

**T.C.  
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**İSTATİSTİKSEL YÜK AKIŞI**

**BİRSEN BOYLU AYVAZ**

**ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**SAMSUN  
2019**

**Her hakkı saklıdır.**

## TEZ ONAYI

Birsen Boylu Ayvaz tarafından hazırlanan "İstatistiksel Yük Akışı" adlı tez çalışması 18/07/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

**Danışman** Prof. Dr. Okan ÖZGÖNENEL

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

### Jüri Üyeleri

**Başkan**

Prof. Dr. Okan ÖZGÖNENEL  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye**

Doç. Dr. Ünal KURT  
Amasya Üniversitesi  
Teknoloji Fakültesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Üye**

Doç. Dr. Mustafa AKTAŞ  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Yukarıdaki sonucu onaylarım. 18/07/2019**

**Prof. Dr. Bahtiyar ÖZTÜRK**  
Enstitü Müdürü

## ETİK BEYAN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

22/07/2019



Birsen Boylu Ayvaz

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### İSTATİSTİKSEL YÜK AKIŞI

Birsen Boylu Ayvaz

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Okan Özgönenel

Bir enerji sisteminin işletme ve planlama aşamalarında, sistemin çalışmasını ya da sistemin amaçlanan güvenliğini değerlendirmede yük akışı hesaplamaları elzemdir. Yük akışı yöntemleri düşünüldüğünde akıllara öncelikli olarak belirsizlik içermeyen yöntemler olan Gauss Seidel, Newton Raphson, hızlı ayrışık yöntemleri gelmektedir. Bu yöntemler uygulanırken elektrik yükünün ve üretiminin tamamen bilindiği varsayılmakta, hesaplamalar ise bu varsayımlar üzerinden yapılmaktadır. Ancak bu durum gerçeği yansıtmamaktadır. Doğru bir yük akışı hesaplaması için; şebeke yapısındaki değişim, yük talebindeki değişim, yenilenebilir enerji kaynaklarının sisteme eklenmesiyle oluşan güç dalgalanmaları gibi belirsizliklerin göz önünde bulundurulması hesaplamaya dahil edilmesi gerekmektedir.

Günümüz güç sistemlerinde, rüzgar enerji sistemleri ve güneş enerji sistemleri gibi yenilenebilir enerji kaynakları da bulunmaktadır. Yenilenebilir enerji kaynakları sistemde fazladan güç dalgalanmasına yani belirsizliklere sebep olmaktadır. Belirsizlik içermeyen yani belirlenimci yöntemler, olasılıksal değerler yerine belirli sabit değerleri kullandığı için, bu yöntemler belirsizlikler altında güvenilir sonuçlar verememektedir. Bu sebeple istatistiksel yük akışı bir diğer adıyla olasılıksal yük akışı, belirsizlik içermeyen yöntemlerin eksiklerini gidermek için literatürde yeni bir başlık olarak yerini almıştır. Bu çalışmada, geleneksel Monte Carlo benzetim yönteminden elde edilen sonuçlar baz alınarak Latin hiperküp örnekleme yöntemi kullanılan Monte Carlo öğrencesi ve Unscented dönüşüm yöntemlerinin karşılaştırmalı çözümlemesi sunulmaya çalışılmıştır. IEEE 14 ve 30 baralı test sistemleri ile Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesi dağıtım sistemi önerilen yöntemlerin uygulanması ve sonuçların görülmesi için bir test sistemi olarak seçilmiştir. Sonuçlar, Unscented dönüşüm yaklaşım yönteminin diğer iki yönteme kıyasla daha hızlı ve güvenilir olduğunu göstermektedir.

Haziran 2019, 96 Sayfa

Anahtar Kelimeler: İstatistiksel yük akışı, Olasılıksal yük akışı, Belirlenimci yük akışı, Monte Carlo benzetimi, Latin hiperküp örnekleme, Unscented dönüşüm.

## **ABSTRACT**

Master's Thesis

### **STATISTICAL LOAD FLOW**

Birsen Boylu Ayvaz

Ondokuz Mayıs University

Graduate School of Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Okan Özgönenel

During the operation and planning stages of an energy system, load flow calculations are essential to assess the operation of the system or the intended safety of the system. When the load flow methods are considered, Gauss Seidel, Newton Raphson and fast decoupled methods are the primary methods that do not include uncertainty. While applying these methods, it is assumed that the electric consumption and generation are completely known and the load flow calculations are made with using these assumptions. However, this situation does not reflect the reality. For an accurate load flow calculation; changes in the network structure, changes in load demand, and power fluctuations arising from the addition of renewable energy sources to the system should be included in the calculation.

In today's power systems, there are renewable energy sources such as wind energy systems and solar energy systems. Renewable energy sources cause extra power fluctuation in the system. Rising of the fluctuation increases the uncertainties of the power system. Since deterministic methods that do not contain uncertainty because of using certain fixed values instead of probabilistic values, these methods can not give reliable results under uncertainties. Therefore, statistical load flow, also known as probabilistic load flow, has taken its place as a new title in the literature in order to overcome the deficiencies of conventional load flow methods which do not contain uncertainty. In this study, a comparative analysis of Monte Carlo simulation with Latin Hypercube sampling method and Unscented transformation methods are presented. These methods are compared with the results obtained from the classical Monte Carlo simulation method. IEEE 14 and 30 bus test systems and Ondokuz Mayıs University campus distribution system were chosen as a test system for the application of the proposed methods. The results show that Unscented transformation method is faster and more reliable than the other two methods.

June 2019, 96 pages

Key Words: Statistical load flow, Probabilistic load flow, Deterministic load flow, Monte Carlo simulation, Latin hypercube sampling, Unscented transformation

## ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmalarım boyunca yardım ve desteğini benden esirgemeyen, bana bu tez çalışmasını yapma olanağı sağlayan ve bu süre zarfında büyük bir sabır ve özenle çalışmalarımı takip ederek karşılaştığım zorlukları aşmada bana yol gösteren değerli hocam Sayın Prof. Dr. Okan Özgönel'e teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans eğitimim boyunca benden yardım ve desteğini esirgemeyen sevgili eşim Aليşan Ayvaz'a da sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Her zaman benimle birlikte olduğunu bilmekten büyük mutluluk duyduğum anneme, babama, kardeşime ve arkadaşlarıma minnettarlığımı belirtirim.

Haziran 2019, Samsun

Birsen Boylu Ayvaz



## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ÖZETLERİ.....	4
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	9
3.1 Materyal.....	9
3.1.1 Elektrik güç sistemleri bileşenleri.....	9
3.1.2 IEEE 14 baralı güç sistemi.....	11
3.1.3 IEEE 30 baralı güç sistemi.....	11
3.1.4 Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesi dağıtım sistemi.....	12
3.1.5 Rüzgâr hızı verisi.....	14
3.1.6 Grafik kullanıcı arayüzü.....	15
3.1.7 Güç akışı, kararlılık ve optimizasyon çözümlerinin yapılabileceği bir dağıtım sistemleri çözümleme paketi.....	16
3.2 Yöntem.....	18
3.2.1 Belirlenimci yöntemler.....	23
3.2.1.1 Newton Raphson yöntemi.....	23
3.2.1.2 Gauss Seidel yöntemi.....	26
3.2.2 Olasılıksal yöntemler.....	28
3.2.2.1 Monte Carlo benzetimi yöntemi.....	39
3.2.2.2 Latin hiperküp örnekleme yöntemi.....	44
3.2.2.3 Unscented dönüşüm yöntemi.....	48
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	60
4.1 Çözümleme 1: 14 baralı güç sistemi üzerinde normal dağılıma sahip tek rastgele değişken kullanımı.....	61
4.2 Çözümleme 2: 16 baralı güç sistemi üzerinde Weibull dağılıma sahip tek rastgele değişken kullanımı.....	62
4.3 Çözümleme 3: 30 baralı güç sistemi üzerinde normal ve Weibull dağılıma sahip çoklu rastgele değişken kullanımı.....	64
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	68
KAYNAKLAR.....	70
EKLER.....	75
EK 1 IEEE 14 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ.....	76
EK 2 IEEE 30 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ.....	78
EK 3 ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ YERLEŞKESİ DAĞITIM SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ.....	81
EK 4 TEZ ÇALIŞMASINA AİT ULUSAL BİLDİRİ TAM METNİ.....	82
EK 5 ÖZGEÇMİŞ SAYFASI.....	86

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### SİMGELER

pu	Birim Başına
m/s	Metre Bölü Saniye
kV	Kilo Volt
kW	Kilo Watt
MVA	Mega Volt Amper
TWh	Tera Watt Saat
$v_{ak}$	Alt Kesim Hızı
$v_{ük}$	Üst Kesim Hızı
$v_N$	Nominal Hız
$\mu$	Beklenen Değer
$\sigma$	Standart Sapma
$\sigma^2$	Varyans
$f(x)$	x değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu
$F(x)$	x değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu

### KISALTMALAR

İYA	İstatistiksel Yük Akışı
OYA	Olasılıksal Yük Akışı
OYF	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
BDF	Birikimli Dağılım Fonksiyonu
MCB	Monte Carlo Benzetimi
BDİM	Birinci Dereceden İkinci Moment
NTY	Nokta Tahmini Yöntemi
UD	Unscented Dönüşüm
GKA	Grafik Kullanıcı Arayüzü
DSAP	Dağıtım Sistemleri Analiz Paketi
LHÖ	Latin Hiperküp Örnekleme
GUD	Geleneksel Unscented Dönüşüm
GK	Gauss Kareleme
FK	Fejer Kareleme
Var	Varyans



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	Elektrik üretiminin kaynaklara göre dağılımı, Türkiye .....	2
Şekil 3.1.	Elektrik güç sistemleri bileşenleri.....	10
Şekil 3.2.	IEEE 14 baralı güç sistemi.....	11
Şekil 3.3.	IEEE 30 baralı güç sistemi.....	12
Şekil 3.4.	OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemi.....	13
Şekil 3.5.	OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemi 2.fideri.....	14
Şekil 3.6.	Bir aylık rüzgâr hızı değişimi .....	14
Şekil 3.7.	GKA tasarım penceresi .....	15
Şekil 3.8.	Tasarlanan GKA Penceresi .....	16
Şekil 3.9.	DSAP kullanıcı arayüzü.....	17
Şekil 3.10.	Tez çalışması ile geliştirilen kullanıcı arayüzü.....	17
Şekil 3.11.	Üç baralı örnek bir güç sistemi. ....	19
Şekil 3.12.	Üç baralı bir güç sistemi ve hat parametreleri.....	20
Şekil 3.13.	Normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu .....	30
Şekil 3.14.	Normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu.....	31
Şekil 3.15.	Farklı standart sapma değerleri için OYF .....	32
Şekil 3.16.	İki ayrı dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları .....	34
Şekil 3.17.	Bonus 400 kW rüzgâr türbini karakteristik eğrisi.....	38
Şekil 3.18.	MCB işlem adımları .....	40
Şekil 3.19.	MCB akış şeması .....	41
Şekil 3.20.	X değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu .....	47
Şekil 3.21.	LHÖ esnasında eğrinin eşit parçalara ayrılması .....	48
Şekil 4.1.	Çözümleme 3 bara gerilimi ortalama değer yüzdelik hataları .....	66
Şekil 4.2.	Çözümleme 3 gerilim açısı ortalama değer yüzdelik hataları.....	66
Şekil 4.3.	Çözümleme 3 bara gerilimi varyans değeri yüzdelik hataları .....	67
Şekil 4.4.	Çözümleme 3 gerilim açısı varyans değeri yüzdelik hataları .....	67
Şekil Ek.1.1	IEEE 14 bara 5 makine güç sistemi tek hat şeması.....	76
Şekil Ek.2.1	IEEE 30 bara 6 makine güç sistemi tek hat şeması.....	78

## ÇİZELGELER DİZİNİ

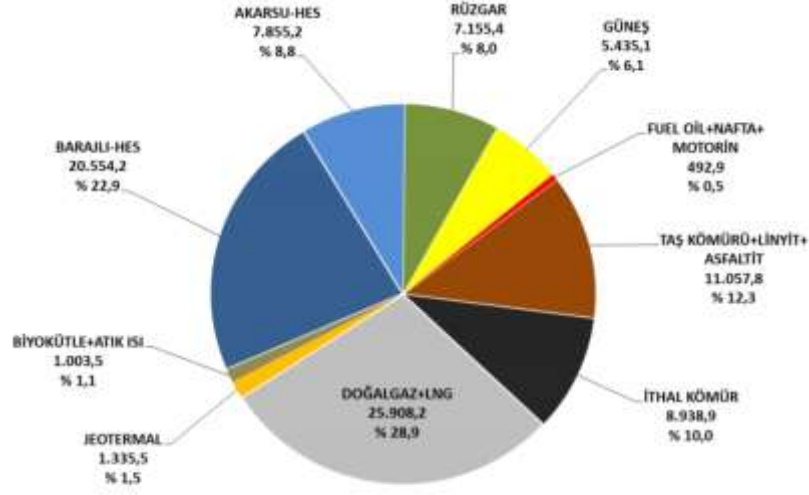
Çizelge 3.1. İki değişkenli bir problem için sigma noktaları ve ağırlıkları.....	58
Çizelge 4.1. Tez çalışması kapsamında baz alınan rüzgâr türbini ve rüzgâr hızı Parametre değerleri .....	60
Çizelge 4.2. 14 baralı güç sistemine ait bazı yük akışı çözümlenmesi sonuçları.....	62
Çizelge 4.3. Çözümleme 1'e ait elde edilen yüzdellik hata indisi değerleri .....	62
Çizelge 4.4. 16 baralı sisteme ait bazı yük akışı çözümlenmesi sonuçları .....	63
Çizelge 4.5. Çözümleme 2'ye ait elde edilen yüzdellik hata indisi değerleri .....	64
Çizelge 4.6. 30 baralı güç sisteme ait bazı yük akışı çözümlenmesi sonuçları.....	65
Çizelge 4.7. Çözümleme 3'e ait elde edilen yüzdellik hata indisi değerleri .....	65
Çizelge Ek.1.1 IEEE 14 bara- 5 makine güç sistemi generatör bilgileri.....	76
Çizelge Ek.1.2 IEEE 14 bara – 5 makine güç sistemi yük bilgileri .....	76
Çizelge Ek.1.3 IEEE 14 bara – 5 makine güç sistemi iletim hattı bilgileri.....	77
Çizelge Ek.2.1 IEEE 30 bara- 6 makine güç sistemi generatör bilgileri.....	78
Çizelge Ek.2.2 IEEE 30 bara- 6 makine güç sistemi yük bilgileri.....	79
Çizelge Ek.2.3 IEEE 30 bara- 6 makine güç sistemi iletim hattı bilgileri .....	80
Çizelge Ek.3.1 OMÜ kampüs 16 bara güç sistemi generatör bilgileri.....	81
Çizelge Ek.3.2 OMÜ kampüs 16 bara güç sistemi yük bilgileri.....	81
Çizelge Ek.3.3 OMÜ kampüs 16 bara güç sistemi iletim hattı bilgileri .....	81

## 1. GİRİŞ

Diğer birçok sistem gibi güç sistemleri de son birkaç yüz yılda büyüme göstermiş ve önemli gelişim süreçlerinden geçmiştir. Geleneksel güç sistemlerinde yük akışı, generatörden iletim sistemleri aracılığıyla dağıtım kısmına tek yönlü gerçekleşirken, yük akışı şimdi karmaşık bir çok yönlü akış sistemine dönüşmüştür. Bu durum serbestleştirilmiş açık erişim güç sisteminin ortaya çıkması ve merkezi olmayan üretimin artmasıyla ilişkilendirilmiştir. Fosil yakıtların yakın gelecekte tükeneceğinin bilincine varılması ile yenilenebilir enerji sistemleri odaklı, merkezi olmayan üretim teşvik edilmiştir.

Yenilenebilir enerji sistemlerine karşı çıkanlar sebep olarak yüksek başlangıç maliyetini, üretim çıktılarındaki belirsizliği ve bazı şebeke bağlantı konularını göstermişlerdir. Küresel çağrı ve karbon emisyonunu azaltma taahhüdü göz önünde bulundurulduğunda, çeşitli hükümetler tarafından uygulamaya konan politikalar ve teşvikler, yenilenebilir enerjiyi ve merkezi olmayan üretimi teşvik etmiştir. Türkiye Cumhuriyeti'nde genel yatırım teşvik rejimi kapsamında; yatırım ekipmanlarının yurtiçi veya yurtdışından satın alınmasında katma değer vergisi muafiyeti, yatırım ekipmanının ithal edilmesinde gümrük vergisi muafiyeti, faaliyetin başladığı tarihten itibaren beş yıl boyunca geçerli olmak üzere iletim sistemi kullanma bedeline %50 indirim sağlanmıştır. Ek olarak, diğer fon ve ek ücretlerde muafiyet sağlanmış ve kuruluşlar elektrik santralleriyle ilgili olan ve yatırım dönemi içinde sonuçlandırılan belgeler ve işlemlerin damga vergisinden ve harçlardan muaf tutulmuştur.

Elektrik sektöründe serbestleştirme ve yenilenebilir enerji kaynaklarına olan teşvik sonucunda enerji şebekesinde yenilenebilir enerji sistemlerinin sayısı sürekli olarak artmaktadır. Ülkemizde, 2019 yılı mayıs ayında üretilen elektrik enerjisinin kurulu gücü Türkiye Elektrik İletim A.Ş. (TEİAŞ) verilerine göre 89.7 MW değerindedir. Üretim verilerine göre, elektrik üretiminin yaklaşık olarak %47'sini yenilenebilir enerji sistemleri oluşturmaktadır. Bu sistemlerin iklim koşullarına bağımlılığı nedeniyle enerji üretimi belirsizdir. Yenilenebilir enerji sistemlerinin sayısı artmaya devam ettikçe güç sistemindeki belirsizlik seviyesi artmakta ve sisteme olan etkileri göz ardı edilememektedir.



**KURULU GÜÇ (05/2019) : 89.736,7 MW**

Şekil 1.1 Elektrik üretiminin kaynaklara göre dağılımı, Türkiye

Yenilenebilir enerji üretimi (rüzgar, güneş vb.), sabit olmayan hakim hava koşullarına bağlıdır. Bu nedenle bu generatörlerin çıktıları tahmin edilemez. Bu durum, tüketici yük talebinin de değişken olduğu düşünüldüğünde sistemdeki belirsizlik ve risk seviyesini artırır. Bu belirsizliklerin birikimli etkileri, güç sistemi planlamasında, kontrolünde, tasarımında ve operasyonlarında kritik öneme sahiptir. Yük akışı çalışmaları genellikle güç sisteminin başarımını değerlendirmek için yapılmaktadır.

Geçmişte yük akışı çalışmaları imkânlar dahilinde yalnızca belirlenimci yöntemler kullanılarak yapılmaktaydı. Belirsiz değişkenlerin etkisini dahil etme ihtiyacı, elli yıldan daha az bir zaman önce ortaya çıkmış ve bu yönde yapılan çalışmalar istatistiksel yük akışı çözümlemesi olarak isimlendirilmiştir (Borkowska, 1974). İstatistiksel yük akışı (İYA) yani bir diğer adıyla olasılıksal yük akışı (OYA), güç şebekesindeki belirsizliğin etkisini hesaba katmak için kullanılmaktadır. İYA çalışmalarının içerisinde yaygın olarak Monte Carlo benzetimi (MCB) kullanılmakta, ancak bu yöntem ile elde edilen sonuçlar doğru olmasına rağmen çözümleme süresi uzun olduğu için alternatif yöntemler aranmaktadır. MCB'nin yerini alacak olan yöntemin; minimum hesaplama süresine ve işlem yüküne sahip olması, çeşitli ağ belirsizliklerini doğru bir şekilde modelleyebilmesi, küçük ve büyük sistemlere

uygulanabilmesi, ağ değişkenleri arasındaki bağımlılığın etkisini açıklayabilmesi ve genel olarak iyi bir doğruluğa sahip olması gerekmektedir.

Bu alışma, İYA' nın gerekliliklerini yerine getirmek için geliştirilmiş unscented dönüşüm yöntemi olarak adlandırılan bir yaklaşık yaklaşımı önermektedir. Yöntem, Gaussian kareleme yöntemini ve Stieltjes prosedürünü, tahmin noktalarında karar vermede kullanmaktadır. Önerilen tekniğin başarımı, IEEE 14, 30 baralı test sistemleri ile OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemi kullanılarak test edilmiştir. Monte Carlo benzetimi, Latin hiperküp örnekleme içeren Monte Carlo benzetimi yöntemi ve unscented dönüşüm yöntemi kullanılarak farklı senaryolar altında üç ayrı güç sistemine uygulanarak elde edilen sonuçlar birbirleri ile kıyaslanmıştır. Çözümleme süresindeki azalma ile sonuçların doğruluğu unscented dönüşüm yönteminin, yük akışı çalışmaları için oldukça verimli ve kullanışlı bir uygulama olduğunu göstermektedir.

## 2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ÖZETLERİ

Yük akışı çözümlenmeleri, güç sisteminin işletme ve planlama problemlerini araştırmak için kullanılan temel bir yaklaşımdır. Yük akışı çözümlenmesi, belirtilen üretim durumu ve iletim ağı yapısına dayanarak, güç sistemindeki sürekli çalışma durumunu düğüm gerilimlerini ve dal yük akışını kullanarak çözmektedir. Yük akışı çözümlenmesi, sistemin geçici süreçlerini göz önünde bulundurmadan, güç sisteminin dengeli bir kararlı hal çalışma durumunu sağlayabilir. Bunun sonucu olarak yük akışı probleminin matematiksel modeli, diferansiyel denklemleri içermeyen ve doğrusal olmayan, cebirsel bir denklem sistemi olarak ifade edilebilir. Güç sistemlerinin dinamik çözümlenmesi bu sistemlerinin hata ve bozulmalar altındaki sistem kararlılığını araştırmaktadır. Matematik modelinde ise diferansiyel denklemler bulunur. Dinamik çözümlenme, yük akışı çözümlenmesine dayanmakta ve yük akışı çözümlenme algoritması da dinamik çözümlenme yöntemlerinin temelini oluşturmaktadır. Bu nedenle, yük akışı çözümlenme teorisi ve algoritmalarına aşina olmak, modern güç sistemleri çözümlenmelerinin yöntem bilimini anlamak için esastır (Grainger ve Stevenson, 1994).

Yük akışı hesaplamaları için 1950'lerin ortasında bilgisayar kullanımı başlamıştır. O zamandan beri, yük akışı hesaplamalarında çeşitli yöntemler kullanılmıştır. Bu yöntemlerin gelişimine yük akışı hesabının temel gereksinimleri yön vermiştir. Bu gereksinimler; yakınsama özelliği, çözümlenme süresi, hesaplama verimi, veri depo alanı ihtiyacı, yöntemin uygunluğu ve her sisteme uygulanabilirliği olarak sıralanmaktadır.

Yük akışı problemi matematiksel olarak doğrusal olmayan bir cebirsel denklem sistemini çözmeyi gerektirmektedir. Sayısal yöntemlerle çalışırken, yük akışı probleminin çözümü genellikle bazı yineleme işlemlerinden oluşmaktadır. Böylece güvenilir yakınsama, bir yük akış hesaplama yöntemi için ana kriter haline gelmektedir. Güç sistemlerinin daha karmaşık yapılara dönüşmesi sonucunda yük akış denklemlerindeki bilinmeyenlerin sayısı arttığından dolayı bu kadar yüksek boyutlu denklemler için, herhangi bir matematiksel yöntemin doğru bir çözüme ulaşabileceğinden emin olunamamıştır. Bu durum, yük akışı çözümlenmesi adına daha güvenilir yöntemler aramak için temel oluşturmuştur (Wang vd, 2008).

Yük akışı çözümleme çalışmaları için ilk olarak geleneksel belirlenimci yöntemler kullanılmıştır. Bu yöntemler; Gauss Seidel, Newton Raphson, hızlı ayrışık Newton Raphson ve ileri geri süpürme şeklinde örneklenip sıralanmaktadır. Gauss Seidel yineleme yöntemi düğüm admitans matrisini kullanarak yineleme işlemi yapmaktadır. Yöntemin bellek gereksinimi düşük olmasına rağmen özellikle büyük güç sistemleri için yakınsama oranı tatmin edici bulunmamıştır (Stott, 1974). Kuadratik yakınsamadan dolayı, Newton Raphson yönteminin matematiksel olarak Gauss-Seidel yönteminden üstün olduğu görülmektedir (Saadat, 2002). Büyük güç sistemlerinde, Newton-Raphson yönteminin daha verimli ve kullanışlı olduğu saptanmıştır. Hızlı ayrışık yöntem, güç sistemleri özelliklerinden yararlanılarak Newton Raphson yönteminin sadeleştirilmesiyle elde edilmektedir. Amaç yakınsama hızını artırarak, çözümleme süresini kısaltmak ve düşük bellek gereksinimi ile doğru sonuçlar elde etmektir (Dasgupta and Swarup, 2008). Newton Raphson tabanlı yöntemin yarar yitimi olarak, her bir yineleme işlemi sırasında Jacobian matrisini değerlendirme ihtiyacı gösterilmektedir (Kumar vd, 2010). Aynı zamanda güç dengesizliğinin ve yüklenmenin yüksek olduğu sistemlerde yakınsama problemi meydana gelmektedir. İleri geri süpürme yöntemi çoğunlukla, yöntemin uygulama kolaylığı ve Jacobian matrisine ihtiyaç duyulmamasından dolayı tercih edilmektedir (Balamarugan ve Srinivasan, 2011). İleri Geri Süpürme yönteminde geri işlemi yapılırken, hat üzerinde aktarılan akım ve güç değerleri uç gerilim değerine göre hesaplanmaktadır. İleri işlemi gerçekleştirilirken ise her bir düğümdeki gerilim değerini bulmak için, gerilim düşümü, hesaplanan akım ve güç değerleri kullanılarak değerlendirilmektedir (Nassar and Salama, 2015).

Yukarıda, iletim ve dağıtım sistemlerine en çok uygulanan sayısal ve belirlenimci yük akışı çözümleme yöntemleri özetlenmiştir. Yöntemler, yük akışı problemini etkin olarak çözmekte ancak matematiksel formülasyonları güç sistemlerindeki belirsizlikleri ihmal etmektedir. Bu eksikliği gidermek adına istatistiksel yük akışı (İYA), B. Borkowska tarafından 1974 yılında önerilmiştir ve geliştirilerek güç sistemleri çözümlemesinde kullanılmıştır (Borkowska, 1974; Allan vd, 1974). Devamında yük akışında olasılıksal yaklaşım ilk defa alternatif akım sistemlerine uygulanmıştır (Allan and Al-Shakarchi, 1976; Chen vd, 2008). Çalışmanın devamında istatistiksel yük akışı yönteminden, olasılıksal yük akışı olarak söz edilecektir.

Olasılıksal yük akışı kapsamında, önerildiği günden bu yana çeşitli çalışmalar yürütülmüştür. Bu çalışmalar, her birinin temelini oluşturan matematiksel teknikler göz önünde bulundurularak; sayısal ya da benzetim yöntemleri, analitik yöntemler, yaklaşık yöntemleri, hibrit yöntemler, bulanık mantık temelli yöntem ve aralık aritmetik yöntemi şeklinde sınıflandırılmaktadır. Yaygın olarak ise, ilk üç sınıfa dahil olan yöntemler kullanılmaktadır.

Sayısal yöntemler yük akışı problemini değişken girdiler için, doğru bir yaklaşım elde edene kadar yineleyerek çözmektedir. Çoğu zaman sayısal yöntem olarak Monte Carlo benzetimi (MCB) kullanılmaktadır (Jogensen vd, 1998; Caramia vd, 2007). Doğrusal olmayan belirlenimci yük akışı denklemleri, fonksiyon üzerinden rastgele üretilmiş değerler kullanılarak, sırasıyla çözümlenmektedir. Bu yöntem doğrusal olmayan denklemleri kullanabildiği için doğrusallaştırmadan doğan hataları ortadan kaldırmaktadır. MCB ile elde edilen sonuçların doğruluğunun artırılması için örnekleme sayısı yüksek tutulmaktadır. Bu durum, MCB basit rastgele örnekleme temelli çalıştığı için, çözümlene süresini uzatmakta ve yarar yitimi oluşturmaktadır. Latin hiperküp örnekleme MCB yöntemi ise, örnekleme sayısını azaltarak, çözümlene süresini kısaltmaktadır (Yu vd, 2009; Shu ve Jirutitijaroen, 2011).

MCB yöntemi uygulamalarında çözümlene süresinin uzun olması sebebiyle analitik yöntemler yük akışı hesaplamaları için önerilmiştir. Analitik yöntemler, çıkış değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonunu (OYF) bulmak için, giriş değişkenlerinin OYF'lerini kullanan matematiksel yöntemler olarak adlandırılmaktadır (Dopazo vd, 1975). Bu yöntemlerin içerisinde; Laplace dönüşümü (Allan vd, 1976), hızlı Fourier dönüşümü (Allan vd, 1981; Silva ve Allan, 1981; Silva ve Allan, 1985), kümülant yöntemi kullanılmaktadır (Zhang and Lee, 2004; Schellenberg, 2005). Bu yöntemler karmaşık matematiksel işlemler içermektedir. Denklemlerin doğrusallaştırılması ve giriş değişkenlerinin sayısının artması ile elde edilen sonuçlarda hata oranının arttığı görülmektedir (Wang vd, 2008).

