1/4} & , k_+ = \varepsilon/2 + \sqrt{\vartheta + 1/4} \\ z - \sqrt{\vartheta + 1/4} & , k_- = \varepsilon/2 - \sqrt{\vartheta + 1/4} \end{cases} \quad (3.58)$$

Eşitlik 3.58’den çözüm için uygun olan negatif kök alınır.

$$\pi(z) = -\frac{1}{2} - \left[z - \sqrt{\vartheta + 1/4} \right] \quad (3.59)$$

Eşitlik 3.59, Eşitlik 3.4, 3.12 ve 3.20’de yerine yazılarak metodun uygulanması için gerekli olan fonksiyonlar aşağıdaki gibi alınır.

$$\tau(z) = 2 - 2 \left[z - \sqrt{\vartheta + 1/4} \right] , \quad \lambda = \varepsilon/2 - \sqrt{\vartheta + 1/4} - 1 , \quad \lambda_n = 2n \quad (3.60)$$

Eşitlik 3.59’da belirlenen $\pi(z)$ fonksiyonu ve $\sigma(z)$, Eşitlik 3,3’de yerine yazılarak radyal dalga fonksiyonunun birinci kısmı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} = \frac{-\frac{1}{2} - z + \sqrt{\vartheta + 1/4}}{2z} \quad (3.61)$$

$$\varphi(z) = z^{-1/4} e^{-z/2} z^{\sqrt{\vartheta+1/4}/2} \quad (3.62)$$

Dalga fonksiyonunun ikinci kısmı $y_n(z)$ ’nin bağlı olduğu $\rho(z)$ ağırlık fonksiyonu ise Eşitlik 3.19’dan bulunur.

$$\frac{\rho'(z)}{\rho(z)} = \frac{\tau(z) - \sigma'(z)}{\sigma(z)} = \frac{-2z + 2\sqrt{\vartheta + 1/4}}{2z} \quad (3.63)$$

$$\rho(z) = e^{-z} z^{\sqrt{\vartheta+1/4}} \quad (3.64)$$

Eşitlik 3.64’in Eşitlik 3.18’de yerine yazılması ile radyal dalga fonksiyonunun ikinci kısmı aşağıdaki gibi alınır.

$$y_n(z) = 2^n B_n e^{z} z^{-\sqrt{\vartheta+1/4}} \frac{d^n}{dz^n} \left[e^{-z} z^{n+\sqrt{\vartheta+1/4}} \right] \quad (3.65)$$

Eşitlik 3.65'den $y_n(z)$ dalga fonksiyonunun $L_n^{\sqrt{\vartheta+1/4}}(z)$ Laguerre polinomlarına karşılık geldiği görülür ve buradan toplam radyal dalga fonksiyonu, $f(z) = \varphi(z)y_n(z)$, $z \rightarrow \beta$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$F(\beta) = C_N \beta^{-1/2+\sqrt{\vartheta+1/4}} e^{-\beta^2/2} L_n^{\sqrt{\vartheta+1/4}}(\beta^2) \quad (3.66)$$

Eşitlik 3.66'da C_N normalizasyon katsayısı, $\int_0^\infty F^2(\beta)\beta^2 d\beta = 1$ koşulundan Laguerre polinomlarının diklik bağıntısı kullanılarak bulunur. Son adımda Eşitlik 3.60'da verilen λ ve λ_n parametreleri birbirine eşitlenerek enerji özdeğerleri elde edilir. Buradan sistemi tasvir eden dalga özfonksiyonu ve enerji denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$F(\beta) = \left[\frac{2n!}{\Gamma(n + \mathfrak{d} + 3/2)} \right]^{1/2} \beta^{\mathfrak{d}} e^{-\beta^2/2} L_n^{\mathfrak{d}+1/2}(\beta^2) \quad (3.67)$$

$$E_{n,L} = 2n + 1 + \left[\frac{L(L+1)}{3} + \frac{1}{4} + \beta_o^4 \right]^{1/2} \quad (3.68)$$

Elde edilen bu yeni model X(3)-D olarak adlandırılır (Yigitoglu ve Gokbulut, 2017). Eşitlik 3.67'de $\mathfrak{d} = -1/2 + \sqrt{L(L+1)/3 + 1/4 + \beta_o^4}$ şeklinde olup, X(3)-D modeli enerji oranları ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$R_{n,L} = \frac{E_{n,L} - E_{0,0}}{E_{0,2} - E_{0,0}} \quad (3.69)$$

Çekirdeğin merkezinden geçen ve çekirdeğin simetri eksenine dik olan düzleme göre dalga fonksiyonunun simetri özelliğinden dolayı L açısal momentum sadece çift değerler alır. Bu yüzden X(3) modelinde olduğu gibi X(3)-D modelinde de γ -band yapısı ortaya çıkmaz. Burada temel seviye bandı için enerji spektrumu $s = 1$, $n = 0$, β_1 -bandı ve β_2 bandı enerji spektrumları ise sırasıyla $s = 2$, $n = 1$ ve $s = 3$, $n = 2$ ile karakterize edilir.

3.2.4. X(3)-D Modeli B(E2) Geçiş Oranları

Eksensel simetrik yapı için kuadropol operatörün genel ifadesi aşağıdaki gibi verilir (Wilets ve Jean, 1956).

$$T_\mu^{(E2)} = t\beta \left[D_{\mu,0}^{(2)}(\theta_i) \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(D_{\mu,2}^{(2)}(\theta_i) + D_{\mu,-2}^{(2)}(\theta_i) \right) \sin \gamma \right] \quad (3.70)$$

Eşitlik 3.70, $\gamma = 0^\circ$ için aşağıdaki gibi alınır (Edmonds, 1957).

$$T_\mu^{(E2)} = t\beta \sqrt{\frac{4\pi}{5}} Y_{2\mu}(\theta, \varphi) \quad (3.71)$$

Buradan B(E2) geçiş oranı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$B(E2; nL \rightarrow n'L') = t^2 (C_{L0,20}^{L'0})^2 I_\beta^2(nL, n'L') \quad (3.72)$$

Eşitlik 3.72'de $C_{L0,20}^{L'0}$ Clebsch-Gordon katsayıları olmak üzere, β üzerinden integral aşağıdaki gibi alınır.

$$I_\beta(nL, n'L') = \int_0^\infty \beta F_{n,L}(\beta) F_{n',L'}(\beta) \beta^2 d\beta \quad (3.73)$$

3.3. Veri Analizi

Burada Z(4)-D ve X(3)-D modelleri ile elde edilen nümerik sonuçların nasıl değerlendirildiği ile ilgili kullanılan yöntemler üzerinde durulmuştur.

3.3.1. Varyasyon Metodu

Varyasyon metodu atom çekirdeğinde şekil faz geçiş noktasındaki fiziksel niceliklerin davranışını belirlemek için önerilmiştir (Bonatsos ve ark., 2004d,e). Kuantum mekaniğinde kullanılan mümkün olan tüm dalga fonksiyonları için enerjinin minimize edilerek taban durum enerjisinin belirlenmeye çalışıldığı standart Ritz varyasyon metodundan (Greiner, 1989) farklı olarak bu metotta, fiziksel niceliğin değişiminin maksimuma ulaştığı durum göz önünde bulundurulur.

Bu metot iki limit yapı arasındaki bölgeyi taramaya izin veren serbest parametre içeren bir potansiyel kullanılarak kritik noktada fiziksel niceliğin maksimum artışına karşılık gelen değer belirlenerek uygulanır. Bu bağlamda β_0 parametresini içeren Davidson potansiyeli kullanılarak varyasyon metodu Z(4)-D modeli temel seviye ve γ_1 -bandı ve X(3)-D modeli temel seviye bandı için uygulanmıştır. Bu yaklaşım kullanılarak ayrı ayrı

her bir açıl momentum için enerji oranının değişiminin maksimumuna ulaştığı noktaya karşılık gelen $\beta_{o,m}$ değerleri belirlenmiştir.

3.3.2. Deneysel Verilerin Seçilmesi

Bu çalışmada deneysel verilerin seçilmesinde enerji ve B(E2) kuadropol geçiş oranlarından sonra ilk olarak γ -bandı enerjilerindeki sıçrama(staggering) davranışı göz önünde bulundurulmuştur. Enerji bantlarındaki sıçrama davranışı, γ -bandı enerji aralıklarının hassas olarak ölçülmesine dayanır ve bu davranış aşağıdaki ifade ele alınarak incelenir (Zamfir ve Casten, 1991; McCutchan ve ark., 2007).

$$S(L) = \frac{[E(L_{\gamma}^+) - E(L-1)_{\gamma}^+] - [E(L-1)_{\gamma}^+ - E(L-2)_{\gamma}^+]}{E(2_1^+)} \quad (3.74)$$

Açıl momentumun bir fonksiyonu olarak belirlenen $S(L)$ değerleri, eksensel simetrik yapı ve eksensel asimetrik deforme yapı içinde yer alan ve iki farklı yaklaşımla ele alınan γ -kararsız ve üç eksenli rotor yapı için üç farklı davranış sergiler. Küresel vibratör ve γ -kararsız limit yapılarındaki γ -band seviyelerindeki kümelenme birbirine benzer olmakla birlikte, γ -kararsız yapıda $S(L)$ değerleri vibratör yapıdakinden daha büyük olup, bu değerlerin artan açıl momentum değerleri ile birlikte giderek daha da büyüdüğü görülür. Bu bakımdan bu iki limit yapı $S(L)$ değerlerindeki büyüklük göz önünde bulundurularak ayırt edilir. Katı üç eksenli limit yapıda γ -band seviyeleri $(2_{\gamma}^+, 3_{\gamma}^+)$, $(4_{\gamma}^+, 5_{\gamma}^+)$, $(6_{\gamma}^+, 7_{\gamma}^+)$, şeklinde kümelenirken, γ -kararsız limit yapıda (2_{γ}^+) , $(3_{\gamma}^+, 4_{\gamma}^+)$, $(5_{\gamma}^+, 6_{\gamma}^+)$, şeklinde kümelenir. Temel seviye bandları için oldukça benzer öngörülere sahip olan bu iki limit yapı tamamen birbirine zıt sıçrama davranışına sahiptir. Eksensel simetrik yapıda ise $S(L)$ değerleri pozitif, küçük ve hemen hemen sabit değerler alır. Böylece bir izotop zinciri boyunca γ -bandlarındaki sıçrama davranışının analizi, çekirdeklerin hangi model kapsamında ele alınacağı bakımından önemli göstergelerden biri olarak kabul edilir.

Bunun yanı sıra γ -bandlarındaki sıçrama davranışını değerlendirecek yeteri kadar deneysel veriye sahip olmayan çekirdekler için Davydov-Filppov (1958) üç eksenli rotor modeli kullanılarak, enerji ve B(E2) geçiş oranlarından β ve γ deformasyon parametrelerinin elde edildiği (Esser ve ark., 1997) yarı deneysel çalışma dikkate alınmıştır. Bu çalışmada bazı çift-çift çekirdeklerin var olan deneysel verilerinden ilk iki

uyarılmış $2_{1,2}^+$ enerji seviyesi kullanılarak bazı çekirdekler için, $R_e = E_{2_2^+}/E_{2_1^+}$ enerji oranları ve $R_b = B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ kuadropol geçiş oranları belirlenmiştir. Daha sonra belirlenen bu oranlar, $E_{2_{1,2}^+}$ ve $B(E2)$ için verilen (Davydov ve Filippov, 1958) teorik ifadelerde kullanılarak sırasıyla γ_e ve γ_b parametreleri hesaplanmıştır. Buradan $\gamma \neq 30^\circ$ için γ değeri 30° den çok küçük olan çekirdeklerin proleyt deforme yapıya, 30° den büyük olan çekirdeklerin ise obleyt deforme yapıya sahip oldukları öngörülmüştür. Bu çalışmada yer alan teorik hesaplamalar değerlendirmeye yetecek kadar γ -bandı enerji seviyesine sahip olmayan çekirdeklerin hangi model kapsamında ele alınacağıın belirlemek için kullanılmıştır.

Bununla birlikte kritik nokta simetrilerinde, potansiyel tabanının düz olduğu varsayımından yola çıkılarak, bazı çekirdekler için β deformasyon parametresine karşı mikroskobik olarak hesaplanan potansiyel enerji yüzeylelerinin değişim grafiği ile çekirdeklerin değerlendirildiği çalışmalar da (Meng ve ark., 2005; Sheng ve Guo, 2005; Fossion ve ark., 2006) göz önünde bulundurulmuştur. Sonuç olarak tüm bu incelemeler ışığında Z(4)-D model tahminleri için, $^{74-76}\text{Ge}$, $^{130-132}\text{Xe}$, $^{110-114}\text{Ru}$, $^{192-198}\text{Pt}$, ^{192}Os , ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th , X(3)-D model tahminleri için ise $^{172-180}\text{Os}$, ^{156}Dy , ^{154}Gd , ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotopları seçilmiştir.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Parametreye bağılı olan modellerin en önemli özelliklerinden birisi serbest parametrenin değişimiyle ilgili bölgenin karakteristik yapısının nasıl değiştiğinin incelenebilmesidir. Bu bölümde ilk olarak, nükleer yapının evriminin değerlendirilmesinde çok önemli göstergelerden biri olan enerji oranları, her iki model için ayrı ayrı farklı β_o değerleri için hesaplanmış ve elde edilen teorik sonuçlar ilgili modellerin ve limit yapıların sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

İkinci adımda, Z(4) ve X(3) modellerinin şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen kritik nokta simetrisi olup olmadığını sorgulamak amacıyla varyasyon metodu uygulanmıştır. Her iki model için varyasyon metodu ile belirlenen $\beta_{o,m}$ değerleri için Z(4)-D ve X(3)-D enerji oranları sırasıyla, Z(4) modeli temel seviye (gsb) ve γ_1 bandı ve X(3) modeli temel seviye bandı enerji tahminleri ile karşılaştırılmıştır.

Üçüncü adımda, Z(4)-D model ve X(3)-D model tahminlerine uygun olarak belirlenen izotoplara ait deneysel veriler bu çalışmada elde edilen teorik hesaplamalarla karşılaştırılmıştır. Burada kullanılan çekirdekler için deneysel verilere, Ulusal Nükleer Veri Merkezi, Brookhevan Laboratuvarı-Nükleer Yapı Veri Dosyası Merkezinden (NNDC-ENSDF, 2017) ulaşılmıştır.

Dördüncü adımda Davidson potansiyeli kullanılarak elde edilen Z(4)-D ve X(3)-D model öngörülleri, Sextic potansiyeli kullanılarak inşa edilen Z(4)-S (Buganu ve Budaca, 2015a) ve X(3)-S (Buganu ve Budaca, 2015b) model öngörülleri ile birlikte, ilgili izotopların literatürde var olan deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. İki serbest parametre içeren Sextic potansiyel tıpkı Davidson potansiyeli gibi $\beta \neq 0$ da bir minimuma sahip olduğundan dolayı iki limit yapı arasındaki bölgeyi taramak için Davidson potansiyeline alternatif bir potansiyel olarak önerilmiştir (Bonatsos ve ark., 2004b, c).

4.1. Z(4)-D Model

Burada Z(4)-D modeli için Eşitlik 3.44 kullanılarak farklı β_o değerleri ile elde edilen $R_{n,L}^{(n\omega)}$ değerleri Z(5) modeli (Bonatsos ve ark., 2004a), Z(4) modeli (Bonatsos ve ark., 2005) ve eksensel simetrik olmayan çekirdekleri incelemek için önerilen katı üç eksenli

rotor (RTR) modeli (Davydov ve Filippov, 1958; Davydov ve Rotovsky, 1959) öngörülleri ile birlikte Çizelge 4.1’de sunulmuştur.

