

**DENEY TASARIMINDA
OPTİMAL BLOK YAPILARI**

ERDİNÇ KOLAY

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**T.C.
SİNOP ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DENEY TASARIMINDA OPTİMAL BLOK YAPILARI

ERDİNÇ KOLAY

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN
Yrd. Doç. Dr. Nazan DANACIOĞLU**

SİNOP – 2011

T.C.
SINOP ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Bu çalışma, jürimiz tarafından 19 / 08 /2011 tarihinde yapılan sınav ile İstatistik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Şennan YÜCEL



Üye : Yrd. Doç. Dr. Emel ÇANKAYA



Üye : Yrd. Doç. Dr. Nazan DANACIOĞLU



ONAY :

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

15 / 9 / 2011



Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü
Doç. Dr. Hünkar Avni DUYAR

DENEY TASARIMINDA OPTİMAL BLOK YAPISI

ÖZET

Deney tasarımı teorisinde bloklama, sistematik gürültüyü azaltmak ve etki tahmininin doğruluğunu artırmak amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Tasarımların optimal yolla nasıl bloklanacağı ise, uygulamada büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, çok etkenli ve 2 düzeyli kesirli çok etkenli tasarımlar hakkında bilgi verilmiş; çözüm ve en az sapma kavramları, tanımlayıcı bağıntı alt grupları, blok ve deneme kelime uzunluğu yapıları tanıtılmıştır.

Bloklanmış kesirli ve çok etkenli tasarımların seçiminde kullanılan var olan optimallik ölçütleri araştırılmış; tasarımları tanımlayıcı bağıntı alt grupları ve kelime uzunluğu yapılarını kullanmadan karşılaştıran en az moment sapma ölçütü incelenmiştir.

Çalışmanın uygulamasında; Sun, Wu ve Chen'in optimal blok yapıları katalogundaki tasarımlar incelenmiş; optimal blok yapısının bulunması için en iyi yöntem seçilmiş ve nedenleri açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çok Etkenli Tasarımlar, Kesirli Çok Etkenli Tasarımlar, Kelime Uzunluğu Yapıları, En Az Sapma, Optimal Blok Yapısı.

OPTIMAL BLOCKING SCHEMES IN DESIGN EXPERIMENTS

ABSTRACT

Blocking is commonly used in design of experiments theory to reduce systematic noise and increase precision of effect estimation. How to block designs in an optimal way has a great importance in practice.

In this study, some information are given about factorial and two-level fractional factorial designs. Concepts of resolution and minimum aberration, defining relation contrasts, block and treatment word length patterns are introduced.

Existing optimality criterias for choosing blocked factorial and fractional factorial designs and minimum moment aberration which compares designs without using defining relation contrasts and word length patterns are examined.

In the application of this study, designs given in the catalogue of optimal blocking schemes, provided by Sun, Wu and Chen, are examined. The best method of finding optimal blocking schemes is chosen and the reasons of choice are explained.

Key Words: Factorial Desings, Fractional Factorial Designs, Word Length Patterns, Minimum Aberration, Optimal Blocking Schemes.

TEŞEKKÜR

Tez alıřmam sűresince; yardım ve tavsiyelerini benden esirgemeyen, kendisi ile alıřmaktan bűyűk keyif aldığım, Sayın Yrd. Do. Dr. Nazan DANACIOĐLU'na; sabrı, gűleryűzű, hořgűrűsű iin teŐekkűr ederim.

Her zaman her koŐulda yanımnda olan aileme tűm her Őey iin teŐekkűr ederim. Tez alıřma sűresi boyunca; moral veren, destek olan ve yanımnda olmalarından bűyűk mutluluk duyduğum arkadaŐlarıma teŐekkűr ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SEMBOLLER ve KISALTMALAR LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	vii
ÇİZELGELER LİSTESİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL BİLGİLER.....	4
2.1. Çok Etkenli Deneyler.....	4
2.2. 2^k Çok Etkenli Deney Tasarımları.....	4
2.2.1. 2^2 Çok Etkenli Deney Tasarımları.....	4
2.2.2. 2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımları	7
2.2.3. Genel Bir 2^k Çok Etkenli Deney Tasarımı	9
2.3. 2^k Çok Etkenli Tasarımlarında Bloklama	12
2.4. Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları	16
2.4.1. 2^{k-1} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları (Yarı Kesirli Tasarımlar).....	18
2.4.2. 2^{k-2} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları (1/4 Kesri).....	20
2.4.3. 2^{k-p} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları.....	23
2.5. 2^{k-p} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımlarında Çözüm Kavramı	23
2.5.1. Çözüm III Tasarımları	23
2.5.2. Çözüm IV Tasarımları	25
2.5.3. Çözüm V Tasarımları.....	26
2.6. Kesirli Çok Etkenli Tasarımlarda Bloklama.....	28
2.7. En Az Sapma Ölçütü.....	30
3. OPTİMAL BLOK YAPISI	33
3.1. Bisgaard (1994)'ın Optimal Blok Yapısı.....	33
3.2. Sun, Wu ve Chen (1997) Kabul Edilebilir Blok Yapısı	34
3.3. Sitter, Chen ve Feder (1997) Arıtılmış Kelime Uzunluğu Yapısı	36
3.4. Chen ve Cheng (1999)'in Tahmin Kapasitesine Göre Kelime Uzunluğu.....	
Yapısı.....	38

3.5. Cheng ve Wu (2002) Arıtılmış Tahmin Kapasitesine Göre Kelime Uzunluğu.....	
Yapısı.....	39
3.6. En Az Moment Sapma Ölçütü.....	40
4. UYGULAMA	45
4.1. 2^{5-1} Tasarımlarının Karşılaştırılması.....	45
4.2. 2^{6-2} Tasarımlarının Karşılaştırılması	54
4.3. 2^{7-2} Tasarımlarının Karşılaştırılması	59
4.4. 2^{8-3} Tasarımlarının Karşılaştırılması	66
5. SONUÇ	72
KAYNAKLAR	74
ÖZGEÇMİŞ.....	76

SEMBOLLER ve KISALTMALAR LİSTESİ

SEMBOLLER

C1	Yalın Ana Etki Sayısı
C2	Yalın İkili Etkileşim Sayısı
⊗	Doğrudan Çarpım
$I_{[.]}$	Gösterge Fonksiyonu

KISALTMALAR

CC	Chen ve Cheng
CW	Cheng ve Wu
ÇE	Çok Etkenli
DB	Doğrusal Bağıntı
EAS	En Az Sapma
GKT	Genel Kareler Toplamı
HKT	Hata Kareler Toplamı
KT	Kareler Toplamı
KÇE	Kesirli Çok Etkenli
SCF	Sitter, Chen ve Feder
SWC	Sun, Wu ve Chen
TBA	Tanımlayıcı Bağıntı Alt Grubu
VÇ	Varyans Çözümleme

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	2^2 Çok Etkenli Deneyi.....	5
Şekil 2.2.	2^3 Çok Etkenli Deneyi.....	7

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 2.1.	2^2 Çok Etkenli Deney Tasarımı İçin VÇ Çizelgesi.....	7
Çizelge 2.2.	2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımında Etki Katsayıları Çizelgesi.....	9
Çizelge 2.3.	2^k Çok Etkenli Deney Tasarımında VÇ Çizelgesi.....	11
Çizelge 2.4.	2^1 Blokta Düzenlenen 4 Genişliğinde 2^3 Çok Etkenli Tasarımı.....	14
Çizelge 2.5.	2^2 Blokta Düzenlenen 2 Genişliğinde 2^3 Tasarımı.....	15
Çizelge 2.6.	Denemelerin Bloklara Atanması.....	15
Çizelge 2.7.	2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımının Yarı Kesri.....	18
Çizelge 2.8.	2^3 Çoketkenli Deney Tasarımının Yarı Kesri (I= -ABC).....	19
Çizelge 2.9.	F=ABCD ve G=ABDE Üreteçli 2^{7-2} Tasarımının Oluşturulması...	21
Çizelge 2.10.	2^{7-2} Tasarımı İçin Eşdeş Yapısı.....	22
Çizelge 2.11.	D=AB, E=AC, F=BC, G=ABC Üreteçli 2_{III}^{7-4} Tasarımı.....	24
Çizelge 2.12.	E=ABC ve F=BCD Üreteçli 2_{IV}^{6-2} Tasarımı.....	25
Çizelge 2.13.	2_{IV}^{6-2} Tasarımı İçin Eşdeş Yapısı.....	26
Çizelge 2.14.	E=ABCD Üreteçli 2_v^{5-1} Tasarımı.....	28
Çizelge 2.15.	E=ABC, F=ABD Üreteçli 2^2 Blokta 2^{6-2} Tasarımının Eşdeş..... Yapısı.....	29
Çizelge 3.1.	E=ABC, F=ABD, G=ACD Üreteçli 2^{7-3} Tasarımının Eşdeş..... Yapısı.....	36
Çizelge 3.2.	E=AB, F=ACD Üreteçli 2^{6-2} Tasarımının En Az Moment Sapma.. Ölçütüne Göre Gösterimi.....	43
Çizelge 4.1.	d_1 ve d_2 2^{5-1} Tasarımlarının Eşdeş Yapıları.....	47
Çizelge 4.2.	E=ABCD Üreteçli ve $b_1 = AB$ Blok Üreteçli $2^{5-1}(d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi.....	51

Çizelge 4.3.	E=ABC Üreteçli ve $b_1 = ABD$ Blok Üreteçli $2^{5-1} (d_2)$	
	Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi....	52
Çizelge 4.4.	E=AB, F=ACD Üreteçli 2^{6-2} Tasarımlarının Eşdeş Yapısı.....	55
Çizelge 4.5.	E=AB, F=ACD Üreteçli ve $b_1 = BD, b_2 = ABCD$ Blok Üreteçli	
	$2^{6-2} (d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre.....	
	Gösterimi.....	58
Çizelge 4.6.	E=AB, F=ACD Üreteçli ve $b_1 = AC, b_2 = AD$ Blok Üreteçli.....	
	Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi....	59
Çizelge 4.7.	d_1 ve d_2 Tasarımlarının Eşdeş Yapıları.....	61
Çizelge 4.8.	F= ABC, G=ABDE Üreteçli ve $b_1 = ACE, b_2 = BCDE$ Blok.....	
	Üreteçli $2^{7-2} (d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne.	
	Göre Gösterimi.....	64
Çizelge 4.9.	F=ABC, G=ABD Üreteçli ve $b_1 = ABE, b_2 = BCDE$ Blok Göre	
	Üreteçli $2^{7-2} (d_2)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne	
	Gösterimi.....	65
Çizelge 4.10.	En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Kelime Uzunluğu.....	
	Yapıları.....	66
Çizelge 4.11.	d_1 ve d_2 Tasarımlarının Kelime Uzunluğu Yapıları.....	67
Çizelge 4.12.	2^{8-3} Tasarımı İçin Eşdeş Yapısı.....	68
Çizelge 4.13.	F=ABC, G=ABD, H=ACDE Üreteçli ve $b_1 = ABE$ Blok Göre...	
	Üreteçli $2^{8-3} (d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne	
	Gösterimi.....	69
Çizelge 4.14.	F=ABC, G=ABD, H=ACDE Üreteçli ve $b_1 = AC$ Blok Üreteçli..	
	$2^{8-3} (d_2)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre.....	
	Gösterimi.....	70

1. GİRİŞ

Bilindiği gibi, birden fazla etkenin yanıt değişkeni üzerindeki etkisinin etken düzeylerinin olası tüm kombinasyonlarının denenerek araştırıldığı çok etkenli (ÇE) (factorial) deneyler, özellikle endüstri ve mühendislik alanında, uzun zamandır yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tasarımların en önemli özelliği etkenlerin yanıt değişkeni üzerindeki etkisi hesaplanırken bütün gözlemlerin kullanılması ve etkileşimler hakkında bilgi elde edilebilmesidir (Hicks, 1973; Montgomery, 1984).

Her seferinde bir etken araştıran deneylere karşın ÇE deneylerin tercih edilmesinin birkaç nedeni vardır. İlk olarak ÇE deneyler ana etkilerin tahmin edilmesinde çok daha etkilidir. İkinci ve en önemli neden ise, ÇE deneylerde etkenler arasındaki etkileşimin belirlenebilmesidir. Örneğin, AIDS tedavisi için yürütülen çalışmalarda, tek bir ilaçtan ziyade, ilaç kombinasyonlarının daha etkili olduğu görülmüştür (Cox ve Reid, 2000).

ÇE bir tasarımda k etken varsa ve her bir etken iki düzeyli ise tamamlanmış ÇE tasarım;

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \dots \times 2}_k = 2^k$$

deneme kombinasyonu içerir ve 2^k ile gösterilir. 2^k tasarımları, etken sayısı arttığında deney maliyetini azalttıklarından tercih edilmektedir. Örneğin 4 etkenli bir tasarımda, etken düzeyleri 2'den 3'e çıkarılırsa tasarımın genişliği $2^4 = 16$ 'dan $3^4 = 81$ 'e çıkar ve deneme kombinasyonu sayısı neredeyse 5 kez genişler (Mee, 2009).

Tamamlanmış bir 2^k ÇE deneyinde etken sayısı arttığında ve özellikle denemeler pahalı olduğunda, deneme kombinasyonlarının tamamının denenmesi zordur. Bu nedenle deneme sayısının az olduğu ve tamamlanmış bir 2^k ÇE deneyinin bir alt grubunun ya da kesrinin kullanıldığı KÇE (kesirli çok etkenli) (fractional factorial) ya da kesirli tekrarlar (fractional replication) tercih edilir. Bu tasarım sınıfının pratik ve teorik önemi Box, Hunter ve Hunter (1978) tarafından gösterilmiştir (Mukerjee ve Wu, 2006).

Genel olarak, 2^{k-p} deneme içeren ve bir 2^k ÇE deneyinin 2^{-p} kesri, 2^{k-p} KÇE tasarımı olarak adlandırılır. Ancak, denemelerin tamamı yerine, sadece kesrinin kullanılması, bazı etkilerin diğerlerinden ayırt edilememesine neden olmaktadır. Deney tasarımında bir 2^{k-p} KÇE tasarımının nasıl seçileceği önemli bir konudur. Sorunun

çözümüne yönelik yapılan çalışmalarda, Box, Hunter ve Hunter (1978) çözüm (resolution); Fries ve Hunter (1980) EAS (en az sapma) (minimum aberration) ölçütünü önermişlerdir.

Aynı zamanda, KÇE bir tasarımı bloklara ayırmak da gerekli görülebilmektedir. Bloklama, deneylerde genellikle sistematik gürültüyü (systematic noise) kontrol etmek için kullanılır. Böyle gürültüler, günden güne değişim ya da gruptan gruba değişimden meydana gelebilir. Bloklama olmadan sistematik gürültü, etki tahmini etkisini ve tahminin doğruluğunu etkileyebilir. Bloklama, deneydeki denemeleri blok içerisine gruplayarak sistematik varyansı etkili bir şekilde azaltabilir. Blok tasarımında, bloklardan kaynaklanan varyans, denemelerden kaynaklanan varyanstan farklıdır. Bu yüzden bloklama, tahmin edilen deneysel hatanın büyüklüğünü azaltır (Ke, 2007).

Bloklamanın etkili olabilmesi için blok içi birimlerin varyansı bloklar arası varyanstan daha küçük olmalıdır (Xu ve Lau, 2006).

ÇE bir deneyin tamamını bir blokta gerçekleştirmek pek çok durumda mümkün değildir. Etki karışımı (confounding); ÇE bir deneyi birden çok blokta oluşturmak için bir tasarım tekniğidir. Böyle bir tasarımda; bloklardaki deneme sayısı, deneme kombinasyonlarının toplam sayısından daha azdır. Ancak bu uygulama, belli deneme etkileri hakkındaki bilginin bloklardan ayırt edilememesine ya da bloklarla karışmasına neden olur (Cochran ve Cox, 1950; Montgomery, 1984).

Çalışmanın 2. Bölümünde, ÇE ve 2-düzeyle KÇE tasarımlar hakkında bilgi verilmiş; çözüm ve EAS kavramı incelenmiştir. Bir tasarımın TBA'sının (tanımlayıcı bağıntı alt grubu) (defining relation contrast) nasıl oluşturulduğu ve TBA yardımıyla tasarımların eşdeş yapılarının (alias pattern) ve çözümlerinin (resolution) nasıl elde edildiği incelenmiş; bloklamanın nasıl yapıldığı üzerinde durulmuştur.

Bir 2^{k-p} KÇE tasarımını bloklara ayırırken, optimal blok yapısının nasıl belirleneceği sorunu ortaya çıkmış; son yıllarda, özellikle 2- düzeyli KÇE tasarımları ele alan çalışmalar yapılmıştır.

Bisgaard (1994), kelime uzunluklarından (word length) hareket ederek tasarımları karşılaştırmış; Sun, Wu ve Chen (1997), 2-düzeyle KÇE tasarımlarda kabul edilebilirlik (admissibility) ölçütünü öne sürerek optimal blok yapılarını (optimal blocking schemes) katalog şeklinde sunmuşlardır. Sitter, Chen ve Feder (1997), kesirli çözüm (fractional resolution) ve arıtılmış kelime uzunluklarını (refinement of word length) önermiş ve kelime uzunluğu yapısını (word length pattern) EAS ölçütüne uyarlayarak optimal blok yapılarını elde etmeye çalışmışlardır. Chen ve Cheng (1999),

kelime uzunluğu yapılarını tahmin kapasitesine (estimation capacity) göre oluşturmuştur.

Cheng ve Wu (2002), tahmin kapasitesi en yüksek olacak şekilde kelime uzunluğu yapısını tekrar düzenleyerek; Xu (2003), en az moment sapma (minimum moment aberration) ölçütünü kullanarak optimal blok yapılarını listelemişlerdir. Xu ve Lau (2006), en az moment sapma ölçütünü bloklanmış KÇE'ler için genişletmiş ve tasarımları karşılaştırırken bu yöntemi kullanmışlardır.

Çalışmanın 3. Bölümünde, bu yöntemler ve nasıl kullanıldıkları ortak bir örnek üzerinde açıklanmıştır.

Yöntemler incelendikten sonra, Sun, Wu ve Chen (1997)'in kabul edilebilir blok yapıları katalogunda yer alan bloklara ayrılmış 2-düzeyle KÇE tasarımlar üzerinden, karşılaştırma yapılmıştır.

Çalışmanın 4. Bölümünde bu tasarımlardan 2^{5-1} , 2^{6-2} , 2^{7-2} ve 2^{8-3} 'e yer verilmiş ve hangi yöntemin tasarımları sıralamada daha iyi olduğuna karar vermeye çalışılmıştır.

2. GENEL BİLGİLER

En iyi blok yapısının seçiminde ÇE ve KÇE tasarımlarda TBA'lar ve kelime uzunluğu yapıları önem taşımaktadır. Bu bölümde ÇE ve KÇE tasarımlar ve bu tasarımlarda bloklama hakkında bilgi verilerek en iyi blok yapısının seçiminde kullanılan temel kavramlardan bahsedilecektir.

2.1. Çok Etkenli Deneyler

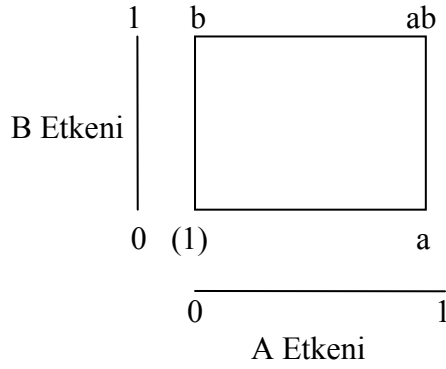
Etken düzeyleri s_1, \dots, s_k (≥ 2) olan k (≥ 2) etken içeren bir deneye $s_1 \times \dots \times s_k$ ÇE deneyleri denir (Mukerjee ve Wu, 2006). ÇE deneyler birden fazla etkenin yanıt değişkeni üzerindeki etkisinin, etken düzeylerinin tüm kombinasyonlarının denenerek araştırıldığı deneylerdir (Hicks, 1973; Montgomery, 1984). ÇE deneylerin tek etkenli deneylere tercih edilmesinde birçok neden vardır. Tamamlanmış ÇE tasarımlar etken düzeylerinin tüm kombinasyonlarında eşit sayıda tekrar içerir. Örneğin 3 düzeyli sıcaklık ve her biri 2 düzeyli konsantrasyon ve basınç vb. gibi. Bu durumda, sadece bir kez tüm denemelerle çalışmak için en az $3 \times 2 \times 2 = 12$ deneme kombinasyonu ve hatanın bağımsız tahmini için tekrarları tamamlanmış 24 deneme kombinasyonuna ihtiyaç vardır (Cox ve Reid, 2000).

2.2. 2^k Çok Etkenli Deney Tasarımları

Her biri 2 düzeyli k etken içeren bir ÇE deney tasarımı, 2^k ÇE deney tasarımı olarak adlandırılır (Hicks, 1973). Bu tip deney tasarımları her bir etken 2 düzeyli olduğundan $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ deneme kombinasyonu içerir (Montgomery, 1984; Mee, 2009).

2.2.1. 2^2 Çok Etkenli Deney Tasarımları

2^k deneylerindeki en basit deney tasarımı iki etken içeren 2^2 deney tasarımlarıdır. Etkenlerin düşük düzeyi 0 ve yüksek düzeyi 1 ile gösterilmek üzere bir 2^2 deney tasarımı Şekil 2.1'de olduğu gibi düzenlenebilir. 2^k deneylerinde etken ve etkileri genellikle büyük harflerle gösterilir. Etken düzeylerinde ise etkenlerin düşük düzeyleri için 0 ve yüksek düzeyleri için 1 ya da düşük düzeyler için - yüksek düzeyler için + gösterimi kullanılır.



