

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİBER TAKVİYELİ TEK VE ÇİFT DOĞRULTUDA ÇALIŞAN DÖŞEME
PLAKLARININ MEKANİK DAVRANIŞLARININ KARŞILAŞTIRMALI
OLARAK İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ferruh TURAN

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

TEMMUZ 2014
SAMSUN



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**FİBER TAKVİYELİ TEK VE ÇİFT DOĞRULTUDA ÇALIŞAN DÖŞEME
PLAKLARININ MEKANİK DAVRANIŞLARININ KARŞILAŞTIRMALI
OLARAK İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Ferruh TURAN
(11210218)**

Tezin Savuma Tarihi : 20 Ağustos 2014

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Zihni ZERİN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında

***Ferruh TURAN* Tarafından Hazırlanan**

**FİBER TAKVİYELİ TEK VE ÇİFT DOĞRULTUDA ÇALIŞAN
DÖŞEME PLAKLARININ MEKANİK DAVRANIŞLARININ
KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ**

başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından 20/08/2014 tarihinde yapılan sınav ile

YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : **Doç.Dr. Zeki KARACA**
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç.Dr. Zihni ZERİN (Danışman)**
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Doç.Dr. İbrahim KELEŞ
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

..../..../2014

Prof. Dr. Hüseyin DEMİR

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

“Fiber Takviyeli Tek ve Çift Doğrultuda Çalışan Döşeme Plaklarının Mekanik Davranışlarının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi” konulu bu araştırmayı bana öneren ve konu üzerinde çalışma fırsatını veren, bilimsel düşünce, bilgi birikimi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman Hocam Sayın Doç.Dr. Zihni ZERİN başta olmak üzere, tez hakkında düşüncelerini belirtip değerli fikirlerini benden esirgemeyen değerli Hocalarım Sayın Doç.Dr. Zeki KARACA' ya ve Sayın Doç.Dr. İbrahim KELEŞ'e ve öğrenimim boyunca emeği geçen bütün hocalarıma sonsuz saygı ve şükranlarımı sunarım.

Tez çalışmam ve yüksek lisans eğitimim süresince, bilgi ve deneyimlerimizi paylaştığımız ve her daim paylaşacağımıza inandığım değerli Araştırma Görevlisi arkadaşlarım; Ayşenur USLU'ya, Emre ALPASLAN'a, M. Kerem ERTEK'e, M. Fatih BAŞOĞLU'na, Yusuf EMİROĞLU'na ve M. Fatih YILMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca, her konuda maddi ve manevi desteğini hissettiğim, tecrübeleriyle yolumu aydınlatıp bugünlere gelmemde büyük emeği olan sevgili aileme müteşekkir olduğumu belirtir, tüm aile fertlerime teşekkürlerimi arz ederim.

Değerli aileme ithaf ettiğim bu çalışmanın vatanıma, milletime ve ülke bilimine yararlı olmasını temenni ederim.

Temmuz 2014

Ferruh TURAN
İnşaat Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xxi
FİBER TAKVİYELİ TEK VE ÇİFT DOĞRULTUDA ÇALIŞAN DÖŞEME PLAKLARININ MEKANİK DAVRANIŞLARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ.....	xxv
ÖZET	xxv
COMPARATIVE INVESTIGATION ON MECHANICAL BEHAVIOURS OF FIBER REINFORCED ONE AND TWO-WAY SLABS.....	xxvii
ABSTRACT	xxvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	4
1.2 Literatür Araştırması	5
2. TABAKALI KOMPOZİT PLAKLARIN KLASİK VE BİRİNCİ MERTEBE TEORİLERİ	11
2.1 Tabakalı Kompozit Malzemelerin Tanımı	11
2.2 Tabakalı Kompozit Malzemelerin Yapısal Teorilerinin Sınıflandırılması	11
2.3 Tabakalı Plak Teorisi Hakkında Genel Bilgiler	12
2.4 Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT)	15
2.4.1 Klasik tabakalı plak teorisinde yapılan varsayımlar.....	15
2.4.2 Klasik tabakalı plak teorisinde yerdeğiştirme ve şekildeğiştirme ifadeleri	15
2.4.3 Klasik tabakalı plak teorisinde (CLPT) temel bağıntılar.....	20
2.4.4 Klasik tabakalı plak teorisinde hareket denklemleri.....	22
2.4.5 Klasik tabakalı plak teorisinde tabaka temel denklemleri	30
2.4.6 Klasik tabakalı plak teorisinde yerdeğiştirmeler cinsinden hareket denklemleri.....	32
2.5 Birinci Mertebe Tabakalı Plak Teorisi	34
2.5.1 Birinci mertebe tabakalı plak teorisinde şekildeğiştirme ve yerdeğiştirme ifadeleri	34
2.5.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde hareket denklemleri	35
2.5.3 Kayma düzeltme (etkinlik) faktörünün belirlenmesi	37
2.5.4 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde temel tabaka denklemleri.....	39
2.5.5 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde hareket denklemlerinin yerdeğiştirmeler cinsinden ifadesi.....	41
2.5.6 Seçilen tabakalar için tabaka rijitliğinin belirlenmesi	42
2.5.6.1 Tek tabakalı plaklar	45
2.5.6.2 Simetrik tabaka durumu	48

2.5.6.3 Asimetrik tabaka durumu	51
2.5.6.4 Dengelenmiş ve yarı – izotrop tabaka durumu.....	54
2.6 Tabakalı Kompozit Plakların Bir Boyutlu Analizi.....	55
2.7 Tabakalı Kirişlerin Klasik Tabakalı Plak Teorisi Kullanılarak Analizi.....	57
2.7.1 Klasik tabakalı plak teorisi kullanılarak temel denklemlerin teşkili	57
2.7.2 Klasik tabakalı plak teorisinde eğilme.....	59
2.7.2.1 Klasik tabakalı plak teorisinde eğilme probleminin genel çözümü ...	59
2.7.2.2 Klasik tabakalı plak teorisinde gerilmelerin hesabı	60
2.8 Tabakalı Kirişlerin Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi Kullanılarak Analizi.....	62
2.8.1 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak temel denklemlerin teşkili	62
2.8.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak tabakalı kirişlerin eğilme analizi	64
2.9 Klasik Tabakalı Plak Teorisi Kullanılarak Silindirik Eğilme Analizi.....	66
2.9.1 Klasik tabakalı plak teorisinde silindirik eğilme temel denklemleri	66
2.9.2 Klasik tabakalı plak teorisi kullanılarak silindirik eğilme analizi	67
2.10 Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi Kullanılarak Silindirik Eğilme Analizi.....	70
2.10.1 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde silindirik eğilme temel denklemleri	70
2.10.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak silindirik eğilme analizi	71
3. ORTOTROPİK PLAKLARIN EĞİLME ANALİZİ.....	73
3.1 CLPT’de Ortotropik Plakların Eğilme Analizi	73
3.1.1 Ankastre mesnet durumu	74
3.1.2 Diğer sınır koşulları için yaklaşım fonksiyonları	77
3.1.2.1 $x = 0$, a ’da ankastre, $y = 0$, b ’de basit mesnetli kenar	77
3.1.2.2 $x = 0$ ’da ankastre ve $x = a$ ’da boş kenar, $y = 0$, b ’de basit mesnetli kenar	78
3.1.2.3 $x = 0$, a ’da boş uç, $y = 0$, b ’de basit mesnetli kenar	78
3.1.2.4 $x = a$ ’da ankastre, $x = 0$ ve $y = 0$, b ’de basit mesnetli kenar	78
3.1.2.5 $x = a$ ’da boş kenar, $x = 0$ ve $y = 0$, b ’de basit mesnetli kenar	79
3.1.2.6 $x = 0$ ’da ankastre mesnetli, $x = 0$ ve $y = 0$, b ’de boş kenar	79
3.1.2.7 $x = 0$ ’da ankastre, $y = 0$ ’da basit mesnetli, $x = a$ ve $y = b$ ’de boş kenar	79
3.2 FSDT’de Ortotropik Plakların Eğilme Analizi	80
3.2.1 Ankastre mesnet durumu	81
4. BULGULAR	85
4.1 Materyal ve Yöntem.....	86
4.2 Analitik Çözümler	87
4.2.1 Giriş	87
4.2.2 Sayısal örnekler	91
4.2.2.1 Problem 1	91
4.2.2.2 Problem 2	125
4.2.2.3 Problem 3	153
4.2.2.3 Problem 4	181
4.2.2.3 Problem 5	219
4.2.2.4 Problem 6	250
4.2.2.5 Problem 7	279

4.2.2.6 Problem 8	307
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	345
5.1 Sonuçlar.....	345
5.2 Öneriler	346
KAYNAKLAR	349
EKLER.....	353
ÖZGEÇMİŞ.....	359

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1. Tabakalanma düzenlerine göre eğilme rijitliklerinin değişimi (MPa)...	94
Çizelge 4.2. Problem 1'e ait çökme değerleri (mm).....	97
Çizelge 4.3. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	97
Çizelge 4.4. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	102
Çizelge 4.5. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	108
Çizelge 4.6. Problem 2'e ait çökme değerleri (mm).....	126
Çizelge 4.7. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	126
Çizelge 4.8. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	131
Çizelge 4.9. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	136
Çizelge 4.10. Problem 3'e ait çökme değerleri (mm).....	154
Çizelge 4.11. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	154
Çizelge 4.12. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	159
Çizelge 4.13. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	164
Çizelge 4.14. Problem 4'e ait çökme değerleri (mm).....	182
Çizelge 4.15. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	182
Çizelge 4.16. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	187
Çizelge 4.17. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	193
Çizelge 4.18. Tabakalanma düzenlerine göre eğilme rijitliklerinin değişimi (MPa).....	220
Çizelge 4.19. Problem 5'e ait çökme değerleri (mm).....	223
Çizelge 4.20. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	223
Çizelge 4.21. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	228
Çizelge 4.22. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	233
Çizelge 4.23. Problem 6'a ait çökme değerleri (mm).....	251
Çizelge 4.24. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	251
Çizelge 4.25. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	256
Çizelge 4.26. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	262
Çizelge 4.27. Problem 7'e ait çökme değerleri (mm).....	279
Çizelge 4.28. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	280
Çizelge 4.29. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	284
Çizelge 4.30. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	290
Çizelge 4.31. Problem 8'e ait çökme değerleri (mm).....	307
Çizelge 4.32. Durum 1'e ait analiz sonuçları.....	308
Çizelge 4.33. Durum 2'e ait analiz sonuçları.....	313
Çizelge 4.34. Durum 3'e ait analiz sonuçları.....	318

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1. Tabakalı plaklar için kullanılan koordinat eksenleri ve tabakaların gösterimi.....	16
Şekil 2.2. Plağın bir kenarının deformasyona uğramış ve uğramamış halinin gösterimi (Kirchhoff yaklaşımı).....	17
Şekil 2.3. Tabaka kalınlığı boyunca şekildeğiştirme ve gerilme değişimleri	20
(a) Düzlem içi şekildeğiştirmenin tipik değişimi	20
(b) Şekildeğiştirmelere uygun gerilme değişimi	20
Şekil 2.4. Eğrisel sınırlı tabakalı plağın gösterimi	24
Şekil 2.5. Plakta kuvvet ve moment bileşenleri	25
Şekil 2.6. (FSDT) kabulleri altında plak kenarının deformasyona uğramış ve uğramamış geometrisi	34
Şekil 2.7. Genel bir tabakalı malzemenin tabaka dizilimi	43
Şekil 2.8. 0^0 ve 90^0 ile oluşmuş çapraz katlı tabakalı malzeme.....	44
Şekil 2.9. Simetrik tabakalı malzeme	44
Şekil 2.10. Çapraz tabakalı simetrik bir tabakalı malzeme.....	48
Şekil 2.11. Simetrik açılı tabakalı malzeme.....	51
Şekil 2.12. Asimetrik tabakalı bir malzeme.....	52
Şekil 2.13. Asimetrik çapraz katlı tabakalı malzeme.....	53
Şekil 2.14. Tabakalı bir kirişin gösterimi.....	56
Şekil 2.15. Silindirik eğilmeye maruz bir şerit elemanın gösterimi	56
Şekil 4.1. Durum 1'e ait betonarme döşeme plağı.....	92
Şekil 4.2. Durum 1'e ait enkesit.....	92
Şekil 4.3. Durum 2'ye ait takviye edilmiş betonarme plak.....	92
Şekil 4.4. Durum 2'ye ait tabakalanma düzenleri.....	93
Şekil 4.5. Durum 3'e ait takviye edilmiş betonarme plak.....	93
Şekil 4.6. Durum 3'e ait tabakalanma düzenleri.....	94
Şekil 4.7. Eğilme rijitliklerinin tabakalanma düzenlerine göre değişimi (Problem 1)	97
Şekil 4.8. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 1)..	98
Şekil 4.10. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1).....	99
Şekil 4.11. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1).....	100
Şekil 4.12. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1).....	100
Şekil 4.13. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1).....	101
Şekil 4.14. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 2).....	104
Şekil 4.15. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 2).....	105

Şekil 4.16. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	105
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2).....	105
Şekil 4.17. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	106
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2).....	106
Şekil 4.18. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	106
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2).....	106
Şekil 4.19. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	107
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2).....	107
Şekil 4.21. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 3).....	116
Şekil 4.22. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	118
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3).....	118
Şekil 4.23. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	120
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3).....	120
Şekil 4.24. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	122
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3).....	122
Şekil 4.25. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	124
kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3).....	124
Şekil 4.26. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 1).....	127
Şekil 4.27. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 1).....	127
Şekil 4.28. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	128
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1).....	128
Şekil 4.29. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	128
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1).....	128
Şekil 4.30. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	129
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1).....	129
Şekil 4.31. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	129
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1).....	129
Şekil 4.32. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 2).....	133
Şekil 4.34. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	134
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2).....	134
Şekil 4.35. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	134
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2).....	134
Şekil 4.36. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	135
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2).....	135
Şekil 4.37. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	135
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2).....	135
Şekil 4.38. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 3).....	142
Şekil 4.39. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 3).....	144
Şekil 4.40. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	146
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3).....	146
Şekil 4.41. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	148
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3).....	148
Şekil 4.42. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	150
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3).....	150

Şekil 4.43. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	152
kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3).....	152
Şekil 4.44. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 1).....	155
Şekil 4.45. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 1).....	155
Şekil 4.46. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	156
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1).....	156
Şekil 4.47. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	156
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1).....	156
Şekil 4.48. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	157
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1).....	157
Şekil 4.49. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	157
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1).....	157
Şekil 4.50. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 2).....	161
Şekil 4.51. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 2).....	161
Şekil 4.52. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	162
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2).....	162
Şekil 4.53. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	162
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2).....	162
Şekil 4.54. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	163
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2).....	163
Şekil 4.55. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	163
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2).....	163
Şekil 4.56. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 3).....	170
Şekil 4.57. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P3, Durum 3).....	172
Şekil 4.58. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	174
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3).....	174
Şekil 4.59. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	176
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3).....	176
Şekil 4.60. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	178
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3).....	178
Şekil 4.61. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	180
kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3).....	180
Şekil 4.62. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P4, Durum 1).....	183
Şekil 4.63. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
(P4, Durum 1).....	184
Şekil 4.64. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	184
kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1).....	184
Şekil 4.65. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka.....	185
kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1).....	185
Şekil 4.66. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	185
kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1).....	185
Şekil 4.67. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	186
kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1).....	186

Şekil 4.68. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 2).....	189
Şekil 4.69. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 2).....	190
Şekil 4.70. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2).....	190
Şekil 4.71. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2).....	191
Şekil 4.72. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2).....	191
Şekil 4.73. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2).....	192
Şekil 4.74. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 3).....	199
Şekil 4.75. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 3).....	201
Şekil 4.76. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3).....	203
Şekil 4.77. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3).....	205
Şekil 4.78. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3).....	207
Şekil 4.79. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3).....	209
Şekil 4.80. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	210
Şekil 4.81. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	211
Şekil 4.82. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenli doğrultusunda..... meydana gelen şekildeğişirmeler	211
Şekil 4.83. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenli doğrultusunda..... meydana gelen şekildeğişirmeler	212
Şekil 4.84. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenli doğrultusunda..... meydana gelen gerilmeler (MPa)	212
Şekil 4.85. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenli doğrultusunda..... meydana gelen gerilmeler (MPa)	213
Şekil 4.86. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak kısa kenar..... doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	213
Şekil 4.87. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak uzun kenar	214
Şekil 4.88. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenli doğrultusunda..... meydana gelen şekildeğişirmeler	214
Şekil 4.89. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenli doğrultusunda..... meydana gelen şekildeğişirmeler	215
Şekil 4.90. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenli doğrultusunda..... meydana gelen gerilmeler (MPa)	215
Şekil 4.91. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenli doğrultusunda..... meydana gelen gerilmeler (MPa)	216
Şekil 4.92. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak kısa kenar	216
doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	216

Şekil 4.93. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak uzun kenar	217
doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	217
Şekil 4.94. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x ekseni doğrultusunda ..	217
meydana gelen şekildeğiştirmeler	217
Şekil 4.95. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y ekseni doğrultusunda ..	218
meydana gelen şekildeğiştirmeler	218
Şekil 4.96. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x ekseni doğrultusunda ..	218
meydana gelen gerilmeler (MPa)	218
Şekil 4.97. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y ekseni doğrultusunda ..	219
meydana gelen gerilmeler (MPa)	219
Şekil 4.98. Eğilme rijitliklerinin tabakalanma düzenine göre değişimi (Problem 5).....	222
Şekil 4.99. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 1).....	224
Şekil 4.100. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 1).....	224
Şekil 4.101. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1).....	225
Şekil 4.102. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1).....	225
Şekil 4.103. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1).....	226
Şekil 4.104. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1).....	226
Şekil 4.105. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 2).....	230
Şekil 4.106. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 2).....	230
Şekil 4.107. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2).....	231
Şekil 4.108. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2).....	231
Şekil 4.109. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2).....	232
Şekil 4.110. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2).....	232
Şekil 4.111. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 3).....	239
Şekil 4.112. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 3).....	241
Şekil 4.113. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3).....	243
Şekil 4.114. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3).....	245
Şekil 4.115. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3).....	247
Şekil 4.116. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3).....	249
Şekil 4.117. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 1).....	252

Şekil 4.118. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 1).....	253
Şekil 4.119. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1).....	253
Şekil 4.120. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1).....	254
Şekil 4.121. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1).....	254
Şekil 4.122. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1).....	255
Şekil 4.123. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 2).....	258
Şekil 4.124. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 2).....	259
Şekil 4.125. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2).....	259
Şekil 4.126. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2).....	260
Şekil 4.127. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2).....	260
Şekil 4.128. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2).....	261
Şekil 4.129. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 3).....	268
Şekil 4.130. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 3).....	270
Şekil 4.131. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3).....	272
Şekil 4.132. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3).....	274
Şekil 4.133. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3).....	276
Şekil 4.134. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3).....	278
Şekil 4.136. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 1).....	281
Şekil 4.137. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1).....	281
Şekil 4.138. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1).....	282
Şekil 4.139. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1).....	282
Şekil 4.140. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka..... kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1).....	283
Şekil 4.141. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 2).....	286
Şekil 4.142. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 2).....	287
Şekil 4.143. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka... kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2).....	287

Şekil 4.144.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 288	
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2).....	288
Şekil 4.145.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	288
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2).....	288
Şekil 4.146.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	289
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2).....	289
Şekil 4.147.	Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P7, Durum 3).....	296
Şekil 4.148.	Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P7, Durum 3).....	298
Şekil 4.149.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 300	
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3).....	300
Şekil 4.150.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 302	
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3).....	302
Şekil 4.151.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	304
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3).....	304
Şekil 4.152.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	306
	kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3).....	306
Şekil 4.153.	Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 1).....	309
Şekil 4.154.	Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 1).....	309
Şekil 4.155.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 310	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1).....	310
Şekil 4.156.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 310	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1).....	310
Şekil 4.157.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	311
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1).....	311
Şekil 4.158.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	311
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1).....	311
Şekil 4.159.	Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 2).....	315
Şekil 4.160.	Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 2).....	315
Şekil 4.161.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 316	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2).....	316
Şekil 4.162.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 316	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2).....	316
Şekil 4.163.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	317
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2).....	317
Şekil 4.164.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka.....	317
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2).....	317
Şekil 4.165.	Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 3).....	324
Şekil 4.166.	Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler	
	(P8, Durum 3).....	326
Şekil 4.167.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 328	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3).....	328
Şekil 4.168.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin tabaka... 330	
	kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3).....	330

Şekil 4.169.	x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)	332
Şekil 4.170.	y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)	334
Şekil 4.171.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	335
Şekil 4.172.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	336
Şekil 4.173.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	336
Şekil 4.174.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	337
Şekil 4.175.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	337
Şekil 4.176.	Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	338
Şekil 4.177.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	338
Şekil 4.178.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	339
Şekil 4.179.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	339
Şekil 4.180.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	340
Şekil 4.181.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	340
Şekil 4.182.	Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	341
Şekil 4.183.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	341
Şekil 4.184.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)	342
Şekil 4.185.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	342
Şekil 4.186.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler	343
Şekil 4.187.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	343
Şekil 4.188.	Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksen doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)	344

SİMGELER VE KISALTMALAR

A_{ij}	: Uzama rijitliği terimleri
A_{ij}	: Uzama rijitliği matrisindeki terimlerin tersi
a_i, b_i, c_i	: İntegral sabitleri
B_{ij}	: Eğilmeli uzama rijitlik terimleri
c_1, c_2, c_3, c_4	: İntegral sabitleri
$C_{ij}(i,j=1,2,\dots,6)$: Malzeme rijitlik matrisi terimleri
$\bar{C}_{ij}(i,j=1,2,\dots,6)$: Problem koordinat sistemine dönüştürülmüş rijitlik terimleri
c_0	: Nem konsantrasyonu
D_{ij}	: Eğilme rijitliği terimleri
D_{ij}	: Eğilme rijitliği matrisindeki terimlerin tersi
e_{ij}	: Dönüştürülmüş piezo elektrik modülü
$\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$: (x, y, z) koordinatlarına ait birim vektörler
E_1	: Boyuna doğrultudaki elastisite modülü
E_2	: Enine doğrultudaki elastisite modülü
E_3	: xy düzlemine dik doğrultudaki elastisite modülü
e_{ik}	: Piezoelektrik modülü
$f^{(k)}(z)$: Non-homojenlik fonksiyonu
$G^{(k)}, F^{(k)}, H^{(k)}$: İntegrasyon sabitleri
G_{12}	: 12 düzlemindeki kayma modülü
G_{13}	: 13 düzlemindeki kayma modülü
G_{23}	: 23 düzlemindeki kayma modülü
h	: Plak kalınlığı
I_0, I_1, I_2	: Atalet momentleri
K	: Kayma düzeltme (etkinlik) faktörü
(M_{nn}, M_{ns})	: Sınır momentleri
M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}	: Moment bileşenleri
N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}	: Düzlem içi kuvvet bileşenleri
(N_{nn}, N_{ns})	: Sınır kuvvetleri
$\{N^P\}, \{M^P\}$: Piezoelektrik bileşkeleri
$\{N^T\}, \{M^T\}$: Kuvvet ve kuvvet çifti bileşkeleri
\bar{Q}_{ij}^k	: Dönüştürülmüş k. tabaka elastik katsayıları
Q_n	: Kesme kuvvetleri
Q_x, Q_y	: Enine kuvvet bileşkeleri
Q_x^P, Q_y^P	: Piezoelektrik kuvvetler
q_b	: Tabakalı malzemenin en alt katmanındaki yayılı yük
q_t	: Tabakalı malzemenin en üst katmanındaki yayılı yük
q_0	: Üiform yayılı yük
t	: Zaman
\dot{u}_0	: u_0 'ın zamana göre türevi
u_0, v_0, w_0	: x, y, z doğrultularındaki yerdeğiştirmeler

$(\mathbf{u}_{0n}, \mathbf{u}_{0s})$: Sınır yerdeğiştirmeler
w	: Plak orta noktasındaki enine çökme
w_0^b	: Eğilmeden kaynaklanan çökme
w_0^s	: Kaymadan kaynaklanan çökme
(x, y, z)	: Problem koordinatları
(x_1, x_2, x_3)	: Malzeme koordinatları
(x, y)	: Düzlem içi koordinatlar
z	: Tabaka kalınlık koordinatı
Γ	: Normali dışa doğru eğrisel yüzey
ΔT	: Sıcaklık değişimi
ϕ_n	: Normal dönme
ϕ_s	: Teğetsel dönme
ϕ_x	: y eksenini etrafında dönme
ϕ_y	: x eksenini etrafında dönme
Ω_0	: Deformasyona uğramış plak orta düzlemi (Referans düzlemi)
α_m	: Higroskopik etki altında genleşme katsayısı
α_T	: Termal etki altında genleşme katsayısı
$(\gamma_{xz}, \gamma_{yz})$: Kayma şekildeğiştirmeleri
δU	: Virtüel şekildeğiştirme enerjisi
δV	: Dış kuvvetlerin yaptığı iş
δK	: Virtüel kinetik enerji
$(\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \gamma_{xy})$: şekildeğiştirme bileşenleri
$\epsilon_{xx}^{(0)}, \epsilon_{yy}^{(0)}, \gamma_{xy}^{(0)}$: Düzlem içi şekildeğiştirmeler
$\epsilon_{xx}^{(1)}, \epsilon_{yy}^{(1)}, \gamma_{xy}^{(1)}$: Eğilme şekildeğiştirmeleri
$\epsilon_{ij} (i, j=1, 2, \dots, 6)$: şekildeğiştirme bileşenleri
ϵ_k	: Elektrik alan vektörü
θ	: Eksenler arasındaki pozitif yönlü açısı
ν_{12}	: Poisson oranı
ρ_0	: Plak malzemesinin yoğunluğu
$\sigma_{ij} (i, j=1, 2, \dots, 6)$: Gerilme bileşenleri
$\hat{\sigma}_{nn}, \hat{\sigma}_{ns}, \hat{\sigma}_{nz}$: Sınır gerilmeler
τ	: Kayma gerilmesi
φ_i	: Yerdeğiştirme veya gerilmenin i. bileşeni
φ_i^j	: Hesaplanacak fonksiyonlar
Ψ	: Skaler elektrik potansiyel fonksiyonu
ϵ_{ij}	: k. tabakadaki dielektrik sabitler
μ	: Non-homojenlik katsayısı
CPT	: Classical Plate Theory, Klasik plak teorisi
CLPT	: Classical Laminated Plate Theory, Klasik tabakalı plak teorisi
ESL	: Eşdeğer tekil tabakalı plak teorisi
FSDT	: First Order Shear Deformation Theory, Birinci mertebeli kayma deformasyon teorisi
FRP	: Fiber Reinforced Polymer, Lif takviyeli polimer
3D	: 3 boyutlu elastisite teorisi
P1	: Problem 1
P2	: Problem 2

P3	: Problem 3
P4	: Problem 4
P5	: Problem 5
P6	: Problem 6
P7	: Problem 7
P8	: Problem 8

FİBER TAKVİYELİ TEK VE ÇİFT DOĞRULTUDA ÇALIŞAN DÖŞEME PLAKLARININ MEKANİK DAVRANIŞLARININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

ÖZET

Tek ve çift doğrultuda çalışan döşeme plaklarında meydana gelen olumsuz etkileri minimuma indirmek için takviye elemanı olarak FRP (Lif Takviyeli Polimer) teknolojisinin kullanımı son yıllarda hızla artmıştır. Buna bağlı olarak, güçlendirilmek istenen beton veya betonarme elemanın FRP ile nasıl bir uyum içinde olduğu ve hangi durumlarda daha etkili bir dayanım gösterdiği devamlı araştırılması gereken bir alandır.

Bu nedenle, bu çalışmada da farklı sınır koşulları altındaki tek ve çift doğrultuda çalışan döşeme plaklarının FRP ile güçlendirilmesi Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT) ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) yardımı ile irdelenmiştir. Bu teoriler için Kirchhoff hipotezlerinin geçerli olduğu varsayılmıştır.

Bu çalışmada önce, farklı sınır şartlarına sahip tek doğrultuda çalışan döşeme plağının, plak orta noktasındaki çökmeleri, şekildeğiştirmeleri ve gerilmeleri bulunarak çizelge ve grafikler yardımıyla sunulmuştur. Daha sonra, FRP'nin döşeme plağına farklı açılarda ve tabaka tabaka uygulanmasının, plağın rijitlik, gerilme, şekildeğiştirme gibi mekanik özelliklerini ve çökme gibi yapısal deformasyonlarını nasıl etkilediği incelenmiştir. Aynı işlemler çift doğrultuda çalışan döşeme plakları için de yapılmış, sonuçlar çizelge ve grafikler yardımıyla sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT), Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT), Tabakalı Kompozit Plaklar, FRP.

COMPARATIVE INVESTIGATION ON MECHANICAL BEHAVIOURS OF FIBER REINFORCED ONE AND TWO-WAY SLABS

ABSTRACT

In order to minimize adverse effects which occurs in one and two way slab plates application of FRP (Fiber Reinforced Polymer) technology as a brace element has increased rapidly in recent years. Therefore concrete or reinforced concrete elements which would like to be strengthened by FRP is a field which are needed to research continuously that what kind of agreement they have and in which cases it would perform more efficient resistance.

Hence, in this study strengthening of one and two way slab plates by FRP was examined through the instrument of Classical Laminated Plate Theory (CLPT) and First Order Shear Deformation Theory (FSDT) under various boundary conditions. It was assumed that Kirchhoff hypotheses are valid for these theories.

At first, deflections, strains and stresses of one way slab plate which has various boundary conditions at the center of plate span were calculated and presented by table and charts. Next, how mechanical values like stiffness, stress, strains and structural deformation like deflection of the plate were affected by the application of FRP to slab plate in various angels and layer by layer cases is examined. Also same calculations were done for two way slab plate and also results were presented as charts for your information.

Key Words: Classical Laminated Plate Theory (CLPT), First Order Shear Deformation Theory (FSDT), Laminated Composite Plates, FRP.

1. GİRİŞ

İnsanın malzeme kullanımını tarihsel gelişim içerisinde gözden geçirdiğimizde, genelde üç ana evre göze çarpmaktadır. Bunlardan ilki, insanların doğada buldukları malzemeleri, özelliklerini değiştirmeden, amaçlarına uygun olarak kullanmaya çalıştıkları evredir. Bu husus, önceki devirlerden günümüze kadar gelen avlanma, savunma ve kesme gibi işlerde kullanılan objelerden anlaşılmaktadır [8], [33].

İkinci evre ise, doğadan sağlanan ya da doğada bulunan objelerin biçimlendirilerek kullanılmaya başlandığı evredir. Bu evrede, doğadan elde edilen veya doğada bulunan objeler bir hammadde olarak değerlendirilmiş ve bazı teknikler kullanılarak, kullanıcının amacına göre biçimlendirilmiştir [8].

Üçüncü evrede ise, insan doğadan elde ettiği objelerden belirli bilimsel ve teknolojik gelişmelere bağlı olarak yeni malzemeler üretmeye başlamıştır. Bu evre “Sanayi Devrimi” ne tekabül etmektedir. Devrimle birlikte doğadan elde edilen malzemeler belirli işlemlerden geçirilerek, birleştirilerek, özellikleri istenildiği gibi değiştirilerek yeni malzeme üretimine başlanmıştır [8].

Birden çok malzemenin bir araya getirilmesiyle üretilen malzemeye “Kompozit Malzeme” adı verilir. Birden çok malzemenin bir araya getirilmesi, ayrı ayrı bileşenlerinde bulunmayan özellikte bir malzemeyi üretebilme amacına yöneliktir. Genel olarak kompozit malzeme, “mevcut veya ayrı iki ya da daha çok malzemeyi fiziksel olarak karıştırmak yoluyla elde edilen ve kendisini oluşturan malzemenin her birinden farklı özelliklere sahip olan çok bileşenli malzeme” olarak tanımlanmaktadır [8].

Kompozit malzeme, fiziksel veya kimyasal olarak birbirinden farklı en az iki maddenin belirli bir amaca yönelik olarak, üç boyutlu nitelikte, bir araya getirilmesiyle meydana gelen malzeme grubudur. Üç boyutlu nitelikte bir araya getirilmesindeki amaç, bileşenlerin hiçbirinde tek başına mevcut olmayan bir özelliğin elde edilmesidir. Diğer bir deyişle, amaçlanan doğrultuda bileşenlerinden daha üstün özelliklere sahip bir malzeme üretilmesi hedeflenmektedir [8], [33].

Yukarıdaki tanıma göre, bir malzemenin kompozit malzeme olarak nitelendirilebilmesi için;

- İnsan eliyle yapılmış olması, dolayısıyla doğal malzeme olmaması
- Farklı malzemelerin üç boyutlu olarak bir araya getirilmiş olması,
- Kimyasal bileşimleri birbirinden farklı ve belirli arayüzlerle ayrılmış en az iki malzemenin bir araya getirilmiş olması,
- Bileşenlerinden hiçbirinin tek başına sahip olmadığı özellikleri taşıması, dolayısıyla bu amaçla üretilmiş olması,

gibi şartlar aranmaktadır [8], [33].

Yukarıdaki tanımda yer alan “malzemenin üç boyutlu olarak bir araya getirilmiş olması” ifadesi, fiziksel anlamda bir araya getirilmeyi vurgulamaktadır. Bu tanımlamalara göre, malzeme mikroskobik açıdan heterojen bir malzeme özelliği göstermekte, ancak makroskobik açıdan homojen bir malzeme gibi davranmaktadır. Buna örnek olarak beton malzeme gösterilebilir. Beton ayrıntılı olarak incelenecek olursa, betonun seçilen her noktası, bileşimi oluşturan malzemelerden hangisine denk gelirse onun özelliğini taşıyacaktır. Ancak malzeme bütün olarak “beton özelliği” ne sahiptir [8], [33].

Bu açıdan bakıldığında, doğa ürünü malzemeler (ahşap, kemik vs.), kesit içindeki özelliklerine katkısı olmayan veya çok küçük olan boya, galvaniz gibi malzeme ve kaplamalar, mikroskobik açıdan yapısal farklılıklar gösterse de metal alaşımları kompozit malzeme grubunda kabul edilmemektedir [8]

Son yüzyılda malzeme teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak ileri teknoloji ürünü malzemelerin inşaat sektöründe kullanımı yaygınlaşmıştır. Özellikle kompozit malzeme alanındaki araştırmalar ve çalışmalar sayesinde; dayanım, rijitlik, elastisite modülü değerleri gibi mekanik özellikler bakımından geleneksel malzemelerden daha üstün olmasına karşın, bu malzemelerden daha hafif malzemeler üretilmeye başlanmıştır [33].

Bu gelişmelerle birlikte, betonarme yapı elemanlarında meydana gelebilen yapısal hasarlar restorasyon çalışmalarıyla giderilebilmektedir. Hatta bu elemanların mekanik özellikleri artırılarak eskisinden daha dayanıklı hale getirilebilmektedir. Bu işlemler geliştirilen birçok teknikle yapılabilmektedir. Bunların en yaygını, hasar

alan elemanlara FRP (Lif Takviyeli Polimer) takviyesi yapılması işlemidir. Böylelikle daha ekonomik çözümler elde edilebilmektedir [8], [11], [33].

Teknolojinin gelişimiyle birlikte, yapı elemanlarının dayanımının artırılması ve buna karşın boyut ve ağırlıklarının azaltılması yoluna gidilmiştir. Bu nedenle, malzemelerin gerçek mekanik özelliklerinin kullanılarak farklı özelliklerde veya daha üstün nitelikte malzeme üretimine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ihtiyaç da farklı hesap yöntemlerinin doğmasına neden olmuştur.

Klasik elastisite teorisinde malzemeler bileşimlerine bakılmaksızın, genelde homojen ve izotrop olarak kabul edilmişlerdir. Bunun nedeni, bu kabulün hesapları oldukça kolaylaştırmasıdır. Fakat günümüzde, bu basitleştirici kabullerin sık sık yetersiz ve hatta yanlış sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu nedenle, malzeme anizotropisinin, yani malzemede çeşitli doğrultularda elastik özelliklerdeki farklılıkların dikkate alınması gereği ortaya çıkmıştır. Anizotropik bir cisimde gerilme ve şekildeğişirmelerin belirlenebilmesi için anizotropik elastisite teorisi kullanılmalıdır. Bilindiği gibi, izotrop bir cisimde malzeme sabitlerinin sayısı, Elastisite Modülü (E) ve Poisson Oranı (ν) olmak üzere iki tanedir. Anizotropik bir cisimde ise bağımsız elastik sabitlerin sayısı artmaktadır. Bu nedenle, böyle cisimlerde gerilme ve şekildeğişirmelerin belirlenmesi ile ilgili problemlerin çözümü için, elastisite teorisinin temel denklemlerinde bu birbirinden bağımsız elastik sabitlerin dikkate alınması gereklidir. Anizotropiklik, doğal, yapısal ve deformasyon olarak birbirinden ayrılır. Doğal anizotropik malzemelere örnek olarak ahşap, kristaller vs. verilebilir. Yapısal anizotropikliğe sahip malzemeler anizotropik olarak üretilirler. Bu malzemelere örnek olarak donatılı beton, sunta vs., aynı zamanda polimer malzemeler, metaller, grafit, asbest vs. polimer güçlendiricilerin yardımı ile açık anizotropiklik özelliklerine sahip olan malzemeler grubunu oluşturmaktadırlar. Sonuçta, ilk önce izotrop olan malzeme şekildeğişirmeye uğradıktan sonra plastik deformasyon bölgesine geçerek anizotropik olabilir. Öyle ki, basınç etkisi altında malzemelerin imalatı esnasında yapısal elemanların belirli doğrultuları oluşur, bunun sonucu olarak da, örneğin çelik tabakaların özellikleri uzunluk ve enine doğrultularda farklı olur. Bu oluşum, deformasyon anizotropikliği olarak adlandırılmaktadır [19], [43].

Homojen olmayan cisimlerin lineer elastisite teorisi Hooke Kanununa dayanır ve ortamların elastik özelliklerini tanımlayan parametreler, cismin nokta

koordinatlarının fonksiyonu olur. Elastik özelliklerin koordinatlara bağıllık özelliğine dayanarak düzenlenmesi, matematiksel ve fiziksel açıdan en gerçekçi olanıdır. Problemler elastik özelliklerin; a) Koordinatların sürekli fonksiyonları, b) Koordinatların parçalı sabit fonksiyonları ve c) Koordinatların rastgele fonksiyonları olmasına bağlı olarak 3 temel gruba ayrılmaktadır. Homojen olmayan cisimlerin elastisite teorisi de buna bağlı olarak 3 esas bölümden oluşmaktadır [3], [5], [14], [17], [20], [43]:

- a) Sürekli homojen olmayan elastik cisim,
- b) Parçalı homojen elastik cisim,
- c) Rastgele homojen olmayan elastik cisim.

Bu çalışmada parçalı sürekli homojen olmayan ortotrop plaklar göz önüne alınmaktadır.

Malzemeyi oluşturan bileşenlerin homojen olmayan dağılımları, onun doğal homojen olmayan fiziksel özelliklere sahip olmasına neden olur. Üretim tekniği, radyasyon etkisi, termik ve yüzeysel cilalamalar vs. ise malzemenin homojenliğini bozan faktörlerdir. Bu durumda malzemenin fiziksel özelliği noktadan noktaya sürekli olarak değişir ve nokta koordinatlarının sürekli fonksiyonu olur. Örneğin radyasyona maruz kalan yapı elemanlarının hesabı, birinci yaklaşımda yapıların fiziksel özelliklerinin kalınlık koordinatına bağlı değişmesini göz önüne alan sade hesaba indirgenir [6], [7], [9], [14], [20], [43].

Elastisite modülleri, Poisson oranları ve yoğunluk, ayrı ayrı veya aynı zamanda cismin nokta koordinatlarının sürekli fonksiyonları olabilirler. Mühendislik hesaplarında Poisson oranları sabit olarak göz önüne alınır. Bu çalışmada da tabakaları oluşturan malzemelerin Poisson oranları ve yoğunlukları sabit kabul edilmektedir [43].

1.1 Tezin Amacı

Hojen olmayan tek ve çift doğrultuda çalışan betonarme döşeme plaklarının, FRP teknolojisi ile güçlendirilmesinin yeteri kadar incelenmemesi, özellikle de homojen olmayan betonarmenin elastisite modüllerinin kalınlık koordinatına bağlı sürekli

fonksiyon şeklinde değişmesinin çok az incelenmesi, tez konusunun bilimsel güncelliğini ortaya koymaktadır.

Çalışmamızda aynı zamanda tezin orijinal yönleri olan aşağıdaki amaçlar gerçekleştirilmektedir:

a) Elastisite modülleri kalınlık koordinatına bağlı olarak parçalı sürekli değişen ortotrop betonarme döşeme plaklarının, FRP ile güçlendirmenin, FRP' nin değişik doğrultularda yerleştirilmesi durumunun, FRP' nin kat kat tabaka halinde uygulanması durumunun, döşeme plaklarının performansını nasıl etkilediğinin araştırılması ve sonuçların karşılaştırılarak FRP' nin İnşaat Mühendisliği uygulamaları için avantaj ve dezavantajlarının belirtilmesi,

b) Betonarme elemanın elastisite modülleri kalınlık koordinatının lineer fonksiyonları şeklinde değiştiiğinde, plak rijitliğinin, plakta meydana gelen çökme, gerilme ve şekildeğiştirme değerlerinin nasıl değiştiiğinin belirlenmesi,

c) Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) ve Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinin (FSDT) temel denklemleri kullanılarak, tabakalı kompozit plakların statik analizinde kullanılabilecek bir bilgisayar programı (FeRPlate) hazırlanmasıdır.

1.2 Literatür Araştırması

Bu bölümde, kompozit malzemelerle ve bunların hesabında kullanılan teorilerle ilgili önemli kitap ve yayınlar sunulmuştur.

Reddy [28] kitabı tabakalı kompozit plakların anlatıldığı en önemli eserlerden biridir. Bu kitapta anizotrop cisimlere ait temel denklem ve teoriler verilmekte, akabinde kompozit malzemelere giriş yapılmaktadır. Kompozit malzemelerin kapsamlı tanımlamaları yapıldıktan sonra, tabakalı bir kompozitin çözümü için gerekli olan teoriler verilmektedir. Bu teoriler kullanılarak, tabakalı kirişlerin, tabakalı kompozit plakların, ortotrop tabakalı plakların lineer ve non-lineer analizleri sunulmaktadır.

Ugural [38] kitabı plak-kabuk teorisi üzerine hazırlanan bir eserdir. Bu kaynakta, mühendislik mekaniğinin temel denklemleri, ince plak elemanların eğilme teorisi, dairesel, dikdörtgen ve çeşitli geometriye sahip plaklara ait temel denklemlerin teşkili sunulmuştur. Ayrıca bu teorilerin uygulamasında kullanılan

analitik ve nümerik metotlar verilmiştir. Ortotropik plak teorisi, çeşitli yük ve gerilme kombinasyonları altında incelenmiştir. Plaklarda büyük yerdeğiştirme teorisi anlatılarak, küçük ve büyük yerdeğiştirme teorileri karşılaştırıldıktan sonra, yaklaşık yöntemlerle çözüm teknikleri de verilmiştir. Ayrıca termal etkilerin plakta meydana getirdiği etkiler detaylı olarak irdelenmiştir.

İnan [15] kitabı lineer elastisite teorisinin önemli kaynaklarından biridir. Kitap, mühendislik mekaniğinin temel kavramları olan gerilme ve şekildeğiştirme tanımları ve temel denklemlerinin teşkili ile başlamaktadır. Bünye denklemleri, genelleştirilmiş Hooke Yasası, lineer elastisite teorisinin temel denklemleri ve bazı çözüm teknikleri sunmaktadır.

Vasiliev ve Morozov [40]' da, yapı elemanlarının güçlendirilmesinde kullanılan kompozit malzemelerin üretim aşamaları, rijit cisimler mekaniğinin temel kavramları şekildeğiştirme ve gerilme ile temel denklemler ve kompozit malzeme analizinde kullanılan teoriler sunulmuştur. Ayrıca izotropik ve ortogonal tabakalarla, farklı tabakalanma düzenine sahip plakların analizleri için gerekli parametrelerin bulunması ve analizi anlatılmaktadır.

Pao [24]' de tabakalı kompozit plakların analizlerinin daha hızlı yapılabilmesi için, farklı programlama dillerinde nasıl yazılım oluşturulabileceği örneklerle açıklanmıştır. Ayrıca program algoritması içinde çok sık kullanılan ya da karşılaşılan konular da ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Thai [34], [35]' de basitleştirilmiş birinci mertebe kayma deformasyon teorisi yardımıyla tabakalı kompozit plak analizi yapılmıştır. Basit mesnetli asimetrik çapraz katlı ve açılı yerleşmiş tabakaların analitik çözümlerinden elde edilen sonuçlar, 3 boyutlu elastisite teorisinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve bu tür kayma deformasyon teorisinin, mevcut deformasyon teorisine yakın sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Kurtipek [18]'de çentik üzerine yapıştırılan ve eğilme momenti uygulanarak dolaylı olarak eksenel yük etkisinde test edilen CFRP şeritler ile beton elemanlar arasındaki gerilme dağılımları incelenmiş, gerilme dağılımının çentik olarak modellenen çatlaklardan nasıl etkilendiği araştırılmıştır.

Arslan [1]'de boşluklu tek doğrultuda çalışan betonarme döşemelerin eğilme davranışını ve CFRP şeritler ile güçlendirilmesini deneysel olarak incelemiş ve

ayrıca CFRP şeritlerden alınan birim deformasyon ölçümlerini ve göçme modlarını inceleyerek yeni bir güçlendirme tekniği geliştirmiştir.

Çırak [5]'de kayma deformasyon teorisini kullanarak, elastisite modülleri ve yoğunluğu kalınlık koordinatına bağlı olarak sürekli değişen ortotrop kompozit malzemelerden oluşan basit mesnetli dikdörtgen plakların serbest titreşim problemi incelemiştir.

Yağcı [42]'de, tabakalı plakların düşey yükler altında statik analizlerini yaparak, simetrik ve antisimetrik tabakalanma durumlarının plağın davranışını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Ayrıca, plak izotrop ve ortotrop kabul edilerek, simetrik plağın farklı tabakalanma durumları için mekanik davranışlarını incelemiştir.

Reissner [29]'da kayma deformasyon etkilerini göz önüne alan bir model geliştirmiştir. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi olarak adlandırılan teoride, kayma gerilmelerinin tabaka kalınlığı boyunca sabit kaldığını varsaymıştır. Ayrıca Mindlin (1951) izotropik ve elastik plakların gerilme dağılımını incelemiştir. Bu teori Reissner-Mindlin Hipotezi olarak bilinmekte ve kayma gerilmelerinin sabit olduğu varsayılmaktadır.

Reddy [27]'de kayma gerilmelerinin tabaka kalınlığı boyunca parabolik değiştiğini göz önüne alarak daha gerçekçi bir teori elde etmiştir. Bu teoriye yüksek mertebeden kayma teorisi denmektedir.

Öcal [23] çalışmasında, tabakalı katmanların gerilme, şekildeğiştirme ve rijitliklerini elde etmiş, daha sonra klasik plak teorisi (CLPT) ve birinci mertebe kayma deformasyon teorisi (FSDT) kullanılarak, değişik sınır koşullarına sahip tabakalı plak ve kirişlerin analizi için analitik çözümler sunmuştur.

Şahin [33]'de kompozit malzemeler hakkında genel bilgiler vermiş ve kompozit malzeme analizleri için gerekli olan mikro ve makro-mekanik konuları detaylı olarak işlenmiştir.

Ersoy [8]'de kompozit malzemeler, kompozit malzemelerin kullanım alanları ve üretim metodları ile ilgili bilgiler işlenmiştir.

Lomakin [20] çalışmasında özellikleri koordinatlarının sürekli fonksiyonları olan cisimlerin elastik teorisinin statik problemlerini kapsamaktadır. Pratik önemi

olan ve ısıya bağılı değişen homojen cisimlerin termoelastik problemleri ele alınmıştır.

Brickmann [4] çalışmalarında radyasyon etkisindeki yapı elemanlarında kalınlık koordinatı boyunca homojen olmamanın meydana geldiği ispatlanmıştır. Buna bağılı olarak, radyasyon etkisindeki yapı elemanlarının fiziksel özellikleri, elemanın kalınlık koordinatına bağılı olarak değişimini göz önüne alan sade bir hesaba indirgenmiştir.

Delale ve Erdoğan [6] tarafından başlıca tekil integral denklem metodu kullanılarak homojen olmayan düzlemin kırılma problemlerine çözüm geliştirilmiştir. Yapılan çalışmada ele alınan malzeme izotrop, malzemeye ait Poisson oranları sabit ve Young modülleri üstel veya uzaya ait değişkenin kuvvet fonksiyonu olarak kabul edilmiştir.

Fabrikant [9] tarafından homojen olmayan bir uzayda dış kırılma problemi ele alınmış, daha sonraki çalışmalarında bu problemin çözümü potansiyel teori uygulanarak araştırılmıştır.

Erdoğan, Kaya ve Joseph [7] tarafından tekil integral denklem metodu kullanılarak bağılı homojen olmayan malzemeler için kırılma problemi incelenmiştir.

Hashin ve Shtrikman [14] tarafından verilen ve kendi isimleriyle adlandırılan varyasyon prensibi, Lagrange'nin varyasyon prensibinin genel halidir. Bu metot homojen olmayan cisimler için oluşturulmuştur. Lagrange fonksiyoneline dayanarak yeni fonksiyonel oluşturulmuş ve homojen olmayan cismin elastisite modülü tansörü mukayese edilen cismin elastisite modülü tansöründen küçük olduğunda bu fonksiyonelin denge durumunda minimum, aksi durumda maksimum olduğu gösterilmiştir.

Khoroshun ve Kozlov [17] yaptığı çalışmada, kalınlık boyunca homojen olmayan plak ve kabukların genelleştirilmiş teorisi verilmiş ve bir seri problem çözülmüştür.

Timoshenko [36] plak-kabuk teorisi kitabının önemini vurgulamakta yarar vardır.

Bensoussan, Lions ve Papanicolaou [3] tarafından periyodik yapıların asimptotik analizine ait kapsamlı bir çalışma yapılmıştır. Burada periyodik katsayılı

diferansiyel denklemlerin asimptotik çözümleri, dolayısıyla kompozitler mekaniğinin asimptotik metotları (homojenleştirme, küçük parametreler metodu vs.) verilmiştir.

Zerin [43] çalışmasında elastisite modülleri kalınlık koordinatına bağlı olarak parçalı sürekli değişen ortotrop elastik malzemedan oluşturulan üç tabakalı silindirik kabukların, zamana göre kuvvet fonksiyonu şeklinde değişen dış basınç yükü etkisi altında dinamik stabilitesi araştırmıştır.

2. TABAKALI KOMPOZİT PLAKLARIN KLASİK VE BİRİNCİ MERTEBE TEORİLERİ

2.1 Tabakalı Kompozit Malzemelerin Tanımı

Tabakalı kompozit malzemeler, farklı elyaf düzenine sahip tabakaların üst üste konularak yapıştırılmasıyla elde edilen taşıyıcı elemanlardır. Yapısal olarak, kompozit tabakaların diğer iki boyutunun büyüklüğü kalınlığından çok daha fazladır. Tabakalı malzemeler, membran (düzlem içi) ve eğilme dayanımı gereken uygulamalarda kullanılmaktadır. Bu yüzden, kompozit tabakalar plak eleman gibi çalışmaktadır [23], [27], [28], [30], [36].

2.2 Tabakalı Kompozit Malzemelerin Yapısal Teorilerinin Sınıflandırılması

Kompozit plakların analizleri üç farklı yaklaşımdan birine dayanmaktadır [28]:

(1) Eşdeğer tekil tabaka teorileri (2D)

- a) Klasik tabakalı plak teorileri
- b) Kayma deformasyon teorisi

(2) Üç boyutlu elastisite teorisi (3D)

- a) Geleneksel üç boyutlu elastisite formülleri
- b) Layerwise teorisi

(3) İki veya üç boyutlu çoklu model metotlar

Eşdeğer tek tabakalı plak teorisi (ESL), tabakalı kompozit malzemenin kalınlığı boyunca gerilme durumu veya deformasyon kinematiği hakkında uygun varsayımlar yapılarak üç boyutlu elastisite teorisinden türetilmiştir. Yapılan bu varsayımlar, üç boyutlu elastisite teorisini iki boyutlu elastisite teorisine indirgemektedir. Üç boyutlu elastisite teorisinde veya Layerwise teorisinde, her tabaka üç boyutlu rijit cisim olarak modellenmektedir [23], [28], [38].

2.3 Tabakalı Plak Teorisi Hakkında Genel Bilgiler

Eşdeğer tabakalı plak teorisi, kompleks yapısal davranış gösteren statik olarak eşdeğer tekil tabaka gibi çalışan heterojen bir plağın davranışlarını inceleyen teoridir. Daha önce açıklandığı gibi, üç boyutlu sürekli bir problemi iki boyutlu probleme indirgemektedir [23], [28], [38].

(ESL) teorisi, yerdeğiştirme veya gerilmenin kalınlık koordinatının ve bilinmeyen bir fonksiyonun lineer bir kombinasyonu gibi değişim gösterdiği varsayılarak ortaya çıkmıştır.

$$\varphi_i(x, y, z, t) = \sum_{j=0}^N (z)^j \varphi_i^j(x, y, t) \quad (2.1)$$

Burada; φ_i yerdeğiştirme veya gerilmenin i . bileşenini, (x, y) düzlem içi koordinatları, z kalınlık koordinatını, t zamanı, φ_i^j ise hesaplanacak fonksiyonları ifade etmektedir.

φ_i terimi yerdeğiştirmeyi ifade ettiğinde, φ_i^j fonksiyonu virtüel yerdeğiştirme yöntemiyle (veya t' nin önemli olduğu durumlarda dinamik versiyonuyla) hesaplanmaktadır.

$$\int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (2.2)$$

δU , δV ve δK sırasıyla virtüel şekildeğiştirme enerjisini, uygulanan dış yüklerin yaptığı işi, ve virtüel kinetik enerjiyi temsil etmektedir. Bu değerler, reel gerilmeler ve varsayılan yerdeğiştirme fonksiyonu φ_i ve φ_i' nin varyasyonlarına bağlı virtüel şekildeğiştirme terimleriyle hesaplanmaktadır. Tabakalı ya da klasik plaklarda kalınlık koordinatlarındaki varsayılan yerdeğiştirme alanının belirgin olmasından dolayı plağın etki alanı (hacmi) boyunca integrasyonu, plak düzlemi boyunca ve plak kalınlığı boyunca alınan integrallerle temsil edilmektedir.

$$\int_V (\bullet) dV = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega_0} (\bullet) d\Omega \cdot dz \quad (2.3)$$

Burada (\bullet) simgesi, (2.2) ifadesiyle verilen virtüel yerdeğiştirme integrasyonunun açık biçimini temsil etmektedir. Ayrıca h plağın toplam kalınlığını, Ω_0 ise referans alınan deforme olmamış plak orta düzlemini ifade etmektedir.

Yukarıda tanımlanan tüm fonksiyonların plak kalınlığına bağlı olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak, integrasyonların plak kalınlığı boyunca olması

incelenen problemi iki boyutlu hale getirmek içindir. Sonuç olarak diferansiyel denklemlerden oluşan (2.2) ifadesindeki Euler – Lagrange denklemine $\phi_i^j(x, y, t)$ bağımlı değişkeni ve kalınlık boyunca dağılan ortalama gerilme bileşkesi dahil edilirse;

$$R_{ij}^{(m)} = \int_{-h/2}^{h/2} (z)^m \cdot \sigma_{ij} \cdot dz \quad (2.4)$$

ifadesi elde edilmektedir. Buradaki bileşkeler, varsayılan gerilme – şekildeğiştirme bağıntıları ve şekildeğiştirme – yerdeğiştirme bağıntıları yardımıyla ϕ_i terimi cinsinden ifade edilebilir.

En basit (ESL) teorisi, klasik tabakalı plak teorisi (CLPT)' dir. Bu teori Kirchhoff (klasik) plak teorisinin tabakalı kompozit plaklara uygulanmış halidir. Bu teori yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden,

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, u_0, v_0 ve w_0 terimleri orta düzlemdeki herhangi bir noktanın sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultusundaki yerdeğiştirme bileşenlerini temsil etmektedir. (2.5) ifadesindeki yerdeğiştirme bileşenleri, deformasyondan önce xy düzlemine dik olan doğrusal çizgilerin deformasyondan sonra da plak orta düzlemine doğrusal ve dik kaldığını ifade etmektedir. Kirchhoff varsayımları, enine kayma ve enine normal etkileri ihmal etmektedir. Yani plaktaki deformasyonun tamamen eğilmeden ve düzlem içi uzamadan kaynaklandığını söylemektedir [2], [23], [28], [36], [38].

Başka bir (ESL) teorisi ise, birinci mertebeye kayma deformasyon teorisi (FSDT)' dir. Bu teori de yerdeğiştirme bileşenleri cinsinden,

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, Φ_x ve Φ_y terimleri sırasıyla y ve x eksenleri etrafındaki dönmeyi ifade etmektedir. Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisindeki kinematik yaklaşımlar, plak kalınlığı boyunca meydana gelen kayma

deformasyonlarını içermek koşuluyla klasik tabakalı plak teorisine dayanmaktadır. (FSDT)' de enine kayma şekildeğiştirmelerinin kalınlık boyunca sabit olduğu farz edilmektedir. Kayma deformasyonunun bu basit formunun dahil edilmesi, klasik plak teorisinin sınırlarının genişlemesine olanak sağlamaktadır. (FSDT)' de, gelişigüzel tabakalanmış tabakalı kompozit plaklar için hesaplanması zor olan kayma düzeltme faktörüne (etkinlik katsayısına) gereksinim vardır. Bu düzeltme faktörleri, sadece tabakalanma türü veya geometrik parametrelere bağlı olmamakla birlikte, aynı zamanda sınır koşulları ve yükleme durumuna da bağlı olmaktadır. Hem (CLPT) hem de (FSDT) analizlerde düzlem gerilme halini kullanılmaktadır [10], [12], [16], [23], [25], [26], [27], [28], [32], [34], [35], [41].

İkinci ve daha yüksek mertebeden (ESL) teorilerinde, tabaka kalınlığı boyunca yerdeğiştirme bileşenlerinin polinom açılımında yüksek mertebeden ifadeler kullanılmaktadır. Yani denklem (2.1) de $N > 1$ olmaktadır. Yüksek mertebeden teoriler, fiziksel terimlerle açıklanması çoğunlukla zor olan ek bilinmeyenler içermektedir. Enine uzamanın olmadığı varsayımıyla ikinci mertebe teorisi yerdeğiştirme bileşenlerine bağlı olarak,

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) + z^2\psi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) + z^2\psi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadelere bağlı olarak üçüncü mertebe teorisi ise;

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x + z^3\left(-\frac{4}{3h^2}\right) \cdot \left(\phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y + z^3\left(-\frac{4}{3h^2}\right) \cdot \left(\phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}\right) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Yerdeğiştirme ifadesi enine kayma şekildeğiştirmelerinin (dolayısıyla gerilmelerin) ikinci dereceden değişimine ve eğik yüzeyli bir tabakanın üstünde ve altında meydana gelen enine kayma gerilmelerinin yok edilmesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle, üçüncü dereceden tabakalı plak teorisinde kayma gerilmesi düzeltme faktörü kullanılmasına gerek kalmamaktadır [16], [23], [25], [27], [28], [32], [41].

(ESL) teorisinde kullanılan modeller, ince plakların ve kısmen kalın plakların genel tepkileri için çoğunlukla yeterli düzeyde doğru tanımlamalar yapmaktadır. Bu

tanımlamalar, örneğin, büyük sehimler, kritik burkulma yükleri, temel titreşim frekansları ve bunlara bağlı mod şekilleri gibi betimlemelerdir. (ESL) teorilerinden, enine uzamanın olduğunu varsayan (FSDT); gerçekçi çözümler sağlayan, ekonomik ve basit bir teori olarak görülür. Ancak, (ESL) teorilerinin, tabakalı plak problemlerinin tamamını çözmeyi engelleyen bazı sınırlamaları vardır. Bunlardan ilki, (ESL) teorisiyle elde edilen sonuçların doğruluğu tabaka kalınlığındaki azalma nedeniyle olumsuz yönde etkilenmektedir. İkinci olarak, (ESL) modelleri genellikle geometrik ve maddesel süreksizliğe sahip bölgelerdeki ya da yoğun yükleme bölgelerine yakın yerlerdeki gerilme ve şekil değiştirme durumu için gerçeğe uygunluk açısından yetersiz kalmaktadır. Bu bölgeler gerçekçi gerilmelerin en çok ihtiyaç duyulduğu yerlerdir. Bu nedenle, bu tip problemlerde üç boyutlu elastisite teorisi çözümleri gerekmektedir [10], [12], [16], [23], [25], [26], [27], [28], [32], [34], [35], [41].

2.4 Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT)

2.4.1 Klasik tabakalı plak teorisinde yapılan varsayımlar

Klasik tabakalı plak teorisi, klasik plak teorisinin kompozit tabakalar için genişletilmiş halidir. Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT)' inde Kirchhoff hipotezlerinin geçerli olduğu varsayılmaktadır. Bu varsayımlar;

(a) Deformasyondan önce plak orta düzlemine dik olan kesitler, deformasyondan sonrada dik kalmaya devam ederler.

(b) Enine doğrultudaki lifler uzamazlar.

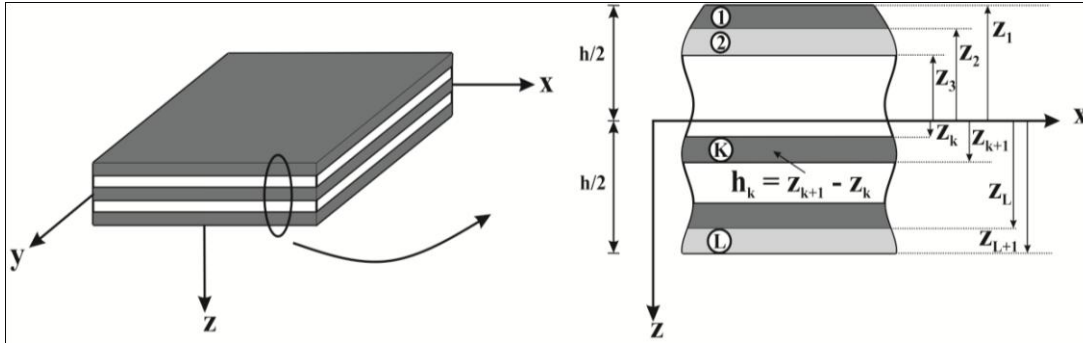
(c) Deformasyondan önce orta düzleme dik olan bir çizgi üzerinde bulunan noktalar, deformasyondan sonra da aynı çizgi üzerinde kalmaya devam ederler.

olarak sıralanabilir. Burada ilk iki varsayım; enine yer değiştirmenin enine (veya kalınlık) koordinatından bağımsız olduğunu ve bundan dolayı $\epsilon_{zz} = 0$ olduğunu ifade etmektedir. Üçüncü varsayım ise $\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$ olduğunu göstermektedir [23], [28], [30], [38].

2.4.2 Klasik tabakalı plak teorisinde yer değiştirme ve şekil değiştirme ifadeleri

Esas malzeme koordinatları (x_1^k, x_2^k, x_3^k) olan ve x ekseni ile (θ_k) kadar açı yapan k. tabaka gibi N tane ortotropik tabakadan oluşan h kalınlıklı bir plak dikkate alınırsa;

malzemenin xy düzleminin tabakanın deforme olmamış orta düzlemi (Ω_0) içinde olduğunu varsaymak uygun düşmektedir. z eksenini orta düzlemden aşağı doğru pozitif olarak alınmaktadır. k. tabaka ise kalınlık doğrultusundaki $z = z_k$ ile $z = z_{k+1}$ noktaları arasında yer almaktadır (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Tabakalı plaklar için kullanılan koordinat eksenleri ve tabakaların gösterimi

Tabakanın toplam etki alanı $\bar{\Omega}_0, \Omega_0 (-0.5h, 0.5h)$ çarpımından elde edilen bir tansördür. $\bar{\Omega}_0$ etki alanının sınırları plağın en üst yüzeyinde $S_t (z = -0.5h)$ ve en alt yüzeyinde $S_b (z = 0.5h)$ ve kenarlarda $\bar{\Gamma} = \Gamma(-0.5h, 0.5h)$ 'dır. Genel olarak Γ , normali dışı doğru $\hat{n} = n_x \hat{e}_x + n_y \hat{e}_y$ olan eğrisel bir yüzeydir. $\bar{\Gamma}$ sınırları genel olarak kuvvetleri ve yerdeğiştirmeleri içeren bir kombinasyon şeklindedir.

Teori ile ilgili formüller çıkarılırken bazı kesin varsayımlar veya kısıtlamalar yapılmaktadır. Bunlar;

- Tabakaların birbirlerine kusursuzca yapıştığı,
 - Her tabakadaki malzemenin lineer elastik olduğu ve üç simetrik düzleme sahip olduğu,
 - Her tabakanın üniform kalınlıkta, yani sabit kalınlıklı olduğu,
 - Şekildeğiştirmelerin ve yerdeğiştirmelerin çok küçük olduğu,
 - Tabakanın en alt ve en üst yüzeylerinde enine kayma gerilmelerinin sıfır olduğu,
- dur [23], [28], [30], [38].

Kirchhoff varsayımına göre; tabaka deforme olmadan önce (x, y, z) koordinatlarında bulunan maddesel bir nokta, deformasyondan sonra $(x + u, y + v, z + w)$ koordinatlarına ötelenmektedir. Buradaki (u, v, w) terimleri

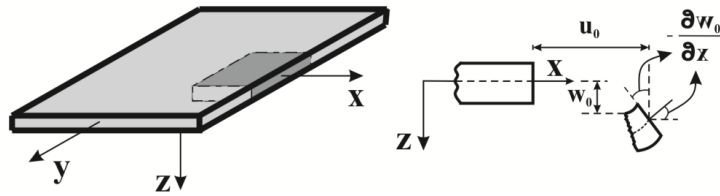
(x, y, z) koordinatları boyunca toplam yerdeğiştirme vektörü \mathbf{u} ' nun bileşenleridir. Yani;

$$u = u\hat{e}_x + v\hat{e}_y + w\hat{e}_z \quad (2.9)$$

olmaktadır. Buradaki $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z)$; (x, y, z) eksenlerindeki birim vektörleri ifade etmektedir. Kirchhoff hipotezleri Şekil 6.2' den hareketle yerdeğiştirme bileşenlerini;

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

olarak ifade etmektedir. Buradaki (u_0, v_0, w_0) terimleri; (xy) düzlemindeki noktaların eksenler doğrultusundaki yerdeğiştirmeleridir.



Şekil 2.2. Plağın bir kenarının deformasyona uğramış ve uğramamış halinin gösterimi (Kirchhoff yaklaşımı)

(2.9) yerdeğiştirme ifadesi, üç boyutlu problemi referans düzlemin ($z = 0$) veya orta düzlemin deformasyonu problemine indirgemektedir. Bu açıklamaya göre, (u_0, v_0, w_0) terimleri orta düzlemin yerdeğiştirmeleri olarak ifade edilebilmektedir. Üç boyutlu cismin herhangi bir (x, y, z) koordinatlı noktasının yerdeğiştirmesi de (2.10) ifadeleri kullanılarak hesaplanmaktadır. (2.10)' da ifade edilen yerdeğiştirmelerle ilişkili şekildeğiştirmeler ya lineer olmayan şekildeğiştirme – yerdeğiştirme bağıntılarıyla ya da lineer şekildeğiştirme – yerdeğiştirme bağıntılarıyla hesaplanabilir. Lineer olmayan şekildeğiştirmeler;

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.11a)$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\
\varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\
\varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{2.11b}$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki; $\partial u / \partial x, \partial u / \partial y, \partial v / \partial x, \partial u / \partial y, \partial w / \partial z = O(\epsilon)$ ifadeleri küçük şekildeğiştirmelerin olduğu varsayımından dolayı ϵ^2 ifadeleri ihmal edilebilir. ϵ^2 terimleri;

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2, \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right), \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
&\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2, \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2, \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2, \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right), \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
&\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2, \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right), \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{2.12}$$

ihmal edilmektedir. Ancak, $(\partial w_0 / \partial x), (\partial w_0 / \partial y)$ dönmeleri (yaklaşık $10^0 - 15^0$) ihmal edilememektedir. Bundan dolayı,

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \tag{2.13}$$

terimleri ihmal edilmemektedir. (2.12) ve (2.13) ifadeleri (2.11) ifadesindeki yerlerine konulursa;

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

ifadeleri elde edilmektedir. Bu ifadedeki (u, v, w) terimleri (2.10) ifadesinde verildiği gibidir. (2.10) ifadelerinin gerekli türevleri alınır ve ayrıca $(\partial w / \partial z) = 0$ olduğu göz önüne alınır (2.14) ifadeleri;

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) = 0 \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) = 0, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{2.15}$$

ifadelerine dönüşmektedir. Burada, (u_0, v_0, w_0) terimleri orta düzlem yerdeğiştirmeleridir. Ayrıca, (2.15) ifadeleri Von Karman şekildeğiştirme ifadeleri ve bu ifadelerle bağlantılı plak teorisi ise Von Karman plak teorisi olarak bilinmektedir. Aynı şekilde enine şekildeğiştirmeler $(\varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zz})$ (CPT)' de de sıfırdır [23], [28], [30], [38].

ε_{xy} açısıl deformasyon terimi klasik elastisite teorisinde olduğu gibi $\gamma_{xy} = 2 \varepsilon_{xy}$ terimi ile gösterilip, (2.15) ifadesindeki sıfırdan farklı ilk üç terim matris formda yazılırsa;

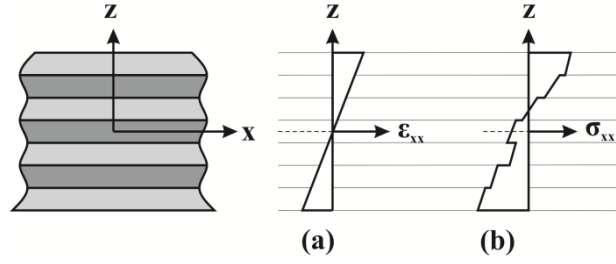
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

elde edilir. Buradaki terimler;

$$\{\varepsilon^0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} ; \{\varepsilon^1\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada, $(\varepsilon_{xx}^{(0)}, \varepsilon_{yy}^{(0)}, \gamma_{xy}^{(0)})$ membran (düzlem içi) şekildeğiştirmeler, $(\varepsilon_{xx}^{(1)}, \varepsilon_{yy}^{(1)}, \gamma_{xy}^{(1)})$ eğrilik olarak ifade edilen eğilme şekildeğiştirmeleridir.

Eğer orta düzlem yerdeğiştirmeleri (u_0, v_0, w_0) biliniyorsa, plağın herhangi bir (x, y, z) noktasındaki şekildeğiştirmeler (2.16) ve (2.17) ifadeleri kullanılarak hesaplanabilmektedir. (2.16)' dan anlaşılacağı gibi, tüm şekildeğiştirme bileşenleri tabaka kalınlığı boyunca lineer olarak değişmektedir. Ayrıca, bu bileşenler kalınlık boyunca malzeme değişiminden bağımsız olmaktadır (Şekil 2.3) [19], [23], [28], [30], [38].



Şekil 2.3. Tabaka kalınlığı boyunca şekil değiştirme ve gerilme değişimleri
 (a) Düzlem içi şekil değiştirmenin tipik değişimi
 (b) Şekil değiştirmelere uygun gerilme değişimi

2.4.3 Klasik tabakalı plak teorisinde (CLPT) temel bağıntılar

Yukarıda yapılan açıklamalar gereği, enine şekil değiştirmenin üç bileşeni (ε_{zz} , ε_{xz} , ε_{yz}) de sıfırdır. xy düzlemine ($x_3 = z$) nazaran rastgele yerleştirilen x_1x_2 düzlemine sahip ortotropik katmanlardan meydana gelen bir tabakada, enine kayma gerilmesi (σ_{xz} , σ_{yz}) bileşenleri de sıfırdır. $\varepsilon_{zz} = 0$ olduğundan dolayı, σ_{zz} sıfırdan farklıdır. σ_{zz} terimi virtüel iş ifadesinde yer almadığından dolayı denge denklemlerinde ihmal edilmektedir. Bu sebeple, teoride düzlem şekil değiştirmenin yanı sıra düzlem gerilme durumu da mevcuttur. Pratikte, plaklarda kalınlık diğer iki boyutun yanında küçük kaldığından, ince veya kısmen kalın plaklarda düzlem gerilme hali geçerli olmaktadır. Bundan ötürü düzlem gerilme halinin temel denklemleri kullanılabilir [23], [28], [30], [38].

Piezoelektrik etkisine maruz k . ortotropik tabakanın malzeme eksenlerindeki temel bağıntıları;

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_{11}\Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_{22}\Delta T \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{13} \\ 0 & 0 & e_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (2.18)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada, Q_{ij}^k düzlem gerilme durumuna ait rijitlikleri, e_{ij}^k , k . tabakanın piezoelektrik modülünü, $(\sigma_i, \varepsilon_i, \varepsilon_i)$, sırasıyla (x_1, x_2, x_3) eksen takımına ait gerilme, şekil değiştirme, elektrik alan bileşenlerini, α_1 ve α_2 sırasıyla x_1 ve x_2 eksenleri doğrultusundaki termal genişleme katsayılarını, ΔT ise referans durumuna göre ısı değişimini göstermektedir. Piezoelektrik etkisi olmadığında, e_{ij}^k terimleri ihmal edilebilir. Buradaki Q_{ij}^k terimleri k . tabakanın mühendislik sabitleri cinsinden,

$$\begin{aligned}
Q^{(k)}_{11} &= \frac{E^{(k)}_{11}}{1-\nu^{(k)}_{12}\nu^{(k)}_{21}} \\
Q^{(k)}_{12} &= \frac{\nu^{(k)}_{12}E^{(k)}_{22}}{1-\nu^{(k)}_{12}\nu^{(k)}_{21}} = \frac{\nu^{(k)}_{21}E^{(k)}_{11}}{1-\nu^{(k)}_{12}\nu^{(k)}_{21}} \\
Q^{(k)}_{22} &= \frac{E^{(k)}_{22}}{1-\nu^{(k)}_{12}\nu^{(k)}_{21}} \\
Q^{(k)}_{66} &= G^{(k)}_{12}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

şeklinde ifade edilebilir. Plak, plak eksenlerine nazaran rastgele yerleştirilmiş malzeme koordinatlarına sahip çok sayıda ortotropik tabakadan meydana geliyorsa, her tabakanın temel denklemleri plak eksenlerine (x, y, z) dönüştürülmelidir. Gerilme - şekil değiştirme bağıntıları plak koordinatlarına (x, y, z) dönüştürüldüğünde gerilme bileşenleri şekil değiştirme, termal etki ve elektrik alan bileşenleri cinsinden,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{Bmatrix} \Delta T \right) - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{13} \\ 0 & 0 & e_{23} \\ 0 & 0 & e_{63} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}^{(k)} \tag{2.20}$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Buradaki $\overline{Q}_{ij}^{(k)}$ terimleri,

$$\begin{aligned}
\overline{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
\overline{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
\overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
\overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\
\overline{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
\overline{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\
\overline{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta \\
\overline{Q}_{55} &= Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta
\end{aligned} \tag{2.21}$$

olarak yazılabilir. Ayrıca buradaki α_{xx} , α_{yy} ve α_{xy} terimleri sırasıyla,

$$\begin{aligned}
\alpha_{xx} &= \alpha_{uu} \cos^2 \theta + \alpha_{vv} \sin^2 \theta \\
\alpha_{yy} &= \alpha_{uu} \sin^2 \theta + \alpha_{vv} \cos^2 \theta \\
\alpha_{xy} &= (\alpha_{uu} - \alpha_{vv}) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned} \tag{2.22}$$

şeklinde dönüştürülebilir. Piezoelektrik modülü bileşenleri e^k_{ij} ' de;

$$\begin{aligned}
\overline{e_{13}} &= e_{13} \cos^2 \theta + e_{23} \sin^2 \theta \\
\overline{e_{23}} &= e_{13} \sin^2 \theta + e_{23} \cos^2 \theta \\
\overline{e_{36}} &= (e_{13} - e_{23}) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned} \tag{2.23}$$

şeklinde dönüştürülebilmektedir. Gerilmenin her tabakanın kalınlığı boyunca lineer olarak değişim gösterdiği bilinmektedir. Ancak $Q_{ij}^{(k)}$, nın tabakadan tabakaya değişiklik gösterdiği durumlarda, gerilme farklı malzemelerden meydana gelen tabakalarda farklı lineer değişim gösterecektir (Şekil 2.3b). Isı artışının lineer olduğu varsayılırsa, termal etkiden kaynaklanan şekildeğişiklikler;

$$\Delta T = T_0(x, y, t) + zT_1(x, y, t) \tag{2.24}$$

ifadesiyle birlikte;

$$\{\varepsilon^{(0)}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} - \alpha_{xx} T_0 \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} - \alpha_{yy} T_0 \\ \gamma_{xy}^{(0)} - 2\alpha_{xy} T_0 \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} - \alpha_{xx} T_1 \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} - \alpha_{yy} T_1 \\ \gamma_{xy}^{(1)} - 2\alpha_{xy} T_1 \end{Bmatrix} \tag{2.25}$$

olarak ifade edilmektedir.

2.4.4 Klasik tabakalı plak teorisinde hareket denklemleri

Daha önce belirtildiği gibi, klasik plak teorisinde (γ_{xz} , γ_{yz} , ε_{zz}) şekildeğişiklik terimleri sıfır olmaktadır. Sonuç olarak, temel denklemlerden hesaplandığında (σ_{xz} , σ_{yz}) kayma gerilmeleri de sıfır olmaktadır. Ancak poisson etkileri nedeniyle σ_{zz} normal gerilmesi sıfırdan farklı olmaktadır. (2.15) ifadesinde şekildeğişikliklerin sıfır olmasından dolayı, gerilmelerin oluşturduğu virtüel şekildeğişiklik enerjisi sıfır olmaktadır [19], [23], [28], [30], [38]. Dolayısıyla bu gerilmeler formülasyona dahil edilmemektedir. Bu açıklamaya bağlı olarak virtüel şekildeğişiklik enerjileri;

$$\delta \varepsilon_{xz} = 0, \quad \delta \varepsilon_{yz} = 0, \quad \delta \varepsilon_{zz} = 0 \tag{2.26}$$

olarak yazılabilir. (σ_{xz} , σ_{yz} , σ_{zz}) gerilme bileşenleri hesaplamalarda hesaba katılmasa da, plağın denge koşullarında önemli rol oynamaktadır. Hatta bu gerilme bileşenleri her ne kadar virtüel enerji formülasyonlarında yer almasalarda, sınır şartlarındaki kuvvetlerin dengesi ifadelerinde hesaba katılmalıdır.

Burada uygun denklemler, virtüel yerdeğişiklik prensibi kullanılarak türetilmektedir. Hareket denklemleri türetilirken, malzeme özelliklerinin termal ve piezoelektrik etkilerden bağımsız, dolayısıyla ($\delta T = 0$, $\delta \varepsilon = 0$) olduğu

varsayılmaktadır. Bu sebeple, termal ve piezoelektrik etkiler sadece temel denklemlerde dikkate alınmaktadır.

Virtüel iş prensibi zamana bağlı olarak (dinamik olarak);

$$\int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Burada, δU virtüel şekildeğiştirme enerjisi olup δu_0 enerji yoğunluğu ifadesinin hacim boyunca integrale edilmesiyle bulunabilmektedir. Ek olarak, δV , δK terimleri sırasıyla dış yüklerin yaptığı virtüel işi ve virtüel kinetik enerjiyi temsil etmektedir. Burada açıklanan terimler sırasıyla;

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_{\Omega_0} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{xy} \delta \varepsilon_{xy}) dx dy dz \\ &= \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{xx}^{(1)}) + \sigma_{yy} (\delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{yy}^{(1)}) + \sigma_{xy} (\delta \gamma_{xy}^{(0)} + z \delta \gamma_{xy}^{(1)})] dz \right\} dx dy \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \delta V &= - \int_{\Omega_0} \left[q_b(x, y) \delta w \left(x, y, \frac{h}{2} \right) + q_t(x, y) \delta w \left(x, y, -\frac{h}{2} \right) \right] dx dy \\ &\quad - \int_{\Gamma_\sigma} \int_{-h/2}^{h/2} [\hat{\sigma}_{nn} \delta u_n + \hat{\sigma}_{ns} \delta u_s + \hat{\sigma}_{nz} \delta w] dz ds \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} &= - \int_{\Omega_0} \{ [q_b(x, y) + q_t(x, y)] \delta w_0(x, y) \} dx dy \\ &\quad - \int_{\Gamma_\sigma} \int_{-h/2}^{h/2} \left[\hat{\sigma}_{nn} \left(\delta u_{0n} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} \right) + \hat{\sigma}_{ns} \left(\delta u_{0s} - z \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} \right) + \hat{\sigma}_{nz} \delta w_0 \right] dz ds \\ \delta K &= \int_{\Omega_0} \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0 \left[\left(\dot{u}_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \right) \left(\delta \dot{u}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \right) + \left(\dot{v}_0 - z \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \right) \left(\delta \dot{v}_0 - z \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \right) + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 \right] dz dx dy \end{aligned} \quad (2.30)$$

olarak verilebilir. Burada; q_b tabakalı plağın en alt noktasındaki $z = 0.5h$ yayılı yükü, q_t tabakalı plağın en üst noktasındaki $z = -0.5h$ yayılı yükü, $\hat{\sigma}_{nn}, \hat{\sigma}_{ns}, \hat{\sigma}_{nz}$ sınır gerilmeleri (Γ sınırının Γ_σ kısmında (yan kenarlar) belirlenmiş gerilmeler), $\delta u_{0n}, \delta u_{0s}$ sırasıyla sınırda (Γ) normal ve teğet doğrultular boyunca virtüel yerdeğiştirmeyi, ρ_0 plak malzemesinin yoğunluğunu ve $\dot{u} = (\partial u_0 / \partial t)$ u_0 teriminin zamana göre türevini göstermektedir.

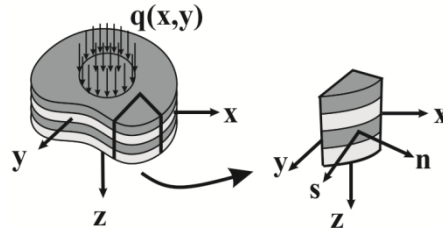
İlgili gerçek yerdeğiştirmelerin verildiği sınır noktalarında virtüel yerdeğiştirmeler sıfır olmaktadır. Zamana bağlı problemlerde uygun virtüel yerdeğiştirmeler $t = 0$ ve $t = T$ durumlarında sıfır olmaktadır. Teoride sınır şartlarını

ve bununla ilgili diferansiyel denklemler dikkate alındığından, gerilmelerin sınırın ya bir kısmında ya da tamamında olduğu varsayılmaktadır. Eğer gerilme bileşenlerinden biri sınırın sadece belirli bir kısmındaysa, geri kalan sınır kısmındaki uygun şekildeğiştirmeler bilinmelidir ve bu nedenle gerilmenin olduğu yerde virtüel yerdeğiştirme sıfır olmalıdır [23], [28], [30], [38].

(2.28), (2.29) ve (2.30) ifadeleri (2.27)' de yerlerine konulup plak kalınlığı boyunca integre edilirse;

$$\begin{aligned}
0 = & \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} \left[N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(0)} + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(1)} - q \delta w_0 \right. \right. \\
& - I_0 \left(\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 \right) + I_1 \left(\frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} \dot{u}_0 + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \delta \dot{u}_0 + \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \dot{v}_0 + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \delta \dot{v}_0 \right) \\
& \left. \left. - I_2 \left(\frac{\partial \dot{w}_0}{\partial x} \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}_0}{\partial y} \frac{\partial \delta \dot{w}_0}{\partial y} \right) \right] dx dy - \int_{\Gamma_\sigma} \left(\hat{N}_{nn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \hat{M}_{nn} \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} \right. \right. \\
& \left. \left. - \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} + \hat{Q}_n \delta w_0 \right) ds \right\} dt
\end{aligned} \tag{2.31}$$

ifadesi elde edilir.



Şekil 2.4. Eğrisel sınırlı tabakalı plağın gösterimi

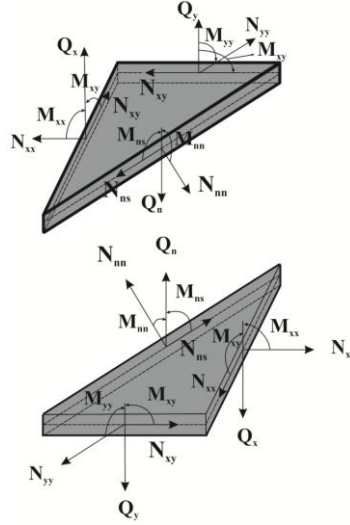
Şekil (2.4)' de belirtilen $q(x,y)$ yayılı yükü, plağa etkileyen q_b ve q_t yüklerinin toplamı olarak ifade edilebilmektedir. Yani $q = q_b + q_t$ ' dir. Bir plağa etkileyen kuvvet ve moment bileşenleri;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \hat{N}_{nn} \\ \hat{N}_{ns} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{Bmatrix} dz, \quad \begin{Bmatrix} \hat{M}_{nn} \\ \hat{M}_{ns} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{Bmatrix} z dz
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho_0 dz, \quad \hat{Q}_n = \int_{-h/2}^{h/2} \hat{\sigma}_{nz} dz \quad (2.34)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Bu ifadelerde geçen (N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}) düzlem içi kuvvet bileşkelerini, (M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}) moment bileşkelerini ifade etmektedir (Şekil 2.5). Ayrıca Q_n kesme kuvveti bileşkelerini, (I_0, I_1, I_2) kütle atalet momentlerini ifade etmektedir. Bütün gerilmeden meydana gelen kuvvet ve kuvvet çiftleri birim uzunluk için hesaplanmıştır.



Şekil 2.5. Plakta kuvvet ve moment bileşenleri

Gerçek şekildeğişirmelerin gerçek yerdeğişirmeler cinsinden ifade edildiği (2.17) ifadesindeki aynı metotla virtüel şekildeğişirmeler virtüel yerdeğişirmeler cinsinden;

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_{xx}^{(0)} &= \frac{\partial \delta u_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial \delta w_0}{\partial x}, & \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} &= -\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} \\ \delta \varepsilon_{yy}^{(0)} &= \frac{\partial \delta v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial \delta w_0}{\partial y}, & \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} &= -\frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2} \\ \delta \gamma_{xy}^{(0)} &= \frac{\partial \delta u_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta v_0}{\partial x} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \delta \gamma_{xy}^{(1)} &= -2 \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.35)$$

olarak ifade edilebilmektedir. (2.35) ifadeleri (2.31) ifadelerindeki gerekli yerlere yazılıp Ω_0 boyunca integre edilirse;

$$\begin{aligned}
0 = & \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} \left[-N_{xx,x} \delta u_0 - \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)_{,x} \delta w_0 - M_{xx,xx} \delta w_0 - N_{yy,y} \delta v_0 - \left(N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{,y} \delta w_0 - M_{yy,yy} \delta w_0 \right. \right. \\
& - N_{xy,y} \delta u_0 - N_{xy,x} \delta v_0 - \left. \left. \left(N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)_{,x} \delta w_0 - 2M_{xy,xy} \delta w_0 - q \delta w_0 - I_0 \left(\ddot{u}_0 \delta u_0 + \ddot{v}_0 \delta v_0 + \ddot{w}_0 \delta w_0 \right) \right. \right. \\
& + I_1 \left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} \delta w_0 - \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} \delta u_0 + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \delta w_0 - \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} \delta v_0 \right) - I_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) \delta w_0 \left. \right] dx dy \\
& + \oint_{\Gamma} \left[N_{xx} n_x \delta u_0 + \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) n_x \delta w_0 - M_{xx} n_x \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} + M_{xx,x} n_x \delta w_0 + N_{yy} n_y \delta v_0 + \left(N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) n_y \delta w_0 \right. \\
& - M_{yy} n_y \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} + M_{yy,y} n_y \delta w_0 - M_{xy} n_x \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} + M_{xy,x} n_y \delta w_0 - M_{xy} n_y \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} + M_{xy,y} n_x \delta w_0 + N_{xy} n_y \delta u_0 \\
& + N_{xy} n_x \delta v_0 + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} n_x \delta w_0 + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} n_y \delta w_0 \left. \right] ds - \int_{\Gamma_\sigma} \left(\hat{N}_{nn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \hat{M}_{nn} \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} - \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} \right. \\
& \left. + \hat{Q}_n \delta w_0 \right) ds + \oint_{\Gamma} \left[-I_1 (\ddot{u}_0 n_x + \ddot{v}_0 n_y) + I_2 \left(\frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} n_x + \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} n_y \right) \right] \delta w_0 ds \left. \right\} dt \quad (2.36)
\end{aligned}$$

elde edilmektedir. Alt indislerden sonra virgülle ayrılan indisler türev almayı temsil etmektedir. Yani $N_{xx,x} = \partial N_{xx} / \partial x$ olmaktadır. Ω_0 integrasyonunda $t = 0$ ve $t = T$ anlarında hesaplanan terimler, o sınırlarda virtüel yerdeğişirmelerin sıfır olmasından dolayı, sıfır olmaktadır. Yukarıda elde edilen ifadeler $(\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0)$ virtüel yerdeğişirme terimlerinin her birinin parantezine alınırsa ve sınırdaki (Γ_u) virtüel yerdeğişirmelerin sıfır olduğu hatırlanırsa, (2.36) ifadesi;

$$\begin{aligned}
0 = & \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} \left[- \left(N_{xx,x} + N_{xy,y} - I_0 \ddot{u}_0 + I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} \right) \delta u_0 - \left(N_{xy,x} + N_{yy,y} - I_0 \ddot{v}_0 + I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} \right) \delta v_0 \right. \right. \\
& - \left. \left. \left(M_{xx,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{yy,yy} + N(w_0) + q - I_0 \ddot{w}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} - I_1 \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} + I_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + I_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) \delta w_0 \right] dx dy \right. \\
& + \int_{\Gamma_\sigma} \left[(N_{xx} n_x + N_{xy} n_y) \delta u_0 + (N_{xy} n_x + N_{yy} n_y) \delta v_0 + (M_{xx,x} n_x + M_{yy,y} n_y + M_{xy,x} n_y + M_{xy,y} n_x + P(w_0)) \right. \\
& \left. - I_1 \ddot{u}_0 n_x - I_1 \ddot{v}_0 n_y + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} n_x + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} n_y \right] \delta w_0 - (M_{xx} n_x + M_{xy} n_y) \frac{\partial \delta w_0}{\partial x} - (M_{xy} n_x + M_{yy} n_y) \frac{\partial \delta w_0}{\partial y} \left. \right] ds \\
& - \int_{\Gamma_\sigma} \left(\hat{N}_{nn} \delta u_{0n} + \hat{N}_{ns} \delta u_{0s} - \hat{M}_{nn} \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} - \hat{M}_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} + \hat{Q}_n \delta w_0 \right) ds \left. \right\} dt \quad (2.37)
\end{aligned}$$

ifadesine dönüşmektedir. Burada, $[N(w_0)$ ve $P(w_0)]$ terimleri;

$$N(w_0) = \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \quad (2.38)$$

$$P(w_0) = \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) n_x + \left(N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) n_y \quad (2.39)$$

ifadelerini belirtmektedir. Daha önce belirtildiği gibi, Ω_0 integrasyonunda $t = 0$ ve $t = T$ sınırlarında virtüel yerdeğıştirmeler sıfır olmaktadır. Bunun için (2.37)' de Ω_0 altındaki integral ifadesindeki $(\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0)$ terimleri ayrı ayrı sıfıra eşitlenirse;

$$\delta u_0 : \left(\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \quad (2.40)$$

$$\delta v_0 : \left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \delta w_0 : \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + N(w_0) + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \\ - I_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Bu ifadelere teorinin Euler – Lagrange denklemleri denmektedir. Burada I_2 terimini içeren ifadeler dönel atalet momenti terimleri olarak adlandırılmaktadır. Bu terimler çoğu kaynakta ihmal edilmektedir. Bu terimler yüksek mertebeden titreşim veya frekans denklemlerinde göz önüne alınmaktadır.

(2.37) ifadesinden teorinin sınır şartları elde edilebilmektedir. Sınırdaki virtüel yerdeğıştirme terimleri ile bunlara ait türev ifadelerini bir araya getirebilmek için $(\delta u_0, \delta v_0)$ terimlerini, $(\delta u_{0n}, \delta v_{0s})$ terimleri cinsinden ifade etmek gerekmektedir. \hat{n} birim normal vektörü x eksenine (θ) açısı yapacak biçimde konumlanırsa, bu vektöre ait doğrultman kosinüsleri $n_x = \cos \theta$, $n_y = \sin \theta$ olmaktadır. Bu durumda (n, s, r) doğrultuları ile (x, y, z) doğrultuları arasında;

$$\begin{aligned} \hat{e}_x &= \cos \theta \hat{e}_n - \sin \theta \hat{e}_s \\ \hat{e}_y &= \sin \theta \hat{e}_n + \cos \theta \hat{e}_s \\ \hat{e}_z &= \hat{e}_r \end{aligned} \quad (2.43)$$

dönüşümleri yazılabilir. Bu ifadelere bağlı olarak (u_0, v_0) ve (u_{0n}, v_{0s}) arasındaki yerdeğıştirme ifadeleri;

$$u_0 = n_x u_{0n} - n_y u_{0s}, \quad v_0 = n_y u_{0n} + n_x u_{0s} \quad (2.44)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Benzer şekilde, $(w_{0,x}, w_{0,y})$ türev terimleri, normal doğrultusundaki ve buna dik doğrultudaki türev terimleri $(w_{0,n}, w_{0,s})$ cinsinden;

$$\frac{\partial w_0}{\partial x} = n_x \frac{\partial w_0}{\partial n} - n_y \frac{\partial w_0}{\partial s}, \quad \frac{\partial w_0}{\partial y} = n_y \frac{\partial w_0}{\partial n} + n_x \frac{\partial w_0}{\partial s} \quad (2.45)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Sınır şartları ifadeleri ($w_{0,n}$, $w_{0,s}$) ve ($u_{0,n}$, $v_{0,s}$) terimleri cinsinden;

$$\begin{aligned} & (N_{xx} n_x + N_{xy} n_y) \delta u_0 + (N_{xy} n_x + N_{yy} n_y) \delta v_0 \\ &= (N_{xx} n_x + N_{xy} n_y) (n_x \delta u_n - n_y \delta u_s) + (N_{xy} n_x + N_{yy} n_y) (n_y \delta u_n + n_x \delta u_s) \\ &= (N_{xx} n_x^2 + 2N_{xy} n_x n_y + N_{yy} n_y^2) \delta u_n + [(N_{yy} - N_{xx}) n_x n_y + N_{xy} (n_x^2 - n_y^2)] \delta u_s \end{aligned} \quad (2.46)$$

olarak ifade edilebilir. (2.46) ifadesinde eşitliğin sağındaki (δu_n) ve (δu_s) parantezindeki ifadeler sırasıyla (N_{nn}) ve (N_{ns}) terimlerine eşittir. Buna bağlı olarak ve gerekli dönüşümler yapılarak;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ns} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y^2 & 2n_x n_y \\ -n_x n_y & n_x n_y & n_x^2 - n_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{nn} \\ N_{ns} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y^2 & 2n_x n_y \\ -n_x n_y & n_x n_y & n_x^2 - n_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{nn} \\ M_{ns} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x^2 & n_y^2 & 2n_x n_y \\ -n_x n_y & n_x n_y & n_x^2 - n_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

ifadeleri elde edilebilir. Bu ifadeler dikkate alınırsa (2.37) ifadesindeki sınır (Γ_σ) durumuna ait integraller;

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^T \int_{\Gamma_\sigma} \left[(N_{nn} - \hat{N}_{nn}) \delta u_{0n} + (N_{ns} - \hat{N}_{ns}) \delta u_{0s} + (M_{xx,x} n_x + M_{xy,y} n_x + M_{yy,y} n_y + M_{xy,x} n_y + P(w_0) \right. \\ & \left. - I_1 \ddot{u}_0 n_x - I_1 \ddot{v}_0 n_y + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} n_x + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} n_y - \hat{Q}_n \right) \delta w_0 - (M_{nn} - \hat{M}_{nn}) \frac{\partial \delta w_0}{\partial n} \Big] ds dt \\ & - (M_{ns} - \hat{M}_{ns}) \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} ds \end{aligned} \quad (2.50)$$

ifadesine dönüşmektedir. Teorinin doğal sınır koşulları;

$$\begin{aligned} N_{nn} - \hat{N}_{nn} &= 0 \quad ; \quad N_{ns} - \hat{N}_{ns} = 0 \quad , \quad Q_n - \hat{Q}_n = 0 \\ M_{nn} - \hat{M}_{nn} &= 0 \quad ; \quad M_{ns} - \hat{M}_{ns} = 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

olarak verilmektedir. Bu doğal sınır koşulları dikkate alındığında (2.50) ifadesinden;

$$Q_n \equiv \left(M_{xx,x} + M_{xy,y} - I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} \right) n_x + \left(M_{yy,y} + M_{xy,y} - I_1 \ddot{v}_0 + I_2 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} \right) n_y + P(w_0) \quad (2.52)$$

eşitliği elde edilmektedir. Buna göre teorideki birincil değişkenler (genelleştirilmiş yerdeğiştirmeler) ve ikincil değişkenler (genelleştirilmiş kuvvetler) sırasıyla;

$$u_n, u_s, w_0, \frac{\partial w_0}{\partial n}, \frac{\partial w_0}{\partial s} \quad ; \quad N_{nn}, N_{ns}, Q_n, M_{nn}, M_{ns} \quad (2.53)$$

olarak ifade edilebilir.

(2.40), (2.41) ve (2.42) ifadeleri incelendiğinde; 8. dereceden diferansiyel denklemlerden meydana geldiği görülmektedir. Başka bir deyişle; bu ifade (u_0, v_0, w_0) terimleri cinsinden ifade edilirse, elde edilen yeni ifade (u_0) ve (v_0) terimlerinin 2. dereceden (w_0) teriminin 4. dereceden türevlerini içermektedir. Bundan dolayı; Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) 8. mertebe teorisi olarak bilinmektedir. Bu açıklamalara göre, denklemlerin çözülebilmesi için sadece 8 adet sınır şartına ihtiyaç vardır. (2.53) ifadesi 5 doğal ve 5 de temel sınır şartı olmak üzere toplam 10 sınır şartını göstermektedir [23], [28], [30]. Teori ve sınır koşullarının mertebeleri arasındaki farkın giderilmesi için sınır şartı terimleri cinsinden;

$$-\oint_{\Gamma} M_{ns} \frac{\partial \delta w_0}{\partial s} ds = \oint_{\Gamma} \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} \delta w_0 ds - [M_{ns} \delta w_0]_{\Gamma} \quad (2.54)$$

integrali verilmektedir. Buradaki $[M_{ns} \delta w_0]_{\Gamma}$ terimi kapalı bir eğrinin son noktasına tekabül ettiğinden sıfırdır. Bu terim (δw_0) ' in bir katsayısı olduğundan Q_n ifadesine eklenmelidir. Bu sebeple;

$$V_n \equiv Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} \quad (2.55)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki kuvvet \hat{Q}_n kuvvet değeriyle dengelenmektedir. Yani $V_n = \hat{Q}_n$ olmaktadır. Bu sınır şartı, Kirchhoff serbest kenar koşulu olarak bilinmektedir. Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT)' nin temel ve doğal sınır şartları sırasıyla;

$$u_n, u_s, w_0, \frac{\partial w_0}{\partial n} \quad ; \quad N_{nn}, N_{ns}, V_n, M_{nn} \quad (2.56)$$

olarak verilmektedir. Yerdeğiştirmeleri ve yerdeğiştirme terimlerinin türevlerini içeren, teorinin başlangıç koşulları;

$$\begin{aligned}
u_n &= u_n^0, & u_s &= u_s^0, & w_0 &= w_0^0 \\
\dot{u}_n &= \dot{u}_n^0, & \dot{u}_s &= \dot{u}_s^0, & \dot{w}_n &= \dot{w}_0^0
\end{aligned}
\tag{2.57}$$

olarak verilmektedir. Burada üst indisi 0 olan değişkenler $t = 0$ anındaki başlangıç değerleri göstermektedir. Bu andaki yerdeğiştirmelerin ve yerdeğiştirmelerin birinci türevlerinin (hızların) problem çözümü için bilinmesi gerekmektedir. Bu ifadeyle birlikte, lineer olmayan ve dinamik analizler için Klasik tabakalı plak teorisinde (CLPT) kullanılacak temel ifadeler elde edilmiştir [23], [28], [30].

Özel bir durum olarak, denge denklemleri (2.40), (2.41) ve (2.42) ifadelerinde zamana göre türevi alınan terimlerin yerine sıfır yazılarak da elde edilebilmektedir. Lineer analizde, şekildeğiştirme – yerdeğiştirme denklemlerindeki lineer olmayan terimleri sıfır yapmak amacıyla ($N(w_0)$) ve ($P(w_0)$) terimleri sıfır olarak kabul edilmektedir. Temel denklemler, hareket denklemlerinin türetilmesinde kullanılmadığından (2.40), (2.41) ve (2.42) ifadeleri lineer ve lineer olmayan elastik cisimler için kabul edilebilir olmaktadır [23], [28].

2.4.5 Klasik tabakalı plak teorisinde tabaka temel denklemleri

Denklem (2.32)' de verilen kuvvet ve moment ifadeleriyle ilişkili temel denklemler şekildeğiştirmeler için de türetilmelidir. Bunun için, tabakalı plaplarda her tabaka kendi simetri eksenine göre ortotrop kabul edilmekte ve Hooke kanununa uymaktadır. Moment ifadelerini elde etmek için termal ve piezoelektrik etkilerin olmadığı durum dikkate alınmaktadır. Şekildeğiştirmeler kalınlık boyunca sürekli olmasına rağmen, kalınlık boyunca (tabakadan tabakaya) malzeme sabitleri değiştiğinden gerilmeler sürekli olmamaktadır (Şekil 2.3b) [23], [28], [30].

Tabaka kalınlığı boyunca alınan integrallerde kuvvet ve moment bileşenleri;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} + z \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} dz \\
\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.58}$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} + z \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} z dz \\ \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.59)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Buradaki A_{ij} , D_{ij} , B_{ij} terimleri sırasıyla; uzama rijitliğini, eğilme rijitliğini, uzamalı eğilme rijitliğini belirtmektedir. Bu terimler $\overline{Q}_{ij}^{(k)}$ malzeme özellikleri cinsinden;

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \overline{Q}_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \overline{Q}_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) dz \quad (2.60)$$

şeklinde yazılabilir. Terimler ayrı ayrı;

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k), B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2), D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \overline{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3) \quad (2.61)$$

şeklinde ifade edilebilir. \overline{Q} terimleri ve dolayısıyla A, B ve D, (x,y)' ye bağlı fonksiyonlardır. Bundan dolayı, (2.58) ve (2.59) ifadeleri kapalı formda;

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{\varepsilon^1\} \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Buradaki $\{\varepsilon^0\}$ ve $\{\varepsilon^1\}$ terimleri (2.17) ifadeleri ile tanımlanan sırasıyla membran ve eğilme şekildeğiştirme vektörlerini göstermektedir.

Ayrıca [A], [B] ve [D] matrisleri, (2.61)' de gösterildiği gibi malzeme özelliklerine bağlı simetrik 3x3 matrislerdir.

İzotermal olmayan durum (termal etkilerin dikkate alındığı durum) için şekildeğiştirmeler (2.25)' de ifade edildiği gibidir. Buna bağlı olarak (2.62)' de verilen tabaka temel denklemleri;

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{\varepsilon^1\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{N^T\} \\ \{M^T\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{N^p\} \\ \{M^p\} \end{Bmatrix} \quad (2.63)$$

ifadesine dönüşmektedir. Burada $\{N^T\}$ ve $\{M^T\}$ terimleri termal kuvvet bileşkelerini;

$$\{N^T\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\overline{Q}]^{(k)} \{\bar{\alpha}\}^{(k)} \Delta T dz \quad (2.64)$$

$$\{M^T\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{Q}]^{(k)} \{\bar{\alpha}\}^{(k)} \Delta T z dz \quad (2.65)$$

ve $\{N^P\}$ ve $\{M^P\}$ terimleri de piezoelektrik etkilerin bileşmelerini;

$$\{N^P\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{e}]^{(k)} \{E\}^{(k)} dz \quad (2.66)$$

$$\{M^P\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{e}]^{(k)} \{E\}^{(k)} z dz \quad (2.67)$$

ifade etmektedir. (2.64) ve (2.65) ifadelerindeki benzer bağıntılar higroskopik etkiler için de geçerlidir.

2.4.6 Klasik tabakalı plak teorisinde yerdeğıştirmeler cinsinden hareket denklemleri

Gerilmeden meydana gelen kuvvetler (N' ler ve M' ler), yerdeğıştirme miktarı, termal değışim ve elektrik alan ile ilişkilidir. Termal ve elektrik alan etkileri yok kabul edilirse, kuvvet ve moment bileşenleri (u_0 v_0 w_0) yerdeğıştirmelerine bağılı olarak;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

(2.40), (2.41) ve (2.42) ifadelerindeki kuvvet bileşenlerinin yerine (2.68) ve (2.69)' daki kuvvet bileşenleri konulursa, (2.40), (2.41) ve (2.42) ifadeleri (u_0 , v_0 , w_0) yerdeğıştirmeleri cinsinden elde edilebilir. Tabaka rijitlikleri genel olarak (x,y)' nin fonksiyonu şeklinde ifade edilmektedir. Homojen tabakalar için (2.40), (2.41) ve (2.42) hareket denklemleri;

$$\begin{aligned}
& A_{11} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + A_{12} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - B_{12} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} - 2B_{16} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} + A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \\
& A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) - B_{16} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} - B_{26} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - 2B_{66} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \\
& - \left(\frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^T}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial t^2} \tag{2.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + A_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& - B_{16} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - B_{26} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} - 2B_{66} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} + A_{12} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{22} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \\
& + A_{26} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) - B_{12} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} - 2B_{26} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \\
& - \left(\frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^T}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial y \partial t^2} \tag{2.71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{12} \left(\frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \\
& + B_{16} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} \frac{\partial w_0}{\partial y} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} - D_{12} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - 2D_{16} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} \\
& + 2B_{16} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + 2B_{26} \left(\frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \\
& + 2B_{66} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2 \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - 2D_{16} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} - 2D_{26} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} \\
& - 4D_{66} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{12} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{22} \left(\frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \\
& + B_{26} \left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - D_{12} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} - 2D_{26} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} + N(w_0) + q \\
& - \left(\frac{\partial^2 M_{xx}^T}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^T}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 M_{yy}^T}{\partial y^2} \right) = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + I_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \tag{2.72}
\end{aligned}$$

ifadelerine dönüşmektedir. Buradaki ($N(w_0)$) terimi (2.38) ifadesinde tanımlanmıştır.

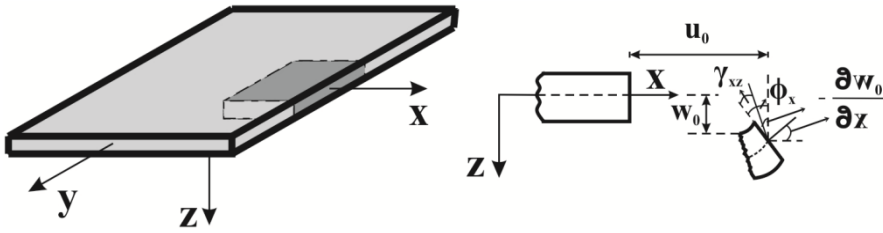
Lineer olmayan diferansiyel ifadeler içeren (2.70), (2.71) ve (2.72) ifadeleri bazı (A_{ij} , B_{ij} , D_{ij}) rijitlik terimleri sıfır alınarak; lineer analiz, statik analiz ve tabakalanma düzeni için basitleştirilebilmektedir. Verilen bir problem için yerdeğistirmeler (2.70), (2.71) ve (2.72) ifadeleri, her tabakanın şekildeğistirmesi ve

gerilmesi de (2.17) ve (2.20) ifadeleri kullanılarak analitik veya sayısal olarak hesaplanabilir [28], [30].

2.5 Birinci Mertebe Tabakalı Plak Teorisi

2.5.1 Birinci mertebe tabakalı plak teorisinde şekildeğiştirme ve yerdeğiştirme ifadeleri

Birinci mertebe kayma deformasyonlu tabakalı plak teorisi (FSDT), enine doğrultudaki normallerin deformasyondan sonra plak orta düzlemine dik kaldığı gibi varsayımlar kaldırılarak Krichhoff teorisinin kapsamı genişletilmektedir (Şekil 2.6). Bu durumda enine kayma gerilmelerinin dikkate alınması gerekmektedir. Enine doğrultudaki liflerin uzamaması, w' nin z kalınlık doğrultusunun bir fonksiyonu olmamasını gerektirmektedir [10], [12], [26], [27], [28], [29], [30], [32], [34], [35], [40], [41].



Şekil 2.6. (FSDT) kabulleri altında plak kenarının deformasyona uğramış ve uğramamış geometrisi

Klasik tabakalı plak teorisinde (CLPT) yapılan aynı varsayımlar ve sınırlamalar altında, (FSDT)' de yerdeğiştirmeler ;

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2.73)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadelerde geçen $(u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y)$ terimleri hesaplanacak olan bilinmeyen fonksiyonları ve (u_0, v_0, w_0) , $z = 0$ düzleminin herhangi bir noktasındaki yerdeğiştirmeleri göstermektedir.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \phi_x \quad , \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \phi_y \quad (2.74)$$

Bu terimler sırasıyla y ve x eksenleri doğrultusundaki enine dönmeyi göstermektedir. β_x, β_y sırasıyla x ve y eksenlerindeki dönmeyi ifade ederse sağ el kuralından;

$$\beta_y = \phi_x \quad , \quad \beta_x = -\phi_y \quad (2.75)$$

dönüşümü yazılabilmektedir. $(u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y)$ genelleştirilmiş yerdeğiştirmeler olarak adlandırılmaktadır. İnce plaklarda, plağın düzlem içi boyutlarının kalınlığına oranı 50 veya daha fazla olduğunda dönme fonksiyonları (ϕ_x, ϕ_y) çökmelerin eğimleri olarak da;

$$\phi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \quad , \quad \phi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (2.76)$$

ifade edilebilmektedir. (2.73) ifadesindeki yerdeğiştirmelerle ilişkili lineer olmayan şekildeğiştirmeler, (2.73)' deki ifadelerin (2.14)' de yerlerine konulmasıyla;

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad , \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \quad , \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \quad , \quad \varepsilon_{zz} = 0 \end{aligned} \quad (2.77)$$

olarak elde edilebilmektedir. (FSDT)' de $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy})$ şekildeğiştirmeleri tabaka kalınlığı boyunca lineer değişim gösterirken, $(\gamma_{xz}, \gamma_{yz})$ şekildeğiştirmeleri kalınlık boyunca sabit kalmaktadır. Tabaka kalınlığı boyunca sabit kalan ve en az 2. dereceden olan kayma şekildeğiştirmeleri, gerçek gerilme ifadeleri ile uyum içindedir [26], [27], [28], [29], [30], [32], [34], [35], [40], [41]. (2.77) ifadesinde verilen şekildeğiştirme ifadeleri matris formda;

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yz}^{(1)} \\ \gamma_{xz}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.78)$$

şeklinde yazılabilir.

2.5.2 Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinde hareket denklemleri

Birinci mertebeye plak teorisinin ilgili denklemleri, virtüel şekildeğiştirme prensibinin dinamik özellikleri kullanılarak;

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \quad (2.79)$$

şeklinde yazılabilir. Burada δU , δV , δK sırasıyla; virtüel şekildeğiştirme enerjisini, dış yüklerin yaptığı virtüel işi ve virtüel kinetik enerjiyi belirtmektedir. Bu terimler de sırasıyla;

$$\delta U = \int_{\Omega_0} \int_{-h/2}^{h/2} \left[\sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{xx}^{(1)}) + \sigma_{yy} (\delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + z \delta \varepsilon_{yy}^{(1)}) + \sigma_{xy} (\delta \gamma_{xy}^{(0)} + z \delta \gamma_{xy}^{(1)}) + \sigma_{xz} \delta \gamma_{xz}^{(0)} + \sigma_{yz} \delta \gamma_{yz}^{(0)} \right] dz dx dy \quad (2.80)$$

$$\delta V = - \int_{\Omega_0} \left\{ [q_b + q_t] \delta w_0 \right\} dx dy - \int_{\Gamma_\sigma} \int_{-h/2}^{h/2} \left[\hat{\sigma}_{nn} (\delta u_n - z \delta \phi_n) + \hat{\sigma}_{ns} (\delta u_s - z \delta \phi_s) + \hat{\sigma}_{nz} \delta w_0 \right] dz ds \quad (2.81)$$

$$\delta K = \int_{\Omega_0} \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0 \left[(\dot{u}_0 + z \dot{\phi}_x) (\delta \dot{u}_0 + z \delta \dot{\phi}_x) + (\dot{v}_0 + z \dot{\phi}_y) (\delta \dot{v}_0 + z \delta \dot{\phi}_y) + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 \right] dz dx dy \quad (2.82)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (2.80), (2.81) ve (2.82) ifadeleri, (2.79)' da yerine yazılıp tabaka kalınlığı boyunca integre edilirse;

$$0 = \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} \left[N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(0)} + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(0)} + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(0)} + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(1)} - q \delta w_0 + Q_x \delta \gamma_{xz}^{(0)} + Q_y \delta \gamma_{yz}^{(0)} - I_0 (\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0) - I_1 (\dot{\phi}_x \delta \dot{u}_0 + \delta \dot{\phi}_x \dot{u}_0 + \dot{\phi}_y \delta \dot{v}_0 + \delta \dot{\phi}_y \dot{v}_0) - I_2 (\dot{\phi}_x \delta \dot{\phi}_x + \dot{\phi}_y \delta \dot{\phi}_y) \right] dx dy - \int_{\Gamma_\sigma} (\hat{N}_{nn} \delta u_n + \hat{N}_{ns} \delta u_s + \hat{M}_{nn} \delta \phi_n + \hat{M}_{ns} \delta \phi_s + \hat{Q}_n \delta w_0) ds \right\} \quad (2.83)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada; $q = q_b + q_t$ terimi tabakanın alt ve üst noktalarındaki yayılı yükün bileşkesini, (N_{xx} , N_{yy} , N_{xy} , M_{xx} , M_{yy} , M_{xy}) terimleri düzlem içi kuvvetler ile moment değerlerini, (I_0 , I_1 , I_2) terimleri (2.34) ifadesiyle tanımlanan kütle atalet momentlerini, (N_{nn} , N_{ns} , M_{nn} , M_{ns}) terimleri (2.48) ve (2.49) ifadeleriyle tanımlanan sınır kuvvet ve moment değerlerini göstermektedir. Q_x ve Q_y enine kuvvet bileşkeleri (kesme kuvvetleri), enine kayma gerilmelerinin tabaka kalınlığı boyunca integre edilmesiyle;

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (2.84)$$

şeklinde elde edilmektedir.

2.5.3 Kayma düzeltme (etkinlik) faktörünün belirlenmesi

Kayma şekildeğiştirmelerinin tabaka kalınlığı boyunca sabit alınmasına bağlı olarak enine kayma gerilmeleri de sabit olmaktadır. Bu durum, enine kayma gerilmelerinin kiriş kalınlığı boyunca parabolik olarak değişen basit kiriş teorisinden daha iyi bilinmektedir. Kompozit kiriş ve tabakalarda kayma gerilmesi, tabaka kalınlığı boyunca en az 2. dereceden bir fonksiyon olarak değişim göstermektedir. Birinci merteye teorisinin öngördüğü gerçek kayma gerilmesi ile sabit kayma gerilmesinin arasındaki bu fark, (2.84) ifadesinin kayma düzeltme (etkinlik) katsayısı denilen bir K sabitiyle çarpılmasıyla ortadan kaldırılmaktadır. Yani;

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = K \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (2.85)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu işlemler plağın kayma rijitliğini düzenlemek için yapılmaktadır. K katsayısı, üç boyutlu elastisite teorisinin öngördüğü gerçek kayma gerilmelerinin neden olduğu şekildeğiştirme enerjisiyle, sabit olarak alınan kayma gerilmelerinin sebep olduğu şekildeğiştirme enerjilerinin eşitliğinden hesaplanmaktadır [10], [12], [26], [27], [28], [29], [30], [32], [34], [35], [40], [41].

Genişliği b ve yüksekliği h olan dikdörtgen en kesitli homojen bir kiriş göz önüne alındığında, kiriş kalınlığı boyunca kayma gerilmesi dağılımı mukavemet teorisinden;

$$\sigma_{xz}^c = \frac{3Q}{2bh} \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right], \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (2.86)$$

olarak bilinmektedir. Burada Q terimi enine kesme kuvvetidir. Birinci merteye teorisindeki kayma gerilmeleri ($\sigma_{xz}^f = Q/bh$) değerinde olup sabittir. Buna göre, bu kayma gerilmelerinin neden olduğu şekildeğiştirme enerjileri;

$$U_s^c = \frac{1}{2G_{13A}} \int (\sigma_{xz}^c)^2 dA = \frac{3Q^2}{5G_{13}bh} \quad (2.87)$$

$$U_s^f = \frac{1}{2G_{13A}} \int (\sigma_{xz}^f)^2 dA = \frac{Q^2}{2G_{13}bh} \quad (2.88)$$

şeklinde elde edilmektedir. Kayma düzeltme faktörü, U_s^f 'nin U_s^c 'ye oranlanmasıyla, $K=5/6$ olarak bulunmaktadır. Genel bir tabakalı malzeme için kayma

düzelme faktörü tabaka özelliklerine ve tabakalaşma düzenine bağlı olarak değişmektedir.

Virtüel şekildeğiştirme terimleri (2.83) ifadesinde yerine konulup elde edilen terimler genelleştirilmiş yerdeğiştirmelerin ($\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \delta \phi_x, \delta \phi_y$) parantezine alınarak düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
0 = & \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} \left[- \left(N_{xx,x} + N_{xy,y} - I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \ddot{\phi}_x \right) \delta u_0 - \left(N_{xy,x} + N_{yy,y} - I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \ddot{\phi}_y \right) \delta v_0 \right. \right. \\
& - \left(M_{xx,x} + M_{xy,y} - Q_x - I_2 \ddot{\phi}_x - I_1 \ddot{u}_0 \right) \delta \phi_x - \left(M_{xy,x} + M_{yy,y} - Q_y - I_2 \ddot{\phi}_y - I_1 \ddot{v}_0 \right) \delta \phi_y \\
& \left. - \left(Q_{x,x} + Q_{y,y} + N(w_0) + q - I_0 \ddot{w}_0 \right) \delta w_0 \right] dx dy + \int_0^T \int_{\Gamma} \left[(N_{nn} - \hat{N}_{nn}) \delta u_0 + (N_{ns} - \hat{N}_{ns}) \delta u_s \right. \\
& \left. + (M_{nn} - \hat{M}_{nn}) \delta \phi_n + (M_{ns} - \hat{M}_{ns}) \delta \phi_s \right] ds dt
\end{aligned} \quad (2.89)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki ($N(w_0)$) ve ($P(w_0)$) terimleri (2.38) ve (2.39) ifadelerinde verildiği gibidir. ϕ_x ve ϕ_y terimlerinin normal ve buna dik (teğetsel) dönmeler cinsinden ifade edilmesiyle;

$$\phi_x = n_x \phi_n - n_y \phi_s, \quad \phi_y = n_y \delta \phi_n + n_x \delta \phi_s \quad (2.90)$$

sınır ifadelerine ulaşılmaktadır. Ω_0 bölgesindeki $\delta u_0, \delta v_0, \delta w_0, \delta \phi_x$ ve $\delta \phi_y$ terimlerinin ayrı ayrı sıfıra eşitlenmesiyle;

$$\delta u_0 : \left(\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (2.91)$$

$$\delta v_0 : \left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \quad (2.92)$$

$$\delta w_0 : \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N(w_0) + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (2.93)$$

$$\delta \phi_x : \left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \quad (2.94)$$

$$\delta \phi_y : \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y \right) = I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \quad (2.95)$$

teorinin Euler – Lagrange denklemleri elde edilir. Doğal sınır koşulları, $\delta u_n, \delta v_s, \delta \phi_n$ ve $\delta \phi_s$ katsayılarının ayrı ayrı sıfıra eşitlenmesiyle;

$$\begin{aligned} N_{nn} - \hat{N}_{nn} = 0 \quad , \quad N_{ns} - \hat{N}_{ns} = 0 \quad , \quad Q_n - \hat{Q}_n = 0 \\ M_{nn} - \hat{M}_{nn} = 0 \quad , \quad M_{ns} - \hat{M}_{ns} = 0 \end{aligned} \quad (2.96)$$

olarak bulunmaktadır. Burada normal doğrultusundaki kesme kuvveti;

$$Q_n \equiv Q_x n_x + Q_y n_y + P(w_0) \quad (2.97)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Teorideki denklem içerisinde geçen birincil ve ikincil değişkenler sırasıyla;

$$u_n, u_s, w_0, \phi_n, \phi_s \quad , \quad N_{nn}, N_{ns}, Q_n, M_{nn}, M_{ns} \quad (2.98)$$

şeklinde ayrılmaktadır. Yerdeğiştirmeleri ve bu yerdeğiştirmelerin $t = 0$ anındaki türevlerini içeren, teorinin başlangıç koşulları;

$$\begin{aligned} u_n = u_n^0 \quad , \quad u_s = u_s^0 \quad , \quad w_0 = w_0^0 \quad , \quad \phi_n = \phi_n^0 \quad , \quad \phi_s = \phi_s^0 \\ \dot{u}_n = \dot{u}_n^0 \quad , \quad \dot{u}_s = \dot{u}_s^0 \quad , \quad \dot{w}_0 = \dot{w}_0^0 \quad , \quad \dot{\phi}_n = \dot{\phi}_n^0 \quad , \quad \dot{\phi}_s = \dot{\phi}_s^0 \end{aligned} \quad (2.99)$$

olarak verilebilir. Bu değerler Ω_0 bölgesinin tüm noktaları için geçerli olmaktadır.

2.5.4 Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinde temel tabaka denklemleri

(FSDT)' de temel tabaka denklemleri, (2.20) ifadesine ek olarak kayma gerilmesi terimlerine bağlı denklemlerle ifade edilmektedir. Kayma gerilmesine bağlı denklem;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (2.100)$$

olarak ifade edilebilir. Burada geçen \bar{Q}_{ij} ve \bar{e}_{ij} terimlerinin açılımı;

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{55} &= Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta \\ \bar{e}_{14} &= (e_{15} - e_{24}) \cos \theta \sin \theta \quad , \quad \bar{e}_{24} = e_{24} \cos^2 \theta + e_{15} \sin^2 \theta \\ \bar{e}_{15} &= e_{24} \sin^2 \theta + e_{15} \cos^2 \theta \quad , \quad \bar{e}_{25} = (e_{15} - e_{24}) \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (2.102)$$

olarak elde edilmektedir.

Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) için geçerli olan (2.58) ve (2.59) ifadeleri (FSDT) için de geçerli olmaktadır. Bu ifadeler ek olarak;

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} dz \quad (2.103)$$

ya da açık formda;

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_y^p \\ Q_x^p \end{Bmatrix} dz \quad (2.104)$$

ifadesi de bu teori için yazılabilmektedir. Burada Q_y^p ve Q_x^p terimleri piezoelektrik kuvvetleri göstermektedir. Bu ifadede kayma düzeltme faktörü ile çarpım halindeki rijitlik matrisi terimleri A_{ij} ;

$$\begin{aligned} (A_{44}, A_{45}, A_{55}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{Q}_{44}, \bar{Q}_{45}, \bar{Q}_{55}) dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} (\bar{Q}_{44}^{(k)}, \bar{Q}_{45}^{(k)}, \bar{Q}_{55}^{(k)}) dz \\ &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{44}^{(k)}, \bar{Q}_{45}^{(k)}, \bar{Q}_{55}^{(k)}) (z_{k+1} - z_k) \end{aligned} \quad (2.105)$$

şeklinde belirlenmektedir. (2.104) ifadesindeki piezoelektrik kuvvetleri;

$$\begin{Bmatrix} Q_x^p \\ Q_y^p \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}^{(k)} dz \quad (2.106)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Termal ve piezoelektrik etkilerin olmadığı durumlarda, N ve M moment bileşenleri, $(u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y)$ genelleştirilmiş yerdeğiştirme terimleri cinsinden;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.107)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.108)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{Bmatrix} dz \quad (2.109)$$

olarak ifade edilmektedir. Termal ve piezoelektrik etkilerin bulunduğu durumda, (2.107) ve (2.108) ifadeleri, (2.63)' teki kuvvet ve momentlerin genel ifadesiyle aynı

olmaktadır ve (2.104) ifadesiyle verilen kuvvet ifadeleri piezoelektrik kuvvetleri de içermektedir.

2.5.5 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde hareket denklemlerinin yerdeğıştirmeler cinsinden ifadesi

(2.107), (2.108) ve (2.109) ifadeleri, (2.92) – (2.95) hareket denklemlerinde yerine konulursa $(u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y)$ yerdeğıştirme terimleri cinsinden beş denklem elde edilmektedir. Bu denklemler termal ve piezoelektrik etkileri de içeren tabakalı homojen malzemeler için açık formda;

$$\begin{aligned}
& A_{11} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + A_{12} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& + B_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} + B_{16} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \\
& + A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + B_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} \right) \\
& - \left(\frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^T}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial N_{xx}^P}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^P}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2.110}$$

$$\begin{aligned}
& A_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + A_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \\
& + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} + B_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + A_{12} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + A_{22} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \\
& + A_{26} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + B_{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + B_{22} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + B_{26} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) \\
& - \left(\frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^T}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial N_{xy}^P}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}^P}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2.111}$$

$$\begin{aligned}
& K A_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + K A_{45} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) + K A_{45} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \phi_x}{\partial y} \right) + K A_{44} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) + N(w_0) \\
& + q - \left(\frac{\partial Q_x^P}{\partial x} + \frac{\partial Q_y^P}{\partial y} \right) = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2.112}$$

$$\begin{aligned}
& B_{11} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{12} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + B_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \\
& + D_{16} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + B_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + B_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \\
& + D_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + D_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) - K A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) - K A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) - \left(\frac{\partial M_{xx}^T}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^T}{\partial y} \right) \\
& - \left(\frac{\partial M_{xx}^P}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^P}{\partial y} - Q_x^P \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} \tag{2.113}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B_{16} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{26} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + B_{66} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + D_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \\
& + D_{66} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} \right) + B_{12} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + B_{22} \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + B_{26} \left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \\
& + D_{12} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} + D_{22} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + D_{26} \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) - K A_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) - K A_{44} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) - \left(\frac{\partial M_{xy}^T}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^T}{\partial y} \right) \\
& - \left(\frac{\partial M_{xy}^P}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^P}{\partial y} - Q_y^P \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \tag{2.114}
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. (2.110) – (2.114) ifadeleri, beş genelleştirilmiş yerdeğiştirme terimi cinsinden ikinci dereceden lineer olmayan beş kısmi diferansiyel denklemi içermektedir. Bu sebeple, birinci mertebeye tabakalı plak teorisi, onuncu mertebeye bir problemdir. Doğal olarak, bu problemin çözümü için on tane sınır koşulu gerekmektedir. Bu sınır koşulları (2.96) ifadesiyle ve hemen sonra ifade edilen birincil ve ikincil değişkenler olarak verilmiştir [27], [28], [29], [30], [40], [41].

Klasik plak teorisindeki yerdeğiştirme ifadesi aynı şekilde;

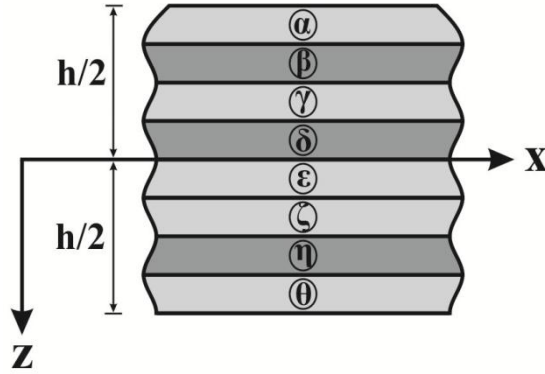
$$\phi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x}, \quad \phi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \tag{2.115}$$

birinci mertebeye teorisi için de geçerli olmaktadır. Tersini düşünülecek olursa, (2.115)'deki bağıntılar, fonksiyon metotları yoluyla klasik plak teorisinden birinci mertebeye teorisi elde etmek için de kullanılabilir [23], [28], [40].

2.5.6 Seçilen tabakalar için tabaka rijitliğinin belirlenmesi

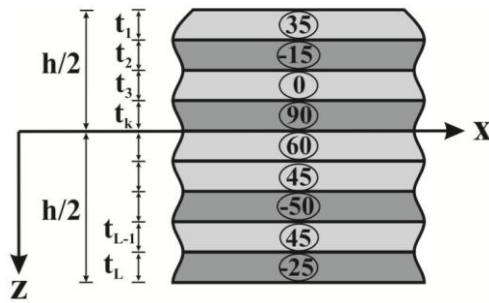
Tabakalı malzemenin rijitlik hesaplarına (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerinde kısaca değinilmişti. Tabaka rijitliği, malzeme rijitliğine, tabaka kalınlığına ve tabakalaşma düzenine göre değişiklik göstermektedir. Tabaka düzeninin simetrik ya da asimetrik dizilişi veya tabakalı malzemenin orta düzlemindeki malzemenin özellikleri, rijitliği sıfıra indirgeyebilmektedir [23], [28], [33], [37], [40].

Tabakalı kompozit malzemelerde tabakalaşma düzeni ($\alpha/\beta/\delta/\gamma/\epsilon..$) ile gösterilmektedir. Burada α birinci tabakadaki yönelme, β ikinci tabakadaki yönelme vb.. doğrultularını ifade etmektedir (Şekil 2.7). Tabakalar (Şekil 2.1)' de görüldüğü gibi pozitif z doğrultusu dikkate alınarak sayılmaktadır. Tabakalı malzemenin tabakalarının aynı malzemeden yapıldığı ve aynı kalınlıkta olduğu farz edilmektedir [28], [40].

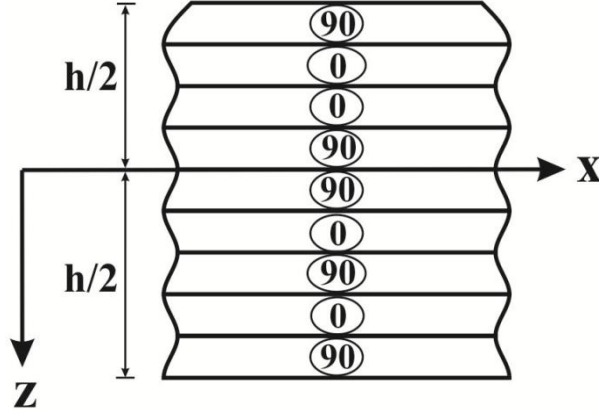


Şekil 2.7. Genel bir tabakalı malzemenin tabaka dizilimi

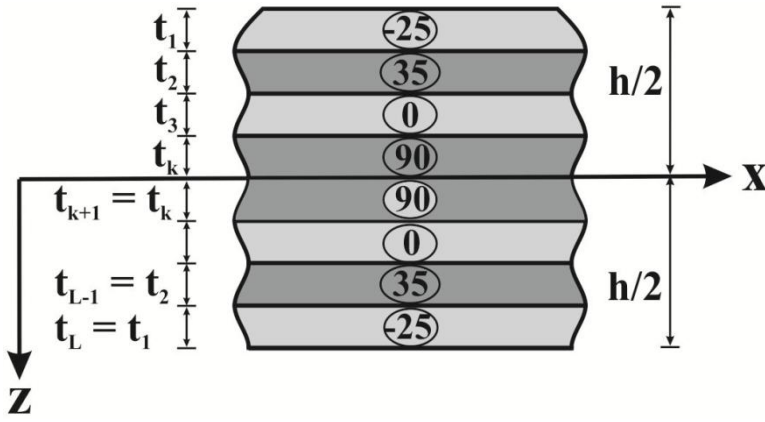
Genel bir tabakalı malzeme, doğrultuları $-90^0 \leq \theta \leq 90^0$ arasında olan çeşitli tabakalara sahiptir. Örneğin, (0/15/-35/45/90/-45); 6 katlı tabakalı bir malzemeyi ifade etmektedir. Genel açılı tabakalı malzemelerde, tabakalar (θ) ve ($-\theta$) gibi bir açıyla yönelmektedir (Şekil 2.8). Burada $0^0 \leq \theta \leq 90^0$ olmaktadır ve en az bir tabaka (0^0) veya (90^0) ile yönelmiş olmalıdır. Bu açıklamaya uygun olarak, (15/-30/0/90/45/-45) açılarının oluşturduğu açılı tabakalı malzeme örnek olarak verilebilir. Çapraz katlı tabakalı malzemeler (0^0) veya (90^0)' lik tabaka doğrultularına sahiptir (Şekil 2.9). Bu şekilde (0/90/90/0/0/90) açılarla oluşturulmuş çapraz katlı tabakalı malzeme örneği verilmiştir. (0^0) ve (90^0)' lik açılarla oluşturulmuş çapraz tabakaların tabaka rijitliğinde \bar{Q}_{16} , \bar{Q}_{26} , \bar{Q}_{45} terimleri sıfır olmaktadır. Bundan dolayı, $A_{16} = A_{26} = A_{45} = D_{16} = D_{26} = 0$ olarak hesaplanmaktadır.



Şekil 2.8. Genel açılı tabakalı malzeme



Şekil 2.8. 0^0 ve 90^0 ile oluşmuş çapraz katlı tabakalı malzeme



Şekil 2.9. Simetrik tabakalı malzeme

Tabakalı malzemenin tabaka dizilimi, malzeme ve geometrisi (yani tabaka kalınlığı) malzeme orta düzlemine göre simetrikse, bu malzeme simetrik tabakalı malzeme olarak adlandırılmaktadır (Şekil 2.9). Simetrik tabakalı malzemelerde, malzemenin üst yarısının kalınlığı, alt yarısının kalınlığına eşit olmaktadır. Tabakalar $(-45/45/45/45/-45)$ veya $(-45/45)_s$ ve $(45/-45/45/-45)$ veya $(45/-45)_s$ ile ifade edilmektedir. Malzemedeki tüm tabakalar aynı kalınlığa ve malzemeye sahiptir. Bunlara örnek olarak, simetrik açılı tabakalı malzeme, $(0/90/90/0) \equiv (0/90)_s$ olan simetrik çapraz katlı tabakalı malzeme ve $(30/-45/0/90/90/0/-45/30) \equiv (30/-45/0/90)_s$ olan genel simetrik tabakalı malzemeler gösterilebilmektedir [23], [28], [40].

Simetrik tabakalı malzemeler, tabakalaşmanın orta düzleme göre sadece üst yarısının gösterilmesiyle de ifade edilebilmektedir. $(-25/35/0/90/90/0/35/-25)$ olan simetrik tabakalar $(-25/35/0/90)_s$ şeklinde gösterilebilmektedir [23], [28], [40].

Asimetrik tabakalı malzemeler, simetrik olmayan tabakalı malzemelerdir. Tabakalaşma düzenleri asimetrik olmakla birlikte, malzeme ve tabaka kalınlıkları

orta düzleme göre simetriktir. Asimetrik açılı ve çapraz katlı tabakalara örnek sırasıyla $(30/-30/30/-30/30/-30) \equiv (-30/30)_s$ ve $(0/90/0/90/0/-90) \equiv (0/90)_s$ verilebilir.

Tabakalı malzeme rijitliği A_{ij} , tabakaların sadece kalınlığına ve rijitliğine bağlı olurken; tabakalı malzeme rijitliği D_{ij} , aynı zamanda tabakaların yerleşimine de bağlı olmaktadır. Örneğin, $(0/90)_s$ ve $(90/0)_s$ ile oluşmuş tabakalı malzemelerin her ikisi de aynı düzlem içi rijitlik A_{ij} ' ye sahiptir. Ancak $(0/90)_s$ tabakalı malzeme $(90/0)_s$ tabakalı malzemeye göre liflerine dik doğrultudaki ekseninde daha büyük bir eğilme rijitliğine D_{ij} sahiptir. Çünkü $(0/90)_s$ ' lik malzemede (0^0) ' li tabakalar orta düzlemden daha uzağa yerleşmişlerdir. A_{ij} ve D_{ij} daima pozitifdir. Tabakalı malzeme rijitliği B_{ij} , tabaka kalınlığına, rijitliğine ve tabakaların yerleşimine bağlı olmaktadır. Tabakalaşma düzenine ve tabaka sayısına bağlı olarak negatif olabilmektedir [23], [28], [40].

2.5.6.1 Tek tabakalı plaklar

Bu tip plaklar, tek tabakalı olarak düzenlenmiş bazı özel durumları ve rijitlikleri içermektedir. Bu özel durumlar, izotropik, özel ortotropik (ana malzeme eksenleri ile problem eksenleri çakışan), genel ortotropik (ana malzeme eksenleri ile plak problem eksenleri çakışmayan) ve anizotropik durumları kapsamaktadır. Uzamalı eğilme rijitliği B_{ij} ve kayma rijitliği (A_{16} , A_{26} , D_{16} , D_{26}); genel ortotropik ve anizotropik tek tabakalı plaklar hariç bütün tek tabakalı plaklarda sıfır olarak alınabilmektedir [28].

Tekil izotropik tabaka durumu

Malzeme sabitleri E , ν ve $G = E / 2(1 + \nu)$ olan h kalınlıklı bir tekil izotropik tabaka için, (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerindeki sıfır olmayan malzeme rijitlikleri,

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad , \quad A_{12} = \nu A_{11} \quad , \quad A_{22} = A_{11} \quad , \quad A_{44} = A_{55} = \frac{1-\nu}{2} A_{11} \quad , \quad A_{66} = \frac{1-\nu}{2} A_{11} \\ D_{11} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad , \quad D_{12} = \nu D_{11} \quad , \quad D_{22} = D_{11} \quad , \quad D_{66} = \frac{1-\nu}{2} D_{11} \end{aligned} \quad (2.116)$$

şeklinde verilebilir. Bu durumda, klasik ve birinci mertebe plak teorilerindeki temel denklemler;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \nu A_{11} & 0 \\ \nu A_{11} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} A_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.117)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \nu D_{11} & 0 \\ \nu D_{11} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} D_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.118)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.119)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Ayrıca sıfır olmayan termal kuvvetler $\{N^T\}$ ve $\{M^T\}$;

$$N_{xx}^T = N_{yy}^T = \frac{E\alpha}{(1-\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz, \quad M_{xx}^T = M_{yy}^T = \frac{E\alpha}{(1-\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T z dz \quad (2.120)$$

kalınlık boyunca alınan integraller ile hesaplanmaktadır.

Tekil özel ortotropik tabaka durumu

Tekil özel ortotropik tabaka için rijitlik, Q_{ij} ve h (kalınlık) terimleriyle ifade edilebilmektedir. (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerindeki sıfır olmayan malzeme rijitlikleri;

$$\begin{aligned} A_{11} &= Q_{11}h, & A_{12} &= Q_{12}h, & A_{22} &= Q_{22}h, & A_{44} &= Q_{44}h, & A_{55} &= Q_{55}h \\ A_{66} &= Q_{66}h, & D_{11} &= \frac{Q_{11}h^3}{12}, & D_{12} &= \frac{Q_{12}h^3}{12}, & D_{22} &= \frac{Q_{22}h^3}{12}, & D_{66} &= \frac{Q_{66}h^3}{12} \end{aligned} \quad (2.121)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Bu durumda, klasik ve birinci mertebeli plak teorilerindeki temel denklemler;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = h \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.122)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{h^3}{12} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.123)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = Kh \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.124)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Ayrıca sıfır olmayan termal kuvvetler $\{N^T\}$ ve $\{M^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz \quad (2.125)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx}^T \\ M_{yy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T z dz \quad (2.126)$$

kalınlık boyunca alınan integraller ile hesaplanmaktadır.

Tekil genel ortotropik tabaka durumu

Tekil genel ortotropik tabaka (ana malzeme eksenleri ile plak problem eksenleri çakışmayan) için rijitlik, dönüştürülmüş katsayılar \bar{Q}_{ij} ve h (kalınlık) değerleriyle ifade edilmektedir. (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerindeki sıfır olmayan malzeme rijitlikleri;

$$A_{ij} = \bar{Q}_{ij}h, \quad A_{44} = \bar{Q}_{44}h, \quad A_{55} = \bar{Q}_{55}h, \quad D_{ij} = \frac{\bar{Q}_{ij}h^3}{12} \quad (2.127)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Bu durumda, klasik ve birinci mertebeli plak teorilerindeki temel denklemler;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.128)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.129)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.130)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Bu durum için termal gerilme bileşenleri $\{N^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \\ N_{xy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{Bmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz \quad (2.131)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \\ N_{xy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{Bmatrix} T_0 h \quad (2.132)$$

olarak ifade edilmektedir. Benzer şekilde $\{M^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} M_{xx}^T \\ M_{yy}^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \\ 2\alpha_{xy} \end{Bmatrix} \frac{T_1 h^3}{12} \quad (2.133)$$

olarak ifade edilmektedir.

Tekil anizotropik tabaka durumu

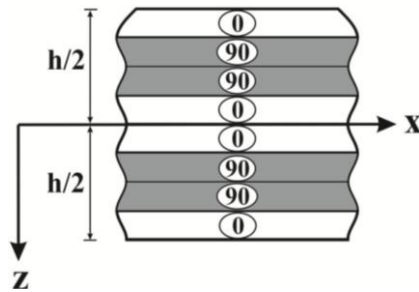
Tekil anizotropik tabaka için rijitlik, C_{ij} katsayıları ve kalınlık (h) ile ifade edilebilmektedir. (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerindeki sıfır olmayan malzeme rijitlikleri;

$$A_{ij} = C_{ij}h \quad , \quad D_{ij} = \frac{C_{ij}h^3}{12} \quad (2.134)$$

olarak yazılabilmektedir. $i, j = 1, 2, 3, \dots, 6$ olmaktadır. Bu durum için temel denklemler, tekil genel ortotropik tabaka durumu için verilen (2.128) – (2.131) ifadeleri ve (2.134) verilerinden türetilenmektedir.

2.5.6.2 Simetrik tabaka durumu

Malzeme özellikleri, konum ve tabakalaşma düzeni orta düzleme göre simetrik olduğunda, malzeme simetrik tabakalı malzeme olarak adlandırılmaktadır. Tabakalı malzeme simetrik değilse, malzeme asimetric malzeme olarak adlandırılır. Malzeme sabiti \bar{Q}_{ij}^k , uzaklığı z_k ve kalınlığı h_k olan tabaka, plak orta düzlemine göre simetrik olduğundan B_{ij} rijitlik terimleri sıfır olmaktadır (Şekil 2.10). Bu nedenle, uzamalı eğilme terimleri temel denklemlerde bulunmayacaktır. Şekildeğiştirme – yerdeğiştirme denklemleri lineer olduğunda düzlem içi deformasyonu kapsayan denklemler, simetrik tabakalı malzemenin eğilme denklemlerinden bağımsız olarak düşünülemez. Ayrıca, uygulanan düzlem içi kuvvet veya yerdeğiştirme yoksa düzlem içi şekildeğiştirme sıfır olmakta ve sadece eğilme denklemleri dikkate alınmaktadır. Bu sebeple, ısı değişiminden dolayı meydana gelen dönmeler simetrik tabakalaşma ile önlenmektedir [23], [28], [40], [41].



Şekil 2.10. Çapraz tabakalı simetrik bir tabakalı malzeme

Simetrik tabakalı malzeme için kuvvet ve moment bileşkeleri, tekil tabakalı ortotrop plaklarla genellikle aynı olmaktadır. Yani (2.128) – (2.130) denklemleri geçerli olmaktadır. Simetrik tabakalı malzemelerin bazı özel durumları mevcuttur.

Bu özel durumlardan dolayı şekildeğiştirmelerle gerilmelerden meydana gelen kuvvetler arasındaki bağıntılar daha da basit bir hal almaktadır [28], [40].

Birden çok izotropik katmandan oluşan simetrik tabaka durumu

Farklı malzeme özelliklerindeki ve farklı kalınlıktaki izotrop tabakalar hem geometrik hem de malzeme özellikleri bakımından simetrik olarak düzenlenirse meydana gelen tabakalı malzeme, klasik ve birinci mertebe teorileri için;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.135)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.136)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.137)$$

ifadeleri geçerli olmaktadır. A_{ij} ve D_{ij} ' ler (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerinde verildiği şekliyle tabakalı malzeme rijitliğidir. Bu durumda ilgili ifadelerden;

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^{(k)} = \bar{Q}_{22}^{(k)} = \frac{E^k}{1-\nu_k^2} \quad , \quad \bar{Q}_{16}^{(k)} = \bar{Q}_{26}^{(k)} = 0 \\ \bar{Q}_{12}^{(k)} = \frac{\nu_k E^k}{1-\nu_k^2} \quad , \quad \bar{Q}_{44}^{(k)} = \bar{Q}_{55}^{(k)} = \bar{Q}_{66}^{(k)} = \frac{E^k}{2(1+\nu_k)} \end{aligned} \quad (2.138)$$

bağıntıları elde edilebilir. Bu durum için termal gerilme bileşenleri $\{N^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \end{Bmatrix} \Delta T dz \quad (2.139)$$

olarak ifade edilmektedir. Benzer şekilde $\{M^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} M_{xx}^T \\ M_{yy}^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \end{Bmatrix} \Delta T z dz \quad (2.140)$$

olarak ifade edilmektedir. Eğer ısı değişimi lineer artış gösteriyorsa ($\Delta T = T_0 + zT_1$), bu durumda $\{N^T\}$ ve $\{M^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \end{Bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \end{Bmatrix} \quad , \quad \begin{Bmatrix} M_{xx}^T \\ M_{yy}^T \end{Bmatrix} = T_1 \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx} \\ \alpha_{yy} \end{Bmatrix} \quad (2.141)$$

olarak elde edilmektedir.

Birden çok özel ortotropik katmandan oluşan simetrik tabaka durumu

Hem malzeme hem de geometrik özellikler bakımından simetrik olarak düzenlenen bu tip simetrik malzemelerde, malzemenin orta düzlemine göre eğilmesi ve uzaması birbirinden bağımsız düşünülemez [23], [28]. Yani $B_{ij} = 0$ dır. Tabakalı malzeme genel denklemleri (2.135) – (2.137) ifadelerinde verildiği gibidir. Burada tabakalı malzeme rijitlikleri A_{ij} ve D_{ij} ' ler (2.60), (2.61) ve (2.105) ifadelerinden;

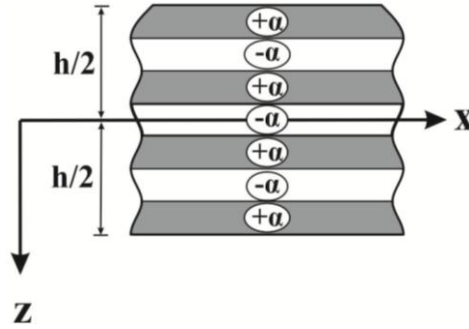
$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^{(k)} &= \frac{E_1^k}{1-\nu_{12}^k \nu_{21}^k} , \quad \bar{Q}_{12}^{(k)} = \frac{\nu_{21}^k E_1^k}{1-\nu_{12}^k \nu_{21}^k} , \quad \bar{Q}_{22}^{(k)} = \frac{E_2^k}{1-\nu_{12}^k \nu_{21}^k} \\ \bar{Q}_{16}^{(k)} &= \bar{Q}_{26}^{(k)} = 0 , \quad \bar{Q}_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)} , \quad \bar{Q}_{44}^{(k)} = G_{23}^{(k)} , \quad \bar{Q}_{55}^{(k)} = G_{13}^{(k)} \end{aligned} \quad (2.142)$$

şeklinde elde edilmektedir. Tabakalı malzemeler aynı zamanda özel ortotropik tabakalı malzemeler olarak da adlandırılabilir. Termal gerilme bileşenleri için (2.139) ve (2.140) ifadeleri geçerli olmaktadır. Özel ortotropik tabakalı malzemeler için ortak bir örnek olarak, malzeme özellikleri ve kalınlıkları aynı olan tabakalar içeren düzenli simetrik tabakalı malzeme verilebilmektedir. Ancak bu malzemelerin esas eksenleri (x_1 x_2), tabakalı malzeme eksenleri (x y) ile sırasıyla (0^0) ve (-90^0)' lik açı yapmaktadır (0/90/0/90...). Düzenli simetrik çapraz katlı tabakalı malzemenin tek sayıda tabaka içermesi gerekmektedir, aksi takdirde simetrik olmazlar. Bunun yanında, genel simetrik çapraz katlı tabakalı malzeme tek ya da çift sayıda tabaka içerebilmektedir ((0/90/0/90/90/0/90/0) veya (0/90/90/0/0/90/90/0)) (Şekil 2.10) [23], [28], [40].

Birden çok genel ortotropik katmandan oluşan simetrik tabaka durumu

Tabakalı malzemeler, esas eksen doğrultusu (ana malzeme doğrultusu) tabakalı malzeme doğrultusu ile (θ) kadar açı yaparak sıralanan genel ortotropik tabakadan oluşturulabilmektedir. Eğer tabakaların kalınlık, konum ve malzeme özellikleri tabakalı malzeme orta düzlemine göre simetrikse, eğilmeli uzama rijitliği $B_{ij} = 0$ dır. Tabakalı malzeme temel denklemleri (2.128) – (2.130) ifadelerinde verilmektedir. Normal kuvvet - kayma şekildeğiştirmesi, kesme kuvveti - normal şekildeğiştirmesi, normal moment – burulma ve burulma momenti – normal eğrilik çiftleri bu tür tabakalı malzeme için sıfır olmamaktadır (A_{16} , A_{26} , D_{16} , D_{26} terimleri sıfırdan farklıdır.). Genel ortotropik katmandan oluşan tabakalı malzeme için (30/-60₃/15₅/-60₃/30) örneği verilebilir. Buradaki alt indisler aynı doğrultuda ve kalınlıktaki tabaka sayısını ifade etmektedir [28], [40].

Düzenli simetrik açılı tabakalı malzemeler eşit kalınlıklı ve birbirini takip eden doğrultuda tek sayıda ortotropik tabakaya sahiptir ($\alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha, \alpha, -\alpha, \dots$), $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ (Şekil 2.11).



Şekil 2.11. Simetrik açılı tabakalı malzeme

Genel simetrik açılı tabakalı malzeme ($\theta, \beta, \gamma, \dots$)_s geometrisine sahiptir. Burada, $-90^\circ < \theta, \beta, \gamma < 90^\circ$ olmaktadır ve her tabakanın belli bir kalınlığı vardır. Ancak bu tabakalar orta düzleme göre simetrik yerleştirilmelidir. Burada gösterildiği gibi $N = 3$ olduğu durumda simetrik açılı tabakalı malzemenin ($A_{16}, A_{26}, D_{16}, D_{26}$) rijitlikleri en büyük değeri almaktadır. Artan N değerleriyle orantılı olarak $1/N$ değeri azalacağından, ($A_{16}, A_{26}, D_{16}, D_{26}$) rijitlikleri de orantılı olarak azalmaktadır. Sonuç olarak, simetrik açılı tabakalı malzemeler için bu rijitlik değerleri A_{ij} ve D_{ij} değerleri ile karşılaştırıldığında oldukça küçüktürler [23]. Tabaka orta düzlemine göre simetrik olarak yerleştirilen birden çok anizotrop katmandan oluşan tabakalı bir malzeme için, bütün simetrik tabakalı malzemeler için yazılan $B_{ij} = 0$ durumundan başka herhangi bir basitleştirme koşulu mevcut değildir. ($A_{16}, A_{26}, D_{16}, D_{26}$) rijitlikleri sıfır değildir ve tabaka sayısı arttıkça mutlaka sıfır olacak diye bir kaide yoktur. Genel olarak, simetrik tabakalı malzemeler uygulama zorunluluğu gerektiği durumlarda tercih edilmektedir. Simetrik tabakalı malzemeleri analiz etmek, genel veya asimetric tabakalı malzemelere göre daha kolaydır. Bununla birlikte simetrik tabakalı malzemelerde, soğumanın meydana getirdiği termal uyarılmadan dolayı burulma eğilimi yoktur [23], [28], [40].

2.5.6.3 Asimetrik tabaka durumu

Simetrik tabakalı malzemeler analiz bakımından daha gerekli olmasına karşın, bazı uygulamalarda tasarım zorunluluğu olmadığından tercih edilmezler. Örneğin, ısıyı etkin biçimde korumak için simetrik olmayan tabakalı malzemeler gerekmektedir. Ayrıca, tabakalı bir malzemenin kayma rijitliği tabakaların malzeme eksenlerine açılı

bir geometriyle yerleştirilmesiyle arttırılabilmektedir [23]. Eğer komşu tabakalar eşit kalınlığa ve $(\theta, -\theta)$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ lik açılarla birbirini takip eden doğrultulara sahiplerse, asimetrik tabakalı malzeme çift sayıda ortotropik tabakaya sahip olmak zorundadır. Tabakalaşma düzeninin asimetrik olmasına karşın, her tabaka çiftinin kalınlığı simetrik olduğundan bu sınıf asimetrik tabakalı malzemelerde ($A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26}$) olmaktadır (Şekil 2.12). B_{ij} terimleri sıfır olmamakla birlikte, artan tabaka sayısına bağlı olarak sıfır olabilmektedir [28]. Genel asimetrik tabakalı malzemeler için;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.143)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.144)$$

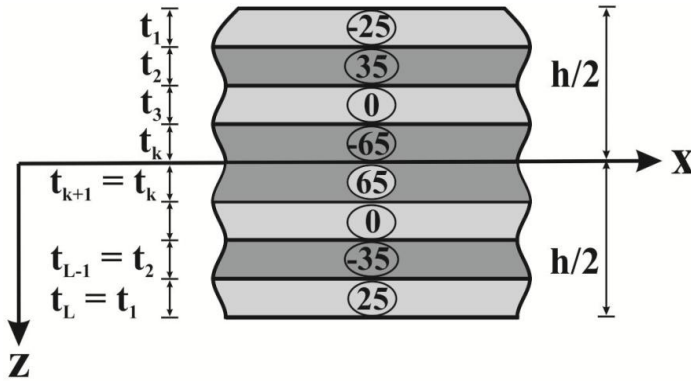
$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.145)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Termal kuvvet bileşenleri $\{N^T\}$ ve $\{M^T\}$;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^T \\ N_{yy}^T \\ N_{xy}^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx}^{(k)} \\ \alpha_{yy}^{(k)} \\ 2\alpha_{xy}^{(k)} \end{Bmatrix} \Delta T dz \quad (2.146)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx}^T \\ M_{yy}^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \alpha_{xx}^{(k)} \\ \alpha_{yy}^{(k)} \\ 2\alpha_{xy}^{(k)} \end{Bmatrix} \Delta T z dz \quad (2.147)$$

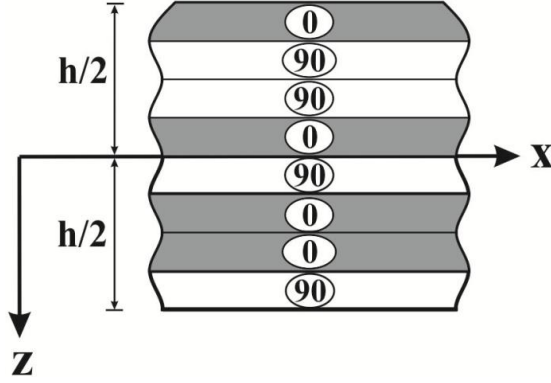
olarak ifade edilmektedir.



Şekil 2.12. Asimetrik tabakalı bir malzeme

Asimetrik çapraz katlı tabaka durumu

Asimetrik tabakalı malzemenin özel bir durumu, ana malzeme doğrultusu tabakalı malzeme eksenine $(0^\circ) - (90^\circ)$ lik açılar yapan çift sayıda ortotropik tabakadan oluşan malzeme durumudur. Bu çeşit malzemelere asimetrik çapraz katlı tabakalı malzeme denmektedir. Bu malzemeler örnek olarak, tüm tabakaları aynı kalınlıkta olan $(0/90/0/90 \dots)$ yerleşimindeki veya kalınlıkları $(h_1, h_2, h_3, h_3, h_2, h_1)$ olan $(0/90/90/0/0/90)$ yerleşimindeki malzemeler verilebilir. Verilen kalınlık ve konumdaki her (0°) lik tabaka için, orta düzlemin diğer tarafında aynı kalınlık ve konumda (90°) bir tabaka mevcut olmaktadır (Şekil 2.13). Bu tip tabakalı malzemeler için B_{ij} rijitlikleri; $B_{22} = -B_{11}$ ve diğer $B_{ij} = 0$ şeklinde tanımlanmaktadır [23], [28].



Şekil 2.13. Asimetrik çapraz katlı tabakalı malzeme

Kuvvetler ve momentler ile şekildeğişirmeler arasındaki bağıntılar;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.148)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.149)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.150)$$

olarak verilmektedir.

Düzenli asimetrik çapraz tabakalı malzeme; ana malzeme doğrultusu tabakalı malzeme eksenine $(0^\circ) - (90^\circ)$ lik açılar yapan, eşit kalınlığa ve malzeme özelliğine sahip çift sayıda ortotropik tabakadan oluşan malzemelerdir. Bu malzemelerde tabaka sayısı arttıkça, B_{11} rijitlik terimi sifıra yaklaşmaktadır [23].

Asimetrik açılı tabaka durumu

Asimetrik açılı tabakalı malzeme, ana malzeme doğrultusunun, orta düzlemin bir tarafında, tabakalı malzeme eksenine (θ) kadar açı yaptığı çift sayıda ortotrop tabakadan oluşan malzemedir. Bu durumda orta düzlemin diğer tarafında ($-\theta$) kadar açıyla yönlenmiş eşit kalınlıkta bir tabaka mevcuttur. $\theta = 0$ olduğu zaman, $-\theta = 90^\circ$ olarak ya da tam tersi olarak hesaba katılmalıdır. Düzenli asimetrik açılı tabakalı malzeme, eşit kalınlığa ve malzeme özelliklerine sahip çift sayıda tabaka içeren bir malzemedir. Örnek olarak, $(-45/40/-15/15/-40/45)$ dizilimi verilebilir [28], [40].

90° lik tabakası olmayan asimetrik açılı tabakalı malzeme için rijitlikler;

$$A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0 \quad , \quad B_{11} = B_{22} = B_{12} = B_{66} = 0 \quad (2.151)$$

şeklinde basitleştirilebilir. Kuvvetler ve momentler ile şekildeğiştirmeler arasındaki bağıntılar;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & B_{16} \\ 0 & 0 & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.152)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & B_{16} \\ 0 & 0 & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (2.153)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.154)$$

olarak elde edilebilmektedir. Karışık tabakalı malzeme kalınlıkları için B_{16} ve B_{26} rijitlikleri, tabakalı malzeme tabaka sayısı arttıkça sıfır olmaktadır.

2.5.6.4 Dengelenmiş ve yarı – izotrop tabaka durumu

Herhangi bir bölgesindeki tabakası başka bir bölgesindeki tabakası ile aynı malzeme ve kalınlığa veya ters yönde elyaf doğrultusuna sahipse, bu tür malzemelerden oluşan tabakalı malzemeye dengelenmiş tabakalı malzeme denmektedir. İki tabakanın orta düzleme göre simetrik olarak yerleştirilmesine gerek yoktur. Bu nedenle, asimetrik tabakalı malzeme $(\pm 35/0)_T = (35/-35/0)$, simetrik malzemede olduğu gibi $(\pm 35/0)_s$ ifade edilebilir. Düzlem içi kayma rijitliği ($A_{16} = A_{26} = 0$) olması herhangi bir dengelenmiş tabakalı malzemenin karakteristik özelliğidir. Bu rijitliklerin sıfır olmasının nedeni, zıt doğrultudaki tabaka çiftinde Q_{16} ve Q_{26} 'nin ters işaretli olması ve bu sebeple (A_{16} , A_{26}) terimlerine net katkısının sıfır olmasıdır [28], [40].

$$(Q_{16})_{(\theta)} = -(Q_{16})_{(-\theta)} \quad , \quad (Q_{26})_{(\theta)} = -(Q_{26})_{(-\theta)} \quad (2.155)$$

Dengelenmiş genel tabakalı malzeme için temel bağıntılar genel tabakalı malzemenin bağıntılarından daha basit değildir. Ancak, simetrik dengelenmiş tabakalı malzeme için (2.128) – (2.130) ifadelerinde ($A_{16} = A_{26} = 0$) alınmaktadır. Komşu tabakaya aynı açıyla yönelmiş, aynı malzeme ve kalınlığa sahip, üç veya daha fazla ortotropik tabakadan oluşmuş tabakalı malzemelerde, düzlem içi izotropi gereği $A_{11} = A_{22}$, $A_{66} = (A_{11} - A_{12})/2$ ve $A_{16} = A_{26} = 0$ bağıntıları mevcuttur. Bu tür malzemeler yarı – izotrop olarak adlandırılmaktadır. Bunlara örnek olarak (90/45/0/-45) ve (60/0/-60) dizilimleri verilebilmektedir. Eğilmeli uzama rijitlikleri sıfır olduğunda, kuvvet ve membran (düzlem içi) şekildeğiştirme arasındaki ilişki izotropik plakla aynı olmaktadır [23], [28].

Kuvvet bileşenleri;

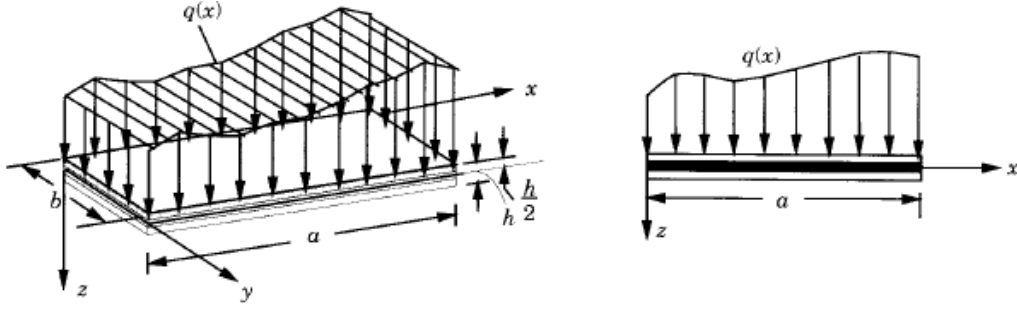
$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & (A_{11} - A_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (2.156)$$

olarak hesaplanmaktadır.

2.6 Tabakalı Kompozit Plakların Bir Boyutlu Analizi

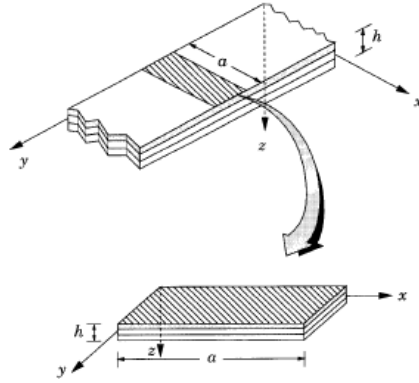
Tabakalı plaklarda bir doğrultulu olarak ele alınan iki durum mevcuttur. Bir doğrultulu olarak ele alınması yerdeğiştirmelerin sadece bir koordinatın fonksiyonu olmasından ileri gelmektedir. Bu durumlardan birincisi tabakalı kirişler, diğeri ise tabakalı plakların silindirik eğilmesidir. Tabakalı plağın b genişliği (y eksenini boyunca olan uzunluk); x eksenini boyunca uzunluğu ve tabakalaşma düzeni ile karşılaştırıldığında oldukça küçük kalmaktadır. Yerdeğiştirmelerin sadece x ' in bir fonksiyonu olduğu yükleme durumunda, tabaka Şekil 2.14' de görüldüğü gibi kiriş olarak ele alınmaktadır.

Silindirik eğilmede tabakalı plak, y eksenini boyunca çok uzun olan ve x eksenini boyunca sonlu bir boyuta sahip olan plak şerit eleman olarak düşünülmektedir (Şekil 2.15). Enine yükleme olan q, sadece x' in fonksiyonu olarak kabul edilmektedir. Bu durumda plağın (w_0) çökmesi ve (u_0 , v_0) yerdeğiştirmeleri sadece x' in bir fonksiyonu olmaktadır ve y' ye göre tüm türevleri sıfırdır. Kiriş problemi bir düzlem gerilme durumu iken, silindirik eğilme bir düzlem şekildeğiştirme problemidir [23].



Şekil 2.14. Tabakalı bir kirişin gösterimi

Problemin kesin çözümü, problemin ilk koordinat sınırlarının ve alanının her noktasındaki temel denklemlere cevap veren bir durumdur. Sayısal çözümleme, problemin sınır koşulları ve temel denklemlerine bir yaklaşımla cevap veren bir çözümdür. Çözümler; sonlu farklar, sonlu elemanlar, sınır elemanları metodu gibi çeşitli metotlarla elde edilebilmektedir.



Şekil 2.15. Silindirik eğilmeye maruz bir şerit elemanın gösterimi

Kesin çözüm, ya kapalı formda bir çözüm ya da sonsuz bir seri çözüm olabilmektedir. Kapalı form çözümleri sonlu sayıda terimle açıklanabilir. Örneğin, $u(x) = 2 - x + 3x^2 + 4 \sin n\pi x$ kapalı formda bir çözümdür. Oysaki seri çözümü ise;

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi x \quad (2.157)$$

şeklindedir. Burada a_n gerçel sayıdır. Serideki terimlerin sayısı sonlu olmadığı için kapalı formda bir çözüm değildir. Seri çözümleri, gerçekte, sonlu bir sayı için değerlendirme yaptığından; bu çözüm bir yaklaşımdır. Sonlu toplam seri çözümleri ise;

$$u_N(x) = \sum_{n=1}^N a_n \sin n\pi x \quad (2.158)$$

olmaktadır. Bu çözüm yaklaşım olmasına rağmen, analitik çözüm olarak isimlendirilmektedir. Çünkü (2.157)' deki serinin tüm terimlerini (2.158) ifadesi içermektedir.

Tek doğrultulu yapısından dolayı, sayısal çözümlerde olduğu gibi analitik – kesin çözümlerde tabakalı kiriş ve şerit eleman için genişletilebilmektedir.

2.7 Tabakalı Kirişlerin Klasik Tabakalı Plak Teorisi Kullanılarak Analizi

2.7.1 Klasik tabakalı plak teorisi kullanılarak temel denklemlerin teşkili

Bu başlık altında simetrik tabakalı kirişlerin Klasik tabakalı plak teorisine (CLPT) göre analizi açıklanmaktadır. Simetrik tabakalar için, eğilme çökmesindeki denklemler gerilme yerdeğiştirmelerinden ayrılmaktadır. Eğer düzlem içi kuvvetler sıfır olursa, düzlem içi yerdeğiştirmeler de buna bağlı olarak sıfır olmaktadır (u_0, v_0) [28], [40]. Bu durumda problem, eğilme çökmesi ve eğilme gerilmesi çözümüne indirgenebilmektedir. Tabakalı kiriş teorisi türetilirken kirişin her yerinde,

$$M_{yy} = M_{xy} = 0 \quad (2.159)$$

olduğu varsayılmaktadır. Düzlem içi kuvvetlerin olmadığı durumda simetrik tabakalar için temel denklemler;

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.160)$$

veya;

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.161)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada D_{ij}^* , D_{ij} matrisindeki terimlerin tersini teşkil etmektedir. (2.159) ifadesi kullanılarak;

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -D_{11}^* M_{xx} \quad , \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = -D_{12}^* M_{xx} \quad , \quad 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = -D_{16}^* M_{xx} \quad (2.162)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada;

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= (D_{22} D_{66} - D_{26} D_{26}) / D^* \quad , \quad D_2 = D_{16} D_{26} - D_{12} D_{66} \\ D_{12}^* &= (D_{16} D_{26} - D_{12} D_{66}) / D^* \quad , \quad D_1 = D_{22} D_{66} - D_{26} D_{26} \\ D_{16}^* &= (D_{12} D_{26} - D_{22} D_{16}) / D^* \quad , \quad D_3 = D_{12} D_{26} - D_{22} D_{16} \\ D^* &= D_{11} D_1 + D_{12} D_2 + D_{16} D_3 \end{aligned} \quad (2.163)$$

olarak hesaplanabilir. (2.162) ifadesi, enine çökme w_0 ' ın Poisson etkisi (D_{12}^*) ve anizotropik kayma (D_{16}^*) çiftinden dolayı y eksenini koordinatından bağımsız olamayacağını belirtmektedir. Bu etkiler yalnız uzun kirişlerde ihmal edilmektedir. Enine çökme için uzunluk / genişlik oranı tabakalaşma düzeninin fonksiyonu olan y ' den bağımsız düşünülebilmektedir. Açılı tabakalar için bu oran burkulma eğriliğinin ihmal edilmesi için oldukça büyük olmaktadır.