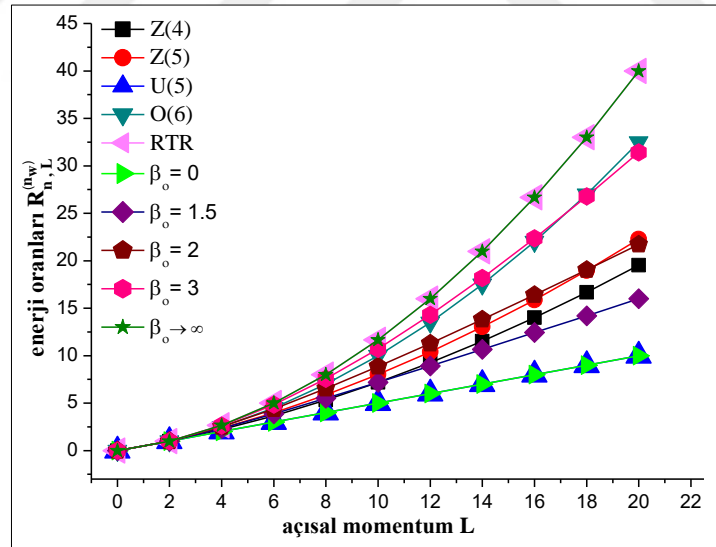
Çizelge 4.1. Farklı β_o değerleri için Z(4)-D çözümleri $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ enerji oranlarının Z(5), Z(4) ve katı üç eksenli rotor (RTR) model sonuçları ile karşılaştırılması

β_o L_{s,n_ω}	0	1.5	2	∞	Z(5)	Z(4)	RTR
0 _{1,0}	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2 _{1,0}	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4 _{1,0}	2.000	2.349	2.512	2.667	2.350	2.226	2.667
6 _{1,0}	3.000	3.880	4.394	5.000	3.984	3.669	5.000
8 _{1,0}	4.000	5.510	6.532	8.000	5.877	5.324	8.000
10 _{1,0}	5.000	7.198	8.847	11.667	8.019	7.188	11.667
12 _{1,0}	6.000	8.922	11.286	16.000	10.403	9.256	16.000
14 _{1,0}	7.000	10.668	13.813	21.000	13.024	11.526	21.000
16 _{1,0}	8.000	12.432	16.405	26.667	15.878	13.996	26.667
18 _{1,0}	9.000	14.207	19.045	33.000	18.964	16.665	33.000
20 _{1,0}	10.000	15.990	21.722	40.000	22.279	19.530	40.000
2 _{1,2}	1.646	1.844	1.927	2.000	1.837	1.766	2.000
3 _{1,1}	2.162	2.588	2.796	3.000	2.597	2.445	3.000
4 _{1,2}	3.243	4.269	4.893	5.667	4.420	4.051	5.667
5 _{1,1}	3.359	4.457	5.137	6.000	4.634	4.239	6.000
6 _{1,2}	4.568	6.463	7.829	10.000	7.063	6.357	10.000
7 _{1,1}	4.477	6.310	7.619	9.667	6.869	6.188	9.667
8 _{1,2}	5.782	8.544	10.747	15.000	9.864	8.788	15.000
9 _{1,1}	5.557	8.155	10.194	14.000	9.318	8.316	14.000
10 _{1,2}	6.937	10.558	13.652	20.667	12.852	11.378	20.667
11 _{1,1}	6.616	9.995	12.833	19.000	11.989	10.630	19.000
0 _{2,0}	2.000	3.648	5.730		3.913	2.954	
2 _{2,0}	3.000	4.648	6.730		5.697	4.804	
4 _{2,0}	4.000	5.998	8.243		7.962	6.893	
6 _{2,0}	5.000	7.529	10.125		10.567	9.215	
8 _{2,0}	6.000	9.159	12.263		13.469	11.765	
10 _{2,0}	7.000	10.846	14.578		16.646	14.538	

Çizelge 4.1’de L_{s,n_ω} notasyonu kullanılmış ve tüm enerji düzeyleri en düşük uyarılmış $2_{1,0}$ enerji düzeyi ile normalize edilmiştir. Temel seviye bandı (gsb) $s = 1, n_\omega = 0, \beta_1$ bandı $s = 2, n_\omega = 0$ ile γ_1 -bandı çift L değerleri, $s = 1, n_\omega = 2$, tek L değerleri ise, $s = 1, n_\omega = 1$ ile etiketlenmiştir.

Çizelge 4.1’de Z(5) modeli gsb ve γ_1 -bandı enerjilerinin Z(4)-D modeli için $\beta_o = 1.5$ ve $\beta_o = 2$ arasındaki değerlerde, Z(4) modeli gsb ve γ_1 -bandı enerjilerinin ise düşük spin değerlerinde $\beta_o = 0$ ve 1.5, yüksek spin değerlerinde ise $\beta_o = 1.5$ ve 2 arasındaki değerlerde yer aldığı görülür. Z(5) modeli β_1 -bandı enerjileri $L = 4$ spin değerine kadar Z(4) modeli, β_1 -bandı enerjileri ise tüm spin değerlerinde $\beta_o = 1.5$ ve 2 arasında uzanır. RTR modeli gsb ve γ_1 -bandı enerji oranlarının ise $\beta_o \rightarrow \infty$ limiti için tam olarak üretildiği görülür.

Bunun yanı sıra çeşitli β_o değerleri için Z(4)-D modeli temel seviye bandı enerji oranları Şekil 4.1’de Z(5), Z(4) ve RTR model tahminleri ve U(5), O(6) limit yapıları ile karşılaştırılmıştır.

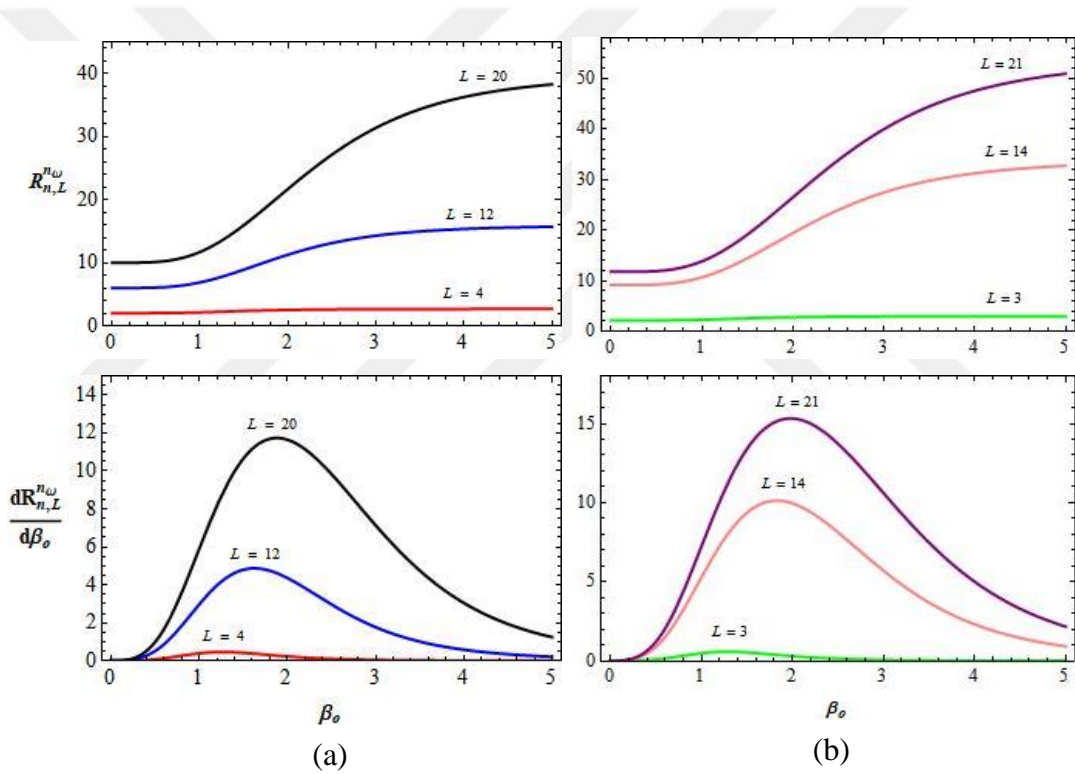


Şekil 4.1. U(5), O(6) limit yapıları ve Z(5), Z(4) öngörülerini ile farklı β_o değerleri için elde edilen temel seviye bandı (gsb) enerji oranlarının karşılaştırılması

Şekil 4.1 de açıkça $\beta_o = 0$ için elde edilen enerji seviyelerinin U(5) küresel vibratör yapıya, $\beta_o \rightarrow \infty$ için elde edilen enerji seviyelerinin ise RTR model tahminlerine karşılık geldiği görülür. Bundan başka $\beta_o = 3$ için enerji seviyeleri O(6) limit yapısına yaklaşırken, Z(5) ve Z(4) model tahminleri $\beta_o = 1.5$ ve $\beta_o = 2$ için elde edilen enerji

spektrumu arasında yer alır. Artan β_o değerleri ile elde edilen enerji spektrumunun U(5) limit yapıdan RTR limit yapıya kadar uzandığı görülür.

Şekil faz geçişi noktasında fiziksel niceliğin davranışını belirlemek için kullanılan varyasyon metodu (Bonatsos ve ark., 2004d, e) Z(4)-D modeli temel seviye bandı (gsb) ve γ_1 -bandı enerji oranları için uygulanmıştır. Bu bağlamda β_o parametresi ile $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla gsb açısıl momentum değerleri $L = 4, 12, 20$, γ_1 -bandı açısıl momentum değerleri ise $L = 3, 14, 21$ şeklinde alınarak β_o parametresine karşı $R_{n,L}^{(n\omega)}$ grafiği çizilmiştir. Şekil 4.2 (a) ve 4.2 (b)'de β_o ile birlikte $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının arttığı görülür.



Şekil 4.2. Z(4)-D modeli (a) $L = 4, 12, 20$ için temel seviye bandı için $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının ve $dR_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_o$ birinci türevlerinin (b) $L = 3, 14, 21$ için γ_1 -bandı $R_{n,L}^{(n\omega)}$ enerji oranlarının ve $dR_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_o$ birinci türevlerinin β_o parametresine karşı değişimi

Şekil 4.2 (a) ve 4.2 (b)'de görüldüğü gibi, eğrideki artışın çok dik olduğu duruma karşılık gelen $\beta_{o,m}$ değeri, $dR_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_o$ birinci türevin keskin bir maksimuma sahip olduğu ve $d^2R_{n,L}^{(n\omega)}/d\beta_o^2$ ikinci türevin kaybolduğu noktaya karşılık gelir. Bu durumda fiziksel niceliklerin şekil faz noktasında çok hızlı değiştiği göz önünde bulundurularak, her bir L

açısal momentum değeri için fiziksel niceliğin değişiminin maksimum olduğu notaya karşılık gelen $\beta_{o,m}$ değerleri belirlenir. Temel seviye bandı ve γ_1 -bandı için $\beta_{o,m}$ değerleri kullanılarak elde edilen $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var) enerji oranları Z(4) (Bonatsos ve ark., 2005) model öngörülleri ile birlikte Çizelge 4.2’de sunulmuştur.

Çizelge 4.2. Varyasyon prosedürü uygulanarak elde temel seviye bandı ($s = 1, n_\omega = 0$) ve γ_1 -bandı (çift L için $s = 1, n_\omega = 2$ tek L için $s = 1, n_\omega = 1$) $R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var) değerlerinin Z(4) model çözümleri ile karşılaştırılması

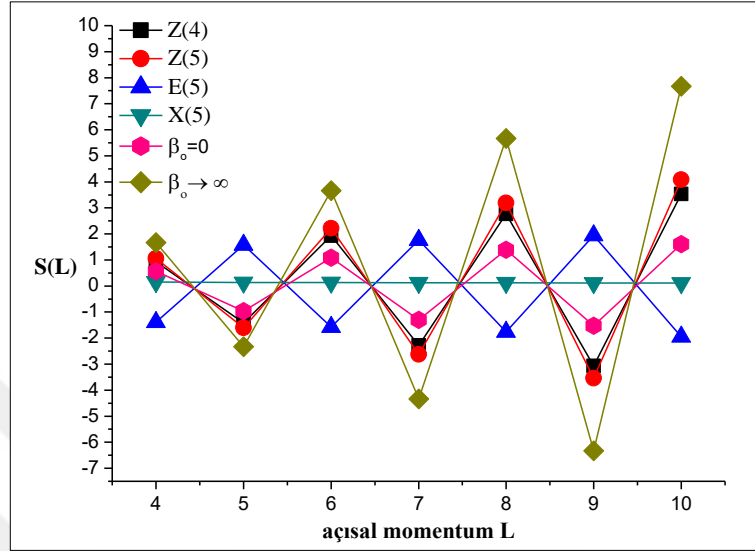
L_{s,n_ω}	$\beta_{o,m}$	$R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var)	Z(4)	L_{s,n_ω}	$\beta_{o,m}$	$R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var)	Z(4)	L_{s,n_ω}	$\beta_{o,m}$	$R_{n,L}^{(n_\omega)}$ (var)	Z(4)
4 _{1,0}	1.267	2.245	2.226	2 _{1,2}	1.224	1.776	1.766	3 _{1,1}	1.286	2.469	2.445
6 _{1,0}	1.375	3.726	3.669	4 _{1,2}	1.399	4.120	4.051	5 _{1,1}	1.410	4.314	4.239
8 _{1,0}	1.467	5.437	5.324	6 _{1,2}	1.515	6.508	6.357	7 _{1,1}	1.508	6.332	6.188
10 _{1,0}	1.550	7.371	7.188	8 _{1,2}	1.609	9.038	8.788	9 _{1,1}	1.592	8.545	8.316
12 _{1,0}	1.625	9.525	9.256	10 _{1,2}	1.690	11.743	11.378	11 _{1,1}	1.668	10.961	10.630
14 _{1,0}	1.694	11.898	11.526	12 _{1,2}	1.763	14.637	14.139	13 _{1,1}	1.738	13.583	13.135
16 _{1,0}	1.759	14.487	13.996	14 _{1,2}	1.830	17.730	17.079	15 _{1,1}	1.803	16.416	15.831
18 _{1,0}	1.821	17.293	16.665	16 _{1,2}	1.893	21.026	20.202	17 _{1,1}	1.864	19.460	18.719
20 _{1,0}	1.880	20.316	19.530	18 _{1,2}	1.952	24.532	23.509	19 _{1,1}	1.922	22.718	21.799
				20 _{1,2}	2.009	28.248	27.003	21 _{1,1}	1.979	26.191	25.071

Çizelge 4.2’de varyasyon metodu sonuçlarının, Z(4) modeli temel seviye bandı ve γ_1 bandı öngörülleri ile oldukça uyumlu olduğu görülür. Bu uyum, Z(4) modelinin küresel yapı ile katı üç eksenli rotor yapı arasındaki şekil faz geçişi noktasına karşılık gelen kritik nokta simetrisi olabileceğine dair önemli işaretlerden biri olarak kabul edilebilir.

Z(4)-D modeli için deneysel verilerin seçilmesinde ilk olarak γ -bandları içinde enerji sıçraması davranışı göz önünde bulundurulmuştur. Bu bağlamda Eşitlik 3.74 kullanılarak $\beta_o = 0$ ve $\beta_o \rightarrow \infty$ için hesaplanan $S(L)$ değerleri, aynı eşitlik kullanılarak hesaplanan Z(5), Z(4), E(5) ve X(5) modelleri $S(L)$ değerleri ile birlikte Şekil 4.3’de verilmiştir.

Şekil 4.3’de görüldüğü gibi, küresel vibratör (U(5)) ve eksensel simetrik prolept (SU(3)) yapı arasında yer alan X(5) kritik nokta simetrisi $S(L)$ değerleri küçük, pozitif ve açısal momentumun bir fonksiyonu olarak sabit değerler alır. Küresel vibratör (U(5)) ve deforme γ -kararsız (O(6)) arasında yer alan E(5) kritik nokta simetrisi $S(L)$ değerlerinin

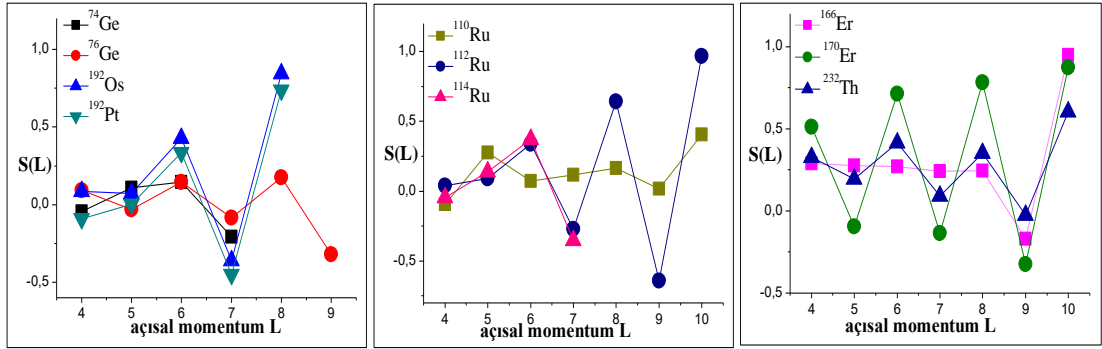
ise, çift L açısai momentum değeriinde negatif, tek L açısai momentum değeriinde ise pozitif olduğu görölür.



Şekil 4.3. Z(4)-D modeli $\beta_0 = 0$ ve $\beta_0 \rightarrow \infty$ için γ_1 -bandı $S(L)$ değeriinin, X(5), E(5), Z(5) ve Z(4) modelleri $S(L)$ değeriileri ile karşılaştırılması

Üç eksenli vibratör ve katı üç eksenli deforme yapı arasında yer alan Z(5) kritik nokta simetrisi $S(L)$ değeriilerinin ise bu durumun tam tersi bir davranış sergilediği, çift L açısai momentum değeriinde pozitif, tek L açısai momentum değeriinde ise negatif değeriiler aldığı görölür. Şekil 4.3'de Z(4) ve Z(4)-D model $S(L)$ değeriilerinin ise üç eksenli yapı ile aynı davranış sergilediği görölür.

