

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇEKME VE EĞİLME YÜKLERİ ALTINDAKİ İZOTROPİK VE KOMPOZİT
YAPILARDA HASARI TAHMİN EDEN BAĞ BAZLI PERİDİNAMİK TEORİYİ
KULLANAN BİR YÖNTEM GELİŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ahmet TAŞTAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

NİSAN 2016

Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

.....
Prof. Dr. Osman EROĞUL
Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

.....
Doç. Dr. Murat AKTAŞ
Anabilim Dalı Başkanı

TOBB ETÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 131511010 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Ahmet TAŞTAN**'ın ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "**ÇEKME VE EĞİLME YÜKLERİ ALTINDAKİ İZOTROPİK VE KOMPOZİT YAPILARDA HASARI TAHMİN EDEN BAĞ BAZLI PERİDİNAMİK TEORİYİ KULLANAN BİR YÖNTEM GELİŞTİRİLMESİ**" başlıklı tezi **11.04.2016** tarihinde aşağıda imzaları olan jüri tarafından kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER**
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Erdem ACAR (Başkan)**
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

Doç. Dr. Demirkan COKER
Orta Doğu Teknik Üniversitesi

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, alıntı yapılan kaynaklara eksiksiz atıf yapıldığını, referansların tam olarak belirtildiğini ve ayrıca bu tezin TOBB ETÜ Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Ahmet TAŞTAN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇEKME VE EĞİLME YÜKLERİ ALTINDAKİ İZOTROPİK VE KOMPOZİT YAPILARDA MUKAVEMET VE HASARI TAHMİN EDEN BAĞ BAZLI PERİDİNAMİK TEORİYİ KULLANAN BİR YÖNTEM GELİŞTİRİLMESİ

Ahmet TAŞTAN

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mehmet Ali GÜLER

Tarih: Nisan 2016

Günümüzde, kompozit malzemelerin davranışının, hasarının ve hasarının seviyesinin belirlenmesinde çoğunlukla yerel teori denklemlerini kullanan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmaktadır. Ancak sonlu elemanlar yöntemi, bu konuda tek başına yeterli olmadığından hasarın yönünün ve şiddetinin belirlenmesinde deneysel metodlardan yararlanılmaktadır. Bu ve buna benzer kırılma mekaniği metotları hasar başlangıcını, şiddetini, hızını ve dallanmasını tahmin etmekte zorlanmaktadır. Klasik sürekli ortamlar mekaniği yerel kısmi diferansiyellere dayalıdır. Peridinamik teori ise yerel olmayan ve integral bazlı denklemlere bağlı bir formülasyondur. Dolayısıyla malzemelerde meydana gelebilecek hasar oluşumu ve ilerlemesinin tahmininde klasik sonlu elemanlar yöntemine kıyasen üstün özelliklere sahiptir. Peridinamik teorisinin avantajlarından birisi hem izotropik hem de kompozit malzemelerde çatlak ucu hasar davranışını tahmin edebilme yeteneğidir. Bu çalışmada peridinamik teori ABAQUS sonlu elemanlar yazılımına uyarlanmıştır. Buna ek olarak MATLAB yazılımı kullanılarak sanki-statik çözümler oluşturulmuştur. Sonlu elemanlar yazılımına uyarlamada çubuk elemanlar, peridinamik bağları temsil etmiştir. Bu yaklaşıma uygun peridinamik modellerin oluşturulabilmesi için MATLAB programı ile bir kod geliştirilmiş ve ABAQUS'e uygun olarak girdi dosyaları oluşturulmuştur.

Bu kod aracılığıyla analiz edilen geometrideki delik ve çatlak gibi süreksizliklerin ayrıklaştırılmış modelleri oluşturulmuştur. Peridinamik teori kullanılarak çekme ve eğilme yükleri uygulanan izotropik ve kompozit yapılar için elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemi ve literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Genel olarak peridinamik teori ile elde edilen sonuçların literatür ve sonlu elemanlar yöntemi çözümleri ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Peridinamik teoriye bağlı olarak geliştirilen yöntemin hasar oluşumu ve hasar ilerlemesini modellemek için önemli bir potansiyele sahip olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Peridinamik teori, Hasar oluşumu ve ilerlemesi, Kompozit malzemeler.



ABSTRACT

Master of Science

DEVELOPMENT OF A METHOD TO PREDICT STRENGTH AND FAILURE OF ISOTROPIC AND COMPOSITE STRUCTURES UNDER TENSION AND BENDING LOADINGS USING BOND-BASED PERIDYNAMIC THEORY

Ahmet TAŞTAN

TOBB University of Economics and Technology
Institute of Natural and Applied Sciences
Mechanical Engineering Science Programme

Supervisor: Prof. Mehmet Ali GÜLER

Date: April 2016

Nowadays, finite element method using classical local theory equations is usually used while determining the material behavior, damage and its level in composite structures. However, finite element method utilizes experimental methods to determine damage level and direction since it is not enough to model crack tips. These type of classical methods on the basis of linear elastic fracture mechanics have difficulties to predict damage initiation, magnitude, propagation speed and nucleation. Classical continuum mechanics is based on spatial partial derivatives. Peridynamic theory is based on integro-differential equations and therefore inherently more suitable for failure initiation and propagation in materials. One of the advantages of peridynamic theory is its ability to predict crack tip damage behavior in both isotropic and composite materials. Peridynamic theory is implemented in finite element programs ABAQUS in this study. In addition to this, quasi-static solvers are prepared by using MATLAB. In implementation, truss elements represent peridynamic bonds in FEA softwares. A MATLAB code is developed to create peridynamic models suitable to this approach and ABAQUS input files are constituted. With the help of this code, discontinuities like circular cutouts and cracks

are modeled in analyzed geometries. Results obtained using peridynamic theory are compared with FEA solutions and results from literature. In general, peridynamic results are in good agreement with results from literature and FEA solutions. Based on the results obtained in this study, it is also concluded that the procedure in this study using peridynamic theory has an important potential to model failure initiation and failure propagation in materials.

Keywords: Peridynamic theory, Failure initiation and propagation, Composite materials.



TEŞEKKÜR

Kendisiyle çalışmaktan her zaman keyif aldığım, tezin ortaya çıkarılmasında ve sonuca ulaşmasında büyük emeği olan danışman hocam Prof. Dr. Mehmet Ali Güler'e göstermiş olduğu sabır ve desteği için teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince kıymetli tecrübelerinden yararlandığım ve karşılaştığım sıkıntıları aşmam konusunda desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen değerli hocalarım Doç. Dr. Erdem Acar'a, Doç. Dr. Teyfik Demir'e ve Doç. Dr. Cihan Tekoğlu'na, göstermiş oldukları ilgiden ve katkılarından ötürü tez jüri üyesi Sayın Doç. Dr. Demirkan COKER'e teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmalarımı 112M891 kodlu 1001 Projesi kapsamında maddi olarak destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK), çalışmalarımın belirli dönemlerinde yaptıkları değerli yönlendirmeleri için proje danışmanları Prof. Erdoğan Madenci'ye (Arizona Üniversitesi), Dr. Erkan Öterkuş'a (Strathclyde Üniversitesi) ve sağladığı imkânlar ile burs için TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi'ne teşekkür ederim.

Ayrıca, tez çalışmalarımın her aşamasında fikir alışverişinde bulunduğum ve beni cesaretlendirici konuşmalarını hiçbir zaman eksik etmeyen değerli proje arkadaşım Uğur Yolum'a (TOBB ETÜ Doktora Öğrencisi), çalışmalarımda beni destekleyen Teknoloji Merkezi Z-09 numaralı ofis sakinleri değerli arkadaşlarım Oğuzhan Mülkoğlu'na (TOBB ETÜ Y.L. Öğrencisi), Tezcan Kahraman'a (TOBB ETÜ Y.L. Öğrencisi), Şener Kılıç'a (TOBB ETÜ Y.L. Öğrencisi), Tiflis konferansında misafirperverliğini esirgemeyen ve eşsiz fikirleriyle ufku genişleten değerli hocam Yusuf Fuat Gülver'e (Tiflis Devlet Üniversitesi Doktora Öğrencisi) sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak, her koşulda yanımda olan, desteklerini eksik etmeyen aileme ve nişanlım Zeynep Yetik'e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİL LİSTESİ	xi
KISALTMALAR	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Yerel Teoriler	1
1.2 Yerel Olmayan Teoriler	4
1.2.1 Peridinamik teori	5
1.3 Peridinamik Modeller için Genel Çözüm Yöntemi Çeşitlerinin Araştırılması	10
1.3.1 Kapalı çözüm	10
1.3.2 Açık çözüm	11
2. GENEL BİLGİLER	13
2.1 İzotropik Yapılar için Bağ Bazlı Peridinamik Teori	16
2.1.1 Bir boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi	16
2.1.2 İki boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi	19
2.1.3 Üç boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi	23
2.1.4 Yüzey düzeltme faktörleri	24
2.2 Kompozit Yapılar için Peridinamik Teori	28
2.2.1 Tek katmanlı kompozit yapı için peridinamik teori	28
2.2.2 Yüzey düzeltme faktörleri	39
2.3 Hasar Davranışının Tahmini için Peridinamik Teori	45
2.3.1 Sünek kırılma	46
2.3.2 Gevrek kırılma	49
3. GEREÇ VE YÖNTEM	53
3.1 Sayısal Yöntemler	53
3.1.1 Adaptif dinamik relaksasyon	53
3.1.2 Açık sonlu farklar yöntemi	56
3.1.3 Hacim düzeltme faktörü	58
3.2 Peridinamik Teorinin Uyarlanması	59
3.2.1 Sonlu elemanlar analizi yolu ile bağ bazlı peridinamik teori	59
3.2.2 ABAQUS uyarlaması	60
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	69
4.1 Bir Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri	69
4.1.1 Çekme yükü altındaki bir boyutlu çubuk probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü	69
4.1.2 Eğilme momenti altındaki bir boyutlu Timoshenko kiriş probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü	70
4.2 İki Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri	72
4.2.1 Çekme yükü altındaki iki boyutlu izotropik plaka probleminin açık (explicit) çözümü	72

4.2.2 Çekme yükü altındaki kompozit tabaka probleminin açık (explicit) çözümü (0° , 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için)	76
4.2.3 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu dairesel kesikli izotropik plaka probleminin açık (explicit) çözümü	80
4.2.4 Hız sınır şartı altındaki dairesel kesikli kompozit tabaka probleminin açık (explicit) çözümü (0° 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için).....	83
4.2.5 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için çatlak ilerlemesi probleminin açık (explicit) çözümü	88
4.2.6 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu kompozit tabaka için çatlak ilerlemesi probleminin probleminin açık (explicit) çözümü (0° 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için).....	92
4.2.7 Eğilme momenti altındaki iki boyutlu Mindlin plaka probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü	96
4.2.8 Eğilme momenti altındaki iki boyutlu kompozit tabaka probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile doğrulanması.....	98
4.2.9 Karşılıklı iki kenarından eğilme momenti yüklemesi altındaki iki boyutlu kompozit tabakalar için mukavemet tahmini ve çatlak hasarının gösterilmesi	102
4.2.10 Karşılıklı iki kenarından eğilme momenti yüklemesi altındaki iki boyutlu dairesel kesikli kompozit tabakalar için çatlak hasarının gösterilmesi	110
4.2.11 Sünek malzemelerde kırılmanın bağ bazlı peridinamik teori ile modellenmesi ve doğrulanması.....	113
4.3 Üç Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri	118
4.3.1 Çekme yükü altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin kapalı (implicit) çözümü	118
4.3.2 Üç noktadan eğme yüklemesi altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin açık (explicit) çözümü ve doğrulanması.....	121
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	125
KAYNAKLAR	127
ÖZGEÇMİŞ.....	133

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: Yerel ve yerel olmayan teoriler arasındaki ilişki [22]	4
Şekil 1.2: ABAQUS'te tanımlanan pürüzsüz adım genlik fonksiyonu	12
Şekil 2.1: Bir malzeme noktasının temsili küresel etkileşim bölgesi gösterimi	13
Şekil 2.2: PD bağ deformasyon şeması [22]	14
Şekil 2.3: Homojen aksenal yükleme altındaki bir boyutlu çubuk modeli	16
Şekil 2.4: PD Timoshenko kiriş eleman kinematığı [53]	18
Şekil 2.5: Homojen yükleme altındaki iki boyutlu plaka modeli	19
Şekil 2.6: Saf kesme yüklemesi altındaki iki boyutlu plaka modeli	20
Şekil 2.7: PD Mindlin plaka kinematığı [53]	22
Şekil 2.8: Homojen yükleme altındaki üç boyutlu blok modeli	24
Şekil 2.9: YDF'lerinin belirlenmesi için çizilen elipsoit [21]	26
Şekil 2.10: a) $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ arasındaki PD bağ b) YDF'leri için çizilen elipsoit [21]	27
Şekil 2.11: θ fiber yerleşim açısına sahip kompozit bir tabakanın küresel etkileşim bölgesinin ve temsili PD bağlarının gösterimi	28
Şekil 2.12: Fiber ve reçine bağları için kuvvet-birim uzama ilişkisi [21]	29
Şekil 2.13: Fiber yerleşimine göre yönlerin gösterimi	30
Şekil 2.14: i ve p malzeme noktaları arasındaki bağın başlangıç uzunluğu	32
Şekil 2.15: Küresel komşuluğu tamamlanmış ve tamamlanmamış malzeme noktalarının gösterimi [1]	39
Şekil 2.16: YDF'leri için elips çizimi [21]	42
Şekil 2.17: a) $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ arasındaki PD bağ b) YDF'leri için çizilen elipsoit [21]	43
Şekil 2.18: Sünek kırılma için bağdaki birim uzama-kuvvet ilişkisi	46
Şekil 2.19: Sünek kırılma için bağdaki yeni birim uzama-kuvvet ilişkisi	47
Şekil 2.20: İki boyutlu yapılarda kırılma yüzeyinde bir malzeme noktasına gelen temsili PD bağların gösterimi	47
Şekil 2.21: Gevrek kırılma için bağdaki birim uzama-kuvvet ilişkisi	49
Şekil 2.22: Kırılma enerjisi salınımının gerçekleştiği yüzey [41]	49
Şekil 2.23: Kırılma yüzeyinde iki malzeme noktası arasındaki etkileşim [53]	51
Şekil 3.1: (a) $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının küresel komşuluğu (b) hacim düzeltme faktörünün değerlendirildiği aralıklar [1]	58
Şekil 3.2: İki boyutlu PD problem için farklı birim uzunluktaki çubuk elemanlar	60
Şekil 3.3: Üç boyutlu PD problem için farklı birim uzunluktaki çubuk elemanlar	61
Şekil 3.4: Üç boyutlu PD problem için malzeme noktaları	61
Şekil 3.5: Üç boyutlu problemde malzeme noktalarının koordinatlarının depolanması	62
Şekil 3.6: İki boyutlu PD problem için malzeme noktaları	62
Şekil 3.7: İki boyutlu problemde malzeme noktalarının koordinatlarının depolanması	63
Şekil 3.8: Çubuk elemanların numaralandırılması	63
Şekil 3.9: Sırasıyla 1, 2 ve 3 birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması	64

Şekil 3.10: Sırasıyla $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ ve $2\sqrt{2}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması	64
Şekil 3.11: Üç boyutta $\sqrt{3}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması	65
Şekil 3.12: Üç boyutta $\sqrt{6}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması	65
Şekil 3.13: Önceden var olan çatlak durumunda çubuk elemanların koparılması.....	66
Şekil 3.14: Önceden var olan dairesel kesik durumunda çubuk elemanların koparılması	66
Şekil 3.15: Üç boyutta malzeme noktalarına ait olan ŞDEY'leri ve YDFlerinin depolanması.....	67
Şekil 3.16: İki boyutta malzeme noktalarına ait olan ŞDEY'leri ve YDF'lerinin depolanması.....	67
Şekil 3.17: Çubuk elemanlara ait olan YDF'lerinin depolanması	68
Şekil 3.18: Çubuk elemanlara ait olan bağın başlangıç uzunluklarının ve hacim düzeltme faktörlerinin depolanması	68
Şekil 4.1: Bir boyutlu çubuk modelinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi	69
Şekil 4.2: Bir boyutlu çubukta çekme problemi için x yönündeki yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması.....	70
Şekil 4.3: Bir boyutlu Timoshenko kiriş modelinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi.....	70
Şekil 4.4: Bir boyutlu Timoshenko kirişte saf eğilme problemi için sehim değerlerinin karşılaştırılması.....	71
Şekil 4.5: Bir boyutlu Timoshenko kirişte saf eğilme problemi için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması.....	72
Şekil 4.6: İki boyutlu plakanın malzeme noktaları dizilimi.....	73
Şekil 4.7: PD model içerisinde çubuk elemanların ve bir malzeme noktasının küresel etkileşim bölgesinin gösterimi	73
Şekil 4.8: İzotropik plaka için sonuçları almak üzere tanımlanmış malzeme noktası yolları	74
Şekil 4.9: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit), analitik ve SE çözümü sonuçları ile karşılaştırılması	74
Şekil 4.10: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit), analitik ve SE çözümü sonuçları ile karşılaştırılması	75
Şekil 4.11: Sırası ile 0° , 45° ve 90° fiber yerleşim açalarına göre kompozit tabakaların şematik gösterimi.....	76
Şekil 4.12: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması	77
Şekil 4.13: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması	77
Şekil 4.14: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması.....	78
Şekil 4.15: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması.....	78
Şekil 4.16: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması	79

Şekil 4.17: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması	79
Şekil 4.18: İki boyutlu dairesel kesikli plakanın malzeme noktaları dizilimi.....	80
Şekil 4.19: İki boyutlu dairesel kesikli izotropik plakanın sırasıyla çubuk elemanlarının ve malzeme noktalarının gösterimi	81
Şekil 4.20: Dairesel kesik bölgesindeki çubuk elemanların yakından gösterimi.....	81
Şekil 4.21: Dairesel kesikli izotropik plaka için sonuçları almak üzere tanımlanmış malzeme noktası yolları	82
Şekil 4.22: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması [60].....	82
Şekil 4.23: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması [60].....	83
Şekil 4.24: Sırası ile 0° , 45° ve 90° fiber yerleşim açılarına göre dairesel kesikli kompozit tabakaların şematik gösterimi	84
Şekil 4.25: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması.....	85
Şekil 4.26: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması.....	85
Şekil 4.27: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonucu.....	86
Şekil 4.28: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonucu	86
Şekil 4.29: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması.....	87
Şekil 4.30: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması.....	87
Şekil 4.31: İki boyutlu çatlaklı plakanın malzeme noktaları dizilimi.....	88
Şekil 4.32: Çubuk elemanlar ile oluşturulmuş çatlak modellemesi.....	89
Şekil 4.33: 20 m/s hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü	90
Şekil 4.34: 70 m/s hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü	91
Şekil 4.35: Sırası ile a) 0° , b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açılarına göre çatlaklı kompozit tabakaların şematik gösterimi	92
Şekil 4.36: İki boyutlu 0° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü	93
Şekil 4.37: İki boyutlu 45° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü	94
Şekil 4.38: İki boyutlu 90° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü	95
Şekil 4.39: İki boyutlu Mindlin plaka modelinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi.....	96
Şekil 4.40: İki boyutlu Mindlin plakada saf eğilme problemi için sehim değerlerinin karşılaştırılması	97
Şekil 4.41: İki boyutlu Mindlin plakada saf eğilme problemi için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması	97
Şekil 4.42: Sırası ile a) 0° ve b) 90° fiber yerleşim açılarında sahip saf eğilme momenti altındaki kompozit tabaka modellerinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi.....	98

Şekil 4.43: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması	99
Şekil 4.44: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için sehim değerlerinin karşılaştırılması	99
Şekil 4.45: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri	100
Şekil 4.46: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması	100
Şekil 4.47: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için sehim değerlerinin karşılaştırılması	101
Şekil 4.48: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri	101
Şekil 4.49: Sırası ile a) 0° , b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açılarına sahip saf eğilme momenti altındaki kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi	102
Şekil 4.50: Sırası ile a) 0° , b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açılarına sahip saf eğilme momenti altındaki merkezi çatlaklı kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi	102
Şekil 4.51: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri	103
Şekil 4.52: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri	104
Şekil 4.53: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri	104
Şekil 4.54: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri.....	105
Şekil 4.55: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m'de a) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri	105
Şekil 4.56: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri.....	106
Şekil 4.57: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri	106
Şekil 4.58: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri	107
Şekil 4.59: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri.....	107

Şekil 4.60: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri	107
Şekil 4.61: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m'de a) $m = 3$ ve b) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri	108
Şekil 4.62: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]	108
Şekil 4.63: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]	109
Şekil 4.64: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]	109
Şekil 4.65: Sırası ile a) 0°, b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açılarında sahip saf eğilme momenti altındaki dairesel kesikli kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi	110
Şekil 4.66: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü	111
Şekil 4.67: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü	111
Şekil 4.68: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü	112
Şekil 4.69: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü	112
Şekil 4.70: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü	113
Şekil 4.71: Çekme numuneleri a) Dairesel kesiksiz b) 4 dairesel kesikli c) 8 dairesel kesikli	114
Şekil 4.72: Çekme numuneleri çubuk elemanları görüntüleri a) Dairesel kesiksiz b) 4 dairesel kesikli c) 8 dairesel kesikli	114
Şekil 4.73: Dairesel kesikli çekme numunesi için yakınlaştırılmış görünüm	115
Şekil 4.74: Dairesel kesiksiz çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği	116
Şekil 4.75: 4 Dairesel kesikli çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği	116
Şekil 4.76: 8 Dairesel kesikli çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği	116
Şekil 4.77: Dairesel kesiksiz çekme numunesi için çatlak ağız açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [65]	117
Şekil 4.78: 4 Dairesel kesikli çekme numunesi için çatlak ağız açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [66]	117
Şekil 4.79: 8 Dairesel kesikli çekme numunesi için çatlak ağız açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [66]	118
Şekil 4.80: Üç boyutlu bloğun şematik gösterimi	119
Şekil 4.81: Üç boyutlu PD Modelde malzeme noktalarının gösterimi	119
Şekil 4.82: Üç boyutlu PD Modelde PD bağların gösterimi	119
Şekil 4.83: x yönündeki yer değiştirme için PD kapalı (implicit) çözüm sonuçlarının analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması	120

Şekil 4.84: y yönündeki yer değiştirme için PD kapalı (implicit) çözüm sonuçlarının analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması	121
Şekil 4.85: Üç noktadan eğme geometrisi genel ölçüleri	122
Şekil 4.86: Üç boyutlu eğme geometrisi için ABAQUS modeli	122
Şekil 4.87: Üç nokta eğme testi numunesi için yükleme çizgisi deplasmanı (mm)- kuvvet (kN) grafiği.....	123



KISALTMALAR

KSOM	: Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniği
SE	: Sonlu Elemanlar
SEY	: Sonlu Elemanlar Yöntemi
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi
PD	: Peridinamik
LEKM	: Lineer Elastik Kırılma Mekaniği
PUFEM	: Partition of Unity Property of Finite Element Method
GSEY	: Genişletilmiş Sonlu Elemanlar Yöntemi
KBE	: Kohezif Bölge Elemanları
SPH	: Smooth Particle Hydrodynamics
DCB	: Double Cantilever Beam
KKY	: Küresel Komşuluk Yarıçapı
LAMMPS	: Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator
ŞDEY	: Şekil Değiştirme Enerjisi Yoğunluğu
KKT	: Klasik Kompozit Teori
ŞDESO	: Şekil Değiştirme Enerjisi Salınımı Oranı
EKA	: Enine Kesme Açısı
ADR	: Adaptif Dinamik Relaksasyon
YDF	: Yüzey Düzeltme Faktörü

1. GİRİŞ

Günümüzde ulaşım araçlarının yakıt tüketiminin ve karbondioksit salınım oranlarının önem kazandığı düşünüldüğünde, araçlarda 1% ağırlık azalması yaklaşık 0.75 % yakıt tüketiminde düşüğe neden olduğundan otomotiv ve havacılık sektöründe araç ağırlığının azaltılması daha önemli hale gelmiştir [1]. Günümüzde, bu amaçla kullanılan elyaf takviyeli kompozit malzemeler, yoğunluklarının düşük olmasına ek olarak yüksek dayanım oranlarına sahiptir. Dolayısıyla otomotiv sektöründe, uçak sanayiinde ve askeri alanda tabakalı kompozit malzemelerin kullanımı günden güne artmaktadır. Kompozit yapıların mukavemet ve hasar davranışının tahmini güvenilir olarak yapılamamakta ve bu nedenle özellikle havacılık sektöründe kullanılan yapıların geliştirme süreci yoğun bir test süreci ile geçmektedir. Bu durum kompozit yapı geliştirmenin metalik yapılara oranla daha maliyetli olmasının nedenlerinden biridir.

Kompozit yapıların da dahil olduğu doğada bulunan bazı malzemeler mekanik özelliklerinden dolayı farklı şekillerde deformasyona uğramaktadır. Bu deformasyon tipleri elastik olabileceği gibi malzeme içerisinde geri dönülmez hasarlar olan çatlak başlangıçları, ilerlemeleri ve dallanmaları şeklinde de olabilmektedir. Deformasyon sırasında malzeme içerisinde meydana gelen bu farklı hasar davranışlarının sayısal modellenmesi yerel ve yerel olmayan teoriler ile farklı şekillerde yapılabilmektedir.

1.1 Yerel Teoriler

Bir malzemedeki oluşabilecek hasarı önceden tahmin etmek mühendisliğin en önemli ve kritik alanlarından birisidir. Uçakların gövdesinde yoğun olarak bulunan kompozit malzemelerin mekanik birleşme kısımlarında bulunan bağlantı elemanları dayanımı düşürmektedir. Dayanımın düştüğü bölgelerde yüksek gerilmeler meydana gelmekte ve dolayısıyla hasar oluşmaktadır. Malzemenin sahip olduğu kompleks kırılma mekaniğini ihmal eden bir hasar tahmini yaklaşımı, malzemenin çatlak oluşumu ve ilerlemesi ile ilgili sonuç vermemektedir. Griffith, enerjinin korunumu prensibini kullanarak camdaki hasar başlangıcını araştırmıştır [2]. Bu çalışmada, cam atomları

arasındaki bağı kırmak için gerekli teorik gerilme ve ölçülen gerilmeyi karşılaştırmıştır. Bu gerilmeler arasındaki farklılıkların açıklanması, Lineer Elastik Kırılma Mekaniğinin (LEKM) temellerini oluşturmuştur.

LEKM'ni oluşturulan çalışmaların ardından çatlak ilerlemesinin belirli bir kriter ile gerçekleştiğini göstermek için çeşitli araştırmalar ve deneyler yapılmıştır. Williams, daha önce yapılan LEKM'nin temellerini oluşturan çalışmaları dikkate alarak kırılma mekaniği üzerine çalışmıştır. Klasik sürekli ortamlar mekaniği (KSOM) denklemlerini, bir başka deyişle yerel teori denklemlerini kullanarak elastik ve izotropik bir malzemede oluşan çatlakların uç kısımlarında gerilme alanının sonsuza yaklaştığını türetmiş, kırılma başlangıcının tahmini için sonsuz gerilme alanını tanımlayan gerilme yoğunluk faktörüne ve ekstra bir kritere ihtiyaç olduğunu göstermiştir [3].

Günümüzde, kompozit malzemelerin davranışının, hasarının ve hasarının seviyesinin belirlenmesinde çoğunlukla yerel teori denklemlerini kullanan sonlu elemanlar yöntemi (SEY) kullanılmaktadır. Ancak SEY, bu konuda tek başına yeterli olmadığından hasarın yönünün ve şiddetinin belirlenmesinde deneysel metodlardan yararlanılmaktadır. Bu ve buna benzer kırılma mekaniği metotları hasar başlangıcını, şiddetini, hızını ve dallanmasını tahmin etmekte zorlanmaktadır. Hasar davranışının tahmini için deneysel sonuçlardan yararlanılarak ortaya ekstra bir matematiksel model konulması ihtiyacı, kompleks geometrilere gerçeğe yakın tahminler yapılmasını olanaksız kılmaktadır.

Melenk ve Babuska, SEY'nin zorlandığı ya da başarısız olduğu durumlar için PUFEM modelini geliştirmiştir [4]. Bu metod, daha çok sonlu elemanlar (SE) ağı için çok sık yeniden oluşturulması gereken problemler için memnun edici sonuç vermektedir. Belytschko ve Black, çatlak oluşumunun ve büyümesinin modellenebilmesi için PUFEM modelini esas alarak genişletilmiş sonlu elemanlar yöntemini (GSEY) oluşturmuşlardır [5]. Bu yöntemde çatlaklar ve çatlak büyümeleri SE ağı yeniden oluşturulmadan modellenabilmektedir. Başka bir deyişle, SE ağında yer alan eleman yüzeyine sürekli olarak çatlak geometrisinin uzayan kısımları eklenerek bütün çatlak geometrisi yeniden oluşturulur ve SE ağı tekrar tekrar oluşturulmaz [6]. GSEY'nin bu avantajı, basit kırılma mekaniği problemlerinin çözümünü yapabilese de, çatlak ilerlemesinin tahmini için ekstra bir kritere ihtiyaç duymaktadır [7].

Çatlak hasarının tahmini için oluşturulan GSEY'nin yanı sıra yaygın olarak kullanılan model, kohezif bölge konseptidir. İlk kohezif modelleme konsepti, Dugdale ve Barenblatt'ın yaptığı çalışmalar ile oluşturulmuştur [8], [9]. Kohezif konsepti, çatlak uçlarında meydana gelen sonsuz gerilmeleri matematiksel olarak modelleyebilmek için birbirinden ayrılan iki yüzey arasındaki gerilme değeri için bir limit tanımlamıştır. Kohezif modelleme çalışmalarından yararlanarak Hillerborg vd. mod I yükleme durumundaki kırılma için kohezif bölge elemanları (KBE) tanımlamıştır [10]. Benzer olarak Xu ve Needleman, karma yükleme durumundaki kırılma için KBE tanımlamayı başarmıştır [11]. KBE, SE ağı içerisinde yer alan elemanların sınırlarında bulunan yüzey elemanlarıdır ve çatlak sadece KBE'nin sınırlarında ilerleyebilmektedir. Zhang vd. ise, GSEY'ne benzer olarak SE ağının tekrar oluşturulmasına ihtiyaç olmayan KBE'ni tanımlamıştır ancak bu yöntem de çatlağın ilerleme yolunun tahmini için ekstra kriterlere ihtiyaç duymaktadır [12].

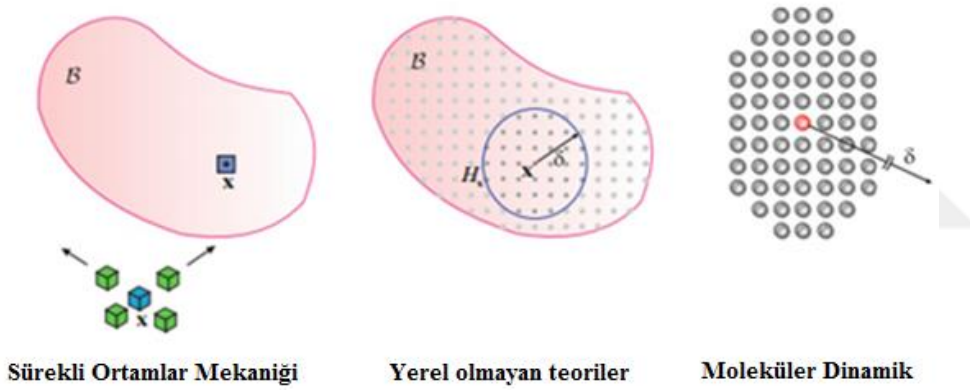
KSOM'ni esas alan metodların malzemedeki hasar davranışını modellemede barındırdığı zorluklara karşın moleküler dinamik konsepti ve atomik kafes modeli, malzemelerdeki hasar tahminine farklı bir bakış açısı kazandırmıştır [13]. Bu yaklaşımlar ile çatlak başlangıcı ve ilerlemesi, atomlar arası kuvvetleri kullanan bir model ile izlenebilmiştir [14]. Atomik kafes modeli ile gerçekleştirilen simülasyonlar, çok küçük zaman adımları ile yapıldığından yüksek hesaplama gücüne ihtiyaç duymaktaydı [15]. Ostoja ve Starzewski (2002), atomik kafes modelinin kompleks ve geniş ölçekli problemlerdeki yüksek hesaplama yükünü azaltmak için yay kafes modelini oluşturmuştur [16]. Yay kafes modelinde, malzeme içerisindeki noktalar birbirleri ile temsili yay elemanlar aracılığı ile etkileşim içinde bulunmakta ancak malzeme özelliklerinin yay elemanlara uyarlanması her problem için ayrı sorun teşkil etmektedir. Neticede sözü geçen kafes modeller, bazı belirli malzemeler için başarılı sonuç verse de gerçeğe yakın hasar tahmininin pratik modellemesi için yetersiz ve kullanışsız kalmıştır. Eringen, KSOM'ni kullanan metodların farklı ölçeklerdeki kuvvetleri hesaba katmadığını ve KSOM'nin sadece geniş aralıklı dalga boylarında geçerli sonuç verdiğini göstermiştir [17].

Özet olarak KSOM, sürekli bir deformasyon ortamını inceler ve KSOM'ni kullanan modellerde bir malzeme noktası onun komşuluğundaki malzeme noktaları ile etkileşim içerisinde. Dolayısıyla yerel teoriler grubuna giren KSOM çerçevesinde, çatlak hasarı başlangıcı, ilerlemesi ve dallanmasını sayısal olarak modellemek

başlıca bir mücadeledir. Bunun asıl sebebi ise mekânsal türevlerin kullanıldığı KSOM formülasyonu, doğası gereği malzeme içerisindeki süreksizliklerin sayısal modellemesini sınırlamaktadır.

1.2 Yerel Olmayan Teoriler

KSOM'nden farklı olarak uzun mesafeli etkilerin de modellenebilmesi için Kroner [18], Eringen ve Edelen [19], Kunin [20] yerel olmayan teoriler ile ilgili ilk çalışmaları gerçekleştirmişlerdir [21]. Yerel olmayan teorilerde bir malzeme noktasının sonlu yarıçapı içerisindeki malzeme noktalarının o malzeme noktası ile etkileşim içerisinde olduğu varsayılır (Şekil 1.1). Yerel olmayan teoriler, bir nevi KSOM ile moleküler dinamik arasında bir bağlantıdır. Moleküler dinamik, KSOM denklemlerini sağlamamaktadır. Dolayısıyla yerel olmayan teorideki sonlu yarıçapın sonsuza yakınsamış durumu, moleküler dinamiğin sürekli hali olur [22].



Şekil 1.1: Yerel ve yerel olmayan teoriler arasındaki ilişki [22]

Şekil 1.1'de görüldüğü gibi yerel olmayan bir teoride \mathbf{x} malzeme noktası, δ yarıçapı komşuluğundaki bütün malzeme noktaları ile etkileşim içerisinde. H_x ise o malzeme noktasının ortamın boyutuna göre dairesel veya küresel komşuluğunu ifade etmektedir.

Adından da anlaşılacağı üzere yerel olmayan teorilerde, bünye denklemleri yerel olmayan etkileri hesaba katmaktadır. Yerel olmayan bünye denklemleri ortamı sürekli olarak kabul ettiğinden yerel olmayan teorilere yerel olmayan sürekli ortamlar teorisi de denebilmektedir. Aynı zamanda yerel olmayan bünye denklemleri, hem makro ölçekteki etkileri hem de moleküler ve atomik ölçekteki etkileri modelleme yeteneklerine sahiptir. Eringen, yerel olmayan bir modelin farklı aralıklardaki dalga boyları için geçerli sonuç verdiğini göstermiştir [23].

KSOM'nde çatlağın ilerlemesinin önceden tahmin edilebilmesi için ihtiyaç duyulan ve kullanılan ekstra kriter, yerel olmayan teorilerde bünye denkleminin içerisinde aktarılmıştır. Eringen ve Kim, yerel olmayan teori ile çatlak ucundaki gerilme alanının KSOM'ndeki tekilliğin aksine asimptotik yaklaşımla sınırlandırılabilirdiğini göstermiştir. Daha sonra atomik ölçek yaklaşımıyla atomik bağları bir arada tutan kohezif gerilme değerlerinden yararlanarak bünye denklemi içerisinde yer alan bir kırılma kriteri önermişlerdir [24], [25]. Bu kırılma kriteri, LEKM'ni kullanan yöntemlerden farklı olarak kırılma meydana gelebilecek bölgeyi ayrı bir şekilde tanımlamak yerine sürekli ortam içerisindeki her nokta için geçerlidir. Ari ve Eringen, yerel olmayan elastisite denklemlerini kullanan LEKM problemlerinden elde edilen sonuçların Elliott'un [26] kafes modelinden elde ettiği sonuçlar ile tutarlı olduğunu göstermiştir [27]. Neticede yerel olmayan teorilerin genelinde hareket denkleminde mekânsal türevler olduğu için sürekli ortam içerisinde meydana gelen çatlak gibi süreksizliklerde model geçerli olmamaktadır.

Sözü geçen çatlak gibi süreksizliklerin davranışlarının tahmini, yerel bir teori olan KSOM denklemlerini kullanan LEKM ve SEY gibi benzer metodlarda başlıca sorun teşkil etmektedir. Son yıllarda, Silling yerel olan KSOM'nden farklı olarak yerel olmayan Peridinamik (PD) teorisini geliştirmiştir [28]. Yerel teorilerin hasar davranışını modellemede yetersiz olduğu durumlarda PD'nin büyük avantajları bulunmaktadır.

1.2.1 Peridinamik teori

SEY'nin ve diğer kırılma mekaniği metodlarının yetersiz olduğu durumlar için sürekli ortamlar mekaniğini yeniden düzenlemesiyle oluşturulan PD, yerel olmayan bir teoridir ve sürekli ortamlar mekaniğinde kullanılan mekânsal türevlere bu teoride ihtiyaç duyulmamaktadır.

KSOM ile PD teori arasındaki temel fark birinin yer değiştirme bileşenlerin türevlerine diğeri ise integral denklemlere dayanmaktadır. Bir başka deyişle KSOM'nde bir malzeme noktası ona komşu noktalardan etkilenmekteyken, PD teoride bir malzeme noktası ona komşu olan belirli yarıçap uzaklık içerisindeki malzeme noktalarından etkilenmektedir. PD teoride iç kuvvetler malzeme noktaları arasında yerel olmayan etkileşimlerle ifade edilmektedir. Bu teoride hasar bünye modelinin bir parçasıdır. PD teori ile malzemelerdeki hasar daha gerçekçi bir şekilde modellenebilmektedir.

KSOM'nde hareket eşitliği (1.1)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b}(\mathbf{x},t) \quad (1.1)$$

Burada ρ malzeme yoğunluğunu, $\boldsymbol{\sigma}$ ise Piola-Kirchoff gerilme tensörünü göstermektedir. Yer değiştirme vektörü \mathbf{u} , iç kuvvet vektörü \mathbf{b} ile gösterilmiştir. \mathbf{x} , belirli bir noktanın t zamanındaki konum vektörüdür. PD teoride, (1.1) eşitliğinin sağ tarafında bulunan gerilme tensörünün diverjansı yerine, malzemenin bir noktası ile diğer tüm yerel olmayan noktalar arasındaki kuvvetleri içinde barındıran bir integral işlemi ele alınır (1.2 denklemi).

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_H (\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x},t) \langle \mathbf{x}' - \mathbf{x} \rangle - \underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}',t) \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}' \rangle) dH + \mathbf{b}(\mathbf{x},t) \quad (1.2)$$

(1.2) eşitliğinde belirtilen hâl bazlı PD teori hareket denkleminde \mathbf{x}' , \mathbf{x} 'in etkileşim içinde olduğu bir malzeme noktasını göstermektedir. Kuvvet vektörünü belirten $\underline{\mathbf{T}}$, sonsuz boyutta bir sütun matrisi ifade etmektedir.

PD teoride hareket eşitliğini, kuvvet yoğunluk vektörü, \mathbf{t} cinsinden ifade etmek gerekirse (1.3)'teki gibi yazılır.

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = \int_H (\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) - \mathbf{t}'(\mathbf{u} - \mathbf{u}', \mathbf{x} - \mathbf{x}', t)) dH + \mathbf{b}(\mathbf{x},t) . \quad (1.3)$$

Hasar başlangıcı için kuvvet yoğunluk vektörüne eklenen hasar parametresi ile KSOM'nde ihtiyaç duyulan ekstra akma kriterine gerek kalmamıştır. (Sözü geçen hasar parametresi bölüm 2'de ayrıntılı olarak belirtilecektir.) PD teorisinin bu şekilde oluşacak hasarı önceden tahmin edebileceği de görülmektedir. Silling, iki paralel çentikli deneyinde PD teorisinin çatlak büyümesini önceden tahmin edebilecek özelliğe sahip olduğunu göstermiştir [29]. Gerstle ve Sau, yalın ve güçlendirilmiş katı yapılar için sanki-statik düzlem gerilme ve düzlem gerinim problemlerinde PD teorisinin hasar modelleyebilme olanağını göstermiştir [30].

Son yıllarda PD teori, kompozit yapılardaki hasarı modellemek için de kullanılmaya başlanmıştır. Oluşturulan bağ bazlı PD teori ile Askari vd. [31] ve Colavito vd. [32], [33] düşük hızlı darbe yüklerine maruz kalan tabakalı yapıların ve statik yükler uygulanan örgülü kompozit yapıların hasar tayinlerini başarılı bir şekilde modellemişlerdir. Ayrıca, Xu vd. [34] çentikli tabakalı kompozitlerin iki eksenli yükleme durumunu incelemişlerdir. Yakın zamanda Kılıç vd. [35] çatlak içeren tabakalı kompozit yapılardaki fiber, reçine ve delaminasyon hasar türlerini tahmin edebilmiştir. Öterkuş vd. [36] PD analizinin civata bağlantılı kompozit levhalardaki

yataklama ve kayma hasarlarını başarılı bir şekilde modelleyebildiğini göstermiştir. Lagrangian yöntemlerden biri olan, aynı zamanda PD teori ile karşılaştırılan yöntemlerden SPH, Gingold ve Monaghan tarafından kompleks problemlerin modellenmesi için geliştirilmiştir [37]. SPH metodunda da, KSOM'nde olduğu gibi mekânsal türevlere ihtiyaç duyulur. Bu türevler, (1.4)'te gözüktüğü gibi kernel interpolasyonunda uzaydaki herhangi bir noktadan elde edilebilir.

$$A_i(\mathbf{r}) = \int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r}' - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r}' \quad (1.4)$$

Burada W kernel fonksiyonunu, h mekânsal uzaklığı, $d\mathbf{r}'$ ise diferansiyel hacimi ifade etmektedir. A ise \mathbf{r} konumundaki mekânsal değeri göstermektedir. SPH formülasyonu kullanılarak, hidrodinamik hareket eşitliklerinde ihtiyaç duyulan tüm değerler elde edilmiş olur. Ayrıca SPH metodunda sayısal çözüm ile de, belirli zaman adımıdaki yer değiştirme ve hız değerleri elde edilmektedir. Libersky ve Petschek, SPH formülasyonunu elastik deformasyon modelinde kullanmışlardır [38]. SPH metodu, PD teorisinin aksine, KSOM'nde bir parçacığın hareketini belirleyen kısmi diferansiyel eşitliklere dayalıdır. PD teori ise, sürekli ve süreksiz tüm deformasyon türlerine uygulanabilmektedir. SPH metodunun, PD ile karşılaştırıldığında, malzemelerdeki hasarın istikrarlı ve net olarak modellenmesi için uygun olmadığı görülmektedir.

Kompleks malzemelerde kırılma mekaniğini araştırmak için oluşturulan diğer bir model ise hücresel otomatadır. Hücresel otomatlar, düzenli ve sonlu olmak üzere hücresel ızgaralardan(dizilerden) oluşmaktadır. Hücresel otomata konsepti ilk olarak Von Neumann tarafından oluşturulmuştur [39]. John Conway, yaşam oyunu olarak adlandırılan iki boyutlu hücresel otomatayı geliştirmiştir [40]. Hücresel otomataların kırılma mekaniğindeki avantajı, basit bir yaklaşım göstermesidir. Başka bir deyişle, diğer kırılma metodlarındaki gibi kompleks eşitliklerin çözülmesine ihtiyaç olmamaktadır. Buna karşılık, başlıca dezavantajı ise ayrıklaştırılmış yaklaşıma sahip olmasıdır. PD teorisinin sürekli bir yaklaşım gösterdiği problemlerde CA yöntemi tam aksine, kesikli yaklaşım ortaya koymaktadır.

Tüm bu yöntemler göz önünde bulundurulduğunda, kompozit ve tek tip malzemelerin hasar ve çatlak tahminlerinde PD teorisinin diğer yöntemlere göre daha üstün olduğu anlaşılmıştır. PD teoride, akma kriteri olarak, KSOM'nde bulunan gerinme ile benzer anlama sahip olan bağlar arası birim uzama kullanılmaktadır. Bağlar arası birim uzama değeri, kritik değere ulaştığında o bölgedeki malzeme

noktaları arasındaki etkileşimler son bulmaktadır. Silling ve Askari, bağlar arası birim uzamanın kritik değerine karar verebilmek için analitik bir çözüm geliştirmeye çalışmıştır ve gevrek kırılmayı modellemek için bağ bazlı PD teorisinin sınırlandırılmış poisson oranlarına sahip olduğunu göstermiştir [41]. Macek ve Silling, çubuk veya lineer yay elemanlarının bir SE yazılımı içerisinde kullanılarak PD problemlerin çözümünün gerçekleştirilebileceğini göstermişlerdir [42]. Ayrıca, Kılıç, tek tip malzemelerde akma için gerekli yükün bağlar arası birim uzama dayanımı ile orantılı olduğunu göstermiştir [43].

PD teorisini özellikle son yıllarda LEKM ve elastik plastik kırılma mekaniğini temel alan metodların çatlak ilerlemesini modellemede yetersiz kalmasına karşın çeşitli çalışmalar yapılmıştır [22]. Bobaru, PD teorisini ile dinamik olarak kırılmayı modellemiş ve çatlak dallanmasını göstermiştir [44]. Hu vd., polikarbonat takviyeli ince cam yapı üzerinde çarpma etkisiyle oluşan hasarı göstermiştir [45].

Askari vd., moleküler yapıda Van der Waals kuvvetleri etkilerinden yola çıkarak nano fiber etkileşimli PD modeli LAMMPS kodu kullanarak modellemişlerdir [46]. 400 nm x 400 nm boyutlarında ve 10 nm kalınlığında plakaya çift eksende sabit hız sınır koşulu uygulayarak nano fiber bağlantılarının koptuğu anı incelemişlerdir. Van der Waals etkilerinin fiberlerinin dayanımını ve sünekliğini etkileyeceği gibi kompozit tabakanın homojenliğini de etkileyebileceğini belirtmişlerdir.

Lin vd., statik ve sanki-statik olarak DCB numunesinin tabakalarının ayrılışını modelleyebilmişlerdir [47]. PD bağları içeren ve parçacık yaklaşımı yapan modelin sonuç vereceğini, ayrıca bu modellerin malzemelerin kırılma ve elastisite karakteristiğini doğru yansıttığını savunmuşlardır.

Beckmann vd., çift malzemeli bir şeritin sıcaklık değişimi sırasında gerçekleşen delaminasyonu bağ bazlı PD teorisini ile modellemiştir. Temsili PD bağ olarak çubuk elemanları kullanarak mikro çatlakları SE yazılımı ABAQUS ile gözlemleyebilmiştir. Küresel komşuluk yarıçapını (KKY) ve malzeme noktaları arasındaki uzaklığı değiştirerek yakınsama testi yapmış, hasarın yapı üzerinde ne şekilde ilerlediğini karşılaştırmıştır [48].

Taylor ve Steigmann, üç boyutlu bağ bazlı PD teorisini esas alarak ince plakalar için iki boyutlu bir yaklaşım ortaya koymuştur. Türetilen plaka teorisi formülasyonu, çekme yüküne maruz bırakılan merkezi çatlaklı gevrek plaka çözümlerinde kullanılarak gösterilmiştir [49].

$$g(\xi, \delta) = \begin{cases} 1 & , \xi \leq \delta \\ 0 & , \xi > \delta \end{cases} \quad (1.5)$$

Huang vd., bağ bazlı PD teoride bağ sabiti içerisindeki (1.5) eşitliğinde görülen kernel fonksiyonunu değiştirerek (1.6) denklemindeki durumuna getirmişlerdir ve geliştirilmiş teoriyi öne sürmüşlerdir.

$$g(\xi, \delta) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2\right)^2 & , \xi \leq \delta \\ 0 & , \xi > \delta \end{cases} \quad (1.6)$$

(1.5) ve (1.6) denklemlerinde görüldüğü gibi bağ sabiti içerisindeki kernel fonksiyonu, başlangıç pozisyon vektörü ve KKY'na bağlıdır. Bu teori ile sanki-statik durumların çözümü için hareket denkleminde yapay sönümleme katsayısı kullanarak daha kesin sonuçlar elde ettiğini göstermişlerdir [50]. Huang vd., genişletilmiş teoriyi kullanarak mod I ve mod II çatlaklarını modellemişlerdir. Böylece dinamik çatlak dağılımı üzerindeki açıları incelemiş, LEKM'nden elde edilen analitik sonuçlar ile karşılaştırmışlardır [51].

Çok katmanlı kompozit tabakalarda katmanlar arası hasarın tahmininde katmanlar arasındaki bağların kritik birim uzama değerleri çoğu çalışmada sabit kabul edilmektedir. Hu vd., kompozit tabakalarda katmanlar arası hasarı sözü geçen kritik birim uzama değerlerini sabit kabul etmek yerine tabakanın deformasyon modu ve deformasyon derecesi ile ilişkilendirmiş ve kritik birim uzama değerlerinin tespiti için farklı bir yaklaşım ortaya koymuştur [52]. Bu yaklaşımı mod I ve mod II yükleme durumları için bir DCB numunesine uygulamışlardır ve PD sonuçların deneysel sonuçlar ile oldukça tutarlı olduğunu gözlemlemişlerdir.

KSOM hareket denkleminde yer alan gerilme değerlerinin tanımlanması için malzeme türlerine göre bünye modelleri farklılık gösterebilmektedir. Bunun için SEY içerisinde de farklı yapısal elemanlar kullanılmaktadır. Diyaroğlu vd., Timoshenko kirişi ve Mindlin plakaları için PD olarak yapısal formülasyonu oluşturmuşlardır [53]. Sözü geçen yapılar için PD hareket denklemini, kinematığını, malzeme parametrelerini, saçılma ilişkilerini ve hasar parametrelerini türetmişlerdir. Bunun için yapılara saf eğilme ve yanal kuvvet uygulamışlardır.

1.3 Peridinamik Modeller için Genel Çözüm Yöntemi Çeşitlerinin Araştırılması

PD problemleri, ABAQUS, LS-DYNA gibi programlarda kapalı ve açık SEY'ni kullanarak çözmek mümkündür. Çözüm için hangi metodun kullanıldığı genel olarak çözülen problemle ilgilidir. Statik ve hasar modellemesi içermeyen modellemeler için kapalı metot yaygın olarak kullanılırken dinamik veya hasar modellemesi içeren modeller açık olarak modellenir. Bu durum PD problemlerin SEY'ne uyarlanarak SE yazılımı kullanılarak çözülmesinde de geçerlidir.

1.3.1 Kapalı çözüm

Kapalı SE tekniğinde modelin $t+\Delta t$ anındaki halini $t+\Delta t$ ve t anındaki durumundaki bilgileri kullanarak çözer. Lineer ve lineer olmayan problemler çözülebilir. Lineer olmayan problemler için genellikle Newton Raphson çözüm yöntemi kullanılır. Sanal iş prensibi kullanılarak aşağıdaki statik kuvvet dengesi yazılabilir ve aşağıdaki denklem elde edilebilir. Lineer problemlerde çözüm tek adımda (1.7) eşitliğindeki gibi yapılabilir [54].

$$\int_V B^T \sigma(u_e) dV = F \quad (1.7)$$

Burada B matrisi gerinim-deplasman transformasyon matrisidir. Bu denklem kullanılarak direngenlik matrisi K (1.8) ve (1.9) denklemlerindeki şekilde elde edilir.

$$\left(\int_V B^T DB dV \right) u_e = F \quad (1.8)$$

$$Ku_e = F \quad (1.9)$$

K matrisinin tersi alınarak deplasmanlar bulunabilir. Lineer olmayan problemler ise iteratif olarak çözülebilmektedir. Kuvvet dengesi (1.10) eşitliğindeki şekilde yazılır.

$$\int_V B(u_e)^T \sigma(u_e) dV - F = G(u_e) = 0 \quad (1.10)$$

Yük her bir adımda arttırılarak yukarıdaki denklem çözülür. (1.10) eşitliğinde $G(u)$ 'nun ideal olarak sıfır olması gereklidir. Bu fonksiyon bir nevi hata fonksiyonudur ve kalıntı kuvvet olarak adlandırılır. Lineer olmayan problemlerde bu fonksiyon belirli bir değere ulaştığında o $t+\Delta t$ anı için çözüme ulaşılmış varsayılır. Lineer olmamanın sebebi malzeme ve problem geometrisi olabilir.

