

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



GI/G/k KUYRUK MODELİNDE BULANIK YAKLAŞIM YARDIMI İLE
PERFORMANS ÖLÇÜLERİNİN HESAPLANMASI

BETÜL ALBAYIN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**GI/G/k KUYRUK MODELİNDE BULANIK YAKLAŞIM YARDIMI İLE
PERFORMANS ÖLÇÜLERİNİN HESAPLANMASI**

BETÜL ALBAYIN

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**SAMSUN
2019**

Her hakkı saklıdır.

TEZ ONAYI

Betül Albayın tarafından hazırlanan “GI/G/k Kuyruk Modelinde Bulanık Yaklaşım Yardımı ile Performans Ölçülerinin Hesaplanması” adlı tez çalışması 10/10/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman Prof. Dr. Vedat Sağlam
İstatistik Anabilim Dalı

Jüri Üyeleri

Başkan Prof. Dr. Vedat Sağlam
Ondokuz Mayıs Üniversitesi
İstatistik Anabilim Dalı

Üye Doç. Dr. Taner Tunç
Ondokuz Mayıs Üniversitesi
İstatistik Anabilim Dalı

Üye Dr.Öğr. Üyesi Murat Sağır
İskenderun Teknik Üniversitesi
Ekonomi Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım 10/10/2019

Prof. Dr. Bahtiyar Öztürk
Enstitü Müdürü

ETİK BEYAN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

10/10/2019

BETÜL ALBAYIN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GI/G/k KUYRUK MODELİNDE BULANIK YAKLAŞIM YARDIMI İLE PERFORMANS ÖLÇÜLERİNİN HESAPLANMASI

Betül ALBAYIN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Vedat Sağlam

Kuyruk sistemindeki öncelikli hedefler, müşterinin sistemden en hızlı hizmeti almasını ve servis ünitesini boşta beklememesini sağlamaktır. Hizmet sektöründeki işletmeler, hem kendi menfaatlerini hem de müşteri menfaatlerini göz önünde bulundurarak bu bekleme sürelerini en aza indirmek istemektedir. İşletmelerin ve müşterilerin faydalarını dengeleyen bir ekonomik stratejinin belirlenmesi, kuyruk teorisini analiz ederek sağlanabilir.

Kuyruk sisteminin analizini yapabilmek için, performans ölçülerinin belirlenmesi gereklidir. Performans ölçülerinin belirlenmesi için de, müşterilerin sisteme geliş süresi ve hizmet süresinin bilinmesi gereklidir. Analiz edilecek sistemi gözlemlemek, bu bilinmeyenleri öğrenmenin bir yoludur. Ancak, bu yöntem zaman kaybına yol açar ve maliyetlidir. Bu nedenle, bu bilgi hizmet sağlayan kanala ya da hizmet alan müşteriye sorularak elde edilir. Müşteriler ya da hizmet kanalları bu sorulara 'çok uzun', 'çok yavaş' ve '10-15 dakika' gibi sözlü ifadelerle yanıt verirler. Bu çalışmada, sözel ifadeler kuyruk sisteminde analiz için gerekli nicel değerleri içermediği için, bulanık mantık yaklaşımı ile üyelik dereceleri kullanılarak sayısal ifadelere dönüştürülmüştür. Uygun üyelik fonksiyonu kullanılarak optimum performans ölçüleri hesaplanmıştır.

Ekim 2019, 44 sayfa

Anahtar Kelimeler: Kuyruk Teorisi, Üyelik Fonksiyonu, Bulanık Mantık, Üyelik Dereceleri, Düzgün Dağılım

ABSTRACT

Master's Thesis

CALCULATION OF PERFORMANCE MEASUREMENTS WITH FUZZY APPROACH ASSISTANCE IN GI / G / k QUEUE MODEL

Betül ALBAYIN

Ondokuz Mayıs University
Graduate School of Sciences
Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Vedat Sağlam

The priority objectives in the queuing system are to ensure that the customer receives the fastest service from the system and does not wait for the service unit to be idle. Enterprises in the service sector want to minimize these waiting periods by taking into account both their own interests and the customer's interests. The determination of an economic strategy that balances the benefits of businesses and customers can be achieved by analyzing queuing theory. In order to analyze the queuing system, it is necessary to determine the performance measurements. In order to determine the performance measures, it is necessary to know the customers' arrival time and service time. Monitoring the system to be analyzed is a way of learning these unknowns. However, this method is timeconsuming and costly. Therefore, this information is obtained by asking the service provider or the customer receiving the service. Customers or service channels respond to these questions with verbal expressions such as 'too long', 'too slow' and '10-15 minutes'. In this study, since verbal expressions are not suitable for analysis in queuing system, they are converted to numerical expressions using membership degrees with fuzzy logic approach. Optimum performance measures were calculated using the appropriate membership function.

October 2019, 44 pages

Key Words: Queuing Theory, Membership Function, Fuzzy Logic, Membership Degrees, Uniform Distribution

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Bu çalışma süreci boyunca her zaman yanımda olan ve desteğini hiç esirgemeyerek en iyi şekilde rehberlik eden, danışman Hocam Sayın Prof. Dr. Vedat SAĞLAM' a, yardımları için doktora öğrencisi Abdullah Çelik'e, tüm hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Tez çalışmam boyunca benden desteğini hiç esirgemeyen, fedakârlıkları ile her zaman arkamda olan aileme ve nişanlıma sonsuz teşekkür ederim.

Ekim 2019, Samsun

Betül ALBAYIN

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
GRAFİKLER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER VE ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Önceki Çalışmalar.....	1
2. KUYRUK TEORİSİ.....	3
2.1. Kuyruk Teorisinin Temel Kavramları.....	3
2.1.1. Servis disiplini.....	4
2.1.2. Kendall-Taha-Lee simgesi.....	4
2.1.3. Kuyruk sisteminin genel yapısı.....	5
2.2. Geliş Sürecinin Modellenmesi.....	5
2.3. Servis Sürecinin Modellenmesi.....	6
2.4. Kuyruk Sisteminin Modellenmesi.....	7
2.5. GI/G/k Kuyruk Modeli.....	7
3. BULANIK MANTIK.....	9
3.1. Bulanık Küme Teorisi.....	9
3.2. Bulanık Küme Teorisi ile İlgili Temel Kavramlar.....	10
3.3. Üyelik Fonksiyonları.....	11
3.3.1. Yamuksal üyelik fonksiyonları.....	12
3.3.2. Üçgensel üyelik fonksiyonları.....	12
4. KUYRUK MODELLERİNE BULANIK YAKLAŞIM.....	13
4.1. F/F/k Modeli.....	13
5. UYGULAMA.....	15
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	41
KAYNAKLAR.....	43
ÖZGEÇMİŞ.....	1

GRAFİKLER DİZİNİ

Grafik 5.1. $at=0$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	17
Grafik 5.2. $at= 0,1$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	18
Grafik 5.3. $at= 0,2$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	19
Grafik 5.4. $at= 0,3$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	20
Grafik 5.5. $at = 0,4$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	21
Grafik 5.6. $at= 0,5$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	22
Grafik 5.7. $at= 0,6$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	23
Grafik 5.8. $at= 0,7$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	24
Grafik 5.9. $at= 0,8$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ..	25
Grafik 5.10. $at= 0,9$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	26
Grafik 5.11. $at= 1$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ...	27
Grafik 5.12. $at= 0$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ...	30
Grafik 5.13. $at= 0,1$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	31
Grafik 5.14. $at= 0,2$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	32
Grafik 5.15. $at= 0,3$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	33
Grafik 5.16. $at= 0,4$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	34
Grafik 5.17. $at= 0,5$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	35
Grafik 5.18. $at= 0,6$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	36
Grafik 5.19. $at= 0,7$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	37
Grafik 5.20. $at= 0,8$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	38
Grafik 5.21. $at= 0,9$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği	39
Grafik 5.22. $at= 1$ ve at' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği ...	40

ŞEKİLLER VE ÇİZELGELER DİZİNİ

Şekil 4.1. t bulanık gelişlerarası süresi için $[ta1, ta2]$ aralığının tanımlanması.....	13
Çizelge 5.1. $at=0$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip ve yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	17
Çizelge 5.2. $at= 0,1$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	18
Çizelge 5.3. $at=0,2$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	19
Çizelge 5.4. $at= 0,3$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	20
Çizelge 5.5. $at= 0,4$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	21
Çizelge 5.6. $at= 0,5$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	22
Çizelge 5.7. $at= 0,6$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	23
Çizelge 5.8. $at= 0,7$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	24
Çizelge 5.9. $at= 0,8$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	25
Çizelge 5.10. $at= 0,9$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	26

Çizelge 5.11. $at = 1$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	27
Çizelge 5.12. $at = 0$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	30
Çizelge 5.13. $at = 0,1$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	31
Çizelge 5.14. $at = 0,2$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	32
Çizelge 5.15. $at = 0,3$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	33
Çizelge 5.16. $at = 0,4$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	34
Çizelge 5.17. $at = 0,5$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	35
Çizelge 5.18. $at = 0,6$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	36
Çizelge 5.19. $at = 0,7$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	37
Çizelge 5.20. $at = 0,8$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	38
Çizelge 5.21. $at = 0,9$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	39
Çizelge 5.22. $at = 1$ ve at' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları.....	40

1.GİRİŞ

Günlük hayatımızda müşterilerin talep ettikleri bir hizmeti almak için beklmeleri ile her zaman karşılaşırız. Hastanelerde hasta kuyruğunda beklemek, trafik ışıklarında beklemek, yemekhanelerde yemek kuyruğunda beklemek, mağazalarda ödeme kuyruğunda beklemek örnek olarak verilebilir.

Bu sistemlerdeki öncelikli amaçlar, gelen müşterinin en hızlı şekilde hizmeti alıp sistemden ayrılması ve hizmet biriminin boş beklememesidir. Hizmet sektöründeki işletmeler hem kendi yararını hem de müşteri yararını düşünerek bu beklmeleri en aza indirmek isterler. İşletmelerin ve müşterilerin yararlarını dengeleyen bir ekonomik strateji belirlenmesi kuyruk teorisinin analizi ile gerçekleştirilebilir (Taha, 1997; Winston, 1994).

Ancak kuyruk sistemlerinde analiz yapılabilmesi için bir takım bilgilere ihtiyaç vardır. Modelde süreler(servis süreleri, gelişler arası süreler gibi) ilişkin bilgilerin eksik veya belirsiz olması model belirlenemediği için analiz yapılamamasına sebep olur. Bulanık mantık yaklaşımı da bu belirsizliğin giderilmesi için uygulanan yaklaşımlardan biridir.

Bu tez çalışmasının amacı kuyruk modelinde süreler ilişkin bilgilerin belirsiz olduğu durumda, bulanık mantık yöntemi kullanılarak bulanık kuyruk modellerini oluşturulmak ve bu modeller için optimum performans ölçülerini uygun üyelik fonksiyonu kullanarak elde etmektir.

1.1.Önceki Çalışmalar

Kuyruk teorisi ile ilgili ilk çalışma 1910 yılında Danimarkalı A.K. Erlangtarafından çalıştığı telefon şirketinde yapılmıştır. İkinci Dünya Savaşından sonra daha yaygın kullanım olanakları ortaya çıkmıştır (Taha, 1997; Winston, 1994; Kleinrock,1975).

1930 ve 1950 yılları arasında Pollaczek, Khintchine, Kolmogorov gibi ünlü bilim adamları kuyruk teorisinin gelişimine katkı sağlamışlardır. 1950 yılından

itibaren işletmecilik alanlarında; ulaştırma sektöründe, sanayide, hastanelerde, bankacılıkta ve stoklamada kuyruk teorisi yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır.

1953 yılında D. Kendall çok servis biriminin olduğu kuyruk problemlerinde; geliş dağılımı, servis süresi(ayrılış) dağılımı ve sistemde bulunan paralel servis sayısını tanımlamak üzere bir simgeleme önermiştir.

1966 yılında A. Lee bu simgelemeye servis disiplini ve sistemde bulunan maksimum müşteri sayısını eklemiştir.

1968 yılında Hamdy A. Taha altıncı karakteristik olan geliş kaynağını simgelemeye katmıştır.

Bulanıklık ilk olarak Lotfi Aliasker Zadeh tarafından yayınlanan “Bulanık Kümeler” adlı makalede ortaya atılmıştır. 1970 yılından itibaren birçok ülkede bulanık teori alanında çalışmalar yapılmıştır (Lai and Hwanh, 1992; Hellendoorn, 1997; Zadeh, 1965).

1980’li yılların başından itibaren Baldwin ve arkadaşları bulanık mantık alanında çalışmalara başlamıştır. Bulanık kontrol sistemleriyle ilgili ilk çalışmaları yine bu yıllarda Mamdani ve arkadaşları yapmıştır (Lai and Hwanh, 1992, Şen, 2001).

1989 yılında Li ve Lee 1992 yılında Negi ve Lee çalışmalarında servis süresinin bulanık olduğu tek kanallı kuyruk modelleri incelenmiştir. Kao ve arkadaşlarının çalışmalarında tek kanallı sistemlerde gelişler arası sürelerin ve servis sürelerinin bulanık Poisson dağılımına sahip olduğu modeller incelenmiştir.

2003 yılında Ö.M. Aydın çok kanallı kuyruk sistemlerinde geliş süresi ve servis süresinin bulanık olduğu genel dağılımlı modelleri incelemiştir.

2011 yılında W. Ritha ve Sreelekha Menon B. Doğrusal olmayan programlama yaklaşımı ile geliş süreleri Erlang dağılımlı bulanık kuyruk modelinin analizi üzerine çalışma yapmışlardır.

2015 yılında Dhruba Das ve Hemanta K. Baruah tarafından bulanık kuyrukların analizinde parametrik programlama yaklaşımı bulanık kaynaklı prensip kullanılarak üzerinde çalışma sağlanmıştır.

2. KUYRUK TEORİSİ

Kuyruk teorisi bekleme hattı problemlerinin analizi için matematiksel bir yaklaşımdır. Teori müşterilerin sisteme girmesi ile başlar, kuyrukta beklemesi, servisin sunulması ve sistemden ayrılması ile son bulur.

Kuyruk teorisi, kuyruktaki ya da sistemdeki ortalama müşteri sayısı ve bir müşterinin sistemde ve kuyrukta ortalama bekleme süresini içeren performans ölçülerini hesaplamayı ve bunları türetmeyi sağlar. Aynı zamanda kuyruk teorisi belirli kısıtlar altında bu performans ölçülerinin optimizasyonunu da inceler.

2.1. Kuyruk Teorisinin Temel Kavramları

Kuyruk modeli oluşturulurken bazı temel kavramlarında bilinmesi gerekir. Bu kavramlar sırasıyla aşağıda açıklanmıştır.