Buradan ilk olarak Z(4)-D modeli tahminleri için uygun görülen deneysel veriler, $^{74-76}\text{Ge}$, $^{130-132}\text{Xe}$, $^{110-114}\text{Ru}$, $^{192-198}\text{Pt}$, ^{192}Os , ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotoplarının γ -bandı enerjilerindeki sıçrama davranışını araştırılmış ve var olan deneysel veriler için Eşitlik 3.74 ile $S(L)$ değeriileri hesaplanmıştır. Şekil 4.4'de $^{74-76}\text{Ge}$, ^{192}Os , ^{192}Pt , $^{110-114}\text{Ru}$, ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotopları γ_1 -bandı enerjileri için hesaplanan deneysel $S(L)$ değeriileri verilmiştir. Burada $^{130-132}\text{Xe}$ ve $^{194-198}\text{Pt}$ izotoplarının γ_1 -bandı enerjilerindeki sıçrama davranışını değeriilendirecek yeterli deneysel veri bulunmamaktadır.

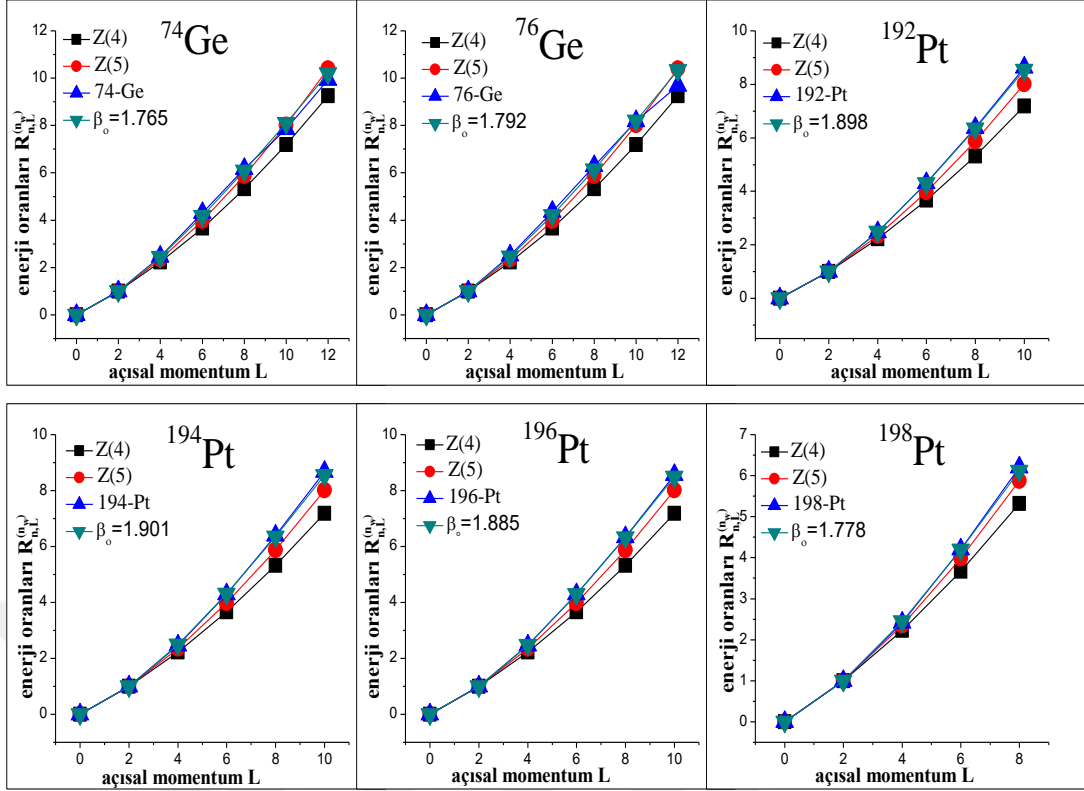


Şekil 4.4. $^{74-76}\text{Ge}$, ^{192}Os , ^{192}Pt , $^{110-114}\text{Ru}$, ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotopları γ_1 -bandı enerjileri için deneysel $S(L)$ değerleri

Şekil 4.4'de görüldüğü gibi $^{74-76}\text{Ge}$, ^{192}Os , ^{192}Pt , $^{110-114}\text{Ru}$, ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotopları γ_1 -bandı $S(L)$ değerleri üç eksenli model öngörülerine benzer olarak çift L değerlerinde pozitif tek L değerlerinde ise negatiftir.

Bununla birlikte ^{166}Er , ^{170}Er ve ^{232}Th izotoplarının temel seviye bandı $R_{0,4}^{(0)}(R_{4/2})$ enerji oranları oldukça yüksek olup, sırasıyla 3.289, 3.310 ve 3.284 şeklindedir. Bu çekirdeklerin $R_{0,4}^{(0)}$ enerji oranları $Z(4)$ -D modeli $\beta_0 \rightarrow \infty$ limit değeri için elde edilen $R_{0,4}^{(0)}$ enerji oranından oldukça büyüktür. Bu bağlamda bu çekirdeklerin eksenel simetrik deforme yapı ve üç eksenli deforme yapı arasındaki şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen $Y(5)$ kritik nokta simetrisi için aday çekirdekler olarak alınabilecekleri öngörülmüştür. Buradan hareketle $Z(4)$ -model tahminleri için geriye kalan $^{74-76}\text{Ge}$, ^{130}Xe , ^{132}Xe , $^{110-114}\text{Ru}$, $^{192-198}\text{Pt}$ ve ^{192}Os izotoplarının literatürde var olan deneysel verileri alınmıştır.

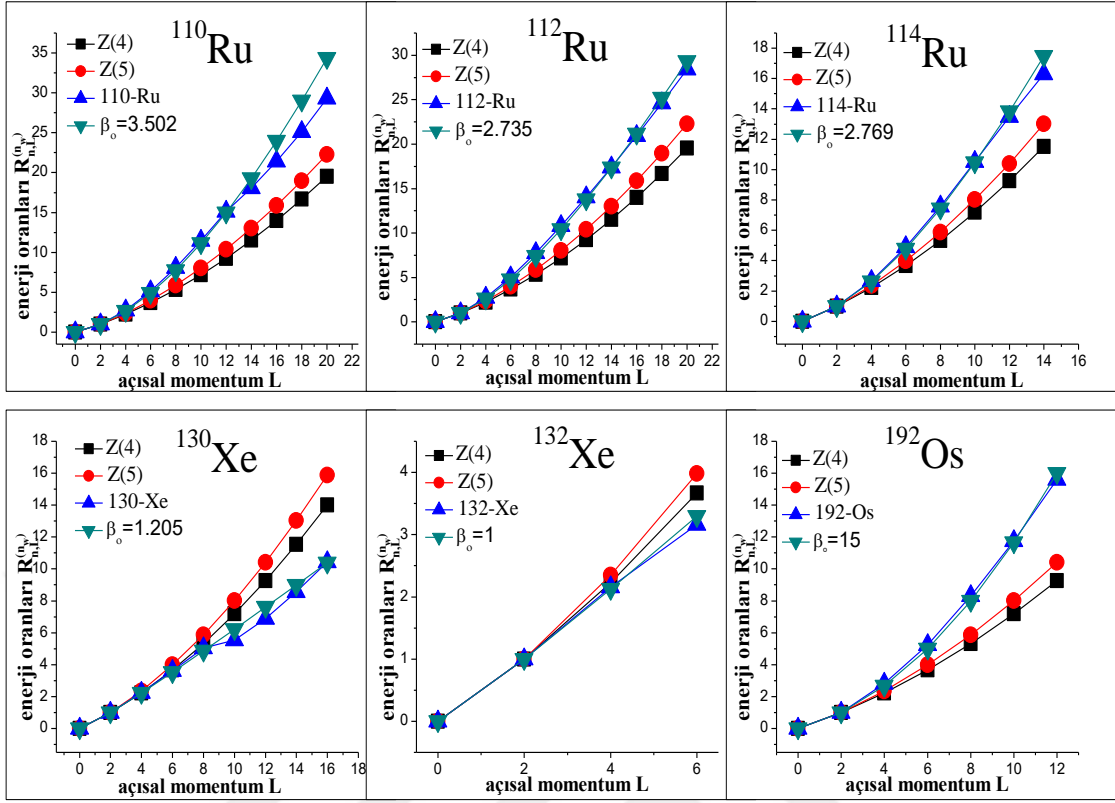
Bu bağlamda farklı β_0 değerleri için elde edilen $Z(4)$ -D temel seviye bandı (gsb) enerji oranları Şekil 4.5 (a)'da $^{74-76}\text{Ge}$ ve $^{192-198}\text{Pt}$, Şekil 4.5 (b)'de ise $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$ ve ^{192}Os izotopları deneysel gsb enerji oranları ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada $Z(5)$ ve $Z(4)$ model tahminleri de yer verilmiştir.



Şekil 4.5. (a) Farklı β_0 değerleri için hesaplanan Z(4)-D temel seviye bandı enerji oranlarının, Z(5) ve Z(4) model tahminleri ile birlikte, $^{74-76}\text{Ge}$ ve $^{192-198}\text{Pt}$ izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması

Şekil 4.5 (a)'da görüldüğü gibi, $\beta_0 = 1.765$ için Z(4)-D modeli gsb enerji oranları ^{74}Ge izotopu, $\beta_0 = 1.792$ için ise ^{76}Ge izotopu gsb enerji oranları ile Z(5) ve Z(4) modeli öngörülerinden daha uyumludur. Burada $^{192-198}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel gsb enerjileri ise sırasıyla $\beta_0 = 1.898$, $\beta_0 = 1.901$, $\beta_0 = 1.885$ ve 1.778 ile hesaplanan Z(4)-D çözümleri ile örtüşür.

Şekil 4.5 (b)'de yer alan çekirdekler arasında, Z(4)-D modeli gsb enerjileri ile en iyi uyum ^{112}Ru izotopu deneysel verilerinde görülür. ^{110}Ru ve ^{114}Ru gsb enerjileri ise $L = 12$ spin değerine kadar sırasıyla $\beta_0 = 3.502$ ve $\beta_0 = 2.769$ için Z(4)-D çözümleriyle örtüşür. Bundan başka ^{130}Xe izotopu gsb enerjileri $L = 8$ spin değerine kadar Z(4) ve $\beta_0 = 1.205$ için Z(4)-D çözümleri ile uyumludur. Bu çekirdeğe ait deneysel gsb enerjileri yukarı spin seviyelerinde sapma gösterse de Z(4) model tahminlerine göre Z(4)-D modeli ile daha iyi uyum gösterir.



Şekil 4.5. (b) Farklı β_0 değerleri için hesaplanan Z(4)-D temel seviye bandı enerjilerinin, Z(5) ve Z(4) model tahminleri ile birlikte $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$ ve ^{192}Os izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması

Çok az deneysel veriye sahip olan ^{132}Xe izotopu gsb enerjileri ise $\beta_0 = 1$ için Z(4)-D tahminleri ile tutarlıdır. Yüksek β_0 değerlerinde ise Z(4)-D tahminlerinin ^{192}Os çekirdeğine ait deneysel gsb enerjileri ile uyumlu olduğu görülür. Daha sonraki adımda deneysel verilerin gsb bandı enerjileri ile karşılaştırmak için belirlenen β_0 değerleri ile Z(4)-D γ_1 -bandı enerji oranları hesaplanmıştır.

Elde edilen γ_1 bandı enerji oranları, Z(4) model tahminleri ile birlikte, Çizelge 4.3 (a)'da $^{74-76}\text{Ge}$, $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları, Çizelge 4.3 (b)'de ise $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$ ve ^{192}Os izotopları var olan deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. Çizelge 4.3 (a) ve Çizelge 4.3 (b)'de L_{s,n_ω} notasyonu kullanılmış, çift L açısal momentum değerlerine karşılık gelen γ_1 -bandı enerji seviyeleri $s = 1, n_\omega = 2$, tek L açısal momentum değerlerine karşılık gelen enerji seviyeleri ise $s = 1, n_\omega = 1$ ile etiketlenmiştir.

Çizelge 4.3 (a) $^{74-76}\text{Ge}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları deneysel γ_1 -bandı enerjileri ile birlikte β_o ile etiketlenen Z(4)-D model sonuçları ve Z(4) model tahminleri

$L_{s,n\omega}$ β_o	^{74}Ge Den.	^{74}Ge 1.765	^{76}Ge Den.	^{76}Ge 1.792	^{192}Pt Den.	^{192}Pt 1.898	^{194}Pt Den.	^{194}Pt 1.901	^{196}Pt Den.	^{196}Pt 1.885	Z(4)
2 _{1,2}	2.021	1.895	1.969	1.900	1.935	1.915	1.894	1.915	1.936	1.913	1.766
3 _{1,1}	2.849	2.713	2.735	2.724	2.910	2.763	2.809	2.764	2.854	2.759	2.445
4 _{1,2}	3.633	4.630	3.592	4.663	3.795	4.786	3.743	4.790	3.636	4.772	4.051
5 _{1,1}	4.526	4.849	4.418	4.885	4.682	5.020	4.563	5.023	4.526	5.004	4.239
6 _{1,2}	5.564	7.225	5.390	7.299	5.905	7.578			5.644	7.545	6.357
7 _{1,1}	6.395	7.042	6.276	7.113	6.677	7.380					6.188
8 _{1,2}			7.337	9.864	8.186	10.324			7.730	10.269	8.788
9 _{1,1}			8.077	9.381							8.316

Çizelge 4.3 (a)'da, ^{74}Ge ve ^{76}Ge izotopları 2_{1,2}, 3_{1,1} ve 5_{1,1} açısai momentum değeriine karşılık gelen γ_1 -bandı enerjilerinin, Z(4)-D model öngörülerini, diğerlerinin ise Z(4) model öngörülerini ile uyumlu olduğu görülür. ^{192}Pt izotopuna ait 2_{1,2}, 3_{1,1} ve 5_{1,1} spin seviyeleri γ_1 -bandı enerjileri Z(4)-D model, 4_{1,2}, 6_{1,2} ve 8_{1,2} spin seviyeleri enerjileri ise Z(4) model tahminleri ile uyumludur. $^{194-196}\text{Pt}$ izotopları γ_1 -bandı enerjilerinin ise 2_{1,2} ve 3_{1,1} spin seviyeleri için Z(4)-D, 4_{1,2} ve 5_{1,1} spin seviyeleri için ise Z(4) modeli ile uyumlu olduğu görülür.

Çizelge 4.3(b)'de ise $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$ ve ^{192}Os izotoplarına ait literatürde var olan deneysel verilerle birlikte β_o değeri ile hesaplanan Z(4)-D teorik sonuçları ve Z(4) model öngörülerini yer almaktadır. Burada $^{110-114}\text{Ru}$ izotoplarına ait tek L açısai momentum enerji seviyeleri ve γ_1 -band başı enerjileri Z(4)-D model tahminleri ile uyumlu iken, çift L açısai momentumlu γ_1 -bandı enerjileri, Z(4) model sonuçları ile uyumludur. ^{192}Os izotopu 2_{1,2}, 3_{1,1} ve 5_{1,1} spinli γ_1 -bandı enerjileri ise Z(4)-D model ile uyumludur. Bu izotopa ait Z(4) model sonuçları ile en iyi uyum ise 4_{1,2} spinli γ_1 -bandı enerjisinde görülür.