Herhangi bir yaklaşık yöntemin genel amacı, asgari hesaplama süresini ve işlem yükünü azaltarak, aritmetik büyüklüklerle aritmetik olmayan büyüklükleri iyi bir doğruluk düzeyinde sunmaktır. OYA problemlerini çözmek amacıyla kullanılan yaklaşık yöntemleri; birinci derece ikinci moment yöntemi (Madrigal vd, 1998; Wan vd, 2012), nokta tahmini yöntemi (Su ve Lu, 2005; Su, 2005; Morales ve Pérez-Ruiz, 2007; Morales vd, 2010; Aien, 2012) ve unscented dönüşüm yöntemi olarak



sıralanmaktadır (Angrisani vd, 2006; Oke vd, 2013). Birinci derece ikinci moment yöntemi (BDİM), ilk olarak optimum yük akışı çalışmaları için kullanılmıştır (Madrigal vd, 1998). Yöntem, doğrusal olmayan yük akışı denklemleri Taylor serisi açılımı kullanılarak çözümlenirken, çıkış fonksiyonunun birinci ve ikinci momentlerini elde etmek için giriş fonksiyonunun birinci momentini kullanmayı içermektedir. BDİM analitik yöntemde kullanılan formülasyonlarla yakından ilişkili olduğu için hata oranı yüksektir. Nokta Tahmini yöntemleri (NTY) ile bir fonksiyonun istatistiki momentini elde edebilmek için fonksiyonun yoğunluğu ile ilgili bilgi sahibi olunması gerekmektedir. Tahmin noktaları değişkenin ilk birkaç momentinin bilgisine dayanarak seçilmekte ve bu durum analitik yöntemlerde uygulanmakta olan türev bulma işlemini ortadan kaldırmaktadır (Su ve Lu, 2005). Unscented dönüşüm (UD) yöntemi, doğrusal olmayan sistemlerin ortalama değerlerini ve kovaryanslarını tahmin etmek için geliştirilen bir alternatif yaklaşım yöntemidir (Morales ve Pérez-Ruiz, 2007). Geleneksel unscented dönüşüm yöntemi, sürekli haldeki bir fonksiyonu rastgele olmayacak biçimde özenle seçilmiş olan sigma noktaları ile ayrık hale getirerek yaklaşım yapmaktadır. Yöntem uygulanırken ayrık fonksiyonun sigma noktalarını ve ağırlıklarını belirlemek için, nokta tahmini yönteminde olduğu gibi, rastgele değişkenin ilk birkaç momenti hakkında bilgi sahibi olmak gerekmektedir (Angrisani vd, 2006). OYA çözümlemesinin birkaç derecelik yaklaşımla sınırlı olmaması ve çıkış değişkenlerinin doğruluğunu artırmak adına gelişmiş unscented dönüşüm yöntemi literatüre eklenmiştir (Oke ve Thomas, 2012; Oke vd, 2013).

Hibrit yöntemlere; MCB yöntemi ile birleştirilmiş konvolüsyon yöntemi (Silva vd, 1984; Silva ve Arienti, 1990) ve geliştirilmiş doğrusal yöntem (Usaola, 2012) örnek olarak gösterilmektedir. Hibrit yöntemlerin amacı, çeşitli yöntemlerin güçlü yanlarını tek bir teknikte bir araya getirirken, olumsuz yanlarını ise azaltmak ya da ortadan kaldırmaktır.

Bulanık mantık yöntemi de yük akışı hesaplamalarına (Miranda ve Saraiva, 1992; Kim vd, 2007; Matos, 2008; Cortés-Carmona vd, 2010) uygulanmaktadır. Bu yöntem aracılığıyla çıktının olasılık dağılımından ziyade olabilirlik dağılımı elde edilmektedir. Bu alandaki uygulamalar daha çok sınırlı sayıda belirsizliğe sahip olan sistemler üzerinde yapılmaktadır.

Aralıklı aritmetik yük akışı yöntemi (Wang ve Alvarado, 1992; Das, 2002) literatürde radyal bir dağıtım sistemine uygulanmış ve sonuçların MCB yöntemi ile

elde edilen sonuçlara yakın olduğu gözlemlenmiştir. Her ne kadar yöntem değerlendirilmenin yapıldığı aralık küçükken iyi sonuçlar verse de, yöntemin başarımının büyük aralıklar için düşük olduğu görülmektedir.

Bu çalışma kapsamında üç ayrı test sistemine uygulanmak üzere; MCB yöntemi, Latin Hiperküp örnekleme içeren MCB yöntemi ve geliştirilmiş unscented dönüşüm yöntemi seçilmiştir. Test sistemlerinde farklı senaryolar oluşturularak, yöntemlerin doğruluk ve çözümleme süresi yönünden verimi incelenmiştir. Test sistemlerine eklenen rüzgâr türbinleri yapay olmakla birlikte, rüzgâr hızı verileri Ondokuz Mayıs Üniversitesi içerisinde ölçümü alınmış gerçek verilerdir. Güç sistemlerinde rüzgâr türbini de bulunduğu için rüzgâr gücü olasılıksal yük akışı modeli de çözümlemeye eklenmiştir (Feijóo ve Cidrás, 2000). Seçilen yöntemler için algoritmalar MATLAB programı kullanılarak oluşturulmuştur (Matlab, 2013). Oluşturulan algoritmalar MATLAB programının Grafiksel Kullanıcı Arayüzü (Takanashi ve Adachi, 2006) aracılığıyla görselleştirilmiştir. Devamında ise bu arayüz; yük akışı, kararlılık ve optimizasyon çözümlerinin yapılabileceği bir dağıtım sistemleri çözümleme paketi olan DSAP'a entegre edilmiştir. Programın içerisinde yük akışı problemi yalnızca Newton Raphson ve Gauss Seidel yöntemlerini kullanarak belirlenimci olarak çözümlenmektedir (Hocaoğlu vd, 2009). Bu çalışma aracılığıyla program içerisinde OYA kullanılarak çıktılar birer olasılık dağılımı olarak elde edilmiş ve değişkenlerin farklı anlarda alabileceği değerlerin değişimi gözlemlenmiştir. İşlemlerin sonucunda ise yük akışı çözümleme sonuçlarının doğruluğu artırılmış ve güç sistemi daha güvenilir kılınmıştır.

### **3. MATERYAL VE YÖNTEM**

#### **3.1. Materyal**

Bu çalışma içerisinde güç sistemlerinde OYA hesaplamaları için söz konusu olan yöntemler, MATLAB yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. MATLAB yardımıyla yük akışı çözümleme algoritmaları oluşturulmuş ve MATLAB yazılımının Grafikselleştirilmiş Kullanıcı Arayüzü (GKA) aracılığıyla da çalışma görsel olarak sunulmuştur. Bu arayüz ise bir yük akışı ve kararlılık çözümleme programı olan DSAP'a entegre edilip, kullanıma sunulmuştur. DSAP kullanıcılarına, program içerisinde herhangi bir güç sisteminin yük akışı çözümlemesini gerçekleştirmek için OYA seçeneği de sunulmuştur.

Bu çalışmada materyal olarak üç ayrı güç sistemi kullanılmıştır. Bu sistemler IEEE'nin 30 baralı sistemi, IEEE'nin 14 baralı sistemi ve Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesi dağıtım sisteminin ikinci fideridir. İlk iki güç sistemi çalışmalarda kullanılan ölçünlü güç sistemleridir. Üçüncü güç sistemi ise, her bir barası için ölçüm alınmış, gerçek güç ve hat parametre verilerine sahip bir sistemdir. Güç sistemlerinden birine 400 kW'lık bir rüzgâr türbini eklenirken, diğerine ise 10 MW değerinde rüzgâr enerji sistemi eklenmiş ve değişen senaryolar altında bütün yöntemler süre ve doğruluk bakımından mukayese edilmiştir. Değişen senaryolar yalnızca üretim baraları için değil yük baraları için de oluşturulmuştur. Çalışma içerisinde kullanılan rüzgâr hızı ölçümleri OMÜ yerleşkesi içerisinde alınmıştır ve rüzgâr gücü üretimi olasılıksal modeli içerisinde kullanılmıştır.

##### **3.1.1. Elektrik güç sistemleri bileşenleri**

Elektrik güç sistemleri; üretim, iletim ve dağıtım sistemlerinden oluşmaktadır. İletim sistemlerinin bir ucu generatöre, diğer ucu ise dağıtım sistemleri ile kullanıcıya elektriği sağlayan trafo merkezlerine bağlıdır.

Elektrik güç sistemleri; generatör, iletim hattı, transformatör, bara, yük ve daha birçok bileşeni içeren karmaşık bir ağıdır. Bileşenlerden ilki senkron generatörlerdir. Bu makineler mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çevirmektedir. Üretim istasyonlarında senkron generatörler genelde su ya da buhar türbinleri aracılığıyla tahrik edilerek

elektrik üretimi sağlanmaktadır (Saadat, 2002). Transformatörler, elektrik sisteminde gerilim seviyelerini dönüştüren ve farklı gerilim seviyeleri arasında çok düşük bir kayıpla güç aktarımını sağlayan elemanlardır. Bu işlem manyetik endüksiyon yoluyla gerçekleşmektedir (Chapman, 2007). Transformatörler; iletim, dağıtım, güç, ara istasyon ve akım transformatörleri şeklinde örneklendirilmektedir.

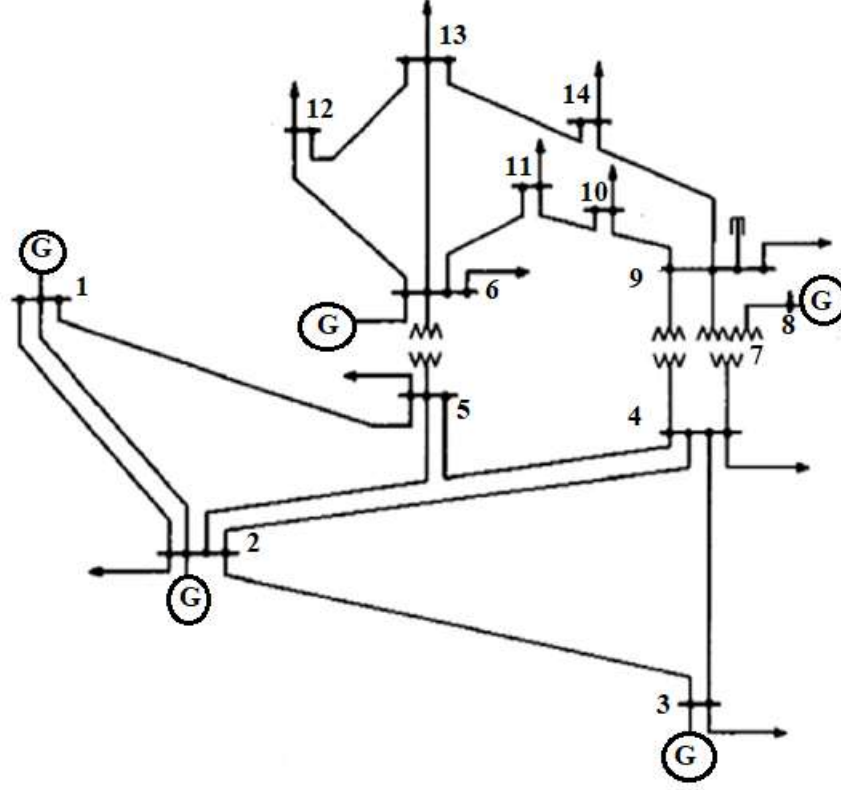


Şekil 3.1. Elektrik güç sistemleri bileşenleri

İletim hatları, elektrik santralinde kontrollü ve planlı olarak elde edilmiş elektrik enerjisinin, santrallerden dağıtım hatlarına iletilmesini sağlamaktadır. İletim hatları; direkler, kablolar ve trafo merkezlerinden oluşmaktadır. Tesislerde üretilen elektrik enerjisinin iletim ve dağıtım baralar yardımı ile yapılmaktadır. Yükün durumuna göre kullanılacak olan bara sistemlerinin çeşidi belirlenmektedir. Sırasıyla; tek bara sistemi, çift bara sistemi, yardımcı baralı sistemler, santral içi ihtiyaç baraları olarak isimlendirilmektedir. Bu sistemlerin belirlenmesinde yükün cinsi, miktarı, baranın kullanıldığı yerin özelliği, besleme kaynaklarının sayısı ve enerjinin sürekliliği dikkate alınmaktadır. Yük ve generatör bağlantı durumlarına göre ise baralar; salınım, gerilim kontrollü ve yük barası olarak üçe ayrılmaktadır. Güç sistemlerindeki yükler; endüstriyel, ticari ve konut olarak üç başlıkta incelenmektedir. Büyük endüstriyel yükler iletim hatlarından direkt beslenirken, küçük ölçekli yükler ise dağıtım şebekesinden beslenmektedir (Saadat, 2002).

### 3.1.2. IEEE 14 baralı güç sistemi

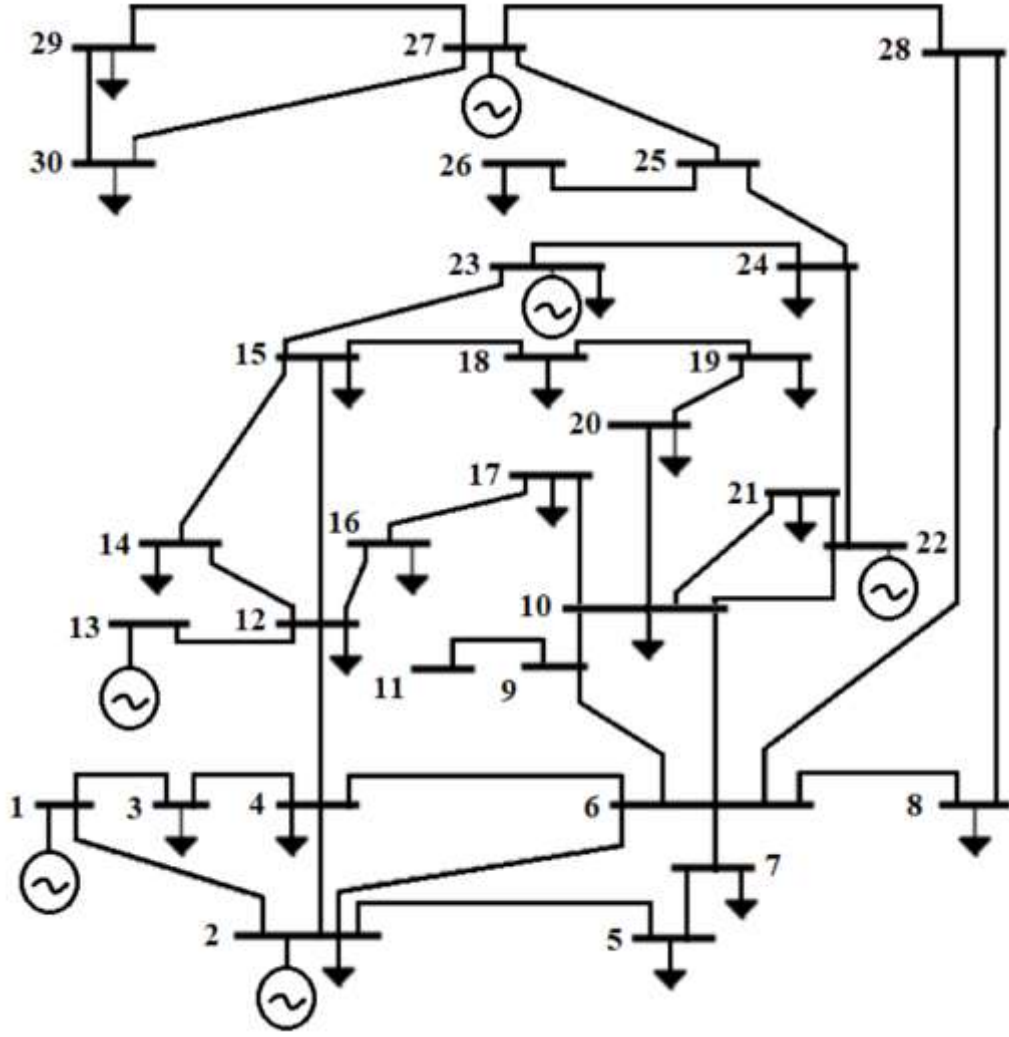
IEEE 14 baralı güç sistemi, Amerikan Elektrik Enerjisi sistemine basit bir yaklaşımı temsil etmektedir. Sistemde toplamda beş generatör barası ve dokuz yük barası mevcuttur. Sistemin hat parametreleri ile bara bilgileri EK.1'de sunulmuştur.



Şekil 3.2. IEEE 14 baralı güç sistemi

### 3.1.3. IEEE 30 baralı güç sistemi

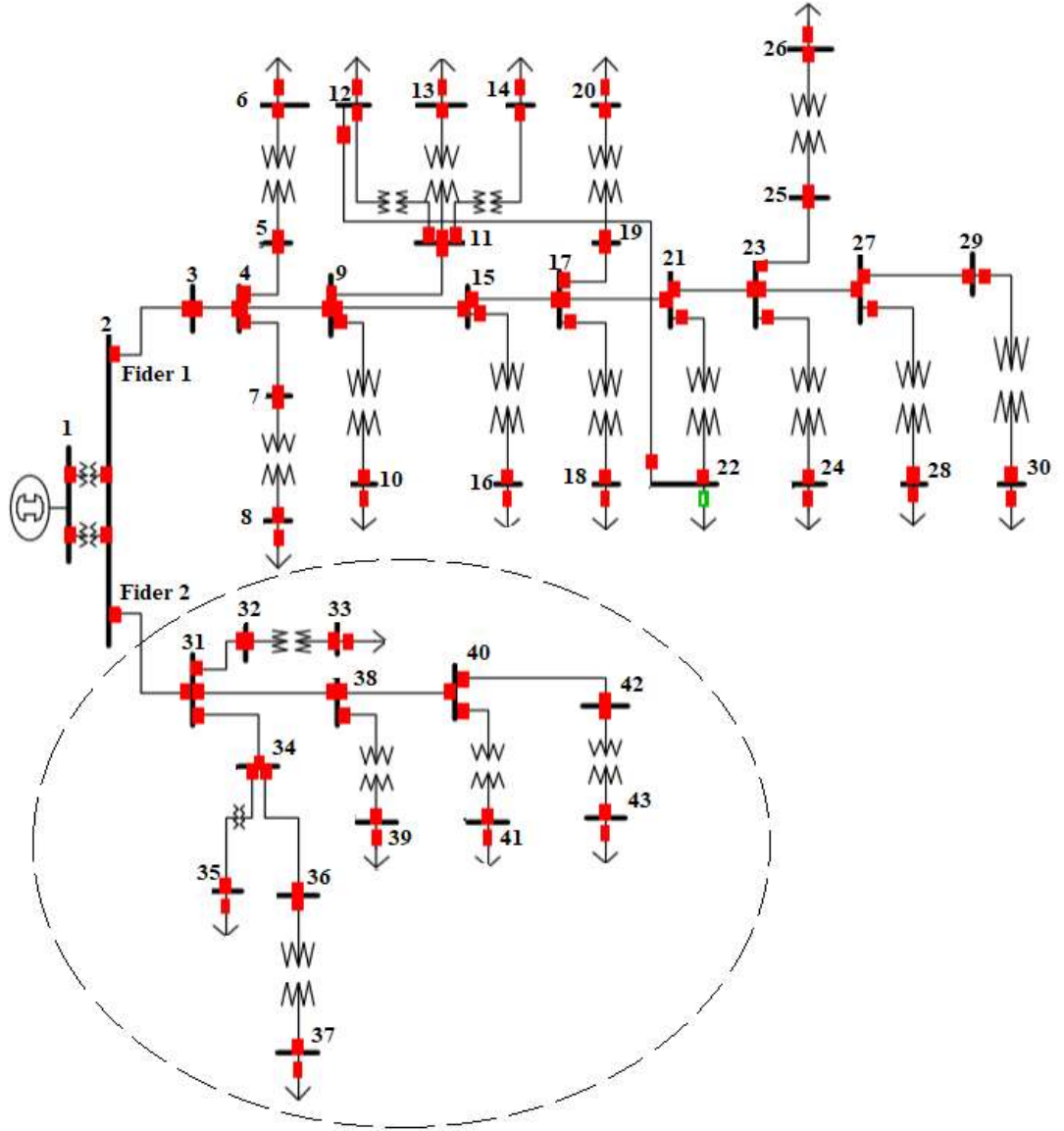
IEEE 30 baralı güç sistemi, Amerikan Elektrik Enerjisi sistemine basit bir yaklaşımı temsil etmektedir. Sistemde toplamda altı generatör barası ve ondokuz yük barası mevcuttur. Sistemin hat parametreleri ile bara bilgileri EK.2'de sunulmuştur.



Şekil 3.3. IEEE 30 baralı güç sistemi

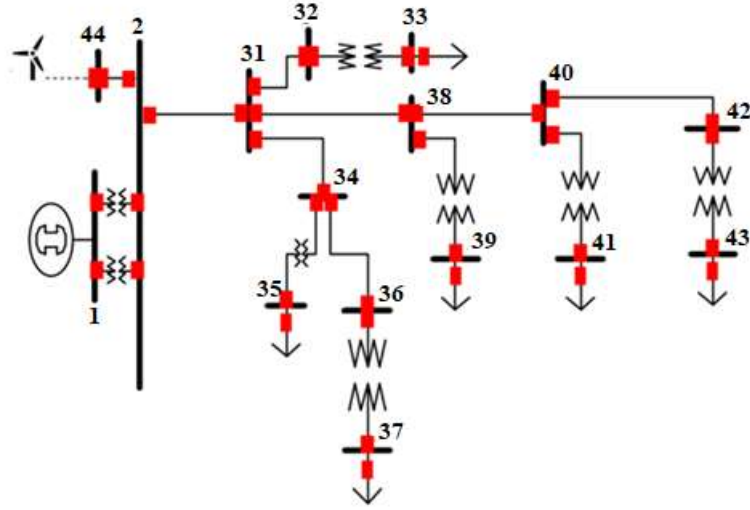
### 3.1.4. Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesi dağıtım sistemi

Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesi dağıtım sisteminin ikinci fideri bu çalışma içerisinde kullanılmıştır. Her bir barası için ölçüm alınmış, gerçek güç ve hat parametre verilerine sahip bir sistemdir.



Şekil 3.4. OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemi

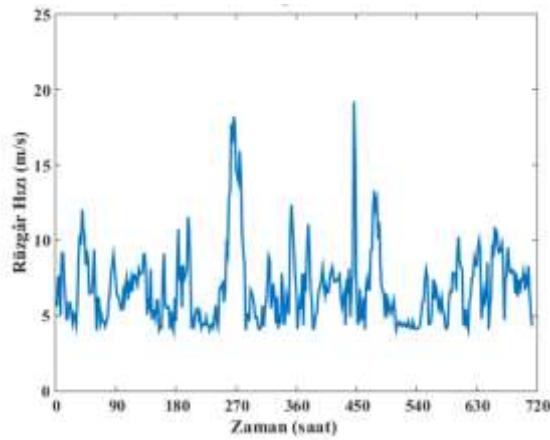
400 kW nominal gücünde bir rüzgâr türbini, yapay olarak oluşturulan kırk dört numaralı bara bağlanarak OYA çalışması gerçekleştirilmiştir. Güç sistemi için baz gücü 100 MVA, baz gerilimi ise 1kV olarak alınmıştır. Bir numaralı bara, sistemdeki toplam yükü rüzgâr türbini ile birlikte karşılayan referans barasıdır. (Boylu Ayvaz ve Özgönenel, 2019). Güç sistemi ile ilgili veriler EK.3’de sunulmuştur.



Şekil 3.5. OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemi 2. fideri

### 3.1.5. Rüzgâr hızı verisi

Rüzgâr hızı verileri yine OMÜ yerleşkesinde on dakika aralıklarla ölçüm yapılarak oluşturulmuştur. Rüzgâr hızının alt kesim hızının altında kaldığı veya üst kesim hızının üstüne çıktığı durumlarda rüzgâr türbini çıkışında güç üretimi olmayacağı için bu hız değerleri rüzgâr hızı verilerinden çıkarılarak filtreleme yapılmıştır. Bu filtrelemeye bağlı bir aylık rüzgâr hızı değişimi 2010 yılı nisan ayı için Şekil 3.6'da verilmiştir. Bu çalışma kapsamında  $v_{ak}$  değeri 3.5 m/s,  $v_{ük}$  değeri 25 m/s ve  $v_N$  değeri 15 m/s olarak ele alınmıştır. Filtreleme sonrası elde edilen rüzgâr hızı verileri Weibull dağılımına uyarlanmaktadır (Boylu Ayvaz ve Özgönenel, 2019).

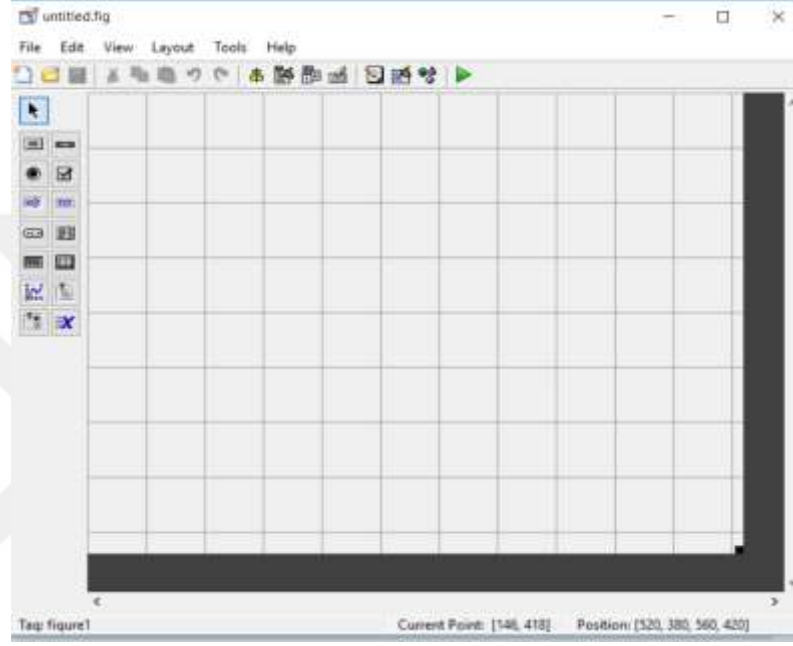


Şekil 3.6. OMÜ yerleşkesindeki bir aylık rüzgâr hızı değişimi



### 3.1.6. Grafik kullanıcı arayüzü

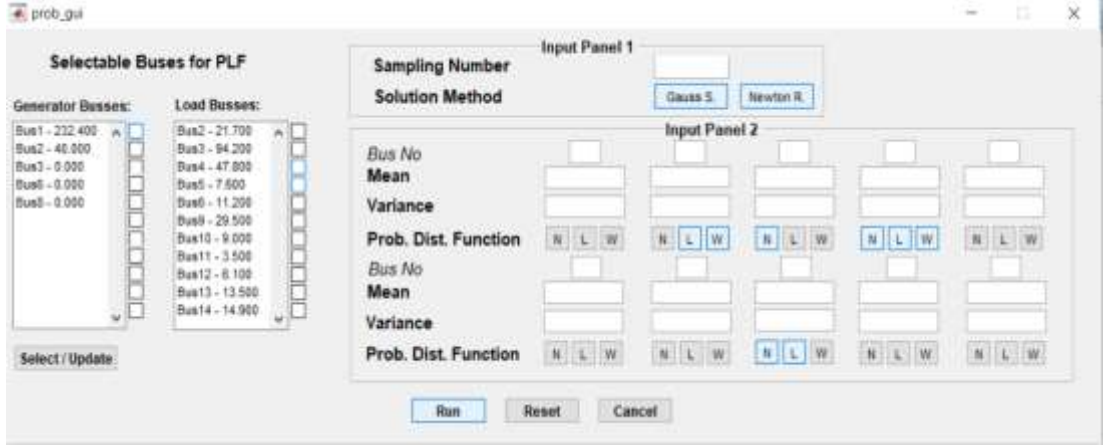
Grafik kullanıcı arayüzü (GKA), içeriğinde yer alan nesnelerin kullanılması ile kullanıcıya etkileşim sağlayan ve bir işi veya bir programı koşturan grafiksel bir program arayüzüdür (Lavergne, 2002). Açılımı, Graphical User Interface'dir. GKA nesnelere; menüler, araç çubukları, radio butonları, liste kutuları veya kaydırıcılar örnek verilmektedir. Şekil 3.7'de tasarım penceresindeki bileşenler gösterilmiştir.



Şekil 3.7. GKA Tasarım Penceresi

GKA ile MATLAB'in sunduğu hesaplama imkânları kullanılarak data alımı ve grafik çizimi gibi pek çok işlem gerçekleştirilmektedir. GKA tasarımları MATLAB GUIDE aracı kullanılarak ya da M-File programlama yöntemi kullanılarak yapılmaktadır. Çalışmanın içerisinde GKA bileşenlerinden faydalanılarak OYA arayüzü oluşturulmuş ve DSAP programına eklenmiştir.

Şekil 3.8'de DSAP programında olasılıksal yük akışı çözümü için veri girişinin yapıldığı GKA arayüzü görülmektedir.



Şekil 3.8. Tasarlanan GKA Penceresi

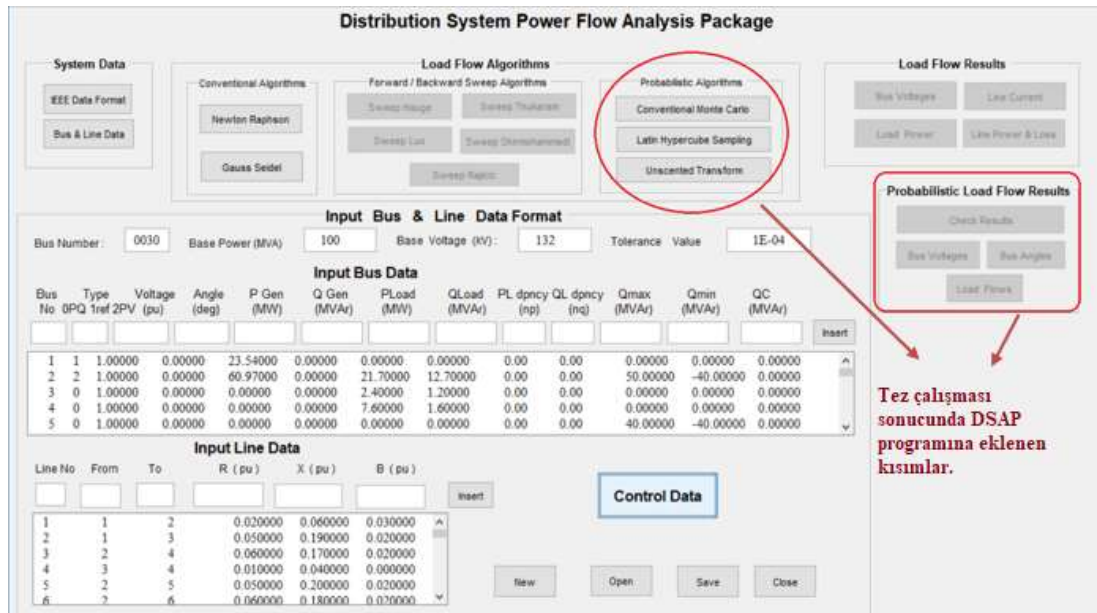
### 3.1.7. Güç akışı, kararlılık ve optimizasyon çözümlerinin yapılabileceği bir dağıtım sistemleri çözümleme paketi

DSAP, dağıtım sistemlerinin içerisinde kararlılık indeksi ve yenilenebilir enerji sistemleri ve kompanzatorların en uygun yerini belirleyen algoritma ile birlikte geliştirilmiş; yük akışı, kararlılık ve en iyi duruma getirme algoritmalarının çalıştırılabildiği, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu desteğiyle geliştirilmiş yazılımlar bütünüdür (Hocaoğlu vd, 2009). Program içerisine herhangi bir güç sisteminin verileri aktararak, sistemin yük akışı ve kararlılık çözümleri gerçekleştirilebilmektedir. Program içerisinde yük akışı çalışmaları için yalnızca Newton Raphson, Gauss Seidel ve Sweep temelli algoritmalar kullanılmıştır. Bu algoritmalar yalnızca belirlenimci yük akışı çalışmaları için kullanılmaktadır. Bara verilerinin ve hat akışının farklı senaryolar altında alabileceği değerlerin olasılıksal dağılımının tespiti ise OYA yöntemlerini kullanarak mümkündür. Çözümleme sonucunda elde edilen sonuçlar, güç sisteminin kontrolü, tasarımı ve işletme aşamalarında kullanıldığı zaman yapılan işlemler daha gerçekçi ve güvenilir olmaktadır. Şekil 3.9’da DSAP programının grafik kullanıcı arayüzü verilmiştir.



