

MARTENSİTİK FAZ DÖNÜŞÜMLERİ İÇİN MİKROMEKANİK
TEMELLİ BİR MODEL

İLKAY GÜNEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ARALIK 2012

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitü onayı

Prof. Dr. Ünver KAYNAK
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Ünver KAYNAK
Anabilim Dalı Başkanı

İLKAY GÜNEL tarafından hazırlanan MARTENSİTİK FAZ DÖNÜŞÜMLERİ
İÇİN MİKROMEKANİK TEMELLİ BİR MODEL adlı bu tezin Yüksek Lisans
tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. İstemi Barış ÖZSOY
Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Cihan TEKOĞLU

Üye : Yrd. Doç. Dr. İstemi Barış ÖZSOY

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ersin Emre ÖREN

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

İlkay GÜNEL

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri
Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. İstemi Barış ÖZSOY
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans – Aralık 2012

İlkay GÜNEL

MARTENSİTİK FAZ DÖNÜŞÜMLERİ İÇİN MİKROMEKANİK TEMELLİ BİR MODEL

ÖZET

Martensitik faz dönüşümleri şekil hafızalı alaşımların ana deformasyon mekanizmasını oluşturan, çeliğin mekanik özelliklerinin belirlenmesinde çok büyük önemi olan katı-katı faz dönüşümleridir. Bu dönüşümlerin oluşumu esnasında, cismin bazı bölgelerindeki yüksek dönüşüm gerinimleri yüksek gerilmelerin oluşmasına sebep olur. Bu bölgelerde inelastik gerinimler oluşur ve faz dönüşümünün termodinamiğini ve kinetiğini etkiler. Uygulanan yük ve sıcaklık sonucunda oluşan faz dönüşümü süresince mikroyapıda meydana gelen değişikliklerin belirlenebilmesi, malzemenin mekanik özelliklerinin bu değişikliklere göre tasarlanmasına olanak sağlar. Bu amaçla, yakın zamanda elastik ve inelastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümlerinin mikromekanik tabanlı modelleri (Özsoy ve Levitas, 2007) geliştirilmiştir. Bu çalışmada elastik malzemelerdeki faz dönüşümleri için detaylı bir sayısal çalışma yapılmasına rağmen gerçek malzeme parametreleri kullanılmamıştır. Ayrıca, inelastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümlerinin sayısal çalışması tamamlanmamıştır.

Bu tez çalışmasında, öncelikle Özsoy ve Levitas'ın (2007) elastik malzemeler için geliştirdikleri model şekil hafızalı bir alaşım için kullanılarak deneysel çalışmalarla karşılaştırma yapılarak doğrulanmıştır. Daha sonra inelastik malzemeler için geliştirilen modelin farklı şartlardaki mikroyapı değişimleri, bu değişimlerin sebepleri, plastik deformasyonun ve uygulanan gerilme veya sıcaklığın faz dönüşümü üzerindeki etkisinin belirlenmesi için hesaplamalı bir teknik geliştirilerek nümerik çalışması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Martensitik Faz Dönüşümleri, Mikromekanik, Plastisite.

University : TOBB University of Economics and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Mechanical Engineering
Supervisor : Asst. Prof. İstemi Barış ÖZSOY
Degree Awarded and Date : M.Sc. – December 2012

İlkay GÜNEL

**A MICROMECHANICS BASED MODEL FOR MARTENSITIC
PHASE TRANSFORMATIONS**

ABSTRACT

Martensitic phase transformations are solid to solid phase transformations, which have an important role in determination of mechanical properties of steels and represent the main deformation mechanism of shape memory alloys. During such transformations, large transformation strain in some regions of a body results in development of large stresses. At these regions, inelastic strains develop and affects the thermodynamics and kinetics of the phase transformation. Determination of changes that occur in the microstructure during phase transformation taking place under applied load and temperature enables the design of mechanical properties of a material with respect to these changes. For this purpose, micromechanics based models for martensitic phase transformations in elastic and inelastic materials (Ozsoy and Levitas, 2007) have been developed recently. Although a detailed numerical study has been made for elastic materials in the study, real material parameters have not been used. Also, numerical study of martensitic phase transformations in inelastic materials has not been completed.

In this thesis study, firstly, the model developed by Ozsoy and Levitas (2007) for elastic materials is studied numerically for a shape memory alloy and verified by comparison with experimental results. Then, the model developed for inelastic materials is studied numerically by developing a computational technique to determine the changes in microstructure under different conditions, the reason behind such changes, and influence of plastic deformation and applied stress or temperature on phase transformations.

Keywords: Martensitic Phase Transformations, Micromechanics, Plasticity.

TEŐEKKÜR

Kendisiyle çalıŐmaktan her zaman keyif aldığım, desteğini, ilgisini ve bilgisini hiçbir zaman eksik etmeyen, zor durumlarda moral verip böylesine önemli bir çalıŐmaya katkıda bulunmama olanak sağlayan, herkesin çok sevdiği ve saygı duyduğu ve bu sevgi ve saygıyı sonuna kadar hakeden değerli ve saygıdeğer tez danıŐmanım Yrd. Doç. Dr. İstemi Barış ÖZSOY'a teŐekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisansım boyunca fikirlerine danıŐtıđım ve bu tezi ortaya çıkmasından emeği olan Yrd. Doç Dr. Cihan Tekoğlun'a değerli katkılarından dolayı teŐekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisansım süresince aynı odayı paylaŐtıđım, proje arkadaŐım Nazım Babacan'a (TOBB Üniversitesi Y. Lisans Mezunu), İ.Ozan Sert'e (TOBB Üniversitesi Y. Lisans Öğrencisi), Galip Özdemir'e (TOBB Üniversitesi Y. Lisans Öğrencisi), Büryan Apaoğlu'na (İTÜ Doktora Öğrencisi), aynı odada olmasak bile beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan Fırat Özer'e (TOBB Üniversitesi Doktora Öğrencisi) ve Ender elik'e (TOBB Üniversitesi Yüksek Lisans Mezunu) teŐekkürlerimi sunarım.

Desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen, bugünlere gelmemde büyük katkıları olan aileme ve kız arkadaŐım Kübra'ya sonsuz teŐekkürler. Sizlerin desteği kelimeler ile ifade edilemez...

İçindekiler

1 GİRİŞ	1
1.1 Faz Dönüşümleri	1
1.2 Martensitik Faz Dönüşümleri	2
1.3 Mikroskopik Ölçekte Martensitik Faz Dönüşümü	5
1.4 Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografisi	7
1.5 Mekanik İkizlenme	10
1.6 Gerinim Etkili Martensit	11
1.7 Dönüşüm Gerinimi	12
1.8 Martensitik Varyant	15
1.9 Kinematik Uyumluluk	16
1.10 Literatür Özeti	17
1.11 Tezin Amacı	20
1.12 Tezin İçeriği	20
2 Elastik Malzemelerdeki Martensitik Faz Dönüşümleri İçin Geliştirilen Model	22

2.1	Termodinamik İtici Kuvvetler	23
2.2	Yitim Oranı ve Kinetik Denklemler	25
2.2.1	Lineer Kinetik İlişki	26
2.2.2	Üç boyutlu Geometri için yitim Oranı	26
2.2.3	İki Fazlı Sistem	27
2.2.4	Üç Fazlı Sistem	30
2.2.5	Algoritma	31
2.3	CuAlNi Şekil Hafızalı Alaşımındaki Martensitik Faz Dönüşümü	34
3	İnelastik Malzemelerdeki Martensitik Faz Dönüşümleri için Geliştirilen Model	38
3.1	Geliştirilen Teori	39
3.2	Yitim Oranı ve Kinetik Denklemler	41
3.3	Dönüşen Hacimdeki Gerilme ve Gerinim Hesabı	45
3.4	Kristal Plastisitesi	46
3.5	Plastik model için Algoritma	48
3.5.1	Dönüşen Hacimde Gerilme ve Gerinimin Hesaplanması	52
3.5.2	Kristalografik parametrelerin değişim hızının hesaplanması	54
3.5.3	Eksenel Yükleme Durumu	55
3.6	Örnek Çalışmalar	56

3.6.1	Genel Yükleme Altındaki Çalışmalar	58
3.6.2	Tek Eksenli Yükleme Altındaki Çalışmalar	63
4	Değerlendirme ve Sonuçlar	80
5	Kaynaklar	83
6	ÖZGEÇMİŞ	89

Şekil Listesi

- 1.1 Yayılımsız dönüşümün şematik gösterimi. (a) kafes yapısının ilk durumu, (b) bir miktar deformasyon sonucu kafes yapısındaki kısmi değişim, (c) deformasyonun artması sonucu kafes yapısının bütünündeki değişim (Komşuluklar bozulmamıştır). 1
- 1.2 Difüzyonlu dönüşüm. (a) difüzyon öncesi (b) atomlararası bağların koparak yeni bağların oluşması (c) difüzyon sonrası 2
- 1.3 Fe-31%Ni-0.02%C alaşımındaki östenit (açık renkli bölgeler) ve martensitin (koyu renkli bölgeler) mikroskopik görüntüsü [4]. . . . 3
- 1.4 Fazların serbest enerjilerinin sıcaklık ile değişimi. Belli sıcaklıkta en düşük serbest enerjiye sahip faz, kararlı faz olmaktadır. 4
- 1.5 Östenit ile martensit fazları arasındaki yerleşik düzlem oluşumunun şematik gösterimi. (a) kısıtsız dönüşümde oluşan ara yüzey, (b) östenitin martensiti kısıtlaması sonucu oluşan bükülmüş ara yüzey. 6
- 1.6 Mikroskopik ölçekte martensitik yapıların oluşumu. (a) yalnızca östenit fazından oluşan yapı, (b) M_s sıcaklığının altına soğutulduğunda taneler içerisinde martensitik yapıların oluşması, (c), (d) sıcaklığın azalması ile martensitik plaka sayılarında meydana gelen artış. 7
- 1.7 Östenit ve martensit kafes yapılarının gösterimi. (a) kübik yapıdaki östenit, (b) kübik yapıdaki östenitten elde edilebilen tetragonal yapıdaki martensit. 8

1.8	Bain modeli ile ikizlenme veya kaymanın birlikte kullanılmasıyla türetilen fenomenolojik modelin gösterimi. (a) östenitin x ve y-eksenlerinde deforme edilmesiyle elde edilen martensit, (b) yerleşik düzlemin değişmemesi için olması gereken konumu, (c) x-eksenindeki uzamanın sönümlenmesi için atomların alması gereken düzen.	9
1.9	Kayma ve ikizlenme deformasyonlarının şematik gösterimi [7]. . .	10
1.10	İkizlenme düzlemleri üzerinde atomların kesme deformasyonuna maruz kalması ile elde edilen ikizlenmiş yapı [8]. Başlangıçta düzenli dizilen atomlar ikizlenme eksenine göre ayna görüntüsü oluştururlar. Kesikli çizgiler ikizlenme eksenleridir.	11
1.11	Sıcaklık ve dış gerilmeye bağlı olarak oluşabilecek martensitik faz dönüşümleri [5].	13
1.12	Kübik-tetragonal martensitik faz dönüşümünün şematik gösterimi. Kübik kafes yapısındaki östenit, tetragonal kafes yapısındaki martensite dönüşmektedir [3].	14
1.13	Kübik-Tetragonal dönüşümdeki martensitik varyantlar [3].	15
1.14	Kinematik uyumluluk koşulunun şematik gösterimi. Ω_1 ve Ω_2 fazları arasındaki ara yüzey normal vektörleri n ve m ile, deformasyon gradyanları ise F ve G ile gösterilmiştir [3].	16
2.1	İki fazdan oluşan V hacmine sahip küp şeklindeki temsili hacim elemanının içerisindeki östenit ve martensit fazlar [7]. n ara yüzeyin normal vektörü, 1 ve 2 farklı deformasyon gradyanlarına sahip fazları temsil etmektedir.	23
2.2	Potansiyel kontur eğrileri. $w=0$ eğrisi faz dönüşümü başlangıç eğrisidir. \tilde{X}_n ve \tilde{X}_c normalize edilmiş itici kuvvetlerdir [7].	29
2.3	Östenit ve iki martensitik varyanttan oluşan temsili hacim [7]. . .	30

2.4	CuAlNi şekil hafızalı alaşımının (a) kullanılan model [45] ile elde edilen gerilme-gerinim grafiğinin deneysel sonuçlarla [56] karşılaştırılması, (b) $T=40^\circ$ 'deki hacimsel oranların değişimi.	37
3.1	Ara yüzey dönme merkezinin konumuna göre oluşabilecek üç farklı dönüşüm durumu. (a) östenit fazının büyümesi (b) iki dönüşen hacmin oluşması, Δv_1 ve Δv_2 , (c) martensit fazının büyümesi . . .	42
3.2	Martensitik çekirdek oluşurken (a) östenit, (b) martensit fazlarındaki gerilme bileşenlerinin dönüşüm gerinimi (ε^t) ile değişimi. Çekirdek oluşumu esnasında martensit fazında sadece σ_3 gerilme bileşeni oluşmuş ve elastik-mükemmel plastik malzeme davranışından dolayı bu gerilme bileşeni belli bir dönüşüm geriniminden sonra sabit kalmıştır. Östenit fazında üç gerilme bileşeni de oluşmuş ancak yük henüz küçük olduğundan gerilmeler de küçük kalmıştır. Dönüşüm gerinimi (ε^t) sıfırdan başlayarak %100'üne ulaşılan kadar kademeli olarak arttırılmıştır.	60
3.3	Martensitik çekirdek oluşurken ara yüzey normalinin dönüşüm gerinimi (ε^t) ile değişimi. Belli bir dönüşüm geriniminden sonra plastik deformasyonun devreye girmesiyle ara yüzey normalinde belirgin bir değişim meydana gelmektedir. β_1 , ara yüzey normalinin x_1 eksenine ile yaptığı açıdır.	60
3.4	Martensitik çekirdek oluşumu sırasında martensit fazındaki plastik gerinimlerin dönüşüm gerinimi (ε^t) ile değişimi. Belli bir dönüşüm gerinimi değerinden sonra plastik deformasyon başlamaktadır. Plastik deformasyonun başladığı nokta aynı zamanda Şekil 3.2'de gösterildiği gibi ve martensit fazının akma gerilmesine ulaştığı noktadır.	61

3.5	Yükleme boyunca (a) östenit, (b) martensit fazındaki gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Östenit fazının σ_1 gerilme bileşeni modelin plastik gerinimleri hesaplama yönteminden dolayı akma gerilmesinden yüksek çıkmıştır. Martensit fazının σ_3 gerilme bileşeni çekirdek içerisinde akma gerilmesine kadar ulaşip faz dönüşümü başlangıcından sonra azalarak negatif değerler almış, bu aşamada farklı bir kayma sistemi devreye girerek gerilmeleri etkilemiştir.	62
3.6	Yükleme boyunca ortalama gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Ortalama gerilmenin σ_3 gerilme bileşeni modelin hesaplama yönteminden dolayı akma gerilmesinden yüksek değere çıkmıştır. Fazlarda meydana gelen gerilme ve gerinim hesaplarında kristal plastisitesi kullanılmıştır.	63
3.7	Yükleme boyunca fazların hacimsel oranlarının (c_A, c_M) uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi.	64
3.8	Yükleme boyunca (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen plastik gerinim bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Martensite göre daha yumuşak malzeme olan östenit fazında küçük bir yüklem adımından sonra plastik gerinimler modelin hesaplama yöntemine göre oluşmaya başlamıştır. Çekirdetlenme sırasında oluşan plastik gerinimler, faz dönüşümü başlayana kadar martensit içerisinde sabit kalmış, faz dönüşümünün başlamasıyla da değişmeye başlamıştır.	65
3.9	Farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5, k=0.3$ ve $k=0$) ortalama gerilmenin tek eksenli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi.	66

- 3.10 Martensitik çekirdek oluşumu sırasında farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ara yüzey normalinin x_1 eksenine ile yaptığı açının (β_1) değişimi. Kademeli dönüşüm gerinimi artımı sırasında başlangıçta sabit kalan ara yüzey normali, belli bir dönüşüm geriniminden sonra çekirdek içerisinde plastik deformasyon meydana geldiğinden değişmeye başlamıştır. Atermal sürtünme kuvvetinin farklı olması ara yüzey normalinde bir farklılığa sebep olmamıştır. 67
- 3.11 Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$), (a) östenit, (b) martensit fazlarının gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Östenitin σ_1 gerilme bileşeni akma gerilmesine ulaşmış ve kayma düzlemi ve yönüne bağlı olarak tek kristal plastisitesi sonucunda neredeyse sabit kalırken diğer bileşenlerde değişim meydana gelmiştir. Martensit fazında akma gerilmesine ulaşan bileşen olmayıp faz dönüşümünden dolayı bir değişim elde edilmiştir. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile faz dönüşümünün gerçekleşebilmesi için yenilmesi gereken kuvvet arttığından dolayı gerilmeler de artmıştır. 67
- 3.12 Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) (a) östenit, (b) martensit fazlarında oluşan plastik gerinim bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Plastik gerinimler martensite göre daha yumuşak olan östenit fazında lokalize olmuştur. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile fazlarda oluşan gerilme arttığından plastik deformasyon artmıştır. Martensit fazında çekirdek içerisinde daha önce oluşmuş plastik deformasyonları değiştirecek bir gerilme elde edilmediğinden plastik gerinimler faz dönüşümü boyunca sabit kalmıştır. 68
- 3.13 Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M) uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Büyütülmüş şekilde görüldüğü gibi atermal sürtünme kuvvetinin artmasıyla faz dönüşümünün başlangıcı ötelenmektedir. 69

- 3.14 Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ele alınan hacim içerisindeki ortalama gerilmenin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Sisteme aksel yüklemeye uygun bir yük uygulandığından yalnızca σ_1 gerilme bileşeni elde edilmiştir. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile ele alınan hacim içerisinde daha yüksek gerilmeler elde edilmektedir. 69
- 3.15 Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ara yüzey ilerlemesi sırasında plastik deformasyonlardan dolayı oluşan plastik bariyerin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile plastik deformasyonlar artmış bu nedenle plastik bariyer artmıştır. 70
- 3.16 Farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ortalama gerilmenin tek akselli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi. 71
- 3.17 Martensitik çekirdek oluşurken farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ara yüzey normalinin x_1 eksenine ile yaptığı açının (β_1) değişimi. Belli bir dönüşüm gerinimi artımından sonra plastik gerinimler devreye girerek ara yüzey normalinde değişime sebep olmaktadır. Dönüşüm gerinimi arttıkça plastik deformasyonlar daha erken oluşmakta ve ara yüzey normalinde daha erken değişime sebep olmaktadır. 72
- 3.18 Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde (a) martensit, (b) östenit fazlarında meydana gelen plastik gerinimlerin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Faz dönüşümü sırasında martensit fazında plastik deformasyon oluşturacak gerilmeler elde edilmediğinden martensitik çekirdek oluşumundan kalan plastik gerinimler değişmemiştir. Faz dönüşümü süresince oluşan plastik gerinimler daha yumuşak faz olan östenitte lokalize olmuştur. Dönüşüm gerinimi arttıkça daha fazla plastik gerinim oluşmuştur. 72

- 3.19 Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ele alınan hacimde meydana gelen ortalama gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Eksenel yükleme uygulandığından yalnızca σ_1 gerilme bileşenlerinin değeri varken diğer bileşenler sıfırdır. Dönüşüm geriniminin artması daha yüksek gerilmeler oluşturmaktadır. 73
- 3.20 Yükleme boyunca fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M), uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Yüksek dönüşüm gerinimine sahip numunelerde daha fazla plastik gerinim meydana geldiğinden ara yüzey hareketi zorlaştırarak faz dönüşümü daha geç tamamlanmıştır. 73
- 3.21 Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinim değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarda meydana gelen gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Belli bir yükleme adımına kadar plastik gerinim oluşmadığından östenit fazında gerinim yumuşaması görülür. Daha sonra plastik gerinimin devreye girmesi ile gerilme bileşenlerinde artış görülür. Dönüşüm geriniminin artması ile oluşan gerilme değeri de artmaktadır. Martensit fazında faz dönüşümünden hemen sonra σ_3 gerilme bileşeni azalmaya başlamış ve faz dönüşümünden kaynaklı bir gerilme davranışı sergilemiştir. Dönüşüm gerinimindeki artışa bağlı olarak daha yüksek gerilmeler elde edilmiştir. 74
- 3.22 Farklı sıcaklık değerlerinde ortalama gerilmenin tek eksenli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi. 75
- 3.23 Martensitik çekirdek oluşurken farklı sıcaklık değerlerinde ara yüzeyin normalinin x_1 eksenine ile yaptığı açının (β_1) değişimi. Plastik gerinimlerin meydana gelmesi ile çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinde değişim meydana gelmektedir. Sıcaklık faz dönüşümü süresince etkili bir parametre olduğundan çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinde bir değişime sebep olmamış dolayısıyla bütün numunelerde benzer davranış elde edilmiştir. 76

- 3.24 Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M) uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Büyütülmüş resimde görülebileceği gibi sıcaklığın farklı olması faz dönüşüm başlangıç noktalarını değiştirmiş aynı zamanda faz dönüşümü süresince hacimsel oranların değişimine de etki etmiştir. 77
- 3.25 Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Sıcaklığın artması ile östenit ve martensit fazlarının gerilme değerleri artmıştır. 77
- 3.26 Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde ele alınan hacimde oluşan toplam gerilmenin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Eksenel yüklemeye uygun bir değişim elde edilmiş yalnızca σ_1 gerilme bileşeni oluşmuştur. Diğer gerilme bileşenleri sıfırdır. Sıcaklığın arttırılması ile ele alınan hacim içerisinde daha yüksek gerilmeler elde edilmiştir. 78
- 3.27 Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen plastik gerinimlerin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Uygulanan yük sonucu oluşan plastik gerinimler martensite göre daha yumuşak olan östenit fazında lokalize olmuştur. Sıcaklığın artması ile fazlarda oluşan gerilme arttığından plastik deformasyon artmıştır. Martensit fazında çekirdek içerisinde daha önce oluşmuş plastik gerinimleri değiştirecek bir gerilme elde edilmediğinden plastik gerinimler faz dönüşümü boyunca sabit kalmıştır. 79
- 3.28 Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde plastik bariyerin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Sıcaklığın artması ile daha fazla plastik gerinim oluştuğundan plastik bariyer artmaktadır. . . 79

Çizelge Listesi

2.1	Shield [56] yaptığı A1-T1 deney numunesi için yükleme yönü. . . .	34
2.2	CuAlNi alaşımının östenit fazına ait elastisite matrisinin bileşenleri (GPa) [55]	35
2.3	CuAlNi alaşımının martensit fazına ait elastisite matrisinin bileşenleri (GPa) [55]	35
2.4	Tip-I ikiz için ara yüzey normal bileşenleri ($\lambda=c_1/c_m=0.2901$) . .	36
3.1	Genel yükleme altındaki çalışmalarda kullanılan parametreler . .	58
3.2	Eksenel yükleme altında atermal sürtünmenin etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri	64
3.3	Eksenel yükleme altında dönüşüm gerinimi etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri	70
3.4	Eksenel yükleme altında sıcaklığın etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri	75

KISALTMALAR

ŞHA	Şekil Hafızalı Alaşımlar
FD	Faz Dönüşümü
MFD	Martensitik Faz Dönüşümü
MM	Martensitik Mikroyapı
MÇ	Martensitik Çekirdek
YMK	Yüzey Merkezli Kübik
HMT	Hacim Merkezli Tetragonal
HMK	Hacim merkezli kübik
TRIP	Dönüşüm Kaynaklı Plastisite (Transformation Induced Plasticity)

SEMBOL LİSTESİ

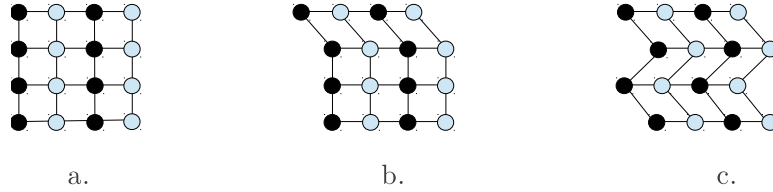
A	Östenit
M	Martensit
M_1	1. Martensitik varyant
M_2	2. Martensitik varyant
n	ara yüzey normal vektörü
n_I	Martensitik varyantlar arasındaki ara yüzeyin normal vektörü
c	Hacimsel oran
k_p	Plastik Bariyer
k	Atermal Sürtünme Kuvveti
v	Viskoz sürtünme
ν	Poisson oranı
E	Elastik Modül
a	Ara yüzeydeki gerinim değişimini temsil eden vektör
ε^t	Dönüşüm Gerinimi
σ	Gerilme Tensörü
ε	Gerinim Tensörü
φ	Helmholtz Serbest Enerjisi
s	Entropi
D	Yitim oranı
X_c	Termodinamik İtici Kuvvet (Ötelenme)
X_n	Termodinamik İtici Kuvvet (Dönme)
R	Ara yüzey uzunluğu
S	Ara yüzey alanı
V	Ele alınan hacim
σ_y	Akma gerilmesi

1. GİRİŞ

1.1 Faz Dönüşümleri

Sürekli bir maddede, kristal özellikleri ve atom dizilişleri aynı olup homojen dağılan ve fiziksel olarak maddenin diğer kısımlarından ayrılan her bölgeye faz adı verilir [1]. Madde içinde bir fazdan diğer bir faza geçişe faz dönüşümü denir. Bu dönüşüm termal kaynaklı olabileceği gibi dışarıdan uygulanan bir kuvvet ile de gerçekleşebilir.

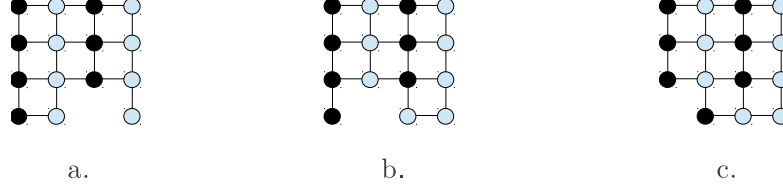
Faz dönüşümü sırasında atomların komşulukları değişmez ise yayılsız (difüzyonsuz), değişir ise yayımlı (difüzyonlu) faz dönüşümü olarak adlandırılırlar. Yayılsız dönüşümlerde atomlar bir düzlem üzerinde hareket ederken atomlararası bağlar kopmaz. Yalnızca atomlararası mesafe değişir. Şekil 1.1'de yayılsız bir faz dönüşümü gösterilmiştir.



Şekil 1.1: Yayılsız dönüşümün şematik gösterimi. (a) kafes yapısının ilk durumu, (b) bir miktar deformasyon sonucu kafes yapısındaki kısmi değişim, (c) deformasyonun artması sonucu kafes yapısının bütünündeki değişim (Komşuluklar bozulmamıştır).

Difüzyonlu ya da tekrar-yapılanan dönüşümler, atomlar arasındaki bağın koparak yeniden oluşmasını gerektirirler. Bu tür dönüşümler atomlar arasında yeniden bağ kurma ihtiyacı sebebiyle genellikle çok yavaştır. Dönüşüm sonucunda atomların komşulukları değişebileceğinden farklı atom dizilişine sahip yapılar oluşabilir.

Şekil 1.2'de difüzyon sonucu atomların yer değiştirmesi gösterilmiştir.



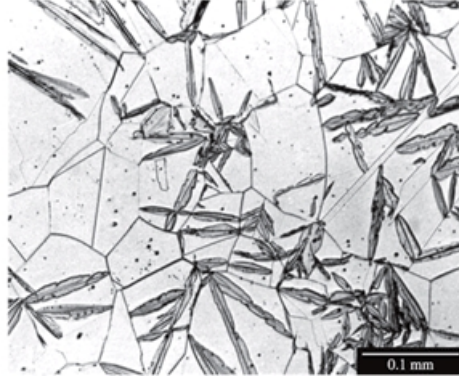
Şekil 1.2: Difüzyonlu dönüşüm. (a) difüzyon öncesi (b) atomlararası bağların koparak yeni bağların oluşması (c) difüzyon sonrası

1.2 Martensitik Faz Dönüşümleri

Martensit ilk olarak su verilmiş çeliklerde Alman metalurjist A. Martens tarafından keşfedilmiştir. Bu oluşumun doğasından dolayı çeşitli alaşımlarda (ZrO_2 , Fe-31Ni-0.23C, Fe-3Mn-2Si-0.4C, Cu-15Al, Ar-40N₂), metallerde ve biyolojik sistemlerde de görülmesi, martensitik fazın yalnızca çeliklere ait olmadığını göstermiştir. Bu nedenle, herhangi bir bileşim değişimi olmadan ve kaymadan dolayı meydana gelen bütün faz dönüşümleri martensitik faz dönüşümü olarak adlandırılmıştır [2].

Martensitik faz dönüşümleri doğada sıklıkla karşılaşılan dönüşümlerdir ve birçok deneysel çalışmalara konu olmaktadır. Bu katı-katı faz dönüşümlerinde değişim aniden gerçekleşip, yüksek simetri ve yüksek sıcaklık fazı olan östenit (ana faz), düşük simetri ve düşük sıcaklık fazı olan martensite (ürün faz) dönüşmektedir. Faz dönüşümü süresince atomların yeniden düzenlenmesi veya difüzyon meydana gelmemektedir [3]. Şekil 1.3 'de faz dönüşümü gerçekleşmiş bir malzemede, martensitik fazın mikroyapısı görülmektedir. Martensit koyu renkli ve iğne şeklinde olup, açık renkli östenit fazıyla birlikte tüm yapıyı oluşturmaktadır.

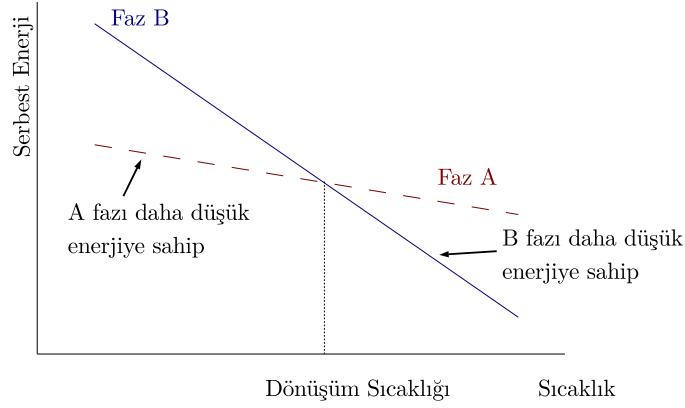
Martensitik faz dönüşümlerinde atomlar, komşuları ile bağlarını koparmadan ilerlerler. Dönüşüm süresince atomların hareketleri oldukça küçüktür ve ana faz durumundaki kimyasal yapı ve atomların dizilişi değişmez. Dolayısıyla martensitik faz dönüşümleri yayılımsız dönüşümlerdir ve dönüşüm hızı yaklaşık 1100 m/s'dir [2]. Martensitik faz dönüşümlerinde difüzyonun olmayışı, östenit



Şekil 1.3: Fe-31%Ni-0.02%C alaşımındaki östenit (açık renkli bölgeler) ve martensitin (koyu renkli bölgeler) mikroskopik görüntüsü [4].

fazı ile martensit fazı arasında neredeyse kusursuz bir oryantasyon ilişkisini ortaya çıkarır. Bu durumu Bain 1924 yılında farketmiş ve yüzey merkezli kübik (YMK) östenit yapıdan, hacim merkezli kübik (HMK) veya hacim merkezli tetragonal (HMT) martensit yapıya dönüşümü, atomların hareketini içeren bir teori ile ortaya koymuştur. Bain teorisi olarak bilinen bu teori benimsenmiştir çünkü teorik olarak martensitik faz dönüşümünü minimum atomik hareket ile gösterebilmiştir. Fakat Bain deformasyonunun fazlar arasında herhangi bir değişmez düzlem (invariant plane veya habit plane) oluşturmaması sebebiyle tamamlanmadığı ortaya atılmış, deneysel çalışmalar sonucunda bulunan yapılara benzer şekil değişikliğine ve ikizlenmeye dayanan teoriler sunulmuştur. Bu deneysel çalışmalar sonucunda Bain deformasyonunu ve değişmez düzlemi hesaba katan fenomenolojik bir teori oluşturulmuştur [5]. Bu konudaki daha ayrıntılı bilgi Bölüm 1.4'te verilmiştir.