(2.164) ve (2.165) ifadesiyle verilen türevlerde, çökmedeki Poisson oranı ve kayma kavramını ihmal etmek için, tabakalı kiriş yeterince uzun seçilmiştir. Enine çökme sadece x koordinatının (kiriş boyunca uzunluk) ve t zamanın fonksiyonu olarak ele alınmaktadır.

$$w_0 = w_0(x, t) \quad (2.164)$$

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -D_{11}^* M_{xx} \quad (2.165)$$

(2.165) ifadesini klasik Euler – Bernoulli kiriş teorisine benzetmek için;

$$M = b M_{xx} \quad , \quad Q = b Q_{xx} \quad , \quad E_{xx} = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} = \frac{b}{I_{yy} D_{11}^*} \quad , \quad I_{yy} = \frac{bh^3}{12} \quad (2.166)$$

nicelikleri tanımlanmaktadır. Bu niceliklere bağlı olarak (2.165);

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -\frac{M}{E_{xx} I_{yy}} \quad veya \quad M(x) = -E_{xx} I_{yy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (2.167)$$

ifadesine dönüşmektedir. Kayma kuvvetleri ve eğilme momentleri arasındaki bağıntı;

$$Q_x = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} \quad veya \quad Q = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (2.168)$$

ifadesiyle verilmektedir. Burada; b genişliği, h tabakanın toplam kalınlığını göstermektedir. Tabakalı kirişlerin hareket denklemleri (2.40) – (2.42) ifadelerinde y' ye göre türev içeren tüm terimlerin sıfır kabul edilmesiyle;

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \hat{N}_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (2.169)$$

elde edilmektedir. Simetrik olan tabakalı uzun kirişler için ;

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + b \hat{N}_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \hat{q} = \hat{I}_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - \hat{I}_2 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (2.170)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Burada \hat{N}_{xx} uygulanan aksenal yükü ve;

$$\hat{q} = bq, \quad \hat{I}_0 = bI_0, \quad \hat{I}_2 = bI_2, \quad I_i = b \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z)^i dz \quad (i = 0, 1, 2) \quad (2.171)$$

ifade etmektedir. Gerekli sınır koşulları;

$$\text{Geometrik sınır koşulları; } w_0, \partial w_0 / \partial x \quad (2.172)$$

$$\text{Kuvvet ve moment sınır koşulu; } Q \equiv \partial M / \partial x, M \quad (2.173)$$

olarak belirlenmektedir. (2.167) – (2.173) denklemleri; homojen izotropik kirişlerin Euler – Bernoulli kiriş teorisi için şekil itibariyle özdeştir. Bundan dolayı, izotropik kirişlerin çeşitli sınır koşulları altındaki çökmeleri için elde edilebilir çözümler; E yerine E_{xx}^b koyarak, yük ve kütle atalet momentinin b ile çarpılmasıyla tabakalı kirişler için kolayca kullanılabilir. Dönel atalet momenti terimi olan I_2 ; (2.169) – (2.171) denklemlerinde ihmal edilemez [23], [28].

2.7.2 Klasik tabakalı plak teorisinde eğilme

$\hat{N}_{xx} = 0$, aksenal kuvvetin olmadığı statik eğilme problemi için (2.167) ve (2.170) ifadeleri;

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -\frac{M}{E_{xx}^b I_{yy}}, \quad E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = \hat{q} \quad (2.174)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Burada, $\hat{q} = bq$ olarak bilinen yayılı yüküdür.

M eğilme momenti, uygulanan yüklerin terimleri cinsinden ifade edildiğinde (2.174) ifadelerinin ilki, uygulanan yüklerin terimleri cinsinden ifade edilemediğinde ise (2.174) ifadelerinin ikincisi çözüm için daha uygun olmaktadır.

2.7.2.1 Klasik tabakalı plak teorisinde eğilme probleminin genel çözümü

(2.174) ifadelerinin genel çözümleri direkt olarak integrasyonla elde edilebilmektedir. Bundan dolayı (2.174) ifadelerinin birincisinden;

$$E_{xx}^b I_{yy} w_0(x) = - \int_0^x \left(\int_0^\eta M(\xi) d\xi \right) d\eta + b_1 x + b_2 \quad (2.175)$$

(2.174) ifadelerinin ikincisinden;

$$E_{xx}^b I_{yy} w_0(x) = - \int_0^x \left\{ \int_0^\xi \left[\int_0^\eta \left(\int_0^\zeta \hat{q}(\mu) d\mu \right) d\eta \right] d\xi + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \right\} \quad (2.176)$$

yazılabilmektedir. b_1 , b_2 ve $c_1 - c_4$ ' e kadar olan integrasyon sabitleri problemin sınır koşulları kullanılarak hesaplanabilir. Çeşitli mesnetler için sınır koşulları;

$$\text{serbest} \quad : \quad Q \equiv (\partial M / \partial x) = 0, M = 0$$

$$\text{basit mesnetli} \quad : \quad w_0 = 0, M = 0 \quad (2.177)$$

$$\text{ankastre} \quad : \quad w_0 = 0, (\partial w_0 / \partial x) = 0$$

olarak tanımlanmaktadır.

2.7.2.2 Klasik tabakalı plak teorisinde gerilmelerin hesabı

k. tabakadaki düzlem içi gerilmeler,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \frac{z}{b} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.178)$$

ya da,

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(k)}(x, z) &= \frac{M(x)z}{b} (\bar{Q}_{11}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{12}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{16}^{(k)} D_{16}^*) \\ \sigma_{yy}^{(k)}(x, z) &= \frac{M(x)z}{b} (\bar{Q}_{12}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{22}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{26}^{(k)} D_{16}^*) \\ \sigma_{xy}^{(k)}(x, z) &= \frac{M(x)z}{b} (\bar{Q}_{16}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{26}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{66}^{(k)} D_{16}^*) \end{aligned} \quad (2.179)$$

olarak ifade edilmektedir. Genel olarak, maksimum gerilmeler kirişin en alt veya en üst noktasında olmamaktadır. Kiriş kalınlığı boyunca meydana gelen maksimum gerilmeler, tabakalaşma düzenine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Buna bağlı olarak, maksimum aksenal gerilmeyi (0^0)' li tabaka almaktadır.

(2.179) ifadesiyle verilen gerilmeler tabakalı kirişlerin analizi için uygun olmakla beraber, 3 boyutlu gerilme halinde serbest kenarlarda geçerliliklerini kaybetmektedirler. Klasik kiriş teorisinde, tabakalar arası gerilmeler (σ_{xz} , σ_{zz}) temel denklemler kullanılarak hesaplandığında sıfır olmaktadır. Bu gerilmeler, oldukça küçük kayma ve enine normal gerilmeler olmasına karşın gerçekte mevcuttur. Dahası bu gerilmeler tabakalar arasında kusurlar mevcutsa daha da önem kazanmaktadır [40]. Tabakalar arası gerilmeler, üç boyutlu elastisite teorisindeki denge denklemleri kullanılarak;

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= 0\end{aligned}\quad (2.180)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Buna göre, her bir tabakadaki gerilmeyi elde edebilmek için bu denklemler z' ye göre integre edilirse ($z_k \leq z \leq z_{k+1}$);

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^{(k)} \\ \sigma_{yz}^{(k)} \\ \sigma_{zz}^{(k)} \end{Bmatrix} = - \int_{z_k}^z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}^{(k)}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}^{(k)}}{\partial y} \end{Bmatrix} dz + \begin{Bmatrix} G^{(k)} \\ F^{(k)} \\ H^{(k)} \end{Bmatrix}\quad (2.181)$$

ifadesi elde edilmektedir. Buradaki ($\sigma_{xx}^{(k)}$, $\sigma_{xy}^{(k)}$, $\sigma_{yy}^{(k)}$) terimleri (2.178) ve (2.179) ifadelerinden bulunabilir. Ayrıca ($G^{(k)}$, $F^{(k)}$, $H^{(k)}$) terimleri sabitleri göstermektedir. Kirişler için tüm değerler y' den bağımsızdır ve $v = 0$ 'dır. Bu nedenle y' ye göre türevler sıfırdır.

$$\begin{aligned}\sigma_{xz}^{(k)}(x, z) &= -Q_x(x) \left(\bar{Q}_{11}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{12}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{16}^{(k)} D_{16}^* \right) \left(\frac{z^2 - z_k^2}{2} \right) + G^{(k)} \\ \sigma_{zz}^{(k)}(x, z) &= -\frac{dQ_x}{dx} \left(\bar{Q}_{11}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{12}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{16}^{(k)} D_{16}^* \right) \left(\frac{z^3 - z_k^3}{6} \right) + H^{(k)}\end{aligned}\quad (2.182)$$

(2.166) ve (2.168) ifadeleri; $\frac{dM}{dx}$ yerine $Q = bQ_x$ koymak için kullanılmaktadır.

$G^{(k)}$, $H^{(k)}$ terimleri, sınır koşulları için kullanılan integral sabitleridir. 1. tabaka için σ_{xz} ve σ_{zz} tabakanın en alt yüzeyindeki kayma ve normal gerilmeler olmaktadır.

Örneğin tabakanın en altında gerilme yoksa $G^{(1)} = 0$, $H^{(1)} = 0$ olmaktadır. $k = 2, 3..$ için $G^{(k)}$, $H^{(k)}$ sabitleri, $\sigma_{xz}^{(k)}$, $\sigma_{zz}^{(k)}$ tabaka iç yüzeylerinde süreklilik dikkate alınarak;

$$\sigma_{xz}^{(k)}(x, z_{k+1}) = \sigma_{xz}^{(k+1)}(x, z_{k+1}) \quad , \quad \sigma_{zz}^{(k)}(x, z_{k+1}) = \sigma_{zz}^{(k+1)}(x, z_{k+1}) \quad (2.183)$$

$k = 1, 2$ için;

$$G^{(k+1)} = -Q_x(x) \left(\bar{Q}_{11}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{12}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{16}^{(k)} D_{16}^* \right) \left(\frac{z_{k+1}^2 - z_k^2}{2} \right) + G^{(k)} = \sigma_{xz}^{(k)}(x, z_{k+1}) \quad (2.184)$$

$$H^{(k+1)} = -\frac{dQ_x}{dx} \left(\bar{Q}_{11}^{(k)} D_{11}^* + \bar{Q}_{12}^{(k)} D_{12}^* + \bar{Q}_{16}^{(k)} D_{16}^* \right) \left(\frac{z_{k+1}^3 - z_k^3}{6} \right) + H^{(k)} = \sigma_{xz}^{(k)}(x, z_{k+1}) \quad (2.185)$$

şeklinde ifade edilebilir. Enine kayma gerilmeleri ikinci dereceden, normal gerilmeler her tabakanın kalınlığı boyunca üçüncü dereceden olmaktadır. Dağılımlar farklı tabakalarda farklı fonksiyonlarla ifade edilebilirken, tabaka boyunca sürekli kalmaktadırlar [23], [26], [28], [40], [41].

2.8 Tabakalı Kirişlerin Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi

Kullanılarak Analizi

2.8.1 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak temel denklemlerin teşkili

(FSDT) kirişlere uygulandığında;

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.186)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{Bmatrix} \quad (2.187)$$

veya;

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.188)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{Bmatrix} = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} A_{44}^* & A_{45}^* \\ A_{45}^* & A_{55}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} \quad (2.189)$$

Timoshenko kiriş teorisi ortaya çıkmaktadır. Burada K, kayma düzeltme faktörüdür.

D_{ij}^* (i, j = 1, 2, 6) [D] matrisinin tersinin terimlerini, A_{ij}^* (i, j = 4, 5) ise [A] matrisinin tersinin terimlerini ifade etmektedir. Ayrıca;

$$A_{44}^* = \frac{A_{55}}{A}, \quad A_{55}^* = \frac{A_{44}}{A}, \quad A_{45}^* = -\frac{A_{45}}{A}, \quad A = A_{44} A_{55} - A_{45}^2 \quad (2.190)$$

olmaktadır. Klasik tabakalı plak teorisinde olduğu gibi $M_{yy} = M_{xy} = Q_y = \Phi_y = 0$, w_0 ve Φ_x terimleri;

$$w_0 = w_0(x, t), \quad \phi_x = \phi_x(x, t) \quad (2.191)$$

ifadesinde görüldüğü gibi x ve t' nin fonksiyonları olarak kabul edilmektedir. (2.73) ifadesindeki u ve w terimleri düzlem içi şekildeğiştirmeler u_0 ve v_0 sıfır olduğu zaman;

$$w_0 = w_0(x, t), \quad \phi_x = \phi_x(x, t) \quad (2.192)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Lineer gerilme – şekildeğiştirme ilişkileri;

$$\varepsilon_{xx} = z \frac{\partial \phi_x}{\partial x}, \quad 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \quad (2.193)$$

olmaktadır. (2.188) ve (2.189) ifadelerinden;

$$\frac{\partial \phi_x}{\partial x} = D_{11}^* M_{xx}, \quad \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x = \frac{A_{55}^*}{K} Q_x \quad (2.194)$$

ya da;

$$E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = M(x), \quad M(x) = b M_{xx}, \quad E_{xx}^b = \frac{12}{D_{11}^* h^3} \quad (2.195)$$

$$K G_{xz}^b b h \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = Q(x), \quad Q(x) = b Q_x, \quad G_{xz}^b = \frac{1}{A_{55}^* h} \quad (2.196)$$

ifadeleri çıkarılabilir. Buna göre (2.91) – (2.95) ifadelerindeki hareket denklemleri;

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \hat{N}_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + q &= I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x &= I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2.197)$$

halini almaktadır. (2.195) ve (2.196) ifadeleri, (2.197) hareket denklemlerinde yerine konular ve denklem düzenlenirse;

$$\begin{aligned}K G_{xz}^b bh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + b \hat{N}_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \hat{q} &= \hat{I}_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \\ E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - K G_{xz}^b bh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) &= \hat{I}_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2.198)$$

yerdeğiştirme cinsinden hareket denklemleri yeniden oluşturulmuş olmaktadır.

Burada;

$$\hat{q} = bq, \quad \hat{I}_0 = bI_0, \quad \hat{I}_2 = bI_2 \quad (2.199)$$

olarak bilinmektedir.

2.8.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak tabakalı

kirişlerin eğilme analizi

Tabakalı kiriş probleminde eğilme momenti $M(x)$ ve kesme kuvveti $Q(x)$, kiriş problemi hesabında statik yöntemle hesaplandığı gibi hesaplanmaktadır. Φ_x ' in hesabında (2.195) ifadesi kullanılabilirken, w_0 ise (2.196) ifadesiyle bulunabilmektedir.

$M(x)$ ve $Q(x)$, belirli yük ifadeleriyle verilmediğinde, (2.198) denklemleri $w_0(x)$ ve $Q_x(x)$ ' in hesabında kullanılmaktadır. Eğilme analizi için (2.198) denklemleri;

$$\begin{aligned}K G_{xz}^b bh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \hat{q} &= 0 \\ E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - K G_{xz}^b bh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) &= 0\end{aligned}\quad (2.200)$$

ifadelerine dönüşmektedir. (2.200) ifadelerinden ilki x ' e göre integre edilirse;

$$K G_{xz}^b bh \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = - \int_0^x \hat{q}(\xi) d\xi + c_1 \quad (2.201)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifadede eşitliğin sol tarafı alınarak, (2.200) ifadelerinden ikincisinde yerine konularak integre edilirse;

$$E_{xx}^b I_{yy} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = - \int_0^x \int_0^\eta \hat{q}(\xi) d\xi d\eta + c_1 x + c_2 \quad (2.202)$$

ifadesi elde edilebilir. Bu ifadenin de x ' e göre integrali alınırsa sonuç olarak;

$$E_{xx}^b I_{yy} \phi_x = - \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta \hat{q}(\zeta) d\zeta d\eta d\xi + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \quad (2.203)$$

ifadesi elde edilmektedir. Φ_x ' in hesabı için, (2.203) ifadesi (2.201) ifadesinde yerine yazılırsa;

$$\frac{dw_0}{dx} = - \frac{1}{E_{xx}^b I_{yy}} \left[- \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta \hat{q}(\zeta) d\zeta d\eta d\xi + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \right] + \frac{1}{K G_{xz}^b bh} \left[- \int_0^x \hat{q}(\xi) d\xi + c_1 \right] \quad (2.204)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifadenin x 'e göre integrali;

$$w_0(x) = - \frac{1}{E_{xx}^b I_{yy}} \left[- \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta \int_0^\mu \hat{q}(\zeta) d\zeta d\eta d\xi d\mu + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \right] + \frac{1}{K G_{xz}^b bh} \left[- \int_0^x \hat{q}(\zeta) d\zeta + c_1 x \right] \quad (2.205)$$

olarak ifade edilebilir ki, bu da kirişin çökme denkleminde karşılık gelmektedir. $c_1 - c_4$ sabitleri kirişin sınır koşulları kullanılarak hesaplanabilmektedir.

Timoshenko kiriş teorisinde enine çökmelerin iki kısımdan oluştuğu bilinmektedir. Bunlar ;

$$\begin{aligned} w_0(x) &= w_0^b(x) + w_0^s(x) \\ w_0^b(x) &= \frac{1}{E_{xx}^b I_{yy}} \left[\int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta \int_0^\mu \hat{q}(\zeta) d\zeta d\eta d\xi d\mu - c_1 \frac{x^3}{6} - c_2 \frac{x^2}{2} - c_3 x - c_4 \right] \\ w_0^s(x) &= \frac{1}{K G_{xz}^b bh} \left[- \int_0^x \hat{q}(\zeta) d\zeta + c_1 x \right] \end{aligned} \quad (2.206)$$

olarak ifade edilmektedir. Buradaki b ve s üst indisleri sırasıyla eğilmeyi ve kesme kuvvetini göstermektedir.

Eğilme çökmesi $w_0^b(x)$ Klasik tabakalı plak teorisinde (CLPT) türetilen ifade ile aynıdır (2.176). Enine kayma rijitliği sıfır olduğunda; kayma çökmesi $w_0^s(x)$ sıfır olmaktadır ve Timoshenko teorisi, klasik kiriş teorisine indirgenmektedir. Hatta Euler – Bernoulli kiriş teorisi ile Timoshenko kiriş teorisi arasında bir ilişki kurulabilmektedir. Kurulan bu ilişkiler; Timoshenko kiriş çözümlerinin, bilinen klasik kiriş çözümlerinden faydalanılarak herhangi bir sınır koşulu için çözülebilmeye olanak sağlamaktadır [28]. Timoshenko kiriş teorisinin düzlem içi gerilmeler için tanımlanması, klasik kiriş teorisindekiyle aynı olmaktadır (2.179).

(2.181) ifadesinde, enine kayma gerilmeleri için verilen tanımlamalar 3 boyutlu denge denklemlerinden türetilmiştir ve bu durum için de geçerli olmaktadır [23], [32], [36]. Enine kayma gerilmeleri Timoshenko kiriş teorisindeki temel denklemler kullanılarak;

$$\sigma_{xz}^{(k)}(x, z) = \bar{Q}_{55}^{(k)} A_{55}^* \frac{Q(x)}{b} \quad (2.207)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir.

2.9 Klasik Tabakalı Plak Teorisi Kullanılarak Silindirik Eğilme Analizi

2.9.1 Klasik tabakalı plak teorisinde silindirik eğilme temel denklemleri

Kenarları (x,y) eksenlerine paralel olan tabakalı dikdörtgen plak için; plağın uzun kenarının y eksenine paralel olduğu ve x eksenine paralel herhangi bir kesitte enine üniform $q(x)$ yüküne maruz kaldığı varsayılırsa, bu durumda çökmeler (w_0) ve yerdeğiştirmeler (u_0, v_0) sadece x' in birer fonksiyonu olmaktadır. Bundan dolayı y' ye göre tüm türevler sıfırdır ve plak silindirik bir yüzeyde eğilir. Silindirik eğilme problemi için (Şekil 2.15) lineer (CLPT)' de temel denklemler;

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - \frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - I_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial t^2} \quad (2.208)$$

$$A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} - B_{16} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} - \frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \quad (2.209)$$

$$B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + B_{16} \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{N}_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 M_{xx}^T}{\partial x^2} + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} + I_1 \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} \quad (2.210)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Uygulanan aksenal yük \hat{N}_{xx} olduğunda atalet terimleri;

$$(I_0, I_1, I_2) = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} (1, z, z^2) \rho_0^{(k)} dz \quad (2.211)$$

olarak ifade edilmektedir.

Temel tabakalaşma düzeni için (2.208) – (2.210) ifadeleri birleştirilmiştir. Çapraz katlı tabakalar için (2.209) ifadesi diğerlerinden ayrılmaktadır. Genel durumda (2.208) ve (2.209)' dan u'' ve v'' çözümlenerek, (2.210)' da yerine yazılarak;

$$A \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} = B \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + A_{66} \frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} - A_{16} \frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} + A_{66} I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - A_{16} I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} - A_{66} I_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial t^2} \quad (2.212)$$

$$A \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} = C \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + A_{11} \frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} - A_{16} \frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} + A_{11} I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} - A_{16} I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + A_{16} I_1 \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial t^2} \quad (2.213)$$

$$D \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = \bar{B} \frac{\partial^2 N_{xx}^T}{\partial x^2} + \bar{C} \frac{\partial^2 N_{xy}^T}{\partial x^2} - (I_1 - \bar{B}I_0) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial t^2} + \bar{C}I_0 \frac{\partial^3 v_0}{\partial x \partial t^2} - I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + (I_2 - \bar{B}I_1) \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 M_{xx}^T}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\hat{N}_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + q \quad (2.214)$$

alternatif çözümü elde edilebilmektedir. Burada;

$$A = A_{11} A_{66} - A_{16} A_{16} \quad , \quad B = B_{11} A_{66} - B_{16} A_{16} \quad , \quad C = A_{11} B_{16} - A_{16} B_{11} \\ D = D_{11} - B_{11} \bar{B} - B_{16} \bar{C} \quad , \quad \bar{B} = \frac{B}{A} \quad , \quad \bar{C} = \frac{C}{A} \quad (2.215)$$

olarak tanımlanmaktadır. Çapraz katlı tabakalar için $C = 0$ dır ($A_{16} = B_{16} = D_{16} = 0$).

N_{xy}^T x ' in lineer bir fonksiyonu olmakla birlikte, v ' de sıfır olmaktadır.

Eğer düzlem içi ataletler ihmal edilirse, w_0 için olan (2.214) ifadesi u_0 ve v_0 ' dan bağımsız olmaktadır. Termal kuvvetler ve eksenel yüklerin olmadığı durumda (2.214) ifadesi, (2.170) ifadesiyle aynı şekli almaktadır. Bu nedenle, klasik plak teorisi için türetilen ifadeler uygun katsayı değişimi yapıldığında silindirik eğilme için de geçerli olmaktadır.

2.9.2 Klasik tabakalı plak teorisi kullanılarak silindirik eğilme analizi

Statik eğilme problemi için (2.212) – (2.214) ifadeleri;

$$A \frac{d^2 u_0}{dx^2} = B \frac{d^3 w_0}{dx^3} + A_{66} \frac{dN_{xx}^T}{dx} - A_{16} \frac{dN_{xy}^T}{dx} \quad (2.216)$$

$$A \frac{d^2 v_0}{dx^2} = C \frac{d^3 w_0}{dx^3} + A_{11} \frac{dN_{xy}^T}{dx} - A_{16} \frac{dN_{xx}^T}{dx} \quad (2.217)$$

$$D \frac{d^4 w_0}{dx^4} = \bar{B} \frac{d^2 N_{xx}^T}{dx^2} + \bar{C} \frac{d^2 N_{xy}^T}{dx^2} - \frac{d^2 M_{xx}^T}{dx^2} + q \quad (2.218)$$

ifadelerine indirgenmektedir. Burada w_0 terimini içeren (2.218) ifadesi diğerlerinden ayrılmaktadır. Bu ifade simetrik tabakalı kirişlerin denkleminde benzerdir. (2.218) ifadesi genel tabakalar için geçerli olduğunda (simetrik - asimetrik); (2.174) ifadesinin ikinci kısmından eğilme rijitlikleri sebebiyle ayrılmaktadır. Bu sebeple, Bölüm 2.7' de verilen kesin çözümlerdeki ifadelerin çoğu (2.218) ifadesine uygulanmaktadır. Silindirik eğilmede tabakalaşma düzeninin sınırlandırılması, problemin tüm üç yerdeğiştirmesi için sınır koşullarından ileri gelmektedir. Her iki kenarı basit mesnetli veya ankastre mesnetli olduğunda, kesin çözümler tabakalaşma düzeninde herhangi bir sınırlama olmaksızın geliştirilebilmektedir.

Ankastre mesnetli – serbest tabakalı şerit eleman için tabaka düzeninde sınırlama vardır. (2.218) ifadesi (2.216) ve (2.217) ifadelerinden ayrıldığı için integre edilebilir. Verilen termal ve mekanik yükler için $w_0(x)$ elde etmek ve $u_0(x)$, $v_0(x)$ ' i hesaplamak için;

$$D \frac{d^3 w_0}{dx^3} = \bar{B} \frac{dN_{xx}^T}{dx} + \bar{C} \frac{dN_{xy}^T}{dx} - \frac{dM_{xx}^T}{dx} + \int_0^x q(\xi) d\xi + c_1 \quad (2.219)$$

$$A \frac{d^2 u_0}{dx^2} = \hat{B} \int_0^x q(\xi) d\xi + G_1 \frac{dN_{xx}^T}{dx} + F_1 \frac{dN_{xy}^T}{dx} - \hat{B} \frac{dM_{xx}^T}{dx} + a_1 \quad (2.220)$$

$$A \frac{d^2 v_0}{dx^2} = \hat{C} \int_0^x q(\xi) d\xi + G_2 \frac{dN_{xx}^T}{dx} + F_2 \frac{dN_{xy}^T}{dx} - \hat{C} \frac{dM_{xx}^T}{dx} + b_1 \quad (2.221)$$

ifadeleri kullanılabilir. Burada;

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{\bar{B}B}{D} + A_{66} \quad , \quad F_1 = \frac{\bar{B}B}{D} - A_{16} \quad , \quad \hat{B} = \frac{B}{D} \quad , \quad a_1 = \hat{B}c_1 \\ G_2 &= \frac{\bar{B}C}{D} - A_{16} \quad , \quad F_2 = \frac{\bar{B}C}{D} + A_{11} \quad , \quad \hat{C} = \frac{C}{D} \quad , \quad a_1 = \hat{C}c_1 \end{aligned} \quad (2.222)$$

bağıntıları geçerli olmaktadır. Buna göre, (2.219) – (2.221) ifadeleri;

$$A \frac{du_0}{dx} = \hat{B} \int_0^x \left(\int_0^\xi q(\eta) d\eta \right) d\xi + G_1 N_{xx}^T + F_1 N_{xy}^T - \hat{B} M_{xx}^T + a_1 x + a_2 \quad (2.223)$$

$$A \frac{dv_0}{dx} = \hat{C} \int_0^x \left(\int_0^\xi q(\eta) d\eta \right) d\xi + G_2 N_{xx}^T + F_2 N_{xy}^T - \hat{C} M_{xx}^T + b_1 x + b_2 \quad (2.224)$$

$$D \frac{d^2 w_0}{dx^2} = \bar{B} N_{xx}^T + \bar{C} N_{xy}^T - M_{xx}^T + \int_0^x \left(\int_0^\xi q(\eta) d\eta \right) d\xi + c_1 x + c_2 \quad (2.225)$$

devam edilirse;

$$\begin{aligned} Au_0(x) &= \hat{B} \int_0^x \left[\int_0^\xi \left(\int_0^\eta q(\zeta) d\zeta \right) d\eta \right] d\xi + G_1 \int_0^x N_{xx}^T(\xi) d\xi + F_1 \int_0^x N_{xy}^T(\xi) d\xi - \hat{B} \int_0^x M_{xx}^T(\xi) d\xi \\ &+ a_1 \frac{x^2}{2} + a_2 x + a_3 \end{aligned} \quad (2.226)$$

$$\begin{aligned} Av_0(x) &= \hat{C} \int_0^x \left[\int_0^\xi \left(\int_0^\eta q(\zeta) d\zeta \right) d\eta \right] d\xi + G_2 \int_0^x N_{xx}^T(\xi) d\xi + F_2 \int_0^x N_{xy}^T(\xi) d\xi - \hat{C} \int_0^x M_{xx}^T(\xi) d\xi \\ &+ b_1 \frac{x^2}{2} + b_2 x + b_3 \end{aligned} \quad (2.227)$$

$$D \frac{dw_0}{dx} = \int_0^x \left[\int_0^\xi \left(\int_0^\eta q(\zeta) d\zeta \right) d\eta \right] d\xi + \bar{B} \int_0^x N_{xx}^T(\xi) d\xi + \bar{C} \int_0^x N_{xy}^T(\xi) d\xi - \int_0^x M_{xx}^T(\xi) d\xi + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \quad (2.228)$$

$$\begin{aligned}
D w_0(x) = & \int_0^x \left\{ \int_0^\xi \left[\int_0^\eta \left(\int_0^\zeta q(\mu) d\mu \right) d\zeta \right] d\eta \right\} d\xi + \bar{B} \int_0^x \left(\int_0^\xi N_{xx}^T(\eta) d\eta \right) d\xi + \bar{C} \int_0^x \left(\int_0^\xi N_{xy}^T(\eta) d\eta \right) d\xi \\
& - \int_0^x \left(\int_0^\xi M_{xx}^T(\eta) d\eta \right) d\xi + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4
\end{aligned} \tag{2.229}$$

ifadelerine dönüşmektedir. Eğer tabakada lineer ısı değişimi mevcutsa;

$$\Delta T(x, z) = T_0 + z T_1 \tag{2.230}$$

fonksiyonu ile ifade edilebilmektedir. T_0 ve T_1 sabit olmak üzere;

$$N_{xx}^T = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{11} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{12} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{16} \alpha_{xy} \right)^{(k)} \Delta T dz = A_1^T T_0 + B_1^T T_1 \tag{2.231}$$

$$N_{xy}^T = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{16} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{26} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{66} \alpha_{xy} \right)^{(k)} \Delta T dz = A_6^T T_0 + B_6^T T_1 \tag{2.232}$$

$$M_{xx}^T = \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{11} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{12} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{16} \alpha_{xy} \right)^{(k)} \Delta T dz = B_1^T T_0 + D_1^T T_1 \tag{2.233}$$

ifadeleri elde edilmektedir. Bu ifadelerde;

$$\begin{aligned}
A_j^T &= \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{j1} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{j2} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{j6} \alpha_{xy} \right)^{(k)} dz \\
B_j^T &= \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{j1} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{j2} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{j6} \alpha_{xy} \right)^{(k)} z dz \\
D_j^T &= \sum_{k=1}^L \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\bar{Q}_{j1} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{j2} \alpha_{yy} + 2 \bar{Q}_{j6} \alpha_{xy} \right)^{(k)} z^2 dz
\end{aligned} \tag{2.234}$$

terimleri geçerlidir. Ayrıca, $q = q_0$ ise (2.226) – (2.229) ifadeleri;

$$\begin{aligned}
A u_0(x) = & \hat{B} q_0 \frac{x^3}{6} + G_1 (A_1^T T_0 + B_1^T T_1) x + F_1 (A_6^T T_0 + B_6^T T_1) x - \hat{B} (B_1^T T_0 + D_1^T T_1) x \\
& + a_1 \frac{x^2}{2} + a_2 x + a_3 \equiv \hat{B} q_0 \frac{x^3}{6} + a_1 \frac{x^2}{2} + \hat{a}_2 x + a_3
\end{aligned} \tag{2.235}$$

$$\begin{aligned}
A v_0(x) = & \hat{C} q_0 \frac{x^3}{6} + G_2 (A_1^T T_0 + B_1^T T_1) x + F_2 (A_6^T T_0 + B_6^T T_1) x - \hat{C} (B_1^T T_0 + D_1^T T_1) x \\
& + b_1 \frac{x^2}{2} + b_2 x + b_3 \equiv \hat{C} q_0 \frac{x^3}{6} + b_1 \frac{x^2}{2} + \hat{b}_2 x + b_3
\end{aligned} \tag{2.236}$$

$$\begin{aligned}
D w_0(x) = & q_0 \frac{x^4}{24} + \bar{B} (A_1^T T_0 + B_1^T T_1) \frac{x^2}{2} + \bar{C} (A_6^T T_0 + B_6^T T_1) \frac{x^2}{2} - (B_1^T T_0 + D_1^T T_1) \frac{x^2}{2} \\
& + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \equiv q_0 \frac{x^4}{24} + c_1 \frac{x^3}{6} + \hat{c}_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4
\end{aligned} \tag{2.237}$$

ifadelerine dönüşmektedir. Buradaki a_i , b_i , c_i integral sabitleri, sınır koşulları kullanılarak hesaplanmaktadır.

Her tabakadaki düzlem içi gerilme, temel denklemler kullanılarak hesaplanabilmektedir. Enine gerilmeler üç boyutlu elastisite teorisinin denge denklemleriyle hesaplanabilir. Açılı katlı tabakalar için sıfır olan tek şekildeğiştirme ε_{xx} ' dir.

Kirişlerde, üniform yük altında diğer koşullar için analitik çözümler (2.208) – (2.210) ifadelerinden elde edilebilmektedir. Üniform olarak dağılmış yüklerin dışındaki diğer yükler için, (2.226) – (2.229) ifadeleri kullanılmalıdır.

2.10 Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi Kullanılarak Silindirik

Eğilme Analizi

2.10.1 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinde silindirik eğilme temel denklemleri

Kayma etkilerinin; eğilme çökmesinde ve burkulma yüklerindeki etkisini görmek için, (FSDT)' de silindirik eğilmenin hareket denklemleri incelenmelidir.

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + B_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} - \frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (2.238)$$

$$A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + B_{66} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} - \frac{\partial N_{xy}^T}{\partial x} = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \quad (2.239)$$

$$B_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{16} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} - KA_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) - KA_{45} \phi_y - \frac{\partial M_{xx}^T}{\partial x} = I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \quad (2.240)$$

$$B_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + D_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} - KA_{45} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) - KA_{44} \phi_y - \frac{\partial M_{xy}^T}{\partial x} = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} \quad (2.241)$$

$$KA_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + KA_{45} \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (2.242)$$

Silindirik eğilme için $\Phi_y = 0$ kabul edilmekte ve (2.241) ifadesi dikkate alınmamaktadır. Analitik çözüm geliştirmek için, düzlem içi atalet terimleri ihmal edilmektedir. Termal etkilerin olmadığı varsayılarak (2.238) – (2.242) ifadeleri;

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + B_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} = I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (2.243)$$

$$A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} = 0 \quad (2.244)$$

$$B_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + B_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + D_{11} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - KA_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (2.245)$$

$$KA_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (2.246)$$

şeklinde basitleştirilmektedir. (2.243) ve (2.244) ifadelerinin u_0 ve v_0 için Φ_x terimleriyle çözülmesiyle ve (2.243) – (2.245) ifadelerinde u_0 ve v_0 ' in yok edilerek sonuçların (2.245)' de yerine yazılmasıyla;

$$KA_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \hat{N}_{xx} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad (2.247)$$

$$D \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - KA_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \quad (2.248)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Bu ifadeler tabakalı kirişler için verilen (2.198) ve (2.199) ifadeleri ile aynı olmaktadır. Bu sebepten ötürü Bölüm 2.8' deki tüm hesaplamalar burada da uygulanabilmektedir.

2.10.2 Birinci mertebe kayma deformasyon teorisi kullanılarak silindirik eğilme analizi

Statik analiz için (2.247) ve (2.248) ifadeleri;

$$KA_{55} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + q = 0 \quad (2.249)$$

$$D \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} - KA_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) = 0 \quad (2.250)$$

ifadelerine indirgenebilmektedir. Bölüm 2.8.2' deki tabakalı kirişlerin (FSDT) kullanılarak analizi için sunulan işlem sırası incelenirse,

$$\phi_x(x) = \frac{1}{D} \left[- \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta q(\zeta) d\zeta d\eta d\xi + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + c_3 \right] \quad (2.251)$$

ifadesi elde edilmektedir. Çökmeler ise;

$$w_0(x) = - \frac{1}{D} \left[- \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta \int_0^\mu q(\zeta) d\zeta d\eta d\xi d\mu + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + c_4 \right] + \frac{1}{KA_{55}} \left[- \int_0^x \int_0^\xi q(\zeta) d\zeta d\xi + c_1 x \right] \quad (2.252)$$

şeklinde olmaktadır. Bu ifadelerdeki c_1 , c_2 , c_3 ve c_4 sınır koşulları kullanılarak hesaplanabilen integral sabitleridir. Sonuçlar genel durum için çıkarılmış olup, tüm simetrik tabakalı kirişler için uygulanabilmektedir.

3. ORTOTROPİK PLAKLARIN EĞİLME ANALİZİ

Ortotropik plakların eğilme analizi, Navier, Lévy veya Ritz metodlarından herhangi biri ile yapılabilmektedir. Ancak dikkat edilmesi gereken husus, kullanılacak metodun hangi sınır şartlarında uygun olup olmadığıdır.

Dört kenarı ankastre mesnetli olan veya iki paralel kenarı basit mesnetli olmayan dikdörtgen plaklar için Navier ve Lévy metodları uygun olmamaktadır. Çünkü bu yöntemlerden Navier metodu, dört kenarı basit mesnetli tabakalı kompozit plaklar için uygun olurken; Lévy metodu ise karşılıklı iki kenarı basit mesnetli ve diğer iki kenarı uygun sınır koşulları altında olan (boş uç, basit mesnetli veya ankastre mesnetli) kompozit plaklar için uygun olmaktadır. Eğer uygun bir yaklaşım fonksiyonu belirlenebilirse, Ritz metodu farkı sınır koşulları için daha uygun çözüm sunmaktadır [28], [32], [40].

Bu açıklamalara bağlı olarak, farklı sınır koşullarına sahip ortotropik tabakalı plakların eğilme çökmeleri Ritz metodu ile incelenecektir.

3.1 CLPT'de Ortotropik Plakların Eğilme Analizi

Daha önceki bölümlerde Klasik Tabakalı Plak Teorisi için verilen teorik bilgiler, bu bölümde de geçerli olmaktadır. Denklem 2.31'de verilen toplam potansiyel enerji ifadesinden yararlanarak virtüel iş ifadesi;

$$0 = \int_0^b \int_0^a (M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(1)} - q \delta w_0) dx dy \quad (3.1)$$

olarak elde edilebilir. Bu ifade daha da açık biçimde;

$$\begin{aligned} 0 = & \int_0^b \int_0^a \left[\left(D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} + \left(D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2} \right] dx dy \\ & + \int_0^b \int_0^a \left[\left(D_{66} (2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}) (2 \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x \partial y}) \right) - q \delta w_0 \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$0 = \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} + D_{12} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2} \right) + D_{22} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial y^2} \right] dx dy \quad (3.3)$$

$$+ \int_0^b \int_0^a \left[4D_{66} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w_0}{\partial x \partial y} - q \delta w_0 \right] dx dy$$

$$0 = \int_0^b \int_0^a \left[\frac{1}{2} D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + D_{12} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2} D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \quad (3.4)$$

$$+ \int_0^b \int_0^a \left[4D_{66} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - q w_0 \right] dx dy$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Bu ifadelere bağlı olarak toplam potansiyel enerji;

$$\Pi(w_0) = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + D_{12} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \quad (3.5)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - 2q w_0 \right] dx dy$$

olarak bulunmaktadır.

3.1.1 Ankastre mesnet durumu

Tüm kenarları ankastre mesnetli ve $q(x,y)$ yayılı yüküne maruz dikdörtgen bir plak göz önüne alındığında, bu plağa ait sınır koşulları;

$$x = a \text{ ve } x = 0 \text{ için } w_0 = \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (3.6)$$

$$y = b \text{ ve } y = 0 \text{ için } w_0 = \frac{\partial w_0}{\partial y} = 0$$

olmaktadır. Bu durumda Ritz metoduna uygun form;

$$w_0(x, y) \approx W_m(x, y) = \sum_i^m \sum_j^n c_{ij} \varphi_{ij}(x, y) \quad (3.7)$$

olarak seçilebilir. Buradaki φ_{ij} yaklaşım fonksiyonu (3.6) ifadelerindeki tüm sınır koşullarını sağlamaktadır. Plağın dikdörtgen geometrisi ve ankastre mesnet için uygun sınır koşulları dikkate alındığında yaklaşım fonksiyonu φ_{ij} ;

$$\varphi_{ij}(x, y) = X_i(x)Y_j(y) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada;

$$\begin{aligned}
X_i(x) &= \left(\frac{x}{a}\right)^{i+1} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 \\
Y_j(y) &= \left(\frac{y}{b}\right)^{j+1} \left(1 - \frac{y}{b}\right)^2
\end{aligned} \tag{3.9}$$

veya

$$\begin{aligned}
X_i(x) &= \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\
Y_j(y) &= \sin \lambda_j y - \sinh \lambda_j y + \alpha_j (\cosh \lambda_j y - \cos \lambda_j y)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

olmaktadır. (3.10) ifadesindeki λ_i ve α_i ise;

$$\begin{aligned}
&(\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) - 1 = 0 \\
\alpha_i &= \frac{(\sinh \lambda_i a) - (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) - (\cos \lambda_i a)} = \frac{(\cosh \lambda_i a) - (\cos \lambda_i a)}{(\sinh \lambda_i a) + (\sin \lambda_i a)}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

olarak ifade edilmektedir. (3.7) ifadesiyle birlikte (3.8) ifadesinde verilen φ_{ij} terimi ve ;

$$\delta w_0 = \sum_p^m \sum_q^n \delta c_{pq} \varphi_{pq}$$

ifadesi, (3.3) ifadesinde yerlerine konulursa;

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_p^m \sum_q^n \left\{ \sum_i^m \sum_j^n c_{ij} \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q \right. \right. \\
&+ D_{12} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) + D_{22} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) \\
&\left. + 4D_{66} \left(\frac{dX_i}{dx} \frac{dY_j}{dy} \frac{dX_p}{dx} \frac{dY_q}{dy} \right) \right] dx dy - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy \left\} \delta c_{pq}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

ifadesi elde edilmektedir. Herhangi bir δc_{pq} varyasyonu için elde edilen yukarıdaki ifadede tüm $p, q = 1, 2, \dots$ için süslü parantez içindeki ifadenin sıfır olması gerektiği varsayılabilir. Bu varsayıma göre;

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_i^m \sum_j^n \left\{ \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + D_{12} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) \right. \right. \\
&\left. + D_{22} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) + 4D_{66} \left(\frac{dX_i}{dx} \frac{dY_j}{dy} \frac{dX_p}{dx} \frac{dY_q}{dy} \right) \right] dx dy \left\} c_{ij} - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy
\end{aligned} \tag{3.13}$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifade c_{ij} katsayısını içeren $m \times n$ kadar lineer denklem sistemini temsil etmektedir. (3.13) ifadesindeki bütün integraller, eğrisel integraldir ve beş farklı integral terimi içermektedir. Bunlar;

$$\int_0^a X_i dx \quad ; \quad \int_0^a X_i X_p dx \quad ; \quad \int_0^a \frac{dX_i}{dx} \frac{dX_p}{dx} dx \quad ; \quad \int_0^a X_i \frac{d^2 X_p}{dx^2} dx \quad ; \quad \int_0^a \frac{d^2 X_i}{dx^2} \frac{d^2 X_p}{dx^2} dx \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilebilir. (3.9) ifadesindeki denklem sisteminde, $m=n=1$ ve $q=q_0$ (üniform yayılı yük) durumu dikkate alınır;

$$\begin{aligned} X_1 &= \left(\frac{x}{a}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 = \frac{x^4}{a^4} - \frac{2x^3}{a^3} + \frac{x^2}{a^2} \quad ; \quad Y_1 = \left(\frac{y}{b}\right)^2 \left(1 - \frac{y}{b}\right)^2 = \frac{y^4}{b^4} - \frac{2y^3}{b^3} + \frac{y^2}{b^2} \\ \frac{dX_1}{dx} &= \frac{4x^3}{a^4} - \frac{6x^2}{a^3} + \frac{2x}{a^2} \quad ; \quad \frac{dY_1}{dy} = \frac{4y^3}{b^4} - \frac{6y^2}{b^3} + \frac{2y}{b^2} \\ \frac{d^2 X_1}{dx^2} &= \frac{12x^2}{a^4} - \frac{12x}{a^3} + \frac{2}{a^2} \quad ; \quad \frac{d^2 Y_1}{dy^2} = \frac{12y^2}{b^4} - \frac{12y}{b^3} + \frac{2}{b^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Yukarıda belirtilen durumda, (3.14) ifadeleri;

$$\begin{aligned} \int_0^a X_1 dx &= \frac{a}{30} \quad ; \quad \int_0^a X_1 X_1 dx = \frac{a}{630} \quad ; \quad \int_0^a \frac{dX_1}{dx} \frac{dX_1}{dx} dx = \frac{2}{105a} \\ \int_0^a X_1 \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx &= \frac{-2}{105a} \quad ; \quad \int_0^a \frac{d^2 X_1}{dx^2} \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx = \frac{4}{5a^3} \end{aligned} \quad (3.16)$$

ifadelerine dönüşmektedir. Bulunan bu ifadelerin (3.13) ifadesinde yerine konulmasıyla;

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\left(\frac{4}{5a^3}\right) \left(\frac{b}{630}\right) D_{11} + 4D_{66} \left(\frac{2}{105a}\right) \left(\frac{2}{105b}\right) + D_{12} \left[\left(-\frac{2}{105a}\right) \left(-\frac{2}{105b}\right) + \left(-\frac{2}{105a}\right) \left(-\frac{2}{105b}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{4}{5b^3}\right) \left(\frac{a}{630}\right) D_{22} \right] c_{11} - \left(\frac{a}{30}\right) \left(\frac{b}{30}\right) q_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu ifade de daha düzgün biçimde;

$$\left[\left(\frac{2b}{1575 a^3}\right) D_{11} + \left(\frac{16}{11025 ab}\right) D_{66} + \left(\frac{8}{11025 ab}\right) D_{12} + \left(\frac{2a}{1575 b^3}\right) D_{22} \right] c_{11} = \frac{q_0 ab}{900} \quad (3.18)$$

olarak elde edilebilir. Gerekli işlemler sonucunda c_{11} ;

$$c_{11} = \frac{\left(\frac{49}{8}\right) q_0 a^4 b^4}{7b^4 D_{11} + 4a^2 b^2 (D_{12} + 2 D_{66}) + 7a^4 D_{22}} \quad (3.19)$$

olarak bulunmaktadır. (3.9) ve (3.19) ifadeleri, (3.7) ifadesinde yerlerine $i=j=1$ için yazılırsa;

$$W_{11} = \frac{\left(\frac{49}{8}\right) q_0 a^4 b^4 \left[\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]^2 \left[\frac{y}{b} - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]^2}{7 b^4 D_{11} + 4 a^2 b^2 (D_{12} + 2 D_{66}) + 7 a^4 D_{22}} \quad (3.20)$$

çökme analizi için tek parametrelili çözüm elde edilmektedir. Bu ifade de daha sade biçimde;

$$W_{11} = \frac{\left(\frac{49}{8}\right) q_0 a^4 \left[\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]^2 \left[\frac{y}{b} - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]^2}{7 D_{11} + 4 (D_{12} + 2 D_{66}) s^2 + 7 D_{22} s^4} \quad (3.21)$$

olarak ifade edilebilir. Burada, s terimi plak boy/en oranıdır ($s=a/b$). Tabakalı kompozit plakta maksimum çökme, plak orta noktasında meydana gelmektedir. Genel ifade olarak plak orta noktası $(a/2, b/2)$ alındığında plakta meydana gelecek maksimum çökme ifadesi;

$$W_{11} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) = 0.00342 \frac{q_0 a^4}{D_{11} + 0.5714 (D_{12} + 2 D_{66}) s^2 + D_{22} s^4} \quad (3.22)$$

olarak elde edilebilmektedir.

3.1.2 Diğer sınır koşulları için yaklaşım fonksiyonları

Ortotropik tabakaların Ritz metodu yardımıyla analizi için sınır koşullarına uygun yaklaşım fonksiyonlarının bilinmesi gerektiği önceki bölümlerde belirtilmişti. Buna bağlı olarak çeşitli sınır koşullarına ait yaklaşım fonksiyonları 7 başlık altında toplanabilir.

3.1.2.1 $x = 0, a$ 'da ankastre, $y = 0, b$ 'de basit mesnetli kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) &= \sin \frac{j\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.23)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki λ_i ve α_i terimleri, (3.11) ifadesinde belirtildiği gibi bulunmaktadır.

3.1.1.2 x = 0'da ankastre ve x = a'da boş kenar, y = 0, b'de basit mesnetli kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) &= \sin \frac{j\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.24a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki λ_i ve α_i terimleri,

$$\begin{aligned} (\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) + 1 &= 0 \\ \alpha_i &= \frac{(\sinh \lambda_i a) + (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) + (\cos \lambda_i a)} \end{aligned} \quad (3.24b)$$

olarak ifade edilmektedir.

3.1.1.3 x = 0, a'da boş uç, y = 0, b'de basit mesnetli kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= \sin \lambda_i x + \sinh \lambda_i x - \alpha_i (\cosh \lambda_i x + \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) &= \sin \frac{j\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.25a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki λ_i ve α_i terimleri,

$$\begin{aligned} (\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) - 1 &= 0 \\ \alpha_i &= \frac{(\sinh \lambda_i a) - (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) - (\cos \lambda_i a)} \end{aligned} \quad (3.25b)$$

olarak ifade edilmektedir.

3.1.1.4 x = a'da ankastre, x = 0 ve y = 0, b'de basit mesnetli kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= (\sin \lambda_i x)(\sinh \lambda_i a) + (\sinh \lambda_i x)(\sin \lambda_i a) \\ Y_j(y) &= \sin \frac{j\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.26a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki λ_i terimi,

$$(\tan \lambda_i a) - (\tanh \lambda_i a) = 0 \quad (3.26b)$$

olarak ifade edilmektedir.

3.1.1.5 $x = a$ 'da boş kenar, $x = 0$ ve $y = 0, b$ 'de basit mesnetli kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= (\sin \lambda_i x)(\sinh \lambda_i a) - (\sinh \lambda_i x)(\sin \lambda_i a) \\ Y_j(y) &= \sin \frac{j\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.27a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki λ_i terimi,

$$(\tan \lambda_i a) - (\tanh \lambda_i a) = 0 \quad (3.27b)$$

olarak ifade edilmektedir.

3.1.1.6 $x = 0$ 'da ankastre mesnetli, $x = 0$ ve $y = 0, b$ 'de boş kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) &= \sin \mu_j y + \sinh \mu_j y - \beta_j (\cosh \mu_j y + \cos \mu_j y) \end{aligned} \quad (3.28a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki $\lambda_i, \mu_j, \alpha_i, \beta_j$ terimleri,

$$\begin{aligned} (\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) + 1 = 0 \quad ; \quad (\cosh \mu_j b)(\cos \mu_j b) - 1 = 0 \\ \alpha_i = \frac{(\sinh \lambda_i a) + (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) + (\cos \lambda_i a)} \quad ; \quad \beta_j = \frac{(\sinh \mu_j b) - (\sin \mu_j b)}{(\cosh \mu_j b) - (\cos \mu_j b)} \end{aligned} \quad (3.28b)$$

olarak ifade edilmektedir.

3.1.1.7 $x = 0$ 'da ankastre, $y = 0$ 'da basit mesnetli, $x = a$ ve $y = b$ 'de boş kenar

Bu durumda;

$$\begin{aligned} X_i(x) &= \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) &= (\sin \mu_j y)(\sinh \mu_j b) - (\sin \mu_j b)(\sinh \mu_j y) \end{aligned} \quad (3.29a)$$

olmaktadır. Bu ifadedeki $\lambda_i, \mu_j, \alpha_i$ terimleri,

$$\begin{aligned} (\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) + 1 = 0 \quad ; \quad (\tan \mu_j b) - (\tanh \mu_j b) = 0 \\ \alpha_i = \frac{(\sinh \lambda_i a) + (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) + (\cos \lambda_i a)} \end{aligned} \quad (3.29b)$$

olarak ifade edilmektedir.

Ritz metodunun uygulama zorluğu (3.13) ifadesinin integre edilebilme güçlüğünden ileri gelmektedir. Bu integrallerin bulunabilmesi için Mathematica ve

Maple gibi paket programları kullanılabilir. Genel olarak Ritz metodu; farklı sınır koşullarına göre değişik yaklaşım fonksiyonları kullanmasından ötürü, sonlu elemanlar yöntemi gibi analitik metotlardan matematiksel olarak daha karmaşıktır [28].

3.2 FSDT’de Ortotropik Plakların Eğilme Analizi

Daha önceki bölümlerde Klasik Tabakalı Plak Teorisi için verilen teorik bilgiler, bu bölümde de geçerli olmaktadır. Denklem 2.83’de verilen toplam potansiyel enerji ifadesinden yararlanarak virtüel iş ifadesi;

$$0 = \int_0^b \int_0^a (M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^{(1)} + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^{(1)} + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(1)} + Q_x \delta \gamma_{xz}^{(0)} + Q_y \delta \gamma_{yz}^{(0)} - q \delta (w_b + w_s)) dx dy \quad (3.30)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Buradaki w_b ve w_s terimleri sırasıyla, eğilmeden ve kayma deformasyonundan kaynaklanan çökmeleri belirtmektedir. Yerdeğiştirme terimleri (6.73) ifadesine bağlı olarak ve daha basit formda;

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x}(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y}(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \end{aligned} \quad (3.31)$$

olarak ifade edilebilmektedir. (3.30) ifadesi daha da açık biçimde;

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^b \int_0^a \left[\left(D_{11} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x^2} + \left(D_{12} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial y^2} \right] dx dy \\ &+ \int_0^b \int_0^a \left[\left(D_{66} (2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}) (2 \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x \partial y}) \right) - q \delta w_b \right] dx dy \\ &+ \int_0^b \int_0^a \left[K (A_{44} \gamma_{yz} + A_{45} \gamma_{xz}) + K (A_{45} \gamma_{yz} + A_{55} \gamma_{xz}) - q \delta w_s \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.32)$$

şeklinde yazılabilir. O halde (3.32) ifadesi;

$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x^2} + D_{12} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial y^2} \right) + D_{22} \frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial y^2} \right] dx dy \\ &+ \int_0^b \int_0^a \left[4 D_{66} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w_b}{\partial x \partial y} - q \delta w_b \right] dx dy \\ &+ \int_0^b \int_0^a \left[K \left(A_{44} \frac{\partial w_s}{\partial y} + A_{45} \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \frac{\partial \delta w_s}{\partial y} + K \left(A_{45} \frac{\partial w_s}{\partial y} + A_{55} \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \frac{\partial \delta w_s}{\partial x} - q \delta w_s \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.33)$$

ifadesine dönüşmektedir. Burada;

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w_s}{\partial y} \quad ; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (3.34)$$

olarak verilebilir.

3.2.1 Ankastre mesnet durumu

Tüm kenarları ankastre mesnetli ve $q(x,y)$ yayılı yüküne maruz dikdörtgen bir plak göz önüne alındığında, bu plağa ait sınır koşulları;

$$\begin{aligned} x = a \text{ ve } x = 0 \text{ için } w_b = w_s = \frac{\partial w_b}{\partial x} = \frac{\partial w_s}{\partial x} = 0 \\ y = b \text{ ve } y = 0 \text{ için } w_b = w_s = \frac{\partial w_b}{\partial y} = \frac{\partial w_s}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

olmaktadır. Bu durumda Ritz metoduna uygun form;

$$\begin{aligned} w_b(x, y) \approx W_{mn}^b(x, y) = \sum_i^m \sum_j^n c_{ij}^b \varphi_{ij}(x, y) \\ w_s(x, y) \approx W_{mn}^s(x, y) = \sum_i^m \sum_j^n c_{ij}^s \varphi_{ij}(x, y) \end{aligned} \quad (3.36)$$

olarak seçilebilir. Buradaki φ_{ij} yaklaşım fonksiyonu (3.35) ifadelerindeki tüm sınır koşullarını sağlamaktadır. Plağın dikdörtgen geometrisi ve ankastre mesnet için uygun sınır koşulları dikkate alındığında yaklaşım fonksiyonu φ_{ij} ;

$$\varphi_{ij}(x, y) = X_i(x)Y_j(y) \quad (3.37)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada;

$$\begin{aligned} X_i(x) = \left(\frac{x}{a}\right)^{i+1} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2 \\ Y_j(y) = \left(\frac{y}{b}\right)^{j+1} \left(1 - \frac{y}{b}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

veya

$$\begin{aligned} X_i(x) = \sin \lambda_i x - \sinh \lambda_i x + \alpha_i (\cosh \lambda_i x - \cos \lambda_i x) \\ Y_j(y) = \sin \lambda_j y - \sinh \lambda_j y + \alpha_j (\cosh \lambda_j y - \cos \lambda_j y) \end{aligned} \quad (3.39)$$

olmaktadır. (3.39) ifadesindeki λ_i ve α_i ise;

$$(\cosh \lambda_i a)(\cos \lambda_i a) - 1 = 0$$

$$\alpha_i = \frac{(\sinh \lambda_i a) - (\sin \lambda_i a)}{(\cosh \lambda_i a) - (\cos \lambda_i a)} = \frac{(\cosh \lambda_i a) - (\cos \lambda_i a)}{(\sinh \lambda_i a) + (\sin \lambda_i a)} \quad (3.40)$$

olarak ifade edilmektedir. (3.36) ifadesiyle birlikte (3.37) ifadesinde verilen φ_{ij} terimi ve ;

$$\delta w_b = \sum_p^m \sum_q^n \delta c_{pq}^b \varphi_{pq}$$

$$\delta w_s = \sum_p^m \sum_q^n \delta c_{pq}^s \varphi_{pq}$$

ifadeleri, (3.33) ifadesinde yerlerine konularsa;

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_p^m \sum_q^n \left\{ \sum_i^m \sum_j^n c_{ij}^b \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q \right. \right. \\ & + D_{12} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) + D_{22} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) \\ & + 4D_{66} \left(\frac{dX_i}{dx} \frac{dY_j}{dy} \frac{dX_p}{dx} \frac{dY_q}{dy} \right) \left. \right] dx dy - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy \Big\} \delta c_{pq}^b \\ & + \sum_p^m \sum_q^n \left\{ \sum_i^m \sum_j^n c_{ij}^s \int_0^b \int_0^a \left[KA_{44} \frac{dY_j}{dy} X_i \frac{dY_q}{dy} X_p + KA_{45} \frac{dX_i}{dx} Y_j \frac{dY_q}{dy} X_p + KA_{45} \frac{dY_j}{dy} X_i \frac{dX_p}{dx} Y_q \right. \right. \\ & \left. \left. + KA_{55} \frac{dX_i}{dx} Y_j \frac{dX_p}{dx} Y_q \right] dx dy - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy \right\} \delta c_{pq}^s \end{aligned} \quad (3.41)$$

ifadesi elde edilmektedir. Herhangi bir δc_{pq} varyasyonu için elde edilen yukarıdaki ifadede tüm $p, q=1, 2, \dots$ için süslü parantez içindeki ifadenin sıfır olması gerektiği varsayılabilir. Bu varsayımına göre;

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_p^m \sum_q^n \left\{ \int_0^b \int_0^a \left[D_{11} \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + D_{12} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 X_p}{dx^2} Y_q + \frac{d^2 X_i}{dx^2} Y_j \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + D_{22} \left(\frac{d^2 Y_j}{dy^2} X_i \frac{d^2 Y_q}{dy^2} X_p \right) + 4D_{66} \left(\frac{dX_i}{dx} \frac{dY_j}{dy} \frac{dX_p}{dx} \frac{dY_q}{dy} \right) \right] dx dy \right\} c_{ij}^b - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy \end{aligned} \quad (3.42a)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_p^m \sum_q^n \left\{ \int_0^b \int_0^a \left[KA_{44} \frac{dY_j}{dy} X_i \frac{dY_q}{dy} X_p + KA_{45} \frac{dX_i}{dx} Y_j \frac{dY_q}{dy} X_p + KA_{45} \frac{dY_j}{dy} X_i \frac{dX_p}{dx} Y_q \right. \right. \\ & \left. \left. + KA_{55} \frac{dX_i}{dx} Y_j \frac{dX_p}{dx} Y_q \right] dx dy \right\} c_{ij}^s - \int_0^b \int_0^a q X_p Y_q dx dy \end{aligned} \quad (3.42b)$$

ifadeleri elde edilmektedir. Burada K terimi kayma düzeltme faktörüdür. Bu ifade c_{ij} katsayısını içeren $m \times n$ kadar lineer denklem sistemini temsil etmektedir. Bu ifadelerden (3.42a) ifadesi daha önce (3.13) ifadesiyle belirtilen ifadeyle aynıdır. Bu sebeple (3.42a,b) ifadeleri için (3.14) – (3.16) ifadeleriyle verilen tüm terimler geçerli olmaktadır. Dolayısıyla (3.42a) ifadesinin sonucu (3.21) ifadesiyle aynıdır. Yani;

$$W_{11}^b = \frac{\left(\frac{49}{8}\right) q_0 a^4 \left[\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]^2 \left[\frac{y}{b} - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]^2}{7 D_{11} + 4 (D_{12} + 2 D_{66}) s^2 + 7 D_{22} s^4} \quad (3.43)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada, W_{11}^b terimi eğilme çökmesini ifade etmektedir. (3.42b) ifadesinde (3.39) ve (3.40) ifadeleri dikkate alınır;

$$\begin{aligned} X_1 &= \sin \frac{4.73x}{a} - \sinh \frac{4.73x}{a} + 1.0178 \left(\cosh \frac{4.73x}{a} - \cos \frac{4.73x}{a} \right) \\ Y_1 &= \sin \frac{4.73y}{b} - \sinh \frac{4.73y}{b} + 1.0178 \left(\cosh \frac{4.73y}{b} - \cos \frac{4.73y}{b} \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

ifadesi elde edilmektedir. (3.44) ifadesi dikkate alınarak (3.14) ifadesinde verilen terimler;

$$\int_0^a X_1 dx = 0.84555a \quad ; \quad \int_0^a X_1 X_1 dx = 1.035966a \quad ; \quad \int_0^a \frac{dX_1}{dx} \frac{dX_1}{dx} dx = \frac{12.7442}{a} \quad (3.45)$$

$$\int_0^a X_1 \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx = -\frac{12.7442}{a} \quad ; \quad \int_0^a \frac{d^2 X_1}{dx^2} \frac{d^2 X_1}{dx^2} dx = \frac{518.531348}{a^3}$$

terimlerine dönüşmektedir. Bu terimler (3.42b)'de yerine yazılırsa;

$$\left[\left(\frac{13.2026a}{b} \right) KA_{44} + \frac{13.2026b}{a} KA_{55} \right] c_{11}^s = 0.7150 q_0 a b \quad (3.46)$$

olarak elde edilebilir. Gerekli işlemler sonucunda c_{11}^s ;

$$c_{11}^s = 0.0542 \frac{q_0 a^2 b^2}{KA_{44} a^2 + KA_{55} b^2} \quad (3.47)$$

olarak bulunmaktadır. (3.44) ve (3.47) ifadeleri, (3.36) ifadesinin ikinci denkleminde yerlerine $i=j=1$ için yazılırsa;

$$W_{11}^s = \frac{0.0542 q_0 a^2 b^2 m n}{KA_{44} a^2 + KA_{55} b^2}$$

$$m = \left[\sin \frac{4.73x}{a} - \sinh \frac{4.73x}{a} + 1.0178 \left(\cosh \frac{4.73x}{a} - \cos \frac{4.73x}{a} \right) \right] \quad (3.48)$$

$$n = \left[\sin \frac{4.73y}{b} - \sinh \frac{4.73y}{b} + 1.0178 \left(\cosh \frac{4.73y}{b} - \cos \frac{4.73y}{b} \right) \right]$$

kayma çökmesi için tek parametrelili çözüm elde edilmektedir. O halde Birinci mertebeli kayma deformasyon teorisi (FSDT)'de çökme analizinin tek parametrelili çözümü $W_{11} = W_{11}^b + W_{11}^s$;

$$W_{11} = \frac{\left(\frac{49}{8} \right) q_0 a^4 \left[\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^2 \left[\frac{y}{b} - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right]^2}{7 D_{11} + 4 (D_{12} + 2 D_{66}) s^2 + 7 D_{22} s^4} + \frac{0.0542 q_0 a^2 b^2 m n}{KA_{44} a^2 + KA_{55} b^2} \quad (3.49)$$

olarak elde edilebilir.

Bu çözüm dört kenarından ankastre mesnetli dikdörtgen plak için yapılmıştır. Farklı sınır koşullarına sahip plaklar için gerekli çözümler, belirtilen sınır koşuluna uygun yaklaşım fonksiyonu seçilerek Ritz metodu yardımıyla elde edilebilir. Farklı sınır koşullarına ait yaklaşım fonksiyonları Bölüm 3.1.2'de belirtildiği gibidir.

4. BULGULAR

Tabakalı malzemeler günümüzde yapı elemanları olarak kullanılma bakımından hızlı bir gelişim sergilemektedir. Böyle malzemeler önceleri sadece belirli ve sınırlı alanlarda kullanılırken, günümüzde yapı sektörü başta olmak üzere, hava endüstrisi ve savunma sanayinde de kullanım alanları bulunmaktadır. Bunun en önemli sebebi istenilen dayanım ve rijitliğin elde edilebilmesidir. Ayrıca böyle malzemelerin hafif olması başka bir önemli faktördür.

Tabakalı malzemelerin kullanıldığı elemanlar eğilme etkisine maruz kalıyorsa, eğilme etkisini minimize edecek çeşitli tabakalaşma düzeni seçilebilmektedir. Eğer eleman eksenel yük ve burulma etkisine veya termal etkilere maruz kalıyorsa, yine bu etkileri minimize edebilecek çeşitli tabakalaşma düzeni veya termal etkileri karşılayacak ısıl özelliklere sahip tabaka seçimi yapılabilmektedir [23], [28].

Kompozit malzemeyi oluşturan tabakaların mekanik özellikleri, uygun tabaka seçimi ve buna bağlı tabakalaşma düzenine bağlı olarak artırılabilir. Tek bir tabaka doğrultudan doğrultuya farklı davranış sergileyebilirken, bir ya da daha fazla malzemenin bir araya getirilmesiyle elde edilen ve kusursuz bir arayüze sahip tabakalı malzeme kusursuz bir izotropi veya düzenli bir ortotropi sergileyebilmektedir. Yani farklı özellikler bir araya getirilerek, tek bir rijit tabakanın sergilediği özellikler ve hatta daha üstün özellikler ortaya konabilmektedir [23], [28].

Yapı elemanının maruz kaldığı etkilerin en olumsuz olduğu durumda bile (ısı artışı, nem etkisi, zamana bağlı yapışma kaybı vs.) eğer tabakalar uyumlu ve uygun bir dizilime sahiplerse, bu tabakalar yeterli dayanım ve rijitlik özellikleri sergileyerek artan olumsuz etkileri kendi aralarında minimize edebilmektedirler [23].

Tabakalı malzemelerin olumlu yanlarının yanı sıra bazı olumsuz yanları da mevcuttur. Mesela tabakalarda hasara neden olabilecek en önemli faktör termal etkilerdir. Bu tabakalı malzemenin sürekli ısı değişimi mevcut olan yerlerde kullanılmaları, yapı elemanında ilave kuvvetlere ve bunlara bağlı olarak ilave gerilmelere ya da gerilme – şekildeğiştirme ve şekildeğiştirme – yerdeğiştirme

ilişkilerine neden olmaktadır. Bu durumda da malzeme seçimi, tabakalaşma düzeni ve tabaka yönlendirilmelerinde güçlükler yaşanmaktadır. Tabaka rijitlikleri hesaplanırken ısıl etkiler, piezoelektrik etkiler oluşmakta ve rijitlik hesaplamalarında güçlüklerle karşılaşmaktadır [23], [28], [32], [40].

Tabakalı bir plak veya kiriş çözümlenmek istendiğinde karşılaşılabilecek güçlüklerden biri de ilave kesme kuvvetlerine bağlı kayma gerilmeleridir. Klasik plak teorisi düzlem gerilme kabulüne göre çözüm yaparak maksimum gerilme ve çökmeleri hesaplarken $(\sigma_{xx}^{(k)}, w_{\max})$, enine doğrultudaki kayma gerilmeleri olan $\sigma_{xz}^{(k)}$ ve $\sigma_{yz}^{(k)}$ yi dikkate almamakta ve sıfır kabul etmektedir. Bu kabul hesaplamaların hacmini azaltırken, bazı durumlarda gerçeklikten uzaklaşmaya neden olmaktadır. Çünkü tabakaları oluşturan katmanlar arasındaki uyumsuzluk, yapışma kaybı, termal etkiler ve nem etkileri, tabakalaşma düzenindeki farklılıklar gibi etmenler ilave kayma gerilmesi değerlerini artırmaktadır. Bu sebeplerden ötürü kayma gerilmelerinin de dikkate alındığı bir teori ile hesaplamalara ihtiyaç duyulmaktadır [23], [28], [40].

Birinci derece kayma deformasyonu teorisinde enine doğrultulardaki şekildeğiştirmeler de hesaba katılmaktadır. Buradaki güçlük ise, plak kenarlarında meydana gelen kayma gerilmeleri dağılımlarının klasik elastisite teorisinden de bilindiği gibi parabolik olmasıdır. Hâlbuki birinci derece kayma deformasyon teorisinde bu kayma gerilmeleri sabit kabul edilmektedir. Bundan dolayı teoride bir kabul yapılmakta ve gerilmeler bir düzeltme faktörüyle çarpılarak sabit hale getirilmektedir. Bu durumun sakıncası, plak kenarlarının alt ve üst yüzeylerle birleştiği kenarlar boyunca sıfır olan σ_{xz} ve σ_{yz} kayma gerilmelerinin sabit bir değerde kalması ve sıfır olmamasından ileri gelmektedir. Ancak bu durum fazla bir hataya neden olmamaktadır. Çünkü alt ve üst yüzeylerde herhangi bir tabaka birleşimi söz konusu değildir. Bu nedenden ötürü de birinci mertebeye kayma deformasyon teorisi, klasik teoriye nazaran daha gerçekçi sonuçlar vermektedir [10], [12], [26], [27], [28], [29], [32], [35], [40], [41].

4.1 Materyal ve Yöntem

Tabakalı malzemelerden oluşan elemanların analizlerindeki güçlüklerin en önemlilerinden biri toplam tabakanın sergileyeceği davranışın tespitidir. Yani

tabakalaşma düzeni ve malzeme seçimi ile oluşacak rijitliklerin tespiti hususudur. Yapılacak analizlerde toplam tabaka rijitliğinin doğru belirlenmesi gerekmektedir. Bu işlemin matematik modelini geliştirmek ise uzun ve karışık işlemler gerektirmektedir. Her bir malzemenin elastik özelliklerinin uygun işlemlere tabi tutularak hesap yapılabilmesi oldukça zordur. Özellikle çok fazla tabakanın üst üste konulup yapıştırılmasıyla elde edilen yeni tabakalı kompozit malzemenin özelliklerinin matematiksel matris formlarda oluşturulması oldukça güçtür. Bu işlemlerin hızlı ve kusursuzca yapılabilmesi için bilgisayar teknikleri ve programlama ön plana çıkmaktadır. Ancak bu durumda bile yerdeğiştirme, şekildeğiştirme, gerilme, dönme açıları, burkulma yükleri gibi sayısal hesaplamalar güçlük arz etmektedir. Bu sebepten ötürü yapısal çözümlerinde, tabakalı malzemelerin hesaplamaları için önce teori seçimi yapılmalıdır. Çünkü her bir teorinin yaptığı kabuller ve analitik çözüm yöntemleri farklı farklıdır. Bunun yanı sıra, tabakalı plağın bir bütün olarak düzlemsel ya da silindirik incelenmesi yerine orta kalınlıktaki bir kiriş gibi düşünülerek; çift ya da tek doğrultudaki silindirik eğilmesini temsil eden çeşitli sınır şartlarına sahip eleman olarak ele alınıp, yerdeğiştirme, gerilme ve burkulma yüklerinin tespiti işlem hacmini azaltmakta ve analizleri oldukça kolaylaştırmaktadır [23], [28], [29], [32], [35], [38].

Bu hususlar dikkate alınarak tanımı, özellikleri, hesap yöntemleri ve çözümlerinde kullanılan teorilerin verildiği tabakalı kompozit malzemeler çalışmanın materyal seçimini içermektedir. Bu malzemelerin analizlerinde kullanılan klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) ve birinci mertebeye kayma deformasyon teorisi (FSDT) analitik çözüm yöntemleri olarak seçilmiştir.

4.2 Analitik Çözümler

4.2.1 Giriş

Bu çalışmada, başlı başına bir kompozit malzeme olan betonarme döşeme plağına, başka bir kompozit malzemenin takviye edilmesiyle tabakalı bir kompozit malzeme elde edilmiştir. Ancak betonarme plak, kalınlık boyunca homojen olmayan bir malzeme olarak dikkate alınmıştır.

Homojen olmayan malzemeler için elastisite modülleri, tabakaların kalınlıkları boyunca değişim göstermektedir.

$$E_{11}^{(k)}(z) = E_{01}^{(k)} [1 + \mu f^{(k)}(z)]$$

$$E_{22}^{(k)}(z) = E_{02}^{(k)} [1 + \mu f^{(k)}(z)], \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (4.1)$$

$$-\frac{h}{2} + n(k-1) \leq z \leq -\frac{h}{2} + nk, \quad n = \frac{h}{10}$$

Burada, tabakaları oluşturan homojen ortotrop malzemelerin $E_{01}^{(k)}$ uzun kenar doğrultusunda, $E_{02}^{(k)}$ ise kısa kenar doğrultusundaki elastisite modüllerini, n tabaka kalınlığı boyunca elde edilen sonlu eleman sayısını ve N toplam tabaka sayısını göstermektedir. $f^{(k)}(z)$ elastisite modülleri değişimine karşılık gelen sürekli fonksiyonlar olup, $|f^{(k)}(z)| \leq 1$ olacak şekilde seçilir. μ elastisite modüllerinin plak kalınlığı boyunca değişimini gösteren bir parametre (non-homojenlik katsayısı) olup, $0 \leq \mu < 1$ aralığında değişmektedir. $\mu=0$ olması halleri homojen ortotrop malzeme hallerine karşılık gelmektedir [14], [17], [19], [20], [43].

Yukarıdaki denklemlerde verilen $f^{(k)}(z)$ fonksiyonları, yukarıda verilen şartı sağlayacak şekilde birbirinden farklı seçilebilmektedir. Seçilen her bir farklı fonksiyon için tabaka kalınlığı boyunca elastisite modüllerinin değişimi birbirinden farklı olmaktadır. Elde edilen elastisite modüllerine göre, her bir tabakanın elastik sabitleri birbirinden farklı olacaktır. Denklem (2.19) yardımıyla, bu elastik sabitler;

$$\begin{aligned} Q_{11}^{(k)} &= \frac{E_{01}^{(k)} [1 + \mu f^{(k)}(z)]}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \\ Q_{12}^{(k)} &= \frac{\nu_{12}^{(k)} E_{02}^{(k)} [1 + \mu f^{(k)}(z)]}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \\ Q_{22}^{(k)} &= \frac{E_{02}^{(k)} [1 + \mu f^{(k)}(z)]}{1 - \nu_{12}^{(k)} \nu_{21}^{(k)}} \\ Q_{66}^{(k)} &= G_{12}^{(k)} \end{aligned} \quad (4.2)$$

olarak yazılabilmektedir. Bu sabitlerden yararlanarak k . tabakanın dönüşüm elastik sabiti terimleri $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$, (2.21) ifadesindeki gibi yazılabilir. Ayrıca rijitlik terimleri,

$$\begin{aligned}
(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) dz \\
A_{ij} &= \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1} - z_k) \\
B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^2 - z_k^2) \\
D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

olarak ifade edilebilir. Yukarıdaki terimler sırasıyla, uzama, eğilmeli uzama ve eğilme rijitliklerini ifade etmektedir. Ayrıca (2.16) ve (2.17) ifadelerinden;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \\
\{\varepsilon^{(0)}\} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix}; \{\varepsilon^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

ifadeleri elde edilmektedir. (4.4) ifadesine bağlı olarak k. tabakanın gerilme bileşenleri;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} \tag{4.5}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Moment ve normal kuvvet terimleri ise (2.59) ifadesinin düzenlenmesi ile;

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \\
\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

olarak ifade edilmektedir. Buraya kadar verilen ifadeler, Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) ve Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisi (FSDT) için ortaktır. Ancak (FSDT) için ek olarak, enine kayma gerilmesi bileşenleri ile kesme kuvveti bileşenleri de mevcuttur. Bu bağlamda bu bileşenler;

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yz}^{(1)} \\ \gamma_{xz}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix}$$

olarak verilebilmektedir. Buradaki K kayma düzeltme faktörüdür.

Elde edilen tabakalı kompozit malzeme için, tabakalı kompozit malzemelerin mikro-mekanik ve makro-mekanik denklemleri kullanılarak Matlab paket programında bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Program Giriş, Analiz ve Sonuç Modülleri olmak üzere üç ana bölümden oluşmaktadır. Giriş modülünde, tabakalı kompozit plak için tabaka sayısı, plağa etkiyen yayılı yük değeri, plak geometrisi, sınır koşulları ve malzeme kriteri gibi genel özelliklerin yanı sıra, kullanılan beton sınıfı, donatı sınıfı, donatı çapı, donatı adedi ve güçlendirme elemanının özellikleri seçilmektedir.

Malzeme kriteri özelliği, kalınlığı boyunca homojen olmayan betonarme plağın tanımlanabilmesi için hazırlanmıştır. Non-homojenlik kriteri, μ non-homojenlik katsayısı ile $f(z)$ non-homojenlik fonksiyonuna bağlıdır. Bu çalışmada, non-homojenlik fonksiyonu $f(z)=z$ olarak seçilirken, non-homojenlik katsayısı $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 olarak seçilmiş ve her bir durum için ayrı ayrı analiz edilmiştir.

Analiz modülünde ise, Klasik tabakalı plak teorisi (CLPT) ile Birinci merteye kayma deformasyon teorisine (FSDT) ait temel denklemler kullanılarak plak analiz edilmektedir. Sonuç modülünde ise, analiz sonuçlarının sayısal değerleri ve grafiksel sunumları verilmektedir.

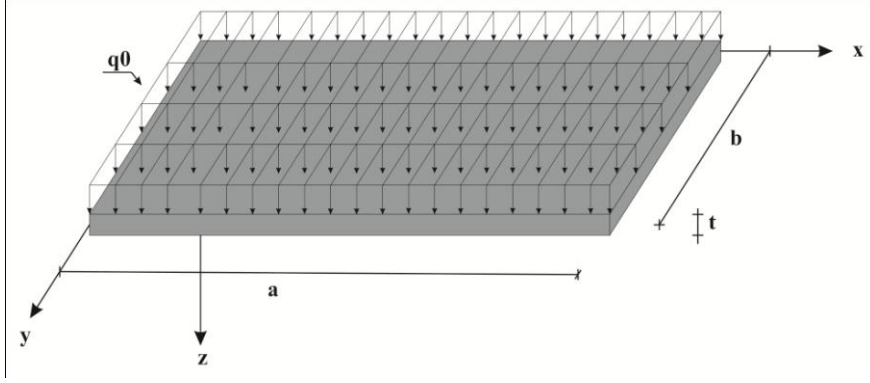
Ayrıca hazırlanan programa (FeRPlate) ait program akış şeması Ek1' de verilmiştir.

Bu çalışmada, sekiz adet örnek incelenmiştir. Bu örneklerden ilk dördünde tek doğrultuda çalışan plakların ve son dördünde çift doğrultuda çalışan plakların, dört farklı sınır koşulu altındaki mekanik davranışları incelenmiştir. Ayrıca bu örnekler hem Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT) ve hem de Birinci Merteye Kayma Deformasyonu Teorisi (FSDT) ile ayrı ayrı incelenmiş, elde edilen sonuçlar, tablolar ve grafiklerle sunulmuştur. Her iki metot arasındaki farklar irdelenmiştir.

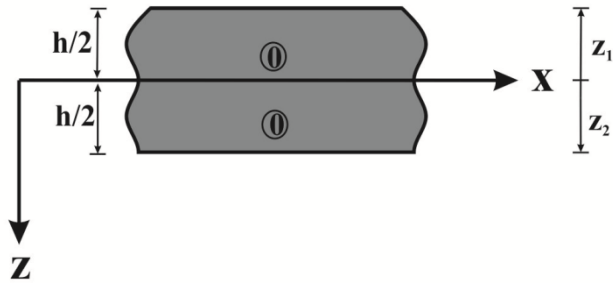
4.2.2 Sayısal örnekler

4.2.2.1 Problem 1

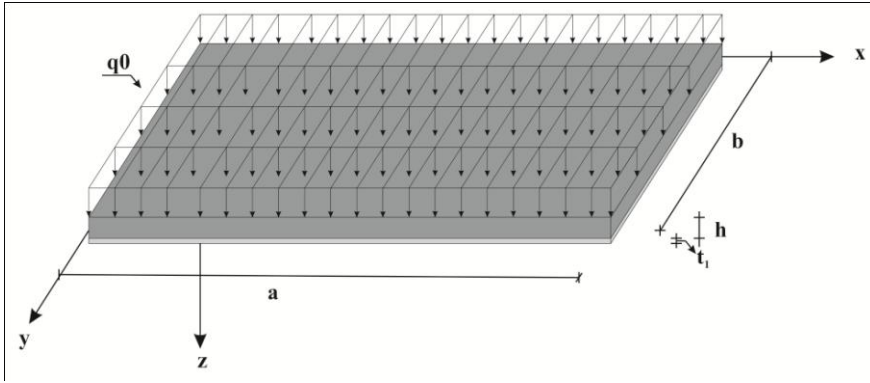
Bu problemde $q_0 = 1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz, kenarlarından ankastre mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları 6000x2800x100 mm (axbxt) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $24 \phi 8$ 'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci merteye kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.



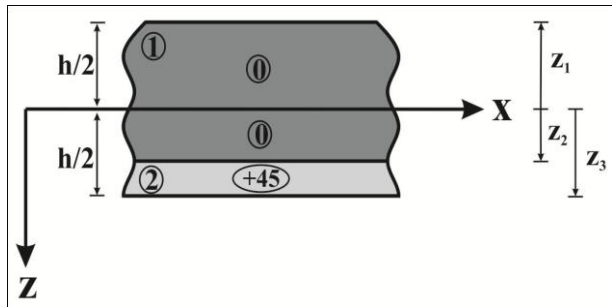
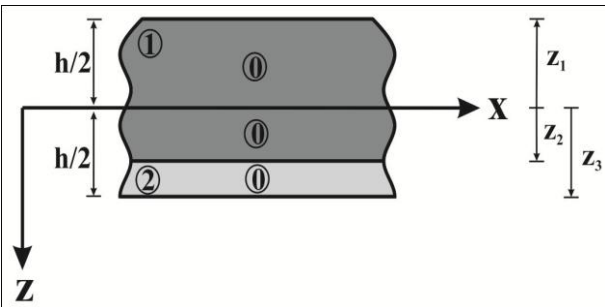
Şekil 4.1. Durum 1'e ait betonarme döşeme plağı

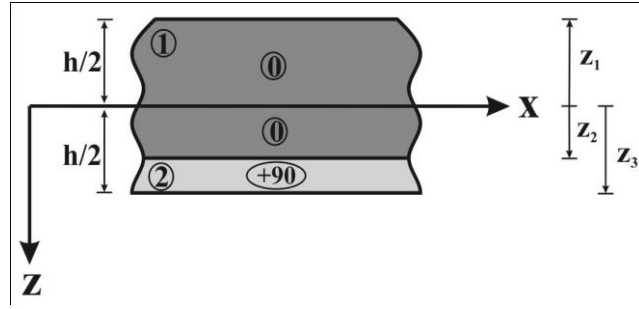


Şekil 4.2. Durum 1'e ait enkesit

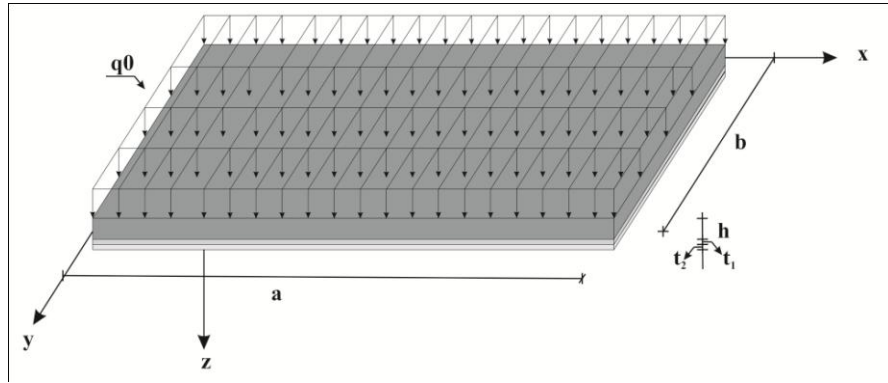


Şekil 4.3. Durum 2'ye ait takviye edilmiş betonarme plak

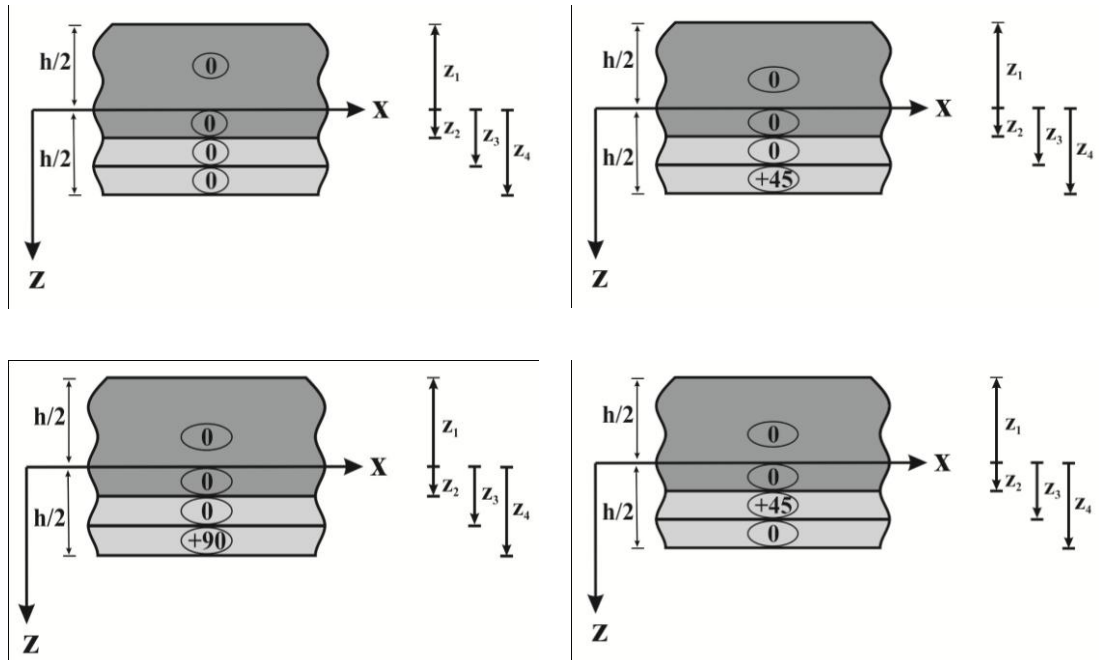


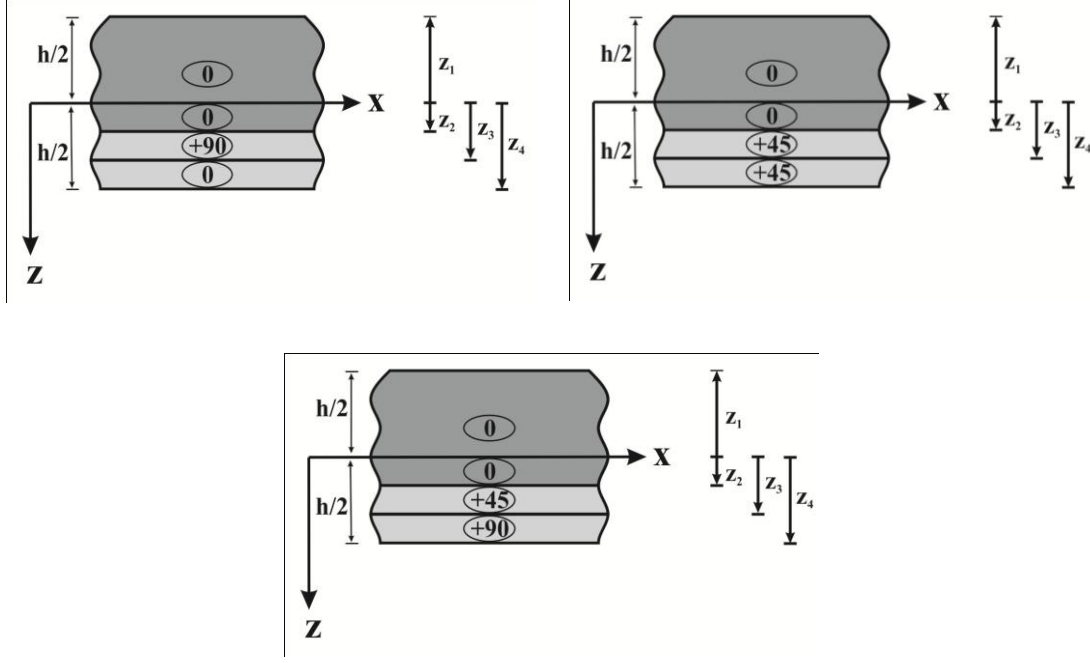


Şekil 4.4. Durum 2'ye ait tabakalanma düzenleri



Şekil 4.5. Durum 3'e ait takviye edilmiş betonarme plak



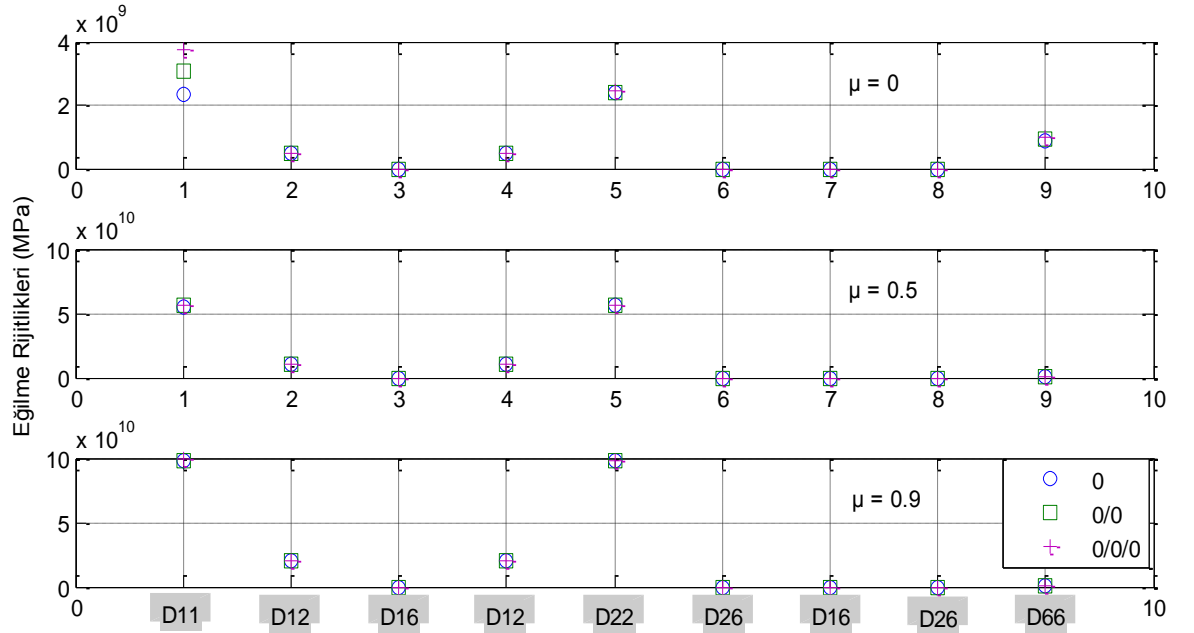


Şekil 4.6. Durum 3'e ait tabakalanma düzenleri

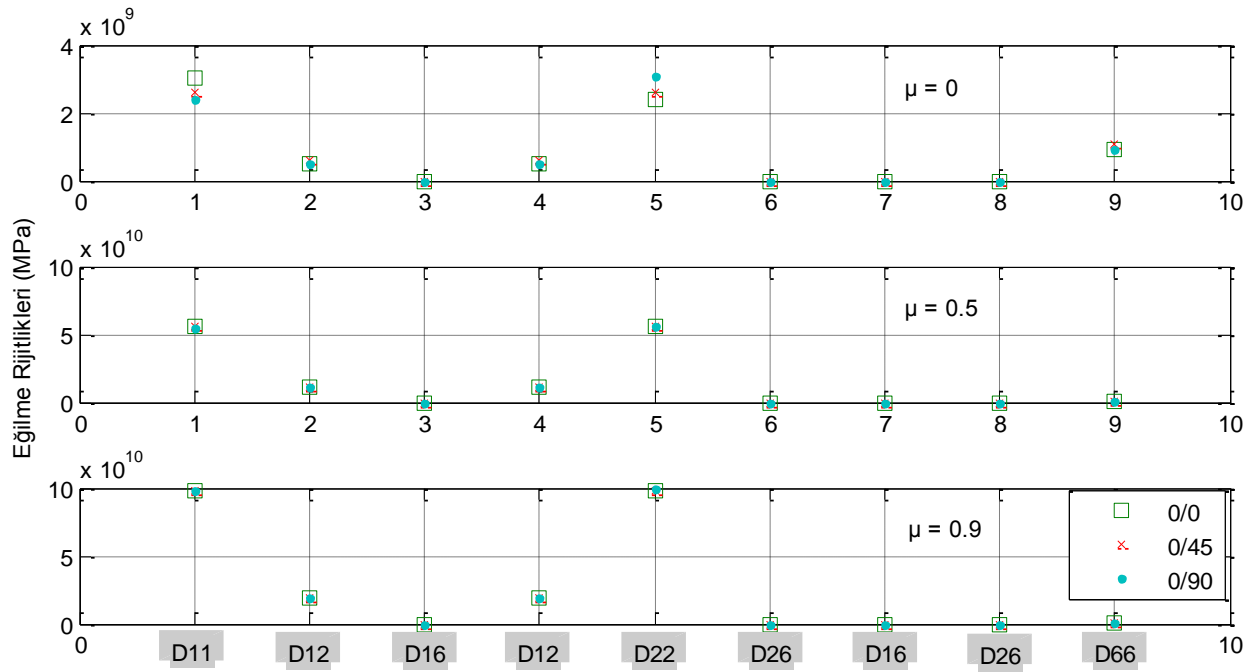
Çizelge 4.1. Tabakalanma düzenlerine göre eğilme rijitliklerinin değişimi (MPa)

DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	2.34E+09	4.69E+08	0	4.69E+08	2.37E+09	0	0	0	9.01E+08
0/0	3.05E+09	4.84E+08	0	4.84E+08	2.42E+09	0	0	0	9.36E+08
0/45	2.58E+09	6.31E+08	0	6.31E+08	2.6E+09	0	0	0	1.08E+09
0/90	2.39E+09	4.84E+08	0	4.84E+08	3.07E+09	0	0	0	9.36E+08
0/0/0	3.75E+09	5E+08	0	5E+08	2.47E+09	0	0	0	9.71E+08
0/0/45	3.26E+09	6.52E+08	0	6.52E+08	2.66E+09	0	0	0	1.12E+09
0/0/90	3.07E+09	5E+08	0	5E+08	3.15E+09	0	0	0	9.71E+08
0/45/0	3.3E+09	6.4E+08	0	6.4E+08	2.64E+09	0	0	0	1.11E+09
0/90/0	3.13E+09	5E+08	0	5E+08	3.1E+09	0	0	0	9.71E+08
0/45/45	2.81E+09	7.92E+08	0	7.92E+08	2.83E+09	0	0	0	1.26E+09
0/45/90	2.62E+09	6.4E+08	0	6.4E+08	3.32E+09	0	0	0	1.11E+09
DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0.5$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	5.51E+10	1.1E+10	0	1.1E+10	5.57E+10	0	0	0	9.01E+08
0/0	5.58E+10	1.1E+10	0	1.1E+10	5.58E+10	0	0	0	9.36E+08
0/45	5.53E+10	1.12E+10	0	1.12E+10	5.59E+10	0	0	0	1.08E+09
0/90	5.51E+10	1.1E+10	0	1.1E+10	5.64E+10	0	0	0	9.36E+08
0/0/0	5.65E+10	1.11E+10	0	1.11E+10	5.58E+10	0	0	0	9.71E+08
0/0/45	5.6E+10	1.12E+10	0	1.12E+10	5.6E+10	0	0	0	1.12E+09
0/0/90	5.58E+10	1.11E+10	0	1.11E+10	5.65E+10	0	0	0	9.71E+08
0/45/0	5.61E+10	1.12E+10	0	1.12E+10	5.6E+10	0	0	0	1.11E+09
0/90/0	5.59E+10	1.11E+10	0	1.11E+10	5.64E+10	0	0	0	9.71E+08
0/45/45	5.56E+10	1.14E+10	0	1.14E+10	5.62E+10	0	0	0	1.26E+09
0/45/90	5.54E+10	1.12E+10	0	1.12E+10	5.67E+10	0	0	0	1.11E+09

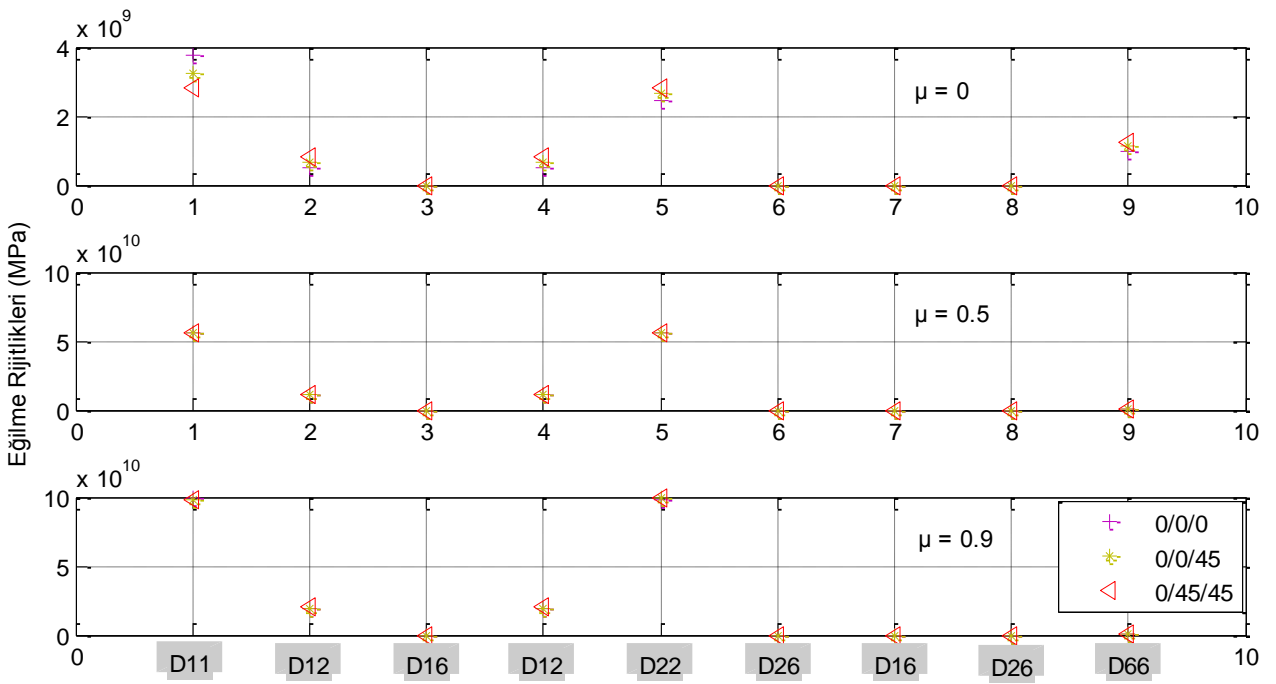
DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0.9$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	9.73E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.84E+10	0	0	0	9.01E+08
0/0	9.8E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.84E+10	0	0	0	9.36E+08
0/45	9.75E+10	1.96E+10	0	1.96E+10	9.86E+10	0	0	0	1.08E+09
0/90	9.74E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.91E+10	0	0	0	9.36E+08
0/0/0	9.87E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.85E+10	0	0	0	9.71E+08
0/0/45	9.82E+10	1.97E+10	0	1.97E+10	9.87E+10	0	0	0	1.12E+09
0/0/90	9.8E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.92E+10	0	0	0	9.71E+08
0/45/0	9.83E+10	1.97E+10	0	1.97E+10	9.87E+10	0	0	0	1.11E+09
0/90/0	9.81E+10	1.95E+10	0	1.95E+10	9.91E+10	0	0	0	9.71E+08
0/45/45	9.78E+10	1.98E+10	0	1.98E+10	9.88E+10	0	0	0	1.26E+09
0/45/90	9.76E+10	1.97E+10	0	1.97E+10	9.93E+10	0	0	0	1.11E+09



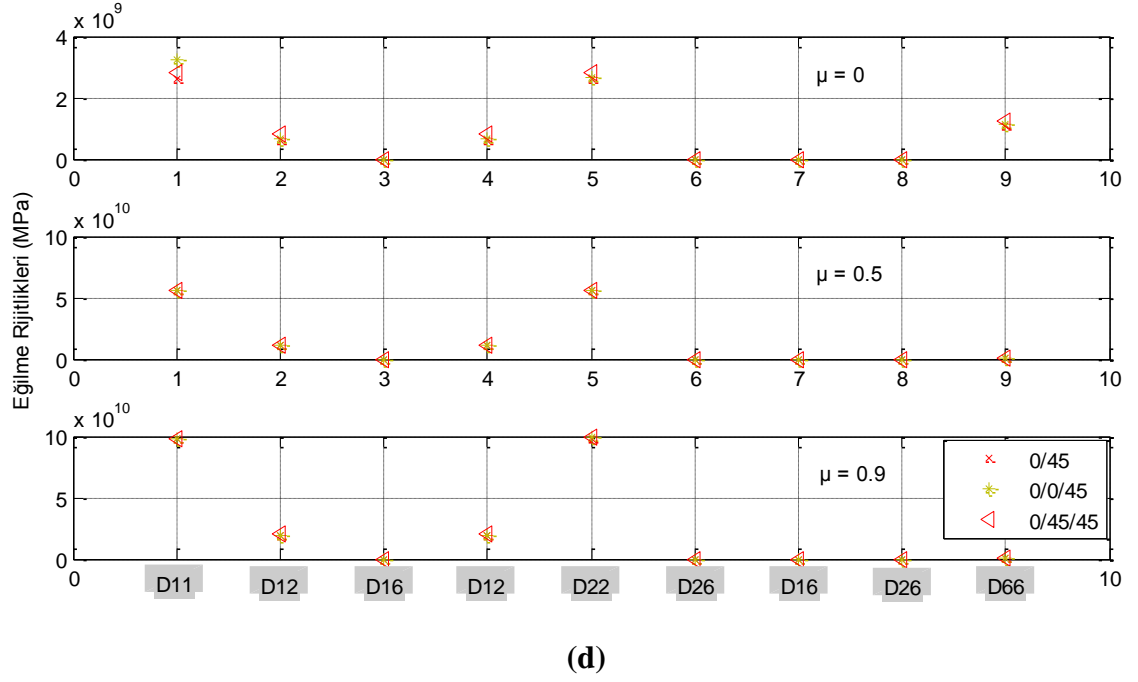
(a)



(b)



(c)



Şekil 4.7. Eğilme rijitliklerinin tabakalanma düzenlerine göre değişimi (Problem 1)

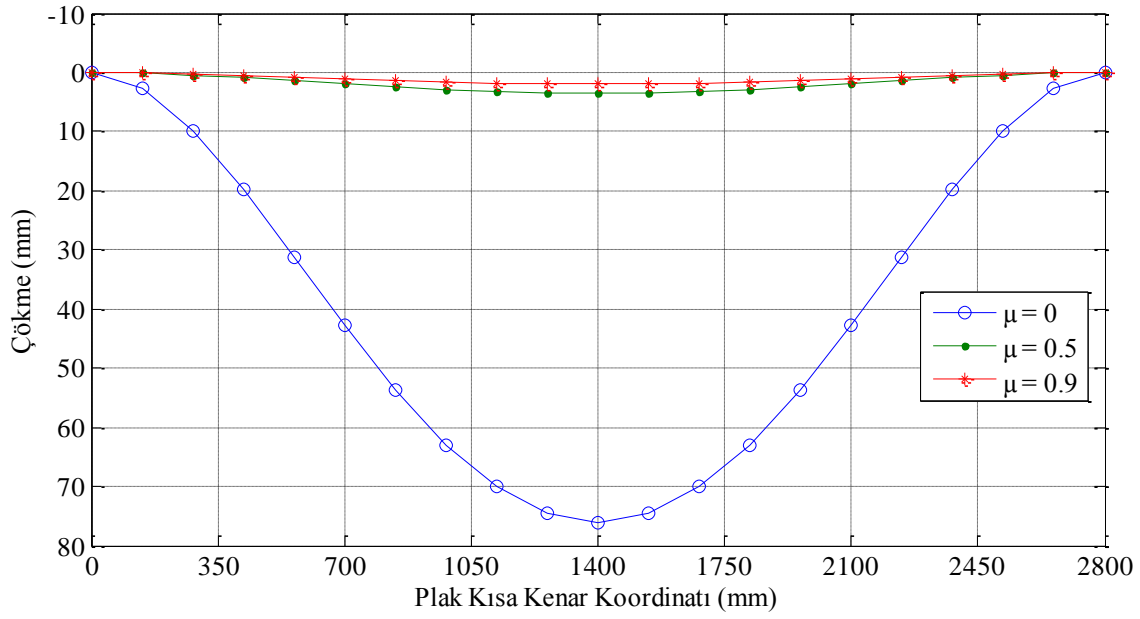
Çizelge 4.2. Problem 1'e ait çökme değerleri (mm)

DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	75.9959	77.2011	1.5859	3.5061	4.7112	34.3715	1.9886	3.1938	60.6055
0/0	73.4905	74.4888	1.3584	3.5006	4.6874	33.9028	1.9868	3.1737	59.7393
0/45	68.3972	69.3955	1.4596	3.4882	4.6750	34.0233	1.9828	3.1697	59.8598
0/90	60.3467	61.3450	1.6543	3.4646	4.6515	34.2579	1.9752	3.1620	60.0851
0/0/0	71.1432	72.3123	1.6433	3.4951	4.6642	33.4497	1.9851	3.1541	58.8887
0/0/45	66.1797	67.3488	1.7666	3.4822	4.6513	33.5736	1.9809	3.1500	59.0186
0/0/90	58.3445	59.5136	2.0038	3.4578	4.6269	33.8105	1.9730	3.1421	59.2549
0/45/0	66.5366	67.7057	1.7571	3.4832	4.6523	33.5640	1.9812	3.1503	59.0097
0/90/0	59.1628	60.3319	1.9761	3.4606	4.6297	33.7832	1.9739	3.1430	59.2279
0/45/45	62.1755	63.3446	1.8803	3.4705	4.6396	33.6868	1.9771	3.1462	59.1321
0/45/90	55.2098	56.3789	2.1176	3.4462	4.6153	33.9243	1.9692	3.1383	59.3693

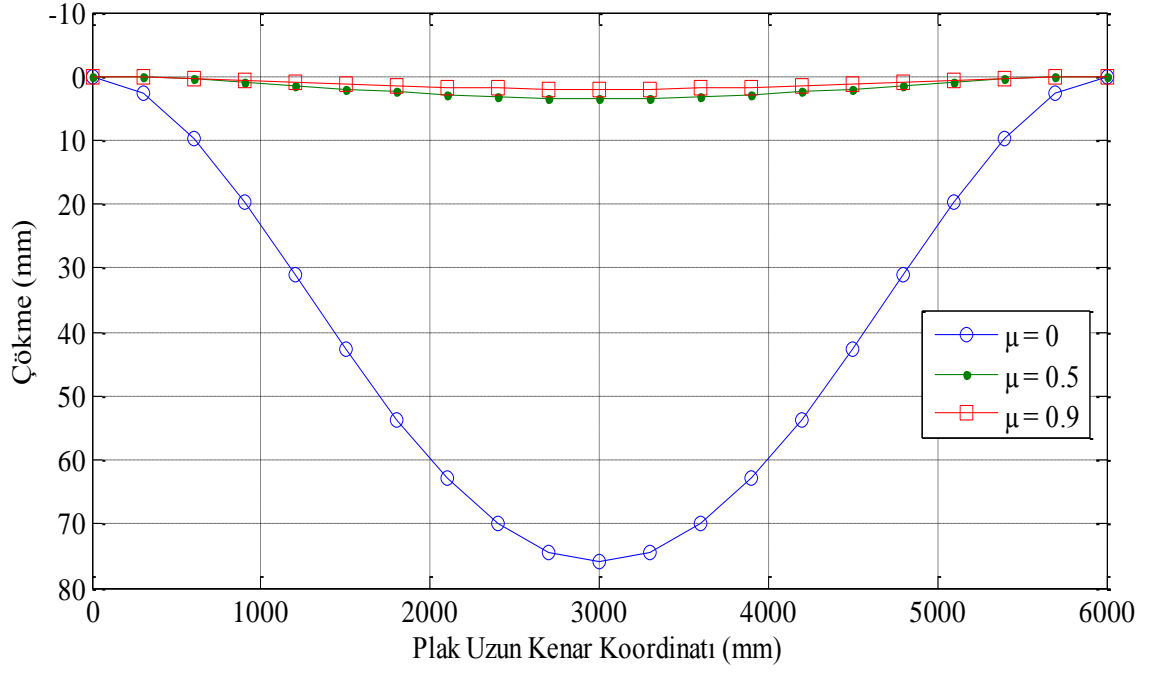
Çizelge 4.3. Durum 1'e ait analiz sonuçları

		0	-50	-40	-30	-20	-10	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00169	-0.00135	-0.00101	-0.00068	-0.00034	0	
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.2E-05	-4.7E-05	-3.1E-05	-1.6E-05	0	
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.5E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-8.8E-06	0	
ε_y	$\mu=0$	-0.00775	-0.0062	-0.00465	-0.0031	-0.00155	0	
	$\mu=0.5$	-0.00036	-0.00029	-0.00021	-0.00014	-7.2E-05	0	
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.1E-05	-4.1E-05	0	
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-91.286	-73.0288	-54.7716	-36.5144	-18.2572	0	
	$\mu=0.5$	-4.21148	-20.2151	-27.7958	-26.9535	-17.6882	0	
	$\mu=0.9$	-2.38869	-19.1095	-27.2311	-26.7533	-17.6763	0	

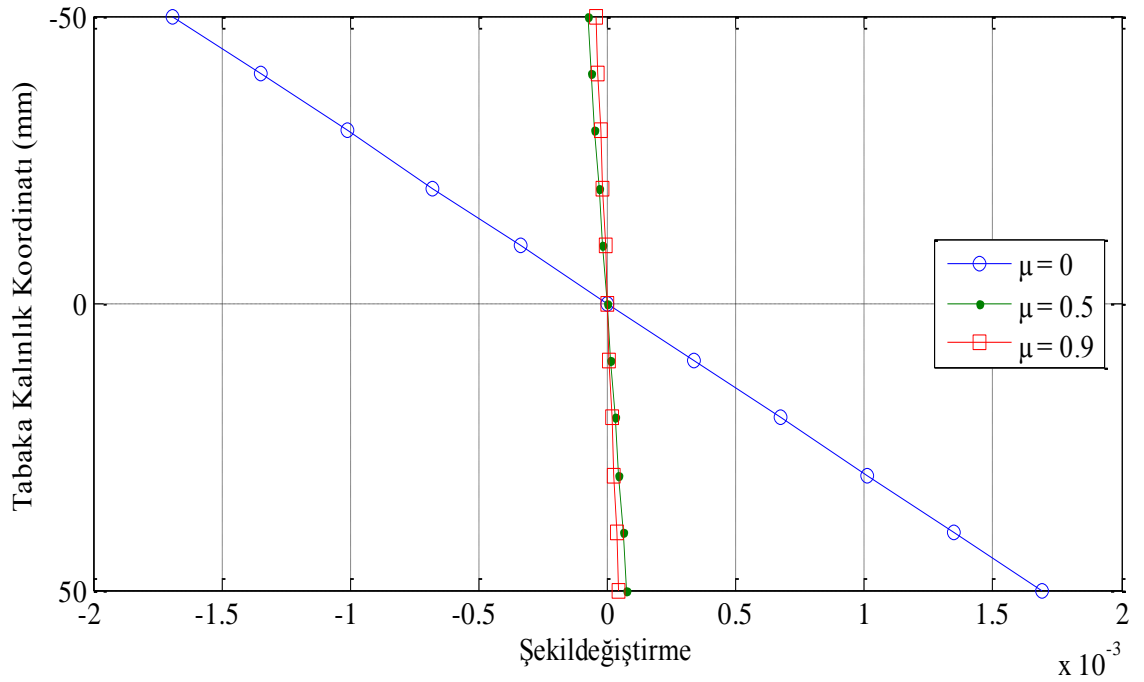
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-230.349	-184.28	-138.21	-92.1398	-46.0699	0
	$\mu=0.5$	-10.6272	-51.0104	-70.1394	-68.0139	-44.6341	0
	$\mu=0.9$	-6.02758	-48.2206	-68.7144	-67.5089	-44.6041	0
	0	0	10	20	30	40	50
ε_x	$\mu=0$	0	0.000338	0.000676	0.001013	0.001351	0.001689
	$\mu=0.5$	0	1.56E-05	3.12E-05	4.67E-05	6.23E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	0	8.84E-06	1.77E-05	2.65E-05	3.54E-05	4.42E-05
ε_y	$\mu=0$	0	0.001551	0.003102	0.004653	0.006204	0.007755
	$\mu=0.5$	0	7.16E-05	0.000143	0.000215	0.000286	0.000358
	$\mu=0.9$	0	4.06E-05	8.12E-05	0.000122	0.000162	0.000203
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	18.25719	36.51439	54.77158	73.02878	91.28597
	$\mu=0.5$	0	26.11118	60.64531	103.6024	154.9825	214.7855
	$\mu=0.9$	0	26.27559	61.15046	104.6246	156.6981	217.3708
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	46.06989	92.13978	138.2097	184.2796	230.3494
	$\mu=0.5$	0	65.88849	153.0313	261.4285	391.0801	541.986
	$\mu=0.9$	0	66.30337	154.306	264.008	395.4092	548.5097



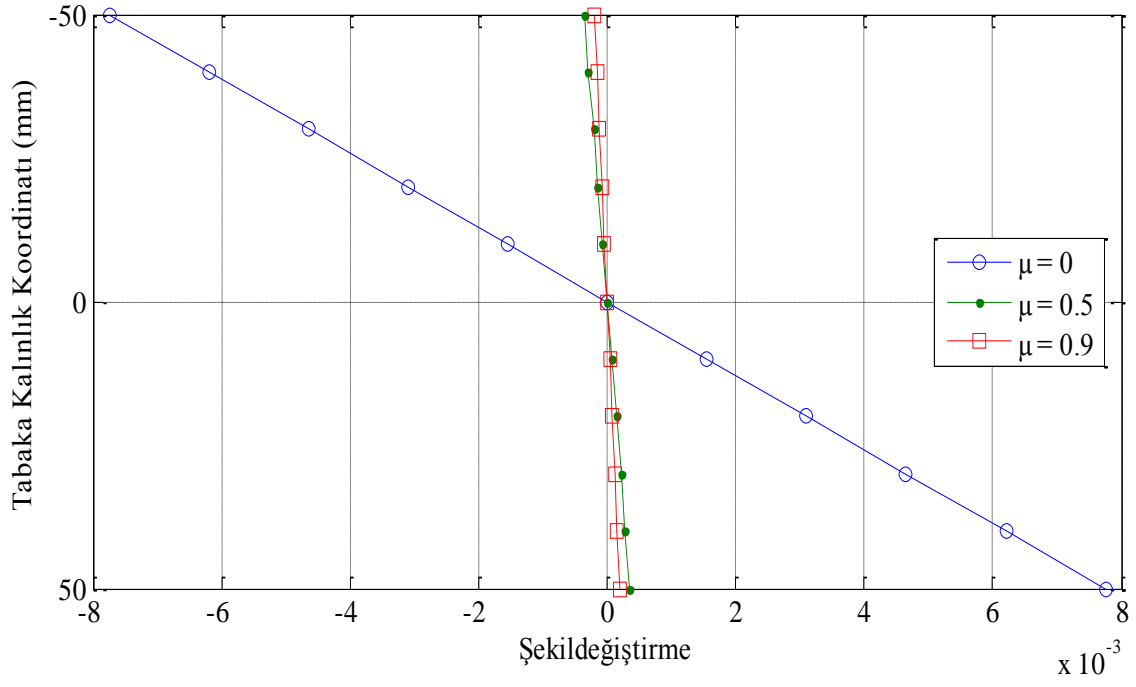
Şekil 4.8. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 1)



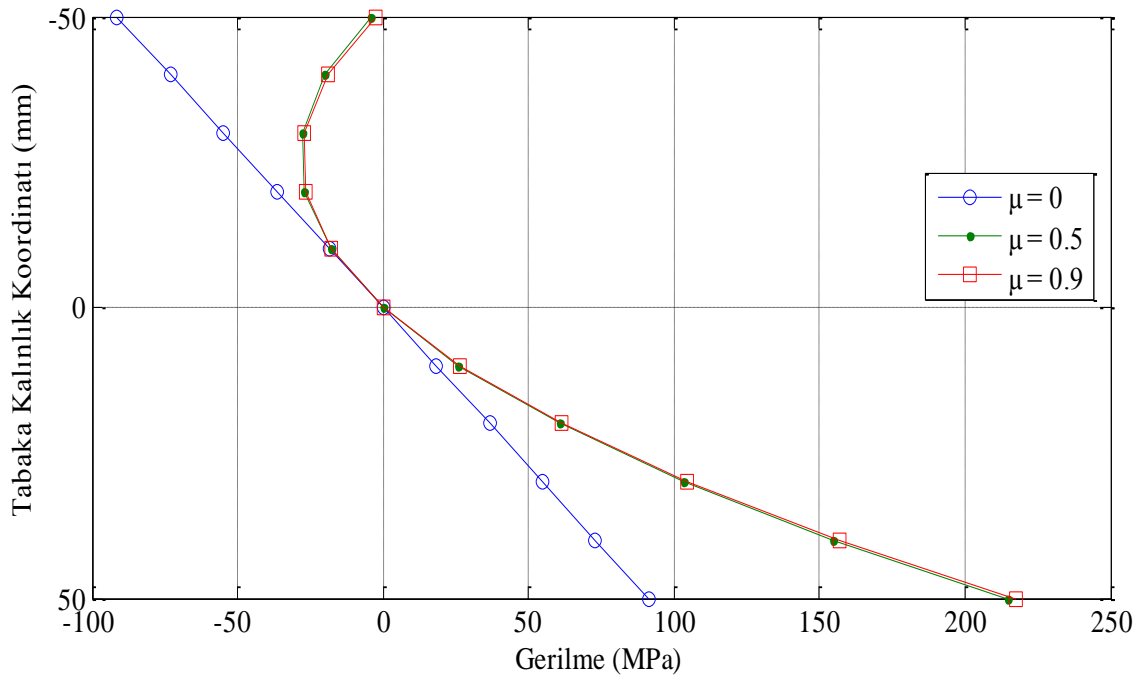
Şekil 4.9. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 1)



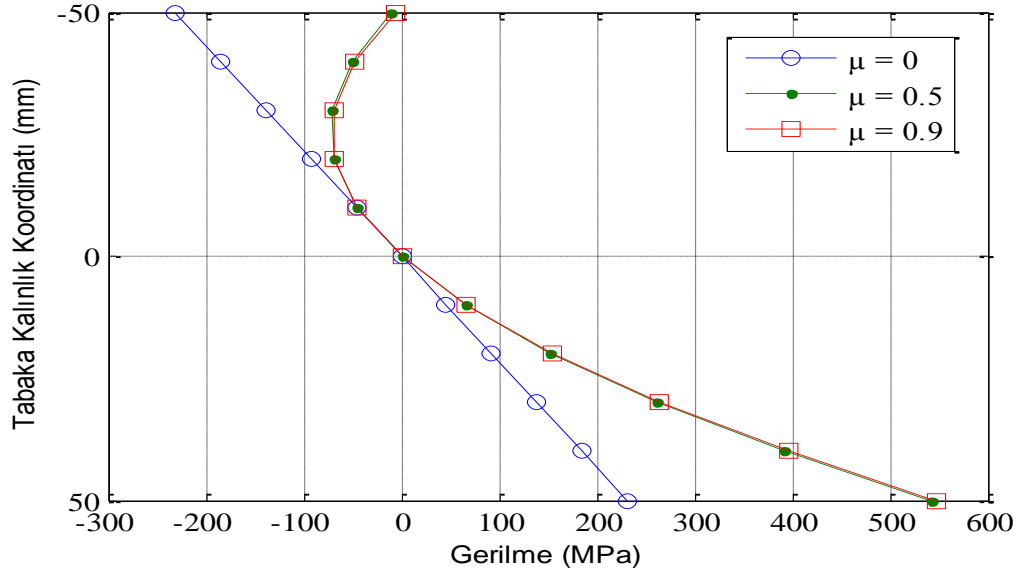
Şekil 4.10. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeşitirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1)



Şekil 4.11. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1)



Şekil 4.12. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1)



Şekil 4.13. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 23.50 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 41.52 kat, $\mu=0.5$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.77 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.8-Şekil 4.9). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %1.5859 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %34.3715 ve $\mu=0.9$ iken %60.6055 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %95.39 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.38 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.28 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.2).

Plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla lineer olarak azalmış, ancak plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.10-Şekil 4.11). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %95.39 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.38 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.28

oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.3). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları ile çökme değerlerinin azalma oranları birbirinin aynısıdır. Buradan, plağın x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğişirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu ve plak ortasındaki çökme arttıkça eğriliğin arttığı ve buna paralel olarak şekildeğişirmelerin arttığı sonucuna varılabilir.

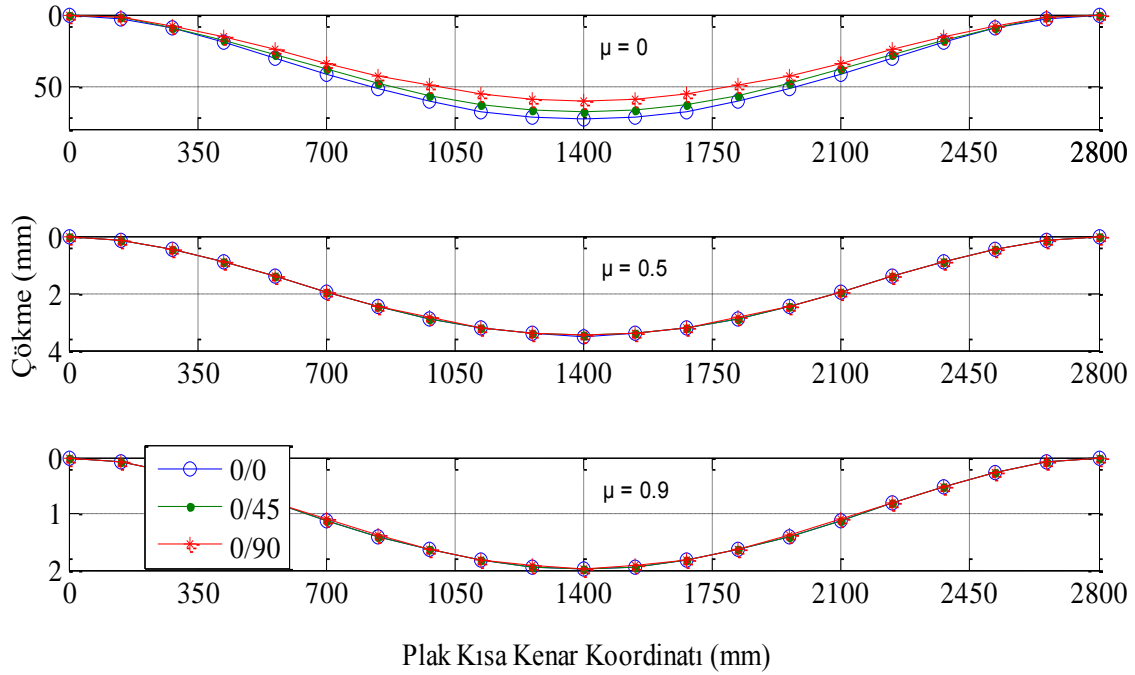
Normal gerilmeler ise plağın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.12-Şekil4.13). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %95.39 oranında azalma en alt noktada %135.29 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %97.38 oranında azalma en alt noktada %138.12 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %43.28 oranında azalma en alt noktada %1.20 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.3). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğişirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğişirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenini doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğişirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.10-Şekil 4.13).

Çizelge 4.4. Durum 2'e ait analiz sonuçları

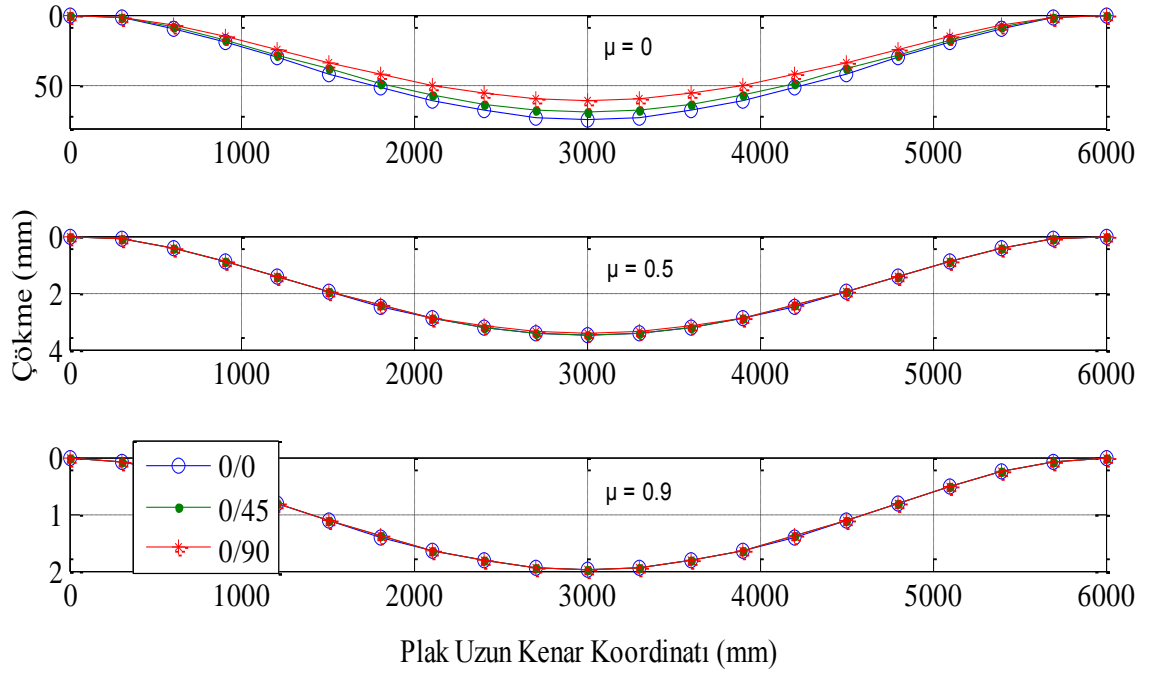
0/0		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00167	-0.00134	-0.00101	-0.00069	-0.00036	-3.3E-05
	$\mu=0.5$	-7.9E-05	-6.4E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.7E-05	-1.6E-06
	$\mu=0.9$	-4.5E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.9E-05	-9.7E-06	-8.8E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.00765	-0.00615	-0.00465	-0.00315	-0.00165	-0.00015
	$\mu=0.5$	-0.00036	-0.00029	-0.00022	-0.00015	-7.9E-05	-7.1E-06
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.5E-05	-4.5E-05	-4.1E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-90.042	-72.3867	-54.7314	-37.0761	-19.4208	-1.76553
	$\mu=0.5$	-4.28896	-20.6879	-28.6772	-28.2567	-19.4265	-2.18653
	$\mu=0.9$	-2.43429	-19.5698	-28.1137	-28.066	-19.4266	-2.19564
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-227.21	-182.659	-138.108	-93.5572	-49.0062	-4.45511
	$\mu=0.5$	-10.8227	-52.2036	-72.3635	-71.3025	-49.0205	-5.51745
	$\mu=0.9$	-6.14265	-49.3821	-70.9416	-70.8212	-49.0208	-5.54043

0/0		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000294	0.000621	0.000947	0.001274	0.0016	0.001666
	$\mu=0.5$	1.4E-05	2.96E-05	4.51E-05	6.07E-05	7.62E-05	7.93E-05
	$\mu=0.9$	7.95E-06	1.68E-05	2.56E-05	3.44E-05	4.33E-05	4.5E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00135	0.00285	0.004349	0.005849	0.007349	0.007649
	$\mu=0.5$	6.43E-05	0.000136	0.000207	0.000279	0.00035	0.000364
	$\mu=0.9$	3.65E-05	7.7E-05	0.000118	0.000158	0.000199	0.000207
σ_x (MPa)	$\mu=0$	15.88976	33.54506	51.20035	68.85564	247.7039	257.8143
	$\mu=0.5$	23.46316	57.52258	99.99173	150.8706	11.79886	12.28045
	$\mu=0.9$	23.62695	58.04116	101.047	152.6444	6.696694	6.970028
σ_y (MPa)	$\mu=0$	40.09596	84.64702	129.1981	173.7491	78.79844	82.0147
	$\mu=0.5$	59.20652	145.1515	252.3174	380.7043	3.753401	3.906601
	$\mu=0.9$	59.61985	146.4601	254.9802	385.1804	2.130322	2.217274
0/45		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00155	-0.00125	-0.00094	-0.00064	-0.00033	-3E-05
	$\mu=0.5$	-7.9E-05	-6.4E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.7E-05	-1.6E-06
	$\mu=0.9$	-4.5E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.9E-05	-9.7E-06	-8.8E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.00712	-0.00572	-0.00433	-0.00293	-0.00154	-0.00014
	$\mu=0.5$	-0.00036	-0.00029	-0.00022	-0.00015	-7.8E-05	-7.1E-06
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.5E-05	-4.5E-05	-4E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-83.8016	-67.3699	-50.9382	-34.5066	-18.0749	-1.64317
	$\mu=0.5$	-4.2738	-20.6148	-28.5758	-28.1568	-19.3578	-2.1788
	$\mu=0.9$	-2.4294	-19.5305	-28.0572	-28.0096	-19.3876	-2.19122
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-211.464	-170	-128.537	-87.0732	-45.6098	-4.14634
	$\mu=0.5$	-10.7844	-52.0191	-72.1078	-71.0505	-48.8472	-5.49795
	$\mu=0.9$	-6.13031	-49.2829	-70.7991	-70.6789	-48.9223	-5.5293
0/45		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000274	0.000578	0.000882	0.001186	0.00149	0.00155
	$\mu=0.5$	1.4E-05	2.95E-05	4.5E-05	6.05E-05	7.6E-05	7.91E-05
	$\mu=0.9$	7.93E-06	1.67E-05	2.56E-05	3.44E-05	4.32E-05	4.49E-05
ε_y	$\mu=0$	0.001256	0.002652	0.004048	0.005444	0.00684	0.007119
	$\mu=0.5$	6.41E-05	0.000135	0.000206	0.000278	0.000349	0.000363
	$\mu=0.9$	3.64E-05	7.69E-05	0.000117	0.000158	0.000198	0.000206
σ_x (MPa)	$\mu=0$	14.78852	31.22021	47.65191	64.0836	289.4918	301.3078
	$\mu=0.5$	23.38023	57.31926	99.63831	150.3374	14.76381	15.36641
	$\mu=0.9$	23.57948	57.92455	100.844	152.3378	8.392339	8.734884
σ_y (MPa)	$\mu=0$	37.3171	78.78055	120.244	161.7074	364.3943	379.2676
	$\mu=0.5$	58.99726	144.6384	251.4256	379.3587	18.58377	19.34229
	$\mu=0.9$	59.50006	146.1658	254.4679	384.4065	10.56376	10.99493
0/90		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00137	-0.0011	-0.00083	-0.00056	-0.0003	-2.7E-05
	$\mu=0.5$	-7.9E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.2E-05	-1.7E-05	-1.5E-06
	$\mu=0.9$	-4.5E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.7E-06	-8.8E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.00628	-0.00505	-0.00382	-0.00259	-0.00135	-0.00012
	$\mu=0.5$	-0.00036	-0.00029	-0.00022	-0.00015	-7.8E-05	-7.1E-06
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00012	-8.5E-05	-4.4E-05	-4E-06

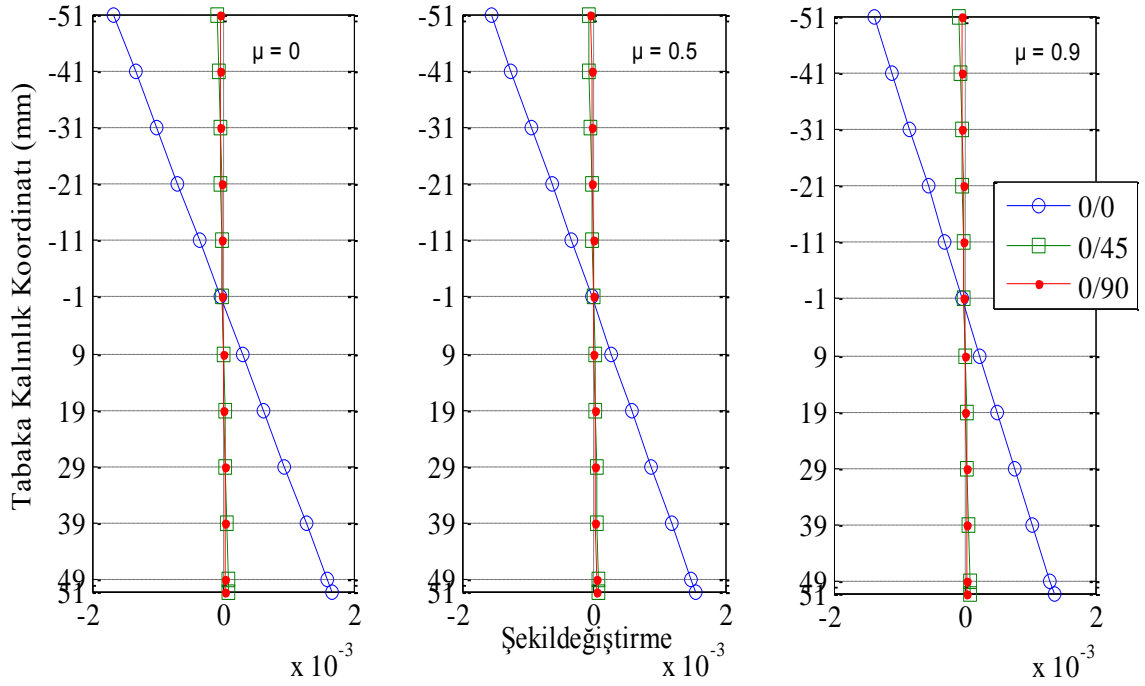
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-73.938	-59.4403	-44.9427	-30.445	-15.9474	-1.44976
	$\mu=0.5$	-4.24492	-20.4755	-28.3827	-27.9666	-19.227	-2.16408
	$\mu=0.9$	-2.42004	-19.4552	-27.9491	-27.9017	-19.3129	-2.18278
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-186.574	-149.991	-113.408	-76.8245	-40.2414	-3.65831
	$\mu=0.5$	-10.7116	-51.6676	-71.6205	-70.5703	-48.5171	-5.4608
	$\mu=0.9$	-6.10669	-49.093	-70.5263	-70.4066	-48.7338	-5.508
0/90		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000241	0.00051	0.000778	0.001046	0.001314	0.001368
	$\mu=0.5$	1.39E-05	2.93E-05	4.47E-05	6.01E-05	7.55E-05	7.85E-05
	$\mu=0.9$	7.9E-06	1.67E-05	2.55E-05	3.42E-05	4.3E-05	4.48E-05
ε_y	$\mu=0$	0.001108	0.00234	0.003572	0.004803	0.006035	0.006281
	$\mu=0.5$	6.36E-05	0.000134	0.000205	0.000276	0.000346	0.000361
	$\mu=0.9$	3.63E-05	7.66E-05	0.000117	0.000157	0.000198	0.000206
σ_x (MPa)	$\mu=0$	13.04788	27.54552	42.04316	56.5408	31.44836	32.73196
	$\mu=0.5$	23.22223	56.93193	98.965	149.3215	1.805512	1.879206
	$\mu=0.9$	23.48864	57.7014	100.4555	151.7509	1.029327	1.07134
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.92479	69.50789	106.091	142.6741	854.2885	889.1574
	$\mu=0.5$	58.59858	143.661	249.7266	376.7952	49.04638	51.04828
	$\mu=0.9$	59.27084	145.6027	253.4876	382.9255	27.96147	29.10275



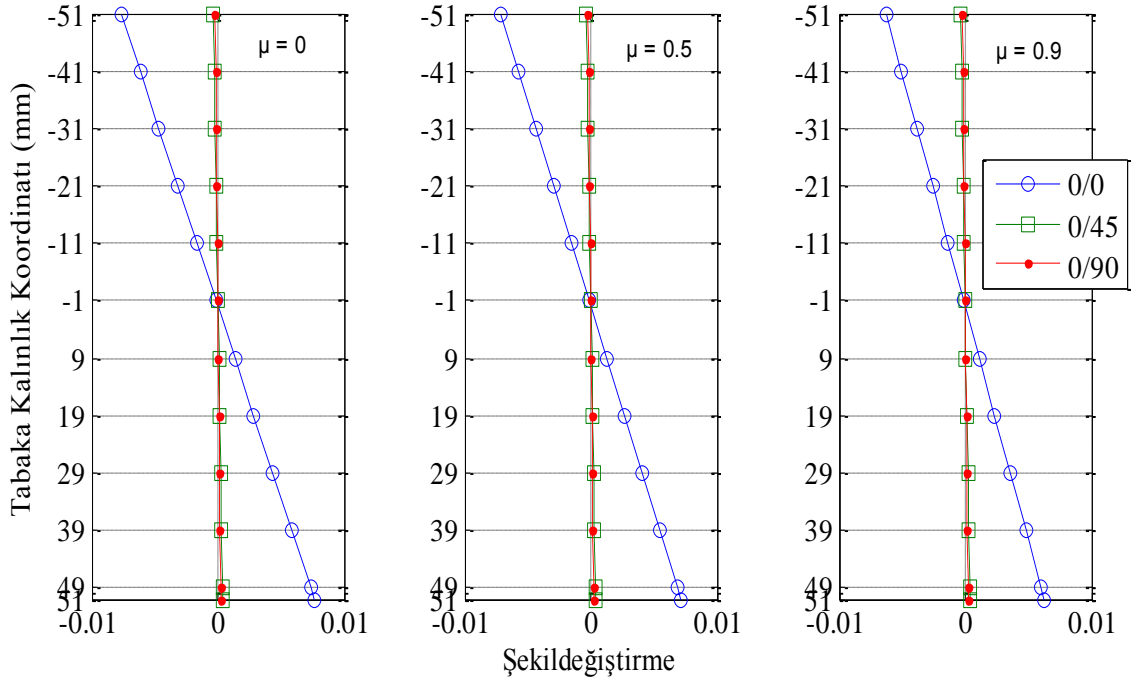
Şekil 4.14. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 2)



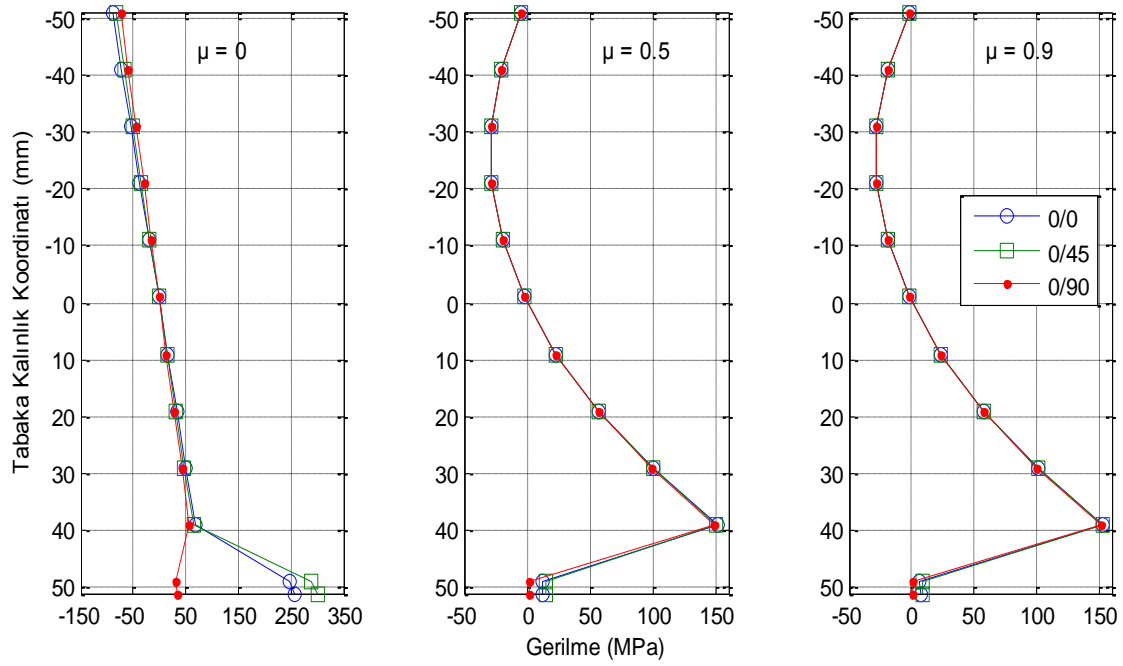
Şekil 4.15. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 2)



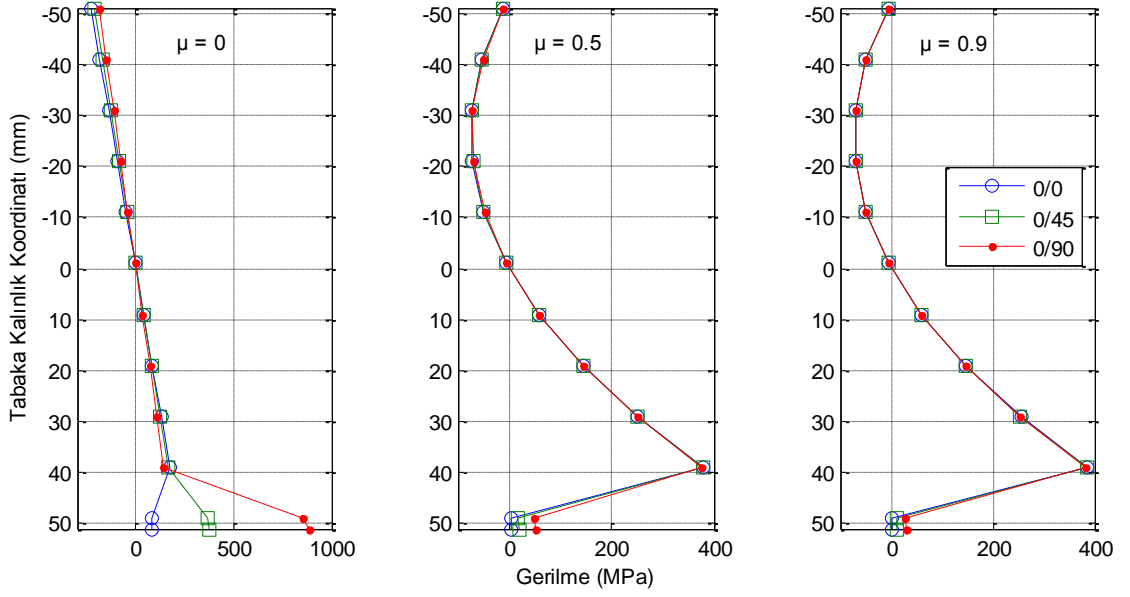
Şekil 4.16. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğıştirmelerin tabaka kalınlığına göre değışimi (P1, Durum 2)



Şekil 4.17. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2)



Şekil 4.18. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2)



Şekil 4.19. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 18, 21 ve 23 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 32, 37 ve 41 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.756, 1.763 ve 1.767 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.7). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.14-Şekil 4.15). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %1.6543 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %34.2579 ve $\mu=0.9$ iken %60.0851 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1' ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %3.30 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %10 oranında ve (0/90) olması durumunda %20.59 oranında azalmıştır (Çizelge 4.2). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak

seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucu çıkmaktadır.

Şekil 4.16 ve Şekil 4.17'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri, yönlenme açısının ve non-homojenlik katsayısının artışıyla azalmıştır. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.4 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.18-Şekil 4.19). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucu çıkarılmaktadır.