Kuyruk sistemine hizmet almak amacıyla gelen, kişi veya nesnelerin tümüne müşteri adı verilir. Müşteriye hizmet sağlayan birime ise servis kanalı(hizmet kanalı) adı verilir. Müşteri hizmet almak istediği yere ulaştığında, boş olan servis kanallarından herhangi birinden hizmet alır ya da servis kanallarının dolu olduğu durumda kuyrukta bekler. Hizmetini tamamlayan servis kanalı sırası gelen müşteri için yeniden hizmet sağlar. Bankalarda çalışan gişe personeli ve tamire gelen cihazları tamir eden usta servis kanalına, işlemlerini yaptırmak için bankada bekleyen insanlar, postanede kargo edilmeyi bekleyen mektuplar, benzinlikte yakıt dolumu için bekleyen araçlar ve kasada yakıt bedelini ödemeyi bekleyen şoförler müşteriye örnek olarak verilebilir. Müşteri sayısı sonlu ya da sonsuz olabilir. Kuyruk teorisinde analiz yapılırken, sistemdeki müşterilerin sayısının sonsuz olduğu durum ele alınır.

Birim zamanda hizmet almak için gelen müşterilerin sayısına geliş oranı (λ) denir. Birim zamanda tamamlanan hizmet sayısına servis oranı (μ) adı verilir (Çevik ve Yazgan, 2008).

2.1.1. Servis disiplini

Servis kanalının, müşterilere hizmet vermek için uyguladığı kurala servis disiplini adı verilir. Servis disiplini çeşitleri aşağıdaki gibidir.

FIFO : Bu disiplinde ilk gelen müşteri ilk hizmet alır.

LIFO : Bu hizmet disiplininde son gelen ilk hizmet alır. Bu hizmet disiplinine örnek olarak, sınavların sonunda toplanan optik formların okunma işlemi yapılırken en son optik formdan başlanarak okunması verilebilir.

RANDOM : Rastgele hizmet sağlanır,sisteme geliş süresinin önemi yoktur. Bekleyen müşteriler içerisinde tesadüfi olarak seçim yapılır ve hizmet sağlanır.

PRIORITY : Öncelikli hizmet sağlanır,sisteme geliş süresinin önemi yoktur. Müşterilerin sınıflandırıldığı durumlar için geçerlidir. Tüm müşteriler içerisinde en yüksek öncelikli müşteri sınıfına dâhil olan müşteri ilk hizmet alır. Birden fazla en yüksek öncelikli müşteri sınıfına dâhil olan müşteri bulunması durumunda FIFO disiplini kurallarına göre ilk gelen müşteri ilk hizmet alır (Taha, 2002).

2.1.2. Kendall-Taha-Lee simgesi

D.Kendall (1953) çok kanallı kuyruk sistemlerinde gelişler arası sürenin dağılımını, hizmet süresinin dağılımını ve kanal sayısını tanımlamak üzere bir simgeleme önermiştir.

A.Lee (1966) yılında servis disiplini ve sistemde izin verilen en çok müşteri sayısını da bu simgelemeye dâhil etmiştir.

Hamdy A. Taha (1968) yılında son karakteristik olan geliş kaynağını da bu simgelemeye eklemiş ve Kendall-Taha-Lee simgesi aşağıdaki gibi şekillenmiştir.

Kendall-Taha-Lee Simgesi

$$(a / b / c) : (d / e / f)$$

a: Gelişler arası sürenin dağılım fonksiyonunu ifade eder. (geliş akımını)

b: Hizmet süresinin dağılım fonksiyonunu ifade eder.

c: Servis(hizmet) kanalı sayısını ifade eder.

d: Hizmet disiplinini ifade eder.

e: Sistemde (serviste ve kuyrukta) izin verilen en çok müşteri sayısını ifade eder.

f: Geliş kaynağının büyüklüğü ifa eder.

a ve b sembollerinin alabileceği değerler:

D: Deterministik gelişler arası süre veya hizmet süresi.

M: Poisson geliş veya ayrılış dağılımları (gelişler arası sürenin veya servis süresinin üstel olmasıyla eş anlamlıdır.)

Ek: Erlang veya Gamma gelişler arası hizmet dağılımı.

GI: Gelişler arası sürenin bağımsız dağılımı.

G: Hizmet süresinin genel dağılımı

2.1.3. Kuyruk sisteminin genel yapısı

Kuyruk sistemlerinin genel yapısı hizmet sağlayıcının durumuna göre belirlenir. Tek servis kanalından hizmet sağlanması durumunda sistem tek kanallı kuyruk sistemi olarak adlandırılır. Kuyruk sisteminde aynı hizmeti veren birden çok kanal var ise ve kanallar paralel olarak sıralanmış ise sistem paralel çok kanallı kuyruk sistemi olarak adlandırılır.

Servis kanalları artarda sıralanmış ise, sistem ardışık kanallı kuyruk sistemi olarak adlandırılır. Kuyruk sisteminde kanallar paralel olarak sıralanmış ve devamında yeni bir ya da birden çok kanal bulunması durumunda paralel ve ardışık kanallı kuyruk sistemi olarak adlandırılır.

Kuyruk modelleri tek kanallı, paralel çok kanallı, fazlı, tandem (ardışık), paralel ve ardışık olabilirler.

2.2. Geliş Sürecinin Modellenmesi

T_i 'ler bağımsız sürekli rastgele değişken olmak üzere,

$T_i = t_{i+1} - t_i$: i .müşteri ile $(i + 1)$. müşterinin geliş süreleri arasındaki fark

(gelişler arası süre) olarak tanımlanır.

$T_i = A$ olarak alındığında ve λ ,ortalama geliş oranı olarak tanımlandığında A 'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad , t \geq 0 \quad (2.1)$$

biçiminde olur ve A 'nın beklenen değeri,

$$E(A) = \frac{1}{\lambda} \quad (2.2)$$

ve varyansı,

$$Var(A) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.3)$$

şeklinde olur.

Kuyruk modellerinde gelişler genellikle rastgele olduğundan ve bir geliş kendinden önceki gelişler arası sürelerden bağımsız şekilde gerçekleştiğinden (belleksizlik özelliği) geliş sürecinin modellenmesinde çoğunlukla Üstel Dağılım kullanılır (Winston, 1994; Taha, 1997; Aydın, 2003).

2.3. Servis Sürecinin Modellenmesi

Servis sürecinde de belleksizlik özelliği olduğundan, geliş sürecinde olduğu gibi modelleme yapılırken Üstel Dağılıma uyduğu düşünülmüştür.

T_i 'ler bağımsız sürekli rastgele değişken olmak üzere,

$T_i = t_{i+1} - t_i$: i .müşteri ile $(i + 1)$. müşterinin servis süreleri arasındaki fark

(servis süresi) olarak tanımlanır.

$T_i = S$ olarak alındığında ve μ , ortalama servis oranı olarak tanımlandığında S 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$s(t) = \mu e^{-\mu t} \quad , t \geq 0 \quad (2.4)$$

biçiminde olur ve S 'nin beklenen değeri,

$$E(S) = \frac{1}{\mu} \quad (2.5)$$

ve varyansı,

$$Var(S) = \frac{1}{\mu^2} \quad (2.6)$$

şeklinde olur (Winston, 1994).

2.4. Kuyruk Sisteminin Modellenmesi

Kuyruk modellerinin oluşturulmasındaki temel amaç işletmelerde bekleme sürelerini en aza indirmektir. Kuyruk modeli oluşturulurken hizmet veren işletmelerin ve hizmet alan müşterilerin faydaları düşünülerek ekonomik bir denge sağlanmak istenir. Hizmeti veren servis kanalının boş kalması işletmeler için hem maliyet hem de zaman kaybına yol açar. İşletmeden bu hizmeti alacak olan müşteriler içinde zaman kaybına uğramadan, hızlı bir şekilde hizmeti alıp sistemden ayrılmak öncelikli amaçtır. Bu durum göz önüne alındığında hem müşteri memnuniyeti sağlamak hem de işletmeler için zaman ve maliyet kaybını önlemek için en iyi çözüme ulaşmak istenir. Bu da ancak doğru kuyruk modelinin oluşturulması ve analizi ile mümkün olmaktadır (Aydın,2003).

2.5. GI/G/k Kuyruk Modeli

Kuyruk modelleri müşterilerin sisteme geliş ve servis sürelerinin dağılımlarına bağlı olarak modellenir. Tek kanallı yahut çok kanallı olabilirler. Bu tez çalışmasında GI/G/k kuyruk modeli üzerinde inceleme yapılacaktır. Bu model gelişler arası süresi bağımsız (GI) ve servis süresi genel (G) dağılıma uyan (k) paralel kanallıdır. Öncelikli olarak gelişler arası süre ve servis sürelerinin dağılımlarının bilinmesi gerekir. GI/G/k kuyruk modelinde müşterilerin sisteme gelişler arası sürelerinin beklenen değeri λ , servis sürelerinin beklenen değeri μ olarak olmak üzere, GI/G/k modeli için performans ölçüleri;

Kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı;

$$L_q = \frac{\rho^{\sqrt{2(k+1)}}}{1-\rho} \left(\frac{\lambda^2 \sigma_g^2 + \mu^2 \sigma_s^2}{2} \right) \quad (2.7)$$

Burada; $\rho = \lambda/k\mu$ 'dir.

Sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı;

$$L_s = \frac{\rho^{\sqrt{2(k+1)}}}{1-\rho} \left(\frac{\lambda^2 \sigma_g^2 + \mu^2 \sigma_s^2}{2} \right) + \frac{\lambda}{k\mu} \quad (2.8)$$

Müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme süresi;

$$W_q = \frac{\rho^{\sqrt{2(k+1)}}}{(1-\rho)k\mu} \left(\frac{\lambda^2 \sigma_g^2 + \mu^2 \sigma_s^2}{2} \right) \quad (2.9)$$

Müşterilerin sistemde ortalama bekleme süresi;

$$W_s = \frac{\rho\sqrt{2(k+1)}}{(1-\rho)k\mu} \left(\frac{\lambda^2\sigma_g^2 + \mu^2\sigma_s^2}{2} \right) + \frac{1}{k\mu} \quad (2.10)$$

şeklindedir (White et al., 1975;Blumenfelde, 2001).



3. BULANIK MANTIK

Gerçek dünya sistemlerini, kesin matematiksel modellere dönüştürmek bilim dünyasının en temel isteklerinden biriyken, ilk olarak Yöneylem Araştırması gerçek dünyadaki karar alma problemlerine uygulanmış ve bilim dünyası için önemli bir alan haline gelmiştir. Ancak gerçek dünyadaki durumlar genellikle net değildir. Bu net olmama durumundan dolayı kesin matematiksel modeller problemlerin çözümü için yeterli değildir.

Bulanıklık terimi ilk olarak 1962 yılında Zadeh tarafından ortaya atılmıştır. Daha sonra 1965 yılında Zadeh, meşhur 'Bulanık Kümeler' makalesini resmen yayınlamıştır. 1965 yılında Zadeh tarafından geliştirilen, 'Bulanık Küme Teorisi' net olmayan durumlarda, problemlerin çözümü için, yapay zekâ, istatistik ve kontrol teorisi gibi birçok alanda uygulanmıştır (Lai and Hwanh, 1992).

Herhangi bir önerme için, doğru-yanlış yada evet-hayır gibi kesin cevaplar vermek klasik(Aristo) mantık yaklaşımıdır. Bilgisayar bilimlerinde de 1-0 şeklinde kodlama yapılır. Ancak günlük hayatta sorulara cevap verirken ortam şartlarına göre değişen ve net olmayan cevaplar veririz. Bulanıklık kavramı belirsizliğin bir ifadesi olduğundan; büyük, küçük, çok sıcak, biraz, fazla, çok az gibi sözel ifadelerin sayısal hale gelerek çözülmesini sağlar(Lai and Hwanh,1992;Klirand Yuan, 1995).

3.1. Bulanık Küme Teorisi

Eksik bilginin olduğu durumlarda, kesin matematik karmaşık bir sistemi modellemek için yeterli olmaz. Bu durumda genellikle olasılık teorisi yaklaşımında bulunulur. Ancak, olasılık yaklaşımı sınırları açıkça tanımlanabilecek bilgiler için iyi bir yaklaşımdır. Örnek verecek olursak, zar atıldığında gelebilecek sonuçlar bellidir. 1,2,3,4,5,6 sonuçlarından birinin geleceğini tahmin edebilir ve sonuçta 3,5 gelemeyeceğini biliriz. Bu durumda olasılık teorisi yaklaşımında bulunmak çözüme ulaşmada yardımcıımız olacaktır. Ancak, bir yemek lezzetli, çok kötü, biraz lezzetli olabilir. Bu örnekte, kişiye göre değişen ve sınırları net olamayan birçok durumla karşılaşırız. Bulanık küme teorisi bu örnekte olduğu gibi, net sınırlarla

tanımlanamayan problemleri, net sınırlar olmadan tanımlamak ve çözmek için geliştirilmiştir (Lai and Hwanh, 1992).

Bulanık küme teorisi gerçek dünyadaki karmaşık sistemleri çözmek için sağlam ve esnek bir model olarak geliştirilmiştir. Bulanık küme teorisi verilen kısıtlar altında belirli bir sistemi optimize etmekle kalmaz, aynı zamanda yeni bir sistem tasarlamaya da yardımcı olur (Lai and Hwanh, 1992).

Bulanık teori derecelendirme kavramı üzerine kuruludur. Değerler $[0,1]$ aralığında belirli bir derece ile gösterilir. Örneğin, bir A kümesi yaşı 70'den büyük olanlar diye tanımlandığında A kümesi kesinlik içermektedir. Ancak küme “yaşı büyük olanlar” şeklinde tanımlandığında kesinlik içermemektedir. Bu durumda herkesin kümeye girme hakkı vardır. Ancak yaşı küçük olanların kümeye girme hakkı büyük olanlardan daha az olmalıdır. Bu durumda kümeye girme haklarına göre derecelendirme yapılması gerekir. Kümeye girme haklarına göre derece de artış göstermektedir. Bu dereceye yada kümeye giriş hakkına “üyelik fonksiyonu derecesi” denilmektedir. x elemanının üyelik derecesi $\mu_A(x)$ ile gösterilmektedir. $\mu_A(x)$ fonksiyonu 0 ile 1 arasında tanımlanır.

Eğer A kümesi “yaşı büyük olanlar” şeklinde tanımlandıysa kimlere yaşı büyük denildiğinin belirlenmesi gerekir. Yaşı 65 ile 95 arasında olanları yaşı büyük olanlar olarak tanımlarsak, bu aralıkta yer alan kişiler A kümesinin koşulunu tam olarak sağlamaktadırlar. Yaşı (65,95) arasında olan kişiler en yüksek derece uygunluğa sahip olduğundan üyelik dereceleri 1 olur. Yaşı 64 yada 96 olan kişiler küme koşulunu tam olarak sağlamadıkları için 1'e çok yakın üyelik derecesi almaktadırlar. Küme koşulunu tam olarak sağlamayan elemanlar $[0,1)$ aralığında değer almaktadır.

3.2. Bulanık Küme Teorisi ile İlgili Temel Kavramlar

Tanım 3.1. X evrensel küme olmak üzere, $x \in X$ ise, bir A kümesinin karakteristik fonksiyonu,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

şeklinindedir. Karakteristik fonksiyonun değer kümesi $\{0,1\}$ olmaktadır. Eğer karakteristik fonksiyonun değer kümesi $[0,1]$ aralığında sürekli ise ve her gerçek

sayıyı alabilecek şekilde tanımlanabilirse A kümesine bulanık küme adı verilir (Aydın,2003).

