



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**5.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLER KONUSU
ÜZERİNDEKİ MUHAKEME YAPABİLME BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Aslıhan ÜSTÜN

TOKAT

Haziran, 2019



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

**5.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLER KONUSU
ÜZERİNDEKİ MUHAKEME YAPABİLME BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Aslıhan ÜSTÜN

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Zülfiye Zeybek Şimşek

TOKAT

Haziran, 2019

ETİK SÖZLEŞME

Bu belge ile bu tezdeki bütün bilgi toplama ve raporlaştırma sürecinin Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğine, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Klavuzuna, genel akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak gerçekleştirildiğini; bu tez çalışmasını “intihal engelleme” programı ile taradığımı, bana ait olmayan tüm bilgi, düşünce ve bulgulara atıf yaptığımı ve kaynağını gösterdiğimi beyan eder, sorumluluğun tarafıma ait olduğunu kabul ederim.

26/06/2019

Aslıhan ÜSTÜN



JÜRİ İMZA SAYFASI

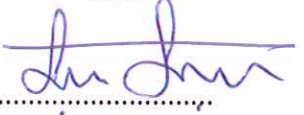
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde eğitim alan 169911017 nolu Aslıhan Üstün'ün, 5.Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusu Üzerindeki Muhakeme Yapabilme Becerilerinin İncelenmesi adlı çalışması 17/06/2019 tarihinde jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı Programında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı

İmza

Başkan: Dr. Öğretim Üyesi Şerife Sevinç



Üye (Tez Danışmanı):Dr.Öğretim Üyesi Zülfiye Zeybek Şimşek



Üye : Dr. Öğretim Üyesi Makbule Gözde Didiş Kabar



Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

26/06/2019

Enstitü Müdürü



TEŞEKKÜR

Araştırmanın her safhasında sabırlı bir şekilde bana rehberlik eden, desteğini her zaman yanımda hissettiğim tez danışmanım ve değerli hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK'e, tez savunmama katılıp tezime katkıda bulunan hocalarım sayın Dr. Öğr. Üyesi Makbule Gözde DİDİŞ KABAR ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Şerife SEVİNÇ'e teşekkürlerimi sunarım. Aynı zamanda akademik olarak gelişmeme katkı sağlayan eğitim fakültesinde ders aldığım tüm hocalarım ile bugüne gelmemde payları bulunan tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Araştırmanın uygulanması sürecinde yardımları ve gayretleriyle desteklerini esirgemeyen değerli öğretmen arkadaşlarım, maddi-manevi her türlü desteği sağlayan okul idarecim Fatih YAY'a, katkılarından dolayı sevgili öğrencilerim ve anlayışlarından dolayı da sayın velilerime teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın tüm safhalarında beni devamlı motive eden ve desteklerini esirgemeyen değerli arkadaşlarım Burçin BAŞDAMAR, Aliye KÜTÜK, Gülhan YENİCELİ, Sümeyye OKUMUŞ ve Mukaddes İNAN TUTKUN'a derin sevgilerimi sunarım.

Son olarak hayatım boyunca dualarını benden hiç eksik etmeyen, her türlü şartta maddi ve manevi desteklerini her zaman arkamda hissettiğim değerli annem, babam abim ve yengeme sonsuz sevgilerimi sunarım. Her an yanımda olan, desteğini sürekli üzerimde hissettiğim ve her türlü kahrımı çekip beni rahatlatmak için elinden gelenin fazlasını yapmaktan bir an olsun yılmayan hayat arkadaşım İbrahim BOLAT'A ve bu süreçte varlıklarından mutluluk duyduğum tüm eş, dost ve akrabalarımın sonsuz sevgilerini sunarım.

ÖNSÖZ

Günümüz eğitim sisteminde öğrencilerin sıklıkla sıkıntı yaşadığı alanlardan birisi şüphesiz ki matematiktir. Matematik dersi, geçmiş yıllardan bugüne anlaşılması zor olan bir ders olarak görülmüştür. Bu durumun sebebi olarak, matematiğin kavramsal öğrenmeden ziyade, işlemsel olarak öğrenilmesi gösterilmektedir. Hâlbuki güncel eğitim reformlarında da bahsedildiği üzere, öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirerek konularda kavramsal öğrenme sağlayabilmeleri, dersteki başarılarının da artmasına sebep olacaktır (CCSSI, 2010; NCTM, 2000).

Bu doğrultuda araştırmanın amacı, 5.sınıf öğrencilerinin kesirler ünitesindeki muhakeme becerilerinin incelenmesi olarak belirlenmiştir. Çalışmanın birinci bölümünde, çalışmanın ele aldığı problem durumu, çalışmanın amacı, önemi, sayıltıları, sınırlılıkları ve tanımlarından bahsedilmiştir. İkinci bölümde, çalışmanın kuramsal çerçevesi doğrultusunda muhakeme, matematiksel muhakeme, ispat ve kesirlerde kavram yanlışlarına ilişkin kavramsal açıklamalara yer verilirken alan yazın taraması yapılarak ilgili çalışmalar sunulmuştur. Üçüncü bölümde, çalışmanın araştırma modeli ve çalışmanın katılımcıları hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin nasıl analiz edildiği, araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğinin nasıl sağlandığı ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Dördüncü bölümde, çalışmanın araştırma sorusu doğrultusunda odak örneklemin muhakeme becerilerine yönelik elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Beşinci bölümde, bulgulardan elde edilen sonuçlar alan yazında yer alan çalışmalarla desteklenerek tartışılmıştır. Altıncı bölümde ise çalışmanın sonuçları sunularak, bu alanda çalışacak araştırmacılara ve matematik öğreticilerine yönelik öneriler sunulmuştur.

ÖZET

5.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLER KONUSU ÜZERİNDEKİ MUHAKEME YAPABİLME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Üstün, Aslıhan

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Zülfiye Zeybek Şimşek

Haziran 2019, xxii + 184 sayfa

Günümüz eğitim sisteminde, öğrencilerin matematik öğretiminde çeşitli sıkıntılar yaşadığı görünen bir gerçektir. Bu durumun genel sebeplerinden birisi ise şüphesiz, öğrencilerin muhakeme becerilerinin zayıf kalması olarak düşünülebilmektedir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin geliştirilmesi, onların fikirlerini rahatlıkla tartışabileceği, ifade edebileceği, yeni stratejiler geliştirebileceği, rutin olmayan problem tipleri ile karşılaşabileceği, neden ve nasılı sorgulayabileceği ortamlarda sağlanabilmektedir. Bu sebeple bu çalışmada, 5.sınıf öğrencilerinin, muhakeme becerisini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim süreci sonrasında muhakeme becerilerindeki değişim incelenmiştir.

Bu çalışma, 2017-2018 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde Tokat ilinin merkeze bağlı bir köyünde bulunan devlet okulunda okumakta dört ortaokul 5.sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Ortama yapılan bir müdahale sonucunda, öğrencilerde oluşan değişimin derinlemesine incelenmesi amaç edinildiği için, çalışma nitel araştırma yöntemlerinden olan eylem araştırması modeline göre tasarlanmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda öğrencilerin çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduğu kesirler ünitesi uygulama konusu olarak seçilmiştir. Çalışma, akademik başarı notu, iletişim becerileri, cinsiyet, çalışmaya katılmadaki gönüllülük gibi ölçütlere göre odak örneklem olarak belirlenen dört öğrenci ile yürütülmüştür. İlk olarak uygulama öncesi muhakeme becerilerini belirlemeye yönelik, araştırmacı tarafından hazırlanan

Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu uygulanmıştır. Ardından odak örneklemedeki öğrenciler ile yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapılmış ve daha ayrıntılı veriler elde edilmiştir. Görüşmelerin sonrasında 20 ders saati süren uygulama süreci gerçekleştirilmiş ve ardından tekrar Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu uygulanıp yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu çalışmanın verilerini değerlendirme formu, bireysel görüşme kayıtları, çalışma kâğıtları, öğrenci günlükleri, araştırmacı günlükleri ve ders videoları oluşturmuştur.

Çalışmanın bulguları, öğrencilerin uygulama öncesinde genellikle kural temelli muhakeme stratejilerini ilk tercih olarak kullandıklarını ortaya koymuştur. Öğrencilerin hatalı bir muhakeme stratejisiyle karşılaştıkları durumda ise çalışmaya katılan öğrencilerin, çoğunlukla hataları fark edebildikleri ancak verilen stratejideki yöntemin hatasına yoğunlaşmadan sadece sonucun hatalı olmasına odaklandıkları görülmüştür. Problem kurma becerisine yönelik durumda ise öğrencilerin başarılarının düşük olduğu görülmüş ve problem kurmaya çalışan öğrencilerin çeşitli hatalar yaptıkları belirlenmiştir.

Uygulama sonrası bulgularda ise, öğrencilerin problem çözümlerinde kural temelli muhakeme stratejisi dışında farklı bir strateji geliştirerek çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Çözümlerine yönelik yaptıkları açıklamalarda da uygulama öncesine göre daha açık ve genel ifadeler kullandıkları dikkat çekmiştir. Hatalı bir strateji ile karşılaşan öğrenciler, hataları daha rahat fark edip, yöntemin hatasına odaklanarak açıklayabilme konusunda gelişim göstermişlerdir. Problem kurma becerilerinde de uygulama öncesine göre öğrencilerin seviyelerinde artış olduğu gözlenmiştir.

Çalışmanın genel bulguları, öğrencilerin kesirler ünitesindeki muhakeme becerilerinin, uygulama öncesi ve sonrası veriler karşılaştırıldığında genel olarak bir gelişme gösterdiğini ortaya koymaktadır. Bu doğrultuda eğitimcilere, öğrencilerin matematiği kavramsal olarak öğrenebilmeleri için, muhakeme becerisini artırıcı etkinliklerle ders işlemleri önerilmektedir. Öğrencilerin kendilerini daha rahat ifade edebildikleri, kavramların somutlaştırılarak öğretiminin sağlandığı ve öğrenciye neden

ve nasıldır sorgulatıldığı eğitim ortamlarında muhakeme becerileri artırılabilirceği çalışma sonucunda ortaya konulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Akıl Yürütme, İspat, Kesirler, Matematik Eğitimi, Matematiksel Muhakeme



ABSTRACT

INVESTIGATING 5TH GRADE STUDENTS' REASONING SKILLS ON THE TOPIC OF FRACTIONS

Üstün, Aslıhan

Master's Thesis, Department of Mathematics Education

Thesis Supervisor: Assist. Prof. Dr. Zülfiye Zeybek Şimşek

June 2018, xxii +184 pages

In today's education system, it is widely recognized that students experience various challenges with mathematics. One of the main reasons for this situation is that students' reasoning skills are weak. Students' mathematical reasoning skills can be developed in an environment where students can easily discuss, express ideas, develop new strategies, encounter non-routine problem types and challenge each other's ideas. For this reason, in this study, it is aimed to examine how 5th grade students' reasoning skills develop in a classroom environment in which discussing, explaining and developing various ideas and strategies are the main focus.

This study is designed as an action research study, one of the qualitative research methodologies. Four middle school 5th grade students, who are studying at a public school in a central village of Tokat province, participated in the study. The topic of fractions, which has been well established in the literature that students struggle and have various misconceptions about, was selected as the focus of the study. Although eight students participated in the study, four students were selected as a focus group based on various criteria such as willingness to participate to the study, mathematical achievements, gender, or communication skills. Firstly, "Reasoning Skill Assessment Form", which was prepared by the researcher, was used to determine the reasoning skills of the participants before the implementation of the designed unit. Then, semi-structured individual interviews with four students in the focus group were conducted

and more detailed information regarding to their reasoning skills was obtained. After the interviews, an implementation of a designed fraction unit during 20 hours was carried out and then “Reasoning Skill Assessment Form” was administered again. Semi-structured individual interviews with four students were conducted again. The data sources for this study were consisted of assessment forms, worksheets, individual interview records, student diaries, researcher diaries and instruction videos.

The findings of the study revealed that students generally used rule based reasoning strategies in their first choices before the implementation of the unit. In the case of students encountering an erroneous reasoning strategy, it was observed that the students who participated in the study were mostly able to recognize the errors, but remained focused on the results without concentrating on the error of the given strategy. In the problem-writing skills, it was determined that the students did not succeed and made various mistakes while constructing problems.

In the post-implementation data, it was seen that the students were able to propose different solutions apart from the rule based reasoning strategy. In their statements about their solutions, it was determined that they were used more generalizable expressions than before. The students who encountered with an erroneous strategy were able to explain the errors made in the strategy more easily and focus on the errors of the strategy rather than faulty results. Regarding to the problem-writing skills, it was observed that the students improved their problem writing skills compared to the pre-implementation.

The findings of the study showed that the students' reasoning skills in the fractions unit showed a significant improvement compared to the pre- and post-implementation data. In this respect, it is suggested that mathematics teachers can more often use activities that aim to develop students' reasoning skills, which in return result in more conceptual understanding in their instructions. It has been revealed in the study that students' reasoning skills can be developed in a classroom environment such as the one implemented in the study.

Keywords: Fractions, Mathematical Reasoning, Mathematics Education, Proof, Reasoning.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRİ ÜYELERİNİN İMZA SAYFASI.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖNSÖZ	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ	xvii
KISALTMALAR.....	xxii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Problem Durumu.....	1
Araştırmanın Amacı	4
Araştırmanın Önemi.....	5
Sayıtlar	7
Sınırlılıklar	7
Tanımlar	8
BÖLÜM II	9
KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	9
Matematiksel Muhakeme ve İspat	9
Muhakeme ve Matematiksel Muhakeme Kavramı	9
İspat Kavramı	13
İspatın Müfredattaki Yeri ve Önemi	14
İspat Şemaları.....	15
Matematiksel Muhakeme ve İspat Çalışmaları	17
Kesirlerin Müfredattaki Yeri ve Sıklıkla Karşılaşılan Kavram Yanılgıları	24

Kesirlerde Kavram Yanılgısı Çalışmaları	28
BÖLÜM III	32
YÖNTEM	32
Araştırma Modeli	32
Katılımcı Grup	35
Veri Toplama Araçları	37
Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu	37
Öğrenci Günlükleri	39
Çalışma Yaprakları	40
Araştırmacı Günlüğü	41
Ders ve Bireysel Görüşme Videoları	41
Veri Toplama Süreci	41
Veri Analizi	45
Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisi	52
Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisi	54
Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisi	55
Çalışmanın Geçerliliği, Güvenirliği ve Etiksel Durum	55
BÖLÜM IV	60
BULGULAR	60
Uygulama Öncesi Muhakeme Becerilerinin Analizinden Elde Edilen Bulgular	60
Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Bulgular	61
Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Bulgular	78
Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Bulgular	95
Uygulama Sonrası Muhakeme Becerilerinin Analizinden Elde Edilen Bulgular	103
Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Bulgular	103
Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Bulgular	113
Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Bulgular	121

Uygulama Öncesi ve Sonrası Öğrencilerin Muhakeme Beceri Düzeylerinin Karşılaştırılmasına Yönelik Elde Edilen Bulgular	128
BÖLÜM V	143
TARTIŞMA	143
Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerileri ile İlgili Tartışma.....	143
Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Uygulama Öncesi ve Sonrası Muhakeme Becerilerinin Karşılaştırılması İle İlgili Tartışma	147
Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Kesirler Ünitesinde Karşılaştıkları Sorunlar Üzerine Tartışma.....	151
BÖLÜM VI.....	154
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	154
Sonuçlar.....	154
Uygulama Öncesi Muhakeme Becerilerine Yönelik Sonuçlar.....	154
Uygulama Sonrası Muhakeme Becerilerine Yönelik Sonuçlar.....	155
Uygulama Öncesi ve Sonrası Öğrencilerin Muhakeme Becerilerinin Karşılaştırılmasına Yönelik Sonuçlar.....	156
Kesirler Ünitesinde Öğrencilerin Yaşadığı Sorunlara Yönelik Sonuçlar.....	157
Öneriler	158
Ortaokul Matematik Öğretmenlerine Öneriler	158
İleride Yapılacak Araştırmacılara Yönelik Öneriler	159
KAYNAKÇA.....	160
EKLER.....	170
EK 1. Öğrenci Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu.....	170
Ek 2. Ders Planı Temsili	175
Ek 3. Öğrenci Günlüğü	179
Ek 4. Veli İzin Formu.....	180
Ek 5. Uygulama İzni	181
Ek 6. Ders Planları İçerikleri.....	182
Ek 7. Özgeçmiş	184

TABLULAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1. İspat Şemaları ve Genel Özellikleri.....	16
Tablo 2. Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Demografik Bilgileri.....	37
Tablo 3. Örnek Kodlama	47
Tablo 4. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları	49
Tablo 5. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları	50
Tablo 6. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları	51
Tablo 7. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri.....	61
Tablo 8. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri.....	78
Tablo 9. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri	96
Tablo 10. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri.....	103
Tablo 11. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri.....	113

Tablo 12. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri	122
Tablo 13. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö1'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	128
Tablo 14. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö1'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	130
Tablo 15. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö1'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	131
Tablo 16. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö2'ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	132
Tablo 17. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö2'ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	134
Tablo 18. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö2'ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	135
Tablo 19. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö3'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	136
Tablo 20. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö3'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	138
Tablo 21. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö3'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	139
Tablo 22. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö4'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler	139

Tablo 23. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö4'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler..... 141

Tablo 24. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö4'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler..... 142



ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1: Eylem Araştırması Diyalektik Döngü	33
Şekil 2: Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Uygulanışı	43
Şekil 3: Uygulama Süreci Etkinlik Örneği	44
Şekil 4: Sınıf Ortamında Öğrencilerin Materyal Kullanımları	44
Şekil 5: Uygulama Sürecinde Çalışma Kâğıtlarının Çözülmesi	44
Şekil 6: Etkinliklerin Sınıf Ortamında Uygulanması	44
Şekil 7: Bireysel Görüşmelerin Kayıt Altına Alınması	45
Şekil 8. Kural Temelli Muhakeme Stratejisi Kullanma Olarak Kodlanan Çözüm.....	51
Şekil 9. Kural Dışı Muhakeme Stratejisi Geliştirme Olarak Kodlanan Çözüm	52
Şekil 10. Ö2'nin 4. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	62
Şekil 11. Görüşme Esnasında Sorulan Küme Modeli Ek Sorusu	63
Şekil 12. Ek Küme Gösterimi	63
Şekil 13. Ö4'ün 10. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	64
Şekil 14. Ö4'ün 7. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	66

Şekil 15. Ö3'ün 5. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	69
Şekil 16. Ö3'ün 11. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	71
Şekil 17. Ö2'nin 12. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı (1 ve 2.Şık).....	73
Şekil 18. Ö2'nin 12. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı (3 ve 4.Şık).....	75
Şekil 19. Ö1'in 7. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	77
Şekil 20. Ö4'ün 13. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	79
Şekil 21. Ö3'ün 6. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	81
Şekil 22. Ö1'in 9. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	83
Şekil 23. Ö3'ün 9. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	86
Şekil 24. Ö2'nin 8. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	88
Şekil 25. Ö2'nin 8. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu İkinci Cevabı	89

Şekil 26. Ö2'nin 8.Soru İçin Yapılan Uygulama Öncesi Bireysel Görüşmedeki Ek Soru Çözümü.....	90
Şekil 27. Ö1'in 13. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	91
Şekil 28. Ö1'in 13. Soru İçin Yapılan Uygulama Öncesi Bireysel Görüşmedeki Yaptığı Ek Şekil.....	92
Şekil 29. Ö2'nin 6. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	93
Şekil 30. Ö1'in 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	96
Şekil 31. Bütünlerin Eşliği Kuralına Yönelik Sorulan Ek Soru	98
Şekil 32. Ö2'nin 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	99
Şekil 33. Ö3'ün 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	100
Şekil 34. Ö4'ün 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	102
Şekil 35. Ö4'ün 7. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	104
Şekil 36. Ö4'ün Ünite Uygulama Sürecindeki Kesirleri Sıralama Çalışma Kâğıdı	105
Şekil 37. Ö4'ün 3. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	106

Şekil 38. Ö2'nin 4. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	107
Şekil 39. Ö2'nin 4.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil	108
Şekil 40. Ö3'ün 11. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	110
Şekil 41. Ö3'ün 11.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil	111
Şekil 42. Ö1'in 7. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	112
Şekil 43. Ö4'ün 8. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	114
Şekil 44. 8.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil..	114
Şekil 45. Ö1'in 13. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	115
Şekil 46. Ö1'in 13.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil	117
Şekil 47. Ö2'nin 9. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	117
Şekil 48. Ö2'nin 9.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil	118
Şekil 49. Ö3'ün 8. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	119

Şekil 50. Ö1'in 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	122
Şekil 51. Ö2'nin 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	124
Şekil 52. Ö3'ün 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	125
Şekil 53. Ö4'ün 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı	126
Şekil 54. Ö1'in Ünite Uygulaması Sürecindeki Çalışma Kâğıdı Temsili	129
Şekil 55. Ö2'nin Ünite Uygulama Sürecindeki Öğrenci Günlüğü Temsili	133
Şekil 56. Ö3'ün Ünite Uygulama Sürecindeki Çalışma Kâğıdı Temsili	137

KISALTMALAR

CCSSI: Common Core State Standards Initiative

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu)



BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, alt problemleri, amacı, önemi, sayıtları (varsayımlar), sınırlılıkları ve tanımlarına yer verilmiştir.

Problem Durumu

İnsanları diğer canlılardan ayıran en önemli özellik düşünme yeteneğidir. Bireylerde düşünme yeteneği sayesinde karar verme, sorgulama, eleştirme gibi beceriler gelişim göstermektedir. Günümüzde meydana gelen teknolojik gelişmeler, toplumların eğitim sistemlerinde de değişikliklere sebep olmaktadır. Bu değişimler bireylerin ezbere bilgi edinmekten ziyade, düşünerek kalıcı bilgiler kazanmalarını gerekli kılmaktadır.

Matematik öğretiminin en önemli amaçlarından biri, neden ve niçin sorularına yanıt verilmesini sağlamak, yani muhakeme becerisini geliştirmektir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bu amaç içerisinde sözü geçen muhakeme, kısaca bir konu hakkında bütün etmenleri bir araya getirip, düşünerek mantıklı bir sonuca varma olarak tanımlanabilir. Muhakeme yapabilen bireyler, o konu hakkında yeterli bilgi seviyesine sahip oldukları gibi yeni karşılaştıkları durumları da inceler, keşfeder, yorumlar, varsayımlarda bulunur, varsayımlarını açıklar ve bir sonuca ulaşır (Umay, 2003) .

Matematik, deneylerle doğrulanabilen ancak deneye dayalı doğrulamanın ispat yapmakta yetersiz kaldığı; formal ispata dayanan bir bilim dalıdır (Hoyles, 1997). Muhakeme becerisi geliştirilmeden yapılan matematik öğretiminde öğrenciler için matematik, belirli kurallar doğrultusunda, neden yapıldığı düşünülmeden yapılan hesaplamalar ve çizimlerle sınırlı kalacaktır (Ross,1998). Baki (2011), matematiğin kendine özgü yöntemlerini; problem çözme, sembolleştirme, sadeleştirme, genelleştirme, kanıt bulma ve ispat olarak sıralamıştır. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) de, matematik

öğretiminin kurallara bağlı kalınmadan, kavramsal öğrenme temelli sağlanabilmesi için muhakeme ve ispat becerisinin öneminin büyük olduğuna vurgu yapmaktadır.

Milli Eğitim Bakanlığı Öğretim Programı [MEB] (2013), muhakeme yeteneği, çıkarım ve genelleme yapabilme becerileri üzerinde durarak matematiksel muhakeme ve analitik düşünme becerilerinin önemine dikkat çekmektedir. Bilgiyi üreten, işlevsel olarak kullanan, eleştirisel düşünebilen, girişimci, kararlı, iletişim becerilerine sahip olan, empati kurabilen vb. becerilere sahip bireyler yetiştirmek Türkiye eğitim sisteminin amaçları arasında yer almaktadır. Hedeflenen matematik eğitiminin sonucunda öğrencilerin, kendi fikir ve akıl yürütmelerini rahatça ifade edebilecek hale gelmelerinin gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2018). Her ne kadar öğretim programında muhakeme yeteneğinin öneminden bahsedilse de, matematiksel ispat kavramına çok sık yer verilmediği dikkat çekmektedir. Oysaki ispat ve muhakeme birbirinden ayrılmaması gereken iki önemli kavramdır (NCTM, 2000). NCTM (2000), matematik öğretiminde 5 süreç standardından bahsetmektedir: (1) Problem çözme, (2) Akıl yürütme ve ispat, (3) İletişim, (4) İlişkilendirme ve (5) Temsil. Bu süreç standartları öğretim programının alt öğrenme alanları gibi görülmeyip matematik öğretim sürecinin tümünü destekleyen önemli elemanlar olarak algılanmalıdır (Van de Walle, Karp ve Williams, 2016). Akıl yürütme ve ispatın ayrı bir süreç standardı olarak ele alınması muhakeme ve ispat yeteneğinin matematik eğitimindeki önemini gözler önüne sermektedir. Akıl yürütme (muhakeme) ve ispat standardı, öğrencilerin cevaplarının neden doğru olduğunu anlamalarına yardımcı olarak, öğrencileri mantıksal düşünmeye yönlendirmektedir. Öğrencilerin, verdikleri cevapları mantıksal gerekçeler sunarak tamamlama alışkanlığı kazanmaları matematik eğitimi için oldukça önemlidir (Van de Walle vd., 2016). Öğrenciler ancak o zaman matematiğin neyi ifade ettiğini anlayabileceklerdir.

Öğrencilerin yaptıkları çözümleri ispatlayabilme becerileri, muhakeme yetenekleri hakkında da bilgi vermektedir (Mansi, 2003). Çünkü ispat gelişimi, bireyin farklı düşünme yöntemleri geliştirmesiyle gerçekleşir (Altıparmak ve Öziş, 2005). NCTM (2000), anaokulundan lise son sınıfa kadar ispat kavramının üzerinde durulması gerektiğine vurgu yapmaktadır. Hanna (2000), ispatın sınıf içerisindeki işlevini

matematiksel anlayışın geliştirilmesi olarak görmektedir. Bu sebeple ispat etkinliklerinin sınıf ortamında kullanılarak, öğrencilerle ispat kavramının öneminin ve işlevinin tartışılmasını önermektedir. İspat sayesinde öğrenciler, verilen matematiksel formül veya kuralların açıklanması gerektiğini öğrenmektedirler (Güven, Çelik ve Karataş, 2005). Bu sayede ispat etkinlikleri, muhakeme becerilerinin gelişimine destek sağlamaktadır (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006).

Yurt içi ve yurt dışı literatür incelendiğinde, ispat ve muhakeme becerisini araştırmaya yönelik yapılan çalışmaların genellikle lise ve yükseköğretim dönemine yoğunlaştığı dikkat çekmektedir (Ateş-Alpay, 2018; Aylar, 2014; Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu, 2017; Gökkurt ve Soylu, 2012; Hanna, 2000; Harel ve Sowder, 1998a; Özer ve Arıkan, 2002; Stylianides, 2007). Bunun bir sebebi, ortaokul öğrencilerinin bilişsel seviyelerinin ispat ve muhakeme becerisi için yeterli olmayacağı kaygısı olduğu düşünülebilir. Halbuki, eğitim reformlarında ve alanda yapılan çalışmalarda vurgulandığı üzere, ispat ve muhakeme etkinliklerinin her sınıf düzeyine entegre edilmesi gerekmektedir (Hanna, 2000; Harel ve Sowder, 1998a; NCTM, 2000; Stylianides, 2007). Sınıf düzeylerine göre seçilen etkinliklerle muhakeme ve ispat becerilerinin gelişimi, anaokulundan itibaren sağlanmaya başlanabilmektedir. Anaokulu döneminde eşleme, örüntü, sınıflandırma gibi ispatın temeli niteliğindeki kavramlar verilmektedir. 1-2.sınıflarda nesnelere karşılaştırma, sınıflandırma etkinlikleri yapılarak benzerlik veya farklılıklara göre genellemeler yapılması sağlanmaktadır. Çalışmanın dâhil olduğu sınıf düzeyi olan 3-5.sınıflar arasında ise öğrencilerden varsayımları formüle etmeleri beklenmektedir. Bunun yanında varsayımların doğruluğunu göstermek için birkaç örneğin yeterli olmadığı, karşıt örnekler geliştirilmesi gerektiği öğrencilere kavratılması gereken önemli bir durumdur. Sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerden beklenen muhakeme ve ispat becerisi de bu oranda artış göstermektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Öğretim programlarından ve yapılan çalışmalardan hareketle öğrencilerin muhakeme ve ispat yeteneklerini artırıcı etkinlik ve çalışmalara önem verilmesi gerektiği açıkça görülmektedir (Ateş-Alpay, 2018; Hanna, 2000; NCTM, 2000; Stylianides, 2007). Bu çerçevede, öğrencilerin ders içerisinde tek bir çözüm yöntemine bağlı bırakılmadan, kendi muhakeme stratejilerini kendilerinin geliştirmesine fırsat

verilmesi üzerine kurulu bir öğretimin, öğrencilerin muhakeme becerilerinde nasıl bir değişim meydana getireceğinin araştırılması gerekli görülmüştür.

Matematik ders müfredatında, öğrencilerin kavramsal öğrenmede sıkıntı yaşadığı birçok konu olduğu gözlenmiştir. Bu konulardan birisi ise neredeyse her sınıfta müfredata dâhil edilmiş olan kesirler ünitesidir. İlkokul müfredatında öğrenciler, parça-bütün, bütün-yarım-çeyrek, paydaları eşit kesirleri toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilme gibi temel kesir kazanımlarıyla karşılaşmaktadır. 5. sınıf müfredatında ise kesirlerde çarpma ve bölme işlemi kazanımları dışındaki kazanımlar öğrencilere kazandırılıp, ondalık kesir ve yüzde kavramlarına yer verilmiştir. 6. sınıfta beşinci sınıfta eksik kalan konular tamamlanarak 7. ve 8. sınıfta rasyonel sayılar olarak öğrencilerin karşısına çıkmaktadır (MEB, 2019). Tüm bu özetlenen kazanım bilgileri, kesirler konusunun matematik müfredatı içerisinde ne kadar geniş bir yer tuttuğunun ispatı niteliğindedir. Her ne kadar kesirler ünitesi, ilkokul ve ortaokul müfredatında geniş yer bulsa da, öğrencilerin kesirler konusunu öğrenmekte çeşitli zorluklar yaşadığı ve birçok kavram yanlışlığına sahip oldukları bilinen bir gerçektir (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Haser ve Ubuz, 2002; Karaağaç ve Köse, 2015; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2007; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Soylu ve Soylu, 2005, Tirosh,2000). Öğrencilerin yaşadıkları kavram yanlışlıkları incelendiğinde, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinde eksiklikler olabileceği düşünülmektedir. Kavramsal öğrenmenin sağlanabilmesi için ise, muhakeme yeteneğinin kazandırılmasının önemi yadsınamaz bir gerçektir (NCTM, 2000). Yukarıda da bahsedildiği üzere 5.sınıf matematik müfredatı içerisinde yer alan kesirler ünitesi, kesirler konusunun temel kavramlarını da kapsamaktadır. Bu sebeple kesirler ünitesinin, muhakeme becerisi geliştirme uygulamalarına uygun bir konu olduğuna karar verilmiştir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı 5.sınıfta okuyan öğrencilerin kesirler ünitesindeki muhakeme becerilerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırma sorusu aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

“5.sınıf öğrencilerinin kesirler ünitesindeki muhakeme yapabilme becerileri, muhakeme becerisinin gelişimini amaçlayan bir öğretim süreci sonrasında nasıl bir değişim göstermiştir?”

Bu araştırma sorusu ışığında araştırmada aşağıdaki alt sorulara da yanıt aranacaktır.

- 1- 5. Sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki muhakeme yapabilme beceri düzeyleri hangi seviyededir?
- 2- 5. Sınıf öğrencilerinin kesirler ünitesinde muhakeme yapabilme beceri seviyeleri, muhakeme becerisini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim sürecinde nasıl bir değişim göstermiştir?

Araştırmanın Önemi

Güncel eğitim reformlarının, muhakeme ve ispat becerisinin anaokulundan lise son sınıf seviyesine kadar geliştirilmesi için yaptıkları çağrılar, çalışmanın problem cümlesinin oluşturulmasında etkili olmuştur. NCTM (2000), etkili matematik öğretiminin ancak muhakeme yapabilme becerisinin geliştirilmesi ile mümkün olabileceğini öne sürmektedir. Bu durumun gerçekleştirilme sürecinde, ispat kavramı ile muhakeme becerisinin bütünleştirilmesi gerekliliğini dile getirmektedir. Hem Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) hem de Ortak Çekirdek Devlet Standartları Girişimi (Common Core State Standards Initiative) [CCSSI] (2010), öğrencilerin her sınıf düzeyinde ispat kavramının, matematik müfredatının önemli bir bileşeni olarak görülmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Araştırmacılar, öğrencilerin ispat etkinlikleri ile erken sınıf seviyelerinden itibaren tanışmalarının onların muhakeme yeteneklerini güçlendireceğini ve ortaöğretim döneminde ispat kavramıyla ilgili yaşayacakları sorunları azaltacağını belirtmektedirler (Harel ve Sowder, 1998a, 2007; Stylianides, 2007). Türkiye Ortaokul Matematik Programı'nda da, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirici etkinliklerin

kullanılması tavsiye edilmektedir (MEB, 2013, 2017). Öğrencilerin muhakeme becerilerinin geliştirilmesi sürecinde öğretmenlere de birçok görev düşmektedir. Öğretmenlerin sınıf içerisinde problem çözümü yaparken tek bir çözüm yöntemi ile yetinmeyip, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmelerine yönelik tartışma ortamları yaratmaları gerekmektedir. Buna ek olarak öğreticilerin çeşitli problem türlerini sınıf ortamına taşımaları, öğrencilerin kendi muhakeme stratejilerinin geliştirebilmeleri için gerekli görülmektedir (Umay, 2003).

Ülkemizde ispat ve muhakeme becerisi üzerine yapılan çalışma sayısının, son zamanlarda artış göstermeye başlasa dahi, yurt dışı çalışmalara göre sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Ateş-Alpay, 2018; Aylar, 2014; Albayrak-Bahtiyari, 2010; Çontay, 2017; Erdem, 2011; Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu, 2017; Gökkurt ve Soylu, 2012; İncebacak ve Ersoy, 2018; Kahraman, Kul ve İskenderoğlu, 2019; Pesen, 2018; Pilten, 2008; Polat, 2018; Öz ve Işık, 2018; Özer ve Arıkan, 2002). Bu tür çalışmaların artırılması, matematiksel muhakeme ve ispat kavramlarının öneminin fark edilip kullanılabilirliğinin artırılması açısından önem taşımaktadır. Bu çalışmada da bu fikirden yola çıkılarak, muhakeme becerilerinin geliştirilmesine yönelik etkinliklerin uygulanması sonucunda, öğrencilerin muhakeme beceri seviyelerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç çerçevesinde uygulamanın yapılacağı konu alanı belirlenirken geniş bir literatür taraması yapılmıştır. Kesirler konusunun, rasyonel sayılar konusunun temeli niteliğinde olması sebebiyle müfredat içerisinde oldukça geniş bir yere sahip olduğu görülmüştür (MEB, 2019). Bunun yansıra öğrencilerin en sık kavram yanlışlarına sahip olduğu konular içerisinde kesirlerin ilk sıralarda yer aldığı da dikkat çekmiştir (Biber vd., 2013; Haser ve Ubuz, 2002; Karaağaç ve Köse, 2015; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2007; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Soylu ve Soylu, 2005). Bu sebeplerden dolayı uygulama konusunun 5.sınıf müfredatı içerisinde yer alan kesirler ve kesirlerle işlemler ünitesi olarak seçilmesinin, öğrencilerin konu üzerinde kavramsal öğrenme sağlayabilmeleri açısından da önem taşıyacağı düşünülmüştür.

Ülkemizde, öğrencilerin muhakeme becerilerinin incelenmesine yönelik yapılan çalışmalarda, muhakeme becerilerinin istenen seviyede olmadığı belirtilmektedir

(Albayrak-Bahtiyari, 2010; Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu, 2017; Kahraman, Kul ve İskenderoğlu, 2019). Genel olarak çalışmalar incelendiğinde, öğrencilerin kural temelli muhakeme stratejilerini kullanma eğilimde oldukları, doğru sonucu bulsalar dahi uygun muhakeme stratejilerini geliştiremedikleri belirlenmiştir. Bu anlamda muhakeme becerilerini geliştirici etkinliklerin yapıldığı bir öğretim ortamında öğrencilerin becerilerindeki değişimin gözleneceği bir çalışma yapılması gerekli görülmüştür. 5.sınıf öğrencileri ile kesirler ünitesi içerisinde yapılacak olan muhakeme ve ispat etkinlikli ders uygulamalarının ardından, öğrencilerin muhakeme becerilerindeki değişimin incelenmesi, literatüre yapacağı katkı ile ve çalışma bulgularının eğitim çalışanlarına yol göstermesi açısından önem taşımaktadır.

Sayıtlar

Bu araştırma aşağıdaki sayıtlara dayalı olarak gerçekleştirilmiştir:

1. Öğrenciler, süreç boyunca sahip oldukları bilgileri, becerileri, düşünceleri ve yaklaşımlarını ortaya koymuşlardır.
2. Kesirler ünitesinin muhakeme temelli ders planı ile işlenişinde araştırmacı yeterince verimli olmuştur.
3. Öğrenciler veri toplama sürecinde samimi, istekli olup, gerçek bilgi ve görüşlerini tam anlamıyla aktarmıştır.

Sınırlılıklar

Aşağıda ifade edilen sınırlılıklar çerçevesinde elde edilen bulgular geçerli olmaktadır:

1. Araştırma süreci 2017-2018 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde 2 aylık süre ile sınırlıdır.
2. Çalışmanın katılımcıları 2017-2018 eğitim öğretim döneminde Tokat ilinin merkeze bağlı bir köyünde bulunan ilköğretim okulunun beşinci sınıfında öğrenim gören dört öğrenciden elde edilen derinlemesine bilgi ile sınırlıdır.

3. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu ve uygulama sürecinde kullanılmak için hazırlanan ders planları literatür desteği ve uzman görüşü ile sınırlıdır. Çalışma için ayrılan sürenin yeterli olmaması sebebiyle hazırlanan değerlendirme formu ve ders planlarının pilot uygulamaları yapılamamıştır.

4. Araştırmanın bulguları sorular oluşturulurken belirlenen kategoriler altındaki muhakeme becerileri ile sınırlıdır.

Tanımlar

Muhakeme: Sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005, s.27).

Matematiksel Muhakeme: Matematik penceresinden bakarak neden ve nasıl sorgulayarak anlamlandırmaya yardımcı olan ve sonucunda doğru kararlar vermeyi sağlayan bir kültürdür (Erdem, 2015, s. 13).

İspat: Matematiksel bir iddiayı doğrulamak ve ya çürütmek amacı ile oluşturulan birbirine anlamca bağlı bir dizi savdan oluşan, aşağıdaki karakteristik özelliklere sahip matematiksel bir argümandır:

1. Sınıf toplumu tarafından doğru olarak kabul edilmiş ve herhangi başka bir kanıtı ihtiyaç duyulmayan matematiksel ifadeleri (kabul edilmiş ifadeler kümesi) kullanır.
2. Sınıf toplumu tarafından bilinen ve geçerli olan ve ya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki muhakeme biçimlerini (argümentasyon modları) kullanır.
3. İletişimde sınıf toplumu tarafından bilinen ve toplumun yapısına uygun olan, veya sınıf toplumunun kavramsal erişimi sınırları içerisindeki ifade etme biçimlerini (argümentasyon temsil modelleri) kullanır (Stylianides, 2007, s.291).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, çalışmanın amacıyla uyumlu olarak matematiksel muhakeme-ispat ve kesirlerin müfredattaki yeri ve sıklıkla karşılaşılan kavram yanlışları olmak üzere iki ana başlık altında ayrıntılı bilgi verilmesi uygun görülmüştür.

Matematiksel Muhakeme ve İspat

Muhakeme ve Matematiksel Muhakeme Kavramı

Muhakeme; “Sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır.” şeklinde tanımlanabilmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005, s.27). MEB (2013) ise muhakemeyi (akıl yürütme), eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü araç (semboller, tanımlar, ilişkiler, vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlamaktadır. En genel anlamda ise muhakeme, belli bir amaca yönelik olarak planlı, programlı adımlar dâhilinde ve mantık çerçevesinde düşünüp karar verme veya bir olay, problem ya da durumu “Neden” ve “Nasıl” soruları etrafında detaylandırıp anlamlandırarak yapılan bir üst düzey düşünme eylemidir. Başka bir deyişle, muhakeme, düşünme eyleminin çok üzerinde bir uğraş olup, ilgili problem, olay ya da durumun bütün hususlarını etraflıca düşünüp mantıklı bir sonuca varma işidir (Erdem, 2011, s. 4). Muhakeme yapabilen bireyler o konu hakkında yeterli bilgi seviyesine sahip oldukları gibi yeni karşılaştıkları durumları da inceler, keşfeder, yorumlar, varsayımlarda bulunur, varsayımlarını açıklar ve bir sonuca ulaşır (Umay, 2003).

Matematiksel muhakeme ise, matematik penceresinden bakarak neden ve nasılı sorgulayarak anlamlandırmaya yardımcı olan ve sonucunda doğru kararlar vermeyi sağlayan bir kültür olarak tanımlanabilir (Erdem, 2015, s. 13). Matematik, deneylerle

doğrulanabilen ancak deneye dayalı doğrulamanın ispat yapmakta yetersiz kaldığı; formal ispata dayanan bir bilim dalıdır (Hoyles, 1997). Bir başka tanımı ise “Biçimlerin, sayıların ve niceliklerin yapılarını, özelliklerini, aralarındaki bağıntıları tündengelimli akıl yürütme yoluyla inceleyen ve aritmetik, geometri, cebir gibi dallara ayrılan bilimdir” şeklindedir (Püsküllüoğlu, 1994). Matematik için yapılan örnek tanımlara bakıldığında, matematiğin deneylerle ispatı mümkün olmayan kendine has özellikleri ve bağıntıları olan ve bu bağlantıların akıl yürütme yoluyla incelenebildiği bir bilim dalı olduğu görülmektedir. Fen bilimlerinde herhangi bir durumun ispatının yapılmasında gerekli şartların sağlanıp denenmesi ispatı yeterli kılarken, matematik alanında bir formülün ispatında sonsuz sayının denenerek doğruluğunun ispatlanması oldukça güç ve imkânsızdır. Bu sebeple matematik öğretiminde muhakeme ve ispat becerisi yadsınamaz bir öneme sahiptir (Arslan, 2007).

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000) matematik öğretiminde 5 süreç standartından bahsetmektedir: (1) Problem çözme, (2) Akıl yürütme ve ispat, (3) İletişim, (4) İlişkilendirme ve (5) Temsil. Bu süreç standartları öğretim programının alt öğrenme alanları gibi görülmeyip, matematik öğretim sürecinin tümünü destekleyen önemli elemanlar olarak algılanmalıdır (Van de Walle, vd., 2016). Süreç standartlarından biri olan problem çözme, günlük yaşamda ve disiplinlerde karşılaşılan problemleri çözmekten çok daha fazlasını ifade etmektedir. Örneğin, bir teoremin veya varsayımın ispatlanması da bir problem çözme olarak görülmektedir (Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017). Bu anlamda matematiğin kendisi de bir problem çözme etkinliği olarak düşünülmektedir ve problem çözme matematik eğitiminin temel yaklaşımlarından biri olarak görülmektedir (MEB, 2013; NCTM, 2000). Problem çözme, öğrencilere yeni düşünme yolları kazandırırken, hayatta karşılaştıkları güçlükler sayesinde güven duygularının gelişimine de sebep olmaktadır (NCTM, 2000). Problem kurma ise problem çözenin bir başka yönden ele alınmasıdır. Çözülen bir problemdeki ilişkileri içeren bir problem kurma, problemin içerisindeki ilişkilerin kavrandığına işaret eder (Altun, 2005). Çalışmalarda, öğrencilerin kendi problemlerini kurduklarında

problemlerin altında yatan anlamları fark edebildikleri, sayı ve kavramlar arasındaki ilişkileri oluşturabildikleri belirtilmektedir (Kar ve Işık, 2012).

NCTM (2000) süreç standartları içerisinde, akıl yürütme ve ispatın ayrı bir süreç standardı olarak ele alınması muhakeme ve ispat yeteneğinin matematik eğitimindeki önemini gösterilmesi açısından dikkat çekicidir. Akıl yürütme (muhakeme) ve ispat standardı öğrencilerin cevaplarının neden doğru olduğunu anlamalarına yardımcı olarak mantıksal düşünmeye yönelmektedir. Öğrencilerin verdikleri cevapları mantıksal gerekçeler sunarak tamamlama alışkanlığı kazanmaları, matematiğin kavramsal öğreniminin sağlanması açısından önemlidir (Van de Walle vd., 2016). NTCM (2000), akıl yürütme ve ispat standardı içerisinde anaokulundan lise son sınıfa kadar öğretim programlarında öğrencilere kazandırılması gereken yetenekleri belirtmiştir: “Matematiğin temel unsurları olarak akıl yürütür ve ispatı tanır, matematiksel varsayımlar üretir ve inceler, matematiksel ispatları ve argümanları geliştirir ve değerlendirir, çeşitli mantık türlerini ve ispat yöntemlerini seçip kullanır (s.56).” Ayrıca Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) (2003) , matematiksel muhakemenin içerdiği boyut ve becerileri aşağıdaki gibi açıklamaktadır.

- Analiz Etme: Öğrenciler; matematiksel durumlardaki değişkenler veya objeler arasındaki ilişkileri belirleyebilmeli veya kullanabilmeli, bir problemin çözümünü kolaylaştırmak için geometrik şekilleri ayırabilmeli; üç boyutlu şekillerin dönüşümlerini gözünde canlandırabilmeli, problemlerin farklı yönlerini karşılaştırabilmeli ve eşleştirebilmeli, verilen bilgilerden geçerli sonuçlar çıkarabilmelidirler.
- Genelleme Yapma: Öğrenciler; matematiksel düşünme ve problem çözme yoluyla elde ettiği sonuçları daha genel terimlerle yeniden ifade ederek, genişletebilmelidirler
- Bağlantılar Oluşturma: Öğrenciler; sonucu oluşturmak için çeşitli matematiksel ifadeleri ve sonuçları başka bir sonuçla birleştirebilmeli; bilginin bileşenleri arasında bağlantılar kurmalı ve birbiri ile bağlantılı matematiksel fikirler arasında köprü oluşturmalıdırlar.
- Karar Verme: Öğrenciler, matematiksel sonuçları ve özellikleri kullanarak gerekçeler hazırlayarak bir durumun doğruluğu veya yanlışlığına karar verebilmelidirler.
- Rutin Olmayan Problem Çözme: Öğrenciler; matematiksel veya gerçek hayat problemlerini çözebilmeli, uygun matematiksel durumları farklı problemlerin çözümünde kullanabilmelidirler (TIMSS, 2003; Akt. Yöndemli, 2018, s.5).

Milli Eğitim Bakanlığı Öğretim Programı'nda [MEB] (2017) da muhakeme etkinliklerinin kullanımına vurgu yapılmakta ve muhakeme becerisinin kazandırılmasına yönelik göz önünde bulundurulması gereken durumlar belirtilmektedir. Bu durumlar aşağıdaki gibi belirtilmiştir.

Çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma, mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma, bir matematiksel durumu analiz ederken matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklama ve kullanma, yuvarlama, uygun sayıları gruplandırma, ilk veya son basamakları kullanma gibi stratejileri veya kendi geliştirdikleri stratejileri kullanarak işlem ve ölçümlerin sonucuna dair tahminlerde bulunma ve belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma (MEB, 2013, s.V).

Bu açıklamalardan hareketle, öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin belirlenmesinde ve geliştirilmesinde, öğrencinin kendi muhakeme stratejisini geliştirebilmesinin önemli olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel muhakeme yaklaşımları kişiden kişiye değişen bir yapıdadır. Kişinin kendine en uygun muhakeme stilini bulabilmesi için düşüncelerin serbestçe açıklandığı, açıkça ve korkusuzca tartışıldığı, farklı fikirlerin önemsendiği, birlikte düşünme için fırsat sağlanan ortamlar bireylere sağlanmalıdır. Bu sayede birey farklı muhakeme stillerini tanıyarak kendisine en uygun olan stili seçebilir (Umay, 2003). Çoğu insan matematikte tek bir çözüm yolu olduğuna inanır ancak bu doğru değildir (NCTM, 2000). Birey kendine uygun muhakeme yaklaşımını ve çözüm yollarını kendisi bulabilir (Umay, 2003). Bireylerin bu gelişimini sağlamada öğretmenlere büyük rol düşmektedir. Öğretmenlerin belirtilen bu ortamı öğrenciye sunması ve onlara bu yolda rehberlik yapması öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişiminde oldukça önemli bir yere sahiptir. Matematiksel muhakemenin öğrenme üzerindeki önemli rolünü vurgulayan ve muhakeme olmaksızın matematiği anlamının sadece yöntemsel veya işlemsel olacağını belirten Ball ve Bass (2003)'a göre, muhakemenin, matematikte aşağıdaki gibi görevleri vardır:

- Matematik bilgisi muhakeme yoluyla kavramsal olarak öğrenildiğinde kolaylıkla yeniden oluşturulabilir,
- Muhakeme yeni matematiksel düşünceleri ortaya çıkarmaya ve keşfetmeye olanak tanır,
- Muhakeme sayesinde matematiksel iddialar doğrulanabilir ve ispatlanabilir,
- Muhakeme, öğrencilerin özel durumlardan genellemeler yapmalarına yardımcı olur,
- Muhakeme yoluyla matematiksel kavram ve işlemler arasında ilişkilendirmeler yapılır (Ball ve Bass, 2003; akt. Erdem, 2015, s.3).

