Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNDE ÖZDEŞLİKLERİ MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ORİGAMİ İLE MODELLENMESİ

Hazırlayan

Tuğba KOYLAHİSAR (DÜNDAR)

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Zuhal ÜNAN

Yüksek Lisans Tezi

Samsun, 2012

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İlköğretim Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

İLKÖĞRETİM 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNDE ÖZDEŞLİKLERİ MODELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: ORİGAMİ İLE MODELLENMESİ

Hazırlayan

Tuğba KOYLAHİSAR (DÜNDAR)

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Zuhal ÜNAN

Yüksek Lisans Tezi

Samsun, 2012

KABUL VE ONAY

Tuğba KOYLAHİSAR (DÜNDAR) tarafından hazırlanan "İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikleri Modelleme Becerilerinin İncelenmesi:Origami İle Modellenmesi" başlıklı bu çalışma,[10.02.2012] tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: ______________________________

Üye : ________________________________

Üye : ________________________________

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

__ /__ /__

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİMİ

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinde, proje aşamasından sonuçlanmasına kadarki süreçte bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet etimi, tez içindeki tüm bilgileri bilimsel ahlak ve gelenek çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu çalışmamda doğrudan veya dolaylı olarak yaptığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu taahhüt ederim.

01/02/ 2012

Tuğba KOYLAHİSAR (DÜNDAR)

ÖZET

Çalışmanın temeli 8. Sınıf da “özdeşlikleri modellerle açıklar” kazanımına yöneliktir. Çalışma, origami kullanılarak hem cebir geometri ilişkisini daha net bir şekilde kurmak hem de cebirsel terim ve kavramların öğrenci zihninde daha net kurmasına yardımcı olmak amacı ile gerçekleştirilmiştir.

Çalışma iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada amaç özdeşliklerde model kullanımının ne ölçüde kullanıldığını ortaya çıkarmak ve öğrencilerin bu noktada yaşadıkları sıkıntıları tespit etmektir. İkinci aşamada ise özdeşlikleri modellerle açıklama sırasında yaşadıkları sorunlar ışığında origami yardımı ile modeli uygulamak olmuştur. Çalışmada önce açık uçlu sorulardan alınan cevaplara göre alt problemler oluşturulmuş ve programda özdeşliklere ayrılan ders saati sürecince origami yardımıyla model uygulanmıştır. Daha sonra öğrencilerin her bir soruya yönelik yanıtları ön test ve son test açık uçlu soruları karşılaştırılarak sunulmuştur. Araştırmacı öğretmen yöntemini içermesi bakımından bir eylem araştırmasıdır. İki devlet okulunun 8. Sınıf öğrencileriyle yürütülen çalışma sonucunda elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile çözümlenmiştir. Günlükler, açık uçlu sorulardan alınan yanıtlar ve origami görüş bildirme anketi bu çalışmada kullanılan veri toplama araçlarıdır.

Çalışma sonunda elde edilen bulgular oluşturulan alt problemler ışığında değerlendirilmiştir. Ön test sonuçlarına göre özdeşliklerin modellemesine dair eksik hatta çoğu zaman kullanılmayan modellerin origami ile işlenen ders sonrasında farklılaştığı ortaya çıkmıştır. Özellikle ilk başta cebir- geometri ilişkisini kuramayan öğrenciler origami ile farklı bir bakış açısı geliştirmişlerdir. Her ders sonrasında yazılan günlükler ise o derse ilişkin en önemli dönütler olmuştur. Çalışma sonrasında ayrıca cebir geometri ilişkisinin kurulması ile öğrenci bilgiyi kendi zihninde daha anlamlı hale getirmeyi başarmıştır. Çalışmanın sonucunda origami matematik eğitiminde çok fazla kullanılmadığından origami görüş bildirme anketi ile öğrenci görüşleri değerlendirmeye alınmıştır.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: Cebir, Model, Modelleme, Origami

ABSTRACT

An examination of the 8th grade students' in idendities modelling skills: Modelling with the Origami.

The study depends the 8th grade objective which is that " identities are explained by models". The aims of using origami are forming the relations between algebra and geometry clearly and helping students form the algebraic terms and concepts in their minds clearly.

This study consists two phases. Primarily, reveal what extend to uses of the model in identites, also determine the problems of the student at this point. In this study ,firstly, sub-problems were created according to the responses of open-ended questions and model was applied with help of origami during the lesson time which was allocated for the identities. Than, responses of the students for each question were compared with pre-test and post-test. Action research design was used in this study. The findings that were gotten after the study between two state school eighth grade students, were analyzed with analyse method. Dailies, responses of open-ended questions and origami survey are data collection tools in this study.

Findings that we got from end of the study were evaluated in the light of sub-problems. Modellings which are missing even which are never used in the modelling of identities pre-test were differentiated after the lessons which were taugt with origami. Especially, students who could not create a relatıonshıp with algebra-geometry ,were improved diffrent kind of perspective. The dailies which written by the student after the each classes, were the most important equipments fort his class. Besides,after the study, student succeeded to make meaningful to information in their minds. Besides,origami is not used so much for mathmatics education,so opinion of the students were taken with survey which is about origami.

Key Words: Algebra, Model, Modelling, Origami,

TEŞEKKÜR

Çalışmamda bir tez danışmanı olmanın çok ötesinde bizlere bilmenin, öğretmenin, öğrenmenin heyecanını yaşatan, en yorulduğum çıkmaza girdiğimde gerek bilgi açısından gerekse motive etme açısından her daim bizi destekleyen; öğrencileri değil de çok yakınındaki arkadaşlarıymışız gibi davranıp öğretmen olmanın ne demek olduğunu hem sevgi hem de davranış açısından gösteren, yüksek lisansa başlayıp onu tanıma fırsatı bulduğum için çok şanslı olduğumu düşündüren, saygıdeğer hocam YRD.DOÇ. DR.ZUHAL ÜNAN'a emek ve özverisi için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Cebire ilgi duymamı sağlayan, lisans eğitimimde verdiği eğitim ile matematiğin en güzel yanlarını keşfetmemde rol oynayan, araştırmam için destek ve önerilerini esirgemeyen çok değerli hocam Doç. Dr. Yüksel DEDE'ye ilgi ve özverisi için teşekkür ederim.

Yüksek lisans çalışmamda yardım ve destekleri için meslektaşlarım İrfan DAĞDELEN, Esra BAYRAKTAR ve Gülşah UÇAR'a teşekkür ederim.

Başarılarımın her daim arkamda olup bu noktaya gelmemde en büyük pay sahibi alan canım babama, anneme ve kardeşlerime; en zor anlarımda yanımda olup sabreden, her çalışmamda varlığını hissettirip yardımıma koşan canım eşime desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Bu araştırma TÜBİTAK'ın 2210 yurtiçi yüksek lisans burs programı ile desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

1 GİRİŞ

Matematik; örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Bir başka deyişle matematik sayı, şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Matematik, aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir. Matematik; bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve matematik dilini kullanarak problem çözmeyi içerir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2009).

Einstein (1996)'a göre bir insan için doğru bilgileri öğrenmek o kadar da önemli bir şey değildir. Bunun için aslında bireyin okula ihtiyacı yoktur. O tüm bunları kitaplardan da öğrenebilir. Eğitimin birey için önemi; ona kitaplardan öğrenebileceği birçok doğru bilgiyi yüklemek değil, tersine kitaplardan öğrenemeyeceği bir egzersiz olan aklını kullanmayı öğretmektir. Matematik derslerinde de öğretmenin yegâne amacı öğrenciyi bilgi küpüne dönüştürmek olmamalıdır. Ancak bu şekilde bireyin zihinsel aktiviteleri, bir ezberden ve hazır bilgi olmaktan çıkar ve eleştirel ve üretici bir kimliğe bürünebilir (Einstein, 1996; aktaran Özalper, 2006).

Son yıllarda matematik eğitimine bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. Artık matematik eğitimi, yalnızca matematik bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen insanlar yetiştirmeyi hedeflemektedir. 21. Yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, "yeni yeterlilikler" kazanmalarına gereksinim duymaktadır (Gür ve Korkmaz, 2003).

Bu yeterlilikler bireye öğrendikleri bilgileri sağlam temele oturtma ve sorgulama düşüncesi kazandırmayı amaçlamıştır. Bu nedenle ilköğretim matematik programı, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamları ve işlem becerilerinin kazandırılması üzerine yoğunlaşmıştır. Hazırlanan bu programda matematikle ilgili bilgilerin kavramsal temellerin oluşturulmasına daha çok zaman ayırmayı; böylece kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişkiler kurma önemsenmiştir bu yapılırken öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB, 2005). Programda değinildiği üzere kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki bağ oldukça önemlidir. Bu noktada kavram bilgisinden ne anlaşılmalı sorusu akıllara gelmektedir? Kavramlar bilginin yapı taşlarıdır ve insanların öğrendiklerini, sınıflandırmalarını ve organize etmelerini sağlar. Ayrıca kavramlar bireyin düşünmesini sağlayan zihinsel bir araçtır ve çok kapsamlı bilgileri kullanılabilir birimler haline getirirler (Senemoğlu, 1997). Kavram bilgisi ise sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir. Tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmez. Kavram, kendisinin anlamını taşıdığı grupla ilişkilendirilirse söz konusu kavramla ilgili anlam ortaya çıkar. Kavramın taşıdığı anlam anlaşıldığı sürece kavram bilgisi gerçekleşir. İnsanlar yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler. Benzer şekilde, matematiksel bilgiler var olan eski bilgilere eklenir. Ne zaman ki yeni bilgi eski bilgi ile uygun bir şekilde ilişkilendirilebilir ve uzlaştırılabilir ise o zaman söz konusu kavramla ilgili anlama meydana gelir (Skemp, 1971; aktaran Baki ve Kartal, 2004). İşlemsel bilgi ise matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi olarak tanımlanır (Baykul, 2005). İşlem bilgisi onu meydana getiren iki ayrı kısımla birlikte açıklanmaktadır. İşlem bilgisinin birinci kısmını matematiğin sembolleri ve dili oluşturur. Matematiksel semboller konunun yüzeysel özelliklerini verir fakat, anlamını vermez (Hiebert ve Lefevre, 1986; aktaran Baki ve Kartal, 2004). Cobb (1986) işlemsel bilginin nedenleri ve niçinleri araştırılmadan sadece kural niteliğinde ezberlenerek aktarıldığından kavramsal bilgiye değil işlemsel bilgiye önem verildiği sonucuna ulaşmıştır. Bu tutum ise öğrenciyi düşünmeden ezbere yöneltecek bir yoldur. Öğrenci kendi bir şey düşünmediği gibi bir şeyler üretmesi de beklenemez. Ayrıca öğretmen öğrenci ilişkisin de öğretmenin kuralı iyi bilip uygulayan konumuna getirdiğini belirtmiştir. (Cobb, 1986; aktaran Baki ve Kartal, 2004). Benimsenen kavramsal yaklaşımla; öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB, 2009).

Matematik programında da belirtildiği gibi esas amaç öğrenci de matematiksel kavramların oluşmasını sağlamak ve aritmetik işlemlerden sonra ona soyutlama becerisi kazandırmak olmalıdır. Matematiğin soyutlama özelliğini kullanabilmesi ise aritmetik ile cebir arasındaki geçişe bağlıdır. Bu bağlamda cebirin kendine özgü yapısı bu geçiş de kilit nokta konumundadır. Cebirsel ifadelerin yorumlanmasında amaç öğrencinin öncelikle “bilinmeyen, değişken, denklem, eşitlik” gibi kavramları zihninde doğru oturttuktan sonra işlem bilgisi gerektiren bir bakıma denklem çözme, bilinmeyeni bulma gibi işlemsel bilgilere geçmesidir. Kavramsal bilginin işlemsel bilgi ile birlikte öğrencinin bilgiyi kendi düşünme süzgecinden geçirdikten sonra inşa etmesi son derece önemlidir. Öğretmen bilgileri sunan, öğrenci ise bu bilgileri sunulduğu şekliyle alan kişi konumundan eğitim-öğretim ortamına bilinçli ve kendi yapılandırma süreciyle katılan kişi konumundadır.

Günümüz matematik programlarının dayandığı esas öğrencide matematiği kendinin anlamlandırıp inşa etmesini sağlamak olmuştur. Öğrenci gerekli soyutlamaları yapabilmek için ihtiyaç duyduğunu modeller aracılığıyla zihninde inşa etmeye çalışacaktır. Matematiksel model bir problem durumunu ya da gerçek hayat durumunu matematiksel olarak ifade edebilmek için zihinde var olan ya da oluşturulan denklem, fonksiyon, grafik ve matematiksel düşünme becerileri gibi yapıların tamamıdır. Matematiksel modeller, bireylerin karşılaştıkları problemleri ve olayları matematiksel olarak yorumlayabilmeleri için gereken kavramsal araçlardır (Kertil, 2008). Modelleme ise bir bakıma bu kavramsal araçların ortaya çıkış sürecini temsil etmektedir.

8. sınıfta cebirin bir alt öğrenme alanı olan cebirsel ifadelerde önemli bir kazanım özdeşliklerin modellerle açıklanmasıdır. Matematik programının esası öğrencinin bilgiyi kendisinin oluşturmasını sağlamaktır. Fakat öğrenciye hazır modeller vererek öğrenmesini sağlamaya çalışmak öğrencinin matematiği anlamasından çok onu ezbere yöneltecektir. Bu noktada ki en büyük sorunda budur: Modellerin matematik programlarının içinde ne şekilde yer alması gerekmektedir? Özellikle cebirin tarihsel gelişim sürecine bakıldığında Harezmi, cebirin kurucusu sayılmaktadır. Harezmi' nin denklem çözümleri "kare ve dikdörtgen metodu" denilen, esası geometriye dayandırılan bir çözüm yöntemini içermektedir. Özdeşliklerin yalnızca modellerle açıklanmasından ziyade model üzerinden öğrencinin matematiksel bilgi inşa etmesini sağlamaya çalışmak kavramsal bilginin doğru bir şekilde kurulmasını sağlayacaktır. Bu noktada Cornelius ve Tubis (2006)'a göre origami matematiksel fikir ve düşünmenin gelişimine ve matematiksel kavramların anlaşılmasına katkı yapmaktadır. Ayrıca origami etkinlikleri sonucu programda da belirtildiği şekliyle geometriyle kurduğu bağ sonucu öğrencide Euclides geometrisinin temelleri atılmış olur. Bu açıdan origami geometri ilişkisinden yararlanılarak cebirsel özdeşliklerin geometri içinde origami yardımıyla modellenmesi, öğrencilerin yaş seviyesi gereği matematikte olmazsa olmazdan olan cebiri hem onlar için anlamlı kılmak hem de daha somut hale getirerek öğrendikleri bilginin kalıcı olmasını sağlamak açısından yararlı olacaktır. Burada özellikle cebir gibi

öğrencilerin çok zorlandıkları bir konunun temel kavramlarını geometriyle anlamlandırmaları söz konusudur.

1.1 Cebir

Matematik kendine özgü sembolleri, araçları içinde barındırır. Matematiksel bilginin oluşum sürecinde en önemlisi bu sembolleri bir bakıma bu sembollere yüklenen anlamları kavramaktan geçer. Matematiksel semboller matematiğin anlaşılmasında olmazsa olmaz araçlardandır.

İlköğretim matematik programında da belirtildiği gibi kavramsal ve işlemsel bilginin ortak kurulması son derece önemlidir. İlköğretim programında kendi yaparak yaşayarak öğrenen, öğrendiği bilgileri günlük yaşam koşullarında etkili kullanan bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir. Özellikle cebirin yapısı itibariyle her yaştan öğrencinin zorlandığı bir gerçektir (Ersoy ve Erbaş, 2002; Dede, Yalın, ve Argün, 2002). Araştırmalar da cebirin yapısı araştırılmakla birlikte çeşitli materyal ile öğretimi de gerçekleştirilmiştir (Şan, 2008; Tuncer, 2008; Şişman, 2007).

Matematiğin somut varlıklardan ve fiziksel olaylardan arınıp soyutlanabilmesi özelliği, aynı zamanda, onun, insanların ortak düşünme aracı olmasını; yani evrensel bir dil olmasını ve durmaksızın gelişmesini sağlamıştır. Örneğin mukayese, sayma ve sayılarla işlem yapma eylemlerini içeren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olan cebir doğmuştur. Cebir bilim dalı, aritmetiğin çözemediği pek çok problemi çözebilmektedir (Karaçay, 1985). Cebir: bir eşitliğin bir tarafında bulunan negatif bir sayı eşitliğin iki tarafına ona eşit pozitif bir tamsayı ilave etmek suretiyle yok ederek yapılan işlemdir. Mukabele ise bir eşitliğin her iki yanında eşit veya aynı cins değerleri tayin etme tarzıdır (Göker, 1995). Cebir matematiğin önemli bir konu alanıdır. Cebir yapmak soyutlama yapabilme gücü gerektirir. Bu bakımdan, matematiğin bir soyutlama yapma bilimi oluşu cebirsel ifadelerde tam anlamını bulur (Altun, 2005).

Aritmetiğin genelleştirilmesi ve genişletilmesi niteliğindeki klasik cebirin yanı sıra soyut matematiksel yapıların incelenmesini konu alan modern yani soyut cebirde günümüzde cebirin önemli bir dalını oluşturmaktadır. Cebirin ilk geliştiği yerler Babil, Mısır ve Yunanistan'dı. Cebir, matematiğin ilk gelişme aşamalarında ve büyük olasılıkla Babiller zamanında aritmetikten ayrılmaya başladı. Ayrıca cebirde önemli yeri olan binom açılımı ilk kez Babillerde görülür. Örneğin "$(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$" biçimindeki açılımın bilinmesi oldukça eskidir. Mısırlıların cebir bilgileri Rhind papirüsü olarak bilinen yazmadaki problemler daha çok birinci dereceden denklem ve çözümlerini içerir. Yunanlılarda cebir ise büyük ölçüde geometriye dayandırılmıştır. Örneğin Euclides'in İ.Ö. 300 yıllarında derlediği ve yazdığı öğeler adlı yapıtında nicelikler doğru parçalarının uzunlukları olarak, iki sayının çarpımı bir dikdörtgenin alanı olarak, üç sayının çarpımı da bir dikdörtgenin prizmasının hacmi olarak ele alınıyordu. Harezmi'nin 825 yılında yazmış olduğu Hisabül Cebr Vel mukabele adlı yapıtı dönemin en ünlü yapıtlarındandı. Türk ve Müslümanların cebiri 13. ve 14. yüzyılda çevirilerle Avrupa'ya özellikle İtalya'ya geçti. Harezmi'nin bu yapıtları çeşitli dillere çevrilirken bu yapıtlarda simgesel gösterimler hemen hemen yoktu. Yalnızca denklemlerdeki bilinmeyen nicelikler için "şey" sözcüğünü kullanıyordu. Descartes'e kadar batı bilim dünyasında hakim olan Harezmi, ve onun cebiriydi. Harezmi'nin kitabındaki denklemlerin tümünde hep pozitif kökler göz önüne alınmıştır. Bunun dışında kök kabul edilmemiştir. Çünkü çözüm yöntemi geometrik yola ve geometrik uzunluklarla ifade ediliyordu. Harezmi, Euclides'in Elements adlı kitabını okumuş ve bu kitabı çok iyi biliyordu (Dönmez, 2005).

Harezmi, kendinden önceki eski Mısır, Mezopotamya, Grek ve eski Hint kaynaklarından yararlanarak bu bilgileri yeniden yapılandırmıştır. Çoğu Batılı yazarlarında belirttiği gibi matematik tarihinde yazılan ilk müstakil cebir kitabı Cebri Vel mukabeledir. Bu eserindeki çözüm yolu geometrik düşüncelerle temellendirilmiştir. Bu tür sistematik çözüme de ilk kavuşturan yine Harezmi'dir. Harezmî bilinmeyen miktara şey; şey'in karesine mâl; mâl'in şey ile çarpımına, kâab demiş ve bunları sırasıyla "ş, m, k" harfleriyle göstermiştir (Göker, 1995).

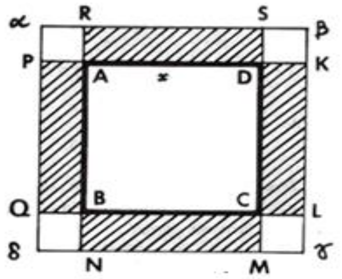
Harezmi'nin üzerinde çalıştığı üç tip denklem vardır. Onlardan birisi ve çözüm metodu aşağıdaki gibidir.

$x^2+ax=b$

şeklindeki bir denklem için

$x^2+10x=39$

örneğini vererek çözümü şu şekilde açıklamıştır:



Şekil 2-1: Harezmi denklem çözümü

Farzedelim ki mâl, ABCD karesiyle gösterilmiş olsun. Bu karenin kenar uzunlukları şey'e eşit olacaktır. Şekilde DK'yı, şey'in yanındaki sayı (katsayı) olan 10′un dörtte birine eşit olarak (dklc), (cmnb), (bopa), (arsd) gibi birbirine eşit dört dikdörtgen çizelim. Bundan başka şeklîn A,B,C,D köşelerinde meydana gelen dört küçük karenin alanları toplamı olacağı gibi, yeni meydana gelen karesinin alanı da

$$39 + 25 = 64$$

olur; yani bu karenin bir kenarının uzunluğu 8′e eşittir. Çünkü verilmiş denklem,

$$x^2 + 10x = 39$$

dur. Bu neticeye göre şey' ile 5 sayısının toplamı 8′e eşit olur. Yani

$$x + 5 = 8$$

denklemi yazılır (çünkü $x + 5 = 8$ dir).

O halde aranılan şey' (bilinmeyen) $x = 3$ tür. Bu metod gösteriyor ki şey'i veren formüldür.

Harezmi, günümüz matematiğinde genel ifadesi;

$$ax^2+bx+c=0$$

şeklinde gösterilen ikinci derece denklemlerin çözümünü geometri yoluyla ilk defa açıklamıştır. Ancak bu denklemlerde "a,b" pozitif olmak şartıyla pozitif kök bir tanedir. Harezmi, negatif kökleri düşünmemiştir. Çünkü Rafael Bombelli(1626-1573) ve Fransız Vieta (1540-1603)'ya kadar negatif sayı tanımı yapılmamış ve kullanılmamıştır. Harezmi'den sonra gelen matematikçiler 700 yıllık bir zaman diliminde ikinci derece denklemlerin köklerini veren bir formül ortaya koyamadılar. Harezmi, ikinci derece denklemlerin çözümünde uyguladığı kare ve dikdörtgen metodu ile analitik geometrinin de temellerini ortaya atmıştır (Göker, 1995).

Cebir alanında ki bir diğer ünlü Türk bilgini Ömer Hayyam'a göre ise;

"Cebir; ilmi bir sanattır konusu mutlak sayılar ve ölçülebilen miktarlardır. Bu miktarlar bilinmeyen oldukları vakit, tayin olunabilmeleri için, bilinen bir şeye izafe olunurlar. Bilinen şeyler ise bizzat belirli

> *miktarlar veya oranlardan ibarettir. Bu sanatın gayesi problemin gidişini meçhule(bilinmeyene) bağlayan münasebetlerin tesiridir ki bu da cebrin konusunu teşkil eder. Cebirin gayesi nümerik veya geometrik bilinmeyenleri tayin etmekten ibarettir."*

Ömer Hayyam geometri yardımı ile cebiri yapmış ve adeta bugünkü cebirsel geometriye doğru ilk adımı atanlardan olmuştur. Onun cebirsel olguların geometrik olgular olduğunu belirtmesi, nümerik ve geometrik cebir arasındaki boşluğu kapatma yönünde atılmış önemli bir adımdır (Dilgan,1959).

Öğrencilerin matematiksel gelişimi için cebir öğretimi oldukça önemlidir. Hem ilk seviyedeki bir matematik öğrencisi için hem de yüksek matematik eğitimi alan bir öğrenci için cebir adeta bir köprü niteliğinde bir derstir (Weaver, 2004). Cebir, öğrencilere soyut düşünmenin ve mantıksal çıkarım yapmanın kapılarını açmaktadır (Macgregor ve Stacey, 1996). Lacampagne (1995) cebir için;

> *"Cebir matematiğin dilidir. O, tam manasıyla öğrenilmesi durumunda,ileri matematiksel konular için kapılar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır…"*

demiştir (Aktaran: Dede, 2003).

Yapılan birçok çalışma, öğrencilerin temel cebir kavramlarını (eşitlik çözümü, cebirsel ifadelerin kullanımı, problem çözme, değişken vb.) anlama ile ilgili güçlükleri, ortak yanlışları ve yanılgıları olduğunu göstermiştir (Macgregor ve Stacey, 1997; Erbaş, 1999; Erbaş ve Ersoy, 2002; Ergöz, 2000; Dede, 2003; Akkaya ve Durmuş, 2006; Soylu, 2008).

1.1.1 Cebirin İlköğretim Matematik Programındaki Yeri

Cebir öğrenme alanı, İlköğretim 1-5. Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki örüntüler alt öğrenme alanının kısmî bir uzantısı olarak ele alınmaktadır. Örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, öğrencilerin çevrelerindeki dünyayı daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır. Ayrıca örüntülerin farklı biçimlerde temsil edilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesi cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacaktır. (MEB, 2009)

İlköğretimin 1-5. sınıflarındaki öğrenciler, ilk olarak tekrarlı örüntüler ile deneyim kazanmakta, daha sonra genişleyen örüntülerle çalışmalarını sürdürmektedir.

Bu bağlamda; eksik bırakılan bir örüntünün tamamlanması, devam ettirilmesi ve yeni bir örüntü oluşturulması, bir örüntünün farklı biçimlerde temsil edilmesi, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesi ve örüntüdeki kuralın bulunmasıyla ilgili çalışmalar yapılmaktadır. İlköğretimin 6-8. sınıflarında ise öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır. Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan *fonksiyon* kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır (MEB, 2009).

Geometri içinde de kendisine geniş bir yer bulan cebir, hem öğrencilere işlem kolaylığı hem de bir formülün öğrenilmesini kolaylaştırıcı etkiye sahiptir. Örneğin bir dikdörtgenin alanını ilkokulda uzun kenar ile kısa kenarın çarpımı diye öğrenen öğrenci ikinci kademede artık cebirsel ifadeleri daha etkin kullanarak kısaca ifade edebilir. Liseye geldiğinde ise özdeşlikleri trigonometrinin içinde etkin bir şekilde kullanımı beklenmektedir. Sonuçta elde edilen formül genel geçer bir niteliktir ve verilen problem durumuna göre kenardan alana, alandan kenara geçişi sağlar.

İlköğretim matematik programı incelendiğinde 6. sınıfta başlayan cebir öğretimi 8. sınıfa gelindiğinde devam etmektedir. 8. sınıfa gelindiğinde ise cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında "özdeşlikleri modellerle açıklar" kazanımı programda yer almaktadır. Platon'a göre özdeşlik "aralarında her biri diğer ikisinden ayrı ancak kendisinin aynısıdır." Bu noktada yalnızca "her biri kendisinin aynısı" demekle değil "her biri kendisine aynı" der. Eşitlikte en az iki öğe bulunurken özdeşlikte bir şeyin aynı şey olabilmesi için bir öğe yeterlidir. Dolayısıyla eşitlikteki gibi iki öğeye gerek kalmaz (Heidegger, 1997). Bu yüzden özdeşlik aslında kendini kendiyle açıklamadır. Özdeşliklerin eğitim içindeki yerine gelindiğinde ise Şan (2008)'a göre öğrencilere matematiğin sonsuz kavramına nasıl ulaşabildiğinin yollarından birini göstermesi, tümevarım kavramının oluşum mantığının temelini kullanması ve matematik okur-yazarlığı için öğrencileri olumlu yönde aktif kılması açısından önemlidir.

Özdeşliklerin programdaki kazanımına uygun olarak matematik ders kitapları incelendiğinde kağıt katlama ve cebir karolarının kullanıldığı çeşitli modeller görülmektedir. Modellerin etkililiği öğrencilerin ve öğretmenlerin etkin bir şekilde kullanması kadar matematiksel bilgi içerisinde anlamlı olmasına da bağlıdır. Bu noktada cebirsel ifadelerin geometriksel bakış açısı ile yorumlanması oldukça önemlidir. Böylelikle öğrencinin cebir ile geometriyi özdeşlikler aracılığı ile ilişkilendirmesi beklenmektedir.

Özdemir, Duru ve Akgün (2005)'e göre şekil ve boyut kavramlarının yerleşmesi, çocuğun düşünce dünyasını ve bilişsel gelişimini olumlu yönde etkiler, dolayısıyla çocuğun iki ya da üç boyutlu düşünme yeteneğini geliştirir. İki ya da üç boyutlu düşünme yeteneğini geliştiren çocuklar olaylara farklı açılardan bakarak fikir alışverişi ve toplu tartışma bilinci kazanırlar. Şan (2008)'a göre ise cebirsel özdeşliklerin geometrik olarak yorumlanıp sunulması ile harfli ifadeleri anlama hususunda zorluk çeken öğrenciler; konular arasında kurulacak çapraz bağlar sayesinde hem harfli ifadeleri, hem alanı, hem hacmi, hem de özdeşlikler konusunu birbiriyle bağlantılı olarak göreceğinden, daha kolay anlamlandırır. Dersi, görsel öğelerin eklenmesi özdeşliklerin geometrik olarak gösterilebilirliğinin farkına vardırırken, izlenecek aşamalılık ile keşif hazzı verilebilir. Öğrencilere cebirsel ifadelerin birer geometrik anlam taşıdığı, her geometrik şekil için birer cebirsel ifade olduğu fikrini kabul ettirmede de özdeşlikler konusunun kullanımı mümkündür.

Yenilmez ve Teke (2008) yenilenen eğitim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyine etkisini incelediklerinde cebirsel gelişimi dört düzey üzerinden değerlendirmişlerdir. Elde ettikleri bulgular sonucunda öğrencilerin bir sonraki düzeye geçebilmesinin şartı geometri ön bilgisinin yeterince sağlam olmasıdır. Düzeylerin geliştirilmesi istendiğinde ise ilk olarak geometri temeline bakılması gerektiği sonucuna ulaşmışlardır. Birinci düzeydeki sorular doğrudan geometrik temele dayandığından öğrencilerin önceki yıllarda edindikleri geometri bilgilerini yeniden kullanabilmeleri sorulara verecekleri cevapları doğrudan etkilemektedir. Seçtikleri örneklemde geometri ile ilgili sorunlar ön testte yaşanmıştır ancak son testte bu problemin de ortadan kalktığı gözlenmiştir. Birinci düzey için etkili gelişimde geometri önbilgisinin geçmiş yıllarda sağlamlaştırılmış olmasının önemli olduğu sonucuna varmışlardır. Geometri önbilgileri sağlam olduğu takdirde gelişim gözlenmesi her zaman mümkündür. Bu düzeyin daha da geliştirilmesi istendiğinde ilk olarak geometri temeline bakılması uygun olacaktır. Programda özdeşlikler cebir ile geometri arası ilişkinin kurulması noktasında bu kadar önemli iken Şan (2008)'a göre programın, kazanımlara ulaşmak için yeterli olduğunu söylemek zordur. Programda günlük yaşam örneklerinin birbirinden kopuk olması, konunun bütünlük arz etmeyen bir içeriğe sahip olduğu düşüncesini öğrencilere verebilir. Bunun yanı sıra cebir karolarının kullanımı sırasında öğrencilerin bu karolarla neyin amaçlandığı konusunda bilgilendirilmesi gerekiyorken, programın bu yönünün eksikliği görülmektedir. Bu da özdeşlikler konusunun öğretiminde yeni programda da eksiklikler olduğunu göstermekte olup, arzu edilen başarı artışını sağlayamayacağı izlenimi uyandırmaktadır.

Programda özellikle özdeşlikleri model ile açıklarken kağıt katlama ve cebir karolarından yararlanılmaktadır. Fakat cebir karolarının gerek öğrencilerde zihinsel bütünlük kurdurmada gerekse hizmet ettiği amacın öğrenciler ve öğretmenlerce tam anlaşılamaması sıkıntıları da beraberinde getirmektedir. Özdeşliklerin modellerle açıklanmasında özellikle dayandığı esas nokta cebir-geometri ilişkisinden yola çıkmasıdır. Özellikle matematik içindeki cebir ve geometri gibi iki farklı öğrenme alanının bütünlüğünün sağlanması oldukça önemlidir. Çünkü lise programının içinde özdeşliklere yeniden rastlanmaktadır. İlköğretime ek olarak iki küp farkı, iki terimin küplerinin toplam ve farkını kullanarak çarpanlara ayırması beklenmektedir. İlköğretimde kavrayış olarak temele oturtulmayan her bilgi lise düzeyinde anlamsız formül yığınlarının ezberlenmesi şekline dönüşecektir. Bu açıdan Şan (2008)'ın da çalışmasında belirttiği gibi formüllerin geometrik yorumunu yapma ile geometrik şekilleri formülleştirme matematik için önemli bir beceri düzeyidir.

Formüllerin geometrik yorumunu yapma

Bu beceri, öğrencilerin, gördükleri bir formülün nasıl bir geometrik şekli ifade ettiğini kestirebilmesidir. Matematiğin soyut bir yapısının olduğu ne denli gerçek ise, bu soyutluk çoğu zaman somut bir anlam ifade eder. Kimi formüller tam olarak somut olmasa da yarı somut diyebileceğimiz grafik, şema, diyagram, …gibi yapılar aracılığıyla öğrenen için anlamlı hale getirilebilir.

Geometrik şekilleri formülleştirme

Bu beceri, öğrencilerin gördükleri bir şekli matematiksel dile çevirebilmesidir. Öğrenciler, doğada gördükleri nesnelerin ve varlıkların ne tür bir matematiksel anlam ifade ettiğini yorumlayabilmesi, uygulama üstü bir düzey olması nedeniyle böyle bir yetiyi edinebilmeleri için öğrencilerin birebir etkileşimlere girmeleri gerekmekte, aynı zamanda matematiksel kavramları tanımaları gerekmektedir (Şan, 2008).

1.2 Yapılandırmacılık

Öğrenme felsefesi olarak yapılandırmacılık 18. yüzyılda insanların kendi kendilerine ne yapılandırırlarsa onu anlayabildiklerini söyleyen felsefeci Giambatista Vico'nun çalışmalarına kadar uzanır. Giambatista Vico 1710'da "bir şeyi bilen onu açıklayabilendir" ifadesini kullanmıştır. Immanual Kant daha sonraları bu fikri geliştirerek, bilgiyi almada insanoğlunun pasif olmadığını ifade etmiştir. Öğrenci bilgiyi aktif olarak alır, bunu daha önceki bilgilerle ilişkilendirir ve onu kendi yorumu ile kurarak kendisinin yapar (Özden, 2005). Yapılandırmacılığın temelleri Piaget'in bilişsel gelişim kuramına dayanır. Bu kurama göre bilgi, fikirlerin içsel olarak akıl ve zihin tarafından yapılandırılmasıyla oluşur. Genel olarak bilgi üç tip olarak düşünülür: Fiziksel bilgi, mantıksal-matematiksel bilgi ve sosyal bilgi (Olkun ve Toluk, 2003).

Yapılandırmacı yaklaşıma göre geleneksel yaklaşımda olduğu gibi bilginin tekrarı değil, bilginin transferi ve yeniden yapılandırılması söz konusudur. Bu kavramı öğrenenler, bilgiyi olduğu gibi kabul etmezler. Sadece okumak ve dinlemek yerine, tartışmak, fikirlerini paylaşarak öğrenme sürecine etkin olarak katılır; bilgiyi yaratır ya da tekrar keşfeder (Perkıns, 1999; aktaran Şişman, 2007).

Yapısalcı yaklaşımın kabul ettiği varsayımlar aşağıdaki gibi sıralanmaktadır.

- Bilgi deneyimden yapısallaşır. Diğer bir ifade ile öğrenci bilgileri öğrenmek için kendi kendine içsel bir süreç yaşamaktadır.
- Öğrenme, dünyanın bir bireysel yorumudur. Yani bilgiyi bireyler kendileri öğrenirler.
- Öğrenme bir aktivitedir. Bireylerin bilgi öğrenmeleri için faal bir yaşantı içinde bulunmaları gerekmektedir.
- Öğrenme gerçek yaşamda meydana gelir. Öğrencilere mutlaka gerçek dünya olayları yansıtılmalı ve zenginleştirilmiş ortamlarda bu deneyimler yapısallaştırılmalıdır (İşman,1999).

Geleneksel yaklaşımda bilgi kesindir. Bilginin üzerine yorum yapmaya ve değerlendirmeye gerek yoktur. Yapılandırmacı yaklaşıma göre ise bilgi geçicidir. Bireylerin bilgiyi sorgulama ve değerlendirmesi esastır. Yapılandırmacı yaklaşıma göre bilgi, deneyim, gözlem ve mantıklı düşünme kümesinden oluşur. Başka bir deyişle bilgi özneldir (Bağcı-Kılıç, 2001). Öğrenen kendi yanıtlarını, kavramlarını keşfettiğinde ve kendi yorumlarını yarattığında öğrenir; bilgi yapılarını inşa eder. Türkiye'deki eğitim sistemi uzun yıllar boyunca örgencileri, temel kavram ve ilkeleri anlamlandırmak yerine kitapta yazılanları hatırlamaya ve ezbere yöneltmiş, öğrenciler arasındaki rekabeti körüklemiştir. Öğrenciler ilkokulun ilk yıllarından başlayarak kendilerini bir yarısın içinde bulmakta ve bu yarışta başarılı olmak için test çözme becerisini geliştirmeye çalışmaktadır (Demirel, 1999). Yapılandırmacı öğrenmede bilgi, öğrenci tarafından ön öğrenmeler kullanılarak inşa ettirilmelidir. Öyle ki, öğrenciler farklı ders ve konularda daha önce öğrenmiş olduğu bilgilerini bir problemle harmanlayıp problemin çözümü sonucunda yeni bilginin oluşumunu ortaya çıkarmalıdırlar. Ortaya çıkan yeni bilginin öğrenen tarafından adlandırılması beklenemez. Bu durumda öğretmenin rehberliğinde öğrencilerin sezgisiyle yeni bilginin adlandırılması yoluna gidilmelidir. Yukarıda da belirtildiği gibi anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesinde yapılan öğretme etkinliklerin ne salt tümevarımcı ne de salt tümdengelimci yaklaşımlarla sınırlandırılmaması gerekir. Her iki yaklaşımın bir arada kullanılacağı ve harmanlanacağı ortamlar oluşturulmalıdır. Bu durum, öğretim ve öğrenme etkinliklerinde hem tümdengelimci ve hem de tümevarımcı yaklaşımların kullanılmasını gerektirir (Akın, Harman ve Gönen, 2010).

Yenilenen matematik programında günlük yaşamda matematiği anlamak kadar onun kullanımı da vurgulanmıştır. Değişen eğitim sistemi ile birlikte matematiğe bakış açısı değişime uğramıştır. Matematiği daha çok anlayan anladığını uygulayan bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir. Programda değinildiği şekliyle matematikle ilgili kavramlar, doğası gereği soyut niteliklidir. Çocukların gelişim düzeyleri dikkate alındığında bu kavramların doğrudan algılanması oldukça zordur. Bu nedenle, matematikle ilgili kavramlar, somut ve sonlu yaşam modellerinden yola çıkılarak ele alınmıştır. Matematiği öğrenmek; temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, genel problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu takdir etmeyi de içermektedir. Bu program matematiği etkin bir süreç olarak ele alınmıştır (MEB, 2009). Programın yapısı incelendiğinde *"her çocuk matematik öğrenebilir"* ilkesine dayanmaktadır. Bu açıdan matematiğin soyut yapısını ancak matematiğin estetik ve eğlenceli yönünün öğrencilere keşfettirilmesi, öğrencinin bizzat öğretim ortamına zihinsel ve fiziksel aktif katılması ile mümkündür. Bu açıdan yapılandırmacı eğitim anlayışıyla yola çıkan programda matematik eğitimin amaçları arasında;

- Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkileri kurabilecek,
- Bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilecek,
- Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecek,
- Matematiğin tarihî gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolünü ve değerini, diğer alanlardaki kullanımının önemini kavrayabilecek,
- Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilecek,
- Matematik ve sanat ilişkisini kurabilecek, estetik duygular geliştirebilecektir (MEB, 2009).

Programın amaçları incelendiğinde özellikle matematiksel kavramlar ve diğer öğrenme alanları ile ilişki, model kullanma matematiğin tarihsel gelişimi ve matematik sanat ilişkisini değindiği görülmektedir. Bu noktada çalışma cebirin origami ile modellenmesi ile bir bakıma programın amaçları ile örtüşmektedir.

1.3 Matematiksel Modelleme

Model, kendisi dışındaki sistemleri açıklamak, yapılandırmak ya da tasvir etmek amacıyla yazılı semboller, konuşulan diller, bilgisayar tabanlı grafikler, diyagramlar ve analojiler gibi gösterimsel araçlar içeren kavramsal sistemler olarak tanımlanabilir (Lesh ve Harel, 2003; aktaran Bayazit ve Uğur, 2011). Matematiksel modelleme en genel anlamıyla matematik veya matematik dışındaki ise bir olayı, olguyu, olaylar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeye çalışma, bu olaylar ve olgular arasındaki matematiksel örüntüleri ortaya çıkarma sürecidir (Verschaffel, Greer ve De Corte, 2002; aktaran Kertil, 2008). Model ile modelleme arasındaki ilişki öğrencinin geçiş sürecini temsil etmektedir. Öğrenci için öncelikle bir konuyu anlaması için somut materyallerin sunulması soyut bir yapıda olan konunun temsili için oldukça önemlidir. Öğrenci matematiksel bir kavramı içinde bulunduğu gelişim özelliğine bağlı olarak somut bir şekilde daha iyi kavramsallaştıracaktır. Matematiksel modellemede bu noktada kilit konumdadır. Bir bakıma öğrencinin sürece aktif katılımını gerektirmektedir.

Son yıllarda matematik eğitimindeki gelişmeler, öğrencilere matematiksel kuralların ezberletilmesinden daha çok, bu kavramları oluşturabilmesini sağlayacak etkinlikler yardımıyla matematik öğretimini öne çıkarmak eğilimindedir (Olkun, 2004). Özturan (2010)'a göre matematiksel modelleme hem öğrenme yöntemi hem de öğrenme materyali olarak matematik öğretiminde kullanılabileceği gibi, gerçek hayat problemlerinin matematiksel terimlerle çözümünü bulmayı temsil eden bir yöntemdir. Matematiksel modelleme etkinlikleri; kavramların doğrulanması, tanımlanması, genelleştirilmesinde etkili olduğu gibi zorlukların ve stratejilerin gözlem ve analizinde, öğrenme ve iletişim kurma becerileri kazanma sürecinde de etkin rol oynamaktadır.