Tanım 3.2. A kümesi bir bulanık küme ise, $\mu_A(x)$ fonksiyonu x'in A kümesi içindeki üyelik fonksiyonudur.

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

şeklinde tanımlanır. Eğer X kümesi sonlu bir küme değilse,

$$A = \int \mu_A(x)/x$$

şeklinde tanımlanır (Lai and Hwang, 1992; Şen, 2001).

Tanım 3.3. A bir bulanık sayılar kümesi ise, üyelik dereceleri 0'dan büyük olan x'ler destek kümesi olarak ifade edilir (Aydın, 2003).

$$\text{destek}A = \{x | \mu_A(x) > 0 \text{ ve } x \in X\}$$

Tanım 3.4. A bir bulanık sayılar kümesi ise, üyelik dereceleri en az α kadar olan x'ler, α -kesme kümesi olarak ifade edilir (Aydın, 2003).

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in X\}$$

Tanım 3.5. A bir bulanık sayılar kümesi ise ve en büyük üyelik derecesi 1 ise A bulanık kümesi normaldir.

Tanım 3.6. A bulanık küme ve $x \in A$ olmak üzere,

- i. A kümesi normal ise,
 - ii. $A_\alpha \in (0,1]$ ise,
 - iii. A'nın destek kümesi sınırlı ise,
- x, bulanık bir sayıdır (Aydın,2003).

3.3. Üyelik Fonksiyonları

Üyelik fonksiyonlarını belirlemenin çeşitli yöntemleri vardır. Genel olarak problemin yapısına göre belirlenirler. Yamuksal ve üçgensel üyelik fonksiyonları en çok kullanılan üyelik fonksiyonlarıdır. Bunların yanında Civanlar ve Trussel'in üyelik fonksiyonu da dağılımın bilindiği durumlarda kullanılan üyelik fonksiyonlarıdır.

3.3.1. Yamuksal üyelik fonksiyonları

Yamuksal üyelik fonksiyonları (b,c) aralığında 1 üyelik derecesini alırken, b ve c noktalarından uzaklaştıkça üyelik değerleri 0'a yaklaşır.

A bir bulanık küme, $x \in A$ ve $\mu(x)$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olmak üzere,

$$\mu_{(x)} = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}, & c < x \leq d \end{cases} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlandığında x yamuksal bulanık sayıdır. $\mu(x)$ yamuksal üyelik fonksiyonudur (Klir and Yuan, 1995).

3.3.2. Üçgensel üyelik fonksiyonları

Üçgensel üyelik fonksiyonları, $x=b$ noktasında 1 üyelik derecesini alırken, bu noktadan uzaklaşılması durumunda üyelik değerleri 0'a yaklaşır.

A bir bulanık küme,

$x \in A$ ve $\mu(x)$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olmak üzere,

$$\mu_{(x)} = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{(c-x)}{(c-b)}, & b < x \leq c \end{cases} \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlandığında x üçgensel bulanık sayıdır. $\mu(x)$ üçgensel üyelik fonksiyonudur (Klir and Yuan, 1995).

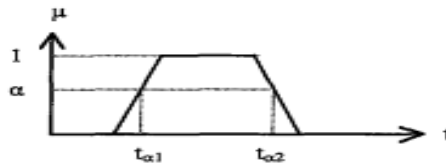
4. KUYRUK MODELLERİNE BULANIK YAKLAŞIM

4.1. F/F/k Modeli

Gelişler arası süreleri bağımsız ve servis sürelerinin genel dağılıma uyduğu GI/G/k modeline bulanık yaklaşımda bulunulacaktır. Bu yaklaşım sonucunda gelişler arası süreleri bulanık bağımsız (F) ve servis süreleri bulanık (F) olan k kanallı F/F/k modeli incelenecektir.

t ve t' gelişler arası süre ve servis süreleri için bulanık rasgele değişkenler olarak ele alındığından, gelişler arası süreler $E(t)$ ortalama ve $Var(t)$ varyanslı bir dağılıma, servis süreleri $E(t')$ ortalama ve $Var(t')$ varyanslı bir dağılıma sahip olduğu kabul edilmiştir. Durağanlığın bozulmaması için $E(t') < kE(t)$ koşulu dikkate alınmıştır.

Bulanık servis süreleri ve gelişler arası süreler için α -kesme kümeleri tanımlanmıştır. Bu α -kesme kümeleri gelişler arası süre için $[t_{a1}, t_{a2}]$ ve servis süreleri için $[t'_{a1}, t'_{a2}]$ şeklindedir. Bu aralıklarda süreler en az α olabilirliğine sahip olacağından, herhangi bir α -kesmesi alındığında düzgün dağılım oluşmaktadır.



Şekil 4.1. t bulanık gelişlerarası süresi için $[t_{a1}, t_{a2}]$ aralığının tanımlanması

Bu nedenle düzgün dağılımın beklenen değeri ve varyansı kullanılarak t ve t' için düzgün dağılım parametreleri tanımlanmıştır. Gelişler arası süreler için beklenen değer ve varyans,

$$E(t) = \frac{t_{a1} + t_{a2}}{2} \quad (4.1) \quad \text{ve} \quad Var(t) = \frac{(t_{a2} - t_{a1})^2}{12} \quad (4.2)$$

servis süreleri için beklenen değer ve varyans,

$$E(t) = \frac{t'a_1 + t'a_2}{2} \quad (4.3) \quad \text{ve} \quad Var(t) = \frac{(t'a_2 - t'a_1)^2}{12} \quad (4.4)$$

şeklinde olur. Beklenen değer ve varyans kullanılarak, kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı,

$$\widetilde{L}_q = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{\left(\frac{E(t)}{E(t')}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{E(t)}{E(t')}\right)^k}{k! \left(1 - \frac{E(t)}{kE(t')}\right)}} \cdot \frac{\frac{E(t)^{k+1}}{kE(t')^{k+1}}}{k! \left(1 - \frac{E(t)}{kE(t')}\right)^2} \cdot \frac{E(t')^2 Var(t') + E(t)^2 Var(t)}{2} \quad (4.5)$$

Müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme süreleri,

$$\widetilde{W}_q = \frac{\widetilde{L}_q}{E(t)} \quad (4.6)$$

Sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı,

$$\widetilde{L} = \widetilde{L}_q + \frac{E(t)}{k(E(t'))} \quad (4.7)$$

Müşterilerin sistemde ortalama bekleme süreleri,

$$\widetilde{W} = \frac{\widetilde{L}}{E(t)} \quad (4.8)$$

biçiminde elde edilmektedir (Aydın,2003).

5. UYGULAMA

Bu araştırma için yapacağımız uygulamada 2 banka çalışanına, müşterilerin gelişleri arasındaki süre ve servis süresi sorulmuştur. 1.servis sağlayıcı gelişler arası sürenin (5,10) dakika aralığında ve servis süresinin (15,20) dakika aralığında olduğunu söylemiştir. 2.servis sağlayıcı gelişler arası sürenin (7,8) dakika aralığında ve servis süresinin (9,10) dakika aralığında olduğunu söylemiştir. Bu cevaplardan hareketle, ortalama gelişler arası süresi [6,9] dakika ve ortalama servis süresi [12,15] dakika aralığında 2 servis kanallı, F/F/2 bulanık kuyruk modeli için yamuksal ve üçgenel üyelik fonksiyonlarını ve performans ölçülerini hesaplayacağız.

Yamuksal üyelik fonksiyonu ile modelimiz için üyelik fonksiyonu tanımlanmıştır.

Gelişler arası süre t ve servis süresi t' olarak isimlendirilmiştir. $t = [6,7,8,9]$

$t' = [12,13,14,15]$ şeklindedir.

$$\mu_{(t)} = \begin{cases} \frac{(x-6)}{(7-6)}, & x < 7 \\ 1, & 7 \leq x \leq 8 \\ \frac{(9-x)}{(9-8)}, & x > 8 \end{cases} \quad (5.1) \quad \mu_{(t')} = \begin{cases} \frac{(x-12)}{(13-12)}, & x < 13 \\ 1, & 13 \leq x \leq 14 \\ \frac{(15-x)}{(15-14)}, & x > 14 \end{cases} \quad (5.2)$$

Gelişler arası süre ve servis süresinin α - kesmeleri kullanarak performans ölçülerini hesaplayacağız. α - kesmeleri,

$$t_{\alpha} = [t_{a1}, t_{a2}] \Rightarrow [6 + a_t, 9 - a_t] \quad (5.3)$$

$$t'_{\alpha} = [t'_{a1}, t'_{a2}] \Rightarrow [12 + a_{t'}, 15 - a_{t'}] \quad (5.4)$$

şeklinde olur. Alt sınır ve üst sınır aralığında bir düzgün dağılım oluşması sebebi ile, düzgün dağılımın parametrelerinden yararlanılarak performans ölçüleri hesaplanacaktır. α - kesmelerinin bulanık süreler için olasılıkları (üyelik dereceleri) [0,1] aralığında rastgele olarak belirlenmiştir.

$$a_t = [0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1]$$

$$a_{t'} = [0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1]$$

Bu değerler formül (4.1),(4.2),(4.3) ve (4.4)'de sırasıyla yerine konulduğunda beklenen değer ve varyans hesaplanır.

$$E(t) = \frac{t_{a1} + t_{a2}}{2} = \frac{(6+a_t) + (9-a_t)}{2} = \frac{15}{2} \quad (5.5)$$

$$E(t') = \frac{t'_{a1} + t'_{a2}}{2} = \frac{(12+a'_t) + (15-a'_t)}{2} = \frac{27}{2} \quad (5.6)$$

$$Var(t) = \frac{(t_{a2} - t_{a1})^2}{12} = \frac{(9-a_t - 6 - a_t)^2}{12} = \frac{9 - 12a_t + 4a_t^2}{12} \quad (5.7)$$

$$Var(t') = \frac{(t'_{a2} - t'_{a1})^2}{12} = \frac{(15-a'_t - 12 - a'_t)^2}{12} = \frac{9 - 12a'_t + 4a'_t^2}{12} \quad (5.8)$$

Beklenen değer ve varyanslar, formül (4.5)'de yerine koyularak kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı hesaplanır.

$$\widetilde{L}_q = \frac{1}{\sum_{n=0}^{2-1} \frac{(\frac{5}{9})^n}{n!} + \frac{(\frac{5}{9})^2}{2!(1-\frac{15}{54})}} \cdot \frac{(\frac{15}{2})^{2+1}}{2 \cdot (\frac{27}{2})^{2+1}} \cdot \frac{(\frac{27}{2})^2 \cdot \frac{9-12a'_t+4a'_t^2}{12} + (\frac{15}{2})^2 \cdot \frac{9-12a_t+4a_t^2}{12}}{2} \quad (5.9)$$

Kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı ve beklenen değer formül (4.6)'da yerine koyularak müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme süresi hesaplanır.

$$\widetilde{W}_q = \frac{\widetilde{L}_q}{\frac{15}{2}} \quad (5.10)$$

Kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı ve beklenen değerler formül (4.7)'de yerine koyularak sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı hesaplanır.

$$\widetilde{L} = \widetilde{L}_q + \frac{5}{18} \quad (5.11)$$

Sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı formül (4.8)'de yerine koyularak müşterilerin sistemde ortalama bekleme süreleri hesaplanır.

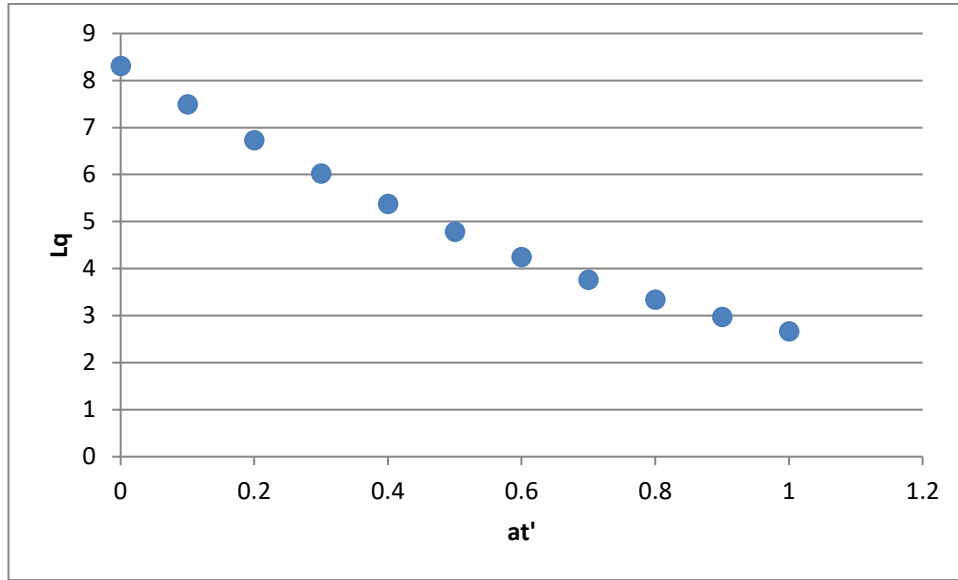
$$\widetilde{W} = \frac{\widetilde{L}_q + \frac{5}{18}}{\frac{15}{2}} \quad (5.12)$$

Gelişlerarası sürenin olabirlikleri sabit tutularak, servis sürelerinin tüm olabirlikleri için performans ölçüleri hesaplanan tablolar aşağıda sırayla verilmiştir.

Çizelge 5.1. $a_t=0$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip ve yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	$t_{q,1}$	$t_{q,2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0	0	12	15	8,308946	1,10786	8,586724	1,144897
0	0,1	12,1	14,9	7,490594	0,998746	7,768371	1,035783
0	0,2	12,2	14,8	6,728679	0,897157	7,006457	0,934194
0	0,3	12,3	14,7	6,023202	0,803094	6,30098	0,840131
0	0,4	12,4	14,6	5,374164	0,716555	5,651942	0,753592
0	0,5	12,5	14,5	4,781564	0,637542	5,059341	0,674579
0	0,6	12,6	14,4	4,245401	0,566054	4,523179	0,603091
0	0,7	12,7	14,3	3,765677	0,50209	4,043455	0,539127
0	0,8	12,8	14,2	3,342391	0,445652	3,620169	0,482689
0	0,9	12,9	14,1	2,975543	0,396739	3,253321	0,433776
0	1	13	14	2,665134	0,355351	2,942912	0,392388

Grafik 5.1.'de yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.1. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 8,308946 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 2,665134 olduğu görülmüştür.