Şekil 2.1. 2^2 Çok Etkenli Deneyi

Bir 2^2 ÇE deney tasarımı, A ve B etkenleri ile (1),a,b,ab olmak üzere 4 deneme kombinasyonu içerir. Böylece genel ortalama, 2 ana etki ve bir ikili etkileşim olmak üzere tanımlanabilen 4 parametre elde edilir (Cox ve Reid, 2000). Şekil 2.1’de a; A etkenin yüksek düzeyi ile B etkeninin düşük düzeyindeki yanıtı, b; B etkeninin yüksek düzeyi ile A etkeninin düşük düzeyindeki yanıtını, ab; A ve B etkenlerinin ikisinin de yüksek düzeyindeki yanıtını göstermektedir. (1)’de ise A ve B etkenlerinin her ikisi de düşük düzeyindedir. Buna göre n tekrar olduğunda A ve B’nin ana etkileri Eş. 2.1’deki gibi bulunur (Montgomery, 1984).

$$A = \frac{1}{2^{k-1}n} \{[ab - b] + [a - (1)]\} = \frac{1}{2n} [ab + a - b - (1)]$$

$$B = \frac{1}{2^{k-1}n} \{[ab - a] + [b - (1)]\} = \frac{1}{2n} [ab + b - a - (1)] \quad (2.1)$$

A etkeninin ana etkisi; A etkeninin yüksek düzeylerindeki birim ortalamalarının, düşük düzeylerindeki birimlerin ortalamasından farkı olarak tanımlanır. B etkenin ana etkisi de B etkeninin yüksek düzeylerindeki birimlerin ortalamalarının, düşük düzeylerindeki birimlerin ortalamasından farkıdır. AB etkileşim etkisi ise A ve B’nin yüksek düzeylerinin düşük düzeylerinden farkının ortalaması olarak tanımlanır ve Eş. 2.2’de gösterilmektedir.

$$AB = \frac{1}{2^{k-1}n} \{[ab - b] - [a - (1)]\} = \frac{1}{2n} [ab + (1) - a - b] \quad (2.2)$$

A ve B gibi 2 etkenden oluşan n tekrarlı bir 2^2 ÇE deney tasarımında model denklemi Eş. 2.3'te verilmiştir.

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta_{ij}) + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2; j = 1, 2; k = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

Eş. 2.1 ve Eş. 2.2 de etki tahminlerinde kullanılan bağıntıların katsayılar toplamı 0 olduğundan doğrusal bağıntıdır (DB) (lineer contrast) ve katsayılar çarpımları toplamı 0 olduğundan birbirlerine de diktirler. Aynı zamanda bu bağıntılar hangi etkene aitse o etkenin toplam etkisidir. A etkeni için DB;

$$DB_A = ab + a - b - (1) \quad (1)$$

dir ve A etkeninin toplam etkisidir. Buna göre her bir DB'nin Kareler Toplamı (KT) Eş. 2.4'deki gibi bulunur (Montgomery,1984).

$$KT_{DB} = \frac{(DB)^2}{n \sum c_{jm}^2} \quad (2.4)$$

Burada c_{jm} ; DB katsayıları ve n; tekrar sayısıdır. A, B ve AB için KT'ler

$$\begin{aligned} KT_A &= \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{4n} \\ KT_B &= \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{4n} \\ KT_{AB} &= \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n} \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklinde elde edilir. Genel Kareler Toplamı (GKT) ise Eş. 2.6'da verilmiştir.

$$GKT = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{..}^2}{4n} \quad (2.6)$$

Eş. 2.5 ve Eş. 2.6 yardımıyla Hata Kareler Toplamı bulunabilir ve Eş. 2.7'de verilmiştir.

$$HKT = GKT - KT_A - KT_B - KT_{AB} \quad (2.7)$$

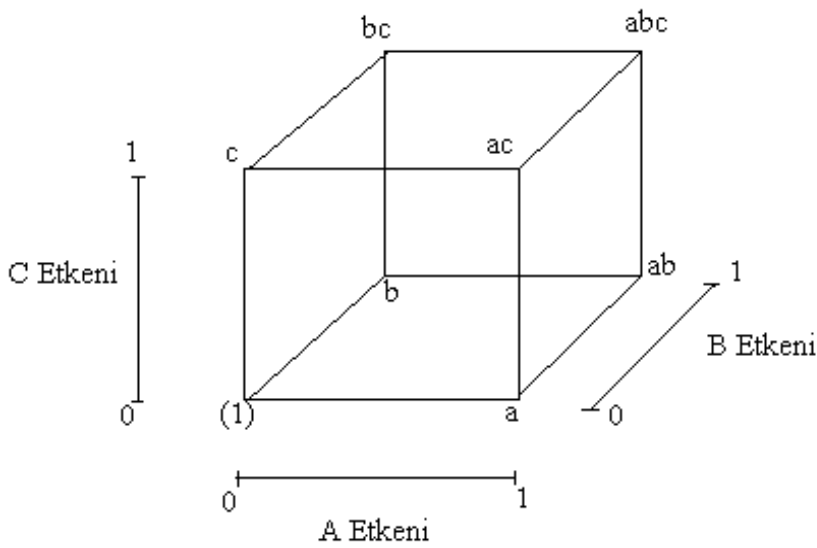
Bir 2^2 ÇE deney tasarımı için Varyans Çözümleme (VÇ) Çizelgesi Çizelge 2.1’de verilmiştir (Montgomery, 1984).

Çizelge 2.1. 2^2 Çok Etkenli Deney Tasarımı İçin VÇ Çizelgesi

Değişim	SD	KT	KO
Kaynağı			
Ana Etkiler	2		
A	1	KT_A	$KT_A = KO_A$
B	1	KT_B	$KT_B = KO_B$
Etkileşim	1		
AB	1	KT_{AB}	$KT_{AB} = KO_{AB}$
Hata	$2^2(n-1)$	HKT	$HKO = HKT / 2^2(n-1)$
Toplam	$n.2^2 - 1$	GKT	

2.2.2. 2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımları

Her biri iki düzeyli olan, A, B ve C etkenli 2^3 ÇE deney tasarımı, $2^3 = 8$ deneme kombinasyonu içerir. Deneme kombinasyonları sırasıyla, (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc şeklindedir. Böyle bir tasarım, koordinat sisteminde bir küpün köşelerinde olacak biçimde Şekil 2.2’deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.2. 2^3 Çok Etkenli Deneyi

Burada A etkeninin ana etkisi, A'nın yüksek düzeylerinde B ve C etkenlerinin olası tüm kombinasyonları ile, A'nın düşük düzeylerindeki B ve C etkenlerinin olası tüm kombinasyonları arasındaki farkın ortalamasıdır. Eş. 2.8'de ana etkiler ve etkileşimlerin etkileri elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2^{k-1}n} [(abc - cb) + (ac - c) + (ab - b) + (a - (1))] \\
&= \frac{1}{4n} [abc + ac + ab + a - bc - c - b - (1)] \\
B &= \frac{1}{4n} [abc + bc + ab + b - ac - c - a - (1)] \\
C &= \frac{1}{4n} [abc + bc + ac + c - ab - b - a - (1)] \\
AB &= \frac{1}{4n} [abc + ab + c + (1) - bc - ac - b - a] \\
AC &= \frac{1}{4n} [abc + ac + b + (1) - bc - ab - c - a] \\
BC &= \frac{1}{4n} [abc + bc + a + (1) - ac - ab - c - b] \\
ABC &= \frac{1}{4n} [abc + c + b + a - bc - ac - ab - (1)]
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Geometrik gösterim ile (Şekil 2.2), etken ve etkileşimlerin etki tahminlerinin nasıl elde edildiği görülebilir. Bir etkenin DB'sinin, etkenin 1 düzeylerindeki deneme kombinasyonlarından, 0 düzeylerindeki deneme kombinasyonlarının çıkarılması ile elde edildiği görülebilir. Ancak etken sayısı arttıkça etki tahminlerinin hesaplanması zorlaşır. Çizelge 2.2'de verilen 2^3 ÇE tasarımı için etki katsayıları çizelgesi kullanılarak etki tahminleri hesaplanabilir. Bu çizelge etken sayısı arttıkça genişletilir.

Çizelge 2.2. 2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımında Etki Katsayıları Çizelgesi

Deneme Kombinasyonu	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

2^3 ÇE tasarımında etken ya da etkileşimlerin KT'leri bulunurken Eş. 2.8'de verilen DB'ler kullanılır. Buna göre KT'ler;

$$KT_{DB} = \frac{(DB)^2}{8n}$$

şeklinde bulunur. Çizelge 2.2 yardımıyla etken ve etkileşimlere ait DB'ler kolaylıkla bulunabilir. Örneğin Eş. 2.8'de verilen AC etkileşiminin DB'si bulunmak istendiğinde AC etkileşim sütunundaki + olan deneme kombinasyonları - deneme kombinasyonlarından çıkarılır. Buradan;

$$DB_{AC} = [(1) - a + b - ab - c + ac - bc + abc]$$

elde edilir.

2.2.3. Genel Bir 2^k Çok Etkenli Deney Tasarımı

Bir 2^k ÇE deneyinde, etken ya da etkileşimlerin etkisi ve KT'si hesaplanmadan önce, ilgili DB bulunmalıdır. Çizelge 2.2'de verilen etki katsayıları çizelgesi k etken için genişletilebilir. Ancak, k'nın büyük olduğu, yani etken sayısının fazla olduğu durumlarda Eş. 2.9 tercih edilir (Montgomery, 1984).

$$DB_{AB...K} = (a \pm 1)(b \pm 1)...(k \pm 1) \quad (2.9)$$

Eş. 2.9'da verilen ifadede parantez içindeki işaret; etken, tahmin edilecek etkiye dahil olduğunda negatif, aksi durumda pozitiftir. Eş. 2.9'da DB elde edildiğinden etken

ya da etkileşimlerin etki tahminleri ve KT'leri kolayca bulunabilir. Eş. 2.10'da genel bir 2^k ÇE tasarımında etki tahminleri ve Eş. 2.11'de KT'leri verilmiştir.

$$AB\dots K = \frac{1}{n2^{k-1}}(DB_{AB\dots K}) \quad (2.10)$$

$$KT_{AB\dots K} = \frac{(DB_{AB\dots K})^2}{n2^k} \quad (2.11)$$

KT'ler kullanılarak VÇ çizelgesi oluşturulabilir ve Çizelge 2.3'te verilmiştir (Montgomery, 1984).

Çizelge 2.3. 2^k Çok Etkenli Deney Tasarımında VÇ Çizelgesi

Değişim Kaynağı	SD	KT
k ana etki		
A	1	KT_A
.	.	.
.	.	.
K	1	KT_K
2-etkenli etkileşim		
AB	1	KT_{AB}
.	.	.
.	.	.
JK	1	KT_{JK}
.	.	.
.	.	.
3- etkenli etkileşim		
ABC	1	KT_{ABC}
.	.	.
.	.	.
IJK	1	KT_{IJK}
.	.	.
.	.	.
k-etkenli etkileşim		
ABC...K	1	$KT_{ABC...K}$
Hata	$2^k(n-1)$	HKT
Toplam	$n2^k - 1$	GKT

2.3. 2^k Çok Etkenli Tasarımlarında Bloklama

ÇE bir deneyin tamamını bir blokta gerçekleştirmek pek çok durumda mümkün değildir. Etki karışımı (confounding); ÇE bir tasarımı birden çok blokta oluşturmada kullanılır, ancak bazı deneme etkileri hakkındaki bilgilerin bloklardan ayırt edilememesine ya da bloklarla karışmasına neden olur (Montgomery, 1984).

Bir 2^k ÇE tasarımı 2^q (Burada q blok değişkeni sayısı) blokta düzenlenirken blok etkileri ve genelleştirilmiş etkileşimleri (generalized interactions) göz önüne alınır. Blok etkileri üzerinde iki varsayım bulunur (Sun ve ark, 1997).

- i. Blok değişkenleri arasındaki etkileşim ile blok ana etkisi eşit öneme sahiptir. Bu nedenle blok etkileşimleri genelleştirilmiş etkileşim olarak düşünülebilir.
- ii. Blok etkileri ile deneme etkileri arasında etkileşim önemsiz farzedilir.

2^q blokta bir 2^k ÇE'si için, $2^q - 1$ deneme etkisi bloklarla karışacak şekilde bloklama yapılır. Bloklarla karışacak etkileri gösteren gruba “blok tanımlayıcı bağıntı alt grubu” (blok TBA) (block defining contrast subgroup) denir. ÇE tasarımlarda blok değişkeni seçilirken aşamalı sıra ilkesi (hierarchical assumption) göz önüne alınır (Sun ve ark, 1997). Aşamalı sıra ilkesine göre;

- i. Düşük dereceli etkileşimler yüksek dereceli etkileşimlerden daha önemlidir.
- ii. Aynı dereceli etkileşimler eşit öneme sahiptir.

ÇE bir tasarım için bloklama, blok TBA ile tanımlanır. $B_1 = v_1, B_2 = v_2, \dots, B_q = v_q$ şeklinde gösterilirse; v_i 'ler ($i=1, \dots, q$) ve v_i 'lerin genelleştirilmiş etkileşimleri;

$$v_1v_2, v_1v_3, \dots, v_1 \dots v_q$$

B_i ve bunların çarpımları

$$B_1B_2, B_1B_3, \dots, B_1 \dots B_q$$

yoluyla gösterilen $2^q - 1$ blok etkisi ile karışır. O zaman kelimeler $v_i, v_i v_j, \dots$ ve bunların birim elemanları (identity element), 2^q genişliğinde bir grup oluşturur (Sun ve ark,1997).

$$G_b = (I, v_1, v_2, v_1 v_2, v_3, \dots, v_1 \dots v_q) \quad (2.12)$$

ya da

$$I = v_1, v_2, v_1 v_2, v_3, \dots, v_1 \dots v_q \quad (2.13)$$

şeklinde gösterilen bu grup blok TBA'dır. Aşamalı sıra ilkesine göre düşük dereceli etkileşimlerin mümkün olduğunca az sayıda blok etkisiyle karışması tercih edilir.

Blok tasarımı b için $g_i(b)$; Blok etkileri ile karışan i ($i=1, \dots, k$) uzunluğundaki kelime sayısı olsun. Deneme etkenlerinin ana etkileri bloklarla karışmayacağından $g_1(b) = 0$ olmalıdır.

$$W_b = (g_2(b), g_3(b), \dots, g_k(b)) \quad (2.14)$$

vektörüne, blok kelime uzunluğu yapısı denir ve her zaman $g_1(b) = 0$ olacağından $g_1(b)$, W_b vektöründe gösterilmez (Sun ve ark, 1997).

2^k tamamlanmış ÇE tasarımını 2^q blokta düzenlemek; 2^k tasarımında G_b ile tanımlanan blok TBA'yı seçmekle aynıdır. Burada G_b 'nin 2^q elemanı, q bağımsız üreteç (generator) olan B_1, B_2, \dots, B_q 'dan üretilebilir. Eğer bağımsız kelimeler W_1, \dots, W_q , blok TBA'yı üretiyorsa, bunlara blok üreteçleri (block generators) denir (Cheng ve ark, 2003).

Herhangi bir G_b için tüm $2^q - 1$ blok etkisi eşit öneme sahip olarak düşünülürse, q üreticinin seçiminde sorun yoktur. Diğer durumlarda blok değişkenleri arasındaki etkileşim olarak tanımlanan genelleştirilmiş blok etkilerinin, B_{i1}, \dots, B_{ij} , yorumlanması zor olacağından, B_{i1}, \dots, B_{ij} etkilerinin, B_1, B_2, \dots, B_q 'den daha az önemli olduğu söylenebilir. Örneğin, B_1 , iki farklı üretici ve B_2 , gündüz veya gece vardiyası olabilir. Bu durumda, $B_1 \times B_2$ etkileşimini anlamlandırmak zordur ve B_1, B_2 'nin, $B_1 \times B_2$ 'den

daha önemli olduğunu söylemek mümkündür. Eğer blok etkileri B_1, B_2, \dots, B_q , blok etkileşimlerinden önemli ise, blok üretçeleri olarak, mümkün olan en uzun kelimeler B_1, B_2, \dots, B_q 'ya atanmalıdır (Cheng ve ark, 2003).

2^k ÇE tasarımında bloklamanın nasıl yapılacağı basit bir 2^3 ÇE tasarımında Çizelge 2.4 ve Çizelge 2.5'te gösterilsin (Wu ve Hamada, 2000).

Çizelge 2.4'te, 2^3 ÇE'si 2^1 blokta düzenlenirken $2^1 - 1$ deneme etkisi bloklarla karışacak şekilde bloklama yapılır.

Çizelge 2.4. 2^1 Blokta Düzenlenen 4 Genişliğinde 2^3 Çok Etkenli Tasarımı

DENEME	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	BLOK
(1)	-	-	+	-	+	+	-	I
a	+	-	-	-	-	+	+	II
b	-	+	-	-	+	-	+	II
ab	+	+	+	-	-	-	-	I
c	-	-	+	+	-	-	+	II
ac	+	-	-	+	+	+	-	I
bc	-	+	-	+	-	+	-	I
abc	+	+	+	+	+	+	+	II

Denemeler aynı blok içindeki birimler homojen ve bloklar arası heterojen olacak şekilde bloklara ayrılır. Eğer bloklama etkili ise blok etkisi büyük olmalıdır. Blok etkisi $\bar{y}(II) - \bar{y}(I)$ şeklinde bulunur. Burada $\bar{y}(I)$ ve $\bar{y}(II)$ sırasıyla blok I ve blok II' deki denemelerin ortalamalarıdır.

Bir 2^3 tasarımı 7 serbestlik derecesine sahip olduğundan, hem 7 etkenin etkisini hem de blok etkisini tahmin etmek olanaksızdır. Bu nedenle blok etkisini tahmin etmek için 7 etkenin göreceli önemi hakkında önsel bir bilgi yoksa aşamalı sıra ilkesine bağlı olarak en az öneme sahip 3'lü etkileşim gözden çıkarılabilir. Çizelge 2.4'te gösterildiği gibi ABC sütunu blok yapılarını oluşturmada kullanılabilir. Bu durumda blok etkisi ile üçlü etkileşim aynı sayısal tahmini verir. Bu iki etkinin aynı tahmine sahip olmasından dolayı blok etkisi ile üçlü etkileşim etkisi karışır ve $b=ABC$ şeklinde gösterilebilir. Burada b blok etkisini ve ABC; A,B ve C ana etkilerinin etkileşimini gösteren blok üreticidir (Wu ve Hamada, 2000).

ABC sütununda (-) olanları bir blokta, (+) olanları bir blokta düzenlemek mümkündür. Böylece blok I (1), ab, ac, bc ve blok II a, b, c, abc denemelerinden

oluşur. Benzer şekilde herhangi bir 2^k ÇE'si, blok etkisi k-etken etkileşimi ile karışacak şekilde 2 blokta düzenlenebilir (Wu ve Hamada, 2000).

2^3 ÇE'si 2^2 blokta düzenlenirken de $2^2 - 1$ deneme etkisi bloklarla karışacak şekilde bloklara ayrılır. Bu tasarım için, 2 blok değişkenine ihtiyaç vardır. $b_1 = AB$ ve $b_2 = AC$ alınsın. Çizelge 2.5'te böyle bir bloklamanın nasıl yapıldığı gösterilmektedir.

Çizelge 2.5. 2^2 Blokta Düzenlenen 2 Genişliğinde 2^3 Tasarımı

DENEME	A	B	$b_1 = AB$	C	$b_2 = AC$	BC	ABC	BLOK
(1)	-	-	+	-	+	+	-	IV
a	+	-	-	-	-	+	+	I
b	-	+	-	-	+	-	+	II
ab	+	+	+	-	-	-	-	III
c	-	-	+	+	-	-	+	III
ac	+	-	-	+	+	+	-	II
bc	-	+	-	+	-	+	-	I
abc	+	+	+	+	+	+	+	IV

Dört blok arasında üç blok etkisi olduğundan, hangi etken etkilerinin blok etkileri ile karıştığının bilinmesi gerekir. Çizelge 2.6'ya bakarak I, II ve III, IV arasındaki fark olarak tanımlanan AB etkileşimi, blok etkisi ile karışır. Aynı şekilde AC etkisi de blok etkileri ile karışır. Üçüncü blok etkisi, blok I, IV ve blok II, III arasındaki fark olarak tanımlanır ve b_1 ile b_2 'nin 2 modülünde çarpımından elde edilen genelleştirilmiş etkileşim $b_1 \times b_2 = AB \times AC = A^2BC \pmod{2} = BC$ şeklinde elde edilir. Çizelge 2'den b_1 ve b_2 sütunlarının işaret çarpımlarının, BC sütununun işaretlerini verdiği görülmektedir (Wu ve Hamada, 2000).

Çizelge 2.6. Denemelerin Bloklara Atanması

	B_1	
B_2	-	+
-	I	III
+	II	IV

Blok etkileri ile karışan deneme etkileri blok TBA ile gösterilebilir ve $I=AB=AC=BC$ 'dir. Bu tasarımın blok kelime uzunluğu yapısı $W_b = (g_2(b), g_3(b))$

vektörünün bulunması ile elde edilir. TBA'da 2 uzunluğunda 3 kelime olduğundan $g_2(b) = 3$ ve 3 uzunluğunda kelime olmadığından $g_3(b) = 0$ elde edilir. O halde blok kelime uzunluğu yapısı $W_b = (3, 0)$ şeklinde elde edilir. TBA bulunurken düşük dereceli etkileşimlerin birbiriyle karışmaması tercih edilir.