1.3.2 Açık çözüm

Açık çözüm genel olarak dinamik problemlerin çözümü için kullanılan bir yöntemdir. Başka bir deyişle yakınsama istenmeyen problemlerin çözümünde kullanılır. Hareket denkleminde belirtildiği gibi problem hız ve ivme terimlerini içerir (Denklemler 1.11). Hız ve ivmelerin her bir zaman adımı içerisinde sabit kaldığı varsayımı yapılır.

$$M\ddot{u} + G(u, \dot{u}) = 0 \quad (1.11)$$

Euler ileri integrasyon tekniği ile (1.12), (1.13) ve (1.14) denklemlerindeki şekilde çözüm yapılır.

$$\underline{u}^{i+1} = \underline{u}^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} \dot{\underline{u}}^{(i+\frac{1}{2})} \quad (1.12)$$

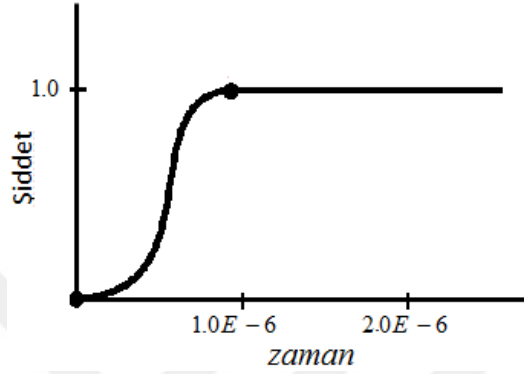
$$\dot{\underline{u}}^{(i+\frac{1}{2})} = \dot{\underline{u}}^{(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \ddot{\underline{u}}^{(i)} \quad (1.13)$$

$$\ddot{\underline{u}}^{(i)} = \underline{M}^{-1} \cdot (\underline{F}^{(i)} - \underline{I}^{(j)}) \quad (1.14)$$

Burada M kütle matrisidir. (1.14) denkleminde belirtildiği gibi her bir düğüm noktasındaki ivmeler, etkiyen net kuvvetin kütleyle oranı ile bulunur. Kütle matrisi köşegen bir matristir. Tersini almak, kapalı çözüm yönteminde belirtilen direngenlik matrisi K'nın tersine almaya oranla oldukça kolaydır. Açık yöntemde bunun dışında bir matrisin tersini alma işlemi yoktur. Kapalı çözümde olduğu gibi bir yakınsama kontrolü yoktur. Bu nedenle sonuçların doğruluğu açısından küçük zaman adımları kullanılmalıdır.

Statik ve sanki-statik problemler de bu yöntem kullanılarak çözülebilir. Fakat çözümün statik olabilmesi için atalet kuvvetlerinin etkisi oldukça az olmalıdır. Bunun için toplam kinetik enerjinin gerinim enerjisinin %5'inden az olması bir kriter olarak tavsiye edilmektedir [54]. Ayrıca ABAQUS gibi SE programlarının açık çözüm modüllerinde sınır koşulları ani bir şekilde modele uygulanmaktadır. Bu durum hem dinamik hem statik problemlerin çözümünde problemlere neden olmaktadır. Ani yüklemekten dolayı modelde gerilme dalgaları oluşmakta ve hatalı sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Buna çözüm olarak uygulanan sınır koşullarının kademeli olarak ve sıfırdan başlayarak artırılması gerekmektedir. Benzer şekilde hız ya da kuvvet gibi bir sınır şartı belirli bir değerden sıfıra düşürülecekse bu işlem kademeli olarak yapılmalıdır.

Açık çözüm yöntemi ile statik çözüm yapmak için kuvvet pürüzsüz adım (smooth step) yöntemi ile uygulanabilir. Uygulanan kuvvetin genliğinin zamana bağlı değişimi Şekil 1.2’de belirtilen fonksiyon şeklinde olmalıdır. Bu fonksiyon 5. Dereceden bir polinomdur. Bu fonksiyonun zamana göre birinci ve ikinci türevleri başlangıç ve bitiş anında sıfırdır. Bu nedenle çözülen problemde atalet kuvvetlerinin etkisi çok azdır ve statik çözüm elde edilir.



Şekil 1.2: ABAQUS’te tanımlanan pürüzsüz adım genlik fonksiyonu

Statik PD problemleri kapalı yöntemle ek olarak, açık yöntemle pürüzsüz adım genlik fonksiyonu kullanılarak da çözülebilir. Bu yöntemle kapalı çözümde elde edilen sonuçlar ile aynı sonuçlar elde edilmesi amaçlanır.

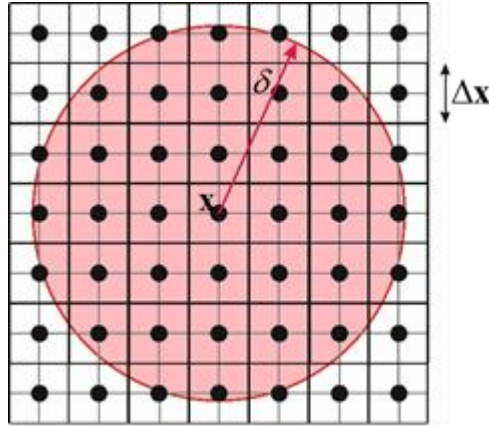
2. GENEL BİLGİLER

Dış yüklere maruz bırakılan bir kütlede meydana gelen deformasyon, süreklilik varsayımı ile klasik elastisite teorisi kullanılarak hesaplanabilmektedir. KSOM'ni esas alan elastisite teorisine göre, sürekli bir ortam içerisinde bulunan sınırsız miktarda sonsuz küçüklükte eleman, sadece sınır komşularında bulunan elemanlar ile etkileşim içerisindedir.

KSOM için geçerli olan hareket denkleminde bulunan mekânsal türevler, süreksiz ortamlarda hesaplanamamaktadır. Bağ bazlı PD teoride, (2.1) eşitliğinde görüldüğü gibi mekânsal türevler yerini hacimsel integrallere bırakmaktadır.

$$\rho(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_H \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})dH + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (2.1)$$

Denklem (2.1)'de H , \mathbf{x} malzeme noktasının δ yarıçapındaki küresel etkileşim bölgesini belirtmektedir. ρ malzeme yoğunluğunu, \mathbf{u} ve \mathbf{b} ise sırasıyla yer değiştirme vektörünü ve iç kuvvet yoğunluğu vektörünü belirtmektedir. Bağ bazlı PD teoride \mathbf{x}' noktası \mathbf{x} ile etkileşim içinde olan bir nokta olup \mathbf{f} ise bu noktalar arasındaki karşılıklı etkileşim kuvvetini ifade etmektedir (Şekil 2.2).



Şekil 2.1: Bir malzeme noktasının temsili küresel etkileşim bölgesi gösterimi

Bağ bazlı PD teoride, malzeme noktaları arasındaki kuvvet etkileşimleri PD bağları temsil etmektedir. Şekil 2.1’de görüldüğü gibi bir malzeme noktasının küresel etkileşim bölgesi içerisinde etkileştiği diğer malzeme noktaları bulunmaktadır.

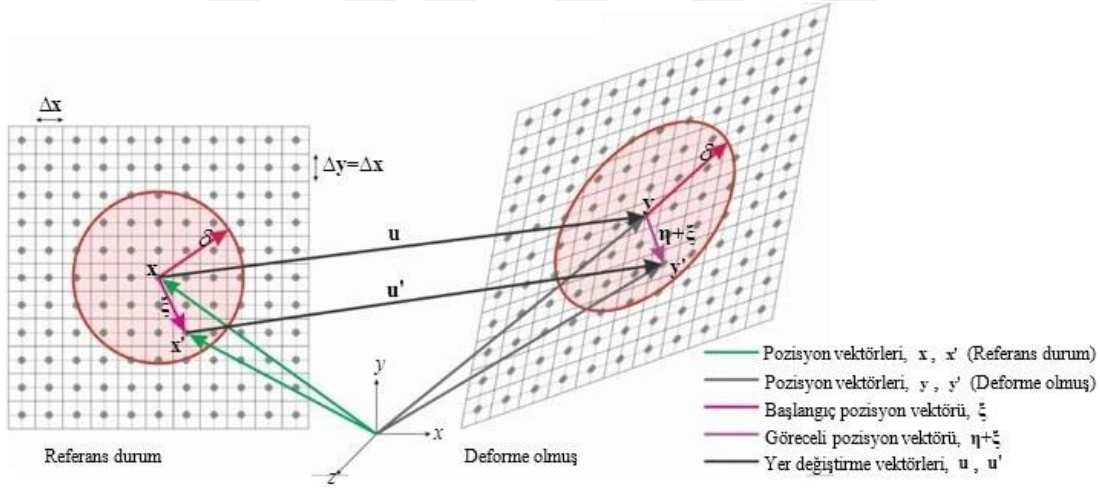
PD hareket eşitliğinde yer alan kuvvet yoğunluk vektörü \mathbf{f} , denklem (2.2)’de görülen referans pozisyon vektörüne (ξ) ve denklem (2.3)’de görülen göreceli yer değiştirme vektörüne (η) bağlıdır.

$$\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \quad (2.2)$$

$$\eta = \mathbf{u}(\mathbf{x}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

(2.2) ve (2.3) eşitliklerinden yola çıkılarak göreceli pozisyon vektörü (2.4) eşitliğindeki gibi ifade edilmektedir.

$$\eta + \xi = \mathbf{y}' - \mathbf{y} \quad (2.4)$$



Şekil 2.2: PD bağ deformasyon şeması [22]

Şekil 2.2’de görülen PD bağ üzerindeki karşılıklı kuvvet yoğunluk vektörü \mathbf{f} , termal yükleme olmadığı durumlarda referans pozisyon vektörü ξ , göreceli yer değiştirme vektörü η , malzeme parametresi c ve birim uzama s ’e bağlı bir fonksiyondur (Denklem 2.5).

$$\mathbf{f}(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} cs \quad (2.5)$$

PD bağlardaki birim uzama da kuvvet yoğunluğu fonksiyonu \mathbf{f} ’e benzer olarak (2.6) eşitliğinde görüldüğü gibi ξ ve η ’ya bağlıdır.

$$s = \frac{|\xi + \eta| - |\xi|}{|\xi|} \quad (2.6)$$

Malzeme noktalarının yer değiştirmesine bağlı olarak (2.6) eşitliğinde ifade edilen PD bağların birim uzaması her malzeme noktasının düzlemsel olarak iki serbestlik derecesi olduğu esasına dayanmaktadır. Bağ bazlı PD teoride eğilme yükünün modellenmesi için malzeme noktalarındaki öteleme serbestlik derecelerine ek olarak rotasyonların tanımlanması gerekir. Şekil 2.4’de görüldüğü gibi $\phi_{(j)}$ ve $\phi_{(k)}$, sırasıyla j ve k noktalarındaki rotasyonları göstermektedir. Bu malzeme noktaları arasındaki eğrilik, $\kappa_{(k)(j)}$, (2.7) eşitliğinde görüldüğü gibi rotasyon değişim oranını ifade etmektedir.

$$\kappa_{(k)(j)} = \frac{\phi_{(j)} - \phi_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} \quad (2.7)$$

Bağ bazlı PD teori esas alındığında $\kappa_{(k)(j)}$ ile $\kappa_{(j)(k)}$ arasında (2.8) eşitliğindeki ilişki bulunmaktadır [53].

$$\kappa_{(j)(k)} = -\kappa_{(k)(j)} \quad (2.8)$$

Şekil 2.7’deki gibi iki boyutlu bir sürekli ortam düşünüldüğünde rotasyonlar koordinat transformasyonu ile (2.9a) ve (2.9b) eşitliklerindeki gibi yazılır.

$$\phi_{(j)} = \phi_{x(j)} \cos \theta + \phi_{y(j)} \sin \theta \quad (2.9a)$$

$$\phi_{(k)} = \phi_{x(k)} \cos \theta + \phi_{y(k)} \sin \theta \quad (2.9b)$$

Eğrilik, $\kappa_{(k)(j)}$, (2.9a) ve (2.9b) eşitliklerinin (2.7) eşitliği içerisine yazılmasıyla (2.10) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$\kappa_{(k)(j)} = \left(\frac{\phi_{x(j)} - \phi_{x(k)}}{x_{(j)} - x_{(k)}} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\phi_{y(j)} - \phi_{y(k)}}{y_{(j)} - y_{(k)}} \right) \sin^2 \theta \quad (2.10)$$

(2.10) eşitliğinde geçen $x_{(j)} - x_{(k)}$ ve $y_{(j)} - y_{(k)}$ sırasıyla (2.11a) ve (2.11b) denklemlerinde tanımlanmıştır.

$$x_{(j)} - x_{(k)} = \xi_{(j)(k)} \cos \theta \quad (2.11a)$$

$$y_{(j)} - y_{(k)} = \xi_{(j)(k)} \sin \theta \quad (2.11b)$$

(2.11a) ve (2.11b) eşitliğinde k , bir PD bağ için ilk malzeme noktasını temsil etmektedir.

2.1 İzotropik Yapılar için Bağ Bazlı Peridinamik Teori

2.1.1 Bir boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi

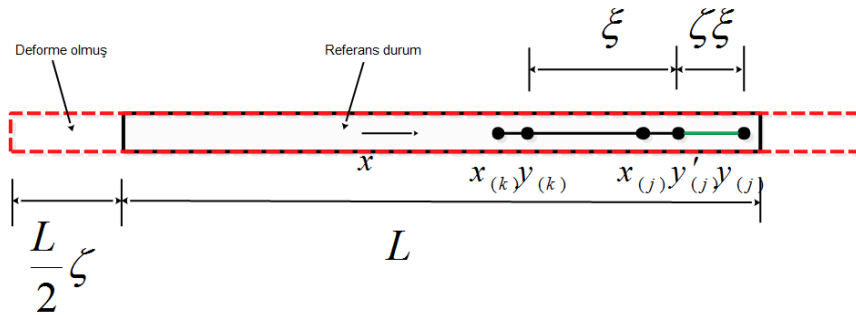
2.1.1.1 Peridinamik çubuk eleman

PD teoride şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu (ŞDEY), $w(\boldsymbol{\eta}, \xi)$ ile gösterilen mikro potansiyellerin toplamı olarak (2.12) eşitliğindeki gibi ifade edilebilmektedir [41].

$$W^{PD} = \frac{1}{2} \int_H w(\boldsymbol{\eta}, \xi) dH \quad (2.12)$$

(2.12) eşitliğinde belirtilen ξ ve $\boldsymbol{\eta}$ ifadeleri sırasıyla (2.2) ve (2.3) denklemlerinde tanımlandıkları gibidir. Bir PD bağın ŞDEY, iki malzeme noktasına eşit olarak dağıldığından (2.12) eşitliğinde $\frac{1}{2}$ çarpanı bulunmaktadır [41]. Bağ bazlı PD teoride mikro potansiyel ile kuvvet yoğunluk vektörü arasındaki ilişki (2.13) eşitliğinde belirtildiği gibi verilmektedir [41].

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \xi) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} w(\boldsymbol{\eta}, \xi) \quad (2.13)$$



Şekil 2.3: Homojen aksenal yükleme altındaki bir boyutlu çubuk modeli

Şekil 2.3'te gösterilen bir boyutlu çubukta (2.5) eşitliğinde belirtilen kuvvet yoğunluğu vektörünün parametresi olan bağ sabitini bulmak için çubuktaki tüm malzeme noktalarına $s = \zeta$ olmak üzere homojen aksenal yükleme uygulanır. Bu durumda kuvvet yoğunluk vektörü (2.14) eşitliğindeki duruma gelir.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \xi) = \frac{\xi}{|\xi|} c \zeta \quad (2.14)$$

Her bir PD bağ için mikro potansiyel ifadesi Denklem (2.13) ve (2.14) kullanılarak (2.15) eşitliğindeki gibi bulunur.

$$w = \frac{1}{2} c s^2 |\xi| = \frac{1}{2} c \zeta^2 \xi \quad (2.15)$$

Denklem (2.15), denklem (2.13) içerisinde yerine konulduğunda ŞDEY (2.16) eşitliğinde görüldüğü gibi elde edilir.

$$W^{PD} = 2 \frac{1}{2} \int_0^\delta \frac{1}{2} c \zeta^2 \xi A d\xi = \frac{1}{4} c \zeta^2 A \delta^2 \quad (2.16)$$

(2.16) eşitliğinde A bir boyutlu çubuğun kesit alanını, δ bir malzeme noktasının küresel komşuluğu ifade etmektedir. $s = \zeta$ yükleme durumu için KSOM'nde bir çubuktaki ŞDEY (2.17) eşitliğindeki gibi verilmektedir.

$$W^{CCM} = \frac{1}{2} E s^2 = \frac{1}{2} E \zeta^2 \quad (2.17)$$

PD teori için olan ŞDEY (Denklem 2.16) ile KSOM için olan ŞDEY (Denklem 2.17) birbirine eşitlendiğinde PD çubuk eleman için bir boyutlu bağ sabiti (2.18) eşitliğindeki gibi elde edilir [22].

$$c = \frac{2E}{A\delta^2} \quad (2.18)$$

2.1.1.2 Peridinamik Timoshenko kiriş eleman

PD Timoshenko elemanda (2.7) eşitliğinde belirtilen malzeme noktaları arasındaki eğrilik ifadesine ek olarak Enine Kesme Açısı (EKA) mevcuttur. Şekil 2.4'de gösterilen j ve k malzeme noktalarının EKA değerleri sırasıyla

$$\varphi_{(j)} = \left(\frac{w_j - w_k}{\xi_{jk}} - \phi_j \operatorname{sgn}(x_j - x_k) \right) \quad (2.19a)$$

$$\varphi_{(k)} = \left(\frac{w_j - w_k}{\xi_{jk}} - \phi_k \operatorname{sgn}(x_j - x_k) \right) \quad (2.19b)$$

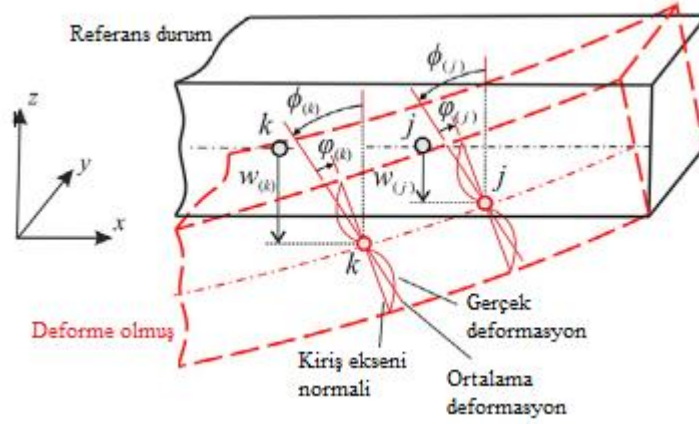
şeklinde tanımlanmaktadır [53]. (2.19) eşitliğinde w_j ve w_k sırasıyla j ve k malzeme noktalarındaki sehimi belirtmektedir. k malzeme noktası, bir PD bağın ilk malzeme noktası olarak düşünülürse j ve k malzeme noktaları arasındaki etkileşime ait EKA

$$\varphi_{(k)(j)} = \left(\frac{w_j - w_k}{\xi_{jk}} - \frac{\phi_j + \phi_k}{2} \operatorname{sgn}(x_j - x_k) \right) \quad (2.20)$$

olmaktadır. Bağ bazlı PD teori için bir PD bağa ait EKA değerleri arasında

$$\varphi_{(j)(k)} = -\varphi_{(k)(j)} \quad (2.21)$$

ilişkisi bulunmaktadır.



Şekil 2.4: PD Timoshenko kiriş eleman kinematığı [53]

PD Timoshenko eleman, bir boyutlu olduğundan w ve ϕ olmak üzere iki farklı bağımsız değişkene sahiptir. Diyaroglu vd.'nin çalışmasına göre, bu iki değişken Euler-Lagranj eşitlikleri ile kullanıldığında timoshenko eleman için PD hareket denklemi

$$\rho \ddot{w}_{(k)} = c_s \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} - \frac{\phi_{(j)} + \phi_{(k)}}{2} \operatorname{sgn}(x_{(j)} - x_{(k)}) \right) V_{(j)} + \hat{b}_{(k)} \quad (2.22a)$$

$$\frac{\rho I}{A} \ddot{\phi}_{(k)} = c_b \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\phi_{(j)} - \phi_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} V_{(j)} + \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} \operatorname{sgn}(x_{(j)} - x_{(k)}) - \frac{\phi_{(j)} + \phi_{(k)}}{2} \right) \xi_{(j)(k)} V_{(j)} + \tilde{b}_{(k)} \quad (2.22b)$$

olarak yazılmaktadır [53]. (2.22) eşitliğinde geçen c_s ve c_b parametreleri sırasıyla kayma ve eğilme deformasyonlarıyla ilişkili olarak malzeme davranışını gösteren bağ sabitleridir. I ise kiriş elemanın eylemsizlik momentidir. İki farklı deformasyon için malzeme karakteristiğini gösteren bağ sabitleri

$$c_s = \frac{2kG}{A\delta^2} \quad (2.23a)$$

$$c_b = \frac{E}{A} \left(\frac{2I}{A\delta^2} + \frac{1}{4} \frac{k}{2} \right) \quad (2.23b)$$

olarak

$$G = \frac{E}{2} \text{ ve } \nu = 0 \quad (2.24)$$

şartıyla tanımlanmaktadır. (2.23) eşitliğinde yer alan k ve G sırasıyla kayma düzeltme faktörünü ve kayma modülünü belirtmektedir.

2.1.2 İki boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi

2.1.2.1 Düzlem gerilme ve düzlem gerinim durumu

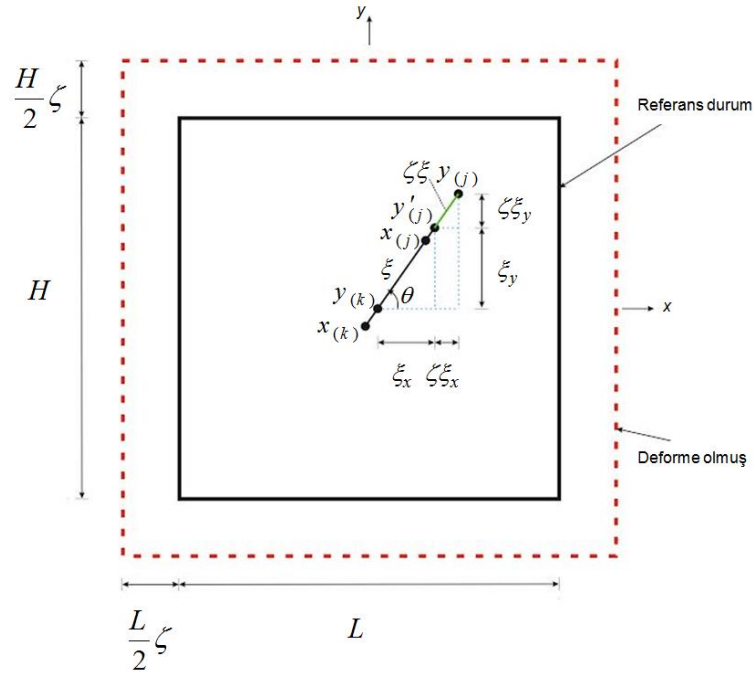
ŞDEY'nun, mikro potansiyellerin toplamı olarak ifade edildiği (2.12) eşitliğinde belirtilmişti. Şekil 2.5'te gösterilen iki boyutlu plakada (2.5) eşitliğinde tanımlanan kuvvet yoğunluğu vektörünün parametresi olan bağ sabitini belirlemek için plakadaki tüm malzeme noktalarına $s = \zeta$ olmak üzere homojen yükleme uygulanır. Böylelikle her bir PD bağ için mikro potansiyel ifadesi (2.15) denkleminde benzer olarak (2.25) eşitliğindeki gibi ifade edilir [21].

$$w = \frac{1}{2} c \zeta^2 \xi \quad (2.25)$$

(2.12) ve (2.25) eşitlikleri kullanılarak iki boyutlu plakadaki ŞDEY, (2.26) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W^{PD} = \frac{1}{2} t \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \left(\frac{c \zeta^2 \xi}{2} \right) \xi d\xi d\theta = \frac{\pi t \delta^3 c \zeta^2}{6} \quad (2.26)$$

(2.26) eşitliğinde t plaka kalınlığını, δ bir malzeme noktasının küresel komşuluğu ifade etmektedir.



Şekil 2.5: Homojen yükleme altındaki iki boyutlu plaka modeli

KSOM'nde ise Şekil 2.5'te gösterilen homojen yükleme durumunda düzlem gerilme ve düzlem gerinim varsayımı ile bir malzeme noktası için ŞDEY sırasıyla (2.27a) ve (2.27b) eşitliklerindeki gibi yazılmaktadır [21].

$$W^{CCM} = \frac{E}{1-\nu} \zeta^2 \quad (2.27a)$$

$$W^{CCM} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \zeta^2 \quad (2.27b)$$

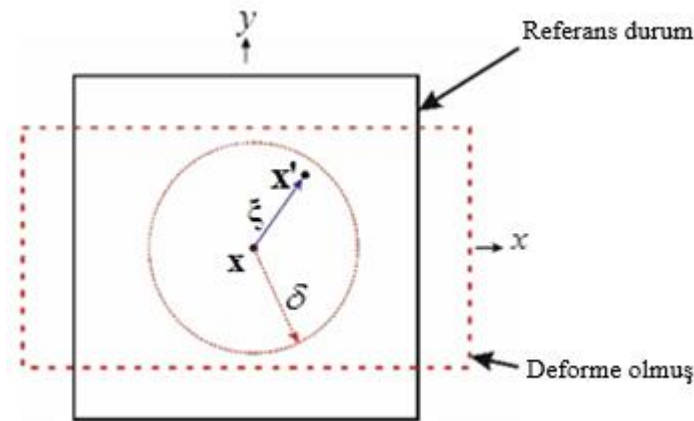
Bağ bazlı PD teoride düzlem gerilme ve düzlem gerinim durumlarında Poisson oranları sırasıyla 1/3 ve 1/4 değerlerini almaktadırlar [55]. KSOM'ndeki ŞDEY (2.27a) ve (2.27b), PD teori için kullanılan ŞDEY (2.26) ifadesine eşitlendiğinde, 2 boyutlu bağ sabiti formülasyonu düzlem gerilme ve düzlem gerinim varsayımı için sırasıyla (2.28a) ve (2.28b) eşitliklerindeki gibi elde edilir.

$$c = \frac{9E}{\pi t \delta^3} \quad (2.28a)$$

$$c = \frac{48E}{5\pi t \delta^3} \quad (2.28b)$$

İki boyutlu bağ sabitini bulmak kullanılan bir diğer yöntem ise plakanın $\gamma_{xy} = \zeta/2$ saf kesme yüklemesine maruz bırakılması durumudur. Bunun için plakadaki tüm malzeme noktalarına $s = \zeta(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$ uygulanır. Saf kesme altındaki iki boyutlu plakadaki ŞDEY, (2.29) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W^{PD} = \frac{1}{2} t \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \left(\frac{cs^2 \xi}{2} \right) \xi d\xi d\theta = \frac{\pi t \delta^3 c \zeta^2}{12} \quad (2.29)$$



Şekil 2.6: Saf kesme yüklemesi altındaki iki boyutlu plaka modeli

KSOM'nde ise Şekil 2.6'te gösterilen saf kesme yüklemesine denk olan durum düşünüldüğünde hem düzlem gerilme hem de düzlem gerinim varsayımı için bir malzeme noktasındaki ŞDEY (2.30) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır [21].

$$W^{CCM} = \frac{E}{(1+\nu)} \zeta^2 \quad (2.30)$$

KSOM'ndeki ŞDEY (2.30), PD teori için kullanılan ŞDEY (2.29) ifadesine eşitlendiğinde, 2 boyutlu bağ sabiti formülasyonu düzlem gerilme ve düzlem gerinim varsayımı için, önceki yükleme durumundan da elde edildiği gibi, sırasıyla (2.28a) ve (2.28b) eşitliklerindeki gibi elde edilir.

2.1.2.2 Mindlin formülasyonu

PD Mindlin plaka formülasyonunda Timoshenko formülasyonundan farklı olarak w , ϕ_x ve ϕ_y olmak üzere üç farklı bağımsız değişken bulunmaktadır. Dolayısıyla üç hareket denklemi tanımlanacaktır.

(2.19) eşitliğine benzer olarak Şekil 2.7'de görülen j ve k malzeme noktaları için EKA ifadeleri sırasıyla

$$\varphi_{(j)} = \mathcal{G}_{(k)(j)} - \phi_{(j)} \quad (2.31a)$$

$$\varphi_{(k)} = \mathcal{G}_{(k)(j)} - \phi_{(k)} \quad (2.31b)$$

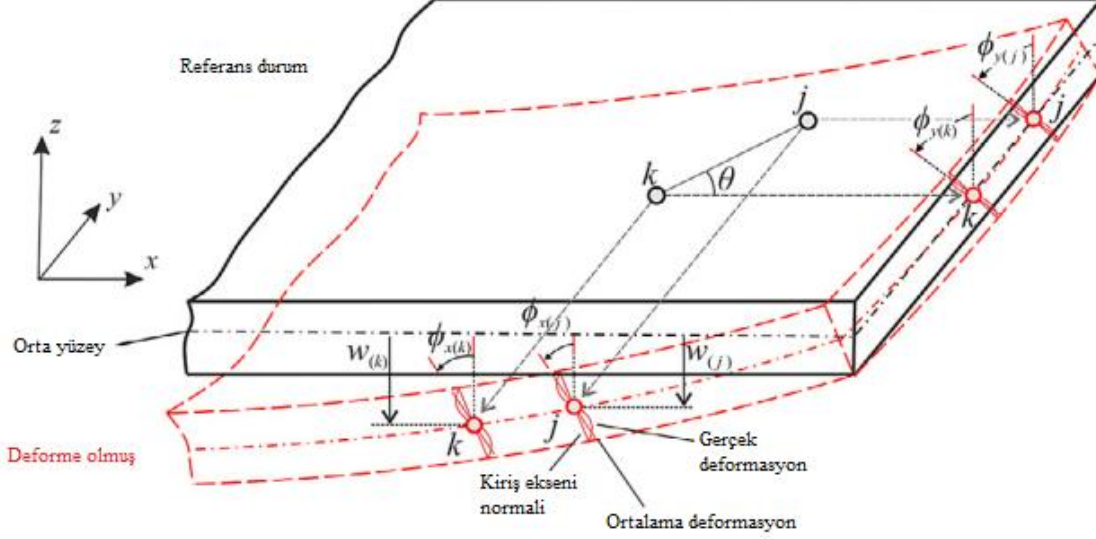
olarak

$$\mathcal{G}_{(k)(j)} = \frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} \quad (2.32)$$

şartıyla tanımlanmaktadır [53]. (2.9a) ve (2.9b) eşitliklerinde belirtilen rotasyon ifadelerinden yararlanılarak iki malzeme noktası arasındaki etkileşim için EKA ifadesi

$$\varphi_{(k)(j)} = \frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} - \frac{\phi_{x(j)} + \phi_{x(k)}}{2} \cos \theta - \frac{\phi_{y(j)} + \phi_{y(k)}}{2} \sin \theta \quad (2.33)$$

olarak elde edilir. (2.33) ifadesinde k , bir PD bağ için ilk malzeme noktasıdır. PD Timoshenko kirişte olduğu gibi Mindlin formülasyonunda da bağ bazlı PD teori esas alındığından (2.8) ve (2.21) ifadelerinde belirtilen ilişkilerin geçerli olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.



Şekil 2.7: PD Mindlin plaka kinematığı [53]

PD Mindlin plaka için eğilme ve kayma yüklemelerine bağlı olarak toplam kinetik ve potansiyel enerjiler, PD bağlara ait eğrilik ve EKA cinsinden ifade edilmektedir. Euler-Lagranj bağıntıları kullanılarak PD Mindlin plaka için hareket denklemleri

$$\rho h \ddot{w}_{(k)} = c_s \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_{(k)(j)} V_{(j)} + \hat{b}_{(k)} \quad (2.34a)$$

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{x(k)} = c_b \sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{(k)(j)} \cos \theta V_{(j)} + \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{jk} \varphi_{(k)(j)} \cos \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{x(k)} \quad (2.34b)$$

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{y(k)} = c_b \sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{(k)(j)} \sin \theta V_{(j)} + \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{jk} \varphi_{(k)(j)} \sin \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{y(k)} \quad (2.34c)$$

şeklinde olmaktadır. (2.10) ve (2.33) denklemleri, (2.34) içerisinde yerine yazıldığında hareket denklemleri

$$\rho h \ddot{w}_{(k)} = c_s \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} - \frac{\phi_{x(j)} + \phi_{x(k)}}{2} \cos \theta - \frac{\phi_{y(j)} + \phi_{y(k)}}{2} \sin \theta \right) V_{(j)} + \hat{b}_{(k)} \quad (2.35a)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{x(k)} = & c_b \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\phi_{x(j)} - \phi_{x(k)}}{\xi_{(j)(k)}} \right) \cos \theta + \left(\frac{\phi_{y(j)} - \phi_{y(k)}}{\xi_{(j)(k)}} \right) \sin \theta \right] \cos \theta V_{(j)} \\ & + \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{(j)(k)} \left(\frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} - \frac{\phi_{x(j)} + \phi_{x(k)}}{2} \cos \theta \right. \\ & \left. - \frac{\phi_{y(j)} + \phi_{y(k)}}{2} \sin \theta \right) \cos \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{x(k)} \end{aligned} \quad (2.35b)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{y^{(k)}} = & c_b \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\phi_{x^{(j)}} - \phi_{x^{(k)}}}{\xi_{(j)(k)}} \right) \cos \theta + \left(\frac{\phi_{y^{(j)}} - \phi_{y^{(k)}}}{\xi_{(j)(k)}} \right) \sin \theta \right] \sin \theta V_{(j)} \\ & + \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{(j)(k)} \left(\frac{w_{(j)} - w_{(k)}}{\xi_{(j)(k)}} - \frac{\phi_{x^{(j)}} + \phi_{x^{(k)}}}{2} \cos \theta \right. \\ & \left. - \frac{\phi_{y^{(j)}} + \phi_{y^{(k)}}}{2} \sin \theta \right) \sin \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{y^{(k)}} \end{aligned} \quad (2.35c)$$

olarak açıkça yazılabilmektedir [53]. (2.35) eşitliğinde geçen c_s ve c_b parametreleri sırasıyla kayma ve eğilme deformasyonlarıyla ilişkili olarak Mindlin plakaya ait malzeme davranışını gösteren bağ sabitleridir. İki farklı deformasyon için malzeme karakteristiğini gösteren bağ sabitleri

$$c_s = \frac{9E}{4\pi\delta^3} k^2 \quad (2.36a)$$

$$c_b = \frac{E}{\pi\delta} \left(\frac{3h^2}{4\delta^2} + \frac{27}{80} k^2 \right) \quad (2.36b)$$

olarak

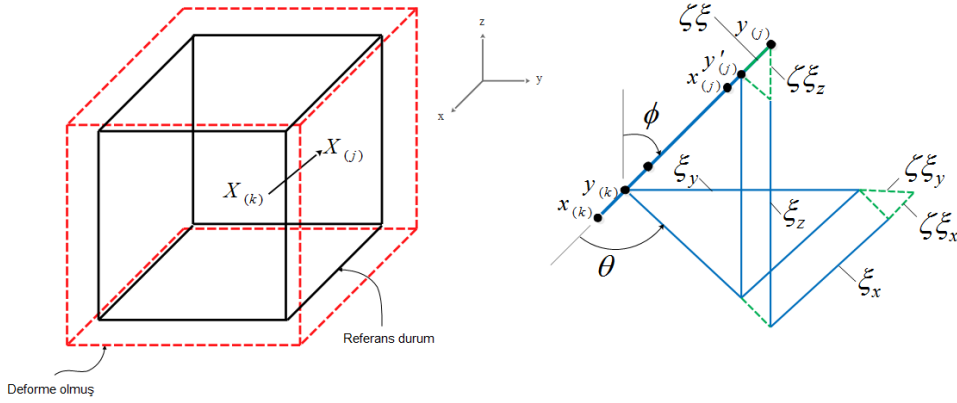
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{ve} \quad \nu = \frac{1}{3} \quad (2.37)$$

şartıyla tanımlanmaktadır.

2.1.3 Üç boyutlu bağ sabitinin elde edilmesi

Şekil 2.8'da gösterilen üç boyutlu blokta (2.5) eşitliğinde belirtilen kuvvet yoğunluğu vektörünün parametresi olan bağ sabitini bulmak için bloktaki tüm malzeme noktalarına $s = \zeta$ olmak üzere homojen yükleme uygulanır. Mikropotansiyellerin toplamı olarak bilinen PD ŞDEY formülasyonu üç boyutta (2.38) eşitliğindeki duruma gelir [22].

$$W^{PD} = \frac{1}{2} \int_0^{\delta} \left(\frac{1}{2} c \zeta^2 \xi \right) 4\pi \xi^2 d\xi = \frac{\pi c \zeta^2 \delta^4}{4} \quad (2.38)$$



Şekil 2.8: Homojen yükleme altındaki üç boyutlu blok modeli

KSOM'nde, bir malzeme noktası üzerindeki ŞDEY (2.39) ifadesinde olduğu gibidir.

$$W^{CCM} = \frac{3E}{2(1-2\nu)} \zeta^2 \quad (2.39)$$

KSOM'ndeki ŞDEY (2.39), PD teori için kullanılan ŞDEY (2.38) ifadesine eşitlendiğinde, üç boyutlu bağ sabiti formülasyonu (2.40) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$c = \frac{18\kappa}{\pi\delta^4} \quad (2.40)$$

2.1.4 Yüzey düzeltme faktörleri

Yüzeye yakın kısımlarda yer alan malzeme noktalarının küresel komşuluğu içerisindeki malzeme noktası sayısı, yapının iç kısımlarına göre eksik kalmaktadır. Dolayısıyla bu bölgelerin direngenliği küresel komşuluğunu tamamlamış malzeme noktalarına oranla daha zayıf kalmaktadır. Bu durum yüzey düzeltme faktörlerinin (YDF) kullanımına sebep olmaktadır.

YDF, PD formülasyon çeşidine göre yapıya tek ekseninde çekme kuvveti, eğilme momenti veya kesme kuvveti uygulanarak küresel komşuluğu bulunan iki malzeme noktasının ŞDEY'lerinin hesaplanmasıyla belirlenmektedir. Öncelikle (2.41) eşitliğinde görüldüğü gibi sırasıyla x ekseninde çekme, eğilme veya düzlem dışı kayma uygulanır.

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} \quad x \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (2.41a)$$

$$\phi^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial \phi_x^*}{\partial x} x \ 0 \right\}^T \quad (2.41b)$$

$$w^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial w^*}{\partial x} x \ 0 \right\}^T \quad (2.41c)$$

(2.41) eşitliğinde geçen $\partial u_x^* / \partial x$, $\partial \phi_x^* / \partial x$ ve $\partial w^* / \partial x$ sırasıyla yapıya uygulanan sabit birim uzamayı, sabit birim rotasyonu ve sabit birim sehimi ifade etmektedir. Uygulanan sabit birim uzama, sabit eğrilik veya sabit EKA değerinden dolayı oluşan ŞDEY değerleri sırasıyla (2.42) eşitliğindeki gibidir.

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H \omega(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dH \quad (2.42a)$$

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H \tilde{w}(\kappa) dH \quad (2.42b)$$

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H \hat{w}(\varphi) dH \quad (2.42c)$$

(2.42) eşitliğinde belirtilen $\tilde{w}(\kappa)$ ve $\hat{w}(\varphi)$, sırasıyla eğilme deformasyonundan dolayı ve kayma deformasyonundan dolayı bir PD bağda oluşan skalar mikropotansiyel ifadesini belirtmektedir. Bir malzeme noktasına ait $w_y(\mathbf{x})$ ve $w_z(\mathbf{x})$ ifadelerinin de uygulanan yükleme tipine bağlı olarak kendi yönlerinde uygulanacak sabit birim uzama, sabit eğrilik veya sabit EKA ile elde edileceği düşünülürse $\mathbf{W}(\mathbf{x})$ ŞDEY vektörü (2.43) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\mathbf{W}^T(\mathbf{x}) = \{W_x \ W_y \ W_z\} \quad (2.43)$$

Bir malzeme noktasının ŞDEY hesaplanırken hacmi bir kenarı Δx kadar olan küp şeklinde kabul edilmektedir. Bir malzeme noktasının küresel komşuluğu içindeki diğer malzeme noktası olan \mathbf{x}' için de (2.41) eşitliğindeki gibi yükleme tipine bağlı olarak sırasıyla yer değiştirme, rotasyon veya sehim alanı tanımlanmaktadır.

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}') = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x' \ 0 \ 0 \right\}^T \quad (2.44a)$$

$$\phi^T(\mathbf{x}') = \left\{ \frac{\partial \phi_x^*}{\partial x} x' \ 0 \right\}^T \quad (2.44b)$$

$$w^T(\mathbf{x}') = \left\{ \frac{\partial w^*}{\partial x} x' \quad 0 \right\}^T \quad (2.44c)$$

İki malzeme noktası arası uzaklık ile KKY arasındaki ilişkinin $\Delta_\infty = \delta / 50$ şeklinde tanımlandığı sürekli bir ortamda küresel komşuluğu tam olan \mathbf{x} malzeme noktasının ŞDEY (2.45) eşitliğindeki gibi yazılır.

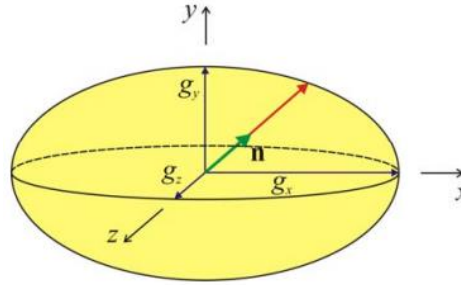
$$W_\infty^t = \sum_{\ell=-50}^{50} \sum_{m=-50}^{50} \sum_{n=-50}^{50} w(\mathbf{u}', \mathbf{x}', t) \Delta_\infty^3 \quad (2.45a)$$

$$W_\infty^b = \sum_{\ell=-50}^{50} \sum_{m=-50}^{50} \sum_{n=-50}^{50} \tilde{w}(\kappa) \Delta_\infty^3 \quad (2.45b)$$

$$W_\infty^s = \sum_{\ell=-50}^{50} \sum_{m=-50}^{50} \sum_{n=-50}^{50} \hat{w}(\varphi) \Delta_\infty^3 \quad (2.45c)$$

(2.45) eşitliğinde belirtildiği gibi \mathbf{x}' malzeme noktasının KKY dışarısında olma durumunda ŞDEY'na bir katkısı olmamaktadır. YDF, yüzeye uzak bir malzeme noktasının sahip olduğu ŞDEY'nun yüzeye yakın küresel komşuluğu tamamlanmamış malzeme noktasının sahip olduğu ŞDEY'na oranı ile (2.46) eşitliğinde görüldüğü gibi hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \{g_x, g_y, g_z\}^T = \left\{ \frac{W_\infty}{W_x}, \frac{W_\infty}{W_y}, \frac{W_\infty}{W_z} \right\} \quad (2.46)$$



Şekil 2.9: YDF'lerinin belirlenmesi için çizilen elipsoit [21]

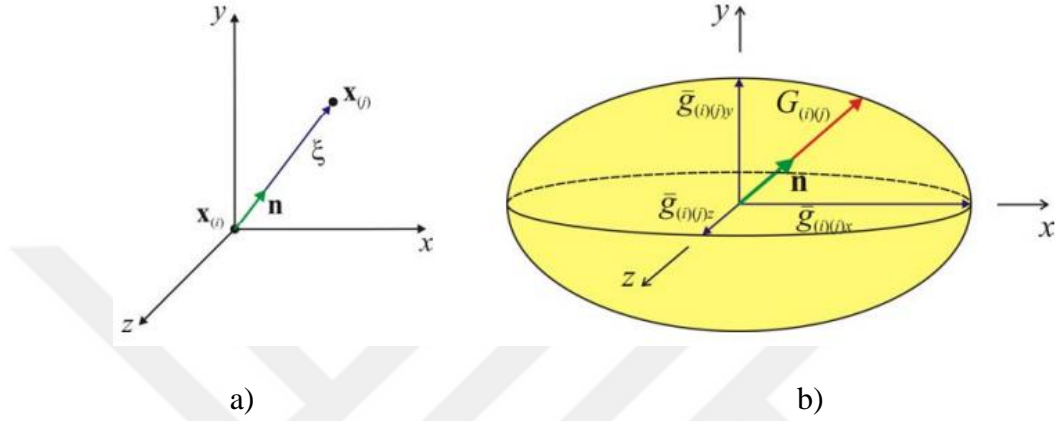
(2.46) eşitliğinde belirlenen YDF'leri Şekil 2.9'de görüldüğü gibi sadece aksenal yönde olanları belirtmektedir. Genel yükleme koşulları altında bulunan bir yapının içerisindeki herhangi iki malzeme noktasının YDF (2.47) ve (2.48) eşitliklerindeki gibi belirlenmektedir.

$$\mathbf{g}(i)(\mathbf{x}(i)) = \{g_x(i), g_y(i), g_z(i)\}^T = \left\{ \frac{W_\infty}{W_{x(i)}}, \frac{W_\infty}{W_{y(i)}}, \frac{W_\infty}{W_{z(i)}} \right\} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{g}_{(j)}(\mathbf{x}_{(j)}) = \{g_{x(j)}, g_{y(j)}, g_{z(j)}\}^T = \left\{ \frac{W_{\infty}}{W_{x(j)}}, \frac{W_{\infty}}{W_{y(j)}}, \frac{W_{\infty}}{W_{z(j)}} \right\} \quad (2.48)$$

Genel yükleme koşulları altında bulunan bir yapının içerisindeki herhangi iki malzeme noktası arasında bulunan temsili PD bağın YDF (2.47) ve (2.48) eşitlikleri kullanılarak (2.49) denklemindeki gibi belirlenmektedir.

$$\bar{\mathbf{g}}_{(i)(j)} = \left\{ \bar{g}_{(i)(j)x}, \bar{g}_{(i)(j)y}, \bar{g}_{(i)(j)z} \right\}^T = (\mathbf{g}_{(i)} + \mathbf{g}_{(j)})/2 \quad (2.49)$$



Şekil 2.10: a) $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ arasındaki PD bağ b) YDF'leri için çizilen elipsoit [21]

Şekil 2.10'da gösterilen göreceli pozisyon vektörünün dikkate alınarak $\mathbf{x}_{(i)}$, $\mathbf{x}_{(j)}$ ve \mathbf{n} ile izotropik malzemeler için YDF'leri (2.50) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır.

$$G_{(i)(j)} = \left(\left[n_x / \bar{g}_{(i)(j)x} \right]^2 + \left[n_y / \bar{g}_{(i)(j)y} \right]^2 + \left[n_z / \bar{g}_{(i)(j)z} \right]^2 \right)^{-1/2} \quad (2.50)$$

(2.50) eşitliği yardımıyla PD teori için ayrıklaştırılmış hareket denklemi düzlem içi ve düzlem dışı yüklemelerde sırasıyla

$$\rho(\mathbf{x}_{(i)}) \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_{(i)}, t) = \sum_{j=1}^N G_{(i)(j)} \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}_{(j)}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_{(i)}, t), \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) V_{(j)} + \mathbf{b}(\mathbf{x}_{(i)}, t) \quad (2.51a)$$

$$\rho h \ddot{w}_{(k)} = G_{(k)(j)} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_{(k)(j)} V_{(j)} + \hat{b}_{(k)} \quad (2.51b)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{x(k)} &= G_{(k)(j)} c_b \sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{(k)(j)} \cos \theta V_{(j)} \\ &+ G_{(k)(j)} \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{jk} \varphi_{(k)(j)} \cos \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{x(k)} \end{aligned} \quad (2.51c)$$

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{y^{(k)}} = G_{(k)(j)} c_b \sum_{j=1}^{\infty} \kappa_{(k)(j)} \sin \theta V_{(j)} + G_{(k)(j)} \frac{1}{2} c_s \sum_{j=1}^{\infty} \xi_{jk} \varphi_{(k)(j)} \sin \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{y^{(k)}} \quad (2.51d)$$

olarak yazılmaktadır [21], [53]. Ayrıntılı çıkarımlar Diyaroglu vd.'nin çalışmasında mevcuttur [53].

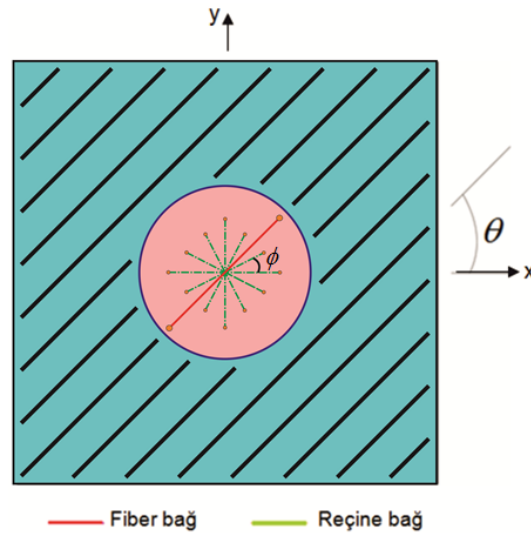
Sayısal verilere dayanılarak YDF'leri için uygulanan sabit birim uzamanın, rotasyonun veya sehimin büyüklüğü, sonuca fazla bir etki göstermemektedir [21]. Bu nedenle $\partial u_x^* / \partial x = 0.001$, $\partial \phi_x^* / \partial x = 0.001$ ve $\partial w^* / \partial x = 0.001$ olarak kabul edilmektedir.

2.2 Kompozit Yapılar için Peridinamik Teori

2.2.1 Tek katmanlı kompozit yapı için peridinamik teori

2.2.1.1 Düzlem gerilme durumu

Fiber yapılar ile güçlendirilmiş kompozit tabakanın PD analizi yapılırken yöne göre bağımlılık söz konusu olmaktadır. Neticede bir tabakada fiber ve reçine bağları için olmak üzere iki farklı bağ sabiti parametresi gerekmektedir. Bu bağ sabitleri, Şekil 2.11'de görülen θ fiber yerleşim açısına sahip kompozit bir tabakayı PD olarak modellemede kullanılmaktadır.

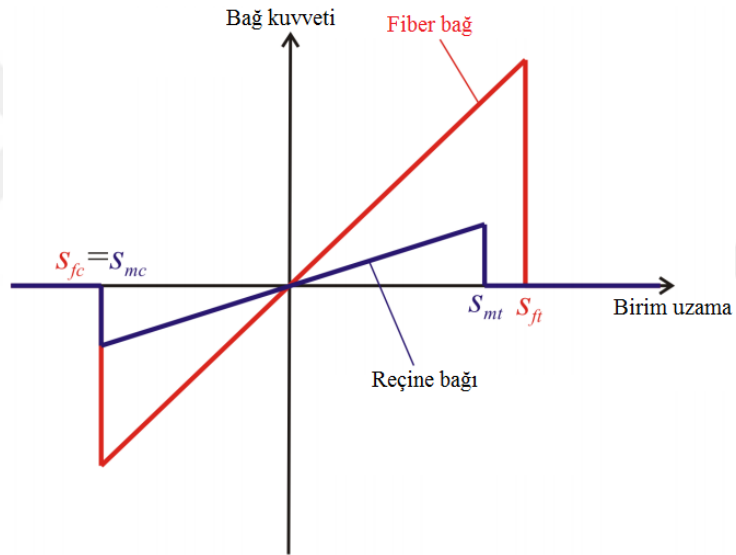


Şekil 2.11: θ fiber yerleşim açısına sahip kompozit bir tabakanın küresel etkileşim bölgesinin ve temsili PD bağlarının gösterimi

Şekil 2.11’de gösterilen ϕ açısı, küresel etkileşim bölgesi içerisinde kalan herhangi iki malzeme noktası arasındaki bağ açısını x eksenini referans alarak ifade etmektedir.

Malzeme noktaları arasındaki etkileşimler düşünüldüğünde fiber yerleşimi yönündeki malzeme özelliğini esas alan c_f ve diğer tüm yönlerdeki reçine yerleşimini dikkate alan c_m bağ sabitlerinin elde edilmesi gerekmektedir. PD bağ sabitleri, analitik olarak E_1 , E_2 , G_{12} ve ν_{12} cinsinden (2.18), (2.28), (2.40) eşitliklerinde de yapıldığı gibi, PD teori için ŞDEY’nun KSOM için olan ŞDEY’na eşitlenmesi ile elde edilmektedir.

Reçine ve fiber bağlar ile oluşturulmuş kompozit bir tabakada düzlemsel olarak iki malzeme noktası arasındaki etkileşimler için bağlardaki birim uzama ile bağ kuvvetleri arasındaki ilişki Şekil 2.12’de görüldüğü gibi tanımlanmaktadır.



Şekil 2.12: Fiber ve reçine bağları için kuvvet-birim uzama ilişkisi [21]

Şekil 2.12’de gösterilen basma ve çekme yükleme koşulları için olan s_{fc} , s_{fc} ve s_{ft} , s_{mt} hasar parametreleri deneysel ölçümlere dayanılarak hesaplanmaktadır. Hasar parametrelerinin PD olarak hesaplanması 2.3 başlığı altında gösterilecektir.

Isıl etkilerin olmadığı kompozit bir tabakanın ŞDEY (2.52) eşitliğindeki gibi ifade edilmektedir.

$$W^{CCM} = \frac{1}{2} \sigma^T \varepsilon \quad (2.52)$$

(2.52) eşitliğinde belirtilen σ gerilmeyi, ε gerinimi göstermektedir. σ , (2.53) eşitliğindeki gibi ifade edilmektedir.

$$\sigma = \bar{Q}\varepsilon \quad (2.53)$$

(2.53) eşitliğinde geçen \bar{Q} , (2.54) eşitliğinde gösterildiği gibi indirgenmiş global dirençlik matrisini ifade etmektedir.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

İndirgenmiş global dirençlik matrisi, \bar{Q} , fiber yönünde elastik modül E_1 , diğer yönlerdeki elastik modül E_2 , düzlemsel kayma modülü G_{12} ve düzlemsel poisson oranı ν_{12} olmak üzere 4 farklı malzeme sabitine bağlı bir fonksiyondur. \bar{Q} matrisinin elemanları (2.55), (2.56), (2.57), (2.58), (2.59) ve (2.60) eşitliklerindeki gibidir [56].

