Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MODEL OLUŞTURMA SÜREÇLERİ VE KARŞILAŞILAN GÜÇLÜKLER

Hazırlayan:

Sinem KANT

Danışman:

Yrd. Doç. Dr. Ali ERASLAN

Yüksek Lisans Tezi

Samsun, 2011

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MODEL OLUŞTURMA SÜREÇLERİ VE KARŞILAŞILAN GÜÇLÜKLER

Hazırlayan:

Sinem KANT

Danışman:

Yrd. Doç. Dr. Ali ERASLAN

Yüksek Lisans Tezi

Samsun, 2011

KABUL VE ONAY

Sinem KANT tarafından hazırlanan *"İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Süreçleri ve Karşılaşılan Güçlükler"* başlıklı bu çalışma, 29 Aralık 2011 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Erdoğan BAŞAR

Üye : Yrd.Doç. Dr. H.Bayram YILMAZ

Üye : Yrd.Doç. Dr. Ali ERASLAN

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

_ /

Prof. Dr. Metin EKER

Müdür

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİMİ

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinde, proje aşamasından sonuçlanmasına kadarki süreçte bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet ettiğimi, tez içindeki tüm bilgileri bilimsel ahlak ve gelenek çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu çalışmamda doğrudan veya dolaylı olarak yaptığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu taahhüt ederim.

29 /12/2011

Sinem KANT

ÖNSÖZ

İlköğretim matematik öğretim programının amaçlarına paralel olarak okullarımızda gerçekleştirilen çalışmaların çevre, sınıf ortamı, zaman, öğrenci ve öğretmen gibi etkenlerden kaynaklanan sebeplerden dolayı sınırlı ve yetersiz olduğu açıktır. Nitekim bu tarz bir matematik eğitiminden geçmiş öğrencilerin gelecek öğrenim ve meslek yaşamlarında analitik düşünceye sahip olarak problem çözme, iletişim kurma ve akıl yürütme becerilerini ne derece kullanacakları da şüphelidir. Dolayısıyla bu çalışmanın programın tüm amaçlarına hizmet eden model oluşturma etkinlikleri yardımıyla öğrencilere modelleme becerilerini kazandırmak; ayrıca düşünen, soru soran, eleştiren ve sorgulayan bireyler yetiştirmek adına bütün meslektaşlarıma faydalı olacağını umuyorum.

Meslek ve eğitim yaşamıma lisans eğitimimden bugüne birçok katkıda bulunan, bu araştırmanın ortaya çıkıp tamamlanmasında en büyük destekçim olan, araştırmamın her bir aşaması için en ayrıntılı değerlendirmeleriyle zamanını fedakârca harcayan, tüm süreç boyunca bana yol gösterip beni cesaretlendiren değerli hocam ve tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Ali ERASLAN’a teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez jüri üyesi olarak davetimizi kabul eden ve sundukları görüşlerle çalışmama geri bildirim sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Erdoğan BAŞAR ve Yrd. Doç. Dr. Hacı Bayram YILMAZ’a, görüş ve yardımlarına sıkça başvurduğum grup arkadaşlarıma ve desteğinden dolayı TÜBİTAK’a teşekkür ediyorum.

İlkokuldan bu yana evde çalışma ortamımı titizlikle hazırlayan ve her türlü fedakârlığı yaparak tüm yaşamım boyunca yanımda olan anneme, zor zamanlarımda ve tezle ilgili çalışmalarımda desteğiyle hep yanımda olan eşime, özellikle teknolojik konularda yardımını esirgemeyen kız kardeşime ve çalışmalarımı destekleyerek başarılarıma benden çok sevinen babam ve diğer aile üyelerime teşekkür ediyorum.

Aralık, 2011; Sinem KANT

TÜRKÇE ÖZET

Öğrencinin Adı-Soyadı	**Sinem KANT**
Anabilim Dalı	**İlköğretim Matematik Eğitimi**
Danışmanı	**Yrd. Doç. Dr. Ali ERASLAN**
Tezin Adı	**İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Süreçleri ve Karşılaşılan Güçlükler**

ÖZET

Bu araştırma ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri yardımıyla model oluşturma süreçlerinin incelenmesini ve bu süreçlerde karşılaşılan güçlükleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır.

Araştırma alt sosyo-ekonomik düzeyden öğrencilerin öğrenim gördüğü bir devlet okulunun 8. sınıflarıyla yürütülmüştür. İki şubede yer alan toplam 50 öğrenciye ayrı ayrı altı hafta süreyle grup çalışması şeklinde model oluşturma etkinliği uygulanarak ön çalışma süreci gerçekleştirilmiştir. Ön çalışmanın ardından çalışmada yer alacak altı öğrenci her şubeden üçer kişi olmak üzere ölçüt örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Oluşturulan iki odak gruba model oluşturma etkinliği olarak *Voleybol Problemi* verilerek üzerinde çalışmaları istenmiş ve tüm süreç video ile kayıt altına alınmıştır. Daha sonra öğrencilerin model oluşturma sürecinde geliştirdikleri matematiksel düşünceleri ve ortaya koydukları yazılı cevaplar Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007)'ın teorik çerçevesi kullanılarak nitel olarak analiz edilmiştir.

Araştırma sonucunda gruplardan elde edilen bulgulara göre ilköğretim sekizinci sınıf öğrencileri model oluşturma sürecinin: (1) *karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problem ifadesine* geçiş aşamasında problemi anlama ve nitel bileşenleri nicelleştirme, (2) *gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel model oluşturma* aşamasına geçişte değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, ana değişkeni belirleme, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturma, (3) *matematiksel modelden matematiksel çözüm* aşamasına geçişte matematikleştirme, (4) model oluşturma sürecinin *matematiksel çözümden çözümün gerçek dünyadaki anlamına* geçiş aşamasında gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma, (5)

çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü aşamasına geçişte modelin geçerliliğini sağlama ve (6) *modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulünden rapor* aşamasında gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme ve var olan modeli geliştirme noktasında güçlüklerle karşılaşmışlardır.

Anahtar Sözcükler: İlköğretim öğrencileri, modelleme problemi, model oluşturma etkinliği, güçlük veya zorluklar.

İNGİLİZCE ÖZET

Student's Name and Surname	**Sinem KANT**
Department	**Elementary Mathematics Education**
Supervisor	**Assist. Prof. Dr. Ali ERASLAN**
Title of the Thesis	**Eighth Grade Elementary School Students' Modeling Processes and Encountered Blockages**

ABSTRACT

This research examined eighth grade elementary school students' modeling processes as they worked on a model eliciting activity and then identified students' blockages encountered during the modeling process.

A multiple case study involving two focus groups was designed and implemented. The study was carried on two eighth-grade classrooms in a public school located in low socio-economic status. During the six-week training session, a model eliciting activity was separately administered to two classrooms as a group work once per week. Then a purposeful sampling strategy was used to select the six participants. Two focus groups of three were videotaped as they worked on the *Volleyball Problem*. The conversation of each group was transcribed, examined with students' written work and then qualitatively analyzed through the lens of Stillman, Galbraith, Brown and Edwards (2007)'s theoretical framework.

The results of the study showed that eighth grade students had blockages in the different stages of the modeling processes. They were (1) not able to fully understand the problem and quantify qualitative information from *messy real world situation* to *real world problem statement* stage, (2) not able to relate variables with each other, identify the main variables, make assumptions and develop appropriate models based on the assumptions from *real world problem statement* to *mathematical model* stage, (3) not able to mathematise from *mathematical model* to *mathematical solution* stage, (4) not able to connect mathematical results with the real world from *mathematical solution* to *real world meaning of solution* stage, (5) not able to validate the model from *real world* *meaning of solution* to *revise model or accept solution* stage and (6) not able to develop alternative models or improve existent models from *real world meaning of solution* to *report* stage.

Key Words: Elementary school students, model eliciting activities, modeling problems, blockages.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No.

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa No.

ŞEKİLLER LİSTESİ

1. GİRİŞ

Dünyada bilginin önemi hızla artmakta, buna bağlı olarak "bilgi" kavramı ve "bilim" anlayışı değişmekte, teknoloji ilerlemekte, demokrasi ve yönetim kavramları farklılaşmakta ve tüm bu değişimlere ayak uydurabilmek için toplumların bireylerinden beklediği beceriler de değişmektedir. Günlük yaşamda matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve sürekli artmaktadır. Değişen dünyamızda matematiği anlayan ve matematik yapabilen bireyler geleceklerini şekillendirmede daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır (MEB, 2005a). Analitik düşünme becerisine sahip, problemlere karşı etkili ve yaratıcı çözümler üretebilen bireyler yetiştirme günümüzde eğitimin önemli amaçlarından biri haline gelmiştir (Kilpatrick, 1992). Farklı alanlarındaki eğitimciler okulun ötesinde bir başarı için yeni birtakım anlama ve becerilerin önemini vurgulamaktadır. Bunlar karmaşık sistemlerin yapılandırılması, tanımlanması, açıklanması, manipüle edilmesi ve tahmin edilmesi becerilerini içermektedir. Bu beceriler başarının sağlanmasında çok boyutlu ve çok bileşenli projelerin planlanmasında, kontrol edilmesinde ve iletişim kurulmasında önemli bir yere sahiptir; ayrıca kavramsal yapıların ve onlara yönelik analizlerin zihinde yorumlanmasına ve geliştirilmesine katkısı büyüktür (English, 2002; Gainsburg, 2006; Lesh & Doerr, 2003a). Bu süreçte öğrencilerin matematiksel durumları farklı yollarla yorumlamaları ve bu durumlara yönelik düşüncelerini anlamlı bir şekilde akranlarına anlatmaları onlarla iletişim kurmalarını sağlamaktadır. Diğer taraftan teknoloji matematiksel problemlerin karmaşıklığını arttırırken bu yeni durumlar karşısında öğrenciler uygun teknolojiyi dikkatli bir şekilde seçip onları kullanarak problem verilerini daha kullanışlı hale dönüştürme konusunda zorluklar yaşamaktadırlar. Hâlbuki bu elde edilen sonuçlar açıklanmalı, belgelendirilmeli, açık ve etkili bir şekilde problem çözümlerinin sonuçlarının ifade edilmesi için iletişim kurulmalıdır. Öğrencileri bu tür yeteneklerle karşılaştıracak olan yaklaşım ise matematiksel modellemedir (English & Watters, 2005a; Lesh & Doerr, 2003a).

Matematiksel modelleme en genel anlamıyla gerçek hayattan bir durumun matematiksel olarak ifade edilme sürecidir (Kertil, 2008). Ancak matematiksel modelleme şüphesiz, orijinal duruma ışık tutmak için gerçek dünyadan bir durumu alıp, incelenmekte olan duruma uygun değişkenler üzerinde birkaç basit hesap yaparak yorumlamaktan öte, verilen durumun gözlemlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin uygulanması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içerir (Swetz & Hartzler, 1991). Matematiksel modellemenin fizik, kimya, mühendislik, tıp ve daha birçok alanda uygulamalarını görmek mümkündür. Matematiğin gerçek hayatla ilgili uygulamalarını içermesi, matematiksel bilginin somut olarak kullanılabilmesi ve matematiği kullanarak olaylara daha analitik ve pratik çözümler üretebilme olanağı sağlaması gibi varsayımlar matematiksel modellemenin ilköğretim ve ortaöğretim matematik eğitimi düzeyinde de kullanılması gerektiği fikrini doğurmaktadır (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006). Bu görüşü destekleyecek şekilde matematik eğitimi üzerine yapılan son yıllardaki araştırmalar incelendiğinde matematiksel model ve modelleme çalışmaları artan bir biçimde ilgi görmektedir (Blum & Ferri, 2009).

Matematik eğitimcilerini matematiksel modelleme üzerinde çalışmaya yönlendiren temel kaygılardan biri geleneksel yöntemlerin ve problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmede yetersiz kalmasıdır (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006). Bunun en önemli göstergelerinden biri gerçek yaşamda matematiği anlama ve uygun şekilde bireysel kullanma kapasitesini ortaya çıkaran, matematikle bağlantılı iyi yapılandırılmış kararlar verme gerektiren ve bireysel yaşamın ihtiyaçlarına odaklanan, yapıcı ve düşüncelerini yansıtıcı bir yaklaşım içinde bireyler yetiştirme noktasında onların matematik okuryazarlığını ölçen PISA sonuçlarıdır. 2003 PISA 15 yaş grubunun yansıtıcı ve konuşkan problem çözücüler olabilmelerini bir durumu analiz edebilmelerini, çoklu durumları birlikte yorumlayabilmelerini, bir problemdeki durumlar arası ilişkiler hakkında düşünebilmelerini, model geliştirip bunları test etmelerini, çalışmalarını sadeleştirerek ve sonuçları tartışıp yorumlayabilmeleri gerektiğini ifade etmiştir (OECD, 2004). Birçok ülkede bu proje okullardaki matematik eğitiminin şekli ve amaçları hakkında özellikle matematiğin uygulamaları ve gerçek yaşamla ilişkisi konularında yoğun tartışmalar başlatmıştır (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2010). Benzer şekilde TIMMS gibi uluslararası karşılaştırmalı çalışmaların sonuçlarına paralel olarak birçok ülkede araştırmacılar okullarında yetişen öğrencilerin okul dışındaki hayatlarında ve ileriki mesleki yaşamlarında karşılaştıkları gerçek hayat problemlerinin çözümüne ne kadar hazırlıklı olduklarını sorgulamaya başlamışlardır (Mousoulides, 2007a; English, 2006). Tüm bu gelişmelere paralel olarak sınıf ortamında geleneksel öğretimin ve sözel problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin matematiği farklı alanlarda uygulama becerilerini geliştirmediği kaygısı sonucunda matematik eğitiminde modelleme yaklaşımı ortaya çıkmıştır.

1.1 Çalışmanın Alt Yapısı

Günümüzde bilim ve bilginin hızlı gelişmesi matematik eğitim sisteminin de bu değişime ayak uydurmasını gerektirmektedir. Bu değişim farklı beceri ve donanımlara sahip bireylere olan ihtiyacı da arttırmıştır. Bu kapasiteye sahip bireylerin yetiştirilebilmeleri yeniliklerin takip edilmesini zorunlu kılmaktadır. Bu amaçla ülkemizde son yıllarda yaşanan öğretim programlarındaki değişimler ilköğretim matematik eğitiminde de bazı gelişmeleri beraberinde getirmiştir. İlköğretim matematik öğretim programının önemli bölümlerinden biri de öğrencilere ileri düzeyde düşünme becerisi kazandırabilmek amacıyla matematiksel modellemenin altını çizmesidir. Burada yeni programın vizyonu bilgiyi işleyen (düzenleme, analiz etme, yorumlama, paylaşma), üreten, tahminlerde bulunan ve problemlere çözüm üreten, problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilen, gerçek yaşam durumları ile matematik arasındaki ilişkiyi fark eden, yaşamında matematiği kullanabilen, karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen, analitik düşünceye sahip problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerisi gelişmiş bireyler yetiştirmek olarak yeniden düzenlenmiştir (MEB, 2005a).

İlköğretimin yanında ortaöğretim matematik (9–12) öğretim programında da benzer amaçlar doğrultusunda matematik eğitiminde modelleme anlayışının benimsendiği görülmektedir. Öyle ki ortaöğretim matematik (9–12) programının yaklaşımı öğrencilere matematiğin gerçek hayatta önemli bir araç olduğunu sezdirmek, öğrenciler aktif şekilde matematikle ilgilenirken onlara problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşmayı, açıklamayı ve savunmayı benimsetmek olarak ifade edilmektedir (MEB, 2005b). Ayrıca matematiği hem kendi içinde, hem de başka alanlarla ilişkilendirmeyi amaçlayan programın yaklaşımı öğrencilerin aktif katılımcı olarak zengin matematiksel kavramları öğrenebilecekleri, araştırma yapabilecekleri, keşfedebilecekleri, problem çözebilecekleri, çözüm ve yaklaşımlarını paylaşıp tartışabilecekleri ortamların sağlanması olarak belirtilmiştir (MEB, 2005b).

Ülkemizdeki ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretim programlarındaki değişen bakış açılarının temel nedeni dünyada matematik eğitiminde yaşanan reform hareketlerinin bir sonucu olarak matematiksel modellemenin pek çok ülkenin öğretim programında yer almasıdır (Australia Ministry of Education, 1992; NCTM, 1989, 2001; English version of the Swedish Curriculum for the Gymnasium, 2000 akt. Lingefjard, 2006; The New German Educational Strandards and Curricula akt. Maaβ, 2006). Günümüzde birçok alanda ve her seviyede matematiksel düşünme, problem çözme ve matematiksel modelleme becerisine sahip bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ihtiyaçlar göz önüne alındığında matematiksel modelleme becerisinin gerek ilköğretimde gerekse ortaöğretimde önemli bir yeri olduğu açıktır. Diğer taraftan TIMSS 2003 sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözmede oldukça zayıf performans gösterdiklerini ortaya koymuştur (Mullis, Martin, González & Chrostowski, 2004). Bunların belirlenen en önemli nedenleri olarak matematik öğretiminde öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını içeren problemlerle yeterince çalışma fırsatına sahip olmayışları ile bu problem durumlarının anlama ve açıklama gerektiren modeller oluşturma alanlarındaki başarısızlıkları gösterilmiştir (English, 2003b; Greer, 1997). Dolayısıyla, öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımları kullanılarak öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Fakat ülkemizde ilköğretimden ortaöğretime geçiş aşamasında bulunan 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde bu becerilere ne derece sahip olduklarını ortaya koyan derinlikli ve zengin bir çalışmaya literatürde rastlanmamıştır. Bu yüzden yapılan bu çalışmada ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri kullanılarak gerçek hayat durumlarını anlama ve yorumlamada matematiği ne kadar kullanabildiklerinin belirlenmesi dolayısıyla matematiksel model oluşturma süreçlerinin incelenmesi, bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenerek mevcut durumlarının anlaşılması amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerinin ortaya koyulması ve bu güçlüklerin ortadan kaldırılmasına yönelik çözüm önerilerinin geliştirilmesi de çalışmanın amaçları arasındadır.

1.2 Araştırma Sorusu

Bu çalışmada ilgili literatür ışığında en genel araştırma sorusu "İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlükler nelerdir?" şeklinde belirlenmiş olup, daha sonra veri toplama ve analiz sürecinde alt problemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

1. İlköğretim 8. sınıf öğrencileri matematiksel model oluşturma etkinliği boyunca hangi düşünce süreçlerini kullanmaktadırlar?
2. İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlükler nelerdir?

1.3 Araştırmanın Amacı

Yeni dünya adı verilen bilgi çağının gerektirdiği insan tipinin yetiştirilmesi, yeni ürün, teknoloji ve tasarımların önünü açarak daha mutlu bir toplumun yaratılması bireylerin okulda öğrendikleri matematiği günlük hayata aktarabilmeleriyle mümkündür (MEB, 2005a). Matematiği gerçek hayatla ilişkilendirmek (günlük yaşam, mesleki alan, diğer disiplinler…) çok uzun süredir zorunlu eğitimin amaçları arasındadır. 1960'lı ve 1970'li yıllarda yapılan *modern matematik* reformunun başarısızlıkla sonuçlanmasının ardından ilköğretim ve ortaöğretim matematik müfredatında günlük hayatla ilişkilendirilmiş uygulamalara daha çok yer verilmeye başlanmıştır (LEMA, 2007).

Matematik eğitiminin hedefleri göz önüne alındığında matematiksel kavram ve kavram sistemlerini anlamak ve anlatmak, hipotezleri test etmek, ilişkileri analiz etmek, açıklamak ve yeniden inşa etmeyi öğrenmek öğrenciler için kritik öneme sahip bir durum haline gelmiştir (Thomas & Hart, 2010). Günümüzde sadece matematik işlem süreçlerini ezberlemek ve bunu benzer problem durumlarına uygulamak yeterli değildir. Öğrencileri okulun ötesinde geleceklerine hazırlamak için onların matematiksel düşünce ve yeni kavram oluşturma gelişimini sağlayan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir (Lesh & Zawojewsky, 2007). Öğrencilerin aktif olarak katıldığı gerçek yaşam durumlarını temsil eden karmaşık problemlerin çözümünde matematiksel model ve modelleme yaklaşımından faydalanılabilir (Sriraman & Lesh, 2006). Bu düşünceden hareketle ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma etkinlikleri yardımıyla ortaya konması sağlanan düşünme süreçleri incelenerek bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi bu çalışmanın esas amacını oluşturmaktadır. Ayrıca yapılacak olan bu çalışma ile ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlüklerin nedenleri ortaya konularak bu güçlüklerin giderilmesine yönelik uygulama ve çözüm önerilerinin geliştirilmesi de çalışmanın amaçları arasında yer almaktadır.

1.4 Araştırmanın Önemi

Baykul (2003)'a göre matematik, bilimde olduğu kadar günlük yaşayışımızdaki problemlerin çözülmesinde kullanılan önemli araçlardan biridir. Bu ifadede yer alan *problem* kelimesi sadece sayısal problemleri değil, genel olarak 'sorun' kelimesiyle adlandırdığımız problemleri de kapsamaktadır. Bu öneminden dolayı matematikle ilgili davranışlar okul öncesi eğitim programlarından yükseköğretim programlarına kadar her düzeyde ve her alanda yer alır. Lesh ve Zawojewsky (2007)'ye göre günümüzde sadece matematiksel işlem süreçlerini ezberlemek ve bu yöntemi benzer problem durumlarına uygulamak yeterli değildir. Öğrencileri okulun ötesinde geleceklerine hazırlamak için onların matematiksel düşünce ve yeni kavram oluşturma gelişimini sağlayan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir. Bu hususta öğrencilerin aktif olarak katıldığı gerçek yaşam durumlarını temsil eden karmaşık problemlerin çözümünde matematiksel model ve modelleme yaklaşımından faydalanılabilir (Sriraman & Lesh, 2006).

Niss, Blum ve Galbraith (2007) matematiksel modellemenin öğrencilere matematiğin sınıf dışında hangi amaçlarla kullanıldığının gösterilmesiyle onlarda matematiğin doğası ve rolü hakkında daha zengin bir fikir oluşturmayı, matematiğe karşı tutumlarının ve inançlarının şekillenmesine yardım ederek öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini artırmayı, öğrencilere matematiği farklı alanlarda kullanabilme kapasitesini kazandırmayı sağladığını belirtmiştir. Yine Skovsmose (1994)'e göre matematiksel modelleme sadece bireylerin becerilerini kullanarak üstesinden gelebileceği sorular yöneltme değil aynı zamanda kritik durumda olan matematik eğitimini besleyecek etkili bir yöntem olarak da görülmektedir. Bu açıdan yapacağımız çalışma ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinin belirlenmesinin yanında matematik eğitiminde öğrencilerin karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmaları ve model oluşturma sürecini yaşamaları açısından önemlidir.

Literatür incelendiğinde matematiksel modellemenin öğrenciler üzerideki katkıları yurt dışındaki ülkeler tarafından fark edilmiş olduğu ve bu konuda pek çok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Ancak ülkemizde model ve modelleme konularına yönelik çalışmaların oldukça yeni ve sınırlı sayıda olduğunu görülmektedir. Aydın (2008) İngiltere'de öğrenim gören öğretmen ve öğrencilerin derslerinde hareketli nesne modellemesi kullanımı hakkında görüşlerini alarak hareketli nesne modellemelerini günlük hayata aktarım durumlarını ortaya koymuştur. Bir başka çalışmada Kertil (2008) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl ortaya çıktığını belirlemeye çalışmıştır. Keskin (2008) ise ortaöğretim matematik öğretmenliği 3. sınıf öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile ilgili görüş ve yetenekleri üzerine bir çalışma gerçekleştirmiştir. Yine Güzel ve Uğurel (2010) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkileri incelemişlerdir. Diğer bir çalışmada Doruk (2010) 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisini ve matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı gruplarla bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplar arasında matematik derslerinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer edebilme düzeyleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmıştır. Güzel (2011) ise ilköğretim matematik öğretmen adaylarının 14 haftalık matematiksel modelleme kursu sonucunda, problemi çözerken modelleme süreçlerindeki performanslarını ortaya koymayı amaçlayan nitel bir araştırma yapmıştır. Son olarak Eraslan (2011a) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşlerini ortaya koymuştur. Yapılan bu çalışmalardan biri İngiltere'de görev yapan öğretmenlerle diğeri ortaöğretim matematik öğretmen adaylarıyla diğer ikisi de model oluşturma etkinlikleri üzerine ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla yapılmıştır. Bunlardan sadece Doruk (2010)'un çalışmasında ilköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencileriyle matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılıp, onların matematiksel modelleme etkinliklerini kullandıklarında matematiği günlük yaşama transfer edip edemedikleri araştırılarak öğrencilerin bu etkinlikler üzerindeki çözüm yöntemleri üzerinde durulmuştur. Fakat ulusal literatürde model oluşturma etkinlikleri kullanılarak ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerini incelenmeye yönelik bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Bu bakımdan ilköğretimden ortaöğretime geçiş aşamasında bulunan ve ilköğretim matematik öğretim programının hedefleri doğrultusunda yetiştirilmiş 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenerek ortaya konması onların gerek ortaöğretim gerekse okulun dışında gelecekte sahip olacakları mesleklerinde veya bir vatandaş olarak karşı karşıya kalacakları gerçek dünya problemlerini çözebilmeleri konusunda ne kadar hazırlıklı olduklarını göstermesi açısından önem arz etmektedir. Ayrıca karşılaşılan bu güçlüklerin giderilmesinde öğretmenlerin sınıf içinde nasıl bir role sahip olmaları gerektiği ve uygulanacak etkinliklerin niteliği, içeriği ve uygulama biçiminin belirlenmesinde önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Eğitimde yeni yaklaşımlara uygun olarak hazırlanan ilköğretim matematik programında matematiksel modellemenin önemi vurgulanmasına rağmen model oluşturma etkinliklerinin ders kitaplarında yer almadığı görülmektedir. Araştırma ilköğretim düzeyinde yeni modelleme etkinliklerin hazırlanmasına, bu etkinliklerin öğrenciler üzerindeki pozitif etkileri gösterilerek öğretim programında daha geniş bir şekilde yer almasına ve sınıf içi modelleme uygulanmaların artmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir.

1.5 Sınırlılıklar

Çalışmanın sonuçları seçilen okul, katılımcı öğrenciler, verilen uygulamalı eğitim süresi ve çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliği ile sınırlıdır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

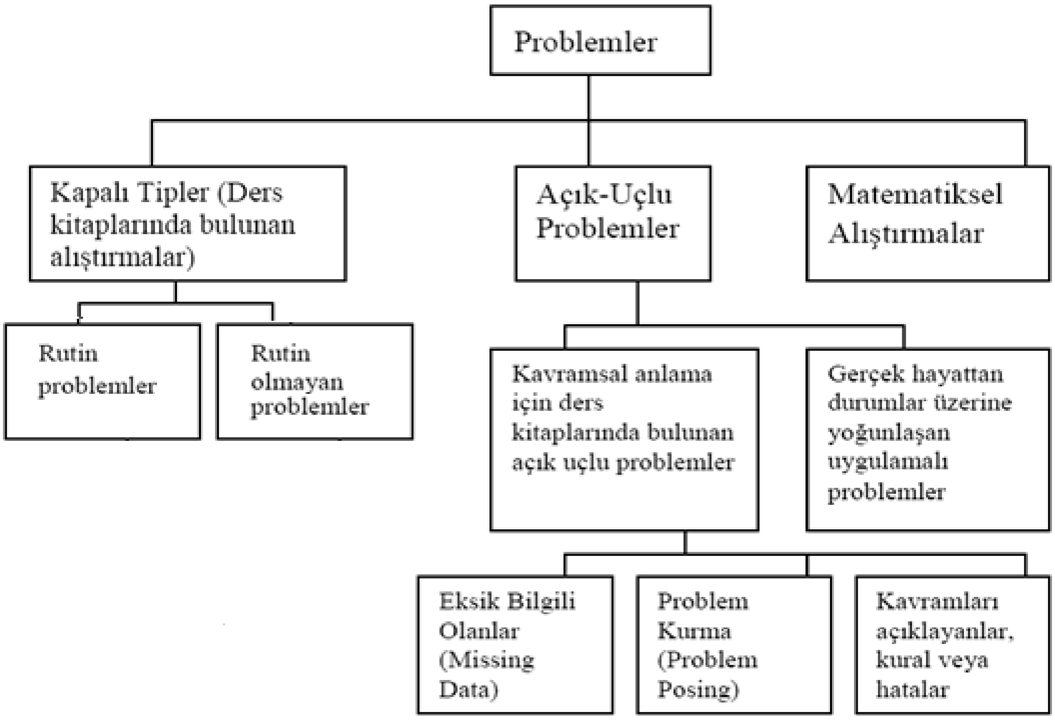
Kaiser ve Sriraman (2006)'a göre matematiksel model oluşturma sürecinin amacı öğrencilerin kendi orijinal problemlerini çözmeleri ve onları başka problemlere de uygulamalarıdır. Bu süreç problem çözme ile yakından ilişkilidir ancak aralarında farklılıklar vardır. Bu bölümde problem çözme, model, modelleme ve matematiksel modelleme tanımları verilerek sözel problemler ile model oluşturma etkinlikleri arasındaki ayrıma değinilmiş, modelleme yaklaşımları üzerinde durularak model oluşturma süreçlerinin tarihsel gelişimi ayrıntılı olarak incelenmiş ve ardından model oluşturma etkinliklerinde grup çalışmasının önemi ile öğretmenin rolünün etkisinden bahsedilerek ilköğretim matematik öğretim programında modellemenin yeri ve önemi ele alınmıştır.

2.1 Problem Çözme

Literatür incelendiğinde "problem" kavramının farklı şekillerde tanımlarının olduğunu görülmektedir. Lester (1983)'e göre problem, bireyin veya grubun karşılaştığında çözüm gerektiren, ulaşılabilir hazır kesin bir çözümü bulunmayan, çözüm için uğraşılması ve girişimde bulunulması gereken durumlardır. Yine problem bireyin hemen çözümü olmayan bir problemle ya da durumla karşılaştığında bu durumun üstesinden gelmeye karar vermesi ve bunun üzerine düşünmesi ve akıl yorması olarak da ifade edilmiştir (Foong, 1990; aktaran Akay, Soybaş ve Argün, 2006). Van De Walle (1994) tarafından yapılmış olan tanımda problem, özelliklerini kısa ve öz bir şekilde ortaya koyarak çözümü bir araştırma veya tartışma gerektiren zor ya da sonucu belirsiz bir sorudur. Model ve model oluşturma yaklaşımına göre ise bir görev veya hedefe yönelik (amaçlı) bir etkinliğin problem olması için problem çözenin (uzmanlardan oluşan işbirliği halinde çalışan grup da olabilir) verilen durum hakkında daha üretici bir düşünme yolu (durumu yorumlama süreci) geliştirmesini gerektirir (Lesh & Zawojewski, 2007).

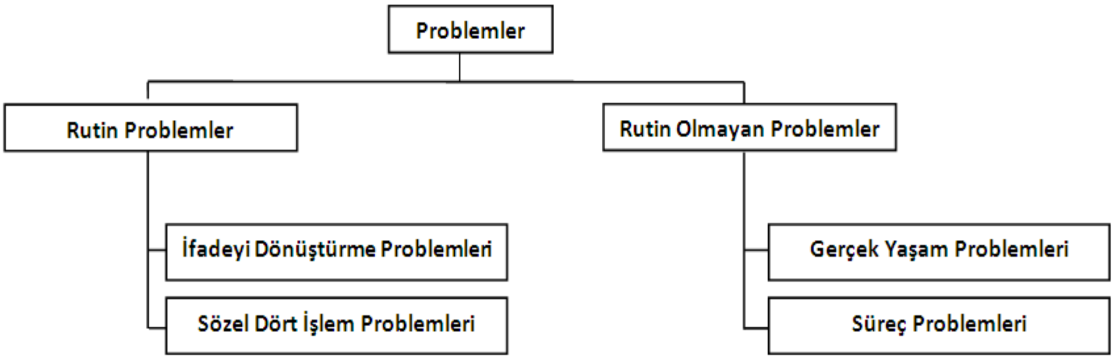
Literatürde problem çözme çok sayıda araştırmacı tarafından üzerinde çalışılmış ve halen çalışılmakta olan bir konudur. Eğitimin merkezinde insanlara düşünerek akli güçlerini kullanmalarını öğretmek olduğuna inanan Gagne (1980) ve onun gibi düşünen pek çok psikolog ve eğitimci, problem çözme ile gerçekleşen öğrenmenin yaşam için en iyi getiriyi sağladığını kabul etmektedirler. Literatür incelendiğinde problemlerin farklı şekillerde sınıflandırıldığı görülmüştür. Örneğin Jonassen (1997) problem türlerini *iyi yapılandırılmış (well structured)* ve *belirsiz yapılandırılmış (ill structured)* olarak ikiye ayırmış ve bu problemlerin özelliklerini tanımlamıştır. Jonassen (1997)'e göre i*yi yapılandırılmış problemler* özellikle okullar ve üniversitelerde en sık karşılaşılan problemlerdir. Genelde ders kitaplarında bulunan bu iyi yapılandırılmış uygulama problemleri kısıtlı bir problem durumu eğitiminde sonlu sayıda uygulama gerektiren kavramlar, kurallar ve ilkelerin uygulanmasını gerektirir. *Belirsiz yapılandırılmış problemler* ise günlük pratikte karşılaşılan bir problem türüdür. Genellikle sınıflardaki eğitim içeriği tarafından sınırlandırılmamıştır ve çözümleri öngörülebilir veya yakınsak değildir. Ayrıca birçok içerik etki alanlarının birleştirilmesini gerektirebilir. Örneğin kirlilik konusu içerikli bir problemin çözümleri matematik, bilim, siyaset bilimi ve psikoloji bileşenlerini gerektirebilir.

Literatürde problemlerin sözel problem ve cebirsel problem, rutin ve rutin olmayan problem (Selden, Selden, Hauk & Mason, 1999), gerçek hayat problemleri (Freudenthal, 1991; Gravemeijer, 1997) ve problem durumları, açık uçlu, kapalı uçlu problemler gibi sınıflandırmalar mevcuttur. Foong (1990)'un problem çözümü ve problemlerin kullanımı üzerine sistematik bir literatür taramasına dayanılarak farklı problem tiplerine yönelik Şekil 1'deki gibi bir sınıflandırma yapılmıştır (Akay, Soybaş ve Argün 2006, akt. Kertil, 2008).



Şekil 1: Akay, Soybaş ve Argün (2006)'ün Matematiksel Problemler İçin Sınıflandırma Şeması

Dede ve Yaman (2006) ile Altun (2002)'a göre yapı olarak problemler iyi yapılandırılmış (Rutin-Tek Çözümlü) problemler, iyi yapılandırılmamış (Rutin Olmayan -Çok Çözümlü) problemler şeklinde, Pesen (2003)'e göre ise dört işleme dayanan problemler ve gerçek hayattaki problemler olmak üzere ikiye ayrılır. Gür (2006) ise Şekil 2'deki gibi sınıflandırma yapmıştır.



Şekil 2: Matematiksel Problemler İçin Sınıflandırma Şeması (Gür, 2006).

Burada *ifadeyi dönüştürme problemleri* sözle anlatılan bir ifadenin, matematiksel bir dille anlatımını içeren bir ifadeye çevrilmesini gerektiren sıradan problemlerdir. *Sözel dört işlem problemleri* ise matematik ders kitaplarında yer alan, dört işlem becerileriyle çözülebilen problemlerdir. Diğer taraftan g*erçek yaşam problemleri* konusu gerçek yaşamdan seçilen bir durum olan problemlerdir. *Süreç problemlerinde* ise sonuca ulaşmakta kullanılan matematiksel düşünme süreçleri üzerinde durulur. Problemin sonucu önemli değil, önemli olan sonuca ulaşmakta kullanılan yöntemleri belirlemektir.

Polya (1957)'ya göre bir problemin çözümünü bulmak için probleme bakış açımızı değiştirmemiz gerekmektedir. Öğrencilere, problemin çözümü için uygun sorular ve öneriler yöneltilmelidir. Problem çözümü dört aşamadan oluşmaktadır. Öğrenciler, öğretmenlerinin, rehberliği altında Polya'nın dört basamağını farklı problemlere uygulayabilirler. Polya'nın problem çözmede kullandığı birinci basamak olan *problemi anlama* basamağında problemlerle ilgili düşünceler ve sorular belirlenir. "Problem tam olarak nedir?", "Ne yapabilirim?", "Çözmek için neye ihtiyacım var?" gibi soruların cevapları araştırılır. Problemin çözümü için *plan yapma* basamağında ise kullanılacak strateji veya stratejileri belirlenir ve bunlar için bir plan geliştirilir. Üçüncü adımda çözüm *planını uygulama* basamağında yapılacak işlemler belirlenir ve gerekli uygulamalar yapılır. Son olarak sonuçları *kontrol etme* basamağında ise sonuçlar uygun değilse işlemlere tekrar başlanır. Farklı çözüm ve stratejilerin aynı sonuçları verip vermediği kontrol edilir.

Polya (1990)'ya göre önceden çözülmüş genel bir probleme özel veriler yerleştirilerek ya da hiçbir yenilik katmaksızın iyice bilinen bir yöntemin kullanılmasıyla adım adım izlenilerek çözülebilen problemler *sözel (rutin)* problemlerdir. Greer (1997) bu problem tipinde öğrenci çalışmasının buluşsallıktan ve matematiksel stratejilerden yoksun olduğunu, bu nedenle ortaya mekanik çözümler çıktığını belirtmiştir. Schoenfeld (1992)'e göre öğrenciler sözel problemleri çözerken soruda anahtar kelime ararlar veya daha önceden bilinen çözüm yolunu uygularlar. Hiebert, Thomas, Carpenter, Fennema, ve Fuson (1996) geleneksel sözel problemlerin öğrenciyi gerçek hayata hazırlamadığını, çünkü öğrencilerin matematik alanındaki bilgiyi ve problem çözme yeteneklerini transfer edemediklerini belirtmiştir. Bir başka deyişle öğrenciler isteyerek klasik çözümü olan, anlamsız problemleri sıradan sınıf ortamında çözerler. Öğrenciler matematikle ilgilenmek yerine problemde ipucu kelimeleri araştırarak direk çözüm stratejilerini uygularlar (Greer, 1997; Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994; Yoshida, Verschaffel & De Corte, 1997). Hâlbuki problem çözmenin okul dışı durumlarla ilgili sınırlı ve sadece bir çözüm içerecek şekilde uygulamaları olmamalıdır. Bu nedenle bazı araştırmacılar şu anki matematik öğretimi ve özellikle matematiksel problem çözme yaklaşımlarının uygunluğunu sorgulamaktadırlar (Doerr & English, 2003; Sriraman & Lesh, 2006). Öğrencilerin tanıdık olmayan durumlarda esnek ve yaratıcı düşünme gerektiren problemlerin çözümlerinde okul matematiğiyle bağlantı kurma noktasında geleneksel öğretim yaklaşımların yetersizliği belirgin hale gelmiştir (Lesh & Doerr, 2003a, 2003b). Schoenfeld (1992) ve English (2003a) gibi araştırmacılar problem çözme etkinliğinin geleneksel sözel problem çözme aktivitesinden ve matematik alıştırmalarından ayrılması gerektiğini dile getirmişlerdir. Schoenfeld (1992) ise problemlerin ve problem çözme etkinliklerinin, öğrenciler için üst düzey bilişsel ve üst bilişsel süreçleri içermesi gerektiğini belirtmektedir. Görüldüğü gibi birçok araştırmacı (Lesh & Doerr, 2003a; Blum & Niss, 1991) problem çözme etkinliği olarak; açık uçlu, kalıp cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen, rutin olmayan, öğrencileri gerçek hayat durumları üzerinde çalıştıran, öğrencilerin okul dışında ve gelecek hayatlarında problem çözme becerisi gelişmiş bireyler olmasına yardımcı olan modelleme problemleri üzerinde durmaktadırlar.

2.2 Model ve Modelleme

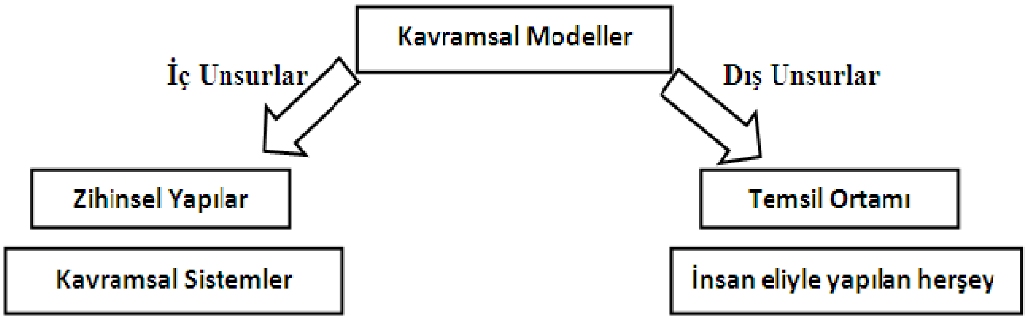
Son yıllarda eğitim araştırmalarında modelleme kavramına olan ilgi gittikçe artmaktadır ve bu ilgi matematik eğitiminde de kendini göstermektedir. Avustralya, Almanya, İngiltere, Belçika, Danimarka ve Hollanda ülkelerinin matematik öğretim programlarında matematiksel modellemenin yer aldığı görülmektedir (Mousoulides, Sriraman & Christou, 2007). Ayrıca modellemenin matematik eğitimindeki öneminden dolayı ulusal ve uluslararası projeler gerçekleşmiş ve gerçekleştirilmeye devam etmektedir. Bunlardan biri Amerika Birleşik Devletlerinde *NCTM (National Council of*

Teachers of Mathematics) (2000) tarafından uygulanırken Danimarkada ise *KOM (Competencies and the Learning of Mathematics)* (2002) projesi adıyla devam etmektedir. KOM'da öğrencilerin modelleme süreci esnasındaki öğrenmeleri ve yeterlilikleri üzerine çalışılmaktadır. Diğer bir proje ise *The Comenious Network* (2002) Hollanda, Danimarka, İtalya, İspanya, Estonya, İsveç, Norveç, Portekiz ve Slovenya tarafından ortaklaşa yürütülmektedir. Bu ülkelerdeki araştırma görevlileri, öğretmenler ve akademisyenlerin katıldığı bu projenin odaklandığı asıl konu modelleme etkinliklerinin değerlendirilmesi ve gelişimidir. Almanya'da ise DISUM ve COM projeleri yürütülmektedir. *DISUM (Didaktische Invertionsfomen für einen Sebstandigkeitsoentierten aufgabengesteuerten Untericht in Mathematik)* (2003) öğrencilerin modelleme süreci esnasında kullandıkları zihinsel aktivitelere odaklanırken *COM (Cognitive-Psychological Analysis of Modelling Process in Mathematics Lessons)* (2004) ise bilişsel modeller üzerine odaklanmıştır. Ayrıca İngiltere, Almanya, İspanya, Fransa, Macaristan ve Güney Kıbrıs'ın yer aldığı *LEMA* ***(****Learning and Education in and through Modeling and Applications)* (2006) projesi sınıf içinde uygulanacak model oluşturma aktivitelerinin belirlenmesi ve üretilmesine yöneliktir.

Türkiye'de modelleme konusunun uzun bir geçmişi yoktur. Diğer ülkelerde kırk yıldan fazla bir geçmişe sahiptir. Birçok matematik eğitimi araştırmacısı matematiksel modelleme üzerinde çalıştığı halde literatürde farklı modelleme yaklaşımları ve tanımları bulunmaktadır. Bu bölümde literatürde bulunan model, matematiksel model ve matematiksel modelleme tanımları ve yaklaşımları ile biliş ve biliş ötesi düşünce şekilleri üzerinde durulmuştur.

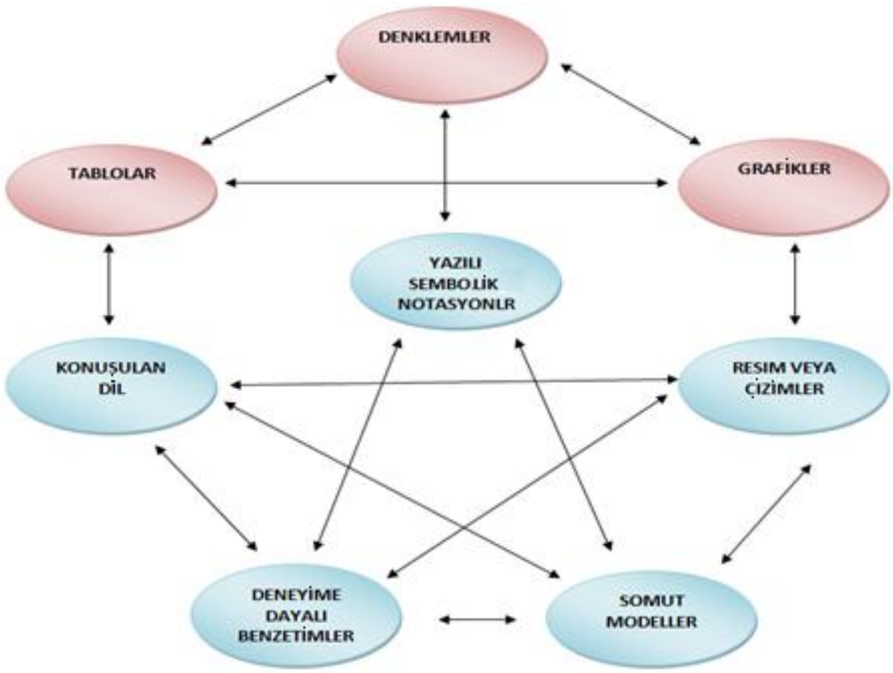
Lesh ve Doerr (2003a)'e göre *model* terimi diğer sistemleri inşa etmek, tanımlamak veya açıklamak için kullanılan zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsillerinin oluşturduğu bütündür. Modeller, gerçeğin bir şekilde nesnelleştirilebilir parçalarının basitleştirilmiş temsilleridir. Henn (2007) bunlara örnek olarak haritaları göstermiş ve buna paralel olarak aşağıdaki şekli örnek olarak vermiştir.

Modeller bizim mekanizmasını bilmediğimiz olayları anlamamıza, kurguladığımız hipotezleri test etmemize yardımcı olurlar (Aydın ve Özgürtaş, 2007). *Model* dış dünya ile ilgili insan zihninde var olan yapıların tamamıdır (Kertil, 2008). Lesh ve Doerr (2003a)'e göre ise *model* karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsillerinin bütünüdür. Başka bir deyişle *model* gerçek hayat durumu ile ilgili zihinde var olan yapılar ve bu yapıların dış temsilleridir. Geliştirilen kavramsal modeller Şekil 3'te belirtildiği gibi hem iç hem de dış unsurlara sahip olarak düşünülebilir. İç unsurlar zihinsel yapılar ve kavramsal sistemler; dış unsurlar ise insan eliyle yapılan şeyler (artifacts) ve temsili ortam olarak ikiye ayrılır.



Şekil 3: Kavramsal Modeller (Lesh & Doerr, 2003a).

Başka bir ifade ile *model* Şekil 4'te gösterildiği gibi bazı tanıdık sistemlerin davranışlarını açıklamada, tanımlamada, tahmin etmede kullanılabilecek işlemleri, bağıntıları ve elemanları içeren yapıdır. Modeller ilgili oldukları sistemin yapısal özelliklerine odaklanır. Yazılı sembolleri, diyagramları veya grafikleri içeren çeşitli temsili medya araçları ile ifade edilirler (Lesh & Doerr, 2003a).

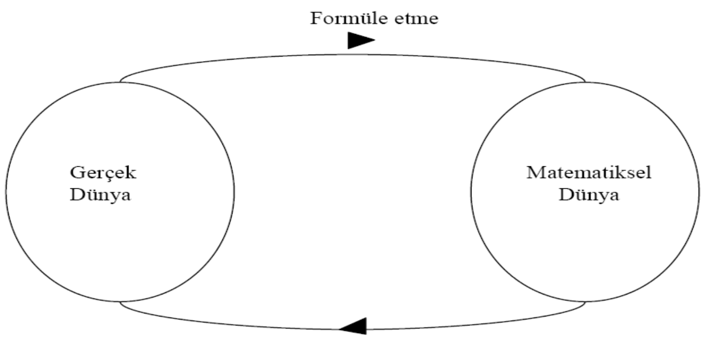


Şekil 4: Kavramsal Sistemlerin Çeşitli Temsili Medyalara Dağılımı (Lesh & Doerr, 2003a).

Modeller öğrencilerin sınıf ortamında formel olmayan aktiviteleri sonucu ortaya çıkarlar. Öğrenme sürecinde gözlenmesi gereken önemli bir gelişme gerçek hayat veya problem durumlarının modellerinden matematiksel modellere ulaşılmasıdır ki ancak bu gelişmeden sonra öğrenciler bu modelleri matematiksel düşünme süreçlerinde kullanabileceklerdir (Gravemeijer & Stephan, 2002; akt. Kertil, 2008). Diğer taraftan araştırmacılar öğrencilerin kendi deneyimlerini anlamlandırmak için kullandıkları metaforlar, çizimler, semboller ve diğer medyaların altında yatan kavramsal sistemlerin pek çok yönü hakkında emin olmaları mümkün değildir. Fakat öğrencilerin ne tür nicelikler hakkında düşündükleri, ne tür bağıntıların önemli olduğuna inandıkları, bu nicelikler ve nicel bağıntıları kullanmak için ne tür kurallara güvendikleri gibi yönler açıkça ortaya konulabilir. Bu bileşenler araştırmacıların modellerinin değil, öğrencilerin modelleri ve kavramsal sistemlerinin bir parçasıdır ve bu ayrım önemlidir (Lesh & Doerr, 2003a).

Modelleme özel durumlarda belli amaçlar için temsili tanımlamalar geliştirme sürecidir (Lesh & Lehrer, 2003). Problem çözenin bilgisi, hedefleri veya ilgilerine göre içinde bulunduğu problem durumunu basitleştirmesi, yapılandırması ve daha açık bir hale getirmesidir (Niss, Blum & Galbraith, 2007). *Modelleme* herhangi bir problem durumunda, son ürün veya sonuç olarak ifade edebileceğimiz modeli elde etme sürecidir (Sriraman, 2005). Model bir süreç sonucunda oluşturulan ürünü ifade ederken, modelleme ise ürünün oluşturulma sürecini temsil eder. *Matematiksel modelleme* ise matematiksel ya da matematiksel olmayan bir durumu, olayı, olaylar arası ilişkileri örüntüler oluşturarak matematiksel olarak ifade etme sürecidir (Kertil, 2008). Swetz ve Hartzler (1991)'e göre *matematiksel modelleme* orijinal duruma ışık tutmak için gerçek dünyadan bir durumu alıp, incelenmekte olan duruma uygun değişkenler üzerinde birkaç basit hesap yaparak yorumlamaktan öte, verilen durumun gözlemlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin uygulanması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içerir.

Blum (1996)'a göre *matematiksel modelleme* gerçeklik ile matematik arasında gidip geldiğimiz bir gerçek yaşam problemi ile başlar. Problemi basitleştirerek, yapılandırarak ve ideal hale getirerek gerçek bir model elde edilir. Gerçek modelin matematikselleştirilmesi ile matematiksel model elde edilir. Bu model üzerinde çalışarak matematiksel sonuca ulaşılır. Bu çözüm ilk önce yorumlanır daha sonra da doğrulanır. Benzer bir tanımlama Verschaffel ve diğerleri (1994) ile Greer (1997) tarafından şu şekilde ifade edilmiştir: *Matematiksel modelleme* en genel anlamıyla matematik veya matematik dışındaki bir olayı, olguyu, olaylar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeye çalışma, bu olaylar ve olgular içerisinde matematiksel örüntüler ortaya çıkarma sürecidir. Berry ve Houston (1995) ise bu sürecin basit bir görünümünü aşağıdaki şekilde ifade etmiştir.



Şekil 5: Matematiksel Modellemenin Basit Bir Görünümü
(Berry & Houston, 1995).

2.3 Sözel Problemler ve Modelleme Problemleri

Problem çözme matematik eğitiminin ayrılmaz bir parçasıdır. Problem çözüm yolu önceden bilinen alıştırma ve soru olarak algılanmamalıdır (MEB, 2005a). Yeni programa göre problem öğrenci yaşantısıyla ilgili olmalı, ilgi çekmeli ve ihtiyaç hissettirmelidir. Bu durumda öğrencilerin, kazandıkları matematiksel bilgi ve beceriler daha anlamlı olacak ve bu bilgiyi farklı durumlara uygulamaları kolaylaşacaktır. Matematik dersinde birden fazla strateji kullanarak çözülebilen veya farklı sonuçlar elde edilen açık uçlu problemlere de yer verilmelidir (MEB, 2005a).

Blum ve Leiβ (2007)'e göre matematik öğretiminin amacı, öğrencilerin matematiksel bilgi, beceri ve yeteneklerini gerçek hayat problemlerini çözerken kullanmalarını sağlamaktır. Lesh ve diğerleri (2010)'ne göre geleneksel sözel problemler gerçek yaşamı içermesine rağmen modelleme problemlerinden farklıdır. Geleneksel sözel problemler genellikle belirli bir cevabı olan ve öğrencileri belirli bir çözüme götürmek için kullanılan varsayım ve verilenleri anlatmaktadır. Sık sık çözüme ulaşmak için farklı yollar olmasına rağmen genellikle bir tek doğru cevabı vardır. Modelleme problemi ise bu geleneksel problemlerden bazı açılardan farklılık göstermektedir. Öğrenciler genellikle modelleme problemini çözerken bir çıkmaza girip belirsiz durumlarla uğraşmaktadırlar. Öğrenciler model oluşturma sırasındaki çıkmazdan kurtulmak için kendi yorumlarını yaparak fikir üretmek için uğraşırken önlerinde uzun bir evre vardır. Öğrenciler genellikle tartışırlar, açıklama yaparlar, yaklaşımlarını en iyi tarif eden matematiksel model oluşturmak için modelleme problemini yorumlamaya çalışmak amacıyla şekil, grafik gibi diyagramlar çizerler. Öğrenciler kendi modellerini farklı veri tablosuyla benzer problem senaryoları ile karşılaşıldığında da uygulanmak üzere yönergeleriyle birlikte basamak basamak açıklamalıdırlar.

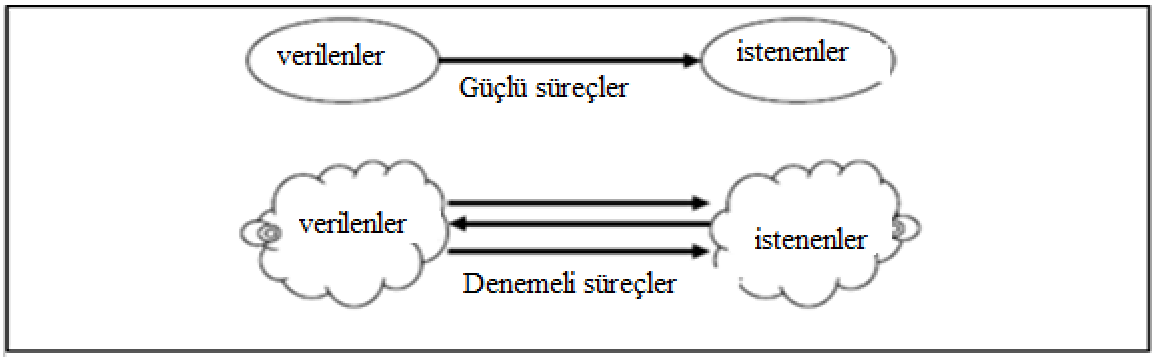
Middleton, Lesh ve Heger (2003)'e göre modelleme problemlerinin diğer özelliklerinden biri de amacın birden fazla izole edilmiş durumun ilişkilendirileceğini fark etmeden araçların geliştirilmesi için fazla çaba gösterilmesi gerektiğinin anlaşılmasıdır. Bu modellerin gelişimi çözümler diğer insanlarla paylaşıldığında, farklı durumlarda yeniden kullanılabildiğinde ve farklı amaçlar için değiştirilebildiğinde değerli olmaktadır. Sonuç olarak bu araçların gelişimine yönelik önemli bazı yollar bu tür özelliklerle yakından ilişkilidir. Özellikle model oluşturma niteliği gereği sosyal bir etkinliktir çünkü üretilen modeller başkalarıyla paylaşılabilmekte ve farklı zamanlarda ve durumlarda olabildiği kadar kullanışlı olabilmektedir. Lesh ve Zawojewski (2007) ise modelleme problemlerini geleneksel okul tecrübelerinin ötesinde problemi çözenlerin matematiksel düşünme gerektiren, belirli bir amaca ulaşmak için ihtiyaç duyulan kavramsal yapılar ile karmaşık yaklaşımları içeren ve genellenebilen ürünlerin olduğu karışık durumlar olarak tanımlamıştır.

English ve Lesh (2003)'e göre modelleme problemleri ile geleneksel sözel problem çözme etkinlikleri arasındaki en belirgin farklılıklardan biri öğrencilerin problem durumlarını sembolik olarak anlamdırabileceği problemler olmasıdır. Model oluşturma etkinlikleri için öğrencilerden beklenen neyse öğrenciler bunu anlamlı hale getirmek için simgesel tanımlamalar yapmalıdır. Tanımlamalar ve açıklamalar sadece anlamsız cevaplara eşlik etmemektedir. Bunlar üretilmesi gereken kavramsal yapıların en eleştirilen unsurudur. Bu yüzden gelişme süreçleri genel olarak içinde problemi çözenlerin verilen bilgiler hakkında düşünme yolları olan bir takım modelleme döngüsünü içermektedir. Modelleme problemlerinde geleneksel sözel problemlerden farklı olarak dikkati çeken diğer bir nokta da gerçek yaşam durumlarıyla ilgili modeller geliştirilmesidir. Burada şu sorulara cevap aranmaktadır: Bu modeli geliştirmeye kimin ihtiyacı var? Niçin ve hangi amaç için bu model gereklidir? Örneğin eğer amaç bir bot inşa etmek olsaydı öğrenciler bir nehri geçebilirlerdi bu yüzden çözüm öğrencilerin bot üretmeye ihtiyaç duymalarıdır ve planladıkları botun nehirden güvenle geçebilmesi için yeterli kriterleri sağlayıp sağlamadıklarının test edilmesidir. Bir başka deyişle amaç öğrencilere kendi ürettikleri çözümlerin yeterlilikleri ve alternatif planlarının güçlü ve zayıf yönlerini üzerinde düşünme fırsatı sağlamaktadır.

Nicelik ve işlemler gerçek durumları matematikleştirmek için genellikle okul matematiğinin öğretilenlerin ötesine gitmektedir. Bu tür nicelikler işlemler için gerekli sadeleştirme, organize etme, seçme, sayısallaştırma, ekleme ve sayıca fazla veri grubunu çevirirken birikimler, olasılıklar, frekanslar, oranlar ve vektörler içeren gerçek durumlara ihtiyaç duyulmaktadır (Doerr & English, 2001; Lesh, Zawojewski & Carmona, 2003; aktaran: English, 2006). Okuldaki tipik sözel problemleri çözerken öğrenciler sayılarla ve işlemlerle bir ya da iki basamaklı süreçten geçmektedir. Birçok çalışmada problem zaten öğrenciler için dikkatlice matematikselleştirilmiştir. Onların amaçları problemi yakın nicelikler ve basit işlemler kullanarak çözüm üretmek için planlayarak matematiğin maskesini düşürmektir. Buna karşılık modelleme problemleri öğrencilerden problem durumunu yorumlamayı ve böylece onlara anlamlı gelen kendi yollarından matematikle uğraşmayı istemektedir. Bu ise problem durumunu açıklama, ilişkili nicelikleri seçme, yeni niceliklerin elde edilmesinde gerekli işlemleri tanımlama ve anlamlı gösterimler elde etmesinden oluşan bir döngüsel süreçtir (Lesh & Doerr, 2003a). Çoğu zaman problem eksik, belirsiz ve tanımlanmamış olabilir; çok az ya da oldukça fazla veri bulunabilir; görsel gösterimler gerçek yaşam durumlarını yorumlamakta zor olabilir. Bu tür bir problemler karşılaştıklarında öğrenciler sıra dışı varsayımlar yapabilir ya da çözüm geliştirmek için uygun olmayan sınırlamalar kabul edebilirler.

Sonuç olarak modelleme problemleri grup üyelerinin karmaşık durumu çözmede etkinliklerde iletişim kurduğu küçük grup çalışması için tasarlanmıştır (Lesh & Zawojewski, 2007). Öğrencilerin geliştirebileceği, araştırabileceğı ve kendi çözümlerini grup üyeleri ile paylaşabileceği çok sayıdaki soru, sorun, çelişki, değişiklik ve öneri ortaya çıkmaktadır çünkü çözümler başkalarıyla paylaşıldığında ve onlar tarafından kullanıldığında diğer sınıf üyelerinin ve grubun incelemesini sağlamaktadır. Eleştirel yaklaşımların olduğu bu çalışma öğrencilere bir diğerinin oluşturduğu modelle geri bildirim oluşturması açısından olanak sağlamaktadır.

Matematik eğitimindeki son araştırmalar öğrencilerin matematiksel problem çözme ve problem kurma yeteneği üzerinde önemle durmaktadırlar (Christou, Mousoulides, Pittalis & Sriraman, 2005; Doerr & English, 2003; Schoenfeld, 1992; aktaran: Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004). Araştırmalarda cevabı aranan sorular ise şöyledir: Öğrencileri okulun dışında karşılaşacağı problemlere nasıl daha iyi hazırlanabilirler? Öğrenciler tanıdık olmayan problemlerle esnek ve yaratıcı düşünerek nasıl çalışırlar? (Lesh & Doerr, 2003a; Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004). Matematiksel modelleme kapsamındaki problem çözmenin ne olduğuna dair bir tanımlama "öğrenciler eleme yapmak, dönüştürmek ve yetersiz kavramsal modeller geliştirmek için başarılı başarılı yorumlamalar getirmelidir" şeklinde Lesh ve Doerr (Aktaran: Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004) tarafından ifade edilmiştir. Problem çözme etkinliği olarak modelleme problemleri modellerin öğrenciler tarafından karmaşık şekilde üzerinde çalışılarak kendi modellerini ve çözümlerini benzer problem durumlarında kullanabilecekleri şekilde tarif edilmesiyle geleneksel problem çözme tecrübelerinin ötesindedir (Lesh, & Lehrer, 2003; English, 2003; aktaran: Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004). Modelleme etkinliği öğrencilerden problemdeki bilgilerin anlaşılmasıyla gerçek yaşam problemleriyle karşılaşmalarını, problem çeşitleriyle arasındaki önemli özellik ve ilişkileri tanımlamalarını, yapılandırmalarını ve yorumlamalar yaparak bunları uygulamalarını ve sonuç olarak ölçerek, onaylayarak ve sonuçları problem durumunu açıklayacak şekilde tartışmalarını istemektedir (Zawojewski & Lesh, 2003; aktaran: Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004). Bir gerçek yaşam problemini çözmek için başarılı bir model verilenler ve istenenler arasında bir takım deneme işlemlerini içermelidir. Verilenler ve istenenler açık bir şekilde tanımlanmamış olsa da öğrenciler kullanacakları verilere karar vermeli, çözümü açıklayacak işlemler yapmalıdır (Zawojewski & Lesh, 2003).



Şekil 6: Problem Çözmeye Lineer Olmayan Modelleme Yaklaşımı
(Roth & McGinn, 1997 aktaran: Mousoulides, Sriraman & Christou, 2004)

Geleneksel problem çözme etkinliklerinde verilenler ile hedef arasında güçlü bir süreç uygulaması söz konusu iken, modelleme etkinliklerinde verilenler ile hedef arasında birden fazla deneme süreci ve döngüsü bulunmaktadır (Şekil 6). Bu nedenle modelleme yaklaşımına göre bir kişinin problemin çözümü için kesin bir çözüm bulmasından ziyade, bulduğu çözümü kontrol etme ve çözümü tekrar geliştirme söz konusudur. Yine geleneksel problemlerde verilenler açık ve kesin bir şekilde belirli iken modelleme etkinliklerinde gerçek yaşamdan alınmış, karmaşık bir durum söz konusudur, yani yaşamda olduğu gibi bazı belirsizlikler vardır. Bu halleriyle geleneksel problemlerin ve problem çözme süreçlerinin öğrencilerin gerçek yaşamda problem çözme becerilerini geliştirip geliştirmediği ve bu tür problemlerin öğrenciler için ne kadar anlamlı olduğu sorgulanmaktadır (Doruk, 2010).

Gerçek hayat problemlerine yer verilen ilköğretimde Gravemeijer (1997)'e göre öğrenciler sözel problemlerini çözerken, problemi anlamadan, neden yaptığını bilmeden sonuca ulaşmaya çalışırlar. Bunun iki sebebi vardır. Birincisi geleneksel sözel problemlerinin (word problems) yapısı, ikincisi de sınıf ortamıdır. Problemlerin karakteri öğrencilerin gerçek durumdan ortaya çıkardığı durumlardır ve genellikle sınıf ortamı, okul matematiği ve gerçek hayat problemleri arasındaki ayrımının fark edildiği ortamdır. Burada öğrencilere problemler verildiğinde, öğrencilerden sadece kendi cevaplarını vermeleri beklenmez. Ancak öğrenciler, doğru cevapları hemen hızlı bir şekilde vermeye odaklanırlar, gerçek hayat problemlerini muhakeme etmeye çalışmazlar. Benzer şekilde Greer (1997)'e göre geleneksel sözel problemleri matematiksel düşünme yöntemleri ve stratejilerinden yoksun olduğu için sonuç öğrenciler için mekanik ve anlamsız çözümler bulmaktan ileriye gitmemektedir. Bu araştırmacılarla birlikte yine birçok araştırmacı matematik eğitiminde geleneksel sözel problemlerin öğrencilerin matematiği gerçek hayatlarıyla ilişkilendiremediği ve kullanamadığı konusunda hem fikirdir.