Matematiksel modellemenin hem bir öğrenme yöntemi hem de öğrenme materyali olarak kullanılması oldukça önemlidir. Matematik derslerinde kullanımı açısından ele alınırsa, çeşitli amaçlara hizmet ettiği gibi öğrencilerin çeşitli zeka türlerini de devreye sokacaktır. Matematik ile günlük hayat problemlerini bağdaştırabilen bir öğrenci öğrendiği bilginin aynı zamanda uygulanabilir olduğunu da hissetmesi derse karşı tutumunu da olumla yönde etkileyecektir.

Kaf (2007)'a göre matematiksel modelleme, çocukları gerçek yaşamda karşılaşabilecekleri türdeki problemlerden, matematiksel yollarla tanımlanmaya ve yorumlanmaya ihtiyaç duyulan yeni durumlara, temel problem çözmenin ötesine taşır. Modelleme, çoklu çözüm yaklaşımlarını ve sonuçlarını teşvik eder ve matematik kullanma becerisini geliştirir. Öğrencilerin yaratıcılıkları üzerinde oldukça etkili olan modelleme, matematik uygulamaları konusunda fikir sahibi yapar. Ayrıca öğrenciler belirli sabit bir bilgi veya işlemi kullanmaktan çok kendi kavrayış ve yorumlarını getirir.

Doruk (2010) ise matematik eğitimcilerinin bütün öğrencileri anlamlı matematiksel öğrenmelerin içine sokacak, matematiğin yaşamlarının bir parçası olduğunu onlara hissettirecek, matematikten zevk almalarını sağlayacak, daha etkili yöntemleri bulmaya gereksinimlerinin olduğu belirtmektedir. Öğrenciler sadece okul yaşamlarında değil meslek yaşamları için de hızla ilerleyen teknolojik dünya için donatacak şekilde olmalıdır. Ayrıca günlük yaşamları boyunca karşılaşacakları karmaşık durumlarda etkili bir şekilde yollarını bulmak ve gündelik problemlerine pratik çözümler üretebilmek için onları destekleyecek matematiksel becerilere sahip olmalarını sağlamaya gereksinim vardır. Modelleme etkinlikleri, bu gereksinimleri karşılama düzeyi için oldukça uygundur. Kertil (2008) geleneksel matematik öğretim yönteminde öğrencilere zihinsel modeller oluşturmada öğretmenin ön planda olduğunu ayrıca model, kavram ve yapının öğrenciye hazır verildiğini bunun ise öğrenciler zihinsel yapılandırma sürecinden geçirseler bile farklı durumlara transfer etmede sıkıntılara yol açtığını belirtmiştir. Model ve modelleme yaklaşımında ise modeller öğrenciler tarafından ortaya çıkarılarak geliştirilmektedir.

Matematiksel modelleme öğrencilerin anlamlı öğrenmeleri için anahtar konumdadır. Bu açıdan öğrencilerin kendi oluşturdukları zihinsel, görsel, sözel modeller günlük hayattaki problemleri çözme yetisine sahip bireyler yetiştirmede son derece önemlidir. Bu açıdan matematiksel modelleme becerisi program içinde kendine oldukça geniş bir yer edinmiştir.

1.3.1 Matematiksel Modelleme Becerisi

Matematik soyut yapısı itibariyle gerçek hayat problemleri ile ilişkilendirmeden uzak, kendine özgü yapısı sembolleri olan bir bilim dalı olarak algılanmaktadır. Fakat matematik salt bilgi ve formül yığını olmaktan uzak olduğu gibi bir o kadarda günlük yaşamla ilişkilidir. Günlük yaşam problemleri ile matematik arasında ilişki kurulması ise matematiksel modelleme becerisinde saklıdır. Gerek ilköğretim gerekse ortaöğretim matematik programlarında öğrenci model ve modelleme düşüncesine alıştırılmaya çalışılmaktadır. Bir bakıma matematiksel bilgi ile gerçek yaşam arasında köprü niteliğinde olan matematiksel modelleme lise matematik programında aşağıdaki şekliyle yer almaktadır:

Matematiksel modelleme; gerçek hayat problemlerinin matematiksel terimlerle çözümünü bulmayı temsil eden bir yöntemdir. Matematiksel modelleme; aslında gerçek hayat problemlerinin sadeleştirilmesi, soyutlanması ya da bir matematiksel forma dönüştürülmesidir. Matematiksel problem, bilinen tekniklerle matematiksel çözümü bulmak için kullanılabilir. Daha sonra bu çözüm yorumlanarak gerçek terimlere dönüştürülür. Matematiksel modelleme, hayatın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri çok daha kolay görebilmemizi, onları keşfedip aralarındaki ilişkileri, matematik terimleriyle ifade edebilmemizi, sınıflandırabilmemizi, genelleyebilmemizi ve sonuç çıkarabilmemizi kolaylaştıran dinamik bir yöntemdir. Matematiksel modelleme becerisi sadece matematikçiler tarafından değil bilimle, problem çözme ile ilgilenen tüm insanların sıkça kullandıkları bir beceridir. Bu nedenle bu becerinin daha okul yıllarında öğrencilere kazandırılması gerekmektedir. Öğretmenler yapacakları etkinliklerde öğrencilerinden, verilen bir gerçek yaşam problemine ilişkin cebirsel veya grafiksel modeller oluşturmalarını ve oluşturdukları bu modeller yardımıyla gerçek yaşam problemlerine cevaplar aramalarını sağlamalıdır. Bu becerinin öğrencilerde bir anda gelişmeyeceği açıktır. Bu nedenle becerinin gelişimine yönelik etkinlikler süreç içerisine yayılmalıdır (MEB, 2011).

Modelleme becerisinin kazanılabilmesi için öğrencilerde aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi hedeflenmiştir:

- Matematiksel düşünme yollarını kullanarak gerçek hayat problemlerinin çözümüne ulaşacak matematiksel modeller kurabilme,
- Gerçek hayat problemlerini matematiksel olarak ifade edilebilme (sistematik bilgi biçimine taşıma) ve problemlerin çözümünde matematiksel modelleri kullanabilme,
- Modelleme sonucunda ulaştığı sonucu tekrar gerçek yaşam problemine dönerek yorumlayabilme,
- Matematiksel modelleri, bilgisayar destekli matematik öğrenme sürecinde, interaktif olarak kullandırılabilme,
- Matematiksel bilgi ve becerileri gerçek hayat problemlerine uygulayabilme (MEB, 2011).

Programda modelleme becerisi özellikle öğrencide gerçek hayat problemlerini matematik terimleriyle ifade etmede bir araç şeklinde görülmektedir. Bu noktada matematiksel modellemenin sadece matematikle uğraşanlar için değil tüm problem durumları için geçerli ve kullanışlı bir yol olması özellikle bilginin daha iyi yapılandırmasına sebep olacaktır. Ayrıca öğrencilerden beklenen problem durumlarına uygun cebirsel veya grafiksel model oluşturmalarıdır. Bu ise ancak cebirsel kavramların tam ve doğru oturtulması ile mümkündür. Bayazit ve Uğur (2011)'e göre ders kitaplarında yer alan formüller, grafikler, şekil, şema ve diyagramlar gibi kavramsal modeller statik bir yapıdadır ve bu modeller ancak bireylerin bilişsel modelleri ışığında düzenlendiği ve yeniden yapılandırıldığı takdirde dinamik bir matematik modeline dönüşürler.

İlköğretim matematik programı incelendiğinde diğer disiplinler ile ilişkilendirilmiş ortak beceriler bulunduğu gibi alana özgü bir takım becerilerde belirlenmiştir. Problem çözme, ilişkilendirme, tahmin ve akıl yürütme olarak belirlenen bu beceriler matematik öğretimi için oldukça önemlidir. Bu açıdan programda amaçlanan alana özgü bilgisini anlam bütünlüğü ve ilişkiler ağı kurup geliştirmesi ve buna uygun eğitim ve öğretim ortamının hazırlanmasıdır. Bu ise öğrencinin etkin bir şekilde eğitim öğretim ortamına katılımını sağlamak ile mümkündür. Öğrenci edindiği bilgiyi eski bilgileri ile bütünleştirip özümsemesi sağlandığı gibi sınıf ortamının dinamiğini de matematiksel bilgilerin değişmez doğruluğu ve mantıksal ilişkisini kurmaları açısından önemlidir

Bu açıdan bakıldığında gerek ders kitaplarında verilen modellere alternatif olması gerek salt modelin hazır sunulmasından ziyade bir problem durumundan hareketle cebir geometri ilişkisinden yararlanılıp matematiksel bağıntılar kurabilmesi gerekse öğrencinin öğretim ortamına etkin katılımı açısından origami oldukça kullanışlı bir materyal konumundadır. Bir problem durumunu matematiksel olarak ifade etmenin bir diğer deyişle problem durumuna uygun modelleme becerisi geliştirmenin en temel yolu da temel kavramların anlaşılmasından geçmektedir. Bu noktada origami öğrencide verilen bir problem durumundan hareketle matematiksel bağıntıları model yardımıyla kurması açısından oldukça önemlidir. Bu bölümde de origaminin matematik öğretimindeki öneminden bahsedilecektir:

1.4 Origami

Origami, ya da o zamanlar ki adıyla *Zhe Zhi*, 1. veya 2. yüzyılda Çin'de ortaya çıkmış ve 6. yüzyılda da Japonya da popüler olmuştur ve şuan da bir Japon sanatı olarak kabul edilmektedir. Origami modellerini inşa etmek için herhangi bir kağıt türü kullanılabilir olsa da, en çok kullanılan kağıt *Kami* olarak bilinir ki, kami Japonca'da kağıt demektir. Peçete kağıdından birazcık daha kalın olan Kami, genellikle bir tarafı renkli diğer tarafı beyaz olur. Japonlar bu yeni sanat kolunu 'Ori'-katlamak, 'Gami' kağıt kelimelerinin birleşmesiyle origami olarak isimlendirdiler ve onu bir sanat anlayışı olarak geliştirdiler (Krier, 2007).

1.4.1 Origaminin Eğitimdeki Yeri

Origami yüzyıllardır, her yaştan ve meslek grubundan insanın ilgisini çekmiş ve herkes kendi alanında origamiyi bir şekilde kullanmıştır. Ancak origaminin asıl kullanım alanı şüphesiz insan eğitimi olmalıdır. Origami yaparak öğrenme işbirlikli öğrenme, yaratıcı öğrenme, aktif öğrenme, proje tabanlı öğrenme, beyin temelli öğrenme gibi çağdaş öğrenme metotları olarak bilinen metotlarla bağlantılı aktivite temelli bir metottur. Origami üzerine yapılan çalışmalar, origaminin okul öncesi ve ilköğretim çağındaki çocuklarda motor, zeka ve yaratıcılık becerilerinin gelişmesine önemli katkılar sağladığını göstermektedir. Origaminin tam olarak bu kazançları sağlayabilmesi, bütün eğitim programlarında da olması gereken planlanmış, düzenli ve sürekli bir origami eğitimiyle gerçekleşebilir (Tuğrul ve Kavici, 2002). Origaminin bu katkıları sağlamasındaki en önemli etkenler beynin sağ ve sol yarım kürelerinin aktivasyonunu sağlaması, el ve parmak küçük kas gelişimini hızlandırması ve el-göz koordinasyonunu gelişmesini sağlaması, sıra dışı düşünebilme, eşyaya farklı yönlerden bakabilme yeteneğini geliştirmesi ve üç boyutlu (uzaysal) düşünebilme yeteneğini kazandırmasıdır (Shumakov, 1998; Shumakov, 2000; aktaran Tuğrul ve Kavici, 2002). Origaminin tam olarak bu kazançları sağlayabilmesi, bütün eğitim programlarında da olması gereken planlanmış, düzenli ve sürekli bir origami eğitimiyle gerçekleşebilir. Okul öncesi dönemde origami sadece sanatsal bir aktiviteden çok, çocuğun zihinsel ve sosyal yönden gelişmesinde kullanılabilecek bir araç olarak görülmelidir. Bunu takip eden yıllarda çocuktaki bedensel gelişmelere paralel olarak origaminin çocuğun eğitim hayatındaki kullanım alanı da genişleyecektir (Tuğrul ve Kavici, 2002).

Araştırmacılar origami etkinliklerinin çeşitli faydalarına değinmişlerdir. Asıl fayda matematiksel fikir ve düşünmenin gelişimine ve matematiksel kavramların anlaşılmasına katkı yapmasıdır (Cornelius ve Tubis, 2006). Kağıt katlama ideal olarak geometrik akıl yürütmeye elverişlidir. Ayrıca öğrencilerin dil becerilerinin gelişimi ve matematiksel olarak iletişimde uzmanlaşma konusunda da bir dizi fırsat sunar (Cipoletti ve Wilson, 2004). Kağıt katlama uzamsal düşünebilme becerisini geliştirir (Cipoletti ve Wilson, 2004; Shumakov 2000). Pearl (2008)'a göre origami sayesinde öğrenci geometrik şekil ve ilkeleri daha iyi kavrar. Shumakov (2000)'a göre origami beynin sağ ve sol yarım kürelerinin aktivasyonunu sağlar, el-göz koordinasyonunu geliştirir. Ayrıca öğrencilerde zihinsel ve yaratıcı düşünebilme becerilerini geliştirir. Matematik sınıflarında kağıt katlama kullanımının bazı diğer faydaları da şunlardır: Grup etkileşimini ve işbirliği teşvik eder (Levenson, 1995), küçük kas becerilerini ve el becerikliliğini destekler (Tubis ve Mills, 2006).

Origaminin gelişimsel ve eğitsel kazançları ilköğretim matematik programında aşağıdaki şekliyle belirtilmiştir:

Davranışsal Kazançları

• Oyun çocuklar için vazgeçilmezdir. Origamiyi de oyun olarak algılar. Dolayısıyla etkili bir eğitsel araçtır.

• Modelleri katladıkça estetiğin önemini kavrar ve sabırlı olmayı öğrenir.

• Kağıdı kuşa, uçağa, gemiye dönüştürürken oluşturduğu modelin geometrik özelliklerini algılar. Şekilleri dönüştürürken hiç farkında olmadan dönüşüm dolayısıyla fonksiyon kavramını algılamış olur.

• Grup çalışması yapılmadığı halde, paylaşma ve yardımlaşma bilincini oluşturur.

• Origami belli kurallar çerçevesinde tamamlanır. Kurallara saygı duymayı öğrenir.

• Origami de uygulanan her adım üzerinde düşünülmesi gereken bir problemdir. Problemin çözümüne ulaşabilecek uygun stratejiler geliştirmeye çalışırken kendini sorgulamayı öğrenir.

Psiko-Motor Gelişim Kazançları

• Küçük kas gelişimini sağlıklı tamamlar, aynı anda birden fazla organını (göz, el,..) kullanabilme becerisi kazanır.

Sosyal Ve Duygusal Kazançlar

• Seçtiği kağıdın rengine, boyutuna kendisi karar vermesi halinde kendi şeklini kendi hayaline göre yaratır ve güven duygusu gelişir.

• Ortaya bir eser koyacağı için kendisini çevresindekilere kabul ettirebilme fırsatı yakalar.

Dil Gelişimi Kazançları

• Modeli kendisine tarif eden eğitmeni dikkatlice dinlemek zorundadır. Doğru dinlemek zorunda olduğundan bunun sonucunda doğru anlama becerisi kazanır.

• Modeli arkadaşlarına yaptırıyorsa, dilini iyi kullanmak zorundadır. Böylece sözlü ifade etme becerisi kazanır (MEB, 2009).

İlköğretim programında yukarıda belirtilen alanlarda etkiye sahip olan origaminin matematik eğitimindeki etkileri de aşağıda belirtilmiştir:

1.4.2 Origaminin Matematik Eğitimindeki Yeri

"Origami" sözcüğü dile getirildiğinde, çoğu insanın aklına muhtemelen kağıttan turnalar veya belki de kağıttan uçaklar gelir. Origami genelde kağıt katlama sanatı olarak anılsa da, origami ile ilgili çalışmalar açığa çıkarmıştır ki bunun yanında pek çok matematiksel karakteristikleri de içinde barındırmaktadır. Geometri, analiz ve hatta soyut cebir alanlarında origamiden yararlanılabilir. Öğrenciler için, origami, matematiksel kavrama açısından elle tutulur bir anahtar olabilir. (Krier, 2007)

İlköğretim programında origaminin matematik eğitiminde yardımcı araç olmasının üzerinde durulmaktadır. Programda origami matematik eğitimi açısından aşağıdaki şekliyle yer almıştır;

• Genellikle anladığımız, gördüğümüz ve ne olduğunu bildiğimiz şeyleri severiz origami matematiksel kavramları açık şekilde ortaya koymaktadır. Böylece matematiğin sevilmemesine etken olan soyut yanını ortadan kaldırmaktadır.

• Origami, geometriyi en çok kullanan sanatların başında gelir. Dolayısıyla origami ile uğraşan bir çocuk iki ve üç boyutlu düşünebilme becerisini geliştirir.

• Kağıt katlayarak modele ulaşılmaya çalışırken matematik, kağıt ile model arasında bir köprü görevi görür. Modele ulaşmak isteyen nokta, doğru, açı, deltoid, açıortay, simetri ekseni, kare, üçgen gibi geometrik kavramları şekil üzerinde oluşturmak zorundadır. Bu kavramlar Euclides (Öklid) geometrisini oluşturur. Dolayısıyla origamiyle uğraşan bir kimse kağıt katlarken Öklid geometrisini de tam anlamıyla öğrenmiş olur.

• Alan ile hacim arasında bir ilişki kurar.

• Kenar uzunluklarını ve oluşan alanları hesaplarken geometrik şekilleri cebirsel olarak ifade eder. Böylece geometri ile cebir arasında bir ilişki kurmuş olur.

• Modeli katlarken ara sıra göz kararı katlama yapılır. Doğru karar verilmemesi halinde ortaya orantısız bir model çıkar. Oran-orantının önemini kavrar ve zamanla daha düzgün modellere ulaşır (MEB, 2009).

Origaminin matematik içindeki önemine bakıldığında özellikle geometrik kavramların oluşturulmasında önemli bir noktaya sahiptir. Bu açıdan origami geometri öğretiminde kullanılacağı gibi öğrenme alanları arası ilişki düşünülürse cebirsel kavramların oluşturulmasında da katkı sağlayacaktır. Orgaminin farklı öğrenme alanlarını bütünleştirici etkisi matematiksel bilginin bütünlüğünü kurmada önemli bir husustur.

1.5 Araştırmanın Temelleri

Cebirsel kavramlar öğrenciler için vazgeçilmez parçalardır. Gerçek bir matematik eğitiminin temelinde cebirsel ifadeleri zihinlerinde yeterince anlamlandıran bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir. Bunun yolu da öğrencilerin matematiksel terim ve kavramları kendi zihinsel süreçlerinden tam ve doğru olarak geçirmelerine bağlıdır.

Bu çalışma ile de cebirin cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında "özdeşlikleri modellerle açıklar" kazanımına uygun olarak öğrencilerin yanılgılarını tespit etmek, onların yaş seviyelerine ve cebirin tarihsel gelişim sürecine uygun olarak origami yardımıyla modellemek, yapılan etkinlik sonrası öğrencilerde modellemeye ilişkin değişimlerini görmek amaçlanmıştır.

Çalışma iki aşamalıdır. İlk kısımda amaç ders de işledikleri özdeşliklerden sonra özdeşlikleri ne şekilde açıklayıp model oluşturdukları ve bu modellerde ne ölçüde geometri bilgilerini kullandıklarını ortaya çıkarmaktır. Öncelikle normal ders süresinde ve kendi öğretmenleri ile işledikleri özdeşlikler sonrasında, açık uçlu sorular ile özdeşlikleri ne şekilde doğru modelleyebildikleri araştırılmıştır. Yüzde hesabı ile tablolaştırılan sorunlar ışığında geliştirilen origami modeli öğrencilere uygulanmıştır. İkinci kısımda ise araştırmacı öğretmenle origami ile işlenen ders içi etkinlik sonrasında özdeşliklerde model kullanmaya dair değişimleri araştırılmıştır. Özdeşliklerin origami ile öğretiminde daha somut ve geometriksel olarak alana denk getirecek şekilde modellenmesi sonucunda öğrencilerde oluşan değişim gözlemlenerek sunulmuştur.

1.6 Araştırma Sorusu

Araştırma sorusu en genel hali ile "Öğrenciler özdeşlikleri açıklarken geometriyi ne şekilde kullanarak model oluşturabilmektedirler? Origami ile işlenen ders sonrasında geometri ile cebiri ne ölçüde bütünleştirip, anlamlandırmaktadırlar?"

Ayrıca alt problem olarak;

1. Verilen bir cebirsel ifadeye geometriksel olarak ne şekilde anlam yüklemişlerdir?
2. Modeli uygulamadan önce ve uyguladıktan sonra her bir derse ilişkin etkinliklere göre özdeşliklerin açılımını yapmalarında oluşan değişiklikler ne yöndedir?
3. Origami ile işlenen ders ile ilgili düşünceleri ne yönde oluşmuştur?

1.7 Araştırmanın Amacı

Araştırmanın amacı cebir öğretiminde özellikle özdeşliklerin öğretiminde kullanılan bazı kavramların origami yardımıyla daha somut hale getirilerek tarihsel gelişim sürecini de yansıtan bir öğretim sonucu, öğrencilerde bu kavramları modellemelerine etkisini incelemek ve var olan geometri bilgilerine cebirsel bakış açısı kazandırmaktır.

Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır. İlki cebirin temel kavramlarından “bilinmeyen”e yükledikleri anlamın ortaya çıkarılması, cebirsel ifadeleri açıklarken kullandıkları modellerin incelenmesi üzerinedir. İkinci aşamada ise kullandıkları modellerin geometriksel olarak origami ders etkinliği ile bütünleştirmelerinin sağlanmasıdır.

Cebir öğretimi 6. sınıftan 8. sınıfa gelene kadar programın yapısı gereği sarmal anlayışa uygun olarak verilmektedir. 8. sınıfa gelindiğinde ise cebir, 4 alt öğrenme alanına ayrılmıştır. Bu alt öğrenme alanları aşağıda Tablo 1-1’de sunulmaktadır.

Tablo 1-1

8. SINIF CEBİR ÖĞRENME ALANININ ALT ÖĞRENME ALANLARI VE KAZANIMLARI

C E B İ R Ö Ğ R E N M E A L A N I		
ALT ÖĞRENME ALANLARI	**KAZANIMLAR**	**TOPLAM**
Örüntüler ve İlişkiler	**1.** Özel sayı örüntülerinde sayılar arasındaki ilişkileri açıklar.	**1**
Cebirsel İfadeler	**1.** Özdeşlik ile denklem arasındaki farkı açıklar. **2.** Özdeşlikleri modellerle açıklar. **3.** Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırır. **4.** Rasyonel cebirsel ifadeler ile işlem yapar ve ifadeleri sadeleştirir.	**4**
Denklemler	**1.** Doğrunun eğimini modelleri ile açıklar. **2.** Doğrunun eğimi ile denklemi arasındaki ilişkiyi belirler. **3.** Bir bilinmeyenli rasyonel denklemleri çözer. **4.** Doğrusal denklem sistemlerini cebirsel yöntemlerle çözer. **5.** Doğrusal denklem sistemlerini grafikleri kullanarak çözer.	**5**
Eşitsizlikler	**1.** Eşitlik ve eşitsizlik arasındaki ilişkiyi açıklar ve eşitsizlik içeren problemlere uygun matematik cümleleri yazar. **2.** Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini belirler ve sayı doğrusunda gösterir. **3.** İki bilinmeyenli doğrusal eşitsizliklerin grafiğini çizer.	**3**
	T O P L A M	**13**

Bu araştırmanın amacı da cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında “özdeşlikler ile denklem arasındaki farkı anlaması” ve “özdeşliğin modellerle açıklanması” kazanımlarına yöneliktir. Fakat programda öğrencinin özdeşlik ve denklem kavramına geçmeden öğrenmesi beklenen kavramlar bulunmaktadır. Şüphesiz onlardan en önemlisi de “bilinmeyen” kelimesine yüklediği anlamdır. Ayrıca 8. sınıftaki ders kitaplarında ve programda “özdeşliklerin modellerle açıklaması” kazanımı bulunmaktadır. Özdeşliklerin modellerle açıklanmasında kullanılan modeller kenar uzunluğu ile alan arasında ilişki kurdurmaya yöneliktir. Fakat burada sorun öğrencilerin bunu ne ölçüde doğru anlayıp model kullanarak açıklayabildiğidir. Ayrıca 8. sınıf matematik ders kitaplarında ve çeşitli yardımcı ders kaynaklarında programda verilen kazanıma göre özdeşliklerin öğretimini daha somut hale getirmek için modeller sunulmuştur. Bunun içinde cebir karoları ve kâğıtlardan bir takım katlamalar yoluyla özdeşlikler kurulmuştur. Fakat modellerin etkiliği tartışma konusudur. Ayrıca modelleme yaklaşımlarında önemli olan öğrenciye hazır modelleri sunmak değil, matematiksel modelleri kendilerinin oluşturma ve geliştirme sürecine girmesidir. Bu araştırmada öğrencilerin özdeşlikleri açıklarken kullandıkları modeller incelenmiş, sundukları model üzerinden alt sorunlar oluşturularak yeni bir model olarak origami kullandırılmıştır. Origami ile bir bakıma cebir ile geometri öğrenme alanları arası ilişkilendirme becerisi kazandırılmak istenmiştir. Burada origami bir öğretim yöntemi olmaktan ziyade özdeşliklerin açıklanmasında kullanılan model, bir araç konumundadır.

1.8 Araştırmanın Önemi

Cebir öğretimine yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin cebire yönelik eksiklerinin olduğu gözlenmiştir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Boz, 2004; Soylu, 2008). Ne var ki cebir öğretiminde öğrencilerin karşılaştığı ve anlamakta zorluk çektikleri ilk şey “x” gibi harfsel ifadelere yani diğer bir deyişle “bilinmeyen” kavramına anlam yüklemedeki sıkıntılarıdır. Matematikte sadece rakamların olabileceğini düşünen öğrenciler bilinmeyene anlam yüklemekte zorluk çekmektedirler. (Philipp, 1992; Wagner, 1983). Bu zorluk 8. sınıfa gelindiğinde özdeşliklerin açıklanmasında da kendisini göstermektedir. Öğrenciler daha net bir şekilde “x” kavramını algılayamamışken karşılarına bu “x” ifadesinin parantez açılımları, özdeşi gibi kavramlar çıkmakta öğrencilerde bunları yaparken sanki ezberlenmesi gereken bir kural gibi algılamakta matematiği formüllerden oluşan anlamsız bir ders gibi düşünmektedirler. Son yıllarda değişen eğitim programı ağırlıklı olarak materyal kullanımını, farklı öğretim yöntemlerini desteklemesine rağmen somutlaştırma adı altında kullanılan modeller öğrencileri daha fazla kavram karmaşasına sürüklemektedir. Örneğin cebir karoları 7. sınıfta cebirsel ifadelerin toplanmasında, çıkarılmasında, çarpımında bir araç gibi kullanılmaktadır. Fakat bu da öğrencilerde birtakım zorluklar yaratmıştır. Örneğin “–x” gibi bir ifadeyi sadece renk farklılığı ile modellemeye çalışmak öğrencilerde kavram oluşturma bakımından eksikliklere yol açmaktadır. Sadece simgesel bir gösterimin ötesine geçemeyen cebir karoları tıpkı sayma pulları gibi sadece somutlaştırma adına kullanılan fakat bir kavram oluşmasına katkısı olmayan yöntemlerdir. Ayrıca matematik programı yapılandırmacı öğretim esasına dayanmaktadır. Perkıns, (1999)'a göre yapılandırmacı yaklaşımda bilginin tekrarı değil, bilginin transferi ve yeniden yapılandırılması söz konusudur. Yapılandırmacılıkta bilgi olduğu gibi kabul edilmez Sadece okumak ve dinlemek yerine, tartışarak, fikirlerini paylaşarak hipotezler kurarak öğrenme sürecine etkin olarak katılarak bilgiyi yeniden oluşturur ya da keşfeder. Dolayısıyla yapılandırmacı yaklaşımda önemli olan bilgiyi nasıl aktaracağımız değil öğrencinin onu nasıl anlamlandıracağıdır. Bu noktada modellerin ne işe yaradığını bilmeden sadece konunun öğretimini basitleştirmesi adı altında bir model sunmak öğrencide matematiksel bilgiyi oluşturması açısından eksik kalacaktır. Cebir her şeyden önce geometri içinde yorumlandığında bir anlam kazanacaktır. Nitekim Harezmi'nin denklem çözümleri geometrik yolla çözüme dayanmaktadır. Fakat ülkemizde matematik konuları birbirinden bağımsızmış gibi anlatılmakta ve öğrenme alanları arası ilişkilendirme zayıf kalmaktadır. Geometriksel ve cebirsel bütünlük kurulamamaktadır. Özellikle cebirin tarihsel gelişim sürecinde gerek Harezmi, gerekse Ömer Hayyam cebirle geometriyi bütünleştirmiştir (Dönmez, 2005). İkinci dereceden denklem çözümleri için kullandıkları yöntemler geometriye dayanmaktadır. Özdeşliklerin öğretiminde de modelle açıklanması kazanım olarak verildiği hatırlanırsa, kullanılacak model öğrencide matematiksel bir kavram oluşturmalı ve öğrenci matematiği kullanarak yeni bir bilgiyi kendisi inşa edebilmelidir. Gerek matematiğin önemli bir dalı olan geometriyi kullanma gerekse modelin öğrenci için anlamlı olabilmesi için özdeşliklerin origami ile modellenmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle öncelikle cebir öğretiminde "bilinmeyen" ifadesini sonrada konunun gerek sınırlandırılması gerekse öğrencilerin ilköğretim 8. sınıfta geldikleri son noktayı gözlemlemek amacıyla tarihsel gelişimine uygun olan bir şekilde modelleme yapmak amaçlanmıştır. Origami ile modelleme cebirin tarihsel gelişimine uygun olması, öğrenciler için somut bir model olması, onların yaparak yaşayarak öğrenmelerine fırsat verip kalıcılığı sağlaması açısından tercih edilmiştir. Origami ile modelleme sürecinde ise bir problem durumu ile derse başlanmıştır. Bir bakıma öğrenciler verilen problem durumundan hareketle neyi niçin katlamaları gerektiğini daha net kavramaları sağlanmıştır.

Bu araştırmanın diğer araştırmalardan ayrılan tarafı amacın materyal kullanımının etkisini ölçmekten ziyade öğrencilerin özdeşliklerin modellenmesinde kullandıkları yöntemlerin ortaya çıkarılması ve cebir içinde ne ölçüde doğru geometri bilgisini kullandıklarını incelemektir. Araştırmada ayrıca origami ile özdeşliklerin açıklanmasına dair model kullanılmıştır. Fakat burada origami bir öğretim yönteminden ziyade özdeşlikleri açıklamada kullanılan bir araç konumundadır. Özdeşliklerin programda öğretilmesi gereken hedef davranışın ötesinde, modeller aracılığı ile açıklanması gereken bir kazanım şekline dönüşmesi araştırmanın izlediği yöntemi de etkilemiştir. Araştırma nitel veri toplama araçlarının kullanılması ve genelleme yapmaktan ziyade derinlemesine bilgi edinilmeye çalışılması bakımından da diğer çalışmalardan ayrılmaktadır

1.9 Varsayımlar

- Araştırma boyunca uygulanan ön test ve son test sorularının öğrencilerin samimi ve ciddi bir şekilde yanıtladıkları,
- Ders içindeki etkinliklere katılımda gönüllü oldukları, ders sonrasında yazdıkları günlüklerde objektif ve içten cevap verdikleri kabul edilmiştir.
- Ayrıca ön test ve son test sorularının geliştirilmesinde uzman görüşlerinin geçerli ve güvenilir şekilde yansıtıldığı,
- Araştırmacının çalışmanın uygulanması ve yorumlanması sürecinde yansız davrandığı varsayılmıştır.

1.10 Sınırlılıklar

Bu araştırma 2011-2012 Eğitim öğretim yılında Sakarya ilinin iki devlet okulunun 8. sınıfları ile sınırlandırılmıştır. Örneklem olarak 6 tane 8. sınıf içerisinden seçilen 2 sınıf üzerinde alt problemler oluşturulmuş daha sonra seçilen beşi kız biri erkek olmak üzere 6 kişi üzerinde modelin etkililiği üzerine çalışma yürütülmüştür. Bu nedenle çalışma genellenemez. Çalışma programda belirtilen "özdeşlik ile denklem farkını anlar", "özdeşlikleri modellerle açıklar" kazanımları üzerine oturtulmuştur. Modelleme etkinlikleri programda belirtilen ders saati ile sınırlandırılmıştır. Araştırma veri toplama yöntem ve tekniği olarak ön test ve son testteki açık uçlu sorular, ders sonrası yazdırılan günlükler, origami görüş bildirme anketi ile sınırlandırılmıştır.

1.11 Tanımlar

İşlemsel bilgi: Matematikte kullanılan semboller, kurallar ve matematik yaparken başvurulan işlemlerin bilgisi (Baykul, 2005).

Kavramsal bilgi: Matematiksel kavramların kendilerini ve bunlar arasındaki ilişkileri kapsar (Baykul 2005).

Özdeşlik: Bir şeyin kendisiyle bir ve aynı olması. Özdeşlik bir bakıma kendini kendiyle açıklama durumudur.

Matematiksel modelleme: Gerçek hayat problemlerinin sadeleştirilmesi, soyutlanması ya da bir matematiksel forma dönüştürülmesidir.

Matematiksel model: Modelleme sonucunda ortaya çıkan ürün.

Origami: Japoncada kağıt katlama sanatı olarak bilinir. Sözcük olarak "ori" katlamak, "kami" ise kağıt sözcüklerinden oluşmaktadır (Krier, 2007).

Kavram Yanılgısı: Öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılaması. (Ubuz, 1999).

2 LİTERATÜR TARAMASI

2.1 Cebirle İlgili Yapılan Çalışmalar

Cebir ile ilgili literatür tarandığında çok fazla çalışılan öğrenme alanlarından birisidir. Bunun en önemli sebebi belki de cebirin kendi içinde getirdiği güçlüklerdir. Wagner (1983) harfli sembollerin kullanımını sayılar ve harfler ile ilişkisine göre kıyaslamıştır. Harfli sembollerin ve sayıların matematiksel ifadelerde birlikte kullanıldığını fakat harfli sembollerin sayılardan farkının sayıların tek bir değeri temsil ederken, sembollerin birçok sayıyı temsil edebilmesidir. Ayrıca sayıların yan yana yazımı o sayının basamak değerini gösterirken harflerin yan yana yazımı çarpma işlemini göstermektedir. Sayılar önündeki işarete göre değer alırken harfler önündeki işarete göre değer almayabilir, "x" negatif ise" –x"'in pozitif olması gibi. Wagner (1983) daha sonra harf sembolleri ile sözcükler arasındaki ilişkiyi incelemiş sözcüklerinde değişkenler gibi ifadeyi doğru ya da yanlış yapabileceğini belirtmiştir. Örneğin " O, öğrencidir."ifadesinde "O" zamiri farklı kişilere göre cümleyi doğru ya da yanlış yapar. Harfli ifadeler genellikle kelimelerin kısaltması şeklinde gösterilir. "3-e= 1" denkleminde "e"'nin elmaların sayısını vermesi gibi. Ayrıca her ikisi de farklı içerik de farklı anlamlar kazanabilir. Philipp (1992) araştırmasında harfli ifadenin bazen bir sabit bazen bir miktar bazen de parametre gibi kullanılabileceğini, öğretmenlerinde bu gibi farklı kullanımlara dikkat çekmeleri gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca değişkenlerin bazen bilinmeyen, bazen bir etiket, bazen de genelleştirilmiş sayı olarak kullanıldığını kavratmanın öneminden bahsetmektedir. Son olarak değişken kavramının söz dizilimsel olarak zor, anlamsal olarak kolay olduğunu, özellikle zorluğunun da farklı kullanımlarından ileri geldiğini belirtmiştir. MacGregor ve Stacey (1997) araştırmalarında cebirin karmaşık gibi görünse de aslında kolay bir yapısının olduğunu belirtmişlerdir. Özellikle öğrencilerin semboller ve cebirsel ifadelere yükledikleri anlamları irdelediklerinde aslında cebirin kendine özgü bir dilinin olduğunu ve bu nedenle öğrencilerin alfabedeki harfler ve kullanımlarıyla ilişkilendiremedikleri için zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin cebirsel sembolleri yorumlamalarında aslında bu sembolleri önceki durumlarla temellendirememeleri, başka durumlarda kullandıkları harflerin cebirdeki kullanımlarıyla aynı olmayışı, cebirsel kuralların diğer dillerdeki kurallara benzememesinden ve cebirin aslında öğrencilerin anlayacağı kadar açık olmayışı öğrencilerde hata ve yanlış algılayışlara götürmektedir. Wagner (1983) ve Philipp (1992) araştırmalarında özellikle öğrencilerin ilk başta harfli sembollere anlam yüklemede getirdikleri zorluklardan bahsetmişlerdir. Araştırmaların ortak sonucu cebirin yapısı itibariyle kavramsal olarak zor anlaşılmasıdır. Harfli sembollerin anlaşılmasındaki zorluğun sebebi ise cebirin ilköğretim öğrencilerinin zihinsel gelişim özelliklerine göre soyut bir yapıda olmasıdır. Temel kavramları algılamakta ve kavram olarak zihninde şema oluşturmakta zorlanan öğrenci ilerleyen yıllarda daha büyük sıkıntı ile karşılaşacaktır.

Literatürde cebirle ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin kavram yanılgıları ve hataları ile ilgili araştırmalara rastlanmaktadır (Akkaya ve Durmuş, 2006; Boz, 2004; Soylu, 2008). Soylu (2008) 7. sınıflar üzerinde yaptığı çalışmasında öğrencilerin harfli ifadeleri yorumlamalarında düştükleri yanlışları belirlemek amacıyla öğrencilerin değişken kullanarak denklem yazabilme, aynı cinsteki değişkenleri belirleyip bunlarla işlem yapabilme, bilinen bir sayı ile değişkenin birim açısından farklılığını belirleyebilme ve değişkenleri kullanarak sözel bir ifadeyi denkleme dönüştürebilmelerine yönelik problemler yöneltmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin değişkenlerin farklı kullanımlarını bilmediği, verilen bir problemi değişken kullanarak yazdıklarında harfli sembol yerine keyfi değerler verdikleri ya da denklem gibi düşünüp sıfıra eşitledikleri görülmektedir. Bu araştırmadan elde ettiği bir başka bulguda öğrencilerin sayılar ile harfli sembolleri eş değerde görmesidir. Nitekim bir değişkenle sayıyı rahatlıkla toplayıp ikisinin de aynı şeyleri ifade ettiğini düşünmüşlerdir. Akkaya ve Durmuş (2006) araştırmalarında öğrencilerin cebirdeki harfli sembolleri anlamlandıramadıklarını gözlemlemişlerdir. Öğrencilerin denklemleri algılamalarında somut modeller kullanmasının gerekliliğinden bahsetmişlerdir. Ayrıca öneri olarak bilgisayar yazılımları, grafik çizer hesap makinelerinin kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Yapılan araştırmalarda incelendiğinde "bilinmeyen" ya da "değişken"e yüklenen anlam ve kavram yanılgıları tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki harfli sembolleri anlamakta zorluk çekmesi bir bakıma cebir ile ilgili diğer kavram ve işlemleri anlamalarında zorluklara yol açacaktır. Nitekim Işık, Albayrak ve İpek (2005) yaptıkları araştırmada ülkemizde matematik öğretiminde bilgilerin öğrencilere hazır basmakalıplar halinde verildiğini, sınav merkezli bir eğitim sisteminin matematiğin günlük hayattan soyutlanarak ezbere bir mantıkla öğretilmesi ve öğrenilmesine yol açtığını belirtilmişlerdir. Bu amaçla öğretmen adaylarına yöneltilen “denklem nedir?” sorusuna karşılık öğretmen adaylarının %43 gibi büyük bir kısmı “Bilinmeyenler üzerinde kurulan bağıntı, eşitlik, ifade, ilişki” şeklinde belirtmişlerdir. Aynı soru çoktan seçmeli soruda yer aldığında “problemin matematiksel yazılımı” şeklindeki şıkkı işaretlemeleri denklem kavramını tanıyamamış olmalarına rağmen hatırladıklarını göstermiştir. Özellikle özdeşliklerle ilgi bir başka soruda ise özdeşliğin tanımını yapamamalarına rağmen çoktan seçmeli bir sınavda doğru işaretleme eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Temel kavramlar konusunda eksiklerinin bilginin özümsenip analiz edilmeden ezberleme yoluna gidilmesi, ayrıca cebirsel denklemler açısından temel kavram niteliğinde olan sorularda kavram yanılgılarının olması hizmet öncesi eğitimin yetersizliğini gösterdiği sonucuna varmışlardır. Öğretmen adayları üzerinde incelenmeye çalışılan denklem, eşitlik gibi kavramların algılanışında oluşan yanlış ve yanılgıların en temel sebebi ilköğretim çağında sadece denklem çözümlerinin ezbere dayandırılıp, öğrencinin zihninde anlamlandırmadan problem çözümüne geçilmesidir. Dede (2005) öğrencilerin denklem kavramını algılamakta zorluk çektiğini, bunu aşmanın tek yolunun da aritmetikten cebire geçiş aşamasında cebirsel sözel problemlere ağırlık vermek olduğunu belirtmiştir. Özellikle öğrencilerin denklemleri yaşamdan ayrı bir durum şeklinde yorumlamalarının önüne geçerek anlamlandırmalarını sağlayacak yolun problemlere ağırlık vermekten geçtiğini belirtmiştir.