Şekil 3.9. DSAP kullanıcı arayüzü

Şekil 3.10'da ise tez çalışması kapsamında OYA yöntemlerinin eklendiği DSAP arayüzü görülmektedir. Burada herhangi bir OYA yöntemi yük akışı çözümlemesi için seçildiğinde, Şekil (3.8)'de verilen pencere kullanıcının karşısına çıkmaktadır.



Şekil 3.10. Tez çalışması ile geliştirilen kullanıcı arayüzü

### 3.2. Yöntem

Üç-fazlı, dengeli ve kararlı durum koşulları altında enerji sistemlerinde hesaplanan yük akışı; generatörlerin şebekeye bağlı tüm yük taleplerini ve iletim hatlarındaki toplam güç kaybını karşıladıklarında, bütün baralara ait gerilim genliklerinin nominal gerilim sınırları içerisinde olduğunda, generatörlerin kendilerine ait güç sınırlarını aşmadıklarında, transformatör ve iletim hatlarının aşırı yüklenmediği durumlarda geçerliliğini korumaktadır. Yük akışını hesaplamak için kullanılan algoritma ya da program sona erdiğinde; şebekedeki baralara ait gerilim genlikleri, gerilim açıları, baralardan ve iletim hatlarından akan etkin ve tepkin güçler ve toplam güç kaybı hesaplanmış olur. Hesaplama için kullanılan verilerdeki şebekeye ait yük değerleri empedans yerine etkin veya tepkin güç olarak verildiğinden; ayrıca, güç üreten generatörler, gerilim ya da akım kaynağı olarak değil de güç kaynağı olarak gösterildiğinden dolayı, bilinen devre denklemleri ile yük akışı hesaplaması yapılamamaktadır (Ağalar, 2014). Bu durumda yük akışı çözümlemesinde kullanılan yöntemleri uygulamak gerekmektedir.

İletim hattının başarımı hattın parametrelerine bağlıdır. İletim hattı; direnç, endüktans, kapasitans ve kaçak geçirgenlik olmak üzere temel olarak dört parametreye sahiptir. Bu parametreler hat boyunca düzgün dağılmaktadır. Hat parametreleri, hat ve direk tasarımı temel alınarak belirlenmekte aynı zamanda hattın uzunluğu, iletken tipi ve faz iletkenlerinin birbirlerine göre konumları göz önünde bulundurularak hesaplanmaktadır.

Enerji iletim hatlarında akım, gerilim güç gibi temel büyüklükler genellikle kA, kV, kW veya MW gibi birimlerle incelenmektedir. Pratikte bu değerlerin baz alınan büyüklüklere bağlı olarak ifadesi farklı gerilim seviyelerine sahip bölgelerden oluşan sistemleri incelerken büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Büyüklükler birim değerlere Denklem (3.1) kullanılarak çevrilmektedir. Baz alınan büyüklükler için çok çeşitli ihtimaller varsa da, genelde faz gerilimi ve bir fazın volt-amper değerleri baz alınarak geriye kalan tüm değerler bu iki baza bağlı olarak sınıflandırılmaktadır (Hocaoğlu, 2007).

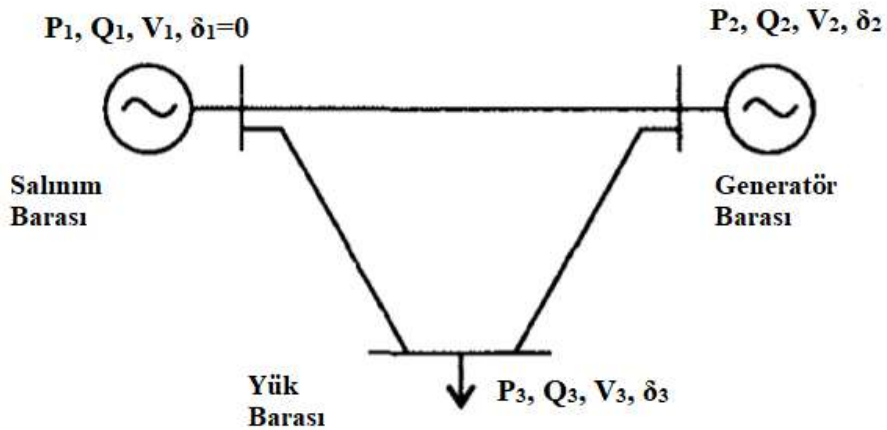
$$\text{Birim Değer} = \frac{\text{Gerçek Değer}}{\text{Baz Olarak Alınan Değer}} \quad (3.1)$$

Tek fazlı ve üç fazlı şebekeler için  $I_{BAZ}$  hesabı (3.2) ve (3.3) numaralı denklemlerde verilmiştir.

$$I_{BAZ} = \frac{S_{1\phi}}{V_{BAZ}} \quad (3.2)$$

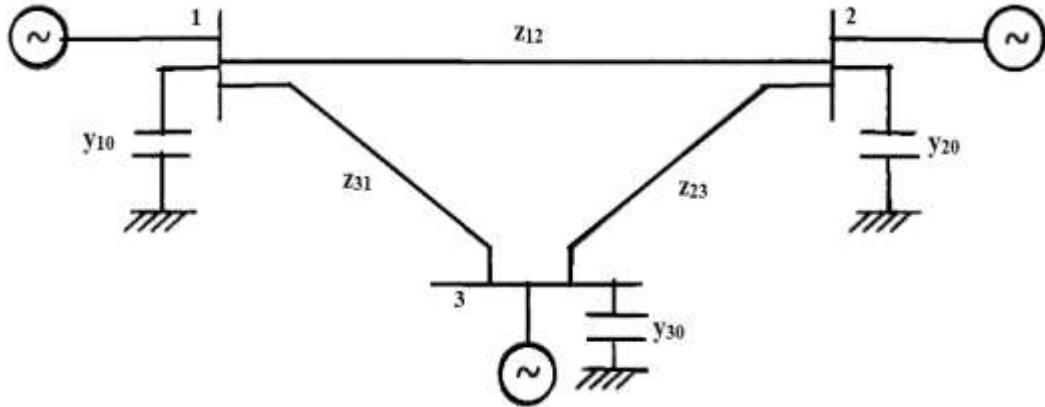
$$I_{BAZ} = \frac{(S_{3\phi})_{BAZ}}{\sqrt{3}U_{BAZ}} \quad (3.3)$$

Güç sistemindeki baralar; yük, generatör ve salınım barası şeklinde sınıflandırılmaktadır. Yük baralarına generatör bağlı değildir, yalnızca yükler mevcuttur. Bu baralarda, sistemden çekilen etkin ve tepkin güçler belli olup, gerilimlerin genlikleri ve açıları hesaplanmaktadır. Üretim baralarında ise üretilen etkin güç ve bara geriliminin genliği bellidir. Tepkin güç üretiminde ise kısıtlamalar vardır. Üretim, minimum ve maksimum sınırlar arasında iken bara geriliminin genliği sabit bir değerde tutulmaktadır. Tepkin güç üretimi çeşitli zorunluluklar nedeniyle bu limitlerin dışına çıktığı zaman bu güç, sabit bir üretim olarak ele alınmakta ve bu bara bir yük barasına dönüştürülmektedir. Sistemde gerçekleşen yük akışı esnasında kayıplar meydana gelmektedir. Bu kayıpların sistemdeki generatörler tarafından karşılanması gerekmektedir. Bu amaçla generatörlerden biri salınım barası olarak seçilmektedir. Salınım barasında etkin ve tepkin güç değerleri belli değilken, gerilim ve açı değerleri belli ve sabittir. Genelde sıfıra sabitlenerek diğer baralara referans oluşturmaktadır.



Şekil 3.11. Üç baralı örnek bir güç sistemi

Bara admitans matrisi ve düğüm denklemleri, Şekil 3.11’de verilmiş olan güç sistemi kullanılarak çözümlendiğinde aşağıdaki denklemler elde edilmektedir.



Şekil 3.12. Üç baralı güç sistemi ve hat parametreleri

Kirchoff'un akımlar kanunu üç baraya da uygulandığında;

$$I_1 = V_1 y_{10} + (V_1 - V_2) y_{12} + (V_1 - V_3) y_{13} \quad (3.4)$$

$$I_2 = V_2 y_{20} + (V_2 - V_1) y_{21} + (V_2 - V_3) y_{23} \quad (3.5)$$

$$I_3 = V_3 y_{30} + (V_3 - V_1) y_{31} + (V_3 - V_2) y_{32} \quad (3.6)$$

elde edilmektedir. Matris olarak ise (3.7) numaralı denklemde ifade edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{20} + y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{13} + y_{23} \end{bmatrix} \dots$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= y_{10} + y_{12} + y_{13} \\ Y_{22} &= y_{20} + y_{12} + y_{23} \\ Y_{33} &= y_{30} + y_{13} + y_{23} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Denklem (3.8)'de verilen matematiksel ifadeler ile güç sisteminin self admitansları hesaplanmaktadır.

$$\left. \begin{aligned} Y_{12} &= Y_{21} = -y_{12} \\ Y_{13} &= Y_{31} = -y_{13} \\ Y_{23} &= Y_{32} = -y_{23} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Denklem (3.9) ortak admitansları ifade etmektedir.

Komşu iki bara olan  $i$  ve  $k$  numaralı baralar için değişken ve parametreler;

Bara admitansı;

$$Y_{ik} = |Y_{ik}|e^{j\theta_{ik}} = |Y_{ik}|(\cos \theta_{ik} + j \sin \theta_{ik}) \quad (3.10)$$

Görünür güç;

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i x I_i^* \quad (3.11)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Üretim için  $ü$ , yük için  $y$  indislerini kullanarak;

$$P_i = P_{üi} - P_{yi} = \text{Re}[V_i I_i^*] \quad (3.12)$$

$$Q_i = Q_{üi} - Q_{yi} = \text{Im}[V_i I_i^*] \quad (3.13)$$

elde edilmektedir. ‘N’ baralı bir sistem için akım ve gerilim denklemleri ise (3.14) ve (3.15) numaralı denklemlerde verilmiştir.

$$I_i^* = \sum_{k=1}^n Y_{ik}^* V_k^* \quad (3.14)$$

$$V_i = V_i(\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (3.15)$$

$$Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \quad (3.16)$$

(3.15) ve (3.16) numaralı denklemler, (3.14) numaralı denklemde yerine konulduğunda;

$$\begin{aligned} S_i &= V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) + \dots \\ &\dots V_i j \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

elde edilmektedir. Parametre  $i$  burada 1 ve  $n$  arasında değerler almaktadır. Denklemin gerçık ve sanal kısımları ise (3.18) ve (3.19) numaralı denklemlerle ifade edilmiştir.

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) \quad (3.18)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) \quad (3.19)$$

Bu iki denklem aynı zamanda denklem (3.20) ve (3.21)'deki gibi de ifade edilmektedir.

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n |V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.20)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n |V_k Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.21)$$

Bir noktadaki gücün toplamının sıfır olması gerektiği düşünöldüğünde denklemler (3.22) ve (3.23)'deki gibi yazılabilir.

$$P_i = P_{\ddot{u}i} - P_{Yi} = P_i = V_i \sum_{k=1}^n |V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.22)$$

$$Q_i = Q_{\ddot{u}i} - Q_{Yi} = Q_i = V_i \sum_{k=1}^n |V_k Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.23)$$

Bu iki denklem güç sistemindeki salınım barası dışında bütün baralara uygulandığında, bara çeşidine göre bilinmeyenleri değişen  $2(n - 1)$  tane denklem elde edilmektedir.



### 3.2.1. Belirlemci yöntemler

#### 3.2.1.1. Newton Raphson yöntemi

Yineleme işlemlerinin temeli tahmini çözüm sonuçlarının, denklemlerde yerine konularak denklemleri sağlayıp sağlamadıklarının kontrol edilmesi; eğer sağlamıyorsa değişkenler uygun olarak değiştirilerek gerçek çözüme yaklaşıncaya kadar aynı işlemlerin tekrar edilmesine dayanmaktadır.

Newton Raphson yöntemi, eşzamanlı bir dizi denklemde bilinmeyeni çözmek için kullanılan köklü bir yineleme yöntemidir. Bu yöntemi uygularken ilk olarak, doğrusal olmayan denklemler kümesi (3.20) ve (3.21) için başlangıç değerleri tahmin edilmektedir. Başlangıç değerleri işleme tabii tutulduğunda, elde edilen güncel sonuçlar kullanılarak bir sonraki aşamada işlem tekrarlanmaktadır. Bu durum hesaplanan ve gerçek değer arasındaki fark sıfıra inene kadar devam etmektedir. Hatanın sıfıra indirilmesi amacıyla denklemler Taylor serisine açılmaktadır. Bu uyuşmazlık denklemlerle aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$P_{\ddot{u}i} - P_{Yi} - P_{i\text{hesaplanan}} = \Delta P_i \quad (3.24)$$

$$Q_{\ddot{u}i} - Q_{Yi} - Q_{i\text{hesaplanan}} = \Delta Q_i \quad (3.25)$$

Etkin ve tepkin güçteki değişim ile gerilimin açısı arasındaki bağıntı, (3.26) numaralı denklemde verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Bara sayısı  $n$  olan bir sistemde  $n_{\ddot{u}}$  tane üretim ve  $n_y$  tane yük barası olduğu düşünülerek Jacobian matrisin alt matrislerini oluşturulduğunda;  $J_{11}$  alt matrisi gerilim açısındaki değişimle bağlantılı olarak, etkin güçteki değişimi yansıtmaktadır. Salınım barasının gerilimi sabitlenmekte ve etkisi ihmal edilmektedir.

$$J_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$J_{11}$  matrisinin elemanları, gerilimin açısına göre türevlenmiştir, matrisin boyutu ise  $(n - 1) \times (n - 1)$ 'dir. Köşegen ve köşegen olmayan elementleri sırasıyla Denklem (3.28) ve (3.29)'da verilmiştir.

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{k=1, k \neq i}^n |V_k Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = |V_i V_k Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.29)$$

$J_{12}$  alt matrisi, etkin gücün gerilim büyüklüğüne göre türevlenmesiyle oluşmaktadır. Generatör baralarının gerilimleri sabit olduğu için bu baraların türevleri ihmal edilmektedir. Bu matris  $(n - 1) \times (n_y)$  kadar eleman içermektedir. Bu elemanlar Denklem (3.31) ve (3.32) kullanılarak türevlenmektedir.

$$J_{12} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial |V|_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V|_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial |V|_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V|_n} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2V_i Y_{ii} \cos \theta_{ii} + \sum_{k=1, k \neq i}^n |V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2V_i Y_{ii} \cos \theta_{ii} + \sum_{k=1, k \neq i}^n |V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.32)$$

$J_{21}$  alt matrisi, tepkin gücün gerilimin açısına göre türevlenmesiyle oluşmaktadır ve  $(n_y) \times (n - 1)$  boyutundadır. Matrisin köşegen ve köşegen olmayan elemanları Denklem (3.34) ve (3.35)'de verilmiştir.

$$J_{21} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{k=1, k \neq i}^n |V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -|V_i V_k Y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - Q_{ik}), i \neq k \quad (3.35)$$

$J_{22}$  alt matrisi, tepkin gücün gerilime göre türevlenmesiyle oluşmaktadır ve bu matris  $(n_y) \times (n_y)$  boyutundadır. Matrisin köşegen ve köşegen olmayan elemanları Denklem (3.37) ve (3.38)'de verilmiştir. Jacobian matris  $(n + n_y - 1) \times (n + n_y - 1)$  boyutundadır.

$$J_{22} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial |V|_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V|_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial |V|_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V|_n} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V|_i} = 2V_i Y_{ii} \sin \theta_{ii} + \sum_{k=1, k \neq i}^n |V_k Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V|_k} = |V_i Y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - Q_{ik}) \quad (3.38)$$

Newton Raphson yöntemi uygulanırken Jacobian matrisi her yinelemede tekrar oluşturulur. Yinelemenin sonunda  $\Delta P_{\max}$  ve  $\Delta Q_{\max}$  değerleri belirlenen toleranstan küçükse hat akışı, güç kayıpları ve salınım barasındaki güç hesaplanıp işlem bitirilir. Tolerans değerinden büyükse, Jacobian matrisi tekrar oluşturulup gerilim ve açıdaki değişim hesaplanır. Bu sonuçlara göre gerilim ve açı değerleri güncellenerek bir sonraki yinelemeye geçilir, güç değerleri tekrardan hesaplanır.

Özetle Newton Raphson yöntemi; kuadratik yakınsama oranına sahiptir, yineleme sayısı bara sayısından bağımsızdır, yöntem büyük güç sistemleri için uygundur, her yinelemede Jacobian matrisi hesabından dolayı çok sayıda hesaplama yapmakta ve salınım barası seçimi yakınsamayı etkilememektedir.

### 3.2.1.2. Gauss Seidel yöntemi

Gauss Seidel yöntemi, Gauss yöntemini temel alarak doğrusal olmayan cebirsel denklemleri çözmek için kullanılmaktadır. Bu yöntem, hesaplama esnasında bulunan gerilim değeriyle bir önceki yinelemede bulunan gerilim değerinin farkını alarak, bu farkın kullanıcı tarafından belirlenen tolerans değerinden küçük olduğu duruma kadar yinelemeyi gerektirmektedir. Denklem (3.36)'daki bilinmeyen  $V_{Bara}$  olduğu varsayılırsa;

$$I_{Bara} = Y_{Bara} \times V_{Bara} \quad (3.39)$$

$$V_1^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{11}} (I_1^{(i)} - Y_{12}V_2^{(i)} - \dots - Y_{1n}V_n^{(i)}) \quad (3.40)$$

$$V_2^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{22}} (I_2^{(i)} - Y_{21}V_1^{(i)} - \dots - Y_{2n}V_n^{(i)}) \quad (3.41)$$

$$V_n^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{nn}} (I_n^{(i)} - Y_{n1}V_1^{(i+1)} - \dots - Y_{nn-1}V_{n-1}^{(i+1)}) \quad (3.42)$$

elde edilmektedir. Bu denklemlerde  $I_n$  yerine,

$$I_n = \frac{P_n - jQ_n}{V_n^*} \quad (3.43)$$

yazılabilir. Salınım barasının gerilimi bilinmektedir, dolayısıyla bu bara için gerilim hesabı yapılmamaktadır. Denklem (3.42) ve (3.43) güç sistemindeki tüm yük baraları için uygulanmaktadır. Sistemde toplamda  $n$  bara olduğu, yinelemenin  $k$  numaralı bara için yapılacağı varsayıldığında Denklem (3.44) elde edilmektedir.

$$V_k^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{kk}} \left( \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} - Y_{k1}V_1^{(i+1)} - \dots - Y_{kn-1}V_{n-1}^{(i+1)} \right) \quad (3.44)$$

Bu denklemde  $i$  parametresi sıfırdan başlamakta ve ilk olarak  $V_k^{(1)}$  hesaplanmaktadır. Yineleme işlemi;

$$|V_k^{(i+1)} - V_k^{(i)}| < C_V \quad (3.45)$$

burada,  $C_V$  tolerans değerinden küçük olana kadar devam etmektedir. Bu değer 0.001 ve 0.0001 arasında değişmektedir.

Bu yöntemi uygulayarak yük akışı hesabı yapılırken generatör baralarında gerilim değeri bilindiğinden dolayı bu baralar için ayrı bir çözüm yapılmaktadır. Generatör baralarında tepkin gücün hesaplanması gerekmektedir. Hesaplama için  $m$ . generatör barası seçildiğinde;

$$S_m = V_m I_m^* = P_m + jQ_m \quad (3.46)$$

$$I_m = \frac{P_m - jQ_m}{V_m^*} = Y_{m1}V_1 + Y_{m2}V_2 + Y_{m3}V_3 + \dots + Y_{mn}V_n \quad (3.47)$$

$$P_m - jQ_m = V_m^{(i)*} \sum_{j=1}^n Y_{mj} V_j^{(i)} \quad (3.48)$$

elde edilmektedir. Denklem (3.48)'in sanal kısmı ise Denklem (3.49)'da verilmiştir.

$$Q_m = -I_m \left( V_m^{(i)*} \left( \sum_{j=1}^n Y_{mj} V_j^{(i)} \right) \right) \quad (3.49)$$

Bulunan gerilim değerlerinin tamamı yerlerine konulduğunda  $Q_m$  değerleri hesaplanmaktadır. Bu değerler  $Q_{mak}$  değerinden büyükse  $Q_m = Q_{mak}$ ,  $Q_{min}$  değerinden küçükse  $Q_m = Q_{min}$  kabul edilmektedir. Hesaplanan  $Q_m$ , yerine konularak gerilim değeri hesaplanmaktadır (Pamuk, 2009).

Generatör baralarının gerilim fazörleri, yük baralarının gerilim fazörleri ile aynı şekilde hesaplanmaktadır. Hesaplanan gerilim değeri generatörün maksimum gerilim değerinden büyükse generatörün maksimum değeri, minimum değerinden küçükse minimum değeri alınmaktadır. İki durum için de açı değeri sabit tutulmakta ve bir sonra ki yinelemede kullanılmaktadır. Baraların gerilim genlik ve açı değerleri hesaplandıktan sonra ise Denklem (3.22) ve (3.23)'de parametre  $i = 1$  alınarak salınım barasının etkin ve tepkin güç değerleri hesaplanmaktadır.

Özetle Gauss Seidel yöntemi; doğrusal yakınsama oranına sahiptir, bara sayısı arttıkça yineleme sayısı doğrusal olarak artmaktadır, yöntem küçük güç sistemleri için uygundur, her yinelemede az sayıda hesaplama yapmakta ve salınım barası seçimi yakınsamayı etkilemektedir.

### 3.2.2. Olasılıksal yöntemler

Tanımlı alanı örneklem uzayı olan fonksiyonlara rastgele (stokastik) fonksiyon denir.  $X$  rastgele fonksiyonu, örneklem uzayının gerçek değerli sayılara izdüşümünü sağlar. Örneklem uzayındaki elementer olaylar kullanılarak türetilen değerlerin tanımı için belli bir kural yoktur. Aynı örneklem kümesinden farklı rastgele fonksiyon tanımları yapılabilir (Üstün, 2014).

Örnek verilecek olursa, para atma deneyinde  $X$  fonksiyonu yazı gözlendiğinde 0, tura gözlendiğinde 1 değerini alıyorsa  $X$ 'in değer kümesi reel sayıların bir alt kümesi olup,  $X$ 'in değer kümesinde matematiksel işlemler yapılabilir.

Olasılık uzayı  $\Omega, U, P$  olmak üzere;

$$X: \Omega \rightarrow R \quad (3.50)$$

$$w \rightarrow X(w) \quad (3.51)$$

şeklinde tanımlanan  $X$  fonksiyonu,

$$\{w: X(w) \leq a\} \in U \quad (3.52)$$

özelliğini sağlıyorsa,  $X$  fonksiyonuna bir rastgele değişken denir.

Rastgele değişkenlerin değer kümesi, reel sayıların bazen sayılabilir, bazen de sayılamayan bir alt kümesidir. Bir  $X$  rastgele değişkeninin değer kümesi;

\*Reel sayıların sayılabilir bir altkümesi ise  $X$ 'e kesikli rastgele değişken,

\*Reel sayıların sayılamayan bir altkümesi ise  $X$ 'e sürekli rastgele değişken denmektedir.

Rastgele değişkeni en iyi tanımlayan fonksiyon dağılım fonksiyonudur. Bu fonksiyon bilindiğinde değişkenin özellikleri incelenebilmektedir. Olasılık uzayı olarak  $(\Omega, U, P)$  belirlenmiştir. Bir rastgele değişken olan  $X, \Omega$  üzerinde tanımlı bir değişkendir.

$$x \rightarrow F(x) = P(\{w: X(w) \leq x\}) \quad (3.53)$$

şeklinde tanımlanan  $F$  fonksiyonuna  $X$  rastgele değişkeninin dağılım fonksiyonu (birikimli dağılım fonksiyonu) denilmektedir.

Dağılım fonksiyonu için olasılık uzayının belli olması gerekmektedir. Dağılım fonksiyonu Denklem (3.54)'de ifade edilmiştir.

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3.54)$$

Denklemin doğru olabilmesi için; fonksiyonun azalmayan bir fonksiyon ve sağdan sürekli olması gerekmektedir. Aynı zamanda Denklem (3.55)'i de sağlamalıdır.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1 \quad (3.55)$$

Dağılım fonksiyonu; sürekli, ayrık ve birleşik dağılım fonksiyonu olarak üç gupta incelenmektedir. Dağılım fonksiyonu sonlu atlama süreksizlikleri hariç sabit bir değere sahipse ayrıktır.  $X$  rastgele değişkeninin bir  $x$  değerinden alabileceği daha küçük değerler;

$$F(x) = P_r[X \leq x] = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \quad (3.56)$$

olarak tanımlanmıştır. Ayrık dağılıma örnek olarak binom ve Bernoulli dağılımları gösterilmektedir. Ayrık rastgele değişken için aşağıdaki denklem sağlanıyorsa  $f(x)$  bir yoğunluk fonksiyonudur.

$$\sum_i f(x_i) = 1 \quad (3.57)$$

Sürekli bir dağılım,  $F(x)$  fonksiyonunun kesinlikle sürekli olması ile tanımlanmaktadır. Bu fonksiyon monoton olmayan, azalmayan bir doğaya sahiptir. Sürekli bir dağılım için Denklem (3.58),  $X$ 'in  $x$ 'e eşit veya daha az bir değer alma olasılığını vermektedir.

$$F(x) = P_r(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du \quad (3.58)$$

$f(x)$ ,  $X$  rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunu (OYF) ifade etmektedir.  $X$  rastgele değişkeni ve olasılığından söz edildiğinde;

$$f(x) = P(\{s \in S\} | X = x) \quad (3.59)$$

olaylarının olasılığı anlaşılmaktadır (Üstün, 2014).

Sürekli rastgele değişken için;

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (3.60)$$

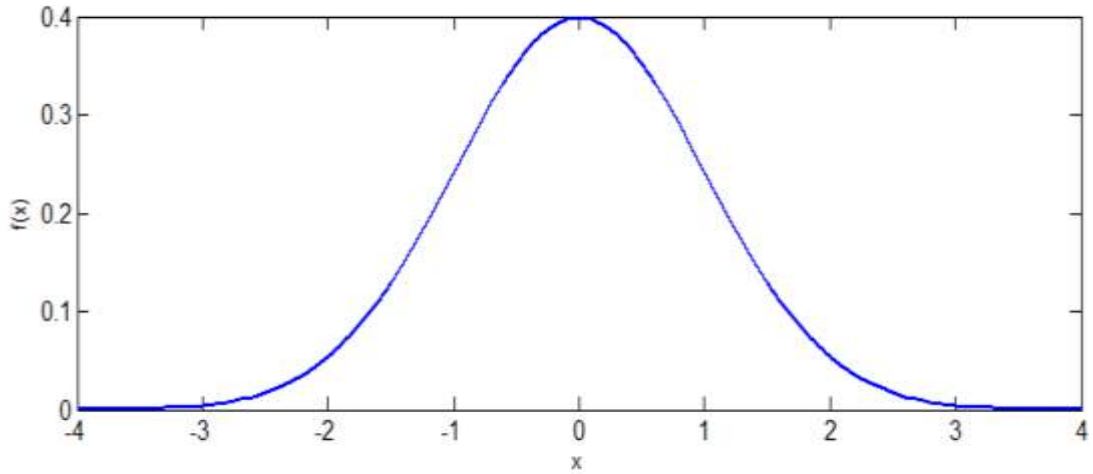
koşulları sağlanıyorsa  $f(x)$  bir olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Yoğunluk fonksiyonunun integrali her zaman bire eşittir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu,  $X$  rastgele değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonunun birinci türevine eşittir. Sürekli dağılım; normal (gauss), Weibull ve üstel dağılım olarak örneklendirilebilir.

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.61)$$

Normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.62)$$

biçimindeyse, bir  $X$  rastgele değişkenine  $\mu$  ve  $\sigma^2$  parametreleri ile normal dağılmıştır denilir ve  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  biçiminde yazılır (Ross, 2012).  $\mu$  ve  $\sigma^2$  dağılımın parametreleridir.