Matematik eğitiminde model ve modelleme yaklaşımları benimsenmeye başlandıktan sonra problem çözmeye faklı bir bakış açısı kazandırıldığı görülmektedir. Modelleme yaklaşımı problem çözmede öğrencileri rutin olmayan gerçek hayat problemleri üzerine yoğunlaştırarak onların gerekli matematiksel yapıları oluşturmaları, geliştirmeleri, tekrar gözden geçirmelerini ve oluşturdukları modelleri başka problem durumlarına genelleyebilmelerini amaçlamaktadır. Lingefjard ve Holmquist (2005)'e göre modelleme problemleri ve etkinlikleri, öğrenciler için matematiği öğrenmenin yanında matematiğin gerçek hayatta çok farklı yönlerini fark etme ve anlama açısından mükemmel bir yoldur. İyi bir matematik öğretimi için özellikle öğrencilerin modelleme becerilerini geliştirici ve yaratıcı düşünmelerini sağlayıcı bilişsel etkinlikler gerçekleştirilmelidir (Blum & Leiβ, 2007).

2.4 Model Oluşturma Etkinliği

Modelleme etkinlikleri rutin olmayan problemlerdir çünkü her bir problem öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak yorumlamasını gerektirmekte ve onlardan gerçek yaşam durumuna uygun bir karar vermek için durumu matematiksel olarak betimlemeyerek formüle etme ya da yöntem geliştirmeyi gerektirmektedir (Mousoulides & English, 2008; Lesh & Zawojewski, 2007; aktaran: Mousoulides, 2007b). Öğrenciler grup halinde çalışarak ortaya koydukları betimleme, işlem veya geliştirdikleri yöntemler öğrencilerin verilen durumlar hakkında nasıl düşündüğünü ortaya koymaktadır (Lesh & Doerr, 2003a; Zawojewski, Lesh & English, 2003; aktaran: Mousoulides, 2007b). Öğrencilerin ve öğretmenlerin problem durumları hakkındaki düşünüş şekillerinin neler olduğunun anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla onların düşüncelerini yansıtıcı farklı araçlar tasarlanmaktadır. Araştırmacılar bu araçları model oluşturma etkinliği (model eliciting activities) olarak ifade etmektedir (Lesh & Doerr, 2003a; aktaran: Mousoulides, 2007b). Bu aktivitelerin temel özellikleri: (a) gerçek yaşam durumunu tanımlayıcı bir model geliştirmek, (b) geliştirilmiş model çözümü yapanları tanımlamaya, gözden geçirmeye, yaklaşımlarından eleme yaparak düşüncelerine uygun olanları seçmek için teşvik etmek ve (c) geliştirilmiş model öğrencilerin kavramsal sistemleri açıklamak için farklı temsili medyayı kullanmalarını teşvik etmektir. Modelleme etkinlikleri öğrenenlere göre belirli şekillerde dizayn edilebilir çünkü modelleme etkinlikleri nicelleştirme, boyutlandırma, düzenleme, sınıflandırma, cebirsel ifadeye çevirme ve ilgili nesneleri, ilişkileri, olayları, şekilleri ve düzenleri sistematikleştirme yaparak matematikselleştirmeyi içermektedir (Lesh ve ark., 2003; English, 2006; Ferri, 2006; Lesh & Zawojewski, 2007; aktaran: Mousoulides, 2007b).

Öğrenciler için model oluşturma etkinliklerinin bir örneği öğrencilerin gerçek yaşam durumu hakkındaki düşüncelerini açıklayıcı bir yoldur çünkü bu matematikle modellenmektedir. Sonuç olarak öğrenciler açık olarak kendi düşünme süreçlerini sadece tek çözümle değil farklı diğer olası ve uygun çözümlerle doğrulamalıdırlar (Mousoulides & English, 2008; English, 2003b). Öğrencilerin bu tür matematiksel yapılar geliştirerek matematiksel problemlerden sonuçlar elde etmesi, onlarla uğraşması, problemi çözebilmesi için güçlü matematiksel düşünmelere ihtiyacı vardır. Bu yüzden English ve Lesh (2003) açıklama yapma, tahminde bulunma ya da gerçek yaşam durumlarını manipüle ederek matematiksel bir model geliştirmenin en önemli amacı olduğunu söylemektedir. Bu şekilde model oluşturma etkinlikleri kendi düşünmelerini ve öğrenmelerini geliştirerek onları belgelendirmeye fırsat tanımaktadır.

Model oluşturma etkinlikleri; sonunda bir rakam veya bir kelime ile cevabı bulunan geleneksel problemler olmayıp, bireylerden rutin olmayan-karmaşık, gerçek dünya durumlarını ifade etmesini ve bu durumları matematiksel olarak yorumlamasını, ayrıca kişilerden süreci veya metodu matematiksel olarak betimlemesi ve formüle etmesini gerektiren olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Mousoulides, 2007b). Lesh ve diğerleri (2000) bir model oluşturma etkinliğinin sahip olması gereken altı özelliği şu şekilde açıklamıştır:

(1) *Model oluşturma prensibi:* Problemler (etkinlikler) model oluşumuna izin verecek şekilde tasarlanmalıdır. Bu model bileşenler, bu bileşenler arasındaki ilişkiler ve işlemler ile bu ilişkileri düzenleyen desen ve kurallardan oluşur. Model oluşturma etkinliğinin yeni düşünceler ortaya koyma (yaratma/üretme) özelliğine sahip olması için model oluşturma etkinliğinin açık uçlu şekilde tanımlanması, içinde farklı hipotezleri barındırması, kanıtlanabilir tahmini sonuçlar doğurması gerekir. Model oluşturma etkinliğinin öğrencilerden modelin ne kadar iyi çalıştığını sayısal olarak göstermesini, yeni bir problem veya veri seti üzerinde uygulamasını ve bunun bir desen veya bir eğilim oluşturduğunu göstermesini ister. Nihai ürün bileşenlerden (elements) oluşan bir

modeldir ve bu model bileşenler arasındaki ilişkileri tanımlar, bileşenlerin nasıl birbiri ile etkileştiğini açıklar ve bu ilişki ve işlemlere uygulanan kural veya desenleri belirler.

(2) *Gerçeklik prensibi:* Problemler gerçek veya çok az değiştirilerek düzenlenmiş verilere dayanan, anlamlı ve öğrencilerle alakalı olmalıdır. Çözümler "gerçek" ve öğrencilerin günlük yaşamlarında anlamlı olmalıdır. Bu yüzden, problem durumu kapsamında (a) çözümden faydalanacak kişiler belirli olmalı, (b) çözümün amacı ilgili kişiler için belirtilmeli, (c) çözüme neden ihtiyaç duyulduğu belirtilmeli ve (d) gerçek hayat bilgi ve deneyimi açısından mantıklı bir problem olmalıdır.

(3) *Öz-değerlendirme prensibi:* Öğrenciler kendi kendilerini değerlendirebilmeli veya çözümlerinin kullanışlılığını ölçebilmelidir. Problem durumu çözümün yararlılığını değerlendirmek için uygun ölçütler önermeli Veriler de öğrencilerin öz-değerlendirme yapmalarını sağlayan bir rol oynamalıdır. Bu ölçütlerin seçimi, düzenlemeyi ve model hazırlamayı teşvik etmelidir. Bunu yapabilmek için problem durumu: (a) açık bir amacı belirtmeli, (b) öz değerlendirme ve iyileştirmeye /geliştirmeye imkân tanımalı, (c) belli ölçütler ışığında çözümün olduğu açık şekilde bildirilmelidir. Süreçte ilerlemek için, öğrenciler: (a) elde edilen kavramsal sistemlerdeki eksiklikleri tespit etmeli, (b) alternatifleri karşılaştırmalı ve en iyi olanlar seçilmeli, (c) seçenekler arasında güçlü olanlar birleştirilerek zayıf yönler en aza indirilmeli, (d) umut verici alternatifler genişletilmeli ve fazlalıklarından arındırılmalı ve (e) uyarlamalar değerlendirilmelidir.

(4) *Model dökümantaston prensibi:* Öğrenciler kendi düşünme süreçlerini çözümleri içinde belgelemeli ve göstermelidir. Öğrencilerin cevapları verilenler (kendi varsayımları), amaçlar ve bir çözüm üretmek için hesaba katılan çözüm yollarını ortaya koyacak bir sağlama mekanizması üretmesi gerekir: Etkinlik öğrencilerin kendi düşünceleri hakkında düşünmelerini sağlamak için teşvik edici olmalıdır. Bu nedenle etkinlik grup çalışması içinde planlama, kontrol ve gelinen noktayı değerlendirme kısımlarını içermelidir.

(5) *Model genelleme prensibi:* Bu prensip öğrencilerin ortaya koyduğu çözümlerin genellenebilir veya benzer başka durumlara kolayca adapte edilebilir olmasını sağlar. Model özel bir durum için özel bir çözümden ziyade genel bir düşünme biçimini temsil etmelidir. Bu prensip aynı zamanda öğrenci modellerinin başkaları tarafından anlaşılmasını ve kullanılmasını sağlar.

(6) *Etkili prototip prensibi:* Bu prensip üretilen modelin mümkün olduğunca basit fakat matematiksel olarak bir o kadar önemli olmasını sağlar. Etkinlik yapılması gereken sayısız süreçten kaçınmak, özelikle kavramsal anlamayı engelleyecek sayısal işlemleri önlemek için tasarlanmış olmalıdır.

Lesh ve Doerr (2003a) ile Blum ve Niss (1991) ise problem çözme aktivitesi olarak modelleme etkinliğinde şu süreçlerden bahsetmektedirler: (a) problemi anlama ve yorumlama; problemin içerisinde bulunan tabloyu, grafiği ve sözel bilgiyi anlama ve bunlardan sonuçlar çıkarma, (b) problemi manipüle etme ve bir matematiksel model geliştirme; değişkenleri ve bunların arasındaki ilişkileri belirleme, hipotez oluşturma, bağlamsal bilgiyi değerlendirme ve model geliştirme, (c) paylaşılan çözümü yorumlama; karar verme, sistemi analiz etme ve yeni çözümler önerme, (d) çözümü doğrulama ve gösterme; çözümü genelleme ve paylaşma, çözümü farklı bakış açısıyla değerlendirme.

Lesh ve Doerr (2003a)'e göre modelleme etkinlikleri nicelleştirme, boyutlandırma, koordine etme, kategorize etme, cebirselleştirme, ilgili objeleri, ilişkileri, eylemleri, örüntüleri, düzenlilikleri sistematize etme gibi süreçler aracılığıyla matematikleştirmeyi gerektirir. Modelleme etkinliklerinin hedefi öğrencilerin, matematiksel düşünceleri ve süreçleri kavramsallaştırmada yararlı olabilecek modelleri geliştirirken, problem durumuyla ilgili anlayışlarını dışa vurmalarına yardım etmektir. Bu etkinlikler sonucunda ulaşılacak modeller, önemli matematiksel yapılar, örüntüler, düzenlilikler ve bu ürünlerin gelişiminin gerektirdiği yorumlamaların, tanımlamaların, varsayımların, açıklamaların ve çıkarımaların çoklu döngüleri üzerine kurulur.

2.5 Modelleme Yaklaşımları

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışmalarda bir takım farklılıklar olsa da araştırmacıların çalışma alanlarına göre matematiksel modelleme çeşitli şekillerde literatürde karşımıza çıkmaktadır. Bunun sonucu olarak da değişik matematiksel modelleme yaklaşımları benimsenmiştir. Blum ve Niss (1989) dünyada benimsenen modelleme yaklaşımlarının gelişmeci (formative) yaklaşım, eleştirel beceri (critical competence) yaklaşımı, kullanılabilirlik (utility) yaklaşımı, matematiğin resmi (the picture of mathematics) yaklaşımı ve matematiği öğrenmeyi sağlama yaklaşımı olmak üzere beş farklı şekilde ifade edildiğini belirtmiştir.

Literatürde kullanılan modelleme yaklaşımlarının sınıflandırılmasına yönelik bir çalışmayı da Kaiser ve Sriraman (2006) gerçekleştirmiştir. Kaiser ve Sriraman (2006)'a göre matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalar ve bu çalışmalarda bahsedilen matematiksel modelleme tanımları ve yaklaşımları birbirinden farklı teorik temellere dayanmaktadır. Matematik eğitiminde uluslar arası modelleme yaklaşımları ve bunlara yönelik tartışmalar araştırıldığında bu tartışmalarda farklı bakış açılarının tanımlandığı görülmektedir. Bunlar daha önceki yıllardaki bakış açıları ile ilişkilendirilerek ve yıllar arası karşılaştırmalar dikkate alınarak bu yaklaşımlar arasındaki benzerlik ve farklılıklar göz önüne serilmektedir. Modelleme tartışmalarından ortaya çıkan iki ana yaklaşımdan biri olan *pragmatik yaklaşım* faydacıl ve pragmatik hedeflere, öğrencilerin pratik problemleri çözmedeki matematik uygulama yeteneklerine odaklanır. Matematik ile gerçeklik arasındaki ilişkiyi oluşturmada öğrencilerin yeteneklerine odaklanmasıyla bilinen *bilimsel-insancıl yaklaşım* ise bir bilim ve eğitimin insancıl idealleri olarak daha çok matematiğe yöneliktir.

Bu yaklaşımlar modelleme üzerine yapılan tartışmalar adına ana akımlar olmasına rağmen aralarında farklılıklar vardır ve bu yaklaşımların uluslararası alanda ortaya çıkan modelleme yaklaşımları ile bağlantıları vardır. Kaiser ve Sriraman (2006)'a göre bugünkü modelleme yaklaşımını anlamak için ise pedagojik, psikolojik, konuyla ilgili ve bilimle ilgili amaçlar olmak üzere yaklaşımları incelemek gerekmektedir. Bundan yola çıkarak günümüzdeki modelleme yaklaşımlarını ise aşağıdaki Tablo 1'de görüldüğü gibi gerçek dünyadaki problemleri çözmeyi amaçlayan *gerçekçi ve uygulamalı modelleme*, problem çözmeye yönelik konuyla ilgili ve psikolojik amaçları olan *bağlamsal modelleme*, öğrenme sürecinin inşa edilmesine yönelik *eğitimsel modelleme*, çevrenin anlaşılmasını amaçlayan *sosyo-eleştirel modelleme* ve teorik yönlendirmeleri amaçlayan *epistemolojik ve teorik modelleme* olmak üzere beş farklı grupta toplanır. Bir de son zamanlarda yeni ortaya çıkmaya başlamış farklı modelleme yöntemlerini analiz etmeyi amaçlayan ve öğrencilerin bireysel modelleme yöntemlerini, sınırlılıklarını ve modelleme sırasında karşılaştıkları zorlukları keşfetmeyi amaçlayan *bilişsel modelleme* çeşidi vardır. Günümüzde benimsenen modelleme yaklaşımlarının geçmişteki yaklaşımlarla ilgisi dikkate alınarak bu analizler sonucunda yeni yaklaşımların geleneksel yöntemlerle var olmuş, eski yöntemlerle geliştiği ve zaman zaman onların gerisinde kalmıştır. Ayrıca modelleme aktivitesi öğrencilerin özel öğretimsel tasarımlarının kullanıldığı ve kendi matematiksel yapılarını yarattıkları, bilgilerini genişlettikleri ve diğer bilgilerden arındırdıkları problem çözme etkinliğidir.

Yaklaşımın Adı	Temel hedefler	Önceki Yaklaşımlarla İlişkiler	Çıkış noktası	Önemli İsimler
Realistik veya Uygulamalı Yaklaşım	Faydacı hedefler, gerçek yaşam problemlerini çözme, gerçek yaşamı daha iyi anlama, modelleme becerilerini geliştirme	Pollak'ın pragmatik yaklaşımı	Anglo-Saxo pragmatizmi uygulamalı matematik, Pollak'ın pragmatik yaklaşımı	Haines/Crouch Burkhardt Kaiser/Schwarz
Bağlamsal Modelleme	Konu ilişkili ve psikolojik hedefler. (Sözel problem çözme gibi)	Sistemler yaklaşımına neden olan bilgi işleme yaklaşımı	Amerikan problem çözme tartışmaları, günlük okul pratikleri	Iversen/ Larson, Sriraman, Lesh ve Doerr
Eğitimsel Modelleme; **a) Didaktik Modelleme** **b) Bağlamsal Modelleme**	Pedagojik ve konu ilişkili hedefler: a) öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi b) kavram tanıtımı ve gelişimi	Bütünleştirici yaklaşım (Blum, Niss) ve bilişsel-hümanistik yaklaşımın daha fazla gelişimi	Didaktik teoriler ve öğrenme teorileri	Niss, Freudenthal Henning/Keune Blomhoj/Hoff Keldsen Galbraith/ Stillman Lingefjärd Maaß
Sosyo-eleştirel Modelleme	Dünya çapındaki eleştirel anlayış gibi pedagojik amaçlar	Özgürlükçü yaklaşım	Politik sosyoloji deki sosyo-eleştirel yaklaşım	Barbaso
Epistemolojik veya Teorik Modelleme	Teori temelli hedefler (teori gelişimine katkı sağlama gibi)	"Eski" Freudenthal'in Bilimsel-hümanistik yaklaşım	Roman epistemoloji	Brousseau, Chevallard, Garcia, Gascon, Ruiz Higueras/ Bosch
Aşağıdaki yaklaşım bir çeşit **üst-yaklaşım** olarak tanımlanabilir:				
Bilişsel Modelleme	a) modelleme sürecinde oluşan zihinsel süreçlerin analiz edilmesi ve bu zihinsel süreçlerin anlaşılması b) modelleri zihinsel resimler veya fiziksel resimler olarak kullanarak veya modellemeyi soyutlama, genelleme gibi zihinsel süreçler olarak ele alarak matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesi		Bilişsel Psikoloji	Blum/Leiss, Borromeo Ferri

Tablo 1: Kaiser ve Sriraman (2006)'ın Modelleme Yaklaşımları Sınıflandırması

Kaiser ve Sriraman (2006) çalışmalarında modelleme üzerine yapılan tartışmaları gözden geçirmiştir. Bu tartışmalarla ilgili farklı yaklaşımları açıklayarak sınıflandırıp bu yaklaşımları daha eski yaklaşımlarla ilişkilendirerek bu farklı yaklaşımlar arasındaki benzerlik ve ayrılıkları göstermiştir. Sonuç olarak bu incelemeler bir taraftan uygulama ve modelleme üzerine yapılan tartışmalarda önemli yeni gelişmeler meydana geldiğini gösterirken diğer taraftan da yeni yaklaşımların hala var olan gelenekle paralel ilerlediğini, bunların önceki yaklaşımlarının gelişimi ile ortaya çıktığını göstermektedir. Modelleme yaklaşımlarının bu gelişimsel sürecine ilave olarak Lesh ve Doerr (2003b) ise modelleme yaklaşımının günümüzde sadece bilişsel bir temele oturtulmasını yeterli bulmamaktadır. Model oluşturma sürecini biliş ötesi (metacognition) bir süreç olarak görmek gerektiğini vurgulamaktadır. O halde biliş (cognition) ve biliş ötesi (metacognition) kavramlarına ve bilişsel düşünmeyle biliş ötesi düşünme arasında nasıl bir farkın olduğunu bilmek model oluşturma sürecinin değerlendirilmesinde önemlidir.

Biliş ötesinin (metacognition) eski ve en etkili tanımı Flavell tarafından 1976 yılında şu şekilde yapılmıştır: *Biliş ötesi*, bir kişinin kendi bilişsel süreçleri veya bunlarla bağlantılı olan her şeyi içine alan düşünce sistemidir (Lesh & Doerr, 2003b). Bu tanımlama matematik eğitimcileri tarafından sık kullanılan bir tanımlamadır. Schoenfeld (1985) da biliş ötesini "ne yapıyorsun, neden onu yapıyorsun, o yaptığın kullanışlı mı/faydalı mı?" gibi sorular karşısında öğrencilerin kendi sahip oldukları bilişi/anlayışı bilmesi, ifade etmesi olarak tanımlamıştır. Kuhn (1999) ise biliş ötesini, "ne biliyorum ve onu nasıl biliyorum" soruları üzerinde kişinin söylemine dayalı bilgisi (declarative knowledge) olarak ifade etmiştir (Lesh & Doerr, 2003a). Bu tanımlamalara bakıldığında biliş ötesi düşünmenin bilişsel düşünmeden farklılıklarını bilmek gerekir. Bilişsel düşünme seviyesi, öğrencilerin modellerinden (kavramsal sistemler, yapılar) ve bu modellerin kullanım ve gelişimine doğrudan katkısı olan süreçler, anlayışlar, yetenekler ve doğrulardan oluşur. Öğrenciler düşüncelerini var olan bilişsel elemanlardan organize etme, değiştirme, kontrol etme gibi eylemlerle o düşüncenin kendisi hakkında düşünmeye başladığı anda düşünce artık biliş ötesi olur (Lesh &

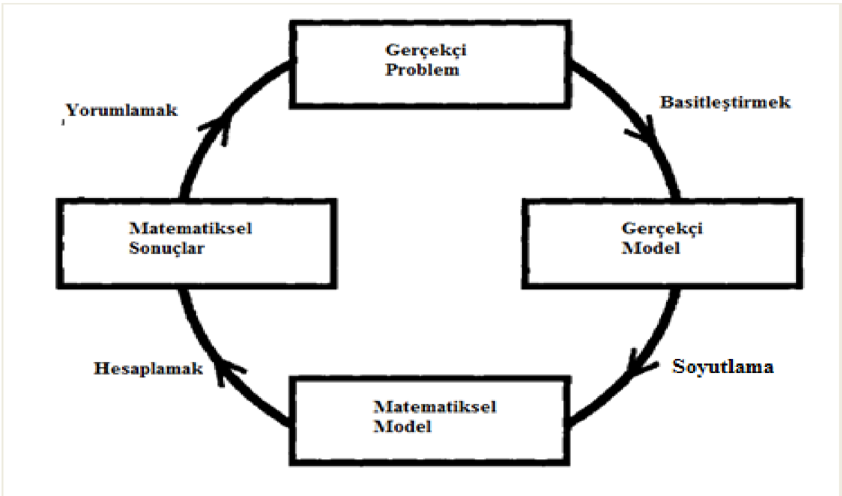
Doerr, 2003b). Bilişsel düşünme bilgiyi işleme yaklaşımı altında incelenirken, biliş ötesi bir düşünme model ve modelleme bakış açısı altında incelenebilir.

2.6. Model Oluşturma Süreçlerinin Tarihsel Gelişimi

Model ve model oluşturma yaklaşımlarına göre problem çözme; bir durumu matematiksel olarak yorumlama sürecidir. Maaβ (2006)'a göre modelleme problemleri bir çeşit gerçek yaşamla ilgili çalışmalardır. Lesh ve diğerleri (2000) gerçek hayat problemlerinin çözümünün; verilenlerin altında yatan örüntüleri ilişkileri, olası çözüm yolları, verilenlerin doğasını ve amaçları yorumlayabilmek için faydalı yollar geliştirmeyi içerdiğini belirtmişlerdir. Çözümlerin yavaş yavaş açıklanmaya, detaylandırılmaya ve tahmine dayanan birkaç modelleme adımından oluştuğu üzerinde durmuşlardır. Haines ve Crouch (2010)'a göre matematiksel modelleme ve bununla ilgili aktiviteler yazarlar ve araştırmacılar tarafından öğrencilerin davranışlarını anlamak amacıyla yapılan etkinlikler bir döngü olarak matematiksel modelleme sürecini temsil etmektedir. Kaiser ve Sriraman (2006) ise matematiksel model oluşturma sürecinin amacını öğrencilerin kendi orijinal problemlerini çözmeleri ve onları başka problemlere de uygulamaları olarak ifade etmiştir.

Literatür incelendiğinde Haines ve Crouch (2010) modelleme döngüsünün ilk defa 1970'li yıllarda ortaya çıktığını belirtmiştir. Matematiksel model oluşturma sürecine yönelik geçmişten günümüze birçok çalışma olmakla birlikte özellikle şu araştırmacıların modelleme süreçleriyle ilgili çalışmalarının dikkat çektiği görülmektedir: Maki ve Thompson (1973), Fischer ve Malle (1985), Blum (1985), Blum ve Niss (1991), Berry ve Houston (1995), Berry ve Davies (1996), Blum (1996), Cheng (2001), Blomhoej ve Jensen (2003), Lester ve Kehle (2003), Lesh ve Doerr (2003a), Ferri (2006), Blum ve Leiß (2007), Vaskoglou (2007), Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007).

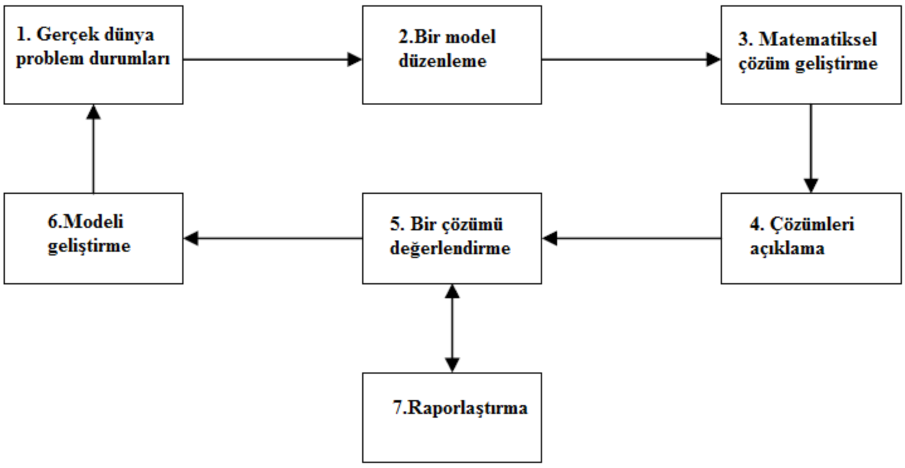
Maki ve Thompson (1973)'ın aşağıda Şekil 7'deki modelleme döngüsü ilk olarak yapılan çalışmalardandır. Problem çözümüne başlamak için karmaşık yapıları belirli basitleştirmeler sonucu anahtar kavramları tanımlayarak hareket etmek çözüme doğrudan yönelmeyi sağlamaktadır. Bu basitleştirme evresi problemde hangi verilerin yok sayılmasına karar verme, önemli kavramların birbiriyle nasıl bağlantılı olduğuna dair bir fikir oluşturma ve orijinal durumu bir gerçekçi model oluşturarak sonuçlandırma gibi durumları gerektirmektedir. Gerçekçi bir model tam olarak bir modeldir çünkü; modeli tekrar gözden geçirerek bakmak, manipülasyon yapmak ve anlamak orijinal durumdan daha kolaydır. Bir sonraki adım soyutlama evresi matematiksel bilgilerin ve notasyonların yer aldığı aşamadır. Gerçek modelin önemli özelliklerini ifade etmek için matematiksel kavramların seçiminin yapıldığı bölümdür. Ayrıca verilen ifadelerle bir sonraki hesaplama evresinde kullanılması mümkün olacak şekilde bir sezgi oluşturmak için de yol göstericidir.



Şekil 7: Maki ve Thompson (1973)'ın Matematiksel Modelleme Döngüsü
(Lester & Kehle, 2003)

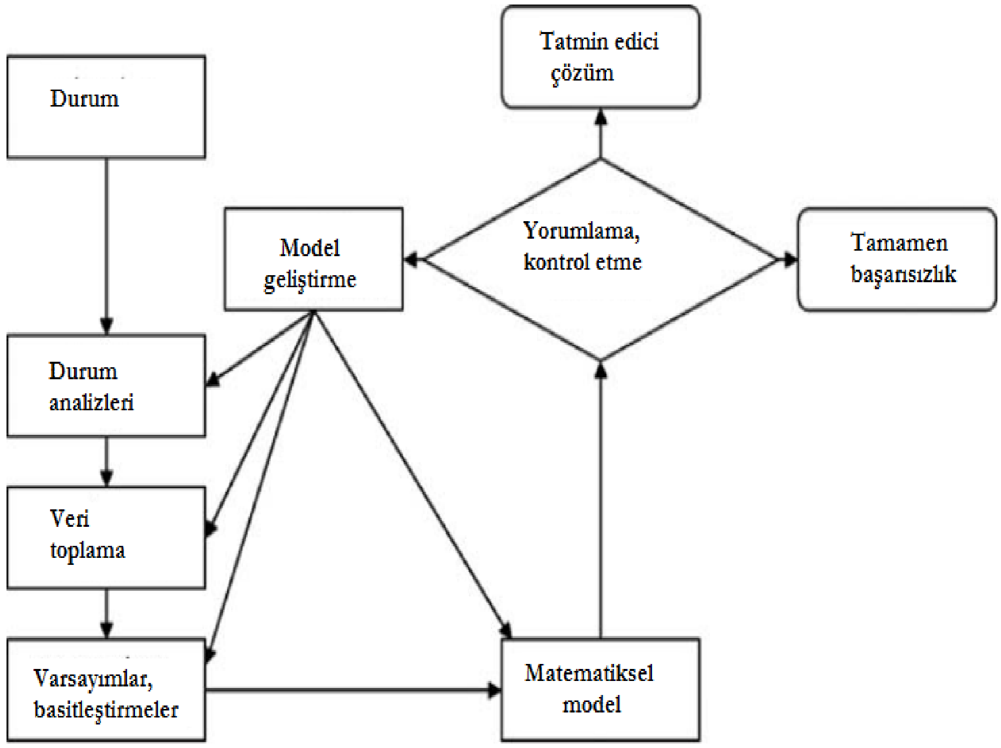
Üçüncü evre ise bir takım matematiksel ifadelerden matematiksel sonuçlar çıkarmaya yönelik işlemler yapma evresidir. Bu evrede kişinin matematiksel bilgi birikimi, matematiksel düşünme becerisi ve yetenekleri ön plana çıkmaktadır. Son evrede ise bu matematiksel düşünme sonuçları yorumlanır ve problemin orijinal içeriğine uygulanır (Lester & Kehle, 2003). Bu modelleme döngüsü matematiksel modelleme davranışlarının değerlendirilmesi için kullanışlıdır. Ancak modelleme sürecini lineer ifade etmesinden dolayı bir yanlışlık içermektedir. Matematiksel modelleme üzerine çalışan acemi ya da tecrübeli tüm modelleyicilerin bir evreden diğerine atladıklarını, herhangi bir basamağa geri döndükleri ve bazen tüm döngüyü tekrarladıkları görülmektedir. Bu ise pedagojik açıdan öğrencilerin matematiksel kavramları ve matematiksel modelleme sürecininin her ikisini öğrenmelerini gelişimi için model oluşturma etkinliği ile ilgili çoklu modelleme tecrübelerine sahip olması açısından önemlidir (Lester & Kehle, 2003).

1970'lerin sonlarına doğru üniversite düzeyindeki mühendislik matematik kurslarında *gerçekçi ve uygulamalı modelleme* yaklaşımı içinde aşağıda Şekil 8'deki 6 kategori halinde 7. raporlaştırma basamağı da ilave edilerek süreç geliştirilmiştir (Haines & Crouch, 2010).



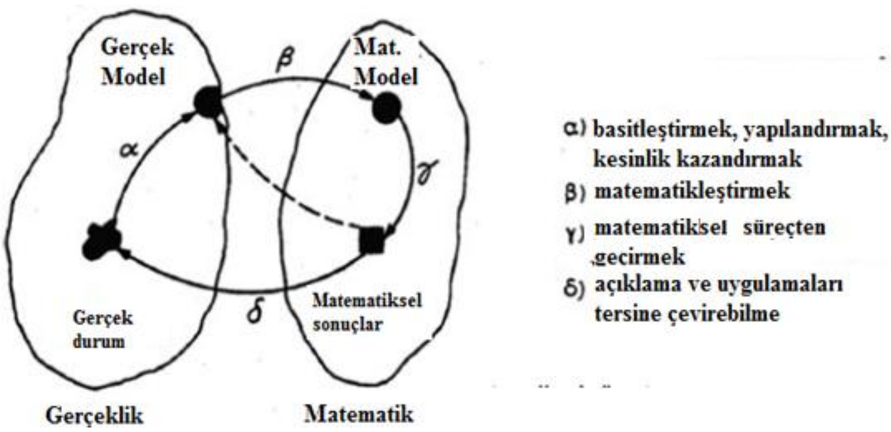
Şekil 8: Orijinal Olarak Gerçekçi ve Uygulamalı Modelleme Yaklaşımından Geliştirilmiş Modelleme Döngüsü (Berry & Davies, 1996).

Fischer ve Malle (1985) de *Durum*'lardan matematiksel modele geçiş basamaklarını ayrıntısıyla açıklayan Şekil 9'da gösterilen bir döngü tanımlamıştır.



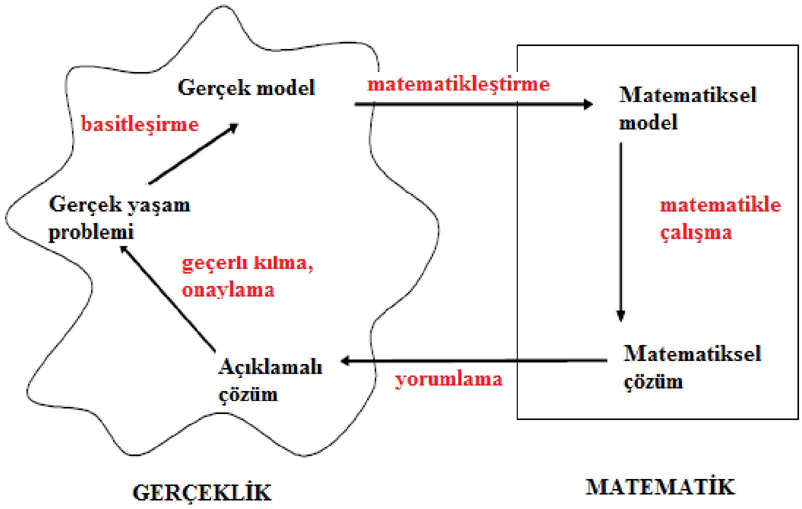
Şekil 9: Modelleme Döngüsü (Fisher & Malle, 1985; aktaran Greefrath, 2010).

Okullarda 1980'lerde matematiksel modelleme üzerine çalışmaların gelişimi bilişsel yaklaşımla didaktik ve bağlamsal modelleme uygulamaları ve yorumlamaları üzerine odaklanılmıştır (Haines & Crouch, 2010). Bunlardan biri Blum (1985)'un Şekil 10'daki modelleme döngüsüdür.



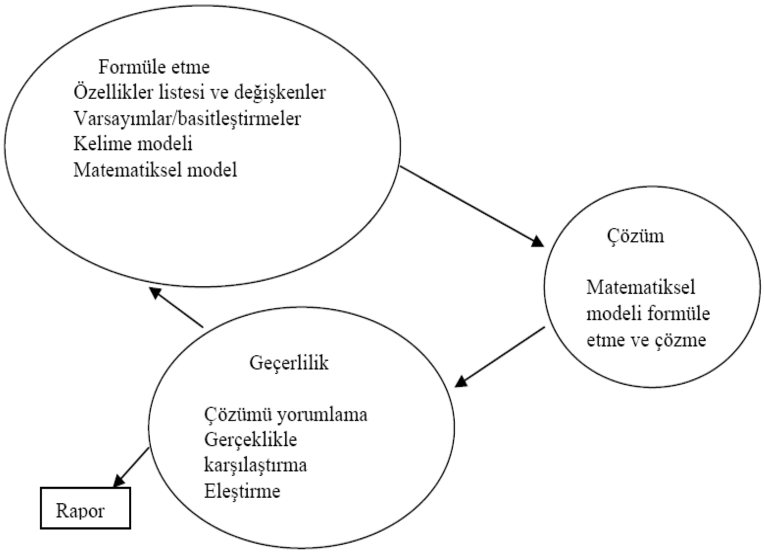
Şekil 10: Modelleme Döngüsü (Blum,1985).

Blum ilerleyen yıllarda modelleme çemberini genişleterek 1996 yılında Şekil 11'de görülen yeni bir modelleme süreci geliştirmiştir. En çok ortak noktada buluşulan görüş olarak Blum' un modelleme problemlerini değerlendirme biçimi kabul edilmiştir (Maaβ, 2006).



Şekil 11: Modelleme Süreci (Blum, 1996).

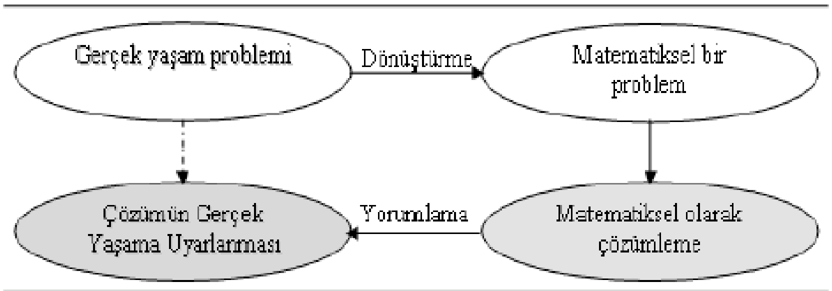
Blum 1985 yılında geliştirdiği modelleme süreci üzerinde çalışmalarına devam ederek 1996 yılında bir gerçek yaşam problemini modellerken gerçek ile matematik arasında hareket edildiğini belirtmiştir. Modelleme sürecinin bir gerçek yaşam problemi ile başladığını dile getirmiş ve bu problemi basitleştirerek, yapılandırarak ve idealleştirerek gerçek bir model elde edildiğini belirtmiştir. Gerçek bir modelin matematikleştirilmesi matematiksel bir model oluşturmaya dayanmaktadır. Matematikle uğraşarak matematiksel bir çözüm elde edilir. Bu çözümün öncelikle yorumlanması ve ardından geçerliliğinin sağlanması gerekmektedir. Eğer çözüm ya da seçilen süreç gerçeğe yaklaşımı sağlamıyorsa birkaç basamak ya da ilk aşamada seçilen modelleme süreci üzerinde tekrar çalışmak gerekmektedir (Maaβ, 2006).



Şekil 12: Modelleme Süreci (Berry & Houston, 1995).

Berry ve Houston (1995)’ın yukarıda Şekil 12’de görüldüğü gibi matematiksel modelleme sürecinde matematiksel modelleme aşamaları lineer değildir ve matematiksel modelleme sürecinde yapılması gerekenler aşağıdaki gibidir: (a) *Problemi anlama*: araştırılacak problem tanımlanır ve probleme uygun veriler toplanır ve analiz edilir. (b) *Değişkenleri seçme:* problem ‘beyin fırtınası’ yapılarak bir özellikler listesi şekillendirilir, belli özelliklere bakarak bir liste oluşturulur ve modelde kullanılacak değişkenler tanımlanır. (c) *Matematiksel modeli kurma:* kelime modeli (word model) gibi problem tanımlanmaya çalışılır, tanımlanan değişkenler kullanılarak sembollerle bir kelime modeli yazılır, matematiksel model ve kelime modeli ifade edilir. (d) *Matematiksel problemi çözme:* matematiksel modelleme aktivitesi sık sık matematiksel problemi oluşturma ve çözmeye yönlendirmektedir. Bu aşamada bilinen matematik bilgileri kullanılmalıdır. (e) *Çözümü yorumlama:* çözüm kelimelerle tarif edilir. Modelin onaylanması için ihtiyaç duyulan verilere karar vermektir. (f) M*odeli doğrulama:* uygun veri ile birlikte modelinin sonucu test edilir, model eleştirilir. (g) *Modeli başka problemler için geliştirme:* varsayımlar incelenir; model formüle edilir; çözme, yorumlama ve onaylama süreçleri tekrar edilir; modelleme aktivitesi hakkında rapor hazırlanır ve (h*) problem ve onun çözümünü gösteren bir rapor hazırlanır,* bu belki bir poster, yazılı bir rapor ya da sözlü bir sunu şeklinde olabilir.

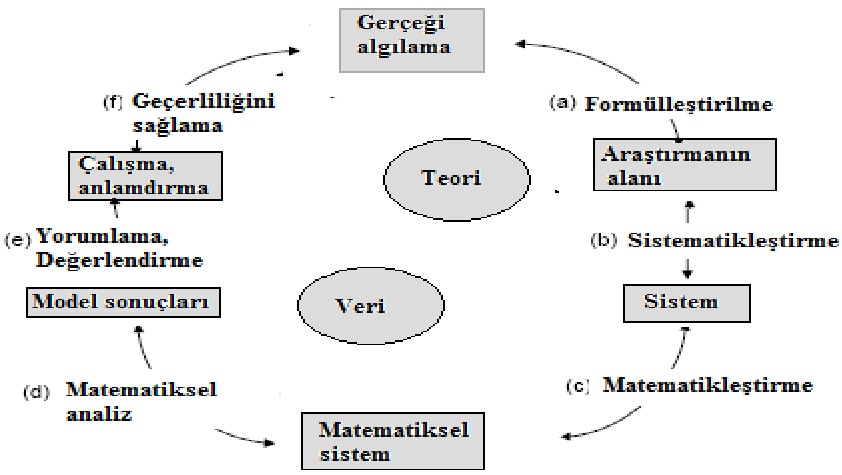
Cheng (2001)’in yapmış olduğu çalışmasına göre modelleme en genel şekli ile aşağıda Şekil 13’te belirtilen süreç dâhilinde gerçek yaşam problemlerinin çözümlerinin araştırılması için matematiksel probleme dönüştürüleceği bir süreç olarak tanımlanmaktadır.



Şekil 13: Modelleme Süreci (Cheng, 2001).

Ayrıca gerçek sözel problemlerinin basitleştirilerek ve soyutlayarak matematiksel bir durum oluşturma bunu yaparken de gerçek yaşam problemini matematiksel bir probleme dönüştürmeyi matematiksel model oluşturma olarak tanımlamıştır. Bu matematiksel problem bilinen teknikler kullanılarak matematiksel bir çözüm bulmak için kullanılır. Bu çözüm ardından gerçek bir durumu yorumlamak için kullanılır (Cheng, 2001; Berry & Houston, 1995).

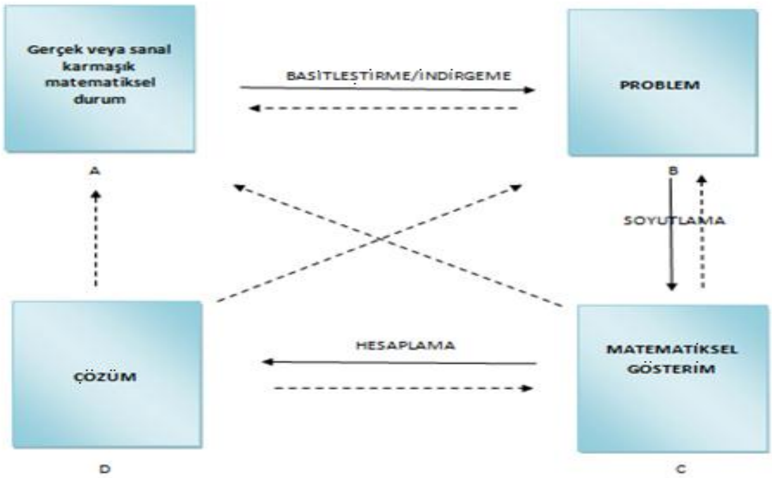
Literatürde karşımıza çıkan bir diğer model oluşturma sürecine ait döngü de Blomhoej ve Jensen (2003) tarafından ifade edilmiştir.



Şekil 14: Modelleme Süreci (Blomhoej & Jensen, 2003).

Blomhoej ve Jensen (2003)'in matematiksel modelleme süreci yararlı ve kapsamlı bir şekilde modellemeyi a'dan f'ye altı algılanmış gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek bu teori ve verileri tanımlarken ve bilgiyle ortaklığını ifade ederek matematiksel modelleme sürecine bir bakış açısı kazandırmıştır. Bu süreç daha önce verilen Şekil 8'deki Berry ve Davies (1996)'in modelleme süreçleriyle ilişkilidir (Haines & Crouch, 2010).

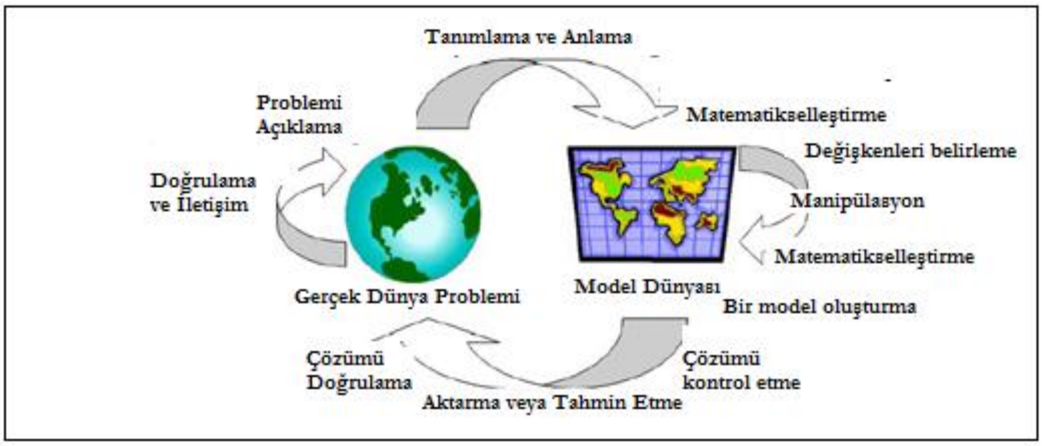
Literatür incelendiğinde ilerleyen yıllarda Lester ve Kehle (2003)'nin modelleme sürecini Şekil 15'deki gibi ifade ettiği görülmektedir.



Şekil 15: Modelleme Süreci (Lester & Kehle, 2003).

Lester ve Kehle (2003)'nin modelleme süreci matematiksel etkinlik göstermenin ötesinde üst düzey bilişsel etkinlik türlerinde önemli rol oynayarak grup çalışmaları için tercih edilen popüler bir modelleme süreci olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu süreç kabul edilebilir sonuçlar elde etmek için A adımı gerçek veya sanal karmaşık matematiksel durumlara yönelik problemlerin yorumlanması ile başlar. Problem çözmeye ise karmaşık durumları çözerek ve verilenleri basite indirgeyerek B adımına geçilir. Bir problemi basitleştirme ve problem çözme ve evresi hangi durumların önemsenmeyeceği, birbiriyle bağlantılı önemli durumlara karar verilmesi ve problemin gerçekçi bir yaklaşımla sonuçlandırılmasıdır. Bir sonraki adım olan C'ye geçmek için ise matematiksel gösterimlerin kullanıldığı soyutlama adımı yer almaktadır. Soyutlama durumu matematiksel gösterimle gerçek modelin özelliklerini ortaya çıkaracak şekilde ayırarak ifade ediliş evresini oluşturmaktadır. Ardından ise bu soyutlama evresi sonucunda elde edilen matematiksel gösterimler hemen ardından gelecek olan hesaplama evresinin gelişmesini sağlamaktadır (Lester & Kehle, 2003).

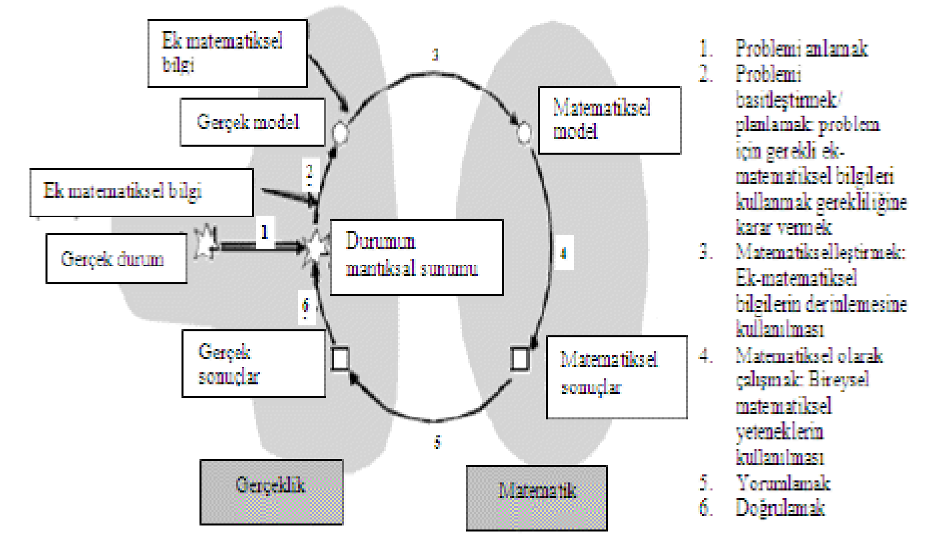
Diğer bir matematiksel modelleme süreci aşağıda Şekil 16'da Lesh ve Doerr (2003a) tarafından ifade edilmiştir.



Şekil 16: Modelleme Süreci (Lesh & Doerr, 2003a).

Tanımlama model dünyadan gerçek veya hayali dünyaya bir eşleme oluşturulması iken *manipülasyon* tahminler üretmek veya orijinal problem çözme durumu ile ilgili eylemler ortaya koymak için modelin manipüle edilmesi, *aktarma ve tahmin etme* ilgili sonuçların gerçek (veya hayali) dünyaya geri taşınması, *doğrulama* ilgili eylemlerin ve tahminlerin kullanışlılığının doğrulanmasıdır. Ne yazık ki karmaşık problem çözme durumlarını yorumlamaya çalışan problem çözenler için basit bir modelleme döngüsü yeterli değildir. Bir problemin matematiksel yorumu kolay değilse çözümler doğal olarak çeşitli "modelleme döngüleri" içerir. Bu döngülerde, *tanımlamalar, açıklamalar ve tahminler* yapılan denemelerden alınan dönütlere dayanarak, derece derece geliştirilir, gözden geçirilir veya reddedilir (Lesh & Doerr, 2003a).

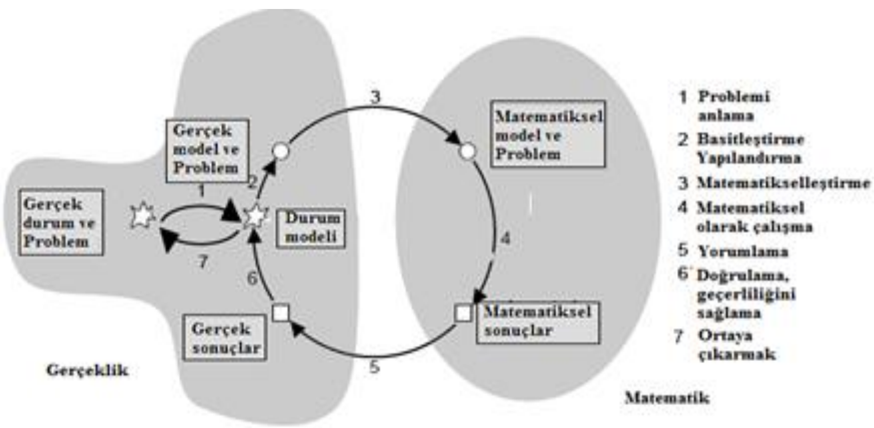
Bir diğer çalışma ise literatürde Ferri (2006)'nin aşağıda Şekil 17'deki modelleme sürecini değerlendirme biçimiyle karşımıza çıkmaktadır.



Şekil 17: Modelleme Süreci (Ferri, 2006).

Ferri (2006) modelleme çerçevesinde modelleme sürecini en genel şekilde ele aldığımızda ortaya çıkan basamakları barındırmanın ötesinde bu süreci daha fazla ayrıntılandırarak ele almış ve basamaklar arasındaki geçişi de betimlemiştir. Bu sürece göre modelleme bir dizi izole ve lineer ilişkili adımlardan değil bu basamakların karşılıklı ve döngüsel etkileşimiyle gerçekleşmektedir. Örneğin modellemeyi yapan kişi 3. basamakta bir sorunla karşılaştığında tekrar birinci basamağa ya da altıncı basamakta bir sıkıntı yaşarsa üçüncü basamağa da geçiş yapabilir (Ferri, 2006).

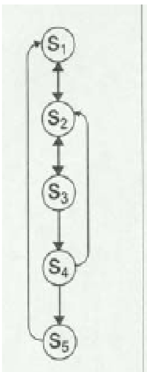
Blum ve Leiß (2007) ise model oluşturma sürecini aşağıda Şekil 18'deki gibi ifade etmiştir.



Şekil 18: Bilişsel Yaklaşım İçindeki Modelleme Süreci (Blum & Leiß, 2007).

Blum ve Leiß (2007)'in bu modelleme süreci Ferri (2006)'nin modelleme sürecinin geliştirilmiş halidir. Bu gösterimin özelliği gerçek durum ve problemi anlamanın, yine ekstra matematiksel yaklaşımla gerçek model ve problemin bir durum modeline doğru ilerlediğinin altını çizmek istemiştir (Haines & Crouch, 2010).

Voskoglou (2007) ise modelleme çemberini her biri birbiriyle farklı adımlar arasında başarılı bir şekilde bağlantı kurulmasına bağlı bir süreç olarak ortaya koyarak bu süreci aşağıda Şekil 19'daki gibi belirtmiştir. Her basamak beklenen sonuçların ve bir basamaktan diğer basamağa geçişin bir önceki basamakta yapılması gerekenlerin tümünün başarılı olarak tamamlanmış olmasıyla bağlantılı olarak tanımlanmıştır (Haines & Crouch, 2010).



s_1 = **Problemin analizi(durumu anlama ve ve gerçek sistemin gereksinim ve sınırlılıkları anlama).**

s_2 = **Matematikleştirme, gerçek durumları formüllerini içererek matematiksel çalışma ve modellin oluşturulması için hazır hale gelme.**

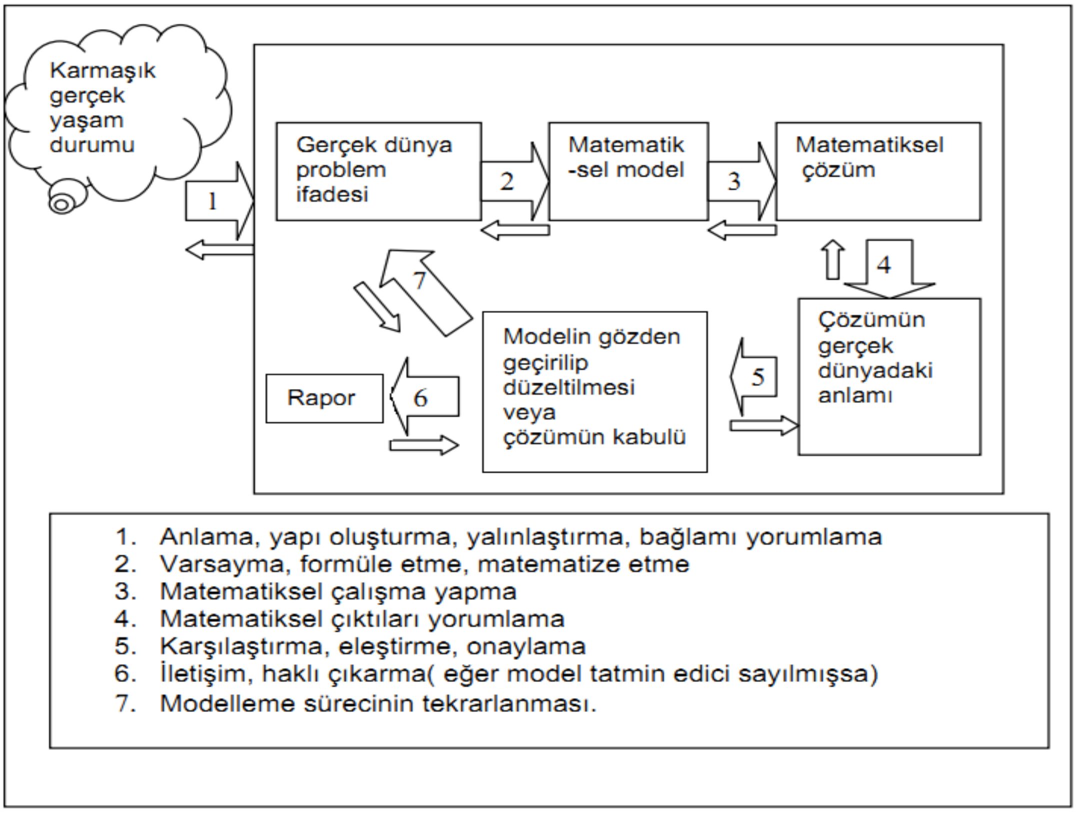
s_3 = **Modelin çözümü, uygun matematiksel manüpilasyona ulaşma.**

s_4 = **Genellikle yeniden üretilerek ve modelin çözümünden önceki koşullar altındaki fikirlerin de ele alarak modelin geçerliliğinin sağlanması**

s_5 = **Son matematiksel sonuçları ve onların gerçek sistemlerle olan ilişkilerini bizim problemimize "cevap" verecek şekilde yorumlama**

Şekil 19: Modelleme Süreci (Vaskoglou, 2007).

Bir diğer çalışma ise Stillman, Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007) tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin model oluşturma etkinliği ile uğraşırken model oluşturma sürecindeki her bir aşama aşağıda Şekil 20'deki gibi tanımlanmıştır.



Şekil 20: Modelleme Süreci (Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007).

Modelleme yapılırken gerçek ve matematik arasında gidip gelinir. Modelleme süreci karmaşık bir gerçek yaşam durumuyla başlar. Bu durumdan bir problem ifadesi elde edilir. Buradan matematize etme aracılığıyla bir matematiksel modele ulaşılır ve model üzerinde yapılan matematiksel çalışmayla çözüm bulunabilir. Bu çözüm öncelikle yorumlanır ve daha sonra doğruluğu gösterilir. Eğer çözüm veya seçilen süreç gerçekle uyum sağlamazsa belirli adımlar veya modelleme sürecinin tamamı tekrarlanır. Modelleme süreciyle ilgili Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007) ilköğretim öğrencileriyle başarılı bir şekilde gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri uygulamalarına dayanarak modelleme sürecindeki aşamalar arasındaki geçişlerden ve bunlarla birleşmiş olan bilişsel etkinliklerden oluşan aşağıda Şekil 21'deki çerçeveyi geliştirmişlerdir.

1. Karmaşık yaşam durumundan gerçek dünya problem ifadesine geçişte:
- Problemin genel durumunu açıklama
- Basitleştirilmiş kabuller yapma
- Stratejik varlıkları saptama

2. Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçişte:
- Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama
- Elemanları matematiksel olarak, uygulanabilir formüllerle temsil etme
- Bağlantılı varsayımlarda bulunma
- Hesaplamaya olanak sağlayan matematiksel tabloyu ve teknolojiyi seçme
- Formülü çoklu durumlara otomatik olarak uygulayabilmek için uygun tekniği seçme
- Modelin grafiksel gösterimini üretmek için uygun teknolojiyi seçme
- Cebirsel eşitlikleri doğrulamak için kullanılacak teknolojiyi seçme

3. Matematiksel modelden matematiksel çözüme geçişte:
- Uygun sembolik formülü uygulama
- Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları kullanma
- Grafiksel gösterimi üretmek için teknolojiyi kullanma
- Teknolojiyi kullanarak cebirsel modeli doğrulama
- Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde etme

4. Matematiksel çözümden çözümün gerçek dünya anlamına geçişte:
- Matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıklarını saptama
- Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme
- Sonucu üretmek için gerekli yeni bir yorumla önceki sınırlamaların gevşemesi

5. Çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü aşamasına geçişte:
- Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma
- Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini inceleme
- Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma
- Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliğini inceleme

Şekil 21: Model Oluşturma Sürecindeki Geçişlerde Karşılaştıkları Zorlukları Belirlemek İçin Çerçeve (Stillman, Galbraith, Brown & Edwards, 2007).

Model oluşturma sürecinin her bir aşamasında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanmasıyla öğretmenlere, öğrencilere verdikleri problemde hangi aşamalarda zorlanabilecekleriyle ilgili tahmin yürütmelerinde faydalı olunabileceği belirtilmiştir.

Bu anlayış daha sonra öğrenmenin planlanmasına, problemin çözümü için gerekli ön koşul bilgi ve becerilerin tanımlanmasına, eğer ihtiyaç duyulursa ana noktalar için müdahalenin hazırlığına ve anlamlı öğrenme parçalarının yapılandırılmasına katkıda bulunacaktır (Stillman ve diğerleri, 2007).

2.7 Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasının Önemi

Altun (2002) Lev Vygotsky'nin çocuğun bilişsel gelişmesinde çevrenin çok önemli bir faktör olduğunu ortaya koyduğunu belirtmiştir. Piaget'in, öğrenmede gelişmeyi ön plana çıkarmasının yanında, Vygotsky'nin sosyal çevreyle etkileşimi öne çıkardığını ifade etmiştir. Grup çalışmasında farklı ilgi ve yeteneklerdeki öğrencilerin birbirine çok şey verebileceğini, birbirlerine öğreterek daha etkili bir şekilde öğrenebilecekleri gibi faydaları söz konusu olduğuna dikkat çekmiştir. Vygotsky'nin düşüncelerinden, matematik eğitiminde yararlanmak için iyi organize edilmiş öğretim ortamları hazırlamak ve öğrencileri etkileşim içinde olacakları, birlikte gerçekleştirecekleri etkinliklerle, birlikte çözebilecekleri problemlerle yüz yüze getirmek gerektiği üzerinde durmuştur. Böylece öğrenme olayına karşı çocukta, bir içten isteme oluşacak ve öğrenmenin kendiliğinden gerçekleşeceğini belirtmiştir.

Birçok araştırmacı matematiksel model oluşturma etkinliklerinde grup çalışmasının önemine dikkat çekmektedir. Öyle ki Zawojewski, Lesh ve English (2003)'e göre geleneksel matematik problem çözme etkinliklerinde, ulaşılması beklenen tek bir matematiksel sonuç olduğu için paylaşılma gereksinimi yoktur ve bu nedenle bu tür problemlerin sosyal yönü çok zayıftır. Ancak matematiksel modelleme etkinliklerinde model oluşturma ve modeli genelleme ilkeleri, geliştirilen bir modelin paylaşılabilir ve tekrar kullanılabilir olmasını sağlamaktadır. Modelleme etkinliklerinin yukarıda belirtildiği gibi sosyal etkileşime çok uygun oluşu, bu etkinliklerin grup çalışması şeklinde yapılmasını gerekliliği fikrini ortaya koymuşlardır.

Zawojewski, Lesh ve English (2003) küçük yaş gruplarındaki öğrenciler için grup çalışması şeklinde düzenlenen modelleme etkinliklerinin sosyal deneyimlerin karakteristik özelliklerini taşıdıklarını ve etkili iletişim ve takım çalışmasının temellerini oluşturduklarını belirtmiştir. Öğrencilerin ise çeşitli boyutlarda uygulanabilecek modelleri geliştirmek ve gözden geçirip düzeltmek için takım arkadaşlarıyla etkili bir iletişime ihtiyaçları vardır. Modelleme etkinliklerinde grup çalışma sürecinde her bir öğrenci kendi dış temsilleriyle problemi yorumlar ve bu yorumlar grupça tartışılır. Her bir bireyin ortaya attığı model tartışılıp, değerlendirildikten sonra en uygun model oluşturulmaktadır. Oluşturulan model başkaları tarafından kullanılacağından, öğrenciler her bir süreci, yöntem ve stratejiyi açıklamak durumundadır.

English ve Lesh (2003) grup çalışması sonucu öğrencilerin elde ettikleri modelleri sınıf arkadaşlarına sunarken, grubun matematiksel düşünceleri ve anlayışlarıyla ilgili iletişimde bulunduklarını dile getirmiştir. Modelleme etkinliklerinin grup çalışması şeklinde uygulandığı sınıf ortamında eleştirel soru sorma, savunma, düşüncelerini ispatlamaya ve arkadaşlarını ikna etmeye çalışma ve grupla dinleyiciler arasında ortaya çıkan tartışma için çok sayıda fırsat ortaya çıktığını belirtmiştir.

Antonius, Haines, Jensen ve Niss (2006) ise çalışmalarında grup çalışmasının modelleme problemleri ile ilgili çalışmalarda kullanılabilecek en uygun yöntem olduğunu ifade etmiştir. Grup çalışması sırasında gruplarda gözlenebilecek durumları analiz ederek öğretmenlere model oluşturma etkinlikleri ile düzenleyecekleri grup çalışmalarında karşılaşacakları durumlar hakkında bir öngörü kazandırmayı hedeflemiştir. Buna göre grup çalışmalarda gruplar öğrenciler tarafından ya da öğretmen tarafından oluşturulabilir. Gruplar rastgele ya da amaçlı şekilde olacağı gibi homojen veya heterojen de olabilirler. Gruplar çeşitli yollarla çalışmalarını gerçekleştirmektedirler: (a) *Gruplar devamlı yeniden oluşturulabilir veya dağıtılabilir.* Eğer bir öğrenci grupta sorun çıkartıyorsa o öğrencinin diğer grup üyeleri tarafından gruba adapte olması sağlanabilir ya da bu durum kabul edilerek mevcut grupla problem çözülmeye çalışılır. Çalışma tamamlandığında grup dağılabilir. (b) *Grup hoş bir sosyal çevre oluşturarak çalışır.* Öğrenciler matematik problem hakkında olmayan kendi kişisel çalışmalarına paralel önemsiz sohbetler yapabilirler. Grup sanki birbirlerinden kolay öğrenmeler gerçekleştiriyor gibi görünmese de şu bir gerçektir ki bu çevresel faktörler bazı öğrencilerin öğrenme süreçlerinde önemli bir rol oynamaktadır. (c) *Grup üyeleri aynı problem üzerinde birbirlerine paralel çalışırlar* ama bir karara ulaşmak için yaklaşımlar, yöntemler ve sonuçlar devamlı tartışılır, görüşülür ve kontrol edilir. Bazen bir sonuca ulaşılır, bazen de aynı problem üzerine farklı cevapların elde edilmesinden dolayı aynı sonuca ulaşılamaz. Bu etkin yol bira az yeteneğe sahip, motivasyonu düşük, ilgisiz ve tembel olan bir öğrenci için risk içerirken izleyici rolünde olur ve grup çalışması sorumluluğunu almaz. (d) *Problem daha alt problemlere bölünür* ve her bir grup üyesine bir parçasından sorumlu olmak üzere dağıtılır ve problemin cevabı bireysel çalışmalardan elde edilir. Bu genellikle büyük bir problemdir ve üzerinde proje çalışması yapılan bir konudur. Bu öğrencileri beraber çalışmaya zorlar. Sonuç her bir öğrencinin çalışmasına bağlıdır. Eğer bir öğrenci çalışmasında başarısız olursa çalışma zamanında tamamlanamayacaktır. Tüm bu durumlar günlük yaşamda farklı çalışma alanları arasında denge kurmak için önemli olup bireysel çalışmayı da içerir.