Gerek değişken ile ilgili kavram yanılgıları, gerek denklem, eşitlik gibi kavramlara yükledikleri anlamlar ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin çeşitli kavram yanılgıları ve hatalarının yanında kavram oluşturmada da sıkıntıları olduğu görülmüştür. Işık, Albayrak ve İpek (2005) öğrencilerin tanımları ezberleme yolu ile bildikleri için tanıma düzeyinden ziyade hatırlama düzeyinde kaldıkları belirtilmiştir. Özellikle cebirin temel kavramlarına yükledikleri anlam son derece önemlidir. İlköğretim düzeyinde ezbere kalan bir kavram lise veya daha ileri düzey matematik bilgileri için temel oluşturmaktan uzakta kalacaktır. Ayrıca kavramların diğer kavramlarla bağlantısı kurulamayacağı için matematik sebepleri anlaşılmadan formüller yığını şeklinde bir ders olarak kalacaktır. Bu açıdan kavramlar matematiksel bilginin kurulması için son derece önemlidir. Baki ve Kartal (2004)’a göre işlemsel bilgiye sahip bir öğrenci problemde verilen bilgileri cebirsel olarak ilişkilendirebilir, bu ilişkiyi yansıtan sembolik ifadeleri kullanarak doğru denklem kurabilir, denklemi geçerli işlem basamaklarını yürüterek çözebilir. Lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını değerlendirdikleri araştırmada öğrencilerin yarısından fazlasında işlem yürütme becerisi olarak yetersizlikleri ortaya konulmuştur. Kavramsal bilginin ise *işlemler arasındaki ilişkileri görebilmek ve onları ilişkilendirebilmek* olarak tanımlandığı araştırmadan elde edilen sonuçlara göre cebir bilgisi içeren kavramlar hakkında yüksek bir oranda kavram yanılgısına sahip olduklarını ayrıca cebirin temeli olarak görülen sayılar konusunda da öğrencilerin kavramları anlamlandıramadıkları ortaya çıkmıştır.

Cebire yönelik sıkıntılar incelendiğinde kavramların soyut nitelikte olmasından dolayı öğrenciler kavramsal bilgiye tam hâkim olamamaktadır. Cebirin bir alt öğrenme alanı olan cebirsel ifadeler değişen eğitim programında belirli kazanımları modeller yolu ile somutlaştırmaktadır. Ayrıca programda özdeşlikler öğretilmesi gereken bir konu değil öğrencilerin modeller yolu ile açıklayabileceği kazanım şekline dönüşmüştür. Bu nedenle özdeşliklerin açıklanmasında yapılandırmacı eğitim anlayışına sahip, materyal kullanımını ön plana çıkaran, görselleştirmelerin kullanıldığı araştırmalar ön plana çıkmaktadır.

Songur (2006) öğrencilerin 8. sınıf matematik derslerinde harfli ifadeler ve denklemler konularında oyun ve bulmacalarla öğretim yönteminin akademik başarıya ve hatırlamaya etkisi ile oyun ve bulmacalarla öğretim yönteminin öğrencilerin matematik dersine karşı tutumunu nasıl etkilediğini ölçmek amacıyla gerçekleştirdiği araştırmada öğrendiklerini hatırda tutma da, matematiğe ve derse karşı tutumlarında ve başarı düzeylerinde olumlu ve anlamlı bir katkı yaptığı sonucuna ulaşmıştır. Akın (2007) özdeşliklerin öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünlerine etkilerini incelediği araştırmada çeşitli materyaller ile küçük gruplar ile ders işlemiştir. Elde ettiği bulgulara göre yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının, geleneksel öğretim yöntemine göre matematik öğretiminde akademik başarıyı arttırmada daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Aynı zamanda deney grubu öğrencilerinin özdeşliklerin öğretimi esnasında somut materyallerle aktif öğrenmenin içinde olduğu ve deneyimlerinin ön görülen bilgileri hatırda tutma düzeylerine olumlu etki yaptığı gözlenmiştir. Tuncer (2008) ilköğretim 8.sınıf matematik dersinde Pascal Üçgeni ve Binom Açılımı konusunun öğretiminde materyal destekli matematik öğretiminin, geleneksel öğretim yöntemine kıyasla öğrencilerin akademik başarılarına ve başarının kalıcılık düzeyine olan etkisini araştırdığı çalışmasında materyal destekli matematik öğretimine yönelik etkinliklerle öğrenen öğrencilerin, geleneksel yöntemlerle öğrenim gören öğrencilerden daha başarılı oldukları ve öğrenilenlerin kalıcı olduğunu göstermiştir. Şan (2008) ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlikler konusunun erişilerine görselleştirmenin etkisini incelediği araştırmada matematik dersinde görselleştirmenin başarıyı artırdığı ve var olan öğretim yöntemine göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Akın ve Pesen (2010) özdeşlik konusunun öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünlerine etkilerini belirlemeye çalıştıkları araştırma sonucuna göre özdeşliklerin öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin hem başarısına hem de hatırda tutma düzeyine olumlu etki yaptığını belirtilmişlerdir. Bu noktada yapılandırmacı eğitim sistemi içerisinde öğrencilerin kendi bilgilerini aktif olarak kendilerinin oluşturmasının olumlu etkisi araştırmalar ile ortaya konulmuştur. Araştırmalardan elde edilen sonuçlara göre gerek akademik başarıyı artırma gerekse matematiğe karşı tutumlarında materyal kullanımının olumlu etkiye sahip olduğu yönündedir. Bir diğer önemli noktada özdeşlikleri açıklarken kullanılan geometriksel modellerdir ki; bu açıdan öğrencinin özdeşliklerin açıklanmasında kullanılan modelleri anlayabilmesinin ön koşulu geometrinin temel şekil ve kavramlarını doğru algılayabilmesidir. Yenilmez ve Şan (2008) dokuzuncu sınıfa devam eden öğrencilerin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeylerini ve bu düzeylerin cinsiyet, matematik başarısı, geometrik şekillere karşı ilgi düzeyi ve matematik tutumu değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmada; özdeşliklerin görsel modellerini tanımadaki başarısının geometri şekillerine ilgi düzeyi ile doğru orantılı olarak arttığı sonucuna ulaşmışlardır. Araştırma sonucu incelendiğinde özdeşliklerin görsel modellerini tanımasının öncelikli yolu geometri ile ilişkisinin iyi değerlendirilmesi gerektiğidir.

2.2 Origami İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Cebir ile ilgili çalışmalar gerek cebire yönelik kavram yanılgıları gerekse özdeşliklerin açıklanmasında kullanılan alternatif öğretim yöntemlerinin etkilerinin incelenmesinin ardından bu bölümde yurtdışında ve Türkiye'de origami ile ilgili araştırmalara yer verilecektir.

2.2.1 Yurtdışında Origami ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Origami ile ilgili araştırmalar incelendiğinde daha çok yurtdışında yapılan çalışmalardır. Özellikle Japonya'da öğrencilerin çocukluktan beri kağıt katlama etkinliklerine aşina olması onlar üzerindeki etkinin diğer ülkelere göre farklılık oluşturup oluşturmayacağı sorusunu gündeme getirmiştir. Nitekim Yuzawa, Bart ve arkadaşları (1999), origami çalışmalarının Amerikan ve Japon çocuklarda büyüklük karşılaştırma yöntemleri üzerine etkilerini incelemişlerdir. Bunun için benzer sosyo-ekonomik düzeydeki 4–6 yaşlarındaki Amerikan ve Japon çocuğu kız ve erkek sayısı eşit olacak şekilde kontrol grubu, normal origami eğitimi alacak grup ve özel origami eğitimi alacak grup olmak üzere üç gruba ayrılmış. Kontrol grubuna sadece ön ve son test yapılmış, normal origami eğitimi alacak gruba beş gün boyunca geleneksel origami figürleri öğretilmiş, özel origami eğitimi alacak gruba geleneksel modeller yerine önceden hazırlanmış kare ve çeşitli boyutlardaki üçgen şeklindeki kâğıtlar katlatılmıştır. Beş gün sonunda bütün gruplara son test uygulanmıştır. Testlerde çocuklara çeşitli boyutlarda hazırlanmış yedi çift üçgen verilmiş, her bir çiftte hangi üçgenin daha büyük olduğu sorulmuş, çocukların bu iki üçgeni ölçme stratejileri en doğru yöntem olan kartları üst üste koyarak mı yoksa uç uca getirerek veya kenar kenara getirerek mi olduğu not edilmiştir. Sonuçlar milliyet, cinsiyet ve eğitim gruplarına göre değerlendirilmiştir. Kontrol grupları arasında Japon çocukların büyüklük karşılaştırma stratejileri üç boyutlu düşünme yeteneği gerektiren çeşitli yönlerden üst üste koyarak karşılaştırma yönünde olduğu elde edilmiştir. Bu sonuç kontrol grubundaki Japon çocuklarında daha önceden origami deneyimlerinin olmasının onların stratejilerini bu yönde etkilediğini göstermiştir. Araştırma sonuçlarına göre kızların origami eğitimi aldıktan sonra erkeklere göre daha fazla stratejilerini değiştirdikleri görülmüştür.

Shumakov (2000), 137 sağlıklı 7–11 yaş ilkokul çocuğu ve 16 konuşma engelli çocukla gerçekleştirdikleri araştırmalarında origami eğitiminin sağ ve sol beyin yarım kürelerinin aktivasyonu, ellerin motor gelişimi, zekâ gelişimi, yaratıcı düşünme, uzamsal düşünce ve görsel algı boyutlarında etkilerini araştırmışlardır. Bu amaçla araştırmaya katılan çocuklar yaşlarına göre; bir grup konuşma engellilerden oluşmak üzere 6 deney grubuna ve bütün yaş gruplarını içine alan bir kontrol grubuna ayrılmıştır. Deney grubundaki çocukların grup özelliklerine uygun origami figürlerinden oluşan 25 haftalık birer saatlik eğitim verilmiştir. Verilen origami eğitiminin, sağ ve sol beynin aktivasyonu boyutundaki etkileri laboratuar ortamında değerlendirilmiştir. Araştırmanın başlangıcında, ortasında ve sonunda her bir boyut için testler uygulamış, sonuçlar değerlendirilmiştir. Sonuçta verilen origami eğitiminin beyin gelişimini desteklediği sonucuna varılmıştır.

Pope (2002) ilköğretim öğrencileri üzerinde origami aktivitelerinin geometri öğretimine katkısı incelenmiş ve origami aktivitelerinin grup çalışması ile sosyal beceri ve sorumluluklara katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Wille ve Boquet (2009)'nin araştırmasında öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri için sanal diyaloglar yazdırılarak sağlanmıştır. Bu çalışmada ise öğrencilerden origami ürünleri ve çizimlerle posterler oluşturmaları istenmiştir. Bu araştırma ayrıca origami aktivitelerinin, bir sorunun çözümünde yalnız bir doğru olmadığı anlayışını geliştirmesi ve doğru olmasa da mantıklı gerekçelere dayandırarak çıkarımlar yapabilmeyi geliştirmesi yönünden problem çözme ilkeleriyle örtüşmektedir.

Sze (2005) bir derleme araştırması yapmıştır. Araştırmada origaminin matematiksel olarak kullanışlı olması için öğrencilerden yaptıkları şeklin basamaklarını yazarak ve şekiller çizerek açıklamalarının istenilebileceği, ayrıca yapılmış bir şekli vererek nasıl elde edilebileceğini düşünmelerini sağlamanın da bu yönde katkı sağlayacağı söylenmiştir. Bunların yanında origami aktiviteleri yapılan işlemin açıklanması istendiğinde öğrencilerin geometri terimlerini kullanmaya olan eğilimlerini de artırdığı sonucuna ulaşmışlardır.

Brady (2008), ilköğretim matematik eğitiminde kağıt katlamanın önemine vurgu yaparak özellikle ilköğretim matematikte kağıt katlamada duygusal, davranışsal ve bilişsel matematiksel öğrenmeyi nasıl geliştireceğine odaklanmıştır. Elde ettiği sonuçlar ise özellikle öğrencilerin dersten haz alma, ilgi duyma, mutluluk ve heyecandır. Diğer çalışmalardan farklı olarak öğrencilerde memnuniyet ve kendileri ile gurur duyma duyuşsal bir kazanımdır. Bir diğer önemli sonuçta sürekli katılımdır ki öğrenciler yaptıkları etkinlikleri sadece sınıf ortamında değil sınıf dışına taşıma eğilimidir.

Boakes (2009), origaminin uzamsal zeka ve geometri bilgilerine olan etkisini ölçmüştür. Bunun için origaminin ortaokul matematik sınıfında bir öğretim aracı olarak etkisi üzerine odaklanmıştır. Ön test/son test yarı deneysel tasarım ile origami öğretiminin 56 kişilik bir grup 7.sınıf matematik öğrencisinin uzaysal görselleştirme becerileri ve geometri kavrayış düzenine etkisi araştırılmıştır. Yapılan çalışma ile origami ile öğretimin geometrik terim ve kavramların anlaşılmasında geleneksel öğretim kadar faydalı olduğunu, ancak bu yaklaşımın erkek ve kızların uzaysal becerilerini farklı olarak etkilediğini ortaya koymuştur.

Wille ve Boquet (2009), çalışmalarında algı zorluğu olan öğrencilerin origami ile matematiksel kavramları öğrenmelerinde hayali diyaloglardan yardım alınmasını açıklamışlardır. Araştırmada öncelikle klasik origami ve parçalı(modüler) origami ile ilgili açıklamalar yapılmış ve “Snobe Birimi” denilen standart bir figürün çok sayıda kullanılması ile elde edilebilecek çok yüzlülerle ilgili bir aktivite üzerine çalışma sürdürülmüştür. Araştırmanın akışında öğrencilerden snobe birimi ile oluşturulan şeklin yüz sayısı arasındaki ilişkiyi bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin düşünce tarzlarını ve çözüme ulaşmak için kullandıkları yöntemi belirleme sırasında kendilerini daha iyi ifade edebilmeleri için öğrencilerin kendi oluşturacakları hayali kahramanları konuşturarak karşılıklı diyalog halinde süreci yazmaları istenmiştir. Araştırma parçalı origaminin matematiksel ilişkiyi keşfetme yönünde olumlu etkilerinin olduğu sonucuna varılmıştır.

2.2.2 Türkiye’de Origami ile Yapılan Çalışmalar

Tuğrul ve Kavici (2002) araştırmalarında origami ve öğrenme ile ilgili bir derleme yapmışlardır. Araştırmada origaminin eğitsel yönden değişik kategorilerde kazançlarından bahsedilmektedir. Davranışsal olarak origaminin öğrencilere bir ödevden çok oyun olarak gelebileceği için öğrencilerin dikkatini toplaması ve ona önem vermesinin kolay olması, oluşturulan nesnelerle karmaşık bir bütünün aslında basit temel şekillerden oluştuğunun anlaşılması ve kurallı ilerlemesi yönüyle de matematiğin kurallı ilerlemesi ile bağlantı kurulabilmesi gibi faydalarının olabileceği söylenmiştir. Ayrıca öğrenciler aktiviteleri grup halinde yaptığı ve oluşacak şeklin bütün üyelerin oluşturduğu alt parçalara bağlı olduğu için bu yönden sosyal ve duygusal kazançları da olabilmektedir. Bunun yanında origaminin öğrenme modelleri yönünden kullanışlılığı üzerinde de durulmuştur. Değişik uygulamalarla gerek bireysel gerekse grup halinde aktiviteye uygun olması sebebiyle çoğu öğrenme modeliyle ilgili aktivitelerde origamiye yer verilebilmektedir.

Kavici (2005), yüksek lisans tezinde, origami eğitiminin okul öncesi dönem çocuklarının görsel algıları, küçük kas becerileri ve matematiksel yeterlilikleri üzerine etkilerini araştırmıştır. Deney ve kontrol grubu özel bir anaokulundaki 5–6 yaşındaki çocuklardan oluşmuştur. Origami programının çocukların küçük kas, görsel algı ve temel matematik bilgi seviyeleri gelişimi üzerindeki etkilerinin tespit edilmesi amacıyla, Peabody Gelişimsel Motor Ölçeği’nin (PDMS–2) küçük kas gelişimi bölümü, Frostig Gelişimsel Görsel Algı Testi ve araştırmacı tarafından geliştirilen Temel Geometri Formu kullanılmıştır. Araştırmaya katılan çocukların beceri ve yeterliliklerine göre

Gelişimsel Origami Eğitim Programı hazırlanmıştır. Araştırmanın başında kontrol ve deney gruplarına her üç test uygulanmış, sonrasında deney grubuna küçük gruplar halinde haftada bir saat olmak üzere 11 haftalık origami eğitimi verilmiştir. Araştırma sonunda her iki gruba son testler uygulanmıştır, gruplar karşılaştırılırken nicel teknikler kullanılmıştır. Araştırmada "Origami etkinlikleri çocukların küçük kas ve görsel algı becerinin gelişimi ve temel matematiksel kavramları öğrenmelerinde çok faydalıdır ve eğer origami çocukların zihinsel ve gelişimsel özelliklerine uygun olarak tasarlanırsa, çocukların eğitiminde eğitsel bir kaynak olarak kullanılabilir" sonucuna ulaşılmıştır.

Akan (2008), İlköğretim Matematik Ders Programında yer alan kesirler konusunun (kavram, işlem, uygulama) öğretimini geleneksel yöntemlere ilave OEDP (Origami Etkinlikleri ile Desteklenen Program) kullanılarak gerçekleştirmiştir. 6. Sınıf öğrencileri ile yapılan çalışmada deney ve kontrol grupları oluşturulmuş, deney grubunda geleneksel yönteme ilave olarak OEDP yardımıyla anlatılmıştır. Sonuçta origami etkinlikleri ile desteklenen deney grubunda öğrencilerin daha başarılı olduğu gözlenmiştir.

Çakmak (2009) origami-tabanlı öğretimin dördüncü, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine etkisini incelediği çalışmasında ayrıca origami-tabanlı öğretimin öğrenciler üzerindeki yararları, tutumları da incelenmiştir. Çalışma sonunda origami tabanlı öğretimin öğrencilerin hem uzamsal hem de uzamsal görselleştirme yeteneklerine hem de uzamsal yönelim yetenekleri üzerinde anlamlı ve pozitif bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Ayrıca origamiye karşı olumlu tutum geliştirdikleri ve origaminin matematikle doğrudan ilişkili olduğunu belirttikleri çalışmanın sonuçları arasındadır.

Gerek Türkiye'de gerekse yurtdışında yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin origaminin duyuşsal özelliklerine katkıda bulunduğu bir gerçektir. Matematik gibi öğrencilerin korku ile yaklaştıkları bir dersi daha zevkli hale getirmenin bir yolu olarak kullanılabilmesinin yanı sıra çalışmamızda bizim için asıl önemli olan origaminin geometri ile olan kuvvetli bağıdır. Kavici (2002) çalışmasında belirttiğine göre Yuzawa (1999) origaminin belki de geometriyi en çok kullanan sanat olduğunu, dolayısıyla başarılı bir origami eğitiminin, çocuklara davranışsal ve kavramsal faydalar sağlayacağını belirtmiştir. Bu açıdan origami-geometri ilişkisinden yararlanılarak özdeşliklerin modellenmesi çalışmada sağlanacaktır. Literatürdeki çalışmalardan farkı origaminin bir öğretim yöntemi gibi görülmesinden ziyade modellemede kullanılacak bir araç niteliğinde oluşudur. Ayrıca origami bu çalışmada bir bakıma özdeşliklerde geometriden cebire geçiş için bir anahtar role sahiptir. Geometri bilgilerini origami yardımıyla geliştirip cebirsel temel kavramlara geçiş yapılmış olacaktır.

Tüm literatür ışığında araştırmayı düşünülen alana bakıldığında cebirin kendi içinde anlaşılmasını zor kılan birçok nedeni bulunmaktadır. Bununla ilgili yapılan araştırmaların da gösterdiği gibi cebirin kendine özgü yapısı, değişkene yüklenen anlam, eşitlik, denklem gibi kavramlar ile ilgili yanılgılar birçok sıkıntıyı da beraberdin de getirmiştir. Literatürde cebir ile ilgili araştırmalar çok çeşitli yaş grupları ile ilgili olmasına rağmen cebirdeki kavram yanılgıları her yaş grubu için geçerli bir haldedir. Özellikle cebirsel kavramların tam olarak öğrenci tarafından oturtulamayışı hem kavramsal bilgi noktasında hem de işlemsel bilginin basamaklarını açıklama noktasında sıkıntılar doğurmaktadır. Bu açıdan öncelikli amaç cebirin geometri ile ilişkisinden yararlanarak cebirsel kavramları oturtmaya çalışmaktır. Bu açıdan 8. sınıf programındaki “özdeşliklerin modellerle açıklanıp, denklem ile özdeşlik farkının belirtilmesi” kazanımı geometri ile cebir bağının kurulması için oldukça elverişlidir. İlköğretim matematik ders kitapları incelenirse, cebir karoları kullanıldığı görülmektedir. Fakat bu konuda öğrencilerin epey bir sıkıntı yaşadığı gözlenmiştir. Özellikle karoların kullanış amacının sadece bir görselleştirme, somutlaştırma aracı olması, yeni bir matematik bilgi inşa ederken diğer matematiksel bilgilerden yararlanma açısından sıkıntılara sahip oluşu, öğrencide bazı kavram yanılgıları oluşturması açısından çok fazla kullanışlı olmadığı tespit edilmiştir. Bundan hareketle özdeşliklerin başka ne şekillerde modellenebileceği araştırmanın konusunu oluşturmaktadır. Amaç öğrencinin özdeşliklerin açılımını yaparken kullandıkları modelleri ortaya çıkarmak, eksiklikler doğrultusunda özdeşlikleri geometri ile bütünleştirmelerini sağlayan bir model ortaya koymaktır. Bu sebeple origami ile bir model kullanımı benimsenmiştir. Origami ile ilgili çalışmalarda öğrencilerin geometriyi origami aracılığı ile iyi kullandığı bilgisinden hareketle geometri üzerine cebirdeki özdeşlikler oturtulmaya çalışılmıştır. Fakat öğrenciye sadece kağıt katlama yaptırarak özdeşliklerin modelini sunmak onlarda bu yapılan etkinliklerin gerekliliği ile ilgili soru işaretleri oluşturacaktır. Nitekim öğrencilerin matematikten en çok şikayet ettikleri nokta öğrendikleri bilginin günlük hayatta ne işlerine yarayacağına dairdir. Bu yüzden origami ile model yapılırken bir problem üzerine bilgi inşa edilmeye çalışılmıştır. Bunun içinde yararlanılan şey yine tarihin kendisidir. Harezmi’nin denklem çözümlerinin esasının dönemin arazi dağılımı, mal paylaşımına dayanması öğrencilerin hem tarih içindeki matematiği anlamalarını hem de bir problem durumundan ulaşmak istedikleri amacı daha net oturtmalarını sağlamak olacaktır. Bu açıdan bu çalışmanın esası cebirdeki bazı temel kavramların ve özdeşliklerin açılımında öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyindeki eksikliklerin tespit edilmesi ve bu eksiklikler üzerinden origami yardımı ile modellenmesinin sağlanması olmuştur.

3 YÖNTEM

Araştırmanın modeli, kullanılan veri toplama araçları, araştırmanın uygulanması, örneklem seçimi bu bölümde bahsedilecektir.

3.1 Araştırma Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma modeli kullanılmıştır.

Nitel araştırma, gözlem görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği bir araştırma olarak tanımlanabilir. Nitel araştırma genellemeyi temel bir amaç olarak görmez. Bir durumun ya da olayın yeterli ölçüde ayrıntılı çalışılması ve önceden keşfedilmiş ilişkilerinin sınırlı bir çerçeve içinde anlaşılması daha önemlidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Nitel araştırmalarda amacın genelleme yapmaktan ziyade derinlemesine bilgi edinilmesi,kişinin geçmiş bilgilerini açık ve net şekilde ortaya çıkarması açısından bu araştırma da nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. İlgili literatür çalışmaları incelendiğinde daha çok nicel araştırma yöntemlerinin kullanıldığı görülmektedir. Yapılan nicel çalışmalar öğrencilerin konu ile ilgili kavram yanılgıları, hataları ile ilgili geniş bir çerçeve sunarken bu çalışma ile özdeşliklerin ne ölçüde geometri ile bütünleştirdikleri gözlenmek istenmiştir. Bu amaçla yapılacak bu çalışma ile sebeplerin irdelenmesi ve ona uygun çözüm yöntemlerinin sunulması amaçlanmıştır. Bu nedenle kullanılan veri toplama araçları açık uçlu sorulardan oluşmuştur. Ayrıca çalışılan gruptan elde edilen sonuç genelleme yapmaktan ziyade konunun daha özüne inmek olduğu için nitel araştırma yöntemi tercih edilmiştir.

Çalışma nitel araştırma yöntemleri içinden ise eylem araştırması özelliği taşımaktadır.

3.1.1 Eylem Araştırması

Eylem araştırması uygulamada ortaya çıkan sorunların anlaşılmasına ve çözümlenmesine yönelik olarak uygulayıcıların tek başlarına ya da araştırmacı ile birlikte uygulama sürecini çalışmalarını içerir. Araştırmacının veriye yakın olması, süreci yakından tanıması ve yaşaması önemlidir. Nitel araştırmada vurgulanan "araştırmacının katılımcı rolü ve aynı zamanda veri toplama aracı olması" durumu bu yaklaşımda tam anlamıyla kendini gösterir. Bu süreçte araştırma ve uygulama iç içedir. Yani araştırma sonuçları uygulamaya hemen aktarılabilir ve uygulamadaki sonuçlar doğrudan araştırılarak yeni sonuçlara ulaşılabilir. Bu yönüyle eylem araştırması "katılma", "yansıtma" ve "geliştirme" sürelerinin etkin bir biçimde işe koşulduğu bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Eylem araştırması sistematik eylemler aracılığı ile özel problemlerin çözümü için çaba sarfederek insanlara katkı sağlayan işbirlikçi araştırma yaklaşımıdır. Temel eylem aşaması 4 bölümü içermektedir. (1) araştırma sorularının tanımlanması, (2) araştırma soruları için bilgi toplama, (3) bilgileri analiz etme ve yorumlama, (4) sonuçları katılımcılarla paylaşmak. (Berg, 2001). Marshall ve Rossman (1999) bu tarz araştırmanın eğitim alanında öğretmen ve akademisyenlerin kendi öğretimlerini incelemek, yenilemek ve bu yeniliklerin etkilerini araştırmak için kullanıldığını ifade etmektedirler (Zembat, 2007).

Genellikle eylem araştırmasında araştırmacı objektif bir gözlemci veya dışarıdaki bir danışman olmak yerine topluluk veya çalışma grubu ile birlikte yer almaktadır. Araştırmacı bir çalışma grubu ile ortaktır böylece diğer geleneksel araştırma rol ve çabalarına göre daha fazla değer yüklüdür (Berg, 2001).

Araştırma iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci kısımda öğrencilerin özdeşlikleri açıklarken ne ölçüde model kullandıkları ve bu modelleri geometri ile ne kadar bütünleştirebildikleri incelenmiştir. Bu nedenle açık uçlu ön test soruları ile durum tespiti yapılmıştır. Ön testte sorulan açık uçlu sorulardan sonra origami yardımıyla modellemesi yapılmıştır. Bu nedenle hem origami kullanımının öğrenciler üzerinde etkisinin incelenmesi hem de araştırmacının katılımcı ve veri toplama aracı olması özelliklerinden dolayı eylem araştırması özelliğindedir. Eylem araştırmasının en büyük katkısı öğretmenin kendi yaşadığı probleme kendi çözüm yolunu sunacak çözümler aramasıdır. Bu çalışmada araştırmacı verileri toplayıp analiz eden aynı zamanda uygulayan kişi konumundadır.

Nitel araştırmacı bizzat alanda zaman harcayan, araştırma kapsamındaki kişilerle doğrudan görüşen ve gerektiğinde bu kişilerin deneyimlerini yaşayan, alanda kazandığı bakış açıcısını ve deneyimleri, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir. Veri kaynaklarına yakın olma, ilgili bireylerle konuşma, gözlemler yapma, ilgili dokümanları inceleme, araştırılan konuyu yakından tanıma ve anlama nitel araştırmada oldukça önemli yer tutar (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Fakat nitel araştırmacının olayların gidişatını etkileyip verileri yönlendirmesi gibi endişelerde söz konusudur. Yıldırım ve Şimşek (2008)'e göre gerçek, insan tarafından oluşturulan yorumsal bir süreçtir. Dolayısıyla gerçek onu yorumlayan ve oluşturan bireylerden bağımsız düşünülemez. Nitel araştırmalar nesnelliğe ve genellemeye daima kuşkuyla bakar. Araştırmacı bir konuya açıklama getirirken öznel görüş ve değerlerden etkilenebilir ve bu görüş ve değerler ulaşılan sonuçların yorumunu öznel hale getirebilir. Öznellik yanlılık anlamına gelmez ve yanlılığında ya da ön yargıların araştırma sürecini ve sonuçlarını etkilememesi için araştırmacının özen göstermesi gerekir.

Bu açıdan araştırmada eğitim-öğretim ortamında yaşanan bir problem tespiti yapılarak bu probleme yönelik çözüm arayışı getirilmeye çalışılmıştır. Bu araştırmanın ilk kısmında özdeşliklerin anlatımı kendi matematik öğretmenleriyle olmuş, modelin uygulanması ise araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Fakat amacın başarıyı ölçmek olmaması, modelin etkililiğinden ziyade cebire geometriksel bakış açısının kazandırılması, özdeşliklerin açıklanmasında origaminin bir alternatif nitelikte olabileceğini göstermesi açısından araştırmacı kişisel tutumunu yansıtmadan çalışmayı gerçekleştirmiştir. Ayrıca birebir alıntıların kullanılması, bulguların uzman görüşü eşliğinde değerlendirilmesi eylem araştırmasına yönelik yanlılık sorununu bu araştırmada ortadan kaldırmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Nitel araştırma yaklaşımlarında kullanılan amaçlı örnekleme yönteminde evren araştırmanın amacına uygun olarak kümelere ayrılır. Bu kümelerden araştırmaya en uygun olduğu düşünülen küme örneklem olarak seçilir (Tanrıöğen, 2009).

Amaçlı örneklem kullanılmak istendiğinde, araştırmacı araştırmanın konusunu karşılık olabilecek kişileri seçerek grubun özel bilgi düzeyini veya deneyimlerini kullanmayı amaçlar (Glassner 1983; aktaran Berg, 2001).

Yıldırım ve Şimşek (2008)'e göre Patton (1987) tarafından geliştirilen amaçlı örneklem yöntemleri içinden kritik durum örneklemesinde "bu burada oluyorsa, başka benzer durumlarda da kesinlikle olur" veya tam tersi "bu burada olmuyorsa, başka benzer durumlarda da kesinlikle olmaz" şeklindedir.

Çalışma Sakarya ili Serdivan ilçesinden seçilen iki farklı okulda gerçekleştirilmiştir. Tezin ilk bölümünde özdeşliklerin açıklanmasında model kullanma durumlarını ortaya çıkarmak amacıyla uygulanan açık uçlu sorular SBS başarı ortalaması ilçe üzerinde seçilen okulun, SBS puanları 350'den yukarı olan öğrencilerin oluşturduğu 8. sınıflardan elde edilmiştir. Bir bakıma genel olarak iyi sayılan bir sınıftan elde edilecek veriler diğer veriler içinde yol gösteri nitelik taşıyacaktır. Çalışma grubu olarak 8. sınıfların tercih edilme nedeni ise özdeşliklerin modellenmesi kazanımının programda bu sınıf düzeyinde yer almasındandır. Okulun kendisinin önceki yıllardaki SBS başarı puanlarına göre oluşturmuş olduğu sınıflar, aynı zamanda SBS başarı puanları, matematik dersi içindeki performans ve yazılı notları açısından da eşdeğer niteliktedir. Bu eşdeğerlik ise gerek matematik öğretmenleri gerekse okuldaki diğer öğretmenler tarafından doğrulanmıştır. İlk kısımda sorulan açık uçlu sorular çalışmanın alt problemlerini oluşturmuştur. SBS başarı ortalaması iyi bir sınıfta model kullanımına yönelik eksikler oluşuyorsa benzer durumlarda da oluşur mantığı ile bir bakıma kritik durum örneklemesi yapılmıştır. Elde edilen veriler aynı şekilde diğer okulda da uygulanmış ve içlerinden çalışmanın amacına uygun altı kişi seçilmiştir. Altı kişilik grubun oluşturulmasında araştırmaya gönüllü olarak katılma esasları dikkate alınmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilere araştırmanın kendilerini değerlendirme amaçlı olmadığını, bir araştırma konusu için gerçekleştirdiği belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin kimliklerinin belirtilmeyeceği, gerçek isimleri yerine takma isim kullanılacağı açıklanmıştır.

3.3 Veri Toplama Araçları ve Uygulamaları

Bu araştırmada veri toplama yöntemi olarak aşağıdaki araçlar kullanılmıştır.

1. Açık uçlu ön test-son test soruları
2. Günlükler
3. Origami görüş bildirme anketi

3.3.1 Açık Uçlu Ön Test -Son Test Soruları

Açık uçlu sorular ilgili literatür tarandıktan ve bu konuyla ilgili yapılan çalışmalar incelendikten sonra sorular araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Bazı sorular birebir programdaki kazanıma yönelik ders kitaplarında yer alan ifadelerden oluşmaktadır. Özdeşliklerle ilgi sorulan sorular programda verilen kazanımları içerecek şekilde sorulmuştur. Bu açıdan ölçme değerlendirme uzman görüşü de alınarak kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Soruların önce taslağı oluşturulmuş daha sonra uzman görüşleri yardımıyla gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Seçilen okulda özellikle 8. sınıflar içinde SBS başarısına göre seviye grupları oluşturulmuş en başarılı iki sınıf içinden birisine soruların pilot çalışması yapılmıştır. Soruların sınıf içinden yapılma yüzdeleri ve öğrencilerin soruları çözerken zorlandıkları noktalar göz önüne alınarak bir takım değişiklikler yapılmıştır. Bu değişikliklerden bazıları şunlardır:

Pilot çalışmada benzer terimleri ayırt etmeleri ve bunu ayırt etme sebepleri sorulmuştur. Öğrenciler bu soruyu ya tamamen boş bırakmış ya da verilenleri çarpanlara ayırma şeklinde gruplama yoluna gitmişlerdir. Hiçbir öğrenci benzer terimleri neye göre belirlediklerini yazmayı başaramamıştır. 7. sınıfta benzer terim kavramı programda yer almaktadır. Bu nedenle 8. sınıfa gelindiğinde bu konuyu unutma, neye göre belirlediklerini bilmeme gibi sebeplere bağlı olarak testten çıkarılmıştır. Uzman görüşü ve pilot çalışma doğrultusunda sorunun kökünde yer “x^2+2x+1 şeklindeki ifadeye uygun geometriksel model oluşturunuz” ibaresi kitaplarında birebir yer alan “x^2+2x+1” şeklindeki ifadenin özdeşini bulup, bunun doğruluğunu gösterin şeklinde düzeltilmiştir. “$(x+1)(x+3)=24$ ifadesi size ne ifade etmektedir? Açıklayınız.” şeklindeki soruyu ise öğrenciler sadece sayılara yükledikleri anlam doğrultusunda cevaplamışlar geometriksel olarak model oluşturamamışlardır. Bu nedenle çalışmanın amacı doğrultusunda “şekil çizerek açıkla” ibaresi eklenerek geometri içinde ne şekilde yorumladıkları yorumlanmaya çalışılmıştır.

Bu uygulama sonucunda verilen cevaplar incelenerek öğrencilerle ve öğretmenleriyle görüşülmüş ve soruların uygunluğu ve anlaşılabilirliği test edilmiştir. Bu şekilde sorular üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Son test ise ön teste eş değer sorular içermektedir. Ön test- son test soruları Ek A’da yer almaktadır.

Sorular ayrıca 8. sınıf matematik programında yer alan cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “özdeşlikleri modellerle açıklar” “denklem ile özdeşlik farkını açıklar” kazanımlarını kapsayacak şekildedir. Ayrıca soruların dağılımları Ek D’de verilen ders içi kazanımlara göre ise 1,2,3. sorular birinci derse yönelik kazanımları ölçmeye yönelik iken, 4,5,10 ve 12. sorular ikinci derse yönelik kazanımları yöneliktir. 6,7,8,9 ve 11. sorular ise üçüncü derse yönelik kazanımları ölçmeye yöneliktir.

3.3.2 Günlükler

Günlükler bu çalışmada her dersin sonunda öğrencilerin o gün işlenen ders ile ilgili görüşlerini, kişisel olarak gelişimlerini yansıtacak şekildedir. Öğrenciler günlükleri aracılığıyla o derse ilişkin neler öğrendiklerini, hangi bilgilerinin değişime uğradığını, önceki bilgisi ile o ders sonrası bilgisinin farklılığını yansıtmışlardır.

3.3.3 Origami Görüş Bildirme Anketi

Origami kullanımının eğitime katkıları kanıtlansa da matematik eğitimi alanında kullanımına çok sık rastlanmamaktadır. Bu nedenle öğrencilerle yapılan bu çalışma sonunda origami kullanımında zorlandıkları noktaları tespit etmek, onların gözünden matematik eğitimine katkısı görmek için çeşitli sorular yöneltilmiştir (EK F). Bu bir bakıma diğer çalışmalara ışık tutabilecek niteliktedir.

3.4 Uygulama

Çalışma 2011-2012 eğitim- öğretim yılının ilk döneminde her bir sınıfın kendi matematik öğretmeni ile normal ders saati süresince işlenmiştir. Fakat bu noktada böyle bir çalışmadan öğretmenler haberdar edilmemiştir. Bunun amacı öğretim ortamının doğal ortamını bozmayıp daha geçerli ve güvenilir veriler elde etmektir. Soruların geçerlilik ve güvenirliliğini sağlamak için birbirine eşdeğer iki sınıftan birine soruların pilot çalışması yapılmıştır. Sınıfların eş değerliliğine ise önceki yıllarda SBS puan sonuçlarına göre sınıf ortalamalarının birbirine yakın olması ve matematik öğretmenlerinin sınıflar hakkındaki görüşleri neticesinde karar verilmiştir. Geçerlilik ve güvenirlik çalışması için gerek uzman incelemesi gerekse pilot çalışma sonucuna göre sorular üzerinde gerekli düzeltmeler sonrasında ön test açık uçlu sorular uygulanmıştır. Her bir sorunun sorulma amacına uygun olarak soruların yapılma yüzdeleri oluşturularak tablolaştırılmıştır. Elde edilen ön test sonuçları alt problemleri belirlemede rol oynamıştır. Ön test sonuçlarına göre oluşturulan 6 kişilik bir grup ile önce 1 ders saati origaminin kullanımına öğrencileri alıştırmak amacı ile çeşitli katlama etkinlikleri yaptırılmıştır. Origami etkinlikleri araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Program gereği özdeşliklerin modellerle açıklanıp, denklem ile farkının kavratılması için 4 ders saati ayrılmıştır. Bu ders saatleri içerisinde öğrencilere model uygulanarak model üzerinden yorumlamaları sağlanmıştır. Ders içi modele yönelik yönergeler ve verilen problem durumuna EK B’de, modelin uygulanma aşamaları ise EK D’de, her bir derse ait etkinlikler ve modelin katlanma yönergeleri EK E’de verilmiştir.

3.5 Verilerin Analizi ve Yorumlanması

Bu araştırmada nitel veri analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar dikkate alınarak da sunulabilir. Betimsel analizde görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir. Veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir. Daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden sonuç ilişkileri irdelenir ve birtakım sonuçlara ulaşılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar her bir soruya verilen yanıtlar için ayrı ayrı incelenmiş, her bir soruya verilen yanıtlar kategorilere ayrılıp yapılma sıklıkları yüzde hesabı ile gösterilmiştir. Modelin uygulanmasından sonra modelin uygulandığı 6 kişilik grubun ön test ve son testte verdikleri sorular tek tek incelenmiş iki test arasındaki farklılık düzenlenerek açık bir şekilde belirtilmiştir. Elde edilen bulgular neticesinde yorumlanmıştır. Ayrıca günlüklerden elde edilen verilerde her bir derse ilişkin kazanıma ilişkin olarak, direk alıntılar yoluyla sunularak yorumlanmaya çalışılmıştır.

3.6 Geçerlilik ve Güvenirlilik

Genel anlamda “geçerlilik” araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinir. Dış geçerlilik, elde edilen sonuçların benzer gruplara ya da ortamlara aktarılabilirliğine, iç geçerlilik ise araştırma sonuçlarına ulaşırken izlenen sürecin çalışılan gerçekliği ortaya çıkarmadaki yeterliliğine ilişkindir. “Güvenirlilik” ise kısaca araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgilidir. Dış güvenirlilik, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceğine, iç güvenirlik ise başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşıp ulaşamayacağı ile ilgilidir (LeCompte ve Goetz, 1982; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Nitel bir araştırmada iç geçerlilik yerine “inandırıcılık”, dış geçerlilik yerine “aktarılabilirlik”, kavramlarını, iç güvenirlilik yerine “tutarlılık” ve dış güvenirlilik yerine “teyit edilebilirlik” kavramlarını kullanmayı tercih etmektedirler (Lincoln ve Guba 1985; aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Yapılan bu çalışmada da iç geçerlilik anlamında uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, uzman incelemesi kullanılan yöntemlerdir.

Dış geçerlilik yani aktarılabilirliği sağlamak içinde ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma grubu oluşturulmadan önce eksiklikleri tespit etme aşamasında da 6 kişilik çalışma grubunun oluşturulma aşamasında da amaçlı örneklem seçimi yapılmıştır. Veri toplama araçları, veri toplama yöntemleri ayrıntılı olarak açıklanmış elde edilen bulgular direk alıntılar yolu ile sunulmuştur.

Nitel bir çalışmada araştırmacı birden çok bakış açısına bağlıdır. Tüm araştırmacıların bazı ön yargıları vardır. Bu açıdan bazı araştırmacılar bazı şeyleri diğerlerinden daha açıkça görebilir. Nitel araştırmacılar gördüklerinin etkisinde kalıp yanlış bilgilendirmemek için kendi algılayışlarının kontrolünü sağlamak için defalarca teknikler kullanırlar. Tüm bunların kontrol edilmesi için aşağıdaki geçerlilik ve güvenirlilik sağlanmaya çalışılır:

1. Çeşitliliği sağlamak için birden fazla veri toplama aracı kullanma. Veriler bir dizi farklı veri toplama araçları ile desteklendiğinde geçerliliği geliştirilmiş olacaktır. Bu yönteme genellikle çeşitleme denir.
2. Araştırmacı dışında bir kişinin çalışmayı incelemesi ve raporu değerlendirmesi. Buna dış denetim veya akran soruşturması denir.
3. Olası ve mümkün belgelerin kaynaklarını işaretlemek,
4. Çalışmada ses kayıt ve video kayıt cihazlarından uygun olanını kullanmak (Fraenkel ve Wallen, 2006).

Modelin uygulanmasındaki ders içi etkinlikler video kayıt cihazı ile kayıt edilmiştir. Böylece gerek araştırmacının yanlılığı gerekse ders de gözlenemeyen etmenlerin daha sonra açığa çıkarılması açısından oldukça yararlıdır.