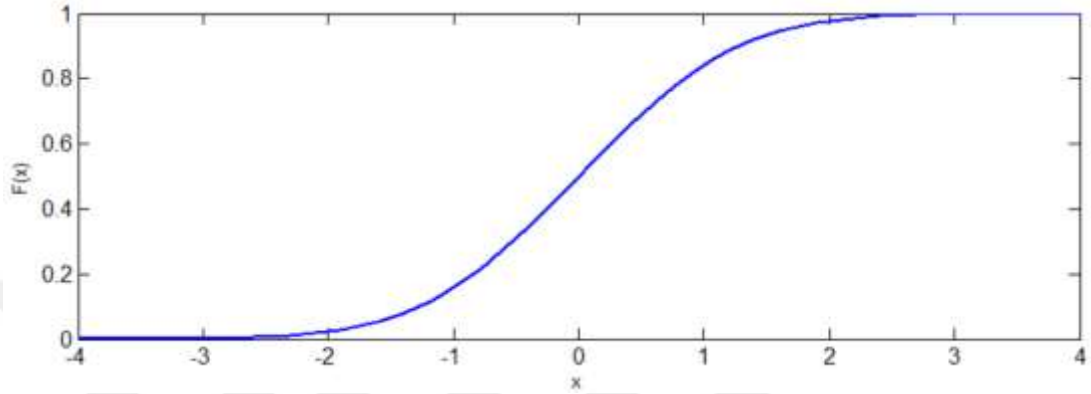
Şekil 3.13. Normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu



Normal dağılımın, birikimli dağılım fonksiyonu;

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dx \quad (3.63)$$

ile ifade edilebilir. Şekil 3.14'de ise fonksiyonun çizimi verilmiştir.



Şekil 3.14. Normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu

Beklenen değer olasılık teorisinde çok önemli bir kavramdır.  $X$ ;  $x_1, x_2, \dots$  mümkün değerlerini alan kesikli bir rastgele değişkense,  $X$ 'in  $E[X]$  ile gösterilen beklenen değeri;

$$E[X] = \sum_i x_i P\{X = x_i\} \quad (3.64)$$

ile tanımlanmaktadır.  $X$  rastgele değişkenininin beklenen değeri,  $X$ 'in her bir değeri varsayılan olasılığıyla ağırlıklanmış üzere, alabildiği mümkün değerlerinin ağırlıklı bir ortalamasıdır (Ross, 2012). Sürekli rastgele  $X$  değişkeni için ise beklenen değer;

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \quad (3.65)$$

ile tanımlanmaktadır. İki ayrı rastgele değişken için ise sırasıyla kesikli ve ayrık durumlar için;

$$E[g(X, Y)] = \sum_Y \sum_X g(x, y)p(x, y) \quad (3.66)$$

$$E[g(X, Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f(x, y) dx dy \quad (3.67)$$

ile tanımlanır.  $g(X, Y) = X + Y$  eşit olduğu sürekli durumda ise;

$$E[X + Y] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, y) dx dy + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y f(x, y) dx dy \quad (3.68)$$

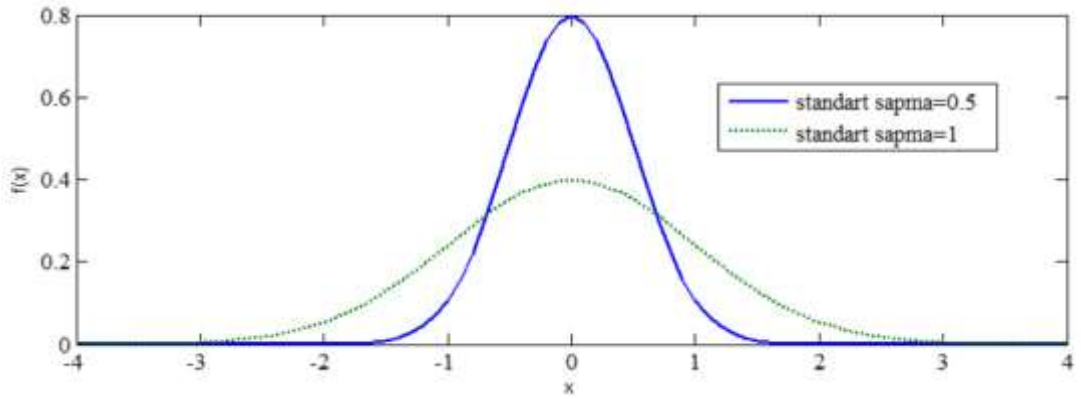
elde edilmektedir.

$X$  rastgele değişkeninin beklenen değeri,  $X$ 'in alabileceği değerlerin değişimi ya da yayılımı ile ilgili bilgi vermemektedir. Bu değişimi ve yayılımı ölçmek için  $X$ 'in beklenen değerinden ortalama olarak ne kadar uzak olacağına bakılmaktadır. Bu durum varyans olarak tanımlanmaktadır.  $X$ ,  $\mu$  ortalamalı bir rastgele değişkense,  $X$ 'in varyansı;

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = E[X^2] - \mu^2 \quad (3.69)$$

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2 \quad (3.70)$$

olarak ifade edilmektedir.



Şekil 3.15. Farklı standart sapma değerleri için bir OYF

Varyansın karekökü ise standart sapma ( $\sigma$ ) olarak isimlendirilmektedir. Standart sapma değerinin büyük olması,  $X$  rastgele değişkeninin ortalamaya göre saçılmanın büyük olduğu, tersi durumda ise saçılmanın küçük olduğu anlamına gelmektedir.

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \quad (3.71)$$

Kovaryans iki değişkenin birlikte ne kadar değiştiklerinin ölçüsüdür.  $X$  ve  $Y$  rastgele değişkenlerinin ortalamaları sırasıyla;  $\mu_x$  ve  $\mu_y$  olarak verilmişse, bu iki değişkenin kovaryansı  $Cov(X, Y)$  ile ifade edilmektedir.

$$Cov(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad (3.72)$$

$$Cov(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y] \quad (3.73)$$

Korelasyon ise  $X$  ve  $Y$  rastgele değişkenlerinin arasındaki ilişkinin güçlülüğünü ifade etmektedir (Ross, 2012).  $Corr(X, Y)$  ile ifade edilen korelasyon denklem Denklem (3.74)'de verilmiştir.

$$Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \quad (3.74)$$

Moment kavramı olasılık hesaplamalarında,  $X$  rastgele değişkeni ve  $X$ 'in mümkün değerleri ile ilgili ayrıntılı çözümlene yapılmak istendiğinde önem kazanmaktadır. Moment belli bir veri yığınının şekilsel görünümü için ölçüt tanımlamaktadır (Aydın, 2014). Fonksiyonun beklenen değer etrafındaki merkezsiz momentleri;

$$\mu_n = E[(X - \mu)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^n f(x) dx \quad (3.75)$$

olarak tanımlanmaktadır. Ayrık rastgele değişken için moment;

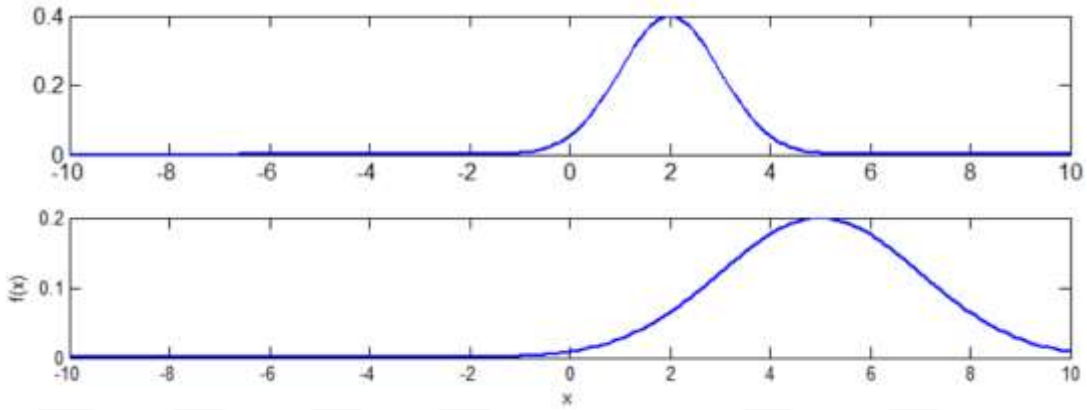
$$\mu_n = E[(X - \mu)^n] = \sum (x - \mu)^n f(x) \quad (3.76)$$

ile ifade edilmektedir.

Beklenen değer ve varyans sırasıyla 1. ve 2. merkezsiz momentleri vermektedir. Üçüncü ve dördüncü momentler ise çarpıklık ve basıklıktır. Çarpıklık, olasılık dağılımının simetrik olmaktan ne kadar uzak olduğunu göstermektedir. Bu değer sıfır olduğunda, fonksiyon simetrik anlamına gelmektedir. Çarpıklığın matematiksel ifadesi Denklem (3.77)'de verilmiştir.

$$\gamma_1 = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (3.77)$$

Basıklık, olasılık yoğunluk fonksiyonunun yanlardan ne kadar basık olduğunu açıklamaktadır. Basıklık arttıkça fonksiyon sivrilmektedir. Şekil 3.16'da normal dağılıma sahip bir  $X$  rastgele değişkeni için, farklı ortalama ve varyans değerlerindeki yoğunluk fonksiyonları verilmiştir. İki dağılım için de çarpıklık ve basıklık katsayıları hesaplanmıştır. Çarpıklık katsayısı ilk fonksiyon için 2.1911 iken ikinci fonksiyon için 1.1131 olarak bulunmaktadır. Basıklık katsayısı ise ilk fonksiyon için 6.4342, ikinci fonksiyon için 2.6985 bulunmaktadır.



Şekil 3.16. İki ayrı dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları

Bazı sürekli dağılımların; beklenen değerleri, varyansı ve momentleri aşağıda incelenmiştir. Normal dağılımın beklenen değeri;

$$E[X - \mu] = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu) e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx \quad (3.78)$$

$$E[X] = \mu \quad (3.79)$$

ile ifade edilmektedir. Varyansı ise;

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] \quad (3.80)$$

$$Var(X) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx \quad (3.81)$$

$$Var(X) = \sigma^2 \quad (3.82)$$

olarak tanımlanmıştır. Normal dağılım için moment üreten fonksiyon ise Denklem (3.83) ve (3.84)'de verilmiştir.

$$M(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad (3.83)$$

$$M(t) = e^{\left\{t\mu + \frac{\sigma^2 t^2}{2}\right\}} \quad (3.84)$$

$X$  rastgele değişkeninin Weibull dağılımı iki ya da üç parametrelilik olarak incelenmektedir. İki parametrelilik Weibull dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha} \quad (3.85)$$

ile ifade edilmektedir. Dağılımın beklenen değeri ve varyansı ise;

$$E(X) = \beta \Gamma(1 + n/\alpha) \quad (3.86)$$

$$Var(X) = \beta^2 [\Gamma(1 + 2/\alpha) - \Gamma^2(1 + 1/\alpha)] \quad (3.87)$$

olarak verilmiştir. Burada  $\Gamma$  bir gamma fonksiyonudur. ' $m$ '. ham moment ise Denklem (3.88)'de verilmiştir.

$$m_n = \beta \Gamma(1 + 1/\alpha) \quad (3.88)$$

Çarpıklık ve basıklık katsayıları ise sırasıyla;

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma(1 + 3/\alpha) \beta^3 - 3\mu\sigma^2 - \mu^3}{\sigma^3} \quad (3.89)$$

$$\gamma_2 = \frac{-6\Gamma_1^4 + 12\Gamma_1^2\Gamma_2 - 3\Gamma_2^2 - 4\Gamma_1\Gamma_3 + \Gamma_4}{[\Gamma_2 - \Gamma_1^2]^2} \quad (3.90)$$

ile verilmiştir. Üç parametrelilik Weibull dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu ve birikimli dağılım fonksiyonları ise sırasıyla;

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{x - x_0}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-(x-x_0/\beta)^\alpha} \quad (3.91)$$

$$F(x) = 1 - e^{-(x-x_0/\beta)^\alpha} \quad (3.92)$$

ifade edilmiştir. Burada  $x_0$  dağılımın üçüncü parametresi yani konum parametresidir.

#### Yükün olasılıksal modeli

Bir yükün olasılıksal modeli, yükten alınan ölçümler çözümlenerek oluşturulabilir. Yükün kullanımına ve doğasına bağlı olarak dağılımı; sürekli, ayrık ya da birleşik olabilir. Sürekli dağılım için genelde normal dağılım kullanılırken, ayrık dağılım için ise binom ve Bernoulli dağılımları kullanılmaktadır.

Bernoulli dağılımı en basit kesikli olasılık dağılımıdır. Tek denemede gerçekleşen iki çıktılı olayların olasılığının hesaplanmasında kullanılmaktadır. Olayın olma olasılığı  $k$ , olmama olasılığı ise  $1 - k$ 'dir. Bu durumda olasılık fonksiyonu (3.93)'de verilen denklem ile ifade edilmektedir.

$$P(x) = k^x * (1 - k)^{1-x}, x = 0,1 \dots \quad (3.93)$$

Dağılımın ortalama, standart sapma, çarpıklık ve basıklık değerlerinin hesaplanabileceği denklemler ise aşağıda sırasıyla verilmiştir.

$$\mu = k \quad (3.94)$$

$$\sigma = \sqrt{k(1 - k)} \quad (3.95)$$

$$\gamma_1 = \frac{1 - 2k}{\sqrt{k(1 - k)}} \quad (3.96)$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{k(1 - k)} - 3 \quad (3.97)$$

Binom dağılımı, Bernoulli dağılımının  $m$  defa tekrarlanmasıyla oluşmaktadır. Olayın olma olasılığı  $k$ , olmama olasılığı ise  $1 - k$ 'dir. Dağılımda başarılı durum sayısı  $x$  rastgele değişkeni kadar ise, dağılımın olasılık fonksiyonu (3.98) numaralı denklem ile ifade edilmektedir.

$$P(x) = \binom{m}{x} k^x (1-k)^{m-x} \quad (3.98)$$

$$\binom{m}{x} = \frac{m!}{x!(m-x)!} \quad (3.99)$$

Dağılımın ortalama, standart sapma, çarpıklık ve basıklık değerlerinin hesaplanabileceği denklemler ise aşağıda sırasıyla verilmiştir.

$$\mu = mk \quad (3.100)$$

$$\sigma = \sqrt{mk(1-k)} \quad (3.101)$$

$$\gamma_1 = \frac{1-2k}{\sqrt{mk(1-k)}} \quad (3.102)$$

$$\gamma_2 = 3 - \frac{6}{m} + \frac{1}{mk(1-k)} \quad (3.103)$$

burada,  $m = 1$  olduğunda dağılım Bernoulli dağılımına dönüşmektedir.

#### Generatörün olasılıksal modeli

Kontrol edilebilir generatörler, yerleştirilen kontrol mekanizmasına bağlı olarak çift veya çok kademeli olarak incelenmektedirler (Wang ve McDonald, 1994). İki durumlu geleneksel bir generatör için, tam veya boş çıkış üretilmektedir. İki durumlu generatör için Bernoulli dağılımı, çok aşamalı generatör için ise binom dağılımı kullanılmaktadır.

Yenilenebilir enerji generatörlerinin çıktıları değişkendir, kontrol edilemez. Bunun sebebi girdi olarak kullanılan enerjinin kontrol edilememesidir. Bir güneş enerjisi sisteminden elde edilen çıktılar güneşlenme seviyesine bağlıyken, rüzgâr enerjisi sistemi için üretim ise rüzgâr hızı ile ilişkilidir.

#### Rüzgâr gücünün olasılıksal modeli

Rüzgâr türbini çıkış gücünün olasılıksal modeli, rüzgâr hızının olasılıksal modeline ve rüzgâr türbini karakteristik eğrisine bağlıdır. Bu durumda rüzgar hızı olasılıksal modelinin, hız verilerine en uygun dağılımın seçilerek doğru bir şekilde oluşturulması gerekmektedir. Literatürdeki çoğu çalışma rüzgâr hızı için en uygun dağılımın Weibull

dağılımı olduğunu göstermektedir (Feijóo ve Cidrás, 2000). Rüzgar hızı verisi olarak OMÜ yerleşkesinde Nisan 2010’da ölçümü alınmış rüzgâr hızı verileri kullanılmıştır.

Değişken rüzgâr hızı generatörleri, rüzgârdaki gücün her zaman düzgün bir şekilde kullanılmasını sağlamak için giderek yaygınlaşmaktadır. Bu nedenle, Denklem (3.104)’de rüzgâr hızı ve çıkış rüzgâr gücü arasındaki tek biçim matematiksel ilişkiyi veren denklem her zaman geçerli olmamaktadır. Bu nedenle değişken hızlı rüzgâr türbininden elde edilen çıkış verileri, rüzgâr gücü olasılıksal modelini belirlemek için kullanılmaktadır.

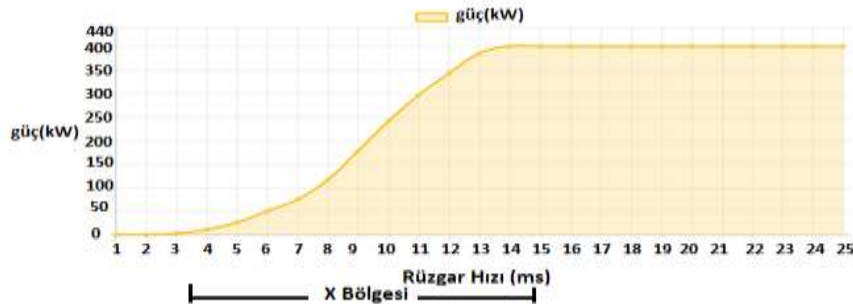
$$P_R = \frac{1}{2} \rho A V^3 C_p \quad (3.104)$$

burada  $P_R$  çıkış gücünü,  $\rho$  havanın yoğunluğunu,  $A$  türbin bıçaklarının tarama alanını,  $V$  rüzgar hızını ve  $C_p$  güç katsayısını ifade etmektedir.

Şekil 3.17’de 400 kW’lık bir rüzgar türbininin karakteristik eğrisi verilmiştir. Eğrinin X ile ifade edilen kısmı, hızın lineer ya da kübik bir fonksiyonu olarak kabul edilerek rüzgâr hızı ile gücü arasında matematiksel bir ilişki kurulmaya çalışılmaktadır. Türbinin çıkış gücü kübik modeli kullanarak Denklem (3.105) ve (3.106) ile hesaplanabilmektedir (Bayem vd, 2007).

$$P_R = \begin{cases} 0 & , \quad v < v_{ak} \\ C v^3 - D & , \quad v_{ak} < v \leq v_n \\ P_n & , \quad v_n \leq v < v_{ük} \\ 0 & , \quad v > v_{ük} \end{cases} \quad (3.105)$$

$$C = \frac{P_n}{(v_n^3 - v_{ak}^3)} \quad , \quad D = v_{ak}^3 \quad (3.106)$$



Şekil 3.17. Bonus 400 kW rüzgar türbini karakteristik eğrisi



Birikimli dağılım fonksiyonu ve olasılık yoğunluk fonksiyonu da sırasıyla;

$$F(P_R) = \begin{cases} 1 + e\left[-\left(\frac{v_{ik}}{\beta}\right)^\alpha\right] - e\left[-\left(\frac{v_{ak}}{\beta}\right)^\alpha\right] & , P_R = 0 \\ 1 + e\left[-\left(\frac{v_{ik}}{\beta}\right)^\alpha\right] - e\left[-\left(\frac{(P_R+D)/C}{\beta^3}\right)^{\alpha/3}\right] & , 0 < P_R < P_n \\ 1 & , P_R = P_n \end{cases} \quad (3.107)$$

$$f(P_R) = \begin{cases} 1 + e\left[-\left(\frac{v_{ik}}{\beta}\right)^\alpha\right] - e\left[-\left(\frac{v_{ak}}{\beta}\right)^\alpha\right] & , P_R = 0 \\ \frac{\alpha}{3C\beta^\alpha} \left(\frac{P_R + D}{C}\right)^{(\alpha/3)-1} e\left[-\left(\frac{(P_R+D)/C}{\beta^3}\right)^{\alpha/3}\right] & , 0 < P_R < P_n \\ e\left[-\left(\frac{v_n}{\beta}\right)^\alpha\right] - e\left[-\left(\frac{v_{ik}}{\beta}\right)^\alpha\right] & , P_R = P_n \end{cases} \quad (3.108)$$

elde edilmektedir (Bayem vd, 2007).

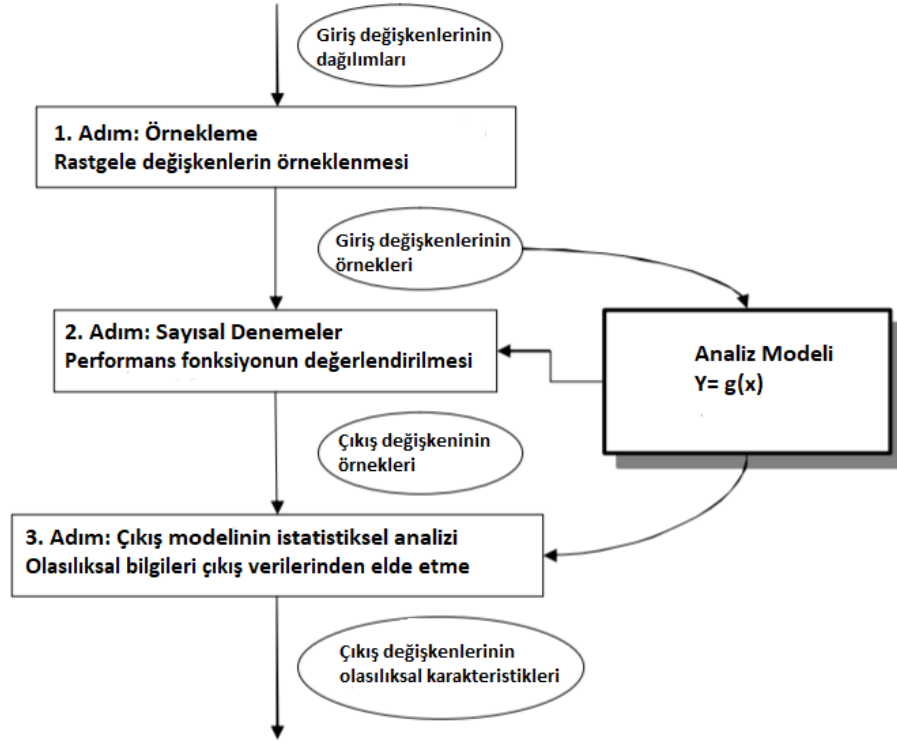
### 3.2.2.1. Monte Carlo benzetimi yöntemi

Monte Carlo benzetimi (MCB), olasılık teorisi üzerine kurulu bir yöntemdir. MCB'nin temeli bir deneyin ya da çözülmesi gereken bir fiziksel olayın rastgele üretilmiş sayıları, tekrarlayan bir döngüde kullanarak, benzetimini yapıp çözmeye dayanmaktadır. Burada deney birimleri rastgele sayılar iken ifadeler ise kesin integraller, denklem sistemleri veya daha karmaşık matematiksel modellerdir.

Matematiksel ifadeler değerlendirildiğinde çoğu zaman sayısal çözümlene gibi ölçünlü yaklaşımlar tercih edilmektedir; ancak bazı durumlarda bu yöntemler yetersiz kaldığından Monte Carlo yönteminin kullanılması gerekmektedir. MCB rastgele değişkenlerden ürettiği örnekleri kullanarak çözümlenecek matematiksel ifadeyi hazırlanan algoritma aracılığıyla koşturmaktadır ve bu değişkenlerin sisteme olan etkilerini incelemektedir. Kullanılan giriş değişkeni ait olduğu dağılıma göre örneklenmektedir. MCB'de girdiler kesinlikle tekrarlanabilir olmalıdır. Girdilerin tekrar üretilebilirliği, aynı başlangıç koşulları göz önüne alındığında, herhangi bir rastgele sayı dizisinin tekrarlanabileceği anlamına gelmektedir. Daha sonra rastgele üretilen değerler kullanılarak matematiksel ifade içinde farklı sonuçlar hesaplanmaktadır.

MCB, ifade için belirlenen aralık sayısına bağlı olarak binlerce veriyi kapsamaktadır. Bu veriler kullanılarak her bir çıktı için dağılım değerleri

üretilmektedir. Olasılık dağılımları kullanılarak yapılan modellemelerde, modele dahil edilen değişkenlerin aldığı farklı değerler karşısında ortaya farklı olasılıklar çıkmaktadır. Belirsizlik içeren durumların modelde kullanılan değişkenler yardımıyla olasılık dağılımlarının model için hesaplanması farklı durumlar içerisinde çok daha gerçekçi bir risk çözümü yapılmasını mümkün kılmaktadır (Polat, 2015).

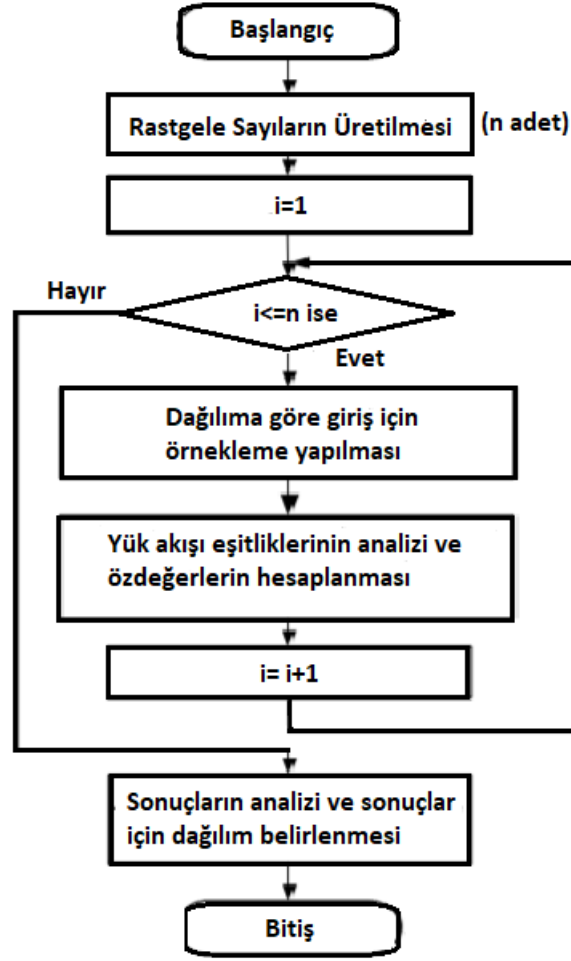


Şekil 3.18. MCB işlem adımları

Literatürde MCB kullanılarak gerçekleştirilmiş birçok çalışma mevcuttur. Bu çalışmalar ışığında MCB'nin; algoritması doğru oluşturulduğunda, örnekleme sayısı yeterli olduğunda, sistem için en uygun örnekleme yöntemi seçildiğinde ve üretilen rastgele sayı dizilerinin tekrarlama periyotları uzun bir dönemi kapsadığında rastlantısal benzetim süreçleri için güvenilir bir yöntem olduğu görülmektedir.

Giriş değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonundan, değişkenin dağılımını temsil eden örnekler üretmek için örnekleme işlemi yapılmaktadır. Rastgele değişkenlerin örnekleri, benzetim içerisinde girdi olarak kullanılmaktadır. İlk aşamada, 0 ile 1 arasında düzgün dağılmış rastgele değişkenler elde edilmektedir. Devamında ise ilk aşamada elde edilen değerler, belirtilen dağılımın rastgele

değişkenlerine dönüştürülmektedir. Dönüşüm işlemlerine; ters dönüşüm ile kabul ve reddetme dönüşümü örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 3.19. MCB akış şeması

$F(x)$  birikimli dağılım fonksiyonu, tersi alınabilen bir fonksiyon olup yoğunluk fonksiyonu ise  $f(x)$  olarak verilmiştir. Bu durumda düzgün dağılan rastgele sayı üretici ters dönüşüm yöntemi uygulandığında;

$$P(X \leq x) = P(F^{-1}(U) \leq x) = P(U \leq F(x)) = F(x) \quad (3.109)$$

ile ifade edilmektedir. Uygulamada ana kısıt birikimli dağılım fonksiyonunun tersinin alınabilmesi olmalıdır. Fonksiyonun, üstel olması durumunda bu problem kolaylıkla çözülebilmektedir.

$$F(x) = 1 - e^{-\mu x}, F^{-1}(x) = -\ln(1 - U)/\mu \quad (3.110)$$

$F(x)$  fonksiyonunun tersi zor alındığında dönüşüm için kabul ve reddetme yöntemi kullanılmaktadır. Uygulama için  $t(x)$  fonksiyonu tanımlanmıştır.  $f(x)$ 'in  $A$  desteğindeki bütün  $x$  değerleri için  $t(x) > f(x)$  tanımlanmıştır.  $t(x)$  bir yoğunluk fonksiyonu değildir. Yoğunluk fonksiyonu olarak;

$$r(x) = \frac{t(x)}{\int_A t(x) dx} \quad (3.111)$$

tanımlanmıştır. MCB uygulanırken  $r(x)$ 'i kullanmak işlemleri kolaylaştırmaktadır.  $f(x)$ 'e göre rastgele değişkenler üretilirken; öncelikli olarak  $r(x)$  olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak  $Y$  değişkenleri üretilmektedir. Bu işlemin devamında ise düzgün dağılıma sahip  $U$  değişkenleri  $[0,1]$  aralığında üretilmektedir.

$$U \leq \frac{f(Y)}{t(Y)} \quad (3.112)$$

$Y$  rastgele değişkeni Denklem (3.112)'de belirtilen koşulu sağlıyorsa bu değer üretim değeri olarak kabul edilmekte, sağlamıyorsa da süreç tekrar edilmektedir.

Rastgele değişkenleri üretmek için birçok yöntem mevcuttur. Değişkenler üretildikten sonra çözümlenmesi yapılacak olan denklemlerde sırasıyla yerine yazılarak her biri için çıkış değerleri elde edilmektedir. Devamında ise her bir çıkış değişkeni için elde edilen veriler ışığında uygun olan dağılım yöntemi belirlenmektedir. Dağılım, uyum iyiliği testleriyle, verilerin değişimi histogram üzerinde gözlemlenerek ya da teorik dağılım çizimleri aracılığıyla belirlenmektedir. Dağılım tespit edildikten sonra ise çıkış değişkenlerinin beklenen değerleri, varyansı, olasılık yoğunluk fonksiyonu, birikimli dağılım fonksiyonu tespit edilmektedir. Bu sonuçların doğruluğu ise hata değerlendirmesi yapılarak belirlenmektedir. MCB'de incelenen hatalar, hesaplanan beklenen değer ve varyanstır.  $X$  rastgele değişkeni için  $f(x)$  olasılık yoğunluk fonksiyonu ile  $\bar{x}$  beklenen değeri olarak tanımlanmıştır.