Bir malzemede faz dönüşümünün gerçekleşebilmesi için belli bir sıcaklık ve basınç altında farklı faz seçeneklerinin bulunması gerekir. Farklı sıcaklıklarda fazların serbest enerjileri farklılık gösterir. Sahip olunan faz seçenekleri arasında, belli bir sıcaklık ve basınç altında hangisi en düşük enerjiye sahipse, sistem kararlı olarak tanımlanan en düşük enerjili faz düzeninde durma eğilimi sergiler. Katı halde saf demir uygun koşullarda, hem ferrit hem de östenit yapı sergileyebildiğinden çoklu faz seçeneği barındıran bir malzeme olarak örnek gösterilebilir. Şekil 1.4'de iki farklı fazın sıcaklığa bağlı olarak serbest enerjilerinin değişimi gösterilmiştir. Sıcaklığın artması ile fazların enerjileri azalmaktadır. Fakat iki fazın enerjilerinin azalma eğimleri aynı olmayıp bir noktada kesişmektedir. Bu noktaya faz dönüşümüm başlangıç sıcaklığı denir. Bu noktadan sonra sıcaklığın artması



Şekil 1.4: Fazların serbest enerjilerinin sıcaklık ile değişimi. Belli sıcaklıkta en düşük serbest enerjiye sahip faz, kararlı faz olmaktadır.

ile Faz B, tercih edilen faz olur. Çünkü sistem düşük enerjili fazda kalmak ister ve Faz B artık diğer faza göre daha düşük enerji seviyesindedir. Ters bir durumda, sıcaklığın azalması ile Faz A'nın Faz B'ye göre daha düşük enerjiye sahip olmasından dolayı tekrar kararlı hale gelir. Termodinamiğin denge koşulları gereğince geçerli olan bu durum doğada her zaman geçerli değildir. Bir faz en düşük enerjiye sahip olmamasına rağmen sistemde varlığını devam ettiriyor ise bu duruma yarı kararlı (metastable) durum denir. Oda sıcaklığındaki elmas yarı kararlı durumdadır.

Martensitik faz dönüşümlerinin genellikle üç farklı fiziksel etki ile oluştuğunu gözlemlenmiştir [1].

1. Soğutma ile oluşturulan ve oluşumunda yalnızca sıcaklığın etkisi olan martensitik dönüşümler,
2. Soğutma sırasında martensit fazın oluşmaya başladığı ilk sıcaklığın (M_s) hemen altında uygulanan ve elastik sınırlar içerisinde kalan bir dış gerilme ile etkilendirilerek, soğutma ile meydana gelen dönüşümler,
3. M_s sıcaklığının üzerinde, bir dış gerilme ile meydana gelen martensitik dönüşümler.

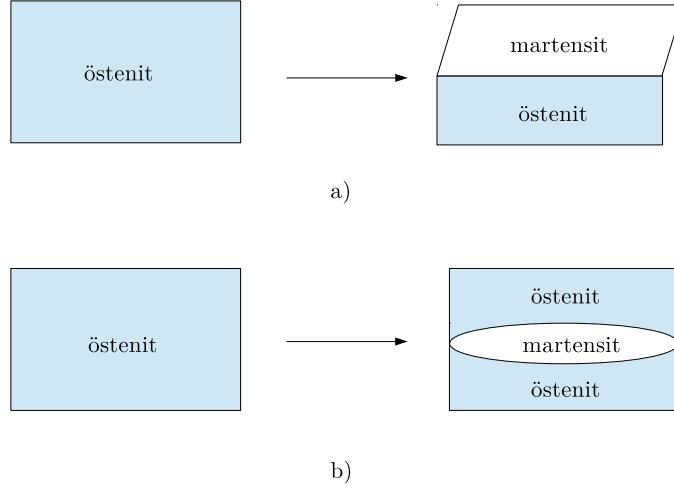
1.3 Mikroskopik Ölçekte Martensitik Faz Dönüşümü

Çeliklerde hızlı bir soğutma ile gerçekleşen martensitik faz dönüşümü, östenit tanelerinin belli bölgelerinde, martensit fazın plakalar halinde ortaya çıkmasıyla başlamaktadır. Plakaların ortaya çıktığı bu ilk sıcaklığa martensit başlama sıcaklığı adı verilir. Numune soğumaya devam ettikçe oluşan martensit plakaların sayısı da artış gösterir. Sıcaklık belli bir değerin altına düştüğünde artık daha fazla martensit plaka oluşamaz. Bu noktadaki sıcaklık, martensit son bulma sıcaklığı olarak adlandırılır. 0 K ile 600 K arasında geniş bir aralığa sahip dönüşüm sıcaklığı genellikle alaşımın bileşenine bağlı olup atomların dizilişi, iç gerilmeler ve kafes kusurları da bu sıcaklığa etki etmektedir [6].

Martensitik faz dönüşümleri yayılım olmadan gerçekleştiğinden zamandan bağımsızdır ve aniden gerçekleşmektedir. Atom düzeyinde bu dönüşümler zamandan bağımsız olsa da mikroskopik ölçekte bir numunenin tamamen martensite dönüşebilmesi için belli bir zamana ihtiyaç vardır. Çelik kompozisyonu martensitik faz dönüşümünde önemlidir. Çelik içerisindeki karbon miktarı martensit başlangıç ve son bulma sıcaklıklarını değiştirmektedir. Ayrıca martensit fazı her zaman plakalar halinde değil, zaman zaman iğne yapısında da oluşabilmektedir. Plaka yapısı orta ve yüksek karbonlu çeliklerde görülürken, iğne yapısı düşük karbonlu çeliklerde meydana gelmektedir.

Şekil 1.5a'da tek bir östenit kristalinin bir kısmı martensite dönüştüğünde meydana gelen kesme şekil değişimi görülmektedir. Böyle bir dönüşüm elde edebilmek için kristalin çevresinde şekil değişimini kısıtlayacak herhangi bir engel bulunmaması gerekir. Herhangi bir kısıtlama olmadığı durumda, dönüşüm sonrasında iki faz arasında düz bir yerleşik düzlem meydana gelir. Eğer dönüşüm, oluşan martensiti çevreleyen östenit fazı gibi, bir tür kısıtlama altında gerçekleşirse iki faz arasındaki yerleşik düzlem bir miktar bükülerek Şekil 1.5b'deki gibi olur. Yerleşik düzlemin bükülmesiyle oluşan bu plaka yapısı çeliklerde martensitik faz dönüşümünün (MFD) temelini oluşturmaktadır.

Dönüşümler genellikle tersinebilir. Tersine dönüşüm, martensit fazında iken malzemeye sıcaklık uygulayarak veya uygulanan dış gerilmenin serbest

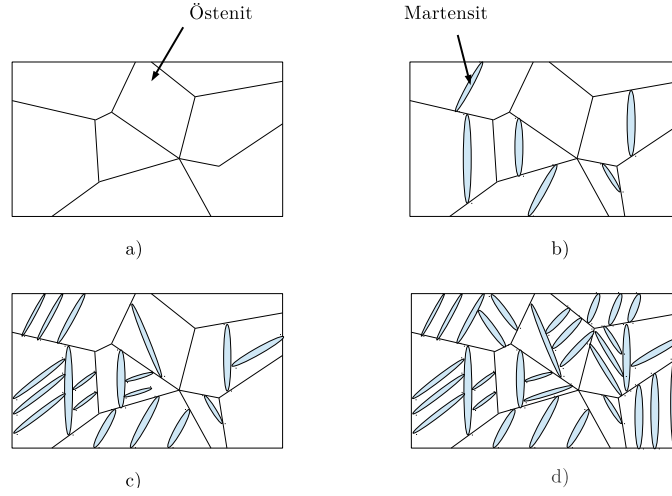


Şekil 1.5: Östenit ile martensit fazları arasındaki yerleşik düzlem oluşumunun şematik gösterimi. (a) kısıtsız dönüşümde oluşan ara yüzey, (b) östenitin martensiti kısıtlaması sonucu oluşan bükülmüş ara yüzey.

bırakılması ile sağlanır. Fakat bu işlem, ileri dönüşüme göre daha yüksek sıcaklık veya düşük gerilmelerde meydana gelir. Böylece dönüşüm çevrimi bir histerisiz sergiler [6]. Sıcaklıktan kaynaklı dönüşümler çoklu varyantlı martensitik mikroyapı meydana getirirler. Burada varyant, farklı yönelimlere sahip martensitik fazlardır. Şekil 1.6 'da yüksek sıcaklıkta östenit fazına sahip bir malzemenin bir etken ile martensit fazına dönüşümü şematik olarak verilmiştir.

Sıcaklıktan kaynaklı dönüşüm sonucu çoklu martensitik varyanta sahip yapıların oluşumunda kendinden yerleşim (self-accomodation) görülmektedir. Bu oluşumlarda bir martensitik varyantın deformasyonu, komşu varyantın yerini alması ile telafi edilir. Böylece makroskopik şekil değişikliği meydana gelmez. Gerilmeden kaynaklı dönüşümlerde ise sınırlı sayıda martensitik varyant oluşur ve uygulanan dış gerilmeye bağlı olacak şekilde varyantlar oluşur. İki çeşit martensitik dönüşüm ele alınabilir. Ani martensitik (burst-type) dönüşümler, su verilmiş çelikler, izotermik olarak meydana gelirler ve büyük hacim değişiklikleri ile geniş bir histerisiz oluşturmaları karakteristik özellikleridir. Termoelastik martensitik faz dönüşümlerinde ise küçük hacim değişiklikleri, düşük histerisiz görülüp iyi bir tersinebilirlik özelliğine sahiptir [5].

Martensitik faz dönüşümleri şekil hafızalı alaşımların ana deformasyon mekanizmasını oluşturmaktadır [7]. Şekil hafıza etkisi sergileyen bir malzemede, ilk durumda ana fazda ise martensit fazına soğutulduğunda makroskopik olarak bir



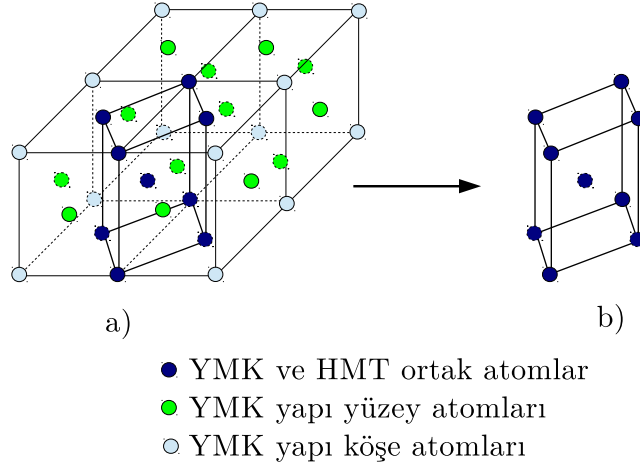
Şekil 1.6: Mikroskopik ölçekte martensitik yapıların oluşumu. (a) yalnızca östenit fazından oluşan yapı, (b) M_s sıcaklığının altına soğutulduğunda taneler içerisinde martensitik yapıların oluşması, (c), (d) sıcaklığın azalması ile martensitik plaka sayılarında meydana gelen artış.

değişim meydana gelmez. Fakat bir dış yük uygulanırsa, malzeme görünür bir yol izleyerek deforme olur (yük kaldırıldığında deformasyon kalıcı olur) [6]. Aslında deformasyon yalnızca atomların hareketi ile oluşmaz, aynı zamanda martensitik varyantların uygulanan dış yüke uygun bir şekilde yeniden konumlanmasıyla da oluşur. Eğer malzeme tersine dönüşüm olana kadar ısıtılırsa, ana fazın kristal yapısı ve şekli anında eski haline döner. Böylece malzemenin ilk şeklini hatırladığı ifadesi ortaya çıkar ve bu duruma şekil hafıza etkisi denir. Eğer şekil hafızalı bir alaşıma ana faz durumunda iken bir yük uygulanırsa, dönüşüm, gerilme kaynaklıdır denir. Bu durumda, yüksek deformasyonlar (atomların iyi düzenlendiği tek kristalli bir yapıda yaklaşık %10'a kadar) meydana gelebilir [5]. Eğer uygulanan dış yük, martensit fazında plastik deformasyon meydana getirmeyecek kadar küçük ise, uygulanan dış yük kaldırıldığında, daha önce oluşmuş olan deformasyon tamamıyla ortadan kalkar. Böylece malzeme ilk konumuna dönerken farklı bir yol izlediğinden sanki-elastik (pseudoelasticity) özellik sergiler.

1.4 Martensitik Faz Dönüşümünün Kristalografisi

Çeliklerde martensitik faz dönüşümü, yüzey merkezli kübik (YMK) yapıya sahip östenit fazın, hacim merkezli tetragonal (HMT) yapıya dönüşmesi ile

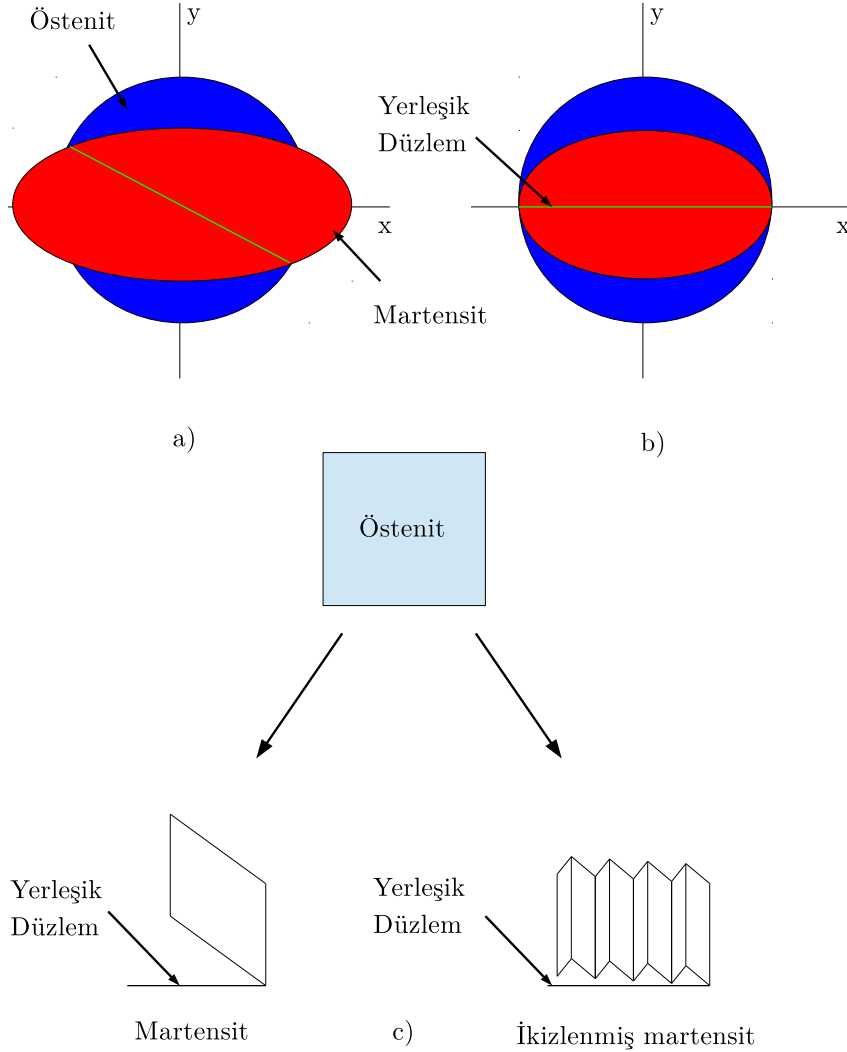
gerçekleşmektedir. Bu değişim yaylımsız gerçekleştiği için atomlar teker teker değil, hep birlikte ve aynı anda hareket ederler. Bu tür dönüşümlerinin nasıl gerçekleştiği ve Bain teorisi ile ilişkisi Şekil 1.7'de verilmiştir. Şekil 1.7a'daki YMK östenit yapı simetrisinden dolayı aynı zamanda HMT yapıyı da barındırmaktadır. Östenit fazındaki atom dizilişi hem kübik hem de tetragonal yapıda gösterilebilir. YMK içerisindeki bu tetragonal yapıdan, farklı boyutlardaki tetragonal simetriye sahip martensit birim hücresi elde edebilmek için YMK yapı içerisindeki tetragonal yapıyı dikey ve yatay yönlerde daraltmak veya genişletmek gerekir. Bain gerinimi (Bain Strain) olarak da bilinen bu değişim, Bain'in ortaya attığı dönüşüm modelinin temelini oluşturmaktadır. Bu model ilk bakışta akla yatkın görünse de önemli eksiği bulunmaktaydı. Martensit dönüşümünde çoğu zaman yapıda bir miktar dönüşmemiş östenit (retained austenite) kalmaktadır. Yapıda dönüşmemiş östenitin bulunması, östenit ile martensit arasında bir ara yüzey bulunması zorunluluğunu ortaya çıkarır. Yani iki faz arasında bir düzlemin, dönüşüm öncesinde ve sonrasında değişmeden, aynı şekilde kalması gerekmektedir [5]. Değişmeyen bu düzlem, yerleşik düzlem (Habit Plane) denir. Bain modelindeki sorun, bu modele göre işleyen dönüşümlerde bu yerleşik düzlemin bulunamıyor olmasıdır. Bu sorun Şekil 1.8'de gösterilmiştir. Östenit kristalini



Şekil 1.7: Östenit ve martensit kafes yapılarının gösterimi. (a) kübik yapıdaki östenit, (b) kübik yapıdaki östenitten elde edilebilen tetragonal yapıdaki martensit.

bir küre olarak ele alalım. Şekil 1.8a'da mavi renkle gösterilen östeniti y-ekseni boyunca daraltıp x-ekseni boyunca genişlettiğimizde kırmızı renkle gösterilen martensit yapı elde edilmektedir. Dönüşüm boyunca yerleşik düzlemin bulunması

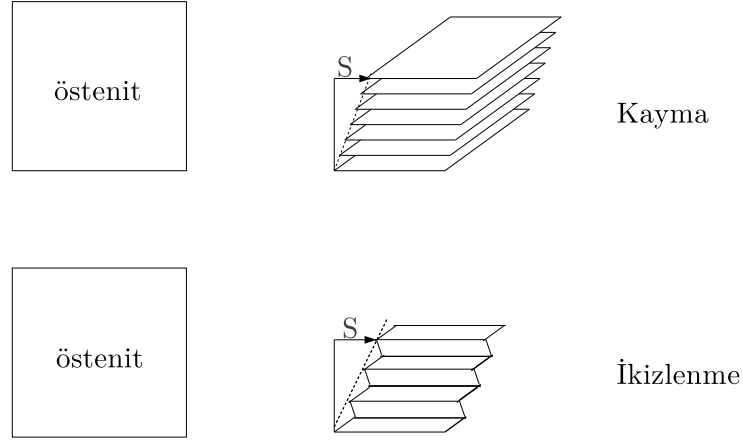
gerektiği daha önce belirtilmişti. Yeşil renkle gösterilen bu düzlem dönüşüm boyunca değişmeden kalamayacağı için yerleşik değildir. Bu dönüşümün yerleşik bir düzlem barındırarak gerçekleşebilmesi için Şekil 1.8b'de gösterilen şekilde, elipsoidin x-ekseni üzerindeki boyutlarının sabit kalması, yerleşik düzlemin de daralma yönüne dik konumlanması gerekmektedir.



Şekil 1.8: Bain modeli ile ikizlenme veya kaymanın birlikte kullanılmasıyla türetilen fenomenolojik modelin gösterimi. (a) östenitin x ve y-eksenlerinde deforme edilmesiyle elde edilen martensit, (b) yerleşik düzlemin değişmemesi için olması gereken konumu, (c) x-eksenindeki uzamanın sönmülmesi için atomların alması gereken düzen.

Elipsoidin x yönünde genişlemeden kalabilmesi için Bain modeli uyarınca gerçekleşen dönüşümün devamında yapının bir defa daha şekil değiştirmesi gerekmektedir (x eksenini doğrultusunda boyunun kısaltılması). Bu değişiklik dislokasyon hareketi ya da ikizlenme ile meydana gelir. Böylece martensitin x-eksenini doğrultusunda boyu bir miktar kısalır. Şekil 1.8c’de gösterilen durumda martensit fazının kesme şekil değişimi sayesinde x-ekseni üzerinde boyutlarını nasıl muhafaza ettiği görülebilmektedir. Atom ölçeğinde iki adımda gerçekleşen bu dönüşüm sayesinde, östenit fazı martensit fazına yayılsız dönüşebilmektedir.

Martensit fazı östenit fazının gelişme eksenlerinin uzamasını, ilave bir deformasyon ile sıfıra indirebilir. Bu ilave deformasyon, ikizlenme veya kayma olabilir. İkizlenme ve kayma östenit fazının gerinimini azaltır [7]. Şekil 1.9’de kayma ve ikizlenme ile oluşan martensit fazı verilmiştir. Burada S ile gösterilen dönüşüm kesmesidir (transformation shear).

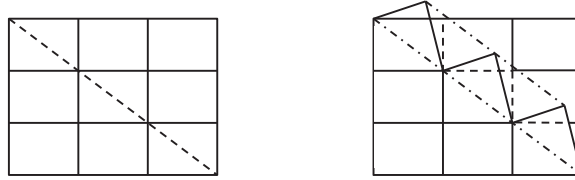


Şekil 1.9: Kayma ve ikizlenme deformasyonlarının şematik gösterimi [7].

1.5 Mekanik İkizlenme

İkizlenme, kristal içerisindeki bir bölgedeki kafeslerin yönelimlerinin, kalan diğer bölgedeki kafes yönelimleri ile ayna görüntüsü oluşturması sonucu oluşan bir özellik olup birçok kristalde görülebilmektedir. Şekil 1.10’da düzenli kesme ile mekanik bir ikizlenmenin oluşumu gösterilmiştir. Mekanik ikizlenme kayma (slip)

gibi kesme kuvveti ile meydana gelir. Kaymada olduğu gibi ikizlenme mekanizmasında da kristallografik düzlemler ve yönler olduğu gibi önemli farklılıklar da vardır [8].



Şekil 1.10: İkizlenme düzlemleri üzerinde atomların kesme deformasyonuna maruz kalması ile elde edilen ikizlenmiş yapı [8]. Başlangıçta düzenli dizilen atomlar ikizlenme eksenine göre ayna görüntüsü oluştururlar. Kesikli çizgiler ikizlenme eksenleridir.

1. Kayma (slip) ile bir düzlemde meydana gelen kesme yerdeğiştirme miktarı değişkendir fakat her zaman atomlararası yerdeğiştirme uzaklıklarının herbirinin toplamı kadardır. Ayrıca kayma, birbirinden oldukça uzakta olan paralel düzlemler üzerinde gerçekleşir. İkizlenmede ise kesme yerdeğişimi atomlararası tekrar eden uzaklıkların bir bölümüdür. Her atomik düzlem komşu düzleme göre hareket eder.
2. İkizlenmede kesme yönü önemlidir. Bir yöndeki kesme tersi yöndeki kesme ile aynı değildir. YMK kristallerde ikizlenme (111) düzleminde, $[11\bar{2}]$ yönünde kesme ile gerçekleşirken, $[\bar{1}12]$ yönünde gerçekleşmez. Fakat kayma bir yönün tersi yönde de gerçekleşebilir.
3. Kaymada kafes oryantasyonu yavaş iken, ikizlenmede oldukça hızlıdır.

1.6 Gerinim Etkili Martensit

Östenitik çelikler genellikle oda sıcaklığında kararlı durumdadırlar ve sıfırın altındaki sıcaklıklara soğutulması ile martensitik faza dönüşürler. Ani martensitik faz dönüşümleri M_s sıcaklığında başlar fakat M_s sıcaklığından daha yüksek sıcaklıklarda da uygulanan bir deformasyon ile martensitik faz dönüşümü gerçekleşebilir. Uygulanan dış gerilme, östeniti martensite dönüştüren itici kuvvete pozitif bir katkı sağlar ve elastik deformasyon, M_s sıcaklığının üzerinde fakat M_s^σ sıcaklığının altında, gerilme-yardımlı (stress-assisted) martensitik faz dönüşümü

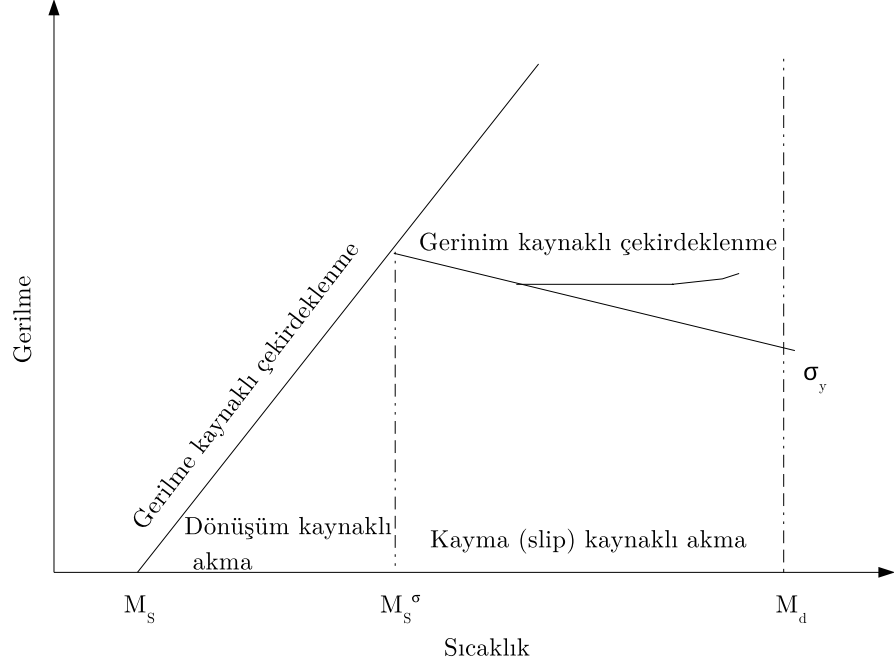
oluşturur. Martensitik faz dönüşümü M_s^σ 'nin üstü sıcaklarda da gerçekleşebilir. Bu tür dönüşümler gerinim kaynaklı martensitik faz dönüşümü (strain induced martensitic phase transformation) olarak adlandırılır. Bu tür faz dönüşümleri için gereklilik, faz dönüşümünün plastik deformasyondan sonra gerçekleşmesidir. Böylece gerinim kaynaklı martensit, plastik deformasyonun olduğu yerlerde çekirdeklenmeye başlar. Bu çekirdeklenme yerleri kesme-bantları (shear-bands) ismi altında gruplandırılır ve çekirdeklenmenin kesme bantlarının kesişimlerinde başladığı varsayılır [5].

Deformasyon kaynaklı martensitik faz dönüşümü ve üç farklı durumu Şekil 1.11 'de verilmiştir. M_s sıcaklığının altında martensit fazı bir dış gerilmeye ihtiyaç duymaksızın oluşabilirken, M_s ve M_s^σ sıcaklıkları arasında bir dış gerilmeye ihtiyaç duyulmaktadır. Sıcaklığın artması ile faz dönüşümünün başlaması için ihtiyaç duyulan dış gerilme miktarı da artmaktadır. Bu durum, M_s^σ sıcaklığının altında, sıcaklığın azalması ile akmanın daha kolay olacağını gösterir. M_s^σ sıcaklığının üzerinde akma ilk önce kayma (slip) ile meydana gelmektedir. Kaymanın meydana geldiği yerlerde çekirdeklenme ile martensit oluşumu başlar. M_s^σ sıcaklığının üzerinde akma gerilmesi sıcaklığın artması ile ters orantılı olarak azalmaktadır. M_s^σ sıcaklığının hemen üzerinde gerinim kaynaklı martensitin başlaması için gerekli gerilme akma gerilmesine oldukça yakındır. Fakat M_s^σ 'dan çok daha yüksek sıcaklıklarda bu gerilme akma gerilmesinden oldukça yüksektir.

1.7 Dönüşüm Gerinimi

Aniden gerçekleşen martensitik faz dönüşümlerinde kafes yapılarında meydana gelen değişim süresiz olup sıcaklığın bir fonksiyonudur [3]. Kafes yapılarındaki bu değişim dönüşüm gerinimi (Bain Strain) ile tanımlanır. Şekil 1.12'de östenit kafes yapısının kafes vektörleri e_1^a, e_2^a, e_3^a olarak, martensit kafes yapısının kafes vektörleri ise e_1^m, e_2^m, e_3^m olarak gösterilmektedir. Buradaki kafes vektörleri termal genişmeden dolayı sıcaklığa da bağlıdır fakat ilgilenilen sıcaklık değişimi içerisindeki termal genişleme, dönüşümden kaynaklı değişime nazaran oldukça küçük olduğundan ihmal edilir [3].

Martensitik faz dönüşümleri difüzyonsuz dönüşümler olduklarından östenit fazından martensit fazına dönüşüm, bir deformasyon gibi düşünülmektedir [3].



Şekil 1.11: Sıcaklık ve dış gerilmeye bağlı olarak oluşabilecek martensitik faz dönüşümleri [5].

Östeniti martensite dönüştüren homojen deformasyon,

$$e_i^m = U_1 e_i^a \quad (1.1)$$

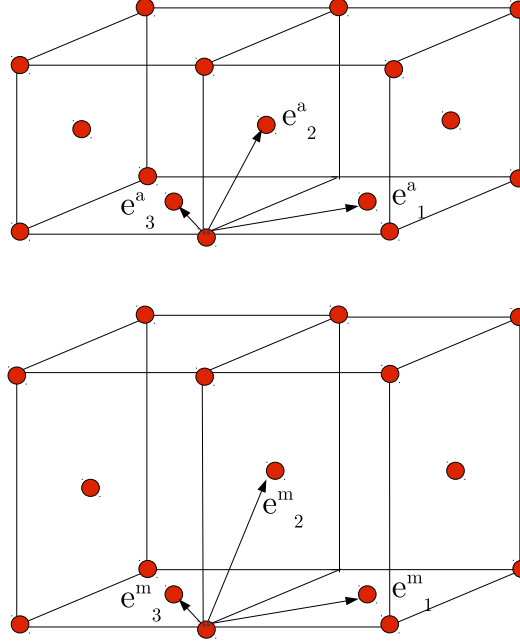
olarak tanımlanır. Şekil 1.12'de verilen kübik-tetragonal dönüşüme örnek InTl gösterilebilir. Östenit fazının yüzey merkezli kübik bir yapısı varken, martensit fazının yine yüzey merkezli fakat tetragonal bir yapısı vardır. Her iki durum için de kafes vektörleri ortogonal koordinat düzleminde,

$$\begin{aligned} e_1^a &= \frac{1}{2}\{0, a_0, a_0\}; & e_1^m &= \frac{1}{2}\{0, a, a\}; \\ e_2^a &= \frac{1}{2}\{0, -a_0, a_0\}; & e_2^m &= \frac{1}{2}\{0, -a, a\}; \\ e_3^a &= \frac{1}{2}\{a_0, 0, a_0\}; & e_3^m &= \frac{1}{2}\{c, 0, a\}; \end{aligned} \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Bilinmeyen a, a_0 ve c değişkenleri InTl için $a=4.6919$, $a_0=4.7445$ ve $c=0.9889$ şeklindedir. Dolayısıyla denklem 1.1 kullanılarak dönüşüm gerinimi basit bir şekilde elde edilir (Denklem 1.3).

$$U_1 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Burada $\alpha = a/a_0$, $\beta = c/a_0$ 'dır. Kübik-tetragonal dönüşüm için U_2 ve U_3 dönüşüm gerinimleri de benzer şekilde hesaplanıp, yalnızca α ve β terimlerinin



Şekil 1.12: Kübik-tetragonal martensitik faz dönüşümünün şematik gösterimi. Kübik kafes yapısındaki östenit, tetragonal kafes yapısındaki martensite dönüşmektedir [3].

yerleri değişmektedir. Tetragonal-ortorombik dönüşümler için iki farklı dönüşüm gerinimi vardır [3]. Bunlar;

$$U_1 = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad U_2 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

Kübik-ortorombik dönüşüm için altı farklı dönüşüm gerinimi vardır [3]. Bunlar;

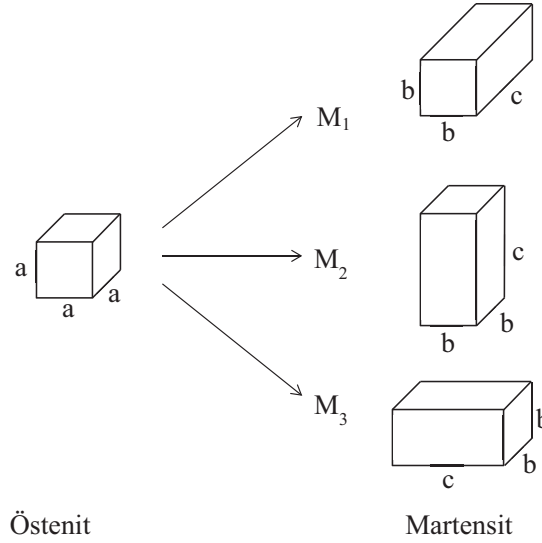
$$U_1 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha-\gamma}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\alpha-\gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} \quad U_2 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 & \frac{\gamma-\alpha}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\gamma-\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} \quad U_3 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\alpha-\gamma}{2} & 0 \\ \frac{\alpha-\gamma}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

$$U_4 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\gamma-\alpha}{2} & 0 \\ \frac{\gamma-\alpha}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix} \quad U_5 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\alpha-\gamma}{2} \\ 0 & \frac{\alpha-\gamma}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} \quad U_6 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\gamma-\alpha}{2} \\ 0 & \frac{\gamma-\alpha}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix}$$

şeklindedir. Bu dönüşümler dışında kübik-monoklinik-I, kübik-monoklinik-II dönüşümleri de vardır [3]. α , β , γ kafes yapının kenar uzunlukları ile ilişkili değerlerdir.