Çizelge 4.3 (b) $^{110-114}\text{Ru}$, ^{192}Os ve $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları deneysel γ_1 -bandı enerjileri ile birlikte β_o ile etiketlenen Z(4)-D model sonuçları ve Z(4) model tahminleri

$L_{s,n\omega}$	^{110}Ru	^{110}Ru	^{112}Ru	^{112}Ru	^{114}Ru	^{114}Ru	^{192}Os	^{192}Os	Z(4)
β_o	Den.	3.502	Den.	2.735	Den.	2.769	Den.	15.000	
2 _{1,2}	2.546	1.990	2.212	1.975	2.124	1.976	2.376	2.000	1.766
3 _{1,1}	3.572	2.971	3.158	2.928	3.124	2.931	3.355	3.000	2.445
4 _{1,2}	4.505	5.543	4.143	5.366	4.080	5.378	4.420	5.666	4.051
5 _{1,1}	5.713	5.860	5.219	5.661	5.176	5.675	5.557	6.000	4.239
6 _{1,2}	6.997	9.595	6.634	9.062	6.642	9.098	7.120	9.999	6.357
7 _{1,1}	8.395	9.289	7.779	8.788	7.757	8.822	8.323	9.665	6.188
8 _{1,2}	9.957	14.095	9.563	12.999			10.369	14.997	8.788
9 _{1,1}	11.535	13.209	10.707	12.236					8.316
10 _{1,2}	13.518	18.991	12.817	17.124					11.378
11 _{1,1}	15.067	17.572	13.902	15.943					10.630
12 _{1,2}	17.255	24.237	16.354	21.399					14.139
13 _{1,1}	18.926	22.330	17.303	19.860					13.135
14 _{1,2}	21.289	29.792	20.128	25.793					17.079
15 _{1,1}	23.030	27.441	20.916	23.948					15.831
16 _{1,2}			24.086	30.285					20.202
17 _{1,1}			24.747	28.175					18.719
$L_{s,n\omega}$	^{130}Xe	^{130}Xe	^{132}Xe	^{132}Xe					Z(4)
β_o	Den.	1.205	Den.	1.000					
2 _{1,2}	2.093	1.771	1.944	1.721					1.766
3 _{1,1}	3.046	2.423	2.701	2.315					2.445
4 _{1,2}	3.374	3.841	2.940	3.583					4.051
5 _{1,1}	4.051	3.996	3.246	3.721					4.239

Çizelge 4.3 (a) ve Çizelge 4.3 (b)'de verilen $^{130-132}\text{Xe}$ izotoplarına ait deneysel veriler haricinde diğer tüm çekirdeklerin γ_1 -band başı enerjilerinin Z(4)-D model öngörülleri ile daha iyi örtüştüğü görülür.

Z(4)-D modeli sonuçları, Sextic potansiyeli kullanılarak inşa edilen Z(4)-S (Bugu ve Budaca, 2015a) modeli ile karşılaştırılmıştır. Bu bağlamda Z(4)-D modeli ve Z(4)-S modeli gsb enerji oranları Çizelge 4.4'de, γ_1 -bandı enerji oranları Çizelge 4.5'de $^{130-132}\text{Xe}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel verileri ile birlikte verilmiştir. Her iki modelin öngörülleri bu izotopların deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.4. Z(4)-D çözümü ile elde edilen temel seviye bandı (gsb) enerji oranları ile birlikte Z(4)-S (S:Sextic potansiyel) model öngörülere ve $^{130-132}\text{Xe}$, $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel verileri

Çek.	$R_{0,4}^{(0)}$	$R_{0,6}^{(0)}$	$R_{0,8}^{(0)}$	$R_{0,10}^{(0)}$	$R_{0,12}^{(0)}$
^{130}Xe	2.247	3.627	5.031	5.545	6.890
Z(4)-D	2.216	3.518	4.861	6.225	7.602
Z(4)-S	2.415	3.534	5.192	6.402	8.262
^{132}Xe	2.157	3.163			
Z(4)-D	2.127	3.296			
Z(4)-S	2.123	3.156			
^{192}Pt	2.479	4.314	6.377	8.624	
Z(4)-D	2.487	4.308	6.350	8.539	
Z(4)-S	2.439	3.787	5.773	7.350	
^{194}Pt	2.470	4.298	6.392	8.672	
Z(4)-D	2.488	4.311	6.357	8.552	
Z(4)-S	2.415	3.835	5.880	7.573	
^{196}Pt	2.465	4.290	6.333	8.558	
Z(4)-D	2.484	4.296	6.326	8.499	
Z(4)-S	2.513	3.709	5.579	6.914	

Çizelge 4.5. Z(4)-D çözümü ile elde edilen γ_1 -bandı enerji oranları ile birlikte Z(4)-S (S:Sextic potansiyel) model tahminleri ve $^{130-132}\text{Xe}$ ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının deneysel verileri

Çek.	$R_{0,2}^{(2)}$	$R_{0,3}^{(1)}$	$R_{0,4}^{(2)}$	$R_{0,5}^{(1)}$	$R_{0,6}^{(2)}$	$R_{0,7}^{(1)}$	$R_{0,8}^{(2)}$
^{130}Xe	2.093	3.046	3.373	4.051			
Z(4)-D	1.771	2.423	3.841	3.996			
Z(4)-S	1.612	2.180	3.936	4.005			
^{132}Xe	1.944	2.701	2.940	3.246			
Z(4)-D	1.721	2.315	3.583	3.721			
Z(4)-S	1.532	2.075	3.368	3.475			
^{192}Pt	1.935	2.910	3.795	4.682	5.905	6.677	8.186
Z(4)-D	1.915	2.763	4.786	5.020	7.578	7.380	10.324
Z(4)-S	1.653	2.302	4.229	4.342	6.358	6.065	9.163
^{194}Pt	1.894	2.809	3.743	4.563			
Z(4)-D	1.915	2.764	4.790	5.023			
Z(4)-S	1.661	2.332	4.268	4.402			
^{196}Pt	1.936	2.854	3.636	4.526	5.644		7.730
Z(4)-D	1.913	2.759	4.772	5.004	7.545		10.269
Z(4)-S	1.646	2.249	4.179	4.243	6.041		8.564

Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5’de $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları temel seviye bandı (gsb) ve γ_1 -bandı enerji değerlerinin Z(4)-D ve Z(4)-S model tahminleri ile benzer olduğu görülür. Ancak $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları gsb enerji değerleri Z(4)-D model sonuçları ile daha iyi uyumludur.

Çizelge 4.4’de ise ^{130}Xe izotopu gsb enerji değerleri için, her iki model $L = 8$ spin değerine kadar benzer öngörülere sahiptir. Bununla birlikte $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları gsb enerji

değerleri genel olarak değerlendirildiğinde her iki model benzer öngörülere sahip olsa bile Z(4)-S modeli tahminlerinin nispeten daha iyi olduğu görülür.

Çizelge 4.5’de, ^{130}Xe izotopu γ_1 -bandı enerjilerinin, Z(4)-D ve Z(4)-S modelleri ile uyumlu olan $5_{1,1}$ spinli seviyeye karşılık gelen enerji değeri hariç her iki model öngörülere ile de uyumsuz olduğu görülür. ^{132}Xe izotopu γ_1 -bandı enerjileri ise her iki model öngörülere ile de uyumsuzdur.

Atom çekirdeği şekil faz geçişlerine duyarlı olması bakımından nükleer yapıyı tasvir etmek için kullanılan diğer önemli göstergelerden biri de band içi (intraband) ve bandlar arası (interband) B(E2) kuadropol geçiş oranlarıdır. Bu bağlamda Z(4)-D modeli band içi ve bandlar arası B(E2) geçiş oranları Eşitlik 3.48 ile hesaplanmıştır. Elde edilen nümerik sonuçların her biri en düşük uyarılmış temel seviye bandı $B(E2; 2_{1,0} \rightarrow 0_{1,0})$ geçişi ile normalize edilmiştir. Burada farklı β_0 değerlerine karşılık gelen temel seviye bandı, β_1 bandı ve γ_1 -bandı band içi B(E2) kuadropol geçiş oranları Z(4) modeli sonuçları ile birlikte Çizelge 4.6’da verilmiştir.

Çizelge 4.6’da Z(4) modeli gsb band içi B(E2) geçiş oranlarının, düşük spin değerlerinde $\beta_0 = 1$ ile $\beta_0 = 1.5$ için elde edilen Z(4)-D model tahminleri arasında yer aldığı, artan spin değerlerinde ise $\beta_0 = 2$ ile elde edilen Z(4)-D model öngörülerine yaklaştığı görülür. Z(4) modeli γ_1 -bandı B(E2) geçiş oranları ise $\beta_0 = 1$ ile $\beta_0 = 2$ arasındaki Z(4)-D model öngörülere ile uyumludur. Çizelge 4.6’dan Z(4) modeli β_1 -bandı band içi B(E2) kuadropol geçiş oranlarının ise $\beta_0 > 2$ değerleri için Z(4)-D modeli tarafından üretilebileceği öngörülür.

Çizelge 4.6. Z(4)-D modeli için farklı β_o değerlerine karşılık gelen temel seviye bandı ($s = 1, n_\omega = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n_\omega = 0$) ve γ_1 -bandı (çift L için $s = 1, n_\omega = 2$; tek L için $s = 1, n_\omega = 1$) band içi B(E2) geçiş oranları ile birlikte Z(4) model tahminleri

β_o	0	1	1.5	2	Z(4)
$L_{s,n_\omega}^{(i)} \rightarrow L_{s,n_\omega}^{(s)}$					
$2_{1,0} \rightarrow 0_{1,0}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$4_{1,0} \rightarrow 2_{1,0}$	2.083	1.866	1.625	1.499	1.706
$6_{1,0} \rightarrow 4_{1,0}$	3.462	2.992	2.404	2.058	2.414
$8_{1,0} \rightarrow 6_{1,0}$	4.779	4.068	3.127	2.528	2.913
$10_{1,0} \rightarrow 8_{1,0}$	6.071	5.127	3.841	2.980	3.293
$12_{1,0} \rightarrow 10_{1,0}$	7.350	6.178	4.554	3.431	3.597
$14_{1,0} \rightarrow 12_{1,0}$	8.621	7.225	5.270	3.888	3.849
$16_{1,0} \rightarrow 14_{1,0}$	9.886	8.270	5.989	4.349	4.061
$2_{2,0} \rightarrow 0_{2,0}$	1.500	1.485	1.401	1.292	0.769
$4_{2,0} \rightarrow 2_{2,0}$	2.778	2.485	2.126	1.879	1.271
$6_{2,0} \rightarrow 4_{2,0}$	4.327	3.739	2.987	2.504	1.793
$8_{2,0} \rightarrow 6_{2,0}$	5.735	4.881	3.744	2.995	2.177
$10_{2,0} \rightarrow 8_{2,0}$	7.083	5.981	4.476	3.454	2.484
$4_{1,2} \rightarrow 2_{1,2}$	1.064	0.932	0.775	0.687	0.801
$6_{1,2} \rightarrow 4_{1,2}$	1.916	1.628	1.245	0.999	1.142
$8_{1,2} \rightarrow 6_{1,2}$	3.447	2.903	2.155	1.645	1.767
$10_{1,2} \rightarrow 8_{1,2}$	4.970	4.168	3.047	2.259	2.266
$12_{1,2} \rightarrow 10_{1,2}$	6.458	5.403	3.915	2.847	2.669
$5_{1,1} \rightarrow 3_{1,1}$	1.983	1.709	1.364	1.158	1.356
$7_{1,1} \rightarrow 5_{1,1}$	3.507	2.975	2.264	1.802	2.049
$9_{1,1} \rightarrow 7_{1,1}$	4.970	4.187	3.111	2.378	2.565
$11_{1,1} \rightarrow 9_{1,1}$	6.384	5.357	3.924	2.920	2.967
$13_{1,1} \rightarrow 11_{1,1}$	7.762	6.498	4.717	3.445	3.290
$3_{1,1} \rightarrow 2_{1,2}$	3.207	2.795	2.295	2.019	2.365
$5_{1,1} \rightarrow 4_{1,2}$	2.412	2.049	1.567	1.260	1.452
$7_{1,1} \rightarrow 6_{1,2}$	2.671	2.250	1.674	1.283	1.615
$9_{1,1} \rightarrow 8_{1,2}$	2.763	2.318	1.699	1.265	1.448
$11_{1,1} \rightarrow 10_{1,2}$	2.794	2.339	1.698	1.240	1.305
$13_{1,1} \rightarrow 12_{1,2}$	2.800	2.340	1.688	1.216	1.185

Çizelge 4.7. Z(4)-D modeli için farklı β_o değerleri ile hesaplanan γ_1 -bandı (çift L , $s = 1$, $n_\omega = 2$, tek L , $s = 1$, $n_\omega = 1$) ve temel seviye bandı ($s = 1$, $n_\omega = 0$) bandlar arası B(E2) geçiş oranları ve Z(4) model sonuçları

β_o	0	1	1.5	2	Z(4)
$L_{s,n_\omega}^{(i)} \rightarrow L_{s,n_\omega}^{(s)}$					
$2_{1,2} \rightarrow 2_{1,0}$	2.123	1.898	1.649	1.525	1.737
$4_{1,2} \rightarrow 4_{1,0}$	0.544	0.471	0.379	0.325	0.381
$6_{1,2} \rightarrow 6_{1,0}$	0.352	0.300	0.232	0.189	0.218
$8_{1,2} \rightarrow 8_{1,0}$	0.257	0.218	0.164	0.128	0.143
$10_{1,2} \rightarrow 10_{1,0}$	0.202	0.170	0.126	0.096	0.102
$12_{1,2} \rightarrow 12_{1,0}$	0.166	0.139	0.102	0.076	0.076
$3_{1,1} \rightarrow 4_{1,0}$	1.916	1.658	1.337	1.155	1.360
$5_{1,1} \rightarrow 6_{1,0}$	1.751	1.490	1.145	0.928	1.074
$7_{1,1} \rightarrow 8_{1,0}$	1.649	1.392	1.042	0.809	0.897
$9_{1,1} \rightarrow 10_{1,0}$	1.580	1.328	0.979	0.737	0.775
$11_{1,1} \rightarrow 12_{1,0}$	1.532	1.284	0.936	0.690	0.684
$13_{1,1} \rightarrow 14_{1,0}$	1.495	1.251	0.906	0.657	0.614

Çizelge 4.7’de ise Z(4)-D modeli için farklı β_o değerleri ile hesaplanan γ_1 -bandından temel seviye bandına bandlar arası B(E2) kuadropol geçiş oranları, Z(4) model sonuçları ile birlikte sunulmuştur. Burada görüldüğü gibi, Z(4) modeli γ_1 -bandından gsb bandına bandlar arası B(E2) geçiş oranları, $\beta_o = 1$ ile $\beta_o = 1.5$ için Z(4)-D model tahminleri arasında uzanır ve artan spin değerleriyle birlikte ise $\beta_o = 2$ için elde edilen Z(4)-D model sonuçlarına yaklaşır.

4.2. X(3)-D Model

X(3)-D modeli için Eşitlik 3.69 kullanılarak farklı β_o değerleri ile hesaplanan $R_{n,L}$ enerji oranları Çizelge 4.8’de, X(5) (Iachello, 2001) kritik nokta simetrisi ve X(3) (Bonatsos ve ark., 2006a) modeli tahminleri ile birlikte sunulmuştur.

Çizelge 4.8’de açısal momentum değerleri için $L_{s,n}$ notastonu kullanılmış, temel seviye bandı enerji seviyeleri $s = 1$, $n = 0$, β_1 -bandı enerji seviyeleri $s = 2$, $n = 1$, β_2 -bandı enerji seviyeleri ise $s = 3$, $n = 2$ ile etiketlenmiştir. Tüm enerji düzeyleri en düşük uyarılmış enerji düzeyi $2_{1,0}$ ile normalize edilmiştir.