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \quad (3.113)$$

$X$  rastgele değişkeni için  $x_i$  tane bağımsız ve rastgele örnek üretilmişse beklenen değer;

$$\tilde{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (3.114)$$

ile ifade edilmektedir.  $\tilde{x}$  beklenen değeri  $\bar{x}$  değerine eşit değildir. Rastgele değişken ve geręek beklenen değer arasındaki fark hata sağılığını vermektedir. Hata sağılığını bulmak için ilk olarak  $x$ 'in varyansını hesaplamak gerekmektedir.

$$Var(x) = \sigma^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx \quad (3.115)$$

$$(x - \bar{x})^2 = x^2 - 2x\bar{x} - \bar{x}^2 \quad (3.116)$$

olduğu için bu denklem;

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x)^2 f(x) dx - 2\bar{x} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx + \bar{x}^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad (3.117)$$

olarak tanımlanmıştır. Varyans ve standart sapma ise sırasıyla Denklem (3.118) ve (3.119)'da verilmiştir.

$$\sigma^2(x) = (\overline{x^2} - x^{-2}) \quad (3.118)$$

$$\sigma(x) = \sqrt{(\overline{x^2} - x^{-2})} \quad (3.119)$$

Standart sapma değerinin yüksek olması, hatanın büyüklüğünün göstergesidir. MCB içerisinde kullanılan örneklerin  $\tilde{x}$  beklenen değeri ile  $\bar{x}$  arasındaki ilişki Denklem (3.120)'de verilmiştir.

$$\sigma(\tilde{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} \quad (3.120)$$

$N$ ,  $x_i$  örneklerinin sayısını ifade etmektedir.  $N$  sayısı arttıkça  $\tilde{x}$  değeri,  $\bar{x}$  geręek beklenen değerine yaklaşmaktadır yani hata oranı  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  ile ters orantılı olarak değişmektedir.

Monte Carlo çalışmasında benzetim denemeleri sayısını tayin ederken beklenen değer üzerinden örnek verilecek olursa  $\mu$ 'nün bir tahmin edicisi olarak;

$$\bar{Y}_r = \sum_{i=1}^r Y_i/r \quad (3.121)$$

denklemini kullanmak için, ortalaması  $\mu$  olan  $r$  tane bağımsız ve aynı dağılımlı  $Y_1, \dots, Y_r$  rastgele değişkenlerinin üretilmektedir.  $Y_i$ 'nin varyansı  $\sigma^2$ 'dir. Merkezi limit teoremi uygulandığında  $Y_r$ 'nin normal dağılıma sahip olduğu, ortalamasının  $\mu$  ve varyansının  $\sigma^2/r$  olduğu görülmektedir. Buradan  $\mu$ 'nün,

$$\bar{Y}_r - 1.96 \sigma/\sqrt{r}, \quad \bar{Y}_r + 1.96 \sigma/\sqrt{r} \quad (3.122)$$

aralığında olacağından %95 emin olunmaktadır. Genel bir ifadeyle  $\mu$ 'nün,

$$\bar{Y}_r - (z_{\alpha/2}) \sigma/\sqrt{r}, \quad \bar{Y}_r + (z_{\alpha/2}) \sigma/\sqrt{r} \quad (3.123)$$

aralığında olduğundan yüzde  $100(1 - \alpha)$  oranında güven duyulmaktadır.  $\sigma^2$  bilindiğinde doğruluk düzeyini belirlemek için  $r$  seçilebilir. Bu değerler bilinmediğinde ise iki aşamalı benzetim deneyi uygulanmaktadır. Deneyin ilk kısmında çalışmada kullanılması planlanan deneme sayısından çok daha az  $k$  sayıda deneme yapılmaktadır (Ross, 2012). Denemeler gerçekleştirilirken  $Y_1, \dots, Y_k$  tane rastgele değişken üretilmektedir. Bu değişkenlerin örnek varyansı,

$$S_k^2 = \frac{1}{k-1} - \sum_{i=1}^k (Y_i - \bar{Y}_k)^2 \quad (3.124)$$

$\sigma^2$ 'yi tahmin etmek için kullanılmaktadır. Devamında  $S_k^2$ ,  $\sigma^2$ 'nin gerçek değeri gibi davranılıp,  $r$  için uygun bir değer atanmaktadır. İkinci kısmında ise  $r - k$  tane ek deneme üretilmektedir (Ross, 2012).

### 3.2.2.2. Latin hiperküp örnekleme yöntemi

Latin hiperküp örnekleme (LHÖ), bir değişken küçültme yöntemidir. LHÖ ile değişkenler için rastgele örnekler üretilmektedir. Monte Carlo benzetimi içerisinde kullanıldığında, geleneksel MCB yöntemine kıyasla hedeflenen sonuca daha az işlem

ile ulaşılmaktadır. İşlem yükü azaldığında da çözümleme süresi büyük ölçüde azalmaktadır.

LHÖ, her satır ve sütununda tek bir örneğe sahip olan Latin kare tasarımına dayanmaktadır. Latin karesi, Latin harflerinin bir matris içerisinde nasıl düzenlenebileceğini anlamak amacıyla oluşturulmuş eski bir bilmecedir. Her sembol, her satır ve sütunda yalnızca bir kez görölmektedir. Leonard Euler'in Latin sembollerini kullanan eserlerine dayanarak geliştirildiği için Latin kare olarak adlandırılmaktadır. Hiperküp ise üç boyuttan daha büyük bir küptür. Latin karesi, çoklu boyutlardan ve çoklu hiper düzlemlerden örneklemeye genişletilmektedir.

LHÖ, girdi alanının kapsamını iyileştirmek için katmanlı örnekleme kullanmaktadır. Katmanlaşma, rastgele değişken olan  $x$ 'in,  $F(x)$  dağılım fonksiyonunun grafiğindeki dikey eksen, eşit uzunlukta ve birbiri ile örtüşmeyen ' $n$ ' aralıklara bölerek gerçekleştirilmektedir. ' $n$ ' burada çözümleme sayısıdır. Dağılım fonksiyonunun tersini göz önünde bulundurduğumuzda ise bu  $n$  aralık, yatay eksen, uzunluklarının önemli olmadığı fakat aynı derecede muhtemel olan  $n$  adet aralığa bölmektedir. LHÖ'nin bir sonraki aşamasında, dikey eksendeki  $n$  adet aralık içerisinden rastgele değerler seçilmesi gerekmektedir. Bu değerler  $F^{-1}(x)$  fonksiyonu ile eşlendiğinde, daha önceden tanımlanmış olan yatay eksendeki aralıkların her birinden bir adet değer seçildiği görölmektedir.  $X$  matrisinin boyutlarının  $n \times k$  olduğu ve matrisin  $j$ . sütunun  $X_j$  rastgele değişkeni için LHÖ içerdiği göz önünde bulundursun. Bu matrisin her bir sütunundaki değerlerin rastgele sıralanmasını sağlamak için rastgele bir süreç uygulanmalıdır. Bu karıştırma süreci, basit bir Monte Carlo işleminde gözlemlerin eşleştirilmesine yardımcı olmaktadır (Iman, 2008; McKay vd, 1979).

Basit rastgele örnekleme, benzetim uygulamalarında yaygın olarak kullanılmakta olduğundan, bu örnekleme yöntemini LHÖ ile karşılaştırmak önemlidir. Bunu yapmanın ilk yolu, iki prosedürden elde edilen tahminlerin değişkenliğini karşılaştırmaktır.  $X_1$  ve  $X_2$  iki ayrı bağımsız giriş değişkeni olarak verilmiştir. Bu değişkenlere sıra istatistiği uygulandığında,  $n$  örneklem sayısı ile rastgele örnekleme yapılırsa iki değişken için birleşik giriş kümesinin beklenen olasılık kapsamı;

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \quad (3.125)$$

ile ifade edilmektedir. LHÖ uygulanırken her  $(0, 1/n)$  ve  $[(n - 1)/n, 1]$  aralığından bir adet değer seçilmesi gerekmektedir. Bu aralıklardan beklenen değerleri kullanarak iki değişken için birleşik giriş kümesinin beklenen olasılık kapsamı Denklem (3.126)'da ifade edilmiştir.

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \quad (3.126)$$

burada,  $n \geq 2$  olduğu zaman (3.126) numaralı denklem, (3.125) numaralı denklemden her daim büyük olacaktır. Bunun sonucunda ise LHÖ'deki giriş kümesinin olasılık kapsamı oranı, basit rastgele örnelemeye kıyasla daha doğru olacaktır. Örnek olarak  $n = 10$  verildiğinde; Denklem (3.125)'e göre %66.9 elde edilirken, Denklem (3.126) kullanıldığında ise bu oran %81 olarak bulunmaktadır (Iman, 2008).

Giriş kümesinin olasılıksal kapsama oranı, LHÖ ve basit rastgele örnelemeyi mukayese etmek için kullanılmaktadır. Ancak bu oran seçilecek örnelemeye dair doğrudan bir ifade sunmamaktadır. Seçim için iki örnekleme yönteminden de elde edilen tahminlerin değişkenliği karşılaştırılmaktadır, bu bir verimlilik ölçütüdür. Değişkenlik, çoğaltılmış LHÖ kullanılarak ölçülmektedir. Örnekleme sayısı yüz olan bir LHÖ yerine, örnekleme sayısı yirmi olan beş ayrı kopyanın her biri kullanılmaktadır. Bu yaklaşım, model karmaşık olduğu zaman daha doğru sonuç vermektedir. Diğer yandan model basit olduğunda ise değişim analitik olarak hesaplanabilmektedir. Basit doğrusal bir model Denklem (3.127)'de verilmiştir. Bu model üzerinde LHÖ ve rastgele örnekleme karşılaştırılmaktadır.

$$Y = \sum_{i=1}^k \beta_i X_i \quad (3.127)$$

$X_i$  bağımsız ve  $(0,1)$  arasında düzgün dağılan bir değişkendir. Modele basit rastgele dağılım uygulandığında ortalamannın tahmin edicisinin varyansı;

$$V_{RÖ}(\bar{Y}) = \frac{1}{12n} \sum_{i=1}^k \beta_i^2 \quad (3.128)$$

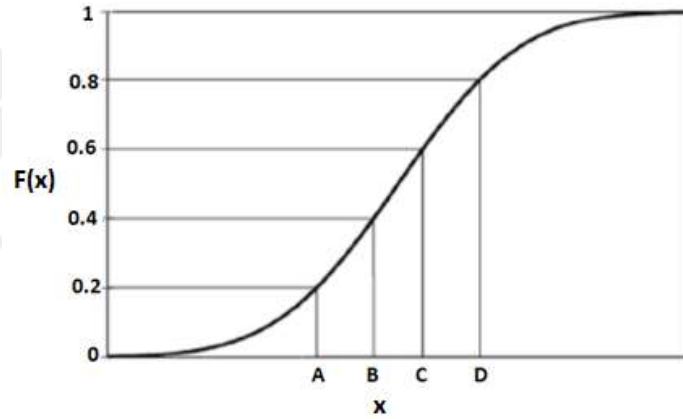
ile ifade edilmektedir. LHÖ uygulandığında ise;



$$V_{LH\bar{O}}(\bar{Y}) = \frac{1}{12n^3} \sum_{i=1}^k \beta_i^2 \quad (3.129)$$

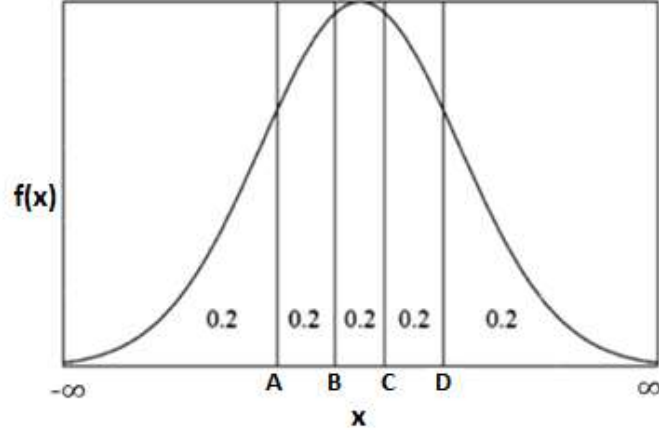
varyans hesaplanmaktadır. Denklem (3.128)'de örnekleme sayısı  $n = 1000$  ve denklem (3.129)'da örnekleme sayısı  $n = 10$  seçildiğinde, her iki denklemde de varyans değerinin aynı olduğu görülmektedir. Elde edilen sonuç LHÖ yöntemi uygulandığında işlem yükünün azaldığını göstermektedir.

$X$  rastgele değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonunun  $y$  eksenini beş eşit parçaya Şekil 3.20'de ayrılmıştır. Yani örnekleme sayısı beştir. LHÖ uygulanırken öncelikli olarak  $y$  ekseninden rastgele bir parça seçilmektedir. Aynı parça örnekleme esnasında tekrar seçilememektedir. İşlemin devamında seçilen parça içerisinde bir adet nokta seçilmesi gerekmektedir.



Şekil 3.20.  $X$  değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonu

Nokta seçimi için birikimli dağılım fonksiyonunun tersine ihtiyaç duyulmaktadır. Bir önceki aşamada seçilen parçanın sınırlarında üretilmiş olan sayı, birikimli dağılım fonksiyonunun tersinde yerine konularak parçanın içerisinde rastgele bir değer bulunmaktadır.



Şekil 3.21. LHÖ esnasında eğrinin eşit parçalara ayrılması

Olasılıksal yük akışı çalışmalarında LHÖ kullanılan Monte Carlo benzetimi, geleneksel MCB'ne kıyasla daha hızlı çözümlene yapmaktadır. İşlem yükü azaldığı için çözümlene süresi de kısalmıştır.

### 3.2.2.3. Unscented dönüşüm yöntemi

UD yöntemi, doğrusal olmayan sistemlerin ortalama değerlerini ve kovaryanslarını tahmin etmek için geliştirilen bir alternatif yaklaşım yöntemidir. Bu yöntemin temelinde momentler yöntemi denilen yöntem vardır.

Geleneksel unscented dönüşüm yönteminde, olasılık yoğunluk fonksiyonu  $w(x)$  olan sürekli bir fonksiyon, belirlenimci olarak seçilen ve sigma noktaları  $S_i$  olarak adlandırılan noktalar aracılığıyla ayrık bir dağılıma yaklaştırılır. Her iki dağılımın da aynı momentlere sahip olduğundan emin olunması gerekmektedir. Yöntemin matematiksel ifadesi Denklem (3.130)'da verilmiştir (Oke vd, 2013).

$$E(x^k) = \int x^k w(x) dx = \sum w_i S_i^k \quad (3.130)$$

Nokta tahmini yönteminde olduğu gibi, rastgele değişkenin sigma noktalarının ve ağırlıklarının hesaplanabilmesi için değişkenin ilk birkaç momentinin bilinmesi gerekmektedir. Tek değişkenli ve çok değişkenli sistemler için geleneksel unscented dönüşüm (GUD) yönteminin matematiksel ifadeleri aşağıda incelenmiştir.

### Tek değişkenli problemlerde geleneksel unscented dönüşüm

$X$  rastgele değişkeninin , doğrusal olmayan bir dönüşüm aracılığıyla  $y$  değişkeni ile ilişkili olduğu verilmiştir.

$$y = f(x) \quad (3.131)$$

burada, ' $x$ ' değişkeninin ortalama değeri  $\bar{x}$  olarak tanımlanmıştır. Ölçünlüleştirilen  $\hat{x}$  değişkeninin ise ortalama değeri sıfır ve standart sapması da,  $x$  değişkeninin standart sapması ile eşit verilmiştir. Bu durumda  $x$  değişkeni aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$x = \bar{x} + \hat{x} \quad (3.132)$$

Denklem (3.131) ve (3.132)'i birleştirip Taylor serisi uyguladığımızda;

$$y = f(x) = f(\bar{x}) + \hat{x} \frac{df}{d\bar{x}} + \frac{\hat{x}^2}{2!} \frac{d^2f}{d\bar{x}^2} + \frac{\hat{x}^3}{3!} \frac{d^3f}{d\bar{x}^3} + \dots \quad (3.133)$$

Momentlerle ilişkilendirdiğimizde ise  $y$ 'nin beklenen değeri;

$$\bar{y} = E[f(\bar{x} + \hat{x})] = f(\bar{x}) + E \left[ \hat{x} \frac{df}{d\bar{x}} + \frac{\hat{x}^2}{2!} \frac{d^2f}{d\bar{x}^2} + \frac{\hat{x}^3}{3!} \frac{d^3f}{d\bar{x}^3} + \dots \right] \quad (3.134)$$

ile ifade edilmektedir. İfade sadeleştirildiğinde ise;

$$g(\hat{x}) = \hat{x} \frac{df}{d\bar{x}} + \frac{\hat{x}^2}{2!} \frac{d^2f}{d\bar{x}^2} + \frac{\hat{x}^3}{3!} \frac{d^3f}{d\bar{x}^3} + \dots \quad (3.135)$$

$$E[g(\hat{x})] = \bar{g} \quad (3.136)$$

$$\bar{y} = f(\bar{x}) + \bar{g} \quad (3.137)$$

elde edilmektedir. ' $y$ ' değişkeninin varyansı ise;

$$\sigma_y^2 = E[(y - \bar{y})^2] \quad (3.138)$$

$$y - \bar{y} = f(\bar{x}) + g(\hat{x}) - f(\bar{x}) - \bar{g} \quad (3.139)$$

$$\sigma_y^2 = E[g^2(\hat{x})] - \bar{g}^2 \quad (3.140)$$

ile ifade edilmektedir. Yukarıda ki işlemler bir ayrık dağılım fonksiyonu olan  $y_i$  fonksiyonuna uygulanacak olursa;

$$y_i = f(x_i) \quad (3.141)$$

$$x_i = \bar{x} + S_i \quad (3.142)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^p w_i f(x_i) = \sum_{i=0}^p w_i f(\bar{x} + S_i) \quad (3.143)$$

elde edilmektedir.  $i = 0$  değeri ortalamayı verdiği için denklem 3.143'deki ifade;

$$\bar{y} = w_0 f(\bar{x} + S_0) + \sum_{i=1}^p w_i f(\bar{x} + S_i) \quad (3.144)$$

şeklinde genişletilebilir. Unscented dönüşüm içerisinde ayrık ve sürekli dağılım fonksiyonların momentlerinin eşit olması gerekmektedir. Bu eşitlik durumundan yola çıkıldığında ise aşağıdaki işlemler yapılmaktadır.

$$f(\bar{x} + S_0) = f(\bar{x}), S_0 = 0 \quad (3.145)$$

$$f(\bar{x} + S_i) = f(\bar{x}) + g(S_i) \quad (3.146)$$

Denklem (3.144) ile (3.146) birleştirildiğinde ise;

$$\bar{y} = [w_0 + \sum_{i=1}^p w_i] f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^p w_i g(S_i) \quad (3.147)$$

elde edilir. Momentler arası eşitliğin sağlanması için;

$$[w_0 + \sum_{i=1}^p w_i] = 1 \quad (3.148)$$

$$\sum_{i=1}^p w_i g(S_i) = \bar{g} \quad (3.149)$$

denklemlerini sağlaması gerekmektedir. Ayrık dağılımın varyansı ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$y - \bar{y} = f(\bar{x}) + g(S_i) - [w_0 + \sum_{i=1}^p w_i] f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^p w_i g(S_i) \quad (3.150)$$

Denklem (3.147) ve (3.150)'i birleştirdiğimizde denklem (3.151) elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} y - \bar{y} &= f(\bar{x}) - f(\bar{x}) - g(S_i) - \sum_{i=1}^p w_i g(S_i) = \dots \\ &\dots g(S_i) - \sum_{i=1}^p w_i g(S_i) \end{aligned} \quad (3.151)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^p w_i [g^2(S_i) - 2\bar{g}g(S_i)] - \bar{g}^2 \quad (3.152)$$

Denklem (3.152)'i sadeleştirdiğimizde;

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^p w_i [g^2(S_i)] - \bar{g}^2 \quad (3.153)$$

elde edilmektedir. Denklem (3.130)'un doğruluğunun ispat edilebilmesi için denklem (3.140) ile (3.153)'ün birbirine eşit olması gerekmektedir. Bu bilgi göz önünde bulundurularak aşağıdaki kısaltmalar yapıldığında;

$$E[g^2(\hat{x})] - \bar{g}^2 = \sum_{i=1}^p w_i [g^2(S_i)] - \bar{g}^2 \quad (3.154)$$

$$E[g^2(\hat{x})] = \sum_{i=1}^p w_i [g^2(S_i)] \quad (3.155)$$

elde edilmektedir.

Denklem (3.155)'in  $n$ . momentinin genel ifadesi ise;

$$E[g^n(\hat{x})] = \sum_{i=1}^p w_i [g^n(S_i)] \quad (3.156)$$

olarak tanımlanmaktadır. Sigma noktaları ve ağırlıkları arasındaki ilişki;

$$E[(\hat{x})^n] = \sum_{i=1}^p w_i [(S_i)^n] \quad (3.157)$$

ile ifade edilmektedir. GUD yönteminde sigma noktalarının ve ağırlıklarının belirlenmesinde denklem (3.157)'deki moment ilişkisi kullanılmaktadır. Bu denklem göz önünde bulundurulduğunda çıkış dağılımının momentlerinden elde edilen sigma noktalarının ve ağırlıklarının doğruluğu, bunların seçilmesinde kullanılan moment derecesinin yüksekliğine bağlı olduğu görülmektedir. Bu nedenle, sigma noktaları ve ağırlıklarını tahmin ederken giriş dağılımının yüksek dereceli momentleri kullanılmalıdır. Kullanılan sigma noktalarının sayısı arttıkça, ayrık dağılımın sürekli dağılıma yaklaşması daha kolay olmaktadır. Denklem (3.157) kullanıldığında ilk dört moment aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Menezes vd, 2008).

$$E[(\hat{x})] = \sum_{i=1}^p w_i [(S_i)] = 0 \quad (3.158)$$

$$E[(\hat{x})^2] = \sum_{i=1}^p w_i [(S_i)^2] = \sigma_x^2 \quad (3.159)$$

$$E[(\hat{x})^3] = \sum_{i=1}^p w_i [(S_i)^3] = \gamma_1 \sigma_x^3 \quad (3.160)$$

$$E[(\hat{x})^4] = \sum_{i=1}^p w_i [(S_i)^4] = (\gamma_2 + 3) \sigma_x^4 \quad (3.161)$$

burada,  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  sırasıyla çarpıklık ve basıklık katsayılarıdır.

### Çok değişkenli problemlerde geleneksel unscented dönüşüm

İki ya da daha fazla rastgele değişkene sahip olan problemlerde Taylor serisi açılımı;

$$\begin{aligned} y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \dots \\ &\dots (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \frac{df(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)}{dx} + \dots \\ &\dots \frac{1}{2!} \left[ \frac{\hat{x}_1 d}{dx_1} + \frac{\hat{x}_2 d}{dx_2} + \dots + \frac{\hat{x}_n d}{dx_n} \right] f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \dots \end{aligned} \quad (3.162)$$

ile ifade edilmiştir. Tek değişkenli de olduğu gibi moment ve sigma noktaları arasındaki ilişki aynı yöntemle bulunmaktadır. Rastgele değişkenlerin sayısının artmasıyla ihtiyaç duyulan sigma nokta sayısı da artmaktadır. Sigma noktaları ve momentler arasındaki ilişki;

$$E[(\hat{x}_1)^a \dots g(\hat{x}_{rds})^k] = \sum_{i=1}^r w_i [(S_i^a)_1 \dots (S_i^k)_{rds}] \quad (3.163)$$

ile ifade edilmektedir. Burada  $rds$  rastgele değişken sayısını ifade ederken,  $(a, \dots, k)$  Taylor serisi açılımında rastgele değişkenlerin momentlerinin olası kombinasyonlarını tanımlamaktadır,  $(a + \dots + k)$  ise kesinti/yaklaşım derecesini ifade etmektedir. İşlem içerisinde  $r$  değeri kullanılan toplam sigma nokta sayısından bir eksik olmalıdır.

Serinin kesinti derecesinin, çıkış dağılımının doğruluğunu etkilediği göz önünde bulundurulduğunda, çıkışın doğruluğunu sağlamak adına sigma noktalarını ve ağırlıklarını belirlerken dördüncü momente kadar daha yüksek terimlerin dahil edilmesi gerekmektedir. Yöntemi uygularken iki rastgele değişken içeren bir problem için olası moment kombinasyonu, Taylor serisinin dördüncü dereceden yaklaşımı için on dört adet denklem gerektirmektedir. Tüm değişkenlerin Gauss dağılımını takip ettiği bir durum için çözüm yapıldığında sigma noktaları ve ağırlıkları aşağıdaki gibi elde edilmektedir (Menezes vd, 2008).

$$w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = w_5 = \frac{1}{10}$$

$$(S_1)_1 = 2 \cos\left(0 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_1, (S_1)_2 = 2 \sin\left(0 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_2$$

$$(S_2)_1 = 2 \cos\left(1 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_1, (S_2)_2 = 2 \sin\left(1 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_2$$

$$(S_3)_1 = 2 \cos\left(2 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_1, (S_3)_2 = 2 \sin\left(2 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_2 \quad (3.164)$$

$$(S_4)_1 = 2 \cos\left(3 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_1, (S_4)_2 = 2 \sin\left(3 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_2$$

$$(S_5)_1 = 2 \cos\left(4 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_1, (S_5)_2 = 2 \sin\left(4 \frac{2\pi}{5}\right) \sigma_2$$

Rastgele değişken sayısı daha fazla olan problemlerde, eş zamanlı olarak çözümlenmesi gereken denklem sayısı kesinti derecesine bağlıdır. Farklı kesinti dereceleri için denklem sayısı hesabı, Denklem (3.165)'de verilmiştir.

*Denklem Sayısı =*

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^{rds} C_1 + {}^{rds} C_2, \text{ ve (2. derece)} \\ 3^{rds} C_1 + 3^{rds} C_2 + {}^{rds} C_3, \text{ ve (3. derece)} \\ 4^{rds} C_1 + 6^{rds} C_2 + 4^{rds} C_3 + {}^{rds} C_4, \text{ ve (4. derece)} \\ 5^{rds} C_1 + 10^{rds} C_2 + 10^{rds} C_3 + 5^{rds} C_4 + {}^{rds} C_5, \text{ ve (5. derece)} \\ 6^{rds} C_1 + 15^{rds} C_2 + 20^{rds} C_3 + 15^{rds} C_4 + 6^{rds} C_5 + {}^{rds} C_6, \text{ ve (6. derece)} \end{array} \right. \quad (3.165)$$

$${}^a C_b = \frac{a!}{(a-b)!b!} \quad (3.166)$$

ile ifade edilmektedir.  $a > b$ 'den büyük olduğunda,  $a = b$  şartı sağlandığında işlem sona ermektedir. Ortalama değer hariç her rastgele değişkeni temsil etmek için gereken minimum sigma noktası sayısı ( $m$ ), Denklem (3.167) kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$m = \left\lceil \frac{\text{denklem sayısı}}{rds+1} \right\rceil \quad (3.167)$$

Sigma noktaları ve ağırlıkları elde etmek için Denklem (3.130)'un çözümlenmesinde genel olarak Taylor serisi açılımı ve momentler yöntemi kullanılmasına rağmen, bu yöntemler birkaç derecelik yaklaşımlarla sınırlıdır. Bu nedenle Denklem (3.130)'un çözümlenmesinde daha iyi bir yöntem olan Gauss kareleme (GK) yöntemi bu çalışmanın içerisinde kullanılmıştır. GK yöntemi sayısal integral için kullanılmakta ve kendi

içerisinde birkaç alt yöntemlere ayrılmaktadır. Burada ise alt yöntemlerden biri olan Fejer Kareleme (FK) yöntemi kullanılmaktadır.

Gauss kareleme, fonksiyonun integralini belirli bir aralık boyunca kesin olarak tahmin eden bir yaklaşım yöntemidir. Gauss kareleme yönteminde,  $N$  noktalı Gauss kareleme formülünün optimal apsisi tam olarak aynı aralık ve yoğunluk fonksiyonu için ortogonal polinomun köklerinden oluşmaktadır. Gauss kareleme  $2N - 1$  dereceli polinomlara kadar tam olarak uymaktadır. Bu teoremi Denklem (3.168)'e uygulayacak olursak;

$$E(x^k) = \int x^k w(x) dx = \sum_i w_i S_i^k \quad (3.168)$$

elde edilmektedir.  $P(x)$  fonksiyonu  $l$ . dereceden karmaşık ve yoğunluk fonksiyonu olan,  $w(x)$ 'e dik bir fonksiyondur. Ortogonallik ilkesini takriben, Denklem (3.168)'in  $a$  ve  $b$  aralığı üzerindeki integrali;

$$\int_a^b x^k w(x) P_l(x) dx = 0 \quad (3.169)$$

ile ifade edilmektedir. Teoreme göre, polinom  $P_l(x)$ 'in sıfırları  $l$  apsisindeki  $x_i$ 'leri üretmektedir. Bu  $x_i$ 'ler sigma noktalarına karşılık gelmektedir. ' $l$ ' ağırlıklarını ise;

$$w_i = \frac{1}{P_l'(x_i)} \int_a^b \frac{P_l(x)}{x-x_i} dx \quad (3.170)$$

ile tanımlanmaktadır. Denklemde  $P_l'$ ,  $P_l$ 'nin birinci türevidir. Ortogonal polinomları bilinen yoğunluk fonksiyonları için Denklem (3.170) kolayca uygulanabilmektedir. Örnek olarak ise Gauss ve üstel dağılım verilebilir. Bir Gauss dağılımına sahip yoğunluk fonksiyonu Hermite polinomuna dikken, üstel dağılım ise Laguerre polinomuna diktir. Bilinen geleneksel ortogonal polinomlardan olmayan keyfi dağılımlar için, bu prensibi uygulamak adına dağılıma karşılık gelen ortogonal polinomun oluşturulması gerekmektedir.