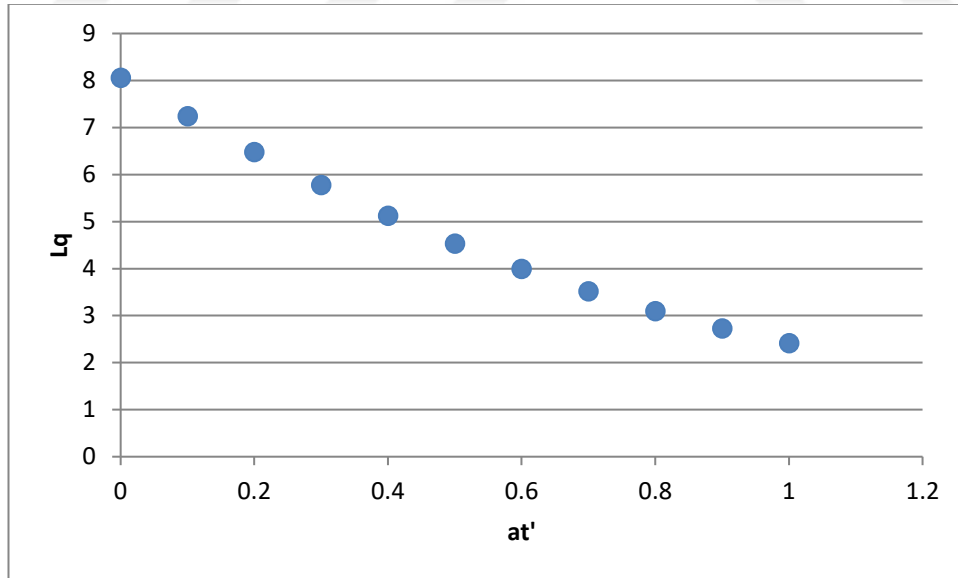


Grafik 5.1. $a_t=0$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.2. $a_t = 0,1$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,1	0	12	15	8,056368	1,074182	8,334146	1,111219
0,1	0,1	12,1	14,9	7,238016	0,965069	7,515793	1,002106
0,1	0,2	12,2	14,8	6,476101	0,86348	6,753879	0,900517
0,1	0,3	12,3	14,7	5,770624	0,769417	6,048402	0,806454
0,1	0,4	12,4	14,6	5,121586	0,682878	5,399364	0,719915
0,1	0,5	12,5	14,5	4,528986	0,603865	4,806763	0,640902
0,1	0,6	12,6	14,4	3,992823	0,532376	4,270601	0,569413
0,1	0,7	12,7	14,3	3,513099	0,468413	3,790877	0,50545
0,1	0,8	12,8	14,2	3,089813	0,411975	3,367591	0,449012
0,1	0,9	12,9	14,1	2,722965	0,363062	3,000743	0,400099
0,1	1	13	14	2,412556	0,321674	2,690334	0,358711

Grafik 5.2.'de yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,1 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.2. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 8,056368 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 2,412556 olarak hesaplanmıştır.

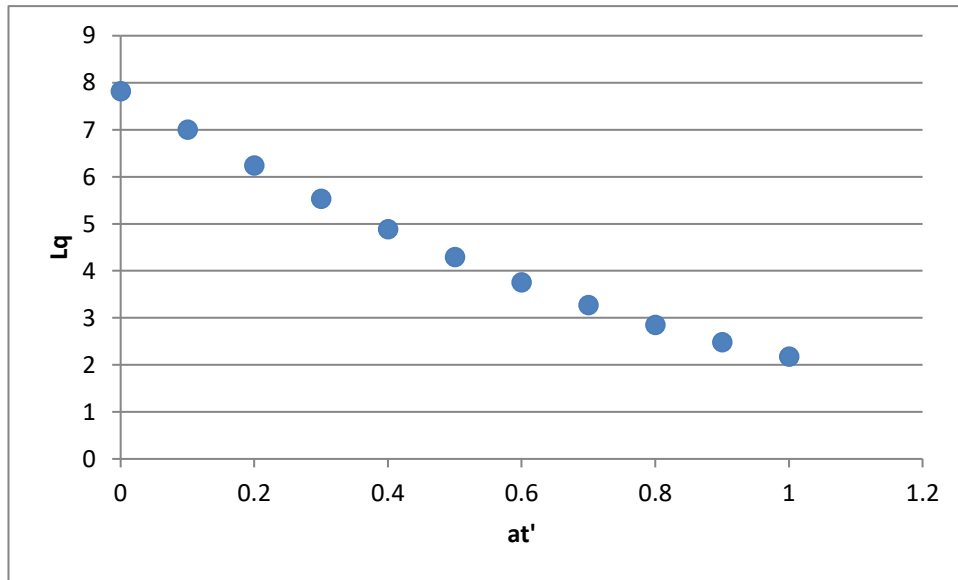


Grafik 5.2. $a_t = 0,1$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.3. $a_t=0,2$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,2	0	12	15	7,82121	1,042828	8,098987	1,079865
0,2	0,1	12,1	14,9	7,002857	0,933714	7,280635	0,970751
0,2	0,2	12,2	14,8	6,240942	0,832126	6,51872	0,869163
0,2	0,3	12,3	14,7	5,535465	0,738062	5,813243	0,775099
0,2	0,4	12,4	14,6	4,886427	0,651524	5,164205	0,688561
0,2	0,5	12,5	14,5	4,293827	0,57251	4,571604	0,609547
0,2	0,6	12,6	14,4	3,757664	0,501022	4,035442	0,538059
0,2	0,7	12,7	14,3	3,27794	0,437059	3,555718	0,474096
0,2	0,8	12,8	14,2	2,854654	0,380621	3,132432	0,417658
0,2	0,9	12,9	14,1	2,487807	0,331708	2,765584	0,368745
0,2	1	13	14	2,177397	0,29032	2,455175	0,327357

Grafik 5.3.'te yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,2 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.3. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 7,82121 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 2,177397 olduğu görülmüştür.

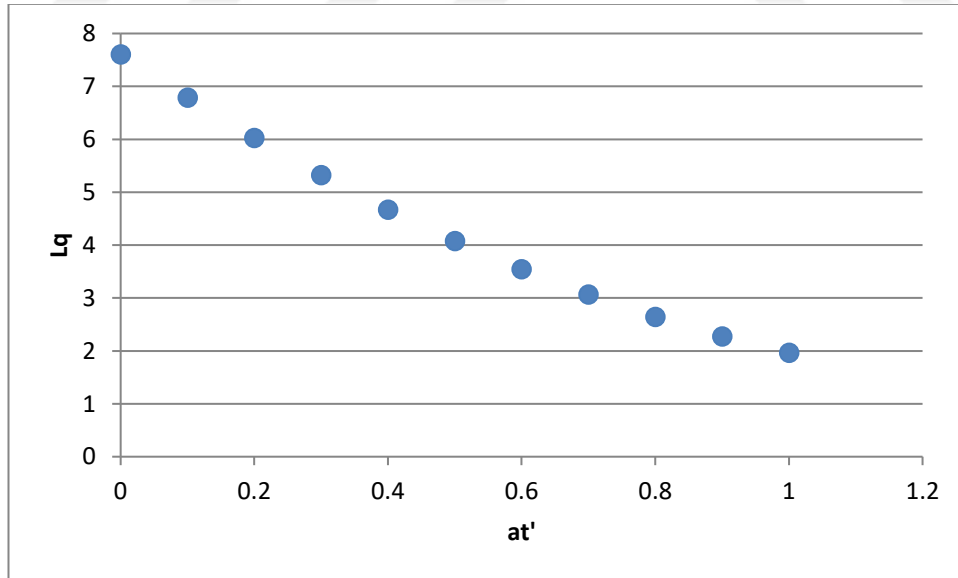


Grafik 5.3. $a_t=0,2$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.4. $a_t = 0,3$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,3	0	12	15	7,60347	1,013796	7,881248	1,050833
0,3	0,1	12,1	14,9	6,785117	0,904682	7,062895	0,941719
0,3	0,2	12,2	14,8	6,023202	0,803094	6,30098	0,840131
0,3	0,3	12,3	14,7	5,317726	0,70903	5,595504	0,746067
0,3	0,4	12,4	14,6	4,668687	0,622492	4,946465	0,659529
0,3	0,5	12,5	14,5	4,076087	0,543478	4,353865	0,580515
0,3	0,6	12,6	14,4	3,539925	0,47199	3,817703	0,509027
0,3	0,7	12,7	14,3	3,060201	0,408027	3,337978	0,445064
0,3	0,8	12,8	14,2	2,636915	0,351589	2,914692	0,388626
0,3	0,9	12,9	14,1	2,270067	0,302676	2,547845	0,339713
0,3	1	13	14	1,959657	0,261288	2,237435	0,298325

Grafik 5.4.'te yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,3 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.4. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 7,60347 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,959657 olarak hesaplanmıştır.

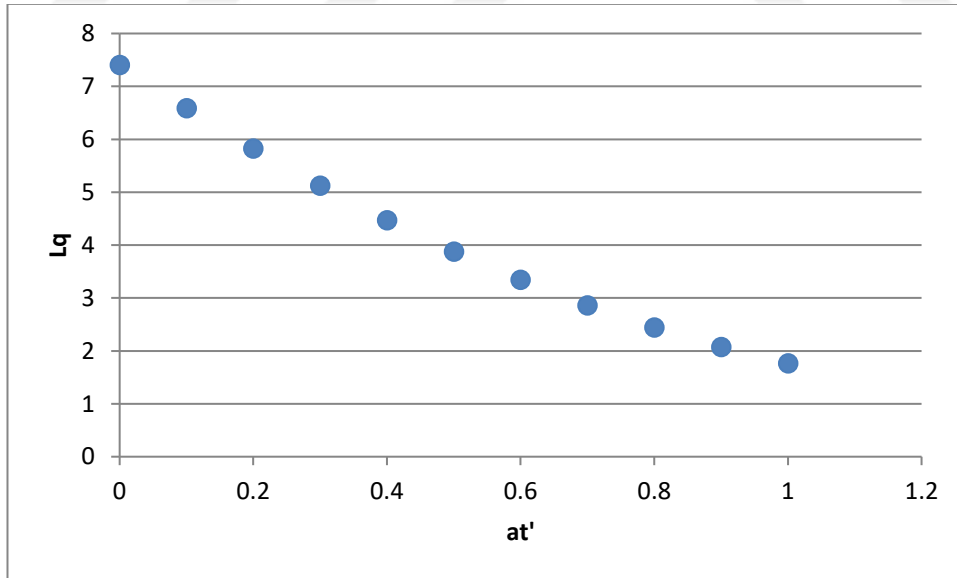


Grafik 5.4. $a_t = 0,3$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.5. $a_t = 0,4$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,4	0	12	15	7,403149	0,987087	7,680927	1,024124
0,4	0,1	12,1	14,9	6,584797	0,877973	6,862574	0,91501
0,4	0,2	12,2	14,8	5,822882	0,776384	6,10066	0,813421
0,4	0,3	12,3	14,7	5,117405	0,682321	5,395183	0,719358
0,4	0,4	12,4	14,6	4,468367	0,595782	4,746145	0,632819
0,4	0,5	12,5	14,5	3,875766	0,516769	4,153544	0,553806
0,4	0,6	12,6	14,4	3,339604	0,445281	3,617382	0,482318
0,4	0,7	12,7	14,3	2,85988	0,381317	3,137658	0,418354
0,4	0,8	12,8	14,2	2,436594	0,324879	2,714372	0,361916
0,4	0,9	12,9	14,1	2,069746	0,275966	2,347524	0,313003
0,4	1	13	14	1,759337	0,234578	2,037114	0,271615

Grafik 5.5.'te yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,4 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.5. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 07,403149 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,759337 olarak hesaplanmıştır.

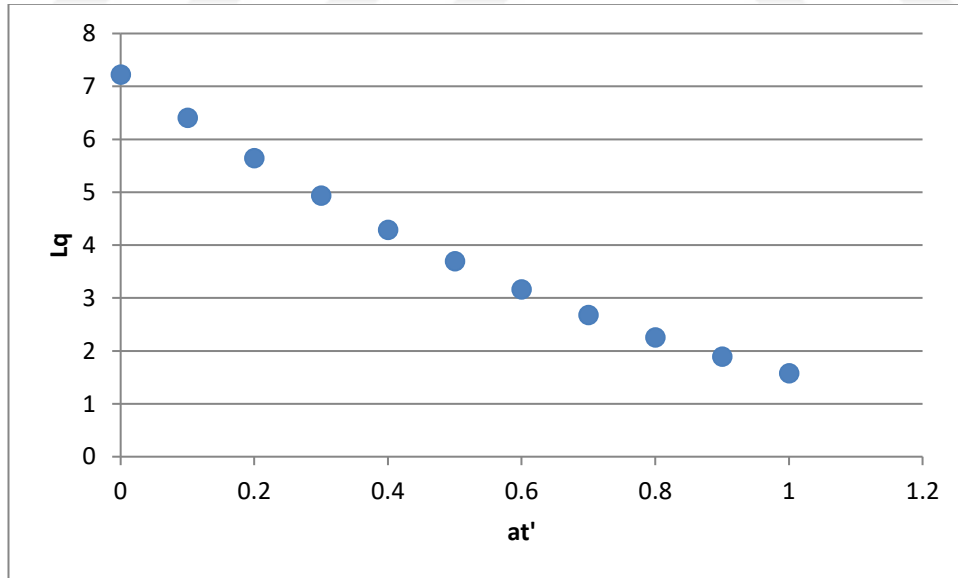


Grafik 5.5. $a_t = 0,4$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.6. $a_t = 0,5$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,5	0	12	15	7,220248	0,9627	7,498026	0,999737
0,5	0,1	12,1	14,9	6,401895	0,853586	6,679673	0,890623
0,5	0,2	12,2	14,8	5,63998	0,751997	5,917758	0,789034
0,5	0,3	12,3	14,7	4,934504	0,657934	5,212282	0,694971
0,5	0,4	12,4	14,6	4,285465	0,571395	4,563243	0,608432
0,5	0,5	12,5	14,5	3,692865	0,492382	3,970643	0,529419
0,5	0,6	12,6	14,4	3,156703	0,420894	3,434481	0,457931
0,5	0,7	12,7	14,3	2,676979	0,356931	2,954757	0,393968
0,5	0,8	12,8	14,2	2,253693	0,300492	2,531471	0,337529
0,5	0,9	12,9	14,1	1,886845	0,251579	2,164623	0,288616
0,5	1	13	14	1,576435	0,210191	1,854213	0,247228

Grafik 5.6.'da yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,5 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.6. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 7,220248 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,57435 olarak hesaplanmıştır.