Modelleme sırasında ise birçok öğrencinin birlikte çalışmayı tercih ettiği görülmektedir. Günlük yaşamda oldukça karmaşık problemlerin üstesinden gelmekte fikir alış verişleri yararlı olmaktadır. Bir öğrenci çaresiz kaldığında diğer öğrenci ona bir öneride bulunabilir. Burada öğretmen sorular düşünme ve öğrenmeye öğrenciyi teşvik etmek için rehber durumundadır. Grup bu durumda grup üyelerinin tamamının katkılarının ötesinde bir çalışma gerçekleştirebilir (Antonius ve diğerleri, 2006).

2.8 Model Oluşturma Etkinliklerinde Öğretmenin Rolü

Öğretmenlerin sınıf içinde öğrenci çalışmalarında hangi konumda olacağına dair bir araştırma Blum ve Ferri (2009) tarafından ortaya koyulmuştur. Bu araştırmacılar öğretmenlerin kendilerinin destekleri sonucu öğrencilerin bağımsız çalışmaları ile öğrencilerin tek çalışmaları arasında önemli bir ayrım olduğunu anlamaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu durumun önemsizmiş gibi görünebileceğini ama bunun önemsenmeyecek bir durum olmadığını vurgulamışlardır. Almanya'da en çok ilgi gören aşağıda Şekil 22'de görülen bir resimle de durumu betimlemişlerdir.

Şekil 22: Öğrencilerin Öğrenmesinde Doğru ve Yanlış İki Manzara (Blum & Ferri, 2009).

Blum ve Ferri (2009) çalışmalarında modellemenin öğrencilere öğretilmesine yönelik olarak öğretmenlere önemli mesajlar vermiştir. Modellemenin öğrencilere öğretilmesi için sadece bir yol olmadığını deneysel çalışmalarla modellemeyi öğretecek birçok etkili yöntem bulunulduğunu ifade etmişlerdir. Bunları şu şekilde sıralamışlardır: (1) Nitel öğretim modellemeyi öğretme için kullanılabilir. Nitel öğretimi zengin kılan özellik uygun modelleme etkinliklerinin kullanılmasıdır. Modelleme etkinliği düzenlenirken öğrencilerin çoğunlukla özgür olacağı ve öğretmenleri tarafından en az şekilde rehberlik edileceği durumların arasında sabit bir denge kurulmalıdır. (2) Öğrencilerin bireysel modelleme yollarını desteklemek ve çoklu çözümlere öğrencileri teşvik etmek önemlidir. Öğretmenler etkinlikteki çözümün açık uçlu olması durumuna alışık olmalı ve özel çözümlerde öğrencilerin kendi potansiyellerini ortaya koyabileceklerinden haberdar olmalıdırlar. (3) Öğretmenler öğrencilere önemli müdahale yerlerini bilmelidir ve (4) öğretmenler modelleme problemlerinin çözümü için öğrencilerin çözüm için yeterli olan stratejilerinin nasıl güçlendireceğini bilmek zorundadır.

Blum ve Ferri (2009)'ye paralel olarak Shell Centre (1985)'ye göre de modelleme etkinlikleriyle çalışırken, geleneksel öğretmen rolü olan açıklama yapma, doğru cevabın ana kaynağı olma rolü uygun değildir. Öğretmen öğrencinin düşüncelerinin mikro yönetimini yapamaz, modellemenin merkezinde bulunan stratejik yetenekleri tek başına geliştiremez, ancak aşağıdaki şekilde sorulara odaklanarak rehberlik yapabilir:

- *Daha fazla üst bilişsel yönlendirme*: " Neyi denediniz?", "Ne buldunuz?", "Sonrakinde neyi deneyeceksiniz?", "Bunu nasıl ifade edeceksiniz?"
- *Özel stratejilere odaklanmış bazı yönlendirmeler*: "Bazı özel durumları gözden geçirdiniz mi?", "Tanıdığınız hiçbir örüntü gördünüz mü?", "Bunu başka bir yöntem kullanarak kontrol etmeyi denediniz mi?"
- *Küçük ayrıntılı rehberlik*: "Bu iki kare farkı değil mi?", "Neden bir doğrusal yerleştirme denemiyorsunuz?" (Antonius, Haines, Jensen & Niss, 2006).

Antonius ve diğerleri (2006)'ne göre öğretmen öğrencilere ne kadar rehberlik edeceğini iyi belirlemelidir. Eğer öğretmen öğrencilerin problem çözmek için kullanacakları becerileri kendilerinin seçmesine izin verirse, doğal olarak öğrenciler sadece kendilerine en tanıdık ve güvenli olanı seçeceklerdir. Böylece daha zorlayıcı ve güç olan fikirlerden sakınmaya yöneleceklerdir. Diğer taraftan eğer öğretmen öğrencilere hangi matematiksel teknikleri kullanacaklarını söylerse yöntemle ilgili talepleri dikkate almamış olur ve problem verilen tekniklerin kullanımını içeren bir alıştırmaya dönüşür. Eğer modelleme etkinliği sırasında verilen desteğin dengesi uygunsuz ise öğrenciler hemen problemi sahiplenme duygusunu kaybederler, geleneksel pasifliklerine ve her türlü öğrenmeye engel olan taklitçi rollerine geri dönerler.

Steen ve Foreman (2001) etkili bir modelleme öğretmeninin nasıl bir yaklaşım içinde olması gerektiğini aşağıdaki gibi ifade etmiştir. (1) *Aktiftir:* öğrencileri çeşitli stratejileri keşfetmeye teşvik eder; sorulan soru ile bağlantılı olan verilerin tartışılmasını ateşler; öğrencilerin problemi çözmek için ihtiyacı olan eksik bilgiyi bulmalarını ister ve somut materyallerin kullanılmasına olanak sağlar. (2) *Öğrenci merkezlidir:* öğrencilerin ilginç ve uygun olarak gördüğü problemlere odaklanır; öğrencilerin diğerleriyle çalışmayı öğrenmesine yardım eder; öğrenciler arasında güçlü teknik iletişim becerilerini geliştirmeye çalışır ve öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimlerini kullanmaları için fırsatlar sağlar. (3) *Bağlamsaldır:* öğrencileri ilk olarak bağlam içinde problemle, daha sonra matematiksel yöntem ve işlemlerle uğraştırır; ek bilgiler sağlayacak kaynaklar önerir; öğrencilerin, çözümün problemin gerçek bağlamında anlamlılığını doğrulamalarını ister ve öğrencileri matematiğin iş yaşamı ve günlük yaşamla bağlantılarını görmeye teşvik eder (Antonius, Haines, Jensen & Niss, 2006).

2.9 İlköğretim Matematik Müfredatında Modellemenin Yeri ve Önemi

Son yıllarda matematik eğitimi araştırmaları çalışmalarını matematiksel modelleme ve özellikle okullarda farklı seviyelerdeki öğrencilerin matematiksel modelleme becerileri üzerine yoğunlaştırmışlardır. Matematik eğitimcilerini matematiksel modelleme üzerinde çalışmaya yönelten temel etken de "öğrencilerin gerçek yaşamda kullanabilecekleri matematiksel bilgi ve düşünme becerilerine sahip olabilmeleri için nasıl bir matematik eğitimi yapılmalıdır?" sorusu ve geleneksel yöntem ile problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmede yetersiz kaldığı kaygısıdır (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2007).

Matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalar araştırmalar grup çalışması şeklinde araştırmalarını yapmaktadırlar. Bu konuda Avusturalya'da (English, Galbraith ve arkadaşları), Belçika'da (Verschaffel ve arkadaşları), Danimarka'da (Niss, Blomhøj ve arkadaşları), Almanya'da (Blum, Kaiser ve arkadaşları), Hollanda'da (de Lange ve arkadaşları) ve Amerika'da (Lesh, Schoenfeld ve arkadaşları) çalışmalar devam etmektedir. Bu araştırmalar öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini nasıl daha iyi çözebileceği ve okuldan sonra gelecek tecrübelerinde bir vatandaş olarak problemleri çözmeleriyle ilgilidir (English, 2006; Mousoulides, 2007a, 2008). Ayrıca The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) de matematiksel düşünceler arasındaki ilişkilerin anlaşılması ve düşünüş şekillerinin geliştirilmesi için belirli amaçlara yönelik etkinliklerin kullanılmasına yönelmek gerektiğini önermektedir. Bu tavsiyenin gerçekleşmesi ayrıca model oluşturma etkinliklerinin kullanılmasının bireylerin eleştirel düşünme ve eleştirel yaklaşım anlayışının da geliştirilmesine katkıda bulunacaktır (Skovsmose, 1994; Sriraman & Lesh, 2006).

Model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin problem çözmede önemli matematiksel düşünceleri kullanmalarını desteklemekte ve öğrencilerin düşünme şekillerini anlamalarına da katkı sağlamaktadır. Matematik eğitimi araştırmacıları öğrenciler için onların düşünüş şekillerini geliştirici zengin fırsatlar sunan iyi yapılandırılmış model oluşturma etkinliklerine ihtiyaç duymaktadırlar (Lesh & Doerr, 2003b; Lesh & Zawojewski, 2007). Modelleme yaklaşımı anlamlı matematiksel yapıların oluşturulması bu yapıların geliştirilmesi, keşfedilmesi ve bu yapıların genellenerek diğer problem durumlarına uygulanmasını içeren model oluşturma etkinliklerinin eğitici sonuçlar içerecek şekilde kullanılmasını beraberinde getirmektedir (Lesh & Doerr, 2003a; Doerr & English, 2003). Model oluşturma etkinlikleri paylaşılabilen, manipüle edilebilen, değiştirilebilen ve yeniden kullanılabilen kavramsal yapıları inşa etmek, açıklamak, tahmin etmek matematiksel bilgileri kontrol etmek için öğrencilerin ürettiği düşünce ve cevapları içermektedir (Lesh & Doerr, 2003a; Lesh & Zawojewski, 2007). Öğrencilerin okulda karşılaştığı bir takım problem durumlarını yapılandırırken model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin birlikte çalışıp bir çözüm geliştirebildikleri sosyal tecrübeler kazandırmaktadır (Doerr & English, 2001). Öğrencilerin geliştirdiği farklı soruları, sonuçları, çelişkileri, çözümsüzlükleri ve yaklaşımları ortaya koymaktadır (Doerr & English, 2003; Mousoulides, Pittalis, Christou & Sriraman, 2010).

İlgili araştırmalar matematiksel modellemede öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışması öğrencilere kendi anladıkları şekilde durumları yapılandırmalarına ve çok faktörlü karmaşık problemler üzerinde düşünerek çözümler için başarılı ilişkiler kurmak açısından fırsat sağlamaktadır (Lesh & Doerr, 2003a, 2003b; English, 2003a). Modelleme etkinlikleri gerçek yaşamla ilgili olup, öğrencilere çoklu yorumlar ve yaklaşımlar içinde olmasına izin verir, onların iç motivasyonunu ve iç denetimini arttırır. Birtakım ilgili çalışmalar modelleme etkinliklerinin kullanılmasının öğrencileri geleneksel okul programlarında karşılaşamayacağı önemli matematiksel fikirler ve süreçler geliştirmelerine teşvik ettiği konusunda hem fikirdir (English & Watters, 2004a; Zawojewski, Lesh & English, 2003). Matematiksel düşünceler öğrenciler tarafından gerçek yaşam durumlarını problemle uğraşırken anlamlı hale getirmek için kullanılır. Ayrıca öğrenciler bu matematiksel düşünceleri farklı seviyede ve çeşitteki düşüncelerle karşılaştırır. Modelleme etkinliklerindeki öğrenci çalışmaları genellebilen bağlamsal sistemlerin gelişimini kolaylaştırmaktadır (Harel & Lesh, 2003). Öğrenciler sadece kendi modelleri hakkında düşünmelerinin ötesinde önemli bir yaşam problemini çözmek için de uğraşırlar (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006).

Lesh ve Doerr (2003a) ile English (2003a) model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin cebirsel düşünmelerini ortaya koyduğunu keşfetmişlerdir. Bu etkinlikler öğrencilere sayısal ilişkileri bulmak analiz ederek değişiklikler yapmak, tanımlamalar ve değişik biçimlerde karşılaştırmalar yapmak için fırsatlar yaratmaktadır (Lesh & Doerr, 2003a). Ek olarak English (2003a) öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle uğraşmasından sonra matematiksel fikirlerinin etkilendiğini belirtmiştir. Süreçte matematiksel dilin geliştiğini ayrıca tablo ve verilerin yorumlanması yeteneğinin arttığını belirtmiştir.

Araştırmalar çocukların matematiksel tanımlamalarının, açıklamalarının, gerekçelendirmelerinin ve tartışmalarının gelişiminin matematiksel model oluşturma etkinlikleriyle sağlandığını belirtmişlerdir. Modelleme etkinlikleri ayrıca sosyal etkinlikleridir bu yüzden öğrenciler sonuca ulaşmak için çalışırken farklı sorular, bağlantılar, tartışmalar, çelişkiler ve sorunlarla bağlantı kurmaktadır. Sonuçta kendi çalışmalarına ait raporları sınıfa sunarken diğer arkadaşlarından gelecek eleştirel dönütlere ve sorulara cevap vermektedirler (English & Watters, 2004a; Zawojewski, Lesh & English, 2003).

Öğrencilerin model oluşturma etkinliklerine yönelik çalışmalarının içindeki önemli bir parametre de öğrencilerin kendi günlük bilgilerini kullanmalarıdır. Araştırmacılar öğrencilerin kendi kişisel bilgilerinin kullanılması ile problemin içindeki anahtar verilere yönelik bilgileri karşılıklı olarak birbirini etkilemektedir (Zawojewski, Lesh & English, 2003; Mousoulides, Pittalis & Christou, 2006). Birçok model oluşturma etkinliğinde öğrencilerin kendi günlük bilgilerinin problemi anlamdırarak ve problemin içindeki önemli bilgileri tanımlamakta yardımcı olduğu görülmektedir. Öğrenciler model oluşturma etkinliklerinin çözümüne yönelik yazılı raporlarını kendi bilgileri ile hazırlamaktadır. Özellikle bazı öğrenciler bilgilerinin kendilerini bir yere ulaştıramadığını anlamakta ve bu yüzden verilen etkinlikteki özel bir bilgiyi kullanma yoluna gitmektedirler (Doerr, 2006; Zawojewski, Lesh & English, 2003; Lesh & Doerr, 2003a, 2003b).

Model oluşturma etkinlikleri kişinin; gerçek yaşam durumunu yansıtan bir model geliştirmesini, geliştirilen bu model üzerinde kendi düşünce ve yaklaşımlarını gözden geçirip yeniden düzenlemesini, ortaya çıkan kavramsal sistemleri açıklayabilmek için çok çeşitli temsili medya (sembol, sözlü dil, çizelge, tablo, grafik, benzetim) kullanılmasını teşvik eder (Mousoulides, 2007a). Ayrıca, model oluşturma etkinliklerinin pedagojik amacı öğrencilerin, kendilerine bazı bilgileri verilmiş gerçek hayattan problematik bir durumun matematiksel modelini ortaya çıkarmalarına yardımcı olma ve böylece önemli matematiksel kavramların daha iyi anlaşılmasına yardımcı olmaktır (Lesh & Lamon, 1992; Aktaran Sriraman, 2005). Bunun yanında Maaß (2006)'ın da belirttiği gibi, modelleme etkinliklerindeki problem çözme sürecinde, öğrencilerin modellerini sürekli gözden geçirdikleri, yeniden düzenledikleri ve bunun için sıkça üst bilişsel düşünme becerilerine başvurdukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin üst bilişsel düşünme becerilerini sıkça kullanmalarının bu becerilerinin gelişimine katkıda bulunabileceği, bunun da günlük yaşam durumlarında matematikten yararlanma düzeylerini olumlu yönde etkileyebileceği düşünülmüştür; çünkü üst bilişsel düşünme becerileri öğrencilere hangi matematiksel bilgi ve yöntemi nerede ve nasıl kullanacağı konusunda bilinçli hareket edebilme olanağı sunmaktadır.

İlköğretim matematik öğretim programının yaklaşımı ile öğrencilere benimsenen kavramsal yaklaşımla öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olmak amaçlanmıştır

(MEB, 2005a). Bu yaklaşımla matematiksel kavramların geliştirilmesinin yanı sıra problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendrme gibi önemli becerilerin geliştirilmesi de hedeflenmiştir. Öğrenciler etkin şekilde matematik yaparken problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşmayı, açıklamayı ve savunmayı, matematiği hem kendi içinde hem de başka alanlarla ilişkilendirmeyi ve zengin matematiksel kavramları öğrenirler. Program incelendiğinde problem çözmenin önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. MEB (2005a) problem çözmeyi başlı başına bir konu değil de süreç olarak ele almaktadır. Birden fazla strateji kullanarak çözülebilen veya farklı sonuçlar elde edilen açık uçlu problemlere yer verilmelidir. Öğrenciler problem çözme ile ilgili düşüncelerini akran ve öğretmenleriyle rahatça paylaşmalıdır. Problem çözme becerileri kazandırılırken izlenen adımlar öğrenciler için anlamsız hale getirilmemelidir. Sınıf içi tartışmalarla en iyi çözüm yollarına birlikte karar verilmelidir. Öğrencilere problem çözme sürecindeki uğraşlar sorgulatılmalı, bu süreç ve sonrası için duygu ve düşünceleri ifade ettirilmelidir.

İlköğretim matematik öğretim programında öğrencilerden beklenen becerilerin farklı öğrenme alanlarının alt öğrenme alanlarındaki konular dâhilinde öğrencilere kazandırılması hedeflenmektedir. Modelleme kavramının ise daha çok soyut bir kavram veya konunun cebirsel ifadelerin, cebir karolarıyla modellenmesi ya da tamsayılarda ve rasyonel sayılarda toplama, çıkarma işlemlerinin sayma pullarıyla modellenmesi gibi kullanımlarla konunun somutlaştırılması, şekil, tablo ve grafiklerle ifade edilmesi şeklinde ele alındığı görülmüştür. Ancak gerçek hayat problemlerinin sadeleştirilmesi, soyutlanması ya da matematiksel forma dönüştürülerek matematik bilgisinin kullanılmasını gerektiren matematiksel modelleme ise performans ve proje ödevleri başlığı altında ilköğretim matematik programında dikkat çekmektedir. Performans görevi ve proje ödevlerinin modelleme becerisi gerektirdiği ve öğrencilerin bu ödevleri yaparken programda öğrencilerden beklenen becerilerin tamamını sergileyerek üst düzey bilişsel süreçlerden geçtiği görülmektedir. MEB (2005a)'e göre performans ödevi programda öngörülen eleştirel düşünme, problem çözme, okuduğunu anlama, yaratıcılığını kullanma, araştırma yapma gibi öğrencinin bilişsel, duyuşsal, psiko-motor alandaki becerilerini aynı anda kullanmasını, geliştirmesini ve bir ürünün ortaya konmasını gerektiren çalışmalarıdır. Bu görevi öğrenciler yapılandırırken nasıl planladığını, hangi stratejileri kullandığını, verileri nasıl topladığını ve organize ettiğini, nasıl örneklediğini, genellemelere nasıl ulaştığını, kısmi ve geçici çözümleri nasıl değerlendirdiğini ve cevaplarını nasıl savunduğunu da gösterir. Bu tür görevlerle, öğrencilerden derslerde kazandırılması hedeflenen üst düzey becerilerdeki gelişimlerini günlük yaşamla ilişkilendirerek göstermeleri beklenmektedir. Proje ödevleri ise öğrencilerin grup hâlinde veya bireysel olarak, istedikleri bir alanda/konuda inceleme, araştırma ve görüş geliştirme, yeni bilgilere ulaşma, özgün yorum yapma, düşünce üretme ve çıkarımlarda bulunma amacıyla ders öğretmeni rehberliğinde yapacakları çalışmalardır. Bir uzmanlık alanında, sık sık disiplinler arası araştırma planlayarak, tasarlayarak ve bir öğrenci ya da bir grup öğrenci tarafından üstlenilen projeler kişiye yeni bilgiler, özel beceriler ve alışkanlıklar kazandırır. Proje geliştirme süreci uzun, karmaşık ve zorlu bir süreçtir. Bu görevler, öğrencilerin yaratıcılık, araştırma, iletişim, problem çözme, ilişkilendirme gibi üst düzey zihinsel becerilerini geliştirir. Projenin tasarımından ortaya konulmasına kadar geçen süreç, bilimsel süreç basamaklarını içereceğinden bilimsel süreç becerilerinin gelişmesine yardımcı olur.

Öğrencilere kazandırılması gereken beceriler incelendiğinde ise ilköğretim programıyla benzer problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerinin olduğu bunlardan farklı olarak matematiksel düşünme ve matematiksel model kurabilme becerilerinin de ortaöğretim matematik öğretim programında yer aldığı görülmektedir. Matematiksel modelleme ortaöğretim matematik öğretim programının içinde açık bir şekilde belirtilmiş ve matematiksel model kurabilme beceri olarak öğrencilere kazandırılması gereken beceriler arasında yer almıştır.

Matematiksel modellemenin pek çok ülkede olduğu gibi ülkemizde de öğretim programlarında yer almasının nedenlerini şu şekilde açıklayabiliriz. Matematiksel modelleme, öğrencilerin yaratıcılığını ve problem çözme tutumlarını ve bu konudaki yeterliklerini geliştirir. Öğrencilerde eleştirel (potansiyel) bakış açısının oluşturulması, geliştirilmesi ve yeterli hale getirilmesini sağlar. Öğrencileri, birey veya bir vatandaş olarak günümüzde, gelecekte veya meslek yaşantılarında modelleme yapabilme yeterliliğini kazandırır. Matematiğin diğer alanlardaki tüm önemli yönleri ve uygulamalarını, dünyadaki rolünü içeren bir resim oluşturur. Öğrencilerin, matematiksel kavramları, bilgileri, metotları, sonuçları ve konuları anlamalarına ve kazanmalarına yardımcı olur (Lingerfjad, 2006). Ayrıca matematiksel modelleme, öğrencilere matematiğin sınıf dışında hangi amaçlarla kullanıldığının gösterilmesi, böylece onlarda matematiğin doğası ve rolü hakkında daha zengin bir fikir oluşturmayı, matematiğe karşı tutumlarının ve inançlarının şekillenmesine yardım ederek, öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini artırmayı, öğrencilere matematiği, farklı alanlarda kullanabilme kapasitesini kazandırmayı sağlar (Niss, Blum & Galbraith, 2007).

Uluslar arası Matematik Öğretimi Komisyonunun (ICMI-14, 2002) yayınladığı raporda matematiksel modellemenin öğrencilerin; matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına, özgün problemleri çözmelerine, problemleri formüle etmelerine, eleştirel ve yaratıcı yönlerinin farkına varmalarına, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağladığı ifade edilmektedir (Blum, Galbraith & Henn, 2002). Benzer şekilde Zbiek ve Conner (2006) da modellemenin matematiksel düşüncelerin gerçek yaşama uygulanabilirliğini göstererek önceden bilinen matematiksel kavramların derinlemesine anlaşılmasına, yeni matematiksel kavramların öğrenilmesine, disiplinler arası ilişkiler kurulmasına, modelleme süreçlerinde çalışan öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel gelişimine katkı sağladığını ifade etmektedir.

Bireylerin yaşamlarında matematiği gerektiği şekilde kullanabilmelerini, gerçek yaşamla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilmelerini ve karşılaştıkları problemlere farklı çözüm yolları üretebilmelerini sağlamak amacıyla matematik eğitiminde modellemenin kullanılması yerinde görülmektedir. Bu katkılar göz önüne alındığında matematiksel modelleme becerisinin gerek ilköğretimde gerekse ortaöğretimde önemli bir yeri olduğu açıktır. Dolayısıyla, matematik öğretiminde matematiksel modelleme yaklaşımları kullanılarak öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir.

3. LİTERATÜR TARAMASI

Yeni ilköğretim matematik programının amaçları bir bütün olarak incelendiğinde model oluşturma kavramına vurgu yapıldığı görülmektedir. Bundan dolayı programda yer alan ayrıca ülkemizde öğrenci, öğretmen ve eğiticimler tarafından önemi yavaş yavaş fark edilemeye başlayan model oluşturma etkinliği çalışmalarının geçmişten günümüze kadar uygulamaları ve bunların matematik öğrenimine etkilerini ortaya koymak amacıyla literatür taraması yapılmıştır. Bu süreçte matematik eğitimi çatısı altında model, modelleme, modelleme problemleri, matematiksel modelleme ve model oluşturma etkinliği anahtar kavramları kullanılarak elde edilen araştırma ve derleme türü makaleler incelenmiş ve çalışmalarda değişik seviye gruplarındaki öğrenciler için farklı uygulamaların gerçekleştirildiği görülmüştür. Bundan hareketle matematik eğitiminde farklı öğretim basamaklarındaki öğrenciler için yapılan modelleme uygulamaları ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretim olmak üzere bölümlere ayrılmış ve bunlar *ilköğretimde (1–8) model oluşturma etkinlikleri*, *ortaöğretimde (9–12) model oluşturma etkinlikleri* ve *yükseköğretimde model oluşturma etkinlikleri* olmak üzere üç ana başlık altında aşağıda sunulmuştur.

3.1 İlköğretimde (1–8) Model Oluşturma Etkinlikleri

Matematik eğitiminde model oluşturma ve model oluşturma etkinliklerinin ilköğretim seviyesindeki uygulamalarıyla ilgili birçok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmacılardan biri olan Bonotto (2001) çalışmasında 4. sınıf öğrencileriyle yeni bir matematiksel bilgiyi yapılandırmada (ondalık sayılarda çarpmanın algoritması) öğrencilerin günlük yaşamlarında sürekli içli dışlı oldukları nesnelerin kullanımının etkisini araştırmıştır. Bu çalışmada ayrı ayrı beş oturumda alış veriş faturaları üzerinde modelleme etkinlikleri düzenlenmiş ve bu faturalarla ilgili öğrencilere problemler sorulmuştur. Altıncı ve son oturumda da öğrencilerin çarpmanın algoritmasını öğrenip öğrenmediklerini kontrol etmek için daha teorik sayısal sorular sorulmuştur. Öğrencilerin yazılı ifadeleri ile grup tartışmaları nitel olarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak günlük yaşamda sıkça karşılaşılan nesnelerin kullanımı okul dışı deneyimlerle bağ kurma yolu olarak yeni bir matematiksel bilgiyi kazandırmaya katkı sağlayacak bir yöntem olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca bu öğrenme metodunun yeni bilginin ortaya çıkması üzerindeki etkisi vurgulanmıştır.

Biembengut (2006) da çalışmasında çocukların çevrelerinde gördükleri nesneler, olaylar ve durumlar aracılığıyla oluşturdukları her algılama ve hissin onların zihinlerinde imajlar ve düşünceler oluşturduğunu, bu imajların ve düşüncelerin kavramayı başlattığını, bunun da anlamlandırmayı, anlamlandırmanın da zihinsel bir modeli oluşturduğunu ifade etmiştir. Daha sonra bundan yola çıkarak araştırmacı benzer şekilde gözlenen bir fenomenin modelini yapmada veya bir şeyleri anlamak ya da çözmek için bir model kullanımında da zihinsel süreçlerin farklı aşamalarının gerçekleştiğini ve ilköğretim düzeyinde modelleme süreçlerinin bu üç aşama (algılama ve anlama, kavrama ve açıklama, anlamlandırma ve modelleme) dikkate alınarak sentezlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu aşamaları gözlemlemek için 70 öğrenciden oluşan iki adet 2. sınıf öğrencisiyle art arda iki yıl süren çalışmada, doğrusal ölçme sisteminin öğretimiyle ilgili bir etkinlik geliştirilmiştir. Etkinliğin birinci safhasında öğrenciler çevredeki bitkileri gözlemek, ne gördüklerini ve hissettiklerini açıklamak için okul bahçesine alınmıştır. İkinci safhada tohumların çimlenme periyodu boyunca, programdaki diğer konularla birlikte öğrenciler doğrusal ölçmeyi öğrenmişler, bitkiler büyümeye başlayınca da her grup kendi bitkisini günlük olarak ölçüp, verileri tablo formunda kaydetmeye başlamıştır. Üçüncü safhada ise verileri grafik kâğıdı üzerinde göstermişler ve bitkilerin zamana bağlı olarak doğrusal büyümesinin grafiksel gösterimini elde etmişlerdir. Daha sonra çocuklara verileri ve grafikleri diğerleriyle karşılaştırmaları önerilmiş, öğrencilerin çoğu büyüme verilerini doğrulamış, her bitkinin grafik gösterimleri çakışmasa da grafik gösterimleri birbirlerine benzer formda ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak çalışmada ilköğretimde çocukların matematiksel bağlamları anlayacağı ve matematiksel dili kullanacağı etkinliklerin planlanmasının zor olmadığı, matematiksel modellemenin farklı olaylar veya algılanan bilgilerin semboller ve mesajların anlamlarıyla temsil edilebilmesi gibi önemli becerilerin gelişimine katkı sağlayabileceği görülmüştür. Modelleme etkinliklerinin çocukların bir durum veya bağlamı anlamalarına, onların gerçek yaşam durumunu tanımlayacak, temsil edecek, çözecek ve sonucu aynı durum için yorumlayıp kontrol etmelerine imkân sağlayacak matematiksel dili tanımalarına öncülük edebilecek süreçleri içerdiği belirtilmiştir.

Model oluşturmanın etkinliklerinin matematik eğitiminde uygulamalarını araştıran Boaler (2001) iki farklı ilköğretim okulundaki yaklaşık 300 öğrenci üzerinde 3 yıl süren bir çalışma gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin bir kısmına matematiksel modelleme eğitimi uygulanırken diğer kısmına geleneksel yöntemlerle eğitim verilmiştir. Çalışmada geleneksel yöntemlerle eğitim alanların belirli bir süreci uygulamaları gereken sorularda daha başarılı oldukları görülmüştür. Araştırmanın sonunda her okuldaki 40 öğrenci ile yapılan görüşmelerle, öğrencilerin matematikle ilgili düşünceleri araştırılmış ve onlara okulda kullandıkları matematik ile okul dışında kullandıkları matematiğin birbirine benzeyip benzemediğini sorulmuştur. Bu görüşmelerde, geleneksel yöntemlerle eğitim alan öğrenciler matematiğin günlük yaşamdan kopuk olduğunu düşünürken, matematiksel modellemeyle matematik eğitimi alanlar okul matematiği ile günlük yaşamda karşılaştıkları matematiğin birbirinden farklı olmadığını belirtmiştir. Yapılan çalışmada kullanılan matematiksel modelleme yönteminin, öğrencilerin matematik başarılarını arttırdığı ve matematikle ilgili düşüncelerini önemli ölçüde etkilediği ortaya koyulmuştur. Benzer şekilde English ve Watters (2004b) yaptıkları araştırmada sosyo-ekonomik olarak orta düzeyde bulunan öğrencilerin devam ettiği bir okuldaki 8 yaşındaki 3. sınıf öğrencileri ile çeşitli model oluşturma etkinlikleri düzenlemişlerdir. Model oluşturma etkinliklerinden önce araştırmacılar 4 katılımcı öğretmene iki gün süreyle model oluşturma etkinlikleri üzerine eğitici çalışmalar sunmuş ve uygulanacak programla ilgili bir planlama yapmıştır. Çalışmada yer alan modelleme uygulamalarında amaç yazılı olarak ya da diyagramlarla verilen matematiksel bilimsel bilgiyi yorumlama, basit veri tablolarını okuma, veri toplama, sembolleştirme, veri analizlerini rapor etme ve grup içi işbirliği sağlamaktır. Öğretmenler bu model oluşturma etkinliklerinde tüm sınıfın üçer ve dörder kişilik gruplar halinde çalışmalarını sağlamış ve her ders saatini 40 dakika olarak belirlemişlerdir. Etkinliklerin birinde öğrencilere *Yağ Tohumları Problemi* verilmiş ve öğrencilerden problemde yer alan tabloyu kullanarak yağ tohumları için en uygun yetişme koşulunu bularak bir çiftçiye tavsiye mektubu yazmaları ve mektupta çiftçinin benzer durumlarda kullanması için geliştirdikleri yöntemlerini açıklamaları istenmiştir.

Grupların çalışmaları sırasındaki sınıf etkileşimleri ses ve video kayıt araçlarıyla kaydedilmiştir. Bu çalışmaların çocukları fikirlerini söyleme konusunda cesaretlendirdiği, kavramsal bilgisi eksik olan çocuklara fırsatlar sunduğu ve çoklu gösterimler ortamında sunulan etkinliklerle daha etkili bir öğrenme sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışırken, anlam oluşturma, problem kurma, hipotez oluşturma ve matematikleştirme durumlarıyla meşgul oldukları gözlenmiştir. Bu durum model oluşturma görevlerinin erken okul yıllarında matematiksel düşüncelerin ve problem çözme becerilerinin gelişimi için güçlü araçlar olduğunu ispatlamıştır. Yine English ve Watters (2005b) benzer bir çalışmasında öğrencilerin *Yağ Tohumları Problemi* ve *Uçak Problemi* adlı iki modelleme etkinliği üzerinde çalışarak matematiksel bilgi ve muhakeme süreçlerini keşfetmeyi amaçlamıştır. Araştırmada kullanılan etkinlikler matematiksel yollarla tanımlanma ve yorumlama gerektiren durumlar içermektedir. Ayrıca her iki etkinlik de çözüm sürecinde geçmiş bilgilerin kullanılmasını ve özel kriterlerin hesaba katılmasını gerektiren veri tablosu içermektedir. Araştırmada 3. sınıflardan (8 yaşında) dört şube ve onların öğretmenleri profesyonel gelişimlerine yönelik ve ayrıca hazırlayıcı modelleme etkinliklerinin yer aldığı altı aylık bir programda yer almıştır. Öğretmenler bu model oluşturma etkinliklerinde sınıfın üçer ve dörder kişilik gruplar halinde çalışmalarını sağlamış ve her ders saatini 40 dakika olarak belirlemiştir. Grupların çalışmaları sırasındaki sınıf etkileşimleri ses ve video kayıt araçlarıyla kaydedilerek incelenmiş ve analiz edilmiştir. Sonuç olarak her iki modelleme probleminde de öğrencilerin kendi kişisel bilgileriyle problemdeki anahtar bilgileri kullanmasının önemli olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenciler verileri yorumlamak için kişisel bilgilerini kullanmışlar; üst bilişsel ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik etkileşim içinde bulunmuşlardır.

English (2010) okul yıllarının başlangıcında modelleme etkinliklerindeki verileri ilişkilendirmenin öğrenciler için bir fırsat olduğundan yola çıkarak ilkokul 1. sınıftan (6 yaş) iki şubeye ait toplam 25 öğrenci ve onların öğretmenleri ile bir araştırma gerçekleştirmiştir. *Çevremizi Koruma Problemi* her sınıfta iki grup öğrenciye uygulanmış ve çalışmalar videoya kaydedilmiştir. Öğrencilerin çizimleri sonucu raporlar toplanmış ve çalışmaları analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda bu tür tecrübelerin öğrencilere okul yıllarının başlangıcında onların karmaşık yapılar üzerinde çalışmaları sağlanarak kazandırılabileceği belirtilmiştir. Bu uygulamanın öğrencilerin gelecek yıllar için matematiksel düşünme kapasitelerinin inşa edilmesine yardımcı olacağı ortaya koyulmuştur.

English (2006) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri ile çalışırken onların kavramsal gelişimlerini sağlamayı ve matematikleştirme süreçlerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Bunun için çalışmada 5. sınıftan 7. sınıfa kadar modelleme eğitimi alan öğretmen ve öğrenciler yer almıştır. Bu süreçte ilk yıl öğrenciler okul içinde ve dışında matematiksel problem çözme etkinliklerine yönelik hazırlayıcı modelleme deneyimleri yaşamışlardır. Daha sonra model geliştirme gerektiren model oluşturma etkinlikleri ile öğrenciler tanıştırılmıştır. İkinci ve üçüncü yıllarda ise tek model oluşturma problemi üzerinde çalışılmıştır. Öğrencilerin kendi modellerini yeni bir problemin çözümü için kullanabileceği iki model geliştirmeleri gerekmektedir. Çalışmanın ikinci yılında ise *Tüketici Rehberi Problemi* adlı model oluşturma etkinliği öğrencilere altı hafta boyunca 40–45 dakikalık zaman aralıklarıyla grup çalışması şeklinde uygulanmış ve öğrencilerin çalışmaları videoya alınarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak öğrenciler bağımsız olarak yapılar oluşturarak problem çözme sürecini tamamlamışlardır. Yapıları oluşturmak için sistemler oluşturma, sistemleri ayırma, kategorize etme, etmenleri sınıflandırma, nicel ve nitel veriyi sayısallaştırma ve nicelikleri dönüştürme konularında başarılı olmuşlardır. Çalışmada ilköğretim (1–5) öğrencilerinin genellikle ilköğretim (6–8) seviyesinde kullanılan kapsamlı model oluşturma etkinliklerinin içinde yer aldığı bir programda başarılı şekilde yer aldıkları görülmüştür. Bu durumun ilköğretimin (6–8) gelecek yılları için bir yatırım olduğu belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin bu tür etkinlikler içinde yer almasının matematik başarılarının gelişimi için zengin bir yapı oluşturduğu ve öğrencilerin kendi matematiksel fikir ve anlamalarını paylaştıklarından matematiksel iletişim becerilerini geliştirmek için bir ortam yarattığı vurgulanmıştır.

Lesh ve Harel (2003) öğrencilerin model oluşturma etkinliklerinde geliştirdikleri fikirleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bunun için 3 tane 8. sınıf öğrencileriyle *Sears*

Kataloğu Problemi, Büyük Ayak Problemi ve Yorgan Problemi adlı model oluşturma etkinlikleri üzerinde 60–90 dakika arası grup çalışması yapılmış ve çalışmalar videoya kaydedilerek sonuçlar analiz edilmiştir. Öğrencilerin her bir etkinlik için model oluşturma süreçleri Piaget'in problem çözme basamakları kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin farklı modeller geliştirdiği görülmüştür. Öğrenciler problemdeki ilişkili yapıları ifade etmek için güçlü gösterim sistemleri ile tanıştırılmış ve öğrencilerin bu yapılar üzerinde düşünmeleri sağlanmıştır. Modelleme etkinliklerinin ilköğretim seviyesinde uygulamalarından bir başkası ise Swan, Turner, Yoon ve Muller (2006) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada modellemenin öğrencilerin matematiksel dilini ve matematiksel araçları kullanışını ile soru sorabilme ve cevap verebilme kapasitelerini geliştirerek matematiğin öğrenimini nasıl sağladığını örneklerle açıklamayı amaçlanmıştır. Araştırmacılar model oluşturma *etkinliklerinden Açılır Kart Tasarlama Problemi, Büyük At Yarışı Problemi, Lig Turnuvası Düzenleme Problemi, Fifestioniog Tren Yolunun Zaman Çizelgesi Tasarlama Problemi, Uzun Atlama Problemi ve Voleybol Problemi'*ni kullanmıştır. Bu etkinliklerle çalışan öğrencilerin çalışmaları analiz edilmiş ve modelleme etkinlikleriyle çalışırken öğrencilerin bilginin bütünleşmiş alanları üzerine kurulan matematiksel uzmanlıklarını geliştirdikleri ve hem matematiğin içinde hem de dışında çoklu bağlantıları kullandığı görülmüştür. Ayrıca modellemenin öğrencilerin geliştirmek zorunda oldukları matematiksel becerilerden biri olduğu gibi aynı zamanda başka matematiksel becerilerin gelişimine de katkıda bulunduğu ve matematiksel modelleme deneyimlerinin sadece öğrencilerin kazanılmış bilgilerini güçlendirmeyip yeni matematiksel bilgileri de geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Bergman ve Bergsten (2007) ise başarısı üst düzeyde olan ilköğretim öğrencilerine matematiksel modellemeyi tanıtarak *Fermi Problemleri*'nin kullanımındaki olası potansiyeli keşfetmek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Araştırma 6'sı erkek ve 1'i kız toplam 7 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler üç gruba ayrılmış ve öğrencilerden sesli düşünmeleri istenerek onlara iki farklı problem yöneltilmiştir ve zaman sınırlaması yapılmamıştır. Tartışmalar kamerayla kayıt altına alınmış ve öğrencilerin yazılı kısa cevapları da göz önüne alınarak veriler analiz edilmiştir. Çalışmada katılımcılara kendi istedikleri grubu seçme hakkı verilerek tartışmaların daha açık olması sağlanmıştır. Verilerin analizi sonucu küçük grup çalışmalarının *Fermi Problemleri*'nin de kullanılmasının yüksek seviyedeki ilköğretim öğrencileri için matematiksel modelleme sürecinde eğlenceli bir ortam yarattığı ve modelleme becerilerinin gelişimine katkı sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu çalışmaya karşıt olarak model oluşturma etkinliklerinin düşük seviyedeki ilköğretim öğrencileri üzerindeki etkisini ortaya koyan Barbaso (2006) matematik eğitiminde modellemenin sosyo-kritik açıdan taslağını çizmek ve düşük seviyedeki öğrencilerin çalışmalarını analiz ederek çıkarımda bulunmak amacıyla nitel bir çalışma geçekleştirmiştir. Matematiksel modellemenin öğrenciler için bir egzersiz niteliğinde değil problem olması gerektiği ve problem seçimlerinin günlük yaşamdan ve diğer bilimlerden seçilmiş örnekler içermesi gerektiğinin sınırlarını çizmiştir. Modellemenin sınırlarını problemi keşfeden ve onu matematik gerçeği ile açıklayan öğrenme çevresi olarak belirtmiştir. Bu fikirlerini de tasvir etmek için Brezilya'nın kırsal kesimdeki bir devlet okulunda 7. sınıf öğrencileri üzerinde nitel bir çalışma yapmıştır. Bunun için araştırmacılar öğrencilerin kendi yaşamlarıyla ve çevresiyle ilgili gazetede yayınlanan bir haberi sınıfa getirerek bu haberden bir problem oluşturmuş ve öğrencileri gruplara ayırarak aktivitelerini inceleyerek tartışmaları kaydedilmiştir. Her bir grubun problem hakkındaki görüşleri alınarak öğrencilere farklı ölçütlerin nasıl farklı matematiksel sonuçlar yarattığını tartışmaları için fırsat sunulmuştur. Bu şekilde modellemede sosyokültürel yaklaşımın kullanılmasının düşünsel tartışmalarla ilgili olduğu sonucu ortaya koyulmuştur.

Günlük rutin okul yaşantısına modelleme etkinliklerinin entegre edilmesinin etkilerini göstermek amacıyla Maaß (2005) yaptığı çalışmada modelleme etkinliklerinin uygulandığı matematik sınıflarında kurs boyunca öğrencilerin matematiksel inançlarının değişimi, bu derslerin öğrencilerin modelleme sürecini nasıl etkilediğini ve modelleme becerileri ile matematiksel inanışlar arasındaki ilişkileri sorgulamıştır. Bu amaçla veri toplama sürecinde altı modelleme ünitesi 7. ve 8. sınıflardan ikişer paralel sınıfa 2001 yılı nisan ayı ile 2002 yılı temmuz ayı arasında uygulanmıştır. Derslerde öğrenciler *Porshe'nin Yüzey Alanı, Trafik Sıkışıklığı, Mobil Sözleşme Fiyat Tarifesi, Vücut Yüzey Alanı, Güneş Enerjisiyle Su Isıtma ve Topun Düşmesi* adlı model oluşturma etkinlikleriyle gerekli ders saatleri ayrılarak çalışmıştır. Öğrencilerin matematiksel inanışlarıyla ilgili veriler anketler, görüşmeler ve öğretmenlerin günlükleri aracılığıyla;

modelleme becerileriyle ilgili veriler ise, testler, kavram haritaları ve görüşmeler aracılığıyla elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel inanışlarının öğrencilerin olduğu kadar öğretmenlerin de okuldaki günlük matematik eğitiminde modellemenin araç olarak kullanımını büyük ölçüde etkilediği belirtilmiştir. Öğrenciler matematiksel inanışlarına göre ve modelleyici tiplerine göre sınıflandırılmış ve inanışlarla değişik modelleyici tipleri arasındaki bağlantılar incelenmiştir. Modelleme etkinliklerinin günlük öğrenme pratiğine uygulanmasında ise öğrencilere özel ve sosyal vatandaşlar olmaya ve toplum içinde gerekli olan kritik yeterliklerini geliştirmeye hazırlama, bireysel kapasitelerini destekleyen daha fazla sayıda fırsat sunma, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler modelleme becerilerini geliştirme, kendi kendilerine bir gerçek yaşam problemini modellemeyi başarabilme, öğrencilerin kabiliyetlerine bağlı çözümler geliştirmelerini sağlama gibi fırsatlar yaratmaktadır. Çalışmanın sonucunda ise eğitimin erken dönemlerinde matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasının gerekli olduğu ve bu yolla daha fazla öğrencinin uygun bir matematiksel inanış sistemi geliştirebileceği vurgulanmıştır.

Doruk (2010) yaptığı araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişimine etkisini incelemiştir. Araştırma alt sosyo-ekonomik düzeyden öğrencilerin devam ettiği bir devlet okulunun 6. ve 7. sınıfları üzerinde, 116 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırmacı tarafından geliştirilen ve içinde günlük yaşamdan alınmış problem durumları günlük yaşamda matematik dilini kullanmaya yönelik açık uçlu sorular ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirmeye yönelik maddeler bulunan "Günlük Yaşam Matematik Testi" ön test olarak tüm gruplara uygulanmıştır. Ardından deney grubu olarak belirlenen 6. ve 7. sınıflardan birer sınıfla haftada iki ders saati olmak üzere matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışılmış dönem sonunda da deney ve kontrol gruplarına *Günlük Yaşam Matematik Testi* son test olarak tekrar uygulanmıştır. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Sonuç olarak her iki sınıf düzeyinde de matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılan grupların, günlük yaşam problem durumlarında matematikten yararlanma, günlük yaşamlarında matematik dilini kullanma ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirme düzeylerinin, bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplardan yüksek olduğu belirlenmiştir. 6.

sınıf deney grubuyla, 7. sınıf deney grubunun matematiği günlük yaşama transfer edebilme düzeylerindeki artışları arasında anlamlı bir fark bulunamamış, bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinin okulda öğrenilen matematiği günlük yaşama transfer etmeye etkisinin sınıf düzeyine bağlı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Modelleme etkinliklerinin başarılı şekilde ilköğretim seviyesinde uygulandığı görülmüş ve bu etkinliklerin katkıları göz önüne alındığında bu fırsatların iyi şekilde değerlendirilmesine yönelik de araştırmalar gerçekleştirilmiştir. Bunlardan biri olan Balakrishnan, Yen, Goh ve Eng (2010) çalışmasında Singapur okul programına 2003 yılında giren modellemenin ilköğretim matematik öğretmenlerine matematiksel modelleme sürecinin yapısı hakkında ne kadar yeterli olduğunu görmek amacıyla ilköğretim (6–8) öğrencilerinin *Belediye Meclisi Problemi* adlı model oluşturma etkinliği üzerinde çalışmaları sağlanmış ve bu çalışmalar videoya kaydedilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin model oluşturma sürecindeki yaklaşımları modelleme sürecinin matematikselleştirme, matematikle çalışma, yorumlama ve fikirlerin ortaya atılarak tartışmaların olduğu yansıma eylemleri olmak üzere dört başlıkta incelenmiştir. İlköğretim öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde süreci başarılı olarak tamamladığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada öğrenciler matematiksel modelleme sürecine farkındalık kazandırılması gerektiğini vurgulamıştır. Bu amaçla öğretmenlerden sonra öğrencilere de modellemenin önemli olduğunun fark ettirilmesi ve gerekliliğine inandırılması konusunda çalışmalar yapılmasını tavsiye etmiştir. Öğrencilere model oluşturma etkinliklerinin geleneksel sözel problemlerden farkının hissettirilmesi ve matematiksel modellemenin günlük yaşamdaki karmaşık bir problemin matematik yardımıyla nasıl çözülebileceği noktasında tanıdığı imkânların anlaşılmasının sağlanması gerekliliği belirtilmiştir.

Araştırmacılar öğrencilerin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerdeki aşamalarda öğrencilerden beklenen davranışlarının yerine getirilip getirilemediği konusu üzerine çalışmalar gerçekleştirmiştir. Bu araştırmalardan biri olan Greefrath (2010) çalışmasında 10- 16 yaşları arasındaki ilköğretim öğrencileriyle problem çözme ve matematiksel modelleme üzerinde çalışmıştır. Bunun için *Evi Sıvama Problemi* ve

Trafik Sıkışıklığı Problemi adlı model oluşturma etkinlikleri iki öğrenciye grup çalışması şeklinde uygulanmış ve çalışmalar videoya alınmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin gerçeklik ile matematik arasındaki planlamaların geçişleri olan aşamaları belirlenmiştir. Bu aşamalarda öğrencilerin gerçek yaşam üzerinde basitleştirmeleri ayrıntılı olarak tartışmaları ve bunları planlamaları oldukça zaman aldıkları görülmüştür. Ayrıca tartışmalarda matematiksel modellerin tartışma olmadan çok hızlı ve sessiz şekilde ifade edildiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel terimlerin kullanılmadığı ve matematikselleştirme sürecinin oldukça kısa olduğu görülmüştür.

Mousoulides, Pittalis ve Christou (2006) ise model oluşturma etkinliklerindeki öğrenci yaklaşımlarını açıklamak amacıyla yaptıkları araştırmada öğrencilerden önceki matematik bilgilerini kullanmaları, ortalamanın kavramsal olarak anlaşılmasına öncülük edecek özel problemleri anlamaları beklenmiştir. Çalışmaya Kıbrıs'taki bir okulda daha önce matematiksel modelleme alanında problem çözme deneyimi olmayan, 6. sınıftan (11 yaş) 12 kız ve 8 erkek öğrenci katılmıştır. Öğrenciler *Yaz Kampı İşi Problemi ve İlaç Endüstrisi Altın Ödülü Problemi* adlı iki modelleme etkinliği üzerinde çalışmıştır. Her etkinlik hazırlık soruları ve ısınma amaçlı sınıf tartışmalarıyla başlamış, öğrenciler çözüm için üçerli veya dörderli gruplar halinde çalışarak, çalışmalarını bitirdiklerinde modellerini sorgulama, diğerleriyle karşılaştırma ve dönüt alıp onları değerlendirme amacıyla sınıf arkadaşlarına sunmuşlardır. Tekrar modellerini gözden geçirip düzeltmek amacıyla arkadaşlarıyla çalışıp, son olarak sınıfça modelleme etkinliği süresince gelişen anahtar matematiksel düşünceler ve işlemler üzerine odaklanan sınıf tartışmaları yapılmıştır. Veri kaynağı olarak sınıftaki genel tartışmalar için video kayıtları, grupların çalışmaları için ses kayıtları, öğrencilerin çalışma kâğıtları ve raporları kullanılmıştır. Araştırmacıların notlarının kullanıldığı çalışmada önemli bir sonuç olarak anlamlı gerçek yaşam durumu çalışmaları sunulduğunda öğrencilerin ilgiyle katıldığı ve model oluşturma etkinlikleriyle başarılı bir şekilde çalışabildikleri görülmüştür. Öğrenciler problemi farklı bakış açıları kullanarak incelemişler, hipotez kurup denemişler, modellerini ve çözümlerini değerlendirmişler, eklemelerle değiştirmişler, yeniden gözden geçirip düzeltmişlerdir. Öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışmasının önemli bir yönünün de doğal olarak grup içerisinde yer alan iletişim ve sosyal etkileşim olduğu ve bu etkileşimin öğrencilerin çalışmasının yönünü inceleme, planlama, bir diğerinin varsayımına ve iddiasına karşı çıkma ve bir takım olarak grupça çalışmayı sağlama gibi deneyimler kazandırdığı belirtilmiştir. Yine Mousoliudes, Pittalis, Christou ve Sriraman (2010) çalışmasında 1 tane 6.sınıftan ve 1 tane 8. sınıftan iki öğrenci grubuyla modelleme problemlerini çözüm esnasındaki benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymak amacıyla modelleme ve matematikselleştirme süreçlerini inceleyerek analiz etmişlerdir. Bu çalışmada öğrenciler 3'er kişilik gruplar halinde *Yaz İşi Problemi*'nden uyarlanmış *Üniversite Kafeterya Problemi* adlı model oluşturma etkinliğiyle 80–90 dakika çalışmış ve çalışmaları videoya alınarak kaydedilmiştir. Verilerin analizi sonucunda düşük seviyeli ortaokul öğrencilerinin modelleme etkinlikleriyle başarılı şekilde çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca her iki grubun da verileri grafiksel ve sembolik şekilde ifade ettiği ayrıca farklı etkenleri sıralama için oranlar bulduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra 8. sınıf öğrencilerinin problemi tanımlamak ve anlamak için gerekli değişken ve ilişkileri daha kolay tanımladığı görülmüştür. Diğer bir farklılık ise fikir ve çözümlerini yeterli şekilde iletişim kurarak paylaşmalarına rağmen sadece 8. sınıf öğrencilerinin dinleyerek ayrıca diğer grup üyelerinin öneri ve modellerine karşılık vererek yapıcı bir araştırma içinde olduklarıdır. Buna karşın 6. sınıf öğrencilerinin kendi kişisel fikirlerini tartışmaları içinde sergiledikleri, diğer grup üyelerinin fikir ve önerilerine karşılık vermedikleri görülmüştür.

İlköğretim öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi üzerine odaklanan bir diğer çalışma ise Galbraith ve Stillman (2006) tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın amacı öğrencilerin modelleme etkinliği ile uğraşırken modelleme sürecindeki geçişler sırasında karşılaştıkları güçlükleri tanımlamaktır. Yazarlar bu süreci karmaşık gerçek yaşam durumundan başlatıp, sonra problem ifadesi, modelin oluşturulması, matematiksel çözüm ve çözümün doğrulanması olarak sıralamışlardır. Çalışmanın katılımcıları 14–15 yaşlarında modelleme ile ilk defa karşılaşan ilköğretim öğrencilerden oluşmaktadır. Öğrencilerin içerisinde teknolojiyi de kullanması gereken *Kurnaz Koşma Problemi* ve *Bangee Deneyi Problemi* adlı model oluşturma etkinlikleri üzerine çalışması sağlanarak model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükler ortaya konulmuştur. Model oluşturma sürecinin her bir aşamasında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanmasıyla öğretmenlere, öğrencilere verdikleri problemde hangi aşamalarda zorlanabilecekleriyle ilgili tahmin yürütmelerinde faydalı olunabileceği belirtilmiştir. Bu anlayış daha sonra öğrenmenin planlanmasına, problemin çözümü için gerekli ön koşul bilgi ve becerilerin tanımlanmasına, eğer ihtiyaç duyulursa ana noktalar için müdahalenin hazırlığına ve anlamlı öğrenme parçalarının yapılandırılmasına katkıda bulunacaktır.

Modelleme süreciyle ilgili Galbraith ve Stillman (2006) çalışmalarını devam ettirerek 2007'de Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007) ilköğretim ikinci kademe öğrencileriyle başarılı bir şekilde gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri uygulamalarına dayanarak modelleme sürecindeki aşamalar arasındaki geçişlerden ve bunlarla birleşmiş olan bilişsel etkinliklerden oluşan bir çerçeve (Şekil 21) geliştirmişler ve daha sonra bu çerçeveyi *Bangee Deneyi Problemi* adlı modelleme etkinliğinin 9. sınıftan 21 öğrenciyle yüz dakikalık bir blok derste uygulamasını incelemek amacıyla kullanmışlardır. Kaydedilen grup çalışmaları ve çalışma sonunda 5 öğrenciyle yapılan görüşmelerin incelenmesi sonucu görev boyunca kullanılan bilişsel etkinlikleri, görevi başarılı bir şekilde tamamlamak için gerekli olan becerileri, teknolojik bilgileri ve potansiyel tıkanma yerlerini saptamışlardır. Bu çerçevenin öğretmenler, araştırmacılar ve program geliştirmeciler tarafından, modelleme görevleri düzenlemek ve verilen bir görevde nerelerde tıkanmalar oluşabileceğini önceden tahmin etmek amacıyla kullanılabilir olduğunu belirtmişlerdir.

Model oluşturma sürecinde ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri belirlemeye yönelik çalışmalardan biri olan Maaß (2007a) araştırmasında 11 yaşındaki bir grup öğrenciye 4 tane model oluşturma etkinliği uygulayarak onların matematiksel modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlayan nitel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin matematiksel ilişkileri kontrol edemedikleri, modelin geçerliliğini sağlayamadıkları, modelin geçerliliğini sağlayacaklarının farkında olmadıkları ve modelleme sürecinde iletişim kuramadıkları ortaya çıkmıştır. Buna paralel olarak Patel ve Ramoni (1997) de yaptıkları nitel araştırmada öğrencilerin gerçek hayat probleminin modelle olan ilişkisine bakmadıklarını gözlemişlerdir. Almanya'da yapılan bir diğer çalışmada Blum ve Leiß (2007) SINUS projesi kapsamında ilköğretim öğrencileri ile öğretmenlerinin modelleme problemlerine karşı nasıl bir tutum sergilediklerini araştırmışlardır. Bu çalışmada öğrenciler model oluşturma etkinliklerini çözerken gözlenmiş ve video kayıtları alınarak görüşmeler yapılmıştır. Yeteneklerine göre ikişerli gruplara ayrılan öğrencilere 227 metin okutulmuştur. Hem durumu hem de problemi anlama aşamasında öğrenciler zorlanmıştır. Kolaylıkla kuralı bulmuşlardır ancak uygun modeli yapılandıramamışlar ve matematikleştirmede zorluklar yaşamışlardır. Bu aşamanın en çok dikkat edilmesi gereken aşama olduğu belirtilmiş; öğrenciler modelin geçerliliğine bakmadıkları için modeli geliştirmeye çalışmadıkları ve farklı bir sonuca ulaşmadıkları vurgulanmıştır.

Crouch ve Haines (2007) tarafından başarı seviyesi "orta" olarak belirlenen ilköğretim öğrencileriyle yapılan çalışmada onların başarılı şekilde modelleme yaptıkları gözlenmiştir. Bazıları hala zaman zaman model oluşturma sürecinin ilk basamağında zorluklar yaşamıştır. Uzman seviyede bilgiye sahip olan öğrencilerin modelleme becerilerini birleştirmede yeterli olmadığı gözlenmiştir. Blum ve Ferri (2009) de çalışmasında günlük okul etkinliklerinde modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor olduğundan yola çıkarak öğretmen ve öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışırken gösterdikleri yaklaşımlarının belirlenmesini amaçlamışlardır. Bunun için ilk olarak 15 yaşındaki öğrencilerle *Giant'ın Ayakkabısı Problemi, Benzin Doldurma Problemi* ve *Deniz Feneri Problemi* adlı model oluşturma etkinlikleriyle ilgili çalışmaları videoya kaydedilmiştir. Yapılan analizler sonucu öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken modelleme sürecinin hangi aşamalarında zorluklar yaşadıkları ortaya koyulmuştur. Öğrencilerin modelleme sürecinde problemi yapılandırma, basitleştirme ve geçerliliğini sağlama aşamalarında zorlandıklarını belirtilmiştir. Bundan yola çıkarak öğrencilere özel olarak öğrenme esnasında belirli nitelikli kurallarla ve öğretmenin rehberliği ile öğrencilerin bağımsızlığı arasındaki denge sağlandığında matematiksel modellemenin öğretilebilir olduğu üzerinde durulmuştur. Ardından öğretmenlerin sınıfta modelleme etkinliklerinde nasıl davranmaları gerektiği ve modellemenin nasıl öğretilebileceği ile ilgili yaklaşımları ortaya koyulmuştur. Benzer konuda Sol, Giménez ve Rosich (2011) de araştırmalarında 12–16 yaş arasında öğrencilerle ikişer veya dörder kişiden oluşan gruplarla modelleme etkinlikleri üzerinde 4 haftalık çalışma yapmışlardır. Sonra bu etkinlikler esnasında öğrencilerin modelleme sürecindeki davranışlarını belirlemek için farklı araştırmacıların tanımladıkları model oluşturma sürecine ait aşamaları birleştirilerek yeni bir modelleme süreç çerçevesi oluşturmuştur. *Nadal Kalesi Problemi* adlı model oluşturma etkinliği yardımıyla modelleme sürecindeki öğrenci davranışları bu kuramsal modelleme eylemleri yardımıyla tanımlanmış ve öğrencilerin model oluşturma sürecinde bir takım güçlüklerle karşılaştıkları ortaya koyulmuştur. Öğrenciler modelleme esnasında problemi anlama, değişkenleri kullanma, matematiksel ilişkileri keşfetme, modelin geçerliliğini sağlama ve iletişim kurma gibi güçlüklerle karşılaşmışlardır. Araştırmanın sonunda bu güçlüklerin sebeplerinin öğrencilere işlevsel bir bakış açısı kazandıran ilköğretim programının eksikliği ve öğretmenler tarafından oluşturulan çözümler olabileceği üzerinde durulmuştur.

Modelleme yeterliliğinin belirlenmesine yönelik olarak Maaß (2006)'ın yaptığı çalışmada modelleme yeterliliğinin modelleme sürecini uygun ve amaca yönelik yerine getirmek için gerekli yetenek ve becerileri içerdiği gibi bunları eyleme dönüştürmeye hazır olmayı da içerdiği belirtilmiştir. Ayrıca matematiksel modelleme sürecinde genel olarak insanın algılama, hatırlama ve düşünmesinde yer alan zihinsel faaliyetlerin farkında olması ve bunları kontrol etmesiyle ilgili olarak tanımlanan üst bilişsel yeterlilikler de önemli rol oynamaktadır. Deneysel verileri taban alan çalışmada modelleme yeterliliklerinin eski tanımlamalarına eklemeler yapmak amacıyla "modelleme yeterlilikleri nelerdir?" sorusuna cevap aranmıştır. Bu amaçla 7. sınıfta öğrenim gören (13 yaşında) 42 öğrenciden oluşan paralel iki sınıfa 45 dakikalık 12 ders süren 5 tane modelleme etkinliği uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak matematiksel kapasiteyi ölçen bir test, modelleme testleri, yazılı sınıf testleri, ev ödevleri, üst bilişsel modelleme yeterliliklerini araştırmak amacıyla kavram haritaları, görüşmeler, öğrenci günlükleri ve anketler kullanılmıştır. Çalışmanın en temel sonucu ise düşük seviyeli öğrencilerin bile modelleme becerilerini geliştirebilecek yapıda olduklarıdır. Bu öğrenciler alt yeterliliklerin hepsini gösteremeseler de, her zaman doğru olmamakla beraber modelleme sürecine bağımsız olarak giriş yapabilmişlerdir. Öğrencilerin büyük bölümü uygun üst bilişsel modelleme yeterliliklerini yapılandırabilmiştir.

Maaß (2007b)'ın modelleme yetenekleri üzerinde yaptığı bir çalışmada ise modelleme alıştırmaları içeren matematik sınıflarında ders süresince öğrencilerin matematiksel inanışları nasıl değiştiği, modelleme yeteneklerinin neler olduğu ve matematiksel inanışlar ile modelleme yetenekleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada veri toplama süresince 15 aylık boyunca altı model oluşturma etkinliği 13–14 yaşlarında öğrencilerden oluşan iki paralel sınıfa uygulanmıştır. Bu etkinliklerden ikisinde öğrencilerden şu soruları yanıtlamaları istenmiştir: 1) Porsche'nin yüzeyi ne kadar geniştir? ve 2) Stuttgart-Waldhausen'de çatılara konan güneş enerjisi ile suyu ısıtmak mümkün müdür? İkinci soruda Stuttgart bölgesinde bir araştırma projesinde eldeki olanaklarla ve sınırlılıklarla daha fazla enerji kullanımı amaçlanmaktadır. Burada öğrencilerin problemi teknik, ekonomik ve ekolojik açıdan düşünmesi gerekmektedir. Öğrenciler ilk olarak problemi çözmek için ihtiyaç duydukları bilgileri sıralamışlar ve hesaplamaları sonucu sıcak su elde edilebileceği sonucuna ulaşmışlardır. Ancak öğrenciler problemin çözümü sırasında gerçek dünya ile bağlantı kurma aşamasında zorlanmışlardır.