1.8 Martensitik Varyant

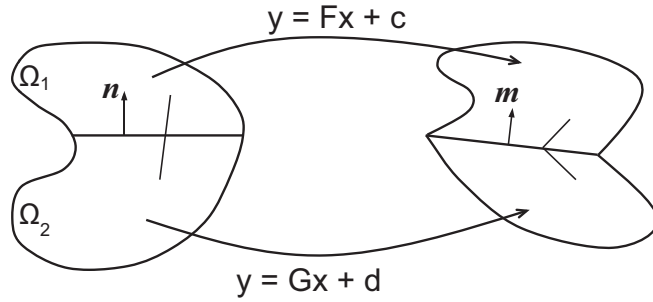
Martensitik faz dönüşümlerinde östenit kafes yapısı, martensit kafes yapısına göre daha fazla simetriye sahiptir. Kristal kafesin simetrisinden dolayı belirli bir sayıda kristalografik olarak birbirlerine eş martensitik varyantlar vardır [3]. Şekil 1.13'de verilen M_1 martensitik kafes yapısını elde edebilmek için östenit yapıdaki kafesi bir yönde uzatmak gerekir. Benzer şekilde diğer iki yönde östenit yapı uzatılırsa yine martensit yapı elde edilir fakat doğrultusu farklı olur. Elde edilen bu üç farklı kafes yapısından her birine martensitik varyant denir. Her bir martensitik varyant için bir dönüşüm gerinimi vardır (Şekil 1.13).



Şekil 1.13: Kübik-Tetragonal dönüşümdeki martensitik varyantlar [3].

1.9 Kinematik Uyumluluk

Martensitik faz dönüşümlerinin tanımlanmasında deformasyon mekanizmasının anlaşılması oldukça önemlidir. İki fazdan oluşan ve aralarında bir ara yüzey bulunan bir sistem için, deformasyon rastgele gerçekleşmemektedir. Şekil 1.14 de gösterildiği gibi fazlar birbirlerinden farklı bir deformasyon mekanizmasına sahip olabilirler [3].



Şekil 1.14: Kinematik uyumluluk koşulunun şematik gösterimi. Ω_1 ve Ω_2 fazları arasındaki ara yüzey normal vektörleri n ve m ile, deformasyon gradyanları ise F ve G ile gösterilmiştir [3].

Deformasyon uygulandığında malzeme hala kopmamış halde kalıyorsa deformasyon sürekli dir. Ancak aynı şeyi deformasyon gradyanı için söylemek mümkün değildir. İki fazı birbirinden ayıran ara yüzeyde deformasyon gradyanı değişir. Burada önemli olan ara yüzey üzerindeki deformasyonun her iki faz için de aynı olması gerektirir. Kinematik uyumluluk bu noktada sağlanmalıdır. Deformasyon gradyanının rastgele olmaması, belli bir kurala uyması gerektiği kinematik uyumluluğun bir sonucudur ve

$$y = \begin{cases} Fx + c & x \in \Omega_1 \\ Gx + d & x \in \Omega_2 \end{cases} \quad (1.4)$$

denklemleri yazılabilir [3]. Burada x malzeme hacim içerisinde bir yer işgal eden parçacık olup y bu parçacığın deformasyonudur. Ω_1 ve Ω_2 , Ω 'nın iki ayrı parçasıdır. F ve G ise her bir fazın deformasyon gradyanıdır. Bu noktada deformasyonun sürekli olması (malzemenin kopmaması) için y sürekli olmalıdır. Bunun için de,

$$\begin{aligned} F-G &= a \otimes n \\ F_{ij} - G_{ij} &= a_i n_j \end{aligned} \quad (1.5)$$

denkleminin sağlanması gerekmektedir. Burada a ile gösterilen terim ara yüzey üzerindeki herhangi bir vektör iken, n ve m ara yüzeye dik normal vektörleridir. Denklem (1.5) ile gösterilen kinematik uyumluluğa Hadamard uyumluluğu denir.

1.10 Literatür Özeti

Nano ölçekte mikroyapı gelişimini modellemede Ginzburg-Landau, ya da faz alan yaklaşımı kullanılmaktadır [9, 10, 11,12, 13, 14, 15]. Östenit ve pekçok martensitik varyanttan oluşan karmaşık bir mikroyapının oluşumu bu modelle incelenebilir. Gelişim denklemlerinin (evolution equations) çözülmesiyle düzen parametreleri için yaygın ara yüzeyler (diffuse interface) belirir ve bunların genişlikleri gradyan enerji terimi ile hesaplanır. Çelik ve şekil hafızalı alaşımlarda ara yüzeylerin genişliği $1 \mu m$ civarındadır. Chen ve arkadaşları [13] belirtildiği gibi martensitik varyantların karakteristik kalınlığı $10 \mu m$ ve her ara yüzeyin karakteristik kalınlığı $1 \mu m$ olduğunda dolayı, sayısal olarak incelenebilecek numunenin maksimum büyüklüğü, tipik bir mühendislik malzemesinin tanecik büyüklüğünü geçemez ($100-1000 \mu m$). Bu nedenle plastik malzemeler ve daha büyük ölçekler için faz alan teorisinin genelleştirilmesi eksiktir.

Levitas ve Stein'in [16, 17] geliştirdiği orta-ölçekli faz alan yaklaşımında $100 \mu m$ 'den büyük numuneler üst sınır olmaksızın modellenmiştir. İç gerilmeler hesaba katıldığında, makroskopik gerilme-gerinim ilişkisi gerinim yumuşama (strain softening) göstermiştir. Gerinim yumuşaması, martensitik varyantların olduğu bazı bölgelerde, gerinim lokalizasyonuna sebep olmuştur. Böylece sınır değer (boundary value) problemi çözülerek ayrık martensitik mikroyapı (MM) oluşturulmuştur. Ancak, bütün bu çalışmalardaki mikromekanik modeller oldukça basitleştirilmiştir.

Siredey ve ark., Lim ve ark., Thamburaja, Buisson ve ark., Boyd ve Laoudas, Hall ve Govindjee, Roitburd ve Bahattacharyya [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27] tarafından geliştirilen termomekanik modeller, ayrık MM'dan ziyade, martensitik varyantların hacimsel oranlarının sürekli dağılımı olarak FD'yi modeller. Malzemeler, hacimsel oranları değişen kompozitler olarak ele alınır ve yerleşme düzlemi varyantlarına dayanır. Yerleşme düzlemi varyantı; iki

Bain gerinim varyantının, gerilmeden bağımsız, belirli sabit oranların bileşimidir. Fakat, uygulanan gerilmenin hacimsel oran üzerindeki etkisinin çok olduğu bilinmektedir. Kuczma ve ark. ile Beissel ve Belytshko [28, 29] tarafından bahsedilen termomekanik modellerde bu etki hesaba katılmamıştır. Kuczma ve ark., [28] termomekanik modeli ayrık MM üretmiştir, fakat gerinim yumuşamasının sonucu olarak değil, numunenin kesit alan değişiminden kaynaklanmıştır.

Shaw [30], polikristal NiTi'daki makroskopik çekirdeklenme ve ara yüzey ilerlemesini incelemiştir. Gerinim yumuşamalı, hız bağımlı [29] ve hız bağımsız [30] bu elastoplastik modeller termomekaniği ve çok varyantlı martensitik FD kristalografisini hesaba katmamaktadır. Bu yüzden bu modeller martensitik FD'nin bazı esas özelliklerini tanımlayamamaktadır. Martensitik faz dönüşümündeki gerinim yumuşamalı elastoplastik modeller roitburd ile Kat-chaturyan ve Shatalov [31, 32] tarafından çalışılmıştır.

Martensit, paralel yüzeylere sahip iki martensitik varyantın birbirini takip eden ince katmanlardan oluşan bir karışımdır. Bunun gibi çok katmanlı sistemler, [28, 33, 34, 35] gibi pek çok yayında ele alınmıştır. Bunlardan önce MM'nin ana kristalografik parametreleri, geometrik olarak doğrusal olmayan Wayman ile Ball ve James [36, 37] tarafından geliştirilen teorilerle tespit ediliyordu. Martensitin kristalografik teorisinin ana problemlerinden birisi, verilen dönüşüm gerinimi için östenit-martensit ara yüzeyinin yapısını ve oryantasyonunu bulmaktır. Bir başka deyişle, kayma (slip) veya ikizlenmeden (twinning) kaynaklanan kafes değişmez kayması (lattice invariant shear), ve deforme edilemeyen, değişmez (invariant) düzlemi belirleyen kristal kafesin rotasyonu ve östenit martensit ara yüzeyinin normalini bulunmalıdır. Bu yerleşme düzlemi boyunca martensit ve östenit arasında uygunluk durumu sağlanır. Teori tekli veya çoklu kayma sistemlerinin seçimi için herhangi bir prensibe sahip değildir. Bu nedenle bu sistemler varsayılmalıdır ve deneylerle kıyaslanarak değerlendirilmelidir. Ayrıca bazı deneylerin açıklanması için östenitin elastoplastik deformasyonundan dolayı ara yüzeyin izotropik ve anizotropik dilatasyonu, uygunluk parametresi olarak varsayılmalıdır. Bu teori saf geometrik bir teori olup gerilmelerden bağımsız olduğu halde pek çok deneyi iyi bir şekilde açıklayabilmektedir.

MM oluşumunun matematiksel teorisi [38, 39, 40] sonlu gerinimde (finite strain)

elastik malzemeler için enerji minimizasyonu prensibiyle ana kristalografik karakteristiklerini türetir. Kayma (slip) bu teoride ele alınmamıştır. kristalografik teori gibi ara yüzey normal vektörünü bulmayı amaçlar.

Elastik malzemelerdeki martensitik FD'nün geometrik olarak lineer teoriler olan Kuczma ve ark., Khachaturyan ve ark., Wechsler ve ark. ile Roytburd ve ark.'nın [28, 33, 35, 41] yapmış olduğu çalışmalar da enerji minimizasyonuna dayanır. Kristalografik teoride daha çok geometrik unsurlar ön planda iken bu teoride kristalografik parametreler iç ve dış gerilemelere bağlıdır. Fakat bu teorinin en önemli eksiği, Peierls bariyerinin, hareketli ara yüzeyin kusurlarının (nokta defektler, dislokasyonlar, tane ve alt-tane sınırları) ve atermal eşğin ihmal edilmesidir. Atermal sürtünme kontak problemlerindeki kuru sürtünme gibidir. Atermal sürtünmenin olduğu bir durumda enerji minimizasyonu olamaz ve artımlı bir formülasyon gerekir. Bu tip matematiksel yaklaşımlar Levitas'ın [42, 43, 44] "postulate of realizability" çalışmasına dayanan Mielke ve ark. [45] ile başlamış ve Stupkiewicz ve ark. ve Eshelby [46, 47] tarafından geliştirilmiştir. Fakat bu çalışmalarda ara yüzey rotasyonu yok sayılmıştır.

Katı-katı FD' deki ara yüzey ilerlemesinin, Eshelby itici kuvveti (driving force) olarak da bilinen evrensel (bünye denklemlerinden bağımsız) termodinamik itici kuvvet [48, 49, 50] uzun zamandır bilinmektedir. Fakat ara yüzey rotasyonun evrensel itici kuvveti daha önce elde edilmemişti. Levitas, Roitburd ve ark., Ozsoy [41, 51, 52, 53, 7] yaptıkları çalışmalarda enerji minimizasyonu kullanılarak bir yönlü yükleme altındaki elastik malzemelerin ara yüzey oryantasyonları üzerine çalışmalar yapılmıştır. Levitas ve Roitburd'un [41, 51] yapmış oldukları çalışmalarda kübik-tetragonal ve tetragonal-ortorombik dönüşümlerde iki fazlı basit bir durumda ara yüzey sürtünmesinin bulunmadığı varsayılarak türetilmiş, ara yüzey rotasyonunu veren ifadeler bulunmaktadır. Bu önemli ilerlemeye rağmen yöntem çok basit kalmış ve daha karmaşık dönüşüm gerinimleri, anizotropi, lineer olmayan elastisite, sonlu gerinimler ve çok boyutlu yüklemeler için genişletilmesi çok zor olmaktadır. Ayrıca plastik deformasyon ve atermal ara yüzey sürtünmesinin olduğu bir durumda enerji minimizasyonu kullanılamaz. Levitas ve Ozsoy'un [7, 52, 53] çalışmalarında elastik malzemelerdeki ara yüzey rotasyonu için evrensel itici kuvvet türetilmiş ve ara yüzey sürtünmesinin de ele alındığı bir teori ortaya çıkarılmıştır. Bu modelin, çeşitli şekillerde basitleştirildiği zaman yukarıda anlatılan bazı modellere indirgenebildiği gösterilmiştir.

1.11 Tezin Amacı

Bu tez çalışmasının esas amacı; Levitas ve Ozsoy'un [7] geliştirdikleri inelastik "elastoplastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri" modelini incelemektir. Bu modelde östenit ve martensit fazlarından oluşan, boyutu $l=100 \mu m$ olan temsili bir hacim eleman kullanılarak martensitik faz dönüşümleri için bünye denklemleri türetilmiştir. Basit geometriden dolayı östenit ve martensitteki gerilmeler ve gerinimler analitik olarak ifade edilmiş, bütün kristalografik parametreler (martensitik varyantların ve östenitin hacimsel oranları ve ara yüzeylerin oryantasyonları) termodinamikçe tutarlı kinetik denklemlerle belirlenmiştir. Plastik akış için, dislokasyon tabanlı tek kristal plastisitesi kullanılmış ve dönüşen hacimdeki dönüşüm kaynaklı plastisite hesaplanmıştır. Dönüşüm sırasında başlangıç fazının kayma sistemlerinin oluşan fazın kayma sistemlerine dönüşmesi durumundaki plastik akışın tanımı için yeni bir metod önerilmiştir. Bu model ile herhangi bir gerilme durumu için yerleşik düzlem modunun kayma veya ikizlenme olarak varsayımını yapmadan, genel, dengesiz, zamana bağlı bir durumda östenit-martensit ara yüzeyinin kristalografik parametrelerinin bulunması mümkündür. Bu yaklaşım özellikle MM gelişiminin modellenmesinde gerekli olan ve varolan teorilerle açıklanamayan, deneylerde görülen yerleşme düzlemi varyantlarının tanımlanmasını sağlayacaktır. Oldukça karmaşık bir problem olan martensitik faz dönüşümleri için önerilen modelin birçok disiplin ile (sürekli ortam mekaniği, mikromekanik, termodinamik, malzeme bilimi, kristallografi ve hesaplamalı mekanik) ilgili olmasından dolayı ileri düzey bir modeldir ve pekçok malzeme problemine yanıt vereceği düşünülmektedir.

Bu tez çalışmasında, Levitas ve Ozsoy'un [7] geliştirdikleri model için hesaplamalı bir teknik geliştirilerek, çeşitli sıcaklık ve yüklemeler altında farklı malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri incelenmiştir. Geliştirilen sayısal algoritma, FORTRAN programlama diline uyarlanarak çeşitli problemler çözülmüştür.

1.12 Tezin İçeriği

Tez üç ana bölümden oluşmaktadır. Bölüm 2'de Ozsoy ve Levitas [7, 52, 53] tarafından geliştirilen elastik malzemelerdeki martensitik FD anlatılmıştır. Ara

yüzey rotasyonu ve ötelenmesi için türetilen itici kuvvetler ve yitim oranları verilmiştir. İtici kuvvetin hesabındaki hata farkedilerek düzeltilmiştir. CuAlNi şekil hafızalı alaşımı için bu model kullanılarak çeşitli sonuçlar elde edilmiş ve deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu model, plastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri için genişletilmiştir ve geliştirilen bu model Bölüm 3'te anlatılmıştır. Benzer şekilde itici kuvvetler ve harcanım oranları Bölüm 3'te verilerek, elastik modelden farklı noktaları ortaya konulmuştur. Sayısal bir yöntem geliştirilerek faz dönüşümü kinetiğini etkileyen faktörler incelenip çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bölüm 4'te bu çalışmanın sonuçları verilmiş ve bir değerlendirme yapılmıştır.

2. Elastik Malzemelerdeki Martensitik Faz Dönüşümleri İçin Geliştirilen Model

Bu bölümde, elastik sınırlar içerisinde deformasyona maruz kalan malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri için Levitas ve Ozsoy [7] tarafından geliştirilen teori anlatılmıştır. Şekil hafızalı alaşımlar yüksek dönüşüm gerinimine sahip olmadığından ve küçük deformasyonlar uygulandığından dolayı bu model kullanılabilir. Yüksek dönüşüm gerinimine sahip malzemelerde ise yüksek gerilmeler oluşacağı için bu model kullanılamaz. Bu malzemelerin davranışı için geliştirilen model ise Bölüm 3'te anlatılmıştır.

Çeşitli mekanik ve termomekanik yüklemeler altında kübik-tetragonal veya tetragonal-ortorombik dönüşüm gösteren malzemelerin davranışı bünye denklemleri kullanılarak belirlenebilmektedir. Deneysel çalışma gerektirmeden, malzemeye dışarıdan uygulanan sıcaklığın ve dış kuvvetin bilinmesi ile malzemenin kristallografik parametrelerinin belirlenmesi, türetilen bünye denklemlerinin kullanılması ile mümkün olduğu Levitas ve Ozsoy'un [7] yaptıkları çalışmalar ile belirlenmiştir.

Atermal sürtünme kuvvetinin etkisi, uygulanan dış kuvvet (yükleme) altında oluşabilecek martensitik varyasyonların belirlenmesi, optimum ara-yüzey normalinin belirlenmesi, fazların denge durumundaki hacimsel oranlarının belirlenmesi ve en önemlisi gerilme-gerinim ilişkisinin elde edilmesi Levitas ve Ozsoy [7] tarafından yapılmış olan çalışmaların temel amacıdır.

Bölüm içerisinde, türetilen bünye denklemlerinden sonra şekil hafızalı alaşımlar

$$s = c_1 s_1(\varepsilon_1, \theta) + c_2 s_2(\varepsilon_2, \theta) \quad (2.4)$$

olarak yazılır. Burada ψ ve s sırasıyla birim hacimdeki Helmholtz serbest enerjisi ve entropidir. c_1 ve c_2 ise sırasıyla 1. fazın ve 2. fazın hacimsel oranlarıdır ($c_1 + c_2 = 1$). θ ise V hacmindeki ortalama sıcaklıktır.

Termodinamik denklemler kullanılarak gerilme ve entropi değerleri;

$$\sigma_1 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varepsilon_1}, \quad \sigma_2 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \varepsilon_2} \quad (2.5)$$

ve

$$s_1 = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta_1}, \quad s_2 = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta_2} \quad (2.6)$$

olarak elde edilir. Birim hacimdeki yitim oranı (dissipation rate)

$$D_V = \sigma : \dot{\varepsilon} - \dot{\varphi} - s\dot{\theta} \geq 0 \quad (2.7)$$

olarak ifade edilir. Termodinamiğin ikinci kanunu gereği yitim oranı sıfırdan küçük olamaz. Enerji kaybı oranını her bir fazın gerilme (σ_i), gerinim (ε_i) ve hacimsel oranları (c_i) cinsinden ifade edilirse, yapılan düzenlemeler sonucunda yitim oranı,

$$D_V = X_c \dot{c} + X_n \cdot \dot{n} \geq 0 \quad (2.8)$$

biçiminde yazılabilir. Burada X_c ile gösterilen Eshelby termodinamik itici kuvvetidir [48]. Bu kuvvet sadece ara yüzeyin ötelenmesini sağlamaktadır. Ara yüzeyin ötelenmesiyle faz dönüşümü gerçekleşmektedir. $X_c := \sigma : [\varepsilon] - [\varphi]$ 'dir. X_n terimi ise

$$X_n = -c_1 c_2 a \cdot [\sigma] \cdot \dot{n} \quad (2.9)$$

olup ara yüzeyin dönmesini sağlayan termodinamik itici kuvvettir [7, 52, 53]. Helmholtz serbest enerjisi,

$$\varphi_1 = \varphi_1^e(\varepsilon_e) + \varphi_1^\theta(\theta) \quad \text{ve} \quad \varphi_2 = \varphi_2^e(\varepsilon_e) + \varphi_2^\theta(\theta) \quad (2.10)$$

şeklinde elastik ve termal kısımlarına ayrılabilir. Bu denklemlerdeki her bir fazın serbest enerjisini

$$\varphi_1^e(\varepsilon_e) = 0.5 \varepsilon_1^e : E_1 : \varepsilon_1^e \quad \text{ve} \quad \varphi_2^e(\varepsilon_e) = 0.5 \varepsilon_2^e : E_2 : \varepsilon_2^e \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir.

Termodinamik itici kuvvet ifadesindeki ($X_c := \sigma : [\varepsilon] - [\varphi]$) toplam gerilmeyi denklem 2.2 kullanılarak homojenize edelim. Traksiyon sürekliliği de kullanıldığında, $n \cdot \sigma = c_1 n \cdot \sigma_1 + c_2 n \cdot \sigma_2 = n \cdot \sigma_1 = n \cdot \sigma_2$ elde edilir. Hadamard

uyumluluk koşulunda ($[\varepsilon] = (an)_s$) kullanılırsa $\sigma : [\varepsilon] = n \cdot \sigma \cdot a = n \cdot \sigma_1 \cdot a = n \cdot \sigma_2 \cdot a$ elde edilir. Bu denklemlerden yola çıkarak $\sigma : [\varepsilon] = 0.5(\sigma_1 + \sigma_2) : [\varepsilon]$ olarak ifade edilebilir.

Toplam gerinim $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_t$ şeklinde ayrıştırılırsa, $X_c = 0.5(\sigma_1 + \sigma_2) : [\varepsilon^e + \varepsilon^t] - [\varphi^e + \varphi^\theta]$ elde edilir. Daha açık yazılırsa,

$$X_c = 0.5(\sigma_1 + \sigma_2) : (\varepsilon_2^e - \varepsilon_1^e) + 0.5(\sigma_1 + \sigma_2) : (\varepsilon_2^t - \varepsilon_1^t) - (\varphi_2^e - \varphi_1^e) - (\varphi_2^\theta - \varphi_1^\theta) \quad (2.12)$$

olur. Bu denklem ile Levitas ve Ozsoy [7] tarafından elde edilen denklem arasında bir işaret farklılığı olduğu görülmektedir. Daha önce serbest enerjinin termal kısımlarının önündeki işaret artı iken, denklemlerin yeniden türetilmesi ile negatif olduğu anlaşılmıştır. Hatalı durum Levitas ve Ozsoy [7] tarafından verilen sayısal çalışmalar üzerindeki etkisinin incelenmesi için, bu çalışmalar doğru itici kuvvet kullanılarak yeniden çözülmüştür. Ara yüzey normallerinde bir değişiklik olmazken, hacimsel oranlar ve gerilme-gerinim değerlerinde farklılıklar görülmüştür. Ancak, çalışmada elde edilen malzeme davranışının çok benzer olduğu tespit edilmiştir. Çalışma sonunda elde edilen bulgularda bir değişiklik olmamıştır.

2.2 Yitim Oranı ve Kinetik Denklemler

Bir önceki bölümde yitim oranı termodinamik denklemler kullanılarak türetilmişti. Bu bölümdeki amaç ise elde edilen bu yitim oranını idealize ederek hacimsel oranların ve ara yüzeyin normalinin değişimi için kinetik denklemler türetmektir. Bu değişim oranları itici kuvvetler cinsinden türetilmiştir.

Kinetik denklemlerin türetilmesi için atermal ve viskoz sürtünme şeklinde iki farklı sürtünme tipi düşünülmüştür. Atermal sürtünme; ara yüzeyin hareketi sırasında, yüksek gerilme yığılmaları, nokta hataları, dislokasyonlar veya tane sınırlarından dolayı oluşan bir termodinamik sürtünme iken, viskoz sürtünme; ara yüzey hareketi esnasında termal etkilerinden meydana gelen bir sürtünmedir.

2.2.1 Lineer Kinetik İlişki

Termodinamik kuvvetler ile oranlar arasındaki lineer ilişki tanımlayabilmek için yitim oranı ikinci dereceden bir polinom ile ifade edilmiştir.

$$D_{X_c} = h_c X_c^2 + 2m_c \cdot X_n X_c + X_n : h_n : X_n \geq 0 \quad (2.13)$$

Bu denklemlerdeki h_c , m_c ve h_n ifadeleri sırasıyla skaler, vektör ve simetrik ikinci dereceden tensördür. Ekstreum prensibi kullanılarak

$$\dot{c} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{X_c}}{\partial X_c} = h_c X_c + m_c \cdot X_n \quad (2.14)$$

$$\dot{n} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{X_c}}{\partial X_n} = m_c X_c + h_n : X_n \quad (2.15)$$

denklemleri türetilir. Genellikle $m = 0$ alınır. Böylece

$$\dot{c} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{X_c}}{\partial X_c} = h_c X_c \quad (2.16)$$

$$\dot{n} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{X_c}}{\partial X_n} = h_n : X_n \quad (2.17)$$

elde edilir. \dot{c} ve \dot{n} sırasıyla, hacimsel oranının ve ara yüzey normalinin değişim oranıdır.

2.2.2 Üç boyutlu Geometri için yitim Oranı

Bu bölümün amacı termodinamik denklemler kullanılarak bulunan yitim oranını idealize ederek, hacimsel oranların ve ara yüzeyin rotasyonunun değişimini açık bir şekilde itici kuvvetler cinsinden elde etmektir.

yitim; herbir malzeme noktası için farklı hesaplanmalıdır. Çünkü herbir malzeme noktası termodinamik olarak birbirinden bağımsızdır. Daha önce de bahsedilen atermal ve viskoz sürtünme katsayılarının, ara yüzeyin hareketi esnasında bir yitime neden olduğu varsayıldığında, ara yüzeyin her noktasındaki yitim oranı,

$$D = D_a + D_v = k|v_n| + \lambda v_n^2 \quad (2.18)$$

atermal ve viskoz bileşenlerinin toplamı şeklinde yazılabilir. Burada k atermal termodinamik sürtünme kuvveti iken λ viskoz sürtünme katsayısıdır.

ω açısal hızına sahip bir n noktası için v_n için hız vektörü

$$v_n = v_{0n} + n \cdot \omega \mathbf{x}(r - r_0) \quad (2.19)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Bu denklemdeki r_0 vektörü ara yüzeyin orta noktasının koordinat eksenine uzaklığı iken, r vektörü ara yüzey üzerindeki herhangi bir n noktasının konumudur. Viskoz sürtünmeden kaynaklı yitim oranı için (2.19) kullanılarak

$$VD_v = \lambda \int_{\Sigma} (v_{0n} + n \cdot \omega x(r - r_0))^2 d\Sigma \quad (2.20)$$

$$VD_a = k \int_{\Sigma} |v_{0n} + n \cdot \omega x(r - r_0)| d\Sigma \quad (2.21)$$

elde edilir. ara yüzeyin orta noktası için $\int_{\Sigma} (r - r_0) d\Sigma = 0$ olduğundan denklem (2.21) basitleştirilirse,

$$D_a = k|v_{0n}|\Sigma/V \quad (2.22)$$

olur. Ara yüzeyin dönmesinin olmadığı durumda ($\omega = 0$) elde edilen sonuç;

$$X_c \dot{c} = (k|v_{0n}| + \lambda v_{0n}^2)\Sigma/V \quad (2.23)$$

olur. Böylece termodinamik itici kuvvet ile atermal ve viskoz sürtünme katsayıları arasındaki bağıntı elde edilir. Hacimsel oranları hesaplayabilmek için ise,

$$\begin{aligned} \dot{c} &= \frac{\Sigma}{\lambda V} (X_c - k) & \text{eğer } X_c > k \\ \dot{c} &= \frac{\Sigma}{\lambda V} (X_c + k) & \text{eğer } X_c < -k \\ \dot{c} &= 0 & \text{eğer } |X_c| \leq k \end{aligned} \quad (2.24)$$

denklemleri kullanılır. Bu denklemde $X_c - k$ net itici kuvvettir. $\frac{\Sigma}{\lambda V}$ ise bir katsayıdır ve malzeme özelliğidir.

2.2.3 İki Fazlı Sistem

Bu bölümde sadece östenit ve martensitten oluşan bir sistem için ara yüzeyin ötelenme ve dönme hızlarının itici kuvvetler cinsinden elde edilmesi amaçlanmıştır. Bir önceki bölümden farklı olarak ara yüzey dönmesi ihmal edilmemiştir. yitim oranının genel hali;

$$VD = \int_{\Sigma} k|v_n| d\Sigma + \int_{\Sigma} \lambda v_n^2 d\Sigma \quad (2.25)$$

$$VD = kb \int_{-R}^R |v_n| dr + \lambda b \int_{-R}^R \lambda v_n^2 dr \quad (2.26)$$

şeklinde yazılır. Burada $d\Sigma = bdr$ ve $b = 1$ olup küpün derinliğidir. Viskoz kısım;

$$SD_v = \lambda \int_{-R}^R v_n^2 dr = |\lambda \omega^2 \int_{-R}^R (r - r_c)^2 dr = \frac{2\lambda \omega^2 R(R^2 + 3r_c^2)}{3} \quad (2.27)$$

Atermal kısım;

$$SD_a = k \int_{-R}^R |v_n| dr = k\omega \int_{-R}^R |r - r_c| dr \quad (2.28)$$

şeklinde iki kısma ayrılabilir. Atermal kısım dönme merkezinin konumuna göre üç farklı duruma ayrılır. Bunlar;

1. Durum : $-R \leq r_c \leq R$ ($-1 < \omega_0/\omega < 1$)

$$SD_a = k|\omega|(r_c^2 + R^2) \quad (2.29)$$

2. Durum : $r_c \leq -R$ ($\omega_0/\omega > 1$)

$$SD_a = \frac{2k|\omega|R^2\omega_0}{\omega} \quad (2.30)$$

3. Durum : $r_c > R$ ($\omega_0/\omega < -1$)

$$SD_a = \frac{-2k|\omega|R^2\omega_0}{\omega} \quad (2.31)$$

şeklinde olur. 1. durumda dönme merkezi ara yüzey üzerinde olup iki tane dönüşen hacim oluşur. 2. ve 3. durumlarda ise dönme merkezi ara yüzey dışındadır ve 1 tane dönüşen hacim vardır. yitim oranları dönüşen hacme göre kullanılır. Bütün bu yitim oranları bazı basit cebirsel işlemler ile birleştirilebilir. Böylece,

$$\begin{aligned} D_a &= A|\omega|(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}) & \text{eğer } |\omega_0/\omega| \leq 1; \\ D_a &= 2A|\omega_0| & \text{eğer } |\frac{\omega_0}{\omega}| > 1 \\ D_v &= B\omega^2(1 + 3\frac{\omega_0^2}{\omega^2}), \quad D = D_a + D_v \end{aligned} \quad (2.32)$$

elde edilir. Burada $A = kR^2/S$ ve $B = 2\lambda R^3/3S$ olup A ifadesi aynı zamanda denklemleri normalize etmek için de kullanılmaktadır. yitim oranlarının normalize edilmiş halleri ise,

$$\begin{aligned} \tilde{D}_V &:= \frac{D_V}{A} = \tilde{X}_c\omega_0 + \tilde{X}_n\omega \\ \tilde{X}_c &= \frac{X_c R \Sigma}{AV} \quad \text{ve} \quad \tilde{X}_n = \frac{X_n}{A} \end{aligned} \quad (2.33)$$

biçiminde olur. Bu noktaya kadar yitim oranları açısal hızlar cinsinden elde edildi. Ekstramum prensibi kullanılarak, yitim oranının ilgili açısal hıza göre türevi, bu açısal hıza sebep olan itici kuvveti verir. Ekstramum prensibi ile itici kuvvetlerin atermal ve viskoz kısımları,

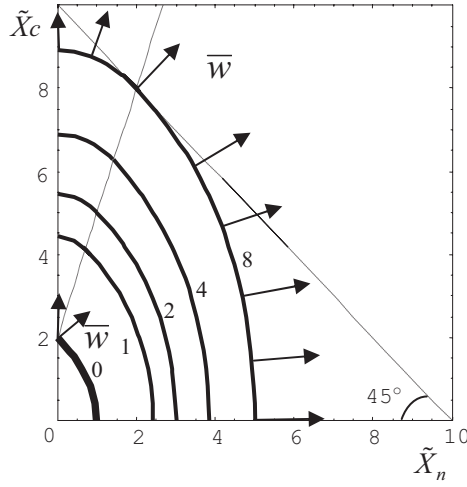
$$\begin{aligned} \tilde{X}_c^a &= \frac{\partial \tilde{D}_a}{\partial \omega_0} = \begin{cases} \frac{2\omega_0}{\omega} \text{sign}(\omega) & \text{eğer } |\frac{\omega_0}{\omega}| \leq 1 \\ 2\text{sign}(\omega_0) & \text{eğer } |\frac{\omega_0}{\omega}| > 1 \end{cases} \\ \tilde{X}_n^a &= \frac{\partial \tilde{D}_a}{\omega} = \begin{cases} (1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2})\text{sign}(\omega) & \text{eğer } |\frac{\omega_0}{\omega}| \leq 1 \\ 0 & \text{eğer } |\frac{\omega_0}{\omega}| > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\tilde{X}_c^v = 0.5 \frac{\partial \tilde{D}_v}{\partial \omega_0} = 3C\omega_0, \quad \tilde{X}_n^v = 0.5 \frac{\partial \tilde{D}_v}{\partial \omega} = C\omega, \quad C := \frac{B}{A} \quad (2.35)$$

olarak elde edilir. Eğer viskoz sürtünme ihmal edilirse itici kuvvetlerin viskoz kısmı olmayacağından (denklem 2.35) sadece atermal kısım kullanılarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$f_{\pm}(\tilde{X}^a) := \pm \tilde{X}_n^a - [1 - 0.25(\tilde{X}_c^a)^2] = 0 \quad (2.36)$$

[7]'de elde edilen ve Şekil 2.2 da gösterilen potansiyel eğrileri denklem 2.37'de



Şekil 2.2: Potansiyel kontur eğrileri. $w=0$ eğrisi faz dönüşümü başlangıç eğrisidir. \tilde{X}_n ve \tilde{X}_c normalize edilmiş itici kuvvetlerdir [7].

verilmiştir.

$$\psi(\tilde{X}) = g_3 \left[2^{2/3} g_4 (\tilde{X}_n - (1 + \frac{1}{182^{1/3} g_4^2})) - 2^{1/3} g_3 g_4^2 (1 + \frac{1}{62^{1/3} g_4^2}) + \frac{\tilde{X}_c}{3} \right] \frac{1}{C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n \leq 2; \quad (2.37)$$

$$\psi(\tilde{X}) = \frac{(\tilde{X}_c - 2)^2 + 3\tilde{X}_n^2}{6C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n > 2$$

Burada,

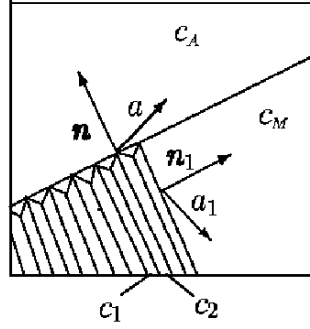
$g_1 = (9\tilde{X}_c + (81\tilde{X}_c^2 + 4(3\tilde{X}_n - 1)^3)^{1/2})^{1/3}$, $g_2 = 2 - 6\tilde{X}_n + 2^{1/3}g_1^2$, $g_3 = \tilde{X}_c - 2^{1/3}/(3g_4)$, $g_4 = g_1/g_2$ şeklindedir. Legendre dönüşümü yapılarak hız bileşenleri itici kuvvet cinsinden elde edilebilir. Sonuç olarak ;

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{g_3}{3C}, \omega = 2^{2/3} g_3 \frac{g_4}{C} & \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n \leq 2 \\ \omega_0 &= \frac{\tilde{X}_c - 2}{3C}, \omega = \frac{\tilde{X}_n}{C} & \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n > 2 \end{aligned} \quad (2.38)$$

olarak hız bileşenleri itici kuvvetler cinsinden elde edilir.