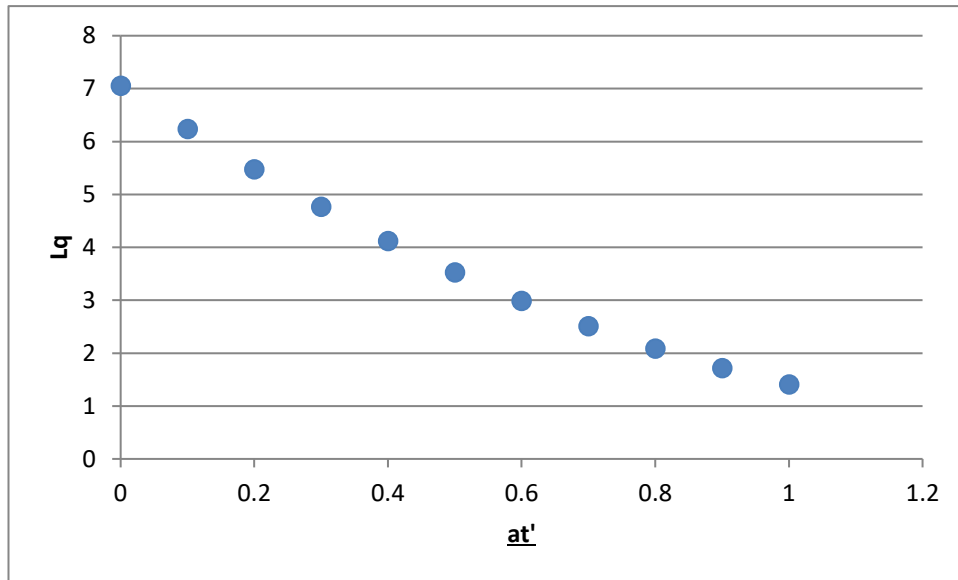


Grafik 5.6. $a_t = 0,5$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.7. $a_t = 0,6$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,6	0	12	15	7,054766	0,940635	7,332544	0,977672
0,6	0,1	12,1	14,9	6,236413	0,831522	6,514191	0,868559
0,6	0,2	12,2	14,8	5,474498	0,729933	5,752276	0,76697
0,6	0,3	12,3	14,7	4,769022	0,63587	5,0468	0,672907
0,6	0,4	12,4	14,6	4,119983	0,549331	4,397761	0,586368
0,6	0,5	12,5	14,5	3,527383	0,470318	3,805161	0,507355
0,6	0,6	12,6	14,4	2,991221	0,398829	3,268999	0,435866
0,6	0,7	12,7	14,3	2,511497	0,334866	2,789274	0,371903
0,6	0,8	12,8	14,2	2,088211	0,278428	2,365988	0,315465
0,6	0,9	12,9	14,1	1,721363	0,229515	1,999141	0,266552
0,6	1	13	14	1,410953	0,188127	1,688731	0,225164

Grafik 5.7.'de yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,6 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.7. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 7,054766 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,410953 olarak hesaplanmıştır.

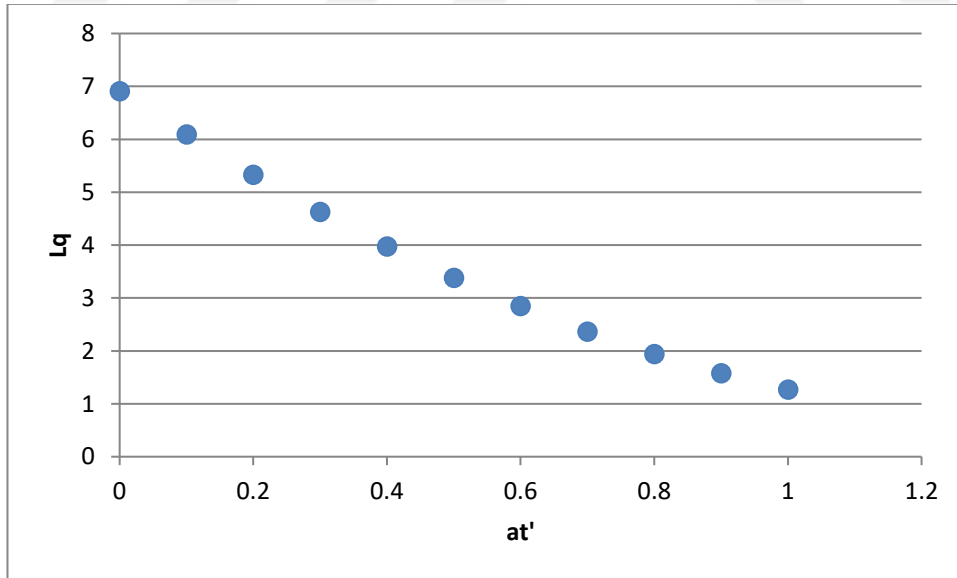


Grafik 5.7. $a_t = 0,6$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.8. $a_t = 0,7$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,7	0	12	15	6,906703	0,920894	7,184481	0,957931
0,7	0,1	12,1	14,9	6,08835	0,81178	6,366128	0,848817
0,7	0,2	12,2	14,8	5,326435	0,710191	5,604213	0,747228
0,7	0,3	12,3	14,7	4,620959	0,616128	4,898737	0,653165
0,7	0,4	12,4	14,6	3,97192	0,529589	4,249698	0,566626
0,7	0,5	12,5	14,5	3,37932	0,450576	3,657098	0,487613
0,7	0,6	12,6	14,4	2,843158	0,379088	3,120936	0,416125
0,7	0,7	12,7	14,3	2,363434	0,315124	2,641211	0,352162
0,7	0,8	12,8	14,2	1,940148	0,258686	2,217925	0,295723
0,7	0,9	12,9	14,1	1,5733	0,209773	1,851078	0,24681
0,7	1	13	14	1,26289	0,168385	1,540668	0,205422

Grafik 5.8'de yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,7 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.8. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 6,906703 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,26289 olarak hesaplanmıştır.

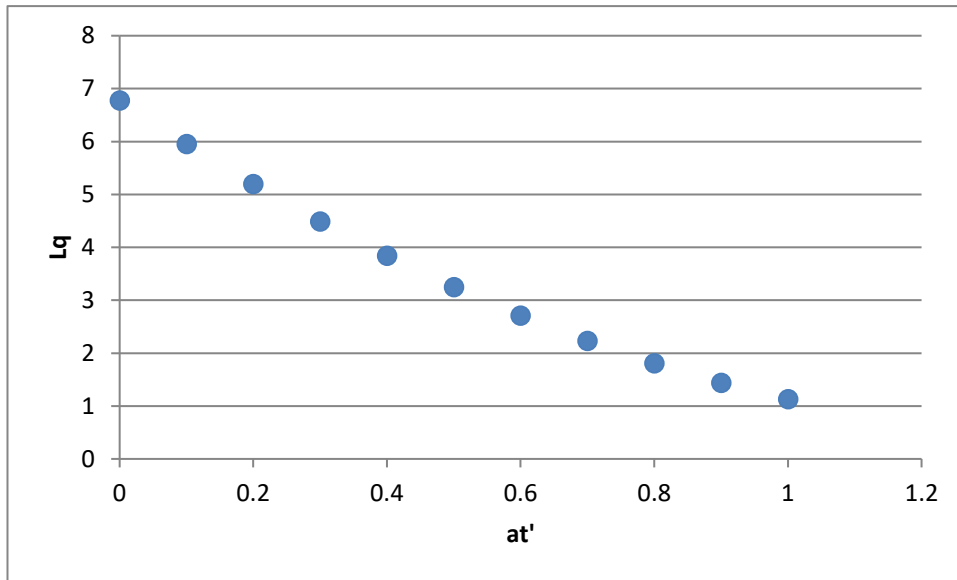


Grafik 5.8. $a_t = 0,7$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.9. $a_t = 0,8$ ve a_t' 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a_t'	t_{a1}	t_{a2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,8	0	12	15	6,776059	0,903475	7,053837	0,940512
0,8	0,1	12,1	14,9	5,957706	0,794361	6,235484	0,831398
0,8	0,2	12,2	14,8	5,195792	0,692772	5,473569	0,729809
0,8	0,3	12,3	14,7	4,490315	0,598709	4,768093	0,635746
0,8	0,4	12,4	14,6	3,841276	0,51217	4,119054	0,549207
0,8	0,5	12,5	14,5	3,248676	0,433157	3,526454	0,470194
0,8	0,6	12,6	14,4	2,712514	0,361669	2,990292	0,398706
0,8	0,7	12,7	14,3	2,23279	0,297705	2,510568	0,334742
0,8	0,8	12,8	14,2	1,809504	0,241267	2,087282	0,278304
0,8	0,9	12,9	14,1	1,442656	0,192354	1,720434	0,229391
0,8	1	13	14	1,132246	0,150966	1,410024	0,188003

Grafik 5.9.'da yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,8 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.9. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 6,776059 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,132246 olarak hesaplanmıştır.

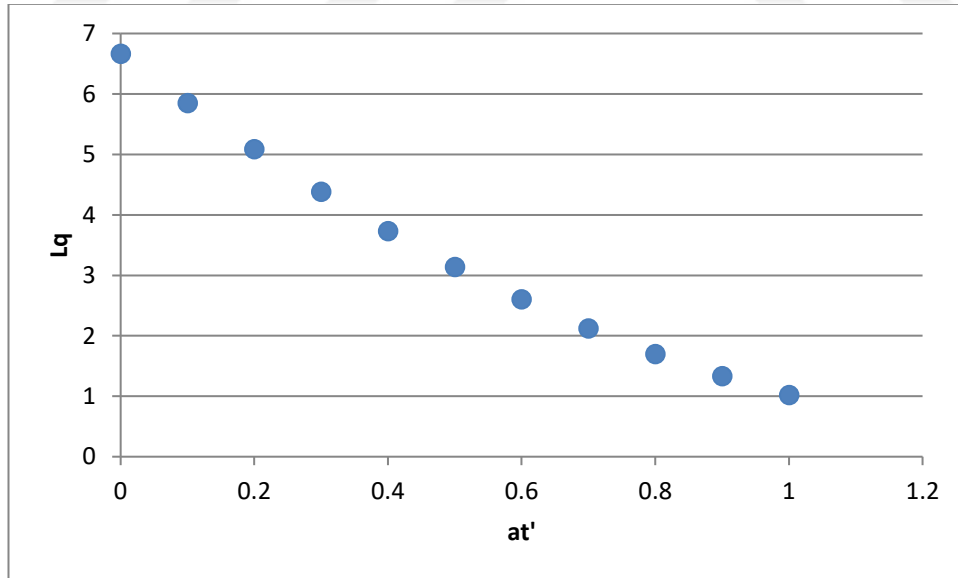


Grafik 5.9. $a_t = 0,8$ ve a_t' 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.10. $a_t = 0,9$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,9	0	12	15	6,662834	0,888378	6,940612	0,925415
0,9	0,1	12,1	14,9	5,844482	0,779264	6,122259	0,816301
0,9	0,2	12,2	14,8	5,082567	0,677676	5,360345	0,714713
0,9	0,3	12,3	14,7	4,37709	0,583612	4,654868	0,620649
0,9	0,4	12,4	14,6	3,728052	0,497074	4,00583	0,534111
0,9	0,5	12,5	14,5	3,135452	0,41806	3,413229	0,455097
0,9	0,6	12,6	14,4	2,599289	0,346572	2,877067	0,383609
0,9	0,7	12,7	14,3	2,119565	0,282609	2,397343	0,319646
0,9	0,8	12,8	14,2	1,696279	0,226171	1,974057	0,263208
0,9	0,9	12,9	14,1	1,329431	0,177258	1,607209	0,214295
0,9	1	13	14	1,019022	0,13587	1,2968	0,172907

Grafik 5.10.'da yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,9 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.10. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 6,662834 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 1,019022 olarak hesaplanmıştır.

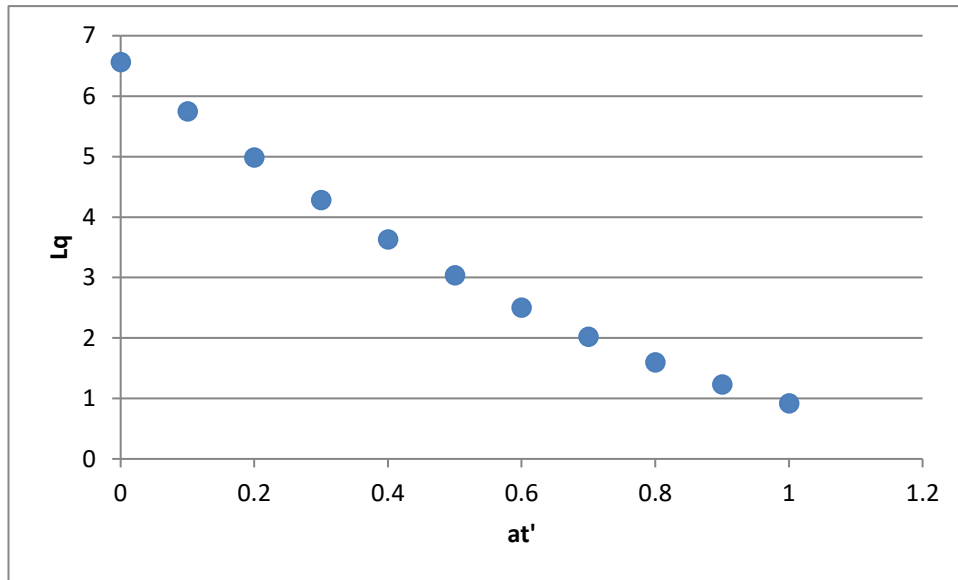


Grafik 5.10. $a_t = 0,9$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.11. $a_t = 1$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip yamuksal üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	t_{ar1}	t_{ar2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
1	0	12	15	6,567029	0,875604	6,844807	0,912641
1	0,1	12,1	14,9	5,748676	0,76649	6,026454	0,803527
1	0,2	12,2	14,8	4,986761	0,664902	5,264539	0,701939
1	0,3	12,3	14,7	4,281285	0,570838	4,559063	0,607875
1	0,4	12,4	14,6	3,632246	0,4843	3,910024	0,521337
1	0,5	12,5	14,5	3,039646	0,405286	3,317424	0,442323
1	0,6	12,6	14,4	2,503484	0,333798	2,781262	0,370835
1	0,7	12,7	14,3	2,02376	0,269835	2,301538	0,306872
1	0,8	12,8	14,2	1,600474	0,213397	1,878252	0,250434
1	0,9	12,9	14,1	1,233626	0,164483	1,511404	0,201521
1	1	13	14	0,923216	0,123096	1,200994	0,160133

Grafik 5.11.'de yamuksal üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 1 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.11. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 6,567029 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,923216 olarak hesaplanmıştır.



Grafik 5.11. $a_t = 1$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Grafikler incelendiğinde yamuksal üyelik fonksiyonunda gelişler arası sürelerin ve servis sürelerinin olabilirlikleri arttıkça kuyruk uzunluğunun azaldığı ve kuyruk uzunluğuna bağlı olarak diğer performans ölçülerinin de azaldığı görülmüştür.

Üçgen üyelik fonksiyonu ile modelimiz için üyelik fonksiyonu tanımlanmıştır.