Matematiksel eğitiminde matematiksel modellemenin ilköğretim seviyesinde öğretimine yönelik olarak English (2003b) dört farklı öğretim seviyesinden öğrencilerle bir çalışma gerçekleştirerek daha çok problem çözümü üzerine modellemeyi temel almış ve öğrencilerin çözüm yolları üzerinde durarak nitel bir araştırma yapmıştır. Öğrencilerle yapılan bu öğretim deneyimleri modellemenin öğretimi ve uygulamasına yönelik olarak tanımlamak, hissetmek, açıklamak ve bazı karışık sistemlerin çözümüne yönelik tahminde bulunmak amacıyla kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Avustralya'nın bir kentindeki özel bir okulda öğrenim gören 5. sınıftan 7. sınıfa kadar olan öğrenciler oluşturmaktadır. Öğrencilere iki tane model oluşturma etkinliği yöneltilmiş, etkinlikleri çözüm sırasındaki düşünüş şekilleri kayıt altına alınmış ve elde edilen veriler analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda model oluşturma sürecinde özellikle modelin oluşturulması aşaması üzerine odaklanılmıştır. Bu esnada modelin oluşturulması, paylaşılması, test edilmesi, kabul edilmesi ve uygulanması gibi birçok aşamadan geçtiği görülmüştür. Öğretmenlere modelleme öğretimi sırasında öğrencilerin modelleme etkinliklerinin içeriğini iyice anlamalarını sağlayarak onları bu süreçte yer almaya teşvik etmek gerektiği önerilmiştir. Öğretmenlerin modelleme esnasında fikirlerini aktarmasından çok öğrencilerin matematiksel bilgilerini ifade etmelerinin sağlanması gerektiği vurgulanmıştır. Benzer şekilde Chamberlin (2004) de çalışmasında ilköğretim öğretmenlerinin modelleme etkinliklerinde öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimlerini etkili hale getirmenin yolları üzerinde durmuştur. Bunun için model oluşturma etkinliklerinde öğrenci seviyeleri için altı ilke belirlenmiştir. Bunlar modeli yapılandırma, gerçeklik, kendini değerlendirme, modeli belgelendirme, paylaşarak beceriyi yapılandırma ile yeniden kullanırlık ve son olarak etkili esas model ilkeleridir. Model oluşturma etkinliklerinin değerlendirilmesinde öğretmenlerin öğrencilerden gelen çözümlerin ne kadar yaratıcı olduğunu hesaba katmaları gerektiği belirtilmiştir. Bunun için ortaya konulan farklı stratejiler, konuyu etkileyen faktörlerin belirlenip dikkate alınması, matematiksel kavramların seçimi ve doğru kullanımı (semboller, mantık yasaları ve matematik kuralları) ve bulunan çözümün geçerli, kullanılabilir ve genellenebilir olmasına dikkat edilmesi gerekliliği vurgulanmıştır.

Leavitt ve Ahn (2010) ise çalışmasında 8. sınıf matematik öğretmenlerine model oluşturma etkinliklerinin gerçekleştirme aşamaları için rehberlik yapmayı amaçlamıştır. Çalışmada 32 tane 8. sınıf öğrencisi yer almış ve onlara *Yarışmalarda Eğlence Problemi, Kâğıt Uçak Problemi, Büyük Ayak Problemi* ve *Çim Biçme Problemi* adlı model oluşturma etkinlikleri verilerek öğretmenlerinin bunları uygulaması sağlanmıştır. Bu çalışmanın sonucunda grup anlaşması, ilgili model oluşturma etkinliğinin seçimi, grup çalışması sırasında öğretmenin rolü ve grup sunumları ile yazılı raporları sonuçlandırma şeklinde dört başlık altında model oluşturma etkinliklerinin uygulanmasında dikkat edilmesi gereken noktalar sınıflandırılarak öğretmenlere modellemenin öğretimiyle ilgili tavsiyelerde bulunulmuştur. Bu konuya paralel bir çalışmayı ise Mousoulides (2007b) yapmıştır. Çalışmanın amacı ilköğretimde matematiksel olarak problem çözme üzerine model ve modelleme yaklaşımları hakkında öğrenci ve öğretmenlerin fikirleri ortaya koymaktır. Araştırmada modelleme sürecinden öğrencilere bahsedilmiş ve öğrencilerin modellemelerini problemlerde ne yapacağına karar verme, sistemli analiz ve düzenleme, modelleme sürecinde yaşanan zorluklar olmak üzere üç kategoride toplanmıştır. Modelleme etkinliklerinin gelişimi için model yapım ilkesi, gerçeklik ilkesi, bireysel yol araştırma ilkesi, model oluşturma becerisi, yetenek ve kullanışlılığı ortaya koyma ilkesi ve etkili orijinallik ilkesi olmak üzere altı ilke belirlenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmenlerin fikirleri değerlendirilmiş ve modellemenin program içeriğinde tam anlamıyla öğretilmesi için oldukça fazla zamana ihtiyaç olduğu tespit edilirken öğrencilerin farklı ve beklenmedik çözümleri karşısında çok zaman ayırmaları gerektiği görülmüştür. Ayrıca modellemenin öğrenciler için karışık bir süreç olduğundan geleneksel matematiksel kalıpları kullanmanın daha çok tercih edildiği sonucu ortaya çıkmıştır.

Araştırmacılar öğrencilerin model oluşturma süreçlerindeki farklı yaklaşımların sebeplerine yönelik olarak da bir takım çalışmalar ortaya koymuşlardır. Buna yönelik olarak Schoenfeld (1992) model oluşturma esnasında bazı öğrencilerin diğer arkadaşlarına göre daha pasif kalabildiğini belirtmiş ve bunun öğrencinin kendi tecrübeleri ve matematiğe olan tutumundan kaynaklanabileceğini ifade etmiştir. Bu durumun modelleme sürecinin tamamında etkili olabileceğini ve modelleme sürecini etkileyebileceğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin model oluşturma etkinliğini ilgi çekici bulmadığında çözüm sürecinin bu durumdan etkileneceğine dikkat çekmiştir. Öğrencilerin düşünüş şekillerine dikkat çeken Ferri (2004) onların matematiksel problem çözme davranışlarının aslında onların matematiksel düşünme biçimleriyle ilgili olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin analitik ve görsel düşünme biçimi olmak üzere iki çeşit düşünme biçimine sahip olduklarını belirtmiştir. Görsel düşünme biçimine sahip olan kişiler ayırt edici içsel hayal gücünü kullanarak etkili resim gösterimlerini tercih eder ve matematiksel gerçekler ile mevcut bağlantılı gösterimleri anlamak için problem durumunu bütünsel bir bakış açısıyla değerlendirir. Analitik düşünme biçimine sahip olan kişiler ise içsel biçimsel hayal gücünü kullanarak etkili biçimsel gösterimleri tercih eder ve matematiksel gerçekleri sembolik ve sözlü gösterimlerle açıklar. Çalışmada modelleme problemlerinde öğrencilerin bu düşünme biçimlerinin ön plana çıktığı vurgulanmıştır**.** Bir başka çalışmasında Ferri (2011) Stillman'ın sınıfta modellemeyi öğrenme, öğretme ve anlamanın altını çizerek önemli bir bakış açısı oluşturduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Stillman'ın üst bilişsel etkinliklerin gerçekleşmesi ve modelleme davranışının etkili olabilmesi için güçlüklerin en aza indirilmesinin modelleme öğretiminde anahtar rol oynadığı fikri üzerinde durulmuştur. Çünkü matematiksel modellemenin öğrenme ve öğretilmesinde bunun önemli bir hedef olduğuna dikkat çekilmiştir. Etkili modellemenin güçlükler yaşanmadan nasıl olacağı tartışılmıştır. Burada bu zorlukların üstesinden gelme yöntemleri ”bilgi”, “kontrol” ve “inanışlar” olmak üzere üç başlık altında toplayarak değerlendirilmiş ve üçünün bağlantılı olması gerektiği belirtilerek öğretmenlere yardım için bunların uygulanmasının cesaret verici olabileceğini belirtilmiştir. Burada “bilgi”nin kendi düşünüş sürecini ve bunu nasıl doğru tanımladığınla ilgili olduğunu ifade edilmiştir. Öğrencilerin modelleme hakkında bir alt yapıya sahip olmaları için erken yaşlardan itibaren modelleme problemleriyle tanıştırılmaları gerektiğine dikkat çekilmiş ve ilköğretim öğretmenlerinden bu etkinliklere yer vermelerini istenmiştir. Böylece öğrencilere öğrenme ve kendi düşünme süreçlerini tanımlama açısından faydalı olacağı belirtilmiştir. “Kontrol” ün problem çözerken ne yapıldığının nasıl farkında olunacağı ve bu farkındalık yaratıldıktan sonra bunun kişinin problem çözme eylemlerine nasıl daha iyi rehberlik yaptığıyla ilgili olduğu belirtilmiştir. “İnanışlar”ın ise matematiksel olarak çalışırken hangi fikirleri aklına getirdiği ve matematikle uğraşmak için tercih edilen yolun nasıl biçimlendirildiğiyle ilgili olduğu orta koyulmuştur. Yine inanış ve sezgilerin etkili modelleme için çok güçlü rol oynadığı çünkü inanış sistemlerinin kişinin matematiksel dünya görüşünü oluşturduğunun altı çizilmiştir.

İlköğretim basamağında yapılan araştırmalar incelendiğinde ilköğretiminin ilk yıllarından itibaren model oluşturma etkinliklerinin öğrencilere uygulandığı ve her seviyeden öğrenci grubuyla bu etkinlikler üzerinde çalışılabildiği görülmektedir. İlköğretim (1–5) seviyesinde yapılan araştırmalarda model oluşturma etkinliklerinin uygulanmasının öğrencilere bir durumu veya ilişkiyi anlamalarına, gerçek yaşam durumunu tanımlayıp farklı ve çoklu şekilde temsil etmelerine ve bunları çözüp yorumlayarak kontrol etmelerine imkân sağladığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin kavramsal bilgilerindeki eksikliği ortaya çıkarma ve yeni bir matematiksel bilgiyi kazandırmada çoklu gösterimler ortamında sunulan etkinliklerle daha etkili bir öğrenme ortamı sağladığı vurgulanmıştır. Model oluşturma etkinliklerinin öğrencileri fikirlerini söyleme konusunda cesaretlendirdiği, kendi matematiksel fikir ve anlamalarını matematik dilini kullanarak paylaştıklarından matematiksel iletişim becerilerini geliştirmek için bir ortam yarattığı ortaya konmuştur. Bunun yanı sıra model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin eleştirel ve üst bilişsel düşünme becerilerini geliştirmek için güçlü bir araç olduğu ve öğrencilerin matematik başarılarını arttırarak matematikle ilgili düşüncelerini önemli ölçüde etkilediği görülmüştür.

İlköğretim (6–8) seviyesinde yapılan araştırmalarda ise model oluşturma deneyimleri öğrencilere bir gerçek yaşam problemini modelleyen ve bu problemlere kendi kapasitelerini destekleyen fırsatlar sunmaktadır. Bir başka deyişle model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin modelleme becerilerinin gelişimini desteklediği vurgulanmıştır. Bu etkinliklerin sadece öğrencilerin kazanılmış bilgilerini güçlendirmekle kalmayıp aynı zamanda yeni matematiksel bilgilerin edinilmesine ve düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Ayrıca bu etkinliklerin grup çalışması şeklinde uygulanması birbirleriyle sosyal etkileşim içinde olmasından dolayı öğrencilerin iletişim becerilerini ön plana çıkarmakta, özel ve sosyal vatandaşlar olmaya ve toplum içinde gerekli olan kritik yeterlilikleri geliştirme gibi fırsatları kendilerine sunmaktadır.

İlköğretim seviyesinde model oluşturma etkinliklerinde öğrencilerin model oluşturma süreçleri incelendiğinde genel olarak problemi anlama, problemi yapılandırma ve basitleştirme, değişkenleri kullanma, değişkenler arasındaki ilişkileri keşfetme, uygun varsayımlar geliştirme, gerçek yaşamla model arasında ilişkiyi sorgulama ve modelin geçerliliğini sağlama gibi aşamalarda zorlandıkları ve grup çalışmasında etkili iletişim kuramadıkları görülmüştür. Bu süreci öğrencilerin matematiksel düşünme biçimleri, model oluşturma etkinliklerine bakış açısı ve bunlarla ilgili deneyimleri, kendi yaşam tecrübeleri ve matematiğe olan tutumları etkilemektedir. Ayrıca model oluşturma etkinlikleriyle başarı seviyesi "düşük" olan öğrencilerin bile modelleme becerilerini geliştirebilecekleri yapıda oldukları ortaya konmuştur.

3.2 Ortaöğretimde (9–12) Model Oluşturma Etkinlikleri

Model oluşturma etkinliklerinin ortaöğretim seviyesindeki öğrencilere uygulamasına yönelik olarak yapılan çalışmalardan Kaiser ve Schwarz (2006)'ın araştırmasında öğretmen adaylarının gelecekteki meslek yaşamlarında matematiği öğretirken modellemeden yararlanabilmesini sağlamak amacıyla düzenlenen bir seminerde öğretmen adayları ve 16–18 yaşlarındaki öğrenciler her grup bağımsız olmak üzere modelleme etkinlikleri üzerinde bazen derslerde bazen de özel olarak öğleden sonra çalışmışlardır. Bu araştırmada *Berlin Hava Yolları İçin Fiyat Belirleme Problemi, İnternet Salonu İçin Fiyat Belirleme Problemi ve Risk Yönetimi Problemi* adlı model oluşturma etkinlikleri kullanılmıştır. On okuldan 180 öğrenci ve 32 öğretmen adayının katıldığı 2001'den 2004'e kadar süren yoğun modelleme kurslarının başlangıcında, projenin 2. ve 3. ayağının sonunda anketler uygulamışlardır. Bu anketlerden biriyle öğrencilerin matematik ve matematik eğitimiyle, matematiğin günlük yaşam içindeki ve bilimdeki uygulamalarıyla ilgili düşüncelerine ve ek olarak hangi mesleğe yönelmek istediklerine, diğeriyle ise üzerinde çalıştıkları modelleme örnekleriyle ilgili değerlendirmelerine ulaşmak istenilmiştir. Elde edilen veriler incelendiğinde karmaşık ve yüksek standartlardaki modelleme örneklerinin okullarda uygulanabilir olduğu, karmaşık modelleme örneklerinin sadece çok yetenekli ve yüksek performanslı öğrencilerle sınırlı kalmadığı, aksine normal okullardaki vasat öğrenciler tarafından da uygulanabildiği, öğrencilerin matematiksel inanışlarında ve öğretmen adaylarının matematik ve matematik eğitimiyle ilgili endişelerinde pozitif yönde değişimler olduğu, öğretmen adaylarının semineri öğrencilere göre daha olumlu değerlendirdiği ve modelleme örneklerinin seminere katılanlar tarafından gerçeğe çok yakın bulunduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Ortaöğretim öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi üzerine odaklanan bir diğer çalışmada ise Kaiser (2007) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada bir üniversitedeki matematik öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde modelleme sürecini başarıyla gerçekleştirmeleri ve onlarla çalışan öğrencilerin matematiksel modelleme yeteneklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. 16–18 yaşları arasındaki ortaöğretim öğrencilerinden oluşan gruplar öğretmen adayları denetiminde çalışmışlardır. Her grup bağımsız olarak bir modelleme örneği üzerinde derslerde ya da okul sonrası grup çalışmalarında yer almışlardır. Bu çalışmalar okul çatısı altında üç ay süreyle devam etmiştir. Çalışmanın sonunda bazı problemlerin çok basitleştirildiği bazılarının ise sonuçlarının bulunamadığı görülmüştür. Genellikle öğrenciler sadece problem durumu tanımlanmış; modeli kurma, formüle etme, çözme ve yorumlama aşamalarında zorlanmıştır.

Ferri (2007) Almanya'daki farklı okullardan 86 tane 10. sınıf öğrencisinin ve 3 tane öğretmen ile nitel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Araştırmanın amacı öğrencilerin bireysel modelleme yollarının ne olduğunun analiz edilerek öğrencilerin matematiksel düşünme biçimleri ve deneyimlerindeki farklılıkların sebeplerini belirlemektir. Öğrenciler grup çalışması şeklinde çalışmalarını gerçekleştirmiş ve çalışma sonucunda onların görüşleri alınmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin modelleme yollarının farklı olduğu bulunmuş ve bunun ana sebepleri öğrencilerin deneyimleri ve matematiksel düşünme stilleri olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde Ludwing ve Xu (2010) da yaptıkları çalışmada son yıllarda Almanya ve Çin'in matematik eğitiminde öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin ilerlemesi üzerine çalışmalara dikkat çekerek Alman ve Çin öğrencilerin modelleme sürecinde aralarında önemli bir farklılık olup olmadığını araştıran nicel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Matematiksel modelleme yeterliliklerini Blum'un modelleme çemberini kullanarak altı farklı seviyeye ayırmış ve 9'uncu, 10'uncu ve 11'inci sınıf öğrencilerinden oluşan toplam binden fazla kişiye gerçek yaşam durumunu içeren bir modelleme problemi uygulanmıştır. Verilerin seviyelere göre sınıflandırılması sonucu Alman ve Çin öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin yaklaşık olarak birbirine yakın olduğu fakat Çin öğrencilerin kendi aralarında farklı seviyelerde olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Ayrıca Alman öğrencilerden 9. ve 10. sınıflar arasında önemli bir farklılık olmamasına rağmen 11. sınıfların alt sınıflara göre modelleme yeterliliklerinin daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Schapp, Vos ve Goedhart (2011) ise çalışmalarında öğrencilerin matematiksel modelleri inşa ederken zorlandıklarından yola çıkarak öğrencilerin matematiksel modeller oluştururken karşılaştıkları fırsatları ve zorlukları belirlemeyi amaçlamıştır. Bunun için 6 tane 11. sınıf öğrencisiyle ikişerli gruplar halinde 3 grup oluşturmuş ve onlara model oluşturma etkinliklerinden *Yüzme Havuzu Problemi* ile *Ufuk Çizgisi Problemi'*ni yönelterek bunlarla ilgili çalışmaları videoya kaydedilmiştir. Çalışma 80–90 dakika sürmüştür. Çalışma sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde bir takım zorluklarla karşılaştığı ortaya çıkmıştır. Bunlar öğrencilerin cebir bilgilerini eksik kullanması, problemdeki temel değişkenleri dikkate almama, problem durumunu rastgele değerlendirme, hatalı varsayımlar yapma ve değişkenleri ilişkilendirememe, problemin formülleştirilememesi ve iletişimde tıkanıklar olarak belirlenmiştir.

Ortaöğretim basamağındaki araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesi amacıyla model oluşturma etkinliklerine matematik öğretimi esnasında sıkça yer verildiği görülmektedir. Karmaşık ve yüksek düzeyde düşünme gerektiren model oluşturma etkinliklerinin okullarda uygulanabilir olduğu üzerinde durulmaktadır. Bu özellikteki etkinliklerin sadece çok yetenekli ve başarılı öğrencilere değil aksine normal okullardaki orta seviyeli öğrencilere de uygulanabildiği ortaya konulmuştur. Bunun yanı sıra öğrencilerin ortaöğretimin son basamaklarına doğru modelleme yeterliliklerinin gelişim gösterdiği görülmüştür. Öğrencilerin model oluşturma etkinliklerinin uygulaması sonucu model oluşturma süreçleri genel olarak incelendiğinde problemi anlama ve çözüme ulaşma konusunda zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bu süreçte karşılaşılan güçlükler öğrencilerin problem durumunu rastgele değerlendirme, değişkenleri ilişkilendirememe, ana değişkeni belirleyememe, hatalı varsayımlar yapma, problemi formülleştirememe, modeli oluşturamama ve matematiksel çözümler yaparak yorumlayamama olarak belirlenmiştir.

3.3 Yükseköğretimde Model Oluşturma Etkinlikleri

Model oluşturma süreçleri değerlendirildiğinde öğrencilere modelleme becerilerinin yaşantılar sonucu kazandırılmasında öğretmenlerin üzerinde büyük bir sorumluluğun olduğu açıktır. Bu yüzden öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliklerine bakış açıları ve model oluşturma sürecindeki yaklaşımları öğrencilerine bu beceriyi kazandırma açısından önemlidir. Bu amaçla ilköğretim ve ortaöğretim öğretmenlerinin de model oluşturma konusunda yeterli donanıma sahip olmaları gerekmektedir. Buna paralel olarak Ferri ve Blum (2007) çalışmalarının odak noktasını modellemenin nasıl öğretileceğini bilmeyen öğretmenler olarak belirlemiştir. Çalışmada araştırmacılar öğretmen ve öğrencilerin davranışlarını, etkileşimlerini ve yaklaşımlarını matematik dersinde algısal yaklaşımdan yararlanarak modelleme problemleri üzerinde analiz etmiştir. Almanya'da öğrenim gören 65 tane 10. sınıf öğrencisi ve 3 tane öğretmen üzerinde model oluşturma etkinliklerine matematiksel düşünme stillerinin etkilerini ortaya koymayı amaçlayan nitel bir çalışma yapılmıştır. Her sınıfa bireysel olarak uygulanmak üzere matematiksel düşünme stilleri üzerine araştırmacının kendi tezinde geliştirdiği ve *Ferri Problemleri* olarak bilinen sorular yöneltilmiştir. Öğretmenlerle ise öğrencilerin düşünme biçimlerini sorgulayan görüşmeler yapılmıştır. Ardından her bir sınıfta öğrenciler 5'şer kişiden oluşan gruplara ayrılmış ve onların farklı modelleme etkinlikleri üzerinde çalışmışları sağlanmıştır. Tartışmalar boyunca her bir grup çalışması video ile kayıt altına alınmış ve tüm veriler analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda birçok öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşünme stillerinden habersiz olduğu ve bu yüzden ilk adım olarak öğrencilerden önce kendi matematiksel düşünme stillerini geliştirmeleri gerektiği ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak öğretmenlerin bu farkındalığa sahip olması ve matematiksel modellemenin öğretimi için gerekli birçok etkeni göz önünde bulundurarak bunlar arasındaki dengeyi kurmaları durumunda öğrencilerin okullarında matematiksel modellemeyi anlamaları için güçlü bir adım atılabileceği vurgulanmıştır.

Öğretmen adaylarının model oluşturma konusunda ne derece başarılı yetiştirildiğini sorgulayan Carlsen, Larsen ve Lesh (2003) beş yıl boyunca üniversite öğrencilerinin birbiriyle ilişkili olarak değişim gösteren iki farklı niceliğin değişim oranını ve eşgüdümü ile bu konuların öğretiminde model ve modelleme yaklaşımının etkilerini araştırmışlardır. Bu çalışmada su dolmakta olan, gövdesi küre, boğaz kısmı silindir şeklindeki bir şişenin içindeki suyun yüksekliğini gösteren fonksiyonun grafiğini çizmekle ilgili *Şişe Problemi*'ni model oluşturma etkinliklerinin altı prensibine uygun şekilde yeniden düzenlemişlerdir. Daha sonra bu etkinlik 22 sınıf öğretmeni adayına 4 saat süreyle uygulanmış ve adayların kaydedilen konuşmaları ile yaptıkları çözümleri incelenmiştir. Bu incelemeler sonucu öğrencilerin ortaya koyduğu çözümlerin, akıl yürütme becerilerinin ve kararlılıklarının çalışma için beklenilen sonuçları aştığı, 22 öğrencinin de şişe etkinliği için anlaşılabilir bir grafiğe ulaştığı görülmüştür. Bu başarıya katkısı olan faktörler model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin anlayışlarını ve akıl yürütmelerini sözlü olarak ifade etme gereksinimleri, arkadaşlarına hem geri dönüt verme hem de alma istekleri görevi tamamlamaları için yeteri kadar zaman kullanmalarına izin verilmesi olarak belirlenmiştir.

Güzel ve Uğurel (2010) ise birinci sınıf ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının Analiz-I dersindeki akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişkileri incelemiştir. Çalışmaya farklı akademik başarıya sahip 12 öğretmen adayı katılmıştır. Çalışma grubu oluşturulurken Analiz-I derslerindeki beş yazılı sınavın ortalaması göz önünde bulundurulmuş ve yüksek, orta ve düşük düzey ortalamaya sahip olan gruplardan 4 kişi seçilerek bu öğrencilere 3 çeşit model oluşturma etkinliği uygulanmıştır. Toplanan veriler matematiksel modelleme süreçleri göz önünde bulundurularak analiz edilmiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının akademik başarılarının matematiksel modelleme yaklaşımlarını bir ölçüde etkilediği görülmüştür. Ortaöğretim matematik öğretmenleriyle yapılan bir diğer araştırma ise Keskin (2008) tarafından yapılmıştır. Çalışmada bir devlet üniversitesinin ortaöğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarından 21 kişi üzerinde öğretmen adaylarının matematiksel modelleme bilgi ve becerilerini ile matematiksel modellemeyle ilgili görüşleri araştırılmıştır. Araştırmada 3. sınıf öğrencilerine bir dönem boyunca matematiksel modelleme üzerine dersler verilmiştir. Bu derslerin başında ve sonrasında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile ilgili görüşleri ve yetenekleri hakkında bilgi sahibi olmak amacıyla modelleme görüş anketleri ile beceri testleri uygulanmış, ayrıca 5 öğretmen adayı ile görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adaylarının son matematiksel modelleme beceri testinde genel olarak ön matematiksel modelleme beceri testinden daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının son matematiksel modelleme görüş anketi ve görüşmelere verdikleri yanıtlara bakıldığında, ilk duruma göre olumlu yönde bir gelişme olduğu ortaya konulmuştur.

Benzer şekilde ortaöğretim matematik alanında öğrenim gören öğrencilerle Kertil (2008) bir araştırma yaparak geleneksel eğitim sisteminde yetişen öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde nasıl ortaya çıktığını ve bu becerilerin farklı çalışma ortamlarında ne gibi farklılıklar gösterdiğini ortaya koymayı amaçlamıştır. Bir devlet üniversitesinin 4. sınıfında öğrenim gören matematik öğretmen adaylarıyla çalışma gerçekleştirilmiştir. Çalışmada modelleme sürecindeki becerilerin belirlenmesinde modelleme testi ve modelleme etkinlikleri kullanılmıştır. Modelleme etkinliklerinde öğretmen adayları önce bireysel, daha sonra grup çalışması yapmışlardır. Öğretmen adaylarının bireysel ve grup çalışma süreçleri ayrı ayrı değerlendirilmiş problem çözme becerilerinin bireysel çalışmalarda nasıl bir görünüm arz ettiği ve grup çalışmalarında nasıl değişiklikler gösterdiği anlaşılmaya çalışılmıştır. Modelleme testinin sonuçları ile modelleme etkinliklerindeki çözüm süreçlerinden elde edilen bulgular birlikte analiz edilerek yorumlanmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde problem çözme becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını göstermiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının problemin çözümü için hedefi belirginleştirme, bir matematiksel model seçme ve uygulama, grafik gösterimlerden yararlanma gibi modelleme sürecinin bazı aşamalarında zorlandıkları belirlenmiştir. Görüşmelerden elde edilen bulgular ise öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerine çok yabancı olduklarını ortaya koymakla birlikte bu çalışma sürecinin öğretmen adaylarının problem çözmeye bakış açılarına önemli katkılar sağladığını göstermiştir.

Bu çalışmalardan farklı olarak Eraslan (2011a) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkında görüşlerini ortaya koyan bir araştırma gerçekleştirmiştir. *Takım Sıralama Problemi*'nin hemen ardından küçük odak gruplarıyla video yardımıyla görüşmeler yapılmış ve nitel araştırma teknikleri kullanılarak analiz yapılmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliklerinin belirsizliğini, bunların matematik öğrenimine pozitif katkısını, ilköğretim ve diğer öğrenim seviyelerinde etkili bir şekilde kullanılabileceği konusunda görüşlerini ortaya koymuştur.

Üniversite öğrencilerinin model oluşturma sürecindeki yaklaşımlarıyla ilgili araştırmalar incelendiğinde bu konuda Haines ve Crouch (2004) öğrencilerin matematiksel modellerle gerçek yaşam arasında bağlantı kurma durumlarını incelemek amacıyla 25 mühendislik fakültesi öğrencileri üzerinde nicel bir araştırma yapmıştır. Nicel verilerin analizi sonucunda üniversite öğrencilerinin modelleme sürecinde zorluklar yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yine Doerr ve Tripp (2010) tarafından gerçekleştirilen çalışmada üniversite öğrencileri üzerinde 3'er kişilik 3 farklı grubun 5 farklı modelleme örneği üzerinde çalışmalarıyla nitel bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin varsayımda bulunma, sorgulama, modelleme sürecinde çıkmaza girme ve teknolojinin kullanımı gibi dört farklı alanda zorluklar yaşadığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarına yönelik bir diğer çalışmada Haines ve Crouch (2001) matematiksel modelleme süreçlerinin aşamalarını ve bunlar üzerinde öğrenme stillerinin etkililiğini ölçerek öğrenmeyi geliştirmeye yönelik nicel bir araştırma gerçekleştirmiştir. Araştırmanın örneklemini İngiltere'deki iki üniversitedeki 15'i kız ve 27'si erkek toplam 42 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Bu öğrencilere bir yarıyıl boyunca matematiksel modellemede iletişim yetenekleri adı altında ilk defa aldıkları bir kurs verilmiş ve kursun sonunda öğrencilere matematiksel modelleme sürecinin ölçülmesi için 12 tane çoktan seçmeli sorudan oluşan iki paralel test uygulanmıştır. Sonuçlar gerçek hayatla matematiksel modelleme ve onun formülle gösterilmesi arasında etkili bir ortaklık olduğunu ortaya çıkarmıştır. Güzel (2011) ise ilköğretim matematik öğretmen adaylarının on dört haftalık matematiksel modelleme kursu sonucunda problemi çözerken modelleme süreçlerindeki performansı ortaya koymayı amaçlayan nitel bir araştırma yapmıştır. Bu çalışmada 35 öğretmen adayı ile grup çalışması şeklinde altı farklı model oluşturma etkinliği üzerine çalışma yapılmış ve çalışma video kaydına alınmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının problemi anlama ve basitleştirme konusunda başarılı olurlarken modelleme sürecinin her bir aşamasını yorumlamakta ve çözümün geçerliliğini sağlamakta zorlandıkları görülmüştür.

Yükseköğretim basamağındaki araştırmalarda matematik eğitimi açısından değerlendirme yapıldığında model oluşturma etkinliklerinin öğretmen ve öğretmen adayları üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Birçok öğretmenin öğrencilerinin düşünme stillerini değerlendiremediği ve bu yüzden kendi düşünme biçimlerini geliştirmeleri gerektiği vurgulanmaktadır. Model oluşturma ile ilgili de gerekli donanıma sahip bir öğretmenin matematiksel modellemenin öğretimi için gerekli etkenleri göz önünde bulundurarak öğrencilerin yaklaşımlarıyla dengeyi kurmaları durumunda modellemenin kavratılması için güçlü bir adım adım atılacağı belirtilmiştir. Bu nedenle öğretmen yetiştirme programlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik bir eğitimin gerekliliğine dikkat çekilmiştir. Modelleme eğitiminden geçmiş öğretmen adayları ise model oluşturma etkinliklerinin sınıf ortamında planlanarak her seviyede uygulanabileceğini ve bu uygulamanın küçük öğrenme grupları şeklinde veya tüm sınıfın katılımıyla öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerine katkıda bulunacağını ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının farklı model oluşturma etkinliklerindeki düşünme süreçleri incelendiğinde ise varsayımda bulunma, gerçek duruma uygun alternatif modeller geliştirme, var olan modeli geliştirme, çözümü yorumlama ve modelin geçerliliğini sağlama aşamalarında zorlandıkları görülmüştür.

4. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü ve deseni, araştırmanın katılımcıları, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, verilerin analizinde kullanılan yöntemler ile araştırmanın geçerlilik ve güvenirliği açıklanmıştır.

4.1 Araştırmanın Türü ve Deseni

Bu çalışma öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerini kullanarak model oluşturma süreçlerinin incelenmesi eğer varsa bu süreçte ortaya çıkan engellerin belirlenerek nedenlerinin ortaya konulması amacıyla yapılan nitel bir araştırmadır. Çalışmada öğrencilerin model oluşturma süreçleri derinlemesine incelenerek karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin model oluşturma sürecinde var olan matematik bilgilerini ne kadar kullanabildiklerini ve hangi noktalarda güçlükler yaşadıklarını anlayabilmek için modelleme etkinliklerinden faydalanılmıştır. Sınıf içi etkinlikler ve gözlemler sonucu elde edilen nitel veriler yorumlanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle bu çalışma en genel anlamda bir grup veya olayı derinlemesine inceleme ve analiz etme olarak tanımlanan durum (case study) çalışmasıdır. Durum çalışması bir veya birkaç durumu kendi sınırları içinde bütüncül olarak analiz etmektir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada başvurulan yöntem bir ilköğretim okulunun 8. sınıfında öğrenim gören üçer kişilik iki grup öğrenciyi içeren çoklu durum desenidir. Bu desende birden fazla kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur. Her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbiriyle karşılaştırılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

4.2 Araştırma Grubu

Araştırma Samsun ilinin büyük ve gelişmiş bir ilçesinde bulunan ve alt sosyo-ekonomik durumdaki öğrencilerin bulunduğu bir ilköğretim okulunda yapılmıştır. Bu ilköğretim okulunda yaklaşık 700 öğrenci öğrenim görmekte ve 2'si matematik öğretmeni olmak üzere 30 öğretmen görev yapmaktadır. 6.,7. ve 8. sınıflardan şubelerin öğrenci mevcudu ortalaması 25 olmak üzere toplam 12 şube bulunmakta ve bu sınıfların tamamında yeni ilköğretim matematik programı uygulanmaktadır.

Araştırma grubu 2010–20111 eğitim-öğretim yılındaki 8. sınıf öğrencileri arasından seçilerek oluşturulmuştur. Okulda 4 tane 8. sınıf şubesi bulunmaktadır. Bu sınıflardan araştırmacının öğretmen olarak görev aldığı 8/B ve 8/D şubelerinde bulunan tüm öğrencilerin ayrı ayrı her hafta farklı bir model oluşturma etkinliği üzerinde çalışmalarına imkan verilerek 6 haftalık bir ön çalışma sürecini tamamlamaları sağlanmıştır. Ön çalışma süreci tamamlandıktan sonra çalışma grubunda yer alacak öğrenciler bu sınıflardan amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Amaçlı örnekleme zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir (Patton, 1987; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu anlamda amaçlı örnekleme pek çok durumda olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ise önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bir başka deyişle araştırmacı için bazı ölçütler oluşturmak ve bu ölçütlere sahip olan katılımcıların seçimi önemlidir. Bu nedenle öğrencilerin düşünme ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri hakkında derinlikli bilgi elde etmek amacıyla her iki şubeden 3'er kişi şu ölçütlere göre seçilerek iki çalışma grubu oluşturulmuştur: (1) öğrencilerin ön çalışma sürecinde model oluşturma etkinliklerindeki yeterlilikleri, (2) öğrencilerin akademik başarı durumları, (3) öğrencilerin daha önce birbiriyle çalışmış olması, (4) öğrencilerin konuşkan, düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilen ve öz güveni yüksek olan kişilerden oluşması sağlanmıştır.

Bu araştırmada model oluşturma süreçleri hakkında derinlikli ve kapsamlı incelemeler yapmak için iki grup belirlenmiştir. Çalışmada yer alan grup üyelerine ait bilgiler öğrencilerin gerçek olmayan isimleri kullanılarak Tablo 2'de özetlenmiştir.

Gruplar	Öğrenciler	Cinsiyet	7.Sınıf Matematik Dersi Yıl Sonu Ortalaması	7.Sınıf Ağırlıklı Yıl Sonu Ortalaması	SBS Puanı	
					6.sınıf	7.sınıf
1. Grup (8/D)	Cansu	Kız	4	77	360	370
	Mert	Erkek	5	90	410	420
	Alper	Erkek	4	82	350	380
2. Grup (8/B)	Sude	Kız	4	82	340	350
	Ali	Erkek	5	92	410	430
	Onur	Erkek	4	76	330	350

Tablo 2: Araştırma Grubuna Ait Bilgiler

4.3 Ön Çalışma ve Uygulama Süreci

Ön çalışma 8-B sınıfındaki 22 öğrenci ve 8-D sınıfındaki 28 öğrenci ile ayrı zamanlarda gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler matematik dersleri dışında öğleden sonra kendilerinin uygun oldukları bir zaman diliminde gerçek yaşamdan bazı olguların ve durumların matematiksel düşünmeyle değişkenlerinin belirlenmesi ve bu değişkenler arasındaki ilişkilerin matematiksel ifadelerle gösterilmesi gibi yeterlilikler gerektiren model oluşturma etkinlikleriyle çalışmışlardır. Ön çalışmaya başlamadan önce model oluşturma etkinliklerinin özellikleri hakkında öğrencilere bilgi verilmiş ve 8. sınıf öğrencileriyle pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamada model oluşturma etkinliklerinin plânlanmasında dikkat edilmesi gereken noktalar belirlenmiş, eksiklikler giderilmiş, etkinliğin uygulama sürecindeki aşamaları üzerinde durulmuştur. Literatürde bulunan 6 adet model oluşturma etkinliği (Ek 1) her hafta bir tane uygulamak üzere Türkçeye uyarlanarak öğrencilerle ön çalışma yapmak üzere belirlenmiştir. Ön çalışma için aşağıda Tablo 3'te belirtilen şekilde çalışma plânlanmış ve her iki sınıf için ayrı ayrı uygulamaya konulmuştur.

Hafta	Modelleme Problemi	Çalışmaya Ayrılan Süre
1	Uzun Atlama Problemi	60 dakika
2	Seyahat Problemi	60 dakika
3	Parkta Yürüyüş Problemi	60 dakika
4	Okul Partisi Problemi	120 dakika
5	Yaz İşi Problemi	120 dakika
6	Büyük Ayak Problemi	120 dakika

Tablo 3: Ön Çalışmada Kullanılan Model Oluşturma Etkinlikleri Plânlaması

Zawojewski, Lesh ve English (2003) ile Eraslan (2011b) modelleme etkinliklerinin grup çalışması şeklinde uygulanması gerektiği görüşü üzerinde durmuşlardır. Bu nedenle model oluşturma etkinlikleriyle çalışma sürecinin grup çalışması şeklinde gerçekleştirilmesi uygun görülmüştür. Ön çalışmalara başlamadan önce öğrenciler 3 kişilik heterojen gruplara ayrılmıştır. Her hafta için grup üyeleri sabit tutulmamış ancak heterojenlik esasını koruyacak şekilde gruplara ayrılmasına dikkat edilmiştir. Uygulamaya geçilmeden önce sınıfın oturma düzeni grupla çalışmaya elverişli olacak şekilde düzenlenmiştir. Etkinlik için gerekli hesap makinesi, cetvel gibi materyaller uygulama öncesinde temin edilerek gerekli görüldüğünde kullanılmak üzere çalışma ortamında bulundurulmuştur. Etkinliklerin yapısı incelenerek uygulama süreleri plânda belirtildiği gibi bir veya iki saat olarak uygulanmıştır. Model oluşturma etkinliklerinin uygulama aşamaları hazırlık aşaması, model oluşturma ve raporlaştırma aşaması ile sunum aşaması olarak belirlenmiştir. Model oluşturma etkinliğinin başlangıcında hazırlık çalışmaları yapılmış, daha sonra öğrenciler gruplar halinde verilen yönerge doğrultusunda problemin çözümü için uygun bir model geliştirmeye çalışıp bu modeli raporlaştırmış ve son olarak geliştirdikleri modeli sınıfa sunmuşlardır. Bu aşamalar için ayrılması gereken süreler etkinliğin yapısı da göz önünde bulundurularak hesaplanmış ve aşağıda Tablo 4’te gösterilmiştir.

Uygulama Aşamaları	Ayrılan Süre	
	60 dakika	**120 dakika**
1. Hazırlık	5 dakika	10 dakika
2. Model Oluşturma ve Raporlaştırma	40 dakika	80 dakika
3. Sunum	15 dakika	30 dakika

Tablo 4: Model Oluşturma Etkinliklerinin Uygulama Aşamaları ve Ayrılan Süreler

Sunum sırasında önce grupların sunumlarını yapmaları ardından dinleyicilerin soru sormalarına ve görüşlerini belirtmelerine fırsat verilmiştir. En sonunda öğrencilerin raporları değerlendirilmiş ve model oluşturma süreçleriyle ilgili dönütler verilmiştir. Ön çalışma sürecinde uygulanan model oluşturma etkinliklerinde öğrencilerin model oluşturma yaklaşımları aşağıda özetlenerek sunulmuştur.

Örnek Etkinlik 1: Uzun Atlama Problemi

Uzun atlama sporu ile ilgili öğrencilerin ön bilgileri öğrenildikten sonra oyunun kuralları ve oyuncuların sıralamalarının nasıl belirlendiği hakkında öğrencilerin görüşleri alınmıştır. Bilgisi olan öğrenciler düşüncelerini ortaya koyarak sınıfın uzun atlama sporuyla ilgili görüş oluşturmaları sağlanmıştır. Ardından problem öğrencilere dağıtılmıştır. Gerekli görüldüğünde kullanılmak üzere hesap makinesi her grubun masasında hazır bulundurmuştur.

Gruplar model oluşturma sürecinde farklı modeller geliştirmişlerdir. İlk olarak Güngör Bey'in düşüncesinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla tüm öğrencilerin uzun atlamalarının aritmetik ortalamasını bularak Güngör Bey'in haklı olduğunu görüşünü savunmuşlardır. Birkaç grup sadece aritmetik ortalama sonuçlarına bakarak Şeyda'nın en uzun atlamaya sahip olmasından dolayı şampiyonaya katılması gerektiği üzerinde dururken bazı gruplar ise buldukları ortalama değerinde en yüksek Şeyda olmasına rağmen Büşra'nın diğerlerinden oldukça yüksek bir atlamaya sahip olduğuna dikkat çekmiş ve buldukları sonuçlardan emin olamamıştır. Bunun üzerine bir grup modeli geliştirmek adına veriler arasındaki değişimi pozitif ve negatif sayılarla ifade ederek bunların toplamına göre karar verilebileceği düşüncesini savunurken elde ettikleri sayıları karşılaştırmada kullanacakları yönteme karar verememişlerdir. Bazı gruplar ise en uzun atlamayı fark ettikten sonra riskli olmasına karşın rekor kırılabilecek bir atlama gerçekleşebileceği düşüncesiyle Büşra'nın tercih edilmesinin doğru olacağını belirtmişlerdir. Bir diğer grup da bu yoruma hak vermesine rağmen Büşra'nın yüksek bir atlamaya sahip olduğu gibi diğerlerine göre çok da düşük bir atlamaya sahip olmasından dolayı ona güvenilemeyeceği ve tutarsız olduğu fikri üzerinde ortak görüş geliştirmiştir. Bundan hareketle hangi öğrencinin daha tutarlı olduğu sorusuna cevap aranmıştır. Bazı gruplar öğrencilerin aritmetik ortalamasının yanında atlamalarının açıklık değerinin bulunması gerektiğini düşünerek şampiyonaya Şeyda'nın katılması gerektiğini belirtmişlerdir. Bazı gruplar ise tutarlılığa standart sapma ile daha iyi karar verilebileceği düşüncesini savunarak atlamalarının standart sapmalarını hesaplamışlardır. Bu hesaplamalar sonucu Şeyda'nın standart sapmasının düşük ve ortalamasının düşük olmasından dolayı Güngör Bey'i haklı görmüşlerdir. Grupların sunumları sırasında aritmetik ortalamanın karar vermek için yeterli olmadığı, tutarlılıklarının da göz önünde bulundurulmasının doğru tercih yapmak için önemli olduğu ifade edilmiştir. Kimin daha tutarlı olduğuna karar vermek için ise açıklık veya standart sapmanın hesaplanarak aritmetik ortalamayla birlikte desteklenerek karar verilmesi gerektiği fikri oluşmuştur.

Örnek Etkinlik 2: Seyahat Problemi

Öğrencilerin tatilde nerelere gittikleri ve ne gibi harcamalar yaptıklarını paylaşmaları istenmiştir. Yol, konaklama, yemek, müze ücretleri gibi harcamaların olabileceği ifade edilmiştir. Ardından gruplara önce çalışma kâğıdı ve ardından birer cetvel ve bir miktar ip dağıtılmıştır.

Öğrenciler çözüm için farklı modeller oluşturmuştur. İlk olarak problemi anlamaya yönelik litre fiyatı en fazla olan benzine dikkat çekmiş ancak grup üyeleri litre fiyatının yüksek olmasına rağmen kira bedelinin az olduğunu da hesaba katmak gerektiği düşüncesinden sonra günlük kira bedelinin nasıl değerlendirmeye alınacağını tartışmaya başlamışlardır. Yakıt masrafına kira bedelini de ekleyip toplam masrafın bulunabileceğine karar vermişlerdir. Bazı gruplar yakıt masrafının bulunabilmesi için Ankara- Antalya arası mesafenin ne kadar olduğunun verilmediğini savunurken bazıları ise ölçek kullanarak bu mesafenin ölçülebileceğini belirtmişlerdir. Gruplardan birkaçı iple diğerleri de ise cetvelle bu mesafeyi ölçmüştür. Ölçüm yapmalarına rağmen tatilin amacının gezmek ve çok yer görmek olduğunu belirten bir grup uzun olmasına ve ekonomik olmamasına rağmen Afyon yolunun tatil için en doğru yol olduğuna karar vermişlerdir. Bundan sonra günlük kira bedelinin hesaba katılmaması gerektiğini çünkü kiranın çok olmasına rağmen aracın konforlu olabileceği ve rahat edilemeyecek bir araçla tatilin dayanılmaz olabileceği ihtimali üzerinde durarak kira bedelinin önemsenmemesi gerektiğini savunmuşlardır. Sadece yakıt tüketimine bakarak 1. aracın en ekonomik olduğuna karar vermişlerdir. Bunun yanı sıra cetvel kullananlar yolu doğru parçalarına bölerek bulmuşlar ve en kısa mesafenin Isparta yolu olduğunu belirtmişlerdir. Bir grup ise yolun kıvrımlarına bakmaksızın Ankara ve Antalya arası en kısa mesafeyi çizmiş ve bu çizime en yakın yolun Isparta olduğuna karar vermişlerdir. Ölçümler sonucu mesafe bulunmuş ancak ölçeğin kullanılmasında ve uzunluk ölçme birimlerinin çevrilmesinde bazı gruplarda hata yapıldığı gözlenmiştir. Mesafenin ne kadar olduğuna karar verdikten sonra en kısa yolun Isparta yolu olduğu sonucuna ulaşanlar bu mesafede ne kadar yakıt tüketeceklerini tablodaki yakıt tüketimi verileri arasında orantı kurarak bulmuşlardır. Ardından her bir yakıt için ne kadar masraf olacağı hesaplanmış ve kira bedelleri ile toplanarak en ekonomik 3. araç ve Isparta yolunun olduğu belirtilmiştir. Gruplar sunumlarını yaparken en ekonomik koşulların tercih edilmesi istendiğinden Afyon yolunu ve kira bedelini hesaba katmayan grubun yanlış karar verdiği ve sorunun amacına aykırı çözüm ürettikleri birçok grup tarafından ifade edilmiştir. Yine böyle bir tatilin günübirlik değil de en çok bir haftalık olabileceği belirtilmiştir ve en ekonomik seçimin 3. araç ve Isparta yolu olduğu üzerine görüşler ortaya konulmuştur.

Örnek Etkinlik 3: Parkta Yürüyüş Problemi

Öğrencilere adımlarının büyüklüğü hakkında görüşleri sorulmuş öğrenciler bazı insanların çok küçük adımlar atıp hızlı yürüdüklerinden bazılarının ise yavaş yürüyüp büyük adımlar attıklarından bahsetmiştir. Adımlarını okulun bahçesinde zaman zaman karşılaştırdıklarını söylemişlerdir. Öğrencilere adımların büyüklüğünün neye bağlı olduğu sorusu üzerine yaş, cinsiyet, boy uzunluğu gibi özelliklere göre değişkenlik gösterebileceği belirtilmiştir. Ardından öğrencilere çalışma kâğıdı ve cetvel dağıtılarak gruplar problem üzerinde çalışmaya başlamıştır.

Öğrenciler model oluşturmaya başlamadan önce problemi anlamaya çalışmış ve çocuğun boyunu bir şekilde hesaplayacakları ama yaşını hesaplamak için ne yapmaları gerektiğine karar vermeleri gerektiği üzerinde tartışmaya başlamıştır. Kendi boy uzunlukları ile karşılaştırma yapabileceklerini savunmuşlardır. Ancak burada adımları karşılaştırmak için iki ağaç arası mesafenin bilinmemesinden dolayı bu yöntemden vazgeçmişlerdir. Birçok grup adım sayılarını oranladıklarında bu oranın boyların oranına eşit olacağı fikrinden yola çıkarak çocuğun boy uzunluğunu hesaplamışlardır. Matematiksel sonuçları gerçek yaşamla karşılaştırmışlar bir çocuk boyunun olabileceği değerden fazla olduğunu ve torunun boyunun dedenin boyundan uzun olamayacağına karar vermişler ancak bundan sonra ne yapacakları konusunda uzun süre tartışmışlardır. Modeli gözden geçirmişler ardından doğru orantıyla çözümünün yanlış bir yöntem olduğunu anlamışlardır. Bir kişinin boy uzunluğu arttıkça adım uzunluğunun da artacağı ancak iki kişinin karşılaştırılmasında aynı mesafe için adım sayısı arttıkça bir kişinin boyunun kısalacağı ya da adım sayısı azaldıkça boyunun uzun olacağı düşüncesi ortaya atılmıştır. Buradan ters orantı kullanılması gerektiği düşüncesiyle çocuğun boyunun yaklaşık değeri bulunmuştur. Bu boy uzunluğuna sahip bir çocuk için okullarındaki anasınıfı veya 1. sınıf öğrencilerinin örnek verilebileceği düşüncesiyle torunun yaşı belirlenmiştir. Birkaç grup ise doğru orantıyla yaptıkları çözümlerin yanlış olduklarını fark ederek biri uzun biri kısa olmak üzere iki öğrencinin kalkarak belirli mesafedeki adım sayılarını bulmuşlar ve sonuçları karşılaştırmışlardır. Bu grup ise bu yöntemle ters orantının kullanılacağına karar vermiş ve adımlar oranı ile çocuğun boyunu hesaplamışlar ve tahmini olarak bu boy uzunluğundaki bir çocuğun yaşını belirlemişlerdir. Bir grup öğrenci ise benzer yöntemlerle torunun boy uzunluğunu bulurken yaşını bulmak için kendi boy ve yaş bilgilerini kullanabileceği düşüncesiyle farklı bir model oluşturarak çocuğun yaşını hesaplamışlardır.

Örnek Etkinlik 4: Okul Partisi Problemi

Öğrencilerden çalışmadan önce okulun bahçesinin uzunluk ve genişliğinin hesaplanarak hazırlıklı gelmeleri istenmiştir. Okulda daha önce bir konser veya özel bir etkinlik düzenlenip düzenlenmediği öğrencilere sorulmuş katıldıkları konserlerle ilgili izlenimlerine yönelik öğrencilerin görüşleri alınmıştır. Organizasyonların düzenlenmesinde nelere dikkat edilerek planlama yapılabileceği sorusu üzerine program katılımcıları, alanın düzenlenmesi, davetli sayısı, ikram ve zamanlamanın önemli olduğunu belirtilmiştir. Ardından çalışma kâğıdı ve cetvel öğrencilere dağıtılmıştır.

Öncelikle gruplar problemi anlamaya yönelik okulun bahçesinin alanının bulunması gerektiği fikrini savunmuş; okulun uzunluk ve genişliklerini daha önceden hesaplayarak bu ölçümlerle alanın hesaplanabileceğini belirtmişlerdir. Bahçenin bir dikdörtgen şeklinde olduğunu ifade ederek bahçenin alanının hesaplanmasının ardından metrekareye kaç kişi yerleşebileceğini tartışmaya başlamışlardır. Bazı gruplar cetvel yardımıyla sınıf ortamında 1 metrekarelik alan oluşturarak arkadaşlarını bu alana teker teker yerleştirip kaç kişinin bu alanda rahat hareket edebileceğini tartışmışlardır. Ardından tüm alanı bu alana bölerek kaç öğrenci davet edilebileceğinin bulunacağına karar vermişlerdir. Bazı gruplar bu alana 4 kişinin sığabileceği üzerinde dururken bazıları ise çok sıkışık olmaması gerektiği ve 2 kişinin daha rahat bir şekilde bu alanda bulunabileceğini ifade ederek alana düşen kişi sayısını hesaplamışlardır. Bunun yanı sıra konser olduğundan bazı öğrencilerin dans etme durumlarının da düşünülmesi gerektiğinden 1 metrekarelik alanın 1 kişi için ayrılmasının daha iyi olacağına karar vermişlerdir. Bundan yola çıkarak bu alana sığacak öğrenci sayısını belirlemişlerdir. Farklı olarak gruplardan birkaçı konser alanına sahne, sandalye ve yemeklerin koyulacağı masaların da koyulması durumlarını düşünerek bunlar için ayrılması gereken alanların hesaplanması gerektiğini savunmuşlardır. Konserde sandalyelere çok ihtiyaç duyulmayacağı çünkü öğrencilerin dans ederek eğlenecekleri düşüncesiyle sahne ve masalar için alan ayrılmasının önemini belirtmişlerdir. Bu kısımlar için belirli bir alan ayrılarak bahçenin geri kalan alanına 1 metrekarelik alana 1 kişinin yerleştiği düşüncesiyle öğrenci sayısı belirlenmiştir. Bir başka grup ise geliştirdiği modelde sabah törenlerinde okuldaki tüm öğrencilerin bu alanın ¾'lük kısmına sığdığını belirtmişlerdir. Okul mevcudundan yola çıkarak geriye kalan ¼'lük parçaya da sığması gerektiği düşüncesinden hareket edilerek davet edilebilecek öğrenci sayısını belirlemişlerdir.

Örnek Etkinlik 5: Yaz İşi Problemi

Öğrencilere bir işyerinin sahibi olduklarını düşünmeleri ve çalışanlarını neye göre belirlemelerinin doğru olacağı sorusu sorulmuştur. Öğrencilerden deneyim, kazandırdıkları para ve ne kadar çalıştıkları gibi cevaplar alınmıştır. Çalışanları değiştirmek zorunda kalsaydınız bunların kim olduğuna nasıl karar verirdiniz sorusu üzerine öğrencilerin görüşleri alınmış ve ardından çalışma kağıdı ile hesap makinesi öğrencilere dağıtılmıştır.

Gruplar kendi aralarında bir süre tartışarak problemi anlamaya çalışmıştır. Gruplardan biri toplam kazandırdıkları paraya bakarak karar vermenin daha doğru olacağını belirtmiştir. Ancak daha sonra az zamanda çok para kazandıranlara bakmanın doğru olduğuna karar vermişlerdir. Grup üyeleri arasında tartışmalar devam ederken tüm gruplar hesap makinesiyle işlemler yapmaya başlamıştır. Bazı gruplar çalışanların toplam kazandırdıkları parayı ve tüm çalışma saatlerinin hesaplanarak saat başına düşen para miktarına göre satış elemanlarının belirlenmesi gerektiğinden verileri toplamaya başlamışlardır. Ardından toplam paraları toplam çalışma saatine oranlayarak her bir satıcının saat başına kazandırdıkları paraları büyükten küçüğe doğru sıralamışlar ve tam ve yarım gün için çalışacak kişileri belirlemişlerdir. Bazı gruplar ise benzer mantıkla her bir satıcının 3 aylık ortalama kazandırdıkları para miktarını ve ortalama çalışma sürelerini belirleyerek saat başına kazandırdıkları para miktarlarını bulma yolunu tercih etmiştir. Bir grup ise tüm verileri incelemeye gerek olmadığını yoğunluğun en düşük olduğu zamanda en fazla para kazandıran satıcının daha çalışkan ve ikna gücünün kuvvetli olacağını belirtmiştir. Ayrıca bu koşullarda çok para kazandıran bir kişinin yoğun olan bir günde kesinlikle daha fazla kazandıracağını savunarak sadece bu yaklaşımı kullanarak çalışanları sıralama yolunu seçmiştir. Buna karşılık bir grup da tam tersi bir düşünceyle tam gün çalışacakların belirlenmesinde tam gün çalışma kapasitesi olanların tercih edilmesi gerektiğini ve bu yüzden sadece çok yoğun oldukları bir zamanda kazandırdıkları paraların karşılaştırılması gerektiğini belirtmiştir. Buna karşılık olarak sunum sırasında öğrenciler çok yoğun bir zamanda zaten çok para kazanılmasının normal olduğunu ve buna bakarak karar verilmesinin yanlış olabileceğini savunmuşlardır.

Örnek Etkinlik 6: Büyük Ayak Problemi

Dersin girişinde öğrencilerden ayak izi takibiyle ilgili görüşleri alınmış ve öğrenciler hayvanların ayak izlerinden türlerinin anlaşılabileceğini, eski zamanlarda insanların ayak izlerinden yönlerinin, hızlarının, koşarak mı yoksa yürüyerek mi hareket ettiklerinin anlayan insanların olduğunu duyduklarını belirtmişlerdir. Ardından çalışma kâğıdı ile cetvel öğrencilere dağıtılmıştır.

Gruplar ayak izini görünce böyle bir ayağın nasıl olabileceğini tartışmaya başlayarak problemi anlamlandırmaya çalışmışlardır. Gruplardan birindeki öğrenci televizyonda duyduğu bir habere göre dünyanın en uzun insanının boy uzunluğunu sınıfta paylaşarak bu ayak izine sahip kişinin boy uzunluğunun bundan küçük veya eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Bunun üzerine grupların hepsi bu ayak iziyle kendilerininkini karşılaştırmak üzere ayaklarının uzunluk ve genişliklerini ölçmeye koyulmuştur. Bazı grupların ise ayağa kalkarak ve duvara dayanarak boy uzunluklarını ölçtükleri ve buldukları sonuçları çalışma kâğıdına kaydettikleri görülmüştür. Gruplardan biri kişilerin ayak genişliklerinin kişinin yapısına göre kalın ya da ince olabileceğini ancak ayak uzunluğun her zaman boy uzunluğu arttıkça büyüyeceğini savunarak ayak genişliğinin göz ardı edilebileceğini savunmuştur. Bunun üzerine grup üyelerinden birinin boy uzunluğu ve ayak uzunluğundan yola çıkılarak bu ikisinin oranının bu ayak izine sahip kişi için de geçerli olabileceği düşünülmüştür. Sonuç olarak orantı yardımıyla adamın boy uzunluğu hesaplanmıştır. Diğer bir grup ise modelini gruptaki iki kişinin ayak uzunluklarını ve boy uzunluklarını hesaplayarak sırasıyla belirleyerek geliştirmiştir. Bu öğrenciler ikisinin arasındaki boy uzunluğu farkını ayak uzunluğu farkına oranlama yoluna giderek bu oranın bu ayak izinin sahibi için de geçerli olabileceği düşüncesiyle ayak uzunlukları arasındaki fark bulunmuştur. Ayak uzunluğuna sahip öğrencinin boyu ile bu ayak izinin sahibi arasında boy uzunluğu farkı bulunarak boy uzunluğu bulunmuştur.

Bir başka grup ise kişilerin gövde ve bacak uzunlukları oranının farklı olabileceğini belirtmiştir. Ayak izinin genişliğini önemsemeyerek uzunluğunu grup üyelerinden birinin ayağının uzunluğu ile karşılaştırma yolunu tercih etmiştir. Kendi bacak uzunluğunun ve gövde uzunluğunun olduğundan yola çıkarak bunları ayak uzunlukları oranı ile orantı kurmada kullanmıştır. Ayak uzunluklarını kullanarak orantı yardımıyla ayak izinin sahibinin bacak uzunluğunu bulmuş ve genişlikleri kullanarak bu orantı yardımıyla gövde uzunluğunu hesaplanmıştır. Gövde ve bacak uzunlukları toplanarak ayak izinin sahibinin boyunu hesaplamıştır. Gruplardan biri ise grup üyelerinden birinin ayak genişliğini ve uzunluğunu ölçerek sırasıyla belirlemiştir. Ayak izinin sahibinin ayak genişliğini kendi ayak genişliğine oranladığında ve uzunluğunu kendi ayak uzunluğuna oranlamıştır. İki oranın yaklaşık eşit olduğundan yola çıkarak boylar arasında da benzer oranın olabileceği düşüncesiyle kendi boy uzunluklarını kullanmışlardır. Bu oranı kullanarak ayak izinin sahibinin boy uzunluğunu hesaplamışlardır. Sunumlar sırasında motivasyonun yüksek olduğu ve grupların dikkatle her bir grubun yöntemini ve sonucunu merakla takip ettikleri gözlenmiştir. Yine kızların ve erkeklerin ayaklarının ölçülerinin de farklı olduğu üzerinde durulurken grupların buna yönelik herhangi bir yöntem geliştiremedikleri gözlenmiştir. Ayağın alanından yola çıkarak çözüm üretmeye çalışan grupların da alanı hesapladıktan sonraki aşamada nasıl bir yol izleyeceklerine karar veremediklerinden dolayı bu yöntemden vazgeçtikleri görülmüştür. Ayrıca sadece bir grubun ayağın genişlik ve uzunluğunu beraber değerlendirmeye aldığı belirlenirken diğerlerinin ayağın genişliğini önemsemediği ve sadece uzunluğuna dayalı oranlar kullandıkları gözlenmiştir.

4.4 Veri Toplama Araçları

4.4.1 Model Oluşturma Etkinliğinin Seçimi

Yapılacak olan bir çalışma öncesinde veri toplama araçlarının seçimi, bunlara son şeklinin verilmesi ve kullanılacak olan veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliğinin kontrol edilmesi ve sağlanması gerekmektedir. Yapılan çalışmada kullanılacak olan model oluşturma etkinliklerinin seçiminde konuyla ilgili literatürden yararlanılmıştır. Çalışmada kullanılacak model oluşturma etkinliği *Voleybol Problemi* Lesh ve Doerr (2003a)'in çalışmasından Türkçeye çevrilerek uyarlanmıştır. Bu süreçte *Voleybol Problemi'*nde yer alan isimlerin voleybol A milli takımında yer alan sporcuların isimlerinden oluşmasına ve problemde kullanılan kelimelerin seçiminde voleybol oyun kuralları ve terminolojisine özellikle dikkat edilmiştir.

4.4.2 Model Oluşturma Etkinliği -"Voleybol Problemi"

Voleybol Problemi (Ek 2) bir model oluşturma etkinliği olup sunulan verilere uygun olarak birçok çözüm yolu ve buna bağlı farklı sonuçlara sahiptir (Lesh ve diğerleri, 2000). Öğrenciler bu tür etkinliklerde sadece sağlamak zorunda oldukları kriterleri bilirler fakat geliştirmeye veya bulmaya çalıştıkları ürünün doğası yani etkinliğin sonunda nasıl bir şeyle karşılaşacaklarını bilemezler (Lesh ve diğerleri, 2000).

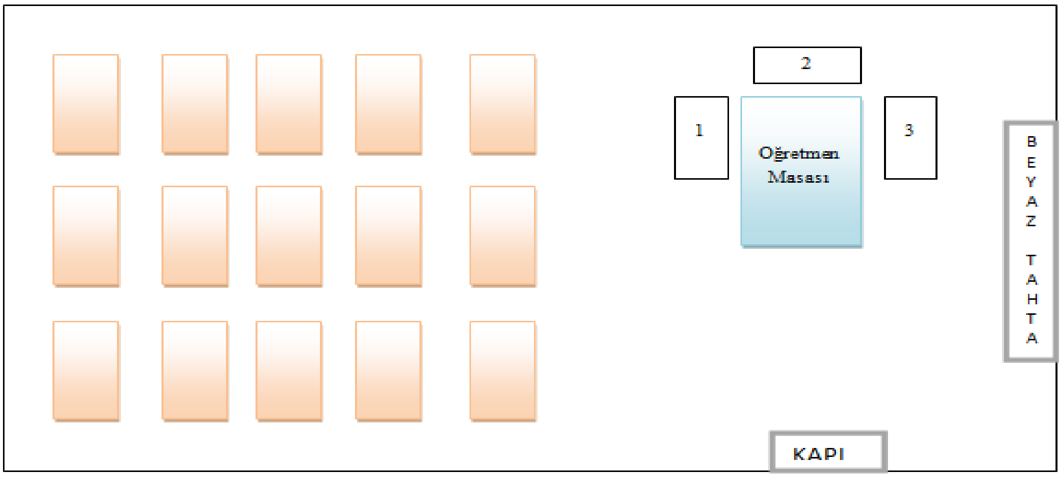
Voleybol Problemi nicel ve nitel bir takım bilgilerin birlikte değerlendirilmesini gerektiren zengin bir modelleme problemidir (Lesh & Doerr, 2003a). Özellikle oyuncuların voleybol oynama potansiyellerini etkileyen özelliklerin yani oyuncuların; (1) boy uzunlukları, (2) dikey sıçramaları, (3) kırk metreyi koşma hızları, (4) servis sonuçları ve (5) smaç sonuçları içeren beş değişkeni birlikte değerlendirip ilişkilendirerek bir model oluşturmaları gerekmektedir. Bayan oyuncuları eşit takımlara bölmek için öğrencilerin on sekiz bayan oyuncu hakkında verilen bilgileri değerlendirmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin görevi bayan oyuncuları kampın ilk günü elde edilen bu verilere bağlı olarak onları eşit güçte üç takıma ayıracak bir model geliştirmektir. Çözümler genellikle verilen bilgilerden yola çıkarak verileri toplamak, ortalamasını almak ve bunlar arasında bir takım işlevsel ilişkiler kurmak gibi yöntemleri içermektedir. Öğrenciler bu süreçte nitel bilgiyi sayısallaştırmalı ve veriler arasında yer alan servisler için elde edilen yüksek skorların ve ayrıca koşmadaki düşük skorların iyi olduğunu fark ederek oluşturacakları modelde hesaba katmalı ve buna bağlı olarak oyuncuları seçme yoluna gitmelidirler (Lesh & Doerr, 2003a).