2.2.4 Üç Fazlı Sistem

Üç fazlı sistem, östenit fazı ve martensit fazı içerisinde homojen dağılan iki farklı martensitik varyattan oluşur. Martensitik varyantlar (M_I ve M_{II}) için iki fazlı sistemde verilen bünye denklemleri kullanılıp, martensit fazının ortalama gerilmesi ve ortalama gerinimi hesaplanır. Şekil 2.3'de üç fazlı bir sistem gösterilmektedir. Burada n ile gösterilen vektör östenit ile martensit arasındaki ara yüzeyin normalini iken a gerinim sıçramasını gösteren vektördür. Östenitin ve martensitin hacimsel oranları ise sırasıyla c_A ve c_M olarak gösterilmiştir. c_1 ve c_2 , martensitik varyantların hacimsel oranları iken, n_1 ve a_1 sırasıyla martensitik varyantlar arasındaki ara yüzey normalini ve gerinim sıçraması vektörleridir.



Şekil 2.3: Östenit ve iki martensitik varyanttan oluşan temsili hacim [7].

A-M ve M_I - M_{II} arasındaki Hadamard uyumluluk ve traksiyon süreklilik koşulları,

$$\begin{aligned} \sigma_A \cdot n &= \sigma_M \cdot n; & \sigma_I \cdot n_I &= \sigma_{II} \cdot n_I \\ \varepsilon_M - \varepsilon_A &= (an)_s; & \varepsilon_{II} - \varepsilon_I &= (a_I n_I)_s \end{aligned} \quad (2.39)$$

olur. Burada a ve a_I sırasıyla A-M ve M_I - M_{II} arasındaki gerinim sıçramasını veren vektörel bir terimdir. ε_{II} ve ε_I ifadeleri ise martensitik varyantların gerinimlerini göstermektedir. A-M ve M_I - M_{II} arasındaki itici kuvvetler,

$$\begin{aligned} X_c &= 0.5(\sigma_A + \sigma_M) : \varepsilon_M^t - \varepsilon_A^e : (E_M - E_A) : \varepsilon_M^e - (\varphi_M^\theta - \varphi_A^\theta) \\ X_c^I &= 0.5(\sigma_I + \sigma_{II}) : (\varepsilon_I^t - \varepsilon_{II}^t) - \varepsilon_I^e : (E_{II} - E_I) : \varepsilon_{II}^e \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$X_n := -c_A c_M a \cdot (\sigma_M - \sigma_A); \quad X_n^I := -c_I c_{II} a_I \cdot (\sigma_{II} - \sigma_I) \quad (2.41)$$

denklemleri ile hesaplanır. Burada X_c^I ve X_n^I sırasıyla martensitik varyantlar arasında ara yüzeyin ötelenmesini sağlayan itici kuvvet ile bu ara yüzeyin

dönmesini sağlayan itici kuvvettir. E_M ise martensitik varyantların efektif elastik matrisidir. Östenit ile martensit fazları için gerinimler,

$$\varepsilon_A = \varepsilon - c_M(an)_s; \quad \varepsilon_M = \varepsilon + c_A(an)_s \quad (2.42)$$

denklemleri ile verilirken, martensitik varyantlar arasındaki gerinimler,

$$\begin{aligned} \varepsilon_I &= \varepsilon + c_A(an)_s - c_{II}/c_M(a_I n_I)_s; \\ \varepsilon_{II} &= \varepsilon + c_A(an)_s + c_I/c_M(a_I n_I)_s \end{aligned} \quad (2.43)$$

denklemleri ile hesaplanır. Denklem 2.42 ve 2.43 ile Hooke kanunu kullanılarak

$$n \cdot E_A : (\varepsilon - c_M(an)_s) = n \cdot E_M : (\varepsilon + c_A(an)_s - \varepsilon_M^t) \quad (2.44)$$

ve

$$\begin{aligned} n_I \cdot E_I : (\varepsilon + c_A(an)_s - c_{II}/c_M(a_I n_I)_s - \varepsilon_I^t) &= \\ n_{II} \cdot E_{II} : (\varepsilon + c_A(an)_s + c_I/c_M(a_I n_I)_s - \varepsilon_{II}^t) & \end{aligned} \quad (2.45)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerde ε teriminin bilindiği durumda a ve a_I gerinim sıçramasını veren vektörler hesaplanır. Bu vektörler 2.42 ve 2.43'de kullanılarak fazların gerinim tensörleri hesaplanır. Hooke kanunu kullanılarak fazların gerilme tensörleri ise,

$$\begin{aligned} \sigma_A &= E_A : (\varepsilon - c_M(an)_s) \\ \sigma_M &= E_M : (\varepsilon + c_A(an)_s) \end{aligned} \quad (2.46)$$

ve

$$\begin{aligned} \sigma_I &= E_I : (\varepsilon + c_A(an)_s - c_{II}/c_M(a_I n_I)_s - \varepsilon_I^t) \\ \sigma_{II} &= E_{II} : (\varepsilon + c_A(an)_s + c_I/c_M(a_I n_I)_s - \varepsilon_{II}^t) \end{aligned} \quad (2.47)$$

denklemleri ile hesaplanır. Fazların gerilme tensörlerin ortalaması alınarak ele alınan hacimdeki ortalama gerilme hesaplanır.

2.2.5 Algoritma

Bu bölümde yukarıda verilen bünye denklemlerini içeren bir algoritma ile üç fazlı bir sistemdeki kristalografik parametrelerinin, gerilme ve gerinim tensörlerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Hesaplamalarda artımsal bir yöntem kullanılarak her bir artımdaki kararlı değerler iteratif olarak bulunmuştur. Öncelikle, temsili hacim içerisinde çok küçük bir miktar martensit olduğu varsayılarak sanal bir çekirdek yaratılmıştır. Her bir yük artımında sabit martensit hacim oranı için

çekirdekdeki gerilme-gerinimler ile ara yüzey normal doğrultuları hesaplanmış, itici kuvvetlere göre FD kriteri kontrol edilmiştir. Faz dönüşümü (FD) kriterinin sağlandığı noktada bu sanal çekirdek gerçek bir martensitik hacme dönüşerek bundan sonraki adımlarda büyümüştür, yani FD başlamıştır. Bu algoritma aşağıda daha detaylı bir şekilde verilmiştir.

1. Çekirdeklenmeyi başlat (PT=0)

$c_M = 0.0001$ ve herhangi bir n

2. Gerinim artımı uygulanır. (Yük artımı)

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \Delta\varepsilon$$

$$\Delta\varepsilon = 0.00001$$

a) a ve a_I hesaplanır.

b) ε_A , ε_M , ε_I ve ε_{II} hesaplanır.

c) σ_A , σ_M , σ_I ve σ_{II} hesaplanır.

d) İtici kuvvetler X_c , X_n , X_n^I ve X_c^I hesaplanır.

e) \dot{c}_M , \dot{c}_I , \dot{n} ve \dot{n}_I hesaplanır.

Eğer PT=0 ise (Faz dönüşümü başlamamış ise),

$$\dot{c}_M = 0$$

$$\dot{c}_I = h_2 X_c^I$$

Değilse (Faz dönüşümü başlamışsa),

\dot{c}_M ve $\dot{c}_{II \rightarrow I}$ hesapla.

Eğer ($(c_M < 0)$ ve $(X_c < 0)$) ise $\dot{c}_A = 0$

Eğer ($(c_A < 0)$ ve $(X_c > 0)$) ise $\dot{c}_A = 0$

$\dot{c}_{A \rightarrow I}$ ve $\dot{c}_{A \rightarrow II}$ hesapla

$$\dot{c}_{A \rightarrow I} = -\dot{c}_A (c_I / (c_I + c_{II}))$$

$$\dot{c}_{A \rightarrow II} = (c_{II} / c_I) \dot{c}_{A \rightarrow I}$$

Eğer ($(c_{II} < 0)$ ve $(X_c^I > 0)$) ise $\dot{c}_{II \rightarrow I} = 0$

Eğer ($(c_I < 0)$ ve $(X_c^I < 0)$) ise $\dot{c}_{II \rightarrow I} = 0$

\dot{c}_I , $\dot{c}_I = \dot{c}_{II \rightarrow I} + \dot{c}_{A \rightarrow I}$ denkleminde hesaplanır.

f) \dot{n} ve \dot{n}_I hesaplanır.

$$\dot{n} = h_3 X_n$$

$$\dot{n}_I = h_4 X_n^I$$

3. Yeni değerleri hesapla

$c_A, c_M, c_I, c_{II}, n, n_I$ için predictor-corrector yöntemi kullanılır. $p = p + 1$

$$y_{n+1}^p = y_n + hf(y_n, t_n)$$

Eğer $p = 1$ ise 2a adıma dön

$$\text{Değilse } y_{n+1}^p = y_n + \frac{h}{2}[f(y_{n+1}^p, t_{n+1}) + f(y_n, t_n)]$$

y değişkeninin yerine $c_A, c_M, c_I, c_{II}, n, n_I$ parametrelerini kullan

Eğer $c_A < 0$ ise $c_A = 0.000001$

Eğer $c_A > 1$ ise $c_A = 0.999998$

Eğer $c_I < 0$ ise $c_I = 0.000001$

Eğer $c_I > 1$ ise $c_I = 0.999998$

$$c_{II} = 1 - c_A - c_I$$

4. Yakınsama kontrolü

Ara yüzey normalinin ve hacimsel oranların yakınsamasını kontrol et. Eğer "hata miktarı $>$ kabul edilebilir değer" ise 2a numaralı adıma git.

5. Faz dönüşümü kriterini kontrol et

Eğer $(X_c > 0)$ ise $PT = 1$ (Bir sonraki yük adımında faz dönüşümünü başlat)

(Ters yükleme için $X_c < 0$)

2 adımına git (Sonraki yük adımı).

Çözüm yönteminin geliştirilmesi amacıyla Heun's metodu olarak bilinen yöntem kullanılmıştır. Heun's metodu aynı zamanda bir tahminci-doğrulatoryıcı (predictor-corrector) yaklaşımıdır. Tahmin adımı ve doğrulama adımı olarak iki kısımdan oluşur.

Tahmin adımı (Predictor)

i noktasının değerinin bilindiği bir durumda $i + 1$ noktasının değerini hesaplamak için i noktasının eğimi kullanılır.

$$y_{i+1}^0 = y_i + f(x_i, y_i)h \quad (2.48)$$

burada, y_{i+1}^0 tahmin edilen değer, y_i i noktasındaki değer, $f(x_i, y_i)$ i noktasındaki eğim, h ise adım miktarıdır.

Doğrulama adımı (Corrector)

Tahmin adımında hesaplanan $i + 1$ noktasının değeri kullanılarak, $i + 1$ noktasının

eğimi hesaplanır. i noktasının ve $i+1$ noktasının eğimlerinin aritmetik ortalaması alınarak $i+1$ noktası tekrar hesaplanır.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^0)}{2} h \quad (2.49)$$

Böylece iki adım kullanılarak Euler's yöntemine göre daha az hatalı sonuç elde edilmiş olur. Bu yöntem yukarıda verilen algoritmada kullanılmaktadır.

2.3 CuAlNi Şekil Hafızalı Alaşımındaki Martensitik Faz Dönüşümü

Levitas ve Özsoy [7]'deki çalışmalarında gerçek bir malzemenin parametrelerini kullanmamışlardır. Bu bölümde deneysel çalışmalarla karşılaştırma yapmak için gerçek bir malzemeye ait parametreler kullanılarak martensitik faz dönüşümü yukarıda anlatılan model ile incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Fırat Üniversitesi'nde gerçekleştirilen IATS'11 konferansında sunulmuştur.

Shield'in [56] yaptığı deneysel çalışma sonucunda tek kristalli CuAlNi ŞHA (Cu-%14.2Al-%4.3Ni) için tek eksenli yükleme altında gerilme-gerinim grafiğini elde etmiştir. Çizelge 2.1 Shield'in yaptığı deneysel çalışma için yükleme durumunu göstermektedir. Aynı yükleme durumu kullanılarak üç fazlı bir sistemin davranışı Bölüm 2.2.4'te verilen model ile incelenmiştir.

Çizelge 2.1: Shield [56] yaptığı A1-T1 deney numunesi için yükleme yönü.

Numune	Yükleme Eksenleri	Normal
A1-T1	{0.925; 0.380; 0}	{-0.380; 0.925; 0}

Cu-%14.2 Al-%4.3 Ni şekil hafızalı alaşımında faz dönüşümü sırasında kübik kafes yapısındaki östenit, ortorombik kafes yapısına sahip martensite dönüşmektedir. Kübik-ortorombik dönüşüm için altı farklı martensitik varyant oluşabilir. Bu varyantların dönüşüm gerinimleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
U^1 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha-\gamma}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\alpha-\gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} U^2 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 & \frac{\gamma-\alpha}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\gamma-\alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} U^3 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\alpha-\gamma}{2} & 0 \\ \frac{\alpha-\gamma}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix} \\
U^4 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\gamma-\alpha}{2} & 0 \\ \frac{\gamma-\alpha}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix} U^5 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\alpha-\gamma}{2} \\ 0 & \frac{\alpha-\gamma}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix} U^6 = \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha+\gamma}{2} & \frac{\gamma-\alpha}{2} \\ 0 & \frac{\gamma-\alpha}{2} & \frac{\alpha+\gamma}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Burada $\alpha = 1.0619$, $\beta = 0.9178$ ve $\gamma = 1.0230$ 'dır [61]. Bu varyantlarla gerçekleşecek ikizlenme sonucunda östenit ile martensit arasında 96 farklı ara yüzey oluşabilmektedir. Martensitik varyantların hacimsel oranlarına göre oluşacak olan iki çeşit ikizlenme tipi (Tip-I ve Tip-II) bulunmaktadır [3]. Uygulanan yükleme altında, kullanılan modele göre altı martensitik varyanttan en büyük X_c itici kuvvetini veren varyant çifti oluşmaktadır. Yapılan bu çalışmada hangi varyantların oluştuğu ve ikizlenme tipi belirlenmiştir.

Çalışmada kullanılan östenit ve martensit fazlarına ait elastisite matrisinin değerleri Çizelge 2.2 ve Çizelge 2.3 'de verilmiştir. Atermal sürtünme kuvveti $k=0.2$ MPa, sıcaklık $\theta=311$ K olarak alınmıştır. Bu sıcaklıktaki fazlar arasındaki serbest enerjinin termal kısmı $\Delta\varphi^\theta=0.1436(\theta-278)$ (MPa) denklemi ile hesaplanmıştır [45].

Çizelge 2.2: CuAlNi alaşımının östenit fazına ait elastisite matrisinin bileşenleri (GPa) [55]

C_{11}	C_{12}	C_{44}
141	124	97

Çizelge 2.3: CuAlNi alaşımının martensit fazına ait elastisite matrisinin bileşenleri (GPa) [55]

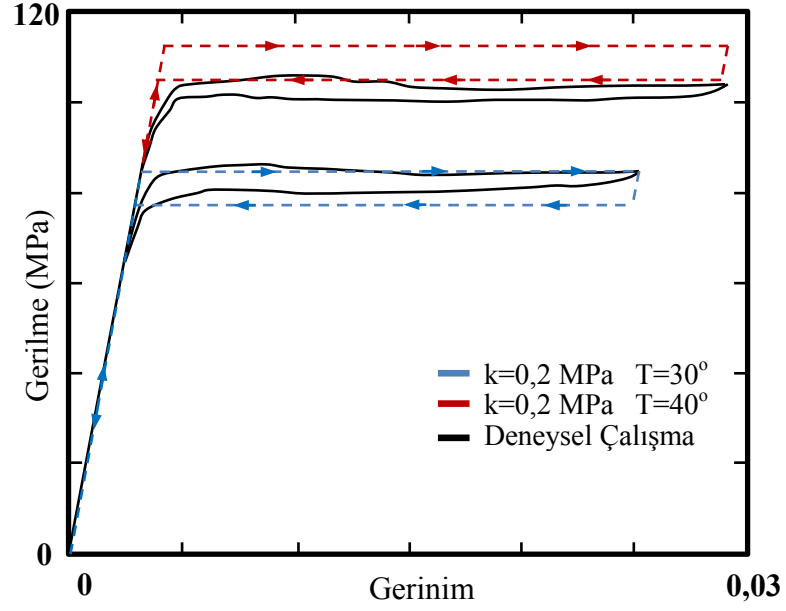
C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}	C_{12}	C_{13}	C_{23}
205	189	141	62.6	54.9	19.7	45.5	115	124

Elde Edilen Sonuçlar:

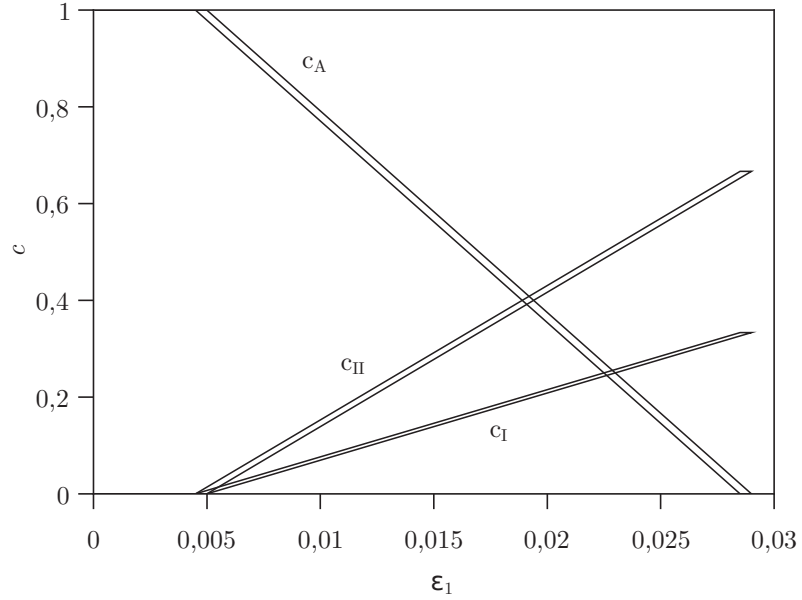
A1-T1 numunesine uygulanan yükleme durumu kullanılarak elde edilen gerilme-gerinim grafiği Şekil 2.4a'da, martensitik varyantların ve östenitin hacimsel oranlarının değişim grafiği Şekil 2.4b'de verilmiştir. İki martensitik varyantın oluştuğu ve östenit-martensit dnŐmnn sabit gerilme altında gerçekleştiği görülmüştür. Yükleme durumunda östenitten martensite doğru bir dönüşüm meydana gelirken, yükün boŐaltılması ile martensitten östenite doğru bir dönüşüm meydana gelmektedir. Sonuçlar [56]'da verilen deneysel çalışma sonuçları ve S.Stupkiewicz ve H.Petyrk'in [45] de geliştirdikleri modelin sonuçları ile iyi örtüşmektedir. Yapılan alıŐma sonucunda U^1 ve U^3 dönüşüm gerinimine sahip martensitik varyantların en büyük itici kuvveti vermelerinden dolayı ikizlenmede oluştuğu tespit edilmiştir. Deneysel çalıŐmadakine benzer bir Şekilde 10 MPa büyüklüğünde histerisiz elde edilmiştir. Elde edilen normal bileşenlerinin sonucunda ikizlenme tipinin Tip-I olduğu belirlenmiŐ ve ara yüzey normal bileşenleri izelge 2.4'te verilmiştir. Sonuç olarak gerilme-gerinim eğrisinin tek yönlü gerilme durumunda tek kristalli malzeme için deneysel sonuç ile iyi bir uyum sağladığı görülmüştür. Bu alıŐma ile Levitas ve zsoy'un [7]'de geliştirdikleri modelin CuANi Şekil hafızalı alaŐımını iyi bir Şekilde modelleyebildiği tespit edilmiştir.

Çizelge 2.4: Tip-I ikiz için ara yüzey normal bileşenleri ($\lambda=c_1/c_m=0.2901$)

ara yüzey	Normal bileşenleri
A-M	{0.6274; 0.2351; 0.7430}
M_1-M_2	{-0.7071; 0.7071; 0}



(a)



(b)

Şekil 2.4: CuAlNi şekil hafızalı alaşımının (a) kullanılan model [45] ile elde edilen gerilme-gerinim grafiğinin deneysel sonuçlarla [56] karşılaştırılması, (b) $T=40^\circ$ 'deki hacimsel oranların değişimi.

3. İnelastik Malzemelerdeki Martensitik Faz Dönüşümleri için Geliştirilen Model

Bölüm 2’de anlatılan elastik malzemelerdeki martensitik FD için geliştirilmiş model ile yapılan çalışmalarda, martensitik çekirdek içerisinde akma gerilmesinden daha yüksek olabilecek elastik gerilmeler elde edilmiştir. Dönüşüm gerinimi arttıkça bu gerilmeler de artacağından, plastik deformasyon da hesaba katılmalıdır. Örneğin çelik için, dönüşüm geriminin kayma ve normal bileşenleri %20 ve %4 değerlerine kadar çıkabilmektedir [7]. Böyle bir durumda dönüşümden kaynaklı plastik gerinimler (TRIP) ihmal edilemez, çünkü yüksek dönüşüm gerinimi, yüksek iç gerilmelere sebep olmakta ve bu durum faz dönüşümü kinetiği üzerinde etkin rol oynamaktadır. Bu nedenle TRIP martensitik faz dönüşümlerinde önemlidir. Bu nedenle, bu tür dönüşümler için yeni bir modelin geliştirilmesi, birçok teknik problemin giderilmesine yardımcı olacaktır. Böyle bir mikromekanik model [7]’de geliştirilmiş, metallerin termal ve termomekanik dış yüklemeler altındaki davranışları, matematiksel olarak ifade edilmiş ancak sayısal çözümü yapılmamıştır. Bu tez çalışmasında eksik kalan sayısal çözümler yapılmıştır.

Elastik malzemeler için geliştirilen modelde atermal ve viskoz sürtünme kuvvetlerinin, ara yüzey hareketine engel olmaktadır. Özellikle dislokasyonlar, yüksek gerilme yığılmaları, nokta hataları bu duruma sebep olmaktadır. Yüksek dönüşüm gerinimi ise yüksek plastik gerinime sebep olmakta, yüksek plastik gerinimler de ara yüzey hareketine engel teşkil etmektedir. Elde ettiğimiz sonuçlar incelendiğinde ara yüzey yalnızca martensitik çekirdek (MÇ) içerisinde dönüşüm

sergilemekte, martensitik dönüşüm boyunca değişim göstermemektedir. Bu durumun sebebi olarak plastik bariyer gösterilebilir. Tezin ilerleyen bölümlerinde martensitik çekirdek ve martensitin gelişimi terimleri açıklanarak, MÇ içerisinde ara yüzey normalinde meydana gelen dönme yapılan çalışmalar ile gösterilmiştir.

Plastisitenin faz dönüşümü kinetiği üzerindeki bir diğer etkisi, ara yüzey normalindeki değişimdir. Daha önce yapılan çalışmalarda, elastik modülleri aynı olan fazların martensitik çekirdek içerisinde ve FD boyunca, ara yüzey normalinde bir değişim meydana getirmediği elde edilmiştir [7]. Fakat plastisite devreye girdiğinde bu durum değişmektedir. Özellikle martensitik çekirdek oluşumu sırasında, östenit ve martensitin ara yüzey normalinde değişim meydana gelmektedir. Bu değişimin sebebi yüksek plastik gerinimdir. Faz dönüşümü boyunca plastik gerinimler, fazlar arasındaki ara yüzeyin dönmesini veya ötelenmesini engellemektedir. Böylece, dislokasyonların, gerilme yığılmaların veya malzeme kusurlarının sebep olduğu atermal sürtünme kuvvetine benzer itici kuvvete negatif etkiler oluşturmaktadır. Plastik bariyer olarak tanımlanan bu etki faz dönüşümü kinetiği üzerinde etkili olup ihmal edilemez.

Tezin bu bölümünde ilk olarak geliştirilen model anlatılmıştır. Bu modelin, elastik modelden farkı açıklandıktan sonra yapılan çalışmalar ve elde edilen sonuçlar verilmiştir. Türetilen denklemler ile çeşitli problemlerin çözülebilmesi için sayısal bir yöntem geliştirilmiştir. FORTRAN programlama dili kullanılarak çeşitli koşullar altında problemler çözümlenerek, grafikler ile sunulmuştur.

Çalışmamızda fazlarda meydana gelen plastik gerinimler için elastik-mükemmel plastik varsayımı yapılmıştır. Bunun için [60, 61] tarafından geliştirilen kristal plastisitesi alt yordamı kullanılmıştır. Dönüşen hacimlerde meydana gelen plastik gerinimlerin hesaplanması için Levitas [64] tarafından geliştirilen model kullanılmıştır.

3.1 Geliştirilen Teori

Bu bölümde Levitas ve Ozsoy [7] tarafından geliştirilen model açıklanmaktadır. Bir önceki bölümde olduğu gibi V hacmine sahip bir temsili hacim eleman ele alalım. Bu küp, östenit ve martensit fazlarından oluşsun. Bu iki faz arasında n

normal vektörüne sahip bir ara yüzey olsun. Fazların gerinim (ε_i) ve gerilme (σ_i) bileşenleri kullanılarak

$$\varepsilon = c_i \varepsilon_i \quad \sigma = c_i \sigma_i \quad (3.1)$$

$$\varphi = c_i \varepsilon_i(\varepsilon_i, \theta) \quad s = c_i s_i(\varepsilon_i, \theta) \quad (3.2)$$

denklemleri türetilebilir. Burada φ ve s sırasıyla Helmholtz serbest enerjisi ve entropidir. c_i her bir fazın hacimsel oranı iken, θ ise V hacmi içerisindeki homojen dağılmış sıcaklıktır.

Plastik gerinim daha önceki bölümde olduğundan farklı olarak bu bölümde ihmal edilmemiştir. Dönüşüm geriniminden kaynaklı plastik gerinimler faz dönüşümü kinetiği üzerinde etkilidir. Toplam gerinim;

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^t \quad (3.3)$$

şeklinde ayrılabilir. Plastik yitim

$$D_v = X_c \dot{c}_2 + c_i(\sigma - \sigma_i) : \dot{\varepsilon}_i + c_i \sigma_i : \dot{\varepsilon}_i^p \geq 0 \quad (3.4)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki ilk iki terim ara yüzeyin ötelenmesi ve dönmesi esnasında yapılan yitim iken, son terim plastik gerinimlerden kaynaklı yitimidir. Gerek ara yüzeyin hareketinden kaynaklı yitim, gerekse de plastik gerinimlerden kaynaklı yitim termodinamiğin ikinci yasası gereğince sıfırdan büyük olmalıdır. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} D_v &= X_c \dot{c}_2 + c_i(\sigma - \sigma_i) : \dot{\varepsilon}_i \geq 0 \\ D_{pi} &= \sigma_i : \dot{\varepsilon}_i \geq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

olacaktır. İtici kuvvetler $X_c := \sigma : [\varepsilon] - [\varphi]$ ve $X_n := -c_1 c_2 a \cdot [\sigma]$ şeklindedir. Ayrıca yitim oranını itici kuvvetler cinsinden yazmak da mümkündür.

$$D_v = X_c \dot{c}_2 + X_n \cdot \dot{n} + \sigma_i : \dot{\varepsilon}_i^p \geq 0 \quad (3.6)$$

Ara yüzey rotasyonunun olmadığı ($\dot{n} = 0$), yalnızca ötelenmenin olduğu bir durum düşünülürse net itici kuvvet; ara yüzey ötelenmesi için itici kuvvetten (X_c), plastik yitimin (X_p) çıkarılmasıyla bulunur. Plastik yitim, $X_p = \sigma : [\varepsilon^p]$ olarak hesaplanır ve net itici kuvvet, $X_c - X_p = \sigma : [\varepsilon] - [\varphi] - \sigma : [\varepsilon^p]$ şeklinde türetilebilir. Termodinamiğin ikinci yasası gereğince X_p 'nin pozitif olması gereklidir. $j \rightarrow i$ faz dönüşümü için, $X_c = \sigma : [\varepsilon^e + \varepsilon^t] + \sigma : (\varepsilon_\Delta^p - \varepsilon_j^p) - [\varphi]$ elde edilir. Burada $\varepsilon_\Delta^p - \varepsilon_j^p$ TRIP gerinim artımıdır. Herbir zaman adımı için oluşan ΔV hacmi içerisindeki

plastik gerinimler hesaplandıktan sonra fazlara yayılır. Bunun için Heaviside birim adım fonksiyonu kullanılır. Daha ayrıntılı açıklama için [7] incelenebilir.

$$\dot{\varepsilon}_1^p = \langle \dot{\varepsilon}_1^p \rangle_{v_1} + (\varepsilon_{\Delta 1}^p - \varepsilon_1^p) \dot{v}_1 / v_1 H(\dot{v}_1) \quad (3.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_2^p = \langle \dot{\varepsilon}_2^p \rangle_{v_2} + (\varepsilon_{\Delta 2}^p - \varepsilon_2^p) \dot{v}_2 / v_2 H(\dot{v}_2) \quad (3.8)$$

Burada $\langle \rangle$ ile gösterilen terim faz dönüşümü dışında direk plastik akış kuralı kullanılarak hesaplanır. Böylece, $1 \rightarrow 2$ faz dönüşümü için

$$\dot{\varepsilon}_1^p = \langle \dot{\varepsilon}_1^p \rangle_{v_1} \quad \dot{\varepsilon}_2^p = \langle \dot{\varepsilon}_2^p \rangle_{v_2} + (\varepsilon_{\Delta}^p - \varepsilon_2^p) \dot{c}_2 / c_2 \quad (3.9)$$

$2 \rightarrow 1$ faz dönüşümü için

$$\dot{\varepsilon}_2^p = \langle \dot{\varepsilon}_2^p \rangle_{v_2} \quad \dot{\varepsilon}_1^p = \langle \dot{\varepsilon}_1^p \rangle_{v_1} + (\varepsilon_{\Delta}^p - \varepsilon_1^p) \dot{c}_1 / c_1 \quad (3.10)$$

denklemleri ile plastik gerinimler fazlara yayılır.