Ayrıca araştırmada kullanılan veri toplama araçları da çeşitlilik arz etmektedir. Açık uçlu ön test son test soruları, ders sonu yazdırılan günlükler ve origami görüş bildirme anketi ile çeşitlilik sağlanmış ve veriler birlikte yorumlanarak sunulmuştur. Böylece veriler arası tutarsızlıklar kontrol edilmiştir. Ayrıca verilerin yorumlanması sadece araştırmacı tarafından değil alanında uzmanın görüşleri ile desteklenmiştir.

4 BULGULAR VE YORUMLAR

Tezin bu bölümü iki aşamadan oluşmaktadır. İlk kısım cebir öğretimine dair ders kitaplarında yer verilen bazı temel kavramların öğrencinin zihninde ne ölçüde kavram oluşturduğunun araştırılması üzerinedir. İkinci kısım ise özdeşliklerin modellerle açıklanmasına yönelik eksikliklerinden yola çıkarak, origami yardımı ile model oluşturmak ve bu modelin uygulandığı öğrencilerin ön test ile son testte verilen yanıtlarının karşılaştırılması üzerinedir.

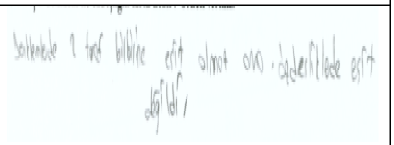
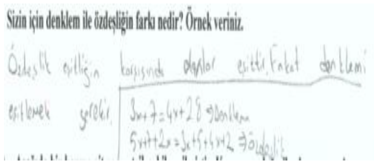
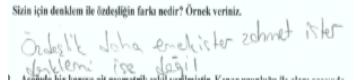
4.1 Birinci Bölüme Yönelik Bulgular

İlköğretim matematik programı incelenirse, cebir öğretimi konusuna ikinci kademede yer verilmiş olup, 8. sınıfa kadar geçen süre boyunca sarmal anlayışa uygun biçimde incelenmiştir. İlköğretim 8. sınıfa gelindiğinde ise cebir 4 alt öğrenme alanına ayrılmıştır. Bu tezin bir amacı da cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında "özdeşlikler ile denklem arasındaki farkı anlaması" ve "özdeşliğin modellerle açıklanması" kazanımına yöneliktir. Yine ilköğretim matematik programına göre özdeşlik ve denklem kavramına geçmeden önce öğrenilmesi beklenen kavramlar bulunmaktadır. Şüphesiz bu kavramlardan en önemlisi de "bilinmeyen" yüklenen anlamdır. Ayrıca 8. sınıflardaki ders kitaplarında ve programda "özdeşlikler konusunun modellerle açıklaması" kazanımına da yer verilmiştir. Tezin bir diğer amacı da öğrencinin bu modelleri ne ölçüde doğru algıladığı ve modelleri yorumladığını ortaya çıkarmaktır.

Özdeşlikler konusu verilen bir kare ya da dikdörtgenin kenar uzunluğu ile alanı arasında ilişki arama problemi olup, modeller bu problemlerin çözümü odaklı olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin gerek ders kitaplarında gerekse derslerde kullandıkları bu modellerden ne ölçüde yararlanarak kavram oluşturdukları ölçmek amaçlı açık uçlu sorular yöneltilmiştir. Bu sorulardan elde edilen bulgular aşağıda tartışılmıştır:

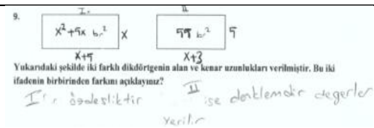
"Denklem ile özdeşliğin farkı nedir? Örnek veriniz" şeklindeki bir soruya yönelik cevapların analizi;

Tablo 4-1

Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci cevapları
Denklemde eşitlik olmayıp, özdeşliklerde iki tarafın eşit olduğunu düşünenler	9	%36	
Denklemde sonuca ulaşıldığını özdeşliklerde ise amacın iki tarafın eşitlenmesi olduğunu düşünenler	9	%36	
Boş bırakanlar	5	%20	
Diğer	2	%8	

Özdeşlik ile denklemin farkını yukarıdaki gibi ifade eden öğrenciler aynı kazanımı ölçmeye yönelik Ek A (9. Soru) farklı iki dikdörtgenin alan ve kenar uzunlukları hakkında yorum yapmaları istendiğinde verdikleri yanıtların oranı aşağıdaki gibidir.

Tablo 4-2

Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Denklem ve özdeşliğin ayrımını yapanlar	3	%12	
Denklemin çözümünü yapmaya çalışanlar	5	%20	
Boş bırakanlar	14	%56	
Diğer	3	%12	

Bu sonuca bakıldığında ilk soruda öğrencilerin %72'si denklem ve özdeşlik tanımını verebilirken soruyu alana denk getirerek sorduğumuzda bu oranın %16'ya düştüğü gözlenmiştir. Dolayısı ile öğrencilere kazandırılmak istenen "özdeşlik ile denklem arasındaki fark" sadece tanım düzeyinde kalmıştır. Ayrıca özdeşliğin "kendini kendiyle açıklama" "alanlar arası korunum" şeklinde bir yorum ise görülmemiştir. Bu durumda öğrenci kitaplarda anlatılan özdeşliklere ait eş alanlar oluşturma mantığını yorumlamada eksiklikleri olduğu gözlenmiştir. Bir diğer deyişle işlemsel olarak denklem ile özdeşliği ayırt edebildiği halde kavramsal olarak denklem ile özdeşliğin ne olduğu ile ilgili yorumlamaları eksik kalmıştır.

Cebirsel ifadenin çarpımının geometrik yorumunu yapmalarına ilişkin sorunun analizi

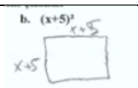
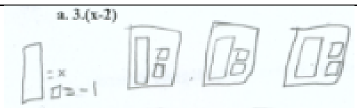
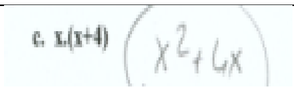
Öğrencilere yöneltilen Ek A 3. sorudaki amaç ders kitaplarında alana denk getirerek modellemesi yapılan özdeşliklerin acaba öğrenci zihninde "x^2" denildiğinde onu ne ölçüde alana denk getirdiğini ölçmektir. Ayrıca geometride alanların ölçümünde kullanılan cebirsel ifadelere ne ölçüde aşinalar?

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde %48'i verilen cebirsel bir ifadeyi doğru bir şekilde dikdörtgenin veya karenin alanına denk getirmişlerdir. Fakat %20'si alan şeklinde düşünmelerine rağmen çizimlerde dikdörtgen şeklini çizmişlerdir. Ayrıca "a.a" gibi bir ifadeyi iki karenin çarpımı şeklinde gösteren öğrencilerde bulunmaktadır.

Benzer şekilde Ek A 12. soruda da aynı şekilde ne ölçüde alan kenar bağıntısını kurdukları ortaya çıkarılmak istenmiştir. Ek A 3. soruda ilköğretimde geometride alan formüllerinde sıkça kullanılan "*bir karenin alanı a^2, dikdörtgenin alanı a.b dir"* şeklindeki bir ifadeye ek olarak "$(x+5)^2$" gibi bir ifadeyi de karenin alanı şeklinde düşünüp düşünmediğini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

$(x+5)^2$ ve x.(x+4) gibi cebirsel ifadeyi modellemelerine ilişkin cevaplar incelendiğinde; (Ek A 12. Soru)

Tablo 4-3

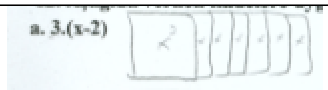
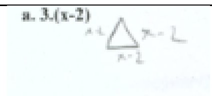
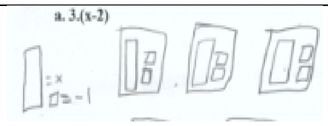
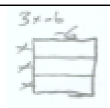
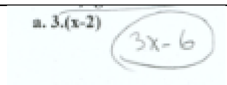
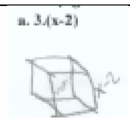
Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Bir karenin alanına denk getirenler	8	%32	
Cebir karoları ile modelleyenler	5	%20	
Özdeşliğin açılımını yapanlar	2	%8	

Boş bırakanlar	10	%40	

Burada “a.a” gibi bir ifadeyi doğru bir şekilde geometriksel olarak denk getiren öğrenci başarısı %48 iken, $(x+5)^2$ gibi bir ifadeyi alana denk getiren öğrenci yüzdesi %32’dir. Cebir karoları ile modelleyenler ise alan oluşturmaktan ziyade tamsayılarda kullanılan sayma pulları gibi simgesel gösterim yoluna gitmişlerdir.

3.(x-2) gibi bir ifadeye uygun geometriksel model oluşturmaları istendiğinde; (Ek A, 12. Soru)

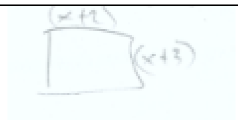
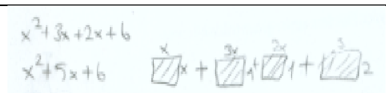
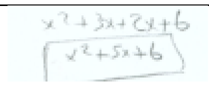
Tablo 4-4

Cevaplar	**Frekans**	**Yüzde**	**Öğrenci Cevapları**
Bir dikdörtgenin alanına denk getirenler	3	%12	
Eşkenar üçgenin çevresi şeklinde düşünenler	3	%12	
Cebir karolarındaki gibi parça parça modelleyenler	5	%20	
Kısa kenarı -6 olacak şekilde bir alana denk getirenler	2	%8	
Sadece paranteze dağıtma işlemi yapanlar	2	%8	
Boş bırakanlar	8	%32	
Diğer	2	%8	

Bu soruda amaç öğrencilerin bir cebirsel ifadeyi alan, çevre, hacim olarak nelere eş tutabildiğini bir diğer ifade ile modelleyebildiğini görmektir. Öğrencilerin %24’ü alan ve çevre şeklinde bir düşünme tarzı geliştirirken, cebir karolarını kullanarak modelleyenler parça parça düşünmüşler, bir alana veya çevreye denk getirecek şekilde bütünlük sağlayamamışlardır. Cebir karolarını simge şeklinde kullanarak matematiksel anlam kuramamışlardır. Bir diğer sonuç ise bir alana denk getirmek isteyen öğrencilerde "-6" şeklindeki sayıyı kısa kenara denk getirme gözlenmiştir. Özellikle kitaplarda da "(-)" uzunluğun modellenmesinin çok net sunulmayışı bu sıkıntıyı doğurmaktadır. Bu açıdan model çelişki yaratmaktadır. Yaptıkları modelleme ne bir matematiksel modele ne de günlük hayattaki bir kullanıma denk gelmektedir. Sadece cebir karolarını simge şeklinde kullanmışlardır.

(x+2)(x+3) ifadesinin özdeşinin bulunup, iki ifadenin doğruluğunu göstermelerine yönelik sorunun analizi; (Ek A, 4. Soru)

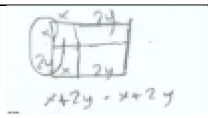
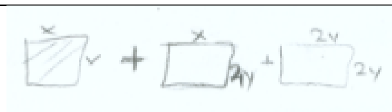
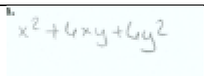
Tablo 4-5

Cevaplar	**Frekans**	**Yüzde**	**Öğrenci Cevapları**
Dikdörtgenin alanına denk getirenler	2	%8	
Cebir karoları gibi düşünenler	6	%24	
Sadece özdeşini hesaplayanlar	8	%32	
Boş bırakanlar	9	%36	

" x.y" gibi bir ifadeyi bir dikdörtgenin alanına denk getiren öğrenci yüzdesi %48 iken bu soruda sadece %8 ile sınırlı kalmıştır. Burada öğrencinin dikdörtgenin alanı bulunurken kitaplarda verilen uzun kenar ile kısa kenar çarpımının cebirsel gösterimi bilgisini ezbere aktardığı görülmektedir. Ayrıca cebir karolarıyla modellemeye çalışan öğrenciler cebir karolarını sadece bir sembol şeklinde kullanmayı tercih etmişlerdir. Modellemeler incelendiğinde uzun kenar veya kısa kenarları göz ardı ettikleri gözlenmiştir. Sadece buldukları özdeşliklere uygun olarak rastgele yerleştirmişlerdir. Bir diğer sonuçta %32'lik kısmın özdeşliklerin açılımını yapmalarına rağmen, modelleme ile göstermemeleridir.

(x+2y)² ifadesinin özdeşini bulup, doğruluğunu geometriyi kullanarak göstermelerine ilişkin sorunun analizi; (Ek A, 5. Soru)

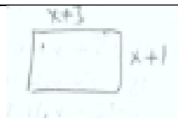
Tablo 4-6

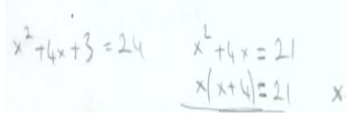
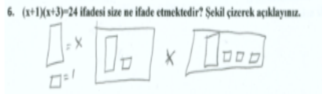
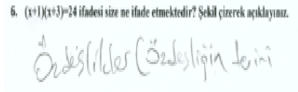
Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Bir karenin alanına denk getirerek modelleyenler	3	%12	
Cebir karolarıyla modelleyenler	2	%8	
Sadece özdeşliğin açılımını yazanlar	13	%52	
Boş bırakanlar	7	%28	

Öğrencilerin cevap kağıtları incelendiğinde bir önceki sorudaki yanılgılar burada da görülmektedir. Bu soruda %52 gibi bir kısım sadece özdeşliğin açılımını yazmış fakat modelleyerek gösterememiştir. Özellikle ders kitapları incelendiğinde “$(x+y)^2$” şeklindeki ifadelerin modellenmesi gösterilirken öğrenci oradaki bilgisini buraya aktaramadığı gözlenmiştir. Bir başka sorunda özdeşliklerin açılımındaki yanılgılardır. Özdeşliğin açılımını modellemeden açan öğrencilerde çeşitli yanılgılarda tespit edilmiştir. Örneğin “$(x+2y)^2$” şeklindeki bir ifadeyi “x^2+4y^2” şeklinde açma sık rastlanan yanılgılardandır. Ayrıca bir başka yanılgıda “x^2-y^2” şeklindeki özdeşlikle karıştırıp “$(x-2y).(x+2y)$” şeklinde açmalarıdır. Bu öğrenciler sonuçlarının doğruluğunu model yardımıyla ispatlamadıkları için yaptıklarının yanlışlık ya da doğruluğunu da kontrol edememişlerdir.

$(x+1)(x+3)= 24$ ifadesinin ne ifade ettiğini gösterip, geometriksel bir alanla denklemi birleştirmelerine yönelik sorunun analizi; (Ek A, 6. Soru)

Tablo 4-7

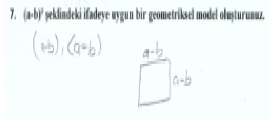
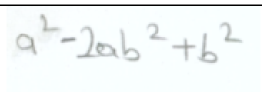
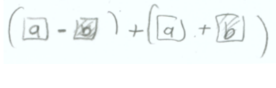
Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Dikdörtgenin alanına eşit olacak şekilde modelleyenler	5	%20	

Denklem olduğunu düşünüp çözümü yapanlar	9	%36	
Cebir karolarındaki gibi modelleyenler	2	% 8	
Boş bırakanlar	6	%24	
Özdeşlik olduğunu düşünenler	3	%12	

Bu sorudaki amaç öğrenciye bir denklem verilip bunun modellemesi istendiğinde ne ölçüde bir dikdörtgenin alanına denk getirebileceğini ölçmektir. Burada öğrencilerin %20'si bir dikdörtgenin alanı şeklinde düşünürken %36'sı denklemi çözme yoluna gitmiştir. Ayrıca bu ifadenin özdeşlik olduğunu düşünerek yanılgıya sahip olan öğrencilerde gözlenmiştir.

(a-b)² şeklindeki ifadeye uygun geometriksel model oluşturmalarına yönelik sorunun analizi; (Ek A, 7. Soru)

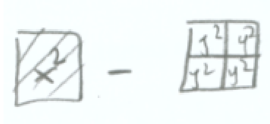
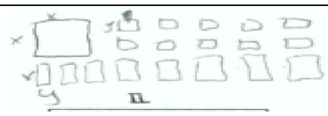
Tablo 4-8

Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Bir karenin alanı şeklinde düşünenler	6	%24	
Sadece özdeşliği açanlar	5	%20	
Boş bırakanlar	10	%40	
Diğer	4	%16	

Kazanımlardan bir diğeri olan " "(a-b)²" şeklindeki bir özdeşliğin açılımını modellerle gösterme" olan programda öğrencilerin bu soruyu modelleme becerisinin %24'de kaldığı gözlenmiştir. Ayrıca bu öğrencilerden bazılarının sadece kenar uzunluklarını "(a-b)" yazıp bıraktığı gözlenmiştir. Özdeşliği modellemeden açanlarda gözlemlenen bir diğer yanılgıda özdeşliğin açılımın "(a-b).(a+b)" şeklinde olacağına dair görüşleridir. Bu da aslında modellemeden yaptıkları için doğruluklarını kontrol etme durumunu ortadan kaldırmıştır. Ayrıca "$(x+2y)^2$" nin özdeşini bulup modellemede boş bırakma oranı %28 iken burada bu oranında arttığı gözlenmiştir. Bu durumda "$(a-b)^2$" şeklindeki bir özdeşliğin açılımı yapma oranın düşüklüğü görülmektedir.

"x^2-$4y^2$ özdeşini uygun şekilde modellemelerine ilişkin soruya yönelik cevapların analizi; (Ek A, 8. Soru)

Tablo 4-9

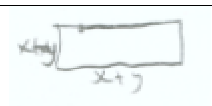
Cevaplar	Frekans	Yüzde	Öğrenci Cevapları
Özdeşliği yazarak dikdörtgenin alanına denk getirenler	4	%16	
Bir karenin alanından bir başka karenin alanının çıkarılması şeklinde düşünenler	1	%4	
Sadece özdeşliğin açılımını yazanlar	4	%16	
Cebir karolarındaki gibi parça parça düşünenler	7	%28	
Boş bırakanlar	9	%36	

Elde edilen bulgular incelendiğinde %16'sının kitaptaki modele eşdeğer getirdiği düşünülmektedir. Fakat bu öğrencilerden hiçbiri ilk baştaki karenin alanından bir başka karenin alanının çıkarılıp sonra açılıma denk gelecek bir model ortaya koyamamışlardır. Sadece özdeşliği tek taraflı gösterme şeklinde modellerini kurmuşlardır. Ayrıca bazı öğrenciler özdeşliğin açılımında "(x-2y).(x+2y)" şeklindeki bir ifade de uzun kenarı "(x-2y)" ile kısa kenarı "(x+2y)" ile gösterdikleri gözlenmiştir. Özdeşliğin açılımını yazıp bırakan öğrenciler içinde ise çeşitli yanılgılar tespit edilmiştir. Örneğin "(x-2y)+(x+2y)" şeklinde bir açılım olacağını düşünmektedirler. Bir başka sonuçta %36 gibi bir kesimin soruyu boş bırakması olmuştur. Soruyu cebir karolarından yapmaya çalışan öğrenciler ise önce özdeşini yazmış sonra ona göre rastgele model çizme yoluna gitmişlerdir.

$x^2+2xy+y^2$ şeklindeki bir ifadenin özdeşini bulup doğruluğunu göstermelerine ilişkin soruya verilen cevapların analizi; (Ek A, 10. Soru)

Bu soruda amaç öğrencilere verilen ifade de çarpanlara ayırmanın da kenar-alan arası ilişki olduğunu fark etmelerini sağlamaktır.

Tablo 4-10

Cevaplar	**Frekans**	**Yüzde**	**Öğrenci Cevapları**
Çarpanlarını bir alana denk getirenler	5	%20	
Sadece çarpanlarına ayırıp bırakanlar	8	%32	
Boş bırakanlar	10	%40	
Diğer	2	%8	

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde çarpanlarına ayırdıktan sonra alana denk getirileceğini düşünen öğrenciler sadece tek taraflı modelleyerek gösterme yoluna gitmişlerdir. Yani "(a+b).(a+b)" şeklinde bir dörtgenin alanı şeklinde düşünenler olmasına rağmen bunu çizerken uzun kenar ve kısa kenar olacak şeklinde çizmeleri düşündürücüdür. Ayrıca cebir karolarındaki parça parça alanların toplamı şeklinde düşünme burada da görülmüştür. %32'lik bir kısmın ise modelleme yapmadan sadece çarpanlarına ayırdığı gözlenmiştir. Bu durumda öğrenciler iki ifadenin doğruluğunu ispatlama yoluna gitmeden ezbere bir yöntemle geçiş yaptıkları görülmüştür. Ayrıca "$(x+2y)^2$" ile benzerlik gösteren bu soruyu %40'ı boş bırakırken, "$(x+2y)^2$" sorusunda bu oran %28 idi. Birisi çarpanlara ayırma diğeri benzer bir ifadenin özdeşini bulma olan iki sorunun yapılma yüzdelerinin farklı olması önemli bir sonuçtur. Özdeşliklerde bir bakıma bütünden parçaya gitme, kenar çarpımlarından alanlar toplamına geçiş gözlenirken çarpanlarına ayırmada parçadan bütüne gitme, alanlar toplamını kenar uzunlukları çarpımı cinsinden yazma söz konusudur. Ayrıca öğrencilerin bir ifadenin ispatlanması kısmını boş bırakmaları da ilgi çekicidir.

Eş iki dikdörtgen üzerinden çeşitli denklem yazılmasına ilişkin cevapların analizi; (Ek A, 11. Soru)

Tablo 4-11

Cevaplar	**Frekans**	**Yüzde**	**Öğrenci Cevapları**
Alan ve çevre uzunluğu üzerinden eşitlik yazanlar	7	%24	**a.** $(b-5)(a+5)=144$ **b.** $b-5=8$ **c.** $a+5=18$ **d.** $ab+5b-5a-25=144$
Sadece her bir şekil üzerinden cebirsel ifadeleri çarpma ile yetinenler	9	%36	**a.** $(a+b).(b-5)$ **b.** $(8).(18)$
Boş bırakanlar	9	%36	

Bu soruda amaç öğrencilerin eş şekiller ifadesinden yola çıkarak denklemlere geçiş yapmasını sağlamaktır. Özellikle özdeşliklerde sıkça rastlanan alanlar arası korunumu, eş şekiller üzerinden yorumlama yeteneğini ölçebilmek, ayrıca kendince elde ettiği sonuçlar arası ilişki kurmasını sağlamaktır. Ayrıca denklemler ile özdeşliklerin kıyaslaması yapılırken denklemde iki farklı şeyin birbiri ile kıyaslama olduğunu gösterebilmektir. Bu soruda öğrencilerin %24'ü şekillerin eşliğinden yola çıkarak kenar uzunlukları, çevre uzunlukları, alanları arasında eşitlik kurup buna uygun denklem yazabilmişlerdir. Fakat % 36 gibi kısım sadece şekiller üzerinde çarpma işlemi gerçekleştirerek ne bir eşitlik ne de bir denklem kurabilmişlerdir. Boş bırakanlar incelendiğinde ise yaklaşık %50'si ilk soruda denklemin tanımı verildiğinde *"Denklemde sonuca varılır" "Denklem eşitliği temsil eder"* şeklinde ifadelerle denklemi tanımlamalarına rağmen ne bir eşitlik ne de bir denklem yazabilmişlerdir.

Kitaplarda kullanılan özdeşlikleri ne ölçüde kullandıkları ile ilgili düşüncelerine yönelik cevapların analizi

Bu soruda amaç öğrencilerin gerek cebir gerekse özdeşliklerin öğretiminde ne ölçüde kitaptaki modelleri etkili kullandıklarını, bu modellerle ilgili düşüncelerini ortaya çıkarıp modellerin ve modellemenin onlar açısından etkiliğini araştırmaktı. Nitekim yapılan informal görüşmelerde öğrencilerin SBS ağırlıklı ders işlediklerini, kitaptaki modelleri ders de çok kullanmadıklarını belirtmişlerdir. Bu verileri topladığımız sınıfın matematik öğretmeni de öğrencileri doğrular nitelikteydi. Buna karşın öğrencilerin kitaptaki modeller ile ilgili görüşleri aşağıdaki gibi kategorilere ayrılabilir.

Tablo 4-12

Cevaplar	**Frekans**	**Yüzdeler**
Modellerin yararlı olduğunu düşünenler	6	%24
Modellerin yararlı olmadığını düşünenler	8	%32
Ders de modellemeyi kullanmadıklarını belirtenler	4	%16
Fikri olmayanlar	7	%28

Öncelikle öğrencilerin matematiksel modellemelere sıcak bakabilmelerinin yolu modellerin kullanımında kendilerinin konuyu daha kolay anlamalarını sağlamak olmalıdır. Öğrencilerin ders de modelleri kullanıp kullanmama durumu incelendiğinde sadece %24'lük bir kısım yararlı olduğu görüşündedir. Bir diğer sonuç da öğrencilerin ders de modelleme ile ders işlemedikleri için bir fikir sahibi olamayacaklarını dile getirmeleridir. Gerek derslerine giren öğretmen ile gerekse öğrencilerle yapılan görüşmelerde çok fazla modelleme ile ders işlemediklerini belirtmişlerdir. Yarar sağlamayacağını düşünen öğrencilerin sebepleri ise aşağıdadır:

"Bence şekillerin olması işi daha da karmaşıklaştırıyor. Bunun yerine işlem yapılsa şekiller olmasa çok daha iyi."

"Öyle bir soru karşıma geldiğinde sorunun içinden çıkılamaz bir hal alıyor."

"Konuları tam bilmediğim için hiçbir faydası yok"

"Matematik dersiyle aram çok iyi olmadığı için hiçbir faydası yok"

Birinci bölüme ilişkin bulguları genel olarak özetlersek;

1. Denklem ile özdeşlikler sadece işlemsel bilgi olarak ezberlenilmiş kavramların içerdiği anlam açısından eksiklere sahip oldukları,

2. Özdeşlikleri modellemede sıkıntılara sahip oldukları ya direk ezbere bir şekilde özdeşliklerin açılımını yaptıkları ya da cebir karolarıyla parça parça modelleme yoluna gittikleri fakat cebir ile geometri ilişkisini kuramadıkları gözlenmiştir.

Özdeşliklerin modellenmesinde yaşanan bu sıkıntılara origami kullandırılarak çözüm aranmaya çalışılmıştır. Yapılan çalışmalarda origami kullanırken öğrencilerin aktif bir şekilde öğrenme süreçlerine girmeleri, origaminin geometri öğretimi üzerindeki etkililiği origamiyi bu çalışmada kullanılmasına yol açmıştır. Origami ile işlenen ders sonrasında öğrenci kağıtlarından elde edilen bulgular ön testteki cevaplarıyla birlikte değerlendirilerek sunulmuştur:

4.2 İkinci Bölüme İlişkin Bulgular

Bu bölümde özdeşliklerin öğretimine yönelik uygulanan origami etkinliği sonrasında her bir derse ilişkin etkinliklere bağlı olarak öğrenciler üzerinde modelin etkisi yorumlanmıştır. Çalışılan öğrenci grubunun ön test ile son test üzerinde açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar ile günlüklerinden direk kendi ifadeleri ve çizimlerine yer verilmiştir.Modelin uygulanmasına ilişkin yönergeler, her bir derse ilişkin etkinlikler ve modelin katlanmasına ait şekiller EK B, EK D ve EK E'de verilmiştir.

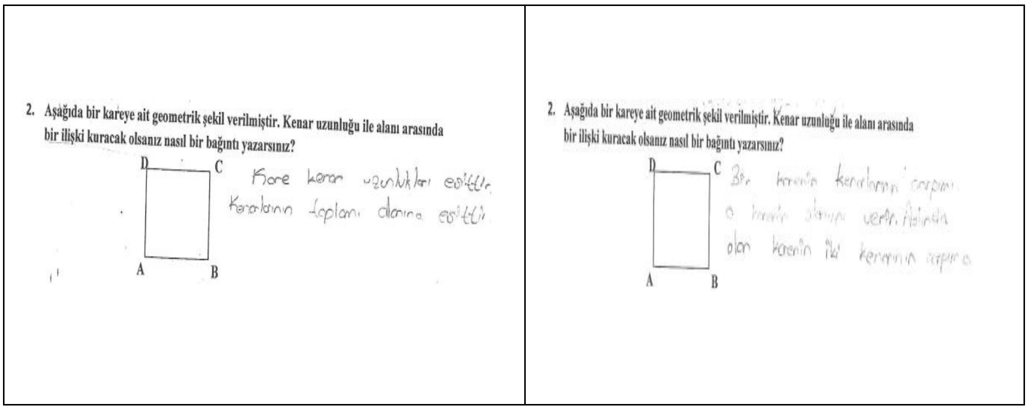
4.2.1 Birinci Derse İlişkin Bulgular

Birinci derste de özellikle iki cebirsel ifadenin çarpımını model yardımıyla alana denk getirmeleri istenmiştir. Birinci derse ilişkin etkinliklere EK D'de yer verilmiştir.

4.2.1.1 Verilen karenin kenar uzunluğu ile alanı arasında ilişki kurabilme becerileri

Verilen bir karenin geometrik ölçümleri arasında ilişki kurulabilme düşüncesi günümüze kadar ulaşabilmiş en eski matematik bilgilerinden biridir. Bu ilişkiyi matematik dil ile ifade ederken "*kenar uzunluğu a birim olan karenin alanı* a^2 *eder*" veya "*alanı* a^2 *olan karenin kenar uzunluğu a birim kadardır*" deriz. Bu iki önerme temelde aynı gibi gözükse de biri birim kareleri saymakla elde edilen bir bilgi iken diğeri karekök alma problemi olarak karşımıza çıkar. İfadelere dikkat edilir ise, her ikisi de Yunanlıların aksiyomatik algısı içinde ortaya konmuş doğruluklardır. Yani hipotez-hüküm ilişkisi kurularak tamamlanmışlardır ve biri diğerinin karşıtıdır. İlköğretim matematik programı incelenirse her iki bilgiye de yer verildiği görülür. Yine ilköğretim programında yer verilen özdeşlikler konusunun temel prensibi karenin kenar uzunluğu ve alanı arasındaki ilişki üzerine kurdurulur. Bu sebeple uygulamaya katılan öğrencilerin karenin geometrik elemanları arasında ne ölçüde ilişki kurabildiklerini ölçmek amacıyla "*verilen karenin kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız*?" sorusu yöneltilmiştir. Alınan cevaplardan bazıları aşağıda tartışılmıştır:

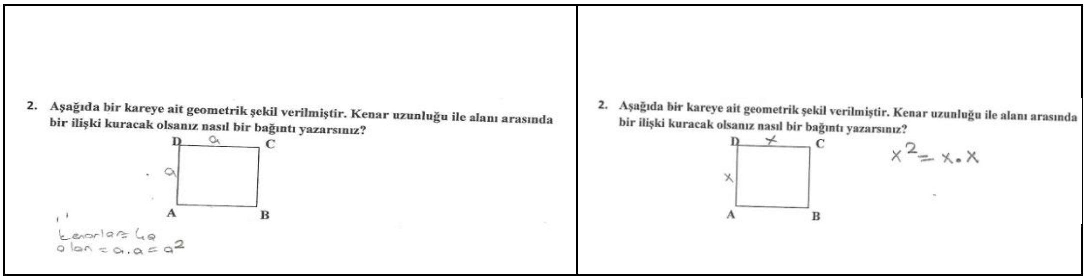
Uygulamaya katılan Yeliz isimli öğrenci ön teste "*kenarlarının toplamı alanına eşittir*" yanıtı ile



Şekil 4-1 Yeliz ait ön-son test

neden-sonuç ilişkisi kurarak yanıt vermiş ancak bilginin matematik doğruluğu gerçeği yansıtmamıştır. Son teste ise "*Bir karenin kenarlarının çarpımı o karenin alanını verir. Aslında alan karenin iki kenarının çarpımına eşittir*" şeklinde açıklayarak matematiksel dille ifade edebilmiştir. Yine ifade ettiği teoremin karşıt teoremini de yazıp, kenar uzunlukları arasında ilişki kurarak, alana ulaşabildiği gibi tersine alandan hareketle kenar uzunluğuna ulaşabileceğini de ifade edebilmiştir. Kullanılan matematik dil aynı zamanda matematik bilgisinin bir yansımasıdır. Kenar uzunluğu nicel değer verildiğinde alanı hesaplayabilmesine rağmen kenar-alan ilişkisini matematiksel dille ifade edemeyişi dikkate alındığında uygulanan model Yeliz'e kullanılan matematik dilinin ne kadar önemli olduğunu fark ettirmiştir.

Selin ise ön teste kenar uzunluğu ile alan arasında matematiksel dille ilişki kurmadan;


2. Aşağıda bir kareye ait geometrik şekil verilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız?

kenarlar=4a
alan=a.a=a^2

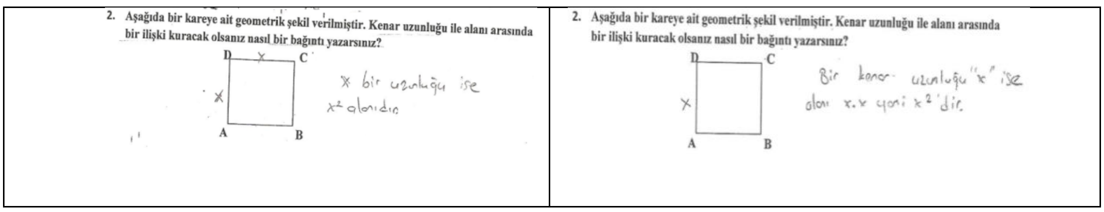
2. Aşağıda bir kareye ait geometrik şekil verilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız?

x^2= x.x

Şekil 4-2 : Selin ait ön-son test

sadece bildiği cebirsel formülleri yazmayı tercih etmiştir. Ön teste kenarlar ile alanı birlikte düşünmeyip, karenin çevre uzunluğunu "*Kenarlar=4a*" şeklinde ifade etmiştir. Ancak "kenarlar" kelimesinin karşılığı bir belirsizlik içerir. Dolayısı ile yazılan eşitliğin ne matematikte ne de dilde bir karşılığı vardır. Alan için ise "alan=a.a=a^2 " yazmış oluşu Selin'in karenin kenar uzunluğu ile alan arasında ilişki kurmanın ötesinde bu ifadeleri birbirinden bağımsız formül olarak ezberlediği görülmektedir. Bir başka ifade ile alan ile kenar uzunluğunu birlikte algılayamayışı aksiyomatik dille ifade etmede sorunlar yaşamasına neden olmuştur. Etkinlik sonrası ise kenar ile alan arasındaki ilişkiyi sembolik dille göstermiştir. Dikkat edilirse ön teste birbirinden bağımsız iki bağıntı yazarken etkinlik sonrası bir tek bağıntı yazmıştır. Modelin uygulanmasında "x^2" şeklindeki bir ifade karenin alanına denk gelirken "x" in bir kenar uzunluğu olabileceğinin gösterilmesi Selin'in etkinlik sonrası bu sembolik ifadeyi "x^2=x.x" şeklinde yani "karenin alanı=iki kenar uzunluğunun çarpımı" şeklinde yazmasına sebep olmuştur.

Verilen karenin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi ön teste "*x bir uzunluğu ise x^2 alanıdır.*" şeklinde tanımlayan Tutku, son teste bu ifadesini "*bir kenar uzunluğu x ise alanı x.x yani x^2 dir*" şeklinde değiştirmiştir. Dikkat edilirse ön teste "*x bir uzunluğu ise …*" hipotezinde ne tür bir uzunluk ya da hangi uzunluk olduğu bir belirsizlik içerirken son teste bu belirsizliği ortadan kaldırmış ve her okuyucu için anlaşılabilir bir dille ifade etmiştir. Yeliz içinde benzer olumlu etkisi hatırlanır ise,


2. Aşağıda bir kareye ait geometrik şekil verilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız?

x bir uzunluğu ise
x^2 alanıdır

2. Aşağıda bir kareye ait geometrik şekil verilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız?

Bir kenar uzunluğu "x" ise
alanı x.x yani x^2'dir.

Şekil 4-3 Tutku ait ön-son test

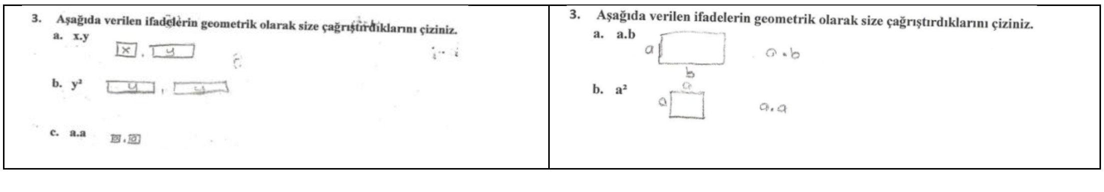
origaminin dil üzerindeki etkisi matematik bilgisini doğru ifade etmelerine sebep olmuştur diyebiliriz.

Karenin alanı, çevre uzunluğu ve diğer yardımcı elemanları ilköğretim birinci kademesinde verilip, ilerleyen yıllarda bu bilgileri matematiğin diğer konuları içinde kullanarak, üzerinde çalıştıkları problemlere çözüm üretmeleri beklenmektedir. Ancak uygulamaya katılan adaylardan bir kısmının henüz kareyi kendi içinde yapılandıramadıkları görülmüştür. Yeliz dışındaki diğer öğrenciler yöneltilen soruya hem ön teste hem de son teste karenin kenar uzunluğunu "x" değişkeni ile isimlendirerek cebirsel bir bağıntı arayışına yönelmişlerdir. Bir anlamda soruya klasik geometride yanıt vermek yerine ölçümle birlikte cebirsel bir bağıntı yazmayı tercih etmişlerdir. Bu sebeple tersine acaba verilen cebirsel bağıntıya uygun geometrik model çizebilecekler mi sorusuna yanıt aranmıştır.

4.2.1.2 Verilen ifadeye uygun geometrik model çizebilme becerileri

Düşüncenin sembollerle gösterilmesi insanlık tarihi kadar eski olup, matematiğin de olmazsa olmazlarındandır. "x.y" sembolü geometrik anlamda iki uzunluğun çarpımını gösterirken "x^2" sembolü bir alanı temsil eder. Yine kenar uzunlukları "x ve y" olan dikdörtgenin alan değerinin "x.y" olması ancak alan tanımı ile birlikte elde edilen yeni bir önerme tanımlar. Dolayısıyla bu bilgiler doğrultusunda "x.y" sembolü geometrik olarak modellenirken kenar uzunlukları "x ve y" olan dikdörtgene karşılık getirilip, alan değeri "x.y" ile ifade edilir. İlköğretim matematik programı incelenirse, kazanımlar arasında bu bilgilere yer verildiği görülür. Uygulamaya katılan adaylardan bazılarının yorumları aşağıda tartışılmıştır.

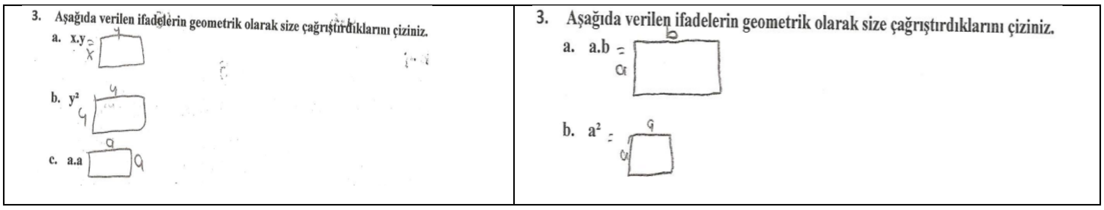
Kareyi kendi içinde yapılandıramayan Yeliz, hem "x.y" hem de "y^2" ifadesini modellerken verilen ifadeyi bir bütün olarak algılamamış "x" ve "y" terimini birbirinden bağımsız düşünmüştür.



Şekil 4-4 Yeliz ait ön-son test

Bu düşüncesini ise çizime yine birbirinden bağımsız semboller çizerek yansıtmıştır. “x,y ve a” terimlerini modellerken farklı büyüklükte geometrik şekiller resmetmiş oluşu onun aslında geometrik anlamda modellemediği, sadece verileni bir başka sembolle yeniden resmettiğini göstermektedir. “x ve y” ifadelerini geometrik anlamda uzunluk olarak düşünmediği gibi yazılı dokümanı incelendiğinde alan değeri olarak da algılamamıştır. Son teste ise “x.y” ya da “y^2” biçimindeki bir ifadeyi geometrik olarak yorumlayabilmiştir. Uygulanan modelin Yeliz’e “x”i geometrik olarak yorumlayabilme becerisi kazandırdığı gibi cebir ile geometri arasında ilişki kurmanın bir yolunu kavramasına destek sağladığı görülmüştür. Bu tutum modelin hem matematiğin sembolik dilini anlamlandırmada hem de matematiği yapılandırmada etkili olduğunu göstermiştir.

Kenar-alan ilişkisini kavradığı halde matematiksel dille ifade etmede yetersizlikler yaşayan Tutku, ön teste “x.y” veya “y^2” ifadesini geometrik olarak dikdörtgenin alanına karşılık getirebilmiştir. Ancak yazılı dokümanı incelenirse, “x.y” ve “x^2” ifadelerini “x ve y” bilinmeyenlerini göz önünde bulundurarak sırasıyla dikdörtgen ve kare biçiminde modellemediği görülür.



Şekil 4-5 Tutku ait ön-son test

Bir başka ifade ile öğrencinin okuduğu problemi zihinde canlandırma yapmadan sembolik bir çizimle resmettiğini gösterir. Zihinde cebirsel bir ifadeyi geometrik bir modele dönüştürememiştir. Etkinlik sonrası çizimlerine bakılırsa verilen ifadeye uygun temsili çizimler yapabilmiştir. Modelin Tutku üzerinde bıraktığı en önemli kazanımlardan biride cebirsel bir ifadenin geometrik modellemesinde uzunluk ve alan korunumu çizime yansıtabilmesi olmuştur.