İspat Kavramı

İspat kavramının eğitimdeki yerinden bahsetmeden önce literatürde yer alan ispat tanımlarından kısaca bahsetmek kavramın anlaşılabilirliği açısından faydalı olacaktır. İspat Türk Dil Kurumu Sözlüğünde “Tanıt ve kanıt göstererek bir şeyin gerçek yönünü ortaya çıkarma, kanıtlama, tanıtlama, tanıt” olarak tanımlanır (www.tdk.gov.tr, 2017). Oxford Amerikan Sözlüğü ise ispatı “Bir ifade veya gerçeği belirleyen kanıt veya argüman” olarak tanımlamaktadır (Oxford American Dictionary, 2017). İspatın sözlük anlamları dışında matematik eğitimi alanındaki çalışmalarda da birçok tanımına rastlamak mümkündür. Örneğin Balacheff (1988) ispatı, doğruluğu önceden kanıtlanan savlar üzerine mantıksal olarak inşa edilmiş dikkatlice seçilen adımlar serisi olarak tanımlarken, Bell (1976), başlangıç noktası veri içinde bulunan ifadeler veya doğruluğu genel olarak kabul edilmiş ifade ve ilkelere oluşan, varış noktası ise sonucu oluşturan birbirine mantıksal bir zincirle bağlı ifadeler ağacı olarak tanımlamaktadır. Harel ve Sowder (1998a), ispatı bir kişinin kendisini veya başkalarını matematiksel bir ifadenin doğruluğu (veya yanlışlığı) hakkında ikna etmek amacı ile kullandığı bir argüman olarak tanımlamaktadır. Stylianides (2007)’e göre ispat ise, matematiksel bir iddiayı doğrulamak ve ya çürütmek amacı ile oluşturulan birbirine anlamca bağlı bir dizi savdan oluşan, aşağıdaki karakteristik özelliklere sahip matematiksel bir argümandır :

1. Sınıf toplumu tarafından doğru olarak kabul edilmiş ve herhangi başka bir kanıtı ihtiyaç duyulmayan matematiksel ifadeleri (kabul edilmiş ifadeler kümesi) kullanır.
2. Sınıf toplumu tarafından bilinen ve geçerli olan ve ya sınıf toplumunun kavramsal erişim sınırları içerisindeki muhakeme biçimlerini (argümentasyon modları) kullanır.
3. İletişimde sınıf toplumu tarafından bilinen ve toplumun yapısına uygun olan, veya sınıf toplumunun kavramsal erişimi sınırları içerisindeki ifade etme biçimlerini (argümentasyon temsil modelleri) kullanır (Stylianides, 2007, s.291).

Yukarıda yer verilen tanımlara bakıldığında ispat kavramının birçok tanımının mevcut olduğu görülmektedir. Bu tanımların içerisinde matematik eğitimi açısından en kapsamlı ve sınıf ortamına uygun olarak görülen tanımın, Stylianides (2007)’in önerdiği tanım olduğu düşünülmektedir. Bu tanım, ispatın sadece cebirsel argümanlarla yapılmaksızın, öğrencilerin sınıf seviyelerine göre ispat türlerinin değişkenlik

gösterebileceğini belirtmektedir. Örneğin 5.sınıf öğrencisinin yaptığı bir işlemin sebebini şekillerden yararlanarak genellenebilir bir biçimde açıklayabilmesi, ispat yapmış olması için yeterli görülebilmektedir. Bu sebeple çalışmanın kavramsal çerçevesi bu tanım üzerine kurulmuştur.

İspatın Müfredattaki Yeri ve Önemi

İspatın matematik eğitimindeki rolünden ve öneminden eğitim reformlarında sıklıkla söz edilmektedir (CCSSI, 2010; NTCM, 2000). Özellikle, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) [NCTM]' nin 2000 yılında yayınlamış olduğu raporda, ispat kavramı üzerinde oldukça durulmuş ve ispat kavramının anaokulundan lise son sınıfa kadar okul müfredatlarının önemli bir parçası olması gerektiği vurgulanmıştır. Çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin yaş seviyesine uygun olarak muhakeme ve ispat standartları içerisinde varsayımları formüle etmeleri beklenmektedir. Ayrıca bu dönemde ispat için örnek vererek doğrulamanın yeterli olmadığı, yanlış varsayımların çürütülmesi için karşıt örneklerin kullanılması gerektiği öğrencilere hissettirilmelidir. Yine bu yaş döneminde bireylerde matematiksel iddia kavramı oluşmaya başlamıştır. Bu sebeple, öğrencilerde bu yapının kurulması muhakeme ve ispat becerisinin gelişiminde gerekli görülmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2015). Mansi (2003), ortaokul öğrencilerinin kendi varsayımlarını yapabileceğini, test edebileceğini, arındırabileceğini, kendi varsayımlarını test edebilmek için somut materyaller kullanabileceğini ve genel olarak yaşlıları tarafından ortaya atılan varsayımları tartışarak muhakeme etmeyi öğrenebileceğini öne sürmektedir. Bu muhakeme becerisinin geliştirilebilmesi için ise, öğretmen ve öğrencilerin “Neden” sorusunu sorma alışkanlıkları kazanmaları gerekmektedir (Mansi, 2003).

İspat kavramının günlük hayatta ve başka disiplinlerde farklı rolleri olsa dahi, matematik eğitiminde bilinen başlıca rolleri doğrulama, açıklama, sistematikleştirme, keşif, zihinsel sorgulama, iletişim olarak özetlenebilir (de Villiers, 1990, s.18). Knuth (2002), matematiksel ispatın, matematik ve matematik eğitiminde vurgulanan başlıca rolünü bir ifadenin doğruluğunu göstermek olarak belirtmiştir. Hanna (2000) ise

özellikle eğitim alanında, ispatın açıklayıcı yönüne vurgu yapmaktadır. Hanna (2000)'ya göre en iyi kanıtlar, bir teoremin neden doğru olduğunu anlamaya yardımcı olmalıdır. Bu sebeple, ispatın sınıf içerisinde matematiksel anlayışı geliştiren ve matematiğin anlaşılabilirliğini artıran bir araç olarak görülerek, öğrencilerle matematik öğretimindeki öneminin ve işlevinin tartışılması önerilmektedir (Hanna, 2000).

Ülkemiz matematik öğretim programları çerçevesinde, öğrencilerin ispat kavramı ile tanışmaları ortaöğretim döneminde gerçekleşmektedir (MEB,2019). Hâlbuki öğrencilerin ispat kavramıyla tanışmalarında ortaöğretim döneminin oldukça geç olduğuna bir çok çalışmada vurgu yapılmaktadır (Bieada, 2010; Harel ve Sowder, 1998a; Stylianides, 2008). Zeybek, Üstün ve Birol (2018), ülkemizde kullanılan ders kitaplarında, muhakeme ve ispat etkinliklerine yok denilecek kadar az yer verildiğini çalışmalarında ortaya koymuşlardır. Bu durum, müfredatta ispat ve ispat ile ilişkili kavramların yer almamasının yanı sıra, ders içerisinde de öğrencilere hissettirilmediğinin bir kanıtı olabileceği düşünülmektedir. Çalışmanın analiz kısmında öğrencilerin yaptıkları çözümlerin ve açıklamaların sınıflandırılmasında, ispat şemaları yol gösterici olmuştur. Bu nedenle literatürde söz edilen ispat şemaları hakkında bilgi verilmesi çalışmanın anlaşılabilirliği açısından gerekli görülmüştür.

İspat Şemaları

İspat şemaları, bireylerin ispat yaparken kullandıkları açıklama, savunma ve kanıtları içeren bir düşünce biçimidir (İskenderoğlu, 2016). İspat şemalarının farklı sınıflandırmalarına literatürde rastlanmak mümkündür (Balacheff, 1988; Blum ve Kirsch, 1991; Harel ve Sowder, 1998a). İspat şemalarına yönelik çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların oluşturulan ispatları iki ana kategoride inceledikleri görülmektedir: deneysel (indüktif) ve analitik (dedüktif) (Balacheff, 1988; Bell, 1976; van Dormolen, 1977). Daha sonraki yıllarda yapılan çalışmalarda ise, ana kategoriler alt kategorilere ayrılarak daha kapsamlı şemaların oluşturulmaya çalışıldığı dikkat çekmektedir. Örneğin Simon ve Blume (1996), ispatları dışsal, deneysel, belirli bir duruma bağlı analitik ve analitik şema olmak üzere dört kategoride incelemiştir. Yine

Quinn (2009), deneysel seviyeyi örneklem ve stratejik örneklem olmak üzere iki alt kategoriye ayırmaktadır. Harel ve Sowder (1998a) ise ispat şemalarını 3 ana başlık altında incelenmektedir: (1) Dışsal İspat Şeması, (2) Deneysel İspat şeması, (3) Analitik İspat Şeması. Dışsal ispat şemasında bulunan bir öğrenci, otoriteye bağlı bir ikna olma eğilimindedir. Yani öğretmenin dediği veya kitapta yazan bir bilgi öğrenci için koşulsuz doğrudur. Yaptığı çözümü herhangi bir kanıt aramaksızın o şekilde öğrendiğini, öyle okuduğunu söyleyen ve bu söylemin doğrulama için yeterli olduğunu belirten öğrenci, dışsal ispat şemasında bulunmaktadır. Deneysel ispat şemasında bulunan bir öğrenci ise belirli örnek(ler) üzerinden deneyerek genellemeye çalışır, diğer bir söylemle empirik (örnek temelli) argümanlar oluşturur. En üst seviye olan analitik ispat şemasında ise öğrenci deneyle veya bir otoriteye bağlı olarak doğrulamanın yetersiz olduğunu anlar, önceden bildiği bilgiler ışığında matematiksel muhakeme becerilerini kullanarak uygun olan ispat argümanını geliştirmektedir (Harel ve Sowder, 1998a). Bu bilişsel şemalar ve genel özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. İspat Şemaları ve Genel Özellikleri

İspat Şemaları	Alt Şemalar	İspat Şemalarının Özellikleri
Dışsal İspat Şeması	Otoriter İspat Şeması	Kitapta yazan veya öğretmenin söylediği bilgiler bir ispata gerek duyulmadan kabul edilme eğilimi gösterilir.
	Ritüel İspat Şeması	Yapılan (sunulan) argümanın dış görünüşüne dayalı ikna olma eğilimi gösterilir.
Deneysel İspat Şemaları	Empirik İspat Şeması	Örnek (Örnekler) kullanılarak bir genellemeye ulaşma eğilimi gösterilir.
	Algısal İspat Şeması	İlk öğrenmeler sonucunda akılda kalan gösterimlerle doğrulama yapma eğilimi gösterilir
Analitik İspat Şemaları	Genellenebilir Örnek	Genel mantıksal argümanı örnek üzerinden açıklama eğilimi gösterilir (Örnek mantıksal açıklamayı yapmak için bir araç olarak kullanılır).
	Aksiyomatik İspat Şeması	Aksiyomlar, tanımlar, önceden doğruluğu kanıtlanmış bilgiler kullanılarak mantıksal bir argüman oluşturma eğilimi gösterilir.

Çalışmanın analiz sürecinde öğrencilerin verdikleri cevapların sebeplerini açıklamada kullandıkları yöntemlerin sınıflandırılmasında, en kapsamlı şema olarak

görülmesi sebebiyle, Harel ve Sowder (1998a)'ın ispat şemalarından faydalanılması uygun görülmüştür. Ulusal ve uluslararası literatürde matematiksel muhakeme ve ispat üzerine, ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışmalar hakkında bilgi verilmesinin, çalışmanın sonuçlarının yorumlanmasında faydalı olacağı düşünülmektedir.

Matematiksel Muhakeme ve İspat Çalışmaları

Umay (2003), yaptığı çalışmada matematiksel muhakeme yaklaşımlarının neler olduğunu, bireylerin matematiksel muhakeme yaklaşımlarının neye göre değiştiğini ve bireysel muhakeme stillerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonucunda, muhakemenin bireysel olduğunu, bireylerin kendilerine en uygun olan muhakeme stilini kendilerinin belirleyebileceğini ve muhakeme yeteneğinin geliştirilebilen bir yetenek olduğundan bulunulan kültürden etkilendiği ortaya koymuştur. Ayrıca, kendi karakterlerine uygun muhakeme stilleri geliştirdiği ve rahatça fikirlerini ortaya koyabileceği özgür tartışma ortamlarının yaratılması, bireylerin kendilerine ait muhakeme stili oluşturmalarında gerekli olduğu görülmüştür.

Knuth ve Sutherland (2004), çalışmalarında 394 ortaokul öğrencisi ile çalışmışlardır. Öğrencilerin empirik argümanlar ile genellenebilir argümanlara yönelimlerini incelemiş ve öğrencilerin empirik argümanlarda yoğunlaştıklarını belirlemişlerdir. Bu durum, ortaokul öğrencilerinin genellenebilir yargılara ulaşma konusunda, pek başarılı olmadıklarını ortaya çıkarmıştır.

Umay ve Kaf (2005), yaptıkları çalışmada ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yaptıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma grubundaki öğrencilere dört soru yöneltilmiştir. Toplanan verilerin sonucunda, öğrencilerin zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek olduğu, en az yüzdeye ise doğru akıl yürütmenin sahip olduğu gözlenmiştir. Kusurlu akıl yürütmelerde karşılaşılan durumun sebebi olarak ise, öğrencilerin akıl yürütmelerini tamamlamadan sona erdirmelerini veya kavramsal eksikliklerden dolayı alıştıkları kalıp çözümlere yönelmelerini öne sürmüşlerdir.

Soylu ve Soylu (2006), çalışmalarında 4.sınıf öğrencilerinin toplama, çıkarma ve çarpma konusundaki alıştırmalarda ve bu işlemleri kullanmayı gerektiren problem çözümlerinde kullandıkları stratejileri araştırmışlardır. Öğrencilerin genel anlamda işlemsel bilgi gerektiren alıştırmalarda sıkıntı yaşamadıkları ancak kavramsal bilgi gerektiren problem çözümlerinde sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu da öğrencilerin kullandıkları işlemlerin neden kullanıldığını ve nasıl oluştuğunu bilmemelerinden, problem çözümlerinde farklı strateji geliştiremediklerini ortaya çıkarmıştır.

Arslan (2007), çalışmasında 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma yedi ilköğretim okulunda okuyan 679 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın nicel kısmında öğrencilerin zihinsel gelişim basamaklarına uygun düşen ispat düzeylerinin incelenmesi kısmı ele alınırken, nitel kısmında yargılarının arkasında yatan nedenler incelenmiştir. Veri analizi sonucunda 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin muhakeme etme düzeylerinin literatürde belirtilen ortalamadan daha düşük olduğu, bu süreçte kullanılması beklenen muhakeme süreçlerini kullanamadıkları görülmüştür. Verilen bir ifadenin doğruluğunu göstermekteki seçtikleri ispat türünün sınıf düzeyine göre değiştiği, 8. sınıf öğrencileri ile 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ispatı tercih etme düzeyleri arasında anlamlı bir fark olduğu ortaya konulmuştur.

Pilten (2008), araştırmasında ilköğretim 5.sınıf öğrencilerinin matematik dersi problem çözme sürecinde kullanılan üstbilgi stratejilerinin, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerisine etkisini incelemiştir. Problem çözme sürecinde üstbilgi stratejilerin uygulandığı deney grubu ve bu süreçte normal sürecin devam ettiği kontrol grubunu oluşturan toplam 66 öğrenci ile yapılmıştır. Dokuz hafta süren uygulama sonucunda öğrencilere matematiksel muhakeme ölçeği uygulanmıştır. Elde edilen bulgulara göre deney grubunda yer alan öğrencilerle gerçekleştirilen üstbilgiye dayalı öğretimin, kontrol grubunda sürdürülen geleneksel öğretime göre matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu belirlenmiştir.

Yankelewitz, Mueller ve Maher (2010), çalışmalarında 4. ve 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerin kullandıkları muhakeme türlerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda öğrenciler Cuisenaire çubuklarının kullanımıyla muhakeme yapabilmeyi içeren benzer görevler üzerinde çalışmışlardır. Küçük gruplar halinde çalışan öğrencilerin, araştırmacılar tarafından sorulan sorulara verdikleri cevaplar ve kendi aralarındaki tartışmalar video ile kayıt altına alınmıştır. Veriler incelendiğinde, öğrencilerin uygulama sırasında çeşitli muhakeme türlerini kullandıkları, her iki sınıf seviyesindeki öğrencilerin benzer muhakemelerde buldukları sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin, en çok doğrudan muhakeme biçimini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilerin standart tek düze ders ortamından ziyade birbirleriyle etkileşim içinde oldukları, tartışmalar yürütebildikleri ve karmaşık uygulamalarla karşılaştıkları öğrenme ortamının önemli olduğu belirtilmiştir.

Bahtiyari (2010), çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin mevcut matematik eğitiminde ispatın ve muhakemenin önemi hakkındaki görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla bir ilin farklı 5 ilköğretim okulunda okuyan toplam 340 öğrenciye anket uygulanmıştır. Katılımcıların konu hakkındaki görüşleri elde edilerek istatistiksel değerlendirmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgulardan, öğrencilerin gerek ispat gerekse muhakeme konusunda eksikliklerinin olduğu, birçok öğrencinin ispatın anlamından, gerekliliğinden, matematiksel gelişimleri açısından öneminden emin olmadıkları görülmüştür. Okulların hala teknik ve fiziki imkânlar bakımından yetersiz olduğu ve bu imkânların etkili bir şekilde kullanılmadığı sonucuna varılmıştır.

Erdem (2011), 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme beceri düzeylerini belirlemek ve aralarındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırma üç farklı okulda öğrenim gören 167 ortaokul 7.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak “Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” ve “Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” kullanılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin çoğunun matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerilerinin orta düzeyde

olduğu ve bu iki beceri arasında pozitif yönde yüksek bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

Cooper, Walkington, Williams, Akinsiku, Kalish, Ellis ve Knuth (2011), yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin matematiksel varsayımları doğrulamak için kullandıkları örneklerin niteliğine odaklanmışlardır. Çalışmada örnekle doğrulama ispat olarak değerlendirilmemekle birlikte, ispat düşüncesine giden yol olarak üzerinde durulmuştur. Çalışma kapsamında yedi 6. sınıf, yedi 7. sınıf ve beş 8. sınıf öğrencisi ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler boyunca öğrencilere toplam iki soru yöneltilmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin soruları yanıtlamada isteksiz oldukları, ispat yapabilen öğrencilerin ise genellikle sözel ispatı tercih ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin büyük oranda örnek vererek doğrulama eğiliminde olduğu, az oranda ise yaptıkları ispatla yetinmeyip ekstra örnek verme eğiliminde olan öğrencilerin de varlığı belirtilmiştir.

Aylar (2014), 7.sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim süreci sonrasında, öğrencilerin ispata yönelik algı ve becerilerini betimlemeyi amaçlayan araştırmasında 54 yedinci sınıf öğrencisi ile 14 hafta süren bir ders planı etkinliğiyle çalışma yapmıştır. Çoğu öğrencinin ilk olarak örnekle doğrulamayı ispat olarak gördükleri ama çalışma sonrasında öğrencilerin ispat becerilerin arttığı gözlenmiştir. Öğrencilere muhakeme yeteneğini kuvvetlendirici etkinlikler yapıldığında başarıya ulaşılabildiğini gösteren örnek bir çalışma olmuştur.

Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş (2016), çalışmalarında yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeylerini belirlemeyi hedeflemişlerdir. Toplamda 146 ortaokul 7. sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Toplanan verilerin analizi sonucunda, öğrencilerin cebirsel ilişkileri tanıma ve kullanma, aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme ile rutin olmayan problemleri çözme

becerilerine ait test sonuçlarında öğrencilerin düşük veya orta seviyede oldukları görülmüştür. Cinsiyet boyutunda ise anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Poçan, Yaşaroğlu ve İlhan (2017), yaptıkları çalışmada 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin akıl yürütme beceri düzeylerini ölçmek ve bazı değişkenler açısından incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma 211 ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen “Matematiksel Akıl Yürütme Beceri Testi” kullanılmıştır. Toplanan veriler sonucunda öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin orta düzeyde olduğu, anne-baba eğitimi, cinsiyet, sınıf düzeyi ve kardeş sayısına göre anlamlı bir farklılık gösterdiği ortaya çıkmıştır.

Ersoy, Yıldız ve Süleymanoğlu (2017), çalışmalarında ortaokul 5.sınıf öğrencilerinin matematiğin temeli olan muhakeme etme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu doğrultuda 28 öğrenciden oluşan çalışma grubuna 4 test sorusu açık uçlu problem durumu olarak hazırlanmıştır. Elde edilen bulgular Çözüm yolu sonucun doğruluğuna karar verme, Rutin olmayan problemler çözme, çözüme ilişkin mantıklı tartışmalar geliştirme, genelleme yapma, uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma” gibi muhakeme alt basamaklarında öğrencilerin zorlandıklarını ortaya koymaktadır.

Çetinkaya ve Soybaş (2018), 8.sınıf öğrencilerinin becerilerinin incelenmesine yönelik yaptıkları çalışmada 370 öğrenci ile çalışmışlardır. Öncelikle öğrencilere 11 sorudan oluşan problem tarama etkinliği verilmiş, ardından 12 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bulgular neticesinde, verile çözüme veya denkleme uygun problem kurmaya yönelik sorularda genel başarının yetersiz olduğu, eksik veya fazla bir bilgiyi bulma ve yarım bırakılmış bir problemi tanıma konusunda ise daha başarılı olunduğu görülmüştür. Genel olarak öğrencilerin yaratıcılık ve özgünlük seviyelerinin düşük olduğu, serbest problem yazım etkinliklerinde ise basit problemler yazmaya yöneldikleri belirlenmiştir.

Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2018), 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin niceliksel orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejileri belirlemek için yaptıkları

çalışmada 28 öğrenci ile çalışmışlardır. Çalışmanın amacına uygun olarak açık uçlu 10 sorudan oluşan veri toplama sürecinin ardından betimsel analiz yöntemiyle veriler analiz edilmiştir. Analiz sonucunda, 8.sınıf öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerine göre daha farklı stratejiler ürettikleri, fakat en çok kullanılan yöntemin içler-dışlar çarpımı olduğu görülmüştür. Ayrıca 8.sınıf öğrencilerin daha az hatalı strateji kullandıkları ortaya çıkmıştır

Yöndemli (2018), çalışmasında zekâ oyunlarının ortaokul düzeyindeki öğrencilerde matematiksel muhakeme yeteneğine ve matematik dersinde gösterilen çabaya etkisini araştırma amaçlamıştır. Amaç doğrultusunda uygulamaya yirmi 8.sınıf öğrencisi katılmıştır. Verilerin toplama aracı olarak “Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği”, “Matematik Dersinde Gösterilen Çabanın Algılanması Ölçeği” ve “Çabaya Bakış Açısı Değerlendirme Anketi” olmak üzere toplam 3 araç kullanılmıştır. Veri analizi sonucunda zekâ oyunlarının ortaokul öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerini ve çabaya bakış açılarını olumlu yönde etkilediği, matematik dersinde gösterilen çabanın önemine ilişkin algıları üzerindeyse herhangi bir etki göstermediği belirlenmiştir. Öğrenme ortamlarında alışla gelmiş kalıp problemlerden ziyade, muhakemede bulunmalarını sağlayacak türden problemlerle uğraşmalarının matematiksel muhakeme becerilerini artırabileceğini belirtmişlerdir.

Ateş-Alpay (2018), ortaokul öğrencilerinin matematiksel ispat yapma süreçlerini Kidron ve Dreyfus (2014) tarafından ortaya konan kanıt imajı çatısı altında belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda 100 ortaokul 8.sınıf öğrencisi ile “İspatlama Düzeyi Belirleme Formu” kullanılarak veriler toplanmış sonrasında seçilen üç öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Toplanan verilerin analizi sonucunda öğrencilerin çoğunun kendilerine verilen ifadeleri ispatlamaya çalışırken örnek vermeyi uygun gördükleri belirlenmiştir. Yapılan görüşmeler sonucunda ise öğrencilerin kanıt imajlarının bilişsel ve duyuşsal bileşenlerin özelliklerine sahip oldukları görülmüştür.

Pesen (2018), çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin ispat ve argümantasyon becerileri ve bu becerilerin arasındaki ilişkileri ele almayı amaçlamıştır. Bu anlamda

242 8.sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilen çalışmada karma yöntem araştırması kullanılmıştır. Toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgularda, öğrencilerin cebir alanında çoğunlukla deneysel ispatlar oluşturup, bu ispatın en ikna edici olduğu belirttikleri, geometri alıştırmalarında ise öğrencilerin çoğunluğunun bir ispat üretmeyip en ikna edici olarak analitik ispat türünü seçtikleri belirlenmiştir. İspat yapma becerilerinin ise öğrencilerin içerik bilgilerinden etkilendiğini, ikna edici ispatlar için gösterdikleri gerekçelendirmelerinin ispat değerlendirme şemalarıyla uyum gösterdiğini ve argümantasyon becerilerinin öğrencilerin içerik bilgilerinden, kavram yanılgılarından ve delilleri kullanma biçimlerinden etkilendiğini ortaya koymuştur.

Zeybek ve Üstün (2019), 7.sınıf öğrencileri ile yaptıkları dörtgenler konusu üzerindeki ispat seviyelerinin incelenmesini amaçladıkları çalışmalarında, öğrencilerin ispat argümanı oluşturması beklenen ifadelerde genellikle deneysel argümanlar oluşturduklarını belirlemişlerdir. Doğru bir matematiksel ifadenin ispatı için kendilerine sunulan argümanlardan ise en ikna edici olarak yine deneysel argümanları seçtikleri görülmüştür. Ek olarak yanlış olan matematiksel ifadelerin ispatında ise öğrencilerin karşıt örnek oluşturabildiği gözlemlenmiştir.

Yapılan çalışmalar genel olarak özetlendiğinde, ortaokul seviyesindeki öğrencilerin muhakeme becerilerinin orta veya düşük seviyede olduğu dikkat çekmektedir. Muhakeme becerilerinin beklenen seviyede kullanılamama sebebi olarak ise kavramsal bilgi eksikliği ve öğrencilerin muhakeme basamaklarını sonuna kadar devam ettirememeleri gösterilmektedir. Öğrencilerin muhakeme becerilerini artırmaya yönelik yapılan çalışmalarda, üstbiliş becerilerin kullanılması sağlanan problemler, zekâ oyunları vb. gibi etkinliklerin, öğrencilerin muhakeme becerilerinin geliştirdiği ortaya konulmuştur. Çalışmalarda, sınıf ortamlarının öğrencilerin fikirlerini özgür bir şekilde ifade edebileceği, tartışma şansı bulabileceği ve farklı tip problemlerle karşılaşabileceği şekilde düzenlendiğinde muhakeme becerilerinde artışın sağlanacağı önerilmektedir. Öğrencilerin ispat yapabilme seviyelerinin incelendiği araştırmaların çoğu ise, öğrencilerin ispat argümanları geliştirmekte zorlandıklarını, bir argüman geliştirseler dahi örnek vererek doğrulama eğiliminde olduklarını göstermektedir (Çalışkan, 2012;

Harel ve Sowder, 1998b, 2007; Knuth ve Sutherland, 2004; Özer ve Arıkan, 2002; Zeybek ve Üstün, 2019). İspat becerilerinin gelişimini amaçlayan çalışmalarda ise öğrencilerin ispat becerilerinde bir artış olduğu belirlenmiştir (Aylar,2014). NCTM (2000) de muhakeme becerisinin gelişiminde şöyle bir ifadeye yer vermiştir:

“Matematiksel muhakeme öğrencilerin düşüncelerini rahatça ortaya koyabildikleri sınıflarda gelişebilir. Sınıftaki öğrencilerin ve öğretmenin sorulara, tepkilere, eleştirilere, açık olmaları gerekir. Öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamaya ve doğruluğunu göstermek için savunmaya, düşüncelerindeki eksiklikleri fark edebilme ve başkalarının düşüncelerini eleştirmeyi öğrenmeye ihtiyaçları vardır. Ayrıca geçerli iddialar üretebilmek ve başkalarının iddialarını değerlendirebilmek için iyi bir kılavuza, zamana, çeşitli ve zengin deneyimlere gereksinim duyarlar (NCTM, 2000, akt. Umay, 2003, s. 242)”

İşte bu noktada muhakeme becerisi ve ispat kavramlarının bir arada ele alınması gerektiğinin önemi ortaya çıkmaktadır. Bireyler, ortaya atılan iddialar hakkında fikir üretebilmek ve kendi iddialarını oluşturabilmek için ispat becerisine ihtiyaç duymaktadırlar. Bu sebeple bu çalışmada, muhakeme ve ispat kavramları birbirini tamamlayan sözcükler olarak ele alınmış olup birlikte kullanılmasının uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Kesirlerin Müfredattaki Yeri ve Sıklıkla Karşılaşılan Kavram Yanılgıları

Günlük hayatta sıkça karşımıza çıkan kesir kavramı, ilköğretim birinci sınıftan itibaren kesir, ondalık kesir, rasyonel sayılar gibi konularla öğrenci seviyelerine uygun olarak her sınıf düzeyinde öğrencilerin karşısına çıkmaktadır (MEB, 2017). Bu geniş yelpaze kesirlerin öğretimine verilmesi gereken önemi artırmaktadır. Öğrencilerin kesirler konusunda çeşitli sorunlar yaşayıp, sıklıkla kavram yanılgılarına sahip oldukları yapılan çalışmalarda görülmektedir (Biber vd., 2013; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Soylu ve Soylu, 2005). Müfredattaki bu önemi ve karşılaşılan kavram yanılgıları göz önüne alındığında, öğrencilerin muhakeme becerilerini incelemek amacıyla yapılacak uygulamalarda kesirler konusunun çalışma alanı olarak seçilmesi uygun görülmüştür. 5. sınıf kesirler konusu, kesirler ve ondalık gösterim olarak iki başlık altında verilmektedir. Bu çalışmada kesirler bölümü altındaki 8 kazanım üzerinden uygulamalar yapılmıştır.

Üzerine etkinlikler düzenlenip sınıf ortamında uygulanmış olan bu kazanımlar aşağıda gösterilmiştir (MEB, 2017) .

“M.5.1.3. Kesirler

M.5.1.3.1. Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.

M.5.1.3.2. Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür.

M.5.1.3.3. Bir doğal sayı ile bir bileşik kesri karşılaştırır.

M.5.1.3.4. Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.

M.5.1.3.5. Payları veya paydaları eşit kesirleri sıralar.

M.5.1.3.6. Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar.

M.5.1.4. Kesirlerle İşlemler

M.5.1.4.1. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.

M.5.1.4.2. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar (MEB, 2017, s. 56-57). ”

Kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramının ilişkisi birçok araştırmaya konu olmuştur (Behr, Lesh, Post,ve Silver, 1993; Kieren, 1980). Yanık (2015), kesirler ve rasyonel sayılar arasındaki bu ilişkilerin ve a/b şeklinde ifade edilebilen bir rasyonel sayının farklı problem durumlarında farklı şekillerde yorumlanabilir olmasının bu konuların öğrenilmesinde güçlük teşkil ettiğini belirtmektedir. Lamon (2012),

literatürden hareketle a/b ifadesinin 5 farklı biçimde yorumlanabileceğinden bahsetmektedir. Bu beş farklı ifade : (1) parça-bütün, (2) ölçüm, (3) oran, (4) bölüm ve (5) işlemci şeklindedir. Rasyonel sayıların parça bütün ilişkisi karşımıza direk kesirler olarak çıkmaktadır. Bütün burada bir alanı, uzunluğu, hacmi temsil ediyor olabilmektedir. Parça ve bütün arasında çeşitli ilişkiler vardır. Bunlardan birkaçı; parçalar birleştiğinde bütünü oluşturur, parça sayısı arttıkça parçaların alanı küçülür, parça ve bütün arasındaki ilişki boyut değişse dahi bozulmaz şeklinde özetlenebilir. Parça bütün ilişkisinin öğrenilmesi, denk kesirlerin kavranması için de önem arz etmektedir. Bir kesrin farklı gösterimlerinin bulunduğu düşüncesi öğrencilere kavratılmalıdır. Kesirlerde soyut işlemler yapılırken öğrencilerin birim kavramını bilmeleri önem taşımaktadır. Bu sebeple birim kavramına vurgu yapılması gerekli görülmektedir. Kesirlerin ölçü yorumu ise kullanılan modele göre bir uzunluğu, alanı veya hacmin ölçüsünü ifade etmektedir. Ölçü yorumu üç prensibe dayanmaktadır. Bunlardan birincisi, birim ne kadar küçülürse yinelenmenin o kadar artacağını gösteren yinelenme prensibidir. İkincisi bir birimin istenilen oranda küçültülebileceği prensibidir. Üçüncü prensip ise birimin ölçülecek uzunluğun iki ucu arasında yinelenmesidir. Bu yorum, rasyonel sayıların yoğunluk özelliğinin anlaşılması açısından önem taşımaktadır. Yani iki rasyonel sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayının olduğu bu yorumdan yola çıkılarak gösterilmektedir. Ayrıca, bir birim kesrin farklı rasyonel sayılar oluşturabildiği de burada görülmektedir. Denkliklerin gösteriminde de bu yorumdan faydalanılabilir. Oran yorumunda ise parçaların birbirine oranı olabileceği gibi, parçanın bütüne oranı da ifade edilebilmektedir. Bölüm yorumunda a/b kesrinde a bölünen b bölen olarak kabul edilip, bölme işleminin yapılabileceği gösterilir. Bir pasta bölünen dilim sayısı bölen kaç kişiye verileceği ise bölümü ifade etmektedir, şeklinde somutlaştırılabilir. Son olarak işlemci yorumu çarpma işleminin kuralını belirtir. Burada bahsedilen bu beş yorum kesirler konusunun kavramsallaştırılması için oldukça önem arz etmektedir. Bu sebeple kesirler öğretimi yapılırken bu yorumlar göz önünde bulundurulmalıdır.

Clarke, Roche ve Mitchell (2008), yaptıkları çalışmada kesirler farklı yorumlarının öğrencilere kazandırılması gerektiğine dönük vurgular yapmış ve

kesirlerin daha kolay ve kalıcı öğrenilmesinin sağlanması için öğretmenlere 10 temel tavsiyede bulunmuşlardır. Bu tavsiyeler: (1) Kesirlerin farklı anlamlarına önem verilerek öğrenciye işlem yaptırmaktan çok kesrin ne anlama geldiği kavratılmalı, (2) Bir kesrin payını ve paydasını açıklayan genellenebilir bir kural geliştirilmeli, (3) Kesirlerin de bir sayı olduğunu vurgulamak için kesirleri ve ondalık sayıları temsil etmek için sayı doğruları kullanılmalı, (4) Kesirlerin eş değerlerini ve tam sayılı ve birleşik kesir dönüşümlerinin öğretiminde erken önlemler alınmalı, (5) Kesirleri temsil etmek için çeşitli modeller sunulmalı, (6) Kesirleri temel göstergelere (sıfır, yarım, bütün) bağlayıp ve öğrenciyi tahmine teşvik edilmeli, (7) Kesirlerin bölme anlamına vurgu yapılmalı, (8) Kesirler, ondalık kesirler ve yüzdeler arasında bağlantılar kurulmalı, (9) Bu makalede tartışılan görev türleriyle alakalı olarak düşünme ve strateji konusunda farkındalık oluşturmak için öğrencilerle görüşmeler yapılmalı, (10) Öğrencileri özellikle belirli kesirleri ve rasyonel sayı fikirlerini düşünmeye yönlendiren, kavramsal yapıya yöneltici örnekler ve etkinlikler aranmalıdır.

Kesirler konusunda öğrencilerin zorlanma sebeplerinden en önemlisi, öğretim programında belirtilen kesir kavramının ifade ettiği 5 yorum içerisinden parça-bütün ilişkisinde yaşanan sıkıntıların olduğu düşünülmektedir (Van De Walle vd, 2016). Birgün ve Gürbüz (2009) ise öğrencilerin kavramsal boyutta kesirler öğrenimi gerçekleştiremediklerini belirtmişlerdir. Bunun sebebi olarak ise öğretmenlerin geleneksel yaklaşımlarla kuralları vererek öğretim yapmasının etkili olabileceğini önermektedirler. Bu sebeple öğrencilerin kavramsal öğrenme sağlayabilmeleri için kendi yöntemlerini geliştirmelerine fırsat verilmesini önermektedirler. Öğrenciler somut olarak görüp uyguladıkları bilgileri daha kalıcı öğrenmeleri sebebiyle, kesirler konusu işlenirken problemlerin daha çok günlük hayattan seçilip çeşitli şekiller ve modeller kullanılması gerektiği araştırmacılar tarafından vurgulanmaktadır (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010). Walle ve Thompson (1984), ilkokul ve ortaokul öğrencilerinde kesirler öğretimi yapılırken bazı işlemlerin soyut olarak kâğıt üzerinde yapıldığı bu sebeple kavramsal öğrenmenin gerçekleşemediğini belirtmektedirler. Bu doğrultuda kesir çubuklarının kullanmanın öneminden bahsedip çeşitli aktiviteler önermişlerdir.

Matematik eğitimi literatüründe, öğretimde karşılaşılan zorlukları ifade etmek için birçok kavram kullanılmaktadır. Bunlardan birisi de kavram yanılgısıdır (Bingölbali ve Özmantar, 2012). Kavram yanılgısı “bir konuda uzmanların (expert) üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış (conception)” olarak kullanılmaktadır (Zembat, 2013, s.3). Öğrencilerin konuları kavramsal olarak öğrenememesi onları kavram yanılgılarına itmektir. Birçok araştırma öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgılarından ve öğrenme eksikliklerinden bahsetmektedir (Biber vd, 2013; Birgün ve Gürbüz, 2009; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Soylu ve Soylu, 2005). İlk bölümde anlatıldığı gibi kesirlerin parça-bütün, ölçüm, bölüm, oran ve işlemci olmak üzere farklı anlamlarının bulunması hem ilkökul döneminde hem de ortaöğretim döneminde öğrencilerin en zor öğrendikleri konuların içerisinde yer almasına sebep olmaktadır (Altıparmak ve Özüdoğru, 2015). Kesirlerin öğrenilmesi sırasında karşılaşılan kavram yanılgıları birçok araştırmaya konu olmuştur (Biber vd, 2013; Haser ve Ubuz, 2002; Karaağaç ve Köse, 2015; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2007; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Soylu ve Soylu, 2005; Tirosh, 2000). Bu araştırmalara genel olarak, öğrencilerin parça bütün ilişkisinde, kesirleri sıralamada, kesirleri toplama ve çıkarma işlemi yapılmasında ve kesir problemlerinde çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir.

Kesirlerde Kavram Yanılgısı Çalışmaları

Haser ve Ubuz (2002), 5. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin işlem yaparken, kesirleri eş parçalara ayırma konusunda sıkıntı yaşadıklarını, birden fazla bütün içeren bir kesri yine bir bütünmüş gibi düşünerek işleme devam ettiklerini belirtmişlerdir. Yine aynı çalışmada, öğrencilerin denklik kavramını anlamlandıramadıkları, benzerlikten yola çıkarak sonucu bulma gibi kendilerinin geliştirdiği yanlış yöntemleri kullandıkları ve kesirleri sıralama yaparken hatalar yaptıkları ortaya konmuştur.

Soylu ve Soylu (2005), 2005-2006 Eğitim – Öğretim yılında elli dört öğrenciye 8 soruluk bir test uygulamıştır. 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda kesirleri

sıralama, kesirlerde toplama ve çıkarma işlemleri gibi konularda sıklıkla kavram yanlışlarına sahip olduklarını belirlenmiştir. Bunun sebebi olarak ise öğrencilerin kesrin pay ve paydasını birbirinden ayrı iki sayı olarak görmelerinden kaynaklandığını belirtmektedir.

Pesen (2007) de üçüncü sınıf öğrencilerle yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurmada sıkıntılarının olduğunu bir bütünü eş parçalara ayırmakta zorlandıklarını belirtmiştir.

Kocaoğlu ve Yenilmez (2010), 2008-2009 Eğitim-Öğretim yılında altı 5.sınıf öğrencisi ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yaparak kesirler konusundaki hata ve kavram yanlışlarını belirlemeye çalışmışlardır. Sonuç olarak öğrencilerin problemleri anlamada sorun yaşadıkları bu yüzden çeşitli hatalar yaptıkları gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin parça-bütün ilişkisini kavrayamayışlarından kaynaklı çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduklarını ortaya koymuşlardır

Biber, Tuna ve Aktaş (2013), 5. sınıf öğrencilerinin kavram yanlışlarını belirlemek için 2012-2013 Eğitim-Öğretim döneminde otuz 5.sınıf öğrencisi ile yaptıkları çalışmalarında, öğrencilerin kesirleri sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerinde pay ve paydayı ayrı ayrı düşünmelerinden kaynaklı kavram yanlışlarına sahip olduklarını ortaya çıkarmışlardır. Yine aynı çalışmada kesir problemlerinin çözümlerinde öğrencilerin şekil çizimi kullanarak soruları çözdükleri dikkat çekmektedir. Bu şekilde yaptıkları çözümlerde doğru sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Bu da öğrencilerin kurallara bağlı kalmadan neden o işlemleri yapması gerektiğini, somut olarak görüp muhakeme yeteneklerini kullanarak problemi çözmeye çalıştıklarından kaynaklandığı söylenebilmektedir.

Kar ve Işık (2014), ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizine yönelik yaptıkları çalışmada öğrencilerin problem kurmadaki hatalarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin 12 hata türü ile problem kurdukları ortaya çıkarılmıştır. Tam sayılı kesirler

ile ilgili problem kurmaları beklenen sorularda ise daha fazla hataya rastlandığı görülmüştür.

Karaağaç ve Köse (2015), 7. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada diğer araştırmalardan çok da farklı sonuçlar elde edememişlerdir. Çalışmanın bulguları, kesirlerin önemli anlamlarından biri olan parça-bütün kavramının tam olarak gelişmediğini ortaya çıkarmıştır. Öğrenciler bütünün miktarını hesaba katmadan sembolle verilen kesrin tüm bütünlük için aynı miktarı ifade ettiğine kanaat getirmişlerdir.

Kar ve Işık (2015), kesirlerde problem kurma üzerine çalıştıkları araştırmalarında 7.sınıf öğrencilerinin en çok yaptıkları hataların sebeplerini, kesir sayılarını uygun birimlerle ifade edememe, doğal sayılardaki alışkanlıklarını kesirlere yansıtma ve kesirlerin parça-bütün ilişkisinin tam olarak anlaşılabilmesi olarak genellemişlerdir.

Çetinkaya ve Soybaş (2018), 8. sınıf öğrencilerinin problem kurmada önemli bir yeri olan niceliksel bilgiyi seçme, kavrama ve aktarma becerilerini incelemiştir. Çalışma içerisindeki bir kısım soruda, öğrencilere bazı soruların çözümleri veya çözüm için gerekli olan denklemler verilerek problem kurmaları istenmiştir. Bu sorularda öğrencilerin başarılarının yetersiz olduğu görülmüştür. Yarım bırakılmış problemi tamamlama veya eksikleri fark etmeye yönelik sorularda nispeten daha başarılı oldukları ortaya çıkmıştır. Serbest problem yazma bölümünde ise öğrencilerin çok basit problemler yazdıkları belirtilmiştir.

Ulusal literatürün yanında uluslararası literatürde de aynı kavram yanlışlarına sahip olduğu dikkat çekmektedir.

Stafylidou ve Vosniadou (2004), kesirlerde sıralama ile ilgili kavram yanlışlarının varlığından bahsetmişlerdir. Pay ile payda arasındaki ilişkiyi anlamakta zorluk çektikleri ve yanlış kavramlar oluşturdukları için hatalar yaptıklarını ortaya koymuşlardır.

Trivena, Ningsih ve Jupri (2017), 5.sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada kesirlerde toplama ve çıkarma işlemindeki kavram yanlışlarını belirlemeye çalışmışlardır. Sonuç olarak öğrencilerin yarısından çoğunun kesirlerle toplama ve çıkarma işleminde kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür. Kesir kavramını anlamada sorun yaşayan öğrenciler kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi yaparken doğal sayılardan farklı olduğunu göz ardı etmişlerdir. Mack (1990), öğrencilerin kesirlerde işlemleri yaparken neden o şekilde yaptığını açıklamayı beklemeden önce sahip oldukları ön bilgilerin yeterli olup olmadığının incelenmesine dikkat çekmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin kesirler ünitesinde çeşitli kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmektedir. Çalışmalardan belirlenen öğrenci hataları çalışmanın ders planı ve Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu'nun oluşturulmasında odak nokta olarak görülmüştür. Çünkü öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip oldukları konuların, genellikle kavramsal öğrenmenin gerçekleşmemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca çalışmanın bulguları kesirler ünitesindeki öğrenci hatalarına da ışık tuttuğu için kesirler literatürüne de büyük ölçüde katkı sağlamıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Tez çalışmasının bu bölümünde araştırmanın modeli, katılımcı grup, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analiz süreci hakkında bilgi verilmiştir.

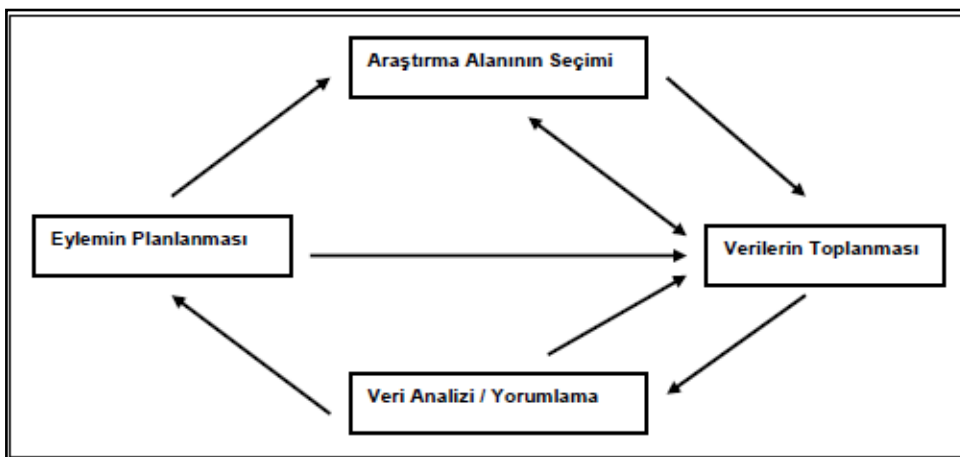
Araştırma Modeli

Ortaokul 5.sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerindeki muhakeme becerilerinin derinlemesine incelenmesi amacıyla yapılan bu araştırma nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır. Nitel araştırma için tek bir tanımlama yapmak mümkün olmasa da, Yıldırım (1999) nitel araştırmanın alt kavramlarını bir araya getirerek nitel araştırmayı şöyle tanımlamıştır: “Gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel bilgi toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” (Yıldırım, 1999, s.10). Bu çalışmada da öğrencilerin muhakeme becerilerine yönelik veriler çeşitli veri toplama araçları ile toplanmıştır.

Bu çalışmanın amaçlarından birisi öğrencilerin muhakeme becerilerinin, muhakeme ve ispat etkinlikleri ile tasarlanan uygulama süreci sonundaki değişimini gözlemlemektir. Aynı zamanda araştırma sonucunda ortaya çıkacak olan bulgular, eğitimcileri bu konu hakkında bilgilendirme niteliği taşıyacağı için eğitimin kalitesini iyileştirme amacı da gütmektedir. Bu amaçlar doğrultusunda belirli bir konu hakkında, belirli bir öğrenci grubu üzerinde, ortama yapılan bir müdahale sonucu meydana gelebilecek değişimlerin incelenip gözlemlenerek, derinlemesine bilgi toplanması gerekmektedir. Bu sebeple çalışma nitel araştırma yöntemlerinden olan eylem araştırması modeline göre tasarlanmıştır. Eylem araştırması üzerine literatürde bir çok tanıma rastlamak mümkündür. Literatürdeki tanımların ortak özelliklerinden yola çıkarak, Gürgür (2016) eylem araştırmasına şöyle bir tanım geliştirmiştir: “Eylem araştırması değişim ve gelişimi sağlama odaklı, bireylerin kendi uygulamalarını içeren,

sistematik bir biçimde verilerin toplandığı ve yansıtımlı sorgulamaların yapıldığı, bunlara dayalı yeni eylem planlarının hazırlanıp uygulandığı, döngüsel veya sarmal adımlarla gerçekleştirilen bir araştırma sürecidir” (Gürgür, 2016, s.9).

Eylem araştırması, uygulayıcının doğrudan kendisinin ya da bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da hali hazırda ortaya çıkmış bir sorunu anlama ve çözmeye yönelik veri toplama ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır. Eğitim örgütlerinde eylem araştırması; bir okulda çalışan yönetici, öğretmen, eğitim uzmanı veya diğer tür kuruluşlarda çalışan mühendis, yönetici, planlamacı, insan kaynakları uzmanı gibi bizzat uygulamanın içinde olan kişiler tarafından uygulanır. Uygulayıcının doğrudan kendisinin ya da bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirdiği ve uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması ya da hali hazırda ortaya çıkmış bir sorunu anlama ve çözmeye yönelik veri toplama ve analiz etmeyi içeren bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.332). Eylem araştırmasının tanımlarında farklı yaklaşımlar olduğu gibi, sürecin aşamalarına yönelik de literatürde birbirinden farklı yaklaşımlar bulunmaktadır (Cresswell, 2005; Fraenkel ve Wallen 2006; Mills, 2003). Mills (2003), eylemin planlanması, araştırma alanının seçilmesi, verilerin toplanması ve verilerin analizi / yorumlanmasından oluşan, dört aşamalı bir diyalektik döngü olarak tanımlamıştır (s.19). Bu döngü Şekil 1’de gösterildiği gibidir.