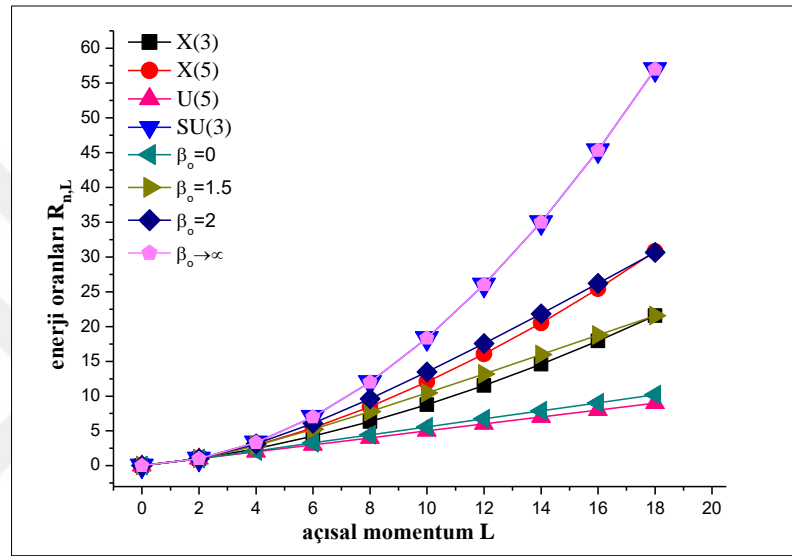
Çizelge 4.8. Farklı β_o değerlerine karşılık gelen X(3)-D modeli temel seviye bandı ($s = 1, n = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n = 1$) ve β_2 -bandı ($s = 3, n = 2$) $R_{n,L}$ enerji oranları ile birlikte X(5) ve X(3) model tahminleri

β_o	0	1	1.5	2	∞	X(5)	X(3)
$L_{s,n}$							
$0_{1,0}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$2_{1,0}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$4_{1,0}$	2.130	2.476	2.896	3.139	3.330	2.904	2.440
$6_{1,0}$	3.275	4.070	5.234	6.098	7.000	5.430	4.230
$8_{1,0}$	4.424	5.706	7.787	9.603	12.000	8.483	6.350
$10_{1,0}$	5.576	7.360	10.455	13.465	18.330	12.027	8.780
$12_{1,0}$	6.728	9.024	13.188	17.562	26.000	16.041	11.520
$14_{1,0}$	7.882	10.694	15.963	21.821	35.000	20.514	14.570
$16_{1,0}$	9.035	12.368	18.764	26.192	45.330	25.437	17.910
$18_{1,0}$	10.189	14.045	21.585	30.645	57.000	30.804	21.560
$0_{2,1}$	2.000	2.921	5.009	8.303		5.649	2.870
$2_{2,1}$	3.000	3.921	6.009	9.303		7.450	4.830
$4_{2,1}$	4.130	5.397	7.905	11.442		10.689	7.370
$6_{2,1}$	5.275	6.991	10.243	14.401		14.751	10.290
$8_{2,1}$	6.424	8.626	12.796	17.907		19.441	13.570
$10_{2,1}$	7.576	10.281	15.464	21.768		24.687	17.180
$12_{2,1}$	8.728	11.945	18.197	25.866		30.454	21.140
$0_{3,2}$	4.000	5.842	10.018	16.606		14.119	7.650
$2_{3,2}$	5.000	6.842	11.018	17.606		16.716	10.560
$4_{3,2}$	6.130	8.318	12.914	19.745		21.271	14.190
$6_{3,2}$	7.275	9.912	15.252	22.705		26.832	18.220
$8_{3,2}$	8.424	11.547	17.806	26.210		33.103	22.620

Çizelge 4.8’de görüldüğü gibi, X(5) kritik nokta simetrisi temel seviye bandı (gsb) enerji oranları, X(3)-D modeli için, $\beta_o = 1.5$ ve $\beta_o = 2$ arasında, X(3) modeli gsb enerji oranları ise X(3)-D modeli için $\beta_o = 1$ ve $\beta_o = 1.5$ arasında yer alır. Burada X(5) kritik nokta simetrisi β_1 -bandı ve β_2 -bandı enerji oranlarının, düşük spin değerlerinde X(3)-D modeli $\beta_o = 1.5$ ve $\beta_o = 2$ için elde edilen β_1 -bandı ve β_2 -bandı enerji oranları arasında yer aldığı görülür. Artan spin değerleriyle birlikte bu enerji oranları $\beta_o = 2$ için elde edilen β_1 bandı ve β_2 -bandı enerji düzeyleri üzerinde değerler alır. X(3) modeli β_1 bandı

ve β_2 -bandı enerji oranları ise düşük spin değerlerinde $\beta_o = 1$ ve $\beta_o = 1.5$ arasında uzanırken, artan spin değerleri ile birlikte $\beta_o = 2$ ile elde edilen X(3)-D modeli enerji değerlerine yaklaşır.

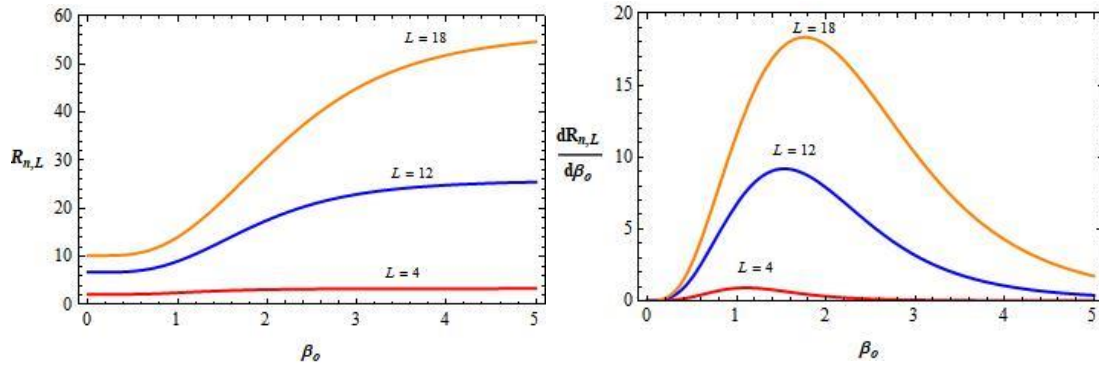
Şekil 4.6'da ise farklı β_o değerleri için elde edilen X(3)-D model gsb enerji oranları, X(5) kritik nokta simetrisi, X(3) modeli tahminleri ve U(5), SU(3) limit yapıları gsb bandı enerji oranları ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.6. Farklı β_o değerleri için X(3)-D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının X(3), X(5) model tahminleri ve U(5), SU(3) limit yapıları ile karşılaştırılması

Şekil 4.6'da $\beta_o = 0$ için X(3)-D model çözümlerinin U(5) limit yapısı enerji değerlerine yakın olduğu, $\beta_o \rightarrow \infty$ limitinde ise X(3)-D çözümlerinin tam olarak SU(3) limit yapısına karşılık geldiği görülür. X(3) ve X(5) model sonuçları ise $\beta_o = 1.5$ ve $\beta_o = 2$ için elde edilen X(3)-D modeli enerji spektrumu ile benzerlik gösterir. Burada artan β_o değerleri ile birlikte X(3)-D model sonuçlarının küresel vibratör U(5) ve eksensel prolept deforme yapı SU(3) arasındaki bölgeyi taradığı görülür.

X(3)-D modeli için varyasyon yöntemi temel seviye bandı enerji oranlarına uygulanmıştır. Kritik noktada yapı çok hızlı değiştiğinden dolayı $R_{n,L}$ enerji oranlarının değişiminin maksimum olduğu noktadaki β_o değerlerini belirlemek önemlidir. Bu bağlamda $R_{n,L}$ enerji oranları ve birinci türevlerinin β_o parametresine karşı değişim grafiği Şekil 4.7'de verilmiştir.



Şekil 4.7. X(3)-D modeli $L = 4, 12, 18$ için temel seviye bandı $R_{n,L}$, enerji oranlarının ve $dR_{n,L}/d\beta_0$ birinci türevlerinin β_0 parametresine karşı değişimi

Burada sol taraftan sağ tarafa doğru $R_{n,L}$ eğrileri, U(5) simetrisinden SU(3) simetrisine doğru nükleer yapıdaki değişimi gösterir. Şekil 4.7’de $R_{n,L}$ oranlarının β_0 parametresi ile birlikte arttığı görülür.

Birinci türev $dR_{n,L}/d\beta_0$, maksimum olduğu değer, ikinci türev $d^2R_{n,L}/d\beta_0^2$, yok olduğu $\beta_{0,m}$ değerine karşılık gelir. Bu bağlamda $\beta_{0,m}$ için elde edilen nümerik sonuçlar $R_{n,L}$ (var) enerji oranları, X(3) model tahminleri ile birlikte Çizelge 4.9’da sunulmuştur.

Çizelge 4.9. Varyasyon metodu ile X(3)-D modeli temel seviye bandı için elde edilen $\beta_{0,m}$ değerlerine karşılık gelen $R_{n,L}$ (var) enerji oranları ile X(3) model tahminleri

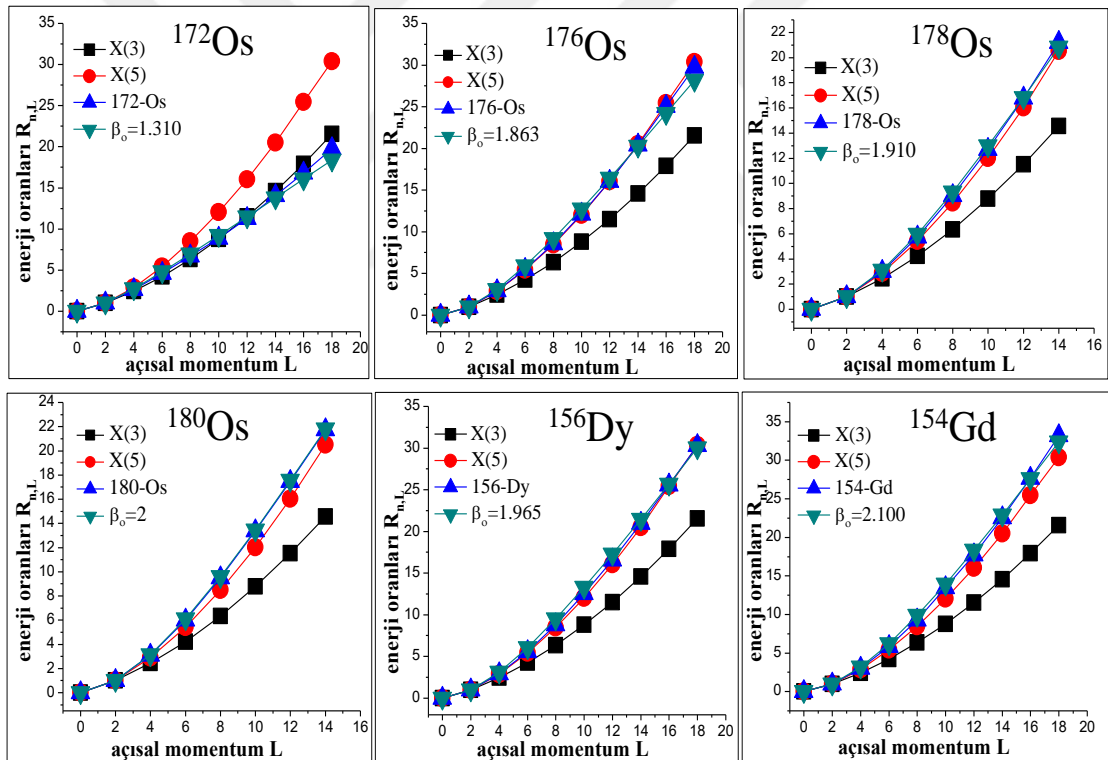
$L_{s,n}$	$\beta_{0,m}$	$R_{n,L}$ (var)	X(3)
4 _{1,0}	1.103	2.569	2.440
6 _{1,0}	1.236	4.619	4.230
8 _{1,0}	1.347	7.129	6.350
10 _{1,0}	1.444	10.057	8.780
12 _{1,0}	1.531	13.472	11.520
14 _{1,0}	1.612	17.303	14.570
16 _{1,0}	1.689	21.590	17.910
18 _{1,0}	1.761	26.305	21.560

Çizelge 4.9’da X(3) model öngörülleri varyasyon metodu sonuçlarına yakındır. Ancak E(5) ve X(5) kritik nokta simetrisi için uygulanan (Bonatsos ve ark., 2004d, e) varyasyon metodu sonuçlarının bu kritik nokta simetrisi öngörülleri ile daha iyi örtüşüğü görülür.

X(3) model öngörülleri ile varyasyon metodu sonuçları arasındaki bu uyumsuzluk, γ parametresinin bir değişken olarak değil de bir sabit olarak alındığı X(3) modelin γ -katı doğasına atfedilebilir.

X(3)-D model için elde edilen nümerik sonuçlar $^{172-180}\text{Os}$, ^{156}Dy , ^{154}Gd , ^{104}Ru , ^{148}Nd , ^{186}Pt , ^{196}Pt , ^{120}Xe ve ^{126}Xe izotoplarının literatürde var olan deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır. X(3)-D model gsb enerji oranları ve X(5), X(3) modeli tahminleri, izotopların deneysel verileri ile birlikte Şekil 4.8 (a) ve Şekil 4.8 (b)'de verilmiştir.

Şekil 4.8 (a)'da $^{172-180}\text{Os}$, ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotopları deneysel gsb band enerjileri, farklı β_0 değerleri ile elde edilen X(3)-D model gsb enerji oranları ve X(5), X(3) model sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

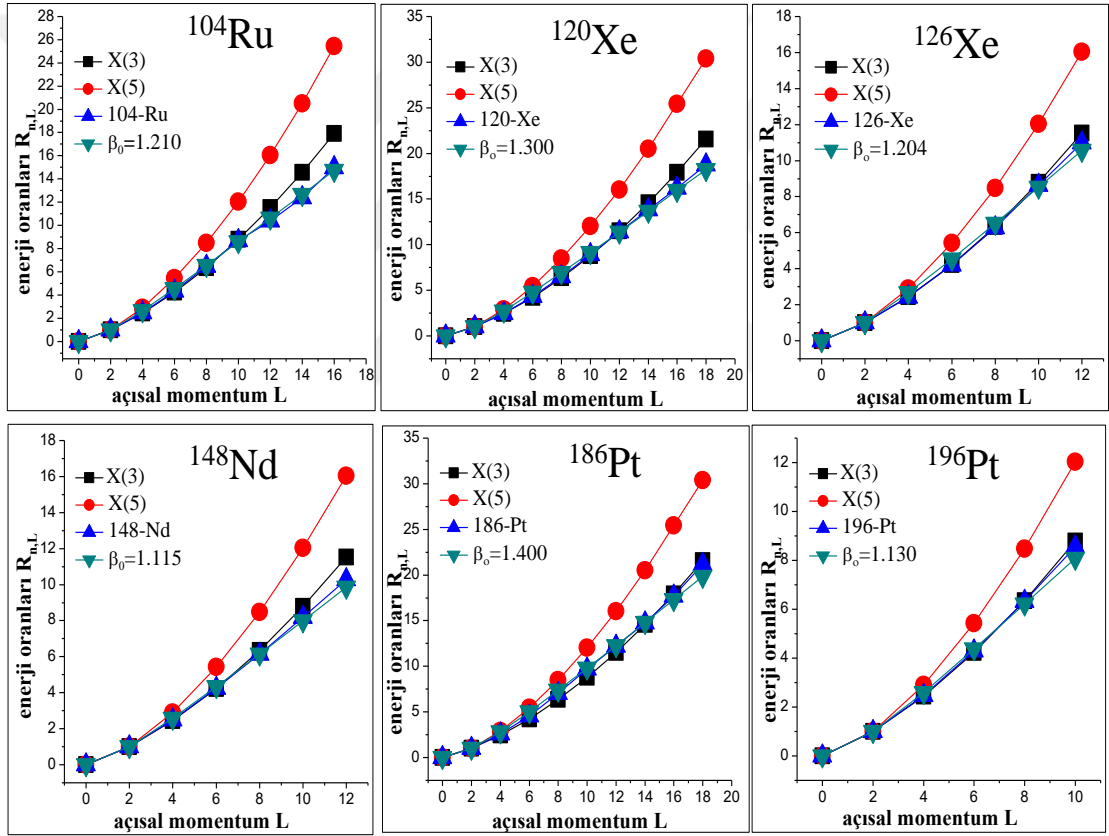


Şekil 4.8 (a) X(5) ve X(3) model tahminleri ile farklı β_0 değerleri için X(3)-model temel seviye bandı $R_{n,L}$ enerji oranlarının $^{172-180}\text{Os}$, ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotoplarının deneysel verileri ile karşılaştırılması

Şekil 4.8(a)'da görüldüğü gibi ^{172}Os izotopu gsb enerjileri, $\beta_0 = 1.310$ için X(3)-D modeli öngörülleri ile tüm spin değerlerinde uyumluysen, X(3) model öngörülleri ile sadece $L = 12$ spin değerine kadar uyumludur. ^{176}Os izotopu gsb deneysel verileri ise $L = 14$ spin değerine kadar hem X(3)-D model ($\beta_0 = 1.863$) hem de X(5) model

öngörülerini ile örtüşür. Daha üst spin seviyelerinde ise bu izotopa ait deneysel veriler X(5) model öngörülerini ile daha uyumludur. ^{178}Os ve ^{180}Os deneysel verilerinin X(5) modeli tahminlerine yakın olarak uzandığı ancak sırasıyla $\beta_0 = 1.910$ ve 2.000 için elde edilen X(3)-D modeli tahminleri ile daha tutarlı olduğu görülür. X(5) modeli aday çekirdekleri olarak bilinen ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotopları deneysel gsb enerjileri sırasıyla $\beta_0 = 1.965$ ve $\beta_0 = 2.100$ için X(3)-D model tahminleriyle oldukça uyumlu olduğu görülür.

Şekil 4.8'(b) de ise X(3)-D model gsb enerji oranları ve X(5), X(3) model öngörülerini ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotoplarının deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır.