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4(\theta) + Q_{22} \sin^4(\theta) + 2(Q_{12} + Q_{66}) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \quad (2.55)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{12} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \quad (2.56)$$

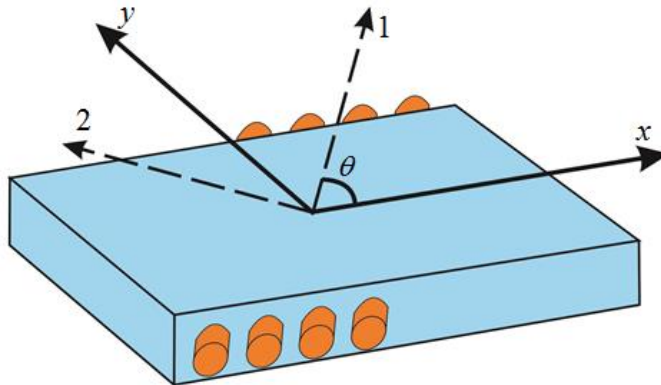
$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) \quad (2.57)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4(\theta) + Q_{22} \cos^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \quad (2.58)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3(\theta) \cos(\theta) - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin(\theta) \cos^3(\theta) \quad (2.59)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + Q_{66} (\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \quad (2.60)$$

(2.55), (2.56), (2.57), (2.58), (2.59) ve (2.60) eşitliklerinde belirtilen θ , x eksenini referans alan fiber yerleşim açısını ifade etmektedir.



Şekil 2.13: Fiber yerleşimine göre yönlerin gösterimi

Şekil 2.13’da görüldüğü gibi fiber yerleşim yönü 1 eksen, fiber yerleşimine dik olan yön ise 2 eksen olarak adlandırılmaktadır. \bar{Q} matrisinin global koordinatları referans almasına karşın Q matrisi 1 ve 2 eksenlerini referans almaktadır. \bar{Q} , indirgenmiş global dirençlik matrisinin elemanlarının değerlerinin hesaplanabilmesi için gereken 4 farklı malzeme sabitine bağlı Q , indirgenmiş yerel dirençlik matrisinin elemanları (2.61), (2.62), (2.63), (2.64), (2.65) ve (2.66) eşitliklerindeki gibi ifade edilmektedir.

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.61)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.62)$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2.63)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (2.64)$$

$$1 - \nu_{12}\nu_{21} > 0 \quad (2.65)$$

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (2.66)$$

Q matrisinin elemanlarından da anlaşılacağı gibi kompozit bir tabakada bağ sabitleri c_f ve c_m (2.67) eşitliğindeki gibi yöne bağlıdır.

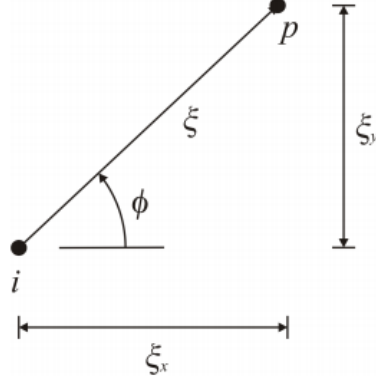
$$c = \begin{cases} c_f + c_m & , \phi = \theta \\ c_m & , \phi \neq \theta \end{cases} \quad (2.67)$$

(2.67) eşitliğindeki ϕ açısı Şekil 2.11’de gösterilen bağ açısına karşılık gelmektedir.

(2.67) eşitliğinde belirtilen yöne bağımlılıktan dolayı (2.15) eşitliğindeki mikropotansiyel ifadesi (2.68) eşitliğinde belirtildiği gibi düzenlenir.

$$w = \frac{1}{2} c(\phi) s^{-2}(\phi) \xi(\phi) \quad (2.68)$$

(2.68) ifadesinde belirtilen ξ ifadesi Şekil 2.14’de görüldüğü gibi iki malzeme noktası arasındaki bağ başlangıç uzunluğunu ifade etmektedir.



Şekil 2.14: i ve p malzeme noktaları arasındaki bağın başlangıç uzunluğu

Kompozit bir tabaka için k malzeme noktasının PD teorisinde ŞDEY, tam analitik olarak gösterilemediği için, (2.12) denkleminin yeniden düzenlenmesiyle (2.69) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W_{(k)}^{PD} = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \frac{c_f s_{qi}^2 \xi_{qi}}{2} V_q + \frac{1}{2} \int_H \frac{c_m s^2 \xi}{2} dH \quad (2.69)$$

(2.69) eşitliğinde c_f , fiber bağ sabitini gösterirken c_m ise reçine bağ sabitini göstermektedir. Ayrıca, Q , i malzeme noktasının küresel komşuluğu içerisinde kalan fiber bağ sayısını göstermektedir. Fiber yönünde bağın başlangıç uzunluğu ξ_{qi} ve deformasyon sonrası birim uzama s_{qi} ifadeleri ile gösterilmektedir. V_q , Şekil 2.14'da gösterilen i malzeme noktası ile etkileşim içerisinde olan q malzeme noktasının hacmini ifade etmektedir. V_q , (2.70) eşitliğinde görüldüğü gibi hesaplanmaktadır.

$$V_q = \frac{\pi t \delta^2}{N} \quad (2.70)$$

(2.70) eşitliğinde N , i malzeme noktasının küresel komşuluğu içerisinde kalan malzeme noktası sayısını, δ KKY'nı, t ise kompozit tabakanın kalınlığını ifade etmektedir.

KSOM'nde ŞDEY (2.52) ifadesi \bar{Q} matrisinin elemanları cinsinden yazılıp, PD teorisinde ŞDEY ifadesi (2.69)'a eşitlendiğinde indirgenmiş global direngenlik matrisi \bar{Q} 'nun elemanları (2.71), (2.72), (2.73), (2.74), (2.75) ve (2.76) eşitliğindeki gibi olmaktadır.

$$\bar{Q}_{11} = (\beta \cos^4(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{8} c_m \quad (2.71)$$

$$\bar{Q}_{12} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{24} c_m \quad (2.72)$$

$$\bar{Q}_{16} = (\beta \sin(\theta) \cos^3(\theta))c_f \quad (2.73)$$

$$\bar{Q}_{22} = (\beta \sin^4(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{8} c_m \quad (2.74)$$

$$\bar{Q}_{26} = (\beta \sin^3(\theta) \cos(\theta))c_f \quad (2.75)$$

$$\bar{Q}_{66} = (\beta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta))c_f + \frac{\pi t \delta^3}{24} c_m \quad (2.76)$$

(2.71), (2.72), (2.73), (2.74), (2.75) ve (2.76) eşitliğinde geçen β ifadesi (2.77) denklemindeki gibi tanımlanmaktadır [21].

$$\beta = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \xi_{qi} V_q \quad (2.77)$$

(2.73) ve (2.75) denklemlerinden βc_f yalnız bırakıldığında (2.78) eşitliği elde edilir.

$$\beta c_f = \frac{\bar{Q}_{16}}{\sin(\theta) \cos^3(\theta)} = \frac{\bar{Q}_{26}}{\sin^3(\theta) \cos(\theta)} \quad (2.78)$$

(2.72) ve (2.76) eşitliğinden faydalanılarak (2.79) eşitliği yazılır.

$$\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{66} \quad (2.79)$$

(2.79) denklemi, (2.57) ve (2.59) içerisinde yerine yazıldığında (2.80) eşitliği elde edilir.

$$(Q_{11} - 3Q_{12}) - (Q_{22} - 3Q_{12}) \frac{\sin^2(\theta)}{\cos^2(\theta)} = (Q_{11} - 3Q_{12}) - (Q_{22} - 3Q_{12}) \frac{\cos^2(\theta)}{\sin^2(\theta)} \quad (2.80)$$

(2.80) incelendiğinde (2.81) eşitliğindeki durum görülmektedir.

$$Q_{22} = 3Q_{12} \quad (2.81)$$

(2.79) ve (2.81) eşitlikleri, (2.55) ve (2.58) denklemlerinde yerine yazıldıktan sonra (2.55) ve (2.58) eşitliklerinin farkı ile (2.71) ve (2.74) denklemlerinin farkı birbirine eşitlendiğinde fiber bağlar için olan bağ sabiti, c_f , (2.82) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$c_f = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{\beta} \quad (2.82)$$

(2.79) ve (2.81) eşitliklerinin (2.55) denkleminde yerine yazılmasıyla elde edilen

ifadeden, (2.82) denkleminin (2.71) eşitliğinde yerine yazılmasıyla elde edilen ifade çıkarılırsa reçine bağlar için olan bağ sabiti, c_m , (2.83) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$c_m = \frac{24Q_{12}}{\pi t \delta^3} = \frac{8Q_{22}}{\pi t \delta^3} \quad (2.83)$$

2.2.1.2 Düzlem dışı yükleme durumu

Sürekli bir ortamda düzlemsel olarak toplam kinetik enerji (2.84) eşitliğindeki gibi elde edilmektedir.

$$T = \frac{1}{2} \rho \sum_{k=1}^{\infty} [\dot{u}_{(k)}^2 + \dot{v}_{(k)}^2] V_{(k)} \quad (2.84)$$

(2.84) eşitliğinde $V_{(k)}$, bir malzeme noktasının hacmini göstermektedir.

Değişkenlerin üzerindeki nokta (.) zamana göre türevi, h ise tabaka kalınlığını ifade göstermektedir. Düzlem içi yer değiştirme bileşenleri, rotasyonlar, $\phi_{x(k)}$ ve $\phi_{y(k)}$, cinsinden (2.85a) ve (2.85b) eşitliklerindeki gibi ifade edilir.

$$u_{(k)} = -z\phi_{x(k)} \quad (2.85a)$$

$$v_{(k)} = -z\phi_{y(k)} \quad (2.85b)$$

(2.85a) ve (2.85b) eşitliklerinde z , kalınlık yönündeki koordinatı belirtmektedir. Eşitlik (2.84), (2.85a) ve (2.85b) kullanılarak toplam kinetik enerji (2.86) denklemindeki gibi tekrar yazılır.

$$T = \frac{1}{2} \rho \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{h^3}{12} \dot{\phi}_{x(k)}^2 + \frac{h^3}{12} \dot{\phi}_{y(k)}^2 \right) A_{(k)} \quad (2.86)$$

(2.86) eşitliğinde $A_{(k)}$, bir malzeme noktasının alanını ifade etmektedir. Tabakadaki toplam potansiyel enerji ise

$$U = \sum_{k=1}^{\infty} W_{(k)} V_{(k)} - \left(\frac{1}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{b}_{\alpha(k)} \phi_{\alpha(k)} \right) V_{(k)} \quad (2.87a)$$

veya

$$U = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2} [\tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)}) + \tilde{w}_{(j)(k)}(\kappa_{(j)(k)})] V_{(j)} \right\} V_{(k)} - \left(\frac{1}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{b}_{\alpha(k)} \phi_{\alpha(k)} \right) V_{(k)} \quad (2.87b)$$

eşitliklerindeki gibi yazılır. $W_{(k)}$ ve $\tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)})$, sırasıyla bir malzeme noktasındaki ŞDEY'nu ve eğilme momentinden dolayı oluşan mikropotansiyelleri göstermektedir. $\tilde{b}_{\alpha(k)}$, k malzeme noktasındaki x and y yönlerindeki gövde

momentini göstermektedir. Toplam kinetik ve potansiyel enerji ifadelerindeki bağımsız değişkenler olan $\dot{\phi}_{\alpha(k)}$ ve $\phi_{\alpha(k)}$ 'yı dikkate alarak Euler-Lagranj eşitlikleri (2.88a) ve (2.88b) denklemlerinde olduğu gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_{\alpha(k)}} - \frac{\partial L}{\partial \phi_{\alpha(k)}} = 0 \quad (\alpha = x, y) \quad (2.88a)$$

$$L = T - U \quad (2.88b)$$

(2.86) ve (2.87b) eşitliklerinin (2.88a) denklemi içerisine yazılmasıyla k malzeme noktası için hareket denklemi

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{\alpha(k)} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)})}{\partial (\kappa_{(k)(j)})} \frac{\partial (\kappa_{(k)(j)})}{\partial (\phi_{\alpha(k)})} + \frac{\partial \tilde{w}_{(j)(k)}(\kappa_{(j)(k)})}{\partial (\kappa_{(j)(k)})} \frac{\partial (\kappa_{(j)(k)})}{\partial (\phi_{\alpha(k)})} \right] V_{(j)} + \tilde{b}_{\alpha(k)} \quad (2.89)$$

şeklinde elde edilir.

Kompozit bir tabaka için elastik davranışı gösteren $\tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)})$ ve $\tilde{w}_{(j)(k)}(\kappa_{(j)(k)})$,

$$\tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)}) = \frac{1}{2} c(\theta) \kappa_{(k)(j)}^2(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) \quad (2.90a)$$

$$\tilde{w}_{(j)(k)}(\kappa_{(j)(k)}) = \frac{1}{2} c(\theta) \kappa_{(j)(k)}^2(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) \quad (2.90b)$$

şeklinde tanımlanabilir. (2.90a) ve (2.90b) eşitliklerinde belirtilen $c(\theta)$, fiber yerleşim açısına göre değişkenlik gösteren malzeme parametresi göstermektedir. θ ise, bir PD etkileşim için bağ açısını göstermektedir (Şekil 2.7). Silling ve Askari'nin kuvvet etkileşimleri için belirttiği gibi [41], skalar mikropotansiyel ifadesi, PD moment yoğunluğu vektörü ile

$$\mathfrak{M}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)}) = \frac{1}{\xi_{(j)(k)}} \frac{\partial \tilde{w}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)})}{\partial (\kappa_{(k)(j)})} \quad (2.91)$$

şeklinde ilişkilendirilebilir. PD moment etkileşimi içerisinde olan fiber ve reçine bağlar, sadece KKY içerisinde geçerli olmaktadır. (2.89) eşitliğinde yer alan türevler alınıp (2.10) ve (2.90) ifadeleri elde edilen türevlerin yerine yazıldığında hareket denklemi

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{x(k)} = c(\theta) \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\phi_{x(j)} - \phi_{x(k)}}{x_{(j)} - x_{(k)}} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\phi_{y(j)} - \phi_{y(k)}}{y_{(j)} - y_{(k)}} \right) \sin^2 \theta \right] \cos \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{x(k)} \quad (2.92a)$$

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{y(k)} = c(\theta) \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\phi_{x(j)} - \phi_{x(k)}}{x_{(j)} - x_{(k)}} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\phi_{y(j)} - \phi_{y(k)}}{y_{(j)} - y_{(k)}} \right) \sin^2 \theta \right] \sin \theta V_{(j)} + \tilde{b}_{y(k)} \quad (2.92b)$$

şeklinde elde edilir.

Bir kompozit tabakada fiber ve reçine yönlerindeki PD moment yoğunluğu ifadesi yöne bağlı olarak (2.93) eşitliğindeki gibi ifade edilir.

$$\mathfrak{M}_{(k)(j)}(\kappa_{(k)(j)}) = c(\theta)\kappa_{(k)(j)}(\theta) \quad \text{ve} \quad c(\theta) = \begin{cases} (c_f + c_m) & \text{eğer } \theta = \theta_f \\ c_m & \text{eğer } \theta \neq \theta_f \end{cases} \quad (2.93)$$

θ_f , fiber yerleşim açısını ifade etmektedir. c_f ve c_m , sırasıyla, eğilme deformasyonu ile ilişkili fiber ve reçine bağ sabitlerini ifade etmektedirler. Düzlem gerilme durumundaki kuvvet yoğunluğu ilişkilerine benzer olarak, bir PD bağın eğriliği ve PD moment yoğunluğu arasında lineer bir ilişki bulunmaktadır.

Eğilme yüklemesi altında kompozit malzemenin davranışını ifade edebilmek için c_f ve c_m malzeme parametreleri, PD ve Klasik Kompozit Teori'den (KKT) elde edilen ŞDEY değerleri eşitlenerek belirlenir. Oterkus ve Madenci'nin çalışmasında izlenen yola [57] ve (2.69) denkleminde benzer olarak, saf eğilme yüklemesi altında k malzeme noktası için PD ŞDEY

$$W_{(k)}^{PD} = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \kappa_{(q)(k)}^2 \xi_{(q)(k)}}{2} V_{(q)} + \frac{1}{2} \int_H \frac{c_m \kappa^2 \xi}{2} dH \quad (2.94)$$

şeklinde yazılır. KKT için ise aynı yükleme durumunda bir malzeme noktasındaki ŞDEY

$$W_{(k)}^{CLPT} = \frac{1}{2} D \kappa^2 \quad (2.95)$$

olarak yazılır. D , eğilme direngenliğini ifade etmektedir. Her iki ŞDEY'in karşılaştırılabilmesi ve malzeme parametrelerinin elde edilebilmesi için eğrilik alanı

$$\kappa_{xx} = \zeta, \quad \kappa_{yy} = -\nu_{xy} \zeta, \quad \kappa_{xy} = -\mu_{xy} \zeta \quad (2.96a)$$

$$\mu_{xy} = m_x \frac{D_x}{D_1} \quad (2.96b)$$

şeklinde tanımlanır. m_x boyutsuz bir katsayıyı belirtmektedir. Oterkus ve Madenci'nin çalışmasını [57] esas alarak j ve k malzeme noktalarındaki rotasyonlar, yatay ve dikey yönlerde

$$\phi_{x(j)} - \phi_{x(k)} = \kappa_{xx} \xi_x + \frac{\kappa_{xy}}{2} \xi_y \quad (2.97a)$$

$$\phi_{y(j)} - \phi_{y(k)} = \kappa_{yy} \xi_y + \frac{\kappa_{xy}}{2} \xi_x \quad (2.97b)$$

şeklinde

$$\xi_x = \xi_{(j)(k)} \cos \theta \quad (2.98a)$$

$$\xi_y = \xi_{(j)(k)} \sin \theta \quad (2.98b)$$

koşullarıyla ifade edilir. Eşitlik (2.10), (2.97) ve (2.98)'ün beraber kullanılmasıyla eğrilik ifadesi

$$\kappa_{(k)(j)} = \zeta (\cos^2 \theta - \mu_{xy} \sin \theta \cos \theta - v_{xy} \sin^2 \theta) \quad (2.99)$$

olarak yazılır. Eşitlik (2.99), (2.12), (2.90a) ve (2.90b) kullanılarak tek kompozit tabakadaki PD ŞDEY

$$\begin{aligned} W_{(k)}^{PD} = & \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\int_H c(\theta) \cos^4(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH - 2v_{xy} \int_H c(\theta) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH \right) \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(-2\mu_{xy} \int_H c(\theta) \sin(\theta) \cos^3(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH \right. \\ & + 2v_{xy} \mu_{xy} \int_H c(\theta) \sin^3(\theta) \cos(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH \left. \right) \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(v_{xy}^2 \int_H c(\theta) \sin^4(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH + \mu_{xy}^2 \int_H c(\theta) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(j)(k)}(\theta) dH \right) \right] \zeta^2. \end{aligned} \quad (2.100)$$

şeklinde ifade edilir. (2.95) eşitliğinin ayrıştırılmasıyla KKT için ŞDEY, eğilme direngenliğinin elemanları ile

$$W_{(k)}^{CLPT} = \frac{1}{2} (D_{11} - 2v_{xy} D_{12} - 2\mu_{xy} D_{16} + 2v_{xy} \mu_{xy} D_{26} + v_{xy}^2 D_{22} + \mu_{xy}^2 D_{66}) \zeta^2 \quad (2.101a)$$

şeklinde

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})_k] (h_k^3 - h_{k-1}^3), \quad i=1,2,6; \quad j=1,2,6; \quad (2.101b)$$

koşuluyla yazılır. \bar{Q}_{ij} matrisinin elemanları olan Q , indirgenmiş yerel direngenlik matrisinin elemanları ile malzeme özellikleri arasında (2.61), (2.62), (2.63), (2.64), (2.65) ve (2.66) eşitliklerindeki ilişkiler geçerlidir. Eşitlik (2.101b)'de geçen h_k and h_{k-1} , çok katmanlı bir kompozit yapı için kalınlık yönündeki koordinatı göstermektedir. Fakat, tek bir tabaka için bu koordinatlar

$$h_0 = -h/2 \quad (2.102a)$$

$$h_1 = h/2 \quad (2.102b)$$

olarak belirlendiğinde eğilme direngenlik matrisi

$$D_{ij} = \frac{h^3}{12} \bar{Q}_{ij}, \quad i=1,2,6; \quad j=1,2,6. \quad (2.103)$$

şeklini alır. (2.100) eşitliği içerisindeki katsayılar, (2.101a) denkleminde içerisindeki eğilme direngenliği matrisi elemanlarına eşitlendiğinde

$$D_{11} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \cos^4(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104a)$$

$$D_{12} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104b)$$

$$D_{16} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \sin(\theta) \cos^3(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104c)$$

$$D_{22} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \sin^4(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104d)$$

$$D_{26} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \sin^3(\theta) \cos(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104e)$$

$$D_{66} = \frac{1}{2} \int_H c(\theta) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi_{(j)(k)}^{\xi}(\theta) dH \quad (2.104f)$$

eşitlikleri elde edilir. Eşitlik (2.94)'de yer alan fiber ve reçine bağların etkilerini ayırtmada izlenen yol, eşitlik (2.104)'ye uygulandığında

$$D_{11} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \cos^4(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \cos^4(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105a)$$

$$D_{12} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \sin^2(\theta_f) \cos^2(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105b)$$

$$D_{16} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \sin(\theta_f) \cos^3(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \sin(\theta) \cos^3(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105c)$$

$$D_{22} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \sin^4(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \sin^4(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105d)$$

$$D_{26} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \sin^3(\theta_f) \cos(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \sin^3(\theta) \cos(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105e)$$

$$D_{66} = \sum_{q=1}^Q \frac{c_f \sin^2(\theta_f) \cos^2(\theta_f) \xi_{(q)(k)}^{\xi} V_{(q)}}{2} + h \int_0^{2\pi} \int_0^{\delta} \frac{c_m \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \xi}{2} \xi d\xi d\theta \quad (2.105f)$$

denklemleri elde edilir. (2.105) eşitliğinde yer alan integraller alındığında (2.77) denkleminde faydalanılarak eğilme direngenliği matrisi elemanları, PD malzeme parametreleri cinsinden

$$D_{11} = (\beta \cos^4(\theta_f)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{8} c_m \quad (2.106a)$$

$$D_{12} = (\beta \sin^2(\theta_f) \cos^2(\theta_f)) c_f + \frac{\pi h \delta^3}{24} c_m \quad (2.106b)$$

$$D_{16} = (\beta \sin(\theta_f) \cos^3(\theta_f))c_f \quad (2.106c)$$

$$D_{22} = (\beta \sin^4(\theta_f))c_f + \frac{\pi h \delta^3}{8} c_m \quad (2.106d)$$

$$D_{26} = (\beta \sin^3(\theta_f) \cos(\theta_f))c_f \quad (2.106e)$$

$$D_{66} = (\beta \sin^2(\theta_f) \cos^2(\theta_f))c_f + \frac{\pi h \delta^3}{24} c_m \quad (2.106f)$$

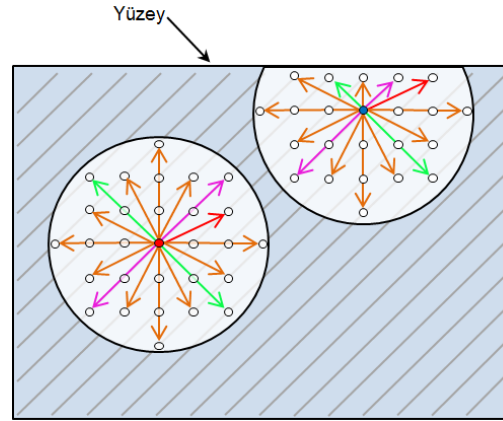
olarak yazılabilir. (2.101b) eşitliğinde belirtilen direngenlik bileşenleri, (2.105) ve (2.106) eşitlikleri ile birlikte kullanılarak PD malzeme parametreleri

$$c_f = \frac{D_{11} - D_{22}}{\beta}, \quad c_m = \frac{24D_{12}}{\pi h \delta^3} \quad (2.107)$$

olarak elde edilir.

2.2.2 Yüzey düzeltme faktörleri

Yüzeye yakın kısımlarda yer alan malzeme noktalarının küresel komşuluğu içerisindeki malzeme noktası sayısı, yapının iç kısımlarına göre eksik kalmaktadır. Dolayısıyla bu bölgeler direngenliği açısından küresel komşuluğu tamamlanmış malzeme noktalarının olduğu bölgelere göre daha zayıf kalmaktadır. Bu durum YDF kullanımını zorunlu kılmaktadır.



Şekil 2.15: Küresel komşuluğu tamamlanmış ve tamamlanmamış malzeme noktalarının gösterimi [1]

Şekil 2.15'de görüldüğü gibi yapının dış yüzeylerine yakın yerlerde küresel komşuluk alanı büyüklüğü daha az olduğu için integrasyon alanı küçülmektedir. Bir katmanlı ve çok katmanlı kompozit yapılar için YDF'leri, yapının tüm malzeme noktalarına basit yükleme koşulları uygulanarak bulunabilmektedir.

2.2.2.1 Tek tabaka için yüzey düzeltme faktörü

Fiber ve reçine bağları için YDF'leri, yapıya tek ekseninde çekme kuvveti uygulanarak küresel komşuluğu bulunan iki malzeme noktasının ŞDEY'lerinin hesaplanmasıyla belirlenmektedir. Tek tabakalı kompozit yapıda bir \mathbf{x} malzeme noktası için ŞDEY (2.108) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W = W_{(f)} + W_{(m)} \quad (2.108)$$

(2.108) eşitliğinde $W_{(f)}(x)$ fiber bağların malzeme noktası üzerindeki ŞDEY'na katkısını, $W_{(m)}(x)$ reçine bağların malzeme noktası üzerindeki ŞDEY'na katkısını göstermektedir. Öncelikle kompozit tabakaya (2.109) eşitliğindeki gibi x ekseninde tek eksenli bir yer değiştirme uygulanır.

$$\mathbf{u}^T(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x \quad \mathbf{0} \right\} \quad (2.109)$$

(2.109) eşitliğinde geçen $\partial u_x^* / \partial x$, sabit birim uzamayı ifade etmektedir. Uygulanan sabit birim uzamadan dolayı oluşan ŞDEY (2.110) eşitliğindeki gibidir.

$$W_x(\mathbf{x}) = \int_H w(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dH \quad (2.110)$$

(2.110) eşitliğinde geçen H , KKY'nı, w \mathbf{x} ve \mathbf{x}' malzeme noktaları arasında bulunan temsili PD bağın ŞDEY'nu belirtmektedir. $W_y(\mathbf{x})$ aynı şekilde yapıya y ekseninde tek eksenli bir yer değiştirme uygulanarak elde edilir.

Kompozit tabakanın öteleme serbestlik dereceleri yerine rotasyonlar cinsinden çözümlerin istendiği modellerde eğilme yüklemesine karşı bir malzeme tepkisi mevcuttur. Bunun için tüm malzeme noktalarına öncelikle (2.111) eşitliğinde görülen rotasyon alanı uygulanır.

$$\phi_x = \left\{ \frac{\partial \phi_x^*}{\partial x} x \quad \mathbf{0} \right\} \quad (2.111)$$

(2.111) eşitliğinde geçen $\partial \phi_x^* / \partial x$, birim rotasyonu ifade etmektedir. Uygulanan sabit birim rotasyondan dolayı oluşan ŞDEY (2.112) eşitliğindeki gibidir.

$$W_x = \frac{1}{2} \int_H \tilde{w} dH \quad (2.112)$$

(2.112) eşitliğinde \tilde{w} , eğilme momentinden dolayı bir PD bağda oluşan mikropotansiyeli ifade etmektedir. Benzer olarak W_y aynı şekilde yapıya y ekseninde bir rotasyon uygulanarak elde edilir. x ve y yönlerinde uygulanan sabit birim uzamalar veya sabit birim rotasyonlar neticesinde her iki yöndeki ŞDEY'ları (2.113) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W_x = W_{(f)x} + W_{(m)x}, \quad W_y = W_{(f)y} + W_{(m)y} \quad (2.113)$$

(2.113) ifadesi yardımıyla fiber ve reçine bağları için olan ŞDEY'ları (2.114) denklemindeki gibi yazılır.

$$\mathbf{W}_{(f)}^T(\mathbf{x}) = \{W_{(f)x} \quad W_{(f)y}\}, \quad \mathbf{W}_{(m)}^T(\mathbf{x}) = \{W_{(m)x} \quad W_{(m)y}\} \quad (2.114)$$

Her iki yöndeki YDF'leri hem fiber hem reçine bağları için, yüzeye uzak bir malzeme noktasının sahip olduğu ŞDEY'nun yüzeye yakın küresel komşuluğu tamamlanmamış malzeme noktasının sahip olduğu ŞDEY'na oranı ile hesaplanmaktadır. Kompozit tabaka içerisinde küresel komşuluğunu tamamlamış bir malzeme noktasının her iki yöndeki düzlem gerilme veya eğilme yüklemesi durumları için KSOM'da ŞDEY (2.115) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W_x^{(\infty)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{11} \zeta^2, \quad W_y^{(\infty)} = \frac{1}{2} \bar{Q}_{22} \zeta^2 \quad (2.115a)$$

$$W_x^{(\infty)} = \frac{1}{2} D_{11} \zeta^2, \quad W_y^{(\infty)} = \frac{1}{2} D_{22} \zeta^2 \quad (2.115b)$$

\bar{Q}_{11} ve \bar{Q}_{22} (2.55) ve (2.58) eşitliklerinde belirtildiği gibi indirgenmiş global direngenlik matrisinin elemanlarıdır [56]. D_{11} ve D_{22} ise eğilme direngenliği elemanlarını belirtmektedir. (2.115) eşitliğinde belirtilen ŞDEY'ları fiber ve reçine bağlarından kaynaklanan kısımlar olarak iki parça halinde (2.116) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W_x^{(\infty)} = W_{(f)x}^{(\infty)} + W_{(m)x}^{(\infty)}, \quad W_y^{(\infty)} = W_{(f)y}^{(\infty)} + W_{(m)y}^{(\infty)} \quad (2.116)$$

(2.71) ve (2.74) denklemlerine benzer olarak (2.115) eşitliği tekrar düzenlenerek (2.117) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$W_x^{(\infty)} = \bar{W}_{(f)}^{(\infty)} \cos^4(\theta) + \bar{W}_m^{(\infty)}, \quad W_y^{(\infty)} = \bar{W}_{(f)}^{(\infty)} \sin^4(\theta) + \bar{W}_{(m)}^{(\infty)} \quad (2.117)$$

(2.115) ve (2.117) eşitlikleri kullanılarak $\bar{W}_{(f)}^{(\infty)}$ ve $\bar{W}_{(m)}^{(\infty)}$, \bar{Q}_{11} ve \bar{Q}_{22} cinsinden veya D_{11} ve D_{22} cinsinden (2.118) denklemindeki gibi yazılır.

$$\bar{W}_{(f)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{22})}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2, \quad \bar{W}_{(m)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \bar{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2 \quad (2.118a)$$

$$\bar{W}_{(f)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{11} - D_{22})}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2, \quad \bar{W}_{(m)}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{22} \cos^4(\theta_f) - D_{11} \sin^4(\theta_f))}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2 \quad (2.118b)$$

Her iki yön için düzlem gerilme ve eğilme yükleri altında fiber ve reçine bağlarına ait $W^{(\infty)}$ terimleri sırasıyla (2.119) ve (2.120) eşitliklerindeki gibi yazılır.

$$\bar{W}_{(f)x}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{22}) \cos^4(\theta)}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2 \quad (2.119a)$$

$$\bar{W}_{(m)x}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \bar{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2 \quad (2.119b)$$

$$\bar{W}_{(f)y}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{22}) \sin^4(\theta)}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2 \quad (2.119c)$$

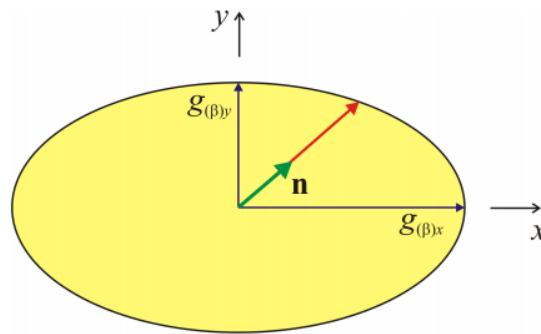
$$\bar{W}_{(m)y}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\bar{Q}_{22} \cos^4(\theta) - \bar{Q}_{11} \sin^4(\theta))}{\cos^4(\theta) - \sin^4(\theta)} \right\} \zeta^2 \quad (2.119d)$$

$$\bar{W}_{(f)x}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{11} - D_{22}) \cos^4(\theta_f)}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2 \quad (2.120a)$$

$$\bar{W}_{(m)x}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{22} \cos^4(\theta_f) - D_{11} \sin^4(\theta_f))}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2 \quad (2.120b)$$

$$\bar{W}_{(f)y}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{11} - D_{22}) \sin^4(\theta_f)}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2 \quad (2.120c)$$

$$\bar{W}_{(m)y}^{(\infty)} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(D_{22} \cos^4(\theta_f) - D_{11} \sin^4(\theta_f))}{\cos^4(\theta_f) - \sin^4(\theta_f)} \right\} \zeta^2 \quad (2.120d)$$



Şekil 2.16: YDF'leri için elips çizimi [21]

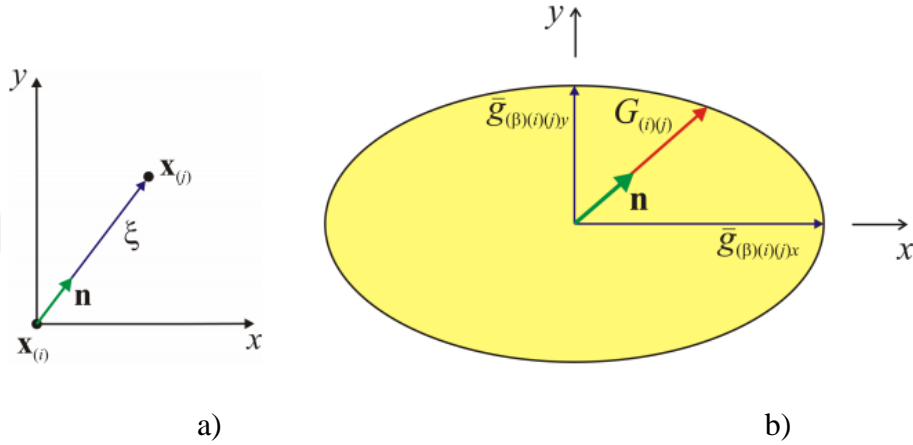
Şekil 2.16'de gösterilen β , fiber ve reçine bağları belirtmektedir. \mathbf{x} malzeme noktasına bağlı fiber ve reçine bağları için YDF vektörü (2.121) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\mathbf{g}_{(\beta)}(\mathbf{x}) = \{g_{(\beta)x}, g_{(\beta)y}\}^T = \left\{ \frac{W_{(\beta)x}^{(\infty)}}{W_{(\beta)x}}, \frac{W_{(\beta)y}^{(\infty)}}{W_{(\beta)y}} \right\}^T \quad (2.121)$$

Kompozit tabakanın genel yükleme durumunda Şekil 2.17'de görülen $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları için YDF'leri vektörel olarak (2.122) ve (2.123) eşitliklerindeki gibi olur [21].

$$\mathbf{g}_{(\beta)(i)}(\mathbf{x}_{(i)}) = \{g_{(\beta)x(i)}, g_{(\beta)y(i)}\}^T = \left\{ \frac{W_{(\beta)x}^{(\infty)}}{W_{(\beta)x(i)}}, \frac{W_{(\beta)y}^{(\infty)}}{W_{(\beta)y(i)}} \right\}^T \quad (2.122)$$

$$\mathbf{g}_{(\beta)(j)}(\mathbf{x}_{(j)}) = \{g_{(\beta)x(j)}, g_{(\beta)y(j)}\}^T = \left\{ \frac{W_{(\beta)x}^{(\infty)}}{W_{(\beta)x(j)}}, \frac{W_{(\beta)y}^{(\infty)}}{W_{(\beta)y(j)}} \right\}^T, \quad (2.123)$$



Şekil 2.17: a) $\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ arasındaki PD bağ b) YDF'leri için çizilen elipsoit [21]

$\mathbf{x}_{(i)}$ ve $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktaları arasında bulunan PD bağın YDF, malzeme noktaları için olan yüzey düzelme faktörlerinin ortalaması alınarak (2.124) eşitliğindeki gibi bulunur.

$$\bar{\mathbf{g}}_{(\beta)(i)(j)} = \{\bar{g}_{(\beta)(i)(j)x}, \bar{g}_{(\beta)(i)(j)y}\}^T = (\mathbf{g}_{(\beta)(i)} + \mathbf{g}_{(\beta)(j)})/2 \quad (2.124)$$

Şekil 2.17'de gösterilen göreceli pozisyon vektörünün dikkate alınarak $\mathbf{x}_{(i)}$, $\mathbf{x}_{(j)}$ ve \mathbf{n} ile kompozit tabaka için YDF'leri (2.125) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır.

$$\mathbf{G}_{(\beta)(i)(j)} = \left(\left[\frac{n_x}{\bar{g}_{(\beta)(i)(j)x}} \right]^2 + \left[\frac{n_y}{\bar{g}_{(\beta)(i)(j)y}} \right]^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.125)$$

(2.125) eşitliğinde β , fiber ve reçine bağları belirten indistir. (2.125) eşitliği yardımıyla PD teori için düzlem gerilme varsayımında ayrıklaştırılmış hareket denklemini (2.126) eşitliğindeki gibi yazılmaktadır [21].

$$\rho(\mathbf{x}_{(i)})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_{(i)}, t) = \sum_{j=1}^N \left(\begin{array}{c} a_{(i)(j)} G_{(f)(i)(j)} \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}_{(j)}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_{(i)}, t), \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(i)}) + \\ b_{(i)(j)} G_{(m)(i)(j)} \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}_{(j)}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}_{(i)}, t), \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(i)}) + \end{array} \right) V_{(j)} + \mathbf{b}(\mathbf{x}_{(i)}, t) \quad (2.126)$$

Düzlem dışı yüklenme durumlarında ise hareket denklemini (2.127) eşitliğinde gibi yazılır.

$$\rho \frac{h^3}{12} \ddot{\phi}_{\alpha(k)} = \sum_{j=1}^N \left(\begin{array}{c} a_{(i)(j)} G_{(f)(k)(j)} \mathfrak{M}_{(k)(j)} + \\ b_{(i)(j)} G_{(m)(k)(j)} \mathfrak{M}_{(k)(j)} \end{array} \right) V_{(j)} + \tilde{b}_{\alpha(k)} \quad (2.127)$$

(2.126) ve (2.127) eşitliklerinde geçen $a_{(i)(j)}$ ve $b_{(i)(j)}$ katsayıları, malzeme noktaları arasındaki PD bağı fiber veya reçine olmasına göre 1 veya 0 değerini almaktadır. Sayısal verilere dayanılarak YDF'leri için uygulanan sabit birim uzamanın veya sabit birim rotasyonun büyüklüğü, bölüm 2.1.4'te belirtildiği gibi sonuca fazla bir etki göstermemektedir [21]. Bu nedenle $\partial u_x^* / \partial x = 0.001$ ve $\partial \phi_x^* / \partial x = 0.01$ olarak kabul edilmektedir.

YDF'lerinin sağlıklı bir biçimde hesaplanabilmesi için ŞDEY ifadeleri (2.119) ve (2.120) reel sayı olmalıdır. Fiber yerleşim açısı $\theta = 45^\circ$ için bu ifadeler belirsiz olmaktadır. Bu nedenle (2.119) ve (2.120) ifadelerinin L'Hopital kuralına göre θ 'ya göre türevleri alınır. (2.119) eşitliği içerisindeki indirgenmiş global direngenlik matrisi elemanları, indirgenmiş yerel direngenlik matrisi Q 'nun elemanları cinsinden yazıldığında (2.128), (2.129), (2.130) ve (2.131) eşitlikleri elde edilir.

$$\overline{W}_{(f)x}^\infty = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4))m^4}{m^4 - n^4} \right\} \zeta^2 \quad (2.128)$$

$$\overline{W}_{(m)x}^\infty = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2((Q_{12} + 2Q_{66})(m^6 n^2 - m^2 n^6)) + Q_{22}(m^8 - n^8)}{m^4 - n^4} \right\} \zeta^2 \quad (2.129)$$

$$\overline{W}_{(f)y}^\infty = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4))n^4}{m^4 - n^4} \right\} \zeta^2 \quad (2.130)$$

$$\overline{W}_{(m)y}^\infty = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2((Q_{12} + 2Q_{66})(m^6 n^2 - m^2 n^6)) + Q_{22}(m^8 - n^8)}{m^4 - n^4} \right\} \zeta^2 \quad (2.131)$$

(2.128), (2.129), (2.130) ve (2.131) eşitliklerinde $m = \cos(\theta)$ ve $n = \sin(\theta)$ olarak tanımlanmaktadır. (2.128), (2.129), (2.130) ve (2.131) eşitliklerinin L'Hopital

kuralına göre θ 'ya göre türevi alındığında neticede (2.132), (2.133), (2.134) ve (2.135) eşitlikleri elde edilir.

$$\overline{W}_{(f)x}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{-4n(m^3)(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4)) + m^4((Q_{22} - Q_{11})(4m(n^3) + 4n(m^3)))}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \zeta^2 \quad (2.132)$$

$$\overline{W}_{(m)x}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2(Q_{12} + 2Q_{66})(-6n^3m^5 + 2n(m^7) - 6m^3n^5 + 2m(n^7)) - 8Q_{22}n(m^7) - 8Q_{22}m(n^7)}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \zeta^2 \quad (2.133)$$

$$\overline{W}_{(f)y}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{4m(n^3)(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4)) + n^4((Q_{22} - Q_{11})(4m(n^3) + 4n(m^3)))}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \zeta^2 \quad (2.134)$$

$$\overline{W}_{(m)y}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2(Q_{12} + 2Q_{66})(-6n^3m^5 + 2n(m^7) - 6m^3n^5 + 2m(n^7)) - 8Q_{22}n(m^7) - 8Q_{22}m(n^7)}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \zeta^2 \quad (2.135)$$

Benzer olarak (2.120) ifadesine göre eğilme yüklemesi altındaki $\theta_f = 45^\circ$ fiber yerleşim açısına sahip bir kompozit yapının için KSOM'nde ŞDEY ifadeleri

$$\overline{W}_{(f)x}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{-4n(m^3)(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4)) + m^4((Q_{22} - Q_{11})(4m(n^3) + 4n(m^3)))}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \left(\frac{h^3}{12} \right) \zeta^2 \quad (2.136)$$

$$\overline{W}_{(m)x}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2(Q_{12} + 2Q_{66})(-6n^3m^5 + 2n(m^7) - 6m^3n^5 + 2m(n^7)) - 8Q_{22}n(m^7) - 8Q_{22}m(n^7)}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \left(\frac{h^3}{12} \right) \zeta^2 \quad (2.137)$$

$$\overline{W}_{(f)y}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{4m(n^3)(Q_{11}(m^4 - n^4) + Q_{22}(n^4 - m^4)) + n^4((Q_{22} - Q_{11})(4m(n^3) + 4n(m^3)))}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \left(\frac{h^3}{12} \right) \zeta^2 \quad (2.138)$$

$$\overline{W}_{(m)y}^{\infty} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{2(Q_{12} + 2Q_{66})(-6n^3m^5 + 2n(m^7) - 6m^3n^5 + 2m(n^7)) - 8Q_{22}n(m^7) - 8Q_{22}m(n^7)}{-4n(m^3) - 4m(n^3)} \right\} \left(\frac{h^3}{12} \right) \zeta^2 \quad (2.139)$$

şeklinde yazılır. h , tabaka kalınlığını ifade etmektedir. (2.136), (2.137), (2.138) ve (2.139) eşitliklerinde $m = \cos(\theta_f)$ ve $n = \sin(\theta_f)$ olarak kullanılmıştır.

2.3 Hasar Davranışının Tahmini için Peridinamik Teori

PD teoride hasar, malzeme noktaları arasında bulunan temsili PD bağlarda tanımlanan malzeme davranışı ile modellenmektedir. Yapıda meydana gelecek kırılma çeşidine göre sünek veya gevrek kırılmayı içeren bir malzeme davranışı tanımlanabilmektedir.

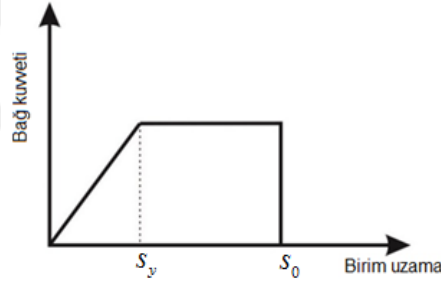
2.3.1 Sünek kırılma

Sünek kırılma davranışı, temsili PD bağların lineer elastik davranıp malzemenin akma anından sonra da belirli bir miktar birim uzamaya uğrayıp kopması ile açıklanabilir. PD teorisinde sünek kırılmanın modellenmesi, akma birim uzama (s_y) ve kritik birim uzama değerleri (s_0) ile mümkündür. Kritik birim uzama değerinde temsili PD bağın kopması için kuvvet yoğunluğu vektörü (2.5) eşitliği, (2.140) eşitliğinde görüldüğü gibi μ parametresi ile çarpılır.

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \mu(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) \frac{\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}}{|\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}|} cs \quad (2.140)$$

İki malzeme noktası arasındaki temsili PD bağın birim uzama değeri, kritik birim uzama değeri s_0 'a ulaştığında (2.141) eşitliğinde görüldüğü gibi bağ üzerindeki kuvvet 0'a düşer.

$$\mu(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) = \begin{cases} 1 & , s(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) < s_0 \\ 0 & , s(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, t) > s_0 \end{cases} \quad (2.141)$$



Şekil 2.18: Sünek kırılma için bağdaki birim uzama-kuvvet ilişkisi

Macek ve Silling'in çalışmasında yer alan yaklaşıma göre iki malzeme noktası arasındaki temsili PD bağın birim uzama değeri, birim akma uzama değeri s_y 'e ulaştığında Şekil 2.18'de görüldüğü gibi bağ kuvveti sabitlenir [42]. Bu yaklaşım için üç boyutlu PD problemlerde akma birim uzama (s_y) ifadesinin türetilmesi için üst çekme dayanımı σ_{ult} , (2.142) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\sigma_{ult} = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1} z/\xi} f_y \xi^2 \cos \phi \sin \phi d\phi d\xi d\theta dz \quad (2.142)$$

(2.142) eşitliğinde belirtilen integraller adım adım (2.143), (2.144), (2.145) ve (2.146) eşitliklerindeki gibi yazılır.

$$\sigma_{ult} = \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \int_z^{\delta} f_y \xi^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{z^2}{\xi^2} \right] d\xi d\theta dz \quad (2.143)$$

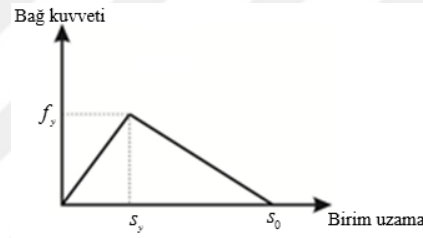
$$\sigma_{ult} = \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} f_y \frac{1}{6} (\delta - z)^2 (\delta + 2z) d\theta dz \quad (2.144)$$

$$\sigma_{ult} = \int_0^{\delta} f_y \frac{2\pi}{6} (\delta - z)^2 (\delta + 2z) dz \quad (2.145)$$

$$f_y \frac{2\pi}{6} \frac{\delta^4}{2} = \frac{f_y \pi \delta^4}{6} = \sigma_{ult} \quad (2.146)$$

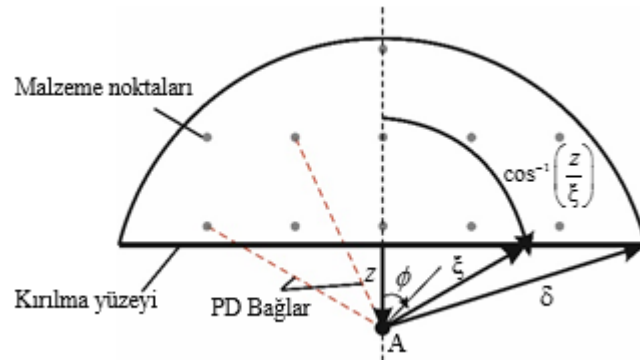
(2.146) eşitliği yardımıyla üç boyutlu problemler için geçerli olan s_y ifadesi, üç boyutlu bağ sabitinin tanımlandığı (2.40) denklemini kullanılarak (2.147) eşitliğindeki gibi yazılır [42].

$$s_y = \frac{\sigma_{ult}}{3\kappa} \quad (2.147)$$



Şekil 2.19: Sünek kırılma için bağdaki yeni birim uzama-kuvvet ilişkisi

Bu çalışmada yeni olarak sunulan bünye modelinde, iki malzeme noktası arasındaki PD bağın birim uzama değeri, birim akma uzama değeri s_y 'e ulaştıktan sonra Şekil 2.19'de görüldüğü gibi bağ kuvveti lineer olarak s_0 'a kadar düşer.



Şekil 2.20: İki boyutlu yapılarda kırılma yüzeyinde bir malzeme noktasına gelen temsili PD bağların gösterimi

İki boyutlu PD problemlerde akma birim uzama (s_y) ifadesinin türetilmesi için Şekil 2.20'de gösterilen şekilde bir malzeme noktasına bir yönden gelen tüm temsili PD bağlardan gelen kuvvet malzemenin akma anı için ifade edilir. Bu toplam kuvvet, makro ölçekte (2.148) eşitliğinde görüldüğü gibi malzeme akma dayanımı, σ_y , ile ilişkilendirilebilir.

$$\sigma_y = 2t \int_0^\delta \left\{ \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}(z/\xi)} f_y \xi \cos(\phi) d\phi d\xi \right\} dz \quad (2.148)$$

Şekil 2.20'de gösterilen temsili PD bağların s_y değerine kadar lineer olarak birim uzamaya uğradığı düşünüldüğünde bir PD bağın taşıdığı kuvvet, f_y , (2.149) eşitliği yazılır.

$$f_y = c_{2D} s_y \quad (2.149)$$

(2.149) eşitliğinde c_{2D} , iki boyutlu bağ sabitini ifade etmektedir. (2.148) eşitliğindeki integral alınarak ve (2.28b) ile (2.149) ifadesi kullanılarak iki boyutlu PD problemler için geçerli olan s_y ifadesi (2.150) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$s_y^{2D} = \frac{5\sigma_y}{8E} \quad (2.150)$$

(2.150) ifadesi düzlem gerinim varsayımı ile elde edilmiştir. Aynı şekilde düzlem gerilme durumu için de elde edilebilir. Üç boyutlu PD problemler için geçerli olan s_y ifadesi (2.147) ifadesine benzer olarak malzemenin akma dayanımı, σ_y , ile ilişkilendirilerek (2.151) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$s_y^{3D} = \frac{\sigma_y}{2E} \quad (2.151)$$

Sünek kırılmanın tamamlanması için kritik birim uzama değeri, s_0 , belirlenmelidir. Kritik birim uzama değeri, Şekil 2.19'de gösterilen birim uzama-bağ kuvveti grafiğinin altında kalan alanın kritik Şekil Değiştirme Enerjisi Salınımı Oranı (ŞDESO), G_{IC} , ile

$$G_{IC} = \frac{1}{2} (f_y s_0 |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|) V^{4/3} \quad (2.152)$$

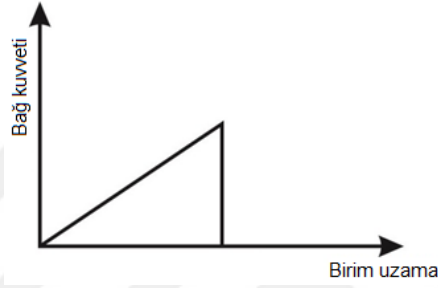
şeklinde ilişkilendirilmesi ile elde edilebilir. (2.152) eşitliği kullanılarak hem iki boyutlu hem de üç boyutlu PD problemler için kritik birim uzama değeri

$$s_0 = \frac{2G_{IC}}{c s_y V^{4/3} |\mathbf{x}' - \mathbf{x}|} \quad (2.153)$$

olarak elde edilir.

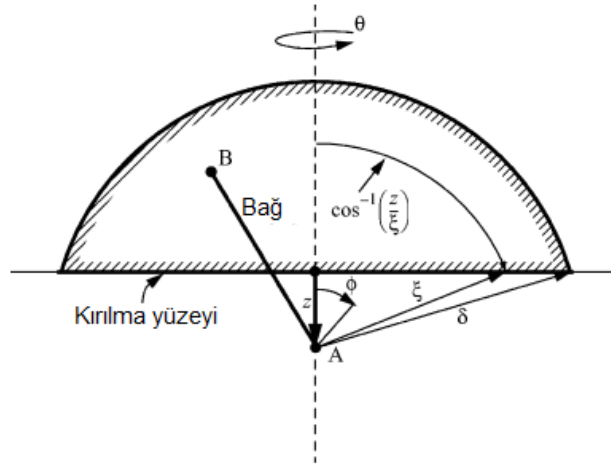
2.3.2 Gevrek kırılma

Gevrek malzeme davranışı, temsili PD bağların kritik birim uzama değerine kadar lineer elastik davranmasıdır. PD teoride gevrek kırılmanın modellenilebilmesi, kritik birim uzama değeri (s_0) ile mümkündür. Kritik birim uzama değerinde temsili PD bağın kopması için kuvvet yoğunluğu vektörü (2.5) eşitliği, (2.140) eşitliğinde görüldüğü gibi μ parametresi ile çarpılmaktadır.