Şekil 1. Eylem Araştırması Diyalektik Döngü

Bu çalışmada Şekil 1’de verilen döngüden yola çıkılarak çalışmanın tasarım kısmı oluşturulmuştur. Eylemin planlanması aşamasında araştırmacının öğretmenlik süreci boyunca yaptığı gözlemleri ve araştırmacı tarafından yapılan geniş bir literatür taraması etkili olmuştur. Bu iki etmen sonucunda, öğrencilerin matematik derslerindeki konuları işlemsel olarak öğrenme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Yine araştırmacının gözlemleri sonucunda, öğrencilerin neden ve nasılı sorgulamak yerine, yapacakları işlemi kalıp olarak öğrenip uyguladıkları dikkat çekmiştir. Bu doğrultuda, kavramsal öğrenmenin gerçekleştirilemediği bir matematik öğretiminden başarı beklemek de mümkün değildir. Öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin sağlanabilmesi için onların muhakeme becerilerinin üst düzeye çıkarılması gerekli görülmektedir. Bu sorun çerçevesinde, çalışma içerisinde öğrencilerin muhakeme becerilerinin ne düzeyde olduğunun belirlenmesi ve bu düzeylerini artırıcı önemlerin alınması gerekliliği üzerinde durulmuştur. Bu doğrultuda, öğrencilere muhakeme becerilerini içeren etkinliklerle tasarlanmış bir ders sürecinin ardından muhakeme becerilerindeki gelişimlerin incelenmesine karar verilmiştir. Belirlenen çalışmanın yapılabilmesi için üzerinde çalışılacak bir konu belirlenmesi ihtiyacı doğmuş, ortaokul matematik müfredatı incelenerek 5.sınıf müfredatı içerisindeki “Kesirler ve Kesirlerde İşlemler” ünitesi çalışmanın amacına uygun görülmüştür. Araştırmacının çalışmanın uygulandığı sınıfın matematik öğretmeni olması sebebiyle, araştırmacı tarafından bir dönem öncesinde normal müfredata uygun olarak kesirler ünitesinin kazanımlarına yönelik ders planları işlenmiştir. Bu süreç sonunda araştırmacı, öğrencilerin kesirler ünitesinde çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduğunu gözlemlemiş ve bu sebeple de çalışma alanı olarak kesirler ünitesini seçmeye karar vermiştir. Ek olarak hem müfredat içerisinde kesirlerin büyük bir yer kaplaması hem de literatür taraması sonucunda kesirler ünitesi içerisinde öğrencilerin birçok kavram yanlışına sahip olduğunun görülmesi konu seçiminde araştırmacıyı yön vermiştir.

Çalışmanın amacı doğrultusunda, araştırmada öğrencilerin konu bilgisinden ziyade muhakeme beceri düzeylerine odaklanılması, katılımcı gruptan derinlemesine bilgi elde edilmesini gerekli kılmaktadır. Çünkü öğrencilerin kendilerini en açık ve

eksiksiz şekilde ifade edebilmeleri, elde edilecek olan bulgularının geçerliliği açısından önem taşımaktadır. Bu sebeple, katılımcı grup belirlenirken belirli kriterler temel alınarak odak örneklem belirlenmiştir. Verilerin toplanması aşamasında öncelikle araştırmacı tarafından hazırlanan Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu uygulanmış ve odak örneklemde yer alan öğrencilerle, yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bireysel görüşmeler, öğrencilerden görüş almaktan ziyade, onların soru üzerindeki muhakemelerini daha ayrıntılı olarak incelemek amacıyla yapılmıştır. Görüşmelerin tamamlanmasının ardından araştırmacı tarafından hazırlanan ders planları ile 20 ders saati süren kesirler ünitesi işlenmiştir. Kesirler ünitesinin uygulanması sürecinde, her ders planının uygulama sonrasında araştırmacılar arasında haftalık görüşmeler gerçekleştirilerek ders planları ve ders uygulama süreci hakkında gerekli görülen düzenlemeler yapılmıştır. Ders planları ve ders uygulama sürecine yapılan düzenlemeler araştırmacı günlüğünde detaylı bir şekilde kayıt altına alınmıştır. Bu durum Şekil 1’de verilen döngünün birkaç kez tamamlandığını gösterir niteliktedir. Uygulama süreci ardından odak örneklemde yer alan öğrencilere tekrar Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu uygulanarak, yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapılmıştır. Aynı zamanda her ders içerisinde öğrencilerin cevaplandıkları çalışma kâğıtları ve ders sonlarında doldurdukları öğrenci günlükleri de toplanmıştır. Verilerin toplanmasıyla birlikte, veriler gömülü teori yöntemine göre analiz edilmiştir. Tüm görüşme kayıtları ve değerlendirme formları cümle cümle incelenerek kodlamalar yapılmış ve bu kodlamalar sonucunda muhakeme beceri düzeylerini belirlemeye yönelik seviyeler oluşturulmuştur. Öğrenciler uygulama öncesi ve sonrası olmak üzere iki bölümde soru soru düzeyleri belirlenmiştir. Sonrasında uygulama öncesi ve sonrasındaki veriler karşılaştırılarak öğrencilerin muhakeme beceri düzeyleri hakkında yorumda bulunulmuştur.

Katılımcı Grup

Çalışma 2017-2018 eğitim öğretim yılında Tokat ilinin merkeze bağlı küçük bir köyünde bulunan devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Bünyesinde hem ilkököl hem de ortaokul barındıran okulun, ortaokul kısmında yaklaşık 50 öğrenci öğrenim

görmektedir. Okul bünyesinde her sınıf düzeyinde birer adet şube bulunmaktadır. Araştırma için seçilen 5. sınıfta ise toplam 10 öğrenci bulunmaktadır. Çalışmanın uygulama süreci 5.sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde gerçekleştirilmiştir. Sınıfta bulunan tüm öğrenciler ders içi etkinliklerine katılmış olsalar da iki öğrencinin ders içi ilgisizlik, çalışmaya karşı olumsuz tutumu, veri toplamaya yönelik cevap vermedeki isteksizliklerinden dolayı çalışmaya dâhil edilmemiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda öğrencilerden derinlemesine bilgi edinilebilmesi için sınıf içerisinde dört öğrenci amaçlı örnekleme yöntemine göre odak örneklem olarak seçilmiştir. Olasılığa dayalı olmayan amaçlı örnekleme, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.135). Amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örneklemede, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumlar çalışılmaktadır. Bu ölçütler araştırmacı tarafından belirlenebileceği gibi hâlihazırda mevcut ölçütlere göre de belirlenebilmektedir. Bu sayede derinlemesine bilgi elde edilebilecek bir nitel çalışma oluşturulmuş olunabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Odak örneklemin seçiminde araştırmacının amacına yönelik ölçütleri sağlayan örneklemin seçilmesi önemli olduğundan araştırmacı tarafından çeşitli ölçütler belirlenmiştir. Bu ölçütler belirlenirken öğrencilerin bir önceki dönem ders notları ve sınıf ders öğretmenin görüşleri de dikkate alınmıştır. Araştırmacının aynı zamanda sınıf ders öğretmeni olması ölçütlerin oluşturulmasındaki güvenilirliği artırmaktadır. Odak örnekleme seçilen dört öğrenciden (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4) ikisi akademik başarısı yüksek öğrencilerden, diğer ikisi ise orta seviyede bulunan öğrencilerden seçilmiştir. Akademik başarı ölçütü dışında öğrenci seçiminde öğrencilerin ders içi performanslarının yüksek olması, kendilerini ifade etmede sıkıntı yaşamayıp, düzgün cümleler kurarak düşüncelerini açıklayabilmeleri ve çalışmaya katılmadaki gönüllülükleri esas alınarak belirlenmiştir. Ayrıca odak örneklemede bulunan öğrencilerin kız ve erkek öğrencilerden eşit sayıda olmasına da özen gösterilmiştir. Çalışmaya katılan odak örneklemedeki 4 öğrencinin demografik bilgileri Tablo 2’de verilmiştir

Tablo 2. Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Demografik Bilgileri

Öğrenciler	Cinsiyet	Matematik Dersi Akademik Not Ortalamaları
Ö1	Kız	98
Ö2	Erkek	95
Ö3	Erkek	74,6
Ö4	Kız	67,6

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu, öğrenci günlükleri, araştırmacı günlüğü ünite boyunca kullanılan çalışma yaprakları, ders ve bireysel görüşme videoları, veri toplama araçları olarak kullanılmıştır.

Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu

Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu, öğrencilerin muhakeme becerilerini ölçecek nitelikte, literatür ve uzman görüşü ışığında araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Uygulama öncesi ve sonrasında aynı sorulardan oluşan form kullanılarak öğrencilerin uygulama sonundaki değişimlerini görmek amaçlanmıştır. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formları hazırlanırken literatür odaklı çalışıldığı gibi uzman görüşü alınarak da testlerin güvenilirliği artırılmıştır. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formunda yer alan 1. ve 4. sorular Tunç-Pekkan (2015)'in çalışmasında yer alan değerlendirme sorularından ilgili kazanıma uygun olarak düzenlenmiştir. 2. soru Walle-Thompson (1984)'ün çalışmasında bulunan birim kesirlerinin öğretilmesine yönelik etkinlik uyarlanarak hazırlanmıştır. Diğer sorular ise kesirlerde kavram yanlışları literatüründe sıklıkla karşılaşılan “kesrin pay ve paydasının ayrı iki doğal sayı olarak düşünülmesi”, “bütünlerin eşliğinin ihmal edilmesi” gibi genel hatalar göz önüne alınarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Haser ve Ubuz, 2002; Karaağaç ve Köse, 2015; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2007; Stafylidou ve Vosniadou, 2004; Soylu ve Soylu, 2005, Tirosh,2000).

Görüşme formlarının içeriği 5.sınıf kesirler ve kesirlerde işlemler konu başlığı içindeki kazanımlar ışığında hazırlanmıştır. Her kazanımı ölçecek nitelikte sorulara yer verilerek toplam 14 sorudan oluşturulmuştur. Soru kökleri genellikle “Katılıyor musunuz, katılıyorsanız neden?”, “sebebini açıklayarak çözünüz?” gibi ifadelerle tamamlanarak öğrencilerin muhakeme becerilerini ölçmeye yönelik tasarlanmıştır. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu öğrencilerin muhakeme becerilerinin incelenmesi amacıyla, üç farklı kategori altında oluşturulmuştur: (1) Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma, (2) Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama, (3) Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi. Sorulardan dokuz tanesi içerisinde öğrenciden, soruyu kendi muhakeme stratejisini geliştirerek cevaplandırması ve çözümünü açıklaması beklendiği için “Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisinde yer almaktadır. Sorulardan dört tanesinde ise, hatalı strateji kullanılarak yapılan bir çözüm sorunun içerisinde verilmiştir. Öğrenciden sorunun çözümünde kullanılan hatalı muhakeme stratejisini fark etmesi ve hatanın sebebini açıklaması beklendiği için bu sorular “Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama” kategorisi içerisinde yer almaktadır. Bir soru ise öğrencinin problem kurabilme becerisini ölçmeye yönelik hazırlanarak “Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi” kategorisi altında bulunmaktadır. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu’nun tamamı Ek 1’de sunulmuştur. Formun içerisinde bulunan soruların içeriğiyle ilgili bilgi verilmesi çalışmanın anlaşılabilirliği açısından uygun görülmüştür. Formda bulunan 1. ve 2. soru “Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir ve sıralar” kazanımına yönelik olup birinci soruda öğrenciye bir sayı doğrusu verilmiştir. Bu sayı doğrusu üzerinde belirlenen noktaya karşılık gelen birim kesrin bulunması ve sonucun nasıl bulunduğu açıklanması beklenmektedir. 2. soruda ise farklı birim kesirlerin birbiriyle karşılaştırılıp sebebini açıklanması öğrenciden istenmektedir. 3. ve 4. soru ise “Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür” kazanımına uygun olarak tasarlanmıştır. 3. soruda bileşik ve tam sayılı kesir dönüşümüne yönelik eşitlikler verilerek, doğruluğuna karar verilmesi ve sebebini açıklanması öğrenciden beklenmektedir. 4. soruda bir şekil bütün olarak gösterilmiş ve o bütünden yola

çıkılarak verilen farklı bir şeklin kesirsel karşılığının bulunması ve açıklanması öğrenciden istenmiştir. 5. soruda “ Bir doğal sayı ile bir bileşik kesri karşılaştırır” kazanımıyla bağlantılı olarak iki adet karşılaştırmayı öğrencilerden açıklamalarıyla yapmaları istenmiştir. 6. soruda “Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur” kazanımına yönelik yanlış çözüm stratejisi içeren bir cevap verilen soruda, öğrenciden hatalı stratejiyi bulması ve hatasını sebepleriyle açıklaması beklenmektedir. 7., 8. ve 9. sorular “Payları veya paydaları eşit kesirleri sıralar” kazanımına yönelik hazırlanmış olup 7. soruda öğrenciden payda eşitleme kuralını kullanmaması istenerek sıralama yapması beklenmiştir. 8. ve 9. soruda öğrenciye hatalı strateji kullanılarak çözümü yapılan sorular verilmiş ve hatayı fark etmeleri beklenmiştir. Bu iki soruda verilen kesirlerin paydaları aynı veya birbirinin katı olarak verilmemiştir. Öğrencinin bu sebepten kaynaklı yaptıkları hatalar görmezden gelinip geliştirdiği muhakeme stratejisine odaklanılmıştır. 10 ve 11. sorularda “Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar” kazanımına yönelik iki problem verilip problemleri çözmeleri ve açıklamaları istenmiştir. 12. soru “Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır” kazanımı ışığında öğrencilere verilen dört farklı işlemi kendi yöntem ve açıklamalarıyla çözmeleri beklenmiştir. Verilen işlemlerden iki tanesi paydaları eşit iki kesirken, diğer iki işlemde paydaları birbirinin katı olan kesirler verilmiştir. Soru 13 ve 14 ise “Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar” kazanımına yönelik oluşturulmuştur. 13. soruda öğrenciden hatalı strateji kullanılarak çözümü yapılan bir problemin doğru çözümünü yapıp hatanın sebeplerini açıklaması, 14. soruda ise verilen işleme uygun bir problem kurması öğrenciden beklenmektedir.

Öğrenci Günlükleri

Öğrencinin ders içerisinde kazandığı bilgi ve birikimleri, konuyu öğrenirken yaşadığı zorlukları, kendi öğrenme sürecindeki kişisel gözlemlerini de ekleyerek

sunduğu öğrenci günlükleri, araştırmacıya öğrencilerin ilgi ve istekleri hakkında bilgi edinmesini sağlamaktadır. Aynı zamanda günlükler, öğrencinin öğrenme sürecindeki gelişiminin belirlenmesine ve öğretimle ilgili kararlar almasına da katkıda bulunmaktadır (Hendricks, 2009; Jewell ve Tichenor, 1994, akt. Yöndemli, 2018, s. 3). Bu nedenle, öğrenci günlükleri yapılan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin bakış açısıyla değerlendirilmesi bakımından önemli bir veri kaynağı olarak görölmektedir. Uygulama içerisinde öğrencilerin ders sürecinde öğrendikleri kazanımları ne ölçüde kavradıklarını anlık değerlendirebilmek amacıyla her ders sonunda 10 dk gibi bir sürede öğrencilerden bireysel olarak günlük tutması istenmiştir. Birbirlerinden etkilenmeden bireysel olarak yazmalarına araştırmacı tarafından özen gösterilmiştir. Tek sayfadan oluşan günlüklerde öğrenciden, o gün okula gelemeyen bir arkadaşına derste öğrendiklerini anlatması istenmiştir. Günlüklerin doldurulması sırasında nasıl bir matematik dili kullanmaları gerektiği kasti olarak söylenmemiş, kendi ifadeleriyle öğrendiklerini nasıl anlatabileceklerini görmek amaçlanmıştır. Yapılan bu uygulamadaki amaç öğrenciye soru sorup cevaplamasını beklemek değil o ders içerisinde neler kazandığını ortaya çıkarmak ve süreç içerisindeki gelişimini görmektir. Öğrenci günlükleri sayfası EK 3’ te sunulmuştur.

Çalışma Yaprakları

Hazırlanan ders planları çerçevesinde ders uygulaması esnasından öğrencilerin kullandıkları ders materyalleri çalışma yapraklarını oluşturmaktadır. Her ders planına uyumlu şekilde hazırlanan çalışma yapraklarında, öğrencilerin ders sürecinde yapmaları gereken tüm etkinlikler hazır bir şekilde verilmiştir. Öğrenciler, uygulama sürecinde kendi çözüm stratejilerini çalışma yapraklarına aktarmışlardır. Bu çalışma yaprakları ile öğrencinin o derste neyi nasıl öğrendiği, nasıl bir muhakeme becerisi geliştirdiği görülerek çalışma sonucunda elde edilen bulgulara destekleyici bir veri oluşturulmuştur. Ders planları ve çalışma yapraklarının temsili niteliğinde bir örnek EK 2’ de sunulmuştur.

Araştırmacı Günlüğü

Araştırmacı günlüğü , araştırmanın her aşaması ile ilgili gözlemlerin , düşüncelerin, yapılan ya da yapılacak eylem planlarının kaydedildiği bir veri toplama aracıdır. Araştırma sürecinin, araştırmacı tarafından tüm detayları bağlamında betimlenmesi amacıyla kullanılan veri seti , gözlemler, analizler, kısa notlar , doğrudan alıntılar, öğrenci yorumları , görüşler ve izlenimler gibi çeşitli verileri kapsamaktadır (Johnson, 2005, akt. Yöndemli, 2018, s.31). Bu bağlamda araştırmacı her dersin sonunda ders sürecinde karşılaşılan çeşitli durum ve sorunları not almıştır. Öğrencileri ders süreci içerisinde gözlemleyerek değerlendirmelerini kaydetmiştir. Bu şekilde analizler esnasında, o dersin nasıl işlendiğine dair önemli bilgilerin, anlık görüşler çerçevesinde değerlendirilmesine katkı sağlamıştır.

Ders ve Bireysel Görüşme Videoları

Uygulama sürecinde çekilen ders videoları veri analizi sürecinde araştırmacıya ışık tutmaktadır. Öğrencilerin ders içerisindeki etkinliklere katılımları veya ders sırasında verdikleri cevaplar, öğrencilerin görüşme formlarındaki verilerine destekleyici nitelikte olması açısından önem taşımaktadır. Sınıf ders sürecinin kayıt altına alınması amacıyla bir kamera tripot yardımıyla tahtanın görülebileceği bir bölgeye konumlandırılmıştır. Kameranın yeri belirlenirken, öğrencilerin yüzleri kadrja alınmayarak gizliliğe özen gösterilmiştir. Odak örnekleme bulunan öğrencilerle yapılan bireysel görüşmeler de kamera kaydına alınarak öğrenci cevaplarının tekrar tekrar izlenmesi en doğru analizin yapılmasında yardımcı olmuştur.

Veri Toplama Süreci

5. sınıf öğrencilerinin kesirler ünitesinde muhakeme yapabilme becerilerinin incelenmesi amaçlanan araştırmanın veri toplama sürecinde, öğrencilerin muhakeme yapabilme becerilerini geliştirmeye yönelik 20 ders saati süren ünite uygulaması yapılmıştır. Araştırmalar öğrencilerin ispat etkinlikleri ile erken sınıf seviyelerinden itibaren tanışmalarının, onların muhakeme becerilerini güçlendireceğini ve ortaöğretim

döneminde ispat kavramıyla ilgili yaşayacakları sorunları azaltacağını göstermektedir (Harel ve Sowder, 1998a, 2007; Stylianides, 2007). Bu temele dayanarak 5.sınıf öğrencileri ile kesirler ve kesirlerle işlemler alt başlıkları içerisinde bulunan 8 kazanım, muhakeme yapabilme becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan 14 farklı ders planı ışığında 20 ders saati içerisinde işlenmiştir. Ders planları araştırmacı ve tez danışmanı tarafından literatür ve çeşitli ders kitapları ışığında uzman görüşü alınarak hazırlanmıştır (Yazgan, 2007; Walle, Karp ve Williams, 2016; www.illuminations.nctm.org, 2018). Planlar hazırlanırken geleneksel öğretim anlayışı dışında, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine destek olacak bir yaklaşım benimsenmiştir. Etkinlikler öğrencilere somut ve kalıcı bir öğrenme sağlayacak şekilde seçilmiş ve materyal kullanımına sıklıkla yer verilmiştir. Ders planları içerisindeki problemlerin seçiminde, problem çözümünde öğrencilerin farklı muhakeme stratejileri geliştirebilecekleri nitelikte olmasına özen gösterilmiştir. Bu sayede öğrencilerin farklı muhakeme stratejileri ile tanışıp kendi muhakeme stratejilerini geliştirmelerine katkı sağlanması amaçlanmıştır. Ders planları hakkında genel bilgiler Ek 6'da sunulmuştur.

Ders planı uygulamalarına geçilmeden önce, öğrencilerin muhakeme becerilerindeki gelişimin görülebilmesi için hali hazırdaki muhakeme beceri düzeyleri belirlenmiştir. Bu süreçte araştırmacı tarafından hazırlanan Muhakeme Becerisi Değerlendirme Form'ları öğrencilere dağıtılarak yaklaşık 100-120 dk içerisinde tamamlamaları sağlanmıştır (Bkz. Ek 1). Öğrencilerin süreleri çok kısıtlı tutulmamış, tüm becerilerini yansıtmalarına yetecek kadar süre verilmiştir. Uygulamaya katılan öğrenciler arasından odak örnekleme oluşturan dört öğrenci (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4) ile muhakeme becerisi değerlendirme formları ışığında yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapıp video kaydına alınmıştır. Kamera bir tripot yardımı ile öğrencinin kâğıdına odaklanacak şekilde sabitlenmiştir. Bu şekilde öğrencilerin yüzleri görünmemiş olup gizliliğe özen gösterilmiştir. Yapılan yarı yapılandırılmış ön görüşmeler genellikle 70-80 dk arasında sürmüş olup, öğrencilerin tüm becerilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Görüşme esnasında öğrencilere ek sorular yöneltilerek farklı açıdan düşüncelerine destek olunmuştur. Ayrıca yapılan bireysel görüşmelerde, öğrencilere kesirlere yönelik materyaller sunulmuştur. Bu materyalleri soru

çözümlerinde kullanmaları öğrencilerin tercihinin bırakılmıştır. Görüşmelerin tamamlanmasının ardından, hazırlanan ders planları eşliğinde kesirler ve kesirlerde işlemler konularının kazanımları video kaydına alınarak işlenmiştir. Video kaydı yapan kamera sınıfın tahtayı net görebileceği bir bölümüne konumlandırılmış olup öğrencilerin yüzlerinin görülmemesine özen gösterilmiştir. Ders esnasında öğrencilerin kullandıkları çalışma kâğıtları ve ders sonlarında öğrencilerin derste kazandıkları becerileri, kendi ağızlarından yazdıkları öğrenci günlükleri toplanmıştır. Ve her dersin sonunda araştırmacı, gözlem ve yorumlarını araştırmacı günlüğüne not etmiştir. Uygulama sürecinde konunun somutlaştırılarak öğretiminin sağlanması amacıyla, çeşitli materyaller öğrencilere temin edilmiştir. Bu materyaller dairesel kesir parçaları, kesir şeritleri, şeffaf kesir kartları, kesir çubukları (Cuisenaire çubukları) vb. şeklindedir. Konuya uygun materyaller ders planlarında belirtildiği şekilde kullanılırken, süreç içerisinde öğrenciler, istedikleri materyalleri kullanmaları hususunda serbest bırakılmıştır. Ders uygulama süreci sonunda Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu tekrar öğrencilere dağıtılarak, doldurmaları sağlanmıştır. Seçilen odak örneklemdaki öğrenciler ile yeniden yarı yapılandırılmış bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bireysel görüşmeler esnasında öğrencilerin yetiştiremediği sorular olduysa, ek süreler tanınarak bilgi ve becerilerini tam olarak yansıtmaları sağlanmıştır. Aşağıda uygulama sürecine yönelik örnek fotoğraflara yer verilmiştir.



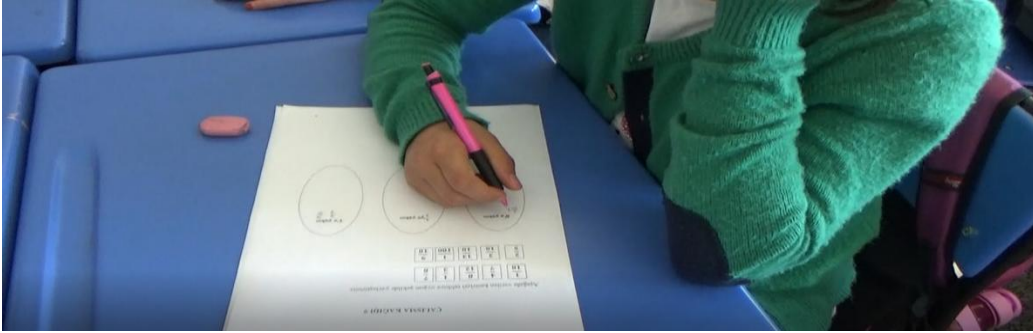
Şekil 2. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Uygulanışı



Şekil 3. Uygulama Süreci Etkinlik Örneği



Şekil 4. Sınıf Ortamında Öğrencilerin Materyal Kullanımları



Şekil 5. Uygulama Sürecinde Çalışma Kâğıtlarının Çözülmesi



Şekil 6. Etkinliklerin Sınıf Ortamında Uygulanması



Şekil 7. Bireysel Görüşmelerin Kayıt Altına Alınması

Bireysel görüşmeler esnasında öğrencilere, formdaki cevaplarına yönelik aşağıdaki gibi örnek sorular yöneltilerek, daha detaylı veriler elde edilmeye çalışılmıştır.

1. Sonucu nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?
2. Problemi daha farklı bir yolla çözebilir misin?
3. Senin için en ikna edici çözüm yolu hangisi?

Bu sorular doğrultusunda, öğrencilerin problem çözümlerinde hangi muhakeme stratejilerini tercih ettiklerini ve çözümlerinin açıklamalarını nasıl yaptıklarına yönelik veriler elde etmek amaçlanmıştır.

Veri Analizi

Araştırmanın verileri, gömülü teori yöntemleri arasında yer alan açık kodlama ve eksensel kodlama yöntemlerine göre analiz edilmiştir (Strauss ve Corbin, 1990). Gömülü teori, var olan bir kuramı doğrultmak ya da bir hipotezi test etmekten ziyade toplanan veriler ışığında teoriler, kavramlar, öneriler keşfeden bir yöntem bilimi olarak tanımlanmaktadır (Çelik ve Ekşi, 2015). Glaser ve Strauss (1967), kategorilerin ham veriler içinde saklı olduğunu ve araştırmacının elde edilen verileri herhangi bir kurama dayandırmadan kavramsallaştırabilmesi, veriler içerisinde saklı olan kategorileri ortaya çıkarması gerektiğini vurgulamıştır (Charmaz, 1995; Glaser ve Straus, 1967). Bu çalışma içerisinde de öğrencilerden toplanan veriler ışığında belirli bir analiz süreci

sonucunda çeşitli kategoriler geliştirilmiştir. Bu süreç aşağıda detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

Veri analizi süreci 3 basamakta gerçekleştirilmiştir. İlk olarak odak örneklemeindeki öğrencilerin ön ve son bireysel görüşme videoları transkript edilerek öğrenci cevaplarının bilgisayar ortamına aktarımı sağlanmıştır. Tüm cümleler tek tek ve satır satır dikkatlice okunarak açık kodlamalar yapılmıştır. Aynı şekilde öğrencilerin Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu'ndaki çözüm ve açıklamaları da teker teker birkaç kez okunarak açık kodlamalar yapılmıştır. Analizin ikinci basamağında görüşme kayıtları ve Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu üzerinde yapılan açık kodlamalar aynı beceriyi ifade edecek şekilde gruplara ayrılmış ve eksensel kodlar elde edilmiştir. Son basamakta ise eksensel kodlardan yola çıkılarak, öğrencilerin muhakeme becerilerini belirlemeye yönelik seviyeler oluşturulmuştur. Formlar hazırlanırken öğrencilerin muhakeme becerilerinin incelenmesine yönelik olarak sorular, üç kategori altında hazırlanmıştır. Bu sebeple eksensel kodlar da Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu içerisindeki soru kategorileri doğrultusunda ele alınmıştır. Bu kategoriler (1) Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma, (2) Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama , (3) Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi şeklinde ifade edilmektedir. Kodlamaların yapılış aşamasının daha net anlaşılabilirliğinin sağlanması açısından birinci kategoriye ait kodlama örneği Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Örnek Kodlama

Açık Kodlar	Eksensel Kodlar	Kategori
<p>*Payda eşitleme yöntemi kullanımı</p> <p>*Paydaları eşit olan kesirlerde payı büyük olan kesrin büyük olduğu yaklaşımının kullanımı</p> <p>*Bileşik-tam sayılı kesir çeşitlerinin dönüşümlerinde algoritma kullanılması</p>	Kural Temelli Muhakeme Stratejisi Kullanma	
<p>*Şekil çizimi yaparak problemleri çözme</p> <p>*Şekil çizerek kesirleri karşılaştırma</p> <p>*Sayı doğrusu kullanarak kesirlerde sıralama yapma</p> <p>*Bileşik ve tam sayılı kesir çeşitlerinin dönüşümlerinde şekil çizerek çözüm yapma</p>	Kural Dışı Muhakeme Stratejisi Geliştirme	
<p>*Kesirleri sıralamada yakınlık stratejisini kullanma</p> <p>*Hiçbir çözüm stratejisi geliştiremeyip materyal ile çözümü yapabilmek</p> <p>İkinci tercihinde materyal ile cevabı destekleme</p> <p>*İkinci tercihinde şekil kullanarak çözümü destekleme</p> <p>* İkinci tercihinde sayı doğrusu ile gösterimi tercih etme</p> <p>*İkinci tercihinde yakınlık stratejisini kullanmayı tercih etme</p>	Görüşme Esnasında Kural Dışı Muhakeme Stratejisi Geliştirme	Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma
<p>*Payda eşitleme yaparken hata yapılması</p> <p>*Doğal sayı özelliklerini aşırı genelleme</p> <p>*Kesirleri sıralamada hata yapılması</p> <p>*Kural uygularken işlem hatası yapılması</p>	Kural Temelli Muhakeme Stratejisinin Hatalı Kullanımı	
<p>*Şekil çizerek çözümde oranlamaya özen göstermeme</p> <p>*Sayı doğrusu kullanımında oranlamaya özen göstermeme</p> <p>*Şekil çiziminde bütünlerin eşliğinin ihmali</p>	Kural Dışı Muhakeme Stratejisinin Hatalı Kullanımı	

“Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu” içerisindeki sorulardan 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11 ve 12. soru “Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisinde, 6, 8, 9 ve 13. soru “Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme Ve Açıklama” kategorisinde, 14. soru ise “Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi” kategorisi içinde yer almaktadır. Bu kategoriler içerisinde, belirlenen açık kodlamalar ve diğer destekleyici veri toplama araçları (öğrenci günlükleri, araştırmacı günlüğü, ders videoları) çerçevesinde belirlenen eksensel kodlardan yola çıkılarak muhakeme beceri seviyeleri geliştirilmiştir. Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6’da her kategoriye ait belirlenen öğrenci seviyeleri ve bu seviyelerde bulunan öğrencilerden beklenen davranışlar gösterilmiştir.

Tablo 4. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları

Seviyeler	Gözlenecek Davranışlar
Seviye 0	Öğrenci soruya herhangi bir cevap veremez, kural temelli çözüm ile soruyu cevaplandırmaya çalışsa da hatalı bulur, farklı bir muhakeme stratejisi geliştiremez, kullandığı strateji hakkında hatalı açıklamalarda bulunur.
Seviye 1	Öğrenci soruyu çözerken kural temelli muhakeme stratejisini doğru şekilde kullanır, kullandığı kural temelli muhakeme stratejisi hakkında açıklama yapamaz, sonrasında herhangi bir farklı muhakeme stratejisi geliştiremez. (Dışsal ispat şeması)
Seviye 2	Öğrenci soruyu çözerken kural temelli muhakeme stratejisini hatalı kullanır, ikinci tercihinde farklı bir muhakeme stratejisi geliştirerek cevabı bulur ancak o örnek dışında genel ifadelerle açıklama yapamaz. (sadece farklı stratejinin örneğine bağlı kalarak yapıyor kuralla bağdaştırma ve genelleme yok) (deneysel ispat şeması)
Seviye 3	Öğrenci soruyu kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek çözüm yaparken hatalı muhakeme kurur, ikinci tercihinde farklı bir kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek sonucu doğru bulur ancak yaptığı hatanın farkına varamaz sadece sonuca odaklanır genelleme yapamaz. (deneysel ispat şeması)
Seviye 4	a) Öğrenci soruyu kural temelli” muhakeme stratejisi kullanarak çözerken hata yapar ama ikinci tercihinde geliştirdiği muhakeme stratejisi ile doğru çözüme ulaşır kendi yaptığı hatalı muhakemenin sebebini açıklar ve genellemelerde bulunur. b) Öğrenci soruyu kural dışı muhakeme stratejisi kullanarak çözerken hata yapar ama ikinci tercihinde geliştirdiği muhakeme stratejisi ile doğru çözüme ulaşır kendi yaptığı hatalı muhakemenin sebebini açıklar ve genellemelerde bulunur.
Seviye 5	a) İlk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak çözümü hatasız yapar ve sebebini genel yargılarla açıklar veya ikinci bir muhakeme stratejisi geliştirerek kullandığı kural stratejisi ile bağdaştırarak genellemeler yapar. b) Öğrenci soruyu kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasız bir şekilde yapar, ek stratejiler geliştirerek cevabını destekler ve çözümünün açıklamasını genellemeler yaparak sunar.

Tablo 5.Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları

Seviyeler	Gözlenecek Davranışlar
Seviye 0	Öğrenci hatalı stratejiyi fark edemez, herhangi bir hata olduğunu gösteremez, kendisi çözüm yaparken hangi stratejiyi kullanırsa kullansın doğru kullanım yapamaz.
Seviye 1	Soruyu kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak çözer, yöntemin hatalı olduğunu belirtir ancak yöntemin hatası üzerine herhangi bir açıklama yapamaz. (dışsal ispat şeması)
Seviye 2	Soruyu kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek çözmeye çalışır ama hatalı kullanır, yöntemin hatalı olduğunu belirtir ama hataya yönelik açıklama yapamaz.
Seviye 3	Stratejinin hatalı olduğunu belirtir, kural temelli muhakeme stratejisiyle kendisi çözüm yapar, ikinci tercihinde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek de sonucu gösterir ancak yöntemin hatasına yoğunlaşmaz.
Seviye 4	Stratejinin hatalı olduğunu belirtir, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek sonucu gösterir, ancak yöntem hatasından ziyade sonuca odaklanır, karşıt örnek geliştirmesi gereken durumda geliştiremez örnek çözümle sınırlı kalır, yöntemlerin her zaman doğru olması gerektiğini vurgular.
Seviye 5	<p>a) Stratejini hatalı olduğunu belirtir, kural temelli muhakeme stratejisi geliştirerek çözüm yapar, çözümünün açıklamasını yaparak soruda kullanılan yöntemin hatasını gösterir, karşıt örnek geliştirmesi gerek durumda geliştirir, yöntemlerin her zaman doğru olması gerektiğini vurgular.</p> <p>b) Stratejini hatalı olduğunu belirtir, uygun kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek çözüm yapar, çözümünün açıklamasını yaparak soruda kullanılan yöntemin hatasını gösterir, karşıt örnek geliştirmesi gerek durumda geliştirir, yöntemlerin her zaman doğru olması gerektiğini vurgular.</p>

Tablo 6. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Seviyeler ve Gözlenecek Öğrenci Davranışları

Seviyeler	Gözlenecek Davranışlar
Seviye 0	Herhangi bir problem üretemez.
Seviye 1	Hatalı problem üretir / Soru kökünde çeşitli hatalar yapar.
Seviye 2	Problemi ilk olarak hatalı bir şekilde kurar ancak görüşme esnasında yaptığı açıklamalar ile soru kökünde değişiklikler yaparak doğru bir problem kurar.
Seviye 3	Verilen işleme uygun problemi hatasız bir şekilde kurar.

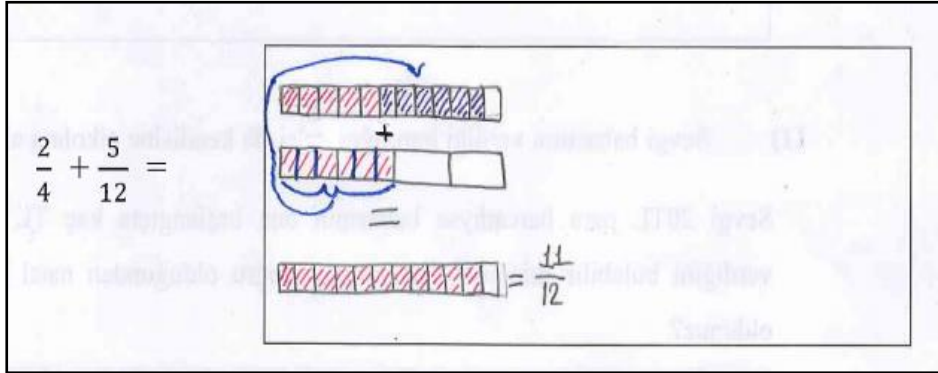
Yukarıdaki tablolarda, kategorilerin kendi içerisinde belirli ortak özelliklere göre belirlenen, beceri seviyeleri gösterilmiştir. Ve bu seviyelerin oluşmasında etken olan davranışlar yanlarında açıklamalarıyla verilmiştir. Seviyeler oluşturulurken, öğrencilerin bir sorunun çözümünde muhakeme temelli uygun strateji geliştirip geliştirememesi üzerine yoğunluk verilirken, öğrencilerin çözümlerini nasıl açıkladıklarına yönelik veriler de dikkate alınmıştır. Aynı soruya ait iki farklı kodlamanın örnekleri Şekil 8 ve Şekil 9’da sunulmuştur.

$$\frac{6}{72} + \frac{2x3}{4x3} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12}$$

Paydolar eşit değilse eşitleriz. Küçük olanı neyi ile çarparsak payda da o sayıya çarparsak cevap!

$$\frac{11}{12}$$

Şekil 8. Kural Temelli Muhakeme Stratejisi Kullanma Olarak Kodlanan Çözüm



Şekil 9. Kural Dışı Muhakeme Stratejisi Geliştirme Olarak Kodlanan Çözüm

Kategori tablosu içerisinde belirlenen kodlarda geçen ifadeler hakkında genel bilgi verilmesinin seviyelerin anlaşılabilirliği açısından faydalı olacağı düşünülmektedir. Veriler içerisinde yer alan ders kitaplarında sıklıkla kullanımı verilen algoritmik çözüm yapısına odaklı çözüm yöntemleri, kural temelli muhakeme stratejisi olarak kodlanmıştır. Şekil 8’de görüldüğü üzere, paydaları eşit olmayan iki kesrin toplanması işleminde, öğrencinin direk paydaları eşitleme yöntemi kullanarak herhangi bir açıklama yapmadan soruyu cevaplandırması, kural temelli muhakeme stratejisi kullanımı olarak kodlanmıştır. Şekil 9’da örneği verilen problem çözümünde ise öğrencinin kesirlerde toplama işlemini şekil çizerek yapıp, açıkladığı görülmektedir. Yani öğrencinin şekil veya sayı doğrusu kullanarak yaptıkları çözümler, çeşitli materyal kullanımları, kesirler ünitesi içerisinde yakınlık stratejisi kullanımı gibi stratejiler kural dışı muhakeme stratejisi geliştirme olarak kodlanmıştır. Materyal kullanımı olarak belirtilen strateji öğrencilere görüşme esnasında sunulan dairesel kesir parçaları, kesir şeritleri, şeffaf kesir kartları vb. materyallerin kullanılması olarak değerlendirilmiştir. Kategoriler ve seviyeler hakkında geniş bir bilginin verilmesi çalışmanın analiz bölümünün anlaşılabilirliği açısından büyük önem taşımaktadır. Bu sebeple belirlenen seviyeler hakkında detaylı bilgi, üç alt başlık halinde verilmiştir.

Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme Ve Kullanma Kategorisi

Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme Ve Kullanma kategorisinde, öğrencinin problem çözümünde kural temelli strateji kullanması veya kural dışı uygun stratejiyi

geliştirip kullanabilmesi ve yaptığı çözümün açıklamasında nasıl bir yol tercih ettiği ana kriterlerine göre seviyeler oluşturulmuştur. Seviyeler oluşturulurken çalışmanın amacı doğrultusunda öğrencinin doğru veya hatalı çözüm yapmasından ziyade çözümde geliştirdiği muhakeme stratejisi ön planda tutulmuştur. Bu nedenle seviyelerde, kural temelli çözüm yapıp doğru yapan fakat kural dışı muhakeme stratejisi geliştiremeyen öğrenci, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirip kullanımında hata yapan ve görüşme esnasında hatasını fark eden öğrenciden alt seviyede ele alınmıştır. Örneğin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerilerinin Analizinden Elde Edilen Bulgular” bölümünde Şekil 13’de verilen öğrenci cevabı ve görüşme kesitlerinin incelenmesi sonucunda, öğrenci kural temelli muhakeme stratejisini doğru bir şekilde kullanmıştır ancak görüşme esnasında herhangi ek bir açıklamada bulunamamış veya ek bir strateji geliştirememiştir. Bu sebeple Seviye 1 olarak kodlanmıştır. Yine bulgular bölümünde Şekil 15’te verilen öğrenci cevabı ve görüşme kesitinin incelenmesi sonucunda öğrencinin geliştirdiği kural dışı muhakeme stratejisinde doğru sonuca ulaştığı ancak kullanımında hata yaptığı görülmüştür. Görüşme esnasında ise öğrenci sözel açıklamalarla sorunun çözümünü tekrar açıklamıştır. Ancak öğrenci stratejide yaptığı hatanın farkına varamamıştır. Bu sebeple Seviye 3 olarak kodlanmıştır. İki veya daha fazla şıklı olarak verilen sorularda, muhakeme becerisinin daha iyi ölçülebileceğinin düşünüldüğü şıklara daha ağırlık verilerek seviyeler belirlenmiştir. Örneğin Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formundaki 12. soru dört farklı şıktan oluşmaktadır. Ancak ilk iki şık paydaları eşit iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini sorguladığından neredeyse her öğrenci tarafından doğru şekilde cevaplandırılmıştır. Bu sebeple seviyenin belirlenmesinde etkisi az tutularak paydası eşit olmayan kesirlerle yapılan işlemlere ağırlık verilmiştir.

Belirlenen seviyelerde öğrencilerden beklenen davranışlar kısaca açıklanmak istenirse; herhangi bir cevap veremeyen, kural temelli çözüm yapmaya yönelik onu da hatalı yapan ve görüşme esnasında da herhangi bir strateji geliştiremeyip hatasını göremeyenler Seviye 0, kural temelli çözüm yapıp herhangi bir açıklamada bulunmayan ve görüşme esnasında da farklı bir strateji geliştiremeyen öğrenciler Seviye 1, kural temelli çözümü hatalı yapıp herhangi bir açıklama yapamayan ancak görüşme esnasında kural dışı muhakeme stratejileri geliştirip hatasını fark edenler Seviye 2, ilk tercihinde

kural dışı muhakeme stratejisi geliştirip hatalı kullanıp görüşme esnasında hatasını anında görenler veya farklı bir strateji ile hatasını fark eden ancak genellemede bulunamayanlar Seviye 3 olarak kodlanmıştır. Seviye 4 ise a ve b olarak iki alt seviyeye ayrılmıştır. İlk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisini kullanarak hata yapıp görüşme esnasında hatasını fark edip genelleme yapabilenler Seviye 4-a, ilk tercihinde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirip hatalı kullanan ancak görüşme esnasında hatasını fark edip genelleme yapabilenler Seviye 4-b olarak kodlanmıştır. Son ve en üst seviye olarak belirlenen Seviye 5 de aynı şekilde iki alt seviyeye ayrılmıştır. İlk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisini hatasız bir şekilde kullanan, kullandığı kuralı açık bir şekilde açıklayabilen veya görüşme esnasında kural dışı muhakeme stratejisi geliştirip açıklamasını düzgün bir şekilde yapanlar, Seviye 5-a olarak kodlanmıştır. İlk tercihinde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasız bir şekilde kullanıp açıklamasını genel yargılarla yapan ve ek stratejiler geliştirerek cevabını destekleyenler ise Seviye 5-b olarak kodlanmıştır.

Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisi

Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme Ve Açıklama kategorisinde , problem içerisinde verilen hatalı çözüm stratejisinin öğrenci tarafından fark edilmesi ve hatanın temelini açıklayabilmesi kriterlerine göre seviyeler oluşturulmuştur. Öğrenci, yonteme odaklanmasa dahi doğru çözümü kural dışı muhakeme stratejisi ile gösteriyorsa kural temelli çözümle gösteren öğrenciden daha üst seviyede ele alınmıştır. Hatalı stratejiyi fark edemeyip herhangi bir hata gösteremeyen ve çözümü doğru kabul edenler Seviye 0, hatalı stratejiyi fark edip kural temelli çözümle doğrusunu gösterip yöntemin hatasına odaklanmayanlar Seviye 1, hatalı stratejiyi fark edip kural dışı muhakeme stratejisi ile göstermeye çalışırken hatalı gösterim yapıp yöntemdeki hataya odaklanmayalar Seviye 2, hatalı stratejiyi belirtip kural temelli çözümle açıklayıp görüşme esnasında kural dışı muhakeme stratejisi ile de gösterebilenler ancak yöntemdeki hataya odaklanmayanlar Seviye 3 olarak kodlanmıştır. Hatalı stratejiyi fark ederek kural dışı muhakeme stratejisi ile doğrusunu gösteren, yöntemin hatasına odaklanmayıp sonuç odaklı kalan ve karşıt örnek geliştiremeyenler Seviye 4 olarak kodlanırken, en üst seviye olarak belirlenen

Seviye 5 iki alt seviyeye ayrılmıştır. Hatalı stratejiyi fark edip kural temelli muhakeme stratejisi ile gösteren ve sorunun çözümünde verilen yöntemin hatasına odaklanarak kendi çözümüyle ilişki kurup, karşıt örnek geliştirmesi gereken durumlarda geliştirebilenler Seviye 5-a olarak kodlanmıştır. Hatalı stratejiyi kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek gösteren ve hatalı yöntemin hatasını açıklayabilen, karşıt örnek geliştirmesi gereken durumlarda da geliştirebilenler ise Seviye 5-b olarak kodlanmıştır.

Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisi

Son kategori olan Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi kategorisinde, öğrencinin işleme uygun muhakemeyi yapıp problem kurmasına odaklanılmıştır. Öğrencilerden, verilen işlemin çözüm olarak kullanılacağı bir problem yazılması beklenilmektedir. Verilen işleme uygun herhangi bir problem üretemeyenler Seviye 0, soru kökünde çeşitli hatalar yapıp hatalı problem üretenler Seviye 1, soru kökünde çeşitli hatalar yapıp görüşme esnasında hatalarını fark edip düzeltebilenler Seviye 2, uygun problemi hatasız bir şekilde kuranlar Seviye 3 olarak kodlanmıştır.

Öğrencilerin buldukları seviyeler belirlenirken, soru soru buldukları seviyeler incelenmiş ve genel olarak ağırlıklı olan seviyeye göre öğrencilerin muhakeme becerileri yorumlanmıştır. Uygulama öncesi ve sonrası öğrenci seviyelerinin karşılaştırılmasında ise yine aynı şekilde soru soru değişimler üzerinde durulup öğrencinin muhakeme becerisinin, pozitif veya negatif yönde nasıl bir değişim yaşadığı belirlenerek bulgular kısmında sunulmuştur. Bulgular bölümünde öğrencilerin isimleri gerçek isimleri kullanılmayarak Ö1,Ö2,Ö3 ve Ö4 olarak, araştırmacı ise “G” harfi ile belirtilmiştir.

Çalışmanın Geçerliği, Güvenirliği ve Etiksel Durum

Genel olarak *geçerlik* araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinen bir ölçüt iken *güvenirlik* araştırma sonuçlarının yinelenebilirliği ile ilgilidir (LeCompte ve Goetz, 1982). Geçerlik ve güvenilirlik, araştırma sonuçlarının inandırıcılığını belirlemede kullanılan en yaygın ölçütlerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Dolayısıyla hem nicel

çalışmalarda hem de nitel çalışmalarda verilerin toplanmasında kullanılan teknik araçların geçerlik ve güvenilirlik özelliklerine sahip olması gerekirken, bu iki ölçütün dikkatli bir şekilde test edilerek sonuçlarının sunulması oldukça önemlidir (Johnson, 1997; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Geçerlik ve güvenilirliği incelemek için birçok tanım, yöntem ve istatistikî işlem mevcuttur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Ancak nitel araştırmaların yapısı gereği katılımcılarla birebir olarak iletişim kurulması, sahada uzun zaman geçirerek detaylı anlamlara ulaşma hedefiyle elde edilen derin bilgiyi anlama çabasında olmasından dolayı, bu araştırmalara yönelik standartlaştırılmış ölçme araçları ve bu araçların geçerlik ve güvenilirliklerini inceleyen teknikler gelişmemiştir (Creswell, 2013; Kıncal, 2017; Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Nitel araştırmalarda çalışmanın niteliğini artırmak adına çeşitli stratejiler önerilmektedir. Bu doğrultuda nitel araştırmaların doğasına uygun çeşitli alternatif kavramlar geliştirilmiştir. Nitel çalışmalarda “iç geçerlilik” yerine “inandırıcılık”, “dış geçerlilik” yerine “aktarılabirlik”, “iç güvenilirlik” yerine “ tutarlılık” ve “dış güvenilirlik” yerine “teyit edilebilirlik” kavramları tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

İnandırıcılık: İnandırıcılık, araştırmada elde edilen bulguların gerçek hayatta karşılaşılan sorunlara çözüm oluşturabilmesi çerçevesinde değerlendirilir. Nitel araştırmalarda inandırıcılığı artırmak için çeşitleme, uzun süreli etkileşim, uzman incelemesi, araştırmacı duruşu ve katılımcı teyidi gibi stratejilere başvurulması önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Çalışmada inandırıcılık niteliğini artırmaya yönelik aşağıdaki önlemler alınmıştır:

- Araştırma verilerinin toplanması iki ay gibi bir süre içerisinde yapılmıştır.
- Araştırmanın yöntem boyutunda çalışma grubunun nasıl belirlendiği, veri toplama araçları ve analiz teknikleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.
- Araştırmada Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu, araştırmacı ve öğrenci günlükleri, ders video -ses kayıtları, bireysel görüşme video - ses kayıtları gibi birden çok araç kullanılarak veri toplanmıştır. Bu şekilde tek

bir veri aracından bilgi edinilmek yerine daha fazla araç kullanılarak daha inandırıcı sonuçlara ulaşılmıştır.