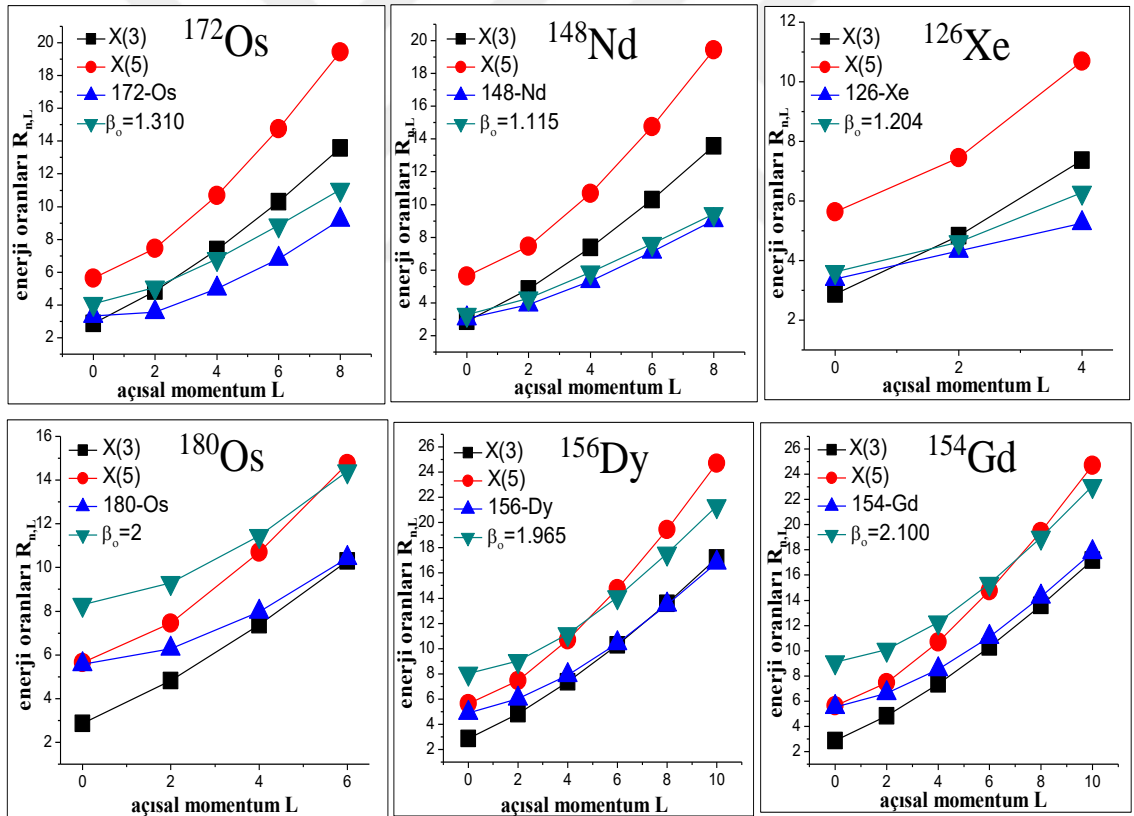


Şekil 4.8 (b) X(5) ve X(3) model tahminleri ile birlikte farklı β_0 değerleri için X(3)-D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotopları deneysel verileri ile karşılaştırılması

Şekil 4.8 (b)'de X(3) model gsb enerji oranlarının $L = 10$ spin değerine kadar ^{104}Ru izotopu, $L = 8$ spin değerine kadar ise ^{148}Nd izotopu deneysel verileri ile uyumlu olduğu görülür. ^{104}Ru ve ^{148}Nd izotoplarının deneysel gsb enerjileri ise tüm spin değerlerinde sırasıyla $\beta_0 = 1.210$ ve 1.115 için elde edilen X(3)-D modeli tahminleri ile daha iyi uyum gösterir.

Şekil 4.8 (b)'de görüldüğü üzere aynı davranış Xe izotopları için de geçerlidir. X(3) model gsb enerjileri $L = 12$ spin değerine kadar ^{120}Xe izotopu, $L = 10$ spin değerine kadar ise ^{126}Xe izotopu deneysel verileri ile uyumluyken, yüksek spin değerlerinde sapmalar görülür. Her iki izotopun deneysel gsb enerji değerleri yüksek spin değerlerinde sırasıyla $\beta_0 = 1.300$ ve $\beta_0 = 1.204$ için X(3)-D model öngörürleri ile daha uyumludur. ^{186}Pt ve ^{196}Pt deneysel gsb enerji değerleri ise sırasıyla $\beta_0 = 1.400$ ve 1.130 için X(3)-D model ile daha iyi üretilir.

Şekil 4.9'da ise, X(5) ve X(3) modeli ve izotoplar için deneysel gsb enerji oranlarını üretmek için belirlenen β_0 değerleri ile elde edilen X(3)-D modeli β_1 -bandı enerjileri ^{172}Os , ^{180}Os , ^{148}Nd , ^{126}Xe , ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotoplarının literatürde var olan deneysel β_1 bandı enerji oranları ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.9. Temel seviye bandı için belirlenen β_0 değerleri için elde edilen X(3)-D modeli β_1 -bandı enerji oranları ve X(5), X(3) modeli tahminlerinin ^{172}Os , ^{148}Nd , ^{126}Xe , ^{180}Os , ^{156}Dy ve ^{154}Gd izotoplarının deneysel β_1 -bandı enerji oranları ile karşılaştırılması

Şekil 4.9'da ^{148}Nd izotopu deneysel β_1 -bandı enerji değerlerinin X(3)-D model sonuçları ile oldukça uyumlu olduğu görülür. Bunun yanı sıra ^{172}Os ve ^{126}Xe izotopları β_1 -bandı enerjilerinin bazı spin değerlerinde X(3)-D model öngörürleri ile uyumlu olduğu, ^{180}Os ,

^{156}Dy ve ^{154}Gd izotopları β_1 -bandı enerjilerinin ise X(3)-D model öngörülleri ile uyumlu olmadığı görülür. Bu üç (^{180}Os , ^{156}Dy ve ^{154}Gd) izotopun gsb enerjileri ve β_1 band başı enerjileri X(5) model öngörülleri ile uyumluysen, $L = 4$ spin değerinden sonraki β_1 -bandı enerjilerinin X(3) model öngörülleri ile daha uyumlu olduğu görülür. Bu durum γ serbestlik derecesinin, β -band başları enerji değerlerini etkilemiş olabileceği şeklinde yorumlanabilir.

X(3)-D modeli temel seviye bandı (gsb) ve β_1 -bandı $R_{n,L}$ enerji oranları ve X(3)-S model (Buganu ve Budaca, 2015b) sonuçları, $^{172-180}\text{Os}$, ^{154}Gd , ^{156}Dy , ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotoplarının mevcut deneysel verileri ile birlikte Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10'da görüldüğü gibi, ^{172}Os , ^{154}Gd , ^{156}Dy ve ^{186}Pt izotopları gsb enerji değerleri X(3)-D model sonuçları ile β_1 -bandı enerjileri ise X(3)-S model sonuçları ile daha uyumludur. Bundan başka ^{148}Nd izotopu deneysel gsb ve β_1 -bandı enerjilerinin X(3)-S modele göre X(3)-D model tarafından daha iyi üretildiği görülür. ^{126}Xe ve ^{196}Pt izotopları için gsb enerjileri her iki model tahminleri ile benzerlik gösterir ancak her iki izotop için β_1 -bandı enerjilerinin X(3)-D model ile daha iyi saptandığı görülür. Her iki modelin ^{104}Ru izotopu için gsb ve β_1 -band enerji tahminleri benzer bir uyuma sahiptir

Bunun yanısıra Çizelge 4.10'da X(3)-D model tahminlerinin $^{176-180}\text{Os}$ izotoplarının gsb enerjileri ile daha tutarlı olduğu, β_1 -bandı için ise X(3)-D model öngörülleri deneysel verilerden daha yüksek enerji değerlerine sahip olduğu görülür. X(3)-S modelinde bu iki izotopun $R_{n,L}$ enerjilerine dair herhangi bir tahmin bulunmamaktadır.

Her iki modelin β_1 -bandı enerji tahminleri bazı çekirdeklerin deneysel verileri ile tutarlı olsa bile hangi $K = 0^+$ bandının β bandı ve hangilerinin diğer tip uyarılmalarından kaynaklandığını söyleyebilmek oldukça zordur (Garrett, 2001).

Çizelge 4.10. Eşitlik 3.69 ile hesaplanan X(3)-D temel seviye bandı ve β_1 -bandı $R_{n,L}$ enerji oranları ile birlikte X(3)-S model tahminleri ve $^{172-180}\text{Os}$, ^{154}Gd , ^{156}Dy , ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotoplarının deneysel verileri

Çek.	$R_{0,4}$	$R_{0,6}$	$R_{0,8}$	$R_{0,10}$	$R_{1,0}$	$R_{1,2}$	$R_{1,4}$	$R_{1,6}$
^{172}Os	2.66	4.63	6.70	8.89	3.33	3.56	5.00	6.81
X(3)-D	2.75	4.79	6.97	9.20	4.07	5.07	6.82	8.86
X(3)-S	2.65	4.00	6.10	7.63	2.77	4.06	6.07	7.62
^{176}Os	2.93	5.50	8.57	12.10	4.45	5.50	7.59	10.60
X(3)-D	3.09	5.91	9.18	12.72	7.28	8.29	10.38	13.20
^{178}Os	3.02	5.76	9.03	12.72	4.92	5.80	7.74	10.56
X(3)-D	3.11	5.98	9.32	12.98	7.63	8.63	10.73	13.99
^{180}Os	3.09	6.01	9.50	13.38	5.57	6.29	7.97	10.44
X(3)-D	3.14	6.09	9.60	13.46	8.30	9.30	11.44	14.40
^{154}Gd	3.01	5.83	9.30	13.30	5.53	6.63	8.51	11.10
X(3)-D	3.17	6.62	9.88	13.96	9.10	10.09	12.26	15.31
X(3)-S	2.53	4.46	7.21	9.70	4.33	6.50	8.84	11.58
^{156}Dy	2.93	5.59	8.82	12.52	4.90	6.01	7.90	10.43
X(3)-D	3.13	6.05	9.49	13.28	8.04	9.04	11.16	14.09
X(3)-S	2.53	4.46	7.20	9.68	4.31	6.46	8.81	11.53
^{104}Ru	2.48	4.35	6.48	8.69		4.20	5.81	
X(3)-D	2.66	4.55	6.54	8.57	3.64	4.64	6.31	8.20
X(3)-S	2.74	4.14	6.41	8.02	2.92	4.28	6.45	8.10
^{120}Xe	2.47	4.33	6.51	8.90	2.82	3.95	5.31	
X(3)-D	2.75	4.77	6.97	9.20	4.07	5.07	6.82	8.80
X(3)-S	2.73	4.11	6.32	7.91	2.88	4.21	6.34	7.94
^{126}Xe	2.42	4.21	6.27	8.64	3.38	4.32	5.25	
X(3)-D	2.66	4.54	6.51	8.53	3.62	4.62	6.28	8.16
X(3)-S	2.72	4.09	6.29	7.86	2.86	4.18	6.30	7.89
^{148}Nd	2.49	4.24	6.15	8.19	3.04	3.88	5.32	7.12
X(3)-D	2.58	4.33	6.15	8.00	3.29	4.29	5.87	7.62
X(3)-S	2.61	3.95	5.98	7.49	2.71	3.98	5.94	7.46
^{186}Pt	2.56	4.58	7.01	9.70	2.46	4.17	6.38	8.36
X(3)-D	2.82	5.01	7.36	9.79	4.49	5.49	7.31	9.50
X(3)-S	2.68	4.18	6.53	8.30	3.04	4.56	6.80	8.64
^{196}Pt	2.47	4.29	6.33	8.56	3.19	3.83		
X(3)-D	2.59	4.37	6.21	8.08	3.34	4.34	5.93	7.71
X(3)-S	2.72	4.15	6.45	8.13	2.96	4.39	6.59	8.31

Eşitlik 3.72 kullanılarak farklı β_o değerleri için hesaplanan temel seviye bandı, β_1 ve β_2 bandları band içi B(E2) kuadropol geçiş oranları, X(3) model sonuçları ile birlikte Çizelge 4.11’de sunulmuştur.

Çizelge 4.11. X(3)-D modeli için farklı β_o değerlerine karşılık gelen temel seviye bandı ($s = 1, n = 0$), β_1 -bandı ($s = 2, n = 1$) ve β_2 -bandı ($s = 3, n = 2$) band içi B(E2) geçiş oranları ve X(3) model tahminleri

β_o	0	1	1.5	2	5	X(3)
$L_i \rightarrow L_s$						
$2_{1,0} \rightarrow 0_{1,0}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$4_{1,0} \rightarrow 2_{1,0}$	2.377	1.912	1.638	1.522	1.432	1.889
$6_{1,0} \rightarrow 4_{1,0}$	3.803	2.864	2.180	1.854	1.584	2.489
$8_{1,0} \rightarrow 6_{1,0}$	5.237	3.854	2.759	2.185	1.669	2.914
$10_{1,0} \rightarrow 8_{1,0}$	6.677	4.862	3.370	2.538	1.729	3.238
$12_{1,0} \rightarrow 10_{1,0}$	8.117	5.878	3.998	2.910	1.777	3.495
$14_{1,0} \rightarrow 12_{1,0}$	9.557	6.900	4.638	3.298	1.821	3.707
$16_{1,0} \rightarrow 14_{1,0}$	10.997	7.926	5.287	3.698	1.862	3.885
$18_{1,0} \rightarrow 16_{1,0}$	12.440	8.952	5.941	4.105	1.903	4.037
$2_{2,1} \rightarrow 0_{2,1}$	1.667	1.613	1.452	1.306	1.058	0.806
$4_{2,1} \rightarrow 2_{2,1}$	3.203	2.585	2.179	1.926	1.515	1.401
$6_{2,1} \rightarrow 4_{2,1}$	4.693	3.544	2.700	2.256	1.676	1.824
$8_{2,1} \rightarrow 6_{2,1}$	6.163	4.542	3.261	2.571	1.764	2.155
$10_{2,1} \rightarrow 8_{2,1}$	7.623	5.556	3.860	2.907	1.826	2.424
$12_{2,1} \rightarrow 10_{2,1}$	9.077	6.580	4.481	3.267	1.875	2.651
$2_{3,2} \rightarrow 0_{3,2}$	2.333	2.229	1.908	1.616	1.117	0.735
$4_{3,2} \rightarrow 2_{3,2}$	4.027	3.260	2.722	2.333	1.599	1.205
$6_{3,2} \rightarrow 4_{3,2}$	5.583	4.224	3.220	2.661	1.768	1.542
$8_{3,2} \rightarrow 6_{3,2}$	7.090	5.232	3.762	2.957	1.860	1.812

Çizelge 4.11’de $L_{s,n}$ notasyonu kullanılmış ve bütün B(E2) geçiş oranları en düşük uyarılmış düzey gsb $B(E2; 2_{1,0} \rightarrow 0_{1,0})$ geçiş oranı ile normalize edilmiştir.

Çizelge 4.11’de X(3)-D modeli için elde edilen B(E2) geçiş oranlarının artan β_0 değerleri ile birlikte azaldığı görülür. X(3) modeli gsb band içi geçiş oranları $\beta_0 = 1$ ve $\beta_0 = 1.5$ için elde edilen X(3)-D model öngörülleri arasında yer alır. Bu davranış β bandı band içi geçiş oranlarında gözlenmez.

X(3) modeli β_1 -bandı band içi geçiş oranları ise yüksek spin değerlerinde $\beta_0 = 2$ ile 5 arasında yer alır. Çizelge 4.11’den elde edilen nümerik sonuçlara bakılarak X(3) model β_2 -bandı B(E2) geçiş oranlarının $\beta_0 > 5$ değerleri için elde edilebileceği öngörülür.



5. SONUÇ

Bu çalışmada atom çekirdeğinde şekil faz geçişlerini araştırmak için, Bohr Hamiltonyenin γ -katı çözümleri Z(4) (Bonatsos ve ark., 2005) ($\gamma = 30^\circ$) ve X(3) (Bonatsos ve ark., 2006a) ($\gamma = 0^\circ$), iki limit yapı arasındaki nükleer yapıyı tasvir etmek için önerilen Davidson potansiyeli kullanılarak oluşturulmuştur. Sırasıyla üç eksenli ve eksensel simetrik proleyt yapıyı tasvir eden bu yeni çözümler, Z(4)-D ve X(3)-D olarak adlandırılmıştır. Burada her iki model için enerji özdeğer ve özvektör problemi Nikiforov-Uvarov (Nikiforov ve Uvarov, 1988) metodu ile çözülmüş ve elde edilen dalga özfonksiyonları ile band içi ve bandlar arası BE(2) geçiş oranları hesaplanmıştır.

Bu çalışmada ilk olarak Z(4)-D ve X(3)-D modelleri için, Davidson potansiyeli içinde yer alan β_o parametresinin $\beta_o = 0$ ve $\beta_o \rightarrow \infty$ limitleri arasında yer alan nükleer bölge taranmıştır. Bunun için farklı β_o değerleri kullanılarak elde edilen enerji oranları limit yapılar ve ilgili kritik nokta simetrisi enerji oranları ile karşılaştırılmıştır. Bununla ilgili nümerik sonuçlar Z(4)-D için Çizelge 4.1 ve Şekil 4.1, X(3)-D için ise Çizelge 4.8 ve Şekil 4.6'da sunulmuştur.