İki  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları, iç çarpımı sıfır olduğunda  $[a, b]$  aralığında  $w(x)$  yoğunluk fonksiyonu üzerinden ortogonal, iç çarpımı bir olduğunda ise ortonormal olarak tanımlanmaktadır (Gautschi, 1990). İç çarpım ilişkisi Denklem (3.171)'de verilmiştir.



$$\langle f, g \rangle = \int_a^b w(x) f(x) g(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{eğer } f(x) \neq g(x) \\ 1 & \text{eğer } f(x) = g(x) \end{cases} \quad (3.171)$$

Tüm ortogonal polinomlar, iç çarpımdaki kaydırma özelliğine dayanan üç terimli bir tekrarlamaya ilişkisini sağlamaktadır.

$$(xf, g)_{dW} = (f, xg)_{dW} \quad f, g \in P, \quad dW = w(x)dx \quad (3.172)$$

Bu tekrarlamaya ilişkisi, ortogonal polinomun kolay oluşturulmasına ve polinomun kökünün simetrik bir tridiagonal Jacobian matrisinin özdeğerleri olarak kolayca hesaplanmasına olanak tanımaktadır.

Matematiksel ifadesi ise;

$$\begin{aligned} P_{l+1}(x) &= (x - a_l)P_l(x) - b_l P_{l-1}(x), \quad l = 0, 1, 2, \dots \\ P_{-1}(x) &= 0 \\ P_0(x) &= 1 \end{aligned} \quad (3.173)$$

ile tanımlanmaktadır. Burada  $a_l$  ve  $b_l$  tekrarlamaya katsayısıdır.

$$a_l = \frac{\langle xP_l, P_l \rangle_{dW}}{\langle P_l, P_l \rangle_{dW}}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (3.174)$$

$$b_l = \frac{\langle P_l, P_l \rangle_{dW}}{\langle P_{l-1}, P_{l-1} \rangle_{dW}}, \quad l = 1, 2, \dots \quad (3.175)$$

$$b_0 = \langle P_0, P_0 \rangle_{dW}, \quad l = 0 \quad (3.176)$$

Yoğunluk fonksiyonunun geleneksel olmadığı ve tekrarlamaya katsayısının bilinmediği bir durumda tekrarlamaya ilişkisi, yoğunluk fonksiyonunun ilk  $2l$  momentinin önceki bilgileri kullanılarak kurulmaktadır.

$$\mu_l = \int_a^b x^l W(x) dx, \quad l = 0, 1, \dots, 2N - 1 \quad (3.177)$$

Ancak bu prosedür kullanılarak elde edilen sonuçlar, geleneksel yoğunluk fonksiyonları için bile uygun değildir ve yöntem rastgele yoğunluk fonksiyonları ile ilgili problemlere uygulanamamaktadır. Bu durumda ayırıklaştırma işlemi uygulanması gerekmektedir. Ayırıklaştırma işlemi uygulanırken yoğunluk fonksiyonu,

daha sonra tekrarlar katsayılarının hesaplanması için kullanılacak olan ayırık noktalar ile yaklaşık olarak hesaplanmaktadır. Ayırık ölçüm ve ayırık noktalar kullanan ayırıklaştırma yöntemleri, ayırık olan sürekli olana yaklaştığında doğru sonuç vermektedir. Ayırıklaştırma yöntemlerine; Stieltjes prosedürü ve Lanczos tipi algoritma örnek verilmektedir. Stieltjes prosedürü, Lanczos tipi algoritması ile karşılaştırıldığında daha az çözümleme süresi gerektirmektedir.

Stieltjes prosedürü ile kesikli bir ölçümün yineleme ilişkisi hesaplanmaktadır. Bu yöntem ile  $d_W$  yoğunluk fonksiyonu, uygun bir aradeğerleme kareleme kuralı kullanılarak bir M noktalı kesikli ölçü  $d_{WM}$  ile temsil edilmektedir. Aradeğerleme kareleme kuralı ile belirli bir  $f$  fonksiyonunun integrali ağırlıklı toplam ile ifade edilmektedir (Gautschi, 1990).

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{k=-1}^n w_k f(x_k) \quad (3.178)$$

Bu aşamada yapılmak istenen Denklem (3.174) ile Denklem (176)'yı kullanarak Denklem (3.173)'ün tekrarlar ilişkisini çözmektir. Çözüm iç çarpım için yapılmaktadır. Tekillikten kaçınmak için değerlendirme noktaları bitiş noktalarından uzakta seçilmektedir.

$$\int_{-1}^1 w(x)f(x)g(x) dx \cong \sum_{k=1}^n w_k w(x_k)f(x_k)g(x_k) \quad (3.179)$$

Newton Cotes ve değişkenleri gibi eşit uzaklık aradeğerleme kurallarının (Simpson kuralı, Trapez kuralı ve orta nokta kuralı) tamamında hata oranı büyüktür ve düzgün fonksiyonlar için bile  $2^n$  kadar hızlı ıraksamaktadır. Bu nedenle, Fejér'in Clenshaw-Curtis kurallarına benzeyen ilk kareleme kuralı uygulanmaktadır.

Fejér'in ilk kuralıyla aradeğerleme noktaları, Chebyshev polinomunun sıfırları olarak seçilmekte devamında düğümler ile ağırlıklar elde edilmektedir.

$$x_k = \cos \theta_k, \quad \theta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2n}, \quad k = 1:n \quad (3.180)$$

$$w_k = \frac{2}{n} \left( 1 - 2 \sum_{j=1}^{[n/2]} \frac{\cos(2j\theta_k)}{4j^2-1} \right), \quad k = 1:n \quad (3.181)$$

burada,  $[n/2]$ ,  $n/2$ 'ye eşit ya da daha küçük olan en büyük tam sayıyı ifade etmektedir. Denklem (3.179)'un  $[-1,1]$  kanonik aralığında tanımlandığı durumda, denklemi herhangi bir aralığa  $[a, b]$  eşlemek için dönüşüm denklemi kullanılmaktadır.

$$\int_a^b w(x)f(x)g(x) dx = \int_{-1}^1 w(\phi(\tau))f(\phi(\tau))g(\phi(\tau))\phi'(\tau)d\tau \quad (3.182)$$

$$\phi(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2}(b-a)\tau + \frac{1}{2}(b+a) & \text{eğer } -\infty < a < b < \infty \\ b - \frac{1-\tau}{1+\tau} & \text{eğer } -\infty = a < b < \infty \\ a + \frac{1+\tau}{1-\tau} & \text{eğer } -\infty < a < b = \infty \\ \frac{\tau}{1-\tau^2} & \text{eğer } -\infty = a < b = \infty \end{cases} \quad (3.183)$$

Fejer aradeğerleme kuralı kullanılarak elde edilen noktalar daha sonra ayırık iç çarpımın ve dolayısıyla ayırık tekrarlar katsayıları olan  $a_{l,M}, b_{l,M}$  hesaplanmasında kullanılmaktadır. Bu tekrarlar katsayıları, aşağıdaki dizi ile kolayca hesaplanmaktadır (Dalquist ve Bjorck, 2008).

$$P_{0,M} \rightarrow a_{0,M}, b_{0,M} \rightarrow P_{1,M} \rightarrow a_{1,M}, b_{1,M} \rightarrow \dots \quad (3.184)$$

Tüm katsayılar elde edilene kadar bu işlem devam etmektedir. Bu yöntemin doğruluğu, kesikli tekrarlar katsayıları sürekli olanlara  $m \rightarrow \infty$  olarak yaklaştığında tespit edilmektedir. Stieltjes yöntemi yalnızca sürekli dağılımlara değil, aynı zamanda birleşik dağılımlarda da kullanılmaktadır. Tek değişiklik ayırık bileşenin, ayrıklaştırılmış sürekli parçaya eklenmesidir (Gautschi, 2004).

Tek değişkenli problemler için sigma noktalarına Denklem (3.185)'de verilmiş olan tridiagonal Jacobi matrisinin öz değerleri hesaplanarak ulaşılmaktadır. Stieltjes yöntemi kullanılarak elde edilen tekrarlar ilişkisi katsayıları, sigma noktalarını belirlemek için Denklem (3.185)'de yerine konulmaktadır.

$$J_n = \begin{bmatrix} a_0 & \sqrt{b_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sqrt{b_1} & a_1 & \sqrt{b_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{b_2} & a_2 & \sqrt{b_3} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{b_3} & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \sqrt{b_{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{b_{n-2}} & a_{n-2} & \sqrt{b_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{b_{n-1}} & a_{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.185)$$

Ağırlıklar ise;

$$W_l = b_0 v_{l,1}^2, \quad , l = 1, \dots, n \quad (3.186)$$

ile hesaplanmaktadır. Burada  $v_{l,1}$  ifadesi  $J_n$  matrisinin  $l$ . özdeğeriyle ilişkili normalize edilmiş özvektörün ilk bileşenidir.

' $n$ ' belirsizliğe sahip çok değişkenli problemlerde integrasyon  $n$  defa gerçekleştirilmektedir.

$$E(x^k) = \int \dots \int x^k w(x) dx \quad , x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (3.187)$$

Bu işlem çok sayıda integral işleminin yapılmasını gerektirmektedir. Bununla birlikte  $x'$  deki değişkenlerin birbirlerinden bağımsız olarak çarpanlarına ayrıldığı durumlarda, integral işlemi basitleşmekte ve değişkenlerin bir boyutlu integrallerinin çarpımı olarak yakınlştırılmaktadır.

$$E(x^k) = \int x_1^k w(x_1) dx_1 \dots \int x_n^k w(x_n) dx_n = \dots \\ \dots \sum_{i_1} \dots \sum_{i_n} (w_{i_1} \otimes \dots \otimes w_{i_n})(S_{i_1}, \dots, S_{i_n}) \quad (3.188)$$

Denklem (3.188) uygulanırken her bir değişken için sigma noktaları, tek değişkenli yöntemden destek alınarak tespit edilmektedir. Sigma noktalarının ve ağırlıkların son hali ise daha sonra bireysel ağırlıkların ve sigma noktalarının çarpımı olarak elde edilmektedir. İki rastgele değişkene sahip bir problemin her bir değişkeni beş noktaya ayrıldığında, fonksiyonun sigma noktaları ve ağırlıklarının son hali aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.1. İki değişkenli bir problem için sigma noktaları ve ağırlıkları

S / W	$(S_0)_2$	$(S_1)_2$	$(S_2)_2$	$(S_3)_2$	$(S_4)_2$
$(S_0)_1$	$(W_0)_1(W_0)_2$	$(W_0)_1(W_1)_2$	$(W_0)_1(W_2)_2$	$(W_0)_1(W_3)_2$	$(W_0)_1(W_4)_2$
$(S_1)_1$	$(W_1)_1(W_0)_2$	$(W_1)_1(W_1)_2$	$(W_1)_1(W_2)_2$	$(W_1)_1(W_3)_2$	$(W_1)_1(W_4)_2$
$(S_2)_1$	$(W_2)_1(W_0)_2$	$(W_2)_1(W_1)_2$	$(W_2)_1(W_2)_2$	$(W_2)_1(W_3)_2$	$(W_2)_1(W_4)_2$
$(S_3)_1$	$(W_3)_1(W_0)_2$	$(W_3)_1(W_1)_2$	$(W_3)_1(W_2)_2$	$(W_3)_1(W_3)_2$	$(W_3)_1(W_4)_2$
$(S_4)_1$	$(W_4)_1(W_0)_2$	$(W_4)_1(W_1)_2$	$(W_4)_1(W_2)_2$	$(W_4)_1(W_3)_2$	$(W_4)_1(W_4)_2$

Hesaplama sayısı  $N_h$  Denklem (3.189) ile bulunmaktadır. Burada boyut arttıkça gerçekleştirilecek hesaplama sayısında üssel bir artış olduğunu gözlemlenmektedir.

$$N_h = N^d \quad (3.189)$$

burada,  $N$ , her değişkenin ayrıştırılmasında kullanılan sigma noktalarının sayısını ifade etmektedir.  $d$  ise problemin boyutunu (bu değişken problemdeki belirsiz parametre sayısına bağlıdır) temsil etmektedir.



#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Önerilen yöntemlerin hesaplama hızı ve hesaplamanın doğruluğu yönünden veriminin incelenebilmesi için farklı güç sistemlerinde, farklı sayıda rastgele değişken kullanarak bir çok çözümlenme yapılması gerekmektedir. Bir önceki başlık altında incelenmiş olan OYA yöntemleri; IEEE 14 ve 30 baralı test sistemleri ile OMÜ yerleşkesi dağıtım sistemine (16 baralı sistem) uygulanarak farklı değişken sayıları ve tipleri için yük akışı hesaplamaları yapılmıştır. Yapılan çözümlenmeler, aşağıda verilen sıraya göre ele alınmış ve yorumlanmıştır:

- Çözümleme 1: 14 baralı güç sistemi üzerinde normal dağılıma sahip tek rastgele değişken kullanımı.
- Çözümleme 2: 16 baralı güç sistemi üzerinde weibull dağılıma sahip tek rastgele değişken kullanımı.
- Çözümleme 3: 30 baralı güç sistemi üzerinde normal ve weibull dağılıma sahip çoklu rastgele değişken kullanımı.

Yukarıda belirtilen çözümlenmeler geleneksel Monte Carlo (MCB), Latin hiperküp örnekleme (LHÖ) ve Unscented dönüşüm (UD) olasılıksal yük akışı yöntemleri için ayrı ayrı olarak ele alınmış ve çözümlenme sonuçları karşılaştırmalı olarak tablolar aracılığıyla aşağıda çözümlenmelere ait açılan başlıklar altında verilmiştir. İşlem sürecinde rüzgâr türbini tahmini güç üretiminin 16 baralı güç sistemi için 400 kW ve 30 baralı güç sistemi için 10 MW olduğu varsayılmıştır. Rüzgâr gücü üretimi için kullanılan türbin parametreleri ve gerçek verilere dayalı rüzgâr hızı parametreleri Çizelge 4.1 ile verilmiştir.

Çizelge 4.1. Tez çalışması kapsamında baz alınan rüzgâr türbini ve rüzgâr hızı parametre değerleri

Rüzgâr Türbini Parametreleri			Rüzgâr Hızı Parametreleri	
Alt kesim hızı (m/s)	Üst kesim hızı (m/s)	Nominal hız (m/s)	Weibull dağılımı şekil parametresi	Weibull dağılımı ölçüm parametresi
3.5	25	15	2.5937	7.3693

Çözümleme 1 ve 2 kapsamında diğer yöntemlere referans oluşturması için geleneksel Monte Carlo yöntemi uygulanırken örnek sayısı 5000, çözümleme 3 kapsamında ise çoklu rastgele değişken kullanımı dolayısıyla 10000 seçilmiştir. İşlemlerin devamında LHÖ yöntemi için 20 örnek sayısı, UD yöntemi için ise 20 sigma noktası çözümlenmelerde kullanılmıştır. Diğer yandan LHÖ ve UD yöntemleri MCB yöntemi referans alınarak kıyaslanırken hata hesabı için Denklem (4.1) kullanılmıştır.

$$\epsilon_x = \left| \frac{\mu_x^{KMC} - \mu_x^{LH\ddot{O} veya UT}}{\mu_x^{KMC}} \right| \times 100\% \quad (4.1)$$

Çözümlemelerde kullanılan güç sistemlerine ait tek hat şemaları ve güç sistemi verileri “EKLER” kısmında detaylı olarak verilmiştir. OMÜ yerleşkesi dağıtım sisteminin 2. fideri üzerinde 44 no’lu baraya yapay olarak rüzgâr türbini eklenerek sistem düzenlenmiştir. 14 ve 30 baralı güç sistemleri ise özgün hali ile verilmiştir.

#### **4.1. Çözümleme 1: 14 Baralı Güç Sistemi Üzerinde Normal Dağılıma Sahip Tek Rastgele Değişken Kullanımı**

14 baralı güç sistemi için 6 numaralı barada bulunan yüke ait etkin güç değerinin %5 değişim katsayılı normal dağılıma sahip olduğu varsayılmış ve çözümlenmeler gerçekleştirilmiştir. Bu durumda 4 numaralı baradaki gerilim, gerilim açısı değerleri ile 4 ve 7 numaralı bara arasındaki etkin yük akışı değişimi üç olasılıksal yük akışı yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Bu çözümleme sonucunda elde edilen veriler Çizelge 4.2 ve 4.3’te verilmiştir.

Çizelge 4.2 incelendiğinde ortalama değerlerinin her üç olasılıksal yük akışı yöntemi için de yakın olduğu görülmektedir. Diğer yandan varyans değerlerinin MCB ve UD yönteminde benzerlik gösterdiği, LHÖ yönteminde ise diğer iki yöntemden bir miktar farklı olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.3’de LHÖ ve UD yöntemlerinin MCB yöntemi baz alınarak bulunan hata yüzdesi değerleri verilmiştir. Çizelge incelendiğinde gerilim parametresi hariç tüm momentler için UD yönteminin daha az hata yüzdesine sahip olduğu görülmektedir. Fakat burada gerilim parametresi için LHÖ ve UD yöntemi arasında çok da büyük bir farklılığın olduğu söylenemez. Bu bakımdan UD yöntemi, 14 baralı güç sistemi üzerinde normal dağılımlı tek değişken kullanımında en düşük hatayı hızlı çözüm yeteneğiyle verdiği söylenebilir.

Çizelge.4.2. 14 baralı güç sistemine ait bazı yük akışı çözümlemesi sonuçları

Momentler		MCB	LHÖ	UD
Ortalama ( $\mu$ )	$V_4$	0.9792	0.9792	0.9792
	$\theta_4$	-11.7023	-11.7041	-11.7030
	$P_{4-7}$	27.665	27.6710	27.6670
Varyans ( $\sigma$ )	$V_4$	1.1727e-08	7.1216e-09	1.3465e-08
	$\theta_4$	0.0015	9.2564e-04	0.0016
	$P_{4-7}$	0.0217	0.0131	0.0222
Çarpıklık ( $\gamma_1$ )	$V_4$	-0.0372	-0.4534	-0.0514
	$\theta_4$	-0.0263	-0.4451	-0.0195
	$P_{4-7}$	0.0260	0.4449	0.0199
Basıklık ( $\gamma_2$ )	$V_4$	2.9795	3.2021	2.9906
	$\theta_4$	2.9780	3.1897	2.8541
	$P_{4-7}$	2.9780	3.1894	2.9879

Çizelge 4.3. Çözümleme 1'e ait elde edilen yüzdelik hata indisi değerleri

Momentler		LHÖ	UD
Ortalama ( $\mu$ )	$V_i$	1.6658e-05	4.2660e-05
	$\theta_i$	0.0065	0.0013
	$P_{i-j}$	3.4386e-04	3.3567e-05
Varyans ( $\sigma$ )	$V_i$	1.0202	0.0063
	$\theta_i$	39.0204	0.2305
	$P_{i-j}$	39.9190	0.2347
Çarpıklık ( $\gamma_1$ )	$V_i$	89.1506	28.413
	$\theta_i$	158.141	21.558
	$P_{i-j}$	105.121	20.871
Basıklık ( $\gamma_2$ )	$V_i$	12.0029	3.1182
	$\theta_i$	11.9498	3.3429
	$P_{i-j}$	11.2683	2.9052

#### 4.2. Çözümleme 2: 16 Baralı Güç Sistemi Üzerinde Weibull Dağılıma Sahip Tek Rastgele Değişken Kullanımı

16 baralı güç sistemi modeli Ondokuz Mayıs Üniversitesi kampüsünün fider 2 kısmı baz alınarak oluşturulmuştur. Bu çalışmada kullanılmak üzere oluşturulan 16 baralı güç sistemi üzerinde yapay olarak 44 numaralı bara ve bu baraya bağlı rüzgâr türbini eklemesi yapılmıştır.



Çözümleme 2 kapsamında 16 baralı güç sistemi üzerinde bulunan rüzgâr türbini için Çizelge 4.4’eki türbin ve rüzgâr hızı parametreleri kullanılmıştır. 16 numaralı baraya bağlı rüzgâr türbininin nominal durumda ürettiği etkin güç değerinin 400 kW olduğu varsayılmıştır. Bu durumda 2 numaralı baradaki gerilim, gerilim açısı değerleri ile 2 ve 16 numaralı bara arasındaki etkin yük akışı değişimi üç farklı olasılıksal yük akışı yöntemi kullanılarak ele alınmıştır. Bu çözümlenmeye ait elde edilen veriler Çizelge 4.4 ve 4.5’de verilmiştir.

Çizelge 4.4 incelendiğinde gerilim parametresi ortalama değerleri hariç diğer parametre ve momentler için her üç yöntemde de Çözümleme 1’e kıyasla daha fazla farklılıkların söz konusu olduğu söylenebilir.

Çizelge 4.5 incelendiğinde ise gerilim parametresinin ilk 3 momenti için UD yöntemi hata yüzdesinin fazla olduğu görülmektedir. Fakat diğer parametreler ve bu parametrelere bağlı momentler için yüzdeler hata UD yönteminde LHÖ yöntemine göre ciddi oranda düşüktür. Diğer yandan UD yöntemi için yüzdeler hata indisi ortalama, varyans ve basıklık momentleri Çözümleme 2’de Çözümleme 1’e kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu da normal dağılım ve weibull dağılım rastgele değişken seçiminin bir sonucu olarak görülebilir.

Çizelge 4.4. 16 baralı sisteme ait bazı yük akışı çözümlenmesi sonuçları

Momentler		MCB	LHÖ	UD
<b>Ortalama</b> ( $\mu$ )	$V_2$	0.9986	0.9986	0.9985
	$\theta_2$	-0.1213	-0.1210	-0.1216
	$P_{2-16}$	-0.1093	-0.1127	-0.1060
<b>Varyans</b> ( $\sigma$ )	$V_2$	3.5399e-10	4.3238e-10	2.8245e-09
	$\theta_2$	7.1881e-05	8.7807e-05	7.4840e-05
	$P_{2-16}$	0.0085	0.0104	0.0089
<b>Çarpıklık</b> ( $\gamma_1$ )	$V_2$	1.5556	1.4527	1.3189
	$\theta_2$	1.5614	1.4562	1.4821
	$P_{2-16}$	-1.5616	-1.4563	-1.4963
<b>Basıklık</b> ( $\gamma_2$ )	$V_2$	6.6593	4.9245	6.1429
	$\theta_2$	6.6977	4.9367	6.1482
	$P_{2-16}$	6.6989	4.9371	6.1488

Çizelge 4.5. Çözümleme 2'ye ait elde edilen yüzdelik hata indisi değerleri

Momentler		LHÖ	UD
Ortalama ( $\mu$ )	$V_i$	6.7109e-05	0.0050
	$\theta_i$	0.1740	0.1641
	$P_{i-j}$	0.1914	0.1906
Varyans ( $\sigma$ )	$V_i$	0.0783	2.4481
	$\theta_i$	20.7417	3.8533
	$P_{i-j}$	2.9540	1.2125
Çarpıklık ( $\gamma_1$ )	$V_i$	6.6169	14.1154
	$\theta_i$	6.7381	4.8841
	$P_{i-j}$	5.9680	4.6187
Basıklık ( $\gamma_2$ )	$V_i$	26.0553	8.4124
	$\theta_i$	26.2929	8.4278
	$P_{i-j}$	24.7693	8.4256

#### 4.3. Çözümleme 3: 30 Baralı Güç Sistemi Üzerinde Normal ve Weibull Dağılıma Sahip Çoklu Rastgele Değişken Kullanımı

Tez çalışması kapsamında tekli rastgele değişken kullanımının yanında çoklu rastgele değişken kullanılarak da çözümler genişletilmeye çalışılmıştır. Nispeten daha büyük bir güç sistemi olarak 30 baralı güç sistemi çoklu rastgele değişken kullanımına bağlı hesaplamalar için seçilmiştir. Bu bağlamda 7 numaralı barada bulunan yüke ait etkin güç değerinin %10 değişim katsayılı normal dağılıma sahip olduğu ve 25 numaralı barada nominal rüzgâr hızında 10 MW güç üretimine sahip bir rüzgâr tarlasının olduğu varsayılmıştır. Rüzgâr türbini ve rüzgâr hızı parametreleri için Çizelge 4.1'deki veriler Çözümleme 2'de olduğu gibi yine bu çözümlemede de kullanılmıştır.

Çözümleme 3 kapsamında 10 numaralı baradaki gerilim, gerilim açısı değerleri ile 10 ve 21 numaralı bara arasındaki etkin yük akışı değişimi üç farklı olasılıksal yük akışı yöntemi kullanılarak ele alınmıştır. Diğer çözümlerden farklı olarak MCB yönteminin kullanımında yöntem doğruluğunu arttırmak adına örnek sayısı 10000 seçilmiştir. Hesaplamalara ait elde edilen veriler Çizelge 4.6 ve 4.7'de sunulmuştur. Çizelge 4.6'da ortalama değerler bakımından her üç yöntemde yakın sonuçlar görülmektedir. Çizelge 4.7 incelendiğinde ise UD yönteminin çoklu değişken kullanılan durum için LHÖ yöntemine göre tüm moment ve parametreler bakımından ciddi şekilde üstün olduğu söylenebilir.

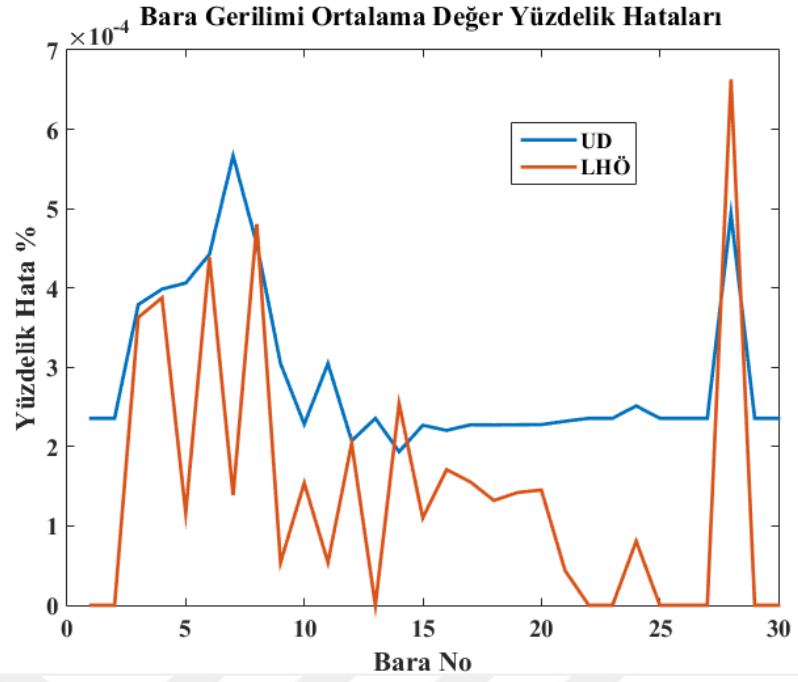
Çizelge 4.6. 30 baralı güç sistemine ait bazı yük akışı çözümlemesi sonuçları

Momentler		MCB	LHÖ	UD
Ortalama ( $\mu$ )	$V_{10}$	0.9850	0.9850	0.9850
	$\theta_{10}$	-3.1605	-3.1639	-3.1617
	$P_{10-21}$	-2.8058	-2.7974	-2.8039
Varyans ( $\sigma$ )	$V_{10}$	7.2206e-09	4.8368e-09	7.2656e-09
	$\theta_{10}$	0.0506	0.0727	0.0524
	$P_{10-21}$	0.1961	0.1673	0.2055
Çarpıklık ( $\gamma_1$ )	$V_{10}$	-1.0321	-0.3748	-0.7981
	$\theta_{10}$	1.3145	0.5158	1.2486
	$P_{10-21}$	-1.6030	-0.9133	-1.2973
Basıklık ( $\gamma_2$ )	$V_{10}$	5.2849	2.9742	4.2109
	$\theta_{10}$	5.7926	2.5986	5.4392
	$P_{10-21}$	6.6926	2.9105	6.5237

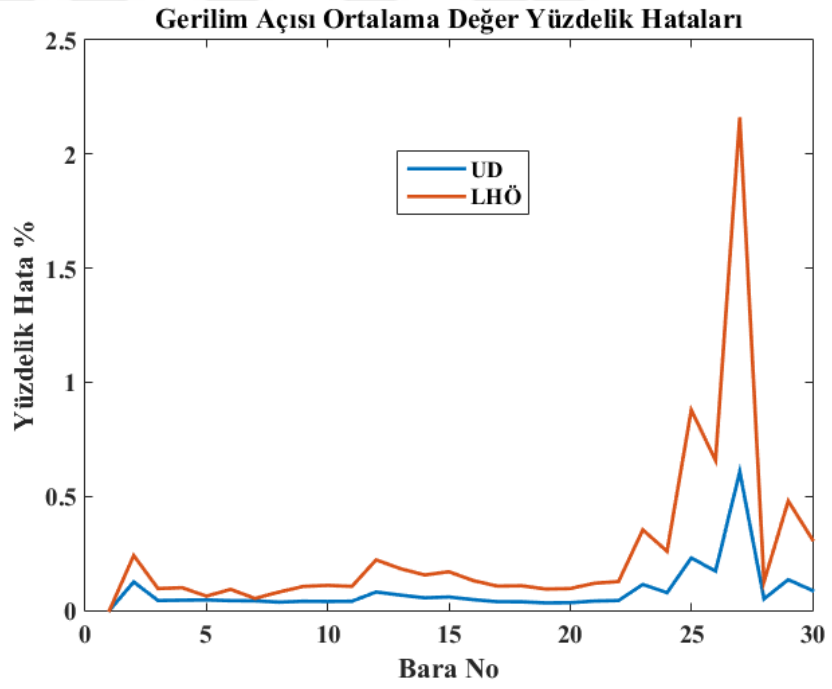
Çizelge 4.7. Çözümleme 3'e ait elde edilen yüzdelik hata indisi değerleri

Momentler		LHÖ	UD
Ortalama ( $\mu$ )	$V_i$	3.6755e-05	2.8591e-04
	$\theta_i$	0.2469	0.0790
	$P_{i-j}$	0.0438	0.0041
Varyans ( $\sigma$ )	$V_i$	13.0092	0.2678
	$\theta_i$	47.0027	3.0234
	$P_{i-j}$	16.8580	2.8069
Çarpıklık ( $\gamma_1$ )	$V_i$	32.1079	21.7423
	$\theta_i$	59.5063	6.8598
	$P_{i-j}$	56.6869	12.5474
Basıklık ( $\gamma_2$ )	$V_i$	30.6594	19.2157
	$\theta_i$	52.2601	7.1245
	$P_{i-j}$	37.1099	9.1427

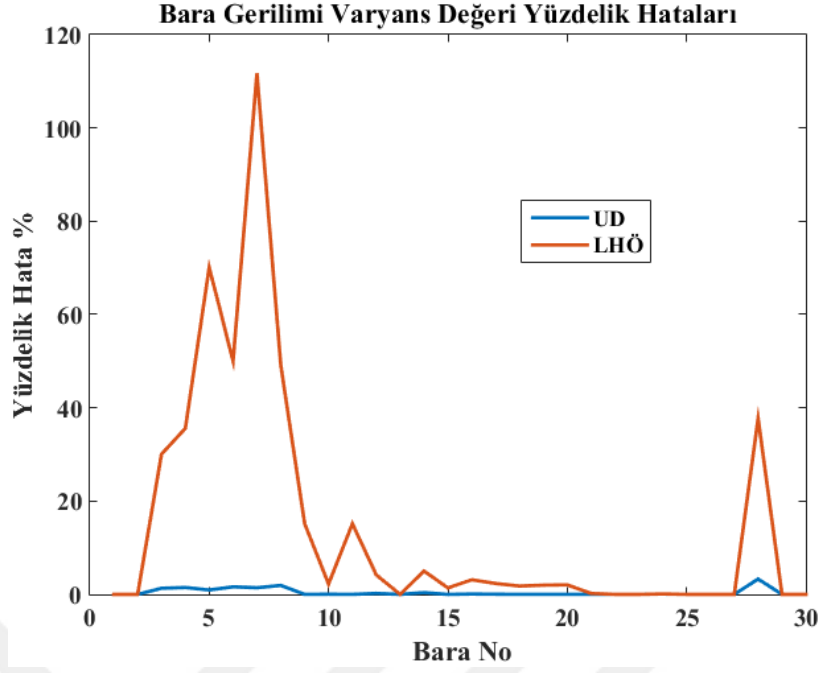
Şekil 4.1 ile Şekil 4.4 arasında verilen grafiklerde Çözümleme 3 kapsamında 30 baralı güç sisteminde bulunan tüm baralar için gerilim ve gerilim açısı parametrelerine ait ortalama ve varyans değerlerinin yüzdelik hataları görülmektedir.