Çizelge 4.5. Durum 3'e ait analiz sonuçları

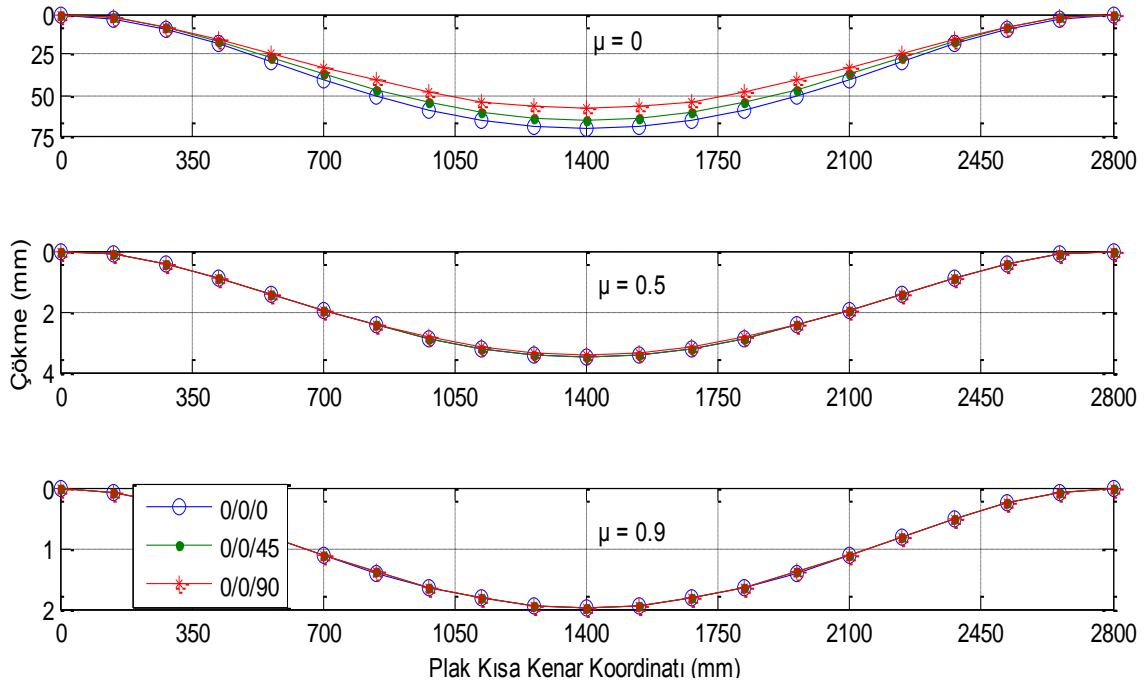
0/0/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00164	-0.00133	-0.00101	-0.0007	-0.00038	-6.3E-05	0.000253
	$\mu=0.5$	-8.1E-05	-6.5E-05	-5E-05	-3.4E-05	-1.9E-05	-3.1E-06	1.24E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.06E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00755	-0.0061	-0.00465	-0.00319	-0.00174	-0.00029	0.001162
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.6E-05	-1.4E-05	5.71E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.9E-05	-8.1E-06	3.24E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-88.8752	-71.7838	-54.6924	-37.601	-20.5097	-3.41828	13.6731
	$\mu=0.5$	-4.3662	-21.1593	-29.5558	-29.5558	-21.1593	-4.3662	20.82341
	$\mu=0.9$	-2.47981	-20.0292	-28.9947	-29.3762	-21.1738	-4.38736	20.98302
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-224.266	-181.138	-138.01	-94.8818	-51.7537	-8.62562	34.50247
	$\mu=0.5$	-11.0176	-53.3929	-74.5806	-74.5806	-53.3929	-11.0176	52.54544
	$\mu=0.9$	-6.25751	-50.5415	-73.1648	-74.1275	-53.4295	-11.071	52.94819
0/0/0		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000253	0.000569	0.000885	0.001202	0.001518	0.001581	0.001644
	$\mu=0.5$	1.24E-05	2.8E-05	4.35E-05	5.9E-05	7.46E-05	7.77E-05	8.08E-05
	$\mu=0.9$	7.06E-06	1.59E-05	2.47E-05	3.35E-05	4.23E-05	4.41E-05	4.59E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.001162	0.002613	0.004065	0.005517	0.006969	0.00726	0.00755
	$\mu=0.5$	5.71E-05	0.000128	0.0002	0.000271	0.000342	0.000357	0.000371
	$\mu=0.9$	3.24E-05	7.29E-05	0.000113	0.000154	0.000194	0.000203	0.000211
σ_x (MPa)	$\mu=0$	13.6731	30.76448	47.85585	64.94723	234.8984	244.6858	254.4733
	$\mu=0.5$	20.82341	54.40956	96.39225	146.7715	11.53993	12.02076	12.50159
	$\mu=0.9$	20.98302	54.93736	97.47566	148.5979	6.55418	6.827271	7.100362
σ_y (MPa)	$\mu=0$	34.50247	77.63055	120.7586	163.8867	74.72482	77.83835	80.95189
	$\mu=0.5$	52.54544	137.2961	243.2345	370.3606	3.671031	3.823991	3.97695
	$\mu=0.9$	52.94819	138.628	245.9684	374.9695	2.084986	2.171861	2.258735
0/0/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00153	-0.00124	-0.00094	-0.00065	-0.00035	-5.9E-05	0.000235
	$\mu=0.5$	-8E-05	-6.5E-05	-5E-05	-3.4E-05	-1.9E-05	-3.1E-06	1.24E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.04E-06

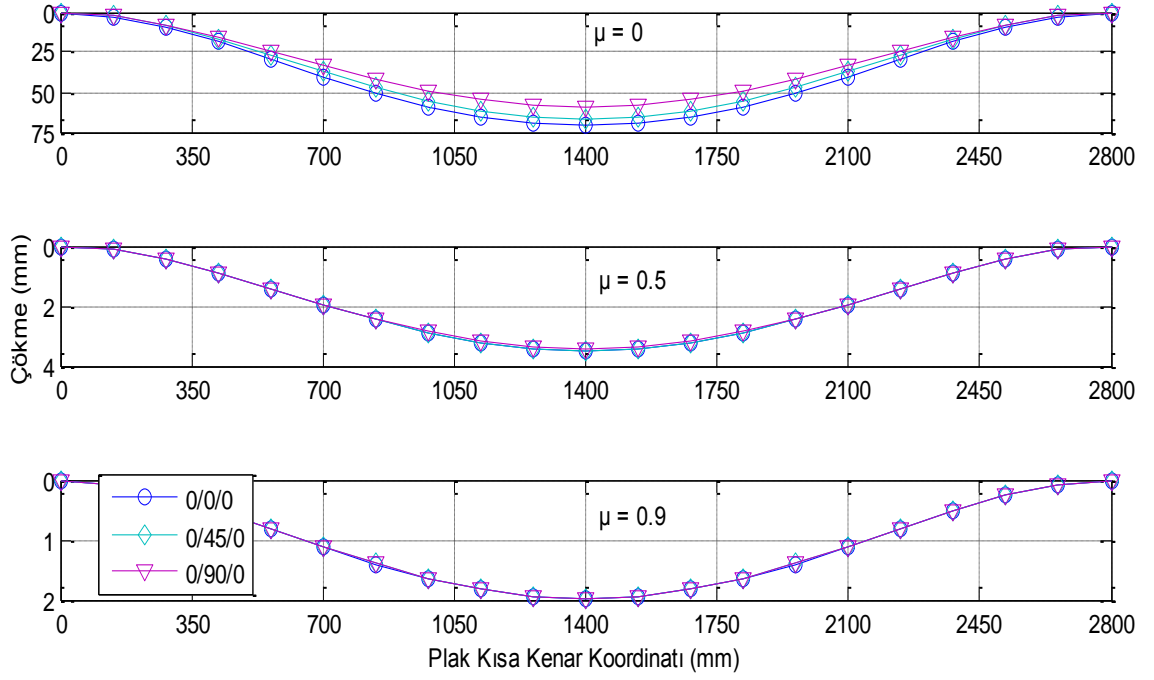
ε_y	$\mu=0$	-0.00702	-0.00567	-0.00432	-0.00297	-0.00162	-0.00027	0.00108
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.4E-05	5.69E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.9E-05	-8.1E-06	3.23E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-82.6746	-66.7756	-50.8767	-34.9777	-19.0788	-3.17979	12.71917
	$\mu=0.5$	-4.35017	-21.0816	-29.4473	-29.4473	-21.0816	-4.35017	20.74697
	$\mu=0.9$	-2.47463	-19.9874	-28.9342	-29.3149	-21.1296	-4.3782	20.9392
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-208.62	-168.501	-128.381	-88.2622	-48.143	-8.02383	32.09534
	$\mu=0.5$	-10.9771	-53.1969	-74.3068	-74.3068	-53.1969	-10.9771	52.35255
	$\mu=0.9$	-6.24445	-50.4359	-73.012	-73.9727	-53.318	-11.0479	52.83762
0/0/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000235	0.000529	0.000824	0.001118	0.001412	0.001471	0.001529
	$\mu=0.5$	1.24E-05	2.79E-05	4.33E-05	5.88E-05	7.43E-05	7.74E-05	8.05E-05
	$\mu=0.9$	7.04E-06	1.58E-05	2.47E-05	3.35E-05	4.23E-05	4.4E-05	4.58E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00108	0.002431	0.003782	0.005132	0.006483	0.006753	0.007023
	$\mu=0.5$	5.69E-05	0.000128	0.000199	0.00027	0.000341	0.000355	0.00037
	$\mu=0.9$	3.23E-05	7.28E-05	0.000113	0.000154	0.000194	0.000202	0.00021
σ_x (MPa)	$\mu=0$	12.71917	28.61813	44.5171	60.41606	218.5103	285.8227	297.2556
	$\mu=0.5$	20.74697	54.20982	96.03839	146.2327	11.49757	15.03941	15.64099
	$\mu=0.9$	20.9392	54.82264	97.27211	148.2876	6.540493	8.555301	8.897513
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.09534	72.2145	112.3337	152.4528	69.5115	359.7759	374.1669
	$\mu=0.5$	52.35255	136.7921	242.3416	369.001	3.657555	18.93068	19.68791
	$\mu=0.9$	52.83762	138.3385	245.4548	374.1864	2.080632	10.76888	11.19964
0/0/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00135	-0.00109	-0.00083	-0.00057	-0.00031	-5.2E-05	0.000207
	$\mu=0.5$	-8E-05	-6.5E-05	-4.9E-05	-3.4E-05	-1.8E-05	-3.1E-06	1.23E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.02E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00619	-0.005	-0.00381	-0.00262	-0.00143	-0.00024	0.000953
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.4E-05	5.65E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.8E-05	-8.1E-06	3.22E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-72.8864	-58.8698	-44.8532	-30.8366	-16.8199	-2.80332	11.2133
	$\mu=0.5$	-4.31965	-20.9337	-29.2407	-29.2407	-20.9337	-4.31965	20.60139
	$\mu=0.9$	-2.46473	-19.9074	-28.8183	-29.1975	-21.045	-4.36067	20.85537
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-183.92	-148.551	-113.182	-77.8125	-42.4432	-7.07386	28.29544
	$\mu=0.5$	-10.9001	-52.8237	-73.7855	-73.7855	-52.8237	-10.9001	51.9852
	$\mu=0.9$	-6.21945	-50.234	-72.7197	-73.6765	-53.1045	-11.0036	52.62608
0/0/90		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000207	0.000467	0.000726	0.000985	0.001245	0.001297	0.001348
	$\mu=0.5$	1.23E-05	2.77E-05	4.3E-05	5.84E-05	7.38E-05	7.68E-05	7.99E-05
	$\mu=0.9$	7.02E-06	1.58E-05	2.46E-05	3.33E-05	4.21E-05	4.38E-05	4.56E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000953	0.002143	0.003334	0.004525	0.005715	0.005954	0.006192
	$\mu=0.5$	5.65E-05	0.000127	0.000198	0.000268	0.000339	0.000353	0.000367
	$\mu=0.9$	3.22E-05	7.25E-05	0.000113	0.000153	0.000193	0.000201	0.000209
σ_x (MPa)	$\mu=0$	11.2133	25.22992	39.24654	53.26316	192.64	31.02543	32.26645
	$\mu=0.5$	20.60139	53.82945	95.36452	145.2066	11.4169	1.838736	1.912286
	$\mu=0.9$	20.85537	54.60315	96.88267	147.6939	6.514308	1.049155	1.091121
σ_y (MPa)	$\mu=0$	28.29544	63.66474	99.03404	134.4033	61.28176	842.7999	876.5119
	$\mu=0.5$	51.9852	135.8323	240.6412	366.4118	3.631891	49.94892	51.94687
	$\mu=0.9$	52.62608	137.7846	244.4721	372.6883	2.072302	28.5001	29.6401

0/45/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00154	-0.00124	-0.00095	-0.00065	-0.00035	-5.9E-05	0.000237
	$\mu=0.5$	-8.1E-05	-6.5E-05	-5E-05	-3.4E-05	-1.9E-05	-3.1E-06	1.24E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.04E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00706	-0.0057	-0.00435	-0.00299	-0.00163	-0.00027	0.001086
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.4E-05	5.69E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.9E-05	-8.1E-06	3.23E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-83.1205	-67.1358	-51.1511	-35.1663	-19.1816	-3.19694	12.78776
	$\mu=0.5$	-4.3514	-21.0875	-29.4556	-29.4556	-21.0875	-4.3514	20.75283
	$\mu=0.9$	-2.47503	-19.9906	-28.9388	-29.3196	-21.133	-4.3789	20.94256
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-209.745	-169.409	-129.074	-88.7382	-48.4026	-8.06711	32.26842
	$\mu=0.5$	-10.9802	-53.212	-74.3278	-74.3278	-53.212	-10.9802	52.36733
	$\mu=0.9$	-6.24545	-50.444	-73.0237	-73.9845	-53.3265	-11.0496	52.8461
0/45/0		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000237	0.000532	0.000828	0.001124	0.001419	0.001479	0.001538
	$\mu=0.5$	1.24E-05	2.79E-05	4.33E-05	5.88E-05	7.43E-05	7.74E-05	8.05E-05
	$\mu=0.9$	7.04E-06	1.58E-05	2.47E-05	3.35E-05	4.23E-05	4.4E-05	4.58E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.001086	0.002444	0.003802	0.00516	0.006518	0.006789	0.007061
	$\mu=0.5$	5.69E-05	0.000128	0.000199	0.00027	0.000341	0.000355	0.00037
	$\mu=0.9$	3.23E-05	7.28E-05	0.000113	0.000154	0.000194	0.000202	0.00021
σ_x (MPa)	$\mu=0$	12.78776	28.77247	44.75717	60.74187	275.8695	228.8424	237.9961
	$\mu=0.5$	20.75283	54.22513	96.0655	146.274	14.44191	11.98002	12.45922
	$\mu=0.9$	20.94256	54.83144	97.28773	148.3114	8.214408	6.814108	7.086672
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.26842	72.60395	112.9395	153.275	347.2475	72.7983	75.71023
	$\mu=0.5$	52.36733	136.8308	242.41	369.1052	18.17859	3.811029	3.96347
	$\mu=0.9$	52.8461	138.3607	245.4942	374.2465	10.33979	2.167673	2.25438
0/90/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00137	-0.0011	-0.00084	-0.00058	-0.00032	-5.3E-05	0.00021
	$\mu=0.5$	-8E-05	-6.5E-05	-4.9E-05	-3.4E-05	-1.8E-05	-3.1E-06	1.23E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.02E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00628	-0.00507	-0.00386	-0.00266	-0.00145	-0.00024	0.000966
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.4E-05	5.65E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.8E-05	-8.1E-06	3.22E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-73.9087	-59.6955	-45.4823	-31.2691	-17.0559	-2.84264	11.37057
	$\mu=0.5$	-4.32319	-20.9508	-29.2647	-29.2647	-20.9508	-4.32319	20.6183
	$\mu=0.9$	-2.46588	-19.9167	-28.8318	-29.2112	-21.0548	-4.36271	20.86513
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-186.5	-150.635	-114.769	-78.9038	-43.0384	-7.17307	28.6923
	$\mu=0.5$	-10.9091	-52.867	-73.846	-73.846	-52.867	-10.9091	52.02785
	$\mu=0.9$	-6.22236	-50.2575	-72.7537	-73.711	-53.1293	-11.0088	52.6507
0/90/0		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.00021	0.000473	0.000736	0.000999	0.001262	0.001315	0.001367
	$\mu=0.5$	1.23E-05	2.77E-05	4.31E-05	5.84E-05	7.38E-05	7.69E-05	8E-05
	$\mu=0.9$	7.02E-06	1.58E-05	2.46E-05	3.33E-05	4.21E-05	4.39E-05	4.56E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.000966	0.002173	0.003381	0.004588	0.005796	0.006037	0.006278
	$\mu=0.5$	5.65E-05	0.000127	0.000198	0.000268	0.000339	0.000353	0.000367
	$\mu=0.9$	3.22E-05	7.25E-05	0.000113	0.000153	0.000193	0.000201	0.000209

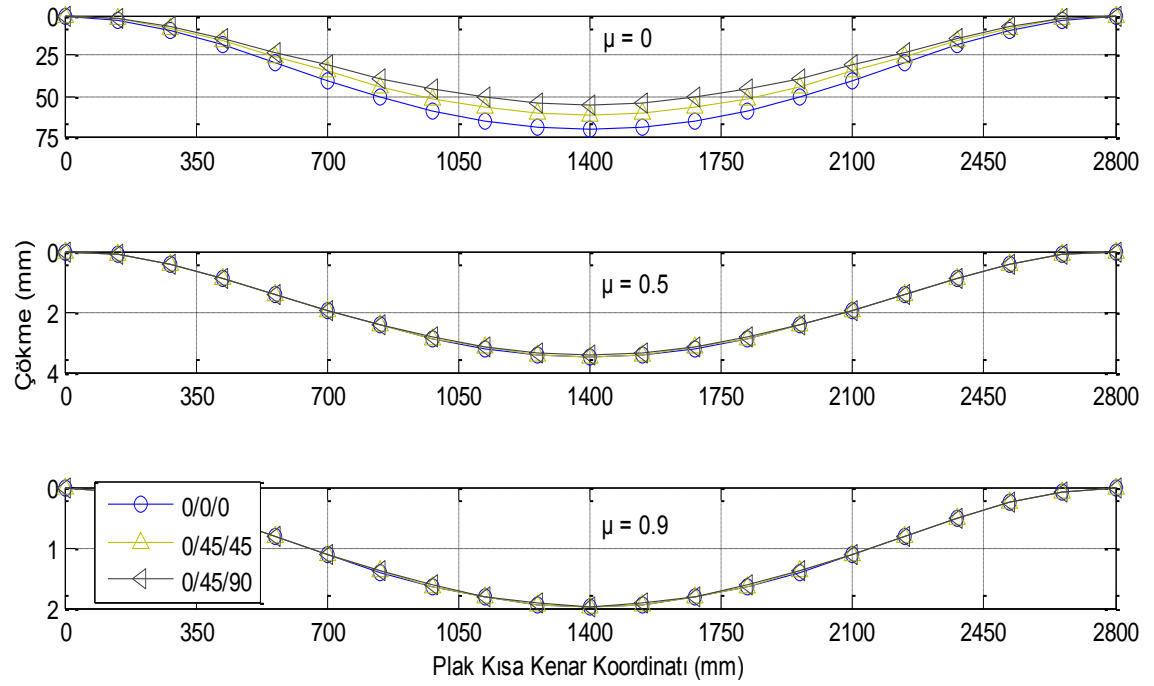
σ_x (MPa)	$\mu=0$	11.37057	25.58378	39.79699	54.0102	30.20216	203.4811	211.6203
	$\mu=0.5$	20.6183	53.87361	95.44276	145.3257	1.766635	11.90236	12.37845
	$\mu=0.9$	20.86513	54.6287	96.928	147.763	1.00766	6.788913	7.060469
σ_y (MPa)	$\mu=0$	28.6923	64.55767	100.423	136.2884	820.4357	64.73048	67.3197
	$\mu=0.5$	52.02785	135.9437	240.8386	366.7125	47.9903	3.786323	3.937776
	$\mu=0.9$	52.6507	137.8491	244.5865	372.8627	27.3729	2.159658	2.246044
0/45/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00144	-0.00116	-0.00088	-0.00061	-0.00033	-5.5E-05	0.000221
	$\mu=0.5$	-8E-05	-6.5E-05	-4.9E-05	-3.4E-05	-1.9E-05	-3.1E-06	1.23E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7.03E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.0066	-0.00533	-0.00406	-0.00279	-0.00152	-0.00025	0.001015
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.4E-05	5.67E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.9E-05	-4.8E-05	-8.1E-06	3.23E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-77.6723	-62.7353	-47.7983	-32.8614	-17.9244	-2.9874	11.94958
	$\mu=0.5$	-4.33548	-21.0104	-29.3479	-29.3479	-21.0104	-4.33548	20.6769
	$\mu=0.9$	-2.46987	-19.949	-28.8785	-29.2585	-21.0889	-4.36977	20.89891
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-195.997	-158.305	-120.613	-82.9218	-45.2301	-7.53834	30.15337
	$\mu=0.5$	-10.9401	-53.0173	-74.0559	-74.0559	-53.0173	-10.9401	52.17573
	$\mu=0.9$	-6.23243	-50.3389	-72.8715	-73.8303	-53.2154	-11.0266	52.73596
0/45/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000221	0.000497	0.000774	0.00105	0.001326	0.001382	0.001437
	$\mu=0.5$	1.23E-05	2.78E-05	4.32E-05	5.86E-05	7.4E-05	7.71E-05	8.02E-05
	$\mu=0.9$	7.03E-06	1.58E-05	2.46E-05	3.34E-05	4.22E-05	4.39E-05	4.57E-05
ε_y	$\mu=0$	0.001015	0.002284	0.003553	0.004822	0.006091	0.006344	0.006598
	$\mu=0.5$	5.67E-05	0.000127	0.000198	0.000269	0.00034	0.000354	0.000368
	$\mu=0.9$	3.23E-05	7.26E-05	0.000113	0.000153	0.000194	0.000202	0.00021
σ_x (MPa)	$\mu=0$	11.94958	26.88656	41.82354	56.76051	257.7875	268.5286	279.2698
	$\mu=0.5$	20.6769	54.02674	95.71404	145.7388	14.38907	14.98862	15.58816
	$\mu=0.9$	20.89891	54.71716	97.08495	148.0023	8.197287	8.538841	8.880394
σ_y (MPa)	$\mu=0$	30.15337	67.84508	105.5368	143.2285	324.4869	338.0072	351.5275
	$\mu=0.5$	52.17573	136.3301	241.5232	367.7548	18.11208	18.86675	19.62142
	$\mu=0.9$	52.73596	138.0723	244.9825	373.4665	10.31824	10.74816	11.17809
0/45/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00128	-0.00103	-0.00079	-0.00054	-0.00029	-4.9E-05	0.000196
	$\mu=0.5$	-8E-05	-6.4E-05	-4.9E-05	-3.4E-05	-1.8E-05	-3.1E-06	1.23E-05
	$\mu=0.9$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1.1E-05	-1.8E-06	7E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00586	-0.00473	-0.00361	-0.00248	-0.00135	-0.00023	0.000901
	$\mu=0.5$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00015	-8.4E-05	-1.4E-05	5.63E-05
	$\mu=0.9$	-0.00021	-0.00017	-0.00013	-8.8E-05	-4.8E-05	-8E-06	3.22E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-68.9704	-55.7069	-42.4433	-29.1798	-15.9163	-2.65271	10.61083
	$\mu=0.5$	-4.30516	-20.8635	-29.1426	-29.1426	-20.8635	-4.30516	20.5323
	$\mu=0.9$	-2.46	-19.8692	-28.7631	-29.1416	-21.0046	-4.35231	20.8154
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-174.039	-140.57	-107.101	-73.6318	-40.1628	-6.6938	26.7752
	$\mu=0.5$	-10.8636	-52.6465	-73.538	-73.538	-52.6465	-10.8636	51.81086
	$\mu=0.9$	-6.20753	-50.1377	-72.5803	-73.5353	-53.0027	-10.9825	52.52523

0/45/90		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000196	0.000442	0.000687	0.000932	0.001178	0.001227	0.001276
	$\mu=0.5$	1.23E-05	2.76E-05	4.29E-05	5.82E-05	7.35E-05	7.66E-05	7.96E-05
	$\mu=0.9$	7E-06	1.58E-05	2.45E-05	3.33E-05	4.2E-05	4.38E-05	4.55E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.000901	0.002028	0.003155	0.004282	0.005408	0.005634	0.005859
	$\mu=0.5$	5.63E-05	0.000127	0.000197	0.000267	0.000338	0.000352	0.000366
	$\mu=0.9$	3.22E-05	7.23E-05	0.000113	0.000153	0.000193	0.000201	0.000209
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.61083	23.87438	37.13792	50.40146	228.9068	29.35851	30.53285
	$\mu=0.5$	20.5323	53.64892	95.0447	144.7196	14.28845	1.83257	1.905873
	$\mu=0.9$	20.8154	54.49851	96.69701	147.4109	8.164531	1.047145	1.08903
σ_y (MPa)	$\mu=0$	26.7752	60.24419	93.71319	127.1822	288.1337	797.5184	829.4191
	$\mu=0.5$	51.81086	135.3768	239.8342	365.183	17.98542	49.7814	51.77266
	$\mu=0.9$	52.52523	137.5206	244.0036	371.9741	10.27701	28.44548	29.5833

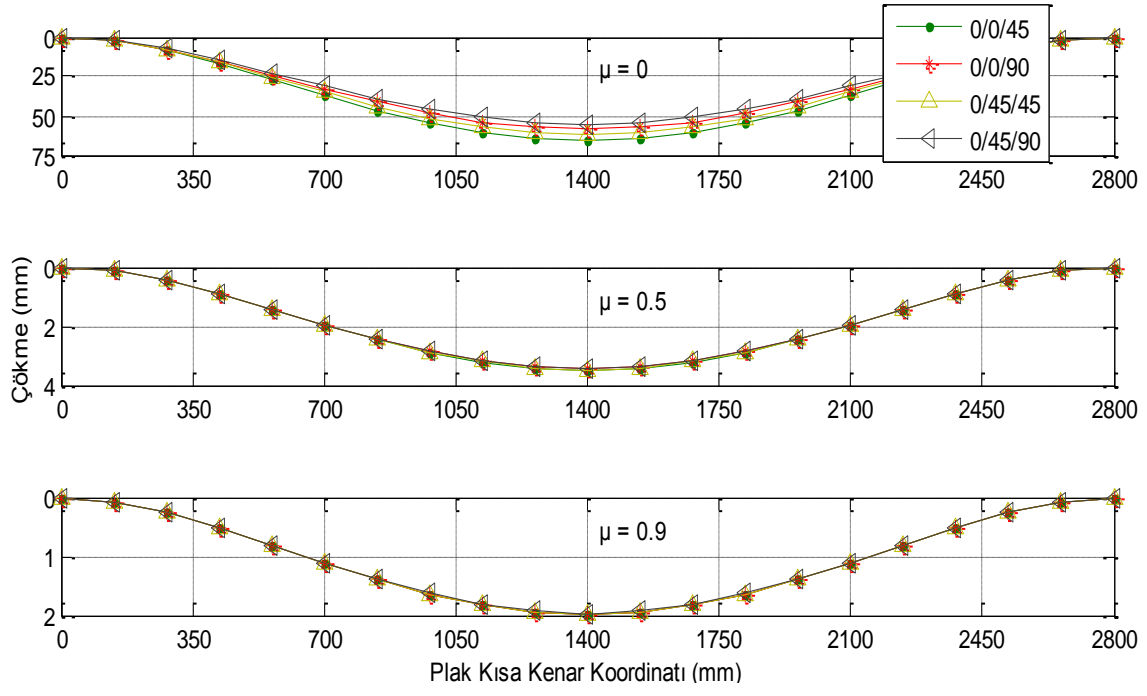




(b)

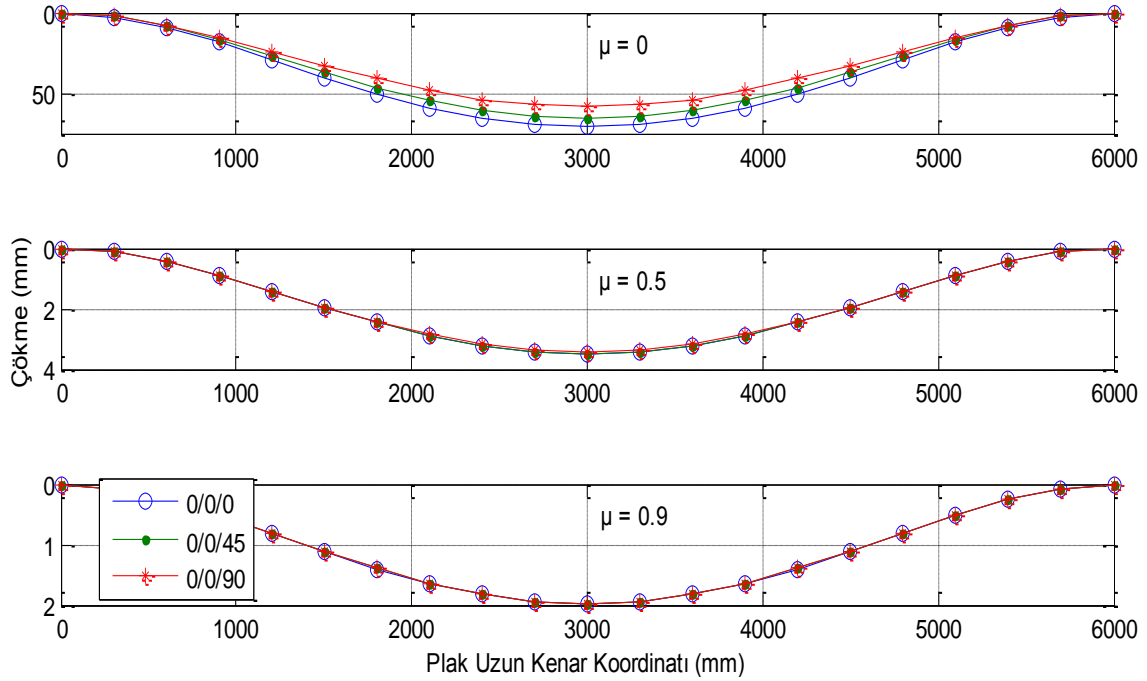


(c)

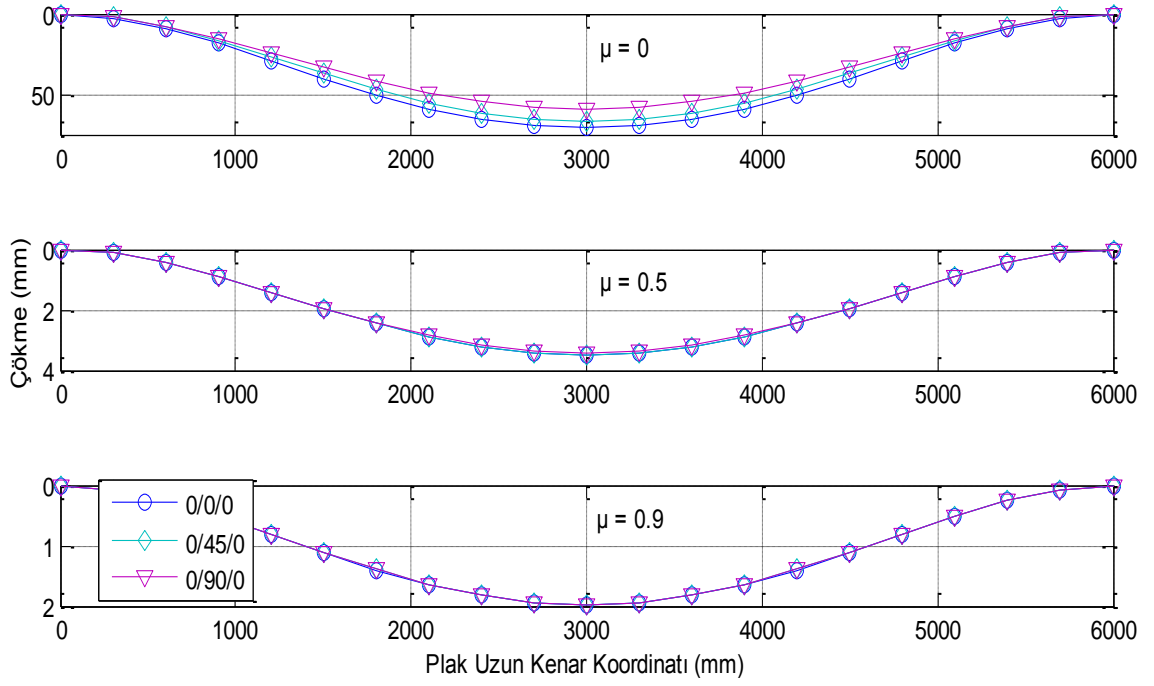


(d)

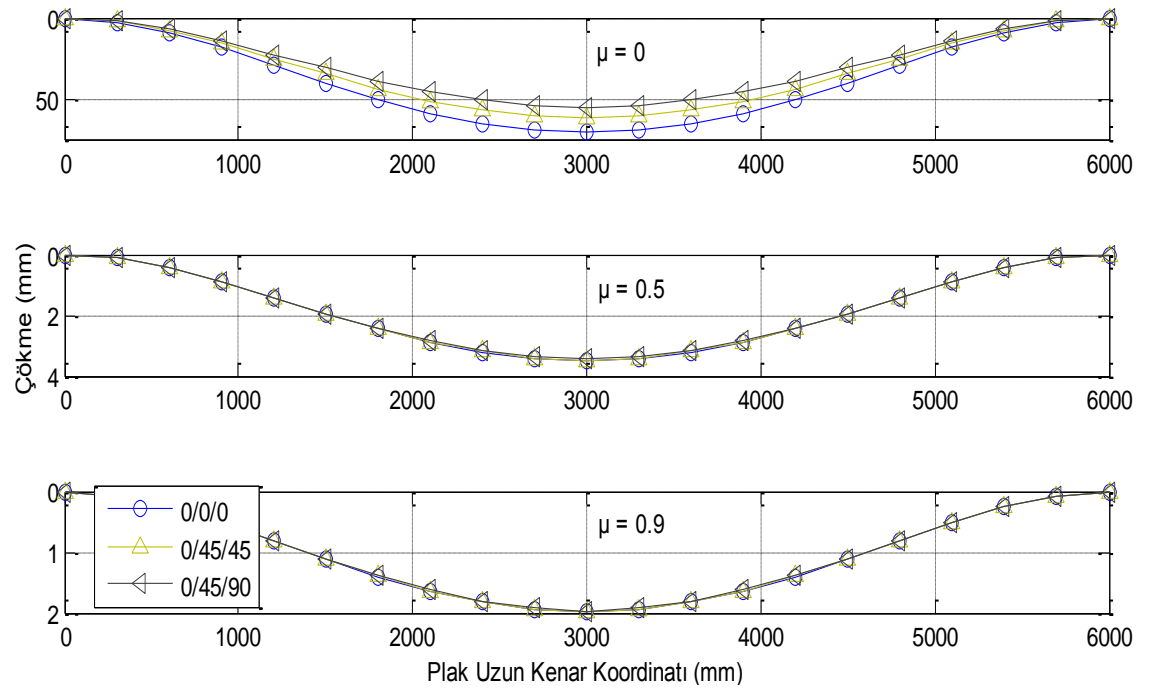
Şekil 4.20. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 3)



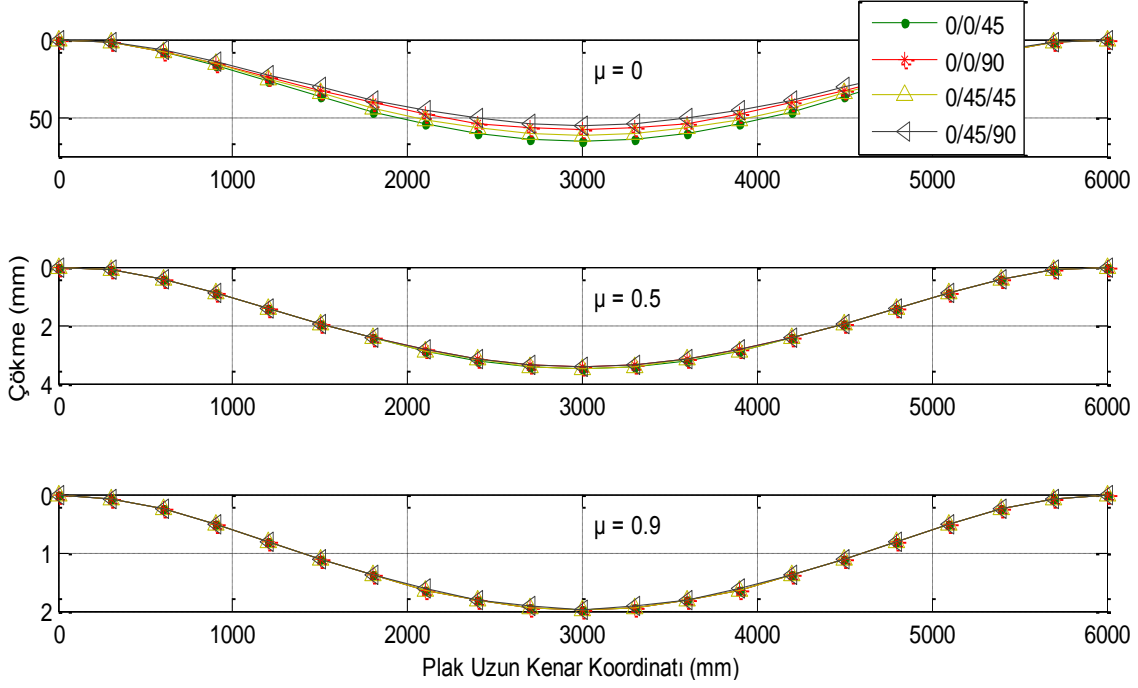
(a)



(b)

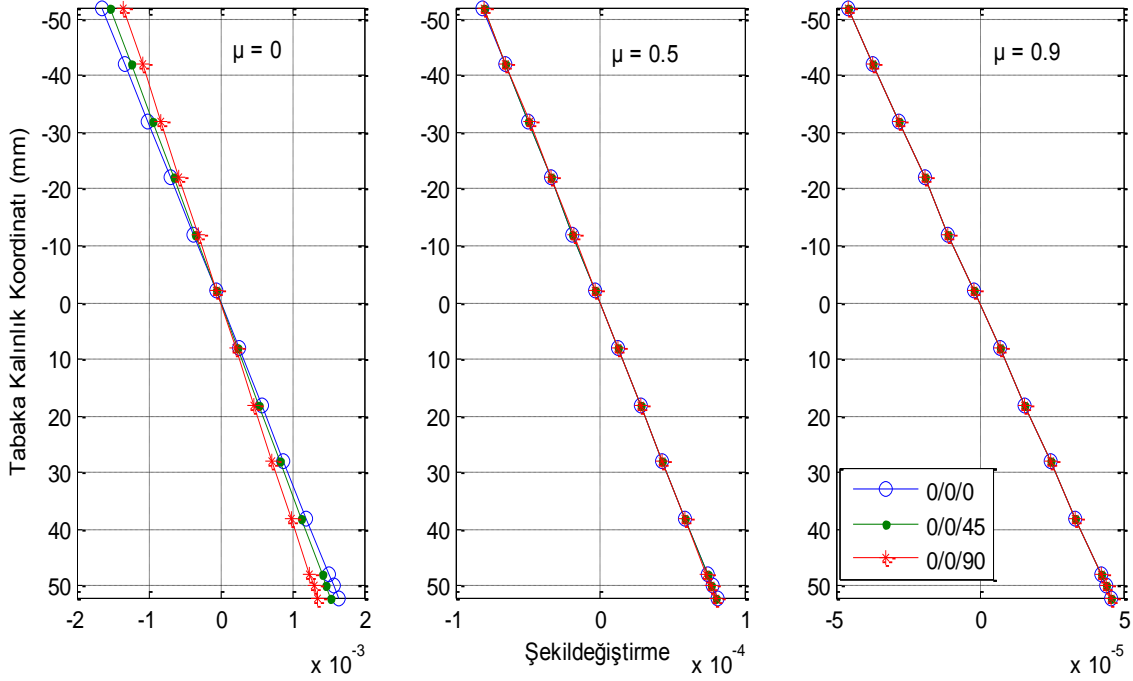


(c)

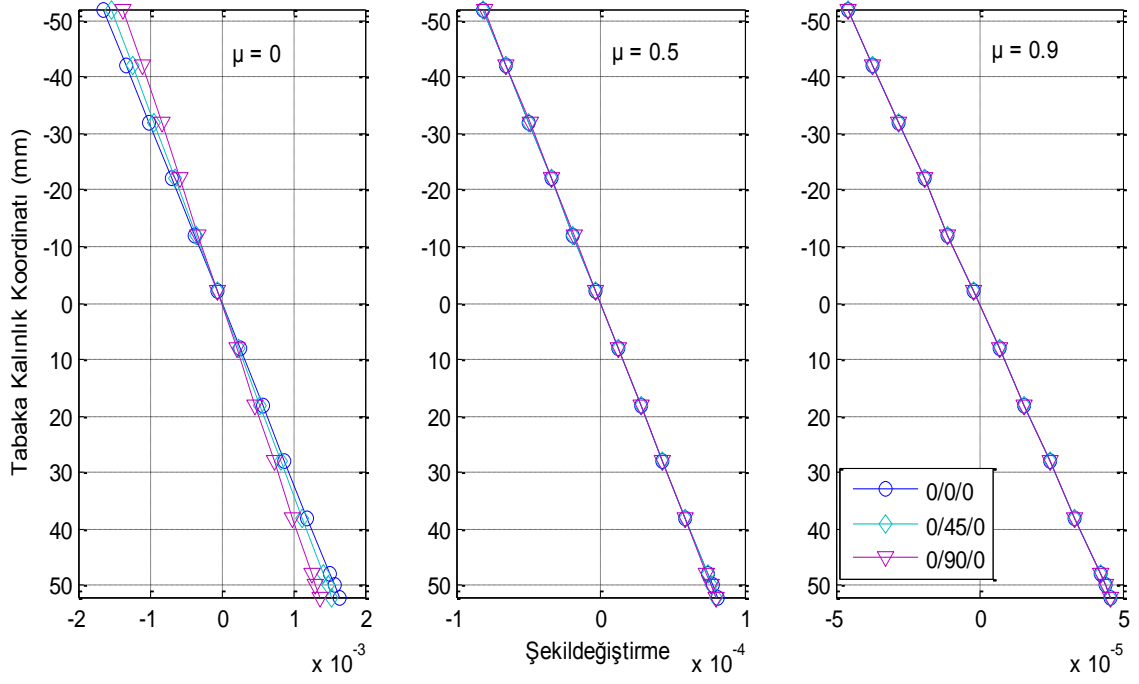


(d)

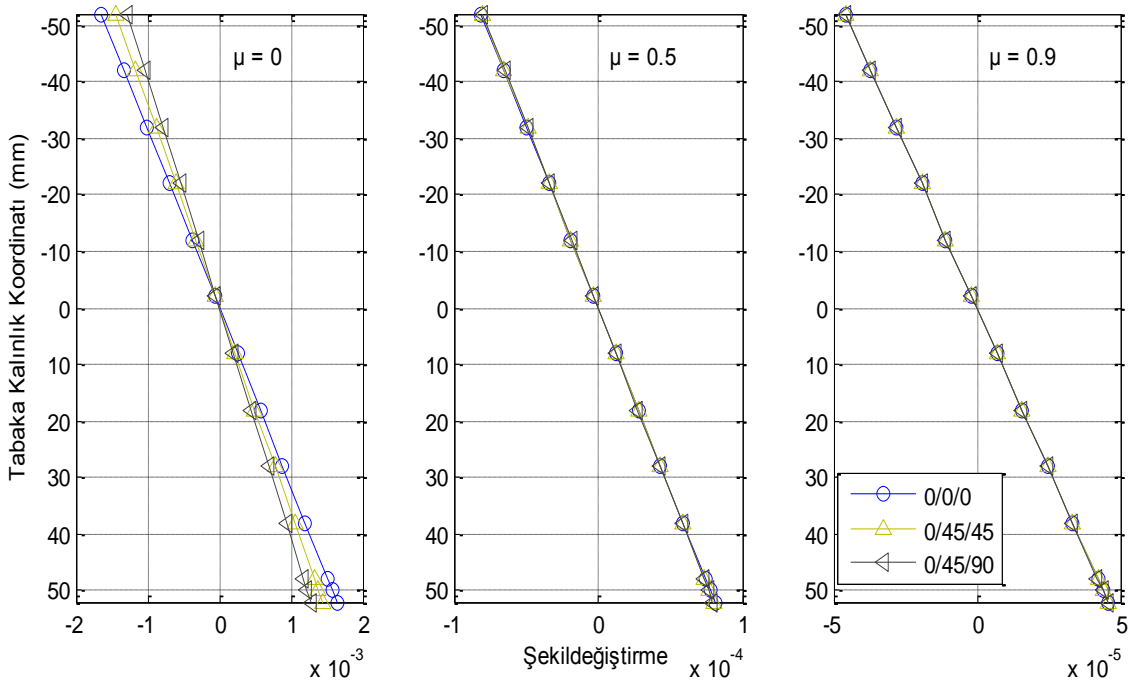
Şekil 4.21. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P1, Durum 3)



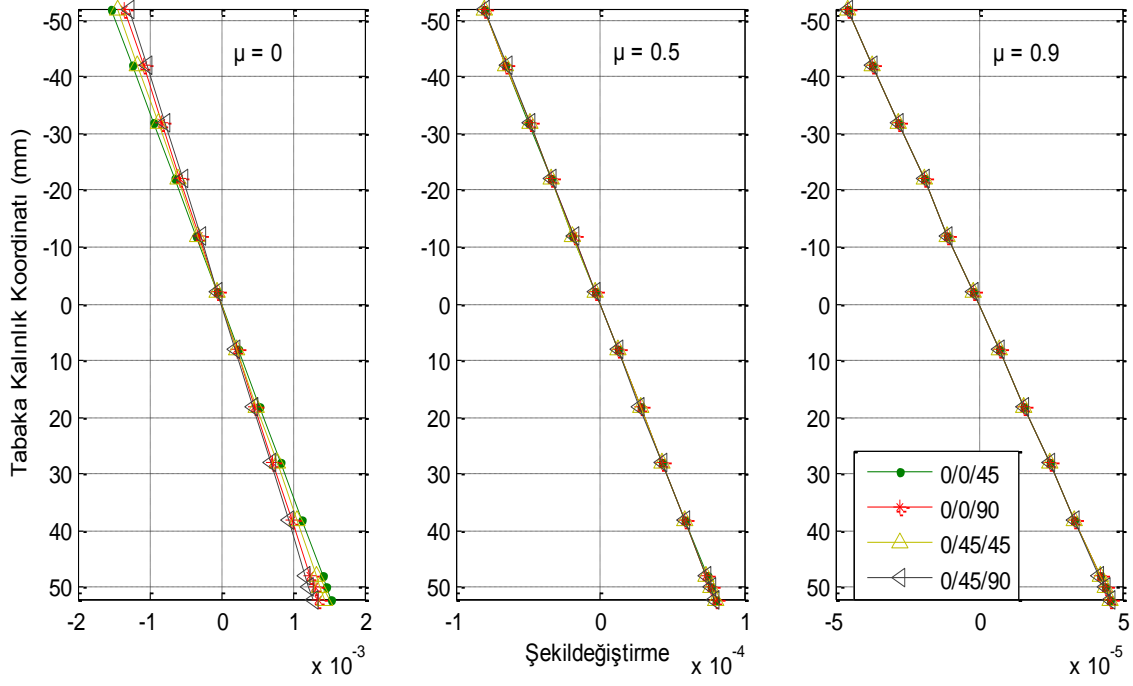
(a)



(b)

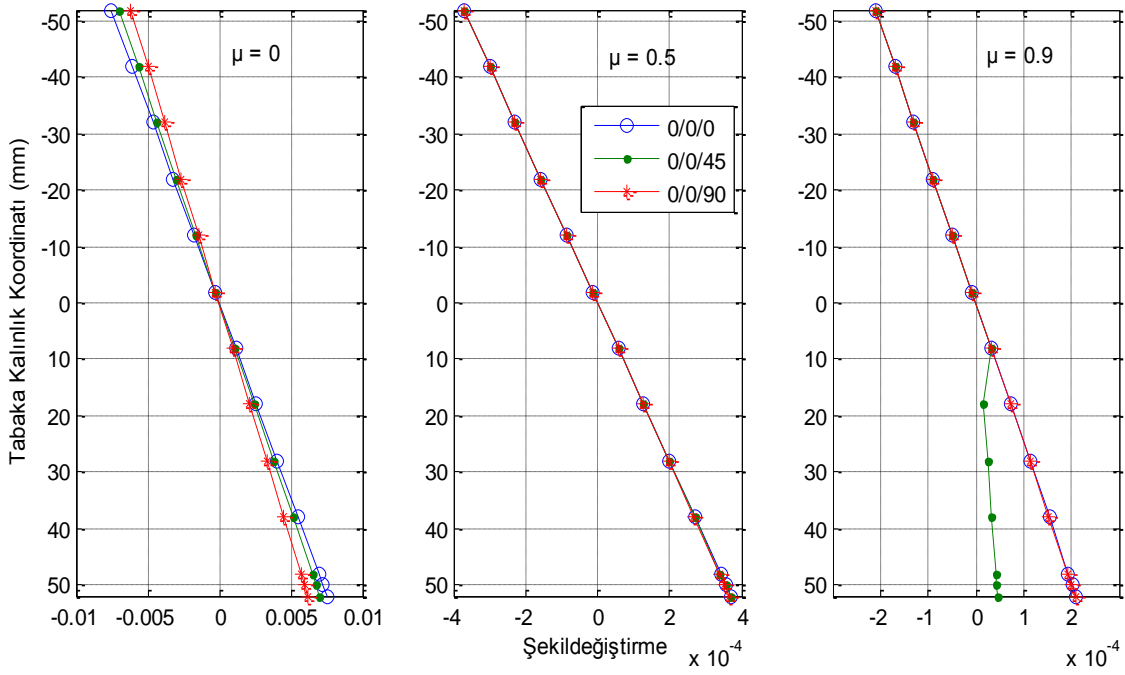


(c)

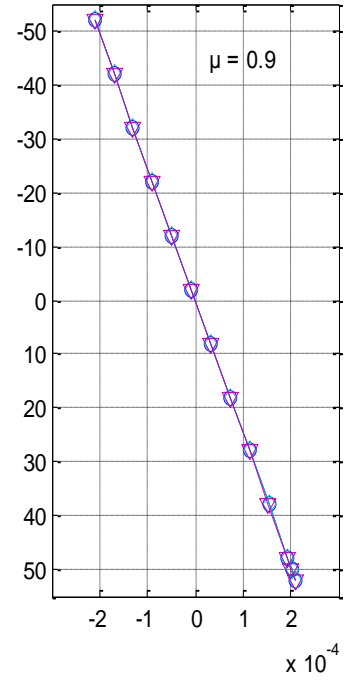
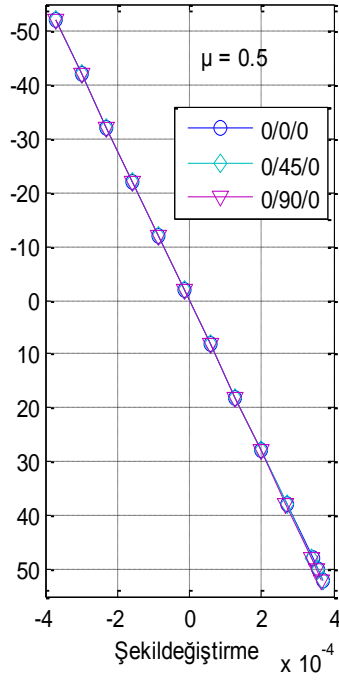
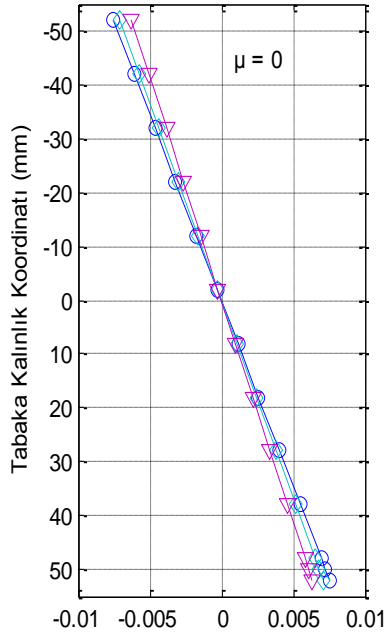


(d)

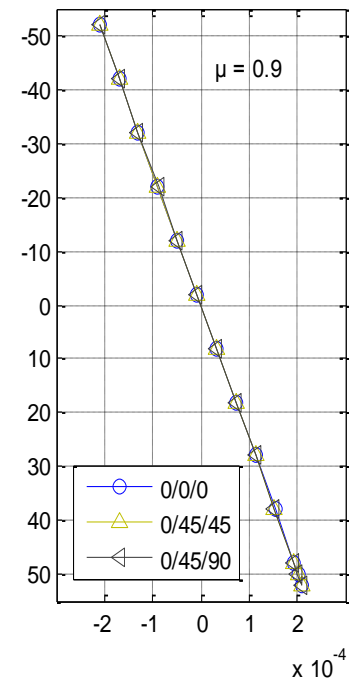
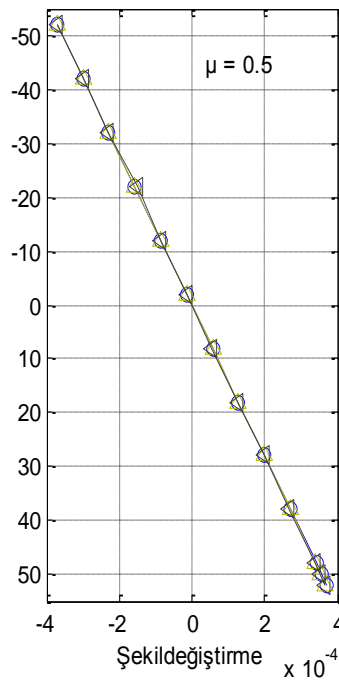
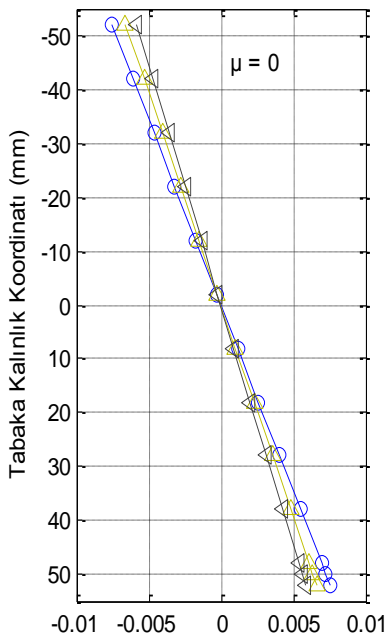
Şekil 4.22. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3)



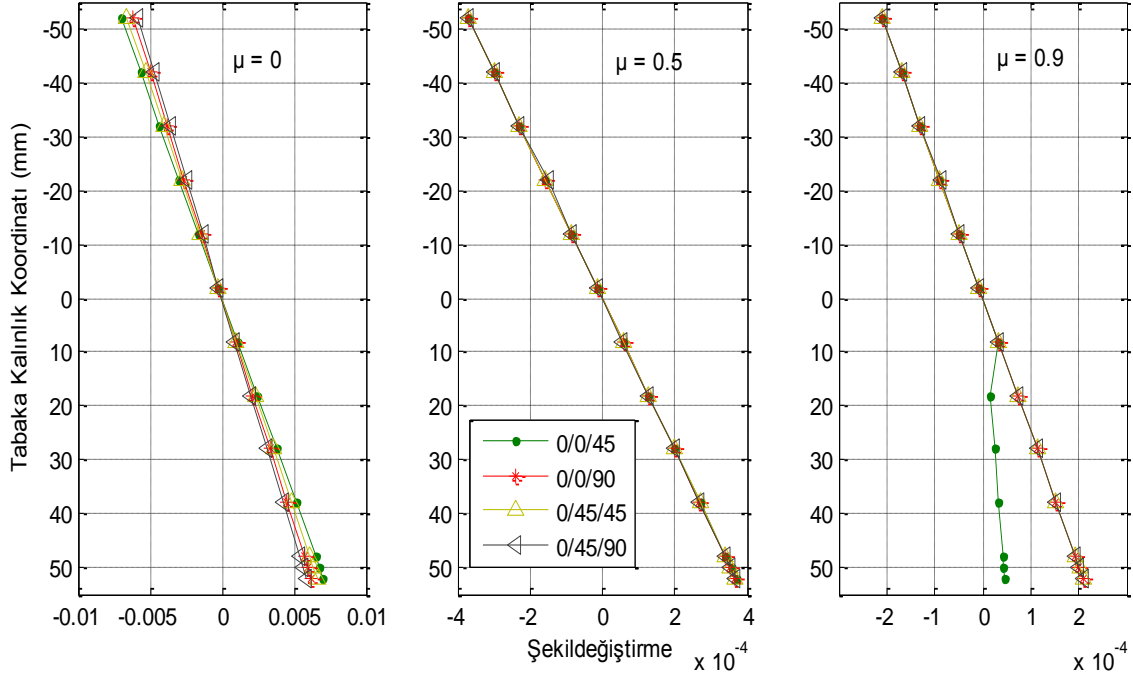
(a)



(b)

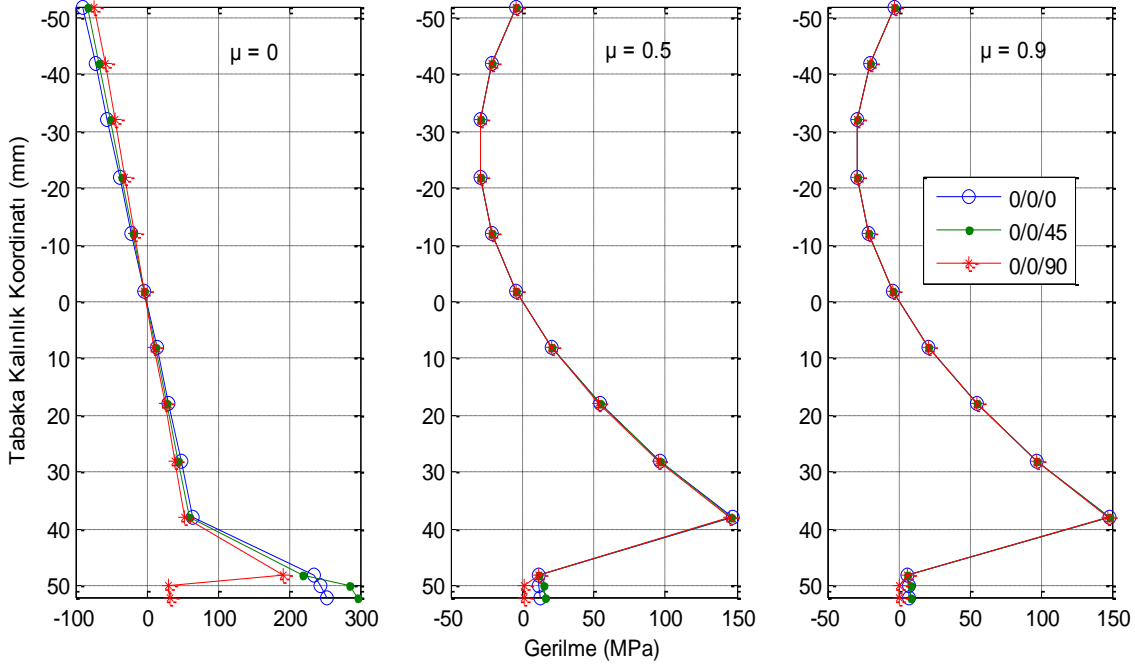


(c)

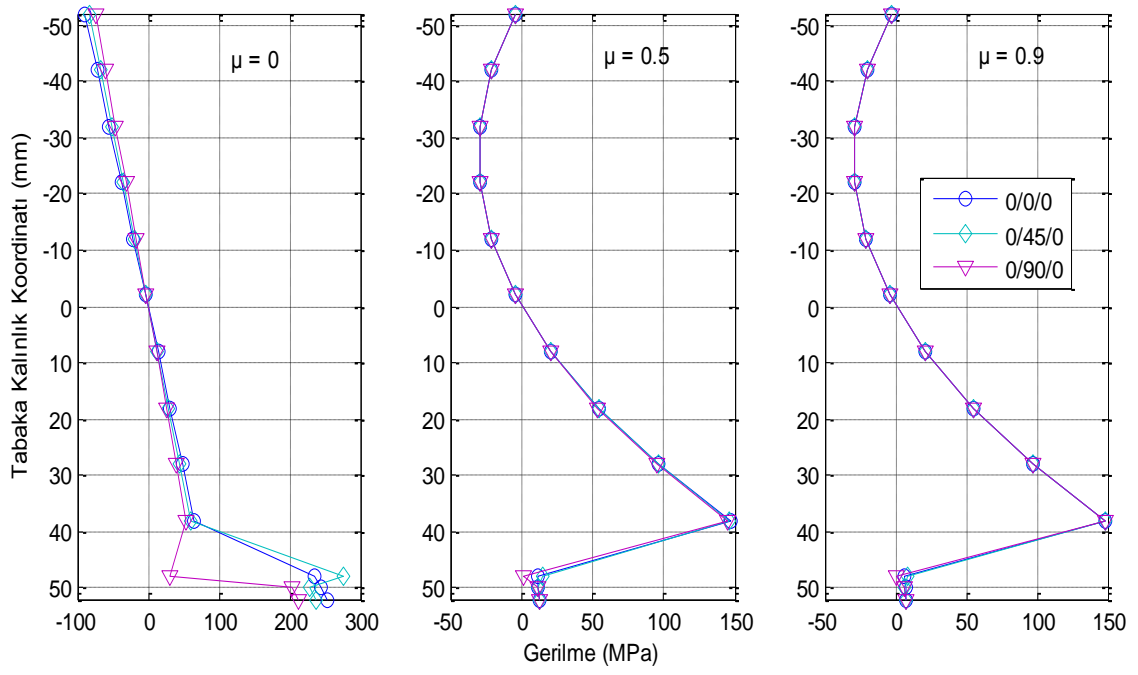


(d)

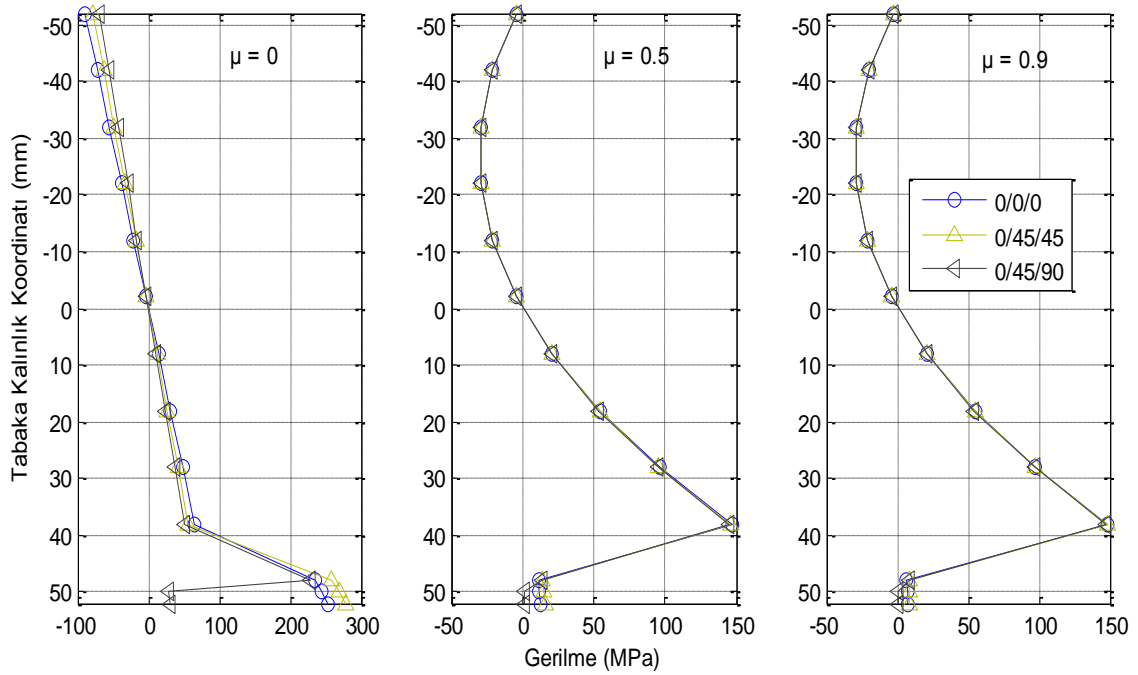
Şekil 4.23. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3)



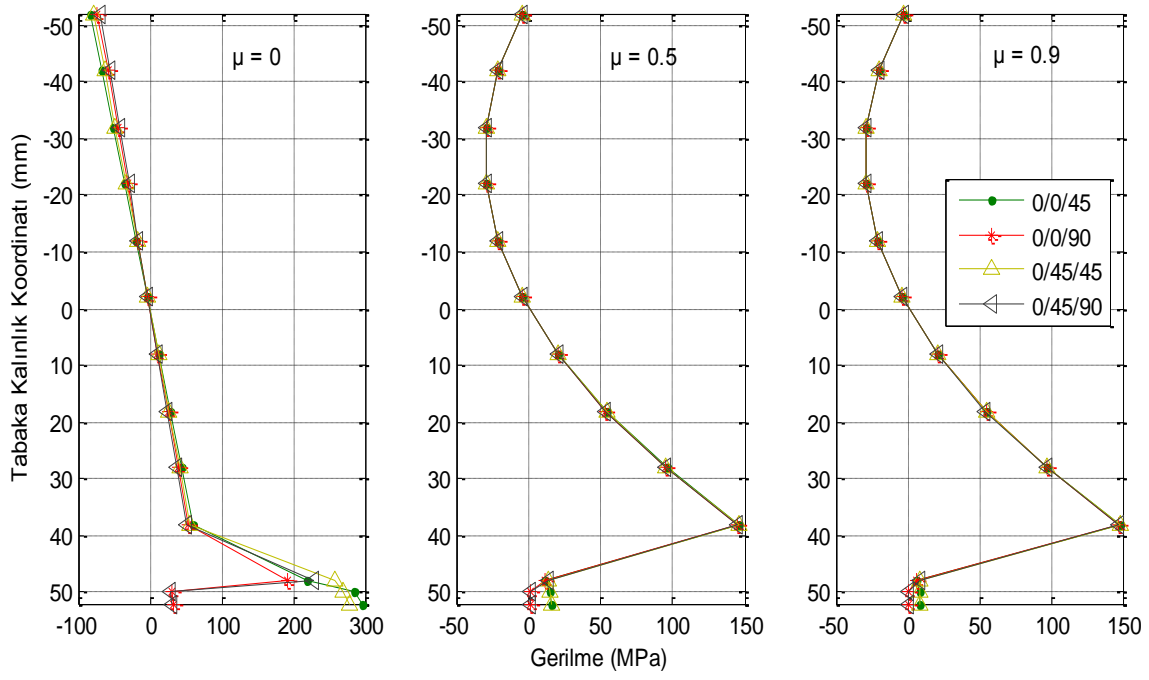
(a)



(b)

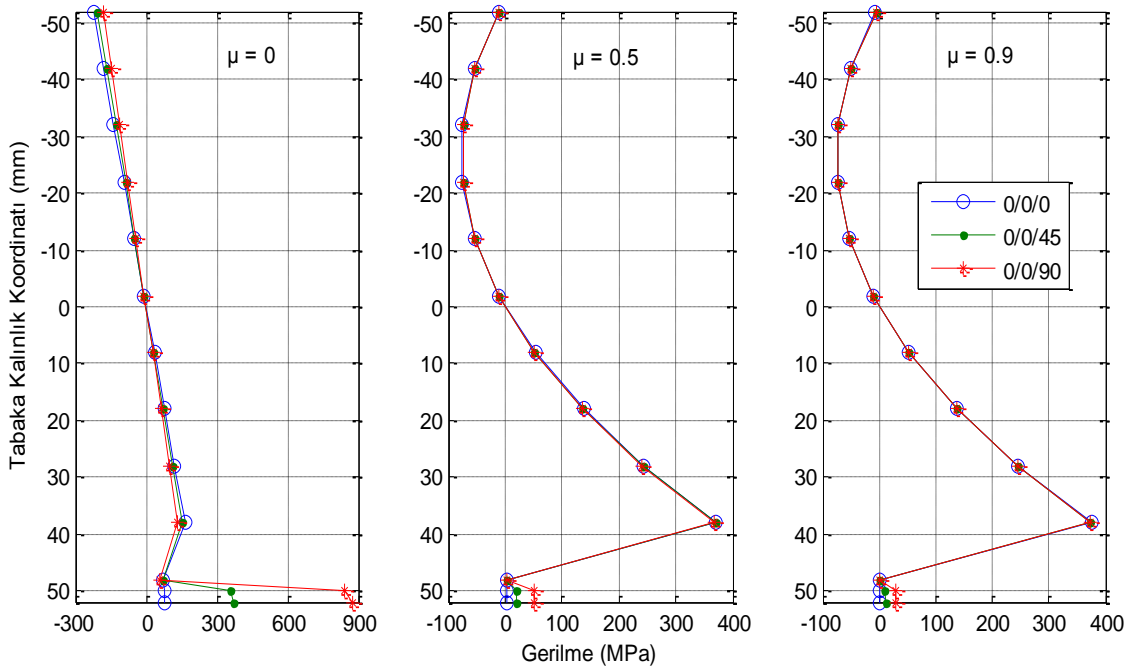


(c)

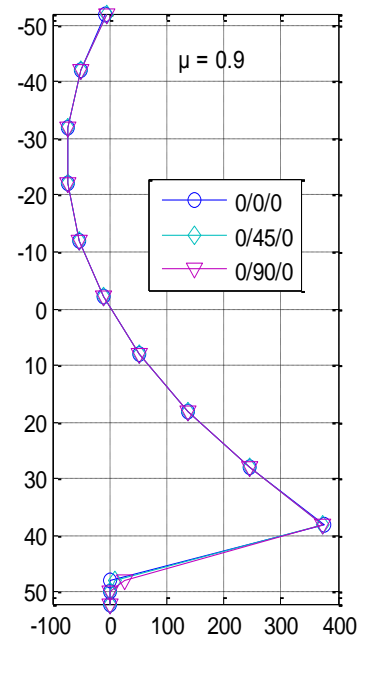
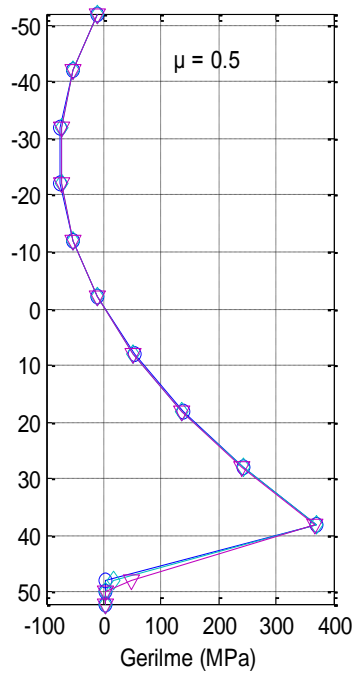
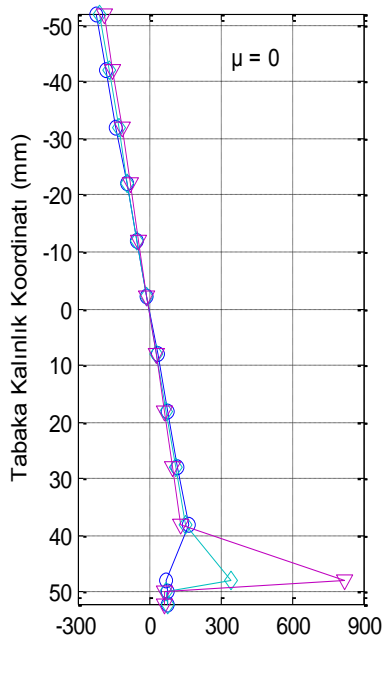


(d)

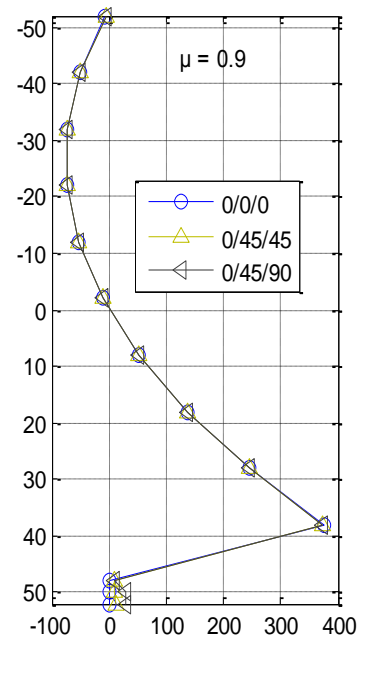
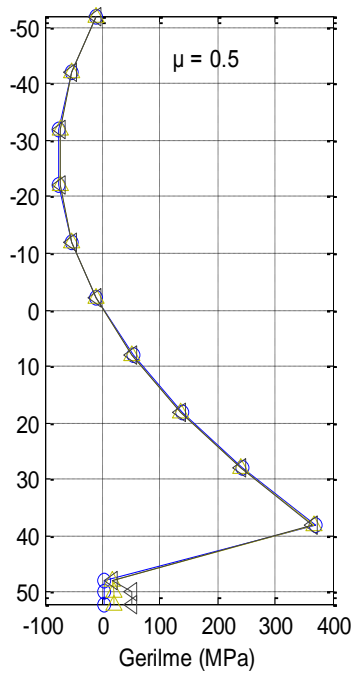
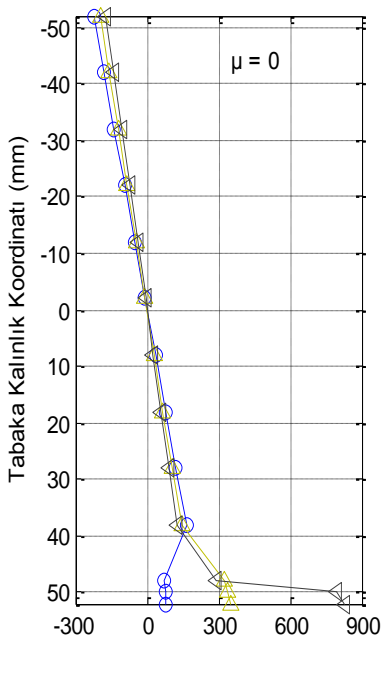
Şekil 4.24. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3)



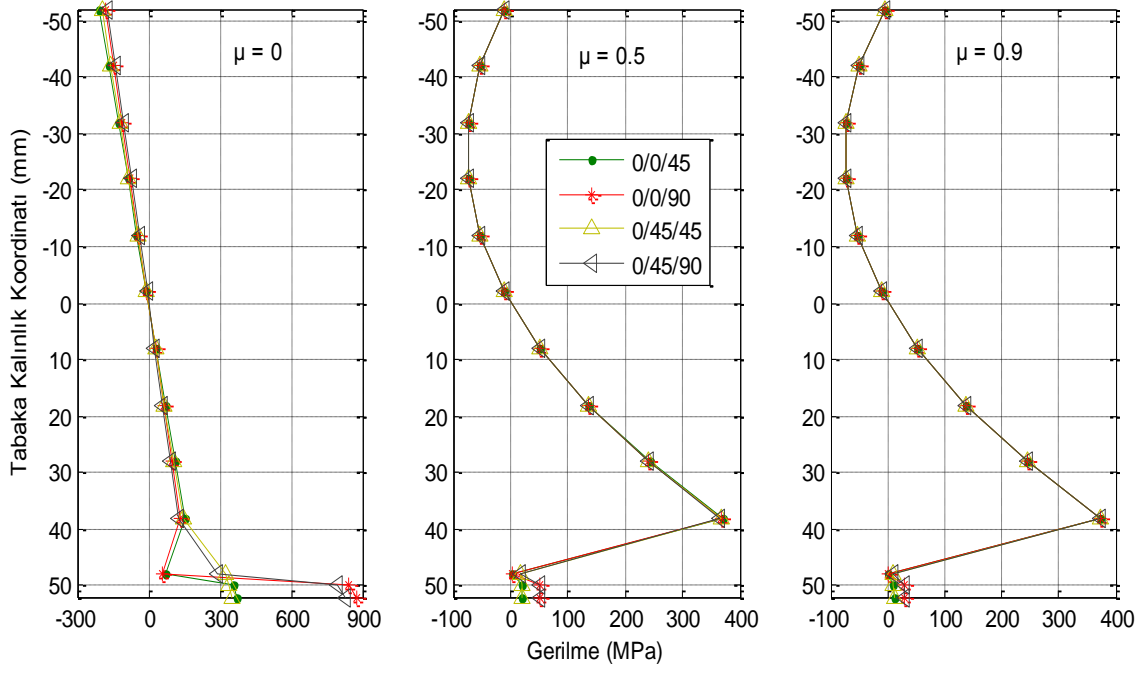
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.25. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P1, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Çizelge 4.1 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, eğilme rijitliklerine etkisi o kadar artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.2'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teoremin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.20-Şekil 4.21). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %2.1176 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %33.9243 ve $\mu=0.9$ iken %59.3693 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/90) tabakalanma düzeninin (0/0/0), (0/0/45), (0/45/0) ve (0/45/45) gibi tabakalanma

düzenlerinden daha küçük çökme değeri verdiği (Çizelge 4.2). Bu sonucun ortaya çıkma sebebi, (0/90) durumuna ait D_{22} değerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzenlerinden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.1).

Şekil 4.20-Şekil 4.23' den görüleceği gibi, şekildeğiştirmeler Çizelge 4.2' de verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğiştirmeler artmaktadır.

Şekil 4.24-Şekil 4.25 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.2 Problem 2

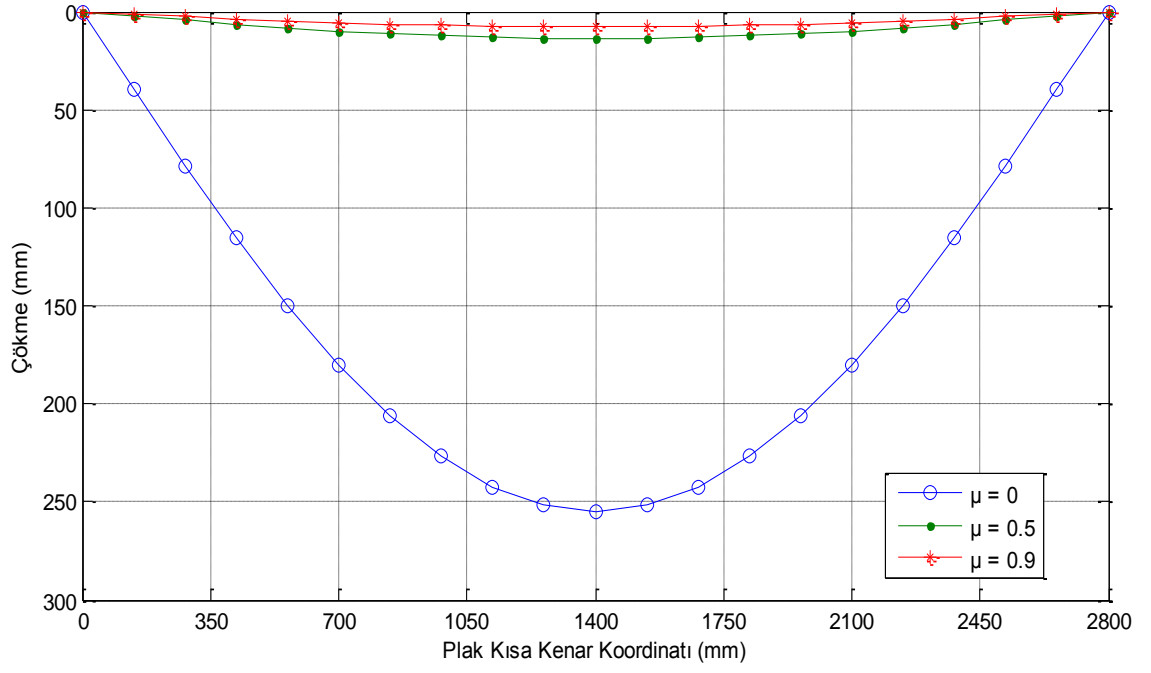
Bu problemde $q_0=1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, $x=0,a'$ da ankastre; $y=0,b'$ de de basit mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları $6000 \times 2800 \times 100 \text{ mm}$ ($a \times b \times t$) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $24 \phi 8$ 'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

Çizelge 4.6. Problem 2'e ait çökme değerleri (mm)

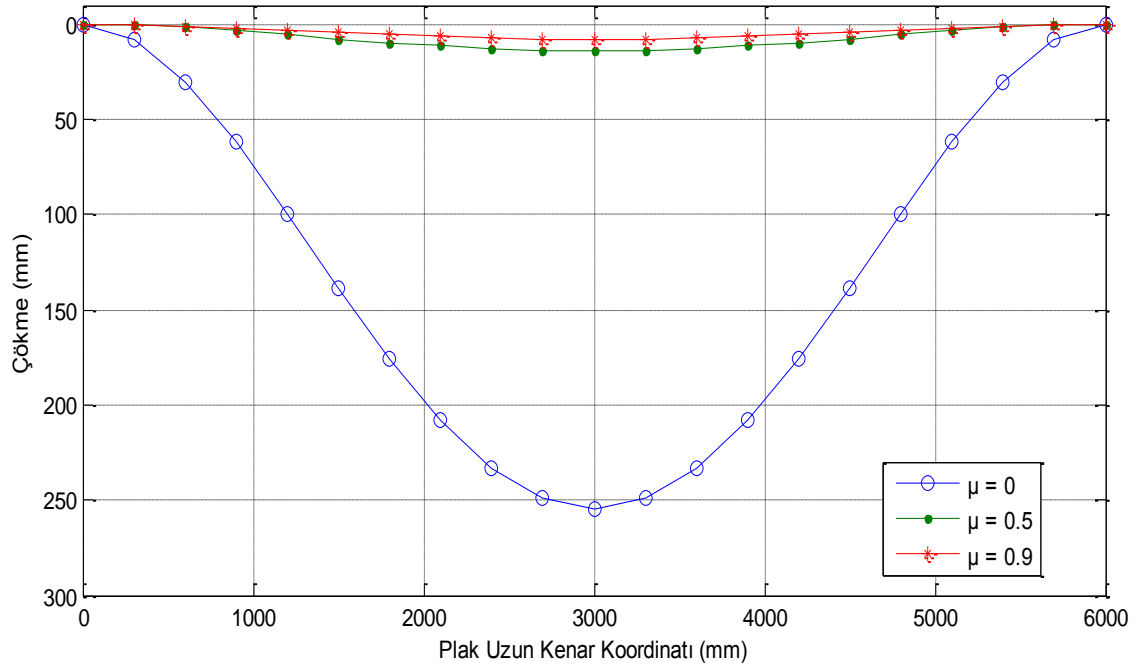
DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	254.6377	256.0792	0.5661	13.9684	15.4099	10.3197	7.9542	9.3956	18.1212
0/0	239.2786	240.4282	0.4804	13.9194	15.3381	10.1922	7.9383	9.3570	17.8716
0/45	223.9828	225.1324	0.5133	13.8644	15.2831	10.2327	7.9203	9.3390	17.9122
0/90	215.3197	216.4693	0.5339	13.8299	15.2486	10.2582	7.9091	9.3278	17.9376
0/0/0	225.6567	227.0534	0.6189	13.8707	15.2674	10.0694	7.9224	9.3191	17.6298
0/0/45	211.4862	212.8829	0.6604	13.8138	15.2105	10.1109	7.9038	9.3005	17.6712
0/0/90	203.4454	204.8421	0.6865	13.7783	15.1749	10.1362	7.8921	9.2888	17.6974
0/45/0	212.5123	213.9089	0.6572	13.8182	15.2149	10.1077	7.9052	9.3019	17.6681
0/90/0	204.9968	206.3934	0.6813	13.7853	15.1820	10.1318	7.8945	9.2911	17.6908
0/45/45	199.8984	201.2951	0.6987	13.7617	15.1584	10.1492	7.8867	9.2834	17.7096
0/45/90	192.6996	194.0963	0.7248	13.7264	15.1231	10.1753	7.8751	9.2718	17.7356

Çizelge 4.7. Durum 1'e ait analiz sonuçları

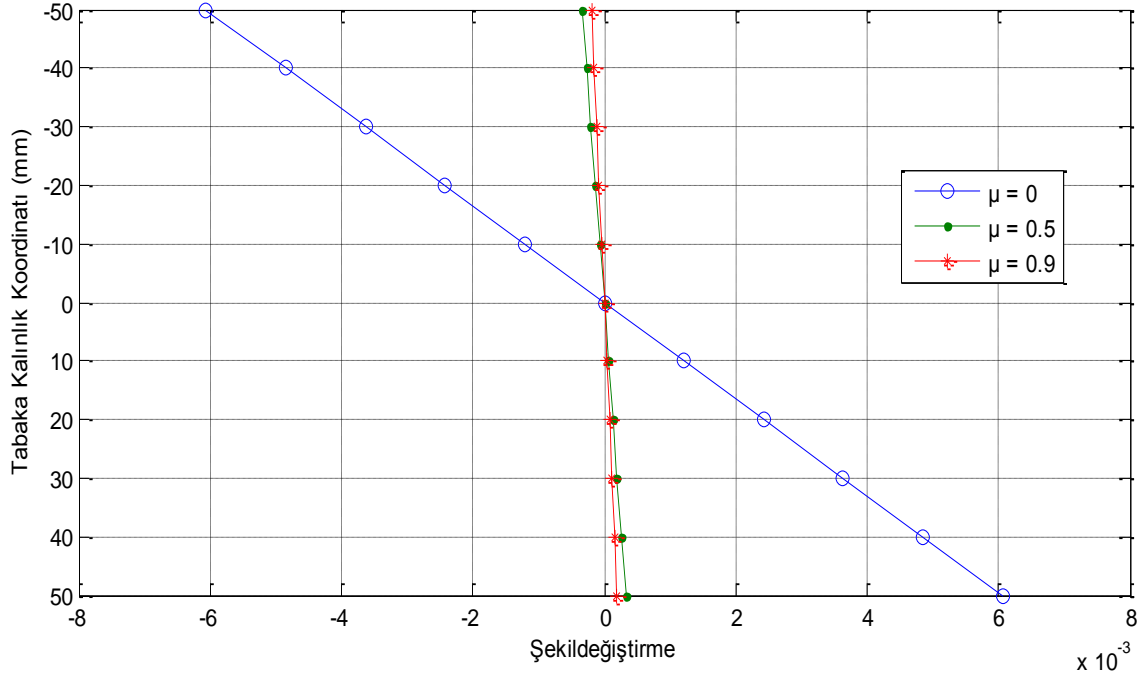
0		-50	-40	-30	-20	-10	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00606	-0.00485	-0.00363	-0.00242	-0.00121	0
	$\mu=0.5$	-0.00033	-0.00027	-0.0002	-0.00013	-6.6E-05	0
	$\mu=0.9$	-0.00019	-0.00015	-0.00011	-7.6E-05	-3.8E-05	0
ε_y	$\mu=0$	-0.01603	-0.01282	-0.00962	-0.00641	-0.00321	0
	$\mu=0.5$	-0.00088	-0.0007	-0.00053	-0.00035	-0.00018	0
	$\mu=0.9$	-0.0005	-0.0004	-0.0003	-0.0002	-0.0001	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-260.957	-208.766	-156.574	-104.383	-52.1915	0
	$\mu=0.5$	-14.3151	-68.7125	-94.4798	-91.6167	-60.1235	0
	$\mu=0.9$	-8.15158	-65.2126	-92.928	-91.2977	-60.3217	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-490.572	-392.458	-294.343	-196.229	-98.1144	0
	$\mu=0.5$	-26.9109	-129.172	-177.612	-172.23	-113.026	0
	$\mu=0.9$	-15.3241	-122.593	-174.695	-171.63	-113.398	0
0		0	10	20	30	40	50
ε_x	$\mu=0$	0	0.001211	0.002423	0.003634	0.004846	0.006057
	$\mu=0.5$	0	6.65E-05	0.000133	0.000199	0.000266	0.000332
	$\mu=0.9$	0	3.78E-05	7.57E-05	0.000114	0.000151	0.000189
ε_y	$\mu=0$	0	0.003206	0.006411	0.009617	0.012822	0.016028
	$\mu=0.5$	0	0.000176	0.000352	0.000528	0.000703	0.000879
	$\mu=0.9$	0	0.0001	0.0002	0.0003	0.000401	0.000501
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	52.19149	104.383	156.5745	208.7659	260.9574
	$\mu=0.5$	0	88.75371	206.1376	352.1518	526.7962	730.0708
	$\mu=0.9$	0	89.66739	208.6805	357.0392	534.7437	741.7938
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	98.11443	196.2289	294.3433	392.4577	490.5722
	$\mu=0.5$	0	166.8475	387.5168	662.0079	990.3207	1372.455
	$\mu=0.9$	0	168.5651	392.297	671.1957	1005.261	1394.493



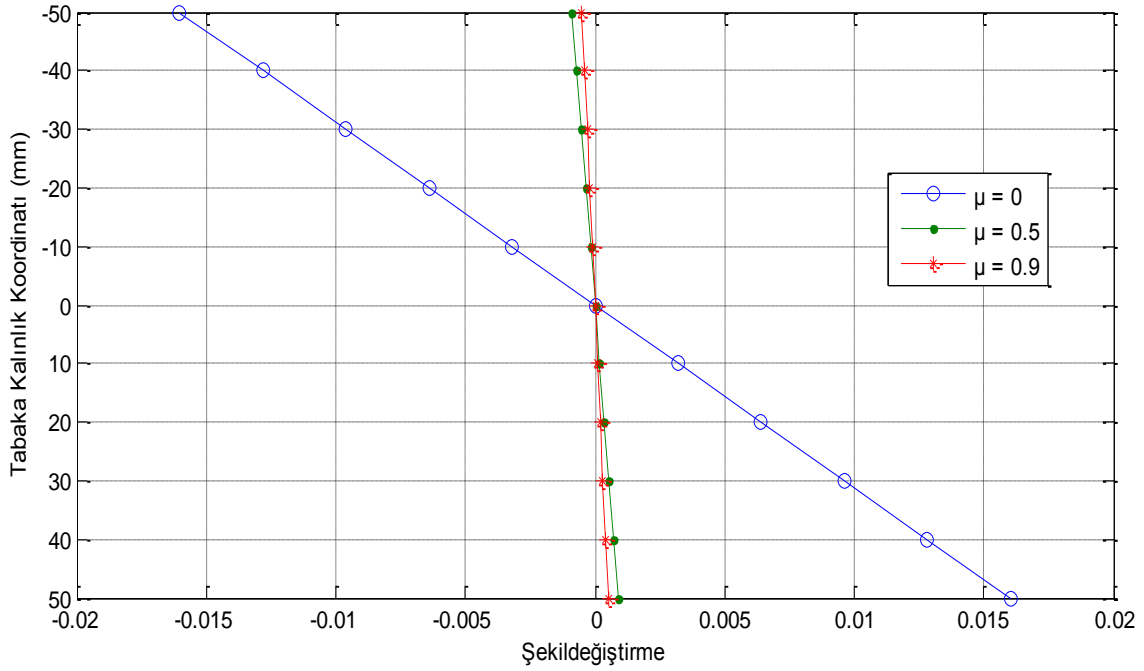
Şekil 4.26. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 1)



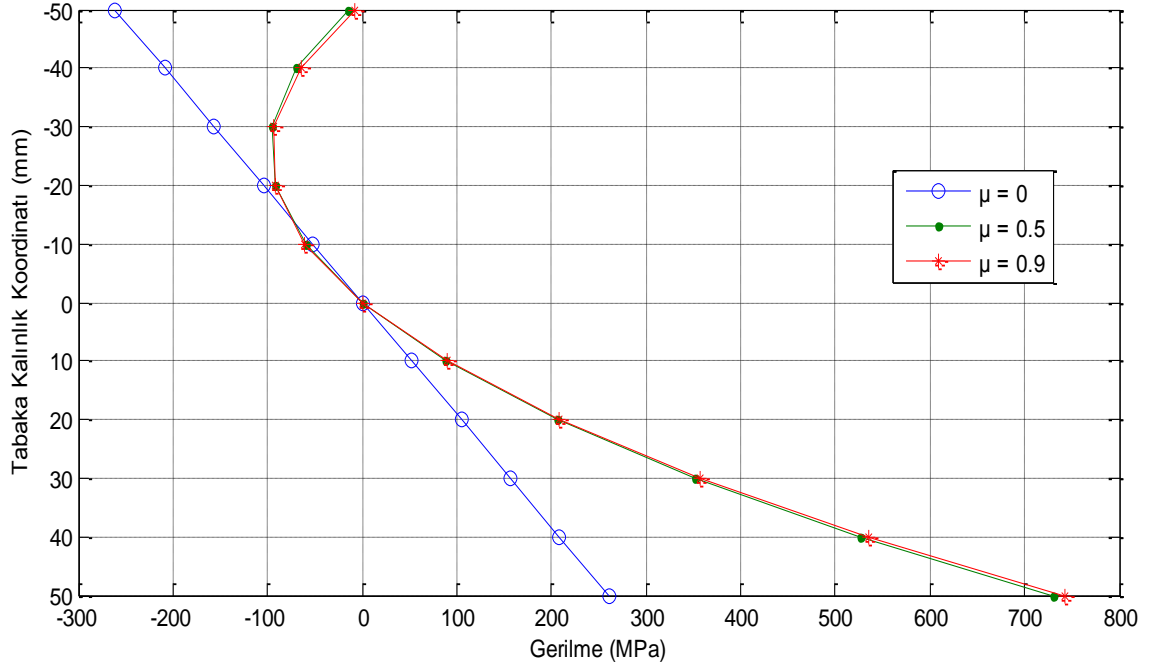
Şekil 4.27. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 1)



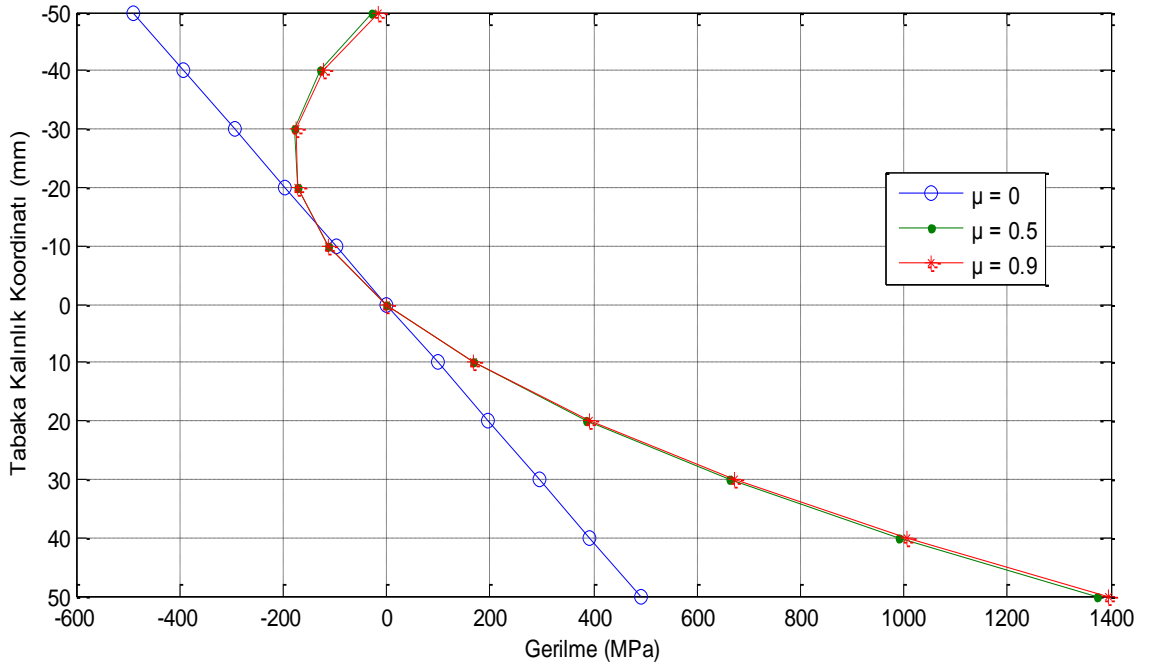
Şekil 4.28. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1)



Şekil 4.29. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1)



Şekil 4.30. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1)



Şekil 4.31. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 23.50 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 41.52 kat, $\mu=0.5$ 'dan

$\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.77 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.6'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.26-Şekil 4.27). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.5661 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %10.3197 ve $\mu=0.9$ iken %18.1212 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %94.51 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %96.88 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.06 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.6).

Plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.28-Şekil 4.29). Ayrıca x- eksenini doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %94.55 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %96.86 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %42.42 oranında azalma göstermiştir. y-eksenini doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %94.51 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %96.88 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.06 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.7). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları x ve y-eksenleri doğrultusunda farklılık göstermiştir. Bunun nedeni plâğın karşılıklı iki kenarından farklı mesnetle mesnetlenmiş olması ve her iki doğrultuda da bu mesnetlere uygun farklı iki elastik eğrinin mevcut olmasıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu söylenebilir.

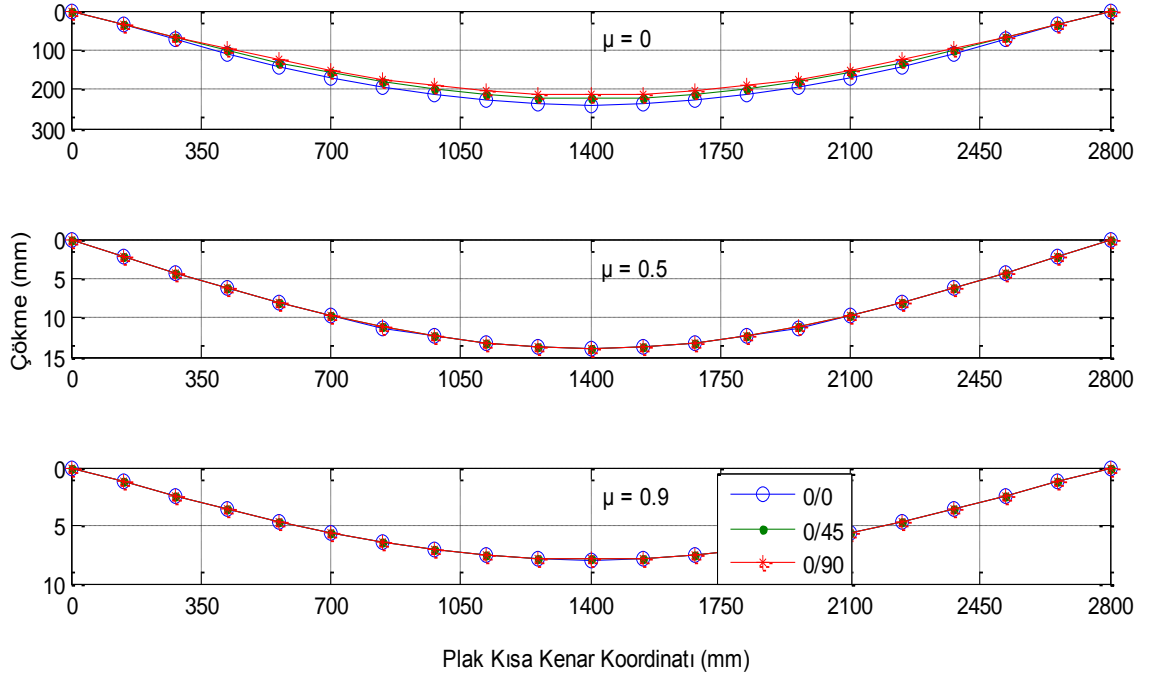
Normal gerilmeler ise plâğın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.30-Şekil4.31). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %94.51 oranında azalma en alt noktada %179.77 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %96.88 oranında azalma en alt noktada %184.26 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst

noktada %43.06 oranında azalma en alt noktada %1.61 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.7). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirine yakın iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenini doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.28-Şekil 4.31).

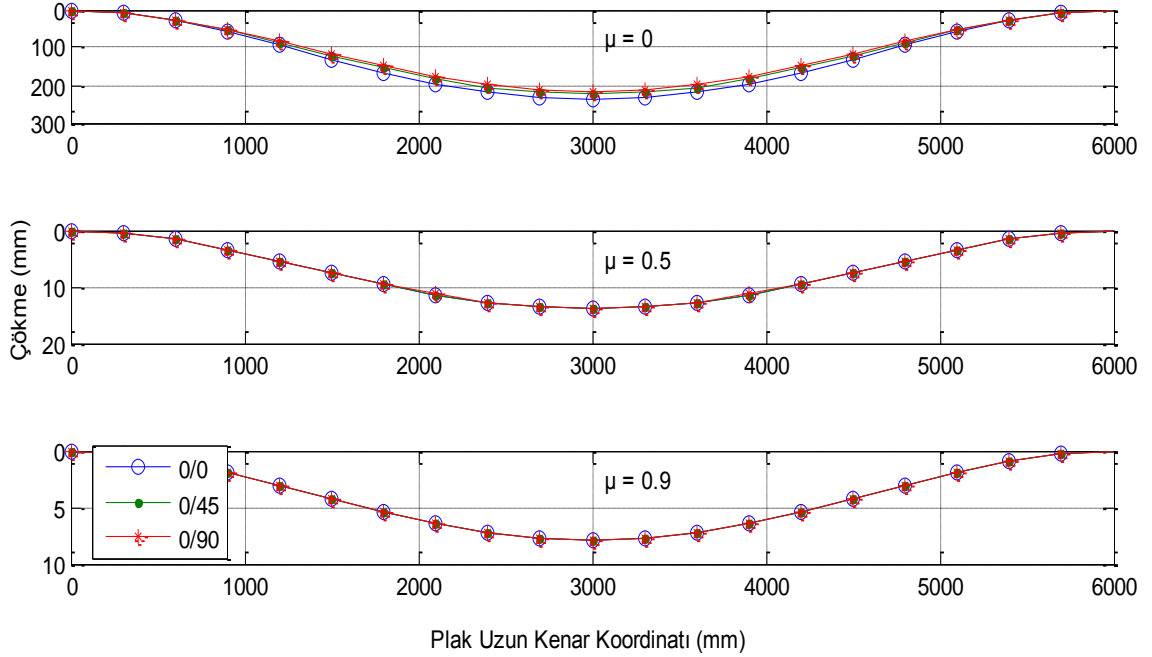
Çizelge 4.8. Durum 2'e ait analiz sonuçları

0/0		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00581	-0.00467	-0.00353	-0.00239	-0.00125	-0.00011
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.3E-05	-6.6E-06
	$\mu=0.9$	-0.00019	-0.00015	-0.00012	-7.9E-05	-4.2E-05	-3.8E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01536	-0.01235	-0.00934	-0.00633	-0.00331	-0.0003
	$\mu=0.5$	-0.00089	-0.00072	-0.00054	-0.00037	-0.00019	-1.8E-05
	$\mu=0.9$	-0.00051	-0.00041	-0.00031	-0.00021	-0.00011	-1E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-250.121	-201.078	-152.035	-102.991	-53.9478	-4.90434
	$\mu=0.5$	-14.5502	-70.1832	-97.2865	-95.86	-65.9038	-7.41774
	$\mu=0.9$	-8.29797	-66.7092	-95.8335	-95.6708	-66.2211	-7.48445
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-470.202	-378.005	-285.809	-193.612	-101.416	-9.21964
	$\mu=0.5$	-27.3528	-131.937	-182.888	-180.207	-123.892	-13.9446
	$\mu=0.9$	-15.5993	-125.406	-180.157	-179.851	-124.489	-14.07
0/0		9	19	29	39	49	51
ϵ_x	$\mu=0$	0.001025	0.002163	0.003301	0.00444	0.005578	0.005806
	$\mu=0.5$	5.96E-05	0.000126	0.000192	0.000258	0.000324	0.000338
	$\mu=0.9$	3.4E-05	7.18E-05	0.00011	0.000147	0.000185	0.000193
ϵ_y	$\mu=0$	0.002711	0.005723	0.008735	0.011748	0.01476	0.015362
	$\mu=0.5$	0.000158	0.000333	0.000508	0.000683	0.000859	0.000894
	$\mu=0.9$	8.99E-05	0.00019	0.00029	0.00039	0.00049	0.00051
σ_x (MPa)	$\mu=0$	44.13909	93.18252	142.226	191.2694	830.5174	864.4161
	$\mu=0.5$	79.59806	195.1436	339.219	511.8241	48.31324	50.28521
	$\mu=0.9$	80.53916	197.8497	344.4473	520.3318	27.55306	28.67767
σ_y (MPa)	$\mu=0$	82.97678	175.1732	267.3696	359.5661	165.3959	172.1468
	$\mu=0.5$	149.6359	366.8492	637.6955	962.1747	9.621486	10.0142
	$\mu=0.9$	151.405	371.9364	647.5242	978.1683	5.487137	5.711102
0/45		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00543	-0.00437	-0.0033	-0.00224	-0.00117	-0.00011
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00027	-0.0002	-0.00014	-7.3E-05	-6.6E-06
	$\mu=0.9$	-0.00019	-0.00015	-0.00012	-7.9E-05	-4.1E-05	-3.8E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01438	-0.01156	-0.00874	-0.00592	-0.0031	-0.00028
	$\mu=0.5$	-0.00089	-0.00072	-0.00054	-0.00037	-0.00019	-1.7E-05
	$\mu=0.9$	-0.00051	-0.00041	-0.00031	-0.00021	-0.00011	-1E-05

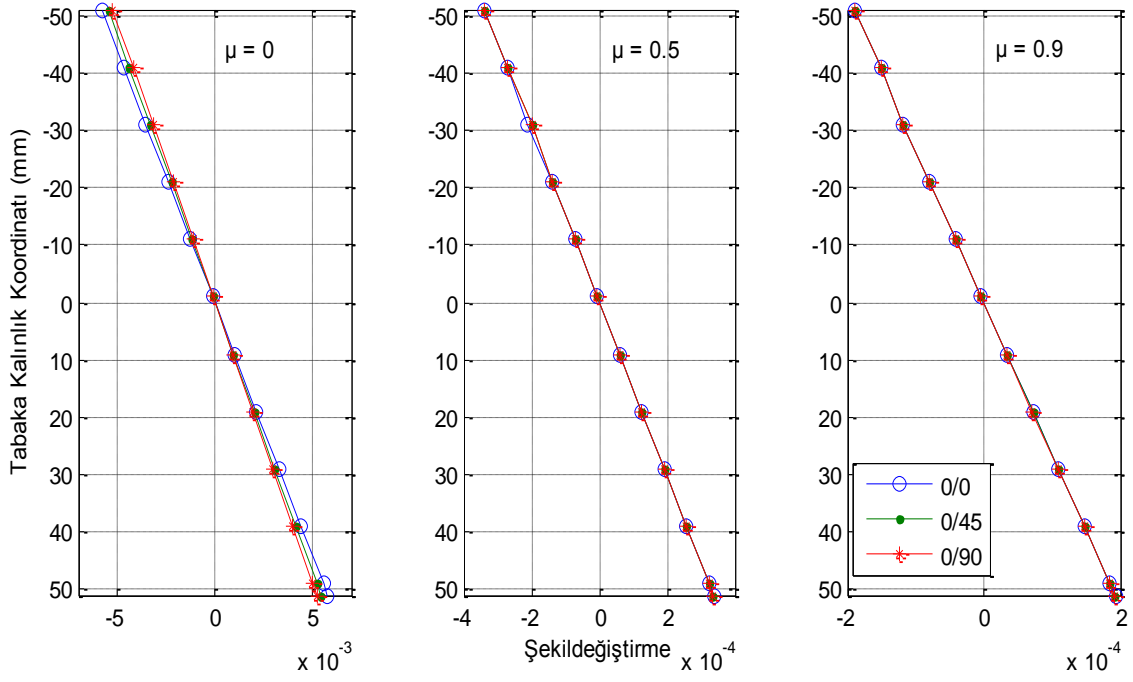
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-234.132	-188.224	-142.316	-96.4075	-50.4992	-4.59083
	$\mu=0.5$	-14.4926	-69.9055	-96.9016	-95.4807	-65.643	-7.38839
	$\mu=0.9$	-8.27922	-66.5584	-95.6168	-95.4545	-66.0714	-7.46753
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-440.144	-353.841	-267.539	-181.236	-94.933	-8.63028
	$\mu=0.5$	-27.2446	-131.415	-182.165	-179.494	-123.402	-13.8894
	$\mu=0.9$	-15.564	-125.123	-179.749	-179.444	-124.207	-14.0382
0/45		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000959	0.002025	0.00309	0.004156	0.005221	0.005434
	$\mu=0.5$	5.94E-05	0.000125	0.000191	0.000257	0.000323	0.000336
	$\mu=0.9$	3.39E-05	7.16E-05	0.000109	0.000147	0.000185	0.000192
ε_y	$\mu=0$	0.002538	0.005357	0.008177	0.010997	0.013816	0.01438
	$\mu=0.5$	0.000157	0.000332	0.000506	0.000681	0.000855	0.00089
	$\mu=0.9$	8.97E-05	0.000189	0.000289	0.000389	0.000489	0.000509
σ_x (MPa)	$\mu=0$	41.3175	87.22583	133.1342	179.0425	687.1072	715.1524
	$\mu=0.5$	79.2831	194.3715	337.8767	509.7988	42.53137	44.26735
	$\mu=0.9$	80.3571	197.4025	343.6687	519.1556	24.29697	25.28868
σ_y (MPa)	$\mu=0$	77.67249	163.9753	250.278	336.5808	807.4386	840.3952
	$\mu=0.5$	149.0438	365.3976	635.1722	958.3675	49.97979	52.01978
	$\mu=0.9$	151.0628	371.0957	646.0605	975.9572	28.55204	29.71743
0/90		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00522	-0.0042	-0.00318	-0.00215	-0.00113	-0.0001
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00027	-0.0002	-0.00014	-7.2E-05	-6.6E-06
	$\mu=0.9$	-0.00019	-0.00015	-0.00012	-7.9E-05	-4.1E-05	-3.8E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.01382	-0.01111	-0.0084	-0.00569	-0.00298	-0.00027
	$\mu=0.5$	-0.00089	-0.00071	-0.00054	-0.00037	-0.00019	-1.7E-05
	$\mu=0.9$	-0.00051	-0.00041	-0.00031	-0.00021	-0.00011	-1E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-225.077	-180.944	-136.811	-92.6787	-48.546	-4.41327
	$\mu=0.5$	-14.4566	-69.7319	-96.6608	-95.2435	-65.4799	-7.37003
	$\mu=0.9$	-8.26745	-66.4639	-95.481	-95.3189	-65.9775	-7.45692
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-423.121	-340.156	-257.191	-174.226	-91.2613	-8.29648
	$\mu=0.5$	-27.1769	-131.088	-181.712	-179.048	-123.095	-13.8549
	$\mu=0.9$	-15.5419	-124.945	-179.494	-179.189	-124.031	-14.0182
0/90		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000922	0.001946	0.002971	0.003995	0.005019	0.005224
	$\mu=0.5$	5.92E-05	0.000125	0.000191	0.000257	0.000322	0.000336
	$\mu=0.9$	3.39E-05	7.15E-05	0.000109	0.000147	0.000184	0.000192
ε_y	$\mu=0$	0.00244	0.00515	0.007861	0.010571	0.013282	0.013824
	$\mu=0.5$	0.000157	0.000331	0.000505	0.000679	0.000853	0.000888
	$\mu=0.9$	8.96E-05	0.000189	0.000289	0.000388	0.000488	0.000508
σ_x (MPa)	$\mu=0$	39.71945	83.85217	127.9849	172.1176	90.62196	94.32081
	$\mu=0.5$	79.08614	193.8886	337.0373	508.5324	5.820616	6.058192
	$\mu=0.9$	80.24294	197.1221	343.1804	518.418	3.328698	3.464563
σ_y (MPa)	$\mu=0$	74.66833	157.6331	240.598	323.5628	1886.667	1963.674
	$\mu=0.5$	148.6735	364.4899	633.5943	955.9867	121.1799	126.1261
	$\mu=0.9$	150.8482	370.5685	645.1426	974.5707	69.30047	72.12906



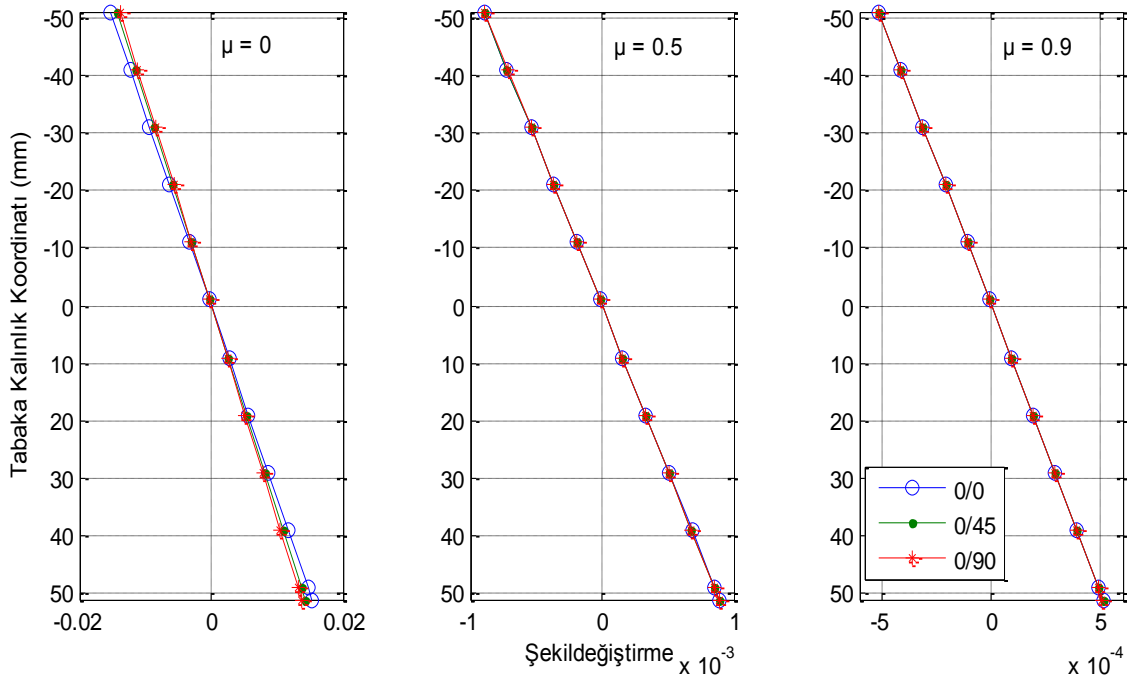
Şekil 4.32. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 2)



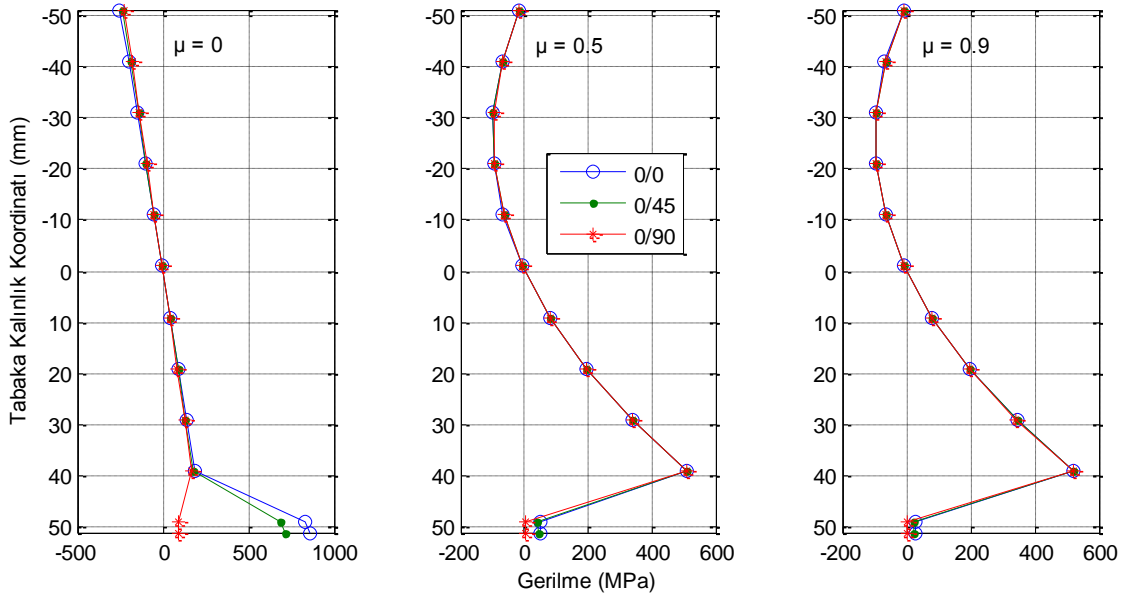
Şekil 4.33. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 2)



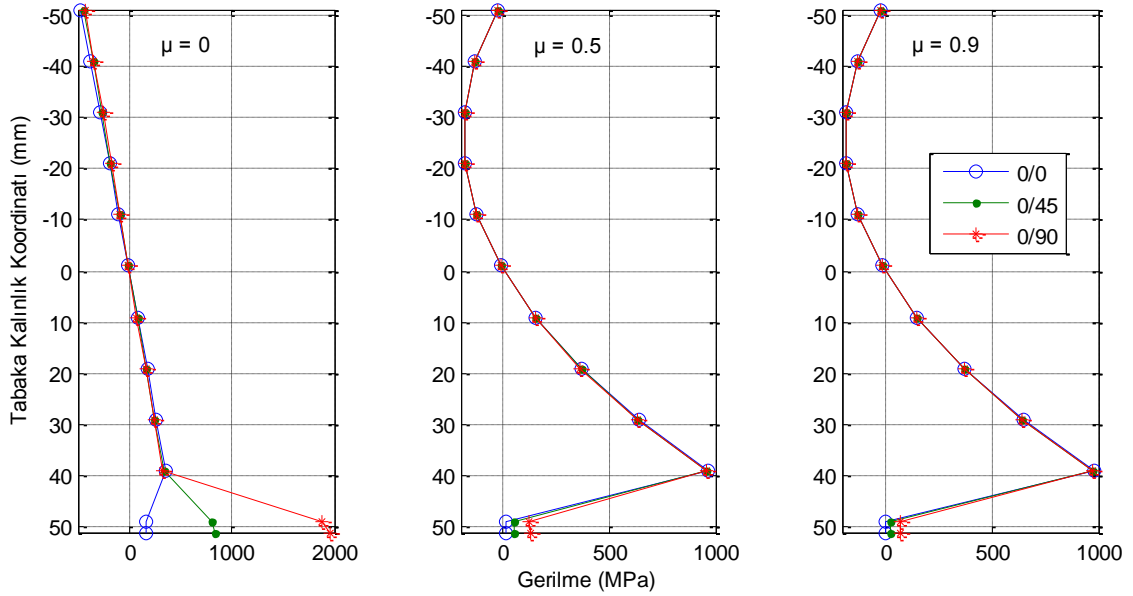
Şekil 4.34. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2)



Şekil 4.35. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2)



Şekil 4.36. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2)



Şekil 4.37. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 18, 21 ve 23 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 32, 37 ve 41 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.756, 1.763 ve 1.767 kat artış görülmüştür

(Çizelge 4.1). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.7). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği çıkarılabilir.

Çizelge 4.6'dan de görülebileceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.32-Şekil 4.33). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.5339 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %10.2582 ve $\mu=0.9$ iken %17.9376 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1'e ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %6.03 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %12.04 oranında ve (0/90) olması durumunda %15.44 oranında azalmıştır (Çizelge 4.6). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucuna varılmaktadır.

Şekil 4.34 ve Şekil 4.35'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri, yönlenme açısının ve non-homojenlik katsayısının artışıyla azalmıştır. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.8 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.36-Şekil 4.37). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.9. Durum 3'e ait analiz sonuçları

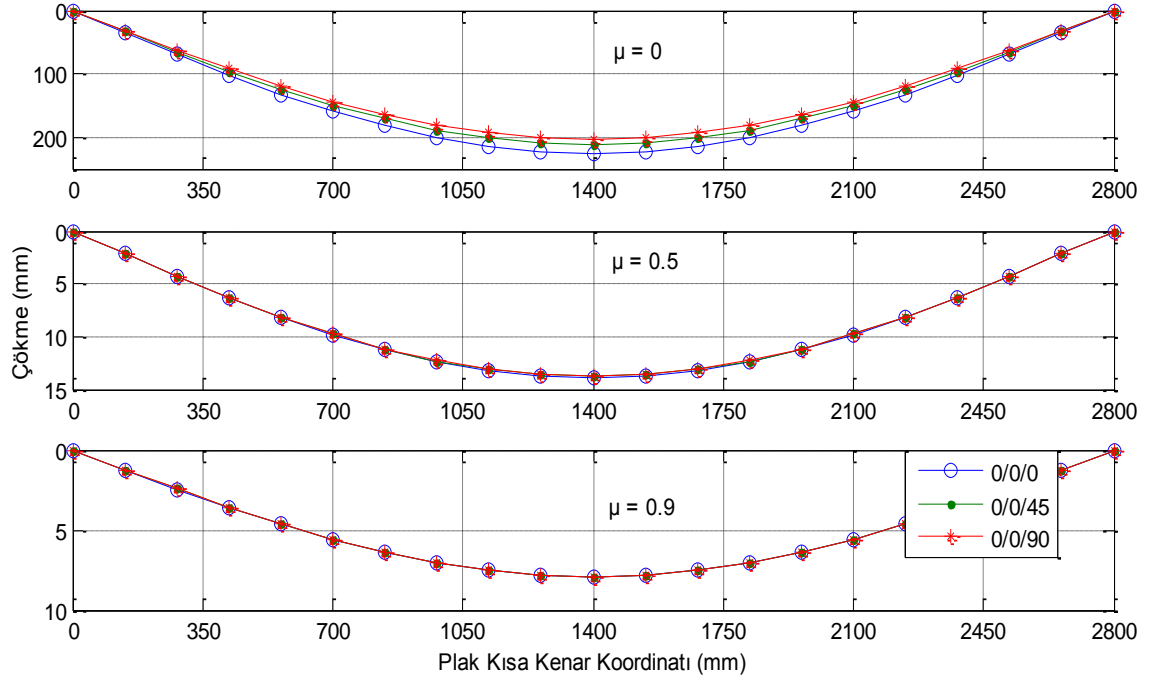
0/0/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00558	-0.00451	-0.00344	-0.00236	-0.00129	-0.00021	0.000859
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00015	-7.9E-05	-1.3E-05	5.28E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3.02E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01477	-0.01193	-0.00909	-0.00625	-0.00341	-0.00057	0.002273
	$\mu=0.5$	-0.00091	-0.00073	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.00014
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.98E-05

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-240.507	-194.256	-148.005	-101.753	-55.5017	-9.25029	37.00115
	$\mu=0.5$	-14.7836	-71.6434	-100.073	-100.073	-71.6434	-14.7836	70.50624
	$\mu=0.9$	-8.44377	-68.1997	-98.7271	-100.026	-72.0968	-14.939	71.44728
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-452.128	-365.181	-278.233	-191.285	-104.337	-17.3896	69.55821
	$\mu=0.5$	-27.7915	-134.682	-188.127	-188.127	-134.682	-27.7915	132.5442
	$\mu=0.9$	-15.8734	-128.208	-185.597	-188.039	-135.534	-28.0837	134.3133
0/0/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000859	0.001932	0.003006	0.004079	0.005153	0.005368	0.005582
	$\mu=0.5$	5.28E-05	0.000119	0.000185	0.000251	0.000317	0.00033	0.000343
	$\mu=0.9$	3.02E-05	6.78E-05	0.000106	0.000143	0.000181	0.000188	0.000196
ε_y	$\mu=0$	0.002273	0.005113	0.007954	0.010795	0.013636	0.014204	0.014772
	$\mu=0.5$	0.00014	0.000314	0.000489	0.000664	0.000838	0.000873	0.000908
	$\mu=0.9$	7.98E-05	0.00018	0.000279	0.000379	0.000479	0.000499	0.000519
σ_x (MPa)	$\mu=0$	37.00115	83.25258	129.504	175.7554	767.2524	799.2212	831.1901
	$\mu=0.5$	70.50624	184.226	326.3757	496.9553	47.16164	49.12671	51.09178
	$\mu=0.9$	71.44728	187.062	331.9051	505.9766	26.9368	28.05917	29.18154
σ_y (MPa)	$\mu=0$	69.55821	156.506	243.4538	330.4015	152.7968	159.1633	165.5299
	$\mu=0.5$	132.5442	346.3252	613.5515	934.223	9.392148	9.783487	10.17483
	$\mu=0.9$	134.3133	351.6566	623.9462	951.1822	5.364411	5.587928	5.811446
0/0/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00523	-0.00423	-0.00322	-0.00221	-0.00121	-0.0002	0.000805
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00014	-7.9E-05	-1.3E-05	5.26E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3.01E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.01384	-0.01118	-0.00852	-0.00586	-0.00319	-0.00053	0.00213
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000139
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.96E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-225.404	-182.057	-138.71	-95.3634	-52.0164	-8.6694	34.6776
	$\mu=0.5$	-14.7229	-71.3496	-99.6629	-99.6629	-71.3496	-14.7229	70.21704
	$\mu=0.9$	-8.42395	-68.0396	-98.4954	-99.7914	-71.9276	-14.9039	71.2796
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-423.736	-342.249	-260.761	-179.273	-97.7853	-16.2975	65.19019
	$\mu=0.5$	-27.6775	-134.13	-187.356	-187.356	-134.13	-27.6775	132.0006
	$\mu=0.9$	-15.8361	-127.907	-185.161	-187.597	-135.216	-28.0178	133.9981
0/0/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000805	0.001811	0.002817	0.003823	0.004829	0.005031	0.005232
	$\mu=0.5$	5.26E-05	0.000118	0.000184	0.00025	0.000315	0.000329	0.000342
	$\mu=0.9$	3.01E-05	6.77E-05	0.000105	0.000143	0.00018	0.000188	0.000196
ε_y	$\mu=0$	0.00213	0.004792	0.007455	0.010117	0.012779	0.013312	0.013844
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000313	0.000487	0.000661	0.000835	0.000869	0.000904
	$\mu=0.9$	7.96E-05	0.000179	0.000279	0.000378	0.000478	0.000497	0.000517
σ_x (MPa)	$\mu=0$	34.6776	78.0246	121.3716	164.7186	719.0715	662.0121	688.4926
	$\mu=0.5$	70.21704	183.4703	325.0369	494.9169	46.9682	43.2412	44.97085
	$\mu=0.9$	71.2796	186.623	331.1261	504.7892	26.87359	24.74113	25.73077
σ_y (MPa)	$\mu=0$	65.19019	146.6779	228.1657	309.6534	143.2017	777.9487	809.0666
	$\mu=0.5$	132.0006	344.9047	611.0348	930.391	9.353624	50.81393	52.84648
	$\mu=0.9$	133.9981	350.8313	622.4819	948.9499	5.351822	29.07398	30.23694

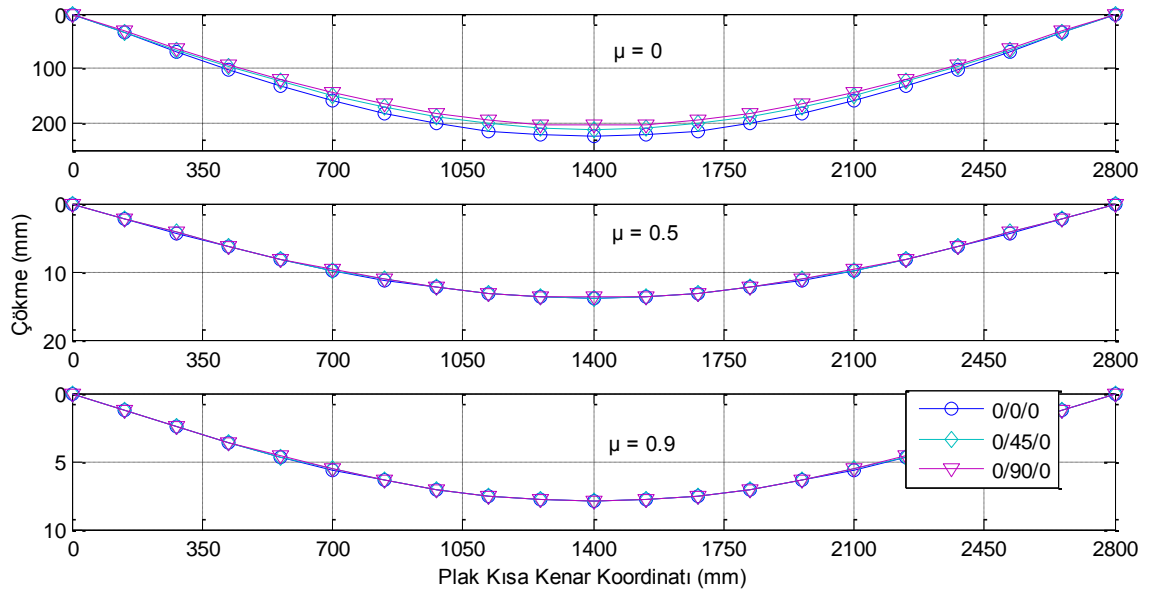
0/0/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00503	-0.00407	-0.0031	-0.00213	-0.00116	-0.00019	0.000774
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00014	-7.9E-05	-1.3E-05	5.24E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01332	-0.01076	-0.0082	-0.00563	-0.00307	-0.00051	0.002049
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000139
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.95E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-216.834	-175.135	-133.437	-91.7376	-50.0387	-8.33978	33.35914
	$\mu=0.5$	-14.685	-71.1659	-99.4063	-99.4063	-71.1659	-14.685	70.03624
	$\mu=0.9$	-8.41153	-67.9393	-98.3502	-99.6443	-71.8215	-14.8819	71.17447
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-407.626	-329.236	-250.846	-172.457	-94.0674	-15.6779	62.71162
	$\mu=0.5$	-27.6063	-133.784	-186.873	-186.873	-133.784	-27.6063	131.6607
	$\mu=0.9$	-15.8128	-127.719	-184.888	-187.321	-135.017	-27.9765	133.8004
0/0/90		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000774	0.001742	0.00271	0.003678	0.004646	0.004839	0.005033
	$\mu=0.5$	5.24E-05	0.000118	0.000184	0.000249	0.000315	0.000328	0.000341
	$\mu=0.9$	3E-05	6.76E-05	0.000105	0.000143	0.00018	0.000188	0.000195
ϵ_y	$\mu=0$	0.002049	0.00461	0.007171	0.009732	0.012293	0.012806	0.013318
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000312	0.000486	0.000659	0.000833	0.000867	0.000902
	$\mu=0.9$	7.95E-05	0.000179	0.000278	0.000378	0.000477	0.000497	0.000517
σ_x (MPa)	$\mu=0$	33.35914	75.05806	116.757	158.4559	691.732	87.37185	90.86672
	$\mu=0.5$	70.03624	182.9979	324.2	493.6425	46.84726	5.917221	6.15391
	$\mu=0.9$	71.17447	186.3477	330.6378	504.0447	26.83395	3.389364	3.524939
σ_y (MPa)	$\mu=0$	62.71162	141.1012	219.4907	297.8802	137.7571	1819.002	1891.763
	$\mu=0.5$	131.6607	344.0166	609.4615	927.9953	9.329539	123.1912	128.1188
	$\mu=0.9$	133.8004	350.3138	621.5638	947.5503	5.343928	70.56349	73.38603
0/45/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00526	-0.00425	-0.00324	-0.00222	-0.00121	-0.0002	0.000809
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00014	-7.9E-05	-1.3E-05	5.26E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3.01E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01391	-0.01124	-0.00856	-0.00589	-0.00321	-0.00054	0.00214
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000139
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.96E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-226.498	-182.941	-139.383	-95.826	-52.2688	-8.71146	34.84584
	$\mu=0.5$	-14.7276	-71.3721	-99.6943	-99.6943	-71.3721	-14.7276	70.23919
	$\mu=0.9$	-8.42547	-68.0519	-98.5132	-99.8095	-71.9406	-14.9066	71.29247
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-425.792	-343.909	-262.026	-180.143	-98.2597	-16.3766	65.50646
	$\mu=0.5$	-27.6863	-134.172	-187.415	-187.415	-134.172	-27.6863	132.0422
	$\mu=0.9$	-15.839	-127.93	-185.194	-187.631	-135.241	-28.0228	134.0222
0/45/0		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000809	0.00182	0.002831	0.003842	0.004853	0.005055	0.005257
	$\mu=0.5$	5.26E-05	0.000118	0.000184	0.00025	0.000316	0.000329	0.000342
	$\mu=0.9$	3.01E-05	6.77E-05	0.000105	0.000143	0.000181	0.000188	0.000196
ϵ_y	$\mu=0$	0.00214	0.004815	0.007491	0.010166	0.012841	0.013376	0.013911
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000313	0.000487	0.000661	0.000835	0.00087	0.000905
	$\mu=0.9$	7.96E-05	0.000179	0.000279	0.000378	0.000478	0.000498	0.000517

σ_x (MPa)	$\mu=0$	34.84584	78.40313	121.9604	165.5177	638.6149	752.6667	782.7734
	$\mu=0.5$	70.23919	183.5282	325.1395	495.073	41.52465	48.94064	50.89827
	$\mu=0.9$	71.29247	186.6566	331.1859	504.8803	23.75577	27.99837	29.11831
σ_y (MPa)	$\mu=0$	65.50646	147.3895	229.2726	311.1557	750.454	149.8921	155.8878
	$\mu=0.5$	132.0422	345.0135	611.2276	930.6845	48.79676	9.746431	10.13629
	$\mu=0.9$	134.0222	350.8946	622.5942	949.1211	27.91606	5.57582	5.798853
0/90/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00507	-0.0041	-0.00312	-0.00215	-0.00117	-0.0002	0.00078
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00014	-7.9E-05	-1.3E-05	5.25E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.01342	-0.01084	-0.00826	-0.00568	-0.0031	-0.00052	0.002065
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000139
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.95E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-218.488	-176.471	-134.454	-92.4372	-50.4203	-8.40338	33.61351
	$\mu=0.5$	-14.6925	-71.2023	-99.4572	-99.4572	-71.2023	-14.6925	70.07215
	$\mu=0.9$	-8.414	-67.9592	-98.3791	-99.6735	-71.8426	-14.8863	71.19537
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-410.734	-331.747	-252.759	-173.772	-94.7847	-15.7975	63.18982
	$\mu=0.5$	-27.6204	-133.853	-186.969	-186.969	-133.853	-27.6204	131.7282
	$\mu=0.9$	-15.8174	-127.756	-184.942	-187.376	-135.056	-27.9847	133.8397
0/90/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.00078	0.001755	0.002731	0.003706	0.004681	0.004876	0.005071
	$\mu=0.5$	5.25E-05	0.000118	0.000184	0.000249	0.000315	0.000328	0.000341
	$\mu=0.9$	3E-05	6.76E-05	0.000105	0.000143	0.00018	0.000188	0.000195
ε_y	$\mu=0$	0.002065	0.004645	0.007226	0.009807	0.012387	0.012903	0.013419
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000312	0.000486	0.000659	0.000833	0.000868	0.000902
	$\mu=0.9$	7.95E-05	0.000179	0.000278	0.000378	0.000477	0.000497	0.000517
σ_x (MPa)	$\mu=0$	33.61351	75.6304	117.6473	159.6642	84.51656	726.0487	755.0906
	$\mu=0.5$	70.07215	183.0917	324.3662	493.8956	5.683445	48.82425	50.77722
	$\mu=0.9$	71.19537	186.4024	330.7349	504.1927	3.254745	27.96024	29.07865
σ_y (MPa)	$\mu=0$	63.18982	142.1771	221.1644	300.1517	1759.558	144.5912	150.3748
	$\mu=0.5$	131.7282	344.193	609.774	928.4712	118.3242	9.723253	10.11218
	$\mu=0.9$	133.8397	350.4167	621.7463	947.8285	67.76084	5.568227	5.790956
0/45/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00495	-0.00399	-0.00304	-0.00209	-0.00114	-0.00019	0.000761
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.9E-05	-1.3E-05	5.24E-05
	$\mu=0.9$	-0.0002	-0.00016	-0.00012	-8.3E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.01309	-0.01057	-0.00805	-0.00554	-0.00302	-0.0005	0.002013
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00055	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000139
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.94E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-213.054	-172.082	-131.11	-90.1382	-49.1663	-8.19438	32.77753
	$\mu=0.5$	-14.6674	-71.0804	-99.287	-99.287	-71.0804	-14.6674	69.95217
	$\mu=0.9$	-8.40574	-67.8925	-98.2825	-99.5757	-71.7721	-14.8717	71.12551
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-400.519	-323.496	-246.473	-169.45	-92.4274	-15.4046	61.61827
	$\mu=0.5$	-27.5731	-133.624	-186.649	-186.649	-133.624	-27.5731	131.5026
	$\mu=0.9$	-15.8019	-127.631	-184.761	-187.192	-134.924	-27.9572	133.7084

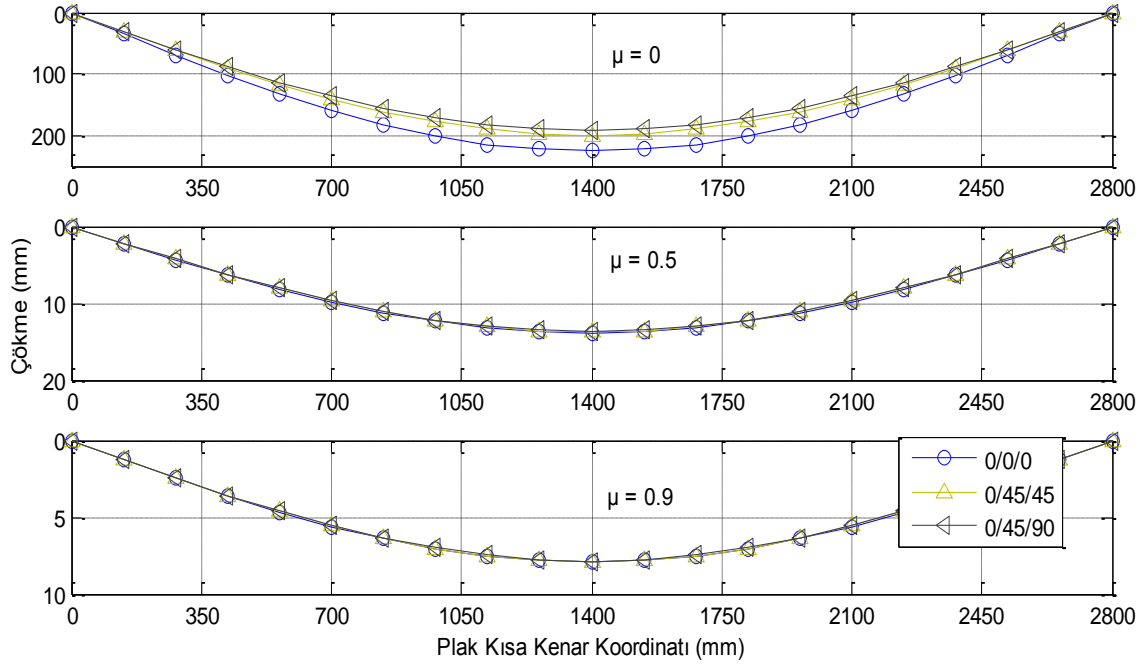
0/45/45		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000761	0.001712	0.002663	0.003614	0.004565	0.004755	0.004945
	$\mu=0.5$	5.24E-05	0.000118	0.000183	0.000249	0.000314	0.000327	0.00034
	$\mu=0.9$	3E-05	6.75E-05	0.000105	0.000143	0.00018	0.000188	0.000195
ϵ_y	$\mu=0$	0.002013	0.00453	0.007046	0.009563	0.012079	0.012582	0.013086
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000312	0.000485	0.000658	0.000832	0.000866	0.000901
	$\mu=0.9$	7.94E-05	0.000179	0.000278	0.000377	0.000477	0.000496	0.000516
σ_x (MPa)	$\mu=0$	32.77753	73.74945	114.7214	155.6933	600.7094	625.7389	650.7685
	$\mu=0.5$	69.95217	182.7783	323.8109	493.05	41.35497	43.07809	44.80122
	$\mu=0.9$	71.12551	186.2195	330.4103	503.6979	23.70014	24.68764	25.67515
σ_y (MPa)	$\mu=0$	61.61827	138.6411	215.6639	292.6868	705.9101	735.323	764.736
	$\mu=0.5$	131.5026	343.6037	608.7299	926.8815	48.59736	50.62225	52.64714
	$\mu=0.9$	133.7084	350.0729	621.1362	946.8985	27.85069	29.01113	30.17158
0/45/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00477	-0.00385	-0.00293	-0.00202	-0.0011	-0.00018	0.000733
	$\mu=0.5$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.8E-05	-1.3E-05	5.22E-05
	$\mu=0.9$	-0.00019	-0.00016	-0.00012	-8.2E-05	-4.5E-05	-7.5E-06	3E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01261	-0.01019	-0.00776	-0.00534	-0.00291	-0.00049	0.001941
	$\mu=0.5$	-0.0009	-0.00073	-0.00055	-0.00038	-0.00021	-3.5E-05	0.000138
	$\mu=0.9$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	7.93E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-205.381	-165.885	-126.389	-86.8921	-47.3957	-7.89928	31.59714
	$\mu=0.5$	-14.6298	-70.8981	-99.0323	-99.0323	-70.8981	-14.6298	69.77273
	$\mu=0.9$	-8.39337	-67.7926	-98.1379	-99.4292	-71.6665	-14.8498	71.02084
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-386.095	-311.846	-237.597	-163.348	-89.0989	-14.8498	59.39925
	$\mu=0.5$	-27.5024	-133.281	-186.17	-186.17	-133.281	-27.5024	131.1653
	$\mu=0.9$	-15.7786	-127.443	-184.489	-186.916	-134.725	-27.9161	133.5116
0/45/90		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000733	0.00165	0.002567	0.003484	0.0044	0.004584	0.004767
	$\mu=0.5$	5.22E-05	0.000118	0.000183	0.000248	0.000313	0.000327	0.00034
	$\mu=0.9$	3E-05	6.74E-05	0.000105	0.000142	0.00018	0.000187	0.000195
ϵ_y	$\mu=0$	0.001941	0.004367	0.006792	0.009218	0.011644	0.012129	0.012614
	$\mu=0.5$	0.000138	0.000311	0.000484	0.000657	0.000829	0.000864	0.000899
	$\mu=0.9$	7.93E-05	0.000178	0.000278	0.000377	0.000476	0.000496	0.000516
σ_x (MPa)	$\mu=0$	31.59714	71.09355	110.59	150.0864	579.0764	82.75694	86.06722
	$\mu=0.5$	69.77273	182.3094	322.9802	491.7852	41.24888	5.894958	6.130756
	$\mu=0.9$	71.02084	185.9455	329.9241	502.9566	23.66526	3.382048	3.51733
σ_y (MPa)	$\mu=0$	59.39925	133.6483	207.8974	282.1464	680.4886	1722.924	1791.841
	$\mu=0.5$	131.1653	342.7222	607.1684	924.5038	48.4727	122.7277	127.6368
	$\mu=0.9$	133.5116	349.5577	620.2221	945.5049	27.8097	70.41117	73.22762



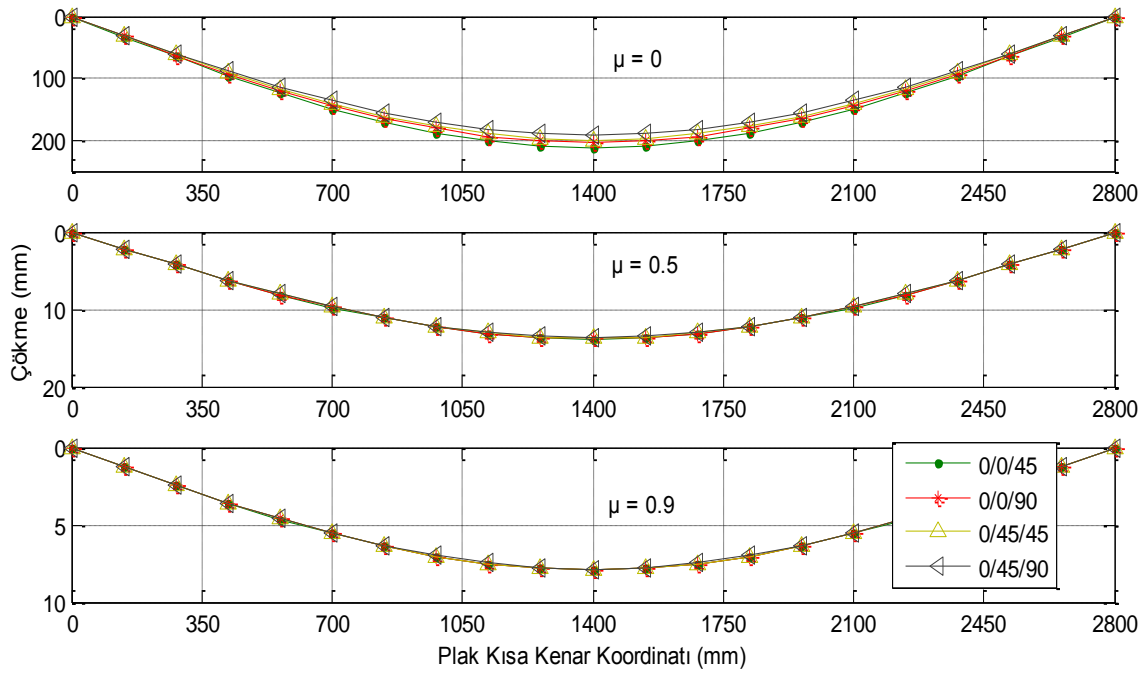
(a)



(b)

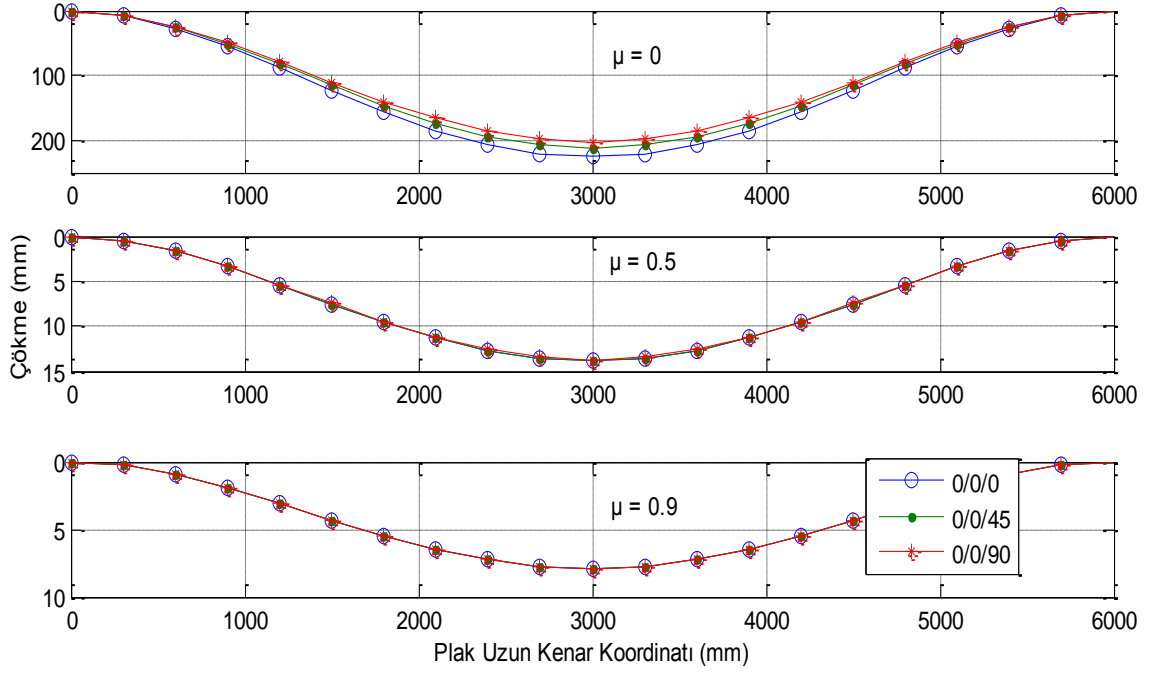


(c)

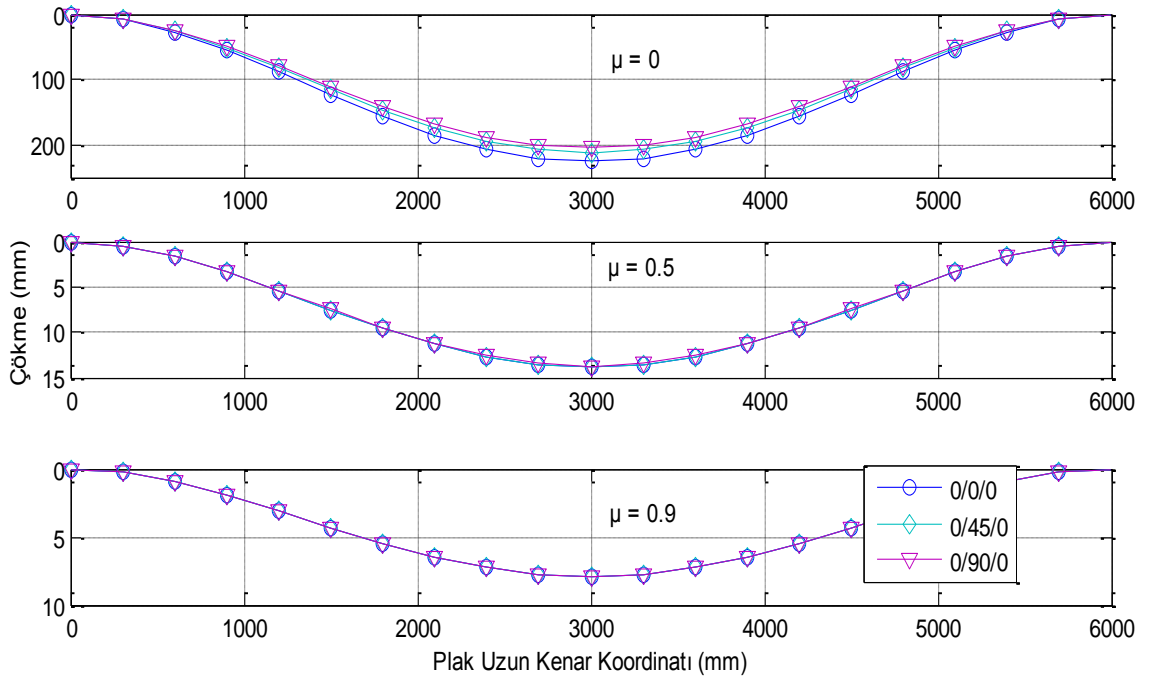


(d)

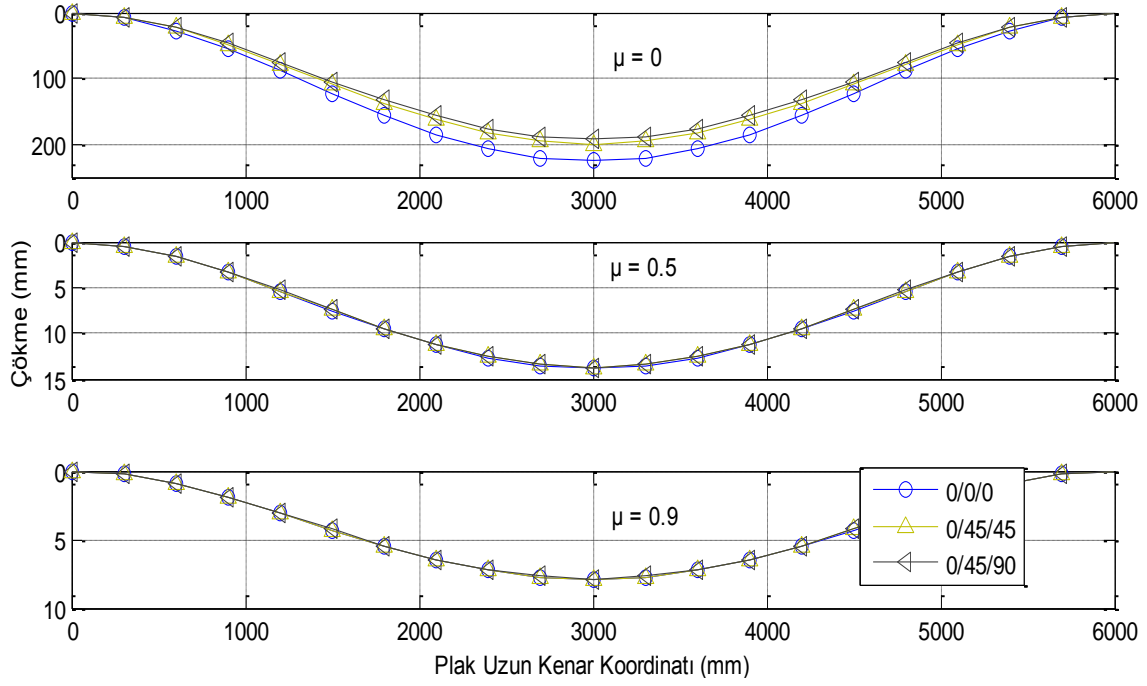
Şekil 4.38. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 3)



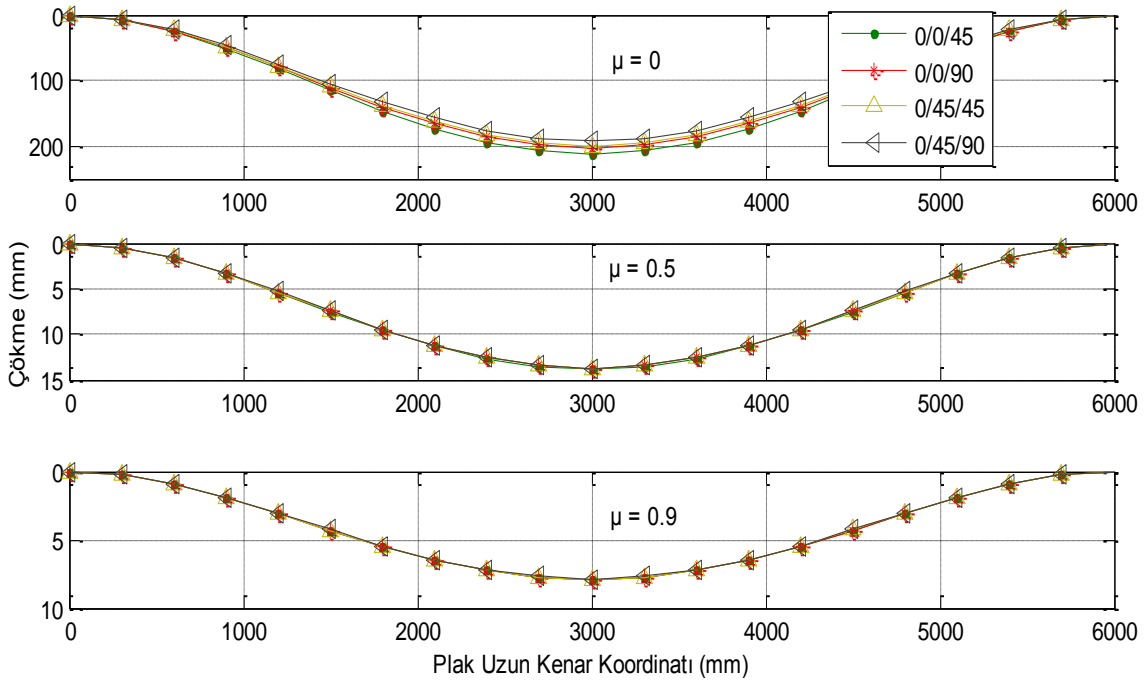
(a)



(b)

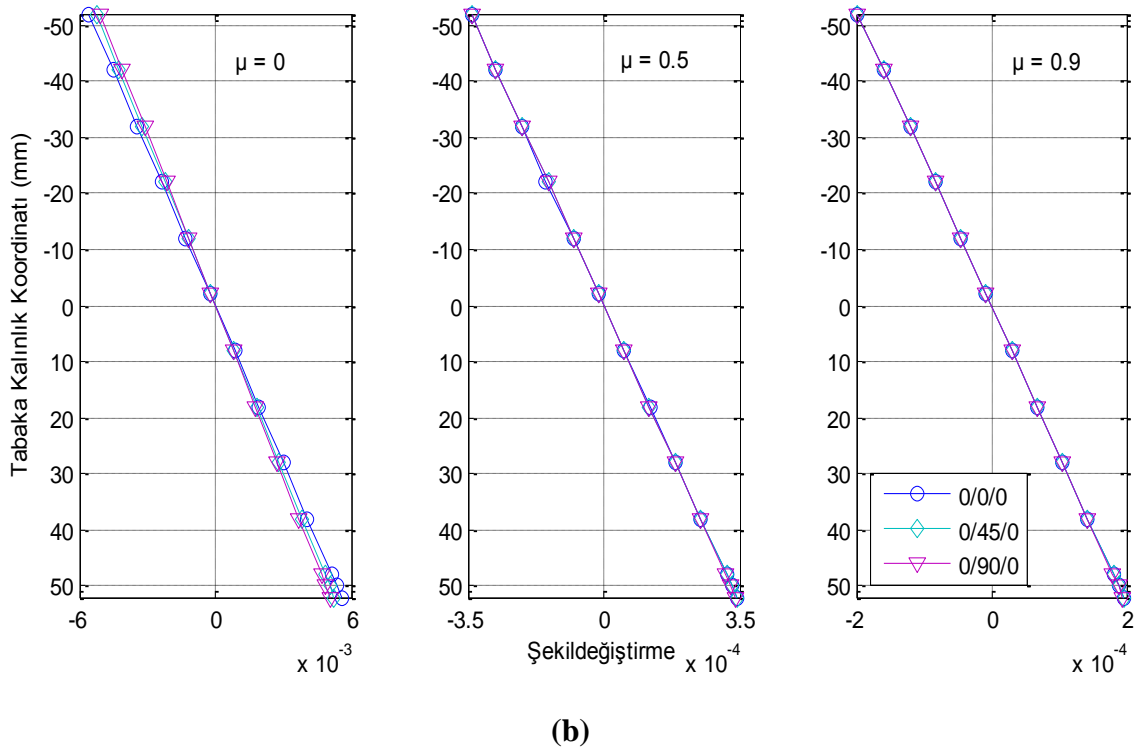
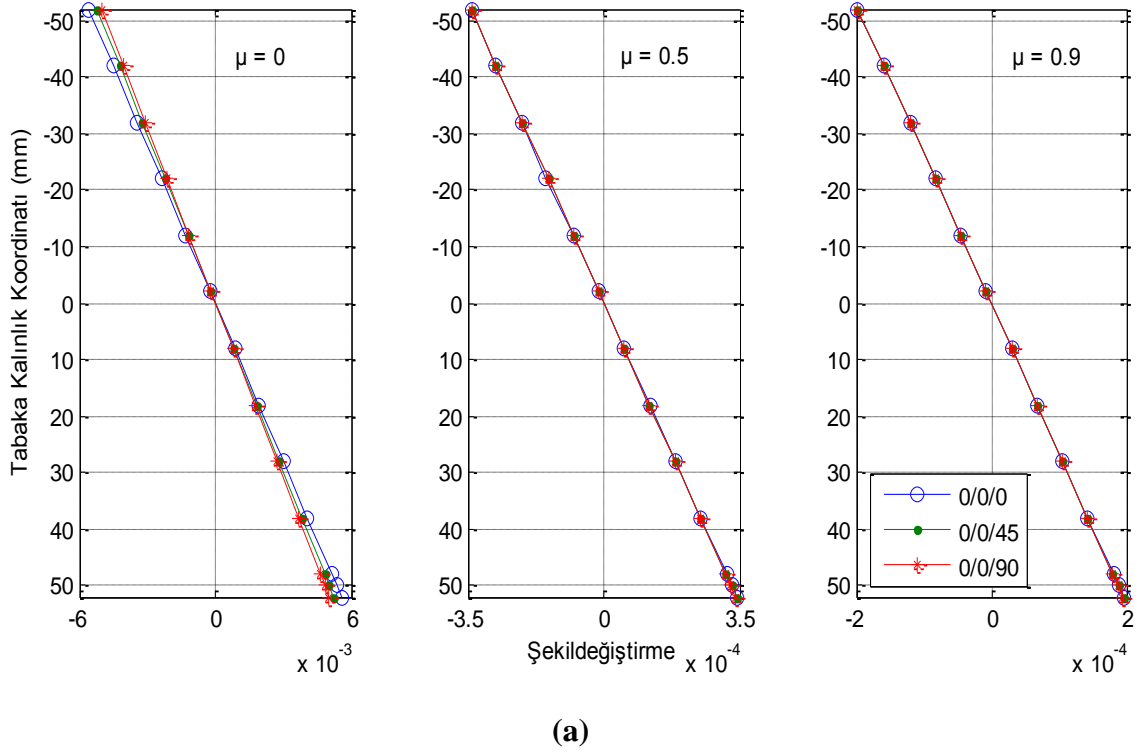


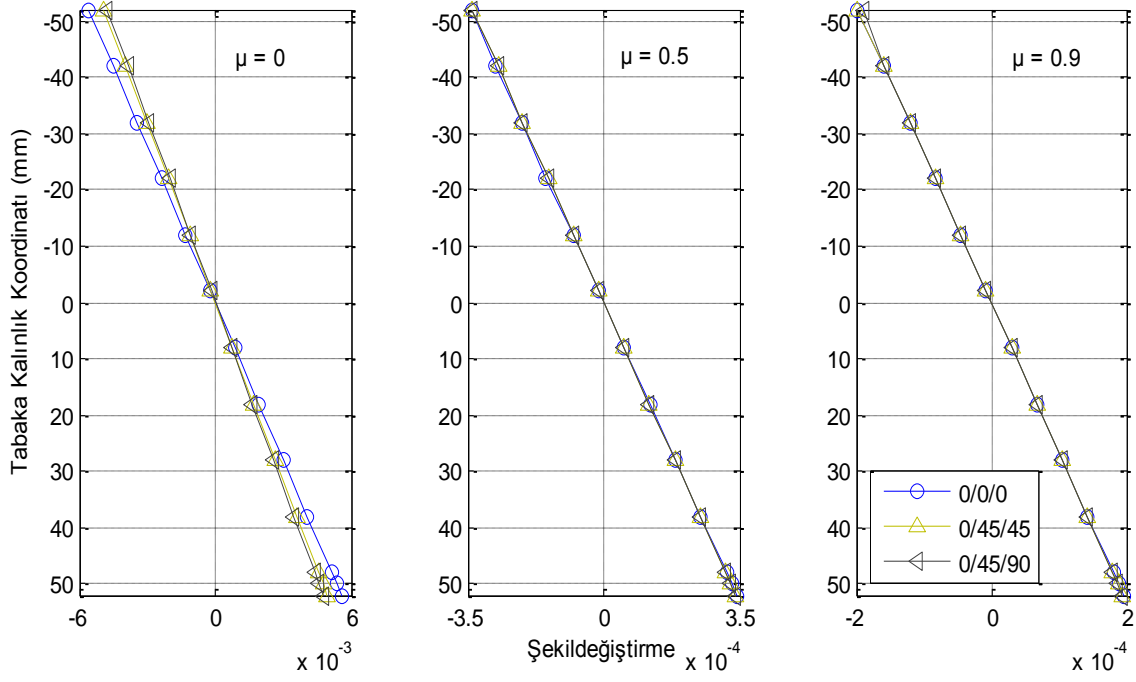
(c)



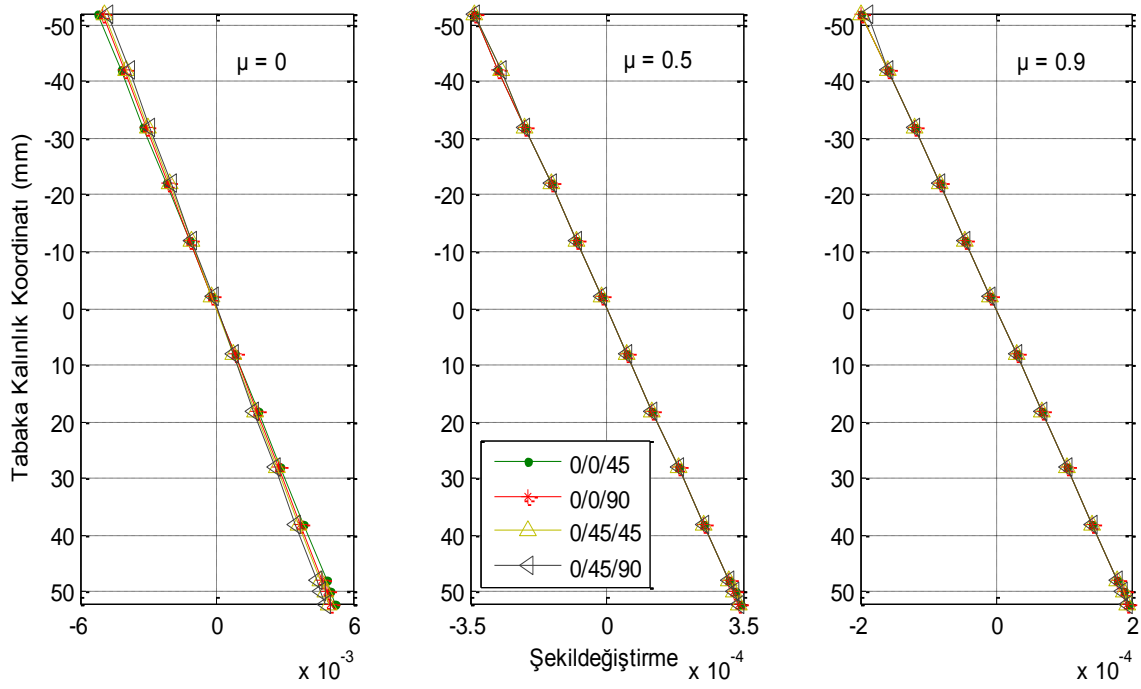
(d)

Şekil 4.39. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P2, Durum 3)



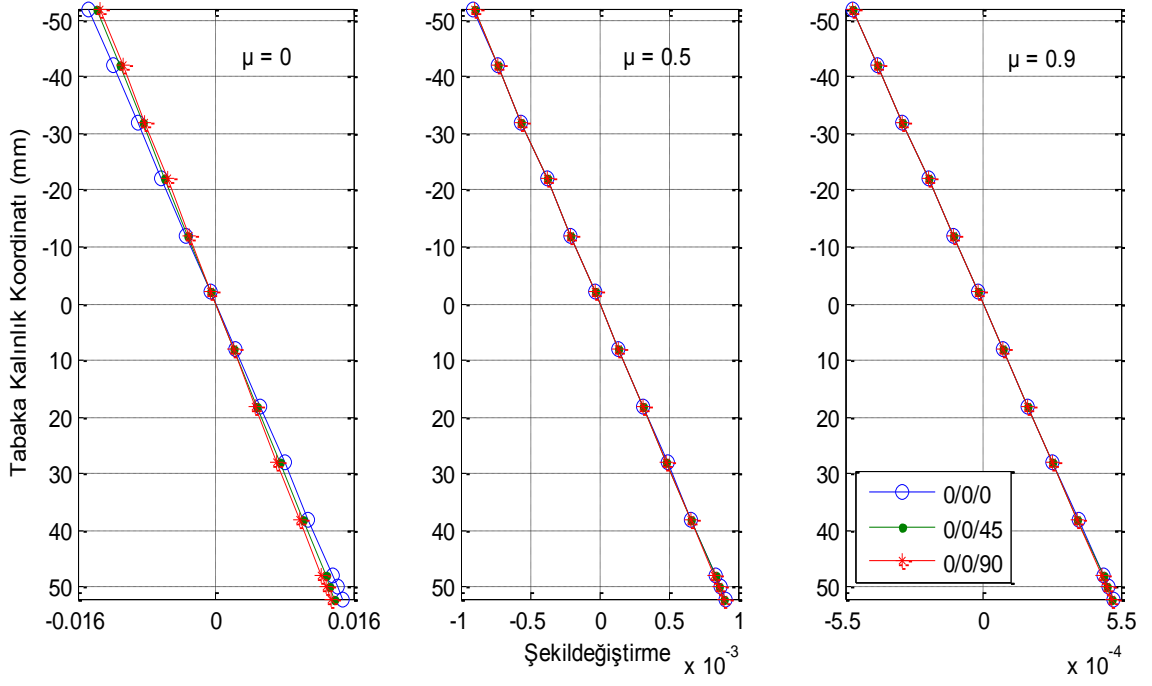


(c)

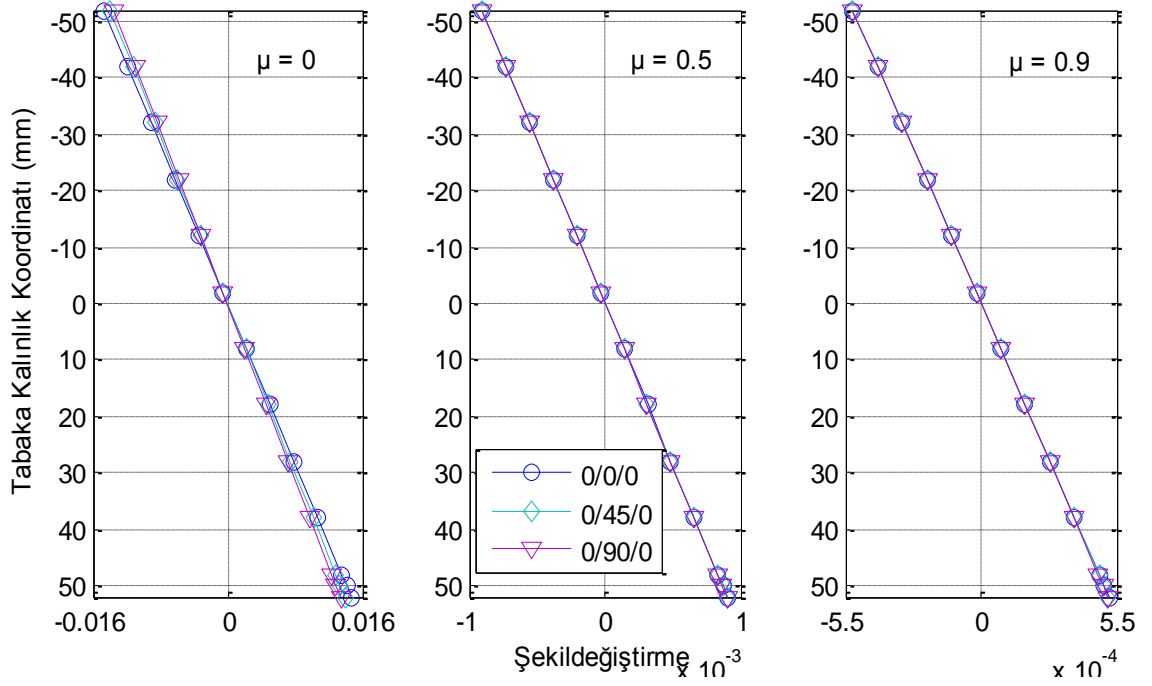


(d)

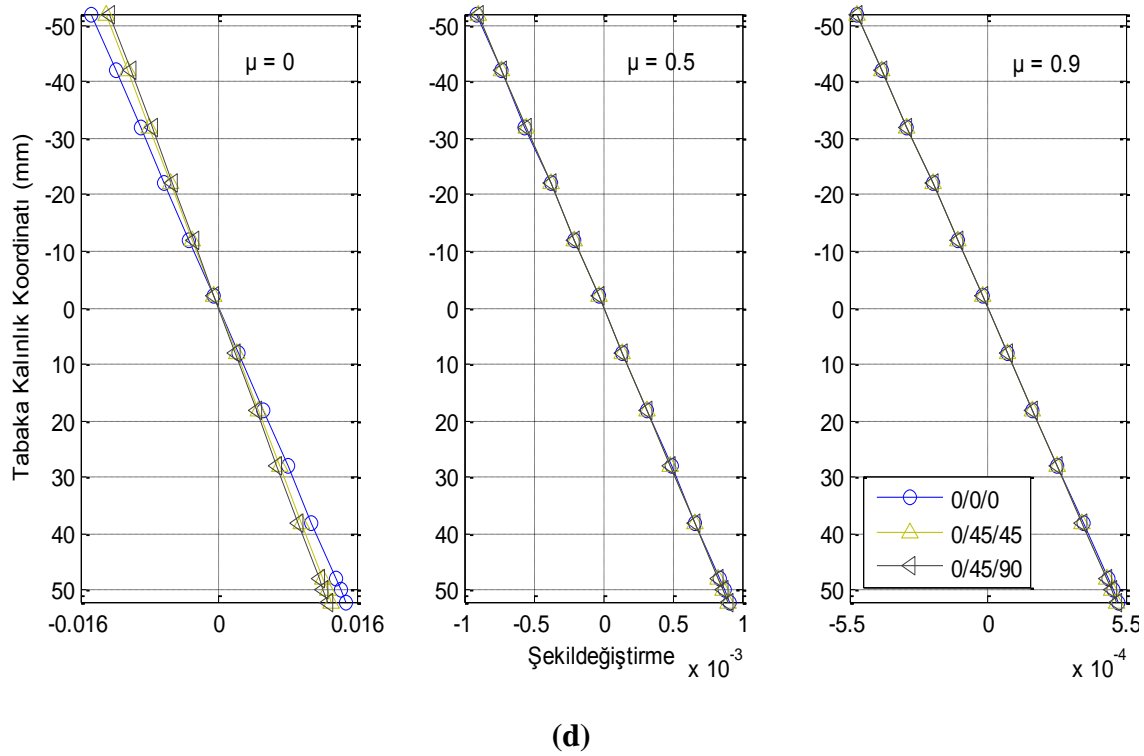
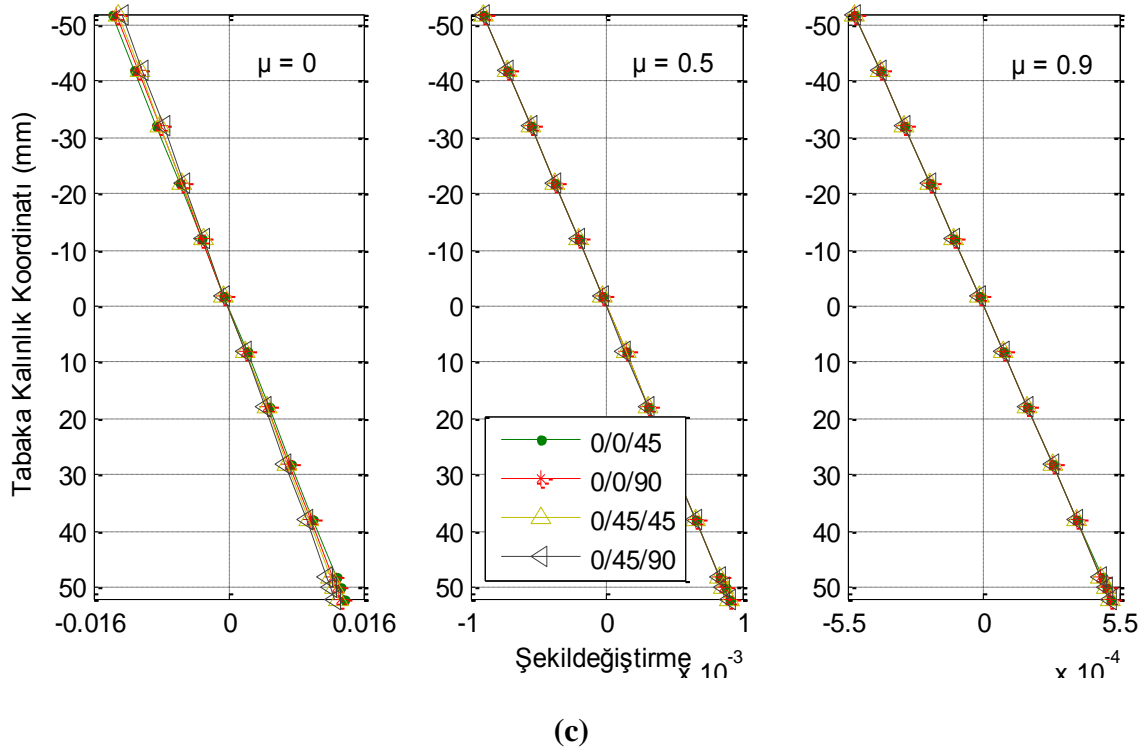
Şekil 4.40. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3)



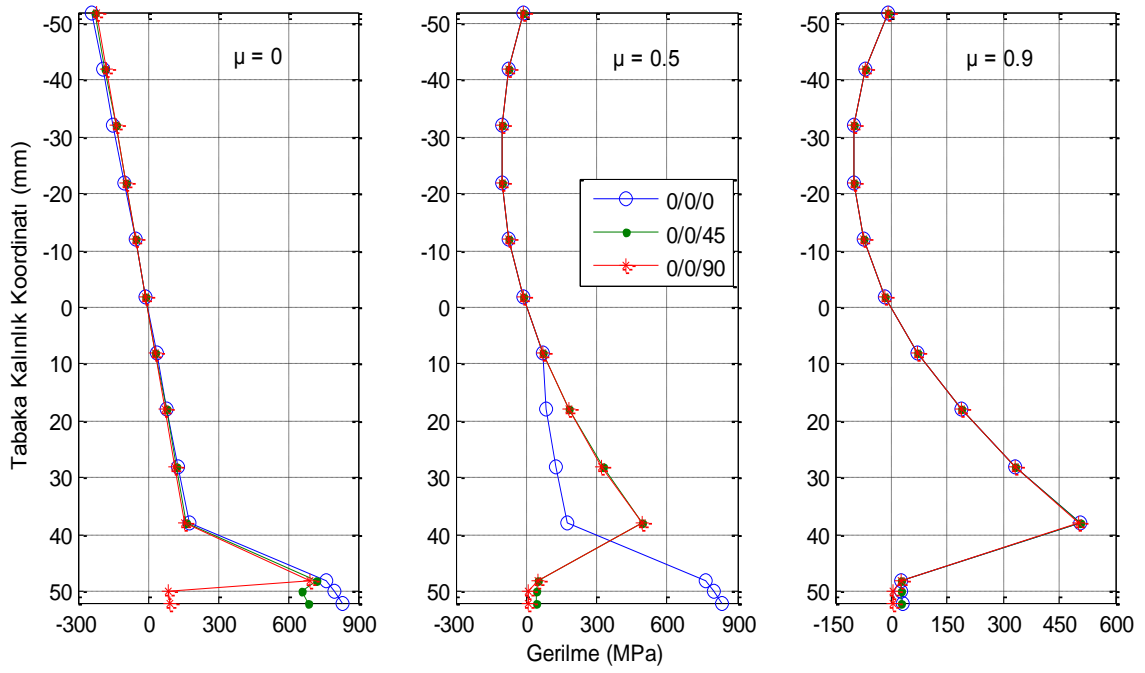
(a)



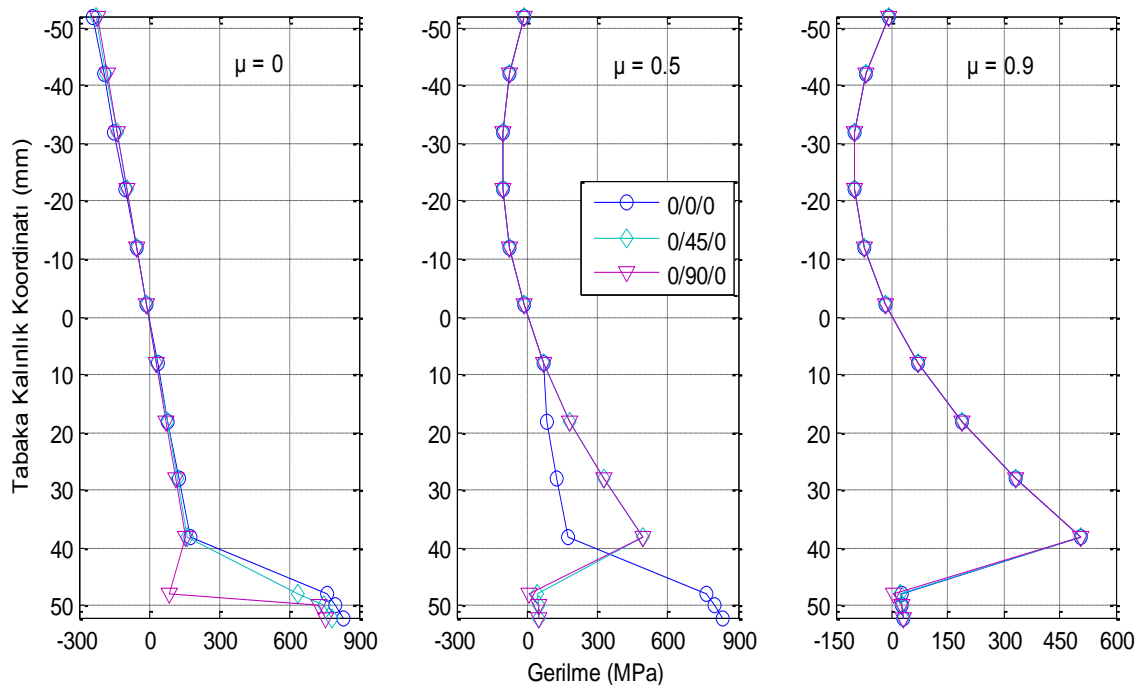
(b)



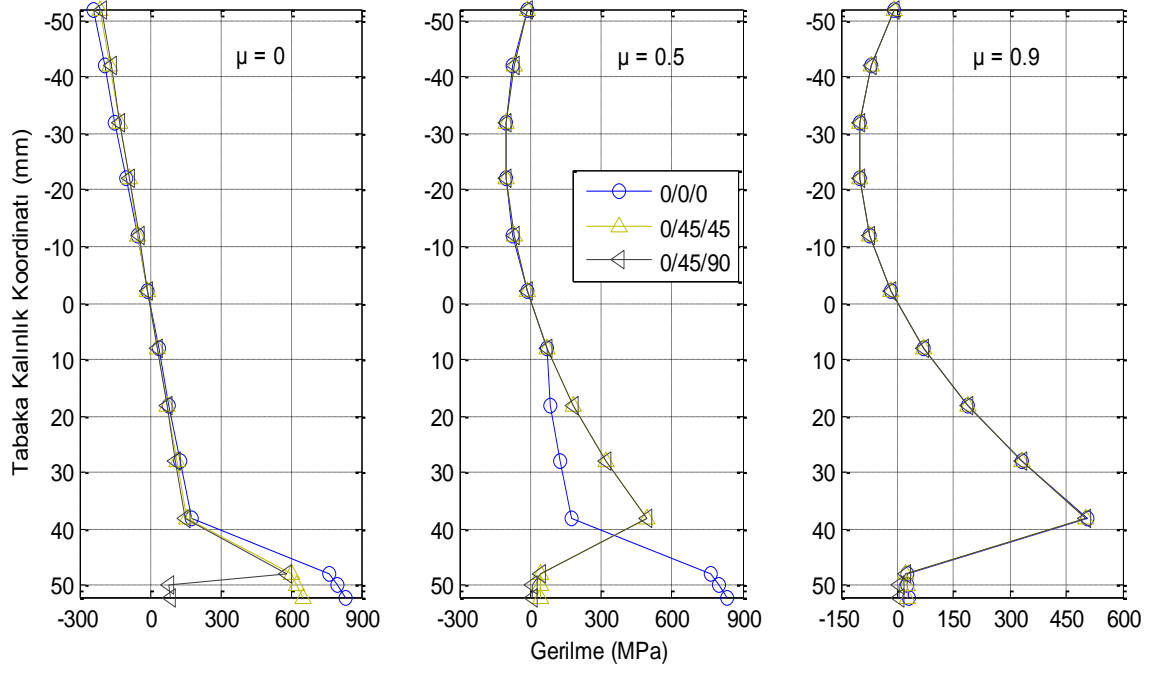
Şekil 4.41. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3)



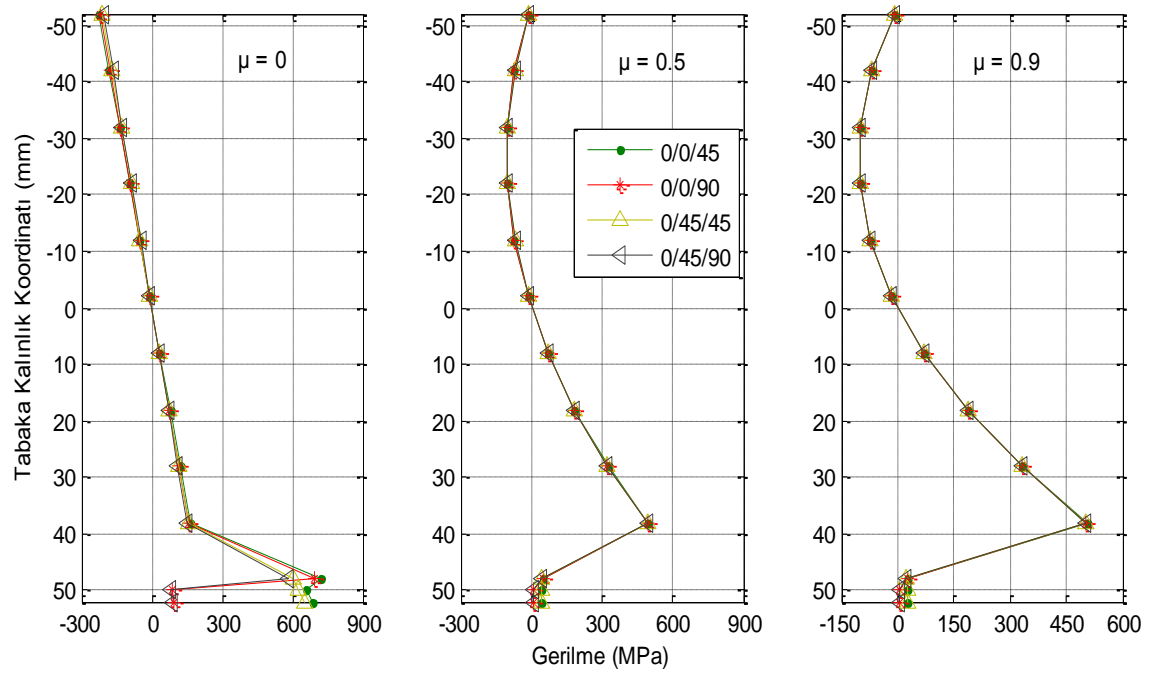
(a)



(b)

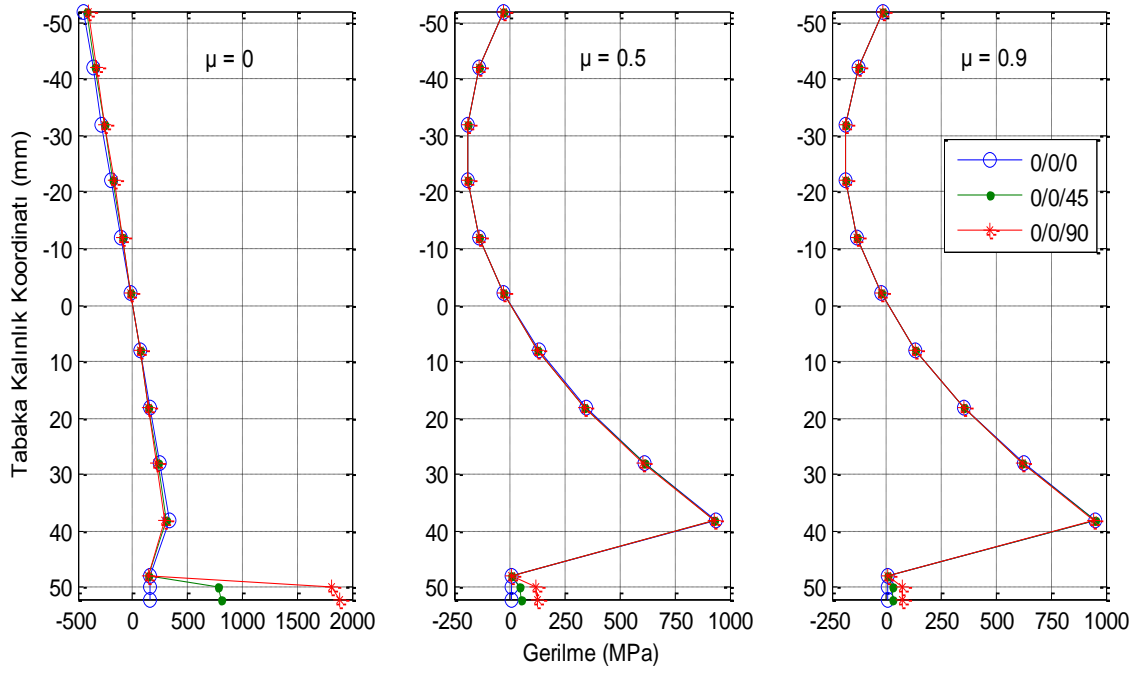


(c)

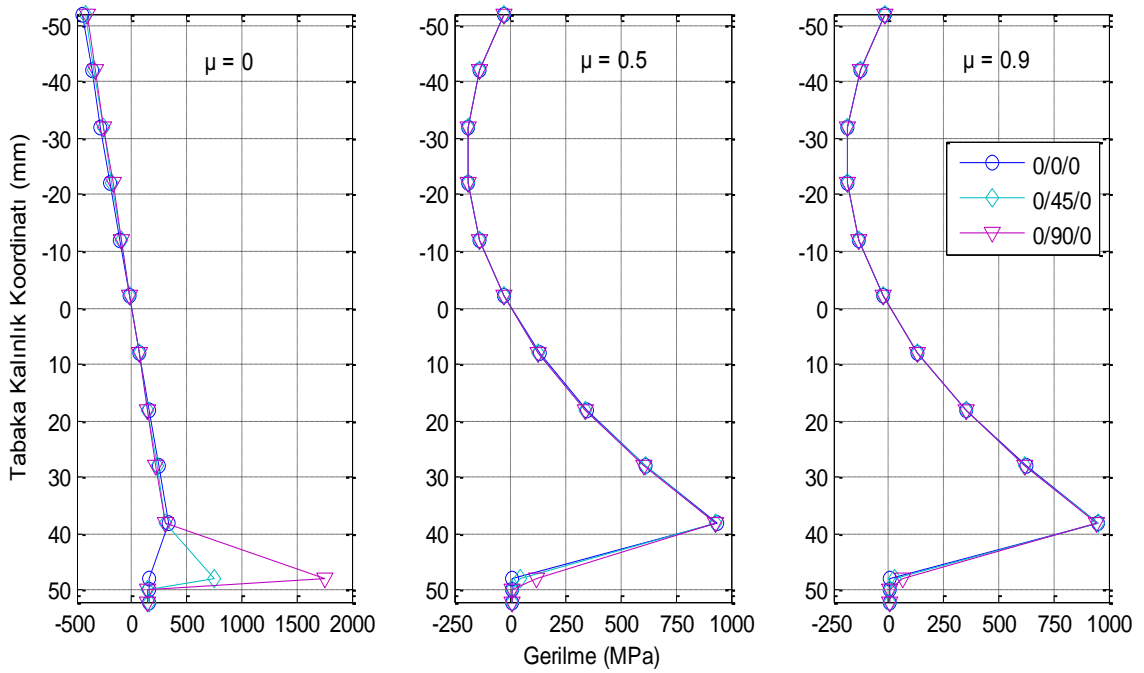


(d)

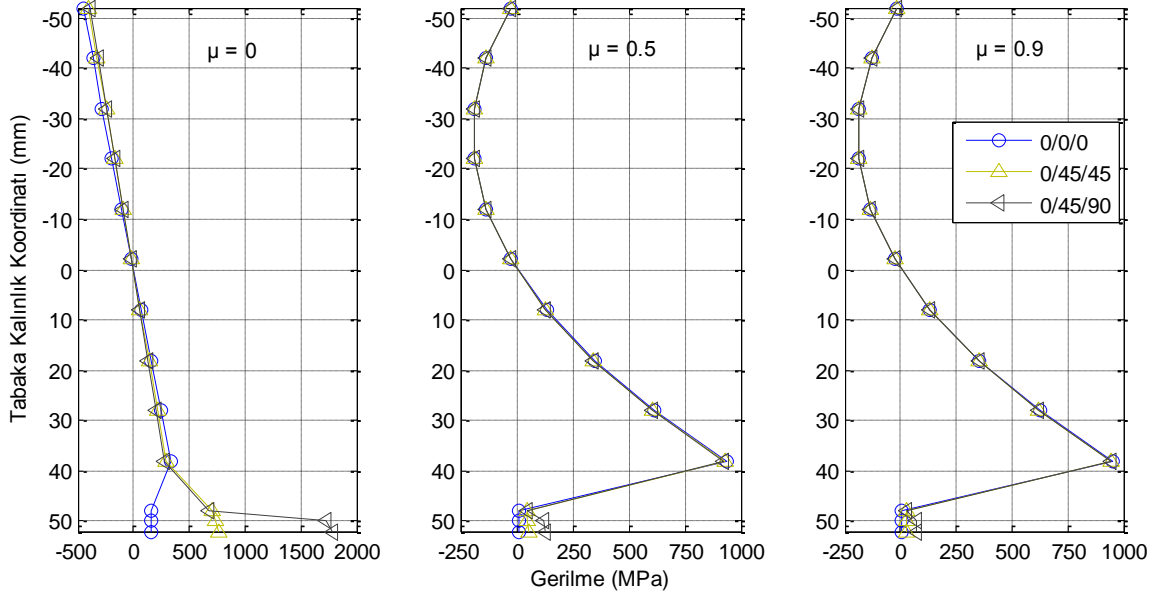
Şekil 4.42. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3)



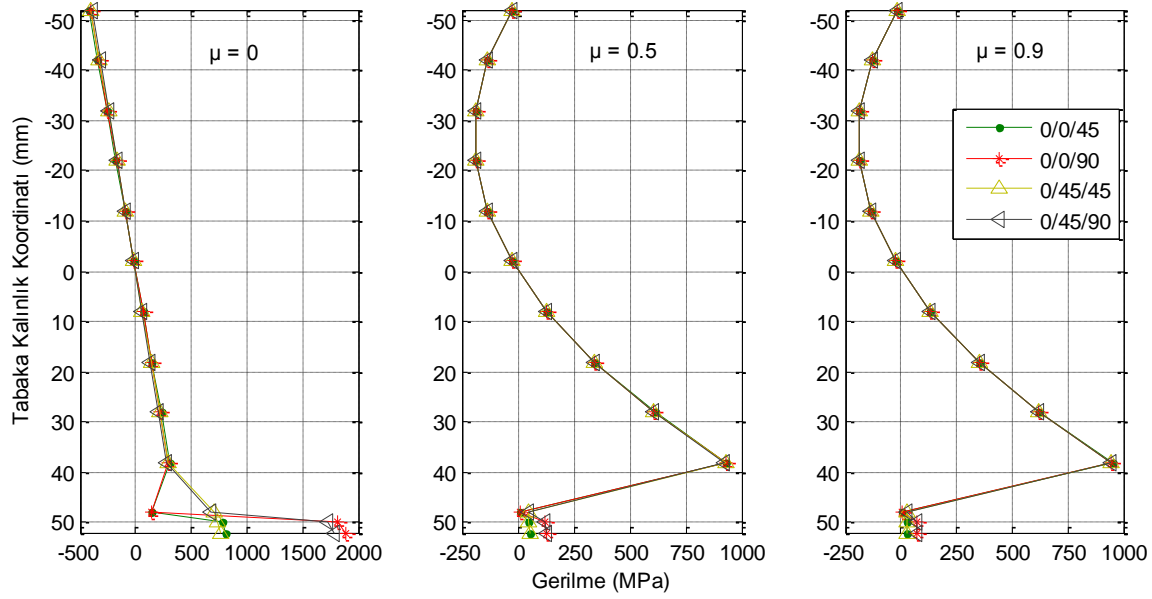
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.43. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P2, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Çizelge 4.1 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminde uzaklaştıkça ve yönlenme açıları değerleri arttıkça, bu durumun eğilme

rijitliklerine etkisi o derece artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzeleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzeleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.6'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.20-Şekil 4.21). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.7248 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %10.1753 ve $\mu=0.9$ iken %17.7356 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/90) tabakalanma düzeninin (0/0/0) tabakalanma düzeninden daha küçük çökme değeri verdiği (Çizelge 4.6). Bu sonucun ortaya çıkma sebebi, (0/90) durumuna ait D_{22} eğilme rijitliği bileşeni değerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzeninde elde edilen değerinden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.2).