Burada Z(4)-D modeli $\beta_o = 0$ için $R_{4/2} = 2.000$, $\beta_o \rightarrow \infty$ için ise $R_{4/2} = 2.667$ 'dir. Buradan $\beta_o = 0$ için elde edilen temel seviye bandı $R_{n,L}^{(n\omega)}$ değerlerinin tam olarak U(5) limit yapısına, $\beta_o \rightarrow \infty$ için ise tam olarak katı üç eksenli rotor (RTR) (Davydov ve Filippov, 1958; Davydov ve Rostovsky, 1959) model tahminlerine karşılık geldiği görülür (bkz. Şekil 4.1).

Z(5)-D (Yigitoglu ve Bonatsos, 2011) modelinde ise, $\beta_o \rightarrow \infty$ için elde edilen değerler tam olarak RTR modeli öngörülleri ile örtüşürken $\beta_o = 0$ için ($R_{4/2} = 2.150$) elde edilen değerlerin U(5) küresel vibratör limit yapı ile tam olarak örtüşmediği görülür. Buradan hareketle elde edilen Z(4)-D modelinin daha geniş bir çekirdek bölgesini taradığı sonucuna varılır.

X(3)-D modeli sonuçlarının değerlendirilmesinde ise bu model gibi eksensel simetrik proleyt yapıyı tasvir etmek için geliştirilen X(5)-D (Bonatsos ve ark., 2004d) ve ES-D (Bonatsos ve ark., 2007b) model sonuçları göz önünde bulundurulur. X(5)-D modelinde $\beta_o = 0$ için $R_{4/2} = 2.646$ olup, $\beta_o = 0$ için elde edilen sonuçlar, U(5) limit yapı ve X(5) kritik nokta simetrisi arasındaki bölgeyi taramak için kullanılan Sequence potansiyeli ile

oluşturulan $X(5)-\beta^2$ (Bonatsos ve ark., 2004c) çözümüne karşılık gelir. ES-D modelde ise tüm seviyeler β_o parametresinin yanında, Bohr Hamiltonyeninin γ -sertliğinin bir ölçüsü olan a parametresi (Caprio, 2005) ile ilişkili olan C parametresine göre elde edilir. Burada $a = 0$ için Bohr Hamiltonyen, γ -bağımsız E(5) Hamiltonyenine indirgenir. Bu durumda C parametresinin çok küçük değerleri için eksensel simetrik potansiyel, artık geçerli değildir ve bu yüzden ES-D modeli içinde C parametresinin çok küçük değerleri alınmaz. Burada U(5) küresel vibratör yapıyı üretmek için β_o parametresinin en küçük değerleri alınsa bile ES-D modelin X(5) ve SU(3) limit yapısı arasında yer aldığı görülür. X(3)-D modeli $\beta_o = 0$ için $R_{4/2} = 2.130$ olup, U(5) küresel vibratör yapıya oldukça yakın değerler elde edilir. Ayrıca X(3)-D modeli $\beta_o \rightarrow \infty$ için elde edilen değerler tam olarak SU(3) limit yapısına karşılık gelir (bkz. Çizelge 4.8 ve Şekil 4.6). Dolayısıyla buradan X(3)-D modelin, X(5)-D ve ES-D modellerine göre daha geniş bir çekirdek bölgesini taradığı sonucuna varılır.

Bununla birlikte bu çalışmada β değişkeni içinde sonsuz kare kuyu potansiyeli ile oluşturulan Z(4) (Bonatsos ve ark., 2005) ve X(3) (Bonatsos ve ark., 2006a) modellerinin şekil faz geçiş noktasına karşılık gelip gelmediğini araştırmak için Z(4)-D modelinin temel seviye bandı ve γ_1 -bandı, X(3)-D modelinin ise temel seviye bandı enerji seviyelerine varyasyon metodu uygulanmıştır. Şekil faz geçiş noktasında fiziksel niceliğin davranışını belirlemek için kullanılan varyasyon metodu yalnızca iki limit yapı arasındaki bölgede uzanabilen serbest parametre içeren potansiyeller aracılığı ile uygulanabilir.

Z(4)-D modeli için elde edilen varyasyon metodu sonuçları (bkz. Çizelge 4.2) Z(4) modeli temel seviye bandı ve γ_1 -bandı enerji seviyeleri ile X(3)-D modeli için elde edilen varyasyon metodu sonuçları (bkz. Çizelge 4.9) ise X(3) modeli temel seviye bandı enerji seviyeleri ile karşılaştırılmıştır. Z(4)-D modeli varyasyon metodu sonuçlarının Z(4) modeli tahminleri ile uyumu, X(3)-D modeli varyasyon metodu sonuçlarının X(3) modeli tahminleri ile uyumundan çok daha iyidir.

Bunun yanı sıra her iki model için elde edilen varyasyon sonuçları X(5)-D ve Z(5)-D modeli varyasyon sonuçları (bkz. Çizelge 2.2) ile birlikte ele alındığında, X(5)-D ve Z(5)-D modeli varyasyon metodu sonuçlarının X(5) ve Z(5) kritik nokta simetrisi enerji oranları ile daha iyi örtüştüğü ve buradan X(5)-D ve Z(5)-D varyasyon sonuçlarının kritik

nokta simetrisi $X(5)$ ve $Z(5)$ enerji oranlarını, $Z(4)$ -D ve $X(3)$ -D modellerine göre daha iyi saptadığı sonucuna varılır.

Bunun nedeni çekirdeğin eksensel simetriden sapmasının bir ölçüsü olan ve aynı zamanda çekirdeğin yük dağılımının olduğu eksenini belirleyen γ kolektif değişkeninin, $X(5)$ -D ve $Z(5)$ -D modellerinde bir değişken olarak, $Z(4)$ -D ve $X(3)$ -D modellerinde ise sabit bir parametre olarak alınması olarak açıklanabilir. Bu durum çekirdeğin kolektif hareketini tasvir eden kolektif değişkenlerden birinin etkisinin göz ardı edilmesinden kaynaklanır.

Bununla birlikte $Z(4)$ ve $X(3)$ model çözümleri sırasıyla $Z(4)$ -D ve $X(3)$ -D modellerinin her hangi bir β_0 parametresi ile elde edilen özel çözümleri olarak alınamaz. Davidson potansiyeli kullanılarak $Z(4)$ -D için, titreşimsel üç eksenli ve katı üç eksenli rotor yapı, $X(3)$ -D için ise küresel vibratör ve eksensel simetrik prolept deforme yapı arasındaki bölge taranır, fakat tam olarak şekil faz geçişi noktası elde edilemez. Bunun nedeni Davidson potansiyelinin sonsuz kare kuyu potansiyeli gibi düz bir şekle sahip olmamasıdır. Burada önemli nokta varyasyon metodunun uygulanmasına izin veren Davidson potansiyeli ile bu limit yapılar arasında bir fazdan diğer faza geçişin olduğunun belirlenmesidir. Bu durum $Z(4)$ -D için Şekil 4.2'den, $X(3)$ -D için ise Şekil 4.7'den açıkça görülebilir.

$Z(4)$ -D modeli için aday çekirdeklerin belirlenmesinde ilk olarak, her bir limit yapı için karakteristik bir davranış sergileyen γ -bandları içinde sıçrama davranışı (Zamfir ve Casten, 1991; McCutchan ve ark., 2007) göz önünde bulundurulmuş ve bunun için bu davranışı belirleyen $S(L)$ değerleri hesaplanmıştır (bkz. Şekil 4.3). Bu bağlamda, $Z(4)$ -D modeli aday çekirdekleri, var olan deneysel verilerle hesaplanan $S(L)$ değerleri (bkz. Şekil 4.4) ve γ parametresinin belirlenmesi ile ilgili teorik hesaplamalar (Esser ve ark., 1997) göz önünde bulundurulmuş ve tespit edilmiştir. Farklı β_0 değerleri için $Z(4)$ -D modeli temel seviye bandı ve γ_1 -bandı enerji oranları $^{74-76}\text{Ge}$, $^{192-198}\text{Pt}$, $^{110-114}\text{Ru}$, $^{130-132}\text{Xe}$, ^{192}Os (bkz. Şekil 4.5(a), 4.5(b)) izotopları temel seviye bandı enerji oranları ve var olan γ_1 bandı deneysel verileri ile karşılaştırılmıştır (bkz. Çizelge 4.3 (a), (b)). Buradan $Z(4)$ -D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları hariç diğer izotopların deneysel verileri ile oldukça uyumlu olduğu görülür.

$X(3)$ -D modeli temel seviye bandı enerji oranları ise $^{172-180}\text{Os}$, ^{156}Dy , ^{154}Gd (bkz. Şekil 4.8 (a)) ve ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt (bkz. Şekil 4.8 (b)) izotopları deneysel verileri, β_1 -bandı enerji seviyeleri ise literatürde var olan ^{172}Os , ^{148}Nd , ^{126}Xe , ^{180}Os , ^{156}Dy

ve ^{154}Gd (bkz. Şekil 4.9) izotopları deneysel β_1 -bandı enerji seviyeleri ile karşılaştırılmıştır. Burada X(3)-D modeli temel seviye bandı enerji oranlarının deneysel verilerle oldukça uyumlu olduğu görülür. Bu uyum β_1 -bandı enerji seviyelerinde ^{148}Nd çekirdeği hariç görülmez. Burada çekirdeklerin $R_{4/2}$ temel seviye bandı enerji oranları ve β_1 -bandı band başı enerji oranları arasında oldukça büyük bir farkın olduğu görülür (bkz. Çizelge 4.10). Bu iki değer arasındaki fark, birinci dereceden şekil faz geçiş noktasına karşılık gelen aynı fazın bir arada bulunduğu nükleer yapının önemli göstergelerinden biri olarak kabul edilir (Casten ve Zamfir, 2001). Temel seviye bandı titreşim bandına yakın iken, β_1 -bandı deforme faz yakınında yer alabilir. Buradan ^{172}Os , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd ve ^{196}Pt izotoplarının aynı fazı birarada bulduran çekirdekler olarak kabul edilebileceği sonucuna varılır.

Davidson potansiyeli gibi iki limit yapı arasındaki bölgeyi taramak için önerilen bir diğer potansiyel formu Sextic potansiyelidir. Bu nedenle bu çalışmada deneysel veriler için Z(4)-D ve X(3)-D model tahminleri, Sextic potansiyeli ile elde edilen Z(4)-S (Buganu ve Budaca, 2015a) ve X(3)-S (Buganu ve Budaca, 2015b) modelleri nümerik sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu amaçla ^{130}Xe , ^{132}Xe ve $^{192-196}\text{Pt}$ izotopları deneysel verileri (bkz. Çizelge 4.4, Çizelge 4.5) ve Z(4)-D ve Z(4)-S modellerinin incelendiği durum için seçilirken, $^{172-180}\text{Os}$, ^{154}Gd , ^{156}Dy , ^{104}Ru , ^{120}Xe , ^{126}Xe , ^{148}Nd , ^{186}Pt ve ^{196}Pt izotopları deneysel verileri (bkz. Çizelge 4.10) ise X(3)-D ve X(3)-S modellerinin incelendiği durum için seçilmiştir.

Burada $^{192-196}\text{Pt}$ izotoplarının temel seviye bandı ve γ_1 -bandı enerji oranları ile Z(4)-D, $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları temel seviye bandı enerjilerinin ise Z(4)-S ile daha uyumlu olduğu görülür. $^{130-132}\text{Xe}$ izotopları γ_1 -bandı enerji oranları ise her iki modelle de uyumsuzdur (bkz Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5).

^{172}Os , ^{154}Gd , ^{156}Dy ve ^{186}Pt izotopları temel seviye bandı enerji oranları, X(3)-D modeli ile uyumlu iken β_1 -bandı enerji oranları ise X(3)-S model tahminleri ile uyumludur. ^{148}Nd izotopunun hem temel seviye bandı hem de β_1 -bandı enerji oranlarının X(3)-D ile daha iyi üretildiği görülür. ^{126}Xe ve ^{196}Pt izotopları için temel seviye bandı enerjileri her iki model tahminleri ile benzerlik gösterir ancak her iki izotop için β_1 -bandı enerjilerinin X(3)-D model ile daha iyi saptandığı görülür. Her iki modelin ^{104}Ru izotopu için temel seviye bandı ve β_1 -band enerji tahminleri benzer bir uyuma sahiptir.

Sextic osilatör potansiyeli içerdiği parametrelere bağı olarak diğer çözülebilir potansiyellerden daha esnek bir şekilde sahiptir. Ancak bu potansiyel kullanılarak yapılan çalışmalarda nümerik sonuçlar birden fazla parametreye bağı olarak elde edilir. Bu durum deneysel verilerin araştırılmasında birden fazla parametrenin belirlenmesini gerektirir. Davidson potansiyeli ise tek bir parametreye bağı olup, küresel ve deforme yapı arasındaki tüm nükleer yapıyı araştırma imkânı sunması bakımından oldukça kullanışlı bir potansiyel formu olarak ele alınır.

Sonuç olarak bu çalışmada elde edilen $Z(4)$ -D modeli, $U(5)$ küresel vibratör yapıdan RTR katı üç eksenli deforme yapıya, $X(3)$ -D modeli ise $U(5)$ küresel vibratör yapıdan $SU(3)$ eksensel simetrik prolyt deforme yapıya kadar uzanan yol üzerinde bulunan çekirdek bölgesini araştırmak için olanak sağlar. Bununla birlikte bu çalışma, kullanılan NU (Nikiforov ve Uvarov, 1988) metodu aracılığı ile her hangi bir yaklaşıma gerek duymadan Bohr Hamiltonyenin doğrudan analitik çözümünün elde edilmesi bakımından önemlidir.

6. KAYNAKLAR

- Arias, J. M., Alonso C. E., Vitturi A., Garcia-Ramos J. E., Dukelsky J. ve Frank, A., 2003. U(5)-O(6) Transition in the Interacting Boson Model and the E(5) Critical Point Symmetry. *Physical Review C*, 68 (041302), 1-4.
- Arima, A. ve Iachello F., 1976. Interacting Boson Model of Collective States I. The Vibrational Limit. *Annals of Physics*, 99, 253-317.
- Bohr, A., 1952. The Coupling of Nuclear Surface Oscillations to the Motion on Individual Nucleons. *Danske Videnskabernes Selskab Matematisk-fysiske Meddelelser*, 26(14), 1-40.
- Bohr, A. ve Mottelson B. R., 1953. Collective And Individual Particle Aspects of Nuclear Structure. Second Edition, *Dan. Mat. Fys. Medd.* 27, No:16, 174 p, Denmark.
- Bohr, A. ve Mottelson B. R., 1998. Nuclear Structure: Nuclear Deformations, Volume II., World Scientific Publishing Co. Re. Ltd. ISBN 9810239807,748 p, London.
- Bonatsos, D., Lenis D., Petrellis D. ve Terziev P. A., 2004a. Z(5):Critical Point Symmetry for the Prolate to Oblate Nuclear Shape Phase Transition. *Physics Letters B*, 588, 172-179.
- Bonatsos, D., Lenis D., Minkov N., Raychev P. P. ve Terziev P. A., 2004b. Sequence of Potentials Interpolating Between the U(5) and E(5) Symmetries. *Physical Review C*, 69 (044316), 1-12.
- Bonatsos, D., Denis D., Minkov N., Raychev P. P. ve Terziev P. A., 2004c. Sequence of Potentials Lying Between the U(5) and X(5) Symmetries. *Physical Review C*, 69 (014302), 1-11.
- Bonatsos, D., Lenis D., Minkov N., Petrellis D., Raychev P. P. ve Terziev, P. A., 2004d. Ground State Bands of the E(5) and X(5) Critical Symmetries Obtained From Davidson Potentials Through a Variational Procedure. *Physics Letters B*, 584, 40-47.
- Bonatsos, D., Lenis D., Minkov N., Petrellis D., Raychev P. P. ve Terziev P. A., 2004e. E(5) and X(5) Critical Point Symmetries Obtained From Davidson Potentials Through a Variational Procedure. *Physical Review C*, 70 (024305), 1-10.
- Bonatsos, D., Lenis D., Petrellis D., Terziev P. A. ve Yigitoglu I., 2005. Gama-Rigid Solution of the Bohr Hamiltonian for $\gamma=30$ Compared to the E(5) Critical Point Symmetry. *Physics Letters B*, 621, 102-108.
- Bonatsos, D., Lenis D., Petrellis D., Terziev, P. A. ve Yigitoglu I., 2006a. X(3): an Exactly Separable γ -Rigid Version of the X(5) Critical Point Symmetry. *Physics Letters B*, 632, 238-242.
- Bonatsos, D., Lenis D., Pietralla N. ve Terziev P. A., 2006b. γ -Soft Analog of the Confined β -Soft Rotor Model. *Physical Review C*, 74 (044306), 1-5.
- Bonatsos, D., Lenis D., McCutchan E. A., Petrellis D. ve Yigitoglu, I., 2007a. Exactly Separable Version of X(5) and Related Models. *Physics Letters B*, 649, 394-399.
- Bonatsos, D., McCutchan E. A., Minkov N., Casten R. F., Yotov P., Lenis D. ve Yigitoglu I., 2007b. Exactly Separable Version of the Bohr Hamiltonian with the Davidson Potential. *Physical Review C*, 76 (064312), 1-17.
- Bonatsos, D., Georgoudis P. E., Lenis D., Minkov N. ve Quesne C., 2011. Bohr Hamiltonian with a Deformation-Dependent Mass term for the Davidson Potential. *Physical Review C*, 83 (044321), 1-20.
- Bonatsos, D., Georgoudis P. E., Minkov N., Petrellis D. ve Quesne C., 2013. Bohr Hamiltonian with a Deformation-Dependent Mass Term for the Kratzer Potential. *Physical Review C*, 88 (034316), 1-22.