Özellikle karenin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi matematiksel dille ifade etmek yerine cebirsel dile yönelen adayların tersi olarak cebirsel ifadeye uygun geometrik model oluşturmada sorun yaşamaları “x” bilinmeyenini zihinde nasıl algıladıkları sorusunu gündeme getirmiştir

4.2.1.3 “x” Terimini Matematiksel Yorumlayabilme Becerileri

El-Harezmi, bilinmeyen değere “şey”, “şey”in karesine “mal”, “mal”ın “şey” ile çarpımına “kaab” demiştir. Arapların “bilinmeyen” için kullandığı “şey” sözcüğü İspanyolca yapıtlarda “Xay” diye yazıldığından, zamanla “x” biçimini almış ve bilinmeyeni göstermede kullanılan evrensel “x” harfine dönüştürmüştür. İlköğretim programı incelenirse, 6.sınıf programı kapsamında sayı örüntüleri yardımıyla değişken veya bilinmeyen fark ettirilerek, değişken yerine “x” ya da bir sembol veya harfin kullanıldığı vurgulanır. 7. ve 8. Sınıfta ise “x” bilinmeyeni ile problem çözümleme becerisini çok yönlü kazanmış olması beklenir. Bu bilgiler ışığı altında adaylara “*matematikte “x” değişkenini ne zaman kullanırsınız?*” sorusu yöneltilerek “x” i bilinçli kullanıp kullanmadıkları araştırılmıştır. Elde edilen bulgular aşağıda tartışılmıştır:

Tutku’ya ait şekil 4.3 ve şekil 4.5 birlikte değerlendirilirse, kenar-alan ilişkisine dair matematik bilincinin oluşmadığı görülmektedir. Özellikle ön teste yöneltilen “(x+a)(y+b), a,b∈Z” biçimindeki bütün ifadelere aynı biçimde dikdörtgen çizmiş oluşu, problem içinde “x” terimini belirginleştirememesi Tutku’nun sembolik olarak algıladığını göstermektedir. Ön teste yöneltilen “*Matematikte “x” değişkenini ne zaman kullanırsınız?*” sorusuna karşılık “*Bilinmeyen olduğu zaman bilinmeyenlere “ x” derim*” şeklinde cevabı bu görüşü desteklemektedir. Dikkat edilirse kapalı bir cevap vererek örnekleme yoluna gitmemiştir. Son teste ise “*alan formüllerinde ve bir kenar uzunluğunu adlandırırım*” şeklinde açıklama getirerek “x” terimini zihninde matematiğin içinde yapılandırarak dışa dönük bir cevap verebilmiştir. Modelin en önemli kazanımlarından biride soyut bir terim olan “x” bilincinin öğrencide oluşması olmuştur.

Yeliz’e ait şekil 4.1 ve şekil 4.4 karşılaştırılırsa, ön testte verilen karenin kenar-alan ilişkisini yazarken sembolik bir gösterime yönelmediği, dille karenin özelliklerini yazmaya çalıştığı görülmektedir. Tersine kare ya da dikdörtgenin sembolik modellemesi verildiğinde ise yöneltilen sorularda alan olarak algılamadığı görülmektedir. Özellikle ilköğretim 3. sınıfta yer verilen problem çözümlerinde “bilinmeyen” ifade kutucuk ile resmedilir. İlköğretim 6. sınıfa gelindiğinde ise bu kutucuğun yerine “x” gösterimi kullanılır. Problemin ifadesine göre anlam kazanan “x” terimini özdeşlikler konusu içinde “uzunluğa” karşılık getiririz. Yöneltilen “*Matematikte ”x” değişkenini ne zaman kullanırsınız?*” sorusuna verdiği “*bilinmeyenlerde*” cevabı ile Yeliz’in “x,y” gibi ifadelere sadece bir sembol ya da gösterim olarak baktığı ve "x"e geometrik yorum getiremediği görülmektedir. Son teste ise verdiği cevabı "*x değişkeninin alan bulurken bir kenar uzunluğuna verirken kullanırım*" biçiminde değiştirerek "x" terimini uzunluğa karşılık getirip, geometrik anlamda alan oluşturabilmiştir. Bir anlamda "x"i belirsizlikten kurtarıp matematik içinde anlamlandırabilmiştir.

Verilen karenin kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi yazmaları istenmekle sorunun ifadesi esas alındığında kavramsal bir bilgi ile dönüt vermeleri beklenir. Kısaca ifade edilir ise, hem ön hem de son teste adaylar soruyu zihinde nasıl yapılandırdılar ise onun üzerinden düşünerek dönüt vermişlerdir. Bu tutum öğrencilerin zihinlerinde bilgiyi yapılandırdıklarını gösterir. Fakat detaya inildiğinde ön teste matematiksel bilgiyi yanlış kullanmaları baskın bir şekilde karşımıza çıkmıştır. Modelin bu aşamadaki tutumu öğrencinin zihinde yapılandırdığı bilgi türünü değiştirmek değil, bilgiyi sorgulama ve doğruya ulaşma fırsatı yaratmıştır.

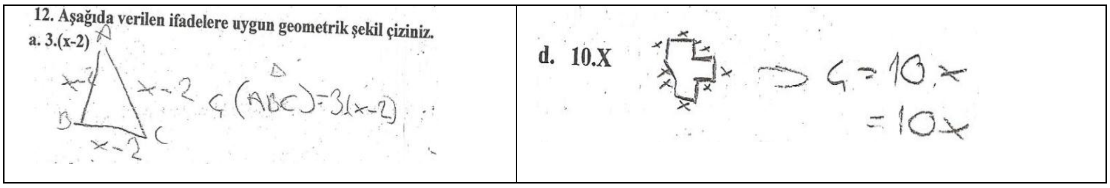
Etkinlik öncesi kareye dair kenar-alan ilişkisini açıklayamayan, verilen ifadeye uygun geometrik model çizmede sorun yaşayan ve "x" terimini matematiğin içinde yapılandıramayan adayların son testlerinde bu sorunlarını gidermiş oluşları, Acaba bu yetersizliklerin ne kadarının farkına vardılar ya da matematik bilinci oluşturabildiler mi sorusunu akla getirmiştir? Bu nedenle ders sonunda yazmış oldukları günlükler aşağıda tartışılmıştır.

4.2.1.4 Birinci Derse İlişkin Günlüğün Değerlendirilmesi

Bu bölümde araştırmaya katılan adayların günlüklerinden alıntılar yapılıp, yazılı dokümanları esas alınarak değerlendirilmiştir:

"Bugün x kavramını nerelerde kullanabileceğimizi, x in ne anlam oluşturduğunu, alanla kenar ilişkisini öğrendik. Bazı terimler bana gördüğüm anda daha değişik şeyler ifade etmeye başladı. Mesela" x^2" terimini gördüğümde bir karenin kenarlarının çarpımı ile oluşan alanı ifade eden bir terim çağrışımı oluştu bende. Anladım ki matematik o kadar karmaşık görünse de o kadar karmaşık değilmiş..." (Ela)

Ön testte yöneltilen sorularda genel olarak "x" terimini uzunluğa karşılık getirebilen Ela, "x^2" ifadesini de kenar uzunluğu "x" olan alana karşılık getirebilmiştir. Aynı zamanda sadece çizim istenmiş olmasına rağmen şeklin yanına "karenin alanı=y.y=y^2" yazarak bir anlamda düşüncesinin somut delilini ortaya koymuştur. Ancak günlüğünde yer verdiği ifadelere bakılır ise kendi kendisiyle çeliştiği görülür. Ön testinde yazdığı ifadeleri bilinçli yazmadığı, bir sayı ve "x"li bir terimin çarpımı ile karşılaştığında günlüğünde de belirttiği gibi matematiğin içinde bir karmaşa yaşadığı görülmektedir. Sayıları yanındaki terimin katsayısı olarak algılamış ve ona göre çözüm üretmiştir. Şekil 4.6'da görüldüğü gibi üç sayısı üçgeni çağrıştırırken 10 sayısı ongeni çağrıştırmıştır. Ela'nın yaşadığı karmaşa sayı matematiği, cebir ve geometri arasında ilişki kurabilmenin en sade yolunu kavrayamadığı için yaşanmıştır. "x.y" ifadesini dikdörtgenin alanına karşılık getirebilirken "y=3(X-2)" değeri için bu bilgisini kullanamamıştır. Her biri için farklı çözüm yolu üretmek zorunda kalmıştır.



Şekil 4-6 Ela'ya ait ön test

Bu tutum kavram yanılgısı olarak düşünülebilir. Son teste ise "3 ve 10" sayısını uzunluğa karşılık getirebilmiş ve uygun modeller resmetmiştir. Bu yetersizliklerinin bilincine vardığını ise "*Anladım ki matematik o kadar karmaşık görünse de o kadar karmaşık değilmiş* " ifadesi ile doğrulamıştır. Burada bir diğer problemde sembollerin okunuşu olmuştur. "10.x" ile "10x" farklı anlamlar taşır. Biri iki şeyin çarpımı iken diğeri bir şeyin çokluğunu anlatır. Ela günlüğünde "*Bazı terimler bana gördüğüm anda daha değişik şeyler ifade etmeye başladı*" yorumu ile sayılara yüklediği anlamı da bir anlamda sorgulamıştır. Sonuç olarak Ela ön testte yer verdiği bilgisine matematiksel bir eleştiri getirirken matematik bilinci ile günlüğünü yazdığı görülmüştür. Modelin en önemli katkılarından biride öğrencinin kendi mevcut bilgisini kontrol edebilme ve eleştirel düşünebilme becerisi kazandırmış olmasıdır. Bir diğer öğrenci Yeliz ise günlüğünde düşüncelerini;

"Benim aklımdaki "x" kavramı, bilinmeyen herhangi bir yere x diyebiliriz diye düşünürken bugünkü dersimizde Tuğba hocayla yaptığımız şeylerde x in her yere konulamadığını, "x" in bir anlamı olduğunu anladım" bu dersi diğer derslerden ayıran şey benim için hani diğer derslerimizde anlatılanları hep zihnimizde oluştururduk

bazılarımız o anlık şeylerle yanlış düşündük. Ama bu derste "x"in nerelerde kullanılacağını görsel olarak gördük.." (Yeliz)

şeklinde açıklamıştır. "x" terimini geometrik olarak yorumlayamayan Yeliz, matematik derslerinde problem çözümlerinde her zaman karşılaştığı bir kavram olduğunu, verilen problemle bir ilişkisi olduğunu fark edemediğini, dolayısı ile her yerde kullanabileceğini düşündüğünü günlüğünde kendiside vurgulamıştır. Özellikle rutin olmayan problemlerin çözümlenmesinde "x" bilinmeyenini bireyin kendisin belirlediği dikkate alınır ise öğrencinin bu problemlerin çözümlenmesinde sorunlar yaşaması kaçınılmaz bir gerçektir. Zihninde algıladığı "x" ile etkinlik sonrası algıladığı "x"i karşılaştırdığında ise "*o anlık şeylerle yanlış düşündük*" derken yetersizliğini ortaya koymuştur. Modelin duyu organlarını kullanarak deney ve gözleme dayalı empirik bir bilgi oluşturmuş olmasının Yeliz üzerindeki olumlu bir etkisi de problem üzerinde düşünebilme becerisi geliştirmiş oluşudur ki doğru kararlar verdiğinin farkında olması kendine olan özgüvenini de artırmıştır. Yine, eleştirel düşünebilmesi de bir başka kazanımı olmuştur. Temel eksikliğinin farkına varmış oluşu onun matematik bilincini oluşturduğunu gösterir.

Çağla ise görüşünü;

" Kağıtlarla yaptığımız kutuda nerelere "x", nerelere "y" diyebileceğimizi tartıştık. "x" kavramını tanımladık. Alanları belirledik ve bu alanlar için uygun isimlendirmelerde bulunduk. Kutuyu açarak ve kat çizgilerinden yararlanarak x i tanımladık. X in gelişigüzel yerleştirilip yerleştirilmeyeceğini gördük. Belki dersimizin başında her birimiz x'i ve y'i gelişigüzel yerleştirdik. Fakat bunun yerleştirilmeyeceğini gördük…" (Çağla)

Bilimin ortaya çıkışında deney ve gözlemin oldukça önemli bir rolü vardır. Matematiğin öğretiminde de deney ve gözleme yer verilmesi öğrencinin bilgiyi keşfetmesi bakımından oldukça önemlidir. Günlüğünde "x" ve "y" terimini gelişigüzel yerleştirdiklerini ancak devamında yerleştirilemeyeceğini fark ettiklerini sıkça vurgulayan Çağla için uygulanan model matematiğin kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi arasında bir bağ kurmasına destek sağlamıştır. Zira işlemsel bilgi kavramsal bilgiden kopuk ve ondan bağımsız değildir. Öğrenme esnasında iç içe geçmiş bilgi türleridir. Bu anlamda matematiği yapılandırmasına destek sağlamıştır.

Bir diğer öğrenci Selin ise;

"Dikdörtgenlerden, üçgenlerden karelerden farklı kareler oluşturduk. Şekillerin bize çağrıştırdıklarını düşünerek kareler oluşturduk. Aslında matematiğin işlemlerden değil şekillerden de oluşabileceğini öğrendik. Şekillerin bize ne ifade ettiğini öğrendik. Bu çalışma bizim matematiğe bakış açımızı değiştirdi." (Selin)

Ön test kağıdı incelendiğinde cebir bloklarını sistematik bir şekilde kullanabilme becerisi kazanmış yani cebirsel ifadeyi geometrik olarak modelleyebilen Selin, günlüğünde yazdığı açıklamalarla çelişmiştir. Bloklar yardımı ile verilen cebirsel ifadeyi modellerken geometrik anlamda alanlar üzerinde çalıştığını algılayamamış, dolayısı ile matematiksel doğruluk ile ilgilenmemiştir. Bir anlamda cebirsel bir ifadeyi zihinde geometrik bir ifadeye dönüştürememiştir. Günlüğünde belirttiği "*Aslında matematiğin işlemlerden değil şekillerden de oluşabileceğini öğrendik*." ifadesi ile matematiği keşfettiğini ortaya koymuştur. Uygulanan model özdeşliğin öğretimi amaçlı olmasına rağmen öğrencinin geometrik düşünebilme yetersizliğine tanık olmasına sebep olmuştur.

Tutku ise;

Bugün aslında çok anlamlı şeyler öğrendim. Mesela bu derse girmeden önce bana "x"nedir? Sana ne ifade eder? Denildiğinde ben gelişigüzel herhangi bir yere x gelebilir derdim fakat bu derse girdikten sonra x'in her yere denmeyeceğini anladım. Anlamlı yerlere geldiğini öğrendim… (Tutku)

Matematiği anlama bir anlamda onu hissetmeye bağlıdır. Tutku, anlamlı şeyler öğrendiğini ifade ederken gördüğü modeli yorumlamada matematiğin rolünü fark ederek, matematik disiplinin ne olduğunu keşfetmiştir. Bu disiplini tanımada yansıtabilmiştir.

Genel olarak birinci dersin sonunda öğrencilerin "x" terimine karşı olumlu tutum geliştirdikleri, "x", "x^2" ve "x.y" gibi cebirsel ifadeleri geometrik olarak yorumlayabildikleri ve bu terimlere yönelik matematik bilinci oluşturdukları gözlemlenmiştir. Ancak geometri bilgisini aksiyomatik bir yapı içinde yapılandıramayışları, cebiri kurallara dayalı anlamsız notasyonlar yığını olarak görmeleri özdeşliği kavramada ciddi sorunlar yaşayacaklarını göstermektedir. Bu sorunları ne ölçüde yaşadıklarını ön test ile ölçerken son test ile de bu değişiklikler ikinci bölümde yorumlanmıştır:

4.2.2 İkinci Derse İlişkin Bulgular

Bu dersin genel amacı ilköğretim programının kazanımlarının yanı sıra öğrenciye elindeki modelden yola çıkarak istediği alana ulaşabilmesi için en uygun yöntemi belirleyebilme becerisinin kazandırılması hedeflenmiştir. İkinci derse ilişkin etkinlikler EK D'de verilmiştir.

4.2.2.4 (x+a)(y+b) şeklindeki bir ifadenin geometrik modellenmesi

Geometride "x.y" ifadesinin kenar uzunlukları "x ve y" olan dikdörtgenin alanına (özel olarak "x=y" alınırsa, karenin alanına) karşılık geldiğini biliyoruz. Genelde bu uzunluklara başka uzunluklar eklemekle yeni bir dikdörtgen ya da kare elde ederiz. Bir anlamda yeni bir alan tanımlamış oluruz. Elde edilen bu yeni alan ise ölçümü belli olan ve olmayan kısımlardan oluşur. Bilinen ve bilinmeyen kısımları birbirinden ayırt edebilmek ve verilene uygun çizim yapabilmek için bu alanları diyagram çiziminde bir çizgi ile birbirinden ayırırız. Dolayısı ile verilen alan

1)iki kenar uzunluğu belli olmayan alan,

2)bir kenar uzunluğu belli diğer kenar uzunluğu belli olmayan alan,

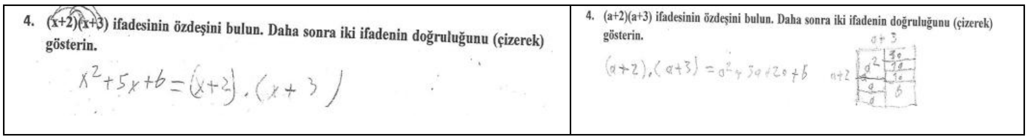
3)iki kenar uzunluğu da belli olan alan

şeklinde alanlar toplamından oluşur. Böylece hipotez kullanılarak bilinenler aracılığı ile bilinmeyen alanları da çözümlemenin bir yöntemini belirleriz. Bunun için temsili çizilen şekil ya da diyagramlar çözüm hakkında doğru fikir üretebilmeye önemli bir destek sağlar. Bu nedenledir ki; öğrencinin çizim üzerinde söz konusu alanları uygun biçimde belirleyebilmesi gerekir. Ayrıca eklenen bu yeni uzunlukları çoğunlukla sayılarla temsil ederiz. Dolayısı ile eklenen bu sayılar birbirinin aynı, birbirinden farklı ve biri sıfırken diğeri sıfırdan farklı bir sayı olabilir. Bu bilgiler ışığında öğrencilerden "(x+2)(x+3), $(x+5)^2$ ve x.(x+4)" ifadelerini geometrik olarak modellemeleri istenmiştir. Modeli uygulama öncesi ve sonrası öğrencilerden elde edilen cevaplar aşağıda değerlendirilmiştir:

(x+2)(x+3) ifadesinin geometrik modellenmesi

"(x+2)(x+3)" ifadesi geometrik olarak "x" birim uzunluğuna "2" birim uzunluk eklemekle elde edilen uzunluk ile yine "x" birim uzunluğuna "3" birim uzunluk eklemekle elde edilen uzunluğun oluşturduğu dikdörtgenin alanına karşılık gelmektedir. Elde edilen bulgulardan bazıları aşağıda tartışılmıştır:

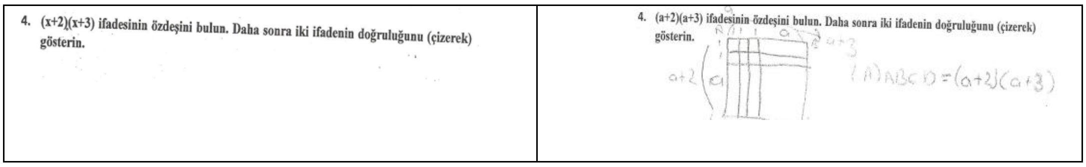
Ön testte verilen ifadenin çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak özdeşini bulan Arda, cevap olarak ilk önce sonucu yazıp, verilene eşitlemiştir. Yazılı dokümanına dikkat edilirse, verilen soru üzerinde dağılma özelliğini sorunun üzerinde çizerek takibini yapmıştır. Fakat modelleme ile doğruluğunu gösterme konusunda eksik kalmıştır. Son teste ise ön testteki cevabın tam tersine önce verileni yazıp, sorunun üzerini çizmeden zihinsel takip yaparak her basamağı adım adım yazmıştır.



Şekil 4-7 Arda ait ön-son test

Arda'nın geometrik modellemesine dikkat edilir ise "a^2, a ve 6" birim karelik alanlar oluşturduğu görülmektedir. "3a" ve "2a" terimlerinde "3 ve 2" sayısını katsayı olarak algılayıp "3(1.a)" ve "2(1.a)" terimlerinin karşılığı olan bir modelleme yapmıştır. Çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanabilme becerisini kazanmış oluşu verilen özdeşliğin istenen özdeşini bulmada sorun yaşamamasına sebep olmuştur. Ancak sayılar işin içine girdiğinde işlemsel bilgiyi kavramsal bilgiden bağımsız olarak kullandığı dikkat çekmiştir. "2 ve 3" sayısını geometride anlamlı bilgiye dönüştürememiştir. Ön test kağıdın da özdeşi doğrudan en sade şekilde yazan Arda, son teste "a^2 +3a+2a+6 = a^2 +5a+6" biçiminde en sade şekilde ifade etmemiştir. Verilen ifadeyi en sade biçimde yazmakla "*iki kenar uzunluğu belli olmayan alan+sadece bir kenar uzunluğu belli olan alan+iki kenarı belli olan alan*" biçiminde sınıflandırmış oluruz. Bu tutum matematiğin temel prensiplerinden olup, verilen problemi algılamamıza kolaylık sağlar. Karenin kenar-alan ilişkisini belirlemede problemi olmayan ve ifadenin özdeşini bulma becerisi kazanmış olan Arda'nın özdeşini niçin bulduğumuzu kavramsal olarak algılayamadığı, aritmetik işlem gibi düşünüp semboller arası ilişki kurma becerisi geliştirdiği görülmüştür. Etkinlik sonrası ise verilen alanı alanlar toplamı şeklinde yazması gerektiği bilincine ulaşmıştır. "(a+2)(a+3)" dikdörtgeninin geometrik modellemesinde "3a" ve "2a" birim karelik alanların şekil üzerindeki konumlarına odaklanarak geometri ile cebir arasında tutarsızlık yaşamıştır. Verilen ifadenin özdeşini bulmada sorun yaşamayışı onu arkadaşlarının tam tersine sorgulama düşüncesinden uzaklaştırmıştır. Cebirsel ifadenin geometrik yorumunu özdeşliğe ait yeni bir bilgi gibi algılamıştır. Yine de alanlar toplamı şeklinde ifade edilebileceğini benimsemiş oluşu önemli bir adım olarak bakılabilir.

Ela isimli öğrencinin sonuçlarına bakılır ise ön teste yanıt vermeyerek soru işareti yerleştirmiştir. Ön test yazılı kağıdı incelendiğinde yöneltilen bütün sorularda verilen şeklin özdeşini yazamadığı görülmüştür. Özdeşliği açıklarken "*özdeşlikte ='in iki tarafı da eşittir ve x'in herhangi bir değeri olabilir.*" şeklindeki ifadesi ile anlatmak istediği şeyin özdeşi ile birlikte verildiğinde "x" yerine sayı verilerek ifadenin doğrulanması biçiminde anlaşıldığı görülmektedir.



Şekil 4-8 Ela ait ön-son test

Son teste bakıldığında ise verilen alanı bilinenler ve bilinmeyenler cinsinden alanlar toplamı şeklinde doğru bir şekilde resmettiği görülmektedir. Özellikle sayıları "2=1+1" ve "3=1+1+1" biçimindeki ayrışımlarını dikkate alarak

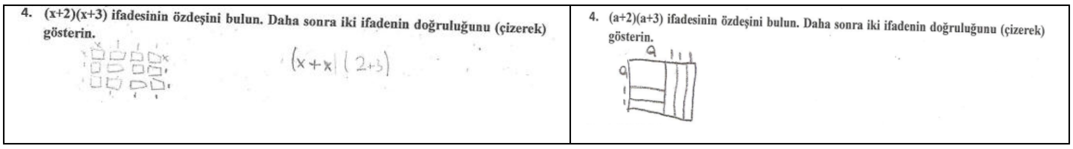
*kenar uzunlukları belli olmayan alan için "x^2" birim karelik alanın seçilmesi

*kenar uzunluklarının biri belli diğeri belli olmayan alan için "1.a" birim karelik alanın seçilmesi

*kenar uzunlukları belli olan alan için "1.1" birim karelik alanın seçilmesi

yoluna gitmiştir. Bu tutumu alan tanımını kullanarak verilen alanın sınıflandırılmasının yanı sıra basamak kavramını da kullanabildiğini gösterir. Ancak öncelikle özdeşini bulması istenildiği halde özdeşi bulmadan doğrudan geometrik modellemesi ve alan değeri olarak yazmış oluşu cebirsel yönünden ziyade geometrik olarak anlamlandırdığını göstermiştir. Özdeşini model üzerinden ilgili alanları toplayarak yazabileceği halde o yönüyle ilgilenmemiştir. Arda ile Ela kıyaslanacak olur ise verilen ifadenin özdeşini nasıl bulacağı konusunda bilgisi olmayan öğrenci için uygulanan model daha başarılı dönüt vermiştir. Temelde her ikisi de yazılan ifadeleri sorgulayıcı bir akıl yürütme süzgecinden geçirmedikleri için ya da böyle bir beceri kazanmadıkları için çözümün cebirsel yönünü eksik bırakmış ya da dikkate almamışlardır.

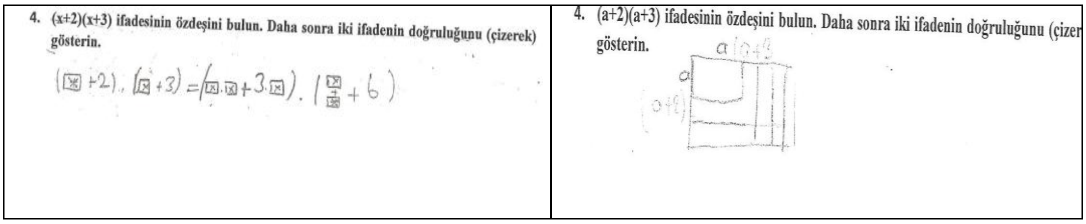
Selin ise ön teste cebir karolarını tıpkı sayma pulları gibi adeta bir gösterge aracı şeklinde kullanmıştır. Özdeşliği "*Bir ifadeyi farklı şekilde yazmak*" biçiminde açıklaması ön teste verdiği cevabı doğruluğuna inanarak yazdığını göstermektedir. Bir anlamda "(x+2)(x+3)" gösterimini bir başka gösterimle yeniden temsil etmiştir. Geometrik olarak algılamadığı gibi cebirsel bir ifade olarak da görmemiş sadece sembolik gösterim olarak algılamıştır.



Şekil 4-9 Selin ait ön-son test

Verilen ifadenin özdeşini ise "(x+x)(2+3)" şeklinde yazarak bilinenleri ve bilinmeyenleri aynı grupta toplamıştır. Yazılan ifadenin kağıt üzerinde neyin özdeşi olduğu belirtilmemiştir. Sonuç odaklı bilgiyi kağıda aktarmış, matematik disiplinden uzaklaşmıştır. Cebir karolarını problem içinde doğru kullanabilmesine rağmen ifadenin özdeşini bulmada Selin'e hiçbir yarar sağlamamıştır. Etkinlik sonrası ise geometrik bir alana karşılık getirerek alanlar toplamı şeklinde yazmaya çalışmıştır. Çizimi incelendiğinde elde kalan alan üzerinden sınırları belirlediği görülmektedir. Bu nedenle bir birim karelik alanlar şekle yansıtılmamıştır. Bu tutumu kısmi toplamlar dizisi oluşturmada başvurulan bir yöntemdir. Ancak özdeşliklerde alanları yanlış gruplamasına yol açmıştır. Cebir karoları ile modellerken sürekli var olanın yanına yeni şekiller eklemesi Selin'in algısında kalan alan üzerinden düşünmesi gerektiği bilincini oluşturmuştur. Bu tutumu geometrik modellemede de kullanmıştır. Bir diğer temel sorunda basamak kavramını kavrayamayışı onu cebirsel yorumlayamamasına neden olmuştur. İçselleştirilmiş bir bilginin yeniden biçimlenmesi süreç ister. Uygulanan zaman diliminde içselleştirdiği cebir karolarından vazgeçip, yeni modellemeyi benimsemesi önemli bir aşama olarak kabul edilebilir. Arda'da olduğu gibi gruplandırmayı nasıl yapabileceği konusunda akıl yürütememiştir.

Özdeşliği "*her iki tarafı aynı şeydir*" şeklinde açıklayan Yeliz'in "x" terimini matematiğin içinde anlamlandıramadığı hatırlanırsa, verilen ifadenin özdeşini bilinçli olarak yazması beklenemez. Nitekim burada da "x" terimini kutu içine yazarak verilen ifadeyi öncelikle kendi algıladığı dile dönüştürmüştür. Devamında ise çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanmaya çalışmış fakat toplama ve çarpma sembollerini yerinde kullanamamıştır. Yazdığı özdeşe dikkat edilirse “x.3” ü “3.x” olarak yazarken “2.x” ifadesini 2 tane “x” olarak düşünüp “x+x” şeklinde yazmıştır. Bu durum Yeliz’i özdeşlikler konusundan önce hazır bulunuşluk eksikliği olduğunu göstermektedir. Arda’da olduğu gibi matematiksel bir kurala dayalı olarak özdeşini yazmaya çalışıp, “x” gördüğü yere kutu içinde “x” yazarak bilinmeyeni belirginleştirmiştir. Toplama ve çarpma işlemini problem içerisinde kullanamadığı tutarsız bir şekilde ezbere tamamladığı görülmektedir. Kutu modeline yönelmesi ile üslü sayıları da kullanamamıştır.

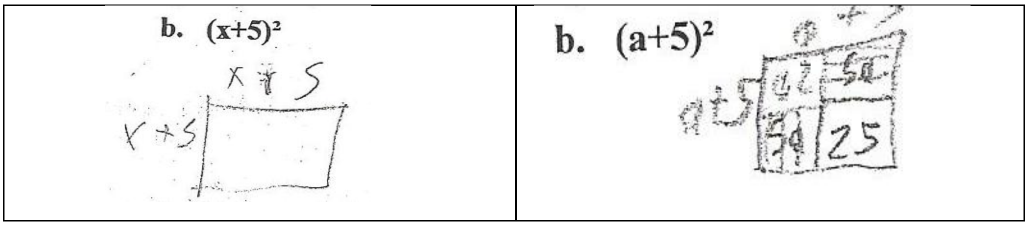


Şekil 4-10 Yeliz ait ön-son test

$(x+5)^2$ ifadesinin geometrik modellemesi

İlk dersin sonucu elde edilen bulgulara bakılır ise örnekleme seçilen adayların etkinlik sonrasında hepsinin “x^2” denildiğinde bu ifadenin geometrik anlamda “*karenin alanını*” ifade ettiği bilincine ulaştıkları görülür. Dolayısı ile benzer şekilde “$(x+5)^2$” ifadesinin de bir kare olduğunu ifade etmede problem yaşamamaları beklenir. Burada “x” bilinmeyen bir uzunluğu temsil ederken “x+5”, “x” bilinmeyen uzunluğuna “5” birim belli bir uzunluk eklemekle elde edilen yeni bir uzunluğu anlatır. Dolayısı ile “$(x+5)^2$” ifadesinin geometrik modellemesinde sadece kare çizmek yeterli gelmez. Alanı belli olan ve olmayan kısımlar çizimde belirtilmesi gerekir. Buradaki amacımız öğrencide bu bilincin oluşup oluşmadığını ölçmektir. Uygulama öncesi ve sonrası elde edilen bulgulardan bazıları aşağıda tartışılmıştır:

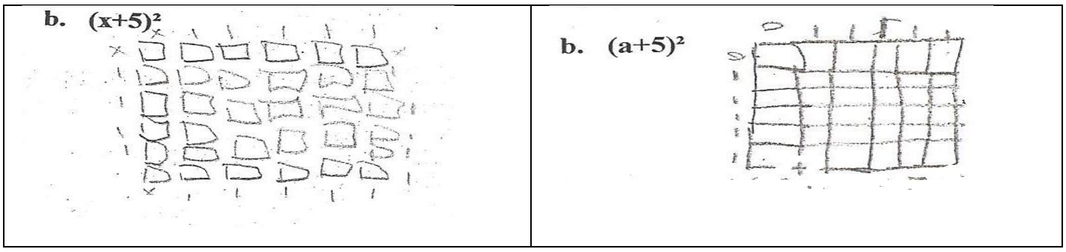
Arda isimli öğrenci etkinlik öncesi verilen ifadeyi karenin alanı olarak algılayıp kenar uzunluğu “x+5” olan kare modelini resmetmiştir. Ancak “x” birim uzunluğuna “5” birim eklemekle elde edilen alanı çizime yansıtamamıştır. Son teste ise verilen alanı alanlar toplamı şeklinde yazabilmiştir. Çizime dikkat edilirse;



Şekil 4-11 Arda ait ön-son test

özdeşliğin açılımı istenmediği halde “birincinin karesi+birinci ile ikinci ifadenin çarpımının iki katı + ikincinin karesi” şeklinde kurala dayalı olarak öncesinde öğrendiği bilgi aracılığı ile model üzerinde kontrolünü yapıp, “10a” birim karelik alanı iki alanı boyayarak elde ettiğini görüyoruz. Bir anlamda çizimin doğruluğundan emin olmak için zihinde sağlamasını yapmıştır. Bu tutum cebirsel bir ifade ile geometrik bir ifadeyi birlikte yorumlayabilmesi yönünden oldukça önemlidir. Arda’nın aslında özdeşi yazmada bir sorun yaşamadığı dikkate alınır ise onun için modelin kazanımı matematiği yapılandırmasına sebep olmuştur. Bir başka ifade ile işlemsel bir bilgiyi kavramsal bir bilgiye dönüştürebilmiştir.

Özdeşlikleri cebir karoları ile modelleme becerisi geliştirmiş olan Selin ön teste yöneltilen bu soruya da cebir karoları ile yanıt vermiştir.

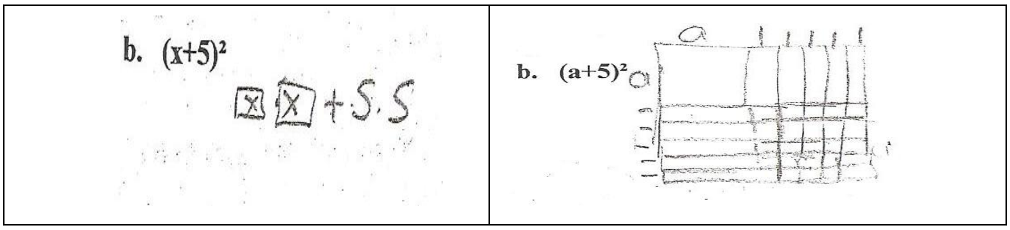


Şekil 4-12 Selin ait ön-son test

Etkinlik sonrası ise alanın ayrışımı olarak düşünebilmiştir. Burada dikkat edilirse, hem etkinlik öncesi hem de etkinlik sonrası sayıları birimler toplamı şeklinde yazmayı tercih etmiştir. Çizilen diyagramlarda “x” uzunluğunu 1 birim uzunlukla aynı büyüklükte çizmesi çizime odaklanıldığında “x=1” olması gibi özel bir durumu çağrıştırmaktadır. Bu tip yanılgılar problem çözmede bilgiyi yanlış kullanılmasına sebep olabilir. Son test kağıdı incelendiğinde etkinlik sonrası farklı gösterimleri faklı uzunluklarla resmettiği görülmektedir. Her bir farklı sembole zihinde farklı bir uzunluk karşılık getirebilmiştir.

Yani işlemsel bir bilginin zihinde kavramsal bilgiye transferi yapılmıştır. Bu ise modelin bize dönüt verdiğini gösterir.

Yeliz isimli öğrenci ise ön teste cebirsel açınımını ifade etmeye çalışmıştır. Burada dikkat edilirse, açılımı "x.x+5.5" şeklinde düşünmüştür. Yani parantez içindeki ifadelerin gördüğü sırada karesini almıştır. "x" bilinmeyenini kutu içinde resmetmiştir.



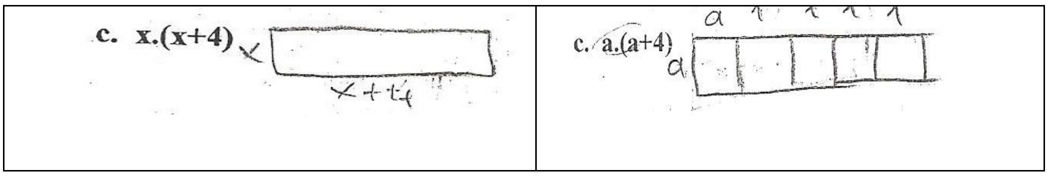
Şekil 4-13 :Yeliz ait ön-son test

Etkinlik sonrası ise alanlar toplamı biçiminde ifade edebilmiştir. Özdeşlikler konusunda işlemsel bilgi sahibi olmayan Yeliz, işlemsel bilgiyi kavramsal bilgiye dönüştürmede çok daha başarılı olmuştur.

x.(x+4) ifadesinin geometrik modellemesi

"x.(x+4)" ifadesi cebirsel manada çözümlenmek istenir ise çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini uygular, yani bir anlamda en sade biçimde verilmiş bir ifadeyi terimler toplamı şeklinde yeniden yazarız. Ya da geometrik yorumlanması istenir ise en sade şekliyle dikdörtgenin alanına karşılık geldiğini söyleriz. Uygun diyagram çizimi istenildiğinde ise geometrinin prensibi gereği hem hipotez hem de hüküm şekil üzerinde tamamlanarak resmedilir. Adayların çoğu ön teste kenar uzunlukları "x ve x+4" olan dikdörtgen çizerek kapalı biçimde modellemişlerdir. Son teste ise okuduğu ifadeye çok farklı yorumlar getirebilmişlerdir. Bu tutum modelin özgün düşünebilme becerileri geliştirmelerine katkı sağladığı söylenebilir.

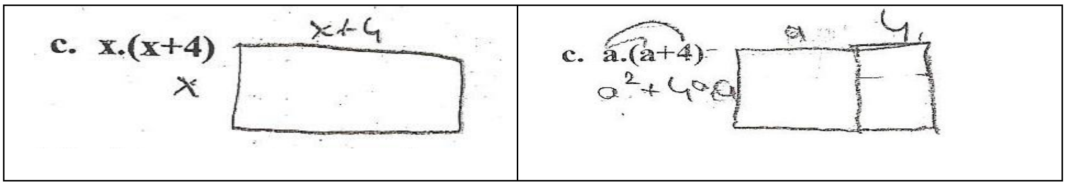
Özdeşlikler konusunda bilgi sahibi olmayan Çağla ön testi incelenir ise genelde iki ifadenin çarpımı verildiğinde dikdörtgene karşılık getirebilmiştir. Ancak bu alan sadece sembolik bir çizim olmuştur.



Şekil 4-14 Çağla ön-son test

Özdeşliklerin cebirsel ispatına yönelik bir bilgi ön test kâğıdın da bulunmaktadır. Özdeşliği "*farklı sonuçlar çıkar*" şeklinde açıklaması özdeşliklere yönelik algılanabilir sade bir düşünceye sahip olmadığını bir anlamda doğrular niteliktedir. Etkinlik sonrası ise çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini uygulamaya çalışmış oluşu modelin Çağla üzerindeki en olumlu etkisi olmuştur. Diğer öğrencilerin yanlış bile olsa verilen bir ifadenin özdeşini yazmaya çalışmış oluşu ya da ön bilgilerinin var oluşu sebebiyle bu anlamda modelden faydalanmamışlardır. Çağla ise bu eksiğini model aracılığı ile kapatabilmiştir.

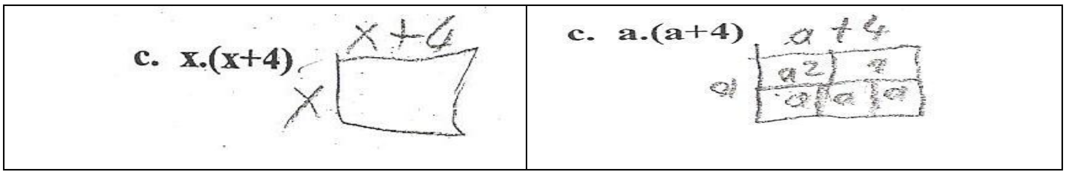
Verilen bir ifadeye cebirsel kuralları zihinde oturtamadığı için uygulayamayan Tutku ise ön teste dikdörtgenin alanına karşılık getirirken son testte çarpmanın toplama ilkesi üzerine dağılma özelliğini kullanarak iki alanın toplamı şeklinde ifade edebilmiştir.



Şekil 4-15 Tutku ön-son test

Ön teste böyle bir özelliği hiç kullanmamasına rağmen son teste kullanabiliyor olması modelin tıpkı Çağla'da olduğu gibi Tutku'da da bir ifadeyi cebirsel olarak modelleyebilme becerisini geliştirdiğini göstermiştir.

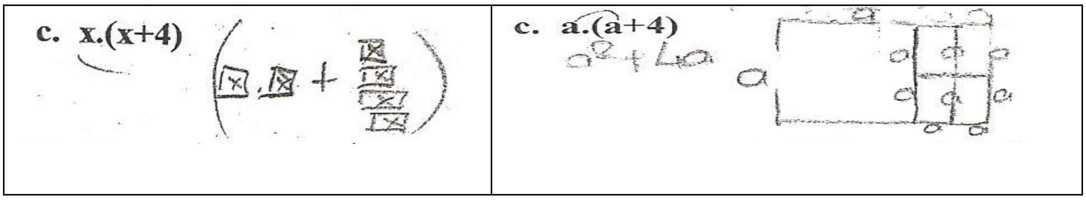
Verilen ifadeyi cebirsel modellemede sorunu olmayan Arda ise ön teste dikdörtgenin alanına karşılık getirirken son teste alanlar toplamı şeklinde yazmayı denemiştir. Ancak "4a" ifadesinde "4" e yüklediği anlam onu gerçekten uzaklaştırmıştır.



Şekil 4-16 Arda ön-son test

"4" sayısını uzunluk yerine kat olarak algıladığı için sonuçta sadece sembolik olan alanlar toplamı oluşturabilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında cebirsel ölçüm tutarsızlık göstermiştir.

Yeliz ise başlangıçta alana karşılık getiremeyip daha önceki çözümlerinde olduğu gibi çarpmanın toplama ilkesi üzerine dağılma özelliğini kullanarak bir başka sembolik gösterimle göstermiştir. Etkinlik sonrası ise Arda'da olduğu gibi "4" sayısını katsayı olarak düşünmüş ve "4" tane "a" birim karelik alan oluşturmuştur.



Şekil 4-17 Yeliz ön-son test

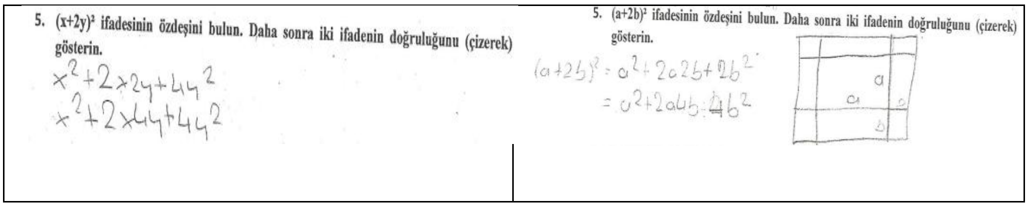
Yeliz'in modellemesi ölçümler dikkate alındığında oluşturduğu 4 tane "a" birim karelik alanın kenar uzunlukları "a/2 ve 2" olup, geometrik doğruluğu içerdiği görülür. Ancak kenar uzunluklarının cebirsel hesabı yapılmadan model üzerine gelişigüzel yazılmıştır. İşlemsel bilgi ve kavramsal bilgiyi aynı anda kullandığı halde Arda gibi işlemsel bilgiyi göz ardı etmişlerdir.