Şekil 2.21: Gevrek kırılma için bağdaki birim uzama-kuvvet ilişkisi

İki malzeme noktası arasındaki temsili PD bağın birim uzama değeri, kritik birim uzama değeri s_0 'a ulaştığında (2.141) eşitliğinde ve Şekil 2.21'de görüldüğü gibi bağ üzerindeki kuvvet 0'a düşer.



Şekil 2.22: Kırılma enerjisi salınımının gerçekleştiği yüzey [41]

Üç boyutlu PD problemlerde kritik birim uzama (s_0) ifadesinin türetilmesi için bağ bazlı PD teori için kritik ŞDES0, G_0 , (2.154) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$G_0 = \int_0^\delta \left\{ \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{1}{2} c\xi s_0^2 \xi^2 \right) \sin \phi d\phi d\xi d\theta \right\} dz \quad (2.154)$$

Şekil 2.22'de gösterilen sınırlar dahilinde (2.154) eşitliğinde yer alan integraller alındığında (2.155) eşitliği elde edilir.

$$G_0 = \frac{1}{2} c s_0^2 \left(\frac{\delta^5 \pi}{5} \right) \quad (2.155)$$

(2.155) eşitliği düzenlenerek üç boyutlu problemler için geçerli olan s_0 ifadesi (2.156) eşitliğindeki gibi yazılır [41].

$$s_0 = \sqrt{\frac{10G_0}{\pi c \delta^5}} = \sqrt{\frac{5G_0}{9\kappa \delta}} \quad (2.156)$$

(2.156) ifadesi, düzlemsel gerinim problemi olduğu için poisson oranı $\frac{1}{4}$ ile sınırlıdır [30]. İki boyutlu düzlem gerilme varsayımlı PD problemlerde kritik birim uzama (s_0) ifadesinin türetilmesi için bağ bazlı PD teori için kritik ŞDESÖ, G_0 , (2.157) eşitliğindeki gibi yazılır [1].

$$G_0 = 2t \int_0^\delta \left\{ \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{1}{2} c\xi s_0^2 \xi \right) d\phi d\xi \right\} dz \quad (2.157)$$

(2.157) eşitliğinde t , kalınlığı belirtmektedir. (2.157) eşitliğindeki integral işlemleri tamamlandığında (2.158) eşitliği yazılır.

$$G_0 = \frac{1}{2} c s_0^2 \left(\frac{t \delta^4}{2} \right) \quad (2.158)$$

(2.158) eşitliği düzenlenerek düzlem gerilme yüklemesi durumunda iki boyutlu PD problemler için geçerli olan s_0 ifadesi (2.159) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$s_0 = \sqrt{\frac{4G_0}{ct \delta^4}} = \sqrt{\frac{\pi G_0}{3\kappa \delta}} \quad (2.159)$$

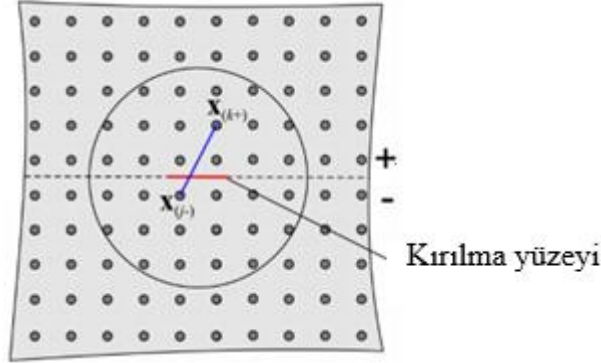
Düzlem dışı yüklemelerde ise, PD bağın eğilme momentine bağlı olarak kopması için PD moment yoğunluğu vektörü (2.91) eşitliği, (2.140) eşitliğine benzer olarak (2.160) eşitliğinde görüldüğü gibi μ parametresi ile çarpılır.

$$\mathfrak{M}_{(k)(j)} = \mu c_b \kappa_{(k)(j)} \quad (2.160)$$

(2.160) eşitliğinde geçen c_b , eğilme deformasyonuna bağlı olarak malzeme özelliğini yansıtan bağ sabitini ifade etmektedir. İki boyutlu yapıdaki düzlem dışı deformasyondan dolayı bir PD bağ üzerinde oluşabilecek hasar

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \kappa_{(k)(j)} < \kappa_c \\ 0 & \text{eğer } \kappa_{(k)(j)} \geq \kappa_c \end{cases} \quad (2.161)$$

kuralıyla belirlenir.



Şekil 2.23: Kırılma yüzeyinde iki malzeme noktası arasındaki etkileşim [53]

Kritik eğrilik, malzemenin ŞDESO ile ifade edilebilir. Eğilme yüklemesi altında Şekil 2.23'da görülen kırılma yüzeyinden geçen tüm PD bağları kırmak için gerekli şekil değiştirme enerjisi

$$W_b^c = \sum_{k=1}^{K^+} \sum_{j=1}^{J^-} \frac{1}{2} c_b (\kappa_c)^2 \left| \mathbf{x}_{(j^-)} - \mathbf{x}_{(k^+)} \right| V_{(k^+)} V_{(j^-)} \quad (2.162)$$

şeklinde yazılır. Toplam şekil değiştirme enerjisi, mod I kırılma türüne ait olan kritik ŞDESO ile

$$G_{Ic} = \frac{\sum_{k=1}^{K^+} \sum_{j=1}^{J^-} \frac{1}{2} c_b (\kappa_c)^2 \left| \mathbf{x}_{(j^-)} - \mathbf{x}_{(k^+)} \right| V_{(k^+)} V_{(j^-)}}{A} \quad (2.163)$$

şeklinde eşitlenir. (2.163) eşitliğinde belirtilen A , kırılma yüzey alanını belirtmektedir. Kritik eğrilik, (2.163) eşitliğinden

$$\kappa_c = \sqrt{\frac{4G_{Ic}}{c_b h \delta^4}} \quad (2.164)$$

olarak elde edilir. Kompozit tabakalarda fiber ve reçine bağlar için yöne bağlı olarak iki farklı kritik eğrilik değerine ihtiyaç vardır. Mod I kırılma için fiber yönündeki kritik ŞDESO, G_0^{11} , fiber yerleşimine dik yönde olan reçine bağlara ait kritik ŞDESO, G_0^{22} , ayrı ayrı (2.162) ifadesinde belirtilen toplam şekil değiştirme enerjisine eşitlenir. Fiber ve reçine bağlar için kritik eğrilik ifadeleri sırasıyla

$$\kappa_{c-f} = \sqrt{\frac{4G_0^{11}}{c_f h \delta^4}} \quad (2.165a)$$

$$\kappa_{c_m} = \sqrt{\frac{4G_0^{22}}{c_m h \delta^4}} \quad (2.165b)$$

olarak elde edilir. Kritik eğrilik veya uzama durumuna ulaşmış bir PD bağ, bağlı olduğu malzeme noktalarına bir katkıda bulunmamaktadır. Bir malzeme noktasının hasar katsayısı ise kendi KKY içerisindeki hasara uğramış PD bağlarının toplam bağ sayısına oranı ile (2.166) eşitliğindeki gibi elde edilir.

$$d(\mathbf{x}) = 1 - \frac{\int_H \mu(\xi, t) dH}{\int_H dH} \quad (2.166)$$

3. GEREÇ VE YÖNTEM

PD hareket eşitliğinin içinde (2.1) eşitliğinde görüldüğü gibi zamana göre türevler ve hacimsel integraller bulunmaktadır. Hareket eşitliğinin çözülebilmesi için sayısal yöntemlere ve ayırıklaştırma işlemine ihtiyaç duyulmaktadır. Tek katmanlı yapılar için geçerli olan (3.1) eşitliğinde görüldüğü ayırıklaştırma işlemi sonrası hacimsel integraller yerini sonlu toplamlara bırakmıştır.

$$\rho_{(k)}^n \ddot{\mathbf{u}}_{(k)}^n = \sum_{j=1} \left[\mathbf{f}_{(k)(j)}^n (\mathbf{u}_{(j)}^n - \mathbf{u}_{(k)}^n, \mathbf{x}_{(j)}^n - \mathbf{x}_{(k)}^n, t) \right] V_{(j)}^n + \mathbf{b}_{(k)}^n \quad (3.1)$$

(3.1) eşitliğinde $V_{(j)}^n$ bir malzeme noktasının hacmini, $\rho_{(k)}^n$ yoğunluğu, $\mathbf{u}_{(k)}^n$ yer değiştirme vektörü $\mathbf{x}_{(k)}^n$ malzeme noktasının uğradığı deformasyonu ve $\mathbf{b}_{(k)}^n$ cisim yüklerini göstermektedir.

(3.1) eşitliğinde belirtilen k malzeme noktasının, KKY içerisindeki malzeme noktalarının hacimsel toplamı yapılırken hesaplanan değerler, küresel komşuluk sınırına göre hesaplanan hacim ile tutarlı olmayabilir. Bu nedenle bölüm 2’de belirtilen YDF’lerinin haricinde hacim düzeltme faktörüne de ihtiyaç duyulur [1].

3.1 Sayısal Yöntemler

3.1.1 Adaptif dinamik relaksasyon

Bağ bazlı PD teoride, (2.1) eşitliğinde verilen hareket denklemini çözmek için kullanılan sayısal yöntemlerden birisi, Adaptif Dinamik Relaksasyondur (ADR). Bu metod sanki-statik yükleme koşullarında hesaplama zamanını önemli ölçüde azaltmaktadır. Yöntem, çözümün kararlı hâle daha hızlı gelmesi için yapay bir sönümleme katsayısı kullanmaktadır. ADR yöntemi, (3.1) eşitliğine uygulandığında (3.2) eşitliği elde edilmektedir [1].

$$\ddot{\mathbf{U}}^z(\mathbf{X}, t^z) + c\dot{\mathbf{U}}^z(\mathbf{X}, t^z) = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{F}^z(\mathbf{U}^z, \mathbf{U}'^z, \mathbf{X}, \mathbf{X}') \quad (3.2)$$

(3.2) eşitliğinde belirtilen $\mathbf{\Lambda}$ yapay kütle matrisini, c ise yapay sönümleme katsayısını ifade etmektedir. \mathbf{X}^z ve \mathbf{U}^z vektörleri, z . iterasyonda malzeme

noktalarının (3.3) ve (3.4) ifadesinde görüldüğü gibi sırasıyla pozisyon ve yer değiştirmelerini tanımlamaktadır.

$$\mathbf{X}^{zT} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{U}^{zT} = \{\mathbf{u}_{(1)}, \mathbf{u}_{(2)}, \dots, \mathbf{u}_{(M)}\} \quad (3.4)$$

(3.3) ve (3.4) ifadelerinde M toplam malzeme noktası sayısını belirtmektedir. \mathbf{F}^z vektörü (3.5) eşitliğinde görüldüğü gibi bir malzeme noktasına etki eden tüm PD ve dış kuvvetlerin toplamını ifade etmektedir.

$$\mathbf{F}^z = \sum_{j=1}^{\infty} \left[\mathbf{f}_{(k)(j)}^n (\mathbf{u}_{(j)}^n - \mathbf{u}_{(k)}^n, \mathbf{x}_{(j)}^n - \mathbf{x}_{(k)}^n, t) \right] \mathbf{V}_{(j)}^n + \mathbf{b}_{(k)}^n \quad (3.5)$$

ADR çözüm yönteminde (3.2) ve (3.5) eşitliğinde görüldüğü gibi ivme terimi bulunmamaktadır. Yer değiştirmeler ve hızlar, açık merkezi farklar yöntemi ile (3.6) ve (3.7) eşitliklerindeki gibi bulunur.

$$\dot{\mathbf{U}}^{z+1/2} = \frac{\left[(2 - c\Delta t) \dot{\mathbf{U}}^{z-1/2} + 2\Delta t \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{F}^z \right]}{[2 + c\Delta t]} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{U}^{z+1} = \mathbf{U}^z + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{z+1/2} \quad (3.7)$$

(3.6) ve (3.7) eşitliklerinde geçen zaman adımının fiziksel olarak bir karşılığı yoktur ve ($\Delta t = 1$) olarak kabul edilmektedir. Yapay kütle matrisi (3.8) ifadesindeki şarta göre belirlenir [58].

$$\lambda_{ij} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j |K_{ij}| \quad (3.8)$$

(3.8) eşitliğinde geçen K_{ij} malzeme noktaları arasındaki etkileşimin direngenliğini ifade etmektedir. Yapay sönümleme katsayısı c , adaptif dinamik relaksasyonun her iterasyonunda (3.9) denklemindeki gibi hesaplanır.

$$c_z = 2 \sqrt{\frac{\left((\mathbf{U}^z)^T \mathbf{K}^z \mathbf{U}^z \right)}{\left((\mathbf{U}^z)^T \mathbf{U}^z \right)}} \quad (3.9)$$

(3.9) ifadesinde belirtilen \mathbf{K}^z , (3.10) eşitliğinde görülen yerel direngenlik matrisini belirtmektedir.

$$\mathbf{K}^z = - \frac{\begin{pmatrix} \frac{F_i^z}{\lambda_{ii}} - \frac{F_i^{z-1}}{\lambda_{ii}} \\ \lambda_{ii} \end{pmatrix}}{\left(\Delta t \dot{u}_i^{z-1/2} \right)} \quad (3.10)$$

K^z , (3.10) eşitliğinin paydasında yer alan hız değeri 0 olduğunda 0 alınmaktadır. ADR çözüm yöntemi başlangıç koşullarına ve ilk yarım iterasyon hız değerine ihtiyaç duyar. $U^0 \neq 0$ ve $\dot{U}^0 = 0$ kabulü yaparak (3.11) eşitliği ile ADR integrasyonuna başlanır.

$$\dot{U}^{1/2} = \frac{\Delta t \Lambda^{-1} F^0}{2} \quad (3.11)$$

ADR çözüm metodunun çeşitli sanki-statik yükleme koşullarında çok verimli bir yöntem olduğunu Kılıç (2008) göstermiştir [43].

3.1.1.1 Adaptif dinamik relaksasyonun düzlem dışı yükleme durumlarına uyarlanması

ADR metodunun düzlem dışı yükleme durumlarında eşitlik (2.92)'de görülen hareket denkleminin yakınsanmış çözümünün elde edilebilmesi için uyarlanması gerekmektedir. Bu uyarlamada PD kuvvet yoğunluk vektörleri yerine PD moment yoğunluk vektörleri kullanılmaktadır. ADR metodu, ilk olarak Underwood tarafından oluşturulmuş [58], daha sonra Kilic ve Madenci tarafından PD eşitliklerine uyumlu hale getirilmiştir [59]. Referans [59]'dan faydalanarak k malzeme noktasında geçerli hareket denklemi yapay sönümlenme katsayısı, c^n , ile

$$\ddot{\phi}_{(k)}(t_n) + c_n \dot{\phi}_{(k)}(t_n) = \frac{12}{h^3} \frac{\mathfrak{M}_{(k)}(t_n)}{\lambda_{(k)}} \quad (3.12)$$

şeklinde tanımlanır. t_n ve λ_k , sırasıyla n . zaman adımını ve değiştirilmiş yoğunluğu göstermektedir. Yapay sönümlenme katsayısı, c^n , her zaman adımında tüm malzeme noktalarının rotasyonları dikkate alınarak

$$c_n = 2 \sqrt{\frac{(\underline{\phi}^n)^T ({}^1 \mathbf{K}^n) (\underline{\phi}^n)}{(h^3 / 12) (\underline{\phi}^n)^T (\underline{\phi}^n)}} \quad (3.13)$$

olarak

$$(\underline{\phi}^n)^T = \{\phi_{(1)}, \phi_{(2)}, \dots, \phi_{(N)}\} \quad (3.14a)$$

$${}^1 \mathbf{K}_{kk}^n = - \frac{\frac{\mathfrak{M}_{(k)}^n}{\lambda_{(k)}} - \frac{\mathfrak{M}_{(k)}^{n-1}}{\lambda_{(k)}}}{\dot{\phi}_{(k)}^{n-1/2}} \quad (3.14b)$$

şartlarıyla yazılır. ${}^1\underline{\mathbf{K}}^n$, yerel köşegen direngelik matrisini belirtmektedir. Değiştirilmiş yoğunluk değerleri, λ_{ii} , Greschgorin'in teoremine göre

$$\lambda_{ii} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j |K_{ij}| \quad (3.15)$$

şartıyla belirlenmektedir [58]. Köşegen matris, $\underline{\underline{\Lambda}}$, eşitlik (3.15)'de belirtilen elemanlardan oluşmaktadır. K_{ij} , global direngelik matrisini belirtmektedir ve

$$|K_{ij}| = \max \left(w_j |\xi_{(i)(j)}| c(\theta) \frac{1}{|\xi_{(i)(j)}|^2 (h^3 / 12)} \right) \quad (3.16)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. w_j , Kilic'in çalışmasında belirtildiği gibi bir malzeme noktası için integrasyon ağırlığını belirtmektedir [43]. Malzeme noktaları ait rotasyonlar, $\phi_{(k)}$, ve rotasyonel hızlar, $\dot{\phi}_{(k)}$, merkezi sonlu farklar yöntemi uygulanarak

$$\dot{\phi}_{(k)}^{n+1/2} = \frac{(2 - c_n) \dot{\phi}_{(k)}^{n-1/2} + \frac{2(\mathfrak{M}_{(k)}^n + \tilde{b}_{(k)}^n)}{\lambda_{(k)} (h^3 / 12)}}{(2 + c_n)} \quad (3.17a)$$

$$\phi_{(k)}^{n+1} = \phi_{(k)}^n + \dot{\phi}_{(k)}^{n+1/2} \Delta t \quad (3.17b)$$

olarak elde edilir. Zaman adımı büyüklüğü, Δt , 1 olarak alınmıştır. n , ait olduğu değişkenin n . iterasyonda olduğunu göstermektedir. Eşitlik (3.17)'de verilen algoritma, bir başlangıç koşuluna ihtiyaç duymaktadır. Yarım zaman adımındaki rotasyonel hız

$$\dot{\phi}_{(k)}^{1/2} = \frac{(\Delta t) \tilde{b}_{(k)}}{2\lambda_{(k)}} \quad (3.18)$$

olarak belirlenmektedir. Eşitlik (3.17)'deki algoritmada görülen zaman adımı büyüklüğünün fiziksel anlamı olan bir büyüklüğü temsil etmediği bilinmelidir [43].

3.1.2 Açık sonlu farklar yöntemi

Açık sonlu farklar yöntemi genel olarak dinamik ve hasarın inceleneceği problemlerde tercih edilen bir sayısal yöntemdir. PD hareket denklemi, (2.1) eşitliğinde belirtildiği gibi problem hız ve ivme terimlerini içerir. Bu yöntemde zaman adımı, ADR yönteminden farklı olarak fiziksel bir anlama sahiptir. Her bir zaman adımı içerisinde hız ve ivme değerlerinin sabit kaldığı varsayılır. Tek

katmanlı bir problem için ayrıklaştırılmış hareket denklemi n . zaman adımı için (3.19) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\rho_{(k)} \ddot{\mathbf{u}}_{(k)}^n = \sum_{j=1}^N (\mathbf{f}_{(k)(j)}^n)(\nu_{c(j)} \mathbf{V}_{(j)}) + \mathbf{b}_{(k)}^n \quad (3.19)$$

(3.19) eşitliğindeki $\nu_{c(j)}$ terimi ait olduğu bağın hacim düzeltme faktörünü, $\mathbf{f}_{(k)(j)}^n$ terimi (3.20) denklemindeki ifadeyi belirtmektedir.

$$\mathbf{f}_{(k)(j)}^n = \mathbf{f}_{(k)(j)}^n(\mathbf{u}_{(j)}^n - \mathbf{u}_{(k)}^n, \mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}) \quad (3.20)$$

Tek boyutlu bir çubuğun k . malzeme noktası için KKY'nın $\delta = 3\Delta x$ olduğu düşünülürse (3.19) eşitliği, (3.21) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} \rho_{(k)} \ddot{\mathbf{u}}_{(k)}^n &= (\mathbf{f}_{(k)(k+1)}^n)(\nu_{c(k+1)} \mathbf{V}_{(k+1)}) \\ &+ (\mathbf{f}_{(k)(k+2)}^n)(\nu_{c(k+2)} \mathbf{V}_{(k+2)}) \\ &+ (\mathbf{f}_{(k)(k+3)}^n)(\nu_{c(k+3)} \mathbf{V}_{(k+3)}) \\ &+ (\mathbf{f}_{(k)(k-1)}^n)(\nu_{c(k-1)} \mathbf{V}_{(k-1)}) \\ &+ (\mathbf{f}_{(k)(k-2)}^n)(\nu_{c(k-2)} \mathbf{V}_{(k-2)}) \\ &+ (\mathbf{f}_{(k)(k-3)}^n)(\nu_{c(k-3)} \mathbf{V}_{(k-3)}) + \mathbf{b}_{(k)}^n \end{aligned} \quad (3.21)$$

(3.21) eşitliğinde geçen \mathbf{f} terimleri, kuvvet yoğunluğu vektörünü, bir başka deyişle malzeme noktaları arasındaki karşılıklı kuvvet etkileşimini ifade etmektedir. İvme değerinin bulunmasından sonra ileri ve geri euler metodu ile $n+1$. zaman adımındaki hız ve yer değiştirme değerleri (3.22) ve (3.23) eşitliğindeki gibi bulunur.

$$\dot{\mathbf{u}}_{(k)}^{n+1} = \ddot{\mathbf{u}}_{(k)}^n \Delta t + \dot{\mathbf{u}}_{(k)}^n \quad (3.22)$$

$$\mathbf{u}_{(k)}^{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_{(k)}^{n+1} \Delta t + \mathbf{u}_{(k)}^n \quad (3.23)$$

(3.22) ve (3.23) eşitliklerini $k+1$. malzeme noktası için de (3.24) ve (3.25) eşitliklerindeki gibi yazılır.

$$\dot{\mathbf{u}}_{(k+1)}^{n+1} = \ddot{\mathbf{u}}_{(k+1)}^n \Delta t + \dot{\mathbf{u}}_{(k+1)}^n \quad (3.24)$$

$$\mathbf{u}_{(k+1)}^{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_{(k+1)}^{n+1} \Delta t + \mathbf{u}_{(k+1)}^n \quad (3.25)$$

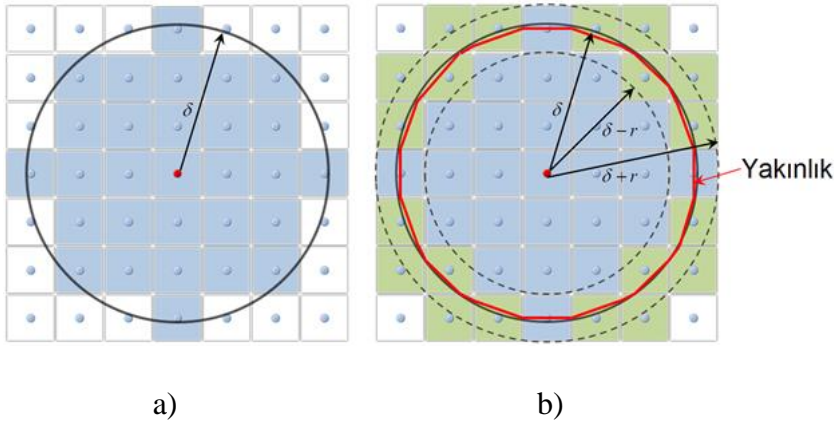
(3.22), (3.23), (3.24) ve (3.25) eşitliklerinde geçen zaman adımı Δt ifadesinin, açık sonlu farklar yönteminden yakınsak sonuçlar elde edilebilmesi için (3.26) eşitliğinde belirtilen kararlılık şartına göre belirlenmesi gerekir [41].

$$\Delta t < \sqrt{\frac{2\rho(\mathbf{x}_{(i)})}{\sum_{j=1}^N \frac{c}{|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(i)}|} V_{(j)}}} \quad (3.26)$$

3.1.3 Hacim düzeltme faktörü

Hacim düzeltme faktörü, her bir malzeme noktasının küresel etkileşim bölgesinin içerisinde kalan malzeme noktalarının toplam hacminin isabetli bir şekilde hesaplanması amacıyla kullanılmaktadır. Şekil 3.1b'de görüldüğü gibi hacim düzeltme faktörü olmadan hesaplanan hacimsel integrasyon sınırı, KKY'na yakın olmaktadır ancak aynı olmamaktadır. Bu kapsamda hacminin tamamı küresel komşuluk bölgesi içerisinde kalan malzeme noktaları için hacim düzeltme faktörü 1 olmaktadır. Hacminin tamamı küresel komşuluk sınırı içerisinde yer almayan malzeme noktaları için hacim düzeltme faktörü 0 olmaktadır (Denklem 3.27).

Şekil 3.1a'da görüldüğü gibi $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının KKY, δ ile ifade edilmiştir. $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının tanımlanmış küresel komşuluğu içerisinde, etkileşim içerisinde olduğu bir $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktası bulunmaktadır. $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının $\mathbf{x}_{(j)}$ ile aralarındaki uzaklık, $|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|$ referans pozisyon vektörünün büyüklüğü ile belirlenmektedir.



Şekil 3.1: (a) $\mathbf{x}_{(k)}$ malzeme noktasının küresel komşuluğu (b) hacim düzeltme faktörünün değerlendirildiği aralıklar [1]

Şekil 3.1b'de $\mathbf{x}_{(j)}$ malzeme noktasının konumu gösterilen $\delta - r$ yarıçapı içerisinde kaldığında ve $\delta + r$ yarıçapı dışarısında kaldığında hacim düzeltme faktörü, (3.27) eşitliğinde görüldüğü gibi iki farklı değer almaktadır.

$$|\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}| \begin{cases} \leq \delta - r & v_{cf} = 1 \\ \geq \delta + r & v_{cf} = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

(3.27) eşitliğinde r mesafesi, $1/2 dx$ 'i, v_{cf} hacim düzeltme faktörünü ifade etmektedir. (3.27) ifadesinde belirtilen durumlar geçerli olmadığı diğer durumlarda hacim düzeltme faktörü (3.28) denkleminde olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$v_{cf} = \frac{\delta + r - |\mathbf{x}_{(j)} - \mathbf{x}_{(k)}|}{dx} \quad (3.28)$$

3.2 Peridinamik Teorinin Uyarlanması

3.2.1 Sonlu elemanlar analizi yolu ile bağ bazlı peridinamik teori

Bağ bazlı PD teori, her bir malzeme noktasının KKY içerisindeki malzeme noktaları ile arasındaki kuvvet etkileşimini modelleme esasına dayalıdır. Bu kuvvet etkileşiminin modellenenilmesi için Macek ve Silling (2007), çubuk veya lineer yay elemanlarının bir SE yazılımı içerisinde kullanılarak çözümün gerçekleştirilebileceğini göstermişlerdir [42].

Bağ bazlı PD teorisin SEY'ne uyarlanması, tutarlı direngenlik matrisine sahip çubuk elemanların PD teoriye uygun biçimde oluşturulması olarak düşünebilir. PD teoride formülasyon lagrangian olduğundan, temsili PD bağlar çubuk elemanlarından oluşturulacaktır.

Her bir çubuk elemanında hesaplanan kuvvet, (2.5) eşitliğinde belirtilen PD kuvvete eş değer olmalıdır. PD hareket denklemi, ayrıklaştırılmış biçimde (3.19) eşitliğinin daha genel hali olarak (3.29) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}_i^n = \sum_p f(\mathbf{u}_p^n - \mathbf{u}_i^n, \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_i) V_p + \mathbf{b}_i^n \quad (3.29)$$

(3.29) eşitliğinde belirtilen V_p bir malzeme noktasının hacmini, \mathbf{b}_i^n birim hacim başına düşen cisim yükünü ifade etmektedir. SEY'ne uygun hale getirilmesi için (3.29) ifadesi, (3.30) eşitliğinde görüldüğü gibi V_i ile çarpılır.

$$V_i \rho \ddot{\mathbf{u}}_i^n = \sum_p f(\mathbf{u}_p^n - \mathbf{u}_i^n, \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_i) V_p V_i + \mathbf{b}_i^n V_i \quad (3.30)$$

(3.30) eşitliği göz önünde bulundurularak her bir çubuk elemanın elastik modülü ve kesit alanı sırasıyla (3.31) ve (3.32) eşitliğindeki gibi yazılır [42].

$$E_t = c(V_p V_i)^{2/3} \quad (3.31)$$

$$A_t = (V_p V_i)^{1/3} \quad (3.32)$$

(3.31) eşitliğinde belirtilen c , PD bağ sabitini ifade etmektedir. Eğer uyarlanan PD problem iki boyutlu ve kalınlığı da Δx kadar ise (3.31) ve (3.32) eşitlikleri basitleştirilmiş olarak sırasıyla (3.33) ve (3.34) eşitliklerindeki gibi yazılır.

$$E_t = c\Delta x^4 \quad (3.33)$$

$$A_t = \Delta x^2 \quad (3.34)$$

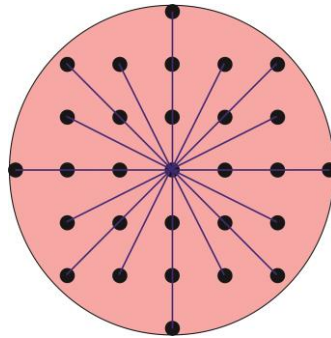
(3.33) ve (3.34) eşitlikleri, malzemeler arası uzaklıkları tüm yönlerde aynı olan üç boyutlu problemler için de geçerli olmaktadır. 2.3 bölümünde anlatılan bağlardaki akma birim uzaması ve kritik birim uzama sırasıyla (3.35) ve (3.36) eşitliklerinde görüldüğü gibi SEY'ne uyarlanabilmektedir [42].

$$\varepsilon_y = s_y \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_f = s_0 \quad (3.36)$$

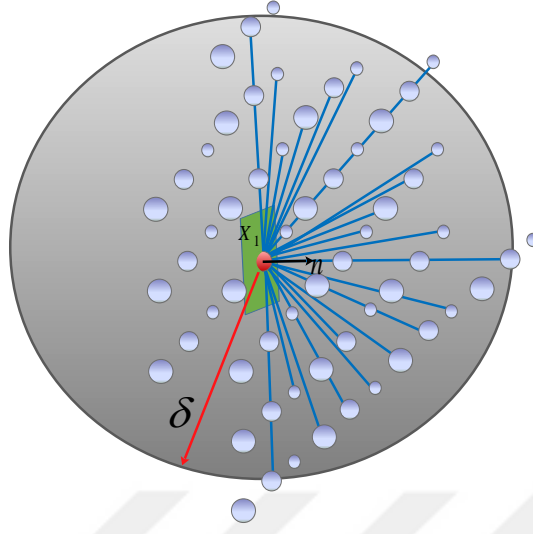
3.2.2 ABAQUS uyarlaması

Bağ bazlı PD yapıda yer alan malzeme noktaları arasındaki kuvvet etkileşiminin modellenmesi için bir SE çözücüsü olan ABAQUS kullanılmıştır. Temsili PD bağlar, ABAQUS içerisinde yer alan T3D2 eleman kodlu çubuk elemanları kullanılarak modellenmiştir. Çubuk elemanların PD olarak her bir malzeme noktasının kendi KKY içerisinde yer alan malzeme noktaları ile arasında oluşturulması için MATLAB kullanılarak belirli bir algoritma geliştirilmiştir. Buna göre $\delta = 3.015\Delta x$ için üç boyutlu PD bir problemde 8 farklı birim uzunlukta, iki boyutlu PD bir problemde 6 farklı birim uzunlukta çubuk eleman bulunmaktadır.



Şekil 3.2: İki boyutlu PD problem için farklı birim uzunlukta çubuk elemanlar

Şekil 3.2’de görüldüğü gibi iki boyutta bir malzeme noktasının KKY içerisinde 1, 2, 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ ve $2\sqrt{2}$ birim uzunluğunda olan altı farklı çubuk eleman oluşturulmuştur.



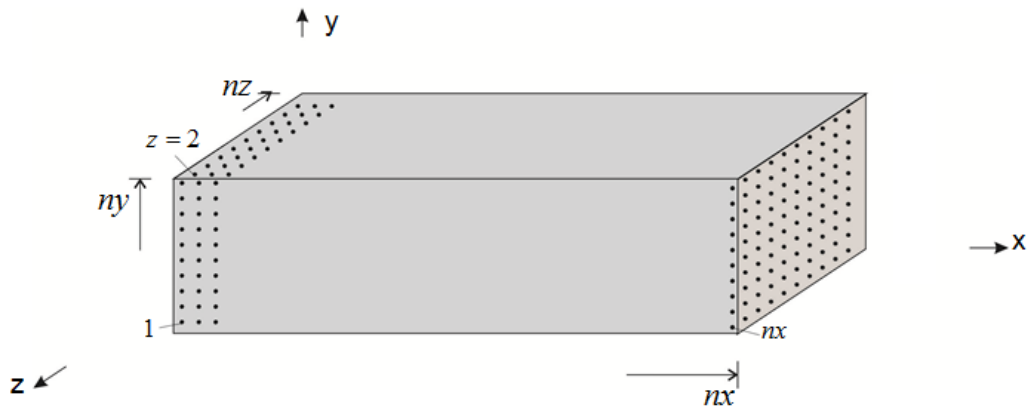
Şekil 3.3: Üç boyutlu PD problem için farklı birim uzunluktaki çubuk elemanlar

Şekil 3.3’de görüldüğü gibi bir malzeme noktasının KKY içerisinde 1, 2, 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, ve $2\sqrt{2}$ birim uzunluğunda olan sekiz farklı çubuk eleman oluşturulmuştur.

3.2.2.1 Malzeme noktalarının oluşturulması

3.2.2.1.1 Üç boyutta malzeme noktaları

Üç boyutlu PD problemlerde malzeme noktaları oluşturulurken n_x , n_y ve n_z olmak üzere üç farklı eksen için malzeme noktası sayıları girilir.



Şekil 3.4: Üç boyutlu PD problem için malzeme noktaları

Malzeme noktaları kullanılarak eleman oluşturulması için her bir malzeme noktası numaralandırılmaktadır. Malzeme noktaları numaraları, Şekil 3.4’de görüldüğü gibi önce x eksenini, sonra y eksenini, daha sonra z eksenini yönünde ilerlemektedir. x ve y eksenini yönündeki numaralandırma bittikten sonra $z = 2, 3..$ şeklinde devam etmektedir.

Üç boyutlu problemlerde malzeme noktalarının koordinatları oluşturulurken x_length , y_length ve z_length olmak üzere yapının üç farklı yöndeki uzunlukları girilir.

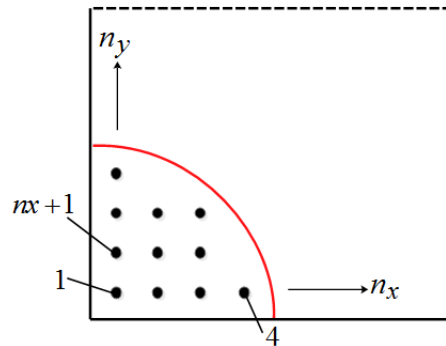
Coord		
Coord(1,1)	Coord(1,2)	Coord(1,3)
Coord(2,1)	Coord(2,2)	Coord(2,3)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
Coord((nx)(ny)(nz),1)	Coord((nx)(ny)(nz),2)	Coord((nx)(ny)(nz),3)

Şekil 3.5: Üç boyutlu problemde malzeme noktalarının koordinatlarının depolanması

x_length , y_length ve z_length girdilerinden herhangi birinin o yöndeki malzeme noktası sayısına bölümü ile Δx elde edilir. Δx ve malzeme noktası sayıları kullanılarak hesaplanan koordinatlar, Şekil 3.5’de görülen koordinat matrisi halinde depolanmaktadır.

3.2.2.1.2 İki boyutta malzeme noktaları

İki boyutlu PD problemlerde malzeme noktaları oluşturulurken n_x ve n_y olmak üzere iki farklı eksen için malzeme noktası sayıları girilir.



Şekil 3.6: İki boyutlu PD problem için malzeme noktaları

Malzeme noktaları kullanılarak 6 farklı birim bağ uzunluğundaki elemanların oluşturulması için her bir malzeme noktası numaralandırılmaktadır. Malzeme noktaları numaraları, Şekil 3.6’da görüldüğü gibi önce x eksenini, sonra y eksenini yönünde ilerlemektedir. x eksenini yönündeki numaralandırma bittikten sonra $y = 2,3..$ şeklinde numaralandırma devam etmektedir.

İki boyutlu problemlerde malzeme noktalarının koordinatları oluşturulurken x_length ve y_length olmak üzere yapının iki farklı yöndeki uzunlukları girilir.

Coord	
Coord(1,1)	Coord(1,2)
Coord(2,1)	Coord(2,2)
.	.
.	.
.	.
Coord((nx)(ny),1)	Coord((nx)(ny),2)

Şekil 3.7: İki boyutlu problemde malzeme noktalarının koordinatlarının depolanması

x_length ve y_length girdilerinden herhangi birinin o yöndeki malzeme noktası sayısına bölümü ile Δx elde edilir. İki boyutlu PD problemler için elde edilen Δx ve girdi olarak girilen malzeme noktası sayıları kullanılarak hesaplanan koordinatlar, Şekil 3.7’de görülen iki boyutlu koordinat matrisi halinde depolanmaktadır.

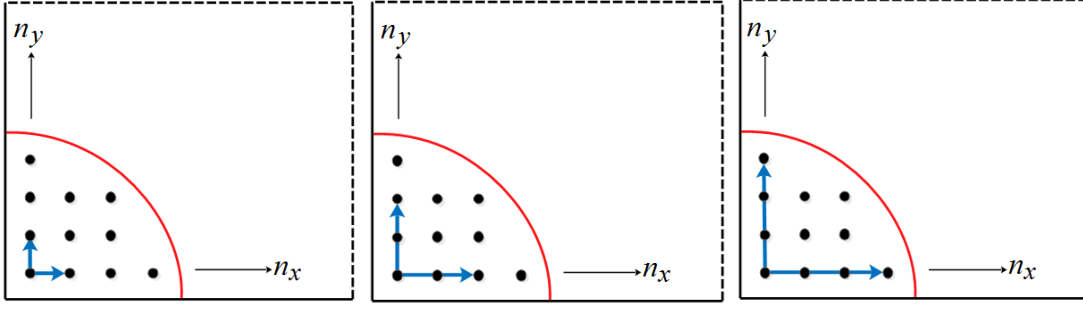
3.2.2.2 Temsili peridinamik bağların oluşturulması

Malzeme noktalarının numaraları belirlendikten sonra bu malzeme noktaları arasında KKY δ ’yı dikkate alan çubuk elemanları oluşturulur. Bunun için geliştirilen MATLAB algoritmasında çubuk elemanların birim uzunluğuna göre belirli bir sıra bulunmaktadır.

Eleman numarası	1. Malzeme noktası numarası	2. Malzeme noktası numarası
1	1	2
2	1	3
.	.	.
.	.	.

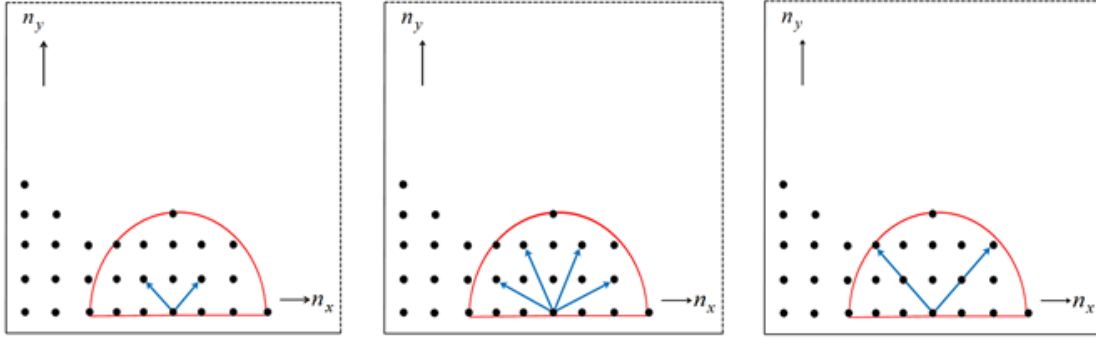
Şekil 3.8: Çubuk elemanların numaralandırılması

Çubuk elemanların oluşturulma sırasına göre elemanlara da malzeme noktalarına olduğu gibi Şekil 3.8’de görülen biçimde numara verilmektedir.



Şekil 3.9: Sırasıyla 1, 2 ve 3 birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması

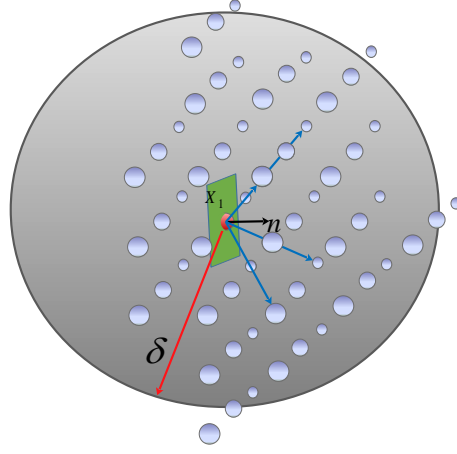
Şekil 3.9'de görülen 1, 2 ve 3 birim uzunluğundaki çubuk elemanlar algoritmanın baş kısmında oluşturulmaktadır. İki boyutta oluşturulan bu çubuk elemanlar başlangıç noktasından itibaren her zaman eksenlerin pozitif yönüne doğru oluşturulmaktadır. Bunun nedeni aynı malzeme noktaları arasındaki aynı birim uzunluğa sahip çubuk elemanların iki defa oluşturulmasını engellemektir.



Şekil 3.10: Sırasıyla $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ ve $2\sqrt{2}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması

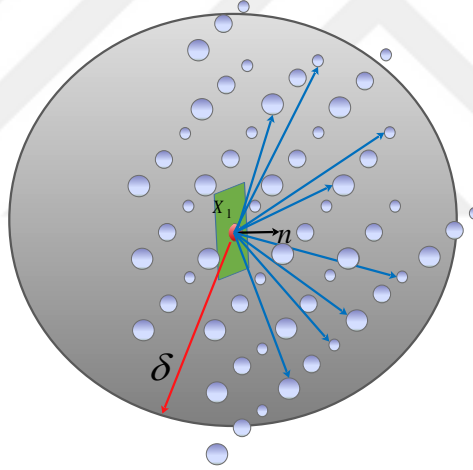
Şekil 3.10'da görülen $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ ve $2\sqrt{2}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanlar algoritmanın ikinci kısmında oluşturulmaktadır. İki boyutta oluşturulan bu çubuk elemanlar başlangıç noktasından itibaren sadece y ekseninin pozitif yönüne doğru oluşturulmaktadır. Böylece aynı malzeme noktaları arasındaki aynı birim uzunluğa sahip çubuk elemanların birden fazla oluşması engellenmektedir.

Üç boyutlu problemlerde çubuk elemanlarının oluşturulması için hazırlanan MATLAB algoritması iki boyuta göre farklılık göstermektedir. Üç boyutta, Şekil 3.3'de görüldüğü gibi iki boyutta var olan birim uzunluk çeşitlerine ek olarak iki farklı birim uzunluk daha eklenmesi gerekmektedir.



Şekil 3.11: Üç boyutta $\sqrt{3}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması

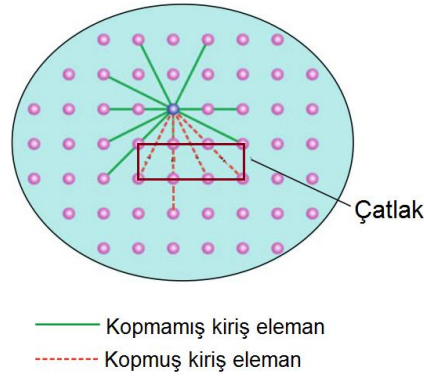
Şekil 3.11’de görülen $\sqrt{3}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların algoritma içerisinde eleman olarak yazılabilmesi için z ekseninde 1’den fazla sayıda malzeme noktası bulunmalıdır.



Şekil 3.12: Üç boyutta $\sqrt{6}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların oluşturulması

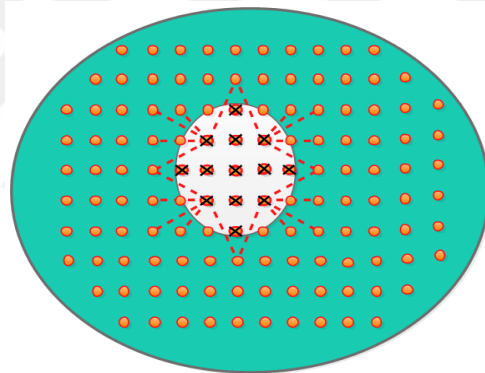
Şekil 3.12’de görülen $\sqrt{6}$ birim uzunluğundaki çubuk elemanların algoritma içerisinde eleman olarak yazılabilmesi için z ekseninde 1’den fazla sayıda malzeme noktası bulunmalıdır.

PD problem geometrisinde önceden var olan bir çatlak ve dairesel kesik olması durumlarında çubuk elemanlarını oluşturulan algoritmaya belirli şartlar eklenmektedir.



Şekil 3.13: Önceden var olan çatlak durumunda çubuk elemanların koparılması

Önceden var olan çatlak, iki sıra malzeme noktasının aralarından geçen çubuk elemanların koparılması ile modellenmektedir. Geometri içerisinde önceden bir çatlak olması durumunda Şekil 3.13'de görüldüğü çatlağın çevresindeki bir malzeme noktasının KKY içerisinde yaptığı temsili PD bağlardan bazılarının olmamasına sebep olmaktadır.



Şekil 3.14: Önceden var olan dairesel kesik durumunda çubuk elemanların koparılması

Önceden var olan dairesel kesik, daire sınırları içerisinde yer alan malzeme noktalarının oluşturduğu tüm çubuk elemanların koparılması ile modellenmektedir. Geometri içerisinde önceden dairesel bir kesik olması durumunda Şekil 3.14'de görüldüğü gibi dairenin iç kısmındaki bir malzeme noktasının KKY içerisinde yaptığı temsili PD bağların tamamının olmamasına sebep olmaktadır.

3.2.2.3 Yüzey düzeltme faktörlerinin oluşturulması

PD problemler için gerekli olan ve Bölüm 2'de anlatılan YDF'lerinin ABAQUS'e uyarlanması her bir malzeme noktasının ŞDEY'nun matrisel olarak depolanması

gerekir. ŞDEY'ları bilinen malzeme noktalarına ait olan YDF'leri de her bir yön için sütun matrisler halinde depolanır.

Stendens		
stendens(1,1)	stendens(1,2)	stendens(1,3)
stendens(2,1)	stendens(2,2)	stendens(2,3)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
stendens((nx)(ny)(nz),1)	stendens((nx)(ny)(nz),2)	stendens((nx)(ny)(nz),3)
Fncst		
fncst(1,1)	fncst(1,2)	fncst(1,3)
fncst(2,1)	fncst(2,2)	fncst(2,3)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
fncst((nx)(ny)(nz),1)	fncst((nx)(ny)(nz),2)	fncst((nx)(ny)(nz),3)

Şekil 3.15: Üç boyutta malzeme noktalarına ait olan ŞDEY'ları ve YDFlerinin depolanması

ŞDEY'larının hesaplanması, temsili PD bağların başlangıç ve deformasyon sonrası uzunlukların hesaplandığı döngüler içinde olmaktadır. Üç boyutta koordinatları bilinen malzeme noktalarının ŞDEY'larının kullanılarak her bir yön için hesaplanan YDF'leri Şekil 3.15'de görülen biçimde depolanmaktadır.

Stendens		Fncst	
stendens(1,1)	stendens(1,2)	fncst(1,1)	fncst(1,2)
stendens(2,1)	stendens(2,2)	fncst(2,1)	fncst(2,2)
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
stendens((nx)(ny),1)	stendens((nx)(ny),2)	fncst((nx)(ny),1)	fncst((nx)(ny),2)

Şekil 3.16: İki boyutta malzeme noktalarına ait olan ŞDEY'ları ve YDF'lerinin depolanması

İki boyutta malzeme noktalarına ait YDF'leri ise Şekil 3.16'de görülen biçimde matrisel olarak depolanmaktadır.

Malzeme noktaları bazında depolanan YDF'leri, temsili PD bağ bazında hesaplanarak eleman numaralandırmasına göre depolanmaktadır.

Eleman numarası	Yüzey düzeltme faktörü
1	scr(1)
2	scr(2)
.	.
.	.
.	.

Şekil 3.17: Çubuk elemanlara ait olan YDF'lerinin depolanması

Şekil 3.17'de gösterilen biçimde depolanan YDF'lerinin ait olduğu çubuk elemanın kesit alanı ile çarpılarak (Denklem 3.37) ABAQUS girdisi formatında çubuk elemanın kesit alanı kısmına eklenir.

$$A_i(n) = scr(n) A_i \quad (3.37)$$

(3.37) eşitliğinde geçen n , eleman numarasını göstermektedir. ABAQUS çözücüsünde hesaba katılacak olan her bir çubuk eleman için kesit alanı, o çubuk elemanın YDF ile çarpılarak farklı kesit alanlarına sahip eleman setlerini belirler.

3.2.2.4 Hacim düzeltme faktörlerinin oluşturulması

PD problemler için gerekli olan ve Bölüm 3.1'de anlatılan hacim düzeltme faktörlerinin ABAQUS'e uyarlanması için eleman numaralarına göre oluşturulan temsili PD bağların başlangıç uzunluklarının depolanması gerekir.

Eleman numarası	Bağın başlangıç uzunluğu	Hacim düzeltme faktörü
1	idist(1)	fac(1)
2	idist(2)	fac(2)
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Şekil 3.18: Çubuk elemanlara ait olan bağın başlangıç uzunluklarının ve hacim düzeltme faktörlerinin depolanması

Depolanan bağ başlangıç uzunlukları ve KKY δ 'nın kullanılması ile hesaplanan hacim düzeltme faktörleri Şekil 3.18'de görülen biçimde depolanmaktadır. Hacim düzeltme faktörleri ait olduğu çubuk elemanın kesit alanı ile çarpılarak (Denklem 3.38) ABAQUS girdisi formatında çubuk elemanın kesit alanı kısmına eklenir.

$$A_i(n) = fac(n) A_i \quad (3.38)$$

Çubuk elemanların her iki düzeltme faktörü ile çarpılacağı düşünüldüğünde (3.39) eşitliğindeki gibi çubuk elemanın kesit alanı kısmı değiştirilir.

$$A_i(n) = scr(n) fac(n) A_i \quad (3.39)$$

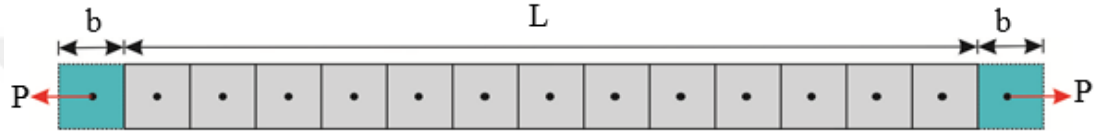
(3.38) ve (3.39) eşitliklerinde belirtilen n , eleman numarasını göstermektedir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1 Bir Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri

4.1.1 Çekme yükü altındaki bir boyutlu çubuk probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü

Bir boyutlu çubuk için çekme problemi incelenmiştir.



Şekil 4.1: Bir boyutlu çubuk modelinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi

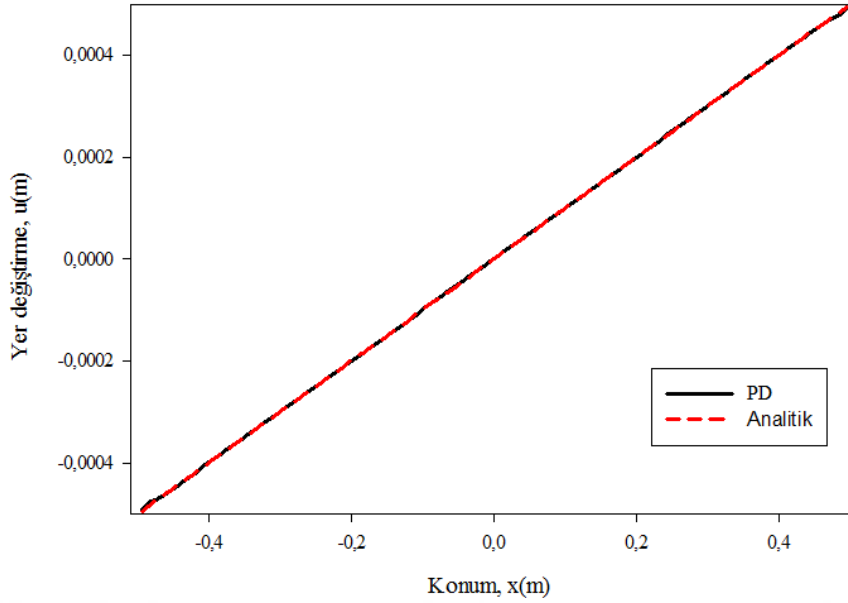
Probleme kullanılan çubuğun boyu $L=0.98$ m alınmıştır. Toplamda 100 eşit parçaya ayrılan çubuğun $b=0.01$ m uzunluğundaki kısmında sınır koşulları uygulanmıştır. Çubuğun mekanik özellikleri olan elastik modülü $E=200$ GPa ve poisson oranı ise $\nu=0$ olarak alınmıştır. Bu özelliklerdeki çubuğa, Şekil 4.1’de gösterilen yatay eksende $P=200$ MPa yük uygulanmıştır.

ADR çözüm yönteminin doğası gereği $\Delta t=1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 2000 alınmıştır $A=0.01 \times 0.01=0.0001$ m², $\delta=3.015 \times \Delta x=0.03015$ m ve $E=200$ GPa ifadeleri göz önünde bulundurularak (2.18) denklemi yardımıyla bağ sabiti $c=4.4003E18$ N/m⁶ olarak hesaplanmıştır.