- Boztosun, I., Bonatsos D. ve Inci I., 2008. Analytical Solutions of the Bohr Hamiltonian with the Morse Potential. *Physical Review C*, 77 (044302), 1-13.
- Budaca, R., 2014. Quartic Oscillator Potential in the γ -Rigid Regime of the Collective Geometrical Model. *The European Physical Journal A*, 50 (87), 1-9.
- Buganu, P. ve Budaca R., 2015a. Analytical Solution for the Davydov-Chaban Hamiltonian with a Sextic Potential for $\gamma = 30$. *Physical Review C*, 91 (014306), 1-13.
- Buganu, P. ve Budaca R., 2015b. Sextic Potential for γ -rigid Prolate Nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 42 (105106), 1-22.
- Caprio, M. A., 2002. Finite Well Solution for the E(5) Hamiltonian. *Physical Review C*, 65 (031304), 1-4.
- Caprio, M. A., 2005. Effects of β - γ Coupling in Transitional Nuclei and the Validity of the Approximate Separation of Variables. *Physical Review C*, 72 (054323), 1-11.
- Caprio, M. A. ve Iachello F., 2004. Phase Structure of the Two-Fluid Proton-Neutron System. *Physical Review Letters*, 93 (242502), 1-4.
- Caprio, M. A. ve Iachello F., 2005. Phase Structure of a Two-Fluid Bosonic System. *Annals of Physics*, 318, 454-494.
- Casten, R. F., 1990. *Nuclear Structure From A Simple Perspective*. Oxford University Press, ISBN 0-19-504599-8, 376 p, New York.
- Casten, R. F., 2006. Shape Phase Transitions and Critical-Point. *Nature Physics*, 2 (451), 811-820.
- Casten, R. F., 2009. Quantum Phase Transitions and Structural Evolution in Nuclei. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 62, 183-209.
- Casten, R. F. ve Zamfir N. V., 1993. Valence Correlation Schemes and New Signatures of Nuclear Structure: A Simple Global Phenomenology for B(E2) values. *Physical Review Letters*, 70 (4), 1-4.
- Casten, R. F. ve Zamfir N. V., 2001. Empirical Realization of a Critical Point Description in Atomic Nuclei. *Physical Review Letters*, 87 (5), 1-4.
- Casten, R. F., Lipas P. O., Warner D. D., Otsuka, T., Heyde K. ve Draayer J. P. 1993a., *Algebraic Approaches to Nuclear Structure Volume VI*, Brookhaven National Laboratory Upton, 554 p, New York, USA.
- Casten, R. F., Zamfir N. V. ve Brenner D. S., 1993b. Universal Anharmonic Vibrator Description of Nuclei and Critical Nuclear Phase Transitions. *Physical Review Letters*, 71 (2), 1-4.
- Cejnar, P. ve Jolie J., 2009. Quantum Phase Transitions in the Interacting Boson Model. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 62, 210-256.
- Cejnar, P., Jolie J. ve Casten, R. F., 2010. Quantum Phase Transitions in the Shapes of Atomic Nuclei. *Reviews of Modern Physics*, 82, 2155-2207.
- Chabab, M., Lahbas A. ve Quelne M., 2015. Bohr Hamiltonian with Hulthen Plus Ring-Shaped Potential for Triaxial Nuclei. *The European Physical Journal A*, 51(131), 1-14.
- Chabab, M., ElBatoul A., Lahbas A. ve Oulne M., 2016. Electric Quadrupole Transitions of the Bohr Hamiltonian with Manning-Rosen Potential. *Nuclear Physics A*, 232(20734), 1-18.
- Çapak, M., Petrellis D., Gönül B. ve Bonatsos D., 2015. Analytical Solutions for the Bohr Hamiltonian with the Woods-Saxon Potential. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 42 (095102), 1-24.
- Davidson, P. M. 1932. Eigenfunctions for Calculating Electronic Vibrational Intensities. *Proceedings of the Royal Society*, 135(827), 459-473.

- Davydov, A. S. ve Chaban A. A., 1960. Rotation-Vibration Interaction in Non-Axial Even Nuclei. *Nuclear Physics*, 20, 499-508.
- Davydov, A. S. ve Filippov G. F., 1958. Rotational States in Even Atomic Nuclei. *Nuclear Physics*, 8, 237-249.
- Davydov, A. S. ve Rostovsky V. S., 1959. Relative Transition Probabilities Between Rotational Levels of Non-Axial Nuclei. *Nuclear Physics*, 12, 58-68.
- De Baerdemacker, S., Fortunato L., Hellemans V. ve Heyde K., 2006. Solution of the Bohr Hamiltonian for a Periodic Potential with Minimum at $\gamma = \pi/6$. *Nuclear Physics A*, 769, 16-34.
- Dieperink, A. E., Scholten O. ve Iachello F., 1980. Classical Limit of the Interacting-Boson Model. *Physical Review Letters*, 44 (26), 1747.
- Edmonds, A. R., 1957. *Angular Momentum in Quantum Mechanics*. First Edition, Princeton University Press, 146 p, London.
- Elliott, J. P., 1958. Collective Motion in the Nuclear Shell Model I. Classification Schemes for States of Mixed Configurations. *Proceedings the Royal of Society A*, 245, 128-145.
- Esser, L., Neuneyer U., Casten R. F. ve Brentano P. V., 1997. Correlations of the Deformation Variables β and γ in even-even Hf, W, Os, Pt, and Hg Nuclei. *Physical Review C*, 55 (1), 1-5.
- Feng, D. H., Gilmore R. ve Deans S. R., 1981. Phase Transitions and the Geometric Properties of the Interacting Boson Model. *Physical Review C*, 23, 1254-1258.
- Fortunato, L., 2005. Solutions of the Bohr Hamiltonian, a Compendium. *The European Physics of Journal A*, 26(01), 1-30.
- Fortunato, L. ve Vitturi A., 2003. Analytically Solvable Potentials for γ -Unstable Nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 29, 1341-1349.
- Fortunato, L. ve Vitturi A., 2004. New Analytic Solutions of the Collective Bohr Hamiltonian for a β -Soft, γ -Soft Axial rotor. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 30, 627-635.
- Fossion, R., Bonatsos D. ve Lalazissis G. A., 2006. E(5), X(5) and Prolate to Oblate Shape Phase Transitions in Relativistic Hartree-Bogoliubov Theory. *Physical Review C*, 73 (044310), 1-10.
- Frank, A., Jolie J. ve Van Isacker P., 2009. *Symmetries in Atomic Nuclei*. Volume 230. Springer Science-Business Media, LLC, 181 p, New York.
- Ganev, H. G., 2011. Triaxial Shapes in the Interacting Vector Boson Model. *Physical Review C*, 84 (054318), 1-10.
- Garrett, P. E., 2001. Characterization of the β Vibration and 0^{+2} States in Deformed Nuclei. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 27, R1-R22.
- Ginocchio, J. N. ve Kirson M. V., 1980. Relationship Between the Bohr Collective Hamiltonian and the Interacting-Boson Model. *Physical Review Letters*, 44 (26), 1744.
- Greiner, W., 1989. *Quantum Mechanics*, 4 th Edition, Springer Verlag Berlin Heidenlberg, 485 p, Germany.
- Hatch, R. L. ve Levit S., 1982. Phenomenological Analysis of the Interacting Boson Model. *Physical Review C*, 25 (1), 614-629.
- Haxel, O., Jensen J. D. ve Suess H. E., 1949. On the "Magic Numbers" in Nuclear Structure. *Physical Review*, 75, 1766.
- Hinke, C., Krücken R., Casten R. F., Werner V. ve Zamfir N. V., 2006. Evolution of 2^{+} Wave Functions and Gamma-Stiffness in well-Deformed Rare-Earth nuclei. *The European Physical Journal A*, 30, 357-367.

- Iachello, F. 2000. Dynamic Symmetries at the Critical Point. *Physical Review Letters*, 85 (17), 3580.
- Iachello, F. 2001. Analytic Description of Critical Point Nuclei in a Spherical-Axially Deformed. *Physical Review Letters*, 87 (5), 052502.
- Iachello, F. 2002. Critical Point Symmetries in Nuclei. *Nuclear Physics News*, 12 (3), 17-21.
- Iachello, F. 2003. Phase Transitions in Angle Variables. *Physical Review Letters*, 91 (13), 132502.
- Iachello, F., ve Arima, A. 1987. *The Interacting Boson Model*. New York: Cambridge University Press, Melbourne Sydney.
- Iachello, F. ve Talmi I., 1987. Shell-Model Foundations of the Interacting Boson Model. *Reviews of Modern Physics*, 59 (2), 1-23.
- Inci, I., 2014. Exactly Separable Bohr Hamiltonian with the Morse Potential for Triaxial Nuclei. *International Journal of Modern Physics E*, 23 (1450053), 1-13.
- Inci, I., Bonatsos D. ve Boztosun I., 2011. Electric Quadrupole Transitions of the Bohr Hamiltonian with the Morse Potential. *Physical Review C*, 84 (024309), 1-9.
- Janssen, D., Jolos D. V. ve Dönau F., 1974. An Algebraic Treatment of the Nuclear Quadrupole Degree of Freedom. *Nuclear Physics A*, 224, 93-115.
- Jolie, J., Casten R. F., Brentano P. V. ve Werner V., 2001. Quantum Phase Transition for Gama-Soft Nuclei. *Physical Review Letters*, 87 (16), 162501.
- Kharb, S. ve Chand F., 2012. Searching Critical-Point Nuclei in Te- and Xe-Isotopic Chains Using Sextic Oscillator Potential. *Physics of Atomic Nuclei*, 75 (2), 168-172.
- Levai, G. ve Arias J. M., 2004. The Sextic Oscillator as a γ -Independent Potential. *Physical Review C*, 69 (014304), 1-6.
- Levai, G. ve Arias, J. M., 2010. Search for Critical-Point Nuclei in terms of the Sextic Oscillator. *Physical Review C*, 81 (044304), 1-11.
- Magnus, W., Oberhettinger F. ve Soni R. P., 1966. *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics*. Third enlarged Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 608 p, New York.
- Mayer, M. G., 1949. On Closed Shells in Nuclei. II. *Physical Review*, 75 (1969), 1-2.
- McCutchan, E. A., Bonatsos D., Zamfir N. V. ve Casten R. F., 2007. Staggering in γ -band Energies and the Transition Between Different Structural Symmetries in Nuclei. *Physical Review C*, 76 (024306), 1-10.
- Meng, J., Zhang W., Zhou S. G., Toki H. ve Geng L. S., 2005. Shape Evolution for Sm Isotopes in Relativistic Mean-Field Theory. *The European Physical Journal A*, 25, 23-27.
- Meyer-Ter-Vehn, J., 1975. Collective Model Description of Transitional Odd-A Nuclei: The Triaxial Rotor Plus Particle Model. *Nuclear Physics A*, 249, 111-140.
- Moreno, E. L. ve Castanos O., 1996. Shapes and Stability within the Interacting Boson Model: Dynamical Symmetries. *Physical Review C*, 54 (5), 2374-2384.
- Morse, P. M., 1929. The Atomic Molecules According to the Wave Mechanics II. Vibrational Levels. *Physical Review*, 34, 57-65.
- Naderi, L. ve Hassanabadi H., 2016. Bohr Hamiltonian with Eckart Potential for Triaxial Nuclei. *The European Physical Journal Plus*, 131 (133), 1-6.
- National Nuclear Data Center, 2017. Brookhaven Laboratory, Evaluated Nuclear Structure Data File Search and Retrieval. <https://www.nndc.bnl.gov/> (13.10.2017).

- Navratil, P., Quaglioni S., Stetcu I. ve Barrett B. R., 2009. Recent Developments in no-core Shell-Model Calculations. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 36 (083101), 1-54.
- Neyazi, H., Rajabi A. A. ve Hassanabadi H., 2016. Exactly Separable Bohr Hamiltonian with the Killingbeck Potential for Triaxial nuclei. *Nuclear Physics A*, 945 (80), 1-9.
- Nikiforov, A. F. ve Uvarov V. B., 1988. *Special Functions of Mathematical Physics*. Springer Basel AG, ISBN 978-1-4757-1597-2, 427 p, Moskow.
- Otsuka, T., Arima A. ve Iachello F., 1978. Nuclear Shell Model and Interacting Bosons. *Nuclear Physics A*, 309, 1-33.
- Pekeris, C. L., 1934. The Rotation-Vibration Coupling in Diatomic Molecules. *Physical Review*, 45 (2), 98-104.
- Pieper, S. C., Varga K. ve Wiringa R. B., 2002. Quantum Monte Carlo calculations of $A=9,10$ nuclei. *Physical Review C*, 66 (044310), 1-14.
- Pietralla, N. ve Gorbachenko O. M., 2004. Evolution of the Excitation in Axially Symmetric Transitional Nuclei. *Physical Review C*, 70 (011304(R)), 1-5.
- Raduta, A. A. ve Buganu P., 2011. Toward a New Description of Triaxial Nuclei. *Physical Review C*, 83 (034313), 1-14.
- Rowe, D. J. ve Bahri C., 1998. Rotation-Vibrational Spectra of Diatomic Molecules and Nuclei with Davidson interactions. *Journal Physics A*, 31, 4947-4961.
- Sheng, Z. Q. ve Guo J. Y., 2005. Systematic Analysis of Critical Point Nuclei in The Rare-Earth Region with Relativistic Mean Field Theory. *Modern Physics Letters A*, 20 (35), 2711-2721.
- Sitenko, A. G. ve Tartakovski V. K., 1975. *Lectures on the Theory of the Nucleus*. First Edition, Pergamon Press Ltd., Headington Hill Hall, Oxford, 302 p, Hungary.
- Ushveridze, A. G., 1994. *Quasi-exactly solvable models in quantum*. Taylor ve Francis Group, 270 Madison Avenue, Arnold Sommerfeld Institute of Mathematical Physics, Clausthal Germany and Institute of Physics, 81 p, New York.
- Vertes, A., Nagy S., Klenczar Z., Lovas R. G. ve Röscher F., 2011. *Handbook of Nuclear Chemistry, Second Edition, Basics of Nuclear Science*. Springer Science-Business Media B.V. DOI 10.1007/978-1-4419-0720-2. 3049 p, Germany.
- Werner, V., Brentano P. V., Casten R. F. ve Jolie J., 2002. Singular Character of Critical Points in Nuclei. *Physics Letters B*, 527, 55-61.
- Wilts, L. ve Jean M., 1956. Surface Oscillations in Even-Even Nuclei. *Physical Review*, 102(3), 1-9.
- Yigitoglu, I. ve Bonatsos D. 2011. Bohr Hamiltonian with Davidson potential for Triaxial Nuclei. *Physical Review C*, 83(014303), 1-8.
- Yigitoglu, I. ve Gokbulut M., 2017. Bohr Hamiltonian for $\gamma=0$ with Davidson Potential. *The European Physical Journal Plus*, 132 (345), 1-10.
- Yigitoglu, I. ve Gokbulut M., 2018. Bohr Hamiltonian for $\gamma=30$ with Davidson Potential. *The European Physical Journal Plus*, 133 (129), 1-12.
- Zamfir, N. V. ve Casten R. F., 1991. Signatures of γ - Softness or Triaxiality in Low Energy Nuclear Spectra. *Physics Letters B*, 260 (3), 265-269.
- Zamfir, N. V., Casten R. F. ve Brenner D. S., 1994. Evolution of Precollective Nuclei and a Tripartite Classification of Nuclear Structure. *Physical Review Letters*, 72 (22), 1-3.

7. ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı: Melek GÖKBULUT

Doğum Tarihi ve Yeri: 25.06.1979-KARAMAN

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dil: İngilizce

Telefon: 05055312594

E-mail: melek.kgb@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Tokat Gaziosmanpaşa Üniv.	2012
Lisans	Tokat Gaziosmanpaşa Üniv	2000
Lise	Karaman Lisesi	1996