Burada modellere dikkat edilirse, adayların faklı biçimde modellemelerinin temel dayanağı sayı algıları olmuştur. Genel anlamda "4a" ifadesinde 4 neyi temsil eder ya da etmeli? Geometrik modellemeleri öğrencilerin "4.a" ifadesinde "4" sayısına yükledikleri anlama göre biçimlenmiştir. Bu durum verilen ifade içinde sayıyı acaba nasıl algılıyorlar sorusunu gündeme getirmiştir? Bunun için ilköğretim programında kazanımlar arasında yer verilen "$(x+2y)^2$" ifadesini geometrik modellemeleri istenmiştir.

$(x+2y)^2$ ifadesinin geometrik modellenmesi

"$(x+y)^2$" ifadesini cebirsel veya geometrik modelleyebilme becerisi kazanmış bir öğrenci "y" yerine "2y" terimini düşünerek "$(x+2y)^2$" ifadesini de cebirsel veya geometrik modelleyebilir. Öğrencilere uygulanan ön ve son test sonuçlarından bazıları aşağıda değerlendirilmiştir.

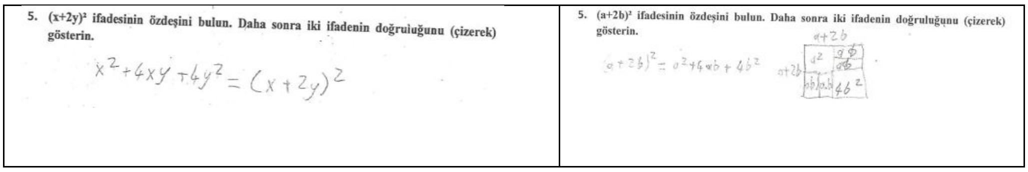
Ela ön teste cebirsel bir kurala dayalı olarak açılımını yazmasına rağmen iki ifadenin çarpımının iki katını alması gerektiği inancı onu ikinci kez yazdığı ifade de hataya düşürmüştür. Son teste cebirsel açılımını yanlış ifade etmesine karşılık geometrik modellemesine bakılır ise doğru modellediği görülmektedir.



Şekil 4-18 Ela ön-son test

“$4b^2$”lik alanda “4” ü katsayı olarak algılayıp “4” tane “ b^2”lik birim alanı geometrik şeklin köşelerinde oluşturması geometrik modellemedeki başarısını göstermiştir. Verilen ifadenin simetrik oluşu öğrencinin de bu simetriyi geometride ustalıkla kullanabilir olması ileri düzey matematik için önemlidir.

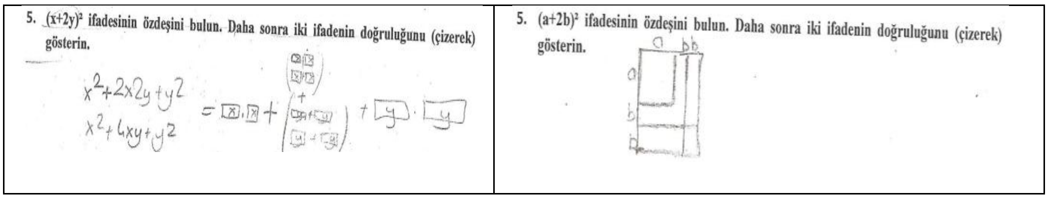
Arda’nın özdeşlikler konusunda verilen ifadenin özdeşini bulmada sorun yaşamayışı bir anlamda cebirsel modellemede özgüveninin yeterli olduğunu göstermiştir. Bir anlamda etkinlik öncesi geometrik modellemedeki yetersizliğini de yansıtmıştır.



Şekil 4-19 Arda ön-son test

Son teste verdiği cevaplar incelendiğinde geometrik modellemede neden-sonuç ilişkisi kurmayı prensip edindiği görülmektedir. Çizime bakılırsa kenar uzunluğu “a+2b”lik kare çizilerek oluşan kare verilen ifadenin özdeşi ne ise onun üzerinden gelişi güzel parçalara böldüğü görülmektedir. Bir anlamda verilen ifadenin özdeşini bularak, bulduğu özdeşi çizdiği kare içinde resmetme yoluna gitmiştir. Problemin ifadesi esas alındığında çözümleme yolu doğru olmasına karşılık kenar uzunlukları dikkate almayıp alan üzerinden alanları sınıflandırmıştır.

Yeliz ise cebirsel eşitini yazabilmiş ve algıladığı biçimiyle yine sembolleştirmiştir. Etkinlik sonrası ise “a+b+b” şeklinde parçalayarak alanlar toplamına dönüştürebilmiştir.



Şekil 4-20 Yeliz ön-son test

Özdeşini bulmadan doğrudan geometrik modellemesi, diyagram üzerine ilgili alanları doğru yerleştirmesi problemin kavramsal yönünü kavradığını söyleyebiliriz.

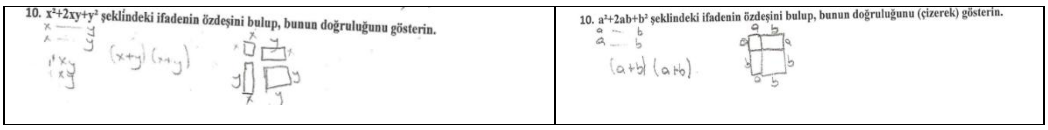
Selin isimli öğrencinin de cebir karoları biçiminde modellemesi etkinlik sonrası Yeliz ile aynı şekilde modellemesine neden olmuştur.

Genel olarak ön teste verilen bir alanı alanlar toplamı şeklinde ifade etmede sorun yaşayan adaylar etkinlik sonrası söz konusu kavram bilgisine ulaşabilmişlerdir. Bu aşamada model istenilen bilgiye ulaşmada bir köprü görevi görmüştür. Problem çözümlemelerinde çoğu kez alanlar toplamı şeklindeki bir ifadeyi bir alana karşılık getirmeleri beklenir. Bu kez de geometrik anlamda alanlar toplamı verildiğinde alana karşılık getirip getiremeyeceği ve yaklaşımlarının ne olacağını ölçmek amaçlı "$x^2+2xy+y^2$" gibi çok iyi bilinen bir ifadeyi geometrik olarak modellemeleri istenmiştir. Öğrenci görüşleri aşağıda değerlendirilmiştir:

$x^2+2xy+y^2$ ifadesinin geometrik yorumlanması

Üç tane benzer terimin toplanmasıyla elde edilen "$x^2+2xy+y^2$" özdeşliği geometrik olarak üç alanın toplanmasıyla elde edilen karenin alanını verir. Cebirsel modellemede öğrenciden bu ve benzeri özdeşlikleri en sade şekilde yazmaları istenmekle bir anlamda alanlar toplamı ile elde edilen yeni alanın kenar uzunlukları buldurulur. Uygulamaya katılan adaylardan bazılarının ön ve son test sonuçları aşağıda tartışılmıştır.

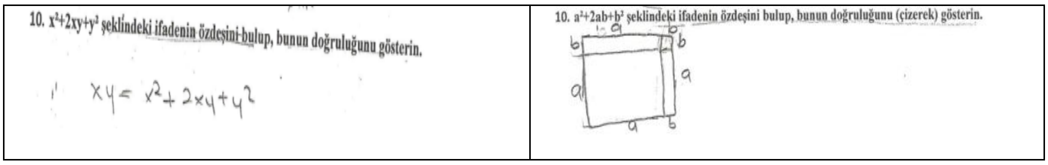
Verilen bir ifadenin cebirsel olarak nasıl modellenmesi gerektiğinin bilincinde olan Selin ön teste ifadeyi en sade biçimde yazabilmiş ve çarpanları kullanarak öğrendiği biçimiyle de modellemiştir.



Şekil 4-21 Selin ön-son test

Etkinlik sonrası ise yine çarpanlarına ayırıp, devamında alanlar toplamı biçiminde geometrik modelleyebilmiştir. Burada dikkat edilir ise ilk önce işlemsel bilgiye başvurmuş, devamında kavramsal bilgiyi oluşturmuştur.

Çağla ise;

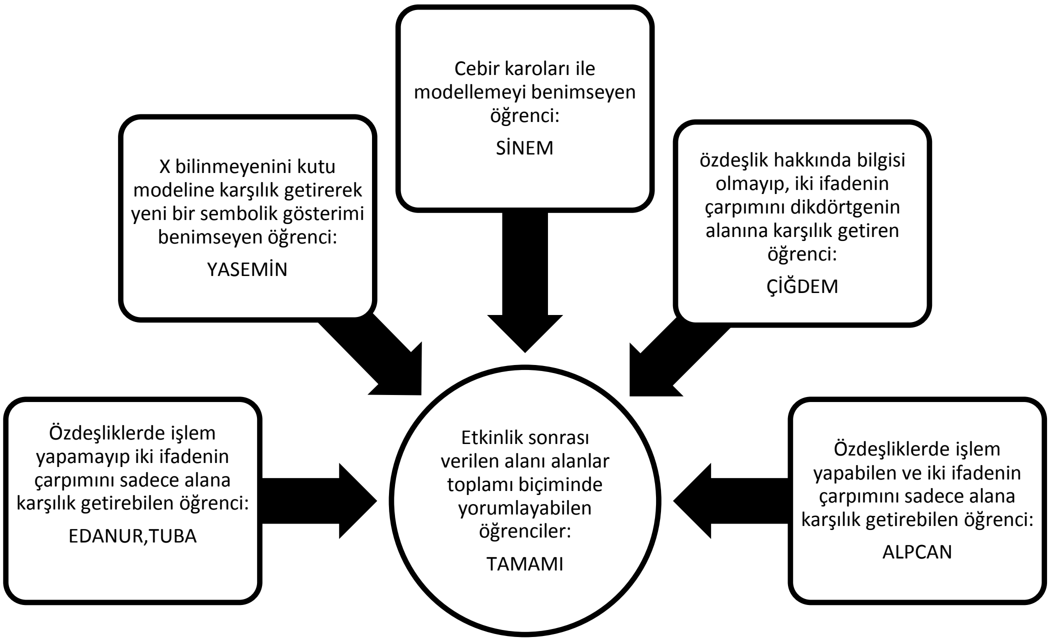


Şekil 4-22 Çağla ön-son test

ön teste cebirsel modellemeyi yazmak istemiş ancak başarılı olamamıştır. Son teste dikkat edilir ise işlemsel bilgiyi kullanmadan doğrudan kavramsal bilgiye yönelmiştir. Bu onun özgün bir şekilde modellemesine sebep olmuştur.

4.2.2.3 İkinci Derse İlişkin Genel Yorum

Araştırmaya katılan öğrenciler için özdeşlikler konusu hakkındaki ön bilgilerinin genel analizi yapılırsa, aşağıdaki şema ile gösterilebilir. Son testleri incelendiğinde ikinci dersin bir beklentisi olan verilen alanı alanlar toplamı şeklinde yazabilme becerileri kazandıkları görülmektedir. Bir başka ifade ile cebir bilgisi ile geometri bilgisi arasında ilişki kurabilmenin bir yolunun farkına varmışlardır.



Tablo 4-13: Etkinlik öncesi ve sonrası farklılık

4.2.1 ve 4.2.2 bölümden elde edilen bulgulara göre adaylar cebirsel bir ifadeyi geometrik modele dönüştürmenin bir yolunu benimsemişlerdir. Bu süreçte özellikle sayılara yükledikleri anlam boyut değiştirmiştir.

4.2.2.4 İkinci Derse İlişkin Günlüğün Değerlendirilmesi

Özdeşlikleri cebirsel işlemler üzerinden kavramış olan Arda için yapılan çalışmanın ilginç gelen yönü kare ya da dikdörtgenin kenar-alan arası ilişki kurularak da özdeşliklerin yazılabileceğini görmesi olmuştur. Bu düşüncesini günlüğünde;

"Bundan sonraki derslerde kare deyince aklıma basit bir şey değil bir sürü ifadesi olan özdeşlik geleceğini anladım." (Arda)

şeklinde yansıtmıştır. Özdeşliğin ne anlama geldiğini bilen ve verilen özdeşliğin özdeşini bulmanın doğru yolunu çözümlemiş olan Arda için modelin kazanımı işlemsel olarak algıladığı bilgileri kavramsal olarak da algılayabilmek olmuştur. Özellikle cebirsel işlemlerde "neden" sorusunun cevabını vermek matematiği yapılandıramamış birisi için oldukça zordur. Modelin olumlu yönlerinden biride niteliğe yönelik neden, nasıl, niçin sorularının cevabını verebilmek için somut delil oluşturmasıdır.

Verilen özdeşliği cebir karoları ile modelleyen Selin ise kavram imajını matematiksel nedene dayandırmadan yanlış algı ile tamamladığını yapılan etkinlik sonucunda fark etmiştir. Bu düşüncesini günlüğüne;

Aslında özdeşlik kenarlarla alanın bağıntılı olduğunu öğrendik. (Selin)

biçiminde yansıtmıştır. Selin'e özdeşliklerin doğruluğunu gözlemlemekten ziyade karenin geometrik elemanları arasında ilişki kurulabileceğini fark etmesi şaşırtıcı gelmiştir. Bir anlamda kurala bağlı olarak bildiği bir ilişkinin bir dönüşüm olduğunu algılaması onu sezgisel olarak fonksiyon kavramına götürmüştür. Bu tutum modelin geçmiş bilginin doğruluğunun kontrolünü yapma fırsatı sunarken aynı zamanda ileride öğreneceği konuları da sezgisel olarak algılamasına neden olmuştur. Bir anlamda model öğrendiği geçmiş bilgilerle öğreneceği bilgiler arasında köprü kurmasına sebep olmuştur. Özdeşlikler konusuna yönelik tutarlı bir bilgiye sahip olmayan Yeliz ise yöneltilen soru karşısında yorum getiremeyişinin farkındadır. Modelin uygulamasından sonraki görüşünü ise,

" Derste öğretmenimizin sormuş olduğu "özdeşlik nedir? Bana bunun doğruluğunu göster " diye sorduğunda bizim tam cevap verememememiz üzerine bu dersi

işledik ve bugünden sonra özdeşlik nedir? Diye sorduklarında cevabımı vereceğim." (Yeliz)

şeklinde açıklayarak kavramların zihninde daha net oluştuğunu belirtmeye çalışmıştır. Verilen ifadenin özdeşini aldığını düşünen Yeliz, yöneltilen soruya cevap veremeyişi karşısında kendi gerçeği ile yüzleşmiş ve konunun tekrar işlenmiş oluşu zihinde oluşturduğu problem için bir çözüm olmuştur.

Sembolik gösterimleri amaçsız kullanan Ela ise, düşüncesini

"Bugün matematik dersinde öğrendiğimiz formülün aslında neyi ifade ettiğini öğrendim. Açıkçası bu derse girmeden önce öğretmenimiz bana sorduğunda bir kare ile o formülü özdeşleştirememiştim. Ama artık mantığını anladım ve formülü özdeşleştirebiliyorum. Aslında çok kolay olan bu formülün bana zor gelmesi beni çok şaşırttı. Bir kere daha öğrendim ki matematik dersi öğrendikçe güzelmiş." (Ela)

biçiminde açıklarken özdeşliği formül olarak algıladığını ifade etmiştir. Formülleri ise semboller yığını olarak gördüğünü ve bu semboller arasında ilişki kurmaya çalışırken yaşadığı karmaşayı dile getirmiştir. Günlük yaşamda karmaşık yapılara sahip bir ifadenin matematiksel modellemesi yapılmaz. Bu karmaşık yapılar algılanabilir basit yapılara dönüştürülerek matematiksel modellemesi yapılır. Ela'nın matematiğin bu yönünü keşfettiğini yaşadığı şaşkınlıkla anlatmıştır. Modelin bir diğer önemli aşaması da matematiksel çıkarımın ne olduğunu fark etmesi olmuştur.

Genel olarak, günlüklerinde de belirttikleri gibi cebir ile geometri arasında bir ilişki olduğunu keşfeden öğrenciler, cebir bilgilerini geometriye dayandırmakla yaşadıkları şaşkınlığı dile getirmişlerdir.

4.2.3 Üçüncü Derse İlişkin Bulgular

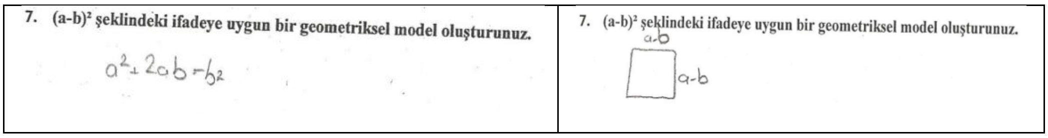
Bu bölümde fark içeren ifadelerin modellenmesi ve denklem ile özdeşlik arasındaki farkın açıklanmasına yönelik etkinliklere yer verilmiştir. Etkinlikler EK D'de verilmiştir.

4.2.3.1 Fark içeren ifadelerin geometrik modellemesi

Başlangıçta dilin karşılığı olarak ifade edilen matematik zamanla kendi soyut dünyası içinde kendine özgün terimleri de terminolojisine kazandırmıştır. Bu terimlerden biride çıkarma dediğimiz eksi işaretidir. İlerleyen zamanlarda dilde matematikten etkilenerek bu tip soyut terimleri kapsamı içine almıştır. İlköğretim programı incelenir ise öğrencilerden iki uzunluğun karşılaştırılması ile elde edilen fark uzunluğu ve fark uzunluğun oluşturduğu alanın cebirsel ifadesi ile alanlar farkının geometrik modellemesi istemektedir. Etkinlik öncesi yaşadıkları tutarsızlıkları ve uygulama sonrası yeni tutumlarını ölçmek amacı ile “$(a-b)^2$” ve “x^2-4y^2” özdeşliklerini geometrik modellemeleri istenmiştir. Elde edilen bulgular aşağıda tartışılmıştır:

$(x-y)^2$ ifadesinin geometrik modellemesi

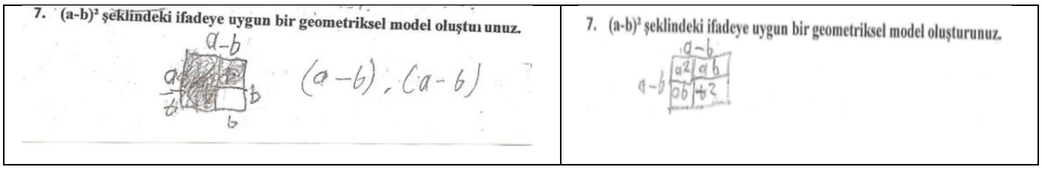
Tutku ön teste özdeşliğin cebirsel açılımını yazmak istemiş ancak neyi ekleyip neyi çıkarması gerektiğini kavrayamadığı görülmektedir. Toplama dayalı cebirsel ifadelerde sayı matematiği bilgisi geri planda iken fark işlemi ile birlikte sayı matematiğindeki tutarsızlıklarda kendini göstermiştir.



Şekil 4-23 Tutku ön-son test

Son teste ise kenar uzunluğu “a-b” olan temsili bir kare resmedebilmiştir. Ancak çizilen şekil üzerinde “a ve b” uzunlukları beli olmayıp sadece fark uzunluğu yansıtmıştır. Bir anlamda problemin hipotezi “a-b” uzunluğu olarak algılanmıştır.

Ön testte 4.2.1 ve 4.2.2 bölümlerde yer verilen sorulara sadece dikdörtgen modeli çizen Arda negatif sayılar ile karşılaştığında yoruma dayalı bir model resmetmiştir. Çizime dikkat edilir ise kenar uzunluklarına “a-b” yazmış fakat karaladığı bölgeye bakılır ise “a” uzunluğundan “b” uzunluğunu çıkarmıştır. Dolayısı ile çizilen model “a^2-b^2” özdeşliğinin bir modellemesi olmuştur. Yine 4.2.1 ve 4.2.2 bölümlerde öncelikli olarak verilen ifadenin özdeşini bulmasına rağmen bu aşamada işlemsel bilgiyi kullanmamıştır. Etkinlik sonrası ise bu kez $(x-y)^2$ özdeşliğini $(x+y)^2$ şeklinde düşünerek modellemiş ve “b^2”lik alanın önüne “$-b^2$” yazmıştır.



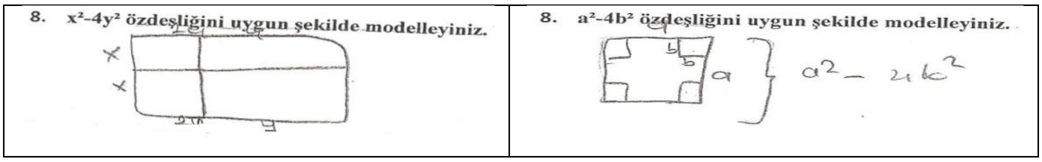
Şekil 4-24 Arda ön-son test

Bu tutum ifadenin açılımında işaretleri belirlemede sorun yaşadığını göstermiştir. Genel anlamda özdeşliğin hem işlemsel hem de kavramsal yönünü algıladığı halde sayı matematiğinde negatif sayıları anlamlandıramaması özdeşlikler konusunda doğru düşünebilmesine bir sınır getirmiştir. Bir diğer problemi de kenar uzunluğu "a-b" olan karenin içine kenar uzunluğu "a" olan bir kare yerleştirilebilir mi? Çizilen şekil yeni öğrenen biri için taslak olarak kabul edilebilir. Özellikle fark içerikli bu tip modelleri oluşturmak zordur. Bu yoruma yanlış demek taslağı ortadan kaldırır. Üzerinde düşünülerek doğruya ulaşması sağlanabilir. Modelin Arda üzerindeki etkisi verileni ve isteneni aynı anda şekle yansıtması olmuştur. Bundan sonraki süreçte sorgulama ile gerçeğe kendiside ulaşabilir.

x^2-$4y^2$ ifadesinin geometrik modellemesi

İlköğretim matematik programı incelenir ise "a^2-b^2" özdeşliğini sunulan bir etkinlikle modelleme yoluna gittiği görülür. Bundan hareketle "x^2-$4y^2$" ifadesi için "b" yerine "2y" alınarak özdeşi buldurulur. Yani bir anlamda cebirsel doğruluk içerisinde ispat tamamlanır. Bu tip ifadelerin geometrik anlamda ispatı, cebirsel ispattan daha karmaşık olabilir. Dolayısı ile matematiği yapılandıran bir öğrencinin bu tip soruların yanıtını geometri doğruluğu içinde değil de cebirsel doğruluk içinde çözümlemesi daha uygundur. Bir anlamda matematiğin soyut dünyası içinde işlem yapabilecek olgunluğa ulaşmış olması gerekir. Bu soruya yanıt veren öğrencilerin cevapları aşağıda yorumlanmıştır:

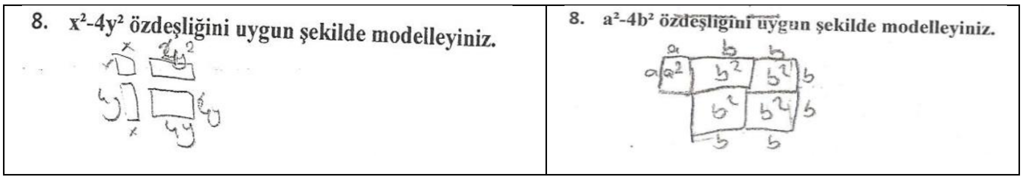
Çağla'nın ön teste verdiği yanıta bakılır ise ne yazdığı kenar uzunluklarının ne de çizilen şeklin matematiksel bir anlam ifade etmediği görülür.



Şekil 4-25 Çağla ön-son test

Etkinlik sonrası ise “a^2”lik bir alandan “$4b^2$”lik bir alan çıkarması gerektiğini algılayıp, “4” sayısını katsayı olarak düşünüp, “b^2”lik alanı karenin köşelerinden çıkarmayı tercih etmiştir. Kalan bölgenin alanı gerçekten istenilen bölgenin alanı olur. Ancak özdeşlik tanımı gereği sonuç alanın yine bir kare ya da dikdörtgenin alanı olması gerekirdi. Amaca uygun resmedilmemiş bir modelleme olmasına rağmen özdeşlik hakkında hiçbir bilgi sahibi olmayan Çağla’nın etkinlik sonrası fikir yürütebiliyor oluşu modelin tutarlılığını göstermiştir.

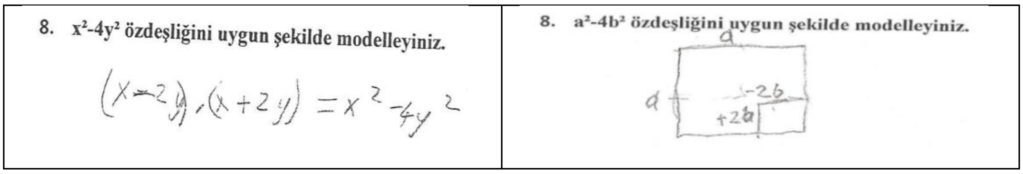
Bu tip sorularda yine cebir blokları ile modelleme yoluna giden Selin’in ön teste verdiği cevaba bakılır ise bu yöntemi çok iyi kullanabiliyor olmasına rağmen fark ile birlikte cebir karolarının sakıncaları daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır.



Şekil 4-26 Selin ön-son test

Özdeşliğin bir nevi alan korunumu olduğunu fark edemeyen Selin ön teste gelişigüzel bir model ortaya koymuştur. Kullanılan kaynaklarda farkın renklerle modelleniyor oluşu, çalışmada renklerin kullanılmayışı öğrencinin özellikle kenar uzunluklarını belirlemede sorunlar yaşamasına neden olmuştur. Son teste ise alanlarda fark işlemini nasıl kullanması gerektiğini kavrayamadığı için “4” sayısını katsayı olarak algılayıp, “a^2”lik alanın yanına bu alanları eklemiştir. Burada diğer modellemelerden farklı olarak her elde ettiği alanın içine alan değerini yazmakla bir anlamda problemin verilenlerini ortaya koymuştur. Ancak fark işlemini nasıl anlamlandıracağını bilemediği için bu modeller arasında ilişki kuramamıştır. Oluşturduğu karenin kenar uzunluklarına bakılır ise “(a+2b)” ifadesini “(a+b+b)” şeklinde modellemiştir. “(a-2b)” ifadesini ise “a” uzunluğunu çizerek devamındaki uzunluğu çıkarmıştır. Bunu ise boşluk bırakarak göstermiştir. Yapılan model gerçeği yansıtmasa da yorumlama sonucu ortaya konmuş oluşu, işlemsel bilgi ile kavramsal bilgiyi birlikte algılayabilmesi, bir çeşit alan ekleme veya çıkarma işlemi olduğunu kavramış oluşu bakımından önemli bir aşama kat etmiştir.

Özdeşliğin özellikle cebirsel boyutunu kavramış olan Arda ön teste geometrik şekilde modelleyemediği halde özdeşini yazabilmiştir. Etkinlik sonrası kenar uzunluğu "a" olan karenin alanından kenar uzunluğu "2b" olan karenin alanını çıkarabilmiştir.



Şekil 4-27 Arda ön-son test

Böylece ders kitaplarında yer verilen "a^2-b^2" etkinliğindeki modellemeye dönüştürebilmiştir. Ancak buradaki temel sorun elde edilen alanın kenar uzunlukları tek türlü belli değildir. Bir başka ifade ile kenar uzunlukları (a+2b) ve (a-2b) olan bir model resmedilmemiştir. Bunun en belirgin sakıncası öğrenci özdeşliği bulurken hangi bilinç ile modellemeli sorusunu gündeme getirmektedir. Şöyle ki; eğer amacımız bizi verilen ifadenin özdeşine götürecek geometrik modelleme resmetmek ise uygun bir model olmayacaktır. Alan değeri bakımından bir model ortaya koymak ise o zaman uygun bir model olarak kabul edilecektir. Özellikle fark işareti ile yapılan modellemelere dikkat edilir ise genelde alan değeri bakımından ele alındığı görülür. Bu durumda cebirsel işleme başvurup, elde edilen alanı iki tane dikdörtgenin toplamı şeklinde düşünerek

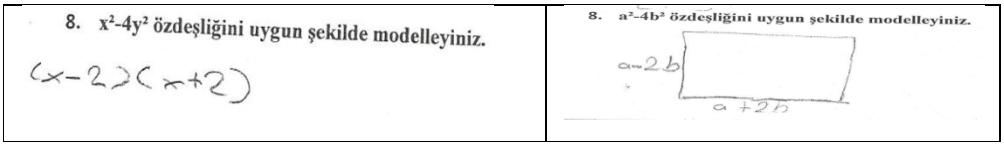
$$\begin{aligned} a^2-4b^2 &= a(a-2b)+2b(a-2b) \\ &= (a-2b)(a+2b) \end{aligned}$$

eşitliğine ulaşılması uygun olabilir. İspat etmekten ziyade yaptığı modellemenin cebirsel sağlaması olacaktır. Yine

$$\begin{aligned} a^2-4b^2 &= a(a-2b)+2b(a-2b) \\ &= a^2-2ab+2ab-4b^2 \\ &= a^2-4b^2 \end{aligned}$$

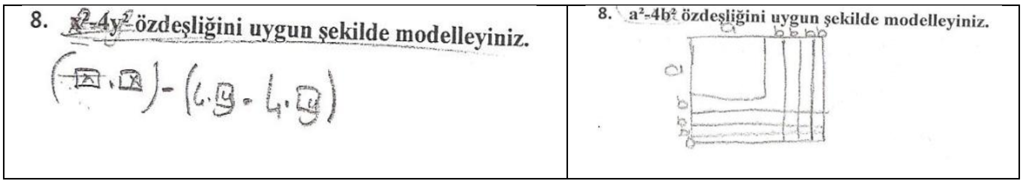
şeklindeki bir işlemden hareketle alan eklenmesi ya da alan çıkarılması işlemlerinin ne olduğu sorgulanarak uygun geometrik modele geçiş yapılabilir.

Ela ise ön teste çarpanlara ayırmayı denemiş ancak başarılı olamamıştır. Son teste bakıldığında ise verilen ifadenin önce özdeşini düşünüp, sonra bu kenar uzunluklarını belirterek geometrik modelleme yoluna gitmiştir.



Şekil 4-28 Ela ön-son test

Yeliz'in ön-son test sonuçları incelendiğinde hem cebirsel hem de geometrik modelleyemediği, son testine bakıldığında ise geometrik modellemeye yöneldiği görülür.



Şekil 4-29 Yeliz ön-son test

Fakat fark ifadesinin modellemede sorun teşkil ettiği görülmüştür. Fark işlemlerinin matematiğin dünyasında anlam bulduğu dikkate alınır ise somut dünya ile matematiğin soyut dünya arasında ayırıma varamamışlardır.

İlköğretim matematik programına göre cebirsel ifadelerin kazanımlarından biride özdeşlik ile denklem arasındaki farkın açıklanmasıdır. Uygulanan modelin söz konusu kazanıma yönelik ne ölçüde katkı sağladığını ölçmek amacı ile denklem ile özdeşlik arasındaki fark sorulmuş ve uygulamaya yönelik modellemeler istenmiştir:

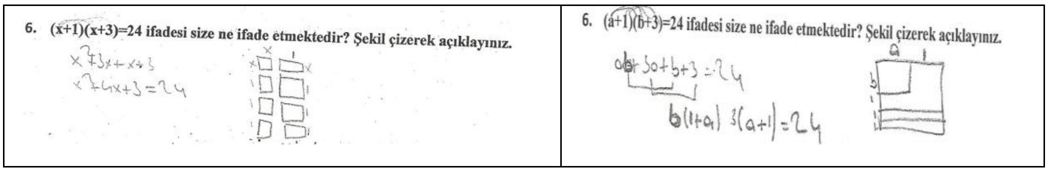
4.2.3.1 Denklem ile Özdeşlik Arasındaki Farkı İfade Edebilme Becerileri

Özdeşlik geometrik anlamda bir alana karşılık gelirken cebirsel anlamda noktalar kümesinden oluşur. Bir anlamda kendinin kendiyle açıklanmasıdır. Denklem ise aynı türden iki şeyin karşılaştırmasıdır. Öğrencilerin denklemle özdeşlik arasındaki farkı kavrayıp kavrayamadıklarını ölçmek üzere aşağıdaki sorular yöneltilmiş ve elde edilen bulgular aşağıda tartışılmıştır:

(x+1)(x+3)=24 denkleminin geometrik modellemesi

Kaynak kitapları incelenirse, bu tip denklemlerin çözümünde "x" ifadesine değer vererek sonuca ulaşması ya da "24" uygun iki sayının çarpımı şeklinde yazılarak "x" teriminin bulunması beklenir. Buradaki temel amacımız denklemin çözümünden ziyade böyle bir ifadeden ne anladıklarını ortaya koymaktır. Elde edilen bulgulardan bazıları aşağıda sunulmuştur:

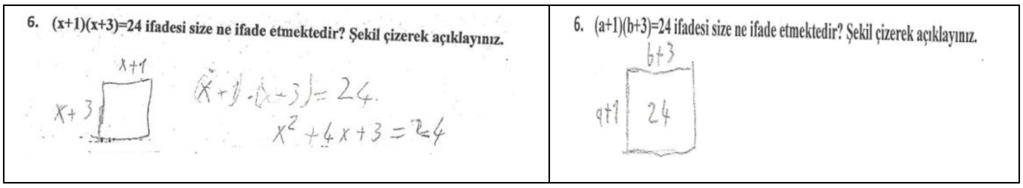
Selin'in ön test kağıdı incelenir ise, yöneltilen soruda çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanarak eşitliğin sol tarafını yeniden düzenlemiştir. Yöneltilen denklemi cebir karoları ile modellemeyi tercih etmiştir. "24" sayısının ne olduğu belli değildir.



Şekil 4-30 Selin ön-son test

Etkinlik sonrası ise ön teste olduğu gibi toplamanın çarpma üzerine dağılma özelliğini kullanarak sol tarafın eşitliğini yazmıştır. Bu kez elde ettiği terimler arasında ilişki arayarak benzer terime sahip olanları aynı parantezde toplama yaparak yeniden düzenlemiştir. Geometrik olarak modellerken ise alanlar toplamı şeklinde yazmaya çalışmıştır. Hem etkinlik öncesi hem de etkinlik sonrası yöneltilen soruyu özdeşlik algılamıştır.

Arda ise ön teste kenar uzunlukları "(x+3) ve (x+1)" olan dikdörtgen resmetmiş ve verilen ifadenin sol tarafını yeniden düzenleyerek yazmıştır.



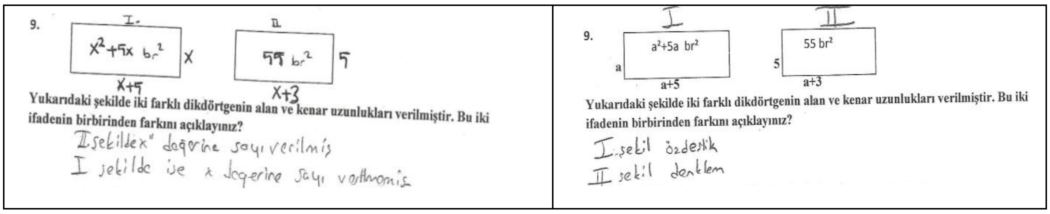
Şekil 4-31Arda ön-son test

Çizdiği geometrik şekil esas alındığında kenar uzunlukları hakkında fikir verirken alan değeri çizime yansıtılmamıştır. Etkinlik sonrası çizilen geometrik şekil incelenirse, verilen denklem yazılabilecek şekilde modellemesi denklem ile özdeşlik arası ayrımın bilincinde olduğunu ortaya koymuştur. Etkinlik öncesi verilen ifadeyi iki yönlü ele almadığı halde etkinlik sonrası iki yönlü düşünebilmiştir.

Verilen farklı iki dikdörtgenin karşılaştırılması

Bu bölümde, alan ve kanar uzunlukları bilinenler ve bilinmeyenler cinsinden üzerine yazılarak verilen farklı iki dikdörtgen arasındaki farkı açıklamaları istenmiştir. Buradaki temel amacımız verilen iki dikdörtgeni kenarları ve alanları bakımından karşılaştırıp karşılaştıramayacaklarını ölçmektir. Elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

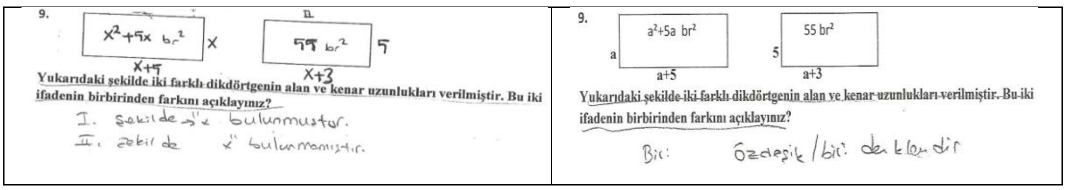
Ön teste yöneltilen soruyu "*II. Şekilde x değerine sayı verilmiş, I. Şekilde ise x değerine sayı verilmemiş*" şeklinde açıklayan Tutku, verilen her bir dikdörtgeni kendi içinde matematiksel olarak yorumlamadan verilen iki şekli doğrudan karşılaştırmış ve kısa kenarların birinin "x" diğerinin "5" değerini esas alarak "x" değerinin "5" olması sonucunu çıkarmıştır.



Şekil 4-32 Tutku ön-son test

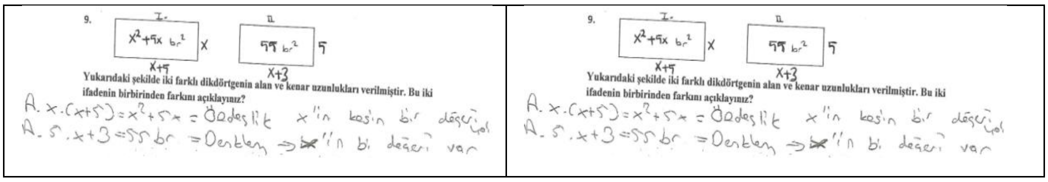
Buradaki temel yetersizliklerden biride okuduğunu anlama olmuştur. Problemin ifadesinde birbirinden farklı iki dikdörtgen denildiği halde zihinde üst üste çakıştırma yaparak bir çıkarımda bulunmuştur. Son teste ise verilen iki dikdörtgen arasındaki farkı "*I.şekil özdeşlik II.şekil denklem*" biçiminde açıklayarak kenarları ya da alanlarına yoğunlaşmak yerine öncelikle kenar-alan arası ilişkinin niteliği ile ilgilenmiş ve verilen denklemin türünü belirleme yoluna gitmiştir.

Çağla ise verilen iki dikdörtgen arasındaki farkı Tutku'da olduğu gibi akıl yürüterek değil, gördüğü üzerinden "*I.şekilde x bulunmuştur, II. Şekilde x bulunmamıştır.*" şeklinde yanıtlamıştır. Son teste ise "*biri özdeşlik / biri denklem*" şeklinde matematiksel bir cevap verebilmiştir.



Şekil 4-33 Çağla ön-son test

Verilen iki dikdörtgen arasındaki farkı hem ön hem de son teste “birinin özdeşlik, diğerinin denklem olduğunu ifade eden Ela, ön teste ayrıca “*özdeşlik için x’in kesin bir değeri yok, denklem için ise x in bir değeri var*” notunu da ilave etmiştir.



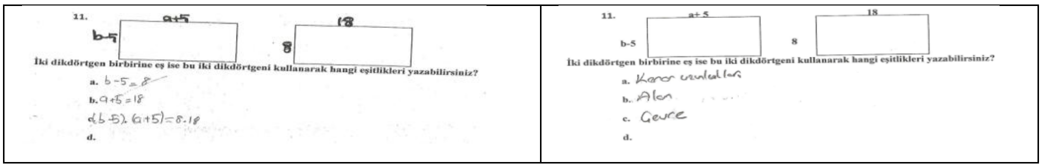
Şekil 4-34 Ela ön-son test

Denklem veya özdeşlik olduğuna kenar-alan arası ilişki kurarak karar vermiş oluşu önemlidir. Son teste dikkat edilirse, verilen şekilleri A ve B olarak isimlendirip, her biri için alan hesaplayıp, onun üzerinden özdeşlik ve denklem olduğunu belirtmiştir.

Birbirine eş iki dikdörtgenin karşılaştırılması

Birbirine eş iki dikdörtgeni ya kenar uzunlukları bakımından ya da alanları bakımından karşılaştırırız. “*birbirine eş iki dikdörtgen için hangi eşitlikleri yazabilirsiniz?*” sorusuna;

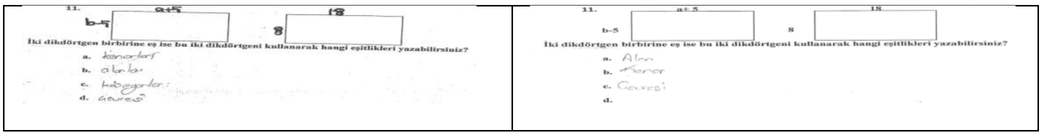
Tutku isimli öğrenci, kenar uzunlukları ve alanlara karşılık denklemleri yazarak yanıt vermiştir.



Şekil 4-35 Tutku ön-son test

Son teste ise “*hangi eşitlikleri*” kelimesine yüklediği anlamı dikdörtgenin temel elemanları arasında ilişki kurarak yazmayı tercih etmiş, matematiksel sembolü kullanmamıştır.

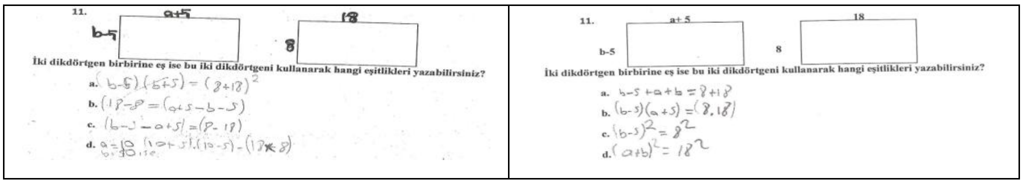
Yeliz ise ön teste dikkat edilirse dikdörtgene ait ne biliyor ise yazmayı tercih etmiştir.



Şekil 4-36 Yeliz ön-son test

Verilenleri dikkate alarak, dikdörtgene yönelik bildiği bilgiler içerisinden ulaşabileceklerini yazmamıştır. Bir anlamda gelişigüzel sıralamıştır. Son teste ise verilenlerle sadece elde edebileceklerini ifade etmiş, bilgide seçiciliğe yönelmiştir. Bu ise problemlere karşı daha sade ve anlaşılabilir yaklaşmasına vesile olacaktır.