Şekil 4.40-Şekil 4.41' den görüleceği gibi, şekildeğişirmeler Çizelge 4.6' da verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularındaki şekildeğişirmeler artmaktadır. Şekil 4.42-Şekil 4.43 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.3 Problem 3

Bu problemde $q_0 = 1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, dört tarafı da basit mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları 6000x2800x100 mm (axbxt) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $24 \phi 8$ 'lik S220

çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekil değiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

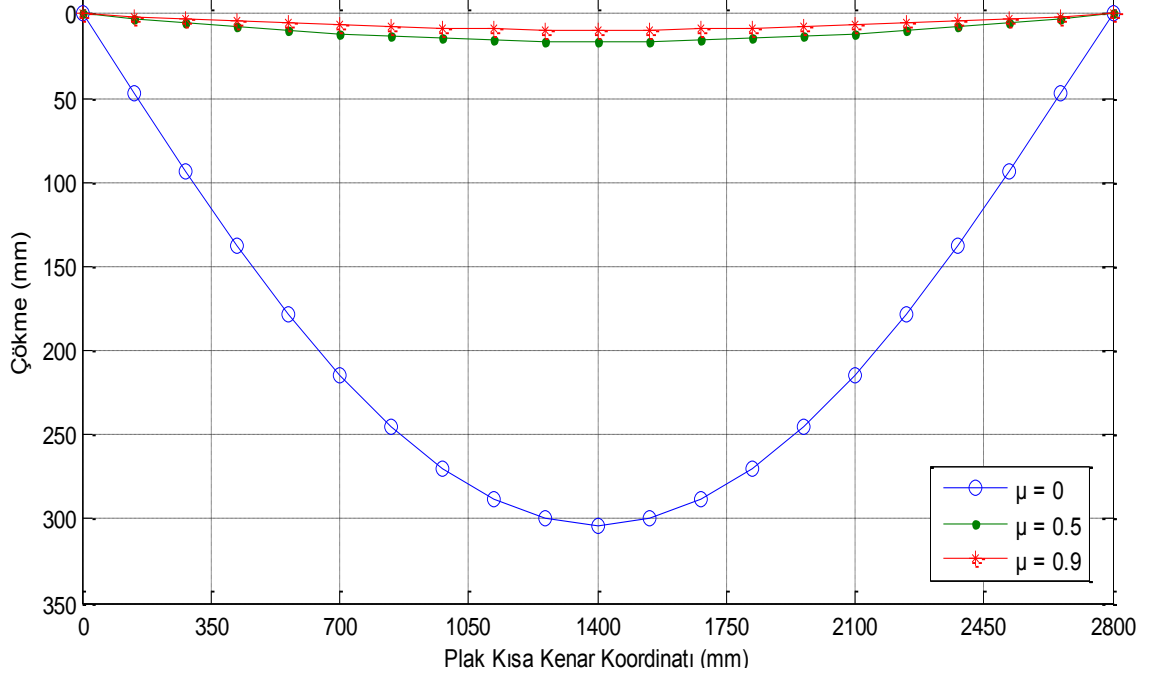
Çizelge 4.10. Problem 3'e ait çökme değerleri (mm)

DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	303.6637	305.0616	0.4603	16.6303	18.0282	8.4057	9.4696	10.8675	14.7620
0/0	293.4362	294.5942	0.3946	16.5986	17.9753	8.2941	9.4593	10.8360	14.5539
0/45	268.9509	270.1089	0.4306	16.5136	17.8903	8.3368	9.4316	10.8083	14.5967
0/90	248.9688	250.1268	0.4651	16.4326	17.8093	8.3779	9.4051	10.7818	14.6378
0/0/0	283.8679	285.2240	0.4777	16.5670	17.9231	8.1855	9.4490	10.8051	14.3518
0/0/45	260.0406	261.3967	0.5215	16.4789	17.8350	8.2293	9.4203	10.7764	14.3955
0/0/90	240.6146	241.9707	0.5636	16.3950	17.7511	8.2714	9.3928	10.7489	14.4377
0/45/0	261.7297	263.0858	0.5181	16.4857	17.8417	8.2253	9.4225	10.7786	14.3921
0/90/0	243.4668	244.8228	0.5570	16.4081	17.7642	8.2648	9.3971	10.7532	14.4310
0/45/45	241.3405	242.6966	0.5619	16.3984	17.7545	8.2697	9.3939	10.7500	14.4360
0/45/90	224.5176	225.8736	0.6040	16.3153	17.6714	8.3118	9.3666	10.7227	14.4780

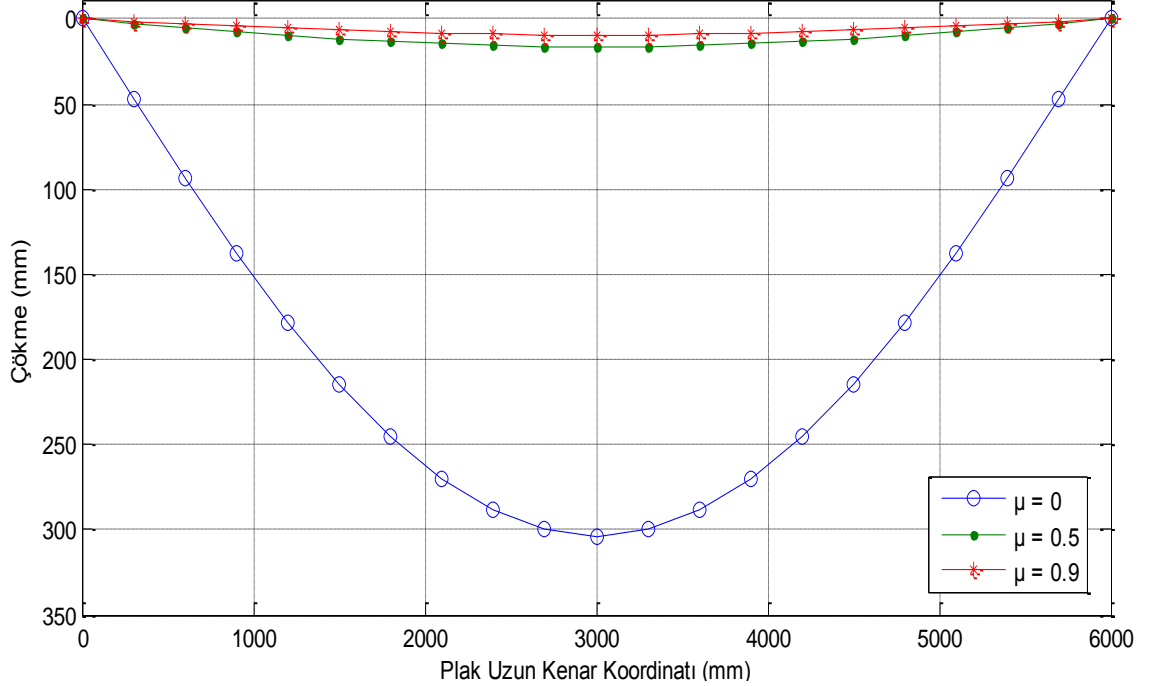
Çizelge 4.11. Durum 1'e ait analiz sonuçları

0		-50	-40	-30	-20	-10	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00416	-0.00333	-0.0025	-0.00167	-0.00083	0
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00018	-0.00014	-9.1E-05	-4.6E-05	0
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.0001	-7.8E-05	-5.2E-05	-2.6E-05	0
ε_y	$\mu=0$	-0.01911	-0.01529	-0.01147	-0.00765	-0.00382	0
	$\mu=0.5$	-0.00105	-0.00084	-0.00063	-0.00042	-0.00021	0
	$\mu=0.9$	-0.0006	-0.00048	-0.00036	-0.00024	-0.00012	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-225.002	-180.002	-135.001	-90.0008	-45.0004	0
	$\mu=0.5$	-12.3224	-59.1473	-81.3276	-78.8631	-51.7539	0
	$\mu=0.9$	-7.01654	-56.1323	-79.9885	-78.5852	-51.9224	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-567.766	-454.213	-340.66	-227.106	-113.553	0
	$\mu=0.5$	-31.094	-149.251	-205.221	-199.002	-130.595	0
	$\mu=0.9$	-17.7054	-141.643	-201.842	-198.301	-131.02	0
0		0	10	20	30	40	50
ε_x	$\mu=0$	0	0.000833	0.001665	0.002498	0.00333	0.004163
	$\mu=0.5$	0	4.56E-05	9.12E-05	0.000137	0.000182	0.000228
	$\mu=0.9$	0	2.6E-05	5.19E-05	7.79E-05	0.000104	0.00013
ε_y	$\mu=0$	0	0.003823	0.007646	0.011468	0.015291	0.019114
	$\mu=0.5$	0	0.000209	0.000419	0.000628	0.000837	0.001047
	$\mu=0.9$	0	0.000119	0.000238	0.000358	0.000477	0.000596

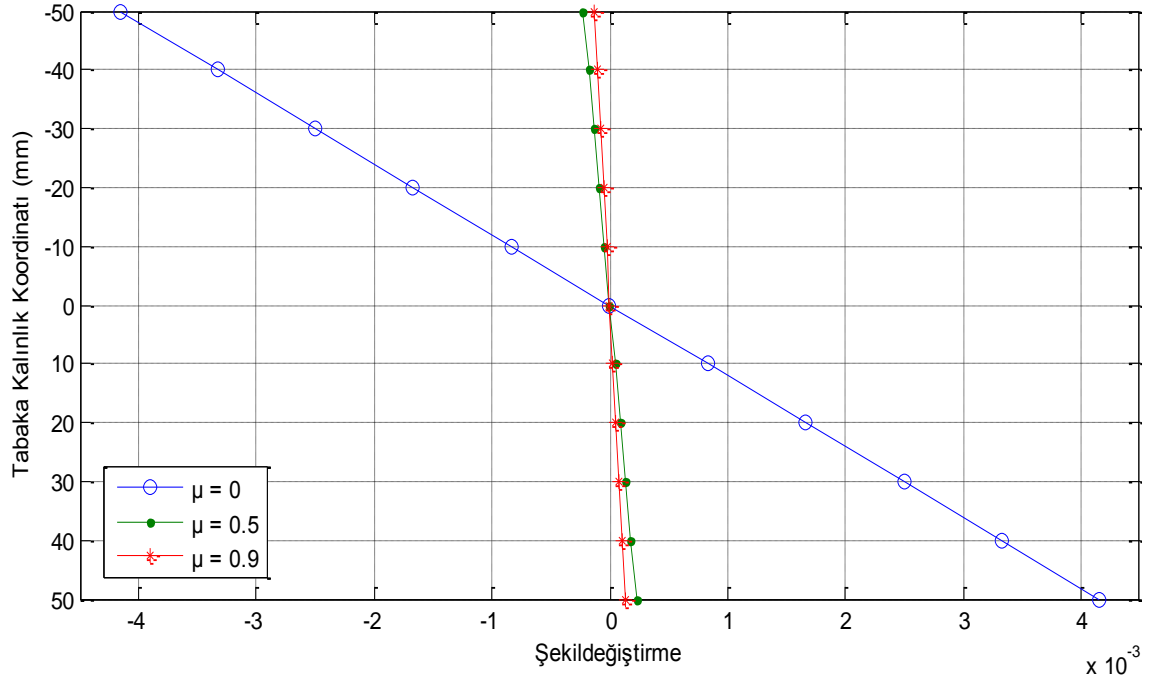
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	45.0004	90.00079	135.0012	180.0016	225.002
	$\mu=0.5$	0	76.39862	177.442	303.13	453.4628	628.4402
	$\mu=0.9$	0	77.18192	179.6234	307.3244	460.2849	638.505
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	113.5532	227.1064	340.6597	454.2129	567.7661
	$\mu=0.5$	0	192.783	447.754	764.913	1144.26	1585.795
	$\mu=0.9$	0	194.7595	453.2586	775.4971	1161.475	1611.193



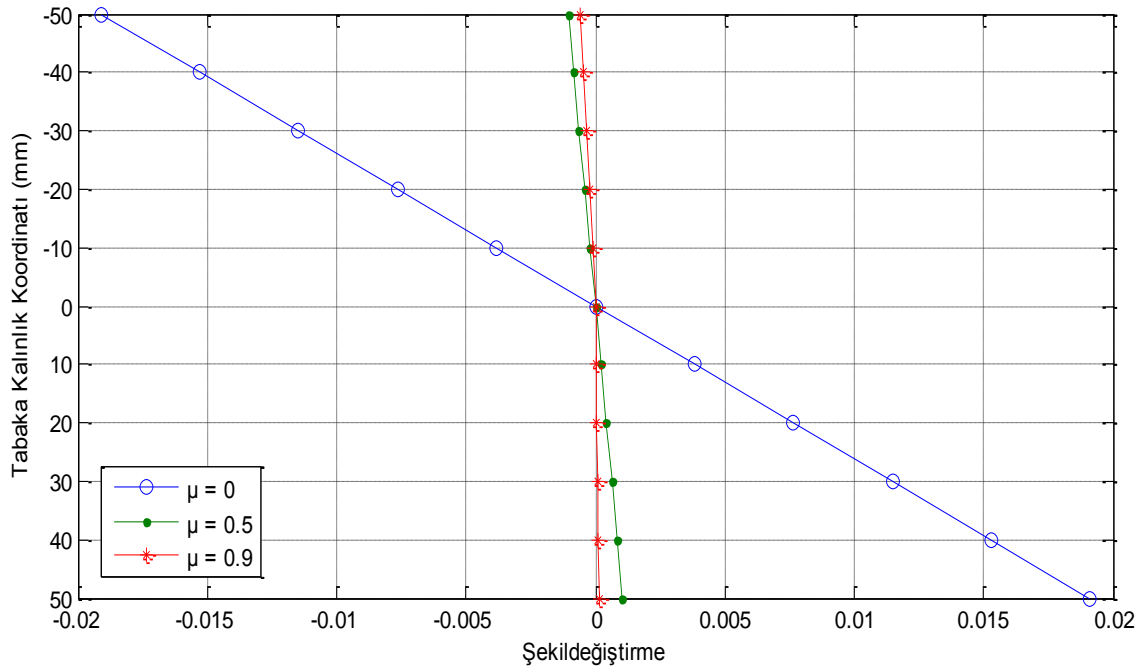
Şekil 4.44. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 1)



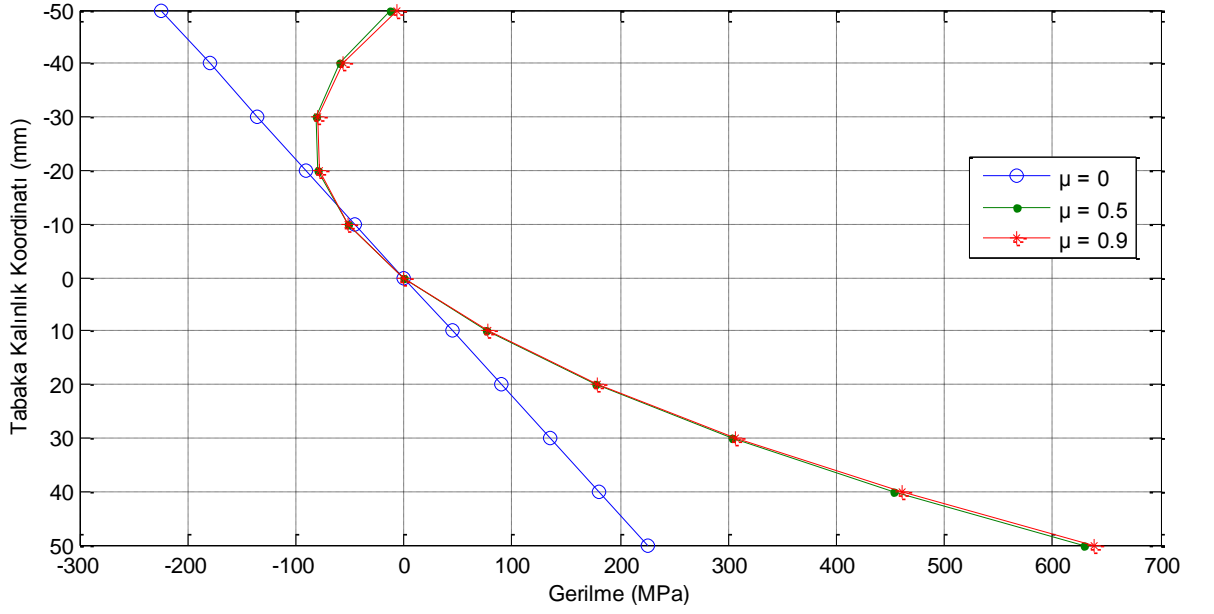
Şekil 4.45. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 1)



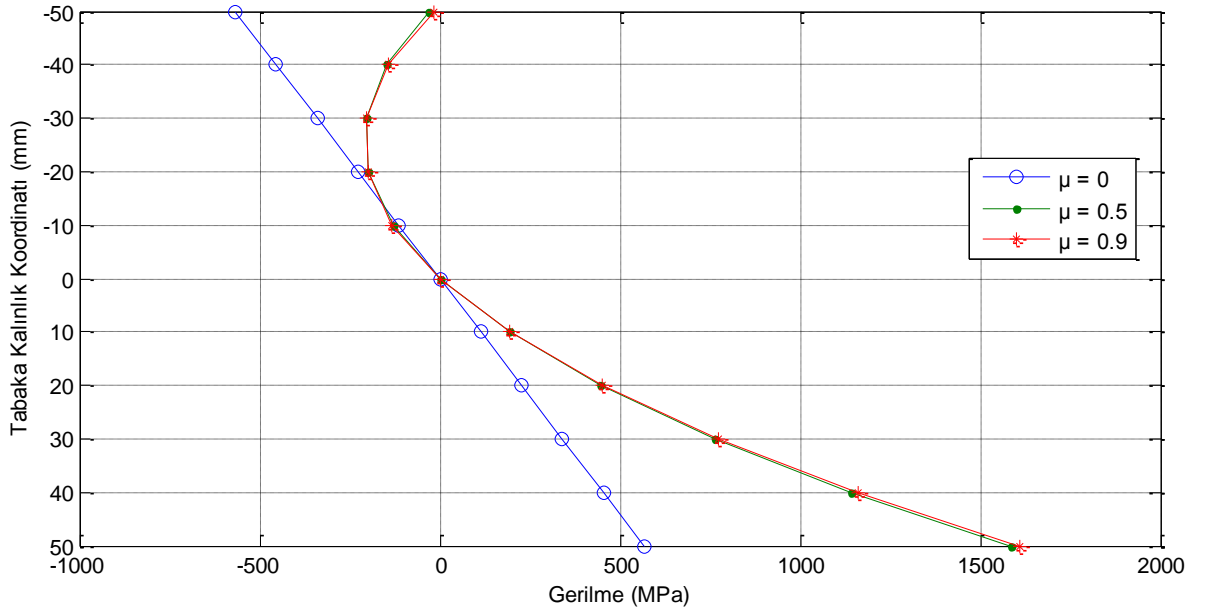
Şekil 4.46. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1)



Şekil 4.47. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1)



Şekil 4.48. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1)



Şekil 4.49. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 23.50 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 41.52 kat, $\mu=0.5$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.77 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.10'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.44-Şekil 4.45). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.4603 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %8.4057 ve $\mu=0.9$ iken %14.7620 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %94.52 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %96.88 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.06 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.10).

Plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.46-Şekil 4.47). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %94.52 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %96.88 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.06 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.11). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları ile çökme değerlerinin azalma oranları birbirinin aynısıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu ve plak ortasındaki çökme arttıkça eğriliğin arttığı ve buna paralel olarak şekildeğiştirmelerin arttığı sonucuna varılabilir.

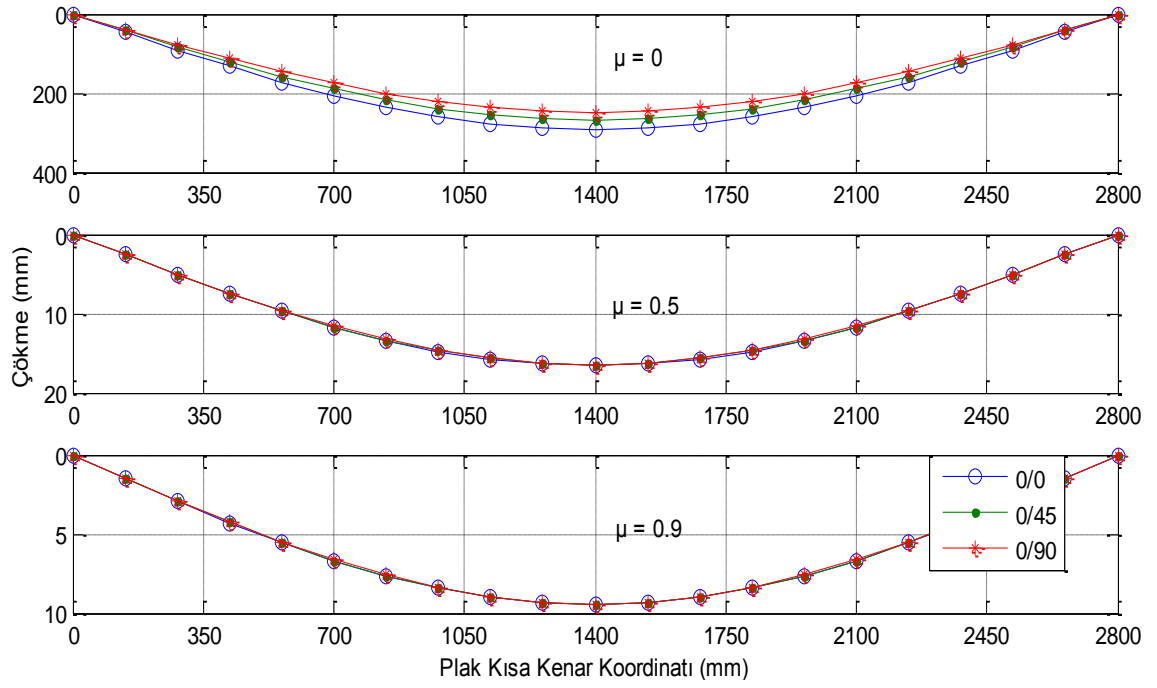
Normal gerilmeler ise plâğın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.48-Şekil4.49). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %94.52 oranında azalma en alt noktada %179.30 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %96.88 oranında azalma en alt noktada %183.78 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %43.06 oranında azalma en alt noktada %1.60 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.11). Dikkat edilirse plâğın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenini doğrultularında elastisite modülünün artarak

değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.46-Şekil 4.49).

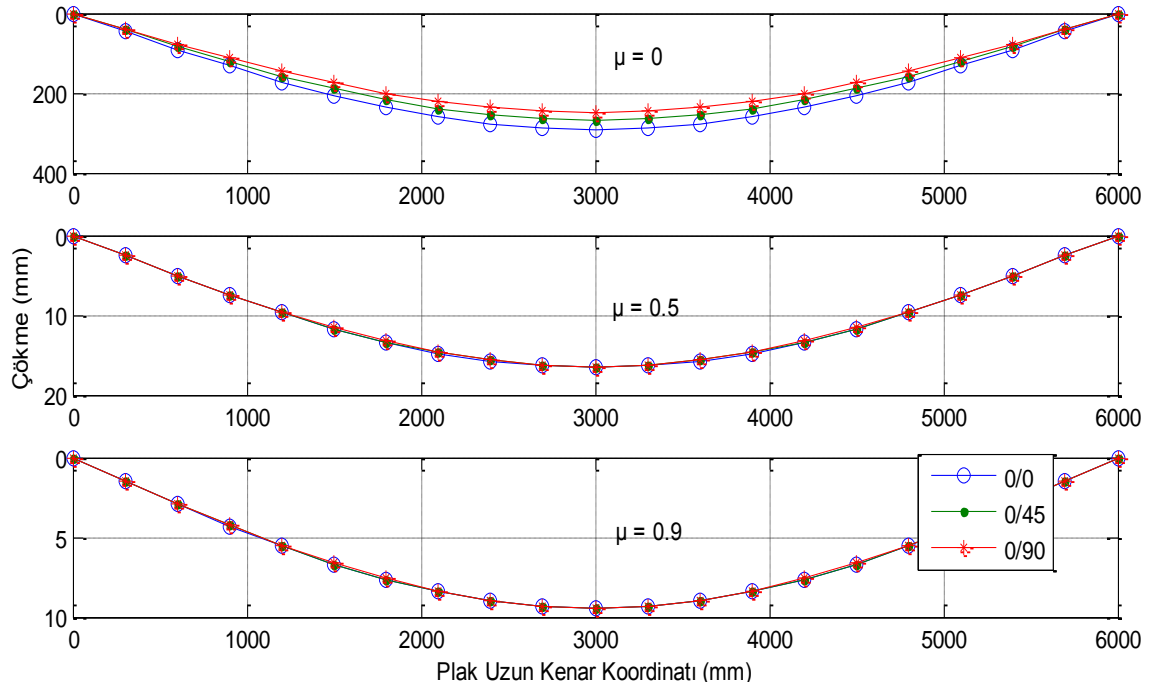
Çizelge 4.12. Durum 2'e ait analiz sonuçları

0/0		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.0041	-0.0033	-0.00249	-0.00169	-0.00088	-8E-05
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.6E-05	-5E-05	-4.6E-06
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8E-05	-5.4E-05	-2.9E-05	-2.6E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.01884	-0.01515	-0.01145	-0.00776	-0.00406	-0.00037
	$\mu=0.5$	-0.00107	-0.00086	-0.00065	-0.00044	-0.00023	-2.1E-05
	$\mu=0.9$	-0.00061	-0.00049	-0.00037	-0.00025	-0.00013	-1.2E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-221.772	-178.288	-134.803	-91.318	-47.8333	-4.34848
	$\mu=0.5$	-12.5449	-60.5105	-83.8784	-82.6485	-56.8208	-6.39542
	$\mu=0.9$	-7.1491	-57.4731	-82.5651	-82.4249	-57.0526	-6.44821
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-559.617	-449.888	-340.159	-230.43	-120.702	-10.9729
	$\mu=0.5$	-31.6555	-152.691	-211.657	-208.554	-143.381	-16.1381
	$\mu=0.9$	-18.0399	-145.027	-208.343	-207.99	-143.966	-16.2713
0/0		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000724	0.001528	0.002333	0.003137	0.003942	0.004103
	$\mu=0.5$	4.1E-05	8.65E-05	0.000132	0.000177	0.000223	0.000232
	$\mu=0.9$	2.33E-05	4.93E-05	7.52E-05	0.000101	0.000127	0.000132
ε_y	$\mu=0$	0.003325	0.007019	0.010713	0.014407	0.018101	0.018839
	$\mu=0.5$	0.000188	0.000397	0.000606	0.000815	0.001024	0.001066
	$\mu=0.9$	0.000107	0.000226	0.000345	0.000464	0.000583	0.000607
σ_x (MPa)	$\mu=0$	39.1363	82.62107	126.1059	169.5906	610.0918	634.9935
	$\mu=0.5$	68.62776	168.2487	292.4674	441.2839	34.51068	35.91928
	$\mu=0.9$	69.38831	170.4569	296.7577	448.2906	19.66704	20.46978
σ_y (MPa)	$\mu=0$	98.75586	208.4846	318.2133	427.9421	194.0796	202.0012
	$\mu=0.5$	173.1741	424.5559	738.0072	1113.528	10.97838	11.42648
	$\mu=0.9$	175.0933	430.1281	748.8333	1131.209	6.25639	6.511753
0/45		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00376	-0.00302	-0.00229	-0.00155	-0.00081	-7.4E-05
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.5E-05	-5E-05	-4.5E-06
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8E-05	-5.4E-05	-2.8E-05	-2.6E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.01727	-0.01388	-0.0105	-0.00711	-0.00372	-0.00034
	$\mu=0.5$	-0.00106	-0.00085	-0.00064	-0.00044	-0.00023	-2.1E-05
	$\mu=0.9$	-0.00061	-0.00049	-0.00037	-0.00025	-0.00013	-1.2E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-203.267	-163.411	-123.554	-83.6981	-43.8419	-3.98563
	$\mu=0.5$	-12.4806	-60.2005	-83.4486	-82.225	-56.5297	-6.36265
	$\mu=0.9$	-7.12818	-57.305	-82.3235	-82.1837	-56.8857	-6.42934
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-512.92	-412.348	-311.775	-211.202	-110.63	-10.0573
	$\mu=0.5$	-31.4933	-151.909	-210.573	-207.485	-142.646	-16.0554
	$\mu=0.9$	-17.9871	-144.602	-207.734	-207.381	-143.544	-16.2237

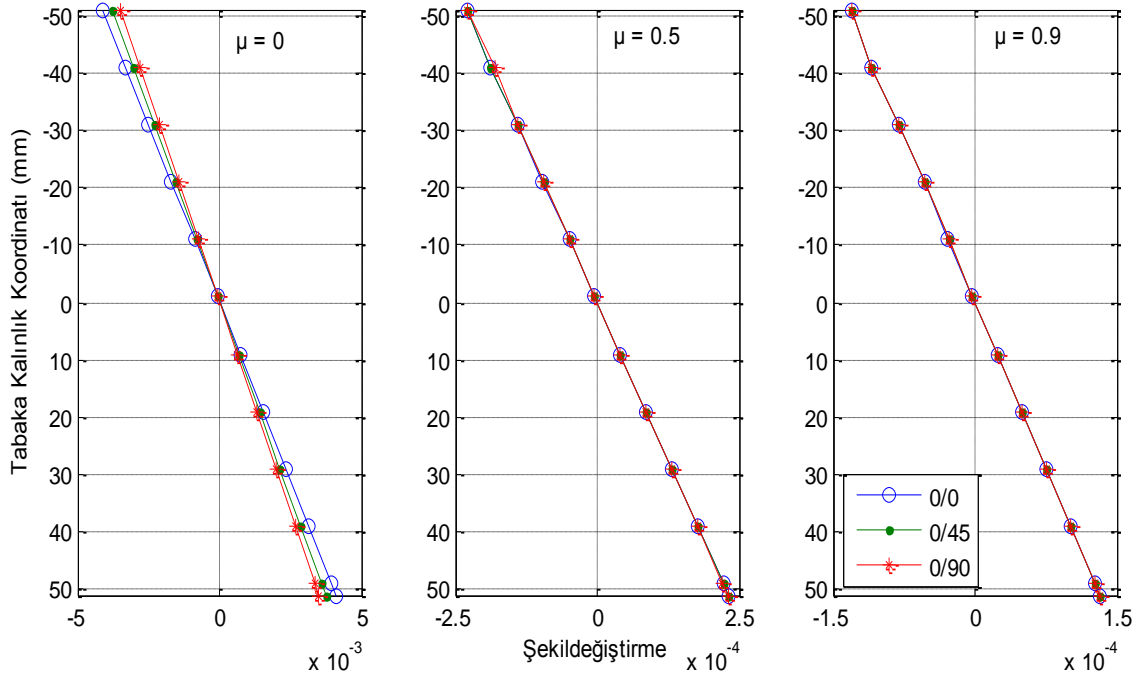
0/45		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000664	0.001401	0.002138	0.002876	0.003613	0.00376
	$\mu=0.5$	4.07E-05	8.6E-05	0.000131	0.000177	0.000222	0.000231
	$\mu=0.9$	2.33E-05	4.91E-05	7.5E-05	0.000101	0.000127	0.000132
ε_y	$\mu=0$	0.003047	0.006433	0.009819	0.013204	0.01659	0.017267
	$\mu=0.5$	0.000187	0.000395	0.000603	0.000811	0.001019	0.00106
	$\mu=0.9$	0.000107	0.000226	0.000344	0.000463	0.000582	0.000606
σ_x (MPa)	$\mu=0$	35.87063	75.72689	115.5832	155.4394	702.1833	730.8438
	$\mu=0.5$	68.27615	167.3867	290.969	439.023	43.11404	44.8738
	$\mu=0.9$	69.18527	169.9582	295.8893	446.9788	24.62421	25.62928
σ_y (MPa)	$\mu=0$	90.51534	191.0879	291.6605	392.2331	883.8649	919.941
	$\mu=0.5$	172.2869	422.3807	734.2261	1107.823	54.26929	56.48437
	$\mu=0.9$	174.5809	428.8695	746.642	1127.899	30.99544	32.26056
0/90		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00348	-0.0028	-0.00212	-0.00143	-0.00075	-6.8E-05
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00018	-0.00014	-9.5E-05	-5E-05	-4.5E-06
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8E-05	-5.4E-05	-2.8E-05	-2.6E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.01598	-0.01285	-0.00972	-0.00658	-0.00345	-0.00031
	$\mu=0.5$	-0.00106	-0.00085	-0.00064	-0.00043	-0.00023	-2.1E-05
	$\mu=0.9$	-0.0006	-0.00049	-0.00037	-0.00025	-0.00013	-1.2E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-188.165	-151.27	-114.375	-77.4797	-40.5846	-3.68951
	$\mu=0.5$	-12.4194	-59.9053	-83.0394	-81.8218	-56.2525	-6.33145
	$\mu=0.9$	-7.10817	-57.1441	-82.0924	-81.9531	-56.726	-6.41129
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-474.812	-381.712	-288.611	-195.511	-102.41	-9.31004
	$\mu=0.5$	-31.3389	-151.164	-209.54	-206.468	-141.947	-15.9767
	$\mu=0.9$	-17.9366	-144.197	-207.151	-206.799	-143.141	-16.1781
0/90		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000614	0.001297	0.001979	0.002662	0.003345	0.003481
	$\mu=0.5$	4.05E-05	8.56E-05	0.000131	0.000176	0.000221	0.00023
	$\mu=0.9$	2.32E-05	4.9E-05	7.48E-05	0.000101	0.000126	0.000132
ε_y	$\mu=0$	0.002821	0.005955	0.009089	0.012223	0.015358	0.015984
	$\mu=0.5$	0.000186	0.000393	0.0006	0.000807	0.001014	0.001055
	$\mu=0.9$	0.000107	0.000225	0.000343	0.000462	0.00058	0.000604
σ_x (MPa)	$\mu=0$	33.20557	70.10066	106.9957	143.8908	80.033	83.29965
	$\mu=0.5$	67.94134	166.5659	289.5421	436.8701	5.28239	5.497998
	$\mu=0.9$	68.99109	169.4811	295.0589	445.7243	3.02335	3.146752
σ_y (MPa)	$\mu=0$	83.79037	176.8908	269.9912	363.0916	2174.081	2262.819
	$\mu=0.5$	171.442	420.3094	730.6256	1102.391	143.4951	149.3521
	$\mu=0.9$	174.0909	427.6658	744.5465	1124.733	82.12871	85.48091



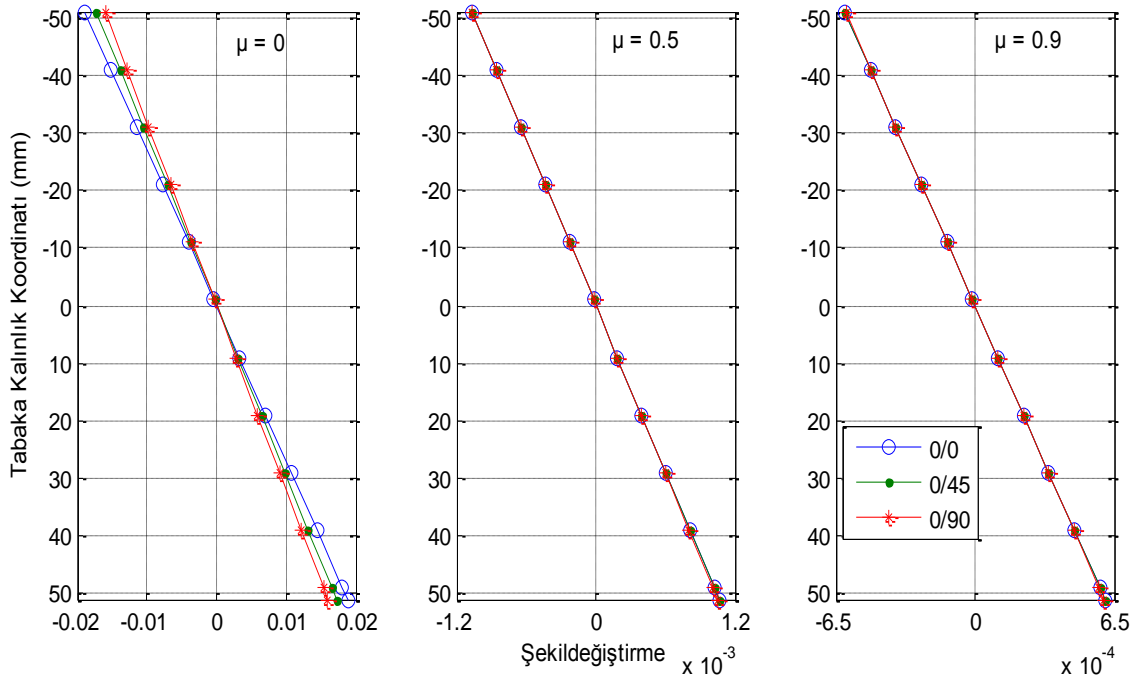
Şekil 4.50. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 2)



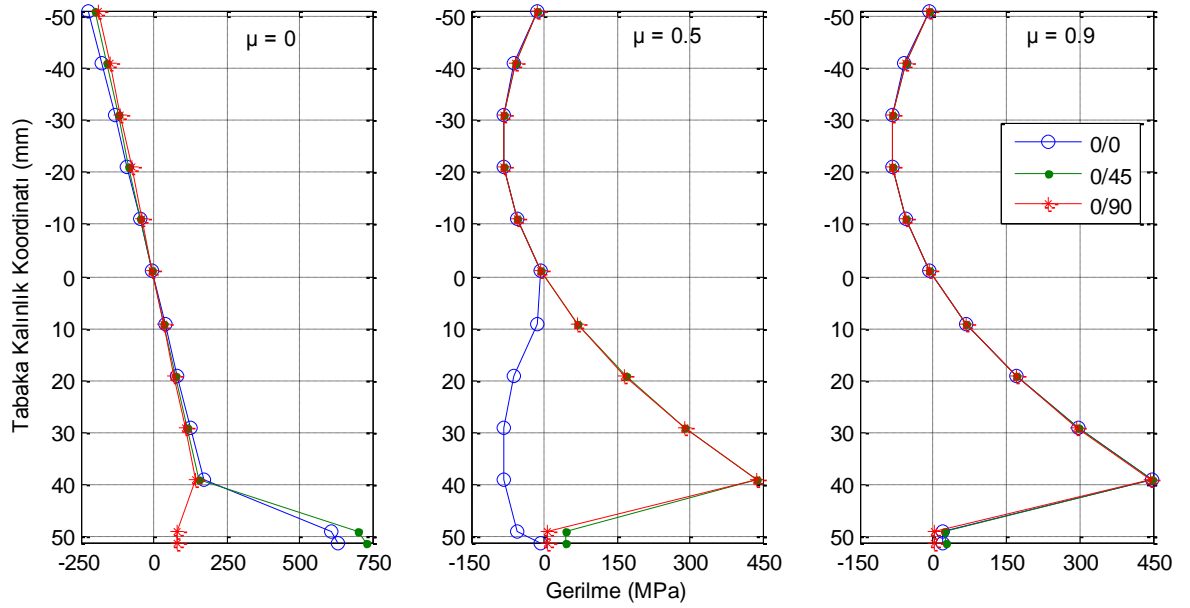
Şekil 4.51. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 2)



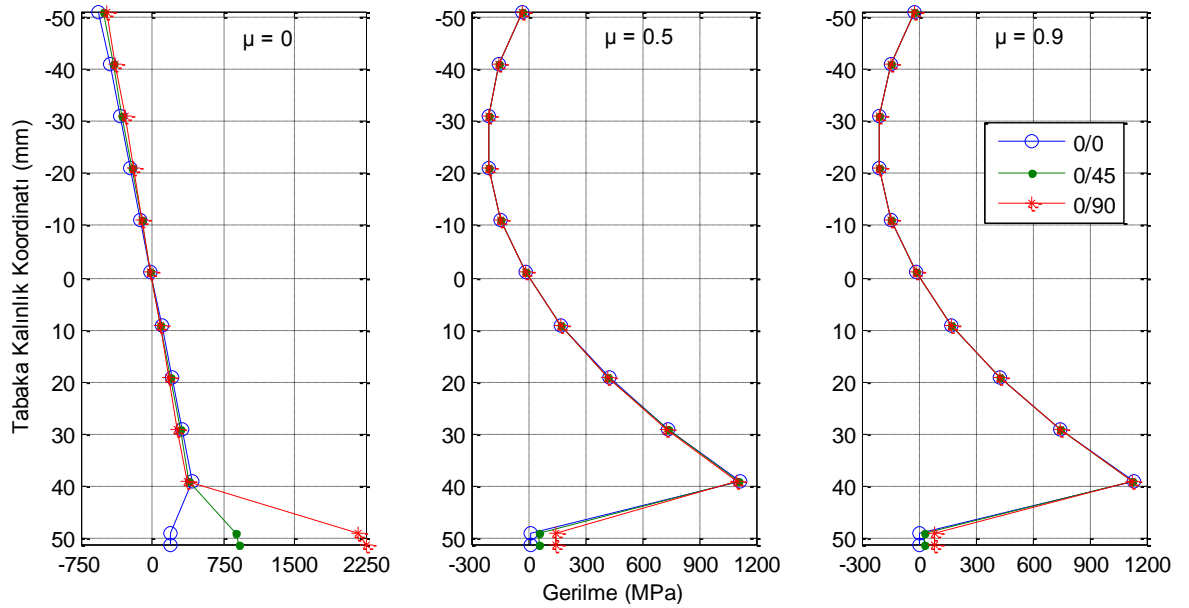
Şekil 4.52. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2)



Şekil 4.53. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2)



Şekil 4.54. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2)



Şekil 4.55. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 18, 21 ve 23 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 32, 37 ve 41 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.756, 1.763 ve 1.767 kat artış görülmüştür.

(Çizelge 4.1). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.7). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.50-Şekil 4.51). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.4651 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %8.3779 ve $\mu=0.9$ iken %14.6378 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1' ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %3.37 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %11.43 oranında ve (0/90) olması durumunda %18.01 oranında azalmıştır (Çizelge 4.10). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucu çıkmaktadır.

Şekil 4.52 ve Şekil 4.53'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri, yönlenme açısının ve non-homojenlik katsayısının artışıyla azalmıştır. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.12 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.54-Şekil 4.55). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucu çıkarılmaktadır.

Çizelge 4.13. Durum 3'e ait analiz sonuçları

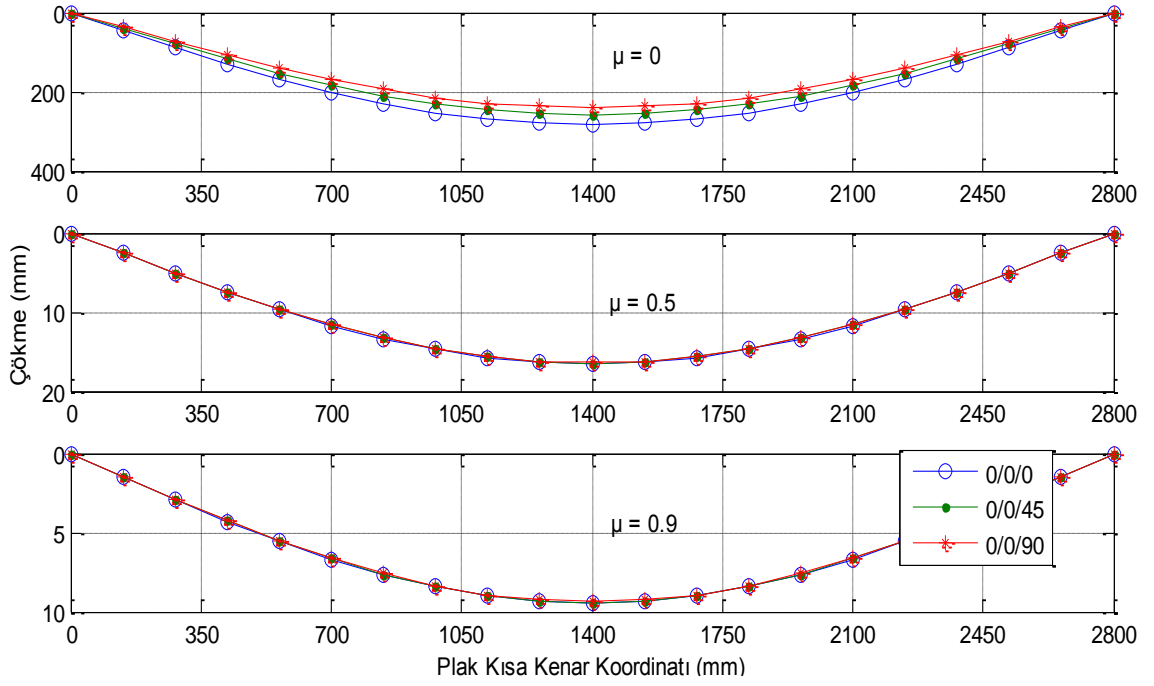
0/0/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00405	-0.00327	-0.00249	-0.00171	-0.00093	-0.00016	0.000623
	$\mu=0.5$	-0.00024	-0.00019	-0.00015	-1E-04	-5.5E-05	-9.1E-06	3.63E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.3E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.07E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01858	-0.01501	-0.01144	-0.00786	-0.00429	-0.00071	0.002859
	$\mu=0.5$	-0.00108	-0.00088	-0.00067	-0.00046	-0.00025	-4.2E-05	0.000167
	$\mu=0.9$	-0.00062	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.52E-05

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-218.747	-176.681	-134.614	-92.547	-50.4802	-8.41337	33.65346
	$\mu=0.5$	-12.7665	-61.8684	-86.4194	-86.4194	-61.8684	-12.7665	60.88636
	$\mu=0.9$	-7.28137	-58.811	-85.136	-86.2562	-62.1717	-12.8824	61.61155
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-551.984	-445.833	-339.682	-233.532	-127.381	-21.2301	84.92056
	$\mu=0.5$	-32.2148	-156.118	-218.069	-218.069	-156.118	-32.2148	153.6396
	$\mu=0.9$	-18.3737	-148.403	-214.831	-217.657	-156.883	-32.5073	155.4695
0/0/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000623	0.001401	0.002179	0.002957	0.003736	0.003891	0.004047
	$\mu=0.5$	3.63E-05	8.18E-05	0.000127	0.000173	0.000218	0.000227	0.000236
	$\mu=0.9$	2.07E-05	4.66E-05	7.25E-05	9.84E-05	0.000124	0.00013	0.000135
ε_y	$\mu=0$	0.002859	0.006432	0.010006	0.013579	0.017153	0.017868	0.018582
	$\mu=0.5$	0.000167	0.000375	0.000584	0.000793	0.001001	0.001043	0.001085
	$\mu=0.9$	9.52E-05	0.000214	0.000333	0.000452	0.000571	0.000595	0.000619
σ_x (MPa)	$\mu=0$	33.65346	75.72029	117.7871	159.8539	578.1531	602.2428	626.3325
	$\mu=0.5$	60.88636	159.0902	281.8449	429.1506	33.74205	35.14796	36.55388
	$\mu=0.9$	61.61155	161.3103	286.2137	436.3218	19.24476	20.04663	20.84849
σ_y (MPa)	$\mu=0$	84.92056	191.0713	297.222	403.3727	183.9194	191.5827	199.246
	$\mu=0.5$	153.6396	401.4454	711.2026	1082.911	10.73387	11.18111	11.62836
	$\mu=0.9$	155.4695	407.0475	722.2267	1101.007	6.122057	6.377142	6.632228
0/0/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00371	-0.00299	-0.00228	-0.00157	-0.00086	-0.00014	0.00057
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.9E-05	-5.4E-05	-9E-06	3.61E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.3E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.07E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.01702	-0.01375	-0.01048	-0.0072	-0.00393	-0.00065	0.002619
	$\mu=0.5$	-0.00108	-0.00087	-0.00066	-0.00046	-0.00025	-4.1E-05	0.000166
	$\mu=0.9$	-0.00062	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.49E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-200.386	-161.85	-123.315	-84.7788	-46.243	-7.70717	30.82866
	$\mu=0.5$	-12.6986	-61.5393	-85.9597	-85.9597	-61.5393	-12.6986	60.5625
	$\mu=0.9$	-7.25922	-58.6322	-84.8771	-85.9939	-61.9826	-12.8432	61.42421
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-505.651	-408.411	-311.17	-213.929	-116.689	-19.4481	77.79251
	$\mu=0.5$	-32.0434	-155.287	-216.909	-216.909	-155.287	-32.0434	152.8224
	$\mu=0.9$	-18.3178	-147.951	-214.177	-216.996	-156.406	-32.4084	154.9968
0/0/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.00057	0.001283	0.001996	0.002709	0.003422	0.003565	0.003707
	$\mu=0.5$	3.61E-05	8.13E-05	0.000126	0.000172	0.000217	0.000226	0.000235
	$\mu=0.9$	2.07E-05	4.65E-05	7.23E-05	9.81E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ε_y	$\mu=0$	0.002619	0.005892	0.009166	0.01244	0.015713	0.016368	0.017023
	$\mu=0.5$	0.000166	0.000373	0.000581	0.000788	0.000996	0.001037	0.001079
	$\mu=0.9$	9.49E-05	0.000213	0.000332	0.000451	0.000569	0.000593	0.000617
σ_x (MPa)	$\mu=0$	30.82866	69.36449	107.9003	146.4361	529.6241	692.7755	720.4865
	$\mu=0.5$	60.5625	158.2439	280.3457	426.8679	33.56257	43.90156	45.65762
	$\mu=0.9$	61.42421	160.8197	285.3434	434.9951	19.18624	25.09659	26.10046
σ_y (MPa)	$\mu=0$	77.79251	175.0332	272.2738	369.5144	168.4816	872.023	906.9039
	$\mu=0.5$	152.8224	399.31	707.4196	1077.151	10.67677	55.26057	57.47099
	$\mu=0.9$	154.9968	405.8098	720.0306	1097.659	6.103441	31.59004	32.85364

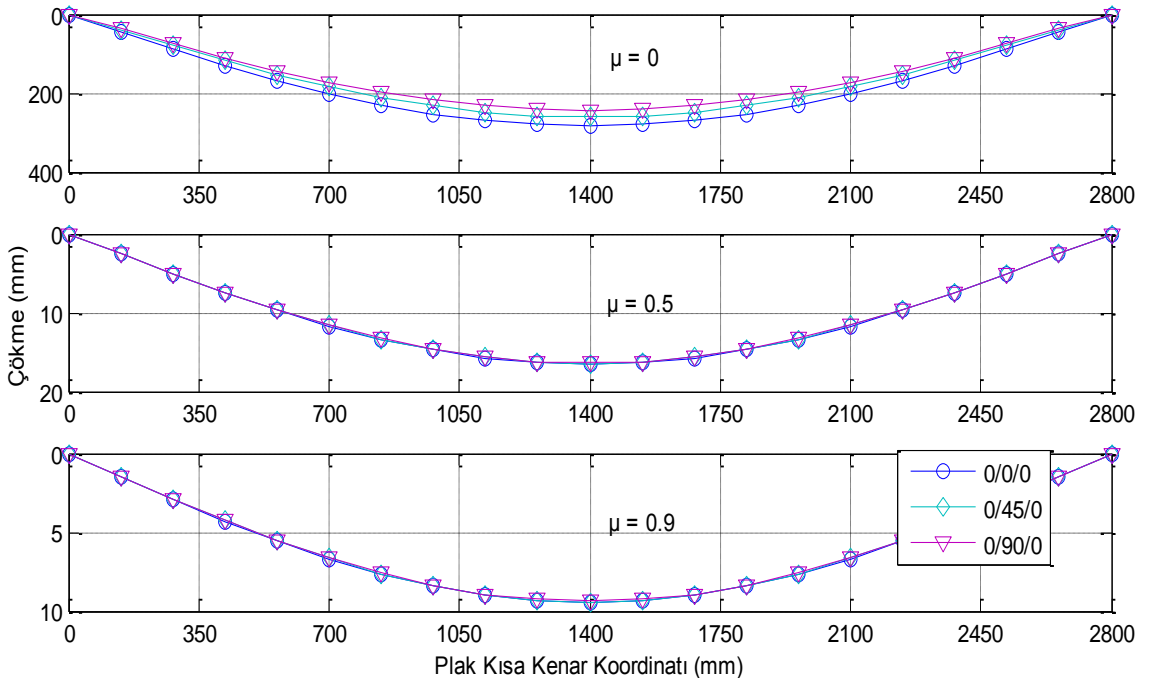
0/0/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00343	-0.00277	-0.00211	-0.00145	-0.00079	-0.00013	0.000528
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.9E-05	-5.4E-05	-9E-06	3.6E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.2E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.06E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01575	-0.01272	-0.00969	-0.00666	-0.00363	-0.00061	0.002423
	$\mu=0.5$	-0.00107	-0.00087	-0.00066	-0.00045	-0.00025	-4.1E-05	0.000165
	$\mu=0.9$	-0.00061	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.46E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-185.417	-149.76	-114.103	-78.4455	-42.7885	-7.13141	28.52564
	$\mu=0.5$	-12.6339	-61.2261	-85.5221	-85.5221	-61.2261	-12.6339	60.25422
	$\mu=0.9$	-7.23806	-58.4612	-84.6296	-85.7431	-61.8019	-12.8058	61.24508
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-467.877	-377.901	-287.924	-197.948	-107.972	-17.9953	71.98111
	$\mu=0.5$	-31.8803	-154.497	-215.805	-215.805	-154.497	-31.8803	152.0445
	$\mu=0.9$	-18.2644	-147.52	-213.553	-216.363	-155.95	-32.3139	154.5448
0/0/90		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000528	0.001187	0.001847	0.002507	0.003166	0.003298	0.00343
	$\mu=0.5$	3.6E-05	8.09E-05	0.000126	0.000171	0.000216	0.000225	0.000234
	$\mu=0.9$	2.06E-05	4.64E-05	7.21E-05	9.79E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ϵ_y	$\mu=0$	0.002423	0.005452	0.008481	0.01151	0.014539	0.015145	0.015751
	$\mu=0.5$	0.000165	0.000372	0.000578	0.000784	0.000991	0.001032	0.001073
	$\mu=0.9$	9.46E-05	0.000213	0.000331	0.000449	0.000568	0.000591	0.000615
σ_x (MPa)	$\mu=0$	28.52564	64.18269	99.83974	135.4968	490.0592	78.92597	82.08301
	$\mu=0.5$	60.25422	157.4384	278.9187	424.6951	33.39173	5.37787	5.592985
	$\mu=0.9$	61.24508	160.3508	284.5113	433.7266	19.13029	3.08101	3.20425
σ_y (MPa)	$\mu=0$	71.98111	161.9575	251.9339	341.9103	155.8954	2144.009	2229.769
	$\mu=0.5$	152.0445	397.2775	703.8187	1071.668	10.62242	146.0888	151.9324
	$\mu=0.9$	154.5448	404.6264	717.9308	1094.458	6.085642	83.69504	87.04284
0/45/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00373	-0.00301	-0.0023	-0.00158	-0.00086	-0.00014	0.000574
	$\mu=0.5$	-0.00024	-0.00019	-0.00014	-9.9E-05	-5.4E-05	-9E-06	3.62E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.3E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.07E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.01713	-0.01384	-0.01054	-0.00725	-0.00395	-0.00066	0.002636
	$\mu=0.5$	-0.00108	-0.00087	-0.00066	-0.00046	-0.00025	-4.2E-05	0.000166
	$\mu=0.9$	-0.00062	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.49E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-201.688	-162.902	-124.116	-85.3295	-46.5434	-7.75723	31.0289
	$\mu=0.5$	-12.7038	-61.5645	-85.9948	-85.9948	-61.5645	-12.7038	60.58727
	$\mu=0.9$	-7.26092	-58.6459	-84.8969	-86.014	-61.9971	-12.8462	61.43857
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-508.936	-411.063	-313.191	-215.319	-117.447	-19.5745	78.2978
	$\mu=0.5$	-32.0565	-155.351	-216.998	-216.998	-155.351	-32.0565	152.8849
	$\mu=0.9$	-18.3221	-147.986	-214.227	-217.046	-156.442	-32.416	155.033
0/45/0		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000574	0.001292	0.002009	0.002727	0.003444	0.003588	0.003731
	$\mu=0.5$	3.62E-05	8.14E-05	0.000127	0.000172	0.000217	0.000226	0.000235
	$\mu=0.9$	2.07E-05	4.65E-05	7.23E-05	9.82E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ϵ_y	$\mu=0$	0.002636	0.005931	0.009226	0.01252	0.015815	0.016474	0.017133
	$\mu=0.5$	0.000166	0.000374	0.000581	0.000789	0.000996	0.001038	0.001079
	$\mu=0.9$	9.49E-05	0.000214	0.000332	0.000451	0.000569	0.000593	0.000617

σ_x (MPa)	$\mu=0$	31.0289	69.81503	108.6012	147.3873	669.3843	555.2752	577.4862
	$\mu=0.5$	60.58727	158.3087	280.4604	427.0426	42.16274	34.97531	36.37432
	$\mu=0.9$	61.43857	160.8574	285.4101	435.0968	24.09836	19.99034	20.78996
σ_y (MPa)	$\mu=0$	78.2978	176.1701	274.0423	371.9146	842.5796	176.6416	183.7073
	$\mu=0.5$	152.8849	399.4734	707.709	1077.592	53.07185	11.12619	11.57123
	$\mu=0.9$	155.033	405.9047	720.1989	1097.916	30.33353	6.359238	6.613607
0/90/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00347	-0.0028	-0.00214	-0.00147	-0.0008	-0.00013	0.000534
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.9E-05	-5.4E-05	-9E-06	3.6E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.2E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.06E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.01594	-0.01287	-0.00981	-0.00674	-0.00368	-0.00061	0.002452
	$\mu=0.5$	-0.00107	-0.00087	-0.00066	-0.00045	-0.00025	-4.1E-05	0.000165
	$\mu=0.9$	-0.00062	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.46E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-187.615	-151.535	-115.455	-79.3754	-43.2957	-7.21594	28.86378
	$\mu=0.5$	-12.644	-61.275	-85.5904	-85.5904	-61.275	-12.644	60.30236
	$\mu=0.9$	-7.24137	-58.488	-84.6683	-85.7823	-61.8301	-12.8116	61.27311
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-473.423	-382.38	-291.337	-200.294	-109.252	-18.2086	72.83436
	$\mu=0.5$	-31.9058	-154.62	-215.977	-215.977	-154.62	-31.9058	152.1659
	$\mu=0.9$	-18.2727	-147.588	-213.651	-216.462	-156.021	-32.3287	154.6155
0/90/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000534	0.001201	0.001869	0.002536	0.003204	0.003337	0.003471
	$\mu=0.5$	3.6E-05	8.1E-05	0.000126	0.000171	0.000216	0.000225	0.000234
	$\mu=0.9$	2.06E-05	4.64E-05	7.21E-05	9.79E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ε_y	$\mu=0$	0.002452	0.005517	0.008582	0.011647	0.014712	0.015325	0.015938
	$\mu=0.5$	0.000165	0.000372	0.000578	0.000785	0.000991	0.001033	0.001074
	$\mu=0.9$	9.46E-05	0.000213	0.000331	0.00045	0.000568	0.000591	0.000615
σ_x (MPa)	$\mu=0$	28.86378	64.9435	101.0232	137.1029	76.66708	516.5294	537.1905
	$\mu=0.5$	60.30236	157.5642	279.1416	425.0343	5.16688	34.81084	36.20327
	$\mu=0.9$	61.27311	160.4241	284.6414	433.925	2.959123	19.93651	20.73397
σ_y (MPa)	$\mu=0$	72.83436	163.8773	254.9202	345.9632	2082.646	164.316	170.8886
	$\mu=0.5$	152.1659	397.5948	704.381	1072.524	140.3573	11.07386	11.51682
	$\mu=0.9$	154.6155	404.8115	718.2593	1094.959	80.38399	6.342111	6.595795
0/45/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00344	-0.00278	-0.00212	-0.00146	-0.00079	-0.00013	0.000529
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.9E-05	-5.4E-05	-9E-06	3.6E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.2E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.06E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.0158	-0.01276	-0.00972	-0.00668	-0.00365	-0.00061	0.002431
	$\mu=0.5$	-0.00107	-0.00087	-0.00066	-0.00045	-0.00025	-4.1E-05	0.000165
	$\mu=0.9$	-0.00061	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.46E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-185.976	-150.211	-114.447	-78.6822	-42.9175	-7.15292	28.6117
	$\mu=0.5$	-12.6365	-61.2386	-85.5397	-85.5397	-61.2386	-12.6365	60.26657
	$\mu=0.9$	-7.23891	-58.4681	-84.6395	-85.7532	-61.8091	-12.8073	61.25228
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-469.289	-379.041	-288.793	-198.545	-108.297	-18.0496	72.19827
	$\mu=0.5$	-31.8868	-154.528	-215.849	-215.849	-154.528	-31.8868	152.0756
	$\mu=0.9$	-18.2665	-147.537	-213.578	-216.388	-155.968	-32.3177	154.5629

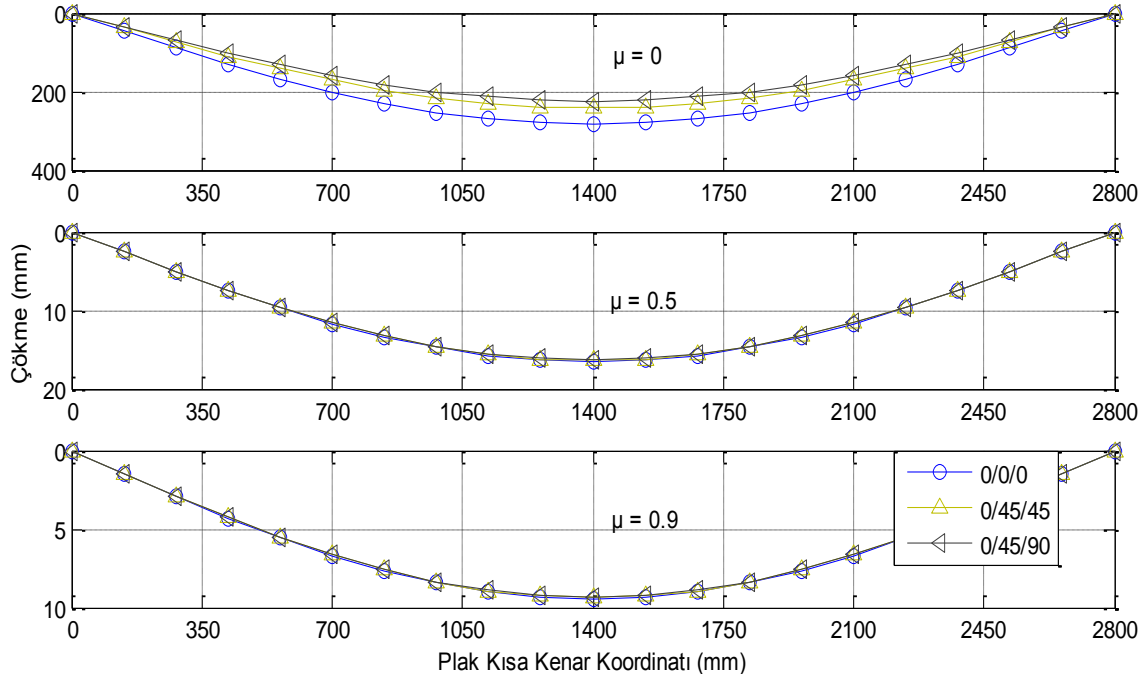
0/45/45		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000529	0.001191	0.001853	0.002514	0.003176	0.003308	0.003441
	$\mu=0.5$	3.6E-05	8.09E-05	0.000126	0.000171	0.000216	0.000225	0.000234
	$\mu=0.9$	2.06E-05	4.64E-05	7.21E-05	9.79E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ϵ_y	$\mu=0$	0.002431	0.005469	0.008507	0.011545	0.014583	0.015191	0.015799
	$\mu=0.5$	0.000165	0.000372	0.000578	0.000784	0.000991	0.001032	0.001073
	$\mu=0.9$	9.46E-05	0.000213	0.000331	0.000449	0.000568	0.000591	0.000615
σ_x (MPa)	$\mu=0$	28.6117	64.37632	100.1409	135.9056	617.2382	642.9564	668.6747
	$\mu=0.5$	60.26657	157.4707	278.9759	424.7821	41.93956	43.68705	45.43453
	$\mu=0.9$	61.25228	160.3696	284.5447	433.7775	24.02529	25.02634	26.0274
σ_y (MPa)	$\mu=0$	72.19827	162.4461	252.6939	342.9418	776.9412	809.3138	841.6863
	$\mu=0.5$	152.0756	397.3589	703.963	1071.888	52.79093	54.99055	57.19017
	$\mu=0.9$	154.5629	404.6739	718.0151	1094.587	30.24155	31.50162	32.76168
0/45/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ϵ_x	$\mu=0$	-0.0032	-0.00259	-0.00197	-0.00135	-0.00074	-0.00012	0.000492
	$\mu=0.5$	-0.00023	-0.00019	-0.00014	-9.8E-05	-5.4E-05	-8.9E-06	3.58E-05
	$\mu=0.9$	-0.00013	-0.00011	-8.2E-05	-5.7E-05	-3.1E-05	-5.2E-06	2.06E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.0147	-0.01187	-0.00904	-0.00622	-0.00339	-0.00057	0.002261
	$\mu=0.5$	-0.00107	-0.00086	-0.00066	-0.00045	-0.00025	-4.1E-05	0.000164
	$\mu=0.9$	-0.00061	-0.0005	-0.00038	-0.00026	-0.00014	-2.4E-05	9.46E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-173.012	-139.741	-106.469	-73.1975	-39.9259	-6.65432	26.61729
	$\mu=0.5$	-12.5725	-60.9284	-85.1064	-85.1064	-60.9284	-12.5725	59.9613
	$\mu=0.9$	-7.23891	-58.4681	-84.6395	-85.7532	-61.8091	-12.8073	61.25228
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-436.576	-352.619	-268.662	-184.705	-100.748	-16.7914	67.1656
	$\mu=0.5$	-31.7253	-153.746	-214.756	-214.756	-153.746	-31.7253	151.3053
	$\mu=0.9$	-18.2665	-147.537	-213.578	-216.388	-155.968	-32.3177	154.5629
0/45/90		8	18	28	38	48	50	52
ϵ_x	$\mu=0$	0.000492	0.001108	0.001723	0.002339	0.002955	0.003078	0.003201
	$\mu=0.5$	3.58E-05	8.05E-05	0.000125	0.00017	0.000215	0.000224	0.000233
	$\mu=0.9$	2.06E-05	4.64E-05	7.21E-05	9.79E-05	0.000124	0.000129	0.000134
ϵ_y	$\mu=0$	0.002261	0.005088	0.007914	0.01074	0.013567	0.014132	0.014697
	$\mu=0.5$	0.000164	0.00037	0.000575	0.00078	0.000986	0.001027	0.001068
	$\mu=0.9$	9.46E-05	0.000213	0.000331	0.000449	0.000568	0.000591	0.000615
σ_x (MPa)	$\mu=0$	26.61729	59.8889	93.1605	126.4321	574.2128	73.64586	76.59169
	$\mu=0.5$	59.9613	156.6731	277.5628	422.6304	41.72712	5.351726	5.565795
	$\mu=0.9$	61.25228	160.3696	284.5447	433.7775	24.02529	25.02634	26.0274
σ_y (MPa)	$\mu=0$	67.1656	151.1226	235.0796	319.0366	722.7836	2000.575	2080.598
	$\mu=0.5$	151.3053	395.3461	700.3971	1066.458	52.52352	145.3786	151.1937
	$\mu=0.9$	154.5629	404.6739	718.0151	1094.587	30.24155	31.50162	32.76168



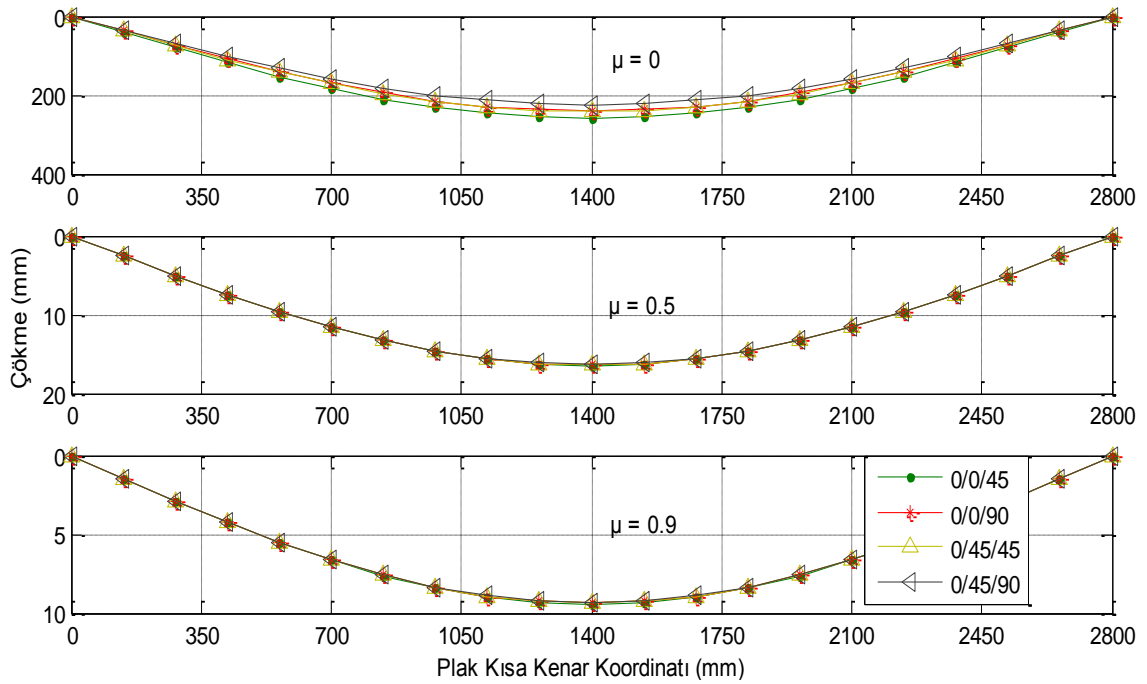
(a)



(b)

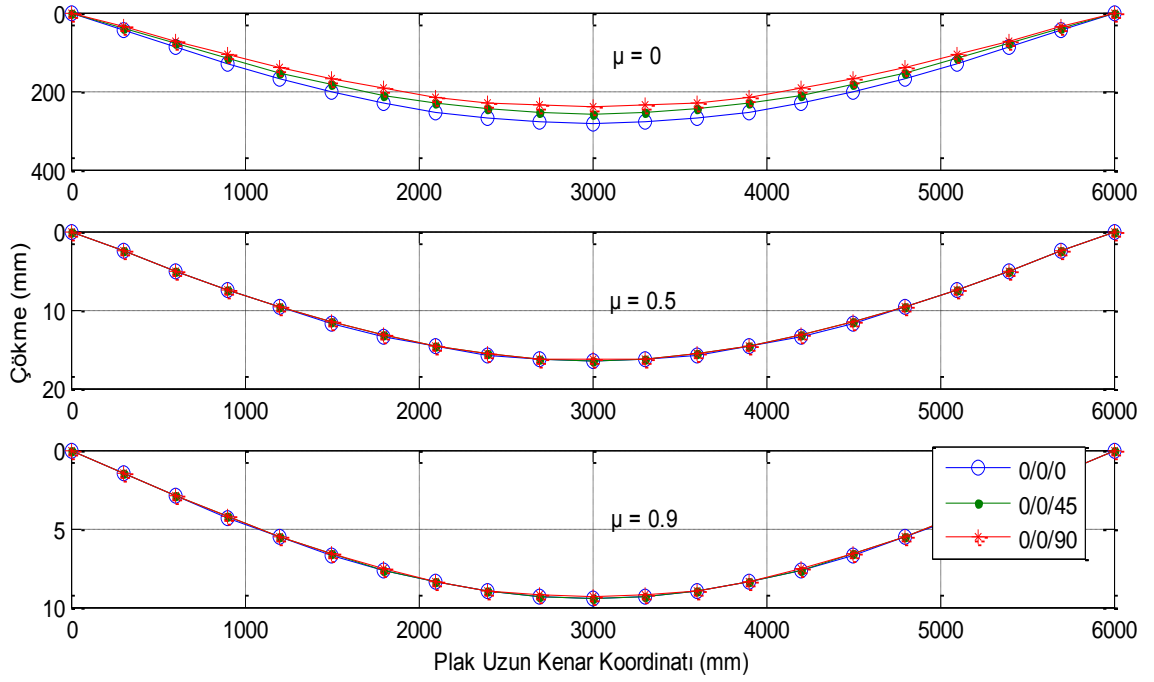


(c)

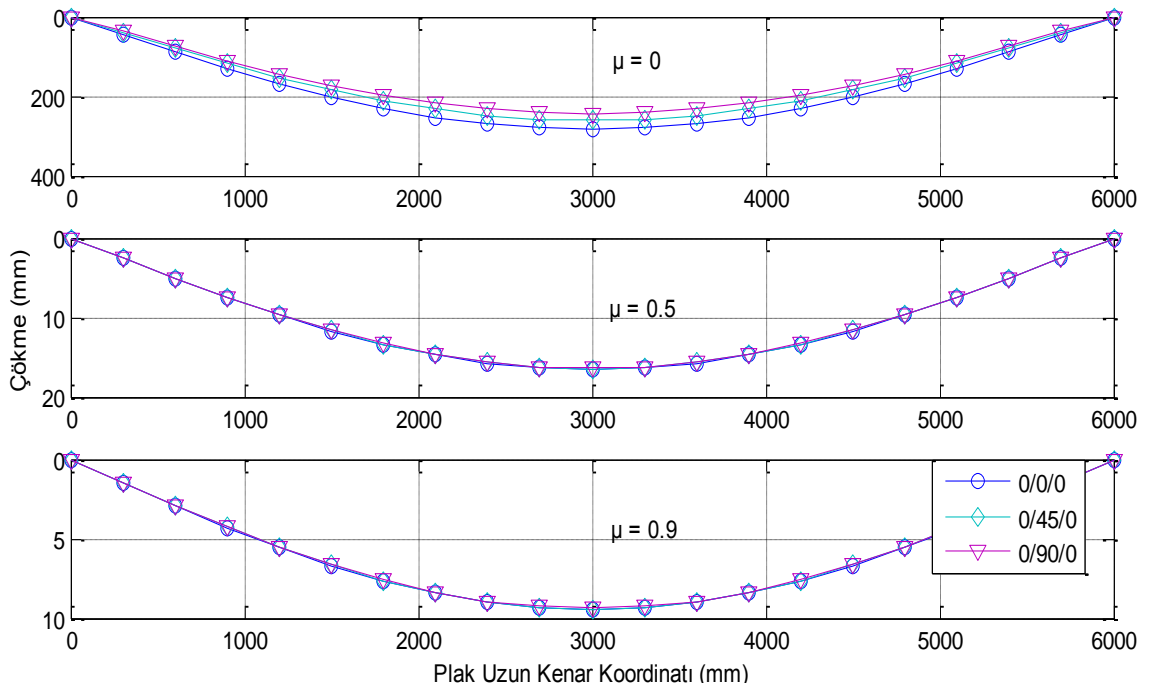


(d)

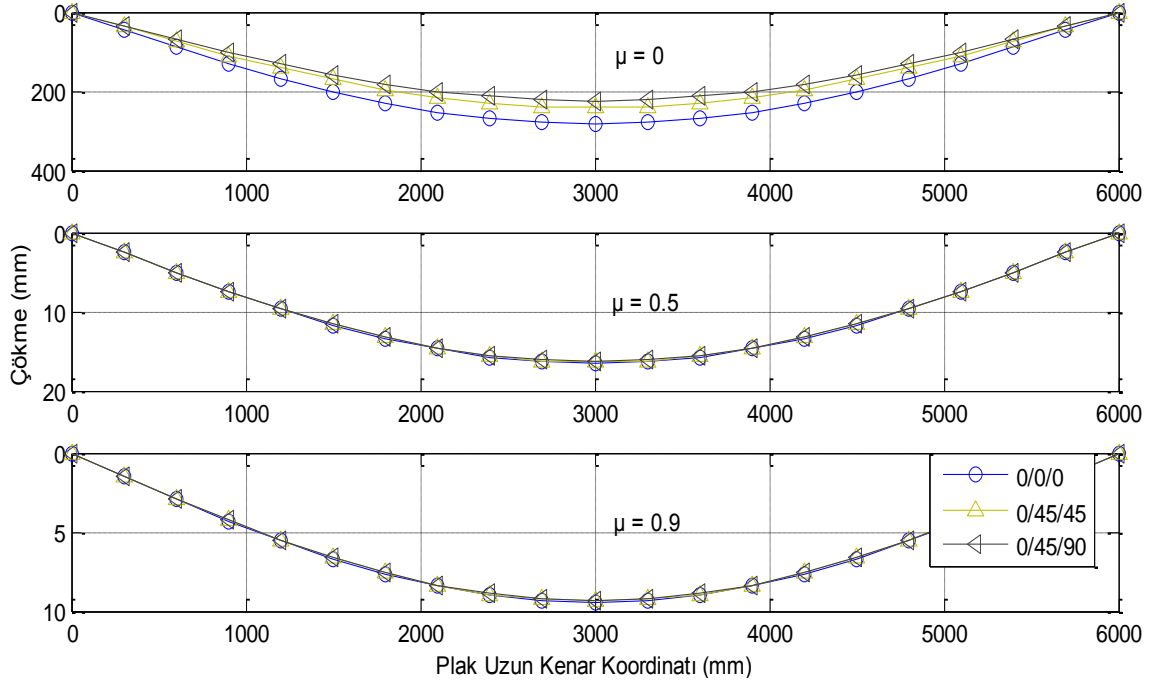
Şekil 4.56. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 3)



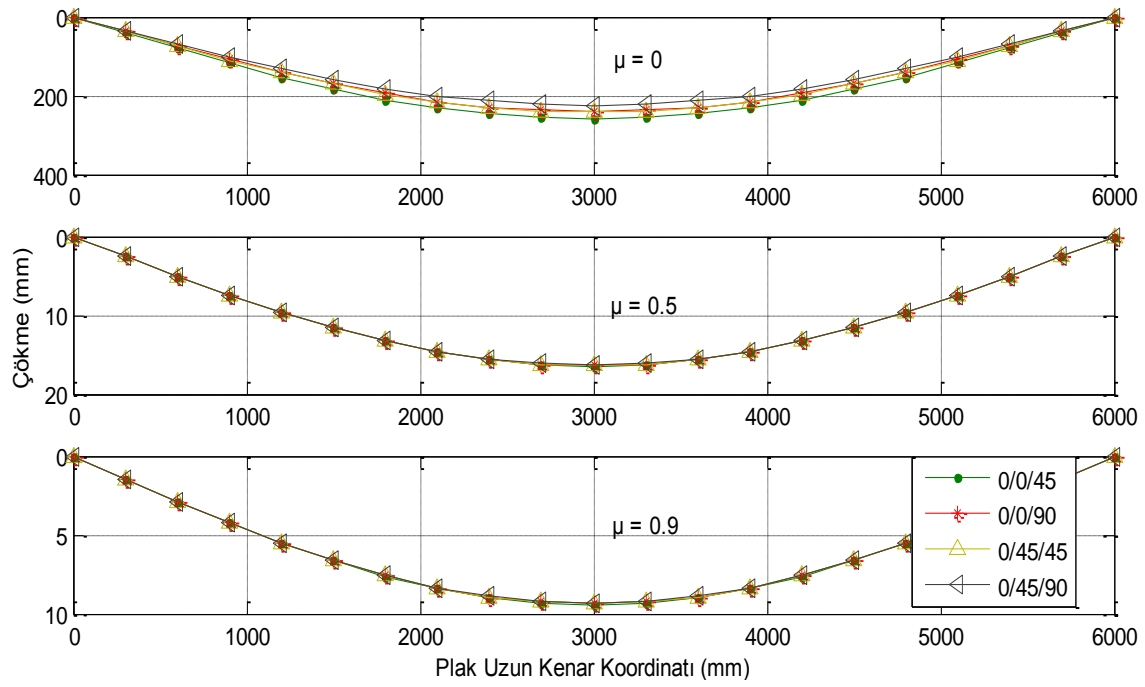
(a)



(b)

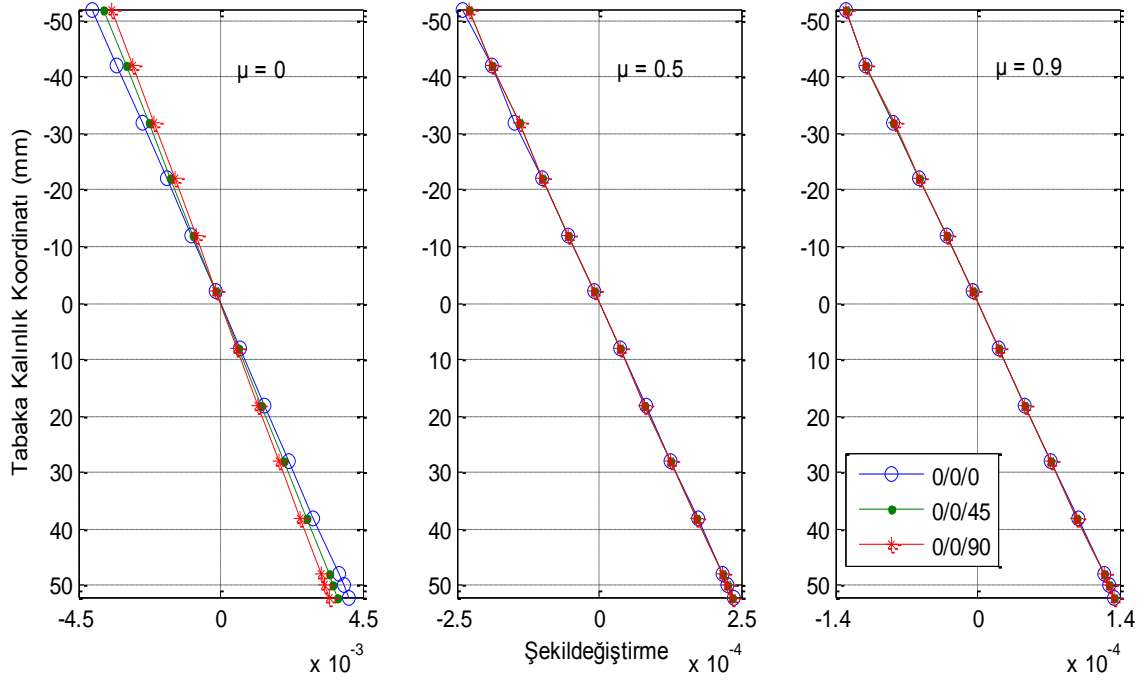


(c)

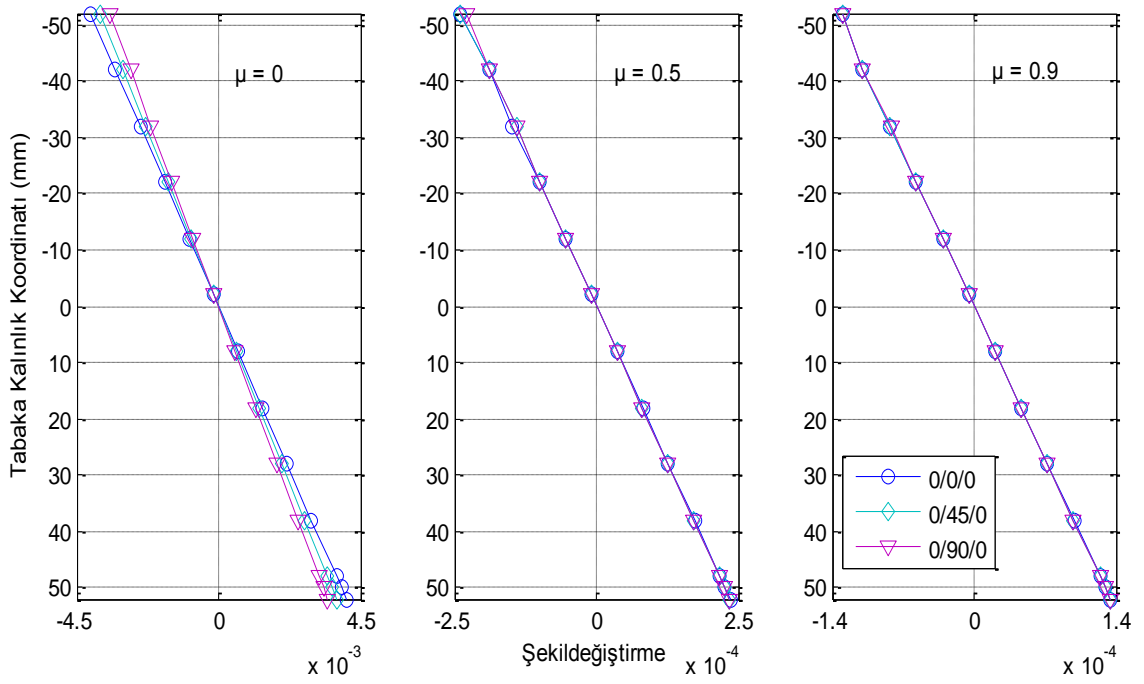


(d)

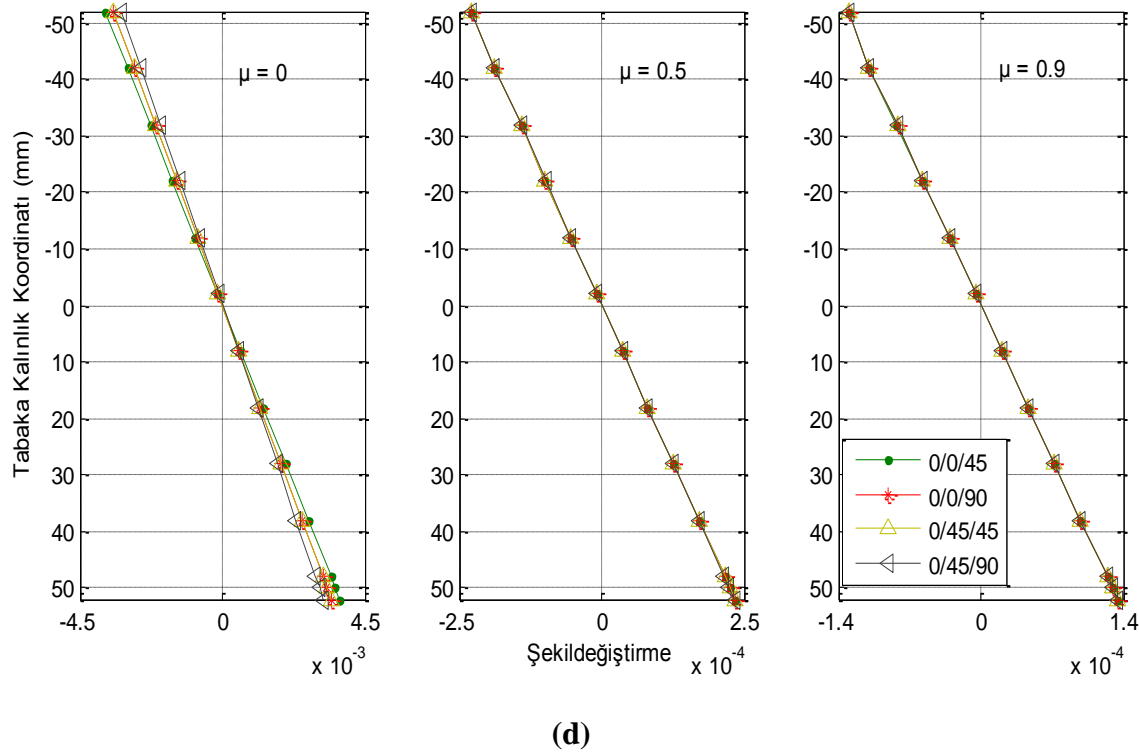
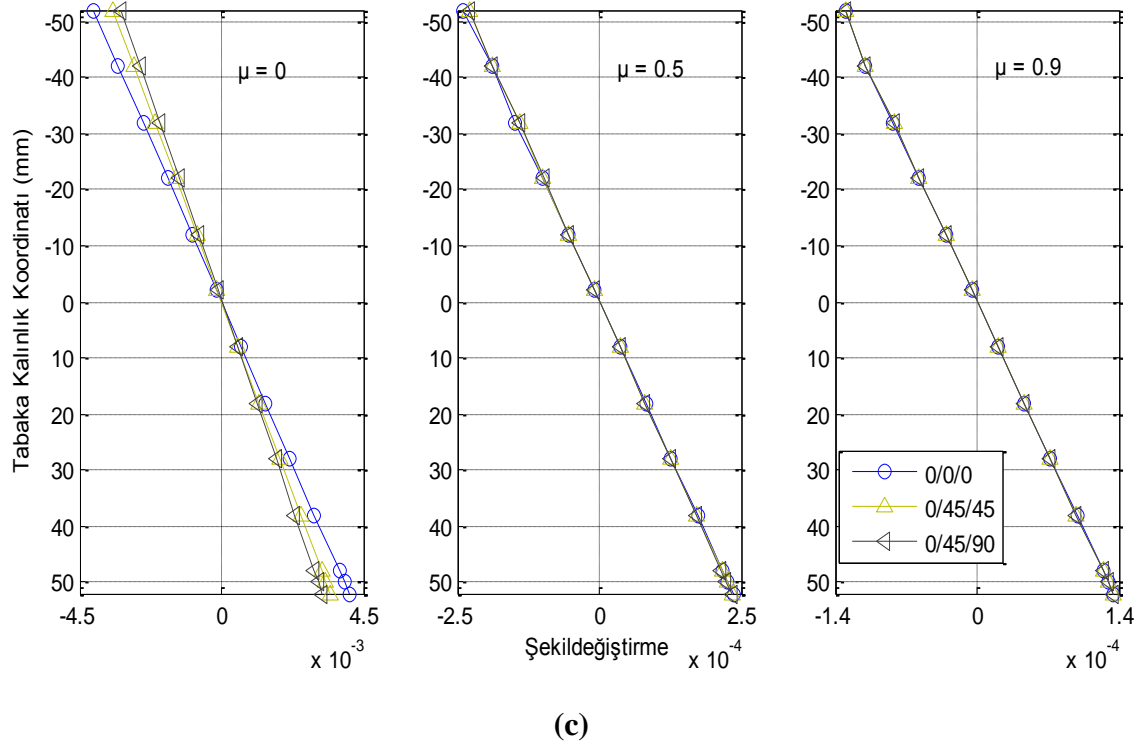
Şekil 4.57. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P3, Durum 3)



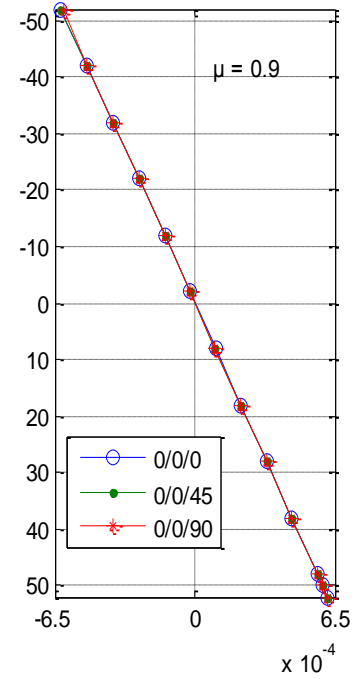
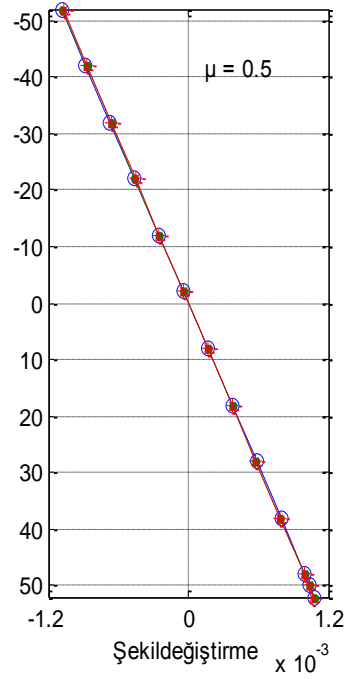
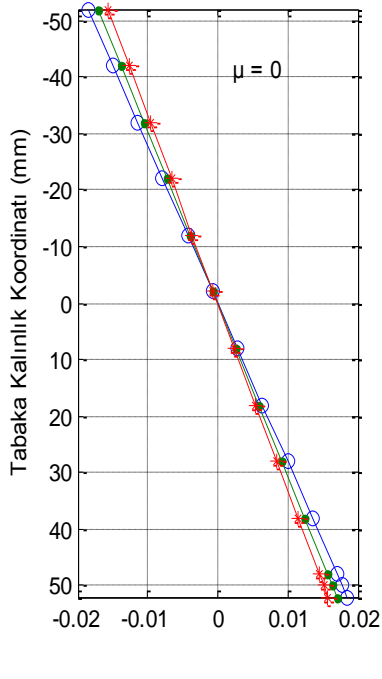
(a)



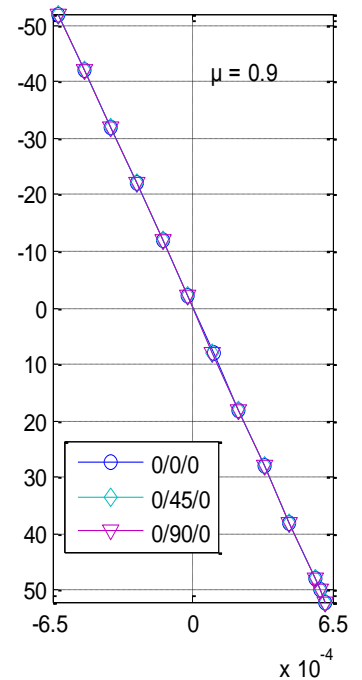
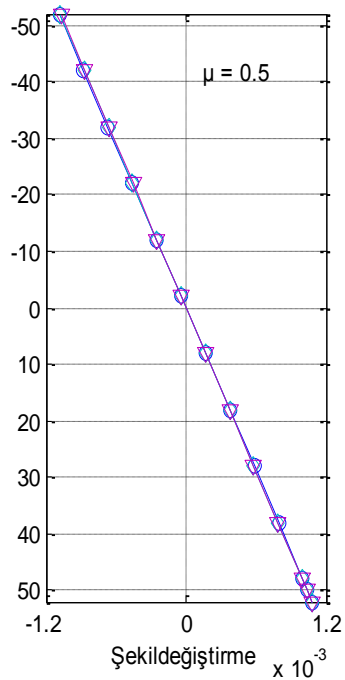
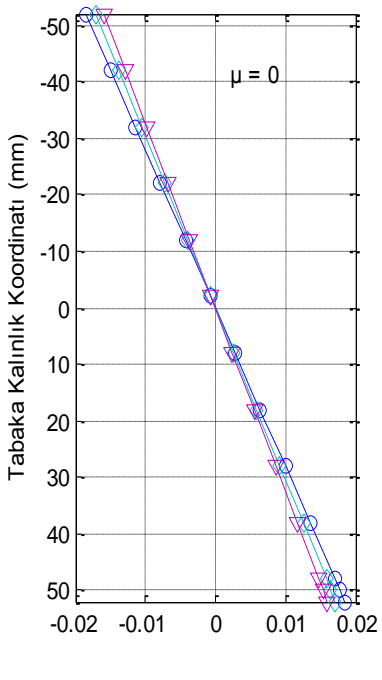
(b)



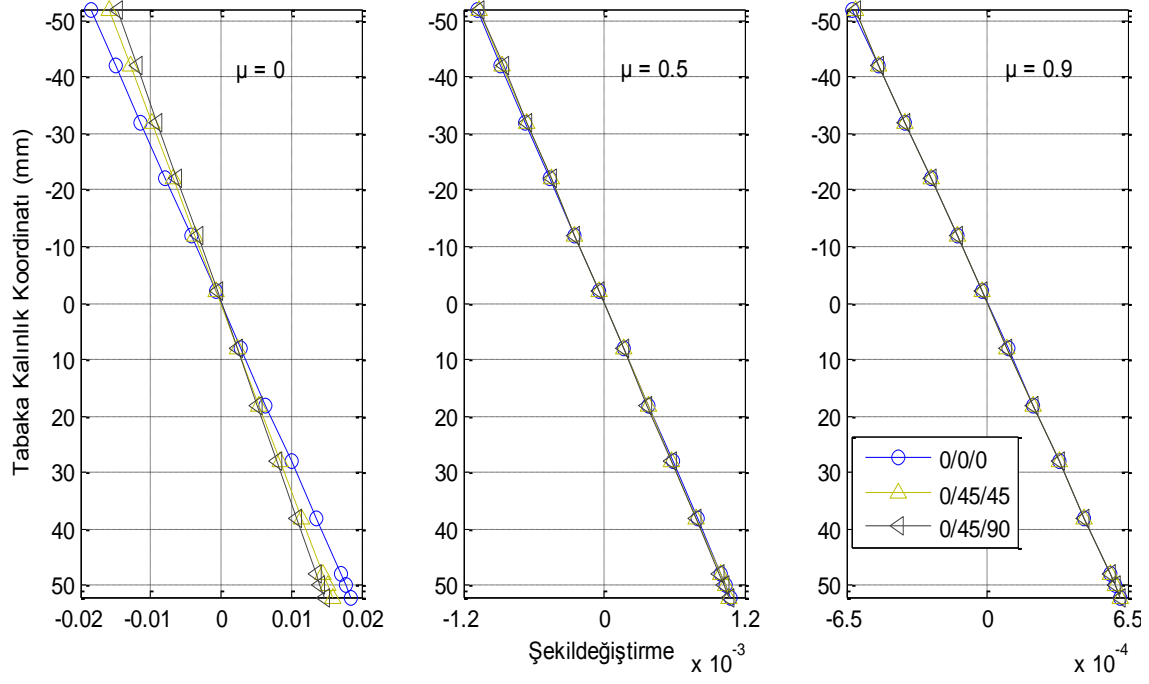
Şekil 4.58. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3)



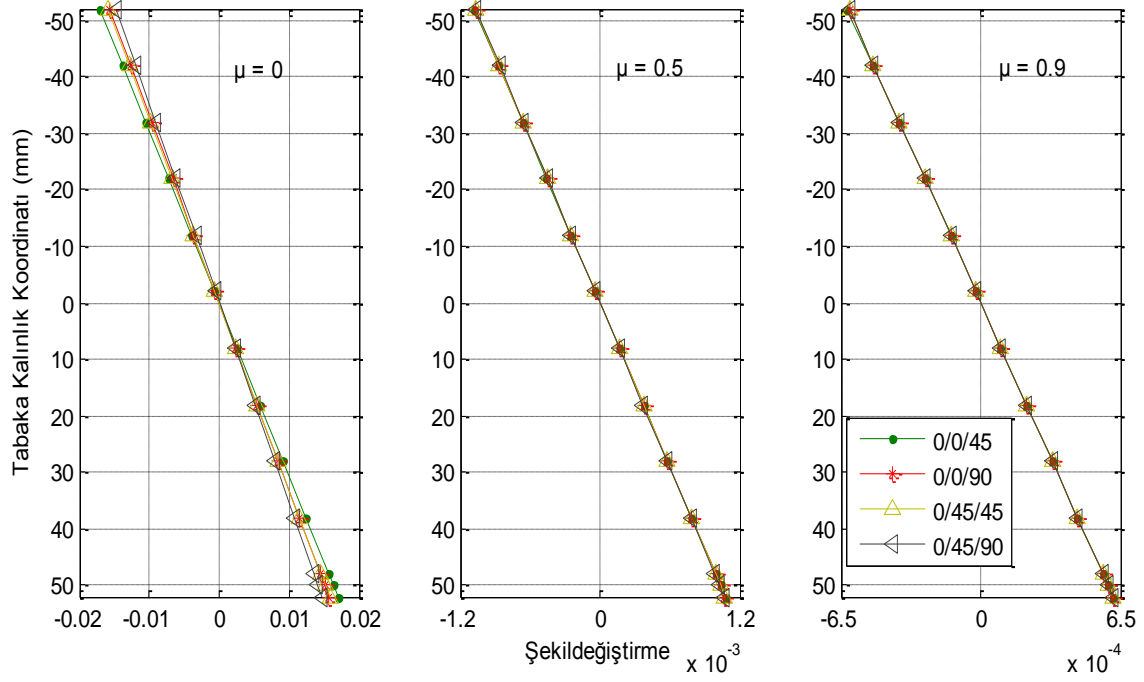
(a)



(b)

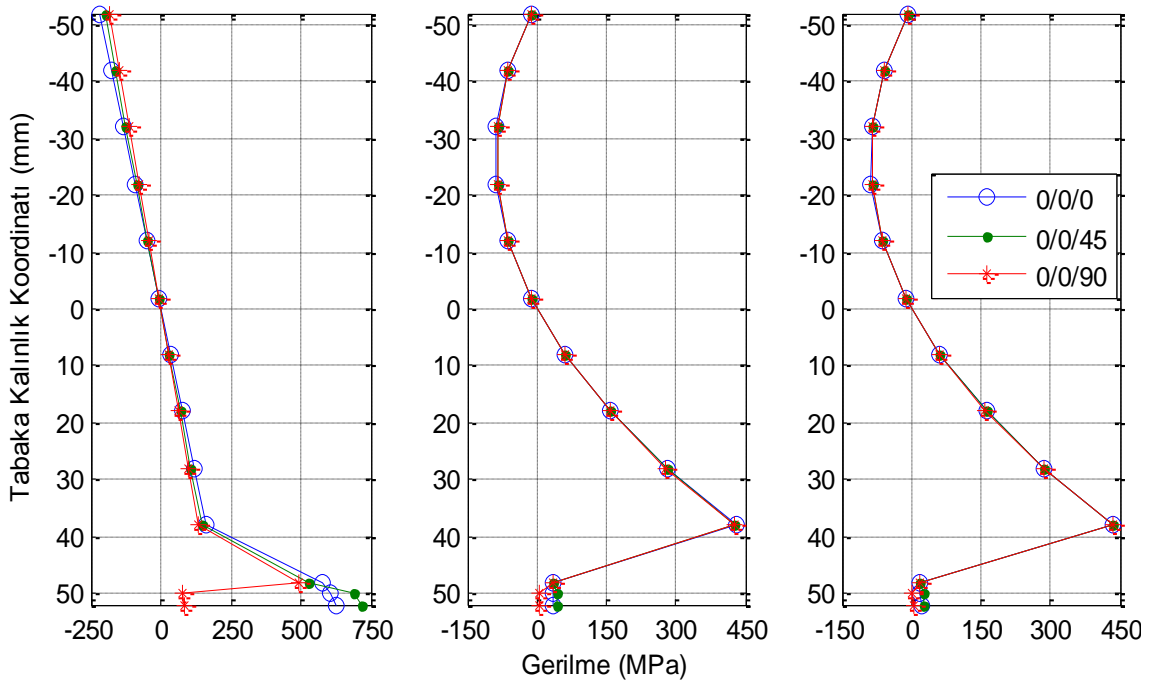


(c)

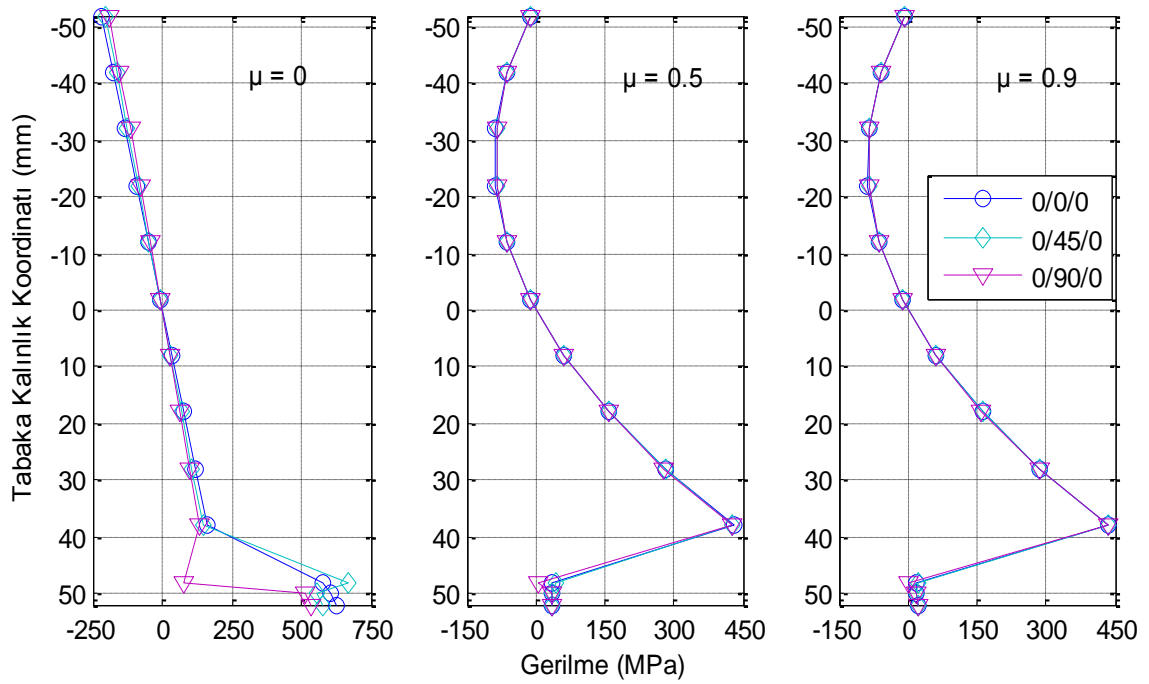


(d)

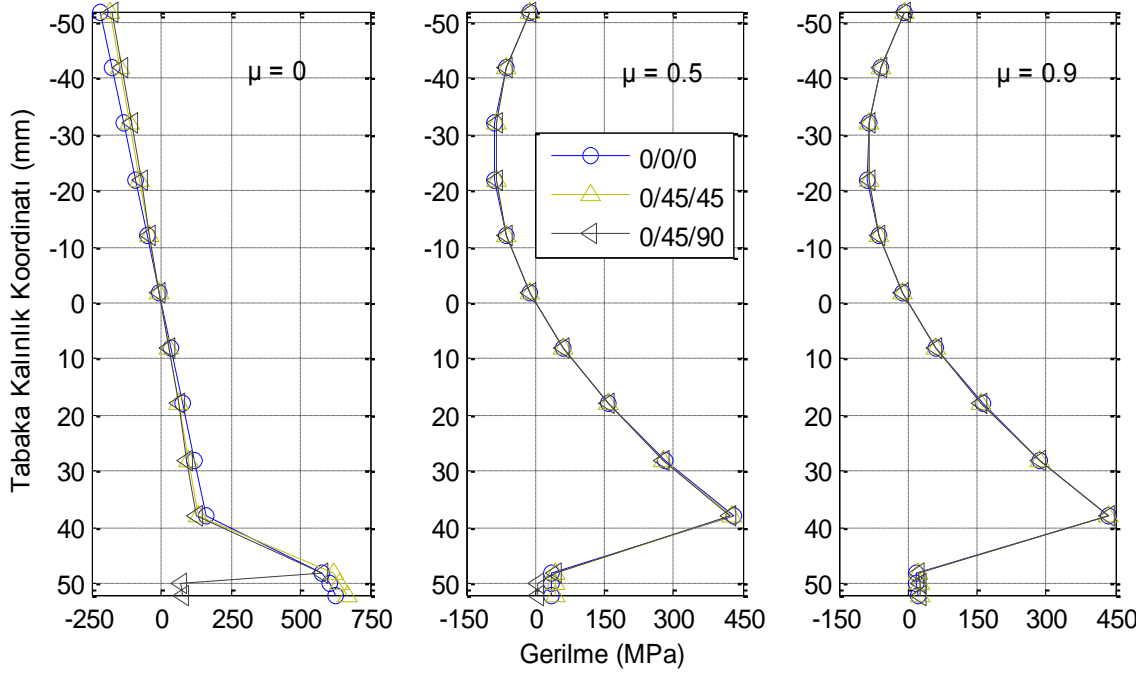
Şekil 4.59. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3)



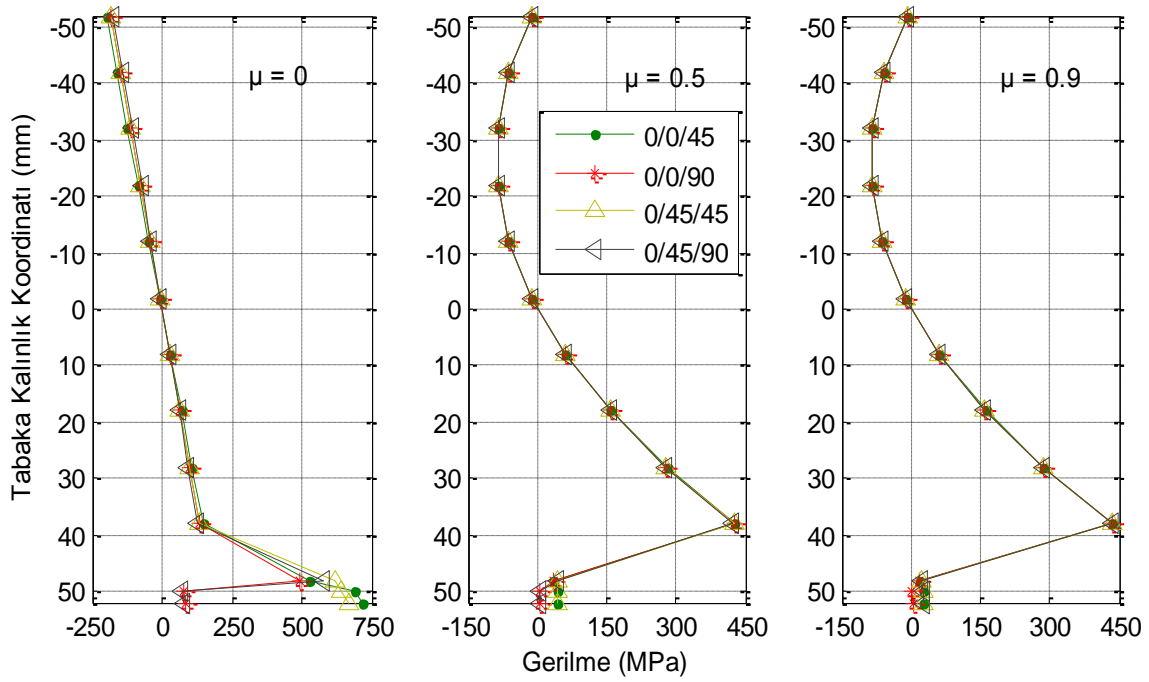
(a)



(b)

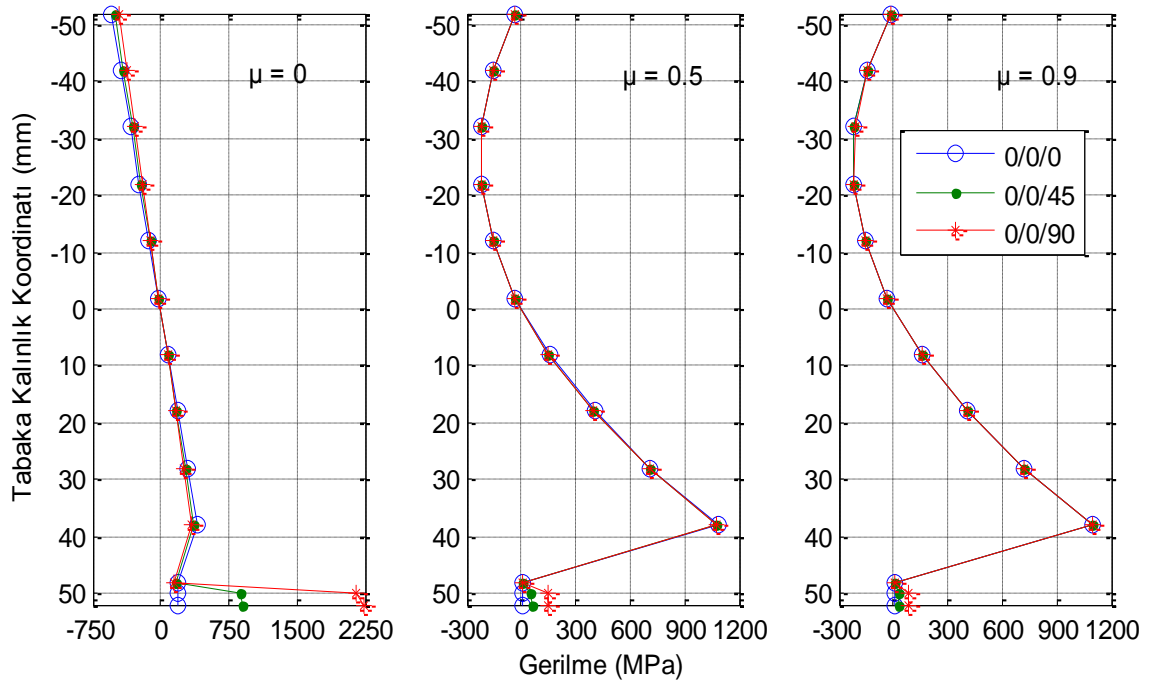


(c)

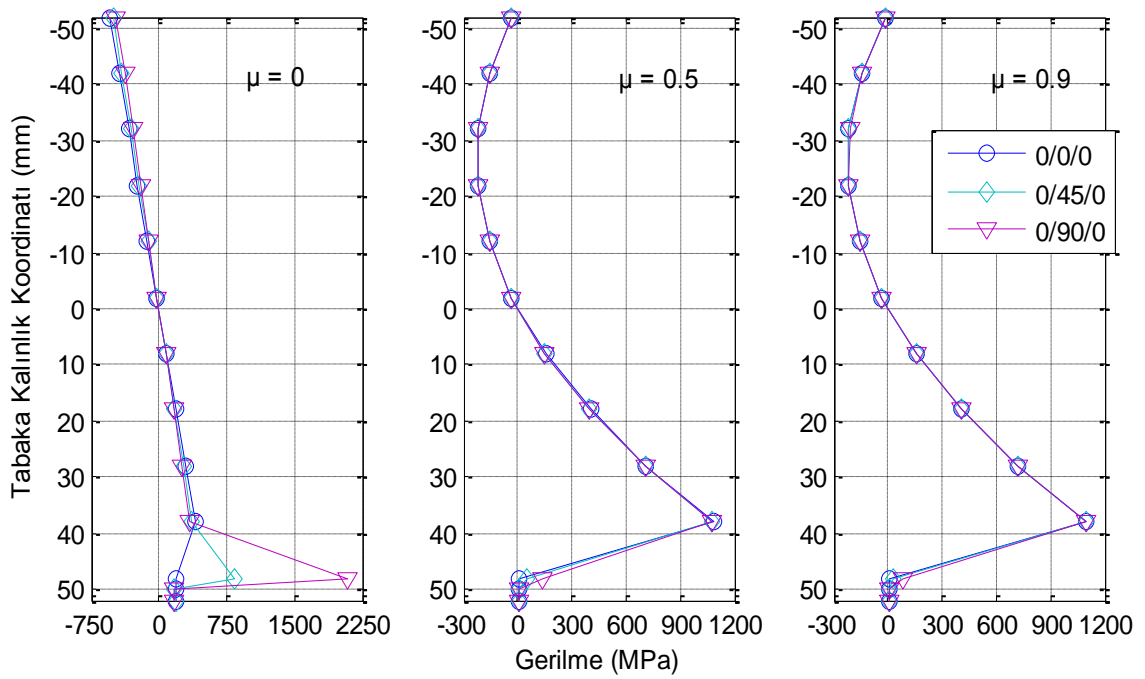


(d)

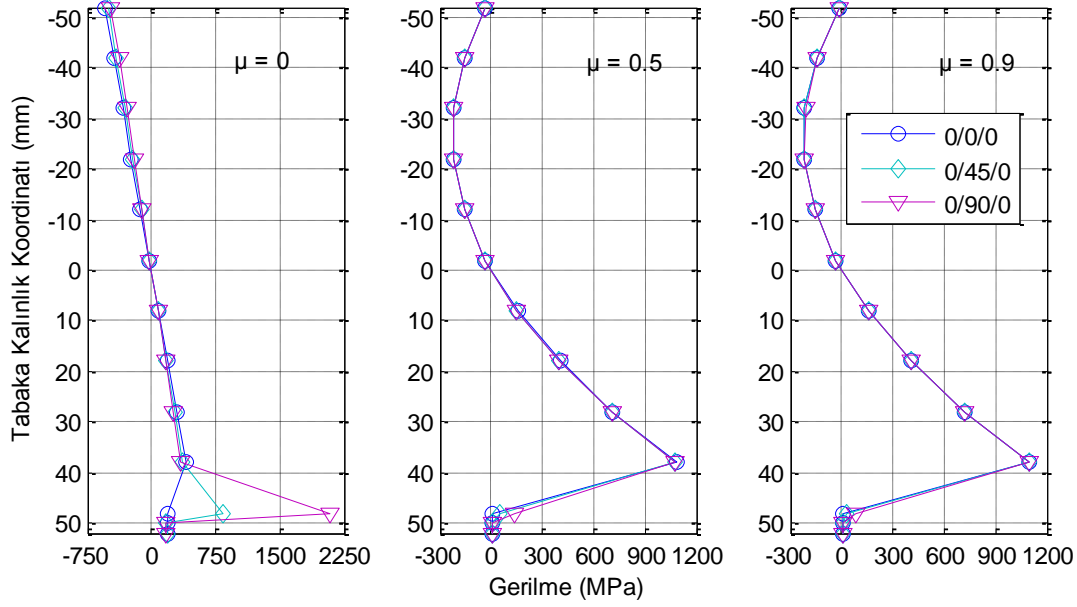
Şekil 4.60. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3)



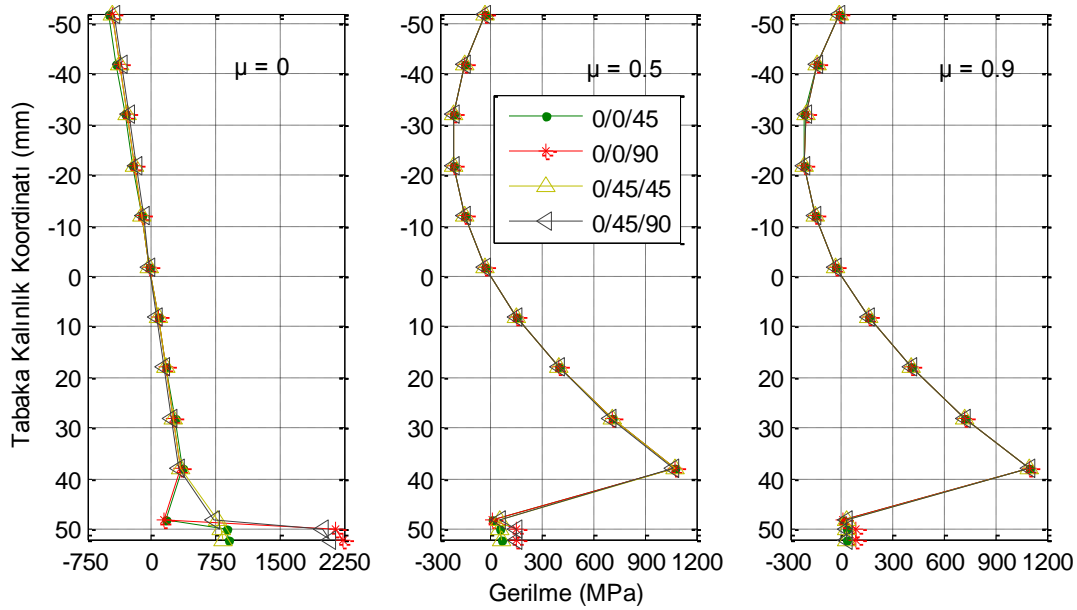
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.61. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P3, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Çizelge 4.1 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, eğilme rijitliklerine etkisi o

kadar artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.10'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.56-Şekil 4.57). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.6040 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %8.3118 ve $\mu=0.9$ iken %14.4780 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/90) tabakalanma düzeninin (0/0/0), (0/0/45) ve (0/45/0) gibi tabakalanma düzenlerinden daha küçük çökme değeri verdiği (Çizelge 4.10). Bu sonucun ortaya çıkma sebebi, (0/90) durumuna ait D_{22} değerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzenlerinden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.1).

Şekil 4.58-Şekil 4.59' den görüleceği gibi, şekildeğişimler Çizelge 4.10' da verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğişimler artmaktadır. Şekil 4.60-Şekil 4.61 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.3 Problem 4

Bu problemde $q_0 = 1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, $x=0, a$ 'da basit mesnetle mesnetlenmiş; $y=0, b$ 'de serbest ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları $6000 \times 2800 \times 100 \text{ mm}$ ($a \times b \times t$) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve

24 ϕ 8'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

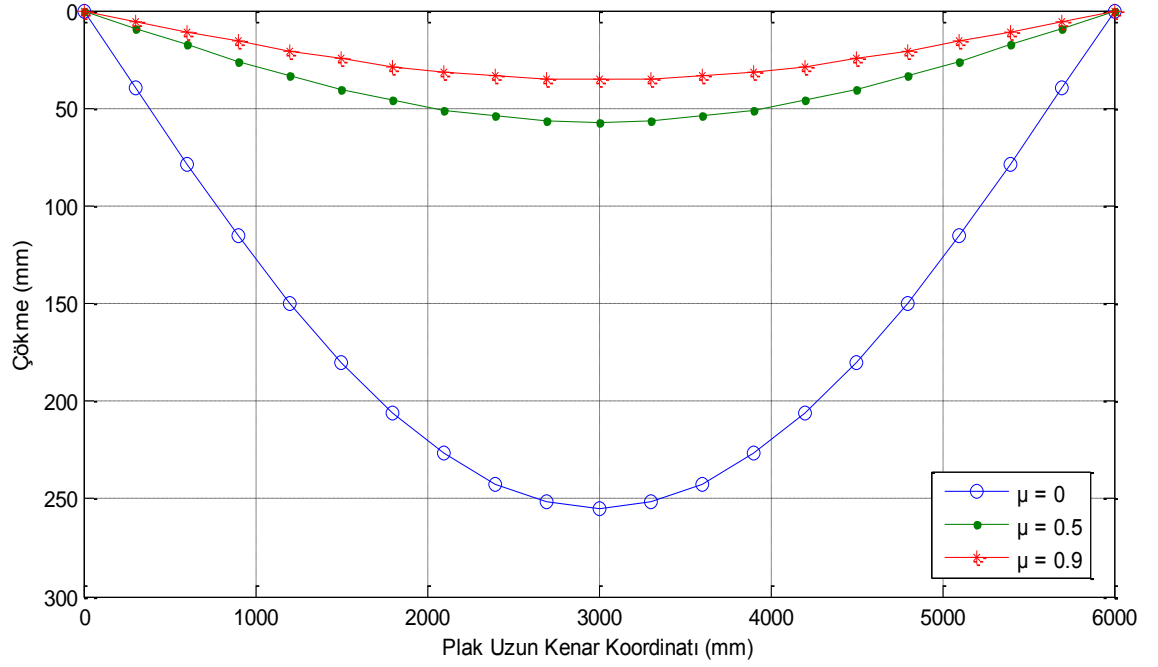
Çizelge 4.14. Problem 4'e ait çökme değerleri (mm)

DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	254.6425	254.9323	0.1138	57.0709	57.3607	0.5078	35.2137	35.5034	0.8227
0/0	237.2810	237.5171	0.0995	56.1501	56.4354	0.5081	34.8609	35.1462	0.8184
0/45	214.3886	214.6248	0.1102	54.7662	55.0515	0.5209	34.3225	34.6078	0.8312
0/90	245.0144	245.2505	0.0964	56.5726	56.8579	0.5043	35.0233	35.3086	0.8146
0/0/0	222.1244	222.4054	0.1265	55.2578	55.5388	0.5085	34.5149	34.7959	0.8141
0/0/45	201.2002	201.4812	0.1397	53.8643	54.1453	0.5217	33.9660	34.2470	0.8273
0/0/90	222.1691	229.4501	3.2772	55.6837	55.9646	0.5045	34.6806	34.9615	0.8100
0/45/0	202.6680	202.9490	0.1387	53.9689	54.2499	0.5207	34.0076	34.2886	0.8263
0/90/0	228.6117	228.8927	0.1229	55.6507	55.9317	0.5049	34.6678	34.9488	0.8106
0/45/45	185.1039	185.3849	0.1518	52.6389	52.9198	0.5336	33.4746	33.7556	0.8394
0/45/90	208.5164	208.7974	0.1348	54.3751	54.6560	0.5166	34.1684	34.4494	0.8224

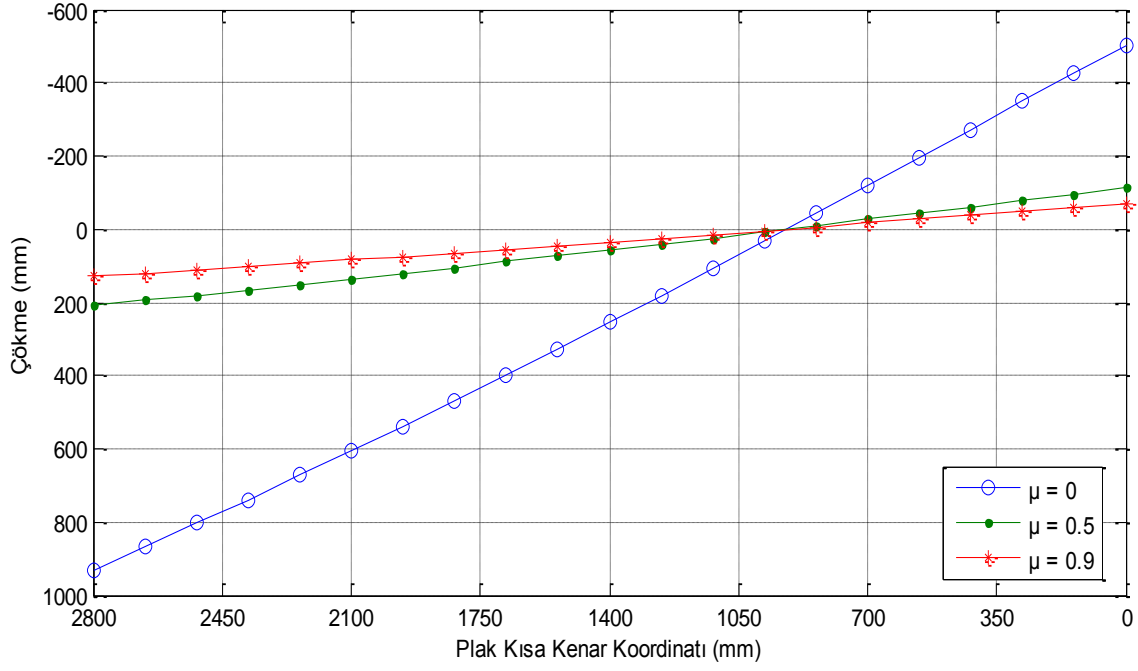
Çizelge 4.15. Durum 1'e ait analiz sonuçları

		0	-50	-40	-30	-20	-10	0
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00349	-0.00279	-0.00209	-0.0014	-0.0007	0	
	$\mu=0.5$	-0.00078	-0.00063	-0.00047	-0.00031	-0.00016	0	
	$\mu=0.9$	-0.00048	-0.00039	-0.00029	-0.00019	-9.7E-05	0	
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00244	-0.00195	-0.00146	-0.00097	-0.00049	0	
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00044	-0.00033	-0.00022	-0.00011	0	
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.0002	-0.00013	-6.7E-05	0	
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-112.041	-89.6325	-67.2244	-44.8163	-22.4081	0	
	$\mu=0.5$	-25.1107	-120.531	-165.731	-160.709	-105.465	0	
	$\mu=0.9$	-15.4937	-123.95	-176.628	-173.53	-114.654	0	
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-89.0442	-71.2353	-53.4265	-35.6177	-17.8088	0	
	$\mu=0.5$	-19.9567	-95.7922	-131.714	-127.723	-83.8182	0	
	$\mu=0.9$	-12.3136	-98.509	-140.375	-137.913	-91.1208	0	
		0	0	10	20	30	40	50
ϵ_x	$\mu=0$	0	0.000698	0.001396	0.002094	0.002792	0.003491	
	$\mu=0.5$	0	0.000156	0.000313	0.000469	0.000626	0.000782	
	$\mu=0.9$	0	9.65E-05	0.000193	0.00029	0.000386	0.000483	

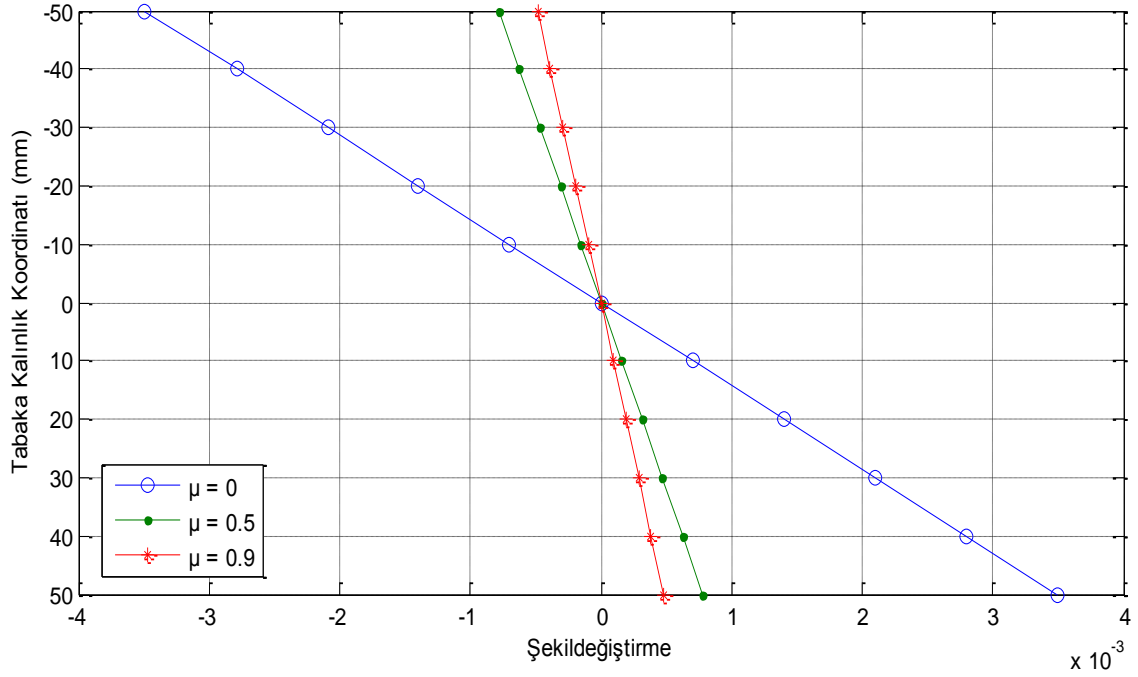
ε_y	$\mu=0$	0	0.000487	0.000974	0.001461	0.001949	0.002436
	$\mu=0.5$	0	0.000109	0.000218	0.000328	0.000437	0.000546
	$\mu=0.9$	0	6.74E-05	0.000135	0.000202	0.000269	0.000337
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	22.40813	44.81626	67.22439	89.63252	112.0406
	$\mu=0.5$	0	155.6865	361.5944	617.7237	924.0745	1280.647
	$\mu=0.9$	0	170.431	396.6393	678.6251	1016.388	1409.929
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	17.80884	35.61767	53.42651	71.23535	89.04418
	$\mu=0.5$	0	123.7316	287.3767	490.9352	734.4072	1017.793
	$\mu=0.9$	0	135.4498	315.2287	539.3365	807.7734	1120.539



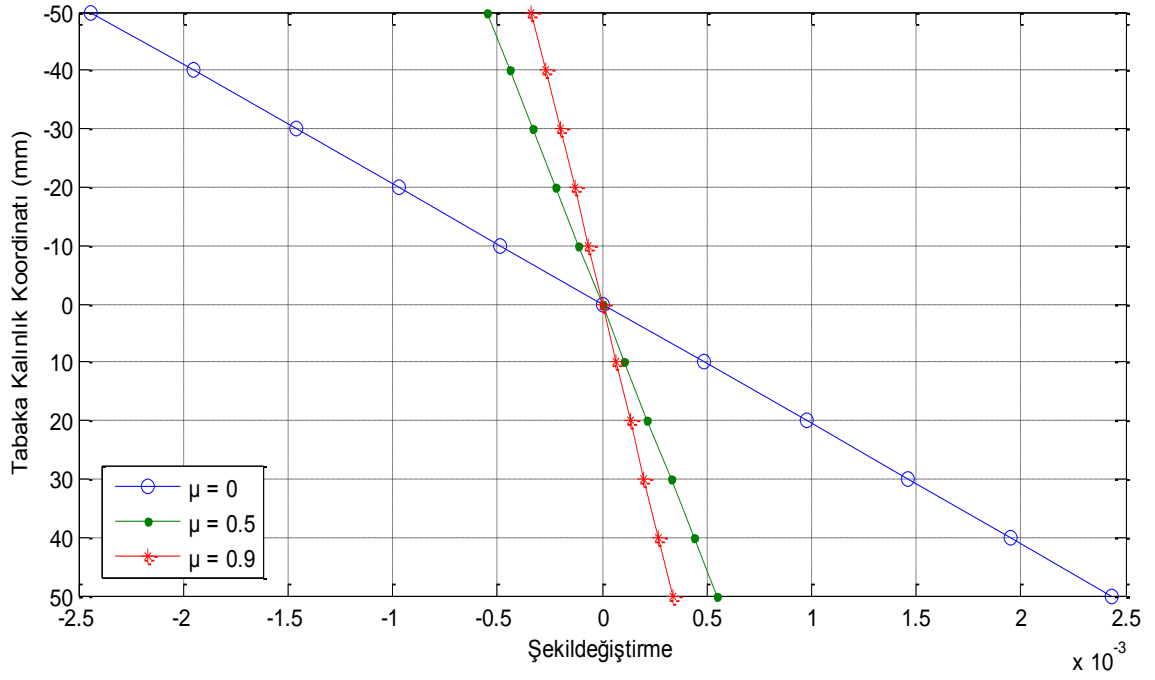
Şekil 4.62. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 1)



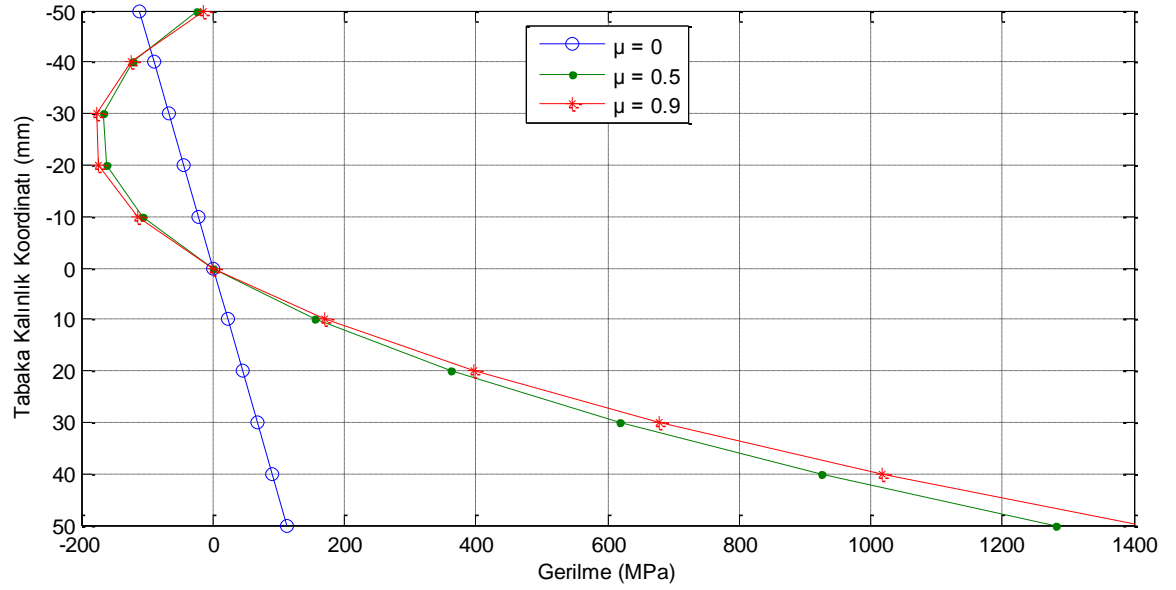
Şekil 4.63. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 1)



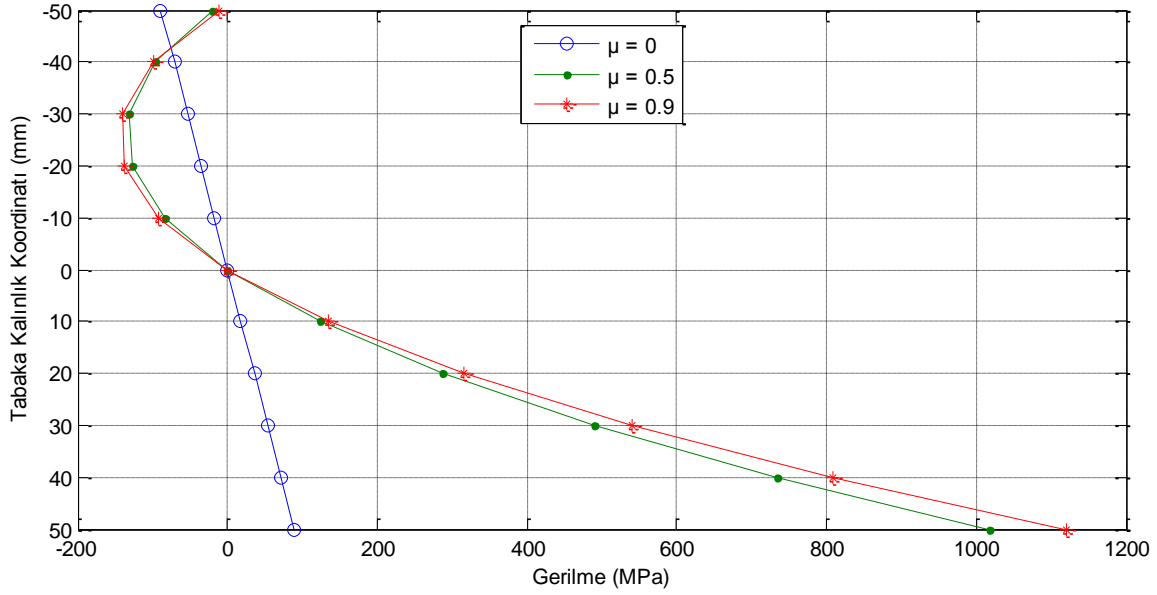
Şekil 4.64. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1)



Şekil 4.65. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeşirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1)



Şekil 4.66. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1)



Şekil 4.67. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 23.50 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 41.52 kat, $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.77 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.14'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.62-Şekil 4.63). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.1138 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %0.5078 ve $\mu=0.9$ iken %0.8227 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %77.59 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %86.17 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %38.30 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.14).

Plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.64-Şekil 4.65). Ayrıca x- eksen doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %77.65 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %86.25 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla

ise %38.46 oranında azalma göstermiştir. y-ekseni doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %77.46 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %86.07 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %38.18 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.15). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları x ve y-eksenleri doğrultusunda farklılık göstermiştir. Bunun nedeni plağın karşılıklı iki kenarından farklı mesnetle mesnetlenmiş olması ve her iki doğrultuda da bu mesnetlere uygun farklı iki elastik eğrinin mevcut olmasıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu söylenebilir.

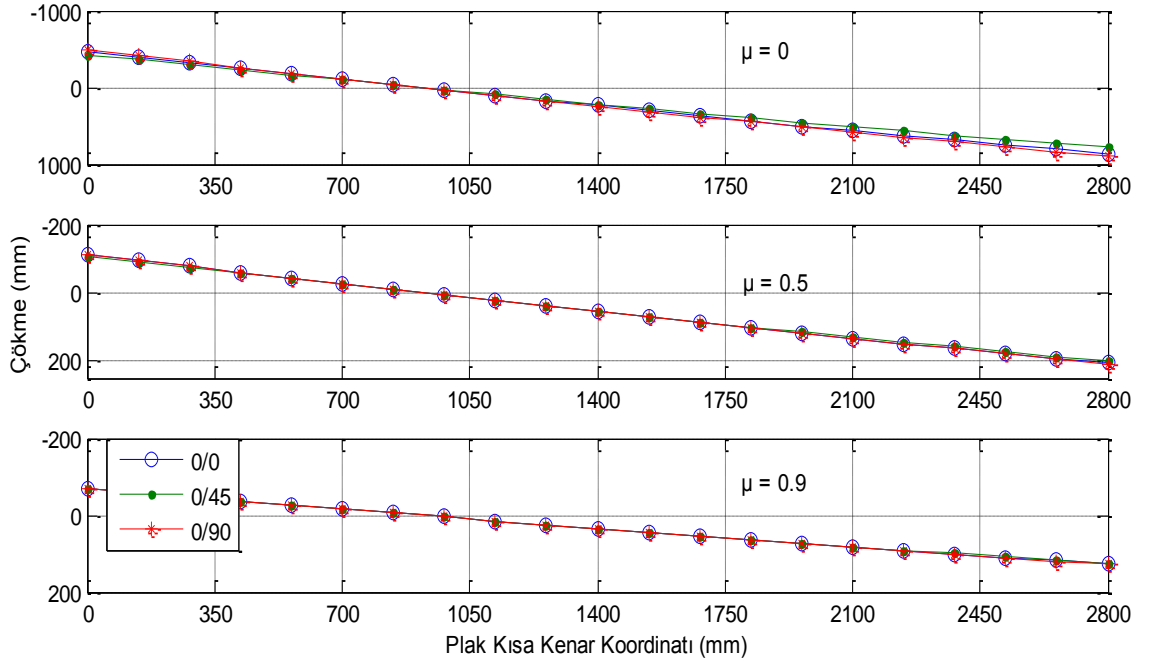
Normal gerilmeler ise plağın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.66-Şekil4.67). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %77.59 oranında azalma en alt noktada %1043.02 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %8617 oranında azalma en alt noktada %1158.41 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %38.30 oranında azalma en alt noktada %10.10 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.15). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenli doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.64-Şekil 4.67).

Çizelge 4.16. Durum 2'e ait analiz sonuçları

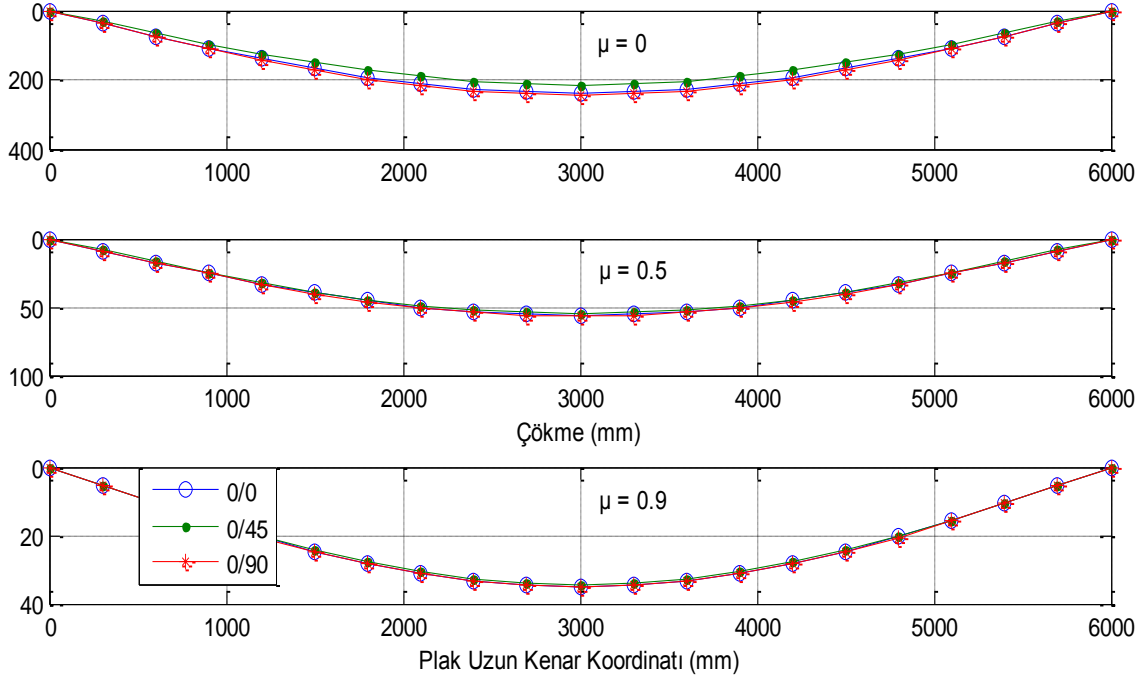
0/0		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00332	-0.00267	-0.00202	-0.00137	-0.00072	-6.5E-05
	$\mu=0.5$	-0.00079	-0.00063	-0.00048	-0.00032	-0.00017	-1.5E-05
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.00039	-0.0003	-0.0002	-0.00011	-9.6E-06
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00232	-0.00186	-0.00141	-0.00095	-0.0005	-4.5E-05
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00044	-0.00033	-0.00023	-0.00012	-1.1E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.3E-05	-6.7E-06

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-106.49	-85.6094	-64.7291	-43.8487	-22.9684	-2.08803
	$\mu=0.5$	-25.1997	-121.551	-168.492	-166.022	-114.14	-12.8469
	$\mu=0.9$	-15.6453	-125.776	-180.688	-180.381	-124.856	-14.1114
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-84.6326	-68.038	-51.4433	-34.8487	-18.2541	-1.65946
	$\mu=0.5$	-20.0274	-96.6029	-133.909	-131.945	-90.7125	-10.2101
	$\mu=0.9$	-12.4341	-99.9603	-143.601	-143.358	-99.2288	-11.2151
0/0		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000585	0.001236	0.001887	0.002537	0.003188	0.003318
	$\mu=0.5$	0.000139	0.000292	0.000446	0.0006	0.000754	0.000785
	$\mu=0.9$	8.6E-05	0.000182	0.000277	0.000373	0.000468	0.000487
ε_y	$\mu=0$	0.000409	0.000862	0.001316	0.00177	0.002224	0.002315
	$\mu=0.5$	9.67E-05	0.000204	0.000312	0.000419	0.000526	0.000548
	$\mu=0.9$	6E-05	0.000127	0.000193	0.00026	0.000327	0.00034
σ_x (MPa)	$\mu=0$	18.79231	39.67265	60.55299	81.43333	455.8597	474.4662
	$\mu=0.5$	137.8571	337.9723	587.4987	886.4362	107.8745	112.2775
	$\mu=0.9$	151.8514	373.0329	649.4331	981.052	66.97414	69.70778
σ_y (MPa)	$\mu=0$	14.93517	31.52979	48.12442	64.71905	32.01163	33.31823
	$\mu=0.5$	109.5618	268.6032	466.914	704.4942	7.575221	7.884414
	$\mu=0.9$	120.6837	296.4675	516.1363	779.69	4.703096	4.895059
0/45		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.003	-0.00241	-0.00182	-0.00123	-0.00065	-5.9E-05
	$\mu=0.5$	-0.00077	-0.00062	-0.00047	-0.00032	-0.00017	-1.5E-05
	$\mu=0.9$	-0.00048	-0.00039	-0.00029	-0.0002	-0.0001	-9.4E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00209	-0.00168	-0.00127	-0.00086	-0.00045	-4.1E-05
	$\mu=0.5$	-0.00053	-0.00043	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-1E-05
	$\mu=0.9$	-0.00033	-0.00027	-0.0002	-0.00014	-7.2E-05	-6.6E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-96.2158	-77.35	-58.4841	-39.6183	-20.7524	-1.88658
	$\mu=0.5$	-24.5786	-118.556	-164.339	-161.93	-111.327	-12.5303
	$\mu=0.9$	-15.4036	-123.833	-177.897	-177.595	-122.927	-13.8935
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-76.4674	-61.4738	-46.4802	-31.4866	-16.493	-1.49936
	$\mu=0.5$	-19.5338	-94.2221	-130.609	-128.694	-88.4768	-9.95843
	$\mu=0.9$	-12.242	-98.4163	-141.383	-141.143	-97.6962	-11.0418
0/45		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000529	0.001117	0.001704	0.002292	0.00288	0.002998
	$\mu=0.5$	0.000135	0.000285	0.000435	0.000586	0.000736	0.000766
	$\mu=0.9$	8.47E-05	0.000179	0.000273	0.000367	0.000461	0.00048
ε_y	$\mu=0$	0.000369	0.000779	0.001189	0.0016	0.00201	0.002092
	$\mu=0.5$	9.43E-05	0.000199	0.000304	0.000409	0.000513	0.000534
	$\mu=0.9$	5.91E-05	0.000125	0.00019	0.000256	0.000322	0.000335
σ_x (MPa)	$\mu=0$	16.97926	35.84511	54.71096	73.57681	198.0258	206.1085
	$\mu=0.5$	134.4596	329.6428	573.0195	864.5895	50.5863	52.65104
	$\mu=0.9$	149.506	367.2712	639.4022	965.899	31.70287	32.99687
σ_y (MPa)	$\mu=0$	13.49425	28.48787	43.48148	58.47509	185.8417	193.427
	$\mu=0.5$	106.8616	261.9833	455.4066	687.1316	47.47383	49.41154
	$\mu=0.9$	118.8197	291.8884	508.1642	767.6472	29.75226	30.96664

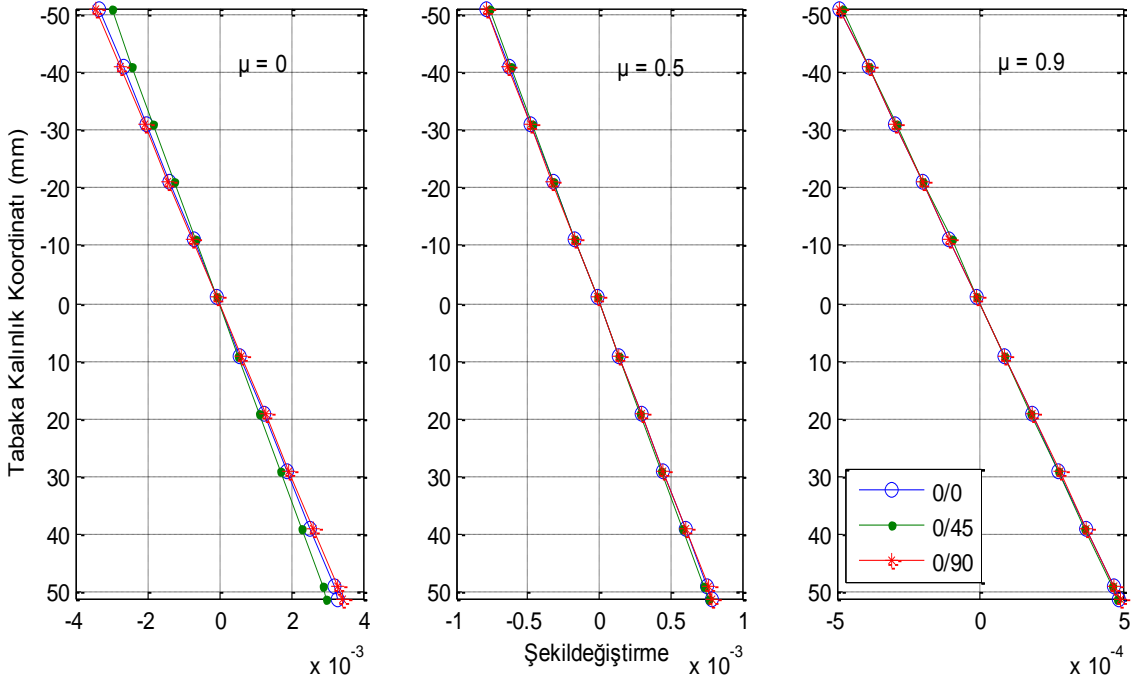
0/90		-51	-41	-31	-21	-11	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00343	-0.00275	-0.00208	-0.00141	-0.00074	-6.7E-05
	$\mu=0.5$	-0.00079	-0.00064	-0.00048	-0.00033	-0.00017	-1.6E-05
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.00039	-0.0003	-0.0002	-0.00011	-9.6E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00239	-0.00192	-0.00145	-0.00098	-0.00052	-4.7E-05
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00044	-0.00034	-0.00023	-0.00012	-1.1E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.4E-05	-6.7E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-109.96	-88.3996	-66.8387	-45.2778	-23.717	-2.15609
	$\mu=0.5$	-25.3893	-122.466	-169.76	-167.271	-114.999	-12.9436
	$\mu=0.9$	-15.7182	-126.362	-181.53	-181.221	-125.437	-14.1772
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-87.3909	-70.2554	-53.12	-35.9845	-18.849	-1.71355
	$\mu=0.5$	-20.1781	-97.3299	-134.917	-132.938	-91.3951	-10.2869
	$\mu=0.9$	-12.492	-100.426	-144.27	-144.026	-99.6911	-11.2673
0/90		9	19	29	39	49	51
ε_x	$\mu=0$	0.000605	0.001276	0.001948	0.00262	0.003291	0.003426
	$\mu=0.5$	0.00014	0.000295	0.00045	0.000605	0.00076	0.000791
	$\mu=0.9$	8.64E-05	0.000182	0.000278	0.000374	0.00047	0.00049
ε_y	$\mu=0$	0.000422	0.000891	0.001359	0.001828	0.002297	0.002391
	$\mu=0.5$	9.74E-05	0.000206	0.000314	0.000422	0.00053	0.000552
	$\mu=0.9$	6.03E-05	0.000127	0.000194	0.000261	0.000328	0.000342
σ_x (MPa)	$\mu=0$	19.40478	40.96565	62.52651	84.08738	40.06231	41.6975
	$\mu=0.5$	138.8946	340.5157	591.9198	893.1069	9.250192	9.627751
	$\mu=0.9$	152.5588	374.7708	652.4587	985.6225	5.726667	5.960408
σ_y (MPa)	$\mu=0$	15.42193	32.5574	49.69288	66.82835	333.5729	347.1881
	$\mu=0.5$	110.3863	270.6245	470.4276	709.7957	77.02036	80.16404
	$\mu=0.9$	121.246	297.8487	518.5408	783.3224	47.68224	49.62845



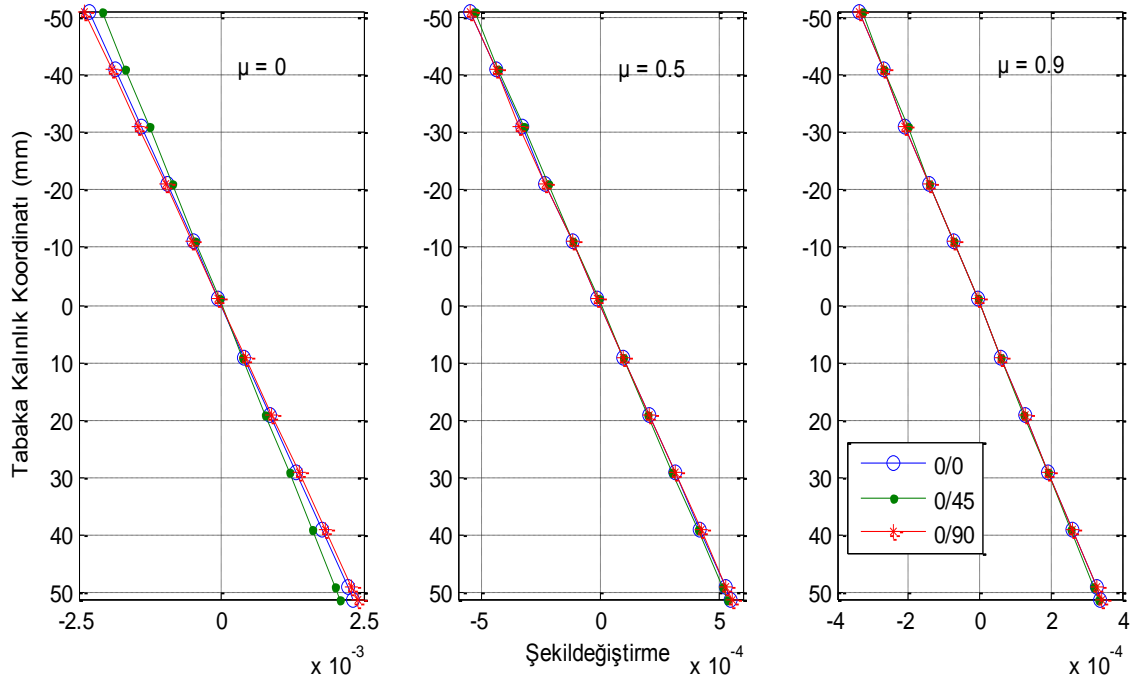
Şekil 4.68. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 2)



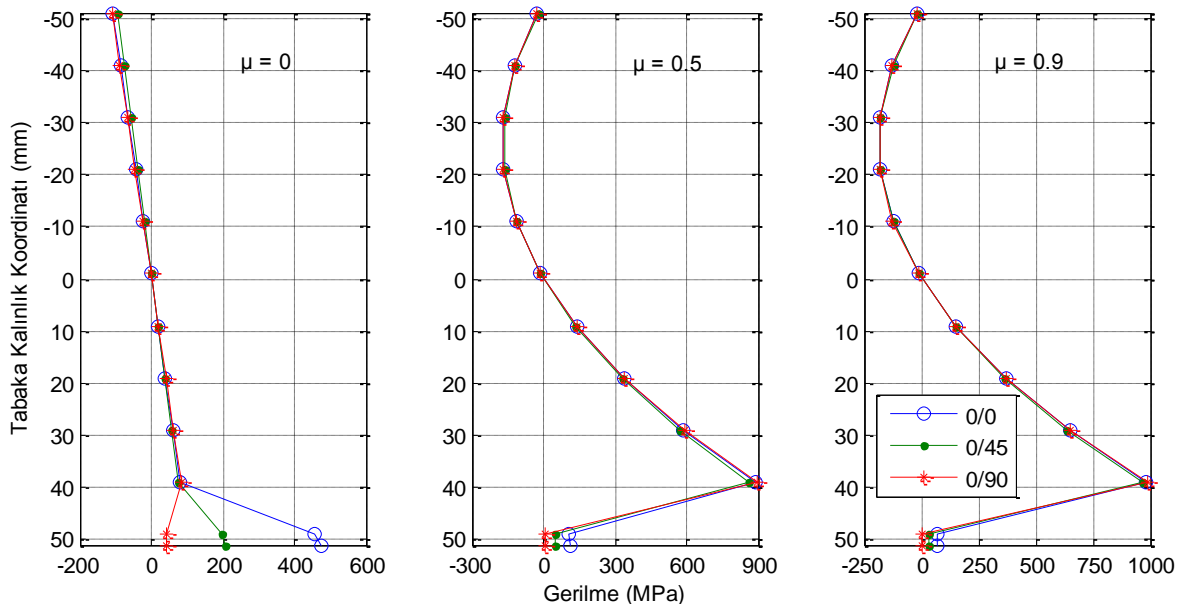
Şekil 4.69. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 2)



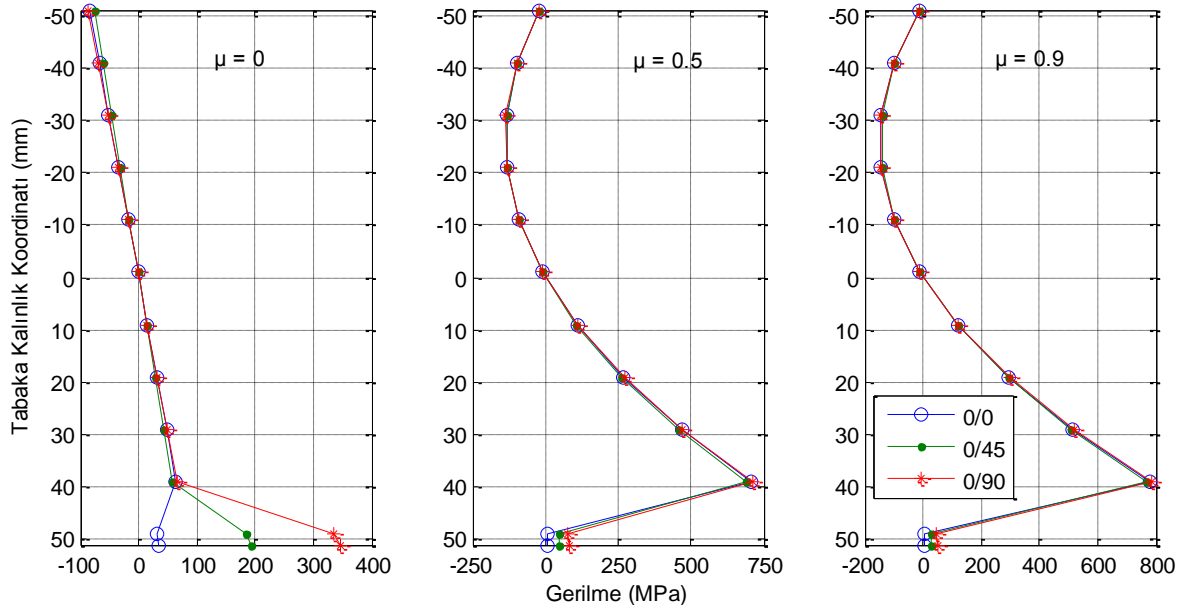
Şekil 4.70. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2)



Şekil 4.71. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2)



Şekil 4.72. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2)



Şekil 4.73. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 18, 21 ve 23 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 32, 37 ve 41 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.756, 1.763 ve 1.767 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.1). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.7). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği çıkarılabilir.

Çizelge 4.14'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.68-Şekil 4.69). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.1102 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %0.5209 ve $\mu=0.9$ iken %0.8312 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1'e ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %6.82 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %15.81 oranında ve (0/90) olması durumunda %3.78 oranında azalmıştır (Çizelge 4.14). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0)

olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucuna varılmaktadır.