Gelişler arası süre t ve servis süresi t' olarak isimlendirilmiştir. $t = [6,8,9]$

$t' = [12,14,15]$ şeklindedir.

$$\mu_{(t)} = \begin{cases} \frac{(x-6)}{(8-6)} & , 6 \leq x < 8 \\ 1 & , x = 8 \\ \frac{(9-x)}{(9-8)} & , 8 < x \leq 9 \end{cases} \quad \mu_{(t')} = \begin{cases} \frac{(x-12)}{(14-12)} & , 12 \leq x < 14 \\ 1 & , x = 14 \\ \frac{(15-x)}{(15-14)} & , 14 < x \leq 15 \end{cases} \quad (5.14)$$

Gelişler arası süre ve servis süresinin α - kesmeleri kullanarak performans ölçülerini hesaplayacağız. α - kesmeleri,

$$t_a = [t_{a1}, t_{a2}] \Rightarrow [6 + 2a_t, 9 - a_t] \quad (5.15)$$

$$t_{a'} = [t_{a'1}, t_{a'2}] \Rightarrow [12 + 2a_{t'}, 15 - a_{t'}] \quad (5.16)$$

şeklinde olur. Alt sınır ve üst sınır aralığında bir düzgün dağılım oluşması sebebi ile, düzgün dağılımın parametrelerinden yararlanılarak performans ölçüleri hesaplanacaktır. α - kesmelerinin bulanık süreler için olasılıkları (üyelik dereceleri) $[0,1]$ aralığında rastgele olarak belirlenmiştir.

$$a_t = [0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1]$$

$$a_{t'} = [0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1]$$

Bu değerler formül (4.1),(4.2),(4.3) ve (4.4)'de sırasıyla yerine konulduğunda beklenen değer ve varyans hesaplanır.

$$E(t) = \frac{t_{a1} + t_{a2}}{2} = \frac{(6 + 2a_t) + (9 - a_t)}{2} = \frac{15 + a_t}{2} \quad (5.17)$$

$$E(t') = \frac{t'_{a1} + t'_{a2}}{2} = \frac{(12 + 2a_{t'}) + (15 - a_{t'})}{2} = \frac{27 + a_{t'}}{2} \quad (5.18)$$

$$Var(t) = \frac{(t_{a2} - t_{a1})^2}{12} = \frac{(9 - a_t - 6 - 2a_t)^2}{12} = \frac{9 - 18a_t + 9a_t^2}{12} \quad (5.19)$$

$$Var(t') = \frac{(t'_{a2} - t'_{a1})^2}{12} = \frac{(15 - a_{t'} - 12 - 2a_{t'})^2}{12} = \frac{9 - 18a_{t'} + 9a_{t'}^2}{12} \quad (5.20)$$

Beklenen değer ve varyanslar, formül (4.5)'te yerine koyularak kuyrukta bekleyen ortalama müşteri sayısı hesaplanır.

$$\widetilde{L}_q = \frac{1}{\sum_{n=0}^{2-1} \frac{\left(\frac{15+a_t}{27+a_t'}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{15+a_t}{27+a_t'}\right)^2}{2! \left(1 - \frac{\left(\frac{15+a_t}{27+a_t'}\right)^2}{2}\right)}} \cdot \frac{\left(\frac{15+a_t}{2}\right)^{2+1}}{2 \cdot \left(\frac{27+a_t'}{2}\right)^{2+1}} \cdot \frac{\left(\frac{27+a_t'}{2}\right)^2 \cdot 9 - 18a_t' + 9a_t'^2}{12} + \frac{\left(\frac{15+a_t}{2}\right)^2 \cdot 9 - 18a_t + 9a_t^2}{12}}{2} \quad (5.21)$$

K uyrakta bekleyen ortalama müşteri sayısı ve beklenen değer formül (4.6)'da yerine koyularak müşterilerin kuyruқта ortalama bekleme süresi hesaplanır.

$$\widetilde{W}_q = \frac{\widetilde{L}_q}{\frac{15+a_t}{2}} \quad (5.22)$$

Kuyruқта bekleyen ortalama müşteri sayısı ve beklenen değerler formül (4.7)'de yerine koyularak sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı hesaplanır.

$$\widetilde{L} = \widetilde{L}_q + \frac{\frac{15+a_t}{2}}{2 \cdot \left(\frac{27+a_t'}{2}\right)} \quad (5.23)$$

Sistemde bekleyen ortalama müşteri sayısı formül (4.8)'de yerine koyularak müşterilerin sistemde ortalama bekleme süreleri hesaplanır.

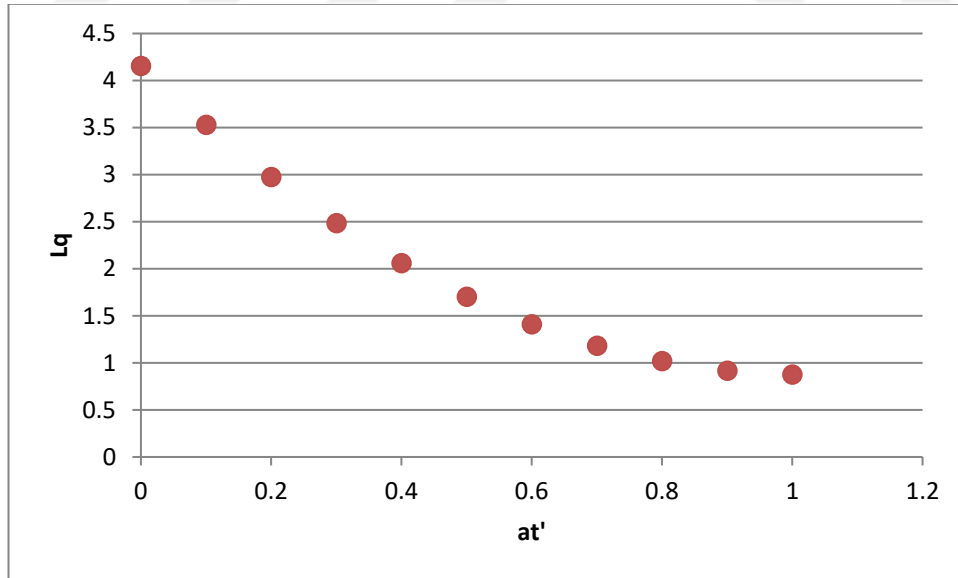
$$\widetilde{W} = \frac{\widetilde{L}}{\frac{15+a_t}{2}} \quad (5.24)$$

Gelişlerarası sürenin olabirlikleri sabit tutularak, servis sürelerinin tüm olabirlikleri için performans ölçüleri hesaplanan çizelgeler aşağıda sırayla verilmiştir. Üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürelerin olabirliği sırasıyla sabit tutularak, servis sürelerinin farklı olabirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Bu grafik ve çizelgelerden yararlanarak üçgensel üyelik fonksiyonu için hesaplanan performans ölçüleri yorumlanmıştır.

Çizelge 5.12. $a_t = 0$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0	0	12	15	4,154473	0,55393	4,432251	0,147742
0	0,1	12,1	14,9	3,528822	0,467394	3,808451	0,126108
0	0,2	12,2	14,8	2,971566	0,390996	3,253047	0,107008
0	0,3	12,3	14,7	2,481826	0,324422	2,76516	0,090365
0	0,4	12,4	14,6	2,058738	0,267369	2,343924	0,076101
0	0,5	12,5	14,5	1,701454	0,219542	1,988491	0,064145
0	0,6	12,6	14,4	1,40914	0,180659	1,698029	0,054424
0	0,7	12,7	14,3	1,180977	0,150443	1,471718	0,04687
0	0,8	12,8	14,2	1,016162	0,128628	1,308754	0,041416
0	0,9	12,9	14,1	0,913904	0,114957	1,208349	0,037998
0	1	13	14	0,873428	0,109179	1,169725	0,036554

Grafik 5.12.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.12. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 4,154473 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,873428 olarak hesaplanmıştır.

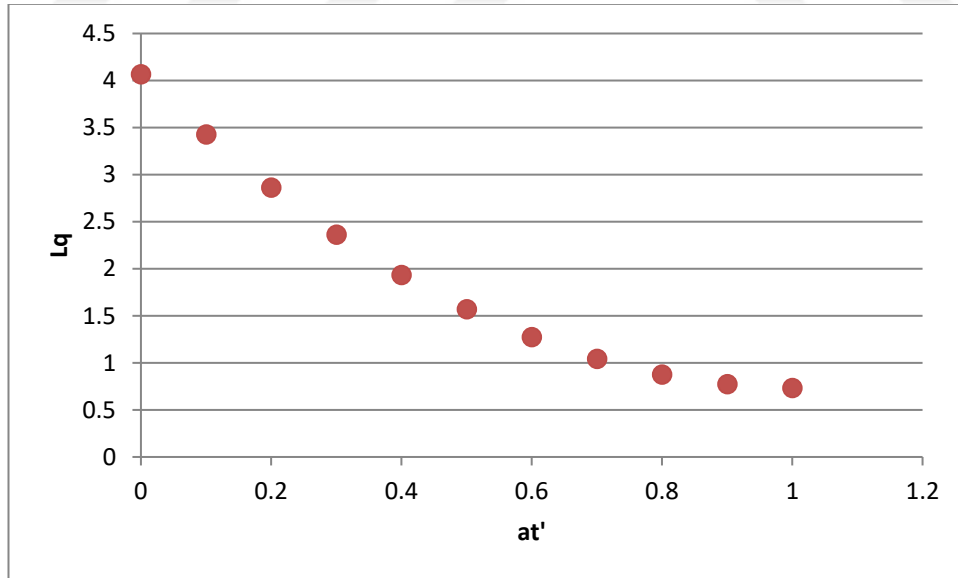


Grafik 5.12. $\alpha_t = 0$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.13. $a_t = 0,1$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,1	0	12	15	4,063579	0,54181	4,340331	0,144678
0,1	0,1	12,1	14,9	3,426672	0,453864	3,705269	0,122691
0,1	0,2	12,2	14,8	2,859594	0,376262	3,140036	0,103291
0,1	0,3	12,3	14,7	2,361444	0,308686	2,643732	0,086396
0,1	0,4	12,4	14,6	1,93134	0,250823	2,215473	0,071931
0,1	0,5	12,5	14,5	1,568413	0,202376	1,854391	0,059819
0,1	0,6	12,6	14,4	1,271811	0,163053	1,559634	0,049988
0,1	0,7	12,7	14,3	1,040697	0,132573	1,330365	0,042368
0,1	0,8	12,8	14,2	0,874249	0,110664	1,165762	0,036891
0,1	0,9	12,9	14,1	0,771659	0,097064	1,065017	0,033491
0,1	1	13	14	0,732133	0,091517	1,027336	0,032104

Grafik 5.13.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,1 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.13. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 4,063579 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,732133 olarak hesaplanmıştır.

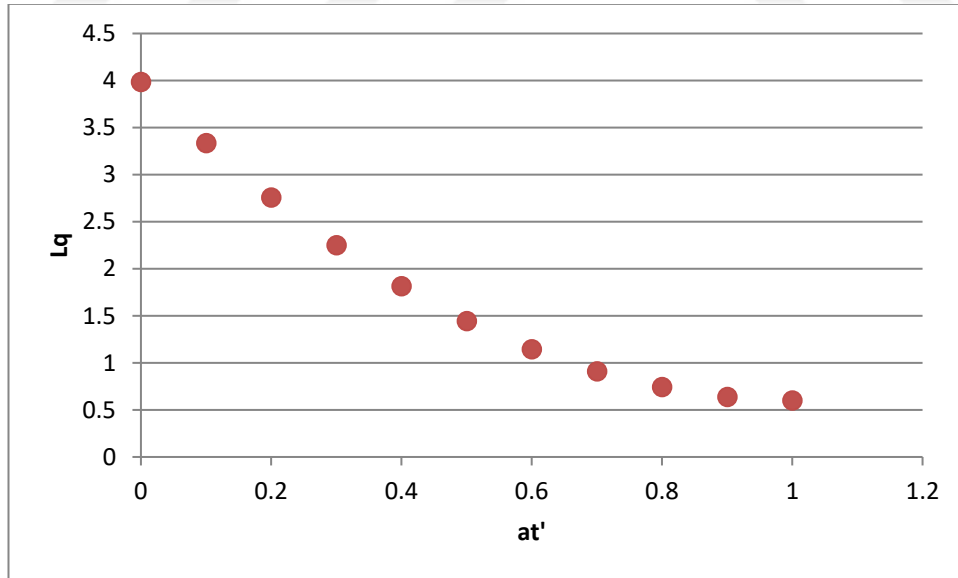


Grafik 5.13. $a_t = 0,1$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.14. $a_t = 0,2$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,2	0	12	15	3,982296	0,530973	4,258031	0,141934
0,2	0,1	12,1	14,9	3,333835	0,441568	3,611409	0,119583
0,2	0,2	12,2	14,8	2,756661	0,362719	3,036073	0,099871
0,2	0,3	12,3	14,7	2,249852	0,294098	2,531102	0,082716
0,2	0,4	12,4	14,6	1,812505	0,23539	2,095593	0,068039
0,2	0,5	12,5	14,5	1,443731	0,186288	1,728658	0,055763
0,2	0,6	12,6	14,4	1,142661	0,146495	1,429425	0,045815
0,2	0,7	12,7	14,3	0,908436	0,115724	1,197039	0,038122
0,2	0,8	12,8	14,2	0,740218	0,093698	1,030659	0,032616
0,2	0,9	12,9	14,1	0,637179	0,080148	0,929459	0,029228
0,2	1	13	14	0,598509	0,074814	0,892627	0,027895

Grafik 5.14.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,2 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.14. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,982296 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,598509 olarak hesaplanmıştır.

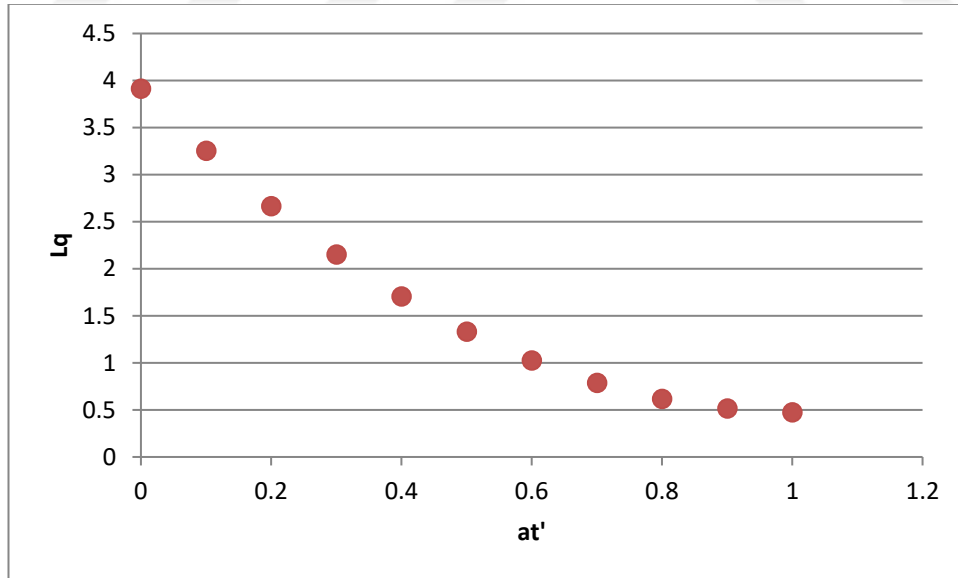


Grafik 5.14. $a_t = 0,2$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.15. $a_t = 0,3$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,3	0	12	15	3,91226	0,521635	4,186986	0,139566
0,3	0,1	12,1	14,9	3,251928	0,430719	3,528485	0,116837
0,3	0,2	12,2	14,8	2,664363	0,350574	2,942751	0,096801
0,3	0,3	12,3	14,7	2,148624	0,280866	2,428844	0,079374
0,3	0,4	12,4	14,6	1,703788	0,221271	1,985839	0,064475
0,3	0,5	12,5	14,5	1,328945	0,171477	1,612828	0,052027
0,3	0,6	12,6	14,4	1,023206	0,13118	1,30892	0,041953
0,3	0,7	12,7	14,3	0,785694	0,100088	1,07324	0,03418
0,3	0,8	12,8	14,2	0,61555	0,077918	0,904928	0,028637
0,3	0,9	12,9	14,1	0,51193	0,064394	0,803139	0,025256
0,3	1	13	14	0,474005	0,059251	0,767045	0,02397

Grafik 5.15.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,3 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.15. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,91226 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,474005 olarak hesaplanmıştır.