Bir boyutlu çubukta çekme problemi için analitik çözüm, (4.1) eşitliğinde verilmiştir.

$$u(x) = \frac{Fx}{AE} \quad (4.1)$$

(4.1) eşitliğinde F , uygulanan kuvveti göstermektedir. Analitik çözümün yanında MATLAB ile ADR metodu kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Yapılan PD analizde çubuk eksen boyunca elde edilen yer değiştirmeler Şekil 4.2’de gösterilmiştir.

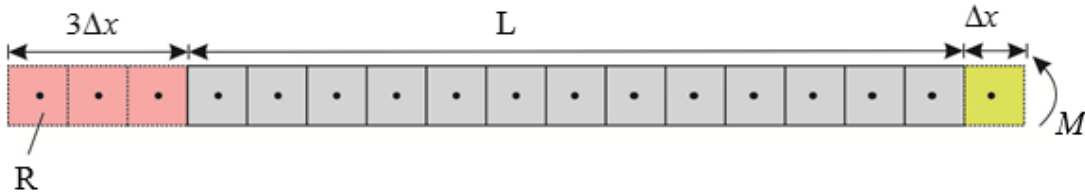


Şekil 4.2: Bir boyutlu çubukta çekme problemi için x yönündeki yer değiştirme değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 4.2’de görüldüğü gibi ADR metoduyla elde edilen çözümler analitik yöntemle elde edilen sonuçlar ile son derece tutarlıdır.

4.1.2 Eğilme momenti altındaki bir boyutlu Timoshenko kiriş probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü

Bir boyutlu Timoshenko kiriş için eğilme problemi incelenmiştir.



Şekil 4.3: Bir boyutlu Timoshenko kiriş modelinin ayrıklaştırılmış genel gösterimi

Problemde kullanılan çubuğun boyu $L=0.99$ m alınmıştır. Toplamda 103 eşit parçaya ayrılan çubuğun sağ ucundan Δx m uzunluğundaki kısmından saf moment uygulanmıştır. Sol ucundaki R bölgesi ise ankastre tanımlanmıştır. Çubuğun kalınlığı 0.1 m’dir. Çubuğun mekanik özellikleri olan elastik modülü $E=200$ GPa ve poisson oranı ise $\nu=0$ olarak alınmıştır. Bu özelliklerdeki çubuğa, Şekil 4.3’de gösterilen şekilde $M=3.33e5$ N.m saf moment uygulanmıştır.

ADR çözüm yönteminin doğası gereği $\Delta t=1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 8000 alınmıştır. $A=0.1 \times 0.1=0.01$ m²,

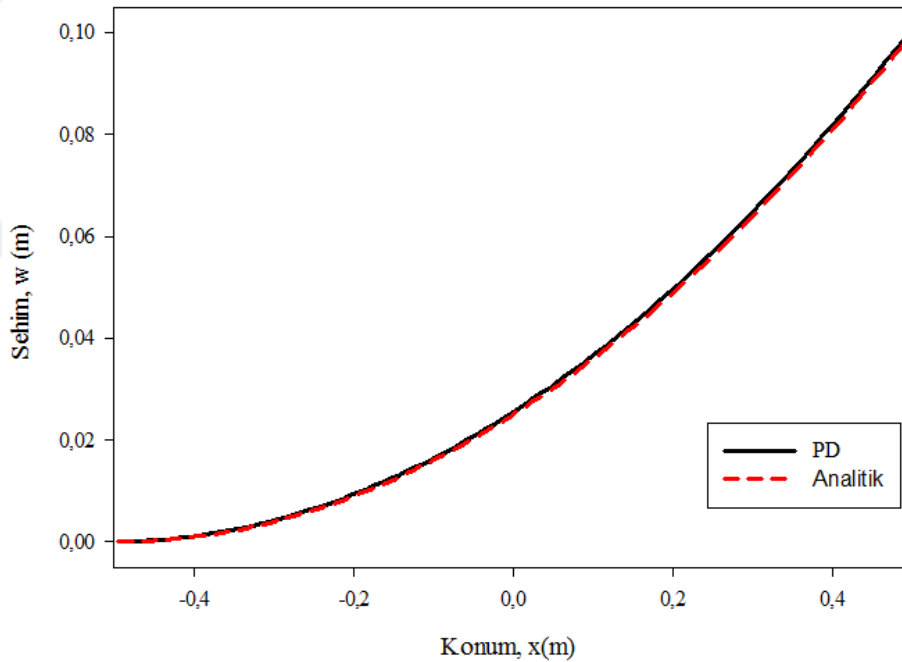
$\delta = 3.015 \times \Delta x = 0.03015$ m ve $E = 200$ GPa ifadeleri göz önünde bulundurularak (2.23) denklemi yardımıyla bağ sabitleri $c_b = 3.87 \times 10^{13}$ N/m⁴ ve $c_s = 1.83 \times 10^{16}$ N/m⁶ olarak hesaplanmıştır.

Bir boyutlu Timoshenko kirişte saf eğilme problemi için analitik çözüm, (4.2) eşitliğinde verilmiştir.

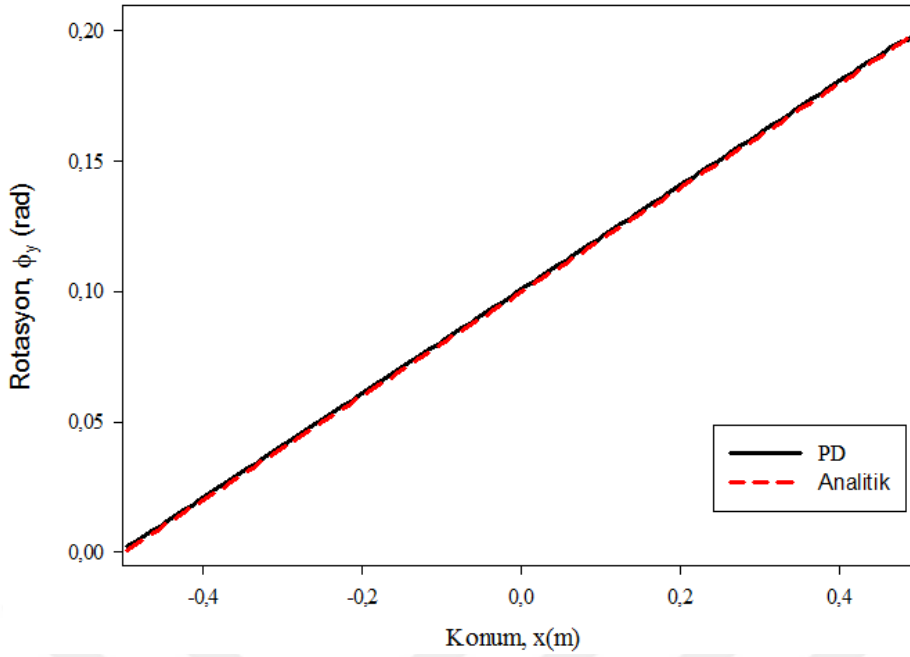
$$w(x) = \frac{Mx^2}{2EI} \quad (4.2a)$$

$$\phi(x) = \frac{Mx}{EI} \quad (4.2b)$$

(4.2) eşitliğinde M ve I , sırasıyla uygulanan momenti ve eylemsizlik momentini göstermektedir. Analitik çözüm ile beraber MATLAB ile ADR metodu kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Yapılan PD analizde çubuk eksenini boyunca elde edilen yer değiştirmeler ve rotasyonlar sırasıyla Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’de gösterilmiştir.



Şekil 4.4: Bir boyutlu Timoshenko kirişte saf eğilme problemi için sehim değerlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.5: Bir boyutlu Timoshenko kirişte saf eğilme problemi için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması

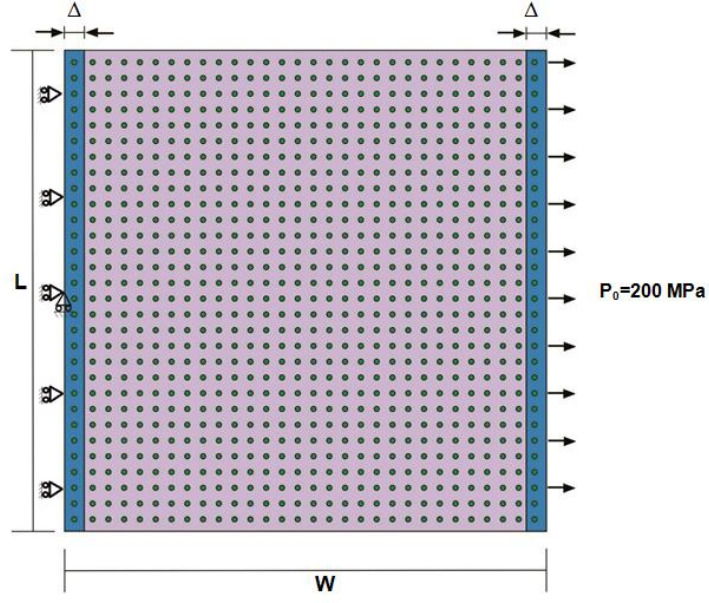
Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’de görüldüğü gibi ADR metoduyla elde edilen çözümler, analitik yöntemle elde edilen sonuçlar ile son derece tutarlıdır.

4.2 İki Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri

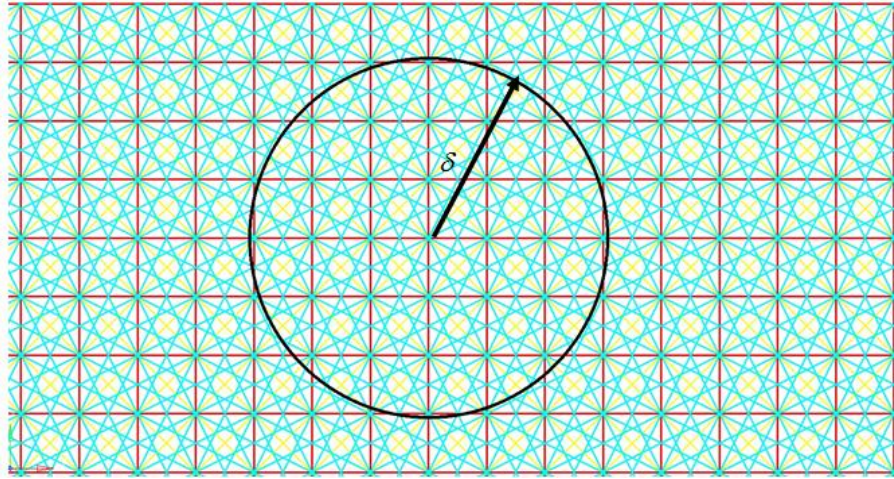
4.2.1 Çekme yükü altındaki iki boyutlu izotropik plaka probleminin açık (explicit) çözümü

İki boyutlu plaka $240 \times 240 = 57600$ adet malzeme noktasından oluşmaktadır. Plakanın sağ kenarındaki sınır bölgesi boyunca 200 MPa büyüklüğünde basınç uygulanmıştır. Malzeme noktaları arasındaki mesafe, $\Delta x = 0.000635$ m olarak tanımlanmıştır. Malzemenin Elastik Modülü $E = 200$ GPa, yoğunluğu $\rho = 8000$ kg/m³, poisson oranı ise $\nu = 0.333$ tür. Problem ABAQUS’te PD bağları temsil eden çubuk elemanları kullanılarak çözülmüştür. Malzeme noktaları arasındaki bağlar için $E = 200$ GPa, kalınlık $t = 0.000635$ m, KKY $\delta = 3.015 \times 0.000635 = 0.0019$ m ve $V = 0.000635^3 = 2.5605E-010$ m³ parametreleri kullanılarak (2.28) eşitliği yardımıyla iki boyutlu bağ sabiti hesaplanmıştır.

Şekil 4.6 ve Şekil 4.7, incelenen plaka probleminin detaylarını göstermektedir. L ve W uzunlukları 152.4 mm’dir.



Şekil 4.6: İki boyutlu plakanın malzeme noktaları dizilimi

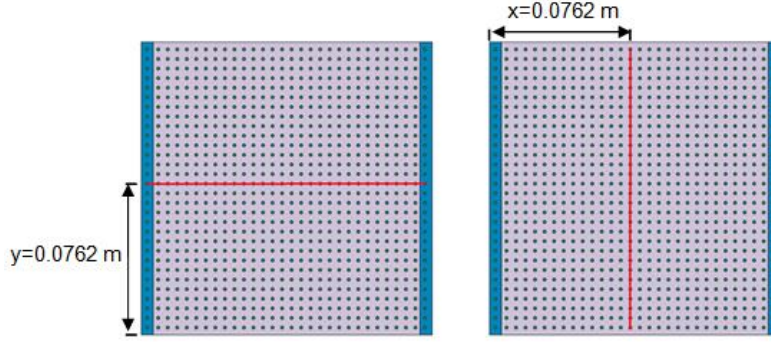


Şekil 4.7: PD model içerisinde çubuk elemanların ve bir malzeme noktasının küresel etkileşim bölgesinin gösterimi

Çekme yükü altındaki izotropik plaka probleminin PD açık (explicit) çözümünün sonuçlarının, PD kapalı (implicit), analitik ve SE çözümü sonuçları ile karşılaştırılması için plaka üzerinde iki malzeme noktası yolu belirlenmiştir. Bu sayede x yönündeki yer değiştirme (U_x) sonuçları ve y yönündeki yer değiştirme (U_y) sonuçlarının doğrulanması amaçlanmıştır. Şekil 4.8'de görüldüğü gibi x yönündeki yer değiştirme için $y=0.0762$ m üzerinde, y yönündeki yer değiştirme için $x=0.0762$ m üzerinde malzeme noktası yolu belirlenmiştir.

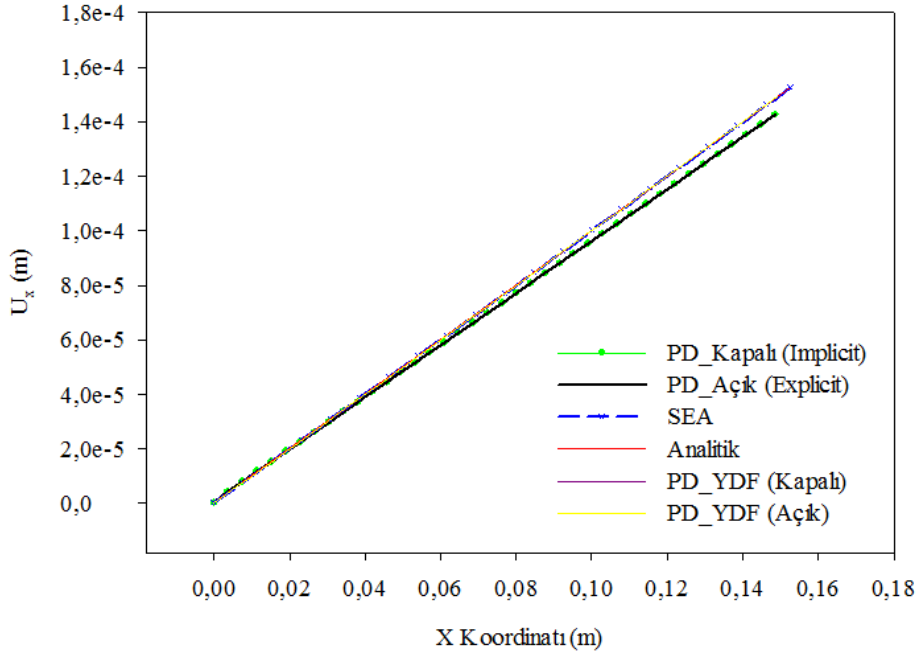
Her bir malzeme noktası üzerine ABAQUS içerisinde kütle atanmıştır. Bir malzeme noktası üzerine düşen kütle, plakanın toplam kütesinin toplam malzeme noktası sayısına bölümü ile (4.3) eşitliğindeki gibi elde edilmiştir.

$$m = \frac{\rho L W t}{57600} \quad (4.3)$$



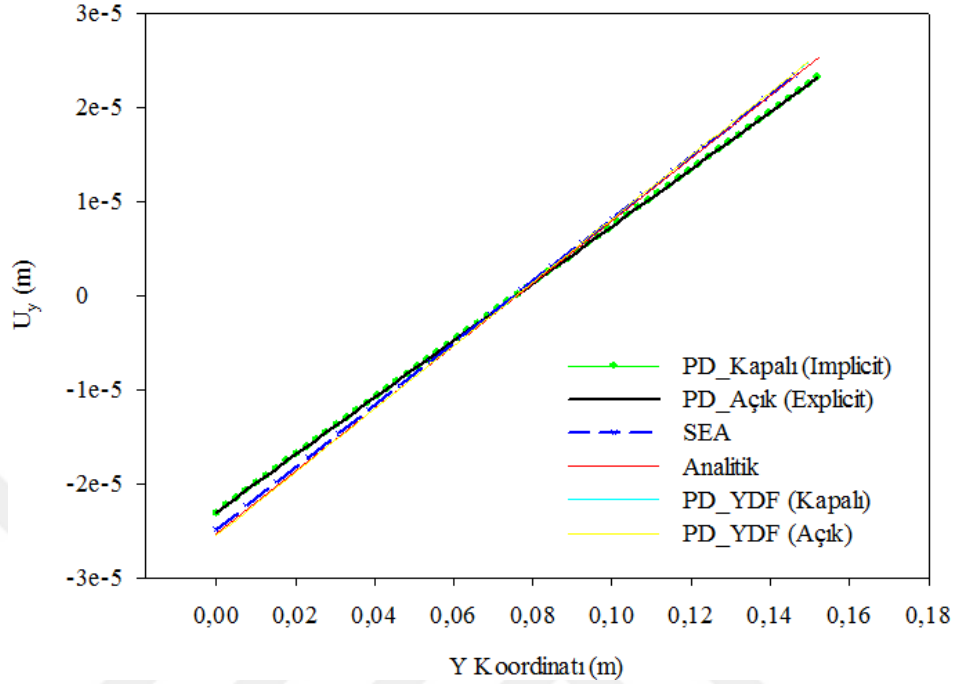
Şekil 4.8: İzotropik plaka için sonuçları almak üzere tanımlanmış malzeme noktası yolları

Çekme yükü altındaki izotropik plakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası üzerinde bulunan x yönündeki yer değiştirme (U_x) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması Şekil 4.9’de gösterilmiştir. Şekil 4.9’de gösterilen “PD_YDF” ifadesi, yüzey düzeltme ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaba katıldığını belirtmektedir.



Şekil 4.9: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit), analitik ve SE çözümü sonuçları ile karşılaştırılması

PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası üzerinde bulunan y yönündeki yer değiştirme (U_y) değerlerinin ise diğer sonuçlar ile karşılaştırılması Şekil 4.10'de gösterilmiştir.



Şekil 4.10: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit), analitik ve SE çözümü sonuçları ile karşılaştırılması

Şekil 4.10'de gösterilen "PD_YDF" ifadesi, yüzey düzeltme ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaba katıldığını belirtmektedir.

Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'da görülen karşılaştırmalarda analitik çözümler (4.4) ve (4.5) eşitlikleri ile hesaplanmıştır.

$$U_x = \varepsilon_x X \quad (4.4)$$

$$U_y = -\nu \varepsilon_x Y \quad (4.5)$$

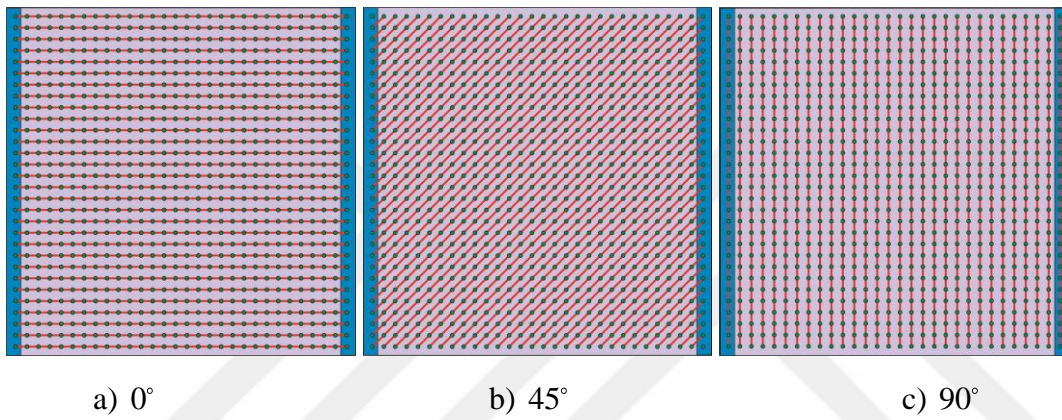
(4.4)'deki ε_x , x yönündeki gerinmeyi, X yatay eksenin koordinatını belirtmektedir.

(4.5)'deki Y , dikey eksenin koordinatını belirtmektedir. Açık (explicit) çözümlerde toplam zaman 0.01 s olarak belirlenmiştir.

4.2.2 Çekme yükü altındaki kompozit tabaka probleminin açık (explicit) çözümü (0°, 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için)

Çekme yükü altındaki kompozit tabaka problemi için PD açık (explicit), PD kapalı (implicit), ve analitik çözüm sonuçlarının karşılaştırılarak doğrulanması amaçlanmaktadır.

Kompozit tabakanın fiber yönündeki elastik modülü $E_{11} = 159.96$ GPa, fiber yönüne dik elastik modülü ise $E_{22} = 8.96$ GPa'dır. Tabaka üzerindeki kayma modülü $G_{12} = 3.0054$ GPa ve poisson oranı $\nu_{12} = 1/3$ 'tür. Diğer boyutsal özellikleri ve sınır şartları, çekme yükü altındaki izotropik plaka problemi ile (Şekil 4.6) aynıdır.



Şekil 4.11: Sırası ile 0°, 45° ve 90° fiber yerleşim açlarına göre kompozit tabakaların şematik gösterimi

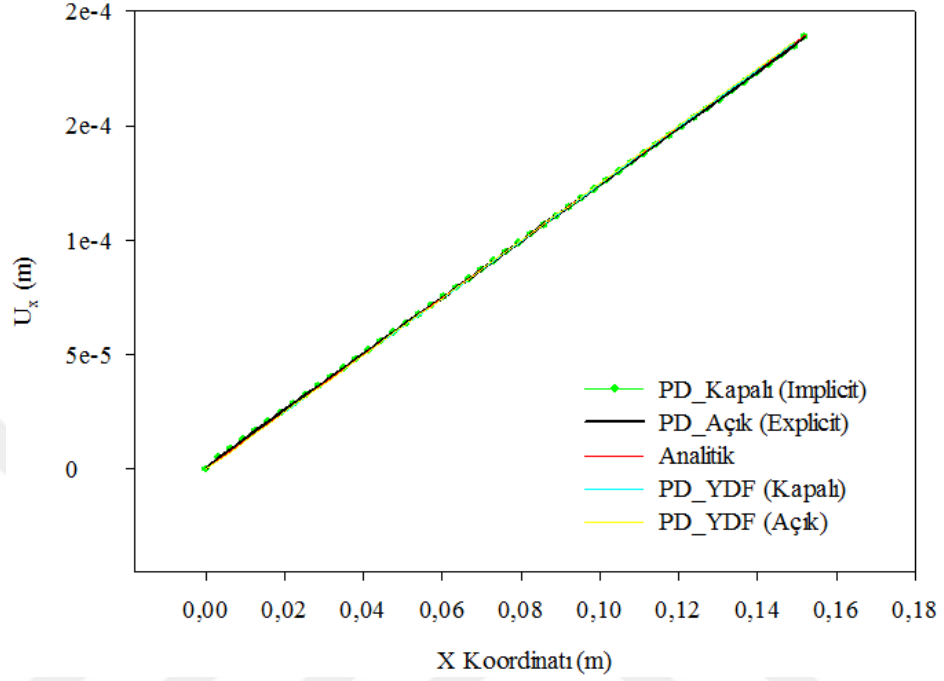
Şekil 4.11'de görülen farklı fiber yerleşim açlarına sahip kompozit tabakalarda ABAQUS programına girdi olarak girilen çubuk elemanların elastik modül değeri (2.82), (2.83) ve (3.33) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır.

Açık (explicit) çözümü yapılan 3 farklı fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakalara uygulanan “ F ” kuvveti (4.6)'deki eşitlikle hesaplanır. Bu hesaplama çekme yükü altındaki izotropik plaka problemi için de geçerlidir.

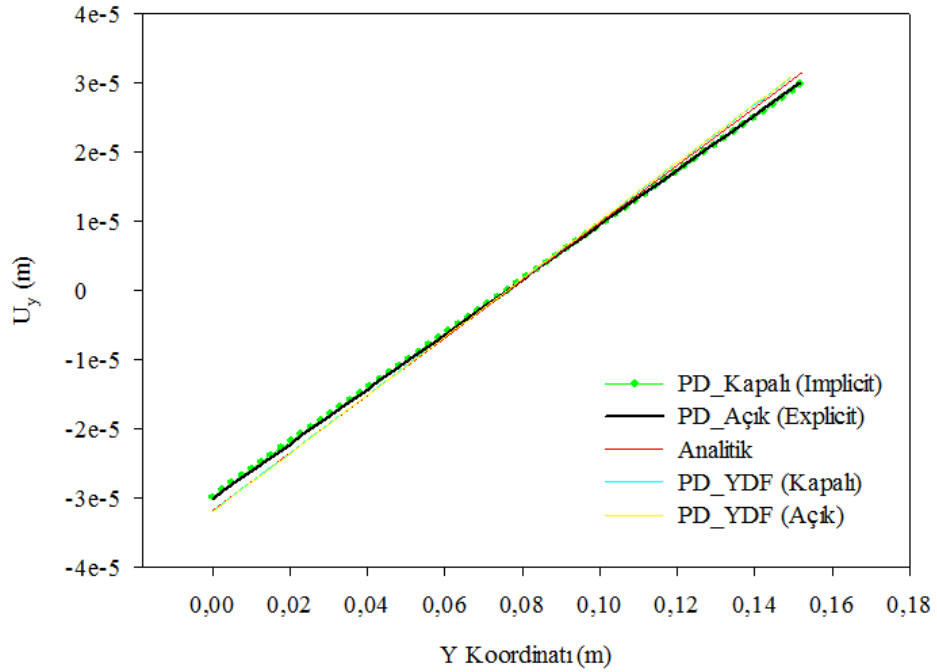
$$F = \frac{P_0 t L}{N} \quad (4.6)$$

(4.6)'de, uygulanan basınç P_0 , malzeme noktası başına düşen kuvvet F olarak ifade edilmiştir. ABQUS'te sonuçların alınması için Şekil 4.8'da belirlenen x yönündeki yer değiştirme (U_x) için $y = 0.0762$ m üzerindeki, y yönündeki yer değiştirme (U_y) için $x = 0.0762$ m üzerindeki malzeme noktası yolları kullanılmıştır.

Çekme yükü altındaki 0° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.12 ve Şekil 4.13’de gösterilmiştir.

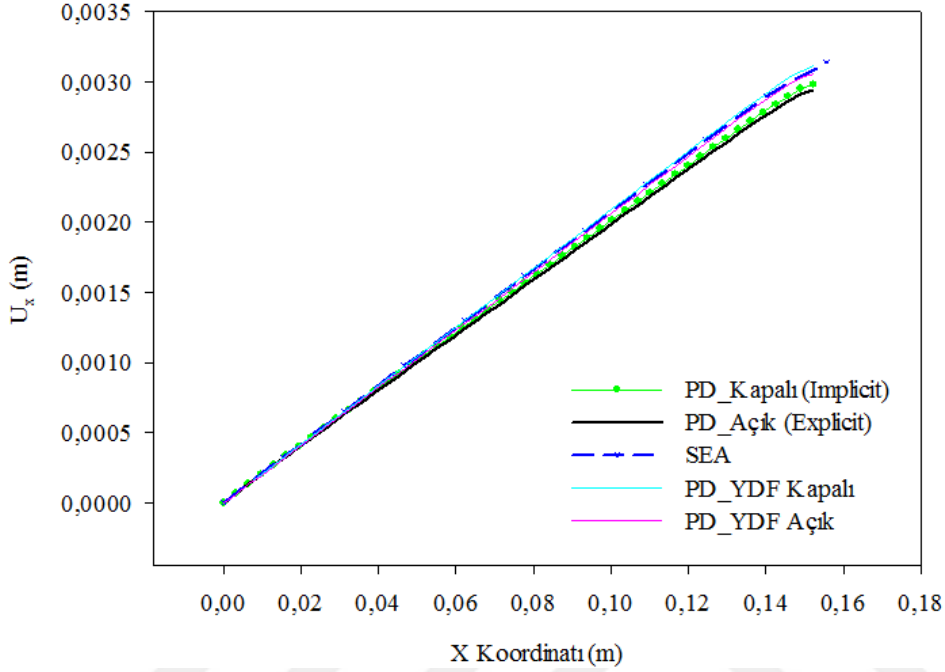


Şekil 4.12: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması

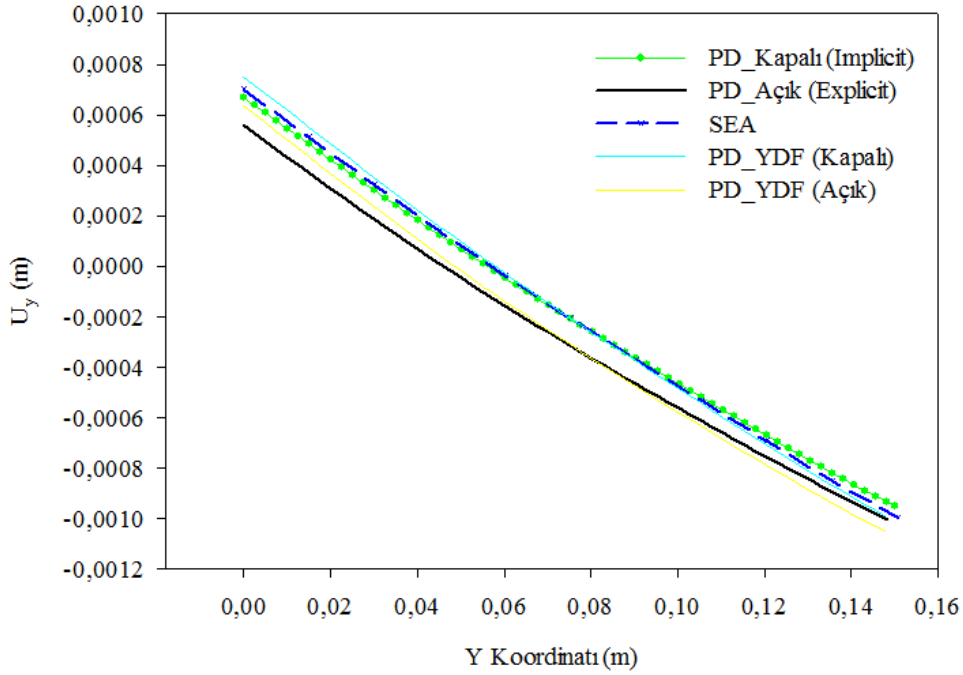


Şekil 4.13: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması

Çekme yükü altındaki 45° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.14 ve Şekil 4.15’de gösterilmiştir.

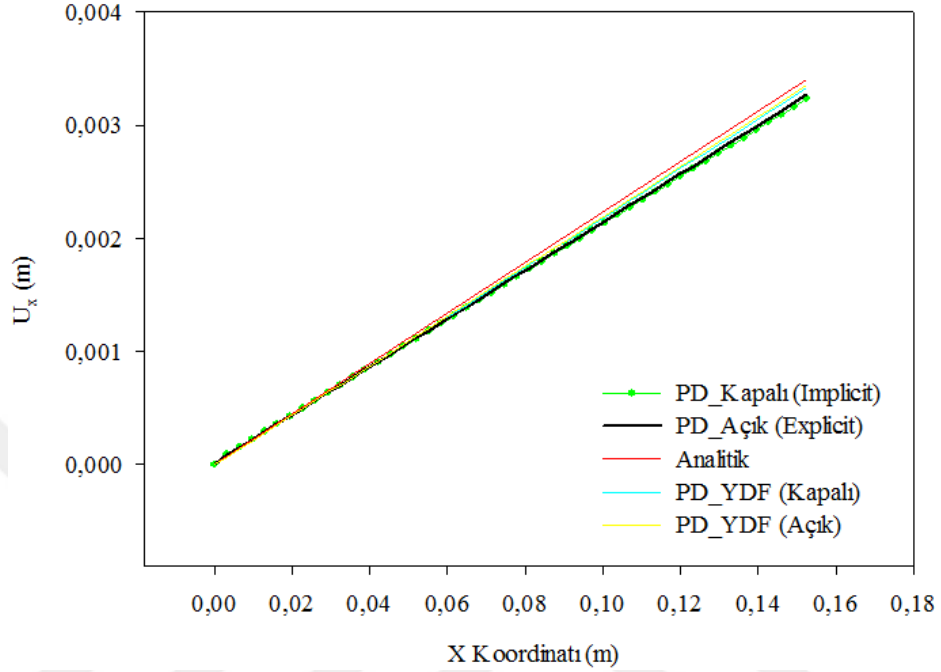


Şekil 4.14: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması

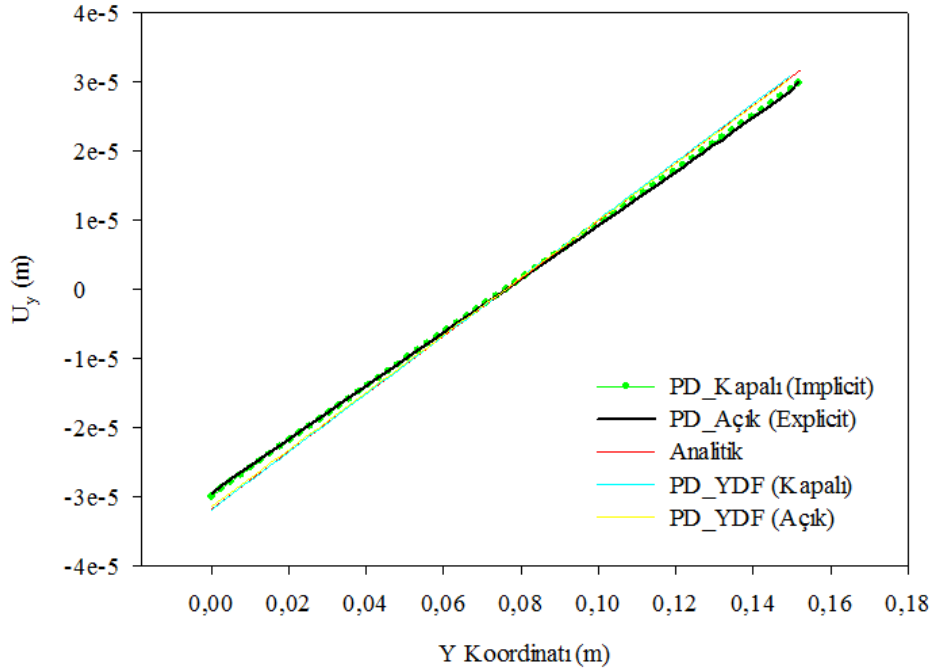


Şekil 4.15: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve SEA sonuçları ile karşılaştırılması

Çekme yükü altındaki 90° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.16 ve Şekil 4.17’de gösterilmiştir.



Şekil 4.16: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması



Şekil 4.17: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, PD kapalı (implicit) ve analitik sonuçlar ile karşılaştırılması

Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve Şekil 4.17’de gösterilen “PD_YDF” ifadesi, yüzey düzeltme ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaba katıldığını belirtmektedir.

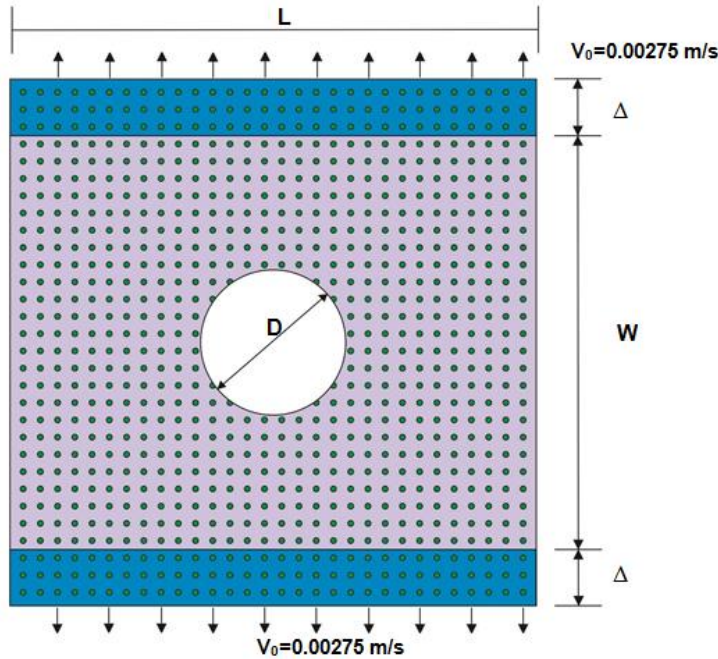
4.2.3 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu dairesel kesikli izotropik plaka probleminin açık (explicit) çözümü

İki boyutlu dairesel kesikli plaka $100 \times (100 + 3 + 3) = 10600$ adet malzeme noktasından oluşmaktadır. Plakanın üst ve alt kenarlarındaki sınır bölgesi boyunca 0.00275 m/s büyüklüğünde hız sınır koşulu uygulanmıştır. Malzeme noktaları arasındaki mesafe, $\Delta x = 0.0005$ m olarak tanımlanmıştır. Malzemenin Elastik Modülü $E = 192$ GPa, yoğunluğu $\rho = 8000$ kg/m³, poisson oranı $\nu = 0.333$ ve kalınlık $t = 0.0005$ m’dir.

Bir malzeme noktası için birim hacim $\Delta V = 1.25 \times 10^{-10}$ m³’dür. ABAQUS’te PD bağları temsil eden çubuk elemanları kullanılarak çözülmüştür.

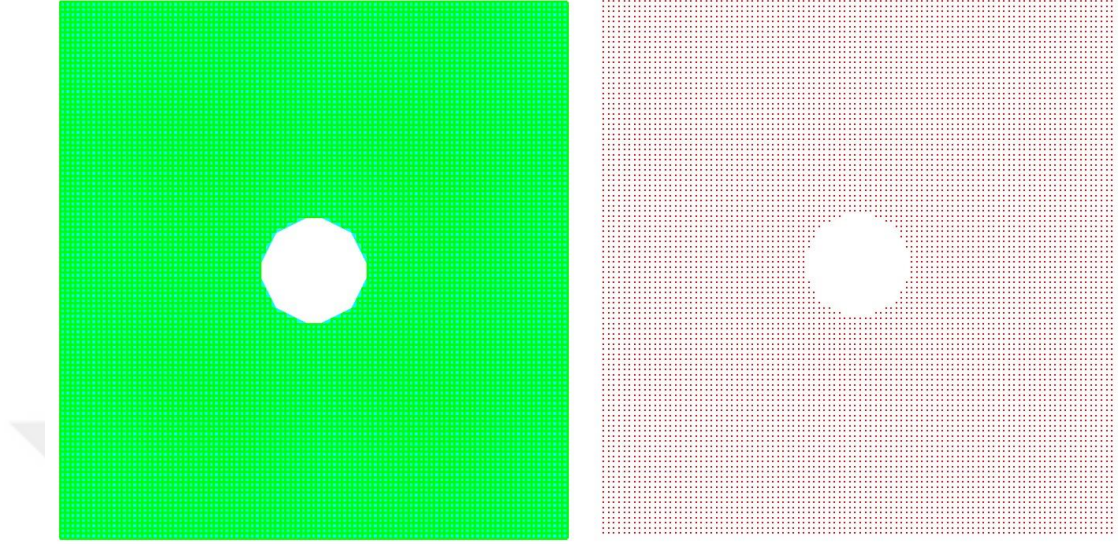
Bir malzeme noktasının KKY $\delta = 3.015 \times 0.0005 = 0.0015$ m’dir. Çubuk elemanların elastik modülü ve kesit alanı, (2.28), (3.33) ve (3.34) eşitlikleri yardımıyla hesaplanmaktadır.

Şekil 4.18 incelenen dairesel kesikli plaka probleminin detaylarını göstermektedir. L ve W uzunlukları 50 mm’dir. Dairesel kesik çapı D ise 10 mm’dir. Δ ile belirten bölgeler ise hız sınır koşulunun uygulandığı 3 sıra malzeme noktasından oluşan setlerdir.



Şekil 4.18: İki boyutlu dairesel kesikli plakanın malzeme noktaları dizilimi

Şekil 4.18’de görülen dairesel kesikli plaka 10600 adet malzeme noktasından oluşmasına rağmen dairesel kesik içerisinde kalan malzeme noktalarına kütle nokta atılmamıştır.

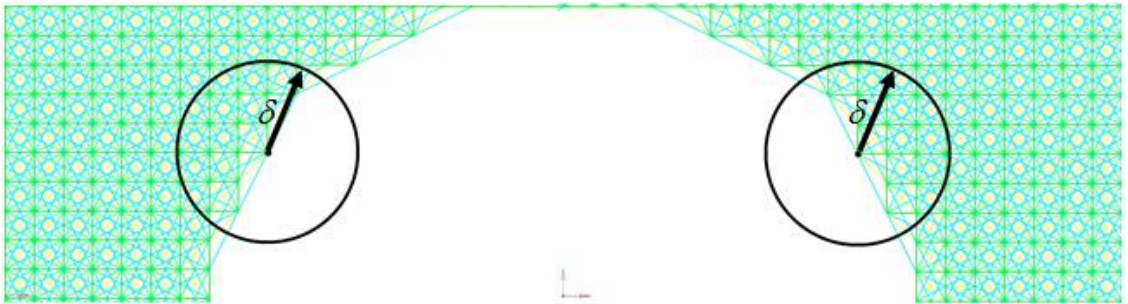


Şekil 4.19: İki boyutlu dairesel kesikli izotropik plakanın sırasıyla çubuk elemanlarının ve malzeme noktalarının gösterimi

Şekil 4.19’de merkezi izotropik plakanın tam orta noktasında bulunan dairesel kesik geometrisine göre çubuk elemanlarının oluşturulduğu görülmektedir.

Dairesel kesikli izotropik plaka için bir malzeme noktasına atanan kütle, (4.7)’deki gibi hesaplanabilmektedir.

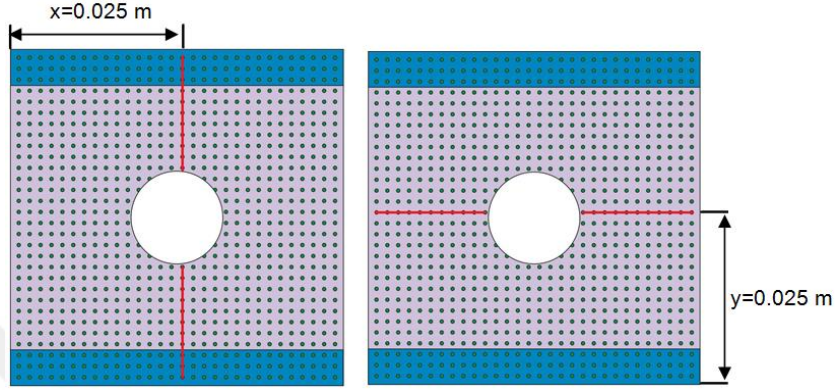
$$m = \rho \Delta V \quad (4.7)$$



Şekil 4.20: Dairesel kesik bölgesindeki çubuk elemanların yakından gösterimi

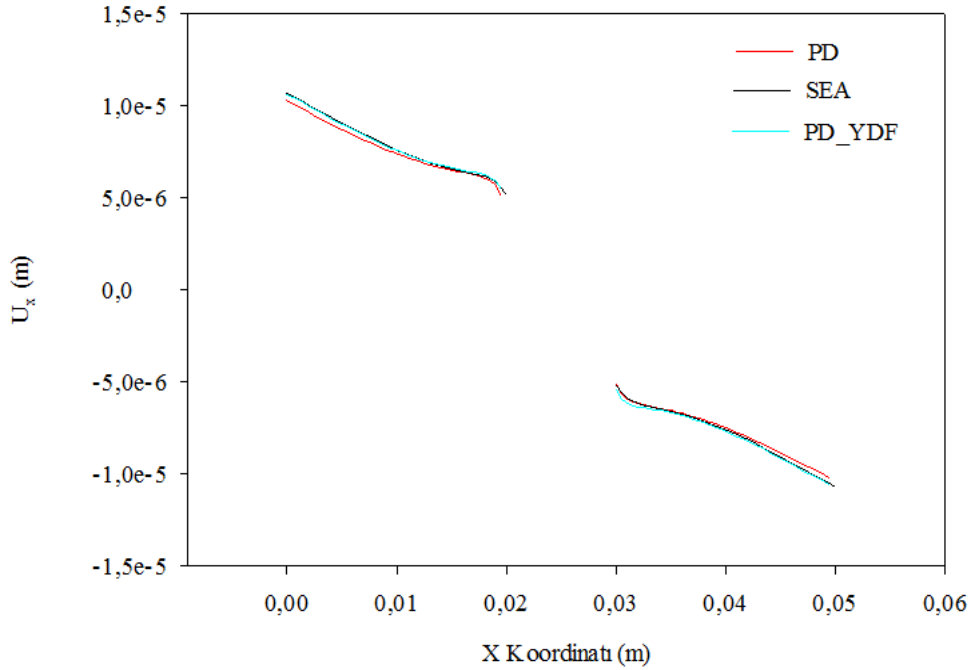
Şekil 4.20’de plakanın dairesel kesik kısmındaki iki malzeme noktasının küresel etkileşimi temsili olarak gösterilmiştir. Malzeme noktalarının küresel etkileşim

bölgesi içerisinde oluşturulan elemanlara bakıldığında bölüm 3.2.2’de anlatıldığı gibi dairesel kesik içerisinde kalan kısma eleman atılmadığı net olarak gözükmektedir. Şekil 4.21’de görüldüğü gibi x yönündeki yer değiştirme için $y = 0.025$ m üzerinde, y yönündeki yer değiştirme için $x = 0.025$ m üzerinde malzeme noktası yolu belirlenmiştir.

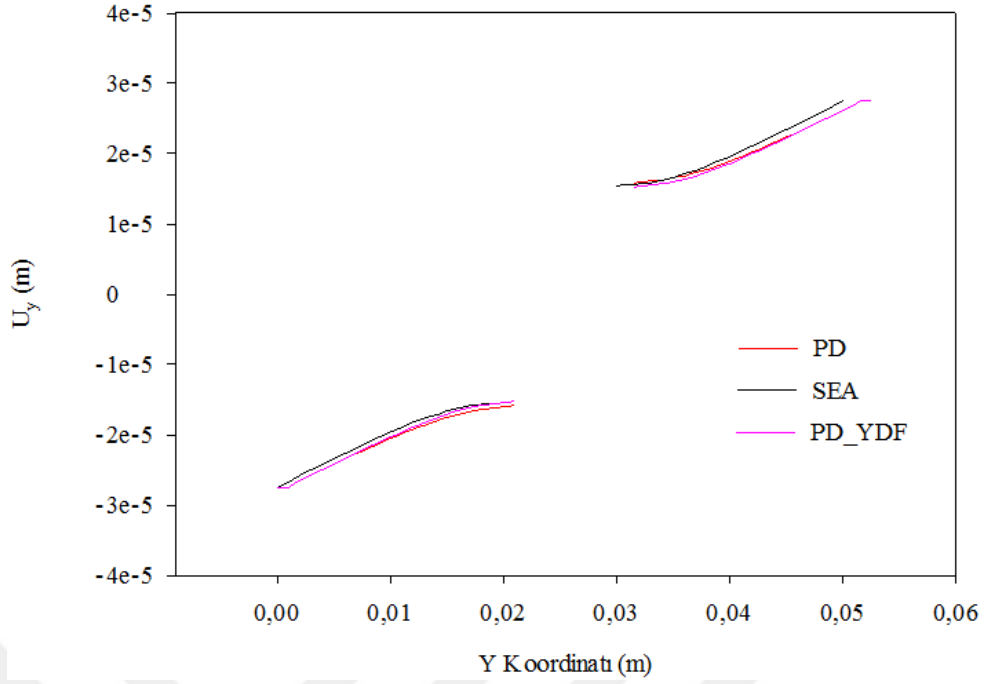


Şekil 4.21: Dairesel kesikli izotropik plaka için sonuçları almak üzere tanımlanmış malzeme noktası yolları

Hız sınır şartı altındaki izotropik plakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.22 ve Şekil 4.23’de gösterilmiştir.



Şekil 4.22: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması [60]



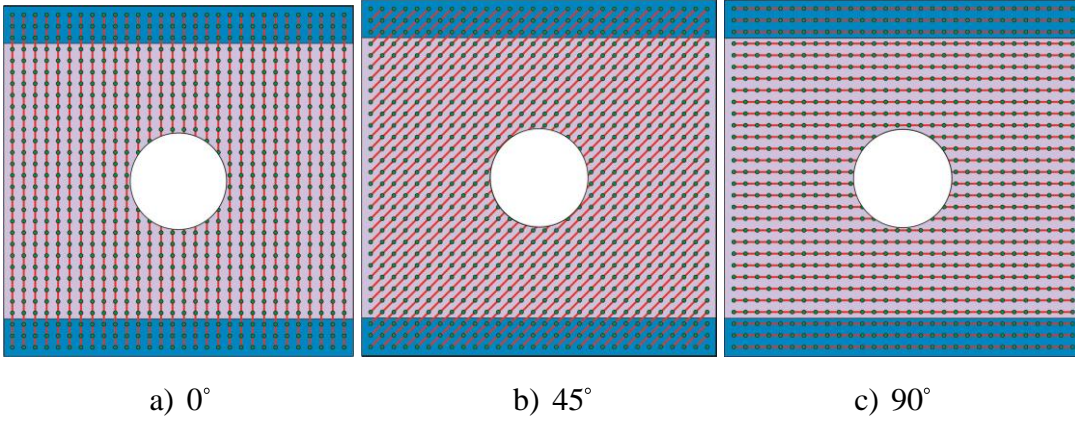
Şekil 4.23: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması [60]

Şekil 4.22 ve Şekil 4.23’de gösterilen “PD_YDF” ifadesi, yüzey düzeltme ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaba katıldığını belirtmektedir.

4.2.4 Hız sınır şartı altındaki dairesel kesikli kompozit tabaka probleminin açık (explicit) çözümü (0° 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için)

Hız sınır şartı altındaki dairesel kesikli kompozit tabaka problemi için PD açık (explicit), analitik ve SE çözümü sonuçlarının karşılaştırılarak doğrulanması amaçlanmaktadır.

Kompozit tabakanın fiber yönündeki elastik modülü $E_{11} = 159.96$ GPa, fiber yönüne dik elastik modülü ise $E_{22} = 8.96$ GPa’dır. Tabaka üzerindeki kayma modülü $G_{12} = 3.0054$ GPa ve poisson oranı $\nu_{12} = 1/3$ ’tür. Diğer boyutsal özellikleri ve sınır şartları, hız sınır şartı altındaki dairesel kesikli izotropik plaka problemi ile (Şekil 4.18) aynıdır.

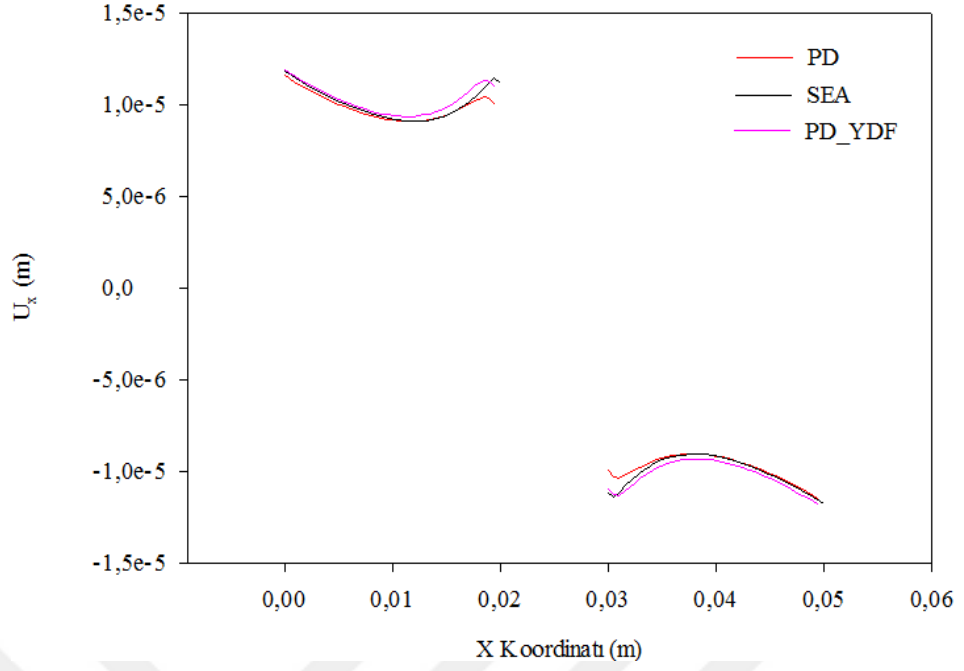


Şekil 4.24: Sırası ile 0°, 45° ve 90° fiber yerleşim açlarına göre dairesel kesikli kompozit tabakaların şematik gösterimi

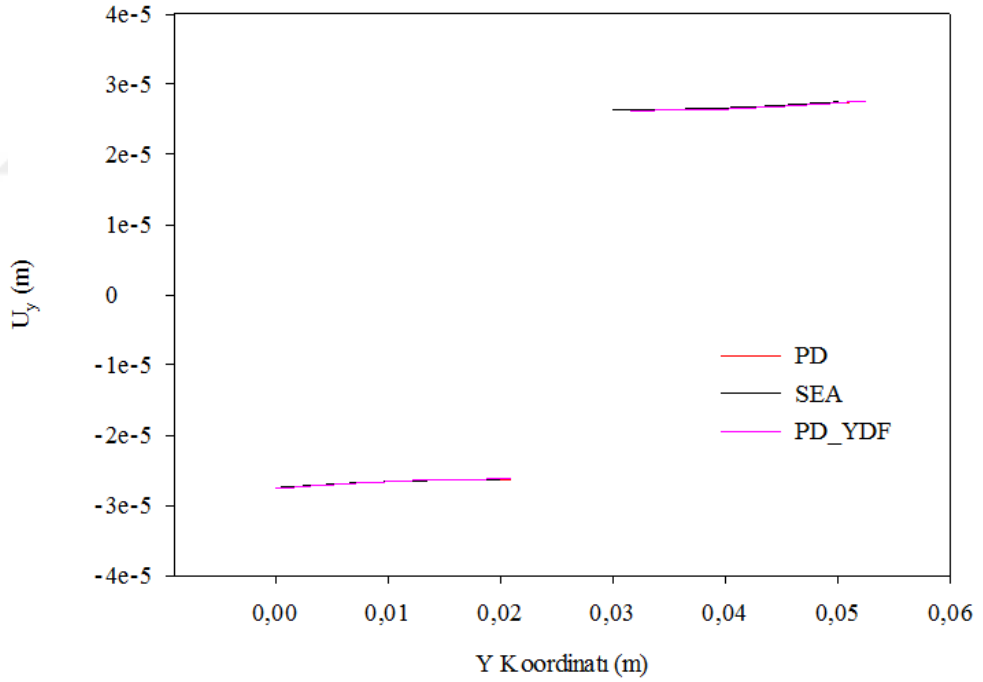
Şekil 4.24’de görülen farklı fiber yerleşim açlarına sahip kompozit tabakalarda ABAQUS programına girdi olarak girilen çubuk elemanların elastik modül değeri (2.82), (2.83) ve (3.33) eşitlikleri kullanılarak hesaplanmıştır.