Şekil 4.70 ve Şekil 4.71'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri küçükten büyüğe sırasıyla (0/45), (0/0) ve (0/90) durumlarında elde edilmiştir. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.16 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.72-Şekil 4.73). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.17. Durum 3'e ait analiz sonuçları

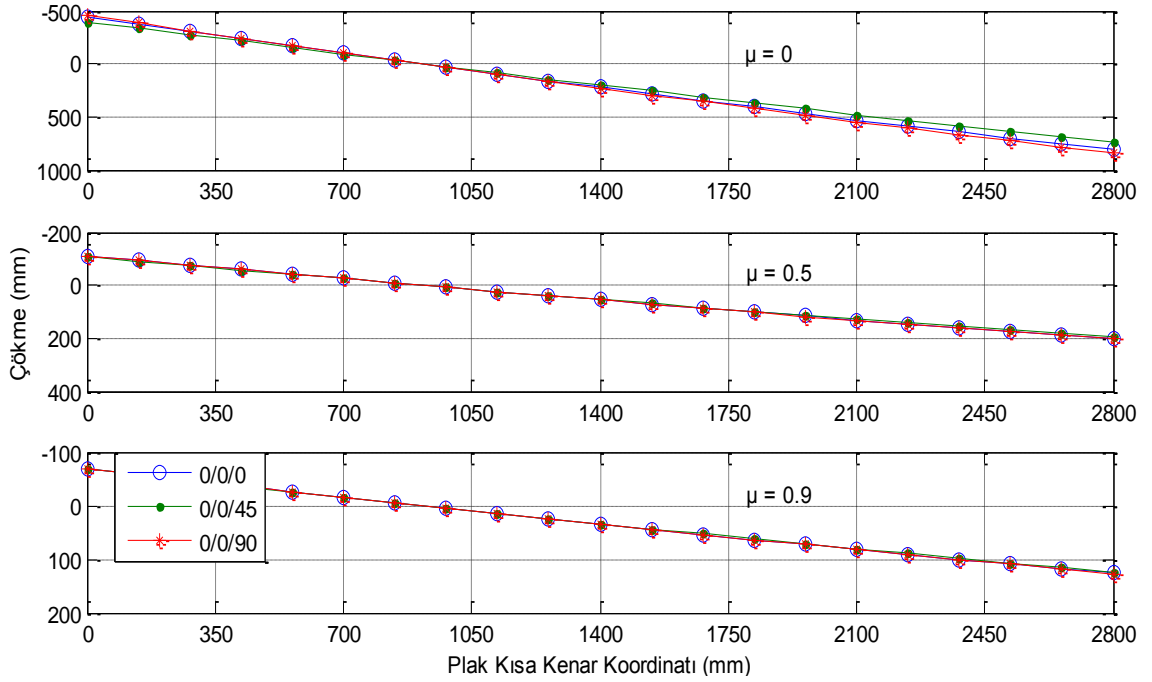
0/0/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00317	-0.00256	-0.00195	-0.00134	-0.00073	-0.00012	0.000487
	$\mu=0.5$	-0.00079	-0.00064	-0.00048	-0.00033	-0.00018	-3E-05	0.000121
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.0004	-0.0003	-0.00021	-0.00011	-1.9E-05	7.57E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00221	-0.00178	-0.00136	-0.00093	-0.00051	-8.5E-05	0.00034
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00044	-0.00034	-0.00023	-0.00013	-2.1E-05	8.46E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00015	-7.9E-05	-1.3E-05	5.28E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-101.642	-82.0957	-62.5491	-43.0025	-23.4559	-3.90932	15.63727
	$\mu=0.5$	-25.2855	-122.538	-171.164	-171.164	-122.538	-25.2855	120.5925
	$\mu=0.9$	-15.7937	-127.565	-184.665	-187.095	-134.854	-27.9428	133.6393
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-80.7801	-65.2454	-49.7108	-34.1762	-18.6416	-3.10693	12.4277
	$\mu=0.5$	-20.0956	-97.3866	-136.032	-136.032	-97.3866	-20.0956	95.84074
	$\mu=0.9$	-12.5521	-101.382	-146.762	-148.694	-107.175	-22.2075	106.2097
0/0/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000487	0.001096	0.001705	0.002314	0.002923	0.003045	0.003167
	$\mu=0.5$	0.000121	0.000273	0.000424	0.000576	0.000727	0.000757	0.000788
	$\mu=0.9$	7.57E-05	0.00017	0.000265	0.00036	0.000454	0.000473	0.000492
ε_y	$\mu=0$	0.00034	0.000765	0.00119	0.001615	0.00204	0.002125	0.00221
	$\mu=0.5$	8.46E-05	0.00019	0.000296	0.000402	0.000507	0.000529	0.00055
	$\mu=0.9$	5.28E-05	0.000119	0.000185	0.000251	0.000317	0.00033	0.000343
σ_x (MPa)	$\mu=0$	15.63727	35.18386	54.73044	74.27703	418.0322	435.4502	452.8682
	$\mu=0.5$	120.5925	315.0965	558.2264	849.9824	103.9938	108.3268	112.6599
	$\mu=0.9$	133.6393	349.892	620.8152	946.4091	64.95615	67.66265	70.36916
σ_y (MPa)	$\mu=0$	12.4277	27.96233	43.49696	59.03159	29.35529	30.57843	31.80156
	$\mu=0.5$	95.84074	250.4226	443.6499	675.5226	7.302708	7.606987	7.911267
	$\mu=0.9$	106.2097	278.0762	493.3922	752.1576	4.561387	4.751444	4.941502

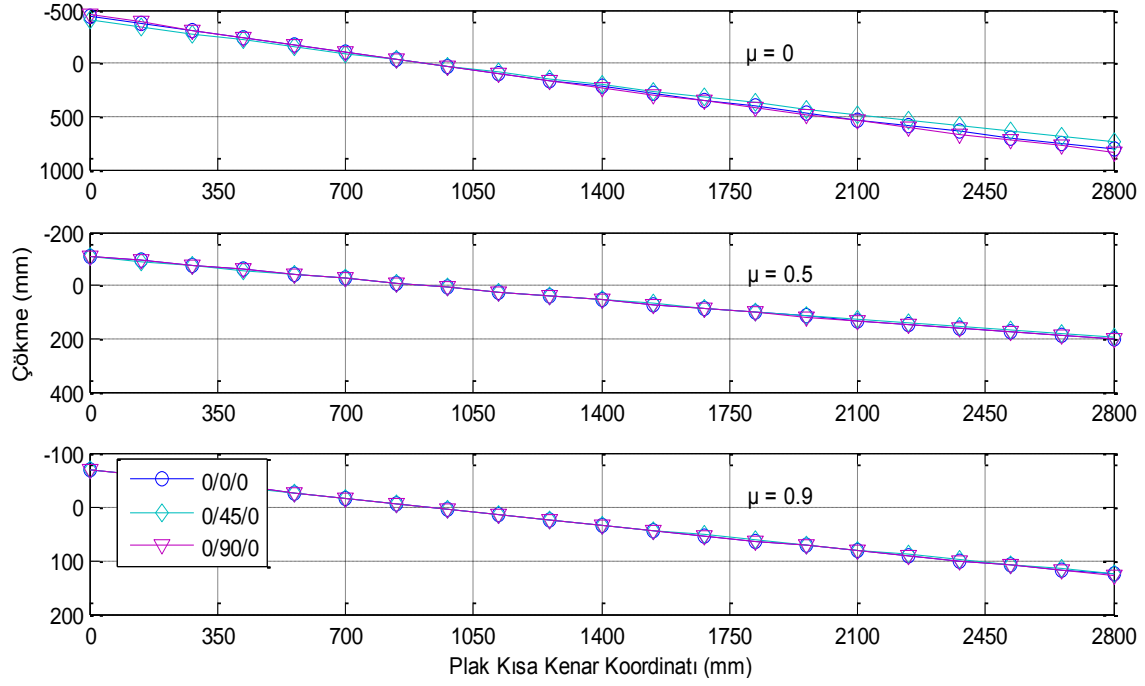
0/0/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00287	-0.00232	-0.00177	-0.00121	-0.00066	-0.00011	0.000441
	$\mu=0.5$	-0.00077	-0.00062	-0.00047	-0.00032	-0.00018	-3E-05	0.000118
	$\mu=0.9$	-0.00048	-0.00039	-0.0003	-0.0002	-0.00011	-1.9E-05	7.45E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.002	-0.00162	-0.00123	-0.00085	-0.00046	-7.7E-05	0.000308
	$\mu=0.5$	-0.00054	-0.00043	-0.00033	-0.00023	-0.00012	-2.1E-05	8.24E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.8E-05	-1.3E-05	5.2E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-92.0675	-74.3622	-56.6569	-38.9516	-21.2463	-3.54106	14.16423
	$\mu=0.5$	-24.6478	-119.447	-166.847	-166.847	-119.447	-24.6478	117.5513
	$\mu=0.9$	-15.5426	-125.536	-181.729	-184.12	-132.71	-27.4984	131.5141
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-73.1706	-59.0993	-45.028	-30.9568	-16.8855	-2.81425	11.25701
	$\mu=0.5$	-19.5888	-94.9306	-132.601	-132.601	-94.9306	-19.5888	93.42374
	$\mu=0.9$	-12.3524	-99.7697	-144.429	-146.329	-105.471	-21.8543	104.5207
0/0/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000441	0.000993	0.001544	0.002096	0.002648	0.002758	0.002868
	$\mu=0.5$	0.000118	0.000266	0.000413	0.000561	0.000709	0.000738	0.000768
	$\mu=0.9$	7.45E-05	0.000168	0.000261	0.000354	0.000447	0.000466	0.000484
ε_y	$\mu=0$	0.000308	0.000693	0.001078	0.001463	0.001848	0.001925	0.002002
	$\mu=0.5$	8.24E-05	0.000185	0.000289	0.000392	0.000495	0.000515	0.000536
	$\mu=0.9$	5.2E-05	0.000117	0.000182	0.000247	0.000312	0.000325	0.000338
σ_x (MPa)	$\mu=0$	14.16423	31.86952	49.57481	67.28011	378.6534	189.6367	197.2221
	$\mu=0.5$	117.5513	307.1501	544.1486	828.5468	101.3712	50.76857	52.79931
	$\mu=0.9$	131.5141	344.3277	610.9426	931.3587	63.92317	32.01392	33.29447
σ_y (MPa)	$\mu=0$	11.25701	25.32827	39.39953	53.47079	26.59001	177.9687	185.0875
	$\mu=0.5$	93.42374	244.1072	432.4615	658.4867	7.118542	47.64489	49.55068
	$\mu=0.9$	104.5207	273.6541	485.546	740.1963	4.488849	30.04417	31.24594
0/0/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00327	-0.00264	-0.00201	-0.00138	-0.00075	-0.00013	0.000503
	$\mu=0.5$	-0.00079	-0.00064	-0.00049	-0.00034	-0.00018	-3.1E-05	0.000122
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.0004	-0.0003	-0.00021	-0.00011	-1.9E-05	7.61E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00228	-0.00184	-0.0014	-0.00096	-0.00053	-8.8E-05	0.000351
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00045	-0.00034	-0.00023	-0.00013	-2.1E-05	8.52E-05
	$\mu=0.9$	-0.00035	-0.00028	-0.00021	-0.00015	-8E-05	-1.3E-05	5.31E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-104.866	-84.6994	-64.5328	-44.3663	-24.1998	-4.0333	16.13321
	$\mu=0.5$	-25.4804	-123.482	-172.483	-172.483	-123.482	-25.4804	121.5218
	$\mu=0.9$	-15.8695	-128.177	-185.552	-187.993	-135.501	-28.0769	134.2807
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-83.342	-67.3147	-51.2874	-35.2601	-19.2328	-3.20546	12.82185
	$\mu=0.5$	-20.2505	-98.137	-137.08	-137.08	-98.137	-20.2505	96.57931
	$\mu=0.9$	-12.6123	-101.869	-147.467	-149.407	-107.69	-22.3141	106.7194
0/0/90		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000503	0.001131	0.001759	0.002387	0.003016	0.003141	0.003267
	$\mu=0.5$	0.000122	0.000275	0.000427	0.00058	0.000733	0.000763	0.000794
	$\mu=0.9$	7.61E-05	0.000171	0.000266	0.000361	0.000456	0.000475	0.000494
ε_y	$\mu=0$	0.000351	0.000789	0.001228	0.001666	0.002104	0.002192	0.00228
	$\mu=0.5$	8.52E-05	0.000192	0.000298	0.000405	0.000511	0.000533	0.000554
	$\mu=0.9$	5.31E-05	0.000119	0.000186	0.000252	0.000318	0.000332	0.000345

σ_x (MPa)	$\mu=0$	16.13321	36.29972	56.46624	76.63275	431.2902	38.23618	39.76563
	$\mu=0.5$	121.5218	317.5247	562.5283	856.5326	104.7952	9.290651	9.662277
	$\mu=0.9$	134.2807	351.5713	623.7949	950.9515	65.2679	5.786348	6.017802
σ_y (MPa)	$\mu=0$	12.82185	28.84917	44.87648	60.9038	30.2863	318.3679	331.1026
	$\mu=0.5$	96.57931	252.3524	447.0687	680.7283	7.358984	77.35723	80.45152
	$\mu=0.9$	106.7194	279.4109	495.7603	755.7676	4.583279	48.17917	50.10634
0/45/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00289	-0.00233	-0.00178	-0.00122	-0.00067	-0.00011	0.000445
	$\mu=0.5$	-0.00077	-0.00062	-0.00047	-0.00033	-0.00018	-3E-05	0.000118
	$\mu=0.9$	-0.00048	-0.00039	-0.0003	-0.00021	-0.00011	-1.9E-05	7.46E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00202	-0.00163	-0.00124	-0.00085	-0.00047	-7.8E-05	0.00031
	$\mu=0.5$	-0.00054	-0.00043	-0.00033	-0.00023	-0.00012	-2.1E-05	8.26E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.8E-05	-1.3E-05	5.2E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-92.7392	-74.9047	-57.0703	-39.2358	-21.4013	-3.56689	14.26757
	$\mu=0.5$	-24.6957	-119.679	-167.171	-167.171	-119.679	-24.6957	117.7796
	$\mu=0.9$	-15.5616	-125.69	-181.951	-184.345	-132.872	-27.5321	131.6751
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-73.7044	-59.5304	-45.3565	-31.1826	-17.0087	-2.83478	11.33913
	$\mu=0.5$	-19.6269	-95.115	-132.859	-132.859	-95.115	-19.6269	93.60524
	$\mu=0.9$	-12.3676	-99.8919	-144.605	-146.508	-105.6	-21.8811	104.6486
0/45/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000445	0.001	0.001556	0.002111	0.002667	0.002778	0.002889
	$\mu=0.5$	0.000118	0.000266	0.000414	0.000562	0.00071	0.00074	0.000769
	$\mu=0.9$	7.46E-05	0.000168	0.000261	0.000354	0.000448	0.000466	0.000485
ε_y	$\mu=0$	0.00031	0.000698	0.001086	0.001473	0.001861	0.001939	0.002016
	$\mu=0.5$	8.26E-05	0.000186	0.000289	0.000392	0.000496	0.000516	0.000537
	$\mu=0.9$	5.2E-05	0.000117	0.000182	0.000247	0.000312	0.000325	0.000338
σ_x (MPa)	$\mu=0$	14.26757	32.10202	49.93648	67.77093	183.3793	397.3081	413.2004
	$\mu=0.5$	117.7796	307.7468	545.2057	830.1565	48.83251	105.8001	110.0321
	$\mu=0.9$	131.6751	344.7493	611.6905	932.4989	30.77098	66.66815	69.33487
σ_y (MPa)	$\mu=0$	11.33913	25.51305	39.68696	53.86088	172.0964	27.89999	29.01599
	$\mu=0.5$	93.60524	244.5814	433.3017	659.7659	45.82795	7.429553	7.726735
	$\mu=0.9$	104.6486	273.9891	486.1404	741.1025	28.87771	4.681608	4.868872
0/90/0		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00326	-0.00263	-0.00201	-0.00138	-0.00075	-0.00013	0.000501
	$\mu=0.5$	-0.00079	-0.00064	-0.00049	-0.00034	-0.00018	-3.1E-05	0.000122
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.0004	-0.0003	-0.00021	-0.00011	-1.9E-05	7.6E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00227	-0.00184	-0.0014	-0.00096	-0.00052	-8.7E-05	0.00035
	$\mu=0.5$	-0.00055	-0.00045	-0.00034	-0.00023	-0.00013	-2.1E-05	8.52E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00028	-0.00021	-0.00015	-8E-05	-1.3E-05	5.31E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-104.611	-84.4933	-64.3759	-44.2584	-24.141	-4.02349	16.09397
	$\mu=0.5$	-25.4653	-123.409	-172.38	-172.38	-123.409	-25.4653	121.4498
	$\mu=0.9$	-15.8637	-128.13	-185.483	-187.924	-135.451	-28.0665	134.2312
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-83.1393	-67.151	-51.1627	-35.1743	-19.186	-3.19767	12.79066
	$\mu=0.5$	-20.2385	-98.0789	-136.999	-136.999	-98.0789	-20.2385	96.52212
	$\mu=0.9$	-12.6076	-101.831	-147.412	-149.352	-107.65	-22.3058	106.6801

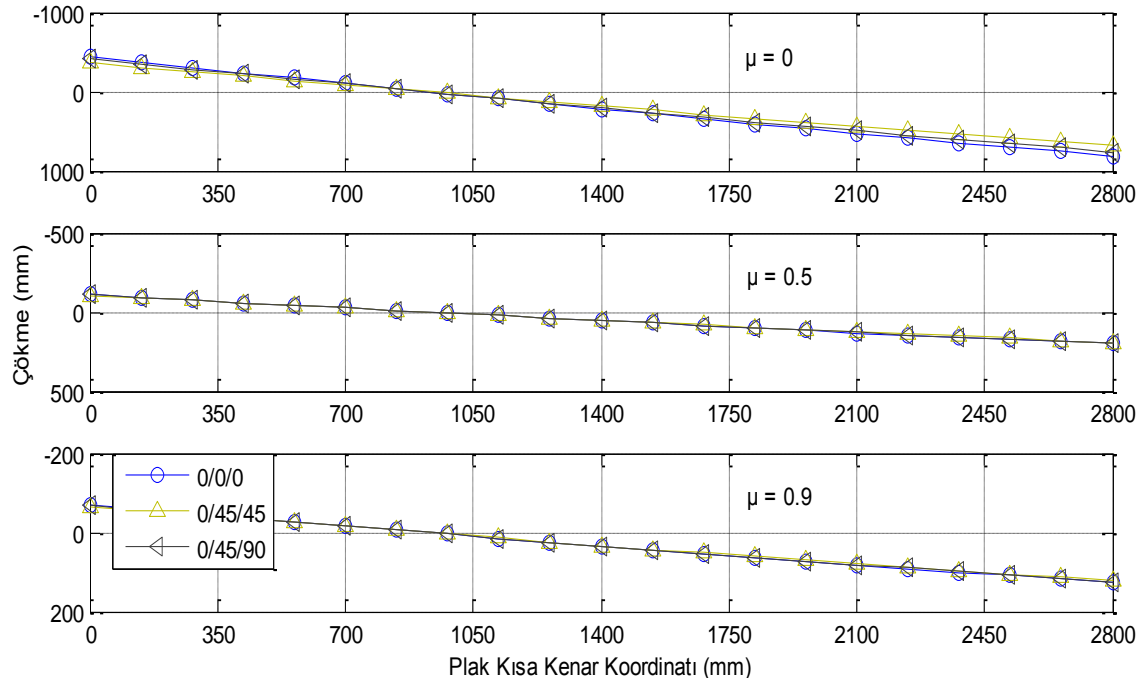
0/90/0		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000501	0.001128	0.001755	0.002382	0.003008	0.003134	0.003259
	$\mu=0.5$	0.000122	0.000275	0.000427	0.00058	0.000732	0.000763	0.000793
	$\mu=0.9$	7.6E-05	0.000171	0.000266	0.000361	0.000456	0.000475	0.000494
ε_y	$\mu=0$	0.00035	0.000787	0.001225	0.001662	0.002099	0.002187	0.002274
	$\mu=0.5$	8.52E-05	0.000192	0.000298	0.000405	0.000511	0.000532	0.000554
	$\mu=0.9$	5.31E-05	0.000119	0.000186	0.000252	0.000318	0.000332	0.000345
σ_x (MPa)	$\mu=0$	16.09397	36.21143	56.32889	76.44635	36.61745	448.1678	466.0945
	$\mu=0.5$	121.4498	317.3366	562.1952	856.0254	8.913743	109.097	113.4609
	$\mu=0.9$	134.2312	351.4416	623.5648	950.6007	5.552845	67.96232	70.68081
σ_y (MPa)	$\mu=0$	12.79066	28.77899	44.76732	60.75565	304.8897	31.47149	32.73035
	$\mu=0.5$	96.52212	252.203	446.804	680.3253	74.21896	7.661069	7.967512
	$\mu=0.9$	106.6801	279.3078	495.5774	755.4889	46.23494	4.772488	4.963388
0/45/45		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00264	-0.00213	-0.00162	-0.00112	-0.00061	-0.0001	0.000406
	$\mu=0.5$	-0.00075	-0.00061	-0.00046	-0.00032	-0.00017	-2.9E-05	0.000115
	$\mu=0.9$	-0.00048	-0.00039	-0.00029	-0.0002	-0.00011	-1.8E-05	7.34E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00184	-0.00149	-0.00113	-0.00078	-0.00042	-7.1E-05	0.000283
	$\mu=0.5$	-0.00052	-0.00042	-0.00032	-0.00022	-0.00012	-2E-05	8.06E-05
	$\mu=0.9$	-0.00033	-0.00027	-0.0002	-0.00014	-7.7E-05	-1.3E-05	5.12E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-84.702	-68.4132	-52.1243	-35.8355	-19.5466	-3.25777	13.03108
	$\mu=0.5$	-24.0871	-116.73	-163.051	-163.051	-116.73	-24.0871	114.8769
	$\mu=0.9$	-15.3177	-123.72	-179.099	-181.456	-130.79	-27.1006	129.6114
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-67.3168	-54.3713	-41.4257	-28.4802	-15.5347	-2.58911	10.35643
	$\mu=0.5$	-19.1432	-92.7709	-129.585	-129.585	-92.7709	-19.1432	91.29832
	$\mu=0.9$	-12.1737	-98.3263	-142.339	-144.212	-103.945	-21.5381	103.0085
0/45/45		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000406	0.000913	0.001421	0.001928	0.002436	0.002537	0.002639
	$\mu=0.5$	0.000115	0.00026	0.000404	0.000548	0.000693	0.000722	0.00075
	$\mu=0.9$	7.34E-05	0.000165	0.000257	0.000349	0.000441	0.000459	0.000477
ε_y	$\mu=0$	0.000283	0.000637	0.000992	0.001346	0.0017	0.001771	0.001841
	$\mu=0.5$	8.06E-05	0.000181	0.000282	0.000383	0.000483	0.000504	0.000524
	$\mu=0.9$	5.12E-05	0.000115	0.000179	0.000243	0.000307	0.00032	0.000333
σ_x (MPa)	$\mu=0$	13.03108	29.31992	45.60877	61.89762	167.4869	174.4655	181.4441
	$\mu=0.5$	114.8769	300.1623	531.7691	809.6972	47.62903	49.61357	51.59811
	$\mu=0.9$	129.6114	339.3461	602.1038	917.8842	30.28872	31.55075	32.81278
σ_y (MPa)	$\mu=0$	10.35643	23.30198	36.24752	49.19306	157.1818	163.731	170.2803
	$\mu=0.5$	91.29832	238.5537	422.6229	643.5059	44.69851	46.56095	48.42339
	$\mu=0.9$	103.0085	269.695	478.5213	729.4875	28.42512	29.6095	30.79388
0/45/90		-52	-42	-32	-22	-12	-2	8
ε_x	$\mu=0$	-0.00297	-0.0024	-0.00183	-0.00126	-0.00069	-0.00011	0.000457
	$\mu=0.5$	-0.00078	-0.00063	-0.00048	-0.00033	-0.00018	-3E-05	0.000119
	$\mu=0.9$	-0.00049	-0.00039	-0.0003	-0.00021	-0.00011	-1.9E-05	7.49E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00207	-0.00168	-0.00128	-0.00088	-0.00048	-8E-05	0.000319
	$\mu=0.5$	-0.00054	-0.00044	-0.00033	-0.00023	-0.00012	-2.1E-05	8.32E-05
	$\mu=0.9$	-0.00034	-0.00027	-0.00021	-0.00014	-7.8E-05	-1.3E-05	5.23E-05

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-95.4154	-77.0663	-58.7171	-40.368	-22.0189	-3.66982	14.67929
	$\mu=0.5$	-24.8816	-120.58	-168.429	-168.429	-120.58	-24.8816	118.6659
	$\mu=0.9$	-15.6352	-126.284	-182.811	-185.217	-133.5	-27.6622	132.2977
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-75.8313	-61.2483	-46.6654	-32.0825	-17.4995	-2.91659	11.66635
	$\mu=0.5$	-19.7746	-95.8307	-133.859	-133.859	-95.8307	-19.7746	94.30963
	$\mu=0.9$	-12.426	-100.364	-145.289	-147.201	-106.099	-21.9845	105.1435
0/45/90		8	18	28	38	48	50	52
ε_x	$\mu=0$	0.000457	0.001029	0.001601	0.002172	0.002744	0.002858	0.002973
	$\mu=0.5$	0.000119	0.000268	0.000417	0.000566	0.000716	0.000745	0.000775
	$\mu=0.9$	7.49E-05	0.000169	0.000262	0.000356	0.00045	0.000468	0.000487
ε_y	$\mu=0$	0.000319	0.000718	0.001117	0.001516	0.001915	0.001995	0.002074
	$\mu=0.5$	8.32E-05	0.000187	0.000291	0.000395	0.000499	0.00052	0.000541
	$\mu=0.9$	5.23E-05	0.000118	0.000183	0.000248	0.000314	0.000327	0.00034
σ_x (MPa)	$\mu=0$	14.67929	33.02839	51.3775	69.72661	188.6711	34.79034	36.18195
	$\mu=0.5$	118.6659	310.0626	549.3085	836.4035	49.19998	9.072314	9.435207
	$\mu=0.9$	132.2977	346.3795	614.583	936.9083	30.91649	5.700899	5.928935
σ_y (MPa)	$\mu=0$	11.66635	26.24928	40.83221	55.41515	177.0626	289.6766	301.2636
	$\mu=0.5$	94.30963	246.4219	436.5623	664.7307	46.17281	75.53928	78.56085
	$\mu=0.9$	105.1435	275.2847	488.4392	744.6069	29.01426	47.46769	49.3664

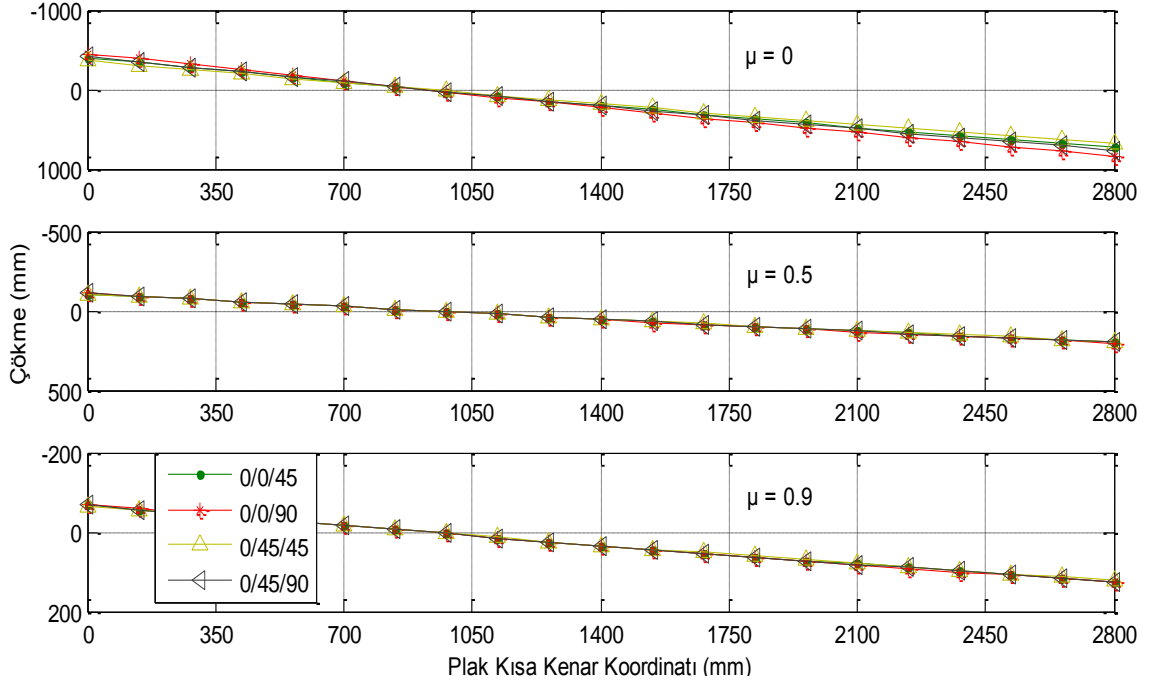




(b)

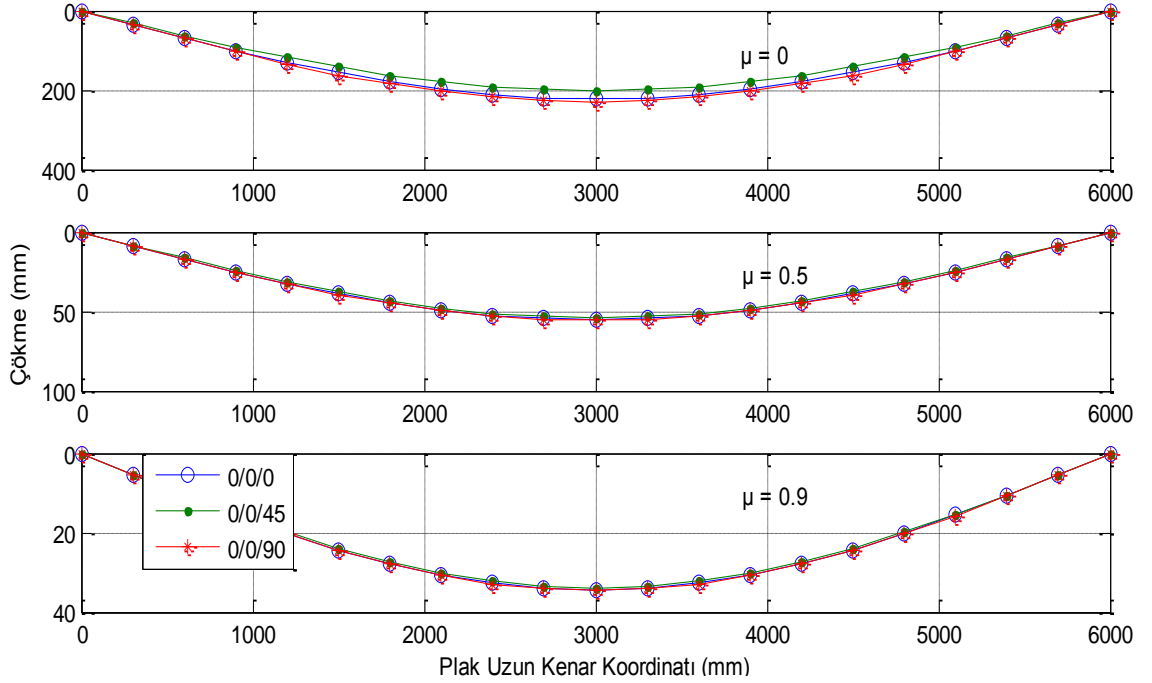


(c)

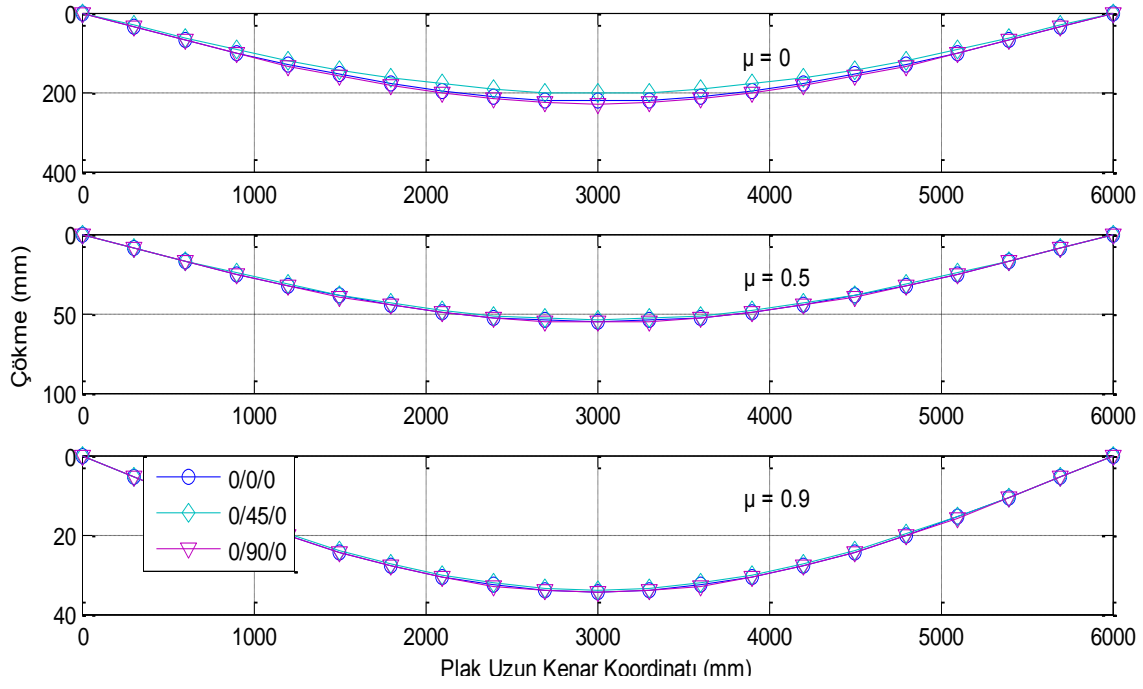


(d)

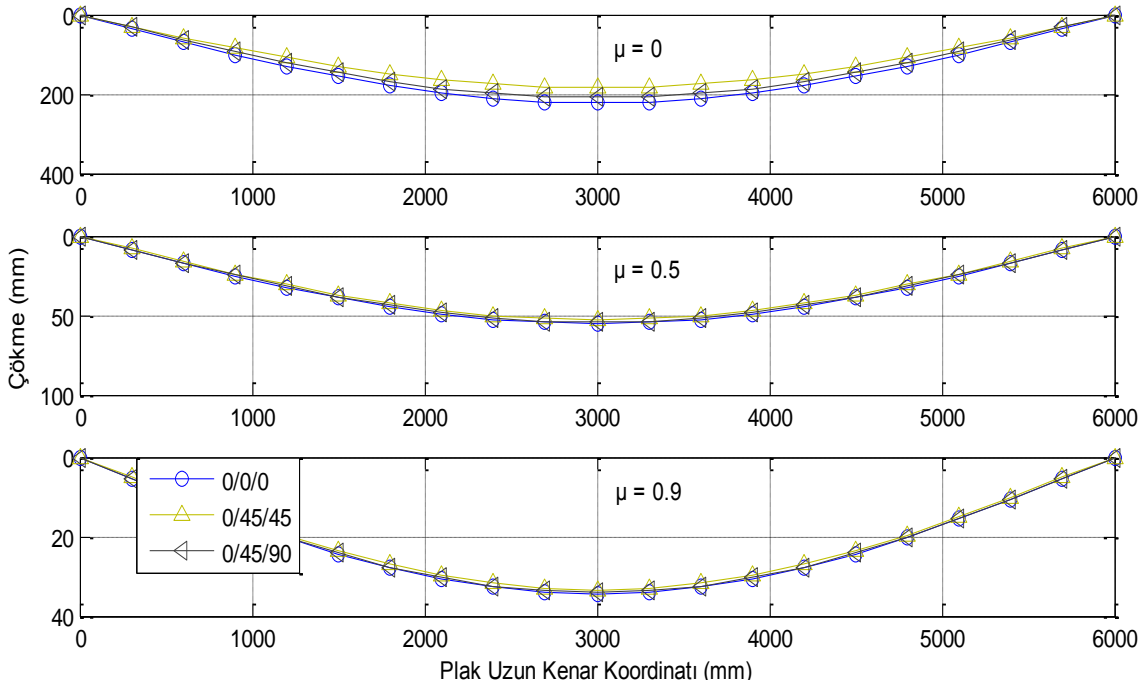
Şekil 4.74. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 3)



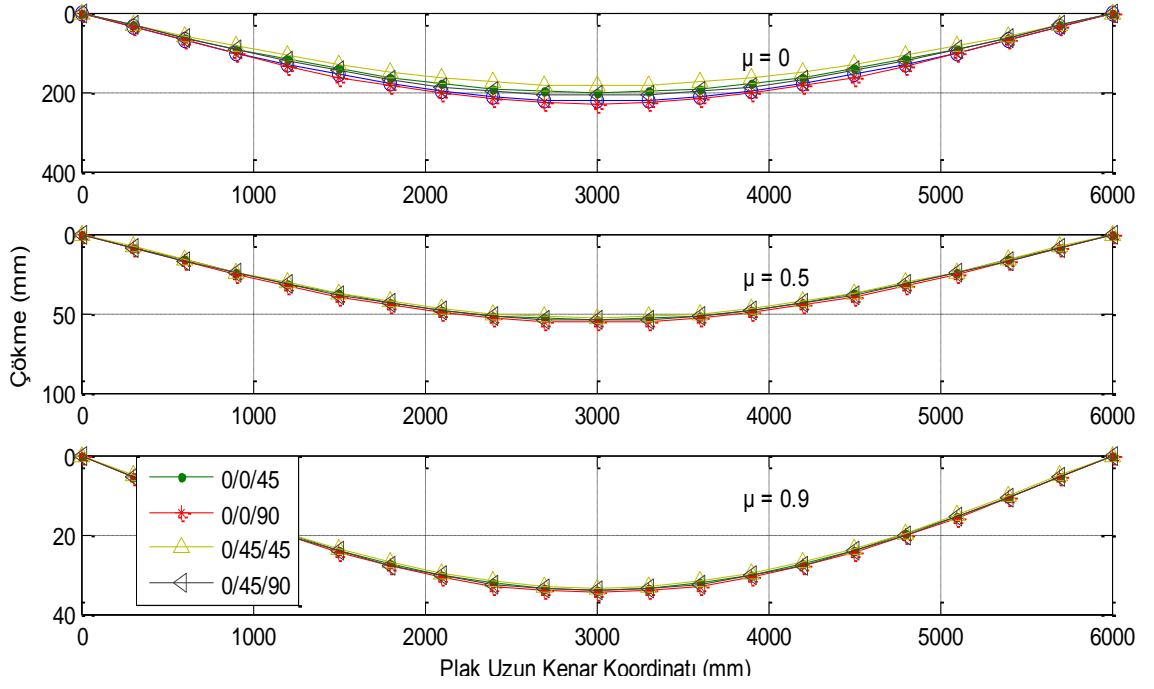
(a)



(b)

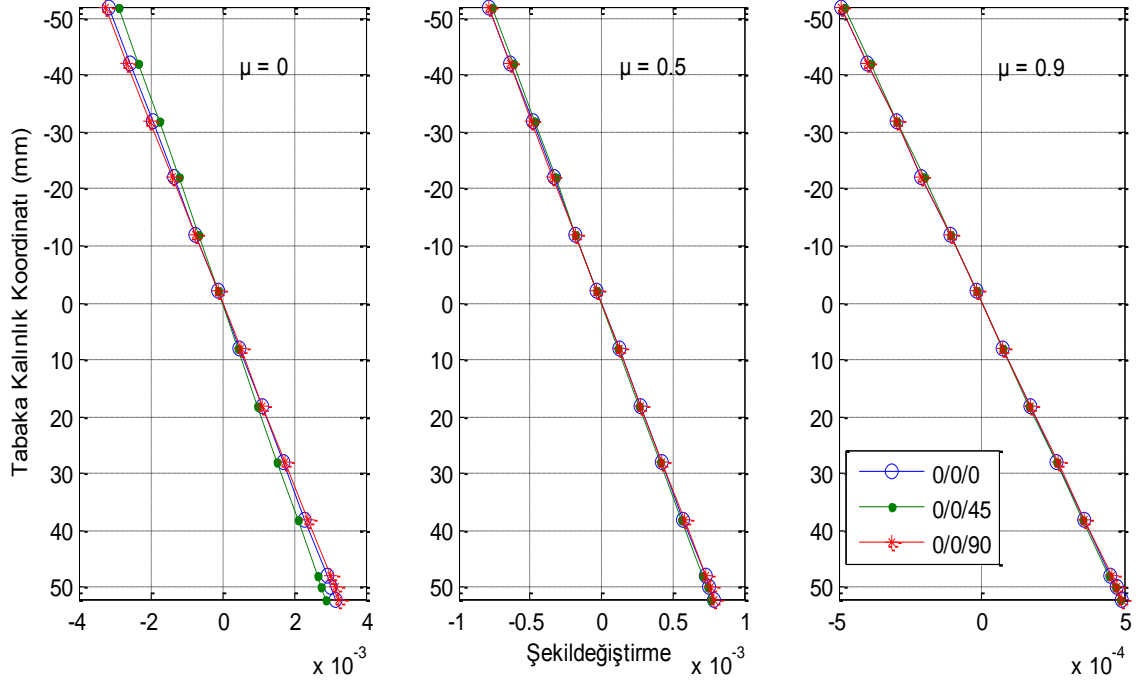


(c)

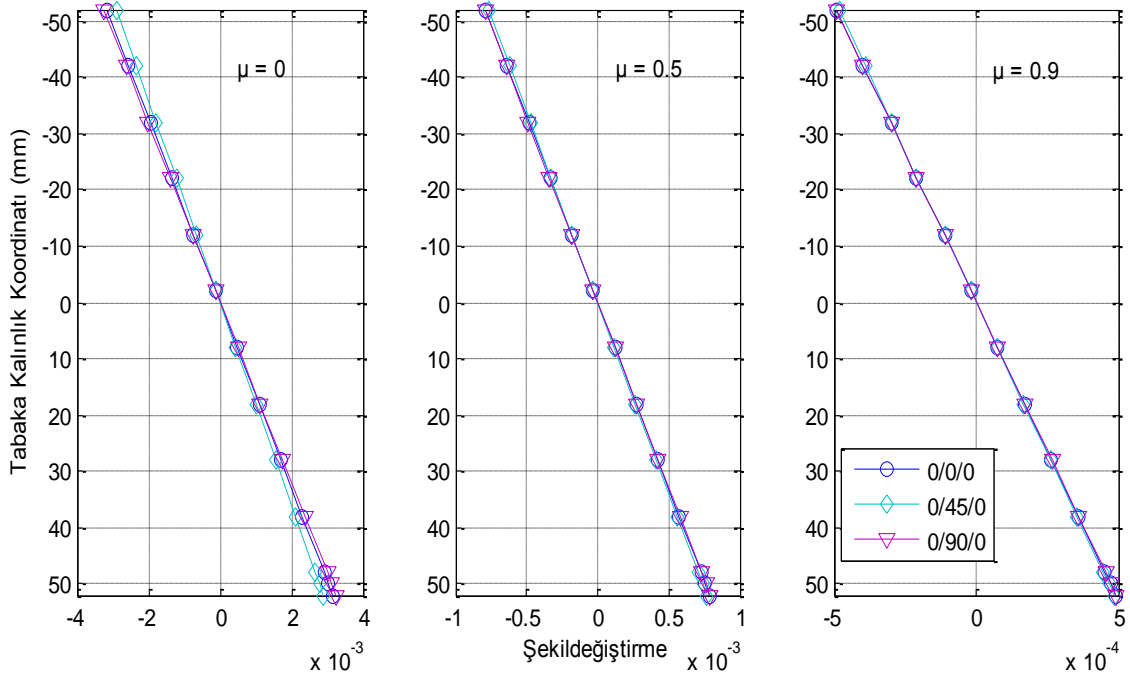


(d)

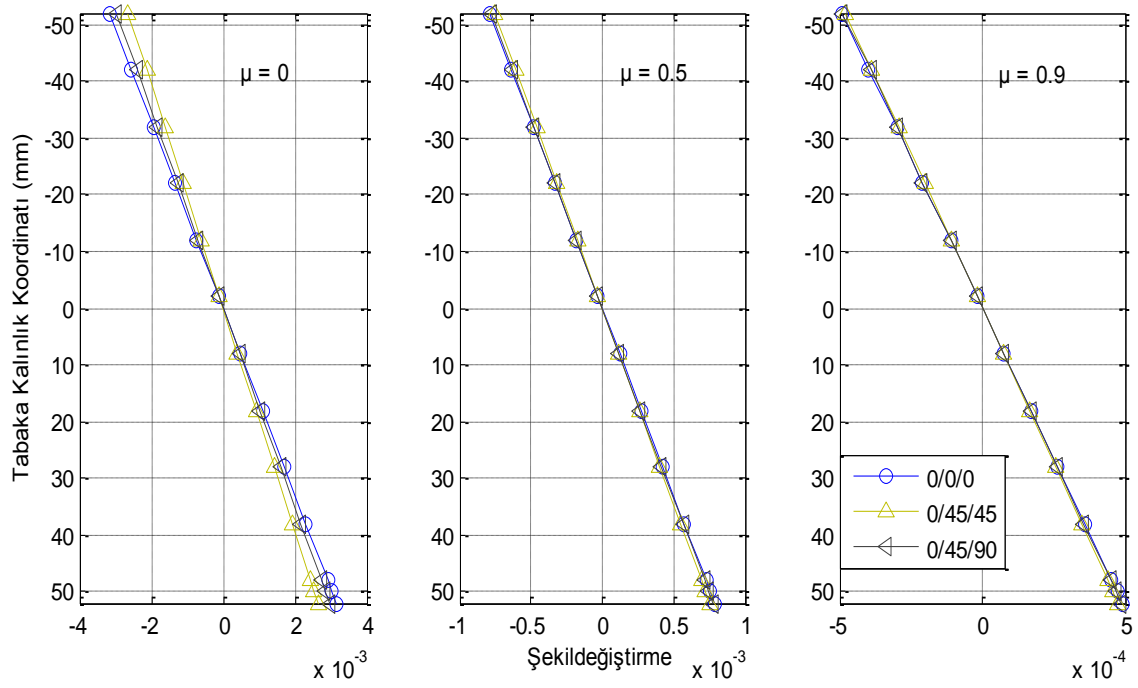
Şekil 4.75. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P4, Durum 3)



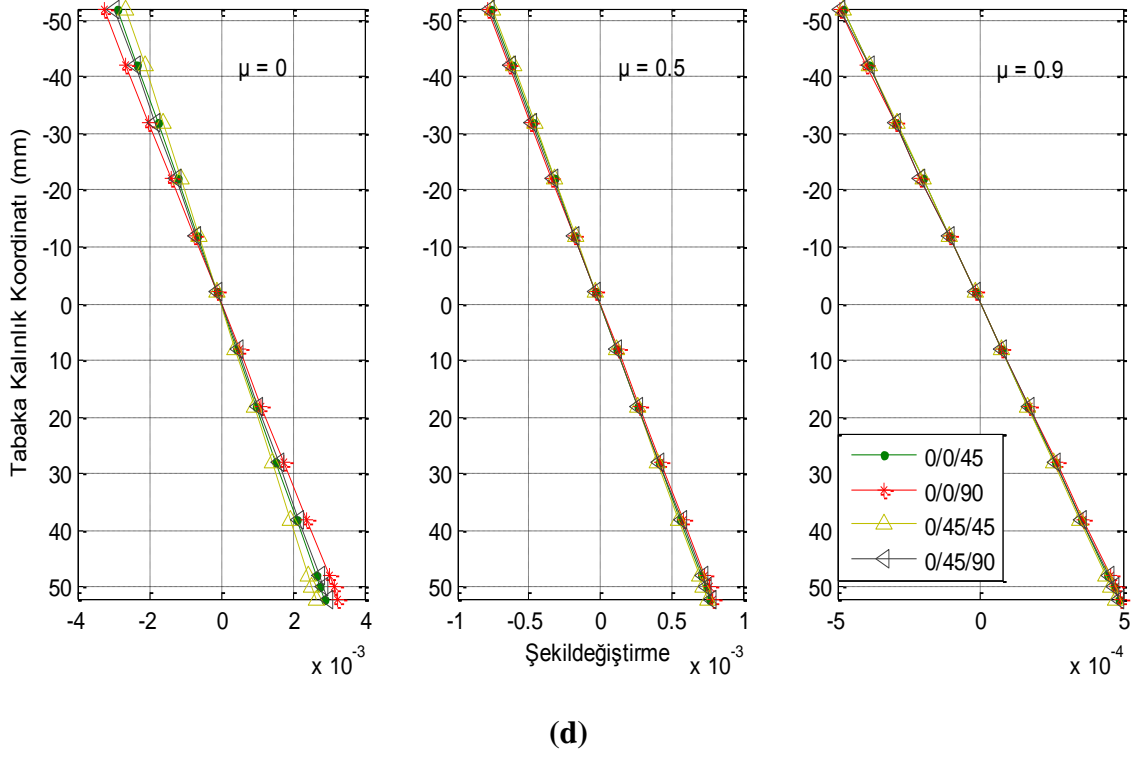
(a)



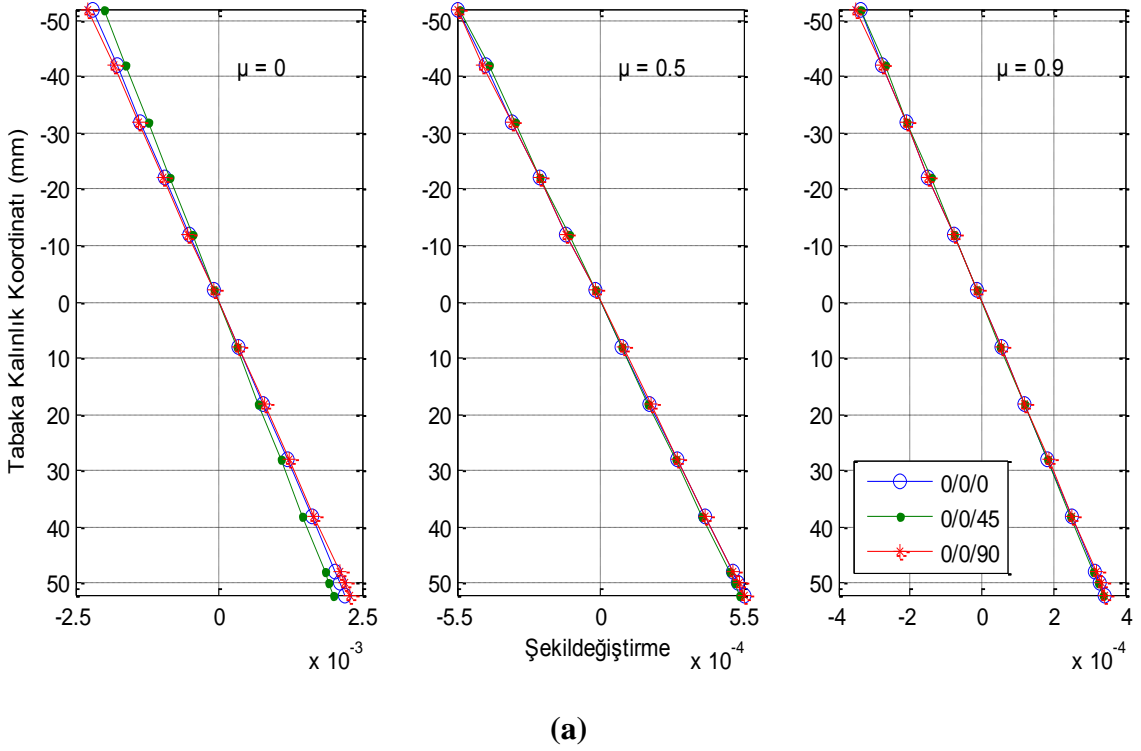
(b)

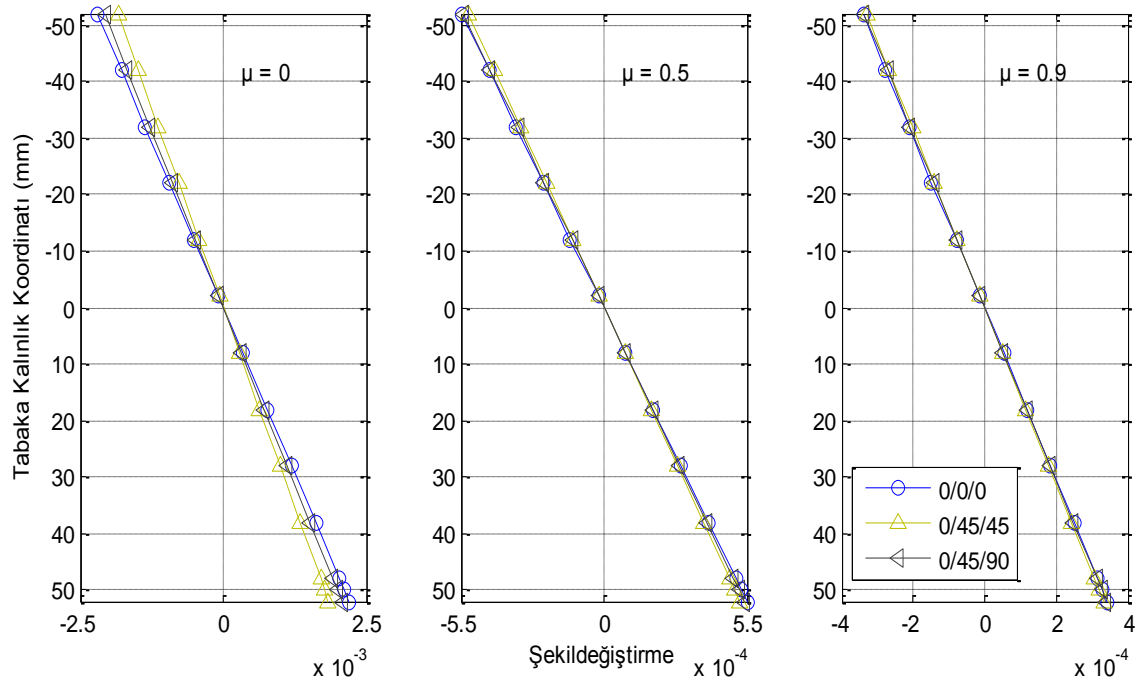
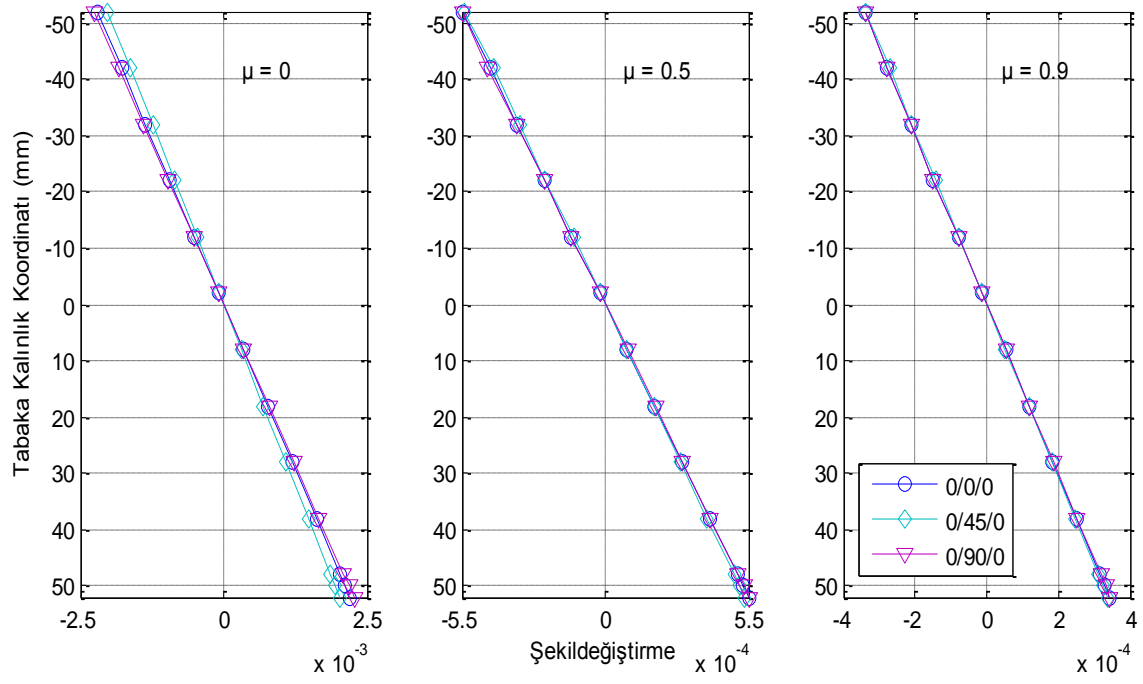


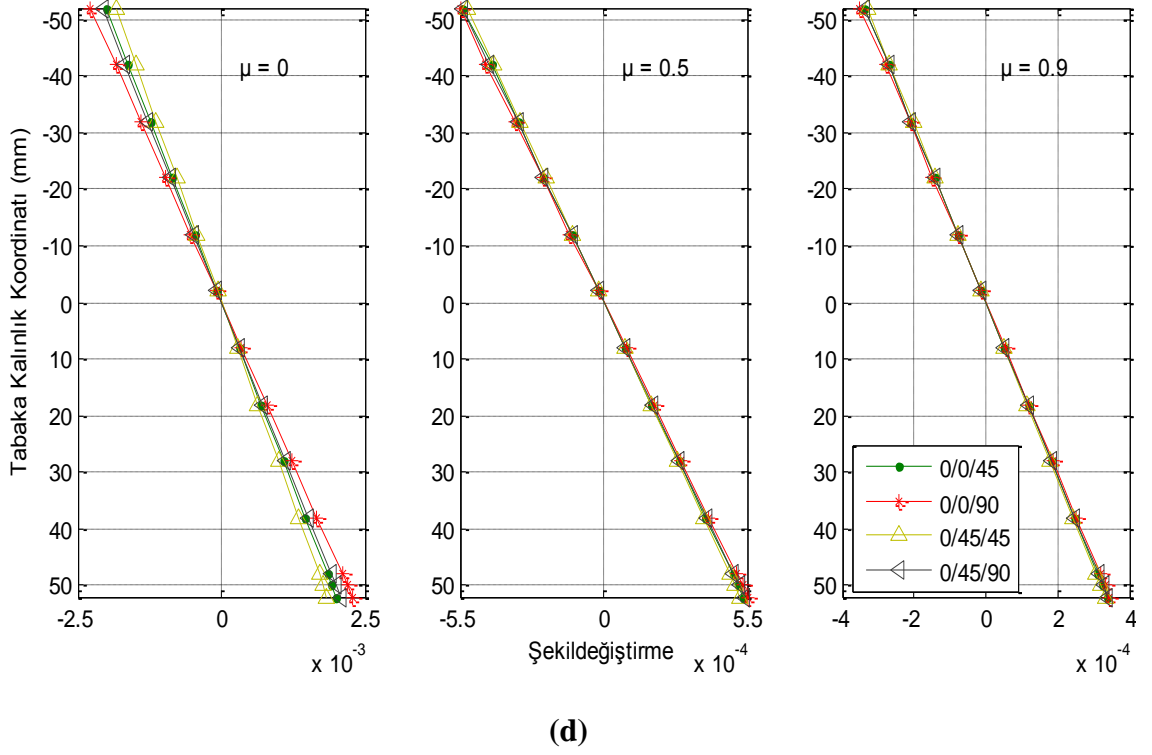
(c)



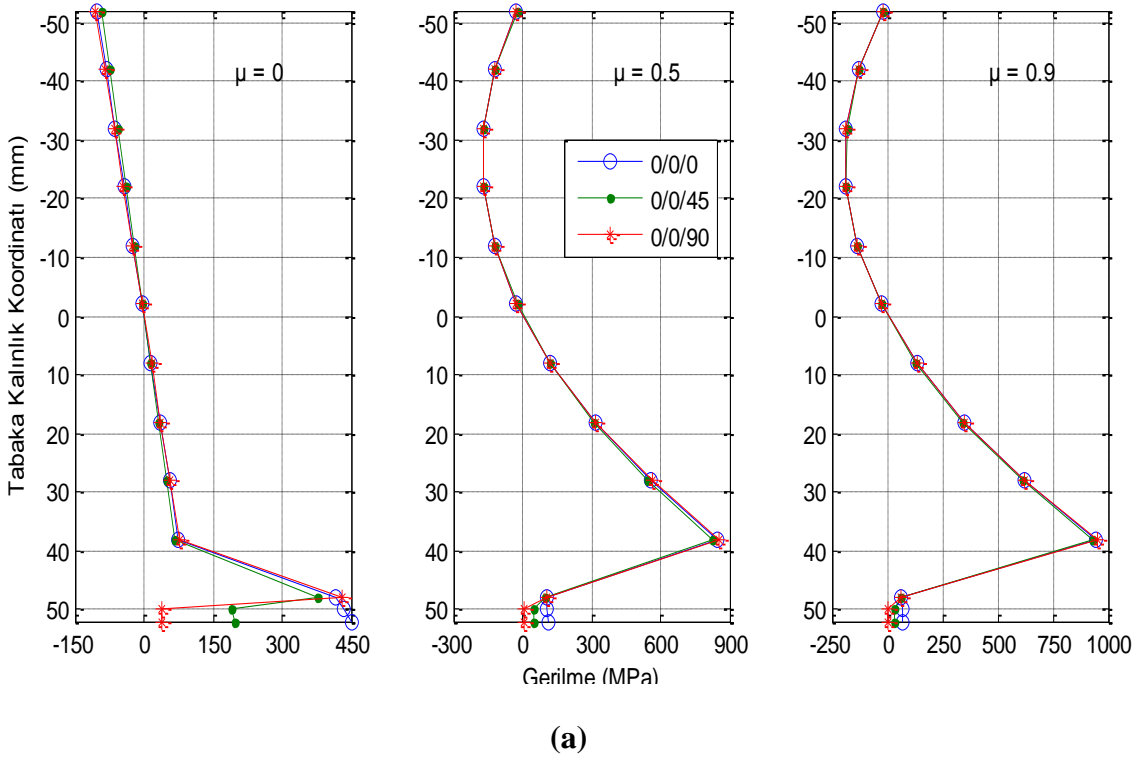
Şekil 4.76. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3)

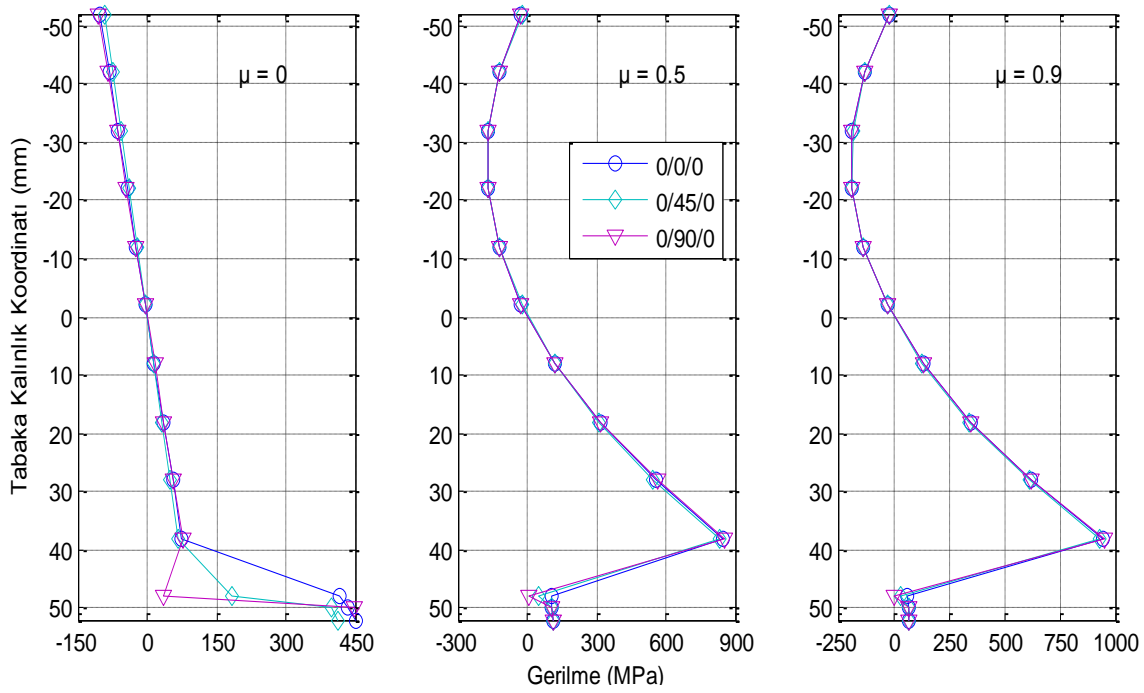




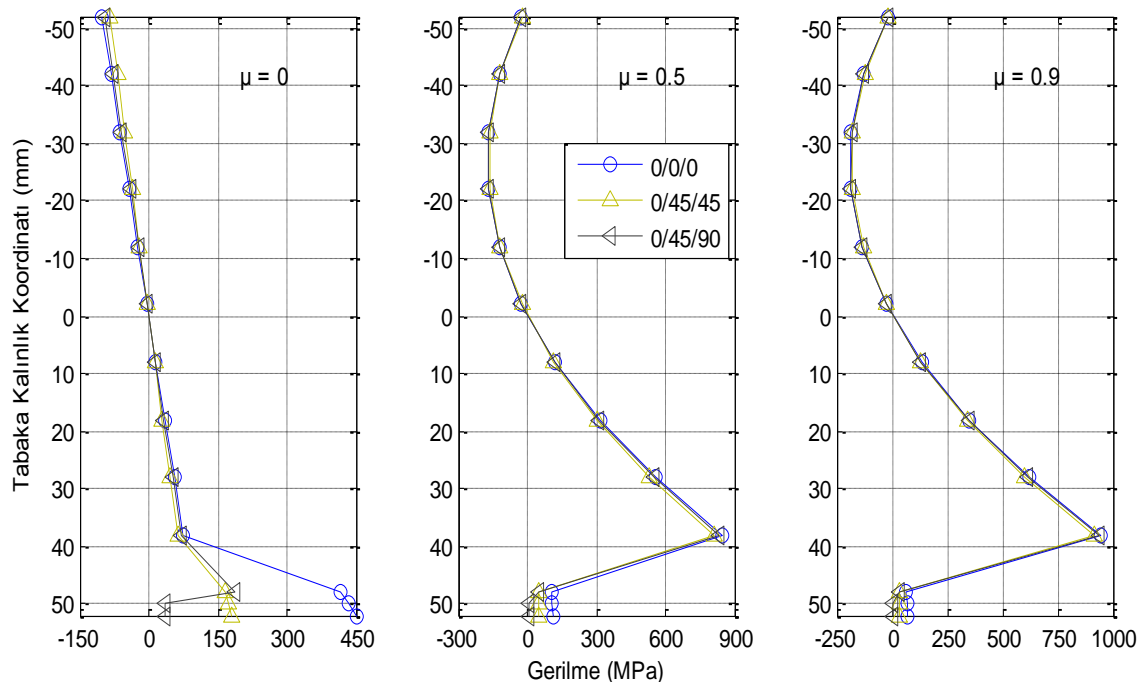


Şekil 4.77. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3)

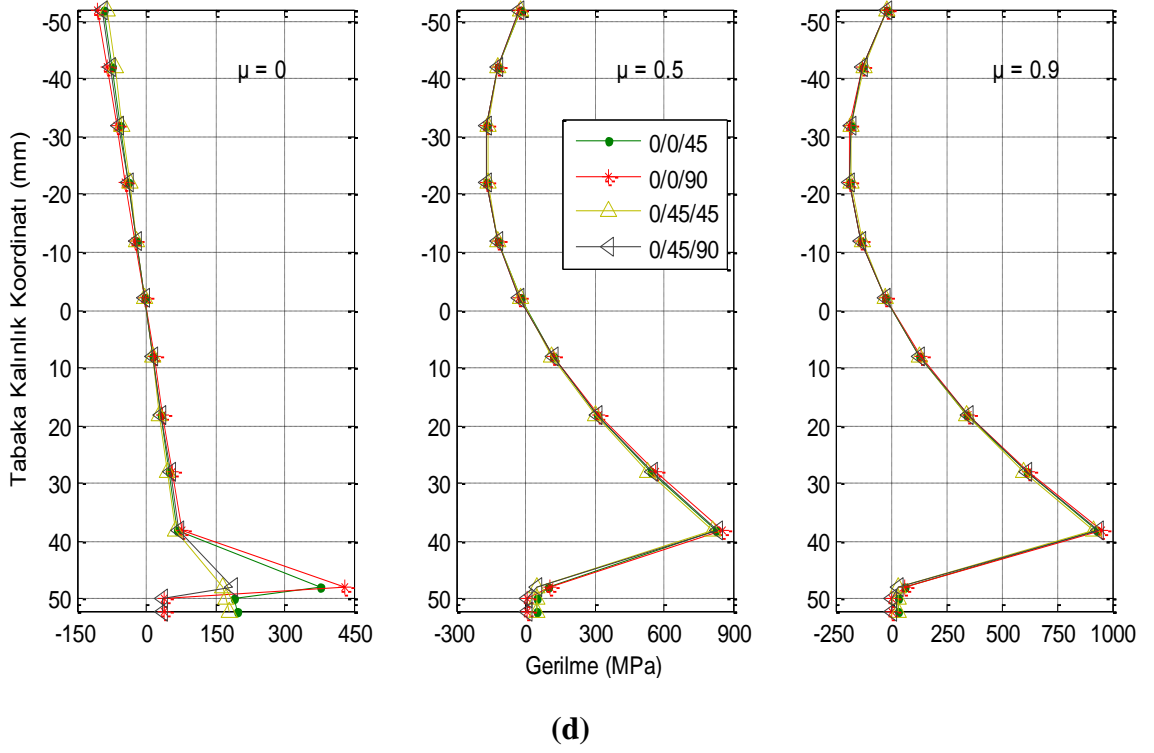




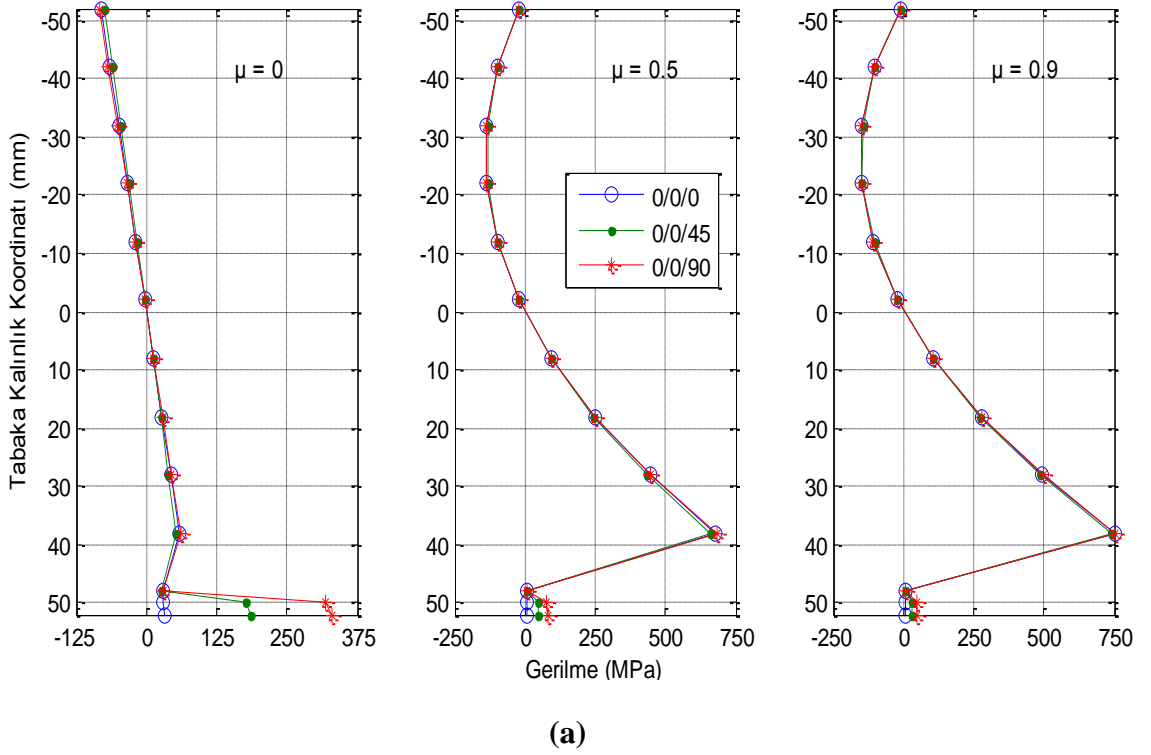
(b)

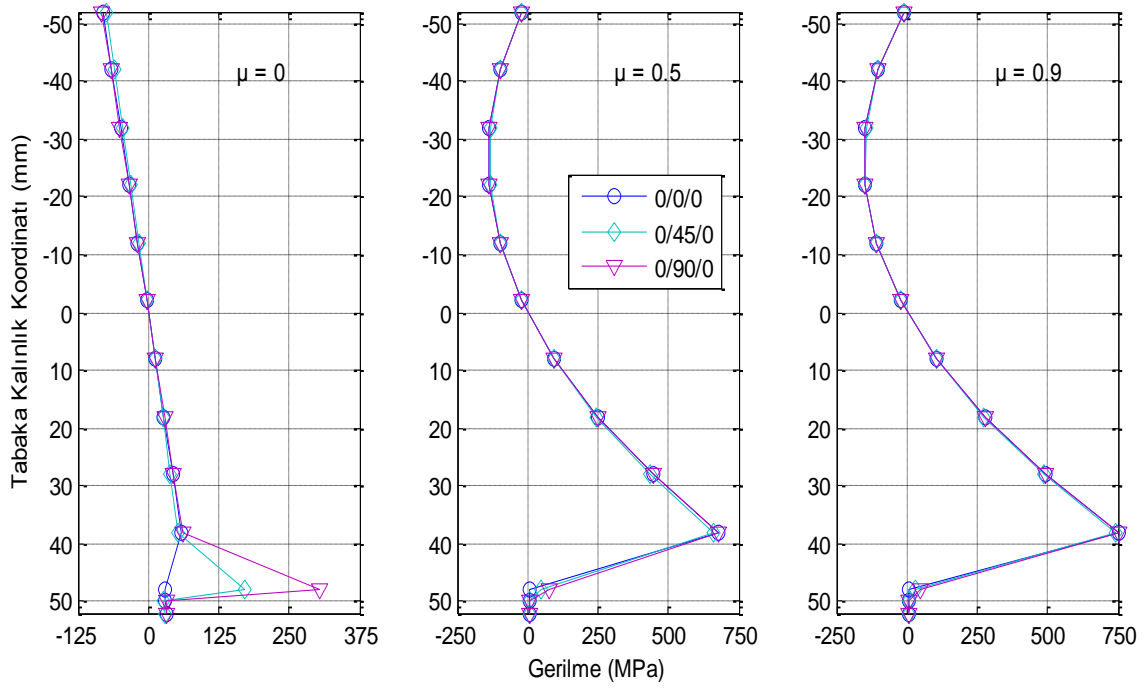


(c)

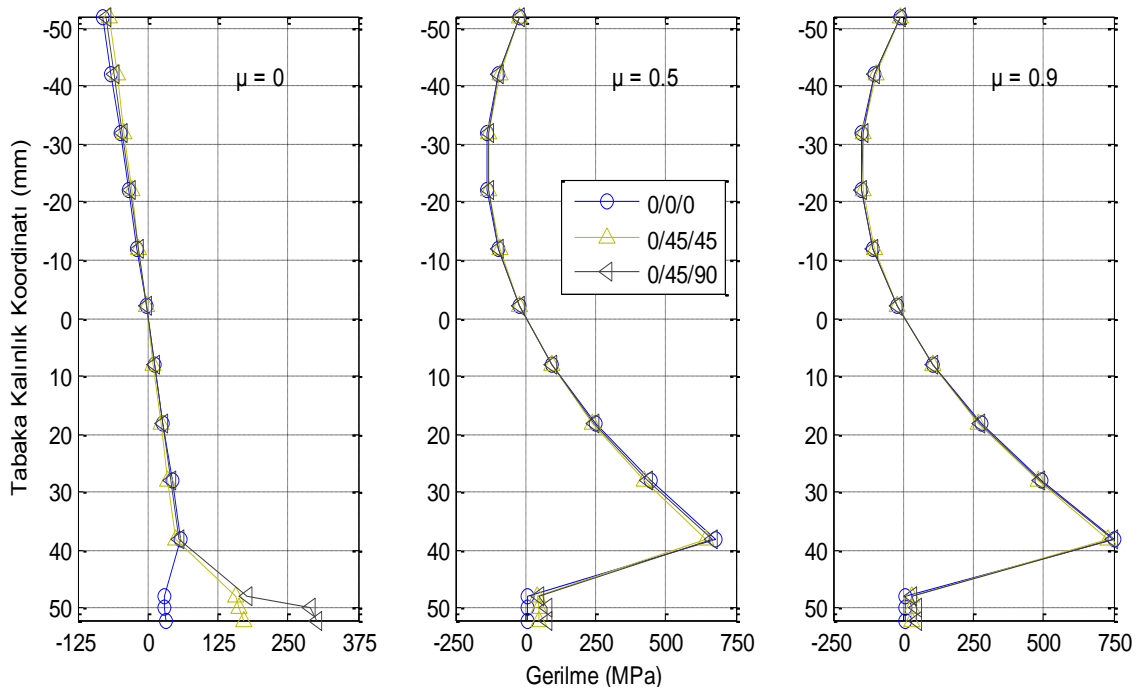


Şekil 4.78. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3)

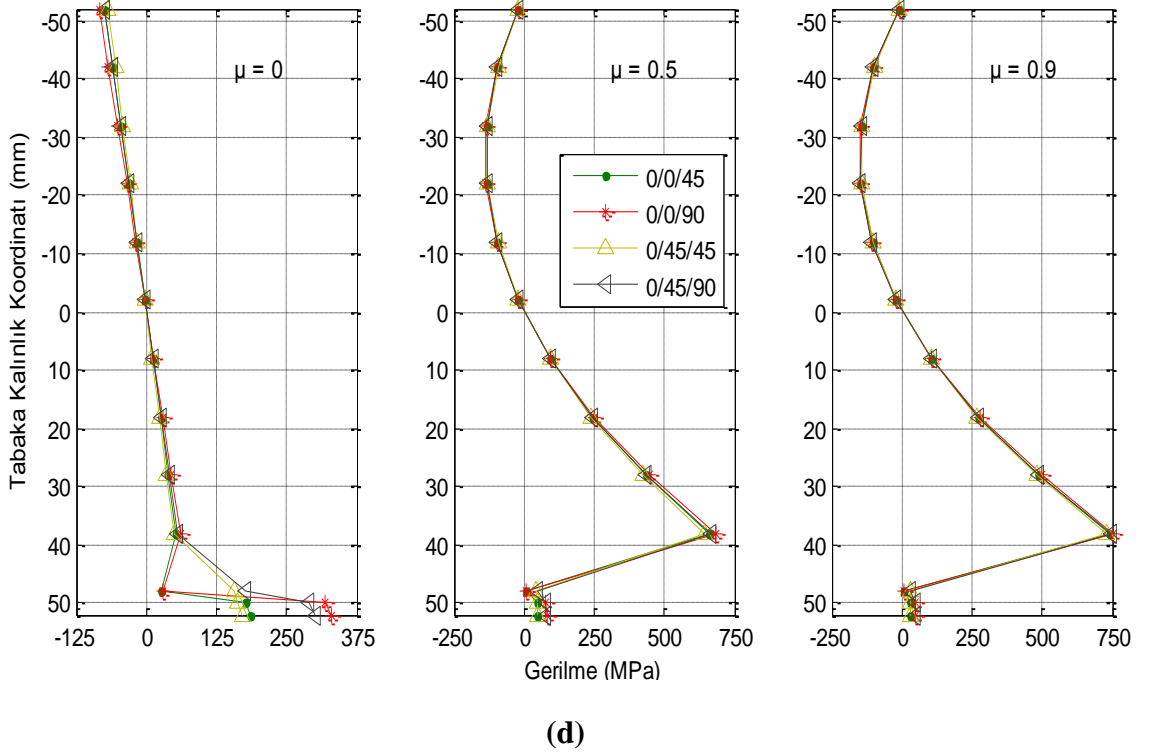




(b)



(c)

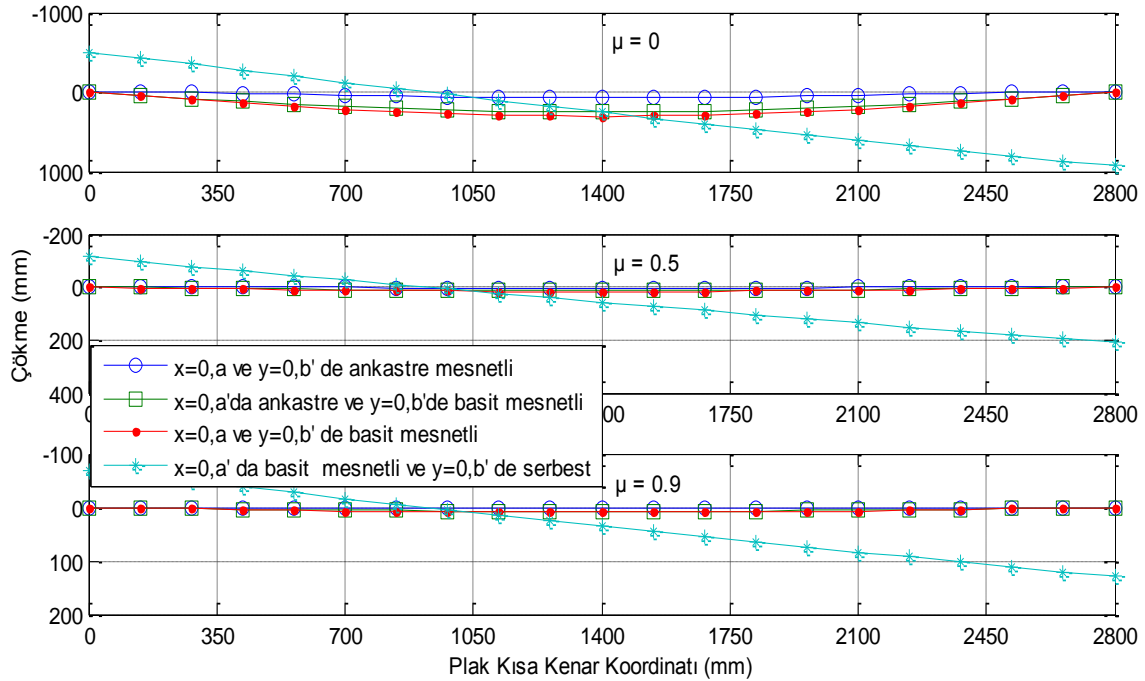


Şekil 4.79. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P4, Durum 3)

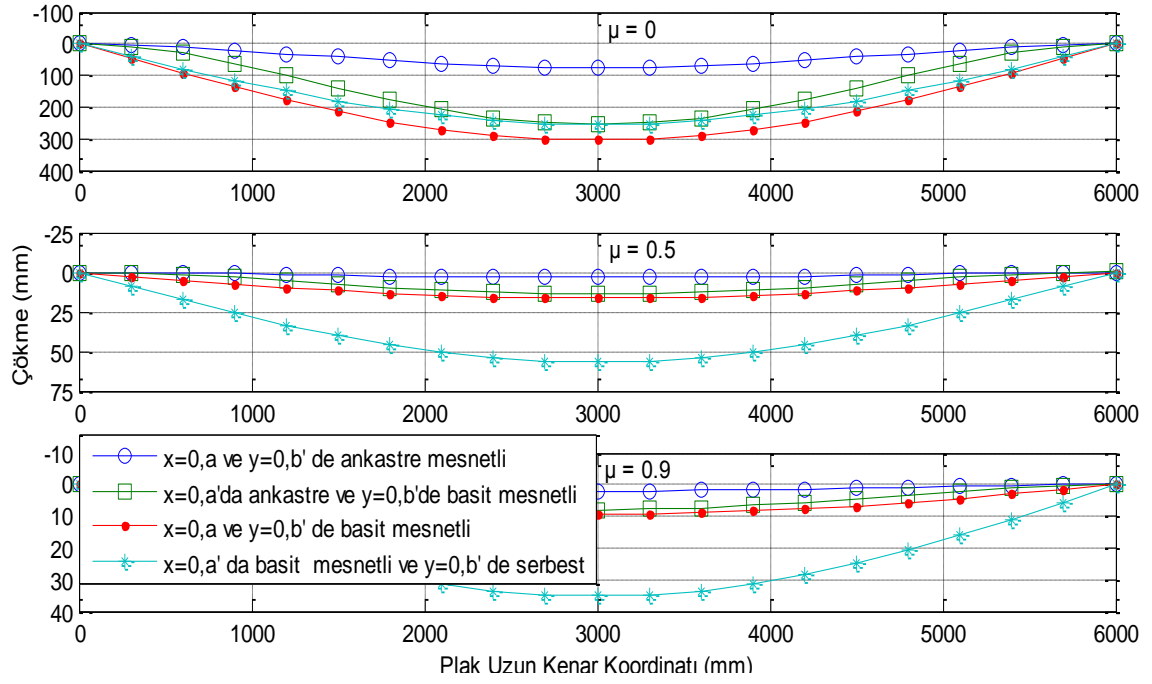
Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.7). Çizelge 4.1 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlendirme açıları değerleri arttıkça, bu durumun eğilme rijitliklerine etkisi o derece artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır. Çizelge 4.14'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.74-Şekil 4.75). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.1518 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %0.5336 ve $\mu=0.9$ iken %0.8394 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/45) tabakalanma düzeninin (0/0/0), (0/0/90) ve (0/90/0) gibi tabakalanma düzenlerinden daha küçük çökme değeri verdiği (Çizelge 4.14). Bu

sonucun ortaya çıkma sebebi, (0/45) durumuna ait D_{12} ve D_{66} eğilme rijitliği bileşeni değerlerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzeninde elde edilen değerlerden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.1).

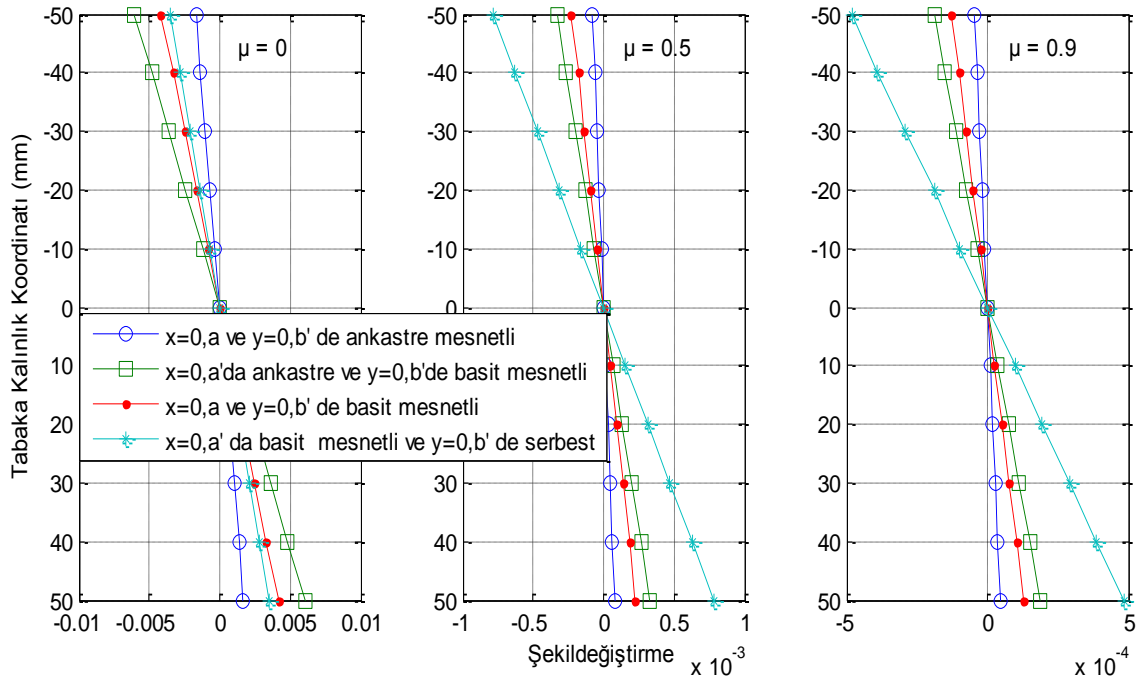
Şekil 4.76-Şekil 4.77' den görüleceği gibi, şekildeğiştirmeler Çizelge 4.14' de verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularındaki şekildeğiştirmeler artmaktadır. Şekil 4.78-Şekil 4.79 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.



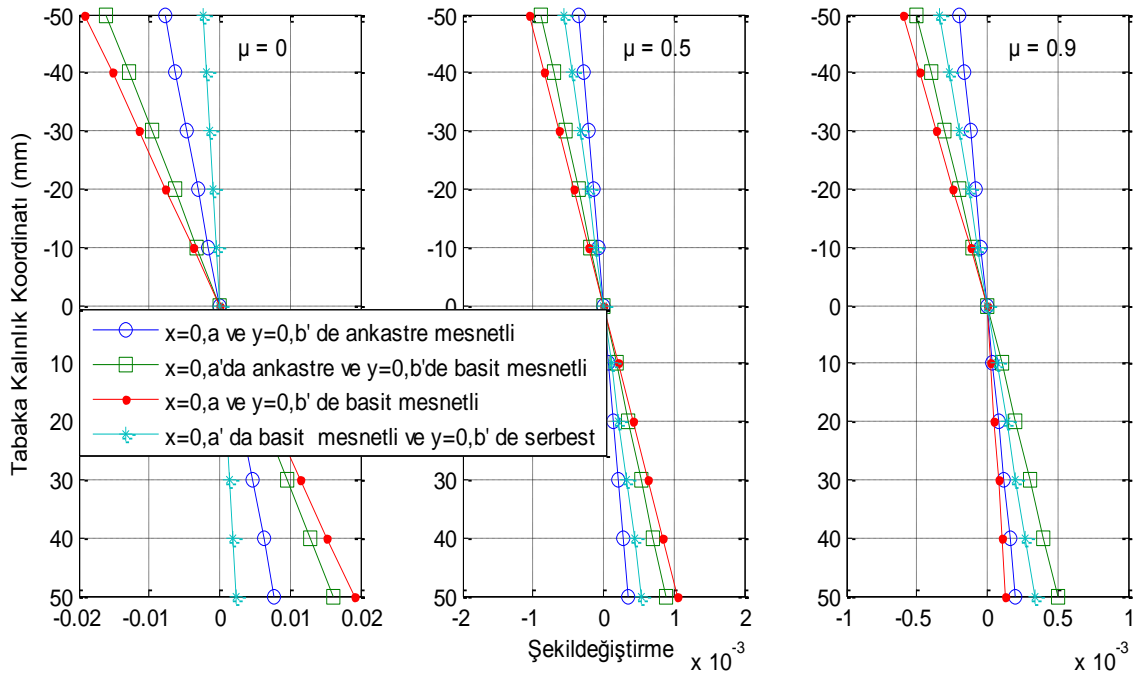
Şekil 4.80. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



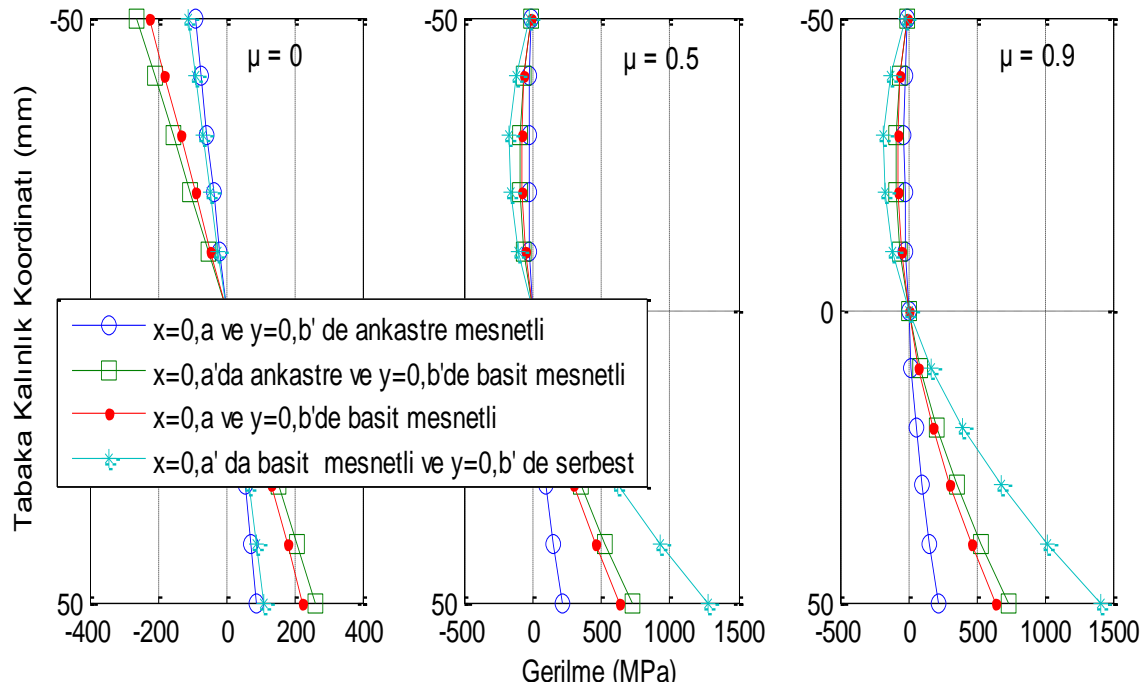
Şekil 4.81. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



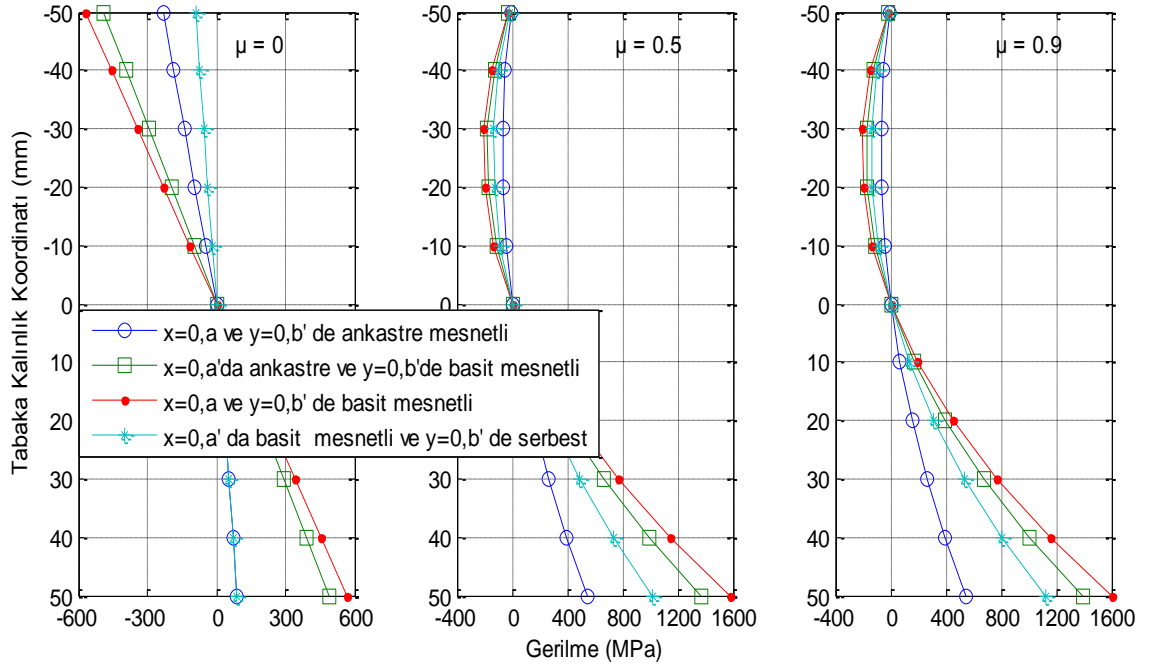
Şekil 4.82. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenine doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



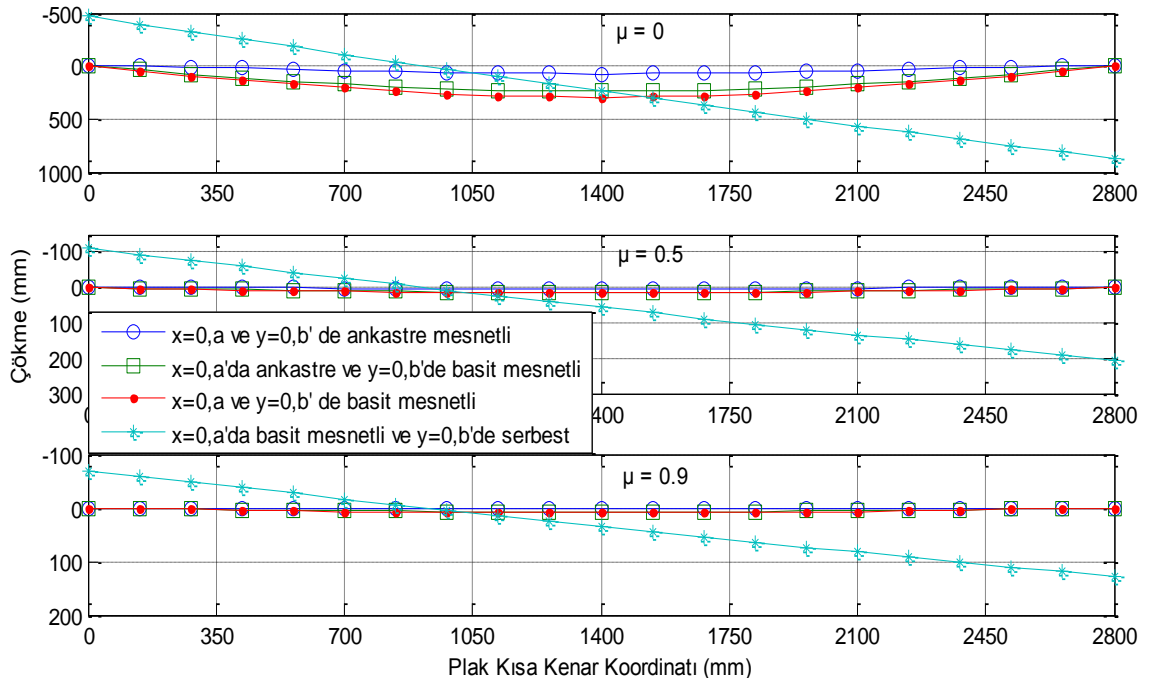
Şekil 4.83. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenı doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştırmeler



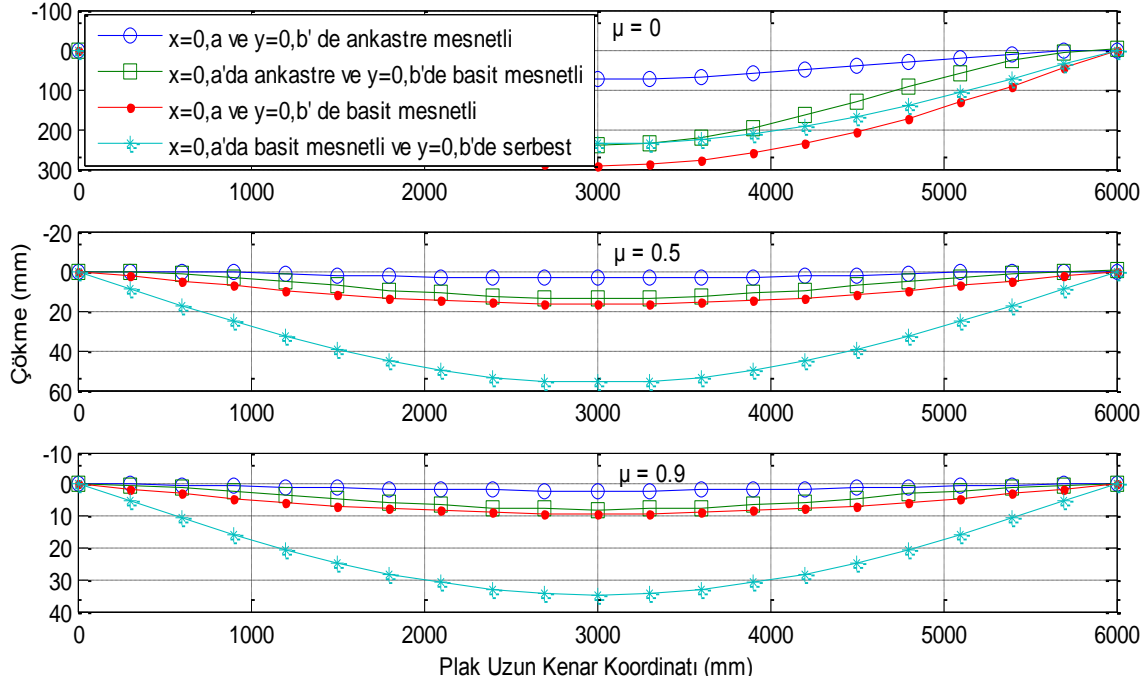
Şekil 4.84. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenı doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



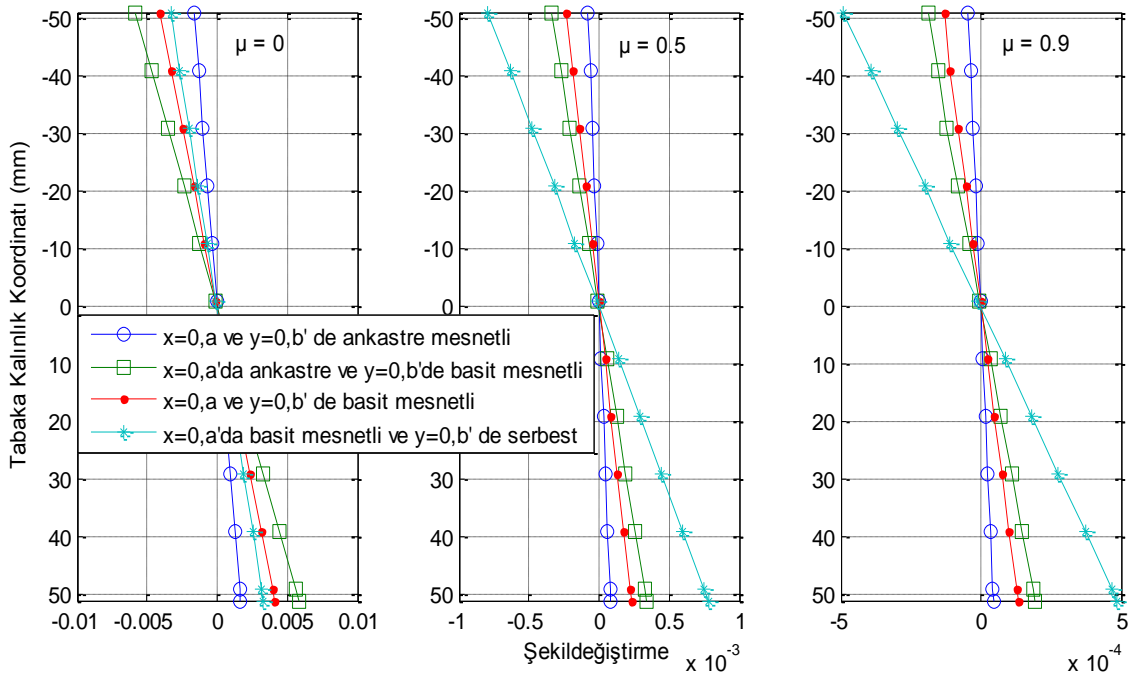
Şekil 4.85. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



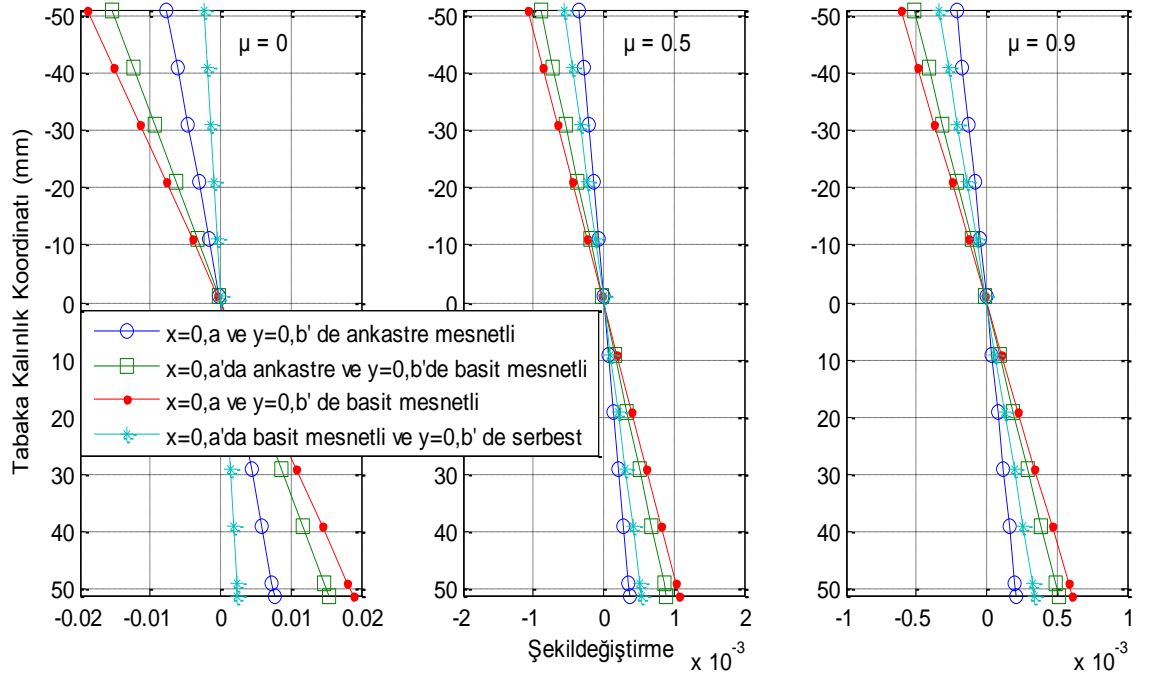
Şekil 4.86. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



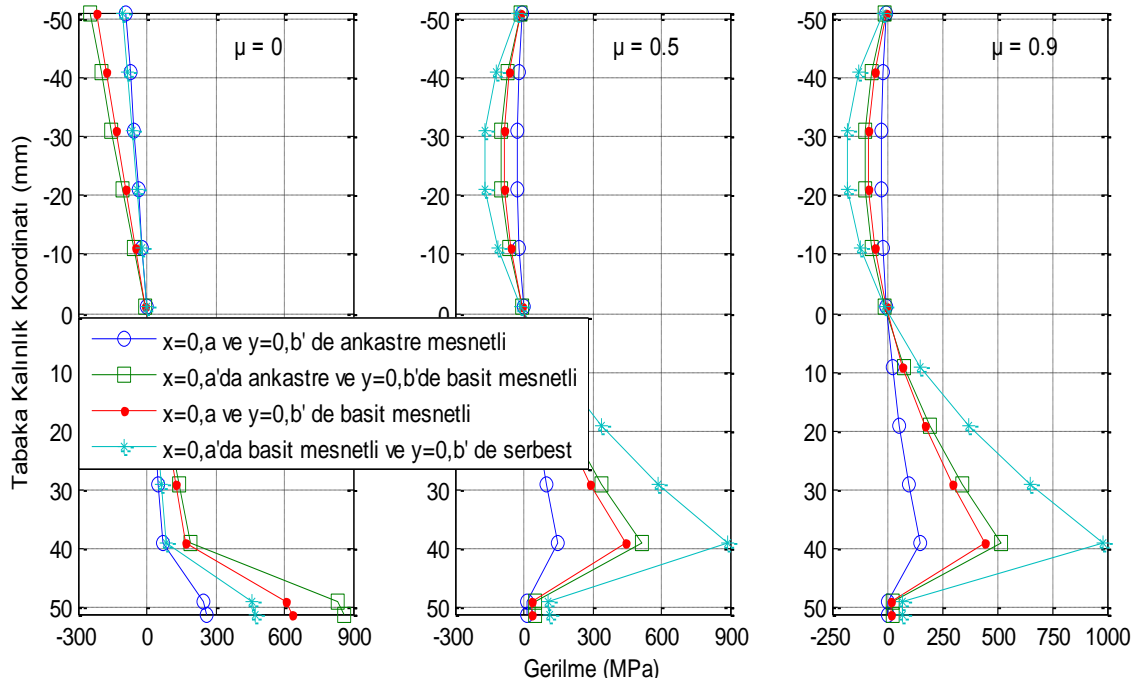
Şekil 4.87. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



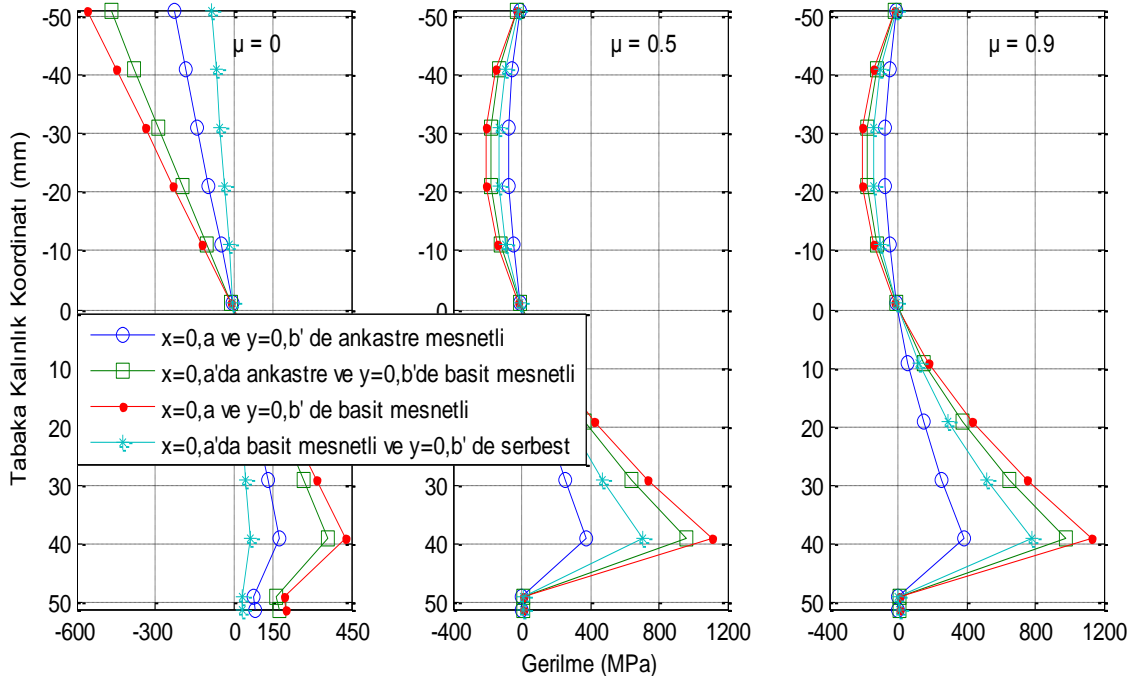
Şekil 4.88. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenı doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



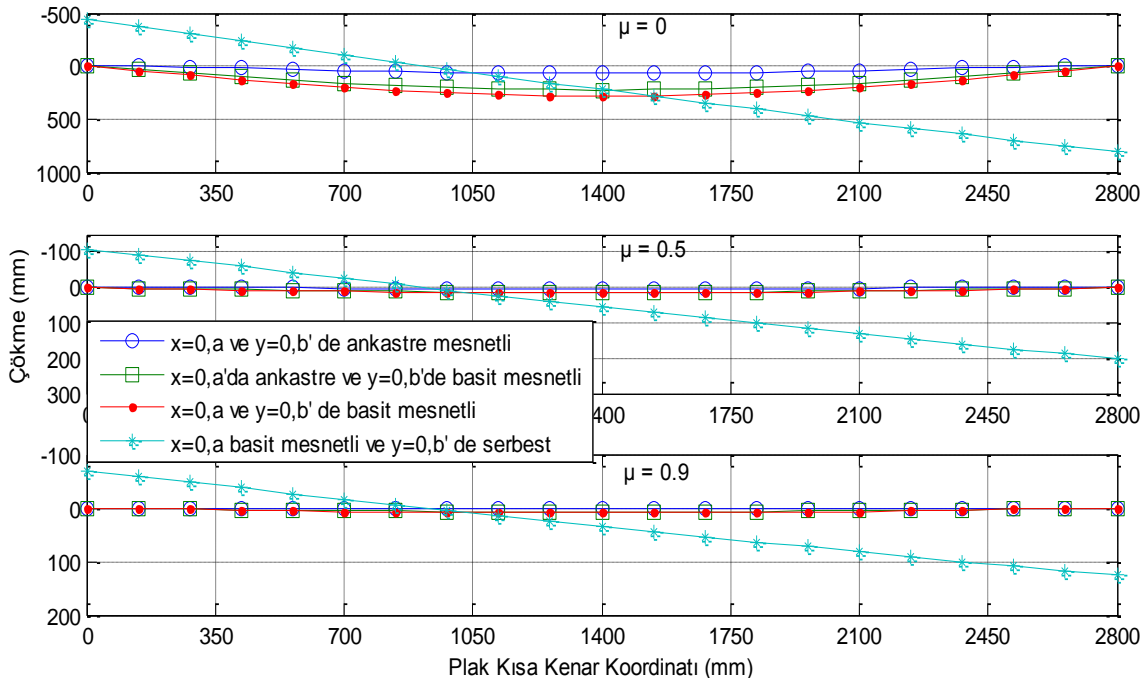
Şekil 4.89. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



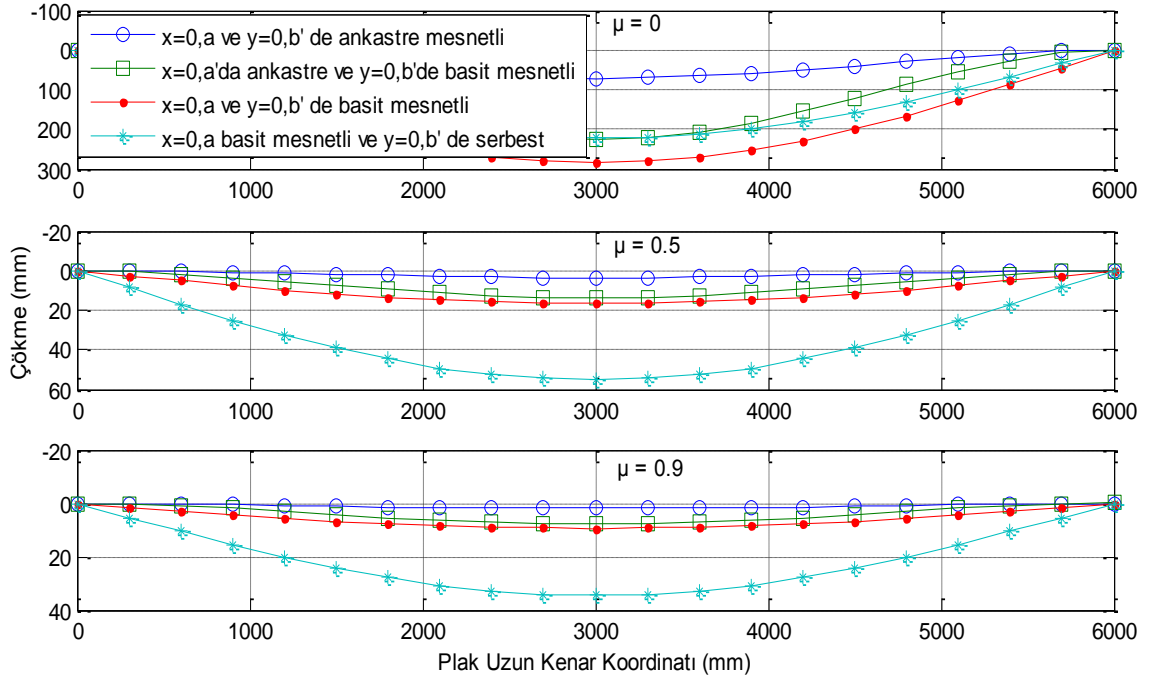
Şekil 4.90. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



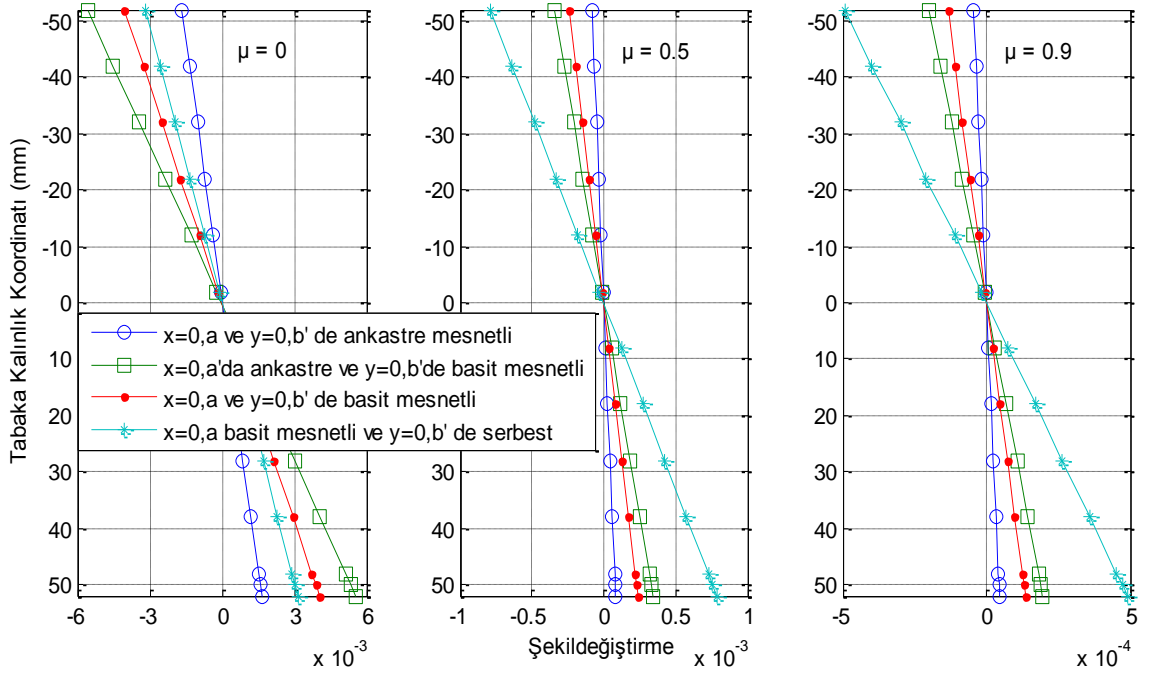
Şekil 4.91. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



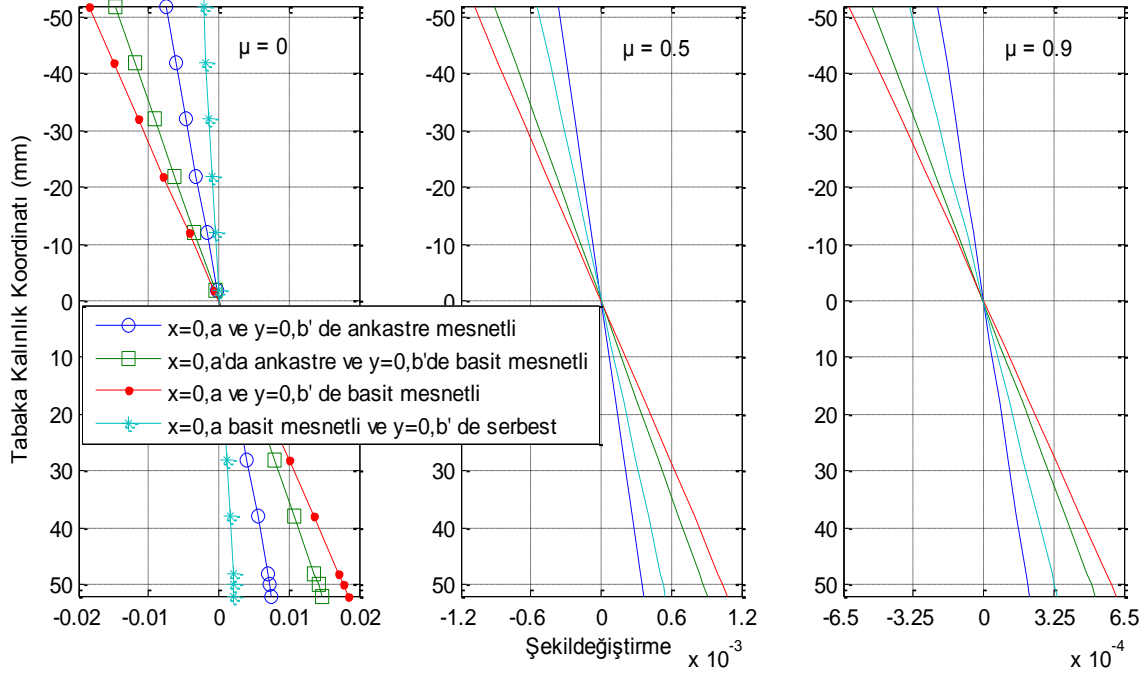
Şekil 4.92. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



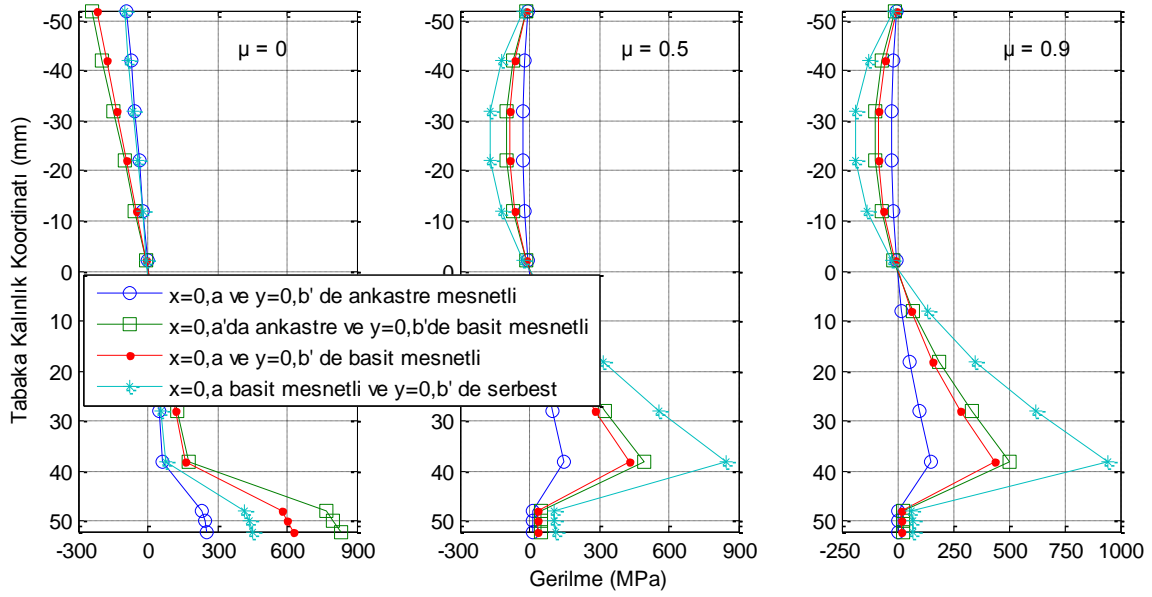
Şekil 4.93. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



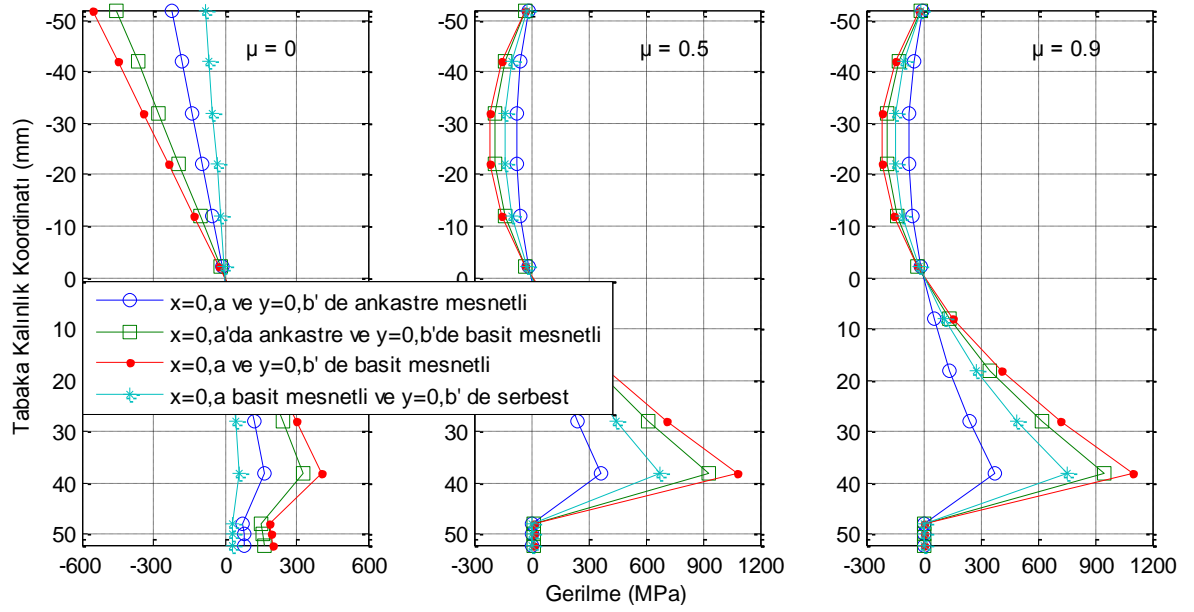
Şekil 4.94. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x eksenı doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



Şekil 4.95. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksenine doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



Şekil 4.96. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x eksenine doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



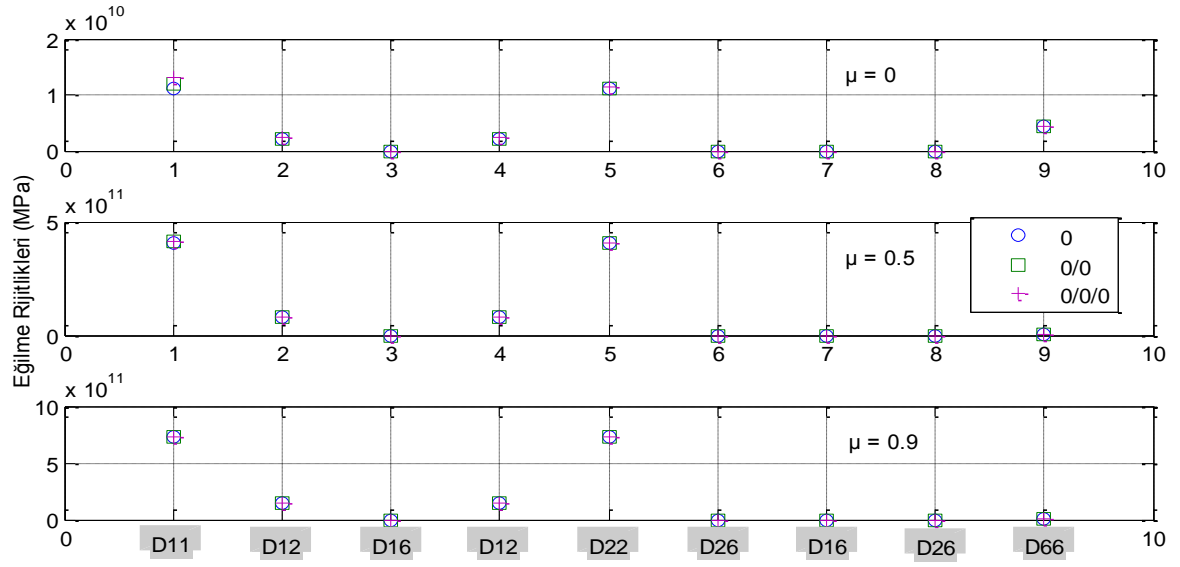
Şekil 4.97. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksenı doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)

4.2.2.3 Problem 5

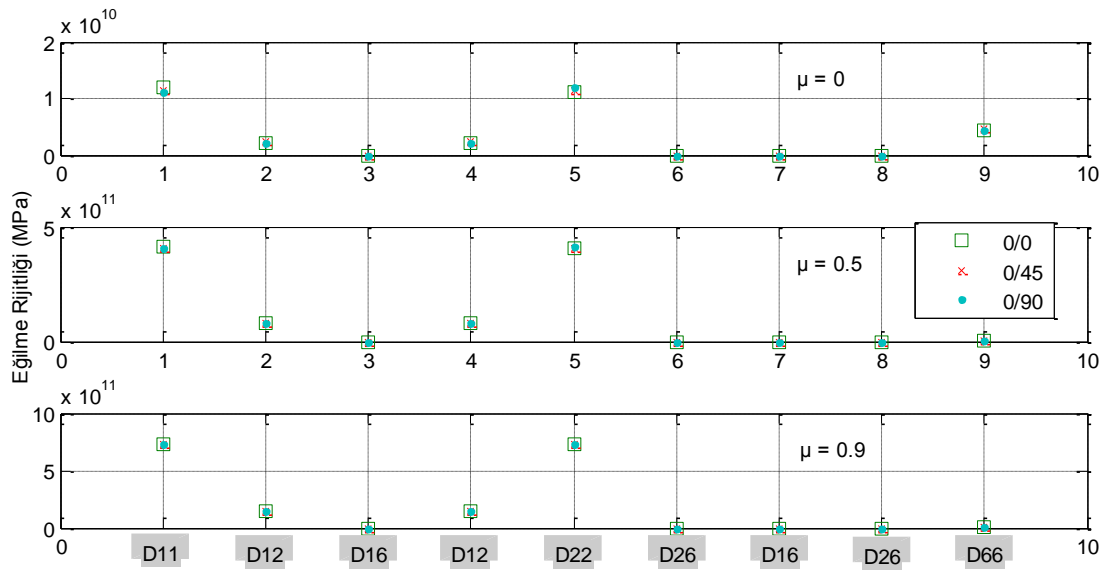
Bu problemde $q_0 = 1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, dört kenarından ankastre mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları $5000 \times 3000 \times 120 \text{ mm}$ (axbxt) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu = 0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $12 \phi 8$ 'lik ve $20 \phi 8$ 'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

Çizelge 4.18. Tabakalanma düzenlerine göre eğilme rijitliklerinin değişimi (MPa)

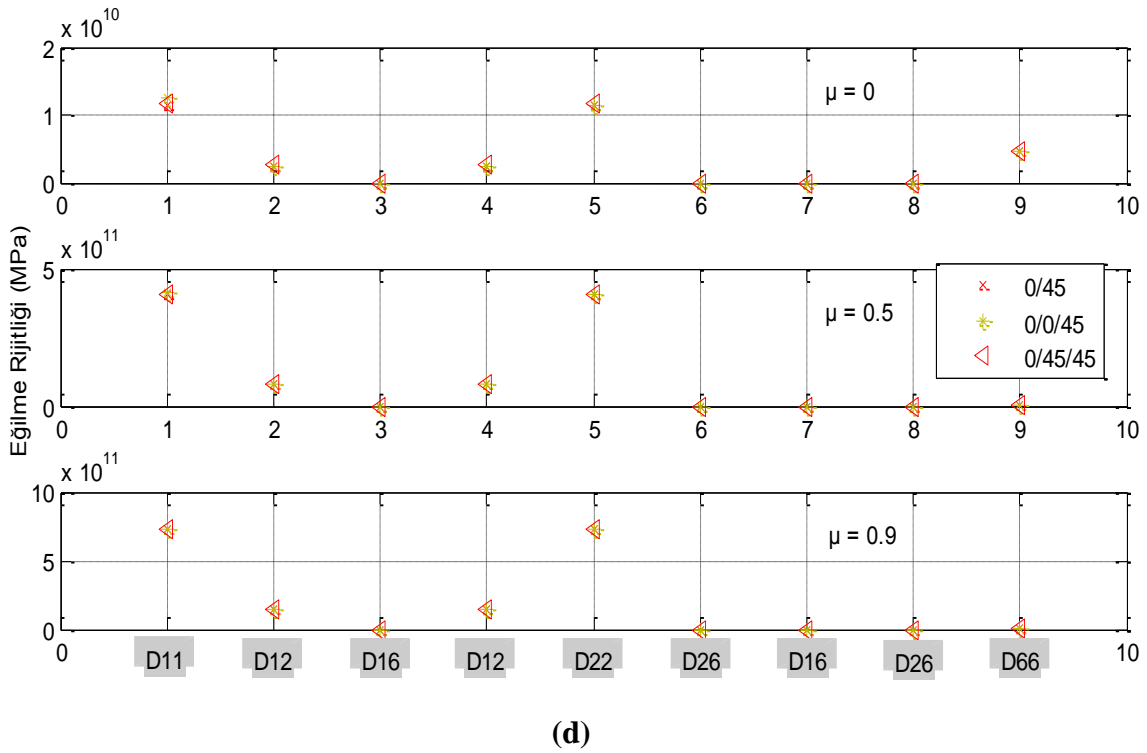
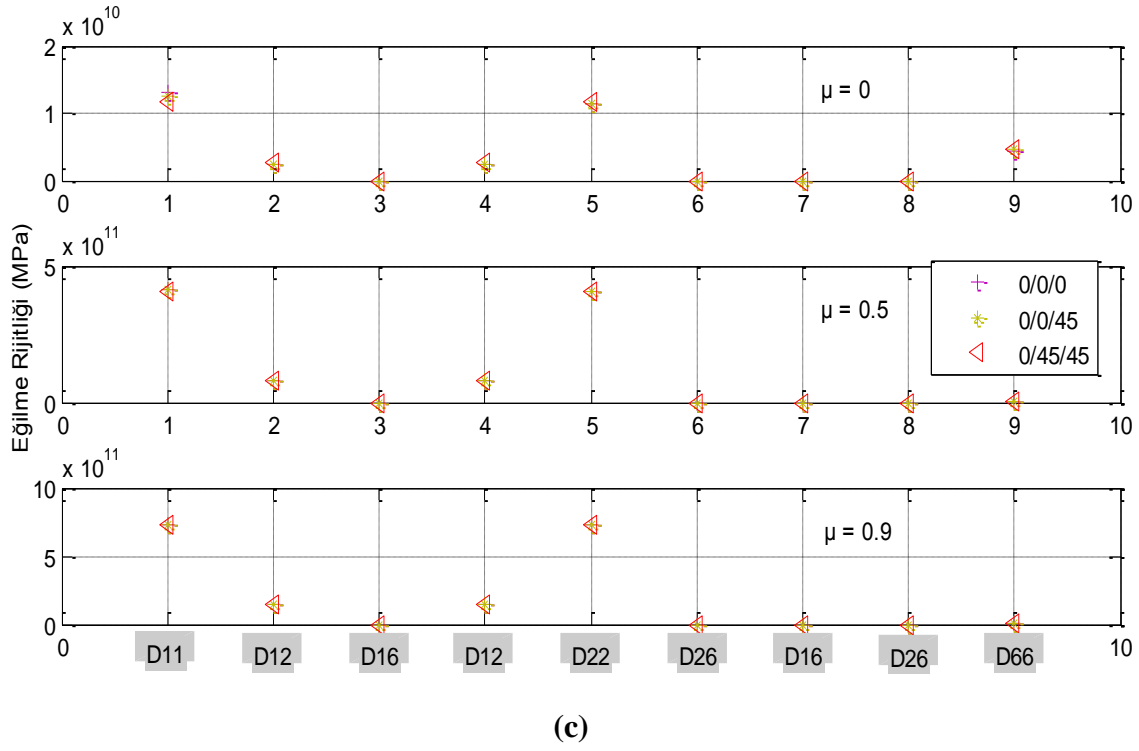
DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	1.11E+10	2.22E+09	0	2.22E+09	1.11E+10	0	0	0	4.25E+09
0/0	1.21E+10	2.25E+09	0	2.25E+09	1.12E+10	0	0	0	4.3E+09
0/45	1.14E+10	2.46E+09	0	2.46E+09	1.14E+10	0	0	0	4.51E+09
0/90	1.12E+10	2.25E+09	0	2.25E+09	1.21E+10	0	0	0	4.3E+09
0/0/0	1.31E+10	2.27E+09	0	2.27E+09	1.13E+10	0	0	0	4.35E+09
0/0/45	1.24E+10	2.49E+09	0	2.49E+09	1.15E+10	0	0	0	4.57E+09
0/0/90	1.22E+10	2.27E+09	0	2.27E+09	1.22E+10	0	0	0	4.35E+09
0/45/0	1.25E+10	2.47E+09	0	2.47E+09	1.15E+10	0	0	0	4.56E+09
0/90/0	1.22E+10	2.27E+09	0	2.27E+09	1.22E+10	0	0	0	4.35E+09
0/45/45	1.18E+10	2.69E+09	0	2.69E+09	1.18E+10	0	0	0	4.77E+09
0/45/90	1.15E+10	2.47E+09	0	2.47E+09	1.25E+10	0	0	0	4.56E+09
DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0.5$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	4.09E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.09E+11	0	0	0	4.25E+09
0/0	4.1E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.09E+11	0	0	0	4.3E+09
0/45	4.09E+11	8.21E+10	0	8.21E+10	4.09E+11	0	0	0	4.51E+09
0/90	4.09E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.1E+11	0	0	0	4.3E+09
0/0/0	4.11E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.09E+11	0	0	0	4.35E+09
0/0/45	4.1E+11	8.22E+10	0	8.22E+10	4.09E+11	0	0	0	4.57E+09
0/0/90	4.1E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.1E+11	0	0	0	4.35E+09
0/45/0	4.1E+11	8.21E+10	0	8.21E+10	4.09E+11	0	0	0	4.56E+09
0/90/0	4.1E+11	8.19E+10	0	8.19E+10	4.1E+11	0	0	0	4.35E+09
0/45/45	4.09E+11	8.24E+10	0	8.24E+10	4.09E+11	0	0	0	4.77E+09
0/45/90	4.09E+11	8.21E+10	0	8.21E+10	4.1E+11	0	0	0	4.56E+09
DURUM	Non-homojenlik katsayısı, $\mu=0.9$								
	D11	D12	D16	D12	D22	D26	D16	D26	D66
0	7.27E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.25E+09
0/0	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.3E+09
0/45	7.27E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.51E+09
0/90	7.27E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.28E+11	0	0	0	4.3E+09
0/0/0	7.29E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.35E+09
0/0/45	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.57E+09
0/0/90	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.28E+11	0	0	0	4.35E+09
0/45/0	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.27E+11	0	0	0	4.56E+09
0/90/0	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.28E+11	0	0	0	4.35E+09
0/45/45	7.28E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.28E+11	0	0	0	4.77E+09
0/45/90	7.27E+11	1.46E+11	0	1.46E+11	7.28E+11	0	0	0	4.56E+09



(a)



(b)



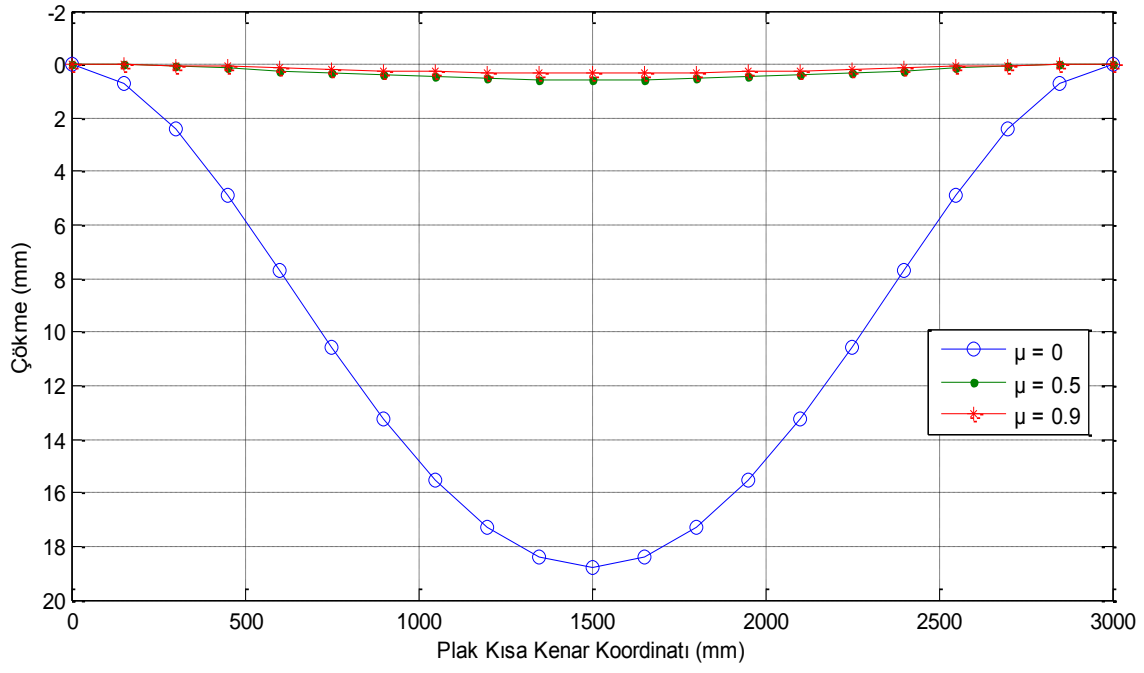
Şekil 4.98. Eğilme rijitliklerinin tabakalanma düzenine göre değişimi (Problem 5)

Çizelge 4.19. Problem 5'e ait çökme değerleri (mm)

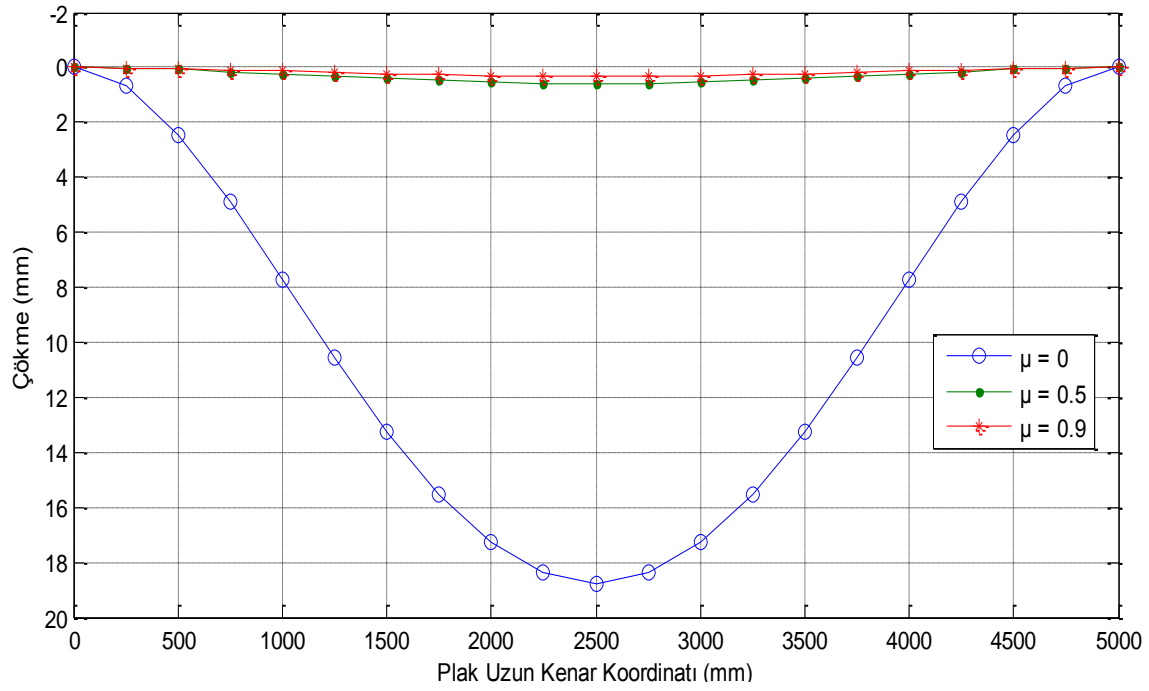
DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	18.7667	19.2844	2.7586	0.5764	1.0941	89.8161	0.3246	0.8424	159.5194
0/0	18.4799	18.8711	2.1169	0.5761	1.0905	89.2901	0.3245	0.8390	158.5516
0/45	18.1149	18.5061	2.1595	0.5757	1.0902	89.3695	0.3244	0.8389	158.6005
0/90	17.5217	17.9130	2.2332	0.5751	1.0896	89.4627	0.3242	0.8387	158.6983
0/0/0	18.2016	18.7123	2.8058	0.5758	1.0870	88.7808	0.3245	0.8356	157.5038
0/0/45	17.8357	18.3469	2.8662	0.5754	1.0866	88.8425	0.3243	0.8355	157.6318
0/0/90	17.2417	17.7529	2.9649	0.5748	1.0860	88.9353	0.3241	0.8353	157.7291
0/45/0	17.8589	18.3700	2.8619	0.5755	1.0866	88.8097	0.3243	0.8355	157.6318
0/90/0	17.3006	17.8117	2.9542	0.5749	1.0860	88.9024	0.3242	0.8353	157.6496
0/45/45	17.5065	18.0177	2.9201	0.5751	1.0863	88.8889	0.3242	0.8354	157.6804
0/45/90	16.9339	17.4451	3.0188	0.5744	1.0856	88.9972	0.3240	0.8352	157.7778

Çizelge 4.20. Durum 1'e ait analiz sonuçları

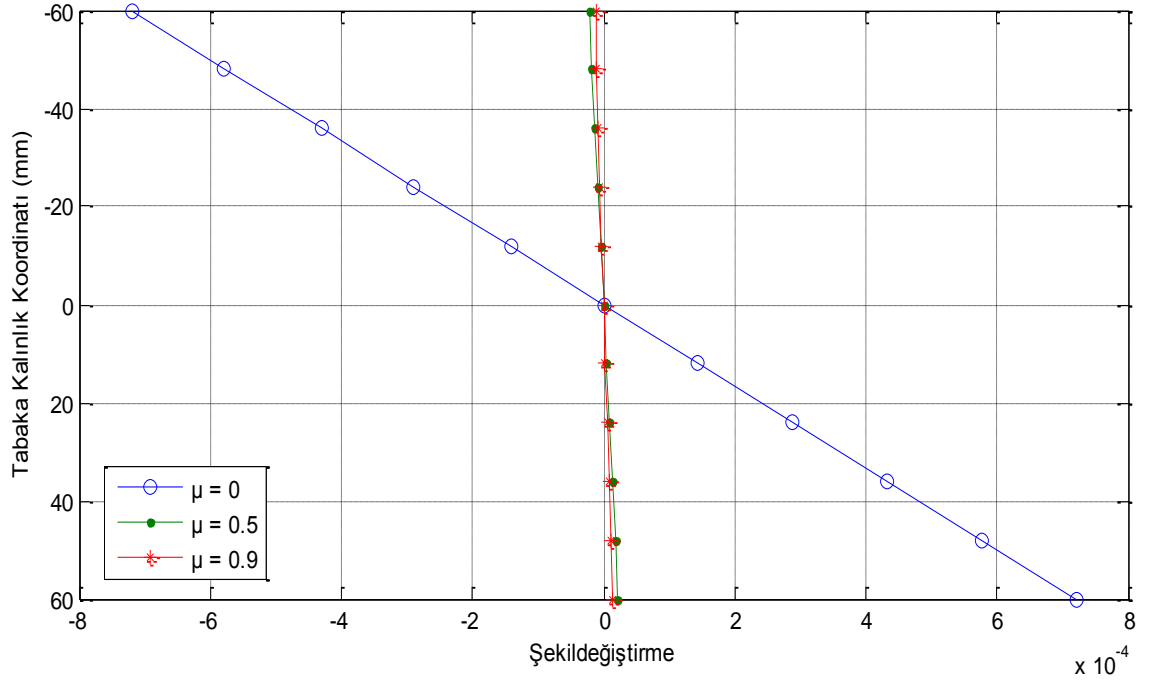
0		-60	-48	-36	-24	-12	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00072	-0.00058	-0.00043	-0.00029	-0.00014	0
	$\mu=0.5$	-2.2E-05	-1.8E-05	-1.3E-05	-8.9E-06	-4.4E-06	0
	$\mu=0.9$	-1.2E-05	-1E-05	-7.5E-06	-5E-06	-2.5E-06	0
ε_y	$\mu=0$	-0.002	-0.0016	-0.0012	-0.0008	-0.0004	0
	$\mu=0.5$	-6.1E-05	-4.9E-05	-3.7E-05	-2.5E-05	-1.2E-05	0
	$\mu=0.9$	-3.5E-05	-2.8E-05	-2.1E-05	-1.4E-05	-6.9E-06	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-63.4873	-50.7898	-38.0924	-25.3949	-12.6975	0
	$\mu=0.5$	-1.94981	-10.9189	-15.2085	-14.8185	-9.74904	0
	$\mu=0.9$	-1.09822	-10.3672	-14.8918	-14.6722	-9.70824	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-121.474	-97.1791	-72.8843	-48.5895	-24.2948	0
	$\mu=0.5$	-3.73068	-20.8918	-29.0993	-28.3531	-18.6534	0
	$\mu=0.9$	-2.10128	-19.8361	-28.4934	-28.0731	-18.5753	0
0		0	12	24	36	48	60
ε_x	$\mu=0$	0	0.000144	0.000288	0.000432	0.000577	0.000721
	$\mu=0.5$	0	4.43E-06	8.85E-06	1.33E-05	1.77E-05	2.21E-05
	$\mu=0.9$	0	2.49E-06	4.99E-06	7.48E-06	9.97E-06	1.25E-05
ε_y	$\mu=0$	0	0.0004	0.000801	0.001201	0.001601	0.002002
	$\mu=0.5$	0	1.23E-05	2.46E-05	3.69E-05	4.92E-05	6.15E-05
	$\mu=0.9$	0	6.93E-06	1.39E-05	2.08E-05	2.77E-05	3.46E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	12.69746	25.39492	38.09238	50.78984	63.4873
	$\mu=0.5$	0	14.42858	33.5367	57.32436	85.79156	118.9383
	$\mu=0.9$	0	14.45254	33.64937	57.5905	86.27593	119.7057
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	24.29476	48.58953	72.88429	97.17905	121.4738
	$\mu=0.5$	0	27.60701	64.16765	109.6819	164.1498	227.5713
	$\mu=0.9$	0	27.65285	64.38323	110.1911	165.0766	229.0396



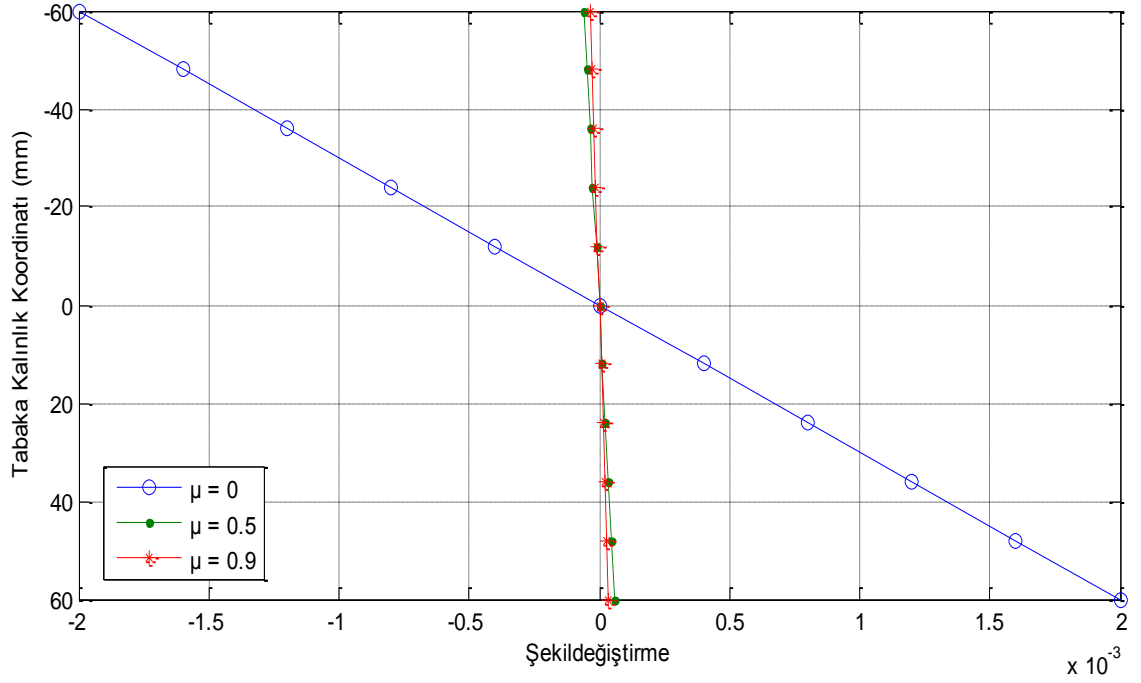
Şekil 4.99. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 1)



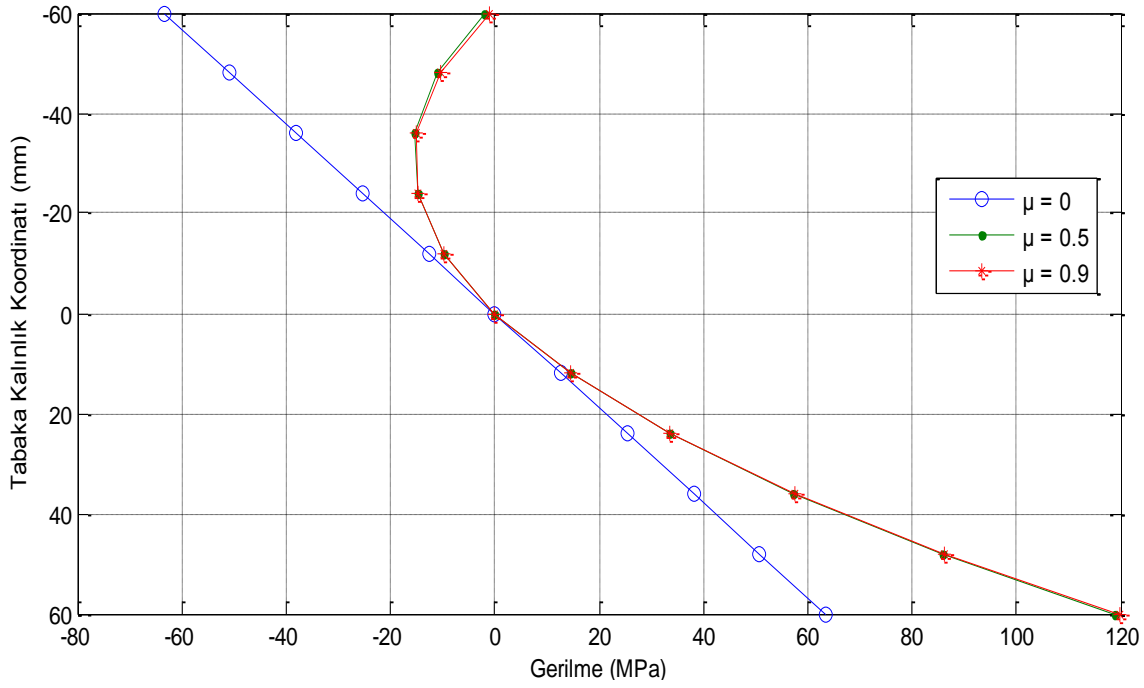
Şekil 4.100. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 1)



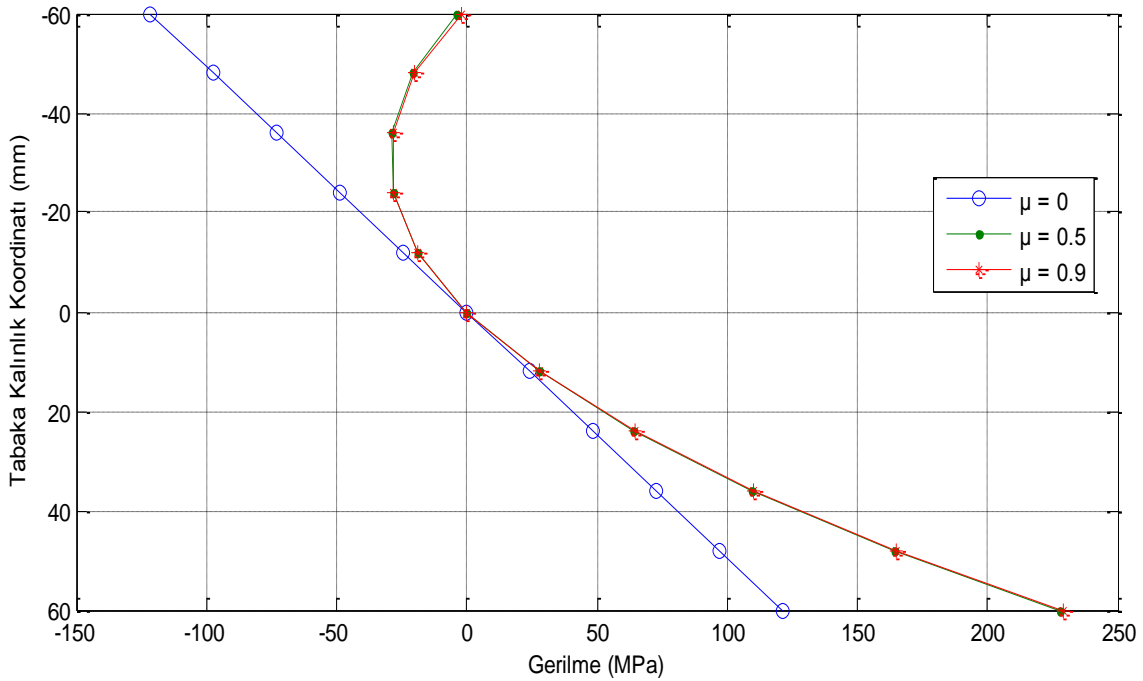
Şekil 4.101. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekil değiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1)



Şekil 4.102. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekil değiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1)



Şekil 4.103. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1)



Şekil 4.104. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 36.85 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 65.50 kat, $\mu=0.5$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.78 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Bu

rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir. Çizelge 4.19'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.99-Şekil 4.100). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %2.7586 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %89.8161 ve $\mu=0.9$ iken %159.5194 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %96.93 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %98.27 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.68 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.19).

Plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğişiklikler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğişiklikler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.101-Şekil 4.102). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğişiklik değerleri yaklaşık olarak %96.93 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %98.27 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.68 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.20). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları ile çökme değerlerinin azalma oranları birbirinin aynısıdır. Buradan, plağın x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğişikliklerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu ve plak ortasındaki çökme arttıkça eğriliğin arttığı ve buna paralel olarak şekildeğişikliklerin arttığı sonucuna varılabilir.

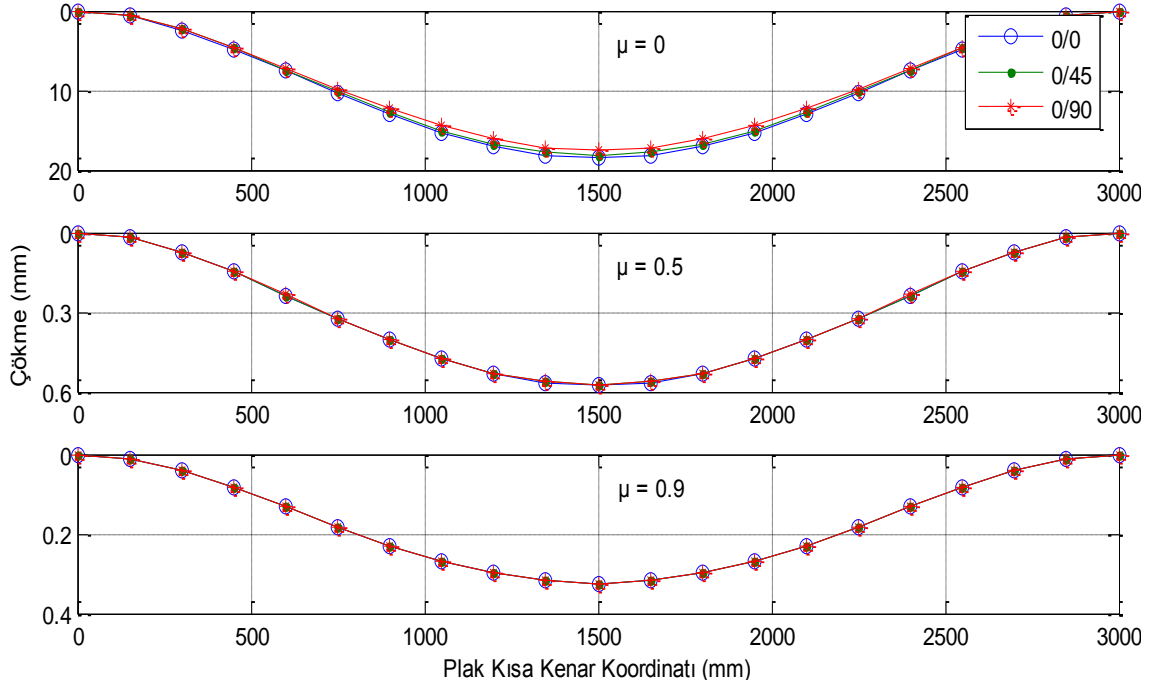
Normal gerilmeler ise plağın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.103-Şekil4.104). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %96.93 oranında azalma en alt noktada %87.34 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %98.27 oranında azalma en alt noktada %88.55 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %43.68 oranında azalma en alt noktada %0.6452 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.20). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğişiklik ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğişiklik değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y

ekseni doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.101-Şekil 4.104).

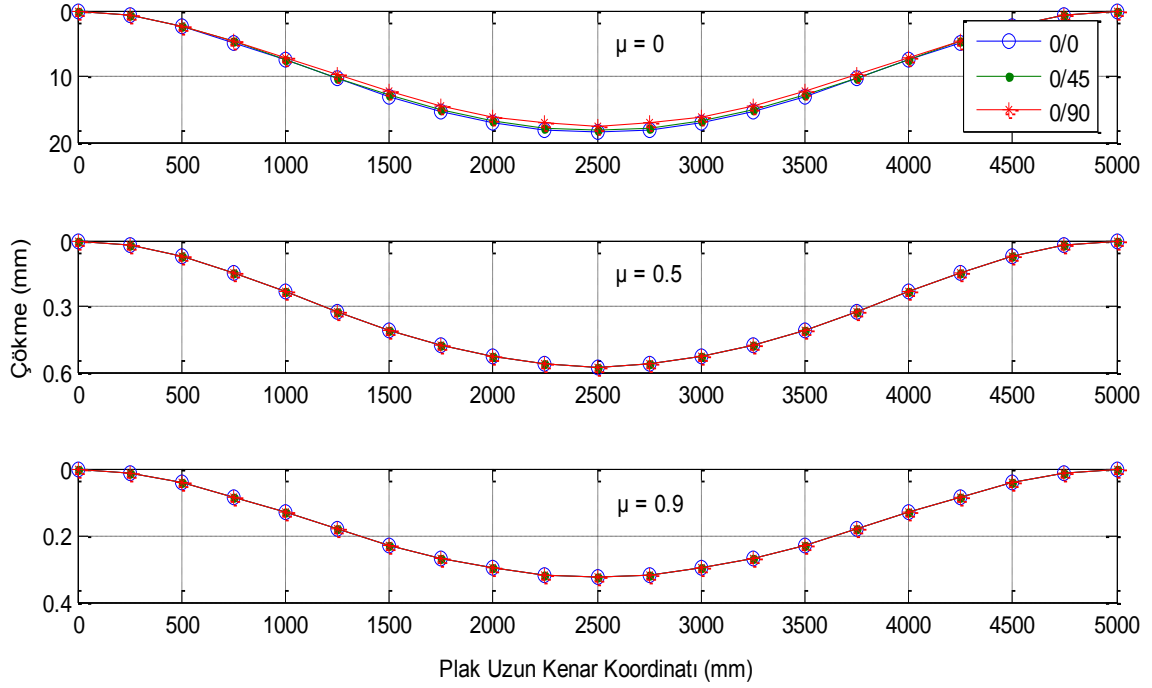
Çizelge 4.21. Durum 2'e ait analiz sonuçları

0/0		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00072	-0.00058	-0.00044	-0.0003	-0.00015	-1.2E-05
	$\mu=0.5$	-2.2E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.2E-06	-4.8E-06	-3.7E-07
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.7E-06	-5.2E-06	-2.7E-06	-2.1E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.002	-0.00161	-0.00122	-0.00082	-0.00043	-3.3E-05
	$\mu=0.5$	-6.2E-05	-5E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
	$\mu=0.9$	-3.5E-05	-2.8E-05	-2.1E-05	-1.4E-05	-7.5E-06	-5.8E-07
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-63.559	-51.0556	-38.5522	-26.0488	-13.5454	-1.04195
	$\mu=0.5$	-1.98136	-11.1411	-15.6235	-15.4286	-10.5564	-1.00692
	$\mu=0.9$	-1.11622	-10.5803	-15.3014	-15.2794	-10.5144	-1.00643
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-121.611	-97.6876	-73.7641	-49.8406	-25.9171	-1.99362
	$\mu=0.5$	-3.79105	-21.3169	-29.8933	-29.5205	-20.1982	-1.9266
	$\mu=0.9$	-2.13573	-20.2439	-29.277	-29.235	-20.1179	-1.92566
0/0		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.00013	0.000272	0.000414	0.000556	0.000698	0.000721
	$\mu=0.5$	4.06E-06	8.48E-06	1.29E-05	1.73E-05	2.18E-05	2.25E-05
	$\mu=0.9$	2.28E-06	4.78E-06	7.27E-06	9.76E-06	1.23E-05	1.27E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000361	0.000756	0.00115	0.001544	0.001938	0.002004
	$\mu=0.5$	1.13E-05	2.36E-05	3.58E-05	4.81E-05	6.04E-05	6.25E-05
	$\mu=0.9$	6.35E-06	1.33E-05	2.02E-05	2.71E-05	3.4E-05	3.52E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	11.46146	23.96488	36.4683	48.97171	104.1767	107.7081
	$\mu=0.5$	13.2199	32.12403	55.70546	83.96421	3.247557	3.357644
	$\mu=0.9$	13.2446	32.23866	55.97574	84.45584	1.829546	1.891565
σ_y (MPa)	$\mu=0$	21.92986	45.85335	69.77684	93.70033	21.61569	22.34842
	$\mu=0.5$	25.29437	61.4647	106.5844	160.6534	0.673838	0.69668
	$\mu=0.9$	25.34164	61.68404	107.1015	161.5941	0.379614	0.392482
0/45		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00071	-0.00057	-0.00043	-0.00029	-0.00015	-1.2E-05
	$\mu=0.5$	-2.2E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.2E-06	-4.8E-06	-3.7E-07
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.7E-06	-5.2E-06	-2.7E-06	-2.1E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.00196	-0.00158	-0.00119	-0.00081	-0.00042	-3.2E-05
	$\mu=0.5$	-6.2E-05	-5E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
	$\mu=0.9$	-3.5E-05	-2.8E-05	-2.1E-05	-1.4E-05	-7.5E-06	-5.8E-07
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-62.3037	-50.0473	-37.7908	-25.5343	-13.2778	-1.02137
	$\mu=0.5$	-1.98012	-11.1341	-15.6137	-15.4189	-10.5498	-1.00629
	$\mu=0.9$	-1.11583	-10.5766	-15.296	-15.274	-10.5107	-1.00607
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-119.209	-95.7582	-72.3072	-48.8562	-25.4052	-1.95425
	$\mu=0.5$	-3.78867	-21.3035	-29.8746	-29.5019	-20.1855	-1.92539
	$\mu=0.9$	-2.13497	-20.2367	-29.2666	-29.2246	-20.1107	-1.92498

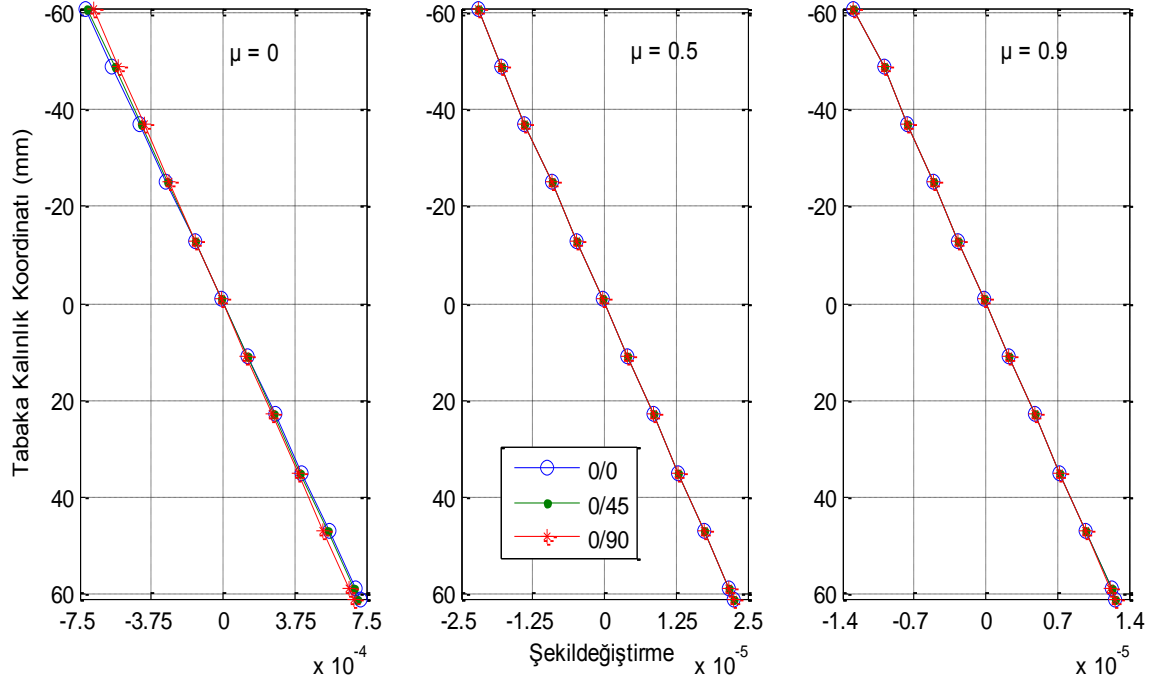
0/45		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000128	0.000267	0.000406	0.000545	0.000684	0.000707
	$\mu=0.5$	4.05E-06	8.47E-06	1.29E-05	1.73E-05	2.17E-05	2.25E-05
	$\mu=0.9$	2.28E-06	4.78E-06	7.27E-06	9.76E-06	1.23E-05	1.27E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000354	0.000741	0.001127	0.001514	0.0019	0.001964
	$\mu=0.5$	1.13E-05	2.35E-05	3.58E-05	4.81E-05	6.04E-05	6.24E-05
	$\mu=0.9$	6.34E-06	1.33E-05	2.02E-05	2.71E-05	3.4E-05	3.52E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	11.2351	23.49157	35.74804	48.00451	92.91851	96.06829
	$\mu=0.5$	13.2116	32.10386	55.6705	83.91151	2.953106	3.053211
	$\mu=0.9$	13.23992	32.22725	55.95594	84.42597	1.66412	1.720531
σ_y (MPa)	$\mu=0$	21.49675	44.94774	68.39874	91.84973	109.943	113.6698
	$\mu=0.5$	25.2785	61.42612	106.5175	160.5526	3.494171	3.612618
	$\mu=0.9$	25.33268	61.66222	107.0636	161.537	1.969019	2.035765
0/90		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00068	-0.00055	-0.00041	-0.00028	-0.00015	-1.1E-05
	$\mu=0.5$	-2.2E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.2E-06	-4.8E-06	-3.7E-07
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.7E-06	-5.2E-06	-2.7E-06	-2.1E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.0019	-0.00153	-0.00115	-0.00078	-0.0004	-3.1E-05
	$\mu=0.5$	-6.2E-05	-5E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
	$\mu=0.9$	-3.5E-05	-2.8E-05	-2.1E-05	-1.4E-05	-7.5E-06	-5.8E-07
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-60.2637	-48.4085	-36.5534	-24.6982	-12.8431	-0.98793
	$\mu=0.5$	-1.97799	-11.1221	-15.5969	-15.4024	-10.5385	-1.00521
	$\mu=0.9$	-1.11515	-10.5702	-15.2867	-15.2648	-10.5043	-1.00546
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-115.306	-92.6227	-69.9396	-47.2565	-24.5734	-1.89026
	$\mu=0.5$	-3.7846	-21.2806	-29.8425	-29.4702	-20.1638	-1.92332
	$\mu=0.9$	-2.13368	-20.2245	-29.2489	-29.2069	-20.0986	-1.92381
0/90		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000123	0.000258	0.000392	0.000527	0.000662	0.000684
	$\mu=0.5$	4.05E-06	8.47E-06	1.29E-05	1.73E-05	2.17E-05	2.25E-05
	$\mu=0.9$	2.28E-06	4.77E-06	7.26E-06	9.75E-06	1.22E-05	1.27E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000343	0.000716	0.00109	0.001464	0.001838	0.0019
	$\mu=0.5$	1.12E-05	2.35E-05	3.58E-05	4.81E-05	6.03E-05	6.24E-05
	$\mu=0.9$	6.34E-06	1.33E-05	2.02E-05	2.71E-05	3.4E-05	3.52E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.86722	22.72237	34.57752	46.43267	12.2082	12.62203
	$\mu=0.5$	13.1974	32.06936	55.61067	83.82133	0.4007	0.414283
	$\mu=0.9$	13.2319	32.20773	55.92203	84.37481	0.225907	0.233565
σ_y (MPa)	$\mu=0$	20.79286	43.47598	66.15911	88.84223	260.9595	269.8055
	$\mu=0.5$	25.25133	61.36011	106.403	160.3801	8.565274	8.855622
	$\mu=0.9$	25.31733	61.62486	106.9988	161.4391	4.828928	4.992621



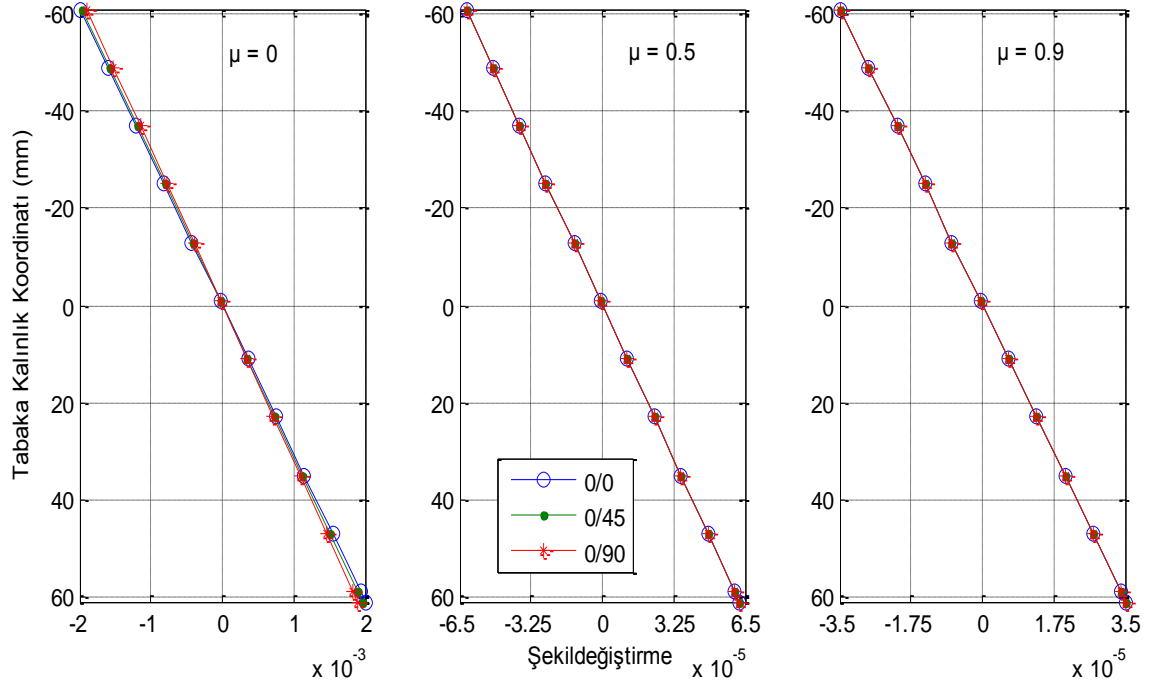
Şekil 4.105. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 2)



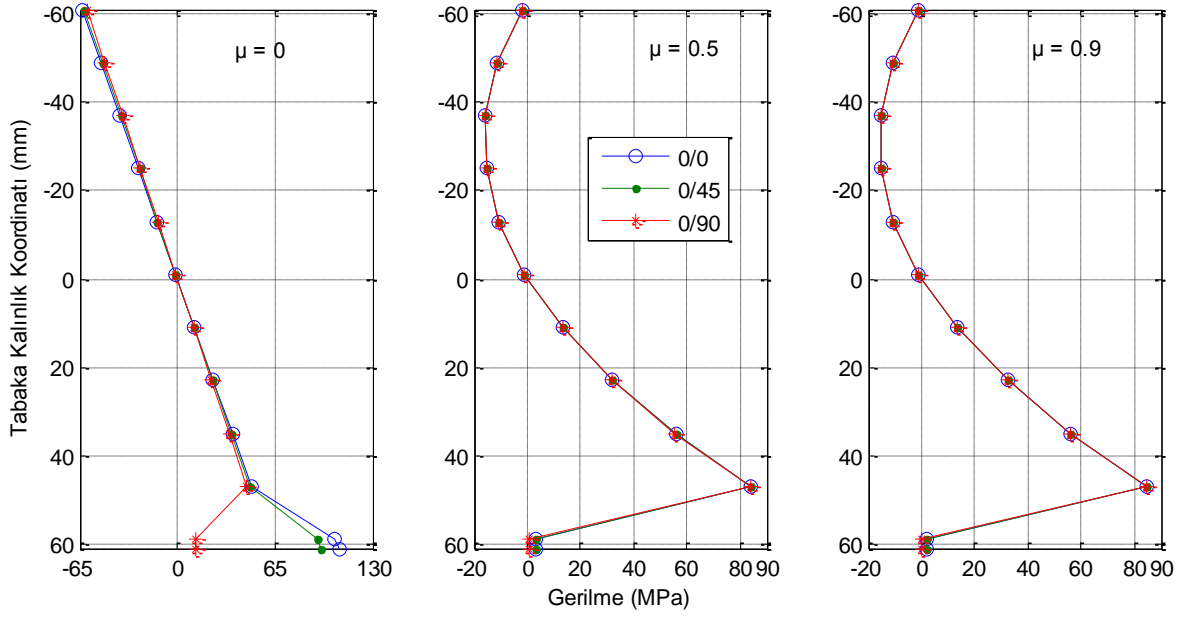
Şekil 4.106. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 2)



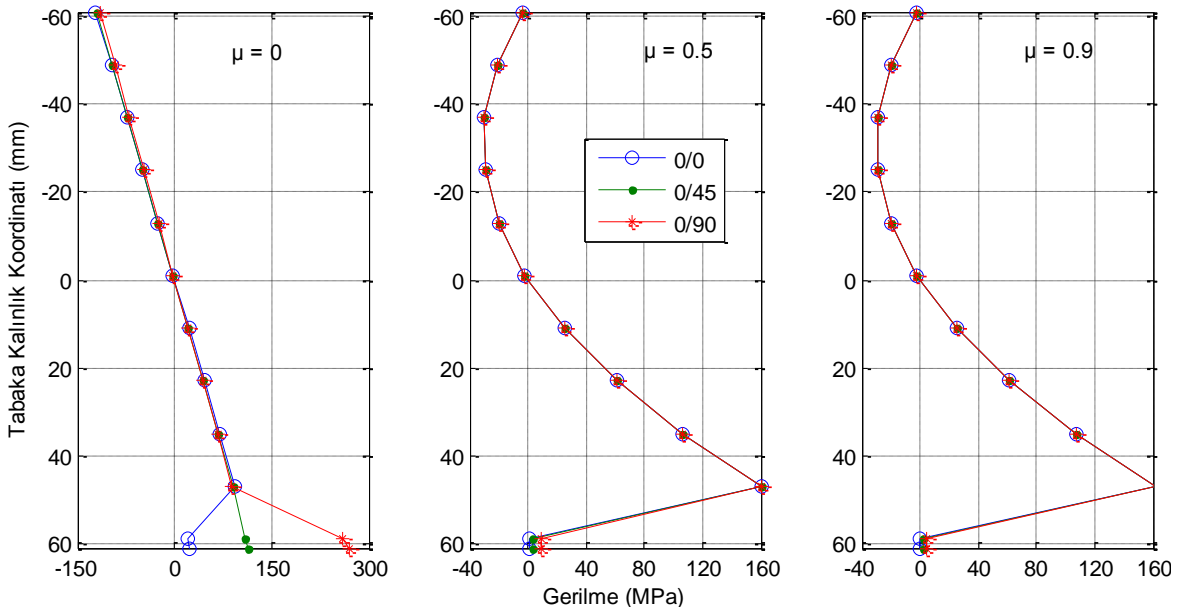
Şekil 4.107. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2)



Şekil 4.108. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2)



Şekil 4.109. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2)



Şekil 4.110. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 36.52, 35.88 ve 33.88 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 64.91, 63.77 ve 60.17 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.778, 1.778 ve 1.776 kat

artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.98). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.19'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.105-Şekil 4.106). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %2.2332 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %89.4627 ve $\mu=0.9$ iken %158.6983 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1' ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %1.52 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %3.47 oranında ve (0/90) olması durumunda %6.63 oranında azalmıştır (Çizelge 4.19). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucu çıkmaktadır.