2.4. Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları

ÇE deneylerde etken sayısı arttığında, deneme kombinasyonlarının tamamının denenmesi zordur. Özellikle denemeler pahalı olduğunda ekonomik nedenlerle iki düzeyli KÇE deneyler sıklıkla kullanılmaktadır (Mukerjee ve Wu, 2006). Bu nedenle; deneme sayısının az olduğu ve tamamlanmış bir ÇE deneyin bir alt grubunun ya da kesrinin kullanıldığı KÇE deneyler tercih edilir. KÇE tasarımlar ÇE tasarımlara göre daha az sayıda deneme ile daha fazla etken üzerinde çalışmaya imkan sağlar. Örneğin; bir 2^6 deneyinin bir tekrarı için 6 etken ve 64 denemeye ihtiyaç vardır. Böyle bir tasarımda 63 serbestlik derecesinin 6 tanesi ana etkilere, 15 tanesi ikili etkileşimlere $\binom{6}{2} = 15$ ve kalan 42 serbestlik derecesi ise 3 ve daha yüksek dereceli etkileşimlere aittir. Oysaki 2^6 ÇE deneyinin yarı kesri olan 2^{6-1} tasarımında 6 etken ve 32 denemeye ihtiyaç vardır. Bazı yüksek dereceli etkileşimlerin önemsiz olduğu varsayımı altında, önemli olduğu düşünülen etken ve etkileşimlere ait bilgiler KÇE tasarımlar kullanılarak elde edilir (Montgomery, 1984).

2^{k-p} ile gösterilen bir KÇE tasarımı, p tane deneme tanımlayıcı kelimesi ile belirlenen tamamlanmış bir 2^k ÇE tasarımının 2^{-p} kesri ile oluşturulur. Bu p tane tanımlayıcı kelime ve bunların genelleştirilmiş etkileşimleri deneme TBA'yı (treatment defining contrast subgroup) oluşturur (Wu ve Hamada, 2000).

$$I = W_1 = W_2 = \dots = W_{2^p-1} \quad (2.15)$$

ya da

$$G_t = (I, w_1, w_2, \dots, w_{2^p-1}) \quad (2.16)$$

ile gösterilen deneme TBA'daki her bir elemana kelime (word) denir. A_i , G_i 'deki i uzunluğundaki kelime sayısı olmak üzere;

$$W_t = (A_1, A_2, \dots, A_k) \quad (2.17)$$

vektörüne deneme kelime uzunluğu yapısı denir (Sun ve ark, 1997).

Eğer bağımsız kelimeler W_1, W_2, \dots, W_p , deneme TBA'yı üretiyorsa, bunlara tanımlayıcı üreteçler (defining generator) denir (Cheng ve ark, 2003).

KÇE tasarımlarda etki tahminleri birbirlerinden ayırt edilemeyen etkilere “eşdeş” (alias) denir. Eşdeş yapısı (alias structure), her bir etkinin 2 modülünde Eş. 2.15'teki deneme TBA ile çarpılmasıyla elde edilir. Her bir etki 2^{p-1} eşdeşe sahiptir. Yüksek dereceden etkileşimlerin önemsiz olduğu varsayımı, eşdeş yapısını daha basit hale getirir (Montgomery, 1984).

Hiçbir blok etkisi, ana etki ve ikili etkileşimlerle karışmayan ana etkilere “yalın ana etki” (clear main effect); hiçbir ana etki ve blok etkisi ile karışmayan etkilere “uygun” (eligible) etki denir. Eğer uygun bir ikili etkileşim diğer ikili etkileşimlerle karışmıyorsa bunlara “yalın ikili etkileşim” (clear two factor interaction) denir (Sun ve ark, 1997).

Eşdeş yapısı elde edilirken ana etkilerin blok etkileri, diğer ana etkiler ve ikili etkileşimlerle karışmaması gerektiğinden; bloklama yapılırken yalın etki sayısının fazla olması tercih edilir. Herhangi bir ÇE ya da KÇE tasarımıda yalın ana etki sayısı $C1$ ve yalın ikili etkileşim sayısı $C2$ ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde bulunur.

$C1$: Hiçbir blok etkisi, ana etki ve ikili etkileşim ile karışmayan ana etki sayısı

$$C2 = \binom{k}{2} - g_2$$

Burada k : deneme sayısı ve g_2 : ana etki, blok etkileri ve diğer ikili etkileşimlerle karışan ikili etkileşim sayısıdır (Sun ve ark, 1997).

2.4.1. 2^{k-1} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları (Yarı Kesirli Tasarımlar)

Deney tasarlayan bir kişinin her biri 2 düzeyli 3 etkenle ilgilendiği; ancak $2^3 = 8$ deneme kombinasyonunun tümünü deneme imkanı olmadığından sadece 4 deneme kombinasyonuna ulaşabildiği varsayalım. Böyle bir deney 2^3 tasarımının yarı kesri olarak ifade edilir. Böyle bir tasarımda $2^{3-1} = 4$ deneme kombinasyonu vardır ve 2^{3-1} tasarımı olarak adlandırılır. Çizelge 2.4'te bloklarla ABC etkileşiminin karıştırıldığı, 4 genişliğinde 2 blokta düzenlenen 2^3 tasarımında; 2 bloktan biri rastgele seçilip uygulanırsa, 2^3 tasarımının yarı kesri elde edilir ve ABC tasarımın üretici olarak adlandırılır. Çizelge 2.4'ten 1. blok seçildiğinde, $I = -ABC$ ve 2. blok seçildiğinde $I = ABC$ 'dir. Bu nedenle böyle bir tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı $I = \pm ABC$ 'dir (Box ve ark., 1978).

Uygulamada genellikle + işaretli bağıntı ya da bağıntıların oluşturduğu kesir kullanılır. Çizelge 2.4'te $I = ABC$ temel kesri kullanılarak 2^{3-1} K.Ç.E tasarımı elde edilebilir ve bu tasarımın deneme kombinasyonları; Çizelge 2.7'de gösterildiği gibi a, b, c ve abc'den oluşur.

Çizelge 2.7. 2^3 Çok Etkenli Deney Tasarımının Yarı Kesri

Deneme	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Çizelge 2.7'den yararlanarak elde edilen ana etkiler,

$$A = \frac{1}{2^{p-1}n}(a - b - c + abc)$$

$$B = \frac{1}{2^{p-1}n}(-a + b - c + abc) \quad (2.18)$$

$$C = \frac{1}{2^{p-1}n}(-a - b + c + abc)$$

şeklinde ifade edilir. Çizelge 2.4'te II. blok seçildiğinde $I = -ABC$ bağıntısı ile yine bir 2^{3-1} K.Ç.E tasarımı elde edilebilir (Bkz. Çizelge 2.8).

Çizelge 2.8. 2^3 Çoketkenli Deney Tasarımının Yarı Kesri (I= -ABC)

Deneme	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-

Çizelge 2.8'den ikili etkileşimlerin etki tahminleri elde edilecek olursa;

$$AB = \frac{1}{2^{p-1}n}(-a - b + c + abc)$$

$$AC = \frac{1}{2^{p-1}n}(-a + b - c + abc) \quad (2.19)$$

$$BC = \frac{1}{2^{p-1}n}(a - b - c + abc)$$

bulunur. Eş. 2.18 ve Eş. 2.19'dan kolayca $A=BC$, $B=AC$, $C=AB$ olduğu görülebilir. A ile BC, B ile AC ve C ile AB etkileri aynı sayısal tahmini verdiğiinden birbirinden ayırt edilemeyen (eşdeş) etkilerdir (Montgomery, 1984).

2^k ÇE tasarımının $\frac{1}{2}$ kesri, en basit şekilde tamamlanmış bir 2^{k-1} tasarımının yazılarak k. etkene, AB...(k-1) etkileşiminin atanması ile oluşturulabilir. 2^{3-1} KÇE'si için tamamlanmış bir 2^2 ÇE tasarımı yazılıp C etkenine AB etkileşimi atanarak 2^{3-1} tasarımı oluşturulur. Benzer şekilde 2^{5-1} tasarımı oluştururken tamamlanmış bir 2^4 tasarımı yazılarak E etkenine ABCD etkileşimi atanarak 2^{5-1} KÇE'si oluşturulabilir. Böylece yarı kesirli ÇE tasarımlar için TBA yapısı;

Tasarım	<i>TBA</i>
2^{3-1}	I= ABC
2^{4-1}	I= ABCD
2^{5-1}	I= ABCDE

şeklinde elde edilir (Box ve ark, 1978).

2.4.2. 2^{k-2} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları (1/4 Kesri)

2^{k-2} KÇE tasarımı oluşturmak, yarı kesirli KÇE tasarımı oluşturmaya benzer.

Bir 2^k ÇE tasarımının $\frac{1}{4}$ kesri oluşturulurken; tamamlanmış bir 2^{k-2} ÇE tasarımı yazılır; k-2 etkeni içeren etkileşimlerin (k-1). etkene ve k. etkene atanır. Bu nedenle böyle bir tasarım iki üreteçlidir. Örneğin; A, B, C, D, E, F ve G etkenler olmak üzere 7 etkenli bir tasarımın $\frac{1}{4}$ kesri oluşturulsun. Böyle bir tasarım $2^5=32$ deneme içerir ve 2^{7-2} KÇE'sini oluşturmak için tamamlanmış bir 2^5 ÇE tasarımı yazılır. Son iki etken olan F ve G etkenlerin A, B, C, D ve E etkenlerini içeren herhangi 2 etkileşim atanır. F=ABCD ve G=ABDE olsun. TBA tanımından bu iki etki ve bunların genelleştirilmiş etkileşimleri TBA'yı oluşturur. Böyle bir tasarımın tanımlayıcı bağıntıları;

$$F.F= ABCDF$$

$$G.G=ABDEG$$

$$I= ABCDF \pmod{2}$$

$$I= ABDEG \pmod{2}$$

ve bu iki etkenin genelleştirilmiş etkileşimleri $ABCDF \times ABCDEG = A^2B^2CD^2EFG \pmod{2} = CEFG$ 'dir. Buna göre tasarımın TBA'sı Eş. 2.20'de verilmektedir ve bu tasarım Çizelge 2.9'da gösterilmektedir.

$$I= ABCDF= ABDEG= CEFG \quad (2.20)$$

Bu düzen için eşdeğer yapısı her bir etkenin Eş. 2.20'de verilen TBA ile çarpılması ile elde edilir. Örneğin A ve B ana etkilerin eşdeğerleri;

$$A.I= A.ABCDF= A.ABDEG= A.CEFG \pmod{2}$$

$$B.I= B.ABCDF= B.ABDEG= B.CEFG \pmod{2}$$

$$A= BCDF = BDEG = ACEFG$$

$$B= ACDF = ADEG = BCEFG$$

dir. Bu tasarımın eşdeğer yapısı Çizelge 2.10'da verilmiştir.

Çizelge 2.9. $F=ABCD$ ve $G=ABDE$ Üreteçli 2^{7-2} Tasarımının Oluşturulması

Deneme	A	B	C	D	E	F=ABCD	G=ABDE
fg	-	-	-	-	-	+	+
a	+	-	-	-	-	-	-
b	-	+	-	-	-	-	-
abfg	+	+	-	-	-	+	+
cg	-	-	+	-	-	-	+
acf	+	-	+	-	-	+	-
bcf	-	+	+	-	-	+	-
abcg	+	+	+	-	-	-	+
d	-	-	-	+	-	-	-
adfg	+	-	-	+	-	+	+
bdfg	-	+	-	+	-	+	+
abd	+	+	-	+	-	-	-
cdf	-	-	+	+	-	+	-
acdg	+	-	+	+	-	-	+
bcdg	-	+	+	+	-	-	+
abcdf	+	+	+	+	-	+	-
ef	-	-	-	-	+	+	-
aeg	+	-	-	-	+	-	+
geg	-	+	-	-	+	-	+
abef	+	+	-	-	+	+	-
ce	-	-	+	-	+	-	-
acefg	+	-	+	-	+	+	+
bcefg	-	+	+	-	+	+	+
abce	+	+	+	-	+	-	-
deg	-	-	-	+	+	-	+
adef	+	-	-	+	+	+	-
bdef	-	+	-	+	+	+	-
abdeg	+	+	-	+	+	-	+
cdefg	-	-	+	+	+	+	+
acde	+	-	+	+	+	-	-
bcde	-	+	+	+	+	-	-
abcdefg	+	+	+	+	+	+	+

Çizelge 2.10. 2^{7-2} Tasarımı İçin Eşdeş Yapısı

Etki	I= ABCDF= ABDEG= CEFG		
	Eşdeş		
A	BCDF	BDEG	ACEFG
B	ACDF	ADEG	BCEFG
C	EFG	ABDF	ABCDEG
D	ABCF	ABEG	CDEFG
E	CFG	ABDG	ABCDEF
F	CEG	ABCD	ABDEFG
G	CEF	ABDE	ABCDFG
AB	CDF	DEG	ABCEFG
AC	BDF	AIEFG	BCDEG
AD	BCF	BEG	ACDEFG
AE	BDG	ACFG	BCDEF
AF	BCD	ACEG	BDEFG
AG	BDE	ACEF	BCDFG
BC	ADF	BEFG	ACDEG
BD	ACF	AEG	BCDEFG
BE	ADG	BCFG	ACDEF
BF	ACD	BCEG	ADEFG
BG	ADE	BCEF	ACDFG
CD	ABF	DEFG	ABCEG
CE	FG	ABCDG	ABDEF
CF	EG	ABD	ABCDEF
CG	EF	ABCDE	ABDFG
DE	ABG	CDFG	ABCEF
DF	ABC	CDEG	ABEFG
DG	ABE	CDEF	ABCDFG
ACE	AFG	BCDG	BDEF
ACG	AEF	BCDE	BDFG
BCE	BFG	ACDG	ADEF
BCG	BEF	ACDE	ADFG
CDE	DFG	ABCG	ABEF
CDG	DEF	ABCE	ABFG

Çizelge 2.10'dan eşdeş yapısı incelendiğinde $CE=FG=ABCDG=ABDEF$ olduğu görülebilir. Bu durumda, 5. dereceden etkileşimler önemsiz varsayıldığında, CE ve FG etkileşim etkileri birbirleriyle karışır. Bu etkilerin tahmini ancak bir diğerinin önemsiz varsayılması ile mümkündür.

2.4.3. 2^{k-p} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımları

Bir 2^k tasarımının KÇE'si 2^{k-p} deneme içerir ve 2^k 'nin $1/2^p$ kesri ya da 2^{k-p} KÇE'si olarak adlandırılır. Bu tasarımlar p bağımsız üretcecin seçimine gereksinim duyar. TBA bu üreteçleri ve bunların $2^p - p - 1$ tane genelleştirilmiş etkileşimlerini içerir. Eşdeş yapısı her bir etkenin TBA ile çarpılması ile elde edilir. Her etki $2^p - 1$ eşdeşe sahiptir. k'nın yüksek değerleri için yüksek dereceli etkileşimlerin (3. derece ve üstü etkileşimler) önemsiz olduğu varsayımı eşdeş yapısını önemli derecede basitleştirir (Montgomery, 1984).

2^{k-p} tasarımları oluşturulurken maximum sayıda düşük dereceli etkileşimlerin tahminlerinin elde edilmesi gerekir. 2^{k-p} tasarımlarında mümkün olan en uygun eşdeş yapısının seçilmesinde, p bağımsız üretcecin seçimi önemlidir. 2^{k-p} tasarımlarında üreteç seçimi ya da farklı üreteçlerle oluşturulan tasarımlardan hangisinin daha fazla düşük dereceli etkileşimin etkisini tahmin edebildiğini bulmada “en yüksek çözüm” (maximum resolution) ölçütü kullanılır.

2.5. 2^{k-p} Kesirli Çok Etkenli Deney Tasarımlarında Çözüm Kavramı

TBA'daki en kısa kelime uzunluğu r ise tasarımın çözümü r'dir. Bir çözüm r tasarımında hiçbir k etkenli etkileşim (r-k)'dan daha az etken içeren etki ile karışmaz. Örneğin; 2^{3-1} tasarımının TBA'ndaki, I=ABC kelimesinin uzunluğu 3 olduğundan, çözümü III'tür ve 2_{III}^{3-1} olarak gösterilir. Bu durumda hiçbir ana etki, (3-1=2)'den daha az etken içeren etkileşimlerle; yani diğer bir ana etkiyle karışmayacak, 2-etkenli etkileşimlerle karışacaktır. Tasarımın çözümü yükseldikçe etkilerin birbirinden daha iyi ayırt edilebildiği tasarımlar oluşacaktır. Yani yüksek çözümlü tasarımlar daha iyidir (Box ve ark,1978).

2.5.1. Çözüm III Tasarımları

Hiçbir ana etkinin diğer ana etkilerle karışmadığı ancak ana etkilerin ikili etkileşimlerle ve ikili etkileşimlerin birbirleriyle karıştığı tasarımlardır. 2^{3-1} tasarımları Çözüm-III tasarımıdır.

Çizelge 2.11. D=AB, E=AC, F=BC, G=ABC Üreteçli 2_{III}^{7-4} Tasarımı

Deneme	A	B	C	D=AB	E=AC	F=BC	G=ABC
def	-	-	-	+	+	+	-
afg	+	-	-	-	-	+	+
beg	-	+	-	-	+	-	+
abd	+	+	-	+	-	-	-
cdg	-	-	+	+	-	-	+
ace	+	-	+	-	+	-	-
bcf	-	+	+	-	-	+	-
abcdefg	+	+	+	+	+	+	+

N, 4'ün çarpanı olmak üzere, N denemede gerçekleştirilen ve N-1'e kadar etken içeren tasarımlar Çözüm-III tasarımlarıdır. Kısmen 4 deneme ile 3 etken testi, 8 deneme ile 7 etken testi ve 16 deneme ile 15 etken testi için önemlidir. Örneğin 8 deneme ile 7 etken testi için 2_{III}^{7-4} tasarımı kullanılır. 2_{III}^{7-4} tasarımını oluşturmak için ilk olarak tamamlanmış bir 2^3 ÇE'si yazılır ve kalan 4 etken, ilk 3 etkenin etkileşimlerini içerecek şekilde atanır. Kalan 4 etken Eş. 2.21'de ki gibi atanır. Elde edilen tasarım Çizelge 2.11'de gösterilmiştir (Box ve ark, 1978).

$$D=AB, E=AC, F=BC, G=ABC \quad (2.21)$$

Eş 2.21, Eş 2.22'de ki tanımlayıcı bağıntıları verir.

$$\begin{aligned} I &= ABD \\ I &= ACE \\ I &= BCF \\ I &= ABCG \end{aligned} \quad (2.22)$$

Eş. 2.22'de verilen ABD, ACE, BCF, ABCG üreteçleri ve bunların çarpımlarından elde edilen genelleştirilmiş etkileşimler deneme TBA'yı (Bkz. Eş. 2.15) oluşturur ve Eş. 2.23'te verilmiştir.

$$I=ABD=ACE=BCF=ABCG=BCDE=ACDF =CDG$$

$$=ABEF=BEG=AFG=DEF=ADEG=BDFG=CEFG=ABCDEFGG \quad (2.23)$$

Eş. 2.23'te verilen TBA'daki en kısa kelime 3 karakter içerdiğinden (ABD, ACE vb.) tasarım Çözüm-III tasarımıdır. Bir etkenin eşdeş yapısı, o etkenin Eş. 2.23'teki eşitliğin her iki tarafıyla çarpılması ile bulunabilir ve her bir etkenin $2^4 - 1 = 15$ adet eşdeşi vardır (Box ve ark, 1978).

2.5.2. Çözüm IV Tasarımları

Hiçbir ana etkenin diğer ana etkilerle veya ikili etkileşimlerle karışmadığı ancak ikili etkileşimlerin birbirleriyle karıştığı tasarımlardır. Böylece 3 ve yüksek dereceli etkileşimlerin önemsiz olduğu varsayımı ile ana etkilerin tahminleri doğrudan yapılabilir. Bir 2^{4-1} K.Ç.E'si Çözüm-IV tasarımıdır ve 2_{IV}^{4-1} şeklinde gösterilir (Box ve ark, 1978; Montgomery, 1984).

Çizelge 2.12. E=ABC ve F=BCD Üreteçli 2_{IV}^{6-2} Tasarımı

Deneme	A	B	C	D	E=ABC	F=BCD
(1)	-	-	-	-	-	-
ae	+	-	-	-	+	-
bef	-	+	-	-	+	+
abf	+	+	-	-	-	+
cef	-	-	+	-	+	+
acf	+	-	+	-	-	+
bc	-	+	+	-	-	-
abce	+	+	+	-	+	-
df	-	-	-	+	-	+
adef	+	-	-	+	+	+
bde	-	+	-	+	+	-
abd	+	+	-	+	-	-
cde	-	-	+	+	+	-
acd	+	-	+	+	-	-
bcdf	-	+	+	+	-	+
abcef	+	+	+	+	+	+

Bir 2_{IV}^{k-p} tasarımı oluşturmak için öncelikle k-p etken içeren ÇE tasarım yazılır ve ek etkenlere k-p etken arasında tek sayı uzunluğundaki etkileşimler atılır. Örneğin 2_{IV}^{6-2} tasarımını oluşturmak için öncelikle 2^4 ÇE'si yazılır ve kalan iki etken; E=ABC ve F=BCD etkileşimleri atanır. Bu tasarım Çizelge 2.12'de gösterilmektedir ve TBA'sı Eş. 2.24'te verilmiştir.

$$I=ABCE=BCDF=ADEF \quad (2.24)$$

Eş. 2.24'ten de görülebileceği gibi TBA'daki en kısa kelime uzunluğu 4 olduğundan tasarım Çözüm-IV tasarımıdır. Eşdeş yapısı incelenirse ikili etkileşimlerin birbirleriyle karıştığı, ana etkilerle karışmadığı görülebilir ve eşdeş yapısı Çizelge 2.13'te verilmiştir.