ABQUS’te sonuçların alınması için Şekil 4.21’de belirlenen x yönündeki yer değiştirme (U_x) için $x = 0.025$ m üzerindeki, y yönündeki yer değiştirme (U_y) için $y = 0.025$ m üzerindeki malzeme noktası yolları kullanılmıştır.

Hız sınır şartı altındaki 0° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.25 ve Şekil 4.26’da gösterilmiştir.



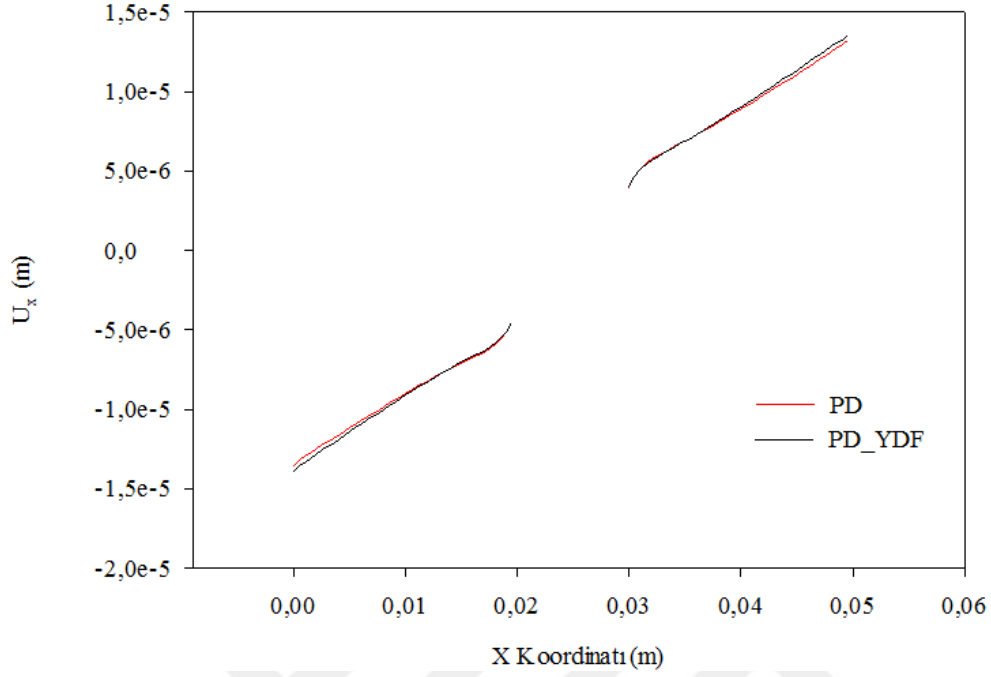
Şekil 4.25: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması



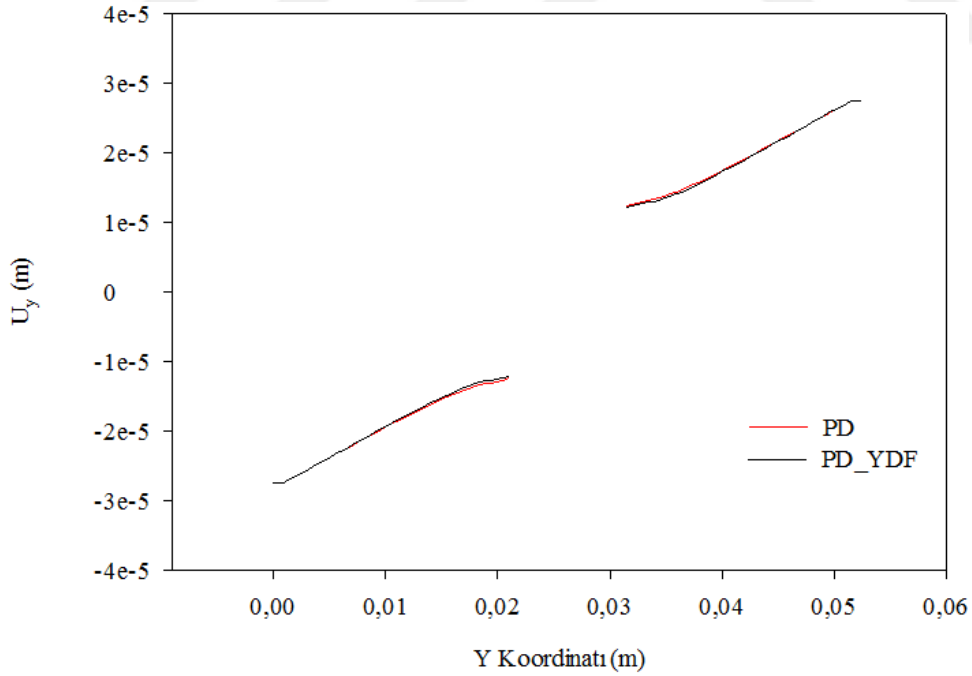
Şekil 4.26: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması

Hız sınır şartı altındaki 45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası

yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerleri sırasıyla Şekil 4.27 ve Şekil 4.28’de gösterilmiştir.

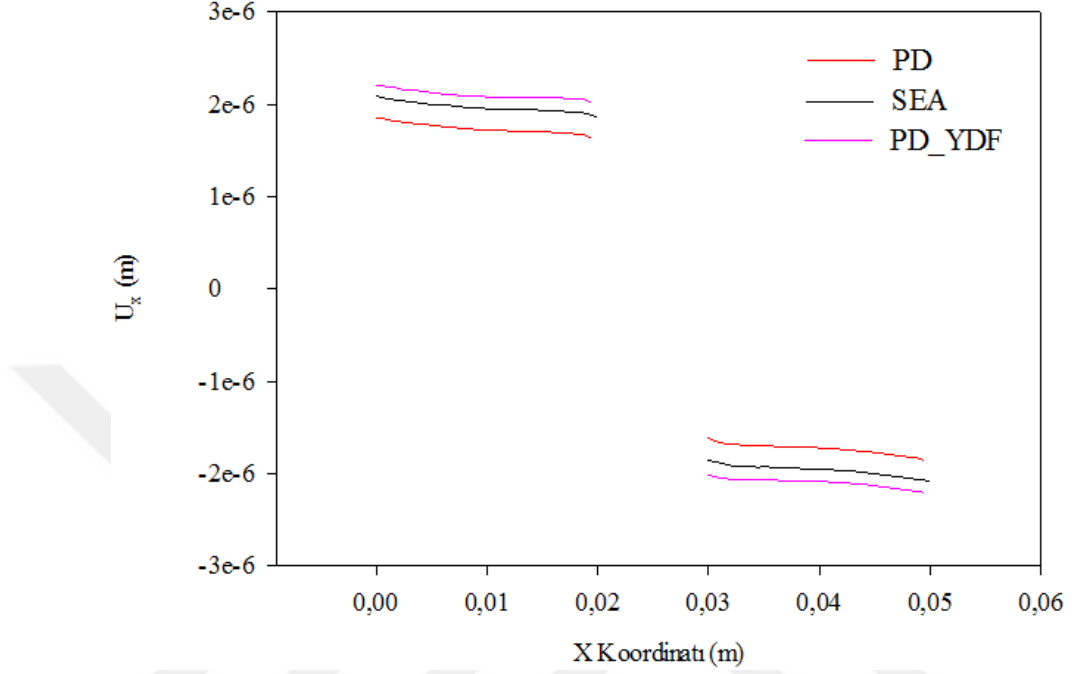


Şekil 4.27: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonucu

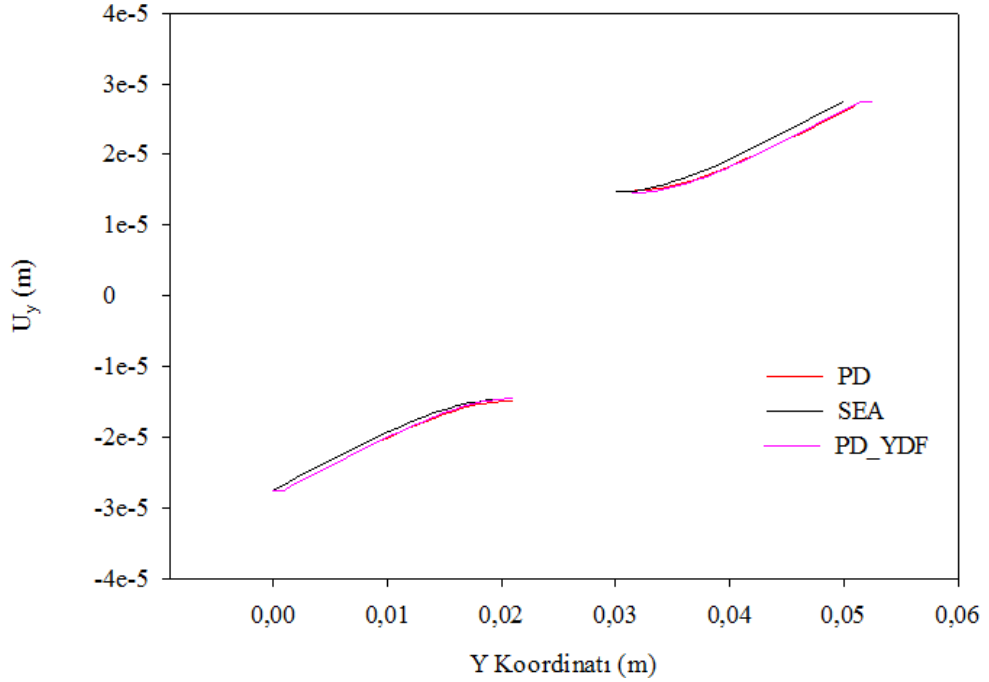


Şekil 4.28: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonucu

Hız sınır şartı altındaki 90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli kompozit tabakanın PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası yolları üzerinde bulunan x ve y yönündeki yer değiştirme (U_x ve U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması sırasıyla Şekil 4.29 ve Şekil 4.30'da gösterilmiştir.



Şekil 4.29: x yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması



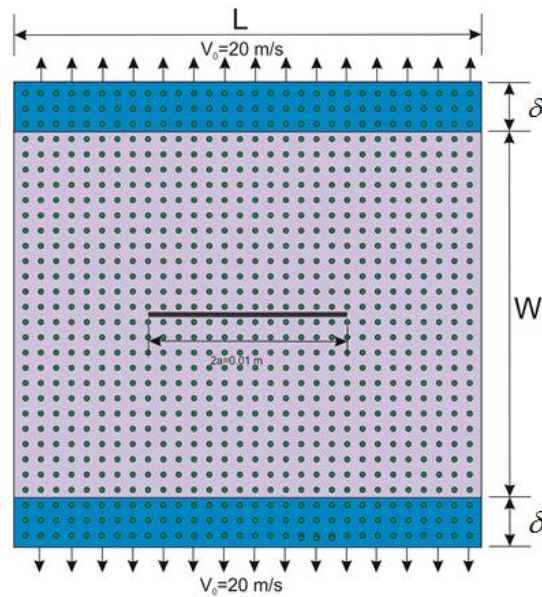
Şekil 4.30: y yönündeki yer değiştirme için PD açık (explicit) çözümün sonuçlarının, SE analizi sonuçları ile karşılaştırılması

Şekil 4.25, Şekil 4.26, Şekil 4.27, Şekil 4.28, Şekil 4.29 ve Şekil 4.30’de gösterilen “PD_YDF” ifadesi, yüzey düzeltme ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaba katıldığını belirtmektedir.

4.2.5 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için çatlak ilerlemesi probleminin açık (explicit) çözümü

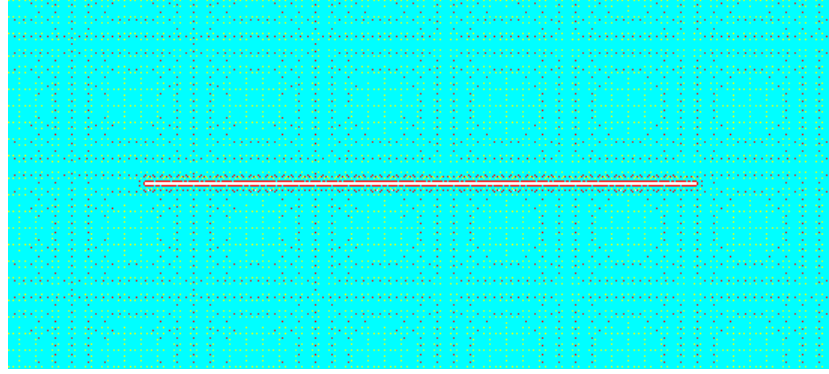
İki boyutlu çatlaklı plaka $500 \times (500 + 3 + 3) = 253000$ adet malzeme noktasından oluşmaktadır. Plakanın üst ve alt kenarlarındaki sınır bölgesi boyunca 20 m/s ve 70 m/s büyüklüğünde iki farklı hız sınır koşulu uygulanmıştır. Malzeme noktaları arasındaki mesafe, $\Delta x = 0.0001 \text{ m}$ olarak tanımlanmıştır. Malzemenin elastik modülü $E = 192 \text{ GPa}$, yoğunluğu $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$, poisson oranı $\nu = 0.333$ ve kalınlık $t = 0.0001 \text{ m}$ ’dir. Bir malzeme noktası için birim hacim $\Delta V = 1 \times 10^{-12} \text{ m}^3$ ’dür. ABAQUS’te PD bağları temsil eden çubuk elemanları kullanılarak çözülmüştür. Bir malzeme noktasının KKY $\delta = 3.015 \times 0.0001 = 3.015E-4 \text{ m}$ ’dir. Çubuk elemanların elastik modülü ve kesit alanı (2.28), (3.33) ve (3.34) eşitlikleri yardımıyla hesaplanmıştır. Hasar tahmini için kritik birim uzama değeri, (2.159) eşitliği yardımıyla hesaplanmıştır.

Şekil 4.31 incelenen plakada, çatlak ucu ilerlemesi probleminin detaylarını göstermektedir. L ve W uzunlukları 50 mm ’dir. Çatlak genişliği $2a = 0.01 \text{ m}$ ’dir. δ ile belirlenen bölgeler ise hız sınır koşulunun uygulandığı 3 sıra malzeme noktasından oluşan setlerdir.



Şekil 4.31: İki boyutlu çatlaklı plakanın malzeme noktaları dizilimi

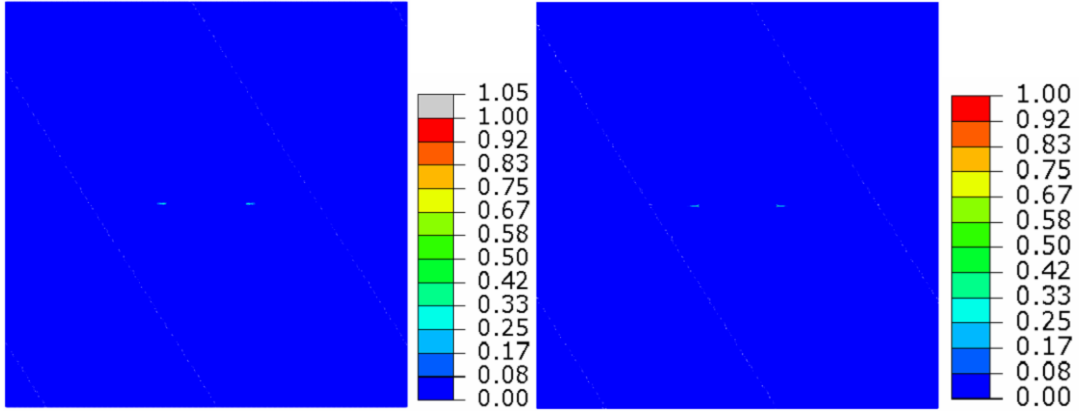
Şekil 4.31’de genel şeması gösterilen problemde çatlak ilerlemesi inceleneceği için malzeme noktaları arasındaki uzaklık daha küçük tutulmuştur. Şekil 4.32 ise izotropik plaka içerisinde modellenen çatlağın çevresindeki çubuk elemanları göstermektedir.



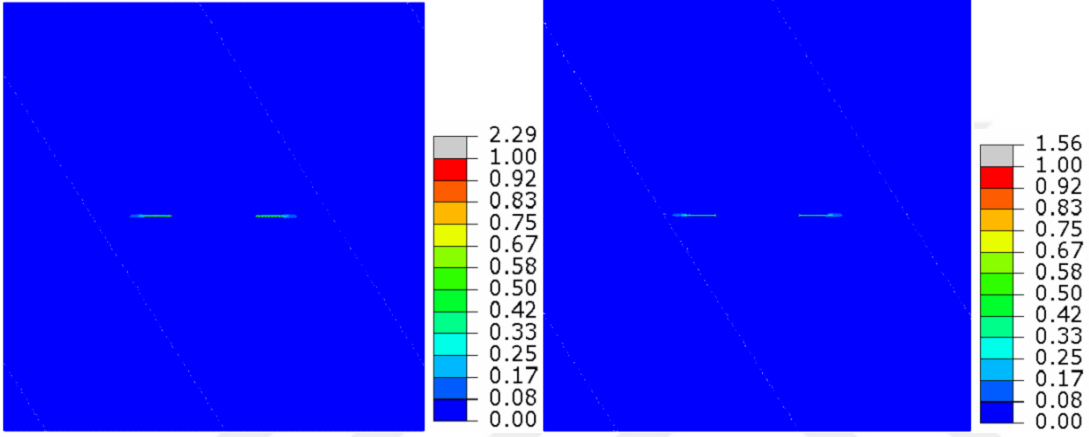
Şekil 4.32: Çubuk elemanlar ile oluşturulmuş çatlak modellemesi

Çatlaklı izotropik plaka için bir malzeme noktasına atanan kütle, (4.7) eşitliğindeki gibi hesaplanmaktadır. Bu problemde çatlak ucu deplasmanın (CTOD) çatlak merkezinden uzaklığa göre değişimi incelenmiştir.

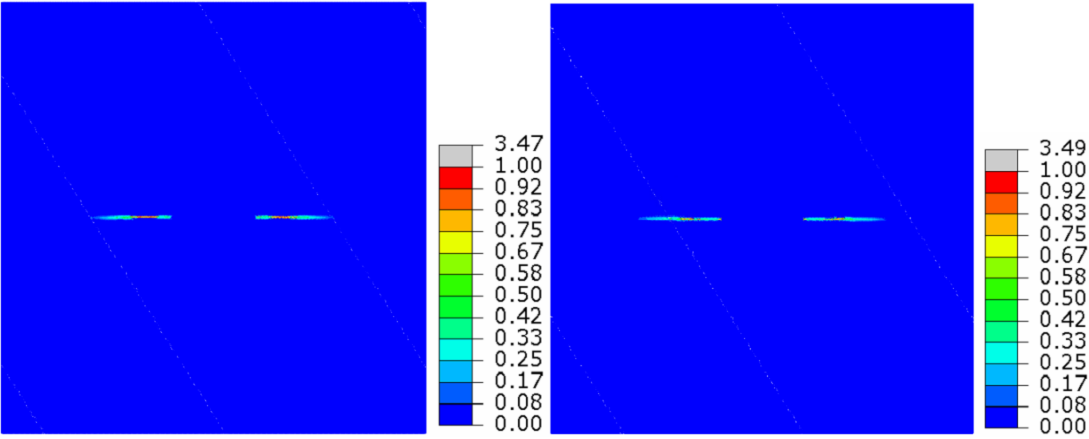
Hız sınır şartı altındaki izotropik çatlaklı plakanın PD açık (explicit) çözümü gerçekleştirilmiştir. Daha önceden var olan çatlağın uygulanan hız sınır koşulu ile nasıl ilerlediği incelenmiştir. İki farklı hız sınır koşulu için elde edilen sonuçların zamana göre değişimi, düzeltme faktörleri olmadan ve düzeltme faktörleri ile Şekil 4.33 ve Şekil 4.34’da gösterilmiştir.



t=1.170e-5s



t=1.420e-5s

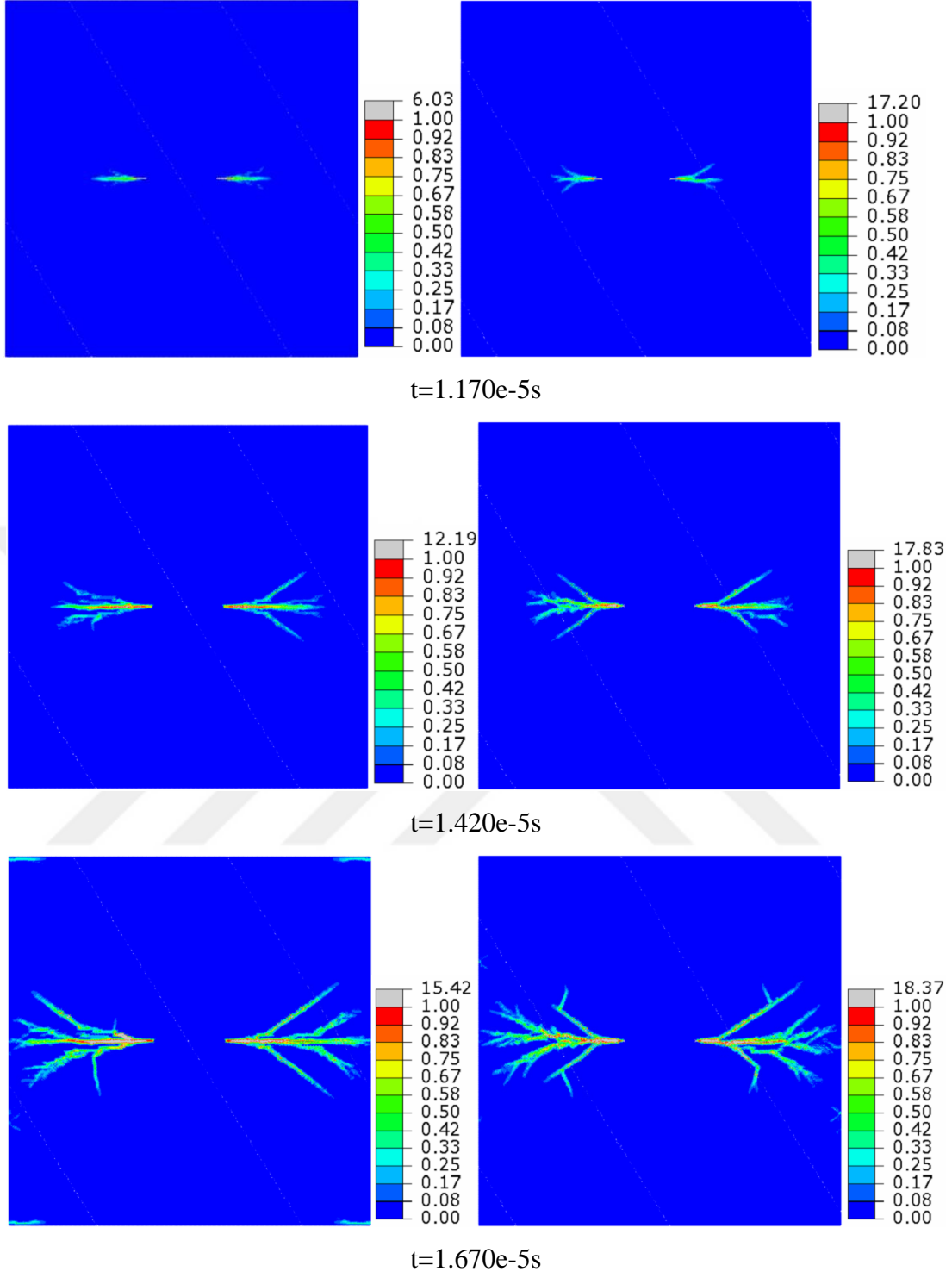


t=1.670e-5s

a) YDF olmadan

b) YDF ile

Şekil 4.33: 20 m/s hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü



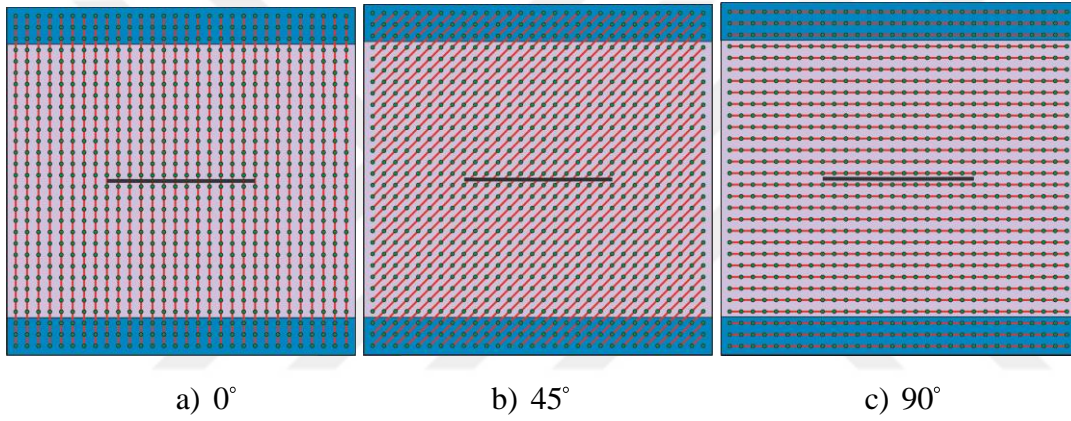
a) YDF olmadan

b) YDF ile

Şekil 4.34: 70 m/s hız sınır şartı altındaki iki boyutlu izotropik plaka için a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü

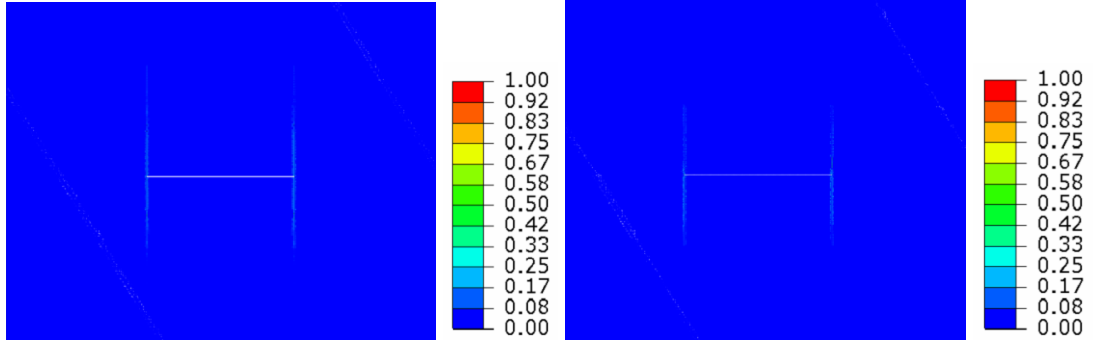
4.2.6 Hız sınır şartı altındaki iki boyutlu kompozit tabaka için çatlak ilerlemesi probleminin çözümünü (0° 45° ve 90° fiber yerleşim açıları için)

Hız sınır şartı altındaki çatlaklı kompozit tabaka problemi için PD açık (explicit) sonuçlarının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Kompozit tabakanın fiber yönündeki elastik modülü $E_{11} = 159.96$ GPa, fiber yönüne dik elastik modülü ise $E_{22} = 8.96$ GPa'dır. Tabaka üzerindeki kayma modülü $G_{12} = 3.0054$ GPa ve poisson oranı $\nu_{12} = 1/3$ 'tür. Diğer boyutsal özellikleri ve sınır şartları, hız sınır şartı altındaki çatlaklı izotropik plaka problemi ile (Şekil 4.31) aynıdır. Fiber ve reçinelere ait bağ sabitlerinin hesaplanması (2.82) ve (2.83) eşitliklerindeki gibi yapılmaktadır.

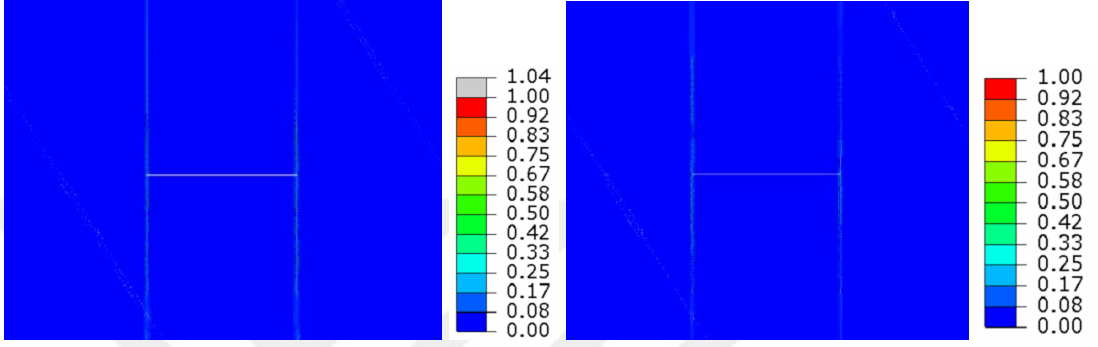


Şekil 4.35: Sırası ile a) 0°, b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açılarına göre çatlaklı kompozit tabakaların şematik gösterimi

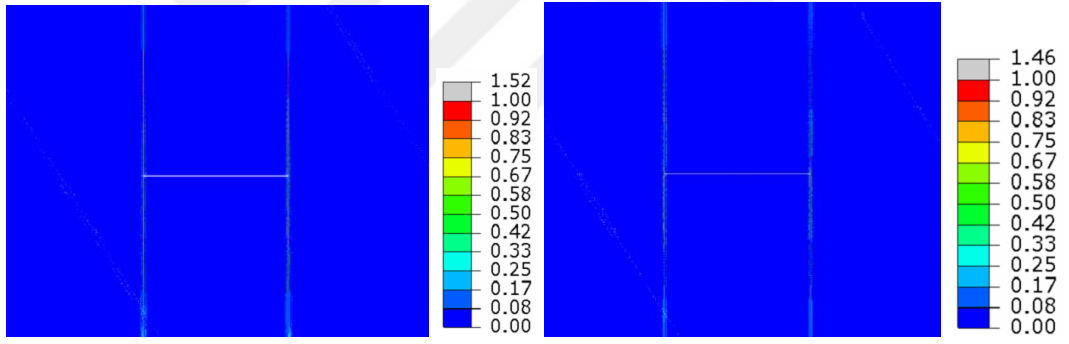
Şekil 4.35'de görülen farklı fiber yerleşim açılarına sahip çatlaklı kompozit tabakalarda çubuk elemanlarının ABAQUS'e girilen elastik modülünün hesaplanması (3.33) eşitliğindeki gibi yapılmaktadır. Hasar tahmini için kritik birim uzama değeri, (2.159) eşitliği yardımıyla hesaplanmıştır.



t=1.252e-5s



t=1.501e-5s

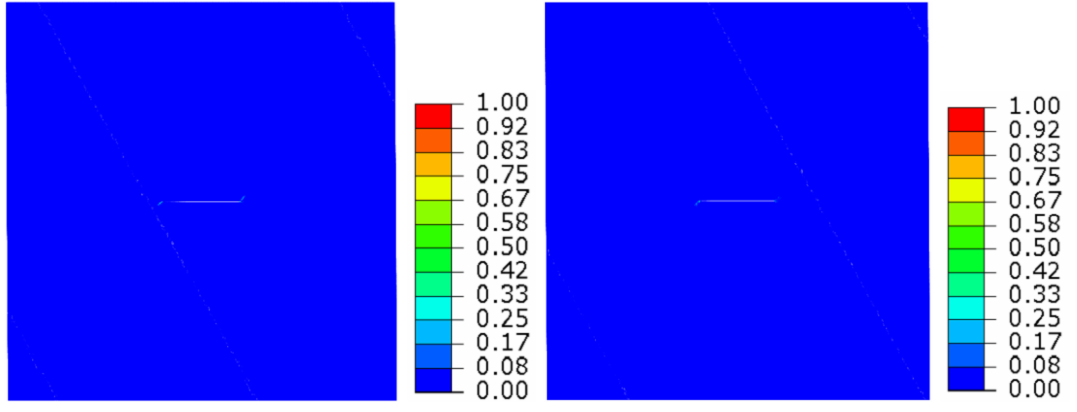


t=1.750e-5s

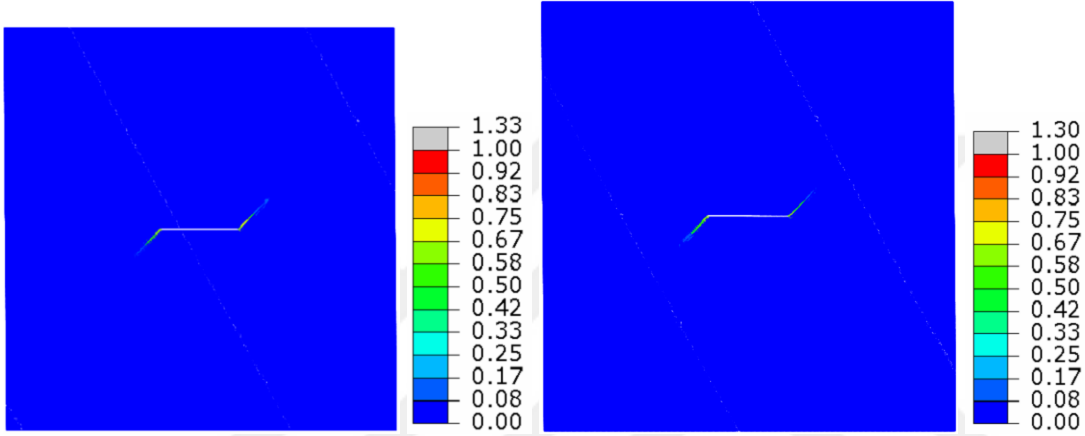
a) YDF olmadan

b) YDF ile

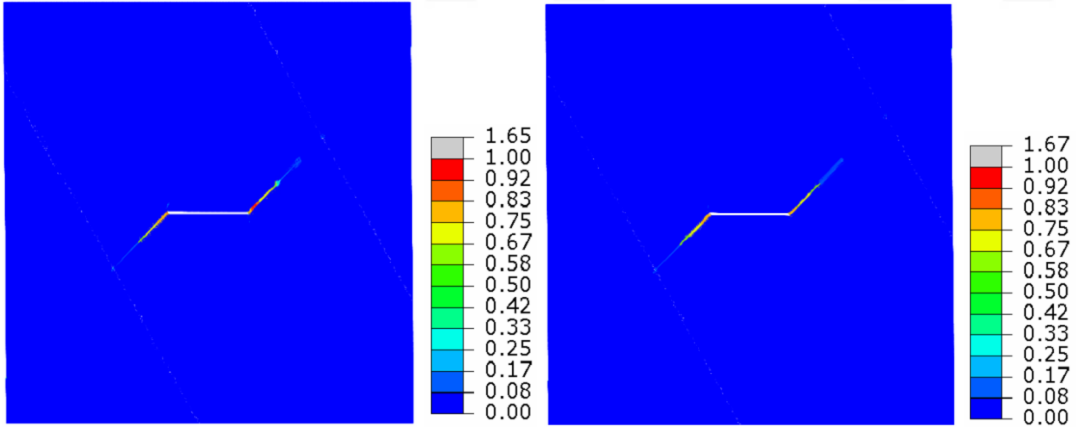
Şekil 4.36: İki boyutlu 0° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü



t=3.492e-5s



t=3.929e-5s

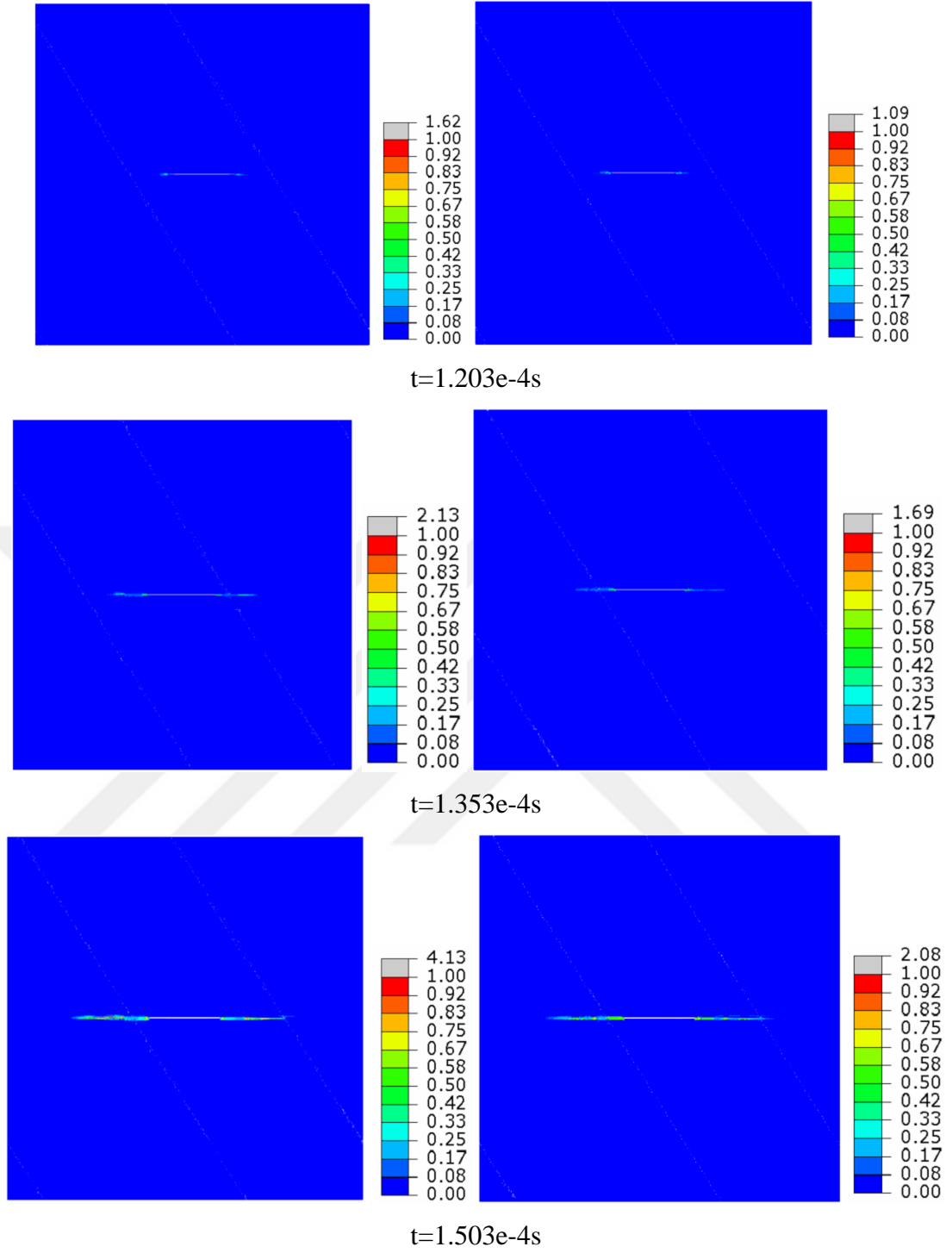


t=4.366e-5s

a) YDF olmadan

b) YDF ile

Şekil 4.37: İki boyutlu 45° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü



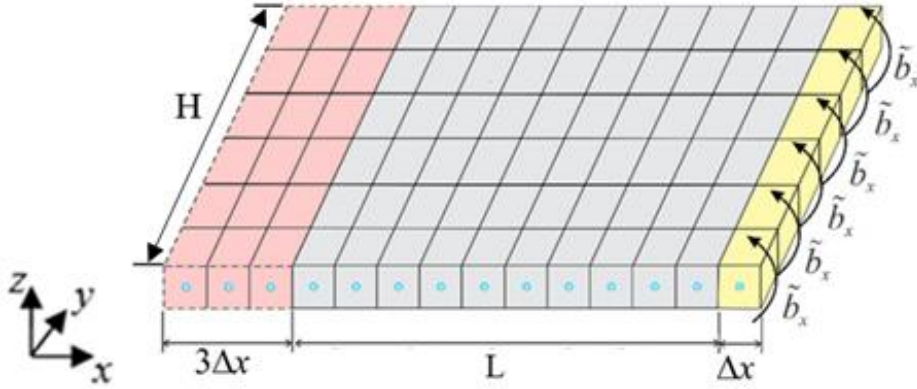
a) YDF olmadan

b) YDF ile

Şekil 4.38: İki boyutlu 90° fiber yerleşim açısına sahip kompozit tabakanın a) YDF olmadan b) YDF ile çatlak hasar görünümü

4.2.7 Eğilme momenti altındaki iki boyutlu Mindlin plaka probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile çözümü

İki boyutlu Mindlin plaka için eğilme problemi incelenmiştir.

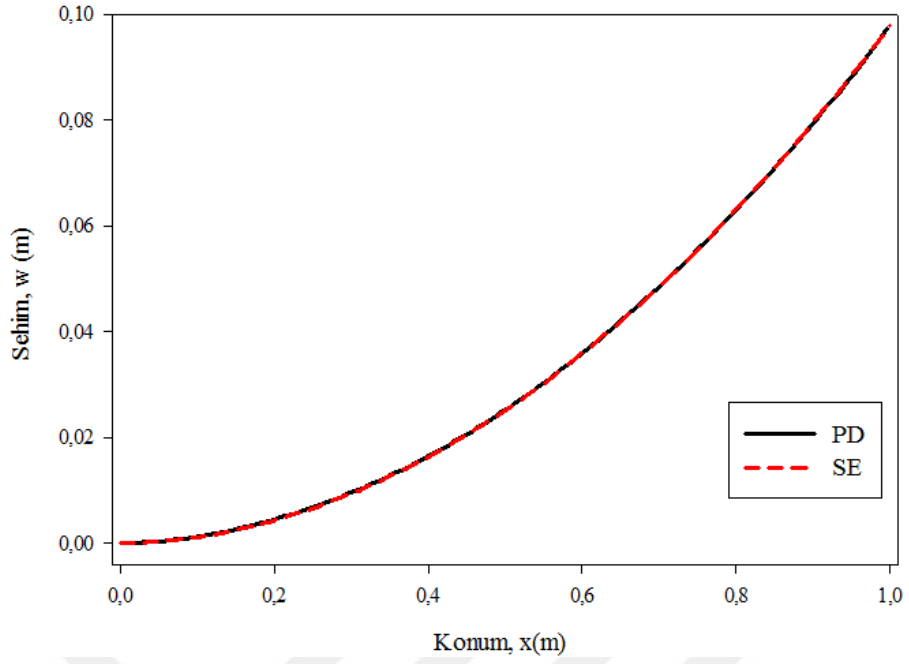


Şekil 4.39: İki boyutlu Mindlin plaka modelinin ayrılaştırılmış genel gösterimi

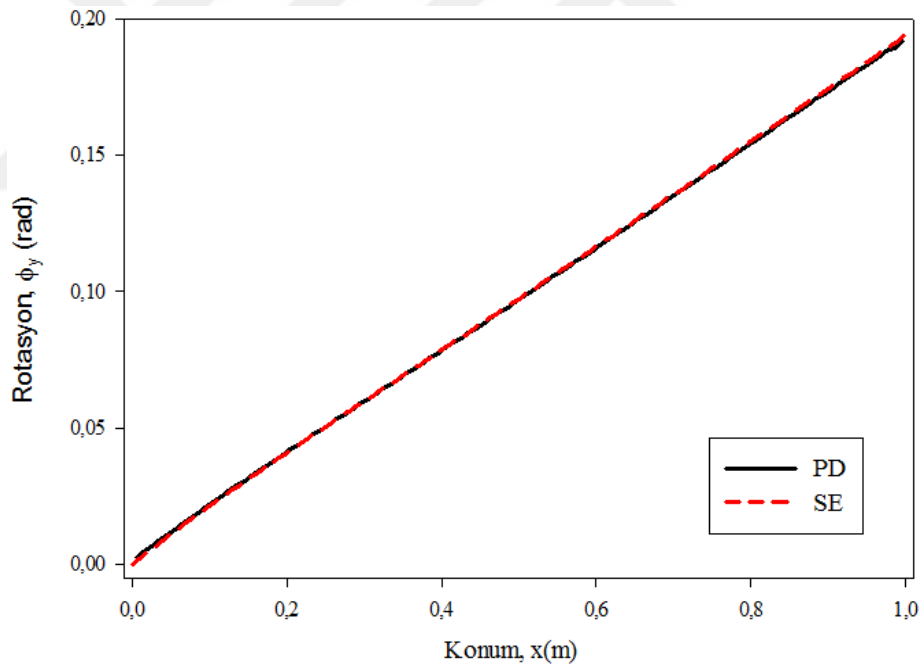
Problemde kullanılan plakanın ölçüleri $L = 0.99$ ve $H = 1$ m'dir. Toplamda 103×100 eşit parçaya ayrılan plakanın sağ ucundan $\Delta x = 0.01$ m uzunluğundaki kısmından saf moment uygulanmıştır. Sol ucundaki $3\Delta x$ m uzunluğundaki kısım ise ankastre olarak tanımlanmıştır. Plakanın kalınlığı 0.1 m'dir. Plakanın mekanik özellikleri olan elastik modülü $E = 200$ GPa ve poisson oranı ise $\nu = 1/3$ olarak alınmıştır. Bu özelliklerdeki plakaya, Şekil 4.39'da gösterilen şekilde $\tilde{b}_x = 3.33e4$ N.m saf moment uygulanmıştır.

ADR çözüm yönteminin doğası gereği $\Delta t = 1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 10000 alınmıştır. $A = 0.1 \times 0.01 = 0.001$ m², $\delta = 3.015 \times \Delta x = 0.03015$ m ve $E = 200$ GPa ifadeleri göz önünde bulundurularak (2.36) denklemi yardımıyla bağ sabitleri $c_b = 1.8007e13$ N/m³ ve $c_s = 4.2985e15$ N/m⁵ olarak hesaplanmıştır.

PD Mindlin formülasyonu sonuçları, MATLAB ile ADR metodu kullanılarak elde edilmiştir. Yapılan PD analiz, ABAQUS'te oluşturulan eş değer özelliklere sahip SE modelinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. SE modelinde Mindlin formülasyonunu davranışını gösterebilen S4R elemanlar kullanılmıştır. Yer değiştirmeler ve rotasyonlar sırasıyla Şekil 4.40 ve Şekil 4.41'de gösterilmiştir.



Şekil 4.40: İki boyutlu Mindlin plakada saf eğilme problemi için sehim değerlerinin karşılaştırılması

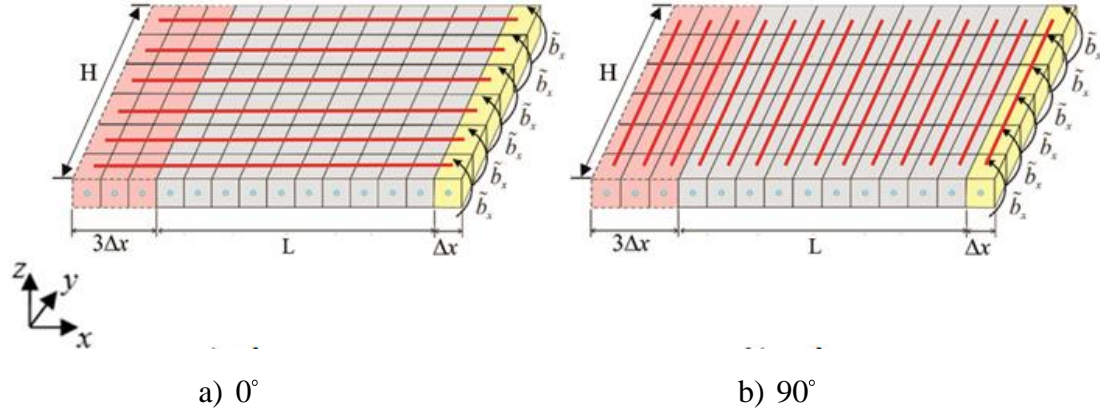


Şekil 4.41: İki boyutlu Mindlin plakada saf eğilme problemi için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 4.40 ve Şekil 4.41’de görüldüğü gibi ADR metoduyla elde edilen çözümler, SE modeli ile elde edilen sonuçlar ile örtüşmektedir.

4.2.8 Eğilme momenti altındaki iki boyutlu kompozit tabaka probleminin adaptif dinamik relaksasyon ile doğrulanması

İki boyutlu kompozit tabakalar için eğilme problemi incelenmiştir.

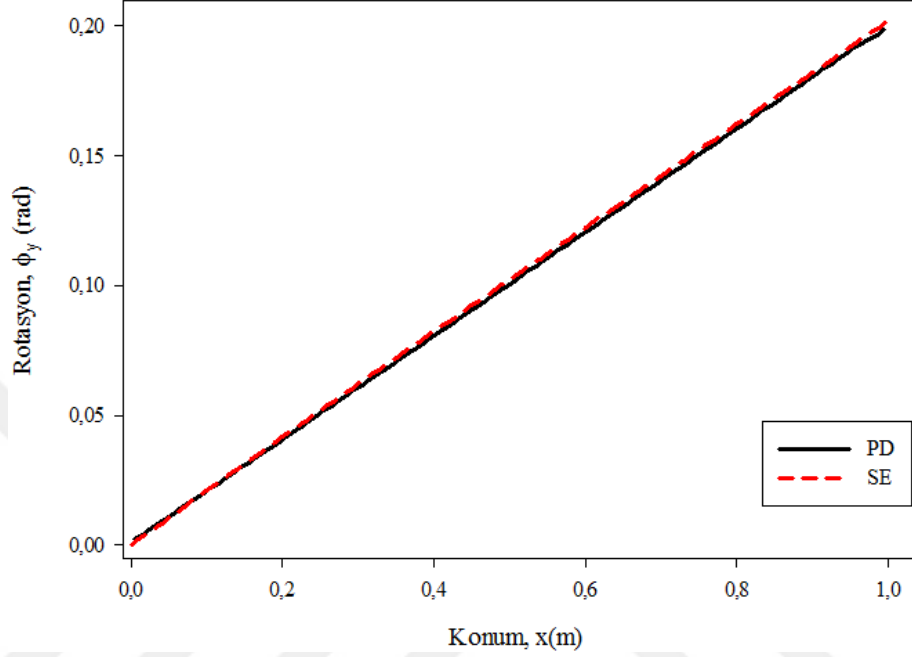


Şekil 4.42: Sırası ile a) 0° ve b) 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi

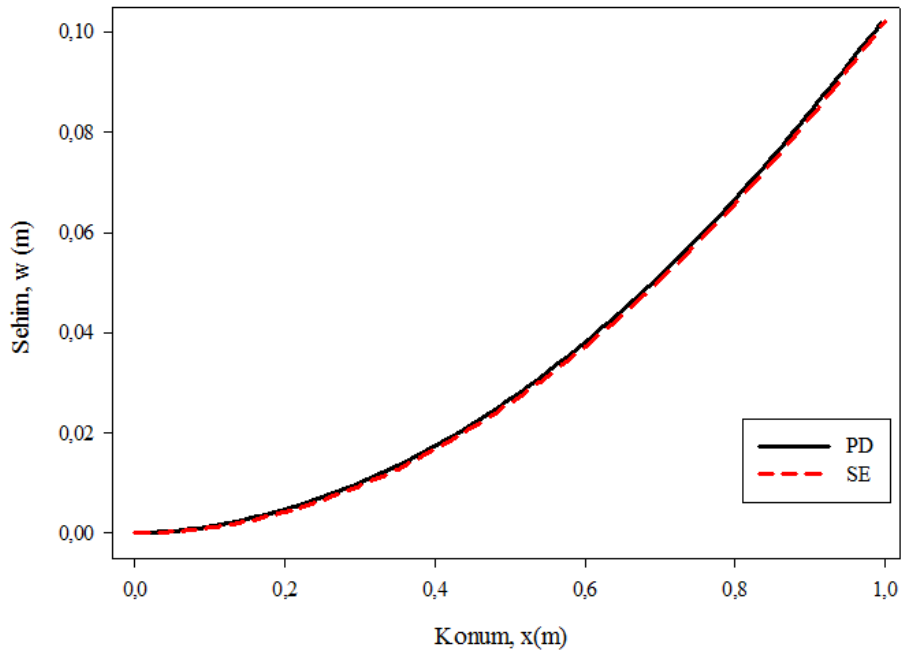
Bu problemin amacı, 0° ve 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki iki farklı kompozit tabakanın PD modellerini SE analizi ile doğrulamaktır. Problemden kullanılan kompozit tabakaların geometrik ölçüleri Şekil 4.39'daki problemde kullanılan plakanın ölçüleri ile aynıdır. 103x100 malzeme noktası olacak şekilde eşit parçaya ayrılan tabakaların sağ ucundan $\Delta x = 0.01$ m uzunluğundaki kısmından saf moment uygulanmıştır. Sol ucundaki $3\Delta x$ m uzunluğundaki kısım ise ankastré olarak tanımlanmıştır. Tabakaların kalınlığı 0.05 m'dir. Plakanın fiber yerleşimi yönündeki elastik modülü $E_1 = 159.96$ GPa, fiber yerleşimine dik yöndeki elastik modülü $E_2 = 8.96$ GPa ve Poisson oranı ise $\nu = 1/3$ olarak alınmıştır. Bu özelliklerdeki tabakalara, Şekil 4.42'de gösterilen şekilde 0° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya $\tilde{b}_x = 3.33e3$ N.m, 90° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya $\tilde{b}_x = 3.33e2$ N.m değerindeki saf moment uygulanmıştır.