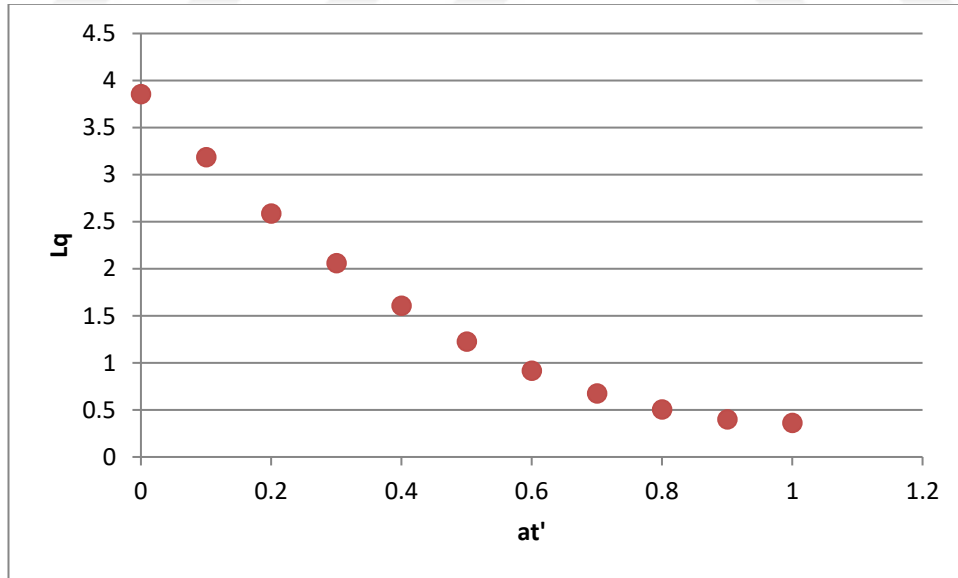


Grafik 5.15. $a_t = 0,3$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.16. $a_t = 0,4$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,4	0	12	15	3,855216	0,514029	4,128939	0,137631
0,4	0,1	12,1	14,9	3,182669	0,421546	3,458217	0,11451
0,4	0,2	12,2	14,8	2,584398	0,340052	2,86177	0,094137
0,4	0,3	12,3	14,7	2,059438	0,269208	2,338635	0,076426
0,4	0,4	12,4	14,6	1,606844	0,208681	1,887866	0,061294
0,4	0,5	12,5	14,5	1,22569	0,158153	1,508536	0,048662
0,4	0,6	12,6	14,4	0,915062	0,117316	1,199733	0,038453
0,4	0,7	12,7	14,3	0,674066	0,085868	0,960562	0,030591
0,4	0,8	12,8	14,2	0,501824	0,063522	0,790145	0,025005
0,4	0,9	12,9	14,1	0,397471	0,049996	0,687617	0,021623
0,4	1	13	14	0,36016	0,04502	0,65213	0,020379

Grafik 5.16.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,4 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.16. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,855216 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,36016 olarak hesaplanmıştır.

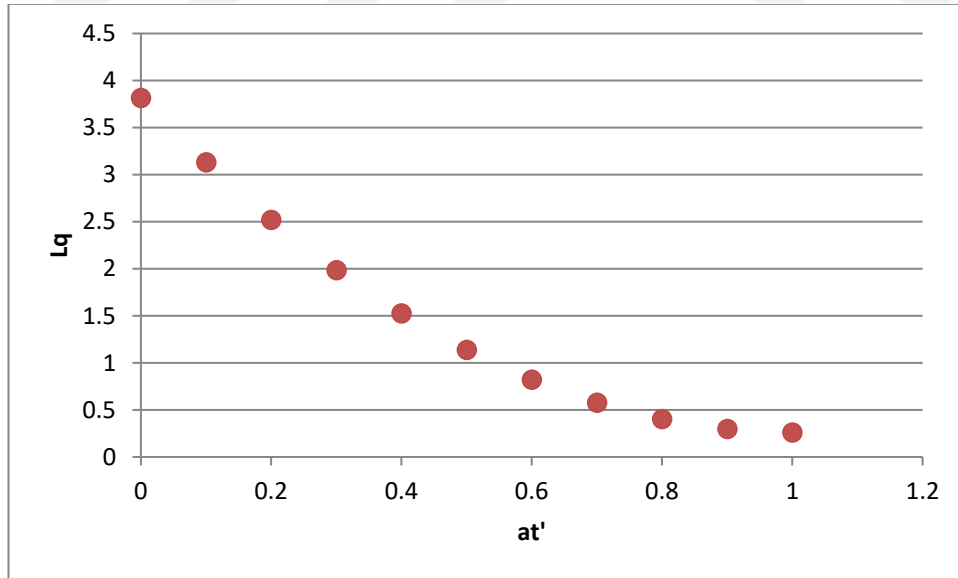


Grafik 5.16. $a_t = 0,4$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.17. $a_t = 0,5$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,5	0	12	15	3,813015	0,508402	4,085742	0,136191
0,5	0,1	12,1	14,9	3,127889	0,41429	3,402434	0,112663
0,5	0,2	12,2	14,8	2,51857	0,331391	2,794934	0,091939
0,5	0,3	12,3	14,7	1,984074	0,259356	2,262256	0,07393
0,5	0,4	12,4	14,6	1,523435	0,197849	1,803435	0,058553
0,5	0,5	12,5	14,5	1,135703	0,146542	1,417521	0,045726
0,5	0,6	12,6	14,4	0,819946	0,105121	1,103583	0,035371
0,5	0,7	12,7	14,3	0,57525	0,07328	0,860704	0,027411
0,5	0,8	12,8	14,2	0,400714	0,050723	0,687987	0,021772
0,5	0,9	12,9	14,1	0,295458	0,037165	0,584549	0,018382
0,5	1	13	14	0,258613	0,032327	0,549522	0,017173

Grafik 5.17.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,5 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.17. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,81015 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,258613 olarak hesaplanmıştır.

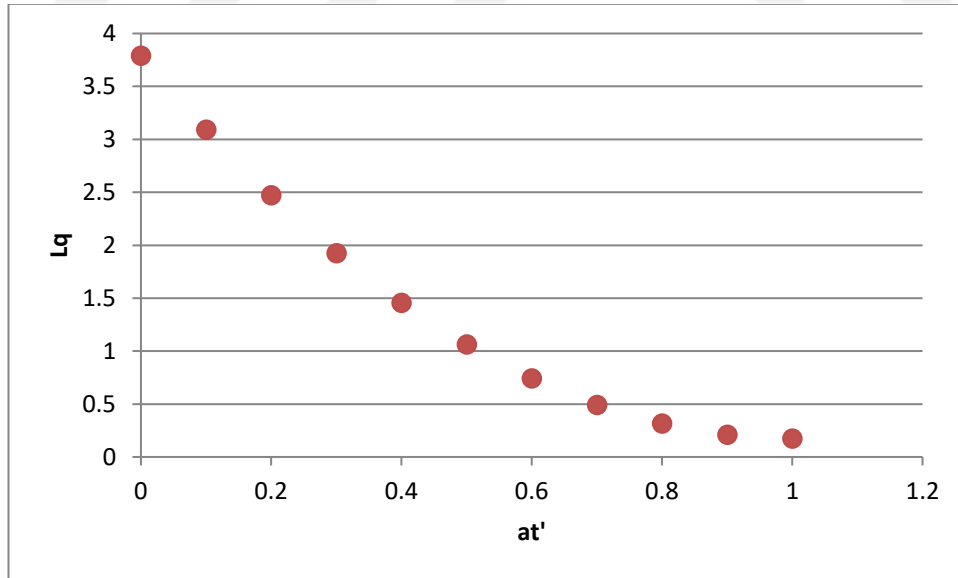


Grafik 5.17. $a_t = 0,5$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.18. $a_t = 0,6$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,6	0	12	15	3,787623	0,505016	4,059362	0,135312
0,6	0,1	12,1	14,9	3,089527	0,409209	3,363077	0,11136
0,6	0,2	12,2	14,8	2,468797	0,324842	2,744159	0,090268
0,6	0,3	12,3	14,7	1,924427	0,251559	2,201601	0,071948
0,6	0,4	12,4	14,6	1,455429	0,189017	1,734414	0,056312
0,6	0,5	12,5	14,5	1,060832	0,136882	1,341629	0,043278
0,6	0,6	12,6	14,4	0,739683	0,094831	1,022291	0,032766
0,6	0,7	12,7	14,3	0,491046	0,062554	0,775466	0,024696
0,6	0,8	12,8	14,2	0,314003	0,039747	0,600235	0,018995
0,6	0,9	12,9	14,1	0,207652	0,02612	0,495695	0,015588
0,6	1	13	14	0,171105	0,021388	0,46096	0,014405

Grafik 5.18.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,6 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.18. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,787623 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,171105 olarak hesaplanmıştır.

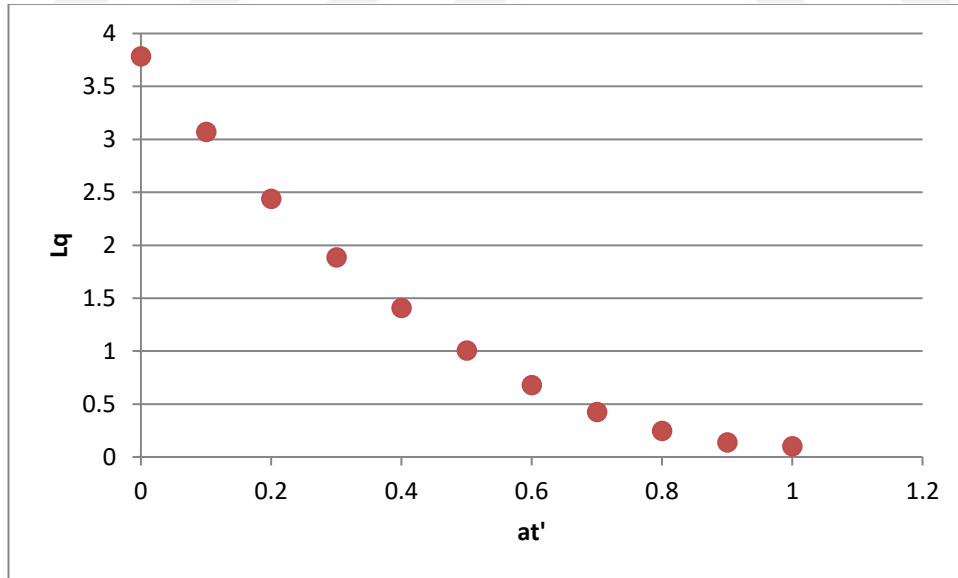


Grafik 5.18. $a_t = 0,6$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.19. $a_t = 0,7$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	t_{ar1}	t_{ar2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,7	0	12	15	3,781127	0,50415	4,051885	0,135063
0,7	0,1	12,1	14,9	3,069642	0,406575	3,342205	0,110669
0,7	0,2	12,2	14,8	2,437111	0,320672	2,711479	0,089193
0,7	0,3	12,3	14,7	1,882503	0,246079	2,158676	0,070545
0,7	0,4	12,4	14,6	1,404808	0,182443	1,682786	0,054636
0,7	0,5	12,5	14,5	1,003033	0,129424	1,282817	0,041381
0,7	0,6	12,6	14,4	0,676205	0,086693	0,957794	0,030699
0,7	0,7	12,7	14,3	0,423367	0,053932	0,70676	0,022508
0,7	0,8	12,8	14,2	0,243578	0,030833	0,528777	0,016733
0,7	0,9	12,9	14,1	0,135918	0,017097	0,422921	0,013299
0,7	1	13	14	0,099479	0,012435	0,388287	0,012134

Grafik 5.19'da üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,7 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.19. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,781127 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,099479 olarak hesaplanmıştır.

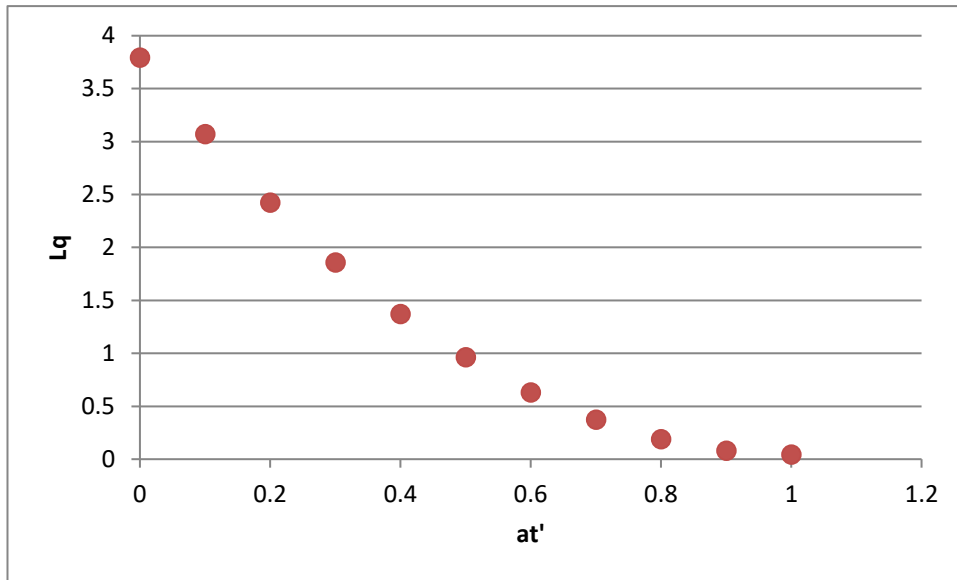


Grafik 5.19. $a_t = 0,7$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.20. $a_t = 0,8$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,8	0	12	15	3,795736	0,506098	4,06552	0,135517
0,8	0,1	12,1	14,9	3,070416	0,406678	3,341999	0,110662
0,8	0,2	12,2	14,8	2,425664	0,319166	2,699045	0,088784
0,8	0,3	12,3	14,7	1,860427	0,243193	2,135606	0,069791
0,8	0,4	12,4	14,6	1,37367	0,178399	1,650649	0,053592
0,8	0,5	12,5	14,5	0,964381	0,124436	1,243158	0,040102
0,8	0,6	12,6	14,4	0,631562	0,080969	0,912137	0,029235
0,8	0,7	12,7	14,3	0,374235	0,047673	0,656609	0,020911
0,8	0,8	12,8	14,2	0,191439	0,024233	0,475612	0,015051
0,8	0,9	12,9	14,1	0,082233	0,010344	0,368204	0,011579
0,8	1	13	14	0,045689	0,005711	0,333458	0,010421

Grafik 5.20.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,8 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.20. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,79573 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,045689 olarak hesaplanmıştır.