Modelleme problemi öğrencilerden genelleme yapmalarını ve kendi matematiksel düşünce ve kavramları ortaya koymayı istemektedir. Bu problemin uygulanmasıyla öğrencilerin; (a) problemi yorumlama yollarını, (b) kendi kavramsal gelişimlerini kendilerinin seçip ortaya koymalarını, (c) matematiksel düşüncelerle çalışmalarını, (d) yaratma, inşa etme, kullanma, biçimlendirme ve dönüştürme gibi eylemlerde bulunmalarını, (e) nitel verileri nicelleştirmelerini, (f) kendi geliştirdikleri modellere eleştirel bakmalarını, (g) model oluşturma sürecinin tamamında karşılaştıkları güçlükleri belgelendirmelerine olanak sağlanmıştır (Lesh & Doerr, 2003a).

4.5 Veri Toplama Yöntemi

Ön çalışma sürecinin Şekil 23'te gösterilen sınıf ortamında tamamlanmasının ardından aynı sınıfta ard arda bir araya getirilen iki grubun üyeleri yine aynı sınıfta Şekil 23'te gösterilen öğretmen masasının etrafında 1, 2 ve 3 nolu bölgelerde yer alacak şekilde oturtulmuştur. Grup üyelerine model oluşturma etkinliği olarak *Voleybol Problemi* (Ek 2) verilmiş ve grup üyelerinden bu problem üzerinde çalışmaları istenmiştir. Birinci ve ikinci gruba ait odak grup çalışmaları sırasıyla toplam 50 ve 55 dakika sürmüş ve bu süreç video ile kayıt altına alınmıştır. Daha sonra video kayıtları çözümlenmiş ve öğrencilerin çözümde kullandıkları yazılı dokümanlarla beraber nitel olarak analiz edilmiştir.

Veri toplama yöntemi olarak "araştırmacı tarafından seçilmiş ve bir araya getirilmiş bir grup insanın kendi deneyimlerinden yola çıkarak araştırmaya konu problem hakkında görüş belirtmeleri ve tartışmaları" (Powell, Single & Lloyd, 1996; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008) şeklinde tanımlanan odak grup görüşmesi kullanılmıştır. Odak grup çalışmasında amaç bireysel görüşmelerde akla gelmeyecek bazı konular grup görüşmelerinde diğer bireylerin açıklamaları çerçevesinde akla gelebilmekte ve ek yorumlara neden olabilmektedir yani grup dinamikleri sorulara verilen yanıtların kapsam ve derinliğini önemli şekilde etkilemektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Ayrıca, görüşmeden önce öğrencilere yapılan çalışma hakkında bilgi verilmiş, gerçek isimlerinin gizli tutulacağı belirtilmiş ve matematik eğitiminde yeni bir bakış açısı getiren model ve modellemenin onların çözüm yolları ve görüşleri doğrultusunda geliştirilip düzenleneceği belirtilerek ortaya koyacakları performansın önemi vurgulanmıştır.



Şekil 23: Veri Toplama Sınıfının Yapısı

4.6 Verilerin Analizi

Araştırmada odak grup çalışmasında yer alan 8. sınıf öğrencilerinin *Voleybol Problemi'*ni çözerken geliştirdikleri matematiksel düşünceler ve ortaya koydukları yazılı cevapları betimsel analiz yöntemiyle çözümlenmiştir. Betimsel analizde elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar ele alınarak da sunulabilir. Bireylerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir. Bu tür analizde amaç elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış biçimde okuyucuya sunmaktır. Bu amaçla elde edilen veriler önce sistematik ve açık biçimde betimlenir daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden sonuç ilişkileri irdelenir ve bir takım sonuçlara ulaşılır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşur: (1) betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma, (2) tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi, (3) bulguların tanımlanması ve (4) bulguların yorumlanması (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu amaçla odak grup çalışmasında yer alan ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerindeki bilişsel aktiviteleri matematiksel modelleme sürecindeki aşamalar göz önüne alınarak incelenmiştir. Odak grup çalışmasındaki öğrencilerin model oluşturma süreçlerinin analiz edilmesi için Stillman ve arkadaşları (2007) tarafından Şekil 20'de gösterilen modelleme süreci kullanılmıştır. Bu süreçte özellikle öğrenciler tarafından geliştirilen modeller ve bu modeli oluşturan bileşenler yani her türlü temsil ve gösterimler, yapılan işlemler, kurulan ilişkiler, kurallar ve örüntüler dikkate alınmıştır (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Stillman ve diğerleri (2007) Şekil 21'de ortaya koydukları çerçevenin öğretmenler, araştırmacılar ve program geliştirmeciler tarafından modelleme görevleri düzenlemek ve verilen bir görevde nerelerde güçlükler oluşabileceğini önceden tahmin etmek amacıyla kullanılabilir olduğunu belirtmişlerdir. Buradan hareketle bu çerçeve *Voleybol Problemi* teknoloji kullanımını gerektirmediğinden bununla ilgili alanlar çıkartılarak elde edilen yeni çerçeve (Şekil 24) verilerin analizi için aynen kullanılmıştır. Analiz sırasında her bir grubun model oluşturma süreçleri incelenerek grupların model oluşturma sürecindeki geçiş aşamaları belirlenmiş ve bu aşamalarda karşılaşılan güçlükler ortaya konmuştur.

1. KARMAŞIK GERÇEK YAŞAM DURUMUNDAN GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİNE GEÇİŞTE:
   1.1. Problemin genel durumunu açıklama
   1.2. Basitleştirilmiş kabuller yapma
   1.3. Stratejik varlıkları saptama
2. GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİNDEN MATEMATİKSEL MODELE GEÇİŞTE:
   2.1. Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama
   2.2. Elemanları matematiksel olarak, uygulanabilir formüllerle temsil etme
   2.3. Bağlantılı varsayımlarda bulunma
   2.4. Formülü çoklu durumlara otomatik olarak uygulayabilmek için uygun tekniği seçme
3. MATEMATİKSEL MODELDEN MATEMATİKSEL ÇÖZÜME GEÇİŞTE:
   3.1. Uygun sembolik formülü uygulama
   3.2. Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları kullanma
   3.3. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde etme
4. MATEMATİKSEL ÇÖZÜMDEN ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYA ANLAMINA GEÇİŞTE:
   4.1. Matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıklarını saptama
   4.2. Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme
   4.3. Sonucu üretmek için gerekli yeni bir yorumla önceki sınırlamaların gevşemesi
5. ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYADAKİ ANLAMINDAN MODELİN GÖZDEN GEÇİRİLİP DÜZELTİLMESİ VEYA ÇÖZÜMÜN KABULÜAŞAMASINA GEÇİŞTE:
   5.1. Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma
   5.2. Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini inceleme
   5.3. Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma
   5.4. Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliğini inceleme

Şekil 24: Stillman ve diğerleri (2007)’nin Çalışmasından Uyarlanan Çerçeve

4.7 Çalışmanın Güvenirliği

Creswell (1998) (Aktaran, Eraslan 2005),“Bir nitel araştırmanın inandırıcı, doğru ve gerçek olduğunu nasıl bilebiliriz?” sorusunu sormuştur. Bir başka deyişle bir nitel araştırma için asıl ihtiyaç okuyucuyu çalışmanın geçerliliği, güvenirliliği ve objektifliği hakkında ikna etmektir. Dolayısıyla doğru bilgiye ulaşma konusunda gereken önlemlerin alınması (geçerlik) ve araştırma sürecini ve verileri açık ve ayrıntılı bir biçimde, yani bir başka araştırmacının değerlendirmesine olanak verecek biçimde tanımlanması (güvenirlik), nitel araştırmacının karşılaması gereken önemli beklentilerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Lincoln ve Guba (1985) (Aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2008), nitel bir araştırmanın niteliğini arttırabilecek bir takım stratejiler önermektedirler. Ancak bu önerileri nicel araştırmada geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan geçerlik ve güvenirlik kavramları çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini düşündükleri alternatif kavramlarla yapmaktadırlar. Bu çerçevede iç geçerlik yerine *inandırıcılık*, dış geçerlik yerine *aktarılabilirlik* kavramlarını, iç güvenirlik yerine *tutarlılık* ve dış güvenirlik (tekrar edilebilirlik) yerine ise *teyit edilebilirlik* kavramlarını kullanmayı tercih etmektedirler. Erladson, Harris, Skipper ve Allen (1993) (Aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2008) ise bir nitel çalışmanın *inandırıcılığını* sağlamak için (a) uzun süreli etkileşim, (b) derinlikli odaklı veri toplama, (c) çeşitleme, (d) uzman incelemesi ve (e) katılımcı teyidi; *aktarılabilirliğini* sağlamak için (a) ayrıntılı betimleme ve (b) amaçlı örnekleme; *tutarlılığı* sağlamak için tutarlılık incelemesi ve *teyit edilebilir* olması için teyit incelemesi gibi yöntemlerinin kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Bu çalışmada ise araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak amacıyla aşağıda belirtilen işlemler uygulanmıştır.

Araştırmacının veri kaynakları (katılımcılar, gözlenen ortamlar, dokümanlar, vb.) ile *uzun süreli etkileşim* içinde olması onun veri kaynakları üzerinde kendi varlığından ve öznel algılarından kaynaklanabilecek etkiyi en aza indirecek ve çalışmanın inandırıcılığını arttıracaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 265). Bu yüzden tüm araştırma sürecinde öğrencilerle birlikte bulunulmuştur. Model ve modelleme ile ilgili literatürdeki dokümanlar incelenmesi ve hazırlanması altı ay kadar sürmüştür. Bu süreçte uzman görüşlerine sıkça başvurulmuştur. Katılımcılarla model oluşturma etkinliklerinin tanıtımı ve uygulamalarıyla ilgili geçen sürede yaklaşık üç ay bir zaman diliminde birlikte çalışılarak uzun süreli bir etkileşim sağlanmış ve öğrenciler bu sürede sürekli olarak gözlemlenmiştir.

İkinci olarak nitel bir araştırmada "çalışmaya açıklık kazandırmak sağlamak amacıyla çoklu ve farklı kaynakları, yöntemleri, araştırmacıları ve teorileri" (Creswell, 1998, s. 202; Aktaran, Eraslan 2005) kullanarak *çeşitleme* yapılır. Bundan dolayı araştırmada katılımcıların model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükleri ortaya koymak için literatür taranarak gerekli kaynaklar incelenip doküman analizi yapılmış ve ön çalışma sürecinde öğrencilerin sınıf ortamındaki yaklaşımları gözlenmiş ve öğrenci raporları incelenmiştir. Ayrıca asıl çalışmada odak grup görüşmesi yapılarak öğrencilerin etkinlik üzerindeki düşünceleri videoya kaydedilerek çözümlenmiş, sonuç raporları incelenmiş ve çalışma kağıtlarının analizi yapılarak veri çeşitlemesi yoluna gidilmiştir.

Araştırmanın inandırıcılığını sağlamak için bir diğer yaklaşım ise "araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerden, yapılan araştırmayı çeşitli boyutlarıyla incelemesinin istenmesi" (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 268) şeklinde *uzman incelemesiyle* olur. Bu nedenle araştırmanın her aşamasında araştırmacı konusunda hem bilgi hem de deneyim açısından uzman birisiyle haftalık ve programlı şekilde değerlendirme toplantıları yapmıştır. Bu süreçte yapılan çalışmalar düzenli olarak gözden geçirilmiş, değerlendirilmiş ve gerekli yerlerde müdahale edilerek düzenleme yoluna gidilmiştir. Bu şekilde verilerin toplanması ve analizi, sonuçlara ulaşma ve yorum aşamalarına dışarıdan bir gözle bakılması sağlanarak araştırmanın geçerliliğinin ve tutarlılığının arttırılması için çalışılmıştır.

Dördüncü olarak araştırmanın aktarılabilirlik özelliğini sağlamak amacıyla ise "ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılması" (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 270*) ayrıntılı betimleme* ile elde edilmektedir. Öğrencilerin çalışma süresince model oluşturma etkinliklerine yönelik düşünce ve yaklaşımları doğrudan alıntılar kullanılarak öncelikle gerçekleştiği şekilde özetlenerek açıklanmış, daha sonra Şekil 24'te verilen tematik çerçeve kullanılarak betimlenmiş ve yorumlanmıştır. Bu şekilde okuyucunun verilerin elde edildiği ortamı zihninde daha iyi canlandırması ve kendi ortamına ilişkin olası sonuçları daha kolay çıkarmasının yolu açılmıştır. Ayrıca aktarılabilirliği artırmak için "tipik olarak karşımıza çıkan olay ve olguları hem de bunların değişkenlik gösteren özelliklerini ortaya koymayı amaçlayan" (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 270) *amaçlı örnekleme* yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada yer alan üçer kişiden oluşan iki odak grubu yukarıda araştırma grubu başlığı altında belirtilen kriteler kullanılarak oluşturulmuştur.

Son olarak ise “dışarıdan bir uzman araştırmada ulaşılan yargıların, yorumların ve önerilerin ham verilere geri gidildiği zaman teyit edilip edilmediğine ilişkin değerlendirme yapması” (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 272) *teyit incelemesiyle* sağlanır. Bu amaçla değerlendirme toplantılarındaki uzman incelemesi ile birlikte model ve modelleme konusunda araştırma yapan dört araştırmacı tarafından ulaşılan sonuçlar, yapılan yorum ve öneriler ham verilere geri gidilerek teyit incelemesi yapılmış ve tartışmalı olan yerler tekrar gözden geçirilerek düzenleme yoluna gidilmiştir.

5. BULGULAR

Bu kısımda ders içi grup çalışmalarının ötesinde, odak grup çalışmasında yer alan ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde matematiksel düşünce ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları bilişsel aktiviteleri matematiksel modelleme sürecindeki aşamalar göz önüne alınarak incelenmiştir. Bu amaçla her bir grup için Stillman ve diğerleri (2007)'nin Şekil 20'de gösterilen modelleme süreci ve öğrencilerin bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi için geliştirilen Şekil 24'teki çerçeve kullanılmıştır.

5.1 Birinci Odak Gruba İlişkin Bulgular

Odak grup çalışmasında yer alan öğrencilerin matematiksel düşünce ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri ve bu süreçlerin her bir aşaması meydana geldiği sırada aşağıda sunulmuştur. Grup içinde yer alan erkek öğrencilere gerçek olmayan Mert ve Alper kız öğrenciye ise Cansu ismi verilmiştir.

Model Oluşturma Süreçleri

1. Karmaşık gerçek yaşam durumu → Gerçek dünya problem ifadesi

Öğrencilere *Voleybol Problemi* verilmeden önce okullarında spor etkinlikleri kapsamında gerçekleşen voleybol turnuvalarına katılım süreçleri ile sınıf takımını oluşturma yöntemleri sorulmuş ve bu süreç grup üyeleri tarafından aşağıdaki şekilde açıklanmıştır:

> ***Görüşmeci:*** *Spor turnuvalarında sizin de içinde bulunduğunuz bir süreçtesiniz. Son zamanlarda voleybol turnuvaları düzenleniyor değil mi okulda?*
> ***Alper:*** *Evet.*
> ***Görüşmeci:*** *Siz de katıldınız mı turnuvaya?*
> ***Cansu:*** *Katıldık.*
> ***Mert:*** *Herkes katıldı.*
> ***Görüşmeci:*** *Herkes katılıyor. Sizin maçınız henüz oldu mu?*

Mert: *Olmadı.*
Görüşmeci: *Olmadı. Ne zaman maçınız?*
Alper: *Bir hafta sonra.*
Mert: *Pazartesi günü galiba.*
Cansu: *Biz hemen yapıp finale geçtik.*
Görüşmeci: *Nasıl oldu o?*
Cansu: *Bize kişi çıkmadığından biz de…*
Mert: *Boş kağıt çektiler bunlar.*
Görüşmeci: *Hım boş kuralarda. Peki takımınızı neye göre oluşturdunuz?*
Cansu: *En iyi oynayanlara göre.*
Mert: *En iyi oynayanı arka ortaya koyduk. Topu iyi kaldıranı pasörü ön ortaya koyduk.*
Cansu: *Parmaklarını iyi kullananları da öne koyduk. (Parmaklarını topa vurur gibi yaparak)*
Alper: *En iyi oynayana gerek yok aslında. Çünkü dönmeli oynadığımızdan herkes her yere geçecek zaten. İster arkaya ister öne koysun.*

Öğrencilerin bu değerlendirmelerinin ardından *Voleybol Problemi* öğrencilere verilmiş, problem öğrenciler tarafından okunmaya başlanmıştır. Öğrencilerin oyunculara ait değişkenleri değerlendirmesi ve file önüne oyuncuların seçilmesi önerisi aşağıdaki şekilde tartışılmıştır:

Mert: *Bence boylar önemli. Az dur şimdi.*
Cansu: *Bi[r] de sıçraması dikey öndekilerin (Ellerini yukarı doğru kaldırarak).*
Mert: *Ya önce boya göre filenin önünü ayarlayalım. Hani şey yapar ya…*
Alper: *Ama 40 metredeki koşusu diyo[r].*
Mert: *Yok, bence boya göre file önünü ayarlayalım. Boyu uzun olan topu indiriyo[r].*
Alper: *Aslında boyu uzun olanı filenin önüne koysak iyi olur.*
Mert: *İşte ben de onu diyorum. Bakalım…*
Cansu: *Tamam bakalım.*

Grup üyeleri ilk olarak oyuncuları sadece *boy uzunluklarını* dikkate alarak ayırma yoluna gitmişler diğer değişkenleri hesaba katmamışlardır (1.1). Daha sonra *dikey sıçrama* ve *kırk metre koşu* değişkenleri fark edilmesine rağmen diğer değişkenlerin bileşenlerinin nasıl kullanılacağı hakkında uzlaşı sağlanamamıştır (1.1). Bu esnada öğrencilerden Mert'in oyuncuların sadece *boy uzunluğu* değişkenini göz önünde bulundurarak file önüne yerleştirilmesiyle takım belirleme önerisi grup üyeleri tarafından kabul görmüştür (1.2).

Yukarıdaki açıklamalar gösteriyor ki öğrenciler ortaklaşa çalışarak problemi yapılandırmaya, değişkenleri belirlemeye çalışmaktadırlar. Bu aşamada öğrenciler problemde kendilerine sunulan dördü nicel ve biri nitel olan toplam beş çeşit değişkenden öncelikle *boy uzunluğunu* dikkate almışlardır. Diğer değişkenler ve bu değişkenler arasında ilişki kurulamamıştır (1.3). Daha sonra öğrenciler file önüne oyuncu seçiminden hareketle oyuncuların *boy uzunluklarını* dikkate almış ve *dikey sıçrama* değişkeni ile ilişkilendirerek model oluşturma sürecinin ilk basamağını oluşturmuşlardır (1.2). File önüne oyuncuların seçimde *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerinin ilişkilendirilmesine yönelik kullanılacakları strateji şu şekilde tartışılmıştır:

Alper: *Uzunu file önüne koyarsak top…*
Mert: *Mesela Bahar filenin önünde olması lazım, topu daha iyi şey yapar.*
Cansu: *Ama bi de sıçraması lazım.*
Alper:*Ama çok uzun olanın gelen topları da kaldırması lazım. Orta boylarda seçmemiz lazım.*
Mert: *Orta boylarda mı? Uzun olursa daha iyi sıçrar.*
Alper: *Sıçrar da ama yere gelen topa da eğilmesi lazım.*
Cansu: *Her uzun boylunun iyi sıçradığı ortaya koyulmamış.*
Mert: *Ya zaten öne öyle top gelmez, arkaya düşüyo[r] toplar hep.*
Alper: *Arkadaki çocuk belki aşağıya doğru atacak topu. Top dengesini kontrol edemeyecek.*
Mert: *Eee arkayı da ona göre yerleştirsin. Bak servis sonuçları 10 servisten başarılı olan servis sayısı var ona göre yerleştirsin. Bak dikey sıçraması diyo[r]. Yani en uzun sıçrayanı en uzun boyluyu öne koyalım.*
Cansu: *Bak bur[a]da en uzun bu sıçramış (Neslihan'ı göstererek).*
Mert: *Yani boyu iyi bence.*
Cansu: *Buna göre fazla alçak değil bence.*
Mert: *Neslihan'ı koyabiliriz.*
Cansu: *Bak bu da iyi bunlara göre.*
Mert: *64 , 61. 64 var mesela (dikey sıçrama uzunluklarını göstererek) ama boyu kısa bunun. Ama boyu kısa olsa bile sıçrayınca 64 yükselir fark etmez fazla.*
Cansu: *Doğru sıçraması yüksek olduktan sonra.*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin file önüne oyuncu seçimi için *boy uzunluğu* ile *dikey sıçrama* değişkenlerinin birlikte kullanılmasında anlaştığını gösterirken Mert ilk kez üçüncü bir değişken olan *servis sonuçlarını* dile getirmiştir. Bu noktada öğrenciler var olan modellerini daha çok değişkeni içine alacak şekilde geliştirmeye çalışmaktadırlar (1.1). Aşağıda Mert dördüncü değişken olan *smaç sonuçlarına* dikkat çekmiş ancak grup üyeleri *smaç sonuçları* değişkenini sorgulamamış problemde kendilerinden istenen eşit seviyedeki takımların nasıl oluşturulacağını (1.1) aşağıdaki şekilde tartışmaya başlamışlardır:

> **Mert:** *Hücum sayısı takım sayı kazandı. Top dışarıda, plase sayısı, hücum sayısı, top filede, geri geldi. Plase sayısı, smaçör smaç atar gibi yaptı sadece topu filenin üstünden hafifçe vurdu. Diğer takım plaseyi karşılamakta başarısız oldu ve takım sayı kazandı. Plase geri geldi smaçör smaç atar gibi yaparak sadece topu filenin üstünden hafifçe vurdu. Diğer takım plaseyi geri döndürdü. Çok zor (smaç sonuçlarına bakarak).*
> **Alper:** *E şunu anlamadım smaç sonuçları.*
> **Mert:** *Ya bak şimdi. Ya bu atmış tamam mı? Plase geri gelmiş, plase sayısı, hücum sayısı, yazıyo[r] ya bur[a]da ne oldukları. Hücum sayısı diğer takım topu geri döndürmede başarısız oldu ve takım sayı kazandı. Bu sayı mı kazanmış (Bahar'ı göstererek).*
> **Cansu:** *Ama bu iki takımın da eşit olması lazım.*
> **Alper:** *Hepsi eşitse…*
> **Cansu:** *Bir iyi bir kötü olmayacak, hepsi eşit olacak o zaman.*
> **Mert:** *Bence hücum sayısı fazla olanı daha iyi değerlendirmemiz lazım.*
> **Alper:***Eşit seviyede olması lazım dedi ya. Eşit seviyedeki üç ayrı takım dedi ya. 18 kişi var ya.*
> **Mert:** *Nasıl 18 kişi çıkar[a]ca[ksı]n burdan eşit seviyede ya?*
> **Alper:** *18 kişi yok mu bur[a]da? Evet 18 kişi var (içinden sayarak). Üç takım aynı seviyede.*
> **Cansu:** *Yani biri birine, biri birine olacak. Bunları 6,6,6 üç grup yap[a]ca[ğı]z.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrenciler bu aşamada problemdeki diğer değişkenlerden *smaç sonuçlarını* fark ederek bunları sorgulamaktadırlar. *Voleybol Problemi'*nde *smaç sonuçları* öğrencilere nitel bilgi şeklinde sunulmuştur. Dolayısıyla bu durum öğrencilerin karşısına yeni bir problem olarak çıkmaktadır. Öğrencilerin *smaç sonuçlarını* değerlendirmede sadece puan kazanma durumunu gösteren hücum sayısını dikkate aldıkları görülmektedir. Öğrenciler bu aşamada smaç sonucunda oluşacak puan kazanma (+), puan kaybetme (-) ve oyunun devam etmesi (0) durumlarını birlikte değerlendiremeyerek değişkenin farklı durumlarını ve bunlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyamamışlardır (1.1). Ayrıca problemde grup üyelerinden beklenen eşit seviyedeki takımların oluşturulması için nasıl bir strateji kullanacakları tartışarak tekrar karmaşık gerçek yaşam durumuna dönüp problemin genel durumunu anlamaya ve açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Bu aşamada öğrenciler oyuncuların *koşma hızları* değişkeninin bileşenleri üzerine odaklanarak sırasıyla *boy uzunluğu*, *dikey sıçraması* ve *smaç sonuçlarından* sonra dördüncü bir değişkeni sorgulamaya başlamışlardır (1.1). Oyuncuların *koşma hızlarının* saha içinde arka tarafta bulunan oyuncular için önemli olduğu görüşü (1.2) aşağıdaki şekilde tartışılmıştır:

> ***Mert:*** *Bak şimdi servis sonuçlarından, 40 metredeki koşusu bak koşusu hızlı olsa boyu küçük olması lazım, yani boyu uzun olsa denge kaybeder.*
> ***Alper:*** *Koşmada gerekir çünkü top geri düştüğünde daha hızlı gitmesi lazım ileriye düşse daha hızlı koşması lazım.*
> ***Mert:*** *Bayağı var, 7.12 var 7.34 var*
> ***Alper:****Bunlar saniye. En kısa süredekine bakaca[ğı]z. 5.98, 5.87.En kısa sürede bu tamamlamış. Dikey sıçraması 38.*
> ***Mert:*** *Çok düşük.*
> ***Alper:****Boyu…*
> ***Mert:*** *Boyu iyi dikey sıçraması düşük. Buna göre zaten koşması iyi. O zaman şey yapalım bak boyu küçük sıçraması büyük…*
> ***Alper:*** *Onu arkaya alalım arkaya.*
> ***Mert:*** *Sıçraması düşük koşması büyük yapalım.*
> ***Cansu:*** *Sıçraması iyi olması lazım ama.*
> ***Alper:*** *Madem arkaya bırakalım.*
> ***Mert:*** *Boyu küçük nasıl bakalım.*
> ***Alper:*** *Boyu uzun.*
> ***Mert:*** *Ha boyu uzun.*
> ***Alper:*** *Sıçrayışıyla 2 metre. 2 metreyi buluyor aşağı yukarı.*
> ***Mert:*** *O zaman Nalan arkaya.*
> ***Alper:*** *Nalan arkaya.*
> ***Mert:*** *O zaman şey yapsak ya bunları yazsak ya. Şimdi takımlar desek mesela A, B, C takımı. Şimdi bak üç takım var bunları ismine göre sıralasak yani boyuna göre, sıçramasına göre, 40 metredeki koşusuna göre, servislerindeki sayısına göre, smaç sonuçlarına göre yerleştirsek. Mesela birinin boyu iyidir, koşusu kötüdür. Birinin boyu kötüdür, koşusu iyidir.*

Yukarıdaki alıntılara göre öğrenciler oyuncuların görevlerini belirleyerek voleybol sahası içindeki dağılımlarını yapma yoluna gitmektedirler. Bu aşamada öğrenciler ilk olarak oyuncuların *kırk metre koşu* ile *boy uzunluğu* değişkenini ilişkilendirerek ikili karşılaştırma yapmakta ardından bu iki değişken ile birlikte *dikey sıçrama* değişkenini ilişkilendirerek üçlü karşılaştırma yapmaktadırlar. Ardından tüm değişkenlerin birlikte değerlendirilmesi suretiyle takım oluşturma görüşü ilk defa Mert tarafından ortaya atılmaktadır (1.3). Bu şekilde tüm değişkenleri beraber ele alınarak ilişkilendirerek model oluşturmaya yönelik önemli bir yaklaşım sergilenmiştir. Ancak daha sonra bu görüşten uzaklaşılmış ve beşinci değişken olan *servis sonuçlarına* dikkatler toplanmıştır. Değişkenler aşağıdaki şekilde ilişkilendirilerek takımlara oyuncuların seçimi yapılmaya başlanmıştır (1.3). Bu durum grup üyeleri arasında aşağıdaki şekilde tartışılmıştır:

> ***Alper:*** *Servis sonuçlarına bak 10 tanede hepsini atmışlar. Eşit seviyede olmayacak mı başarı durumlarına bakalım bak 1,2,3 (Gülden, Nilay, Çiğdem'i göstererek). Bunları ayrı değerlendirelim.*
> ***Mert:*** *Üçünü de ayrı gruba koyaca[ğı]z o zaman.*
> ***Cansu:*** *Ayrı ayrı.*
> ***Alper:*** *Ona göre ayırca[ğı]z.*
> ***Mert:*** *Ama o zaman boylarıyla sıçramalarına da bakmamız lazım.*
> ***Alper:*** *Bak 6.95 (Gülden'i göstererek).*
> ***Mert:*** *6.78 (Çiğdem'i göstererek).*
> ***Alper:*** *8.18 (Nilay'ı göstererek).*
> ***Mert:*** *Bu bayağı bi düşük.*
> ***Cansu:*** *Çok düşük.*
> ***Mert:*** *Bakalım şeylerine bi bakalım.*
> ***Alper:*** *48,43,46 bunlar oluyo[r](dikey sışrama uzunluklarını göstererek).*
> ***Mert:*** *Ha oluyo[r]. Ya ne ol[a]cak ki 40 metredeki koşusu, zaten fazla koşmazlar ki en arkadaki adam.*
> ***Cansu:*** *Ya öyle olsa bile bazen…*
> ***Mert:*** *Kim bunların isimleri hemen ayıralım bunları.*
> ***Alper:*** *Gülden*
> ***Mert:*** *Şuna Gülden yazalım.*
> ***Cansu:*** *Nilay, Çiğdem.*
> ***Alper:*** *Nilay,Çiğdem.*
> ***Mert:*** *Yok yok. Ya şimdi de şu koşudaki başarıya göre yerleştirsek.*
> ***Cansu:*** *Hepsini.*
> ***Alper:*** *Önce şunlara karar verelim.*
> ***Mert:*** *Kim gitmişti, Çiğdem (üstlerini karalayarak).*
> ***Alper:*** *Bi[r] de Nilay.*
> ***Mert:*** *Nilay.*
> ***Cansu:*** *Bunlar gitti.*
> ***Alper:*** *Tamam şimdi boylarına göre yapalım. Boy ile başarı sayısına bakalım. Boyu uzun olanın..*
> ***Mert:*** *En uzunu 1.85.*
> ***Alper:*** *Yok yok boyu uzun olanın…*
> ***Mert:*** *1.78 var.*
> ***Cansu:*** *Bahar en uzun.*
> ***Mert:*** *Aha 1.78. Bir, iki. Üç tane 1.78 var.*
> ***Cansu:*** *O zaman bunları ayrı yere koyarız.*
> ***Mert:*** *Deniz'i, Neslihan'ı, Elif'i*
> ***Alper:*** *Ama…*
> ***Cansu:*** *Sıçrama oranları?*
> ***Mert:*** *Deniz, Neslihan. Ya yakın daha birbirine.*
> ***Cansu:*** *Ama boyları yakın.*
> ***Alper:*** *Bak dikey sıçramalarında uzun ...*
> ***Mert:*** *Oğlum aha da uzunlukları 61, nerde Neslihan? 69. Öbürü kimdi? (Yazdıkları kağıda bakarak). Elif.*

Cansu: *Deniz.*
Mert: *Elif ve Deniz. 58. Yani 61, 58.69 ile 58 arasında değişiyor.*
Alper: *Aslında boyu uzun olur sıçraması ise az olsa da olur. Ona göre diyorum ben.*
Cansu: *Ya zaten boyu uzun olsa kalkmadan elini uzatsa bile yani yeter.*
Alper: *Yani*
Mert: *Baksana yerleştirdik zaten oğlum.*
Alper: *Bi de dikey sıçrama en düşüğüne bakalım. En düşüğü 48.*
Mert: *Az dur. Boyları eşit olanlara bakalım bence. Aha 1.65, 1.65…*
Cansu: *Boyları eşit olması değil önemli olan.*
Alper: *Şimdi başarı sayısına baktık.*
Mert: *8,8,8,8 (Servis sonuçlarını göstererek). Ooo bir sürü 8 var oğlum bur[a]da.*
Alper: *Dikeye bakalım dikeye.*
Mert: *Ha sıçramaya bakalım.*
Alper: *51.*
Mert: *64, 43, 53, 58, 61,58 (Dikey sıçrama uzunluklarını göstererek). Aha bi[r] tane daha 58.*
Alper: *İki tane 58.*
Mert: *İki tane 58 çıktı. 48 var olmaz.*
Alper: *Mesafe çok olmuyo[r] aslında.*
Mert: *Yoo, 58'e en yakın hangisi var?*
Cansu: *53 var bur[a]da. Ama boyuna göre o da tamamlar.*
Alper: *Aşağı yukarı bu 2 metre.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki grup üyeleri oyuncuları eşit seviyedeki takımları oluşturmak için yerleştirirken sırasıyla *boy uzunlukları* ile *dikey sıçrama, dikey sıçrama ile kırk metre koşu, boy uzunluğu ile servis sonuçları, boy uzunluğu ile dikey sıçrama* değişkenlerini ilişkilendirerek karşılaştırmaktadırlar. Bu durum öğrencilerin takımlara oyuncuların seçiminde tüm değişkenleri kullanarak aralarında ortak bir bağlantı kurmak yerine değişkenleri ikişerli ilişkilendirerek karşılaştırma yoluna gittiklerini göstermektedir.

Karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problemine geçişte öğrenciler konuyu etkileyen faktörleri belirleyip seçmeye çalışmışlardır. Eşit takımları oluşturma sürecinde sırasıyla *boy uzunlukları*, *dikey sıçramalar*, *smaç sonuçları*, *kırk metre koşusu* ve *servis sonuçları* değişkenlerini hesaba katmışlardır. Her bir değişkeni diğer değişkenlerden bağımsız olarak inceleyerek yorumlamışlardır. Tüm değişkenlerin ilişkilendirilerek yorumlanmasına yönelik öneri geliştirilememiş ve değişkenler arasında ikili ilişkilendirme yoluna gidilmiştir.

2. Gerçek dünya problem ifadesi → Matematiksel model

Öğrenciler farklı değişkenler arasında bağlantı kurulmasına yönelik bir fikir oluşturmuşlar ancak bunun için nasıl bir strateji kullanılacağı ile ilgili ortak bir görüş oluşturamamışlardır. Bundan sonra öğrencilerden Alper'in oyuncuların takımlara seçimi için "*boy uzunluğu ile dikey sıçramalarının toplansa iyi olur"* görüşü üzerine grup üyelerinden Mert'in bir oyuncuya ait tüm değişkenlerdeki bileşenleri göstererek "*bunların hepsini toplasak*" görüşüyle farklı değişkenler ve bu değişkenler arasında ilişkilerin kurulmasına yönelik bir strateji geliştirilmiştir (2.1), (2.2), (2.4). Birbiriyle ilişkili farklı değişkenlerin beraber ele alınmasının önemi fark edilerek bu değişkenlerin de oyuncuları değerlendirmede birlikte toplanarak hesaba katılması yönünde güçlü bir yaklaşım sergilenmiştir (2.1), (2.3). Öğrenciler bu geliştirdikleri modeli şu şekilde tartışmışlardır:

> **Alper:** *Aşağı yukarı bu 2 metre. Aslında bunla bunu (boy ve sıçrama uzunluklarını göstererek) toplasak iyi olur; çünkü hem sıçrayışlarına göre ayırırız.*
> **Mert:** *Hepsini toplasak bak bunların (bir kişiye ait tüm bleşenleri göstererek). böyle hepsini hepsini*
> **Alper:** *Tamam, öyle yapalım.*
> **Cansu:** *Aralarındaki farka mı bak[a]caz.*
> **Mert:** *Sonra aralarındaki farka baksak.*
> **Alper:** *Siz hesap makinesi kullanın. Siz toplayın ben de şur[a]dakileri inceleyim.*

Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçişte öğrenciler farklı değişkenlerin bileşenlerinin "*birlikte toplanması*" varsayımında bulunmuşlardır. Bu varsayımdan hareket ederek oyuncuların değerlendirilmesinde ve aralarında karşılaştırma yaparak takımlara yerleştirme sistemlerinin şekillenmesinde bir strateji geliştirdikleri görülmektedir. Bir başka deyişle modelin içereceği değişkenler belirlenmiş, gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel bir model oluşturma yolunda önemli bir adım atılmıştır. Bu varsayımla oyuncu performanslarına ilişkin farklı değişkenlere ait bileşenlerin uygulanabilir bir matematiksel model içinde gösterilmesi veya ifade edilmesi yoluna gidilmiştir. Bir başka deyişle gerçek dünyadaki orijinal durum matematik dünyasında temsil edilmeye çalışılmıştır.

3. Matematiksel model → Matematiksel çözüm

Öğrenciler oluşturmaya çalıştıkları modelde yer alacak değişkenlere ait verileri birlikte ele alarak anlamlandırmaya çalışırken hesap makinesinden yararlanmışlardır (3.1). İlk olarak oyuncuların ilk dört değişkene ait bileşenlerini problemde verilen tabloda son oyuncu olan Çiğdem için *boy uzunluğunu* 175, *dikey sıçramasını* 46, *kırk metre koşusunu* 678 ve *servis sonuçları* için 10 değerini alarak hesaplamaya başlamışlardır. Bu esnada bu oyuncuya ait *boy uzunluğu* 1.75 ve *kırk metre koşu* süresi olan 6.78 skorlarını noktaları olmaksızın yani 175 "santimetre" ve 678 "salise" olarak alınarak toplama yoluna gidilmiştir (3.3). Öğrencilerin oluşturdukları model üzerinde değişkenlerin bileşenlerini kullanmaları ve matematiksel işlemleri gerçekleştirmeleri şu şekilde tartışılmıştır:

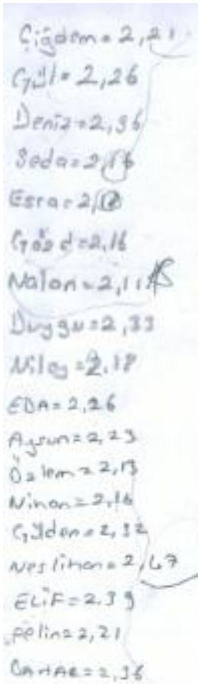
Cansu: *1.75.*
Mert: *Onu 175 yazalım daha (hesap makinesinde yazarak). 175.*
Cansu: *46.*
Mert: *Hıı.*
Cansu: *6.78*
Mert: *Bu kadar mı?*
Alper: *Bunu da mı topladın? (6.68'i göstererek)*
Cansu: *Bunu da söyledik.*
Mert: *Ha ha. Şunu da (servis sonuçlarını göstererek).söylesene ya*
Cansu: *10 tam.*
Mert: *Eşittir 909. Ya bak şimdi bunların aralarındaki farka bakarız. Çıkarırız, aralarındaki fark hangisinin en düşükse…*
Cansu: *En iyilerini buluruz o diğerlerini yerleştiririz sonra ona göre aralarından seçer hepsini eşit yaparız.*

Öğrenciler geliştirdikleri sembolik formülü (oluşturulan modele uygun geliştirilmiş kural) uygulama yoluna gitmiş ve çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan matematiksel kavramı seçerek toplamsal sonuçlar elde etmişlerdir. Ancak bu esnada bileşenleri toplarken noktalara dikkat etmeyerek bir başka deyişle matematiksel gösterimleri hesaba katmayarak bir sonuç elde ettikleri görülmektedir. Fakat bu hesaplamada elde edilen sonuca Alper adlı öğrenci karşı çıkarak şu şekilde bir öneriyle yeniden bir tartışma başlatmıştır:

Alper: *Ya şunu diyorum ben sadece şu sıçrayışla boyu toplasak.*
Mert: *Hıı, tamam o zaman.*

Alper: *Boyuna göre.*
Mert: *Söyle hadi söyle.*

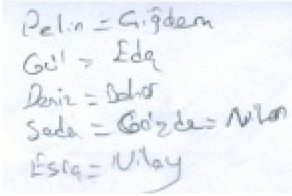
Yukarıdaki alıntı öğrencilerin daha önce tüm değişkenlerin "*birlikte toplanması*" şeklinde geliştirdikleri ve üzerinde matematiksel çalışma yaparak soyutlama yoluna gittikleri modelden vazgeçtiklerini göstermektedir. Sadece *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerinin birlikte değerlendirilip diğer *kırk metre koşu, servis sonuçları* ve *smaç sonuçları* gibi üç değişkene ait verilerin değerlendirme dışı kalacağı, diğerine göre oyuncuların değerlendirilmesinde orijinal durumu daha basit temsil eden ikinci bir model grup üyelerinin tamamı tarafından benimsenmiştir. Bu noktada öğrenciler matematiksel model oluşturma aşamasına geri dönerek *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerindeki bileşenlerin "*birlikte toplanması*" şeklinde ikinci bir model üzerinde matematiksel işlemler yaparak tekrar hesaplama yoluna gitmişlerdir (3.1). Öğrenciler *boy uzunluğu* ile *dikey sıçrama* bileşenlerini birlikte hesaplarken kendi aralarında görev paylaşımı yapmış ve zaman zaman birbirlerinden hesaplamaları ile ilgili bilgi almışlardır. Öncelikle her iki değişkenin bileşenleri santimetre cinsinden ifade edilerek toplanması tercih edilmiş ve ardından bu toplamlar metre cinsinden ifade edilerek her bir oyuncu için Şekil 25'deki gibi bir liste oluşturulmuştur (3.3).



Şekil 25: Birinci Odak Grubun Voleybol Problemi İçin Oluşturduğu Boy Uzunluğu ve Dikey Sıçrama Uzunlukları Toplamları

Öğrenciler oyunculara ait toplamları bulduktan sonra bu toplamları sırasıyla incelemişler ve Mert'in *"eşit olanları bir belirleyelim"* görüşü (3.1) üzerine eşit olan oyuncuları aşağıdaki şekilde tartışarak Şekil 26'daki eşitlikleri belirmişlerdir:

Mert: *2.21 var mı daha 2.21? Aha 2.11 imiş. 2.11, 2.11 …*
Cansu: *Birbirine yakın da olabilir.*
Mert: *Aha Pelin'le Çiğdem aynı.*
Alper: *Ama şuna da bakalım. Atış sayıları da önemli.*
Mert: *Yazalım Pelin eşittir Çiğdem. Şimdi 2.26, 2.26, aha Eda. Gül, Eda.*
Alper: *Gül'le Eda eşit.*
Mert: *Bakalım daha 2.26 var mı?*
Alper: *2.21'e bakalım. 2.16 var bak 2.16.*
Mert: *Az dur. 2.36'ya bakıyo[ru]z şimdi. 2.33 var. Bahar Bahar. Kim bu?*
Cansu: *Deniz'le Bahar.*
Alper:*2.16 var. Seda, Gözde.*
Mert: *2.16. Seda eşittir Gözde.*
Alper: *Nihan da var.*
Cansu: *Nihan da var.*
Mert: *Gözde eşittir Nihan.*
Alper: *Daha yok.*
Mert: *Daha yok. Şimdi 2.18'e mi bak[a]ca[ğı]z?*
Alper: *Evet. Aha Nilay.*
Mert: *Esra, Nilay.*
Alper: *Başka yok.*
Mert: *Şimdi 2.18 'e baktık değil mi?*
Alper: *Baktık baktık.*
Cansu: *16 var bur[a]da zaten.*
Alper: *11, 11. 11'e bakalım (Virgülden sonraki basamaklara bakarak).*
Mert: *Oğlum 16'ya ne zaman baktık?*
Cansu: *Ya baktık.*
Alper: *Baktık ya bur[a]da 2.16 dedik. Üç tane vardı.*
Mert: *Ha, tamam.*
Alper: *2.11 Nalan.*
Mert: *11 yok ne yap[a]ca[ğı]z?*
Cansu: *Ona işaret koyalım.*
Alper: *Şöyle yapalım da bi[r] kalsın o (Altını çizerek).*
Mert: *2.33 ?*
Alper: *Yok bu da kalsın. 18 baktık. 26?*
Mert: *26'ya da baktık gibi geliyo[r] bana. Aha da Gül var ya.*
Cansu: *26'ya baktık.*
Mert: *23'e?*
Alper: *Bakmadık.*
Mert: *23,23,23 yok (Virgülden sonraki basamaklara bakarak).*



Şekil 26: Birinci Odak Grubun Voleybol Problemi İçin Oluşturduğu Eşitlik

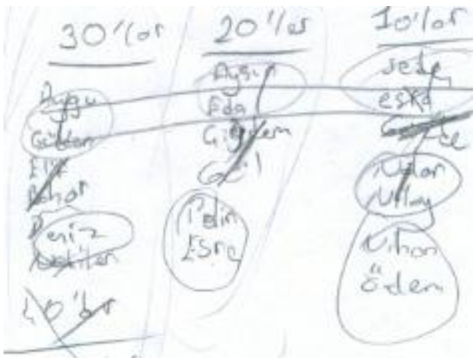
Yukarıdaki alıntılar oyuncuların boy uzunlukları üzerinden hesaplamalar ve karşılaştırmalar yaparak gruplandırılmaya çalışıldığını göstermektedir. Öğrenciler toplamlara ait tüm verileri inceledikten sonra verilerin 2.10 ile 2.30 arasında yığıldığını fark etmişlerdir. Öğrencilerden Mert'in bu toplamları 2.30'lar, 2.20'ler ve 2.10'lar olmak üzere üç grup olacak şekilde gruplara ayırma fikri diğer grup üyeleri tarafından aşağıdaki şekilde tartışılmıştır:

Alper: *30'ları bi gruba…*
Mert: *Valla öyle ayırsak olmaz mı? 30'ları bi[r] gruba, 20'leri bi[r] gruba.*
Alper: *Tabi tabi öyle yapalım, en sona yapalım. Tamam şimdi 30'u yapalım.*

Yukarıdaki alıntılar göstermektedir ki öğrenciler elde ettikleri toplamları kullanarak bu toplamları kendi içinde birbirine eşit veya yakın oyuncuları içerecek şekilde üç farklı seviyede gruplara ayırma konusunda uzlaşı sağlamıştır (3.2). Oyuncuları "*gruplandırma sistemi"* aşağıdaki şekilde tartışılarak Şekil 27'deki gruplar oluşmuştur.

Mert: *Şimdi 30'lar yazalım şuraya.*
Alper: *Duygu, Gülden, Elif.*
Mert: *Daha var mı? Sonradan eksik olmasın.*
Alper: *20'ye bakalım. 20, Aysun, Eda biri daha vardı. Çiğdem?*
Mert: *2.21 ya.*
Alper: *Çiğdem bur[a]da'ya. O ayrı (daha önce yazdıkları eşitlikleri göstererek).*
Mert: *Ya olsun da.*
Cansu: *Olsun sen yine yaz.*
Alper: *O zaman Deniz de 30'larda. Yaz[a]ca[ğı]z. 26'ları yaz.*
Mert: *Nereye ya?*
Alper: *20'ye yaz. Duygu?*
Mert: *Duygu yazdık mı?*
Alper: *Eda, Aysun.*
Mert: *20'ye bak 20'ye. Aha da 26 var.*
Cansu: *Aysun var.*
Alper: *Tamam işte Aysun' u yazdın ya. Şimdi onlara bakalım.*
Cansu: *Pelin'i yazdık mı 20'ye?Yaz.*
Alper: *10'lardan Seda, Esra 18. Gözde.*
Cansu: *Nalan.*
Alper: *Nilay.*

Cansu: *2.11.*
Mert: *Nihan.*
Alper: *Özlem.*
Mert: *Hani Özlem?*
Cansu: *Tamam daha yok.*
Alper: *Aha Pelin 21.*
Mert: *Pelin'i buraya yazdık mı?*
Alper: *Tamam yazdın ya. Şimdi 40 var.*
Mert: *40 bi[r] tane var.*
Alper: *Evet.*
Cansu: *O zaman o en iyisi oluyo[r].*
Mert: *Neslihan (40'lar grubuna yazarak).*
Alper: *30'a bakim. 2,3,4,5…*
Cansu: *Biz Neslihan'ı başka yere koymuş muyduk?*
Mert: *1,2,3,4,5. 1,2,3,4,5,6,7. 1 (Sırasıyla 30'lar, 10'ler ve 40'lar grubunun altındaki kişileri sayarak). Bur[a]da 2 kişi olması lazım.*
Alper: *Bu 47'yi bur[a]dan alsak? 47'ye en yakın 30'dur. Neydi bu? Neslihan' buraya koysak? (30'lar grubunu göstererek).*
Mert:*Yazalım tamam (Neslihan'ı 40'lardan silip 30'lar grubuna yazarak).*
Alper: *Bu da ne 10 mu? Bunu da bu tarafa atsak yakın ya (Esra'yı ve 20'ler grubunu göstererek).*
Mert: *Ya onu neden o tarafa atıyo[r]sun dursun o orda ya. Bırak kalsın.*
Alper: *Ama aşağı doğru ol[a]cak ya.*
Mert: *Tamam o zaman 20'ye en yakın hangisiydi onlardan? 16 var 18 var.*
Alper: *18 Esra, Esra. Nilay da olabilir.*
Mert: *Esra'yı silelim o zaman (10'lar grubunda üzerini silerek). Bakalım 1,2,3,4,5,6. 1,2,3,4,5,6. 1,2,3,4,5,6 (Sırasıyla 10'lar, 20'ler ve 30'lar grubundakileri sayarak).*



Şekil 27: Birinci Odak Grubun Voleybol Problemi İçin Oluşturduğu Gruplama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin Neslihan adlı oyuncuya ait toplam 2.47 olduğundan bu oyuncunun hangi gruba ekleneceğini ilk aşamada ertelediklerini göstermektedir. Diğer oyuncuların gruplara paylaşımı sonucunda 2.30'luk oyuncuların bulunduğu grupta bir kişi eksik kaldığından ve bu gruplardan 2.30'a en yakın olduğu için Neslihan'ı 2.30'lar grubuna ekleme kararı alınmıştır. Ayrıca 2.10'lar grubunda 7 kişi ve 2.20'ler grubunda 5 kişi olduğundan 2.10'lar grubundan 1 kişinin 2.20'ler grubuna yerleşmesi gerektiği fikri ortaya atılmıştır. Bunun üzerine 2.20 değerine en yakın olan değerin 2.18 ile Esra ve Nilay'a ait olduğu belirlenmiş ve aralarında herhangi bir karşılaştırma ölçütü kullanılmaksızın bu gruba herhangi birinin seçilmesinin sonucu değiştirmeyeceği savunulmuştur. Bundan dolayı Esra 2.20'ler grubuna aktarılmıştır. Öğrencilerin modelin son aşamasında oluşturduğu gruplar ve bu gruplardaki oyunculara ait toplam verileri aşağıdaki şekilde Tablo 5'te özetlenmiştir.

2.30'lar Grubu		**2.20'ler Grubu**		**2.10'lar Grubu**	
Oyuncu	**Toplam**	**Oyuncu**	**Toplam**	**Oyuncu**	**Toplam**
1.Duygu	2.33	1.Aysun	2.23	1.Seda	2.16
2.Gülden	2.32	2.Eda	2.26	2.Gözde	2.16
3.Elif	2.39	3.Çiğdem	2.21	3.Nalan	2.11
4.Bahar	2.36	4.Gül	2.26	4.Nilay	2.18
5.Deniz	2.36	5.Pelin	2.21	5.Nihan	2.16
6.Neslihan	2.47	6.Esra	2.18	6.Özlem	2.13

Tablo 5: Birinci Odak Grubun Oluşturduğu Grup Bilgilerine Yönelik Özet Tablo

Matematiksel modelden matematiksel çözüme geçişte öğrenciler ilk olarak geliştirdikleri modelde tüm değişkenleri hesaba katarak toplamış; sıralama, karşılaştırma, yuvarlama ve toplama gibi matematiksel kavram ve sembollerin seçimi ile birlikte matematiksel hesaplama yapmışlardır. Ancak bu modelden vazgeçildiğinden öğrencilerin farklı değişkenlere ait bileşenleri birlikte değerlendirmekte zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Sadece *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişken verilerinin kullanıldığı daha sınırlı olan ikinci bir modelin benimsediği görülmektedir. Fakat bu yaklaşımla öğrencilerin en fazla iki değişkeni ilişkilendirerek yorumlamakta ve bağlantı kurmakta oldukları ikiden fazla değişkenin bileşenleri arasında bağlantı kuramadıkları görülmektedir. Buna rağmen bu sınırlı model üzerinde iki değişkenin bileşenleri birlikte toplanarak değişkenler bu uygun matematiksel model içinde temsil edilmiştir. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde edilmiş ve matematiksel çözümden elde edilen bu sonuçlar gerçek dünyadaki anlamlarının ne olduğunu yorumlamaya hazır hale getirilmiştir.

4. Matematiksel çözüm → Çözümün gerçek dünyadaki anlamı

Öğrenciler matematiksel modelden matematiksel çözümler elde ettikten sonra bu aşamada en son oluşturdukları farklı seviyelerdeki grupları kullanarak problemde belirtilen üç eşit seviyede takımı oluşturup matematiksel çözümleri anlamlı hale getirmeye çalışmaktadır (4.1). Gruplardaki oyuncuların seçimi için aşağıdaki şekilde tartışma devam ettirilmiştir:

> **Mert:** *Tamam çıktı işte. 30'lardan 2 kişi, 20'lerden 2 kişi, 2, 4, 6 kişilik ol[a]cak da 10'lardan 2 kişi seçerek ...Şimdi Duygu, Aysun, Seda, Gülden, Eda, Gözde. İkinci grup diyelim. Şunlar gitti (birinci gruba seçtikleri kişilerin üstünü çizerek). Elif, Bahar, Çiğdem, Gül, Nalan, Nilay. Üçüncü grup Deniz, Neslihan, ...*
> **Alper:** *Pelin, Esra.*
> **Mert:** *Deniz, Neslihan, Esra, Pelin, Nihan, Özlem.*

Yukarıdaki alıntılar göstermektedir ki öğrenciler eşit seviyedeki takımları oluşturmak amacıyla I. grup için oluşturdukları üç grubun her birinden sırasıyla 1. ve 2. kişileri, II. grup için 3. ve 4. kişileri ve III. grup için 5. ve 6. kişileri seçerek altışarlı üç grup oluşturmuşlardır. Böylece öğrenciler bir takımın oluşturulması için belirledikleri kuralı diğer takımların oluşturulmasında da uygulamaktadırlar. Bir başka deyişle buldukları sonuçları eşit seviyedeki takımları oluşturmak için kullanarak matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıklarını saptamışlardır. Ancak Alper oyuncuları bu şekilde gruplandırmaya karşı çıkmış (4.2), (4.3) ve yeniden aşağıdaki gibi bir tartışmayı başlatmıştır:

> **Alper:** *Yanlış yapıyo[r]sunuz.*
> **Cansu:** *Peki biz bur[a]da sadece…*
> **Alper:** *Mert, öne uzunları koyca[ğı]z ya şöyle yapalım bak. 3 grubun da 3 kişi…*
> **Mert:** *Ya ayarladık şimdi adamları ayırdık istediği gibi.*
> **Alper:** *Ama ikinci şık…*
> **Mert:** *Ama şey yapmamız lazım dur. Şimdi bunların hücum sayısına, top filede, geri geldi, plase geri geldi, plase sayısına göre ayırmamız lazım. En fazla servis atanları arkaya verelim.*
> **Alper:** *Bizim takım seçmemiz lazım Mert arkalarla ilgisi yok. Soru şu bak. Öğrencilere ne yapacağımızı kendimiz mi belirleyece[ği]z yoksa biz öğrencileri seçip onlar mı belirleyecek?*
> **Cansu:** *3 grup istiyo[r].*
> **Mert:** *Tamam işte üç takım çıkardık biz bur[a]dan. Şimdi bunlara göre…Az buraya gelsene (arkadaşına bakarak) Servis sonuçlarında başarılı olanları*

arkaya koymamız lazım. Çünkü arkada durunca servis at[a]cak mecbur. Daha iyi atması lazım.

Matematiksel çözümden çözümün gerçek dünyadaki anlamına geçiş aşamasında öğrenciler elde ettikleri matematiksel sonuçlarla eşit seviyede üç takım oluşturmak için bu matematiksel sonuçları yorumlamışlardır. Takımların oluşturulmasına yönelik bir model belirlenmiş ve bu modele uygun strateji uygulanarak matematik dünyasından gerçek dünyaya geçiş sağlanmıştır. Bir başka deyişle matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıkları saptanmaya çalışılmıştır. Ancak öğrenciler arasında üç eşit seviyede takımı oluşturduktan sonra bu takımların oluşturulmasına yönelik yorumları doğrulamak için tartışmalar devam etmiştir. Grup üyeleri oluşturulan takımların eşit olup olmadığı konusundaki kararsızlığın ortadan kalkması için gerekli yeni bir yorum ortaya koyamamışlardır.

5. Çözümün gerçek dünyadaki anlamı → Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü

Öğrenciler model oluşturarak elde ettikleri sonuçlardan yararlanarak eşit seviyedeki üç takımı belirlemişlerdir. Cansu'nun modelin sadece iki değişkene göre oluşturulduğunu (5.2) ve diğer değişkenlerin kullanılmadığına dair eleştirisi (5.3), (5.4) aşağıdaki şekildedir:

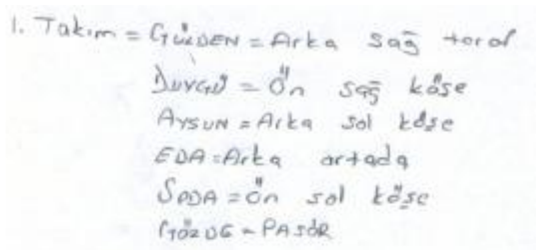
Cansu: *Bizden üç tane mektup çıkar bak. Biz bunlarla yaptık. (Boy uzunluklarını ve dikey sıçramaları göstererek). Bunları hiç katmadık (40 metredeki koşuları ve servis sonuçlarını göstererek). Sonra da bunlarla yapmamız lazım (Smaç sonuçlarını göstererek). Hepsini bir arada yapmamız daha mantıklı (İki elinin parmaklarını birbirine geçirerek). Biz sadece bunun ikisini birlikte şey yaptık(boy uzunlukları ve dikey sıçramayı göstererek.) Ama biz sadece şu ikisine göre takım seçtik (Boy uzunluğu ve dikey sıçrayışı göstererek). Belki diğerlerinde daha iyi olanlar var.*

Yukarıdaki alıntıda Cansu çözümün gerçek dünyadaki anlamı üzerinde düşünmeye devam ederek modeli gözden geçirmiş ve iki değişkenin kullanılarak matematiksel sonuçların değerlendirildiğini ve diğer değişkenlerin hesaba katılmadığını dile getirmiş bir başka deyişle oluşturulan modelin geliştirilmesi gerektiğini vurgulayan bir yaklaşım sergilemiştir. Ancak diğer grup üyeleri değişkenlerin birlikte kullanılması için saha içindeki mevkilerinin belirlenmesi şeklinde bir başka yaklaşım sergilemişlerdir. Birinci takımdaki oyuncuların saha içindeki görevleri ve görev yerleri dağılımı aşağıdaki şekilde belirlenmiş ve Şekil 28'deki gibi belirtilmiştir:

> **Mert:** *Ya nasıl farklı sonuç. Hepsi eşit sevide çıktı işte. Şey yapmamız lazım şimdi bizim. Servis atanlar hep arkada dur[a]cak ya servis atanları şimdi… Yazalım mı mevkilerini falan?*
> *10 (Servis sonuçlarını göstererek), Gülden hangisinde Gülden?*
> **Cansu:** *Bur[a]da, birincide.*
> **Mert:** *Hımmm. Birinci takım yaz. Gülden arka orta. Yok Gülden arka sağ köşe yaz.*
> **Alper:** *Köşeye neden gidiyo[r]?*
> **Mert:** *Oğlum köşeden vuruyo ya.*
> **Cansu:** *Arka sağ köşe.*
> **Mert:** *Nilay, Nilay, Nilay. Nilay iki şeyde olması lazım.*
> **Alper:** *İki, iki, tabi, iki.*
> **Mert:** *Ha, ona da sol köşe yaz.*
> **Cansu:** *Önce birinci takımı ayarlasak?*
> **Mert:** *Ha doğru. Daha kim var Duygu?*
> **Alper:** *Duygu var.*
> **Mert:** *Bakalım. Duygu nerde Duygu, Duygu, Duygu? Ha buldum. 7 tane atmış, bunu öne koyalım. Ön sağ köşe yaz sen buna. Bu kaldıramaz da ha.*
> **Cansu:** *Duygu, ön sağ köşe.*
> **Mert:** *Ha ha ön sağ köşe. Hımm baksana geri geldi, hücum sayısı…Şimdi kim var?*
> **Cansu:** *Aysun var.*
> **Mert:** *Aysun, ha, 8 onu pasöre koyalım bence.*
> **Alper:** *Ama 9 koysak daha iyi olur. 9'lardan kim var bur[a]da?*
> **Cansu:** *Onu arka sol köşeye koyalım.*
> **Mert:** *Bence de arka sol köşeye koyalım da.*
> **Alper:** *Eda, Eda nerde? 9 Eda.*
> **Mert:** *Eda'yı pasöre koyarız da.*
> **Alper:** *Eda pasör doğru.*
> **Mert:** *Eda pasör yaz sen. Aysun arka sol köşe yaz.*
> **Alper:** *Arka sol köşe.*
> **Mert:** *Aslında Eda'yı pasöre koymayalım, ortaya koyalım Eda'yı. Hem atışı iyi hem de ortadan iyi vurur.*
> **Cansu:** *Atışı iyi.*
> **Mert:** *Sen yaz Eda'yı.*
> **Cansu:** *Eda pasör mü?*
> **Mert:** *Ha ha. Yok yok pasör değil ortada, arkada ortada yaz. Arka orta. Kim kaldı?*
> **Cansu:** *Seda.*
> **Mert:** *Seda 6 bunu nereye koyalım? Sol köşeye yazdık mı sol köşeye?*
> **Alper:** *Yok.*
> **Mert:** *Yaz, ön sol köşe yaz.*

Cansu: *Eda mı Seda mı?*
Mert: *Seda ön sol köşe. Daha kim var?*
Alper: *Arka bitti. Pasör lazım pasör. Gözde…*
Cansu: *Gözde.*
Mert: *Gözde 8. Yaz pasöre yaz. Hımm, birinci bitti,*

Yukarıdaki alıntılar oyuncuların takım içinde görev dağılımları yapılırken sadece *servis sonuçları* değişkeninin dikkate alındığını göstermektedir. I. takımdaki Gülden (10), Duygu (7), Aysun (8), Eda (9), Seda (6) ve Gözde (8) için servis sonuçları belirlenmiştir. En başarılı servis kullananların arka tarafta olması düşüncesiyle Gülden (10), Eda (9) ve Aysun (8) arka taraftaki üç oyuncu olarak belirlendiği görülmektedir. Bunların kendi içindeki dağılımında ise en başarılı servis atanın sağ tarafta bulunması gerektiği düşüncesinden hareket edilerek Gülden'in yeri arka sağ, Eda arka orta ve Aysun arka sol oyuncu olarak belirlenmiştir. Önde oynayacak oyuncular için ise servis kullanmayacakları düşünülerek *servis sonuçları* düşük oyunculardan Duygu (7), Seda (6) ve Gözde (8) seçilmiştir. Önde oynayacak oyuncuların kendi içinde dağılımında ise *servis sonuçların*da diğerlerine göre daha başarılı olan Gözde'nin pasör olarak belirlenmiştir.