ADR çözüm yönteminin doğası gereği $\Delta t = 1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 4000 alınmıştır. $A = 0.05 \times 0.01 = 0.0005$ m², $\delta = 3.015 \times \Delta x = 0.03015$ m ve tabakaların yöne bağlı mekanik özellikleri göz önünde bulundurularak (2.103) ve (2.107) denklemleri yardımıyla bağ sabitleri $c_f = 5.3576e12$ N/m³ ve $c_m = 1.7452e11$ N/m³ olarak hesaplanmıştır.

PD düzlem dışı yükleme formülasyonu sonuçları, MATLAB ile ADR metodu kullanılarak elde edilmiştir. Yapılan PD analiz, ABAQUS'te oluşturulan eş değer özelliklere sahip SE modelinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. 0° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait rotasyonlar ve yer değiştirme değerleri sırasıyla Şekil 4.43 ve Şekil 4.44'de gösterilmiştir.

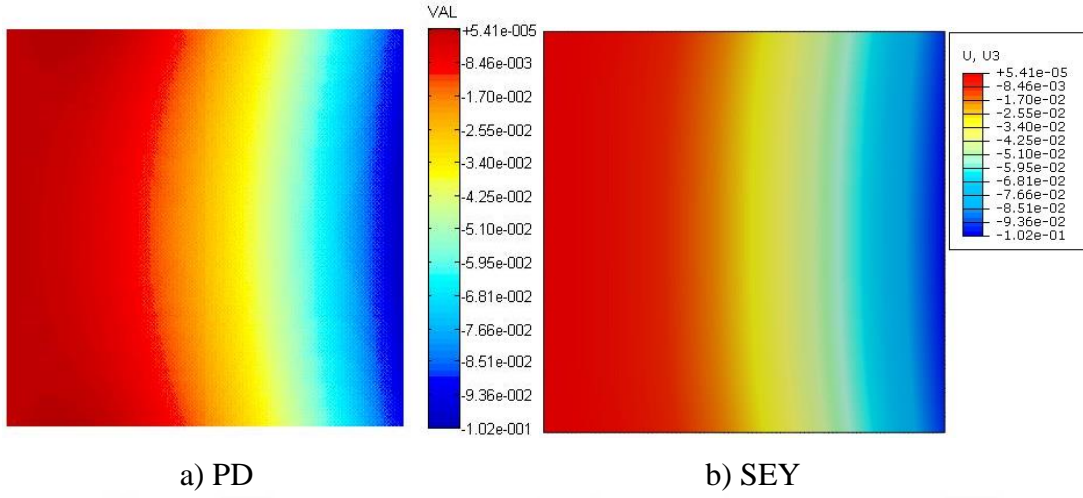


Şekil 4.43: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması



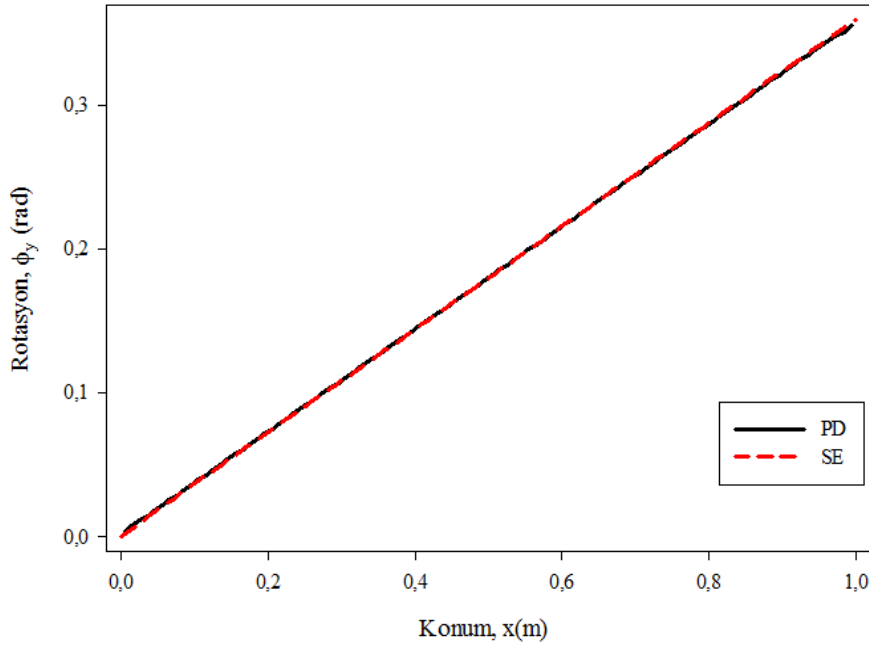
Şekil 4.44: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için sehim değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 4.43 ve Şekil 4.44’de görüldüğü gibi ADR metoduyla elde edilen çözümler, SE modeli ile elde edilen sonuçlar ile örtüşmektedir.

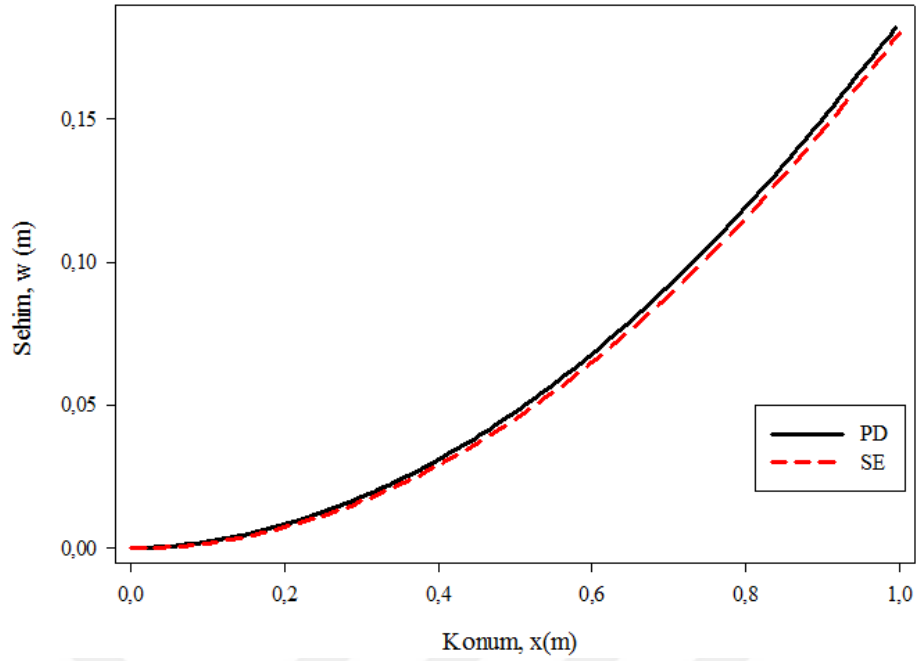


Şekil 4.45: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri

Şekil 4.45’de de görüldüğü gibi saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabakada PD ve SEY sehim seviyeleri birbirleri ile oldukça tutarlıdır. 90° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait rotasyonlar ve yer değiştirme değerleri ise sırasıyla Şekil 4.46 ve Şekil 4.47’de gösterilmiştir.

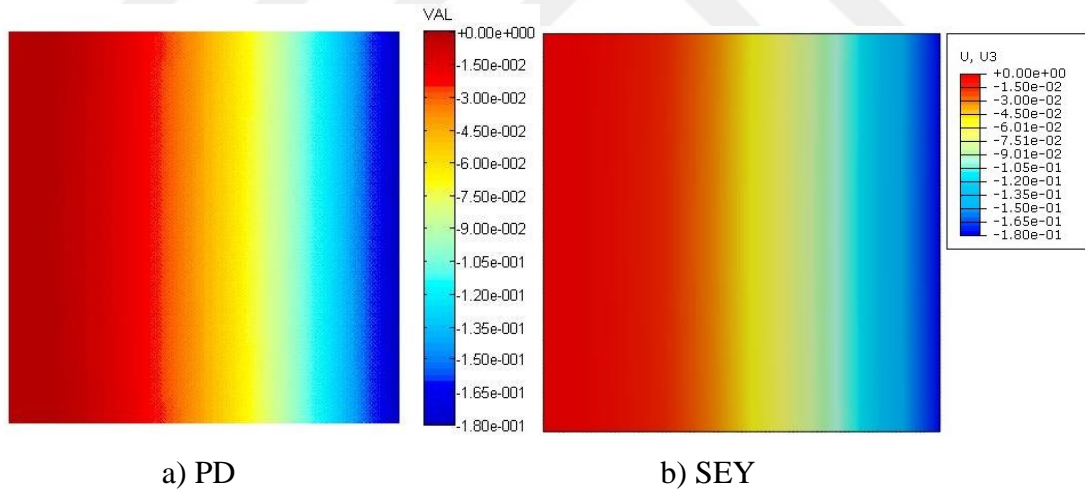


Şekil 4.46: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için rotasyon değerlerinin karşılaştırılması



Şekil 4.47: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için sehim değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 4.46 ve Şekil 4.47'de açıkça görüldüğü gibi ADR metoduyla elde edilen çözümler, SE modeli ile elde edilen sonuçlar ile oldukça tutarlıdır.

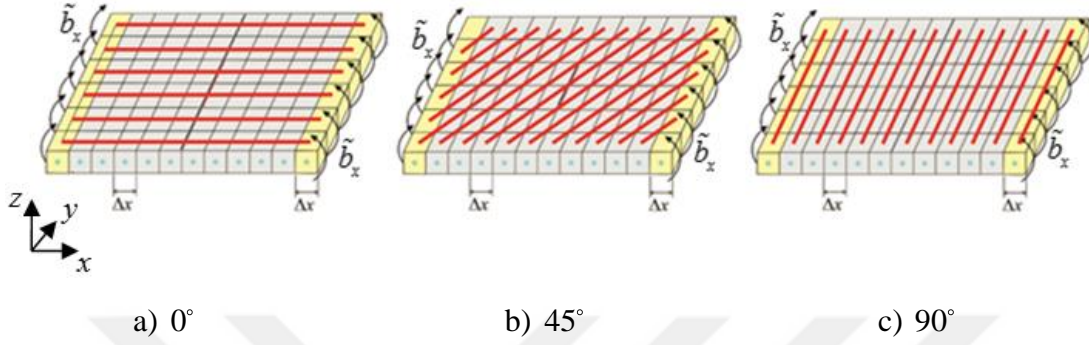


Şekil 4.48: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri

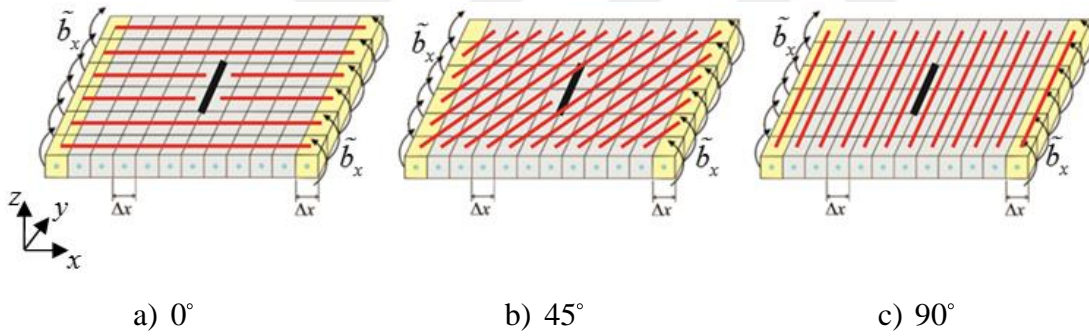
Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabakada PD ve SEY sehim seviyeleri birbirleri ile karşılaştırıldığında Şekil 4.48'de de görüldüğü gibi sonuçlar oldukça yakındır.

4.2.9 Karşılıklı iki kenarından eğilme momenti yüklemesi altındaki iki boyutlu kompozit tabakalar için mukavemet tahmini ve çatlak hasarının gösterilmesi

İki boyutlu kompozit tabakalar için eğilme yüklemesi altında yapıların mukavemeti ve çatlak hasarının oluşması incelenmiştir.



Şekil 4.49: Sırası ile a) 0°, b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi



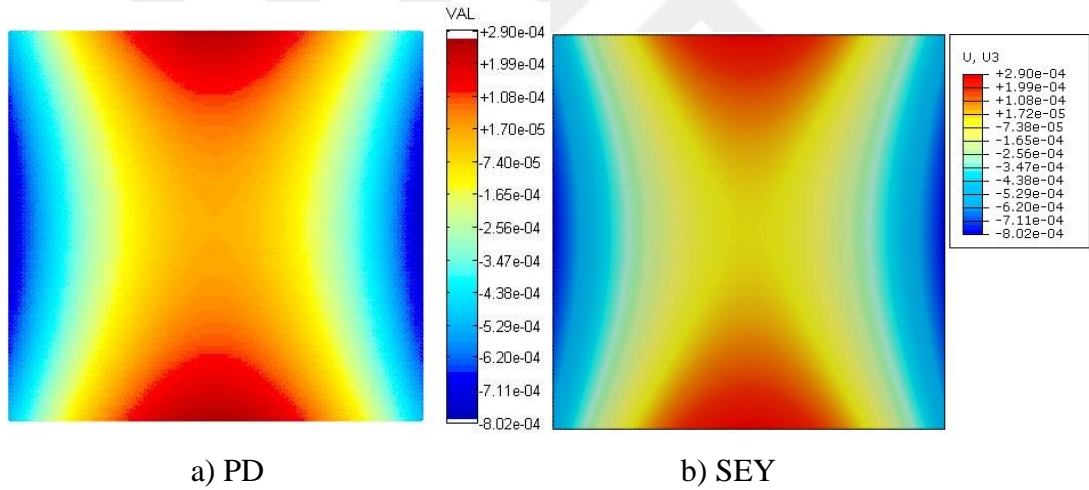
Şekil 4.50: Sırası ile a) 0°, b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki merkezi çatlaklı kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi

Bu problemin amacı, 0°, 45° ve 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki farklı kompozit tabakalarda oluşacak hasarların fiber yerleşim açlarına bağlı olduğunu göstermektir. Öncelikle Şekil 4.49'da görüldüğü gibi merkezi çatlak olmayan geometriler için SE ile doğrulama yapılacaktır. Problemden kullanılan kompozit tabakaların geometrik ölçüleri 1 m x 1 m şeklindedir. Ayrıca, hasar başlangıcını sağlamak için Şekil 4.50'de görüldüğü gibi 0.2 m uzunluğunda önceden var olan merkezi çatlak mevcuttur. 100x100 malzeme noktası olacak şekilde eşit parçaya ayrılan tabakaların sağ ve sol uçlarındaki bir sıra malzeme noktasından saf moment uygulanmıştır. Tabakaların kalınlığı 0.05 m'dir. Plakanın fiber yerleşimi

yönündeki elastik modülü $E_1 = 329$ GPa, fiber yerleşimine dik yöndeki elastik modülü $E_2 = 6$ GPa ve poisson oranı ise $\nu = 1/3$ olarak alınmıştır. Fiber ve fiber yönüne dik olan kritik ŞDESÖ değerleri ise sırasıyla 15490 Pa.m ve 168 Pa.m olarak tanımlanmıştır [61]. Bu özelliklere sahip 0° , 45° ve 90° fiber yerleşim açlarına sahip tabakalara sırasıyla $\tilde{b}_x = 2.2e2$ N.m, $\tilde{b}_x = 2e2$ N.m ve $\tilde{b}_x = 8e1$ N.m değerindeki saf moment uygulanmıştır (Şekil 4.49 ve Şekil 4.50).

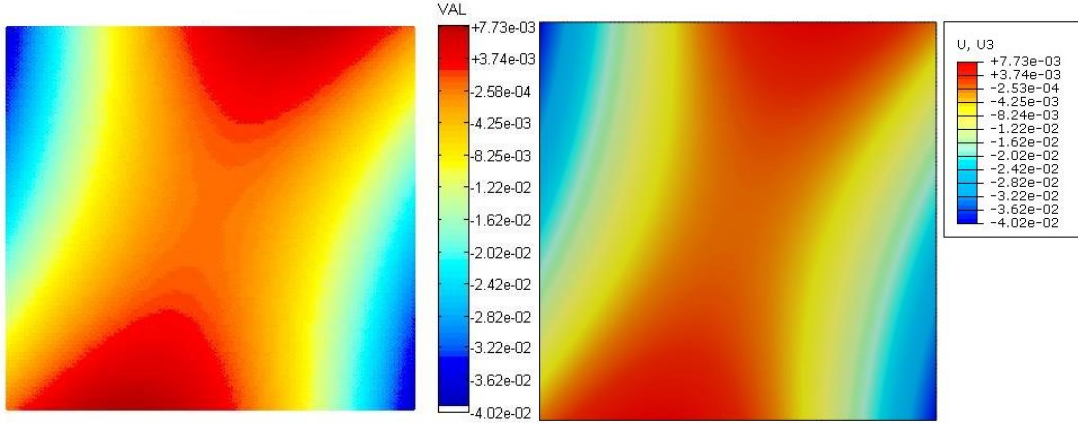
ADR çözüm yönteminde $\Delta t = 1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 10000 alınmıştır. Tabakaların yöne bağlı mekanik özellikleri göz önünde bulundurularak (2.103) ve (2.107) denklemleri yardımıyla bağ sabitleri hesaplanmıştır. Hasar davranışı için ise fiber ve reçine PD bağlara ait kritik eğrilik ifadeleri (2.165) denklemi kullanılarak elde edilmiştir.

0° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim sonuçları PD ve SEY için Şekil 4.51’de gösterilmiştir.



Şekil 4.51: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri

45° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim sonuçları PD ve SEY için Şekil 4.52’de gösterilmiştir.

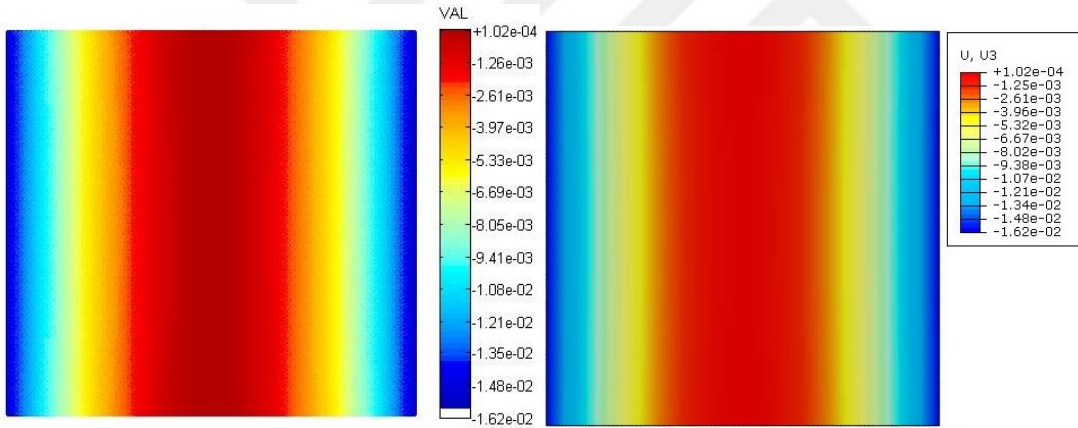


a) PD

b) SEY

Şekil 4.52: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri

90° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim sonuçları PD ve SEY için Şekil 4.53'de gösterilmiştir.



a) PD

b) SEY

Şekil 4.53: Karşılıklı kenarlarından saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için a) PD ve b) SEY çözümlerinden elde edilen sehim (m) kontur grafikleri

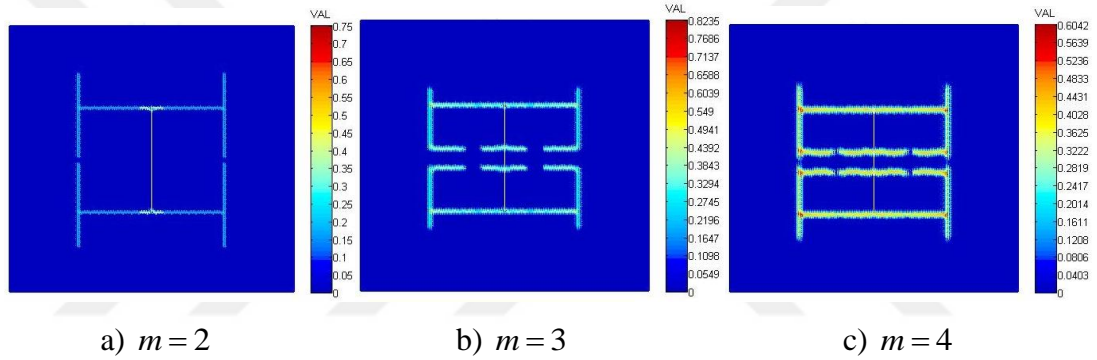
Şekil 4.51, Şekil 4.52 ve Şekil 4.53'de görüldüğü gibi eğilme yükleri altındaki kompozit tabakalarda PD ve SEY ile elde edilen sonuçlar için sehim seviyeleri birbirleri ile oldukça tutarlıdır. Şekil 4.52'de sehim seviyeleri diğer karşılaştırmalara göre biraz daha uzak kalmıştır. Bunun sebebi 45° fiber yerleşim açısına sahip bir tabakanın ADR yöntemiyle çözümünde daha fazla zaman adımına ihtiyaç duymasındır. Zaman adımı sayısı artırılarak daha yakınsak bir sonuç elde edilebilir.

Mukavemet tahminlerinin tutarlı olarak elde edilmesinden sonra hasar tahminlerinin fiber yerleşim açısına bağlı olduğunu göstermek için merkezi çatlaklı tabakaların PD analizleri gerçekleştirilmiştir. Bunun için öncelikle yakınsama çalışması yapılmıştır. Yakınsama çalışması (4.8) eşitliğinde tanımlanan iki farklı değişkene göre yapılmıştır.

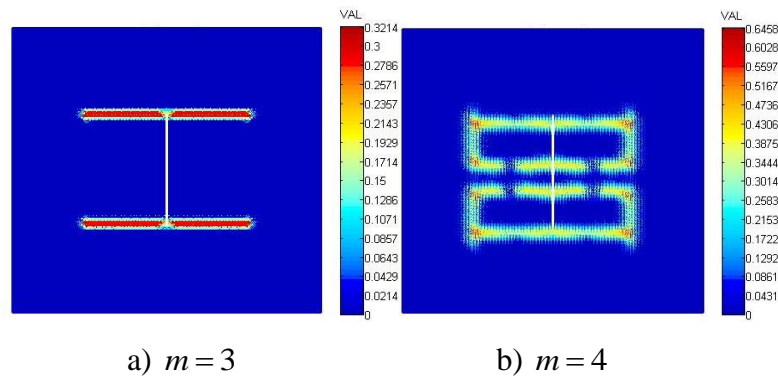
$$m = \frac{\delta}{\Delta x} \quad (4.8a)$$

$$\Delta x = \text{İki malzeme noktası arasındaki uzaklık} \quad (4.8b)$$

(4.8a) eşitliğinde geçen δ , KKY'nı göstermektedir. 0.005 m, 0.01 m ve 0.02 m olmak üzere 3 farklı Δx değeri ele alınmıştır. Her bir Δx değeri için m katsayısı, 2, 3 ve 4 değerlerini almıştır. 0° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait yakınsama çalışmalarından elde edilen hasar görünümleri Şekil 4.54 ve Şekil 4.55'de verilmiştir.

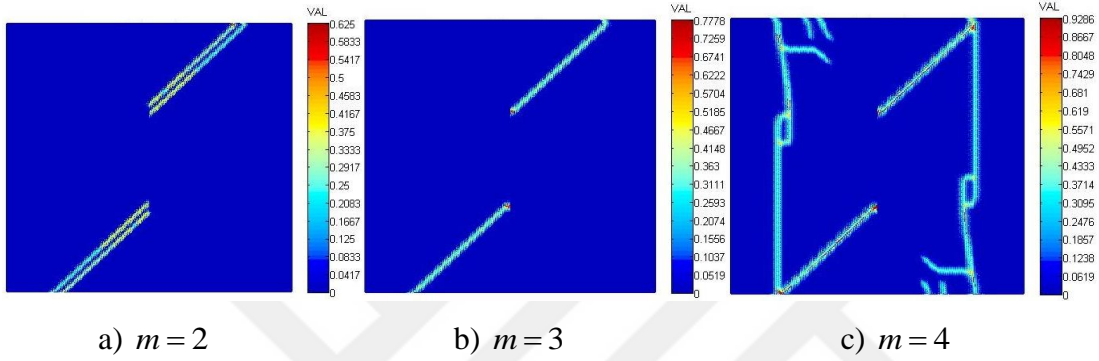


Şekil 4.54: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

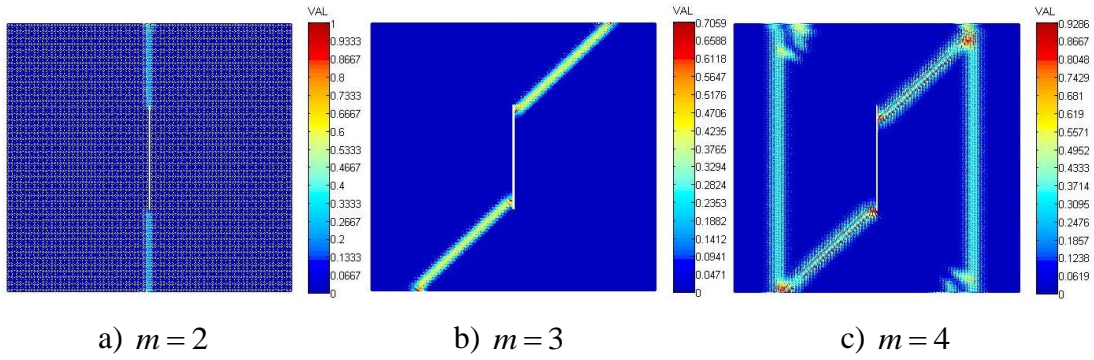


Şekil 4.55: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m'de a) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

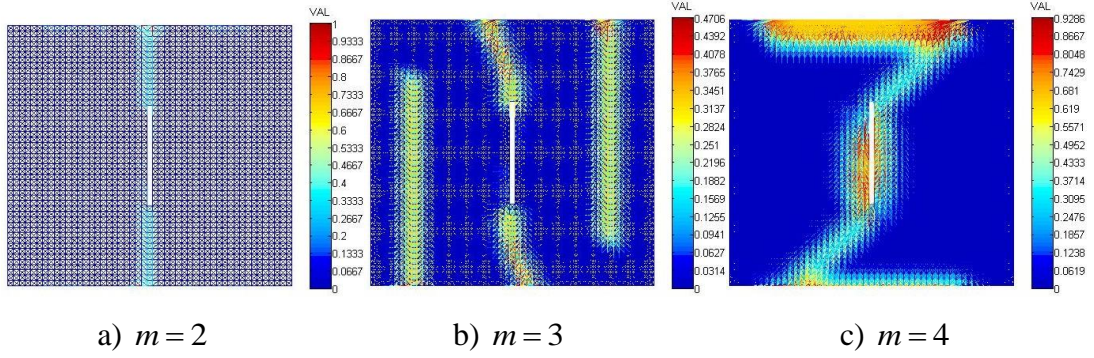
0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m değerinde hasar oluşmamıştır. Ayrıca $\Delta x = 0.01$ m'de $m = 2$ için de hasar gözlemlenmemiştir. Tabakaların saf moment uygulanan karşılıklı kenarlarında hasarın tanımlı olmadığı bölgeler mevcuttur. Bunun sebebi çözüm başlangıcında o bölgelerde meydana gelecek hasarı önlemektir. Şekil 4.54'de görülen hasarın izlediği yol, bahsedilen bölgelerden geçerek tabakanın kopmasına sebep olmuştur. 45° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait yakınsama çalışmalarından elde edilen hasar görünümleri Şekil 4.56, Şekil 4.57 ve Şekil 4.58'de verilmiştir.



Şekil 4.56: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

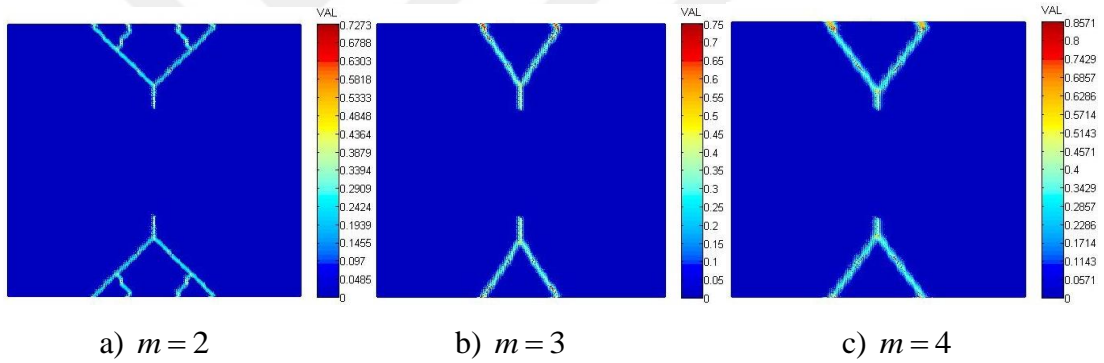


Şekil 4.57: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m'de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

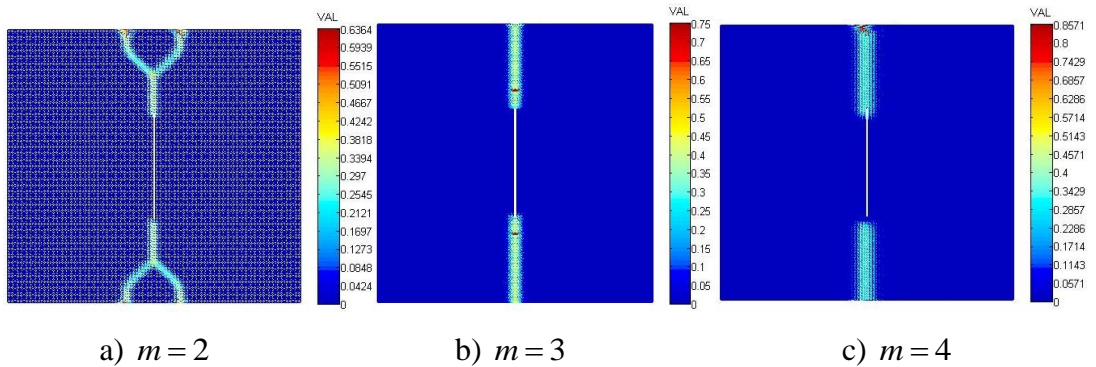


Şekil 4.58: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m’de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

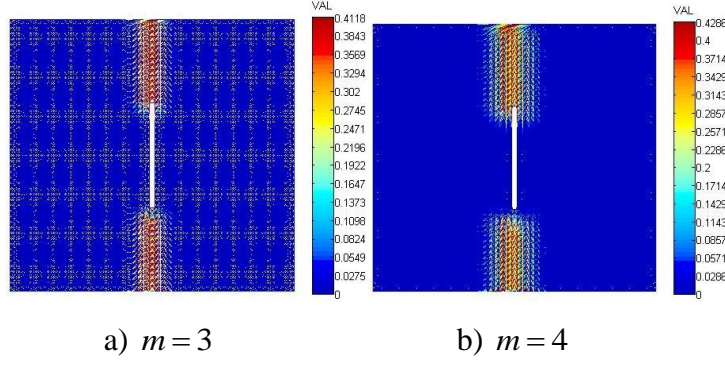
Şekil 4.57c’de tabaka diğer modellemelere oranla daha gevrek bir davranış göstermiş ve çatlak ilerlemesi hızlı olmuştur. 90° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait yakınsama çalışmalarından elde edilen hasar görünümleri Şekil 4.59, Şekil 4.60 ve Şekil 4.61’de verilmiştir.



Şekil 4.59: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.005$ m’de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri



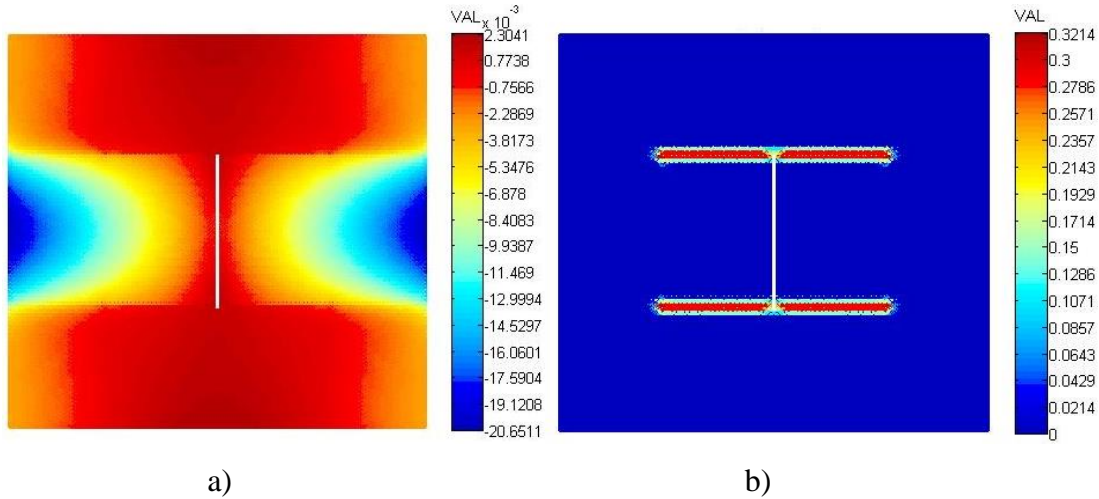
Şekil 4.60: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.01$ m’de a) $m = 2$, b) $m = 3$ ve c) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri



Şekil 4.61: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m 'de a) $m = 3$ ve b) $m = 4$ değerlerinde hasar görünümleri

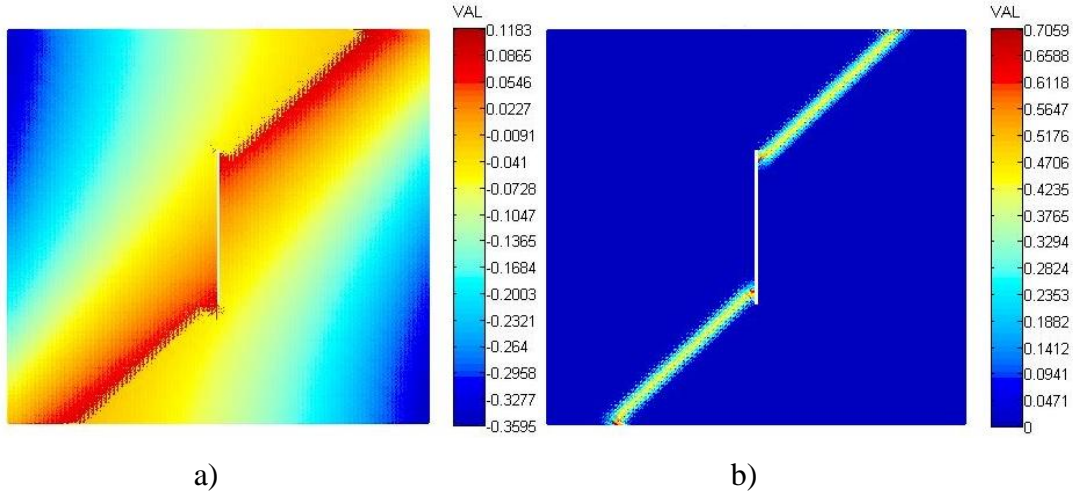
90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka için $\Delta x = 0.02$ m değerinde $m = 2$ için hasar meydana gelmemiştir. Yakınsama çalışmalarından elde edilen sonuçlar, hasarın yönünün ve şiddetinin yerel olmayan parametrelere bağlı olduğunu göstermiştir. Saf eğilme momenti uygulanan tek katmanlı kompozit yapı için Ha ve Bobaru'nun da yakınsama konusundaki çalışmaları [44] referans alınarak $m = 3$ alınmıştır. Elde edilen hasar sonuçlarına bakılarak ve işlem yükünün çok fazla olmaması gerektiği göz önünde bulundurularak iki malzeme noktası arasındaki uzaklık $\Delta x = 0.01$ m seçilmiştir.

0° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim ve hasar görünümleri Şekil 4.62'de gösterilmiştir.



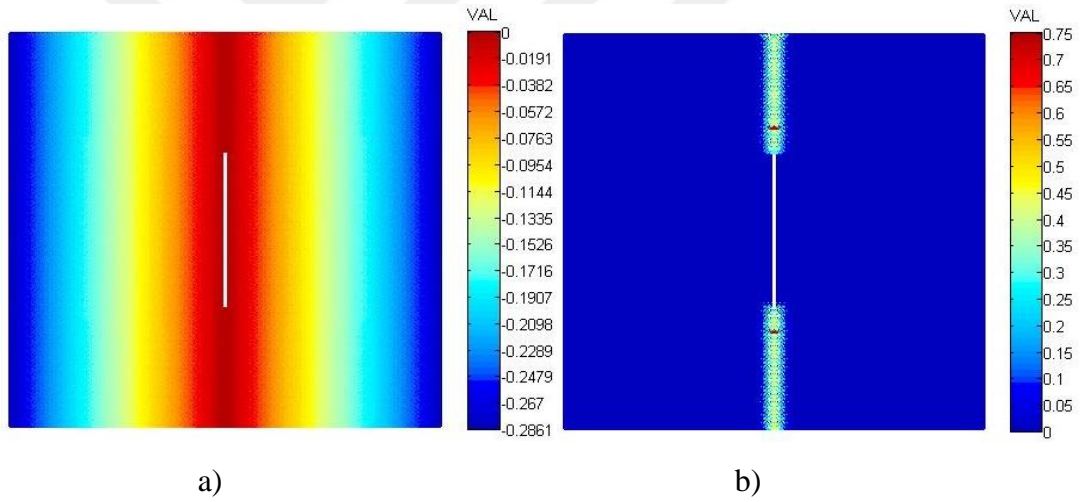
Şekil 4.62: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]

45° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim ve hasar görünümleri Şekil 4.63'de gösterilmiştir.



Şekil 4.63: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]

90° fiber yerleşim açısına sahip tabakaya ait sehim ve hasar görünümleri Şekil 4.64'de gösterilmiştir.

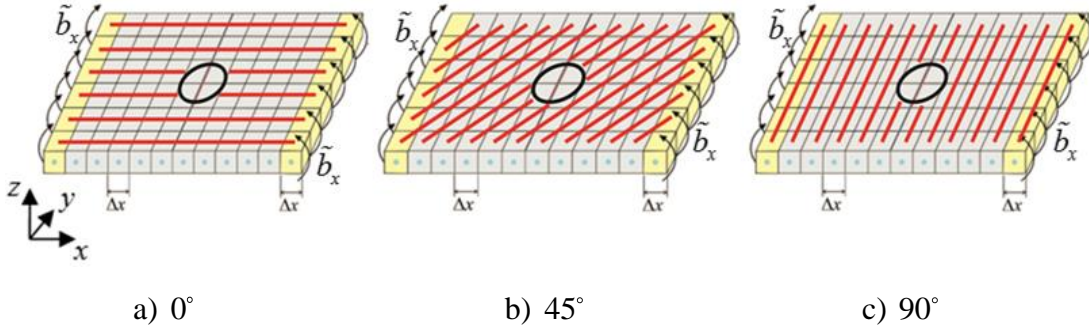


Şekil 4.64: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip tabaka ($m = 3$) için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü [62]

Şekil 4.62, Şekil 4.63 ve Şekil 4.64'de görüldüğü gibi eğilme yükleri altındaki kompozit tabakalarda hasar fiber yerleşimi yönünde ilerlemektedir.

4.2.10 Karşılıklı iki kenarından eğilme momenti yüklemesi altındaki iki boyutlu dairesel kesikli kompozit tabakalar için çatlak hasarının gösterilmesi

İki boyutlu dairesel kesikli kompozit tabakalar için eğilme yüklemesi altında çatlak hasarının oluşması incelenmiştir.

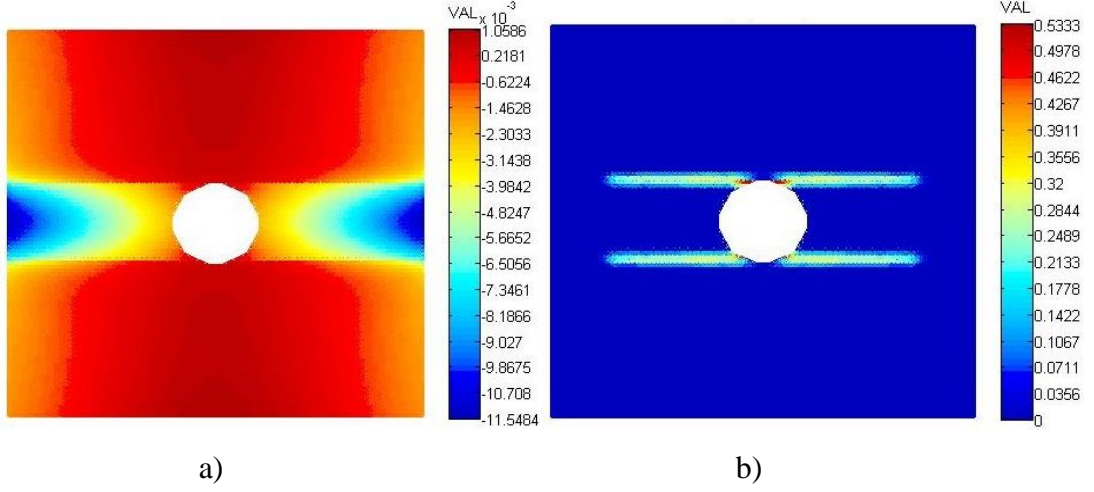


Şekil 4.65: Sırası ile a) 0°, b) 45° ve c) 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki dairesel kesikli kompozit tabaka modellerinin ayrılaştırılmış genel gösterimi

Bu problemin amacı, 0°, 45° ve 90° fiber yerleşim açlarına sahip saf eğilme momenti altındaki dairesel kesikli farklı kompozit tabakalarda oluşacak hasarların fiber yerleşim açlarına bağlı olduğunu göstermektir. Problemden kullanılan kompozit tabakaların geometrik ölçüleri 1 m x 1 m şeklindedir. KKY, $\delta = 3.015 \times \Delta x$ alınmıştır. Ayrıca, Şekil 4.65’de görüldüğü gibi yarıçapı 0.1 m olan bir merkezi dairesel kesik tanımlanmıştır. 100x100 malzeme noktası olacak şekilde eşit parçaya ayrılan tabakaların sağ ve sol uçlarındaki bir sıra malzeme noktasından saf moment uygulanmıştır. Tabakaların kalınlığı 0.05 m’dir. Plakanın fiber yerleşimi yönündeki elastik modülü $E_1 = 329$ GPa, fiber yerleşimine dik yöndeki elastik modülü $E_2 = 6$ GPa ve poisson oranı ise $\nu = 1/3$ olarak alınmıştır. Fiber ve fiber yönüne dik olan kritik ŞDESO değerleri ise sırasıyla 15490 Pa.m ve 168 Pa.m olarak tanımlanmıştır [61].

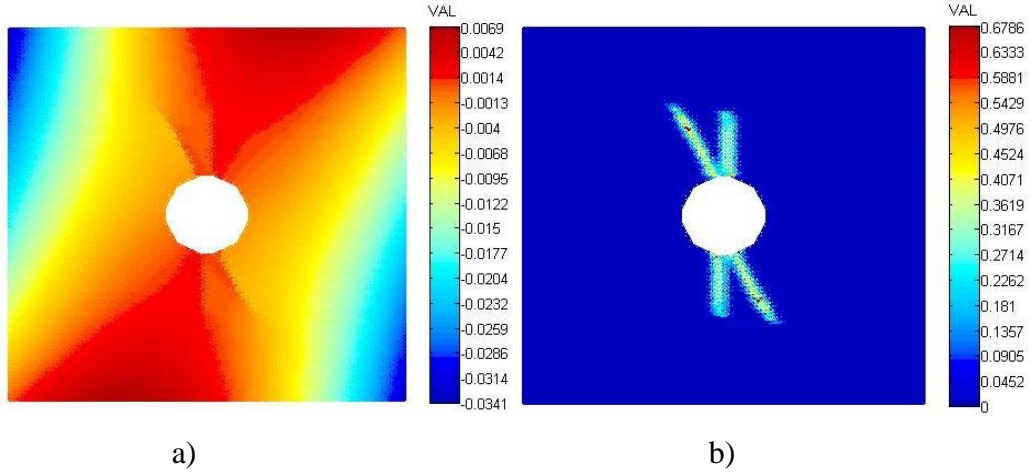
ADR çözüm yönteminde $\Delta t = 1$ s olmak üzere sabit zaman adımı uygulanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı 4000 alınmıştır. Tabakaların yöne bağlı mekanik özellikleri göz önünde bulundurularak (2.103) ve (2.107) denklemleri yardımıyla bağ sabitleri hesaplanmıştır. Hasar davranışı için ise fiber ve reçine PD bağlara ait kritik eğrilik ifadeleri (2.165) denklemi kullanılarak elde edilmiştir.

0° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabakaya ait sehim ve hasar görünüşleri $\tilde{b}_x = 4.2e2$ N.m yükleme durumları için Şekil 4.66’de gösterilmiştir.

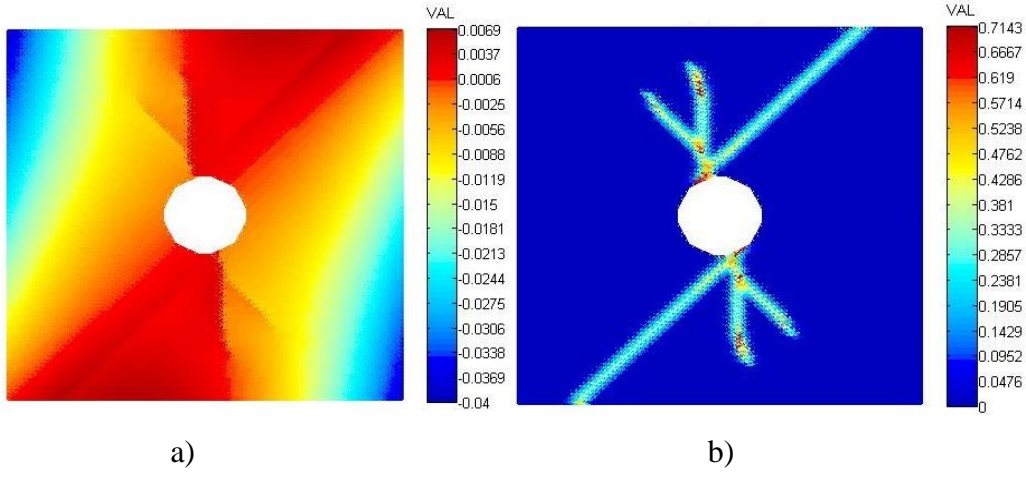


Şekil 4.66: Saf eğilme momenti uygulanan 0° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü

45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabakaya ait sehim ve hasar görünümleri $\tilde{b}_x = 1.8e2$ N.m ve $\tilde{b}_x = 2.2e2$ N.m yükleme durumları için Şekil 4.67 ve Şekil 4.68'da gösterilmiştir.

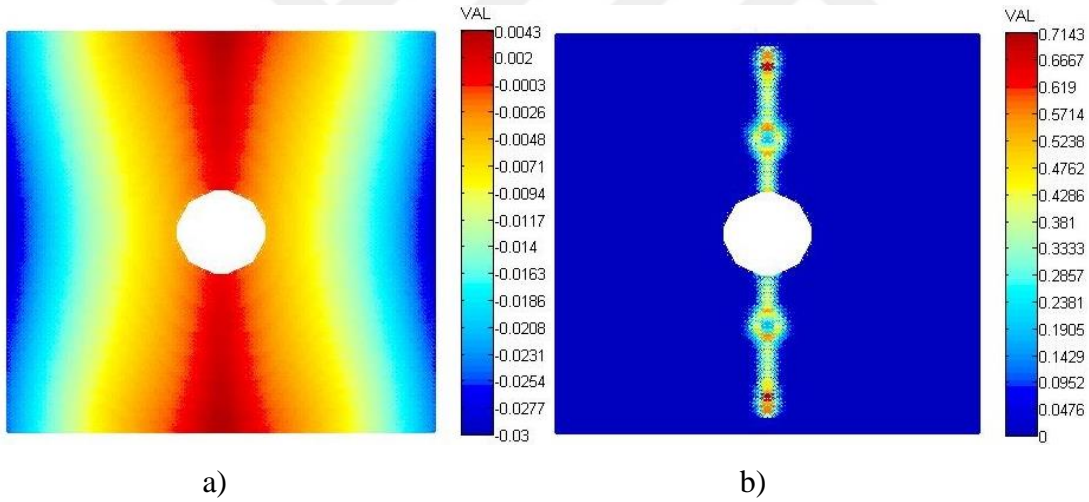


Şekil 4.67: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü

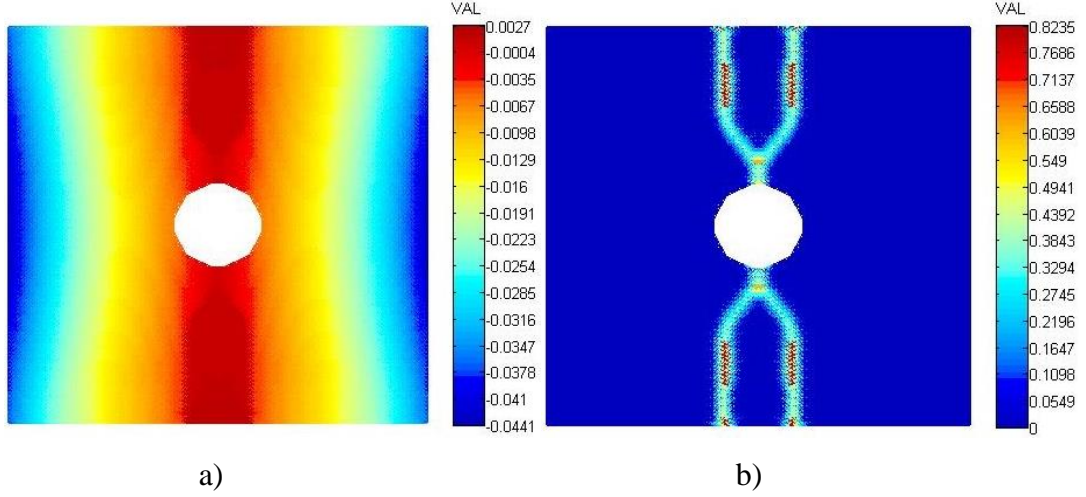


Şekil 4.68: Saf eğilme momenti uygulanan 45° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü

90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabakaya ait sehim ve hasar görünümleri $\tilde{b}_x = 1.2e2$ N.m ve $\tilde{b}_x = 1.8e2$ N.m yükleme durumları için sırasıyla Şekil 4.69 ve Şekil 4.70'de gösterilmiştir.



Şekil 4.69: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü



Şekil 4.70: Saf eğilme momenti uygulanan 90° fiber yerleşim açısına sahip dairesel kesikli tabaka için a) sehim (m) ve b) hasar görünümü

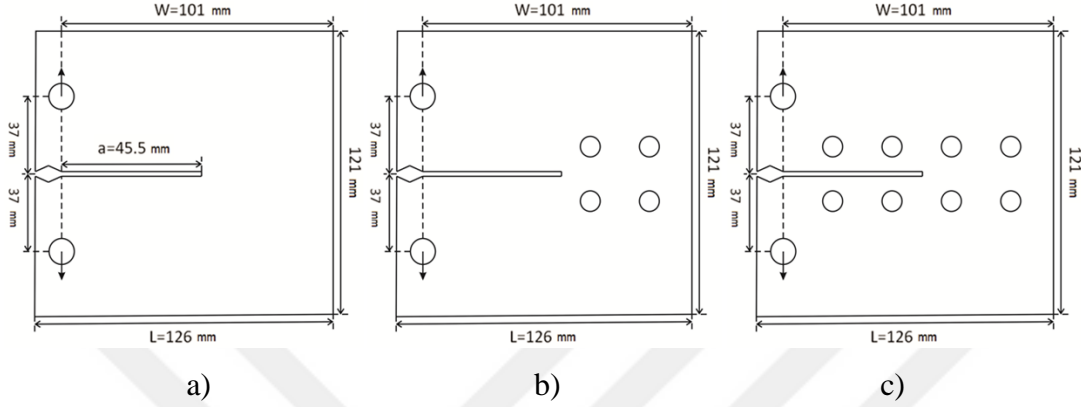
Şekil 4.66, Şekil 4.67, Şekil 4.68, Şekil 4.69 ve Şekil 4.70’de görüldüğü gibi eğilme yükleri altındaki dairesel kesikli kompozit tabakalarda hasar, fiber yerleşimi yönünde ilerlemektedir ve saf momentin büyüklüğü çatlak dallanmasını etkilemektedir.