Çizelge 2.13. 2_{IV}^{6-2} Tasarımı İçin Eşdeş Yapısı

Etki	I=ABCE=BCDF=ADEF		
	Eşdeş		
A	BCE	DEF	ABCDF
B	ACE	CDF	ABDEF
C	ABE	BDF	ACDEF
D	AEF	BCF	ABCDE
E	ABC	ADF	BCDEF
F	ADE	BCD	ABCEF
AB	CE	ACDF	BDEF
AC	BE	ABDF	CDEF
AD	EF	ABCF	BCDE
AE	BC	DF	ABCDEF
AF	DE	ABCD	BCEF
BD	CF	ABEF	ACDE
BF	CD	ABDE	ACEF
ABD	ACF	BEF	CDE
ABF	ACD	BDE	CEF

2.5.3. Çözüm V Tasarımları

Ana etki veya ikili etkileşimlerin diğer ana etki ve ikili etkileşimlerle karışmadığı ancak ikili etkileşimlerin üçlü etkileşimlerle karıştığı tasarımlardır. Bazı

deney tasarımlarında tüm ana etki ve ikili etkileşimlerin diğer ana etki ve ikili etkileşimlerle karışmaması istenir. Böyle tasarımlar Çözüm-V tasarımlarıdır ve tasarımın TBA'sındaki en kısa kelime uzunluğu 5 tir. Örneğin, $I = ABCDE$, TBA'sına sahip 2^{5-1} tasarımı Çözüm-V tasarımıdır (Box ve ark, 1978).

Bir Çözüm-V tasarımında $k(k+1)/2$ ana etki ve ikili etkileşim etkisi tahmin edilebilir ve bu etken ve etkileşimler yalındır. Çözüm-V tasarımları, Çözüm-III ve Çözüm-IV tasarımlarına göre daha fazla deneysel tekrara ihtiyaç duyar. 2, 3 ya da 4 etkenin basit kesirleri için Çözüm-V tasarımı yoktur. Bazı Çözüm-V tasarımları;

Çözüm-V Tasarımları

Deneme Sayısı	Etken Sayısı
16	5
32	6
64	8
128	11

şeklinde gösterilebilir (Box ve ark, 1978).

2_v^{5-1} tasarımı Çizelge 2.14'te verilmiştir. Eşdeş yapısı incelendiğinde ana etki ve ikili etkileşimlerin yalın etkiler olduğu görülebilir. Eşdeş yapısı;

$A = BCDE, B = ACDE, C = ABDE, D = ABCE, E = ABCD,$

$AB = CDE, AC = BDE, AD = BCE, AE = BCD, BC = ADE, BD = ACE,$

$BE = ACD, CD = ABE, CE = ABD, DE = ABC$

şeklinde. Tüm ana etkiler 4'lü etkileşimlerle ve tüm ikili etkileşimler 3'lü etkileşimlerle karışır. Çözüm-V tasarımlarında 3 ve daha yüksek dereceli etkileşimlerin önemsiz olduğu varsayımı ile ana etki ve ikili etkileşimlerin tahminleri daha doğru sonuç verir.

Çizelge 2.14. E=ABCD Üreteçli 2_v^{5-1} Tasarımı

Deneme	A	B	C	D	E=ABCD
e	-	-	-	-	+
a	+	-	-	-	-
b	-	+	-	-	-
abe	+	+	-	-	+
c	-	-	+	-	-
ace	+	-	+	-	+
bce	-	+	+	-	+
abc	+	+	+	-	-
d	-	-	-	+	-
ade	+	-	-	+	+
bde	-	+	-	+	+
abd	+	+	-	+	-
cde	-	-	+	+	+
acd	+	-	+	+	-
bcd	-	+	+	+	-
abcde	+	+	+	+	+

2.6. Kesirli Çok Etkenli Tasarımlarda Bloklama

KÇE tasarımlarda bloklama ÇE tasarımlara göre daha karmaşıktır. ÇE tasarımlarda bloklama yapılırken bazı deneme etkileri, sadece blok etkileri ve bunların genelleştirilmiş etkileşimleri ile karıştığından tahmin edilemez. Bloklama yapılmamış KÇE tasarımlarda, deneme TBA'dan elde edilen eşdeğer yapısı ile hangi deneme etki ya da etkilerinin, birbirleriyle karıştığından, tahmin edilemediği görülebilir. KÇE tasarımlarda bloklama yapıldığında ise; Eş. 2.12'de verilen blok TBA ile Eş.2.16'da verilen deneme TBA çarpılması ile hangi deneme etkileri ile blok etkilerinin karıştığı bulunabilir ve Eş. 2.25'te gösterilmiştir.

$$(I, v_1, v_2, v_1v_2, v_3, \dots, v_1 \dots v_q) \otimes (I, w_1, w_2, \dots, w_{2^p-1})$$

$$G_{b \otimes t} = (v_1 I, v_2 I, \dots, v_1 v_2 \dots v_q I, v_1 W_1, v_1 W_2, \dots, v_1 W_{2^k-1}, \dots, v_1 v_2 \dots v_q W_1, \dots, v_1 v_2 \dots v_q W_{2^k-1}) \quad (2.25)$$

Toplamda $2^p \times (2^q - 1)$ etki blok etkileri ile karıştığından tahmin edilemezler.

Sun, Wu ve Chen (1997)'in katalogunda bulunan $E=ABC$ ve $F=ABD$ üreteçli ve blok değişkenleri $b_1=ACD$, $b_2=BCD$ olan 16 denemeli 2^{6-2} tasarımı 2^2 blokta düzenlensin. Eşdeş yapısı Çizelge 2.15'te verilmiştir.

Eş. 2.16'dan yararlanarak bulunan deneme TBA;

$$G_t = (I, ABCE, ABDF, BCDE) \quad (2.26)$$

dir ve $I=ABCE=ABDF=BCDE$ şeklinde de gösterilebilir. Burada $BCDE$; $ABCE$ ve $ABDF$ 'nin genelleştirilmiş etkileşiminden, $ABCE \times ABDF = A^2 B^2 CDEF \pmod{2} = BCDE$ şeklinde elde edilir.

Çizelge 2.15. $E=ABC$, $F=ABD$ Üreteçli 2^2 Blokta 2^{6-2} Tasarımının Eşdeş Yapısı

Etken	I=ABCE=ABDF=BCDE		
	Eşdeş		
A	BCE	BDF	ACDEF
B	ACE	ADF	BCDEF
C	ABE	DEF	ABCDF
D	ABF	CEF	ABCDE
E	ABC	CDF	ABDEF
F	ABD	CDE	ABCEF
AB	CE	DF	ABCDEF
AC	BE	ADEF	BCDF
AD	BF	ACEF	BCDE
AE	BC	ACDF	BDEF
AF	BD	ACDE	BCEF
CD	EF	ABCF	ABDE
CF	DE	ABCD	ABEF
ACD	AEF	BCF	BDE
ACF	ADE	BCD	BEF

Eş.2.12 kullanılarak bulunan blok TBA Eş. 2.27'de verilmiştir.

$$G_b = (I, ACD, BCD, AB) \quad (2.27)$$

Sadece blok TBA'ya bakarak b_1 'in yalnızca ACD etkisi ile karıştığı sanılabilir. Ancak Çizelge 2.15'ten, ACD etkisinin BDE, BCF, AEF ile eşdeş olduğu görülür. Eş. 2.26 ve Eş. 2.27'nin çarpılmasıyla blok etkileri ile karışacak deneme etkileri bulunabilir ve Eş. 2.28'de verilmiştir.

$$G_{b_{\otimes t}} = (ACD, BCD, AB, BDE, BCF, AEF, ADE, ACF, BFE, CE, DE, ABCDEF) \quad (2.28)$$

Denemelerin bloklara atanması Çizelge 2.6'da gösterilen 4 blokta düzenlenen 2^3 tasarımıdaki gibidir. Ancak blok etkisi sayısı ve dolayısıyla bloklarla karışan etkileşim sayısı farklıdır. Bu tasarımda blok etkisi serbestlik derecesi 3'tür. Kalan $15-3 = 12$ serbestlik derecesi blok etkisi içermez. Çizelge 2.15'te gösterildiği gibi 6 ana etki, üç ve daha yüksek dereceden etkileşimlerle karışmıştır. Bu yüzden ana etkiler yalındır. AB, CE, DF etkileşimleri blok etkileri ile karıştığından tahmin edilemez ve bu etkiler yalnız ikili etkileşim değillerdir.

2.7. En Az Sapma Ölçütü

d_1 ve d_2 herhangi iki KÇE tasarım olsun. A_i ; Eş. 2.17'de verilen W_i 'deki i uzunluğundaki kelime sayısıdır. $A_r(d_1) \neq A_r(d_2)$ 'yi sağlayan en küçük değer r 'dir. Eğer $A_r(d_1) < A_r(d_2)$ ise d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmaya sahiptir ve d_1 tasarımından daha az sapmalı tasarım yoksa, d_1 tasarımına EAS'lı tasarım denir (Fries ve Hunter, 1980).

d_1 , E=AB, F=AC ve G=BCD üreteçli ve d_2 , E=AB, F=AC ve G=BC üreteçli 2^{7-3} KÇE tasarımları en sapma ölçütüne göre karşılaştırılsın. I_1 ve I_2 sırasıyla d_1 ve d_2 tasarımlarının deneme TBA'ları olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$I_1 = ABE = ACF = BCDG = BCEF = ACDEG = ABDFG = DEFG$$

$$I_2 = ABE = ACF = BCG = BCEF = ACEG = ABFG = EFG$$

İki tasarımın deneme TBA'larından kelime uzunluğu yapıları sırasıyla $W_i(d_1)$ ve $W_i(d_2)$ olmak üzere aşağıda verilmiştir.

$$W_t(d_1) = (2, 3, 2, 0, 0)$$

$$W_t(d_2) = (4, 3, 0, 0, 0)$$

Kelime uzunluğu yapılarına göre $A_3(d_1) = 2 \neq A_3(d_2) = 4$ ve $A_3(d_1) < A_3(d_2)$ olduğundan d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmaya sahiptir.

En az sapma ölçütü bloklama yapılmış ÇE tasarımlara da uygulanabilir. $g_r(b_1) \neq g_r(b_2)$ 'yi (Bkz. Bölüm 2.3) sağlayan en küçük değer r olsun. $g_r(b_1) < g_r(b_2)$ ise d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmaya sahiptir ve d_1 tasarımından daha az sapmalı tasarım yoksa d_1 tasarımına EAS'lı tasarım denir (Sun ve ark, 1997).

d_1 , $b_1 = AB$, $b_2 = CD$, $b_3 = ACE$ ve $b_4 = ACF$ blok üreteçli ve d_2 , $b_1 = AB$, $b_2 = AC$, $b_3 = DE$ ve $b_4 = ADE$ blok üreteçli 2^4 blokta düzenlenen 2^6 ÇE tasarımları olsun. I_1 ve I_2 sırasıyla d_1 ve d_2 tasarımlarının blok TBA'ları olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} I_1 &= ABB_1 = CDb_2 = ACEb_3 = ACFb_4 = ABCDb_1b_2 = BCEb_1b_3 \\ &= BCFb_1b_4 = ADEb_2b_3 = ADFb_2b_4 = Efb_3b_4 = BDEb_1b_2b_3 \\ &= BDFb_1b_2b_4 = ABEfb_1b_3b_4 = CDEFb_2b_3b_4 = ABCDEFb_1b_2b_3b_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ABB_1 = ACb_2 = DEb_3 = ADFb_4 = BCb_1b_2 = ABDEb_1b_3 \\ &= BDFb_1b_4 = ACDEb_2b_3 = CDFb_2b_4 = AEFb_3b_4 = BCDEb_1b_2b_3 \\ &= ABCDFb_1b_2b_4 = BEfb_1b_3b_4 = CEFb_2b_3b_4 = ABCEfb_1b_2b_3b_4 \end{aligned}$$

İki tasarımın blok TBA'larından kelime uzunluğu yapıları sırasıyla $W_b(d_1)$ ve $W_b(d_2)$ olmak üzere aşağıda verilmiştir.

$$W_b(d_1) = (3, 8, 3, 0, 1)$$

$$W_b(d_2) = (4, 6, 3, 2, 0)$$

$g_2(b_1) \neq g_2(b_2)$ ve $g_2(b_1) < g_2(b_2)$ olduğundan d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmaya sahiptir.

Bloklama olmaksızın olası en yüksek çözüme sahip bir tasarım, seçilebilecek en iyi tasarımdır; ancak, aynı çözüme sahip olmasına rağmen farklı eşdeğer yapısına sahip tasarımların seçimi, EAS ölçütüne göre yapılır.

3. OPTİMAL BLOK YAPISI

Tasarımları bloklara ayırmak, optimal blok yapısının nasıl belirleneceği sorununu da beraberinde getirmiştir. Yüksek çözümlü tasarımlar daha iyi tasarımlar olmasına rağmen bloklama yapıldığında tasarımın yüksek çözümlü olması uygun olmayabilir. I=ABCDE TBA'sı ile 2_v^{5-1} tasarımı, ana etkiler blok etkileri ile karışmadan 8 blokta düzenlenemez; ancak I=ABCE TBA'sı ile $2_{v'}^{5-1}$ tasarımı, 8 blokta ana etkiler blok etkileri ile karışmayacak şekilde düzenlenebilir (Sun ve ark, 1997).

Bir tasarımın optimal blok yapısı olup olmadığını bulmak için genellikle deneme ve blok kelime uzunluğu yapıları kullanılır. Kelime uzunluğu yapısı kullanılarak tasarımları sıralamakta kullanılan en yaygın ölçüt EAS ölçütüdür.

Bloklara ayrılmış KÇE tasarımlar söz konusu olduğunda, EAS ölçütünü uygulamak için bazı yöntemler geliştirilmiştir.

3.1. Bisgaard (1994)'ın Optimal Blok Yapısı

Bisgaard (1994), deneme TBA ile blok TBA'yı birleştirerek tek bir TBA üzerinden çalışmanın daha kolay olduğunu savunmuş; tek bir TBA'dan elde edilecek tek bir kelime uzunluğu üzerinde çalışmıştır. TBA'daki blok ana etkisi veya blok etkileşimlerini içeren kelimelerin tek bir kelime gibi düşünülmesi gerektiğini öne sürmüştür.

Tek bir TBA oluşturulurken, tasarımın üretici ve blok üretici olan kelimelerle bu kelimelerin genelleştirilmiş etkileşimleri kullanılır.

Örnek 1: Sun, Wu ve Chen (1997) (SWC) katalogundan E=ABC, F=ABD, G=ACD üreteçli ve $b=BCD$ blok değişkenli 2^{7-3} KÇE tasarımı d_1 ve E=ABC, F=ABD, G=ACD üreteçli, $b=AB$ blok değişkenli 2^{7-3} KÇE tasarımı d_2 olsun.

d_1 tasarımı için Bisgaard (1994)'ın TBA'sında ABCE, ABDF, ACDG ve BCDB etkileşimleri ve bunların çarpımlarından elde edilen genelleştirilmiş etkileşimleri yer alır ve Eş. 3.1'de verilmiştir. Aynı işlemler d_2 tasarımına uygulanabilir ve d_2 tasarımının TBA'sı Eş. 3.2.'de verilmiştir. Bisgaard (1994)'a göre ABb gibi bir kelime 3 uzunluğundadır. Aynı şekilde blok değişkeni sayısı arttığında ABb_1b_2 kelimesi de 3 uzunluğunda olacaktır.

$$I_1=ABCE=ABDF=ACDG=BCDb=CDEF=BDEG=ADEb$$

$$=BCFG=ACFb=ABGb=AEFG=BEFb=CEGb=DFGb=ABCDEFGB \quad (3.1)$$

$$I_2=ABCE=ABDF=ACDG=ABb=CDEF=BDEG=CEb=BCFG$$

$$=DFb=BCDGb=AEFG=ABCDEFb=ADEGb=ACFGb=BEFGb \quad (3.2)$$

Eş. 3.1’de elde edilen d_1 tasarımının TBA’sında en kısa kelime uzunluğu 4, Eş. 3.2’de verilen d_2 tasarımının TBA’sında en kısa kelime uzunluğu 3’tür. İki tasarımın TBA’ları Bisgaard (1994)’a göre yorumlanırsa, d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmalıdır. Çünkü d_2 tasarımının TBA’sında en kısa kelime uzunluğu 3, dolayısıyla çözümü III; d_1 tasarımının ise IV’tür.

3.2. Sun, Wu ve Chen (1997) Kabul Edilebilir Blok Yapısı

SWC, deneme TBA ve blok TBA’larını kullanmış, tasarımların Bölüm 2.4.’te verilen yalın ana etki ve yalın ikili etkileşim sayılarını bularak, kabul edilebilirlik kavramı altında optimal blok yapılarını listelemişlerdir. Kabul edilebilirlik kavramını tanımlamak için; Eş. 2.14’te verilen W_b ’yi kullanmışlardır ve artık yerine, W_{SWC_b} gösterimi kullanılacaktır. Eş 2.17’de verilen W_t de W_{SWC_t} ile gösterilecektir. Bu 2 ölçütün yanında, yalın ana etki sayısı C1 ve yalın ikili etkileşim sayısı C2 olmak üzere toplam 4 ölçüt kullanmışlardır. SWC kabul edilebilirlik kavramına göre, 4 ölçütün hepsi için d_1 ’den daha iyi ya da denk bir d_2 tasarımı varsa ve 4 ölçütün en az birinde, d_2 d_1 ’den kesinlikle daha iyiyse, d_1 kabul edilemez bir tasarımdır. Aksi takdirde, kabul edilebilirdir. Örnek 1’de verilen tasarımlar SWC yöntemiyle karşılaştırılın.

Örnek 1’de verilen d_1 ve d_2 tasarımları aynı üreteçlere sahip olduğundan deneme TBA’ları aynıdır ve Eş. 3.3’deki gibidir. I=ABCE=ABDF=ACDG ve bunların 4 tane genelleştirilmiş etkileşimleri CDEF=BDEG=BCFG=AEFG’de TBA’da yer alır.

$$I=ABCE=ABDF=ACDG=CDEF=BDEG=BCFG=AEFG \quad (3.3)$$

Deneme TBA'da yer alan tüm kelimeler dört uzunluğundadır. O halde deneme kelime uzunluğu yapısı Eş. 3.4'deki gibidir.

$$W_{SWC_t} = (0,0,7,0) \quad (3.4)$$

d_1 tasarımı için $b=BCD$ 'dir. Buradan, bloklarla karışan deneme etkileri Eş. 3.3'teki her kelimenin $BCDb$ ile çarpılmasından elde edilmiştir. Bloklarla karışan deneme etkileri Eş. 3.5'de verilmiştir.

$$BCDb = ADEb = ACFb = ABGb = BEFb = CEGb = BFGb = ABCDEFGb \quad (3.5)$$

d_2 tasarımı için $b=AB$ 'dir. Bloklarla karışacak deneme etkileri;

$$ABb = CEb = DFb = BCDGb = ABCDEFb = ADEGb = ACFGb = BEFGb \quad (3.6)$$

dir. Eş. 3.5 ve Eş. 3.6'dan yararlanarak iki tasarımın blok kelime uzunluğu yapıları Eş. 3.7'de verildiği gibidir.

$$d_1 : W_{SWC_b} = (0,7,0,0,0,1)$$

$$d_2 : W_{SWC_b} = (3,0,4,0,1,0) \quad (3.7)$$

SWC'nin kabul edilebilir tasarımlar için kullandığı dört ölçütten ikisi elde edilmiştir. Bölüm 2.2'de açıklanan C1 ve C2 ölçütleri bulunurken; deneme TBA dikkate alınarak eşdeğer yapısı oluşturulduğunda, hangi deneme etkilerinin birbirleriyle eşdeğer olduğu görülebilir ve yalın etki olup olmadığına karar verilebilir. İki tasarımın deneme TBA'sı aynı olacağından eşdeğer yapıları da aynı olacaktır ve Çizelge 3.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. E=ABC, F=ABD, G=ACD Üreteçli 2^{7-3} Tasarımının Eşdeğ Yapısı

A=BCE=BDF=CDG=EFG=ABCFG=ABDEG=ACDEF	AB=CE=DF=ACFG=ADEG=BCDG=BEFG=ABCDEF
B=ACE=ADF=CFG=DEG=ABCDG=ABEFG=BCDEF	AC=BE=DG=ABFG=ADEF=BCDF=CEFG=ABCDEG
C=ABE=ADG=BFG=DEF=ABCDF=ACEFG=BCDEG	AD=BF=CG=ABEG=ACEF=BCDE=DEFG=ABCDGF
D=ABF=ACG=BEG=CEF=ABCDE=ADEFG=BCDFG	AE=BC=FG=ABDG=ACDF=BDEF=CDEG=ABCEFG
E=ABC=AFG=BDG=CDF=ABDEF=ACDEG=BCEFG	AF=BD=EG=ABCG=ACDE=BCEF=CDFG=ABDEFG
F=ABD=AEG=BCG=CDE=ABCEF=ACDFG=BCEFG	AG=CD=EF=ABCF=ABDE=BCEG=BDFG=ACDEFG
G=ACD=AEF=BCF=BDE=ABCEFG=ABDFG=CDEFG	BG=CF=DF=ABCD=ABEF=ACEG=ADFG=BCDEFG

Çizelge 3.1'e bakarak ana etkilerin 3 ve daha yüksek dereceli etkileşimlerle karıştığı ve tüm ikili etkileşimlerin eşdeğ olduğu görülebilir. Bu nedenle yalın ana etki sayısı 7 ve

yalın ikili etkileşim sayısı $C_2 = \binom{7}{2} - 42 = 0$ olarak elde edilir. SWC'nin kabul edilebilirlik

ölçütüne göre Eş. 3.7'den; d_1 tasarımı W_{SWC_b} ölçütüne göre d_2 tasarımından daha iyi; diğer ölçütler (W_{SWC_t} , C1 ve C2) için iki tasarım denktir ve d_2 tasarımı kabul edilemez tasarımdır.