Şekil 28: Birinci Odak Grubun I. Takımdaki Oyuncular İçin Oluşturduğu Dağılım

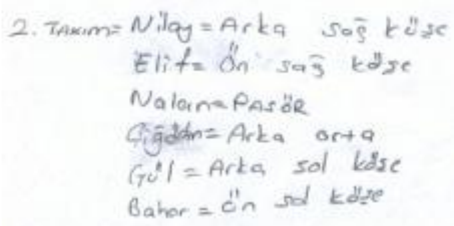
Daha sonra ikinci takımdaki oyuncuların saha içindeki görevleri ve görev yerleri dağılımı aşağıdaki şekilde belirlenmiş ve Şekil 29'daki gibi belirtilmiştir:

Mert: *Şey nerde Nilay, Nilay? Ön sağ köşe Nilay' ı bur[a]da…10, 10 yapan kim vardı bur[a]da on tane atan? Aysun muydu?*
Alper: *Gülden'di. Gülden var mıydı?*
Mert: *Gülden?*
Cansu: *Gülden yok. Var var, Gülden var.*

Mert: *Gülden var işte. Gülden arkasına mı? Bur[a]da da Nilay mı var? Nilay'ı arka sağa yaz. Çünkü eşit yapmamız lazım da. Nilay arka sağ. Sonra şimdi bur[a]da kim? Aysun*
Cansu: *Aysun var.*
Mert: *Aysun kaçtı? Aysun'a bakalım.*
Alper: *Duygu var ya.*
Mert: *Ha, Duygu, Duygu kaç yapmıştı?*
Alper: *8.*
Mert: *Ha, 8. Yok ya 7. Bur[a]da 7 olan biri var mı bu takımda?*
Cansu: *Deniz'e bakalım.*
Alper: *Pelin var mı bur[a]da Pelin?*
Mert: *Pelin 8 yapmış. Deniz'i pasör'e koyalım. Deniz pasör yaz. Deniz var, Elif, Bahar, Nalan,…Nalan'a bi bakalım. 8. 7 olan hiç yok mu ya? Pelin'e bakalım, Pelin nerde?*
Cansu: *Az bi[r] dak[i]ka ya, Deniz üçüncü takımda bi kere.*
Mert: *8 olan daha kim var başka? 8,8, aha Aysun. Aysun kimde?*
Cansu: *Aysun üçüncü takımda değil mi? Birinci takımda o.*
Alper: *Elif yaz Elif. Elif 8.*
Mert: *Aha Nalan da 8. Gözde de 8. Nalan var mı? Aha Nalan. Nalan'ı pasöre koyuyoruz. Nalan pasöre. Nalan eşittir pasör.*
Alper: *Gözde' yi ön sağ köşeye yaz.*
Mert: *Şimdi…*
Cansu: *Elif'e bak az.*
Alper: *Ön sağ köşe, 8 o, yaz ön sağ köşe.*
Mert: *Oğlum …*
Alper: *Duyguyla eşit ya o 7 bu 8.*
Mert: *Hımm başka kim var?*
Alper: *Çiğdem.*
Mert: *Nilay yapmadık daha.*
Cansu: *Gül, Gül.*
Mert: *Ne?*
Cansu: *Gül, Gül.*
Mert: *Ha Gül bur[a]da olması lazım. Aha bur[a]da, 9 yapmış ya.*
Alper: *Bu arka…*
Cansu: *Arka orta.*
Mert: *Arka sol köşe yapalım bunu.*
Cansu: *Solda bak…*
Mert: *Arka sağda o var, arka orta yap sen onu. Arkaya yerleştir. Ama yok yok, biz şimdi bunu 9 alabilir miyiz? Eda, Eda nerde? Eda'yla aynıymış. Sen bunu arka ortaya yaz. Gül arka orta,…*
Alper: *Çiğdem'i ortaya yaz. Çiğdem 10 yapmış 10.*
Mert: *Az dur bur[a]da ön sol köşe…*
Cansu: *Çiğdem diyo[r] Çiğdem 10 yapmış diyo[r] az bi[r] dinlesene.*
Mert: *Çiğdem kimdi Çiğdem?*
Cansu: *İkinci takımda ya ona koy işte.*
Mert: *Tamam ortaya Çiğdem'i koy o zaman. Çiğdem arka orta şimdi öbürü de Gül müydü?*
Cansu: *Gül de sağ köşe.*

Alper: *Arka sol köşe (Mert'le birlikte). İki, dört, beş son kişi …*
Mert: *Nalan nerde Nalan? 8'miş.*
Alper: *Nalan yazdık.*
Cansu: *Nalan'ı yaptık. Bahar kaldı.*
Alper: *Bahar 8.*
Mert: *Bakalım.*
Alper: *Ön sol köşe.*
Cansu: *Ee zaten o kaldı.*
Mert: *Tamam yaz. Zaten öbüründe 7 yerleştirmiştik. Fazla bi fark olmaz ki aralarında.*

Yukarıdaki alıntılar oyuncuların takım içinde görev dağılımları yapılırken I. takımda olduğu gibi sadece *servis sonuçları* değişkeninin dikkate alındığını göstermektedir. Öğrencilerin oyuncuları seçerken oluşturdukları gruplardan değil de problem üzerindeki *servis sonuçları* değişkenine odaklanarak buradaki verileri inceleyip oyuncuları karşılaştırdıkları görülmektedir. II. takımdaki Nilay (10), Elif (8), Nalan (8), Çiğdem (10), Gül (9) ve Bahar (8) için servis sonuçları belirlenmiştir. En başarılı servis kullananların arka tarafta olması düşüncesiyle Nilay (10), Çiğdem (10), Gül (9) arka taraftaki üç oyuncu olarak belirlendiği görülmektedir. Bunların kendi içindeki dağılımında ise en başarılı servis atanlar sağdan sola doğru yerleştirilerek Nilay' ın yeri arka sağ, Çiğdem arka orta ve Gül de arka sol oyuncu olarak belirlenmiştir. Önde oynayacak oyuncular ise Elif (8), Nalan (8) ve Bahar (8) olarak seçilmiştir. Önde oynayacak oyuncuların kendi içinde dağılımında ise *servis sonuçları*na yönelik herhangi bir karşılaştırma yapmaksızın oyuncuların belirlendiği görülmektedir.

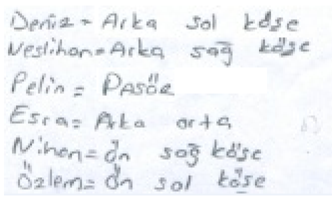


Şekil 29: Birinci Odak Grubun II. Takımdaki Oyuncular İçin Oluşturduğu Dağılım

Son olarak üçüncü takımdaki oyuncuların saha içindeki görevleri ve görev yerleri dağılımı aşağıdaki şekilde belirlenmiş ve Şekil 30'daki gibi belirtilmiştir:

Alper: *Deniz.*
Mert: *Deniz, aha bur[a]da Deniz 8 yapmış. Daha önce 8 yapanı pasöre mi koymuştuk biz?*

Cansu: *Çiğdem…*
Mert: *Az dur 9 yapan var mı bur[a]da? Deniz var, Neslihan'a bakalım. Aha Neslihan 9 yapmış. Neslihan'ı pasöre koyalım. Yok yok Neslihan'ı arka orta. Yok yok yok Neslihan sağ köşe, arka sağ köşe. Elif kimin grubunda?*
Cansu: *İki.*
Mert: *Neslihan gitti, Pelin kaldı. Pelin 7 yapmış. Yaz pasör Pelin.*
Cansu: *Sol köşe mi?*
Mert: *Evet sol köşe.*
Cansu: *Deniz'e baksana.*
Mert: *Deniz nerde? 8 yapmış arka sola koyalım. Yaz arka sol.*
Cansu: *Kim kaldı? Esra var.*
Mert: *Esra aha buldum az dur 9 yapmış Esra ya. Ortaya yaz.*
Cansu: *Eee…*
Mert: *Ortaya kimi yazdık biz?*
Cansu: *Hiç kimseyi.*
Mert: *Esra'yı yaz işte arka ortaya. Kim kaldı?*
Cansu: *Kim var? Neslihan'ı yaptık. Nilhan var.*
Mert: *Aha buldum Nilhan 6 yapmış onu sağ köşeye. Ön sağ köşe.*
Cansu: *Şimdi Özlem var. O da ön sol köşe oluyo[r].*
Mert: *Özlem nerde Özlem, Özlem 5 yapmış*
Cansu: *Ön sol köşe.*
Mert: *Yaz ön sol köşe. Tamam hocam takımları da oluşturduk kimin nerde oynayacağını.*



Şekil 30: Birinci Odak Grubun III. Takımdaki Oyuncular İçin Oluşturduğu Dağılım

Yukarıdaki alıntılar oyuncuların takım içinde görev dağılımları yapılırken diğer iki takımdaki oyuncuların görev yerlerinin belirlenmesinde olduğu gibi sadece *servis sonuçları* değişkeninin dikkate alındığını göstermektedir. III. takımdaki Deniz (8), Neslihan (9), Pelin (7), Esra (9), Nihan (6) ve Özlem (5) için servis sonuçları belirlenmiştir. Bu oyuncuların arasından en başarılı servis kullanan Deniz (8), Neslihan (9) ve Esra'nın (8) arka taraftaki üç oyuncu olarak belirlendiği görülmektedir. Bunların kendi içindeki dağılımında ise en başarılı servis atanın sağ tarafta bulunması gerektiği düşüncesinden hareket edilerek Neslihan'ın yeri arka sağ, Esra arka orta ve Deniz ise arka sol oyuncu olarak belirlenmiştir. Önde oynayacak oyuncular ise *servis sonuçları* düşük oyunculardan Pelin (7), Nihan (6) ve Özlem (5) olarak seçilmiştir. Önde oynayacak oyuncuların kendi içinde dağılımında ise *servis sonuçlarında* diğerlerine göre daha başarılı olan Pelin'in pasör olarak belirlendiği görülmektedir.

Çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulüne geçişte matematiksel sonuçların gerçek problem durumunu yorumlamadığı ve tüm değişkenleri kullanmadıkları ile ilgili düşünceler ortaya koymuş olmalarına rağmen modeli geliştirmek adına herhangi bir eylemde bulunmamışlardır. Sadece iki değişkeni kullanarak modeli tamamlamışlardır. Tüm değişkenlerin ilişkilendirilerek bağlantı kurulduğunda problem durumunu daha iyi temsil eden sonuçlar ortaya koyulabileceği önerisi ortaya atılmıştır.

6. *Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü → Rapor*

Grup üyeleri oluşturdukları bu modelde ısrarcı olurken modeli gözden geçirip düzeltmek yerine oluşturulan takımlardaki oyuncuların sadece *servis sonuçları* değişkenindeki bileşenlerini hesaba kattıkları görülmektedir. Oyunculara ait diğer değişkenlerin bileşenleri ise oyuncuların voleybol sahası içindeki görev yerlerinin dağılımının gerçekleştirilmesinde değerlendirmeye alınmaktadır. Yani modelin gözden geçirilip düzeltilmesi için gerçek dünya problem ifadesine tekrar geri dönülmüştür. Ancak modelleme sürecinin tekrarlamasına dair fikir kendilerini sonuca götürecek alternatif bir model geliştirme noktasında zorlandıklarından grup üyeleri tarafından onaylanmamış ve çözüm kabul edilmiştir. Problemde kullanılan yöntemi kamp yetkililerine ifade etmek için oluşturulan takımların ve oyuncuların görev yerlerinin dağılımının kaydedildiği kâğıt üzerine açıklamalar eklenerek Şekil 31'deki mektup yazılarak modelleme süreci rapor yazma aşamasıyla tamamlanmıştır.

1- Önce oyuncuların dikey sıçramalarını topladık, boyları 2,10, 2,20, 2,30 olarak ayırdık. Her gruba 6 kişi düşecek şekilde 2,30'lardan 2 kişi 2,20'lerden 2 kişiyi 2,10'lardan 2 kişi seçerek grupları oluşturduk. 3 tane grup oluştu.

1.= Duygu, gülden, aysun, Eda, seda, Gözde

2.= Elif, Bahar, Çiğdem, Gül, Nalan, Nilay

3.= Deniz, Neslihan, Pelin, Esra, Nihan, Özlem

2-

1. Takım = GÜLDEN = Arka sağ taraf
DUYGU = Ön sağ köşe
AYSUN = Arka sol köşe
EDA = Arka ortada
SEDA = Ön sol köşe
GÖZDE = PASÖR

2. Takım = Nilay = Arka sağ köşe
Elif = Ön sağ köşe
Nalan = PASÖR
Çiğdem = Arka orta
Gül = Arka sol köşe
Bahar = Ön sol köşe

3. TAKIM = Deniz = Arka sol köşe
Neslihan = Arka sağ köşe
Pelin = PASÖR
Esra = Arka orta
Nihan = Ön sağ köşe
Özlem = Ön sol köşe

Oyuncuların boyu ile dikey sıçramalarını toplayın.

Sonuçları = 2,10, 2,20 ve 2,30 olarak ayırabilirsiniz. Sonra 2,30'lardan 2 kişi 2'20'lerden 2 kişi 2'10'lardan iki kişi 6 kişiyi seçene kadar tamamlayabilirsiniz. Sonra oyuncuların yerlerine yerleştirmek için servis sonuçlarına bakabilirsiniz ve eşit olanları her 3 takımdada eşit köşelere koyabilirsiniz.

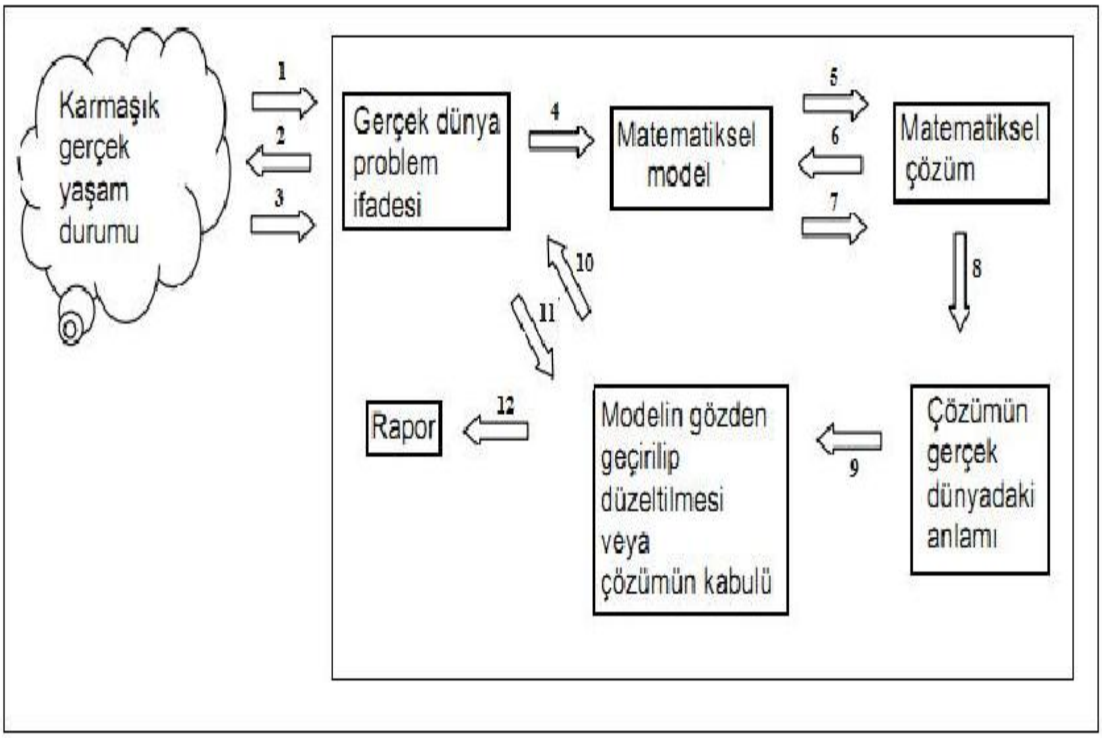
Şekil 31: Birinci Odak Grubun Voleybol Problemi Modelleme Etkinliğe Ait Raporları

5.2 Birinci Odak Grubun Süreç Analizi

İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden Mert, Alper ve Cansu'dan oluşan birinci grup *Voleybol Problemi* üzerindeki matematiksel model oluşturma sürecinde ilk olarak eşit takımların oluşturulması için problemde yer alan nicel ve nitel değişkenleri inceleyerek problemi anlamaya, ana değişkeni belirlemeye çalışmışlardır. Sırasıyla *boy uzunluğu*, *dikey sıçrama* ve *smaç sonuçları* değişkenlerini birbirinden bağımsız olarak incelemişlerdir. Bu değerlendirmede öğrenciler file önüne oyuncu seçiminden yola çıkarak oyuncuların *boy uzunluklarını* dikkate almış ve *dikey sıçrama* değişkeni ile ilişkilendirme yoluna gitmişlerdir. Ardından grup üyeleri nitel değişken olan *smaç sonuçları* üzerine odaklanmış ancak değişkenin farklı durumlarını ve bunlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyamamışlardır. Bundan sonra ise öğrenciler eşit seviyedeki takımların oluşturulması amacına yönelik nasıl bir strateji kullanacaklarını tartışarak tekrar karmaşık gerçek yaşam durumuna dönmüş problemin genel durumunu anlamaya ve açıklamaya çalışmışlardır. Bu aşamada *kırk metre koşu* değişkeninin bileşenlerini inceleyerek bu değişkenle daha önce incelenen *boy uzunluğu* değişkenini ilişkilendirerek ikili ve daha sonra bu iki değişkenle de *dikey sıçrama* değişkenini ilişkilendirerek üçlü karşılaştırma yoluna gitmişlerdir. Ardından tüm değişkenlerin birlikte ele alınması görüşü ortaya atılmış ancak bu görüşten vazgeçilip sadece *servis sonuçları* değişkeni ele alınıp önceki seçilen değişkenlerle beraber değerlendirilmiştir.

Öğrenciler farklı değişkenler arasında bağlantı kurulmasına yönelik olarak tüm değişkenlerinin *"birlikte toplanması"* şeklindeki varsayımla modelin içereceği değişkenleri belirlemiş böylelikle gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel bir model oluşturma aşaması için önemli bir adım atmışlardır. Bir başka deyişle gerçek dünyadaki orijinal durum matematik dünyasında temsil edilmeye çalışılmıştır. Öğrenciler geliştirdikleri bu modele uygun matematiksel kavram ve sembollerin seçimiyle birlikte matematiksel hesaplama yoluna gitmişlerdir. Ancak öğrenciler bu modelden vazgeçmiş matematiksel çözümden matematiksel model aşamasına geri dönerek yeni bir matematiksel model oluşturma yoluna gitmişlerdir. Bu aşamada tüm değişkenler yerine *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerini kullanmayı tercih eden öğrenciler ilk oluşturdukları modele göre gerçek durumu daha sınırlı temsil eden ikinci bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Bu iki değişkenin bileşenlerini birlikte toplayarak çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde etmişlerdir. Bu yaklaşımla öğrencilerin iki değişkeni ilişkilendirerek yorumlamakta fakat diğer değişkenleri ilişkilendiremedikleri görülmektedir.

Matematiksel model oluşturma sonucunda elde edilen toplamsal sonuçları öğrenciler eşit seviyede üç takım oluşturmak için kullanmış; matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıkları saptamaya çalışmışlardır. Eşit seviyedeki takımları oluşturduktan sonra ise grup üyeleri arasında takımların eşit olup olmadığına dair bir belirsizlik oluşmuş fakat bu durum yeni bir yorum ortaya koyularak giderilememiştir. Ayrıca eşit takımların oluşturulması sonucunda çözümün gerçek dünyadaki anlamı üzerinde öğrenciler arasındaki tartışmalar devam etmiş ve model tekrar gözden geçirilmiştir. Grup üyelerinden biri elde edilen sonucun tüm değişkenlerin kullanılmamasından dolayı gerçek problem durumunu yorumlamadığı ile ilgili görüşünü ortaya koymuştur. Tüm değişkenlerin ilişkilendirilerek bağlantı kurulduğunda problem durumunu daha iyi temsil eden sonuçlar ortaya koyulabileceği önerisi üzerine diğer değişkenler oyuncuların saha içindeki görev dağılımlarının gerçekleşmesi amacıyla kullanılmıştır. Bu amaçla modelin gözden geçirilip düzeltilmesi için gerçek dünya problem durumuna geri dönülmüştür. Ancak model oluşturma sürecinin yeniden tekrar edilmesine dair görüş kendilerini sonuca götürecek alternatif bir model geliştirme noktasında zorlandıklarından grup üyeleri tarafından kabul görmemiş ve var olan çözüm kabul edilmiştir. Son olarak ise kabul edilen çözüme uygun bir mektup yazılarak rapor yazma aşamasıyla modelleme süreci tamamlanmıştır. Grup üyelerinin modelleme süreci boyunca takip ettiği aşamalar Şekil 32'de gösterilmiş ve model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükler Şekil 33'teki gibi belirlenmiştir.



Şekil 32: Birinci Odak Grubun Model Oluşturma Sürecinde Takip Ettiği Aşamalar

1. **KARMAŞIK GERÇEK YAŞAM DURUMU → GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİ:**

1.1. Problemin genel durumunu açıklama *[Değişkenleri birbirinden bağımsız değerlendirme, nitel olarak verilen değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfedememe]*

1.2. Basitleştirilmiş kabuller yapma *[İki değişken yardımıyla oyuncuları file önüne seçme]*

1.3. Stratejik varlıkları saptama *[Tüm değişkenleri ilişkilendirerek aralarında bağlantı kuramama]*

2. **GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİ → MATEMATİKSEL MODEL:**

2.1. Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama *[Birinci aşamada dört değişken ikinci aşamada iki değişkeni ana değişken olarak belirleme]*

2.2. Elemanları matematiksel olarak, uygulanabilir formüllerle temsil etme *[Dört değişkeni birlikte toplama varsayımında bulunma]*

2.3. Bağlantılı varsayımlarda bulunma *[Dört değişkenin toplanmasıyla elde edilen sonuçları karşılaştırma]*

2.4. Formülü çoklu durumlara otomatik olarak uygulayabilmek için uygun tekniği seçme

3. **MATEMATİKSEL MODEL → MATEMATİKSEL ÇÖZÜM:**

3.1. Uygun sembolik formülü uygulama *[İlk dört değişkene ait bileşenleri toplayarak matematiksel hesaplama yapma ve çözümleri değerlendirmeksizin model değişikliğine giderek ilk iki değişkene ait bileşenleri toplayarak matematiksel hesaplama yapma]*

3.2. Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları kullanma *[Elde edilen sonuçlar için gruplama sistemini geliştirme]*

3.3. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde etme *[İki değişkene ait bileşenlerin toplanmasından toplamsal sonuçlar elde etme]*

4. **MATEMATİKSEL ÇÖZÜM → ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYADAKİ ANLAMI:**

4.1. Matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıklarını saptama *[Gruplama sistemi sonucunda oluşan 3 farklı seviyede gruptan 2'şer oyuncu seçme]*

4.2. Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme *[Takımların eşit olup olmadığı konusunda belirsizlik yaşama]*

4.3. Sonucu üretmek için gerekli yeni bir yorumla önceki sınırlamaların gevşemesi *[Takımların eşit olup olmadığına dair belirsizliği giderici bir yorum geliştirilememe]*

5. **ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYADAKİ ANLAMI → MODELİN GÖZDEN GEÇİRİLİP DÜZELTİLMESİ VEYA ÇÖZÜMÜN KABULÜ:**

5.1. Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma

5.2. Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini inceleme *[Modelin iki değişkene bağlı olmasından dolayı matematiksel sonuçların sadece iki değişken için geçerli olduğu fikrini savunarak karşılaştırma yapma]*

5.3. Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma *[Tüm değişkenlerin kullanılmamasından dolayı modelin gerçek problem durumu temsil etmede yetersiz kaldığı eleştirisini ortaya koyma]*

5.4. Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliğini inceleme *[Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi görüşünün yeni bir model geliştirmekte zorluk yaşandığından modelleme sürecini tekrarlamama ve çözümü kabul etme]*

Şekil 33: Birinci Odak Grubun Model Oluşturma Sürecindeki Geçişlerde Karşılaştıkları Zorlukları Belirlemek İçin Çerçeve

5.3 İkinci Odak Gruba İlişkin Bulgular

Odak grup çalışmasında yer alan öğrencilerin matematiksel düşünme ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri her bir aşaması meydana geldiği sırada aşağıda sunulmuştur. Grup içinde yer alan erkek öğrencilere gerçek olmayan Ali ve Onur kız öğrenciye ise Sude ismi verilmiştir.

Model Oluşturma Süreçleri

1. *Karmaşık gerçek yaşam durumu → Gerçek dünya problem ifadesi*

Voleybol Problemi öğrencilere verilmiş ve öğrenciler problemi okuduktan sonra öncelikle takımların ayrılma şekline odaklanmışlardır. Bu aşamada öğrenciler değişkenleri aşağıdaki şekilde değerlendirmeye başlamışlardır:

> **Onur:** *Bur[a]da eşit diyo[r] ona dikkat edelim. Ner[e]deydi o?*
> **Ali:** *Altını çizelim.*
> **Onur**: *Altını çizelim. Ne yapaca[ğı]z?*
> **Ali:***Hepsi eşit seviyede olduğuna göre, boyu uzun olanı, boyu orta olanı, boyu kısa olanı, aynı şeyde olması lazım grupta.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki eşit sevide takımların oluşturulması için (1.1) Ali tarafından ilk öneri olarak ortaya koyulan her bir takımın uzun, orta ve kısa boylu oyunculardan oluşması gerektiği düşüncesi grup üyeleri tarafından tartışma olmadan kabul görmüştür (1.2).

Karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problemine geçişte öğrenciler model oluşturma etkinliği sonucunda kendilerinden beklenen eşit seviyedeki takımların oluşturulması amacına yönelik beş değişken arasından ana değişken olarak *boy uzunluğu* değişkeni belirlemişler ve bu değişkeni diğer değişkenlerden bağımsız olarak ele alarak problemi yapılandırmaya çalışmışlardır. Oyunculara ait diğer değişkenler ve bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetme yolunda herhangi bir düşünce ortaya koyulmamıştır.

2. Gerçek dünya problem ifadesi → Matematiksel model

Öğrenciler boy uzunluğu değişkenine bağlı olarak uzun, orta ve kısa boylu oyuncuların belirlenerek takımların oluşturulması için görüşlerini ortaya koyarken öğrencilerden Onur'un "*hepsinden ikişer ikişer alsak"* şeklindeki görüşü ile takımların oluşturulmasında kullanacakları stratejinin belirlenmesine yönelik bir adım atılmıştır. Grup üyeleri tarafından bu geliştirilen model şu şekilde tartışılmıştır:

> ***Onur:*** *O zaman hepsinden ikişer ikişer alsak daha iyi olmaz mı?*
> ***Ali:*** *İşte öyle…*
> ***Sude:*** *Boyları aynı olan…*
> ***Onur:*** *Aynı olan iki tane. Ya yakın olan en yakın olan. Öyle alsak.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrenciler ortaklaşa çalışarak takımların belirlenmesi için *boy uzunluğu* değişkeninin bileşenlerini sıralayarak uzun, orta ve kısa boyluları temsil edecek şekilde belirlenme yolunu tercih etmiştir. Bu üç farklı seviyeden grupların her birinden ikişer oyuncu alınarak eşit takımların oluşturulması şeklinde strateji geliştirdikleri görülmektedir. Devamında oyuncuların seçim şekliyle geliştirilen bu strateji boy uzunluğu değişkenine ait verilerin incelenmesiyle aşağıdaki gibi tartışılmıştır:

> ***Ali:*** *Bak şunun boyu uzun.*
> ***Onur:*** *1.85.*
> ***Ali:*** *Bu daha uzun.*
> ***Sude:*** *1.78 var bur[a]da. Bunu ikinci gruba… O zaman bunu ikinci gruba alalım.*
> ***Ali:*** *Şunu alalım. İki tane şunu alalım. İki tane.78'den az olacak.*
> ***Sude:*** *75 var. Bak bur[a]da da 75 var. İkinci gruba bunu alalım. Aynı grupta oluyo[r] ya.İki tane 78 var. 3 tane var.3 taneyi o zaman 3 gruba dağıtalım.*
> ***Ali:*** *Bur[a]da 73 var.*
> ***Onur:*** *Sen yazacak mısın bunları?*
> ***Ali:*** *Sen yaz. Ne yazacaksın?*
> ***Onur:*** *Ne yazaca[ğı]m şimdi?*
> ***Ali:*** *1. grup yaz.*
> ***Onur:*** *Neyle ilgili boyla mı?*
> ***Ali:*** *Boyla ilgili.*
> ***Onur:*** *Evet (Oyuncunun boyu yazıp 1. grup yazarak*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *boy uzunluğu* değişkenini değerlendirmeleri sonucu üç eşit grup oluşturulması fikriyle (2.1), (2.2), (2.3) modellerini geliştirdiklerini göstermektedir.

Gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel modele geçişte öğrenciler *boy uzunluğu* değişkenine ait bileşenleri inceleyip eşit seviyede üç takımın oluşturulması varsayımında bulunmuşlardır. Bu varsayımdan hareket ederek oyuncuların değerlendirilmesinde bileşenler arasında karşılaştırma yaparak oyuncuların gruplara yerleştirme sistemleri için bir strateji geliştirdikleri görülmektedir. Bir başka deyişle modelin içereceği değişken *boy uzunluğu* olarak belirlenmiş, gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel bir model oluşturma yolunda önemli bir adım atılmıştır. Bu varsayımla sadece boy uzunluğu değişkenine ait bileşenler göz önünde bulundurularak bu bileşenlerin uygulanabilir bir matematiksel formül içinde ifade edilmesi yoluna gidilmiştir.

3. Matematiksel model → Matematiksel çözüm

Öğrenciler *boy uzunluğu* değişkenine ait bileşenleri karşılaştırarak tüm oyuncuları geliştirdikleri "*gruplama sistemini*" kullanmak suretiyle üç eşit takıma ayırma yoluna gitmiştir (3.1). Boy uzunluğu değişkenine ait bileşenler en büyük değerden itibaren incelenmeye başlanmıştır. Oyuncuların en büyük bileşene sahip olandan en küçük bileşene sahip olan oyuncuya doğru sırasıyla 1., 2., ve 3. gruba dağıtımı (3.1) öğrenciler arasında aşağıdaki şekilde tartışılarak gerçekleştirilmiştir:

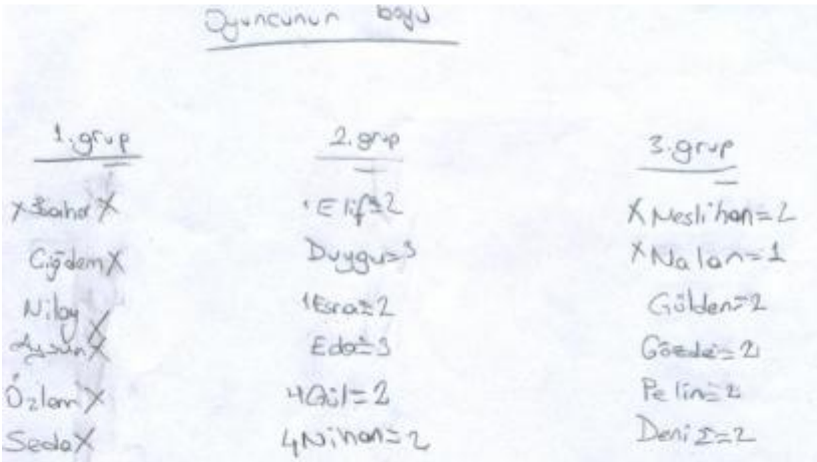
> ***Ali:*** *Bahar, Elif. Dur şimdi.*
> ***Sude:*** *Çiğdem. 1. gruba atmışız.*
> ***Ali:*** *1. gruba almışız ya. Bunlar 18 tane olduğundan dolayı hepsinin büyük boy uzunluğunun bir eşi de olması lazım.*
> ***Sude:*** *Eşit…*
> ***Ali:*** *Şimdi bunu böyle aldık ya şimdi. Şey bu 78 öbürü de grubun birincisi… Şimdi 2. grubu da yaz buraya. Üçü de yaz.*
> ***Sude:*** *3. grubun başlangıcı da o zaman 78 oluyo[r].*
> ***Onur:*** *Yazdım (2. ve 3. grup yazarak)*

Ali: *Evet. Her grubun başlangıcını yapaca[ğı]z bir. Başlangıçlardan başlayalım. Böylelikle sıra sıra gidelim. Şimdi Bahar buraya yazdığımıza göre 3. gruba da… Silgi… Bahar ile Elif'i sil. 1 gruba Bahar yazdıysak. İkinci grubu Bahar'ı yaz. İlk gruba. İkinci gruba da o zaman Elif'i yazacaksın.*
Sude: *Bak bur[a]da 78'i unutma. Sonuçta bunlar iki gruba dağıtılacak değil mi? Bu 78'ler. 1, 2, 3 birbirine. Zaten burada niye ayırmışlar. Baksana 2 tane 60 var mesela. 55.*
Onur: *3.gruba da şey yazalım. Neslihan yaz.*
Ali: *Şimdi ikiye geçtiğimize göre. 78 den biraz az olanı bulmalıyız.*
Sude: *75 Çiğdem.*
Ali: *Bak bi[r] tane daha 78 var burada.*
Onur: *O zaman onu Baharı… Şeyi…*
Sude: *Onu en sona bırakalım.*
Ali: *En sona bırakaca[ğı]z da sonuçta birisinin olacak…*
Onur: *Ama o 78'ler…*
Ali: *Ama bir hepsinin alalım en düşük olanına 78'i verelim.*
Onur: *78' ler…O yüzden bu 78 den düşük olan 73 var.*
Ali: *Şunu şöyle yuvarlak içine alalım.*
Sude: *75 var.*
Ali: *73 var.*
Onur: *73 var. 75 var.*
Sude: *75, 75 İki tane 75 var.*
Ali: *75'i yaz. Çiğdem yaz.*
Onur: *1. gruba mı?*
Sude: *İki tane 75 var.*
Onur: *1 'e mi?*
Ali: *Evet. Çiğdem yaz. İkiye Duygu'yu yaz. Üçüncüye de 73 yazalım. Daha başka ne yazalım?*
Onur: *73 'e şey yazalım. Nalan.*
Sude: *73, iki tane Nihan ve…*
Ali: *Nihan'ı yaz. Nalan'ı yaz. Fark etmez.*
Sude: *İkisinden birini yaz işte sonuçta…*
Ali: *Nalan ya da Nihan'dan birini yaz. Nalan kaçtı? 73 den az olacak.*
Sude: *70 var. Başka?*
Onur: *70 var iki tane.*
Sude: *İki tane 70 olduğuna göre…*
Onur: *65 var.*
Ali: *O zaman Nilay'ı, Nilay'ı yaz.*
Onur: *Birinciye mi?*
Ali: *Hı hı.*
Sude: *Esra'yı…*
Ali: *Esra'yı da 2. gruba yaz. Bunda da az olduğundan dolayı…*
Onur: *Esra öbürü.*
Ali: *1.70 den az 1.65, 1.68.*
Onur: *Kim o? Gülden.*
Ali: *Gülden. Hımm. Şimdi yaptıklarını bir söyle de bir yuvarlak içine al[ay]ım.*
Onur: *1. grupta; Bahar, Çiğdem, Nilay*

Ali: *Bahar, Çiğdem nerede? Çiğdem, Nilay (kullanılanların isimlerini yuvarlak içine alarak).*
Onur: *En altta. Nilay.*
Ali: *İkiye.*
Onur: *İkiye de Elif, Duygu, Esra.*
Ali: *Esra. Neslihan, Nalan, Gülden (kullanılanların isimlerini yuvarlak içine alarak).*
Sude: *Neslihan, Nalan, Gülden. Geriye kaldı 2, 3, 4, 6, 8…*
Ali: *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tane (boy uzunluklarında yuvarlak içine almadıklarını sayarak)*
Sude: *9 kişi kaldı.*
Ali: *9 bir birisinin şunun bir gruba verece[ği]z (Eliyle kâğıttaki grupları işaret ederek).*
Sude: *60, 60 iki tane. 73 var.*
Ali: *Şimdi en son Gülden'i yazmıştık. Gülden ner[e]de bur[a]da?*
Sude: *Gülden bur[a]da? 68.*
Ali: *O zaman bu da 68'den düşük olacak. Aysun, Eda.*
Sude: *65, 65. Aysun, Eda. O zaman 1. gruptan tekrar mı başlayaca[ğı]z?*
Ali: *Aysun, Eda… Eda. Bir de Gözde yaz.*
Sude: *Gözde…*
Onur: *Şu an iki kişiye de yazaca[ğı]z.*
Ali: *Bunlar 63 den az olacağından dolayı…*
Onur: *63'den az 57 var. 60 var*
Sude:*63' den… 55 var.*
Ali: *60 var.*
Ali: *Özlem yaz. Birinciye.*
Sude:*Ya bu üçüncüye, üçüncüye yaz.*
Ali: *Hayır dur Özlem yaz.*
Sude: *Tamam, tamam.*
Ali: *Ben onu buldum. Sonra ikinciye Çiğdem yaz.*
Onur: *Çiğdem'i yazmamış mıydık?*
Sude: *Çiğdem? O Gül değil mi? 1.60, Gül.*
Ali: *Kafam karıştı.*
Sude: *Karışıyo[r]du.*
Onur: *Çiğdem'i yazmıştık 1. gruba çünkü.*
Ali: *Sonra 1.60'dan…*
Onur: *3. grup. 57 var.*
Ali: *57. Pelin yaz. Kaç tane oldu? 5, 10, 15. 5 tane oldu (kişileri sayarak)*
Sude: *15.*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *boy uzunluğu* değişkeni için eşit seviyede her bir gruba kişi olacak şekilde takımların oluşturulması amacıyla oyuncuları üç gruba dağıtırken model oluşturma sırasında oluşturdukları "*uzun, orta ve kısa boylu oyunculardan ikişer tane seçim yapılarak grupların oluşturulması"* kabulünden tamamen uzaklaştıkları görülmektedir. Boy uzunlukları bileşenleri büyükten küçüğe doğru yazılıp sıralama yapılmaksızın rastgele 3 gruba oyuncuların dağıtımı yapılmıştır (3.1). Bu dağıtım esnasında en son yerleştirilen oyuncuya ait bileşenle aynı değere sahip olan Deniz ve Nihan ile en sona kalan oyuncu olan Seda'nın gruplara dağılımı ertelenmiştir. En sona kalan bu oyuncuların yerleştirilmesi esnasında ise grup üyelerinden Onur'un 3. grubu göstererek *"bak kısa boylular burada oldu ya"* (3.1) şeklinde itirazı üzerine bu oyuncuların dağılımı aşağıdaki şekilde yeniden tartışılmış ve Şekil 34'teki gruplar oluşturulmuştur:

Onur: *2, 4, 5, 10, 15(kişileri sayarak) . 15 tane 3 tane arttı.*
Sude: *Her birine birer tane dağıtaca[ğı]z o zaman.*
Onur: *Her birine birer tane dağıtaca[ğı]z.*
Ali: *3 tane ise eee şu 1.78'i çünkü bunda hep az olduğundan dolayı Deniz'i şeye yaz.*
Sude: *3. gruba.*
Ali: *Evet 3. gruba yaz. Çünkü az oldu ya o. Sonra…*
Sude: *73 var, 55 var.*
Ali: *55 var.*
Onur: *55 buraya mı?(2. grubu göstererek). Kim?*
Sude: *Elif'in en uygun…*
Ali: *O zaman şeyin yanına 1.55'i… 1.55 yaz şuraya (1.grubu göstererek).*
Onur: *Kim kim?*
Ali: *Seda. 1,73. Nihan'da oraya yaz (2. grubu göstererek).*



Şekil 34: İkinci Odak Grubun Boy Uzunluğu Değişkenine Ait Oluşturduğu Gruplama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar itiraz üzerine geliştirilen modelin sorgulandığını; matematiksel çözümlerin matematiksel modele uygun olmadığının fark edildiğini dolayısıyla öğrencilerin matematiksel model oluşturma aşamasına geri döndüğünü göstermektedir.

Bu aşamada öğrenciler yeni bir model geliştirmemiştir. Geri kalan son üç oyuncuyu seçerken daha önce gruplara dağıtılan oyuncuların seçim stratejisinden farklı bir strateji tercih ettikleri görülmüştür. Bu yöntemle sona kalan üç oyuncuya ait bileşenler en büyükten en küçüğe doğru sıralanarak bu oyuncuların sırasıyla 3., 2. ve 1. gruba yerleştirildikleri görülmüştür. Bu yerleşim Tablo 6'da en son sırada koyu olarak gösterilmiştir. Öğrenciler 15 oyuncunun dağıtımında farklı bir strateji izlerken grupların eşit olmadığı ve 3. grupta kısa boylu oyuncuların biriktiği kaygısı üzerine herhangi bir matematiksel hesaplama yapmaksızın geri kalan son üç oyuncunun dağıtımında tam tersi bir yöntem uygulamışlardır. Burada en uzunu 3. gruba ve en kısayı 1. gruba yerleştirerek grupları eşitlemeyi amaçlamışlardır. Bu esnada öğrenciler ilk kabullerine uygun olarak geliştirdikleri modelden farklı bir strateji benimsemiş eşit takımların oluşturulması amacına uygun modeli kullanmamışlardır. Öğrenciler *boy uzunluğu* değişkenine ait grupları oluşturmayı bu şekliyle tamamlandıktan sonra grupların eşit olup olmadığı herhangi bir hesaplama yoluna gidilerek sorgulanmamıştır. Öğrencilerin boy uzunluğu değişkenine ait oyuncuları gruplara seçim sırası ve hangi gruplara yerleştirdikleri aşağıdaki Tablo 6'da özetlenmiştir.

1.Grup			***2.Grup***			***3. Grup***		
Seçim Sırası	*Oyuncu*	*Boy Uzunluğu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Boy Uzunluğu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Boy Uzunluğu*
1.	Bahar	1.85	2.	Elif	1.78	3.	Neslihan	1.78
4.	Çiğdem	1.75	5.	Duygu	1.75	6.	Nalan	1.73
7	Nilay	1.70	8	Esra	1.70	9	Gülden	1.68
10	Aysun	1.65	11	Eda	1.65	12	Gözde	1.63
13	Özlem	1.60	14	Gül	1.60	15	Pelin	1.57
17.	**Seda**	**1.55**	**18.**	**Nihan**	**1.73**	**16.**	**Deniz**	**1.78**

Tablo 6: İkinci Odak Grubun Boy Uzunluğu Değişkeni İçin
Grupların Oluşturulmasına Ait Özet Tablo

Öğrenciler boy uzunluğu değişkenine bağlı olarak grupları oluşturduktan sonra Onur'un "*dikey sıçraması"* şeklinde seslenmesi ile ikinci bir değişken üzerine grup üyelerinin dikkatleri çekilmiştir. Geliştirdikleri modele uygun şekilde değişkenleri nasıl birbiriyle ilişkilendireceklerini (3.2) aşağıdaki şekilde kısaca sorgulamışlardır:

> ***Ali:***_Şimdi bunları biz yaptığımızdan sonra. Bunları da yapaca[ğı]z, bunu da yapaca[ğı]z… (tüm değişkenleri göstererek) Hepsini yaptıktan sonra ne olacak?_
> ***Onur:*** *Bitmiş ol[a]cak.*
> ***Ali:*** *Bitmiş ol[a]cak.*
> ***Sude:*** *Hepsini orantılı bi[r] şekilde olmuş ol[a]cak. Daha ayrıntılı…*

Onur: *Daha ayrıntılı ol[a]cak.*
Sude: *Ya bir tanesine baktık tamam. Belki burada Bahar var ama diğerlerine göre olmayabilir.*

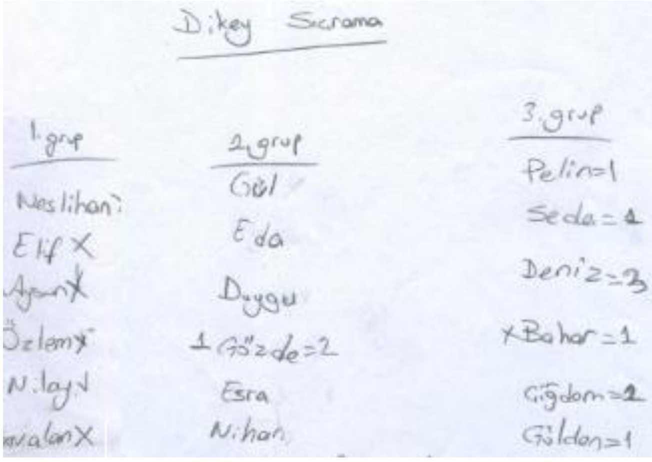
Yukarıdaki alıntılarda öğrenciler ilk olarak sadece *boy uzunluğu* değişkeni üzerinde matematiksel çözümleme yoluna gitmiş diğer değişkenleri nasıl değerlendirecekleri ile ilgili herhangi bir yöntem belirmemişlerdir. B*oy uzunluğu* değişkeni ile gruplandırma işlemi bittikten sonra diğer değişkenler için nasıl bir yol izleyeceklerini sorgulamaya başlamışlardır. Bir başka deyişle oluşturdukları modele tekrar geri dönüp kullandıkları stratejiyi muhakeme etmişler, model oluşturma aşamasında sadece *boy uzunluğu* değişkenine yönelik bir strateji belirledikleri için diğer değişkenlerle ilgili herhangi bir planlama yapmamışlardır. Bundan sonraki aşamada ise her bir değişken için *boy uzunluğu* değişkenindeki benzer "*gruplama sistemi*" nin kullanılması yöntemi benimsenmiş ve grup üyeleri tarafından modeli geliştirmek adına farklı bir strateji ortaya koyulmuştur. Bunun üzerine *dikey sıçrama* değişkenine ait bileşenler en büyük skordan itibaren incelenmeye başlanmıştır. Öğrenciler oyuncuların gruplara dağıtımını en büyük skora sahip olandan en küçük skora sahip olana doğru sıralayıp (3.1) aşağıdaki şekilde tamamlamışlardır:

Ali: *Hımm. 1. grup. En fazla 69 var. 69… Neslihan… Neslihan… Şimdi, 69 dan az…*
Sude: *Bi[r] dakika bak[ay]ım. 66, Gül. 64 Pelin.*
Ali: *Gül ve Pelin.*
Sude: *Gülden var.*
Ali: *O dursun bi[r] de. Ona sonra bakarız. Şimdi en fazla 1.64'den az olanları seçelim.*
Onur: *61.*
Ali: *Elif var.*
Onur: *64 de var ama.*
Ali: *Onu bir en sona o.*
Sude: *61 burada var, bur[a]da da var. 3 gruba 61'i dağıt işte.*
Ali: *E yazdın mı Elif'i?*
Onur: *Nereye?*
Ali: *Aysun bir de Seda.*
Sude: *Ya şey Ali, Aysun 58 ya. Eda 61. Karıştırmayın onları.*
Ali: *He Eda, Eda… Eda.3. gruba geçtiğimizde…*
Onur: *3. gruba Seda'yı yazdık ya.*
Sude: *Tamam tekrardan ikinci şeye…*
Ali: *Şimdi 61'den az olanlara bakaca[ğı]z.*
Onur: *.60?*
Ali: *61'den az olanlara bakaca[ğı]z.*
Sude: *61'den…*

Ali: *Bak şu var. Aysun, 58, üç tane var bunlardan.*
Sude: *58. Aysun, Duygu, Deniz.*
Ali: *Aysun, Duygu, Deniz.*
Onur: *Aysun, Duygu, Deniz (Dikey sıçramada sırasıyla 1., 2. ve 3. gruba yazarak)*
Ali:*58'den az olanlara bakaca[ğı]z şimdi.*
Sude: *58 'den az olan…*
Onur: *51 var.*
Ali: *53 var.*
Sude: *53 var.*
Ali: *Özlem yaz. Sonra…(dikey sıçrama 1. grubu göstererek)*
Sude: *Gözde…(dikey sıçramada 2. Grubu göstererek)*
Ali: *Gözde. 51 Bahar. (dikey sıçramada 3. grubu göstererek) Şimdi 51'den az olanlara bakaca[ğı]z.*
Sude: *Ne yazaca[ğı]z? 46, 48, Esra…*
Ali: *48 var. 48, Nilay. Esra (dikey sıçramada sırasıyla 1. ve 2. grubu göstererek)*
Sude: *46 olarak Çiğdem. 64, 43, 38 kaldı.*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *dikey sıçrama* kategorisi için eşit seviyede takımların oluşturulması amacıyla oyuncuları üç gruba dağıtırken *boy uzunluğu* değişkeni için gruplama yaparken kullandıkları stratejiye ait kuralı uygulamaya devam ettirdiklerini göstermektedir. *Dikey sıçrama* bileşenleri büyükten küçüğe doğru yazılarak sıralama yapılmaksızın rastgele karşılaştırma yapılmış ve 3 gruba dağıtımı yapılmıştır (3.1). Bu dağıtım esnasında en son yerleştirilen oyuncuya ait bileşenle aynı değere sahip olan Gülden ve en sona kalan iki oyuncu olan Nihan ile Nalân'ın gruplara dağılımı ertelenmiştir. En sona kalan bu oyuncuların yerleştirilmesi esnasında ise öğrenciler bu dağılımı aşağıdaki şekilde tartışarak gerçekleştirmiş ve Şekil 35'teki grupları oluşturmuşlardır:

Ali: *46'dan az olanlara bakaca[ğı]z. 43, 38…(dikey sıçrama skorlarını inceleyerek) O zaman şu 43…*
Onur: *64 Gülden'i kime yazaca[ğı]z?*
Ali: *Şey… Gülden'i en sona yazaca[ğı]z. Nihan, Nihan yaz. Ama 43'ü şeye yaz sen. Şey ikinci gruba yazsak daha iyi olur.*
Onur: *Nihan mıydı o ne kimdi?(Silip Nihan'ı 2. gruba ekleyerek)*
Ali: *Nihan, Nalan.*
Onur: *1'den…(Nalan'ı 1. gruba ekleyerek)*
Ali: *Evet 1. grup. Sonra Gülden'de 64. Tamam Gülden yaz oraya (3. grubu göstererek)*



Şekil 35: İkinci Odak Grubun Dikey Sıçrama Değişkenine Ait Oluşturduğu Gruplama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin daha önce *boy uzunluğu* değişkenine ait grupların oluşmasında geri kalan son üç oyuncuyu seçerken oyuncuların seçim yöntemine benzer şekilde bir strateji benimsediklerini göstermektedir. Üç oyuncuya ait bileşenleri en büyükten en küçüğe doğru sıralayarak 15 oyuncunun dağıtımında kullandıkları stratejiden farklı olarak bu oyuncuları sırasıyla 3., 2., ve 1. gruba yerleştirdikleri görülmüştür. Bu yerleşim şekli Tablo 7'de en son sırada koyu renkli olarak gösterilmiştir. Bu esnada öğrencilerin *boy uzunluğu* değişkeninde olduğu gibi ilk kabullerine uygun olarak geliştirdikleri stratejiden farklı ancak *boy uzunluğu* değişkenindeki *"gruplama sistemi"* ile aynı stratejiyi benimsedikleri görülmektedir. Bir başka deyişle öğrenciler *boy uzunluğu* değişkenindeki son üç oyuncu için kullandıkları stratejilerini devam ettirerek ilk benimsedikleri sembolik formüle bağlı kalmamışlardır. Öğrenciler *dikey sıçrama* değişkenine ait grupları oluşturmayı bu şekliyle tamamlandıktan sonra grupların eşit olup olmadığını herhangi bir matematiksel hesaplama yoluna gidilerek sorgulanmamıştır. Öğrencilerin dikey sıçrama değişkenine ait oyuncuları gruplara seçim sırası ve hangi gruplara yerleştirdikleri aşağıdaki Tablo 7' de özetlenmiştir.

1.Grup			2.Grup			3. Grup		
Seçim Sırası	*Oyuncu*	*Dikey Sıçrama Uzunluğu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Dikey Sıçrama Uzunluğu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Dikey Sıçrama Uzunluğu*
1.	Neslihan	69	2.	Gül	66	3.	Pelin	64
4.	Elif	61	5.	Eda	61	6.	Seda	61
7	Aysun	58	8	Duygu	58	9	Deniz	58
10	Özlem	53	11	Gözde	53	12	Bahar	51
13	Nilay	48	14	Esra	48	15	Çiğdem	46
16	**Nalân**	**38**	**17**	**Nihan**	**43**	**18**	**Gülden**	**64**

Tablo 7: İkinci Odak Grubun Dikey Sıçrama Değişkeni İçin Grupların Oluşturulmasına Ait Özet Tablo

Öğrenciler boy uzunluğu değişkenine bağlı olarak grupları oluşturduktan sonra Ali "*kırk metredeki koşusu*" şeklinde aniden seslenerek üçüncü bir değişken üzerine dikkatleri çekmiştir. Bu değişkenin bileşenleri en küçük değerin en iyi sonuç olarak belirlenmesinden sonra birinci gruba yazılarak incelenmeye başlanmıştır. İlk 9 oyuncu için önceki iki değişkende olduğu gibi "*gruplama sistemi*" kullanılarak oyuncuların seçimi (3.1) aşağıdaki gibi tartışılmıştır:

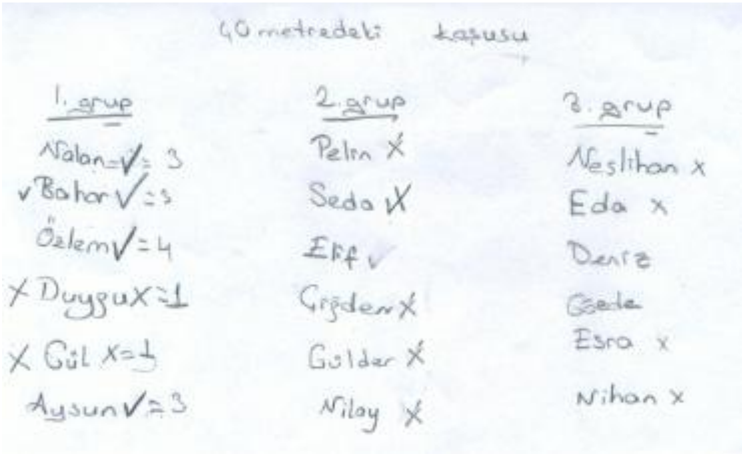
Ali: *40 metredeki koşusunu…*
Sude: *1. gruba kimi alıyo[ru]z? En az olarak… 5 var. 5.87. Başka 5 var mı? 98 olduğuna göre 5.87'yi önce…*
Ali: *5.87'yi yaz 1. gruba.*
Onur: *Kim o? Nalan (40 metre koşuda 1. gruba ekleyerek)*
Ali: *Nalan. 5.98'i yaz Pelin.*
Onur: *Pelin (2. grubu göstererek)*
Ali: *6.01 var bur[a]da.*
Sude *:7 o. 6.78 demek 7.*
Onur: *He 01 var.*
Ali: *6,6… 6.01 var. Neslihan (3. grubu göstererek). 6.01' den yukarı 21 var. Bahar (1. grubu göstererek)*
Onur: *34… 27 var.*
Ali: *Seda, Eda. (2. ve 3. grubu göstererek)*
Sude: *Kim?*
Onur: *Seda.*
Sude: *Başka? 27'den küçük?*
Ali: *Büyük.*
Onur: *Büyük.*
Sude: *Büyük.*
Ali: *32 var.*
Onur: *32 var.*
Sude: *Bi[r] dak[i]ka.*
Ali: *Şimdi 32'den küçük olanlara bakaca[ğı]z. Büyük olanlara…*
Onur: *44 var.*

Sude: *Aysun' da 34 var.*
Ali: *34 var. Özlem. Elif var (2. gruba ekleyerek)*
Onur: *Elif. Elif, Elif… 87… Yok 78 var. 54 yaz. Çiğdem yaz. 6,78.*
Ali: *Bir de…*
Sude: *Deniz (3. gruba ekleyerek)*
Ali: *Deniz.*

Öğrenciler *kırk metre koşu* değişkeni için geri kalan 9 oyuncuyu ise aşağıdaki şekilde değerlendirerek gruplara dağılımını Şekil 36'daki gibi gerçekleştirmişlerdir:

Onur: *6.54. Dur 75 var. Duygu. Bu Duygu 75 yapmış.*
Ali: *Duygu yaz (1.grubu göstererek). Sonra ne?*
Onur: *Çiğdem.*
Ali: *Sonra da Çiğdem (2. grubu göstererek), Sonra da…*
Onur: *Esra…*
Ali: *Ama Gözde'de var.*
Onur: *Gözde… Abi 72. He Gözde'yi yazaca[ğı]z o zaman.*
Ali: *Ama, Gözde'yi yaz o zaman (2.gubu göstererek)*
Onur: *Gözde'yi yaz (3. grubu göstererek)*
Ali: *Daha başka? Şimdi 1.78'den düşük olanlara bakaca[ğı]z.*
Sude: *1.78'den…*
Ali: *Ya da yüksek olanlara. 1.78*
Onur: *Kaç, kaç kaçtan?*
Ali: *6.78'den. 6.88 var. Şeyi eee Esra'yı 3. gruba yaz.*
Onur: *6…*
Sude: *Esra… üçe.*
Ali: *6.88, 6.95. Şeyi o ikinci gruba.*
Onur: *Esra'yı 6.95'e yazsak daha iyi olmaz mı?*
Ali: *Gülden (2. Grubu göstererek). Yok, şey bunlar az oldu ya o yüzden (Yazdıkları kâğıdı eli ile işaret ederek). 6.95'den biraz daha yüksek.*
Onur: *7.01, 7.01 var. Gül.*
Ali: *Gül (1. grubu göstererek)*
Sude: *Onu da 1. gruba…*
Onur: *1 kişi.*
Ali: *Sonra iki, üç kişi kaldı.*
Onur: *İki, üç kişi kim?*
Sude:*7.12, 8.18.*
Ali*: 8.18*
Onur: *7.12 var.*
Ali: *7.12 Var. Şu, şu aradaki fark çok fazla. Onu nereye koyaca[ğı]z?*
Sude: *En düşük olanlar… Hani aralarındaki bir kaç sayı…*
Onur: *8.18'i hımm. Üçe koyalım diyece[ği]m. İkiye koyalım (2. grubu göstererek).*
Sude: *Ya bir dakika… Diğerlerine biraz daha güçsüz olsun.*
Ali: *İkiye koyalım.*
Onur: *İkiye. Nilay'ı ikiye yaz. İkiye (2. grubu göstererek)*
Ali: *Neden?*
Onur: *7.34 var.*

Ali: *7.34'ü…*
Onur: *12 var ama.*
Ali: *7.12'yi üçüncü gruba yazalım.*
Sude: *Kim o?*
Onur: *Nilay. Nilay (2. grubu göstererek)*
Sude: *Nihan.*
Ali: *En sonunda 7.34'ü Aysun (1. grubu göstererek)*



Şekil 36: İkinci Odak Grubun 40 Metre Koşu Değişkenine Ait Oluşturduğu Gruplama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin oyuncuların değerlendirilmesinde eşit hızlara sahip olanlar bulunmadığından önceki iki değişkende olduğu gibi artan oyuncu belirleyerek en son değerlendirme yoluna gitmediklerini göstermektedir. Ayrıca grupları dağılımını yaparken grupların yarısının seçimi gerçekleştikten sonra kullandıkları stratejiye bağlı kalmaktan vazgeçip rastgele kriterler kullanarak oyuncuları dağıtma yoluna gitmişlerdir (3.1). Bu yaklaşım öğrencilerin ilk başta oluşturdukları modele uygun olarak hareket etmemiş olduklarını ve ilk iki değişken için kullandıkları *"gruplama sistemi*" ne göre amaçlarına daha az hizmet eden bir yaklaşım sergilediklerini göstermektedir. Öğrencilerin sürecin ortasında fikir değiştirme yoluna gittikleri dolayısıyla sistematik bir düşünüş şeklinden tamamen uzaklaştıkları görülmektedir. Bir başka deyişle matematiksel modelden matematiksel çözümler yapmak için hesaplamaya uygun bir sembolik formül oluşturup uygulamakta tutarlılık sağlanamamıştır. Öğrencilerin *kırk metre koşu* değişkenine ait oyuncuları gruplara seçim sırası ile hangi gruplara yerleştirdikleri aşağıdaki Tablo 8'de özetlenmiş ve artan oyuncuların yerleşim şekli koyu renkle gösterilmiştir.

1.Grup			*2.Grup*			*3. Grup*		
Seçim Sırası	*Oyuncu*	*40 metre koşusu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*40 metre koşusu*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*40 metre koşusu*
1	Nalan	5.87	2	Pelin	5.98	3	Neslihan	6.01
4	Bahar	6.21	5	Seda	6.27	6	Eda	6.32
7	Özlem	6.34	8	Elif	6.44	9	Deniz	6.54
11	**Duygu**	**6.75**	**12**	**Çiğdem**	**6.78**	**10**	**Gözde**	**6.72**
15	**Gül**	**7.01**	**14**	**Gülden**	**6.95**	**13**	**Esra**	**6.88**
18	**Aysun**	**7.34**	**16**	**Nilay**	**8.18**	**17**	**Nihan**	**7.12**

Tablo 8: İkinci Odak Grubun Kırk Metre Koşu Değişkeni İçin Grupların Oluşturulmasına Ait Özet Tablo

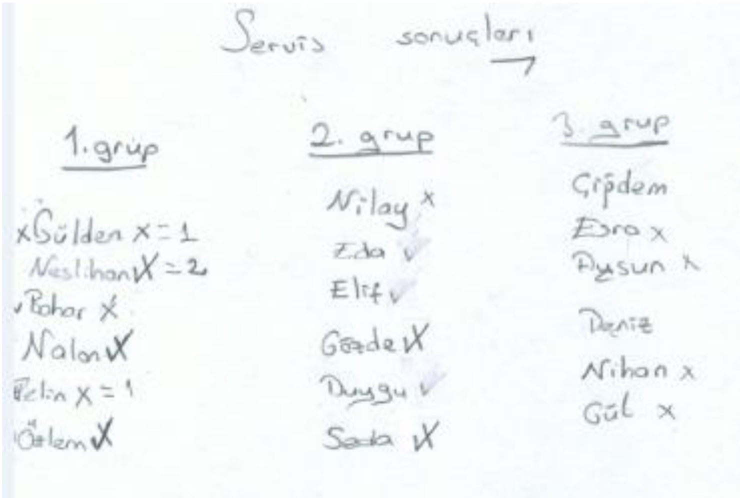
Öğrenciler *kırk metre koşu* değişkenine bağlı olarak grupları oluşturduktan sonra Alican'ın *"servis sonuçlarımız"* şeklinde seslenişi ile dördüncü değişken üzerine odaklanmışlardır. Oyuncuları gruplandırırken ilk iki değişken olan *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerindeki "*gruplama sistemi*" ile benzer bir strateji kullanmışlardır. *Servis sonuçları* değişkenine ait bileşenler en büyük değerden itibaren incelenmeye başlanmıştır. Oyuncular en büyük bileşene sahip olandan en küçük bileşene sahip olan oyuncuya doğru sırasıyla 1., 2., ve 3. gruba dağıtımı (3.1) aşağıdaki şekilde tartışarak gerçekleştirmişlerdir:

Onur: *En küçük…*
Ali: *Servis sonuçları… 10'da 10 var. 1, 2, 3. 3 tane var.*
Onur: *3 tane. Büyükten küçük var.*
Ali: *Gülden, Nilay, Çiğdem (Sude sırasıyla 1. 2. ve 3. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Çiğdem.*
Ali: *Şimdi 9'lara bakalım.*
Onur: *9 kim varmış? Neslihan (Sude 1. gruba yerleştirerek)*
Ali: *Neslihan. Eda (Sude 2. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Şu 9 da var.*
Sude: *Esra…*
Onur: *Esra. Esra. Esra.*
Ali: *Esra (Sude 3. gruba yerleştirerek) Şu 9 arttı. Onu da bir…*
Onur: *O 9 dursun bir…*
Ali: *En en… O zaman. 8 Bahar.*
Sude: *8. Sekiz Bahar (1. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Elif.*
Sude: *Bahar, ikinci Elif (2. gruba yerleştirerek)*
Ali: *Elif. Üçüncüye…*
Onur: *Üçüncüye…*
Ali: *Aysun (Sude Aysun'u 3. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Aysun. Sekizler yine orada dursun.*

Ali: *Üç tane yine arttı.*
Onur: *Dursun.*
Ali: *Onları da paylaştıralım.*
Sude: *Üç tane arttıysa baştan…*
Onur: *Yine paylaştıralım bence.*
Ali: *Nalan (Sude 1. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Nalan, Gözde.*
Ali: *Gözde (Sude 2. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Deniz.*
Ali: *Deniz (Sude 3. gruba yerleştirerek).Şimdi 7'lere bakarsak. Pelin.*
Onur: *Pelin (Sude 1. gruba yerleştirerek)*
Ali: *7, 7, 7. Şu var.*
Sude: *Başka.*
Onur: *7, Duygu.*
Ali: *Duygu (Sude 2. gruba yerleştirerek)*
Onur: *7 başka yok.*
Ali: *6 var. İki tane 6 var. Hangisini seçece[ği]z?Nihan (Sude 3. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Nihan.*
Sude: *Nihan.*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *servis sonuçları* değişkeni için eşit seviyede takımların oluşturulması amacıyla oyuncuları üç gruba dağıtımı yaparken *boy uzunluğu* ve *kırk metre koşu* değişkenleri için kullandıkları stratejiye ait kuralı uygulamaya devam ettikleri görülmektedir. *Servis sonuçları* bileşenlerini büyükten küçüğe doğru yazılarak sıralama yapılmaksızın rastgele her gruba bir oyuncu olacak şekilde oyuncuların gruplara dağıtımı yapılmıştır (3.1). Bu dağıtım esnasında en son yerleştirilen oyuncuya ait bileşenle aynı değere sahip olan Gül ve en sona kalan iki oyuncu olan Özlem ile Seda'nın gruplara dağılımı ertelenmiştir. Bu oyuncuların yerleşim şekli Tablo 9'da koyu renkle gösterilmiştir. En sona kalan bu oyuncuların yerleştirilmesi ise aşağıdaki şekilde tartışılarak gerçekleşmiş ve Şekil 37'deki gruplar oluşturulmuştur:

Onur: *Özlem.*
Sude: *1. gruba ekliyorum değil mi?*
Onur: *Hı hı. Bundan böyle…(Sude Özlem'i 1. gruba yerleştirerek)*
Ali: *Ve şu 6, 9… Şimdi… 6'yı Deniz. Şu Seda'yı yaz.*
Sude: *3. gruba mı?*
Ali: *Yo ikiye. Seda…(Sude 3. gruba yerleştirerek)*
Onur: *Seda. O zaman Gül üçe düştü (3. grubu göstererek).*



Şekil 37: İkinci Odak Grubun Servis Sonuçları Değişkenine Ait Oluşturduğu Gruplama Sistemi

Yukarıdaki alıntılarda öğrencilerin *boy uzunluğu ve dikey sıçrama* değişkenlerindeki *"gruplama sistemi"* ile aynı stratejiyi benimsedikleri görülmektedir. Bir başka deyişle öğrenciler *boy uzunluğu* ve *dikey sıçrama* değişkenlerindeki son üç oyuncu için kullandıkları stratejilerini devam ettirerek ilk benimsedikleri uygun sembolik formüle bağlı kalmamışlardır. Öğrenciler *servis sonuçları* değişkenine ait grupları oluşturmayı bu şekliyle tamamlandıktan sonra grupların eşit olup olmadığı herhangi bir matematiksel hesaplama yoluna gidilerek sorgulanmamıştır. Öğrencilerin servis sonuçları değişkenine ait oyuncuları gruplara seçim sırası ve hangi gruplara yerleştirdikleri aşağıdaki Tablo 9'da özetlenmiştir.