3.2 Yitim Oranı ve Kinetik Denklemler

Dönme noktası ara yüzey üzerinde olması durumunda hem $1 \rightarrow 2$ hem de $2 \rightarrow 1$ dönüşümü söz konusudur. Böylece iki farklı hacim meydana gelir. Bunlardan birisi Δv_1 iken diğeri Δv_2 'dir. 2. fazın net dönüşüm oranı,

$$\dot{c}_2 = \dot{c}_{1 \rightarrow 2} - \dot{c}_{2 \rightarrow 1} \quad (3.11)$$

olarak hesaplanır. $\dot{\varepsilon}$ ve $\dot{\varphi}$ ifadeleri yitim oranında yerine konular ve matematiksel düzenlemeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} \sigma : \dot{\varepsilon} - \dot{\varphi} &= c_1 c_2 (\sigma_1 - \sigma_2) : (\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) \\ &+ [\sigma : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - (\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2) - c_2 (\sigma_2 - \sigma_1) (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_1)] \dot{c}_{2 \rightarrow 1} \\ &+ [\sigma : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) - (\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1) - c_1 (\sigma_1 - \sigma_2) (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_2)] \dot{c}_{1 \rightarrow 2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

elde edilir. $c_2 (\sigma_2 - \sigma_1) = \sigma - \sigma_1$ ve $\sigma \cdot n = \sigma_1 \cdot n$ yukarıdaki denklemde kullanılırsa

$$\begin{aligned} \sigma : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - c_2 (\sigma_2 - \sigma_1) (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_1) &= \sigma : (\varepsilon_1 - \varphi_2) + \sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_1) \\ &= \sigma_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_1) = \sigma_1 (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

elde edilir. Sonuç olarak Denklem 3.12 ve 3.13 kullanılarak yitim oranı,

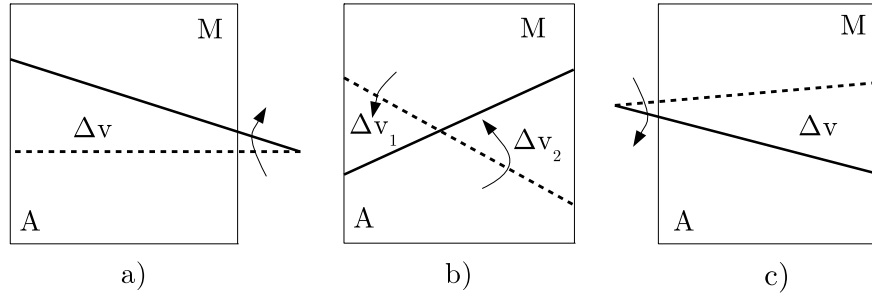
$$\begin{aligned} D = \sigma : \dot{\varepsilon} - \dot{\varphi} &= c_1 c_2 (\sigma_1 - \sigma_2) : (\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1) + [\sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - \\ &(\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2)] \dot{c}_{2 \rightarrow 1} + [\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) - (\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1)] \dot{c}_{1 \rightarrow 2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

olarak bulunur. Bu denklemi itici kuvvetler cinsinden yazmak istersek,

$$D = X_n \cdot \dot{n} + X_{2 \rightarrow 1} \dot{c}_{2 \rightarrow 1} + X_{1 \rightarrow 2} \dot{c}_{1 \rightarrow 2} \quad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $X_{2 \rightarrow 1} = [\sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - (\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2)]$ olup 2. fazdan 1. faza dönüşümü sağlarken, $X_{1 \rightarrow 2} = [\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) - (\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1)]$ 1. fazdan 2. faza dönüşümü sağlamaktadır.

Ara yüzeyin dönme ekseninin konumuna göre 3 farklı durum meydana gelmektedir. Yalnızca östenitin martensite dönüşümü veya martensitin östenite dönüşümü olabileceği gibi her iki dönüşüm aynı anda da olabilir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1: Ara yüzey dönme merkezinin konumuna göre oluşabilecek üç farklı dönüşüm durumu. (a) östenit fazının büyümesi (b) iki dönüşen hacmin oluşması, Δv_1 ve Δv_2 , (c) martensit fazının büyümesi

1. Durum $r_c > R$ ve $\frac{w_0}{w} < -1$

Bu durumda dönme eksenini ara yüzey üzerinde olmayıp ara yüzey eksenini doğrultusunda dışarıda bir noktadır. Yalnızca tek bir ΔV hacmi, dönüşen hacimdir. 2. fazdan 1. faza doğru dönüşüm söz konusudur. Dolayısıyla,

$$\dot{c}_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad \dot{c}_{2 \rightarrow 1} = \dot{c}_1 \quad (3.16)$$

$$D = X_n \cdot \dot{n} + X_{2 \rightarrow 1} \dot{c}_1 \quad (3.17)$$

denklemleri geçerlidir. Burada,

$$X_{2 \rightarrow 1} = [\sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - (\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2)] \quad (3.18)$$

olup 2. fazı 1. faza dönüştüren itici kuvvettir. $\dot{c}_2 = -\dot{c}_1$ ve $X_{c2} = -X_{c1}$

2. Durum $r_c < -R$ ve $\frac{\omega_0}{\omega} > 1$

Bu faz dönüşümü durumunda da dönme eksenini ara yüzey üzerinde değil, dışarısında bir noktadadır. Tek bir dönüşen hacim, ΔV , vardır. 1. fazdan 2. faza doğru bir dönüşüm vardır. Bu nedenle,

$$\dot{c}_{2 \rightarrow 1} = 0 \quad \dot{c}_{1 \rightarrow 2} = \dot{c}_2 \quad (3.19)$$

$$D = X_n \cdot \dot{n} + X_{1 \rightarrow 2} \dot{c}_2 \quad (3.20)$$

denklemleri geçerlidir. 1. fazı 2.faza dönüştüren itici kuvvet ise,

$$X_{1 \rightarrow 2} = [\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) - (\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1)] \quad (3.21)$$

şeklinde tanımlanır. $\dot{c}_1 = -\dot{c}_2$ ve $X_{c1} = -X_{c2}$

3. Durum $-R < r_c < -R$ ve $-1 < \frac{\omega_0}{\omega} < 1$

Dönme merkezi ara yüzey üzerinde olması durumunda, iki farklı dönüşen hacim ortaya çıkar. $\Delta v1$ ve $\Delta v2$ olarak tanımlanan bu hacimlerde sırasıyla $\Delta v1$ hacminde 1.fazdan 2.faza dönüşüm olurken, $\Delta v2$ hacminde 2.fazdan 1.faza dönüşüm olur. Bu nedenle artık tek bir fazın değil, her iki fazın da hacimsel dönüşüm oranları hesaplanmalıdır. Fazların birbirlerine dönüşüm oranları,

$$\dot{c}_{1 \rightarrow 2} = \frac{v_{1 \rightarrow 2}}{V \Delta t} = \frac{b|\omega|}{V} \int_{-R}^{r_c} (r - r_c) dr = \frac{|\omega|}{2S} (R - r_c)^2 = \frac{|\omega|}{2S} (R + \frac{v_0}{\omega})^2 \quad (3.22)$$

ve

$$\dot{c}_{2 \rightarrow 1} = \frac{v_{2 \rightarrow 1}}{V \Delta t} = \frac{b|\omega|}{V} \int_{r_c}^{-R} (r - r_c) dr = \frac{|\omega|}{2S} (R + r_c)^2 = \frac{|\omega|}{2S} (R - \frac{v_0}{\omega})^2 \quad (3.23)$$

$\dot{c}_2 = \dot{c}_{1 \rightarrow 2} - \dot{c}_{2 \rightarrow 1}$ yukarıdaki denklemler sonucu $\dot{c}_{1 \rightarrow 2} + \dot{c}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\omega}{S} (R^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2)$ elde edilebildiğinden,

$$\dot{c}_{1 \rightarrow 2} = 0.5(\dot{c}_2 + \frac{|\omega|}{S} (R^2 + \frac{v_0}{\omega})^2) \quad (3.24)$$

ve

$$\dot{c}_{2 \rightarrow 1} = 0.5(-\dot{c}_2 + \frac{|\omega|}{S} (R^2 + \frac{v_0}{\omega})^2) \quad (3.25)$$

denklemleri türetilir. Denklem 3.24 ve 3.25, denklem 3.20' deki yitim oranında yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} D &= X_n \omega + X_{1 \rightarrow 2} \dot{c}_{1 \rightarrow 2} + X_{2 \rightarrow 1} \dot{c}_{2 \rightarrow 1} \\ &= X_n \omega + \frac{1}{2} X_{1 \rightarrow 2} \dot{c}_2 + \frac{1}{2} X_{1 \rightarrow 2} (R^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2) - 0.5 X_{2 \rightarrow 1} \dot{c}_2 + \frac{1}{2} X_{2 \rightarrow 1} \frac{|\omega|}{S} (R^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2) \\ &= \frac{1}{2} (X_{1 \rightarrow 2} - X_{2 \rightarrow 1}) \dot{c}_2 + X_n \omega + \frac{1}{2} (X_{1 \rightarrow 2} + X_{2 \rightarrow 1}) \frac{|\omega|}{S} (R^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

elde edilir. X_c ve X_Δ ifadelerini tanımlamak kullanışlılık açısından uygun olacaktır. Bu nedenle,

$$\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{2}(X_{1 \rightarrow 2} - X_{2 \rightarrow 1}) \\ X_c &= \frac{1}{2}[\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) + \sigma_1 : (\varepsilon_2 - \varepsilon_{\Delta 1})] - \frac{1}{2}[(\varphi_{\Delta 2} + \varphi_2) + (\varphi_{\Delta 1} + \varphi_1)] \end{aligned} \quad (3.27)$$

ve

$$X_\Delta = \frac{1}{2}[\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) + \sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2)] - \frac{1}{2}[(\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1) + (\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2)] \quad (3.28)$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\Delta 1} &= \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1 & \varepsilon_{\Delta 2} &= \varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_2 \\ \varphi_{\Delta 1} &= \varphi_1 + \Delta\varphi_1 & \varphi_{\Delta 2} &= \varphi_2 + \Delta\varphi_2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

olup dönüşen hacimlerdeki toplam gerinim ifadeleridir. $\Delta\varepsilon_1$ ve $\Delta\varepsilon_2$ dönüşen hacim sebebiyle varolan ve fazlara eklenen gerinimlerdir. Daha önce bahsedildiği gibi yeni oluşan faz, daha önceki fazın kusurlu yapısını ve toplam gerinimi de devralır. Yukarıdaki iki denklem düzenlenirse,

$$\begin{aligned} X_\Delta &= \frac{1}{2}[\sigma_2 : (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \sigma_2 : \Delta\varepsilon_2 - \sigma_1 : (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) + \sigma_1 : \Delta\varepsilon_1 \\ &\quad - \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1) + \Delta\varphi_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) + \Delta\varphi_1] \\ X_\Delta &= \frac{1}{2}[\sigma_2 : \Delta\varepsilon_2 + \sigma_1 : \Delta\varepsilon_1 - \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1] \end{aligned} \quad (3.30)$$

elde edilir. X_Δ viskoz kısım içermez yalnızca atermal kısmı vardır. Diğer X_c ve X_n itici kuvvetleri ise hem atermal hem de viskoz kısımlara sahiptir. Bu nedenle $X_c = X_c^a + X_c^v$, $X_n = X_n^a + X_n^v$ ve $X_\Delta = X_\Delta^a$ şeklinde yazılabilir. Yalnızca atermal kısımdan kaynaklı yitim oranı,

$$D_v^a = X_c^a \dot{c} + X_n^a \omega + X_\Delta \frac{|\omega| R^2}{S} (1 + (\frac{\omega_0}{\omega})^2) = D_a \quad (3.31)$$

olarak ifade edilir. Bu denklemler daha önce elastik modelde türetilen denklemler ile benzerlik göstermektedir. Elastik modelde türetilen denklemlerde k terimi yerine $k-X_\Delta$ yazıldığında yukarıdaki denklemler elde edilmektedir.

3.3 Dönüşen Hacimdeki Gerilme ve Gerinim Hesabı

Gerilme veya sıcaklığın etkisiyle malzemede faz dönüşümü meydana gelirken dönüşen bir hacmin oluştuğu varsayılır. Bu hacim, faz 1 ve faz 2' nin ayrı ayrı bulunduğu hacimlere ek olarak, üçüncü bir hacim olarak düşünülebilir. FD sırasında ara yüzeyin anlık dönme merkezine göre tek bir dönüşen hacim meydana gelebileceği gibi iki farklı dönüşen hacim de meydana gelebilmektedir (Şekil 3.1).

Faz dönüşümü yönüne göre, (1→2, 2→1 veya her ikisi) dönüşen hacimlerdeki gerilme ve gerinimler hesaplanarak fazlara yayılır. Bu gerilme ve gerinimleri hesaplamak için Levitas [62] tarafından geliştirilen yaklaşım kullanılmaktadır.

İlk olarak toplam gerilme tensörü, $\sigma = \sigma_n + \sigma_a$ şeklinde iki kısma ayrılır. Burada, ortogonal koordinat sisteminin 1 yönü ile ara yüzey normali çakıştırılır.

$$\sigma_n := \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & 0 & 0 \\ \sigma_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_a := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Eğer $\sigma_1 \cdot n$ verilmiş ve faz dönüşümü süresince sabit olduğu varsayılırsa, gerilme tensörünün σ_n kısmının da sabit olduğu söylenebilir. Ayrıca $\sigma_1 \cdot n = \sigma_2 \cdot n$ olduğundan $\langle \sigma_n \rangle = \sigma_n$ tensörü de ζ 'dan bağımsızdır.

$\varepsilon_{ta}, \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{\theta a}$ toplamından daha büyük olması durumunda, $\varepsilon_a = 0$ olup,

$$\varepsilon_{pa}(\zeta) = -\varepsilon_{ta}(\zeta) \quad (3.33)$$

elde edilir. Daha ayrıntılı bilgi [62]'de bulunabilir.

Koordinat sisteminin 2. eksenine ile ara yüzeyin kayma gerilmesinin yönünün kesiştiği varsayılır. Gerilme tensörü ile plastik gerinimler arasındaki ilişki gereği, gerilme tensöründeki bilinmeyen bileşenler hesaplanır.

Plastik deformasyon sergileyen malzemeler için sıkıştırılmazlık ilkesinden faydalanılır ve dönüşen hacim içerisinde mükemmel plastik davranış sergilendiği varsayılır. Von-Mises akma kriteri, $|S| = \sqrt{2/3}\sigma_y$, kullanılarak deviatorik gerilme tensörünün bileşenleri elde edilir. Burada S deviatorik gerilme tensörü

iken, σ_y akma gerilmesidir. Bulunan deviatorik gerilme bileşenleri ve plastik gerinimler

$$S_a = -\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_y \frac{\varepsilon_{ta}}{a} \sqrt{1 - \frac{3S_{12}^2}{\sigma_y^2}} \text{ ve } \varepsilon_{p12} = aS_{12} \left(\frac{2}{3}\sigma_y \sqrt{1 - \frac{3S_{12}^2}{\sigma_y^2}} \right)^{-1} \quad (3.34)$$

ve

$$S_{11} = -(S_{22} + S_{33}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sigma_y}{a} \sqrt{1 - \frac{3S_{12}^2}{\sigma_y^2}} (\varepsilon_{t22} + \varepsilon_{t33}) \quad (3.35)$$

olarak bulunur. Burada,

$$a^2 = \varepsilon_{p11}^2 + \varepsilon_{p22}^2 + \varepsilon_{p33}^2 + 2\varepsilon_{p23}^2 \quad (3.36)$$

şeklindedir. Bütün bu denklemler kullanılarak dönüşen hacim içerisindeki gerilme ve plastik gerinimleri hesaplamak mümkündür. Bu denklemlerin, yazılan FORTRAN kodu içerisinde nasıl kullanıldığı, Plastik model için algoritma, kısmında verilmiştir.

3.4 Kristal Plastisitesi

Plastik gerinimlerin hesabı için, Huang [60] ve Kysar [61] tarafından, ABAQUS/Standart sonlu elamanlar programında kullanılmak üzere tek kristal plastisitesi için yazılan ABAQUS-UMAT altıyordamı kullanılmıştır. Tek kristal plastisitesi Schmid kanuna göre aşağıda özeti verilen denklem takımları ile hesaplanmaktadır. Kristalize akmanın Schmid kanununa uyduğu varsayılır. Bu kurala göre plastik akma, kayma gerilmesi kayma yönündeki kristalografik düzlem kritik bir değere ulaştıktan sonra başlamaktadır (Schmid 1931).

Toplam gerinimin değişimi,

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (3.37)$$

biçiminde elastik ve plastik gerinimlerinin değişimi cinsinden yazılabilir. Schmid faktörü,

$$\mu_{ij}^\alpha = \frac{1}{2}(s_i^\alpha n_j^\alpha + s_j^\alpha n_i^\alpha) \quad (3.38)$$

şeklinde tanımlanır. Burada s_i^α ve n_i^α vektörleri α kayma sistemi için sırasıyla kayma yönlerini ve kayma düzlemlerinin normallerini göstermektedir. Schmid

faktör kullanılarak α kayma sistemindeki kesme gerilimi bileşeni τ^α aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\tau^\alpha = \sigma_{ij} \mu_{ij}^\alpha \quad (3.39)$$

Plastik gerinim oranı bütün kayma düzlemleri için hesaplanan plastik gerinimlerin toplamı şeklindedir ve

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \sum_{\alpha=1}^N \mu_{ij}^\alpha \dot{\gamma}^\alpha \quad (3.40)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır. Bu denklemde N kayma sistemlerinin sayısını gösterirken, $\dot{\gamma}^\alpha$, α kayma sistemindeki kayma gerinimini göstermektedir.

Gerilme oranı Hooke kanunu ile bilindiği gibi elastik gerinim oranıyla ilişkilidir. Bunun sonucu olarak

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e \quad (3.41)$$

denklemleri yazılabilir. Bu denklemde ε_{kl}^e elastik gerinim ve E_{ijkl} esneklik katsayısı tensörüdür.

Zamana bağlı viskoplastik malzemelerdeki bünye ilişkisi için üstel bir ifade kullanımı içeren bir tanım Hutchinson (1976) tarafından geliştirilmiştir. Kayma gerinimi oranı α kayma düzlemi için

$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0^\alpha \operatorname{sgn}(\tau^\alpha) \left| \frac{\tau^\alpha}{g^\alpha} \right|^m \quad (3.42)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada , $\dot{\gamma}_0^\alpha$ kayma sistemi için referans gerinim oranını temsil etmektedir. g^α ise aynı sistemin anlık dayanımını iken m oran duyarlılık üstelidir. $m \rightarrow \infty$ iken üstel kanun, plastik malzemeler için orandan bağımsız üstel kanuna dönüşmektedir. Yukarıda belirtilen bu viskoplastik bünye formülasyonu tek kristal plastisitesi için UMAT altyordamında kullanılmaktadır. Çalışmalarımızda mükemmel-plastik varsayımı yapılarak bu kod yeniden düzenlenmiştir. Hesaplarımızda gerinimlerin küçük olduğu varsayılmış ve rotasyonlar ile pekleşme ihmal edilmiştir.

3.5 Plastik model için Algoritma

Bu bölümde Bölüm 3'ün başlangıcından itibaren, östenit ve martensit fazından oluşan temsili bir elemandaki FD'yi modelleyebilmek için verilen denklemler özetlenmiştir. Yalnızca iki fazdan ve fazlar arasında bir \hat{n} normaline sahip ara yüzey olduğunu varsayalım. Yüksek dönüşüm geriniminden dolayı martensitik çekirdek (MÇ) içerisinde yüksek gerilmeler meydana gelmektedir. Bu nedenle plastik gerinimlerin ve fazlardaki gerilmelerin doğru hesaplanabilmesi için bir yöntem geliştirilmiştir. Buna göre, ilk adımda malzeme üzerinde çok küçük bir gerinim artımı uygulanır. Uygulanan bu gerinim altında dönüşüm gerinimi kademeli olarak arttırılıp, her bir adım için ara yüzey normali kararlı noktaya gelene kadar hesaplanır. Böylece, çekirdek içerisinde dönüşüm geriniminin artmasıyla, yani faz dönüşümünün gerçekleşmesiyle, ara yüzey normalinin optimum değeri bulunur. Daha sonra elastik malzemelerdeki FD için geliştirilen algoritmada olduğu gibi FD kriteri kontrol edilir. Eğer FD kriteri sağlanırsa bu sanal çekirdek gerçek bir çekirdeğe dönüşerek büyümeye başlar ve FD gerçekleşir.

İki fazdan oluşan bu temsili hacim eleman için kullanılacak denklemler ve hesaplama adımları bu bölümde anlatılmıştır.

Kullanılan Denklemler :

Hadamard uyumluluk durumu ve traksiyon sürekliliği;

$$[\varepsilon] = (an)_s \quad [\sigma] \cdot n = 0 \quad (3.43)$$

Hadamard uyumluluğu ve traksiyon sürekliliği kullanılarak elde edilen denklemler

$$n \cdot E_A : (\varepsilon - c_M(an)_s - \varepsilon_{pA}) = n \cdot E_M : (\varepsilon - c_A(an)_s - \varepsilon_{tM} - \varepsilon_{pM}) \quad (3.44)$$

$$\varepsilon_A = \varepsilon - c_M(an)_s \quad (3.45)$$

$$\varepsilon_M = \varepsilon + c_A(an)_s \quad (3.46)$$

$$\sigma_A = E_A : (\varepsilon - c_M(an)_s - \varepsilon_{pA}) \quad (3.47)$$

$$\sigma_M = E_M : (\varepsilon + c_A(an)_s - \varepsilon_{tM} - \varepsilon_{pM}) \quad (3.48)$$

Toplam gerilme ve gerinim ;

$$\begin{aligned} \varepsilon &= c_1 \varepsilon_1 + c_2 \varepsilon_2 \\ \sigma &= c_1 \sigma_1 + c_2 \sigma_2 \end{aligned} \quad (3.49)$$

Serbest enerjinin elastik kısmı ;

$$\psi_1^e(\varepsilon_e) = 0.5\varepsilon_1^e : E_1 : \varepsilon_1^e; \quad \psi_2^e(\varepsilon_e) = 0.5\varepsilon_2^e : E_2 : \varepsilon_2^e \quad (3.50)$$

Hesaplama Adımları :

1. Çekirdeği başlat (PT=0)

$c_M = 0.0001$ ve herhangi bir n

Plastik ve toplam gerininim ilk değerleri

$$\rightarrow \varepsilon_M^p = 0 \text{ and } \varepsilon_A^p = 0$$

$$\rightarrow \varepsilon_M^o = 0 \text{ and } \varepsilon_A^o = 0$$

$$\rightarrow \varepsilon_M^{op} = 0 \text{ and } \varepsilon_A^{op} = 0$$

(Üst indis "o" bir önceki yükleme adımında hesaplanan değer olup, her iterasyonda sabit kalmaktadır.)

2. Gerinim artımı uygula (Yük artımı). ($\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \Delta\varepsilon$)

$h=1$ ve $\text{count}=0$ (ilk gerinim artımı için $h=2000$)

3. Dönüşüm gerinimi artımını hesapla

$$\Delta\varepsilon_{tM} = \varepsilon_{tM}/h$$

İlk yükleme adımından sonra, dönüşüm gerininiminin tümünü uygula

4. Dönüşüm gerinimi artımını uygula (count=count+1)

a. a hesaplanır. Denklem (3.43)

b. ε_A ve ε_M hesaplanır. Denklem (3.44) and (3.45)

c. σ_A ve σ_M hesaplanır. Denklem (3.46) and (3.47)

d. Dönüşen hacim içerisindeki ε_Δ ve ε_Δ^p hesaplanır.(Eğer $PT=1$ ise) \rightarrow i. Ortalama gerilme, σ , kullanılır.

\rightarrow ii. Algoritma sonunda verilen "dönüşen hacimdeki gerilme ve gerinim hesabı" kodunu çağrılır ve ε_Δ^p hesaplanır.

\rightarrow iii. Dönüşen hacimdeki toplam gerinimi hesapla

$$\varepsilon_\Delta = \varepsilon_\Delta^p + \varepsilon_A^{op} + \varepsilon_{tM}$$

e. İtici kuvvetler X_{12} , X_{21} ve X_p hesaplanır.

$$X_{1 \rightarrow 2} = [\sigma_2 : (\varepsilon_{\Delta 2} - \varepsilon_1) - (\varphi_{\Delta 2} - \varphi_1)]$$

$$X_{2 \rightarrow 1} = [\sigma_1 : (\varepsilon_{\Delta 1} - \varepsilon_2) - (\varphi_{\Delta 1} - \varphi_2)]$$

$X_p = \sigma : [\varepsilon^p]$ ([...] dönüşen hacim içerisindeki fark)

Eğer PT=0 ise (Faz dönüşümü yoksa) $X_p = 0$

f. Atermal sürtünme kuvvetini hesapla

$$k = k_0 + X_p$$

g. R'yi hesapla (Ara-yüzey uzunluğu)

$$2R = \sqrt{2c_M / (\cos \varphi \sin \varphi)} \text{ if } c_M < 1 / (2 \tan \varphi)$$

$$2R = 1 \sin \varphi \text{ if } 1 / (2 \tan \varphi) \leq c_M \leq 1 - 1 / (2 \tan \varphi)$$

$$2R = \sqrt{2(1 - c_M) / (\cos \varphi \sin \varphi)} \text{ if } c_M > 1 - 1 / (2 \tan \varphi)$$

h. \tilde{X}_n ve \tilde{X}_c hesapla

$$\tilde{X}_c = 2X_{12}/k \text{ ve } \tilde{X}_n = (X_{n2} \cos \varphi - X_{n1} \sin \varphi)$$

i. \dot{c}_M , \dot{c}_A ve $\dot{\varphi}$ hesapla ("kristalografik parametrelerin değişim hızının hesaplanması" kodunu kullan.)

⇒Eğer PT=1 ise (Faz dönüşümü başlamış ise),

ω ve ω_0 hesapla. Bunun için \tilde{X}_n ve \tilde{X}_c itici kuvvetlerinin faz dönüşümü yüzeyinin pozitif bölgesinde olduğu varsayılır.

$$\bar{X}_c = |\tilde{X}_c|, \bar{X}_n = |\tilde{X}_n|$$

$$\omega_0^a = (\bar{X}_c - 2) / 3C \text{ ve } \omega^a = \bar{X}_n / C$$

$$\omega_0^b = g_3 / 3C \text{ ve } \omega^b = 2^{2/3} g_3 g_4 / C$$

→ Eğer $\tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n > 2$ ise $\omega_0 = \text{sign}(X_c)\omega_0^a$ ve $\dot{\varphi} = \text{sign}(X_n)\omega^a$

→ Aksi durumda $\omega_0 = \text{sign}(X_c)\omega_0^b$ ve $\dot{\varphi} = \text{sign}(X_n)\omega^b$

$$\dot{c}_A = 2\omega_0 R^2$$

⇒ Eğer PT=0 (Faz dönüşümü yoksa)

$$\dot{c}_A = 0, \dot{c}_M = 0 \text{ and } \dot{n} = h_n X_n$$

5. Yeni değerleri hesapla

c_A , c_M ve n için predictor-corrector yöntemi kullanılır. $p = p + 1$

$$y_{n+1}^p = y_n + hf(y_n, t_n)$$

Eğer $p = 1$ ise 4. adıma dön

$$\text{Değilse } y_{n+1}^p = y_n + \frac{h}{3} ch2[f(y_{n+1}^p, t_{n+1}) + f(y_n, t_n)]$$

y değişkeninin yerine c_M , c_A , n , φ yaz.(Eğer PT=1 ise n yerine φ kullan).

6. Değişkenlerin son değerlerini doğrula

Eğer $c_A < 0$ ise $c_A = 0.000001$

Eğer $c_A > 1$ ise $c_A = 0.999999$

Eğer $c_M < 0$ ise $c_M = 0.000001$

Eğer $c_M > 1$ ise $c_M = 0.999999$

7. Plastik gerinim artımını hesapla

$\Delta\varepsilon_M = (\varepsilon_M - \varepsilon_M^o - \Delta\varepsilon_{tM})$ (Eğer $ii > 2$ ise $\Delta\varepsilon_{tM} = 0$)

$\Delta\varepsilon_A = (\varepsilon_A - \varepsilon_A^o)$

a. Kristal plastisitesini kullanarak fazlardaki değerleri hesapla

Her bir faz için bu kodu çağır ve her bir faz için $\Delta\varepsilon^p$ hesapla.

(Ortalama gerilme, σ , kullan).

Eğer (PT=1) ise

b.Dönüşen Hacimdeki Gerilme ve Gerinimi Hesapla.

Plastik gerinim artımının ortalamasını hesapla.

$\Delta\varepsilon_M^p = \Delta\varepsilon_M^p + (\varepsilon_\Delta^p + \varepsilon_A^{op} - \varepsilon_M^p)\Delta t(\dot{c}_{A \rightarrow M})/c_M$ (1 → 2 faz dönüşümü için)

$\varepsilon_M^p = \varepsilon_M^{op} + \Delta\varepsilon_M^p$

$\Delta\varepsilon_A^p = \Delta\varepsilon_A^p + (\varepsilon_\Delta^p + \varepsilon_M^{op} - \varepsilon_A^p)\Delta t(\dot{c}_{M \rightarrow A})/c_A$ (2 → 1 faz dönüşümü için)

$\varepsilon_A^p = \varepsilon_A^{op} + \Delta\varepsilon_A^p$

8. Ara-yüzey normalinin ve hacimsel oranların yakınsamasını kontrol et

Eğer (hata miktarı > kabul edilebilir değer) ise 4a adımına git

→ $\varepsilon_A^{op} = \varepsilon_A^p$ ve $\varepsilon_M^{op} = \varepsilon_M^p$

→ $\varepsilon_A^o = \varepsilon_A$ ve $\varepsilon_M^o = \varepsilon_M$

Eğer ($t < h$) ise 4. adıma git (Bir sonraki dönüşüm gerinimi artımı)

9. Faz dönüşümü kriterini kontrol et

Eğer ($\bar{X}_n - (1 - 0.25\bar{X}_c^2) > 0$ ve ($\tilde{X}_c > 0$) ise

$PT = 1$ (Bir sonraki yük adımında faz dönüşümünü başlat)

2 adımına git (Sonraki yük adımı)

3.5.1 Dönüşen Hacimde Gerilme ve Gerinimin Hesaplanması

- 1) Ara-yüzey normalinin bileşenleri kullanılarak dönüşüm tensörü hesaplanır.
(1. eksen n normaline çakıştırılır.)

$$R^1 = \begin{pmatrix} n(1) & n(2) & 0 \\ -n(2) & n(1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

- 2) Dönüşüm tensörü (R^1) kullanılarak toplam gerilme ve dönüşüm gerinimi tensörleri hesaplanır.

$$\varepsilon'_{tM} = R^1 \varepsilon_{tM} (R^1)^T \quad \sigma' = R^1 \sigma (R^1)^T \quad (3.52)$$

- 3) Yeni dönüşüm tensörü (R^2) hesaplanır.

$$\theta = \arctan(\sigma(1,3)/\sigma(1,2)) \quad (3.53)$$

$$R^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

- 4) Dönüşüm tensörü (R^2) kullanılarak toplam gerilme ve dönüşüm gerinimi tensörleri hesaplanır.

$$\varepsilon'_{tM} = R^2 \varepsilon_{tM} (R^2)^T \quad \sigma' = R^2 \sigma (R^2)^T \quad (3.55)$$

Son dönüşüm yapıldıktan sonra dönüşmüş sigma (σ_r) ve dönüşüm gerinimi (ε_r^{tM}) elde edilir.