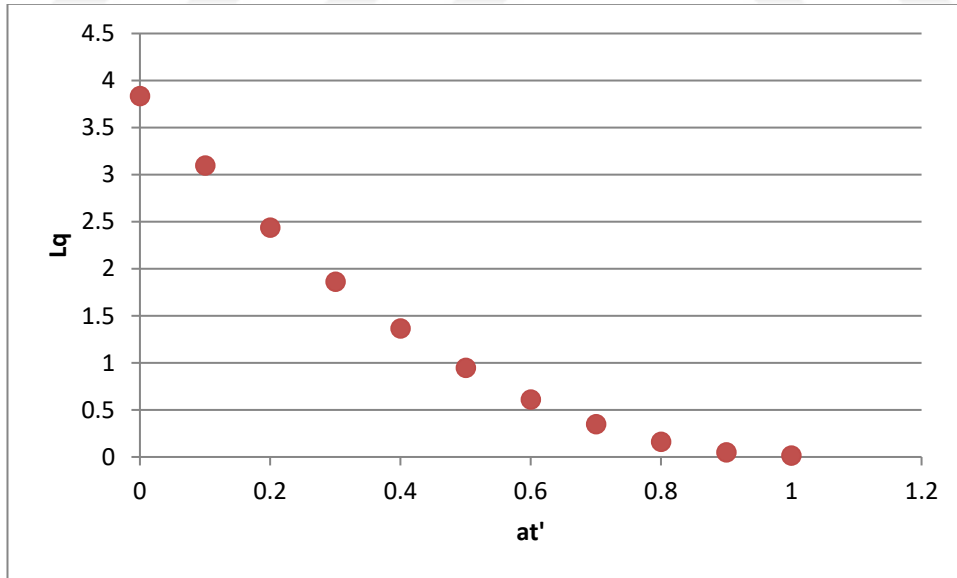


Grafik 5.20. $\alpha_t = 0,8$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.21. $a_t = 0,9$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	$t_{a'1}$	$t_{a'2}$	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
0,9	0	12	15	3,833785	0,511171	4,102602	0,136753
0,9	0,1	12,1	14,9	3,094154	0,409822	3,364763	0,111416
0,9	0,2	12,2	14,8	2,436734	0,320623	2,709135	0,089116
0,9	0,3	12,3	14,7	1,860447	0,243196	2,134641	0,06976
0,9	0,4	12,4	14,6	1,364238	0,177174	1,640224	0,053254
0,9	0,5	12,5	14,5	0,947068	0,122202	1,224846	0,039511
0,9	0,6	12,6	14,4	0,607919	0,077938	0,887489	0,028445
0,9	0,7	12,7	14,3	0,345791	0,04405	0,627153	0,019973
0,9	0,8	12,8	14,2	0,159702	0,020215	0,442856	0,014014
0,9	0,9	12,9	14,1	0,048688	0,006124	0,333634	0,010492
0,9	1	13	14	0,011801	0,001475	0,29854	0,009329

Grafik 5.21.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 0,9 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.21. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,833785 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,011801 olarak hesaplanmıştır.

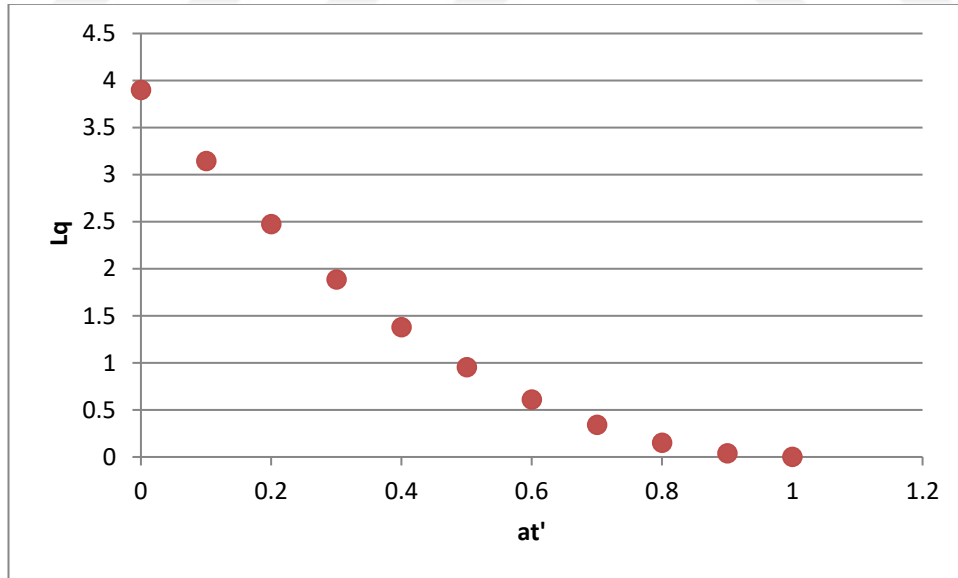


Grafik 5.21. $a_t = 0,9$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Çizelge 5.22. $a_t = 1$ ve a'_t 'nin tüm olabilirlikleri için, düzgün dağılıma sahip üçgensel üyelik fonksiyonuna göre modellenmiş performans ölçülerinin sonuçları

a_t	a'_t	t_{ar1}	t_{ar2}	\tilde{L}_q	\tilde{W}_q	\tilde{L}	\tilde{W}
1	0	12	15	3,897744	0,519699	4,165602	0,138853
1	0,1	12,1	14,9	3,143294	0,41633	3,412937	0,113011
1	0,2	12,2	14,8	2,472727	0,325359	2,744156	0,090268
1	0,3	12,3	14,7	1,884942	0,246398	2,158156	0,070528
1	0,4	12,4	14,6	1,378857	0,179072	1,653857	0,053697
1	0,5	12,5	14,5	0,953413	0,123021	1,230198	0,039684
1	0,6	12,6	14,4	0,607567	0,077893	0,886139	0,028402
1	0,7	12,7	14,3	0,340298	0,04335	0,620655	0,019766
1	0,8	12,8	14,2	0,150601	0,019063	0,432744	0,013694
1	0,9	12,9	14,1	0,037491	0,004716	0,32142	0,010108
1	1	13	14	0	0	0,285714	0,008929

Grafik 5.22.'de üçgensel üyelik fonksiyonu için gelişler arası sürenin olabilirliği 1 olduğu durumda servis süresinin farklı olabilirlikleri için bulanık kuyruk uzunlukları verilmiştir. Çizelge 5.22. incelendiğinde, servis süresinin olabilirliği 0 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 3,897744 ve servis süresinin olabilirliği 1 olduğunda bulanık kuyruk uzunluğu 0,0 olarak hesaplanmıştır.



Grafik 5.22. $a_t = 1$ ve a'_t 'nin farklı olabilirlikleri için kuyruk uzunlukları grafiği

Grafikler incelendiğinde üçgensel üyelik fonksiyonunda gelişler arası sürelerin ve servis sürelerinin olabilirlikleri arttıkça kuyruk uzunluğunun azaldığı ve kuyruk uzunluğuna bağlı olarak diğer performans ölçülerinin de azaldığı görülmüştür.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kuyruk sisteminde performans ölçülerinin yani kuyrukta ve sistemde ortalama bekleyen müşteri sayısı ve bekleme sürelerinin belirlenebilmesi için müşterilerin sisteme geliş sürelerinin ve servis sürelerinin bilinmesi gerekir. Analiz edilecek sistemi izleyerek bu bilgileri elde etmek mümkündür. Ancak bu yöntem için yüksek maliyet gereklidir ve oldukça fazla zaman kaybına yol açar. Bu nedenle bu bilgiler hizmet sağlayan kanala yada hizmet alan müşteriye sorularak elde edilebilir. Kişiler bu sorulara sözel ifadelerle ‘çok uzun süre’, ‘çok yavaş’ ya da ‘10-15 dakika’ gibi aralıklar şeklinde cevaplar vermektedirler. Bu çalışmada, sözel ve net olmayan ifadeler kuyruk sisteminde analiz yapmak için uygun olmadığından bulanık mantık yaklaşımı ile üyelik dereceleri kullanılarak sayısal ifadelere dönüştürülmüştür. Modellemesi yapılan bu ifadeler için performans ölçüleri, üyelik fonksiyonları yardımı ile bulunur.

Uygulamada, gelişler arası süreler ve servis süreleri için iki farklı aralık belirlenmiştir. Yamuksal üyelik fonksiyonunda gelişler arası süreler için [6,7,8,9] ve servis süreleri için [12,13,14,15] aralıkları tanımlanmıştır. Servis süreleri için [13,14] aralığında ve gelişler arası süre için [7,8] aralığında üyelik derecesi 1’e eşit olacaktır. Bu aralıklardan uzaklaşması halinde üyelik derecesi de 0’a yaklaşacaktır. Üçgensel üyelik fonksiyonunda gelişler arası süreler için [6,8,9] ve servis süreleri için [12,14,15] aralıkları tanımlanmıştır. Servis süreleri için [14] değeri ve gelişler arası süre için [8] değerinde üyelik derecesi 1’e eşit olacaktır. Bu değerlerden uzaklaşması halinde üyelik derecesi de 0’a yaklaşacaktır.

Çizelgelerde gelişler arası süreler için olabilirlikler sabit tutularak, servis sürelerinin tüm olabilirlikleri için performans ölçüleri hesaplanmıştır. Bu bağlamda, kuyrukta ve sistemde geçen süre ve sistemde bekleyen müşteri sayısı kuyrukta bekleyen müşteri sayısına bağlı olduğundan servis sürelerinin olabilirliklerinin performans ölçüleri üzerindeki etkisi yalnızca kuyrukta bekleyen müşteri sayısı için incelenmiştir. Grafik gösterimi yapılmıştır. Grafikler incelendiğinde olabilirliklerin 1’e yaklaşması ile kuyruk uzunluklarında da azalma olmuştur. Gelişler arası sürelerin

olabilirliği (üyelik derecesi) 1 ve buna karşılık servis sürelerinin olabilirliğinin 1 olduğu durumda kuyrukta bekleyen müşteri sayısının yamuksal üyelik fonksiyonu için 0,923216 ve üçgensel üyelik fonksiyonu için 0 olduğu ve görülmüştür. Gelişler arası sürelerin olabilirliği (üyelik derecesi) 0 ve buna karşılık servis sürelerinin olabilirliğinin 0 olduğu durumda kuyrukta bekleyen müşteri sayısının yamuksal üyelik fonksiyonu için 8,308946 ve üçgensel üyelik fonksiyonu için 4,154473 olduğu görülmüştür. Sonuçlar tüm olabilirlikler için sırasıyla incelendiğinde olabilirlikler 1'e yaklaştıkça kuyrukta bekleyen müşteri sayısının ve buna bağlı olarak diğer performans ölçülerinin de azaldığı görülmüştür. İki yöntem karşılaştırıldığında tüm olabilirlikler için en küçük değerler üçgensel üyelik fonksiyonunda gelişler arası ve servis sürelerinin olabilirliklerinin 1 olduğu anda elde edilmiş ve kuyruk uzunluğunun yamuksal üyelik fonksiyonuna göre daha hızlı düştüğu görülmüştür. Bu nedenle grafikler incelendiğinde optimum üyelik fonksiyonunun üçgensel üyelik fonksiyonu olduğu sonucuna varılmıştır.

Bulanık mantık yaklaşımını kuyruk sistemleri üzerinde modellediğimiz bu çalışmada, GI/G/k kuyruk modeli, F/F/k bulanık kuyruk modeline dönüştürülerek üzerinde çalışma yapılmıştır ve optimum performans ölçüleri, yamuksal üyelik fonksiyonu ve üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılarak bulunmuştur.

Bundan sonraki çalışmalarda, farklı kuyruk modelleri için kanal sayısının performans ölçüleri üzerinde etkisi incelenebilir ve farklı üyelik fonksiyonları kullanılarak performans ölçüleri hesaplanabilir.

KAYNAKLAR

- Aydın, Ö. M. 2003. Çok Kanallı Kuyruk sistemlerine bulanık yaklaşım, Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Çevik O. Yazgan A. E. 2009. Hizmet Üreten Bir Sistemin Bekleme Hattı (Kuyruk) Modeli İle Etkinliğinin Ölçülmesi. 119-128, *İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, Niğde Üniversitesi.
- Das, D. and Baruah, H. K. 2015. Analysis of fuzzy queues Parametric programming approachbased on randomness-Fuzziness Consistency Principle. *Journal of Process Management. New Technologies*. 3(2), 1-7.
- Hellendoorn, H.1997. After fuzy Wave Reached Europe. *European Journal of Operational Research* 99;58-71, Munich, Germany.
- Kendall, D.G. 1953. Some problems in the theory of queues, *Journal of Royal Statistic Society*.
- Kleinrock, L. 1975. Queueing Systems Volume 1: Theory, John Willey&Sons, New York.
- Klir, G.J. Yuan, B.1995. Fuzzy Sets and Fuzzy Locig, Prentice-Hall,USA.
- Lai,Y. and Hwanh, C. 1992. Fuzzy mathematica programming, Springer-Verlag Heidelberg Berlin.
- Lee, A. 1966. Applied gueueingtheory. Macmillianand Co, London.
- Li, R. J and Lee, E. S. 1989. Analysis of fuzzy queues. *Computersand Mathematical Applications*, Vol:17, No:7;1143-1147.
- Negi, D. S. and Lee E. S. 1992. Analysis andsimulation of fuzzyqueues. *FuzzySetsandSystems*, 46;321-330.
- Ritha, W. andMenon, B. S. 2011. Fuzzy policy queues with infinite capacity.
- Şen, Z. 2001. Bulanık Mantık ve modelleme İlkeleri. Bilge Kültür Sanat, İstanbul.
- Taha H. A. 1968. A case study comprison of independent channels versus a combinedpool. *Journal of Industrial Engineering*,19(3), 137.
- Taha, H. A. 1997. Operations Research An Introduction. Prentice-Hall. Inc.
- Taha, H. A. 2002. Yöneylem Araştırması, (Çev. Baray S. A. ve Esnaf, S.). Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- White,J.A. Schmidt,J.W.,Bennett,G.K. 1975. Analysis of queuingystems. Academic Press, London.
- Winston. W. L. 1994. Operations Research Applications AndAlgorithma. DuxberyPress, California.

Zadeh, L.A. 1965. Bulanık kümeler, Bilgi ve Kontrol, cilt.8. Crossref, (Google Akademik), 338-83.



ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı : Betül ALBAYIN

Doğum Yeri : Küçükçekmece/İstanbul

Doğum Tarihi : 04.03.1994

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu

Lise : Orhangazi Lisesi (2011)

Lisans : Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü

Yüksek Lisans : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı (09/ 2016- 06/ 2019)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl

Vakıf Katılım Bankası İstoç Şubesi 2018- Devam Ediyor.

Yayınlar

- Albayın, B. , Sağlam, V. ve Sağır M. 2018. Calculation Of Performance Measurements With Fuzzy Approach Assistance İn GI/G/k Queue Model. 7th International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAMM 2018), 20-24 Haziran, Bildiri Özeti Kitabı, 81, İstanbul Gelişim Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.
- Sağır M. , Sağlam V. , Albayın B. ve Zobu M. 2018. Exploratory and Normative Methods in Technology Forecasting. 7th International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAMM 2018), 20-24 Haziran, Bildiri Özeti Kitabı, 149-150, İstanbul Gelişim Üniversitesi, İstanbul, Türkiye.