1.Grup			***2.Grup***			***3. Grup***		
Seçim Sırası	*Oyuncu*	*Servis Sonuçları*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Servis Sonuçları*	*Seçim Sırası*	*Oyuncu*	*Servis Sonuçları*
1	Gülden	10	2	Nilay	10	3	Çiğdem	10
4	Neslihan	9	5	Eda	9	6	Esra	9
7	Bahar	8	8	Elif	8	9	Aysun	8
10	Nalan	8	11	Gözde	8	12	Deniz	8
13	Pelin	7	14	Duygu	7	15	Nihan	6
16	**Özlem**	**5**	**17**	**Seda**	**6**	**18**	**Gül**	**9**

Tablo 9: İkinci Odak Grubun Servis Sonuçları Değişkeni İçin Grupların Oluşturulmasına Ait Özet Tablo

Dört değişken için gruplar oluşturulduktan sonra öğrencilerden Sude "*smaç sonuçları*" diye seslenerek beşinci ve son değişken üzerinde çalışma yapılmasını hatırlatmıştır. Ancak grup üyeleri tarafından bu öneriye itiraz edilmiş ve Ali'nin elde edilen gruplar için "*karşılaştıralım*" önerisi tartışılarak kabul edilmiştir. Bunun üzerine *smaç sonuçları* değişkeni için grup oluşturma yoluna gidilmemiştir. Öğrenciler uzun süre bu karşılaştırma işlemini nasıl yapacaklarıyla ilgili bir strateji geliştiremedilerse de öğrencilerden Onur bireysel olarak smaç sonuçları değişkenini ilişkilendirmeye başlaması üzerine Ali'nin elde ettikleri grupları göstererek "*şunları bir hep beraber yapalım ondan sonra hepsini hep beraber başlarız*" şeklindeki seslenişiyle grubun birlikte hareket etmesi gerektiği vurgulanmıştır. Bu yaklaşımla ne yapılacağına karar verme aşamasında grubun birlikte bir strateji geliştirmesi gerektiği bireysel çalışmaya karşı çıkılarak ortaya atılmıştır. Bunun üzerine modeli bir adım daha geliştirmeye yönelik olarak tüm değişkenler için 1. grupların incelenip her bir oyuncunun bu grupta kaç kez yer aldığının belirlenmesi yoluyla karşılaştırma yoluna gidilmiştir (3.2), (3.3). Oyuncuların karşılaştırılması aşağıdaki şekilde tartışılarak hesaplanmış ve belirledikleri sayılar ve kullandıkları kodlar aşağıdaki Tablo 10'da özetlenmiştir.:

Ali: *Şimdi Bahar burada 1 tane var. Or[a]da kaç tane var? (1. gruplardaki kişilerin kullanılış sayılarını belirleyerek)*
Onur: *Bur[a]da var 1 tane (Gruplara ayırdıkları kâğıtları göstererek).*
Ali: *Üç tane var. 1, 2… 3 tane var. Kaç tane grup vardı? 4 tane mi var?*
Onur: *3 tane.*
Sude: *Evet 4 tane.*
Ali: *4 taneden 3 tane… Şimdi Çiğdem'e bakarsak…*
Sude: *Çiğdem…*
Ali: *Bur[a]da 1 tane var.*
Sude: *1 tane var o zaman bende de yok.*
Ali: *Çiğdem'e o zaman çarpı atalım.*
Sude: *Çarpı koyda, onu atalım.*
Ali: *Nilay…*
Sude: *Nilay, bende yok.*
Ali: *Bende 2 tane var. Aysun.*
Sude: *Hımmm. Aysun. 1 tane var.*
Onur: *Bur[a]da var (Eliyle Kader'deki kâğıdı göstererek). 1 tane var.*
Ali: *3 tane bur[a]da. Bur[a]da da var.*
Sude: *3 tane olanlara…*
Ali: *Özlem…*
Sude: *Özlem. 1,2 tane var. 4, 4 o full yaptı.*
Ali: *Özlem 4 tane var. O zaman bunu… (Elindeki gruplandırdıkları kağıdı karalayarak).*
Sude: *Seda…*
Ali: *Seda, bende yok. 1 tane var.*
Sude: *Bende hiç yok.*
Ali: *Hımmm buna çarpı koyalım (Kâğıtta bulunan isme çarpı işareti koydu).*

Oyuncu	Sayı	Kod
Bahar	3	
Çiğdem	1	X
Nilay	2	/
Aysun	3	
Özlem	4	
Seda	1	X

Tablo 10: İkinci Odak Grubun Boy Uzunluğu Değişkeni İçin Oluşturulan 1.Gruptaki Oyuncuların Karşılaştırılmasında Kullanılan Kodlama Sistemi

Yukarıdaki alıntılarda öğrencilerin sadece *boy uzunluğu* değişkeninin 1. grubunda bulunan oyuncuların diğer değişkenler için belirlenen 1. gruplarda kaç kez isimlerinin geçtiğini belirlemeyi amaçladıkları görülmektedir. Öğrenciler modeli geliştirmek adına matematiksel çözümlere ulaşmak için bir veri grubunda en çok tekrar eden veri olan "tepe değer" kavramını kullanma yolunu tercih etmişlerdir. Bu esnada boy uzunluğu değişkenine ait 1. grupta bulunan kişilerin isimlerinin yanına kullanılış sayıları kaydedilmiş ve 1 için çarpı (X), 2 için yarım çarpı (/) şeklinde bir de "*kodlama sistemi*" kullanılırken 3 ve 4 için ise herhangi bir kod kullanılmamıştır. Bir başka deyişle çözümlerinin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde edilmiş, matematiksel hesaplama yaparak toplamsal sonuçlar kodlanarak semboller kullanılmış ve soyutlama yoluna gidilmiştir. Ancak bu strateji sadece *boy uzunluğu* değişkeni için oluşturulmuş 1. gruptaki altı kişi için belirlenmiştir. Diğer değişkenlerin 1. gruplarında ismi geçen oyuncular için nasıl bir uygulama yapılacağı ise aşağıdaki gibi sorgulanmıştır (3.2):

Ali: *Artanlar ne ol[a]cak? Çiğdem, Nilay. Nilay 1 tane bende, 2 tane bende var.*
Sude: *Bende hiç yok. Nalan var bende.*
Onur: *Neslihan'a da bak.*
Ali: *Şimdi şur[a]da o zaman en fazla Nilay mı var?*
Sude: *Gerçi biz bunları 2 grup diye ayırmayacaktır. Eşit diye ayıracaktır. Biz şimdi hani birbirine eşit olanları bakıyo[ru]z ya.*
Onur: *Eşit seviyede üç takıma ayıracaksın.*
Sude: *İşte biz şimdi hani büyük, daha iyi olanları seçiyo[ru]z ya bur[a]da.*
Ali: *Daha iyi olanları seçmiyo[ru]z ki?*
Sude: *Ya daha iyi olanlar dört grupta olmuyo[r] mu? Hani her grupta birinci sırada yer almışsa…*
Ali: *Yok. Şimdi bunları biz ne yapaca[ğı]z? Bunların hepsinden bunların birinci grup ya şimdi bunların hepsi… 1. grup olduğundan dolayı onların içinde en fazla olanları seçece[ği]z. İkincide de en fazla olanları seçece[ği]z. Üçüncüde de en fazla olanları seçince, artanları da hepsini birer birer paylaştırınca eşit olacak.*
Sude: *He o şekilde.*

Yukarıdaki alıntılarda öğrencilerin oyuncuların gruplarda kullanılış sayılarını belirlemeleri sırasında sadece bir değişkene ait gruptaki oyuncuların kullanılış sayılarının tespit edildiği ve bunun dışındaki 1. gruplarda bulunan diğer oyuncular için nasıl bir strateji geliştireceklerini bilmedikleri görülmektedir. Onur'un bu diğer 1. gruplardaki oyuncuları fark ederek "*Neslihan'a da bak*" şeklindeki düşüncesi grup üyelerince önemsenmemiştir. Bir başka deyişle önceden model üzerinde planlama yaparak stratejilerini baştan belirleme yoluna gitmeksizin elde ettikleri sonuçları nasıl değerlendirmeye alacaklarını daha önce değişkenlerin bağımsız değerlendirilmesinde olduğu gibi farklı sonuçlarla karşılaştıklarında karar verdikleri görülmektedir. Bir başka deyişle matematiksel çözümler elde ettiklerinde bu sonuçlarla ilgili bir başka strateji gerektiren durumlarda tekrar model üzerinde tartışarak yeni varsayımlar geliştirdikleri görülmektedir. Ali'nin buna paralel olarak bir grupta ismi en çok geçen oyunculardan eşit takımların oluşturulacağı şeklinde stratejiyi ortaya koyması grup üyelerince 1. grup için bu stratejinin uygulanmış olmasına ve bu uygulamada görüş bildirmiş olmalarına rağmen ne yaptıklarının yeni farkına vardıklarını göstermektedir. Bu durum grup üyelerinden birinin kullanılacak stratejiye bireysel karar verebildiği ve bunun da diğer üyeler tarafından sorgulanmaksızın kabul edebildiği bir yaklaşımın benimsendiğini göstermektedir.

Öğrenciler en son 1. grup için uyguladıkları stratejiyi 2. grup için de uygulamıştır. *Boy uzunluğu* değişkeni 2. grupta yer alan oyuncuların tüm değişkenlerin 2. gruplarında yer alma sayıları (3.3) aşağıdaki şekilde tartışılarak hesaplanmış ve belirledikleri sayılar ve kullandıkları kodlar aşağıdaki Tablo 11'de özetlenmiştir:

> **Sude:** *Pelin 2. grup.*
> **Ali:** *Nilay da dursun bir yarım çarpı olsun. 2 tane var. Elif?*
> **Sude:** *Elif bende var 1 tane.*
> **Onur:** *Onu yuvarlağa almaya gerek yok.*
> **Ali:** *Bahar sende kaç tane var?*
> **Sude:** *Bahar bende 2 tane var.*
> **Ali:** *1 tane de bende var.*
> **Onur:** *3..*
> **Ali:** *Elif…(2. gruptaki kişileri karşılaştırmaya başlayarak)*
> **Sude:** *Elif… 2 tane var.*
> **Ali:** *1 tane de bende var. Üç. Duygu…*
> **Onur:** *Çok dağılıyo[r] öyle.*
> **Ali:** *Dur bir Onur. En sonunda yaparız.*
> **Sude:** *Duygu bir tane var.*

Ali: *İki tane de bende var. Üç.Esra.*
Sude: *Esra yok bende.*
Ali: *Bende 2 tane var. Yarım çarpı. Eda…*
Sude: *Eda bir tane var.*
Ali: *2 tane bende var. 3. Gül?*
Sude: *Gül yok.*
Ali: *2 tane bende var.Nihan?*
Sude: *Nihan yok.*
Ali: *2 tane de bende var.*

Oyuncu	Sayı	Kod
Elif	3	
Duygu	3	
Esra	2	/
Eda	3	
Gül	2	
Nihan	2	

Tablo 11: İkinci Odak Grubun Boy Uzunluğu Değişkeni İçin Oluşturulan 2.Gruptaki Oyuncuların Karşılaştırılmasında Kullanılan Kodlama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin 1. grup için kullandıkları sayıları belirlemede aynı stratejiyi 2. grup için de kullandıkları göstermektedir. Ancak burada öğrencilerin kodları kullanırken Esra adlı oyuncu için buldukları 2 değerini yarım çarpı (/) ile ifade ederken diğer 2 değerlerine benzer kodu kullanmadıkları ve 3 değeri için herhangi bir kod kullanmamaya devam ettikleri görülmektedir. Bir başka deyişle çözümlerinin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde edilmiş, matematiksel çalışma yapılarak toplamsal sonuçlar sembolleştirilerek notasyonlar kullanılmış ancak aynı değerler için notasyonların kullanımında sistematik bir yöntem tercih edilmemiştir. Ayrıca karşılaştırma ve sayıların belirlenmesi işlemi oyuncunun boyu değişkenine ait 2. grupta belirlenmiş olan oyuncular için yapılmış ve 1. grupta uygulanan şekilde diğer değişkenlerin 2. gruplarında bulunan oyuncuların bu gruplarda yer alma sayıları belirlenmemiştir.

Öğrenciler en son 1. ve 2. grup için uyguladıkları stratejiyi 3. grup için de uygulama yoluna gitmişlerdir. *Boy uzunluğu* değişkeni 3. grupta yer alan oyuncuların tüm değişkenlerin 3. gruplarında yer alma sayıları (3.3) aşağıdaki şekilde tartışılarak hesaplanmış ve belirledikleri sayılar aşağıdaki Tablo 12'de özetlenmiştir:

Ali: *Neslihan…(3. gruptaki kişileri karşılaştırmaya başlayarak)*
Sude: *Neslihan 1 tane var.*
Ali: *1 tane de bende var.Nalan…*
Sude: *Nalan yok.*
Ali: *Bende 1tane var.*
Sude: *Nalan mı?   He anladım Nalan. Yok.*
Ali: *Gülden…*
Sude: *Gülden, yok.*
Ali: *2 tane var bende.Gözde…*
Sude: *Hımm. 1 tane var.*
Ali: *Gözde. 1 tane de bende var.Pelin. 2 bende var.*
Sude: *Bende hiç yok.*
Ali: *Deniz. 2 bende var.*
Sude: *Deniz, 2 tane de bende var.*
Ali: *4 tane.*

Oyuncu	**Sayı**	**Kod**
Neslihan	2	
Nalan	1	
Gülden	2	
Gözde	2	
Pelin	1	
Deniz	4	

Tablo 12: İkinci Odak Grubun Boy Uzunluğu Değişkeni İçin Oluşturulan 2. Gruptaki Oyuncuların Karşılaştırılmasında Kullanılan Kodlama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin diğer iki grup için oyuncu sayılarını belirlemek için kullandıkları stratejiyi devam ettirdiklerini ancak 1. ve 2. grup için kullanılan "*kodlama sistemi*" nden tamamen uzaklaşarak 1, 2, ve 4 değerleri için herhangi bir kod kullanmadıkları görülmektedir. Bir başka deyişle çözümlerinin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar matematiksel çalışma yaparak elde edilmiştir. Fakat sembollerin kullanılmasında gruplar arasında sistematik bir kodlama sistemine bağlı kalınmamış her üç grup için de kodlamada değişken bir yaklaşım sergilenmiştir. Bu durum öğrencilerin belirledikleri stratejiye uygun sembolik kurala bağlı kalmakta zorlandıklarını göstermektedir.

Bu aşamaya kadar öğrenciler sadece *boy uzunluğu* değişkenindeki her üç gruptaki oyuncuların kullanılış sayılarının belirlemiş diğer değişkenlere ait gruplardaki oyuncuların değerlendirilmesine yönelik herhangi bir strateji belirlememişlerdir. İlk değişken olan *boy uzunluğu* değişkenine ait grupların değerlendirmeleri tamamlandıktan sonra diğer değişkenlerde değerlendirmeye alınmayan oyuncuların incelenmesi Ali'nin arkadaşlarına "*olmayanları oku sen*" şeklindeki seslenişiyle ortaya koyulmuştur. *Boy uzunluğu* değişkeni 1. grupta bulunan oyunculardan farklı diğer değişkenlerin 1. gruplarındaki oyuncuların toplam yer alma sayıları aşağıdaki şekilde tartışılarak hesaplanmış (3.3) ve belirledikleri sayılar ve kullandıkları kodlar aşağıdaki Tablo 13'te özetlenmiştir:

> ***Sude:*** *Nalan…(Önceden Alican'ın söylediklerini işaretlediklerinin haricinde kalanlardan 1. gruplardakileri söyleyerek)*
> ***Ali****: Nerde? 1 tane var.*
> ***Sude:*** *Bende de 2 tane var. Ona tik yazayım mı?*
> ***Ali:*** *3 o zaman… Yok sen tik koy.*
> ***Sude:*** *Bahar…*
> ***Ali:*** *Bahar.*
> ***Onur:*** *Bir…*
> ***Ali:*** *Yok Bahar'ı şey çıkarttık ya. 12' de olmamaları lazım. Özlem.*
> ***Sude:*** *Özlem 2 tane var bende. Sende?*
> ***Onur:*** *1… 2 tane de Alican'da var. 4..*
> ***Ali:*** *4. Duygu…*
> ***Sude:*** *Duygu… Bende 1 tane var sende?*
> ***Onur:*** *Ali da yok.*
> ***Ali:*** *Bende yok. O öyle bir dursun. Gül…*
> ***Sude:*** *Gül…1 tane var sende?*
> ***Ali:*** *Şimdilik yok.*
> ***Sude:*** *Aysun?*
> ***Ali:*** *Var…*
> ***Onur:*** *2 tane.*
> ***Ali:*** *2 var, 1 de orada 3 tane. Tik at (Kader'deki kâğıdı işaret ederek). Ama bende olup da onda olmayanlar da var.*
> ***Sude:*** *Eee doğru ya. Neslihan…*
> ***Ali:*** *1 bende var…*
> ***Sude:*** *1 tane de bende var.*
> ***Ali:*** *2.*
> ***Sude:*** *Tamam.Hı hı. Pelini… Pelin… Bende 1 tane var. Artı…*
> ***Ali:*** *Bende yok.*
> ***Sude:*** *Neslihan bende 1 tane… 2 tane… Bende de 2 tane.*
> ***Ali:*** *Bende 2 tane var. Elif?*
> ***Sude:*** *1 tane var.*

Oyuncu	Sayı	Kod
Nalan	3	✓
Bahar	3	✓
Özlem	4	✓
Duygu	1	X
Gül	1	X
Aysun	3	X
Neslihan	2	$\cancel{\checkmark}$
Pelin	1	X
Elif	1	X

Tablo 13: İkinci Odak Grubun Oluşturdukları 1. Gruptaki Tüm Oyuncuların Karşılaştırılmasında Kullanılan Kodlama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin daha önce *boy uzunluğu* değişkeninde 1. grupta değerlendirdikleri Bahar, Özlem ve Aysun' u ikinci kez değerlendirmeye aldıklarını göstermektedir. Ayrıca öğrenciler *boy uzunluğu* değişkeninde kullandıkları "kodlama sistemi" ne benzer bir yöntemi kodları değiştirerek diğer değişkenler için de kullanmaya devam ettikleri görülmektedir. Oyuncular için hesaplanan 3 ve 4 değeri tik (✓) ile, 2 değeri tikin üzerine çizgi atılarak ($\cancel{\checkmark}$) ve 1 değeri ile daha önceki değerlendirmede yüksek olarak belirlediklerini diğer değişkenler için bir daha değerlendirmeye almamak amacıyla çarpı (X) koduyla sembolle gösterme yoluna gidilmiştir. Öğrencilerden Ali değerlendirmeyi yaptığı arkadaşına "*sen yap oraya benimki karışıyo[r]*"şeklinde bir ifade kullanmış ve değişkenlere ait grupların bulunduğu iki kağıt iki kişi arasında ayrı ayrı kodlanmaya başlanmıştır. Burada öğrenciler kodlamayı birbirleriyle karşılaştırarak farklılık olduğu anlaşıldığı anda zaman zaman kodları silerek değiştirmiş kodlamada karışıklık yaşamışlardır. Burada öğrencilerin çözümün yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde ederek matematiksel çalışma yapmaya devam ettikleri görülmektedir.

Öğrenciler *boy uzunluğu* değişkeninin 2. grubu dışında olan diğer değişkenlerin 2. gruplarında bulunan oyuncuların sayılarını belirlemek amacıyla hesaplama yapmaya devam etmişlerdir (3.3). Bu gruplardaki oyuncular aşağıdaki şekilde değerlendirmeye alınmış ve belirledikleri sayılar ile kullandıkları kodlar aşağıdaki Tablo 14'de özetlenmiştir:

Ali: *2. grubu seçece[ği]z şimdi.*
Sude: *Sen söyle bana baştan yapalım. (2. gruptaki kişi sayılarını göstererek)*
Ali: *Elif. (Oyuncunun boyu ve dikey sıçramalarının olduğu kağıttaki 2. gruptaki kişileri söylemeye başlayarak)*
Sude:*1, 2 tane var.*
Ali: *1 tane bende 3. Gül.*
Sude: *1 tane var.*
Ali: *2 tane bende 3.Esra?*
Sude: *Esra, yok bende.*
Ali: *2 tane bende var.Eda?*
Sude: *Eda, 1 tane var.*
Ali: *2 tane de bende var. 3.Gül?*
Sude: *Gül hiç yok.*
Ali: *Bende 2 tane var.Nihan?*
Sude: *Nihan yok.*
Ali: *Nihan bende 2 tane var. Bir, iki, üç tane bur[a]dan seçtik.*
Sude: *Hı. Aşağıya bakalım.*
Ali: *Aşağıda zaten aynıları. Ama Duygu tamam. Elif burada var mı? Yok. Elif. Sen söyledin. 2 tane var sende. Duygu, hatta var. Şurada çarpı olarak var.*
Sude: *Duygu bende de var.*
Ali: *Esra…*
Sude: *Esra hiç yok.*
Ali: *Esra… Eda… Duygu… Nihan… O zaman Gözde?*
Sude: *1 tane var*
Ali: *Ona da çarpı.Bunu sen anlat.*
Sude: *İkinciyi mi?*
Ali: *2. grubu sen anlat (Kader'de kendi kağıdından farklı olanları bulmak amacıyla)*
Sude: *Pelinler.*
Ali: *Şuradan itibaren.*
Sude: *Pelin?*
Ali: *Ben de hiç yok.*
Sude: *Bende 1 tane var.*
Ali: *Çarpı at ona.*
Sude: *Seda?*
Ali: *Bende hiç yok.*
Sude: *Bende 2 tane var.*
Ali: *Çarpı at ona. Elif?*
Sude: *Bende 2 tane var sende?*
Ali: *Ya onu zaten yapmışız. Çiğdem? Dur bakayım.*
Sude: *O zaman ben buna bir tik atayım. Zaten bir çarpı var 1 tane. Çiğdem.*
Ali: *Çiğdem.*
Sude: *1 tane var.*
Ali: *Bende yok. Çarpı at.*
Sude: *Gülden? Bende yok.*
Ali: *Yok. Çarpı at.*
Sude: *Nilay? Bende 2 tane var.*
Ali: *Nilay. Zaten alt grupta. Çarpı at alt gruba yaptık.*

Sude: *Alttakini okuyayım.*

Ali: *Yok dur.He Oku Şimdi.*

Sude: *Nilay.*

Ali:*Nilay. Tamam.   Alt grupta var. 1. grupta.*

Sude: *Eda?*

Ali: *1,2 tane bende var.*

Sude: *1 tane de bende var 3.*

Ali: *Tamam tik at.*

Sude: *Elif?*

Ali: *1 tane var.*

Sude: *1, 2 tane de bende var.*

Ali: *Tamam. Gözde?*

Sude: *Gözde.   Bende 1 tane var.*

Ali: *1 tane… 1 tane de bende var.*

Sude: *Duygu…*

Ali: *Duygu… 1, 2.*

Sude: *2 tane sende, 1 tane bende 3.*

Ali: *Seda…*

Sude: *Seda…*

Ali: *Yok. Yok bende.*

Sude: *2 tane bende var.*

Oyuncu	Sayı	Kod
Elif	3	√
Esra	2	
Eda	3	√
Gül	2	
Nihan	2	
Gözde	2	X
Pelin	1	X
Seda	2	X
Çiğdem	1	X
Gülden	1	X
Nilay	2	X
Duygu	3	√

Tablo 14: İkinci Odak Grubun Oluşturdukları 2. Gruptaki Tüm Oyuncuların Karşılaştırılmasında Kullanılan Kodlama Sistemi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin daha önce *boy uzunluğu* değişkeninde 2. grupta değerlendirdikleri Elif, Esra, Eda, Gül, Nihan ve Duygu'yu ikinci kez değerlendirmeye aldıklarını göstermektedir. Ayrıca öğrenciler 1.grup için kullandıkları "*kodlama sistemi*" ne benzer bir yöntemi 2.grup için de değerlerin kodlarını değiştirerek kullanmaya devam ettikleri görülmektedir. Oyuncular için hesaplanan 3 değerinin tik (√) ile ve 1 değerinin çarpı (X) ile gösterilmeye devam ettiği daha önce ise 2 değeri tikin üzerine çizgi atılarak ($\cancel{\surd}$) gösterilirken bu kez bazen çarpı (X) bazense hiçbir kod kullanılmadan ifade edildiği sistematik bir kodlama kullanılmadığı görülmektedir. Bir başka deyişle matematiksel çalışma yaparak çözümlerinin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde edilmiştir. Fakat aynı değer 1. grup ve 2. grup için farklı kodlarla belirtilmiş; sembollerin kullanılmasında bu stratejiden vazgeçilmiştir. Bu durum öğrencilerin *boy uzunlukları* değişkenine ait grupların oyuncuları için gerekli hesaplamalarda yaşanan "*belirledikleri stratejiye uygun sembolik kurala bağlı kalamama*" durumunun devam ettiğini göstermektedir.

Öğrenciler 1. ve 2. gruplarda *boy uzunluğu* değişkeni için oluşturulan gruplar dışında kalan oyuncuları değerlendirdikten sonra Ali adlı öğrenci *smaç sonuçlarını* göstererek "*bunlarda da şunlara bakmamız lazım, ondan sonra bunlardan en fazla olanları 2'lere yazarız, siz onları bi[r] yapın ben bunları halledeyim*" (3.3) diyerek beşinci değişken üzerine dikkat çekerek grup üyeleri arasında iş bölümü yapmayı önermiştir. Ayrıca bu öneriyi ortaya koyarken smaç sonuçlarına göre daha önce gruplardaki oyuncular arasında sayıca fazla olan 2 değeri için oyuncuları karşılaştırma fikrini ortaya atmıştır. Bir başka deyişle oyuncuların gruplarda yer alış sayısı belirlendikten sonra elde edilen sonuçların nasıl değerlendirileceği bilinmediği için yeni bir sonuçlarla karşılaştıklarında kullanacakları stratejiye daha önce değişkenlerin bağımsız değerlendirilmesinde olduğu gibi model üzerinde çalışma yaparken strateji geliştirdikleri görülmektedir. Bu sebepten dolayı matematiksel çözümler elde ederken bir başka strateji gerektiren durumlarda tekrar model üzerinde tartışarak yeni varsayımlar geliştirdikleri görülmektedir. Bunun üzerine grup üyelerinden Ali gruplar için oluşturdukları sayılar ve kodlar üzerinde çalışmaya devam ederken diğer öğrenciler smaç sonuçları değişkeni üzerine odaklanarak bu değişkene ait bileşenleri aşağıdaki şekilde muhakeme etmişler (3.3) ve problem kağıdı üzerinde Şekil 38'deki işlemleri ve kodlamaları yapmışlardır:

> **Sude:** *Şöyle tut ben de bakayım. Sayılara tik koy, diğerlerine çarpı. Çarpı, çarpı, tik, tik, çarpı (Bahar' ın smaç sonuçları için). Hücum sayısı tik, geri geldi çarpı, top dışarı çarpı, plase geri geldi çarpı, hücum sayısı tik, 2 (Pelin'in smaç sonuçlarını inceleyerek). Top dışarıdaymış. Top dışarda olunca zaten bize sayı kaybettiriyor. Çarpı olacak. O da sayılmayacak o zaman. Geri geldi çarpı, geri geldi çarpı, hücum sayısı tik, filede çarpı, 1 (Elif'in smaç sonuçlarına bakarak). Hücum sayısı tik, hücum sayısı tik, plase sayısı tik, hücum sayısı tik, geri geldi çarpı, 4 (Neslihan'ın smaç sonuçlarına bakarak). Dur ben yazayım. 2, 2, 1, 4. Top dışarıda çarpı, top filede çarpı, geri geldi çarpı, geri geldi çarpı, plase geri geldi çarpı hepsi 0.*

Onur: *Hücum sayısı 1, plase sayısı 1, hücum sayısı 1, geri geldi çarpı, hücum sayısı 1 etti 4.*
Sude: *Top dışar[ı]da çarpı, hücum sayısı tik, top filede çarpı, top filede çarpı, plase geri geldi çarpı, 1.*
Onur: *Çarpı, tik, tik, tik, tik (Aysun'un smaç sonuçları için).*
Sude: *4 oldu.*
Onur: *Çarpı, çarpı, çarpı, çarpı, çarpı, 0 (Eda'nın smaç sonuçları için).*
Sude: *Tik, tik, tik, çarpı, çarpı, 2 (Nilay' ın smaç sonuçları için).*
Onur: *Çarpı, tik, çarpı, çarpı, tik,2 (Duygu'nun smaç sonuçları için).*
Sude: *Tik, tik, tik, tik, çarpı, 4 (Nalan' ın smaç sonuçları için).*
Onur: *Tik, çarpı, çarpı, çarpı, çarpı, 1 (Gözde'nin smaç sonuçları için).*
Sude: *Çarpı, çarpı, çarpı, tik, çarpı, 1 (Esra'nın smaç sonuçları için).*
Onur: *Tik, çarpı, çarpı, tik, çarpı, 2 (Seda'nın smaç sonuçları için).*
Sude: *Çarpı, tik, çarpı, çarpı, çarpı, 1 (Deniz'in smaç sonuçları için).*
Onur: *Tik, çarpı, tik, tik, tik, 4 (Gül'ün smaç sonuçları için).*
Sude: *Çarpı, çarpı, tik, çarpı, tik, 2 (Çiğdem'in smaç sonuçları için).*
Onur: *Biz yaptık.*

Smaç Sonuçları (5 deneme için)

Plase geri geldi ✗	Plase sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Top filede ✗	Geri geldi ✗	2
Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	Top dışarıda ✗	Plase geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	2
Top dışarıda ✗	Geri geldi ✗	Geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	Top filede ✗	1
Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Plase sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	4
Top dışarıda ✗	Top filede ✗	Geri geldi ✗	Geri geldi ✗	Plase geri geldi ✗	0
Hücum sayısı ✓	Plase sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	4
Top dışarıda ✗	Hücum sayısı ✓	Top filede ✗	Top filede ✗	Plase geri geldi ✗	1
Top filede ✗	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Plase sayısı ✓	4
Top filede ✗	Top dışarıda ✗	Top filede ✗	Top dışarıda ✗	Geri geldi ✗	0
Plase sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Top dışarıda ✗	Geri geldi ✗	2
Plase geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	Top dışarıda ✗	Hücum sayısı ✓	2
Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Plase sayısı ✓	Top filede ✗	4
Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	Top dışarıda ✗	Top filede ✗	Plase geri geldi ✗	1
Top dışarıda ✗	Top filede ✗	Top filede ✗	Hücum sayısı ✓	Geri geldi ✗	1
Plase sayısı ✓	Plase geri geldi ✗	Plase geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	Top dışarıda ✗	2
Top dışarıda ✗	Hücum sayısı ✓	Top dışarıda ✗	Plase geri geldi ✗	Top dışarıda ✗	1
Plase sayısı ✓	Top filede ✗	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	Hücum sayısı ✓	4
Top filede ✗	Top dışarıda ✗	Hücum sayısı ✓	Plase geri geldi ✗	Hücum sayısı ✓	2

Şekil 38: İkinci Odak Grubun Smaç Sonuçları Değişkenine Ait Kodlama ve Sayısallaştırma Sistemi

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrenciler bu aşamada problemdeki diğer değişkenlerden *smaç sonuçlarını* sorgulamaktadırlar. *Smaç sonuçlarına* ait veriler öğrencilere nitel bilgi şeklinde sunulmuştur. Dolayısıyla bu değişken öğrencilerin karşısına yeni bir problem olarak çıkmaktadır. Öğrencilerin *smaç sonuçları* değişkeninin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetme yolunda sadece puan kazanma durumundan dolayı hücum sayısını ve plase sayısını dikkate aldıkları ve bunları tik (✓) ile gösterdikleri; topun dışarıda ve filede olmasından dolayı puan kaybetme ile plasenin ve topun geri gelmesinden dolayı oyunun devam etmesi durumlarını çarpı (X) ile kodlama yoluna gittikleri görülmektedir. Bu aşamada smaç sonucunda puan kazanma (+), puan kaybetme (-) ve oyunun devam etmesi (0) durumlarını birlikte doğru şekilde değerlendirmeye alınamamıştır. Değişkenin sadece puan kazanma durumu tik ile, oyunun devam etmesi durumunda puan değişikliği olmaması durumu çarpı ile uygun şekilde temsil edilirken puan kaybetme ve oyunun devam etmesi durumları eşit durumlar olarak değerlendirilerek değişkenin puan kaybetme durumu fark edilememiştir. Bir başka deyişle değişkenin farklı durumları arasındaki ilişki tam olarak keşfedilememiştir. Ancak *smaç sonuçları* değişkeninin bileşenleri için geliştirilen "*kodlama sistemi*" uygulaması tamamlandıktan sonra her bir oyuncu için kullanılan tik sayıları toplanarak elde edilen sayılar kaydedilmiştir. Bir başka deyişle nitel bilgi kullanılan "*kodlama sistemi*" yardımıyla sayısallaştırılarak çözümlenmiştir. Nitel bilgi nicel bilgi haline getirilerek çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde edilmiştir. Ancak bu elde edilen nicel bilgi *smaç sonuçları* değişkenine ait bileşenler arasındaki ilişkide puan kaybetme durumu kodlamada oyunun devam etmesi durumuyla aynı şekilde değerlendirmeye alındığından tüm durumların birlikte değerlendirmesine göre gerçek durumu daha kısıtlı temsil eden bir "*sayısallaştırma sistemi*" geliştirilmiştir. Dolayısıyla öğrenciler tarafından *smaç sonuçları* değişkeninin bileşenleri arasında bağlantı sınırlı da olsa kurulmuştur.

Matematiksel modelden matematiksel çözüme geçişte öğrencilerin ilk aşamada geliştirdikleri modelde tüm değişkenlerdeki bileşenleri birbirinden bağımsız ele alarak kendi içinde eşit gruplara dağıtıma yoluna gittikleri görülmüştür. Ancak bu dağıtım esnasında her bir değişkenin bileşenleri kendi içinde fakat birbirlerinden farklı stratejiler yardımıyla değerlendirmeye alınarak eşit takımların oluşturulmaya çalışıldığı görülmüştür. Benzer şekilde matematiksel çözümün ikinci aşamasında elde edilen gruplardaki oyuncuların grup içinde yer alış sayılarının belirlenmesi matematiksel kavram ve sembollerin seçimi ile birlikte matematiksel çalışma yapılarak gerçekleşmiştir. Bu modelle değişkenler ilişkilendirilerek bunlar arasında bağlantı kurulmaya çalışılmıştır. Bu esnada birbirinden farklı, tamamen bağımsız ve ilişkili olmayan "*kodlama sistemleri*" nin geliştirildiği görülmüştür. Ayrıca ilk model oluştuktan sonra matematiksel çözümler esnasında elde edilen sonuçlar sorgulanıp nasıl ilişkilendirileceğine yönelik strateji geliştirmek yerine sonuçlar elde edildikten sonra kararlar verilmiş ve uygulamaya konulmuştur. Bu da sistematik bir model oluşturmayı ve buna bağlı bir sonuca ulaşmayı engellemiştir. Bunun yanı sıra *smaç sonuçları* değişkenine ait nitel bilgi şeklinde verilen bileşenler gerçek durumu temsil etmede kısıtlı olsa da sayısallaştırılarak daha basit hale getirilmeye çalışılmıştır. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar ile *smaç sonuçlarından* elde edilen nicel veriler modelin gerçek dünyadaki anlamını yorumlamaya hazır hale getirilmiştir.

4. Matematiksel çözüm → Çözümün gerçek dünyadaki anlamı

Öğrenciler matematiksel modelden matematiksel çözümler elde ettikten sonra bu aşamada en son oluşturdukları gruplara ait oyuncu bilgilerini kullanarak problemde belirtilen üç eşit seviyede takımı oluşturup matematiksel çözümleri anlamlı hale getirmeye çalışmaktadır (4.1). Gruplardaki oyuncuların seçimine aşağıdaki şekilde devam edilmiştir:

> ***Ali:*** *Bur[a]da Nalan'ı seçtik (1. grubu göstererek), bur[a]da da var (40 metre koşudaki 1. gruptaki Nalan'ı sayarak) 1, 2 (servis sonuçlarındaki 1. gruptaki Nalan'ı sayarak), 3 (dikey sıçramadaki 1. gruptaki Nalan'ı seçerek). Nalan'dan 3 tane varmış. Bahar 1 (oyuncunun boyundaki 1. gruptaki Bahar'ı sayarak), 2 (40 metre koşudaki 1. gruptaki Bahar'ı sayarak), 3 (servis sonuçlarındaki 1. gruptaki Bahar'ı sayarak). Özlem 1 (40 metre koşudaki 1. gruptaki Özlem'i sayarak), 2 (servis sonuçlarındaki 1. gruptaki Özlem'i sayarak). (Buldukları sayıları oluşturduğu 1. gruptaki kişilerin üzerine yazarak)*
> ***Sude:*** *Özlem'i mi seçtin Gülden'i mi?*
> ***Ali:*** *2 tane olanları bunlara göre yapaca[ğı]z ya. (smaç sonuçlarını göstererek*
> ***Sude:*** *Ha.*

Öğrenciler model oluşturarak elde ettikleri toplamsal sonuçlar ile kodlamalardan yararlanmış ve bunları smaç sonuçlarıyla karşılaştırarak eşit seviyedeki takımlardan 1. grubu Şekil 39'daki gibi belirlemiştir (4.1):

> ***Ali:*** *Aysun?*
> ***Sude:*** *Ben söyl[eyey]im dur.*
> ***Ali:*** *1, 2, 3 (40 metre koşuda 1. grupta, oyuncunun boyu 1. grupta ve dikey sıçrama 1.grupta sayarak) 3 tane.*
> ***Sude:*** *Nilay?*
> ***Ali:*** *Nilay.*
> ***Sude:*** *Ben de yok (40 metre koşu ve servis sonuçlarının olduğu kağıda bakarak).*

Ali: *1, 2 (oyuncunun boyu 1. gruptaki ve dikey sıçrama 1. gruptakileri sayarak). Nilay 2.*
Onur: *Neslihan.*
Sude: *Bende 1 tane var (servis sonuçlarında 1. gruptaki kişilere bakarak).*
Ali: *1 tane de bende 2 oldu (dikey sıçramada 1. gruptaki kişilere bakarak).*
Sude: *Elif?*
Ali: *Ben de 1 tane var (dikey sıçramada 1. gruptaki kişilere bakarak).*
Sude: *Ben de hiç yok (40 metre koşu ve servis sonuçlarının olduğu kağıda bakarak). Biz onu 2. gruba seçiyo[r]duk dimi?*
Ali: *Dur, Nalan, Nalan'ı biz nereye seçtik? 2 tane bur[a]da (40 metre koşu ve servis sonuçlarının olduğu kağıda bakarak). 1, 2, 3. Şimdi bu birinci gruptakilere bir, iki, üç, dört, beş, altı tane seçmiyor muyuz?Şimdi bu 2'leri belirleyece[ği]z (oluşturduğu birinci grubun üzerindekileri göstererek) ondan sonra buraya bakaca[ğı]z (smaç sonuçlarını göstererek). Şimdi burda kaç tane 2 var onları hesaplayacaz (tüm alanlardaki kişileri göstererek).*
Onur: *Şimdi bunu yapınca bi[r] de mektubu yazınca bit[e]cek mi bu?*
Sude: *Evet.*
Ali: *Az silgiyi versene şunları sileyim (2. grupta kendi işaretlemelerini göstererek). 2 ve 3 olanları yap[a]caz. En fazla 2 olanları seçince bir de oraya bak[a]caz (smaç sonuçlarını göstererek).*

Şekil 39: İkinci Odak Grubun Oluşturduğu Eşit Takımlardan Birincisi

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin 1. grup için seçim stratejisinin tüm değişkenlerdeki gruplarda en yüksek sayıda yer alan oyuncuyu tercih etmek olduğunu ortaya koymaktadır. Bu şekilde en çok sayıda yer alan oyuncular Nalan (3), Bahar (3), Özlem (4), Aysun (3), Nilay (2) ve Neslihan (2) olduğundan bu oyuncular eşit olan takımlardan birincisi olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde 2. grup için oyuncu seçimi aşağıdaki tartışmalar sonucunda Şekil 40'daki gibi gerçekleşmiştir:

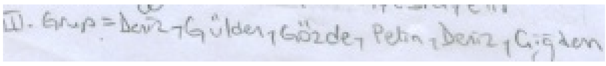
Ali: *Sil hepsinin çarpılarını hep karıştı (2. gruptaki kişilerin yanına koydukları çarpıları silerek)*
Onur: *İstersen bana ver ben silerim.*
Sude: *O zaman sen şey yap ben mektubun başlangıcını başlayayım.*
Onur: *İkinci gruptayız dimi?*
Ali: *Evet. Elif kaç tane var?*
Onur: *2.grupta mı?*
Ali: *Evet.*
Onur: *1, 2 tane var (40 metre koşu ve servis sonuçlarındaki 2.gruptaki kişilere bakarak).*
Ali: *Duygu?*
Onur: *1 tane var bende (40 metre koşu ve servis sonuçlarındaki 2.gruptaki kişilere bakarak).*

Ali: *2 de ben de 3 etti (oyuncuların boyu ve dikey sıçrayışlarında 2.gruptaki kişileri sayarak). Esra?*
Onur: *Esra yok.*
Ali: *2 tane var ben de. Eda?*
Onur: *2 tane var ben de (40 metre koşu ve servis sonuçlarındaki 2.gruptaki kişilere bakarak).*
Ali: *1 de bende 3 (oyuncuların boyu 2.gruptaki kişileri sayarak). Gülden?*
Onur: *Yok.*
Ali: *Nihan?*
Onur: *Nihan, yok.*
Ali: *2 tane var. (oyuncuların boyu ve dikey sıçrayışlarında 2.gruptaki kişileri sayarak). Gül'e baktık. Eda'ya?*
Onur: *Baktık.*
Ali:_Duygu'ya?_
Onur: *Baktık.*
Ali: *Esra?*
Onur: *Esra.*
Ali: *Esra'ya baktık. Nihan? Nihan'a da baktık. Şimdi bur[a]da kaç tane 2 var? İkinci grup dersek (Daha önce 2. grup için oluşturduğu isimleri silerek). 3 olanları alca[ğı]z buraya.*
Onur: *Eda.*
Ali:_Duygu, Eda (İkinci gruba yazarak)._
Onur: *Duygu'yla Eda var.*
Ali: *Eda. Bunları 1,2,3,4,5 tane. Bu 5 tanesinden gelecek diğerleri (Oyuncuların boyu ve dikey sıçrayışlarında 2.gruptaki kişileri sayarak). Elif kaç bur[a]da?*
Onur: *Nerde?*
Ali: *Orda değil bur[a]da (boy uzunluklarına bakarken onu değil smaç sonuçlarını göstererek).*
Onur: *1 (smaç sonuçlarının sonuna yazdığı sayıyı okuyarak).*
Ali: *Elif 1 (2.grupta sol taraflarına bu sayıyı yazarak) Duygu? Duygu değil Esra?*
Onur: *Esra mı?*
Ali: *1 (smaç sonuçlarının sonuna yazdığı sayıyı okuyarak). Gül?*
Onur: *4 (smaç sonuçlarının sonuna yazdığı sayıyı okuyarak).*
Ali: *Nihan ?*
Onur: *4 (smaç sonuçlarının sonuna yazdığı sayıyı okuyarak).*
Ali: *Gözde? İnşallah 0'dır.*
Sude: *Alta doğru bak.*
Onur: *1 (smaç sonuçlarının sonuna yazdığı sayıyı okuyarak).*
Ali: *Hadi be. Üç tane 1 var. Bur[a]dan Gül'le Nihan'ı al[a]ca[ğı]z (İkinci gruba koyarak).*
Sude: *Şey biz bunları yazarken birbirine eşit biçimde yazdık dimi biz bunları?*
Ali: *Hı hı. Kimmiş bu? 2'lerden bakmadığımız var mı? 1,2,3,4,5. Bunlardan bir tanesini seçece[ği]z. Gözde mi Elif mi Gül mü?*
Onur: *Gözde mi, Elif mi, Gül mü?*
Ali: *Bak bakalım bi[r] Gözde'ye kaç taneymiş? Servis sayısına bak Gözde'nin.*
Onur: *8.*
Ali: *8, tamam. Esra?*

Onur: *9.*
Ali: *Elif?*
Onur: *8.*
Ali: *Esra'yı da alalım (İkinci gruba koyarak). Şimdi bi[r] de oyuncunun boyuna bakalım. Gözde kaç?*
Onur: *1.63.*
Ali: *1.63. Elif?*
Onur: *1.78.*
Ali: *Elif'i alalım o zaman buraya (İkinci gruba yazarak).*
Onur: *Altı kişi oldu mu? Evet olmuş (İkinci gruptaki kişileri sayarak).*

Şekil 40: İkinci Odak Grubun Oluşturduğu Eşit Takımlardan İkincisi

Yukarıdaki alıntılarda öğrencilerin ikinci takımı oluştururken de birinci takım için oluşturdukları stratejiyi kullandıkları fakat eşit sayıya sahip oyuncuların bulunması durumunda karşılaştırma yapmak amacıyla farklı yollar denedikleri görülmektedir. 2. gruptaki oyunculardan yüksek sayıya sahip olan Duygu (3) ve Eda (3) ikinci grubun ilk iki oyuncusu olarak belirlenirken bu oyuncularla eşit sayıya sahip olan Elif (3) fark edilmeyerek hesaba katılmamıştır. Daha önce Şekil 47'deki 2. grupta 2 değerine sahip olan oyuncular Esra, Gül, Nihan, Gözde, Seda ve Nilay olarak belirlenmiştir. Bunlardan Nilay birinci takımda yer aldığından elenmiş sadece Esra, Gül, Nihan ve Gözde'yi değerlendirmeye alınmış Seda hesaba katılmamıştır. Esra, Gül, Nihan ve Gözde ile birlikte Elif de değerlendirilerek ilk aşamada bunların smaç sonuçlarından elde ettikleri sayılar incelenmiş ve toplamsal sonuçlar karşılaştırılamadığından değişkenlerin bileşenlerinin incelenmesine geri dönüldüğü görülmüştür. Elif (1), Esra (1), Gül(4), Nihan (4) ve Gözde (1) arasından Gül ile Nihan'ı da 3. ve 4. oyuncu olarak ikinci takıma yerleştirmişlerdir. Geriye bu oyunculardan Elif, Esra ve Gözde kalmıştır. Bu oyuncuların hepsinin *smaç sonuçları* değeri 1 olduğundan aralarında karşılaştırma yapmak için smaç sonuçlarından sonra ikinci bir değişken olan *servis sonuçlarının* bileşenleri incelemeye alınmıştır. Servis sonuçları Gözde (8), Elif (8) ve Esra (9) için incelenmiş ve en yüksek bileşene sahip olan Esra 5. oyuncu olarak takıma seçilmiştir. Geriye bu oyunculardan Elif ve Gözde kalmıştır. Bu oyuncuların ise servis sonuçları eşit olduğundan aralarında karşılaştırma yapmak için smaç sonuçları ve servis sonuçlarından sonra üçüncü bir değişken olan *boy uzunluğunun* bileşenlerinin incelenmesi kararlaştırılmıştır. Boy uzunlukları Gözde (1.63) ve Elif (1.78) için farklılık gösterdiğinden en yüksek değere sahip olan Elif 6. oyuncu olarak gruba yerleştirilmiştir. Ardından ilk iki takımdan geri kalan diğer 6 oyuncu olan Deniz, Gülden, Gözde, Pelin, Seda ve Çiğdem üçüncü takımın oyuncuları olarak aşağıdaki Şekil 41’deki şekilde belirlenmiştir.



Şekil 41: İkinci Odak Grubun Oluşturduğu Eşit Takımlardan Üçüncüsü

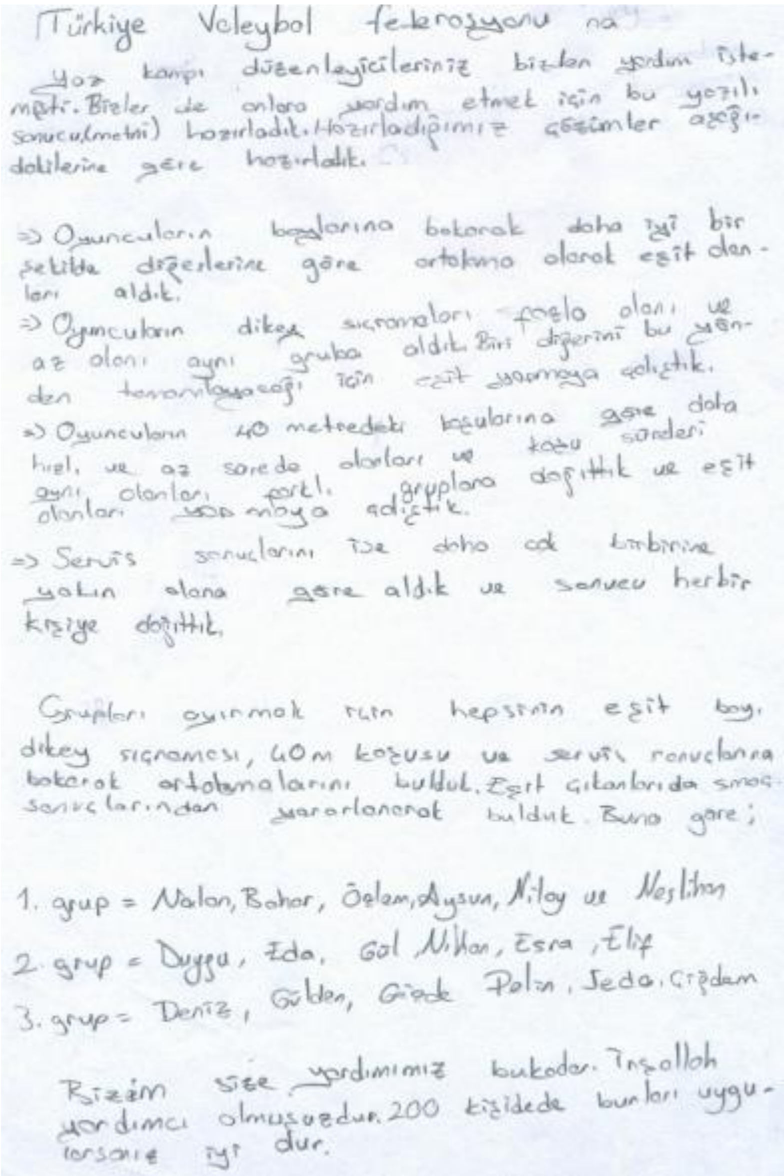
Matematiksel çözümden çözümün gerçek dünyadaki anlamına geçiş aşamasında öğrenciler takımları oluşturmak için toplamsal sonuçlardan yararlanmışlar bunların karşılaştırmada yetersiz kaldığı zamanlarda ise diğer değişkenlerdeki bileşenler incelenerek bunların bileşenleri arasında karşılaştırma yoluna gidilmiş ve eleme usulüne göre seçim yapılmıştır. Elde edilen matematiksel sonuçlarla eşit seviyede üç takım oluşturmak için bu matematiksel çıktılar yorumlanmıştır. Takımların oluşturulmasına yönelik öncelikle oyuncular arasında grupta en çok yer alan oyuncuların seçimi, eşit olanların ise *smaç sonuçlarının* çözümlenmesinden elde edilen sayılarla karşılaştırma yapılarak karar verilmesi şeklinde bir kural belirlenerek bu kural uygulanmış gerçek dünyaya uygun şekilde matematik dünyasından gerçek yaşama geçiş yapılmıştır.

5. Çözümün gerçek dünyadaki anlamı → Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü

Çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulüne geçişte sonucun doğruluğunu kontrol etmeye yönelik herhangi bir çalışma yapılmamış ve eşit takımların oluşup oluşmadığının belirlenmesine yönelik bir hesaplamaya gidilmeyerek son aşamada oluşturulan takımlar sorgulanmamıştır. Yani modelin sonuçlarının gerçek dünyadaki yeterliliği incelenmeden sonuçlar doğru olarak kabul edilmiştir. Bir başka deyişle öğrenciler problemin matematiksel ve gerçek dünya ile ilgili yönlerini uzlaştırma yoluna gitmeksizin çözümü kabul etmişlerdir.

6. Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü → Rapor

Grup üyeleri oluşturdukları model sonucu elde ettiklerini düşündükleri eşit takımları sorgulamadıklarından modeli de gözden geçirmedikleri görülmektedir. Kullandıkları stratejinin doğruluğunu kontrol etmeksizin buldukları sonuca odaklanarak çözüm grup üyeleri tarafından onaylanmış ve kabul görmüştür. Problemde kullanılan yöntemi kamp yetkililerine ifade etmek için oluşturulan takımlara ait açıklamalar farklı bir kağıt üzerine eklenerek Şekil 42'deki mektup yazılarak modelleme süreci rapor yazma aşamasıyla tamamlanmıştır.


Türkiye Voleybol federasyonu na

Yaz kampı düzenleyicileriniz bizden yardım istemişti. Bizler de onlara yardım etmek için bu yazılı sonucu(metni) hazırladık. Hazırladığımız çözümler açıkladıklarına göre hazırladık.

=> Oyuncuların boylarına bakarak daha iyi bir şekilde değerlerine göre ortalama olarak eşit denleri aldık.
=> Oyuncuların dikey sıçramaları fazla olanı ve az olanı aynı gruba aldık. Biri diğerini bu yönden tamamlayacağı için eşit yapmaya çalıştık.
=> Oyuncuların 40 metredeki koşularına göre daha hızlı ve az sürede olanları ve koşu süreleri aynı olanları farklı gruplara dağıttık ve eşit olanları yapmaya çalıştık.
=> Servis sonuçlarını ise daha çok birbirine yakın olana göre aldık ve sonucu herbir kişiye dağıttık.

Grupları ayırmak için hepsinin eşit boy, dikey sıçraması, 40m koşusu ve servis sonuçlarına bakarak ortalamalarını bulduk. Eşit çıkanlarıda sınav sonuçlarından yararlanarak bulduk. Buna göre;

1. grup = Nalan, Bahar, Özlem, Aysun, Nilay ve Neslihan
2. grup = Duygu, Eda, Gül Nihan, Esra, Elif
3. grup = Deniz, Gülden, Gizem, Pelin, Seda, Çiğdem

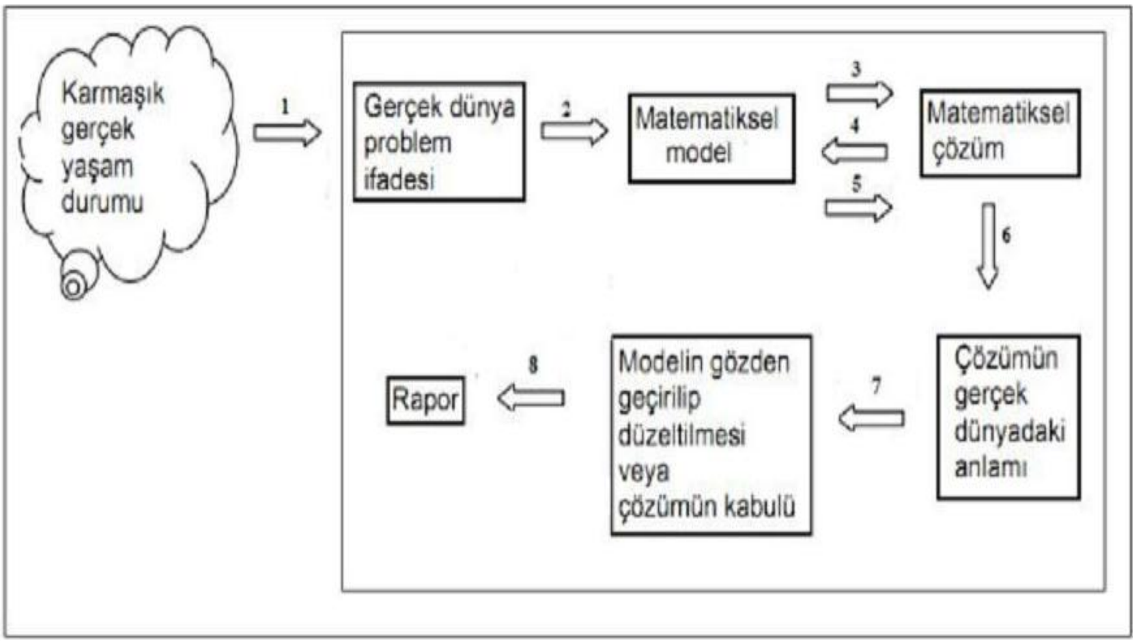
Bizim size yardımımız bukadar. İnşallah yardımcı olmuşuzdur. 200 kişidede bunları uygularsanız iyi dur.

Şekil 42: İkinci Odak Grubun Voleybol Problemi Modelleme Etkinliğe Ait Raporları

5.4 İkinci Odak Grubun Süreç Analizi

İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinden Ali, Onur ve Sude'den oluşan ikinci grup *Voleybol Problemi* üzerinde gerçekleştirdikleri model oluşturma sürecinin ilk aşamasında beş değişkenden öncelikle *boy uzunluğu* değişkenini ilk değişken olarak belirlemişlerdir. Grup üyeleri bu değişkeni bağımsız olarak ele almış; problemi yapılandırmaya çalışarak model oluşturma sürecinin ilk basamağı olan karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problem ifadesi aşamasına geçiş yapmışlardır. Öğrenciler *boy uzunluğu* değişkenine ait bileşenleri inceleyerek eşit seviyede üç takımın oluşturulması varsayımından hareket etmiş; bileşenlerin uygulanabilir bir matematiksel formül içinde ifade etme yoluna gitmişler ve matematiksel bir model geliştirmişlerdir. Grup üyeleri bu modeli *dikey sıçrama, kırk metre koşu* ve *servis sonuçları* değişkenlerini de ekleyerek genişletmiş ve daha sonra bunları birbirinden bağımsız olarak ele alarak kendi içlerinde eşit gruplar oluşturma yoluna gitmişlerdir. Ancak öğrenciler her bir değişken için grupları oluştururken değişkenleri farklı stratejiler yardımıyla değerlendirmeye almış ve sistematik bir yöntem kullanmamışlardır. Grup üyeleri dört değişken için ayrı ayrı gruplar oluşturulduktan sonra oyuncuların gruplarda yer alış sayısını belirleyerek bir model geliştirmiş ve matematiksel model aşamasına geçiş yapmışlardır. Matematiksel kavram ve sembollerin seçimi ile matematiksel hesaplama yaparak geliştirdikleri modele uygun çözümler üretmeye başlamışlardır. Bu modelle öğrenciler değişkenleri ilişkilendirilerek değişkenler arasında bağlantı kurmaya çalışmışlardır. Bu esnada grup üyeleri birbirinden tamamen bağımsız ve ilişkili olmayan "*kodlama sistemi"* kullanmışlardır. Ayrıca öğrenciler ilk modeli oluştururken matematiksel çözümlerden elde edilecek sonuçları nasıl değerlendireceklerini belirlemek yerine matematiksel sonuçlar elde edildikten sonra nasıl bir strateji kullanacaklarına karar vermiş ve bunu uygulama yoluna gitmişlerdir. Bir başka deyişle oluşturdukları modele bağlı kalıp sonuca ulaşma şeklinde bir yaklaşım sergilememişlerdir. Öğrenciler beşinci değişken olan *smaç sonuçları* değişkenine ait nitel bilgi şeklinde verilen bileşenler için bir "*kodlama sistemi"* geliştirmişlerdir. Bu sistemle öğrenciler *smaç sonuçlarına* ait durumları sınırlı da olsa temsil eden bir "*sayısallaştırma sistemi*" kurmuşlardır.

Öğrenciler matematiksel modelden çözümler elde ettikten sonra oyuncuların gruplara seçiminde toplamsal sonuçlardan yararlanmışlar ve en yüksek değere sahip olan oyuncuyu gruba yerleştirme yoluna gitmişlerdir. Oyunculara ait toplamsal sonuçların eşit olması durumunda ise *smaç sonuçları* değişkeni için kullandıkları çözümleme sonucu elde edilen sayılarla karşılaştırma yaparak oyuncunun seçilmesi şeklinde bir kural belirleyip uygulanmışlardır. Bu şekilde eşit seviyede takımların oluşturulmasıyla matematiksel çözümden gerçek yaşamadaki anlamına geçiş aşaması gerçekleşmiştir. Sürecin sonunda öğrenciler eşit takımların oluşturulup oluşturulmadığının belirlenmesine yönelik herhangi bir sorgulama yoluna gitmemiş oluşturulan model gözden geçirilmemiş ve çözüm olduğu gibi kabul edilmiştir. Öğrenciler problem için kullandıkları yöntemi bir mektupla ifade ederek modelleme sürecini rapor yazma aşamasıyla tamamlamışlardır. Grup üyelerinin modelleme süreci boyunca takip ettiği aşamalar Şekil 43'te gösterilmiş ve model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükler Şekil 44'teki gibi belirlenmiştir.



Şekil 43: İkinci Odak Grubun Model Oluşturma Sürecinde Takip Ettiği Aşamalar

1. KARMAŞIK GERÇEK YAŞAM DURUMU → GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİ:

1.1. Problemin genel durumunu açıklama *[Değişkenleri birbirinden bağımsız değerlendirme, tek değişken üzerinde problemi anlamaya çalışma]*
1.2. Basitleştirilmiş kabuller yapma *[Boy uzunluğu değişkeni üzerinden takımların uzun, orta ve kısa boylu oyunculardan oluşması gerektiği düşüncesiyle problemi basitleştirmeye çalışma]*
1.3. Stratejik varlıkları saptama *[Tüm değişkenleri ilişkilendirerek aralarında bağlantı kuramama]*

2. GERÇEK DÜNYA PROBLEM İFADESİ → MATEMATİKSEL MODEL:

2.1. *Cebirsel modelin içereceği bağımlı ve bağımsız değişkenleri saptama* *[Tüm değişkenler incelenmeksizin sırasıyla her bir değişken için kullanılacak stratejiyi seçme ve ana değişkeni belirleyememe]*
2.2. Elemanları matematiksel olarak, uygulanabilir formüllerle temsil etme *[Her bir değişken için 3 eşit seviyede grup oluşturma varsayımında bulunma]*
2.3. Bağlantılı varsayımlarda bulunma *[İlk dört değişken için 3 eşit seviyede grup oluşturma varsayımında bulunma]*
2.4. Formülü çoklu durumlara otomatik olarak uygulayabilmek için uygun tekniği seçme

3. MATEMATİKSEL MODEL → MATEMATİKSEL ÇÖZÜM:

3.1. Uygun sembolik formülü uygulama *[Her bir değişken için eşit seviyedeki takımların oluşturulması amacıyla gruplama sistemi geliştirme fakat her bir değişken için sistematik bir gruplama sistemine bağlı kalamama]*
3.2. Hesaplamayı yapmak için matematiksel tabloları kullanma *[Eşit takımları oluşturmak amacıyla ilk dört değişken için kullanılan gruplama sistemi sonucunda oluşturulan grupları kullanma]*
3.3. Çözümlerin yorumlanmasına olanak sağlayan toplamsal sonuçlar elde etme *[Oyuncuların gruplarda yer alış sayılarının belirlenmesi amacıyla kodlama sisteminin geliştirilmesi fakat her bir grup için sistematik olmayan bir kodlama sisteminin benimsenmesi ve birbiriyle ilişkili olmayan bu kodlama sistemleri yardımıyla matematiksel sonuçlar elde etme, nitel olarak verilen değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetmeye yönelik bir kodlama sisteminden sayısallaştırma sistemine geçme ve değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi gerçek yaşam durumu içinde sınırlı şekilde temsil etme]*

4. MATEMATİKSEL ÇÖZÜM → ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYADAKİ ANLAMI:

4.1. Matematiksel sonuçların gerçek dünyadaki karşılıklarını saptama *[Kodlama sistemi sonucunda elde edilen toplamsal sonuçlardan en yüksek değere sahip olan oyuncuyu gruba yerleştirme, eşit olmaları durumunda beşinci değişkenin bileşenleri yardımıyla oyuncuları seçme]*
4.2. Yorumları doğrulamak için tartışmaları bütünleştirme *[Takımların eşit olup olmadığına dair herhangi bir sorgulama yoluna gitmeme]*
4.3. Sonucu üretmek için gerekli yeni bir yorumla önceki sınırlamaların gevşemesi

5. ÇÖZÜMÜN GERÇEK DÜNYADAKİ ANLAMI → MODELİN GÖZDEN GEÇİRİLİP DÜZELTİLMESİ VEYA ÇÖZÜMÜN KABULÜ:

5.1. Beklenmedik sonuçlarla gerçek durumu uzlaştırma
5.2. Matematiksel sonuçların olası gerçek dünya etkilerini *inceleme* *[Matematiksel sonuçların doğruluğunu kabul etme ve herhangi bir eleştirel yaklaşımda bulunmama]*
5.3. Problemin matematiksel ve gerçek dünya yönlerini uzlaştırma *[Matematiksel sonuçların gerçek dünya problem durumunu temsil edip etmediğe dair herhangi bir karşılaştırma yapmama]*
5.4. Modelin ayrıntılı sonuçlarının gerçek dünya yeterliğini inceleme *[Matematiksel modelin gerçek dünya problemini temsil etme yeterliliği önemsemeksizin modelin doğruluğunu kabul etme]*

Şekil 44: İkinci Odak Grubun Model Oluşturma Sürecindeki Geçişlerde Karşılaştıkları Zorlukları Belirlemek İçin Çerçeve

5.5 Birinci ve İkinci Odak Grubun Karşılaştırılması

Voleybol Problemi ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinden oluşan üçerli iki gruba ayrı ayrı uygulanmış ve grup üyelerinin matematiksel düşünme ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu sürecin başlangıcında her iki grubun da ilk aşamada problemde yer alan değişkenleri birbirinden bağımsız olarak ele alarak problemi anlamaya çalıştığı ve beş farklı değişken arasında kısıtlı bir şekilde bağlantı kurarak bunları ilişkilendirdikleri görülmüştür.