3.3. Sitter, Chen ve Feder (1997) Artılmış Kelime Uzunluğu Yapısı

Sitter, Chen ve Feder (1997) (SCF), Bisgaard (1994)'in TBA'sını kullanmışlar; kelime uzunluğu yapısında yenileme yaparak TBA'da blok değişkeni içeren kelimelere 1,5 eklemeyi önermişler; bu sayede buçuklu kelime uzunluğu (fractional word length) ve buçuklu çözümü (fractional resolution) sunmuşlardır. SCF Bisgaard (1994)'in kelime uzunluklarını;

$$\#c_i + I_{[\#b_i \geq 1]}$$

şeklinde bulmuştur. Burada $\#c_i$ ve $\#b_i$; sırasıyla deneme ve blok etkileri sayısını gösterir ve $I_{[.], [.]}$ şartının doğru olup olmadığına göre 1 veya 0 değerini alan gösterge fonksiyonudur (indicator function). Çözüm tanımını uygulayarak SCF, TBA'daki kelime uzunluklarını;

$$\#c_i + 1.5I_{[\#b_i \geq 1]} \quad (3.8)$$

olarak vermiştir. Bu sayede buçuklu kelime uzunluğu yapısına ulaşılmış ve tasarımları sıralamada bu yöntem kullanılmıştır (Sitter ve ark,1997).

SCF, $I = ABCb$ gibi TBA'ya sahip bir tasarımdaki kelime uzunluğunu aşağıdaki şekilde elde etmiştir;

$\#c_i$: deneme etkeni sayısı. ABC; 3 deneme etkeni içerdiğinden, $\#c_i = 3$ 'tür.

$\#b_i$: blok etkeni sayısı. b tek bir blok etkeni olduğundan, $\#b_i = 1$ 'dir.

$I_{[\#b_i \geq 1]}$; $[\#b_i \geq 1]$ doğru ise 1, yanlış ise 0 değerini alan fonksiyondur ve $\#b_i = 1$ olduğundan $I_{[\#b_i \geq 1]} = 1$ 'dir.

$ABCb$ kelimesinin uzunluğu Eş. 3.8'den $\#c_i + 1.5 I_{[\#b_i \geq 1]} = 3+1.5.1 = 4.5$ olarak bulunur.

Buna bağlı olarak kelime uzunlukları küçükten büyüğe doğru sırasıyla $ttt \ll ttb \ll tttt \ll tttb \ll ttttt \ll ttttb \ll tttttt \ll \dots$ şeklinde verilmiştir. Burada “ \ll ” işaretinin anlamı “daha az istenen” demektir. Ek olarak t deneme etkilerini ve b blok etkilerini gösterir (Sitter ve ark, 1997).

Örneğin; ttb , ABb , $tttt$ ABCD, $tttb$ CDEb vb. olabilir. Buna göre SCF'nin kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{SCF} = (l_{3.0}, l_{3.5}, l_{4.0}, \dots, l_{n+1.5}) \quad (3.9)$$

dir. Örnek 1'de verilen tasarımlar SCF yöntemiyle karşılaştırılsın.

d_1 ve d_2 tasarımları için SCF'nin TBA'sı, Bisgaard (1994)'nki ile aynıdır. Eş. 3.1 ve Eş. 3.2'de verilen TBA'lar Eş. 3.8'deki ölçüte göre yeniden düzenlenirse, Eş. 3.10'daki kelime uzunluğu yapılarına ulaşılabilir.

$$W_{SCF}(d_1) = (0,0,7,7,0,0,0,0,1,0,0)$$

$$W_{SCF}(d_2) = (0,3,7,0,0,4,0,0,0,1,0,0) \quad (3.10)$$

Buna göre d_1 tasarımı, d_2 tasarımından daha az sapmalıdır. Çünkü d_1 tasarımında en kısa kelime uzunluğu 4 (Çözüm-IV) iken (Eş. 3.9'dan $l_{4,0} = 7$) d_2 tasarımında en kısa kelime uzunluğu 3.5 (Çözüm-III.5) (Eş. 3.9'dan $l_{3,5} = 3$) olarak hesaplanmıştır (Sitter ve ark, 1997).

3.4. Chen ve Cheng (1999)'in Tahmin Kapasitesine Göre Kelime Uzunluğu Yapısı

Chen ve Cheng (1999) (CC), kelime uzunluğu yapısını oluştururken, SCF'nin kelime uzunluğu yapısının Bölüm 2.3'te açıklanan aşamalı sıra ilkesine uymadığını ve $ttttb \ll ttttt$ sıralamasının yanlış yapıldığını savunmuşlardır. Tasarımların TBA'larını bulurken Bisgaard (1994)'ün TBA'sını kullanmışlardır. $A_{i,0}$; TBA'da bloklarla karışmamış i uzunluğunda deneme etkeni içeren kelime sayısı ve $A_{i,1}$; TBA'da bloklarla karışmış i uzunluğunda deneme etkeni içeren kelime sayısı olmak üzere; CC, SCF'nin kelime uzunluğu yapısını Eş. 3.11'de vermiştir.

$$W_{SCF} = (A_{3,0}, A_{2,1}, A_{4,0}, A_{3,1}, A_{5,0}, A_{4,1}, \dots) \quad (3.11)$$

Eş. 3.11'de verilen SCF kelime uzunluğu yapısında 5.5 uzunluğunda olan $A_{4,1}$ ($l_{4,1}$), 6 uzunluğunda olan $A_{6,0}$ ($l_{6,0}$)'dan daha az istenen durumdur. Ancak $A_{6,0}$ sıfırdan farklıysa bazı üçlü etkileşimler diğer üçlü etkileşimlerle karışır; CC'ye göre $A_{4,1}$ sıfırdan farklıysa daha az önemli olan dördü etkileşim bloklarla karışır. Bu yüzden $A_{6,0}, A_{4,1}$ 'den daha az istenen olmalıdır. Bu nedenle SCF'nin sıralaması Chen ve Cheng'e göre eksiktir.

$$W_{CC}(D) = (A_{3,0}(D), A_{2,1}(D), A_{4,0}(D), A_{5,0}(D), A_{3,1}(D), A_{6,0}(D), A_{7,0}(D), A_{4,1}(D), \dots) \quad (3.12)$$

Bu nedenle CC, en iyi blok yapısını bulmak için, Eş. 3.12'de verilen kelime uzunluğu yapısını kullanmış; kelime uzunluklarını SCF gibi buçuklu vermemiştir. CC, kelime uzunluğu yapısını tahmin kapasitesi en yüksek olacak şekilde vermişlerdir.

Tahmin kapasitesi; düşük dereceli etkileşimlerin, mümkün olduğunca az sayıda yüksek dereceli etkileşimlerle ya da blok etkileriyle karışmasıdır. Yani tahmin kapasitesine göre, tahmin edilebilen düşük dereceli etkileşim sayısı en yüksek olmalıdır (Chen ve Cheng, 1999).

Örnek 1’de verilen tasarımlar CC’nin yöntemine göre karşılaştırılsın. d_1 tasarımının TBA’sı Eş. 3.1’de ve d_2 tasarımının TBA’sı Eş. 3.2’de verilmiştir. Buna göre CC’nin kelime uzunluğu yapıları;

$$W_{CC}(d_1) = (0,0,7,0,7,0,0,0,...)$$

$$W_{CC}(d_2) = (0,3,7,0,0,0,4,0,...) \quad (3.13)$$

şeklinde bulunur. d_1 tasarımının, d_2 tasarımından daha az sapmalı olduğu söylenebilir. Çünkü d_2 tasarımında 3 tane ikili etkileşim blok etkileri ile karışırken ($A_{2,1} = 3$), d_1 tasarımında herhangi bir ikili etkileşim blok etkisi ile karışmamıştır ($A_{2,1} = 0$).

3.5. Cheng ve Wu (2002) Artırılmış Tahmin Kapasitesine Göre Kelime Uzunluğu Yapısı

Cheng ve Wu (2002) (CW), kelime uzunluğu yapısını oluştururken CC’nin yöntemi üzerinden hareket etmiş; SCF’nin ve CC’nin yöntemlerinin tahmin kapasitesi bakımından yetersiz olduğunu öne sürmüşlerdir. CW’ye göre; CC’nin, yaptığı $A_{6,0}$, $A_{4,1}$ sıralaması doğrudur; ancak aynı durum diğer kelimeler için de geçerlidir. CW’ye göre $A_{4,0}$, $A_{2,1}$ ‘den daha az istenen bir durumdur. Çünkü $A_{2,1}$ ‘de yalnızca bir ikili etkileşim bloklarla karışırken $A_{4,0}$ ‘da bu sayı daha fazladır. Aynı kıyaslama $A_{6,0}$ ile $A_{3,1}$ arasında da yapılabilir. CW’ye göre en yüksek tahmin kapasitesine sahip olan kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{CW}(D) = (A_{3,0}(D), A_{4,0}(D), A_{2,1}(D), A_{5,0}(D), A_{6,0}(D), A_{3,1}(D), \dots) \quad (3.14)$$

şeklindedir. CW'nin yöntemine göre Örnek 1'deki tasarımlar karşılaştırmak istensin. d_1 tasarımının TBA'sı Eş. 3.1'de ve d_2 tasarımının TBA'sı Eş.3.2'de verilmiştir. Eş. 3.14'teki kelime uzunluğu yapısı uygulanarak iki tasarımın CW'ye göre kelime uzunluğu yapıları;

$$\begin{aligned} W_{CW}(d_1) &= (0,7,0,0,0,7,0,0,0,0) \\ W_{CW}(d_2) &= (0,7,3,0,0,0,0,4,0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir. Buradan d_1 tasarımında $A_{2,1}=0$ iken, d_2 tasarımında $A_{2,1}=3$ olduğundan, d_1 d_2 'den daha az sapmaya sahiptir.

3.6. En Az Moment Sapma Ölçütü

Xu ve Lau (2006), tasarımları karşılaştırırken TBA kullanmak yerine en az moment sapma ölçütünü kullanmışlar, $A_{i,0}$ ve $A_{i,1}$ kelime uzunlukları yerine sırasıyla $K_{t,0}$ ve $K_{t,1}$ kuvvet momentlerini koymuşlardır.

N denemeli ve k etkenli tasarım için $X = (x_{ik})$, $N \times k$ deneme matrisi olsun. Burada her satır denemelere ve her sütun etkenlere karşılık gelir. Pozitif t tamsayısı için, kuvvet momentleri (power moments);

$$K_{t,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^N [\delta_0(x_i)]^t \quad (3.16)$$

dir. Burada x_i ; X matrisinin i. satırı, $\delta_0(x_i)$; x_i 'deki 0'ların sayısı ve $N = 2^{k-p}$ 'dir (Xu ve Lau, 2006).

Kuvvet momenti $K_{t,0}$ denemeler (satırlar) arasındaki benzerliği (similarity) ölçtüğünden, iyi bir tasarım küçük kuvvet momentine sahip olmalıdır. $K_{t,0}$ ne kadar

küçük olursa, tasarım o kadar iyi olur. Xu (2003), sırasıyla $K_{1,0}, K_{2,0}, \dots, K_{k,0}$ 'ı en küçük yapan “en az moment sapma” ölçütünü önermiştir.

Xu ve Lau (2006)'ya göre $K_{1,0}, K_{2,0}, \dots, K_{n,0}$ 'ı en küçük yapmak $A_{1,0}, A_{2,0}, \dots, A_{n,0}$ 'ı en küçük yapmak ile aynıdır. Bu nedenle en az moment sapma ile EAS aynıdır.

2^q blokta 2^{k-p} KÇE tasarımı incelensin. $N = 2^{k-p}$ olmak üzere X , $N \times k$ deneme matrisi; Y , q bağımsız blok tanımlayıcı kelimeleri gösteren matris olsun. Pozitif t tamsayısı için, kuvvet momenti;

$$K_{t,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^N [\delta_0(x_i)]^t \delta_b(y_i) \quad (3.17)$$

şeklinindedir. Burada x_i ve y_i , sırasıyla X ve Y 'nin i . satırları, $\delta_0(x_i)$; x_i 'deki 0'ların sayısı ve

$$\delta_b(y_i) = \begin{cases} n_q = (s^q - 1)/(s - 1) & y_i, 0\text{'ların vektörü ise} \\ n_q - s^{q-1} & d.d. \end{cases} \quad (3.18)$$

dir. $\delta_b(y_i)$, blok etkileri ve bunların genelleştirilmiş etkileşimlerinin yer aldığı $N \times n_q$ matrisindeki blok etkilerini gösteren sütunlardaki 0 sayısıdır (Xu ve Lau, 2006).

Xu ve Lau (2006), Eş. 3.9, Eş. 3.12 ve Eş. 3.14'te verilen kelime uzunluğu yapılarının Eş. 3.19'daki gibi yazılabileceğini ve

i) $K_{3,0}, K_{2,1}, K_{4,0}, K_{3,1}, K_{5,0}, K_{4,1}, \dots$ 'yı en küçük yapmakla sırasıyla $A_{3,0}, A_{2,1}, A_{4,0}, A_{3,1}, A_{5,0}, A_{4,1}, \dots$ 'i en küçük yapmanın;

ii) $K_{3,0}, K_{2,1}, K_{4,0}, K_{5,0}, K_{3,1}, K_{6,0}, \dots$ 'i en küçük yapmakla sırasıyla $A_{3,0}, A_{2,1}, A_{4,0}, A_{5,0}, A_{3,1}, A_{6,0}, \dots$ 'i en küçük yapmanın;

iii) $K_{3,0}, K_{4,0}, K_{2,1}, K_{5,0}, K_{6,0}, K_{3,1}, \dots$ 'i en küçük yapmakla sırasıyla $A_{3,0}, A_{4,0}, A_{2,1}, A_{5,0}, A_{6,0}, A_{3,1}, \dots$ 'i en küçük yapmanın aynı olduğunu belirtmişlerdir.

$$\hat{W}_{SCF} = (K_{3,0}, K_{2,1}, K_{4,0}, K_{3,1}, K_{5,0}, K_{4,1}, \dots),$$

$$\hat{W}_{CC} = (K_{3,0}, K_{2,1}, K_{4,0}, K_{5,0}, K_{3,1}, K_{6,0}, \dots), \quad (3.19)$$

$$\hat{W}_{CW} = (K_{3,0}, K_{4,0}, K_{2,1}, K_{5,0}, K_{6,0}, K_{3,1}, \dots),$$

Eş. 3.19'da verilen kelime uzunluğu yapıları sırasıyla W_{SCF} , W_{WC} ve W_{CC} kelime uzunluğu yapılarında yer alan kelime uzunluklarıdır.

Örnek 2: SWC (1997,p.302) katalogundan 2^{6-2} KÇE tasarımı 2^2 blokta $E=AB$, $F=ACD$ ve $b_1=BD$, $b_2=ABCD$ incelensin. Çizelge 3.2'de X tasarım matrisi ve X'den elde edilen $\delta_0(x_i)$ değerleri ve Y blok matrisi ile Y'den Eş. 3.18 kullanılarak elde edilen $\delta_b(y_i)$ değerleri verilmektedir.

Çizelge 3.2. E=AB, F=ACD Üreteçli 2^{6-2} Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

X						Y		$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
A	B	C	D	E=AB	F=ACD	$b_1 = BD$	$b_2 = ABCD$		
0	0	0	0	1	0	1	1	5	1
1	0	0	0	0	1	1	0	4	1
0	1	0	0	0	0	0	0	5	3
1	1	0	0	1	1	0	1	2	1
0	0	1	0	1	1	1	0	3	1
1	0	1	0	0	0	1	1	4	1
0	1	1	0	0	1	0	1	3	1
1	1	1	0	1	0	0	0	2	3
0	0	0	1	1	1	0	0	3	3
1	0	0	1	0	0	0	1	4	1
0	1	0	1	0	1	1	1	3	1
1	1	0	1	1	0	1	0	2	1
0	0	1	1	1	0	0	1	3	1
1	0	1	1	0	1	0	0	2	3
0	1	1	1	0	0	1	0	3	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den d_1 tasarımına ait kuvvet momentleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K_{1,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 = 16^{-1}(5 + 4 + 5 + \dots + 0) = 3$$

$$K_{2,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 = 16^{-1}(5^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + 0^2) = 10.5$$

$$K_{3,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 = 16^{-1}(5^3 + 4^3 + \dots + 0^3) = 39.75$$

$$K_{4,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 = 16^{-1}(5^4 + 4^4 + \dots + 0^4) = 160.5$$

$$K_{5,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 = 16^{-1}(5^5 + 4^5 + \dots + 0^5) = 681.75$$

$$K_{1,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5.3 + 4.1 + 5.3 + \dots + 0.1) = 4.5$$

$$K_{2,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (5^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 1 + \dots + 0^2 \cdot 1) = 15.75$$

$$K_{3,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (5^3 \cdot 3 + 4^3 \cdot 1 + \dots + 0^3 \cdot 1) = 60.75$$

$$K_{4,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (5^4 \cdot 3 + 4^4 \cdot 1 + \dots + 0^4 \cdot 1) = 252.75$$

$$K_{5,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (5^5 \cdot 3 + 4^5 \cdot 1 + \dots + 0^5 \cdot 1) = 1110.75$$

2^{6-2} KÇE tasarımı $E=AB$, $F=ACD$ üreteçleri ile 2^2 blokta ($b_1 = BD$ ve $b_2 = ABCD$) düzenlenmiş ve kuvvet momentleri elde edilmiştir. İki tasarım için en az moment sapma ölçütünün karşılaştırılması Bölüm 4'te açıklanmıştır.

4. UYGULAMA

Bölüm 3'te açıklanan ve optimal blok yapısını seçmek için kullanılan yöntemler, SWC katalogunda yer alan tasarımlara, $k=9$ 'a kadar, uygulanmış ve en iyi yöntemin hangisi olduğuna karar verebilmek için karşılaştırmalar yapılmıştır. Ancak burada, yalnızca 2^{5-1} , 2^{6-2} , 2^{7-2} ve 2^{8-3} tasarımlarına yer verilmiştir.

4.1. 2^{5-1} Tasarımlarının Karşılaştırılması

SWC (1997) katalogundan d_1 , E=ABCD üreteçli $b_1 = AB$ blok üreticine sahip ve d_2 , E=ABC üreteçli $b_1 = ABD$ blok üreticine sahip 4 blokta düzenlenen 2^{5-1} tasarımları olsun. Optimal blok yapısı seçme yöntemleri kullanılarak bu iki tasarım karşılaştırılmak istensin.

İki tasarım için üreteçlerden elde edilen deneme TBA'lar Eş. 4.1'de ve blok üreteçlerinden elde edilen blok TBA'lar Eş. 4.2'de verilmiştir.

$$I_1 = ABCDE$$

$$I_2 = ABCE \quad (4.1)$$

$$I_1 = ABb = CDEb$$

$$I_2 = ABDb = CDEb \quad (4.2)$$

d_1 ve d_2 tasarımları için Bisgaard (1994)'ın önerdiği tek bir TBA ise Eş. 4.3'te verilmiştir. Bisgaard (1994)'ın TBA'sı Eş. 4.1'de verilen deneme TBA'lar ile Eş. 4.2'de verilen blok TBA'ların birleşimi olarak düşünülebilir.

$$I_1 = ABCDE = ABb = CDEb$$

$$I_2 = ABCE = ABDb = CDEb \quad (4.3)$$

Bölüm 3.1'de verilen Bisgaard (1994) yöntemine göre iki tasarım karşılaştırılırken Eş. 4.3'te verilen TBA'lar kullanılır. Bisgaard (1994)'a göre d_1 tasarımının TBA'sı incelendiğinde ABCDE kelimesinin uzunluğu 5; ABb kelimesinin uzunluğu 3 ve CDEb kelimesinin uzunluğu 4'tür. Aynı şekilde kelime uzunlukları Eş. 4.3'te verilen

d_2 tasarımının TBA'sına uygulanırsa ABCE, ABDb ve CDEb kelimeleri 4 uzunluğundadır. Bu durumda d_1 tasarımının TBA'sındaki en kısa kelime uzunluğu 3 olduğundan tasarım Çözüm-III tasarımı; d_2 tasarımının TBA'sındaki en kısa kelime uzunluğu 4 olduğundan tasarım Çözüm-IV tasarımıdır. Bu durumda, çözümü daha yüksek olan d_2 tasarımı daha iyi bir tasarımdır.