- Araştırmanın her bir adımında deneyimlenen olaylar ve bu süreçte yapılan düzenlemeler araştırmacı günlüğüne detaylı bir şekilde not edilmiştir.
- Araştırmanın oluşumundan raporlaştırılmasına kadar geçen süreçte konu uzmanlarından ve literatürden yardım alınmıştır.
- Veri toplama araçlarının hazırlanması ve verilerin analiz edilmesi süreçlerinde uzman görüşüne başvurulmuştur.

Aktarılabirlik: Nicel araştırmaların temel amaçlarından biri olan genelleme kavramını nitel araştırmalardaki karşılığı olarak görölmektedir. Nitel araştırmalarda olay ve olguların içerisinde buldukları ortamdan etkilenebilecekleri dikkate alındığında doğrudan genelleme yapılması mümkün olmaz. O sebeple aktarılabirlik araştırmayı okuyan bireylerin, benzer ortamlar ve süreçlere ilişkin bir anlayış oluşturabilmesi ve kendi uygulamalarını daha deneyimli yapabilmelerini sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmada aktarılabirlik kapsamında aşağıdaki önemler alınmıştır:

- Araştırma verileri ayrıntılı olarak betimlenmiş, öğrenci muhakeme becerisi değerlendirme formundan, yarı yapılandırılmış bireysel görüşmelerden ve öğrenci günlüklerinden elde edilen veriler herhangi bir yorum katılmadan direk alıntı şeklinde kullanılmıştır.
- Bulgular öğrenci günlüklerinden, ders videolarından ve çalışma yapraklarından yapılan doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.
- Araştırmanın amacına yönelik odak örnekleme seçilmiş ve seçilen örneklemin özelliklerinden katılımcı özellikleri başlığı altında geniş bir bilgiye yer verilmiştir.

Tutarlılık: Nitel araştırmada olay ve olgular ortama ve zamana bağlı oluştukları için araştırmanın aynı biçimiyle tekrarı olanaklı değerdir. Bu nedenle, olay ve olguların değerşkenliği kabul edilerek bu değerşkenliğin araştırmada tutarlı bir biçimde yansıtılıp

yansıtılmadığına bakılır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmada tutarlık kapsamında, veri toplama, veri analizi ve raporlaştırma süreçlerinde aynı uzmanlarla çalışılmış ve süreçte benzer işlemler aynı biçimde yapılmaya çalışılmıştır.

Teyit edilebilirlik: Bilimsel araştırmalarda veriler elde edilirken araştırmacının veri kaynağına uzak olması ve nesnel bir yaklaşımla olay ve olguları ortaya koyması gerekmektedir. Ancak nitel araştırmalarda araştırmacının etkisinin hiç olmayacağı bir araştırmadan söz etmek mümkün olmamaktadır. Bu sebeple nitel araştırmalara nesnellik kavramı yerine teyit edilebilirlik kavramı önerilmektedir. Araştırmacı elde ettiği veriler ile ulaştığı sonuçları sürekli teyit ederek okuyucuya mantıklı bir şekilde sunabilmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Çalışmanın “yöntem” ve “bulgular” bölümü yapılandırılırken, belirtilen her bir öge ayrıntılı bir biçimde tanımlanmaya çalışılmıştır. Veri toplama sürecinde oluşturulan Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formaları ve ders planları literatür ve uzman görüşü ışığında araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Veri analizi aşamasında kodlamalar iki farklı araştırmacı tarafından bağımsız bir şekilde yapılmış, daha sonrasında kodlamalar karşılaştırılarak benzer ve farklı yanlar belirlenmiştir. Farklılar üzerinde yapılan tartışmalar sonucunda ortak bir karara varılmıştır. Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6 iki araştırmacının görüşleri doğrultusunda birlikte oluşturulmuş ve seviyeler arasındaki farklılıklar belirlenirken çeşitli tartışmalarda bulunulmuştur. Ayrıca araştırmadan elde edilen tüm veriler saklanarak çalışmanın sonuçlarıyla teyit edilebilirliğinin sağlanması amaçlanmıştır. Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formaları, öğrencilere dağıtılıp çalışmaya başlanmadan önce, araştırmacı tarafından öğrencilere çalışmanın amacı ve önemi açıklanmış; çalışmaya katılarak matematik eğitimine ulusal ve uluslararası alanda katkıda bulunacakları ve verecekleri cevapların çalışma için önem arz ettiği belirtilmiştir. Çalışma süreci içerisinde hiçbir şekilde not ile değerlendirilmeyecekleri ve gerçek isimlerinin kullanılmayacağı ifade edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin çalışmaya katılmalarında gönüllük esas alınarak velilerinden izin belgesi alınmıştır (Bkz. EK 4). Araştırmacının aynı zamanda çalışmaya katılan öğrencilerin matematik öğretmeni

olması nedeniyle samimi ve güvenilir bir ortam oluşturulmuş, öğrencilerin rahat bir şekilde süreci yaşamaları sağlanmıştır.



BÖLÜM IV

BULGULAR

5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusu üzerinde muhakeme becerilerinin incelenmesi amaçlanan çalışmanın araştırma sorusu, iki alt sorudan meydana gelmektedir. Öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan bir kesirler ünitesi uygulamasından önceki muhakeme becerilerinin belirlenmesi çalışmanın bir alt sorusunu oluşturmaktadır. Çalışmanın bir diğer alt sorusu ise, öğrencilerin muhakeme becerilerinin, kesirler ünitesi uygulamasından önce ve sonraki muhakeme seviyelerindeki değişimin belirlenmesidir. Araştırmanın alt soruları doğrultusunda çalışmanın bulgular bölümü üç ana başlık şeklinde verilmiştir. Birinci ana başlık, öğrencilerin uygulama öncesi muhakeme becerilerinin analizinden elde edilen bulgular, ikinci ana başlık uygulama sonrası muhakeme becerilerinin analizinden elde edilen bulgular, üçüncü ana başlık ise uygulama öncesi ve sonrası muhakeme becerilerinin karşılaştırmasına yönelik bulgulardan oluşmaktadır. Çalışmanın yöntem bölümünde ayrıntılı olarak açıklandığı üzere, öğrencilerin kesirler konusundaki muhakeme becerilerini değerlendirmeye yönelik uygulanan Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formunda yer alan sorular, kesirler ünitesi kazanımları ışığında üç kategori altında hazırlanmıştır: (1) Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma, (2) Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama, (3) Problem Kurma. Bu sebeple, çalışmaya katılan öğrencilerin muhakeme beceri seviyeleri de bu kategoriler ışığında incelenmiştir. Çalışmanın bulgularının anlaşılabilirliğinin artırılması amacıyla, her bir ana başlık üç alt başlığa ayrılarak, Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu'ndaki soruların buldukları kategorilere göre, öğrencilerin muhakeme beceri seviyelerinin ayrı ayrı incelenmesi sağlanmıştır.

Uygulama Öncesi Muhakeme Becerilerinin Analizinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, kesirler ünitesinin uygulama sürecinden önce, öğrencilerin Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu'na verdikleri cevaplar, bireysel görüşmeler ve bu görüşmeler esnasında öğrencilerin yaptıkları açıklamalar dâhilinde elde edilen

veriler sunulmuştur. Bulgular bölümünde yer alan her ana başlık, muhakeme becerisi değerlendirme formlarındaki soru kategorilerine göre üç alt başlık halinde sunulmuştur. Her bir alt başlıkta, o kategorinin içerisindeki sorulara yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri tablolar halinde verildikten sonra, bu seviyelerin belirlenmesinde göz önünde bulundurulmuş hususlara örnek teşkil etmesi açısından her seviyeye ait birer örnek sunulmuştur.

Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Bulgular

Bu bölümde “Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisine ait değerlendirme formunda bulunan 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11 ve 12. soruya yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri ve bu seviyelere örnek teşkil eden soru ve görüşme örnekleri verilmiştir. Öğrencilerin muhakeme becerisi değerlendirme formuna verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 7’de sunulmuştur.


Tablo 7. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri



	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5	Soru 7	Soru 10	Soru 11	Soru 12
Ö1	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-a
Ö2	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 0	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-a
Ö3	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 0	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5-a	Seviye 4-a	Seviye 0
Ö4	Seviye 5-b	Seviye 4-a	Seviye 1	Seviye 4-a	Seviye 5-a	Seviye 2	Seviye 1	Seviye 0	Seviye 0

Tablo 7 incelendiğinde öğrencilerin muhakeme düzeylerinin çeşitli seviyelerde yer aldığı dikkat çekmektedir. Örneğin Ö1 ve Ö2’nin muhakeme seviyeleri genellikle Seviye 5-a ve Seviye 5-b’de yer alırken, Ö3 ve Ö4’ün muhakeme düzeylerinin bazı sorularda alt seviyelerde yer aldığı görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin bulunduğu her

bir seviyeye ait sınıflandırma örnekleri, en alt seviyeden başlanarak ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Şekil 10'da, Ö2'nin 4. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, kendilerine bütünü temsil eden bir şekil verildiğinde, o bütünden yola çıkarak, yeni verilen modelin kesirsel karşılığını ifade etmesi beklenmektedir.

Eğer  şekli bir bütünü gösteriyorsa aşağıdaki ifadenin hangi kesri gösterdiğini belirleyiniz. Sebebini açıklayınız.

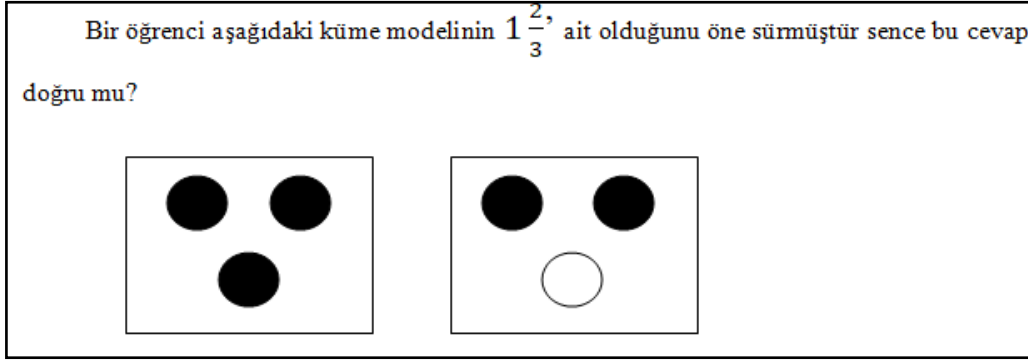
$\frac{5}{6}$ 'dir. Çünkü yukarıdaki şekil de hiç parçaya ayrılmamış ama en soldaki şekil hem hepsi parçaya ayrılmış hem de hepsi boyanmış bu yüzden buna tam diyemeyiz. İki şeklin önce parçalarını saymalıyız sonra da iki şeklin boyalı kısımlarını saymalıyız ve cevapta $\frac{5}{6}$ 'dir.

Şekil 10. Ö2'nin 4. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Şekil 10'da verilen öğrenci cevabına göre Ö2'nin, bir bütünün parçalara ayrıldıktan sonra, o parçalar kullanılarak tekrar aynı bütünün elde edilemeyeceğini düşündüğü görülmektedir. Bunun sebebi olarak ise öğrenci, soruda bütün olarak verilen şeklin hiçbir parçaya ayrılmadan gösterilmiş olmasını öne sürmektedir. Ö2 cevabında iki şeklin tamamını bir bütün gibi düşünerek, tüm parçaların sayısını payda, boyalı kısımların sayısını ise pay olarak kabul etmiştir. Öğrencinin cevabını açıklamasına yönelik yapılan bireysel görüşme kesiti ise aşağıda verilmiştir.

Ö2: 6'da 5'i gösteriyor. Çünkü buna (ilk şekle) bütün diyebilirdik ama parçalara ayırmış. Bu yüzden 3 olmuş bütün parçaları toplayınca 5 ediyor ama bir boşluk kalıyor bu yüzden 5/6 ediyor.

G: Peki sana şöyle bir soru sorsam buna nasıl bir cevap verirsin?



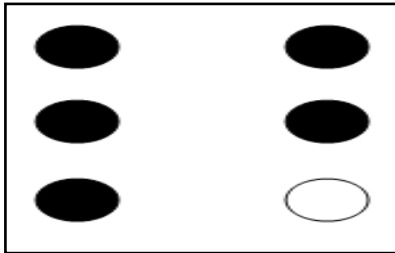
Şekil 11. Görüşme Esnasında Sorulan Küme Modeli Ek Sorusu

Ö2: Buranın hepsi tek bir şey olursa 5 tane eder.

G: Peki yani burada sorulan iki küme birlikte bir tam mı ediyor?

Ö2: 3 tam 3'de 2 galiba.

G: Peki yan yana verse 3'ü alt alta bunu nasıl ifade ederiz. Öğrenci bu şekil için de 1 tam 3'de 2 diyor. (3 pul alt alta dizilip diğer pullarda yan tarafa alt alta diziliyor, farklı bir gösterimle ek soru soruluyor.)



Şekil 12. Ek Küme Gösterimi

Ö2: Bence öyle olmaz. Bunlar elma bunlar armut, elmalar 5 tam eder. Bir kümenin içinde hepsi taralıysa onları tam gibi düşünüyoruz diğerinde değilse ona göre ifade edebiliyoruz.

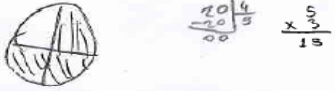
Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö2'nin değerlendirme formundaki cevabına benzer şekilde açıklamalar yaptığı görülmektedir. Araştırmacı tarafından,

öğrenciye benzer ek sorular sorularak, öğrencinin konu hakkındaki bilgisini daha ayrıntılı görmek hedeflenmiştir. Sorulan ek sorulara öğrencinin verdiği cevaplar incelendiğinde, değerlendirme forumunda kullandığı çözüm stratejisini bu sorulara da yansıttığı belirlenmiştir. Öğrencinin parçalara ayrılan bir tamın, tüm parçaları kesre dâhil edilse dahi, tekrar bir tam olarak görülemeyeceği yanılığına sahip olabilme ihtimali, ek sorulara verdiği cevaplar neticesinde artmıştır. Ayrıca öğrencinin kesirlerin küme modeli gösteriminde de sıkıntı yaşadığı, kümelenilmeyi doğru bir şekilde yapamadığı dikkat çekmektedir. Yani genel olarak Ö2, sorunun çözümü için herhangi doğru bir strateji geliştirememiş ve verdiği cevaplarla da hatalı bir sonuca ulaşmıştır. Bu sebeplerden dolayı Ö2, 4. soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 13'te, Ö4'ün değerlendirme formunda bulunan 10. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, verilen bir çokluğun basit kesir kadarını bulmalarına yönelik hazırlanan problemi çözmeleri beklenmektedir.

Ahmet Dede elinde bulunan 20 tane şekerin $\frac{3}{4}$ ' ünü torunlarına dağıtmak istiyor. Ahmet Dede şekerlerinden kaç tanesini dağıtması gerektiğini bir türlü bulamıyor. Birçok kişi ona bu konuda yardım etmeye çalışsa da kimsenin verdiği cevabının doğru olduğuna inanmıyor. Peki siz Ahmet Dede'nin şekerleri dağıtmasına yardımcı olup, onu bu dağılımın doğruluğuna ikna edebilir misiniz?

Ahmet Dede'ye katılıyorum. Çünkü Ahmet Dede'nin 20 tane şekerini vermiş Ahmet Dede torunlarına 15 tane dağıtacak. Onun için bu cevabın doğru olduğuna eminim.



Şekil 13. Ö4'ün 10. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Şekil 13'te verilen öğrenci cevabına göre, Ö4'ün problem çözümünde kural temelli muhakeme stratejisi kullandığı, kullandığı kural hakkında da herhangi bir

açıklamada bulunmadığı görülmektedir. Öğrencinin bu sorudaki muhakeme beceri seviyesi hakkında, daha ayrıntılı bilgi elde edilebilmesi için öğrenciyle yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

G: Cevabı nasıl bulduğunu anlatır mısın? 4'e bölüp 3 ile çarpmışsın. Neden?

Ö4: Torunlarına dağıtacakmış ya. Hmm kaç torunu olduğu..(cümleyi tamamlayamıyor torun sayısının verilmediğini fark ediyor.)

G: Nedenini bilmiyor musun? Farklı bir strateji geliştirebilir misin?

Ö4: Şekil çizeyim. 4'de 3 oluyor (Daire çizip 4'e bölüyor 3'ünü tarıyor). 20 tane şeker varmış bir tanesi dışarıda kalıyor. Onun 3 tanesinin o zaman herkese 4'de 1, 4'de 1 düşüyor.

G: 3 tane torunu olduğunu söylüyor mu soruda?

Ö4: Ama parçaların hepsi 4'de 1 4'de 1.

G: Toplamda 20 şeker olduğu söyleniyor.

Ö4: Hmmm..

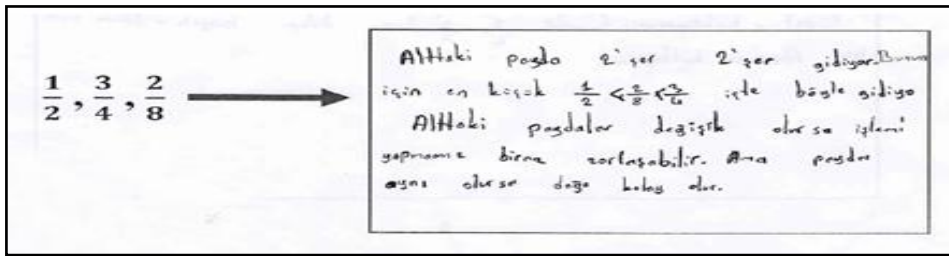
G: Evet devam edebilecek misin?

Ö4: Yok.

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin uyguladığı kural temelli strateji hakkında herhangi bir açıklamada bulunmadığı görülmektedir. Açıklama olarak öğrenciden beklenen, o kuralı neden o şekilde kullandığını belirtmesi olarak özetlenebilir. Ö4, cevabını açıklayabilmek için şekil çizimini tercih etmiştir. Ancak öğrencinin sadece şekli çizbildiği ve soru ile çizdiği şekil arasında bir bağ kuramadığı görülmüştür. Öğrencinin, problem cümlesinde verilen kesirsel ifadenin payda kısmını, soru içerisinde geçen kişi sayısı olarak algıladığı dikkat çekmektedir. Soruda,

öğrencinin bahsettiği gibi torun sayısı hakkında herhangi bir bilgi sunulmamıştır. Genel olarak bakıldığında öğrencinin problem çözümünde, yalnızca kural temelli stratejiyi kullanabildiği, kuralın kullanımı hakkında ise herhangi bir açıklamada bulunamadığı görüldüğünden Ö4, 10. soru için Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 14'te Ö4'ün değerlendirme formunda bulunan 7. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, paydası eşit olmayan kesirleri, payda eşitleme kuralını kullanmadan sıralayabilmesi beklenmektedir.



Şekil 14. Ö4'ün 7. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün Şekil 14'te verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin hatalı bir cevap verdiği görülmektedir. Yaptığı sıralamaya açıklama olarak, paydaların ikişer ikişer artarak ilerlediğini ifade etmiştir. Ancak verdiği cevap ile yaptığı açıklama arasında anlamlı bir bağ kurulamamıştır. Ö4'ün cevabı ile ilgili açıklamalarının bulunduğu görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.

Ö4: İlk olarak küçükten büyüğe sıralayın diyor. En küçük olan 8'de 2 çünkü onu parçalara bölünce küçük küçük oluyor. 2'de 1 bölünce büyük çıkmış oluyor. 4'de 3 de böyle oluyor. (bu esnada dairesel kesir parçalarını gösteriyor.)

G: 4'de 3 ü koyduk bir de ne vardı?

Ö4: 2'de 1 üst üste koyayım mı?

G: Koyabilirsin.

Ö4: *Bu oluyor da bir parçası fazla geliyor. (3/4'ün bir parçasının fazla geldiğini gösteriyor)*

G: *En büyüğü hangisi oldu?*

Ö4: *4'de 1.*

G: *4'de 1 mi orası?*

Ö4: *4'de 3 pardon.*

G: *Sonra hangisi geliyor?*

Ö4: *2'de 1.*

G: *En küçüğü?*

Ö4: *8'de 2.*

G: *Sen kâğıtta neye göre yapmıştın?*

Ö4: *Sayıların küçük olmasıyla.*

G: *Payların mı?*

Ö4: *Paydaların.*

G: *Ama dediğin gibi sıralaman kâğıttakiyle uyuşmuyor.*

Ö4: *Ben şöyle yaptım 8 e bölünce küçük küçük oluyor ya en küçük o oluyor.*

G: *Öyle diyorsun ama oraya yanlış yazmışsın galiba şimdi düşündüğünü yazar mısın?*

Ö4: *$2/8 < 1/2 < 3/4$ büyük olmuş oluyor.*

G: *O materyaller olmasa ne düşünebilirdin başka?*

Ö4: *Bilmiyorum.*

Yukarıda verilen bireysel görüşme kesiti incelendiğinde Ö4'ün görüşme esnasında da değerlendirme formunda verdiği cevaba yönelik uygun bir açıklama yapamadığı görülmektedir. Ancak öğrencinin, materyaller yardımıyla doğru cevabı gösterebildiği ve bu sayede değerlendirme formundaki cevabının hatalı olduğunu kabul ettiği görülmektedir. Öğrenci, materyal kullanımı dışında kesirleri sıralama stratejisi olarak ise birim kesirlerin sıralanmasını tüm kesirlere genellemiştir. Yani öğrenci kesirleri sıralamak için tercih ettiği stratejide, sadece paydaya odaklanarak kesrin pay kısmını görmezden gelmiştir. Bu çıkarımdan emin olabilmek için öğrencinin bir başka soruda yaptığı sıralama yöntemi incelenmiş ve yine aynı şekilde birim kesir sıralamasını genelleyerek yaptığı görülmüştür. Değerlendirme formundaki 8.soruda öğrenciden $5/8$ ile $2/3$ 'nin karşılaştırılması beklenmiştir. Öğrenci burada da aşağıda verilen görüşme kesitindeki ifadeyi kullanmıştır.

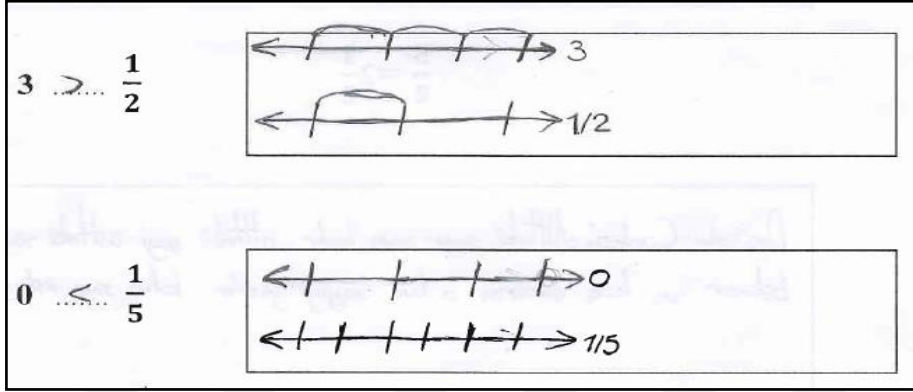
Ö4: *3'de 2 büyük olmuş oluyor?*

G:*Neden?*

Ö4: *Paydaları büyüklerde küçük olmuş oluyor. Bunları bölünce küçük küçük olmuş oluyor.(1/8'lik parçalar) Bunları bölünce büyük parçalar çıkıyor. (1/3'lük parçalar)*

Genel olarak bakıldığında öğrencinin değerlendirme formundaki hatasını materyal kullanımı ile fark ettiği, ancak hatasını genellenebilir ifadelerle açıklayamadığı görülmektedir. Öğrenci, yalnızca bu sorudaki çözümünün yanlış olduğuna ikna olmuş, sıralamanın yapılabileceği genel bir muhakeme stratejisi geliştirememiştir. Materyal kullanımı dışında, herhangi bir strateji geliştirmeye çalıştığında ise hatalı uygulamalarda bulunmuştur. Bu sebeple Ö4, 7. soru için Seviye 2 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 15'te, Ö3'ün değerlendirme formunda bulunan 5. soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, bir doğal sayı ile bir birim kesri karşılaştırmaları beklenmektedir.



Şekil 15. Ö3'ün 5. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün Şekil 15'te verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin bir doğal sayı ile bir birim kesri karşılaştırırken sayı doğrusu kullanımını tercih ettiği görülmektedir. Öğrencinin bu strateji ile sorulara verdiği cevaplar doğru olsa dahi, sayı doğrularının çiziminde bütünlerin eşliğini ihmal ettiği dikkat çekmektedir. Birinci sayı doğrusunda üç tamı göstermek için bir bütünü üçe bölüp her bir parçayı almışken, ikinci sayı doğrusunda yine aynı yere kadar olan kısmı bu sefer 1 tam olarak kabul etmiştir. İkinci soruda da, aynı hatayı tekrarladığı görülmektedir. Ö3'ün verdiği cevaplar ile ilgili açıklamalarına aşağıdaki görüşme kesitinde yer verilmiştir.

G: Soruyu nasıl cevapladığınızı anlatabilir misin?

Ö3: İki sayı doğrusunu eşit uzunlukta yaptım. 3 tamı da ayırdım hepsini aldım. $\frac{1}{2}$ 'i de iki ye ayırdım diğerinden kısa oldu.

G: Peki $\frac{2}{2}$ olsaydı nereye kadar alırdın?(Sayı doğrusunda $\frac{2}{2}$ 'yi nasıl göstereceği belirlenmek için sorulmuştur.)

Ö3: Buraya. (Şekil 15'teki 2. sayı doğrusunun son çizgisini gösteriyor.)

G: Eşit mi çıktı yani?

Ö3: Evet.

A: Yani 3 tam ile $2/2$ eşit diyorsun.

Ö3: Evet.

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin ilk soru için verdiği cevabın ve geliştirdiği stratejinin kullanımının doğru olduğunu belirttiği görülmektedir. Hatanın anlık mı yoksa devamlı tekrarlanan bir hata mı olduğunu belirlemek adına öğrenciye, araştırmacı tarafından ek sorular yöneltilmiştir. Yukarıdaki görüşme kesitinde de görüldüğü üzere öğrenci, ek sorularda da hatasını tekrarlayarak cevap vermiştir. Bu durum, öğrencinin sayı doğrusunda tam sayıların yerlerini belirlemekte ve kesirleri göstermekte sıkıntı yaşıyor olabileceğine işaret etmektedir.

G: Farklı şekilde açıklamak istesen nasıl açıklarsın?

Ö3: Bir şeyi üç parçaya bölmüş hepsini almış ama burada az vermiş. (ilk soruyu açıklıyor üç parçaya bölünüp üçünün alındığını $1/2$ de ise daha az olduğunu söylüyor.)

G: Burada 3 demek bir şeyi üç parçaya bölmek demek mi?

Ö3: 3 tamın hepsini almak demek.

G: $1/2$ ne demek?

Ö3: 2 parçaya bölüp birini almak.

G: Hangisi büyük oluyor

Ö3: 3 tam

G: İkinci soruda nasıl oluyor.

Ö3: 0 hiçbir şey. Yani hiçbir şeyden hiçbir şey almamış. Orada yok diğesinde de 5 tane vermiş bunlardan 1 ini almış ondan yüksek çıktı. (Sıfır tamın hiç bir şey ifade etmediği o yüzden 1/5'in büyük olduğunu ifade ediyor.)

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, Ö3'ün yaptığı çözümlere yönelik açıklamalarından da, çözümündeki hatayı tam olarak fark edemediği görülmektedir. Öğrencinin, sözel ifadelerle, sorunun çözümünü açıklayabildiği görüşme kesitindeki ifadelerinden anlaşılmaktadır. Ancak Ö3, değerlendirme formunda çizdiği sayı doğrusundaki hatasını hiçbir şekilde fark edememiştir. Genel olarak bakıldığında, öğrencinin ilk tercihinde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek, sorunun cevabını doğru olarak bulduğu görülmektedir. Ancak öğrenci, geliştirdiği stratejiyi uygularken, kesirlerde bütünlerin eşliği durumunu görmezden gelmiştir. Ö3, görüşme esnasında sorunun çözümü için farklı bir muhakeme stratejisi geliştirerek sözel ifadelerle cevabını açıklayabilmiştir ancak, çizdiği sayı doğrularındaki hatasını hiç bir şekilde fark edememiştir. Bu sebeplerden dolayı Ö3, 5. soru için Seviye 3 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 16'da, Ö3'ün değerlendirme formunda bulunan 11. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, basit kesri kadarı verilen bir çokluğun tamamının bulunması beklenmektedir.

Sevgi babasının verdiği harçlığın $\frac{2}{5}$ 'si ile kendisine çikolata alıyor.

Sevgi 20TL para harcadıysa babasının ona başlangıçta kaç TL para verdiğini bulabilir misiniz? Cevabınızın doğru olduğundan nasıl emin oldunuz?

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

Sevgi babasının verdiği paranın $\frac{2}{5}$ sini harcamış ve 20 TL kalmış
20 ile 5'i çarpımın 100 çıktı.

$$\begin{array}{r} 100 \ 2 \\ \underline{20} \ 50 \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 200 \end{array}$$

11. Soru

Şekil 16. Ö3'ün 11. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün Şekil 16'da verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin verilen problemi kural temelli muhakeme stratejisi ile çözmeye odaklandığı görülmektedir. Öğrenci, kuralı kullanarak doğru cevabı bulmuş ancak yaptığı işlemle alakalı herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Aşağıda, öğrencinin problem çözümünü nasıl yaptığına yönelik açıklamalarını içeren görüşme kesiti verilmiştir.

G: *Neden bu şekilde çözdüğünü açıklar mısın?*

Ö3: *Çünkü 2/5 diyordu 5 parçaya böldüm 20'yi. 5 parçaya bölmüş ben çarptım ikisini cevap 100 çıktı 2'ye de bölünmesi gerektiğinden böldüm 50 çıktı.*

Yukarıdaki görüşme kesitinde görüldüğü üzere, öğrenci neden çarpma ve bölme işlemini kullandığını tam olarak açıklayamayıp, yaptığı işlemleri sözel olarak tekrar dile getirmiştir. Ardından, öğrenciden farklı bir şekilde açıklama yapması istendiğinde ise kesir şeritlerinden 1/5'lik parçaları alıp bir bütün oluşturarak çözüm yapmıştır. Aşağıda öğrencinin bu çözüm esnasındaki açıklamalarının yer aldığı görüşme kesiti verilmiştir.

G: *Peki bu çözümü anlamayan birine farklı bir şekilde anlatabilir misin?*

Ö3: *5'de 2 bura oluyor. Hepsi 20 taneymiş 20 40 oluyor.(Kesir şeritlerinde 1/5'lik parçalardan bir bütün oluşturup gösteriyor.)*

G: *Harcadığı 20 lira diyor, bize tüm parayı soruyor.*

Ö3: *2 tanesi 20TL ise bir tanesi 10TL oluyor hepsi birleşince de 50 oluyor.*

G: *Kâğıtta ki çözümünde beş ile çarpıp ikiye bölmüştün?*

Ö3: *2'ye bölüp 5 ile çarpmalıyız ki her bir parçayı bulup sonrada bütünü bulalım.*

Yukarıdaki görüşme kesitinde görüldüğü üzere, Ö3 cevabını açıklamak için materyal kullanımını tercih etmiştir. Öğrenci, kesir şeritlerini kullanarak problemin çözümünü açıklamalı bir şekilde yapmıştır. Ö2 görüşme esnasında, değerlendirme

formu üzerinde kullandığı kuralın açıklamasını da genel yargılarla dile getirmiştir. Genel olarak bakıldığında Ö3'ün problem çözümünde ilk tercih olarak kural temelli muhakeme stratejisini tercih ettiği ancak hatalı kullandığı görülmektedir. Öğrenci, görüşme esnasında materyaller kullanarak soruya yönelik açıklamalarda bulunmuş ve kuraldaki hatasını da fark ederek düzeltebilmiştir. Bu sebeple Ö3, 11. soru için Seviye 4-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 17 ve Şekil 18'de Ö2'nin 12. soruya verdiği cevaplar görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, verilen kesirsel işlemleri yapmaları beklenmektedir.

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$	<p>Cevap $\frac{3}{4}$'tür çünkü paydalar zaten eşit geriye kalan da paylardır payları toplayınca 3 çıkar yani cevap $\frac{3}{4}$'tür.</p>
$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$	<p>Cevap $\frac{3}{8}$'tür. Çünkü yine paydaları eşit geriye kalan paylarını çıkarmak iki kesrin paylarını çıkarmaya geriye 3 kalır. Yani cevap $\frac{3}{8}$'tür.</p>

Şekil 17. Ö2'nin 12. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı (1 ve 2.Şık)

Ö2'nin Şekil 17'de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin paydaları eşit iki kesri toplama ve çıkarma işleminin çözümünde kural temelli strateji kullanarak, sonuca başarılı bir şekilde ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin çözümlerine yönelik açıklamalarına bakıldığında ise, kullandığı kural hakkında herhangi bir açıklamasının olmadığı, kuralın nasıl uygulandığına yönelik açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Aşağıda bu iki soruya yönelik öğrenci açıklamalarının yer aldığı görüşme kesitine yer verilmiştir.

G: Nasıl çözdüğünü tekrar açıklar mısın?

Ö2: *Altılarını eşitlememiz gerekiyor işlem yapabilmemiz için zaten burada eşit.*

G: *Neden paydalarını eşitlememiz gerekiyor?*

Ö2: *Eşit olmayanları anlatırken söylesem olur mu?*

G: *Peki.*

Öğrenci görüşme esnasında kural temelli bir yaklaşımla cevabını açıklamaktadır. Ancak neden paydaları değiştirmedeğinin açıklamasını diğer iki soruda yapacağını belirtmektedir. Öğrencinin açıklama yapabilip yapamadığına, aşağıda verilen diğer iki sorudaki açıklamalarına göre karar verilmiştir.

Ö2: *Sonra paylarını toplamalıyız ne kadar olduğunu bulmamız için. 2 ile 1'i topladık 3 oluyor, 4 parçadan 3'ü olmuş oluyor.*

G: *Farklı bir şekilde açıklamak istesen nasıl yaparsın?*

Ö2: *Bu 1/4, bu da 2/4 toplayınca 4 de 3 oluyor.(Dairesel kesir parçalarını kullanarak gösteriyor.)*

G: *Peki neden paylarını topladın, bu bize neyi ifade ediyor?*

Ö2: *Kaç parçayı aldığımızı ifade ediyor.*

G: *Peki ikinci soruyu anlatır mısın?*

Ö2: *İkincisinde de aynı payları çıkarıyoruz. Paydaları birbirine eşit oluyor. Yani 8'de 3 parçası kalmış oluyor. Önce 8de 5 diyor sonra 2sini çıkarttık 8 de 3 kaldı.(Dairsel kesir parçalarını kullanarak parça eksilterek açıklamasını yapıyor)*

G: *Neden 8'den 8 çıkartıp sıfır yazmadık. Bir öğrenci öyle yapsa doğru olur mu?*

Ö2: Olmaz. Çünkü orda 8 parçaya bölmüş oluyoruz. Böldüğümüz için çıkartmamıza gerek yok.

G: 8 neyi gösteriyor?

Ö2: Bölünen bütün parçaları.

Yukarıdaki görüşme kesitinde görüldüğü üzere Ö2 yaptığı işlemleri ilk olarak sözel bir şekilde açıklamaktadır. Açıklamasında, neden payları toplayıp çıkardığını ve paydayı neden değiştirmedikini genel yargılarla ifade etmektedir. Çözümüne ek olarak, materyal kullanımıyla da cevabını desteklemiştir. Öğrencinin verdiği cevaplara ve gösterimlere bakıldığında tercih ettiği kural temelli muhakeme stratejisinin açıklamasını bildiği anlaşılmaktadır.

Problem 1:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$$
 Cevap $\frac{11}{12}$ 'dir. Ama önce paydalarını eşitlememiz gerekir. Bunun içinde önce 4 olan paydayı 3 ile çarparsak 12 olur diye düşüneceğiz ve sonra 4'ler 4'er 12'ye kadar sayarsak ve 4'ü 3 ile çarparsak 12 çıktığını buluruz. Aynı şekilde payda 3'le çarparsak payda 6 çıkar sonra iki kesri toplarsak cevap $\frac{11}{12}$ çıkar.

Problem 2:

$$\frac{8}{10} - \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$
 Cevap $\frac{4}{10}$ 'dir. Ama önce önceki sorudaki gibi paydalarını eşitlememiz gerekir. Bunun içinde önce Solun paydayı 2 ile çarparsak 10 çıkar diye düşüneceğiz sonra 5'er 5'er 10 kadar sayarsak ve 5'i 2'yle çarparsak 10 çıktığını bulacağız. Aynı şekilde payda 2 ile çarparsak payda 4 çıkar sonra iki kesri çikartırsak ve cevap $\frac{4}{10}$ çıkar.

Şekil 18. Ö2'nin 12. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı (3 ve 4. Şık)

Şekil 18'de, Ö2'nin sorunun devamı olan üçüncü ve dördüncü şıkta ait cevapları verilmiştir. Bu soruların diğer iki şıktan farkı paydalarının eşit olmamasıdır. Öğrencinin bu sorularda da, yine kural temelli strateji ile çözümünü başarılı bir şekilde yaparak, kuralın uygulanış basamaklarını açıkladığı görülmektedir. Ancak açıklamalarında

kurala yönelik herhangi bir açıklamada bulunmadığı dikkat çekmektedir. Aşağıda öğrencinin bu sorulara ait açıklamalarının yer aldığı görüşme kesiti sunulmuştur.

G: Gelelim paydası eşit olmayanlara.

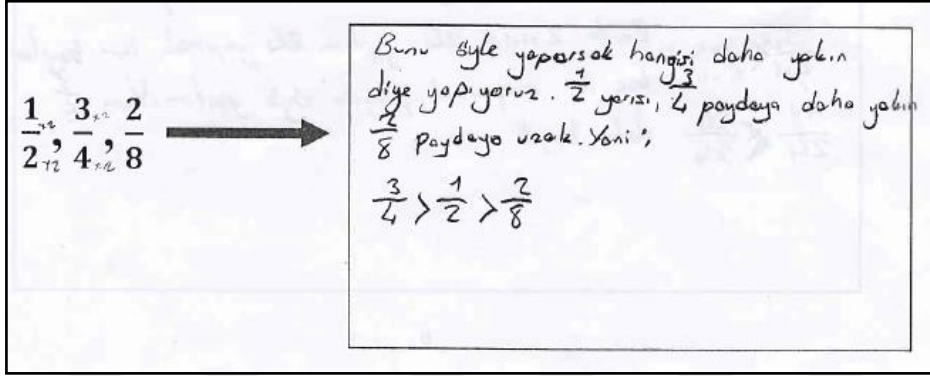
Ö2: Bu 4'de 2 (dairesel kesir parçaları) bu da 12'de 5. Bu parçaları birbirine eşitlemeliyiz. Bunların bir parçası bunun kaç parçası ediyor bakayım üç parçası ediyor. (1/4'lük parçaların içinde kaç tane 1/12'lik parça olduğunu buluyor.) Yani 4'de 1, 12'de 1 parçanın üç tanesi kadar ediyor. O yüzden de bunları 12'de 1'lik parçalardan oluşturmalıyız. O yüzden 3 ile çarpmalıyız. Bunun 2 parçası 12'de 1 parçalarından altı tane yapıyor, burada da beş tane 12'de 1 var toplam on bir ediyor. Yan yana ekleyip de bulabilirdik. Bu şekilde 11/12 bir parçası kalıyor. (Kesir parçaları ile neden genişletme yaptığını gösteriyor.)

G: Çıkartmada da aynı mantıkla mı yapıyoruz?

Ö2: Mesela 10 parçadan 8 tanesi diyor. Diğeri de 5'de 2. Bunları birbirine eşitlememiz gerek. Bunun her parçası da diğeri iki parçası kadar ediyor. (1/5'lik parçalar 1/10'luk parçalardan ikisine denk diyor.). 1/5'lik kısım 2/10'lik kısım yapıyor. Sorudaki 2/5 olduğundan 10'da 4 oluyor. 8/10'dan 4/10'u çıkarınca da 10'da 4 kalıyor.

Verilen görüşme kesitinde öğrenci, değerlendirme formunda yaptığı kural temelli muhakemenin oluşum mantığını materyal kullanımı ile göstermiştir. Öğrencinin, bu gösterimi yaparken, kural ile ilişkilendirmeler de bulunarak, yaptığı işlemlerin sebeplerini de açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Buradan, Ö2'nin payda eşitlemenin parça büyüklüğü eşitlemek olduğunu bildiği, orantısal akıl yürütmeyi doğru bir şekilde kullanabildiği anlaşılmaktadır. Genel olarak tüm soruya bakıldığında, öğrencinin ilk olarak kural temelli strateji ile soruları doğru bir şekilde çözdüğü, sonrasında da kullandığı kuralın açıklamasını genel yargularla yapabildiği görülmektedir. Bu sebeple Ö2, 12. soru için Seviye 5-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 19'da Ö1'in 7. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, paydası eşit olmayan kesirler verildiğinde payda eşitleme kuralı kullanmadan sıralama yapmaları beklenmektedir.



Şekil 19. Ö1'in 7. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1'in, Şekil 19'da verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin paydası eşit olmayan kesirleri sıralamayı doğru bir şekilde yaptığı, bu sıralamayı yaparken kural dışı muhakeme stratejisi olarak yakınlık stratejisini (referans nokta) tercih ettiği görülmektedir. Ancak öğrencinin paydaya yakınlığa göre yaptığı; sıfır, yarım veya tama yakınlıktan bahsetmediği dikkat çekmektedir. Öğrencinin soru ile ilgili genel açıklamaların yer aldığı görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.

G: Sıralamayı nasıl yaptığını tekrar açıklar mısın?

Ö1: 1/2 yarım oluyor. 3/4 tama yakın, 8'de 2 de sıfıra yakındır. (Sonucu tekrar kâğıda yazarak açıklamasını yapıyor.)

Yukarıda verilen görüşme kesitinde görüldüğü üzere, öğrenci cevap kâğıdında paydaya yakınlık ve uzaklık olarak değerlendirse de, açıklamasında yaptığı işlemin tama, yarıma ve sıfıra yakınlıklarına baktığını ifade etmektedir.

G: Farklı bir şekilde göstermen istense nasıl yapardın?

Ö1: 2’de 1 bu, 4’de 3 bu hocam 4’de 2 buna eşit oluyor ama 3/4 yarımdan bir parça büyük oluyor. (Dairesel kesir parçalarını kullanarak büyüklük ve küçüklük durumunu üst üste koyarak anlatıyor.)

G: Ve 8’de 2?

Ö: Bu da en küçük. (1/8’e ait olan dairesel kesir parçasını gösteriyor.)

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde ise, Ö1’in soruyu çözmek için ek olarak materyal kullanımını tercih ettiği görülmektedir. Öğrenci materyaller ile soruyu cevaplandırırken, yakınlık stratejisi ile bağlantılar kurarak değerlendirme formundaki cevabını destekler nitelikte açıklamalarda bulunmuştur. Genel olarak bakıldığında Ö1’in paydaları farklı kesirleri sıralamada, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasız bir şekilde kullandığı görülmektedir. Bu duruma ek olarak öğrencinin, görüşme esnasında yaptığı açıklamaları ve materyal kullanımı ile cevabını desteklemesi de göz önünde bulundurulduğunda Ö1, 7. soru için Seviye 5-b olarak sınıflandırılmıştır.

Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Bulgular

Bu bölümde, “Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama” kategorisine ait, muhakeme becerisi değerlendirme formunda bulunan 6, 8, 9 ve 13. sorulara yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri ve bu seviyelere örnek teşkil eden soru ve bireysel görüşme örnekleri verilmiştir. Öğrencilerin muhakeme becerisi değerlendirme formuna verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 8’de gösterilmiştir.

Tablo 8. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Ö1	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5-a
Ö2	Seviye 5-b	Seviye 4	Seviye 4	Seviye 5-a
Ö3	Seviye 0	Seviye 4	Seviye 4	Seviye 0
Ö4	Seviye 0	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 0

Tablo 8 incelendiğinde, öğrencilerin seviyelerinin genel olarak Seviye 3 ve Seviye 4'te yoğunlaştığı görülmektedir. Buradan, öğrencilerin verilen hatalı stratejileri fark ettiği, ancak yöntemden ziyade sonuç odaklı bir şekilde hatayı belirledikleri anlaşılmaktadır. Aşağıda, öğrencilerin yer aldığı her bir seviyeye örnek teşkil edecek sınıflandırma örnekleri, en alt seviyeden başlanarak ayrıntılı olarak verilmiştir.

Şekil 20'de Ö4'ün 13. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda, paydaları eşit olmayan iki kesrin toplama işlemine yönelik, hatalı bir muhakeme sonucunda geliştirilen çözüm yöntemi verilmiştir. Soru içerisinde kullanılan stratejideki hata, iki kesrin paylarının toplanarak paya, paydalarının toplanarak paydaya yazılması şeklindedir. Yani soruda, kesrin pay ve paydası ayrı iki doğal sayı gibi görülerek çözüm yapılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve hatanın sebebini genel yargılarla açıklamaları beklenmektedir.

Kerem öğretmenin verdiği ödevleri yapmakta çok zorlanıyordu. O yüzden her gün ödevlerinin bir kısmını yapıyordu. İlk gün ödevlerinin $\frac{1}{3}$ 'ünü ikinci gün ise $\frac{2}{9}$ 'ünü çözen Kerem, ödevlerinin $\frac{3}{12}$ 'ünü çözdüğünü iddia ediyor. Kerem'e katılıyor musunuz? Nedenleri ile birlikte açıklayınız. ?

Evet Kerem'e katılıyorum. Çünkü Kerem ilk gün $\frac{1}{3}$ ikinci gün ise $\frac{2}{9}$ 'ünü çözmüş. Kerem sonra $\frac{3}{12}$ 'ünü çözmüş. Bunun için Kerem ödevlerinin hepsini bitirmiş. Burada benim düşüncem Kerem'in çok çalışkan olduğu.

Şekil 20. Ö4'ün 13. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün Şekil 20'de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin sorunun çözümüne yönelik hiçbir işlem yapmadığı, sadece verilen ifadelere katıldığını belirttiği görülmektedir. Aşağıda, Ö4'ün bu soru ile ilgili bireysel görüşme esnasındaki açıklamalarına yer verilmiştir.

G: *Bu soruda ne demek istediğini açıklayabilir misin?*

Ö4: *3'de 1 ve 9'da 2.*

G: *Ne yapmış Kerem toplama işlemi yaparken?(Soruyu anlaması için sorular soruluyor.)*

Ö4: *Eşit oluyor galiba.*

G: *2 ile 3'ü toplamış 5 demiş 9 ile 3'ü toplamış 12 demiş. Toplama işlemini bu şekilde yapmış.*

Ö4: *Olabilir. Bakayım çıkıyor.(Soruda verilen yöntemi kullanıyor cevap doğru çıkınca doğru diyor.)*

G: *Doğru mu yani böyle yapmak?*

Ö4: *Doğru.*

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, Ö4'ün soruyu sonuç odaklı bir şekilde yanıtladığı görülmektedir. Öğrenci, soruda kullanılan yöntemin doğruluğuna veya yanlışlığına odaklanmayarak, yapılan işlemi kontrol etmiş ve çözümün doğru olduğunu öne sürmüştür. Genel olarak Ö4'ün verdiği cevaplardan, öğrencinin sorunun cevabını doğru bir şekilde veremediği görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö4, 13. soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Bu kategori altında, Seviye 0 düzeyi olarak sınıflandırılan bir öğrencinin yanıtına yer verilmesi uygun görülmüştür. Bu örneğin verilmesindeki amaç ise, bu sınıflandırma şeklinin diğer Seviye 0 düzeyindeki öğrencilerin sınıflandırılma şeklerinden farklılık teşkil etmesidir. Şekil 21'de Ö2'nin 6. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda öğrencilere, pay ve paydanın ayrı iki doğal sayı olarak görüldüğü hatalı bir kesirleri karşılaştırma stratejisi verilmiştir. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.

Öğretmen öğrencilerine $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ eşitliğinin doğru olup olmadığını sormuştur.

Ömer öğretmenin bu sorusu üzerine bu iki kesrin birbirine eşit olmadığını söylemiştir. Bunun sebebi sorulduğunda ise “Hem 4 2’den büyüktür, hem de 6 3’den büyüktür. O yüzden $\frac{4}{6}$ kesri daha büyüktür.” Şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Ömer’e katılıyor musunuz? Nedenini açıklayınız?

Eşittir. Çünkü dersde görmüştek bir taraf onun iki katıya orada iki katı dur.

Şekil 21. Ö3’ün 6. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3’ün Şekil 21’de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin iki kesrin denliğini belirlerken kural temelli strateji kullanmayı tercih ettiği ve stratejiyi doğru bir şekilde kullandığı görülmektedir. Ancak, öğrenci soruda verilen hatalı strateji hakkında herhangi bir açıklamada bulunamamıştır. Aşağıda öğrencinin soruya yönelik açıklamalarının yer aldığı görüşme kesitine yer verilmiştir.

G: Ömer’in düşüncesi doğru mu sence?

Ö3: Hayır.

G: Neden?

Ö3: Eşit.

G: Neden eşit?

Ö3: 3 sayısına 3 fazla oluyor. 3 ekledim buraya da 3 ekledim 3’de 5 oldu.

G: Neden 3 ekledin?

Ö3: Eşitlemek için.

G: Paydaları eşitlemek için mi topluyorsun?

Ö3: Bunda bunlar eşit çünkü bundan buna ekledim 3 tane çıkıyor. Ekledim 3 tane 6 oldu buraya da 3 ekledim 5 oldu.(payda eşitlemeyi toplama ile yapıyor. Bu diye bahsettiği kısımlar paydalardaki sayılar.)

G: Eşit oldu mu eşit demiştin?

Ö3: Olmadı.

G: Peki Ömer'in yöntemi doğru mu?