Selin ise;

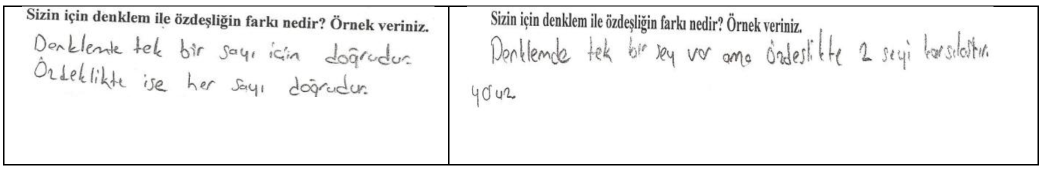


Şekil 4-37 Selin ön-son test

Ön test kağıdı incelenir ise matematiksel tutarlılığı olmayan sıra dışı birçok eşitlik yazmıştır. Özellikle en son yazdığı eşitliğe bakılır ise “a=b=10” değeri için “15x5=18x8” şeklinde yazmış oluşu onun yazılan eşitlikleri dikdörtgeni esas alarak değil gelişigüzel yazdığını göstermektedir. Son test kağıdına bakılır ise alana yoğunlaşarak olabilecek alanları tanımlamaya çalışmıştır. Yazmış olduğu ifadeler tutarsızlık gösterse de amaca yönelik yazmış oluşu esas alınırsa ön teste göre olumlu bir tutum sergilemiştir diyebiliriz. Buradan gerek ön test gerekse son testte çıkarılabilecek bir diğer sonuç geometri ile cebiri birlikte kullanma noktasında sıkıntılar devam etmektedir. Bu ise 8 yıllık bir matematik öğretiminde geldiği noktayı gösterir niteliktedir.

Denklem ile özdeşliklerin farkını ayırt etmede sorulan sorulardan elde edilen bulgular dikkate alındığında denklemle özdeşliğin farkını ortaya koymada sorunlar yaşadıkları görülmektedir. Bu tutarsızlıkları nasıl yansıtacaklarını ölçmek amacıyla “*Sizin için denklem ile özdeşliğin farkı nedir? Örnek veriniz*” sorusu yöneltilerek görüşleri alınmıştır. Elde edilen bulgular aşağıda tartışılmıştır:

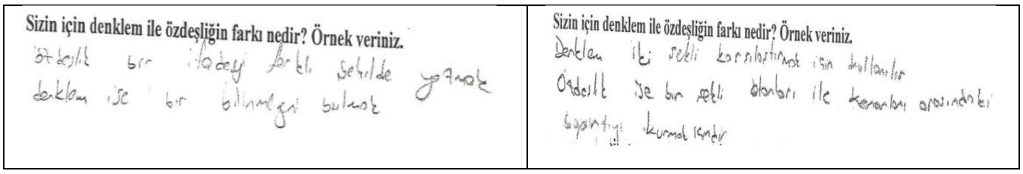
Tutku isimli öğrenci denklemin ve özdeşliğin nasıl elde edildiği ile ilgilenmek yerine onların yerine yazılacak nicel değerlerle açıklamayı uygun görmüştür.



Şekil 4-38 Tutku ön-son test

Ön teste "x" ifadesinin alacağı değerlere odaklanarak farkı sayılar üzerinden açıklamıştır. Yapılan açıklama denklem ile özdeşliğin farkını ortaya koymayıp sadece sayı matematiğindeki anlamını açıklamışlardır. Davranışçı bir tutum içinde dönüt vermiştir. Son teste ise denklem ve özdeşlik kavramına dönük yanıt vermeye çalışmış ancak ifade de zorlanmıştır.

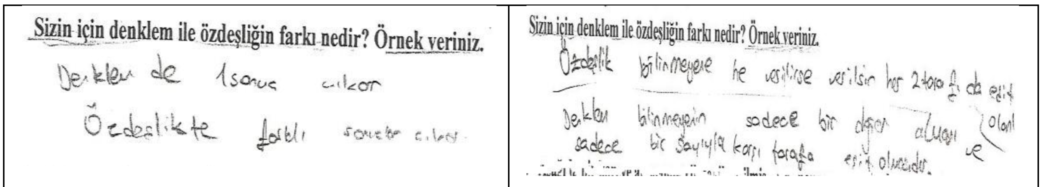
Selin ise ön test kağıdın da görüldüğü gibi özdeşliği verilen ifadeyi cebir karolarını kullanarak yeniden yazmak olarak algıladığı görülmektedir.



Şekil 4-39 Selin ön-son test

Buna karşılık denklemi ise "bilinmeyeni bulmak" şeklinde açıklamıştır. İfadelere dikkat edilirse karşılaştırma yaparak farkını ortaya koymak yerine her birini diğerinden bağımsız açıklama yoluna gitmiştir. Bir anlamda öğrendiği bilgiyi yapılandıramamıştır. Son testte ise şekil üzerinden hem özdeşliğe hem de denkleme bir açıklama getirerek birinin bir karşılaştırma problemi diğerinin ise kendini kendiyle açıklaması olduğunu vurgulamıştır. Bu kavramları zihinde yapılandırabilmiştir.

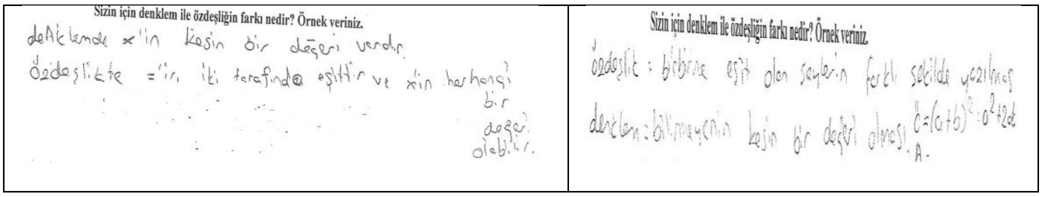
Çağla ise ön teste denklemde bir sonuç, özdeşlikte farklı sonuçlar çıkacağını belirterek denklemle özdeşliğin farkını ortaya koymadığı gibi özdeşlik için anlamlı olmayan bir bilgiye yer vermiştir.



Şekil 4-40 Çağla ön-son test

Zira özdeşlikte "x" değerleri ile ilgilenmeyiz. Son teste ise her ne kadar yazıya aktaramasa da eğitliğin iki yanındaki ifadeyi dikkate alarak özdeşliğin kendini kendiyle açıklama, denklemin ise bir sayıyla karşılaştırma olduğunu vurgulamaya çalışmıştır. Ön teste temellendirilmemiş bir bilgi ile açıklarken son teste matematiksel dille açıklayıcı bir şekilde ifade edebilmiştir.

Ela ön teste denklemi ve özdeşliği birbirinden bağımsız ele alıp, sadece “x” in durumunu dikkate alarak ifade içinde “x”in sayı matematiğindeki karşılığına açıklık getirmişleridir.



Şekil 4-41 Ela ön-son test

Son teste ise özdeşliği aynı şeyin farklı biçimde yazılması olarak ele alırken denkleme verdiği yanıt değişmemiştir.

4.2.3.2 Üçüncü Derse İlişkin Günlüğün Değerlendirilmesi

İlköğretim programında yer verilen kazanımları origami etkinliği ile tamamlayan öğrencilere derse ilişkin görüşleri sorulmuş ve geldikleri aşama aşağıda irdelenmiştir:

Cebir karoları kullanılarak fark içeren özdeşlikler modellenirken renkler araç olarak kullanılmıştır. Genellikle cebir karoları sistematik şekilde dizilerek gördüğü özdeşliği okuması veya verilen özdeşliği karoların renklerini esas alarak dizilmesi istenilir. Ön teste toplama içeren özdeşlikler için sistematik bir biçimde modelleyebilen Selin fark olduğunda renkleri yöneltilen soruda algılayamadığı için aynı beceriyi fark içeren özdeşliklerde gösterememiştir. Etkinlik sonunda ise günlüğünde bu tutumu,

“Kareden ufak bir kare çıkardık düzgün bir şekil olmadı daha sonra bir parça kesip başka bir yere ekledik. Düzgün bir dikdörtgen oluşturduk. Her zamanki gibi kenarların alanlarla bağlantılı olduğunu öğrendik. Denklemin iki şeklin arasında özdeşliğin ise bir şeklin kenarları ve alanları arasında bağıntısı olduğunu öğrendik.” (Selin)

şeklinde açıklamıştır. Selin’in yazmış olduğu ifadelere dikkat edilirse, özdeşliklerde amacının düzgün bir dikdörtgen veya kareye tamamlaması gerektiği bilincine ulaşmış olduğu görülür. Nitekim özdeşliklerde amaç tam kare elde edecek şekilde modellemeye çalışmaktır. Bu da matematiğin özü olan en sade ve en düzenli hale getirme çabasının kendisidir. Genelleme yoluyla özdeşlik ve denklem arasındaki farkı açıklayan Selin, bir şekil verilmekle alanı ve kenarı arasında ilişki kurulabileceğini kavramıştır.

Çağla ise;

"Bugün yaptığımız ders son dersimizde şimdiye kadar yaptıklarımızın birikimiyle daha da mantıklı düşünerek elimizdekileri çok iyi değerlendirdik. Artık $(a\text{-}b)^2$ denildiğinde ona daha farklı anlamlar yüklüyoruz. Herkes elindeki kareleri farklı birim karelere böldü ve sonuçlar farklı çıktı. Aslında bize dağıtılan kareler tıpatıp aynıydı. Fakat farklı sonuçlar çıktı. Çünkü herkes elindekileri farklı birim karelere böldü." (Çağla)

şeklinde düşüncelerini paylaşmıştır. İfadelere dikkat edilirse, gözlemlerini aktarırken geçmiş derslerden elde ettiği kazanımlarla birlikte konuyu yapılandırdığında düşüncesini aktarırken sonlara doğru soyutlama gittikçe artmıştır. Sınıf içi gözlemlerini olayları birleştirerek sade bir dille ifade etme yoluna gitmiş oluşu ise matematiksel çıkarımda bulunabilecek seviyeye geldiğini göstermektedir. Özdeşliklerde esas alınması gereken en önemli faktör, "x" bilinmeyenini geometrik karşılığının ne olması gerektiğini belirlemektir. Modelin yapımını anlatmaktan ziyade kavramların anlamlarıyla ilgilenmiş oluşu, uygulamada verilenlerin aynı olmasına rağmen sonuç bulguların farklılığını birimin seçimine bağlayabilmesi onun konuyu özümsediğini, dolayısı ile bilgiye ulaşmanın doyumunu günlüğüne yansıtmıştır.

Yeliz isimli öğrencinin yazdığı günlükte ise matematik içindeki kavramların çıkış noktalarını bilmenin önemini belirtmiştir.

"Bugün dersimizde matematik dersindeki formüllerin nereden geldiğini nasıl oluştuğunu durup dururken oluşmadığını öğrendik." (Yeliz)

Yeliz'in ifadesine dikkat edilirse matematiğin ihtiyaçtan doğduğunu fark ettiğini günlüğüne yansıtmıştır. Ön önemlisi ise günlüğünde "nereden" ve "nasıl" sorularına yanıt aramaya çalışmış oluşu bundan sonraki süreçte edindiği yeni bir bilgiyi nasıl sorgulayacağı bilinci oluşmuştur.

Benzer şekilde Arda ise;

"Bazı ifadelerin farklı gözükmesine rağmen aynı olduklarını hiçbir ifadenin sebepsiz yere çıkmadığını nasıl düzenli bir şekil elde edeceğimizi öğrendik". (Arda)

şeklinde açıklamıştır. Niceliğe dönük soruların cevabı bizi bir tek doğruya götürmesine rağmen, niteliğe dönük soruların cevabı ise bireyin algı doğruluklarına bağlı olarak farklı yorumlara götürebilir. "Nasıl" sorusunu Yeliz formüllerin elde edilmesine bağlarken Arda kompleks bir yapının basit algılara dönüştürülmesi yani bir düzen olarak algılamıştır. Matematiğin tarih boyunca birçok tanımı yapılmıştır. Rene

Descartes ise matematiği "*genel düzen ve ölçü birimi*" olarak ifade etmiştir. Matematiğin tarihi ile ilgilendiğinde matematikçilerle aynı yargıya vardığını bilmek onun matematiği anladığını, bir matematikçi gibi düşünebilmenin hazzını yaşatacak oluşu onun matematiğe karşı yaşadığı veya yaşayacağı kaygıları aşmasına destek sağlayacaktır. Bunun en yakın örneği Tutku'da kendini göstermiştir. Günlüğünde;

"Aslında matematik zor değil düzen isteyen bir dersmiş. Denklem ve özdeşliğin arasındaki arasındaki fark da özdeşlik tek bir şey var ama denklemde iki şeyi karşılaştırıyoruz. Ders de hepimiz elimizdeki kağıtlarla bunu kanıtladık. Bundan sonra matematiği tam anlamıyla mantığıma yerleştirdim." (Tutku)

şeklinde açıklamalara yer veren Tutku, matematiğin bir düzen olduğunu keşfettiğinde "zor" olduğu düşüncesinden vazgeçmiştir. Türk eğitim sisteminde matematiğin zor ders olduğu bilincinin toplumsal bir yargı olduğu esas alındığında, modelin bir diğer olumlu sonucu da bu toplumsal inancımızı olumluya dönüştürmede önemli bir adım olacağı düşünülebilir. Özdeşliği Aristonun düşünme ilkelerinden "özdeşlik ilkesi" ile yani "bir şey neyse odur." ifadesi ile açıklarken denklemi "karşılaştırma" olarak ifade edebilmesi matematiğin terimlerini ifade etmede mantığın doğruluğuna dayandırması Tutku'nın matematiksel düşünmenin ne olduğu bilincine ulaştığını göstermektedir. Nitekim bundan sonraki süreçte tam anlamıyla mantığına yerleştirdiğini ifade etmesi matematik bilincinin oluştuğunu söyler. Yine her biri tek başına katlamasına rağmen çıkarımını kendi üzerinden yapmayıp, sosyal öğrenmeye odaklanma hepsini (bütün arkadaşlarını) dikkate alarak kağıt katlayarak ifade etmesi modeli bir delil aracı olarak ortaya sunmuştur. Bu tutum bilgiyi temellendirmesi bakımından oldukça önemlidir.

4.3 Origami Görüş Bildirme Anket Bulguları

Matematik derslerinde kağıt katlamanın temel amacı öğrencilerin matematiksel fikir ve düşünce gelişimine katkı sağlamaktır (Cornelius ve Tubis, 2006). Tezin bu bölümünde öğrencilerin kağıt katlama sonucu edindikleri kazanımları ölçmek amacı ile görüşleri alınmıştır (EK F). Buradaki temel amacımız Türk eğitim sisteminde öğrenim gören öğrencilerin origami hakkındaki görüşlerini ortaya koymaktır. Bunun için yapılan etkinlik hakkındaki görüşleri ve origamiye yönelik davranışsal, bilişsel, duyuşsal tutumları aşağıda değerlendirilmiştir:

4.3.1 Modelin Değerlendirilmesi

Etkinlik öncesi özdeşlikler konusunun öğretiminde materyal olarak ders kitapları esas alınarak öğretim tamamlanmıştır. Uygulama boyunca ise origami aracılığı ile programın hedeflediği kazanımlar esas alınarak ders işlenmiştir. Etkinlik öncesi adaylara "*kitaplarda özdeşliklere ait modeller size ne ölçüde yarar sağlamaktadır? Bu konudaki düşünceleriniz nedir?*" sorusu yöneltilirken etkinlik sonrası bu soru "*ders de özdeşliklere ait kullanılan model size ne ölçüde yarar sağladı? Bu konudaki düşünceleriniz nelerdir?*" şeklinde değiştirilmiştir. Yöneltilen sorulara verilen cevaplar diğer sorulara verdiği cevaplar doğrultusunda aşağıda yorumlanmıştır:

Etkinlik öncesi özdeşlikler hakkında bilgi sahibi olmayan Çağla, kitaplar hakkındaki görüşünü boş bırakırken uygulanan model hakkındaki görüşünü ise *"Özdeşlikleri geometrik şekiller sayesinde daha rahat kavrayabiliyoruz. Bana iyi bir yarar sağladı."* şeklinde açıklamıştır. İfadesine dikkat edilir ise genel bir yargıdan yola çıkarak kendisi için özelleştirmiştir.

Etkinlik öncesi özdeşlik denildiğinde verileni yeni bir gösterime dönüştürmesi gerektiğini düşünen Yeliz kitaplar için yöneltilen soruya "*Bir yararı olduğunu düşünmüyorum.*" şeklinde yanıt vermiştir. Ön test kağıdı incelendiğinde kitaptan faydalanmadığı görülmektedir. Etkinlik sonrası ise uygulanan model için *"Aslında modellerle yapıldığında daha çok aklımda kaldı. Daha çok düşünmeye ve formülleri kullanmamaya başladım. Düşünerek ve doğru kararlar verdim."* şeklinde bir yorum getirmiştir. Ön test kağıdın da sembolleri sorgulamadan ve amaçsız kullanan Yeliz etkinlik sonrası modelden en çok faydalanan öğrenci olmuştur. Düşünerek doğru kararlar verdiğini ifade edişi bunun bilincinde olduğunu gösterir. Ayrıca matematiğin formüllerden oluşan anlamsız işlem yığını olmadığını fark edişi önemlidir.

Etkinlik öncesi özdeşliği cebirsel anlamda kavramış olan Arda'nın ön test kağıdı incelendiğinde kitaptan faydalandığı görülür. Bu düşüncesini "*çok yarar sağlamaktadır*" şeklinde açıklamıştır. Etkinlik sonrası uygulanan model için düşüncelerini *"Bir özdeşlik görüce aklımıza geometrik bir şekil geliyor. Geometrik şekili görünce onu isimlendirmek istiyorum."* şeklinde açıklamıştır. İfadesine dikkat edilirse özdeşlik geometrik bir şekli çağrıştırırken geometrik şeklinde özdeşliği çağrıştırdığını anlatmaya çalışmıştır.

Kitaplar için yöneltilen soruyu boş bırakan Tutku ise etkinlik sonrası model için görüşünü "*Alanlar ve kenar uzunlukları arasında bağıntı kurup özdeşlik yapamıyordum* *ama artık alanlar ve kenar uzunlukları bağıntı kurup özdeşliklere eşitliyorum*." şeklinde açıklamıştır.

Kitapları kullandığını ön teste yansıtmış olan Selin yorumunu "*aynı şeyi farklı şekilde ifade edebiliyoruz.*" şeklinde açıklamıştır. Model için görüşünü "*Aslında özdeşlik bize bir şeklin kenarları ile alanı arasındaki bağı anlatır bunları ifade edebilmek için özdeşlik kullanırız*." şeklinde açıklayarak özdeşliğin ne olduğunu kavradığını ortaya koymuştur.

Ders kitapları ile ilgili görüşünü boş bırakan Ela ise; "*Derste modeller üzerinden işlediğimiz özdeşlikle, özdeşliklerin karşılarına gelenlerle aynı olduğunu farklı şekilde yazıldığını ve alanların toplamı olduğunu öğrendik ve ben bundan fazlasıyla bakmakla yetinmeyip direkt çözmeye başlıyorum ve artık* $(a+b)^2$ *dendiğinde karşısına gelebilecek özdeşliği ve ne anlamlara geldiğini aklımdan çözüp bulabiliyorum.*" şeklinde açıklamıştır.

Rutin problemleri formüller ya da kurallar üzerinden çözümlemeyi benimsemiş olan Yeliz, kendilerine yöneltilen "derste özdeşliklere ait kullanılan model size ne ölçüde yarar sağladı" sorusuna karşılık verdiği "*Aslında modellerle yapıldığında daha çok aklımda kaldı. Daha çok düşünmeye ve formülleri kullanmamaya başladım. Düşünerek ve doğru kararlar verdim.*" yanıtı ile bir parça ezberden uzaklaştığını vurgulamıştır.

Genel olarak, model her bir aday üzerinde matematiksel anlamda bilgiyi yapılandırmalarına destek sağlamıştır diyebiliriz.

4.3.2 Origamiye Yaklaşımları

Verilen bir kare kağıdı katlayarak elde edilen cisimler Sze (2005)'nin çalışmalarında belirtildiği gibi öğrenciler tarafından hayranlıkla karşılanır. Uygulamaya katılan adaylara "*Kağıt katlamanın en çok hangi yönü hoşunuza gitti, niçin?*" sorusu yöneltilmiş ve

Arda : "*Kağıtları farklı şekilde katlayıp isimler verme yönü hoşuma gitti*."

Selin : "*Şekilleri katladığımızda farklı alanlar elde ettik aslında alanlar aynıydı ama farklı şekilde isimlendirdik.*"

Çağla: "*Özdeşlikleri düşünerek üzerinde oynama yapmamız. Alanları kendimiz çıkarıp toplarken daha iyi kavrayabildiğimiz için*"

Tutku: "*Aslında her yönü hoşuma gitti. Çünkü hepsini katlarken bir şeyler öğrendim*."

Yeliz: "*Evet hoşuma gitti. Kağıt katlamakla yaptığımız işleri iyi anladım. Anladığım şeylerde hoşuma gider*"

Ela: "*Katladığımızda yaptığımız üç boyutlu yarım küp şeklini yaptığımızda çok hoşuma gitti. Çünkü 3 boyutlu şeyleri hep sevmişimdir ve en iyi o şekli yaptığımda anladım*."

yanıtını vermişlerdir. Bu tip sorulara beklenen cevap çoğunlukla Ela'da olduğu gibi kedi, köpek, kutu yapmak cevabı verilebilir. Burada ise adayların hemen hemen tamamı matematiksel çıkarımda bulunmayı tercih etmiştir. Modeli benimsemekten ziyade bilgiye ulaşmada bir araç gibi algılayarak yorum getirmişler ve matematiği soyutlayabilmişlerdir. Buna oldukça önemli bir adım olarak bakılabilir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin kağıt katlama esnasında birçok zorluklarla karşılaştıklarına vurgu yapılmıştır. Uygulanan modelin olumsuz yönlerini ölçmek amaçlı kendilerine "En çok hangi aşamada zorlandınız, niçin?" sorusu yöneltilmiş ve

Selin: "*Hiçbir bir aşamada zorlanmadım. Her şey çok güzeldi*."

Arda: "*Çok iyi anladım, zorlanmadım*"

Yeliz: "*Katlarken yaptım anladım ama bunları çizerken zorlandım. Çünkü çizmek benim sevmediğim ve yapamadığım bir şey*."

Çağla: "*Rakamlarla kağıt oyununa ilk geçişimizde. Kağıdı katlayarak rakamların yerleştirilmesiyle ilk kez tanışıyorum*."

Tutku: "*ilk aşamada zorlandım çünkü hiçbir şey bilmiyordum"*

Ela: "*Özdeşlikleri zihnimde özdeşleştirirken zorlandım. Çünkü formülü zaten başında daha anlamadığım için sanırım öğrenemeyeceğim diye korktum ama anlayınca içim rahatladı*."

cevapları alınmıştır. Verilen ifadelere dikkat edilir ise uygulanan modeli katlama esnasında bir problem yaşamadıkları görülmektedir. Bu durum seçilen modelin düzeylerine uygun olduğunu gösterir. Çağla, Ela ve Tutku başlangıçta konsantrasyon sağlamakta güçlükler çektiklerini belirterek devamında başarıya ulaşabilmişlerdir.

4.3.3 Origamiden Matematiğe

Gerçek dünya ile matematik dünyası arasında ilişki kurabilme karşısında yaşadıkları duyguyu ölçmek amacı ile "*Matematik bilgilerinin kağıt üzerinde uygulanabileceğini gördüğünüzde neler hissettiniz*?" sorusu yöneltilmiş ve

Selin: "*Aslında matematiğin çok kolay olduğunu kenarla alanların arasında bağıntı olduğunu bunu özdeşliklerle ifade ettiğimizi öğrendim. Artık matematik benim için daha kolay*."

Çağla: "*En başta tahmin edebileceğim bir şey olduğunu düşündüm ama son aşama örneğin kağıda bakarak* $a^2+2ab+b^2$ *yi çıkarırken şaşırdım*."

Yeliz: "*Her şeyin formül olmadığını bu formüllerin ortaya boş yere atılmadığını hissettim*."

Arda: "*Matematiği oyun gibi gördüm*."

Ela: "*Çok şaşırdım ama mantığını anlayınca hiç de garip gelmedi*."

Tutku: "*Matematikte özdeşliklerin formüllerin nereden geldiğini öğrendik*."

yanıtları alınmıştır. Genel anlamda kağıt üzerinde matematik hakkında konuşabilmek karşısında şaşkınlık yaşadıklarını vurgulamışlardır. İfadelere dikkat edilirse duyuşsal davranış ve bilişsel davranış iç içe geçmiş bir yanıt vermişlerdir. Arda'nın matematiği bir oyun gibi görmesi, Yeliz'in her şeyin bir anlamı olduğunun farkına varması, bir kağıt parçasından da istenilirse formüller türetebileceklerini fark etmeleri matematiği keşfetmelerine olanak sağlamıştır.

Bir diğer soru olarak da "*kağıt katlama size ne gibi matematiksel bilgiler kazandırdı*?" yöneltilmiş ve

Selin: "*Kenarları farklı şekilde adlandırdığımızda alanların yine alanların yine eskisi gibi olduğu* "

Arda: "*Bilinmeyen ifadeleri aklımıza geometrik şekillere dönüştürmeye başladık*."

Tutku: " *Kağıt katlamada özdeşlikleri kanıtlardık aslında yaptığımız formüllerin nerden geldiğini öğrendik*."

Çağla: "*Özdeşliklere geometrik şekillere döndürmede yarar sağladı*"

Yeliz: "*Dersteki sorularda daha iyi anlama ve modeller yapabiliyorum*."

Ela: "*Alan ve kenar arasındaki ilişki, formüllerin aslında ne olduğu, birim kareden neler oluşabileceği*."

yanıtı alınmıştır. İfadelerine dikkat edilir ise geometri ile cebir arasında ilişki kurma becerisi kazandıklarını vurgulamaya çalışmışlardır.

Bir diğer soru olarak da “Matematiğin başka hangi konularında kağıt katlamak istersiniz, neden?” sorusu yöneltilmiş ve

Ela: “*Piramitler konusunda çünkü o konuyu da bu konuyu anlamadığım gibi anlamıyorum. Ama dersleri işledikten sonra şu anki konuyu anladığım gibi piramitler konusunu da anlayabileceğimi düşünüyorum*.”

Tutku: “*Piramitlerde çünkü ezberlediğimiz formüllerin nerden geldiğini merak ediyorum*.”

Çağla: “*Piramitler ve prizmalar çünkü çok zor konular*.”

Yeliz: “*Koni çünkü orda da formüller var onları da böyle işlersek daha çok aklımda duracağına inanıyorum*.”

Arda: “*Piramit ve prizmalarda olmasını isterim*”

Selin: “*Problemlerde çünkü daha iyi anlarız bağıntıyı görürüz*.”

biçiminde açıklamışlardır. Model, cebirsel bir bağıntıyı geometrik anlamlandırmada destek sağlarken öğrenciler bu kez tam tersine geometrik bir ifadenin cebirsel formüllerini anlama eğilimi göstermişlerdir. Bu davranış origami desteği ile matematiği birbirinden bağımsız konular yığını olarak görmekten vazgeçtiklerini ortaya koymuştur. Böylece yeniden yapılandırılmış programın hedeflerine uygun bir davranış sergilemişleridir.

5 SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1 Sonuç

- Öğrenciler özdeşlikler konusunu kendi öğretmenleriyle birlikte normal ders süresince işlemişlerdir. Devamında bilinmeyene yükledikleri anlam, özdeşlik ile denklemi ayırt edebilmeleri, programda yer alan üç özdeşliğin açılımını ne şekilde modellediklerine yönelik açık uçlu sorular sorulmuştur. Tüm bu soruların oturtulduğu temel ilke cebir ile geometri ilişkisine dayanmaktadır. Geometrik şekil üzerinde cebir bilgileri ile geometri bilgilerini bütünleştirmede eksiklikler söz konusudur. İlköğretimde geometri-cebir ilişkisi sadece simge ya da adlandırma boyutunda kalmıştır. Karekök alma sebepleri, üslü sayılara yükledikleri anlam işlemsel bilginin ötesine geçememiştir.
- Özdeşliklerin açılımında kenar uzunluğu ile alan arası ilişkinin kavranabilmesi için öncelikle alan korunumunun kavranmış olması gerekmektedir. Yapılan çalışmalar (Kamii ve Kysh, 2006; Emekli, 2001; Şişman ve Aksu, 2009) alan korunumu gelişiminde 7. ve 8. Sınıf öğrencilerin hala sorun yaşadığı yönündedir. Çalışmada geometri içinde oluşan kavram yanılgıları özdeşlikler açısından düşünüldüğünde cebirin de yanlış yorumlanmasına yol açmıştır. Örneğin Yeliz isimli öğrenci "*kenarlarının toplamı alana eşittir*" ifadesi ile geometri öğretimindeki eksikliğini ortaya koymuştur. Origami etkinliği sonrasında ise öğrendikleri bilgileri matematiği kendi iç dünyasında bütünleştirme fırsatı bulmuşlardır. Yazdıkları günlüklerde özdeşliklerin kenar-alan arası geçiş de, cebirsel ifadelere geometriksel bakış açısı kazandırmada etkililiğini belirtmişlerdir. Yine "a^2" şeklindeki bir ifadeyi geometrik modellerken temsili çizimlere rastlanmıştır. Örneğin iki kenarında "a" birim uzunluğunda olması gerektiği bilindiği halde dikdörtgenimsi bir şekil çizilmiştir. Gerçekte geometriksel olarak bir şeye kare diyebilmemiz için hangi özelliklerini belirtmemiz ya da tanımlamamız gerekir? Örneğin hiçbir öğrenci karenin kenarlarının eşitliğini ya da açılarının dikliğini çizime yansıtmamıştır. Ayrıca karenin bütün kenarları eşittir bilgisini çizime aktarırken dikdörtgeni resmetmiştir. Bu durum problem çözümlemede resmedilen çizimlerin önemsenmeyişinin bir yansımasıdır.

- Modeli uygulama sırasında öğrencilerin özellikle geometrideki kimi kavramlara ilişkin düşünceleri de ortaya çıkmıştır. Örneğin bir dikdörtgenden bir karenin nasıl elde edilebileceğine dair basit bir soruda bile birçok geometriksel kavramın yardımına ihtiyaç duyulmuştur. Öğrencilerde özellikle görülen en büyük sıkıntı materyal kullanımına fazlasıyla yönelmelerdir. Dikdörtgenden kare elde etmek için ilk başta akıllarına gelen cetvel kullanımı olmuştur. Kağıt katlama bir bakıma şekillerin kenar uzunluklarının çakıştırılması yolu ile öğrencide köşegen, simetri, eş şekiller gibi kavramları birebir uygulama fırsatı bulmuşlardır. Yeni bir bilgi inşa edilirken önceki bilgiler üzerine yerleştirmek daha anlamlı olacaktır. Modelin amacının bir materyal olarak görselleştirme ya da somutlaştırmadan ziyade bir matematiksel bilgi üzerine yeni bir bilginin kurulmasına müsait olması bakımından önemlidir.
- Modellemenin temel amacı kavram oluşturmaktır. Fark ya da çıkarma işlemi içeren özdeşliklerde alan korunumu dikkate alındığında çıkarılan alan kadar yeni bir alanın aynı anda eklenmesi gerekir. Bu noktada Harezmi'nin de geometri içinde negatif terimler için çözüm yöntemini sunmadığı dikkate alınırsa, önce öğrencilere toplam üzerinden cebir-geometri ilişkisinin kurdurulup, modellenmesi sağlandıktan sonra fark içeren ifadelerin cebirsel doğruluk içinde çözümlenmesi daha uygun olacaktır. Bu aşamada fark içeren özdeşliklerle modelleme yoluna gitmek yerine onu matematiğin soyut dünyasında cebirsel olarak çözümlemek daha tutarlı olacaktır. Özdeşlik kavramı oluşturulmuş bir öğrencinin onu artık matematik dünyada anlamlandırması gerekir.
- Öğrencilere uygulanan ön testten elde edilen bulgular göstermiştir ki bilinmeyen ifadesi onlar için soyut niteliktedir. Çalışmanın amacı cebirin soyut yapısını geometri yardımıyla daha anlaşılır ve anlamlı kılma çabasıdır. Ön testte "x" değişkeninin ne zaman kullanırsınız ifadesinin açıklamasında büyük bir kısmı bilinmeyen olduğu zaman yanıtı verilmiştir. Bilinmeyenin onlar için soyut oluşu diğer çalışma bulgularında da kendini göstermiştir. (Wagner, 1983; Dede, 2005; Akgün, 2007) . Uygulanan model bir bakıma "x" bilinmeyenini karenin kenar uzunluğuna denk getirmekte ve geometri içinde anlamlı yapıya bürümektedir. Son testte "x" bilinmeyenini alan kenar ilişkisi içinde düşünerek matematik içinde anlamlandırabilmiştir.
- Öğrenciler özdeşliklerin geometri ile modellemesini yaparken "+" ,"-" gibi işaretlere yükledikleri anlam tıpkı aritmetikteki gibidir. Euclid geometrisinde "a+b uzunluğunu verilen a birim uzunluğa b birim uzunluk eklemekle elde edilen uzunluk"

şeklinde algılayamamaları bir başka deyişle geometri bilgilerine hakim olamayışları model üzerinde görülmektedir. Geometrinin temel kavramlarında getirdikleri yanılgılar cebirde kendini göstermiştir. Ayrıca aritmetikte kullandıkları kavramlar ile geometride kullandıkları kavramları eş değer tutmaları bir diğer yanılgıdır. "2*3" işlemi aritmetikte "bir niceliği başka bir nicelik ile çarpmak" iken geometride kullanıldığı yere göre anlam kazanabilir. Örneğin kenar uzunlukları 2 ve 3 olan bir dikdörtgene karşılık gelebilir. Özellikle geometri öğretimindeki eksiklikler, temel kavramların doğru oturtulamayışı öğrencileri cebir öğretiminde eksik ve hatalı yorumlamalara sürüklemiştir.

- Bir diğer sonuçta "x^2+2x+1" şeklindeki bir ifadenin modellenmesi istendiğinde "x^2" için bir kare alanı çizerlerken "2x "için uzunluk çizmişlerdir. Dönmez (2005) alan ile bir doğru parçasının toplamının bir sayı olmasının Euclides'de de olduğunu belirtmiştir.

$$x^2+mx=n$$

olan ikinci dereceden denklemi x ve e birim doğru cinsinden

$$x^2+mex=ne^2$$

olarak yazılabilir. Bu halde birim sıkıntı oluşturmayacaktır. Ömer Hayam ise sayıları kenar uzunlukları ifade eden dikdörtgenlerle göstermiştir. Dolayısıyla öğrencilerde verilen bir özdeşliği alana ve uzunluğa denk getirerek modellemesi aynı zamanda tarih içindeki bir sıkıntıdır. Modelin kazanımı bu ifadeler arasındaki bağı kurmaktan geçmektedir. Böylece birim ne demek, sayılar neyi ifade ediyor gibi karmaşa daha az yaşanacaktır.

- Özdemir, Duru ve Akgün (2005) özdeşlik ve çarpanlara ayırmanın matematik öğretiminde ya direk ya da dolaylı olarak polinomlardan integrale kadar ara işlem olarak kullanıldığını belirtmişlerdir. Bu nedenle özdeşlik öğretimi son derece önemlidir. Öğrenci ileriki konularla bütünleştirebilmesi için ezbere eğitimden uzak bir şekilde özdeşlikleri özümsemiş ve bütünleştirmiş olması gerekir. Ne var ki ön testten elde edilen veriler gösteriyor ki özdeşliklerin doğruluğunu ispatlama konusunda epey sıkıntılar yaşamaktadırlar. Programda modellerle açıklanması öngörülmesine rağmen öğrenciler modellemenin konuyu anlamalarını daha da karmaşıklaştırdığı görüşündedirler. Ayrıca bir diğer sonuç da cebir karolarının parça şeklinde oluşunun getirdiği sıkıntıdır. Öğrenci parçaları zihninde tam olarak bütünleştiremediğinden kopukluk oluşmaktadır. Cebir karolarını etkin kullanan öğrencilerin geometri ile bütünleştirmeleri istendiğinde sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Bu da göstermiştir ki cebir karoları matematiksel bir bilgi oluşturmaktan ziyade, konunun görselleştirilmesinde kullanılan materyal konumundadır. Fakat burada asıl sorun öğrenci özdeşliklerin modellemesini yaparken amaç sadece açılımlarını ezberletmeye yarayacak bir araç mı olmalı sorusudur? Ne var ki ileriki yıllarda matematik bilgisinin üzerine yeni bilgiler ekleme noktasında köprü görevi niteliğinde olan özdeşlikler, geometri ile bütünlüğü sağlanmadıkça sağlam bir temele oturtulamayacaktır. Zaten modellemenin amacı öğrenciye hazır materyal sunmaktan ziyade öğrencinin kendi modelini kendi oluşturup onun üzerinden kendi çıkarımlarda bulunmasıdır. Böylece bilgi daha kalıcı ve anlamlı olacaktır. Ayrıca bir model kavram oluştururken başka bir kavram karmaşası yaratmamalıdır. Örneğin "(x-2)" gibi bir ifadenin modellenmesinde "eksi (-) " uzunluk kavramı model oluşturmada yaşadıkları sıkıntılardan biridir. Origami etkinliği sonrasında ise elde edilen veriler öğrencinin özdeşlikleri geometri içinde matematiği daha iyi yorumladıklarını göstermiştir. Bu noktada origami ders içinde bir amaç olmaktan ziyade geometri ile cebiri bütünleştirmeleri için kullanılan bir model konumundadır. Şan (2008) çalışmasında deney ve kontrol gruplarının son testte, geometrik şekillerin özdeşi olan ifadeleri kavrama düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulmuştur. Benzer bir bulguda bu çalışmada görülmektedir. Öğrenciler verilen bir cebirsel ifadenin özdeşini bulurken kenar-alan arası geçişin farkına varmıştır.

- Çalışmada elde edilen bir diğer sonuçta öğrencilerin cebirsel ifadelerde çeşitli kavram yanılgılarına sahip oluşlarıdır. Özellikle çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini tam oturtamayışları da görülen eksikliklerdendir. "$(x+y)^2$" şeklindeki bir cebirsel ifadenin özdeşini bulurken ezbere bir şekilde "x^2+y^2" şeklinde bir eşitlik kurmaları hem cebirsel olarak hem de geometriksel olarak ispatlama yapmadıkları için hatalarının farkına varamadıklarını göstermiştir.

- Cebiri kavrayamayışlarının bir diğer sebebi de günlük hayatta birebir kullanımına denk getiremeyişleridir. Ders içinde yapılan etkinlikte ilk başta öğrencilere bir problem durumu verilerek onları çözüme yöneltmek istenmiştir. "*Matematikte özdeşliklerin formüllerin nereden geldiğini öğrendik"* şeklinde günlüklerinde belirtildiği gibi matematiğin sadece anlamsız formül yığını olmadığı sonucuna varmışlardır.

- Özdeşlik ile denklemi ayırt etmeleri bir diğer kazanım olarak program içinde yer almıştır. İlk başta öğrencilerin büyük bir kısmı denklem ile özdeşlik farkını doğru açıklayabilmiştir. Şan (2008)'de yaptığı çalışmasında deney ve kontrol grubu arasında özdeşlik ile denklem farkını ayırt etme noktasında farklılık olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Fakat aynı soru farklı açıdan sorulduğunda doğru cevaplanması yüzdesinde epey bir düşüş meydana gelmiş olup, öğrenmiş olduğu bilgiyi istenen bilgiye dönüştürmede sıkıntı yaşamaktadır. Ayrıca özdeş olma durumunu "kendini kendiyle açıklama, alanlar arası korunum" şeklinde bir açıklamaya rastlanmamıştır.

- İşlemsel bilgiyi iyi kullanan öğrencilerde özdeşliklerin açılımında ezbere bir yöntem kullandıkları gözlenmiştir. Fakat herhangi bir kavramla bütünleştirmeden öğrenilen bilgi onu transfer etmede, lise veya daha ileri düzey matematik bilgisi için varolan bilgiyi anlamlandırmada sorunlar yaşayacaklardır. Programda belirtildiği şekliyle işlemsel ve kavramsal bilgi bütünleştirilmeli, bir bakıma işlemsel bilginin kavramsal temeli olmalıdır. Soylu ve Aydın (2006) benzer şekilde işlemsel ve kavramsal bilgi açısından öğrencilerin daha çok işlemsel öğrenmeye yoğunlaştıkları, kavramların veya uygulamaların tanımını yapamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Baki ve Kartal (2004) ise bağıntı-fonksiyon, işlem, sayılar, polinomlar, çarpanlarına ayırma ve birinci dereceden denklemler gibi konulardan oluşan uzun cevaplı yazılı sınavın ardından öğrencilerde cebirsel bilgilerinin kavramsal bir öğrenmeden ziyade işlemsel bilgilerin öne çıktığı öğrenemeye dayalı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu noktada öğrencilerde kavramsal bilginin geliştirilmesi adına kavramlara ve işlemlerin altında yatan matematiksel sebeplere öncelik verilirse daha anlamlı öğrenme gerçekleşecektir.

- Olkun ve Toluk (2003)'a göre sayılarda basamak değeri kavramı gruplandırma becerine dayanmaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin özdeşlikleri açıklarken kullandıkları modeller incelendiğinde basamak kavramında bir bakıma gruplandırmada sorunları olduğu gözlenmiştir. On tabanlı sistemde 10'nun aslında 10 tane birimden oluştuğunu aynı zamanda bu birimlerinde gruplandırmada kolaylık sağlaması için yüzlük şeklinde adlandırdığı düşüncesine öğrenci sahip olmalıdır. Nitekim aynı benzer ilişki geometride ve cebirsel ifadelerde de görülmektedir. Öğrenci verilen bir özdeşliği birim kareler üzerinden işlem yaptığında bütün bir kare veya dikdörtgene tamamlama eğilimde olmalıdır. Bu bir bakıma küçük parçaları daha anlamlı bir bütünün parçası haline getirme çabasıdır. Benzer şekilde sayılarda da aynı şey gözlemlenir, birimleri onluklara onlukları yüzlüklere göre gruplama yolu izlenir. Bu çalışmada öğrenci benzer terimleri kendi arasında gruplayıp anlamlı bütünün parçası haline getirme fikrinden uzak kalmıştır. Özellikle düşünce olarak cebir karolarında aradaki boşluklar bütünlük kurmalarına engel oluşturmuştur. Ayrıca öğrencinin verilen ifadeyi bir kareye veya dikdörtgene tamamlamak yerine parça parça modellemesi bunu göstermektedir.