Şekil 4.107 ve Şekil 4.108'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri, yönlenme açısının ve non-homojenlik katsayısının artışıyla azalmıştır. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.21 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.109-Şekil 4.110). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucu çıkarılmaktadır.

Çizelge 4.22. Durum 3'e ait analiz sonuçları

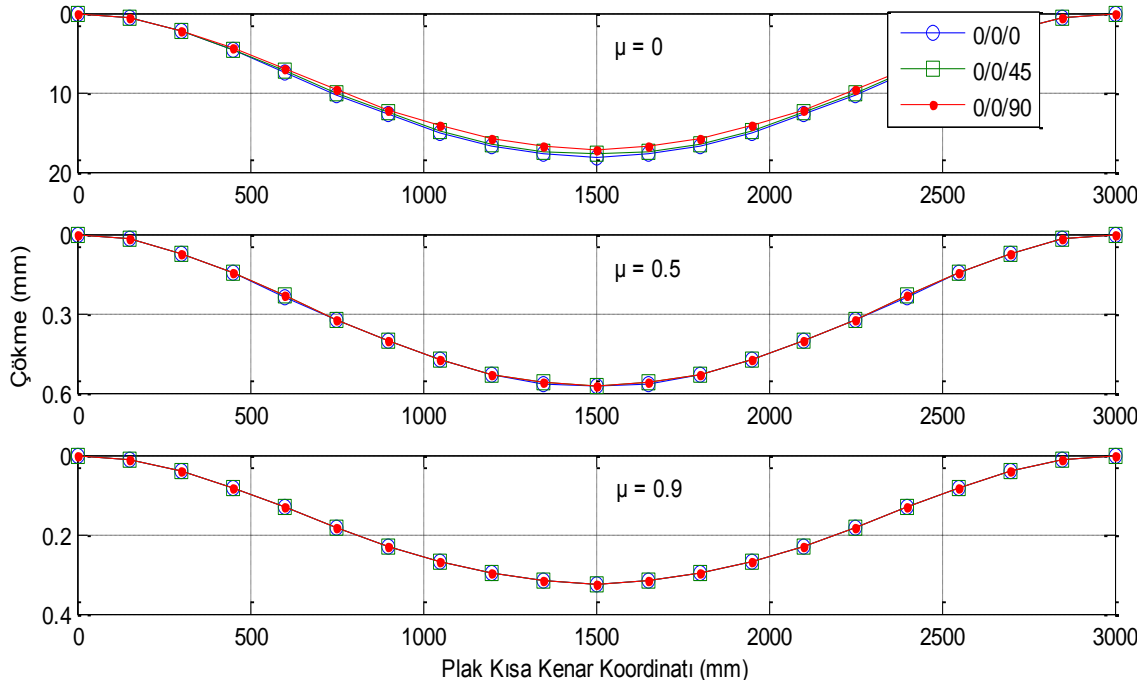
0/0/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00072	-0.00058	-0.00044	-0.0003	-0.00016	-2.3E-05	0.000116
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.69E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.2E-07	2.08E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00201	-0.00162	-0.00123	-0.00084	-0.00045	-6.5E-05	0.000324
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.77E-06

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-63.6281	-51.313	-38.9979	-26.6827	-14.3676	-2.05252	10.26259
	$\mu=0.5$	-2.01288	-11.363	-16.0381	-16.0381	-11.363	-2.01288	12.01236
	$\mu=0.9$	-1.13422	-10.7933	-15.7107	-15.8863	-11.3202	-2.01232	12.03732
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-121.743	-98.18	-74.6168	-51.0536	-27.4904	-3.9272	19.63599
	$\mu=0.5$	-3.85136	-21.7416	-30.6867	-30.6867	-21.7416	-3.85136	22.98393
	$\mu=0.9$	-2.17016	-20.6515	-30.0602	-30.3962	-21.6596	-3.85028	23.03167
0/0/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000116	0.000256	0.000396	0.000536	0.000676	0.000699	0.000722
	$\mu=0.5$	3.69E-06	8.11E-06	1.25E-05	1.7E-05	2.14E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.08E-06	4.57E-06	7.06E-06	9.55E-06	1.2E-05	1.25E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000324	0.000712	0.0011	0.001488	0.001877	0.001941	0.002006
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.48E-05	4.71E-05	5.94E-05	6.14E-05	6.35E-05
	$\mu=0.9$	5.77E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.35E-05	3.46E-05	3.58E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.26259	22.5777	34.89281	47.20793	100.8686	104.3469	107.8251
	$\mu=0.5$	12.01236	30.71269	54.0881	82.13859	3.190993	3.301027	3.411061
	$\mu=0.9$	12.03732	30.8287	54.36183	82.63672	1.798054	1.860056	1.922058
σ_y (MPa)	$\mu=0$	19.63599	43.19919	66.76238	90.32558	20.9293	21.651	22.3727
	$\mu=0.5$	22.98393	58.76431	103.4898	157.1604	0.662101	0.684932	0.707763
	$\mu=0.9$	23.03167	58.98628	104.0136	158.1135	0.373079	0.385944	0.398809
0/0/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00071	-0.00057	-0.00043	-0.0003	-0.00016	-2.3E-05	0.000114
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.2E-07	2.08E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.0012	-0.00082	-0.00044	-6.3E-05	0.000317
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.77E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-62.3492	-50.2816	-38.214	-26.1464	-14.0788	-2.01126	10.05632
	$\mu=0.5$	-2.01158	-11.3557	-16.0277	-16.0277	-11.3557	-2.01158	12.00457
	$\mu=0.9$	-1.1338	-10.7894	-15.705	-15.8805	-11.3161	-2.01158	12.03292
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-119.296	-96.2066	-73.117	-50.0274	-26.9379	-3.84826	19.24132
	$\mu=0.5$	-3.84886	-21.7275	-30.6668	-30.6668	-21.7275	-3.84886	22.96902
	$\mu=0.9$	-2.16936	-20.644	-30.0492	-30.3851	-21.6517	-3.84887	23.02325
0/0/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000114	0.000251	0.000388	0.000525	0.000662	0.000685	0.000708
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.1E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.14E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.08E-06	4.57E-06	7.06E-06	9.55E-06	1.2E-05	1.25E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000317	0.000698	0.001078	0.001459	0.001839	0.001902	0.001966
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.48E-05	4.71E-05	5.93E-05	6.14E-05	6.34E-05
	$\mu=0.9$	5.77E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.05632	22.12391	34.19149	46.25908	98.84124	93.03715	96.13838
	$\mu=0.5$	12.00457	30.69277	54.05302	82.08532	3.188923	3.001665	3.101721
	$\mu=0.9$	12.03292	30.81743	54.34196	82.60652	1.797397	1.691851	1.748246
σ_y (MPa)	$\mu=0$	19.24132	42.33091	65.4205	88.51009	20.50863	110.0833	113.7528
	$\mu=0.5$	22.96902	58.72621	103.4227	157.0585	0.661672	3.551628	3.670015
	$\mu=0.9$	23.02325	58.96472	103.9755	158.0557	0.372943	2.001831	2.068559

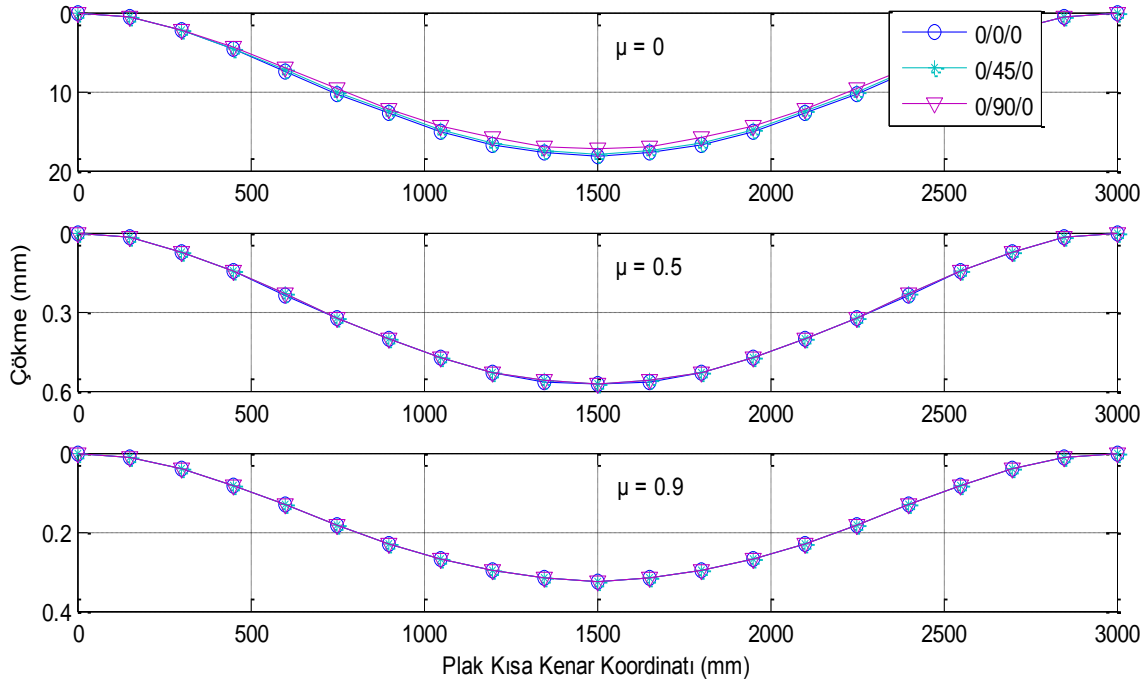
0/0/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00068	-0.00055	-0.00042	-0.00029	-0.00015	-2.2E-05	0.00011
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.1E-07	2.07E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.0019	-0.00153	-0.00116	-0.0008	-0.00043	-6.1E-05	0.000307
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.76E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-60.2728	-48.6071	-36.9414	-25.2757	-13.61	-1.94428	9.721412
	$\mu=0.5$	-2.00934	-11.3431	-16.0099	-16.0099	-11.3431	-2.00934	11.99124
	$\mu=0.9$	-1.13309	-10.7826	-15.6951	-15.8706	-11.309	-2.01032	12.02538
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-115.323	-93.0026	-70.682	-48.3614	-26.0407	-3.7201	18.60052
	$\mu=0.5$	-3.84459	-21.7033	-30.6327	-30.6327	-21.7033	-3.84459	22.94352
	$\mu=0.9$	-2.16801	-20.631	-30.0304	-30.3661	-21.6381	-3.84646	23.00884
0/0/90		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.00011	0.000243	0.000375	0.000508	0.00064	0.000662	0.000684
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.09E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.13E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.07E-06	4.56E-06	7.05E-06	9.54E-06	1.2E-05	1.24E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000307	0.000674	0.001042	0.00141	0.001778	0.001839	0.0019
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.47E-05	4.7E-05	5.93E-05	6.13E-05	6.34E-05
	$\mu=0.9$	5.76E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.721412	21.38711	33.0528	44.7185	95.5495	12.21671	12.62394
	$\mu=0.5$	11.99124	30.6587	53.99301	81.99419	3.185383	0.407275	0.420851
	$\mu=0.9$	12.02538	30.79814	54.30794	82.5548	1.796272	0.229667	0.237322
σ_y (MPa)	$\mu=0$	18.60052	40.92115	63.24178	85.56241	19.82563	261.1415	269.8462
	$\mu=0.5$	22.94352	58.66101	103.3079	156.8841	0.660937	8.705808	8.996001
	$\mu=0.9$	23.00884	58.92781	103.9104	157.9567	0.37271	4.909299	5.072943
0/45/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00071	-0.00057	-0.00043	-0.0003	-0.00016	-2.3E-05	0.000114
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.2E-07	2.08E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.00121	-0.00083	-0.00044	-6.3E-05	0.000317
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.77E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-62.4301	-50.3469	-38.2636	-26.1804	-14.0971	-2.01387	10.06937
	$\mu=0.5$	-2.01166	-11.3562	-16.0284	-16.0284	-11.3562	-2.01166	12.00508
	$\mu=0.9$	-1.13383	-10.7896	-15.7053	-15.8809	-11.3163	-2.01163	12.0332
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-119.451	-96.3315	-73.2119	-50.0924	-26.9728	-3.85326	19.2663
	$\mu=0.5$	-3.84902	-21.7284	-30.668	-30.668	-21.7284	-3.84902	22.96998
	$\mu=0.9$	-2.16942	-20.6444	-30.0499	-30.3858	-21.6522	-3.84896	23.0238
0/45/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000114	0.000251	0.000389	0.000526	0.000663	0.000686	0.000709
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.1E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.14E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.08E-06	4.57E-06	7.06E-06	9.55E-06	1.2E-05	1.25E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000317	0.000698	0.001079	0.00146	0.001841	0.001905	0.001968
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.48E-05	4.71E-05	5.93E-05	6.14E-05	6.34E-05
	$\mu=0.9$	5.77E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05

σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.06937	22.15262	34.23587	46.31912	90.05264	102.3823	105.795
	$\mu=0.5$	12.00508	30.69406	54.05528	82.08876	2.901731	3.299024	3.408992
	$\mu=0.9$	12.0332	30.81816	54.34325	82.60846	1.635495	1.85942	1.921401
σ_y (MPa)	$\mu=0$	19.2663	42.38586	65.50541	88.62497	106.552	21.24336	21.95148
	$\mu=0.5$	22.96998	58.72866	103.427	157.065	3.433384	0.684517	0.707334
	$\mu=0.9$	23.0238	58.96611	103.978	158.0594	1.935149	0.385812	0.398673
0/90/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00069	-0.00055	-0.00042	-0.00029	-0.00016	-2.2E-05	0.000111
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.1E-07	2.07E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00191	-0.00154	-0.00117	-0.0008	-0.00043	-6.2E-05	0.000308
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.76E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-60.4784	-48.7729	-37.0674	-25.3619	-13.6564	-1.95092	9.754587
	$\mu=0.5$	-2.00957	-11.3444	-16.0117	-16.0117	-11.3444	-2.00957	11.9926
	$\mu=0.9$	-1.13316	-10.7833	-15.6961	-15.8716	-11.3097	-2.01045	12.02615
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-115.717	-93.32	-70.9232	-48.5264	-26.1296	-3.7328	18.664
	$\mu=0.5$	-3.84503	-21.7058	-30.6362	-30.6362	-21.7058	-3.84503	22.94612
	$\mu=0.9$	-2.16814	-20.6323	-30.0323	-30.368	-21.6395	-3.84671	23.01031
0/90/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000111	0.000244	0.000376	0.000509	0.000642	0.000664	0.000686
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.09E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.13E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.07E-06	4.56E-06	7.05E-06	9.54E-06	1.2E-05	1.24E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000308	0.000677	0.001046	0.001415	0.001784	0.001845	0.001907
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.47E-05	4.7E-05	5.93E-05	6.13E-05	6.34E-05
	$\mu=0.9$	5.76E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.754587	21.46009	33.1656	44.8711	11.84979	99.18162	102.4877
	$\mu=0.5$	11.9926	30.66217	53.99913	82.00349	0.393744	3.295597	3.40545
	$\mu=0.9$	12.02615	30.80011	54.31141	82.56008	0.222025	1.858331	1.920275
σ_y (MPa)	$\mu=0$	18.664	41.0608	63.4576	85.8544	253.2982	20.57926	21.26523
	$\mu=0.5$	22.94612	58.66766	103.3196	156.9019	8.416568	0.683806	0.706599
	$\mu=0.9$	23.01031	58.93157	103.9171	157.9668	4.745959	0.385586	0.398439
0/45/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00069	-0.00056	-0.00043	-0.00029	-0.00016	-2.2E-05	0.000112
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.2E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.2E-07	2.08E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00193	-0.00156	-0.00118	-0.00081	-0.00044	-6.2E-05	0.000311
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.76E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-61.1985	-49.3536	-37.5087	-25.6639	-13.819	-1.97414	9.870721
	$\mu=0.5$	-2.01036	-11.3488	-16.018	-16.018	-11.3488	-2.01036	11.99729
	$\mu=0.9$	-1.13341	-10.7857	-15.6996	-15.8751	-11.3122	-2.01089	12.0288
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-117.094	-94.431	-71.7676	-49.1041	-26.4407	-3.77724	18.88621
	$\mu=0.5$	-3.84653	-21.7143	-30.6482	-30.6482	-21.7143	-3.84653	22.9551
	$\mu=0.9$	-2.16862	-20.6369	-30.0389	-30.3747	-21.6443	-3.84756	23.01538

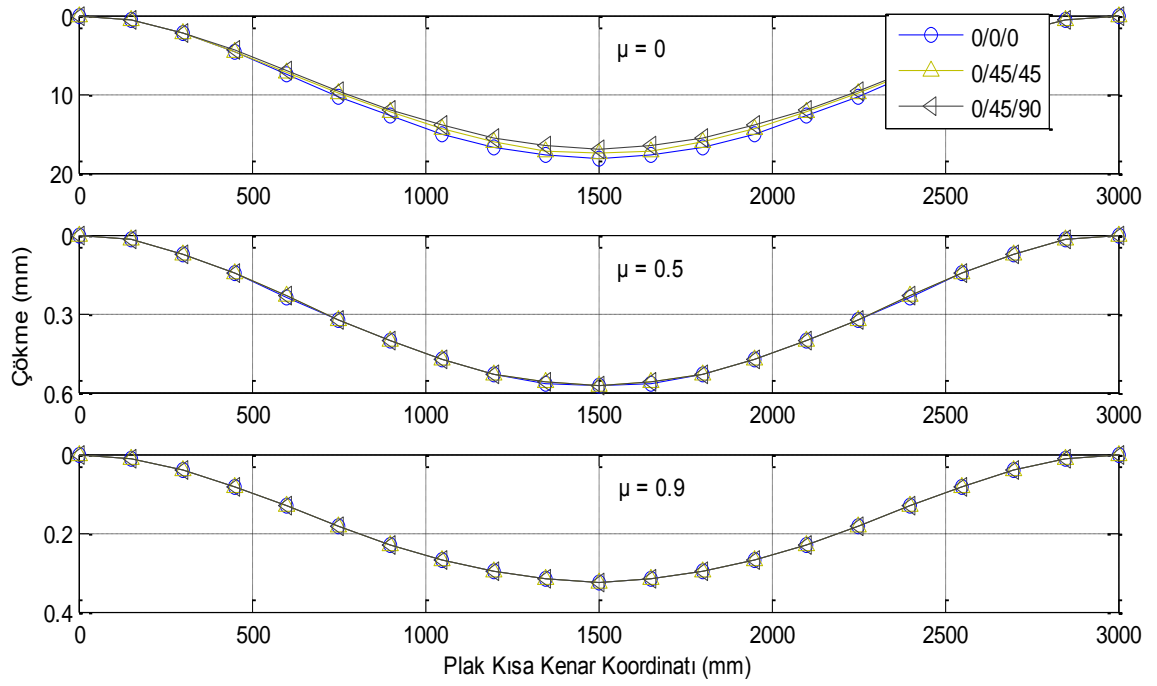
0/45/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000112	0.000246	0.000381	0.000515	0.00065	0.000672	0.000695
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.1E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.13E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.08E-06	4.57E-06	7.06E-06	9.55E-06	1.2E-05	1.25E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000311	0.000685	0.001058	0.001432	0.001805	0.001867	0.00193
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.48E-05	4.7E-05	5.93E-05	6.13E-05	6.34E-05
	$\mu=0.9$	5.76E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.870721	21.71559	33.56045	45.40532	88.27605	91.32005	94.36405
	$\mu=0.5$	11.99729	30.67416	54.02025	82.03556	2.89985	2.999845	3.09984
	$\mu=0.9$	12.0288	30.8069	54.32339	82.57828	1.634897	1.691273	1.747649
σ_y (MPa)	$\mu=0$	18.88621	41.54965	64.2131	86.87654	104.4499	108.0516	111.6534
	$\mu=0.5$	22.9551	58.6906	103.36	156.9632	3.431159	3.549474	3.66779
	$\mu=0.9$	23.01538	58.94457	103.94	158.0017	1.934442	2.001147	2.067852
0/45/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00067	-0.00054	-0.00041	-0.00028	-0.00015	-2.2E-05	0.000108
	$\mu=0.5$	-2.3E-05	-1.8E-05	-1.4E-05	-9.6E-06	-5.1E-06	-7.4E-07	3.68E-06
	$\mu=0.9$	-1.3E-05	-1E-05	-7.9E-06	-5.4E-06	-2.9E-06	-4.1E-07	2.07E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00187	-0.00151	-0.00114	-0.00078	-0.00042	-6E-05	0.000301
	$\mu=0.5$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2E-06	1.02E-05
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-8.1E-06	-1.2E-06	5.76E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-59.1967	-47.7393	-36.2819	-24.8244	-13.367	-1.90957	9.547862
	$\mu=0.5$	-2.00813	-11.3362	-16.0002	-16.0002	-11.3362	-2.00813	11.98398
	$\mu=0.9$	-1.1327	-10.779	-15.6898	-15.8652	-11.3051	-2.00964	12.02127
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-113.264	-91.3423	-69.4202	-47.498	-25.5758	-3.65369	18.26846
	$\mu=0.5$	-3.84226	-21.6902	-30.6142	-30.6142	-21.6902	-3.84226	22.92963
	$\mu=0.9$	-2.16727	-20.624	-30.0201	-30.3557	-21.6307	-3.84515	23.00098
0/45/90		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000108	0.000238	0.000368	0.000499	0.000629	0.00065	0.000672
	$\mu=0.5$	3.68E-06	8.09E-06	1.25E-05	1.69E-05	2.13E-05	2.21E-05	2.28E-05
	$\mu=0.9$	2.07E-06	4.56E-06	7.05E-06	9.54E-06	1.2E-05	1.24E-05	1.29E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000301	0.000662	0.001024	0.001385	0.001746	0.001806	0.001866
	$\mu=0.5$	1.02E-05	2.25E-05	3.47E-05	4.7E-05	5.92E-05	6.13E-05	6.33E-05
	$\mu=0.9$	5.76E-06	1.27E-05	1.96E-05	2.65E-05	3.34E-05	3.46E-05	3.57E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.547862	21.0053	32.46273	43.92016	85.38864	11.99862	12.39857
	$\mu=0.5$	11.98398	30.64013	53.96031	81.94453	2.896633	0.407028	0.420596
	$\mu=0.9$	12.02127	30.78762	54.28939	82.5266	1.633874	0.229588	0.237241
σ_y (MPa)	$\mu=0$	18.26846	40.19061	62.11277	84.03492	101.0335	256.4795	265.0288
	$\mu=0.5$	22.92963	58.62548	103.2453	156.7891	3.427352	8.700536	8.990553
	$\mu=0.9$	23.00098	58.90768	103.8749	157.9028	1.933231	4.907622	5.07121



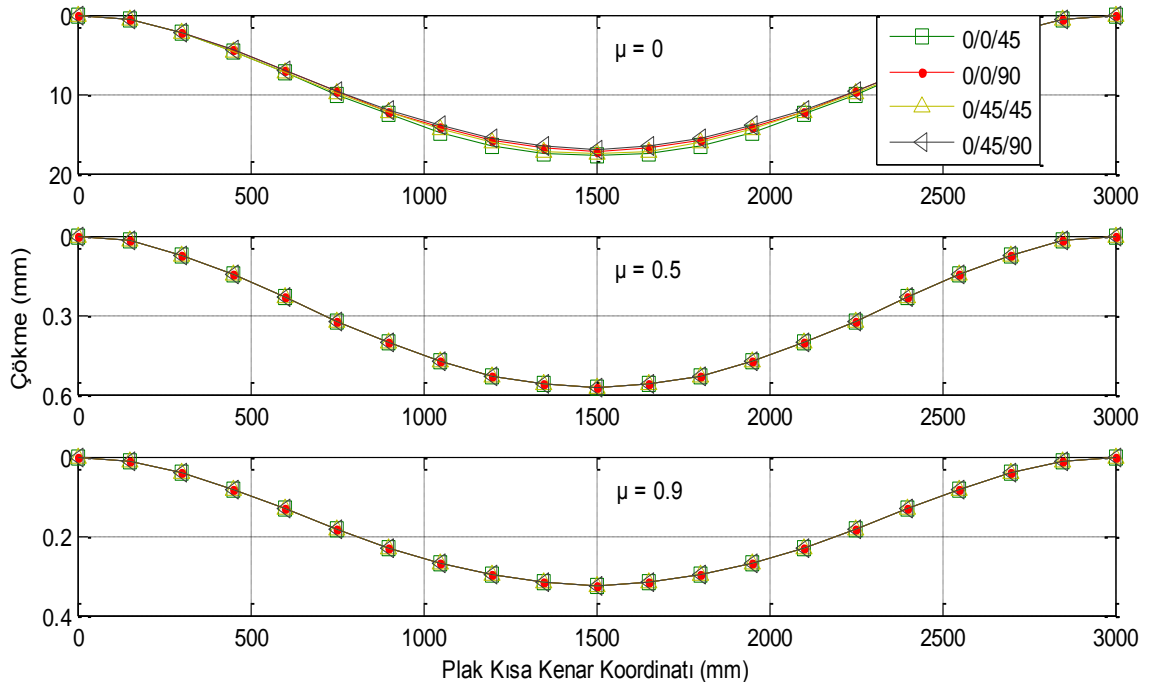
(a)



(b)

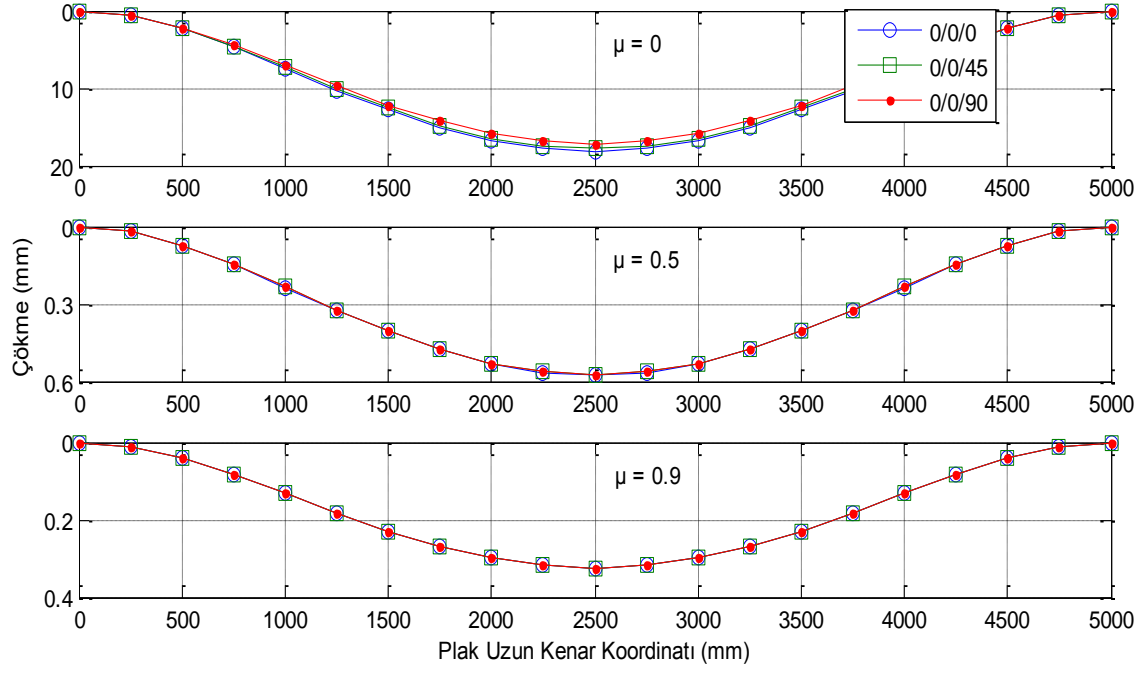


(c)

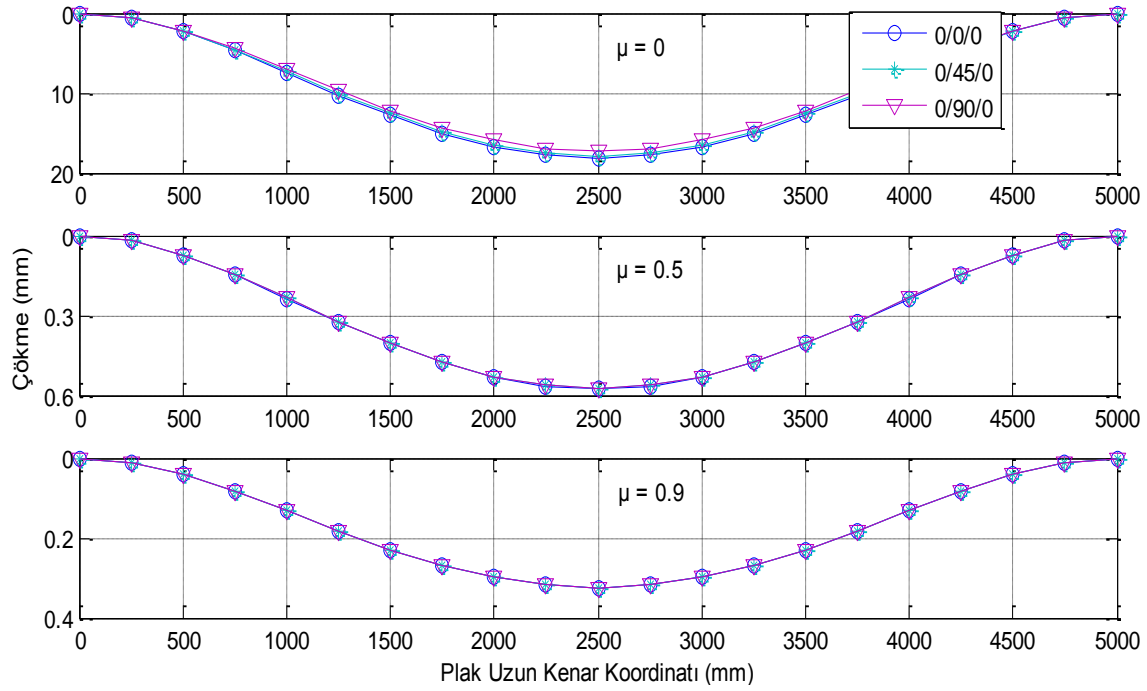


(d)

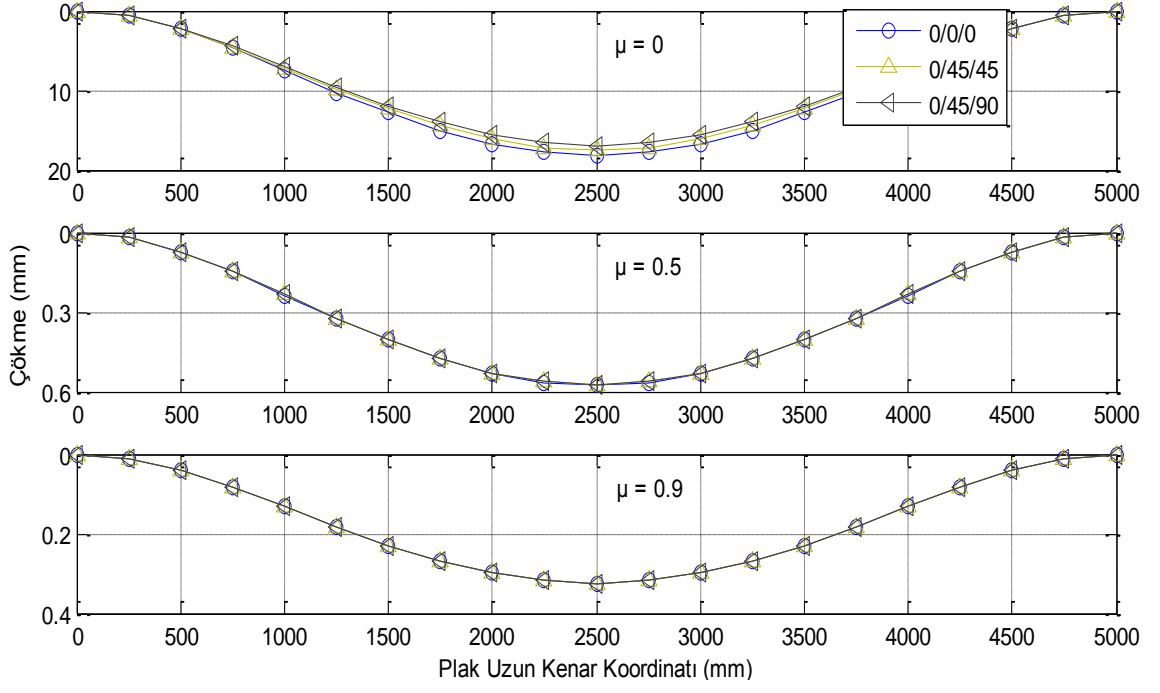
Şekil 4.111. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 3)



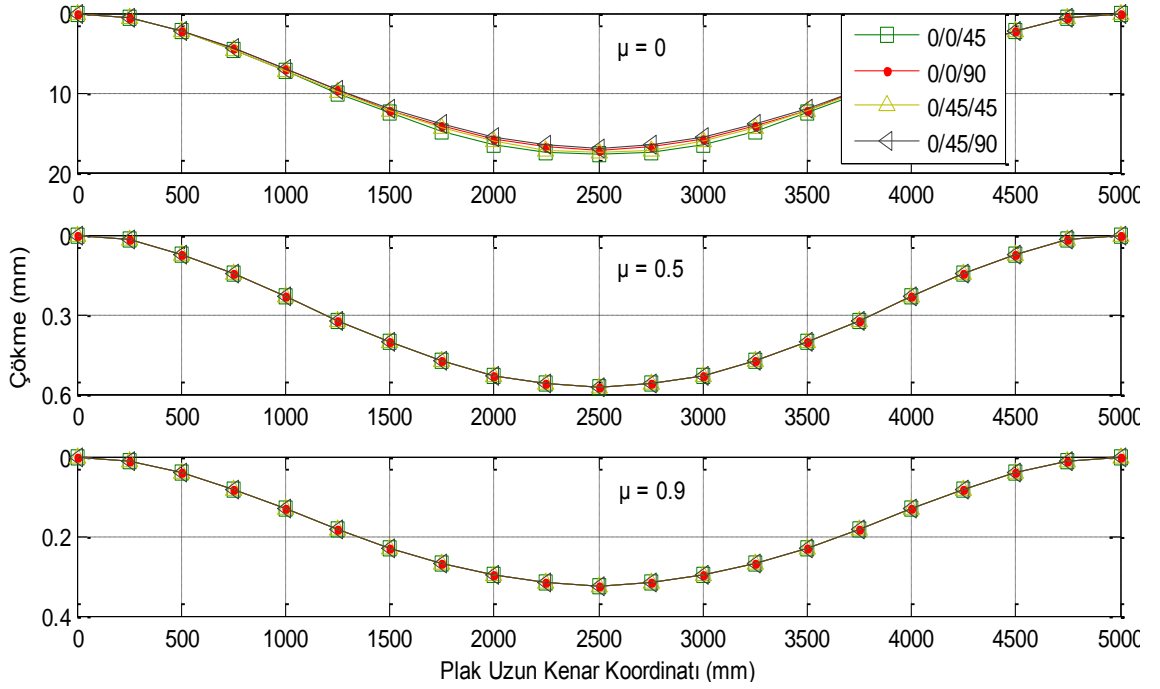
(a)



(b)

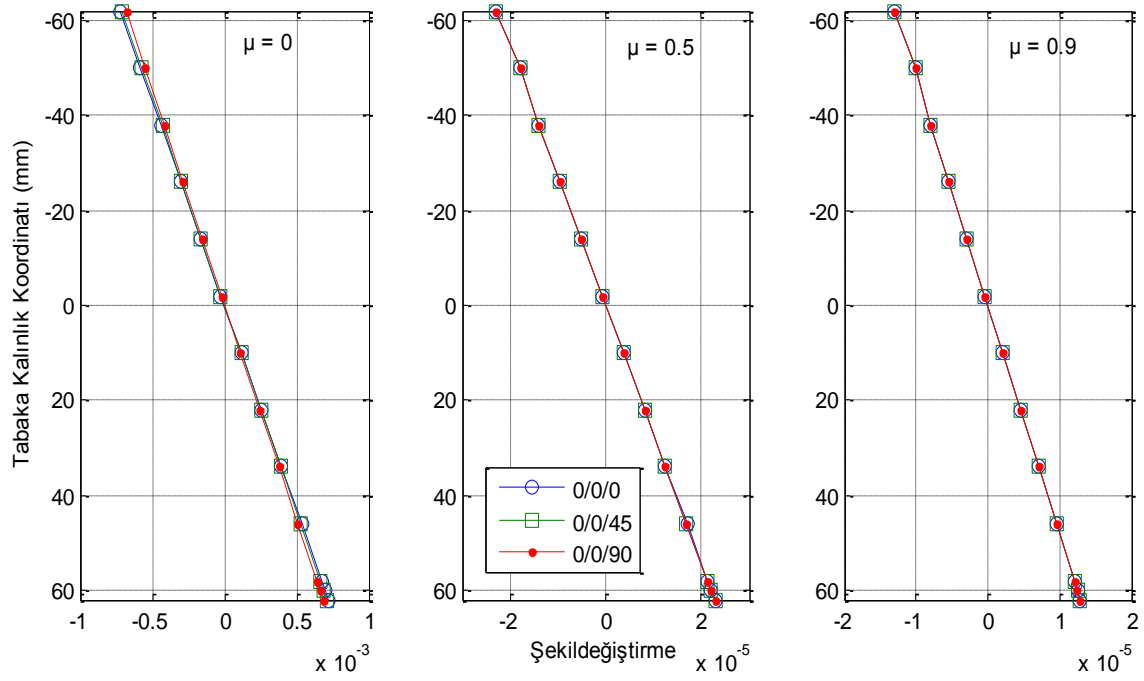


(c)

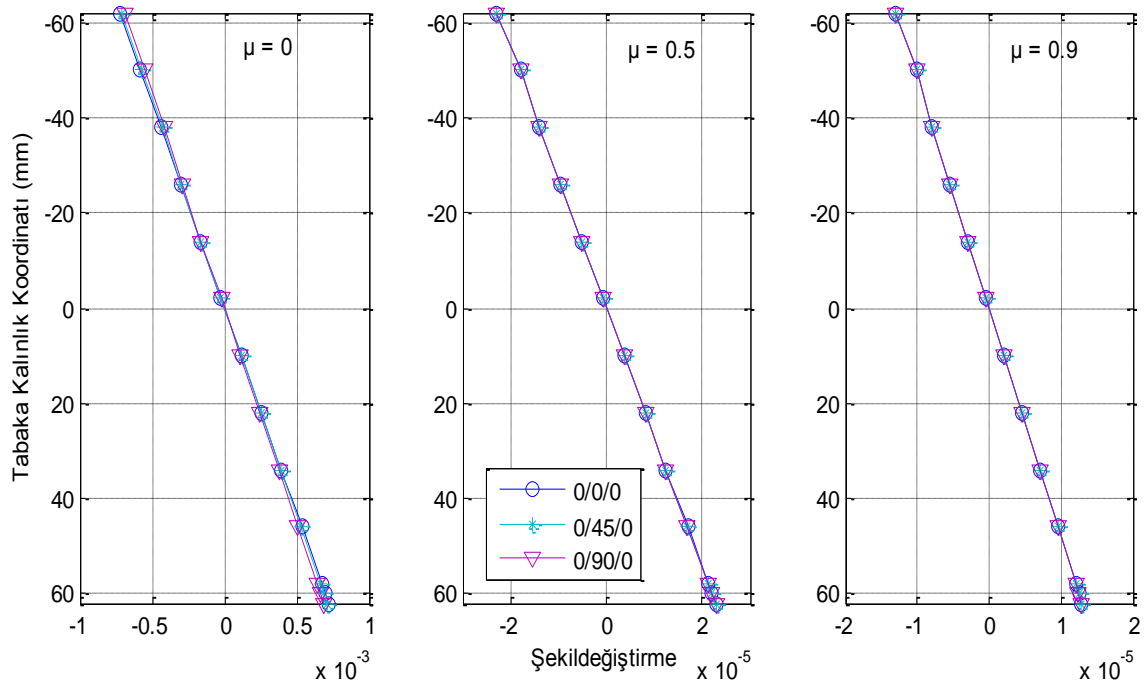


(d)

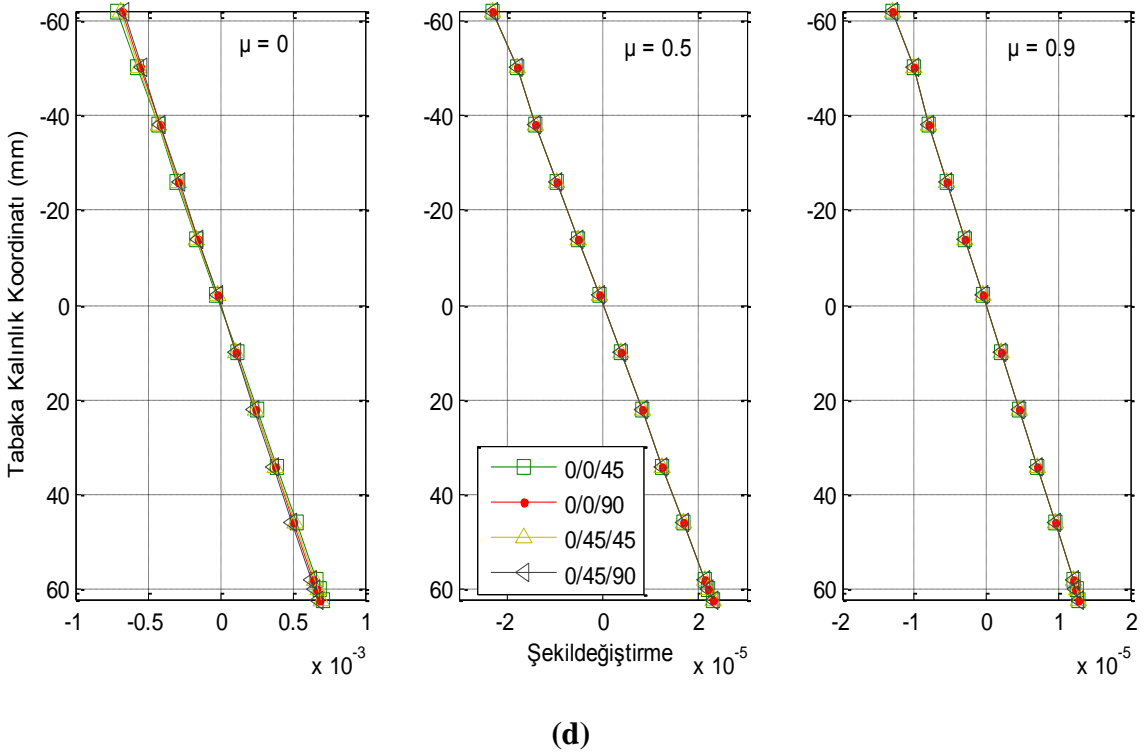
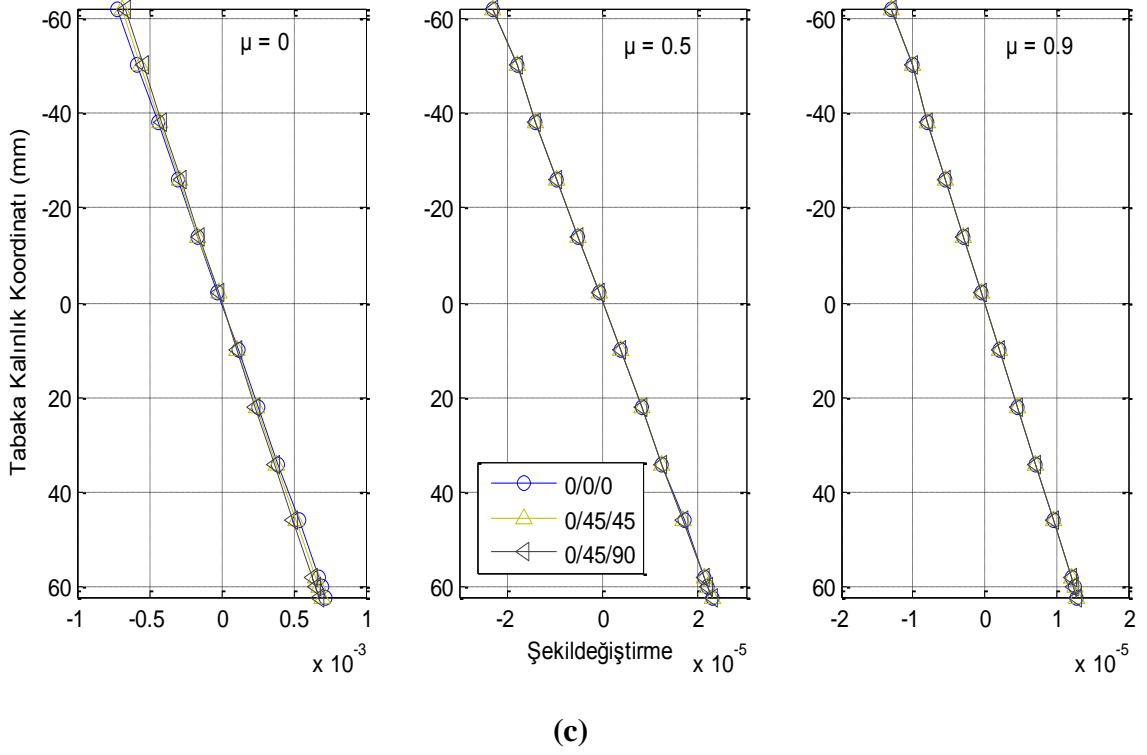
Şekil 4.112. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P5, Durum 3)



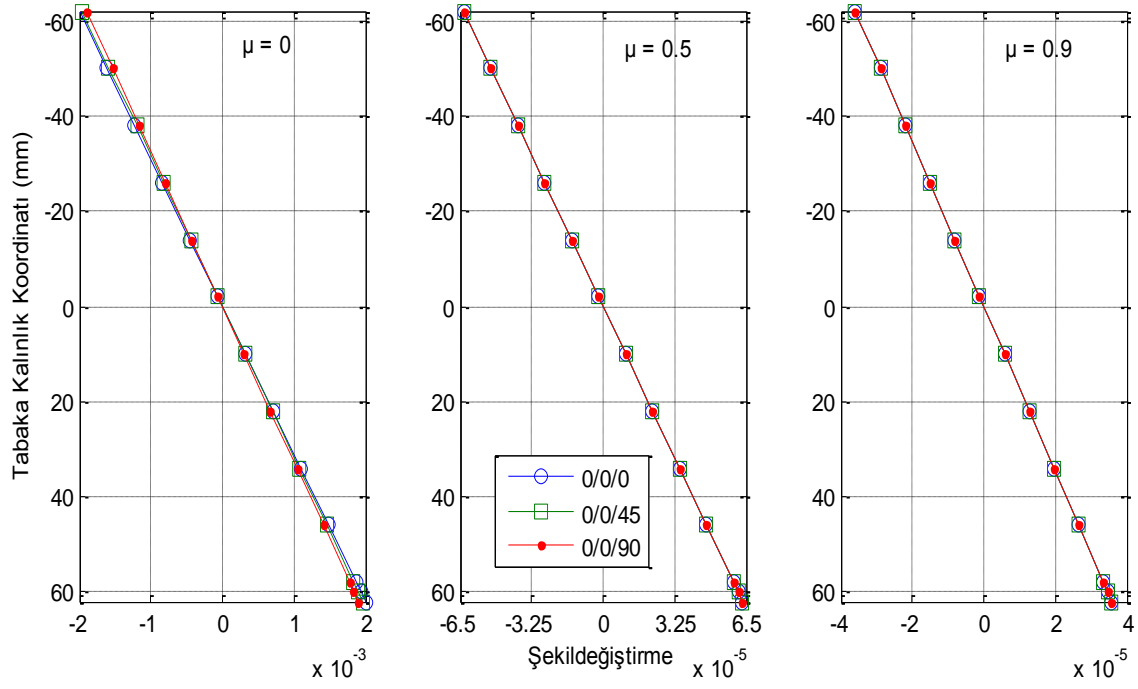
(a)



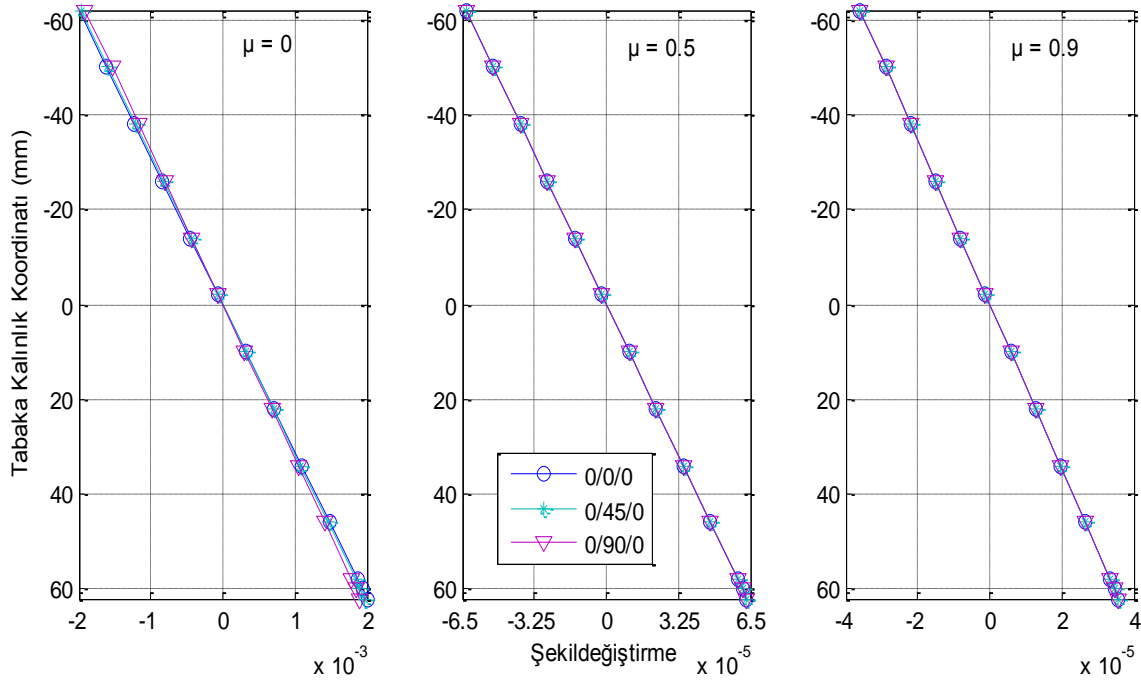
(b)



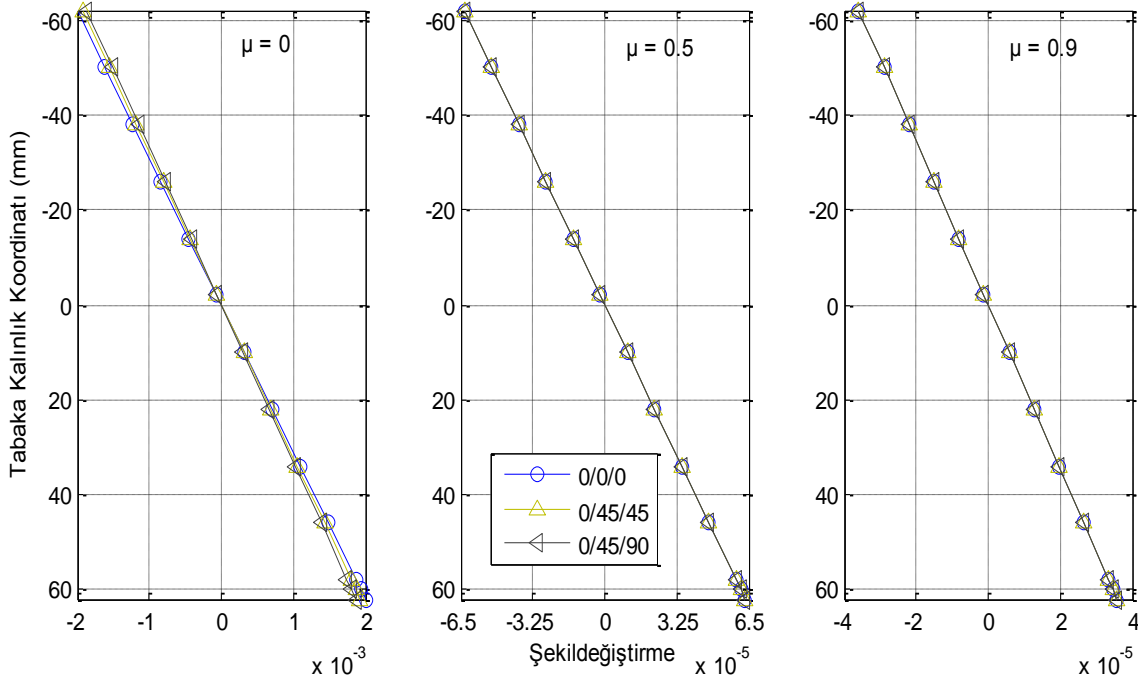
Şekil 4.113. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3)



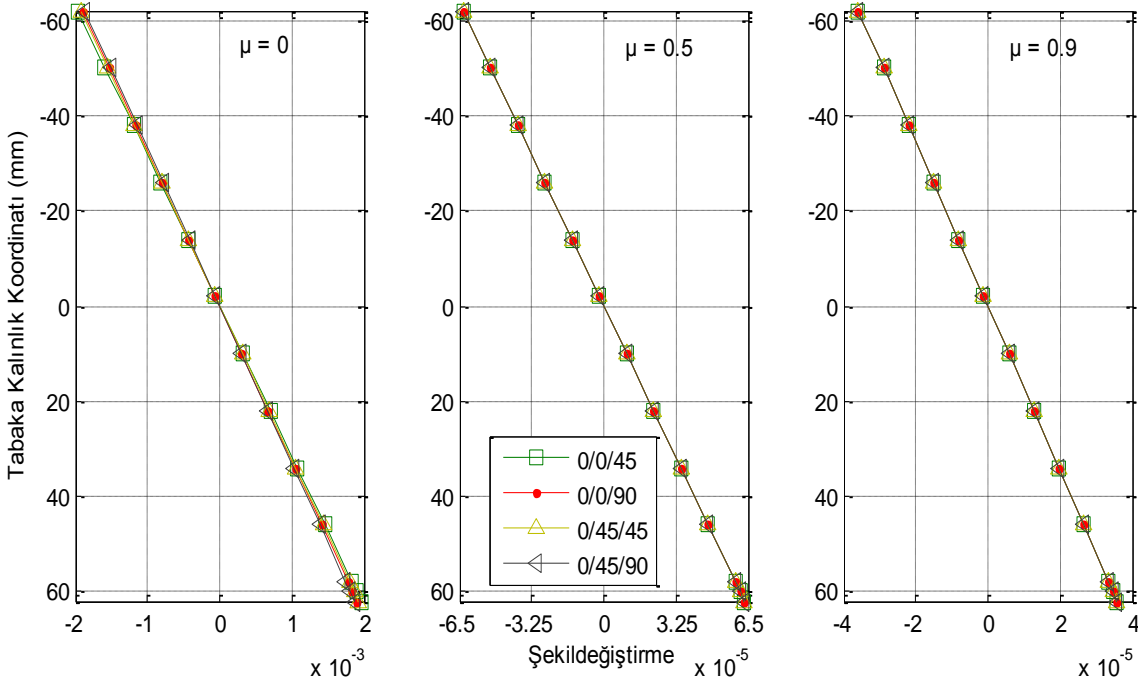
(a)



(b)

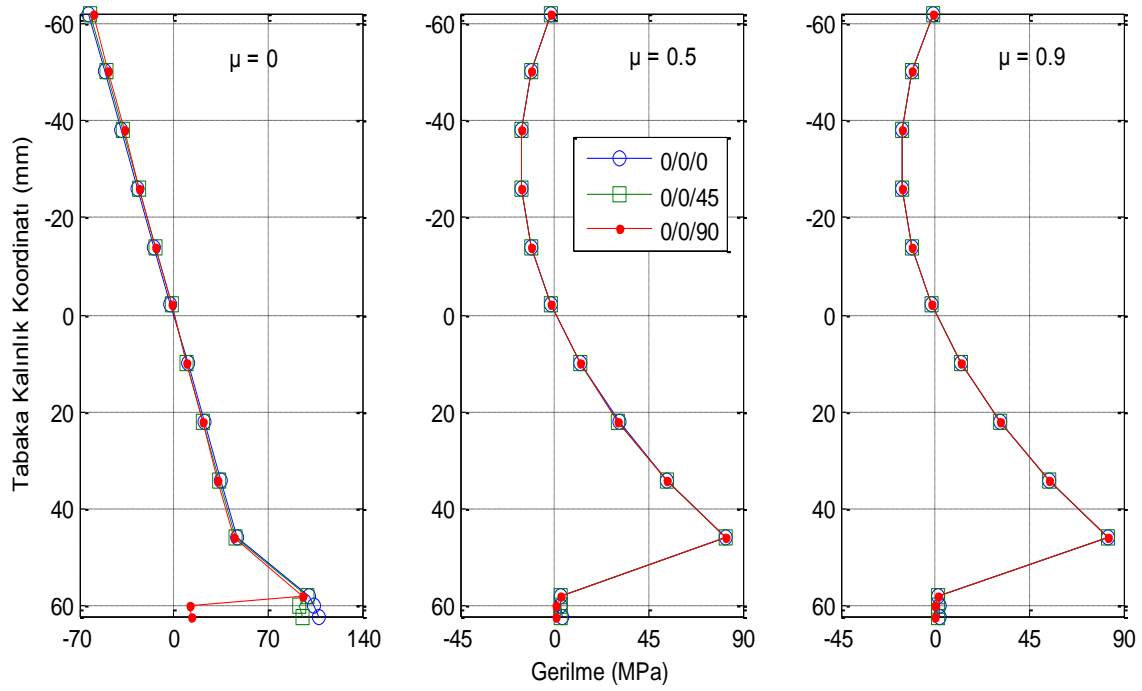


(c)

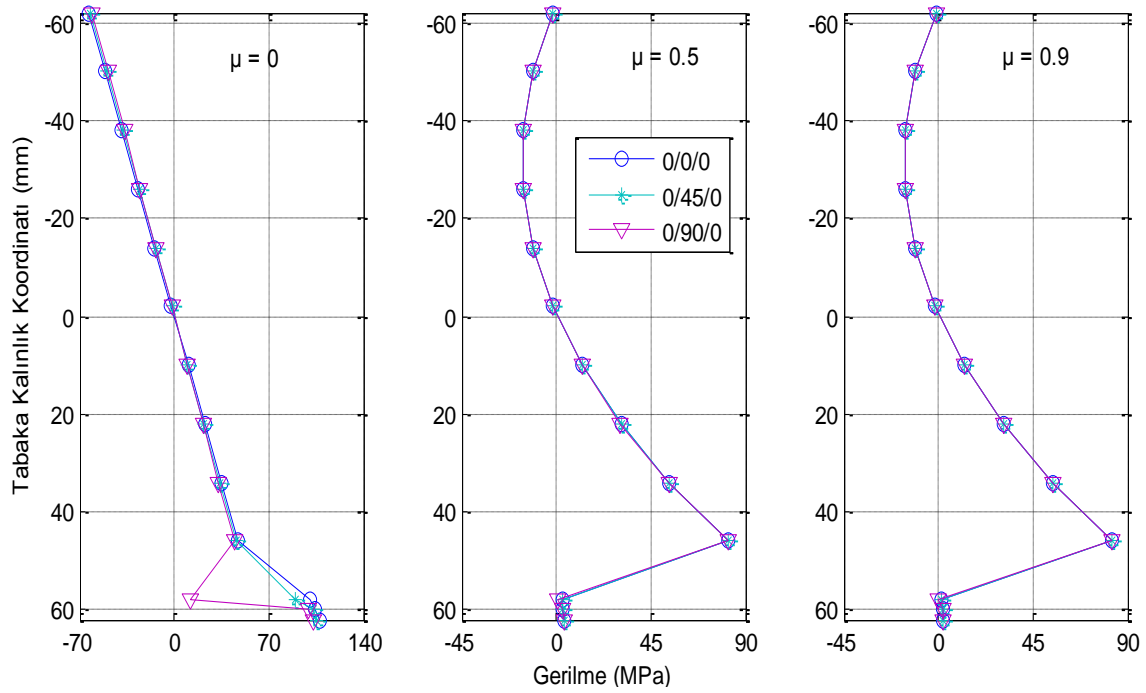


(d)

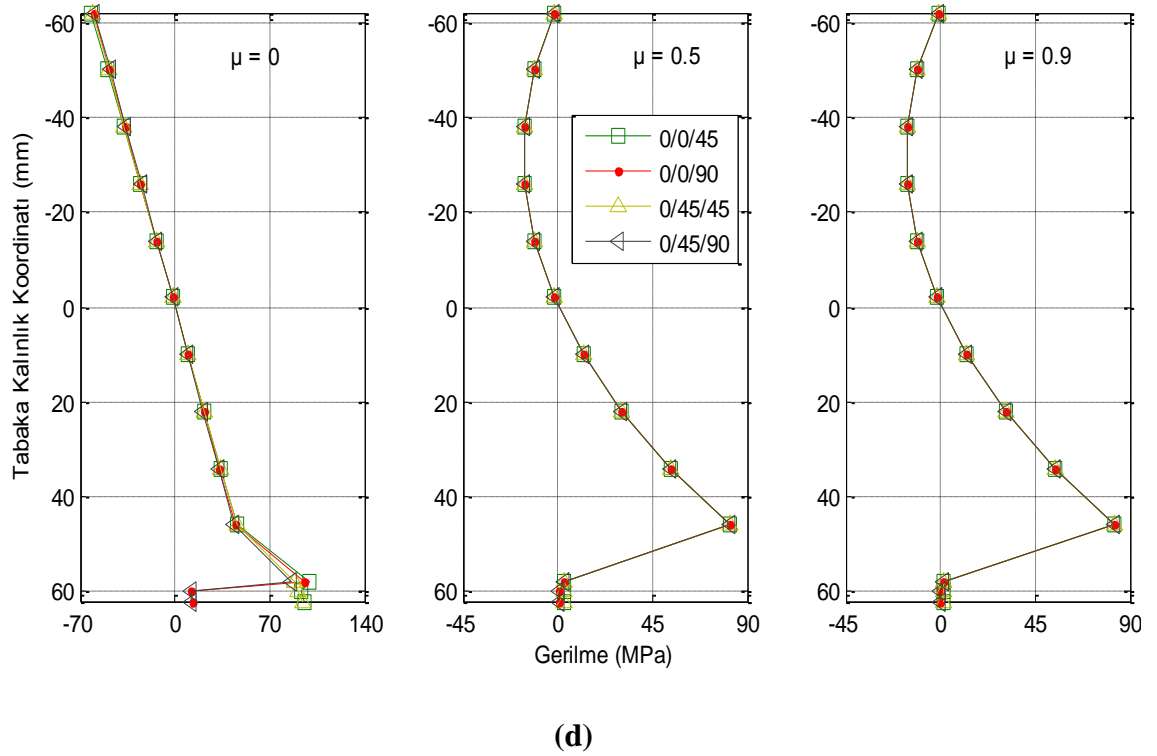
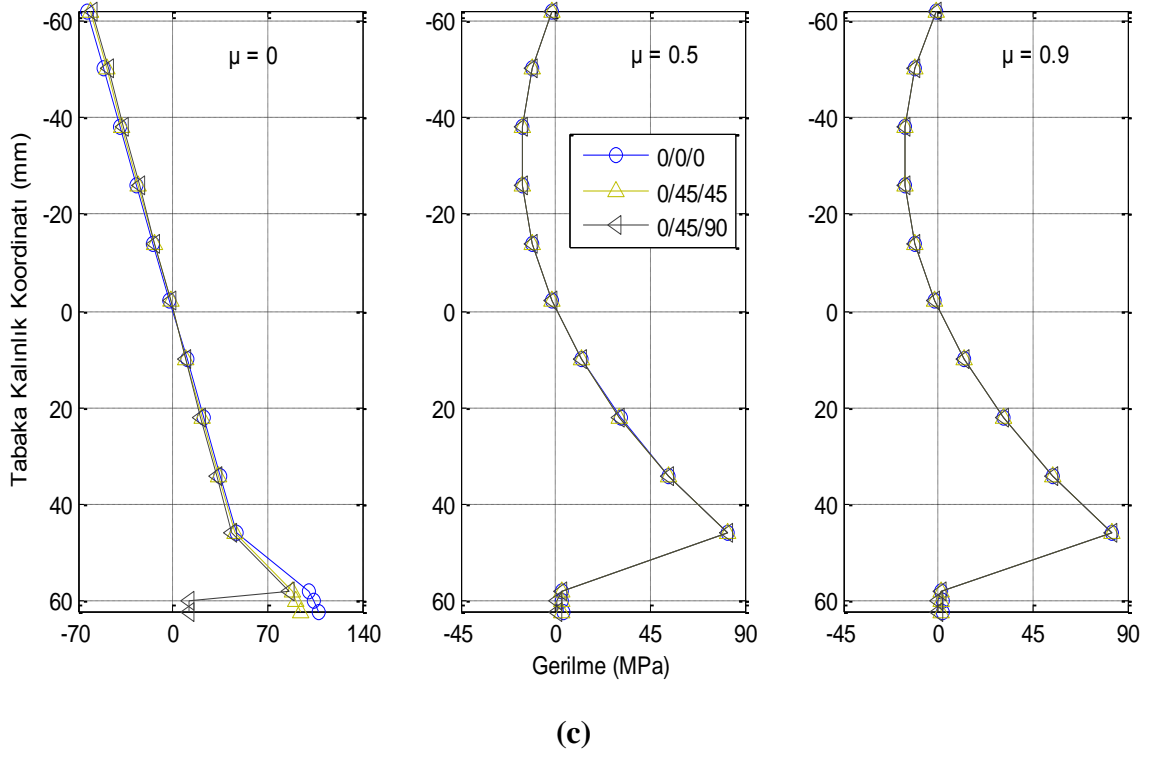
Şekil 4.114. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3)



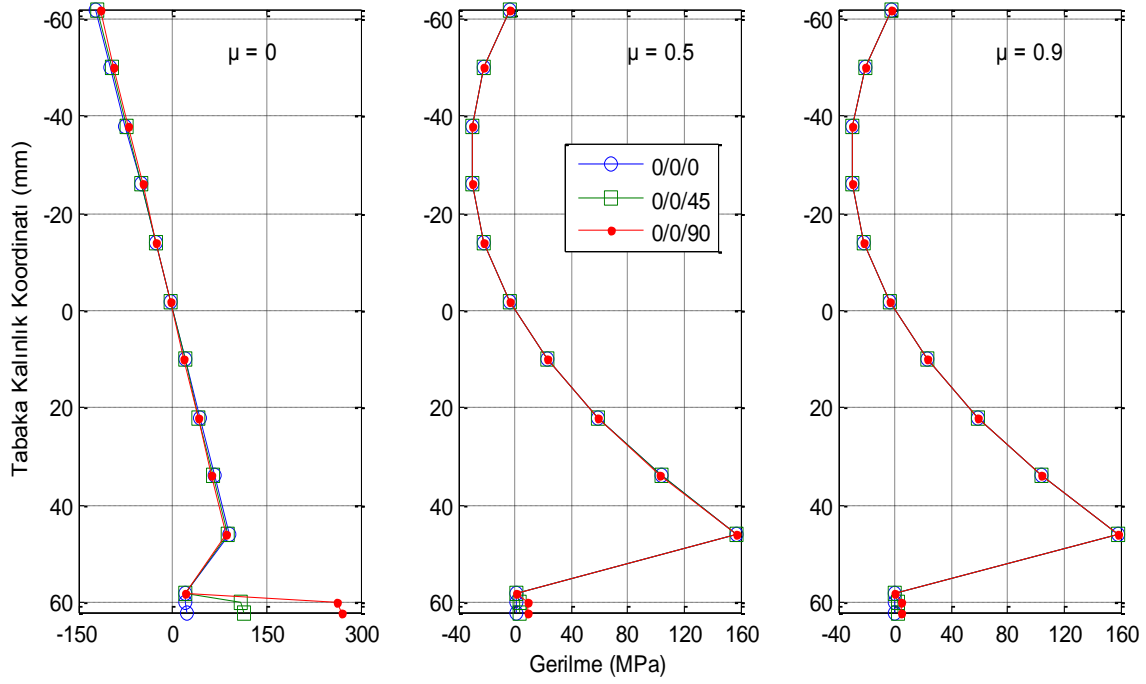
(a)



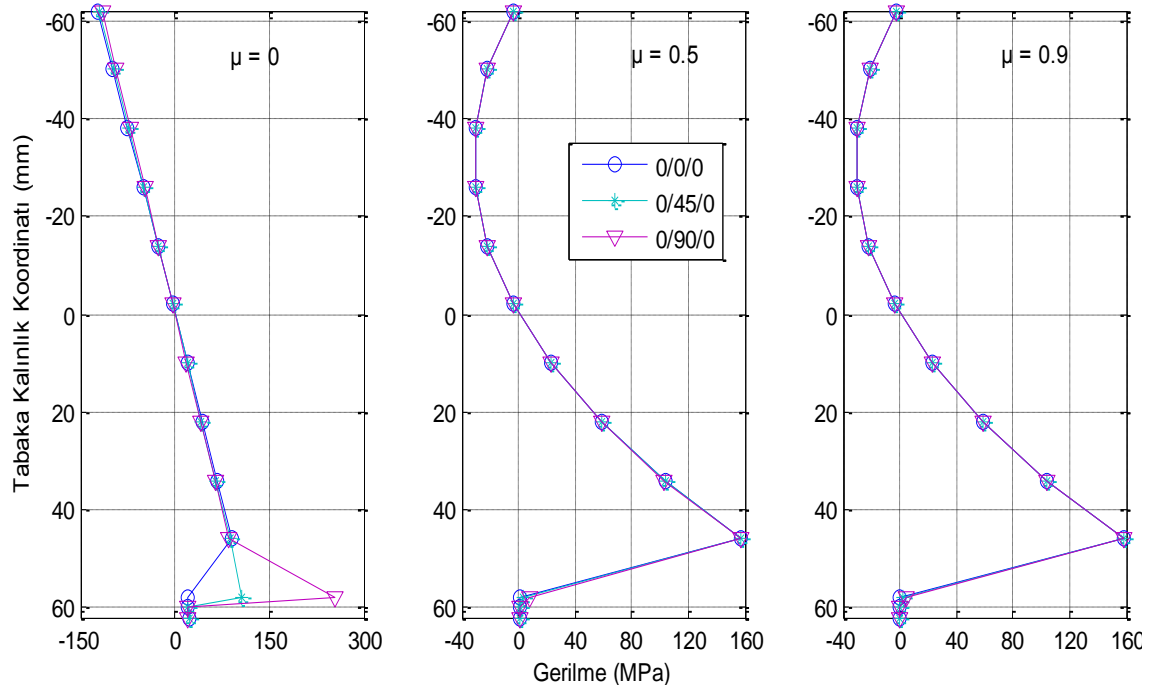
(b)



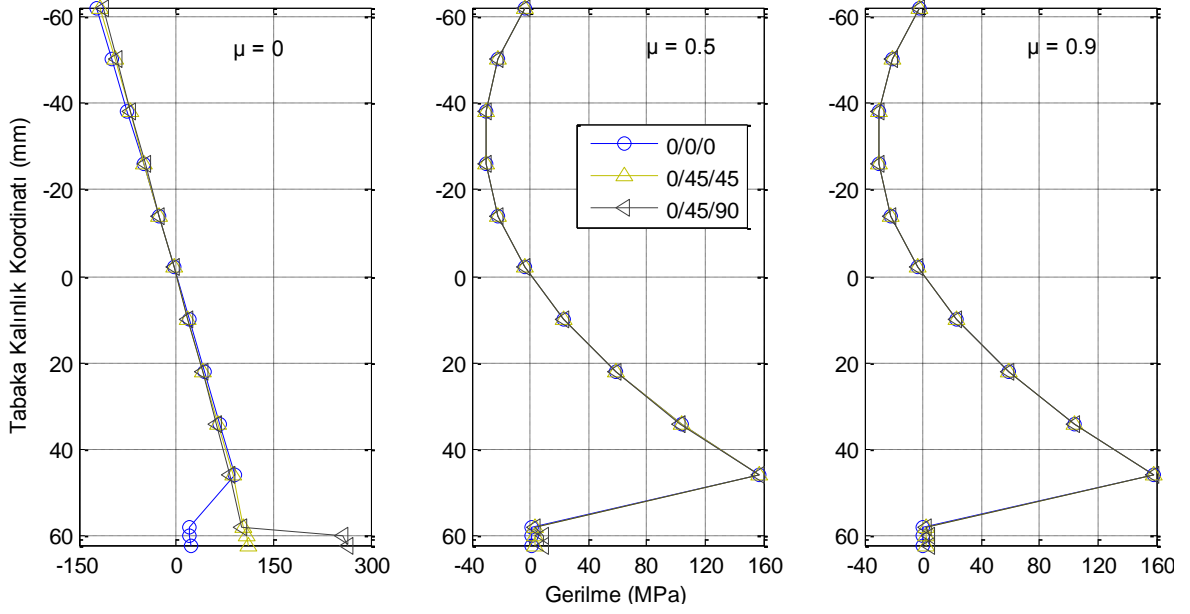
Şekil 4.115. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3)



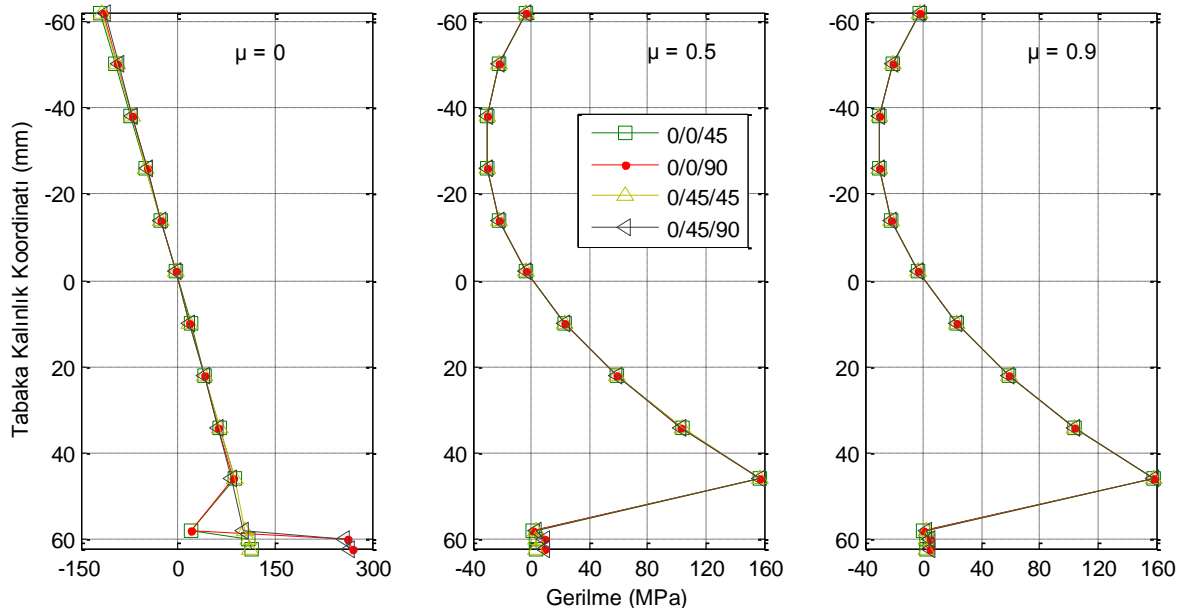
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.116. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P5, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Çizelge 4.18 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, eğilme rijitliklerine etkisi o

kadar artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.19'dan de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.111-Şekil 4.112). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %3.0188 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %89 ve $\mu=0.9$ iken %157.7778 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/90) tabakalanma düzeninin (0/0/0), (0/0/45) ve (0/45/0) gibi tabakalanma düzenlerinden daha küçük çökme değeri verdiği (Çizelge 4.19). Bu sonucun ortaya çıkma sebebi, (0/90) durumuna ait D_{22} değerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzenlerinden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.18).

Şekil 4.113-Şekil 4.114' den görüleceği gibi, şekildeğişiklikler Çizelge 4.18 de verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğişiklikler artmaktadır. Şekil 4.115-Şekil 4.116 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.4 Problem 6

Bu problemde $q_0=1 N/mm^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, $x=0,a'$ da ankastre; $y=0,b'$ de de basit mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları $5000 \times 3000 \times 120$ mm (axbxt) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve

12 ϕ 8'lik ve 20 ϕ 8'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

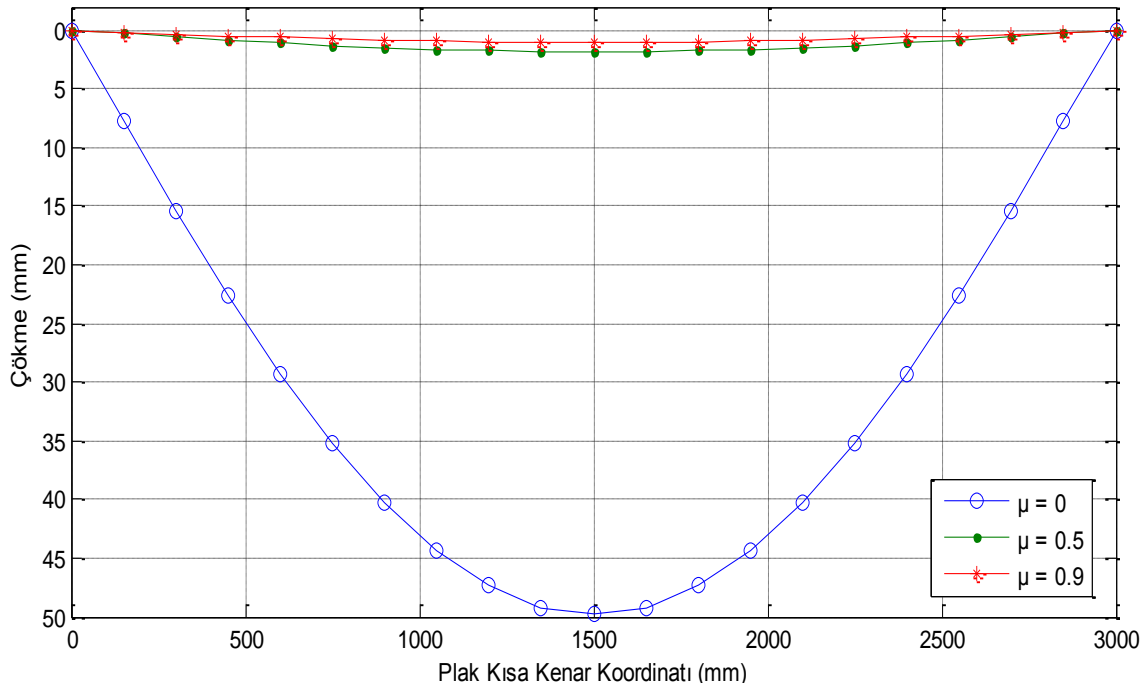
Çizelge 4.23. Problem 6'a ait çökme değerleri (mm)

DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	49.8017	50.4194	1.2403	1.8382	2.4559	33.6035	1.0382	1.6560	59.5068
0/0	48.3289	48.7705	0.9137	1.8361	2.4496	33.4132	1.0376	1.6511	59.1268
0/45	47.7148	48.1565	0.9257	1.8352	2.4487	33.4296	1.0373	1.6508	59.1439
0/90	47.8103	48.2519	0.9237	1.8354	2.4489	33.4260	1.0373	1.6509	59.1536
0/0/0	46.9400	47.5494	1.2983	1.8341	2.4435	33.2261	1.0369	1.6463	58.7713
0/0/45	46.3413	46.9507	1.3150	1.8331	2.4425	33.2442	1.0366	1.6460	58.7883
0/0/90	46.4343	47.0437	1.3124	1.8333	2.4427	33.2406	1.0367	1.6461	58.7827
0/45/0	46.3794	46.9888	1.3139	1.8332	2.4426	33.2424	1.0367	1.6461	58.7827
0/90/0	46.4666	47.0760	1.3115	1.8333	2.4427	33.2406	1.0367	1.6461	58.7827
0/45/45	45.7948	46.4042	1.3307	1.8324	2.4417	33.2515	1.0364	1.6458	58.7997
0/45/90	45.8857	46.4951	1.3281	1.8324	2.4418	33.2569	1.0364	1.6458	58.7997

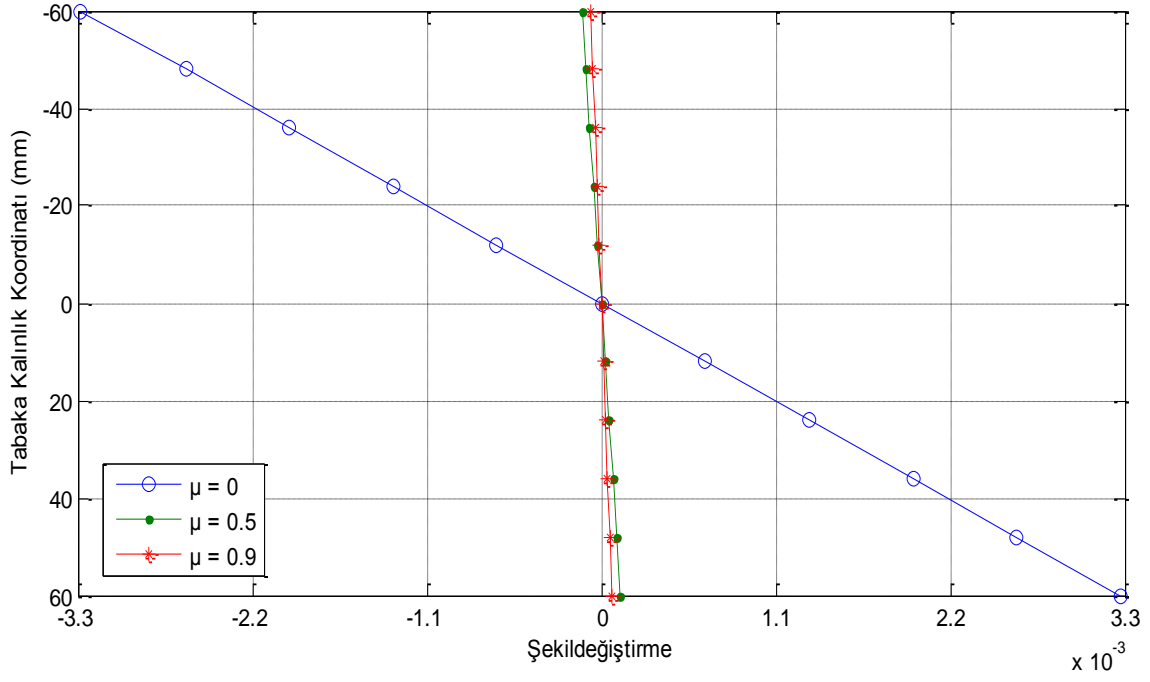
Çizelge 4.24. Durum 1'e ait analiz sonuçları

0		-60	-48	-36	-24	-12	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00205	-0.00164	-0.00123	-0.00082	-0.00041	0
	$\mu=0.5$	-7.6E-05	-6E-05	-4.5E-05	-3E-05	-1.5E-05	0
	$\mu=0.9$	-4.3E-05	-3.4E-05	-2.6E-05	-1.7E-05	-8.5E-06	0
ε_y	$\mu=0$	-0.00328	-0.00262	-0.00197	-0.00131	-0.00066	0
	$\mu=0.5$	-0.00012	-9.7E-05	-7.3E-05	-4.8E-05	-2.4E-05	0
	$\mu=0.9$	-6.8E-05	-5.5E-05	-4.1E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-153.02	-122.416	-91.8121	-61.2081	-30.604	0
	$\mu=0.5$	-5.64799	-31.6287	-44.0543	-42.9247	-28.2399	0
	$\mu=0.9$	-3.1901	-30.1146	-43.2578	-42.6198	-28.2005	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-208.683	-166.946	-125.21	-83.473	-41.7365	0
	$\mu=0.5$	-7.70249	-43.1339	-60.0794	-58.5389	-38.5124	0
	$\mu=0.9$	-4.35053	-41.069	-58.9932	-58.1231	-38.4587	0
0		0	12	24	36	48	60
ε_x	$\mu=0$	0	0.000409	0.000819	0.001228	0.001638	0.002047
	$\mu=0.5$	0	1.51E-05	3.02E-05	4.53E-05	6.04E-05	7.56E-05
	$\mu=0.9$	0	8.54E-06	1.71E-05	2.56E-05	3.41E-05	4.27E-05

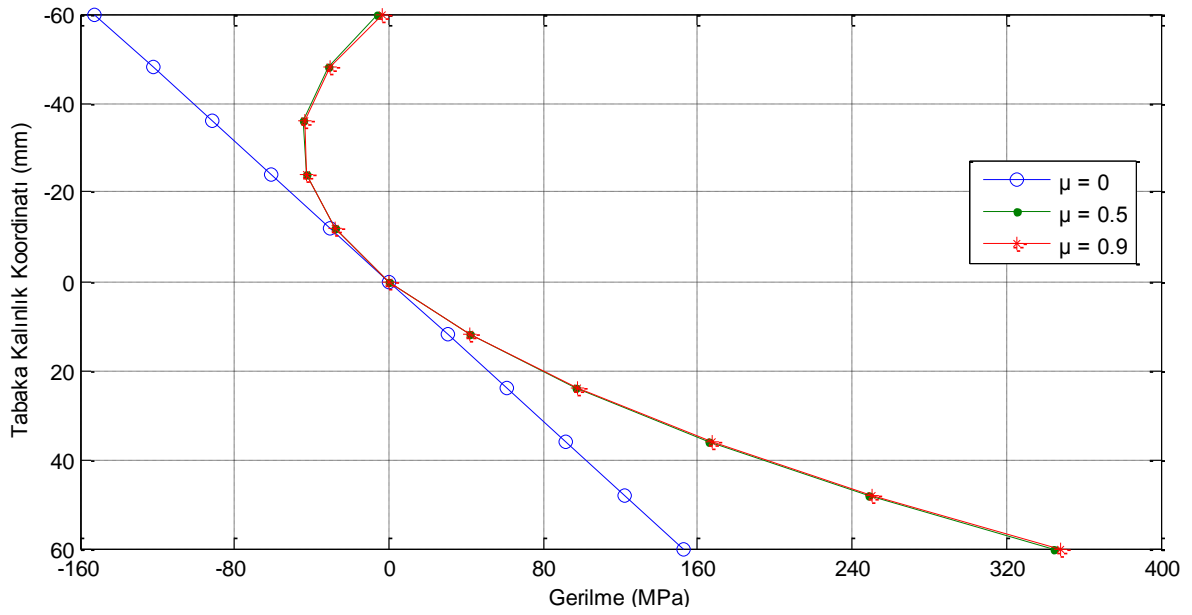
ε_y	$\mu=0$	0	0.000655	0.001311	0.001966	0.002621	0.003277
	$\mu=0.5$	0	2.42E-05	4.84E-05	7.26E-05	9.68E-05	0.000121
	$\mu=0.9$	0	1.37E-05	2.73E-05	4.1E-05	5.47E-05	6.83E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	30.60404	61.20807	91.81211	122.4161	153.0202
	$\mu=0.5$	0	41.7951	97.14536	166.0508	248.5114	344.5271
	$\mu=0.9$	0	41.98174	97.74472	167.2889	250.6144	347.7211
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	41.73652	83.47303	125.2096	166.9461	208.6826
	$\mu=0.5$	0	56.99842	132.4828	226.4532	338.9095	469.8518
	$\mu=0.9$	0	57.25296	133.3002	228.1417	341.7775	474.2076



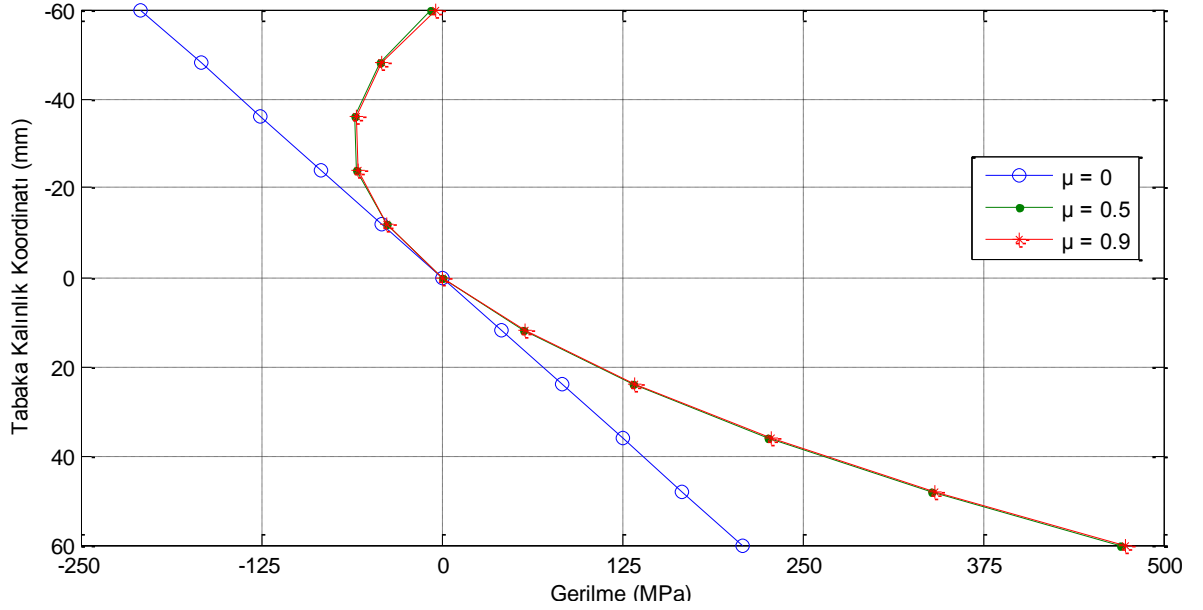
Şekil 4.117. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 1)



Şekil 4.120. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekil değiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1)



Şekil 4.121. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1)



Şekil 4.122. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 36.85 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 65.50 kat, $\mu=0.5$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.78 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.23'den da görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.117-Şekil 4.118). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %1.2403 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %33.6035 ve $\mu=0.9$ iken %59.5068 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %96.31 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.92 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.52 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.23).

Plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plağın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.119-Şekil 4.120). Ayrıca x- eksenine doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %96.29 azalırken, $\mu=0$ 'dan

$\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.90 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.42 oranında azalma göstermiştir. y-ekseni doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %96.34 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.93 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.33 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.24). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları x ve y-eksenleri doğrultusunda farklılık göstermiştir. Bunun nedeni plağın karşılıklı iki kenarından farklı mesnetle mesnetlenmiş olması ve her iki doğrultuda da bu mesnetlere uygun farklı iki elastik eğrinin mevcut olmasıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğrilğine bağlı olduğu söylenebilir.

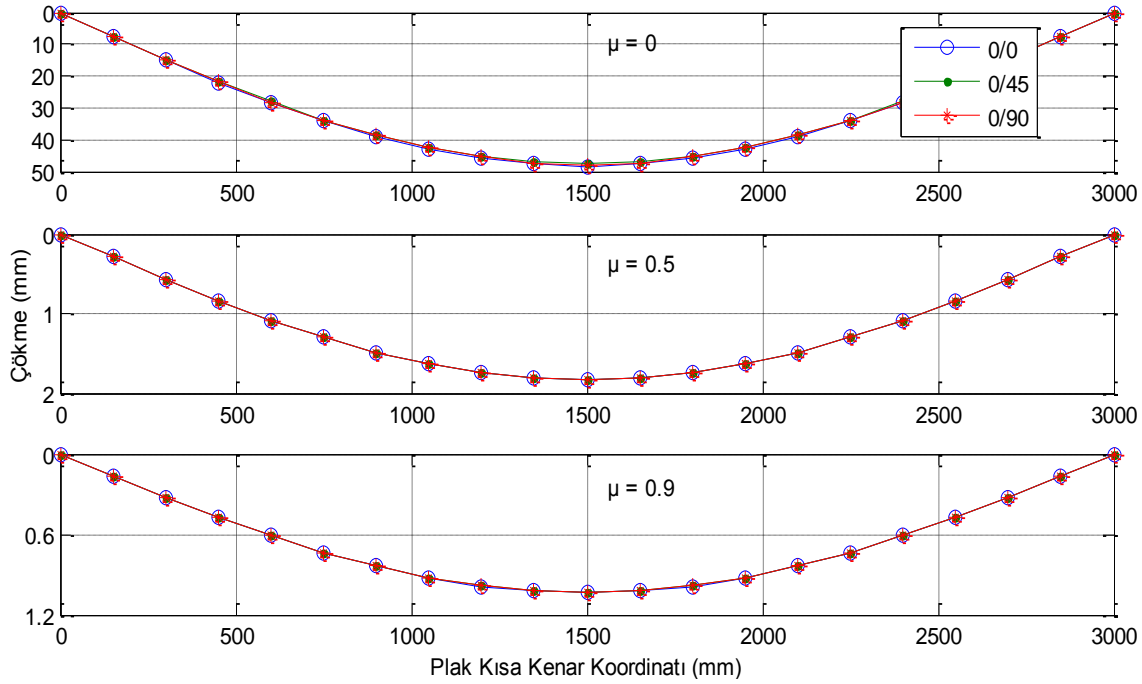
Normal gerilmeler ise plağın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.121-Şekil4.122). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %96.31 oranında azalma en alt noktada %125.15 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %97.92 oranında azalma en alt noktada %127.2387 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %43.52 oranında azalma en alt noktada %0.93 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.24). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenleri doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.119-Şekil 4.122).

Çizelge 4.25. Durum 2'e ait analiz sonuçları

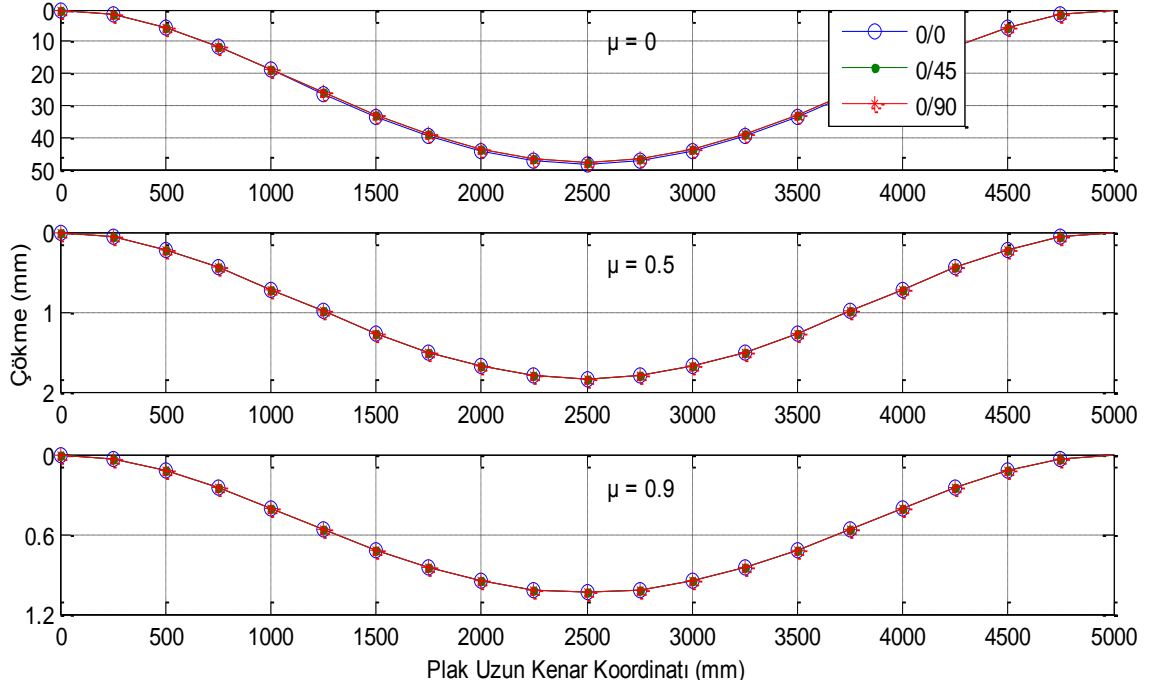
0/0		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00202	-0.00162	-0.00123	-0.00083	-0.00043	-3.3E-05
	$\mu=0.5$	-7.7E-05	-6.2E-05	-4.7E-05	-3.1E-05	-1.6E-05	-1.3E-06
	$\mu=0.9$	-4.3E-05	-3.5E-05	-2.6E-05	-1.8E-05	-9.2E-06	-7.1E-07

ε_y	$\mu=0$	-0.00323	-0.0026	-0.00196	-0.00132	-0.00069	-5.3E-05
	$\mu=0.5$	-0.00012	-9.9E-05	-7.5E-05	-5E-05	-2.6E-05	-2E-06
	$\mu=0.9$	-6.9E-05	-5.6E-05	-4.2E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-1.1E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-150.97	-121.271	-91.5718	-61.8729	-32.1739	-2.47491
	$\mu=0.5$	-5.73567	-32.2514	-45.2271	-44.663	-30.5589	-2.91485
	$\mu=0.9$	-3.24121	-30.7224	-44.4312	-44.3674	-30.5311	-2.9224
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-205.886	-165.384	-124.882	-84.3797	-43.8774	-3.37519
	$\mu=0.5$	-7.82207	-43.9831	-61.6789	-60.9095	-41.6749	-3.97515
	$\mu=0.9$	-4.42023	-41.898	-60.5934	-60.5064	-41.6371	-3.98545
0/0		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000364	0.000761	0.001159	0.001556	0.001953	0.00202
	$\mu=0.5$	1.38E-05	2.89E-05	4.4E-05	5.91E-05	7.42E-05	7.67E-05
	$\mu=0.9$	7.82E-06	1.63E-05	2.49E-05	3.34E-05	4.19E-05	4.34E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000583	0.001219	0.001855	0.002491	0.003127	0.003233
	$\mu=0.5$	2.21E-05	4.63E-05	7.05E-05	9.46E-05	0.000119	0.000123
	$\mu=0.9$	1.25E-05	2.62E-05	3.98E-05	5.35E-05	6.71E-05	6.94E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	27.22406	56.92304	86.62201	116.321	284.685	294.3353
	$\mu=0.5$	38.26913	92.99303	161.2569	243.0607	10.81579	11.18243
	$\mu=0.9$	38.45883	93.61255	162.5388	245.2375	6.111978	6.319163
σ_y (MPa)	$\mu=0$	37.12705	77.62928	118.1315	158.6338	37.36956	38.63632
	$\mu=0.5$	52.18985	126.8201	219.9155	331.4761	1.41975	1.467877
	$\mu=0.9$	52.44856	127.6649	221.6636	334.4447	0.802297	0.829494
0/45		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00199	-0.0016	-0.00121	-0.00082	-0.00042	-3.3E-05
	$\mu=0.5$	-7.7E-05	-6.2E-05	-4.7E-05	-3.1E-05	-1.6E-05	-1.3E-06
	$\mu=0.9$	-4.3E-05	-3.5E-05	-2.6E-05	-1.8E-05	-9.2E-06	-7.1E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.00319	-0.00256	-0.00194	-0.00131	-0.00068	-5.2E-05
	$\mu=0.5$	-0.00012	-9.9E-05	-7.4E-05	-5E-05	-2.6E-05	-2E-06
	$\mu=0.9$	-6.9E-05	-5.6E-05	-4.2E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-1.1E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-149.052	-119.73	-90.4083	-61.0867	-31.7651	-2.44347
	$\mu=0.5$	-5.73286	-32.2356	-45.205	-44.6412	-30.5439	-2.91342
	$\mu=0.9$	-3.24032	-30.7139	-44.4189	-44.3551	-30.5227	-2.9216
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-203.27	-163.283	-123.295	-83.3075	-43.3199	-3.3323
	$\mu=0.5$	-7.81824	-43.9616	-61.6488	-60.8798	-41.6546	-3.97321
	$\mu=0.9$	-4.41901	-41.8864	-60.5766	-60.4897	-41.6256	-3.98435
0/45		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.00036	0.000752	0.001144	0.001536	0.001929	0.001994
	$\mu=0.5$	1.38E-05	2.89E-05	4.4E-05	5.91E-05	7.42E-05	7.67E-05
	$\mu=0.9$	7.82E-06	1.63E-05	2.49E-05	3.34E-05	4.19E-05	4.33E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000576	0.001203	0.001831	0.002459	0.003087	0.003192
	$\mu=0.5$	2.21E-05	4.63E-05	7.04E-05	9.46E-05	0.000119	0.000123
	$\mu=0.9$	1.25E-05	2.62E-05	3.98E-05	5.35E-05	6.71E-05	6.94E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	26.87814	56.19976	85.52137	114.843	188.7696	195.1686
	$\mu=0.5$	38.25042	92.94759	161.1781	242.9419	7.260513	7.506632
	$\mu=0.9$	38.44821	93.58669	162.4939	245.1697	4.10377	4.242881
σ_y (MPa)	$\mu=0$	36.6553	76.6429	116.6305	156.6181	204.9903	211.9391
	$\mu=0.5$	52.16434	126.7581	219.808	331.3141	7.884397	8.151665
	$\mu=0.9$	52.43407	127.6297	221.6024	334.3523	4.4564	4.607464

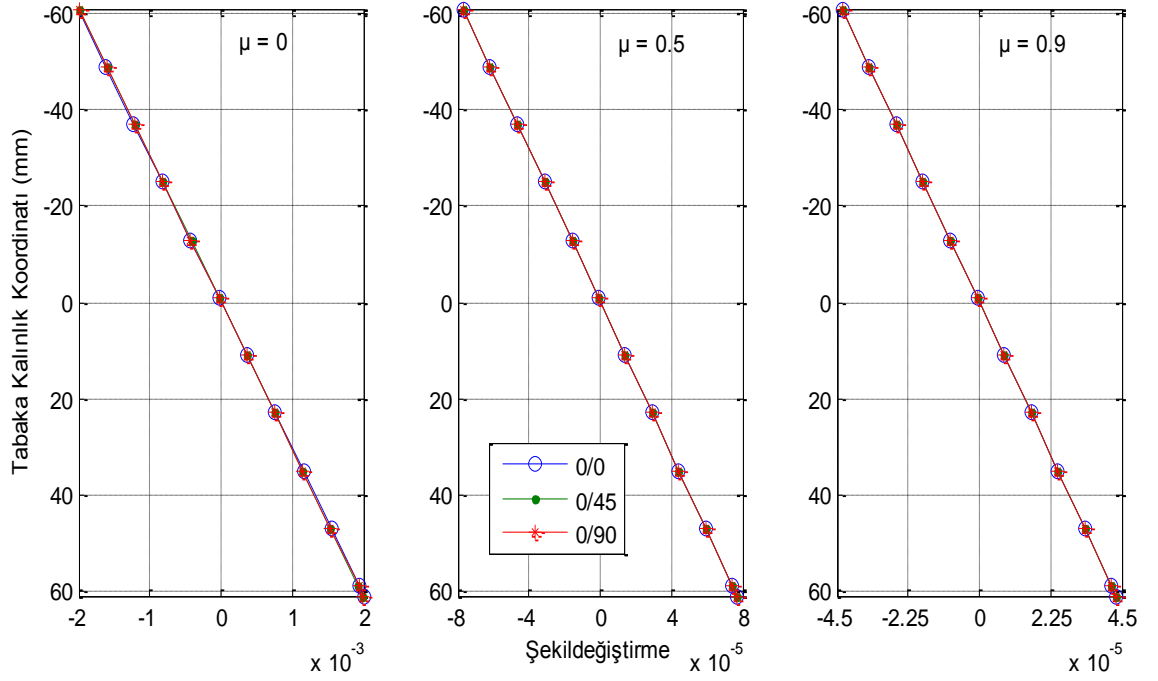
0/90		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.002	-0.0016	-0.00121	-0.00082	-0.00043	-3.3E-05
	$\mu=0.5$	-7.7E-05	-6.2E-05	-4.7E-05	-3.1E-05	-1.6E-05	-1.3E-06
	$\mu=0.9$	-4.3E-05	-3.5E-05	-2.6E-05	-1.8E-05	-9.2E-06	-7.1E-07
ε_y	$\mu=0$	-0.0032	-0.00257	-0.00194	-0.00131	-0.00068	-5.2E-05
	$\mu=0.5$	-0.00012	-9.9E-05	-7.4E-05	-5E-05	-2.6E-05	-2E-06
	$\mu=0.9$	-6.9E-05	-5.6E-05	-4.2E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-1.1E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-149.35	-119.969	-90.5891	-61.2089	-31.8286	-2.44836
	$\mu=0.5$	-5.7333	-32.2381	-45.2085	-44.6446	-30.5463	-2.91365
	$\mu=0.9$	-3.24046	-30.7153	-44.4208	-44.3571	-30.524	-2.92172
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-203.677	-163.609	-123.542	-83.4741	-43.4066	-3.33897
	$\mu=0.5$	-7.81884	-43.965	-61.6535	-60.8844	-41.6578	-3.97351
	$\mu=0.9$	-4.4192	-41.8882	-60.5793	-60.4923	-41.6274	-3.98452
0/90		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.00036	0.000753	0.001146	0.001539	0.001932	0.001998
	$\mu=0.5$	1.38E-05	2.89E-05	4.4E-05	5.91E-05	7.42E-05	7.67E-05
	$\mu=0.9$	7.82E-06	1.63E-05	2.49E-05	3.34E-05	4.19E-05	4.33E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000577	0.001206	0.001835	0.002464	0.003093	0.003198
	$\mu=0.5$	2.21E-05	4.63E-05	7.04E-05	9.46E-05	0.000119	0.000123
	$\mu=0.9$	1.25E-05	2.62E-05	3.98E-05	5.35E-05	6.71E-05	6.94E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	26.93191	56.31217	85.69244	115.0727	28.78939	29.76531
	$\mu=0.5$	38.25336	92.95472	161.1904	242.9605	1.105181	1.142644
	$\mu=0.9$	38.44987	93.59075	162.5009	245.1804	0.624647	0.645821
σ_y (MPa)	$\mu=0$	36.72862	76.79621	116.8638	156.9314	441.7073	456.6804
	$\mu=0.5$	52.16835	126.7678	219.8249	331.3395	16.95646	17.53126
	$\mu=0.9$	52.43635	127.6352	221.612	334.3668	9.583771	9.908644



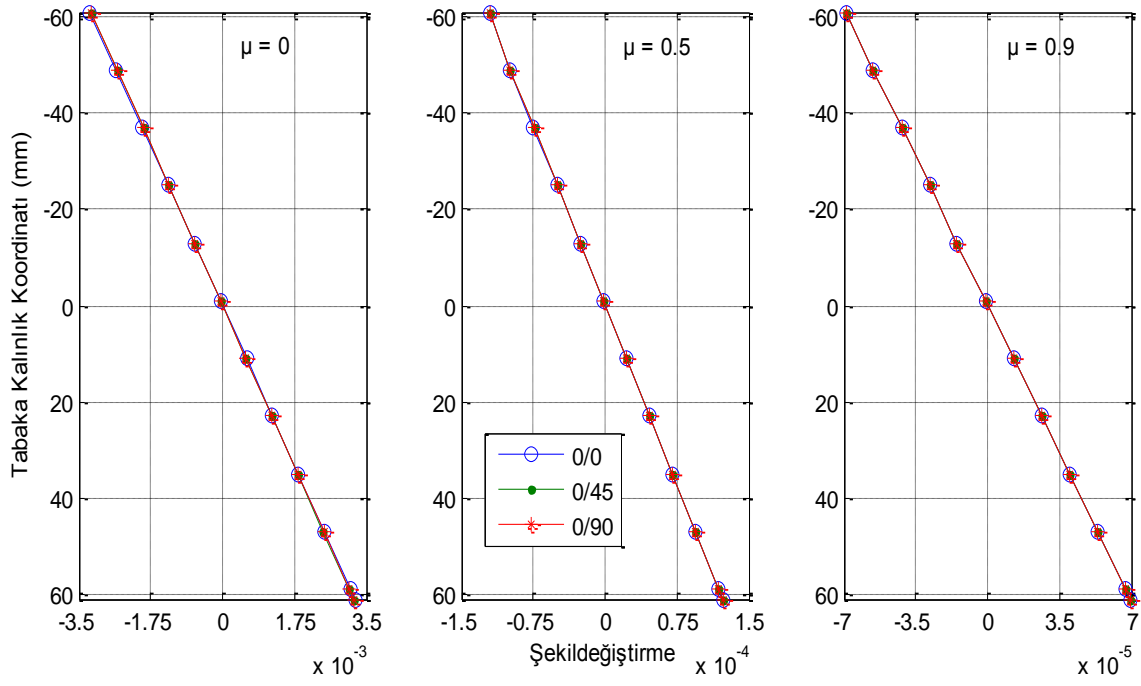
Şekil 4.123. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 2)



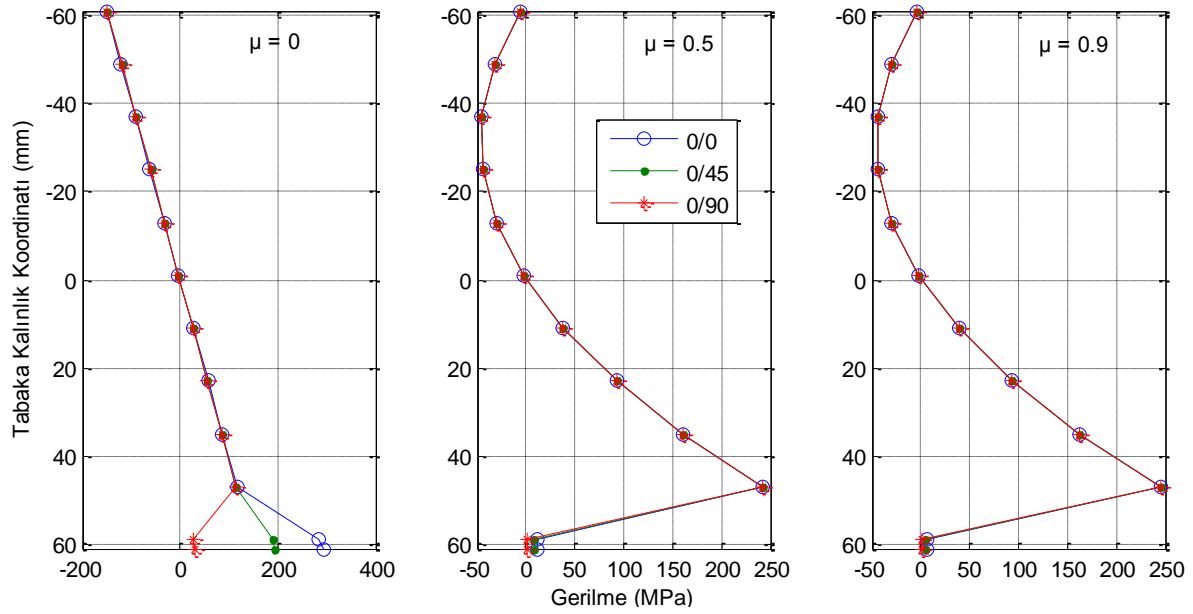
Şekil 4.124. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 2)



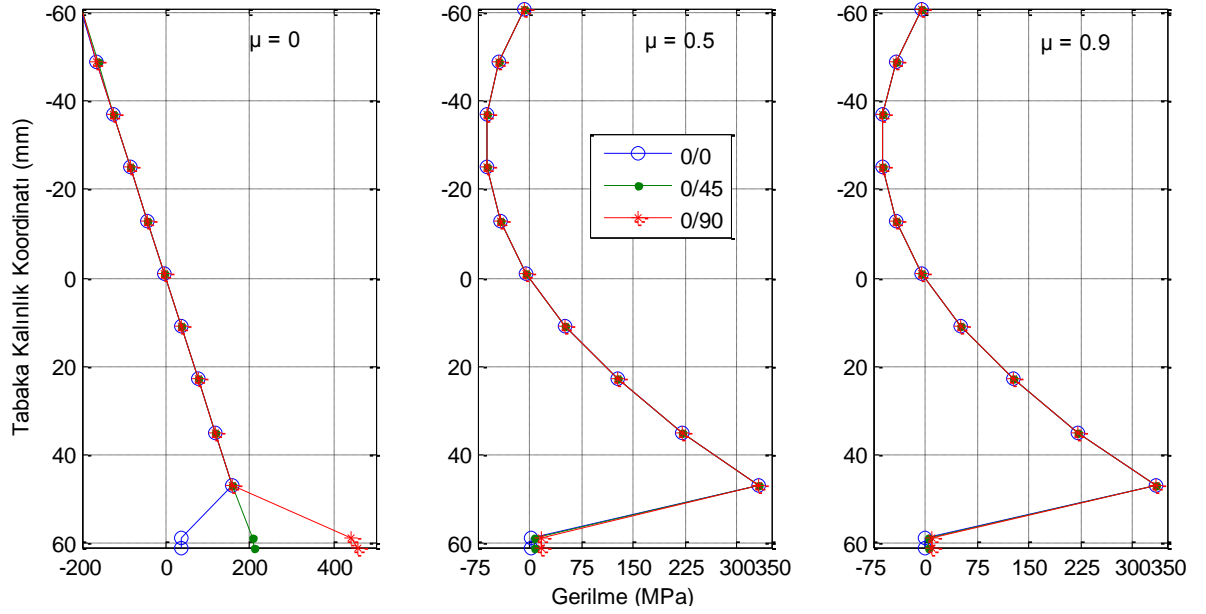
Şekil 4.125. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2)



Şekil 4.126. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2)



Şekil 4.127. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2)



Şekil 4.128. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 36.52, 35.88 ve 33.88 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 64.91, 63.77 ve 60.17 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.778, 1.778 ve 1.776 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.98). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.23'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teoremin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.123-Şekil 4.124). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.9257 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %33.4296 ve $\mu=0.9$ iken %59.1439 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1'e ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %2.96 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %4.19 oranında ve (0/90) olması durumunda %4 oranında azalmıştır (Çizelge 4.23). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak

seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucuna varılmaktadır.

Şekil 4.125 ve Şekil 4.126'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri küçükten büyüğe sırasıyla (0/45), (0/0) ve (0/90) durumlarında elde edilmiştir. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.25 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.127-Şekil 4.128). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça, takviye elemanındaki fiberler hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucuna varılmaktadır..

Çizelge 4.26. Durum 3'e ait analiz sonuçları

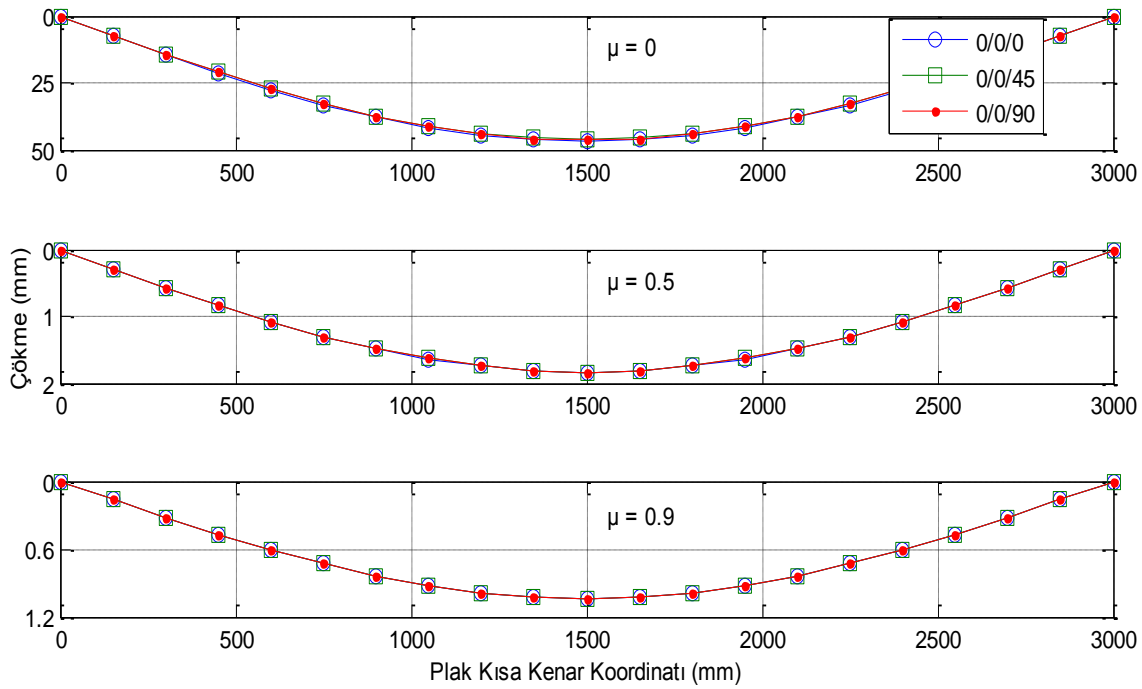
0/0/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00199	-0.00161	-0.00122	-0.00084	-0.00045	-6.4E-05	0.000322
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00319	-0.00257	-0.00196	-0.00134	-0.00072	-0.0001	0.000515
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7.1E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-149.035	-120.189	-91.3439	-62.4985	-33.653	-4.80757	24.03787
	$\mu=0.5$	-5.82315	-32.8726	-46.3973	-46.3973	-32.8726	-5.82315	34.75105
	$\mu=0.9$	-3.29225	-31.3295	-45.603	-46.1128	-32.8588	-5.8411	34.94037
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-203.248	-163.909	-124.571	-85.2328	-45.8946	-6.55637	32.78186
	$\mu=0.5$	-7.94137	-44.8303	-63.2748	-63.2748	-44.8303	-7.94137	47.39204
	$\mu=0.9$	-4.48984	-42.7259	-62.1915	-62.8867	-44.8115	-7.96585	47.65024
0/0/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000322	0.000707	0.001093	0.001479	0.001865	0.001929	0.001994
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.78E-05	7.29E-05	7.54E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.42E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000515	0.001132	0.00175	0.002368	0.002986	0.003089	0.003191
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.84E-05	9.25E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.87E-05	5.23E-05	6.6E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	24.03787	52.88332	81.72877	110.5742	271.8168	281.1898	290.5628
	$\mu=0.5$	34.75105	88.84998	156.4736	237.622	10.62054	10.98676	11.35299
	$\mu=0.9$	34.94037	89.48559	157.7946	239.8673	6.00457	6.211625	6.418679
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.78186	72.12009	111.4583	150.7965	35.6804	36.91076	38.14112
	$\mu=0.5$	47.39204	121.1699	213.3923	324.0591	1.394119	1.442192	1.490265
	$\mu=0.9$	47.65024	122.0367	215.1937	327.1211	0.788198	0.815377	0.842557

0/0/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.00121	-0.00083	-0.00044	-6.3E-05	0.000317
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00315	-0.00254	-0.00193	-0.00132	-0.00071	-0.0001	0.000508
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-147.134	-118.656	-90.1788	-61.7013	-33.2238	-4.74625	23.73127
	$\mu=0.5$	-5.82021	-32.856	-46.3739	-46.3739	-32.856	-5.82021	34.73351
	$\mu=0.9$	-3.29131	-31.3206	-45.59	-46.0996	-32.8494	-5.83943	34.93041
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-200.655	-161.819	-122.982	-84.1457	-45.3092	-6.47274	32.36372
	$\mu=0.5$	-7.93736	-44.8077	-63.2429	-63.2429	-44.8077	-7.93736	47.36813
	$\mu=0.9$	-4.48856	-42.7137	-62.1738	-62.8688	-44.7987	-7.96357	47.63664
0/0/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000317	0.000698	0.001079	0.00146	0.001841	0.001905	0.001968
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.78E-05	7.28E-05	7.53E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000508	0.001118	0.001728	0.002338	0.002947	0.003049	0.003151
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.83E-05	9.25E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.87E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.73127	52.20878	80.6863	109.1638	268.3497	186.4428	192.6576
	$\mu=0.5$	34.73351	88.80514	156.3947	237.5021	10.61518	7.375165	7.621004
	$\mu=0.9$	34.93041	89.46006	157.7495	239.7988	6.002857	4.170638	4.309659
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.36372	71.20018	110.0366	148.8731	35.22529	202.4635	209.2123
	$\mu=0.5$	47.36813	121.1088	213.2846	323.8956	1.393416	8.008901	8.275864
	$\mu=0.9$	47.63664	122.0019	215.1323	327.0277	0.787973	4.529014	4.679981
0/0/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.00121	-0.00083	-0.00045	-6.4E-05	0.000318
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00316	-0.00255	-0.00193	-0.00132	-0.00071	-0.0001	0.000509
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-147.429	-118.895	-90.3599	-61.8252	-33.2905	-4.75578	23.77892
	$\mu=0.5$	-5.82067	-32.8586	-46.3776	-46.3776	-32.8586	-5.82067	34.73627
	$\mu=0.9$	-3.29146	-31.322	-45.5921	-46.1017	-32.8509	-5.83969	34.93197
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-201.058	-162.144	-123.229	-84.3146	-45.4002	-6.48574	32.42871
	$\mu=0.5$	-7.93799	-44.8112	-63.2479	-63.2479	-44.8112	-7.93799	47.37188
	$\mu=0.9$	-4.48876	-42.7156	-62.1766	-62.8716	-44.8007	-7.96393	47.63878
0/0/90		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000318	0.0007	0.001082	0.001463	0.001845	0.001909	0.001972
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.78E-05	7.28E-05	7.54E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000509	0.00112	0.001731	0.002342	0.002953	0.003055	0.003157
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.84E-05	9.25E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.87E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05

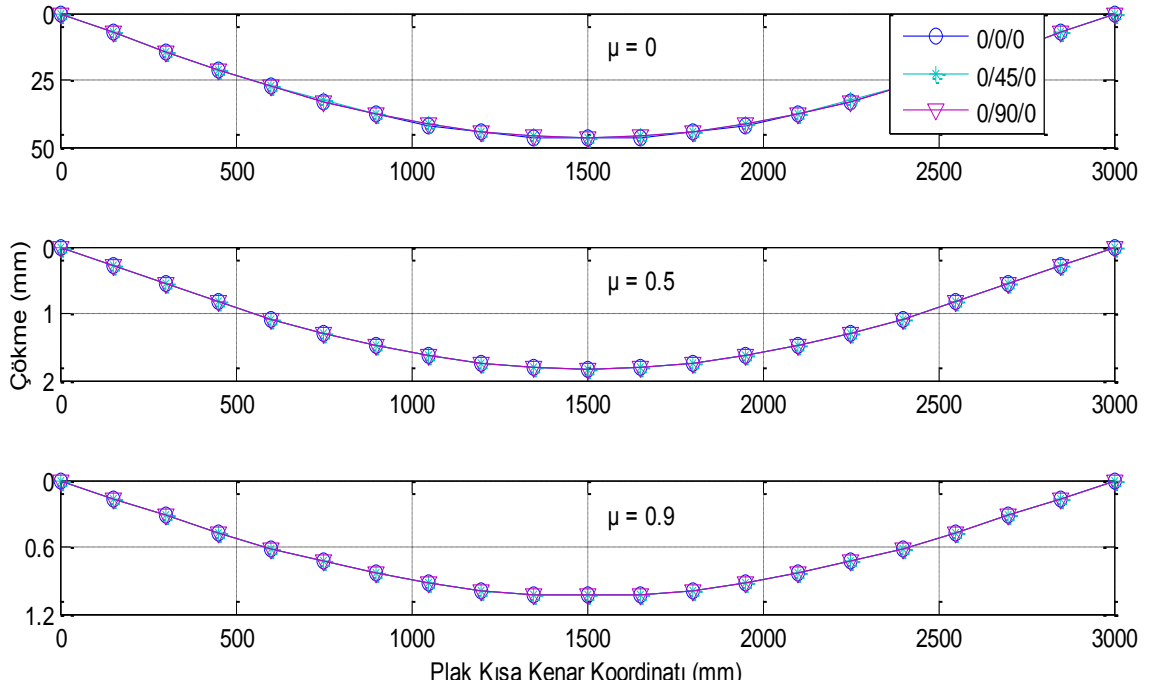
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.77892	52.31362	80.84832	109.383	268.8886	28.43475	29.38257
	$\mu=0.5$	34.73627	88.81219	156.4071	237.521	10.61602	1.122635	1.160057
	$\mu=0.9$	34.93197	89.46407	157.7566	239.8096	6.003126	0.634826	0.655987
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.42871	71.34315	110.2576	149.172	35.29603	436.2661	450.8083
	$\mu=0.5$	47.37188	121.1184	213.3015	323.9213	1.393526	17.22427	17.79841
	$\mu=0.9$	47.63878	122.0074	215.1419	327.0424	0.788009	9.739945	10.06461
0/45/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.00121	-0.00083	-0.00044	-6.4E-05	0.000318
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00315	-0.00254	-0.00193	-0.00132	-0.00071	-0.0001	0.000509
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-147.255	-118.754	-90.2531	-61.7521	-33.2511	-4.75016	23.7508
	$\mu=0.5$	-5.8204	-32.8571	-46.3754	-46.3754	-32.8571	-5.8204	34.73464
	$\mu=0.9$	-3.29138	-31.3212	-45.5909	-46.1005	-32.85	-5.83954	34.93105
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-200.82	-161.952	-123.083	-84.2149	-45.3465	-6.47807	32.39036
	$\mu=0.5$	-7.93762	-44.8091	-63.2449	-63.2449	-44.8091	-7.93762	47.36967
	$\mu=0.9$	-4.48864	-42.7145	-62.1749	-62.8699	-44.7995	-7.96372	47.63752
0/45/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000318	0.000699	0.00108	0.001462	0.001843	0.001906	0.00197
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.78E-05	7.28E-05	7.54E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000509	0.001119	0.001729	0.00234	0.00295	0.003052	0.003153
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.84E-05	9.25E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.87E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.7508	52.25177	80.75273	109.2537	180.3764	277.8317	287.0928
	$\mu=0.5$	34.73464	88.80803	156.3998	237.5099	7.129558	10.98158	11.34763
	$\mu=0.9$	34.93105	89.46171	157.7524	239.8032	4.031691	6.209967	6.416965
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.39036	71.2588	110.1272	148.9957	195.8759	36.46996	37.68562
	$\mu=0.5$	47.36967	121.1127	213.2915	323.9061	7.742189	1.441511	1.489562
	$\mu=0.9$	47.63752	122.0042	215.1362	327.0337	4.378127	0.81516	0.842332
0/90/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00197	-0.00159	-0.00121	-0.00083	-0.00045	-6.4E-05	0.000318
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00316	-0.00255	-0.00194	-0.00132	-0.00071	-0.0001	0.00051
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-147.532	-118.977	-90.4227	-61.8682	-33.3136	-4.75909	23.79545
	$\mu=0.5$	-5.82083	-32.8595	-46.3789	-46.3789	-32.8595	-5.82083	34.73722
	$\mu=0.9$	-3.29151	-31.3225	-45.5928	-46.1024	-32.8514	-5.83978	34.93251
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-201.198	-162.256	-123.315	-84.3733	-45.4318	-6.49025	32.45125
	$\mu=0.5$	-7.93821	-44.8125	-63.2496	-63.2496	-44.8125	-7.93821	47.37318
	$\mu=0.9$	-4.48883	-42.7163	-62.1775	-62.8726	-44.8014	-7.96405	47.63952

0/90/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000318	0.0007	0.001082	0.001464	0.001846	0.00191	0.001974
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.78E-05	7.28E-05	7.54E-05	7.79E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00051	0.001121	0.001733	0.002344	0.002955	0.003057	0.003159
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.84E-05	9.25E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.87E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.79545	52.34999	80.90453	109.4591	27.50603	278.354	287.6325
	$\mu=0.5$	34.73722	88.81462	156.4114	237.5275	1.085244	10.98239	11.34847
	$\mu=0.9$	34.93251	89.46546	157.7591	239.8133	0.613674	6.210227	6.417235
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.45125	71.39275	110.3343	149.2758	422.0171	36.53852	37.75647
	$\mu=0.5$	47.37318	121.1217	213.3074	323.9301	16.65058	1.441618	1.489672
	$\mu=0.9$	47.63952	122.0093	215.1453	327.0474	9.415427	0.815194	0.842367
0/45/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00195	-0.00157	-0.00119	-0.00082	-0.00044	-6.3E-05	0.000314
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.5E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00311	-0.00251	-0.00191	-0.00131	-0.0007	-0.0001	0.000502
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-145.399	-117.257	-89.1154	-60.9737	-32.832	-4.69029	23.45143
	$\mu=0.5$	-5.81746	-32.8405	-46.3521	-46.3521	-32.8405	-5.81746	34.71713
	$\mu=0.9$	-3.29044	-31.3122	-45.5779	-46.0873	-32.8407	-5.83787	34.92108
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-198.289	-159.91	-121.532	-83.1534	-44.7749	-6.39642	31.98209
	$\mu=0.5$	-7.93362	-44.7865	-63.213	-63.213	-44.7865	-7.93362	47.34578
	$\mu=0.9$	-4.48736	-42.7023	-62.1572	-62.852	-44.7868	-7.96145	47.62393
0/45/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000314	0.00069	0.001067	0.001443	0.00182	0.001882	0.001945
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.77E-05	7.28E-05	7.53E-05	7.78E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000502	0.001105	0.001707	0.00231	0.002913	0.003013	0.003114
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.83E-05	9.24E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.86E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.45143	51.59314	79.73486	107.8766	178.1028	184.2443	190.3858
	$\mu=0.5$	34.71713	88.76325	156.3209	237.3901	7.125962	7.371685	7.617408
	$\mu=0.9$	34.92108	89.43619	157.7074	239.7348	4.030541	4.169525	4.308509
σ_y (MPa)	$\mu=0$	31.98209	70.36059	108.7391	147.1176	193.4069	200.0761	206.7453
	$\mu=0.5$	47.34578	121.0516	213.184	323.7428	7.738285	8.005122	8.271959
	$\mu=0.9$	47.62393	121.9694	215.0749	326.9404	4.376878	4.527805	4.678732
0/45/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00195	-0.00157	-0.00119	-0.00082	-0.00044	-6.3E-05	0.000314
	$\mu=0.5$	-7.8E-05	-6.3E-05	-4.8E-05	-3.3E-05	-1.8E-05	-2.5E-06	1.26E-05
	$\mu=0.9$	-4.4E-05	-3.5E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9.9E-06	-1.4E-06	7.1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00312	-0.00252	-0.00191	-0.00131	-0.0007	-0.0001	0.000503
	$\mu=0.5$	-0.00012	-0.0001	-7.6E-05	-5.2E-05	-2.8E-05	-4E-06	2.01E-05
	$\mu=0.9$	-7E-05	-5.7E-05	-4.3E-05	-3E-05	-1.6E-05	-2.3E-06	1.14E-05

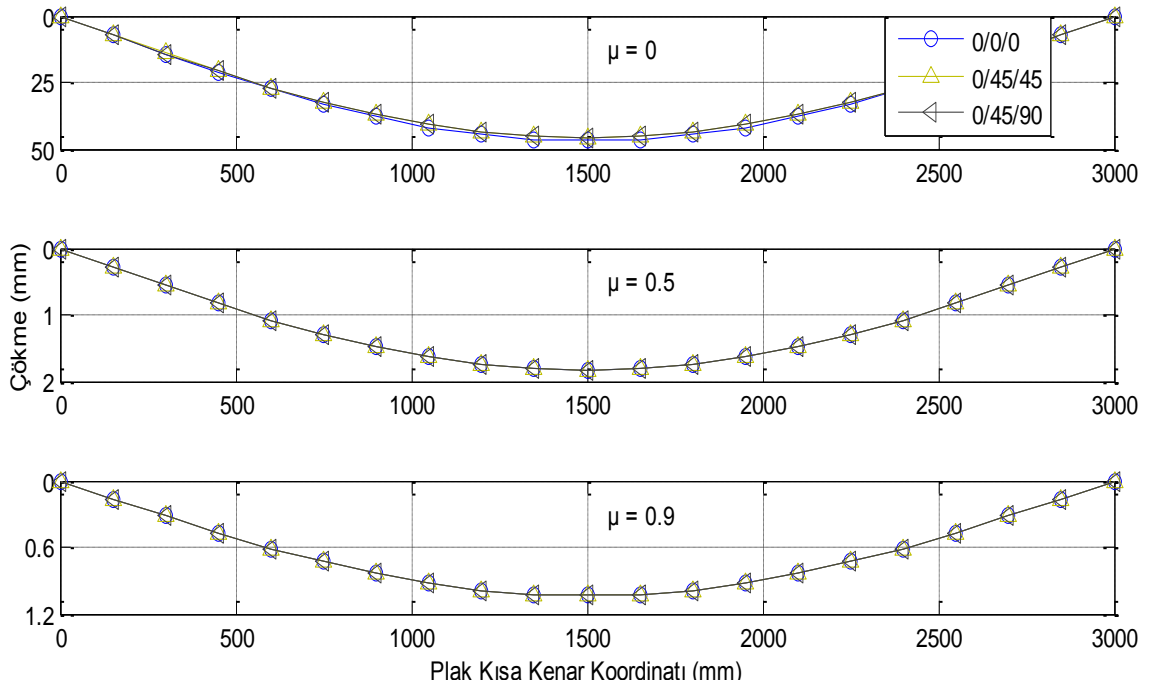
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-145.687	-117.49	-89.2923	-61.0947	-32.8971	-4.69959	23.49796
	$\mu=0.5$	-5.81793	-32.8431	-46.3557	-46.3557	-32.8431	-5.81793	34.71988
	$\mu=0.9$	-3.29058	-31.3136	-45.5799	-46.0894	-32.8422	-5.83813	34.92265
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-198.682	-160.228	-121.773	-83.3184	-44.8638	-6.40911	32.04555
	$\mu=0.5$	-7.93425	-44.7901	-63.218	-63.218	-44.7901	-7.93425	47.34953
	$\mu=0.9$	-4.48756	-42.7042	-62.16	-62.8548	-44.7888	-7.9618	47.62606
0/45/90		10	22	34	46	58	60	62
ϵ_x	$\mu=0$	0.000314	0.000692	0.001069	0.001446	0.001823	0.001886	0.001949
	$\mu=0.5$	1.26E-05	2.76E-05	4.27E-05	5.77E-05	7.28E-05	7.53E-05	7.78E-05
	$\mu=0.9$	7.1E-06	1.56E-05	2.41E-05	3.27E-05	4.12E-05	4.26E-05	4.4E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.000503	0.001107	0.001711	0.002315	0.002919	0.003019	0.00312
	$\mu=0.5$	2.01E-05	4.42E-05	6.83E-05	9.24E-05	0.000117	0.000121	0.000125
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.5E-05	3.86E-05	5.23E-05	6.59E-05	6.82E-05	7.05E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.49796	51.69552	79.89308	108.0906	178.4562	28.09878	29.03541
	$\mu=0.5$	34.71988	88.77028	156.3333	237.4089	7.126527	1.122106	1.159509
	$\mu=0.9$	34.92265	89.4402	157.7145	239.7456	4.030721	0.634656	0.655812
σ_y (MPa)	$\mu=0$	32.04555	70.50021	108.9549	147.4095	193.7907	431.1114	445.4818
	$\mu=0.5$	47.34953	121.0612	213.2009	323.7684	7.738898	17.21614	17.79001
	$\mu=0.9$	47.62606	121.9748	215.0845	326.9551	4.377075	9.737346	10.06192



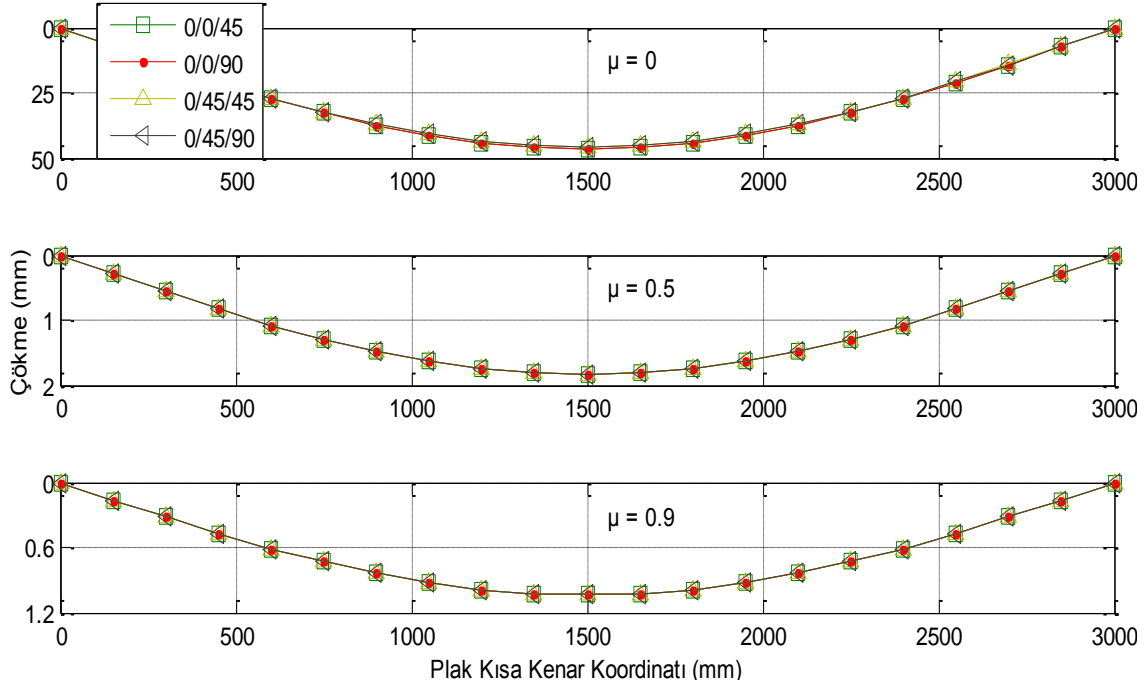
(a)



(b)

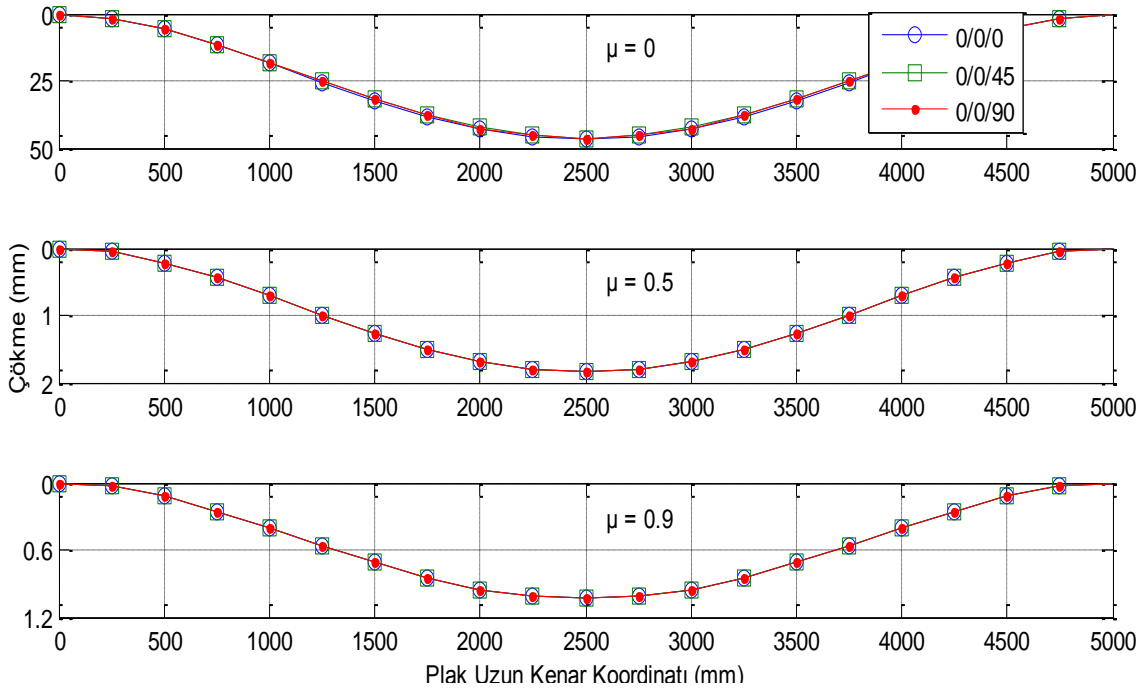


(c)

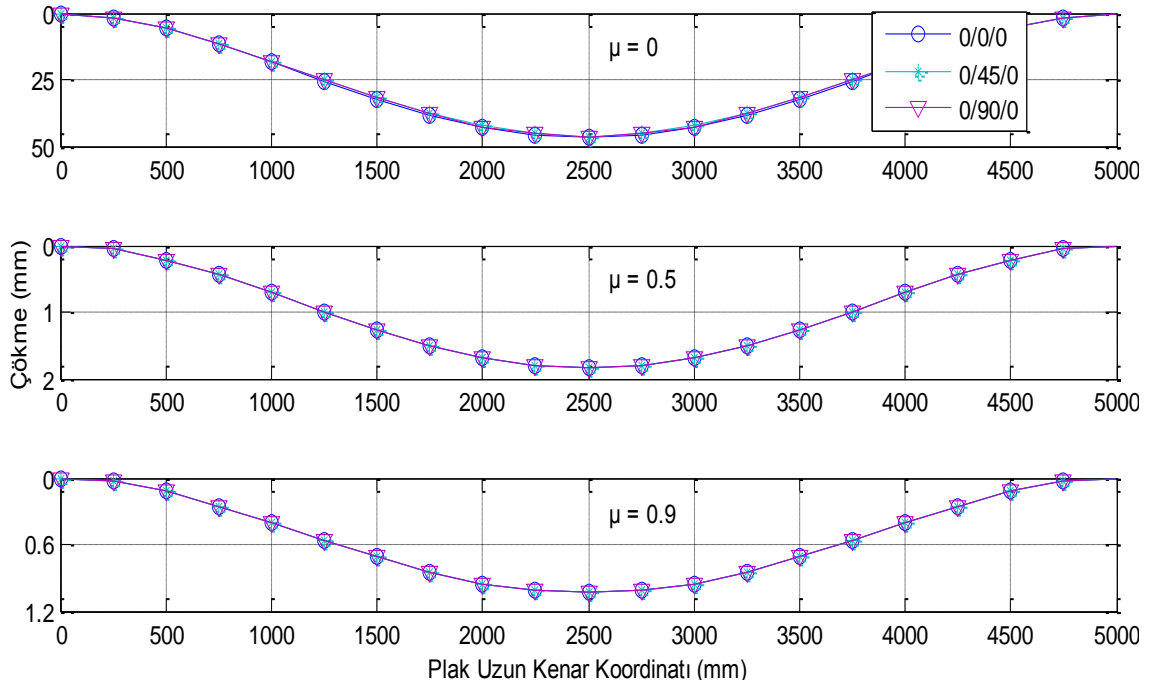


(d)

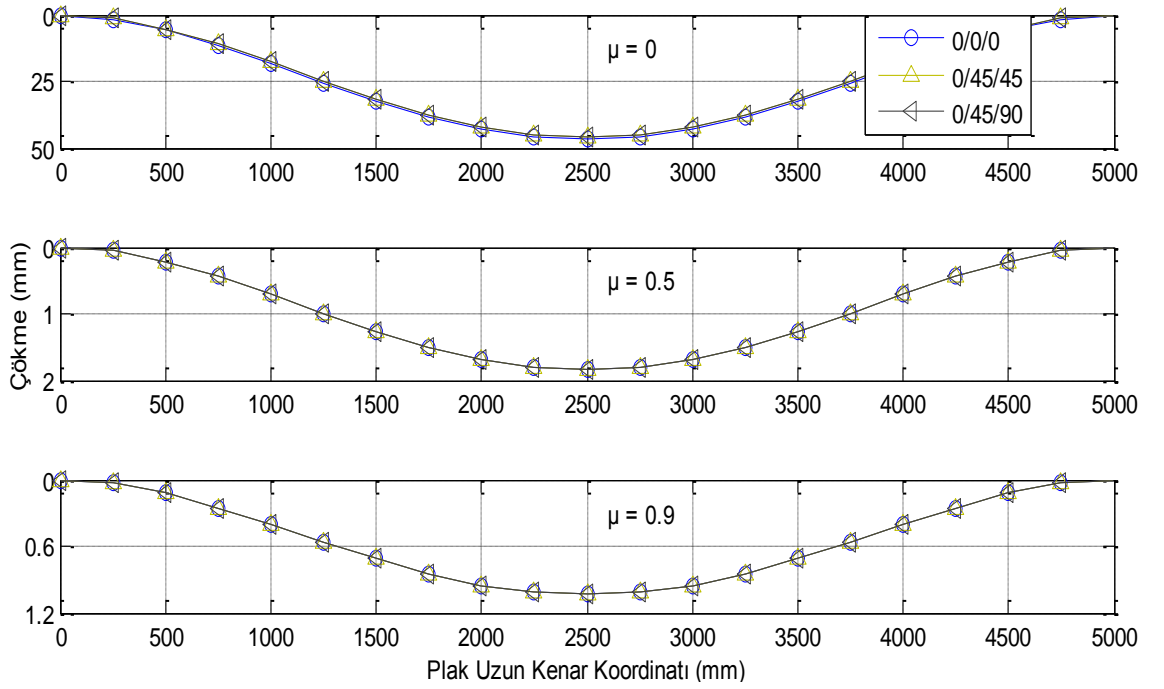
Şekil 4.129. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 3)



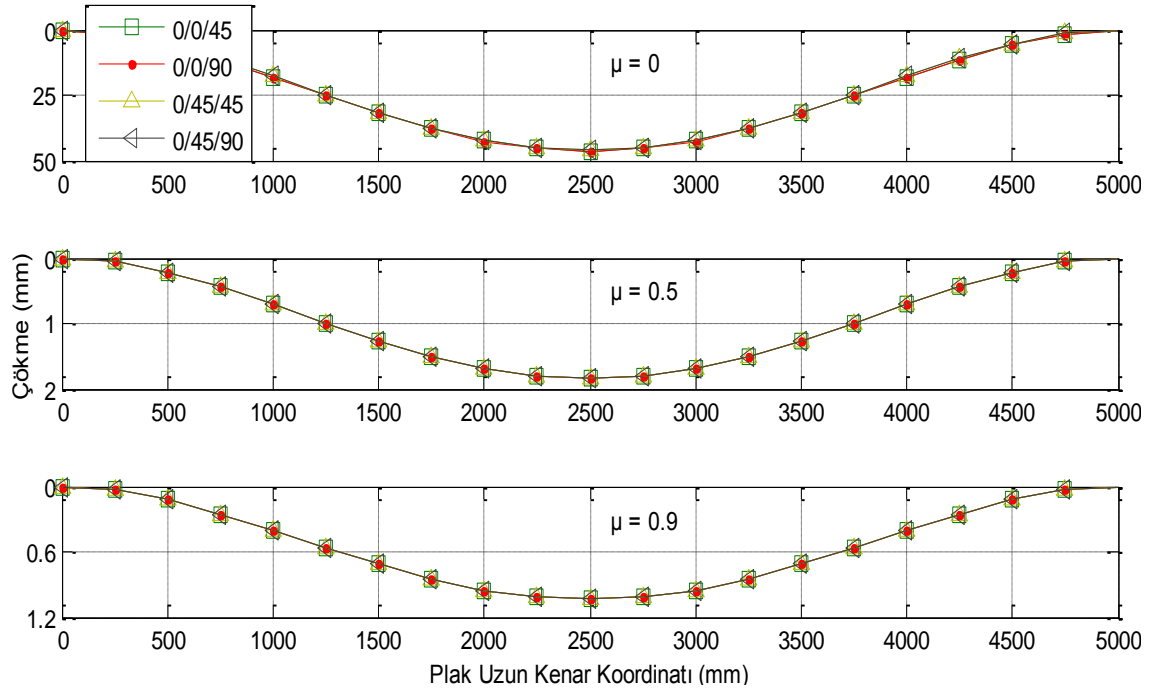
(a)



(b)

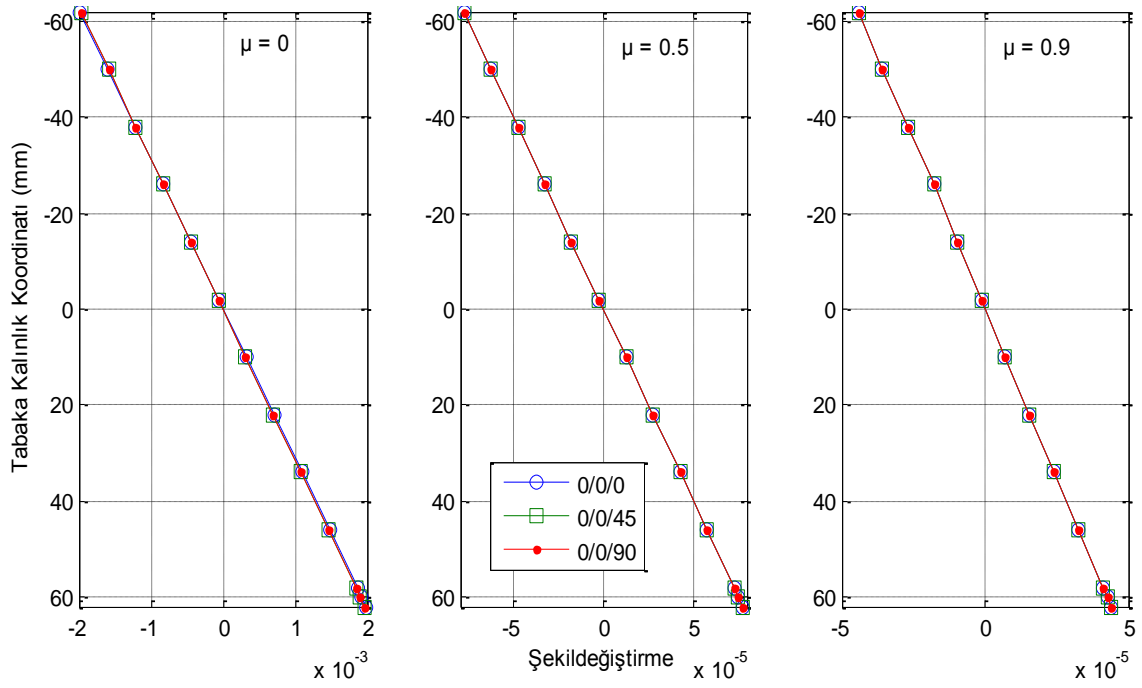


(c)

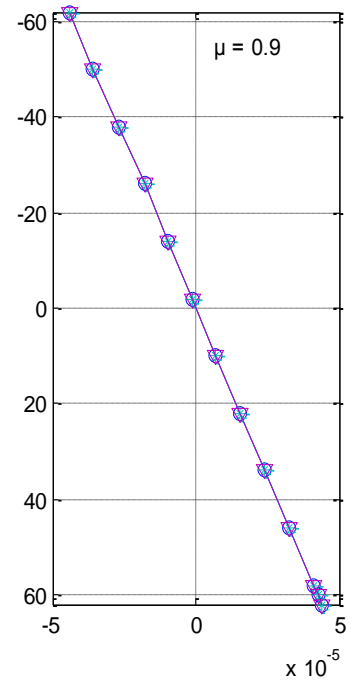
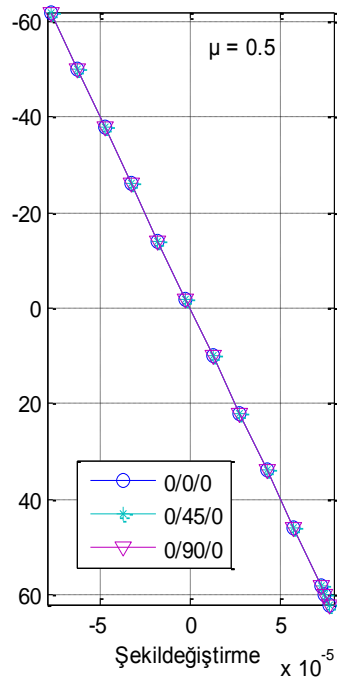
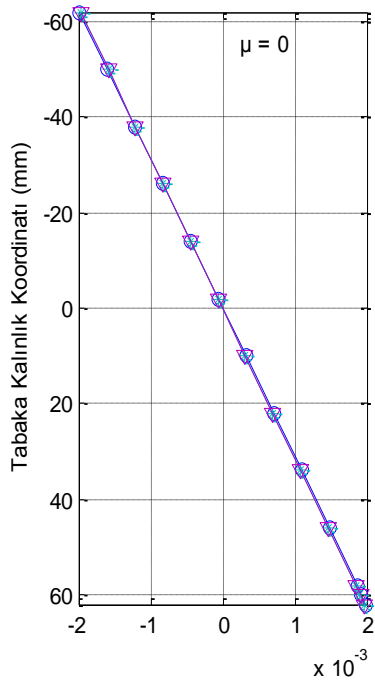


(d)

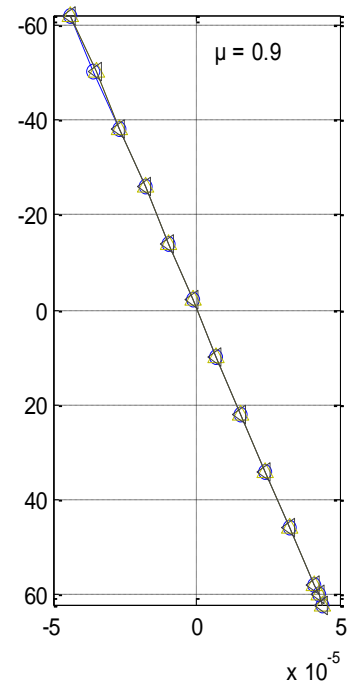
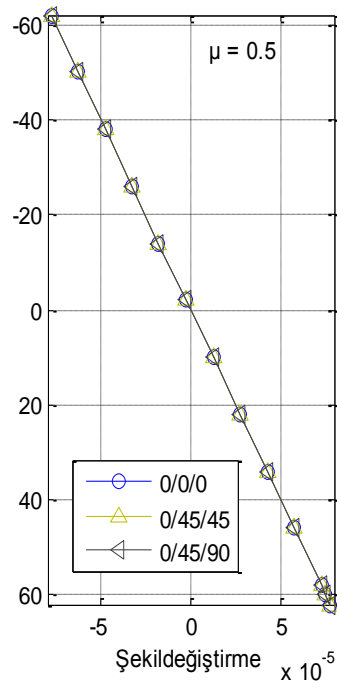
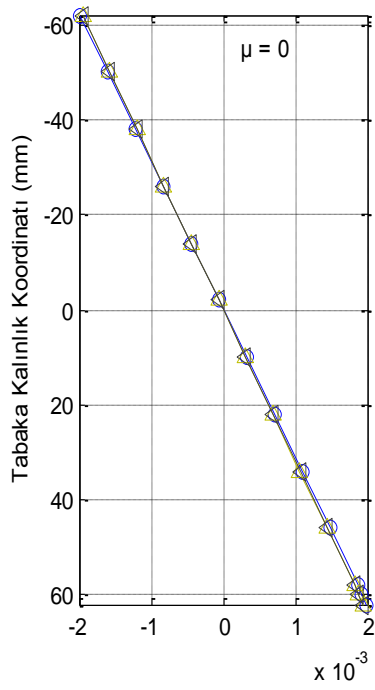
Şekil 4.130. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P6, Durum 3)



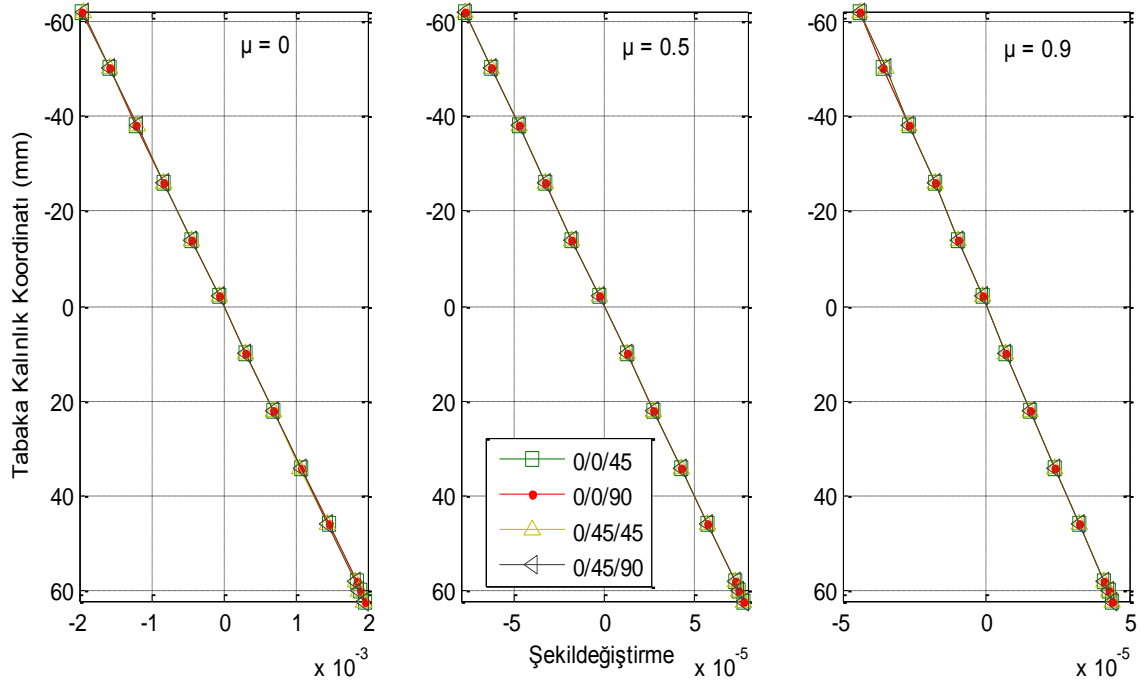
(a)



(b)

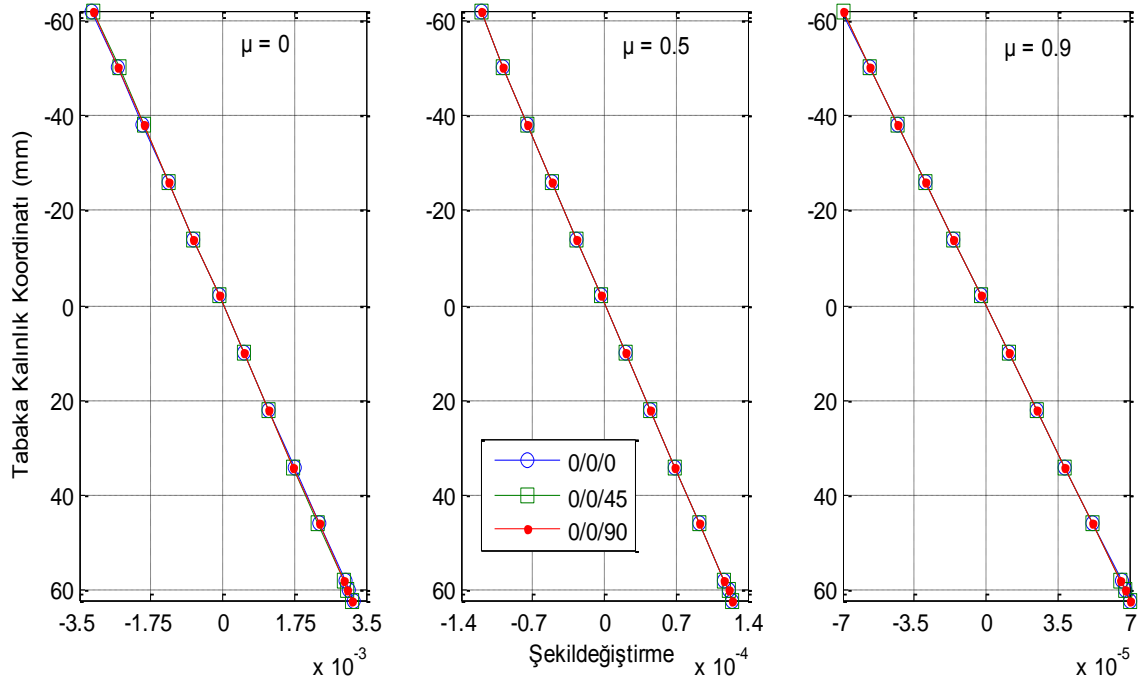


(c)

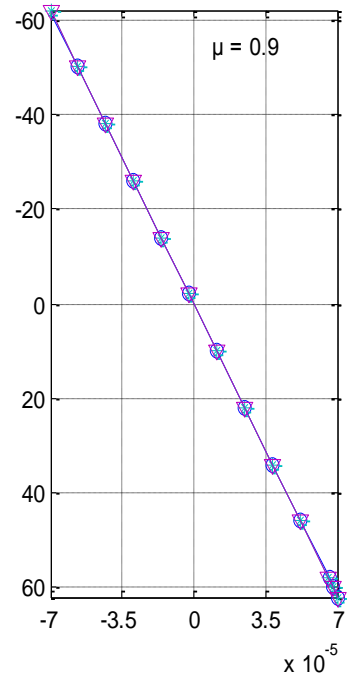
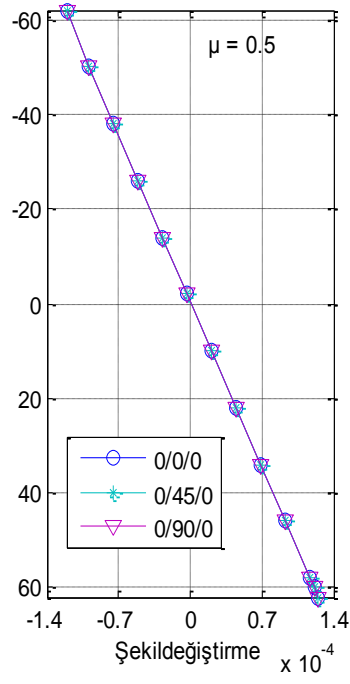
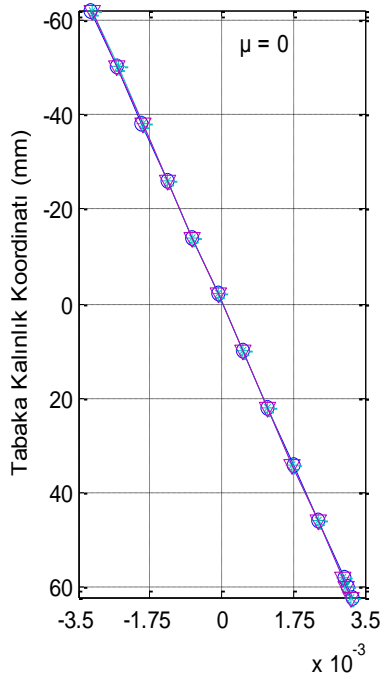