Bölüm 3.2'de verilen SWC yöntemine göre iki tasarım karşılaştırıldığında kabul edilebilirlik ölçütü için gerekli olan W_{SWC_b} , W_{SWC_t} , C1 ve C2 ölçütlerine ihtiyaç duyulur. Eş. 2.14'te verilen W_{SWC_b} , Eş. 4.2'de verilen blok TBA'lara uygulanarak elde edilir. d_1 tasarımının blok TBA'sında (Eş. 4.2) ABb ve CDEb kelimeleri yer almaktadır; blok etkisi ile karışan AB etkileşiminin uzunluğu 2 ve CDE etkileşiminin uzunluğu 3'tür. Blok kelime uzunluğu yapısı W_{SWC_b} oluşturulmak istendiğinde blok TBA'da 2 ve 3 uzunluğunda birer kelime olduğundan blok kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{SWC_b}(d_1) = (1, 1, 0, 0) \quad (4.4)$$

dır. Aynı işlemler d_2 tasarımı için de uygulanacak olursa Eş. 4.2'de verilen blok TBA'daki kelime uzunluklarına bakılır. Blok TBA'da yer alan ABDb ve CDEb kelimelerine bakarak blok kelime uzunluğu yapısında 2 tane 3 uzunluğunda kelimenin yer alacağı görülür. Buna göre d_2 tasarımının kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{SWC_b}(d_2) = (0, 2, 0, 0) \quad (4.5)$$

dır. Eş. 2.17'de verilen W_{SWC_t} bulunurken Eş. 4.1'deki deneme TBA'ya bakılır. d_1 tasarımının TBA'sında 5 uzunluğunda bir kelime ve d_2 tasarımının deneme TBA'sında 4 uzunluğunda bir kelime olduğundan iki tasarımın deneme TBA'ları Eş. 4.6 ve Eş. 4.7'de verildiği gibidir.

$$W_{SWC_t}(d_1) = (0, 0, 1) \quad (4.6)$$

$$W_{SWC_t}(d_2) = (0, 1, 0) \quad (4.7)$$

C1 ve C2 ölçütleri bulunurken tasarımların eşdeğer yapılarına ihtiyaç vardır. Eşdeğer yapılarına bakarak ana etki ve ikili etkileşimlerin yalnız etki olup olmadığına karar verilebilir. İki tasarımın eşdeğer yapıları Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1. d_1 ve d_2 2^{5-1} Tasarımlarının Eşdeğer Yapıları

d_1 Tasarımının Eşdeğer Yapısı	d_2 Tasarımının Eşdeğer Yapısı
A=BCDE	A=BCE
B=ACDE	B=ACE
C=ABDE	C=ABE
D=ABE	D=ABCE
E=ABCD	E=ABC
AB=CDE	AB=CE
AC=BDE	AC=BE
AD=BCE	AD=BCE
AE=BCD	AE=BC
BC=ADE	BC=AE
BD=ACE	BD=ACE
BE=ACD	BE=AC
CD=ABE	CD=ABE
CE=ABD	CE=AB
DE=ABC	DE=ABC

Çizelge 4.1’den iki tasarım için de hiçbir ana etkinin diğer ana etkilerle karışmadığı görülmektedir. Her iki tasarımın blok TBA’sı incelendiğinde, Eş. 4.2’den ana etkilerin hiçbir blok etkisi ile karışmadığı da görülür. Bu nedenle iki tasarım için de yalnız ana etki sayısı $C1=5$ olur. Bölüm 2.4’te verilen yalnız ikili etkileşim sayısı bulunmak istendiğinde, Çizelge 4.1’den, d_1 tasarımındaki tüm ikili etkileşimler sadece üçlü etkileşimlerle karıştığından yalnız ikili etkileşimdir. Ancak Eş. 4.2’de verilen blok TBA’da AB etkileşiminin bloklarla karıştığı görülür. Bu nedenle yalnız ikili etkileşim sayısı $C2(d_1) = \binom{5}{2} - 1 = 9$ ’dur. Aynı şekilde d_2 tasarımının yalnız ikili etkileşim sayısı bulunurken Çizelge 4.1’den, AB=CE, AC=BE ve AE=BC olduğundan, toplamda 6 ikili etkileşim birbirleriyle karışır ve yalnız etkileşim değillerdir. Bu nedenle d_2 tasarımının yalnız ikili etkileşim sayısı $C2(d_2) = \binom{5}{2} - 6 = 4$ ’tür.

SWC'ye göre tasarımları karşılaştırmada kullanılan 4 ölçüt de elde edilmiştir. İlk ölçüt W_{SWC_b} 'ye EAS ölçütü uygulanırsa d_2 tasarımı daha iyidir. Çünkü $g_2(d_2) = 0 < g_2(d_1) = 1$ 'dir. Başka bir deyişle, d_1 tasarımında 1 tane ikili etkileşim bloklarla karışırken d_2 tasarımında hiçbir ikili etkileşim blok etkisi ile karışmaz. W_{SWC_t} ölçütüne göre iki tasarım karşılaştırıldığında d_1 tasarımı daha iyidir. Çünkü $A_{4,0}(d_1) = 0 < A_{4,0}(d_2) = 1$ 'dir. Bunun anlamı d_1 tasarımında 4 uzunluğunda tahmin edilemeyen kelime sayısı 0 iken, d_2 tasarımında 4 uzunluğunda 1 kelime tahmin edilemez. C1 ölçütü söz konusu olduğunda; yalın ana etki sayısı iki tasarım için de 5 ve yalın ikili etkileşim sayısı $C2(d_1) = 9$, $C2(d_2) = 6$ 'dır. C2 ölçütüne göre daha fazla düşük dereceli etkileşimin tahmin edilebildiği d_1 daha iyi bir tasarımdır. SWC en iyi blok yapılarını seçerken bu 4 ölçütü kullanmış ve kabul edilebilir tasarımları listemiştir. Bölüm 3.2'de verilen kabul edilebilirlik ölçütüne göre 4 ölçütün hepsi için d_1 'den daha iyi ya da denk bir d_2 tasarımı varsa ve 4 ölçütün en az birinde, d_2 d_1 'den kesinlikle daha iyiyse, d_1 kabul edilemez bir tasarımdır. Aksi halde kabul edilebilirdir. Buna göre iki tasarım da kabul edilebilir tasarımdır. Çünkü W_{SWC_b} ölçütüne göre d_2 daha iyi iken W_{SWC_t} ve C2 ölçütlerine göre d_1 daha iyidir. C1 ölçütüne göre ise iki tasarım denktir.

SCF, CC ve CW kelime uzunluğu yapılarına göre d_1 ve d_2 tasarımları karşılaştırılmak istendiğinde Eş. 4.3'te verilen Bisgaard (1994)'ın TBA'sı kullanılır.

Bölüm 3.3'te verilen SCF yöntemine göre iki tasarım karşılaştırılmak istendiğinde TBA'da yer alan kelimelerin uzunlukları Eş. 3.8'deki gibi bulunarak Eş. 3.9'da verilen kelime uzunluğu yapısı oluşturulmalıdır. d_1 tasarımının TBA'sında yer alan kelimelerin uzunluklarına Eş. 3.8 uygulandığında, ABCDE kelimesinin uzunluğu 5, *ABb* kelimesinin uzunluğu 3.5 (2+1.5) ve *CDEb* kelimesinin uzunluğu 4.5 (3+1.5) bulunur. Kelime uzunlukları elde edildikten sonra kelime uzunluğu yapısı oluşturabilir ve Eş. 4.8'de verilmiştir.

$$W_{SCF}(d_1) = (0, 1, 0, 1, 1) \quad (4.8)$$

Aynı işlemler d_2 tasarımına uygulanarak kelime uzunlukları bulunmak istendiğinde; ABCE kelimesi 4, *ABDb* kelimesi 4.5 (3+1.5) ve *CDEb* kelimesi de 4.5 (3+1.5)

uzunluğundadır. Kelime uzunlukları bulunduğundan kelime uzunluğu yapısı kolayca oluşturulabilir ve d_2 tasarımının SCF'ye göre kelime uzunluğu yapısı Eş. 4.9'da verilmiştir.

$$W_{SCF}(d_2) = (0, 0, 1, 2, 0) \quad (4.9)$$

Eş. 4.8 ve Eş. 4.9'da verilen kelime uzunluğu yapılarına göre iki tasarımın EAS ölçütüne göre karşılaştırılması mümkündür. Eş. 4.8'e göre d_1 tasarımının kelime uzunluğu yapısındaki en kısa kelime uzunluğu 3.5 ($l_{2,1} = 1$); Eş. 4.9'a göre d_2 tasarımının kelime uzunluğu yapısındaki en kısa kelime uzunluğu 4 ($l_{4,0} = 1$)'tür. $l_{2,1}(d_2) = 0 < l_{2,1}(d_1) = 1$ olduğundan d_2 tasarımı d_1 'e tercih edilir. Başka bir deyişle d_2 tasarımında tahmin edilebilen düşük dereceli etkileşim sayısı d_1 'den fazla olduğundan, SCF'ye göre d_2 tasarımı daha iyi bir tasarımdır.

Bölüm 3.4'te verilen CC yöntemine göre tasarımlar karşılaştırılsın. Karşılaştırma yapabilmek için Bölüm 3.4'te verilen kelime uzunlukları sayısı $A_{i,0}$ ve $A_{i,1}$ 'e ihtiyaç vardır. $A_{i,0}$, SCF yönteminde verilen $l_{i,0}$ ile ve $A_{i,1}$ da $l_{i,1}$ ile aynıdır. Ancak CC, SCF gibi kelime uzunluklarını buçuklu olarak vermemekte, tahmin kapasitesi en yüksek olacak şekilde vermektedir.

$A_{i,0}$; TBA'da blok etkileri ile karışmayan i uzunluğundaki kelime sayısı; $A_{i,1}$, TBA'da blok etkileri ile karışan i uzunluğundaki kelime sayısıdır. $A_{i,0}$ ve $A_{i,1}$ elde edilerek Eş. 3.12'de verilen kelime uzunluğu yapıları oluşturulabilir. d_1 tasarımı için $A_{i,0}$ 'lar bulunmak istendiğinde Eş. 4.3'te verilen TBA'dan blok etkileri ile karışmamış tek etkileşim ABCDE'dir ve 5 uzunluğundadır. Dolayısıyla $A_{3,0} = 0$, $A_{4,0} = 0$ ve $A_{5,0} = 1$ 'dir. $A_{i,1}$ 'ler bulunurken Eş. 4.3'ten blok etkileri ile karışan kelimeler AB ve CDE olduğundan; $A_{2,1} = 1$ ve $A_{3,1} = 1$ 'dir. Buradan d_1 tasarımı için CC'nin önerdiği kelime uzunluğu yapısı oluşturulabilir ve Eş. 4.10'da verilmiştir.

$$W_{CC}(d_1) = (0, 1, 0, 1, 1) \quad (4,10)$$

Aynı işlemler d_2 tasarımına uygulanarak Eş. 4.3'teki TBA'da yer alan kelimeler ABCE, ABDB ve CDEb olmak üzere $A_{3,0}=0$, $A_{4,0}=1$, $A_{5,0}=0$ ve $A_{2,1}=0$, $A_{3,1}=2$ elde edilir. Buradan kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{CC}(d_2) = (0, 0, 1, 0, 2) \quad (4.11)$$

dir. Eş. 4.10 ve Eş. 4.11'de verilen kelime uzunluğu yapılarına EAS ölçütü uygulanarak tasarımlar karşılaştırılırsa d_2 tasarımının daha iyi bir tasarım olduğu görülür ($A_{2,1}(d_2) = 0 < A_{2,1}(d_1) = 1$). Çünkü d_1 tasarımında $A_{2,1} = 1$ iken d_2 tasarımında $A_{2,1} = 0$ 'dır. d_1 tasarımında 1 tane ikili etkileşim blok etkisi ile karıştığından tahmin edilemezken; d_2 tasarımında hiçbir ikili etkileşim bloklarla karışmaz. Tahmin edilebilen düşük dereceli etkileşim sayısının daha fazla olduğu d_2 tasarımı, CC'ye göre daha iyi bir tasarımdır.

Bölüm 3.5'te verilen CW yöntemine göre d_1 ve d_2 tasarımları karşılaştırılın. Kelime uzunlukları sayısı CC yöntemi ile aynıdır. d_1 tasarımı için $A_{3,0} = 0$, $A_{4,0} = 0$, $A_{5,0} = 1$, $A_{2,1} = 1$ ve $A_{3,1} = 1$ kullanılarak Eş. 3.14'te verilen kelime uzunluğu yapısı oluşturulabilir ve Eş. 4.12'de verilmektedir.

$$W_{CW}(d_1) = (0, 0, 1, 1, 0, 1) \quad (4.12)$$

d_2 tasarımı için ise $A_{3,0} = 0$, $A_{4,0} = 1$, $A_{5,0} = 0$, $A_{2,1} = 0$ ve $A_{3,1} = 2$ 'dir. Eş. 3.14'ten d_2 tasarımının kelime uzunluğu yapısı;

$$W_{CW}(d_2) = (0, 1, 0, 0, 0, 2) \quad (4.13)$$

dir. İki tasarımın kelime uzunluğu yapılarına EAS ölçütüne uygulanarak d_1 tasarımının daha iyi bir tasarım olduğu görülür. Çünkü $A_{4,0}(d_1) = 0 < A_{4,0}(d_2) = 1$ 'dir. CW'ye göre tahmin edilebilen düşük dereceli etkileşim sayısının daha fazla olduğu d_1 tasarımı d_2 'ye tercih edilir.

Buraya kadar tasarımlar TBA kullanılarak farklı yöntemlere göre karşılaştırılmıştır. Şimdi TBA kullanmadan en az moment sapma ölçütüne göre hangi tasarımın daha iyi olduğuna karar verilsin.

d_1 ve d_2 tasarımına ait kuvvet momentleri sırasıyla Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3 yardımıyla bulunabilir. Burada A-E arası sütunlar X deneme matrisini, b Y blok matrisini, $\delta_0(x_i)$, x_i 'deki 0'ların sayısını göstermektedir. $\delta_b(y_i)$ değeri ise Eş. 3.18'den bulunmuştur.

Çizelge 4.2. E=ABCD Üreteçli ve $b_1 = AB$ Blok Üreteçli $2^{5-1}(d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

X					Y	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
A	B	C	D	E=ABCD	$b = AB$		
0	0	0	0	1	1	4	0
1	0	0	0	0	0	4	1
0	1	0	0	0	0	4	1
1	1	0	0	1	1	2	0
0	0	1	0	0	1	4	0
1	0	1	0	1	0	2	1
0	1	1	0	1	0	2	1
1	1	1	0	0	1	2	0
0	0	0	1	0	1	4	0
1	0	0	1	1	0	2	1
0	1	0	1	1	0	2	1
1	1	0	1	0	1	2	0
0	0	1	1	1	1	2	0
1	0	1	1	0	0	2	1
0	1	1	1	0	0	2	1

d_1 tasarımına ait kuvvet momentleri Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den yararlanılarak bulunmuş; sırasıyla Eş. 4.13 ve Eş. 4.14'te verilmiştir.

$$K_{1,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 = 16^{-1} (4 + 4 + \dots + 2) = \frac{40}{16} = 2.5$$

$$K_{2,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 = 16^{-1} (4.4 + 4.4 + \dots + 2.2) = \frac{120}{16} = 7.5$$

$$K_{3,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 = 16^{-1} (4.4.4 + 4.4.4 + \dots + 2.2.2) = 25 \quad (4.13)$$

$$K_{4,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 = 16^{-1} (4^4 + 4^4 + \dots + 2^4) = 90$$

$$K_{5,0} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 = 16^{-1} (4^5 + 4^5 + \dots + 2^5) = 340$$

$$K_{1,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (4 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + \dots + 2 \cdot 1) = \frac{20}{16} = 1.25$$

$$K_{2,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (4^2 \cdot 0 + 4^2 \cdot 1 + \dots + 2^2 \cdot 1) = \frac{56}{16} = 3.5$$

$$K_{3,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (4^3 \cdot 0 + 4^3 \cdot 1 + \dots + 2^3 \cdot 1) = 11 \quad (4.14)$$

$$K_{4,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (4^4 \cdot 0 + 4^4 \cdot 1 + \dots + 2^4 \cdot 1) = 38$$

$$K_{5,1} = N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 \delta_b(y_i) = 16^{-1} (4^5 \cdot 0 + 4^5 \cdot 1 + \dots + 2^5 \cdot 1) = 140$$

Çizelge 4.3. E=ABC Üreteçli ve $b_1 = ABD$ Blok Üreteçli $2^{5-1} (d_2)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

X					Y	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
A	B	C	D	E=ABC	$b = ABD$		
0	0	0	0	0	0	5	1
1	0	0	0	1	1	3	0
0	1	0	0	1	1	3	0
1	1	0	0	0	0	3	1
0	0	1	0	1	0	3	1
1	0	1	0	0	1	3	0
0	1	1	0	0	1	3	0
1	1	1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	4	0
1	0	0	1	1	0	2	1
0	1	0	1	1	0	2	1
1	1	0	1	0	1	2	0
0	0	1	1	1	1	2	0
1	0	1	1	0	0	2	1
0	1	1	1	0	0	2	1
1	1	1	1	1	1	0	0

Aynı şekilde, d_2 tasarımına ait kuvvet momentleri Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den yararlanılarak bulunmuş ve sırasıyla Eş. 4.15 ve Eş. 4.16'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
K_{1,0} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 = 16^{-1}(5+3+\dots+0) = \frac{40}{16} = 2.5 \\
K_{2,0} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 = 16^{-1}(5.5+3.3+\dots+0.0) = 7.5 \\
K_{3,0} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 = 16^{-1}(5^3+3^3+\dots+0^3) = 25 \\
K_{4,0} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 = 16^{-1}(5^4+3^4+\dots+0^4) = 91.5 \\
K_{5,0} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 = 16^{-1}(5^5+3^5+\dots+0^5) = 362.5
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
K_{1,1} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^1 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5.1+3.0+\dots+0.0) = \frac{20}{16} = 1.25 \\
K_{2,1} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^2 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5^2.1+3^2.0+\dots+0^2.0) = 3.75, \\
K_{3,1} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^3 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5^3.1+3^3.0+\dots+0^3.0) = 13.25 \\
K_{4,1} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^4 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5^4.1+3^4.0+\dots+0^4.0) = 53.25 \\
K_{5,1} &= N^{-1} \sum_{i=1}^n [\delta_0(x_i)]^5 \delta_b(y_i) = 16^{-1}(5^5.1+3^5.0+\dots+0^5.0) = 233.75
\end{aligned} \tag{4.16}$$

İki tasarım en az moment sapma ölçütüne göre karşılaştırıldığında, küçük momente sahip tasarım için daha iyi bir tasarım demek mümkündür. Eş. 4.13 ve Eş. 4.15'e bakarak d_1 tasarımının daha iyi olduğu söylenebilir; d_1 tasarımında $K_{4,0} = 90$ iken d_2 tasarımında $K_{4,0} = 91.5$ 'tir. Aynı şekilde Eş. 4.14 ve Eş. 4.16 incelendiğinde de d_1 tasarımı için $K_{2,1} = 3.5$ ve d_2 tasarımda $K_{2,1} = 3.75$ olduğundan, d_1 daha iyi bir tasarımdır.

4.2. 2^{6-2} Tasarımlarının Karşılaştırılması

SWC (1997) katalogundan d_1 , E=AB, F=ACD üreteçli ve $b_1 = BD$, $b_2 = ABCD$ blok üreteçli 2^2 blokta düzenlenen 2^{6-2} tasarımı ve d_2 , E=AB, F=ACD üreteçli ve $b_1 = AC$, $b_2 = AD$ blok üreteçli 2^2 blokta düzenlenen 2^{6-2} tasarımı olsun. İki tasarım tüm yöntemlere göre karşılaştırılmak istensin.

İki tasarımın üreteçleri aynı olduğundan deneme TBA'ları da aynı olacaktır ve Eş. 4.17'de gösterilmiştir. Blok TBA'lar ise Eş. 4.18'de verilmiştir.

$$I = ABE = ACDF = BCDEF \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= BDb_1 = ADEb_1 = ABCFb_1 = CEFb_1 \\ &= ABCDb_2 = CDEb_2 = BFb_2 = AEFb_2 \\ &= ACb_1b_2 = BCEb_1b_2 = DFb_1b_2 = ABDEFb_1b_2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ACb_1 = BCEb_1 = DFb_1 = ABDEFb_1 \\ &= ADb_2 = BDEb_2 = CFb_2 = ABCEFb_2 \\ &= CDb_1b_2 = ABCDEb_1b_2 = AFb_1b_2 = BEFb_1b_2 \end{aligned}$$

İki tasarım için Bisgaard (1994)'ın TBA'sı Eş. 4.19'da gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned} I_1 &= ABE = ACDF = BCDEF = BDb_1 = ADEb_1 = ABCFb_1 = CEFb_1 \\ &= ABCDb_2 = CDEb_2 = BFb_2 = AEFb_2 = ACb_1b_2 = BCEb_1b_2 = DFb_1b_2 = ABDEFb_1b_2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ABE = ACDF = BCDEF = ACb_1 = BCEb_1 = DFb_1 = ABDEFb_1 \\ &= ADb_2 = BDEb_2 = CFb_2 = ABCEFb_2 = CDb_1b_2 = ABCDEb_1b_2 = AFb_1b_2 = BEFb_1b_2 \end{aligned}$$

Bisgaard (1994)'a göre iki tasarım karşılaştırıldığında d_1 ve d_2 tasarımlarının TBA'sında yer alan en kısa kelime uzunlukları 3 olduğundan Çözümleri III'tür. Bisgaard (1994) aynı çözümlü iki tasarımı karşılaştırmada yetersizdir.