- Origami etkinliliğinin bu çalışmadaki yararları ise öğrencide kendi kendine bilgiyi keşfetme imkanı tanıması olmuştur. Matematik programının dayandığı temel ilke öğrencinin bilgiyi kendi keşfetmesine yöneliktir. İşman (1999)'a göre yapılandırmacı eğitim anlayışında öğrenci bilgileri öğrenmek için kendi kendine içsel bir süreç yaşamaktadır. Bireylerin bilgi öğrenmesi için faal bir yaşantı içinde olmaları gerekmektedir. Yeni programın dayandığı ilkelerde göz önüne alınırsa, önemli olan daha çok bilgiyi ezberlemek değil her bir öğrencinin kendi özümsemesini yapması olmuştur. Özellikle çalışmada bu açıkça görülmektedir. Origami bu çalışmada farklı seviye grupları ve farklı bilgi düzeylerindeki öğrenciler üzerinde farklı etkilere sahip olmuştur. Farklı şekillerde özdeşlikleri yorumlayan öğrenciler etkinlik sonrasında kendilerince bakış açısı getirmişlerdir. Örneğin cebirde dağılma özelliğini kullanan fakat özdeşliklerin ne anlam ifade ettiğini bilmeyen, geometriksel olarak yorumlanmasında sıkıntı yaşayan öğrenci cebir-geometri bütünlüğünü özdeşlikler aracılığı ile kurabilmiştir. Böylece özdeşlikleri anlamsız formül yığını görmekten kurtulmuştur.

- Genel anlamda anlama ve anlamlandırmada sorun yaşadıkları matematiksel formüller olduğu görülmektedir. Bu açıdan matematik eğitiminde origami etkinliklerinin kullanılması matematiğe yönelik pozitif tutum sergilemelerine sebep olmuştur. Origami ile yapılan etkinlik sonrası matematiği öğrenememe kaygılarının azaldığı, özgüven geliştirdikleri, merak duygularının arttığı sonucuna ulaşılmıştır. origami görüş bildirme anketinde matematiğe karşı bakış açılarının değiştiğinden bahsetmişlerdir. Nitekim Brady (2008) çalışmasında ilköğretim matematik öğretiminde kağıt katlamada duygusal, davranışsal ve bilişsel matematiksel öğrenmeyi nasıl geliştireceğini araştırmış, elde ettiği sonuçlara göre özellikle öğrencilerin dersten haz alma, ilgi duyma, mutluluk ve heyecan yaşadıklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmada ise geometri-cebir arası geçişi anlamlandırması, origami ile modelleme sonrasında matematiğe karşı tutum ve bakış açılarını değiştirmeleri, matematikte kavramsal bilgi edinmeleri öğrenciler için önemli kazanımlardır. Ayrıca Krier (2007) çalışmasında origaminin matematik öğretiminde öğrenciler için elle tutulur bir anahtar olabileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada da öğrenciler origami yardımıyla günlük hayatta birebir kullanımı olan üç boyutlu şekiller oluşturduklarını böylece somuttan soyuta ilkesine uygun bir şekilde öğretim yapıldığı gözlenmiştir.

5.2 Öneriler

Matematik sadece bir takım formüllerin ezberlenip, soru üzerinde uygulandığı bir ders olmaktan çok uzaktır. Matematiğin asıl amacı bireyde düşünme yetisini geliştirmek ise buna uygun öğretim ortamı hazırlanmalıdır. Bunun içinde belki de en önemlisi matematiğin öğrencilerin kendilerinin keşfetmelerine imkân tanıyan yönüdür. Değişen programın dayandığı felsefe her çocuğun bilgiyi kendi yapılandırmasıysa bilgiyi direk vermek yerine çıkarımlarda bulundurmak önemlidir. Bunun içinde hitap edilen yaş grubu dikkate alınırsa somutlaştırma önem kazanmaktadır. Fakat somutlaştırma adına matematiği materyallerin araç değil amaç haline gelmesi de kabul edilemez. Kullanılan materyal öğrencilerde yeni bir bilgi inşa ederken başka bir bilginin oluşmasına da imkan vermelidir. Programda kullanılan bazı materyaller bu noktada sıkıntı yaratmaktadır. Örneğin cebir karoları öğrencilerde kavram kargaşasına yol açtığı gibi parça yapısı itibariyle zihinlerinde yapılandırmaları sırasında kopukluk oluşturmaktadır. Bir diğer önemli noktada modelleme üzerinedir. Her birey ayrı düşünme süreçlerinden sonra bilgiyi yapılandırdığı için bilgiyi hazır olarak vermek bu düşünce süreçlerini köreltmek demektir. Bu açıdan matematiksel bir modeli öğrenciye hazır olarak sunmak onun yorumlamasını engeller. Önemli olan modeli kendi oluştururken ona kendinde var olan bilgiler ışığında yeni bilgiler eklemesidir. Bu açıdan modelleme etkinliklerinde öğrenci kendi modelini bizzat kendisi oluşturduğu zaman bu yapılandırma sürecine katılır. Bu açıdan belki de cebir karolarının bir diğer sıkıntısı da buradan kaynaklanmaktadır. Öğrenci amacını bilmediği bir materyalle karşılaştığında materyal bilgiyi inşa etmesinde bir araç iken amaç konumuna gelmektedir. Öğrenci materyalin kendi içindeki çelişkilerini çözme ile uğraşmakta ve matematik bilgisi oluşturmaktan uzaklaşmaktadır. Cebir karolarının konunun anlaşılmasında kolaylık sağlamasından uzaklaşması, materyalin araç özelliğinden çıkıp karmaşıklığı içinde amaç haline dönüşmesi, kavram karmaşası yaratması açısından programdan çıkarılması gerekmektedir.

Origami cebir karoları için alternatif olabilecek nitelikte olup, ilköğretim öğrencisinin matematik öğretiminde origami kullanması yararlı olacaktır. Hem modeli kendi oluşturacak hem de oluşturma sürecinde önceki bilgileri üzerinden yeni kavramları yerleştirecektir. Origami anasınıflarında el göz koordinasyonunu sağlamada, küçük çocukların dikkatini çekip yeni nesneleri oluşturmaları açısından gerekli görülmesinin yanında matematik eğitiminde çok sık kullanımına rastlanmamıştır. Origaminin öğrencinin uzamsal zeka ve geometri bilgisine katkısı göz önüne alınırsa, matematik öğretiminde her yaş grubunda daha etkin kullanılması sağlanmalıdır. Ayrıca çoklu zeka kuramı dikkate alınırsa origaminin birçok zeka alanında etkili olabileceği göz önüne alınarak origaminin matematik içinde kullanımı artırılmalıdır. Bunun içinde özellikle programda kullanım amacı, şekli, yararları öğretmenlere daha iyi aktarılarak öğretmenlerin origamiyi etkili kullanır hale getirilmesi gerekmektedir.

Matematik ancak kendi bütün yapısı içinde anlamlıdır. Geometriyi ayrı cebiri ondan çok ayrı bir bilim dalı gibi algılayan öğrenci ikisi arasındaki geçişi ileriki yıllarda hiç anlamlandıramayacaktır. Özellikle analitik geometrinin temelini oluşturan geometri ve cebir gibi iki önemli öğrenme alanı ise ne kadar çok birbirleri içindeki kullanımına değinilirse o ölçüde matematiksel bir bütünlük oluşturulur. Matematikte özdeşliklerin modellerle açıklanmasının en önemli noktası cebir ile geometri bütünlüğünü sağlamaktır. Fakat maalesef gerek öğretmenler gerekse öğrenciler matematiği kendi bütünlüğünde değerlendirmekten uzak kalmaktadır. Matematiğin bütüncül yapısının korunması oldukça önemli olup, bunun için öğretmenlerin programdaki öğrenme alanları arası ilişki kurdurmaları gerekmektedir.

İlköğretimde matematik programının amacı incelendiğinde matematikle ilgili kavramları, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamı ve işlem becerilerinin kazandırılmasını vurgulamaktadır. Fakat öğrencileri değerlendirme kriterlerimize bakıldığında SBS şeklindeki sınavlardan dolayı çoktan seçmeli ölçme araçlarının çok sık kullanıldığı görülmektedir. Fakat matematiği sadece dört şık arasına hapsetmek matematiğin tarihsel gelişimine, matematik bilim adamlarına, en önemlisi temel amacı düşünmeye, çıkarımlara dayanan matematik gibi bir bilim dalına yapılan haksızlık olacaktır. Bu nedenle öğrencilerde amaçlanan onların yaratıcı düşüncelerini geliştirmektir. Bu açıdan öğretmenlerin ölçme araçlarında da çeşitlilik sağlamaları üst düzey becerileri ölçen değerlendirme araçları kullanmaları gerekmektedir.

Öğrencilerin cevapları incelendiğinde sorulara verdikleri yanıtlarının tanım düzeyinde kaldığı görülmüştür. Bu açıdan öğretmenlerin matematik öğretiminde öncelikli olarak kavram oluşturmaya ağırlık vermeleri gerekmektedir. Çünkü kavram oluşturamayan öğrenciye verilen tanım matematiğin soyut yapısı içinde onların tamamen yorumdan uzaklaşıp çıkarımlarda bulunma noktasında sıkıntı yaşamalarına sebep olacaktır. Bu nedenle kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki bağın güçlü kurulması gerekmektedir. İşlemlerin altında yatan kavramlara dikkat çekmek son derece önemlidir.

Öğrencilerin özdeşlikleri model kullanma becerileri üzerine yoğunlaşılırken dikkat edilen bir diğer husussta geometri bilgilerindeki eksikliktir. Özellikle geometrinin temel kavramlarında yaşanan kavram oluşturamayışlarının etkisi cebirsel ifadeler üzerinde de görülmüştür. Bu noktada ilköğretimde geometri öğretimin değerlendirilmesi gerekmektedir. Nitekim öğrencilerde geometrinin temel kavramlarındaki eksiklik diğer öğrenme alanlarını da etkilemektedir. Bu açıdan ilköğretimin ikinci kademesinde geometrideki temel çizimler ve temel kavramlar ağırlıklı olacak şekilde yeniden düzenlenmesi gerekmektedir.

6 KAYNAKÇA

Akan, D., 2008. İlköğretim 6. Sınıflardaki Kesirler Konusunun Origami Yardımıyla Öğretimi. Yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi. Erzurum.

Akgün, L., 2007. Cebir ve Değişken Kavramı Üzerine. (02.11.2009)'ın http:// www.qafqaz. edu.az /journal/ LEVENT%20AKGUN.pdf

Akın, M. F, 2007. Özdeşlik konusunun öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünlerine etkileri. Yüksek Lisans Tezi, Diyarbakır.

Akın, M. F., Harman, A., Gönen, S., 2010. Zıt yönlere doğru hareketten yola çıkılarak benzetim yoluyla özdeşliklerin elde edilmesi. İlköğretim Online 9(3), 1137-1147.

Akın, M. F., Pesen, C., 2010. Özdeşliklerin elde edilmesinde tam küp Modelinin öğrenme ürünlerine etkileri. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14 (2010), 86-102.

Akkaya, R., Durmuş, S., 2006. İlköğretim 6-8.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-12

Altun, M., 2005. *İlköğretim İkinci Kademede (6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi.* Aktüel Yayıncılık, Bursa.

Bağcı-Kılıç, G., 2001. Yapılandırmacı Fen Öğretimi. Kuram Ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 1(1), 9-22.

Baicker, K., 2004. *Origami Math, Grades 4-6.* Scholastic.

Baki, A., Kartal, T., 2004. Kavramsal Ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Değerlendirilmesi, 2 (1).

Bayazıt , İ., Uğur, D., 2011. Öğretmen adaylarının ürettiği matematiksel modellerinin bilişsel ve kavramsal boyutları itibariyle incelenmesi. Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi. 32 ,49-67.

Baykul, Y., 2005. *İlköğretimde Matematik Öğretimi*. Pegem A Yayıncılık, 8. Baskı, s.38-41, Ankara

Berg, B. L., 2001. *Qualitative research methods for the social sciences*. Boston: Allyn and Bacon.

Boakes, N. J., 2009. Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students. Research in Middle Level Education Online, 32(7), 1-12.

Boz, N., 2004. Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya.

Brady, K.M., 2008. Using Paper-folding in the Primary Years toPromote Student Engagement in Mathematical Learning. Proceedings of the Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.

Cipoletti, B., Wilson, N., 2004. Turning origami into the language of mathematics. Mathematics Teaching in the Middle School, 10(1), 26-31.

Cobb, P., 1986. Context, goals, beliefs, and learning mathematics, For the Learning of Mathematics FLM, 6. 2 - 9.

Cornelius, V., Tubis, A., 2006. On the effective use of origami in the mathematics classroom. Paper presented at the fourth International Conference on Origami in Science, Mathematics, and Education (4OSME), Pasadena, CA.

Çakmak, S., 2009. An İnvestıgatıon of the Effect of Orıgamı-Based Instructıon on Elementary Students' Spatıal Abılıty ın Mathematıcs. ODTÜ, Ankara.

Dede, Y., 2003. ARCS Motivasyon Modeli ve Öğe Gösterim Teorisi'ne (Component Display Theory) Dayalı Yaklaşımın Öğrencilerin Değişken Kavramını Öğrenme Düzeylerine ve Motivasyonlarına Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Dede, Y., Yalın, H., Argün, Z., 2002. İlköğretim 8. sınıf Öğrencilerinin Değişken Kavramının Öğrenimindeki Hataları ve Kavram Yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Demirel, Ö., 1999. *Planlamadan Değerlendirmeye Öğretme Sanatı*. Ankara: Pegem Yayıncılık

Dilgan, H., 1959. *Büyük Matematikçi Ömer Hayyam.* Kaynak Yayınları.

Doruk, B. K., 2010. Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Dönmez, A., 2005. *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni: Türk ve Doğulu Matematikçiler*. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

Einstein, A., 1996. *The quaotable Einstein.* ed. Alice Calaprice , Princeton University.

Emekli, A., 2001. Ölçüler konusunun öğretiminde yanılgıların teşhisi ve alınması gereken tedbirler. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.

Erbaş, A., 1999. An Investigation Into Students' Performance, Difficulties And Misconceptions In Elementary Algebra. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Erbaş, A.K., Ersoy, Y., 2002. Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları. FBMEK-5 Bildiri Kitabı.

Ergöz, N., 2000. Aritmetikten Cebire Kademeli Geçişi Vurgulayan Eğitimin Etkileri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Ersoy, Y., Erbaş, K., 2002. Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Fraenkel, J.R., ve Wallen, N.E., 2006. *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill.

Glassner, B., Ksander, M., Johnson, B., Berg, B. L., 1983. The deterrence effect of juvenile versus adult jurisdiction. Social Problems 32(2), 219-221.

Göker, L., 1995. *Harezmi.* Meb Yayınları Bilim ve Kültür Eserleri Dizisi.

Gür, H., Korkmaz, E., (2003). İlköğretim 7.Sınıf Öğrencilerinin Problem Ortaya Atma Becerilerinin Belirlenmesi. Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi. www.matder.org.tr.

Heidegger, M., 1997. *Özdeşlik ve Ayrım*. Bilim ve Sanat Yayınları, Ankara.

Hiebert, J., Lefevre, P., 1986. Conceptual And Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis, The Case of Mathematics, 1-28.

Işık, C., Albayrak, M., İpek, S. A., 2005. Matematik Öğretiminde kendini gerçekleştirme. Kastamonu Eğitim Dergisi, 13 (1), 129-138.

İşman, A., 1999. Eğitim Teknolojisinin Kuramsal Boyutu: Yapısalcı Yaklaşımın (Constructivisim) Eğitim Öğretim Ortamlarına Etkisi. Öğretmen Eğitiminde Çağdaş Yaklaşımlar Sempozyumu. Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, İzmir.

Kaf, Y., 2007. Matematikte Model Kullanımının 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Kamii, C., Kysh, J., 2006. The difficulty of “length x width”: Is a square the unit of measurement? Journal of Mathematical Behavior, 25, 105-115.

Karaçay, T., 1985. *Matematik Öğretiminin Bugünkü Durumu ve Değerlendirme Bildirisi. Ortaöğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları.* Türk Eğitim Derneği Öğretim Dizisi, No: 3, 3-26. Türk Eğitim Derneği Yayınları. Yorum Basın Yayın, Ankara.

Kavici, M., 2005. Gelişimsel Origami Eğitim Programının Okulöncesi Dönem Çocuklarının Çok Boyutlu Gelişimlerine Etkilerinin İncelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Okul Öncesi Eğitim Bilim Dalı.

Kertil, M., 2008. Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Krier, J, L., 2007. Mathematics and Origami: The Ancient Arts Unite.

Lacampagne, C., 1995. Conceptual framework for the algebra initiative of the national İnstutute on student achievement, curriculum and assesment. (Eds. Lacampagne, C.,Blair, W. And Kaput, J.). *The algebra initiative colloquium.* 2, 237-242.

LeCompte, M. D., Goetz, J. P., 1982. Problems of reliability and validity in etnographic research. Review of Educational Research, 52, 31-60.

Lesh, R., Harel, G., 2003. Problem Solving, Modelling and Conceptual Development. Mathematical Thinking and Learning, 5(2), 157-189.

Levenson, G., 1995. The educational benefits of origami. Retrieved 21 November 2007 from the World Wide Web: www.fascinating-folds.com/learningcentre/.

Lincoln, Y. S., Guba, E. G., 1985. *Naturalistic inguiry.*Beverly Hills, CA:Sage.

MacGregor, M., Stacey, K., 1997. Ideas about sembolism and students bring to algebra. Mathematics Teacher, F (90), 110-123.

Marshall, C., Rossman, G. B., 1999. *Designing qualitative research* (3rd. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc

MEB, 2005. İlköğretim Matematik Dersi (6,7,8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

MEB, 2011. Ortaöğretim Matematik Dersi (9-12.sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2009. İlköğretim Matematik Dersi (6,7,8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Olkun, S., Toluk Z., 2003. *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Anı yayıncılık, Ankara.

Olkun, S., 2004. When does the volume formula make sense to students. Hacettepe Univesity Journal of Faculty of Education, 25, 160–165

Özalper, H., 2006. Demokrasi ve Matematik İlişkisinin Değerlendirilmesi. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

Özdemir, M.E, Duru, A., Akgün, L., 2005. İki ve üç boyutlu düşünme: iki ve üç boyutlu geometriksel şekillerle bazı özdeşliklerin görselleştirilmesi. Kastamonu Eğitim Dergisi, 13(2), 527-540.

Özden, Y., 2000. *Öğrenme ve Öğreteme*. Pegema Yayıncılık, Ankara.

Özturan-Sağırlı, M., 2010. Türev Konusunda Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarıları ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi. Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Patton, M, Q., 1987. How tu use qualitative methods in evoluation. Newbury park, CA: Sage.

Pearl, B., 1994. Math in motion: Origami in the classroom (k-8). Langhorne, PA:Math in Motion, Incorporated.

Perkins, D., 1999. The Many Faces of Constructivism. Educational Leadership, November, 6-11.

Philipp, R., 1992. The many uses of algebraic variables. The Mathematics Teacher. October, vol 8, No.7, 557-561 .

Pope, S., 2002. The use of origami in the teaching of geometry. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 22(3), 67-73. Pres.

Senemoğlu, N. (1997). *Gelişim Öğrenme ve Öğretme Kuramdan Uygulamaya*. Ankara: Spot Matbaacılık.

Shumakov, Y. K., 1998. The Folding - A Method of Bilateral Development, http://www.oriland.com/learning/benefits/articles.asp?Category=articles&model=03&name=Folding%20-%20Method.

Shumakov, Y. K., 2000. Left Brain and Right Brain at Origami Training, http://www.oriland.com/learning/benefits/articles.asp?Category=artiCles&model=02&name=How%20Origami%20Helps%20To%20Develop%20CHildren.

Skemp, R. R., 1971. The Psychology of Learning Mathematics. Penguin Boks. Middlesex. England.

Songur, A., 2006. Harfli ifadeler ve denklemler konusunun Oyun ve bulmacalarla öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarı düzeylerine etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Soylu, Y., 2008. 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi, 25, 237-248.

Soylu, Y., Aydın, S., 2006. Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. Erzincan Eğitim Fakültesi. 8(2).

Sze, S., 2005. *Math and mind mapping: Origami construction.* Dunleavy:Niagara University. (ERIC Document Reproduction Service No. ED490352).

Şan, İ., 2008. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlik Konusunun Erişilerine Görselleştirmenin Etkisi. Yüksek lisans tezi. Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Şişman Tan, A., Aksu, M., 2009. Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Alan ve Çevre Konularındaki Başarıları, İlköğretim Online, 8(1), 243-253.

Şişman, M., 2007. İlköğretim 8. Sınıf Matematik Dersi Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler Konusunun Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Olarak Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

Tanrıöğen, A., 2009. *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Anı Yayıncılık, Ankara.

Tubis, A., Mills, C., 2006. Unfolding mathematics with origami boxes. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Tuğrul, B., Kavici, M., 2002. Kağıt katlama sanatı ve öğrenme. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(11).

Tuncer, D., 2008. Materyal Destekli Matematik Öğretiminin İlköğretim 8.Sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarısına ve Başarının Kalıcılık Düzeyine Etkisi. Yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

Ubuz, B., 1999. 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları ve Kavram Yanılgıları, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16,17, 95-104.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E., 2002. Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems. In Gravemeijer, K., Lehrer,R., Oers, B., van and Verschaffel, L. (Eds.), Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education,(pp. 171-195). Netherlands, Kluwer Academik Publishers.

Wagner, S., 1983. What are these things called variables? Mathematics Teacher, Octeber, s. 474-478.

Weaver, J. H., 2004. *Matematik Kaşifi*. İngilizceden Çeviren: Bilge Şipal-Barış Akalın. Güncel yayıncılık, İstanbul.

Wille, A. M., Boquet, M., 2009. Imaginary dialogues written by low-achieving students about origami: a case study. In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. &Sakonidis, H. (Eds.) Proceedings of the 33rd Conference of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, Vol. 5, pp.337-344. Thessaloniki, Greece:PME.

Yalvaç, E., 2010. İlköğretim İkinci Kademe Matematik Programına Yönelik Etkinliklerin Bazı Cebir Konularının Öğretimi Üzerindeki Etkileri. Yüksek Lisans Tezi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Van.

Yenilmez, K., Şan, İ., 2008. Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri . Journal of Qafqaz University, 24, 213-221.

Yenilmez, K., Teke, M., 2008. Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15(9), 229-246.

Yıldırım, A., Şimşek, H., 2008. *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıcılık.

Yuzawa M., Bart W., 2002. “Young Children's Learning Of Size Comparison Strategies: Effect of Origami Exercises” Journal of Genetic Psychology 163(4):459-78.

Yuzawa, M., Bart, W. M., Kınne, L. J., 1999. “The Effect of “Origami” Practice on Size Comparison Strategy Among Young Japanese and American Children” Journal of Research in Childhood Education, III, sayı 2, 1999: 133-143

Zembat İ. Ö., 2007. Yansıma Dönüşümü, Doğrudan Öğretim ve Yapılandırmacılığın Temel Bileşenleri. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 27(1),195-213.

7 EKLER

7.1 EK A. Modelleme öncesi ve sonrası açık uçlu ön test-son test sorular

Ad Soyad: Sınıf: SBS PUANI:

1. Matematikte "x" değişkenini ne zaman kullanırsınız?

Sizin için denklem ile özdeşliğin farkı nedir? Örnek veriniz.

2. Aşağıda bir kareye ait geometrik şekil verilmiştir. Kenar uzunluğu ile alanı arasında bir ilişki kuracak olsanız nasıl bir bağıntı yazarsınız?

3. Aşağıda verilen ifadelerin geometrik olarak size çağrıştırdıklarını çiziniz.
   a. x.y
   b. y^2
   c. a.a

4. (x+2)(x+3) ifadesinin özdeşini bulun. Daha sonra iki ifadenin doğruluğunu (çizerek) gösterin.

5. $(x+2y)^2$ ifadesinin özdeşini bulun. Daha sonra iki ifadenin doğruluğunu (çizerek) gösterin.

6. (x+1)(x+3)=24 ifadesi size ne ifade etmektedir? Şekil çizerek açıklayınız.

7. $(a-b)^2$ şeklindeki ifadeye uygun bir geometriksel model oluşturunuz.

8. x^2-$4y^2$ özdeşliğini uygun şekilde modelleyiniz.

9.

Yukarıdaki şekilde iki farklı dikdörtgenin alan ve kenar uzunlukları verilmiştir. Bu iki ifadenin birbirinden farkını açıklayınız?

10. $x^2+2xy+y^2$ şeklindeki ifadenin özdeşini bulup, bunun doğruluğunu gösterin.

11.

İki dikdörtgen birbirine eş ise bu iki dikdörtgeni kullanarak hangi eşitlikleri yazabilirsiniz?

a.

b.

c.

d.

12. Aşağıda verilen ifadelere uygun geometrik şekil çiziniz.

a. 3.(x-2)

b. $(x+5)^2$

c. x.(x+4)

d. 10.X

14. Kitaplarda özdeşliklere ait modeller size ne ölçüde yarar sağlamaktadır? Bu konudaki düşünceleriniz nelerdir?

7.2 EK B. Model Etkinlik Yönergesi

ETKİNLİK YAPIMI:

YÖNERGELER:

1) Bir ABCD karesi verilsin. Karenin alanı ile bir kenarı arasında bir ilişki kurabilir misiniz?

2) AB ve CD kenarını çakışacak şeklide katlayınız. Bu katlamada ne elde ettiniz?

3) AC ve BD kenarlarını çakışacak şekilde katlayınız. Bu katlamada elde edilen iki geometrik şeklin hangi geometrik özellikleri korunur?

4) Karenin köşe noktalarını orta noktası ile çakışacak şekilde katlayınız. Bu katlamada hangi özellik korundu? Hangi özellik değişti?

5) Yeni elde edilen kareye EFGH diyelim. DE ile GF çakışacak şekilde katlayınız. Bu katlamada elde edilen çizgi KL olsun. Daha öncede aynı katlamayı tamamladık. Bu ikisini karşılaştırırsak ne söyleyebiliriz?

6) Aynı şekilde DG ve EF çakışacak şekilde katlayınız. Bu katlamada elde edilen doğru MN olsun. DG ile MN ve EF ile MN çakışacak şekilde katlayarak açınız. Bu katlamalar sonucunda ne elde ettiniz?

7) Katlamaları açarak kutu modeline dönüştürerek yeniden katlayınız.

MODELİN İNCELENMESİ

1) Oluşturduğunuz kutuyu dikkatli inceleyiniz. Kutunun kenarları ile alanları arasında bir ilişki kurabilir misiniz? Kutunun üzerine yazınız

2) Kutunun dış yüzeyinin alanlar toplamını nasıl oluşturabiliriz?

3) Kutunun üzerine taban ve yan yüz yazınız.

4) Kutunun içini sarıya(?) boyayınız. sarıya boyadığınız yerin toplam alanı hakkında ne söyleyebiliriz?

5) Kutunun kenarlarını göz önüne getirirsek birbirinden farklı kaç uzunluk tanımlanabilir?

6) Bu uzunlukların ölçümü hakkında ne söyleyebiliriz?

2. X KAVRAMI

a)Alan üzerinden x i tanımlama

1)Kutu modelini dikkatli inceleyin. Hangi alanları görebiliyorsunuz?

2)Alanlar için bir isimlendirme yapabilir misiniz?

3)x,y,.. yi neyi tanımladı?

4)x,y... gelişigüzel bir uzunluk alınabilir mi, niçin?

5)Kutuyu açalım. Kat izlerini kullanarak kaç değişik x tanımlayabiliriz?

a.

b.

c.

d.

e.

Bunları kullanarak aşağıdaki tabloyu doldurabilir misiniz?

Alanlar	Matematik modeli	Kenar uzunlukları

6)Farklı büyüklükte uzunluklar olmasına rağmen hepsini x ile gösterdik. Büyüklükleri de göz önünde bulundurarak tabloyu yeniden düzenleyebilir miyiz? aynı uzunlukları aynı birimle gösterirsen nasıl bir tablo düzenleriz?

Alanlar	Matematik modeli	Kenar uzunlukları

7)Kenar uzunlukları arasında bir ilişki kurabilir misin? Nasıl?

8) Buna göre aşağıdaki tabloyu doldurabilir misin?

Alanlar	Matematik modeli	Kenar uzunlukları	Kenar uzunluğunun Birim karşılığı	Birim cinsinden matematik modeli	Birim cinsinden kenar uzunluğu

9)matematik modeli ile birim cinsinde matematik modelini karşılaştıralım. Nasıl bir açıklama getirebiliriz?

10)Kenar uzunlukları ile birim cinsinden kenar uzunluğunu karşılaştıralım. Nasıl bir sonuç elde ettiniz?

11) 1,2,3,4sayılarının rolü nedir?

b) kenar uzunlukları üzerinden x i tanımlama

1)Açılmış kutuyu dikkatli inceleyerek çeşitli uzunlukları x olarak tanımlayın. 2)Tanımlayabileceğiniz bütün x ler ile kağıt üzerinde tanımlanmış(oluşturulmuş-sınırları çizilmiş) ve kenar uzunluğu x olan kare yada dikdörtgen oluşturulabiliyor mu? Aşağıdaki tabloyu doldurun.

Alınan uzunluk	Şekil üzerinde kare yada dikdörtgen oluşturmuş	Kağıt üzerinde oluşturduğu kare yok	Oluşturduğu şekil
x			
x			
x			

3)Kenar uzunluğuna karşılık getirdiğiniz x i nasıl yorumlayabilirsiniz?

PROBLEM : Yakın bir arkadaşınıza kendi yaptığınız kutunun dış yüzeyini desenli kağıtlarla kaplayarak hediye etmek istiyorsunuz. Bunun için desenli kağıt satın almak istediniz. Satıcı ise çok pahalı olması sebebiyle istediğiniz kağıtlardan sadece kare kağıt kesip verebileceğini söylüyor. Ayrıca satın alacağımız karenin alanının matematiksel denklemini oluşturmamız halinde indirim uygulayacağını söylüyor. Bu koşullar altında en uygun alışverişi nasıl yapabiliriz?

7.3 EK C: Valilik Araştırma İzni

T.C.
SAKARYA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

SAYI : B.08.4.MEM.0.54.05.02-605990000- 2407-5
KONU : Araştırma İzinleri

VALİLİK MAKAMINA
SAKARYA

Onkokuz Mayıs Üniversitesi , Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eğitim Bilimleri Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Öğrencisi Tuğba DÜNDAR; **"Cebir Öğretiminde Özdeşliklerin Origamiyle Modellenmesi"** konulu anket uygulamasını, İlimiz,Serdivan İlçesindeki Zübeydehanım İlköğretim Okulu ve Kazımpaşa İlköğretim Okullarında okuyan 8.sınıf öğrencilerine Uygulamak istediklerini; Ondokuz Mayıs Üniversitesinin 02.11.2011 tarih ve 8721 sayılı yazıları ile bildirilmiştir.

"Cebir Öğretiminde Özdeşliklerin Origamiyle Modellenmesi"konulu anket uygulamasını, , İlimiz,Serdivan İlçesindeki Zübeydehanım İlköğretim Okulu ve Kazımpaşa İlköğretim Okullarında okuyan 8.sınıf öğrencilerine dersleri aksatmamak kaydıyla uygulanması, yasal gerekliliğin ilgili Okul Müdürlüklerince yerine getirilmesi şartı ile Müdürlüğümüzce uygun mütalaa edilmektedir.

Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınızı arz ederim.

Murat YAZICI
Milli Eğitim Müdürü

OLUR.
25./ 11/2011

Faruk BEKARLAR
Vali a.
Vali Yardımcısı

Resmi Daireler Kampüsü
B Blok 54290 Adapazarı SAKARYA
Tel 0 264 251 36 14-15-16
Fax 0 264 251 36 04
http sakarya.meb.gov.tr
sakaryamem@meb.gov.tr

K-Q TSE-ISO-EN 9000

EĞİTİME %100 DESTEK

7.4 EK D: Modelin Uygulanmasında Derslere Ait Etkinlikler

BİRİNCİ DERSE AİT ETKİNLİKLER

DERS : Matematik

SINIF : 8

ÖĞRENME ALANI : Cebir

ALT ÖĞRENME ALANI : Cebirsel İfadeler

BECERİLER : Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme

SÜRE: 2 Ders Saati

KAZANIMLAR :

1. Verilen karenin kenar uzunluğu ile alanı arasında ilişki kurma
2. Verilen ifadeye uygun geometrik model çizebilme
3. “x” Terimini matematiksel yorumlayabilme

ARAÇ VE GEREÇLER : Dikdörtgen biçiminde kesilmiş boş kâğıt, makas, renkli kalem

ÖĞRETME VE ÖĞRENME SÜRECİ

1. Her bir öğrenciye EK B ve EK E dağıtılır. Öğrencilere önce EK E’de verilen kutu modeli yönergeler ve gösterip yaptırma yöntemi de kullandırılarak kutu modelini tamamlamaları sağlanır.
2. Kutu modeli oluşturulurken “simetri ekseni, eş şekiller, benzer şekiller, alan korumu” gibi geometriksel kavramlara yer verilir.
3. Oluşturulan kutunun (kare prizma) tabanı, yan yüzeyleri üzerinden benzer ve farklı alanların belirlenir.
4. Kutu modeli (EK E) üzerinden kutunun kenar uzunlukları yükseklikleri arasında ilişki kurdurulur.
5. Yönergeler (EK B) dağıtılarak, alanlar için isimlendirme yapmaları sağlanır. Kutunun alanları üzerinden kaç farklı uzunluk tanımlanabileceği belirlenerek karenin alanı üzerinden kenar uzunluğuna geçiş yapılır.
6. “x^2” şeklindeki bir ifadenin karenin alanına denk gelirken “x”in bir kenar uzunluğu olabileceği belirlenir.

7. Kutu modeli açılarak kat çizgileri belirginleştirilir. Kat çizgilerinin üzerinden "x,y" bilinmeyenlerini kutu modeli üzerinden nereye denk getirdikleri tartışılır.
8. Karenin alanından kenar uzunluğuna ve tam tersi kenar uzunluğundan alana geçiş yaptırılarak kutu üzerinde çeşitli "x" birim uzunluklar tanımlanır.
9. Dersin bitiminde öğrencilere o günkü ders ile ilişkili düşünce ve kavramlara yönelik değişen düşüncelerinin yazdırılır.

İKİNCİ DERSE AİT ETKİNLİKLER

DERS : Matematik

SINIF : 8

ÖĞRENME ALANI : Cebir

ALT ÖĞRENME ALANI : Cebirsel İfadeler

BECERİLER : Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme

SÜRE: 1 Ders Saati

KAZANIMLAR :

1. $(x+a)(y+b)$ şeklindeki bir ifadeyi geometrik modeller,
2. $(x+y)^2$ şeklindeki ifadenin özdeşinin bulur, modeller.

ARAÇ VE GEREÇLER : Dikdörtgen biçiminde kesilmiş boş kâğıt, makas, renkli kalem

ÖĞRETME VE ÖĞRENME SÜRECİ

1. Öğrencilere EK B'deki problem durumu verilir.
2. Probleme uygun olarak kutu modelindeki alanlar üzerinden çeşitli özdeşlikler tanımlanır.
3. Özdeşliklerin açılımını kutu modeli üzerinden alanlar toplamına denk getirmeleri sağlanır.
4. Özdeşliklerin açılımında kenarlar ile alanlar arasında ilişki kurmaları sağlanır.
5. Kutunun alanını farklı birimler üzerinden ifade ederek farklı farklı özdeşlikleri yazmaları sağlanır.
6. $(x+y)^2$, $(x+2y)^2$ şeklindeki özdeşlikler model üzerinden buldurulur.
7. Dersin bitiminde öğrencilere o günkü ders ile ilişkili düşünce ve kavramlara yönelik düşünceleri yazdırılır.

ÜÇÜNCÜ DERSE AİT ETKİNLİKLER

DERS : Matematik

SINIF : 8

ÖĞRENME ALANI : Cebir

ALT ÖĞRENME ALANI : Cebirsel İfadeler

BECERİLER : Akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme

SÜRE: 1 Ders Saati

KAZANIMLAR :

1. Özdeşlik ile denklemin farkını açıklar.
2. İki kare farkı, cebirsel iki ifadenin farkının karesini modellerle açıklar.

ARAÇ VE GEREÇLER : Dikdörtgen biçiminde kesilmiş boş kâğıt, makas, renkli kalem

ÖĞRETME VE ÖĞRENME SÜRECİ

1. Öğrencilere özdeşliklerin tarihsel gelişimi ile ilgili kısa bilgi verilir,

2. "a^2-b^2" şeklindeki özdeşliği kare bir kağıt üzerinden bir karenin alanından başka karenin alanının çıkarılması olduğu fark ettirilir,

3. "$(a-b)^2$" şeklindeki özdeşliği kutu modelindeki alan üzerinden modeli sunulur,

4. Kare şeklindeki eş iki kağıdın farklı birim kareler üzerinden katlamalar yapıldığında uzunlukları üzerinden çeşitli denklemlerin yazdırılması bu yolla eşitliklerin iki farklı şey üzerinden karşılaştırma olduğu fark ettirilir.

7.5 EK E: Modelin Katlanması

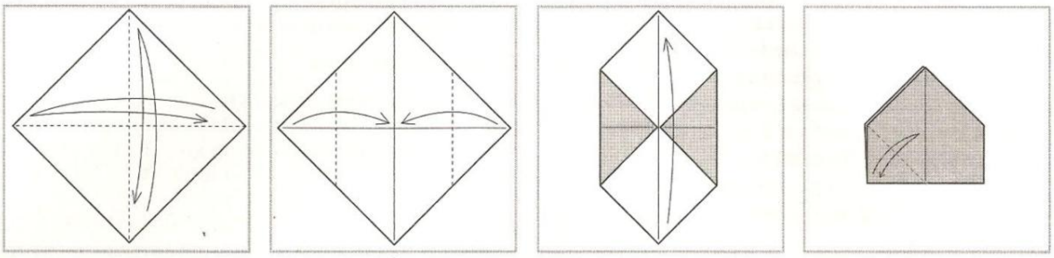
How to Make a Box

1 Cut out the box pattern on page 43, and place the square like a diamond facedown with the ★ at the top point. Or use a 6-inch square, pattern side facedown. Fold in half, bottom to top. Crease and unfold. Repeat, folding right to left. Crease and unfold.

2 Fold the left point to meet the center crease. Crease. Repeat, bringing the right point to the center line.

3 Bring the bottom point up to meet the top point, and crease.

4 Fold up the bottom left corner to meet the center fold. Crease, and unfold.

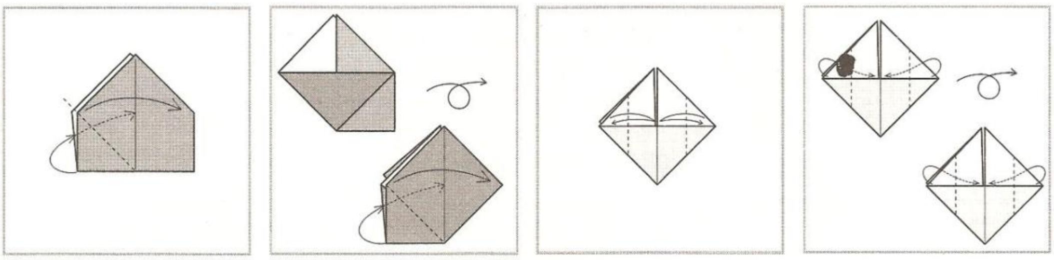


5 Stick your finger in between the two layers at the left. Push up the bottom edge to meet the center fold inside. Press open the triangle to complete the squash fold.

6 Flip over and make the same fold on the other side, pushing the bottom left point into the center of the square.

7 Fold the left corner (both layers) over to meet the center line. Crease and unfold. Repeat with the right corner.

8 Take the left corner, front layer only, and reverse-fold it inside. You are tucking the fold inside. Do the same with the right corner. Turn over and repeat with the two corners on the other side.

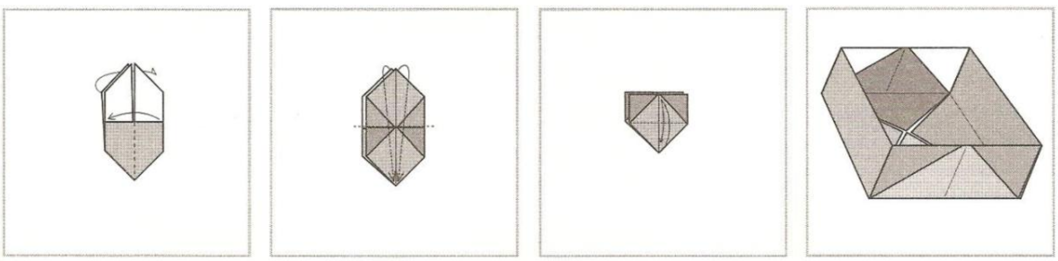


9 Fold the right flap over to the left side. Flip over and repeat.

10 Fold down the top corners into the center. They should tuck all the way in, down to the bottom point.

11 Fold the bottom point up to make a crease line for the bottom of the box. Unfold.

12 Insert finger in the top of the box and open. Adjust creases to make the box edges crisp.



7.6 EK F: Origami Görüş Bildirme Anketi

ADI-SOYADI : SINIF:

1.) Kağıt katlamanın en çok hangi yönü hoşunuza gitti? Niçin?

2.) Matematik bilgileri kâğıt üzerinde uygulanabileceğini gördüğünüzde neler hissettiniz?

3.) Kağıt katlama size ne gibi matematiksel bilgiler kazandırdı?

4.) Matematiğin başka hangi konularında kağıt katlamak istersiniz, neden?

5.) En çok hangi aşamada zorlandınız, niçin?

8 ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: TUĞBA KOYLAHİSAR (DÜNDAR)

Doğum Yeri: SİVAS

Doğum Tarihi: 1986

Medeni Hali: Evli

Bildiği Yabancı Diller: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise: Cumhuriyet Anadolu Lisesi/ SİVAS (2001-2004)

Lisans: Cumhuriyet Üniversitesi/ SİVAS (2005-2009)

Yüksek Lisans: Ondokuz Mayıs Üniversitesi/ SAMSUN (2009-2012)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

MEB: Ilıca İlköğretim Okulu/ Havza- SAMSUN (2009-2011)

MEB: Kazımpaşa İlköğretim Okulu/ Serdivan-SAKARYA (2011-….)

İletişim Bilgileri:

tkoylahisar@gmail.com