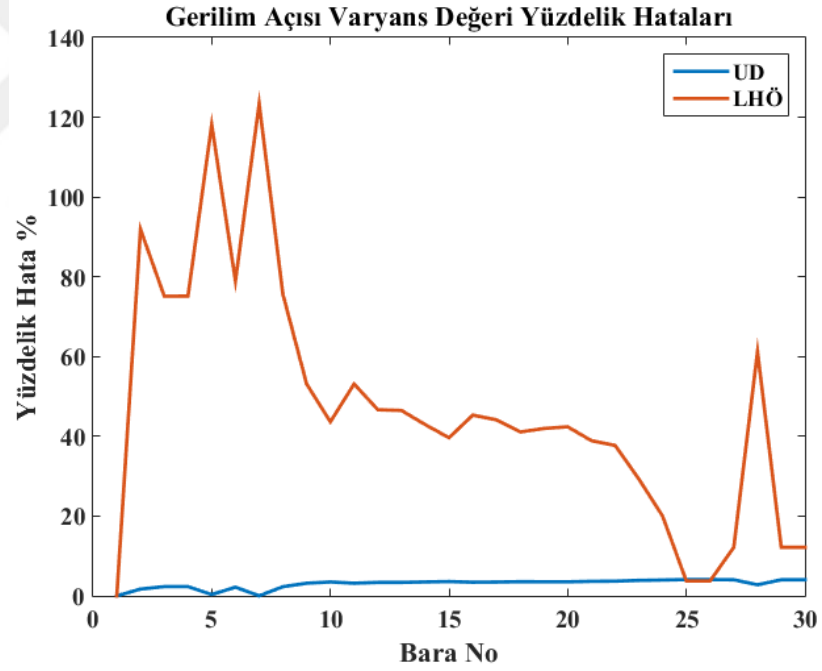
Şekil 4.1. Çözümleme 3 bara gerilimi ortalama değer yüzdeler hataları



Şekil 4.2. Çözümleme 3 gerilim açısı ortalama değer yüzdeler hataları



Şekil 4.3. Çözümleme 3 bara gerilimi varyans değeri yüzdellik hataları



Şekil 4.4. Çözümleme 3 gerilim açısı varyans değeri yüzdellik hataları

Şekiller incelendiğinde gerilim parametresi için LHÖ yöntemi genel olarak daha az bir yüzdellik hata indisine sahipken, gerilim açısı bakımından ise UD yönteminin daha az bir yüzdellik hata indisine sahip olduğu görülmektedir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Dağıtık enerji kaynakları elektriksel şebekede geleneksel belirlenimci yöntemlerle ele alınamayan belirsizliklere neden olmaktadır. Belirsizliklerin işleme tabii tutulabilmesi için yük akışı çözümlenmeleri gözden geçirilmiş ve iyileştirilmiştir. Olasılıksal yük akışı, belirsizlikleri rastgele değişkenler olarak ele alarak bu soruna bir çözüm sunmaktadır. OYA; dağıtık enerji sistemlerinden doğan belirsizlikleri, yükleri, generatörleri ve diğer şebeke parametrelerini rastgele değişken kavramı altında modelleyerek işlem yapılmasına olanak sağlamaktadır. Çalışma içerisinde kullanılan mevcut yöntemler arasında, unscented dönüşüm yöntemi güvenilir ve hızlı tahminler sağlamıştır.

Unscented dönüşüm, doğrusal olmayan elektromanyetik istatistik problemlerine başarıyla uygulandıktan sonra olasılıksal yük akışı çalışmaları için de uygun bir yöntem olduğu anlaşılmıştır. Metot, bir değişkenin sürekli olasılık yoğunluk fonksiyonunu sigma noktaları aracılığıyla ayırklaştırmaya dayanmaktadır. Burada her iki dağılım içerisinde de seçilen noktaların momentleri birbirine eşittir. Normal dağılıma sahip tek değişkenli sistemlerde unscented dönüşüm yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar, sigma noktalarının sayısı arttıkça doğruluğunun arttığını göstermektedir. Bu yöntem, geleneksel unscented dönüşüm yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Birden fazla değişkene sahip sistemlerde ise Taylor serisi çok değişkenli açılımı ya da problemi Euclid uzayında görüntüleyen ve böylece bir boyutsal küpün kenarlarını kullanan genel bir küme kullanarak çözümlenmektedir. Geleneksel unscented dönüşüm yöntemi çok sayıda belirsizliğe sahip büyük güç sistemleri için kullanışlı değildir, belirsiz değişkenlerin sayısı arttıkça sigma nokta sayısı artmaktadır. Bir noktadan sonra belirsiz değişken sayısındaki artış, geleneksel unscented dönüşüm yönteminde ki işlem yükünün, MCB yöntemine kıyasla daha fazla olmasına sebebiyet vermektedir.

Dikkate alınan bir başka husus ise, dağılımı normal dağılımı takip etmeyen değişkenler için unscented dönüşüm yönteminin başarımıdır. Rüzgâr hızı ve güç dağılımları, Weibull dağılıma ya da birleşik dağılıma sahip olabileceği için bu durum önemlidir. Makul bir doğruluk düzeyine sahip sonuçlar elde edilebilmesi adına, rüzgâr gücü dağılımındaki her rastgele değişkeni ayırklaştırmak için en az beş sigma noktasına ihtiyaç duyulduğu gözlemlenmektedir. Bunun nedeni, rüzgâr gücü dağılımının sürekli kısmında yalnızca üç sigma noktasının seçilmesidir. Birden fazla değişkene sahip sistemler için GUD yöntemi Taylor serisi çok değişkenli açılımı ve genel küme yöntemlerini uygulanamaz hale getiren negatif, gerçekçi olmayan sigma noktaları ile sonuçlanmaktadır. Bu durum, pratik güç sistemlerinin çoğu zaman birden fazla belirsiz dağılımdan oluştuğu göz önünde bulundurulduğu zaman GUD yönteminin olasılıksal yük akışı problemine uygulanamayacağını göstermektedir.

Geleneksel unscented dönüşüm yönteminin eksiklerini gidermek amacıyla, unscented dönüşüm yöntemi Gauss kareleme problemi olarak görülerek uygulamaya dökülmüştür. Sigma noktaları bulunmak istenen değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu ile kökleri sigma noktaları olarak belirlenen polinom birbirine diktir. Gauss gibi çeşitli dağılımlar ortogonal birer polinomdur. Bu durum, yöntemin uygulanmasını kolaylaştırmaktadır. Bu tekniği rüzgâr hızı ve güç dağılımına uygulayabilmek için ortogonal polinomların oluşturulması gerekmektedir. Ayırklaştırma işlemini kullanarak ortogonal polinomun katsayılarını bulmak amacıyla Stieltjes yöntemi uygulanmıştır. İşlemlerin devamında sigma noktaları üçgen bir Jacobian matrisden tahmin edilirken, ağırlıklar ise özvektör aracılığıyla hesaplanmaktadır. Gauss kareleme kullanılan unscented dönüşüm yönteminin, dağılım fonksiyonu bilinen herhangi bir değişkene uygulanabilirliğinin yüksek olduğu ve hesaplama sonucunda elde edilen verilerin doğruluğunun yüksek olduğu görülmektedir.

Tez çalışması ile ilgili yapılan öneriler ise unscented dönüşüm alanındadır. Sistemdeki belirsiz parametrelerin sayısı arttıkça sigma noktalarının sayısı çok hızlı bir şekilde arttığı için, boyutluluk sorunu oluşmaktadır. Boyut küçültme tekniği, bu problemi çözmek adına çalışmalarda sunulmuştur. Bu sayede çok değişkenli problemler için gerekli olan sigma noktalarının sayısı büyük oranda azaltılmaktadır. İşlem yükü hafifletilmekte ve çözümleme süresi kısaltılmaktadır.

## KAYNAKLAR

- [1] Allan, R.N. ve Borkowska, B., Grigg, C.H. (1974). Probabilistic analysis of power flows. The Institution of Electrical Engineers, 121:12, 1551 – 1556, doi: 10.1049/piee.1974.0320.
- [2] Allan, R.N. ve Al-Shakarchi, M.R.G. (1976). Probabilistic AC Load Flow. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 123:6, 531-536, doi: 10.1049/piee.1976.0120.
- [3] Allan, R. N., Griggs C. H. ve Al-Shakarchi M. R. G. (1976). Numerical techniques in probabilistic Load flow Problems. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 10:4, 853-860, doi: 10.1002/nme.1620100412.
- [4] Allan, R. N., Leite da Silva, A. M. ve Burchett R. C. (1981). Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1000:5, 2539-2546, doi: 10.1109/TPAS.1981.316721.
- [5] Angrisani L., D'Apuzzo M., ve Lo Moriello R. S. (2006). The unscented transform: A powerful tool for measurement uncertainty estimation. IEEE Trans. Instrum. Meas., Mayıs 2005, 737–743, Kanada.
- [6] Aien, M., Fotuhi-Firuzabad, M. ve Aminifar, F. (2012). Probabilistic Load Flow in Correlated Uncertain Environment Using Unscented Transformation. IEEE Trans. on Power Systems, 27:4, 2233-2241, doi: 10.1109/TPWRS.2012.2191804.
- [7] Ağalar, Ş. (2014). *Güç Sistemleri Analizi*. T.C. Anadolu Üniversitesi Yayını No: 2735, Türkiye.
- [8] IEEE 14 baralı test sistemi, Power System Test Case Archive [http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg\\_tca14bus.htm/](http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm/) (Erişim Tarihi: 01.02.2019).
- [9] 2019 Yılı Kaynaklara Göre Üretilen Enerji Dağılımı, <https://www.enerjiatlası.com/elektrik-uretimi/> (Erişim Tarihi: 20.03.2019).
- [10] TEİAŞ (2019). 2019 Yılı Kaynaklara Göre Üretilen Enerji Dağılımı, <https://www.teias.gov.tr/tr-TR/Sayfalar/Elektrik/> (Erişim Tarihi: 20.05.2019).
- [11] Borkowska, B. (1974). Probabilistic load flow. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, 93:3, 752-755. doi: 10.1109/TPAS.1974.293973
- [12] B, Stott. (1974). Review of load flow calculation methods. In proceedings of IEEE, Temmuz 1974, 916-929.



- [13] Bayem, H., Petit, M., Dessante, Ph., Dufourd, F. ve Belhomme R. (2007). Probabilistic characterization of wind farms for grid connection studies. European Wind Energy Conference ve Exhibition, May 2007, İtalya.
- [14] Balamarugan, K. , Srinivasan, D. (2012). Review of power flow studies on distribution network with distributed generation. 2011 IEEE Ninth International Conference on Power Electronics and Drive Systems, Aralık 2011, Singapur.
- [15] Boylu Ayvaz, B., Özgönenel, O. Farklı Olasılıksal Yük Akışı Yöntemlerinin Karşılaştırmalı Analizi: Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yerleşkesi, Türkiye Üzerinde Bir Örnek Çalışma. SIU, Nisan 2019. Türkiye.
- [16] Chaturvedi, A., Prasad, K. ve Ranjan, R. (2006). Use of interval arithmetic to incorporate the uncertainty of load demand for radial distribution system analysis. IEEE Trans. on Power Delivery 21:2, 1019-1021, doi: 10.1109/TPWRD.2005.848436.
- [17] Caramia, P., Carpinelli G., Pagano M. ve Varilone P. (2007). Probabilistic three-phase load flow for unbalanced electrical distribution systems with wind farms. IET Renewable Power Generation, 1:2, 115–122, doi: 10.1049/iet-rpg:20060013.
- [18] Chapman, S.J. (2007). Elektrik Makinalarının Temelleri 4. Basım. (Çev. Erhan Akın; Ahmet Orhan). Çağlayan Yayınevi. (Orijinal eserin yayın tarihi, 2005), İstanbul.
- [19] Chen, P., Chen, Z. ve Bak-Jensen, B. (2008). Probabilistic load flow: A review. In proc. Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Tech., 2008, 1586-1591, Çin.
- [20] Cortés-Carmona, M., Palma-Behnke, R. ve Jiménez-Estévez, G. (2010). Fuzzy Arithmetic for the DC Load Flow. IEEE Trans. on Power Systems, 25:1, 206-214, doi: 10.1109/TPWRS.2009.2030350.
- [21] Dopazo, J. F., Klitin, O. A. ve Sasson, A. M. (1975). Stochastic load flows. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 94:2, 99-303, doi: 10.1109/T-PAS.1975.31855.
- [22] Das, B. (2002). Radial distribution system power flow using interval arithmetic. International Journal of Electrical Power ve Energy Systems 24:10, 827-836, doi: 10.1016/S0142-0615(01)00092-8.
- [23] Dalquist, G. ve Bjorck, A. (2008). Numerical Methods in Scientific Computing, Volume.1, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [24] Dasgupta, K. , Swarup, K. S. (2009). Distributed Fast Decoupled Load Flow Analysis. 2008 Joint International Conference on Power System Technology and IEEE Power India Conference, Ekim 2008.
- [25] Feijóo A.E. ve Cidrás J. (2000). Modeling of wind farms in the load flow analysis. IEEE Trans. Power. Syst., 15:1, 110-115, doi: 10.1109/59.852108.

- [26] Gautschi, W. (1990). Computational aspect of Orthogonal Polynomials in, Orthogonal Polynomial: Theory and Practice. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- [27] Grainger, J. ve Stevenson, W.D (1994). *Power System Analysis*. McGrawHill, USA.
- [28] Gautschi, W. (2004). *Orthogonal Polynomials: computation and approximation*, New York: Oxford University press.
- [29] HOCAOĞLU M.H. (2007). Analiz 1 (Ders Notları), Gebze Teknik Üniversitesi.
- [30] Hocaoglu, M.H, Eminoğlu, U ve Güzel, T. (2009). Güç Akışı, Kararlılık ve Optimizasyon Analizlerinin Yapılabileceği Bir Dağıtım Sistemleri Analiz Paket (DSAP) Programının Geliştirilmesi, Türkiye.
- [31] Jogensen, P., Christensen J.S. ve Tande J.O. (2002). Probabilistic Load flow calculation using Monte Carlo Techniques for Distribution Network with wind turbine. In proc. IEEE 8th Int. Conference on Harmonics and Quality of Power, 1146-1151, 1998, Yunanistan.
- [32] Kim, M., Kim, D., Yoon, Y. T. , Lee, S. ve Park, J. (2007). Determination of Available Transfer Capability Using Continuation Power Flow with Fuzzy Set Theory. In proc. IEEE Power Eng. Society Meeting, pp-17, June 2007, ABD.
- [33] Kumar, N. ve Kumar S. (2010). *Power System Analysis*, Asian Books Private Limited, New Delhi, India, 150-202.
- [34] Leite da Silva, A. M. ve Allan, R. N. (1981). Probabilistic load flow using multilinearizations. IEE proceedings, 128:5, 280-287, doi: 10.1049/ip-c:19810047.
- [35] Leite da Silva, A.M., Arienti, V.L. ve Allan, R.N. (1984). Probabilistic load flow considering dependence between input nodal powers. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, 103:6, 1524-1530, doi: 10.1109/MPER.1984.5526131.
- [36] Leite da Silva, A. M. ve Allan, R. N. (1985). Probabilistic load flow considering network outages. IEE proceedings, 132:3, 139-145, doi: 10.1049/ip-c.1985.0027.
- [37] Leite da Silva, A.M. ve Arienti, V.L. (1990). Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm. IEE Proc., 137:4, 276-282, doi: 10.1049/ip-c.1990.0037.
- [38] Lavergne M. (2002). Graphical user interface for next generation power systems. INTELEC. Twenty-Second International Telecommunications Energy Conference, Eylül 2000, ABD.
- [39] McKay, M. D., Beckman, R. J. ve Conover W. J. (1979). A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. Technometrics, 21:2, 239-245.

- [40] Miranda, V. ve Saraiva, J.T. (1992). Fuzzy modelling of power system optimal load flow. Industry Computer Application Conference, Mayıs 1991, 845-849, ABD.
- [41] Madrigal, M., Ponnambalam, K. ve Quintana, V.H. (2002). Probabilistic Optimal Power Flow. In proc. IEEE Canadian conf. on Electrical Computer Eng., 385-388, May 1998, Kanada.
- [42] Morales, J. M. ve Pérez-Ruiz, J. (2007). Point Estimate Schemes to Solve the Probabilistic Power Flow. IEEE Trans. on Power Systems, 22:4, 1594-1601, doi: 10.1109/TPWRS.2007.907515.
- [43] Matos, M. A. , Gouveia, E. (2008). The Fuzzy power flow revisited. 2005 IEEE Russia Power Tech., Haziran 2005, Rusya.
- [44] Menezes L. R. A. X., Ajayi, A., Christopoulos, C., Sewell P. ve Borges, G. A. (2008). Efficient Computation of Stochastic Electromagnetic Problems Using Unscented Transforms. IET Science, Measurement and Technology, 2:2, 88-95, doi: 10.1049/iet-smt:20070050.
- [45] Morales, J. M., Baringo, L., Conejo, A. J. ve Minguez, R. (2010). Probabilistic Power Flow with correlated wind sources. IET Generation Transmission Distribution, 4:5, 641-651, doi: 10.1049/iet-gtd.2009.0639.
- [46] Mohammed E. Nassar, M.M.A Salama, A Novel Probabilistic Load Model and Probabilistic Power Flow, 2015.
- [47] MATLAB Release 2015a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States, 2015.
- [48] Nassar, M., Salama, M. (2015). A Novel Probabilistic Load Model and Probabilistic Power Flow. 2015 IEEE 28th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE), Haziran 2015, Kanada.
- [49] Oke, O. A. ve Thomas, D. W. P. (2012). Enhanced Cumulant Method for Probabilistic Power Flow in Systems with Wind Generation. In proc. 11th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC), Mayıs 2012, 849-853, İtalya.
- [50] Oke, O. A., Thomas D. W. P. ve Asher, G. M. (2013). Enhanced Unscented Transforms method for probabilistic load flow in systems wind penetration. IEEE Trans. on Power System
- [51] Pamuk, N. (2009). 380 ve 154 kV' luk Kuzeybatı Anadolu Şebekesi Güç Akışı Benzetimleri, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [52] Polat, B. (2015). Monte Carlo Simülasyon Analizinin Güç Fonksiyonları ile Belirlenmesi ve Bist-100 Üzerine Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Edirne.
- [53] Saadat, H. (2002). *Power System Analysis*. Tata McGraw-Hill, New Delhi.

- [54] Su, C. L. (2005). Probabilistic Load-Flow Computation Using Point Estimate Method. IEEE Trans. on Power Systems, 20:4, 1843-1851, doi: 10.1109/TPWRS.2005.857921.
- [55] Su, C. L. ve Lu, C. N. (2005). Two-point estimate method for quantifying transfer capability uncertainty. IEEE Trans. on Power Systems, 20:2, 573–579, doi: 10.1109/TPWRS.2005.846233.
- [56] Schellenberg, A., Rosehart, W. ve Aguado, J. (2005). Cumulant-Based Probabilistic Optimal Power Flow (P-OPF) With Gaussian and Gamma Distributions. IEEE Trans. on Power Systems, 20:2, 773-781, doi: 10.1109/TPWRS.2005.846184.
- [57] Shu, Z. ve Jirutitijaroen P. (2011). Latin Hypercube Sampling Techniques for Power Systems Reliability Analysis with Renewable Energy Sources. IEEE Trans. On Power Systems, 26:4, 2066-2073, doi: 10.1109/TPWRS.2011.2113380
- [58] Sheldon M. R. (2012). Olasılık ve İstatistiğe Giriş 4. Basım. (Çev. Salih Çelebioğlu; Reşat Kasap). Nobel Yayınevi. (Orijinal eserin yayın tarihi, 2009), İstanbul.
- [59] Takanashi, H. ve Adachi, S. (2006). Development of a GUI for a system identificaion device using Matlab.
- [60] Usaola, J. (2012). Probabilistic load flow in systems with wind generation. IET, 3:12, 1031-1041, doi: 10.1049/iet-gtd.2009.0039.
- [61] Üstün, A. (2014). Olasılık ve İstatistik Ders Notları, Kocaeli Üniversitesi.
- [62] Wang Z. ve Alvarado, F.L. (1992). Interval arithmetic in power flow analysis. IEEE Transactions on Power Systems, 7:3, 1341-1349, doi: 10.1109/59.207353.
- [63] Wang, X. ve McDonald, J. R. (1994), *Modern Power Systems Planning*, McGraw-Hill.
- [64] Wang, X. , Song, Y. ve Irving, M. (2008). *Modern Power Systems Analysis*.
- [65] Wan, C., Xu, Z., Dong, Z. Y. ve Wong, K. P. (2012). Probabilistic Load Flow Computation Using First-order Second-moment Method. In Proc. Power ve Energy Society General Meeting, Temmuz 2012, 1-6, ABD.
- [66] Yu, H., Chung C. Y., Wong K. P., Lee H. W., ve Zhan J. H. (2009). Probabilistic load flow evaluation with hybrid latin hypercube sampling and cholesky decomposition. IEEE Trans. Power Syst., 24:2, 661-667, doi: 10.1109/TPWRS.2009.2016589.

## **EKLER**

**EK 1 IEEE 14 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ**

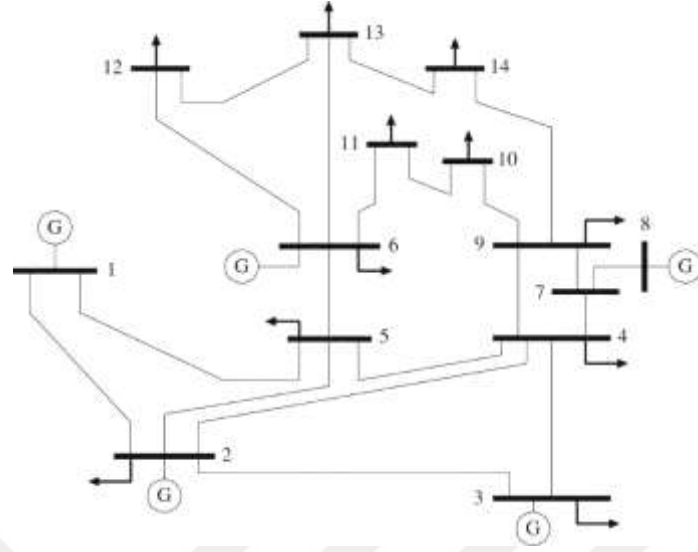
**EK 2 IEEE 30 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ**

**EK 3 ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ YERLEŞKESİ DAĞITIM  
SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ**

**EK 4 TEZ ÇALIŞMASINA AİT ULUSAL BİLDİRİ TAM METNİ**



## EK 1 IEEE 14 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ



Şekil Ek.1.1 IEEE 14 bara - 5 makine güç sistemi tek hat şeması

Çizelge.Ek.1.1 IEEE 14 bara- 5 makine güç sistemi generatör bilgileri

Bara no	Bara tipi	Etkin güç üretimi (MW)	Tepkin güç üretimi (MVar)
1	Slack	232.4	-16.9
2	PV	40	42.4
3	PV	0	23.4
6	PV	0	12.2
8	PV	0	17.4

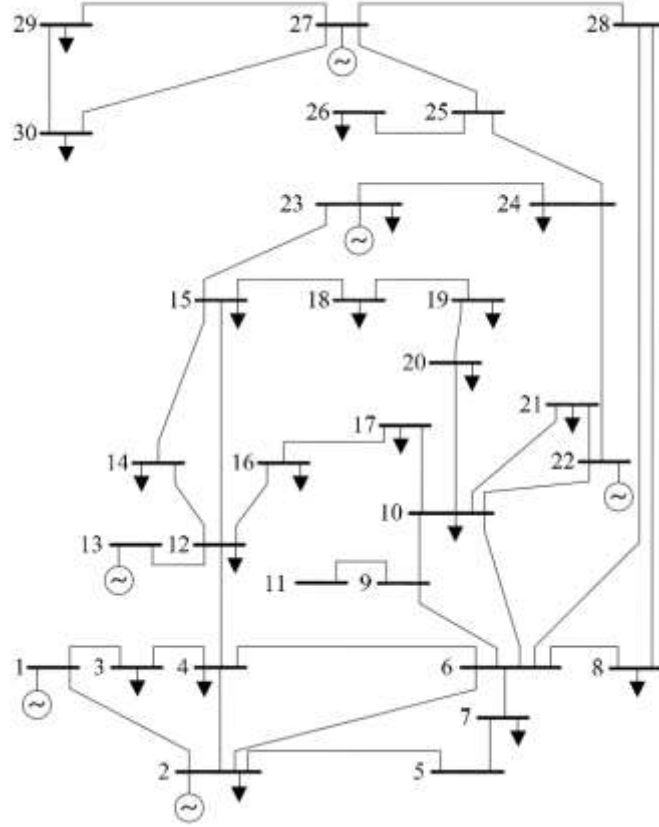
Çizelge.Ek.1.2 IEEE 14 bara – 5 makine güç sistemi yük bilgileri

Bara no	Etkin yük (MW)	Tepkin yük (MVar)
1	0.0	0.0
2	21.7	12.7
3	94.2	19.0
4	47.8	-3.9
5	7.6	1.6
6	11.2	7.5
7	0.0	0.0
8	0.0	0.0
9	29.5	16.6
10	9.0	5.8
11	3.5	1.8
12	6.1	1.6
13	13.5	5.8
14	14.9	5.0

Çizelge.Ek.1.3 IEEE 14 bara- 5 makine güç sistemi iletim hattı bilgileri

<b>İletim hattı (baradan- baraya)</b>	<b>R (pu)</b>	<b>X (pu)</b>	<b>B (pu)</b>	<b>Yüklenme limiti (MW)</b>
1-2	0.01938	0.05917	0.0528	250
1-5	0.05403	0.22304	0.0492	250
2-3	0.04699	0.19797	0.0438	250
2-4	0.05811	0.17632	0.0340	250
2-5	0.05695	0.17388	0.0346	250
3-4	0.06701	0.17103	0.0128	250
4-5	0.01335	0.04211	0.0000	250
4-7	0.00000	0.20912	0.0000	250
4-9	0.00000	0.55618	0.0000	250
5-6	0.00000	0.25202	0.0000	250
6-11	0.09498	0.19890	0.0000	250
6-12	0.12291	0.25581	0.0000	250
6-13	0.06615	0.13027	0.0000	250
7-8	0.00000	0.17615	0.0000	250
7-9	0.00000	0.11001	0.0000	250
9-10	0.03181	0.08450	0.0000	250
9-14	0.12711	0.27038	0.0000	250
10-11	0.08205	0.19207	0.0000	250
12-13	0.22092	0.19988	0.0000	250
13-14	0.17093	0.34802	0.0000	250

## EK 2 IEEE 30 BARALI GÜÇ SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ



Şekil Ek.2.1 IEEE 30 bara - 6 makine güç sistemi tek hat şeması

Çizelge.Ek.2.1 IEEE 30 bara- 6 makine güç sistemi generatör bilgileri

Bara no	Bara tipi	Etkin güç üretimi (MW)	Tepkin güç üretimi (MVar)
1	Slack	23.54	0
2	PV	60.97	0
13	PV	37	0
22	PV	21.59	0
23	PV	19.2	0
27	PV	26.91	0



Çizelge.Ek.2.2 IEEE 30 bara- 6 makine güç sistemi yük bilgileri

Bara no	Etkin yük (MW)	Tepkin yük (MVAr)
1	0.0	0.0
2	21.7	12.7
3	2.4	1.2
4	7.6	1.6
5	0.0	0.0
6	0.0	0.0
7	22.8	10.9
8	30.0	30.0
9	0.0	0.0
10	5.8	2.0
11	0.0	0.0
12	11.2	7.5
13	0.0	0.0
14	6.2	1.6
15	8.2	2.5
16	3.5	1.8
17	9.0	5.8
18	3.2	0.9
19	9.5	3.4
20	2.2	0.7
21	17.5	11.2
22	0.0	0.0
23	3.2	1.6
24	8.7	6.7
25	0.0	0.0
26	3.5	2.3
27	0.0	0.0
28	0.0	0.0
29	2.4	0.9
30	10.6	1.9