SWC yöntemi ile karşılaştırma yapabilmek için W_{SWC_b}, W_{SWC_t} , C1 ve C2 ölçütleri bulunsun. W_{SWC_b} , Eş. 4.18'de verilen blok TBA'dan ve W_{SWC_t} Eş. 4.17'de verilen deneme TBA'dan yararlanılarak bulunur ve iki tasarımın da deneme TBA'ları aynı olduğundan W_{SWC_t} 'leri de aynı olacaktır ve Eş. 4.20'de verilmiştir.

$$W_{SWC_t}(d) = (1,1,1,0) \quad (4.20)$$

İki tasarım için W_{SWC_b} ölçütleri Eş. 4.18'den yararlanarak bulunmuş ve Eş. 4.21'de verilmiştir.

$$W_{SWC_b}(d_1) = (4,5,2,1,0)$$

$$W_{SWC_b}(d_2) = (6,3,0,3,0) \quad (4.21)$$

Tasarımların deneme TBA'ları aynı olduğundan eşdeş yapıları da aynı olacaktır ve Çizelge 4.4'te gösterilmektedir.

Çizelge 4.4. E=AB, F=ACD Üreteçli 2^{6-2} Tasarımlarının Eşdeş Yapısı

Etki	I = ABE = ACDF = BCDEF		
	Eşdeş		
A	BE	CDF	ABCDEF
B	AE	CDEF	ABCDF
C	ADF	ABCE	BDEF
D	ACF	ABDE	BCEF
E	AB	BCDF	ACDEF
F	ACD	ABEF	BCDE
AC	DF	BCE	ABDEF
AD	CF	BDE	ABCEF
AF	CD	BEF	ABCDE
BC	ACE	DEF	ABDF
BD	ADE	CEF	ABCF
BF	AEF	CDE	ABCD
CE	ABC	BDF	ADEF
DE	ABD	BCF	ACEF
EF	ABF	BCD	ACDE

Eşdeş yapısına bakarak, iki tasarım için de ikili etkileşimlerle karışan A, B ve E ana etkilerinin yalın ana etki olmadığı görülebilir. C, D ve F ana etkileri sadece üç ve daha yüksek dereceli etkileşimlerle karıştığından yalın ana etkilerdir. Bu nedenle iki tasarım için de $C1=3$ olarak bulunur. Çizelge 4.4'ten görüldüğü gibi d_1 ve d_2 tasarımında yalın olmayan ikili etkileşimler; BE, AE, AB, AC, DF, AD, CF, AF ve CD olmak üzere 9 tanedir. Eş. 4.19'da verilen blok TBA'dan, d_1 tasarımı için, BD ve BF ikili etkileşimleri bloklarla karıştığından tahmin edilemediği görülmektedir. Dolayısıyla, d_1 tasarımında yalın olmayan ikili etkileşim sayısı 11 olacaktır. d_2 tasarımında TBA'da blok etkileri ile karışan tüm ikili etkileşimler eşdeş yapısında yer almaktadır. Bu nedenle d_2 tasarımında yalın olmayan etkileşim sayısı 9'dur. İki tasarım için yalın ikili etkileşim sayıları aşağıda gösterilmektedir.

$$C2(d_1) = \binom{6}{2} - 11 = 4$$

$$C2(d_2) = \binom{6}{2} - 9 = 6$$

SWC'nin önerdiği tüm ölçütlere göre tasarımlar karşılaştırıldığında W_{SWC_b} ölçütüne göre d_1 tasarımı, W_{SWC_t} ve C2 ölçütüne göre d_2 tasarımı daha iyidir. C1 ölçütüne göre ise iki tasarım denktir. Kabul edilebilirlik ölçütüne göre SWC'ye göre iki tasarım da kabul edilebilirdir.

SCF'ye göre tasarımlar karşılaştırıldığında Eş. 3.9'daki kelime sırası takip edilerek Eş. 4.19'da verilen TBA'ya uygulanırsa kelime uzunluğu yapıları;

$$W_{SCF}(d_1) = (1, 4, 1, 5, 1, 2, 0, 1)$$

$$W_{SCF}(d_2) = (1, 6, 1, 3, 1, 0, 0, 3) \quad (4.22)$$

elde edilir. Eş. 4.22'ye göre d_1 tasarımı, d_2 'den daha iyi bir tasarımdır. Çünkü EAS ölçütüne göre $l_{2,1}(d_1) = 4 < l_{2,1}(d_2) = 6$ 'dır. SCF'ye göre, daha fazla düşük dereceli etkileşimin tahmin edilebildiği d_1 tasarımı d_2 'ye tercih edilir.

CC'ye göre iki tasarım karşılaştırıldığında Eş. 3.12'de verilen kelime uzunluğu yapısı Eş. 4.19'da verilen TBA'lara uygulanır. Elde edilen kelime uzunluğu yapıları Eş. 4.23'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} W_{CC}(d_1) &= (1, 4, 1, 1, 5, 0, 0, 2, \dots) \\ W_{CC}(d_2) &= (1, 6, 1, 1, 3, 0, 0, 0, \dots) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Eş. 4.23'te verilen kelime uzunluğu yapılarına EAS ölçütü uygulanırsa d_1 tasarımının daha az sapmalı olduğu görülür. Çünkü d_1 tasarımında $A_{2,1} = 4$ iken, d_2 tasarımında $A_{2,1} = 6$ 'dır. CC de SCF gibi daha fazla düşük dereceli etkileşimin tahmin edilebildiği d_1 tasarımını tercih etmektedir.

CW'ye göre tasarımlar karşılaştırıldığında Eş. 3.14'te verilen kelime uzunluğu yapısı Eş. 4.19'da verilen TBA'lara uygulanarak iki tasarımın kelime uzunluğu yapıları elde edilir ve Eş. 4.24'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} W_{WC}(d_1) &= (1, 1, 4, 1, 0, 5, \dots) \\ W_{WC}(d_2) &= (1, 1, 6, 1, 0, 3, \dots) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Eş. 4.24'e göre iki tasarım CW'ye göre karşılaştırıldığında EAS ölçütüne göre d_1 tasarımı daha iyi bir tasarımdır. Çünkü $A_{2,1}(d_1) = 4 < A_{2,1}(d_2) = 6$ 'dır. CW'ye göre de d_1 tasarımı daha fazla düşük dereceli etkileşim tahmin edebilmektedir.

En az moment sapma ölçütüne göre iki tasarım karşılaştırılsın. Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6 yardımıyla sırasıyla d_1 ve d_2 tasarımlarının momentleri bulunabilir.

Çizelge 4.5. E=AB,F=ACD Üreteçli ve $b_1 = BD$, $b_2 = ABCD$ Blok Üreteçli $2^{6-2} (d_1)$

Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

X						Y		$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
A	B	C	D	E=AB	F=ACD	$b_1 = BD$	$b_2 = ABCD$		
0	0	0	0	1	0	1	1	5	1
1	0	0	0	0	1	1	0	4	1
0	1	0	0	0	0	0	0	5	3
1	1	0	0	1	1	0	1	2	1
0	0	1	0	1	1	1	0	3	1
1	0	1	0	0	0	1	1	4	1
0	1	1	0	0	1	0	1	3	1
1	1	1	0	1	0	0	0	2	3
0	0	0	1	1	1	0	0	3	3
1	0	0	1	0	0	0	1	4	1
0	1	0	1	0	1	1	1	3	1
1	1	0	1	1	0	1	0	2	1
0	0	1	1	1	0	0	1	3	1
1	0	1	1	0	1	0	0	2	3
0	1	1	1	0	0	1	0	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den d_1 tasarımına ait kuvvet momentleri;

$$K_{1,0} = 3, K_{2,0} = 10.5, K_{3,0} = 39.75, K_{4,0} = 160.5, K_{5,0} = 681.75$$

$$K_{1,1} = 4.875, K_{2,1} = 16.875, K_{3,1} = 64.125, K_{4,1} = 262.875, K_{5,1} = 1141.13$$

şeklinde elde edilir.

Çizelge 4.6. E=AB, F=ACD Üreteçli ve $b_1 = AC$, $b_2 = AD$ Blok Üreteçli Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

X						Y		$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
A	B	C	D	E=AB	F=ACD	$b_1 = AC$	$b_2 = AD$		
0	0	0	0	1	0	1	1	5	1
1	0	0	0	0	1	0	0	4	3
0	1	0	0	0	0	1	1	5	1
1	1	0	0	1	1	0	0	2	3
0	0	1	0	1	1	0	1	3	1
1	0	1	0	0	0	1	0	4	1
0	1	1	0	0	1	0	1	3	1
1	1	1	0	1	0	1	0	2	1
0	0	0	1	1	1	1	0	3	1
1	0	0	1	0	0	0	1	4	1
0	1	0	1	0	1	1	0	3	1
1	1	0	1	1	0	0	1	2	1
0	0	1	1	1	0	0	0	3	3
1	0	1	1	0	1	1	1	2	1
0	1	1	1	0	0	0	0	3	3
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den d_2 tasarımına ait kuvvet momentleri;

$$K_{1,0} = 3, K_{2,0} = 10.5, K_{3,0} = 39.75, K_{4,0} = 160.5, K_{5,0} = 681.75$$

$$K_{1,1} = 4.5, K_{2,1} = 15.25, K_{3,1} = 55.5, K_{4,1} = 214.75, K_{5,1} = 874.5$$

şeklinde elde edilir.

d_1 ve d_2 tasarımları en az moment sapma ölçütüne göre karşılaştırıldığında deneme TBA'lar aynı olduğundan $K_{i,0}$ momentleri aynıdır. $K_{i,1}$ momentlerine göre ise daha küçük momente sahip d_2 tasarımı daha iyidir.

4.3. 2^{7-2} Tasarımlarının Karşılaştırılması

SWC (1997) katalogundan, F=ABC, G=ABDE üreteçleri ile $b_1 = ACE$, $b_2 = BCDE$ blok üreteçlerine sahip d_1 ve F=ABC, G=ABD üreteçleri ile $b_1 = ABE$, $b_2 = BCDE$ blok üreteçlerine sahip d_2 4 blokta düzenlenen 2^{7-2} tasarımları olsun.

Optimal blok yapısı bulma yöntemleri kullanılarak bu iki tasarım karşılaştırılmak istensin.

d_1 ve d_2 tasarımları için deneme TBA'lar sırasıyla Eş. 4.25 ve blok TBA'lar Eş. 4.26'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} I_1 &= ABCF = ABDEG = CDEFG \\ I_2 &= ABCF = ABDG = CDFG \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= ACEb_1 = BEFb_1 = BCDGb_1 = ADFGb_1 \\ &BCDEb_2 = ADEFb_2 = ACGb_2 = BFGb_2 \\ &ABDb_1b_2 = CDFb_1b_2 = EGb_1b_2 = ABCEFGb_1b_2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ABEb_1 = CEFb_1 = DEGb_1 = ABCDEFGb_1 \\ &BCDEb_2 = ADEFb_2 = ACEGb_2 = BEFGb_2 \\ &ACDb_1b_2 = BDFb_1b_2 = BCGb_1b_2 = AFGb_1b_2 \end{aligned}$$

d_1 ve d_2 tasarımları için Bisgaard (1994)'in önerdiği tek bir TBA ise Eş. 4.27'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} I_1 &= ABCF = ABDEG = CDEFG \\ &= ACEb_1 = BEFb_1 = BCDGb_1 = ADFGb_1 \\ &= BCDEb_2 = ADEFb_2 = ACGb_2 = BFGb_2 \\ &= ABDb_1b_2 = CDFb_1b_2 = EGb_1b_2 = ABCEFGb_1b_2 \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ABCF = ABDG = CDFG \\ &= ABEb_1 = CEFb_1 = DEGb_1 = ABCDEFGb_1 \\ &= BCDEb_2 = ADEFb_2 = ACEGb_2 = BEFGb_2 \\ &= ACDb_1b_2 = BDFb_1b_2 = BCGb_1b_2 = AFGb_1b_2 \end{aligned}$$

Çizelge 4.7'de d_1 ve d_2 tasarımlarının eşdeğer yapıları, yalın ana etki ve yalın ikili etkileşim sayıları gösterilmektedir (Bkz. Bölüm 2.4).

Çizelge 4.7. d_1 ve d_2 Tasarımlarının Eşdeş Yapıları

d_1	d_2
A = BCF = BDEG = ACDEFG	A = BCF = BDG = ACDFG
B = ACF = ADEG = BCDEFG	B = ACF = ADG = BCDFG
C = ABF = DEFG = ABCDEG	C = ABF = DFG = ABCDG
D = ABEG = CEFG = ABCDF	D = ABG = CFG = ABCDF
E = ABDG = CDFG = ABCEF	E = ABCEF = ABDEG = CDEFG
F = ABC = CDEG = ABDEFG	F = ABC = CDG = ABDFG
G = ABDE = CDEF = ABCFG	G = ABD = CDF = ABCFG
AB = CF = DEG = ABCDEFG	AB = CF = DG = ABCDFG
AC = BF = ADEFG = BCDEG	AC = BF = ADFG = BCDG
AD = BEG = BCDF = ACEFG	AD = BG = ACFG = BCDF
AE = BDG = BCEF = ACDFG	AE = BCEF = BDEG = ACDEFG
AF = BC = ACDEG = BDEFG	AF = BC = ACDG = BDFG
AG = BDE = BCFG = ACDEF	AG = BD = ACDF = BCFG
BD = AEG = ACDF = BCEFG	BE = ACEF = ADEG = BCDEFG
BE = ADG = ACEF = BCDFG	CD = FG = ABCG = ABDF
BG = ADE = ACFG = BCDEF	CE = ABEF = DEFG = ABCDEG
CD = EFG = ABDF = ABCEG	CG = DF = ABCD = ABFG
CE = DFG = ABEF = ABCDG	DE = ABEG = CEFG = ABCDEF
CG = DEF = ABFG = ABCDE	EF = ABCE = CDEG = ABDEFG
DE = ABG = CFG = ABCDEF	EG = ABDE = CDEF = ABCEFG
DF = CEG = ABCD = ABEFG	ACE = BEF = ADEFG = BCDEG
DG = ABE = CEF = ABCDFG	ACG = ADF = BCD = BFG
EF = CDG = ABCE = ABDFG	ADE = BEG = ACEFG = BCDEF
FG = CDE = ABCG = ABDEF	AEF = BCE = ACDEG = BDEFG
ACD = BDF = ACFG = BCEG	AEG = BDE = ACDEF = BCEFG
ADF = BCD = ACEG = BEFG	CDE = EFG = ABCEG = ABDEF
AEF = BCE = ACDG = BDFG	CEG = DEF = ABCDE = ABEFG
AFG = BCG = ACDE = BDEF	ACDE = ACFG = BCEG = BDEF
$C_1=7 \quad C_2=\binom{7}{2}-7=14$	$C_1=7 \quad C_2=\binom{7}{2}-15=6$

Bisgaard (1994)'a göre iki tasarım karşılaştırıldığında, d_2 tasarımı d_1 'den daha iyidir. Eş. 4.3'ten görülebileceği gibi; d_1 tasarımı, TBA'sındaki en kısa kelime uzunluğu 3 (EGb_1b_2) olduğundan Çözüm-III; d_2 tasarımı, TBA'sındaki en kısa kelime uzunluğu 4 ($ABCF$, $ABEb_1$, $AFGb_1b_2$ vb.) olduğundan Çözüm-IV'tür.

SWC'ye göre tasarımlar karşılaştırılmak istendiğinde Eş. 4.25 ve Eş. 4.26'da verilen deneme TBA ve blok TBA'lar kullanılarak sırasıyla Eş. 4.28 ve Eş. 4.29'da verilen kelime uzunluğu yapıları W_{SWC_b} ve W_{SWC_t} elde edilir.

$$\begin{aligned}
W_{SWC_t}(d_1) &= (0, 1, 2, 0, 0) \\
W_{SWC_t}(d_2) &= (0, 3, 0, 0, 0)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
W_{SWC_b}(d_1) &= (1, 6, 4, 0, 1, 0) \\
W_{SWC_b}(d_2) &= (0, 7, 4, 0, 0, 1)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Eş. 4.28’de verilen W_{SWC_t} ’ye EAS ölçütü uygulanırsa d_1 tasarımı daha iyi bir tasarımıdır. Çünkü $A_{4,0}(d_1) = 1 < A_{4,0}(d_2) = 3$ ’tür. Bu nedenle d_1 , d_2 ’den daha az sapmalıdır.

Eş. 4.29’da verilen W_{SWC_b} ’ye EAS ölçütü uygulanırsa d_2 tasarımı daha iyidir. Çünkü d_1 tasarımında bir ikili etkileşim blok etkileri ile karışırken, d_2 tasarımında ikili etkileşimler blok etkileri ile karışmamıştır.

Kalan 2 ölçütten C1 incelendiğinde; Çizelge 4.7’ye bakarak iki tasarımda da tüm ana etkilerin yalın ana etki olduğu görülebilir (C1=7). Yani bu iki ölçüt için iki tasarım birbirine denktir. Son ölçüt C2 incelendiğinde, d_1 tasarımı için yalın ikili etkileşim sayısı 14; d_2 tasarımı için ise 6’dır. Tahmin edilebilen ikili etkileşim sayısı d_1 tasarımında daha fazla olduğundan, C2 ölçütüne göre, d_1 tasarımı daha iyidir.

SWC’nin tüm ölçütleri incelendiğinde; W_{SWC_t} ve C2 ölçütlerine göre d_1 , W_{SWC_b} ölçütüne göre d_2 tasarımı daha iyidir. C1 ölçütüne göre iki tasarım denktir. Kabul edilebilirlik ölçütü tanımından iki tasarım da kabul edilebilir tasarımlardır.

Eş. 4.27’den SCF yöntemine göre kelime uzunluğu yapıları bulunabilir ve Eş. 4.30’da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
W_{SCF}(d_1) &= (0, 1, 1, 6, 2, 4, 0, 0, \dots) \\
W_{SCF}(d_2) &= (0, 0, 3, 7, 0, 4, 0, 0, \dots)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Eş. 4.30'a göre d_2 tasarımı d_1 tasarımından daha iyidir. Çünkü d_1 tasarımında $A_{2,1}=1$ iken d_2 tasarımında $A_{2,1}=0$ 'dır. d_1 tasarımında 3.5 uzunluğunda bir kelime tahmin edilemediğinden, d_2 tasarımı daha iyi bir tasarımdır.

CC'nin kelime uzunluğu yapısı Eş. 4.27'de verilen TBA'lara uygulanarak;

$$\begin{aligned} W_{CC}(d_1) &= (0,1,1,2,6,0,0,4,\dots) \\ W_{CC}(d_2) &= (0,0,3,0,7,0,0,4,\dots) \end{aligned} \quad (4.31)$$

elde edilir. Eş. 4.31'e göre d_2 tasarımında $A_{2,1}=0$ ve d_1 tasarımında $A_{2,1}=1$ 'dir. CC'ye göre d_2 tasarımı daha iyi bir tasarımdır.

W_{CW} , Eş. 4.27'ye uygulanarak iki tasarım için CW'nin kelime uzunluğu yapısı bulunabilir ve Eş. 4.32'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} W_{CW}(d_1) &= (0,1,1,2,0,6,0,0,4,\dots) \\ W_{CW}(d_2) &= (0,3,0,0,0,7,0,0,4,\dots) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Eş. 4.32 yardımıyla CW'ye göre bu iki tasarım karşılaştırıldığında ise d_1 tasarımı d_2 tasarımından daha az sapmalıdır. Çünkü $A_{4,0}$, d_1 tasarımı için 1, d_2 tasarımı için 3'tür.

Tüm kelime uzunluğu yapılarına göre tasarımlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda SWC ve CW yöntemlerine göre d_1 , SCF ve CC yöntemlerine göre ise d_2 tasarımı daha az sapmalı bulunmuştur.

Çizelge 4.8 ve Çizelge 4.9'da en az moment sapma ölçütüne göre incelenen d_1 ve d_2 tasarımları verilmektedir.

Çizelge 4.8. F= ABC, G=ABDE Üreteçli ve $b_1 = ACE$, $b_2 = BCDE$ Blok Üreteçli $2^{7-2} (d_1)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

Deneme	A	B	C	D	E	F	G	b_1	b_2	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	6	1
2	1	0	0	0	0	1	0	1	1	5	1
3	0	1	0	0	0	1	0	0	0	5	3
4	1	1	0	0	0	0	1	1	0	4	1
5	0	0	1	0	0	1	1	1	0	4	1
6	1	0	1	0	0	0	0	0	0	5	3
7	0	1	1	0	0	0	0	1	1	5	1
8	1	1	1	0	0	1	1	0	1	2	1
9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	6	3
10	1	0	0	1	0	1	1	1	0	3	1
11	0	1	0	1	0	1	1	0	1	3	1
12	1	1	0	1	0	0	0	1	1	4	1
13	0	0	1	1	0	1	0	1	1	4	1
14	1	0	1	1	0	0	1	0	1	3	1
15	0	1	1	1	0	0	1	1	0	3	1
16	1	1	1	1	0	1	0	0	0	2	3
17	0	0	0	0	1	0	0	1	0	6	1
18	1	0	0	0	1	1	1	0	0	3	3
19	0	1	0	0	1	1	1	1	1	3	1
20	1	1	0	0	1	0	0	0	1	4	1
21	0	0	1	0	1	1	0	0	1	4	1
22	1	0	1	0	1	0	1	1	1	3	1
23	0	1	1	0	1	0	1	0	0	3	3
24	1	1	1	0	1	1	0	1	0	2	1
25	0	0	0	1	1	0	1	1	1	4	1
26	1	0	0	1	1	1	0	0	1	3	1
27	0	1	0	1	1	1	0	1	0	3	1
28	1	1	0	1	1	0	1	0	0	2	3
29	0	0	1	1	1	1	1	0	0	2	3
30	1	0	1	1	1	0	0	1	0	3	1
31	0	1	1	1	1	0	0	0	1	3	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Eş. 3.16 ve 3.17'den yararlanarak d_1 tasarımına ait kuvvet momentleri;

$$K_{1,0} = 3.5, K_{2,0} = 14, K_{3,0} = 61.25, K_{4,0} = 288.5, K_{5,0} = 1439.75$$

$$K_{1,1} = 5.25, K_{2,1} = 21.25, K_{3,1} = 95.25, K_{4,1} = 460.75, K_{5,1} = 2352.75$$

şeklinde elde edilir.