- 5) Dönüşmüş plastik gerinim tensörü hesaplanır.

$$\varepsilon_r^p = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^p & \varepsilon_{12}^p & \varepsilon_{13}^p \\ \varepsilon_{21}^p & -\varepsilon_{t22} & -\varepsilon_{t23} \\ \varepsilon_{31}^p & -\varepsilon_{t32} & -\varepsilon_{t33} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

Altı çizili terimler ε_r^{tM} tensörünün bilinen bileşenleridir.

$$\varepsilon_{13}^p = 0 \quad \varepsilon_{31}^p = 0 \quad (3.57)$$

$$\varepsilon_{11}^p = -(\varepsilon_{22}^p + \varepsilon_{33}^p) \quad (3.58)$$

$$\varepsilon_{12}^p = aS_{12} \left(\frac{2}{3}\sigma_y \sqrt{1 - \frac{3S_{12}^2}{\sigma_y^2}} \right)^{-1} \quad \varepsilon_{21}^p = \varepsilon_{12}^p \quad (3.59)$$

Burada,

$$a^2 = \varepsilon_{p11}^2 + \varepsilon_{p22}^2 + \varepsilon_{p33}^2 + 2\varepsilon_{p23}^2. \quad S_{12} = \sigma_r(1, 2) \quad (3.60)$$

6) Dönüşmüş plastik tensörün bütün bileşenleri hesaplandıktan sonra tersine dönüşüm uygulanır.

$$\varepsilon_{tM} = (R^2)^T \varepsilon'_{tM} R^2 \quad \sigma = (R^2)^T \sigma' R^2 \quad (3.61)$$

$$\varepsilon_{tM} = (R^1)^T \varepsilon'_{tM} R^1 \quad \sigma = (R^1)^T \sigma' R^1 \quad (3.62)$$

Toplam gerilme tensörü, σ , $\sigma = \sigma_n + \sigma_a$ şeklinde ayrılır. 1. eksen normal \mathbf{n} ile çakıştırılır.

$$\sigma_n := \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & 0 & 0 \\ \sigma_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_a := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.63)$$

ε_{ta} , $\varepsilon_{ca} + \varepsilon_{\theta'}$ 'dan büyük olduğundan ve $\varepsilon_a = 0$ olduğundan

$$\varepsilon_{pa}(\xi) = -\varepsilon_{ta}(\xi) \quad (3.64)$$

Koordinat sistemin 2. eksenini ara yüzey üzerindeki kayma gerilmesi ile aynı yönde seç (σ_{13}).

$$\begin{pmatrix} \underline{\sigma_{11}} & \underline{\sigma_{12}} & \underline{0} \\ \underline{\sigma_{21}} & \underline{\sigma_{22}} & \underline{\sigma_{23}} \\ \underline{0} & \underline{\sigma_{32}} & \underline{\sigma_{33}} \end{pmatrix} = \Sigma \left[\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{p11} & \dot{\varepsilon}_{p12} & \dot{\varepsilon}_{p13} \\ \dot{\varepsilon}_{p21} & \underline{-\varepsilon_{t22}(1)\dot{\xi}} & \underline{-\varepsilon_{t23}(1)\dot{\xi}} \\ \dot{\varepsilon}_{p31} & \underline{-\varepsilon_{t32}(1)\dot{\xi}} & \underline{-\varepsilon_{t33}(1)\dot{\xi}} \end{pmatrix}, \varepsilon_p \right] \quad (3.65)$$

Altı çizili terimler σ ve $\dot{\varepsilon}_p$ 'ın bilinen bileşenleridir.. Sıkıştırılamazlık ve plastik deformasyon sergileyen malzemeler için

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p11}(\xi) &= -(\varepsilon_{p22}(\xi) + \varepsilon_{p33}(\xi)) = \varepsilon_{t22}(\xi) + \varepsilon_{t33}(\xi) \\ \varepsilon_{p11}(\xi) &= (\varepsilon_{t22}(1) + \varepsilon_{t33}(1))(\xi) = \varepsilon_{p11}(1)\xi, \\ \dot{\varepsilon}_{p11} &= \varepsilon_{p11}(1)\dot{\xi}. \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = |\dot{\varepsilon}_p| \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S}{\sigma_y} \quad \text{veya} \quad S = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y \frac{\dot{\varepsilon}}{|\dot{\varepsilon}|} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y \frac{\varepsilon}{|\varepsilon|}; \quad \varepsilon_{p13} = 0 \quad (3.67)$$

$$|\varepsilon_p| := \sqrt{a^2 + 2\varepsilon_{p12}^2} \quad (3.68)$$

Burada,

$$a^2 = \varepsilon_{p11}^2 + \varepsilon_{p22}^2 + \varepsilon_{p33}^2 + 2\varepsilon_{p23}^2. \quad (3.69)$$

$$\varepsilon_{p12} = aS_{12} \left(\frac{2}{3} \sigma_y \sqrt{1 - \frac{3S_{12}^2}{\sigma_y^2}} \right)^{-1} \quad (3.70)$$

$$S_{12} = \underline{\sigma}_{12} \quad (3.71)$$

Plastik gerinim tensörünün her bir bileşeni hesaplandıktan sonra, tersine dönüşüm uygulanmalıdır.

3.5.2 Kristalografik parametrelerin değişim hızının hesaplanması

$$\Psi(\tilde{X}) = g_3 \left[2^{2/3} g_4 \left(\tilde{X}_n - \left(1 + \frac{1}{182^{1/3} g_4^2} \right) \right) - 2^{1/3} g_3 g_4^2 \left(1 + \frac{1}{62^{1/3} g_4^2} \right) + \frac{\tilde{X}_c}{3} \right] \frac{1}{C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n \leq 2 \quad (3.72)$$

$$\Psi(\tilde{X}) = \frac{(\tilde{X}_c - 2)^2 + 3\tilde{X}_n^2}{6C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n > 2$$

$\tilde{X}_c, \tilde{X}_n > 0$ için,

$$\begin{aligned} g_1 &= (9\tilde{X}_c + (81\tilde{X}_c^2 + 4(3\tilde{X}_n - 1)^3)^{1/2})^{1/3}, \\ g_2 &= 2 - 6\tilde{X}_n + 2^{1/3} g_1^2, \\ g_3 &= \tilde{X}_c - 2^{1/3} / (3g_4), \\ g_4 &= g_1 / g_2. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Aşağıdaki denklemler kullanılarak normalin ve hacimsel oranların değişim oranları hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{g_3}{3C}, \quad \omega = 2^{2/3} g_3 \frac{g_4}{C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n \leq 2 \\ \omega_0 &= \frac{\tilde{X}_c - 2}{3C}, \quad \omega = \frac{\tilde{X}_n}{C} \quad \text{eğer } \tilde{X}_c - 3\tilde{X}_n > 2 \end{aligned} \quad (3.74)$$

3.5.3 Eksenel Yükleme Durumu

Birçok deneysel çalışma eksenel yükleme altında gerçekleştirilir. Elde ettiğimiz sonuçların ileride deneysel çalışmalar ile karşılaştırılabilmesi için tek eksenli yükleme altında çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalarda sonuçların elde edilebilmesi için yukarıda verilen algoritmanın bazı noktaları eksenel yüklemeye uygun hale getirilmelidir. Bunun için aşağıda verilen basit denklemlerden yola çıkarak iki fazlı bir sistemde yapılması gerekenler belirtilmiştir.

Malzeme izotropikse ve fazların elastik modülleri (E_i) arasında bir fark yoksa, elastik gerinimler arasındaki ilişki Hooke kanunu kullanılarak basit bir şekilde elde edilir. Herhangi bir fazın elastik gerinim tensörünün bileşenleri

$$\varepsilon_{11}^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_{11} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] \quad (3.75)$$

$$\varepsilon_{22}^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] \quad (3.76)$$

$$\varepsilon_{33}^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] \quad (3.77)$$

$$\varepsilon_{12}^e = 1 + \frac{\nu}{E}\sigma_{12} \quad (3.78)$$

$$\varepsilon_{13}^e = 1 + \frac{\nu}{E}\sigma_{13} \quad (3.79)$$

$$\varepsilon_{23}^e = 1 + \frac{\nu}{E}\sigma_{23} \quad (3.80)$$

denklemleriyle elde edilir. Burada E ve ν sırasıyla elastik modül ve poisson oranıdır. Tek eksenli yükleme koşulu, $\sigma_{11} \neq 0$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ olup yukarıdaki denklemlerde kullanılırsa, $-\nu\varepsilon_{11}^e = \varepsilon_{22}^e = \varepsilon_{33}^e$ elde edilir. Toplam gerinim,

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + c_a\varepsilon_a^t + c_m\varepsilon^{tm} \quad (3.81)$$

şeklinde ayrılabilir. Burada ε_a^t ve ε^{tm} sırasıyla östenit ve martensit fazlarının dönüşüm gerinimleridir. $\varepsilon_a^t = 0$ olduğundan,

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + c_m\varepsilon^{tm} \quad (3.82)$$

denklemini elde edilir. Elastik gerinim tensörünün ε_{11}^e bileşeni,

$$\varepsilon_{11}^e = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{11}^p - c_m\varepsilon_{11}^{tm} \quad (3.83)$$

biçiminde olup, $-\nu\varepsilon_{11}^e = \varepsilon_{22}^e = \varepsilon_{33}^e$ denklemi kullanılarak ε_{22}^e ve ε_{33}^e elastik gerinim bileşenleri elde edilir. Bu bileşenler

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{22}^p + c_m \varepsilon_{22}^{tm} \quad (3.84)$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^e + \varepsilon_{33}^p + c_m \varepsilon_{33}^{tm} \quad (3.85)$$

denklemlerinde yerine yazılarak ε_{11} , ε_{22} ve ε_{33} gerinim bileşenlerinin elastik kısımları arasındaki ilişki sağlanmış olur.

Algoritmanın ikinci adımında ε_{11} tanımlanır (ön tanımlı gerinim/yükleme). İlk iterasyon adımında plastik gerinimlerin sıfır olduğu varsayıp yukarıda verilen elastik gerinimler arasındaki ilişki kullanılarak ε_{22} ve ε_{33} gerinim bileşenleri elde edilir. İterasyon sonunda fazların gerinim bileşenlerinde meydana gelen değişim ile plastik gerinimler hesaplanır. Bu plastik gerinimler bir sonraki iterasyon adımında kullanılır. Her iterasyon adımında hacimsel oranlar güncellenmelidir. Diğer bütün parametreler algoritmada belirtildiği gibidir.

3.6 Örnek Çalışmalar

Bu bölümde yukarıda anlatılan inelastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri için geliştirilen teori kullanılarak çeşitli yüklemeler altındaki malzeme davranışları incelenmiştir. Bunun için Bölüm 3.4'te algoritması verilen sayısal yöntem kullanılarak farklı koşullar altında çalışmalar yapılmıştır. Böylece çeşitli parametrelerin faz dönüşümü kinetiği üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bütün çalışmalarda malzemeye uygulanan yükleme gerinim cinsindedir ve yalnızca normal bileşenleri olup kayma bileşenleri yoktur. Oluşabilecek martensitik varyant sayısının, diğer kafes dönüşümlerine göre daha az olması ve sayısal işlemlerde basitlik sağlaması sebebiyle, tüm çalışmalarda kübik-tetragonal dönüşüm ele alınmıştır. Bu tür dönüşümlerde dönüşüm geriniminin kayma bileşenleri sıfırdır.

Çalışmalarda malzemenin kristalografik yönleriyle çakışan bir ortogonal koordinat sistemi kullanılmış, bütün vektörler ve tensörler (elastik modüller, gerinimler, gerilmeler) bu sisteme göre tanımlanmıştır. Malzemeye uygulanan yük de bu

ortogonal koordinat sistemine göre belirlenmiştir. Kristal kafesin 1 yönündeki bu yükleme bütün çalışmalarda ε_1 olup grafiklerde x-ekseninde yer almaktadır. Grafiklerde A ve M sırasıyla östenit ve martensit fazlarını temsil ederken 1, 2 ve 3 indisleri ilgili parametrenin bileşenlerini temsil etmektedir.

Farklı sıcaklık, dönüşüm gerinimleri, atermal sürtünme ve yükleme durumu için çeşitli problemler çözülerek, bu parametrelerin malzeme davranışı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu çalışmalar iki ana başlık altında toplanmıştır :

- a) Genel yükleme altında yapılan çalışmalar
- b) Tek eksenli yükleme altında yapılan çalışmalar

Bütün çalışmalarda bazı malzeme parametreleri ortak kullanılmıştır. Bu parametrelerde, fazların elastik modülleri östenit için $E_A=200$ GPa, martensit için $E_M=200$ GPa'dır. Poisson oranı, ν ise 0.3 alınmıştır. Fazların akma gerilmeleri de östenit fazı için $\sigma_A^y=250$ MPa, martensit fazı için $\sigma_M^y=810$ MPa'dır. Bu değerleri hesaplamak için tek kristal plastisitesi kullanılarak her bir faza x_1 yönünde eksenel yükleme uygulanmış ve fazların akmaya başladıkları gerilme değerleri tespit edilmiştir. Bu akma gerilmeleri dönüşen hacimde oluşan plastik gerinimlerin hesaplanması için gereklidir. Kullanılan diğer parametreler bölüm başlarındaki çizelgelerde verilmiştir.

Fazların plastik gerinimleri hesaplanırken, kristal plastisitesi için pekleşme katsayısı ve esneklik katsayısı aynı alınmıştır. Östenit fazı için tek bir kayma düzlemi olup normal bileşeni $p_1 = \{1, 1, 0\}$, kayma yönü $l_1 = \{1, 1, 1\}$ alınmıştır. Martensit fazı için 3 farklı kayma düzlemi ve kayma yönleri vardır. Bu kayma sistemleri sırasıyla x_1 yönünde $p_1 = \{1, 1, 0\}$, $l_1 = \{1, 1, 1\}$, x_2 yönünde $p_2 = \{1, 2, 1\}$, $l_2 = \{1, 1, 1\}$ ve x_3 yönünde $p_3 = \{1, 2, 3\}$, $l_3 = \{1, 1, 1\}$ 'dir. Burada p kayma düzleminin normali, l kayma yönüdür [7]. Seçilen özpekleşme (self-hardening) ve gizil pekleşme (latent-hardening) parametreleri bütün çalışmalarda pekleşme meydana getirmeyip, elastik-mükemmel plastik davranış sergileyecek şekilde alınmıştır. Bu parametrelerle östenitin x_1 yönündeki akma gerilmesi 250 MPa ve martensitin aynı yöndeki akma gerilmesi 810 MPa olarak hesaplanmıştır.

3.6.1 Genel Yükleme Altındaki Çalışmalar

Genel yüklemelerde malzemeye gerininin normal bileşenleri uygulanmaktadır; yani bu şekilde temsili hacmin ortalama gerinimi tanımlanmaktadır. Çizelge 3.1'de uygulanan yüklemenin bileşenleri ile çalışmada kullanılan diğer parametreler verilmiştir. Atermal sürtünme kuvveti ihmal edilmiştir.

Çizelge 3.1: Genel yükleme altındaki çalışmalarda kullanılan parametreler

k	v	ε^t	Yükleme (ε)	$\Delta\varphi^\theta$
0	0.1	{0.08, -0.04, -0.04}	{ $\varepsilon_2 = -0.5\varepsilon_1$, $\varepsilon_3 = -0.5\varepsilon_1$ }	-5

Çalışmalarda ε_1 , monoton bir şekilde arttırılmış, ε_2 ve ε_3 monoton bir şekilde azaltılmıştır. Bu yükleme koşulu kullanılarak martensitik çekirdek oluşumunda meydana gelen değişimler ile çekirdeğin gelişimi sırasında (yani faz dönüşümü gerçekleşirken) fazlarda meydana gelen değişimler incelenmiştir.

Bu bölümde sonuçlar iki başlık altında incelenmiştir:

a) Martensitik çekirdek

Elastik malzemeler için geliştirilen model, fazların elastik modüllerinin aynı olması durumunda ara yüzeyin doğrultusunun değişmediğini göstermiştir. Yüksek gerilmelerin etkisiyle martensitik çekirdek içerisinde plastik deformasyonlar oluşmakta, plastik gerinimler MÇ ile östenit fazı arasındaki ara yüzeyin dönmesini etkilemektedir. Bu nedenle öncelikle MÇ oluşumu için sonuçlar verilmiş, ara yüzey dönmesi incelenmiştir.

b) Martensitin gelişimi

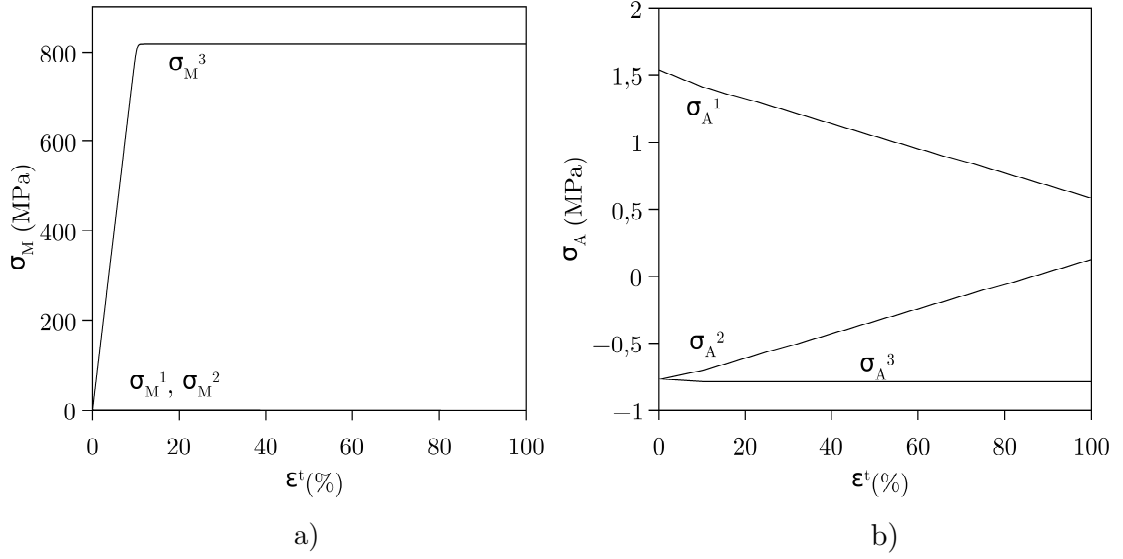
MÇ oluşumundan sonra FD kriteri sağlandığı takdirde FD başlar ve malzemeye uygulanan dış yüke bağlı olarak, martensit büyür (hacimsel oranı artar), östenit azalır. Yükleme tipine göre, uygulanan gerinime karşılık fazların dönüşüm miktarları, fazlarda oluşan gerilme ve plastik gerinimler farklılık gösterebilir. Bu nedenle martensitin gelişimi süresince fazlarda meydana gelen değişimler, oluşan plastik gerinimler ve ara yüzey hareketine engel oluşturan plastik bariyerin yükleme ile değişiminin incelenmesi için çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar sonucunda elde edilen grafikler martensitin gelişimi başlığı altında verilmiştir.

3.6.1.1 Martensitik Çekirdek

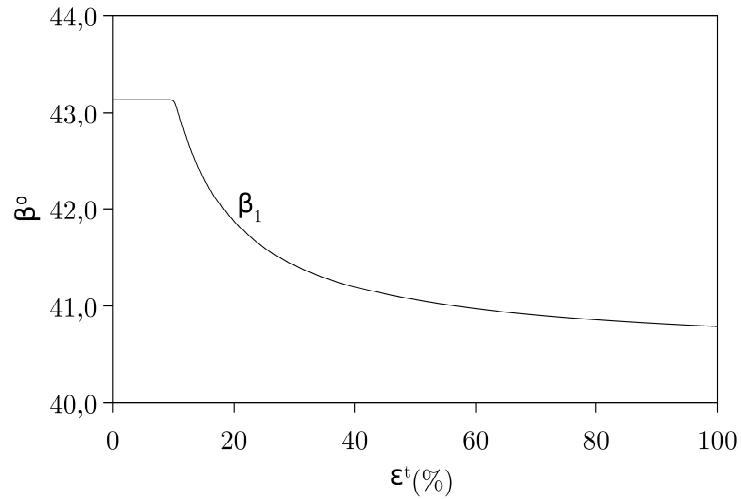
Yukarıda verilen problem için martensitik çekirdek oluşumu sırasında hesaplanan değerlerin x_1 yönündeki dönüşüm gerinimi ile değişimi Şekil 3.2-3.4 'te verilmiştir. FD sonucunda çekirdek içerisinde dönüşüm geriniminden kaynaklı yüksek gerilmeler meydana gelir. Bu gerilmeler çekirdek içerisinde etkili plastik gerinimler oluşturmaktadır. Şekil 3.2a'da görüldüğü gibi martensitik çekirdekteki σ_3 bileşenin 810 MPa'a kadar çıkması çekirdek içinde yüksek gerinime sebep olmaktadır. İlk yükleme adımında yükün küçük olması sebebiyle östenit fazında küçük gerilmeler oluşmuş, plastik deformasyon oluşmamıştır. Östenit fazı ise en yüksek bileşeninde bile 1.5 MPa'ı geçmediğinden çok küçük plastik gerinim oluşmaktadır (Şekil 3.2b). Bu gerilme, ele alınan hacim içerisindeki ortalama gerilme ile benzerlik göstermektedir. Martensitin çok küçük hacimsel orana sahip olması ortalama gerilmeye çok etkili olmayıp, östenit fazı ile ortalama gerilmenin benzerlik göstermesine sebep olmaktadır. Aynı parametreler ile elastik malzemeler için geliştirilen model kullanıldığında martensit fazının σ_M^3 bileşeni 7350 MPa' kadar çıkarken, Östenit fazının σ_A^3 bileşeni 1.3 MPa olmaktadır. Böyle bir durumda martensitin akma dayanımı aşıldığı için elastik model kullanılamaz.

Şekil 3.3'te değişimi verilen ara yüzey normalinin x_1 yönü ile yaptığı açının (β_1) çekirdek oluşumu sırasında 2.5° 'lik bir dönme gösterdiği görülmektedir. %4'lük bir dönüşüm gerinimi artımına kadar ara yüzey normalinin değişimi neredeyse hiç olmazken, %4 - %20 dönüşüm gerinimi aralığında hızlı bir değişim görülmektedir. %4'lük dönüşüm gerinimine kadar malzemede ihmal edilebilir plastik gerinimler meydana gelir. Bu nedenle ara yüzey normalinde değişim görülmemiştir. Tespit edilen ara yüzey doğrultusu daha önce ŞHA'lar için yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlarla örtüşmektedir.

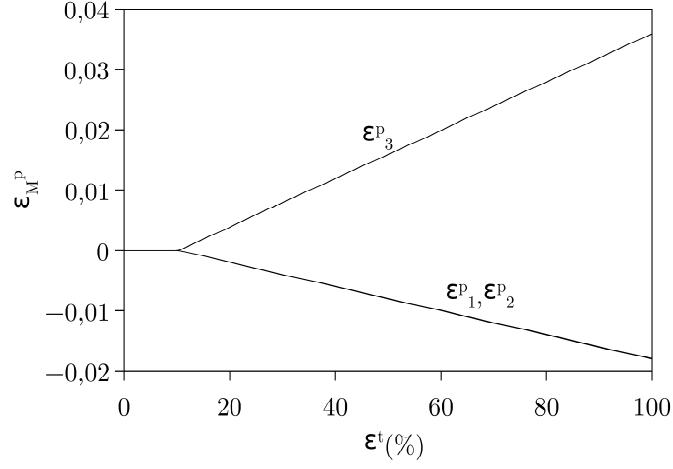
Fazların elastik modüllerinin birbirine eşit olduğu durumlarda ara yüzey dönmesinin itici kuvvetinin sıfır olduğu [7] tarafından gösterilmişti. Aynı parametreler ile elastik malzemeler için geliştirilen model kullanıldığında, çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinin değişmediği ve 43° 'de sabit kaldığı görülmüştür. Dönüşüm gerinimi artımının kalan %80'lik kısmında normalin değişim hızı yavaşlar ve kararlı duruma yakınsamaya başlar. Dönüşüm geriniminin kademeli artımı tamamlandıktan sonra malzemeye uygulanan toplam



Şekil 3.2: Martensitik çekirdek oluşurken (a) östenit, (b) martensit fazlarındaki gerilme bileşenlerinin dönüşüm gerinimi (ϵ^t) ile değişimi. Çekirdek oluşumu esnasında martensit fazında sadece σ_3 gerilme bileşeni oluşmuş ve elastik-mükemmel plastik malzeme davranışından dolayı bu gerilme bileşeni belli bir dönüşüm geriniminden sonra sabit kalmıştır. Östenit fazında üç gerilme bileşeni de oluşmuş ancak yük henüz küçük olduğundan gerilmeler de küçük kalmıştır. Dönüşüm gerinimi (ϵ^t) sıfırdan başlayarak %100'üne ulaşılan kadar kademeli olarak arttırılmıştır.



Şekil 3.3: Martensitik çekirdek oluşurken ara yüzey normalinin dönüşüm gerinimi (ϵ^t) ile değişimi. Belli bir dönüşüm geriniminden sonra plastik deformasyonun devreye girmesiyle ara yüzey normalinde belirgin bir değişim meydana gelmektedir. β_1 , ara yüzey normalinin x_1 eksenine yaptığı açıdır.



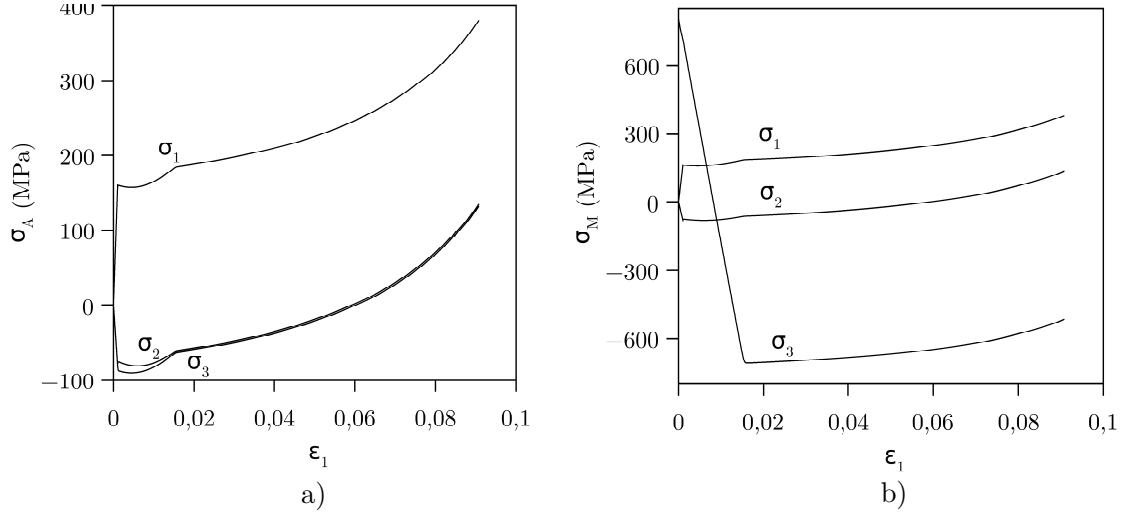
Şekil 3.4: Martensitik çekirdek oluşumu sırasında martensit fazındaki plastik gerinimlerin dönüşüm gerinimi (ϵ^t) ile değişimi. Belli bir dönüşüm gerinimi değerinden sonra plastik deformasyon başlamaktadır. Plastik deformasyonun başladığı nokta aynı zamanda Şekil 3.2'de gösterildiği gibi ve martensit fazının akma gerilmesine ulaştığı noktadır.

gerinim, belli bir adım değeri ile sürekli arttırılır. Bu artım süresince de ara yüzey normalinde neredeyse hiç değişim olmamaktadır. Bu nedenle ara yüzey normalinin değişiminin çekirdeklenme esnasında gerçekleştiği söylenebilir.

Çekirdek oluşumunda martensit fazında meydana gelen plastik gerinimin değişimi Şekil 3.4'te verilmiştir. Martensit fazında plastik deformasyonun başladığı noktada Şekil 3.3'te verilen östenit-martensit ara yüzey normalinde değişim görülmektedir.

3.6.1.2 Martensitin Gelişimi

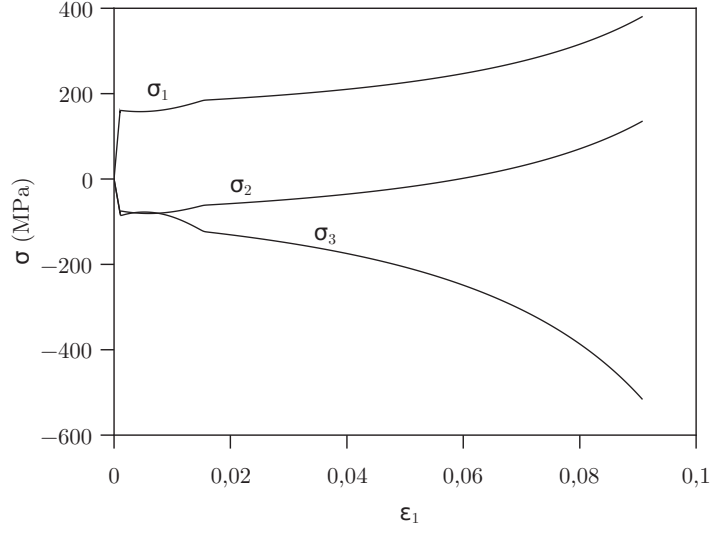
Martensitik çekirdek oluştuktan sonra yüklemeye devam edilir ve östenit öncelikle elastik olarak deforme olur. Şekil 3.5a ve Şekil 3.5b'de grafikleri verilen östenit ve martensitin gerilmelerinin başlangıçta doğrusal olmasının sebebi elastik deformasyondur. Şekil 3.6 incelendiğinde benzer doğrusallık ele alınan hacim içerisindeki ortalama gerilmelerde de elde edilmiştir. Doğrusallığın bittiği nokta faz dönüşüm başlangıç noktasıdır. FD başlangıç noktasından sonra Çizelge 3.1'de verilen yüklemeye devam edildikçe martensit fazının hacimsel oranında artış meydana gelmektedir. Yani, sanal martensitik çekirdek artık gerçek bir



Şekil 3.5: Yükleme boyunca (a) östenit, (b) martensit fazındaki gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Östenit fazının σ_1 gerilme bileşeni modelin plastik gerinimleri hesaplama yönteminden dolayı akma gerilmesinden yüksek çıkmıştır. Martensit fazının σ_3 gerilme bileşeni çekirdek içerisinde akma gerilmesine kadar ulaşıp faz dönüşümü başlangıcından sonra azalarak negatif değerler almış, bu aşamada farklı bir kayma sistemi devreye girerek gerilmeleri etkilemiştir.

martensitik çekirdeğe dönüşerek gelişmeye başlamıştır.

Şekil 3.5a'da ve 3.5b'de gösterilen fazların gerilme bileşenleri incelendiğinde en yüksek gerilmelerin martensit fazında meydana geldiği görülmektedir. Özellikle σ_M^3 bileşeni yüksek değerlere ulaşabilmektedir. Çekirdek içerisinde akma noktasına ulaşan bu bileşen yükün uygulanması ile azalmaya başlamış, FD sonrasında da bu azalma devam ederek negatif değerlere ulaşmıştır. Bu aşamada bir başka kayma sistemi devreye girerek martensitin bu gerilme bileşeni artmaya başlamıştır. Şekil 3.5a'da gösterilen östenit fazının x_1 yönündeki gerilme bileşeni σ_1 , östenitin akma dayanımından yüksek bir değere ulaşmaktadır. Hem dönüşen hacimde hem de fazlarda mükemmel-plastik davranım varsayıldığı halde akma dayanımından yüksek gerilmelerin ortaya çıkmasının sebebi modelin plastik gerinimi hesaplama yöntemidir. Dönüşen hacimler içerisinde Levitas [64] tarafından geliştirilen model kullanılırken, fazlar için kristal plastisitesi kullanılır. Bu çalışmada öncelikle dönüşen hacim içerisindeki ve fazlardaki plastik gerinimler ayrı ayrı hesaplanıp ağırlıklı ortalama alınarak (Denklem 3.1) bütün hacim içerisine dağılmaktadır. Fazlardaki gerilmeler ise denklem 3.47 ve 3.52 kullanılarak hesaplanmaktadır. Ortalama gerilme fazların hacimsel oranlarına

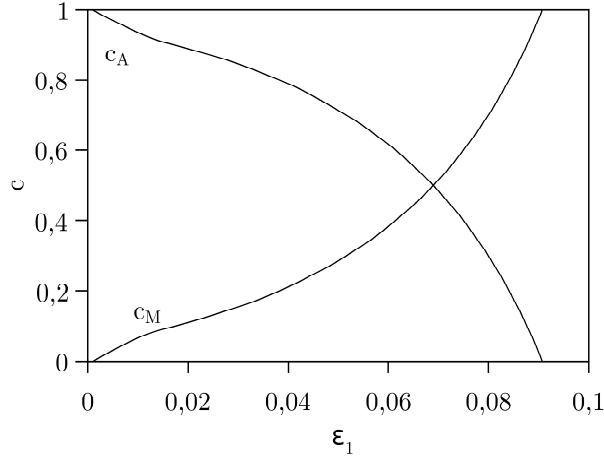


Şekil 3.6: Yükleme boyunca ortalama gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Ortalama gerilmenin σ_3 gerilme bileşeni modelin hesaplama yönteminden dolayı akma gerilmesinden yüksek değere çıkmıştır. Fazlarda meydana gelen gerilme ve gerinim hesaplarında kristal plastisitesi kullanılmıştır.

göre ağırlık ortalama alınarak hesaplandığı için dönüşüm tamamlandığında martensit fazının gerilme değerine eşit olmaktadır. Fazların hacimsel oranları ise Şekil 3.7'da verilmiştir. Dönüşümün sonlarına doğru martensitin hacimsel oranındaki değişimin hızlandığı görülmektedir. Fazların plastik gerinimleri Şekil 3.8a'da ve Şekil 3.8b'de verilmiştir. Yük arttırıldıkça plastik deformasyon daha yumuşak faz olan östenitte lokalize olmuştur.