Çizelge.Ek.2.3 IEEE 30 bara 6 makine güç sistemi iletim hattı bilgileri

İletim hattı (baradan- baraya)	R (pu)	X (pu)	B (pu)	Yüklenme limiti (MW)
1-2	0.02	0.06	0.03	130
1-3	0.05	0.19	0.02	130
2-4	0.06	0.17	0.02	65
3-4	0.01	0.04	0.00	130
2-5	0.05	0.20	0.02	130
2-6	0.06	0.18	0.02	65
4-6	0.01	0.04	0.00	90
5-7	0.05	0.12	0.01	70
6-7	0.03	0.08	0.00	130
6-8	0.01	0.04	0.00	32
6-9	0.00	0.21	0.00	65
6-10	0.00	0.56	0.00	32
9-11	0.00	0.21	0.00	65
9-10	0.00	0.11	0.00	65
4-12	0.00	0.26	0.00	65
12-13	0.00	0.14	0.00	65
12-14	0.12	0.26	0.00	32
12-15	0.07	0.13	0.00	32
12-16	0.09	0.20	0.00	32
14-15	0.22	0.20	0.00	16
16-17	0.08	0.19	0.00	16
15-18	0.11	0.22	0.00	16
18-19	0.06	0.13	0.00	16
19-20	0.03	0.07	0.00	32
10-20	0.09	0.21	0.00	32
10-17	0.03	0.08	0.00	32
10-21	0.03	0.07	0.00	32
10-22	0.07	0.15	0.00	32
21-22	0.01	0.02	0.00	32
15-23	0.10	0.20	0.00	16
22-24	0.12	0.18	0.00	16
23-24	0.13	0.27	0.00	16
24-25	0.19	0.33	0.00	16
25-26	0.25	0.38	0.00	16
25-27	0.11	0.21	0.00	16
28-27	0.00	0.40	0.00	65
27-29	0.22	0.42	0.00	16
27-30	0.32	0.60	0.00	16
29-30	0.24	0.45	0.00	16
8-28	0.06	0.20	0.02	32
6-28	0.02	0.06	0.01	32

### EK 3 ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ YERLEŞKESİ DAĞITIM SİSTEMİNE AİT HAT VE BARA BİLGİLERİ

Çizelge.Ek.3.1 OMÜ kampüs 16 bara güç sistemi generatör bilgileri

Bara no	Bara tipi	Etkin güç üretimi (MW)	Tepkin güç üretimi (MVar)
1	Slack	1.5	0.7

Çizelge.Ek.3.2 OMÜ kampüs 16 bara güç sistemi yük bilgileri

Bara no	Etkin yük (MW)	Tepkin yük (MVar)
1	0.000	0.0000
2	0.000	0.0000
31	0.000	0.0000
32	0.000	0.0000
33	0.199	0.0697
34	0.000	0.0000
35	0.288	0.1395
36	0.000	0.0000
37	0.216	0.1046
38	0.000	0.0000
39	0.288	0.1395
40	0.000	0.0000
41	0.432	0.2092
42	0.000	0.0000
43	0.090	0.0436
44	-0.300	0.0000

Çizelge.Ek.3.3 OMÜ yerleşkesi 16 bara güç sistemi iletim hattı bilgileri

İletim hattı (baradan-baraya)	R (pu)	X (pu)	B (pu)	Yüklenme limiti (MW)
1-2	0.020000	0.160000	0.00	250
2-44	0.008093	0.001600	0.00	250
2-31	0.024523	0.015298	0.00	250
31-32	0.016068	0.003564	0.00	250
31-38	0.009960	0.001970	0.00	250
31-34	0.016062	0.003176	0.00	250
32-33	1.375000	2.500000	0.00	250
38-40	0.021000	0.004153	0.00	250
38-39	1.375000	2.500000	0.00	250
40-42	0.086287	0.020250	0.00	250
40-41	0.687500	1.250000	0.00	250
42-43	4.400000	8.000000	0.00	250
34-35	1.375000	2.500000	0.00	250
34-36	0.008093	0.001600	0.00	250
36-37	1.375000	2.500000	0.00	250

## Farklı Olasılıksal Yük Akışı Yöntemlerinin Karşılaştırmalı Analizi: Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yerleşkesi, Türkiye Üzerinde Bir Örnek Çalışma Comparative Analysis of Different Probabilistic Load Flow Methods: A Case Study on Ondokuz Mayıs University Campus, Turkey

Birsen Boylu Ayyaz  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği  
Amasya Üniversitesi, Amasya, Türkiye  
birsen.boylu@amasya.edu.tr

Okan Özgönel  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun, Türkiye  
okanoz@omu.edu.tr

**Özçe—**Günümüzde, deterministik yük akışı (DYA) yöntemleri güç sistemlerindeki yenilenebilir enerji kaynakları dikkate alındığında belirsizlikler ve değişimler nedeniyle güç sistemi operatörlerinin beklentilerini karşılamada yetersiz kalmaktadır. DYA yöntemleri olasılıksal değerler yerine belirli sabit değerleri kullandığından dolayı belirsizlikler altında güvenilir sonuçlar verememektedir. Bu sebeple olasılıksal yük akışı (OYA), DYA yöntemlerinin eksiklerini gidermek için literatürde yeni bir başlık olarak yer almıştır. Bu çalışmada, klasik Monte Carlo (KMC) benzetim yönteminden elde edilen sonuçlar baz alınarak Latin Hiperküp örnekleme yöntemi (LHO) kullanılan MC benzetimi ve Unscented Transform (UT) yöntemlerinin karşılaştırmalı analizi sunulmaya çalışılmaktadır. Türkiye’de bulunan Ondokuz Mayıs Üniversitesi (OMÜ) yerleşkesi önerilen yöntemlerin uygulanması ve sonuçların görülmesi için bir test sistemi olarak seçilmiştir. Sonuçlar, UT yaklaşım yönteminin LHO temelli MC benzetimi yöntemine kıyasla daha hızlı ve güvenilir olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler —** olasılıksal yük akışı; Unscented Transform; Latin Hiperküp örnekleme; Monte Carlo benzetimi; yenilenebilir enerji kaynakları.

**Abstract—**Nowadays, the deterministic load flow (DLF) methods are not adequate to meet the expectations of power system operators because of the uncertainties and variations with the consideration of renewable energy sources in power systems. Since the DLF methods use specific values instead of the stochastic values, they cannot give reliable results under the uncertainty. Therefore, a probabilistic load flow (PLF) has been included in literature as a new title to fulfill the lack of DLF methods. In this study, a comparative analysis of the Monte Carlo simulation with Latin Hypercube sampling (LHS) and the Unscented Transform (UT) methods are presented based on the results obtained from the classical Monte Carlo (CMC) simulation method. Ondokuz Mayıs University (OMU) campus in Turkey is selected as a test system to implement the proposed methods and to see the results. The results show that the UT approximate method is faster and more reliable than the LHS based MC simulation method.

**Keywords—**probabilistic load flow; Unscented Transform; Latin Hypercube sampling; Monte Carlo simulation; renewable energy sources.

### I. GİRİŞ

Yük akışı hesaplamaları, güç sistemleri analizinin önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Bu analizler sonucunda; güç sistemlerinin tasarımı, kontrolü ile birlikte işletme ve genişleme planlamaları yapılır. Elektrik endüstrisindeki düzenlemeler, iletim sistemlerine olan açık erişim, yenilenebilir enerji kaynaklarına bağlı esnek çalışma gibi güç sisteminde yeniden yapılan değişiklikler, öngörülemeyen birçok çalışma belirsizliğine sebep olmaktadır. Bu belirsizlikler güç sistemleri için planlama ve işletme aşamalarında risk oluşturmaktadır. Belirsizliklerin güç sistemi üzerinde oluşturduğu bu etkileri anlamak için DYA yöntemleri yetersiz kalmaktadır. Bu duruma çözüm olarak OYA yöntemleri geliştirilmiştir. OYA yöntemlerinin amacı, bara verilerinin ve hat akışının olasılıksal dağılımını elde ederek güç sistemi ile ilgili daha fazla bilgi sahibi olmak ve sistemin potansiyel zayıflıklarını ortaya çıkarmaktır.

OYA, ilk olarak 1974 yılında önerilmiştir [1]. Onlarca yıl süren araştırmalardan sonra OYA yöntemleri kabaca üç kategoriye ayrılabilir. Bunlar simülasyon yöntemleri, analitik yöntemler ve yaklaşım yöntemleridir. Klasik Monte Carlo simülasyonu (KMC), OYA problemlerinin çözümü için en basit yöntem olarak kabul edilmektedir [2]. KMC yöntemi, rastgele değişkenlerden alınan girdiler kullanılarak defalarca kez tekrarlanan simülasyon basamaklarından oluşmaktadır [3]. Genellikle KMC yöntemi ile elde edilen sonuçlar, diğer OYA yöntemleri için kıyaslama kriteri olarak çalışmalarda kullanılmaktadır. Ancak KMC yönteminde basit rastgele örnekleme temelli çalışıldığında, istenilen yakınsamayı elde edebilmek için yinleme sayısı yüksek tutulmaktadır. Bu durum, hesaplama süresini uzatmakta ve çeşitli rastgele değişken faktörlere sahip günümüz güç sistemlerinde külfet

oluşturmaktadır. Bu nedenle, basit rastgele örnekleme temelli KMC yaklaşımı, önemli belirsizlikleri olan büyük sistemler için kullanışlı bulunmamaktadır. Latin Hiperküp örnekleme (LHÖ) yöntemi ise giriş rastgele değişkenin birikimli dağılım fonksiyonunu göz önünde bulundurarak örnekleme yapmaktadır [4]. Monte Carlo benzetim yönteminin içerisinde basit rastgele örnekleme yerine LHÖ kullanıldığında daha az örnek sayısı ile daha hızlı çözümleme yapılabilmektedir.

Analitik yöntemler ise, OYA problemini güçlü matematiksel yöntemler kullanarak hızla çözmektedir. Bunların arasında geleneksel konvolüsyon teknikleri [5] ve hızlı Fourier dönüşümü bulunmaktadır [6]. Ancak bu iki yöntem uygulandığında yoğun hesaplama döngüleri için büyük veri depolamasına ihtiyaç duyulmaktadır. Kümülant yöntemi ise diğer analitik yöntemler gibi karmaşık matematiksel hesaplamalar içermemekte ve bu durum analiz hızını artırmaktadır. [7]. Kümülant yöntemi genelde Cornish-Fisher (CF) ve Gram Charlier (GC) serileri ile birlikte kullanılmaktadır.

Yaklaşım yöntemlerinin içerisinde; birinci derece ikinci moment (BDİM) yöntemi [8], nokta tahmin yöntemi (NTM) [9] ve son zamanlarda kullanılan Unscented Transform (UT) yöntemleri bulunmaktadır [10].

Bu çalışmada OYA yöntemlerinden KMC yöntemi, Latin Hiperküp örnekleme tekniği içeren Monte Carlo simülasyon yöntemi ve Unscented Transform yöntemleri kullanılarak Ondokuz Mayıs Üniversitesi yerleşkesinin elektrik dağıtım sistemi üzerinde çalışılmış ve olasılıksal yük akışı analiz sonuçları karşılaştırılmış olarak sunulmuştur.

## II. RÜZGÂR GÜCÜ ÜRETİMİNE BAĞLI OLASILIKSAL YÜK AKIŞI MODELİ

### A. Yük akışı denklemleri

Yük akışı denklemleri, literatürde lineer olmayan iki denklem ile matematiksel olarak ifade edilmektedir. İncelene bir güç sistemi ve şebeke bileşenlerine göre bu denklemler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$P_{ij} = V_i \sum_{j \in i} V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_{ij})] \quad (1)$$

$$Q_{ij} = V_i \sum_{j \in i} V_j [G_{ij} \sin(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (2)$$

burada  $P_{ij}$  ve  $Q_{ij}$ , sırasıyla  $i$ 'nci bara ile  $j$ 'nci bara arasındaki iletim hattı üzerinde akan aktif ve reaktif güç değerlerini göstermektedir.  $V_i$  ve  $V_j$  değerleri sırasıyla yine  $i$ 'nci bara ile  $j$ 'nci bara üzerindeki gerilimin genliğini,  $\theta_{ij}$  ise gerilime bağlı baralar arası açı farkını göstermektedir.  $G_{ij}$  ve  $B_{ij}$  değerleri ise sırasıyla şebeke admittans matrisinin reel ve sanal bileşenlerini göstermektedir.

DYA yöntemlerinde (1) ve (2)'nin çözümü, denklem parametrelerinin belirli olan değerleri dikkate alınarak gerçekleştirilir. Fakat belirsiz güç üretimine sahip yenilenebilir enerji kaynaklarının güç sistemine dahil olmasıyla (1) ve (2)'nin çözümünü gerçekleştirmede DYA yöntemleri yetersiz kalmaktadır.

### B. Rüzgâr gücü üretimi olasılıksal modeli

Rüzgâr hızının belirsizliğine bağlı olarak güç sisteminde bulunan rüzgâr türbinlerinden elde edilen güç üretimi de belirsiz olmaktadır. Bu çalışmada rüzgâr hızına bağlı rüzgâr gücü eşitliği aşağıdaki gibidir:

$$P_R = \begin{cases} 0 & v \leq v_{ak}, v > v_{ok} \\ S(v - v_{ak})v_{ok} & v_{ak} < v \leq v_N \\ P_N v_N & v < v \leq v_{ok} \end{cases} \quad (3)$$

Burada  $v$  belirsiz olan rüzgâr hızı,  $v_{ak}$ ,  $v_N$  ve  $v_{ok}$  ise sırasıyla rüzgâr türbini alt kesim, nominal ve üst kesim rüzgâr hızı değerlerini göstermektedir. Diğer yandan,  $P_R$  ve  $P_N$  sırasıyla belirsizliğe bağlı elde edilen rüzgâr çıkış gücünü ve nominal durumdaki rüzgâr çıkış gücünü göstermektedir.  $S$  ise bir sabit olmak üzere aşağıdaki matematiksel ifade ile elde edilmektedir:

$$S = \frac{P_N}{v_N - v_{ak}} \quad (4)$$

Rüzgâr hızının zamana bağlı değişimi incelendiğinde Weibull dağılım fonksiyonu ile en iyi şekilde örtüşüğü görülmektedir ve nitekim literatürdeki çoğu çalışmada Weibull olasılıksal dağılımı rüzgâr hızı modellenmesinde kullanılmıştır [11]. Weibull dağılımına ait 3 parametrelili olasılıksal yoğunluk fonksiyonu (OYF) aşağıdaki matematiksel eşitlik ile ifade edilmektedir:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{x - \vartheta}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[ - \left( \frac{x - \vartheta}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad (5)$$

Burada  $x$  rastlantısal değişken olmak üzere;  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\vartheta$  sırasıyla weibull dağılımına ait şekil, ölçeklendirme ve konum parametresidir.

(3), (4) ve (5) kullanılarak rüzgâr gücüne bağlı OYF fonksiyonu; rüzgâr hızının alt kesim ile nominal değer arasında olduğu durum için (6), nominal değer ile üst kesim arasında olduğu durum için ise (7) ile aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$f(P_R) = \frac{\alpha}{S\beta} \left( \frac{P_R - S(\vartheta - v_{ak})}{S\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[ - \left( \frac{P_R - S(\vartheta - v_{ak})}{S\beta} \right)^\alpha \right] \quad (6)$$

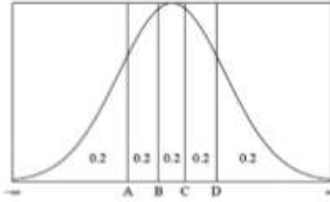
$$f(P_R) = \exp \left[ - \left( \frac{v_N - \vartheta}{\beta} \right)^\alpha \right] - \exp \left[ - \left( \frac{v_{ok} - \vartheta}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad (7)$$

## III. ÖNERİLEN YÖNTEMLER

Bu çalışma kapsamında KMC, LHÖ ve UT yöntemleri OYA hesaplamaları için önerilmektedir. MC yöntemi OYA çalışmalarında sıklıkla ele alınan bir yöntem olarak önerilen yeni OYA çalışmalarının hesaplama hızı ve doğruluk testinin kıyaslamasal olarak yapılmasında kullanılmaktadır. Bu çalışmada, KMC yöntemi LHÖ ve UT yöntemlerinin kıyaslamalı analizi için kullanılacaktır. Burada KMC yöntemi diğer yöntemlere bir güvenilir referans oluşturabilmesi için bu çalışma kapsamında yüksek örnekleme sayısı ile modelleneyecektir.

### A. Latin Hiperküp Örnekleme (LHÖ)

LHÖ yöntemi aslında Monte Carlo yönteminin geliştirilmiş versiyonudur. KMC yöntemine göre LHÖ yönteminde az örnek sayısı ile hızlı ve doğru sonuçlara ulaşmak mümkündür. LHÖ yönteminin KMC yöntemine göre daha avantajlı olmasındaki neden LHÖ yönteminde hesaplamada kullanılacak örneklerin OYF içerisinde belirli bir kurala göre seçilmesidir. LHÖ yönteminde OYF, kullanılacak örnek sayısı kadar eşit alanlara bölünür ve hesaplama sürecinde bu eşit alanlar içerisinde sadece bir örnek rastgele seçilerek kullanılır. Bu şekilde OYF'nin bütününden örnekler alınarak örneklerin OYF'nin belirli kesimine yoğunlaşması engellenmiş olur. Bu da az örnek sayısı ile doğru sonuçlara ulaşılmasını güvenilir kılar. Şekil 1'de eşit alanlara bölünmüş halde bir normal dağılıma sahip OYF görülmektedir. Bu OYF fonksiyonu 5 eşit parçaya bölündüğü için alınması planlanan örnek sayısının da 5 olduğu sonucuna ulaşılır.



Şekil 1. OYF fonksiyonunun 5 eşit parçaya bölünmesi ile LHÖ yönteminin uygulanışı

### B. Unscented Transform (UT)

UT yöntemi, doğrusal olmayan sistemlerin ortalama değerlerini ve kovaryanslarını tahmin etmek için geliştirilen bir alternatif yaklaşımdır. Bu yöntemin temelinde momentler yöntemi denilen ve (8) ile matematiksel ifadesi verilmiş olan yöntem vardır.

$$E\{\hat{u}^k\} = \int \hat{u}^k w(\hat{u}) d\hat{u} = \sum_i w_i S_i^k \quad (8)$$

Burada  $\hat{u}^k$  rassal değişken ve  $w(\hat{u})$  ise  $\hat{u}^k$  rassal değişkenine ait sürekli olasılık yoğunluk fonksiyonudur. UT yöntemi, sürekli haldeki  $w(\hat{u})$  fonksiyonunu deterministik olarak özenle seçilmiş olan  $S_i^k$  sigma noktaları ile ayrık hale getirerek yaklaşım yapar. Burada  $w_i$  sigma noktaları için ağırlık değerini ifade etmektedir.

Sigma noktalarını ve ağırlıkları elde etmek için (8)'in çözümünde genel olarak Taylor serisi açılımı ve momentler yöntemi kullanılmaya rağmen, bu yöntemler birkaç derecelik yaklaşımlarla sınırlıdır [12]. Bu nedenle (8)'in çözümünde daha iyi bir yöntem olan Gaussian Quadrature (GQ) metodu bu çalışma için kullanılmıştır. GQ yöntemi sayısal integral için kullanılmakta ve kendi içerisinde birkaç alt yöntemlere ayrılmaktadır. Bu çalışmada ise alt yöntemlerden biri olan Fejer Quadrature (FQ) yöntemi kullanılmaktadır [13].

FQ yöntemi ile integrasyona bağlı ortogonal polinomların yinelenme katsayıları olan a ve b değerleri bulunur. Bu değerlerin bulunması ile (9) ile verilen  $J_n$  üçgensel matrisi elde edilir. Bu matrisin özdeğerleri sigma noktalarını verirken, ağırlıklar ise (10) ile hesaplanır.

$$J_n =$$

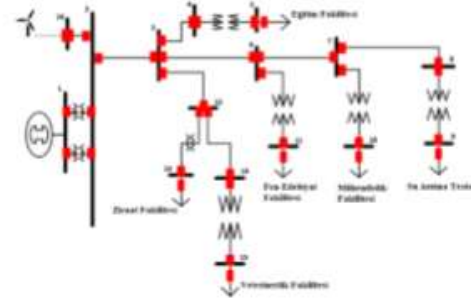
$$\begin{bmatrix} a_0 & \sqrt{b_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sqrt{b_1} & a_1 & \sqrt{b_2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{b_2} & a_2 & \sqrt{b_3} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{b_3} & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \sqrt{b_{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{b_{n-2}} & a_{n-2} & \sqrt{b_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{b_{n-1}} & a_{n-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$W_i = b_0 v_{i,1}^2 \quad i = 1, \dots, n \quad (10)$$

burada  $v_{i,1}$ ,  $J_n$  matrisinin  $i$ 'inci özdeğeriyle ilişkili normalize edilmiş özvektörün ilk bileşenidir.

## IV. ÖRNEK ÇALIŞMA

### A. Güç sistemi modeli



Şekil 2. Rüzgâr türbini eklenmiş halde OMÜ Yerleşkesi: Fider 2 güç sistemi modeli

Bu çalışma kapsamında OYA yöntemleri OMÜ yerleşkesi Fider 2 güç sistemi modeli üzerinde uygulanarak analizler yapılmaya çalışılmıştır. Güç sistemine ait tek hat şeması Şekil 2'de görülmektedir. 300 kW nominal gücünde bir rüzgâr türbini, yapay olarak oluşturulan 16 nolu baraaya bağlanarak OYA çalışması gerçekleştirilmiştir. Güç sistemi için baz gücü 100 MVA, baz gerilimi ise 1kV olarak alınmıştır. 1 nolu bara, sistemdeki toplam yükü rüzgâr türbini ile birlikte karşılayan referans barasıdır. Güç sistemine ait yük bilgisi Tablo 1 ile verilmiştir.

TABLO I. GÜÇ SİSTEMİ YÜK BİLGİLERİ

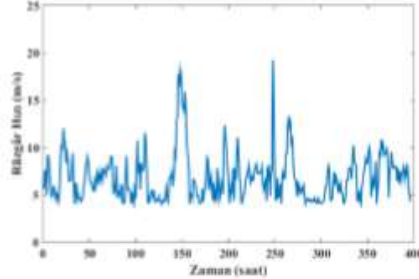
Bara no	P (MW)	Q (MVar)
5	0.199	0.0697
9	0.09	0.0436
10	0.432	0.2092
11	0.288	0.1395
13	0.288	0.1395
15	0.216	0.1046

### B. Rüzgâr hızı verisi

Rüzgâr hızı verileri yine OMÜ yerleşkesinde 10 dakika aralıklarla ölçüm yapılarak oluşturulmuştur. Rüzgâr hızının



$v_{ak}$ 'nin altında kaldığı veya  $v_{ak}$ 'nin üstüne çıktığı durumlarda (3)'e göre rüzgâr türbini çıkışında güç üretimi olmayacağı için bu hız değerleri rüzgâr hızı verilerinden çıkarılarak süzgeçleme yapılmıştır. Bu filtrelemeye bağlı 1 aylık rüzgâr hızı değişimi Şekil 3'de verilmiştir. Bu çalışma kapsamında  $v_{ak}$  değeri 4 m/s,  $v_{uk}$  değeri 25 m/s ve  $v_H$  değeri 15 m/s olarak ele alınmıştır. Filtreleme sonrası elde edilen rüzgâr hızı verileri Weibull dağılımına uyarlandığında OYF parametre değerleri;  $\alpha=2.7525$ ,  $\beta=7.7521$  ve  $\theta=0.0161$  olarak bulunmaktadır.



Şekil 3. OMÜ yerleşkesi 1 aylık ölçüm süresince elde edilen,  $v_{ak}$  ve  $v_{uk}$  değerlerine göre filtrelennmiş saatlik rüzgâr hızı değişimi

### C. Karşılaştırmalı analizler

Tablo II'de 2 no'lu baradaki açılı ve gerilim değerleri ile 2 ile 16 no'lu bara arasında akan aktif güç akışı değerine bağlı bu çalışmada önerilen yöntemlerin sonuçları görülmektedir. KMC yönteminin güvenilir sonuç vermesi için örnekleme sayısı 500, LHÖ ve UT yöntemi için sırasıyla örnekleme sayısı ve sigma nokta sayısı her ikisi için de 10 olarak seçilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde açılı ve güç akışı değerleri için UT yönteminin, gerilim değeri için ise LHÖ yönteminin KMC yöntemi referans alındığında daha doğru sonuç verdiği gözlemlenmektedir. UT yönteminin gerilim için LHÖ yöntemine göre daha kötü sonuç vermesinin sebebi, rüzgâr hızı değişimine bağlı gerilim değeri değişiminin açılı ve güç akışı değerleri değişimine göre çok daha küçük miktarda gerçekleşmesidir. Buradan çıkarımla UT yönteminin rüzgâr hızı değişiminin yüksek sapma gösterdiği, güç akışı sonucu tahminlerinin zor olduğu, durumlar karşısında daha doğru sonuçlar verdiği söylenebilir. Aynı çıkarımlar Tablo III incelendiğinde de görülmektedir.

TABLO II. FARKLI YÖNTEMLER İÇİN YÜK AKIŞI SONUÇLARI

Değişken	Yük akışı sonuçları			
	KMC	LHÖ	UT	
Ortalama ( $\mu$ )	$\theta_2$	-0.00216711	-0.00217875	-0.00216427
	$V_2$	0.998558	0.998557	0.998359
	$P_{2-16}$	-0.07802	-0.072988	-0.079499
Varyans ( $\sigma$ )	$\theta_2$	$1.38239 \times 10^{-4}$	$0.89787 \times 10^{-4}$	$1.3999 \times 10^{-4}$
	$V_2$	$2.23693 \times 10^{-10}$	$1.42713 \times 10^{-10}$	$3.9988 \times 10^{-10}$
	$P_{2-16}$	0.00538168	0.00342903	0.00544495

Ortalama değerlere göre yüzdelik hata indisi hesaplaması aşağıdaki formül ile yapılabilir:

$$\varepsilon_x = \left| \frac{\mu_{x,KMC} - \mu_{x,LHÖ \text{ veya } UT}}{\mu_{x,KMC}} \right| \times 100\% \quad (11)$$

burada  $x$ , yük akışı sonucu elde edilen bara gerilimini veya güç akışını ifade etmektedir.  $\mu_{x,KMC}$ , KMC yöntemine göre elde edilen ortalama değeri gösterirken,  $\mu_{UT}$  veya  $\mu_{LHÖ}$  ise UT veya LHÖ yöntemine göre elde edilen ortalama değeri göstermektedir.

TABLO III. YÜZDELİK HATA İNDİSİ KARŞILAŞTIRMASI

Değişken	LHÖ	UT
$\varepsilon_{\theta_2}$ (%)	0.53712	0.13105
$\varepsilon_{V_2}$ (%)	$1.0014 \times 10^{-4}$	$1.9928 \times 10^{-4}$
$\varepsilon_{P_{2-16}}$ (%)	6.4496283	1.895667

### V. SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında LHÖ ve UT yöntemlerinin KMC yöntemi referans alınarak karşılaştırması OMÜ yerleşkesi güç sistemi kullanılarak yapılmaya çalışılmıştır. Sonuçlara göre UT yönteminin yüksek sapma gösteren güç akışı parametreleri (bu çalışma için açılı ve güç akışı değerleri) için daha doğru tahminler yaptığı görülmektedir.

### KAYNAKLAR

- [1] Borkowska B., "Probabilistic load flow", *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-93, no. 8, 1974, p. 752-759
- [2] Jorgensen P., Christensen J. S. and Tande J. O., "Probabilistic load flow calculation using Monte Carlo techniques for distribution network with wind turbines", in *Proc. 1998 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Vol. 2, p. 1146-1151
- [3] Muzzammel R. and Ali H., "Monte Carlo Simulation of Load Flow Analysis of Power System", *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 8(3), 2017
- [4] Yu H., Chung C. Y., Wong K. P., Lee H. W., and Zhan J. H., "Probabilistic load flow evaluation with hybrid latin hypercube sampling and cholesky decomposition", *IEEE Trans. Power Syst.*, 24(2):661-667, 2009.
- [5] Allan R.N. and Alishakarchi M.R.G., "Probabilistic ac load flow", *Proc. Inst. Elect. Eng.*, Vol. 123, 1976, p. 531-536
- [6] Allan R. N. and Alishakarchi M. R. G., "Probabilistic techniques in ac load-flow analysis", *Proc. Inst. Elect. Eng.*, Vol. 124, 1977, p. 154-160.
- [7] Tamtum A., Schellenberg A., and Rosehart D., "Enhancement to the Cumulant Method for Probabilistic Optimal Power Flow Studies", *IEEE Trans. on Power Systems*, 24(4): 1739-1746, 2009
- [8] Wan C., Xu Z., Dong Z. Y., and Wong K. P., "Probabilistic Load Flow Computation Using First-order Second-moment Method", in *Proc. Power & Energy Society General Meeting*, 2012, p. 1-6.
- [9] Su C. L., "Probabilistic load flow computing using point estimate method", *IEEE Trans. Power Syst.*, 20(4):1843-1851, 2005
- [10] Aien M., Fotuhi-Firuzabad M., and Aminifar F., "Probabilistic Load Flow in Correlated Uncertain Environment Using Unscented Transformation", *IEEE Trans. Power Syst.*, 27(4): 2233-2241, 2012.
- [11] Feijóo A.E. and Cidrás J., "Modeling of wind farms in the load flow analysis", *IEEE Trans. Power. Syst* 15(1):110-115, 2000
- [12] Angrisani L., D'Apuzzo M., and Lo Moriello R. S., "The unscented transform: A powerful tool for measurement uncertainty estimation", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 55(3):737-743, 2006.
- [13] deMenezes L. R. A. X., Soares A. J. M., Silva F. C., Terada M. A. B., and Correia D., "A New Procedure for Assessing the Sensitivity of Antennas Using the Unscented Transform", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 58(3):988-993, 2010

## EK 5 ÖZGEÇMİŞ SAYFASI

### ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı : Birsen Boylu Ayvaz

Doğum Yeri : Çanakkale

Doğum Tarihi : 25.11.1989

Yabancı Dili : İngilizce

#### Eğitim Durumu

Lise : Kırklareli Atatürk Lisesi (2007)

Lisans : Anadolu Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Elektrik Elektronik Mühendisliği (2012)

#### Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl

Amasya Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği (2014-Halen)

#### Yayınlar

1. Birsen Boylu Ayvaz, Okan Özgönenel, “Farklı Olasılıksal Yük Akışı Yöntemlerinin Karşılaştırmalı Analizi: Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yerleşkesi, Türkiye Üzerinde Bir Örnek Çalışma”, 27. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, Nisan 2019.