Çizelge 4.9. $F=ABC$, $G=ABD$ Üreteçli ve $b_1 = ABE$, $b_2 = BCDE$ Blok Üreteçli $2^{7-2} (d_2)$ Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

Deneme	A	B	C	D	E	F	G	b_1	b_2	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7	1
2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	4	1
3	0	1	0	0	0	1	1	1	0	4	1
4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	5	3
5	0	0	1	0	0	1	0	0	0	5	3
6	1	0	1	0	0	0	1	1	0	4	1
7	0	1	1	0	0	0	1	1	1	4	1
8	1	1	1	0	0	1	0	0	1	3	1
9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	5	3
10	1	0	0	1	0	1	0	1	0	4	1
11	0	1	0	1	0	1	0	1	1	4	1
12	1	1	0	1	0	0	1	0	1	3	1
13	0	0	1	1	0	1	1	0	1	3	1
14	1	0	1	1	0	0	0	1	1	4	1
15	0	1	1	1	0	0	0	1	0	4	1
16	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	3
17	0	0	0	0	1	0	0	1	0	6	1
18	1	0	0	0	1	1	1	0	0	3	3
19	0	1	0	0	1	1	1	0	1	3	1
20	1	1	0	0	1	0	0	1	1	4	1
21	0	0	1	0	1	1	0	1	1	4	1
22	1	0	1	0	1	0	1	0	1	3	1
23	0	1	1	0	1	0	1	0	0	3	3
24	1	1	1	0	1	1	0	1	0	2	1
25	0	0	0	1	1	0	1	1	1	4	1
26	1	0	0	1	1	1	0	0	1	3	1
27	0	1	0	1	1	1	0	0	0	3	3
28	1	1	0	1	1	0	1	1	0	2	1
29	0	0	1	1	1	1	1	1	0	2	1
30	1	0	1	1	1	0	0	0	0	3	3
31	0	1	1	1	1	0	0	0	1	3	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Eş. 3.16 ve Eş. 3.17'den d_2 tasarımına ait kuvvet momentleri;

$$K_{1,0} = 3.5, K_{2,0} = 14, K_{3,0} = 61.25, K_{4,0} = 291.5, K_{5,0} = 1499.75$$

$$K_{1,1} = 5.25, K_{2,1} = 21, K_{3,1} = 91.5, K_{4,1} = 429, K_{5,1} = 2146.5$$

şeklinde elde edilir.

Eş. 3.19'dan yararlanarak, kelime uzunluğu yapıları en az moment sapma ölçütüne uyarlanabilir ve SCF, CC ve CW yöntemleri için Çizelge 4.10'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Kelime Uzunluğu Yapıları

d_1	d_2
$\hat{W}_{SCF} = (61.25, 21.25, 95.25, 288.5, \dots)$	$\hat{W}_{SCF} = (61.25, 21, 91.5, 291.5, 429, \dots)$
$\hat{W}_{CC} = (61.25, 21.25, 288.5, 1439.75, \dots)$	$\hat{W}_{CC} = (61.25, 21, 291.5, 1499.75, 91.5, \dots)$
$\hat{W}_{CW} = (61.25, 288.5, 21.25, 1439.75, \dots)$	$\hat{W}_{CW} = (61.25, 291.5, 21, 1499.75, \dots)$

Çizelge 4.10'dan, SCF ve CC yöntemlerine göre $K_{2,1}(d_2) = 21 < K_{2,1}(d_1) = 21.25$ olduğundan d_2 tasarımı; CW yöntemine göre $K_{4,0}(d_1) = 288.5 < K_{4,0}(d_2) = 291.5$ olduğundan d_1 tasarımı daha iyidir. Bu sonuçlar kelime uzunluğu yapılarına en az moment sapma ölçütü uygulanmadığında da aynıdır.

4.4. 2^{8-3} Tasarımlarının Karşılaştırılması

SWC katalogundan; F=ABC, G=ABD ve H=ACDE üreteçleri ile $b_1 = ABE$ blok üreticine sahip d_1 ve aynı üreteçlere sahip ve $b_1 = AC$ blok üreticine sahip d_2 2 blokta düzenlenen 2^{8-3} tasarımları olsun. En iyi blok bulma yöntemleri kullanılarak bu iki tasarım karşılaştırılmak istensin.

d_1 ve d_2 tasarım için deneme TBA'lar aynıdır ve Eş. 4.33'de verilmiştir. Blok TBA'lar ise Eş. 4.34'de verilmiştir.

$$I = ABCF = ABDG = ACDEH = CDFG = BDEFH = BCEGH = AEF GH \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= ABEb_1 = CEFb_1 = DEGb_1 = ACGHb_1 = ADFHb_1 \\ &= BCDHb_1 = BFGHb_1 = ABCDEFGb_1 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= ACb_1 = BFb_1 = BCDGb_1 = DEHb_1 = ADFGb_1 \\ &= ABCEFHb_1 = ABEGHb_1 = CEF GHb_1 \end{aligned}$$

d_1 ve d_2 tasarımları için Bisgaard (1994)'ın TBA'sı Eş. 4.35'te verildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
 I_1 = & ABCF = ABDG = ACDEH = CDFG = BDEFH = BCEGH = AEF GH = ABEb_1 = CEFb_1 \\
 & = DEGb_1 = ACGHb_1 = ADFHb_1 = BCDHb_1 = BFGHb_1 = ABCDEFGb_1
 \end{aligned}
 \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
 I_2 = & ABCF = ABDG = ACDEH = CDFG = BDEFH = BCEGH = AEF GH = ACb_1 \\
 & = BFb_1 = BCDGb_1 = DEHb_1 = ADFGb_1 = ABCEFHb_1 = ABEGHb_1 = CEF GHb_1
 \end{aligned}$$

Tüm yöntemler için kelime uzunluğu yapıları Çizelge 4.11'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.11. d_1 ve d_2 Tasarımlarının Kelime Uzunluğu Yapıları

d_1	d_2
$W_{SWC_i} = (0, 3, 4, 0, 0, 0)$	$W_{SWC_i} = (0, 3, 4, 0, 0, 0)$
$W_{SWC_b} = (0, 3, 4, 0, 0, 1, 0)$	$W_{SWC_b} = (2, 1, 2, 2, 0, 1, 0)$
$W_{SCF} = (0, 0, 3, 3, 4, 4, 0, 0, \dots)$	$W_{SCF} = (0, 2, 3, 1, 4, 2, 0, 2, \dots)$
$W_{CC} = (0, 0, 3, 4, 3, 0, 0, 4, \dots)$	$W_{CC} = (0, 2, 3, 4, 1, 0, 0, 2, \dots)$
$W_{CW} = (0, 3, 0, 4, 0, 3, 0, 0, 4, \dots)$	$W_{CW} = (0, 3, 2, 4, 0, 1, 0, 0, 2, \dots)$

İki tasarımın deneme TBA'ları aynı olduğundan eşdeş yapıları da aynı olacaktır ve Çizelge 4.12'de verilmiştir (5 ve yüksek dereceli etkileşimler önemsiz varsayılmıştır).

Çizelge 4.12. 2^{8-3} Tasarımı İçin Eşdeğer Yapısı

ETKEN	I = ABCF = ABDG = ACDEH = CDFG = BDEFH = BCEGH = AEF GH					
	Eşdeğer Yapısı					
A	BCF	BDG	CDEH	EFGH		
B	ACF	ADG	CEGH	DEFH		
C	ABF	DFG	ADEH	BEGH		
D	ABG	CFG	ACEH	BEFH		
E	ACDH	AFGH	BCGH	BDFH		
F	ABC	CDG	AEGH	BDEH		
G	ABD	CDF	AEFH	BCEH		
H	ACDE	AEFG	BCEG	BDEF		
AB	CF	DG				
AC	BF	DEH	ADFG	BCDG		
AD	BG	CEH	ACFG	BCDF		
AE	CDH	FGH	BCEF	BDEG		
AF	BC	EGH	ACDG	BDFG		
AG	BD	EFH	ACDF	BCFG		
AH	CDE	EFG	BCFH	BDGH		
BE	CGH	DFH	ACEF	ADEG		
BH	CEG	DEF	ACFH	ADGH		
CD	FG	AEH	ABCG	ABDF		
CE	ADH	BGH	ABEF	DEFG		
CG	DF	BEH	ABCD	ABFG		
CH	ADE	BEG	ABFH	DFGH		
DE	ACH	BFH	ABEG	CEFG		
DH	ACE	BEF	ABGH	CFGH		
EF	AGH	BDH	ABCE	CDEG		
EG	AFH	BCH	ABDE	CDEF		
EH	ACD	AFG	BCG	BDF		
FH	AEG	BDE	ABCH	CDGH		
GH	AEF	BCE	ABDH	CDFH		
ABE	CEF	DEG	ACGH	ADFH	BCDH	BFGH
ABH	CFH	DGH	ACEG	ADEF	BCDE	BEFG
ACG	ADF	BCD	BFG	ABEH	CEFH	DEGH

Çizelge 4.12'den tüm ana etkilerin yalnız ana etki olduğu görülebilir. Bu nedenle iki tasarım için de yalnız ana etki sayısı $C1=8$ 'dir. Yalnız ikili etkileşim sayısı ise; $C2(d_1) = \binom{8}{2} - 15 = 13$ ve $C2(d_2) = \binom{8}{2} - 15 = 13$ 'tür. Buna göre tüm ölçütlerde d_1 tasarımı d_2 tasarımından daha iyi ya da denk olduğundan; d_2 tasarımı kabul edilemez tasarımdır.

Çizelge 4.11’de verilen kelime uzunlukları yapılarına EAS ölçütü uygulanırsa SCF, CC ve CW ölçütlerine göre de d_1 tasarımının daha iyi olduğu görülür.

En az moment sapma ölçütüne göre karşılaştırma yapabilmek için Çizelge 4.13 ve Çizelge 4.14 yardımıyla iki tasarıma ait momentler elde edilir.

Çizelge 4.13. F=ABC, G=ABD, H=ACDE Üreteçli ve $b_1 = ABE$ Blok Üreteçli 2^{8-3} (d_1) Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

A	B	C	D	E	F	G	H	$b_1 = ABE$	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	5	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1	4	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	6	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	6	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1	4	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	5	0
1	1	1	0	0	1	0	1	0	3	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	6	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1	4	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	5	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	3	1
0	0	1	1	0	1	1	1	0	3	1
1	0	1	1	0	0	0	0	1	5	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	4	0
1	1	1	1	0	1	1	0	0	2	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	7	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	3	1
0	1	0	0	1	1	1	0	0	4	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	4	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	4	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	4	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0	3	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	3	0
0	0	0	1	1	0	1	1	1	4	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0	4	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0	3	1
1	1	0	1	1	0	1	0	1	3	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1	3	0
1	0	1	1	1	0	0	1	0	3	1
0	1	1	1	1	0	0	0	0	4	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

Eş. 3.16 ve 3.17'den d_1 tasarımına ait kuvvet momentleri

$$K_{1,0} = 4, K_{2,0} = 18, K_{3,0} = 88, K_{4,0} = 463.5, K_{5,0} = 2599$$

$$K_{1,1} = 2, K_{2,1} = 9, K_{3,1} = 45.125, K_{4,1} = 246.75, K_{5,1} = 1436.38 \quad (4.36)$$

şeklinde elde edilir.

Çizelge 4.14. F=ABC, G=ABD, H=ACDE Üreteçli ve $b_1 = AC$ Blok Üreteçli 2^{8-3} (d_2) Tasarımının En Az Moment Sapma Ölçütüne Göre Gösterimi

A	B	C	D	E	F	G	H	$b_1 = AC$	$\delta_0(x_i)$	$\delta_b(y_i)$
0	0	0	0	0	0	0	1	1	7	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	5	1
0	1	0	0	0	1	1	1	1	4	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	6	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	6	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1	4	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	5	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1	3	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	6	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0	4	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	5	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	3	1
0	0	1	1	0	1	1	1	0	3	1
1	0	1	1	0	0	0	0	1	5	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	4	1
1	1	1	1	0	1	1	0	1	2	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	7	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	3	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	4	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0	4	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	4	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	4	0
0	1	1	0	1	0	1	1	0	3	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	3	0
0	0	0	1	1	0	1	1	1	4	0
1	0	0	1	1	1	0	0	0	4	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1	3	0
1	1	0	1	1	0	1	0	0	3	1
0	0	1	1	1	1	1	0	0	3	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1	3	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	4	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

Eş. 3.16 ve 3.17'den d_2 tasarımına ait kuvvet momentleri ise;

$$K_{1,0} = 4, K_{2,0} = 18, K_{3,0} = 88, K_{4,0} = 463.5, K_{5,0} = 2599$$

$$K_{1,1} = 2, K_{2,1} = 8.5, K_{3,1} = 38.375, K_{4,1} = 183.25, K_{5,1} = 918.875 \quad (4.37)$$

şeklindedir.

Eş. 4.36 ve Eş. 4.37 incelendiğinde iki tasarımın deneme TBA'ları aynı olduğundan $K_{i,0}$ momentleri de aynıdır. $K_{i,1}$ momentleri incelendiğinde $K_{2,1} = 8.5$ momentine sahip d_2 tasarımı, $K_{2,1} = 9$ momentine sahip d_1 tasarımından daha iyi bir tasarımdır.

5. SONUÇ

Bölüm 4'te 2^{5-1} , 2^{6-2} , 2^{7-2} ve 2^{8-3} tasarımları tüm yöntemlere göre karşılaştırılmıştır. Tüm yöntemler için hangi tasarımın daha iyi olduğuna karar verilmiş, farklı yöntemlerle farklı sonuçlar elde edilmiştir. Örneğin 2^{5-1} tasarımları karşılaştırıldığında (Bkz. Bölüm 4.1); Bisgaard, SCF ve CC'ye göre d_2 tasarımı; CW ve en az moment sapma ölçütüne göre d_1 tasarımı daha iyi tasarımlardır. SWC ise her iki tasarımı da kabul edilebilir tasarım olarak göstermektedir.

TBA kullanılarak tasarımları sıralayan yöntemler için hangi tasarımın daha iyi olduğuna karar verirken, kelime uzunluğu yapılarındaki kelime sıralaması önem taşımaktadır.

TBA kullanan yöntemlerden; Bisgaard (1994) sadece Bölüm 2.3'te verilen Çözüm ölçütünden yararlanır ve 2^{6-2} tasarımlarının karşılaştırılmasında görüldüğü gibi eşit çözümlü tasarımları sıralamada yetersizdir ve tasarımları sıralamada tercih edilmez.

SWC yöntemine göre karşılaştırma yapıldığında 2^{5-1} ve 2^{6-2} tasarımlarının karşılaştırılmasında verilen tasarımları kabul edilebilir tasarımlardır. Ancak tasarımların boyutu arttıkça eşdeş yapısı da daha karmaşık bir hal alır ve kabul edilebilirlik için gerekli 4 ölçütün hesaplanması zorlaşır. Örneğin 2 blokta düzenlenen 2^{8-3} tasarımları için SWC 6 tane kabul edilebilir tasarım listeler. Kabul edilebilir tasarım sayısının fazla olmasından dolayı SWC yöntemi tasarımları karşılaştırmada tercih edilmez.

SCF, Eş. 3.9'da verdiği kelime uzunluğu yapısında, $A_{2,1}$ uzunluğundaki kelimeleri, $A_{4,0}$ uzunluğundaki kelimelerden daha az istenir olarak verdiği için, 2^{5-1} ve 2^{7-2} tasarımlarında yapılan karşılaştırmada $A_{2,1} = 0$ olan d_2 tasarımlarını daha iyi tasarımlar olarak vermiştir. Ancak, $A_{2,1}$ uzunluğundaki herhangi bir kelimedede, blok etkisi ile karıştığından tahmin edilemeyen bir ikili etkileşim varken, $A_{4,0}$ uzunluğundaki bir kelimedede tahmin edilemeyen ikili etkileşim sayısı daha fazladır. SCF'ye göre daha iyi tasarım olan d_2 'de, d_1 'e göre daha az sayıda düşük dereceli etkileşim tahmin edilebildiğinden, SCF'nin sıralaması uygun değildir.

SCF gibi CC'ye göre de $A_{2,1}$ uzunluğundaki kelimeler $A_{4,0}$ 'dan daha az istenirdir (Bkz. Eş. 3.12). Bu nedenle SCF gibi CC'de d_2 tasarımını d_1 'den daha iyi bir tasarım olarak görür. CC'nin sıralamasının da uygun olmadığı düşünülmektedir.

CW'nin kelime uzunluğu yapısı tahmin kapasitesi en yüksek olacak şekilde tekrar düzenlenmiştir. Kelimelerin, uzunluklarına göre sıralaması uygundur (Bkz. Eş. 3.14). Tahmin edilebilen düşük dereceli etkileşim sayısının en yüksek olduğu kelime uzunluğu yapısını sunmuşlardır.

En az moment sapma ölçütü kelime uzunluğu yapılarına uygulandığında sonuçlar aynıdır. Bu ölçüt TBA kullanmadığından işlem kolaylığı sağlamaktadır.

Tasarımları karşılaştırırken CW'nin kelime uzunluğu yapısı kullanılabilir. Ancak yüksek boyutlu tasarımlarda TBA'yı oluşturmak oldukça güçtür. TBA kullanmaksızın tasarımları sıralamada, en az moment ölçütünü CW'nin kelime uzunluğu yapısına uygulayarak tasarımları karşılaştırmak, genel olarak doğru sonuç vermekle birlikte istisna durumlarda söz konusudur. Örneğin Bölüm 4.4'te 2^{8-3} tasarımlarının karşılaştırılmasında böyle bir durum söz konusudur. Ancak, SWC katalogunda yer alan tasarımların büyük çoğunluğuna, CW'nin kelime uzunluğu yapısı en az moment sapma ölçütü ile uygulanmış ve büyük ölçüde tasarımları karşılaştırmada uygun bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- Bisgaard, S. 1994. A note on the definition of resolution for blocked 2^{n-p} designs. *Technometrics*, 36: 308-311.
- Box, G. E. P., Hunter, W. G, Hunter, J. S. 1978. *Statistics for Experimenters*. New York: Wiley, 620p.
- Chen, H., Cheng, C. S. 1999. Theory of optimal blocking of 2^{n-m} designs. *The Annals of Statistics*, 27, 6: 1948-1973.
- Cheng, S. W., Wu, C. F. J. 2002. Choice of optimal blocking schemes in two-level and three-level designs. *Technometrics*, 44: 269–277.
- Cheng, S. W., Wu, C.F.J., Wu, H. 2003. Finding defining generators with extreme lengths. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 133: 315-321.
- Cochran, W. G., Cox, G. M. 1950. *Experimental Desings*. Wiley, New York.
- Cox, D.R., Reid N. 2000. *The Theory Of The Design Of Experiment*. Chapman&Hall/Crc, United States of America, 323p.
- Fries, A., Hunter, W. G. 1980. Minimum aberration 2^{k-p} designs. *Technometrics*, 22: 601-608.
- Hicks, C., 1973, *Deney Düzenlemede İstatistiksel Yöntemler* (Çev. Karaağaoğlu, E.;Kurt, S.; Muluk, F.Z.; Toktamış, Ö.), Akademi Matbaası, Ankara 285 s.
- Ke, W. 2007. Optimal selection of blocked two-level fractional factorial designs. *Applied Mathematical Sciences*, 1, 22: 1069-1082.
- Mee, R. W. 2009. *A Comprehensive Guide to Factorial Two-Level Experimentation*. Springer, New York, 538p.
- Montgomery. D. C. 1984. *Design and Analysis of Experiments*, Second Edition. John Wiley&Sons, New York, 538p.
- Mukerjee, R. Wu., C.F.J. 2006. *Modern Theory of Factorial Designs*. Springer, 216p.
- Sitter, R. R., Chen, J., Feder, M. 1997. Fractional resolution and minimum aberration in blocked 2^{n-p} designs. *Technometrics*, 39, 4: 382-390.

- Sun, D.X., Wu, C.F.J., Chen, Y. 1997. Optimal blocking schemes for 2^p and 2^{n-p} designs. *Technometrics*, 39: 382-390.
- Xu, H. 2003. Minimum moment aberration for nonregular designs and supersaturated designs. *Statist. Sinica*, 13: 691-708.
- Xu, H., Lau, S. 2006. Minimum aberration blocking schemes for two and three level fractional factorial designs. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 136: 4088-4188.
- Wu, C. F. J., Hamada, M., 2000, *Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*. Wiley, NewYork, 630p.

ÖZGEÇMİŞ

Erdoğan Kolay 1986 yılında İstanbul'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 2004 yılında girdiği 19 Mayıs Üniversitesi Sinop Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünden 2008 yılında mezun oldu. 2008 yılında, Sinop Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitü, İstatistik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 2009 yılında Sinop Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı ve halen aynı bölümde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.