3.6.2 Tek Eksenli Yükleme Altındaki Çalışmalar

Tek eksenli yükleme altındaki çalışmalarda çeşitli parametrelerin faz dönüşümü kinetiğine etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle atermal sürtünme, sıcaklık ve dönüşüm geriniminin faz dönüşümündeki etkileri incelenmiştir. Eksenel gerilme durumunun elde edilebilmesi için Bölüm 3.5.3'te anlatılan iteratif yöntem kullanılmıştır.



Şekil 3.7: Yükleme boyunca fazların hacimsel oranlarının (c_A , c_M) uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi.

3.6.2.1 Atermal Sürtünmenin Etkisi

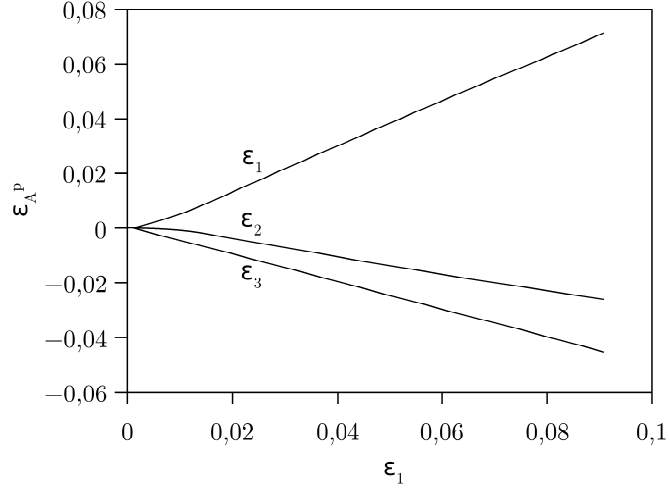
Atermal sürtünme, temas problemlerindeki kuru sürtünmeye eşdeğer bir sürtünmedir. Çok küçük bir ara yüzey hızında bile yitime sebep olur. Noktasal kusurlar, dislokasyonlar ve tane sınırları gibi malzeme kusurlarıyla ara yüzeyin etkileşimi sebebiyle gerçekleşir.

Bu bölümde atermal sürtünme kuvvetinin faz dönüşümüne etkisi incelenmiştir. Bunun için üç farklı çalışma yapılmıştır. Her çalışmada Çizelge 3.2'de belirtilen parametreler kullanılmış, yalnızca atermal sürtünme kuvvetinin değerleri değiştirilmiştir. ϵ_1 tanımlanarak diğer gerinim bileşenleri, eksenel gerilme durumunu verecek şekilde hesaplanmıştır.

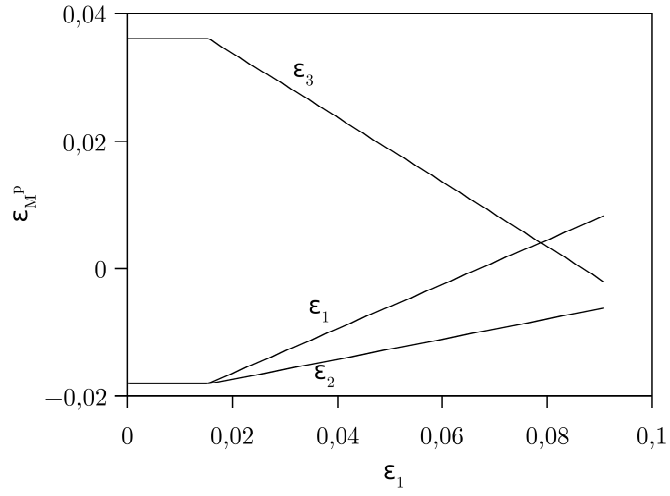
Çizelge 3.2: Eksenel yükleme altında atermal sürtünmenin etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri

Çalışma	k	v	ϵ^t	$\Delta\varphi^\theta$
A	0	0.1	{0.08, -0.04, -0.04}	-5
B	0.3	0.1	{0.08, -0.04, -0.04}	-5
C	0.5	0.1	{0.08, -0.04, -0.04}	-5

Tek eksenle gerilme durumunu veren ortalama gerinim bileşenleri, Şekil 3.9'da verilmiştir. Bu gerinim değerleri sisteme ön tanımlı olarak verildiğinde eksenel yükleme elde edilmektedir.

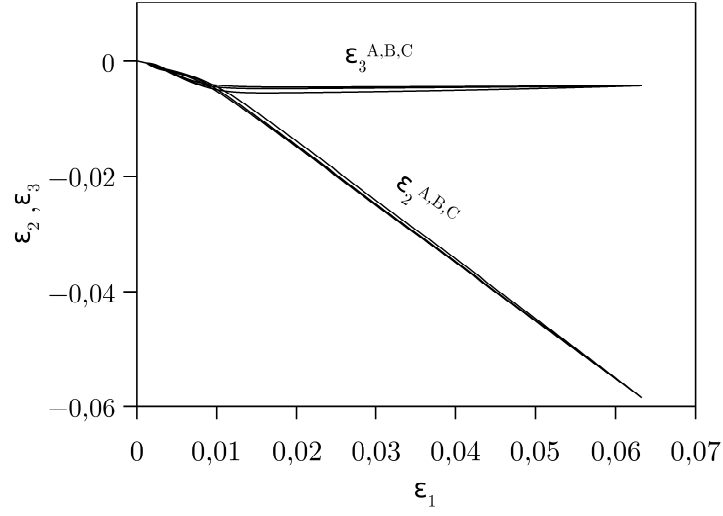


(a)



(b)

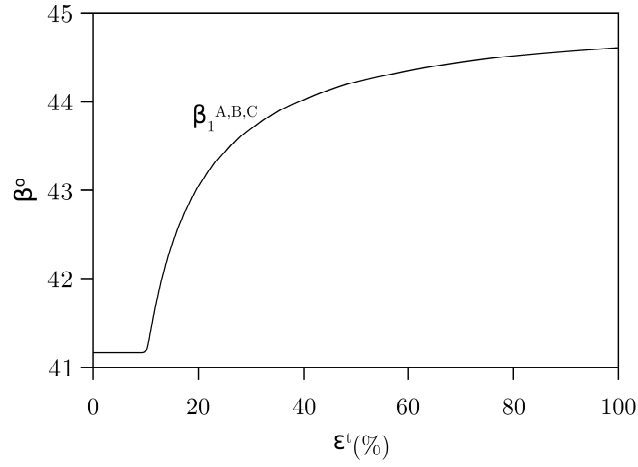
Şekil 3.8: Yükleme boyunca (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen plastik gerinim bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Martensite göre daha yumuşak malzeme olan östenit fazında küçük bir yükleme adımından sonra plastik gerinimler modelin hesaplama yöntemine göre oluşmaya başlamıştır. Çekirdeklenme sırasında oluşan plastik gerinimler, faz dönüşümü başlayana kadar martensit içerisinde sabit kalmış, faz dönüşümünün başlamasıyla da değişmeye başlamıştır.



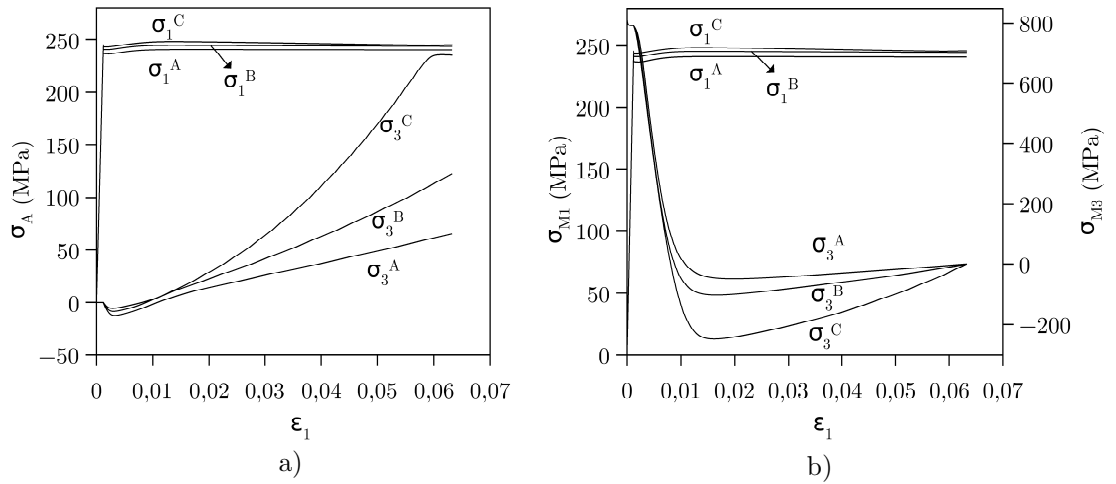
Şekil 3.9: Farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ortalama gerilmenin tek eksenli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi.

Şekil 3.10'da verilen, martensitik çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinde meydana gelen değişim incelendiğinde, farklı k sürtünme değerleri için aynı değişimin elde edildiği görülür. Bu nedenle atermal sürtünme kuvvetinin, MÇ oluşumu sırasında ara yüzey rotasyonunda meydana gelen değişiklik üzerinde bir etkisi olmadığı sonucuna varılır. Fazların elastik modüllerinin aynı olmasına rağmen ara yüzey normalinde 4° 'ye kadar bir değişimin meydana geldiği görülmektedir. Bunun sebebi çekirdek içerisinde meydana gelen plastik deformasyonlardır.

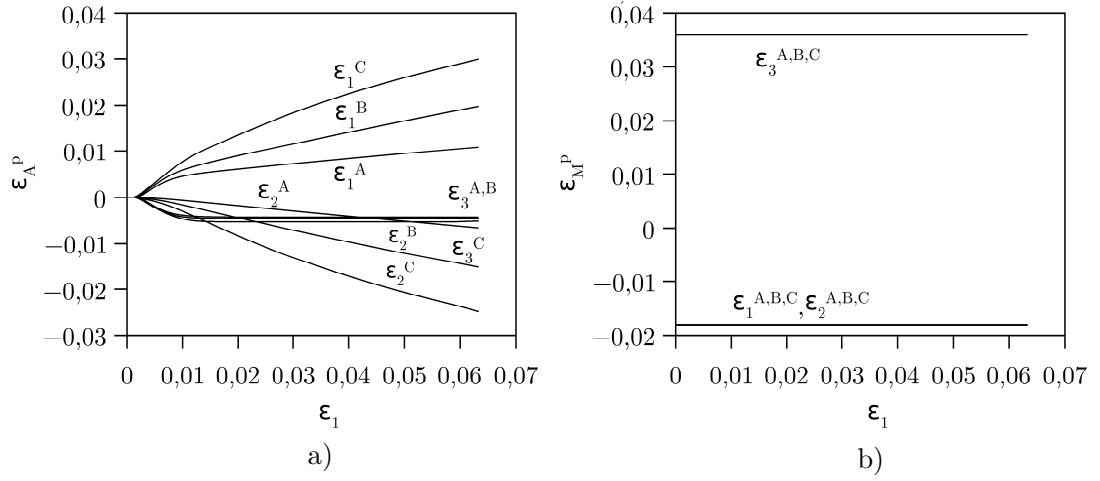
Martensit fazının gerilme bileşenleri Şekil 3.11b'de verilmiştir. σ_3 bileşeni incelendiğinde her üç çalışmada da faz dönüşümü sonunda sıfıra indiği görülmektedir. Bunun sebebi, faz dönüşümü sonunda östenit fazının yok olmasıyla sadece martensit fazının kalması, dolayısıyla da martensitin gerilmesinin uygulanan eksenel gerilmeye eşit olması gerektiğidir. Böylece, FD sonunda martensitte sadece x_1 yönünde gerilme oluşmaktadır. Bu durum da beklenen bir sonuç olup eksenel yük uygulama yönteminin doğruluğunu göstermektedir. Östenit fazında meydana gelen gerilme ise Şekil 3.11a'da verilmiştir. Atermal sürtünme kuvvetinin FD üzerinde etkili olmaktadır.



Şekil 3.10: Martensitik çekirdek oluşumu sırasında farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ara yüzey normalinin x_1 eksenine yaptığı açının (β_1) değişimi. Kademeli dönüşüm gerinimi artımı sırasında başlangıçta sabit kalan ara yüzey normali, belli bir dönüşüm geriniminden sonra çekirdek içerisinde plastik deformasyon meydana geldiğinden değişmeye başlamıştır. Atermal sürtünme kuvvetinin farklı olması ara yüzey normalinde bir farklılığa sebep olmamıştır.



Şekil 3.11: Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$), (a) östenit, (b) martensit fazlarının gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Östenitin σ_1 gerilme bileşeni akma gerilmesine ulaşmış ve kayma düzlemi ve yönüne bağlı olarak tek kristal plastisitesi sonucunda neredeyse sabit kalırken diğer bileşenlerde değişim meydana gelmiştir. Martensit fazında akma gerilmesine ulaşan bileşen olmayıp faz dönüşümünden dolayı bir değişim elde edilmiştir. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile faz dönüşümünün gerçekleşebilmesi için yenilmesi gereken kuvvet arttığından dolayı gerilmeler de artmıştır.

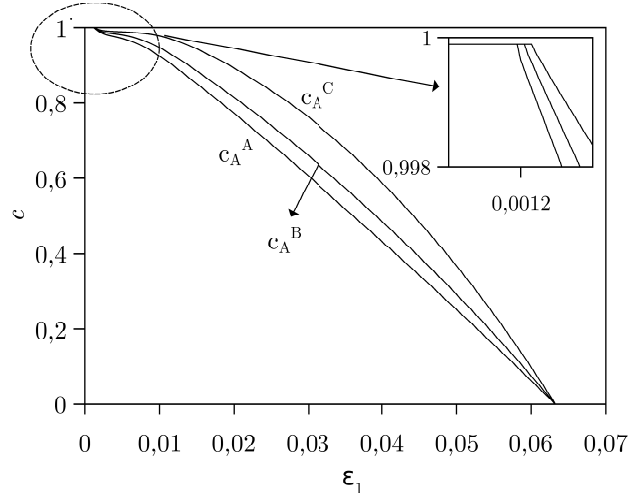


Şekil 3.12: Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) (a) östenit, (b) martensit fazlarında oluşan plastik gerinim bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Plastik gerinimler martensite göre daha yumuşak olan östenit fazında lokalize olmuştur. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile fazlarda oluşan gerilme arttığından plastik deformasyon artmıştır. Martensit fazında çekirdek içerisinde daha önce oluşmuş plastik deformasyonları değiştirecek bir gerilme elde edilmediğinden plastik gerinimler faz dönüşümü boyunca sabit kalmıştır.

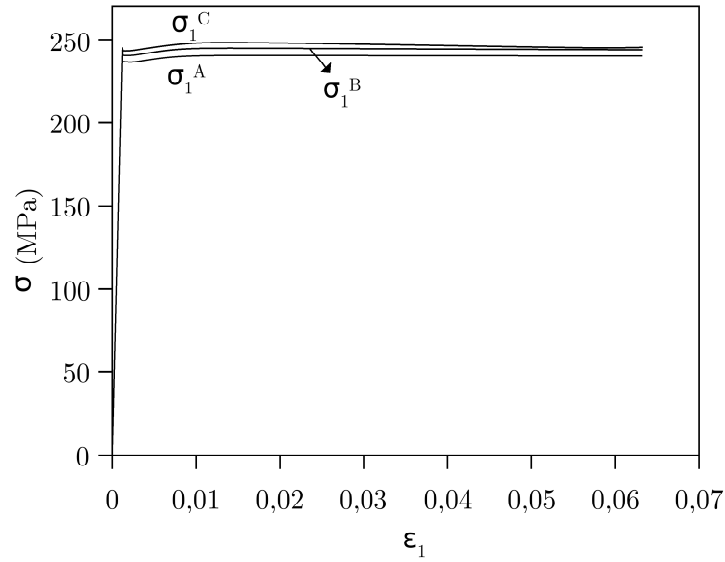
Martensitik çekirdek oluşumu sırasında martensit fazında lokalize olan plastik deformasyonlar faz dönüşümü süresince Şekil 3.12b'de görüldüğü gibi değişmemiştir. Uygulanan dış yük ile plastik deformasyon östenit fazında (Şekil 3.12a) lokalize olmaktadır. Östenit fazında oluşan kayma sonucunda martensit fazının gerilme bileşeninde de farklılık oluşmaktadır.

Çalışma sonucunda edinilen önemli sonuçlardan birisi, atermal sürtünme kuvvetinin artmasının faz dönüşümü başlangıç noktasını değiştirdiğidir. Beklenen bir sonuç olan bu durum yüksek sürtünmenin ancak yüksek bir gerilme ile aşılabileceğinin bir göstergesidir. Hacimsel oranların değişimlerini gösteren şekil incelendiğinde, faz dönüşümünün yüksek k sürtünme kuvveti değerinde daha geç başladığı görülmektedir (Şekil 3.13). Şekil 3.14'te verilen sonuçlara göre, yüksek atermal sürtünme kuvvetine sahip malzemelerde oluşan gerilme, düşük atermal sürtünme kuvvetine sahip malzemelerde oluşan gerilmelere göre daha yüksektir.

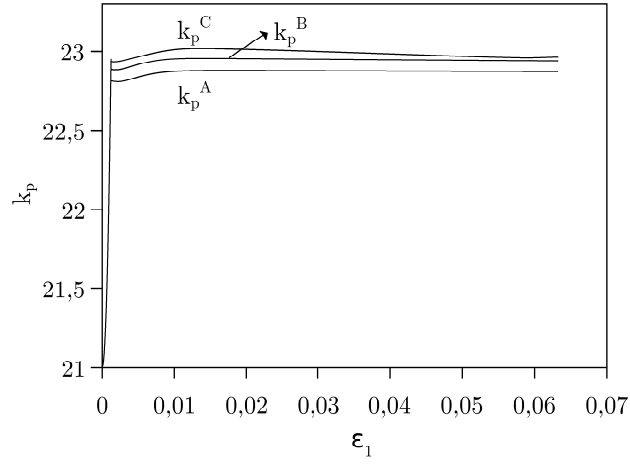
Martensit gelişimi sırasında meydana gelen plastik bariyer Şekil 3.15'te verilmiştir. Fazların gerilme bileşenlerinde meydana gelen değişiklik farklı plastik gerinimlerin oluşmasına sebep olduğundan, her üç çalışmada farklı plastik bariyer



Şekil 3.13: Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M) uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Büyütülmüş şekilde görüldüğü gibi atermal sürtünme kuvvetinin artmasıyla faz dönüşümünün başlangıcı ötelenmektedir.



Şekil 3.14: Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ele alınan hacim içerisindeki ortalama gerilmenin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Sisteme eksenel yüklemeye uygun bir yük uygulandığından yalnızca σ_1 gerilme bileşeni elde edilmiştir. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile ele alınan hacim içerisinde daha yüksek gerilmeler elde edilmektedir.



Şekil 3.15: Yükleme boyunca farklı atermal sürtünme kuvveti değerlerinde ($k=0.5$, $k=0.3$ ve $k=0$) ara yüzey ilerlemesi sırasında plastik deformasyonlardan dolayı oluşan plastik bariyerin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Atermal sürtünme kuvvetinin artması ile plastik deformasyonlar artmış bu nedenle plastik bariyer artmıştır.

elde edilmiştir. Atermal sürtünme kuvveti azaldıkça gerilmeler de azalmış bunun sonucunda FD boyunca oluşan plastik bariyer azalmıştır.

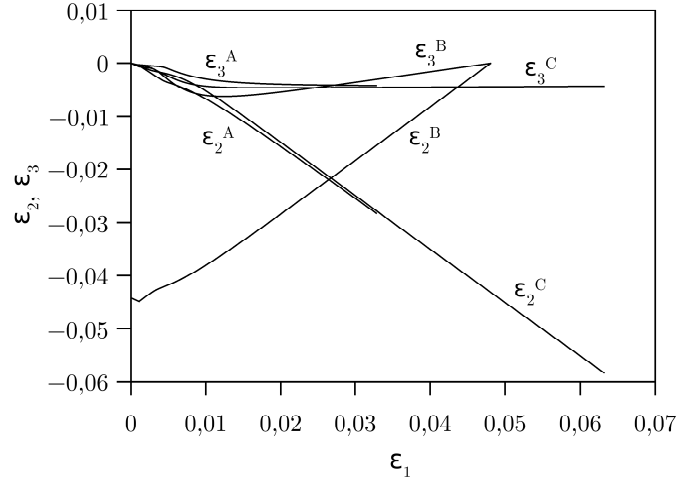
3.6.2.2 Dönüşüm Geriminin faz dönüşümü kinetiğine etkisi

Bu çalışmada üç farklı dönüşüm gerimine sahip malzemelere aynı sıcaklık ve yük uygulanarak dönüşüm geriminin FD kinetiği üzerindeki etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma ile ilgili parametreler Çizelge 3.3'te verilmiştir. Eksenel gerilme durumunun elde edilebilmesi için hesaplanan gerinim bileşenleri Şekil 3.16'da gösterilmiştir. Dönüşüm geriminin FD kinetiği üzerindeki en büyük

Çizelge 3.3: Eksenel yükleme altında dönüşüm gerinimi etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri

Çalışma	k	v	ϵ^t	$\Delta\varphi^\theta$
A	0	0.1	{0.04, -0.02, -0.02}	-5
B	0	0.1	{0.06, -0.03, -0.03}	-5
C	0	0.1	{0.08, -0.04, -0.04}	-5

etkisi plastik gerinimler ve martensitik çekirdek oluşumu sırasındaki ara yüzey normali üzerinedir. Farklı dönüşüm gerinimlerinde, yani farklı malzemelerde



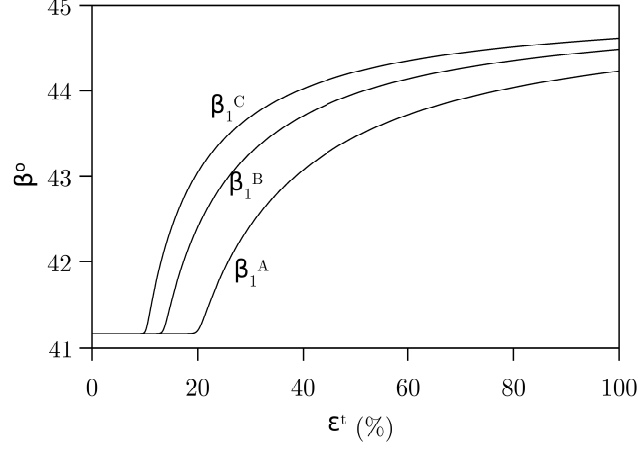
Şekil 3.16: Farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ortalama gerilmenin tek eksenli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi.

ara yüzey normal doğrultusu da farklı olmaktadır. Dönüşüm gerinimi arttıkça martensitik çekirdek ile östenit arasındaki ara yüzey doğrultusunun başlangıç değerinden daha fazla saptığı görülmüştür (Şekil 3.17) Çünkü dönüşüm gerinimi arttıkça çekirdekteki plastik deformasyon artmakta bu da ara yüzeyin daha fazla dönmesine sebep olmaktadır.

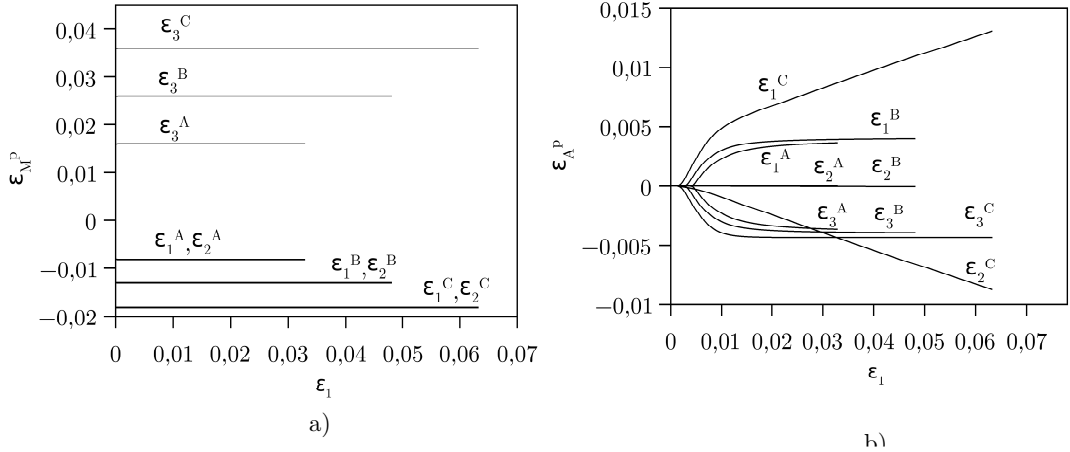
Martensit fazının FD süresince plastik gerinimindeki değişim Şekil 3.18a'da, östenit fazının plastik gerinimindeki değişim Şekil 3.18b'de gösterilmiştir. Dönüşüm geriniminin, plastik gerinimler üzerindeki etkisi oldukça fazladır. Dönüşüm geriniminin oldukça büyük olduğu C örneğinde diğerlerinde farklı olarak x_2 yönünde de plastik deformasyon olduğu görülmektedir.

Şekil 3.19'da verilen toplam gerilmenin dönüşüm geriniminden etkilendiği görülmektedir. Faz dönüşümü tamamlandıktan hemen sonra yükleme durdurulmuştur. Bu nedenle gerilmelerin değişimleri incelendiğinde farklı gerinim noktalarında FD sonlanmıştır. Dönüşüm gerinimi ne kadar büyürse FD de o kadar geç tamamlanmıştır. Aynı şekilde hacimsel oranlar (Şekil 3.20) incelenirse martensitin gelişiminin farklı eğimlerde olduğu görülmüştür.

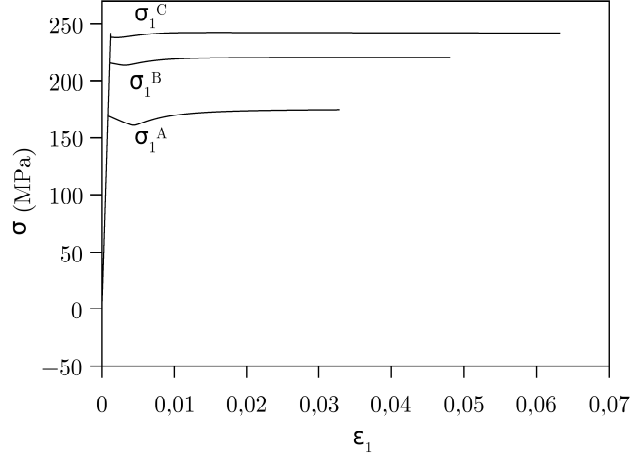
Şekil 3.21'de östenit fazının x_1 ve x_3 yönündeki gerilme bileşenlerinde ani değişim görülmektedir. FD başladıktan hemen sonra plastik deformasyonun bir süre oluşmaması yüzünden dönüşüm geriniminden kaynaklı bir gerinim yumuşaması



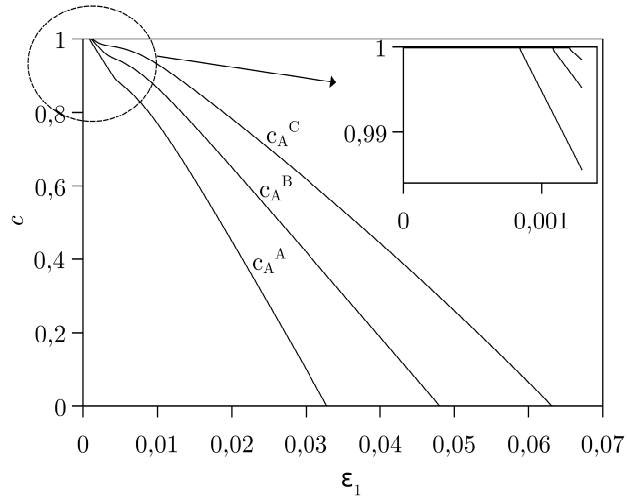
Şekil 3.17: Martensitik çekirdek oluşurken farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ara yüzey normalinin x_1 eksenine yaptığı açının (β_1) değişimi. Belli bir dönüşüm gerinimi artımdan sonra plastik gerinimler devreye girerek ara yüzey normalinde değişime sebep olmaktadır. Dönüşüm gerinimi arttıkça plastik deformasyonlar daha erken oluşmakta ve ara yüzey normalinde daha erken değişime sebep olmaktadır.



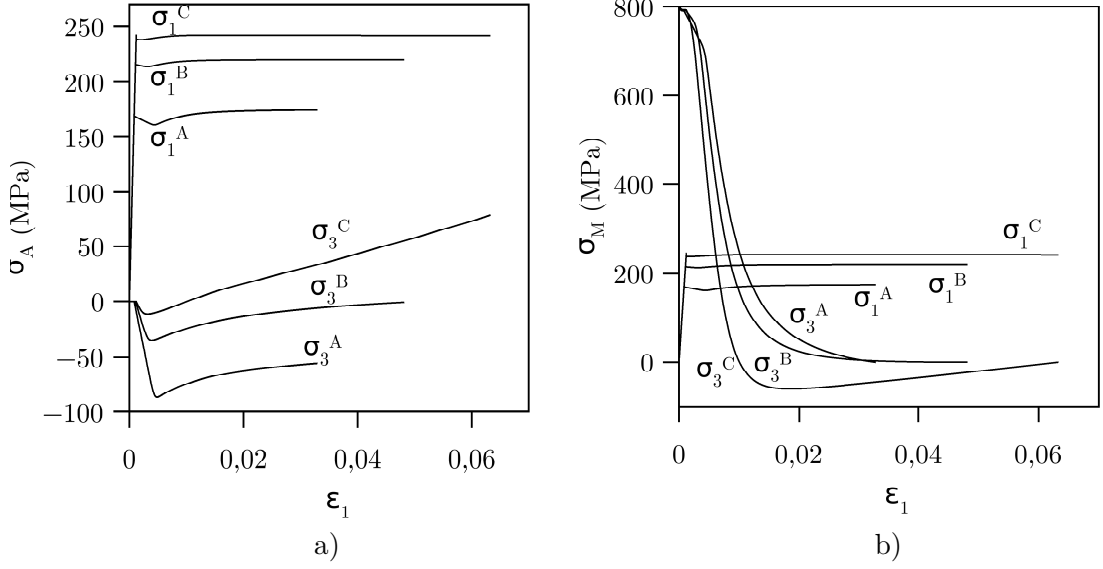
Şekil 3.18: Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde (a) martensit, (b) östenit fazlarında meydana gelen plastik gerinimlerin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Faz dönüşümü sırasında martensit fazında plastik deformasyon oluşturacak gerilmeler elde edilmediğinden martensitik çekirdek oluşumundan kalan plastik gerinimler değişmemiştir. Faz dönüşümü süresince oluşan plastik gerinimler daha yumuşak faz olan östenitte lokalize olmuştur. Dönüşüm gerinimi arttıkça daha fazla plastik gerinim oluşmuştur.



Şekil 3.19: Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinimi değerlerinde ele alınan hacimde meydana gelen ortalama gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Eksenel yükleme uygulandığından yalnızca σ_1 gerilme bileşenlerinin değeri varken diğer bileşenler sıfırdır. Dönüşüm geriniminin artması daha yüksek gerilmeler oluşturmaktadır.



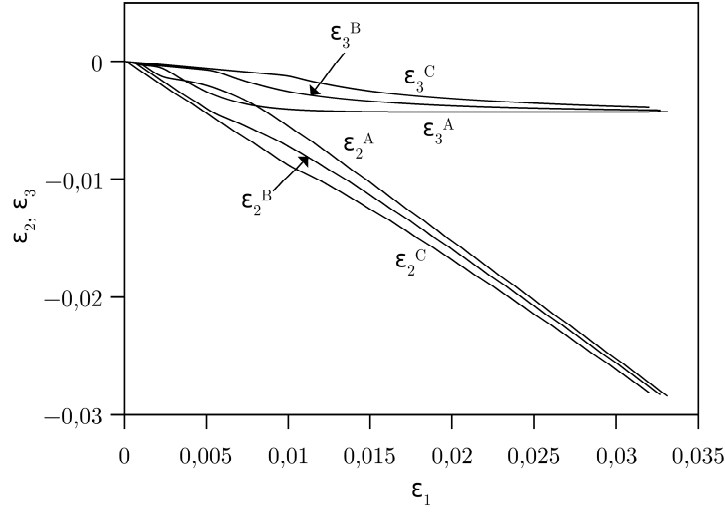
Şekil 3.20: Yükleme boyunca fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M), uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Yüksek dönüşüm gerinimine sahip numunelerde daha fazla fazla plastik gerinim meydana geldiğinden ara yüzey hareketi zorlaşarak faz dönüşümü daha geç tamamlanmıştır.