4.2.11 Sünek malzemelerde kırılmanın bağı bazlı peridinamik teori ile modellenmesi ve doğrulanması

Şekil 4.71’de detayları görülen iki boyutlu plakalar $126 \times 121 = 15246$ adet malzeme noktasından oluşmaktadır. Plakanın üst ve alt kısmında bulunan büyük dairesel kesiklerden yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır. Malzeme noktaları arasındaki mesafe, $\Delta x = 0.001$ m olarak tanımlanmıştır. Plakalarda kullanılan D16AT malzemesinin elastik modülü $E = 72.6$ GPa, akma dayanımı $\sigma_y = 304$ MPa, kritik ŞDESÖ $G_{IC} = 16.16$ MPa.mm ve kalınlık $t = 0.01$ m’dir. Bir malzeme noktası için birim hacim $\Delta V = 1 \times 10^{-8}$ m³’dür. ABAQUS’te PD bağları temsil eden çubuk elemanları kullanılarak çözülmüştür. Bir malzeme noktasının KKY $\delta = 3.015 \times 0.001 = 3.015E-3$ m’dir. Çubuk elemanların elastik modülü ve kesit alanı (2.28), (3.31) ve (3.32) eşitlikleri yardımıyla hesaplanmıştır. Plakalar, geometrik özelliklerinden dolayı kalın sınıfına girmektedir. Dolayısıyla düzlem gerinim varsayımı yapılmış ve $\nu = 0.25$ alınmıştır. Hasar tahmini için akma birim uzama ve kritik birim uzama değerleri, sırasıyla (2.150) ve (2.153) eşitliği yardımıyla

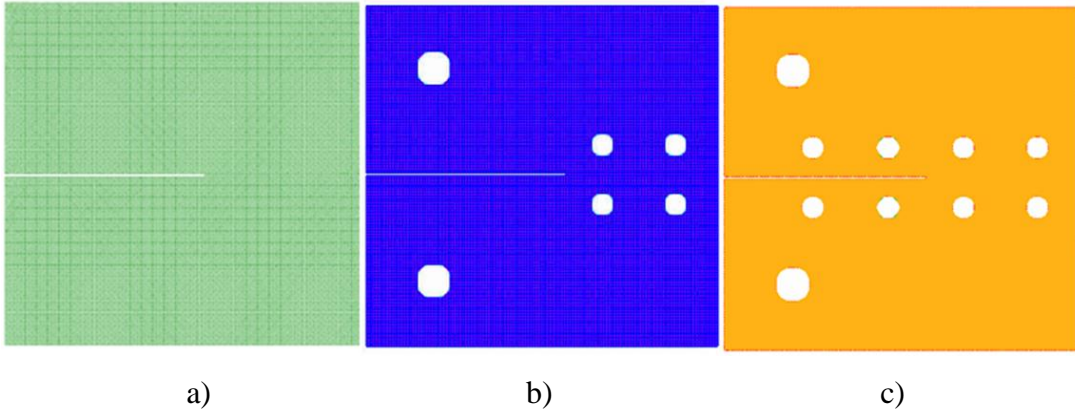
hesaplanmıştır. Sünek malzeme modellemesi için, Şekil 2.19’da gösterilen bünye modeli kullanılmıştır.

L ve W uzunlukları sırasıyla 126 ve 101 mm’dir. Önceden var olan çatlak uzunluğu $a = 45.5$ mm’dir [63].



Şekil 4.71: Çekme numuneleri a) Dairesel kesiksiz b) 4 dairesel kesikli c) 8 dairesel kesikli

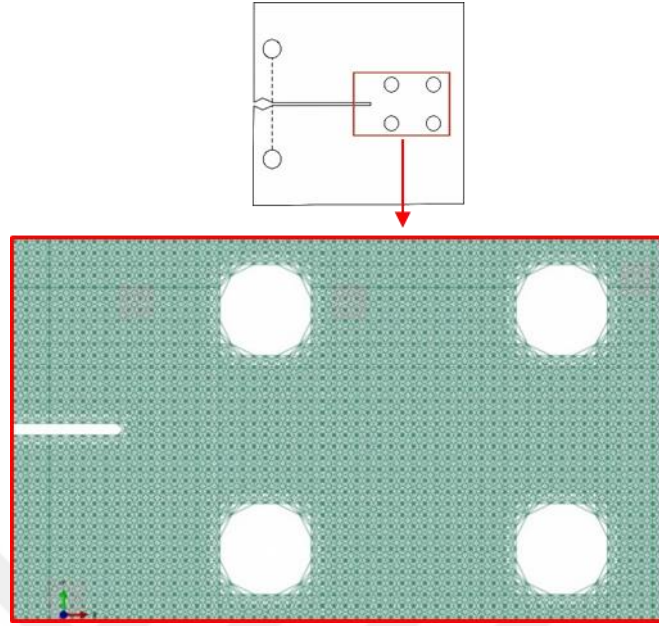
Sınır koşulu olarak yer değiştirme uygulanan büyük dairesel kesikler Şekil 4.71’de görüldüğü gibi çatlaktan 37 mm kadar uzaktır [63].



Şekil 4.72: Çekme numuneleri çubuk elemanları görüntüleri a) Dairesel kesiksiz b) 4 dairesel kesikli c) 8 dairesel kesikli

Şekil 4.72’de Bölüm 3.2’de anlatıldığı gibi MATLAB algoritmaları ile hazırlanan çubuk elemanlardan oluşan modeller görülmektedir. Şekil 4.72’de belirtilen modeller için sünek kırılma, PD olarak modellenmiş, Kumar vd.’nin çalışmasında yer alan nümerik sonuçlar [63] ile Weng ve Sun’un çalışmasında yer alan deneysel veriler [64] referans alınarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Doğrulama için çatlak ağzı açılma deplasmanına karşın reaksiyon kuvveti grafikleri çizdirilmiştir. Reaksiyon kuvveti,

sınır koşulu uygulanan malzeme noktalarından elde edilen tepki kuvvetlerinin toplamı olacak şekilde hesaplanmıştır.



Şekil 4.73: Dairesel kesikli çekme numunesi için yakınlaştırılmış görünüm

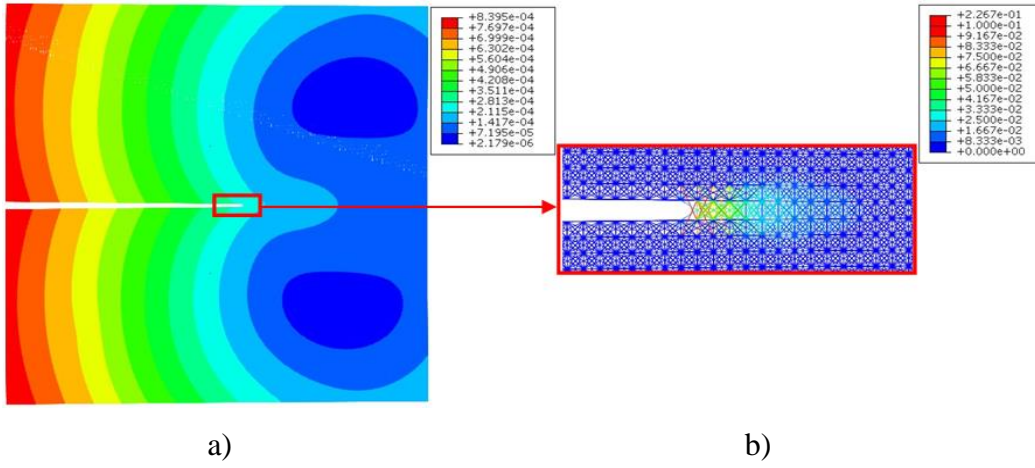
Şekil 4.73’de görüldüğü gibi dairesel kesikli ve çatlaklı bölgelerde MATLAB algoritmaları ile elemanlar oluşturulmamıştır. Girdi dosyalarının hazırlanması tamamlandıktan sonra ABAQUS/Explicit kullanılarak çözdürülen bu problemde stabilite, malzemenin dalga hızı ve en küçük çubuk elemanın uzunluğuyla ilgilidir. Zaman adımı,

$$\Delta t \leq \frac{L^{kiriş}}{c} \quad (4.9a)$$

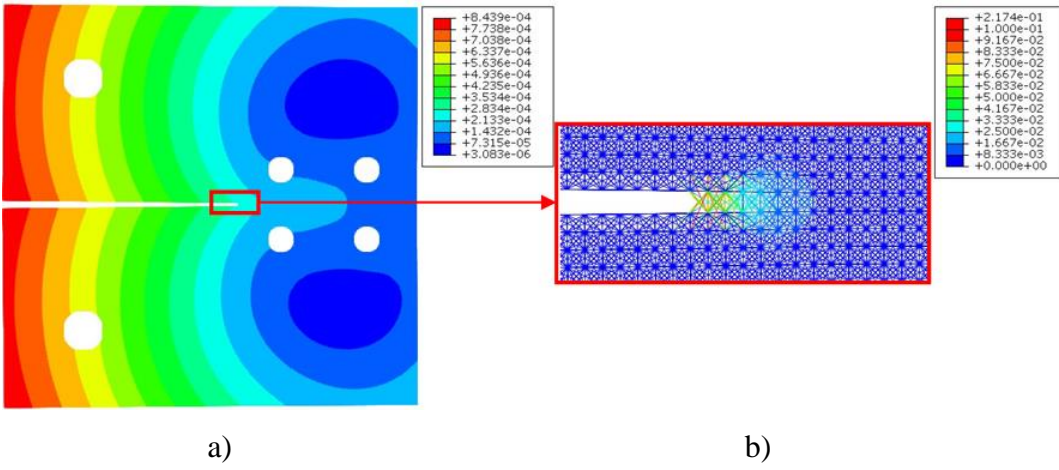
$$c = \sqrt{E_t / \rho} \quad (4.9b)$$

şartlarını sağlamalıdır. $L^{kiriş}$ ve c , sırasıyla en küçük çubuk eleman uzunluğunu ve malzemenin dalga hızını belirtmektedir. Çubuk elemanların kütlesi sonsuz küçük bir sayı girildiğinden malzemenin dalga hızı nümerik olarak sonsuza yaklaşmaktadır. Bu durumda sınır koşulu ani olarak uygulanması durumunda istenmeyen sonuçlar elde edilecektir. Dolayısıyla, yavaş yükleme koşulu da göz önünde bulundurularak sanki-statik analiz prosedürü izlenmiştir ve Şekil 1.2’de verilen pürüzsüz adım genlik fonksiyonu tanımlanmıştır.

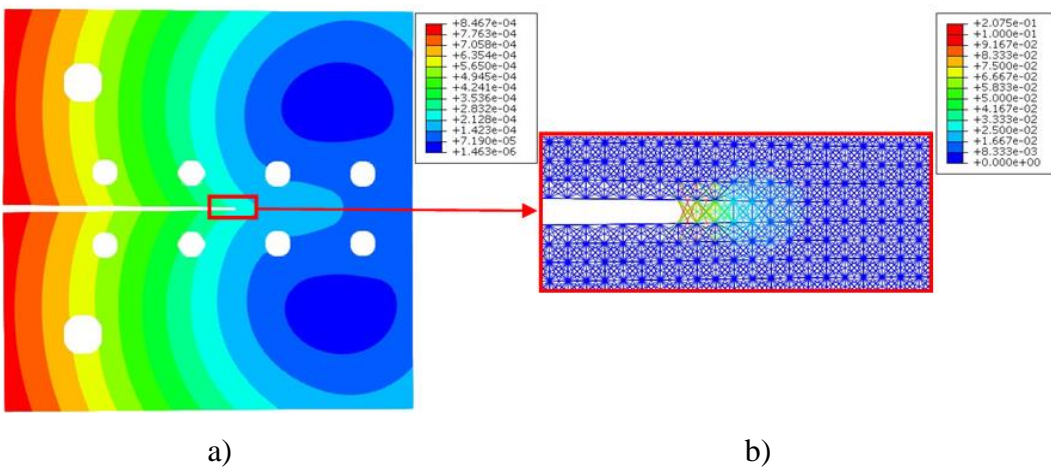
ABAQUS’e uyarlanarak sonuçları elde edilen sünek kırılma probleminin yer değiştirme ve çatlak ucu hasarı kontur grafikleri Şekil 4.74, Şekil 4.75 ve Şekil 4.76’de gösterildiği gibidir.



Şekil 4.74: Dairesel kesiksiz çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği

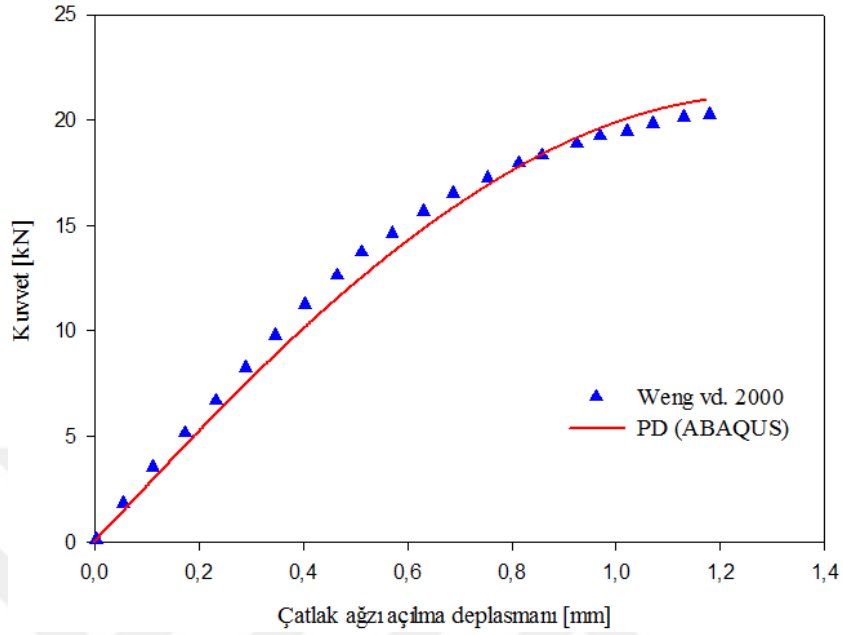


Şekil 4.75: 4 Dairesel kesikli çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği



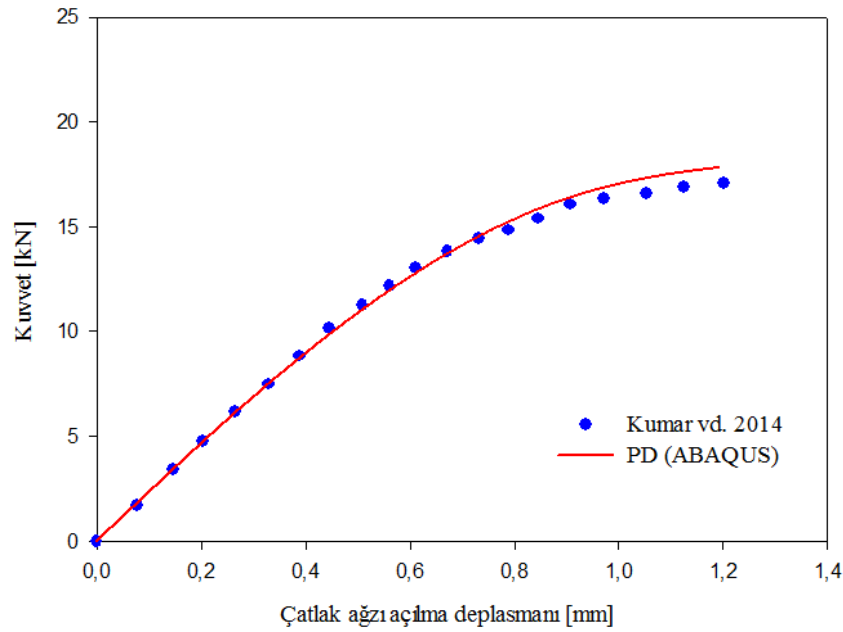
Şekil 4.76: 8 Dairesel kesikli çekme numunesi için a) yer değiştirme (m) b) çatlak ucu hasarı kontur grafiği

Şekil 4.74, Şekil 4.75 ve Şekil 4.76’de görüldüğü gibi uyarlanan modellerde görüldüğü gibi bir PD bağ için hasar tanımlanmış olduğundan çatlak ilerlemesi mevcuttur.



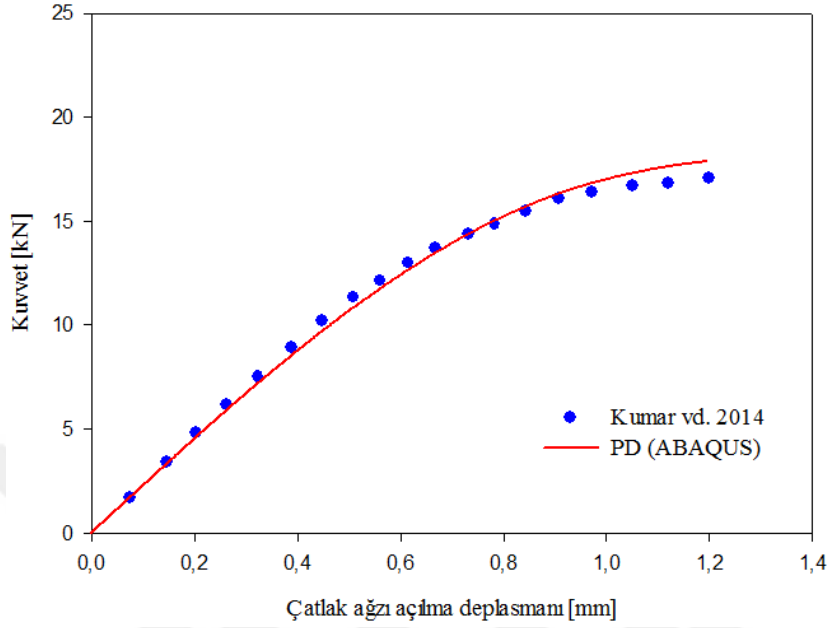
Şekil 4.77: Dairesel kesiksiz çekme numunesi için çatlak ağzı açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [65]

Şekil 4.77’de görüldüğü gibi dairesel kesiksiz geometri için sünek kırılmanın modellenmesiyle elde edilen sonuçlar, Weng ve Sun’un çalışmasında [64] bulunan sonuçlar ile oldukça yakındır [65].



Şekil 4.78: 4 Dairesel kesikli çekme numunesi için çatlak ağzı açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [66]

Şekil 4.78’de görüldüğü gibi 4 dairesel kesikli geometri için sünek kırılmanın modellenmesiyle elde edilen sonuçlar, Kumar vd.’nin çalışmasında bulunan sonuçlar ile tutarlıdır.



Şekil 4.79: 8 Dairesel kesikli çekme numunesi için çatlak ağzı açılma deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği [66]

Şekil 4.79’da görüldüğü gibi 8 dairesel kesikli geometri için sünek kırılmanın modellenmesiyle elde edilen sonuçlar, Kumar vd.’nin çalışmasında bulunan sonuçlar ile oldukça yakındır.

4.3 Üç Boyutlu Yapıların Peridinamik Analizleri

4.3.1 Çekme yükü altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin kapalı (implicit) çözümü

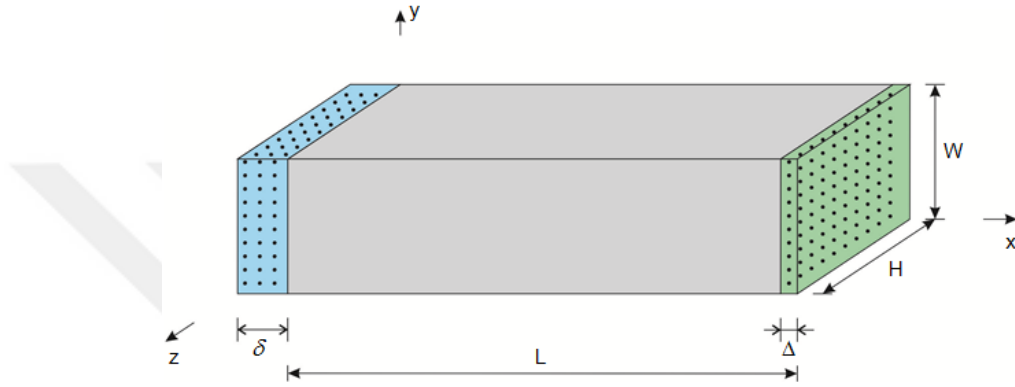
Üç boyutlu blok $(100+3) \times 10 \times 10 = 10300$ adet malzeme noktasından oluşmaktadır. Bloğun sağ ucundaki sınır bölgesi boyunca $+x$ yönünde 200 MPa büyüklüğünde basınç uygulanmıştır. Bloğun sol ucunda bulunan sınır bölgesindeki tüm malzeme noktalarına ise (4.10) eşitliğinde belirtilen sınır koşulu uygulanmıştır.

$$u_x = u_y = u_z = 0 \quad (4.10)$$

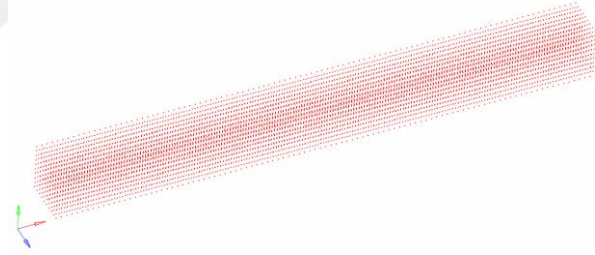
Malzeme noktaları arasındaki mesafe, $\Delta x = 0.01$ m olarak tanımlanmıştır. Malzemenin Elastik Modülü $E = 200$ GPa, Poisson oranı ise 0.25’tir. Problem

ABAQUS'te PD bağları temsil eden çubuk elemanları kullanılarak çözülmüştür. Problem parametreleri $E = 200$ GPa, $\delta = 3.015 \times 0.01 = 3.015E-2$ m ve $V = 0.01^3 = 1E-6$ m³ şeklindedir.

Şekil 4.80, incelenen üç boyutlu blok probleminin detaylarını göstermektedir. L uzunluğu 1 m'dir. W ve H uzunlukları 0.1 m'dir. Δ ile belirlen kısımlar, $+x$ yönünde çekme kuvvetinin uygulandığı 1 sıra malzeme noktasından oluşan sınır bölgesidir. δ ile belirtilen kısım ise (4.10) eşitliğinde belirtilen sınır koşulunun uygulandığı 3 sıra malzeme noktasından oluşmaktadır.

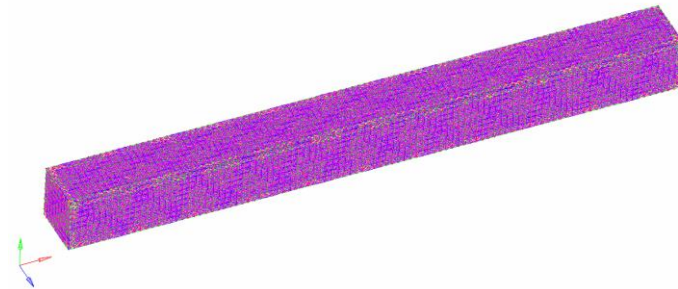


Şekil 4.80: Üç boyutlu bloğun şematik gösterimi



Şekil 4.81: Üç boyutlu PD Modelde malzeme noktalarının gösterimi

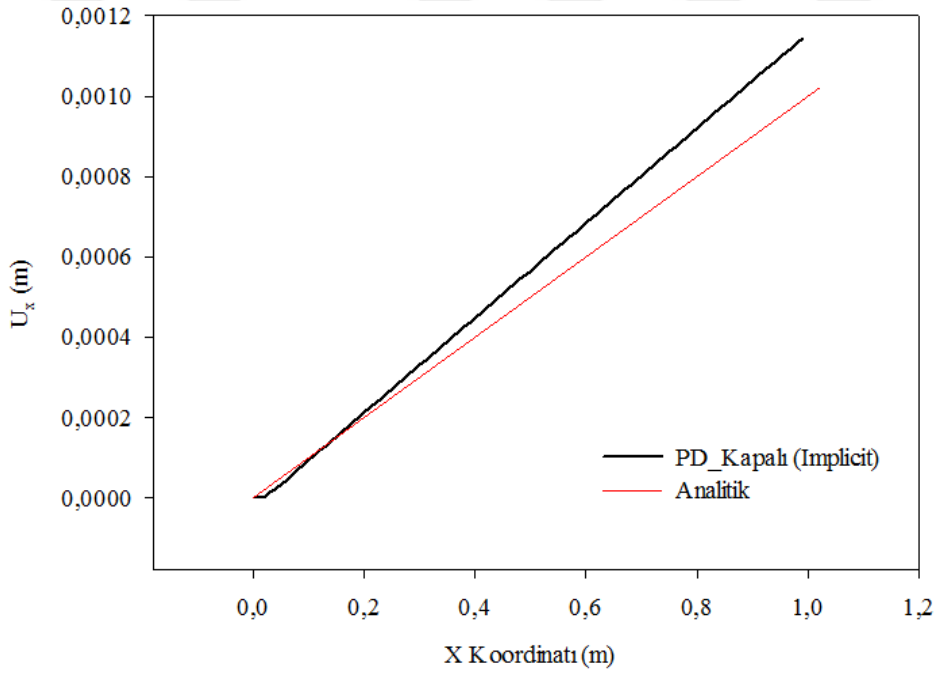
Şekil 4.81'de görülen malzeme noktaları arasında bulunan çubuk elemanların çubuk elemanların elastik modülü ve kesit alanı (2.40), (3.33) ve (3.34) eşitlikleri yardımıyla hesaplanmıştır.



Şekil 4.82: Üç boyutlu PD Modelde PD bağların gösterimi

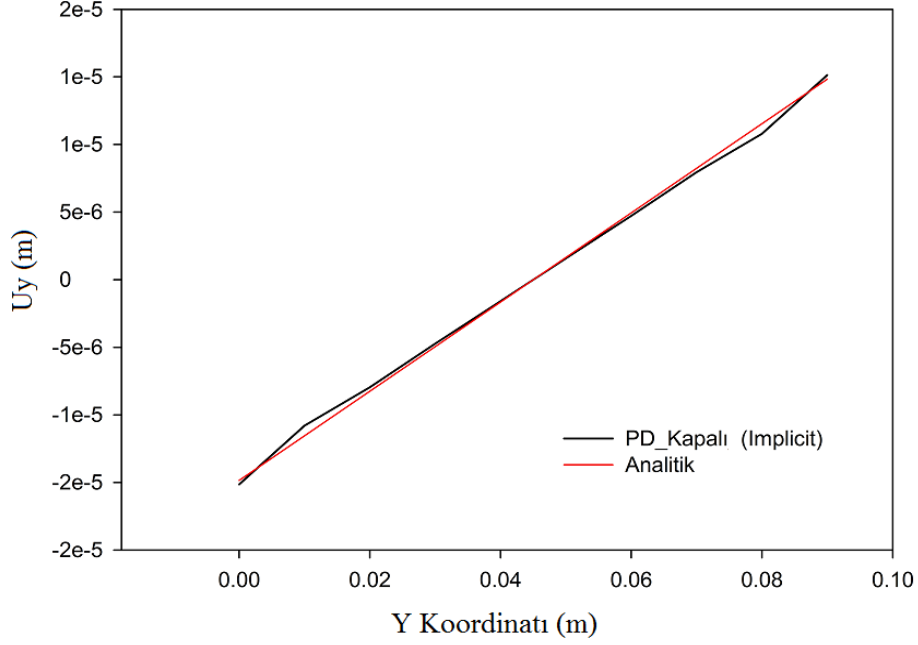
Şekil 4.82’de bağ bazlı oluşturulan üç boyutlu PD modelin çubuk elemanları görülmektedir. Çekme yükü altındaki üç boyutlu bloğun PD açık (explicit) çözümü gerçekleştirilmiştir. Buradan x yönünde ve y yönünde yer değiştirme sonuçlarının okunabilmesi için iki farklı malzeme yolu tanımlanmıştır. x yönündeki yer değiştirme (U_x) için $y=0.05$ m ve $z=0.05$ m üzerinde, y yönündeki yer değiştirme (U_y) için $x=0.5$ m ve $z=0.05$ m üzerinde malzeme noktası yolları tanımlanmıştır.

Çekme yükü altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası üzerinde bulunan x yönündeki yer değiştirme (U_x) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması Şekil 4.83’de gösterilmiştir.



Şekil 4.83: x yönündeki yer değiştirme için PD kapalı (implicit) çözüm sonuçlarının analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması

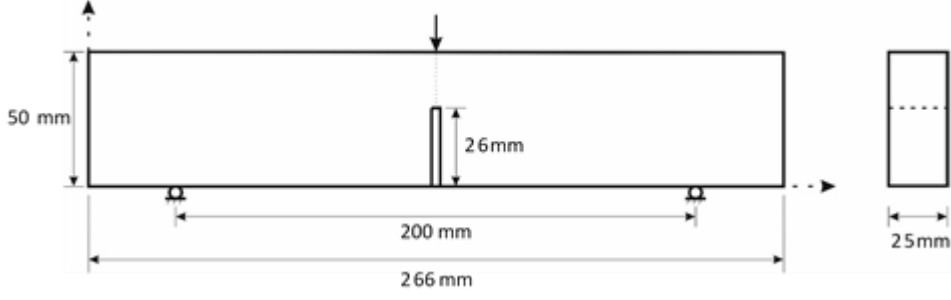
Çekme yükü altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin PD açık (explicit) çözümü ile elde edilen ve belirlenmiş malzeme noktası üzerinde bulunan y yönündeki yer değiştirme (U_y) değerlerinin diğer sonuçlar ile karşılaştırılması Şekil 4.84’de gösterilmiştir.



Şekil 4.84: y yönündeki yer değiştirme için PD kapalı (implicit) çözüm sonuçlarının analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılması

4.3.2 Üç noktadan eğme yüklemesi altındaki üç boyutlu izotropik blok probleminin açık (explicit) çözümü ve doğrulaması

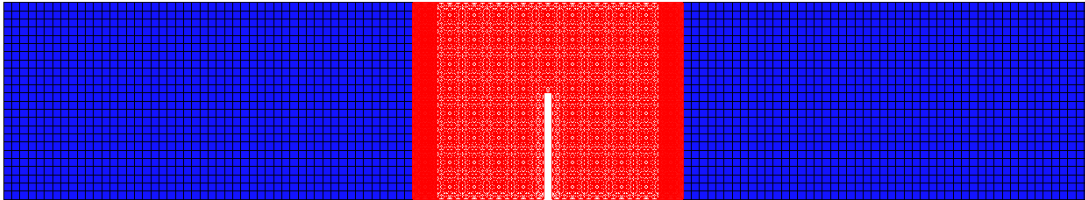
Şekil 4.85, incelenen üç boyutlu blok probleminin detaylarını göstermektedir. Problemin amacı, sünek malzemeye sahip merkezi çatlaklı üç boyutlu bloğun kırılma davranışını literatürde yer alan başka bir çalışma ile doğrulamaktır. Geometrinin toplam uzunluğu 266 mm, yüksekliği 50 mm ve iki destek arası uzaklık 200 mm'dir. Merkezi çatlak uzunluğu 26 mm ve kalınlığı ise 25 mm'dir. Merkezi çatlakın bulunduğu kısmın en üstünden 2 sıra malzeme noktasından olacak şekilde yer değiştirme sınır koşulu uygulanmıştır. Buna ek olarak Şekil 4.85'de görüldüğü gibi geometri, alt desteklerin olduğu kısımlardaki malzeme noktalarından dikey yönde sabitlenmiştir. Problem, ABAQUS'de temsili çubuk elemanlar kullanılarak modellenmektedir. Dolayısıyla çubuk elemanların yoğunluğu sonsuz derecede küçük bir değer girildiğinden bölüm 4.2.7'deki sünek malzeme içeren problemde belirtildiği gibi Şekil 1.2'de verilen pürüzsüz adım genlik fonksiyonu vasıtasıyla sınır koşulları uygulanmıştır.



Şekil 4.85: Üç noktadan eğme geometrisi genel ölçüleri

Malzeme noktaları arasındaki mesafe, modelde daha az eleman olması için $\Delta x = 0.002$ m olarak tanımlanmıştır. Bloкта kullanılan 1343 çelik malzemesinin elastik modülü $E = 210.2$ GPa, akma dayanımı $\sigma_y = 394$ MPa, kritik ŞDESÖ $G_{IC} = 95$ MPa.mm'dir. Bir malzeme noktası için birim hacim $\Delta V = 8 \times 10^{-9}$ m³'dür. ABAQUS'te PD bağları temsil eden çubuk elemanlar (T3D2) ve hekza elemanlar (C3D8R) kullanılarak çözülmüştür. Bunun sebebi, daha az eleman kullanarak çözüm süresinin kısaltılmasının amaçlanmasıdır. Şekil 4.86'de de görüldüğü gibi çubuk ve hekza elemanların birleşim kısmında iki eleman türü $3\Delta x$ kadarlık bir bölgede üst üste çakıştırılmıştır. Çubuk elemanların hekza elemanlara gömüldüğü bu bölgede, aşırı katı durumu önlemek için hekza elemanların elastik modülü çok düşük tanımlanmıştır.

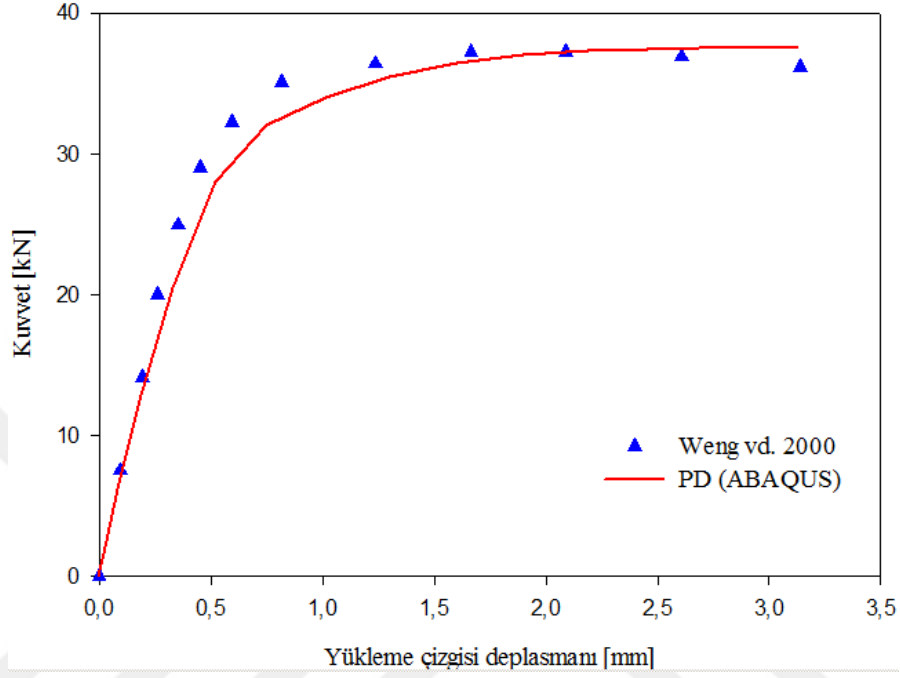
Bir malzeme noktasının KKY $\delta = 3.015 \times 0.002 = 0.00603$ m'dir. Diğer bölgelerdeki çubuk elemanların elastik modülü ve kesit alanı (2.40), (3.31) ve (3.32) eşitlikleri yardımıyla hesaplanmıştır. Poisson oranı $\nu = 0.25$ alınmıştır. Hasar tahmini için akma birim uzama ve kritik birim uzama değerleri, sırasıyla (2.151) ve (2.153) eşitliği yardımıyla hesaplanmıştır. Sünek malzeme modellemesi için, Şekil 2.19'da gösterilen bünye modeli kullanılmıştır.



Şekil 4.86: Üç boyutlu eğme geometrisi için ABAQUS modeli

Şekil 4.86'de Bölüm 3.2'de belirtildiği gibi MATLAB algoritmaları ile çatlakın bulunduğu kısımda çubuk eleman oluşumu engellenmiştir. PD olarak modellenen üç boyutlu eğme problemi, Weng ve Sun'un çalışmasındaki deneysel veriler [64]

referans alınarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Doğrulama için yükleme çizgisi deplasmanına karşın reaksiyon kuvveti grafiği çizdirilmiştir. Yükleme çizgisi deplasmanı, sınır koşulu uygulandığı malzeme noktalarının yer değiştirmesini ifade etmektedir. Reaksiyon kuvveti, sınır koşulu uygulanan iki sıra malzeme noktasından elde edilen tepki kuvvetlerinin toplamı olacak şekilde hesaplanmıştır.



Şekil 4.87: Üç nokta eğme testi numunesi için yükleme çizgisi deplasmanı (mm)-kuvvet (kN) grafiği

Şekil 4.87’de görüldüğü gibi üç nokta eğme yüklemesi altındaki üç boyutlu blok için sünek kırılmanın modellenmesiyle elde edilen sonuçlar, Weng ve Sun’un çalışmasında [64] bulunan deneysel sonuçlar ile oldukça yakındır.



5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez kapsamında, sünek ve gevrek malzemelerde, izotropik ve tek katmanlı kompozit yapılarda hasar oluşumu ve ilerlemesi, sanki-statik çözüm, PD teorisinin SEY'ne uyarlanması konuları incelenmiştir. PD modellerin temsili olarak oluşturulması, malzeme noktalarının konumlarının belirlenmesi ve elemanların üretilmesi için MATLAB algoritmaları kullanılmıştır. Bu algoritmalar ile elemanların, sınır koşulları ve çözüm yöntemlerinin yazılı olduğu girdi dosyaları, SE programı ABAQUS'de koşturulmuştur. PD teorisinin uyarlanması ile yapılan analizlerden elde edilen sonuçlar literatürde bulunan deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmış ve oldukça yakın sonuçlar bulunmuştur. SE yazılımı (ABAQUS) kullanılarak yapılan SE analizleri ile PD teorisinin uygulanmasından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve uyumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca MATLAB'da oluşturulan sanki-statik çözücülerden elde edilen hasar görünüşleri beklenen şekilde elde edilmiştir.

Tüm bu yapılan çalışmalar ve elde edilen sonuçlar ışığında bazı zayıflıklar belirlenmiştir. Öncelikle yapılan analizler için oluşturulan MATLAB algoritmaları sadece basit geometriler için vardır. Daha kompleks geometriler için yapılacak PD analizlerde kullanılmak üzere MATLAB'da oluşturulabilecek bir geometri motoruna ihtiyaç vardır. KKY oluşturulan eleman girdilerinin hepsinde aynı alındığı için sabit tutulmuştur. Yakınsama çalışmalarının daha az zamanda tamamlanabilmesi için KKY'na göre parametrik bir algoritma oluşturulmalıdır.

SE yazılımları ile yapılan analizler uyarlama metodu ile yapılmıştır. Uyarlama, analiz öncesi çalışmaların süresini uzatmaktadır. Bunun yerine SE yazılımlarında bağ bazlı PD formülasyonu kullanan bir eleman oluşturulmalıdır. Aynı zamanda farklı yükleme durumları için PD formülasyona uygun eleman algoritmaları oluşturulabilir [67].



KAYNAKLAR

- [1] **K. W. Colavito**, (2013) Peridynamics for Failure and Residual Strength Prediction of Fiber-Reinforced Composites, The University of ARIZONA.
- [2] **A. A. Griffith**, (1921) The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, c. 221, sayı 582–593. ss. 163–198.
- [3] **M. L. Williams**, (1961) The Bending Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack, *Journal of Applied Mechanics*, c. 28, sayı 1. s. 78.
- [4] **J. M. Melenk ve I. Babuška**, (1996) The partition of unity finite element method: Basic theory and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, c. 139, sayı 1–4. ss. 289–314.
- [5] **T. Belytschko ve T. Black**, (1999) Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, c. 45, sayı 5, ss. 601–620.
- [6] **N. Moës, J. Dolbow, ve T. Belytschko**, (1999) A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, c. 46, sayı 1, ss. 131–150.
- [7] **K. W. Colavito, A. Barut, E. Madenci, ve N. Phan**, (2013) Residual Strength of Composite Laminates with a Hole by using Peridynamic Theory, *54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct. Struct. Dyn. Mater. Conf.*, ss. 1–12.
- [8] **D. S. Dugdale**, (1960) Yielding of steel sheets containing slits, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, c. 8, sayı 2. ss. 100–104.
- [9] **G. I. Barenblatt**, (1962) The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, *Adv. Appl. Mech.*, c. 7, sayı C, ss. 55–129.
- [10] **A. Hillerborg, M. Mod er, ve P.-E. Petersson**, (1976) Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, c. 6, sayı 6. ss. 773–781.
- [11] **X.-P. Xu ve A. Needleman**, (1994) Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, c. 42, sayı 9. ss. 1397–1434.
- [12] **P. Zhang, P. Klein, Y. Huang, H. Gao, ve P. D. Wu**, (2002) Numerical simulation of cohesive fracture by the virtual-internal-bond model, *C. - Comput. Model. Eng. Sci.*, c. 3, sayı 2, ss. 263–277.

- [13] **F. F. Abraham**, (2002) Very large scale simulations of materials failure., *Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci.*, c. 360, sayı 1792, ss. 367–382.
- [14] **E. Schlangen ve J. G. M. van Mier**, (1992) Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures, *Mater. Struct.*, c. 25, sayı 9, ss. 534–542.
- [15] **K. Kadau, T. C. Germann, ve P. S. Lomdahl**, (2006) Molecular Dynamics Comes of Age: 320 Billion Atom Simulation on BlueGene/L, *International Journal of Modern Physics C*, c. 17, sayı 12. ss. 1755–1761.
- [16] **M. Ostoja-Starzewski**, (2002) Lattice models in micromechanics, *Applied Mechanics Reviews*, c. 55, sayı 1. s. 35.
- [17] **A. C. Eringen**, (1972) Nonlocal polar elastic continua, *International Journal of Engineering Science*, c. 10, sayı 1. ss. 1–16.
- [18] **E. Kröner**, (1967) Elasticity theory of materials with long range cohesive forces, *International Journal of Solids and Structures*, c. 3, sayı 5. ss. 731–742.
- [19] **A. C. Eringen ve D. G. B. Edelen**, (1972) On nonlocal elasticity, *International Journal of Engineering Science*, c. 10, sayı 3. ss. 233–248.
- [20] **I. A. Kunin**, (1975) *Theory of Elastic Media with Microstructure. I - One-dimensional models*, c. 26.
- [21] **Erkan Oterkus**, (2008) Peridynamic Theory for Modeling Three-Dimensional Damage Growth in Metallic and Composite Structures, *Sci. York*, c. 9, sayı 3, ss. 1–108.
- [22] **E. Madenci ve E. Oterkus**, (2014) *Peridynamic Theory and Its Applications*. Springer.
- [23] **A. C. Eringen**, (1972) Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves, *International Journal of Engineering Science*, c. 10, sayı 5. ss. 425–435.
- [24] **A. Cemal Eringen ve B. S. Kim**, (1974) Stress concentration at the tip of crack, *Mechanics Research Communications*, c. 1, sayı 4. ss. 233–237.
- [25] **A. Eringen ve B. S. Kim**, (1974) On the problem of crack tip in nonlocal elasticity, içinde *ThoftChristensen P (ed) Continuum mechanics aspects of geodynamics and rock fracture mechanics*, Proceeding., Reykjavik: D. Reidel, Dordrecht, ss. 107–113.
- [26] **H. A. Elliott**, (2002) An analysis of the conditions for rupture due to griffith cracks, *Proceedings of the Physical Society*, c. 59, sayı 2. ss. 208–223.
- [27] **E. A. Ari N**, (1983) Nonlocal stress field at Griffith crack, *Cryst Latt Defect Amorph Mater*, sayı 10, ss. 33–38.

- [28] **S. A. Silling**, (2000) Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *J. Mech. Phys. Solids*, c. 48, sayı 1, ss. 175–209.
- [29] **S. A. Silling, M. Zimmermann, ve R. Abeyaratne**, (2003) Deformation of a peridynamic bar, *J. Elast.*, c. 73, sayı 1–3, ss. 173–190.
- [30] **W. Gerstle, N. Sau, ve S. Silling**, (2007) Peridynamic modeling of concrete structures, *Nucl. Eng. Des.*, c. 237, sayı 12–13, ss. 1250–1258.
- [31] **E. Askari, J. Xu, ve S. Silling**, (2006) Peridynamic Analysis of Damage and Failure in Composites, içinde *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, sayı January, ss. 1–12.
- [32] **K. W. Colavito, B. Kilic, E. Celik, E. Madenci, E. Askari, ve S. Silling**, (2007) Effect of void content on stiffness and strength of composites by a peridynamic analysis and static indentation test, içinde *Collection of Technical Papers -AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, c. 7, ss. 6691–6701.
- [33] **K. W. Colavito, B. Kilic, E. Celik, E. Madenci, E. Askari, ve S. Silling**, (2007) Effect of nano particles on stiffness and impact strength of composites, içinde *Proceedings of 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and materials conference, Honolulu, Hawaii number AIAA*, c. 2071, ss. 6691–6701.
- [34] **J. Xu, A. Askari, O. Weckner, H. Razi, ve S. Silling**, (2007) Damage and Failure Analysis of Composite Laminates under Biaxial Loads, içinde *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, sayı April, ss. 1–9.
- [35] **B. Kilic, A. Agwai, ve E. Madenci**, (2009) Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates, *Compos. Struct.*, c. 90, sayı 2, ss. 141–151.
- [36] **E. Oterkus, A. Barut, ve E. Madenci**, (2010) Damage Growth Prediction from Loaded Composite Fastener Holes by Using Peridynamic Theory, *51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct. Struct. Dyn. Mater. Conf.*, sayı April, s. 1.
- [37] **R. A. Gingold ve J. J. Monaghan**, (1977) Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, sayı 181, ss. 375–389.
- [38] **L. Libersky ve A. G. Petschek**, (1991) Smooth particle hydrodynamics with strength of materials, içinde *Advances in the Free-Lagrange Method Including Contributions on Adaptive Gridding and the Smooth Particle Hydrodynamics Method*, Berlin: Springer, ss. 248–257.
- [39] **J. von Neumann**, (1963) The General and Logical Theory of Automata, içinde *John von Neumann: Collected Works*, c. 5, ss. 141–4.
- [40] **M. Gardner**, (1970) Mathematical games: The fantastic combinations of John Conway’s new solitaire game ‘life’, *Sci. Am.*, c. 223, ss. 120–123.

- [41] **S. A. Silling ve E. Askari**, (2005) A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics, *Comput. Struct.*, c. 83, sayı 17–18, ss. 1526–1535.
- [42] **R. W. Macek ve S. A. Silling**, (2007) Peridynamics via finite element analysis, *Finite Elem. Anal. Des.*, c. 43, sayı 15, ss. 1169–1178.
- [43] **B. Kilic**, (2008) Peridynamic theory for progressive failure prediction in homogeneous and heterogeneous materials, University of Arizona.
- [44] **Y. D. Ha ve F. Bobaru**, (2010) Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics, *Int. J. Fract.*, c. 162, sayı 1–2, ss. 229–244.
- [45] **W. Hu, Y. Wang, J. Yu, C. F. Yen, ve F. Bobaru**, (2013) Impact damage on a thin glass plate with a thin polycarbonate backing, *Int. J. Impact Eng.*, c. 62, ss. 152–165.
- [46] **E. Askari, F. Bobaru, R. B. Lehoucq, M. L. Parks, S. A. Silling, ve O. Weckner**, (2008) Peridynamics for multiscale materials modeling, *Journal of Physics: Conference Series*, c. 125, s. 012078.
- [47] **L. Lin E, Chen H**, (2015) Finite element implementation of a non-local particle method for elasticity and fracture analysis, *Finite Elem. Anal. Des.*, ss. 1–11.
- [48] **R. Beckmann, R. Mella, ve M. R. Wenman**, (2013) Mesh and timestep sensitivity of fracture from thermal strains using peridynamics implemented in Abaqus, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, c. 263, ss. 71–80.
- [49] **M. Taylor ve D. J. Steigmann**, (2013) A two-dimensional peridynamic model for thin plates, *Math. Mech. Solids*, sayı December.
- [50] **D. Huang, G. Lu, ve P. Qiao**, (2015) An improved peridynamic approach for quasi-static elastic deformation and brittle fracture analysis, *Int. J. Mech. Sci.*, c. 94–95, ss. 111–122.
- [51] **D. Huang, G. Lu, C. Wang, ve P. Qiao**, (2015) An extended peridynamic approach for deformation and fracture analysis, *Eng. Fract. Mech.*, c. 141, ss. 196–211.
- [52] **Y. L. Hu, N. V. De Carvalho, ve E. Madenci**, (2015) Peridynamic modeling of delamination growth in composite laminates, c. 132, ss. 610–620.
- [53] **C. Diyaroglu, E. Oterkus, S. Oterkus, ve E. Madenci**, (2015) Peridynamics for bending of beams and plates with transverse shear deformation, *Int. J. Solids Struct.*, c. 69–70, ss. 152–168.
- [54] **F. J. Harewood ve P. E. McHugh**, (2007) Comparison of the implicit and explicit finite element methods using crystal plasticity, *Comput. Mater. Sci.*, c. 39, sayı 2, ss. 481–494.
- [55] **W. Gerstle, N. Sau, ve S. a Silling**, (2005) Peridynamic Modeling of Plain and Reinforced Concrete Structures, *18th Int. Conf. Struct. Mech. React. Technol. (SMiRT 18)*, sayı SMiRT 18, ss. 1–15.
- [56] **A. K. Kaw**, (2006) *Mechanics of composite materials 2nd*, c. 18, sayı 16.

- [57] **E. Oterkus ve E. Madenci**, (2012) Peridynamic analysis of fiber-reinforced composite materials, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, c. 7, sayı 1. ss. 45–84.
- [58] **P. Underwood**, (1983) Dynamic Relaxation, *Comput Methods Transient Anal*, ss. 245–265.
- [59] **B. Kilic ve E. Madenci**, (2010) An adaptive dynamic relaxation method for quasi-static simulations using the peridynamic theory, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, c. 53, sayı 3, ss. 194–204.
- [60] **V. Rezazadeh, A. Tastan, U. Yolum, ve M. A. Guler**, (2015) Peridynamic Analyses of Structures by using Finite Element Method, içinde *8th Ankara International Aerospace Conference 2015, Ankara, Türkiye*.
- [61] **W. Hu, Y. D. Ha, ve F. Bobaru**, (2011) Modeling dynamic fracture and damage in a fiber-reinforced composite lamina with peridynamics, c. 9, sayı 6, ss. 707–726.
- [62] **A. Tastan, U. Yolum, M. A. Guler, M. Zaccariotto, ve U. Galvanetto**, (2016) A 2D Peridynamic Model for Failure Analysis of Orthotropic Thin Plates Due to Bending, içinde *21st European Conference on Fracture, Catania, İtalya*.
- [63] **S. Kumar, I. V. Singh, ve B. K. Mishra**, (2014) A coupled finite element and element-free Galerkin approach for the simulation of stable crack growth in ductile materials, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, c. 70, ss. 49–58.
- [64] **T. Weng ve C. Sun**, (2000) A study of fracture criteria for ductile materials, *Eng. Fail. Anal.*, c. 7, sayı 2, ss. 101–125.
- [65] **U. Yolum, A. Tastan, ve M. A. Guler**, (2012) Peridynamic Modeling of Fracture in Ductile Materials, içinde *Tbilisi International Conference on Computer Sciences and Applied Mathematics*, ss. 1–5.
- [66] **U. Yolum, A. Tastan, ve M. A. Guler**, (2016) A Peridynamic Model for Ductile Fracture of Moderately Thick Plates, içinde *21st European Conference on Fracture, Catania, İtalya*.
- [67] **U. Yolum, A. Tastan, T. Kahraman, M. A. Guler, E. Oterkus, ve E. Madenci**, (2015) Modeling of Mode I Delamination Growth in Composites by using Peridynamics Implemented in Abaqus, içinde *International Conference on Advances in Composite Materials and Structures, Istanbul, Türkiye*.



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Ahmet Taştan
Uyruđu : T.C.
Dođum Tarihi ve Yeri : 08.10.1990 - EMINÖNÜ
E-posta : ahmettastan@gmail.com

ÖĐRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2013, TOBB ETÜ, Mühendislik Fakültesi, Makine Müh.
- **Yüksek lisans** : 2016, TOBB ETÜ, Makine Müh. ABD, Tezli Yüksek Lisans Programı

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

Yıl	Yer	Görev
2013-2016	TOBB ETÜ	Burslu Yüksek Lisans Öğrencisi
2016-Halen	OTOKAR	Yapısal Analiz Mühendisi

YABANCI DİL: İngilizce, Almanca

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **A. Taştan**, U. Yolum, M. A. Guler, M. Zaccariotto, ve U. Galvanetto, (2016) “A 2D Peridynamic Model for Failure Analysis of Orthotropic Thin Plates Due to Bending”, 21st European Conference on Fracture, Catania, İtalya, 24-26 Haziran 2016
- U. Yolum, **A. Taştan**, M. A. Guler, (2016) “A Peridynamic Model for Ductile Fracture of Moderately Thick Plates”, 21st European Conference on Fracture, Catania, İtalya, 24-26 Haziran 2016
- V. Rezazadeh, **A. Taştan**, U. Yolum, M.A. Guler, (2015), “Peridynamic Analyses of Structures by using Finite Element Method”, 8th Ankara International Aerospace Conference 2015, Ankara, Türkiye, 10-12 Eylül 2015

- U. Yolum, **A. Taştan**, T. Kahraman, M.A. Guler, E. Oterkus, E. Madenci, (2015), “ Modeling of Mode I Delamination Growth in Composites by using Peridynamics Implemented in Abaqus”, International Conference on Advances in Composite Materials and Structures, İstanbul, Türkiye, 13-15 Nisan 2015
- U. Yolum, **A. Taştan**, M.A. Guler, (2015), “ Peridynamic Modelling of Fracture in Ductile Materials”, Tbilisi International Conference on Computer Sciences and Applied Mathematics, Tiflis, Gürcistan, 21-23 Mart 2015