Ö3: Hayır.

G: Peki $1/3$ mi büyük $2/4$ mi. (öğrencinin yaptığı hatayı tekrar test etmek için soruluyor.)

Ö3: Eşit.

G: Nasıl eşit?

Ö3: 1'e 1 ekledim 2 oldu 3'e 1 ekledim 4 oldu eşit oldu.

G: Yani 2 1 den büyük 4 3 den büyük olduğundan $2/4$ büyük oldu diyemez miyiz?

Ö3: Yok

G: Peki bunlar $1/3$ veya $2/5$ olsa ne olurdu?(tekrar bir soruyla deneniyor)

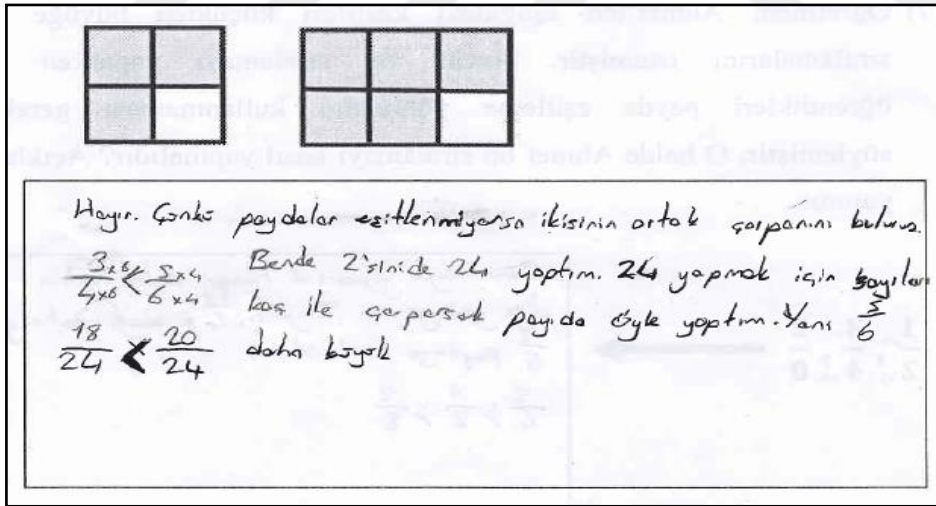
Ö3: $1/3$ büyük.

G: Neden?

Ö3: Bundan bunu aldım 2 tane oldu 2'ye de 1 ekledim 3 oldu. 5'de 3 oluyor.

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin değerlendirme formunda verdiği cevap ile görüşme esnasında yaptığı açıklamaların birbiriyle örtüşmediği görülmektedir. Öğrenci görüşme esnasında payda eşitleme yöntemini açıklarken, çarpımsal ve toplamsal oran karmaşası yaşayarak çözümü hatalı yapmıştır. Öğrencinin, sorulan ek sorularda da hatasını tekrarlaması, bu konu hakkında kavram yanılgılarına sahip olabileceğine işaret etmektedir. Genel olarak öğrencinin verdiği cevaplar incelendiğinde, öğrencinin değerlendirme formunda kural temelli stratejiyi doğru bir şekilde kullandığı görülürken, görüşme esnasında yaptığı açıklamaları öğrencinin hatalı bir muhakemeye sahip olduğuna işaret etmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö3, 6. soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 22'de Ö1'in 9. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda paydaları eşit olmayan iki kesrin karşılaştırılmasında, kesirlerde bütünlerin eşliği kuralı ihmal edilerek çizilen şekil çözüm stratejisi olarak kullanılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.



Şekil 22. Ö1'in 9. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1'in Şekil 22'de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin iki kesri karşılaştırırken kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak çözüm yaptığı ve karşılaştırma yapabilmek için kesirlerin paydalarının eşitlenmesinin şart olduğunu

belirttiği görülmektedir. Soru içerisinde verilen hatalı strateji hakkında ise herhangi bir açıklamada bulunmadığı dikkat çekmektedir. Aşağıda öğrencinin soru ile ilgili açıklamalarının yer aldığı görüşme kesitine yer verilmiştir.

Ö1: 6'da 5 büyük çıktı. Şekilde de öyle demiştim. 4'de 1'liğin boş kalan parçası daha büyük oluyor.(Dairesel kesir parçalarını alarak göstermeye başladı.)

G: Soruda neden eşit bulmuş öğrenci peki?

Ö1: Eşitlesem

G: Eşitleyerek göstermişsin zaten. Öğrencinin geliştirdiği strateji doğru mu sence?

Ö1: Değil

G: Neden?

Ö1: Büyük veya küçük olabilir

G: Nasıl yani?

Ö1: Bu 4'de 3 bu 6'da 5 (Dairesel kesir parçalarıyla gösteriyor.)

Yukarıda verilen görüşme kesitinde, öğrencinin yaptığı kural temelli çözümü materyal kullanımı ile açıkladığı görülmektedir. Öğrenci oluşturduğu şekillerde boş kalan kısımların, formda verilen şekillere göre farklı olduğunu görmüş ancak hatayı fark edememiştir.

G: Peki Başka bir şekilde göstermek istesen nasıl yaparsın? (aynı büyüklükte iki bütün çizerek karar vermeye çalışıyor)

Ö1: Ayşe eşit demiş ama farklı oluyor.

G: Ayşe'nin yanlış vermesindeki sebep ne?

Ö1: *Ayşe bir parça boşluk kalmasına bakarak yapmış.*

G: *Ayşe'de kalan boşluklar eşit değil mi? Sende neden eşit değil kim hata yapıyor?*

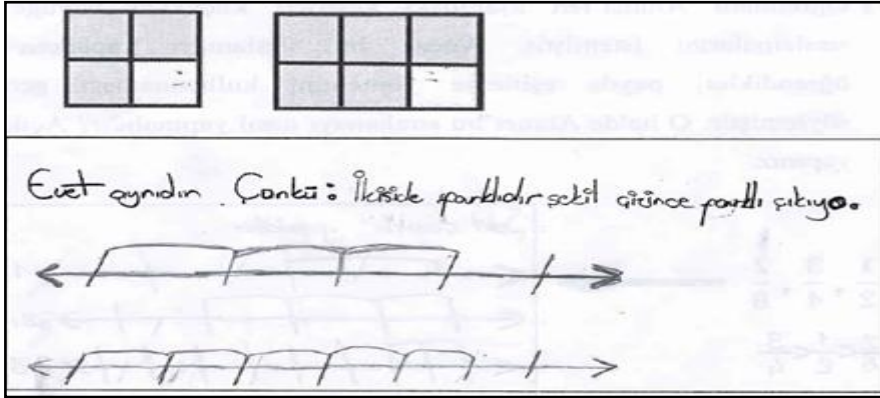
Ö1: *Çizince tam bir parçada kalmıyor. İkisinde de bir parça kaldı ama taradığımız yerde farklılık var o yüzden 6'da 5 büyük.*

G: *Boşluğa göre düşünsen.*

Ö1: *İkisi de bir kalmış ama 6'da 5 biraz daha fazla oluyor.*

Bireysel görüşme kesitinin devamında ise öğrencinin çözümünü şekil çizerek de yapmayı tercih ettiği ve hatasız bir şekilde çözüme ulaştığı görülmektedir. Öğrenci soruda verilen stratejide hata olduğunu fark etmiş ancak hatanın sebebini tam olarak belirleyememiştir. Genel olarak Ö1'in soruya yönelik verdiği cevaplar göz önüne alındığında, öğrencinin sorunun çözümünde ilk olarak kural temelli muhakeme stratejisi kullanmayı tercih ettiği ancak sonrasında kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek çözümünün açıklamasını yapabildiği görülmektedir. Ayrıca, öğrenci soru içerisinde verilen stratejinin hatalı olduğunu gösterebilmiş olsa da, hatanın sebebini açıklamada eksik kalmıştır. Bu sebeplerden dolayı Ö1, 9. soru için Seviye 3 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 23'te Ö3'ün 9. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda paydaları eşit olmayan iki kesrin karşılaştırılmasında, kesirlerde bütünlerin eşliği kuralı ihmal edilerek çizilen şekil çözüm stratejisi olarak kullanılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.



Şekil 23. Ö3'ün 9. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün Şekil 23'te verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin sorunun çözümünde sayı doğrusu kullanımını tercih ettiği görülmektedir. Ancak öğrencinin, hangi sayı doğrusunun hangi kesre ait olduğunu göstermediği dikkat çekmektedir. Aşağıda, öğrencinin soruya yönelik açıklamalarının yer aldığı bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

G: Burada cevabın çok açık değil. Sayı doğrusu var ama hangisini neye göre çizdin anlatır mısın?

Ö3: Birinci $3/4$ ikinci $5/6$. Büyüklükleri farklı oluyor. Çünkü şekilleri çizdim, parçalara böldüm. Biri diğerinden büyük çıktı.

G: Büyük çıkan hangisi?

Ö3: $5/6$.

G: Ama sorudaki öğrenci diyor ki bunlar eşittir, çünkü ikisi de bütüne 1 birim yakın doğru mu söylüyor?

Ö3: Hayır. Çünkü bunları büyüklüklerine göre yapmıyor. (Taraflı kısımları kast ediyor.)

G: *Nasıl yani?*

Ö3: *Biz burada paylarının büyüklüklerine göre ayarlıyorduk. O bir bütüne kaç tane olacağına göre ayarlamış. (Taralı kısımları kast ediyor.)*

G: *Yani yaptığı düşünce mi yanlış? Bütüne yakınlıklarına bakarak sıralama yapamaz mıyız?*

Ö3: *Yapamayız. Taralı kısma bakıp anlarız.*

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde öğrencinin, çizdiği sayı doğrularının hangi kesre ait olduğunu açıkladığı ve soruyu doğru bir şekilde cevaplandığı görülmektedir. Ö3, soruda verilen stratejinin hatalı olduğunu fark etmiş ancak hatanın sebebi olarak tama yakınlığına bakılmasını öne sürmüştür. Bu durum öğrencinin stratejideki hatayı tam olarak fark edemediğini, sadece sonuca odaklanarak hatayı belirlediğini göstermektedir.

G: *Peki farklı bir stratejiyle yapabilir misin?*

Ö3: *Burada 4'de 3 oluyor, diğeri de 6'da 5.(Dairesel kesir parçalarını kullanarak gösteriyor.)*

G: *Hangisi büyük çıktı?*

Ö3: *5/6*

G: *Peki soruda şekil çizerek yapılan modelleme doğru mu yaptığına göre baktığında?*

Ö3: *Doğru.*

Yukarıda verilen görüşme kesitinde, öğrenciden sorunun çözümü için ek bir strateji geliştirilmesi beklenen durumda, Ö3'ün dairesel kesir parçalarını kullanarak cevabını desteklemeyi tercih ettiği görülmüştür. Ancak bu açıklamalarından da,

öğrencinin soruda verilen stratejinin hatasını belirleyemediği anlaşılmaktadır. Genel olarak öğrencinin verdiği tüm cevaplar incelendiğinde, öğrencinin sorunun çözümünde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirdiği ve geliştirdiği stratejinin açıklamasını da yapabildiği görülmektedir. Ek olarak, görüşme esnasında öğrencinin materyal kullanımı ile formda verdiği cevabı desteklediği, ancak hiçbir şekilde soru içerisinde verilen hatalı stratejinin nedenini açıklayamadığı dikkat çekmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö3 9. soru için Seviye 4 olarak sınıflandırılmıştır. Bu bölümde öğrencilerin Seviye 4 düzeyi olarak sınıflandırılmasına yönelik ikinci bir örneğin verilmesi uygun görülmüştür. Bu örneğin verilmesindeki amaç ise, bu sınıflandırma şeklinin diğer Seviye 4 düzeyindeki öğrencilerin sınıflandırılma şekllinden farklılık teşkil etmesidir.

Şekil 24'te Ö2'nin 8. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda öğrencilere, kesirlerin pay ve paydaları arasındaki farka odaklanarak yapılan hatalı bir karşılaştırma strateji verilmiştir Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.

$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{8}$ <p>Zeynep: $\frac{2}{3}$ kesri daha büyüktür. Çünkü paydası ve payı arasındaki fark en büyük olan kesir daima daha küçük olur. Mesela $3-2=1$ ve $8-5=3$ olacağından $\frac{2}{3}$ kesri daha büyüktür.</p> <p>Zeynep'e katılıyor musunuz? Neden?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Cevabı doğru ama nedeni yanlış bu yüzden katılmıyorum. Bence nedeni bileşik kesirler daima basit kesirlerden büyüktür.</p> </div>
--

Şekil 24. Ö2'nin 8. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Öğrencinin yukarıda verilen cevabına bakıldığında, soruda yaptığı bir dikkatsizlik sonucunda kesri ters gördüğü anlaşılmaktadır. Bu durumu doğrulayan görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.

G: Birleşik kesir olarak ifade ettiğin hangi kesir?

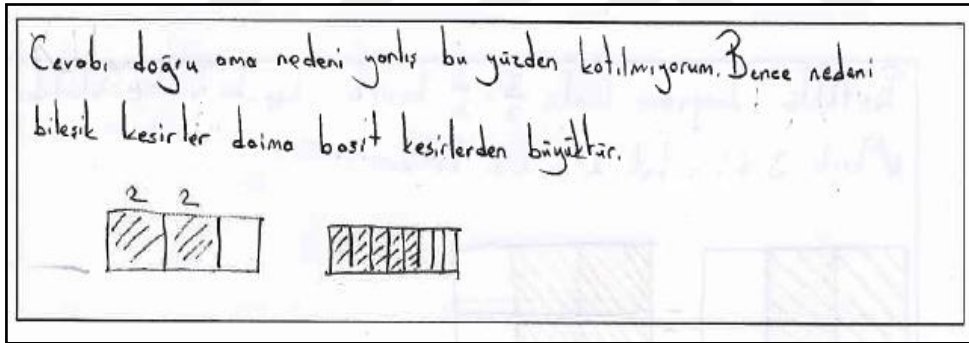
Ö2: Yanlış görmüşüm ben bunları. (Kesirleri yanlış görmüş.)

G: Evet. Zeynep burada aradaki farkları alıyor daha az parça kaldığından $2/3$ büyüktür diyor. Doğru mu sence?(Öğrenciye tekrar sorunun açıklaması yapılıyor.)

Ö2: Yanlış bence.

G: Neden olduğunu bir düşün soruyu tekrar bir çöz bakalım.

Bu durumdan dolayı Ö3' e soruyu tekrar çözmesi için bir zaman tanınmıştır. Bu süreçte geliştirdiği stratejiyi gösteren değerlendirme formu görüntüsü ve bireysel görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.



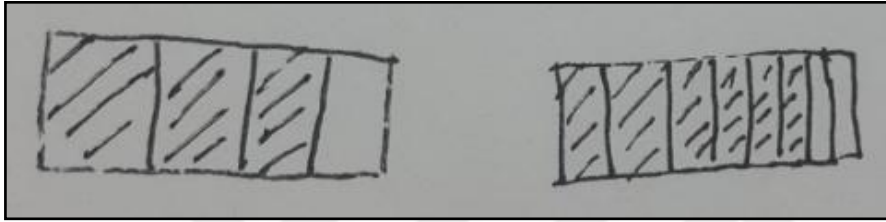
Şekil 25. Ö2'nin 8. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu İkinci Cevabı

Ö2: Bunun iki parçası onun 4 parçası gibi oluyor. Ama 8 de 5 daha büyük oluyor gibi. Bunları 2 parça gibi düşünsek 4 oluyor burada da 5 var. 8'de 5 daha büyük oluyor.

G: O zaman Ali yanlış mı yaptı?

Ö2: Evet.

Öğrencinin Şekil 25'te gösterilen çizimi ve açıklamaları incelendiğinde, sorunun çözümü için kural dışı muhakeme stratejisi geliştirdiği ancak oranlamayı düzgün yapamadığı için hatalı bir çizim yaptığı görülmektedir. Ancak, bu soruda öğrencilere paydaları birbirinin katı olmayan kesirler verildiği için, yapılan hata görmezden gelinmiştir. Soruda muhakeme beceri seviyeleri belirlenirken dikkate alınan nokta, öğrencinin yöntemin hatasına yönelik yaptığı açıklamalar olarak belirlenmiştir. Yukarıda verilen cevap formu görüntüsü ve görüşme ketsinden de anlaşılacağı üzere, öğrenci yöntemin neden hatalı olduğuna yönelik bir açıklamada bulunmamıştır.



Şekil 26. Ö2'nin 8. Soru İçin Yapılan Uygulama Öncesi Bireysel Görüşmedeki Ek Soru Çözümü

G: Peki Ali'ye şu soruyu sorsak tekrar aynı mantık yapsa hangisi büyük der? ($3/4$ mü yoksa $6/8$ mi daha büyüktür ?)

Ö2: 4'de 3.

G: Doğru yapmış olur mu?

Ö2: Çizip bakalım. Çok eşit çizemedim ama eşit gibi düşünsek $3/4$ bu da $6/8$ olacak. Bu parçaları eşit düşünsek tam düzgün olmadı çizimin ama eş olması gerekirdi (Şekilleri iki dikdörtgen şeklinde çizip gerekli taramaları yapıyor.). Aslında burası da 2, 4, 6 parçası olur. (her bir $1/4$ 'lük parçanın iki tane $1/8$ 'lik olduğunu fark ediyor.). Yani bu iki kesir eşit çıkıyor.

G: Peki o zaman sorudaki yöntem ek soru için hatalı çıktı. Yöntemi doğru kabul edebilir miyiz?

Ö2: Hayır edemeyiz. Burada yanlış çıktı.

G: Farklı bir yöntemle sıralamayı bulabilir miyiz?

Ö2: Bilemedim.

Öğrencinin konu hakkındaki bilgisinin derinlemesine incelenmesi amacıyla, öğrenciye soruda verilen yöntemin kullanımına yönelik ek bir soru yöneltilmiştir. Ö2 sorulan ek soruyu, şekil çizimi yaparak hatasız bir şekilde cevaplandırmıştır. Ayrıca öğrencinin değerlendirme formu içerisindeki paydaları birbirinin katı olan kesirlerin sıralaması sorusuna (soru 7) da kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek doğru yanıt verdiği görülmektedir. Buradan öğrencinin soru çözümünde yaptığı hatanın sebebinin, verilen kesirlerin paydalarının birbirinin katı olmaması olabileceği algısını güçlendirmektedir. Genel olarak bakıldığında öğrencinin soru çözümünde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirdiği ancak çözümünde hata yaptığı görülmektedir. Ancak hata görmezden gelinerek, öğrencinin hatalı yönetime yaklaşımı odak nokta olarak kabul edilip muhakeme becerisinin değerlendirilmesi yapılmıştır. Görüşme esnasında verilen ek soruda, öğrenci hatalı muhakeme stratejisini fark etmektedir. Ancak öğrenci verilen soruda hatayı bulup gösterebilse de kendisi herhangi bir karşıt örnek geliştirmemiştir. Bu sebeplerden dolayı Ö2 8. soru için Seviye 4 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 27’de Ö1’in 13. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda paydaları eşit olmayan iki kesrin toplama işleminde hatalı bir muhakeme stratejisi kullanılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.

Hayır kabulmüyorum. Çünkü cevap $\frac{5}{9}$ çıkıyor
Demekki Kerem kesirlerde toplama işleminin
kuralıdır. Yani Kerem'in cevabı yanlış.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{9}$$

$$\frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Şekil 27. Ö1'in 13. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1'in Şekil 27'de verilen cevabı incelendiğinde, sorunun çözümünde kural temelli strateji kullanımını tercih ettiği görülmektedir. Ayrıca, öğrenci sorudaki kişinin işlem yapmayı bilmediğini, hatalı bir yöntem kullandığını dile getirmektedir. Aşağıda Ö1'in soru ile ilgili açıklamalarının yer aldığı bireysel görüşmeden bir kesit verilmiştir.

G: *Sen burada çocuğun yaptığı yonteme yanlış demişsin yanlış bir yöntem mi?*

Ö1: *Evet yanlış. Böyle bir yöntem yok.*

G: *Peki bu yanlış başka bir yöntemle gösterebilir misin?*

Ö1: *Dairesel kesir parçalarıyla ama 9'da 1'likler yok.*

G: *Evet yok nasıl yapabiliriz?*

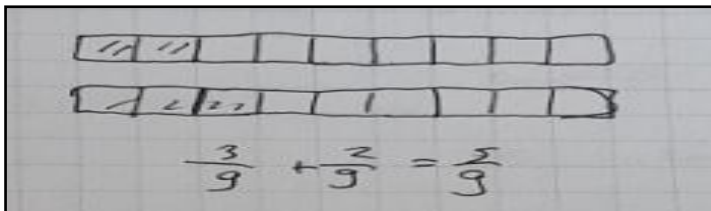
Ö1: *1/3'lükten 3 tane 1/9'luk çıkar. (1/3 kesir parçasının içerisinde 3 tane 1/9'luk kesir parçasının olduğunu fark ederek kullanıyor.)*

G: *Peki o zaman nasıl yapacaksın?*

Ö1: *Burası 1/3, ikinci 1/3'ten 2 tane alıyoruz o da 2/9 oluyor.*

G: *Ne oldu toplamı yani?*

Ö1: *9 olarak düşünürsek 9'da 5.*



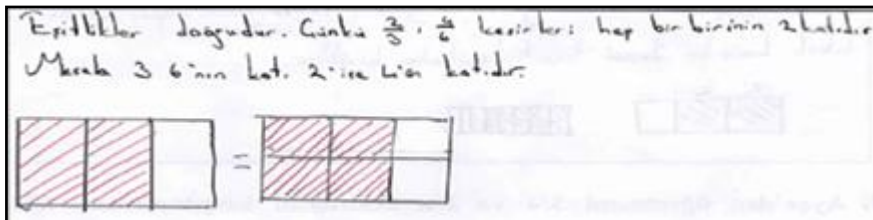
Şekil 28. Ö1'in 13. Soru İçin Yapılan Uygulama Öncesi Bireysel Görüşmedeki Yaptığı Ek Şekil

G: *Hmm peki daha farklı bir şekilde yapabilir misin?*

Ö1: *Şekille yapabilirim. Hepsini dokuz diye düşünsek. (9'da 2 çizdi, sonra aynı büyüklükte 3'de 1 çizdi. 1/3'lük parçaları da tekrar üçe bölüp hepsini 9 parçaya ayırmış oldu.) 3 buradan 2'de yukarıdan 9'da 5 oldu.*

Ö1 değerlendirme formu üzerinde, soruda verilen stratejinin hatalı olduğunu kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak göstermiş ancak başka herhangi bir açıklama yapmamıştır. Görüşme esnasında ise, öğrencinin hem materyaller kullanarak hem de şekil çizerek cevabını açıklamaya çalıştığı görülmektedir. Öğrenci, şekil üzerinde yaptığı toplama işleminde parça sayılarını eşitleyerek parça büyüklüklerinin nasıl eşitlediğini gösterebilmiştir. Bu durum Ö1'in, kullandığı kural temelli stratejinin açıklamasını yapabildiğine işaret etmektedir. Genel olarak bakıldığında, öğrencinin soruda verilen stratejideki hatayı gösterirken, ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisini kullandığı görülmektedir. Ancak sonrasında öğrenci, soruya yönelik kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek kullandığı kuralın açıklamasını genel yargılarla yapabilmıştır. Tüm bu sebeplerden dolayı Ö1, 13. soru için Seviye 5-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 29'da Ö2'nin 6. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda öğrencilere, pay ve paydanın ayrı iki doğal sayı olarak görüldüğü hatalı bir kesirleri karşılaştırma stratejisi verilmiştir. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.



Şekil 29. Ö2'nin 6. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö2'nin Şekil 29'da verilen cevabında görüldüğü üzere, öğrenci eşitliğin doğru olduğunu hem kural temelli bir yaklaşımla sözel olarak ifade etmiş hem de kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek göstermiştir. Ancak soru içerisinde verilen hatalı stratejiye yönelik herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Ö2 ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit aşağıda sunulmuştur.

G: *Ömer'e katılıyor musun?*

Ö2: *Katılmıyorum. Burada da şekille gösterdim. Birinin 2 parçası diğerinin 4 parçası kadar o yüzden bunlar birbirine eşit oluyor. (Verilen kesirlerin birim kesirlerinin birbirinin iki katı olduğunu belirtiyor.)*

Yukarıdaki görüşme kesitinde öğrenci, değerlendirme formunda kullandığı şekli bir kez de sözlü olarak açıklamaktadır.

G: *Peki Ömer'e $3/4$ ile $5/6$ 'i karşılaştırırsa Ömer yine haklı olur mu? Aynı yöntemle yapsa ve 6'da 5 dese. (öğrencinin cevabı sorudaki yöntemle yapıldığında da doğru çıkan bir soru sorularak tepkisi görülmek isteniyor.)*

Ö2: *Çözüm sonucu doğru ama söylediği yanlış.*

G: *Neden çözüm doğru?*

Ö2: *Çünkü burada 6 parçaya bölünmüş 5 i alınmış. Bu 4 parçaya bölünmüş 3'ü alınmış Bir dakika yanlış düşündüm $3/4$ büyük oluyor.*

G: *Neden?*

Ö2: *Çünkü 6'ya bölünce parçalar küçülmüş oluyor. 4'e bölünenlerde parçalar daha büyük olacağından yanlış düşünmüş Ömer.*

G: *Farklı şekilde yapabilir misin?*

Ö2: *Olur (kesir çubuklarını alıyor). $1/6$ 'likler uç uca eklenince daha büyük çıktı.*

G: *Az önce ne demiştin?*

Ö2: *Karıştırdım şuan 6'da 5 çıktı. Ben parçaları daha büyük olacağı için büyük olacağını düşünmüştüm.*

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, sorulan ek soruda öğrencinin birim kesirlerdeki parça büyüklüğüne göre yapılan sıralamayı tüm kesirlere genellediği görülmektedir. Ancak Ö2, sonrasında materyal kullanarak hatalı bir genelleme yaptığını fark edebilmektedir.

G: *Peki Ömer'in kullandığı strateji doğru mu?*

Ö2: *Yanlış ölçmesi lazım.*

G: *İlk soruda yanlış ikinci soruda doğru çıktı. Doğru çıktığına göre yöntemi başka sorularda kullanabilir miyiz?*

Ö2: *Hayır. Bazı sorularda yanlış, bazılarında doğru çıkıyor.*

G: *Kabul edilebilir olması için ne olması gerekir*

Ö2: *Hepsinde doğru çıkması gerekir.*

Yukarıdaki bireysel görüşme kesiti incelendiğinde ise, öğrenci stratejilerin doğru kabul edilebilmesi için tüm sorularda o stratejinin doğru sonuç vermesi gerektiğini belirtmektedir. Genel olarak bakıldığında, öğrencinin soruda verilen stratejideki hatayı fark ettiği ve hatayı göstermek için, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasız kullandığı görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö2 6. soru için Seviye 5-b olarak sınıflandırılmıştır.

Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Bulgular

Bu bölümde, “Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi” kategorisine ait muhakeme becerisi değerlendirme formunda bulunan 14. soruya yönelik belirlenen

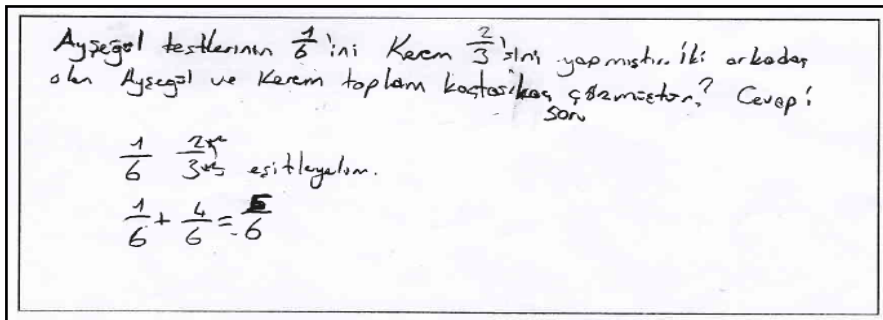
öğrenci seviyelerine ve öğrencilerin seviyelerinin sınıflandırılmasına yönelik açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin değerlendirme formunda verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 9’da gösterilmiştir.

Tablo 9. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Uygulama Öncesi Öğrenci Seviyeleri

	Soru 14
Ö1	Seviye 1
Ö2	Seviye 1
Ö3	Seviye 1
Ö4	Seviye 0

Tablo 9’da öğrenci seviyeleri verilen 14.soruda öğrencilerden işlemi “ $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$,” olan bir problem yazmaları beklenmektedir. Tablo 9 incelendiğinde, bir öğrenci hariç diğer öğrencilerin, içeriğinde çeşitli hatalar bulunsa da istenilen işlemle uyumlu problemler yazabildikleri görülmektedir. Öğrencilerin cevap ve görüşme kesitleri öğrenci isim sırasına göre aşağıda verilmiştir.

Şekil 30’da Ö1’in uygulama öncesi değerlendirme formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 30. Ö1’in 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1'in kurduğu problem incelendiğinde, problem içerisinde Ayşegül ve Kerem'in testleri hakkında açıkça bir bilgi verilmediği, aynı testi mi yoksa birbirinden farklı testleri mi çözdüklerinin belirtmediği görülmektedir. Soru kökünde test ve soru şeklinde iki birime yer verilmesi soru cümlesinde birimsel uyumsuzluklara sebep oluşturmaktadır. Aynı zamanda öğrencinin, soru cümlesinde “kaçta kaç soru çözmüştür” ifadesinde de anlamsal bir hata olduğu göze çarpmaktadır. Öğrencinin kurduğu problemle ilgili açıklamalarda bulunduğu görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.

G: Kurduğun problemi açıklar mısın?

Ö1: Ayşegül testlerinin 6'da 1'ini, Kerem 3'de 2'sini yapmıştır. İki birlikte toplam sorunun kaçta kaçını çözmüştür?

G: Soru sayıları veya test sayıları hakkında bir bilgi var mı?

Ö1: Çözeyim mi şekille?

G: Çözümünden önce kurduğun problemi konuşalım. Soru sayıları aynı mı mesela yoksa farklı mı? Yani ikisine de 20şer sorumu yoksa biri 20 biri 10 mu? Sorduğun problemde buna dair bir bilgi var mı?

Ö1: Eşit olmalı.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde Ö1'in, bireysel görüşme esnasında da kurduğu problem üzerinde bir değişikliğe gidemediği görülmektedir. Öğrencinin söylemlerinden bütünlerin eşliğine dikkat etmediği, soruda verilmese de bütünleri eş olarak kabul ettiği anlaşılmaktadır. Ö1'e bütünlerin eş olmasıyla ilgili bilgisini test etmek amacıyla ek bir soru daha sorulmuştur. Şekil 31'de sorulan bu ek soruya yer verilirken, devamında bu soruya ait görüşme kesiti sunulmuştur.

Gül babası Murat'tan, İbrahim ise babası Ahmet'ten haftalık harçlık almaktadır. Gül kendi harçlığının $\frac{1}{4}$ 'ünü, İbrahim ise $\frac{1}{2}$ 'sini harcamıştır. Bu duruma göre aşağıdaki seçeneklerden hangisi doğrudur?

- A) Gül daha çok para harcamıştır.
- B) İbrahim daha çok para harcamıştır.
- C) İkisi de eşit miktarda para harcamıştır.
- D) Hangisinin daha çok para harcadığına karar verilemez.

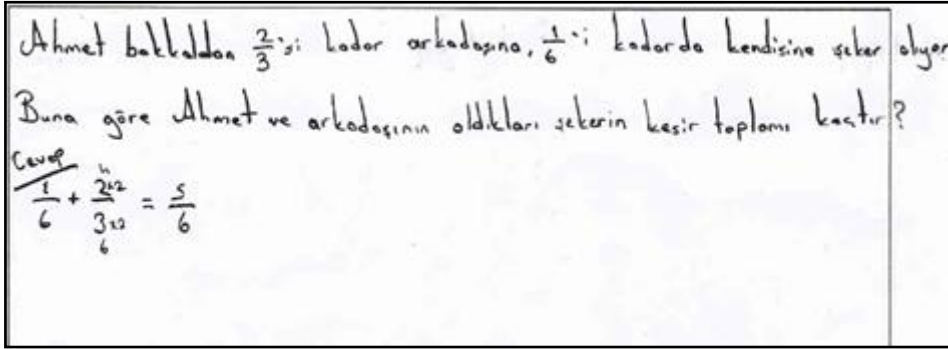
Şekil 31. Bütünlerin Eşliği Kuralına Yönelik Sorulan Ek Soru

G: *Tamam o zaman şu soruya bakalım harçlık sorusu.*

Ö1: *İbrahim daha çok harcamıştır. Çünkü $\frac{1}{2}$ daha fazla. Mesela babaları 20'şer TL verdiyse İbrahim 10 TL, Gül 5 TL harcamış oluyor. Bu yüzden İbrahim daha çok harcamıştır.*

Öğrenci Şekil 31'de verilen ek soruda da, bütünlerin eş olmasının verilmemesine dikkat etmeyip eş kabul ederek problemi cevaplandırmıştır. Genel olarak bakıldığında, öğrenci verilen işlemin kullanılacağı bir problem kurabilmekte ancak problemin içerisinde, çözüm aşamasında soru işareti oluşturabilecek çeşitli hatalar göze çarpmaktadır. Bun hatalar problemde verilen bütünlerin eş olup olmadığı, birim uyumsuzluğu ve soru cümlesindeki ifade hatasıdır. Bu sebeplerden dolayı Ö1 bu soru için Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 32'de Ö2 öğrencisinin uygulama öncesi muhakeme becerisi formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 32. Ö2'nin 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö2'nin kurduğu problem incelendiğinde, verilen kesirsel kavramların belirleneceği bir bütünün olmadığı görülmektedir. “Aldıkları şekerlerin kesir toplamı” ifadesinde öğrencinin neyi ifade ettiği anlaşılamamaktadır. Aşağıda kurduğu problem ile ilgili Ö2'nin açıklamalarının bulunduğu görüşme kesiti verilmiştir.

G: Buradaki 3'de 2'si kadar ne demek oluyor tekrar açıklar mısın?

Ö2: Şekerin 3'de 2'si

G: Mesela burada bir şeyin 3'de 2'si bir şeyin 6'da 2'si ne olduğunu biliyor muyuz?

Ö2: Bu soruda biraz acele ettiğimden yanlış gibi oldu.

G: Başka nasıl sorarsın?

Ö2: Bir öğrenci $\frac{2}{3}$ ile $\frac{1}{6}$ 'yı toplamak istiyorsa yardımcı olur musunuz?

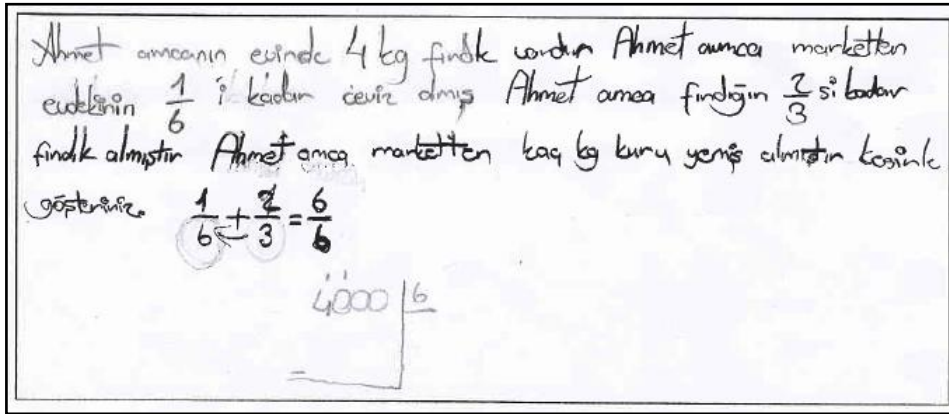
G: Böyle değil de bir problem şeklinde yapsan?

Ö2: Bulamadım.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin problem cümlesinde çelişkiye düştüğü durumlar olduğu dikkat çekmektedir. Öğrencinin yaptığı açıklamaya

göre de, kurduğu problemdeki bütünün ne olduğu konusunda tereddüt yaşadığı görülmektedir. Genel olarak bakıldığında öğrenci, verilen işlemin kullanılacağı bir problem kurabilmiş ancak hem bütünün ifadesinde hem de soru ifadesinde çeşitli hatalar yapmıştır. Bu sebeple Ö2, bu soru için Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 33'te Ö3'ün uygulama öncesi muhakeme becerisi formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 33. Ö3'ün 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün kurduğu problem incelendiğinde, işlemde belirtilmediği halde bütüne kendisinin bir değer verdiği görülmektedir. Ayrıca soruyu farklı bütünlük üzerinden kurup fındık miktarı belli iken, ceviz miktarını belirtmemiştir. Ek olarak soruda “kg” olarak cevap isteyip, çözümünde kesirsel ifadelerin toplamının yapılmasını beklemektedir. Bu sebeple birim karmaşası yaşadığı da görülmektedir. Aşağıda öğrencinin kurduğu probleme yönelik açıklamalarının yer aldığı görüşme kesiti verilmiştir.

Ö3: (Soruyu okuyor.) Evdeki fındıkların 6'da 1'i kadar ceviz, fındığın 3'de 2'si kadar da fındık almış.

G: Sen burada 4 kg demişsin tamamına onun üzerine kurmuşsun ama burada istenen işlem sadece toplam işlemi değil mi?

Ö3: 4 tamı eklememiz gerek

G: Yani 4kg fındık var bunun 6'da 1'i kadar diyorsun galiba?

Ö3: Evet.

G: Peki aşağıdaki çözümünde bu var mı?

Ö3: Yok.

G: Farklı bir şekilde kurmak istesen nasıl kurarsın?

Ö3: Evde bir miktar fındığı vardır. Ahmet amca bu fındıkların 6'da 1'i kadar ceviz 3' de 2'si kadar fındık almıştır

G: Soru ne olacak?

Ö3: Evde ne kadar kuruyemiş vardır kesirle gösteriniz.

Yukarıdaki görüşme kesitini incelendiğinde, öğrencinin fazla verdiği değerleri çıkartarak tekrar bir soru kurduğu görülmektedir. Ancak burada da, soru kökünde toplam kuruyemiş miktarını kesir olarak gösterilmesini istemektedir. Kurduğu problemde evdeki kuruyemişler hakkında bir bilgi vermediği gibi aynı zamanda kuruyemişlerin kesirle gösterilmesini isteyerek eksik bir soru cümlesi oluşturmuştur. Genel olarak bakıldığında öğrenci verilen işlemin kullanılacağı bir problem kurabilmekte ancak verilen işlemde bulunmamasına rağmen bütüne bir değer atamaktadır. Sonrasında verdiği değeri kaldırmış olsa dahi soru cümlesinde çeşitli hatalar yapmaya devam ettiği görülmektedir. Bu nedenle Ö3 bu soru için Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 34'te Ö4 öğrencisinin uygulama öncesi muhakeme becerisi formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.

Habibe Kurban Bayramında birinci gün $\frac{1}{6}$ ikinci gün ise $\frac{2}{3}$ 'tan şeker toplamıştır. Buna göre Habibe üçüncü gün ise ne kadar şeker topladığını bulunuz.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} \text{ cevap bu}$$

Şekil 34. Ö4'ün 14. Soru İçin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün kurduğu problem incelendiğinde, öğrencinin soruda verilen kesirleri şeker miktarı olarak kullandığı, soru kökünde ise üçüncü gün toplanan şekerleri sorarak verilen işlemle bağlantılı olmayan bir problem oluşturduğu görülmektedir. Aşağıda öğrencinin kurduğu probleme yönelik açıklamalarının yer aldığı görüşme kesiti verilmiştir.

G: 3'de 2 tane şeker toplamakla neyi kastediyorsun?

Ö4: Sanırım yanlış kurmuşum

G: Nasıl kurarsan doğru olur?

Ö4: Şöyle olabilir. Habibe bayramda birinci gün 6'da 1 ikinci gün 32de 2 tane şekeri bölmüştür yani kesmiştir. Sonra bunların birinci gün ikinci gün üçüncü gün yok altıncı güne kadar çünkü hepsini 3'e bölüyoruz ya. Yok, öyle olmuyor karıştırdım. Bulamadım ben bunu.

Yukarıda verilen bireysel görüşme kesiti incelendiğinde, Ö4'ün kavramların arasında kafasının karıştığı, istenilen işlemleri yansıtan herhangi bir problem kuramadığı görülmektedir. Bu sebeple, Ö4 bu soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Uygulama Sonrası Muhakeme Becerilerinin Analizinden Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, kesirler ünitesinin uygulama sürecinden sonra, öğrencilerin Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu'na verdikleri cevaplar, bireysel görüşmeler ve bu görüşmeler esnasında öğrencilerin yaptıkları açıklamalar dâhilinde elde edilen veriler sunulmuştur. Bulgular bölümünde yer alan her ana başlık, muhakeme becerisi değerlendirme formlarındaki soru kategorilerine göre üç alt başlık halinde sunulmuştur. Her bir alt başlıkta, o kategorinin içerisindeki sorulara yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri tablolar halinde verildikten sonra, bu seviyelerin belirlenmesinde göz önünde bulundurulmuş hususlara örnek teşkil etmesi açısından her seviyeye ait birer örnek sunulmuştur.

Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Bulgular

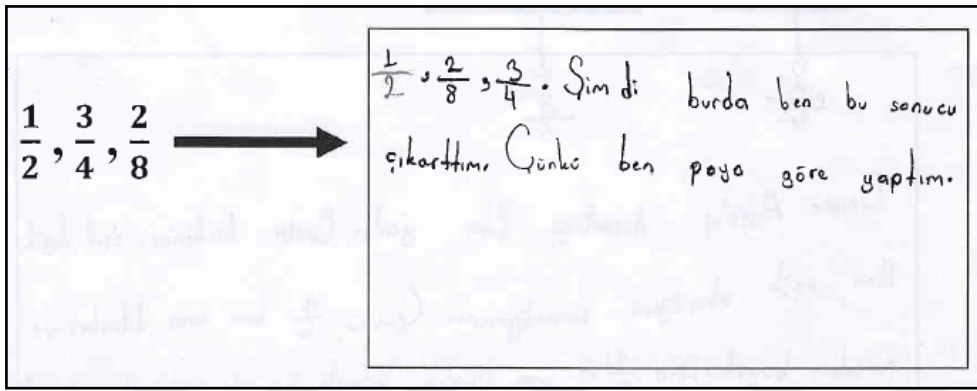
Bu bölümde “Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisine ait görüşme formunda bulunan 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11 ve 12. soruya yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri ve bu seviyelere örnek teşkil eden soru ve görüşme örnekleri verilmiştir. Öğrencilerin değerlendirme formunda verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 10’da gösterilmiştir.

Tablo 10. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri

	Soru1	Soru2	Soru3	Soru4	Soru5	Soru7	Soru10	Soru11	Soru12
Ö1	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b
Ö2	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 4-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b
Ö3	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-a	Seviye 5-b
Ö4	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 1	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 4-a

Tablo 10 incelendiğinde öğrenci seviyelerinin, genellikle 5-a ve 5-b'de yoğunlaştığı, Seviye 2, 3 ve 4-b'nin ise hiç bulunmadığı görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin yer aldığı her bir seviyeye ait kodlama örnekleri, en alt seviyeden başlanarak ayrıntılı olarak verilmiştir.

Şekil 35'te Ö4'ün 7. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, paydası eşit olmayan kesirler verildiğinde, payda eşitleme kuralı kullanmadan sıralama yapmaları beklenmektedir.



Şekil 35. Ö4'ün 7. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün 7.soruya verdiği cevap incelendiğinde, öğrencinin paydaları eşit olmayan kesirleri sıralama durumunda hatalı bir strateji geliştirdiği görülmektedir. Payların rakamsal değerini dikkate alarak kesirleri de rakamların değerine göre sıralamıştır. Yani buradan, öğrencinin doğal sayıları sıralama kuralını genelleyerek kesirlerde de kullandığı anlaşılmaktadır. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit verilmiştir.

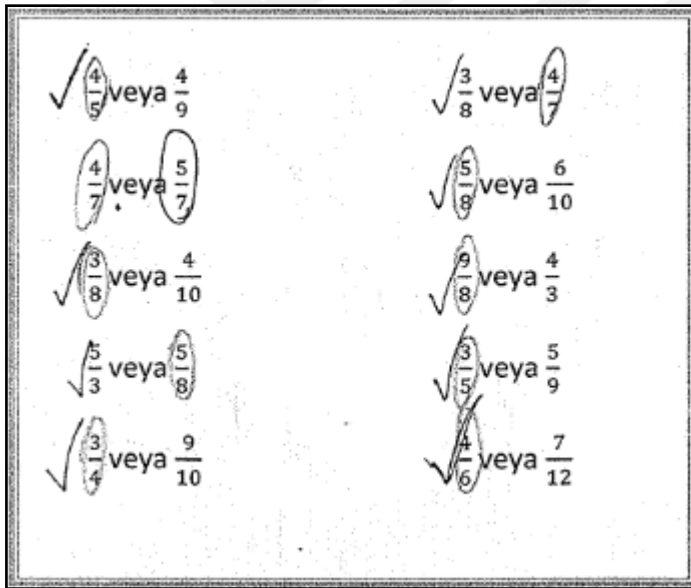
G: Yaptığın sıralamayı tekrar açıklar mısın?

Ö4: 2'de1 i dilim büyüklüğüne göre yaptım. 8'de 2'yi de aynı şekilde yaptım.

G: Sen burada paya göre yaptım demişsin. 1 küçük olduğundan en küçük 2'de 1, sonra 8'de 2 sonra 4'de 3 demişsin. Yaptığın sıralamayı tam açıklayabilir misin?

Ö4: Ben bunları dilimlerine göre yaptım.

Yukarıda verilen bireysel görüşme kesiti incelendiğinde öğrencinin yaptığı çözüme yönelik açıklamalarda bulunamadığı görülmektedir. Formdaki cevabı paylara göre sıralanmış olsa da, kendisi parça büyüklüklerine göre yaptığını dile getirmektedir. Öğrencinin ders uygulama sürecinde sorunun kazanımı ile ilgili çözmesi beklenen çalışma kâğıdında da aynı şekilde parça büyüklüklerine göre sıralama yaptığı görülmüştür. Aşağıda Şekil 36'da bu derse ait çalışma kâğıdı ve görüşme kesiti verilmiştir.



Şekil 36. Ö4'ün Ünite Uygulama Sürecindeki Kesirleri Sıralama Çalışma Kâğıdı

G: Evet peki sen neye göre yaptığını anlatabilir misin soruları? Örneğin neden 4/5 daha büyük oldu?

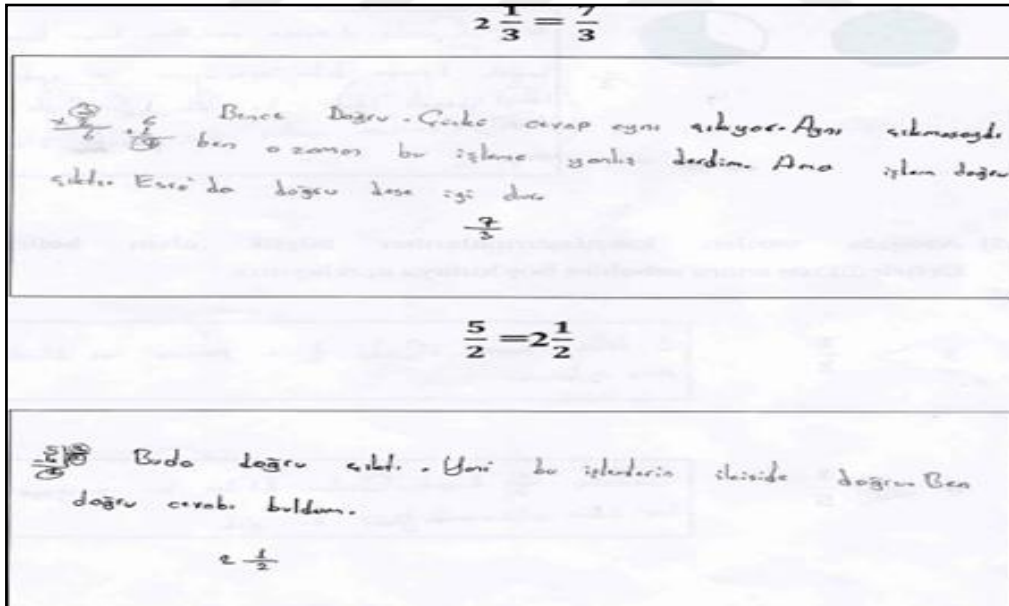
Ö4: Paydalarına göre baktım. Bir pastayı 5'e bölünce büyük parçalar alıyoruz ya.

G: Mesela ikinciyi nasıl yaptın?

Ö4: Hepsini aynı düşünerek yaptım.

Yukarıda verilen çalışma kâğıdı ve ders içi görüşme kesiti incelendiğinde öğrencinin kesirleri sıralama konusunda oldukça zorluk yaşadığı, konu üzerine farklı herhangi bir strateji geliştiremediği dikkat çekmektedir. Genel olarak bakıldığında öğrencinin soruya hatalı bir cevap verdiği, görüşme esnasında da farklı bir muhakeme stratejisi geliştiremeyerek hatasını fark edemediği görülmektedir. Bu sebeple Ö4, 7. soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 37’de Ö4’ün 3. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, verilen tam sayılı kesir ve bileşik kesir eşitliklerinin doğruluğunu göstermeleri beklenmektedir.



Şekil 37. Ö4’ün 3. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Yukarıda verilen Ö4’ün cevabı incelendiğinde, öğrencinin verilen tam sayılı ve bileşik kesir eşitliklerinin doğruluğunu göstermede kural temelli muhakeme stratejisini kullandığı görülmektedir. Çözümde kullandığı strateji hakkında herhangi bir açıklamada

bulunmadığı dikkat çekmektedir. Aşağıda öğrencinin yaptığı işlemlerin açıklamasının bulunduğu görüşme kesiti verilmiştir.

G: Soruları nasıl çözdüğüne yönelik açıklama yapabilir misin?

Ö4: 3 ile 2'yi çarptım sonrada 1 ile topladım.

G: Neden öyle yaptın, anlatabilir misin?


Ö4: Çünkü siz bize böyle göstermiştiniz?



G: Nasıl yani?