(d)

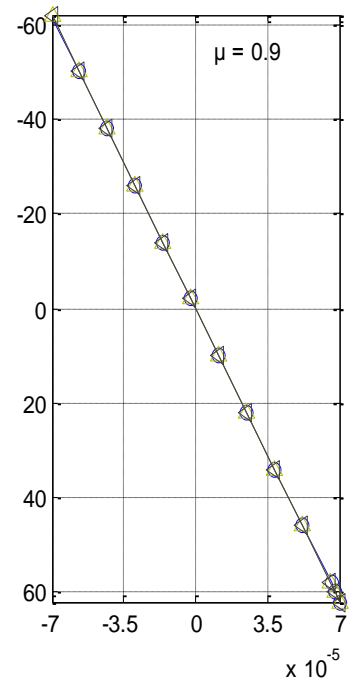
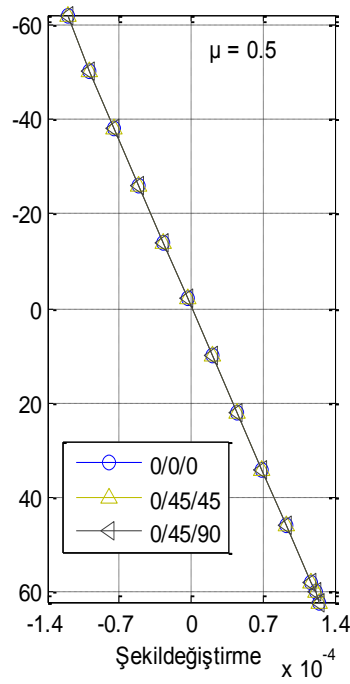
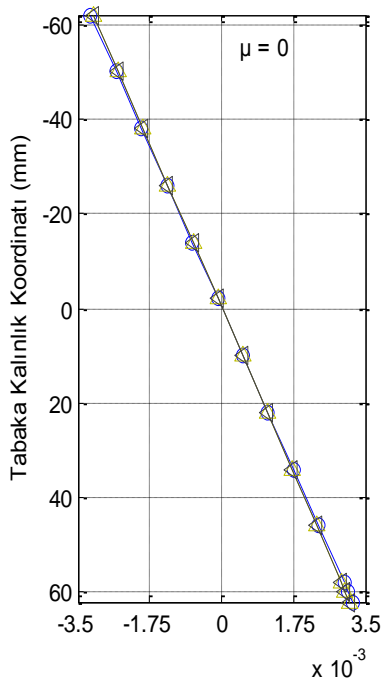
Şekil 4.131. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3)



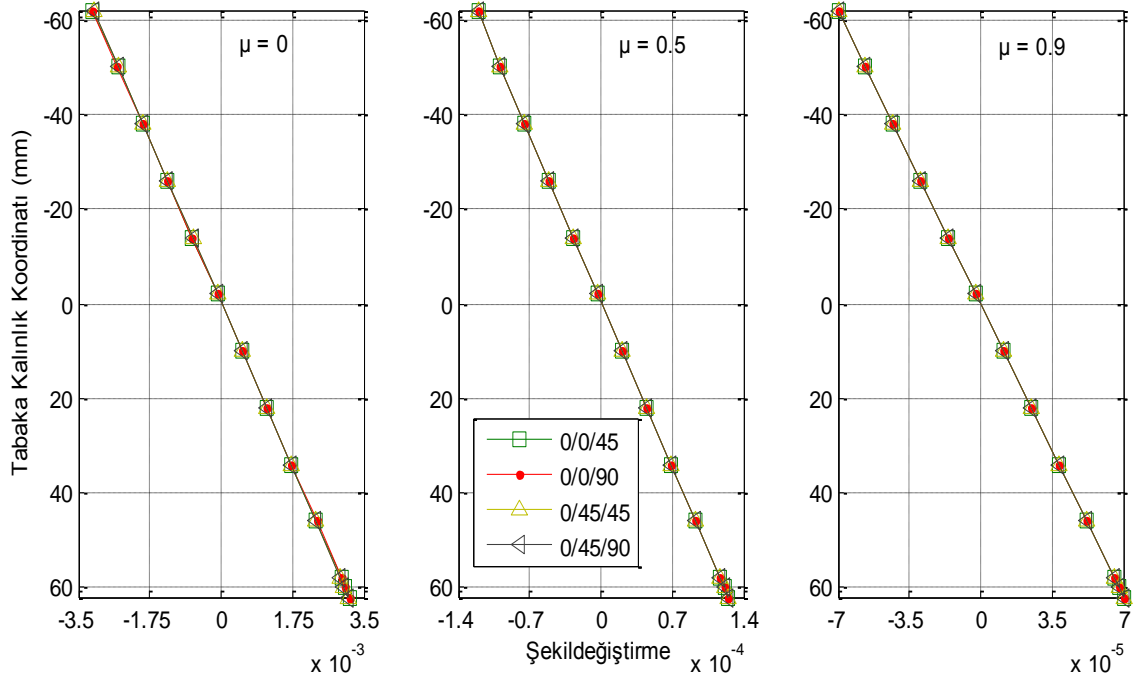
(a)



(b)

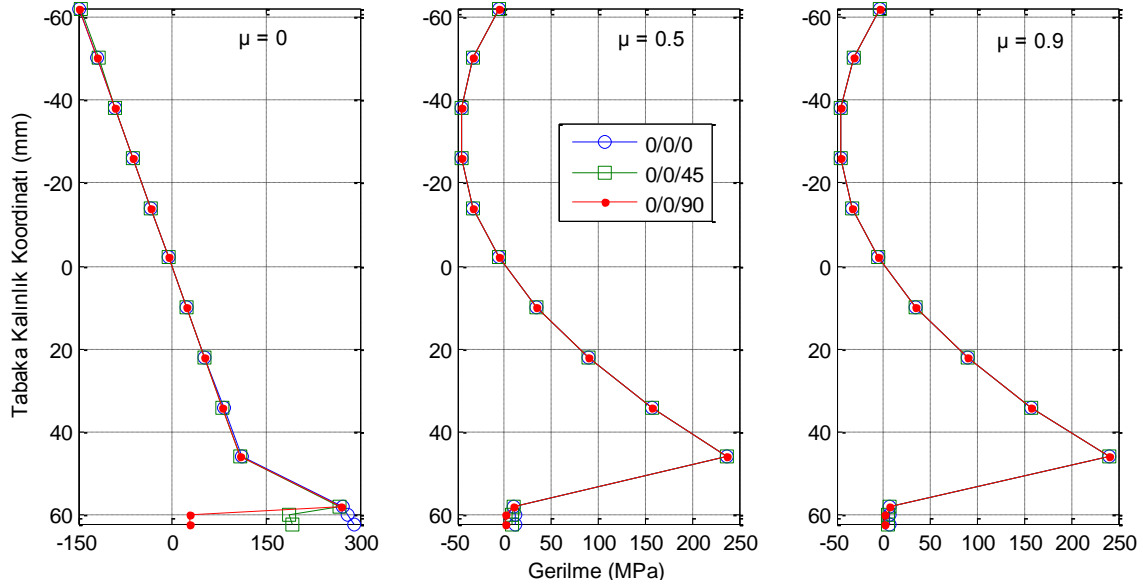


(c)

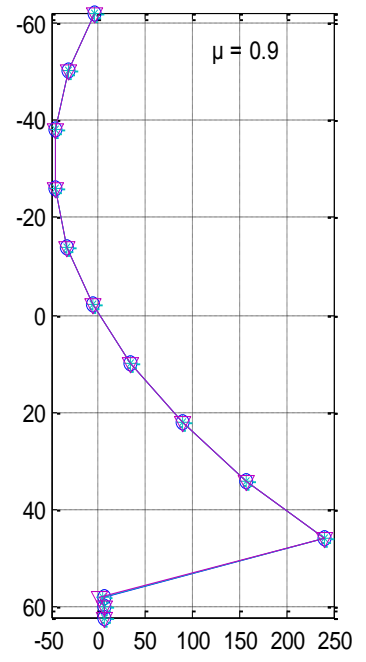
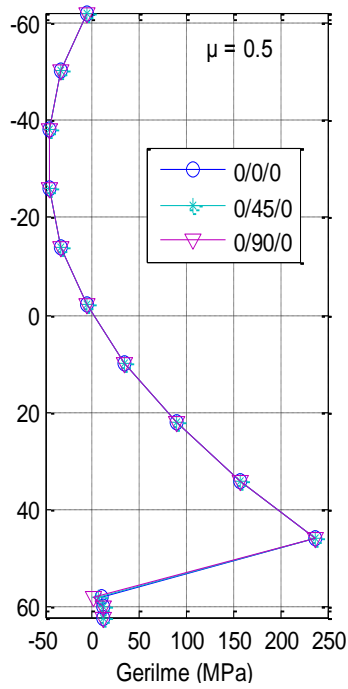
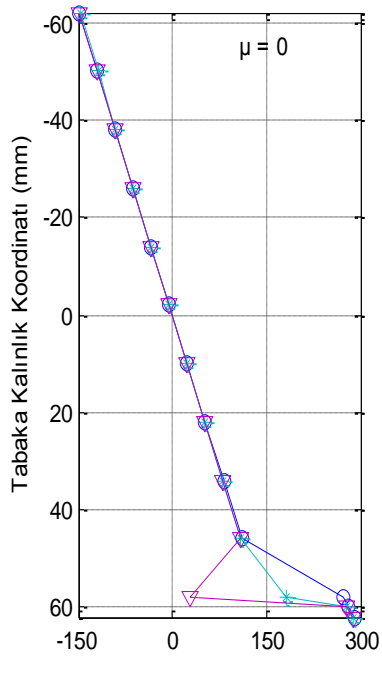


(d)

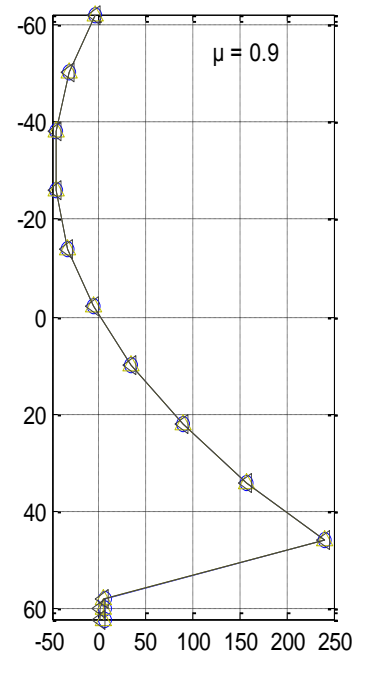
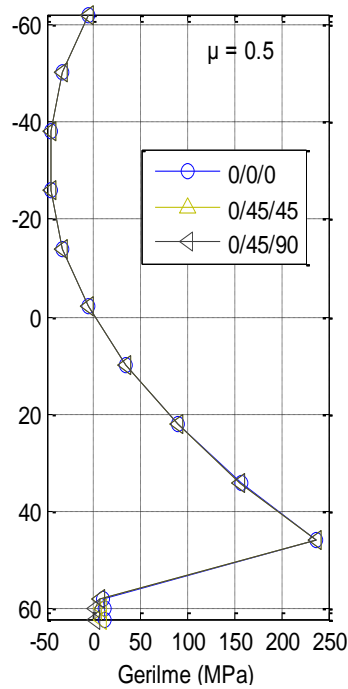
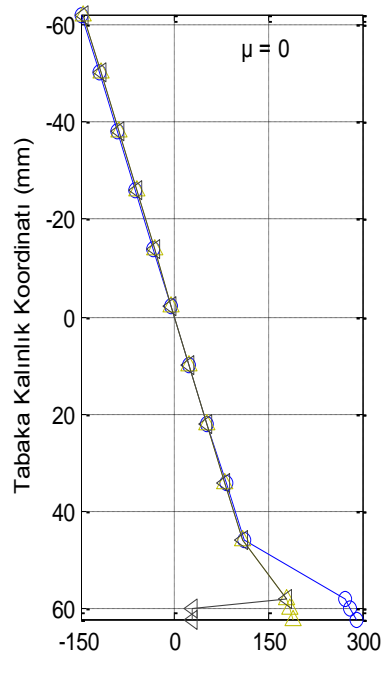
Şekil 4.132. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3)



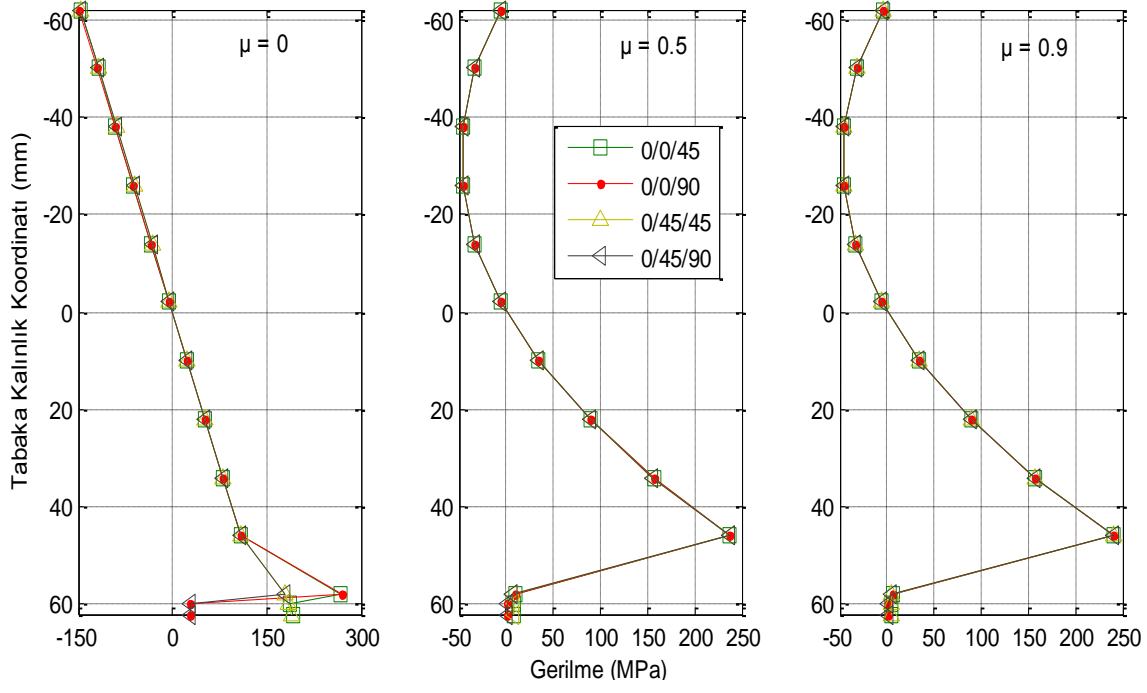
(a)



(b)

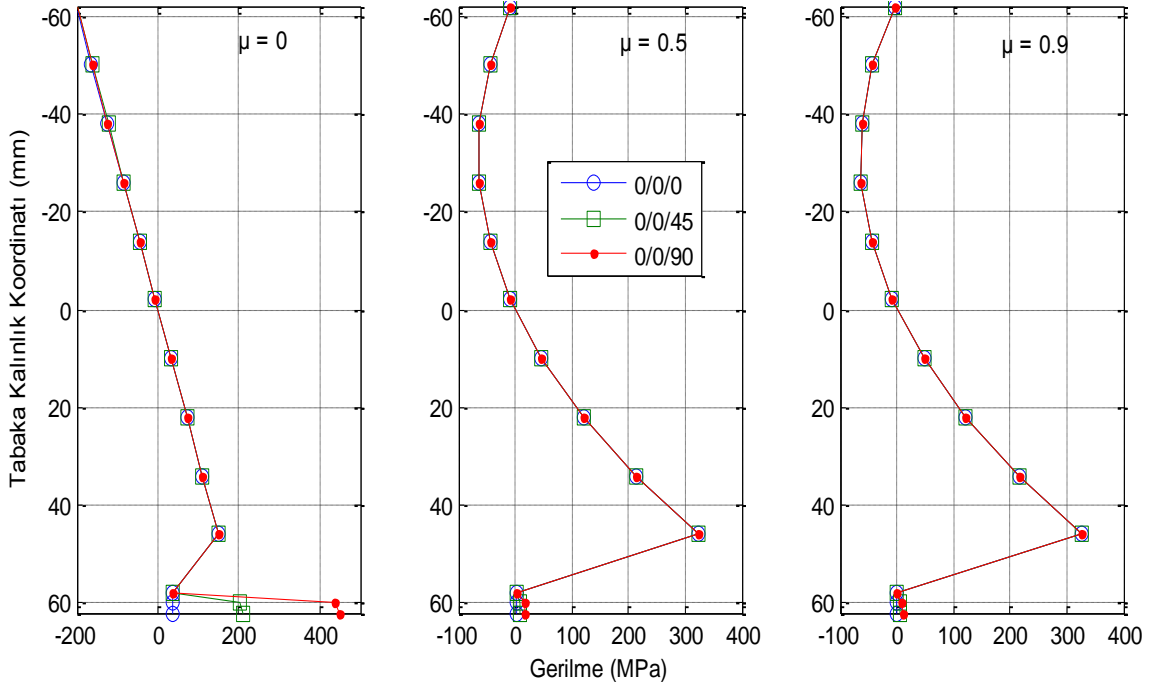


(c)

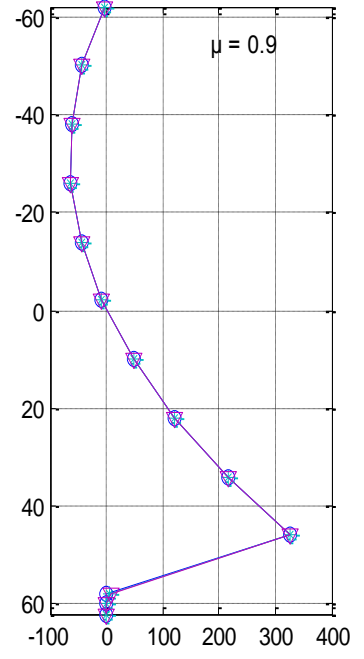
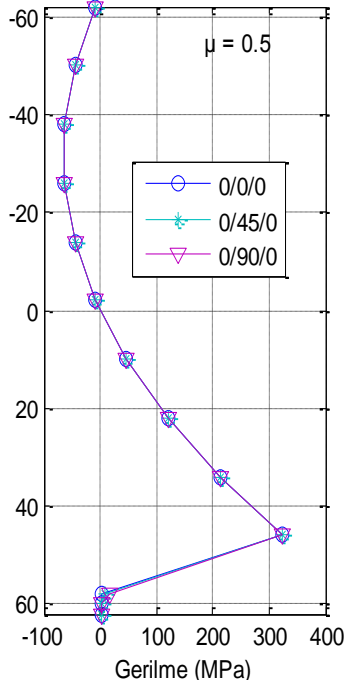
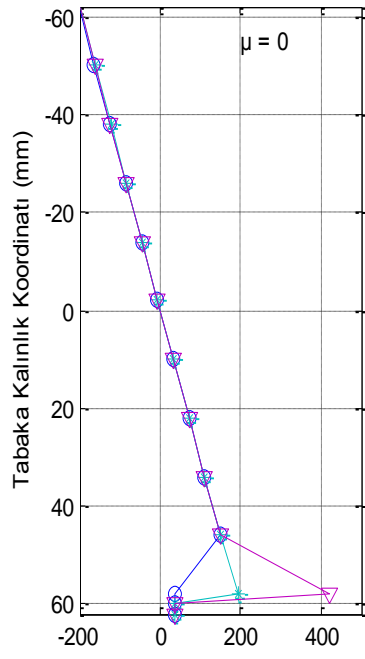


(d)

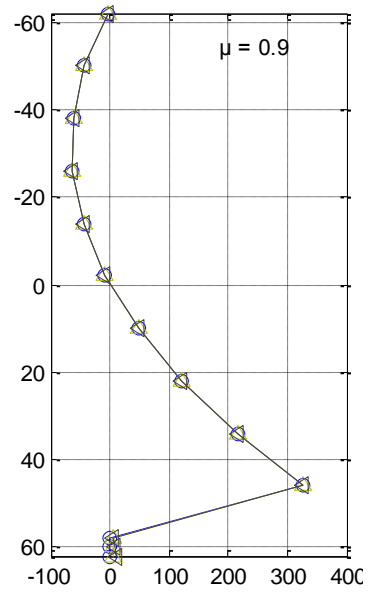
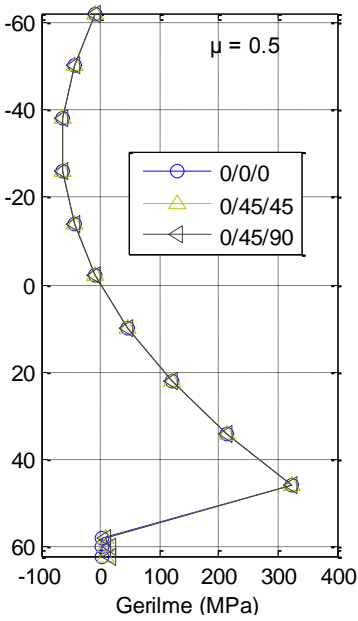
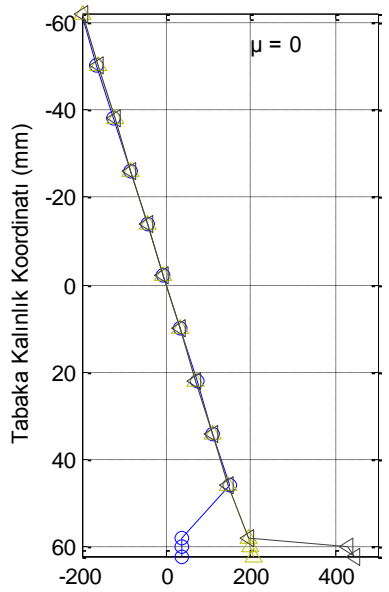
Şekil 4.133. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3)



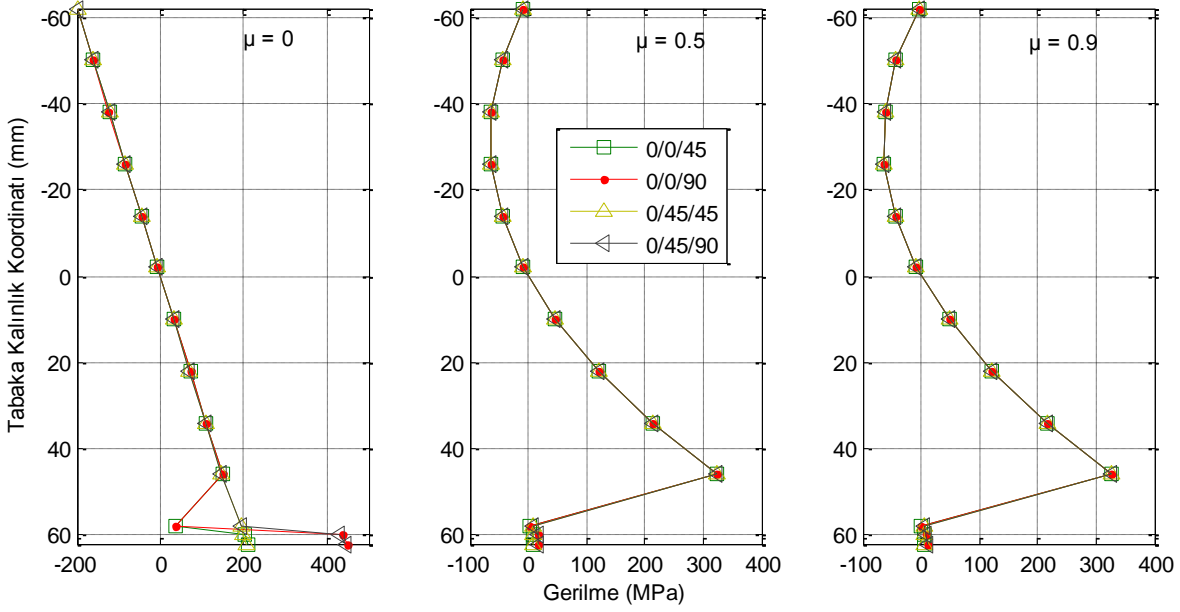
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.134. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P6, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Çizelge 4.18 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, bu durumun eğilme rijitliklerine etkisi o derece artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.23'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teoremin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.129-Şekil 4.130). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %1.3307 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %33.2515 ve $\mu=0.9$ iken %58.7997 olarak elde edilmiştir. Şekil 4.131-Şekil 4.132' den görüleceği gibi, şekildeğiştirmeler Çizelge 4.23' de verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğiştirmeler artmaktadır. Şekil 4.133-

Şekil 4.134 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-eksenine doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-eksenine doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.5 Problem 7

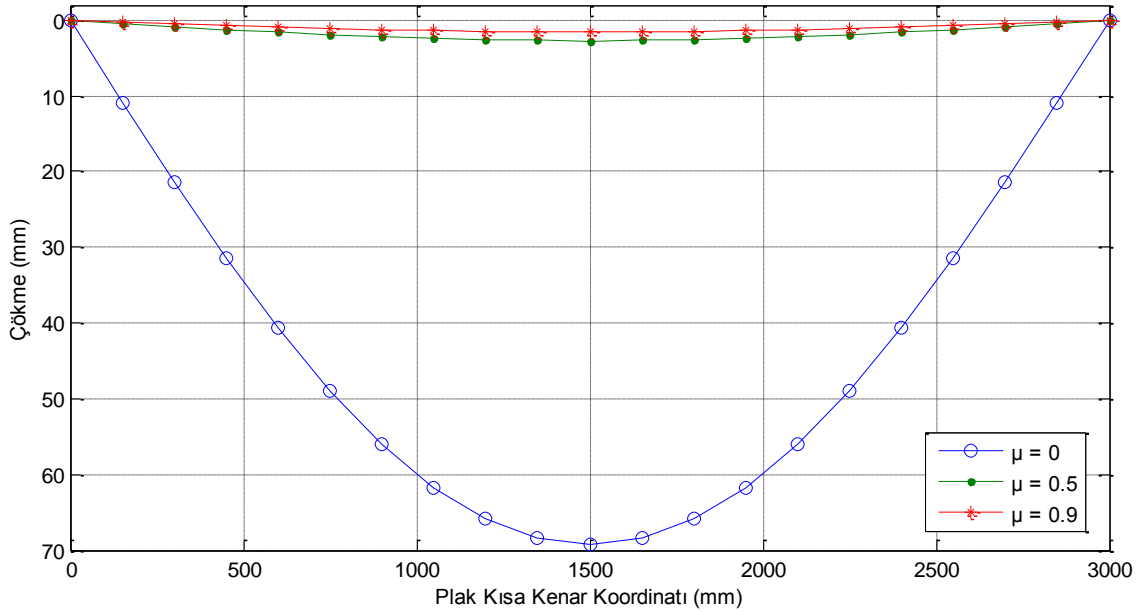
Bu problemde $q_0=1 N/mm^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, dört tarafı da basit mesnetle mesnetlenmiş ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları 5000x3000x120 mm (axbxt) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $12 \phi 8$ 'lik ve $20 \phi 8$ 'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebe kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

Çizelge 4.27. Problem 7'e ait çökme değerleri (mm)

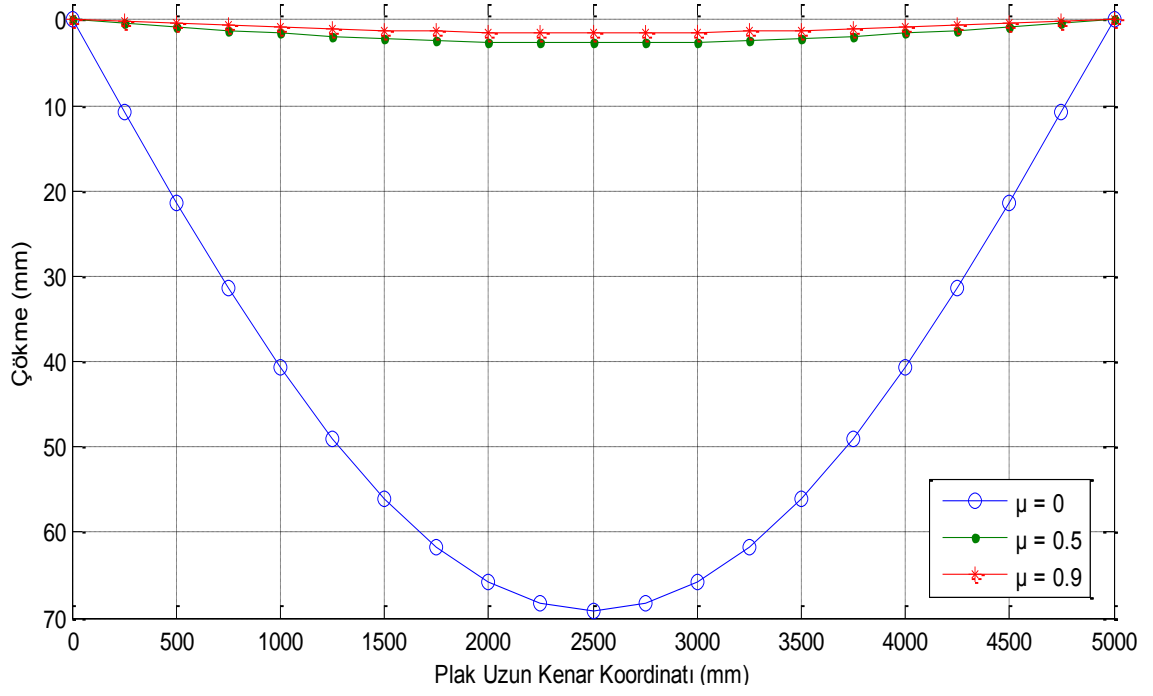
DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	69.2412	69.8418	0.8674	2.7104	3.3110	22.1591	1.5324	2.1330	39.1934
0/0	68.2453	68.6992	0.6651	2.7089	3.3056	22.0274	1.5319	2.1287	38.9582
0/45	66.3947	66.8485	0.6835	2.7059	3.3026	22.0518	1.5310	2.1277	38.9745
0/90	65.5277	65.9815	0.6925	2.7044	3.3011	22.0640	1.5305	2.1273	38.9938
0/0/0	67.2772	67.8701	0.8813	2.7073	3.3002	21.9001	1.5314	2.1244	38.7227
0/0/45	65.4192	66.0121	0.9063	2.7042	3.2972	21.9289	1.5305	2.1234	38.7390
0/0/90	64.5494	65.1423	0.9185	2.7027	3.2956	21.9373	1.5300	2.1229	38.7516
0/45/0	65.5359	66.1288	0.9047	2.7044	3.2974	21.9272	1.5305	2.1235	38.7455
0/90/0	64.7186	65.3116	0.9163	2.7030	3.2959	21.9349	1.5301	2.1230	38.7491
0/45/45	63.7716	64.3645	0.9297	2.7013	3.2943	21.9524	1.5295	2.1225	38.7708
0/45/90	62.9448	63.5377	0.9419	2.6998	3.2928	21.9646	1.5291	2.1220	38.7744

Çizelge 4.28. Durum 1'e ait analiz sonuçları

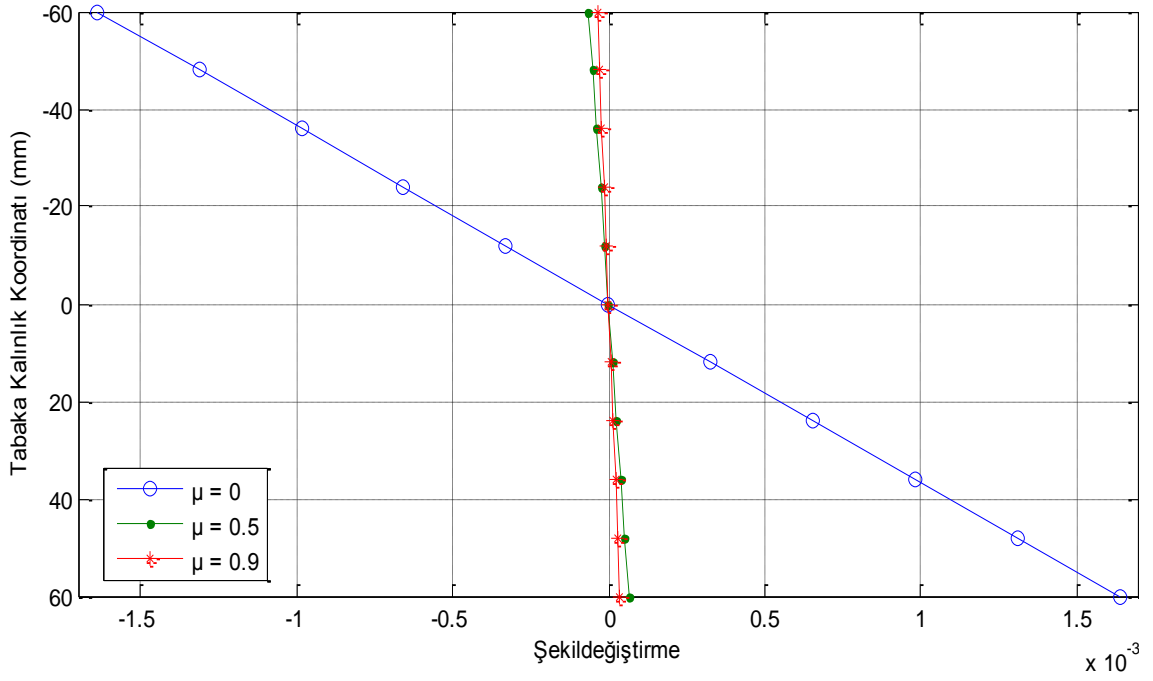
0		-60	-48	-36	-24	-12	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00164	-0.00131	-0.00098	-0.00066	-0.00033	0
	$\mu=0.5$	-6.4E-05	-5.1E-05	-3.9E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	0
	$\mu=0.9$	-3.6E-05	-2.9E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-7.3E-06	0
ε_y	$\mu=0$	-0.00456	-0.00364	-0.00273	-0.00182	-0.00091	0
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00014	-0.00011	-7.1E-05	-3.6E-05	0
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.1E-05	-6E-05	-4E-05	-2E-05	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-144.492	-115.594	-86.6952	-57.7968	-28.8984	0
	$\mu=0.5$	-5.65605	-31.6739	-44.1172	-42.986	-28.2802	0
	$\mu=0.9$	-3.19788	-30.188	-43.3633	-42.7237	-28.2693	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-276.465	-221.172	-165.879	-110.586	-55.293	0
	$\mu=0.5$	-10.822	-60.6034	-84.4119	-82.2475	-54.1102	0
	$\mu=0.9$	-6.11869	-57.7604	-82.9695	-81.7457	-54.0892	0
0		0	12	24	36	48	60
ε_x	$\mu=0$	0	0.000328	0.000656	0.000984	0.001312	0.00164
	$\mu=0.5$	0	1.28E-05	2.57E-05	3.85E-05	5.14E-05	6.42E-05
	$\mu=0.9$	0	7.26E-06	1.45E-05	2.18E-05	2.9E-05	3.63E-05
ε_y	$\mu=0$	0	0.000911	0.001822	0.002734	0.003645	0.004556
	$\mu=0.5$	0	3.57E-05	7.13E-05	0.000107	0.000143	0.000178
	$\mu=0.9$	0	2.02E-05	4.03E-05	6.05E-05	8.07E-05	0.000101
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	28.89841	57.79682	86.69523	115.5936	144.4921
	$\mu=0.5$	0	41.85475	97.28402	166.2878	248.8661	345.0189
	$\mu=0.9$	0	42.08415	97.98316	167.697	251.2258	348.5694
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	55.29295	110.5859	165.8789	221.1718	276.4648
	$\mu=0.5$	0	80.08305	186.139	318.1678	476.1695	660.1441
	$\mu=0.9$	0	80.52197	187.4767	320.8642	480.6844	666.9373



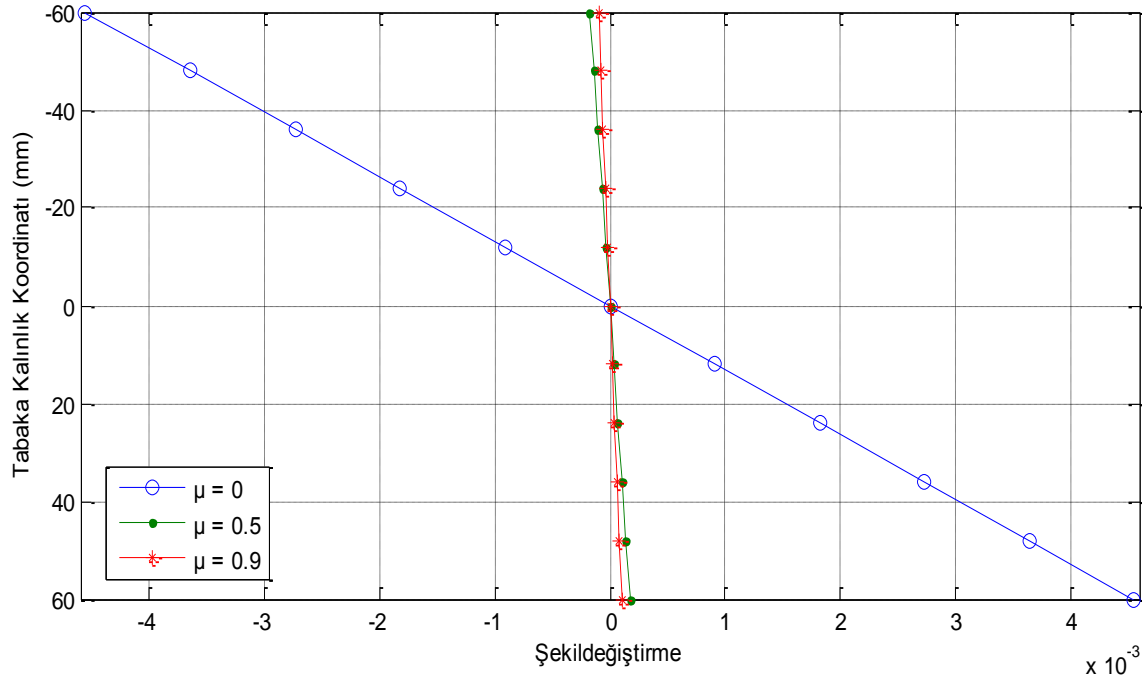
Şekil 4.135. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 1)



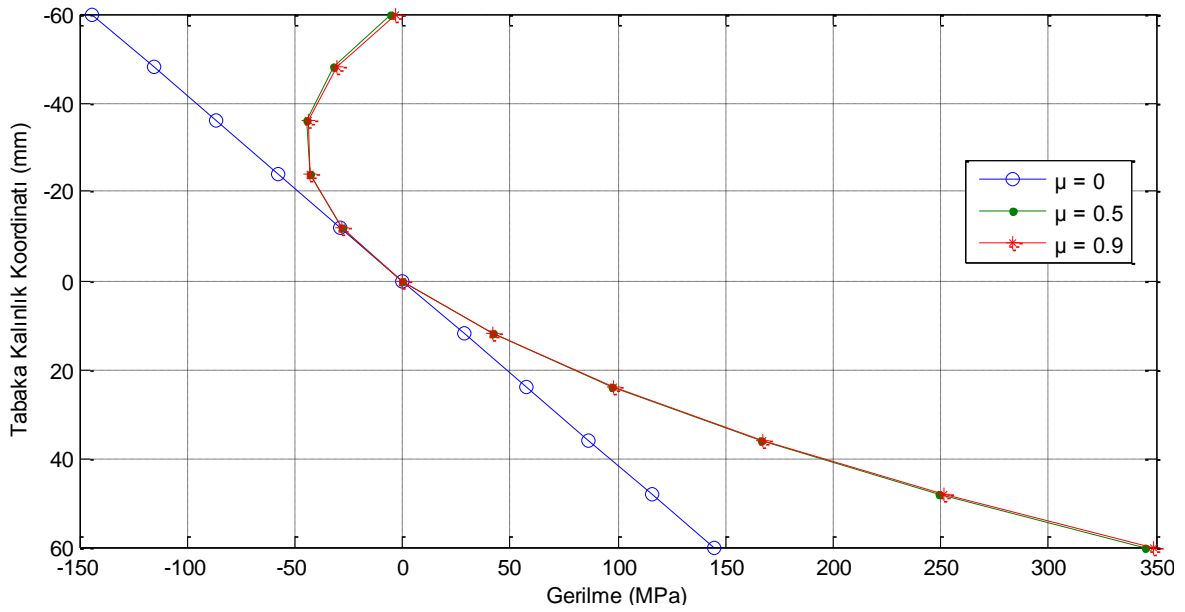
Şekil 4.136. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 1)



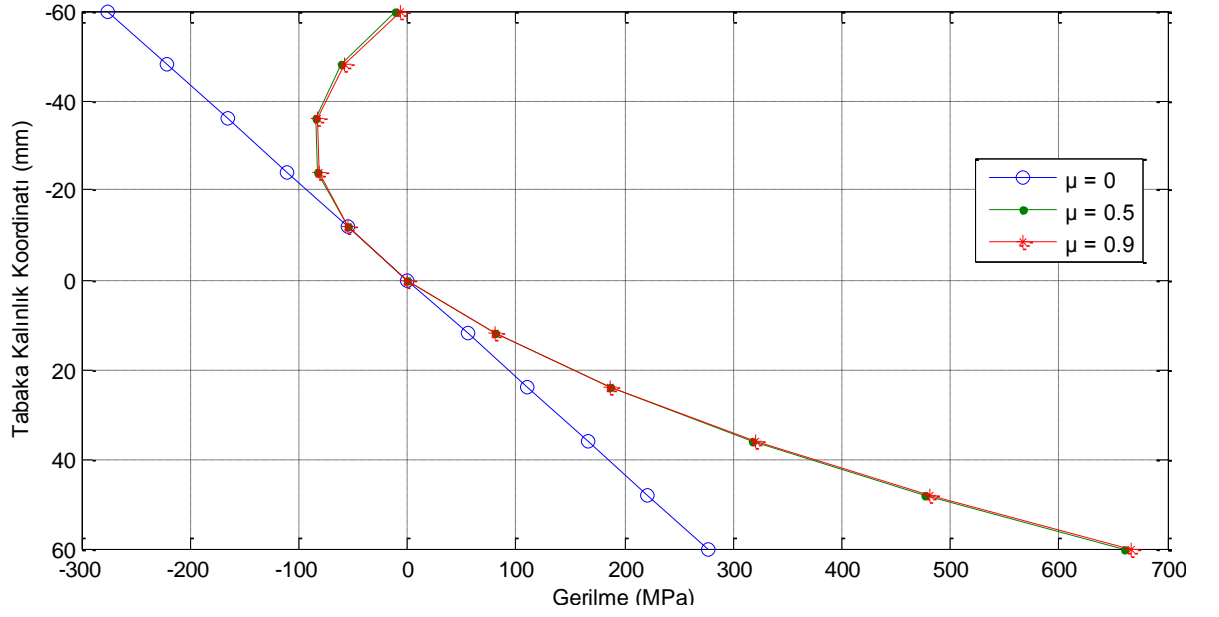
Şekil 4.137. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1)



Şekil 4.138. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeşirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1)



Şekil 4.139. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1)



Şekil 4.140. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil 4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 36.85 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 65.50 kat, $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.78 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.27'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.135-Şekil 4.136). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.8674 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %22.1591 ve $\mu=0.9$ iken %39.1934 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %96.09 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.79 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.46 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.27).

Plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla lineer olarak azalmış, ancak plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.137-Şekil 4.138). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla

şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %96.09 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %97.79 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.46 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.28). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları ile çökme değerlerinin azalma oranları birbirinin aynısıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu ve plak ortasındaki çökme arttıkça eğriliğin arttığı ve buna paralel olarak şekildeğiştirmelerin arttığı sonucuna varılabilir.

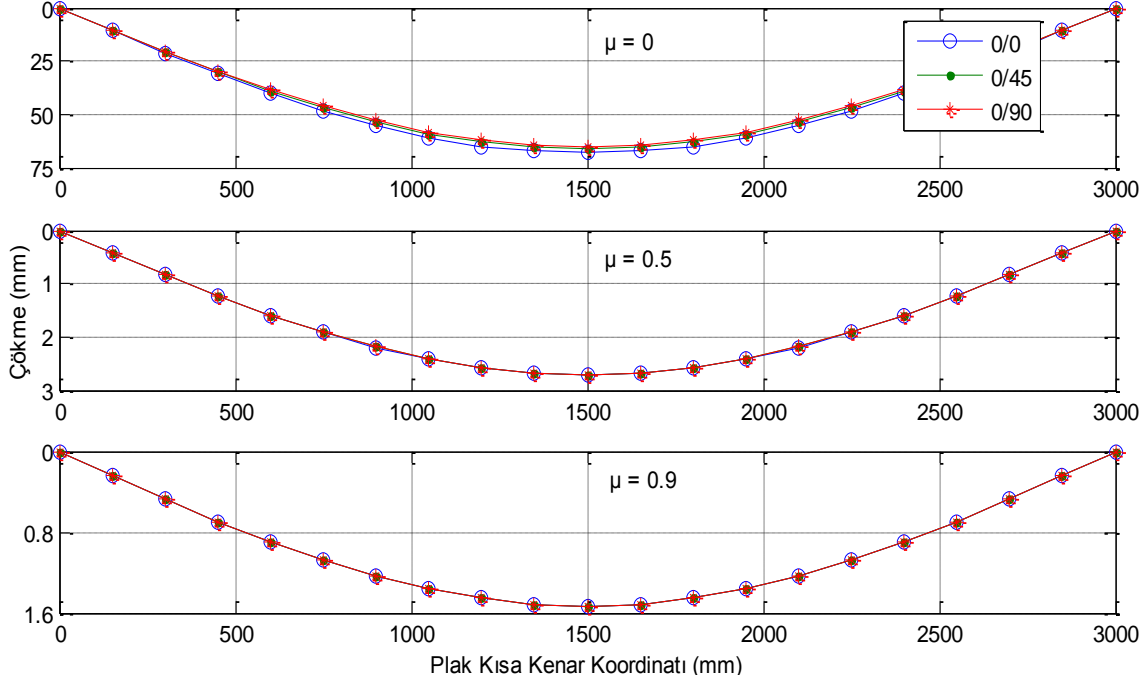
Normal gerilmeler ise plağın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.139-Şekil4.140). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %96.09 oranında azalma en alt noktada %138.78 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %97.79 oranında azalma en alt noktada %141.24 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %43.46 oranında azalma en alt noktada %1.03 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.28). Dikkat edilirse plağın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenleri doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.137-Şekil 4.140).

Çizelge 4.29. Durum 2'e ait analiz sonuçları

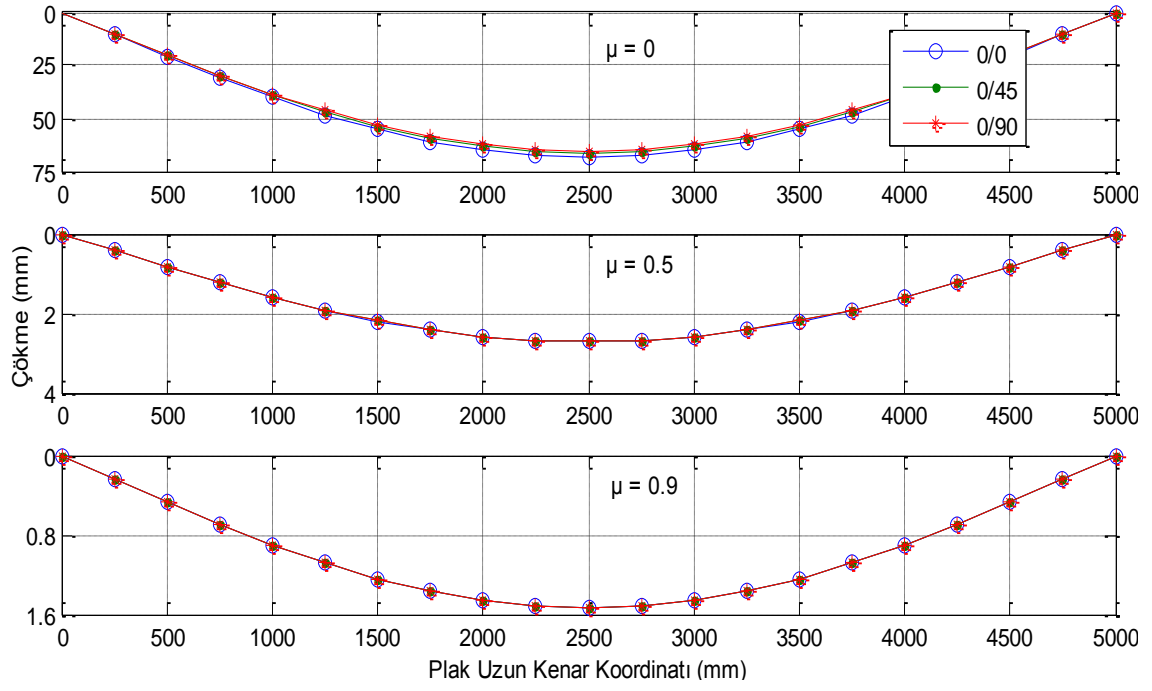
0/0		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00164	-0.00132	-0.001	-0.00067	-0.00035	-2.7E-05
	$\mu=0.5$	-6.5E-05	-5.2E-05	-4E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-1.1E-06
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-7.9E-06	-6E-07
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00457	-0.00367	-0.00277	-0.00187	-0.00097	-7.5E-05
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.4E-05	-3.9E-05	-3E-06
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.2E-05	-6.2E-05	-4.2E-05	-2.2E-05	-1.7E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-144.787	-116.305	-87.8219	-59.3391	-30.8564	-2.37357
	$\mu=0.5$	-5.74703	-32.3153	-45.3168	-44.7515	-30.6194	-2.92062
	$\mu=0.9$	-3.25013	-30.807	-44.5535	-44.4895	-30.6152	-2.93045

σ_y (MPa)	$\mu=0$	-277.03	-222.532	-168.035	-113.537	-59.0392	-4.54148
	$\mu=0.5$	-10.9961	-61.8306	-86.7071	-85.6255	-58.5859	-5.58819
	$\mu=0.9$	-6.21866	-58.9447	-85.2466	-85.1243	-58.5777	-5.60699
0/0		11	23	35	47	59	61
ϵ_x	$\mu=0$	0.000296	0.00062	0.000943	0.001266	0.00159	0.001643
	$\mu=0.5$	1.18E-05	2.46E-05	3.74E-05	5.03E-05	6.31E-05	6.52E-05
	$\mu=0.9$	6.65E-06	1.39E-05	2.12E-05	2.84E-05	3.57E-05	3.69E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.000823	0.001721	0.002619	0.003517	0.004416	0.004565
	$\mu=0.5$	3.27E-05	6.83E-05	0.000104	0.00014	0.000175	0.000181
	$\mu=0.9$	1.85E-05	3.86E-05	5.88E-05	7.9E-05	9.91E-05	0.000102
σ_x (MPa)	$\mu=0$	26.10922	54.59201	83.07479	111.5576	237.3145	245.3591
	$\mu=0.5$	38.34496	93.1773	161.5764	243.5423	9.419697	9.739008
	$\mu=0.9$	38.56469	93.87022	162.9861	245.9125	5.327142	5.507723
σ_y (MPa)	$\mu=0$	49.95624	104.454	158.9517	213.4494	49.24054	50.90971
	$\mu=0.5$	73.36756	178.2814	309.1532	465.9831	1.954499	2.020753
	$\mu=0.9$	73.78798	179.6072	311.8506	470.5182	1.105332	1.142801
0/45		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.0016	-0.00128	-0.00097	-0.00066	-0.00034	-2.6E-05
	$\mu=0.5$	-6.5E-05	-5.2E-05	-4E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-1.1E-06
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-7.9E-06	-6E-07
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00444	-0.00357	-0.00269	-0.00182	-0.00095	-7.3E-05
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.4E-05	-3.9E-05	-3E-06
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.2E-05	-6.2E-05	-4.2E-05	-2.2E-05	-1.7E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-140.861	-113.151	-85.4404	-57.73	-30.0196	-2.3092
	$\mu=0.5$	-5.74068	-32.2796	-45.2667	-44.702	-30.5856	-2.9174
	$\mu=0.9$	-3.2481	-30.7877	-44.5256	-44.4617	-30.596	-2.92861
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-269.518	-216.498	-163.478	-110.458	-57.4382	-4.41832
	$\mu=0.5$	-10.984	-61.7623	-86.6113	-85.5309	-58.5211	-5.58202
	$\mu=0.9$	-6.21477	-58.9079	-85.1933	-85.0711	-58.5411	-5.60348
0/45		11	23	35	47	59	61
ϵ_x	$\mu=0$	0.000288	0.000603	0.000917	0.001232	0.001546	0.001599
	$\mu=0.5$	1.18E-05	2.46E-05	3.74E-05	5.02E-05	6.3E-05	6.52E-05
	$\mu=0.9$	6.65E-06	1.39E-05	2.12E-05	2.84E-05	3.57E-05	3.69E-05
ϵ_y	$\mu=0$	0.000801	0.001675	0.002548	0.003422	0.004296	0.004441
	$\mu=0.5$	3.26E-05	6.82E-05	0.000104	0.000139	0.000175	0.000181
	$\mu=0.9$	1.85E-05	3.86E-05	5.88E-05	7.89E-05	9.91E-05	0.000102
σ_x (MPa)	$\mu=0$	25.4012	53.1116	80.822	108.5324	210.0775	217.1988
	$\mu=0.5$	38.30258	93.07432	161.3978	243.2731	8.561534	8.851756
	$\mu=0.9$	38.54057	93.81152	162.8842	245.7587	4.84415	5.008358
σ_y (MPa)	$\mu=0$	48.60154	101.6214	154.6413	207.6611	248.5677	256.9937
	$\mu=0.5$	73.28647	178.0843	308.8116	465.4681	10.13017	10.47357
	$\mu=0.9$	73.74184	179.4949	311.6556	470.2239	5.731691	5.925986
0/90		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00158	-0.00127	-0.00096	-0.00065	-0.00034	-2.6E-05
	$\mu=0.5$	-6.5E-05	-5.2E-05	-4E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-1.1E-06
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.2E-05	-1.5E-05	-7.9E-06	-6E-07

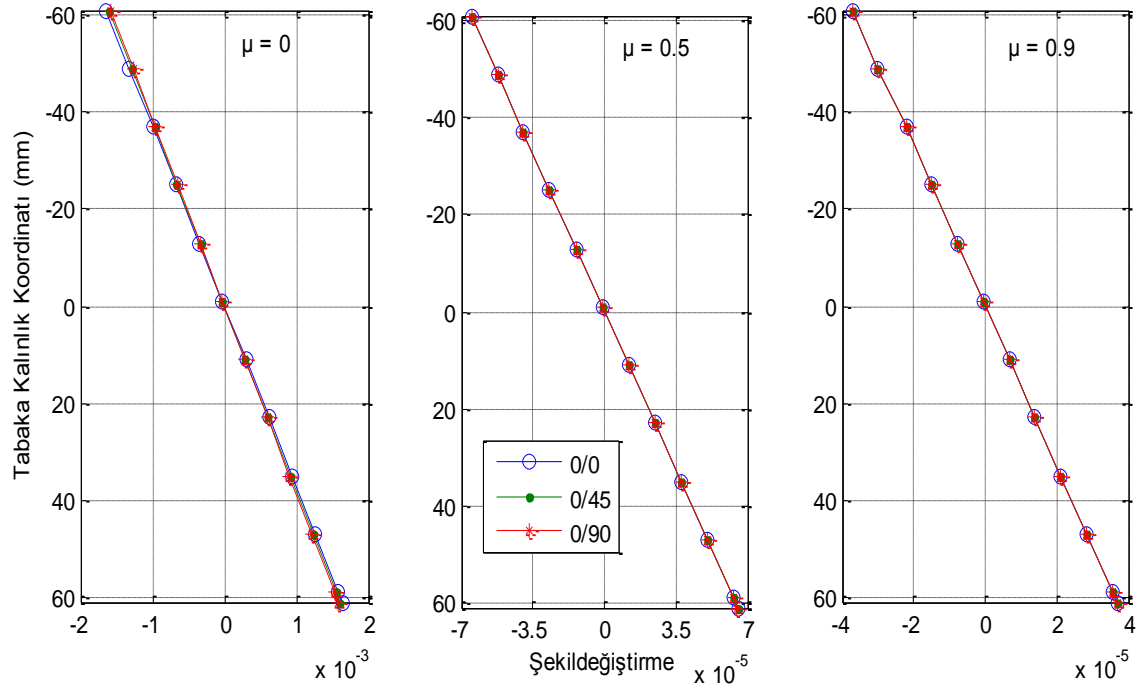
ε_y	$\mu=0$	-0.00438	-0.00352	-0.00266	-0.0018	-0.00093	-7.2E-05
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.4E-05	-3.9E-05	-3E-06
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.2E-05	-6.2E-05	-4.2E-05	-2.2E-05	-1.7E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-139.022	-111.673	-84.3247	-56.9761	-29.6276	-2.27905
	$\mu=0.5$	-5.73759	-32.2622	-45.2423	-44.6779	-30.5691	-2.91582
	$\mu=0.9$	-3.24711	-30.7783	-44.512	-44.4481	-30.5867	-2.92772
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-265.998	-213.671	-161.343	-109.016	-56.6881	-4.36063
	$\mu=0.5$	-10.978	-61.729	-86.5646	-85.4848	-58.4896	-5.57901
	$\mu=0.9$	-6.21288	-58.8899	-85.1673	-85.0451	-58.5233	-5.60177
0/90		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000285	0.000595	0.000905	0.001216	0.001526	0.001578
	$\mu=0.5$	1.17E-05	2.46E-05	3.74E-05	5.02E-05	6.3E-05	6.51E-05
	$\mu=0.9$	6.65E-06	1.39E-05	2.11E-05	2.84E-05	3.56E-05	3.69E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00079	0.001653	0.002515	0.003377	0.00424	0.004383
	$\mu=0.5$	3.26E-05	6.82E-05	0.000104	0.000139	0.000175	0.000181
	$\mu=0.9$	1.85E-05	3.86E-05	5.87E-05	7.89E-05	9.9E-05	0.000102
σ_x (MPa)	$\mu=0$	25.06951	52.41806	79.76661	107.1152	28.163	29.11767
	$\mu=0.5$	38.28194	93.02416	161.3109	243.142	1.162319	1.201719
	$\mu=0.9$	38.52882	93.78291	162.8346	245.6838	0.657798	0.680097
σ_y (MPa)	$\mu=0$	47.96689	100.2944	152.6219	204.9495	602.0054	622.4123
	$\mu=0.5$	73.24698	177.9884	308.6451	465.2173	24.84544	25.68766
	$\mu=0.9$	73.71935	179.4401	311.5605	470.0805	14.06094	14.53758



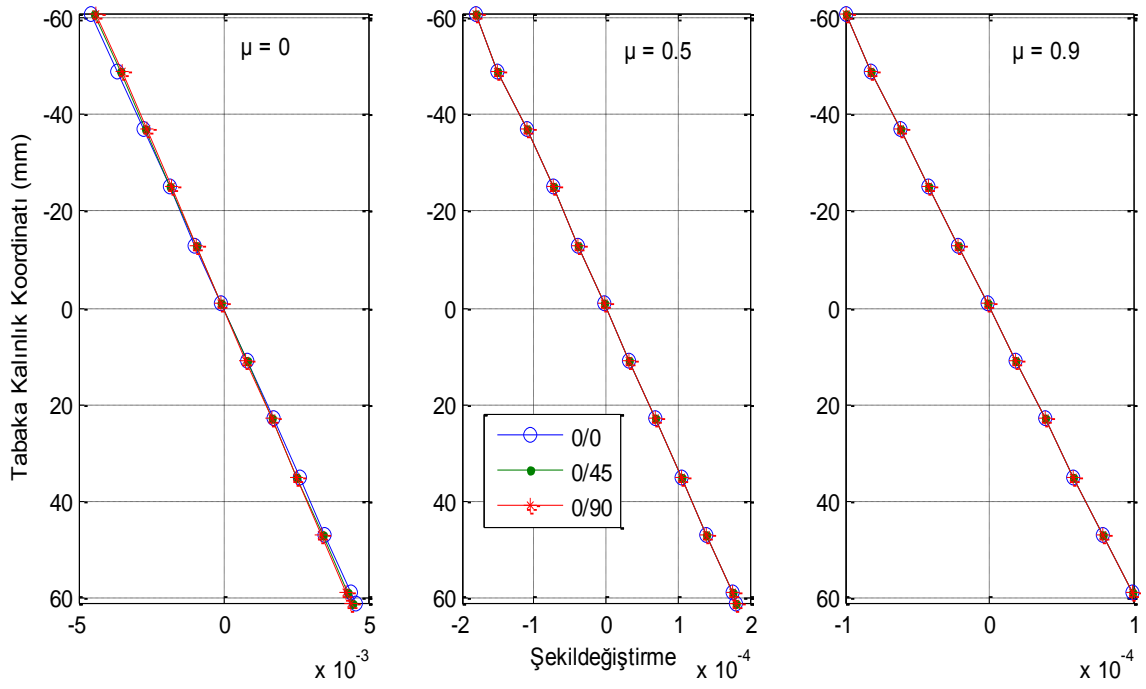
Şekil 4.141. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 2)



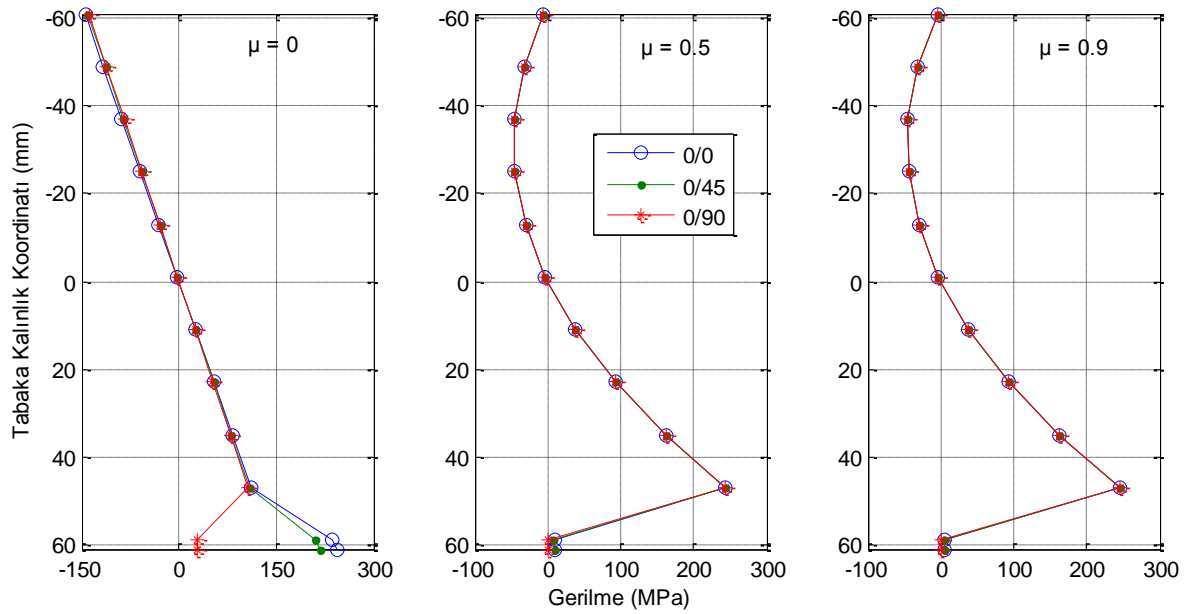
Şekil 4.142. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 2)



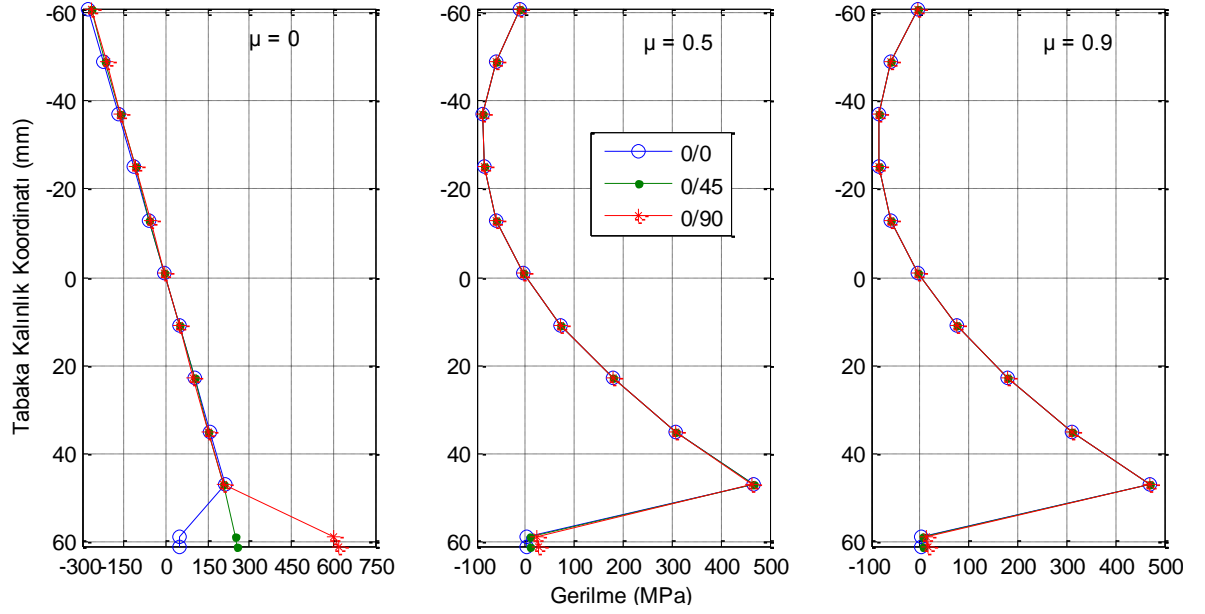
Şekil 4.143. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2)



Şekil 4.144. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2)



Şekil 4.145. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2)



Şekil 4.146. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 36.52, 35.88 ve 33.88 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 64.91, 63.77 ve 60.17 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.778, 1.778 ve 1.776 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.98). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.27'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teoremin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.141-Şekil 4.142). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.6925 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %22.0640 ve $\mu=0.9$ iken %38.9938 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1' ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %1.43 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %4.11 oranında ve (0/90) olması durumunda %3.31 oranında azalmıştır (Çizelge 4.27). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0)

olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucu çıkmaktadır.

Şekil 4.143 ve Şekil 4.144'den görüleceği gibi şekil değiştirme değerleri, yönlenme açısının ve non-homojenlik katsayısının artışıyla azalmıştır. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.29 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.145-Şekil 4.146). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucu çıkarılmaktadır.

Çizelge 4.30. Durum 3'e ait analiz sonuçları

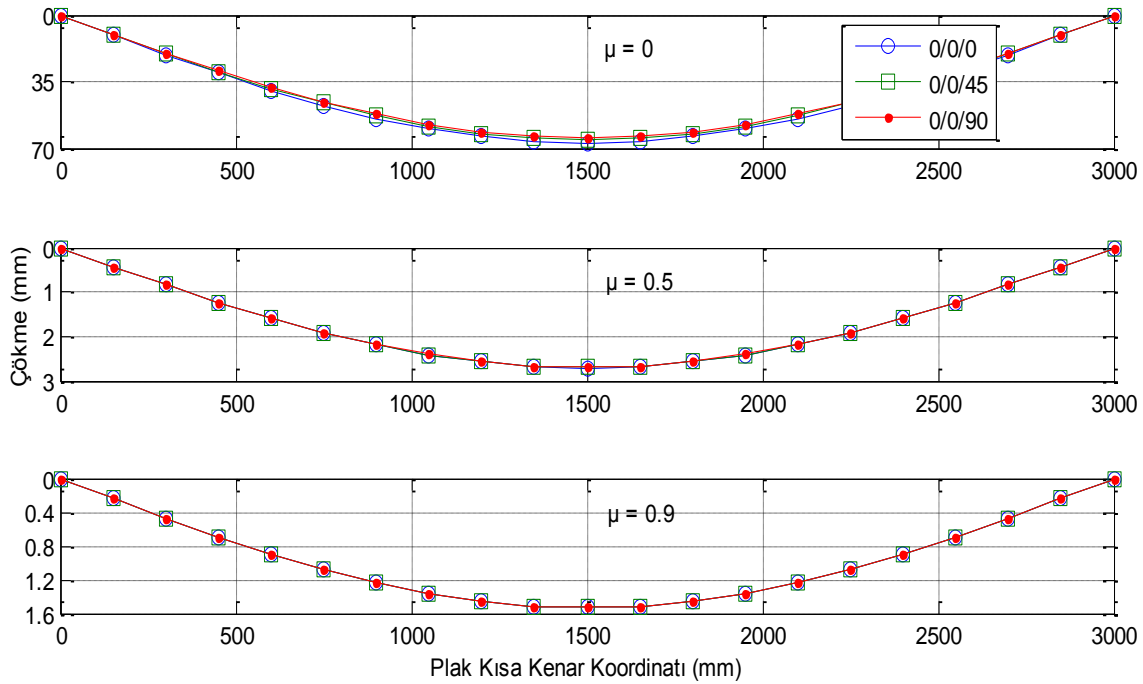
0/0/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00165	-0.00133	-0.00101	-0.00069	-0.00037	-5.3E-05	0.000266
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.05E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00457	-0.00369	-0.0028	-0.00192	-0.00103	-0.00015	0.000738
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.2E-05	-5.9E-06	2.97E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.4E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-145.073	-116.995	-88.916	-60.8372	-32.7585	-4.67979	23.39894
	$\mu=0.5$	-5.83791	-32.956	-46.515	-46.515	-32.956	-5.83791	34.83915
	$\mu=0.9$	-3.30235	-31.4256	-45.7428	-46.2542	-32.9595	-5.859	35.04748
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-277.577	-223.853	-170.128	-116.403	-62.6787	-8.9541	44.77051
	$\mu=0.5$	-11.17	-63.0565	-88.9997	-88.9997	-63.0565	-11.17	66.6597
	$\mu=0.9$	-6.31857	-60.1283	-87.5223	-88.5007	-63.0634	-11.2104	67.05832
0/0/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000266	0.000584	0.000903	0.001222	0.00154	0.001594	0.001647
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.92E-05	6.2E-05	6.41E-05	6.63E-05
	$\mu=0.9$	6.05E-06	1.33E-05	2.06E-05	2.78E-05	3.51E-05	3.63E-05	3.75E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000738	0.001623	0.002508	0.003394	0.004279	0.004427	0.004574
	$\mu=0.5$	2.97E-05	6.53E-05	0.000101	0.000137	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.71E-05	7.73E-05	9.74E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	23.39894	51.47767	79.55639	107.6351	229.9827	237.9132	245.8436
	$\mu=0.5$	34.83915	89.07523	156.8703	238.2245	9.254755	9.573884	9.893013
	$\mu=0.9$	35.04748	89.75991	158.2783	240.6026	5.235161	5.415684	5.596206
σ_y (MPa)	$\mu=0$	44.77051	98.49511	152.2197	205.9443	47.71927	49.36476	51.01025
	$\mu=0.5$	66.6597	170.4326	300.1488	455.8082	1.920275	1.986491	2.052708
	$\mu=0.9$	67.05832	171.7427	302.8427	460.3584	1.086247	1.123704	1.16116

0/0/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.0016	-0.00129	-0.00098	-0.00067	-0.00036	-5.2E-05	0.000258
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00445	-0.00359	-0.00273	-0.00187	-0.001	-0.00014	0.000717
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.2E-05	-5.9E-06	2.97E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-141.067	-113.764	-86.4604	-59.1571	-31.8538	-4.55054	22.75272
	$\mu=0.5$	-5.83125	-32.9183	-46.4619	-46.4619	-32.9183	-5.83125	34.79938
	$\mu=0.9$	-3.30021	-31.4053	-45.7133	-46.2243	-32.9383	-5.85522	35.02484
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-269.911	-217.67	-165.429	-113.189	-60.9477	-8.70681	43.53407
	$\mu=0.5$	-11.1573	-62.9845	-88.8981	-88.8981	-62.9845	-11.1573	66.5836
	$\mu=0.9$	-6.31448	-60.0894	-87.4658	-88.4435	-63.0226	-11.2031	67.01499
0/0/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000258	0.000568	0.000878	0.001188	0.001498	0.00155	0.001601
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.91E-05	6.19E-05	6.41E-05	6.62E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.63E-05	3.75E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000717	0.001578	0.002439	0.0033	0.004161	0.004304	0.004448
	$\mu=0.5$	2.97E-05	6.52E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.71E-05	7.72E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	22.75272	50.05599	77.35926	104.6625	223.6312	210.4993	217.5159
	$\mu=0.5$	34.79938	88.97354	156.6913	237.9525	9.244189	8.701357	8.991402
	$\mu=0.9$	35.02484	89.70191	158.176	240.4471	5.231778	4.924561	5.088713
σ_y (MPa)	$\mu=0$	43.53407	95.77495	148.0158	200.2567	46.40139	249.0668	257.369
	$\mu=0.5$	66.5836	170.2381	299.8062	455.2879	1.918083	10.29561	10.6388
	$\mu=0.9$	67.01499	171.6317	302.647	460.061	1.085545	5.826835	6.021063
0/0/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00158	-0.00127	-0.00097	-0.00066	-0.00036	-5.1E-05	0.000255
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00439	-0.00354	-0.00269	-0.00184	-0.00099	-0.00014	0.000708
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.1E-05	-5.9E-06	2.96E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-139.191	-112.251	-85.3108	-58.3706	-31.4303	-4.49004	22.45022
	$\mu=0.5$	-5.828	-32.9	-46.436	-46.436	-32.9	-5.828	34.78001
	$\mu=0.9$	-3.29917	-31.3954	-45.6989	-46.2097	-32.9279	-5.85337	35.0138
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-266.323	-214.776	-163.23	-111.684	-60.1374	-8.59105	42.95526
	$\mu=0.5$	-11.151	-62.9494	-88.8486	-88.8486	-62.9494	-11.151	66.54654
	$\mu=0.9$	-6.31249	-60.0705	-87.4382	-88.4156	-63.0028	-11.1996	66.99388
0/0/90		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000255	0.000561	0.000866	0.001172	0.001478	0.001529	0.00158
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.91E-05	6.19E-05	6.4E-05	6.62E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.62E-05	3.74E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000708	0.001557	0.002407	0.003256	0.004106	0.004247	0.004389
	$\mu=0.5$	2.96E-05	6.52E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.7E-05	7.72E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104

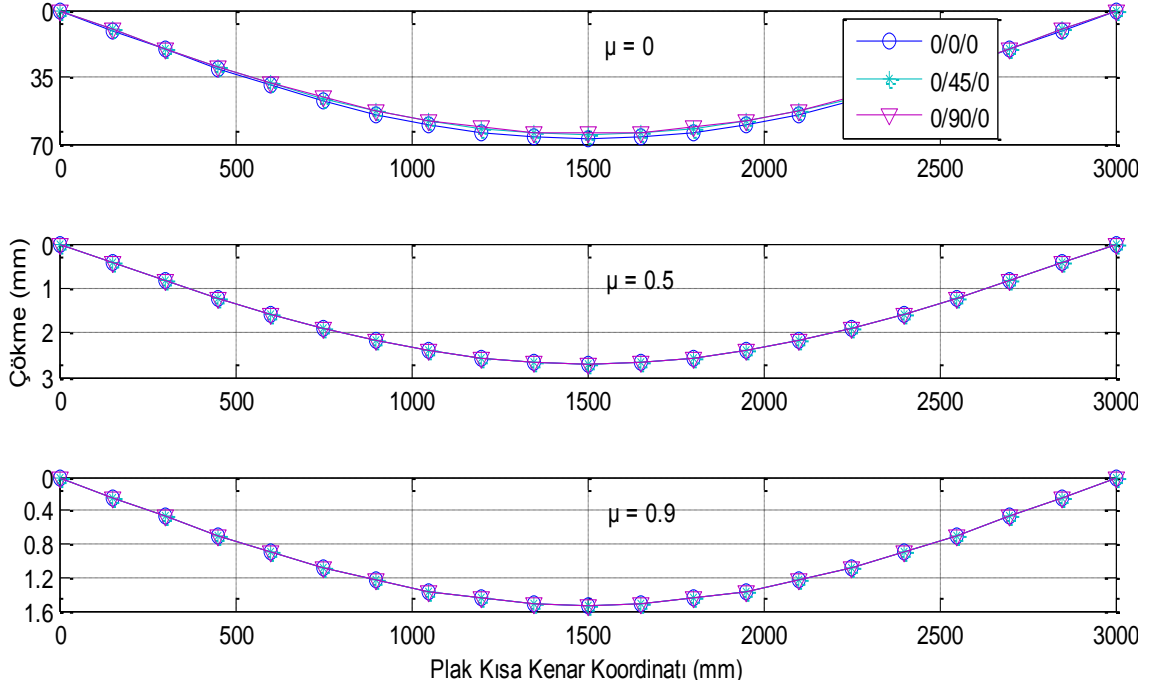
σ_x (MPa)	$\mu=0$	22.45022	49.39047	76.33073	103.271	220.658	28.21276	29.15318
	$\mu=0.5$	34.78001	88.92401	156.604	237.82	9.239043	1.18128	1.220656
	$\mu=0.9$	35.0138	89.67365	158.1262	240.3713	5.23013	0.668711	0.691001
σ_y (MPa)	$\mu=0$	42.95526	94.50157	146.0479	197.5942	45.78446	603.069	623.1713
	$\mu=0.5$	66.54654	170.1433	299.6393	455.0344	1.917015	25.25076	26.09245
	$\mu=0.9$	66.99388	171.5776	302.5517	459.916	1.085203	14.2942	14.77067
0/45/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.0016	-0.00129	-0.00098	-0.00067	-0.00036	-5.2E-05	0.000259
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00446	-0.00359	-0.00273	-0.00187	-0.00101	-0.00014	0.000719
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.2E-05	-5.9E-06	2.97E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-141.319	-113.967	-86.6146	-59.2626	-31.9107	-4.55866	22.79332
	$\mu=0.5$	-5.83168	-32.9208	-46.4653	-46.4653	-32.9208	-5.83168	34.80194
	$\mu=0.9$	-3.30035	-31.4066	-45.7152	-46.2262	-32.9396	-5.85546	35.0263
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-270.393	-218.059	-165.725	-113.391	-61.0564	-8.72235	43.61174
	$\mu=0.5$	-11.1581	-62.9891	-88.9047	-88.9047	-62.9891	-11.1581	66.58851
	$\mu=0.9$	-6.31475	-60.0919	-87.4694	-88.4472	-63.0252	-11.2036	67.01779
0/45/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000259	0.000569	0.00088	0.00119	0.001501	0.001552	0.001604
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.91E-05	6.19E-05	6.41E-05	6.62E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.63E-05	3.75E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000719	0.001581	0.002444	0.003306	0.004168	0.004312	0.004456
	$\mu=0.5$	2.97E-05	6.52E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.71E-05	7.72E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	22.79332	50.14531	77.4973	104.8493	203.8457	231.7555	239.4806
	$\mu=0.5$	34.80194	88.9801	156.7028	237.97	8.411931	9.563659	9.882447
	$\mu=0.9$	35.0263	89.70565	158.1826	240.4571	4.760607	5.41241	5.592824
σ_y (MPa)	$\mu=0$	43.61174	95.94584	148.2799	200.614	241.1942	48.08709	49.68999
	$\mu=0.5$	66.58851	170.2506	299.8283	455.3214	9.953158	1.98437	2.050515
	$\mu=0.9$	67.01779	171.6389	302.6597	460.0802	5.632842	1.123024	1.160459
0/90/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00158	-0.00128	-0.00097	-0.00066	-0.00036	-5.1E-05	0.000255
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.0044	-0.00355	-0.0027	-0.00185	-0.00099	-0.00014	0.00071
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.1E-05	-5.9E-06	2.96E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-139.556	-112.545	-85.5345	-58.5236	-31.5127	-4.50181	22.50907
	$\mu=0.5$	-5.82864	-32.9036	-46.4411	-46.4411	-32.9036	-5.82864	34.78381
	$\mu=0.9$	-3.29938	-31.3973	-45.7017	-46.2126	-32.9299	-5.85373	35.01597
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-267.021	-215.339	-163.658	-111.976	-60.295	-8.61358	43.06788
	$\mu=0.5$	-11.1523	-62.9563	-88.8584	-88.8584	-62.9563	-11.1523	66.55383
	$\mu=0.9$	-6.31288	-60.0742	-87.4436	-88.4211	-63.0067	-11.2003	66.99803

0/90/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000255	0.000562	0.000869	0.001175	0.001482	0.001533	0.001584
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.91E-05	6.19E-05	6.4E-05	6.62E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.62E-05	3.75E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00071	0.001561	0.002413	0.003265	0.004116	0.004258	0.0044
	$\mu=0.5$	2.96E-05	6.52E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.7E-05	7.72E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	22.50907	49.51996	76.53085	103.5417	27.34383	228.8653	236.4942
	$\mu=0.5$	34.78381	88.93375	156.6212	237.8461	1.142029	9.558677	9.8773
	$\mu=0.9$	35.01597	89.6792	158.136	240.3862	0.646461	5.410814	5.591175
σ_y (MPa)	$\mu=0$	43.06788	94.74933	146.4308	198.1122	584.4951	47.48741	49.07032
	$\mu=0.5$	66.55383	170.1619	299.6721	455.0843	24.41174	1.983336	2.049447
	$\mu=0.9$	66.99803	171.5883	302.5704	459.9445	13.81858	1.122693	1.160116
0/45/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00156	-0.00126	-0.00096	-0.00065	-0.00035	-5E-05	0.000252
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00434	-0.0035	-0.00266	-0.00182	-0.00098	-0.00014	0.000699
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.1E-05	-5.9E-06	2.96E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-137.514	-110.898	-84.2828	-57.6672	-31.0516	-4.43594	22.17969
	$\mu=0.5$	-5.82503	-32.8832	-46.4123	-46.4123	-32.8832	-5.82503	34.76225
	$\mu=0.9$	-3.29822	-31.3863	-45.6857	-46.1963	-32.9184	-5.85168	35.00368
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-263.113	-212.188	-161.263	-110.338	-59.4127	-8.48753	42.43764
	$\mu=0.5$	-11.1453	-62.9173	-88.8033	-88.8033	-62.9173	-11.1453	66.51257
	$\mu=0.9$	-6.31067	-60.0531	-87.4129	-88.3901	-62.9845	-11.1963	66.97451
0/45/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000252	0.000554	0.000856	0.001158	0.00146	0.001511	0.001561
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.35E-05	3.63E-05	4.91E-05	6.19E-05	6.4E-05	6.61E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.62E-05	3.74E-05
ε_y	$\mu=0$	0.000699	0.001539	0.002378	0.003217	0.004056	0.004196	0.004336
	$\mu=0.5$	2.96E-05	6.52E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.7E-05	7.72E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	22.17969	48.79531	75.41094	102.0266	198.3579	205.1978	212.0377
	$\mu=0.5$	34.76225	88.87862	156.5241	237.6986	8.402338	8.692074	8.98181
	$\mu=0.9$	35.00368	89.64773	158.0805	240.3019	4.757533	4.921586	5.085639
σ_y (MPa)	$\mu=0$	42.43764	93.36281	144.288	195.2131	234.7008	242.7939	250.8871
	$\mu=0.5$	66.51257	170.0565	299.4863	454.8022	9.941808	10.28463	10.62745
	$\mu=0.9$	66.97451	171.528	302.4642	459.7831	5.629205	5.823315	6.017426
0/45/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00154	-0.00124	-0.00094	-0.00065	-0.00035	-5E-05	0.000248
	$\mu=0.5$	-6.6E-05	-5.3E-05	-4.1E-05	-2.8E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.07E-05
	$\mu=0.9$	-3.7E-05	-3E-05	-2.3E-05	-1.6E-05	-8.5E-06	-1.2E-06	6.04E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00428	-0.00345	-0.00262	-0.00179	-0.00097	-0.00014	0.00069
	$\mu=0.5$	-0.00018	-0.00015	-0.00011	-7.7E-05	-4.1E-05	-5.9E-06	2.96E-05
	$\mu=0.9$	-0.0001	-8.4E-05	-6.4E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-3.4E-06	1.68E-05

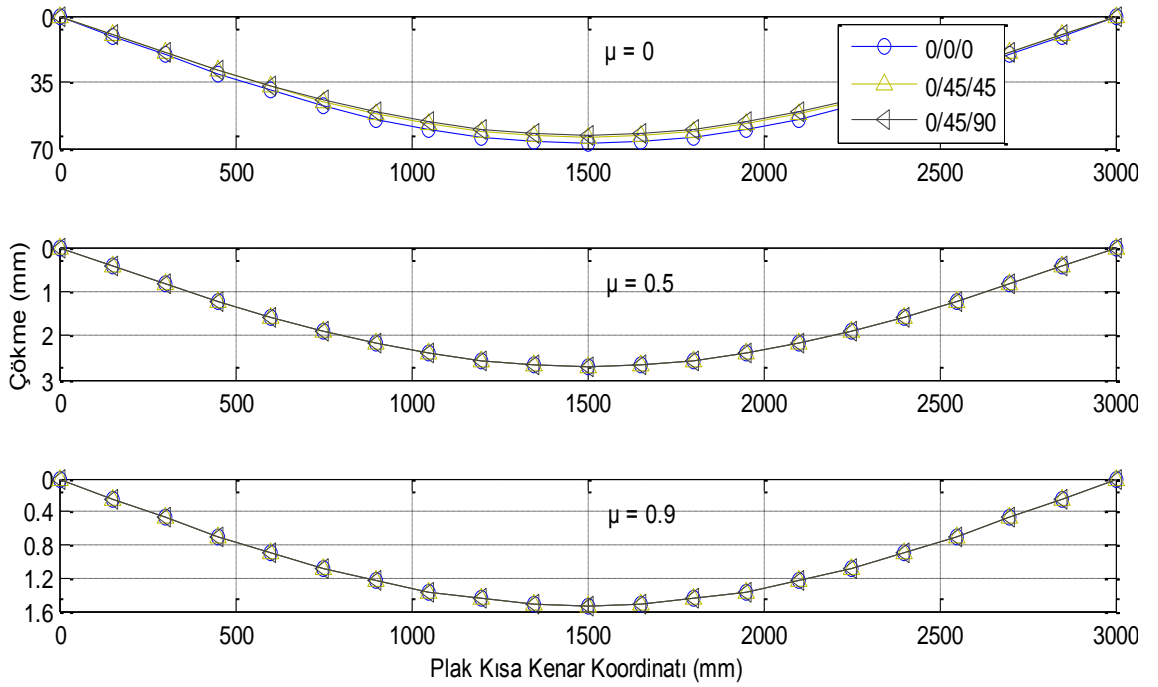
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-135.731	-109.461	-83.1901	-56.9195	-30.649	-4.37843	21.89213
	$\mu=0.5$	-5.82179	-32.8649	-46.3865	-46.3865	-32.8649	-5.82179	34.74292
	$\mu=0.9$	-3.29718	-31.3764	-45.6713	-46.1818	-32.908	-5.84984	34.99266
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-259.702	-209.437	-159.172	-108.907	-58.6424	-8.37749	41.88744
	$\mu=0.5$	-11.1392	-62.8823	-88.7539	-88.7539	-62.8823	-11.1392	66.47558
	$\mu=0.9$	-6.30868	-60.0342	-87.3854	-88.3622	-62.9647	-11.1928	66.95342
0/45/90		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000248	0.000547	0.000845	0.001143	0.001441	0.001491	0.001541
	$\mu=0.5$	1.07E-05	2.34E-05	3.62E-05	4.9E-05	6.18E-05	6.4E-05	6.61E-05
	$\mu=0.9$	6.04E-06	1.33E-05	2.05E-05	2.78E-05	3.5E-05	3.62E-05	3.74E-05
ε_y	$\mu=0$	0.00069	0.001519	0.002347	0.003175	0.004004	0.004142	0.00428
	$\mu=0.5$	2.96E-05	6.51E-05	0.000101	0.000136	0.000172	0.000178	0.000184
	$\mu=0.9$	1.68E-05	3.69E-05	5.7E-05	7.71E-05	9.73E-05	0.000101	0.000104
σ_x (MPa)	$\mu=0$	21.89213	48.16268	74.43323	100.7038	195.7861	27.51142	28.42847
	$\mu=0.5$	34.74292	88.8292	156.437	237.5665	8.397666	1.180021	1.219355
	$\mu=0.9$	34.99266	89.6195	158.0307	240.2262	4.756035	0.668307	0.690584
σ_y (MPa)	$\mu=0$	41.88744	92.15236	142.4173	192.6822	231.6579	588.0774	607.68
	$\mu=0.5$	66.47558	169.9619	299.3198	454.5493	9.936279	25.22384	26.06463
	$\mu=0.9$	66.95342	171.474	302.369	459.6383	5.627432	14.28557	14.76176



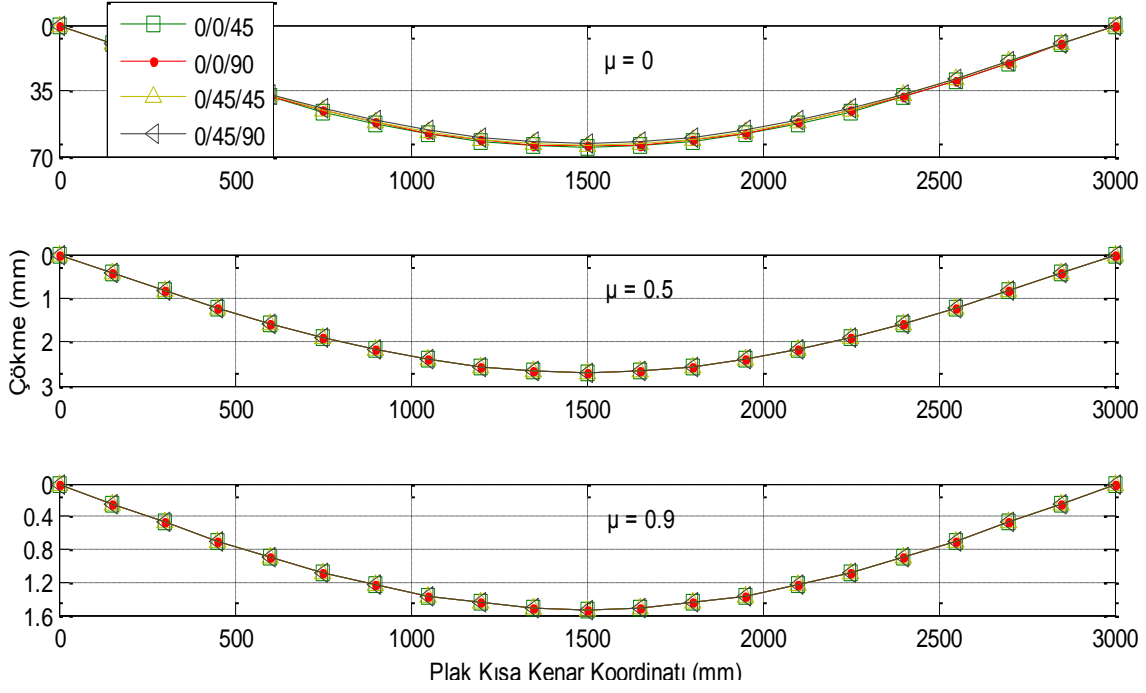
(a)



(b)

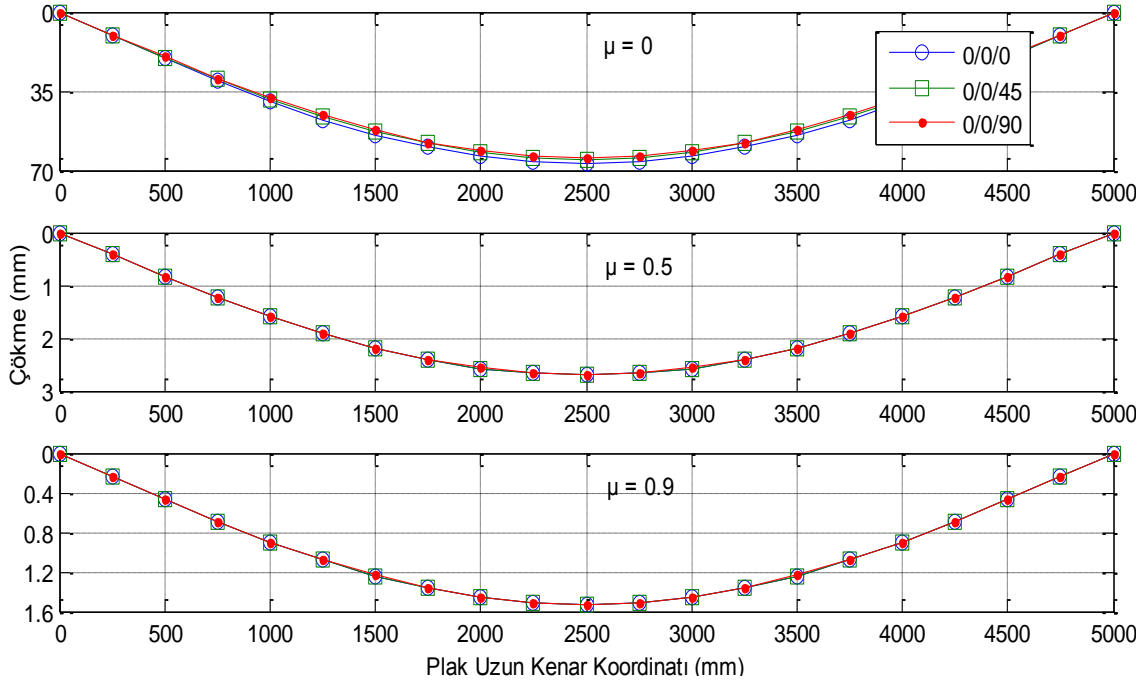


(c)

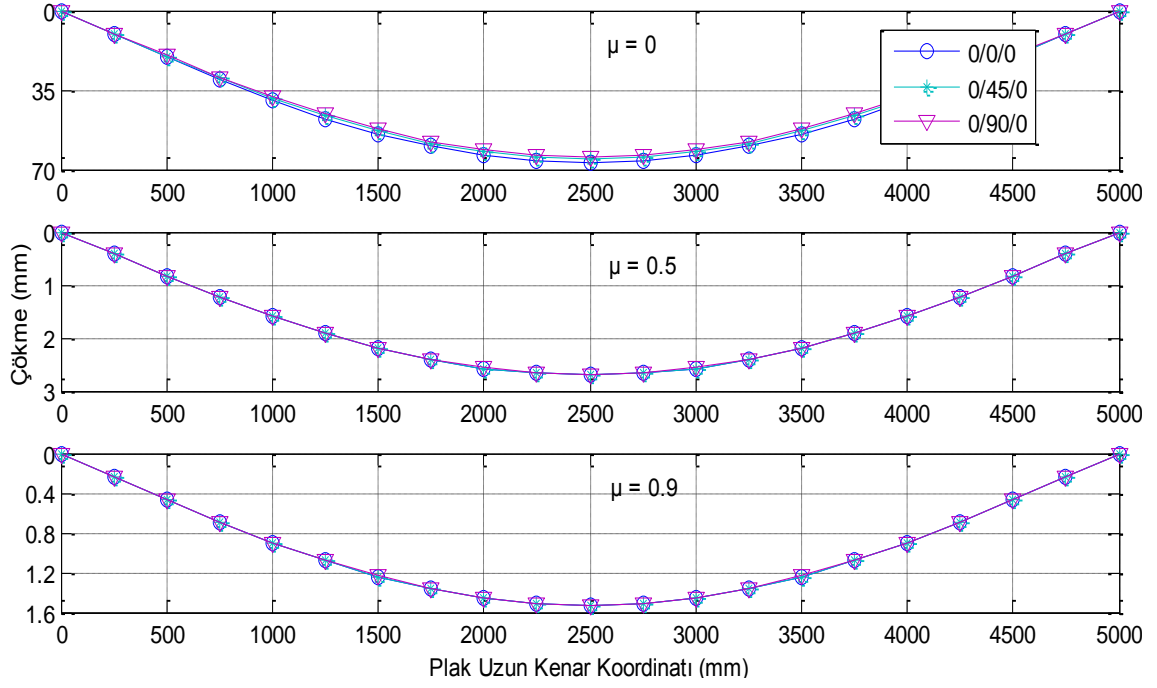


(d)

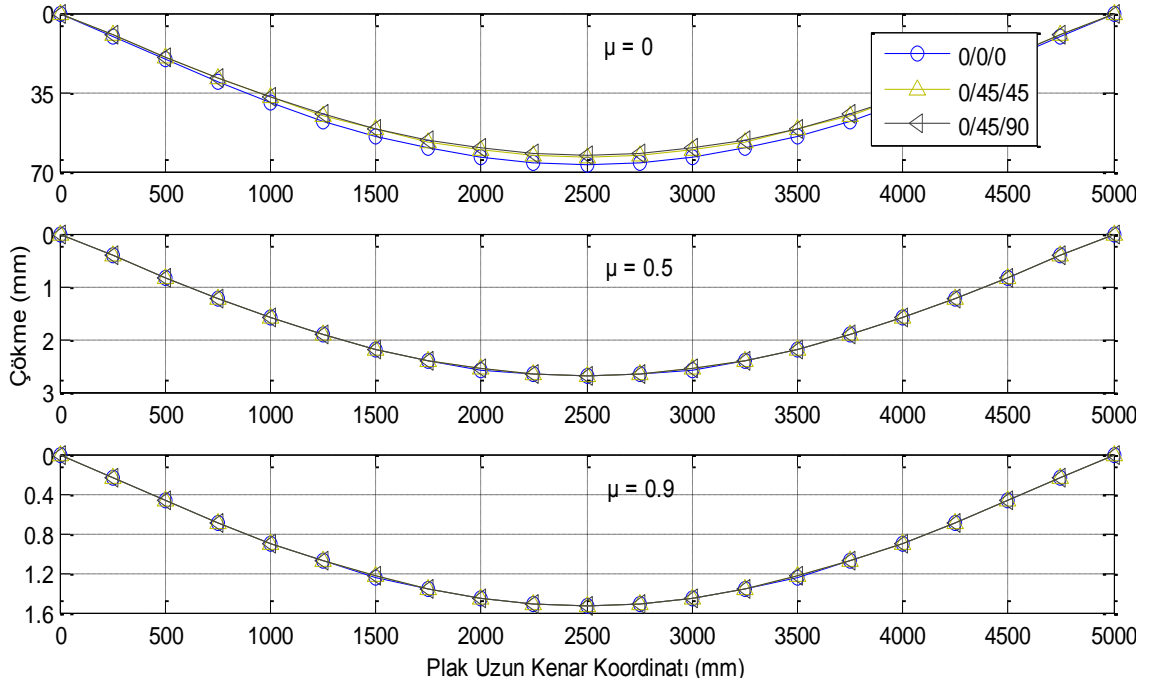
Şekil 4.147. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 3)



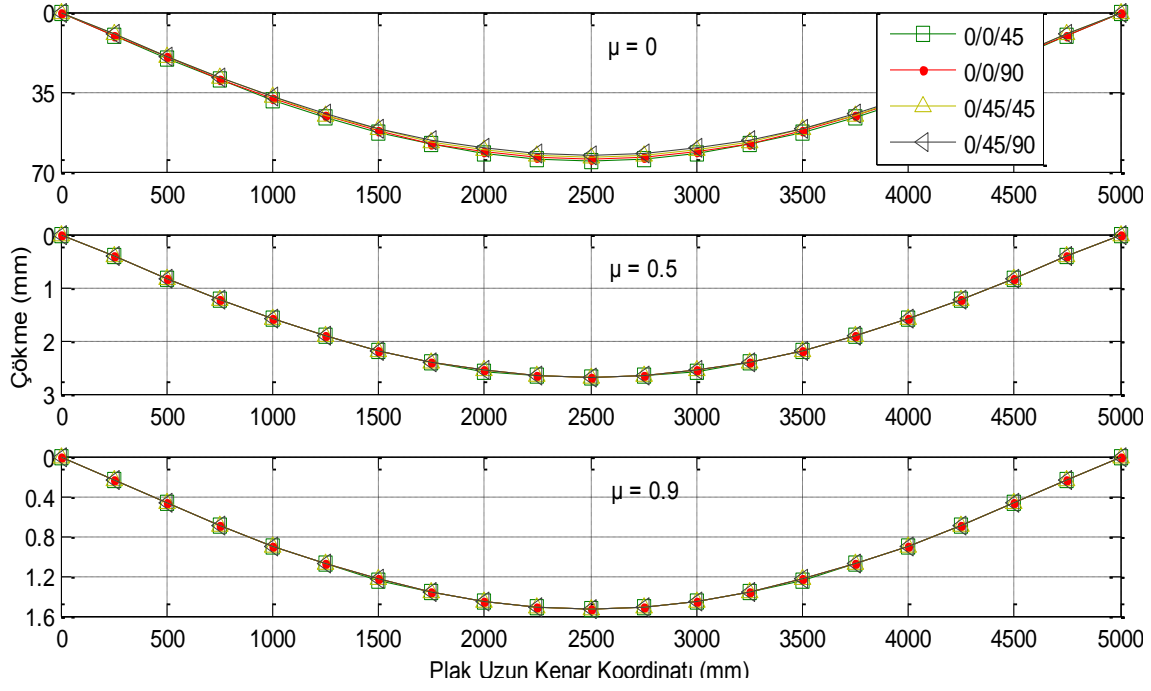
(a)



(b)

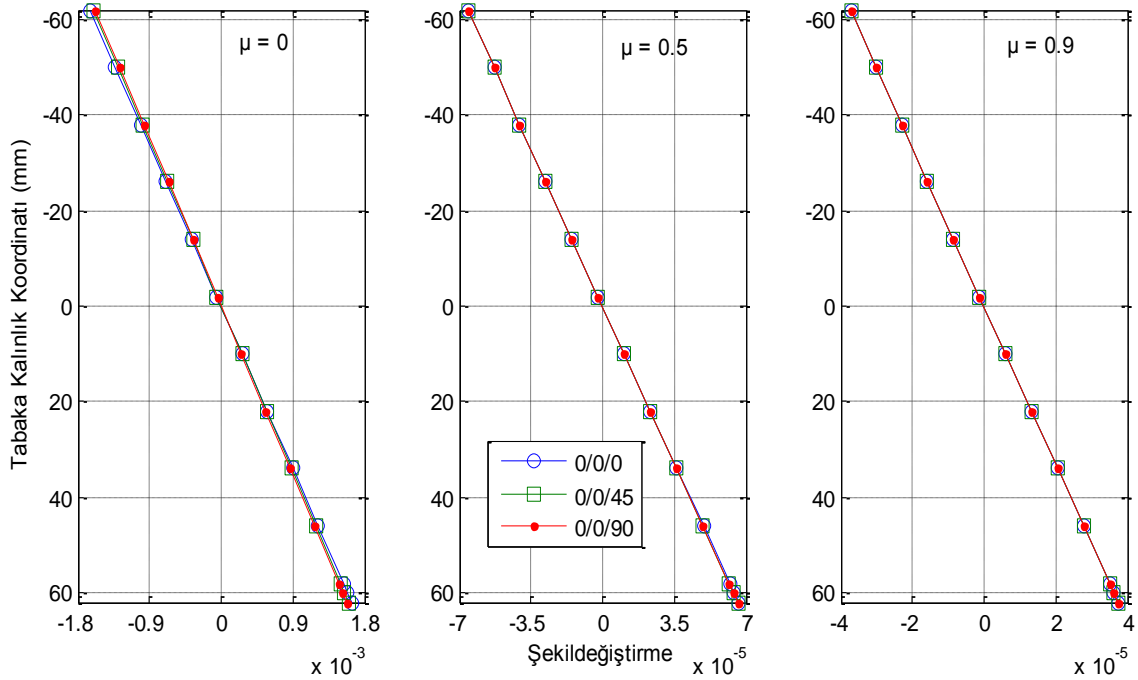


(c)

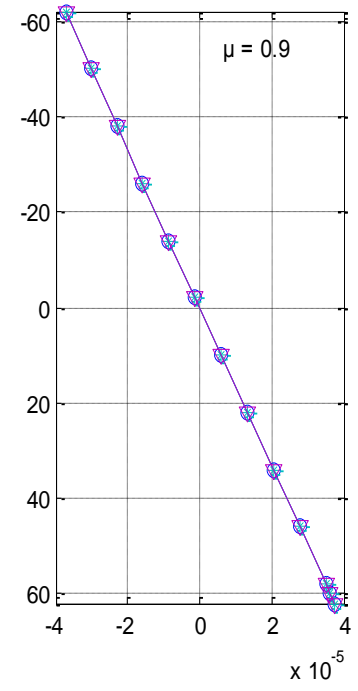
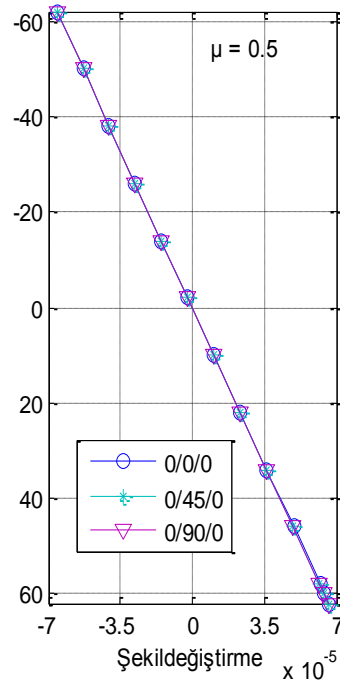
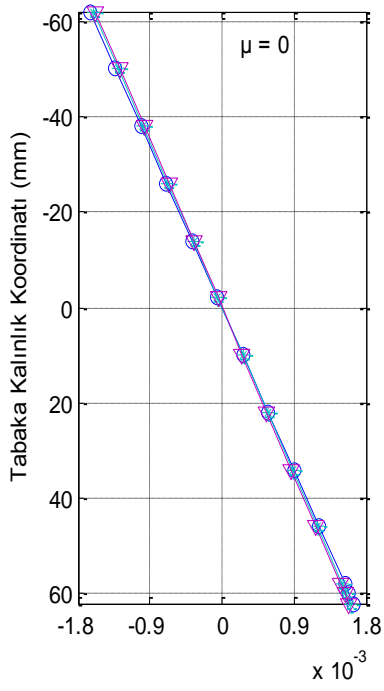


(d)

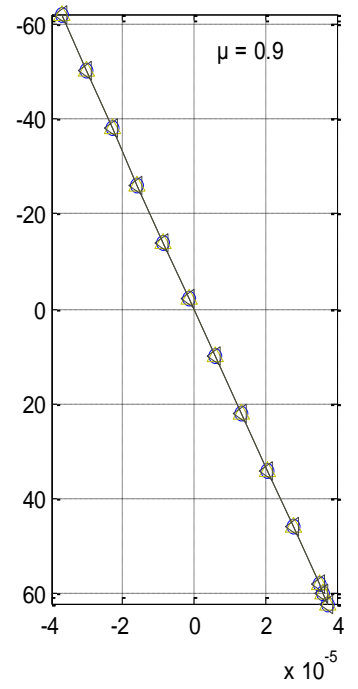
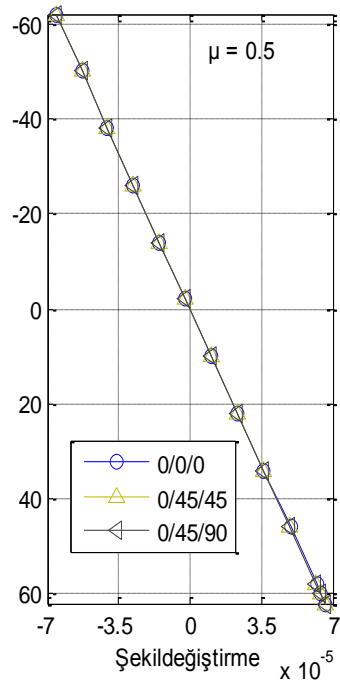
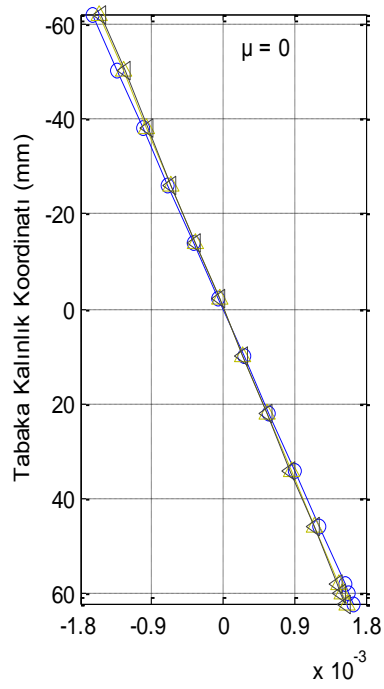
Şekil 4.148. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P7, Durum 3)



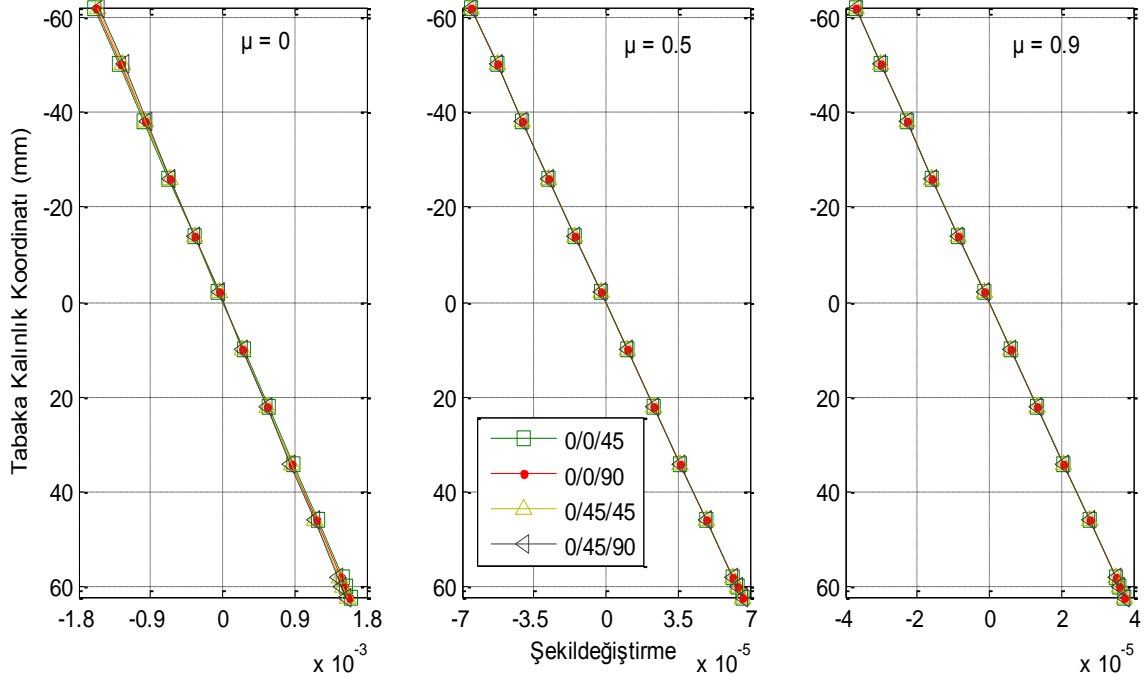
(a)



(b)

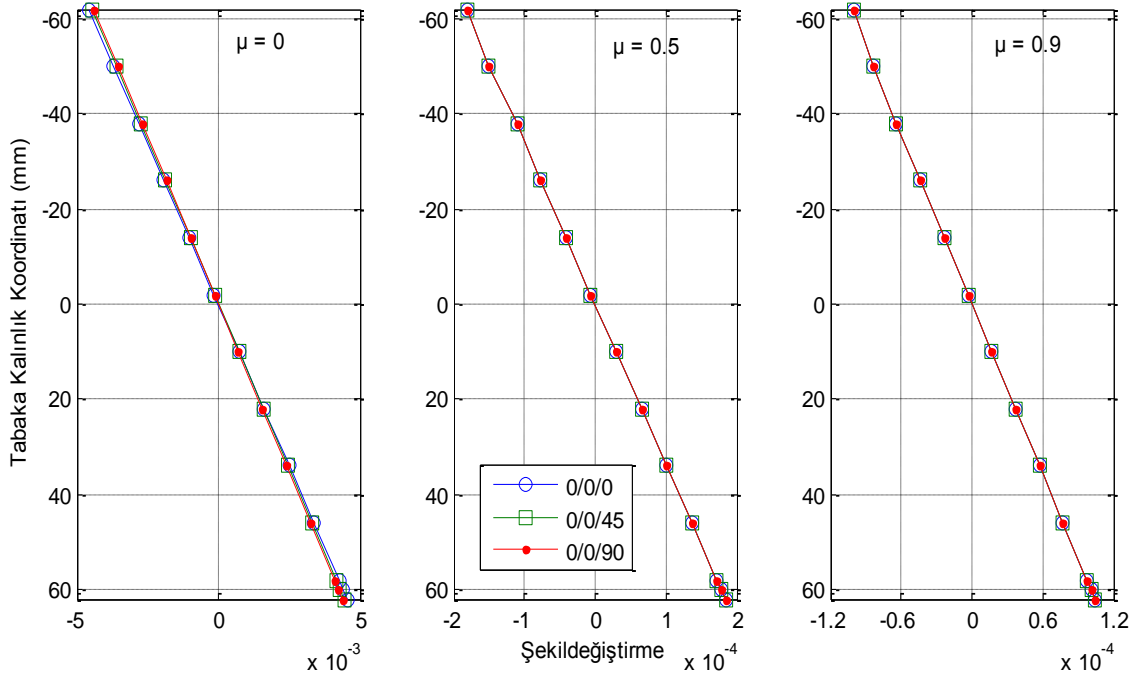


(c)

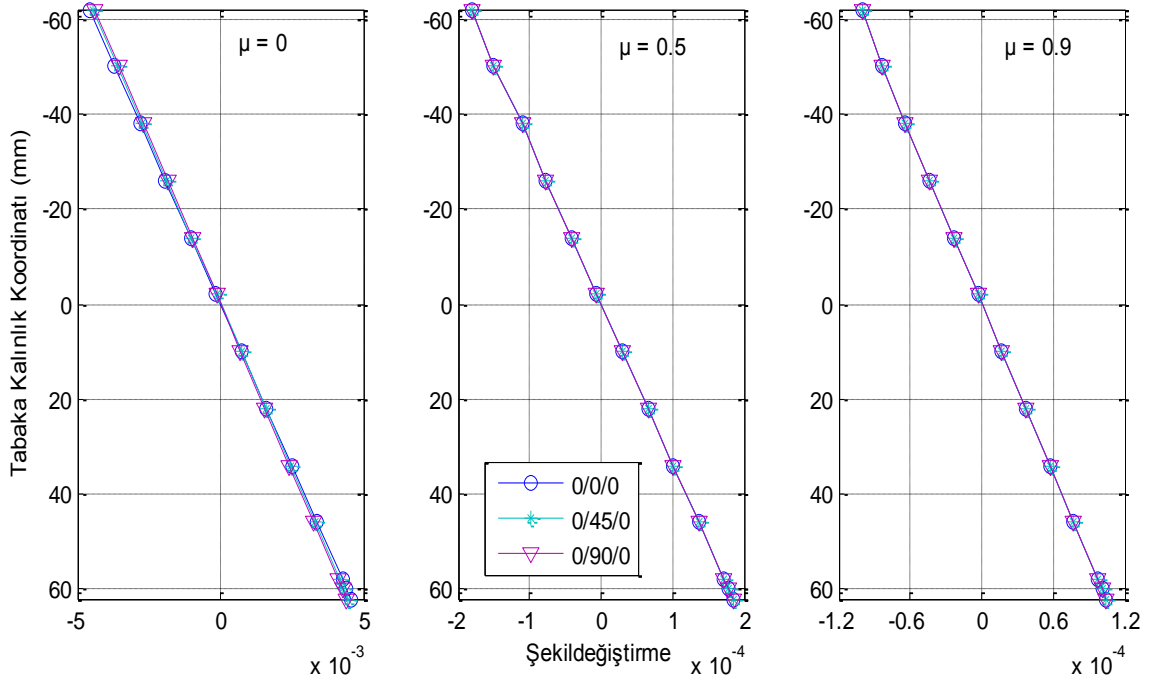


(d)

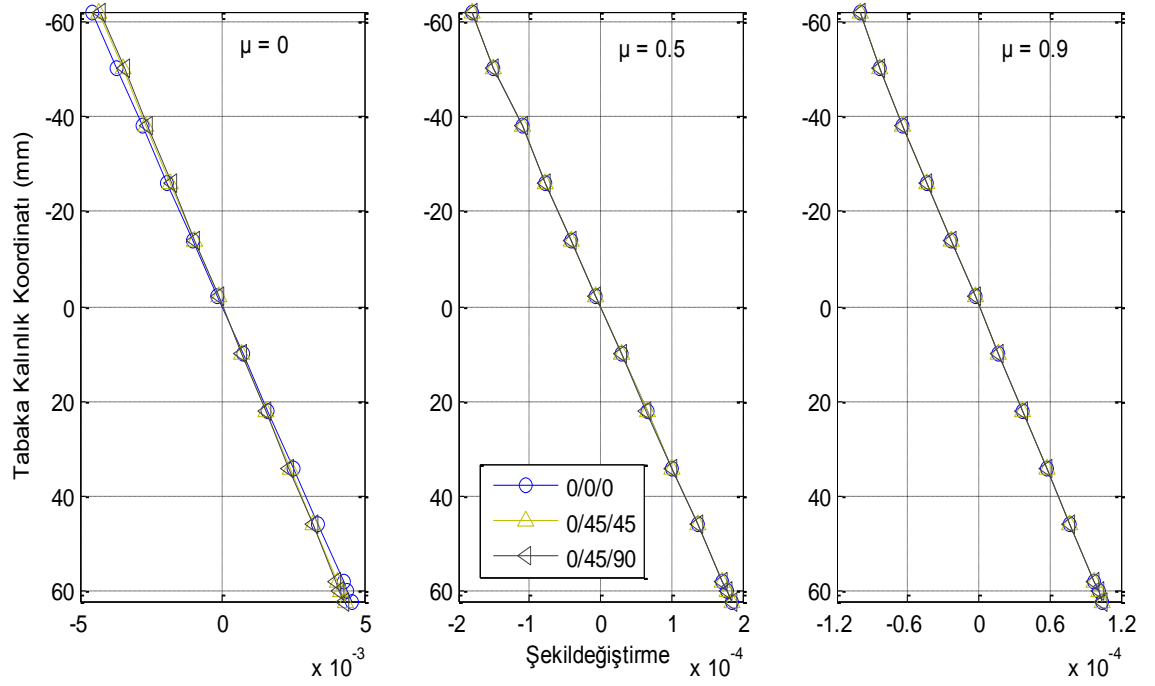
Şekil 4.149. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3)



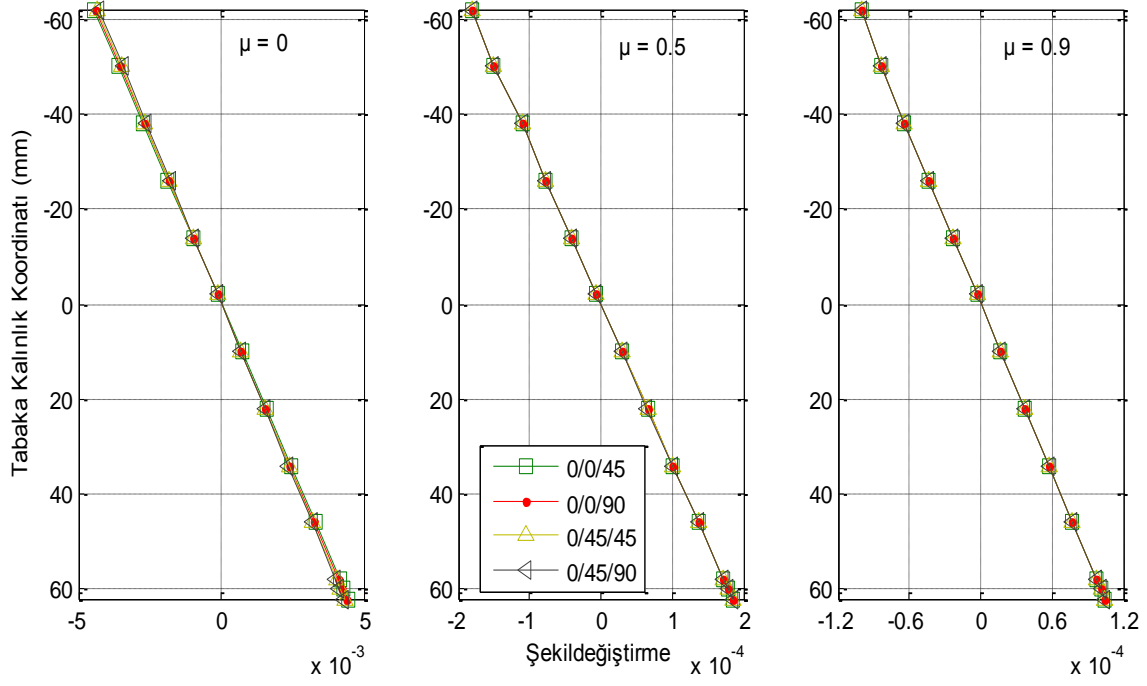
(a)



(b)

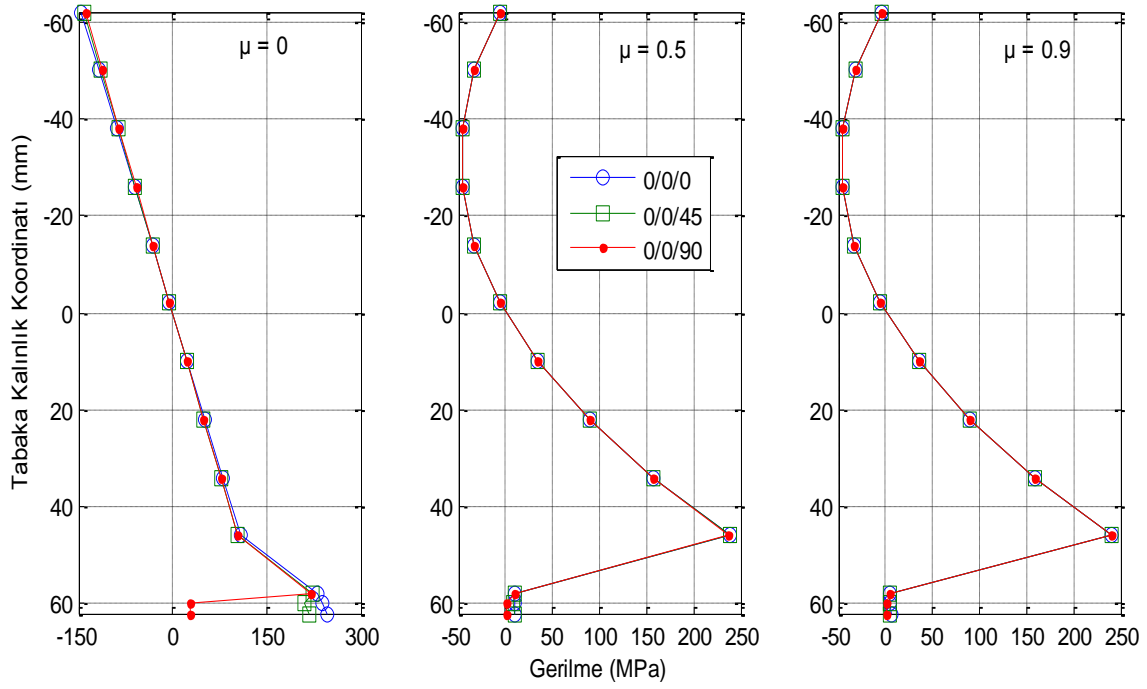


(c)

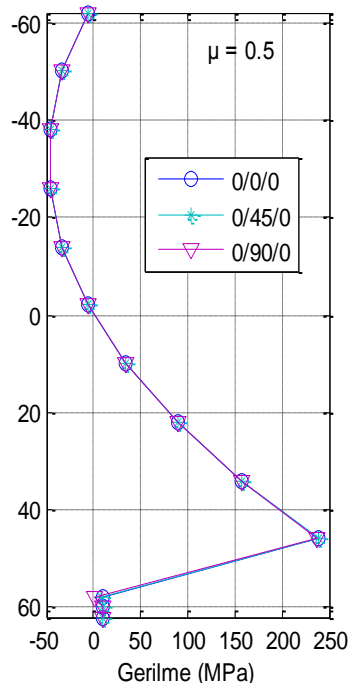
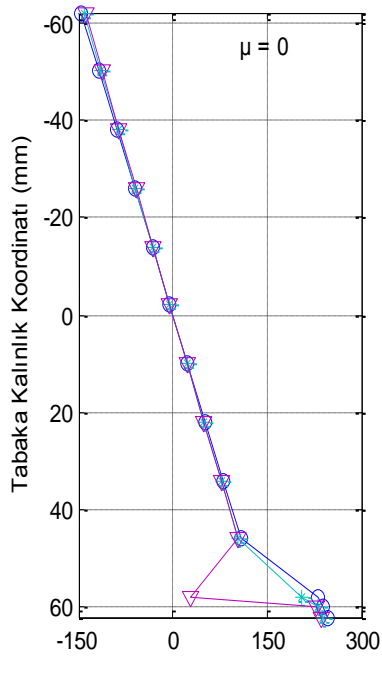


(d)

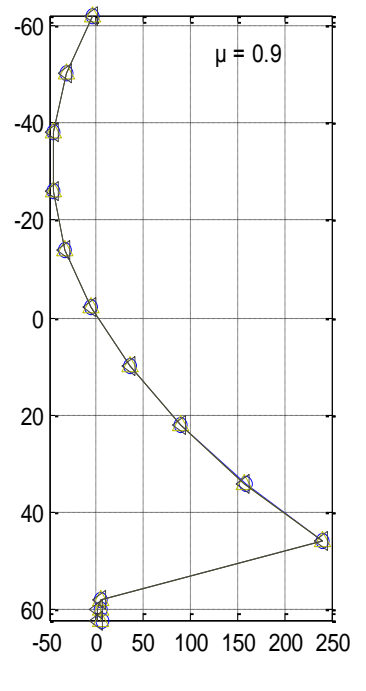
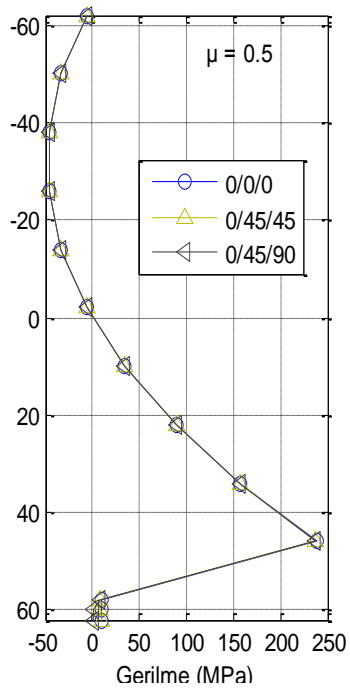
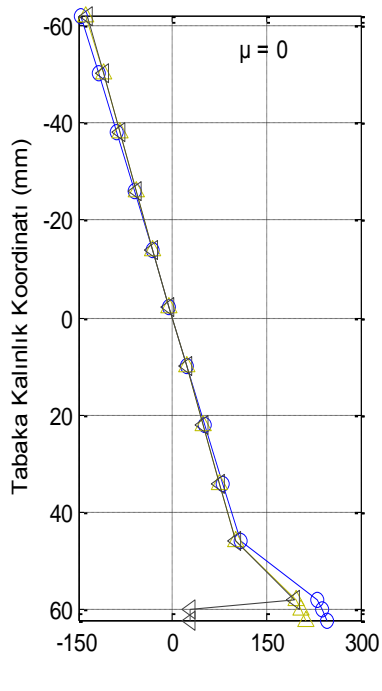
Şekil 4.150. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3)



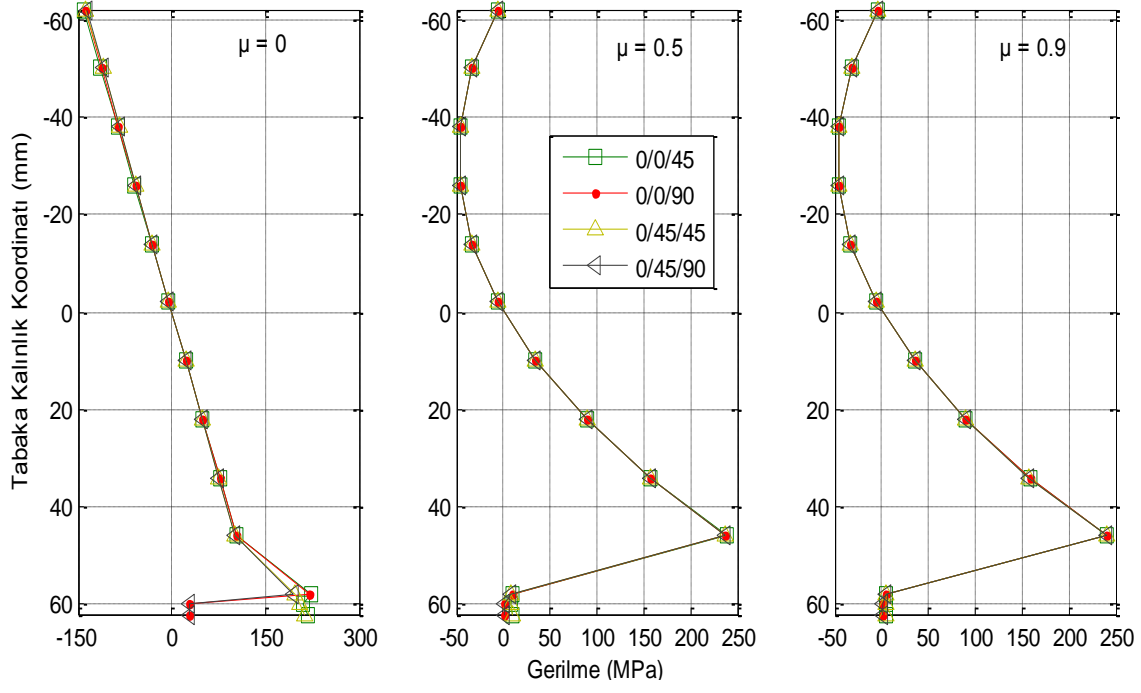
(a)



(b)

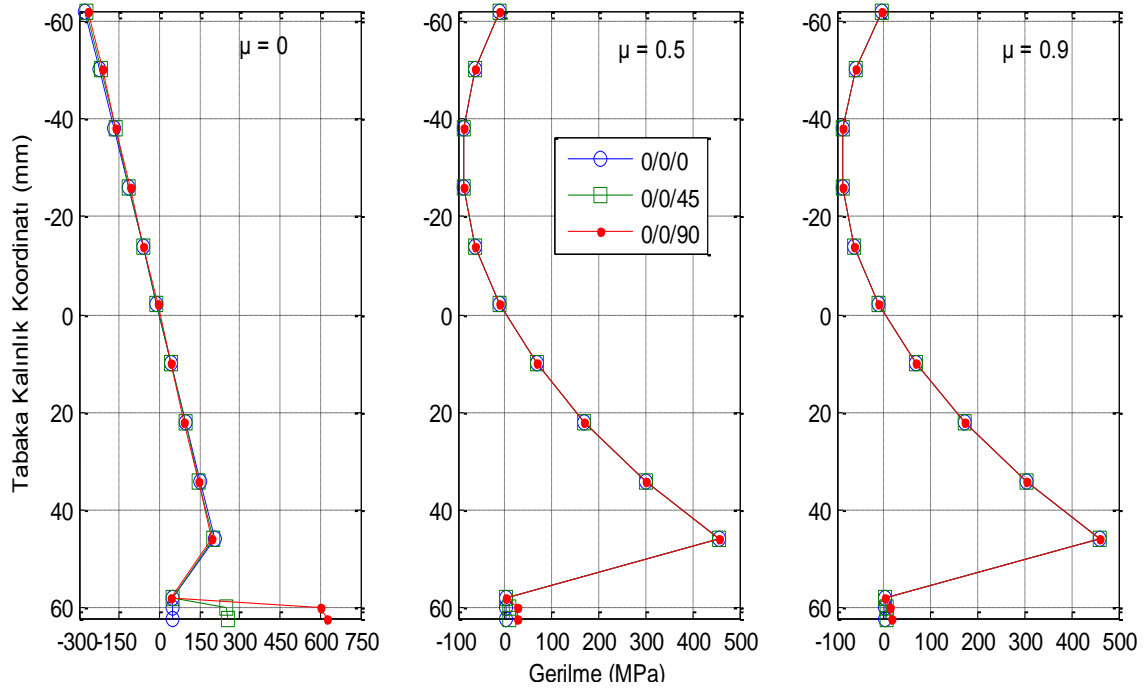


(c)

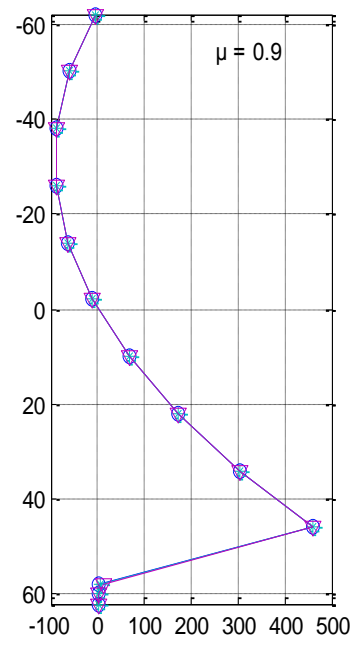
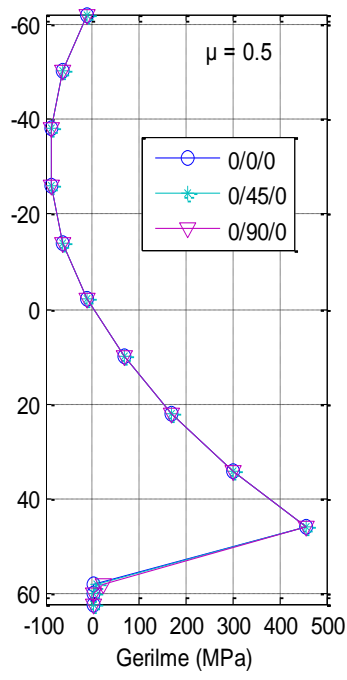
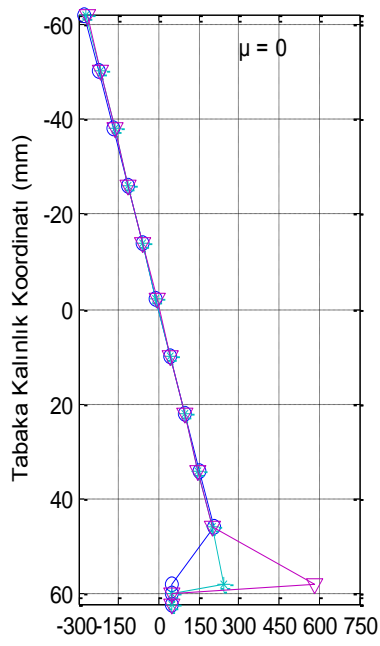


(d)

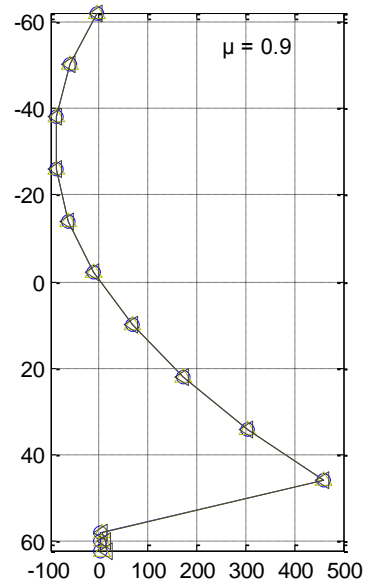
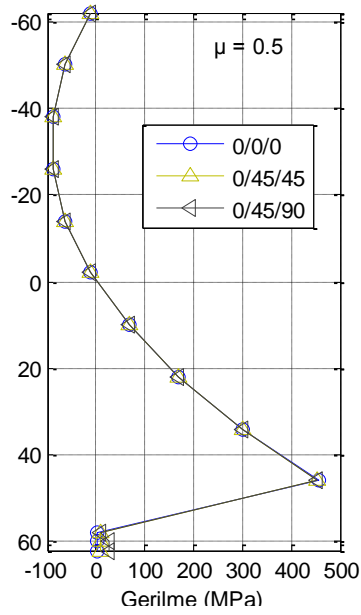
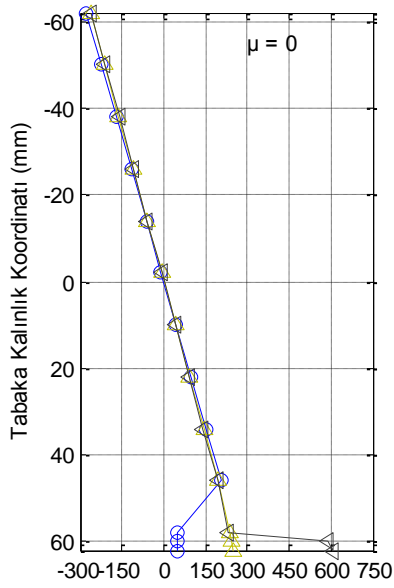
Şekil 4.151. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3)



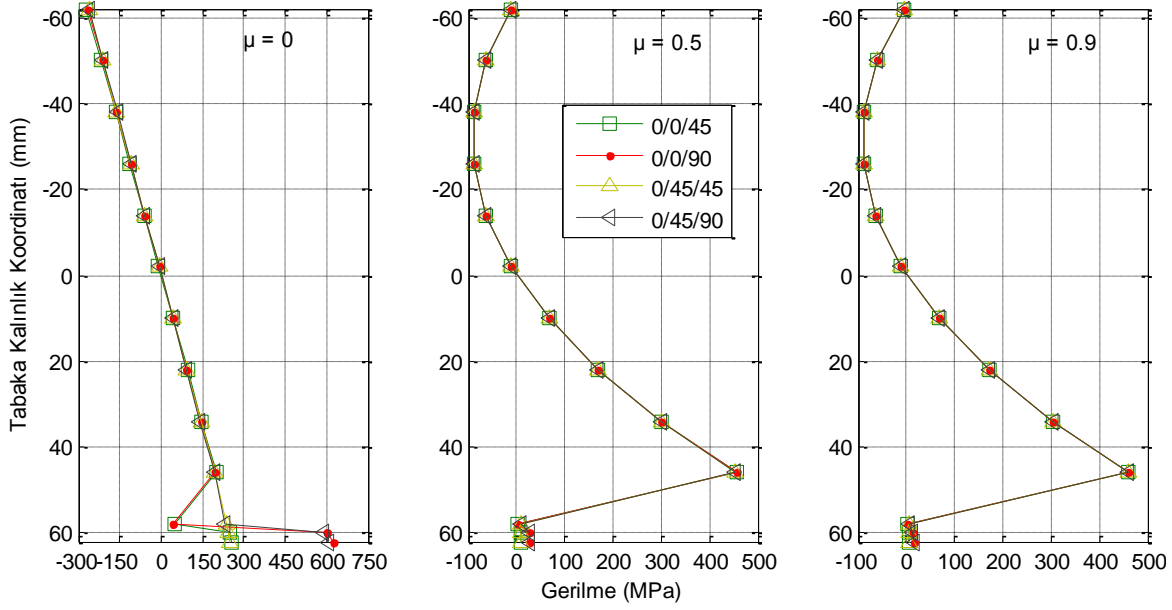
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 4.152. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P7, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Çizelge 4.18 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminden uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, eğilme rijitliklerine etkisi o kadar artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.27'den de görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teoremin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/90) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.147-Şekil 4.148). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.9419 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %21.9646 ve $\mu=0.9$ iken %38.7744 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 2'deki çökme değerleri ile Durum 3'deki çökme değerleri mukayese edildiğinde (0/90) tabakalanma düzeninin (0/0/0) ve (0/45/0) gibi tabakalanma düzenlerinden daha küçük çökme değeri verdiğidir (Çizelge 4.27). Bu sonucun ortaya çıkma sebebi,

(0/90) durumuna ait D_{22} değerinin yukarıda belirtilen tabakalanma düzenlerinden daha büyük olmasıdır (Çizelge 4.18).

Şekil 4.149-Şekil 4.150' den görüleceği gibi, şekildeğiştirmeler Çizelge 4.27' de verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğiştirmeler artmaktadır. Şekil 4.151-Şekil 4.152 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.

4.2.2.6 Problem 8

Bu problemde $q_0=1 \text{ N/mm}^2$ 'lik üniform yayılı yüke maruz kalan, $x=0,a$ 'da basit mesnetle mesnetlenmiş; $y=0,b$ 'de serbest ortotropik dikdörtgen plak olması (durum 1), bu plağın tek tabakalı FRP (durum 2) ve iki tabakalı FRP (durum 3) ile güçlendirilmesi ele alınmıştır. Boyutları $5000 \times 3000 \times 120 \text{ mm}$ ($a \times b \times t$) olan plak için, plak malzemesi olarak betonarme seçilmiştir. Betonarme plağın mekanik özellikleri kompozit malzemelerin temel denklemleri aracılığıyla hesaplanmıştır. Ayrıca betonarme plak için $\mu=0, 0.5$ ve 0.9 gibi non-homojenlik katsayısı ile $f(z) = z$ gibi non-homojenlik fonksiyonu seçilmiştir. Bu probleme ait plak için C16 beton sınıfı ve $12 \phi 8$ 'lik ve $20 \phi 8$ 'lik S220 çeliği kullanılmıştır. Bu malzemelere ait mekanik özellikler TS500'den alınmıştır. Ayrıca takviye elemanı olarak AS/3501 grafit-epoxy malzemesi seçilmiştir. Problem 1'deki plak ile ilgili tüm şekiller bu problem için de geçerlidir. Sonuçlar tablo ve grafikler yardımı ile sunulmuştur. Birinci mertebeye kayma deformasyon teorisinden (FSDT) elde edilen çökme değerleri, tablolarda gösterilirken, şekildeğiştirme ve normal gerilme değerleri Klasik plak teorisinden (CLPT) elde edilen sonuçlarla aynı olduğundan tablo ve grafiklerde (FSDT) sonuçları gösterilmemiştir.

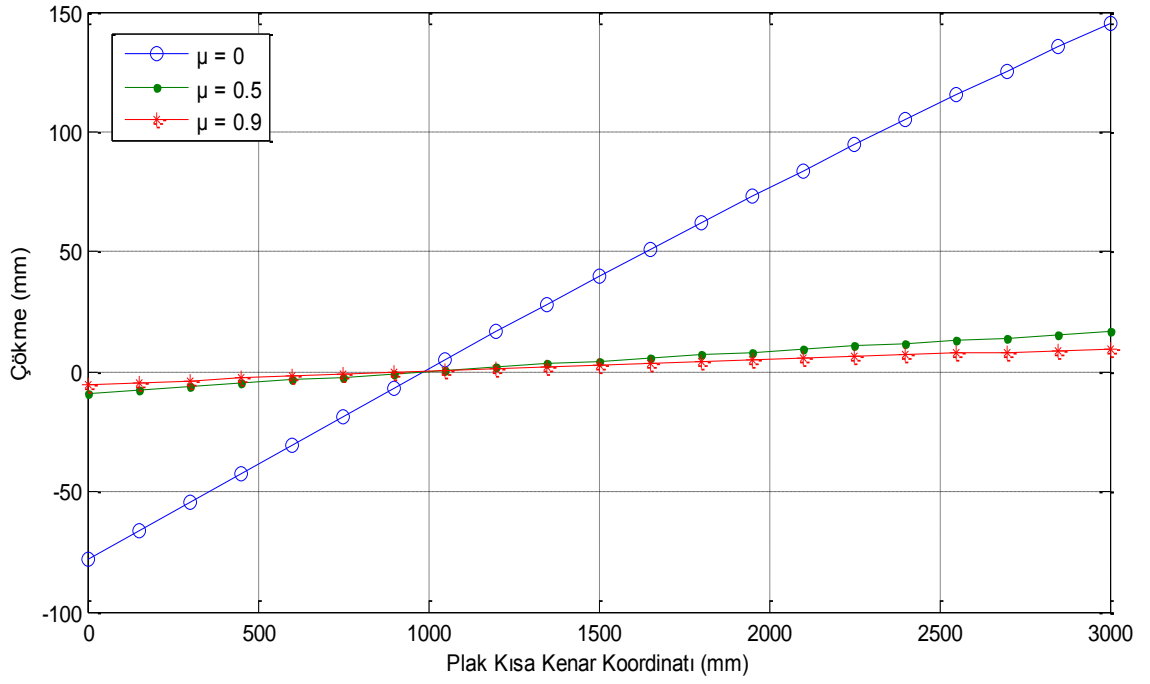
Çizelge 4.31. Problem 8'e ait çökme değerleri (mm)

DURUM	$\mu=0$			$\mu=0.5$			$\mu=0.9$		
	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK	CLPT	FSDT	FARK
0	39.7129	39.8372	0.3130	4.4987	4.6231	2.7652	2.6318	2.7562	4.7268
0/0	38.6350	38.7268	0.2376	4.4846	4.6081	2.7539	2.6269	2.7505	4.7052
0/45	37.6364	37.7281	0.2436	4.4708	4.5943	2.7624	2.6222	2.7458	4.7136

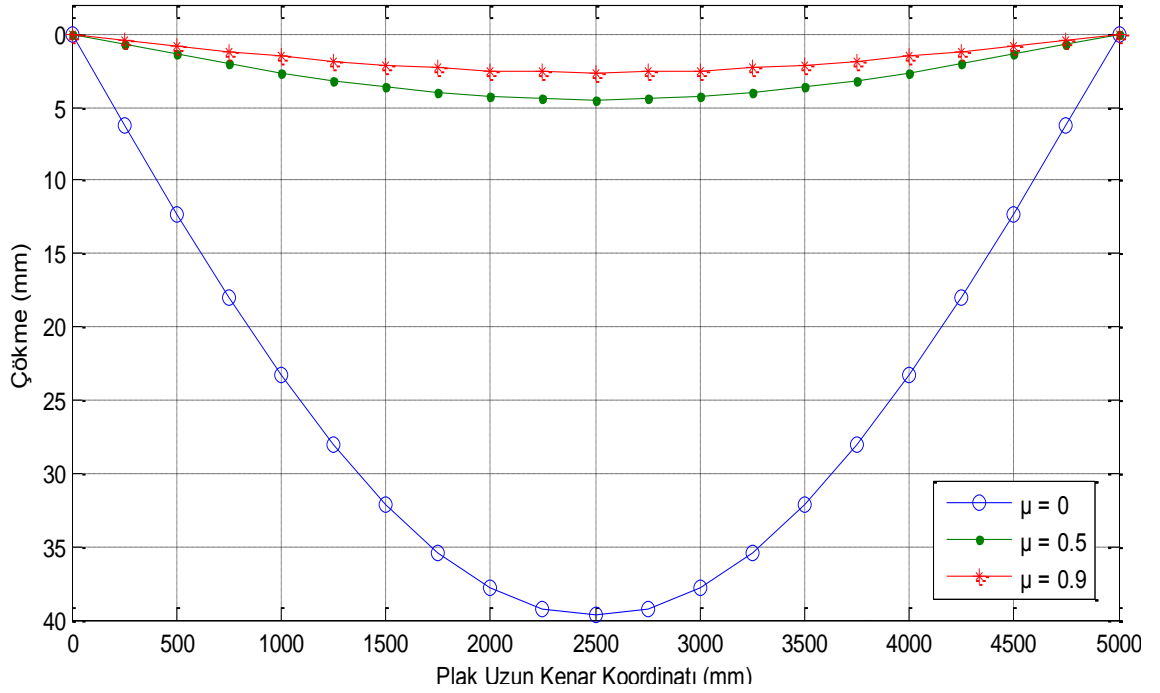
0/90	39.2719	39.3637	0.2338	4.4930	4.6166	2.7509	2.6298	2.7534	4.7000
0/0/0	37.6136	37.7364	0.3265	4.4705	4.5932	2.7447	2.6221	2.7448	4.6795
0/0/45	36.6354	36.7581	0.3349	4.4563	4.5791	2.7556	2.6172	2.7400	4.6920
0/0/90	38.2376	38.3604	0.3211	4.4792	4.6019	2.7393	2.6251	2.7478	4.6741
0/45/0	36.6970	36.8200	0.3352	4.4572	4.5800	2.7551	2.6175	2.7403	4.6915
0/90/0	38.1967	38.3195	0.3215	4.4786	4.6013	2.7397	2.6249	2.7476	4.6745
0/45/45	35.7652	35.8880	0.3434	4.4432	4.5659	2.7615	2.6127	2.7354	4.6963
0/45/90	37.2907	37.4134	0.3290	4.4659	4.5886	2.7475	2.6205	2.7433	4.6861

Çizelge 4.32. Durum 1'e ait analiz sonuçları

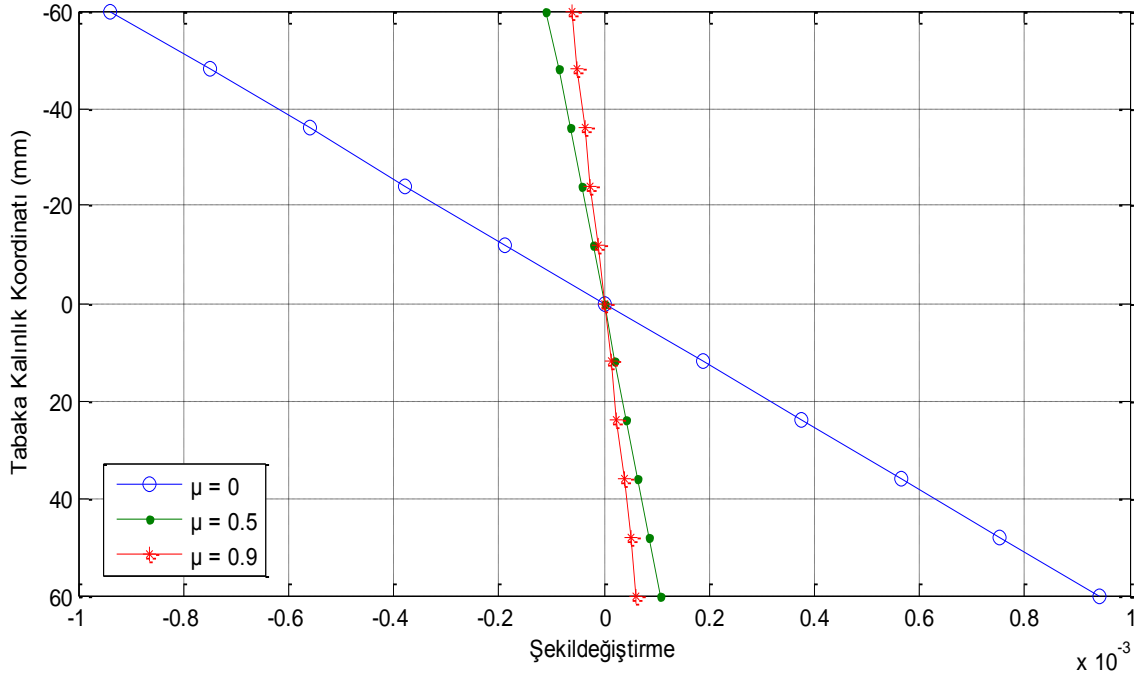
0		-60	-48	-36	-24	-12	0
ε_x	$\mu=0$	-0.00094	-0.00075	-0.00056	-0.00038	-0.00019	0
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.5E-05	-6.4E-05	-4.3E-05	-2.1E-05	0
	$\mu=0.9$	-6.2E-05	-5E-05	-3.7E-05	-2.5E-05	-1.2E-05	0
ε_y	$\mu=0$	-0.0004	-0.00032	-0.00024	-0.00016	-7.9E-05	0
	$\mu=0.5$	-4.5E-05	-3.6E-05	-2.7E-05	-1.8E-05	-9E-06	0
	$\mu=0.9$	-2.6E-05	-2.1E-05	-1.6E-05	-1.1E-05	-5.3E-06	0
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-57.7461	-46.1968	-34.6476	-23.0984	-11.5492	0
	$\mu=0.5$	-6.54157	-36.6328	-51.0243	-49.7159	-32.7079	0
	$\mu=0.9$	-3.82688	-36.1257	-51.8925	-51.1271	-33.8296	0
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-33.1424	-26.5139	-19.8855	-13.257	-6.62849	0
	$\mu=0.5$	-3.75443	-21.0248	-29.2846	-28.5337	-18.7722	0
	$\mu=0.9$	-2.19638	-20.7338	-29.7829	-29.3436	-19.416	0
0		0	12	24	36	48	60
ε_x	$\mu=0$	0	0.000188	0.000376	0.000564	0.000753	0.000941
	$\mu=0.5$	0	2.13E-05	4.26E-05	6.39E-05	8.52E-05	0.000107
	$\mu=0.9$	0	1.25E-05	2.49E-05	3.74E-05	4.99E-05	6.23E-05
ε_y	$\mu=0$	0	7.94E-05	0.000159	0.000238	0.000318	0.000397
	$\mu=0.5$	0	9E-06	1.8E-05	2.7E-05	3.6E-05	4.5E-05
	$\mu=0.9$	0	5.26E-06	1.05E-05	1.58E-05	2.11E-05	2.63E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	0	11.54921	23.09842	34.64763	46.19684	57.74605
	$\mu=0.5$	0	48.40762	112.515	192.3222	287.8291	399.0358
	$\mu=0.9$	0	50.36173	117.2556	200.6816	300.6396	417.1299
σ_y (MPa)	$\mu=0$	0	6.628487	13.25697	19.88546	26.51395	33.14243
	$\mu=0.5$	0	27.78279	64.57621	110.3803	165.195	229.0203
	$\mu=0.9$	0	28.90432	67.29699	115.178	172.5474	239.4051



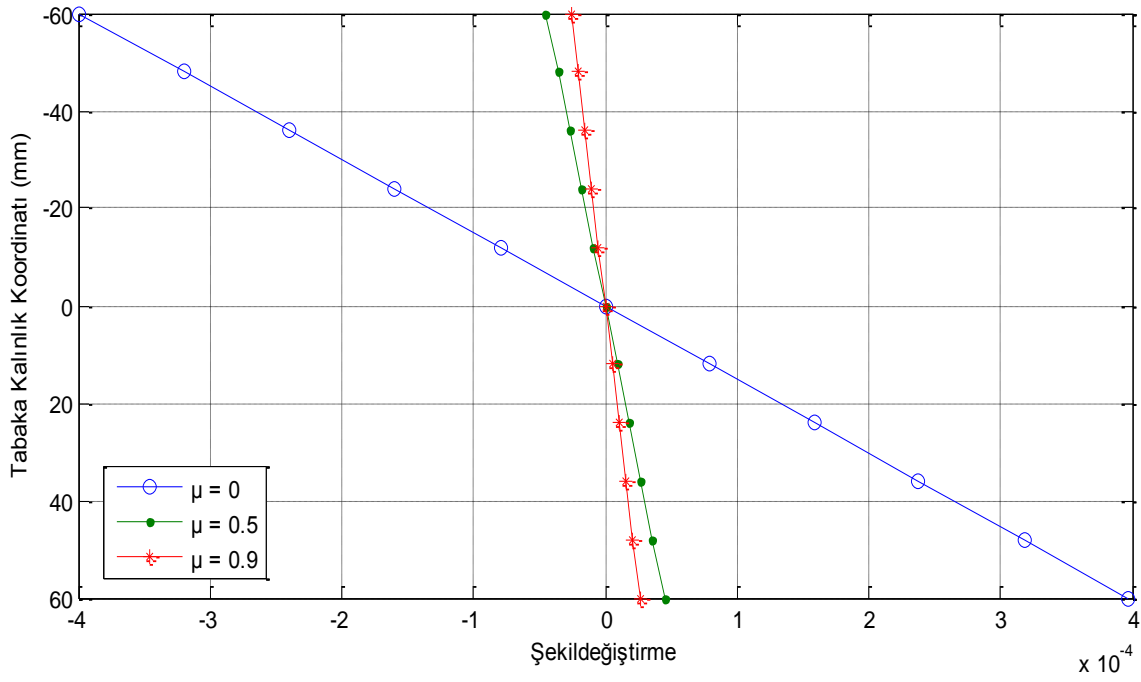
Şekil 4.153. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 1)



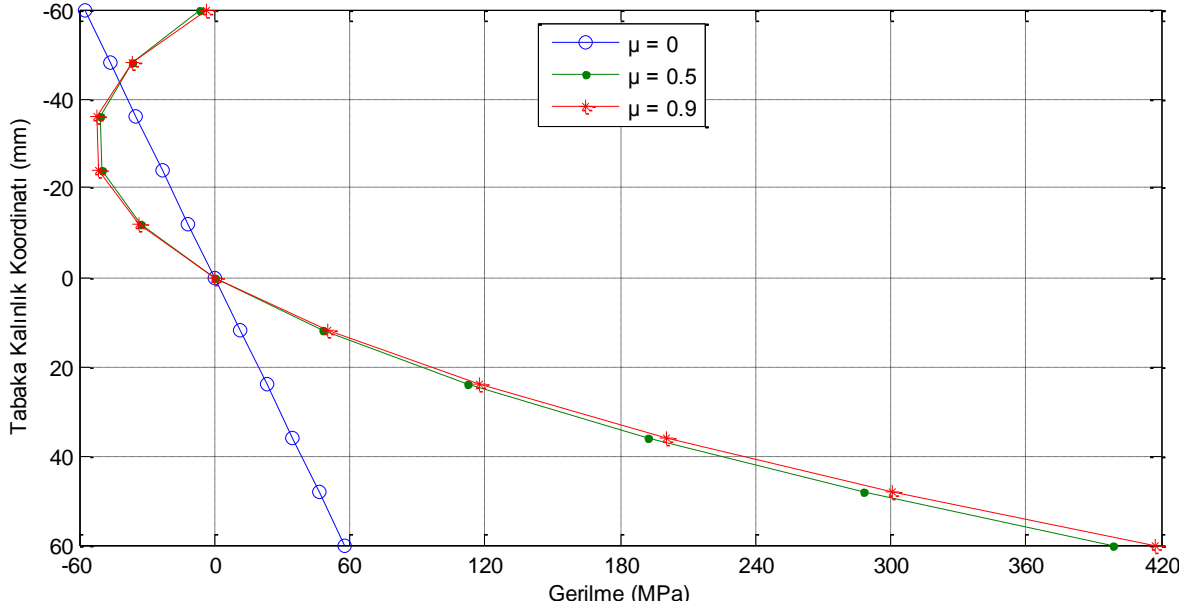
Şekil 4.154. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 1)



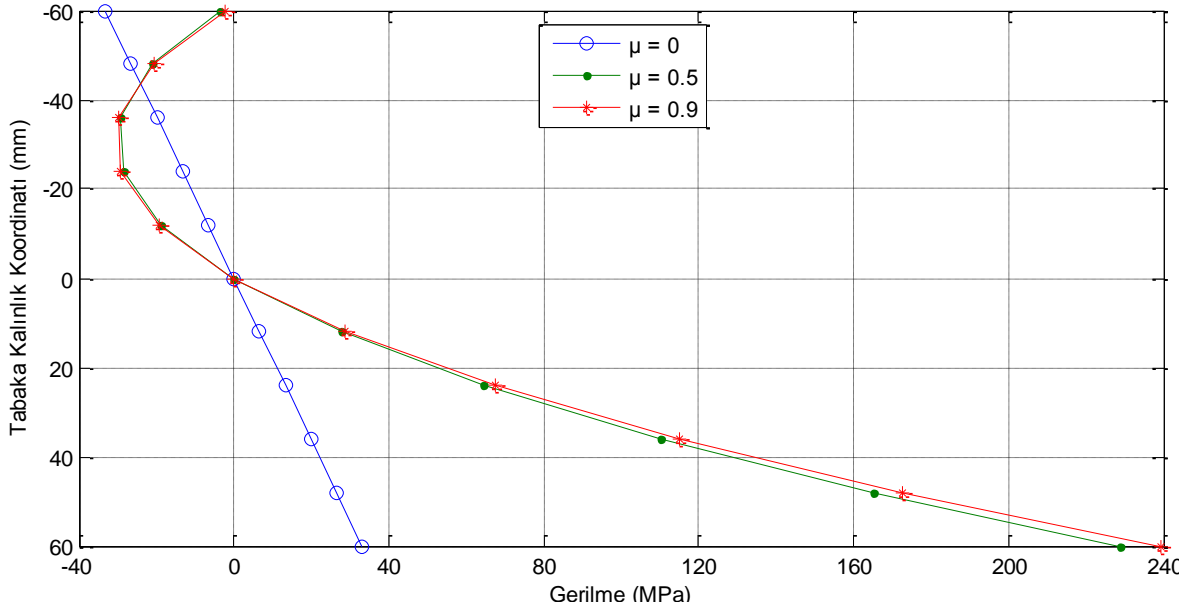
Şekil 4.155. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1)



Şekil 4.156. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1)



Şekil 4.157. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1)



Şekil 4.158. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 1)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmıştır (Şekil4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla rijitlik terimleri yaklaşık olarak 36.85 kat artarken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 65.50 kat, $\mu=0.5$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise 1.78 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Bu rijitlik değerleri farklı non-homojenlik fonksiyonuna göre farklı artış oranları gösterebilir.

Çizelge 4.31'den da görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, Klasik Plak Teorisi (CPT) ile Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmıştır (Şekil 4.153-Şekil 4.154). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.3130 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %2.7652 ve $\mu=0.9$ iken %4.7268 olarak elde edilmiştir. Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla çökme değerleri yaklaşık olarak %88.67 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %93.37 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %41.50 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.31).

Plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalmış, ancak plâğın en alt ve en üst noktalarında meydana gelen şekildeğiştirmeler aynı değeri göstermiştir (Şekil 4.155-Şekil 4.156). Ayrıca x- eksenine doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %88.30 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %93.40 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %43.64 oranında azalma göstermiştir. y-eksenine doğrultusunda bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla şekildeğiştirme değerleri yaklaşık olarak %88.75 azalırken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla %93.50 ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise %42.22 oranında azalma göstermiştir (Çizelge 4.32). Dikkat edilirse buradaki azalma oranları ile çökme değerlerinin azalma oranları birbirinin aynısıdır. Buradan, plakta x ve y eksenleri doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin elastik eğrinin eğriliğine bağlı olduğu ve plak ortasındaki çökme arttıkça eğriliğin arttığı ve buna paralel olarak şekildeğiştirmelerin arttığı sonucuna varılabilir.

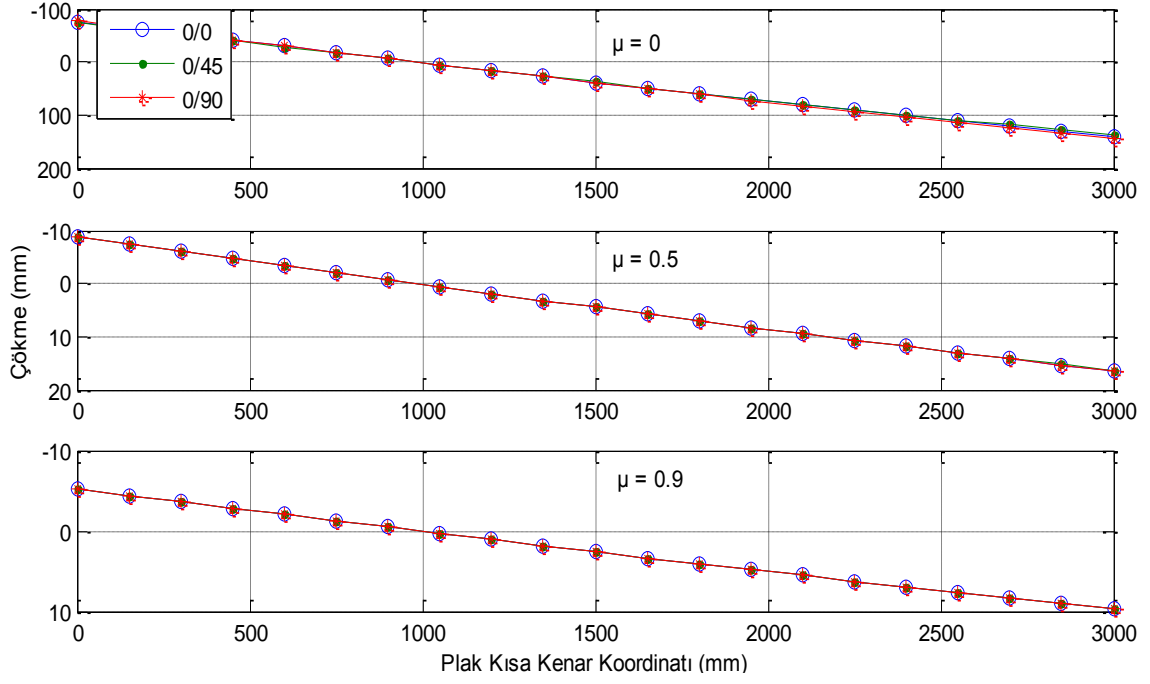
Normal gerilmeler ise plâğın en üst noktasında non-homojenlik katsayısının artmasıyla azalma gösterirken, en alt noktasında ise bu katsayının artmasıyla artış göstermiştir (Şekil 4.157-Şekil4.158). Ayrıca bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla gerilme değerlerinde en üst noktada yaklaşık olarak %88.67 oranında azalma en alt noktada %591.02 oranında artış, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla en üst noktada yaklaşık olarak %93.37 oranında azalma en alt noktada %622.35 oranında artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla ise en üst noktada %41.50 oranında azalma en alt noktada %4.53 oranında artış göstermiştir (Çizelge 4.32). Dikkat edilirse plâğın en üst noktasındaki şekildeğiştirme ve gerilme

değerlerindeki azalma oranları birbirinin aynısı iken, en alt noktada ise şekildeğiştirme değerleri belli oranlarda azalırken gerilme değerleri belli oranda artmıştır. Buradaki farkın sebebi, seçilen non-homojenlik fonksiyonuna göre tabaka kalınlığı boyunca x ve y eksenine doğrultularında elastisite modülünün artarak değişmesidir. Ayrıca $\mu=0$ seçildiğinde, yani betonarme döşeme plağı homojen plak olarak düşünüldüğünde şekildeğiştirmeler ve gerilmeler lineer olarak değişmiş ve plağın en alt ve en üst noktasındaki değerleri birbirine eşit çıkmıştır (Şekil 4.155-Şekil 4.158).