Şekil 3.21: Yükleme boyunca farklı dönüşüm gerinim değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarda meydana gelen gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Belli bir yükleme adımına kadar plastik gerinim oluşmadığından östenit fazında gerinim yumuşaması görülür. Daha sonra plastik gerinimin devreye girmesi ile gerilme bileşenlerinde artış görülür. Dönüşüm geriniminin artması ile oluşan gerilme değeri de artmaktadır. Martensit fazında faz dönüşümünden hemen sonra σ_3 gerilme bileşeni azalmaya başlamış ve faz dönüşümünden kaynaklı bir gerilme davranışı sergilemiştir. Dönüşüm gerinimindeki artışa bağlı olarak daha yüksek gerilmeler elde edilmiştir.

görülmektedir [7]. Ancak, plastik deformasyonun östenit içerisinde lokalize olmasıyla gerilmeler de artmaya başlamıştır. Bu durum literatürde yer alan pek çok deneysel çalışma ile niteliksel olarak örtüşmektedir. Fazlarda ve dönüşen hacimde mükemmel-plastik bir malzeme davranışı yerine pekleşmenin olduğu varsayılsaydı deneysel sonuçlara çok daha yakın sonuçlar elde edilebilirdi.

Bu örnekte dönüşüm kaynaklı plastisitenin FD üzerine olan etkisi açıkça görülmektedir. Ayrıca dönüşüm geriniminin farklı olması, malzemenin farklı olduğu anlamına gelmesinden dolayı farklı gerilme değerleri elde edilmiştir. Martensit fazının yükleme boyunca meydana gelen gerilmesi Şekil 3.21b'de verilmiştir.



Şekil 3.22: Farklı sıcaklık değerlerinde ortalama gerilmenin tek eksenli gerilme halinde olabilmesi için gerekli olan ortalama gerinim bileşenlerinin (ε_2 ve ε_3), uygulanan ε_1 gerinimi ile değişimi.

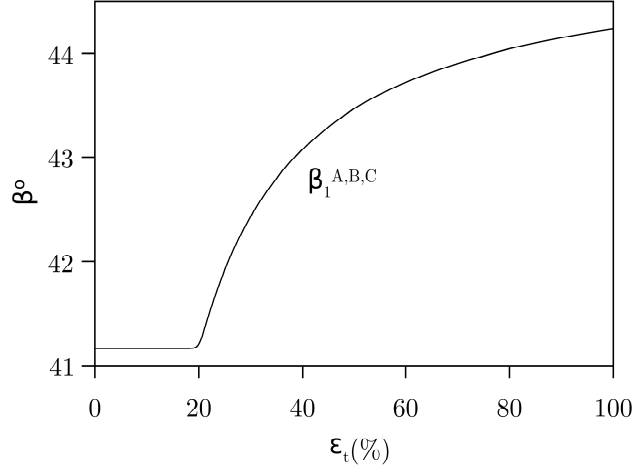
3.6.2.3 Sıcaklığın faz dönüşümü kinetiğine etkisi

Bu bölümde tek eksenli yükleme altında sıcaklığın etkisi incelenmiştir. Çizelge 3.4'e kullanılan malzeme parametreleri ve çalışmalarda kullanılan sıcaklık değerleri verilmiştir. Eksenel gerilme durumunu veren gerinim bileşenleri Şekil 3.22'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.4: Eksenel yükleme altında sıcaklığın etkisi için yapılan çalışmada kullanılan malzeme parametreleri

Çalışma	k	v	ε^t	$\Delta\varphi^\theta$
A	0	0.1	{0.04, -0.02, -0.02}	-3
B	0	0.1	{0.04, -0.02, -0.02}	-6
C	0	0.1	{0.04, -0.02, -0.02}	-10

Sıcaklığın martensitik çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinin değişiminde etkili olmadığı Şekil 3.23'te görülmektedir. Çünkü çekirdek için yapılan hesaplamalarda sıcaklık bulunmamaktadır. Sıcaklık FD yüzeyini (Şekil 2.2) değiştirdiği için FD başlangıç noktası üzerinde etkisi vardır. Sıcaklık arttıkça FD başlangıcı Şekil 3.24'te görüldüğü gibi ertelenmektedir. Farklı sabit sıcaklıklar, fazların dönüşüm hızını değiştirmiştir. Aynı yükleme adımı için farklı hacimsel

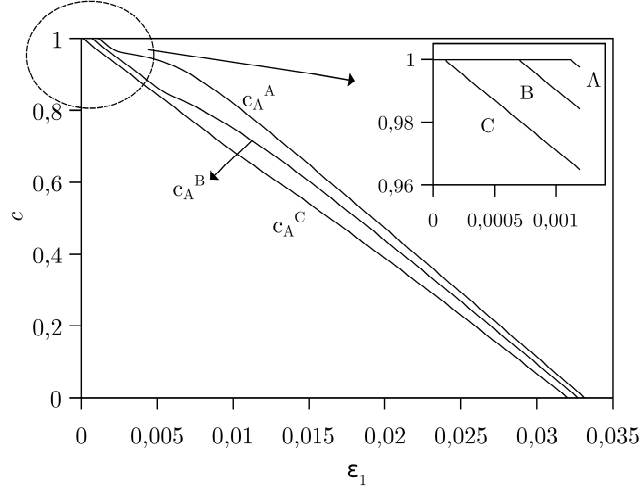


Şekil 3.23: Martensitik çekirdek oluşurken farklı sıcaklık değerlerinde ara yüzeyin normalinin x_1 eksenine göre yaptığı açının (β_1) değişimi. Plastik gerinimlerin meydana gelmesi ile çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinde değişim meydana gelmektedir. Sıcaklık faz dönüşümü süresince etkili bir parametre olduğundan çekirdek oluşumu sırasında ara yüzey normalinde bir değişime sebep olamamış dolayısıyla bütün numunelerde benzer davranış elde edilmiştir.

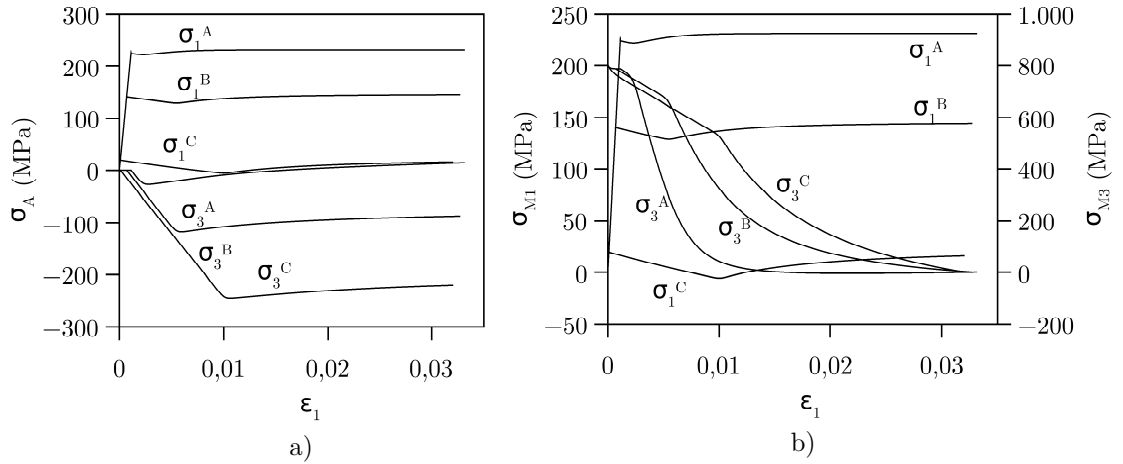
oranlar oluşabilmektedir (Şekil 3.24). Sıcaklığın düşmesi ile aynı yükleme adımında östenit fazının hacimsel oranının azalması beklenen bir durumdur. Çünkü düşük sıcaklıkta martensit kararlı fazdır. Sıcaklığın az olması daha fazla martensit oluşmasına katkı sağlamıştır ya da daha az östenitin dönüşmesine sebep olmuştur.

FD boyunca sıcaklığın değişmesi ile fazların gerilmelerinde değişim gerçekleşmiştir. Östenit fazında meydana gelen değişiklik Şekil 3.25a'da verilmiş, martensit fazında meydana gelen değişiklik Şekil 3.25b'de verilmiştir. Şekil 3.26'da görüldüğü gibi bir önceki problemdekine benzer bir gerilme-gerinim grafiği elde edilmiştir. FD başladıktan sonra bir süre gerinim yumuşaması olmuş, plastik deformasyonun devreye girmesiyle gerilmeler artmaya başlamıştır. Önceki problemdekine benzer bulgular bu problem için de geçerlidir.

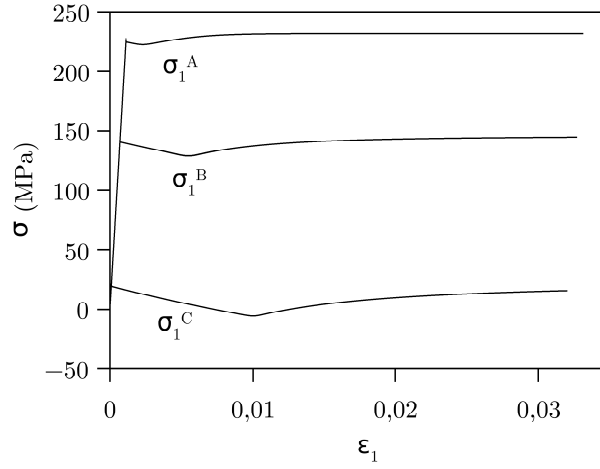
Plastik deformasyonun, kaymadan ya da dönüşümden kaynaklı olması geliştirdiğimiz model ile belirlenebilmektedir. Şekil 3.27a'da östenit fazı için, Şekil 3.27b'de, martensit fazı için plastik gerinimlerinin değişimleri verilmiştir. Sıcaklığın artması ile östenit fazında oluşan plastik deformasyon artmaktadır. Aynı koşullar altında, sıcaklığın daha yüksek alındığı bir durumda faz dönüşümü başlamamış fakat



Şekil 3.24: Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde fazların hacimsel oranlarının (c_A ve c_M) uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Büyütülmüş resimde görülebileceği gibi sıcaklığın farklı olması faz dönüşüm başlangıç noktalarını değiştirmiş aynı zamanda faz dönüşümü süresince hacimsel oranların değişimine de etki etmiştir.

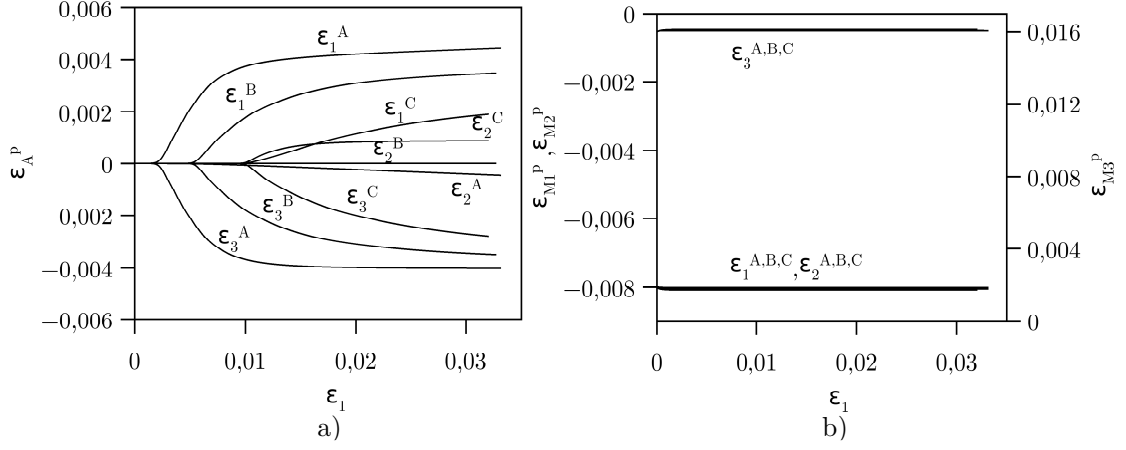


Şekil 3.25: Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen gerilme bileşenlerinin uygulanan gerinim (ε_1) ile değişimi. Sıcaklığın artması ile östenit ve martensit fazlarının gerilme değerleri artmıştır.

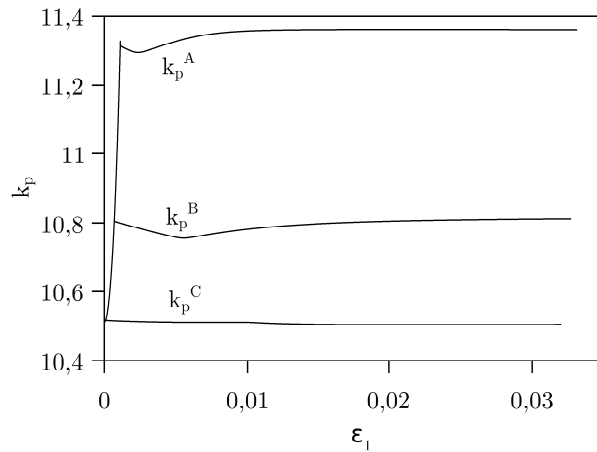


Şekil 3.26: Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde ele alınan hacimde oluşan toplam gerilmenin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Eksenel yüklemeye uygun bir değişim elde edilmiş yalnızca σ_1 gerilme bileşeni oluşmuştur. Diğer gerilme bileşenleri sıfırdır. Sıcaklığın arttırılması ile ele alınan hacim içerisinde daha yüksek gerilmeler elde edilmiştir.

östenit fazında plastik deformasyon oluşmuştur. Yani bu durumda kafes değişmez kayması, martensit oluşumu yerine plastik kayma ile oluşmuştur. Görüldüğü gibi kullanılan model yükleme şartlarına göre kafes değişmez kayma modunu hesaplamaların sonucu olarak bulabilmektedir. Plastik bariyer de sıcaklık değişiminden etkilenmektedir (Şekil 3.28). Sıcaklık arttıkça daha fazla plastik deformasyon olduğu için plastik yitim de artmaktadır.



Şekil 3.27: Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde (a) östenit, (b) martensit fazlarında meydana gelen plastik gerinimlerin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Uygulanan yük sonucu oluşan plastik gerinimler martensite göre daha yumuşak olan östenit fazında lokalize olmuştur. Sıcaklığın artması ile fazlarda oluşan gerilme arttığından plastik deformasyon artmıştır. Martensit fazında çekirdek içerisinde daha önce oluşmuş plastik gerinimleri değiştirecek bir gerilme elde edilmediğinden plastik gerinimler faz dönüşümü boyunca sabit kalmıştır.



Şekil 3.28: Yükleme boyunca farklı sıcaklık değerlerinde plastik bariyerin uygulanan gerinim (ϵ_1) ile değişimi. Sıcaklığın artması ile daha fazla plastik gerinim oluştuğundan plastik bariyer artmaktadır.

4. Değerlendirme ve Sonuçlar

Bu tez çalışmasında Levitas ve zsoy'un [7] inelastik malzemelerdeki martensitik faz dönüşümleri için geliştirdiği mikromekanik tabanlı model incelenmiştir. Öncelikle sayısal bir algoritma geliştirilmiş, bu algoritma kullanılarak çeşitli sıcaklık ve yükler altında farklı malzemelerdeki martensitik faz dönüşümü problemleri özölmüştür.

Kullanılan modelin en önemli özelliği iki fazın keşişimi olan ara yüzeyin dönmesi için evrensel (bünye denklemlerinden bağımsız) itici kuvvetin açık bir ifadesinin türetilmiş olmasıdır. Eşzamanlı gerçekleşen ara yüzey ötelenmesi ve dönmesi için yitim oranı da açık bir şekilde ifade edilmiş, diğer modellerde bulunmayan atermal ve vizkoz sürtünme hesaba katılmıştır. Atermal sürtünme, katı-katı dönüşümlerinin modellenmesinde, özellikle de yarı-kararlı mikroyapıların gerçekçi tanımlanmasında, ve malzemelerin maruz bırakıldıkları termomekanik işlemlerin tanımlanmasında önemlidir.

Bu modelde bütün kristalografik parametreler (martensitik varyantların ve östenitin hacimsel oranları ve ara yüzeylerin oryantasyonları) termodinamikçe tutarlı kinetik denklemlerle belirlenmiştir. Plastik deformasyon hesaba katılarak fazlardaki plastik akış için kristal plastisitesi kullanılmış, dönüşen hacimde oluşan mikroyapıdaki plastik gerinimlerin hesaplanması için ise yeni bir yöntem önerilmiştir. Bu model ile herhangi bir gerilme durumu için kafes değişmez kesme modunun kayma veya ikizlenme olarak varsayımını yapmadan, genel, dengesiz, zamana bağlı bir durumda östenit-martensit ara yüzeyinin kristalografik parametrelerinin bulunması mümkündür. Aynı zamanda dönüşüm kaynaklı plastik gerinim (TRIP) hesaplanabilmektedir.

Yapılan çalışmayla, bu modelin elastik malzemelerdeki faz dönüşümleri üzerine

yapılan deneysel çalışmalar [63] ile iyi bir uyum sergilediği tespit edilmiştir. Aynı zamanda hesaplanan kristalografik parametrelerin basitleştirilmiş modeller ile de uyumlu olduğu görülmüştür.

Plastik malzemeler için yapılan çalışmayla, martensitik mikroyapının değişik malzemelerde, değişik şartlar altında nasıl geliştiği, hangi termomekanik işlemlerin istenen MM ve özelliklerin elde edilmesini sağladığı, FD ve plastik deformasyon etkileşiminin FD'yi nasıl ilerlettiği veya engellediği, atermal ve plastik gerinimlerden kaynaklı plastik bariyerin FD kinetiği üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bunun için genel ve aksenal yüklemeler altında ara yüzeyin hareketi ve dönmesi incelenmiştir. Farklı atermal sürtünme kuvvetleri ele alınarak, martensitik çekirdek oluşumu ve gelişimindeki etkisi incelenmiştir.

Sonuç olarak, atermal sürtünme kuvvetinin faz dönüşümü başlangıç noktasını değiştirdiği görülmüştür. Atermal sürtünmenin çok yüksek olması durumunda FD başlamayabilmektedir. Benzer şekilde malzemeye uygulanan sıcaklığın etkisiyle FD başlangıç noktası, fazlardaki gerilmenin ve plastik gerinimin gelişimi farklılık göstermektedir. Martensitik çekirdek içerisindeki ara yüzey dönmesinin, dönüşüm gerinimine bağlı olduğu elde edilmiştir. Farklı sıcaklıklarda deformasyon mekanizmasının plastik kayma veya ikizlenme tabanlı olabileceği bu model ile gösterilmiştir.

Bir başka önemli sonuç, plastik deformasyonun ara yüzey dönmesini önemli ölçüde etkilemesidir. Plastik deformasyonun olmadığı ve fazların aynı elastik özelliklere sahip oldukları varsayıldığında dönüşüm boyunca ara yüzeyde bir dönmenin oluşmadığı Levitas ve Özsoy'un [7] çalışmasında gösterilmişti. Ancak, martensitik çekirdek içerisinde oluşan yüksek iç gerilmeler, plastik deformasyona yol açmakta, bu da ara yüzeyin elastik çözümden birkaç derece farklı olmasına sebep olduğu tespit edilmiştir.

Elde edilen sonuçların deneylerde görülen malzeme davranışlarıyla niteliksel olarak örtüştüğü görülmüştür. Kullanılan modelin doğru yerleşme düzlemi varyantlarını bulduğu görülmüştür. Ayrıca bazı çalışmalarda gerinim yumuşamasını takip eden bir pekleşme öngörülmüş olup, bu davranışın deneysel çalışmalarla benzerlik taşıdığı tespit edilmiştir. Deneyler ile net bir karşılaştırmanın yapılabilmesi için bu modelde geliştirilen bünye denklemlerinin sonlu

elemanlarla birleştirilmiş bir yapı için kullanılması gerekmektedir. Babacan ve Ozsoy'un [7] elastik model kullanarak yaptıkları sonlu elemanlar analizinde, makroskopik davranışın lokal davranıştan daha farklı olabileceği, özellikle tek kristalli malzemelerde çekirdeklenme sırasında gerilmede kararsızlık olduğu, ve çok kristalli malzemeler için yapılan çalışmalarda da deneysel çalışmalar ile çok iyi bir uyum elde edildiği gösterilmiştir. Benzer bir uyumun, plastik malzeme modeli için de sağlanabileceği beklenmektedir.

5. Kaynaklar

- [1] Kırındı, T., 2004, Fe-%12,5Mn-%5,5Si-%9Cr-%3,5Ni Alaşımında Martensitik Dönüşümler Üzerine Zor Etkilerinin İncelenmesi, Doktora Tezi, Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırıkkale.
- [2] "Martensite in Steels: Graduate Institute of Ferrous Technology, POSTECH, Korea H.K.D.H. Bhadeshia" erişim adresi: <http://cml.postech.ac.kr/a/lectures45.pdf>, erişim tarihi: 13 Mart 2013.
- [3] Bhattacharya, K. Theory of martensitic microstructure and the shape-memory effect. Division of Engineering and Applied Science (California Institute of Technology, USA)
- [4] Rios, P.R., Guimarães, J.R.C., Microstructural path analysis of martensite burst, Mat. Res, 13 no.1, 2010
- [5] Hedström, P., 2007, Deformation and Martensitic Phase Transformation in Stainless Steels, Doktora Tezi, Lulea Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Lulea
- [6] "Martensitic phase transformations: the memory of shape" erişim adresi: <http://www.iucr.org/news/newsletter/volume-7/number-2/martensitic-transformations>, erişim tarihi: 2 Şubat 2013.
- [7] Ozsoy, I.B., 2007., Micromechanics of stress-induced martensitic phase transformations, Doktora Tezi, Texas Tech Üniversitesi.
- [8] Hosford, W.F., Mechanical Behavior of Materials, Cambridge University Press, New York, 2005
- [9] Saxena, A., Wu, Y., Lookman, T., Shenoy, S., Bishop, A., 1997. Hierarchical

pattern formation in elastic materials. *Physica A: Stat. Theoret. Phys.* 239 (1-3), 18-34.

[10] Rasmussen, K., Lookman, T., Saxena, A., Bishop, A.R., Albers, R.C., Shenoy, S.R., 2001. Threedimensional elastic compatibility and varieties of twins in martensites. *Phys. Rev. Lett.* 87, 055704.

[11] Wang, Y., Khachaturyan, A., 1997. Three-dimensional field model and computer modeling of martensitic transformations. *Acta Mater.* 45 (2), 759-773.

[12] Chen, L. Q., 2002. Phase-Field Models for Microstructure Evolution. *Annual Review of Materials Research*, 32, 113-140.

[13] Chen, L., Shen, J., 1998. Applications of semi-implicit Fourier-spectral method to phase field equations. *Comput. Phys. Commun.* 108 (2-3), 147-158

[14] Levitas, V.I., Idesman, A.V., Preston, D., 2004. Microscale simulation of evolution of martensitic microstructure. *Phys. Rev. Lett.* 93 (10), 105701-1-105701-4

[15] Idesman, A.V., Levitas, V.I., Preston, D.L., Cho, J.-Y., 2005. Finite element simulations of martensitic phase transitions and microstructure based on strain softening model. *J. Mech. Phys. Solids* 53 (3), 495-523.

[16] Levitas, V.I., Stein, E., 199. Simple micromechanical model of thermoelastic martensitic transformations. *Mech. Res. Commun.* 24(3), 309-318

[17] Levitas, V., Idesman, A., Stein, E., 1999. Shape memory alloys: micromechanical modeling and numerical analysis of structures. *Int. J. Intelligent Mater. Systems Struct.* 10, 983-996.

[18] Siredey, N., Patoor, E., Berveiller, M., Eberhardt, A., 1999. Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys. Part I. Intragranular interactions and behavior of the grain. *Int. J. Solids Struct.* 36 (28), 4289-4315.

[19] Lim, T., McDowell, D.L., 2002. Cyclic thermomechanical behavior of a

polycrystalline pseudoelastic shape memory alloy. *J. Mech. Phys. Solids* 50 (3), 651-676.

[20] Thamburaja, P., Anand, L., 2001. Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture. *J. Mech. Phys. Solids* 49 (4).

[21] Buisson, M., Patoor, E., Berveiller, M., 1991. Constitutive equations for deformations induced by interfacial motions. In: *Proceedings of PLASTICITY '91: The Third International Symposium on Plasticity and Its Current Applications*. Elsevier Science Publ Ltd., Barking, UK, Paris, France, p. 536.

[22] *The Third International Symposium on Plasticity and Its Current Applications*. Elsevier Science Publ Ltd., Barking, UK, Paris, France, p.536

[23] Boyd, J.G., Lagoudas, D.C., 1996a. Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy. *Int. J. Plasticity* 12 (6), 805-842.

[24] Boyd, J.G., Lagoudas, D.C., 1996b. Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part II. The SMA composite material. *Int. J. Plasticity* 12 (7), 843-873.

[25] Hall, G.J., Govindjee, S., 2002. Application of a partially relaxed shape memory free energy function to estimate the phase diagram and predict global microstructure evolution. *J. Mech. Phys. of Solids* 50 (3), 501-530.

[26] Roitburd, A.L., 1993. Elastic domains and polydomain phases in solids. *Phase Transit.* 45, 1-33.

[27] Bhattacharyya, K., Kohn, R.V., 1996. Symmetry, texture and the recoverable strain of shape-memory polycrystals. *Acta Mater.* 4, 529-542.

[28] Kuczma, M., Levitas, V., Mielke, A.E.S., 1997. Nonisothermal hysteresis loops in pseudoelasticity. In: *Proceedings of the XIII Conference on Computer Methods in Mechanics*, Posnan, 5-8 May 1997, pp. 711-718.

[29] Beissel, S., Belytschko, T., 1996. On patterns of deformation in phase transformations and luders bands. *Int. J. Solids Struct.* 33 (12), 1689.

- [30] Shaw, J.A., 2000. Simulations of localized thermo-mechanical behavior in a niti shape memory alloy. *Int. J. Plasticity* 16 (5), 541-562.
- [31] Roitburd, A.L., 1974. Theory of formation of heterophase stucture under phase transformation in solid state. *Soviet Physics - Uspehi* 17, 32-55.
- [32] Khachaturyan, A. G. and Shatalov, G. A., 1969. Theory of Macroscopic Periodicity for Phase Transition in Solid State. *Soviet Physics JETP*, Vol. 29, 557-561.
- [33] Khachaturyan, A. G., 1983. *Theory of Structural Transformation in Solids*. New York, John Wiley and Sons.
- [34] Wechsler, M.S., Lieberman, D.S., Read, T.A., 1953. On the theory of the formation of martensite. *Trans. AIME* 197, 1503-1515.
- [35] Wayman, C.M., 1964. *Introduction to the Crystallography of Martensitic Transformation*. (Macmillan, New York).
- [36] Ball, J. M., James, R. D., 1987. Fine phase mixtures as minimizers of energy, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 100, 13-52.
- [37] Kohn, R., 1991. The relaxation of a double-well energy. *Continuum Mech. Thermodyn.* 3, 193-236.
- [38] Bhattacharya, K., 2004. *Microstructure of Martensite. Why It Forms and How It Gives Rise to the Shape-Memory Effect* (Oxford University Press, New York).
- [39] Roytburd, A.L., Slutsker, J., 2001. Deformation of adaptive materials. Part III: Deformation of crystals with polytwin product phases. *J. Mech. Phys. Solids* 49 (8), 1795-1822.
- [40] Levitas, V.I., 1992. *Thermomechanics of Phase Transformations and Inelastic Deformations in Microhomogeneous Materials* (Nukova Dumka, Kiev 1992)
- [41] Levitas, V.I., 1995. The postulate of realizability: formulation and applications to post-bifurcation behavior and phase transitions in elastoplastic materials. Part I and II. *Int. J. Eng. Sci.* 33 (7), 921-970.

- [42] Levitas, V. I., 2000 Structural Changes without Stable Intermediate State in Inelastic Material. Part I and II. *Int. J. Plasticity* 16, 805-849 and 851-892.
- [43] Mielke A., Theil F., Levitas V.I., 2002. A Variational Formulation of Rate-Independent Phase Transformations Using an Extremum Principle. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol 162, 137-177.
- [44] Kruzik M., Mielke A., Roubicek T., 2005. Modelling of microstructure and its evolution in shape-memory-alloy single-crystals, in particular in CuAlNi *Meccanica* 40, 389-418.
- [45] Stupkiewicz, S., Petryk, H., 2002. Modelling of laminated microstructures in stress-induced martensitic transformations. *J. Mech. Phys. Solids* 50 (11), 2303-2331.
- [46] Eshelby, J.D., 1970. Energy relations and the energy-momentum tensor in continuum mechanics. In: Kanninen, M.F. (Editor), *inelastic Behaviour of Solids*. McGraw Hill, New York, 77-115
- [47] Kaganova I., Roitburd, A.L., 1988. Equilibrium between elastically-interacting phases. *Sov. Phys. JETP* 67, 1173-1183.
- [48] Abeyaratne, R., Knowles J. K., 1993. A continuum model of a thermoelastic solid capable of undergoing phase-transitions. *J Mechanics and Physics of Solids* 41, 541-571.
- [49] Roitburd, A.L., Kosenko, N.S., 1976. Orientational dependence of the elastic energy of a plane interlayer in a system of coherent phases. *Phys. Stat. Sol. A* 35 (2), 735-746.
- [50] Roitburd, A.L., Kosenko, N.S., 1977. Elastic energy of a plate inclusion in an anisotropic elastic medium. *Scripta Metallurgica* 11 (12), 1039-1043.
- [51] Roitburd A.L., 1983. Thermodynamics of phase formation in solids under external stresses. *Soviet Physics Crystall.* 26, 628-633.
- [52] Levitas, V.I., Ozsoy, I.B., 2009. Micromechanical modelling of stress-induced phase transformations. Part 1. Thermodynamics and kinetics of coupled interface propagation and reorientation, *Int. J. Plasticity*, 25(2),239-280

- [53] Levitas, V.I., Ozsoy, I.B., 2009. Micromechanical modelling of stress-induced phase transformations. Part 2. Computational algorithms and examples, *Int. J. Plasticity*, 25(3), 546-583
- [54] Chapra, C.S., Canale, R.P. 2010. *Numerical Methods for Engineers*, Mc Graw Hill, 6th Edition
- [55] Vizyon 2023 Projesi Malzeme Teknolojileri Strateji Grubu, 2004. *Malzeme Teknolojileri Stratejisi*, Tubitak, Ankara
- [56] Shield T.W., 1995. Orientation dependence of the pseudoelastic behaviour of single crystals of Cu-Al-Ni in tension., *J. Mech. Phys. Solids* 43, 869-895
- [57] Vedantam, S., 2000., *Constitutive Modelling of Cu-Al-Ni Shape Memory Alloys.*, Massachusetts Mnstitute of Technology
- [58] Duggin, M.J., Rachinger, W.A., 1964. *Acta Metal.*, 12,259
- [59] Bhattacharya, K., 1997. Theory of martensitic microstructure and the shape memory effect, *Microstructure to Macroscopic properties*, *Trans. Tech. Publication*
- [60] Huang, Y., 1991. A user-material subroutine incorporating single crystal plasticity in the ABAQUS finite element program. Mech Report 178, Division of Applied Sciences, Harvard University, Cambridge, MA.
- [61] Kysar, J.W., 1997. Addendum to A user-material subroutine incorporating single crystal plasticity in the ABAQUS finite element program, Mech Report 178. Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, Cambridge, MA.
- [62] Levitas, V. I., 1998. Thermomechanical Theory of Martensitic Phase Transformations in Inelastic Materials. *Int. J. Solids and Structures* 35, 889-940.
- [63] Fisher, F.D., Reisner, G., Werner, E., Tanaka, K., Cailletaud, G., Antretter, T., A new view on transformation induced plasticity (TRIP), *Int. Journal of Plasticity*, 16, 723-748, 2000.

6. ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : GÜNEL, İlkay
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 06.01.1986 İSTANBUL
Medeni hali : Bekar
Telefon : +90(554) 810 90 46
Faks :
e-mail : ilkaygunel@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Gazi Üniversitesi Üniversitesi	2009

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2012-	Türk Traktör	Mevcut Ürün Mühendisi
2009-2012	TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Günel, İ., Babacan, N., Özsoy, İ.B., “CuAlNi Şekil Hafızalı Alaşımında Martensitik Faz Dönüşümleri”, 6th International Advanced Technologies Symposium (IATS'11), Elazığ, TÜRKİYE

Babacan, N., Gunel, I., Ozsoy, I.B., “Martensitic phase transformations in CuAlNi shape memory alloys”, Advanced Materials Research, v.445, pp.1076-1081, 2012.