Ö4: İlk 3 ile 2'yi çarpıyorduk.

Ö4'ün bireysel görüşme sırasında verdiği yanıtlardan da, sadece kural temelli muhakeme stratejisini nasıl kullanıldığını açıklayabildiği, onun dışında kurala yönelik herhangi bir açıklamada bulunamadığı görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö4, 3. soru için Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 38'de Ö2'nin 4. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, kendilerine bütünü temsil eden bir şekil verildiğinde, o bütünden yola çıkarak, yeni verilen modelin kesirsel karşılığını ifade etmesi beklenmektedir.

4) Eğer  şekli bir bütünü gösteriyorsa aşağıdaki ifadenin hangi kesri gösterdiğini belirleyiniz. Sebebini açıklayınız.

Cevap $\frac{5}{6}$ 'dir. Çünkü ikisi toplamda 6 parçaya ayrılmış ve 5 parçası alınmış bu yüzden cevap $\frac{5}{6}$ 'dir.
Payda

Şekil 38. Ö2'nin 4. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö2'nin Şekil 38'de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin cevabı tam sayılı kesir olarak göstermeyip, bileşik kesir olarak göstermeyi tercih ettiği görülmektedir. Ancak öğrenci gösteriminde, bütünü iki şeklin birleşimi olarak düşünerek cevabında hata yapmıştır. Öğrenci ile yapılan bireysel görüşme kesiti aşağıda verilmiştir.

Ö2: Burada 3 parçaya bölünmüş ikisini de. Birinciden 3 tanesi alınmış. Eğer bu bir bütün olsaydı parçalara bölünmemiş olurdu. O yüzden bir tam değil diye düşündüm.

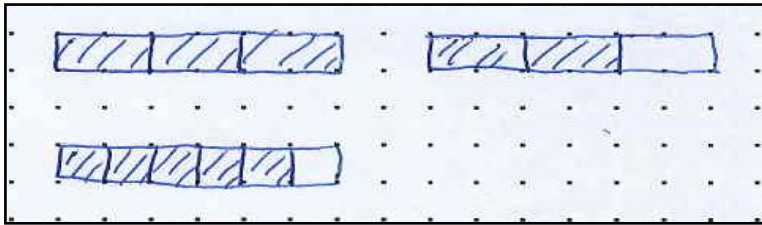
G: Peki bir tam alsam istediğim kadar parçaya ayırsam ve hepsini tarasam. Sonuçta ne olur?

Ö2: Burada da boyalı ama tamamı olarak bölünmemiş halini göstermiş.

G: Sen diyorsun ki parçaya böldükten sonra hepsini tarasa da tam değildir, öyle mi?

Ö2: Evet bölüldüğü için tam değildir diye düşündüm.

Yukarıdaki kesitte öğrencinin, soruda bütün olarak gösterilen şeklin biçimsel yapısına odaklandığı görülmektedir. Öğrencinin açıklamalarından, parçalara ayrılmış bir bütünden hiçbir şekilde ilk olarak verilen bütünün elde edilemeyeceği fikrine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşme kesitinin devamına yer verilmiştir.



Şekil 39. Ö2'nin 4.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil

G: Peki o zaman senden bir tane 6'da 5'lik çizmeni istesem. Bir de buradaki verilen modeli sen tekrar çizebilir misin?

Ö2: (Çizim yapıyor.)

G: Aynı şeyi ifade ediyor mu bunlar?

Ö2: Yok ilk şeklim daha büyük oldu?

G: Şimdi şekillerinin neler ifade ettiğini açıklar mısın?

Ö2: Bu 3'de 3 oldu bu 3'de 2 oldu.

G: Kesir olarak nasıl gösterirsin?

Ö2: 1 tam 3'de 2.

G: Bütünlerin kaçaya ayrılmış burada?

Ö2: 3'e.

G: Bu 3 neyi gösteriyor sana?

Ö2: Hmm. Bütünün kaçaya ayrıldığını. Ben aceleyle yanlış yapmışım.

G: Ama sen şunu savunuyordun, "bütün parçalara ayrılıp hepsi dâhil edilse de bütün artık bütün değil" diyordun.

Ö2: Bütün oluyor karıştırmıştım. 3'de 5 oluyor.

G: Ya da?

Ö2: 1 tam 3'de 2 oluyor.

Yukarıdaki görüşme kesitinde ise, öğrenciden soruda verilen şekli ve kendi verdiği hatalı cevabın şeklini çizmesi beklenmiştir. Öğrenci başarılı bir şekilde Şekil

39'daki çizimi yapıp, karşılaştırma kısmına geçince iki kesrin aynı şey olmadığını fark etmiştir. Ayrıca bütünün oluşması kısmındaki hatasını fark etmiş, doğru cevabı vererek soruyu tamamlamıştır. Genel olarak bakıldığında, öğrencinin parça-bütün ilişkisinde sorun yaşadığı görülse dahi, sonrasında kendisinin kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasını fark edebildiği görülmektedir. Bu sebeple Ö2, 4. soru için Seviye 4-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 40'da Ö3'ün 11. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, basit kesri kadarı verilen bir çokluğun tamamının bulunması beklenmektedir.

Sevgi babasının verdiği harçlığın $\frac{2}{5}$ 'si ile kendisine çikolata alıyor.
Sevgi 20TL para harcadıysa babasının ona başlangıçta kaç TL para verdiğini bulabilir misiniz? Cevabınızın doğru olduğundan nasıl emin oldunuz?

$\begin{array}{r} 20 \overline{) 40} \\ \underline{20} \\ 00 \\ \underline{10} \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$	<p>Sevgi babasının verdiği parayı $\frac{2}{5}$ ile çikolata alırsam çikolata için 20 TL harcarsam 20'yi ikiye böldüm 10 çıktı. $\frac{1}{5}$'in her bir parçası olduğu için 10 ile 5'i çarptım 50 oldu.</p>
--	--

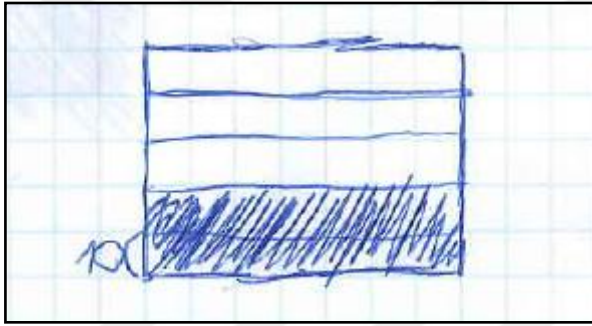
Şekil 40. Ö3'ün 11. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün Şekil 40'da verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak soruyu cevaplandığı görülmektedir. Açıklamasında ise, sadece kural temelli stratejiyi nasıl kullandığını ifade etmektedir. Öğrenci kural hakkında yalnızca neden 5 ile çarptığına yönelik bir açıklama yapmış, diğer işlemleriyle ilgili herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Aşağıda daha ayrıntılı bilgiye ulaşmak için Ö3 ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit verilmiştir.

Ö3: *Sevgi 20TL harcamış ama toplam paranın 5'de 2'sini harcamış. Bu 20 TL 2 parçaymış. Bir parçanın kaç TL olacağını bulacağım. 20'yi 2 ye böldüm 10 çıktı. Tamamı 5 parça olduğu için 5 ile de 10'u çarptım.*

G: *Farklı bir strateji ile yapabilir misin?*

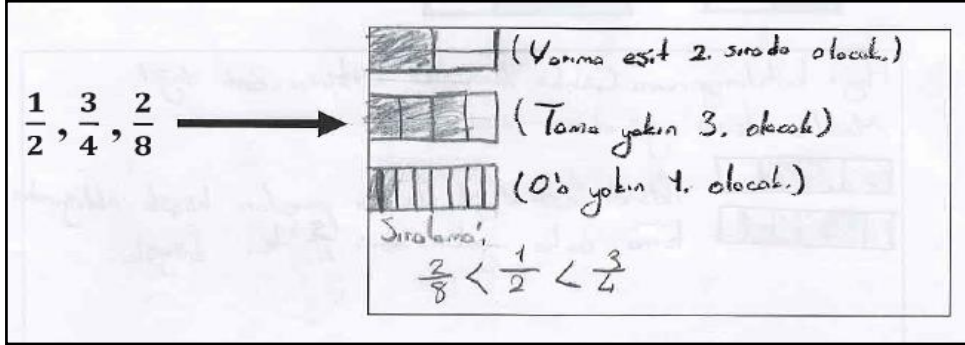
Ö3: *Bu iki parçası 20TL. Bir parçasının ne kadar olduğunu bulacağım. 20'yi ikiye böldüm 10 çıktı. Bunun bir tanesi 10TL'miş. 10 ile de 5'i çarptım 50 oldu. 10, 20, 30, 40 ve 50 tüm parası 50TL'miş.(şekil 'de verilen modellemeyi yaparak üzerinde anlatıyor.)*



Şekil 41. Ö3'ün 11. Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, Ö3'ün kullandığı kural temelli stratejide neden o işlemleri yapması gerektiğine yönelik eksiksiz açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Buna ek olarak ikinci bir strateji geliştirmesi istendiğinde, Şekil 41'de verilen şekli çizerek çözüm yapmayı tercih etmiştir. Genel olarak bakıldığında, öğrencinin ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak eksik açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Ancak görüşme esnasında öğrenci eksiklerini tamamlamış, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek cevabını nasıl bulunduğuna yönelik ek açıklamalarda bulunmuştur. Bu sebeplerden dolayı Ö3, 11. soru için Seviye 5-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 42’de Ö1’in, 7. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda öğrencilerden, paydası eşit olmayan kesirler verildiğinde payda eşitleme kuralı kullanmadan sıralama yapmaları beklenmektedir.



Şekil 42. Ö1’in 7. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1’in Şekil 42’de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin iki farklı kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek soruyu yanıtladığı görülmektedir. İlk olarak tercih ettiği stratejide şekil çizerek doğru bir şekilde soruyu cevaplandırmıştır. İkincisinde ise kesirleri sıralama konusundaki stratejilerden biri olan yakınlık stratejisini kullanmıştır. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

Ö1: Küçükten büyüğe sıralamamızı istemiş. 2’de 1’e baktım yarısı yani yarıya yakın yarım zaten. 4’de 3 tama yakın, 8’de 2 de sıfıra yakın oluyor. Sıfıra yakın olduğu için en küçük 8’de 2 sonra 2’de 1 yarım yakın olduğu için en büyükse 4’de 3 tama yakın olduğu için.

G: Güzel. Ek olarak başka bir stratejiyle de yapmışsın.

Ö1: Modellemeyle.

G: Nasıl çizdin anlatır mısın?

Ö1: 2 tane 1/4’lik dilim 1/2’lik dilim yapıyor. 4 tane 1/8’likler ise 1 tane 1/2’lik yapıyor. Bu şekilde çizdiğimde en küçük 2/8, sonra 1/2 en büyük ise 3/4 oldu.

Öğrenci ile yapılan bireysel görüşmede, öğrencinin geliştirip kullandığı iki farklı kural dışı muhakeme stratejisini uygun bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Öğrenci kullandığı yakınlık stratejisinde neye göre yakınlıkları belirlediğini düzgün bir şekilde ifade edebilmiş, aynı zamanda çizdiği şekli açıklarken de oranlamalarda dikkat ettiği hususlar hakkında açıklayıcı bilgiler vermiştir. Genel olarak bakıldığında öğrencinin soru çözümünde, kural temelli hiçbir strateji kullanmadığı ve geliştirdiği stratejiler hakkında eksiksiz açıklamalarda bulunduğu görülmektedir. Bu sebeple Ö1, 7. soru için 5-b olarak sınıflandırılmıştır.

Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Bulgular

Bu bölümde “Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama” kategorisine ait değerlendirme formunda bulunan 6, 8, 9 ve 13. soruya yönelik belirlenen öğrenci seviyeleri ve bu seviyelere örnek teşkil eden soru ve görüşme örnekleri verilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 11’de gösterilmiştir.

Tablo 11. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Ö1	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a
Ö2	Seviye 5-b	Seviye 4	Seviye 5-b	Seviye 5-b
Ö3	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b
Ö4	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 4	Seviye 3

Tablo 11 incelendiğinde öğrenci seviyelerinin, bu kategori içerisinde belirlenen en üst seviye olan Seviye 5-b’de yoğunlaştığı, yalnızca bir öğrencide Seviye 0’a rastlandığı görülmektedir. Aşağıda öğrencilerin yer aldığı her bir seviyeye ait sınıflandırma örnekleri, en alt seviyeden başlanarak ayrıntılı olarak verilmiştir.

Şekil 43’te Ö4’ün 8. soruya verdiği cevap görülmektedir. Soruda öğrencilere, kesirlerin pay ve paydaları arasındaki farka odaklanarak yapılan hatalı bir kesirleri

karşılaştırma stratejisi verilmiştir Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.

$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{8}$

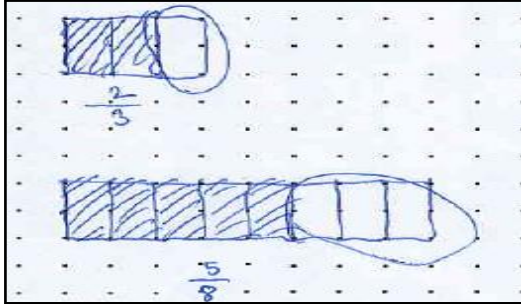
Zeynep: 2/3 kesri daha büyüktür. Çünkü paydası ve payı arasındaki fark en büyük olan kesir daima daha küçük olur. Mesela 3-2=1 ve 8-5=3 olacağından 2/3 kesri daha büyüktür.

Zeynep'e katılıyor musunuz? Neden?

Evet zeynep'e katılıyorum. Çünkü gerçektin 3-2=1 ve 8-5=3 bu doğru bende bunun için zeynep'e katılıyorum.

Şekil 43. Ö4'ün 8. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün Şekil 43'te verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin yalnızca soruda verilen hatalı muhakeme stratejisine odaklanıp, o stratejinin kullanımının sağlamasını yaptığı görülmektedir. Aşağıda öğrenci ile soru üzerine yapılan görüşmeden bir kesit verilmiştir.



Şekil 44. 8.Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil

G: Sen burada soruda verilen öğrencinin dediği yöntemi kontrol ederek doğru demişsin. Kendin soruyu çözüp herhangi bir yorum yapmamışsın. Burada 3'den 2 çıktığında 1 tane boşluk var. 8'den 5 çıkınca 3 boşluk var 1 tane boşluk olduğundan daha büyüktür diyor bu yöntem doğru mu?

Ö4: Bence doğru.

G: Sana göre hangisi büyük nasıl yapabilirsin?

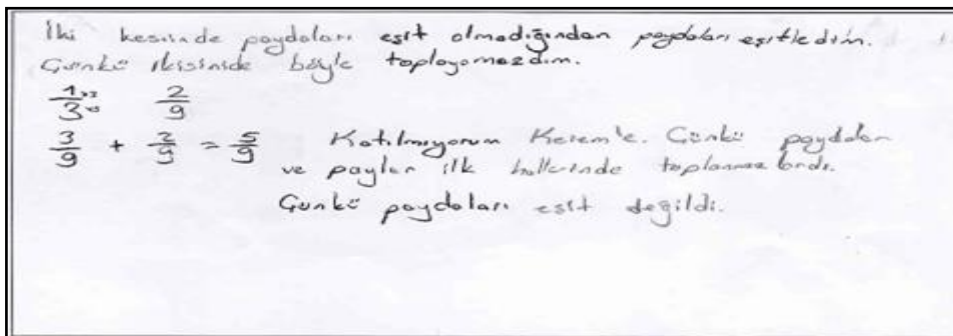
Ö4: 8'de 5

G: Neden?

Ö4: Çünkü 3'de 2 üç parçaya ayrılmış ikisi alınmış burada bir dilim kalıyor, burada da 8 parçaya ayrılmış 5'i alınmış. Üç parça kalıyor.

Öğrencinin görüşme kesitindeki açıklamaları incelendiğinde, verdiği cevap ile açıklamaları arasında tutarsızlıklar olduğu görülmektedir. Öğrenci, tam olarak hangi duruma odaklanıp, soruyu cevaplandırдыğını açıklayamamıştır. Öğrencinin, görüşme esnasında çizdiği şekilde ise, bütünlerin eşliğini ihmal ederek hatalı bir çizim yaptığı Şekil 44'te görülmektedir. Genel olarak bakıldığında Ö4'ün soruda verilen hatalı stratejiye yoğunlaşmadığı ve yaptığı açıklamalarda da çeşitli hatalarda bulunduğu görülmektedir. Bu sebeple Ö4, 8. soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 45'te Ö1'in 13. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda, paydaları eşit olmayan iki kesrin toplama işlemine yönelik, hatalı bir muhakeme sonucunda geliştirilen çözüm yöntemi verilmiştir. Öğrencilerden stratejideki hatayı fark etmeleri ve hatanın sebebini genel yargılarla açıklamaları beklenmektedir.



Şekil 45. Ö1'in 13. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1'in Şekil 45'te verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin “paydaları eşit olmadığından toplanamazlar” ifadesinden hatayı kural temelli muhakeme stratejisine dayandırdığı görülmektedir. Öğrenci, stratejinin hatasını kural temelli muhakeme stratejisi ile doğru bir şekilde çözerek göstermektedir. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

Ö1: Kerem önce 3'de 1 sonra 9'da 2sini yapmış. Kerem'e katılıyor musunuz diyor.

G: Kerem nasıl yapmış?

Ö1: Hem paylarını hem paydalarını toplamış. Bunların paydaları eşit olmadığı için eşitlememiz gerekiyor. Eşit olmadan toplayamayız. Çünkü birisi büyük parça çıkar birisi küçük çıkar. Çizeyim mi?

G: Olur.

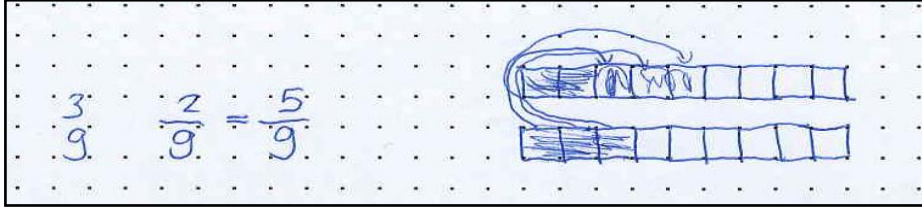
Ö1: Burada 3 parça oldu paydaları eşit değil 1/3'ü boyayım ben. İkincisi de 2/9 bunları toplayamam. O yüzden ilk şeklide 9'a bölmeliyim

G: Bu şekilde neyi eşitlemiş oluyorsun?

Ö1: Parçaların büyüklüklerini. 9'da 3 artı 9'da 2 eşittir 9'da 5.

G: Şekilden 5/9 olduğunu nasıl anlıyorsunuz?

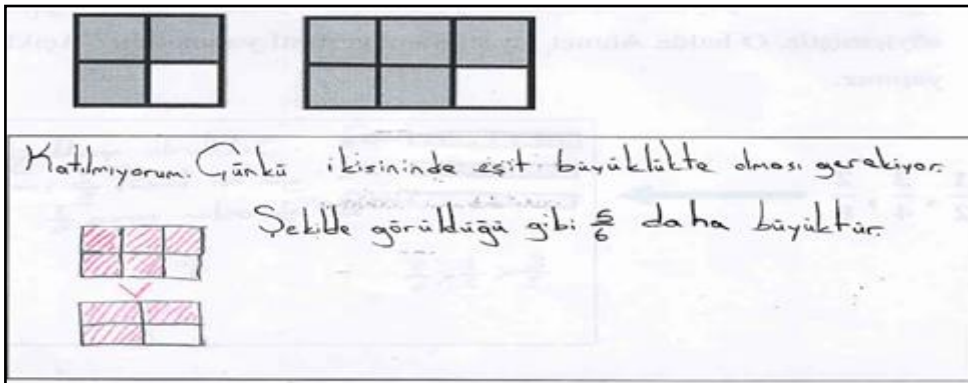
Ö1: Bu üçü alıp buraya yerleştirip boyadığımızdan 9'da 5 olur.(şekilde birbirinin yanına taşıyor.)



Şekil 46. Ö1'in 13. Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil

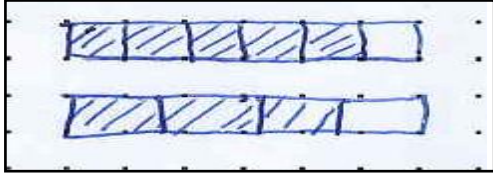
Görüşme kesitinde öğrencinin yaptığı açıklamalar ve çizdiği şekil incelendiğinde, öğrencinin sorunun çözümünde ilk olarak kural temelli muhakeme stratejisini tercih etse de, görüşme esnasında hatanın temel nedenini “paydaları eşitlenmeden toplanamaz, çünkü parça büyüklükleri farklı olur” şeklinde ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca öğrenci görüşme esnasında Şekil 46’da verilen çizimi yaparak da toplama işleminin nasıl yapıldığını genel yargılarla anlatabilmiştir. Genel olarak bakıldığında Ö1 sorunun çözümünde, ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullansa dahi, verilen stratejinin hatasını genel yargılarla açıklayabildiği görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö1 bu soru için Seviye 5-a olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 47’de Ö2’nin 9. soruya verdiği cevap görülmektedir. Bu soruda paydaları eşit olmayan iki kesrin karşılaştırılmasında, kesirlerde bütünlerin eşliği kuralı ihmal edilerek çizilen şekil çözüm stratejisi olarak kullanılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir.



Şekil 47. Ö2'nin 9. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö2'nin Şekil 47'de verilen cevabı incelendiğinde, öğrencinin soruda verilen hatalı muhakeme stratejisini fark ettiği, hatanın sebebini açıkladığı ve doğrusunu kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek gösterdiği görülmektedir. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.



Şekil 48. Ö2'nin 9. Soru İçin Uygulama Sonrası Bireysel Görüşme Esnasında Çizdiği Şekil

Ö2: *Bence yanlış çünkü iki şeklin birbirine eşit olması gerekiyordu. Her birinde parça büyüklükleri aynı. Ama burada 4 parça var diğerinde 6 parça var. (kâğıtta verilen çizimleri gösteriyor)*

G: *Nasıl olmalıydı?*

Ö2: *Bütünlerin büyüklükleri aynı olmalıydı. Mesela şuradaki gibi bunu 6 parçaya böldüm, diğerini de 4 parçaya böldüm ama biraz daha parçaları büyük yaptım.*

G: *Sonuç ne çıktı yani sende?*

Ö2: *5/6 daha büyük çıktı.*

Yukarıda Ö2'nin görüşme esnasında kullandığı ifadeler ve Şekil 48'de verilen şekil incelendiğinde, öğrencinin soruda verilen hatalı muhakeme stratejisini fark ettiği görülmektedir. Görüşme esnasında stratejide yapılan hatayı, hem sözel ifadelerle hem de kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek açıklamaktadır. Tüm bu sebeplerden dolayı Ö2, 9. soru için Seviye 5-b olarak kodlanmıştır.

Şekil 49'da öğrenci cevabı verilen 8. soruda paydaları eşit olmayan iki kesrin karşılaştırılmasında hatalı bir muhakeme stratejisi kullanılmıştır. Öğrencilerden bu hatayı fark etmeleri ve sebebini açıklamaları beklenmektedir. Aşağıda Ö3'ün Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formunda verdiği cevaba ve bireysel görüşmede yaptığı açıklamalara yer verilmiştir. Bu sorunun tekrar 5-b seviyesine örnek olarak sunulmasındaki sebep ise, Ö1 öğrencisinin de bu soruya Ö3 ile aynı şekilde cevap vermesidir. Ve bu örnekte verilen sınıflandırmanın diğer seviye 5-b olarak sınıflandırılan cevaplardan ayıran özellik, uygulama öncesi bulgularda da verildiği üzere öğrencinin sorudan kaynaklı yaptığı ufak hatanın görmezden gelinip öğrencinin kendi geliştirdiği örneğe göre değerlendirilmesidir.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{8}$$

Zeynep: 2/3 kesri daha büyüktür. Çünkü paydası ve payı arasındaki fark en büyük olan kesir daima daha küçük olur. Mesela 3-2=1 ve 8-5=3 olacağından 2/3 kesri daha büyüktür.

Zeynep'e katılıyor musunuz? Neden?

Ezittim: Şekillerde eşle sıklığın Zeynep yanlış diyor.

Şekil 49. Ö3'ün 8. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Şekil 49'da verilen öğrenci cevabında, Ö3'ün sorudaki hatalı stratejiyi kural dışı muhakeme stratejisi ile göstermeye çalıştığı görülmektedir. Ancak sorudaki kesirlerin paydalarının birbirinin katı olmayışı oranlamalarda sıkıntıya yol açmıştır. Bu durum Ö3'ünde sorunun çözümünde hata yapmasına sebep olmuştur. Aşağıda öğrenci ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

G: Burada Zeynep diyor ki aradaki fark ne kadar azsa o kadar büyüktü. Yani boş kalan kısım ne kadar azsa o kadar büyüktür diyor. Doğru mu düşünüyor?

Ö3: Katılmıyorum

G: Neden?

Ö3: Çünkü 1/2 olsa diğeri de 6/8 olsa 1/2'nin parçası büyük olduğu için az olacak ama 6/8'in parçası daha çok.

G: Zeynep'in dediğine göre hangisi büyük olmalı?

Ö3: 1/2 çünkü aradaki fark az.

G: Sana göre hangisi büyük?

Ö3: 5/6.

G: Neden?

Ö3: Çünkü 1/2'nin parçası büyük fazla yer kaplıyor ama bir parçası eksik olduğu için yarısını kaplıyor. Burada 4 olsaydı yarısını kaplardı ama burada 6 var. O yüzden 6/8 daha büyük olur.

G: Güzel bir örnek oldu. Peki, buradaki soruyu nasıl yaptın da eşit buldun?

Ö3: Birincide 3'de 2 diyordu 3 parçaya böldüm 2'sini aldım. Diğeri de 8 diyordu, 8 parçaya böldüm 5'ini aldım.

G: Peki sen burada çizirken oranlamaya dikkat ettin mi?

Ö3: Her bir parçaya 2,5 tane çizdim.

G: Ama bazılarında daha farklı miktarda var. Bazısında 2 tane var bazısında 2,5 tane var.

Ö3: Tam düzgün çizemedim.

G: Aslında senin çizdiğinde de az çok görünüyor.

Ö3: Evet 2/3 biraz daha büyük görünüyor.

G: Peki sonuç olarak Zeynep'in yöntemi doğru mu?

Ö3: Hayır yanlış.

Yukarıdaki görüşme kesitinde, öğrencinin soruda verilen stratejiyi çürütmeye yönelik yeni bir karşıt örnek geliştirdiği ve geliştirdiği örneği yakınlık stratejisine göre çözebildiği görülmektedir. Ö3'ün değerlendirme formunda yaptığı oranlama hatasının, verilen kesirlerin paydalarının birbirinin tam katı olmaması sebebiyle meydana geldiği düşünülmüştür. Bu nedenle öğrencinin şekil çiziminde yaptığı ufak hata görmezden gelinerek, öğrencinin kendi geliştirdiği karşıt örnek üzerinden öğrenci değerlendirilmiştir. Genel olarak bakıldığında öğrencinin hatalı stratejiyi göstermede karşıt örnek geliştirebildiği ve soru çözümünde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirip, genel yargılarla çözümünü açıklayabildiği görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı Ö3, 8. soru için Seviye 5-b olarak sınıflandırılmıştır.

Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Bulgular

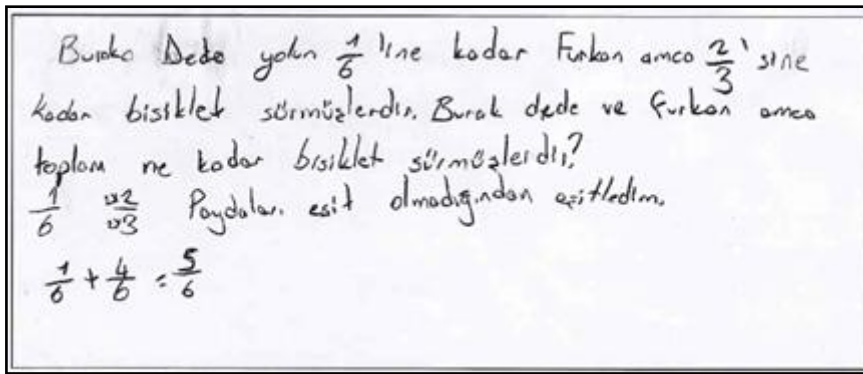
Bu bölümde, "Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi" kategorisine ait muhakeme becerisi değerlendirme formunda bulunan 14. soruya yönelik belirlenen öğrenci seviyelerine ve öğrencilerin seviyelerinin sınıflandırılmasına yönelik açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin değerlendirme formunda verdikleri cevaplar ve bireysel görüşmelerde yaptıkları açıklamalar doğrultusunda sınıflandırıldıkları seviyeler Tablo 12'de gösterilmiştir.

Tablo 12. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine Ait Uygulama Sonrası Öğrenci Seviyeleri

	Soru 14
Ö1	Seviye 2
Ö2	Seviye 3
Ö3	Seviye 2
Ö4	Seviye 0

Tablo 12’de öğrenci seviyeleri verilen 14.soruda öğrencilerden işlemi “ $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$,” olan bir problem yazmaları beklenmektedir. Tablo 12 incelendiğinde, öğrencilerden bir tanesinin hatasız bir problem kurmayı başardığı, iki öğrencinin ise değerlendirme formundaki cevabında hatalı problem kurduğu ancak görüşme esnasındaki açıklamalarıyla hatasını düzeltebildiği görülmektedir. Yalnızca bir öğrencinin, istenilen işlemi yansıtan bir problem kurmayı başaramadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin değerlendirme formu cevapları ve görüşme kesitleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

Şekil 50’de Ö1’in uygulama sonrası muhakeme becerisi değerlendirme formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 50. Ö1’in 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö1’in kurduğu probleme incelendiğinde, problemin içerisinde çözümü istenen birim ile verilen birimler arasında uyumsuzluklar bulunduğu dikkat çekmektedir. Problemden, öğrencinin kullandığı “1/6’ine kadar” ve “2/3’süne kadar” ifadelerinden iki

kişinin de yolun başından mı başladığı, yoksa birbirilerinin kaldığı yerden mi devam ederek ilerlediklerine yönelik bilgi eksikliği göze çarpmaktadır. Ayrıca sorunun son cümlesinde, ne istendiğine dair bilgi eksikliğinin mevcut olduğu da görülmektedir. Aşağıda Ö1 ile yapılan bireysel görüşmeden bir kesit sunulmuştur.

Ö1: *Ben bunları toplama yaptım. Burak dede yolun 6'da 1'ine kadar gidiyor. Furkan amca da yolun 3'de 2'si kadar bisikletle gidiyor. Toplam ne kadar bisiklet sürmüşlerdir?*

G: *Sonuçta sormak istediğin tam olarak ne?*

Ö1: *Kaçta kaç?*

G: *Nasıl yani?*

Ö1: *yolun kaçta kaç kadar bisiklet sürmüşlerdir.*

G: *Sormak istediğini tam olarak açıklayabilir misin?*

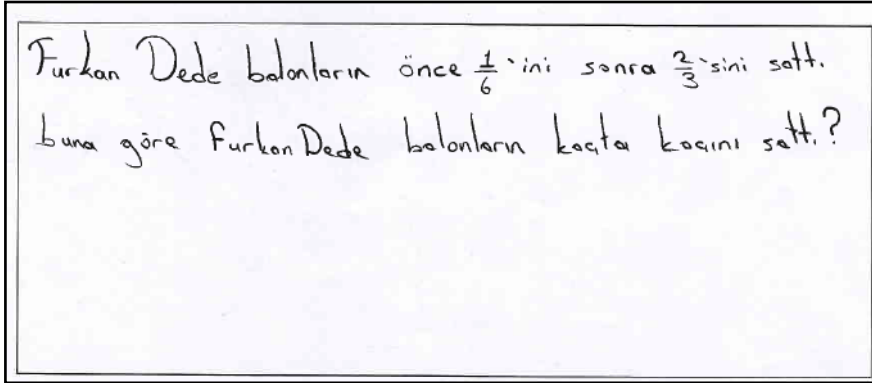
Ö1: *Şimdi yollar var ya Burak dede yolun 6'da 1'i kadar gitmiş sonrasında da Furkan amca yolun 3'de 2'si kadarını gidiyor.*

G: *Geri kalandan mı gidiyor?*

Ö1: *Yok tamamından. İki birlikte toplam yolun kaçta kaçını gitmişlerdir?*

Öğrencinin yaptığı açıklamalara bakıldığında, öğrencinin kurduğu problemde tam olarak neyi sormak istediği konusunda kafa karışıklığı yaşadığı görülmektedir. Ancak sonrasında, soru cümlesinde belirsizlik oluşturan kısmı düzelterek, sormak istediği durumu daha belirgin olarak sorabilmiştir. Ek olarak öğrencinin, değerlendirme formunda verdiği cevapta, hatalı olarak görünen kısımları da açıklayabilmesiyle, kurduğu problem doğru bir hal almıştır. Bu sebeple Ö1, 14. soru için Seviye 2 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 51'de Ö2'nin, uygulama sonrası muhakeme becerisi değerlendirme formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 51. Ö2'nin 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö2'nin kurduğu problem incelendiğinde, öğrencinin verilen işleme uygun, hatasız bir problem kurduğu görülmektedir. Burada öğrenci, var olan balonları bir bütün kabul ederek, belirli kısımlarını sattığını toplamda tüm balonların kaçta kaçını sattığını sormaktadır. Aşağıda da Ö2'nin problemini açıkladığı görüşme kesiti verilmiştir.

G: Kurduğun problemi açıklayabilir misin?

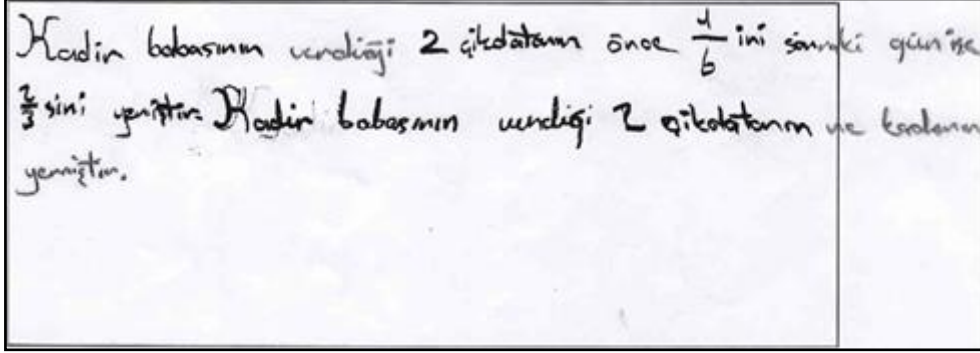
Ö2: Furkan dede balonların önce 6'da 2'sini satmış, sonra 3'de 2'sini satmıştır. O zaman Furkan dedenin tüm balonların kaçta kaçını sattığını bulmak istedim.

G: Sence doğru bir problem mi kurmuşsun?

Ö2: Bence doğru.

Öğrenci açıklamasında da problemini tekrar ederek balonların parça parça satıldığını ve toplamda tüm balonların kaçta kaçının satıldığının bulunmasını istediğini belirtmiştir. Ö2, işlemi verilen problemi hatasız bir şekilde kurabildiği için Seviye 3 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 52'de Ö3'ün, uygulama sonrası muhakeme becerisi değerlendirme formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 52. Ö3'ün 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö3'ün kurduğu problem incelendiğinde, problemin doğruluğunu bozan tek yerin öğrencinin kendisinin tama değer vermesi olduğu görülmektedir. Tamın iki çikolata olarak alınmış olması, kurulan problemi istenilen işlemle uyumsuz hale getirmektedir. Öğrencinin bu durum hakkında yaptığı açıklamalar aşağıdaki görüşme kesitinde verilmiştir.

Ö3: Kadir çikolatasının önce 6'da 1'ini sonraki gün ise 3'de 2'sini yemiştir.

G: Kadir'in iki tane çikolatası var öyle değil mi?

Ö3: İki tane çikolata mı?

G: Evet iki tane çikolatası var demişsin. Ama az önceki ifadende ikiyi hiç kullanmadın. Yani ikinin nasıl bir yeri var neden koydun sorunun içine?

Ö1: Bir özelliği yok.

G: O halde sorunu açıklar mısın?

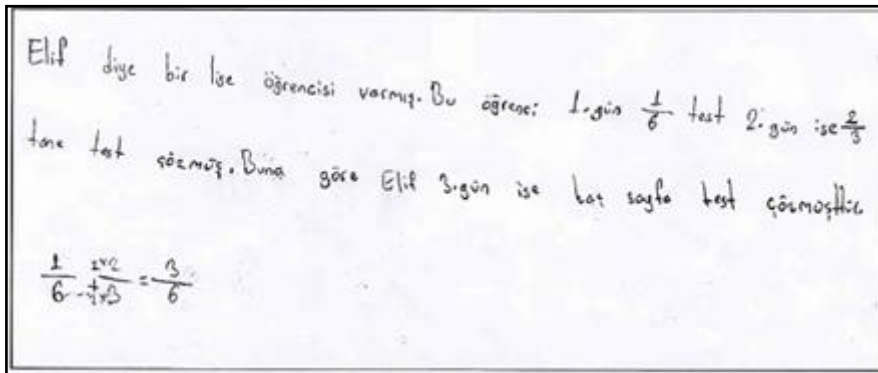
Ö1: Çikolataların önce 6'da 1'ini sonra 3'de 2'sini yemiş 2 tane çikolatanın. Sonra ikisini topladım 5/6.

G: 6da 5ini yemiş. Çözümünde 2 tam çikolatası olduğunu kullanmadın?

Ö3: Hayır iki olmamalı, o şekilde olunca çikolatanın bir tanesini yemiş, arta kalmış onunda birazını yemiş gibi düşünülür, hatalı olur.

Yukarıdaki görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin aslında soruyu kurarken tamı 2 tam çikolata olarak düşünmediği, çikolataların tamamını bir bütün olarak düşündüğü anlaşılmaktadır. Çünkü iki çikolatadan ayrı ayrı yendiğine dair bir açıklamada bulunmamıştır. Ek olarak öğrenci, iki çikolata şeklinde düşünüldüğünde hatalı olacağını, bir tanesinden yenip arda kalıp, diğerinin de biraz yendiği düşüncesinin oluşacağını belirtmiştir. Tüm bu açıklamalarından öğrencinin, tama verdiği değer problemde bulunmaması gerektiğini fark ettiği ve düzelttiği görülmektedir. Bu sebeple Ö3 bu soru için Seviye 2 olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 53'te Ö4'ün uygulama sonrası muhakeme becerisi değerlendirme formunda kurduğu probleme yer verilmiştir.



Şekil 53. Ö4'ün 14. Soru İçin Uygulama Sonrası Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu Cevabı

Ö4'ün kurduğu problem incelendiğinde, kesirlere adet anlamı yüklediği görülmektedir. Ancak mantık olarak bakıldığında $\frac{1}{6}$ adet şeklinde bir test olmayışı

sorunun geçerliliğini düşürmektedir. Ayrıca öğrenci, soru ifadesinde 3. gün kaç sayfa test çözüldüğünü sorarak, verilen işlemle bağlantısı olmayan ve çözümünün yapılması mümkün olmayan bir problem oluşturmuştur. Genel olarak bakıldığında öğrencinin verilen işleme uygun olmayan bir problem kurduğu görülmektedir. Aşağıda öğrencinin kurduğu problem ile ilgili yaptığı açıklamalara yer verilmiştir.

G: Kurduğun problemi açıklar mısın?

Ö4: Elif diye bir lise öğrencisi varmış. Birinci gün 6'da 1 test ikinci gün 3'de 2 test çözmüştür. Buna göre Elif 3. gün kaç sayfa test çözmüştür?

G: 6da 1 test ifadesini bir miktar olarak mı kullandın?

Ö4: Bu öğrenci birinci gün 6'da 1 soruyu, ikinci gün ise 3'de 2 sorunun cevabını bulmuştur.

G: Hm yani 6'da 1 test derken bir testin tamamını değil, testi 6 ya bölüp 1 parçasını çözüyor öyle mi? Doğru mu kurduğun problem?

Ö4: Evet öyle kullandım. Doğru bence.

Yukarıda verilen görüşme kesiti incelendiğinde, öğrencinin soruyu açıklaması istenildiğinde sadece kurduğu problemi okuduğu görülmektedir. Problemde sorun olarak görülen test miktarları sorulduğunda ise, öğrenci test kelimelerini soru olarak değiştirerek farklı bir açıklamada bulunmamıştır. Ayrıca Ö4, soru cümlesi ile ilgili hatasının olduğunu da fark edememiş, kurduğu problemin doğru olduğunu belirtmiştir. Genel olarak kurulan problemin verilen işleme uygun olmadığı belirlendiğinden, Ö4 bu soru için Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır.

Uygulama Öncesi ve Sonrası Öğrencilerin Muhakeme Beceri Düzeylerinin Karşılaştırılmasına Yönelik Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde, çalışmanın ikinci alt problemi olan, öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrasındaki muhakeme beceri düzeylerinin karşılaştırılmasına yönelik bulgulara yer verilmiştir. Öğrencilerde gözlenen değişimlerin daha anlaşılır olması amacıyla, her bir öğrenciye ait bulguların tek tek incelenmesi uygun görülmüştür. İlk olarak, Ö1 öğrencisinin üç kategoriye ait uygulama öncesi ve sonrası bulunduğu seviyeler tablolar halinde sunulurken, elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Ö1 öğrencisine ait bulguların ardından, öğrenci sırasına göre bulgulara devam edilmiştir.

Tablo 13’te Ö1 öğrencisinin “Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 13. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö1’e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

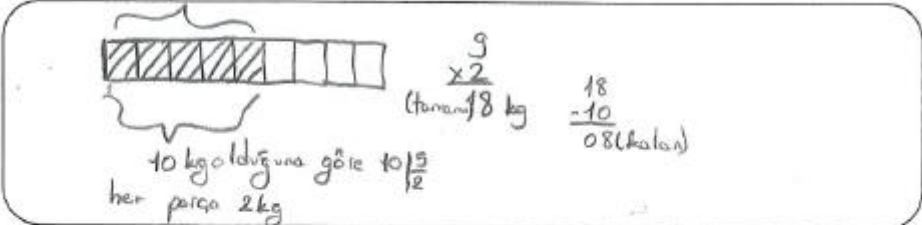
	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5	Soru 7	Soru 10	Soru 11	Soru 12
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-a
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, her soruda muhakeme beceri düzeyinin en üst seviyenin basamaklarında yer aldığı görülmektedir. Sadece üç soruda 5. seviyenin birinci basamağında yer alırken, diğer altı soruda 5. seviyenin ikinci basamağında yer almıştır. 5. seviyenin birinci basamağında bulunduğu üç sorudan birisi, iki birim kesrin karşılaştırılmasına, ikincisi bir bütünün istenen kesir kadarını bulmaya yönelik problem çözümüne ve üçüncüsü paydaları eşit olmayan kesirlerin toplamını bulmaya yöneliktir. Bu sorularda Ö1, kural

temelli muhakeme stratejisini ilk tercih olarak kullansa da görüşme esnasında, kullandığı kurallarının açıklamasını yapabilmiş veya kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek çözümünü destekleyebilmiştir. Öğrencinin genel olarak yaptığı çözümlerin nedenlerini, destekli bir şekilde açıklayabildiği görülmektedir.

Ö1'in uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde ise, uygulama öncesinde 5. seviyenin birinci basamağında yer aldığı sorularda öğrencinin bir üst basamağa çıkmayı başardığı görülmüştür. Uygulama öncesi ve sonrası bulgular karşılaştırıldığında, öğrencinin uygulama öncesinde kimi durumlarda ilk tercih olarak kural temelli muhakeme stratejilerine başvurduğu görülse de, uygulama sonrasında her soruda kural dışı muhakeme stratejisi kullanmayı tercih ettiği görülmektedir. Öğrencinin uygulama öncesi çözümünde ilk tercih olarak kural temelli strateji kullandığı soru türlerinden birisi problem çözme sorusudur. Öğrencinin uygulama sürecindeki problem çözme etkinliğine yönelik yaptığı çalışma kâğıdına örnek Şekil 54'te verilmiştir.

"Bir kasadaki üzümün $\frac{5}{9}$ 'i yenmiştir. 10kg üzüm yenildiğine göre kasada kaç kg üzüm kalmıştır?"

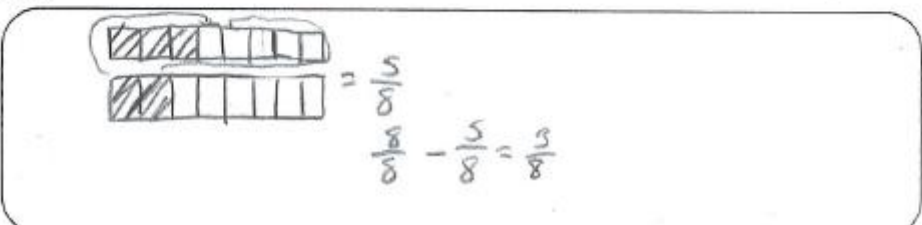


10 kg olduğuna göre $10/2$
her parça 2kg

$9 \times 2 = 18$
(toplam) 18 kg

$18 - 10 = 08$ (kalan)

"Kerem, haftalık harçlığının $\frac{3}{8}$ 'ü ile simit almış, $\frac{2}{8}$ 'si ile de su almıştır. Buna göre, Kerem'in geriye kalan parasının haftalık harçlığının kaçta kaç olduğunu bulunuz."



$\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$

Şekil 54. Ö1'in Ünite Uygulaması Sürecindeki Çalışma Kâğıdı Temsili

Şekil 54 incelendiğinde, öğrencinin ders süreci içerisinde kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek, problem çözümlerinde daha anlaşılır ve açıklayıcı olmaya çalıştığı görülmektedir. İşlemlerini şekillerle desteklemesi ispat yeteneğindeki gelişime de işaret etmektedir. Genel olarak bakıldığında öğrencinin, uygulama öncesinde alt seviyede bulunduğu sorularda, uygulama sonrasında bir üst seviyeye yükseldiği görülmektedir. Uygulama sonrasında aynı seviyede kaldığı sorularda dâhil olmak üzere, öğrencinin değerlendirme formundaki cevaplarının uygulama öncesine göre daha açık ve ispata yönelik olduğu da dikkat çekmektedir (Bkz. Şekil 19 ve Şekil 42).

Tablo 14'te Ö1'in "Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 14. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö1'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5-a
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, üç soruda Seviye 3'te, bir soruda ise Seviye 5'te yer aldığı görülmektedir. Burada öğrencinin bulunduğu seviyelerden yola çıkılarak, Ö1'in verilen bir stratejinin hatalı olduğunu ilk olarak kural temelli muhakeme stratejisi ile göstermeyi tercih ettiği, sonrasında cevabını kural dışı muhakeme stratejileri ile destekleyerek, sonucun hatalı olduğunu gösterebilmektedir. Ancak öğrenci sorunun çözümüne yönelik strateji geliştirerek soruya uygulamış olsa dahi, soruda hatalı olarak verilen yöntemin neden hatalı olduğuna yönelik açıklamalarda bulunamadığı anlaşılmaktadır. Öğrenci hataya sonuç odaklı yaklaşmakta, hatanın nedenine yoğunlaşmamaktadır. 13. soruda ise bulunduğu seviyeden hatayı ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak göstermeyi tercih etse de kural dışı muhakeme

stratejisi geliştirerek de cevabını destekleyip, yöntemin hatasını açıklayabildiği anlaşılmaktadır.

Uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde ise uygulama öncesinde Seviye 3'te bulunduğu tüm sorularda Seviye 5-b'ye yükseldiği görülmektedir. Yani öğrenci ilk tercihinde kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek doğru çözüm yöntemlerini göstermiş ve verilen hatalı stratejinin neden hatalı olduğuna yönelik açıklamalarda bulunabilmiştir. Ö1'in uygulama sonrasındaki 8.soruya yönelik bulunduğu seviye göz önüne alındığında, öğrencinin karşıt örnek geliştirerek yöntemin hatasını ispatlayabildiği görülmektedir. Uygulama sonrasında, uygulama öncesine göre öğrencinin üç sorusunda olumlu bir seviye değişimi olduğu görülmektedir. Uygulama sonrasında, öğrencinin daha genellenebilir düşünceler öne sürdüğü, hatalı stratejilerin sonucundan çok, hatanın nedenine yoğunlaşarak hatayı ispatlamaya çalıştığı belirlenmiştir.

Tablo 15'te Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 15. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö1'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 14
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 1
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 2

Bu kategori altında öğrencinin uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, öğrencinin problem kurmada sıkıntılar yaşadığı görülmektedir. Öğrencinin kurduğu problem, birim karmaşası vb. gibi hatalar içermesi sebebiyle hatalı olarak ele alınmaktadır. Öğrencinin uygulama sonrasındaki seviyesine bakıldığında ise Ö1'in uygulama öncesinde olduğu gibi birim karmaşası, soru kökünde ifade hatası vb. sebeplerden kaynaklanabilecek hatalar yaparak, hatalı bir problem kurmuş olduğu ancak

görüşme esnasında hata olarak görünen unsurları fark ederek problemini düzeltebildiği görülmektedir.

Aşağıda, Ö2'nin üç kategoriye ait uygulama öncesi ve sonrası bulunduğu seviyeler tablolar halinde sunulmuştur. Tablo 16'da Ö2 öğrencisinin, "Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 16. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö2'ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru1	Soru2	Soru3	Soru4	Soru5	Soru7	Soru10	Soru11	Soru12
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 0	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-a
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 4-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-b	Seviye 5-b

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, muhakeme becerisinin genellikle, üst seviyelerde yer aldığı görülmektedir. Öğrenci sadece 4. soruda Seviye 0, 10. ve 12. sorularda Seviye 5-a olarak sınıflandırılmış, diğer altı soruda ise Seviye 5-b olarak en üst seviyede sınıflandırılmıştır. Öğrenci Seviye 0 olarak sınıflandırıldığı soruda, kendisine bir bütünü temsil eden şekil verildiğinde, o bütünden yola çıkarak verilen farklı bir şeklin kesirsel karşılığını bulmakta sorun yaşamış ve hatalı cevap vermiştir. Bir bütünün istenen kesir kadarını bulmaya ve paydaları eşit olmayan kesirlerin toplama ve çıkarma işlemine yönelik sorularda ise kural temelli muhakeme stratejisi kullansa dahi, kullandığı kuralı görüşme esnasında genel yargılarla açıklayabilmiştir.