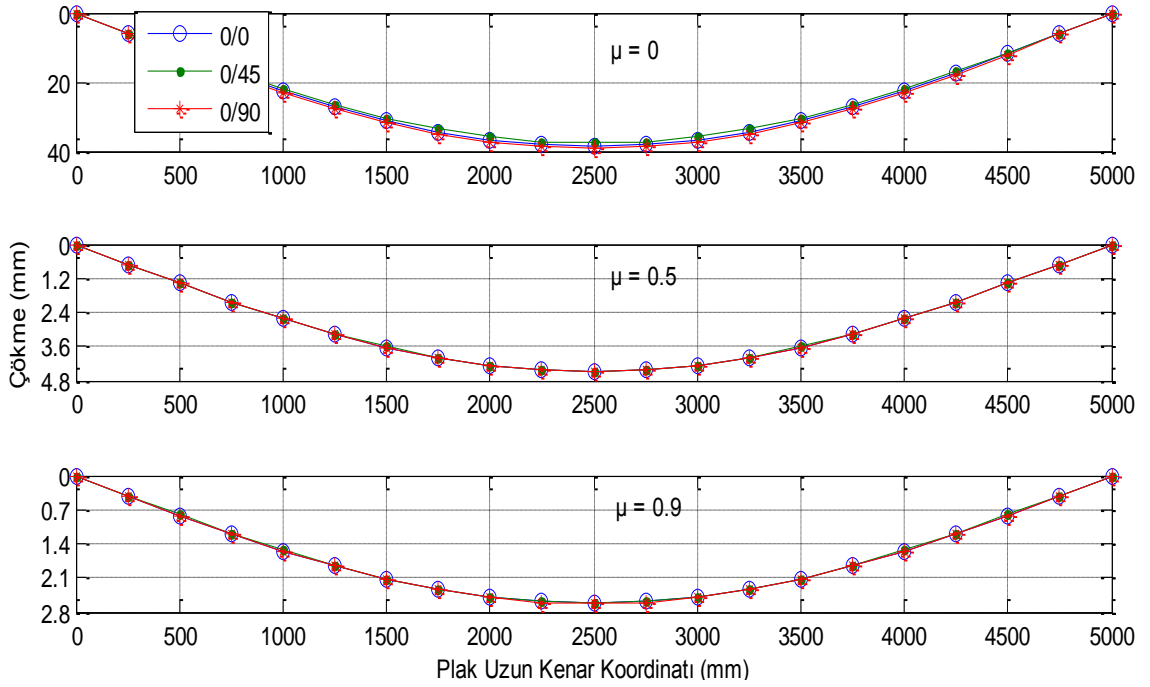
Çizelge 4.33. Durum 2'e ait analiz sonuçları

0/0		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00093	-0.00075	-0.00056	-0.00038	-0.0002	-1.5E-05
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.7E-05	-6.6E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-1.8E-06
	$\mu=0.9$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00039	-0.00032	-0.00024	-0.00016	-8.4E-05	-6.4E-06
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-9.7E-06	-7.5E-07
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.1E-05	-1.6E-05	-1.1E-05	-5.7E-06	-4.4E-07
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-57.1151	-45.8794	-34.6436	-23.4078	-12.1721	-0.93631
	$\mu=0.5$	-6.62965	-37.2782	-52.2764	-51.6243	-35.3219	-3.36916
	$\mu=0.9$	-3.88348	-36.8103	-53.2355	-53.1591	-36.5811	-3.5015
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-32.7803	-26.3317	-19.8831	-13.4346	-6.98597	-0.53738
	$\mu=0.5$	-3.80498	-21.3952	-30.0032	-29.6289	-20.2724	-1.93368
	$\mu=0.9$	-2.22886	-21.1267	-30.5537	-30.5098	-20.9952	-2.00963
0/0		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000168	0.000351	0.000534	0.000717	0.0009	0.00093
	$\mu=0.5$	1.95E-05	4.07E-05	6.2E-05	8.32E-05	0.000104	0.000108
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.39E-05	3.63E-05	4.87E-05	6.12E-05	6.33E-05
ε_y	$\mu=0$	7.08E-05	0.000148	0.000225	0.000303	0.00038	0.000393
	$\mu=0.5$	8.22E-06	1.72E-05	2.62E-05	3.51E-05	4.41E-05	4.56E-05
	$\mu=0.9$	4.82E-06	1.01E-05	1.53E-05	2.06E-05	2.58E-05	2.67E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.29945	21.53521	32.77097	44.00674	127.9478	132.285
	$\mu=0.5$	44.23386	107.4872	186.3909	280.9448	14.85156	15.355
	$\mu=0.9$	46.07973	112.1626	194.747	293.8331	8.699672	8.994576
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.911206	12.35979	18.80838	25.25697	6.540529	6.762242
	$\mu=0.5$	25.38733	61.69058	106.9761	161.2438	0.759193	0.784928
	$\mu=0.9$	26.44673	64.37394	111.772	168.6409	0.444716	0.459791
0/45		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00091	-0.00073	-0.00055	-0.00037	-0.00019	-1.5E-05
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.6E-05	-6.5E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-1.8E-06
	$\mu=0.9$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.00038	-0.00031	-0.00023	-0.00016	-8.2E-05	-6.3E-06
	$\mu=0.5$	-4.5E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-9.7E-06	-7.5E-07
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.1E-05	-1.6E-05	-1.1E-05	-5.7E-06	-4.4E-07

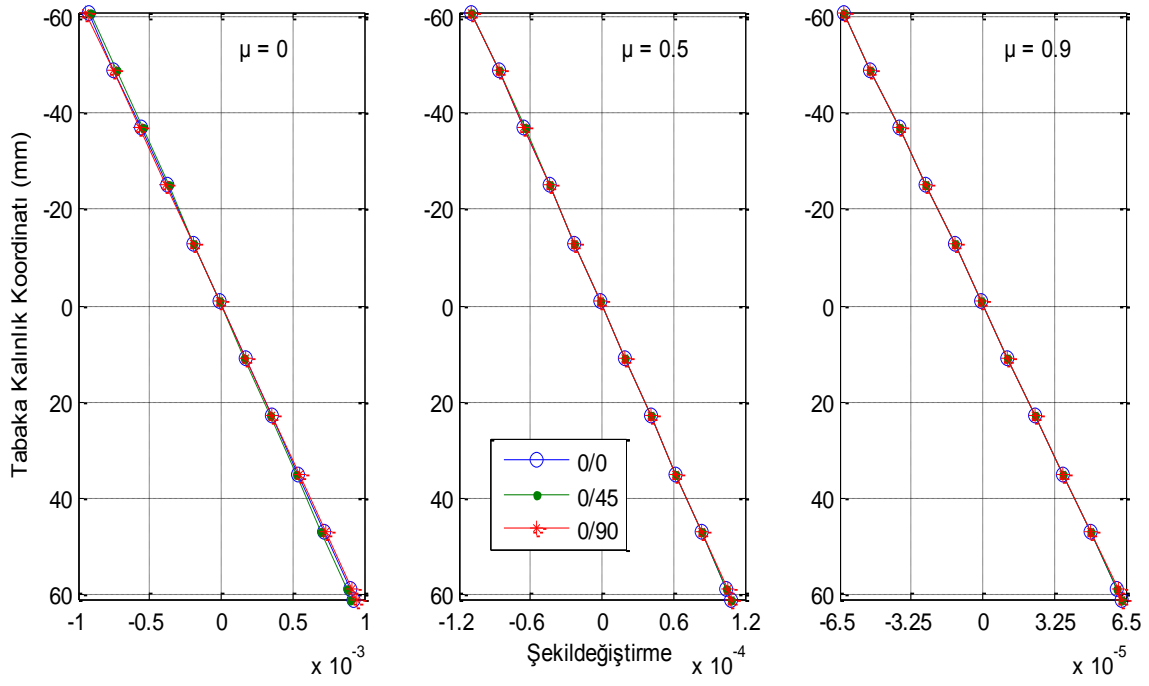
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-55.6388	-44.6934	-33.7481	-22.8028	-11.8574	-0.91211
	$\mu=0.5$	-6.60929	-37.1637	-52.1159	-51.4658	-35.2134	-3.35882
	$\mu=0.9$	-3.87649	-36.744	-53.1396	-53.0634	-36.5152	-3.49519
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-31.933	-25.6511	-19.3692	-13.0873	-6.80539	-0.52349
	$\mu=0.5$	-3.7933	-21.3295	-29.9111	-29.538	-20.2102	-1.92774
	$\mu=0.9$	-2.22485	-21.0886	-30.4987	-30.4549	-20.9573	-2.00601
0/45		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000163	0.000342	0.00052	0.000698	0.000877	0.000906
	$\mu=0.5$	1.94E-05	4.06E-05	6.18E-05	8.3E-05	0.000104	0.000108
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.38E-05	3.62E-05	4.87E-05	6.11E-05	6.31E-05
ε_y	$\mu=0$	6.9E-05	0.000144	0.00022	0.000295	0.00037	0.000383
	$\mu=0.5$	8.2E-06	1.71E-05	2.61E-05	3.5E-05	4.4E-05	4.54E-05
	$\mu=0.9$	4.81E-06	1.01E-05	1.53E-05	2.05E-05	2.58E-05	2.67E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.03322	20.97855	31.92388	42.86921	52.48175	54.26079
	$\mu=0.5$	44.09804	107.1572	185.8185	280.0821	6.23427	6.445601
	$\mu=0.9$	45.99674	111.9606	194.3963	293.3039	3.656531	3.780481
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.758407	12.04031	18.32221	24.6041	45.38968	46.92831
	$\mu=0.5$	25.30937	61.50116	106.6476	160.7487	5.391808	5.574581
	$\mu=0.9$	26.3991	64.258	111.5707	168.3371	3.162409	3.269609
0/90		-61	-49	-37	-25	-13	-1
ε_x	$\mu=0$	-0.00095	-0.00076	-0.00057	-0.00039	-0.0002	-1.6E-05
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.7E-05	-6.6E-05	-4.4E-05	-2.3E-05	-1.8E-06
	$\mu=0.9$	-6.3E-05	-5.1E-05	-3.8E-05	-2.6E-05	-1.3E-05	-1E-06
ε_y	$\mu=0$	-0.0004	-0.00032	-0.00024	-0.00016	-8.5E-05	-6.5E-06
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-9.7E-06	-7.5E-07
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.1E-05	-1.6E-05	-1.1E-05	-5.7E-06	-4.4E-07
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-58.0566	-46.6356	-35.2147	-23.7937	-12.3727	-0.95175
	$\mu=0.5$	-6.64215	-37.3485	-52.375	-51.7216	-35.3885	-3.37552
	$\mu=0.9$	-3.88777	-36.8509	-53.2943	-53.2178	-36.6215	-3.50536
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-33.3207	-26.7658	-20.2109	-13.656	-7.10113	-0.54624
	$\mu=0.5$	-3.81216	-21.4356	-30.0598	-29.6848	-20.3107	-1.93733
	$\mu=0.9$	-2.23132	-21.15	-30.5874	-30.5435	-21.0183	-2.01185
0/90		11	23	35	47	59	61
ε_x	$\mu=0$	0.000171	0.000357	0.000543	0.000729	0.000915	0.000946
	$\mu=0.5$	1.95E-05	4.08E-05	6.21E-05	8.34E-05	0.000105	0.000108
	$\mu=0.9$	1.14E-05	2.39E-05	3.63E-05	4.88E-05	6.13E-05	6.33E-05
ε_y	$\mu=0$	7.2E-05	0.000151	0.000229	0.000308	0.000386	0.000399
	$\mu=0.5$	8.24E-06	1.72E-05	2.62E-05	3.52E-05	4.42E-05	4.57E-05
	$\mu=0.9$	4.82E-06	1.01E-05	1.53E-05	2.06E-05	2.59E-05	2.67E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	10.46923	21.8902	33.31117	44.73215	10.37242	10.72402
	$\mu=0.5$	44.31728	107.6899	186.7424	281.4746	1.186689	1.226915
	$\mu=0.9$	46.1306	112.2864	194.962	294.1574	0.69459	0.718136
σ_y (MPa)	$\mu=0$	6.008647	12.56353	19.11842	25.67331	57.17146	59.10948
	$\mu=0.5$	25.43521	61.80692	107.1778	161.5479	6.54088	6.762605
	$\mu=0.9$	26.47593	64.445	111.8954	168.827	3.828494	3.958273



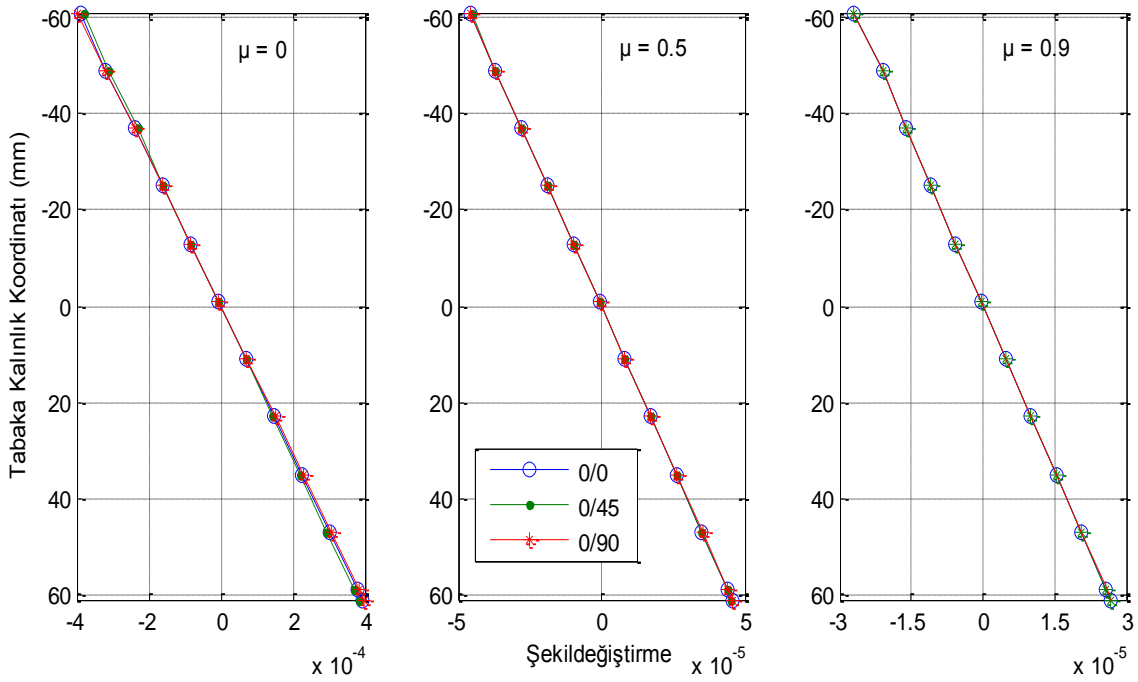
Şekil 4.159. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 2)



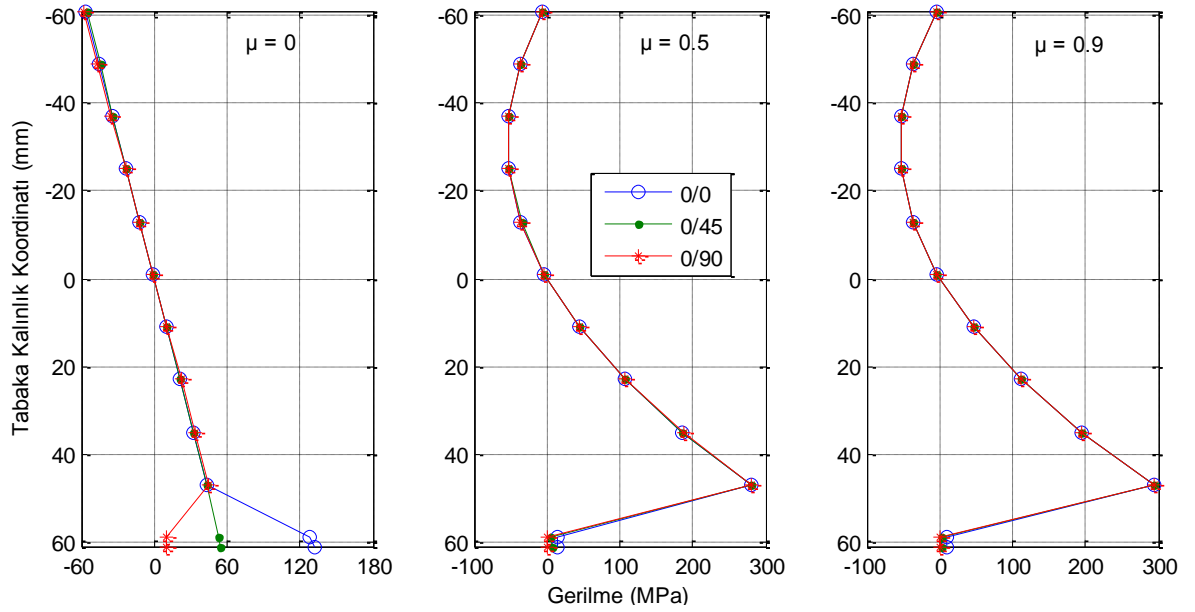
Şekil 4.160. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 2)



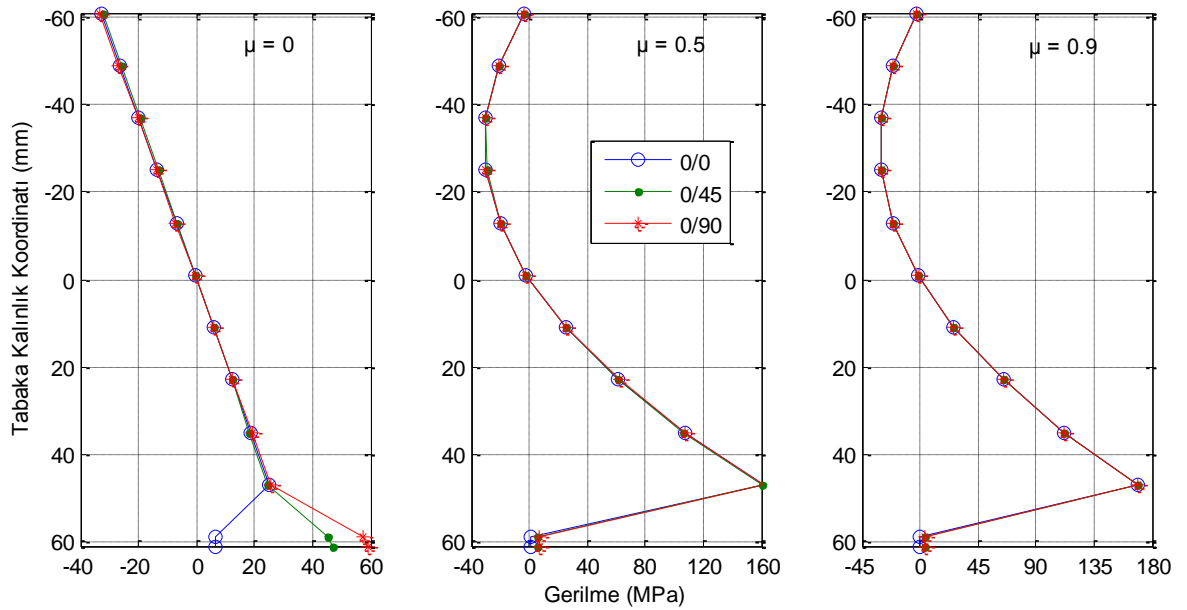
Şekil 4.161. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2)



Şekil 4.162. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğişimlerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2)



Şekil 4.163. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2)



Şekil 4.164. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 2)

Rijitlik değerleri non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzenlerinde farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Bu katsayının $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla (0/0), (0/45) ve (0/90) tabakalanma düzenlerinde rijitlik değerlerinde yaklaşık olarak sırasıyla 36.52, 35.88 ve 33.88 kat artış görülürken, $\mu=0$ 'dan $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 64.91, 63.77 ve 60.17 kat artış ve $\mu=0.5$ 'den $\mu=0.9$ değerine çıkarılmasıyla 1.778, 1.778 ve 1.776 kat artış görülmüştür (Çizelge 4.18). Mesela $\mu=0$ 'dan $\mu=0.5$ değerine çıkarılmasıyla elde

edilen rijitlik artış oranları kendi aralarında mukayese edildiğinde sadece tabaka yönlenme açılarının değişiminin bile rijitliğe ne kadar etki ettiği görülmektedir (Şekil 4.98). Buradan daha ekonomik dizaynlar yapabilmek için tabakaların yönlenme açılarının değiştirilmesinin göz ardı edilmemesi gerektiği çıkarılabilir.

Çizelge 4.31'den da görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.159-Şekil 4.160). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.2436 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %2.7624 ve $\mu=0.9$ iken %4.7136 olarak elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, Durum 1'e ait enkesit (0/0) tabakalanma düzenine dönüştürüldüğünde çökme değerleri %2.71 oranında azalırken, (0/45) olması durumunda %5.23 oranında ve (0/90) olması durumunda %1.11 oranında azalmıştır (Çizelge 4.31). Buradan, tabakalanma düzeninin (0/0) olarak seçilmesi yerine (0/45) veya (0/90) olarak seçilmesi daha optimum sonuç verdiği ve böylelikle daha emniyetli ve ekonomik çözümler elde edilebileceği sonucuna varılmaktadır.

Şekil 4.161 ve Şekil 4.162'den görüleceği gibi şekildeğiştirme değerleri küçükten büyüğe sırasıyla (0/45), (0/0) ve (0/90) durumlarında elde edilmiştir. x-ekseni doğrultusunda maksimum gerilme (0/0) tabakalanma düzeninde meydana gelirken, y-ekseni doğrultusundaki maksimum gerilme (0/90) tabakalanma düzeninde meydana gelmiştir. Ayrıca Çizelge 4.33 incelendiğinde (0/45) tabakalanma düzeninde x ve y-ekseni doğrultusundaki gerilmelerin birbirine yakın değerler aldığı görülmektedir (Şekil 4.163-Şekil 4.164). Buradan, tabaka yönlenme açısı artırıldıkça hangi eksen doğrultusuna paralel hale geliyorsa, o doğrultudaki gerilmelerin daha büyük olacağı sonucuna varılmaktadır.

Çizelge 4.34. Durum 3'e ait analiz sonuçları

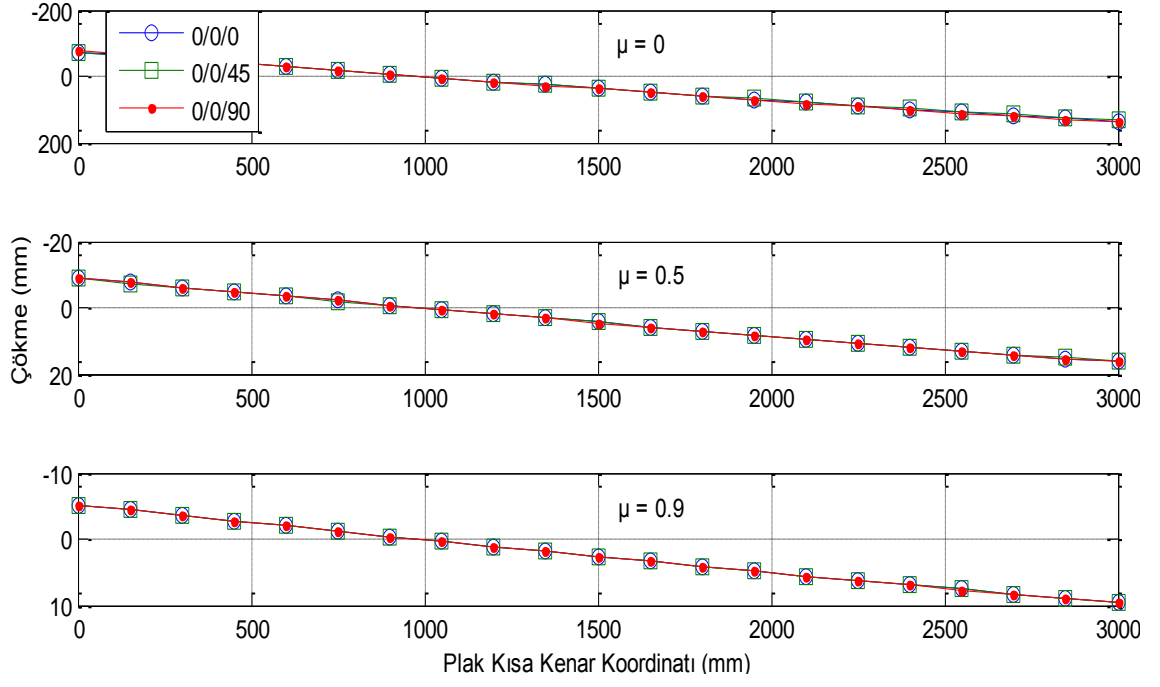
0/0/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00092	-0.00074	-0.00056	-0.00039	-0.00021	-3E-05	0.000148
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.76E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2.1E-06	1.04E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00039	-0.00031	-0.00024	-0.00016	-8.8E-05	-1.3E-05	6.27E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.45E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.37E-06

σ_x (MPa)	$\mu=0$	-56.5167	-45.578	-34.6393	-23.7006	-12.7618	-1.82312	9.115599
	$\mu=0.5$	-6.71716	-37.9194	-53.5206	-53.5206	-37.9194	-6.71716	40.08625
	$\mu=0.9$	-3.93987	-37.4923	-54.5736	-55.1836	-39.3224	-6.99009	41.81346
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-32.4369	-26.1588	-19.8807	-13.6026	-7.32446	-1.04635	5.231754
	$\mu=0.5$	-3.85521	-21.7633	-30.7173	-30.7173	-21.7633	-3.85521	23.00687
	$\mu=0.9$	-2.26123	-21.5181	-31.3216	-31.6718	-22.5685	-4.01185	23.99817
0/0/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000148	0.000327	0.000505	0.000683	0.000861	0.000891	0.000921
	$\mu=0.5$	1.76E-05	3.88E-05	6E-05	8.12E-05	0.000102	0.000106	0.000109
	$\mu=0.9$	1.04E-05	2.28E-05	3.52E-05	4.76E-05	6E-05	6.21E-05	6.42E-05
ε_y	$\mu=0$	6.27E-05	0.000138	0.000213	0.000288	0.000364	0.000376	0.000389
	$\mu=0.5$	7.45E-06	1.64E-05	2.53E-05	3.43E-05	4.32E-05	4.47E-05	4.62E-05
	$\mu=0.9$	4.37E-06	9.61E-06	1.49E-05	2.01E-05	2.53E-05	2.62E-05	2.71E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.115599	20.05432	30.99304	41.93176	122.4539	126.6765	130.899
	$\mu=0.5$	40.08625	102.4908	180.4965	274.1033	14.55396	15.05582	15.55768
	$\mu=0.9$	41.81346	107.0882	188.8342	287.0513	8.536458	8.830819	9.125179
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.231754	11.50986	17.78796	24.06607	6.259689	6.475541	6.691392
	$\mu=0.5$	23.00687	58.82297	103.5931	157.3172	0.74398	0.769634	0.795289
	$\mu=0.9$	23.99817	61.46159	108.3784	164.7486	0.436373	0.45142	0.466468
0/0/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.0009	-0.00072	-0.00055	-0.00038	-0.0002	-2.9E-05	0.000145
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.76E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2.1E-06	1.03E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00038	-0.00031	-0.00023	-0.00016	-8.5E-05	-1.2E-05	6.11E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.43E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.36E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-55.0469	-44.3926	-33.7384	-23.0842	-12.4299	-1.77571	8.878528
	$\mu=0.5$	-6.69591	-37.7995	-53.3512	-53.3512	-37.7995	-6.69591	39.95944
	$\mu=0.9$	-3.93255	-37.4227	-54.4722	-55.0811	-39.2494	-6.9771	41.73577
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-31.5933	-25.4785	-19.3636	-13.2488	-7.13397	-1.01914	5.095691
	$\mu=0.5$	-3.84301	-21.6944	-30.6201	-30.6201	-21.6944	-3.84301	22.93409
	$\mu=0.9$	-2.25702	-21.4781	-31.2634	-31.6129	-22.5266	-4.0044	23.95359
0/0/45		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000145	0.000318	0.000492	0.000665	0.000839	0.000868	0.000897
	$\mu=0.5$	1.76E-05	3.87E-05	5.98E-05	8.09E-05	0.000102	0.000106	0.000109
	$\mu=0.9$	1.03E-05	2.27E-05	3.51E-05	4.75E-05	5.99E-05	6.2E-05	6.41E-05
ε_y	$\mu=0$	6.11E-05	0.000134	0.000208	0.000281	0.000354	0.000366	0.000379
	$\mu=0.5$	7.43E-06	1.63E-05	2.53E-05	3.42E-05	4.31E-05	4.46E-05	4.6E-05
	$\mu=0.9$	4.36E-06	9.6E-06	1.48E-05	2.01E-05	2.53E-05	2.62E-05	2.7E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	8.878528	19.53276	30.187	40.84123	119.2693	51.95184	53.68357
	$\mu=0.5$	39.95944	102.1666	179.9255	273.2361	14.50792	6.319425	6.530073
	$\mu=0.9$	41.73577	106.8892	188.4833	286.518	8.520598	3.711441	3.835155
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.095691	11.21052	17.32535	23.44018	6.096893	44.93138	46.42909
	$\mu=0.5$	22.93409	58.63688	103.2654	156.8196	0.741626	5.465456	5.647638
	$\mu=0.9$	23.95359	61.34739	108.177	164.4425	0.435562	3.209899	3.316895

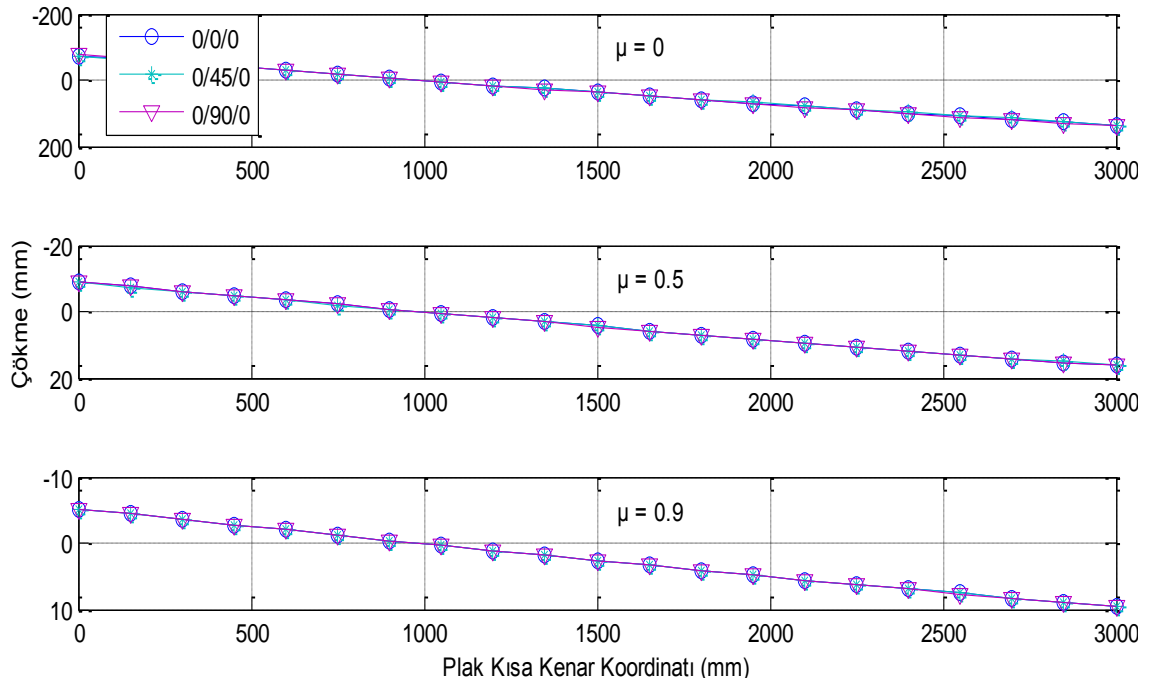
0/0/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00094	-0.00075	-0.00057	-0.00039	-0.00021	-3E-05	0.000151
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.77E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.04E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.0004	-0.00032	-0.00024	-0.00017	-8.9E-05	-1.3E-05	6.37E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.46E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.37E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-57.4543	-46.3341	-35.2139	-24.0937	-12.9735	-1.85336	9.266821
	$\mu=0.5$	-6.73021	-37.9931	-53.6246	-53.6246	-37.9931	-6.73021	40.16415
	$\mu=0.9$	-3.94436	-37.535	-54.6357	-55.2464	-39.3672	-6.99805	41.86108
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-32.975	-26.5927	-20.2105	-13.8282	-7.44596	-1.06371	5.318545
	$\mu=0.5$	-3.8627	-21.8055	-30.777	-30.777	-21.8055	-3.8627	23.05158
	$\mu=0.9$	-2.2638	-21.5426	-31.3573	-31.7078	-22.5942	-4.01642	24.02551
0/0/90		10	22	34	46	58	60	62
ϵ_x	$\mu=0$	0.000151	0.000332	0.000513	0.000694	0.000876	0.000906	0.000936
	$\mu=0.5$	1.77E-05	3.89E-05	6.01E-05	8.13E-05	0.000103	0.000106	0.00011
	$\mu=0.9$	1.04E-05	2.28E-05	3.52E-05	4.77E-05	6.01E-05	6.22E-05	6.43E-05
ϵ_y	$\mu=0$	6.37E-05	0.00014	0.000217	0.000293	0.00037	0.000382	0.000395
	$\mu=0.5$	7.46E-06	1.64E-05	2.54E-05	3.43E-05	4.33E-05	4.48E-05	4.63E-05
	$\mu=0.9$	4.37E-06	9.62E-06	1.49E-05	2.01E-05	2.54E-05	2.62E-05	2.71E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.266821	20.38701	31.50719	42.62738	124.4854	10.27042	10.61276
	$\mu=0.5$	40.16415	102.69	180.8472	274.6359	14.58224	1.203079	1.243182
	$\mu=0.9$	41.86108	107.2102	189.0492	287.3782	8.54618	0.705086	0.728588
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.318545	11.7008	18.08305	24.46531	6.363533	56.60926	58.49623
	$\mu=0.5$	23.05158	58.93728	103.7944	157.623	0.745426	6.631221	6.852262
	$\mu=0.9$	24.02551	61.53159	108.5018	164.9362	0.43687	3.886344	4.015889
0/45/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ϵ_x	$\mu=0$	-0.0009	-0.00072	-0.00055	-0.00038	-0.0002	-2.9E-05	0.000145
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.76E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2.1E-06	1.03E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00038	-0.00031	-0.00023	-0.00016	-8.6E-05	-1.2E-05	6.12E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.43E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.36E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-55.1394	-44.4672	-33.7951	-23.123	-12.4508	-1.77869	8.893445
	$\mu=0.5$	-6.69727	-37.8072	-53.3621	-53.3621	-37.8072	-6.69727	39.96759
	$\mu=0.9$	-3.93302	-37.4271	-54.4787	-55.0877	-39.2541	-6.97794	41.74077
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-31.6464	-25.5213	-19.3962	-13.2711	-7.14595	-1.02085	5.104252
	$\mu=0.5$	-3.84379	-21.6988	-30.6264	-30.6264	-21.6988	-3.84379	22.93877
	$\mu=0.9$	-2.2573	-21.4807	-31.2672	-31.6167	-22.5293	-4.00488	23.95646
0/45/0		10	22	34	46	58	60	62
ϵ_x	$\mu=0$	0.000145	0.000319	0.000493	0.000666	0.00084	0.000869	0.000898
	$\mu=0.5$	1.76E-05	3.87E-05	5.98E-05	8.09E-05	0.000102	0.000106	0.000109
	$\mu=0.9$	1.03E-05	2.27E-05	3.51E-05	4.75E-05	5.99E-05	6.2E-05	6.41E-05
ϵ_y	$\mu=0$	6.12E-05	0.000135	0.000208	0.000281	0.000355	0.000367	0.000379
	$\mu=0.5$	7.43E-06	1.63E-05	2.53E-05	3.42E-05	4.31E-05	4.46E-05	4.61E-05
	$\mu=0.9$	4.36E-06	9.6E-06	1.48E-05	2.01E-05	2.53E-05	2.62E-05	2.7E-05

σ_x (MPa)	$\mu=0$	8.893445	19.56558	30.23771	40.90985	50.30449	123.5893	127.7089
	$\mu=0.5$	39.96759	102.1874	179.9622	273.2919	6.110024	15.01126	15.51163
	$\mu=0.9$	41.74077	106.9021	188.5059	286.5523	3.588156	8.815468	9.109317
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.104252	11.22936	17.35446	23.47956	43.50664	6.317727	6.528318
	$\mu=0.5$	22.93877	58.64885	103.2864	156.8516	5.284352	0.767356	0.792935
	$\mu=0.9$	23.95646	61.35475	108.19	164.4622	3.103274	0.450636	0.465657
0/90/0		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00093	-0.00075	-0.00057	-0.00039	-0.00021	-3E-05	0.000151
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.77E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.5E-05	-2.1E-06	1.04E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00039	-0.00032	-0.00024	-0.00017	-8.9E-05	-1.3E-05	6.37E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.46E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.37E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-57.3929	-46.2846	-35.1763	-24.068	-12.9597	-1.85138	9.256917
	$\mu=0.5$	-6.72937	-37.9884	-53.6178	-53.6178	-37.9884	-6.72937	40.15912
	$\mu=0.9$	-3.94407	-37.5323	-54.6317	-55.2424	-39.3643	-6.99754	41.85801
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-32.9397	-26.5643	-20.1889	-13.8134	-7.43801	-1.06257	5.312861
	$\mu=0.5$	-3.86221	-21.8028	-30.7731	-30.7731	-21.8028	-3.86221	23.04869
	$\mu=0.9$	-2.26364	-21.541	-31.355	-31.7055	-22.5925	-4.01613	24.02374
0/90/0		10	22	34	46	58	60	62
ε_x	$\mu=0$	0.000151	0.000332	0.000513	0.000694	0.000875	0.000905	0.000935
	$\mu=0.5$	1.77E-05	3.89E-05	6.01E-05	8.13E-05	0.000103	0.000106	0.00011
	$\mu=0.9$	1.04E-05	2.28E-05	3.52E-05	4.77E-05	6.01E-05	6.22E-05	6.42E-05
ε_y	$\mu=0$	6.37E-05	0.00014	0.000216	0.000293	0.000369	0.000382	0.000395
	$\mu=0.5$	7.46E-06	1.64E-05	2.54E-05	3.43E-05	4.33E-05	4.48E-05	4.63E-05
	$\mu=0.9$	4.37E-06	9.62E-06	1.49E-05	2.01E-05	2.54E-05	2.62E-05	2.71E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.256917	20.36522	31.47352	42.58182	9.917459	128.6403	132.9283
	$\mu=0.5$	40.15912	102.6771	180.8246	274.6015	1.162831	15.08319	15.58596
	$\mu=0.9$	41.85801	107.2023	189.0353	287.3571	0.681533	8.840227	9.134901
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.312861	11.68829	18.06373	24.43916	54.6638	6.57593	6.795128
	$\mu=0.5$	23.04869	58.92989	103.7814	157.6032	6.409377	0.771033	0.796735
	$\mu=0.9$	24.02374	61.52707	108.4938	164.9241	3.756523	0.451901	0.466965
0/45/45		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ε_x	$\mu=0$	-0.00088	-0.00071	-0.00054	-0.00037	-0.0002	-2.8E-05	0.000141
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.75E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2.1E-06	1.03E-05
ε_y	$\mu=0$	-0.00037	-0.0003	-0.00023	-0.00015	-8.3E-05	-1.2E-05	5.96E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.4E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.35E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-53.7394	-43.3382	-32.9371	-22.5359	-12.1347	-1.73353	8.667646
	$\mu=0.5$	-6.67615	-37.6879	-53.1938	-53.1938	-37.6879	-6.67615	39.84153
	$\mu=0.9$	-3.92573	-37.3577	-54.3776	-54.9855	-39.1813	-6.965	41.66336
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-30.8429	-24.8733	-18.9037	-12.9341	-6.96452	-0.99493	4.974658
	$\mu=0.5$	-3.83167	-21.6304	-30.5298	-30.5298	-21.6304	-3.83167	22.86641
	$\mu=0.9$	-2.25311	-21.4409	-31.2092	-31.5581	-22.4875	-3.99745	23.91203

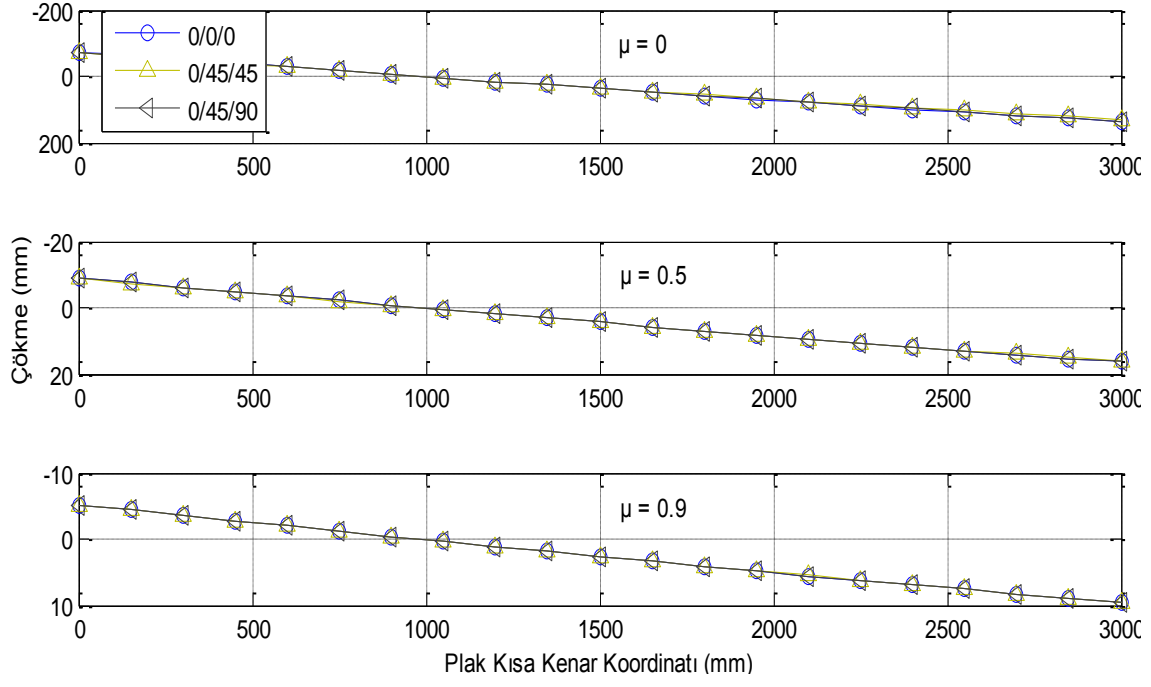
0/45/45		10	22	34	46	58	60	62
ϵ_x	$\mu=0$	0.000141	0.000311	0.00048	0.000649	0.000819	0.000847	0.000875
	$\mu=0.5$	1.75E-05	3.86E-05	5.96E-05	8.07E-05	0.000102	0.000105	0.000109
	$\mu=0.9$	1.03E-05	2.27E-05	3.51E-05	4.74E-05	5.98E-05	6.19E-05	6.39E-05
ϵ_y	$\mu=0$	5.96E-05	0.000131	0.000203	0.000274	0.000346	0.000358	0.00037
	$\mu=0.5$	7.4E-06	1.63E-05	2.52E-05	3.41E-05	4.29E-05	4.44E-05	4.59E-05
	$\mu=0.9$	4.35E-06	9.58E-06	1.48E-05	2E-05	2.53E-05	2.61E-05	2.7E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	8.667646	19.06882	29.47	39.87117	49.02729	50.71788	52.40848
	$\mu=0.5$	39.84153	101.8651	179.3945	272.4299	6.090752	6.300778	6.510804
	$\mu=0.9$	41.66336	106.7038	188.1563	286.0208	3.581501	3.705001	3.828501
σ_y (MPa)	$\mu=0$	4.974658	10.94425	16.91384	22.88343	42.40203	43.86417	45.32631
	$\mu=0.5$	22.86641	58.46386	102.9607	156.3568	5.267684	5.449329	5.630973
	$\mu=0.9$	23.91203	61.24095	107.9893	164.1571	3.097518	3.204329	3.31114
0/45/90		-62	-50	-38	-26	-14	-2	10
ϵ_x	$\mu=0$	-0.00091	-0.00074	-0.00056	-0.00038	-0.00021	-2.9E-05	0.000147
	$\mu=0.5$	-0.00011	-8.8E-05	-6.7E-05	-4.6E-05	-2.5E-05	-3.5E-06	1.76E-05
	$\mu=0.9$	-6.4E-05	-5.2E-05	-3.9E-05	-2.7E-05	-1.4E-05	-2.1E-06	1.03E-05
ϵ_y	$\mu=0$	-0.00039	-0.00031	-0.00024	-0.00016	-8.7E-05	-1.2E-05	6.21E-05
	$\mu=0.5$	-4.6E-05	-3.7E-05	-2.8E-05	-1.9E-05	-1E-05	-1.5E-06	7.44E-06
	$\mu=0.9$	-2.7E-05	-2.2E-05	-1.7E-05	-1.1E-05	-6.1E-06	-8.7E-07	4.37E-06
σ_x (MPa)	$\mu=0$	-56.0314	-45.1866	-34.3418	-23.4971	-12.6523	-1.80747	9.037328
	$\mu=0.5$	-6.71025	-37.8804	-53.4655	-53.4655	-37.8804	-6.71025	40.04503
	$\mu=0.9$	-3.93749	-37.4697	-54.5406	-55.1503	-39.2987	-6.98587	41.78823
σ_y (MPa)	$\mu=0$	-32.1584	-25.9342	-19.71	-13.4858	-7.26156	-1.03737	5.186831
	$\mu=0.5$	-3.85124	-21.7409	-30.6857	-30.6857	-21.7409	-3.85124	22.98321
	$\mu=0.9$	-2.25986	-21.5051	-31.3027	-31.6526	-22.5549	-4.00943	23.98369
0/45/90		10	22	34	46	58	60	62
ϵ_x	$\mu=0$	0.000147	0.000324	0.000501	0.000677	0.000854	0.000883	0.000913
	$\mu=0.5$	1.76E-05	3.88E-05	5.99E-05	8.11E-05	0.000102	0.000106	0.000109
	$\mu=0.9$	1.03E-05	2.28E-05	3.52E-05	4.76E-05	6E-05	6.21E-05	6.41E-05
ϵ_y	$\mu=0$	6.21E-05	0.000137	0.000211	0.000286	0.00036	0.000373	0.000385
	$\mu=0.5$	7.44E-06	1.64E-05	2.53E-05	3.42E-05	4.32E-05	4.47E-05	4.61E-05
	$\mu=0.9$	4.37E-06	9.61E-06	1.48E-05	2.01E-05	2.53E-05	2.62E-05	2.71E-05
σ_x (MPa)	$\mu=0$	9.037328	19.88212	30.72691	41.57171	51.11834	10.01607	10.34994
	$\mu=0.5$	40.04503	102.3854	180.3109	273.8214	6.121863	1.199511	1.239495
	$\mu=0.9$	41.78823	107.0236	188.7202	286.8781	3.592235	0.703859	0.727321
σ_y (MPa)	$\mu=0$	5.186831	11.41103	17.63523	23.85942	44.21051	55.20733	57.04757
	$\mu=0.5$	22.98321	58.76248	103.4866	157.1555	5.294591	6.611554	6.831939
	$\mu=0.9$	23.98369	61.4245	108.313	164.6492	3.106802	3.87958	4.0089



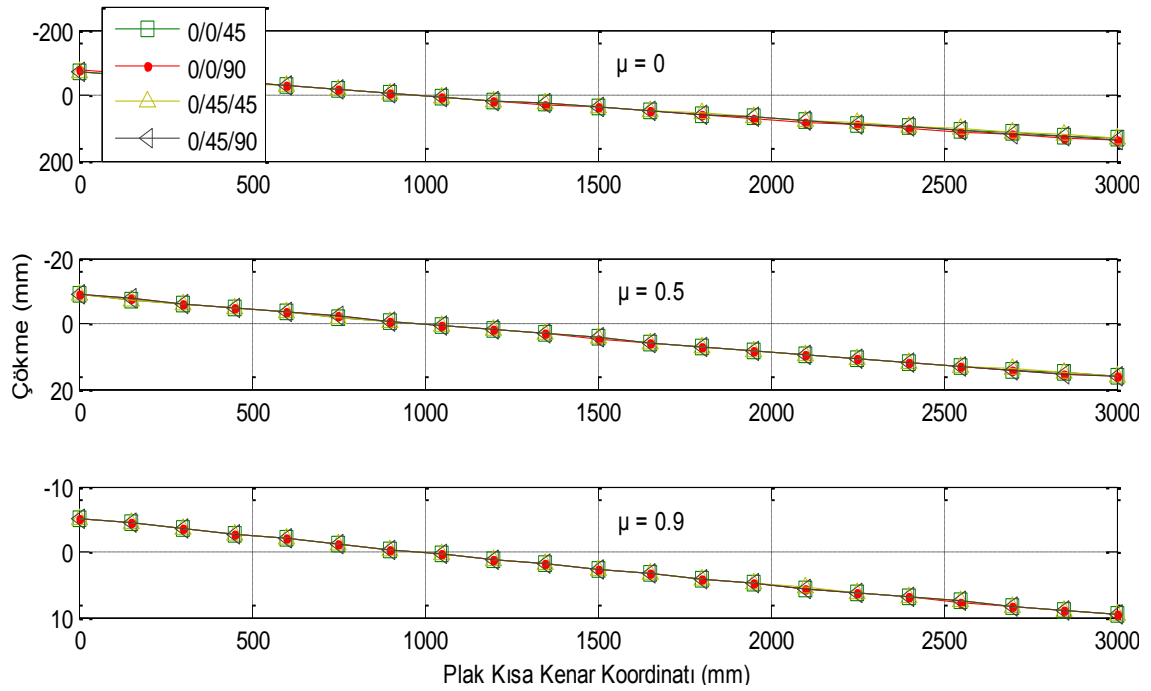
(a)



(b)

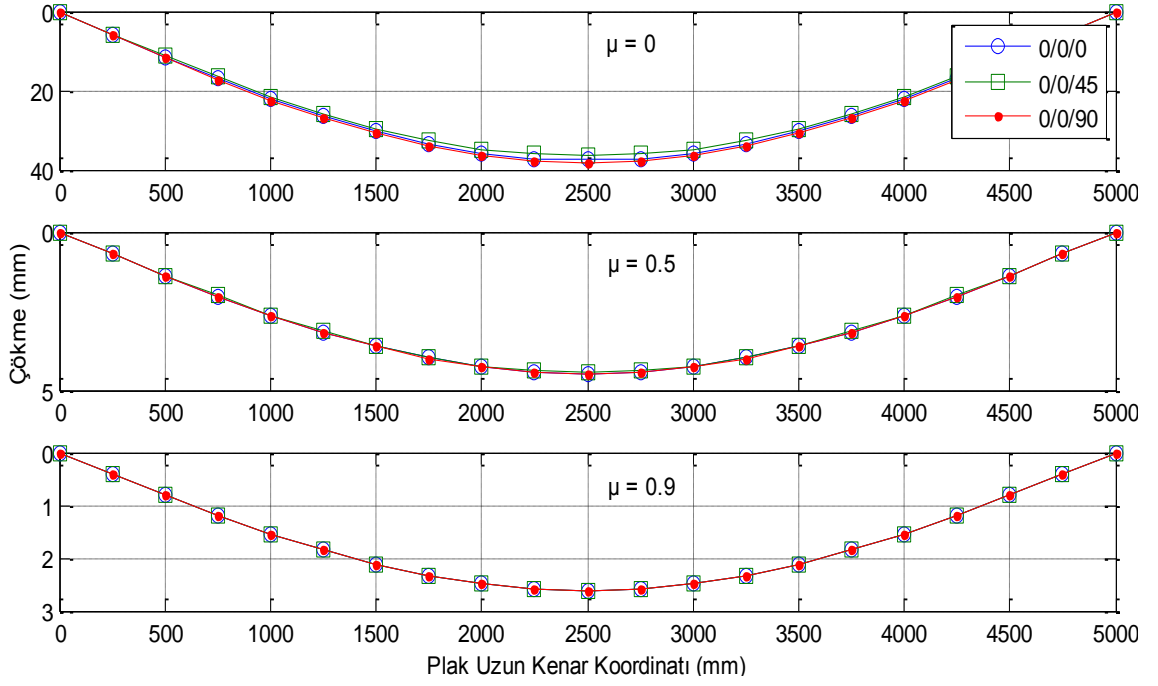


(c)

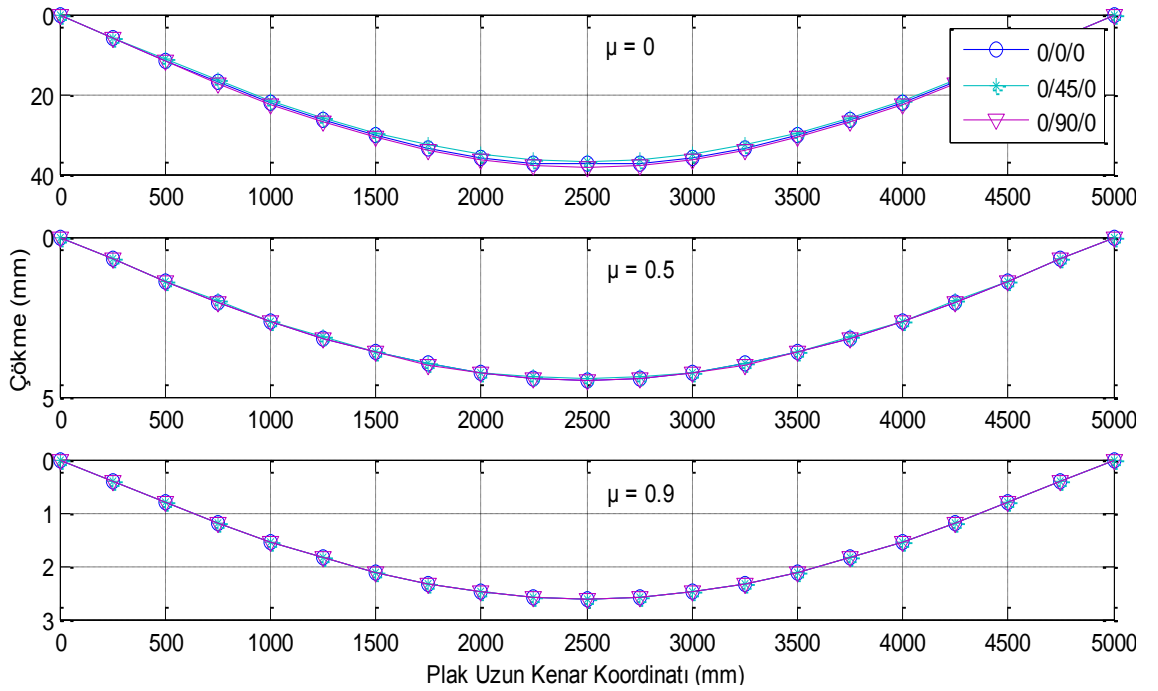


(d)

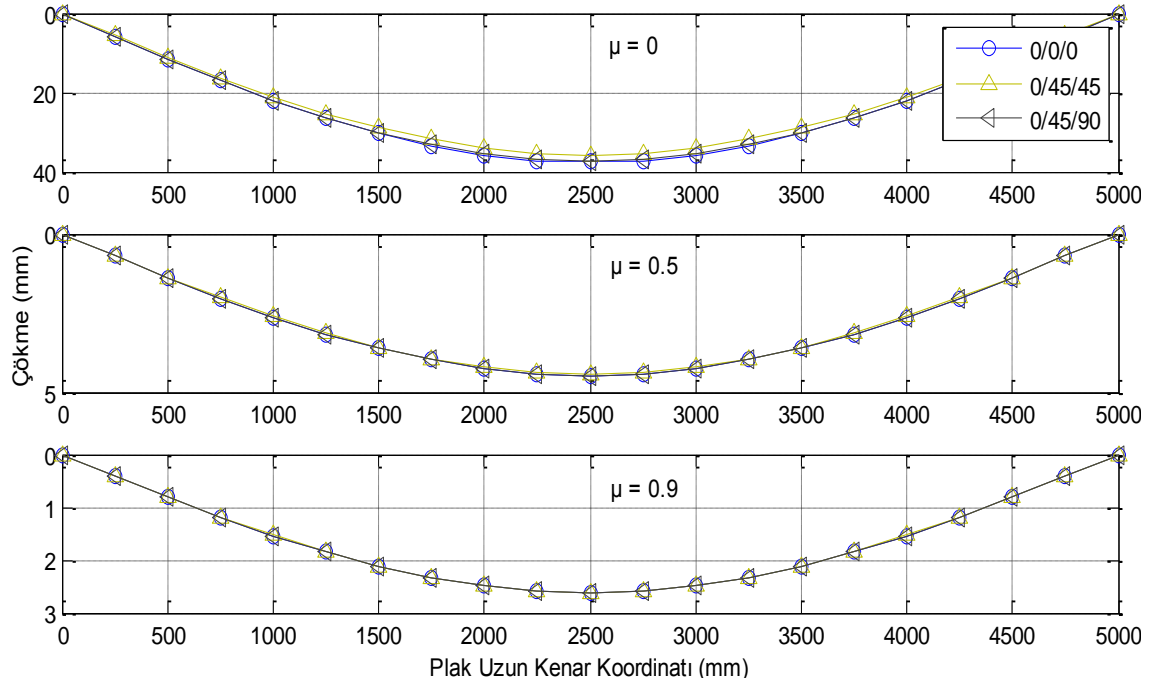
Şekil 4.165. Plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 3)



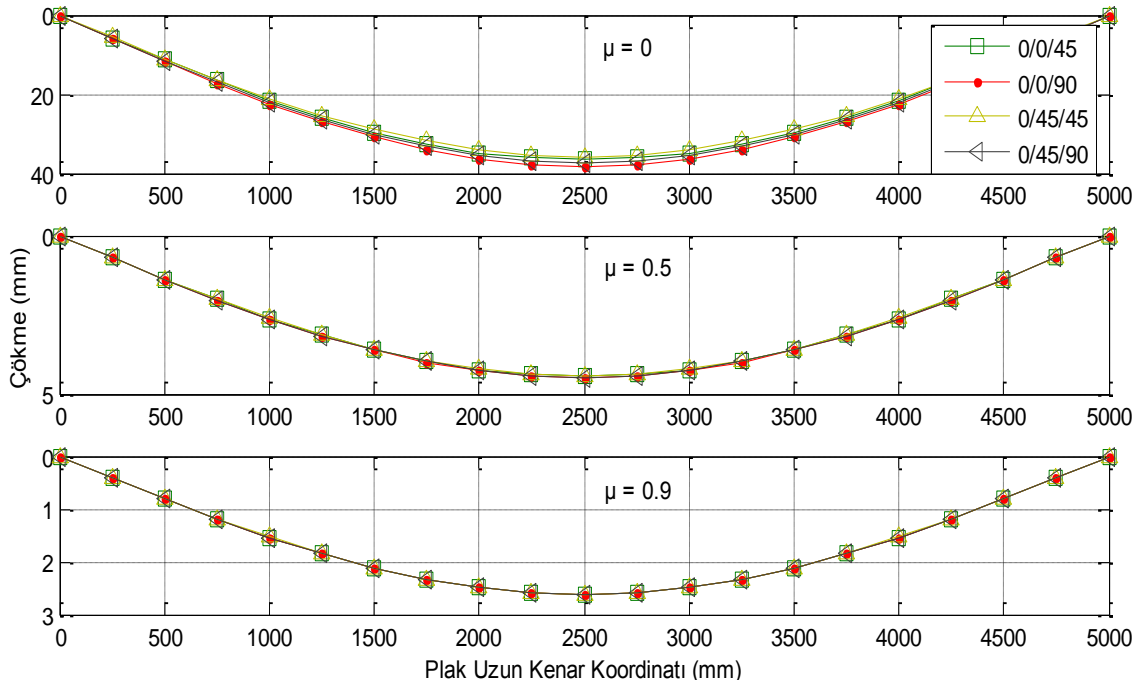
(a)



(b)

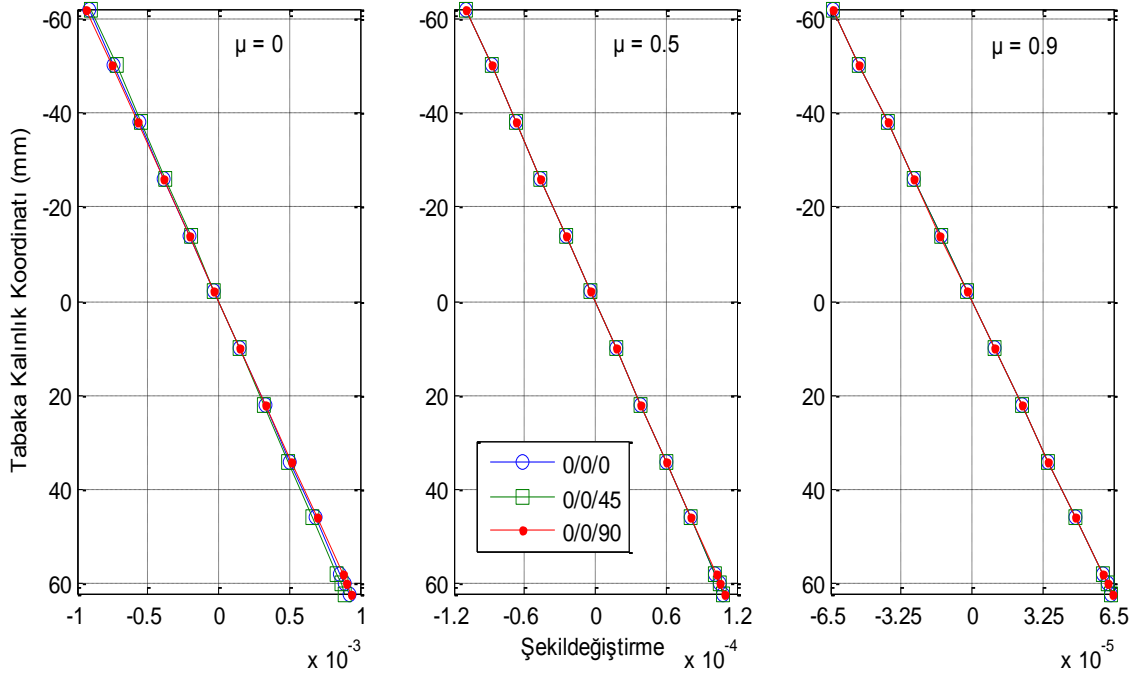


(c)

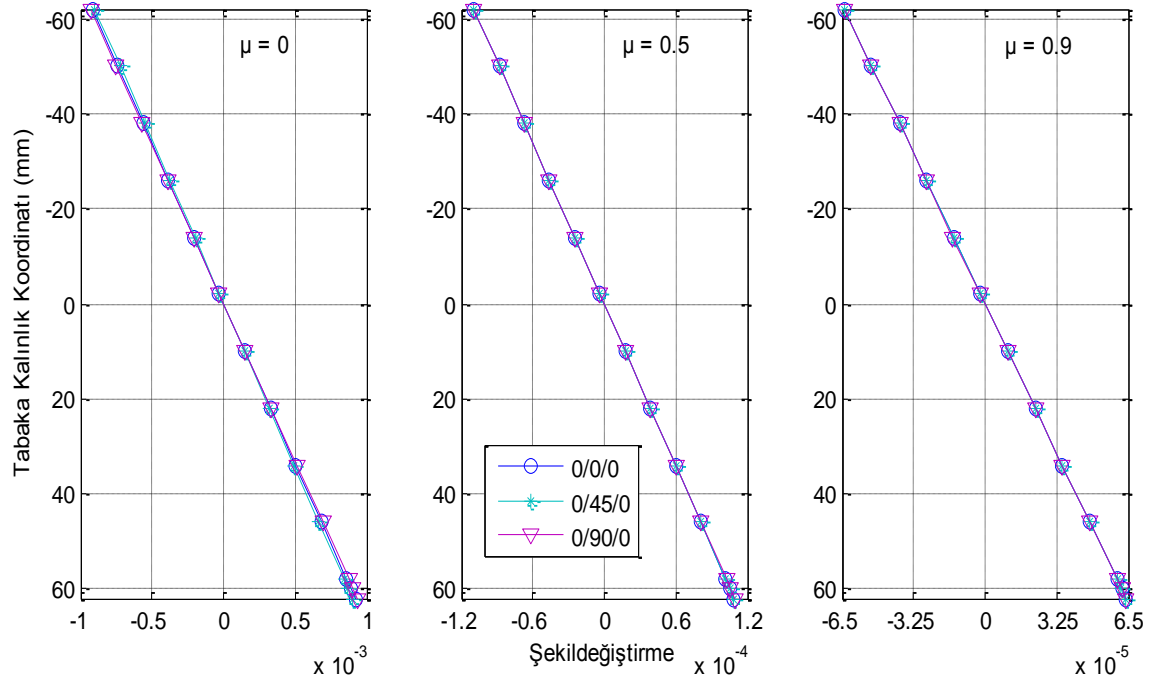


(d)

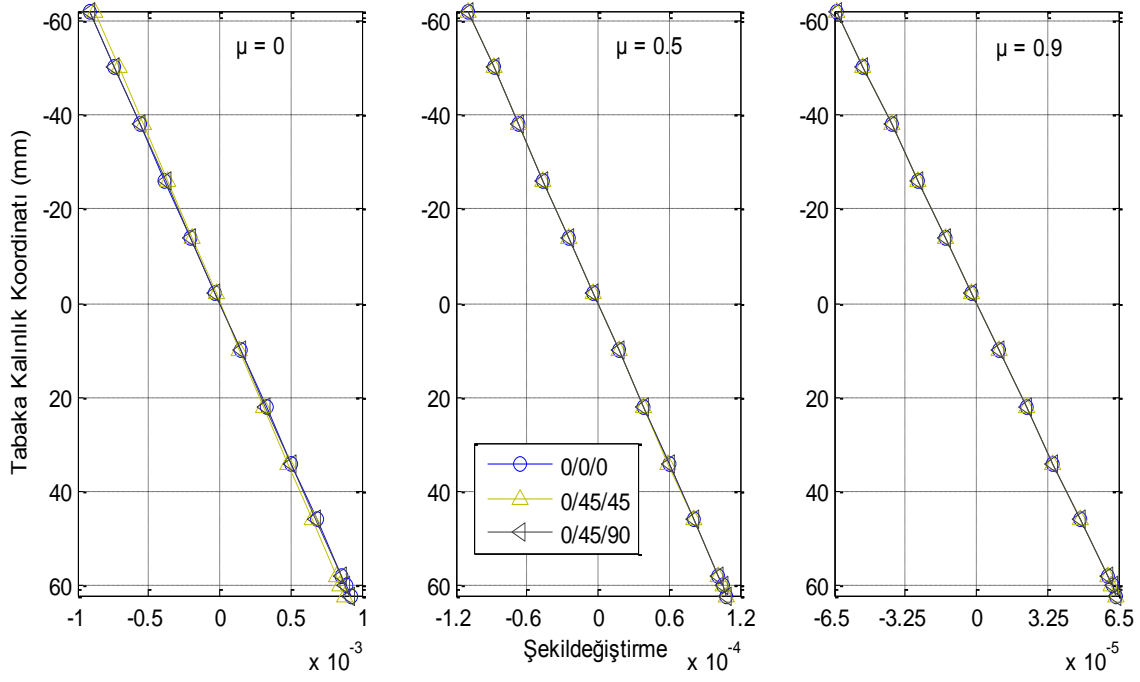
Şekil 4.166. Plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (P8, Durum 3)



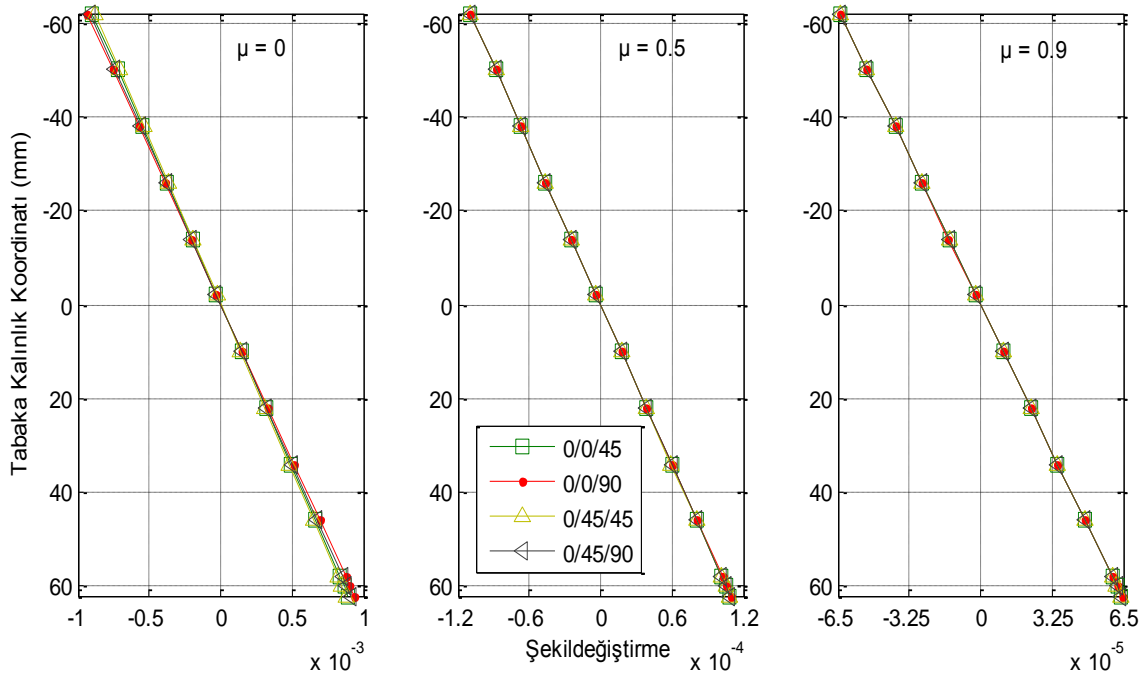
(a)



(b)

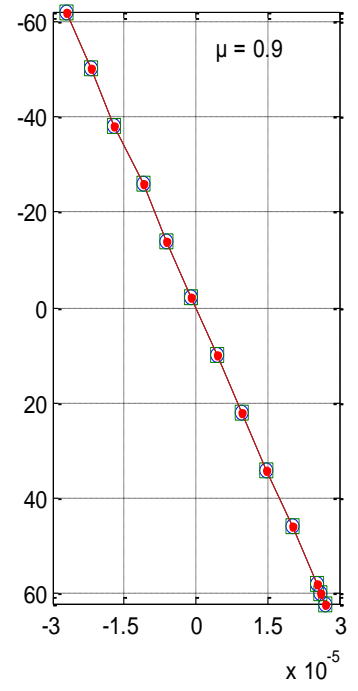
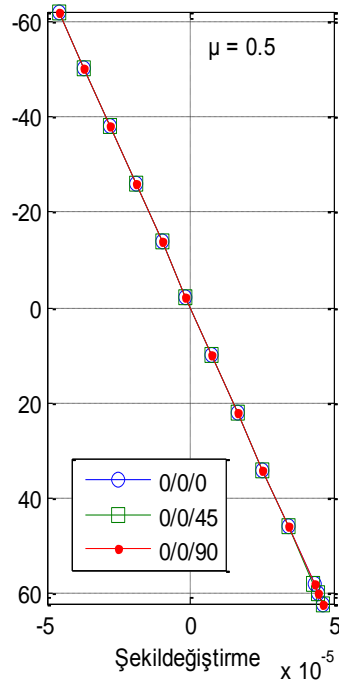
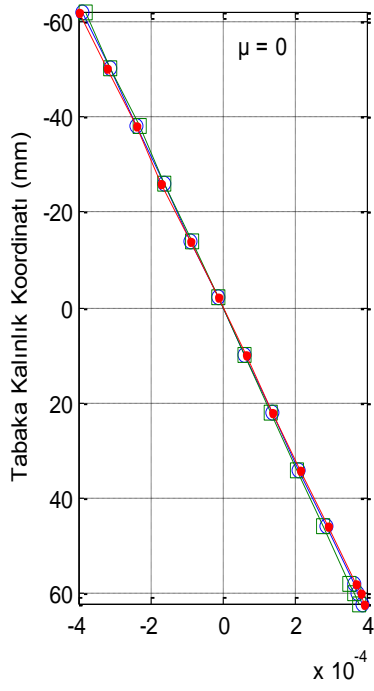


(c)

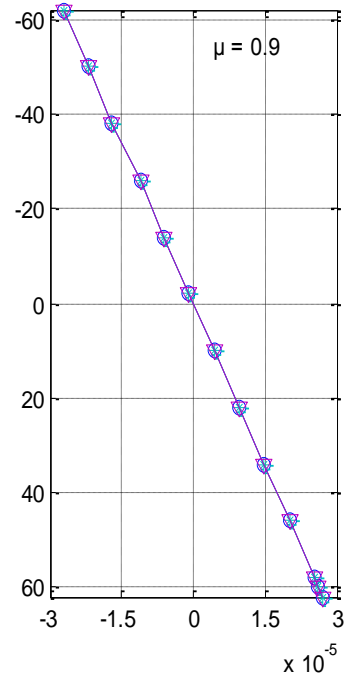
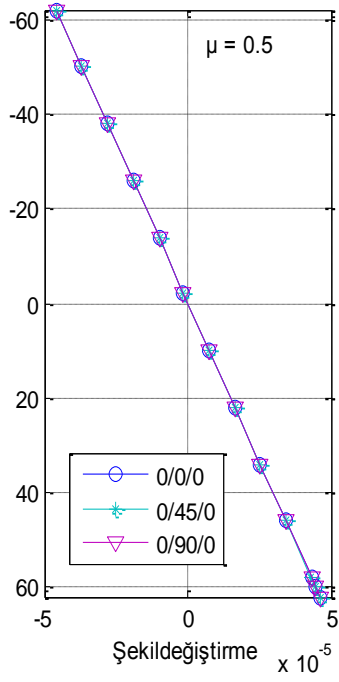
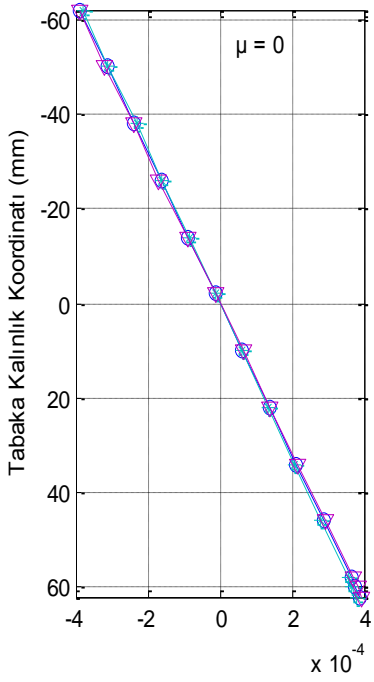


(d)

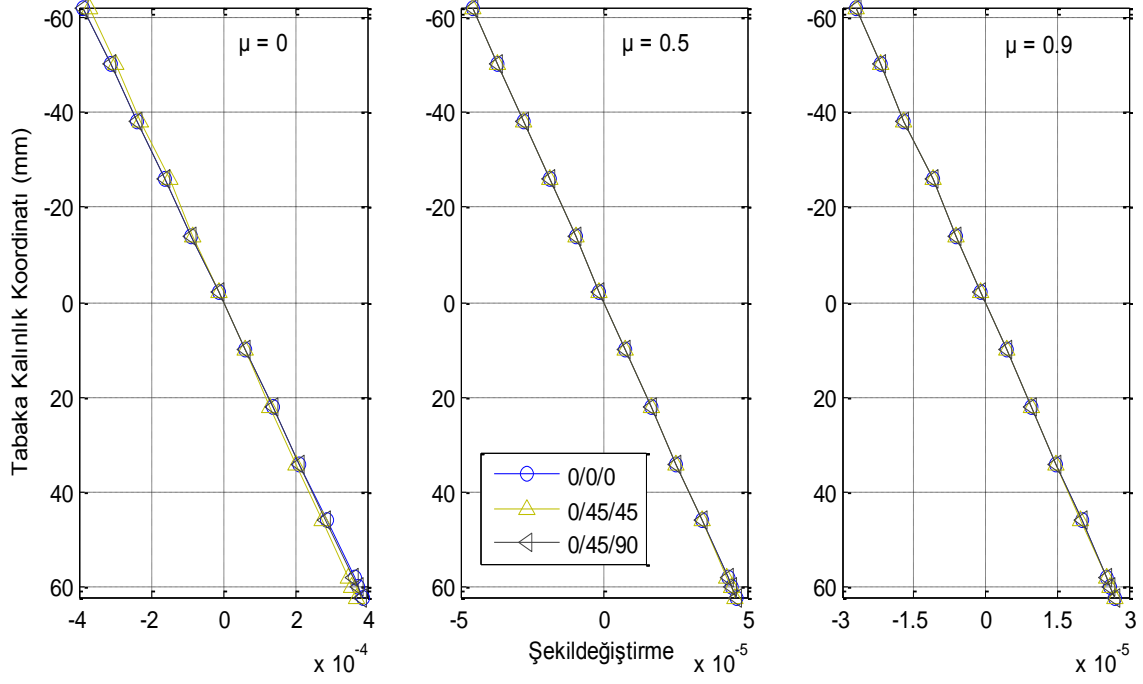
Şekil 4.167. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)



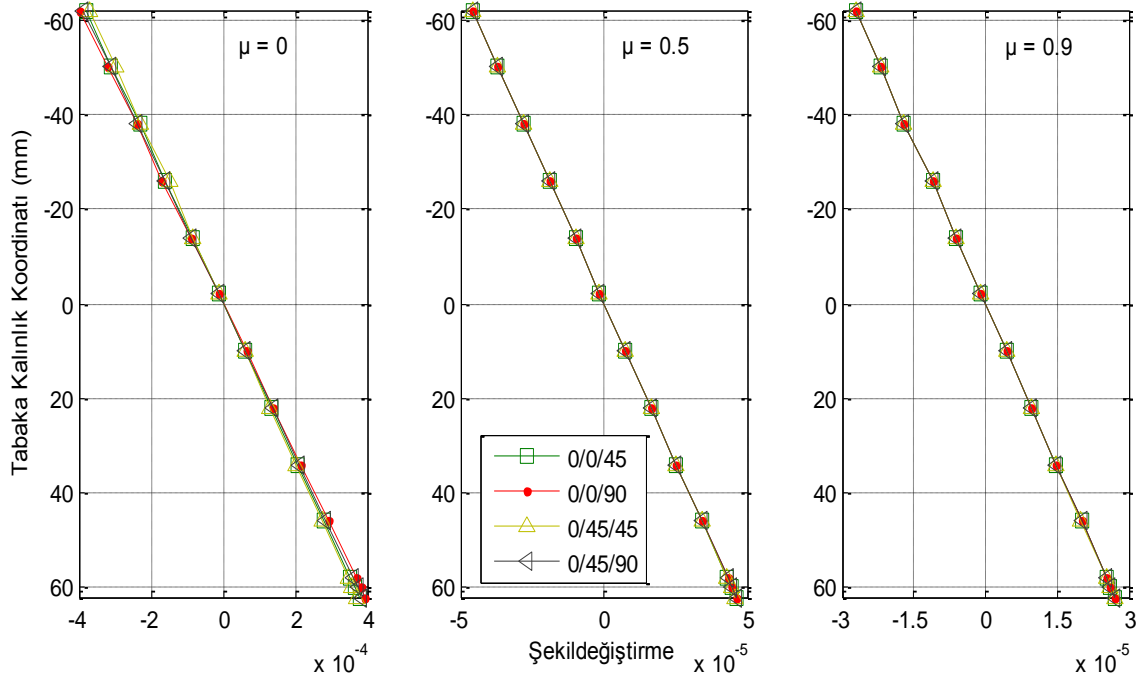
(a)



(b)

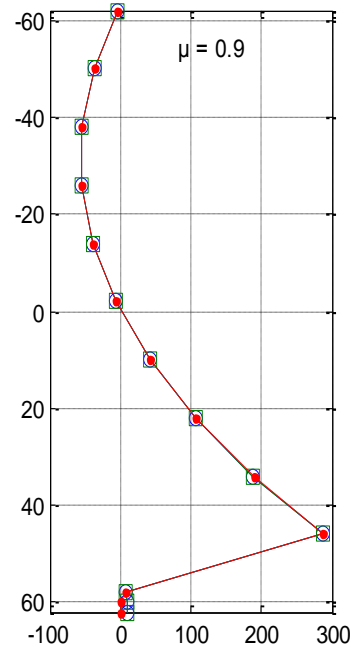
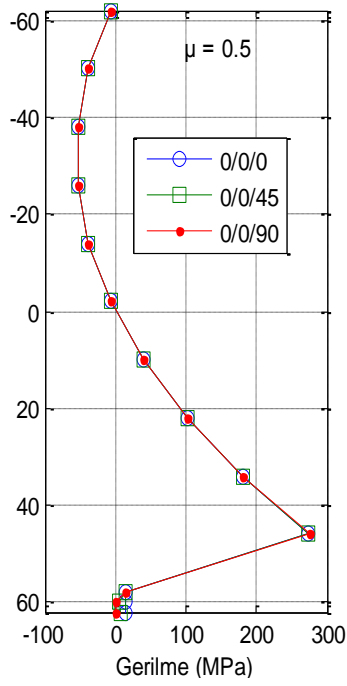
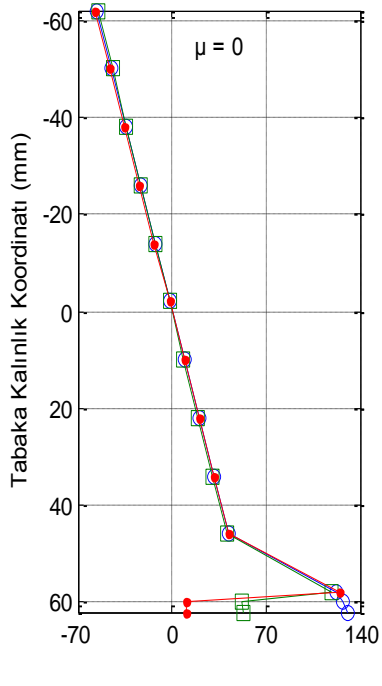


(c)

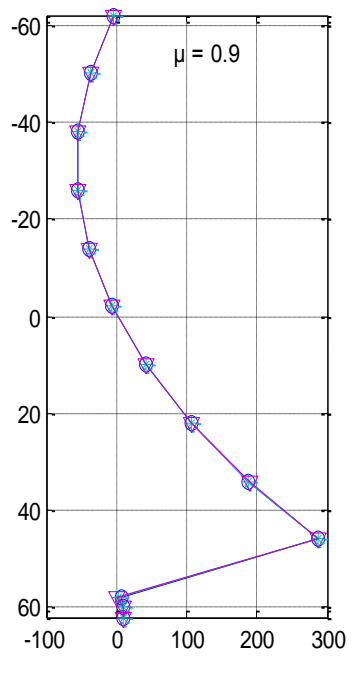
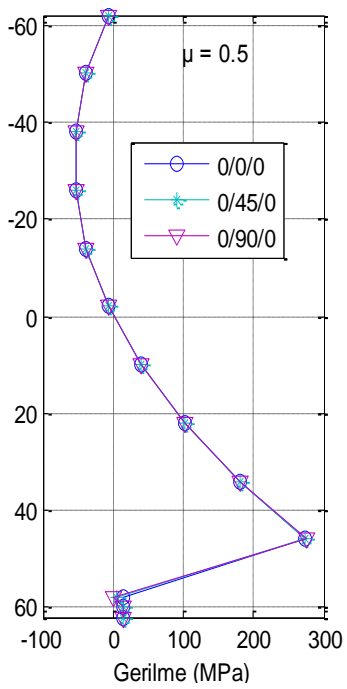
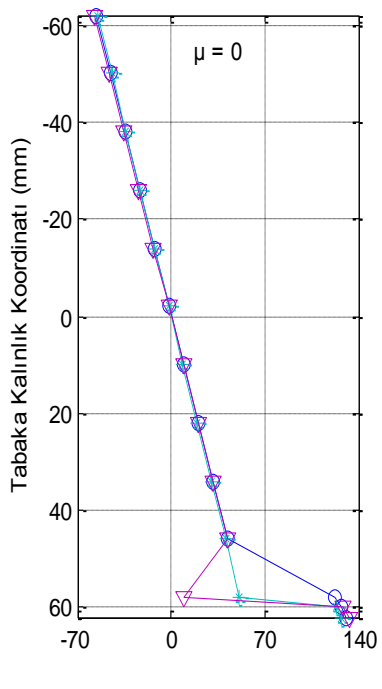


(d)

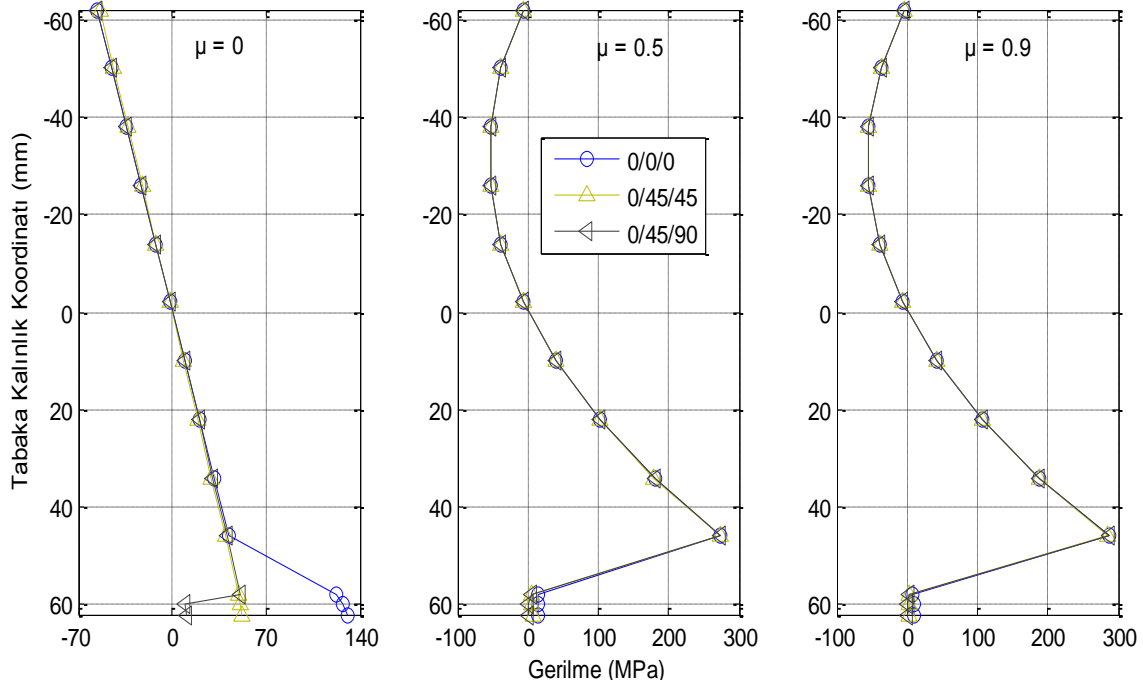
Şekil 4.168. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)



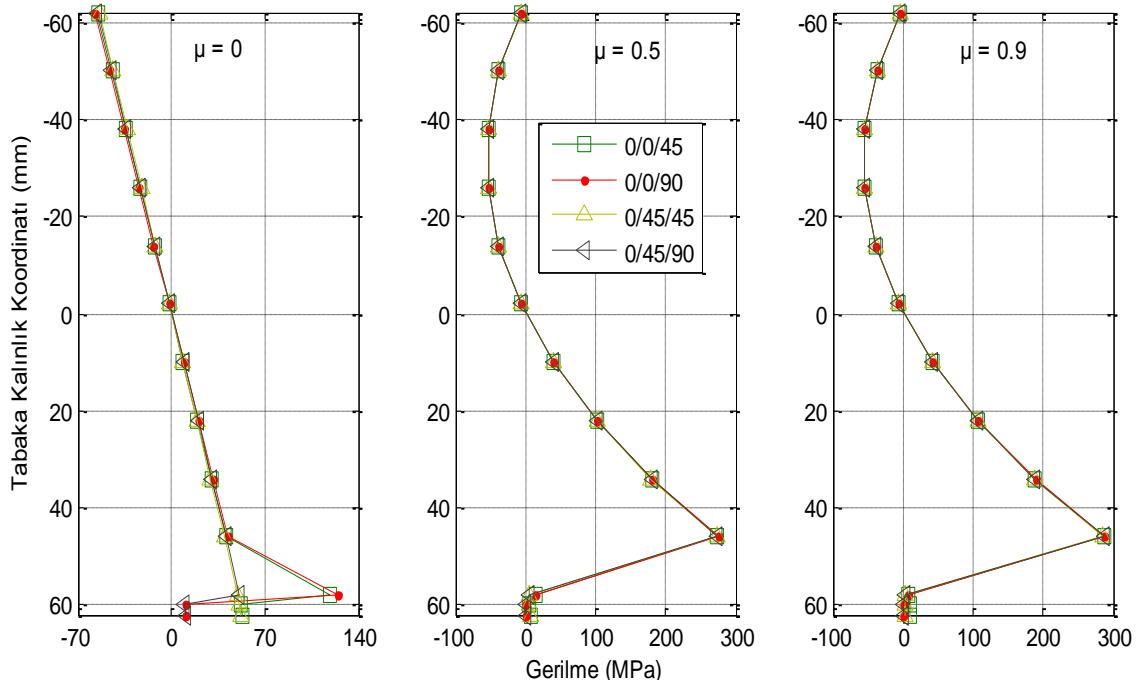
(a)



(b)

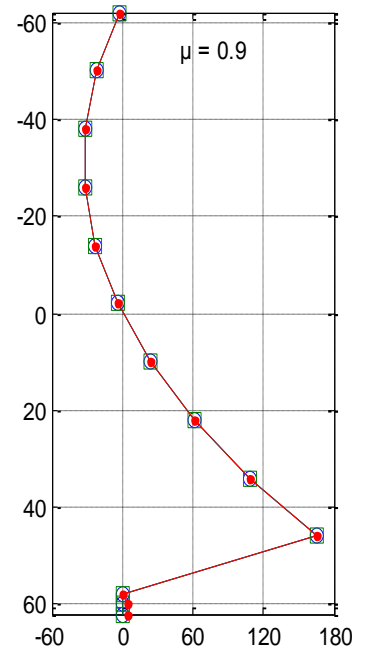
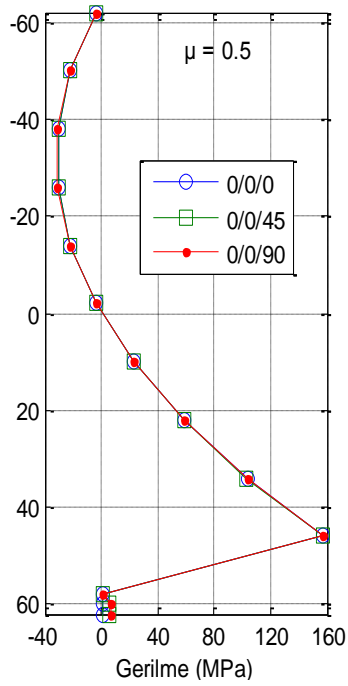
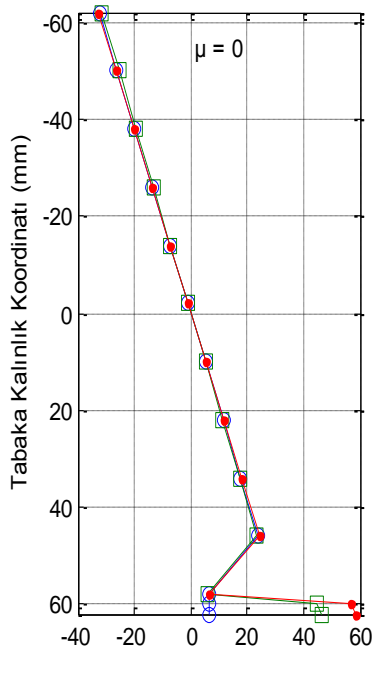


(c)

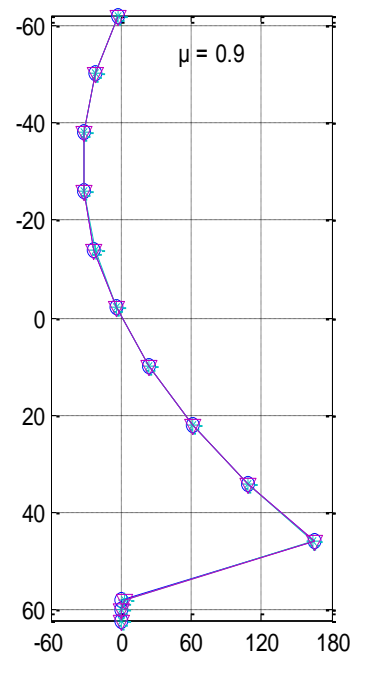
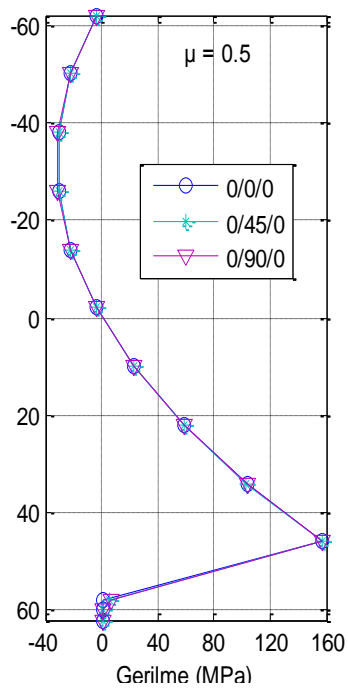
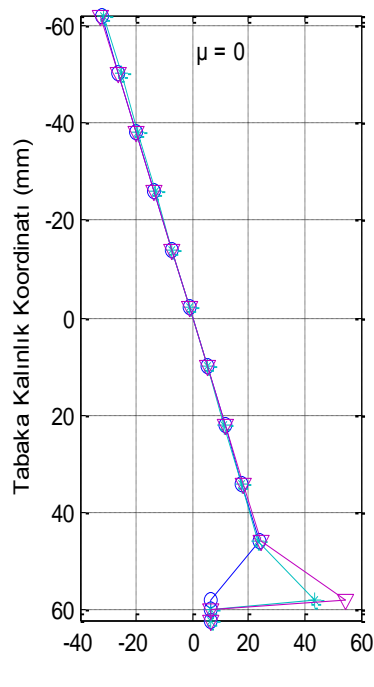


(d)

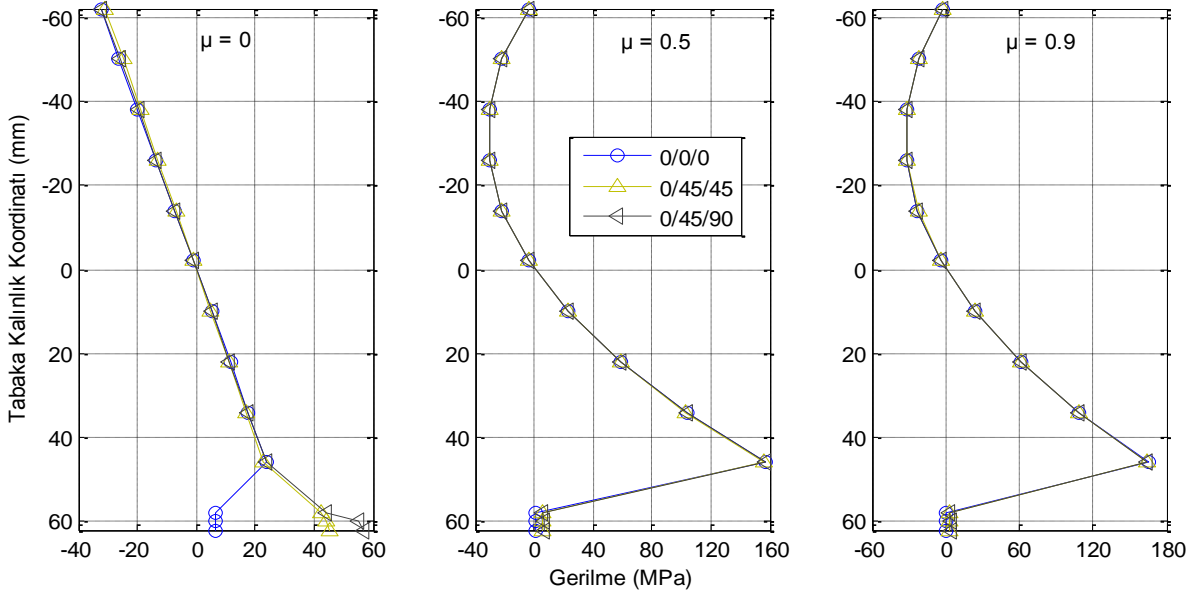
Şekil 4.169. x-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)



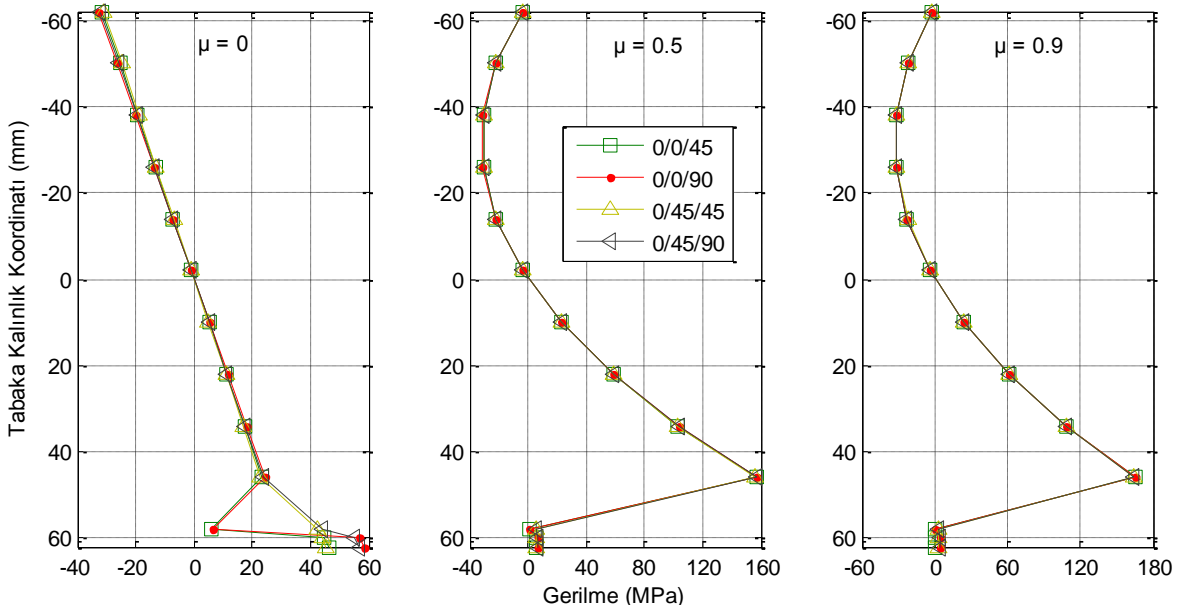
(a)



(b)



(c)



(d)

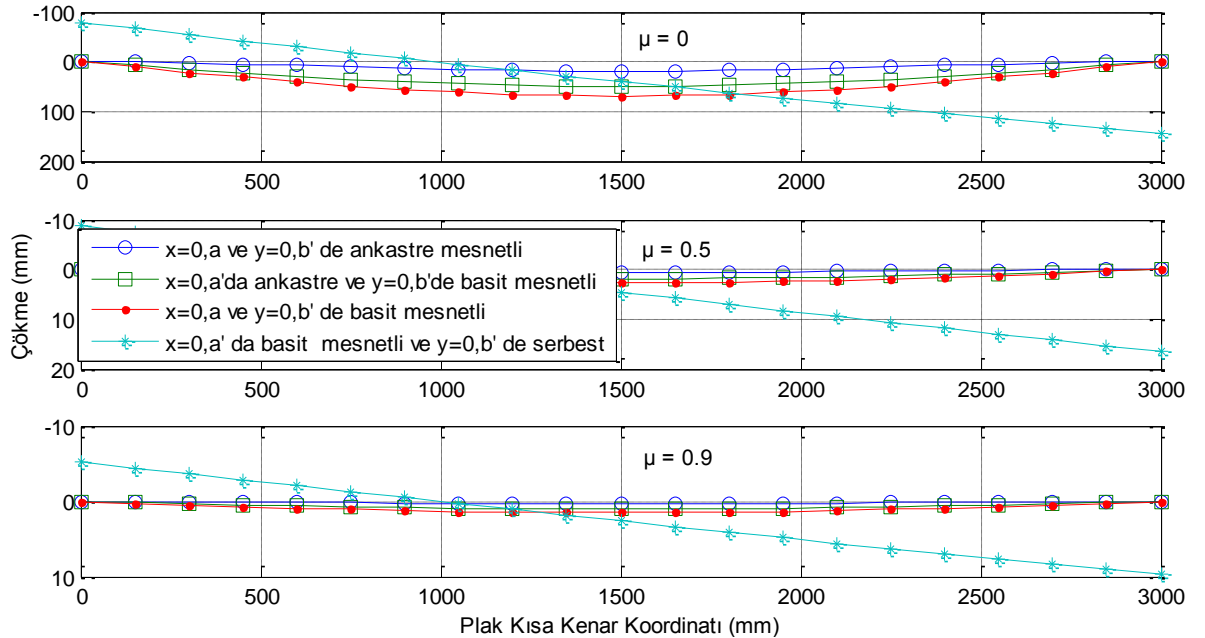
Şekil 4.170. y-ekseni doğrultusunda meydana gelen gerilmelerin tabaka kalınlığına göre değişimi (P8, Durum 3)

Rijitlikler non-homojenlik katsayısına bağlı olarak artmış, ancak farklı tabakalanma düzeninde, farklı değerlerde artış göstermiştir (Şekil 4.98). Çizelge 4.18 incelendiğinde (0/0/45) tabakalanma düzeninde, (0/45/0) düzeninden daha büyük eğilme rijitliğinin olduğu görülmektedir. Tabakalar plak orta düzleminde uzaklaştıkça ve yönlenme açılarının değerleri arttıkça, bu durumun eğilme

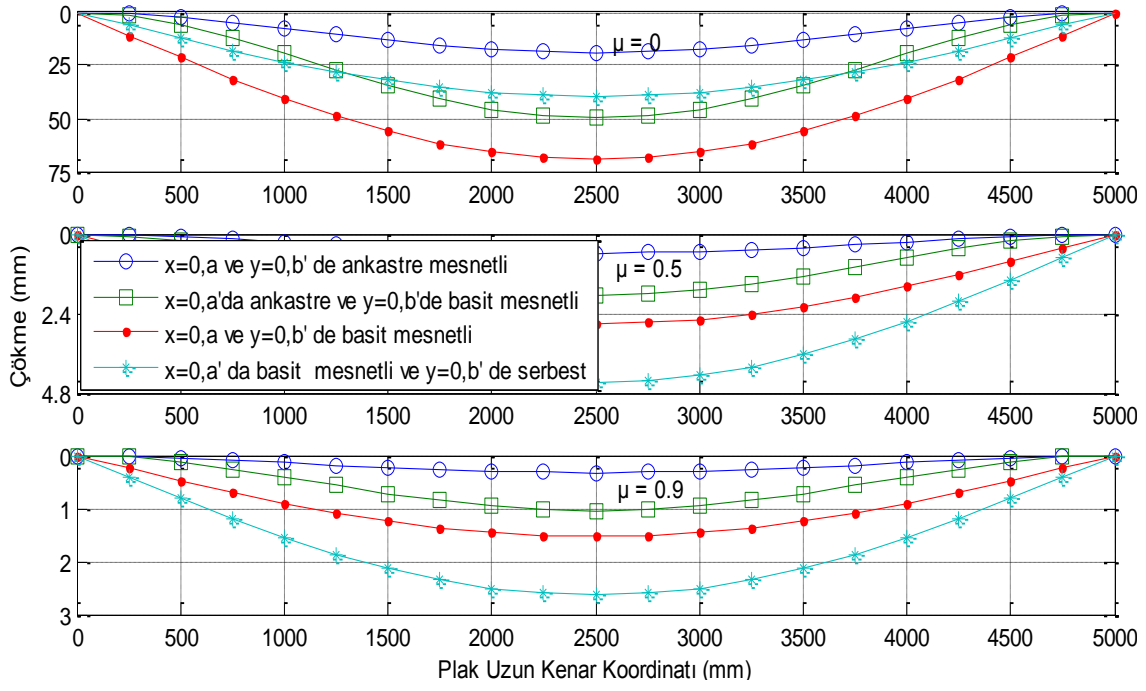
rijitliklerine etkisi o derece artmaktadır. Çünkü, uzama rijitlikleri yalnızca tabaka kalınlıkları ile bu tabakaların kalınlıklarına bağlı iken, eğilme rijitlikleri bunlara ek olarak tabakaların orta düzleme göre buldukları yerlere ve dolayısıyla orta düzleme olan uzaklıklarına bağlıdır.

Çizelge 4.31'den da görüleceği gibi çökme değerleri non-homojenlik katsayısının artışıyla azalma gösterirken, kullanılan iki teorinin verdiği sonuçlar arasındaki fark artmıştır ve en küçük çökme (0/45/45) tabakalanma düzeninde elde edilmiştir (Şekil 4.165-Şekil 4.166). Non-homojenlik katsayısının $\mu=0$ olması durumunda %0.3434 olan bu fark, $\mu=0.5$ iken %2.7615 ve $\mu=0.9$ iken %4.6963 olarak elde edilmiştir.

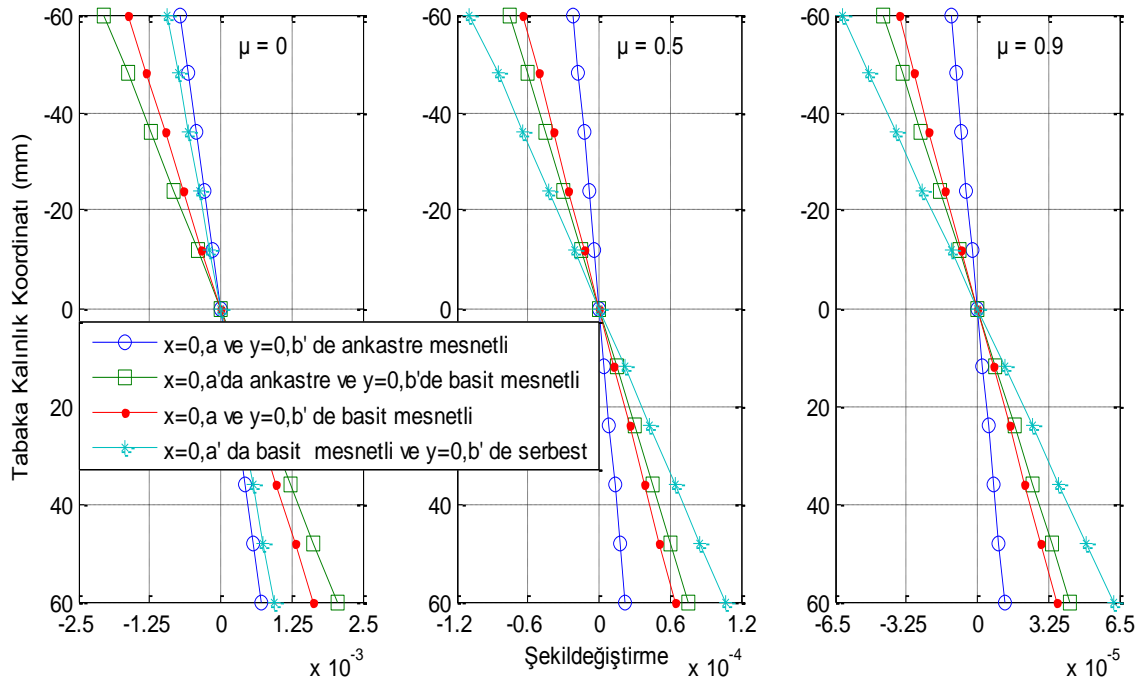
Şekil 4.167-Şekil 4.168' den görüleceği gibi, şekildeğiştirmeler Çizelge 4.31' da verilen çökme değerlerine paralel olarak değişim göstermiştir. Çünkü elastik eğride meydana gelen çökme arttıkça eğrilik artmakta ve dolayısıyla x ve y-ekseni doğrultularında şekildeğiştirmeler artmaktadır. Şekil 4.169-Şekil 4.170 incelendiğinde gerilme değerleri açı değişimiyle değişmektedir. Yönlenme açısının değeri artırıldıkça, takviye elemanının fiberleri x eksenine doğrultusundan uzaklaşmakta ve bu durumda x-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri azalmakta, y-ekseni doğrultusundaki gerilme değerleri artmaktadır.



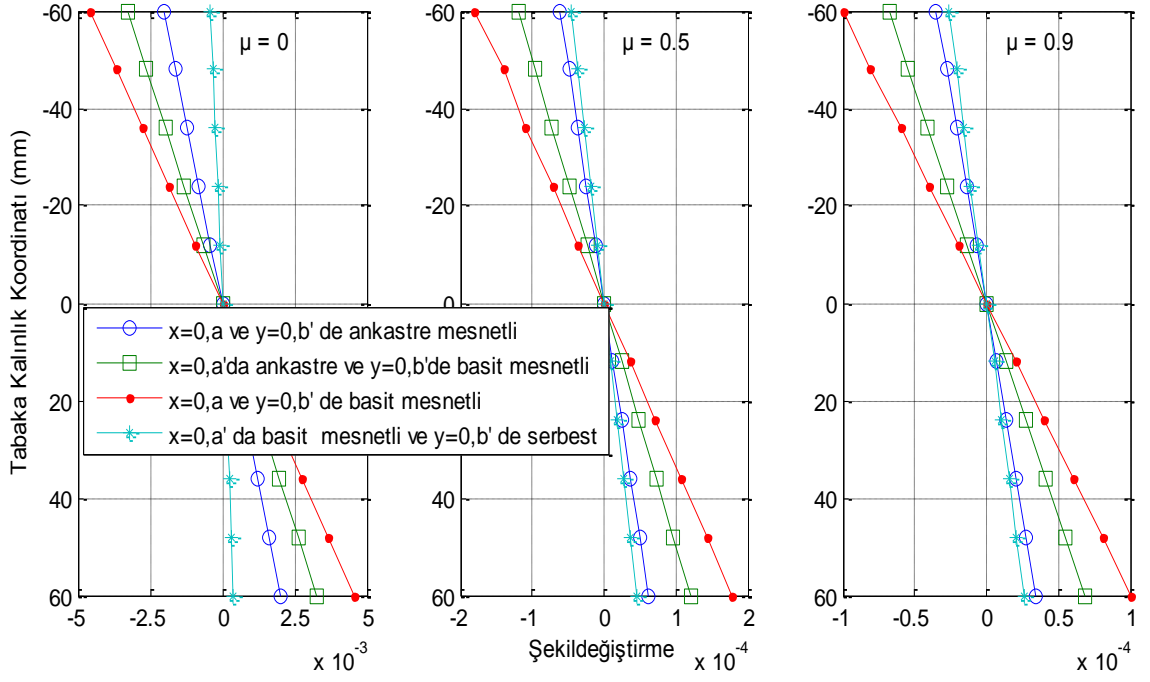
Şekil 4.171. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



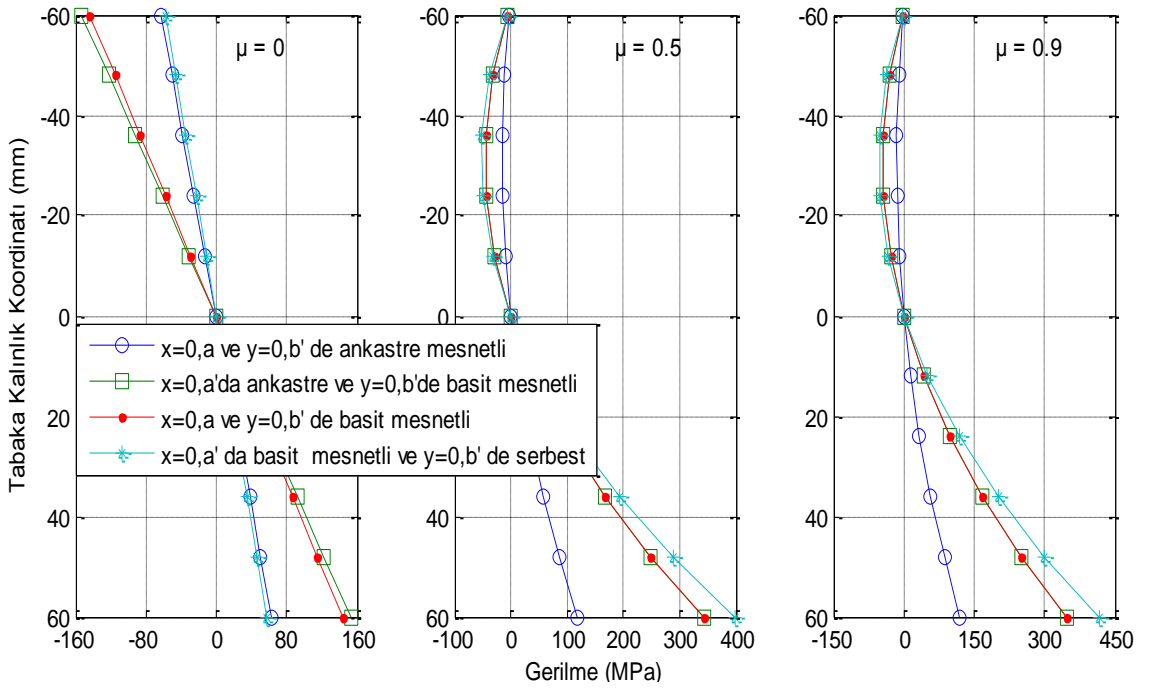
Şekil 4.172. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



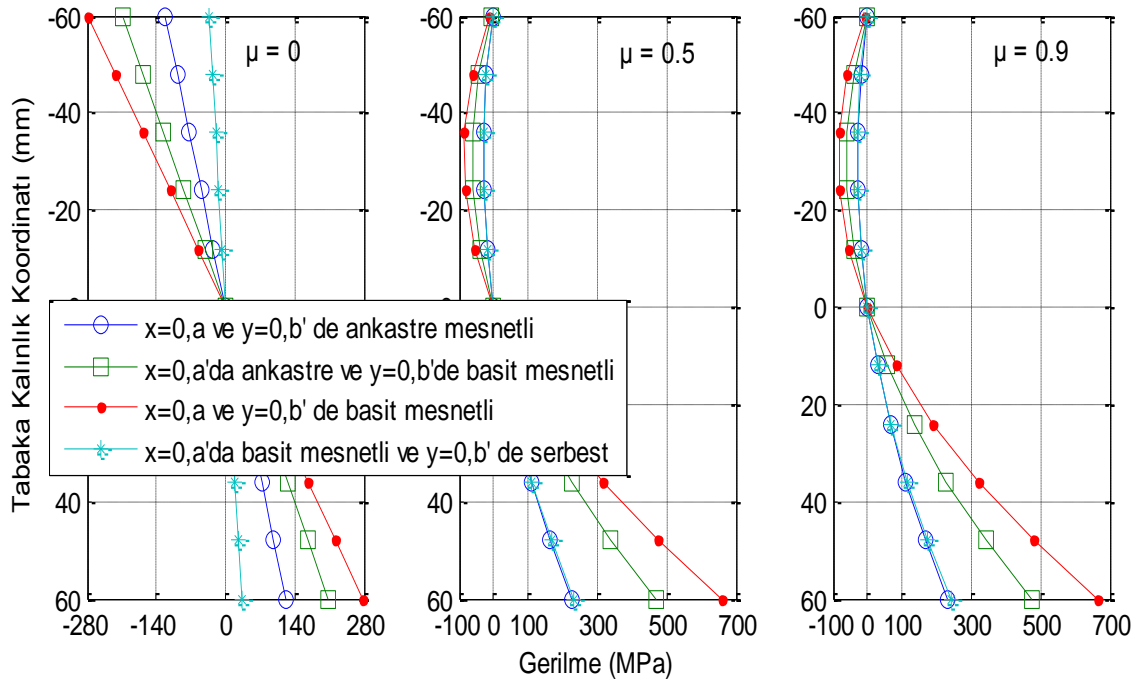
Şekil 4.173. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenine doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



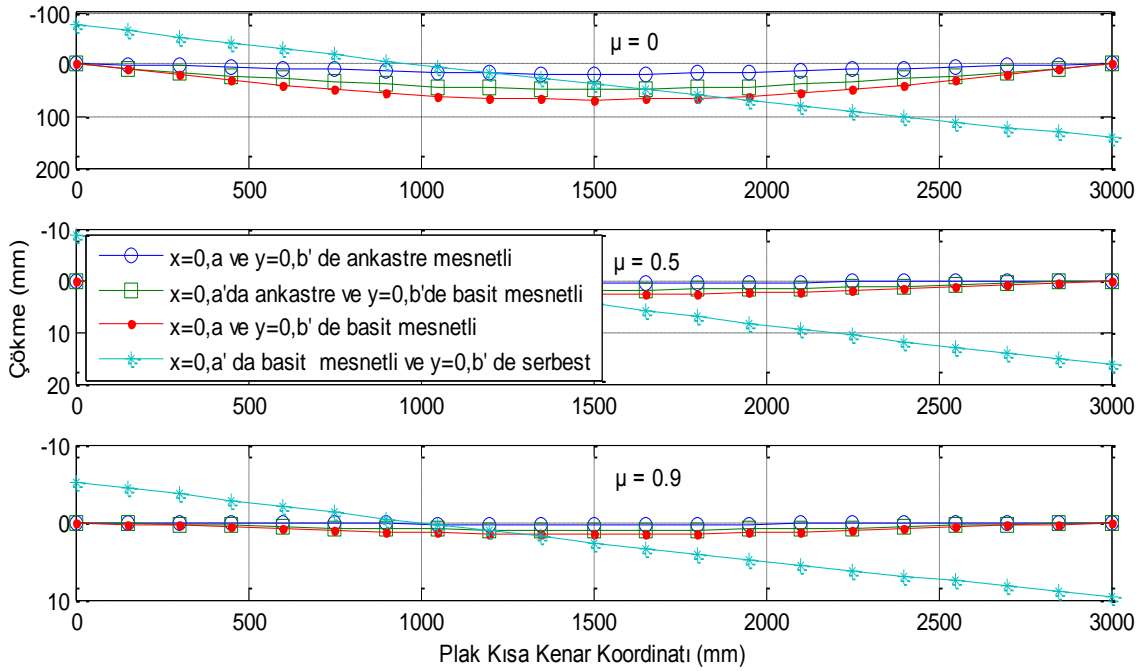
Şekil 4.174. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



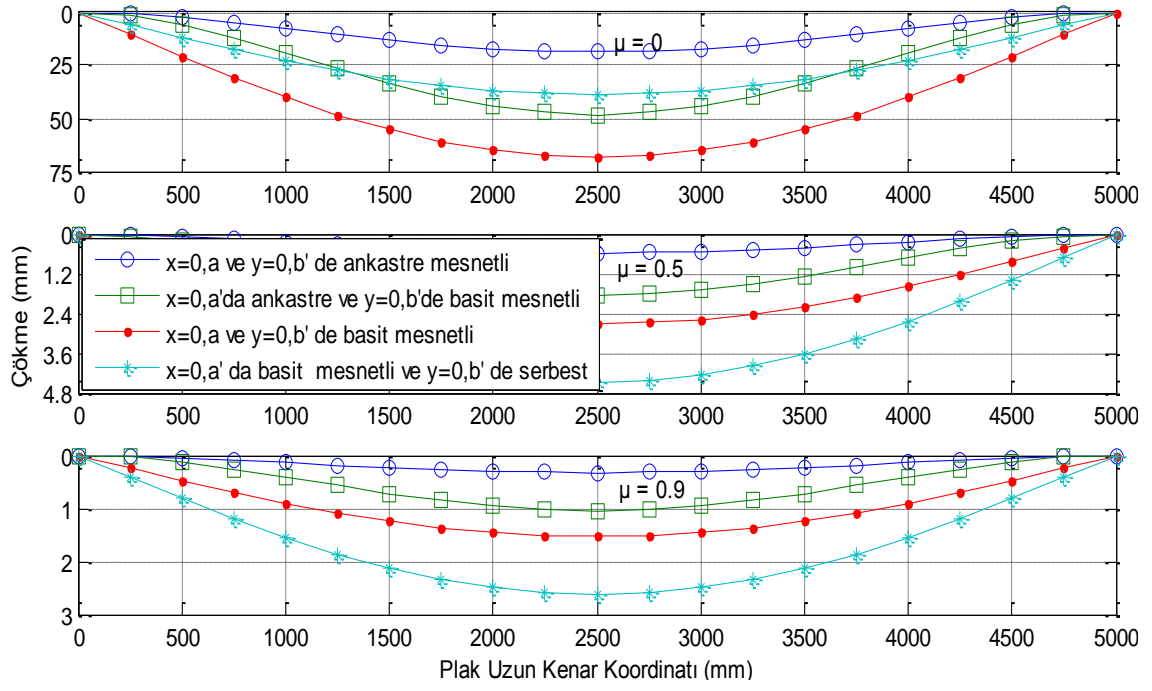
Şekil 4.175. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için x eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



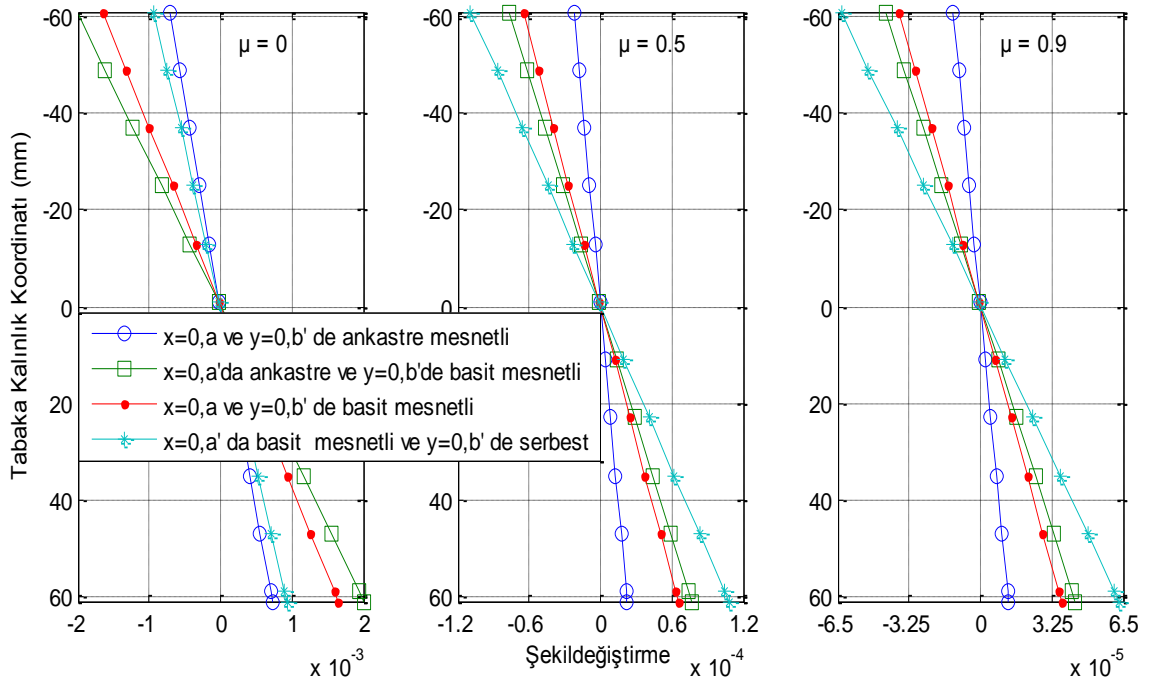
Şekil 4.176. Farklı sınır koşullarında (0) durumu için y eksenı doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



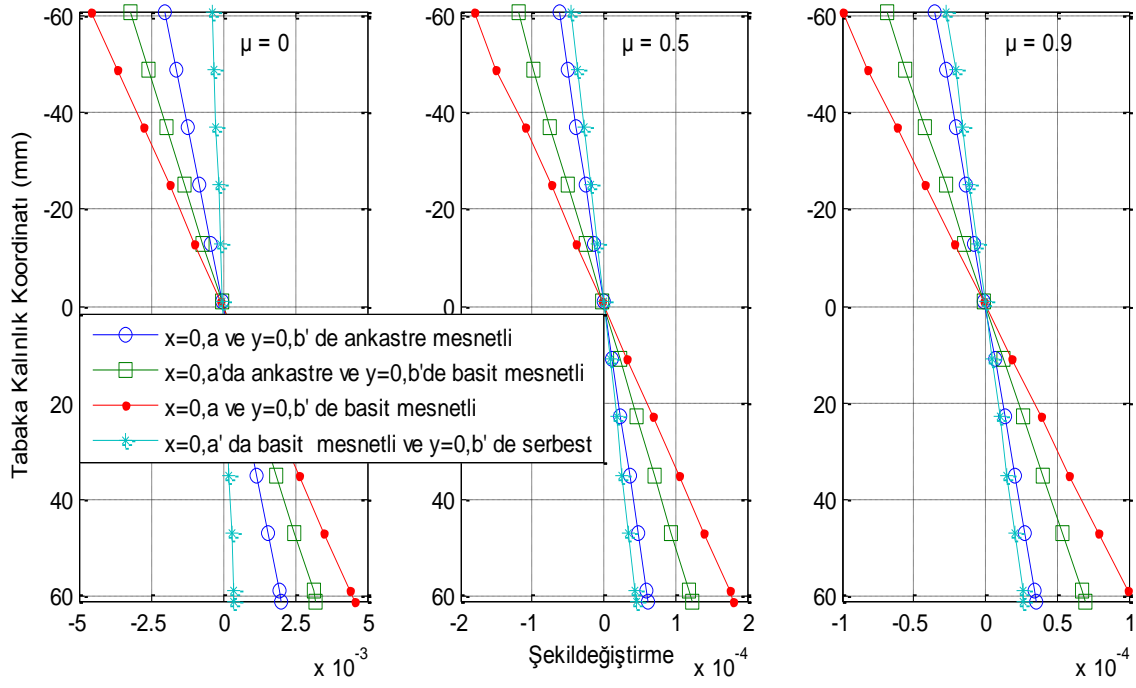
Şekil 4.177. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



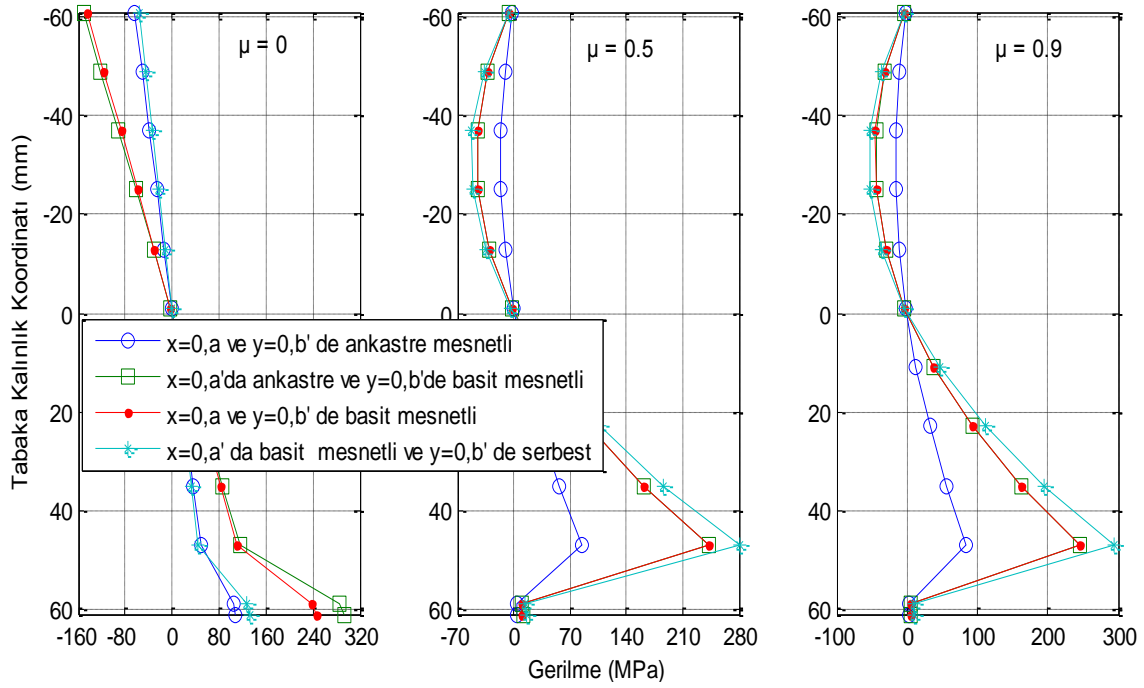
Şekil 4.178. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



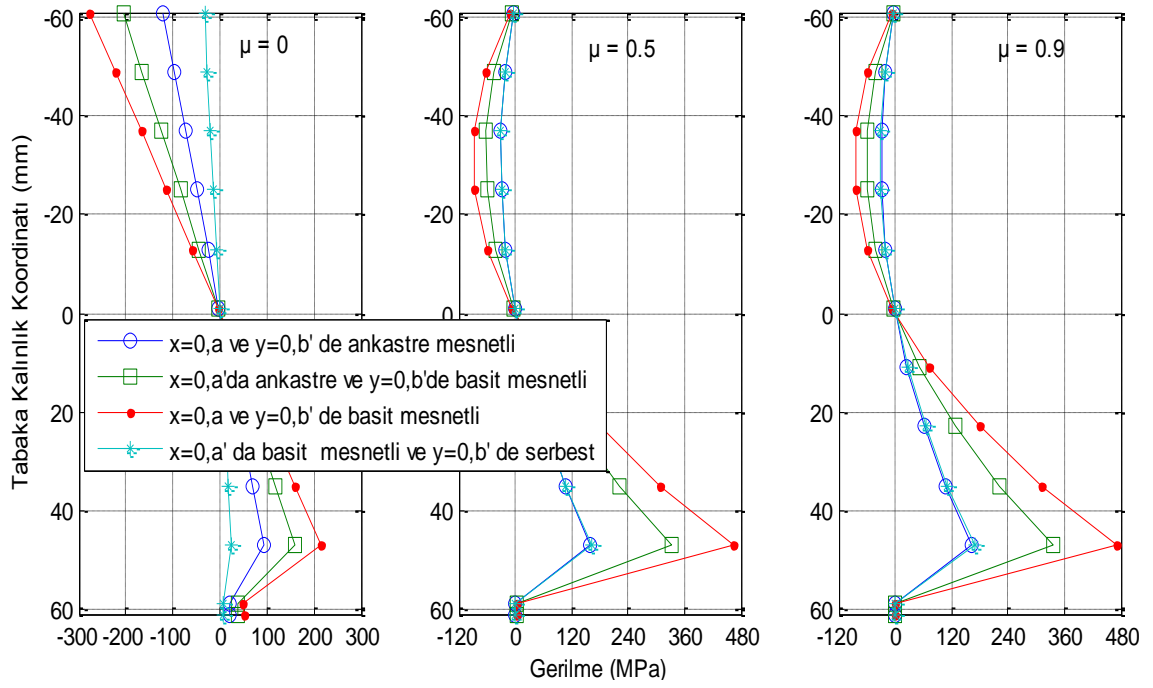
Şekil 4.179. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenı doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



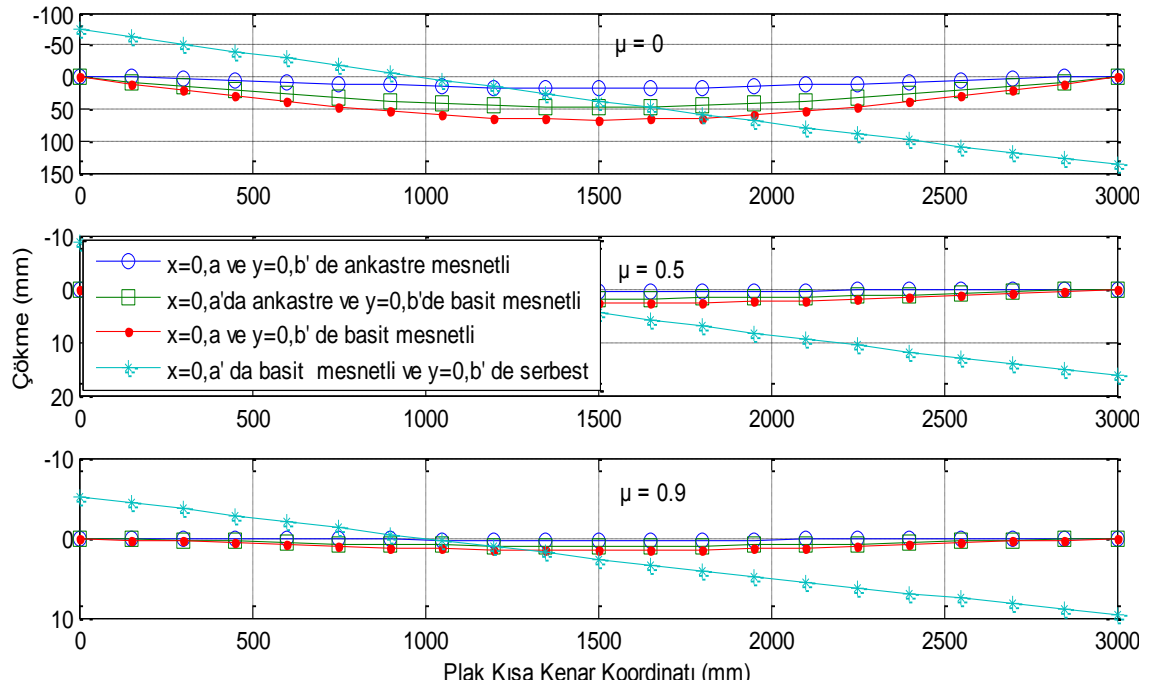
Şekil 4.180. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



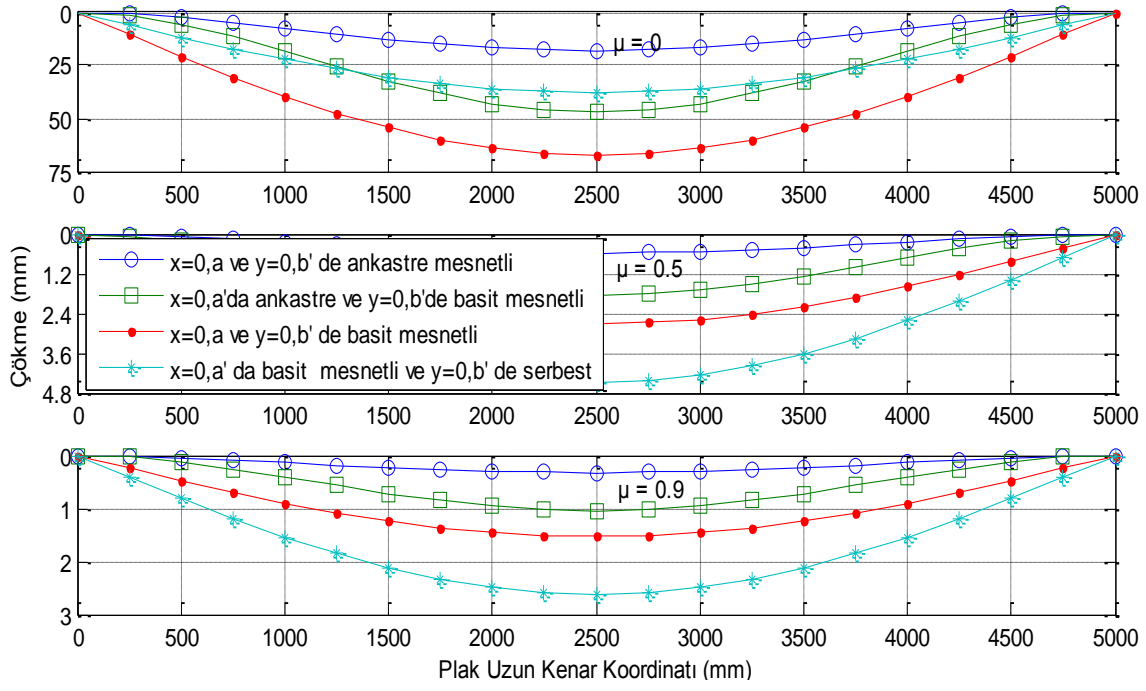
Şekil 4.181. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için x eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



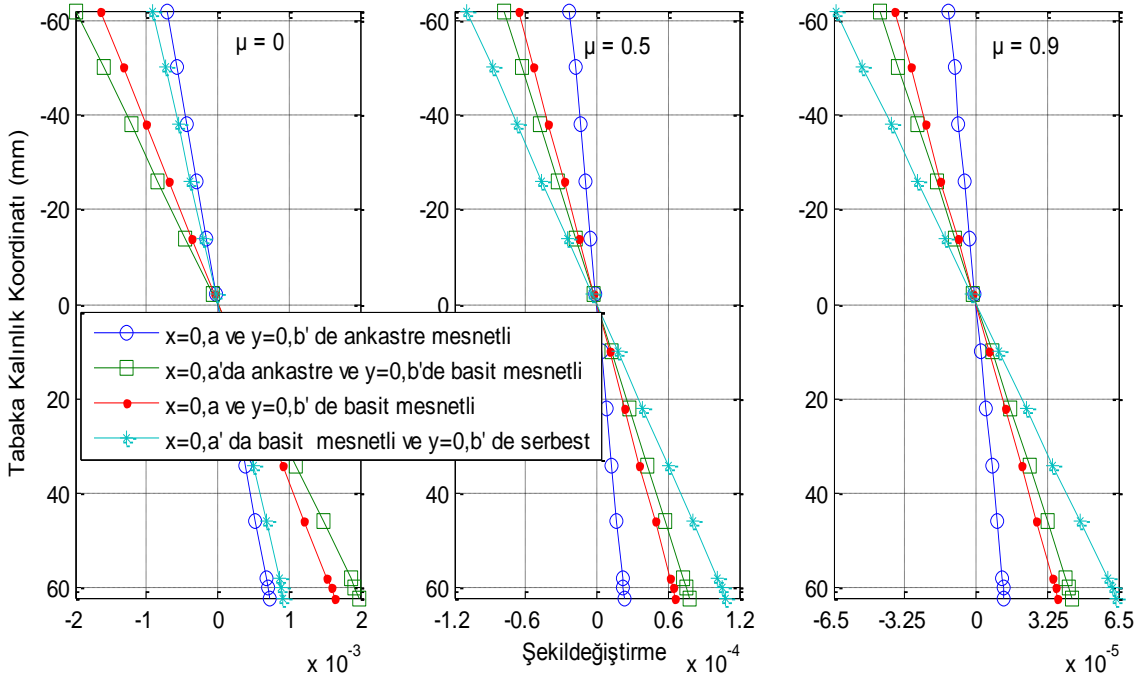
Şekil 4.182. Farklı sınır koşullarında (0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



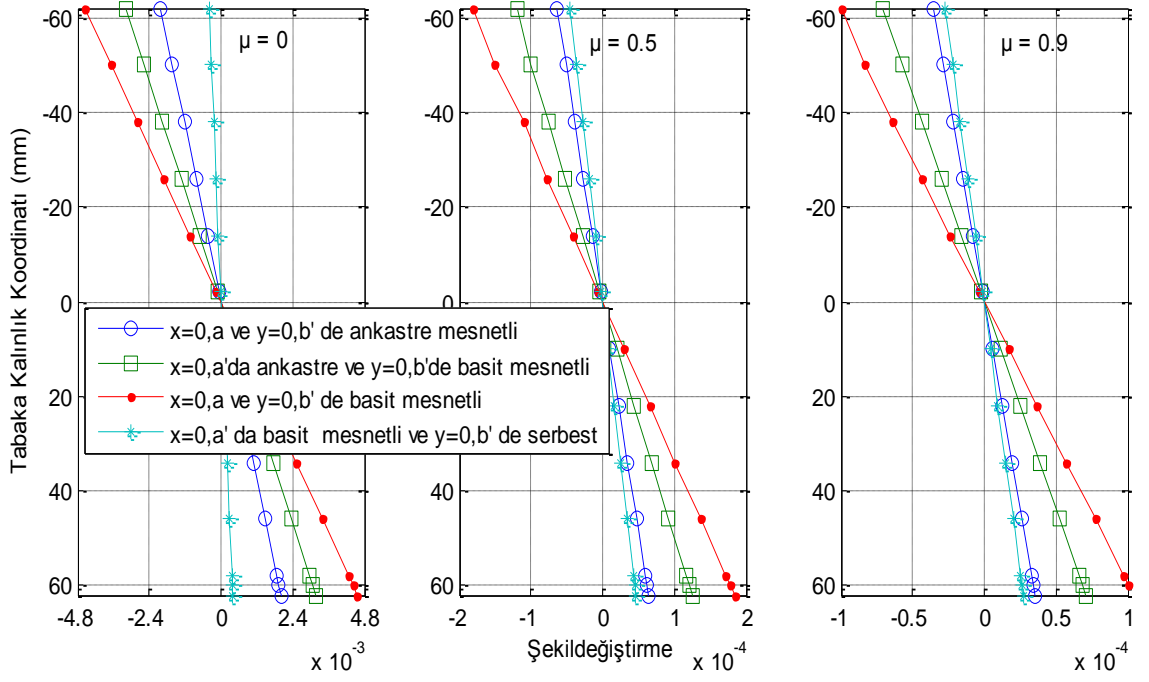
Şekil 4.183. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak kısa kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



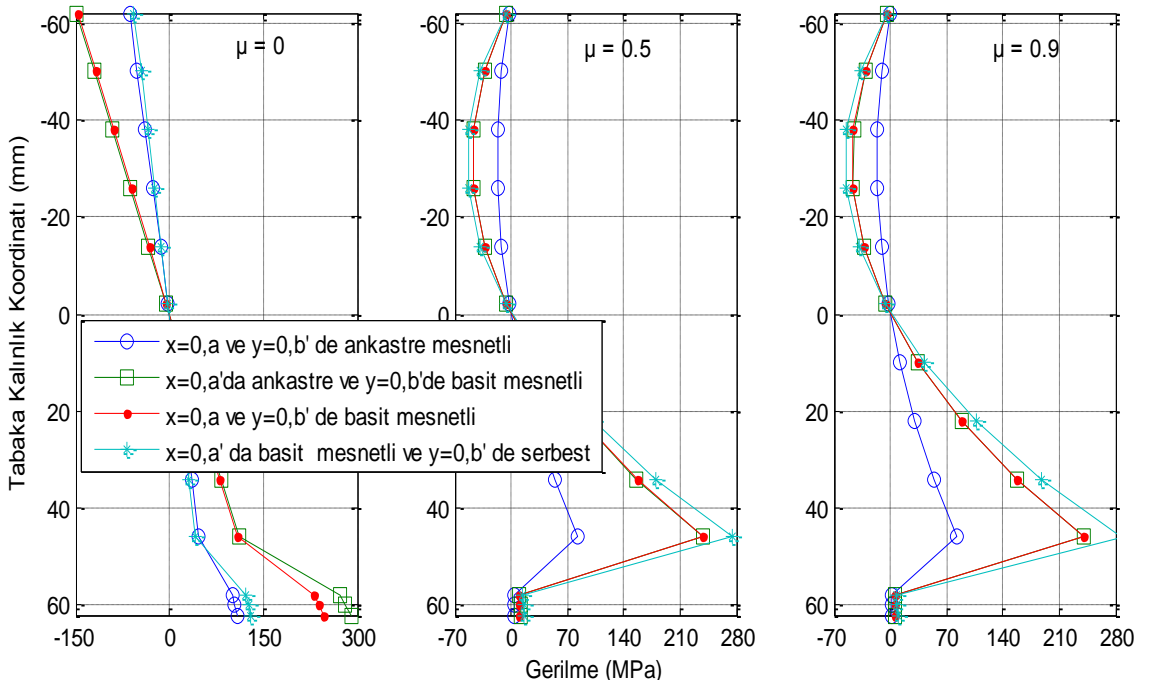
Şekil 4.184. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için plak uzun kenar doğrultusunda meydana gelen çökmeler (mm)



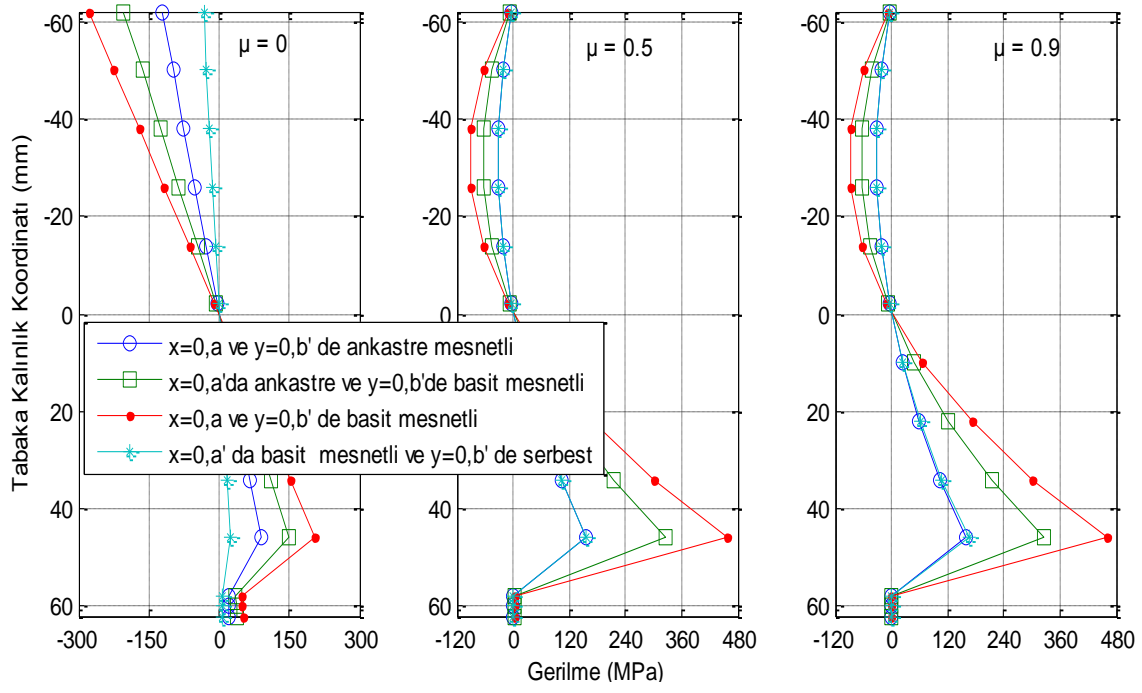
Şekil 4.185. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x ekseninde meydana gelen şekildeğiştirmeler



Şekil 4.186. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen şekildeğiştirmeler



Şekil 4.187. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için x eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)



Şekil 4.188. Farklı sınır koşullarında (0/0/0) durumu için y eksenini doğrultusunda meydana gelen gerilmeler (MPa)

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Bu çalışmada, denge denklemleri kullanılarak Matlab paket programı yardımıyla bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bu programla Klasik Plak Teorisi (CPT), Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT) ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) yardımıyla çeşitli tipteki ve farklı sınır koşullarına sahip tabakalı plakların analizi yapılmış, elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Analizlerde elastik eğri denklemleri, farklı sınır şartlarına uygulanabilecek yaklaşım fonksiyonlarını ifade edebilen Ritz Metodu kullanılarak elde edilmiştir.

Çalışmada ayrıca, plakların kalınlıkları boyunca non-homojen olduğu dikkate alınmıştır. Plaklar kalınlıkları boyunca sonlu elemanlara ayrılmış ve her bir kalınlık koordinatında farklı bir elastisite modülü ve dolayısıyla farklı rijitlikler elde edilmiştir. Bunun için, Bölüm 4.2.1’de belirtildiği gibi, non-homojenlik yaklaşım fonksiyonu $f(z)=z$ olarak seçilmiş ve $\mu = 0, 0.5$ ve 0.9 olacak şekilde non-homojenlik katsayısı alınmıştır.

İncelenen tüm plak problemlerinde özetle;

1) Seçilen non-homojenlik fonksiyonuna ve katsayısına bağlı olarak, betonarme plağın kalınlığı boyunca alınan her bir parçada elastisite modülü değerleri farklı olmakta ve buna bağlı olarak her bir parçadaki rijitlikler birbirinden farklı olmaktadır.

2) Çökme değerleri, non-homojenlik katsayısının (μ) artmasıyla ve dolayısıyla rijitliklerin artmasıyla azalma göstermektedir.

3) Non-homojenlik katsayısı $\mu = 0$ iken, yani plak homojen olarak dikkate alındığında, Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT) ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark çok küçük olmaktadır. Ancak non-homojenlik katsayısının artışıyla CLPT ve FSDT’ den elde edilen çökme değerleri arasındaki fark artmaktadır.

4) Tabakalı kompozit plaklar için, en rijit tabakanın plak orta düzleminde en uzak yere yerleştirilmesi malzeme rijitliğini o nispete artırmaktadır.

5) Bir tabakalı kompozit malzeme tasarımında, tabaka sayısının artırılması yerine sadece tabaka yönelme açılarının değiştirilmesiyle bile daha optimum sonuçlar ve daha ekonomik tasarımlar elde edilebilmektedir.

6) Şekildeğiştirmeler, plak eğriliğine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Yani hangi tabakalanma düzeninde daha büyük çökme meydana gelmişse, o tabakalanma düzenindeki eğrilikte büyük olmakta ve dolayısıyla bu durumdaki şekildeğiştirme değerleri, diğer tabakalanma düzeni durumunda elde edilen değerlerden daha büyük olmaktadır.

7) Farklı tabakalanma düzenleri dikkate alındığında, rijitlik hangi doğrultuda daha büyükse, o doğrultudaki gerilmeler maksimum değer almaktadır. Yani y eksenine doğrultusundaki rijitlik, x eksenine doğrultusundaki rijitlikten büyükse $\sigma_y > \sigma_x$ olmaktadır.

9) Sınır koşullarının değişimi tabakalı kompozit plakta veya betonarme plakta, rijitlik değerlerinde farklılık meydana getirmemektedir. Buna rağmen, her bir sınır koşulu için farklı çökme değerleri elde edilmektedir. Burada, belirleyici faktör, her bir sınır şartı için farklı elastik eğri denklemlerinin elde edilmesidir.

10) Farklı sınır koşullarındaki şekildeğiştirmeler yine plak eğriliğine bağlı olarak değişmekte ve en büyük şekildeğiştirme çökmenin en büyük olduğu sınır şartında meydana gelmektedir.

11) Gerilme değerleri de şekildeğiştirme değerlerine bağlı olarak değişim göstermektedir. x ve y-eksenleri doğrultularında en büyük şekildeğiştirme hangi sınır koşulunda meydana gelirse, gerilme de o sınır şartında en büyük değerini almaktadır sonuçlarına ulaşılmaktadır.

5.2 Öneriler

Yukarıdaki sonuçlara bağlı olarak aşağıdaki öneriler yapılabilir:

1) Klasik elastisite teorisinde bir kesitin en alt ve en üst noktalarında kayma gerilmesi dağılımı sıfır olurken, (FSDT)'de tabaka kalınlığı boyunca sabit kaldığı varsayılmaktadır. Tabakalı plakların en alt ve en üst yüzeylerinde başka tabaka

mevcut olmadığından ve dolayısıyla bu noktalarda herhangi bir arayüz hasarı meydana gelmeyeceğinden bu teörinin analitik çözümlerde kullanılmasının bir sakıncası yoktur. Bundan dolayı, Klasik plak teorisi yerine, Kayma deformasyon teorisi kullanılmalıdır.

2) Non-homojenlik katsayısı $\mu = 0$ iken, yani plak homojen olarak dikkate alındığında, Klasik Tabakalı Plak Teorisi (CLPT) ve Birinci Mertebe Kayma Deformasyon Teorisi (FSDT) kullanılarak elde edilen çökme değerleri arasındaki fark çok küçük olduğundan homojen plaklarda FSDT yerine CLPT'nin kullanılmasının bir sakıncası yoktur. Ancak, non-homojenlik katsayısının artışıyla çökme değerleri arasındaki fark arttığından, homojen olmayan plakların analizinde FSDT kullanılmalıdır.

3) Tabakalı kompozit plaklarda, tabakalanma düzeninin değiştirilmesiyle yapısal deformasyonlar ve mekanik özellikler için farklı çözümler elde etmek mümkündür. Hatta daha ekonomik çözümler elde etmek mümkündür. Bu nedenle, çok fazla tabakanın bir araya getirilmesinden ziyade, belirli sayıdaki tabakanın yönlenme açılarının değiştirilmesiyle istenilen optimum sonucun elde edilmesi hem zaman kaybını minimuma indireyecek hem de daha ekonomik çözümler sunacaktır. Bundan dolayı, tabaka yönlenme açıları dikkate alınmalıdır.

4) Tabakalı kompozit plaklarda malzeme rijitliklerinin artırılması için, tasarımı esnasında, en rijit tabaka orta düzlemden en uzak yere yerleştirilmelidir.

5) Malzemelerin mekanik davranışlarına, non-homojenlik fonksiyonu ve katsayısının etkisi büyük olmaktadır. Bundan dolayı, homojen olmayan malzemelerden elde edilen tabakalı kompozit plaklar için non-homojenlik fonksiyonuna ve katsayısına ihtiyaç vardır. Bunların kullanılmasıyla malzemenin mekanik özellikleri kesinliğe daha da yaklaşacak ve daha doğru sonuçlar elde edilecektir. Sonuç olarak, bir kompozit malzeme tasarımında malzeme özelliklerinin ve malzeme mekanik özelliklerinin iyi saptanması gerekmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Arslan, O.,2012. Boşluklu tek doğrultulu betonarme döşemelerin cfrp şeritlerle güçlendirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 88, 322936.
- [2] Behjat, B., Paykani, A., Afkar, A., 2012. Analysis of deflection of rectangular plates under different loading conditions, *International Journal of Natural and Engineering Sciences*, 6 (3):15-20, 2012.
- [3] Bensoussan, A., Lions, J., Papanicolaou, G., 1978. Asymptotic analysis for periodic structures, *Amsterdam, Nord Holland*.
- [4] Brickmann, J.A.,1954. On the nature of radiation damage in metals, *Journal of Applied Physics*, 25, 961.
- [5] Çırak, İ.F.,2004. Homojen olmayan ortotrop kompozit malzemelerden oluşandıkdörtgen plakların enine kayma deformasyonunu içeren titreşim analizi,Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Isparta, 166, 184326.
- [6] Delale,F., Erdoğan,F.,1983. The crack problem for a non-homogeneous plane, *Asme Journal Of Applied Mechanics*, 50, 609-614.
- [7] Erdoğan,F., Kaya,A.C., Joseph, P.F.,1991. The crack problem in bonded non-homogeneous materials, *Asme Journal Of Applied Mechanics*, 58, 410-418.
- [8] Ersoy, H.Y.,2001. Kompozit malzeme, *Literatür Yayıncılık, İstanbul*.
- [9] Fabrikant,V.I.,1985. External crack in non-homogeneous elasticity, *Engineering Fracture Mechanics*, 22, 855-858.
- [10] Fares, M.E., 1999. Non-linear bending analysis of composite laminated plates using a refined first-order theory, *Composite Structures* 46 (1999) 257±266.
- [11] Galasso, F. S, 1969. High modulus fibres and composites, *Gordac and Breach Science Publishers, New York*.
- [12] Goswami, S.,2006. A C0 plate bending element with refined shear deformation theory for composite structures, *Composite Structures* 72 (2006) 375–382.
- [13] Günalp, G., 2002. Tabakalı kompozit plakların ve kabukların statik analizi, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 94,119891.
- [14] Hashin,Z., Shtrikman,S.,1962. On some variational principles in anisotropic and non-homogeneous elasticity, *Journal Of Mechanics, Physics and Solids*, 4, 335-442.
- [15] İnan, M. 1969. Düzlemde elastisite teorisi, *Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul*.

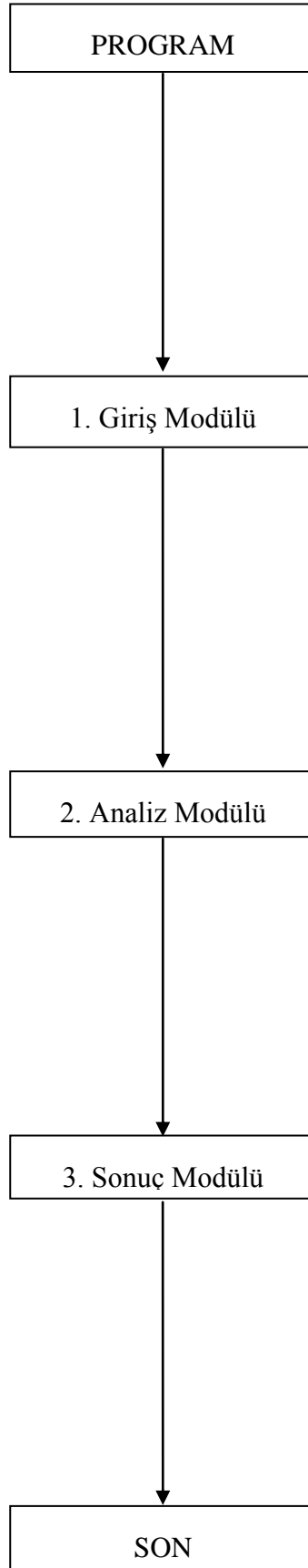
- [16] Kant, T., Swaminathan, K., 2002. Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory, *Composite Structures* 56 (2002) 329–344.
- [17] Khoroshun, L.P., Kozlov, S.Y., 1988. The generalized theory of plates and shells non-homogeneous in thickness direction, *Naukova Dumka, Kiev*.
- [18] Kurtipek, Y.F., 2007. Beton ile cfrp şeritler arasındaki kayma gerilmesi dağılımının deneysel olarak incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 71, 201050.
- [19] Lekhnitskii, S. G., 1963. Theory of elasticity an anisotropic elastic body, *Holden-Day, Inc, 401 p., San Francisco*.
- [20] Lomakin, V.A., 1976. The elasticity theory of non-homogeneous materials, *Nauka, Moscow*.
- [21] Mbakogua, F.C., Pavlovic, M.N., 2000. Bending of clamped orthotropic rectangular plates: a variational symbolic solution, *Computers and Structures* 77(2000), 117±128.
- [22] Mindlin, R.D., 1951. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *Journal of Applied Mechanics, Vol. 73, 31-38*.
- [23] Öcal, G.B., 2010. Kayma etkisi dikkate alınarak çok tabakalı ortotrop kompozit dikdörtgen plakların stabilitesi, Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 193, 259247.
- [24] Pao, Y.C., 2001. Engineering Analysis Interactive Methods and Programs, *CRC Press, 354p, Washington*.
- [25] Phan, N.D., Reddy, J.N., 1985. Analysis of laminated composite plates using a higher-order shear deformation theory, *International Journal for Numerical Methods in Engineering, 21, 2201-2219*.
- [26] Reddy, J.N., 1987. A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation, *International Journal for Solids Structures, 20, 881-896*.
- [27] Reddy, J.N., 1984. A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of Applied Mechanics, 51, 745*.
- [28] Reddy, J. N., 2004. Mechanics of laminated composite plates and shells, *CRC Press, 831 p., Washington*.
- [29] Reissner, E., 1975. On transverse bending of plates including the effect of transverse shear deformation, *International Journal for Solids Structures, 11, 569-573*.
- [30] Reissner, E., 1944. On the theory of bending of elastic plates, *J.math. Phys, 23, 184-191*.
- [31] Sadd, M. H., 2005. Elasticity: Theory, applications, and numerics, *Elsevier, London*.
- [32] Szilard, R., 2004. Theories and Applications of Plate Analysis: Classical, Numerical and engineering methods, *John Wiley & Sons, Inc. USA*.
- [33] Şahin, Y., 2006. Kompozit malzemelere giriş, *Seçkin Yayıncılık, Ankara*.

- [34] Thai, H.T., Choi, D.H., 2013. A simple first-order shear deformation theory for laminated composite plates, *Composite Structures* 106 (2013) 754–763.
- [35] Thai, H.T., Choi, D.H., 2013. A simple first-order shear deformation theory for the bending and free vibration analysis of functionally graded plates, *Composite Structures* 101 (2013), 332–340.
- [36] Timoshenko, S., 1940. Theory of plates and shells, Mc Graw-Hill Book Comp., London.
- [37] Tong, L., Nouritz, A. P., Bonnister, M. K., 2002. 3D fibre reinforced polymer composites, *Elsevier, Amsterdam*.
- [38] Ugural, A. C., 1981. Stresses in plates and shells, *McGraw-Hill, Inc, 317 p., New York*.
- [39] Ugural, A.C., Fenster, S.K. 2003. Advanced strength and applied elasticity 4th ed., *Prentice Hall, USA*.
- [40] Vasiliev, V.V., Morozov, E.V., 2007. Advanced mechanics of composite materials 2nd ed., *Elsevier, Great Britain*.
- [41] Xiang ,S., Kang, G., 2013. A nth-order shear deformation theory for the bending analysis on the functionally graded plates, *European Journal of Mechanics A/Solids* 37 (2013), 336-343.
- [42] Yağcı, E., 2007. Tabakalı kompozit ince plakların plak düzlemine dik yükleme etkisi altındaki eğilme analizi, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 193, 178506.
- [43] Zerin, Z., 2001. Kalınlık boyunca homojen olmayan ortotrop elastik malzemelerden oluşan üç tabakalı silindirik kabukların zamana bağlı değişen dış basınç yükü etkisi altında dinamik stabilitesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 117, 96699.

EKLER

EK 1: Matlab paket programında hazırlanan programın akış şeması

EK 1



1. Giriş Modülü

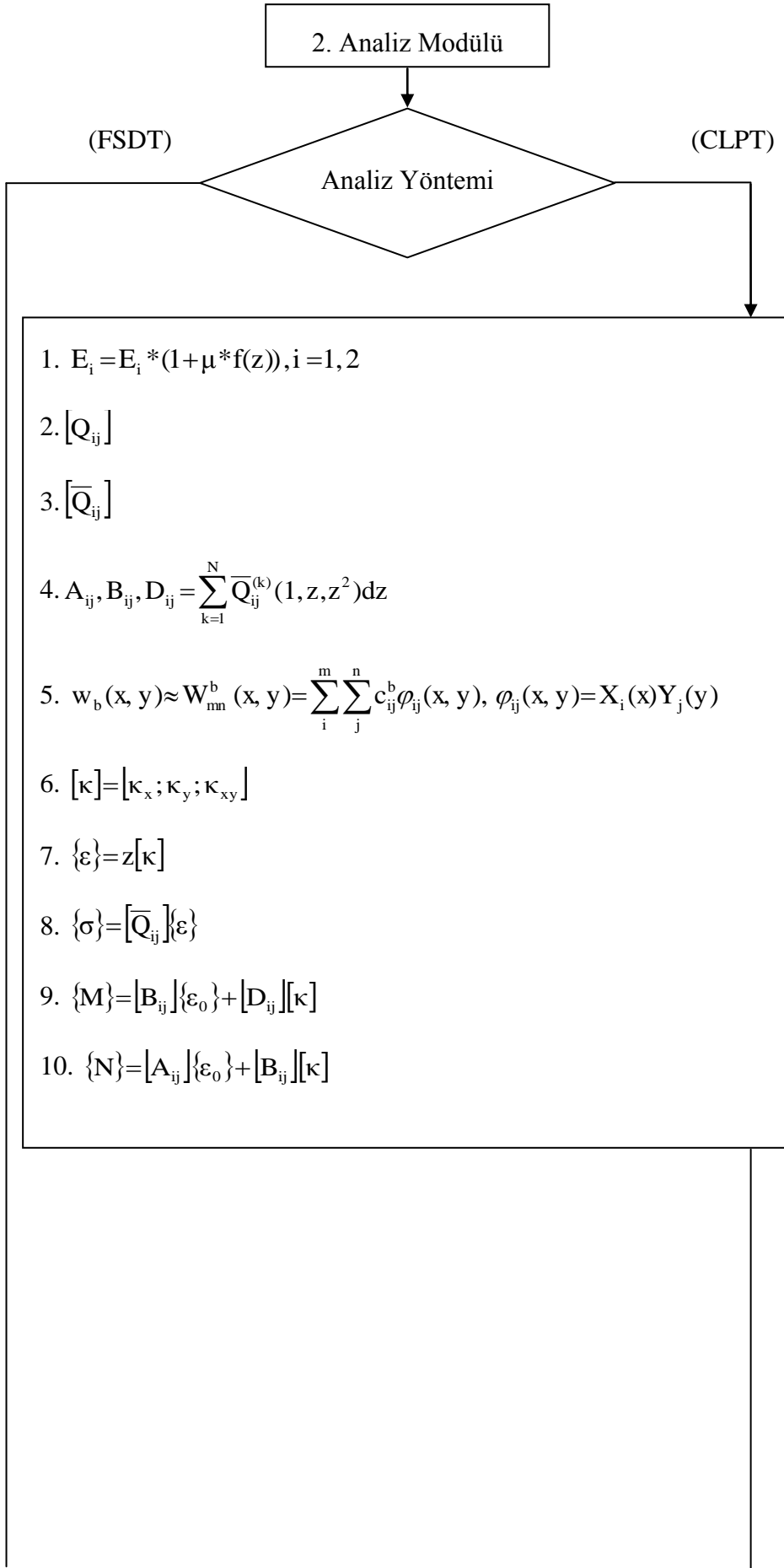
A. Genel

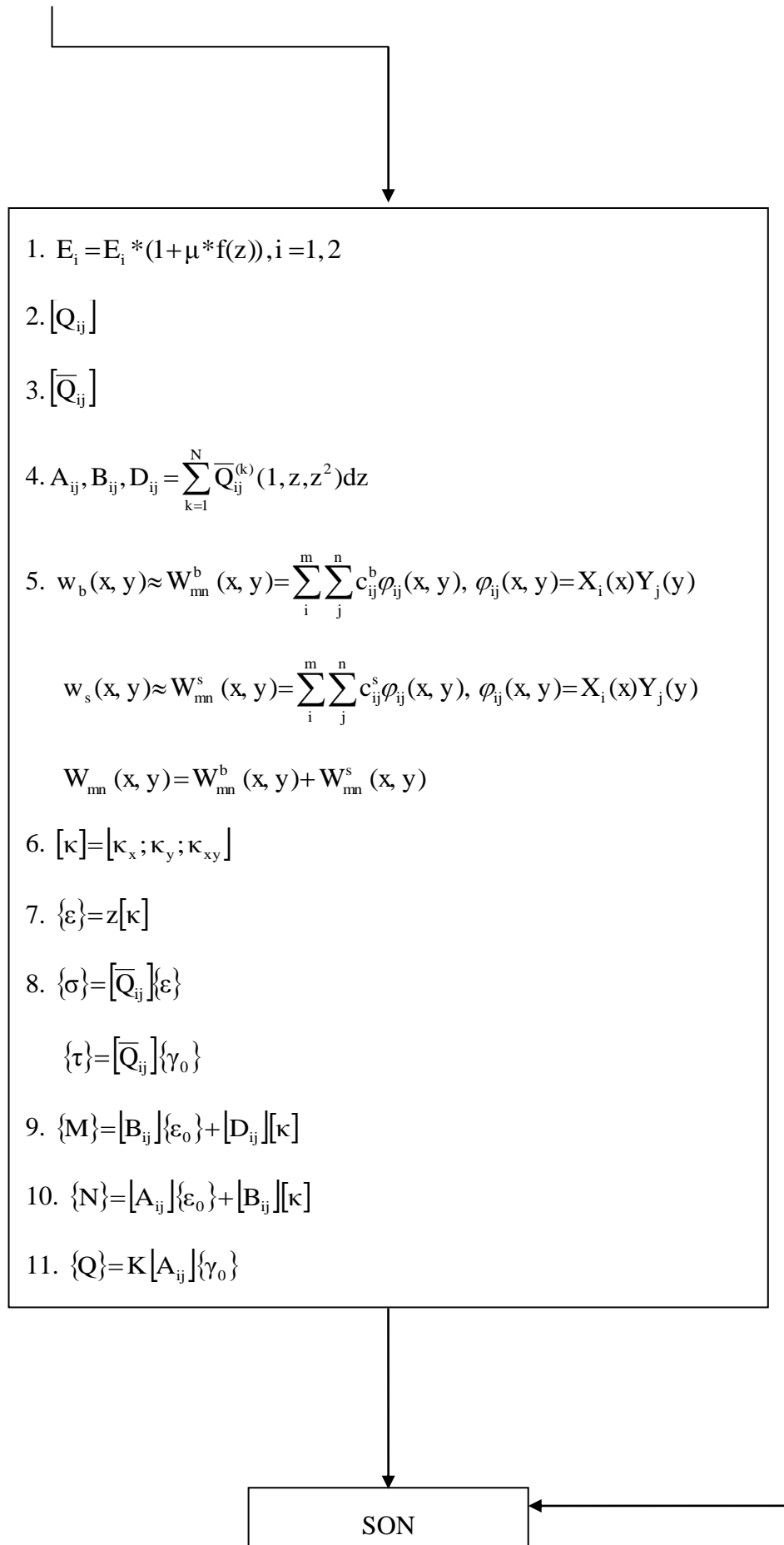
1. Tabaka sayısı (N)
2. Yayıllı yük değeri (q_0)
3. Plak geometrisi (a, b, h)
4. Sınır koşulları (u)
5. Malzeme kriterleri
 - 5.1 Homojen
 - 5.2 Non-homojen
 - 5.2.1 Non-homojenlik katsayısı ($\mu=0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9$)
 - 5.2.2 Non-homojenlik fonksiyonu ($f(z)$)

B. Mekanik Özellikler

1. Betonarme elemanın özellikleri
 - 1.1 Beton sınıfı (C)
 - 1.2 Donatı sınıfı (S)
 - 1.3 Donatı çapı (d)
 - 1.4 Donatı adedi (n_d)
2. Güçlendirme elemanının özellikleri
 - 2.1 Güçlendirme elemanı seçimi (T)
 - 2.2 Güçlendirme elemanının kalınlığı (t_1)
 - 2.3 Tabaka yönlenme açıları ($Ac_{i_1}, Ac_{i_2}, \dots, Ac_{i_n}$)

KAYDET



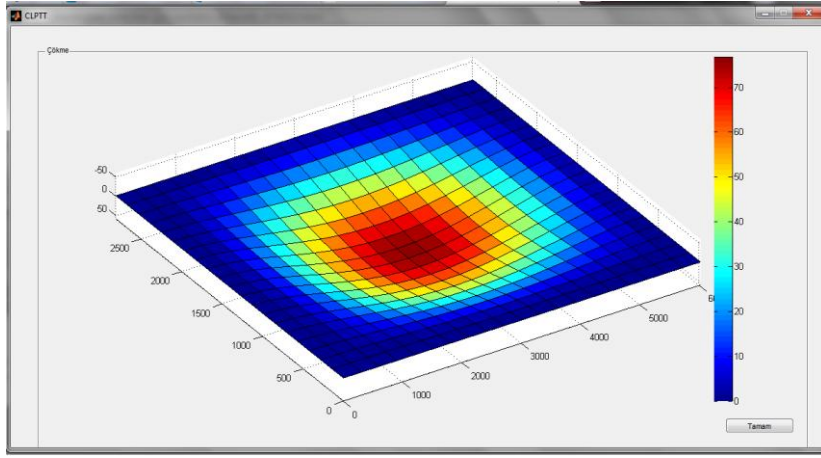


3. Sonuç Modülü

1. Analiz sonuçlarının verilmesi

- 1.1 Plak orta noktasının çökme değeri
- 1.2 Plak kalınlığı boyunca meydana gelen şekildeğiştirme değerleri
- 1.3 Plak kalınlığı boyunca meydana gelen gerilme değerleri
- 1.4 Plakta meydana gelen momentler
- 1.5 Plakta meydana gelen normal kuvvetler
- 1.6 Plakta meydana gelen kesme kuvvetleri
- 1.7 (x,y) doğrultusundaki her bir sonlu eleman için çökme değerleri

2. Plağın çökme deformasyonunun grafiksel olarak gösterilmesi



3. Plak kalınlığı boyunca şekildeğiştirme ve gerilme değerlerinin grafiksel olarak verilmesi

SON

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Ferruh TURAN

Doğum Yeri ve Tarihi: Ayancık / 1988

Adres: Çayıçi Mh. Gelincik Sk. No:15 Ayancık / Sinop

E-Posta: ferruh.turan@omu.edu.tr / ferruhomu@hotmail.com

Lisans: Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği
Bölümü, 2011