Problemi basitleştirmek için birinci gruptaki öğrenciler değişkenleri incelemişler smaç sonuçları değişkenine ait nitel bileşenlerin farklı durumlarını ve bunlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyamamışlardır. File önüne öğrenci seçiminden yola çıkarak değişkenler arasında ikili ve üçlü karşılaştırma yapma yoluna gitmişlerdir. Bundan sonra tüm değişkenler arasında bağlantı kurulması gerektiği varsayımında bulunmuşlardır. Bu varsayımdan hareketle problemin ilk dört değişkeni için matematiksel hesaplama yoluna gitmişler ve matematiksel çözüm geliştirmiş olmalarına rağmen bu modelden vazgeçmiş ve öncekine göre gerçek durumu daha kısıtlı temsil eden ve *boy uzunluğu* ile *dikey sıçrama* değişkenlerinin toplayarak gerçek dünyadaki orijinal durum matematik dünyasında temsil etmeye çalışmışlardır. Ardından matematiksel hesaplamalar sonucu elde edilen toplamsal sonuçlar "*gruplama sistemi*" yardımıyla üç farklı seviyede grubun oluşumu ve bu grupların her birinden ikişer oyuncunun seçilmesiyle problemde istenen eşit seviyedeki takımlar oluşturulmuştur. Kullanılan modelin tüm değişkenleri içermemesinden dolayı elde edilen çözüm eleştirilmiş fakat tüm değişkenleri içerecek bir model geliştirilmesinde zorluklar yaşandığından çözüm kabul edilmiştir. Bu öneri üzerine sadece *servis sonuçları* değişkeni oluşturulan takımdaki oyuncuların saha içindeki dağılımlarının yapılmasında kullanılmış çözümün doğruluğu grup üyeleri tarafından kontrol edilmemiştir.

İkinci gruptaki öğrenciler ise her değişken için eşit seviyede üç takımın oluşturulması varsayımından hareket ederek ve ilk dört değişkenin her biri için üç eşit seviyede grup oluşturma yoluna gitmişlerdir. Öğrenciler grupların oluşumu için bileşenlerin incelenmesi ve oyuncuların bu gruplara dağıtımı sırasını takip eden birinci grup üyelerinin yaklaşımına benzer "gruplama sistemi" geliştirmişler fakat birinci gruptan farklı olarak her bir değişken için grupları oluştururken değişkenleri farklı stratejiler yardımıyla değerlendirmeye almış ve sistematik bir kural benimsememişlerdir. İlk dört değişken için gruplar oluşturulduktan sonra gruplarda yer alan oyuncuların sayısının belirlenmesi amacıyla birinci gruptan farklı olarak bir "*kodlama sistemi*" geliştirmişlerdir. Ancak öğrenciler kodlamaları yaparken her bir değişken için oluşturulan gruplarda yer alan oyuncular için birbiriyle tutarlı olmayan kodlar kullanmışlar ve sistematik bir kuralı takip edememişlerdir. Bu kodlamalar yardımıyla matematiksel hesaplamalarla toplamsal sonuçlar elde etmişlerdir. Öğrenciler bu toplamsal sonuçları s*maç sonuçları* değişkenine ait bileşenlerle ilişkilendirerek yorumlama yolunu tercih etmişlerdir. Bu gruptaki öğrenciler birinci gruptan farklı olarak nitel bilgi şeklinde verilen smaç sonuçları değişkeninin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetme yolunda farklı bir adım atmışlardır. Puan kazanma durumları olan plase sayısı ile hücum sayıları için aynı kod ve bunun dışındaki sonuçlar için farklı kod kullanarak "*kodlama sistemi*" geliştirmişlerdir. Öğrenciler bu kodlama sisteminden "*sayısallaştırma sistemi"* geliştirmiş birinci gruptan farklı olarak nitel bilgi bileşenler arasındaki ilişkiyi kısıtlı olarak temsil etse de bileşenleri nicel hale getirmişlerdir. Daha önce elde edilen toplamsal sonuçlar smaç sonuçları değişkenine ait elde edilen nicel bilgiyle desteklenmiş ve eşit seviyedeki takımları oluşturmuşlardır.

İkinci gruptaki öğrenciler birinci gruptan farklı olarak takımların eşit olup olmadığına dair herhangi bir eleştirel yaklaşım sergilememiş ve modeli gözden geçirmemişlerdir. Birinci gruptaki öğrenciler modeli gözden geçirmiş ve modelin eksikliğini ortaya koymalarına rağmen yeni bir model oluşturma yoluna gitmeden çözümü kabul ederken ikinci gruptaki öğrenciler ise modeli sorgulamaksızın çözümü kabul etmişlerdir. Sürecin sonunda her iki gruptaki öğrenciler de oluşturdukları takımların eşit olup olmadığını belirlemeye yönelik herhangi bir hesaplama yoluna gitmemişlerdir. Her iki grubun model oluşturma süreci ortak yaklaşımları ve bu süreçte yaşadıkları güçlükler koyu renkle gösterilmek üzere Şekil 45'teki gibi özetlenmiştir.

Birinci Odak Grup	İkinci Odak Grup
1. ***Karmaşık gerçek yaşam durumu → Gerçek dünya problem ifadesi***	
• **Değişkenleri birbirinden bağımsız değerlendirme,** • **Tek değişken üzerinde problemi anlamaya çalışma,** • İki değişken yardımıyla oyuncuları file önüne seçme, • Nitel değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfedememe, • **Tüm değişkenleri ilişkilendirerek aralarında bağlantı kuramama.**	• **Değişkenleri birbirinden bağımsız değerlendirme,** • **Tek değişken üzerinde problemi anlamaya çalışma**, • Boy uzunluğu değişkeni üzerinden takımların uzun, orta ve kısa boylu oyunculardan oluşması gerektiği düşüncesiyle problemi basitleştirmeye çalışma, • **Tüm değişkenleri ilişkilendirerek aralarında bağlantı kuramama.**
2. ***Gerçek dünya problem ifadesi → Matematiksel model***	
• Birinci aşamada dört değişken ikinci aşamada iki değişkeni ana değişken olarak belirleme, • Dört değişkeni birlikte toplama **varsayımında bulunma,** • Dört değişkenin toplanmasıyla elde edilen sonuçları karşılaştırma.	• Tüm değişkenleri incelemeksizin sırasıyla her bir değişken için kullanılacak stratejiyi seçme ve **ana değişkeni belirleyememe,** • Her bir değişken için 3 eşit seviyede grup oluşturma varsayımında bulunma, • İlk dört değişken için 3 eşit seviyede grup oluşturma **varsayımında bulunma.**
3. ***Matematiksel model → Matematiksel çözüm***	
• İlk dört değişkene ait bileşenleri toplayarak **matematiksel hesaplama yapma** ve çözümleri değerlendirmeksizin model değişikliğine gitme, • İlk iki değişkene ait bileşenlerin toplanmasından elde edilen sonuçlar için **gruplama sistemini geliştirme.**	• Her bir değişken için eşit seviyedeki takımların oluşturulması amacıyla **gruplama sistemi geliştirme** fakat her bir değişken için **sistematik bir gruplama sistemine bağlı kalamama,** • Eşit takımları oluşturmak amacıyla ilk dört değişken için ayrı ayrı oluşturulan grupları kullanma, • Oyuncuların gruplarda yer alış sayılarının belirlenmesi amacıyla kodlama isteminin geliştirilmesi fakat her bir grup için sistematik olmayan bir kodlama sisteminin benimsenmesi ve birbiriyle ilişkili olmayan bu kodlama sistemleri yardımıyla **matematiksel hesaplama yapma,,** • Nitel olarak verilen değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetmeye yönelik bir kodlama sisteminden sayısallaştırma sistemine geçme ve değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi gerçek yaşam duruma göre daha kısıtlı temsil etme.
4. ***Matematiksel çözüm → Çözümün gerçek dünyadaki anlamı***	
• Gruplama sistemi sonucunda oluşan 3 farklı seviyede gruptan 2'şer oyuncu seçme, • Takımların eşit olup olmadığı konusunda belirsizlik yaşama, • Takımların eşit olup olmadığına dair belirsizliği giderici bir yorum geliştirilememe.	• Kodlama sistemi sonucunda elde edilen toplamsal sonuçlardan en yüksek değere sahip olan oyuncuyu gruba yerleştirme, eşit olmaları durumunda beşinci değişkenin bileşenleri yardımıyla oyuncuları seçme, • Takımların eşit olup olmadığına dair herhangi bir sorgulama yoluna gitmeme.
5. ***Çözümün gerçek dünyadaki anlamı → Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü***	
• Modelin iki değişkene bağlı olmasından dolayı matematiksel sonuçların sadece iki değişken için geçerli olduğu fikrini savunarak karşılaştırma yapma, • Tüm değişkenlerin kullanılmamasından dolayı modelin gerçek problem durumu temsil etmede yetersiz kaldığı eleştirisini ortaya koyma, • Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi görüşünün yeni bir model geliştirmekte zorluk yaşandığından kabul görmemesi	• Matematiksel sonuçların doğruluğunu kabul etme ve herhangi bir eleştirel yaklaşımda bulunmama, • Matematiksel sonuçların gerçek dünya problem durumunu temsil edip etmediğe dair herhangi bir karşılaştırma yapmama, • Matematiksel modelin gerçek dünya problemini temsil etme yeterliliğini sorgulamama.
6. ***Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü → Rapor***	
• Modelleme sürecini yeniden tekrar etmeme, • **Var olan çözümü kabul etme,** • **Rapor yazma.**	• Modelin doğru olduğunu kabul etme, • **Var olan çözümü kabul etme,** • **Rapor yazma.**

Şekil 45: Birinci ve İkinci Odak Grubun Model Oluşturma Sürecindeki Geçişlerde Karşılaştıkları Zorlukların Karşılaştırmalı Özeti

6. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmadan elde edilen bulgular ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri karşısındaki modelleme süreçleri hakkında önemli bilgiler vermektedir. *Voleybol Problemi* ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinden oluşan üçerli iki gruba ayrı ayrı uygulanmış ve ortaya koydukları model oluşturma süreçleri incelenmiştir. Tüm bu süreçte her iki gruptaki öğrenciler doğrusal olmayan ve zaman zaman geri dönüp var olan durumun gözden geçirildiği birçok biliş ve biliş ötesi düşünme süreçleri içinde yer almışlardır. Öğrenciler sonuca ulaşıncaya kadar birçok yeni ve farklı fikir üretip çeşitli varsayımlar üzerinde tartışmışlardır. Bir başka deyişle *Voleybol Problemi* öğrencilerin derinlikli düşünmesine, matematiksel fikirlerini ortaya koyup geliştirmesine ve düzenlemesine fırsat yaratarak onlara farklı bir öğrenme ortamı yaratmıştır. Öğrenciler bu etkinlikle verilenlerle çözüm arasında bağlantı kurmak amacıyla kendi matematiksel fikir ve deneyimlerini paylaşmışlardır.

Model oluşturma sürecinde gruplardan elde edilen sonuçlar 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma sürecinde bir takım güçlüklerle karşılaştıklarını göstermektedir. Model oluşturma sürecinin *karmaşık gerçek yaşam durumundan gerçek dünya problem ifadesine geçiş aşamasında* her iki grup da problemde yer alan değişkenleri birbirinden bağımsız olarak ele alarak tek değişken üzerinde problemi anlamlandırmaya çalışmışlardır. Bu aşamada öğrenciler Blum ve Leiβ (2007) ile Sol ve diğerleri (2011)'nin çalışmasında olduğu gibi problemi anlama aşamasında güçlükler yaşamışlardır. Öğrenciler nitel bilgi şeklinde verilen *smaç sonuçları* değişkenini yorumlamakta özellikle zorlanmış ve verilen tüm değişkenleri ilişkilendirerek aralarında bağlantı kuramamışlardır. Crouch ve Haines (2007)'in çalışmasında da öğrenciler model oluşturma sürecinin ilk aşamasında benzer zorluklarla karşılaşmışlardır. Sürecin devamındaki *gerçek dünya problem ifadesinden matematiksel model oluşturma aşamasına geçişte* ise gruplar değişkenlerin tümünü birlikte ele alamamış ve ana değişkeni belirlemekte zorlanmışlardır. Tüm değişkenleri ilişkilendirmeksizin farklı varsayımlarda bulunarak model oluşturmuşlardır. Bu durum Blum ve Leiβ (2007) ile Schapp ve diğerleri (2011)'nin öğrencilerin değişkenlerin tamamını kullanamadığı ve ilişkilendiremediği sonucuyla paralellik göstermektedir. Ayrıca Seino (2005)'nun çalışmasına benzer şekilde bu çalışmada da varsayım yapmanın modelleme sürecinde önemli bir yeri olduğu görülmektedir. Bu çalışmada oluşturulan varsayımlar Graham (1997)'ın uygun olmayan varsayımların öğrencilerin modelleme sürecini başarıyla tamamlamalarında etkili olduğu ve farklı varsayımların farklı modeller içererek tüm süreci değiştirdiği sonucuyla desteklenmektedir. Kaiser (2007) ile Blum ve Leiβ (2007)'in çalışmasında olduğu gibi öğrenciler uygun modeli kurmada ve bu modeli yapılandırmada zorluklar yaşamışlardır.

Matematiksel modelden matematiksel çözüm aşamasına geçişte gruplar oluşturdukları modeller üzerinde matematiksel hesaplamalar yaparak matematiksel sonuçlar elde etmiştir. Birinci grup matematiksel hesaplamalar sonucu elde ettikleri sonuçları değerlendirmeksizin model değişikliğe giderek yeni oluşturdukları model üzerinde matematiksel hesaplamalar yapmaya devam etmiştir. İkinci grup ise tüm değişkenleri kullanmak amacıyla modeli geliştirmeye çalışmış ve bu amaçla nitel olarak verilen değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkiyi keşfetmeye yönelik bir matematiksel hesaplama yoluna giderek gerçek yaşam durumunu sınırlı da olsa temsil eden matematiksel çözümler elde etmiştir. Bu aşamada öğrencilerin yaklaşımları Blum ve Leiβ (2007)'in çalışmasında olduğu gibi öğrencilerin modelleme sürecinde matematikselleştirme aşamasında güçlüklerle karşılaştığını göstermektedir. *Model oluşturma sürecinin matematiksel çözümden çözümün gerçek dünyadaki anlamına geçiş aşamasında* ise oluşturulan takımların eşit olup olmadığı konusunda birinci grup belirsizlik yaşarken bu durumu ortadan kaldırmak veya açıklamak için herhangi bir eylemde bulunmamışlardır. İkinci grup ise benzer şekilde sürecin sonunda oluşturdukları takımların eşit olup olmadığı konusunda kontrol etme veya sorgulama yoluna gitmemişlerdir. Bu durum Kaiser (2007) ile Stillman ve diğerleri (2007)'nin öğrencilerin elde ettikleri matematiksel çözümleri gerçek hayata yorumlamakta zorlandıkları ve Patel ve Ramoni (1997)'nin öğrencilerin gerçek hayat probleminin modelle olan ilişkisine bakmadıkları sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Çözümün gerçek dünyadaki anlamından modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulü aşamasına geçişte birinci grup modeli gözden geçirmiş ancak yeni bir model geliştirmede zorlandıklarından var olan çözümü kabul etmiştir. Bu şekilde öğrenciler Blum ve Leiβ (2007), Blum ve Ferri (2009) ile Schapp ve diğerleri (2011)'nin çalışmasında olduğu gibi oluşturdukları modelin geçerliliğini sağlayamamışlardır. İkinci grup ise modeli gözden geçirmeksizin çözümü olduğu gibi kabul etme yolunu tercih etmiştir. Bu yaklaşımla öğrencilerin Maaβ (2007a)'ın çalışmasındaki gibi modelin geçerliliğinin sağlanması gerektiğinin farkında olmadıkları görülmektedir. *Modelin gözden geçirilip düzeltilmesi veya çözümün kabulünden rapor aşamasında* ise birinci grup modelleme sürecini yeniden tekrar etmeden ikinci grup ise modelin yeterliliğini sorgulamadan model oluşturma sürecini tamamlamış ve sonuçlarını raporlaştırmışlardır.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar göstermiştir ki gruplar modelleme süreci boyunca gerçek yaşam durumuna uygun modeller geliştirmede problemi anlama, nitel değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkileri keşfetme, tüm değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturma ve modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurmada güçlükler yaşamışlardır. Bunun sebebi grup üyelerinin düşünmeye dayalı eylemlerinden yani öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini şekillendiren önceki deneyimlere bağlı alışkanlıkları, matematiğe olan tutumları ve yaratıcı düşünme becerileri gibi bireysel özellikleri model oluşturma sürecini etkileyebilmektedir (Chamberlin, 2004; Ferri, 2004). Ayrıca öğrencilerin etkinlikten beklentileri ve etkinliği ilgi çekici bulup bulmadıkları da bu süreci etkileyen faktörler arasında gösterilmektedir (Schoenfeld, 1992). Buna bağlı olarak öğrencilerin problemi anlamak ve analiz etmek için yeterli zamanı harcamadan, hızlı bir şekilde sonuca ulaşma isteği de karşılaşılan bu güçlüğe neden olabilmektedir (Blum ve Ferri, 2009).

Öğrencilerin modelleme etkinlikleri sırasındaki çalışmaları incelendiğinde matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin iletişim becerilerine katkı sağlayan çok güçlü bir yönü olduğu ve bu yönlerini geliştirmeleri için onlara fırsat sağladığı görülmüştür.

Modelleme etkinlikleri grup çalışması şeklinde uygulandığında eleştirel soru sorma, düşüncelerini açıklama, savunma, ispatlama ve arkadaşlarını ikna etme şeklindeki davranışlar gruptaki öğrenciler tarafından sergilenmektedir (Zawojewski, Lesh & English, 2003). Öğrencilerin kendi matematiksel görüşlerini sözlü olarak ifade edip açıklarken kendi modelleme süreçlerini belgelendirmek için çoklu gösterimlerden yararlanmaları (resim, şekil, tablo, grafik, vb.) onların modeli tekrar gözden geçirmesine ve hep birlikte modeli test etmelerine imkân tanır. Ayrıca öğrenciler problem çözümü sırasında kendi fikirlerini gruba ifade ettiğinde öğrenciler aslında aşamalı olarak kendi düşünme yollarını gözden geçiren farklı bir etkinliğin içinde bulunurlar. Bu çalışmada bu tür davranışlar grup üyeleri arasında sınırlı şekilde gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Bunun sebebi grup üyeleri arasında etkili bir iletişim ortamının yaratılamamasından kaynaklanabilmektedir (Maaβ, 2007a; Schapp ve diğerleri, 2011).

Bu çalışmada yer alan öğrenciler sürece dayalı ve öğrenci merkezli öğretim programının uygulanması sonucu yetiştirilmesine rağmen bu deneyimlerini etkili olarak model oluşturma sürecine yansıtamamaları ve sonuca odaklı hareket etmeleri yeni ilköğretim programı ve onu oluşturan unsurların daha yakından incelenmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır (Doruk, 2010). Öğrencilerin model oluşturma sürecinde karşılaştıkları güçlükler vizyonunu yaşamında matematiği gerektiği şekilde kullanabilen, gerçek yaşam durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen ve karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen analitik düşünceye sahip bireyler yetiştirmeyi amaçlayan yeni ilköğretim matematik programındaki eksikliklerin nereden ve nasıl kaynaklandığının belirlenerek çözüm yollarının geliştirilmesi gerekliliğini ortaya koymuştur. Bunların sebebi okul içi ve dışında öğrencilerin beraber çalışma, yeni fikir üretme, yorumlama ve paylaşma gerektiren bu tip etkinliklere ait deneyimlerin sınırlı olmasından kaynaklanıyor olabilir. Bu yüzden öğrencilere farklı şekilde yorumlamalarını gerektiren matematiksel durumlarla çalışabilmelerini sağlayacak deneyimlerin kazandırılması ve bu durumlarla ilgili kendi anlayışlarını akranlarıyla paylaşmalarının sağlanacağı öğrenme ortamlarının yaratılması büyük önem taşımaktadır.

7. ÖNERİLER

Genel olarak bakıldığında ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinin değişik aşamalarında zorlandıkları görülmektedir. Öğrencilerin problemi anlama, nitel değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkileri keşfetme, tüm değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturma ve modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma aşamalarında karşılaştıkları güçlüklerin ortadan kaldırılması için öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını yorumlamasına ve matematik ile ilişkilendirmesine olanak sağlayan matematiksel modelleme etkinlikleriyle güçlü deneyimler yaşaması gerekmektedir. Bu da ancak model oluşturma etkinliklerine öğretim programında daha fazla yer verilmesiyle sağlanabilir.

Sol ve diğerleri (2011) ilköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin problemi anlama ve değişkenleri kullanma konusunda yaşadıkları zorlukların ilköğretim (1–5) programının öğrencileri açık uçlu problemlerle çalışmaya hazırlamamasından kaynaklanabileceğini ortaya koymuştur. English (2006) ise çalışmasında ilköğretim (1–5) öğrencilerinin de modelleme problemlerinden oluşan bir programın içinde başarılı yer alabildiğini ve bu deneyimin ilköğretim ile gelecek yıllar için bir yatırım olduğunu ifade etmiştir. Lesh ve Doerr (2003a) bu düşünceye benzer şekilde modellemenin ilköğretim (1–5) de başlamasını önermiştir. Doruk (2010) ve Eraslan (2011a) de çalışmalarında modelleme etkinliklerinin öğrencilerle ilköğretimin ilk yıllarından itibaren tanıştırılmasının gerekliliğini vurgulamışlardır. Bu araştırmalara paralel olarak ilköğretimin son aşamasında bulunan öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri ile daha önceden okulöncesi ve ilköğretim ilk yıllarından itibaren tanıştırılarak bunlar üzerindeki tecrübeleri arttırılması önerilebilir. Çünkü bu etkinlikler farklı seviyedeki düşünme biçimleri ile çözülebilir ve farklı çözüm yaklaşımlarının gelişmesine izin verebilir. Geleneksel problem çözümlerine karşıt olarak öğrencilerin matematiksel anlamalarını çoklu çözüm yollarının varlığıyla farklı öğrenme yöntemlerinin gelişmesine olanak sağlayabilir.

Balakrishan ve diğerleri (2010) çalışmasında öğrencilerin matematiksel modelleme sürecine farkındalık kazandırılması gerektiğini vurgulamıştır. Bu amaçla öğretmenlerden sonra öğrencilere de modellemenin önemli olduğu fark ettirilmeli ve gerekliliği inandırılmalıdır. Öğrencilerin modelleme problemlerini geleneksel sözel problemlerden farkı vurgulanmalı ve matematiksel modellemenin günlük yaşamdaki karmaşık bir problemin matematik yardımıyla nasıl çözülebileceği noktasında tanıdığı imkânların anlaşılması sağlanmalıdır. Çünkü English ve Watters (2004a) matematiksel modelleme etkinliklerinin geleneksel sözel problemlere nazaran problem çözme becerilerinin gelişimine daha fazla katkıda bulunduğunu ortaya koymuştur. Maaβ (2007b) ise çalışmasında matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin fikirlerini değiştirdiğini ve modelleme etkinliklerinin düşük seviyedeki ilköğretim (6–8) öğrencilerinin modelleme yeteneklerini geliştiğini vurgulamaktadır. O halde matematiksel model oluşturma etkinliği öğrenciler için oldukça özenle hazırlanıp yapılandırılmalıdır.

Yapılan bu çalışmadan elde edilen bulgular sonucu ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin bir model oluşturma etkinliğini başarılı şekilde tamamlayabilmeleri için gerekli bir takım aşamalar ve bu aşamalara ait yeterlilikler Stillman ve diğerleri (2007)'nin çalışmasından yararlanarak belirlenmiştir. Model oluşturma sürecinde öğrencilerden beklenen yeterliliklerin etkinlik öncesi belirlenmesiyle uygulamalarda karşılaşılacak zorlukların muhtemelen nerelerde yaşanabileceği belirlenebilir ve beklenen farklı tipte güçlüklerin neler olabileceği öngörülebilir. Bir başka deyişle model oluşturma sürecinde öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorlukların öğretmenler tarafından bilinmesi sağlanmalıdır. Bu şekilde güçlüklerin ortaya koyulması ise öğretimin planlanmasında, model oluşturma etkinliği için öğrencilerde olması gereken bilgi ve becerilerin belirlenmesinde, anahtar ve kritik aşamaların belirlenip bunlar için hazırlık yapılmasında ve öğrenme yöntemlerinin düzenlenmesinde kullanılabilir. Ayrıca öğrencilere bu güçlüklerin üstesinden gelmek için nasıl bir yol izlemeleri gerektiği sınıf içi uygulamalarla da desteklenerek deneyim sahibi olmaları sağlanabilir.

Model oluşturma etkinliklerinde başarının sağlanması ve model oluşturma becerilerinin geliştirilmesi için öğrenme ve öğretme süreçlerinin güçlü yapılandırılması gerekmektedir. Öğrencilerin problem üzerinde düşünmesi ve problemi anlamaya yönelik matematik okuryazarlığının geliştirilerek matematik dilini kullanmaları ile problemle ilgili anlamalarını sözel olarak ifade etmeleri sağlanabilir. Sınıf içi uygulamalarda model oluşturma sürecinin farklı aşamalarında yaşanan zorluklara yönelik özel olarak sadece o aşamaya yönelik etkinlik ve problemlerin düzenlenebilir.

Sınıfta uygulanacak model oluşturma etkinliği amacına, ayrılacak zamana, öğretmenin ve öğrencinin model oluşturma etkinliklerindeki daha önceki bilgi ve deneyimlerine göre seçilebilir. Başlangıç için öğretmenlerin matematik derslerinde birden fazla çözüm yolu olan problemlere yer verebilir ve öğrencilerin olası farklı çözümleri desteklenebilir. Ders kitaplarından gerçek dünya problemleri kullanarak matematiksel modelleme öğrencilerle tanıştırılabilir. Sözel problemler model oluşturma etkinliğine dönüştürülebilir ve farklı disiplinlerle ilişkili model oluşturma etkinlikleri uygulamaları arttırılabilir. Ayrıca PISA’da var olan etkinlikler matematiksel modelleme sürecine adapte edebilirler. Yine program geliştiriciler öğretmenlerin kullanabilecekleri ve kendi sınıflarına adapte edebilecekleri model oluşturma etkinliklerinden oluşan bir çalışma kitabı düzenleyebilirler. Bu etkinliklerinin sınıf içi uygulamasında ise 60–75 dakika arası zaman ayrılması ve 3’er kişilik heterojen grup çalışması yapılması öğretmenlere tavsiye edilebilir (Zawojewski, Lesh & English, 2003; Eraslan, 2011b). Ayrıca grupların çalışmalarına ait çözümlerini sınıf arkadaşlarına sunacakları ve karşılıklı etkileşime girebilecekleri fırsatlar yaratmak öğrencilerin matematik dilini kullanması ve iletişim becerilerinin gelişimi açısından önerilebilir. Öğrencilerin model oluşturma etkinliği sürecini değerlendiren bir geri dönüt mekanizması kullanılması öğrencilerin model oluşturma etkinliklerindeki performanslarını zamanında görebilmeleri ve kendilerini değerlendirebilmeleri için önemli olabilir.

Model oluşturma etkinliklerinin doru ve amacına uygun şekilde uygulamalarına yönelik olarak öğretim programlarının uygulayıcıları olan öğretmenlerin model, modelleme, matematiksel modelleme ve model oluşturma süreçleri hakkında gerekli donanıma sahip olmaları gerekmektedir. Çünkü öğrenciler modelleme sürecinde ilerlerken öğretmenlerin onlara yardımcı olmak için bu süreci tanıyor olmaları ve onlara gerekli yerlerde rehberlik yapmaları gerekir. Öğrencilerin modelleme becerilerine sahip olmalarını sağlamak için öğretmenlerin de var olan program içinde kendilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Matematiksel model oluşturma konusunda gerekli donanıma sahip öğretmenler yetiştirmek için de öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel modelleme derslerine yer verilebilir. Halen görev yapan öğretmenlere ise matematiksel model oluşturma hakkında uygulamalar içeren çalıştaylar düzenlenebilir. Bu çalıştaylar öğretmenlerin modellemenin matematik eğitimdeki önemini fark etmeleri için kısa süreli ve bir kerelikten ziyade uzun süreli ve periyodik olarak tekrarlanan öğretim seminerleri şeklinde düzenlenebilir.

Bu çalışmanın sonuçları bir ilköğretim okulunun 8. sınıfında öğrenim gören üçerli iki grupta yer alan toplam altı öğrencinin *Voleybol Problemi* üzerindeki düşünme süreçleri ve çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliği ile sınırlıdır. Model oluşturma etkinlikleri üzerine yapılacak yeni araştırmaların okul öncesi, ilköğretimin diğer kademeleri ile ortaöğretim ve yükseköğretim öğrencilerini de kapsayacak şekilde genişletilmesi, bunların model oluşturma süreçlerinin incelenmesi, modelleme ile ilgili bilgilerinin zaman içinde nasıl gelişip değiştiğinin belirlenmesi, modellemenin matematiğe karşı olan görüş ve düşüncelerin değişimindeki etkisinin incelenmesi bu konuda çok kısıtlı olan ulusal literatürün derinleşip zenginleşmesine katkıda bulunacaktır.

KAYNAKÇA

Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık-uçlu Soruların Kullanılması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129–146.

Altun, M. (2002). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi (2. Baskı).* Bursa: Alfa Yayıncılık.

Antonius, S., Haines, C. R., Jensen, H. T., & Niss, M. (2006). Classroom Activities and the Teacher. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*: *The 14. ICMI Study* (s. 295–306). New York: Springer.

Aydın, H. (2008). *İngiltere'de Öğrenim Gören Öğrencilerin ve Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Kullanımına Yönelik Fenomenografik Bir Çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aydın, İ. ve Özgürtaş, T. (2007). Bilim ve Modelleme. *Türk Biyokimya Dergisi,* 32(4), 185–189.

Balakrishnan, G., Yen, Y. P., Goh, E., & Eng, L. (2010). Mathematical Modelling in The Singapore Secondary School Mathematics Curriculum. In B. Kaur ve J. Dindyal (Eds.), *Mathematical Applications And Modelling: Year Book 2010.* (s. 247–257). Singapore: National Institute of Education.

Barbaso, J. C. (2006). Mathematical Modelling in Classroom: A Socio-Critical and Discursive Perspective. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(3), 293–301.

Baykul, Y. (2003). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 1–5 Sınıfar İçin***.** Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bergman, J., & Bergsten, C. (2007). *On The Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics*. [Online]:

http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Bergman%20&%20Bergsten.pdf adresinden 01.04.2010 tarihinde alınmıştır.

Berry, J., & Davies, A. (1996). Written Reports. In C. R. Haines ve S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices* (s. 3.3–3.11). London: Arnold.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W.Arrowsmith Ltd.

Biembengut, S. M. (2006). Modelling and Applications in Primary Education. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14. ICMI Study* (s. 451–456). New York: Springer.

Blomhoej, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing Mathematical Modelling Competence: Conceptual Clarification and Educational Planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123–139.

Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte*, 32(2), 195–232.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht–Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, 23, 15–38.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modeling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Aplications*, 1(1), 45–58.

Blum, W., Galbraith, P., & Henn, H-W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss M. (2010) (Eds). *Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14. ICMI Study*, New York: Springer.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How Do Students and Teachers Deal With Modeling Problems? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical*

Modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics (s. 222–231). Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. In M. Niss, W. Blum & I. Huntley (Eds.), *Modelling Applications and Applied Problem Solving* (s. 1–19). England: Halsted Pres.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Application and Links to Other Subjects-State, Trends, and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68.

Boaler, J. (2001). Mathematical Modelling and New Theories of Learning. *Teaching Mathematics and its Applications,* 20(3), 121–128.

Bonotto, C. (2001). How to Connect School Mathematics with Students' Out-of-School Knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(3), 75–84.

Borromeo Ferri, R. (2004). *Mathematische Denkstile. Ergebnisse Einer Empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86–95.

Borromeo Ferri, R. (2007). *Personal Experiences and Extra Mathematical Knowledge as an Influence Factor on Modelling Routes of Pupils.* To Appear in Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, at Larnaca (Cyprus).

Borromeo Ferri, R. (2011). Effective Mathematical Modelling Without Blockages – A Commentary. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modellin: The 14. ICMTA Study* (s. 181–185). New York: Springer.

Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2007). *Insights of Teachers' Unconscious Behaviour While Dealing with Modelling Problems in the Classroom.* [Online]:

http://site.educ.indiana.edu/Portals/161/Public/Borromeo%20Ferri%20&%20Blum.pdf adresinden 01.04.2010 tarihinde alınmıştır.

Carlson, M., Larsen, S., & Lesh, R. A. (2003). Integrating a Models and Modeling Perspective With Existing Research and Practice. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Ed.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 465- 478). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Chamberlin, M. T. (2004). Design Principles for Teacher Investigations of Student Work. *Mathematics Teacher Education and Development*, 6, 61–72.

Cheng, K. A. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, 6(1), 62–74.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (International Reviews on Mathematical Education)*, 37(3), 149–158.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Traditions.* Thousand Oaks, CA: Sage.

Crouch, R. M., & Haines, C. R. (2007). Exemplar Models: Expert-Novice Student Behaviours. In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling, Education, Engineering and Economics: The ICTMA 12 Study* (s. 101–109). Chichester: Horwood Publishing.

Dede, Y. ve Yaman, S. (2006). Fen ve Matematik Eğitiminde Problem Çözme: Kuramsal Bir Çalışma. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(3), 116–128.

Doerr, H. M. (2006). Examining the Tasks of Teaching When Using Students' Mathematical Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62(1).

Doerr, H. M., & English, L. D. (2001). A Modelling Perspective on Students' Learning Through Data Analysis. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the*

25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (s. 361–368). Utrecht University.

Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A Modeling Perspective on Students' Mathematical Reasoning About Data. *Journal of Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136.

Doerr, H. M., & Tripp, J. S. (2010). Understanding How Students Develop Mathematical Models. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 231–254.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

English, L. D. (2002). Promoting Learning Access to, Powerful Mathematics for a Knowledge-Based Era. In D. Edge ve Y. B. Har (Eds.), *Mathematics Education for a Knowledge-Based Era* (s. 100–107). Association of Mathematics Educators, National Institute of Education, Singapore.

English, L. D. (2003a). Mathematical Modelling with Young Learners. In S. J. Lamon, W. A. Parker & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical Modelling: A Way of Life* (s. 3–18), Chichester: Horwood Publishing.

English, L. D. (2003b). Reconciling Theory, Research and Practice: A Models and Modelling Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 225–248.

English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303–323.

English, L. D. (2010). Young Children's Early Modelling with Data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24–47.

English, L. D., & Lesh, R. A. (2003). Ends in-view Problems. In R. A Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on*

Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching (s. 297–316). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

English, L. D., & Watters, J. (2004a). Mathematical Modeling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59–80.

English, L. D., & Watters, J. (2004b). Mathematical Modelling With Young Children. *28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 335–342.

English, L. D., & Watters, J. J. (2005a). Mathematical Modeling in Third-Grade Classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 16, 59–80.

English, L. D., & Watters, J. (2005b). Mathematical Modelling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58–79.

Eraslan, A. (2005). *A Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles as They Explore Concepts of Quadratic Functions.* Florida State University, Tallahassee, Florida, USA.

Eraslan, A. (2011a). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Model Oluşturma Etkinlikleri ve Bunların Matematik Öğrenimine Etkisi Hakkındaki Görüşleri. *İlköğretim Online,* 10(1), 364–377.

Eraslan, A. (2011b). *Matematiksel Modelleme: İlköğretimde Nasıl Uygulanmalı?* X-Matematik Sempozyumu: Uygarlığın Gelişiminde Matematik. 21–23 Eylül 2011, Işık Üniversitesi, İstanbul.

Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. T. (1993). Doing Naturalistic Inquiry: A Guide to Methods. Beverly Hills, CA: Sage.

Fischer, R., & Malle, G. (1985). *Mensch und Mathematik.* Mannheim Wien, Zürich: Bibliographisches Institut.

Foong, P. Y. (1990). *A Metacognitive-heuristic Approach to Mathematical Problem Solving*. Unpublished Doctoral Dissertation, Monash University, Australia.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education. Dordrecht: Kluwer.

Gagne, R. M. (1980). *The Conditions of Learning*. NewYork: Holt, Rinehart and Winston.

Gainsburg, J. (2006). The Mathematical Modeling of Structural Engineers. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 3–36.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockage During Transitions in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143–162.

Graham, T. (1997) The Ways in Which Different Students Respond to the Same Mathematical Modelling Problem. *Teaching Mathematics and its Applications*, 16, 19–22.

Gravemeijer, K. (1997). Commentary Solving Word Problems: A Case of Modelling? *Learning and Instruction*, 7(4), 389–397.

Gravemeijer, K., & Stephan, M. (2002). Emergent Models as an Instructional Design Heuristic. In Gravemeijer, K., Lehrer, R., Oers, B. & Verschaffel, L. (Eds.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (s. 145-169). Kluwer Academic Publishers. Netherlands.

Greefrath, G. (2010). Analysis of Modelling Problem Solutions with Methods of Problem Solving. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student's Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (s. 265–271). New York: Springer.

Greer, B. (1997). Modeling Reality in Mathematics Classrooms: The Case of Word Problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 293–307.

Gür, H. (2006). *Matematik Öğretimi (Birinci Baskı).* İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Güzel, E. B. ve Uğurel, I. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Analiz I Dersi Akademik Başarıları ile Matematiksel Modelleme Yaklaşımları Arasındaki İlişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69–90.

Güzel, E. B. (2011). An Examination of Pre-service Mathematics Teachers' Approaches to Construct and Solve Mathematical Modelling Problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30, 19–36.

Haines, C. R., & Crouch, R. M. (2001). Recognizing Constructs within Mathematical Modelling. *Teaching Mathematics and its Applications,* 20(3), 129–138.

Haines, C. R., & Crouch, R. M. (2004). Mathematical Modelling: Transitions Betwen The Real World And The Mathematical Model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 35(2), 197–206.

Haines, C. R., & Crouch, R. M. (2010). Remarks On A Modelling Cycle and Interpretting Behaviours. In R. A. Lesh et al.(Eds.), *Modelling Students' Mathematical Modelling Competencies: The ICMI–13 Study* (145–154). New York: Springer.

Harel, G., & Lesh, R. A. (2003). Local Conceptual Development of Proof Schemesin a Cooperative Learning Setting. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 359–382). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Henn, H. W. (2007). Modelling in School-Chances and Obstacles, *TMM Monograph*, 3, 125-138.

Henning, H., & Keune, M. (2005). Modelling and Spreadsheet Calculation. Vakalis, I., Hallet, D.H., Kourouniotis, C., Quinney, D. ve Tzanakis, C. (Ed.). *Proceedings of the Second International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level),* Hersonissos: Wiley.

Hiebert, J., Thomas P., Carpenter, E., Fennema, K., & Fuson, P. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. *Educational Researcher*, 25 (4), 12–21.

Johnson, T., & Lesh, R. A. (2003). A Models and Modelling Perspective on Technology-Based Representational Media. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 265–278). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Jonassen, D. H. (1997). Instructional Design Models for Well-Structured and Ill-Structured Problem-Solving Learning Outcomes. *ETR&D*, 45 (1).

Kaiser, G. (2007). Modelling and Modelling Competencies In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling, Education, Engineering and Economics: The ICTMA 12 Study* (s. 10–119). Chichester: Horwood Publishing.

Kaiser, G., & Shcwarz, B. (2006). Mathematical Modelling as Bridge Between School and University. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 196–208.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematic Education. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(3), 302–310.

Kertil, M. (2008). *Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Keskin, Ö. Ö. (2008). *Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yapabilme Becerilerinin Geliştirilmesi Üzerine Bir Araştırma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kilpatrick, J. (1992). A History of Research in Mathematics Education. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 3–38). Macmillan: New York.

Kuhn, D. (1999). A Developmental Model of Critical Thinking. *Educational Researcher*, 28, 16–25.

Leavitt, D. R., & Ahn, C. M. (2010). A Middle Grade Teacher's Guide to Model Eliciting Activities. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student's Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (s. 353–364). New York: Springer.

LEMA (Learning and Education in and through Modelling and Applications) (2007). *What is modelling? Teachers' diary page 1*. [Online]: www.lema-project.org sitesinden 10.12.2010 tarihinde alınmıştır.

LEMA (Learning and Education in and through Modelling and Applications) (2009). Booklet. [Online]: http://www.lema-project.org/web.lemaproject/web/eu/tout.php?v3=/web.lemaproject/web/eu/page_resources.htm adresinden 10.12.2010 tarihinde alınmıştır.

Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003a). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching and Learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*, (s. 3–34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003b). In What Ways Does a Models and Perspective Move Beyond Constructivism? In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 383–403). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. A. et al. (2000). Principles for Developing Thought Revealing Activities for Students and Teachers. In A. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *The Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahweh NJ: Erlbaum.

Lesh. R. A., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (2010). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: The ICTMA 13 Study*. New York: Springer.

Lesh, R. A., & Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling and Local Conceptual Development, *Mathematical Thinking and Learning*, 5: 2, 157–189.

Lesh, R. A., & Lehrer, R. (2003). Models and Modelling Perspectives on the Development of Students and Teachers. *Mathematical Thinking and Learning* 5(2–3), 109–130.

Lesh, R. A., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem Solving and Modeling. In F. Lester (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 763–804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lesh, R., Zawojewski, J. S., & Carmona, G. (2003). What Mathematical Abilities are Neded for Success Beyond School in a Technology-based Age of Information?. In R. A. Lesh and Doerr, H. (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching(s. 205–222).* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lester, F. K. (1983). Trends and Issues in Mathematical Problem-Solving Research. In R. A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.* New York, Academic Press.

Lester, F. K., & Kehle, P. E. (2003). From Problem Solving to Modelling: The Evolution of Thinking About Research on Complex Mathematical Activity. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 501–517). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newburry Park, CA: Sage.

Lingefjard, T. (2006). Faces of Mathematical Modeling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik,* 38(2), 96–112.

Lingefjärd, T., & Holmquist, M. (2005). To Assess Students' Attitudes, Skills and Competencies in Mathematical Modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2–3), 123–133.

Ludwing, M., & Xu, B. (2010). A Comparative Study Of Modelling Competencies Among Chinese and German Students. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 31(1), 77–97.

Maaß, K. (2005). Barriers and Opportunities for the Integration of Modelling in Mathematic Classes- Results of an Empirical Study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 2/3, 1–16.

Maaß, K. (2006). What are Modelling Competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2),*113–142.

Maaß, K. (2007a). Modelling Taks for Low Achieving Students. First Results of an Empirical Study. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *CERME 5 – Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 2120–2129). Larnaca: University of Cyprus.

Maaß, K. (2007b). Modelling in Class: What Do We Want the Students to Learn? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling, Education, Engineering and Economics: The ICTMA 12 Study* (s. 63–78). Chichester: Horwood Publishing.

Maki, D., & Thompson, M. (1973). *Mathematical Models and Applications, with Emphasis on the Social, Life and Management Sciences*. Englewood cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Middleton, J. A., Lesh, R. A., & Heger, M. (2003). Interest, Identity and Social Functioning: Central Features of Modeling Activity. In R. A. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving (s. 405–418).* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Middleton.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005a)*. İlköğretim 6–8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2005b). *Orta Öğretim Matematik (9,10,11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Mousoulides, N. (2007a). *A Modeling Perspective in the Teaching and Learning of Mathematical Problem Solving*. Unpublished Doctoral Dissertation. University of Cyprus.

Mousoulides, N. (2007b). *Mathematical Modeling for Elementary and Secondary School Teachers*. [Online]: http://www.lema-project.org adresinden 12.12.2010 tarihinde alınmıştır.

Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2006). *From Problem Solving to Modelling- a Meta Analysis.* [Online]: http://www.umt.edu/math/reports/srireman/MousoulidesChristouSriraman.pdf adresinden 10.11.2010 tarihinde alınmıştır.

Mousoulides, N. & English, L. D. (2008). *Modeling with Data in Cypriot and Australian Classrooms*. The 32nd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Morelia, Mexico.

Mousoulides, N., Sriraman, B., & Christou, C. (2004). *An Empirical Investigation of Sixth Grade Students' Modelling Processes in Cyprus.* [Online]: http://www.umt.edu/math/reports/sriraman/MousoulidesSriramanChristou.pdf aderesinden 12.12.2010 tarihinde alınmıştır.

Mousoulides, N., Sriraman, B., & Christou, C. (2007). From Problem Solving to Modeling the Emergence of Models and Modelling Perspectives. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 12(1), 23–47.

Mousoulides, M., Pittalis, M., & Christou, C. (2006). Improving Mathematical Knowledge Through Modeling in Elementary Schools. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 201- 208.

Mousoliudes, N., Pittalis, M., Christou, C., & Sriraman, B. (2010). Tracing Student's Modelling Processes in School. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student's Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (s. 119–129). New York: Springer.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., González, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International*

Mathematics and Science Study at the Eighth and Fourth Grades. Chestnut Hill, MA: Boston College.

National Council of Teachers of Mathematics (2000*). Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: Author.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbriath, H-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (3–22). New York: Springer.

Organization for Economic Co-Operation and Development [OECD] (2004). *Problem Solving for Tomorrow's World – First Measures of Cross Curricular Competencies from PISA 2003*, [Online]: http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/25/12/34009000.pdf adresinden 10.11.2010 tarihinde alınmıştır.

Patel, V. I., & Ramoni, M. F. (1997). *Cognitive Models of Directional Influence in Expert Medical Reasoning.* In P. J. Feltovich, K. M. Ford & R. R. Hoffman (Eds.), *Expertise in Context* (s. 67–99). Menlo Park, California: AAAI Pres/MIT Pres.

Pesen, C. (2003). *Matematik Öğretimi*. Nobel Yayınları, Ankara.

Polya, G. (1957). *How to Solve it- A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday ve Company.

Polya, G. (1990). *Nasıl Çözmeli? (Matematikte Yeni Bir Boyut)*, Çev: Feryal Halatçı, Sistem Yayıncılık, Ankara.

Powell, R. A., Single, H. M., & Lloyd, K. R. (1996). Focus Groups in Mental Health Research: Enhancing The Validity of User and Provider Questionnaires, *International Journal of social Psychology*, 42(3), 193- 206.

Roth, W., & McGinn, M. (1997). Toward a New Perspective on Problem Solving. Canadian Journal of Education, 22(1), 18–32.

Schapp, S., Vos, P., & Goedhart, M. (2011). Students Overcoming Blockages While Building a Mathematical Model: Exploring a Framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. B.

Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: The 14. ICMTA Study* (s. 137–146). New York: Springer.

Schoenfeld, A. H. (1985). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. In E. A. Silver (Eds.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (s. 361–379). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. In D. Grows (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: Macmillan.

Seino, T. (2005). *Understanding the Role of Assumption in Mathematical Modelling: Analysis of Lessons with Emphasis on the Awareness of Assumptions*. [Online]: http://www.merga.net.au/documents/RP762005.pdf adresinden 02.09.2011 tarihinde alınmıştır.

Selden, A., Selden, J., Hauk, S., & Mason, A. (1999). Do Calculus Students Eventually Learn to Solve Non-routine Problems? http://www.math.tntech.edu/techreports/TR_1999_5.pdf adresinden 05.04.2011 tarihinde alınmıştır.

Shell Centre (1985). Swan, M., Pitts, J., Eraser, R., & Burkhardt, H. with the Shell Centre Team. *Problems with Patterns and Numbers*, Joint Matriculation Board, Manchester.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Sol, M., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Project Modelling Routes in 12–16-Year-Old Pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modellin: The 14. ICMTA Study* (s. 231–240). New York: Springer.

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the Notion of Model Eliciting. *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, 2, 688–697.

Sriraman, B., & Lesh, R. A. (2006). Beyond Traditional Conceptions of Modeling. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 38(3), 247–254.

Steen. L. A., & Foreman, L. S. (2001). *Why Math? Applications in Science, Engineering, and Technological Programs*, Research Brief, American Association of Community Colleges.

Swan, M., Turner, R., & Yoon, C. (2006). The Roles of Modelling in Learning Mathematics. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14. ICMI Study* (s. 275–284). New York: Springer.

Swetz, F., & Hartzler J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum.* NCTM: Reston, Virginia.

Thomas, K. & Hart, J. (2010). Pre-service teacher perceptions of Model Eliciting Activities. In R. Lesh et al. (Eds.), *Modelling Students' Matematical Modeling Competencies* (s. 531–539). New York, NY: Springer Science and Business Media.

Van De Walle, J. A. (1994). *Elementary School Mathematics*. Virginia Commenralth University, Longman.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic Considerations in Mathematical Modeling of School Arithmetic Word Problems. *Learning and Instruction*, 4, 273–294.

Voskoglou, M. (2007). A Stochastic Model for the Modeling Process. In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics* (s. 149–157). Chichester: Horwood Publishing.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yoshida, H., Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Realistic Considerations in Solving Problematic Word Problems: Do Japanese and Belgian Children Have the Same Difficulties? *Learning and Instruction*, 7 (4), 329–338.

Zawojevski, S. J., Lesh, R. A., & English, L. D. (2003). A Models and Modeling Perspective on the Role of Small Group Learning Activities. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Ed.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 337–358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2003). A Models and Modelling Perspective on Problem Solving. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (s. 35–58). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curricular Mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 63(1), 89–112.

EKLER

Ek 1: Ön Çalışma Sürecinde Uygulanan Model Oluşturma Etkinlikleri

1. Uzun Atlama Problemi

Uzun Atlama Problemi

"Türkiye okullar arası uzun atlama şampiyonası için bir kız öğrenci seçilecek. Okul çapında düzenlenen yarışmada üç kız öğrenciye ait alınan sonuçlar metre olarak aşağıda verildi. Beden eğitimi öğretmeni şampiyonaya kimin gönderileceği konusunda kararsız kaldı. Müdür yardımcısı Güngör Bey, Şeyda en uzun ortalamaya sahip olduğundan şampiyonaya onun gitmesinin doğru olacağını söyledi. Sizce Güngör Hoca haklı mı? Cevabınızı açıklayınız ve haklı olmadığını düşünüyorsanız onu ikna ediniz. Okulumuz için en avantajlı öğrenciyi belirleyip, bunu nasıl yaptığınızı beden eğitimi öğretmenimize ve müdür yardımcımıza bir mektupla açıklayınız."

Büşra	Fatma	Şeyda
3,25 m	3,55 m	3,67 m
3,95 m	3,88 m	3,78 m
4,28 m	3,61 m	3,92 m
2,95 m	3,97 m	3,62 m
3,66 m	3,75 m	3,85 m
3,81m	3,59 m	3,73 m

Not: Bu etkinlik Swan, Turner, Yoon ve Muller (2006)'in çalışmasından uyarlanmıştır.

2. Seyahat Problemi

Seyahat Problemi

Akif ailesiyle bir haftalık bir tatil için araç kiralayarak Ankara'dan Antalya' ya gidecek. Babası Akif' e Antalya' ya gitmek için birkaç yol ve araç seçenekleri olduğunu fakat hangilerinin daha ekonomik olduğu konusunda kararsız olduğunu söyledi. Yol seçenekleri haritada, araç seçenekleri ile ilgili bilgiler de aşağıdaki tabloda verilmiştir. Akif' e en ekonomik yol ve aracı belirlemek konusunda yardımcı olabilir misiniz?

	Günlük kira Bedeli	Yakıt Türü ve litre Fiyatı	100 km' de ortalama Yakıt Tüketimi
1. Araç	80 ytl	Dizel 2,5 ytl	5,5 lt
2. Araç	55 ytl	Benzin 2,9 ytl	9 lt
3. Araç	65 ytl	LPG 1,5 ytl	10 lt

Not: Bu etkinlik Zawojewski, Lesh ve English (2003)'in çalışmasından uyarlanmıştır.

3. Parkta Yürüyüş Problemi

Parkta Yürüyüş Problemi
Bir dede ile torunu parkta yürüyüş yapmaktadırlar. Yürüyüş sırasında iki ağaç arasındaki mesafeyi dede 30 adımda alırken torunu ise 70 adımda almaktadır. Dedenin boyunun 180 cm olduğu bilinmektedir. Sizin göreviniz torunun boyunu ve yaşını hesaplamak ardından nasıl hesapladığınızı ayrıntısıyla açıklayıcı bir mektup yazmak.
Not: Bu etkinlik LEMA Project (2009) çalışmasından uyarlanmıştır.

4. Okul Partisi Problemi

Okul Partisi Problemi
Okulumuzun bahçesinde bir konser düzenlenecek. Okulumuzdaki öğrencilerin hemen hepsi ve komşu okullardaki bazı öğrencilerin konsere gelmesini bekliyoruz. Konseri organize eden müzik kulübü öğrencileri bahçe için mümkün olan maksimum seyirci sayısını belirlemek istiyor. Sizin göreviniz bahçenin alabileceği maksimum öğrenci sayısını hesaplamak ve nasıl hesapladığınızı müzik kulübü öğrencilerine açıklayan bir rapor hazırlamak.
Not: Bu etkinlik Henning ve Keune (2005)'nin çalışmasından uyarlanmıştır.

5. Yaz İşi Problemi

Yaz İşi Problemi

Levent, geçen yaz Gençlik Parkı'nda bir iş aldı. O'nun çalıştırdığı seyyar satıcılar, park içerisinde dolaşarak patlamış mısır ve içecek satışı yapıyorlar. Levent' in gelecek yaz hangi elemanlarını tekrar çalıştırmaya karar vermek için yardımınıza ihtiyacı var. Geçen yaz Levent' in 9 satıcısı vardı. Bu yaz ise üçü tam gün, üçü yarım gün olmak üzere 6 satıcı çalıştırabilecek. Levent geçen yaz çalıştırdığı elemanlardan kendisine en çok gelir getirecek olanları tekrar işe almak istiyor. Fakat onları nasıl karşılaştırabileceğini bilmiyor. Çünkü geçen yılki kayıtlara göre satıcıların günlük çalışma saatleri farklı. Bunun yanında parkın yoğunluk durumu da satışta önemli etkiye sahip. Örneğin kalabalık bir Cuma gecesi satış yapmak yağmurlu bir öğleden sonraya göre çok daha kolaydır. Levent geçen yılki kayıtları inceleyerek, parkın yoğunluk durumuna göre her satıcının çalışma süresini ve topladığı para miktarını belirledi. (Tablo 1–2) Satıcıların geçen yılki performanslarını inceleyiniz ve üç tane tam gün üç tane de yarım gün çalışmak üzere satıcı belirleyiniz. Levent' e sonuçlarınızı bir mektupla bildiriniz. Teklifinizin kullanışlı olup olmadığına karar verebilmesi için mektupta satıcıları nasıl değerlendirip seçtiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

TABLO 1: GEÇEN YAZ ÇALIŞMA SÜRELERİ (SAAT- AYDA)

	HAZİRAN			TEMMUZ			AĞUSTOS		
Yoğunluk	Çok	Orta	Düşük	Çok	Orta	Düşük	Çok	Orta	Düşük
GİZEM	12.5	15	9	10	14	17.5	12.5	33.5	35
KAAN	5.5	22	15.5	53.5	40	15.5	50	14	23.5
TARIK	12	17	14.5	20	25	21.5	19.5	20.5	24.5
JALE	19.5	30.5	34	20	31	14	22	19.5	36
CAN	19.5	26	0	36	15.5	27	30	24	4.5
CANAN	13	4.5	12	33.5	37.5	6.5	16	24	16.5
RIZA	26.5	43.5	27	67	26	3	41.5	58	5.5
ALİ	7.5	16	25	16	45.5	51	7.5	42	84
AYTEN	0	3	4.5	38	17.5	39	37	22	12

TABLO2: GEÇEN YAZ TOPLANAN PARA (TL)

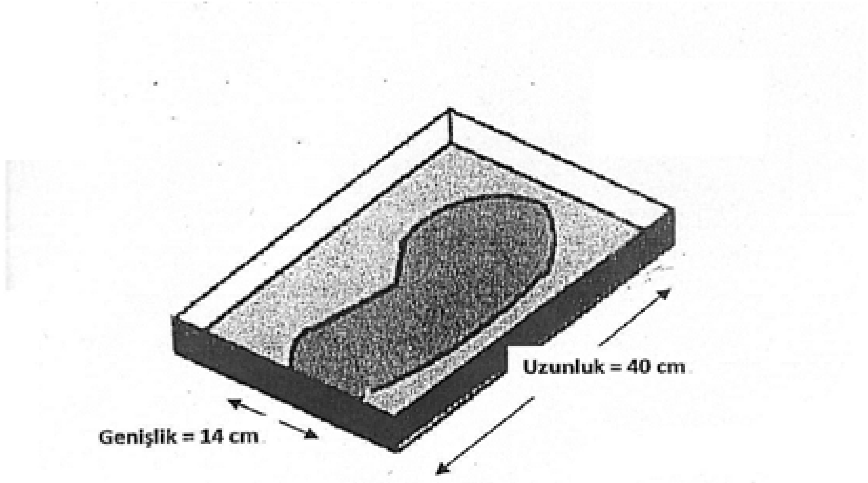
	HAZİRAN			TEMMUZ			AĞUSTOS		
Yoğunluk	Çok	Orta	Düşük	Çok	Orta	Düşük	Çok	Orta	Düşük
GİZEM	690	780	452	699	758	835	788	1732	1462
KAAN	474	874	406	4612	2032	477	4500	834	712
TARIK	1047	667	284	1389	804	450	1062	806	491
JALE	1263	1188	765	1584	1668	449	1822	1276	1358
CAN	1264	1172	0	2477	681	548	1923	1130	89
CANAN	1115	278	574	2972	2399	231	1322	1594	577
RIZA	2253	1702	610	4470	993	75	2754	2327	87
ALİ	550	903	928	1296	2360	2610	615	2184	2518
AYTEN	0	125	64	3073	767	768	3005	1253	253

Not: Bu etkinlik Johnson ve Lesh (2003)'in çalışmasından uyarlanmıştır.

6. Büyük Ayak Problemi

Büyük Ayak Problemi

Bir kış günü sabah okula gelen öğrenciler hiç de beklemedikleri bir durumla karşılaşırlar. Okulun bahçesinde polis ve olay yeri inceleme ekibinin bulunduğunu görürler. Polis, dün gece bazı insanların okulun bahçesine çok sayıda kitap bıraktığını belirtmiştir. Okul yönetimi ve öğrenciler bunu yapan insanlara teşekkür etmek isterler fakat hiç kimse bunu kimin yaptığını görmemiştir. Polis olay yerinde birçok ayak izine rastlar. Ayak izlerinin birisi aşağıda görülmektedir. Bu kişiyi ve arkadaşlarını bulmak için bu ayak izinin sahibinin boyunu belirlemeniz faydalı olabilir. Sizin göreviniz polise ayak izi bulunan kişinin boyunun uzunluğunu belirlemede kullanmak üzere bir araç geliştirmek ve bir mektupla bu aracın nasıl geliştirildiğini ve kullanıldığını polise anlatmak. Unutmayınız ki geliştirdiğiniz bu araç buradaki ayak izi için işe yaradığı gibi diğer ayak izleri için de işe yaramalıdır?



Not: Bu etkinlik Lesh ve Doerr (2003)'in çalışmasından uyarlanmıştır.

Ek 2: Voleybol Problemi

VOLEYBOL PROBLEMİ

Türkiye Voleybol Federasyonu yaz kampı düzenleyicilerinin kamptaki oyuncuları eşit takımlara ayırmak için bir yönteme ihtiyaçları var. Bunu kampın ilk günü yapılan deneme aktivitelerindeki verileri kullanarak yapmaya karar verirler. Aşağıdaki tablo oyuncuların deneme aktivitelerinden elde edilen bir takım verilerini göstermektedir. Sizden istenen aşağıda verilen 18 bayan oyuncuyu eşit seviyedeki 3 takıma ayırmanız ve bu yöntemi bir mektupla kamp düzenleyicilerine göndermeniz çünkü kamp yetkilileri gelecek yıllarda düzenlenecek kamplarda oyuncu sayısının 200'den fazla olması durumunda sizin önereceğiniz yöntemi kullanarak oyuncuları takımlara ayıracaktır.

DENEMELERDEKİ VERİLER									
İsim	**Oyuncunun boyu (m)**	**Dikey Sıçraması (cm)**	**40 metredeki koşuşu**	**Servis Sonuçları (10 sevisten başarılı olanların sayısı)**	**Smaç Sonuçları (5 deneme için)**				
Bahar	1.85	51	6.21	8	Plase geri geldi	Plase sayısı	Hücum sayısı	Top filede	Geri geldi
Pelin	1.57	64	5.98	7	Hücum sayısı	Geri geldi	Top dışarıda	Plase geri geldi	Hücum sayısı
Elif	1.78	61	6.44	8	Top dışarıda	Geri geldi	Geri geldi	Hücum sayısı	Top filede
Neslihan	1.78	69	6.01	9	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Plase sayısı	Hücum sayısı	Geri geldi
Gülden	1.68	64	6.95	10	Top dışarıda	Top filede	Geri geldi	Geri geldi	Plase geri geldi
Nihan	1.73	43	7.12	6	Hücum sayısı	Plase sayısı	Hücum sayısı	Geri geldi	Hücum sayısı
Özlem	1.60	53	6.34	5	Top dışarıda	Hücum sayısı	Top filede	Top filede	Plase geri geldi
Aysun	1.65	58	7.34	8	Top filede	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Plase sayısı
Eda	1.65	61	6.32	9	Top filede	Top dışarıda	Top filede	Top dışarıda	Geri geldi
Nilay	1.70	48	8.18	10	Plase sayısı	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Top dışarıda	Geri geldi
Duygu	1.75	58	6.75	7	Plase geri geldi	Hücum sayısı	Geri geldi	Top dışarıda	Hücum sayısı
Nalan	1.73	38	5.87	8	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Plase sayısı	Top filede
Gözde	1.63	53	6.72	8	Hücum sayısı	Geri geldi	Top dışarıda	Top filede	Plase geri geldi
Esra	1.70	48	6.88	9	Top dışarıda	Top filede	Top filede	Hücum sayısı	Geri geldi
Seda	1.55	61	6.27	6	Plase sayısı	Plase geri geldi	Plase geri geldi	Hücum sayısı	Top dışarıda
Deniz	1.78	58	6.54	8	Top dışarıda	Hücum sayısı	Top dışarıda	Plase geri geldi	Top dışarıda
Gül	1.60	66	7.01	9	Plase sayısı	Top filede	Hücum sayısı	Hücum sayısı	Hücum sayısı
Çiğdem	1.75	46	6.78	10	Top filede	Top dışarıda	Hücum sayısı	Plase geri geldi	Hücum sayısı

Smaç Sonuçları İçin Anahtar Kelimeler

Hücum sayısı: Diğer takım topu geri döndüremedi ve hücum eden takım sayı kazandı.
Top dışarıda: Smaçör topu hücum alanının dışına attı ve takım sayı kaybetti.
Geri geldi: Diğer takım smacı geri çevirdi ve oyun devam etti.
Plase sayısı: Smaçör smaç atar gibi yaparak topu filenin üstünden hafifçe vurdu ve takım sayı kazandı.
Plase geri geldi: Smaçör smaç atar gibi yaparak topu filenin üstünden hafifçe vurdu fakat diğer takım topu kurtardı ve oyun devam etti.
Top filede: Smaçör topu filenin üstünden geçirmekte başarısız oldu ve takım sayı kaybetti.

Not: Bu etkinlik Lesh ve Doerr (2003a)'in çalışmasından uyarlanmıştır.

Ek 3: Araştırma İzni

T.C
SAMSUN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

01.12.2011* 38590

Sayı : B.08.4.MEM.0.55.05.00/605.01/

Konu : Tez Çalışması

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.
b) Ondokuz Mayıs Üniversitesi Rektörlüğünün 04/11/2011 tarihli ve 107/8874 sayılı yazısı.

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Sinem KANT'ın "İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Model Oluşturma Sürecinde Karşılaştıkları Güçlükler" konulu araştırmasını, İlimiz [redacted] İlçesinde bulunan [redacted] İlköğretim Okulu 8. Sınıf Öğrencilerine uygulayabilmesi ile ilgili ilgi (b) yazı ekinde gönderilen anket soruları müdürlüğümüzde kurulan, "Araştırma ve Değerlendirme Komisyonu" tarafından 29/11/2011 tarihinde incelenmiş olup, uygun bulunmuştur.

Bahis konusu anketin; ilgi (a) yönerge hükümleri doğrultusunda okul müdürlerinin gözetim, denetim ve sorumluluğunda, Ondokuzmayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Sinem KANT tarafından, İlimiz [redacted] İlçesinde bulunan [redacted] İlköğretim Okulu 8. Sınıf Öğrencilerine uygulayabilmesi hususunu;

Olurlarınıza arz ederim.

Melih ERDEM
İl Millî Eğitim Müdür V.

OLUR
30/11/2011

Osman Nuri ÇOBANOĞLU
Vali a.
Vali Yardımcısı