Öğrencinin uygulama sonrası muhakeme beceri seviyeleri incelendiğinde ise uygulama öncesinde 5. seviyenin birinci basamağında yer aldığı soruların birinde bir üst seviyeye çıktığı, diğerinde ise herhangi bir değişim yaşamadığı görülmektedir. Yani

öğrenci paydası eşit olmayan kesirleri toplama ve çıkarma işlemi yaparken kural dışı muhakeme stratejisi geliştirebilmekte ve çözümlerini açıklayabilmektedir. Uygulama öncesinde Seviye 0 olarak sınıflandırıldığı soruda ise öğrenci, soruyu uygulama sonrasında da kural temelli yaklaşımla yine hatalı yapmıştır. Ancak görüşme esnasında hatasını kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek fark edip, açıklamalarını genel yargılarıyla yapabirmiştir. Şekil 55'te öğrencinin kendi ifadeleriyle derste yaşadığı süreci anlattığı, uygulamanın son derslerinden birine ait olan öğrenci günlüğü sunulmuştur.

Bugün derste kesirlerle toplama ile ilgili sorular gördük.

Örnek

Ben pastanın $\frac{2}{4}$ 'ünü arkadaşım ise $\frac{4}{8}$ 'ünü yedi. Buna göre ben ve arkadaşım toplamda ne kadar pasta yedik?

Sonrada iki kesiri toplayıp sayı doğrusunda gösterdik.

Örnek

$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ Tam}$

$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ Tam}$

Şekil 55. Ö2'nin Ünite Uygulama Sürecindeki Öğrenci Günlüğü Temsili

Öğrenci Şekil 55'te verilen günlükte, derste öğrendiği kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi kendi ifade ve cümleleri ile anlatmaktadır. Ö2 kendi oluşturduğu örnekleri çeşitli kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek, kural kullanımı yapmadan anlatmaya çalışmıştır. Sunulan bu öğrenci günlüğü, öğrencinin uygulama sonrası

muhakeme becerisindeki gelişimi destekler niteliktedir. Genel olarak bakıldığında uygulama sonrasında uygulama öncesine göre, öğrencinin iki sorusunda olumlu bir seviye değişimi olduğu, diğer sorularda ise bulunduğu seviyeleri koruduğu görülmektedir. Bu durum öğrencinin muhakeme becerilerinde bir gelişim yaşandığını gözler önüne sermektedir.

Tablo 17’de Ö2’nin ”Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama” kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 17. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö2’ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 4	Seviye 4	Seviye 5-a
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 4	Seviye 5-b	Seviye 5-b

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde iki soruda Seviye 4, bir soruda 5-b ve bir diğer soruda ise 5-a olarak sınıflandırıldığı görülmektedir. Öğrencinin bulunduğu seviyelerden yola çıkılarak, Ö2’nin verilen bir stratejinin hatalı olduğunu göstermede ilk tercih olarak kural dışı muhakeme stratejisi geliştirmeyi tercih ettiği belirlenmiştir. Bulgularda, öğrencinin verilen stratejinin yanlış olduğunu doğru cevabı bularak gösterebildiği, ancak yöntemin neden hatalı olduğuna yönelik açıklamalarda bulunamadığı dikkat çekmektedir. Soru 13’de ise hatayı ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak gösterse de, görüşme esnasında kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek cevabını açıklayabilmiştir. Ek olarak 6. soruda ise hatayı kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek gösterebildiği ve sonuçtan ziyade yöntemin hatasına yoğunlaşarak hatanın sebebini açıklayabildiği görülmektedir.

Ö2'nin uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde ise, uygulama öncesinde Seviye 4 ve Seviye 5-a da bulunduğu dokuz ve on üçüncü sorularda öğrenci muhakeme beceri seviyesinin Seviye 5-b'ye yükseldiği görülmektedir. Yani öğrenci artık sonuca odaklanmak yerine, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek yöntemin hatasına yoğunlaşmaktadır. Uygulama sonrasında uygulama öncesine göre öğrencinin iki sorusunda olumlu bir değişim yaşandığı, onun dışındaki iki soruda da seviyesini koruyabildiği belirlenmiştir. Öğrencinin uygulama öncesi değerlendirme formu cevaplarına göre uygulama sonrasında daha açıklayıcı ve ispata yönelik cevaplarda bulunduğu dikkat çekmektedir.

Tablo 18'de "Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 18. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö2'ye ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

Soru 14	
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 1
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 3

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri seviyeleri incelendiğinde öğrencinin problem kurmada sıkıntılar yaşadığı anlaşılmaktadır. Kurduğu problem, verilen işlemin kullanılabilirliğine uygun olsa dahi soru kökünde yanlış ifade kullanımı vb. gibi hatalar yaparak düzgün bir problem kuramadığı görülmektedir. Uygulama sonrasındaki seviyesine bakıldığında ise Ö2'nin herhangi bir hata yapmadan, verilen işleme uygun hatasız bir problem cümlesi yazabildiği anlaşılmaktadır. Bu durum, öğrencinin uygulama sürecinin ardından problem kurma becerisindeki gelişime işaret etmektedir.

Aşağıda, Ö3'ün üç kategoriye ait uygulama öncesi ve sonrası bulunduğu seviyeler tablolar halinde sunulmuştur. Tablo 19'da Ö3 öğrencisinin "Uygun

Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma” kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 19. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö3’e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5	Soru 7	Soru 10	Soru 11	Soru 12
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 0	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5-a	Seviye 4-a	Seviye 0
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-a	Seviye 5-a	Seviye 5-b

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, iki soruda Seviye 0’da, iki soruda Seviye 3’te, bir soruda seviye 4-a, ikişer soruda da Seviye 5-a ve Seviye 5-b de sınıflandırıldığı görülmektedir. Öğrencinin Seviye 0 olarak sınıflandırıldığı soruda öğrenci, kendisine bir bütünü temsil eden şekil verildiğinde, o bütünden yola çıkarak verilen farklı bir şeklin kesirsel karşılığını bulmakta sorun yaşamış ve hatalı cevap vermiştir. 12. soruda da paydaları eşit olmayan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin çözümünde, kural temelli muhakeme stratejisini hatalı kullanmıştır. Bunun dışındaki 5. ve 7. sorularda öğrenci ilk tercihinde kural dışı muhakeme stratejisi geliştirse dahi hatalı kullanım yapmış sonrasında farklı bir strateji ile sonucunu düzeltebilmiştir ancak hatasını açıklayarak genelleyememiştir. 11. Soruda da, kural temelli muhakeme stratejisi ile soruyu çözmeye çalışırken hata yapmış, sonrasında kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek hatasını fark ederek genel yargılarla açıklayabilmiştir. Diğer dört soruda ise öğrenci en üst seviyenin basamaklarında yer almıştır. Yani Ö3 bu sorularda kural dışı muhakeme stratejisi ya da kural temelli muhakeme stratejisinden birini doğru bir şekilde kullanarak genel yargılarla açıklamalarını yapmıştır.

Uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde ise öğrencinin tüm sorularda en üst seviyenin basamaklarına ulaştığı görülmektedir. Sadece 10. ve 11.

sorulara kural temelli muhakeme stratejisi kullanmış, görüşme esnasında çözümünü ve stratejiyi doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Diğer tüm sorularda öğrenci, kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek soruların çözümlerini yaparak açıklayabilmiştir. Ö3'ün uygulama öncesinde muhakeme beceri düzeyi Seviye 0 olarak kodlanan iki soruda, uygulama sonrasında Seviye 5-b'ye yükseldiği görülmektedir. Uygulama sonrasında uygulama öncesine göre öğrencinin altı sorusunda olumlu bir seviye değişimi olmuş, diğer üç soruda seviyeleri korunmuştur. Şekil 56'da öğrencinin gelişimine kanıt oluşturabilecek uygulama süreci içerisindeki bir çalışma kâğıdı örneği verilmiştir.

"Bir kasadaki üzümün $\frac{5}{9}$ 'i yenilmiştir. 10kg üzüm yenildiğine göre kasada kaç kg üzüm kalmıştır?"

1. yol $\begin{array}{r} 10 \overline{) 5} \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \\ \underline{-9} \\ 18 \end{array}$ $\begin{array}{r} 48 \\ \underline{-40} \\ 08 \end{array}$ 2. yol $\begin{array}{c} zzzzzzzz \\ \hline \text{P P P P P P P P} \\ \hline 10 \quad 8 \end{array}$

Çünkü: Üzümün $\frac{5}{9}$ 'i 10 kg imiş on kg 5 parçaya bölünmüş ben de bildim 2 çiketi bir tam dökme parçayla bir parça 2 iki çiketi için dökme ikiyi çaktım 48 çiketi bu önceki bir tam oluyo 10'den 10 çiketi çıkarırım 10 oldu

"Kerem, haftalık harçlığının $\frac{3}{8}$ 'i ile simit almış, $\frac{2}{8}$ 'si ile de su almıştır. Buna göre, Kerem'in geriye kalan parasının haftalık harçlığının kaçta kaç olduğunu bulunuz."

$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ Çanki: 8 parça bir tamden parçaya aynı kalan parçaları topladım $\frac{5}{8}$ oldu sonuçta çıkan ile $\frac{5}{8}$ 'i çıkarttım $\frac{3}{8}$ buldum bir tam 8 parça aldığı için $\frac{8}{8}$ den önce

Şekil 56. Ö3'ün Ünite Uygulama Sürecindeki Çalışma Kâğıdı Temsili

Şekil 56'da verilen çalışma kâğıdı bölümü incelendiğinde öğrencinin problemleri çeşitli stratejilerle çözüp, sözel olarak da açıklamalarını yaptığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin muhakeme becerisindeki gelişime örnek teşkil edebilmektedir.

Tablo 20'de Ö3'ün "Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 20. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö3'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 0	Seviye 4	Seviye 4	Seviye 0
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 5-b

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde, iki soruda Seviye 0, diğer iki soruda ise Seviye 4 olarak sınıflandırıldığı görülmektedir. Yani öğrenci 6. ve 13. soruda verilen muhakeme stratejisinin hatalı olduğunu fark edememiştir. 8. ve 9. soruda ise kural dışı muhakeme stratejisi ile sorunun doğru çözümü yapmış ve sorudaki stratejinin hatalı olduğunu belirtebilmiştir. Ancak kullanılan stratejinin neden hatalı olduğuna yönelik bir görüş öne sürememiş, sonuca odaklı yorumlar yapmıştır.

Uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde ise öğrencinin tüm sorulardaki muhakeme beceri düzeylerinin, en üst seviye olarak belirlenen Seviye 5-b'ye yükseldiği görülmektedir. Buradan öğrencinin tüm hatalı stratejilerin hatasını nedenleri ile açıklayabildiği ve doğrularını kural dışı muhakeme stratejisi kullanarak gösterdiği anlaşılmaktadır. Aynı zamanda Ö3'ün 8. sorudaki seviyesi göz önüne alındığında, uygulama öncesinde hataya yönelik karşıt örnek geliştirmeyen, uygulama sonrasında karşıt örnek geliştirerek yöntemin hatasını ispatlayabildiği görülmektedir. Uygulama sonrasında uygulama öncesine göre öğrencinin muhakeme becerilerinde dört soruda da olumlu bir değişim yaşandığı belirlenmiştir.

Tablo 21'de "Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 21. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö3'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

Soru 14	
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 1
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 2

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri seviyeleri incelendiğinde öğrencinin problem kurmada sıkıntılar yaşadığı anlaşılmaktadır. Kurduğu problem, verilen işlemin kullanılabilirliğine uygun olsa dahi birim karmaşası, bütüne değer verme vb. gibi hatalar yaparak düzgün bir problem kuramadığı görülmektedir. Öğrencinin uygulama sonrasındaki seviyesine bakıldığında ise Ö3'ün yine aynı şekilde problemin kurumunda çeşitli hatalar yaparak düzgün bir problem kuramadığı ancak sonrasında hatalarını fark edip düzeltebildiği anlaşılmaktadır.

Aşağıda, Ö4'ün üç kategoriye ait uygulama öncesi ve sonrası bulunduğu seviyeler tablolar halinde sunulmuştur. Tablo 22'de Ö4 öğrencisinin "Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 22. Uygun Muhakeme Stratejisi Geliştirme ve Kullanma Kategorisinde Ö4'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5	Soru 7	Soru 10	Soru 11	Soru 12
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 4-a	Seviye 1	Seviye 4-a	Seviye 5-a	Seviye 2	Seviye 1	Seviye 0	Seviye 0
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 1	Seviye 5-b	Seviye 5-b	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 4-a

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde öğrencinin çeşitli seviyelerde yer aldığı görülmektedir. Ö4, 11. ve 12. sorularda Seviye 0 olarak sınıflandırılmıştır. Yani, öğrenci bir kesir kadarı verilen

miktarın tamamını bulma ve paydaları eşit olmayan kesirleri toplama ve çıkartma işlemlerinde, herhangi bir cevap vermemiş ya da hatalı cevap vermiştir. 3. ve 10. sorularda ise öğrenci Seviye 1 olarak sınıflandırılmıştır. Buradan öğrencinin bu iki soru için sadece kural temelli muhakeme stratejisini uygulayabildiği anlaşılmaktadır. 7. soruda ise Ö4'ün ilk tercihinde kural temelli muhakeme stratejisi kullandığı sonrasında kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek cevabını desteklediği görülmektedir. Ancak bu soruda öğrenci, geliştirdiği stratejiyi bir çözüm yöntemi olarak genelleyememiş, sadece materyaller ile göstermekle yetinmiştir. Öğrenci, 2. ve 5. sorularda kural temelli muhakeme stratejisini hatalı kullanmış, ancak sonrasında kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek hatasının farkına varabilmiş ve yöntemi genelleyebilmiştir. Diğer iki soruda ise Ö4, Seviye 5'in basamaklarında bulunmuştur. Bu sorularda öğrenci, kural temelli veya kural dışı muhakeme stratejilerini kullanarak çözüm yapmış ve geliştirdiği stratejilere yönelik açıklamalarda bulunabilmiştir.

Uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde öğrencinin seviyelerinde 1, 3 ve 11. sorularda herhangi bir değişim yaşanmadığı 2, 4 ve 5. sorularda Seviye 5-b'ye yükselerek belirlenen en üst seviyeye çıkmayı başardığı görülmüştür. 12. soruda ise Seviye 0'dan Seviye 4-a'ya yükselmesi öğrencinin kural temelli muhakeme stratejisi ile hatalı çözüm yapsa dahi görüşme esnasında hatasını kural dışı muhakeme stratejisi geliştirerek fark ettiğini göstermektedir. 7. ve 10. soruda uygulama öncesinde kural temelli muhakeme stratejisi ile olsa da çözüm yapabildiği görülürken uygulama sonrasında hatalı çözümlerde bulunduğu dikkat çekmektedir. Genel olarak öğrencinin dört soruda olumlu bir gelişme gösterirken, iki soruda olumsuz yönde bir değişim yaşadığı görülmektedir.

Tablo 23'te Ö4'ün "Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 23. Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama Kategorisinde Ö4'e ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

	Soru 6	Soru 8	Soru 9	Soru 13
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 0	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 0
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 0	Seviye 0	Seviye 4	Seviye 3

Öğrencinin bu kategori altında uygulama öncesi muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde iki soruda Seviye 0, diğer iki soruda ise Seviye 3 ve Seviye 4 olarak sınıflandırıldığı görülmektedir. Yani öğrenci 6. ve 13. soruda verilen muhakeme stratejisinin hatalı olduğunu fark edememiştir. 8. soruda kural temelli muhakeme stratejisi geliştirerek cevabın doğrusunu bulmuş ancak sadece sonuca odaklı kalıp yöntemin hatasına odaklanmamıştır. Ayrıca öğrenci bu soruda stratejinin hatasını göstermede karşıt örnek geliştirememiştir. Formda bulunan 9. soruda ise Ö4, kural dışı muhakeme stratejisi ile çözümün doğrusunu yapmış ve sorudaki stratejinin hatalı olduğunu belirtmiştir. Ancak kullanılan stratejinin neden hatalı olduğuna yönelik bir görüş öne sürememiş, sonuca odaklı yorumlar yapmıştır.

Öğrencinin uygulama sonrası muhakeme beceri düzeyleri incelendiğinde yalnızca 13. soruda seviyesinin yükseldiği, 8. soruda seviyesinin düştüğü diğer iki soruda ise seviyesinin sabit kaldığı görülmektedir. Öğrencinin, uygulama öncesinde 8. soruda bulunan hatayı sonuç olarak da olsa kural temelli muhakeme stratejisi ile gösterebilmişken, uygulama sonrasında hatayı fark edemediği dikkat çekmiştir. 13. soruda ise Ö4, kural temelli muhakeme stratejisi kullanarak sorunun doğru çözümünü yapabilmış ancak yöntemin hatasına odaklanamamıştır.

Tablo 24'te Ö4'ün "Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi" kategorisine ait uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme beceri düzeylerinin sınıflandırılması verilmiştir.

Tablo 24. Problem Kurmaya Yönelik Muhakeme Becerisi Kategorisinde Ö4'e Ait Uygulama Öncesi ve Sonrası Seviyeler

Soru 14	
Uygulama Öncesi Seviyeler	Seviye 0
Uygulama Sonrası Seviyeler	Seviye 0

Tablo 24 incelendiğinde, öğrencinin bu kategori altında ne uygulama öncesinde ne de uygulama sonrasında verilen işleme uygun olan herhangi bir problem kuramadığı görülmektedir. Her iki probleminde de sadece verilen kesirleri cümlelerinin içinde geçirerek, verilen işlemle bağlantısı olmayan soru kökleri oluşturmuştur.

BÖLÜM V

TARTIŞMA

Bu araştırmada, 5.sınıf öğrencilerinin etkinlik ve ispat temelli bir kesirler ünitesi uygulamasından önceki ve sonraki muhakeme yapabilme seviyeleri incelenmiştir. Bu doğrultuda, tartışma bölümünün üç başlık altında verilmesi uygun görülmüştür. İlk başlıkta, öğrencilerin uygulama öncesi muhakeme beceri seviyeleri, ikinci başlıkta, öğrencilerin uygulama sonrası muhakeme becerileri ile önceki beceri seviyeleri arasındaki farklar tartışılmıştır. Son başlıkta ise öğrencilerin kesirler ünitesinde karşılaştıkları sorunlar hakkında tartışmaya yer verilmiştir.

Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Uygulama Öncesi Muhakeme Becerileri ile İlgili Tartışma

Çalışmanın uygulama öncesi bulguları, öğrencilerin kendilerine sunulan bir sorunun çözümünde genellikle ilk tercih olarak kural temelli stratejiler kullanmayı tercih ettiklerini ortaya çıkarmıştır. Umay ve Kaf (2005), ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, öğrencilerin muhakeme becerilerinin zayıf olduğunu genellikle kalıplaşmış stratejileri tercih ettiklerini belirtmiştir. Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2018)'nin çalışmasında da benzer olarak öğrencilerin genellikle kural temelli stratejileri kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür. Benzer sonuçların ortaya çıktığı bu iki çalışmada, öğrencilerin muhakeme becerilerinin zayıf olması, kavramsal öğrenmelerinde eksiklikler olabilmesine dayandırılmaktadır. Matematik öğretiminde, işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenememesi öğrencilerde eksik öğrenmelere yol açmaktadır. Öğrencilerin bir işlem veya kavramın sadece kullanımını bilip, neden o şekilde oluşturulduğu hakkında bilgi sahibi olmaması, onların sadece işlemsel bilgiyi bilmesi olarak görülmektedir. Kavramsal bilgi de ise, kullanılan çözüm stratejisinin kavranması ön plana çıkmaktadır (Baki, 1997). Soylu ve Soylu (2006) çalışmalarında, öğrencilerin çoğunlukla işlemsel bilgiye sahip olduklarını belirtmiştir. Öğrencilerin işlem içerikli etkinliklerde belirli kavramları ezberleyerek, ona yönelik problem çözümü yaptıklarını ama kullanım sebebini açıklayamadıkları, çalışmanın sonucunda

görülmüştür. Bu çalışmanın uygulama öncesi elde edilen bulguları da, öğrencilerin işlemsel bilgiden kavramsal bilgiye geçişte bir takım sıkıntılar yaşadıklarını, bu sebeple öğrencilerin kural temelli muhakeme stratejilerine eğilimde olduklarını destekler niteliktedir.

Çalışmanın bulguları, öğrencilerin problem çözme becerisine yönelik sorulara verdikleri yanıtlarda, genel olarak şekil çizerek problemleri çözmeyi tercih ettiklerini göz önüne sermiştir. Bu durum Biber, Tuna ve Aktaş (2013)'ın çalışmasında da olduğu gibi öğrencilerin muhakeme becerilerini kullanabildiklerine işaret etmektedir. Ayrıca güncel eğitim reformları da, öğrencilerin yaşları ve seviyelerine uygun olan somutlaştırmanın muhakeme becerileri üzerindeki öneminden bahsetmektedir (CCSSI, 2010; NCTM, 2000). Şekil çizerek problem çözmeyi tercih etmeyen öğrencilerin ise kural temelli muhakeme stratejisi ile soruları çözme eğiliminde oldukları görülmüştür. Burada öğrenciler, kullandıkları kuralın kullanım sebebini açıklayarak çözüm yapanlar ve kuralın kullanımında hata yapanlar olmak üzere ikiye ayrılmışlardır. Öğrencilerin kuralın kullanımında hata yapmaları, Kahraman, Kul ve İskenderoğlu (2018)'nin de çalışmalarında olduğu gibi öğrencilerin problemi yanlış anlamasından kaynaklanabileceği gibi problemi içselleştirip sahip oldukları bilgileriyle bağ kuramayışlarından da kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Bu duruma yukarıda da bahsedildiği üzere, matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenememesi sebep olabilmektedir. Ek olarak öğrencilerin çözümünü yaptıkları soruların açıklamalarını yaparken genel olarak Cooper ve diğerleri (2011)'nin çalışmalarında olduğu gibi sözel açıklamalar tercih ettikleri görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin farklı muhakeme stratejiler geliştirerek çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya çalışmaları bir yöntemin ispatını yapma doğrultusunda eğilimlerinin olduğunu göstermektedir.

Öğrencilere, hatalı bir strateji kullanılarak çözümü yapılmış sorular verildiğinde ise öğrencilerden bir kısmının hatalı stratejiyi fark ettiği ancak genel olarak “öyle bir yöntemin olmadığını” dile getirmeleri dikkat çekmiştir. Bu durum, öğrencilerin yöntemin neden hatalı olduğuna yönelik bir açıklama yapamayıp, sadece derste

öğrenilen veya kitapta yazan bilgilerle stratejinin hatasını belirttiklerine işaret etmektedir. Öğrencilerin verdikleri bu yanıtlar, Harel ve Sowder (1998a)'ın öne sürdüğü ispat şemalarından biri olan dışsal ispat şeması ile ilişkilendirilebilmektedir. Harel ve Sowder (1998a) ispat şemalarını üç ana bölümde sunmaktadır: dışsal ispat şeması, deneysel ispat şeması, analitik ispat şeması. Dışsal ispat şemasında bulunan öğrenciler, yapılan bir işlemin doğruluğu veya yanlışlığını kalıp bilgilerle, ezbere dayandırarak veya dışsal bir otoriteye bağlı kalarak destekleme eğilimindedirler (Harel ve Sowder, 1998a). Ayrıca çalışmanın bulgularında öğrencilerin genellikle, hatalı stratejilerin sunulduğu soruların çözümünde, kendi geliştirdikleri strateji ile soruları tekrar çözüp yöntemlerin hatalı olup olmadığına karar verdikleri görülmektedir. Yani öğrenci yöntemin neden hatalı olduğuna yönelik açıklama yapmaktan ziyade, sonucun doğru veya yanlış olması üzerine yoğunlaşmaktadır. Doğru veya yanlışlığı test ederken ise sadece verilen örneğe bağlı kaldıkları, ek örnekler geliştiremedikleri dikkat çekmiştir. Yukarıda bahsedilen Harel ve Sowder (1998)'ın ispat şemalarından olan deneysel ispat şeması içerisinde bulunan bireyler yapılan bir işlemin doğruluğu veya yanlışlığını göstermede örnek vererek doğrulamayı tercih etmektedirler. Çalışmaya katılan öğrencilerin de bir örneğe bağlı kalarak yöntemin hatalı olup olmadığına karar verme eğiliminde oldukları görülmektedir. Literatürdeki birçok çalışmada da, öğrencilerin ispat seviyelerinin beklenenden zayıf olduğuna ve genellikle ispat yapabilmek için örnek vererek doğrulama yönteminin tercih edildiğine vurgu yapılmaktadır (Arslan, 2007; Ateş-Alpay, 2018; Aylar, 2014; Cooper ve diğerleri, 2011; Çalışkan, 2012; Harel ve Sowder, 1998b, 2007; Knuth ve Sutherland, 2004; Pesen, 2018; Özer ve Arıkan, 2002). Sözü geçen çalışmalarda öğrencilerin bir yöntemi veya bir önermenin doğruluğunu ispatlamaya çalışırken yoğun olarak tek bir örnek veya birkaç örnek vererek ispatlamayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu çalışmada da yukarıda anlatıldığı üzere öğrenciler, genellikle bir örnek vererek cevaplarının doğru veya yanlış olduğunu göstermeye eğilim göstermişlerdir.

İspat yöntemlerinden biri olan karşıt örnek geliştirme yöntemine yönelik olarak sorulan soruda öğrencilerin genellikle başarıya ulaşamadıkları görülmüştür. Öğrenciler, hatanın gösteriminde karşıt örnek geliştirmek yerine sadece sonucun veya yöntemin

doğruluğu üzerine görüş belirtmişlerdir. Ancak, Aylar (2014) çalışmasında, hatalı bir önerme verildiğinde bunu fark eden öğrencilerin büyük çoğunluğunun karşıt örnek geliştirebildiğini belirtmiştir. Aynı şekilde Zeybek-Şimşek ve Üstün (2019) de çalışmalarında, öğrencilerin karşıt örnek vererek ispat yapabilme konusunda başarılı olduklarını dile getirmişlerdir. Ancak bu çalışmalarda da, öğrencilerin karşıt örnek geliştirirken ki stratejilerinden örnek vererek doğrulama eğiliminde oldukları belirtilmektedir (Aylar, 2014). Çalışmaya katılan öğrenciler sadece verilen işlemin sonucunun doğru veya yanlış olmasına odaklanarak, karşıt örnek geliştirerek yöntemin hatasını göstermeye eğilim göstermemişlerdir. Bu durumun sebebinin, Zaimoğlu (2012)'nin 8. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada da belirtildiği üzere, öğrencilerin yanlış bir önerme veya stratejiyi nasıl çürütmeleri gerektiğini bilmemelerinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir.

Smith ve Stein (1998), matematik öğretimi içerisinde problem kurma etkinliklerini üst düzey etkinlikler arasında saymaktadırlar. Problem kurma etkinliklerinin, öğrencilerin kavramsal öğrenme gelişimine katkı sağladığı belirtilmektedir (Demir, 2005). NCTM(2000) problem kurma becerisini, verilen yeni bir durum veya deneyimden yeni bir problem oluşturma süreci olarak tanımlamaktadır. Bu durum öğrencilerin problemin kavramları arasındaki bağları kavramasını ileri düzeye taşımaktadır. Literatürde problemler rutin olan problemler ve rutin olmayan problemler olmak üzereye ikiye ayrılmıştır. Rutin olan problemler günlük hayatta sıkça rastlanan basit dört işlem ile çözülebilen problemleri oluşturmaktadır. Rutin olmayan problemler ise çözümlerinde bir takım stratejiler geliştirilmesi gereken problemler olarak görülmektedir (Altun, 2014). Çalışmadaki öğrencilere verilen problem kurma çalışmasında, öğrencilerin verilen işleme uygun rutin olmayan problemler yazdıkları ancak problemlerin içeriğinde her öğrencinin çeşitli hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Literatürde de öğrencilerin problem kurma etkinliklerinde zorlandıkları ve çeşitli hatalar yaptıkları belirtilmektedir (Çetinkaya ve Soybaş, 2018; Kar ve Işık, 2014; Özgen, Aydın, Geçici ve Bayram, 2017). Çalışmaya katılan öğrencilerin kurdukları problemlerde yaptıkları hatalardan bir kısmı, Kar ve Işık (2014)'ın kesirlerde çıkarma işlemine ve yine Işık ve Kar (2012)'in kesirlerde toplama işlemine yönelik problem

kurma çalışmasındaki hatalar ile benzerlik göstermektedir. Bu hatalar birim karmaşası, işlemi soru köküne yansıtamama, mantık hatası, bütüne değer atama gibi sıralanabilir. Yapılan bu hatalar öğrencilerin kesirler konusunda kavramsal eksikliklerinin olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca öğrencilerin hatalarını düzeltme gayretinden ziyade daha basit problemler kurma eğiliminde oldukları da dikkat çekmektedir. Bu durum, öğrencilerin muhakeme becerilerinin problem kurmada yetersiz kaldığını ortaya çıkarmıştır.

Genel olarak çalışmaya katılan öğrencilerin muhakeme becerileri değerlendirildiğinde, muhakeme becerilerinin istenen düzeyde olmadığı görülmüştür. Yapılan birçok çalışma da bu bulguyu doğrular niteliktedir. Örneğin Poçan, Yaşaroğlu ve İlhan (2017)'ın 7. ve 8. sınıftaki öğrencilerle yaptıkları çalışmada öğrencilerin muhakeme becerilerini, orta düzeyde belirlenmiştir. Erdem (2011), 7. sınıf öğrencileri ile muhakeme ve olasılıksal muhakeme beceri düzeylerini incelemek amacıyla yaptığı çalışmada da benzer sonuçlara ulaşmıştır. Umay ve Kaf (2005)'in ortaokul öğrencilerinin ne gibi kusurlu akıl yürütmeler yaptıklarını incelemeyi amaçlayan çalışmasında ise, zayıf akıl yürütme yüzdelerinin en yüksek seviyede olduğu belirlenmiştir. Hâlbuki güncel eğitim reformlarında matematik öğretiminin en önemli unsurlarında birisi olarak matematiksel muhakeme becerileri gösterilmektedir (CCSSI, 2010; NCTM, 2000; MEB, 2018). CCSSI(2010), matematiksel olarak yetkin olan öğrencilerin, varsayımların gerçekliklerini analiz edebilir ve karşıt örnek geliştirebilir donanımında olması gerektiğini vurgulamaktadır.

Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Uygulama Öncesi ve Sonrası Muhakeme Becerilerinin Karşılaştırılması İle İlgili Tartışma

Çalışmanın bulguları öğrencilerin uygulama sonrasında muhakeme becerilerinin genel anlamda olumlu yönde bir değişim yaşadığını gözler önüne sermektedir. Öğrencilerin muhakeme becerisi değerlendirme formu üzerindeki cevapları ve yaptıkları açıklamalar incelendiğinde, hem geliştirdikleri muhakeme stratejilerinde hem de açıklamalarında olumlu bir değişim gösterdikleri görülmüştür. Çalışmaya katılan öğrencilerin, uygulama sonrasında, uygulama öncesindeki cevaplarına göre daha

genellenebilir ve açıklayıcı stratejiler geliştirdikleri, açıklamalarında da daha genel ifadeler kullandıkları ve somutlaştırmaya daha sık başvurdukları belirlenmiştir. Pilten (2008) çalışmasında, üstbilişe dayalı öğretimin geleneksel öğretime göre muhakeme becerisinde artışa neden olduğunu ortaya çıkarmıştır. Yankelewitz, Mueller ve Maher (2010) da çalışmalarında standart tek düze öğretimden ziyade tartışmaların yapıldığı ve karmaşık öğretim durumlarıyla karşılaştıkları öğretim ortamında muhakeme becerilerinin arttığını gözlemlemişlerdir. Yöndemli (2018), kalıp problemlerden ziyade aktif şekilde muhakemede bulunabilecekleri problemlerin öğrencilere sunulmasının öğrencilerin muhakeme becerilerini artıracaklarını belirlemişlerdir.

Öğrenciler problem çözümü yaparken, yeni stratejiler geliştirmeyi ve eski stratejileri de yeni durumlara aktarmayı öğrenmektedirler. Yapılan bu aktarım ve yeni stratejilerin öğrenilmesi sayesinde öğrencilerin matematik öğreniminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengeleneceği belirtilmektedir (Olkun ve Toluk, 2003). Yapılan bu çalışma, öğrencilerin daha çok tartışabileceği, alışlagelmişin dışında problemlerle karşılaştıkları, standart öğretim yöntem ve stratejilerinden ziyade daha farklı stratejilerle öğrencilerin tanıştırıldığı bir ortamda muhakeme becerilerinin olumlu yönde değiştiğini ortaya çıkarmıştır. TIMSS (2003), muhakeme becerisinin içerdiği kavramları açıklarken öğrencilerin bir problemin çözümünde çözümünü kolaylaştırabilecek şekil ve yöntemleri kullanabilmeleri gerektiğini belirtmektedir. CCSSI (2010), matematiksel olarak yetkin olan öğrencilerin, problem çözümlerinde problemi somutlaştırıcı stratejiler geliştirebileceklerini ve stratejik olarak uygun araçları seçebilmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. NCTM (2000) ise etkili matematik öğretiminin sağlanabilmesi için belirlediği süreç standartlarında problem çözme becerisinin oldukça önemli olduğunu ve öğrencilerin geliştirdikleri stratejileri farklı durumlara da adapte edebilmelerine yönelik düşüncelerini yansıtmaya teşvik edilmesi gerektiğini belirtir. Güncel eğitim reformları dışında birçok çalışma da farklı stratejiler geliştirerek problem çözümlerinin yapıldığı eğitim ortamlarında muhakeme becerilerinin artacağına işaret etmektedir (Altun, 2008; Erdem, 2011; Gürbüz, 2008; Kramarski ve Zeichner, 2001; Umay, 2003).

Çalışmanın “Hatalı Muhakeme Stratejisini Fark Etme ve Açıklama” kategorisine ait bulguları incelendiğinde, öğrencilerin uygulama sonunda ki seviyeleri uygulama öncesindeki seviyelerine oranla ciddi bir yükselme göstermiştir. Çalışmaya katılan öğrenciler, genel olarak uygulama sonrasında hatalı stratejileri rahatlıkla fark edebilmiş ve hataların doğru bir şekilde ispatını yaparak ifade edebilmişlerdir. Çalışmaya katılan öğrencilerin yarısı hatalı muhakemeleri göstermek amacıyla, karşıt örnek geliştirmeleri gereken durumda geliştirebilmeyi başarmıştır. Uygulama öncesinde öğrenciler, yalnızca yöntemin hatasını gösterip neden hatalı olduğuna yönelik açıklamalarda bulunamazken, uygulama sonrasında daha genel ifadelerle yöntemin hatası üzerine yorum yaptıkları görülmüştür. Zeybek (2017), iki tür karşıt örnek oluşturmadan bahsetmiştir. Bunlar genel karşıt örnek ve belirli karşıt örnek. Genel karşıt örnek ifadeyi çürütürken aynı zamanda neden yanlış olduğuna yönelik fikir sunan örnek, belirli karşıt örnek ise ifadeyi çürüten ama neden yanlış olduğu hakkında fikir sunamayan örnek olarak belirtilmiştir. Genel karşıt örneğin belirli karşıt örnekten daha karmaşık bir yapıya sahip olduğu dile getirilmiştir (Zeybek, 2017). Bu çalışmadaki bulgularda öğrencilerin uygulama öncesinde karşıt örnek geliştirebilmesi gereken durumda hiçbir öğrencinin geliştiremediği görülmüştür. Ancak muhakeme becerisi değerlendirme formunda 6. soruda Ö1 öğrencisinin verdiği cevapta sorudaki hatalı cevabın doğru yapılışını öğrencinin göstermesi genel karşıt örnek geliştirme olarak ele alınabilmektedir. Uygulama sonrasında ise öğrencilerin geneli hem karşıt örnek geliştirebilmesi gereken durumda karşıt örnek geliştirebilmiş hem de hataların sebeplerini açıklayabilmiştir. Bu durum öğrencilerin ispat becerilerinin gelişiminin uygulama sürecinden olumlu yönde etkilendiğini göstermektedir. Aylar (2014)’ın 7.sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada, ispat ve muhakeme becerisini kuvvetlendirici etkinliklerle yapılan ders uygulamasının öğrencilerin becerilerine olumlu bir etkisi olduğunu ortaya koymuştur. Mansi (2003), ortaokul öğrencilerinin kendi varsayımlarını geliştirerek, onları somut materyaller ile test edebileceğini ve ortaya atılan varsayımları tartışarak muhakeme edebileceklerini öne sürmektedir. Çalışmaya katılan öğrencilerinde uygulama sonrasında uygulama öncesine göre varsayımlara yaklaşımlarında, daha farklı stratejiler kullandıkları ve varsayımların doğruluğu veya yanlışlığı üzerine daha genellenebilir açıklamalar

yapabildikleri görülmüştür. Zaimoğlu (2012)'nin belirttiği üzere ispatın bireyin saf muhakeme becerisinin yansıtılabildiği bir etkinlik olduğu göz önüne alındığında öğrencilerin ispat etkinliklerindeki beceri düzeylerinin artması, onların muhakeme becerilerindeki gelişmenin de kanıtı niteliğini taşımaktadır.

Problem kurma, Silver (1994)'e göre verilen matematiksel bir durumun keşfedilmesi amacıyla yeni problemler üretilmesi ve çözüm sürecinde bir problemin yeniden düzenlenmesi olarak tanımlanmaktadır. Yani öğrenci verilen matematiksel verileri düzenleyerek yeni bir problem oluşturmaktadır. Bu durumda problem kurma becerisinin öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin gelişiminde büyük bir etkisi olmaktadır (Demir, 2005; Toluk-Uçar, 2009). Öğrencilere matematiksel durumları keşfetmeleri ve muhakeme etmeyi öğrenebilmeleri için problem kurmalarına fırsatlar verilmesi önerilmektedir (Altun, 2005). Çalışmanın bulgularına bakıldığında, öğrencilere problem kurma fırsatı tanınan bir öğretim sürecinin ardından, öğrencilerin verilen bir işleme yönelik problem kurma becerilerinde olumlu yönde bir değişim yaşandığı görülmektedir. Öğrenciler ilk olarak kurdukları problemlerde çeşitli hatalar yapsalar dahi problemlerinin üzerine düşündüklerinde problemlerinin eksik yönlerini tamamlayarak doğru bir problem kurabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin problem kurma becerilerinde bir artış yaşandığını gözler önüne sermektedir. Öğrencilerin kurdukları problemlerin mantıksallığını irdelemeleri onların niteliksel akıl yürütme becerilerini gelişimi de gözler önüne sermektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010). Çalışma içerisinde öğrencilerin kendi kurdukları problemleri, mantıksal olarak irdeleyerek düşünüp hatalarını fark edebilmeleri neden ve nasılı sorgulayabildiklerine de işaret etmektedir.

Ball ve Bass (2003), muhakemenin matematikteki görevlerini, matematiksel iddiaları doğrulama ve ispatında gelişim gösterme, matematiksel kavram ve işlemler arasında ilişkilendirmeler yapabilme ve özel durumlardan genellemelere ulaşabilme olarak sıralamışlardır. Aynı zamanda MEB (2017), muhakeme becerisinin kazandırılmasına yönelik öğrencilerin kazanması gereken davranışlar içerisinde saydığı çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma, mantıksal genellemelerde bulunma,

kendi stratejilerini kullanarak tahminlerde bulunulmasını belirtmiştir. Bu kriterler ışığında çalışmaya katılan öğrencilerin genelinde meydana gelen gelişim göz önüne alındığında, öğrencilerin sözü geçen davranışları büyük ölçüde kazandığı görülmektedir. Yapılan çalışmalar öğrencilerin erken yaşlardan itibaren matematiksel akıl yürütme ve ispat yapabileceklerini belirtmektedir (Ball ve Bass, 2003; Lannin, 2003; Maher ve Martino, 1996; Stylianides ve Ball, 2008; Stylianides ve Stylianides, 2008). Bu çalışmanın bulguları da, öğrencilere erken yaşlardan itibaren muhakeme becerilerini güçlendirici etkinliklerle donatılmış ders ortamı sunulduğunda, öğrencilerin muhakeme ve ispat becerilerinin gelişeceğine örnek teşkil etmiştir.

Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Kesirler Ünitesinde Karşılaştıkları Sorunlar Üzerine Tartışma

Çalışmaya katılan öğrencilerin çalışma sürecinde, kesirler ünitesinde birçok hata yaptıkları ve çeşitli kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Bu sorunların yaşanmasındaki önemli sebeplerden biri olarak, Yanık (2015), kesir kavramının birden fazla anlam teşkil etmesini öne sürmektedir. Bu anlamlar: (1) parça-bütün, (2) ölçüm, (3) oran, (4) bölüm ve (5) işlemci şeklindedir. Çalışma içerisinde öğrenciler sıklıkla kesirlerin parça-bütün anlamı üzerinde sorun yaşamışlardır. Öğrencilerin parçaların birleştiğinde bir bütün oluşturduğunu, bir bütünün büyüklüğü değişse dahi parça bütün ilişkisinin bozulmadığını, bütünün parçalarının eş olması gerektiğini anlamada zorlandıkları görülmüştür. Bu durum da, öğrencilerin sıklıkla hata yapmasına sebep olmuştur. Bu bulgu ise literatürdeki birçok çalışma ile benzerlik göstermektedir (Karaağaç ve Köse, 2015; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Pesen, 2007).

Çalışmaya katılan öğrencilerin sıklıkla hata yaptığı bir diğer konu ise kesirleri sıralama konusudur. Bu konuda yapılan hatalar ise literatürdeki çalışmalarda da belirtildiği gibi öğrencilerin kesrin pay ve paydasını iki farklı sayı olarak görmesinden kaynaklanmaktadır (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Soylu ve Soylu, 2005). Ayrıca aynı konu üzerinde Stafylidou ve Vosniadou (2004) da kesirleri sıralamada yapılan hataların

altında yatan sebebin, pay ve payda arasındaki ilişkinin anlaşılmasından kaynaklı olduğunu dile getirmişlerdir.

Çalışmada yer alan kesir problemlerinde yapılan hatalardan birçoğu ise Kocaoğlu ve Yenilmez (2010)'in de belirttiği üzere problemleri anlamadıklarından kaynaklanmaktadır. Ancak çalışmada problemlerin çözümlerinde, şekil çizerek çözüm yöntemi geliştiren öğrencilerin daha az hata yaptıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek muhakeme becerilerini kullanmalarının önemini göstermektedir. Bu iki bulgu Biber, Tuna ve Aktaş (2013)'ün 5.sınıf öğrencilerinin kavram yanlışlarını belirlemek üzere yaptığı çalışmadaki ulaştığı sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemi kazanımına yönelik sorularda öğrencilerin kural kullanımı esnasında uygulama öncesinde çeşitli hatalar yaptıkları dikkat çekmiştir. Literatürde genel olarak toplama ve çıkarma işlemlerinde yapılan hataların kesirlerin pay ve paydasının iki farklı sayı gibi algılanmasından kaynaklandığı belirtilmektedir (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Soylu ve Soylu, 2005; Trivena, Ningsih ve Jupri, 2017). Çalışma içerisinde bir öğrencinin kesirlerde payda eşitleme kuralını uygularken yaptığı hata dikkat çekmiştir. Öğrenci payda eşitleme kuralını kullanırken çarpma işlemi yapmak yerine toplama işlemini kullanmıştır. Bu durumun, öğrencinin akıl yürütme çeşitlerinden olan orantısal akıl yürütme becerisindeki yetersizliğinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Öğrenci kesirler arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemeyerek toplamsal ilişki kurmuş ve hataya düşmüştür. Bu durumla orantısal akıl yürütme becerilerinin incelendiği bir çok çalışmada karşılaşılmaktadır (Çelik ve Yekin-Özdemir, 2011; Kahraman ve diğerleri, 2018; Langrall ve Swafford, 2000; Pakmak, 2014; Toluk, Uçar ve Bozkurt, 2016). Aynı zaman hatanın yapılmasındaki bir başka sebep ise, öğrencinin kalıp çözüm stratejisine yönelerek işlemi yanlış hatırlamasından kaynaklanabilir olabileceği de düşünülmektedir. Uygulama sonrasında ise bu öğrencinin hata yaptığı soruyu, kural temelli strateji ile değil şekil çizerek çözmeyi tercih ettiği görülmektedir. Çözümlerinde çarpımsal ilişkiye dayanan orantısal akıl yürütmeyi kullanarak açıklamalarını doğru bir şekilde yaptığı belirlenmiştir. Walle, Karp ve Bay

Williams (2016), birçok çalışmanın bir formülden ziyade erken dönemlerde çarpımsal akıl yürütmeyle başlayan öğretimin öğrencilerin orantısal akıl yürütme yetenekleri üzerinde etkili olduğunu belirtmektedir. Yani öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirici etkinliklerle yapılan işlemlerin neden ve nasıl yapıldığını bilerek yaptıklarında, hatadan uzaklaştıkları görülmüştür. Birçok çalışmanın da vurguladığı üzere matematik öğretiminde daha somut uygulamalarla, günlük hayattan seçilen problemlerin şekil ve modeller ile çözümlerinin sağlandığı ortamlarda kavramsal öğrenmenin artacağı bu çalışmada da doğrulanmıştır (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Walle ve Thompson, 1984).

Son olarak uygulama öncesi ve sonrasında çalışmaya katılan öğrencilerin istenen seviyeye ulaşamadıkları beceri problem kurma becerisi olmuştur. Kesirler konusu üzerine yapılan literatür incelemesinde de öğrencilerin problem kurmada çok başarılı olmadıkları görülmüştür. Kar ve Işık (2014, 2015), çalışmalarında öğrencilerin problem kurarken birçok hatada bulduklarını ortaya çıkarmışlardır. Bunlardan kesir sayılarını uygun birimle ifade edememe, birim kargaşası, parça bütün ilişkisi kuramama, işlemi soru köküne yansıtamama gibi hatalar bu çalışmada da sıklıkla karşılaşılan hata gruplarından olmuştur. Kurulan problemlerde öğrencilerin basit problemler kurmada daha başarılı oldukları, ancak biraz daha karmaşık problemlerde yukarıda bahsedilen hataları yaptıkları görülmüştür. Bu bulgular, Çetinkaya ve Soybaş (2018)'in 8.sınıf öğrencilerinin problem kurmada çeşitli sorunlar yaşadığı ve başarının düşük olduğu bulgusuna ulaştıkları çalışmaları ile de uyumludur.

Çalışmanın genel bulgularına bakıldığında öğrencilerin kesirler konusu ile ilgili yaptıkları hataların genel olarak, öğrencilerin kesirlerin gösterimi ve anlamları arasında kavramsal ilişki kurmadan, formül ve işlemlerin ezberlenmeye çalışılmasından kaynaklandığı görülmektedir (Şiap ve Duru, 2004).

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma sonuçlarına ve araştırma sonuçlarına bağlı olarak geliştirilen önerilere yer verilmiştir.

Sonuçlar

Matematiksel muhakeme, matematik penceresinden bakarak neden ve nasıl sorgulayarak, anlamlandırmaya yardımcı olan ve sonucunda doğru kararlar vermeyi sağlayan bir kültür olarak tanımlanabilir (Erdem, 2015). Bu çalışmanın sonuçları belirlenen odak örneklemdaki öğrencilerin muhakeme ve ispat becerisini geliştirmeyi amaçlayan bir kesirler ünitesi sürecinin sonrasında, muhakeme beceri seviyelerinde yükselme yaşanabileceğini ortaya çıkarmıştır. Çalışmanın sonuçları; uygulama öncesi muhakeme becerilerine yönelik sonuçlar, uygulama sonrası muhakeme becerilerine yönelik sonuçlar, uygulama öncesi ve sonrası muhakeme becerilerinin karşılaştırılmasına yönelik sonuçlar ve kesirler ünitesinde öğrencilerin yaşadığı sorunlara yönelik sonuçlar olarak alt başlıklar halinde verilmiştir.

Uygulama Öncesi Muhakeme Becerilerine Yönelik Sonuçlar

Bu çalışmada yer alan öğrencilerin uygulama öncesi muhakeme beceri seviyeleri soru soru incelendiğinde, uygun muhakeme becerisi geliştirme ve kullanma kategorisinde, muhakeme becerisinin yüksek olduğu belirlenen sorulara sıklıkla rastlanmıştır. Ancak düşük muhakeme beceri seviyelerinin görüldüğü soruların sayısı da yadsınamaz derecededir. Genel olarak öğrenciler bir soruyu çözmeye yaklaşırken ilk tercihlerinde kural temelli muhakeme stratejilerini tercih ettikleri görülmüştür. Problem çözümü yapılması beklenen sorularda da öğrencilerin genel olarak tercihlerini kural temelli muhakeme stratejisinden yana kullandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerden bir kısmının kullandıkları kural temelli stratejilerin ispatı niteliği taşıyabilecek açıklamaları, genel yargılarla yapabildikleri görülürken, bazı öğrencilerin ise bu açıklamaları

yapamadıkları fark edilmiştir. Hatalı muhakeme stratejilerini fark edebilme kategorisine yönelik sorularda, çalışmaya katılan öğrencilerin çoğunlukla hataları fark edebildikleri ancak verilen stratejideki yöntemin hatasına yoğunlaşmadan sadece sonuç odaklı kaldıkları görülmüştür. Bu hatalı sonucu düzeltirken genel olarak yine kural temelli muhakeme stratejilerini tercih ettikleri dikkat çekmiştir. Bunun yanı sıra karşıt örnek geliştirilmesi gereken durumda ise hiçbir öğrencinin karşıt örnek geliştiremediği, sadece o yöntemin kullanılmayacağını belirttikleri belirlenmiştir. Öğrencilerden bazıları ise hatayı fark edememiş ve herhangi bir çözüm yöntemi geliştirememiştir. Yani bu sonuçlar öğrencilerin, hatalı bir muhakeme stratejisinin hatasını bulup hatanın genel ifadelerle açıklanabilmesi durumunda çok üst seviyelerde yer alamadıklarını göstermiştir. Çalışmanın bulgularında öğrencilerin problem kurma becerilerinin yetersiz olduğu, bir problem kurabilseler dahi problemlerin soru kökünde veya anlaşılabilirliğinde çeşitli hatalar yaptıkları ortaya çıkmıştır. Genel olarak çalışmaya katılan öğrencilerin muhakeme beceri seviyeleri tüm kategoriler altında incelendiğinde istenen üst seviyelerde yer almadığı görülmektedir.

Uygulama Sonrası Muhakeme Becerilerine Yönelik Sonuçlar

Çalışmada yer alan öğrencilerin uygulama sonrası muhakeme beceri seviyeleri incelendiğinde, uygun muhakeme becerisi geliştirme ve kullanma kategorisinde öğrencilerin kural dışı muhakeme stratejileri geliştirerek soruların çözümlerini doğru bir şekilde yapabildikleri görülmüştür. Ek olarak kural temelli muhakeme stratejisi ile çözüm yapan öğrenciler dahi, kuralın kullanım amacını bildiklerini açıklamalarıyla gösterebilmişlerdir. Problem çözme becerisinin incelendiği sorularda ise genel olarak öğrencilerin kural dışı muhakeme temelli stratejiler geliştirerek çözümler yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin problem çözümede şekil çizimi kullanarak soruları somutlaştırma eğiliminde oldukları da çalışmanın genelinde dikkat çekmektedir. Hatalı muhakeme stratejilerini fark edebilme kategorisine yönelik sorularda çalışmaya katılan öğrencilerin çoğunlukla stratejideki hatayı fark edebildikleri görülmüştür. Sorunun içerisinde verilen hatayı sonuç odaklı düşünmek yerine, yöntemin hatasına odaklanarak belirlemeye çalışan öğrenci sayısında uygulama öncesine göre artış yaşanmıştır. Karşıt

örnek geliştirilebilmesi gereken durumlarda öğrencilerin yarısı karşıt örneği geliştirebilmiş ve yöntemdeki hatayı genel ifadelerle açıklayabilmiştir. Yalnızca bir öğrencide herhangi bir değişim yaşanmadığı hatayı fark edebilmede yetersiz olduğu görülmüştür. Genel olarak bulgular incelendiğinde, öğrencilerin hatalı bir muhakeme stratejisinin hatasını bulup hatanın genel ifadelerle açıklanabilmesi durumunda öğrencilerin uygulama sonrasında üst seviyelere ulaştıkları gözlenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğrencilerin problem kurma becerilerinin uygulama sonrasında da istenen seviyeye ulaşmadığını yalnızca kurdukları problemdeki hatayı fark edip düzelteren öğrenci sayısında artış yaşandığını ortaya çıkarmıştır. Genel olarak bakıldığında öğrencilerin uygulama sonrası muhakeme beceri seviyelerinin tüm kategoriler altında üst seviyelere ulaştığı görülmektedir.

Uygulama Öncesi ve Sonrası Öğrencilerin Muhakeme Becerilerinin Karşılaştırılmasına Yönelik Sonuçlar

Uygulama öncesi ve uygulama sonrası sonuçlar karşılaştırıldığında her kategoride genel anlamda bir yükselme yaşandığı ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin uygulama sonrasında, soruya yaklaşım ve çözüm stratejilerinde daha açık oldukları ve üst seviyelerde yer aldıkları görülmüştür. Öğrenciler kullandıkları yöntemlerin açıklamalarını daha rahat bir şekilde yapabilmiş ve geliştirdikleri stratejileri genel ifadelerle sunabilmişlerdir. Hatalı muhakeme stratejisini fark edebilme sorularında da gelişme göstererek öğrenciler, hataların sonuçlarından ziyade yöneme odaklanmış ve yöntemdeki hataları ortaya çıkarıcı açıklamalarda bulunmuşlardır. Bu durum öğrencilerin ispat ve genelleme yapabilme becerilerinin de geliştiğini ortaya çıkarmıştır. Problem kurma becerisine yönelik bulgularda ise, öğrencilerin genelinin uygulama sonrasında da en üst seviyeye ulaşmadığı ancak öğrenci seviyelerinin uygulama öncesi seviyelere göre uygulama sonrasında gelişim gösterdiği görülmektedir. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerden, cinsiyeti erkek olan öğrencilerin muhakeme becerilerinin daha iyi olduğu ve uygulama süreci içerisinde kız öğrencilere göre daha olumlu bir değişim gösterdikleri görülmüştür. Ancak bu sonuç genellenebilir bir sonuç olmayıp, yalnızca çalışmaya katılan 4 öğrenci arasında geçerliliğini sürdürmektedir.

Çalışmanın bu sonuçları, öğrencilerin analiz etme, eleştirisel düşünme, fikrini açıklama ve savunma, ispat, kavramsal öğrenme ve muhakeme becerilerinin gelişiminde sınıf içi öğrenme ortamının önemli olduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin muhakeme becerilerini geliştirmek için, fikirlerini açıkça beyan edebildikleri, tartışabildikleri, yaparak ve yaşayarak somut bir şekilde öğrenmenin sağlanabildiği ortamlara ihtiyaçları olduğunu ortaya koymuştur.

Kesirler Ünitesinde Öğrencilerin Yaşadığı Sorunlara Yönelik Sonuçlar

Öğrenciler uygulama öncesi ve uygulama sonrası muhakeme becerileri değerlendirme formları ve görüşme esnasındaki verdikleri yanıtlar incelendiğinde kesirle ünitesi ile ilgili öğrencileri çeşitli sorunlar yaşadığı dikkat çekmiştir. Çalışmanın amacı her ne kadar kesirler ünitesindeki öğrenci hataları ile ilgili olmasa da öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hatalardan bahsetmenin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Çalışmaya katılan öğrencilerde, en sık rastlanan hatalardan birisi kesirleri karşılaştırma konusunda birim kesir sıralama kuralının tüm kesirlere genellenmesi olarak söylenebilir. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerin verilen bir bütün modelinden yola çıkarak yeni bir modeli kesirsel ifade etmede tam sayılı olarak yazmada sıkıntı yaşamazken, bileşik hale çevirirken sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Çalışmaya katılan bir öğrencide, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri yaparken payda eşitleme kuralını çarpma şeklinde değil toplama şeklinde yaptığı görülmüştür. Bu öğrencinin payda eşitleme konusunda eksik bilgiye sahip olduğu ve orantısal akıl yürütme becerisinin de düşük olduğunu göstermektedir. Ayrıca yine aynı kazanımda başka bir öğrenci ise paydayı eşitlerken payı görmezden gelip onu işleme katmamıştır. Son olarak öğrencilerin problem kurma çalışmalarında kesirlerin anlamlarında çeşitli sıkıntılar yaşadığı ve doğru bir problem kurmada zorlandıkları görülmüştür. Genel anlamda öğrencilerin kesirler konusunda yaşadıkları sorunlar uygulama sonrasında azalma göstermiştir. Bu sonuç, öğrencilerin kesirler konusundaki hatalarının, kavramsal öğrenmedeki eksikliklerinden kaynaklanabileceği düşüncesini doğrular niteliktedir.

Öneriler

Çalışma amacı doğrultusunda, belirli bir konu hakkında, belirli bir öğrenci grubu üzerinde ortama yapılan bir müdahale sonucu meydana gelebilecek değişimleri incelediğinden dolayı eylem araştırması modeline göre uygulanmıştır. Bu doğrultuda, çalışma sonuçlarına göre verilen önerilerin, ortaokul matematik öğretmenlerine ve alanda araştırma yapmak isteyen araştırmacılara ışık tutması açısından iki alt başlıkta verilmesi uygun görülmüştür.

Ortaokul Matematik Öğretmenlerine Öneriler

1. Ortaokul öğrencilerinin öğretim sürecine daha çok dâhil edildiği, materyal ve model kullanımının artırıldığı, çeşitli etkinliklerle zenginleştirilen bir öğretim ortamında yapılan derslerin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine katkısı olduğu görülmüştür. Bu sebeple bu çalışmada, matematik öğretmenlerine matematik derslerinde somutlaştırmayı ön planda tutarak ders işlemlerini önerilmektedir.
2. Öğrencilerin sınıf içerisinde hem kendi fikirlerini sunmaları hem de farklı fikir ve stratejiler üzerinde tartışmalarının sağlanması, öğrencilerin muhakeme becerileri üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu çalışmada görülmüştür. Öğrencilerin bir varsayımın veya stratejinin doğru veya hatalı oluşunu fark edip, genel yargılarla açıklayabilmesinin sağlanabilmesi için öğrencilere fırsat tanınması öğreticilere önerilmektedir.
3. Öğrencilerin uygulama öncesinde genellikle yaptıkları işlemlerin açıklamalarını yapamadıkları, kuralı o şekilde öğrendikleri için kullandıkları görülmüştür. Bu nedenle ortaokul matematik ders müfredatının her konusunun içerisine bu çalışmada da olduğu gibi ispat etkinlikleri planlı bir şekilde eklenmelidir. Bu sayede öğrencini kullandığı stratejiyi neden kullandığını daha iyi kavrayabileceği düşünülmektedir.
4. Kesirler ünitesi öğrencilerin kavramsal öğrenmede sıkıntı yaşadığı, bu sebeple çeşitli kavram yanlışlarına sahip olduğu konulardan biridir. Öğrencilerin

kavram yanlışlarını ortadan kaldırılması için, ezberden ziyade konuyu içselleştirerek öğrenebilmelerinin sağlanması gerekmektedir. Sınıf ortamında derslerin muhakeme becerilerini artırıcı etkinliklerle “neden ve nasıl” soruları sorularak işlenmesi önerilmektedir.

5. Çalışmada kullanılan Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu’nda yer alan sorular ve kesirler ünitesinde uygulanan ders planlarındaki etkinliklerin matematik öğretmen adaylarına uygulanması önerilmektedir. Bu sayede öğretmen adaylarının, hem kendilerinde bulunan kavram yanlışlarını içselleştirebileceği hem de öğrencilerde bulunan olası kavram yanlışları hakkında fikir sahibi olabileceği düşünülmektedir.

İleride Yapılacak Araştırmacılara Yönelik Öneriler

1. Bu araştırma, bir devlet okulunda orta ve iyi matematik başarı düzeyine sahip öğrencilerin oluşturduğu, dört 5. Sınıf öğrencisi ile 19 ders saati süren bir ders süreci ile sınırlıdır. Gelecek çalışmalarda, başarı düzeyleri düşük öğrencilerle de daha uzun süreli çalışmalar yapılması önerilebilir. Ek olarak çalışma daha geniş bir zamana yayılarak öğrenci sayısı ve ders süreci de artırılarak daha genel sonuçlara ulaşılabilir.
2. Aynı zamanda bu çalışmada belirlenen seviyeler öğrencilerin cevap ve görüşmelerinden elde edildiğinden ölçek geliştirmek amaçlanmamıştır. Bu konu üzerinde çalışacak olan araştırmacılar geçerlilik ve güvenilirlik testlerini uygulayarak muhakeme beceri seviyeleri üzerine bir ölçek çalışması yapabilirler. Aynı zamanda kategori sayısı artırılarak daha ayrıntılı sonuçlar da elde edilebilir.
3. Bunun yanı sıra yapılan bu çalışmada, öğrencilerin muhakeme becerilerinin yükselmesinde önemli bir etken olan öğretmenin rolü üzerinde durulmayıp sadece plan ve öğrenci faktörleri üzerinden bilgi sunulmuştur. Gelecek çalışmalarda öğrencilerin muhakeme becerilerinin gelişim süreci öğretmen rolü ile birlikte ele alınabilir.

KAYNAKÇA

- Albayrak Bahtiyari, Ö. (2010). *8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Altıparmak, K. ve Özüdoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı; kesir ve parça bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, 12(2), 1465-1483.
- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6 (1), 25-37.
- Altun, M. (2005). *Ortaöğretimde matematik öğretimi*, Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ.
- Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2014). *Matematik öğretimi [Teaching mathematics] (10. basım)*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Arslan, Ç. (2007), *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Ateş Alpay, Ü. (2018). *Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Aydoğdu İskenderoğlu T. (2016). Kanıt ve kanıt şemaları, E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ.Ö. Zembat (Editör) *Matematik eğitiminde teoriler*, içinde. (ss. 65-83). Ankara: Pegem Akademi Yayınları,
- Baki, A. (2011). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*, Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers, and children*, içinde. (ss. 216-238). London: Hodder ve Stoughton.
- Ball, D. L. ve Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. in j. kilpatrick, W. G. Martin. ve D. Schifter. (Eds.), *A research companion to principles and standards for*

- school mathematics*, içinde. (ss. 227-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Behr, M.J., Lesh, R., Post, T. R., ve Silver, E. A. (1983). Rational-number concepts. R. Lesh ve M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, içinde. (ss. 91-126). NY: Academic Press.
- Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 23-40.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., ve Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3 (2), 152-162.
- Bieda, K.N. (2010). Enacting proof-related tasks in middle school mathematics: Challenges and opportunities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(4), 351–382.
- Bingölbali, E. ve Özmantar, M.F. (2012). Matematiksel kavram yanılgıları: sebepleri ve çözüm arayışları. E. Bingölbali ve M.F. Özmantar (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri (3.Baskı)*, içinde. (ss. 1-28), Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22 (2), 529-550.
- Blum, W. ve Kirsch, A. (1991). Preformal proving: Examples and reflections. *Educational Studies in Mathematics*, 22(2), 183-203.
- Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11-24.
- Charmaz, K. (1995). Grounded theory in the 21st century: Applications for Advancing Social Justice Studies. Ed. Denzin, N ve Lincoln, Y. *The sage handbook of Qualitative research*. s. 507-537. Thousand Oaks, CA: Sage
- Clarke, DM, Roche, A., ve Mitchell, A. (2008). 10 practical tips for making fractions come alive and make sense, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13 (7), 372-380.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI). (2010). Common Core State Standards for mathematics. Retrieved from http://corestandards.org/asserts/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Cooper, J., Walkington, C., Williams, C., Akinsiku, O., Kalish, C., Ellis, A., ve Knuth, E. (2011). Adolescent reasoning in mathematics: Exploring middle school students' strategic approaches in empirical justifications. In L. Carlson, C. Hölischer, ve T. Shipley (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Cognitive Science Society*, içinde. (ss. 2188-2193). Austin, TX: Cognitive Science Society.

- Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri* (Çev. M. Bütün ve S. B. Demir). Siyasal Yayınları.
- Çalışkan, Ç. (2012), *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Çelik, A. ve Yetkin Özdemir, E. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 30(1), 1-11.
- Çelik, H ve Ekşi, H. (2015). *Nitel desenler: Gömülü teori*. İstanbul: Edam yayıncılık
- Çetinkaya, A. ve Soybaş, D. (2018). İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Kurumsal Eğitim Bilim Dergisi*, 11(1), 169-200.
- Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları*. Yayınlanmamış doktora tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- De Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Phythagoras*, 24, 17-24.
- Demir, B. B. (2005). *Problem kurarak ders işleniş yönteminin öğrencinin olasılık başarısına etkisi ve olasılığa yönelik tutumuna etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ersoy, E., Yıldız, İ. ve Süleymanoğlu, E. (2017). 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri üzerine bir çalışma, *International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 12(17), 176-194.
- Fraenkel, J. R., ve Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6. basım). New York: Mac Graw Hill, Inc.
- Glaser, B. ve Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory. Strategies for qualitative research*. New York: Adline de Gruyter.
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(4), 56-64.

- Gürbüz, R. (2008). *Matematik öğretiminde çoklu zekâ kuramına göre tasarlanan öğrenme ortamlarından yansımalar*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Gürgür, H. (2016). Eylem araştırması. A. Saban ve A.Ersoy (Eds.) *Eğitimde nitel araştırma desenleri*, içinde. (ss.1-48). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Güven, B., Çelik D. ve Karataş İ. (2005). Ortaöğretimdeki çocukların matematiksel ispat yapabilme durumlarının incelenmesi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 316, 35-45.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational studies in mathematics*, 44(1), 5-23.
- Harel, G. ve Sowder, L. (1998a). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. A. Schoenfeld, J. Kaput ve E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education III*, içinde. (ss. 234-283), Providence, R.I.: American Mathematical Society
- Harel, G. ve Sowder, L. (1998b). Types of students' justifications, *National Council of Teachers of Mathematics*, 670-675.
- Haser, Ç. ve Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans. *Eğitim ve Bilim*, 27(126), 53-61.
- Hoyles, C. (1997). The curricular shaping of students' approaches to proof. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 7-16.
- Işık, C. Ve Kar, T. (2012). 7.sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035
- İncebacak, B. B. ve Ersoy, E. (2018). Reasoning skills of secondary school students towards PISA questions. *Journal of the Faculty of Education*, 19(2), 269-292.
- Kahraman, H., Kul, E. ve Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2019). 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*: 1-1.
- Işık, C. ve Kar, T. (2012). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Problem Kurma Becerileri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 190 – 214.
- Kar, T. ve Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 13(4), 1223-1239.
- Kar, T. ve Işık, C. (2015). İlköğretim matematik öğretmenlerinin öğrencilerin kurdukları problemlere yönelik görüşlerinin incelenmesi: Kesirlerle toplama işlemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(1), 122-136.

- Karaağaç, M. K. ve Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 72-92.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D. ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and a Mathematics Education*, 7(1), 142-163
- Kayagil, S. (2012), İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri ve bu görüşlerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports ve Science Education*, 2(1), 134-141.
- Kıncal, R. Y. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct- its elements and mechanisms. In T.E.Kieren (Ed.) *Recent research on number learning*.(pp. 125-150). Columbus: Eric/Smeac.
- Knuth, E. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 5(1), 61-88.
- Knuth, E. J. ve Sutherland, J. (2004, October). Student understanding of generality. In proceedings of the 26th annual meeting - of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 2, ss. 562-568). Toronto: University of Toronto
- Kocaoğlu, T. ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Kramarski, B. ve Zeichner, O. (2001). Using technology to enhance mathematical reasoning: Effects of feedback and self-regulation learning. *Educational Media International*, 38 (2-3), 77-82.
- Lamon, S. J. (2012) . Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers, Routledge.
- Langrall, C. W. ve Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars; Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), (ss. 254-261)
- Lannin, J. K. (2003). Algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348.
- Le Compte, M. D. ve Goetz, J. P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research*, 52(1), 31-60.
- Mack, N.K. (1990). Learning fraction with understanding, building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 16-32.

- Maher, C. A., ve Martino, A. M. (1996). The development of the idea of mathematical proof: A 5-year case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 194–214.
- Mansi, K. E., (2003). Reasoning and geometric proof in mathematics education: A review of the literature, Degree of Master of Science, North Carolina State University.
- MEB(2013). Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. 03.04.2016 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/> adresinden alınmıştır.
- MEB(2017). Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. 22.09.2017 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/> adresinden alınmıştır.
- MEB(2018). Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. 30.01.2018 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/> adresinden alınmıştır.
- MEB(2019). Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. 03.03.2019 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/> adresinden alınmıştır.
- Mills, G. E. (2003). Action research. A guide for the teacher researcher. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147–160.
- National Council for Teachers of Mathematics [NCTM].(2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). Understanding rational numbers and proportions. <https://illuminations.nctm.org/Search.aspx?view=search&kw=fractions&st=n&page=7> adresinden alınmıştır.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık,
- Oxford American Dictionary (2017, Ekim 23). Oxford American dictionary web sitesi: <https://en.oxforddictionaries.com/definition/proof> adresinden alınmıştır.
- Öz, T. ve Işık, A. (2018). Matematik öğretmenliği öğrencilerinin matematiksel muhakeme beceri düzeylerinin araştırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 5(3), 109-122.
- Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002). *Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilmeye düzeyleri*. V.Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunuldu, Ankara.

- Özgen, K., Aydın, M., Geçici, M.E. ve Bayram, B. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(2),323-351
- Pakmak, G. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışların incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.
- Pesen, M. (2018). *An examination of the proof and argumentation skills of eighth-grade students*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Pilten, P.(2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Poçan, S., Yaşaroğlu, C. ve İlhan, A. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme beceri düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(52), 808-818.
- Püsküllüoğlu, A. (1994). *Arkadaş Türkçe Sözlük*, Arkadaş Yayınevi, Ankara.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252-255.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28
- Smith, M.S. ve Stein, M.K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirler ile ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 101-118.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin yolu. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Stafylidou, S. ve Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.
- Strauss, A. ve Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research, grounded theory procedures and techniques*. California: Sage Publications, Inc.

- Stylianides A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 38, 289-321.
- Stylianides, A.J. ve Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 307-332.
- Stylianides, G. (2008). Analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28, 9-16.
- Stylianides, G. J. ve Stylianides, A. J. (2008). Proof in school mathematics: Insights from psychological research into students' ability for deductive reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(2), 103-133.
- Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- T.D.K. (2017, Ekim 23). Türk dil kurumu web sitesi: http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_gts&kelime=%C4%B0SPAT adresinden alınmıştır.
- TIMSS. (2003). IEA's TIMSS 2003 International report on achievement in the mathematics cognitivedomains: Findingsfrom a developmental project international associationforthe evaluation of educational achievement. TIMSS - PIRLS International Study Lynch School of Education, Boston College. https://timss.bc.edu/PDF/t03_download/T03MCOGDRPT.pdf Erişim tarihi 22.02.2019.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25, 166-175.
- Toluk-Uçar, Z. ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt etme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(3), 281-299.
- Trivena, V., Ningsih, A. R. ve Jupri, A. (2017, September). Misconception on addition and subtraction of fraction at primary school students in fifth-grade. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), 1-7.
- Tunç-Pekkan, Z.(2015) An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 419-441.
- Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.

- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Van de Walle, J. ve Thompson, C. S. (1984). Let's do it: Fractions with fraction strips. *Arithmetic Teacher*, 32(4), 4-9.
- Van De Walle, J., Karp, K., ve Bay-Williams, J. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim* (çev. S. Durmuş), Nobel Yayınları.
- Van Dormolen, J. (1977). Learning to understand what giving a proof really means. *Educational Studies in Mathematics*, 8 (1), 27-34.
- Yanık, B. (2015). Rasyonel sayılar. İ.Ö. Zembat ve M.F. Özmantar ve E. Bingölbali ve H.Şandır ve A.Delice (Eds.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel (2.Baskı)*, içinde. (ss.65-82). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Yankelewitz, D., Mueller, M. ve Maher, C. (2010). A task that elicits reasoning: A dual analysis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(1), 76-85.
- Yazgan, Y. (2007). *10-11 yaş grubundaki öğrencilerin kesirleri kavramaları üzerine deneysel bir çalışma*. Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23(112), 7-17.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yöndemli, E.N. (2018). *Zeka oyunlarının (strateji ve geometri) ortaokul düzeyindeki öğrencilerde matematiksel muhakeme yeteneğine ve matematik dersinde gösterilen çabaya etkisi*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Kırıkkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırıkkale.
- Zaimoğlu, Ş. (2012), *8. sınıf öğrencilerinin geometrik ispat süreci ve eğilimleri*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Zembat, İ.Ö. (2013). Kavram yanılgısı nedir?. M.F Özmantar ve E. Bingölbali ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri (3.Baskı)*, içinde. (ss.1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Zeybek, Z. (2017). Pre-service elementary teachers' conceptions of counterexamples. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 5(4), 295-316.

Zeybek Şimşek, Z. ve Őstn, A. (2019), 7.sınıf ğrencilerinin dörtgenler konusundaki ispat seviyelerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*,13(1), 1-21.

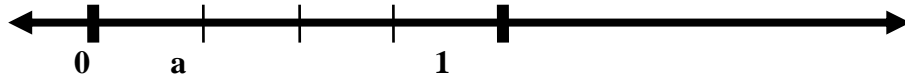
Zeybek Şimşek, Z., Őstn, A. ve Birol, A. (2018), Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. *İlköğretim Online*,17(3), 1317-1335.



EKLER

EK 1. Öğrenci Muhakeme Becerisi Değerlendirme Formu

1) Aşağıda verilen sayı doğrusunda a ile gösterilen kesrin ne olduğuna dair fikir yürütünüz. Cevabınızı bulduktan sonra neden o cevabın doğru olduğunu açıklayınız.



2) Aşağıdaki birim kesirlerden hangisinin büyük olduğunu belirleyiniz. Cevaplarınızın sebebini açıklayınız.

$$\frac{1}{4} \dots \frac{1}{2}$$


$$\frac{1}{8} \dots \frac{1}{4}$$

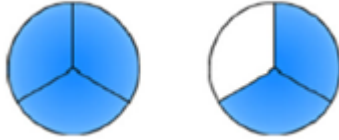
$$\frac{1}{3} \dots \frac{1}{7}$$

3) Esra'ya öğretmeni matematik dersinde tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre çevirme ödevi vermiştir. Buna yönelik Esra aşağıdaki eşitlikleri yazmıştır. Sizce Esra'nın vermiş olduğu cevaplar sizce doğru mu yanlış mı? Sebebiyle açıklayınız.

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

- 4) Eğer  şekli bir bütünü gösteriyorsa aşağıdaki ifadenin hangi kesri gösterdiğini belirleyiniz. Sebebini açıklayınız.



- 5) Aşağıda verilen karşılaştırmalardan büyük olanı belirleyiniz. Belirledikten sonra sebebini boş kutuya açıklayınız.

$$3 \dots\dots \frac{1}{2}$$

$$0 \dots\dots \frac{1}{5}$$

- 6) Öğretmen öğrencilerine $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ eşitliğinin doğru olup olmadığını sormuştur. Ömer öğretmenin bu sorusu üzerine bu iki kesrin birbirine eşit olmadığını söylemiştir. Bunun sebebi sorulduğunda ise “Hem 4 2’den büyüktür, hem de 6 3’den büyüktür. O yüzden $\frac{4}{6}$ kesri daha büyüktür.” Şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Ömer’e katılıyor musunuz? Nedenini açıklayınız?

7) Öğretmeni Ahmet'ten aşağıdaki kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralamalarını istemiştir. Ancak bu sıralamayı yaparken derste öğrendikleri payda eşitleme yöntemini kullanmaması gerektiğini söylemiştir. O halde Ahmet bu sıralamayı nasıl yapmalıdır? Açıklayarak yapınız.

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{8}$$



8) Ali öğretmen aşağıdaki kesirleri öğrencilerinden karşılaştırmalarını istemiştir.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{8}$$

Zeynep: $\frac{2}{3}$ kesri daha büyüktür. Çünkü paydası ve payı arasındaki fark en büyük olan kesir daima daha küçük olur. Mesela $3-2=1$ ve $8-5=3$ olacağından $\frac{2}{3}$ kesri daha büyüktür.

Zeynep'e katılıyor musunuz? Neden?

9) Ayşe'den öğretmeni $\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ kesirlerini karşılaştırması için şekil çizmesini istemiştir. Ayşe aşağıdaki şekilleri çizerek her iki kesrin bütünden bir eksik olduğunu ve bu iki kesrin birbirine eşit olduğunu savunmuştur. Ayşe'ye katılıyor musunuz? Neden?



10) Ahmet Dede elinde bulunan 20 tane şekerin $\frac{3}{4}$ ' ünü torunlarına dağıtmak istiyor. Ahmet Dede şekerlerinden kaç tanesini dağıtması gerektiğini bir türlü bulamıyor. Birçok kişi ona bu konuda yardım etmeye çalışsa da kimsenin verdiği cevabının doğru olduğuna inanmıyor. Peki siz Ahmet Dede'nin şekerleri dağıtmasına yardımcı olup, onu bu dağılımın doğruluğuna ikna edebilir misiniz?

11) Sevgi babasının verdiği harçlığın $\frac{2}{5}$ ' si ile kendisine çikolata alıyor. Sevgi 20TL para harcadıysa babasının ona başlangıçta kaç TL para verdiğini bulabilir misiniz? Cevabınızın doğru olduğundan nasıl emin oldunuz?

12) Aşağıda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini cevaplandırınız. Çözümlerinizi sebepleriyle birlikte kutucuklarda belirtiniz.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} =$$

$$\frac{2}{4} + \frac{5}{12} =$$

$$\frac{8}{10} - \frac{2}{5} =$$

- 13) Kerem öğretmeninin verdiği ödevleri yapmakta çok zorlanıyordu. O yüzden her gün ödevlerinin bir kısmını yapıyordu. İlk gün ödevlerinin $\frac{1}{3}$ 'ini ikinci gün ise $\frac{2}{9}$ 'ini çözen Kerem, ödevlerinin $\frac{3}{12}$ ünü çözdüğünü iddia ediyor. Kerem'e katılıyor musunuz? Nedenleri ile birlikte açıklayınız. ?

- 14) Çözümü yaparken sırasıyla $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$ işleminin yapılmasını gerektiren bir problem kurar mısınız?

Ek 2. Ders Planı Temsili

DERS PLANI 1-2

Dersin adı: Matematik

Sınıf: 5.Sınıf

Konu: Kesirler

Ders Süresi: 2 Ders Saati

Dersin ön koşulları / Ön bilgiler: Bu kazanım için öğrencilerin önceki öğrenmeler ve üzerine inşa edeceğimiz temel bilgiler şunlardır:

- Parça- bütün ilişkisi
- Birim kesirler üzerinden pay ve payda ilişkisi

Derste işlenecek kazanımlar doğrultusunda öğrencilerin somut materyallerle yaparak yaşayarak öğrenmelerinin sağlanması önemli görüldüğünden kesirler ünitesi ile ilgili materyaller temin edilmiştir. Bu derste uygulanacak etkinliklerde verilen kazanımla birlikte ön bilgileri harekete geçirici ve motivasyonu artırıcı faaliyetlere de yer verilmiştir

Kazanım:

- M.5.1.3.1. Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.

Bu kazanım sonunda öğrencilerden,

- Bir bütünün her bir eş parçasının o bütüne ait birim kesir olduğunu gösterebilmesi,
- Bir bütünü birim kesirler kullanarak istenilen parça sayısına ayırabilmesi,
- Parçaları verilen bir bütünü birim kesirler yardımıyla tamamlayabilmesi,
- Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterebilmesi,
- Birim kesirleri sıralayabilmesi,

Kullanılan Araç-Gereçler (Materyaller):

- Kesir çubukları
- Noktalı kağıt
- Çalışma Kağıdı 1
- Ölçme değerlendirme kağıdı

GİRİŞ

Etkinlik 1 (10dk):

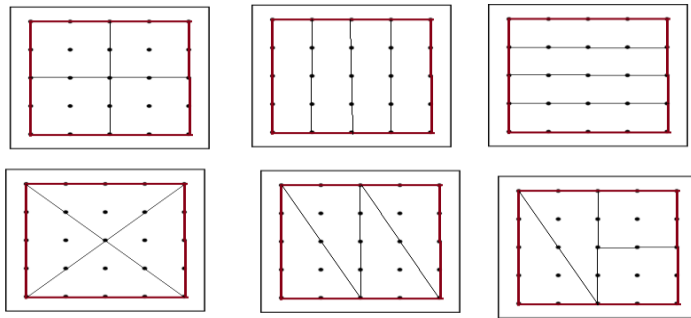
Bir grup öğrenciyi bir bütün olarak kullanarak birim kesirleri göstermek hedeflenmektedir. Örneğin ilk olarak 6 tane öğrenci seçilir. Bu öğrencilerden kaç tanesinin sarı saçlı olduğu sorulur. Sonrasında 4 öğrenci seçilir öğrencilerden kaçının spor ayakkabı giydiği gibi sorular yöneltilir. İlk olarak verilen örneklerde bir öğrencide bulunan özellikler verilerek $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{4}$ birim kesirlerinin nasıl oluştuğu görülmeye çalışılır. Bu çalışmanın ardından 6 tane öğrenciden kaç tanesinin kahverengi saçlı olduğu sorularak birim kesirlerin birleşiminden bir bütünün parçasının nasıl oluştuğu hissettirilmeye çalışılır. Bu etkinlik ile öğrencilerin pay ve payda ilişkisi, parça bütün ilişkisi ve birim kesir kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgileri harekete geçmiş olacaktır.

GELİŞME

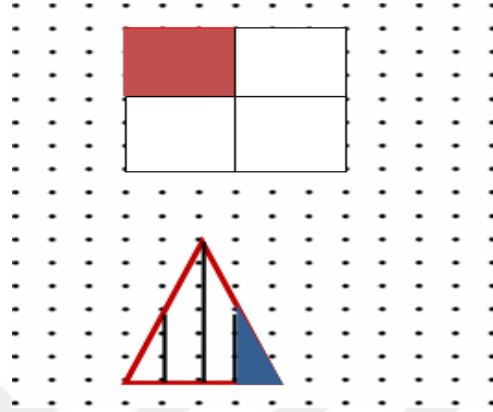
Asıl kazanımın verilmesi için öğrencilere uygulamalı olarak yaptırılacak olan Etkinlik 2 ve Etkinlik 3 hazırlanmıştır. Bu etkinlikler ile öğrencilerin birim kesirleri nasıl oluşturdukları, birim kesirlerin nasıl ifade edildiği, bütünün istenen eş parçalara ayırmak için birim kesirleri kullanması gerektiği gibi temel becerileri öğrenmesi hedeflenmektedir.

Etkinlik 2: (20dk)

Her bir öğrenciye kendine ait birer noktalı kağıt verilir. Bu noktalı kağıtlara istedikleri kapalı alanlı şekiller çizmeleri istenir. Örnek olarak bir kare veya bir üçgen gibi örnekler verilir. Sonrasından öğrenciler özgün olarak şekillerinin çizimlerini tamamlarlar. Bu alanlardan belirli kesir parçaları elde etmeleri istenir. Parçalara ayırdıklarında oluşan her bir parçanın birim kesir olduğuna vurgu yapılır. Ayrıca burada hissettirilmesi gereken ikinci olgu kesir belirtebilmek için eş bölgelerin olması gerektiğidir. Aşağıdaki örnek sınıfta sunulabilir. Noktalı kağıt üzerine bir kare çizilir. “Bu kare bir bütün ifade ediyor ise $\frac{1}{4}$ 'ini gösterebilir misiniz?”



Öğrencilerden gelecek olası cevaplar bu şekilde olacaktır. Son şekildeki gösterim öğrencilerden gelmezse gösterilerek üzerinde çalışılıp onunda eşit alanlara sahip olduğu gösterilmelidir. Yapılması gereken vurgu, bir bütünün eş parçalara ayrılırken sadece şekillerin aynı olması gerektiği değil şekillerinin alanının eş olması gerektiğidir. Aşağıdaki şekillerde hem öğrencilerin cevaplarından hem de vermedikleri bir şekil olarak gösterilebilir.



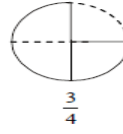
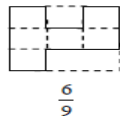
Dört parçadan bir tanesinin istendiği vurgulanır. Kenarı 6br olan bir kare çizilir. Bu kareyi 4 parçaya ayırmamız gerekiyor. 4 eş parçadan birinin alınması $\frac{1}{4}$ lik kesri verir. Doğru mu yanlış mı? Öğrencilerden düşünüp tartışmaları beklenir. Kare örneğinin ardından parçaları eş olmayan bir üçgen verilir. Verilen üçgen dört parçaya ayrılmıştır. Mavi olarak verilen bölgenin de $\frac{1}{4}$ olduğu iddia edilir. Öğrencilere düşünmeleri için fırsat verilir. Tüm öğrenciler fikirlerini paylaştıktan sonra mavi alanın dörtte birlik bir kesir ifade edip etmediği tartışılır.

Etkinlik 3 : (20dk)

Aşağıdaki iki şekil gösterilerek “Serap, gezerken baklava satan bir dükkana rastladı. Vitrinde, iki farklı baklava tepsisinde satış sonrası kalan baklavaları gördü. Kalan baklavalara uygun kesirleri yazabilir misiniz?” diye sorulacak ve sınıf tartışması ile bu haliyle kesirle ifade edilemeyeceği, ancak birimlerin aynı olması halinde bunun yapılabileceği sonucuna varılacak.



“Peki siz birimleri eşit hale getirebilir misiniz?” diye sorulacak ve ek çizimlere olan ihtiyaç ortaya çıkarılacak. Sonra ek çizimler yapılacak ve kesirler altına yazılacak.



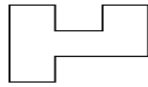
Son olarak “Siz de şimdi verilen kâğıtlar üzerindeki şekiller için aynı işlemleri yapın.” denecek ve sonra öğrencilerden kâğıtlar toplanacak.

SONUÇ

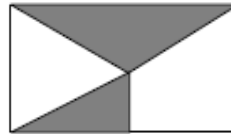
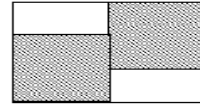
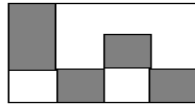
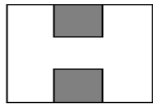
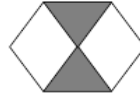
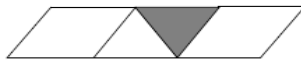
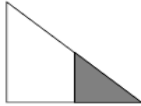
Etkinliklerin ardından öğrencilere parça bütün ilişkisi ve birim kesir kavramlarını ne düzeyde öğrendiklerini görebilmek için aşağıda verilen ölçme değerlendirme sorularını öğrencilerin cevaplandırmaları beklenir. Bu ders sonunda bu çalışmanın yapılmasındaki sebep kesirler konusunun temeli niteliğindeki parça bütün ilişkisinin iyi anlaşılıp anlaşılmadığını ölçmektir.

ÇALIŞMA KÂĞIDI

1. Aşağıda verilen tepsilerde baklavaların kaçta kaçının kaldığını bulalım



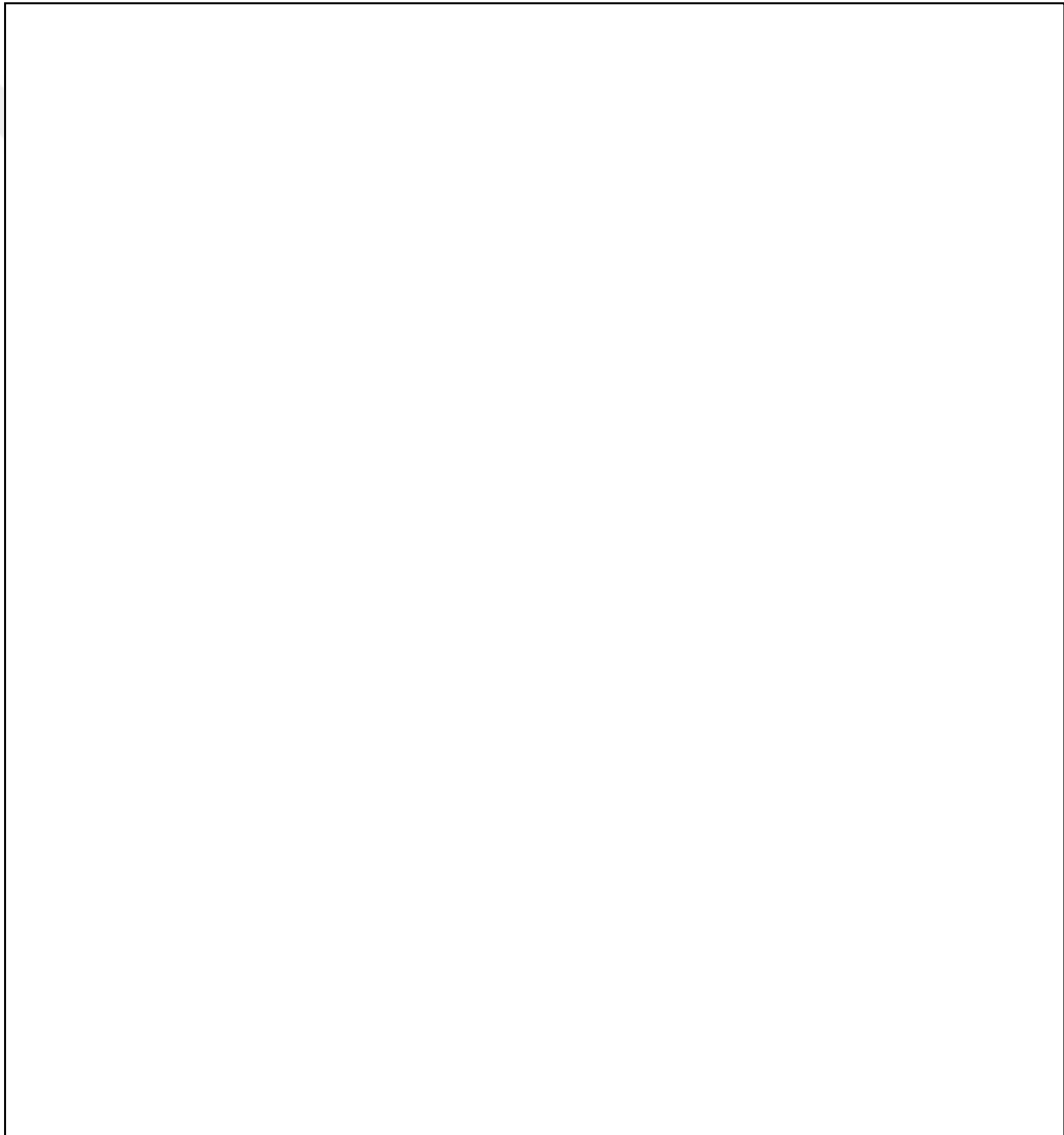
2. Aşağıdaki çizimlerde şekillerin kaçta kaçının boyalı olduğunu bulunuz.



Ek 3. Öğrenci Günlüğü

ÖĞRENCİ DERS GÜNLÜKLERİ

Sevgili öğrencim, farz edelim ki bugün ki işlediğimiz derse çok sevdiğin bir arkadaşın gelemedi. Ama onunda bu konu ile ilgili bilgi sahibi olması gerekiyor. Çünkü sınavda bu konulardan soru çıkacak. Sen ona bu derste işlediklerimizi ve anladığın her şeyi bu kağıda yazarak yardımcı olmak ister misin ?



Ek 4. Veli İzin Formu

Sayın Veli,

Gaziosmanpaşa Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim dalında yüksek lisans eğitimi devam eden okulunuz matematik öğretmeni olarak eğitimimi tamamlayabilmek için tez çalışması yürütmekteyim. Bu tez çalışmasının uygulama aşamasında çocuklarınızın derslerinde çalışma konusuna uygun olarak 10 veya 12 ders saati şeklinde planlanan farklı bir ders planı uygulanacaktır. Bu ders planı öğrencilerin bir önceki görmüş oldukları kesirler konusu üstüne olup öğrencilerin konuyu daha iyi anlayıp kavrayabilecekleri düşünülmektedir. Ayrıca sınıf içerisinde seçilecek olan öğrencilerden bazılarıyla bireysel görüşmeler yine ders öğretmeni yani benim tarafımdan yapılacaktır. Sınıf ortamı ve bireysel görüşmeler öğrencilerin yüzlerine odaklanmadan kayıt altına alınacaktır. Kayıtlar çalışma sahibi Aslıhan Üstün ve tez danışmanı Yrd. Doç. Dr. Zülfiye Zeybek dışında hiçbir yabancı kişiyle paylaşılmayacaktır.

Katılmasına izin verdiğiniz takdirde çocuğunuzun görüşmeleri ve ders süreci okul içerisinde gerçekleştirilecektir. Çocuğunuz ile yapılacak olan uygulamaların onun psikolojik gelişimine olumsuz etkisi olmayacağından emin olabilirsiniz. Çocuğunuzun görüşmeler sırasında verdikleri cevaplar ve video kayıtları kesinlikle gizli tutulacak ve bu cevaplar sadece bilimsel araştırma amacıyla kullanılacaktır. Bu formu imzaladıktan sonra dahi çocuğunuzun katılımından ayırma hakkına sahipsiniz. Çocuğunuzun bu çalışmaya katılmasına izin vermeniz hem eğitim sürecimi tamamlayabilmem için hem de bilimsel açıdan literatüre büyük katkı sağlayacağından önem teşkil etmektedir. Araştırmayla ilgili sorularınızı aşağıdaki e-posta adresini veya telefon numarasını kullanarak yöneltebilirsiniz.

Saygılarımla,

Matematik Öğretmeni : Aslıhan ÜSTÜN

Tel: 05447434029

e-posta: 60aslihanustun@gmail.com

Lütfen bu araştırmaya katılmak konusundaki tercihinizi işaretleyip bu formu çocuğunuzla okula geri gönderiniz.

İzin Veriyorum

İzin Vermiyorum

Öğrenci Adı-Soyadı.....

Veli Adı-Soyadı.....

İmza

Ek 5. Uygulama İzni



T.C.
TOKAT VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 83604463-774.01.01-E.3432928
Konu : Uygulama İzni

19/02/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Aslıhan ÜSTÜN'ün 15.02.2018 tarihli ve 3305931 sayılı dilekçesi.

Kızık Ortaokulu Matematik Öğretmeni Aslıhan ÜSTÜN, Gazi Osman Paşa Üniversitesi Matematik Ana Bilim Dalında yapacağı yüksek lisans tez çalışması ile ilgili 5 nci sınıf öğrencileri ile 45-60 dakika sürecek ses ve görüntü kaydı yapacağı öğrencilerin kesirler konusundaki muhakeme becerilerinin incelenmesine dönük tez çalışması yapması Müdürlüğümüzce uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde Olur'larınıza arz ederim.

Mustafa ERARSLAN
İl Millî Eğitim Müdür V.

Ekler
-Bireysel Görüşme Protokolü
-Veli Muafakatnameleri
-Araştırma Bilgi Formu

OLUR
<...>
Mehmet Suphi KÜSBECİ
Vali a.
Vali Yardımcısı

Dağıtım:
-İlgili Okul/Kurum Müdürlüğüne

Hükümet Konağı Kat:3 60100 TOKAT
ElektronikAğ-Web adresi : <http://tokat.meb.gov.tr>
e-posta: hizmetci60@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için:A. ODACIOĞLU Şef
Tel: 356 214 10 17 / 394
Faks: 356 214 11 86

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden e894-f036-33ff-808e-9bf9 kodu ile teyit edilebilir.

Ek 6. Ders Planları İçerikleri

Ders Planı 1-2: “Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.” kazanıma yönelik planlanmıştır. Ders içerisinde Yazgan (2007), Walle, Karp ve Williams (2016) ve www.illuminations.nctm.org adresinden uyarlanan etkinlik ve çalışma kâğıtları kullanılmıştır.

Ders Planı 3: “Birim kesirleri sayı doğrusunda gösterir ve sıralar.” kazanıma yönelik olarak hazırlanmıştır. Yapılan etkinlikler materyaller kullanılarak araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Walle, Karp ve Williams (2016)’dan uyarlanan çalışma kağıdı ders sürecinde kullanılmıştır.

Ders Planı 4-5: “Tam sayılı kesrin, bir doğal sayı ile bir basit kesrin toplamı olduğunu anlar ve tam sayılı kesri bileşik kesre, bileşik kesri tam sayılı kesre dönüştürür.” kazanımına yönelik olarak Yazgan (2007)’dan uyarlanan etkinlikler kullanılmıştır.

Ders Planı 6: “Bir doğal sayı ile bir bileşik kesri karşılaştırır.” kazanımına yönelik Walle, Karp ve Williams (2016)’dan uyarlanan etkinlikler materyal desteği ile kullanılmıştır.

Ders Planı 7-8: “Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.” kazanımına yönelik kullanılan etkinlikler Yazgan (2007) ve Walle, Karp ve Williams (2016)’dan uyarlanmıştır. Araştırmacı tarafından ek etkinliklerde eklenmiştir.

Ders Planı 9: “Payları veya paydaları eşit kesirleri sıralar.” kazanımına yönelik öğrencilerin kesirleri sıralarken yakınlık stratejisini kavramaları üzerine planlanmıştır. Ders sürecinde kullanılan bir takım etkinlikler Yazgan (2007)’dan uyarlanırken, araştırmacının geliştirdiği etkinliklere de yer verilmiştir.

Ders Planı 10: “Payları veya paydaları eşit kesirleri sıralar.” kazanımına yönelik olarak Walle, Karp ve Williams (2016)’dan ve Yazgan (2007)’dan alınan etkinlikler uyarlanarak kullanılmıştır.

Ders Planı 11: “Bir çokluğun istenen basit kesir kadarını ve basit kesir kadarı verilen bir çokluğun tamamını birim kesirlerden yararlanarak hesaplar.” kazanımına yönelik olarak Walle, Karp ve Williams (2016)’dan uyarlanan etkinlikler Cuisenaire çubukları ile öğrencilere uygulanmıştır.

Ders Planı 12-13: “Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.” kazanımına yönelik Walle, Karp ve Williams (2016)’dan uyarlanan etkinlikler kullanılmıştır.

Ders Planı 14: “Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar.” kazanımına yönelik araştırmacı tarafından geliştirilen etkinlikler kullanılmıştır.

Ek 7. Özgeçmiş

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	Aslıhan ÜSTÜN	
Kişisel Bilgiler	Uyruğu	: T.C.
	Doğum Tarihi ve Yeri	: 1992 / Tokat
İletişim Bilgileri	Tel	: 0 544 743 40 29
	E-posta	: 60aslihanustun@gmail.com
Öğrenim Bilgileri	Lise	: 2006–2010/Tokat İMKB Anadolu Öğretmen Lisesi
	Lisans	: 2010–2014 / Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Katıldığı Yurtiçi Toplantılar	Bildiri	: Sınıf Öğrencilerinin Dörtgenler Konusundaki İspat Seviyelerinin İncelenmesi, <i>15th International Geometry Symposium</i> , 3-6 Temmuz 2017, Amasya (Zülfiye Zeybek Şimşek ile)
Bilimsel Faaliyetler	Makale	: Zeybek Şimşek, Z., Üstün, A. ve Birol, A. (2018), Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. <i>İlköğretim Online</i> , 17(3), 1317-1335
	Makale	: Zeybek Şimşek, Z. ve Üstün, A.(2019). 7.sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki ispat seviyelerinin incelenmesi. <i>Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi</i> , 13(1), 1-21
İş Deneyimi	2015- halen	: Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretmeni
