ONDOKUZMAYIS ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

İLKOKUL 4. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİKLERİ ÜZERİNDEKİ DÜŞÜNME SÜREÇLERİ

Hazırlayan:

Neslihan ŞAHİN

Danışman:

Doç. Dr. Ali ERASLAN

Yüksek Lisans Tezi

SAMSUN, 2014

ONDOKUZMAYIS ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

İLKOKUL 4. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MODEL OLUŞTURMA ETKİNLİKLERİ ÜZERİNDEKİ DÜŞÜNME SÜREÇLERİ

Hazırlayan:
Neslihan ŞAHİN

Danışman:
Doç. Dr. Ali ERASLAN

Yüksek Lisans Tezi

SAMSUN, 2014

KABUL ve ONAY

Neslihan ŞAHİN tarafından hazırlanan **"İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerindeki Düşünme Süreçleri"** başlıklı bu çalışma, 19.06.2014 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliğiyle başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Kaya Tuncer ÇAĞLAYAN

Üye : Doç. Dr. Ali ERASLAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Hacı Bayram YILMAZ

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

__/__/__

Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Mehmet AYDIN

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİMİ

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinde, proje aşamasından sonuçlanmasına kadarki süreçte bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet ettiğimi, tez içindeki tüm bilgileri bilimsel ahlak ve gelenek çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu çalışmamda doğrudan veya dolaylı olarak yaptığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu taahhüt ederim.

01/07/2014

Neslihan ŞAHİN

TÜRKÇE ÖZET

Öğrencinin Adı-Soyadı	**Neslihan ŞAHİN**
Anabilim Dalı	**İlköğretim Eğitimi Ana Bilim Dalı**
Danışmanı	**Doç. Dr. Ali ERASLAN**
Tezin Adı	**İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerindeki Düşünme Süreçleri**

ÖZET

Bu araştırma, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri ile model oluşturma süreçlerinin incelenmesini ve bu süreçlerde karşılaşılan güçlükleri ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

Araştırma Karadeniz bölgesinde, büyük bir ilin merkezinde bulunan bir devlet üniversitesine bağlı vakıf kolejinde gerçekleştirilmiş nitel bir çalışmadır. Araştırmaya katılan çalışma grubu, 2013-2014 eğitim-öğretim yılındaki vakıf kolejinin 4. sınıf öğrencileri arasından amaçlı örnekleme ile seçilerek oluşturulmuştur. Hazırlık aşamasında mevcudu 18 öğrenci (ortalama 9 yaş) olan sınıftan üçerli gruplar öğrencilerin kendi istekleri doğrultusunda oluşturulmuştur. Araştırmacı dört hafta boyunca öğrencilere her hafta farklı bir model oluşturma etkinliği sunarak ön çalışma sürecini gerçekleştirmiştir. Ön çalışmanın ardından iki odak grupta yer alacak altı öğrenci *ölçüt örnekleme* yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Oluşturulan iki odak gruba model oluşturma etkinliği olan *Fasulye Problemi* verilerek çalışmaları istenmiş ve tüm süreç video ile kayıt altına alınmıştır. Video kayıtları yazılı olarak çözümlendikten sonra öğrencilerin çalışma kağıtlarıyla beraber Blum ve Ferri (2009)'nin modelleme döngüsü kullanılarak analiz edilmiştir.

Araştırma sonuçları öğrencilerin matematiksel fikirleri üretip geliştirebildiklerini, problemle ilgili faktörleri seçip denediklerini ve oluşturdukları modeli test edip yeniden gözden geçirdiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca öğrencilerin matematiksel dili kullanmaya, sosyal etkileşimde bulunmaya, matematiksel odaklı görevleri yapmaya, varsayımları sorgulamaya ve verileri yorumlamaya hazır oldukları tespit edilmiştir. Bununla beraber öğrenciler kişisel bilgi ve deneyimlerini kullanarak matematiksel derinliği birbirinden farklı birçok çözüm yolu geliştirmişlerdir. Öğrenciler problemi gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirerek modellerini oluşturmuş ve elde ettikleri modellerin geçerliliğini sağlamak amacıyla modellerini günlük yaşamla ilişkilendirerek doğrulamaya çalışmışlardır. Diğer taraftan öğrencilerin problemi anlamada, varsayımlar üzerinde uygun modeller geliştirmede, tüm veriler üzerinde genellenebilir bir model geliştirmede ve modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurmada bazı güçlükler yaşadıkları belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: İlkokul Öğrencileri, Model Oluşturma Etkinlikleri, Matematiksel Modelleme, Düşünme Süreçleri

İNGİLİZCE ÖZET

Student's Name and Surname	**Neslihan ŞAHIN**
Department	**Elementary Education**
Supervisor	**Associate Professor Ali ERASLAN**
Title of The Thesis	**Fourth Grade Primary School Students' Modeling Processes**

ABSTRACT

This study examined fourth-grade primary school students' modeling processes as they worked on a model eliciting activity and then identified students' blockages encountered during the modeling process.

A multiple case study involving two focus groups was designed and implemented. The study was carried on a fourth-grade classroom in a private school led by the university foundation, in a big city in Black Sea region. During the four-week training session, researcher administered different model eliciting activities to the groups once per week. Then a purposeful sampling strategy was used to select the six participants. Two focus groups of three were videotaped as they worked on the *Butter Bean Problem*. The conversation of each group was transcribed, examined with students' written work and then qualitatively analyzed through the lens of Blum & Ferri (2009)'s modeling processing cycle.

The results of the study showed that the children were able to generate and develop their own mathematical ideas, identified and select the factors about problem, create, test and revise the model that they constructed. The children also were ready to use mathematical language, improve social interaction, solve problems focusing on the different mathematical ideas, justify hypotheses and interpret the data. In addition children reached multiple solutions of varying mathematical and scientific sophistication with a broad range of their own personal experiences and knowledge. On the other hand, children had difficulties in the following modeling processes: (a) understanding the problem, (b) developing appropriate models based on hypotheses, (c) constructing a shareable and reusable model based the given data, and (d) establishing a connection between mathematics and real life.

Key Words: Primary School Students, Model Eliciting Activities, Modeling Problems, Thinking Processes

ÖNSÖZ

Lisans eğitimimden bugüne birçok alanda katkıda bulunan, bu araştırmanın ortaya çıkıp tamamlanmasında en büyük destekçim olan, araştırmamın her bir aşamasında ayrıntılı değerlendirmeleriyle zamanını fedakârca harcayan, tüm süreç boyunca bana yol gösterip beni cesaretlendiren, yaptığım işi zevkle yapmamı sağlayan, bilgi, tecrübe ve güler yüzü ile çalışmama ışık tutan değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Ali ERASLAN'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Sundukları görüşlerle çalışmama ışık tutan ve juri üyesi olarak davetimizi kabul eden değerli hocalarım Prof. Dr. Kaya Tuncer ÇAĞLAYAN ve Yrd. Doç. Dr. Hacı Bayram YILMAZ'a teşekkür ediyorum. Ayrıca çalışmamı destekleyerek her bir adımda yanımda olan, bilgi ve tecrübelerini paylaşan, yapıcı değerlendirmeleri ile çalışmama yön veren değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Rezzan YILMAZ'a ve çalışmama zaman ayırarak ayrıntılı değerlendirmeleri ile çalışmama ışık tutan değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Esen ERSOY'a teşekkür ederim.

Tezimin hazırlanması sırasında beni cesaretlendiren ve manevi desteğini eksik etmeyen anneme, babama ve kardeşlerime, değerli teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Haziran, 2014; Neslihan ŞAHİN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa No

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

1. GİRİŞ

Dünyada bilginin önemi hızla artmakta, buna bağlı olarak "bilgi" kavramı ve "bilim" anlayışı da değişmekte, teknoloji ilerlemekte, demokrasi ve yönetim kavramları farklılaşmaktadır (MEB, 2009a). Bilgiye ulaşma, bilgiyi kullanma ve üretme ihtiyacın giderek arttığı 21. yüzyılda ülkeler, bireysellikten dünya vatandaşlığı kavramına yönelmiş ve öğrencilerin dünya vatandaşı olma yolunda çağın gerektirdiği nitelikte yetiştirilmesi ülkelerin en temel hedeflerinden biri hâline gelmiştir (MEB, 2013). Bu nedenle yapılandırma, tanımlama, açıklama, doğrulama, öngörme, tahmin etme, grupla çalışma, analitik düşünme becerilerine sahip, problemlere karşı etkili ve yaratıcı çözümler üretebilen bireyler yetiştirme günümüzde eğitimin önemli amaçlarından biri haline gelmiştir (English & Watters, 2004). Bu açıdan matematik eğitimi, analitik ve yaratıcı düşünme becerilerine sahip problem çözücü bireyler yetiştirmek için eğitim sisteminde ayrı bir öneme sahiptir. Bu noktada, ilkokul öğrenimi çocukların bu yeteneklerini geliştirmede önemli bir dönemdir (English & Watters, 2004). Tüm bu gelişmeler doğrultusunda öğretim programlarımız 2005 yılında bu becerilerde bireyler yetiştirilmesi üzerinde durarak yeniden şekillendirilmiştir. Uygulamadaki ilköğretim matematik dersi öğretim programın vizyonunda; yaşamında matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen, ekip çalışması yapabilen, matematikte öz güven duyabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştiren bireylerin yetiştirilmesine önem verilmiştir (MEB, 2009a). MEB (2009a) matematik eğitiminin genel amaçlarında öğrenciler için;

- Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabileceklerini,
- Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebileceklerini,
- Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabileceklerini,
- Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebileceklerini belirtmektedir.

Bu ifadeler yeni matematik programında dünyadaki gelişmelere paralel olarak matematik dersinde matematiği günlük yaşamla ilişkilendirerek problem çözmeye ve matematik eğitiminde modellemenin yer almasına önem verildiğini göstermektedir. Bu noktada bizlere bu tür yeteneklerimizin geliştirilmesine yardımcı olacak en önemli araçlardan biri, içerisinde matematiksel modelleme bulunduran model oluşturma etkinlikleridir (English & Watters, 2005a; Lesh & Doerr, 2003a).

Matematiksel modelleme en genel anlamıyla gerçek hayattan bir durumun matematiksel olarak ifade edilme sürecidir (Kertil, 2008). Matematiksel modelleme sadece orijinal duruma ışık tutmak için gerçek dünyadan bir durumu alıp, incelenmekte olan duruma uygun değişkenler üzerinde birkaç basit hesap yaparak yorumlamaktan ziyade verilen durumun gözlemlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin uygulanması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içerir (Swetz & Hartzler, 1991). Geleneksel yöntemlerin ve problem çözme etkinliklerinin; öğrencilerin matematiksel bilgisini günlük yaşama aktarma, matematiksel düşünme ve problem çözme becerisini geliştirmedeki yetersizliği sonucunda matematik eğitimcileri matematiksel modelleme üzerine çalışmaya yönelmişlerdir (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006). Bunun en önemli göstergelerinden biri öğrencilerin matematik okuryazarlığını ölçen PİSA sonuçlarıdır. Bir başka deyişle PISA, öğrencilerin matematiğin dünyada oynadığı rolü belirleme ve anlama kapasitesini yani öğrencilerin matematik bilgilerini karşılaşabilecekleri birçok farklı durum ve içerikte islevsel şekilde kullanabilme yeteneğini ölçmektedir (OECD, 1999). Her üç yılda bir yapılan PİSA çalışmalarının sonuçları doğrultusunda birçok ülkede araştırmacılar okullarında yetişen öğrencilerin okul dışındaki hayatlarında ve ilerideki mesleki yaşamlarında karşılaştıkları gerçek hayat problemlerini çözme noktasında ne kadar hazırlıklı olduklarını sorgulamaya başlamışlardır (Blum, 2002; English, 2006b; Mousoulides, 2007). Bu ülkelerin başında Hollanda ve Almanya gelmektedir. Hollanda matematik öğretim programında 1985 yılından itibaren rutin olmayan problemlerin yer almasına rağmen PİSA sınavlarında beklenenin altında sonuçlar almıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda 1998 yılından itibaren Hollanda matematik ortaöğretim programlarında modelleme dersini zorunlu dersler arasına almıştır (Spandaw & Zwaneveld, 2009). Bu sayede Hollandalı öğrenciler PISA'daki performansları açısından üst sıralara yükselmişlerdir (Spandaw & Zwaneveld, 2009). Aynı şekilde Almanya'da öğrencilere matematiği günlük hayata nasıl transfer edebilecekleri gösterilmiştir (MaaB, 2006). Bu güçlük, matematik öğretim programında yer alan problem çözmenin yanısıra, Hollanda örneğinde olduğu gibi matematiksel modellemeye programda ayrı bir bölüm olarak yer verilmesiyle giderebileceği düşünülmektedir. Diğer taraftan Türkiye PİSA sonuçlarında üst düzey düşünme basamaklarının yer aldığı 5. ve üst düzeylerdeki öğrenci yüzdeleri incelendiğinde OECD ülkelerinin altında bir değerde olduğu görülmektedir. Türkiye'nin ağırlıklı olarak rutin problem çözme aşamalarının yer aldığı 1. düzeyde bulunması; inşa etme (oluşturma), tanımlama, açıklama, manipüle etme ve sonucu hakkında tahmin gerektiren karmaşık sistemleri anlama, planlama, sonucu kontrol etme ve iletişimin kritik öneme sahip olduğu çok basamaklı ve çok bileşenli problemlerle çalışabilme, sürekli gelişme gösteren kavramsal sistemlere hızlı şekilde adapte olabilme yeteneklerinin gelişmediği sonucunu doğurmuştur. Teknolojiye bağlı olarak bilginin her gün yenilenip geliştiği ve bu tür yeteneklerin gerektirdiği durumlarla karşılaşma olasılığının giderek arttığı günümüzde, öğrencilere farklı şekilde yorumlamalarını gerektiren matematiksel durumlarla çalışabilmelerini sağlayacak deneyimlerin kazandırılması ve bu durumlarla ilgili kendi anlayışlarını akranlarıyla paylaşmalarının sağlanması büyük önem taşımaktadır. Bu tür yetenekleri öğrencilere kazandırılması amacıyla modelleme yaklaşımı kullanılarak çözümü bir matematiksel modelleme içeren model oluşturma etkinliklerinden faydalanmak yeni nesil bireylerin yetiştirilmesine yardımcı olacaktır (Blum & Niss, 1991; English & Watters, 2005; Lesh & Doerr, 2003a).

Matematiksel modellemenin yalnızca matematik alanında kullanılmayıp; fizik, kimya, mühendislik, tıp ve daha birçok alanda uygulamalarını görmek mümkündür. Matematiğin gerçek hayatla ilgili uygulamalarını içermesi, matematiksel bilginin somut olarak kullanılabilmesi ve matematiği kullanarak olaylara daha analitik ve esnek çözümler üretebilme olanağını sağlaması matematiksel modellemenin ilköğretim ve ortaöğretim matematik eğitimi düzeyinde de kullanılması gerekliliğini ortaya koymuştur (Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006). Bu görüşü destekleyecek şekilde matematik eğitimi üzerine yapılan son yıllardaki araştırmalar incelendiğinde matematiksel model ve modelleme çalışmaları artan bir biçimde ilgi görmektedir (Blum & Ferri, 2009).

1.1 Araştırmanın Amacı

Günümüzde bilim ve bilginin hızlı gelişmesi matematik eğitim sisteminin de bu değişime ayak uydurmasını gerektirmektedir. Bu değişim farklı beceri ve donanımlara sahip bireylere olan ihtiyacı da arttırmıştır. Matematiği gerçek hayatla ilişkilendirmek (günlük yaşam, mesleki alan, diğer disiplinler gibi) çok uzun süredir zorunlu eğitimin amaçları arasındadır (LEMA, 2007). 1960'lı ve 1970'li yıllarda yapılan modern matematik reformunun başarısızlıkla sonuçlanmasının ardından ilköğretim ve ortaöğretim matematik müfredatında günlük hayatla ilişkilendirilmiş uygulamalara daha çok yer verilmeye başlanmıştır (LEMA, 2007). Matematik eğitiminin hedefleri göz önüne alındığında matematiksel kavram ve kavram sistemlerini anlamak ve anlatmak, hipotezleri test etmek, ilişkileri analiz etmek, açıklamak ve yeniden inşa etmeyi öğrenmek öğrenciler için kritik öneme sahip bir durum haline gelmiştir (Thomas & Hart, 2010). Günümüzde sadece matematik işlem süreçlerini ezberlemek ve bunu benzer problem durumlarına uygulamak yeterli değildir. Öğrencileri okulun ötesinde geleceklerine hazırlamak için onların matematiksel düşünce ve yeni kavram oluşturma gelişimini sağlayan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir (Lesh & Zawojewsky, 2007).

İlkokul matematik öğretim programı incelendiğinde; bilgiyi işleyen (düzenleme, analiz etme, yorumlama, paylaşma), üreten, tahminlerde bulunan ve problemlere çözüm üreten, problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilen, gerçek yaşam durumları ile matematik arasındaki ilişkiyi fark eden, yaşamında matematiği kullanabilen, karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen, analitik düşünceye sahip problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerisi gelişmiş bireyler yetiştirmenin önemi vurgulanmıştır

(MEB, 2009a). Öğrencilerin aktif olarak katıldığı gerçek yaşam durumlarını temsil eden karmaşık problemlerin çözümünde matematiksel model ve modelleme yaklaşımından faydalanılabilir (Sriraman & Lesh, 2006). Bu düşünceden hareketle ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma etkinlikleri yardımıyla ortaya konması sağlanan düşünme süreçleri incelenerek bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi bu çalışmanın esas amacını oluşturmaktadır. Ayrıca yapılacak olan bu çalışma ile ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlüklerin nedenleri ortaya koymak, bu güçlüklerin giderilmesine yönelik uygulamaların ve çözüm önerilerinin geliştirilmesi de çalışmanın amaçları arasında yer almaktadır.

1.2 Araştırmanın Önemi

Altun (2013), matematik öğretiminin amacını, kişiye günlük yaşamın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak olarak ifade etmektedir. Bu ifadede yer alan problem kelimesi sadece sayısal problemleri değil, genel olarak günlük yaşamda karşılaştığımız ve "sorun" kelimesiyle adlandırdığımız problemleri de kapsamaktadır. Bundan dolayı matematikle ilgili davranışlar okul öncesi eğitim programlarından yükseköğretim programlarına kadar her düzeyde ve her alanda kendi gelişim düzeylerine göre farklılıklar göstererek yer almaktadır. Lesh ve Zawojewsky (2007) günümüzde sadece matematiksel işlem süreçlerini ezberlemek ve bu yöntemi benzer problem durumlarında uygulamanın yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Öğrencileri okulun ötesinde geleceklerine hazırlamak için onların matematiksel düşünceler ve yeni kavramlar oluşturmasına imkan sağlayan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir. Bu nedenle çocukları küçük yaşlardan itibaren bu tür karmaşık gerçek yaşam durumlarıyla karşı karşıya getirerek onların karşılaştıkları problem durumlarına yaratıcı çözümler üretecekleri ortamlar yaratan ve matematiksel modellemeyi de içeren model oluşturma etkinlikleri ilkokul yıllarından itibaren kullanılmalıdır (English, 2006b).

Niss, Blum ve Galbraith (2007) matematiksel modellemenin öğrencilere matematiğin sınıf dışında da kullanılabileceğinin gösterilmesiyle onlarda matematiğin doğası ve rolü hakkında daha zengin bir fikir oluşturmayı, matematiğe karşı tutumlarının ve inançlarının şekillenmesine yardım ederek öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini artırmayı, öğrencilere matematiği farklı alanlarda kullanabilme kapasitesini kazandırmayı sağladığını belirtmişlerdir. Yine Skovsmose (1994) sadece bireylerin becerilerini kullanarak üstesinden gelebileceği sorular yöneltme olarak algılanmaması gerektiğini belirterek matematiksel modellemenin aynı zamanda kritik durumda olan matematik eğitimini besleyecek etkili bir yöntem olduğuna dikkat çekmiştir. English (2006a) öğrencilerin yaratıcı ve üst düzey düşünme deneyimleri elde etmesi için modelleme problemlerinin iyi bir araç olduğunu vurgulamıştır. Bu açıdan yapılan çalışma ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinin belirlenmesinin yanında matematik eğitiminde öğrencilerin karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmaları ve model oluşturma sürecini yaşamaları açısından önemlidir.

Ulusal ve ulusalar arası literatür incelendiğinde matematiksel modellemenin öğrenciler üzerideki katkıları yurt dışındaki ülkeler tarafından fark edilmiş olduğu ve bu konuda farklı pek çok araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Buna rağmen ülkemizde matematik eğitimde model ve modelleme kavramlarına yönelik ilköğretim öğrencileri ile yapılan çalışmaların oldukça sınırlı sayıda olduğu görülmektedir. Bu çalışmalara verilecek örneklerden biri, Doruk (2010) tarafından 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisini araştırmak amacıyla yapılmıştır. Çalışmada matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı gruplarla bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplar arasında matematik derslerinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer edebilme düzeyleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını araştırmak amacıyla yapılmıştır. Kant (2011) çalışmasında ilköğretim 8.

sınıf öğrencilerinin matematiksel model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerini ortaya koyarak bu güçlüklerin giderilmesine yönelik uygulama ve çözüm önerilerinin geliştirilmesini amaçlamıştır. Doruk (2011) matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışmaları sırasında ortaya çıkan, iletişim becerilerinin gelişimine katkı sağlayacak süreçlerin ayrıntılı olarak belirlenmesi amacıyla ilköğretim 6. ve 7. sınıfında modelleme etkinlikleri üzerindeki çalışmalarının video kayıtlarını incelemiştir. Yine Doruk (2012) çalışmasında 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinlikleriyle çalışmaları sırasında ortaya çıkan, genel eğitimsel değerlerin, matematiksel değerlerin ve matematik eğitimi değerlerinin öğretimine katkı sağlayacak süreçleri ayrıntılı olarak belirlemiştir. Ayrıca Kal (2013) ise çalışmasında matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisini araştırmak ve matematiksel modelleme etkinlikleri ile çalışılan öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik derslerinde kullanılmasına yönelik görüşlerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Bir başka çalışmada Sandalcı (2013) ise modelleme etkinlikleri kullanılarak 6. sınıf öğrencilerinin cebir konusunda akademik başarılarının arttırılması ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeylerinin geliştirilmesini amaçlamıştır. Fakat ulusal literatürde model oluşturma etkinlikleri kullanılarak ilkokul seviyesindeki öğrencilerin model oluşturma süreçlerini incelenmesine yönelik bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Bu bakımdan ilkokuldan ortaokula geçiş aşamasında bulunan ve ilkokul matematik öğretim programının hedefleri doğrultusunda yetiştirilmiş 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenerek ortaya konması onların gerek ortaokul ve ortaöğretime gerekse okulun dışında gelecekte sahip olacakları mesleklerinde veya bir vatandaş olarak karşı karşıya kalacakları gerçek dünya problemlerini çözebilmeleri konusunda ne kadar hazırlıklı olduklarını göstermeleri açısından önem arz etmektedir. Ayrıca karşılaşılan bu güçlüklerin giderilmesinde öğretmenlerin sınıf içinde nasıl bir role sahip olmaları gerektiği ve uygulanacak etkinliklerin niteliği, içeriği ve uygulama biçiminin belirlenmesinde önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Eğitimde yeni yaklaşımlara uygun olarak hazırlanan ortaokul programına konulan seçmeli derslerden *Matematik Uygulamaları* dersi öğrencilerin akıl yürütme, problem çözme, matematiği diğer disiplinler ve günlük hayatla ilişkilendirirken çoklu gösterimlerden faydalanma becerilerinin gelişimine katkı sağlamak amacıyla oluşturulan etkinlikler öğrencilerimiz için önemli bir fırsat sunarken ilkokul programında bu tür etkinliklere yer verilmediği görülmektedir. Dolayısıyla araştırma ilkokul düzeyinde yeni modelleme etkinliklerin hazırlanmasına, bu etkinliklerin öğrenciler üzerindeki pozitif etkileri gösterilerek öğretim programında daha geniş bir şekilde yer almasına ve sınıf içi modelleme uygulanmaların artmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir.

1.3 Araştırma Sorusu

İlgili literatür ışığında bu çalışmanın en temel araştırma sorusu "ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlükler nelerdir?" şeklinde belirlenmiş olup, daha sonra veri toplama ve analiz sürecinde alt problemler aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

1. İlkokul 4. sınıf öğrencileri model oluşturma etkinliği boyunca hangi düşünme süreçlerini kullanmaktadırlar?

2 İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinde karşılaştıkları güçlükler nelerdir?

1.4 Sınırlılıklar

Bu çalışmanın sonuçları;

- Karadeniz bölgesinde, büyük bir ilin merkezinde bulunan bir devlet üniversitesine bağlı vakıf koleji ile,
- Vakıf koleji 4. sınıf öğrencileri arasından seçilen altı öğrenci ile,
- Esas çalışmadan önce uygulanan 4 haftalık eğitim süresi ile,
- Oluşturulan iki odak gruptan elde edilen verilerle,
- Çalışmalarda kullanılan model oluşturma etkinlikleri ile sınırlıdır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

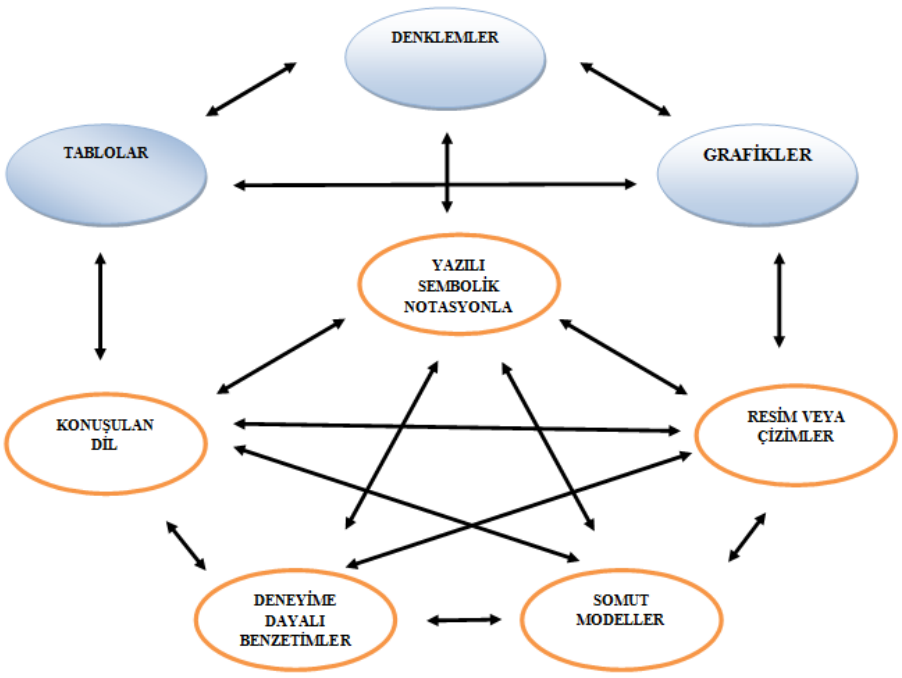
Bu bölümde model, modelleme ve matematiksel modellemenin tanımları verilerek sözel problemler ve modelleme problemleri arasındaki farklara değinilmiştir. Sözel ve modelleme problemlerine değinmeden önce ise problem ve problem türlerinden bahsedilmiştir. Sonrasında model oluşturma etkinlikleri üzerinde ve bir problemin model oluşturma etkinliği olması için sağlaması gereken prensipler üzerinde durulmuştur. Modelleme yaklaşımları ve model oluşturma süreçlerinde farklı süreçler tanıtılmış ve bu çalışmada kullanılan sürece ayrıntılı olarak yer verilmiştir. Ardından model oluşturma etkinliklerinde grup çalışmasının önemi ve öğretmenin rolünün etkisinden bahsedilerek ilkokul matematik müfredatında modellemenin yerine ve önemine değinilmiştir. Son olarak da PİSA ve matematiksel modelleme arasındaki ilişkiden bahsedilmiştir.

2. 1 Model ve Modelleme

Bu bölümde çalışmanın temelini oluşturan kavramlar olan model, matematiksel model, modelleme, matematiksel modelleme tanımları ile biliş ve biliş-ötesi düşünme süreçleri üzerinde durulmuştur.

Lesh ve Doerr (2003a)'e göre *modeller* dış sembolik gösterimler kullanılarak ifade edilebilen kavramsal sistemlerdir. Bu kavramsal sistemler bir takım bileşenler, ilişkiler, işlemler ve etkileşimleri içine alan kurallardan oluşur. Ayrıca bunlar başka sistem veya sistemlerin davranışlarını açıklamak, tanımlamak, yapılandırmak veya tahmin etmek için de kullanılabilirler.

Modeller, gerçeğin bir şekilde nesnelleştirilebilir parçalarının basitleştirilmiş temsilleridir. Modeller, öğrenicilerin ya da problem çözücülerin hem zihninde hem de kullandıkları denklemler, diyagramlar, bilgisayar programları ya da diğer somutlaştırılmış temsili medyalarda yer alan kavramsal sistemlerdir (Lesh & Doerr, 2003a). Bir başka deyişle modeller karmaşık sistemleri yorumlamak ve anlamlandırmakta kullanılan temsil araçları olabildiği gibi yalnızca konuşulan dil, çizimler veya deneyimlerden de oluşabilir (Lesh & Doerr, 2003a).



Şekil 1: Kavramsal Sistemlerin Çeşitli Temsili Medyalara Dağılımı (Lesh & Doerr,2003a)

Yukarıdaki şemada denklem, tablo ve grafikler daha çok lise ve üniversite seviyesindeki müfredatta kullanılırken (Kaput, 1987), diğerleri ise ilköğretim düzeyindeki müfredatta kullanılmaktadır (Lesh, Post, & Behr, 1987).

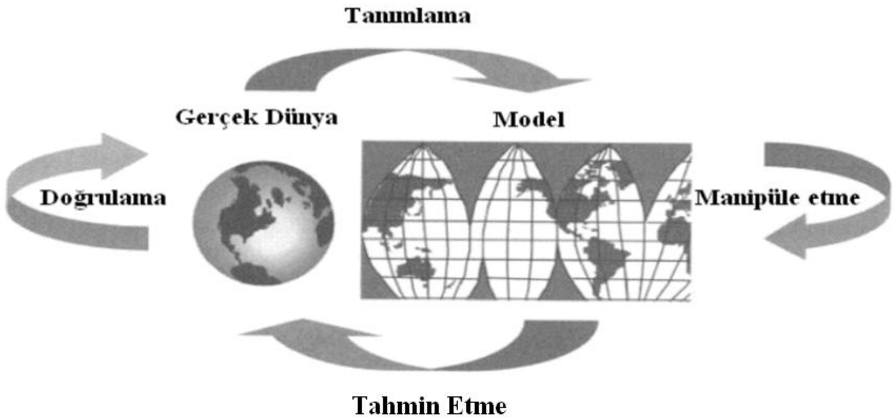
Doerr ve Tripp (1999) göre tüm kavramsal sistemler bir model ortaya koymayabilir. Kavramsal bir sistemin bir model olarak düşünülebilmesi için onun bazı başka olgu veya sistemlerin davranışlarını tanımlamamıza, açıklamamıza, yorumlamamıza veya tahminde bulunmamıza yardımcı olması gerekir.

Aynı gerçek bir durum farklı bireyler tarafından farklı şekillerde modellenebilirler. Bu yüzden modeller evrensel sistemler olmayıp yalnızca modelleyen kişinin düşüncesini yansıtan temsillerdir (Dindyal, 2010). Ayrıca matematiği öğrenciler için gerçek hale dönüştürdüklerinden çok önemli bir role sahiptirler.

Lesh ve Doerr (2003a) model ve modelleme perspektifine göre "model"'in şu iki kavramla karıştırılmaması gerektiğine belirtmiştir:

- İlki, bu çalışmadaki model kavramı "model sınıf", "model öğretim" gibi sıfat olarak kullanılan "**model**" yani "**olması gereken, ideal**" manasında kullanıl**mamak**tadır.
- İkincisi ise matematiksel akıl yürütme üzerine çalışmalar yapan Piaget, çocukların belli bazı matematiksel deneyimlerini anlamlandırmak için kullandığı kavramsal sistemleri açıklamada "model" kavramını kullanmaktadır. Bu alanda çalışmalar yapan araştırmacılar modelleri sanki çocukların uyguladığı gerçek kavramsal sistemleriymiş gibi tanımlamaktadırlar. Bir başka deyişle çocukların düşüncelerini betimlemek, tasvir etmek için araştırmacıların geliştirdiği "modellerdir". Bu perspektifte bahsedilen model, araştırmacıların çocukların düşüncelerini betimlemek için geliştirdikleri modeller değildir. Asıl vurgulamak istediğimiz model kavramı; çocukların karşılaştıkları matematiksel olarak önemli sistemleri açıklamak veya oluşturmak için geliştirdikleri "modellerdir". İstenilen çocukların kendi geliştirdikleri modelleri kendi anlayışlarına göre betimlemeleridir.

Model ve modelleme terimleri arasındaki ilişki, süreç ve ürün arasındaki ilişkiye benzemektedir (Sriraman, 2005). Modelleme belirli durumlarda belirli amaçlar için temsili tanımlamaları geliştirme sürecidir (Lesh & Lehrer, 2003). Srirman (2005) modellemeyi herhangi bir problem durumunda, son ürün veya sonuç olarak ifade edebileceğimiz modeli elde etme süreci olarak tanımlarken, Kertil (2008) ise olayları ve problemleri yorumlama (tanımlama, açıklama veya oluşturma) sürecinde problem durumlarını zihinde düzenleme, koordine etme, sistemleştirme ve organize edip bir örüntü bulma, zihinde farklı şemalar kullanarak modeller oluşturma süreci olarak açıklamıştır. Lesh ve Doerr (2003a) modellemenin dört aşamada gerçekleştiğini ifade ederek modelleme döngüsünü aşağıdaki şekilde göstermektedirler:



Şekil 2: Modelleme Döngüsünün Takip Ettiği Adımlar (Lesh& Doerr, 2003a)

Görüldüğü gibi modelleme bir süreci temsil ederken, model ise süreç sonunda elde edilen ürünü temsil etmektedir.

Matematiksel modelleme ise Swetz ve Hartzler (1991) tarafından analiz, sentez ve yorumlama gibi birçok biliş üstü aktivitelerin kullanıldığı ve birçok becerinin kazandırıldığı sistematik bir süreç olarak tanımlanmaktadır. Lesh ve Doerr (2003a) ise matematiksel modellemeyi model oluşturma etkinliklerinin bir parçası olarak bir başka deyişle model oluşturma etkinlikleri sırasında gerçekleşen bir süreç olduğunu ifade etmişlerdir. Berry ve Houston (1995) ise matematiksel modellemenin, matematiksel problem çözme için bir metot olduğunu ifade ederek matematiksel modelin, verilen bir durum veya problemle ilgili birden fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel bir sunumu olduğunu belirtmişlerdir. Blum ve Niss (1991) ise matematiksel modelde verilerin, kavramların, ilişkilerin, koşulların ve varsayımların matematiğe transfer edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca modellemenin gerçek yaşam durumundan matematiksel modele kadar geçen tüm süreçte yapılan matematikselleştirme işlemi olduğu vurgulanmıştır.

Lesh, Amit ve Schorr (1997) matematiksel modeli bir dizi karmaşık deneyimleri tanımlamak, açıklamak, oluşturmak, yenilemek, manipule etmek ve tahmin etmek için kullanılan işlevsel bir sistem olarak tanımlamaktadırlar. Ayrıca modeller belirli durum, deneyim ve insanlar etrafında oluşurken bu insanlar karşılaştıkları problem-çözme durumlarını kendi içsel-açıklama veya dışsal-temsil (model) olarak 'haritalandırıp (şemalandırma)' yorumlarlar.

Lesh ve Lehrer (2003) matematiksel modellerin amaçlar, kavramsal sistemler ve kavramsal sistemlerin sembolik temsillerinden oluştuğunu belirtirken bunun nedenini modellerin belirli durumlar doğrultusunda belirli amaçlar için geliştirildiğinden problem çözme ve durumsal (yerleşik) öğrenme formlarını içerdiğini ifade etmişlerdir. Blum ve Niss (1991) matematiksel modellemenin katkılarını şu şekilde sıralamışlardır:

- Öğrencilerin gerçek dünyayı daha iyi anlamalarını sağlar,
- Matematiksel öğrenmelerini destekler (motivasyon, kavram oluşumu, anlama ve kalıcılık),
- Çeşitli matematiksel yeterliliklerin ve buna bağlı becerilerin gelişmesine katkı sağlar,
- Matematiğin doğru bir şekilde anlaşılmasına yardım eder.

Kısaca özetlemek gerekirse modeller gerçek dünya ile matematik dünyası arasındaki bağı açıklayan köprü görevini görürken, modelleme süreci bunun yanı sıra gerçekçi problem durumlarında sonuca götüren matematiksel analizler ile sonucun yeniden yorumlanmasını içerir (Dindyal, 2010).

2.2 Sözel Problemler ve Modelleme Problemleri

Modelleme döngüleri, gerçek yaşam durumları ya da gerçek yaşam problemleri ile başlar ve matematikselleştirme sonucu gerçek model oluşturma ile son bulur (Lesh & English, 2005). Buradan şu soru akla gelmektedir: "gerçek yaşam durumlarının bu denli önemli olmasındaki unsur nedir?". Lesh ve English (2005), model ve modelleme bakış açısı ile bu soruya verilecek ilk cevabın, öğrencilerin matematiksel yeteneklerine okulun dışında da anlam kazandırılması gerektiği olduğunu belirtmiştir. Yaşamış olduğumuz teknoloji tabanlı bilgi çağında günlük yaşamları sürekli değişen insanlar, dinamik, kompleks sistemlerin etkisinde kalırken özellikle matematik ve teknolojinin yoğun olarak kullanıldığı mühendislik, mimarlık, tıp, istatistik, ekonomi gibi alanlarda karşılaştıkları problem durumlarına da daha kompleks çözümler üretmek zorunda kaldıkları evrensel bir gerçektir (Lesh & English, 2005). İnsanların günlük yaşamlarında ne zaman ne tür güçlüklerle karşılaşacakları veya ne tür ihtiyaçlarının doğacakları önceden bilinemediğinden dolayı toplumdaki her bireyin gerçek yaşam problemlerini öğrenmesi ve üstesinden gelebilmesi için küçük yaşlardan itibaren gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirilmiş zorlu problem durumlarıyla karşı karşıya gelmeleri gerekmektedir (English, 2011a). Bu nedenle MEB (2009a)'in de belirttiği gibi matematik dersinde seçilen problemler, öğrencilerin matematiği kullanarak iletişim kurmayı öğrenecekleri ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirecekleri günlük yaşamında gereksinim duyduğu konular ve okulda yaptığı etkinliklerle ilişkili ve ilgi çekici olmalıdır.

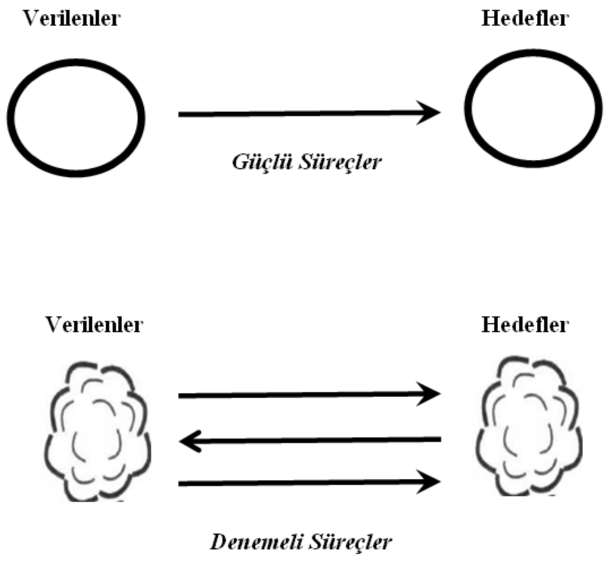
Problem kavramının tanımlarından yaygın ve kabul görmüş olanı, bireyin hemen çözümü olmayan bir problemle ya da durumla karşılaştığında bu durumun üstesinden gelmeye karar vermesi ve bunun üzerinde düşünmesi ve akıl yormasıdır (Akay, Soybaş ve Argün, 2006). Problemler yapı olarak rutin ve rutin olmayan problemler şeklinde ikiye ayrılmaktadır (Dede ve Yaman, 2006). Sözel problemler rutin olmayan problem türlerinden olup Polya (1990) sözel problemleri, önceden çözülmüş genel bir probleme özel veriler yerleştirilerek ya da hiçbir yenilik yaratmaksızın benzer bir örneği adım

adım izleyerek çözülebilen problemler olarak tanımlamaktadır. Genellikle gerçek hayata dayalı durumlarla ilişkili olmayan basitleştirilmiş formdadırlar. Çoğu ders kitabında görülen problemler bu türdendir. Bu problemlerin amacı sadece toplama çıkarma gibi matematiğin özel bir alanında alıştırma yapmaktır (Greer, 1997). Sözel problemlerdeki öğrenci çalışmaları buluşsal olmaktan ve matematiksel stratejilerden yoksundur, bu nedenle tek düze çözümler ortaya çıkar (Greer, 1997). Yüksek seviyede bilişsel veya biliş ötesi süreçleri içermez. Öğrenciler sözel problemleri çözerken soruda anahtar kelime ararlar veya daha önceden bilinen çözüm yolunu uygularlar (Schoenfeld, 1992). Bu tür problemler öğrenciyi gerçek hayata hazırlamaz, çünkü öğrenciler matematik alanındaki bilgiyi ve problem çözme yeteneklerini transfer edemezler (Hiebert et. al., 1996).

Yapılan araştırmalarda geleneksel sözel problemlerin öğrencilerde problem çözme stratejilerini geliştirmediğini, öğrencilerin problem cümlelerindeki bazı kalıp sözcüklere göre hareket ederek çözümü buldukları, bu şekilde bulunan çözümün öğrenciler için çok anlamlı olmayarak kısa süreli başarılar sağladığı ve çözüm sürecinde problemle ilgili gerçek hayat durumlarını göz önüne almadıkları, matematik bilgilerini gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirmekte zorlandıkları yönünde bulgular vurgulanmaktadır (Greer, 1997, Verschaffel, De Corte & Lausure, 1994, Yoshida, Verschaffel & De Corte, 1997, English et. al., 1995). Bu çalışmaların sonucunda birçok araştırmacı problem çözme aktivitesi olarak açık uçlu, kalıp cümlelerle ve ipuçları içeren cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen, rutin olmayan ve öğrencileri gerçek hayat durumları içeren ve böylece öğrencilerin okul ve gerçek yaşamı ilişkilendirerek, formal bilgilerini gerçek yaşama aktarabilen, yaratıcı çözümler üretebilen, grupla çalışabilen ve grupla problemin üstesinden gelebilen, problem çözme becerisi gelişmiş, fikirlerini savunabilen ve bir çok faktörü ele alarak değerlendirme yapabilen bireyler olarak yetişebilmeleri amacıyla matematiksel modelleme problemleri ile çalışmalarına ağırlık vermişlerdir (Blum ve Niss, 1991; Schoenfeld, 1992, Verschaffel ve diğerleri, 1994, Lesh ve Doerr, 2003a; English ve Doerr, 2004).

Modelleme problemleri problem çözücünün alışagelmiş okul deneyimlerinin ötesinde matematiksel düşünme yoluyla belli bazı amaç veya hedeflere ulaşabilmek için karmaşık ürünler ya da kavramsal araçlar geliştirecekleri gerçekçi zorlu durumlar içermektedir (Lesh & Zawojewski, 2007). Bu problemler ile öğrencileri gerçek yaşam durumlarına yoğunlaştırarak onların gerekli matematiksel yapıları oluşturmalarını, geliştirmelerini, tekrar gözden geçirmelerini ve oluşturdukları modelleri başka problem durumlarına genelleyebilmelerini amaçlanmaktadır (Zawojewski & Lesh, 2003). Bu şekilde öğrencilere kendi ürettikleri çözümlerin yeterlilikleri ve alternatif planlarının güçlü ve zayıf yönlerini üzerinde düşünme fırsatları verilmiş olunur.

English ve Lesh (2003) geleneksel problemlerin aksine modelleme problemlerinde önemli olanın sadece amaca ulaşmak değil, amacın ifade edilmesinin sağlanan bilginin ve çözümün muhtemel basamaklarının olduğunu vurgulamışlardır. Zawojewski ve Lesh, (2003)'in geleneksel problem çözme etkinliklerinde verilenler ile hedef arasında güçlü bir süreç uygulamasının söz konusu olduğunu ve modelleme etkinliklerinde verilenler ile hedef arasında birden fazla deneme süreci ve döngüsünün bulunduğunu gösterdikleri şekil aşağıdaki gibidir:



Şekil 3: Bilgi İşlem Perspektifi ve Modelleme Perspektifine göre Problem Çözme (Zawojewski & Lesh, 2003)

Lesh ve Doerr (2003a) modelleme problemleri ile öğrencilerin, gerçek yaşam probleminin bir matematik problemine dönüştürülmesini, problemlerin nasıl çözüldüğünü, fikirlerin nasıl geliştirildiğini planlamayı ve fikirlerin revizyona veya daha kapsamlısına ihtiyacı olup olmadığının ve fikirlerin problemde verilen şartları, varsayımları karşılayıp karşılamadığının sonuçlarıyla ilgili karar vermeyi içeren, öğrencilerin araştırma ve keşfetme becerilerini geliştiren etkinlikler olduğunu vurgulamıştır. Matematiksel modelleme problemleriyle yüzleşen öğrenciler problem çözme görevinin amacına ulaşmak için problemin içeriğini tartışmak zorundadır (Dolye, 2006). Öğrenciler zamanlarının çoğunu, ilgili olan ilişkiler, yapılar, sistemler ve bilgi hakkında düşünmek için çeşitli yollar geliştirerek harcarlar. Bu durumda aktivite sırasında değiştirdikleri veya dönüştürdükleri şey, verilerle ilgili kendi karakteristik düşünme şekilleridir. Bu karakteristik düşünme şekilleri, öğrencilerin modelleme aktiviteleri sırasında prosedürler hakkında bilişüstü düşünerek prosedürlerle düşünmenin ötesine geçtiklerini vurgulamaktadır (Lesh, Lester& Hjalmarson, 2003). Lesh, Hoover, Hole, Kelly & Post (2000) bir matematik probleminin çözümü, öğretimi ve öğrenimini geleneksel bakış açısı ve modelleme bakış açısına göre özetledikleri Tablo 1'de verilmiştir.

	GELENEKSEL ve MODELLEME BAKIŞ AÇISINA GÖRE MATEMATİK, PROBLEM ÇÖZÜMÜ, ÖĞRENME ve ÖĞRETİM	
	Geleneksel Yaklaşım	**Modelleme Bakış Acısı**
Matematiğin Doğası	Davranışçı yaklaşımdan öğretim öğretmenin verip öğrencinin aldığı şey, olgudur. Bilgi belli şartlar altında uyarıcı -tepki (giriş –çıkış) seklinde oluşturulmuş kurallar (gerçekler, tanımlar, beceriler) listesi seklinde tanımlanır.	Bilgi bir makine ile değil canlı bir olayla (organizma) ile ilişkilendirilir. Matematik öğretimi bilişsel yaklaşımlarla kavramsal sistemler veya matematiksel modeller üzerine kurulur. Bu modellerle matematik kullanılarak gerçek hayat problem durumu tanımlanır veya açıklanmaya çalışılır.
Problem Çözümünün Doğası	Problem çözme, çözüm yolu açık veya belli olmadığında verilenleri kullanarak amaca veya sonuca ulaşma sureci olarak tanımlanır.	Gerçek yaşam problemlerinin çözümü verilenlerin altında yatan örüntüleri, ilişkileri, olası çözüm yolları, verilenlerin doğasını ve amaçları yorumlayabilmek için faydalı yollar geliştirmeyi içerir. Çözümler yavaş yavaş açıklanmaya, detaylandırılmaya ve tahmine dayanan bir kaç modelleme adımı (serisi) içerir.
Uzmanların Doğası	İnsanlar bilgi isleyiciler olarak karakterize edilirler. En iyi öğrenci veya öğretmenler (uzmanlar) formülleri ezberleyip gerektiğinde eksiksiz hatırlayıp bunun üzerinde işlemleri kusursuz şekilde uygulayan kişilerdir	Uzmanlar güçlü modeller geliştirebilen, sistemleri oluşturabilen, anlamlandırabilen ve manipüle edebilen insanlardır. Ayrıca bu modelleri yeni ve değişen durumlara adapte edebilen, genişletebilen ve düzenleyebilendir.
Öğrenmenin Doğası	Öğrenme yavaş yavaş gerçekleşen eklemelerin yapıldığı, silindiği, ilişkilendirildiği, ayrışmaların olduğu mekanik şartlara bağlı eylemlerin bir sureci olarak tanımlanır	Öğrenme, model inşasını ve su farklı boyutlar arasında ilgili yapıların gelişimini içerir: Somuttan soyuta, özelden genele, yerleşikten yerleşik olmayana, sezgiselden analitiğe, işlenmemişten işlenmişe, parçalıdan bütüne gelişim hareketli sistemlerin farklılaştırılmasını, bütünleştirilmesini ve arıtılmasını ayrıca kavramların yeniden organizasyonunu içerir.
Öğretimin Doğası	Öğretim çoğunlukla doğruların, gerçeklerin, kuralların, becerilerin, süreçlerin öğretmen tarafından gösterimi sonrasında öğrencilerin yapılan bu işlemlerin tekrarlanmasının istenmesi, surecin öğretmen tarafından kontrolü, hata yapılması durumunda ise düzeltilmesini içerir	Öğretim, öğrencilerin önemli matematiksel yapılarla karsılaştığı durumlarda dikkatli bir bicimde oluşturulmuş deneyimlerinin üzerine odaklanır. Bu karşılaşılan durumda öğrenci sürekli olarak düşüncelerini açıklamaya çalışır, test eder ve yeniden düzeltme ve düzenlemelere gider

Tablo 1: Geleneksel ve Modelleme Bakış Acısıyla Matematik, Problem Çözümü, Öğrenme ve Öğretimi (Lesh et. al., 2000).

Grup çalışması yapmak öğrencilerin kavramsal gelişim, düşünme, akıl yürütme ve problem çözme becerilerinin gelişmesini sağlar. Öğrencilerin çalışmaya karşı motivasyonları, tutumları ve okulda başarılı olma inanışları öğretmen tarafından öğretilmesiyle değil kendi gayretleri ve uygulamaları sonucu gelişir (Blachford ve diğerleri, 2003). MEB (2009a), öğrencilere, matematikte akıl yürütebilmenin, düşüncelerini açıklayabilme ve savunabilmenin öneminin hissettirilmesi gerektiğini belirterek bir problemin çözümü kadar, nasıl çözüldüğünün de önemi vurgulanması gerektiği üzerinde durmaktadır. Modelleme problemleri öğrencilerin küçük gruplar halinde çalışarak problem durumlarına yaratıcı çözümler üretmesi gereken ve grup üyelerinin genellenebilir bir model oluşturmaları için birden çok varsayıma dayalı çözüm üretmeleri istenen problem türleridir. Modelleme sürecinde problem durumunu matematikselleştirerek varsayımlar ve olası çözümler üzerinde tartışırlar. Bu tartışmalar sırasında dikkate değer unsurları belirlerler ve ihtiyaçları doğrultusunda modellerinden vazgeçecekleri ya da modellerini geliştirecekleri tartışma ortamları oluştururlar. Sonuç olarak modelleme problemleri ile öğrenciler birbirlerinin düşüncelerini etkileyerek farklı düşünme ortamlarının oluştuğu, üst bilişsel düşünme süreçlerinin gerçekleştiği tek yönlü olmayan, birden fazla deneme süreci ve döngülerin olduğu bir öğrenme süreci ile meşgul olurlar. Eleştirel yaklaşımların olduğu bu süreç öğrencilere bir diğerinin oluşturduğu modele geri bildirim oluşturması açısından da olanak sağlamaktadır.

İlkokulda matematiksel modelleme uygulamaları öğrencilere öğrenmede geleceğe yönelik bir yaklaşım sunar. Öğrencilerden farklı tipte işlemler (ayırma, organize etme, seçme, sayısallaştırma, verileri dönüştürme gibi) ve farklı niceliklerin (sıralama, sıklık, yığılma, olasılık, gibi) kullanıldığı gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirmeleri istendiğinden onların buradan elde ettikleri matematiksel deneyimler geleneksel olarak öğretilen okul müfredatından oldukça farklıdır (English, 2007). English (2004) ilkokuldaki öğrencilerin modelleme problemleri ile öğrencilerin metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama; basit veri tablolarını okuma; verileri toplama, analiz etme ve temsil etme; analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama; grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme, üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeleri gibi kazanımlar edinebileceklerini belirtmiştir. Ayrıca birçok araştırmacı gibi English ve Watters (2004) yaptıkları çalışmada ilköğretim düzeyindeki öğrencilerle yaptıkları modelleme problemlerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini ve problem çözme becerilerini geleneksel problem çözme etkinliklerinden daha fazla geliştirdiğini göstermişlerdir.

2.3 Model Oluşturma Etkinliği

Lesh ve Doerr (2003a) modelleme problemleri yerine *model* ve *modelleme* terimlerini de içinde barındıran "model oluşturma etkinliği (model eliciting activities)" kavramını kullanmak gerektiğini belirtmişlerdir. Model oluşturma etkinlikleri modelleme sürecini kapsamaktadır. Bu süreç sonunda amaç, başka insanlarla paylaşılabilir, benzer durumlarda tekrar kullanılabilir ve başka amaçlar için değiştirilebilir bir model üretmektir (Lesh & Doerr, 2003a).

Lesh ve Doerr (2003b) ve Blum ve Niss (1991) problem çözme aktivitesi olarak modelleme etkinliğinde şu süreçlerin olduğundan bahsetmektedirler: (a) *problemi anlama ve yorumlama*; problemin içerisinde bulunan tabloyu, grafiği ve sözel bilgiyi anlama ve bunlardan sonuçlar çıkarma, (b) *problemi manipüle etme ve bir matematiksel model geliştirme*; değişkenleri ve bunların arasındaki ilişkileri belirleme, hipotez oluşturma, bağlamsal bilgiyi değerlendirme ve model geliştirme, (c) *paylaşılan çözümü yorumlama*; karar verme, sistemi analiz etme ve yeni çözümler önerme, (d) *çözümü doğrulama ve gösterme*; çözümü genelleme ve paylaşma, çözümü farklı bakış açısıyla değerlendirme.

Model oluşturma etkinlikleri sonunda bir rakam ya da bir kelime ile yanıtı bulunan geleneksel problemler olmayıp, rutin olmayan-karmaşık gerçek dünya durumlarını ifade eden, kişilerden bu durumu matematiksel olarak yorumlamasını ve bu durumdan yararlanacak bireylerin karar vermesine yardım etmek amacıyla süreci veya yöntemi matematiksel olarak betimlemesi ve formüle etmesini gerektiren, olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Mousoulides, 2007; Lesh & Zawojewsky, 2007; aktaran, Eraslan, 2011b).

Lesh ve Doerr (2003b)'e göre modelleme etkinlikleri nicelleştirme, boyutlandırma, koordine etme, kategorize etme, cebirselleştirme ile ilgili objeleri, ilişkileri, eylemleri ve örüntüleri, sistematik hale getirme gibi süreçler aracılığıyla matematikleştirmeyi içermektedir. Modelleme etkinliklerinin hedefi öğrencilerin, matematiksel düşünceleri ve süreçleri kavramsallaştırmada yararlı olabilecek modelleri geliştirirken, problem durumuyla ilgili anlayışlarını yansıtmalarına yardım etmektir. Bu etkinlikler sonucunda ulaşılacak modeller, önemli matematiksel yapılar, örüntüler, düzenlilikler ve bu ürünlerin gelişiminin gerektirdiği yorumlamaların, tanımlamaların, varsayımların, açıklamaların ve çıkarımların çoklu döngüleri üzerine kurulur (Lesh & Doerr, 2003a). Lesh ve Doerr (2003b) çocukların matematiksel tanımlamalarının, açıklamalarının, gerekçelendirmelerinin ve tartışmalarının gelişiminin matematiksel model oluşturma etkinlikleriyle sağlandığını belirtmişlerdir. Modelleme etkinlikleri ayrıca sosyal etkinlikleridir bu yüzden öğrenciler sonuca ulaşmak için çalışırken farklı sorular, bağlantılar, tartışmalar, çelişkiler ve sorunlarla bağlantı kurmaktadır. Sonuçta kendi çalışmalarına ait raporları sınıfa sunarken diğer arkadaşlarından gelecek eleştirel dönütlere ve sorulara cevap vermektedirler (Zawojewski, Lesh & English, 2003). Lesh, Hoover, Hole, Kelly & Post (2000) bir model oluşturma etkinliğinin sahip olması gereken altı özelliği şu şekilde açıklamıştır:

2.3.1 Model Oluşturma Prensibi:

Problemler (etkinlikler) model oluşumuna izin verecek şekilde tasarlanmalıdır. Eğer problemin çözümü matematikselleştirmeyi içeriyorsa, öğrencilerin oluşturacağı en önemli ürünlerden biri ilişkileri, işlemleri ve örüntüleri açıklayan çeşitli somut, grafiksel, sembolik veya sözel-tabanlı temsili modellerdir. Bu nedenle bu prensipte sorulması gereken ilk soru: E*tkinlik öğrencilerin karmaşık problem çözme durumunda verilenleri, hedefleri ve olası çözüm süreçlerini yorumlamak için bir model geliştirmeye ihtiyaç olduğunu fark edecekleri bir durum yaratmakta mıdır?* Ya da başkaları tarafından formüle edilmiş bir soruya ait sadece tek bir doğru cevabı bulmalarını mı içermektedir?

2.3.2 Gerçeklik Prensibi:

Gerçeklik prensibi birçok açıdan *anlamlılık ilkesi* olarak da nitelendirilebilir. Bunun nedeni öğrencilerin problem durumunu kendi bilgi ve deneyimlerine dayandırarak anlamlandırabilmeleridir. Etkinliğin başarısı okul matematik becerisinin tamamen dışında gerçek yaşamda karşılaşması olası problem durumlarını içermesidir. Aksi takdirde problem öğrencilerin kendi bilgi ve deneyimleri ile anlamlandıramayacakları şekilde hazırlanmış ve derinliği olmayan durumlar içerirse gerçekte öğrencilerin cesaretini kıran en önemli etkenlerden biri olmaktadır. Bu nedenle eğer "gerçeklik' sorgulanacaksa bilinmelidir ki çocukların gerçeklikleri yetişkinlerden oldukça farklı hatta kendi akranlarıyla da aynı olmak zorunda değildir. Bu yüzden, problem durumu kapsamında problem çözücüler için çözümden faydalanacak kişiler belirli olmalı, çözümün amacı ilgili kişiler için belirtilmeli, çözüme neden ihtiyaç duyulduğu belirtilmeli ve gerçek hayat bilgi ve deneyimi açısından mantıklı bir problem olmalıdır

2.3.2 Öz-Değerlendirme Prensibi:

Öğrencilere problemin yararlı alternatif çözümler üretip üretmediklerini sorgulamasına imkan tanımalıdır. Model oluşturma etkinliğinde modelleme döngüsü oluşur ve bu döngü sırasında öğrenciler bir çok varsayımı değerlendirir ve matematiksel işlem uygular. Bu süreçte ilerleyebilmek icin grup tarafından yapılması gerekli sorgulamalar şunlardır: (a) kendi düşünce yollarındaki eksiklikleri belirleyebilmek, (b) alternatif fikirleri karşılaştırmak ve en yararlı veya faydalı olanları seçebilmek, (c) alternatif düşünme yollarındaki zayıflıkları en az indirgeyerek modeli daha da güçlendirmek, (d) en iyi ve faydalı olan durumları yeniden düzenlemek ve (e) yaptıkları düzenlemeleri değerlendirmektir. Ayrıca bu prensibe göre problemin amacı açıkça (*ne, ne zaman, neden, nerede ve kimin için gibi*) verilmeli ve alternatif çözümlerin yararlılığının değerlendirilmesi için uygun kriterleri içermelidir. Amaca uygun olarak düzenlenmesi veya yenilenmesi gerektiği ifade edildiğinde öğrencilerin kendilerini savunmasına imkan tanımalı ve problemde istenilen sonuca ulaşılıp tamamlandığına kendileri karar vermelidirler.

2.3.4 Model Dokümantasyon Prensibi:

Etkinlik, öğrencilerin kendi düşünme süreçlerinin açıklandığı ve çözümlerini içeren sonuç raporu hazırlamalarına imkan sağlamalıdır. Öğrencilerin cevapları, kendi varsayımlarını, amaçlarını ve hesaba katılan çözüm yollarını içerecek şekilde üretilmesi gerekir. Etkinlik, öğrencilerin kendi düşünceleri hakkında düşünmelerini sağlamak için teşvik edici olmalıdır. Bu nedenle etkinlik grup çalışması içinde planlama, kontrol etme ve gelinen noktayı değerlendirme bölümlerini içermelidir.

2.3.5 Model Genelleme Prensibi:

Bu prensip öğrencilerin ortaya koyduğu çözümlerin genellenebilir veya benzer başka durumlara kolayca adapte edilebilir olmasını içerir. Model, özel bir durum için özel bir çözüm yerinegenel bir düşünme biçimini temsil etmelidir. Bu prensip aynı zamanda öğrenci modellerinin başkaları tarafından anlaşılmasını ve kullanılmasını sağlar.

2.3.6 Etkili Prototip Prensibi:

Bu prensip üretilen modelin mümkün olduğunca basit fakat matematiksel olarak bir o kadar önemli olmasını sağlar. Etkinlik yapılması gereken sayısız süreçten kaçınmak, özelikle kavramsal anlamayı engelleyecek sayısal işlemleri önlemek için tasarlanmış olmalıdır.

2.4 Modelleme Yaklaşımları

Araştırmacıların çalışma alanları değiştikçe matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışmalar da farklılıklar göstermektedir. Bu durumlar farklı modelleme yaklaşımları benimsenerek literatürde yer almıştır. Kaiser ve Sriraman (2006) literatürde bulunan modelleme yaklaşımlarının sınıflandırmasını yönelik çalışmalarında matematiksel modelleme ile ilgili çalışmaların ve bu çalışmalarda bahsedilen matematiksel modelleme tanımlarının ve yaklaşımlarının birbirinden farklı teorik temellere dayandığını belirtmişlerdir. Modelleme tartışmalarından ortaya çıkan iki ana yaklaşımdan biri olan ve Henry Pollak (1969)'ın temsilcisi olduğu *pragmatik yaklaşım* faydacıl hedeflere ve öğrencilerin pratik problemleri çözmedeki matematik uygulama becerilerine odaklanır. Diğer yaklaşım ise matematik ile gerçeklik arasındaki ilişkiyi oluşturmada öğrencilerin yeteneklerine odaklanmasıyla bilinen *bilimsel-insancıl yaklaşım,* bilim ve eğitimin insani idealleri olarak daha çok matematiğe yöneliktir. Bu yaklaşımlar modelleme üzerine yapılan tartışmalar adına ana akımlar olmasına rağmen aralarında farklılıklar vardır ve bu yaklaşımların uluslararası alanda ortaya çıkan modelleme yaklaşımları ile bağlantıları vardır. Kaiser ve Sriraman (2006)'a göre bugünkü modelleme yaklaşımlarını anlamak için incelenmesi gereken amaçları pedagojik, psikolojik, konuyla ve bilimle ilgili amaçlar olmak üzere belirlemişlerdir. Bu amaçlardan yola çıkarak literatürde yer alan günümüzdeki modelleme yaklaşımlarını aşağıdaki tabloda (Tablo 2) altı modelleme yaklaşımı olarak özetlemiştir.

Yaklaşımın Adı	Temel Hedefler	Önceki Yaklaşımlarla İlişkileri	Çıkış Noktası	Önemli İsimler
Realistik veya Uygulamalı Yaklaşım	Faydacı hedefler, gerçek yaşam problemlerini çözme, gerçek yaşamı daha iyi anlama, modelleme becerilerini geliştirme	Pollak'ın pragmatik yaklaşımı	Anglo-Saxo pragmatizmiuygulamalı matematik, Pollak'ın pragmatik yaklaşımı	Haines/Crouch Burkhardt Kaiser/Schwarz
Bağlamsal Modelleme	Konu ilişkili ve psikolojik hedefler. (Sözel problem çözme gibi)	Sistemler yaklaşımına neden olan bilgi işleme yaklaşımı	Amerikan problem çözme tartışmaları, günlük okul pratikleri	Iversen/ Larson, Sriraman, Lesh ve Doerr
Eğitimsel Modelleme; a) Didaktik Modelleme b) Bağlamsal Modelleme	Pedagojik ve konu ilişkili hedefler: a) öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi b) kavram tanıtımı ve gelişimi	Bütünleştirici yaklaşım (Blum, Niss) ve bilişsel hümanistik yaklaşımın daha fazla gelişimi	Didaktik teoriler ve öğrenme teorileri	Niss, Freudenthal Henning/Keune Blomhoj/Hoff Keldsen Galbraith/ Stillman Lingefjärd Maaß
Sosyo-eleştirel Modelleme	Dünya çapındaki eleştirel anlayış gibi pedagojik amaçlar	Özgürlükçü yaklaşım	Politik sosyolojideki sosyoeleştirel yaklaşım	Barbaso
Epistemolojik veya Teorik Modelleme	Teori temelli hedefler (teori gelişimine katkı sağlama gibi)	"Eski" Freudenthal'ın Bilimsel hümanistik yaklaşım	Roman epistemoloji	Brousseau, Chevallard, Garcia, Gascon, Ruiz Higueras/ Bosch
Aşağıdaki yaklaşım bir çeşit *üst-yaklaşım* olarak tanımlanabilir:				
Bilişsel Modelleme	a) modelleme sürecinde oluşan zihinsel süreçlerin analiz edilmesi ve bu zihinsel süreçlerin anlaşılması b) modelleri zihinsel resimler veya fiziksel resimler olarak kullanarak veya modellemeyi soyutlama, genelleme gibi zihinsel süreçler olarak ele alarak matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesi		Bilişsel Psikoloji	Blum/Leiss, Borromeo Ferri

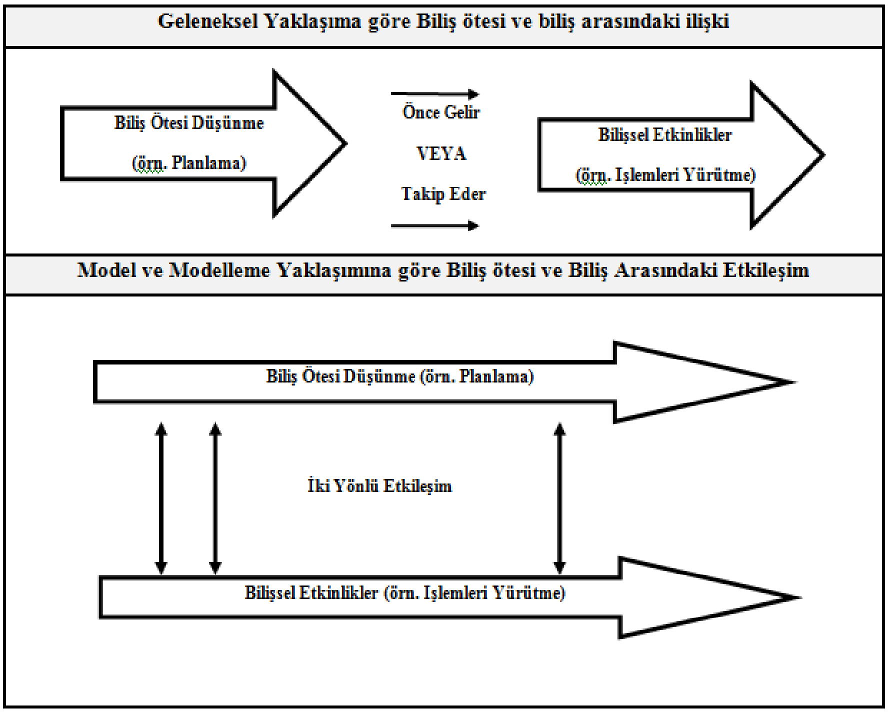
Tablo 2: Kaiser ve Sriraman (2006)'ın Modelleme Yaklaşımları Sınıflandırması

Kaiser ve Sriraman (2006) modelleme üzerine yapılan tartışmalarla ilgili farklı yaklaşımları açıklayarak sınıflandırdıkları ve bu yaklaşımları daha eski yaklaşımlarla ilişkilendirmişlerdir. Yapılan çalışma ayrıca eski yaklaşımlar ve günümüz yaklaşımları olarak da nitelendirebileceğimiz bu farklı yaklaşımlar arasındaki benzer ve ayrılıkları göstermektedir. Bu incelemelerin sonuçları bir taraftan uygulama ve modelleme üzerine yapılan tartışmalarda önemli yeni gelişmeler meydana geldiğini gösterirken diğer taraftan da yeni yaklaşımların hala var olan geleneklerden etkilenmeye devam ederek ilerlediğini ve bunların önceki yaklaşımlarının gelişimi ile ortaya çıktığını göstermektedir.

Blum ve Niss (1989) ise dünya genelindeki literatürde matematiksel modelleme hakkında beş merkezi yaklaşımdan söz etmektedirler. Bu yaklaşımların ilki *gelişmeci (formative) yaklaşım* olup problem çözme ve modelleme etkinliklerinin öğrencilerin genel dışa vurabilme yeteneklerini ve yaratıcılık kapasitelerini geliştireceğini vurgular. *Eleştirel beceri (critical competence) yaklaşımı*; öğrencilerin, matematiğin giderek daha fazla kullanıldığı bir dünyada yaşayan bireyler olarak özgürce davranabilme yeteneğini geliştirmesi gerektiğini vurgular. *Kullanılabilirlik (utility) yaklaşımı*; öğrencilerin karşılaşabilecekleri değişik durumlarda matematiği kullanabilecek durumda olmaları gerektiğini belirtir. *Matematiğin resmi (the picture of mathematics) yaklaşımı;* uygulamaların sunumunun ve modellemenin, bir disiplin olarak matematiğin zengin ve karşılaştırmalı bir resmini çizdiğini kabul eder. Matematiği öğrenmeyi sağlama yaklaşımı ise; modelleme etkinliklerinin öğrencilere yeni kavramlar edinmeleri ve yeteneklerini geliştirmeleri konusunda yardımcı olduğunu vurgular (aktaran, Doruk, 2010).

Modelleme yaklaşımlarına bir diğer görüşü ekleyen Lesh, Lester ve Hjalmarson (2003) ise modelleme yaklaşımını günümüzde sadece bilişsel temellere oturtulmasının yeterli olmadığını belirtmiştir. Bu nedenle model oluşturma sürecini biliş ötesi (metacognition) bir süreci içerdiğini vurgulamışlardır. Bu durumda biliş (cognition) ve bilişötesi (metacognition) kavramlarını, bu düşünme şekilleri arasındaki farkı ve ilişkiyi bilmek model oluşturma sürecinin değerlendirilmesi aşamasında önemlidir.

Biliş ötesi ya da üst bilişin (metacognition) en eski tanımı Flavell (1976) tarafından şu şekilde yapılmıştır: Biliş ötesi bir bireyin kendi bilişsel süreçlerini ve bunlarla bağlantısı olan her şeyi içine alan düşünce sistemidir (Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003). Bu tanımlama matematik eğitimcileri tarafından sıklıkla kullanılmaktadır. Falevll (1979) biliş ötesini, bilişsel görevleri, amaçları ve stratejileri seçme, değerlendirme, revize etme veya ortadan kaldırmaya sevk ettiğini belirtmiştir. (Akın ve Abacı, 2011). Schoenfeld (1985) da biliş ötesini "ne yapıyorsun, neden onu yapıyorsun, o yaptığın kullanışlı/faydalı mı?" gibi sorular karşısında öğrencilerin kendi sahip oldukları bilişi/anlayışı bilmesi, ifade etmesi olarak tanımlamıştır. Kuhn (1999) ise biliş ötesini, "ne biliyorum ve onu nasıl biliyorum" soruları üzerinde kişinin söylemine dayalı bilgisi (declarative knowledge) olarak ifade etmiştir (Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003). Biliş ötesi, bireyin düşünme süreçleri hakkında düşünmesi ve bu süreçleri izleme ve düzenleme gibi işlemleri içermektedir (Akın ve Abacı, 2011). Braown (1987)'a göre bilişsel seviye öğrencilerin modellerinden (kavramsal sistemler ve yapılar) ve bu modellerin kullanım ve gelişimine doğrudan katkısı olan süreçler, anlayışlar, yetenekler ve doğrulardan oluşur. Öğrenciler düşüncelerini var olan bilişsel bileşenlerden organize etme, değiştirme, kontrol etme gibi eylemlerle o düşüncenin kendisi hakkında düşünmeye başladığı anda düşünce artık biliş ötesi olur (Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003). Biliş ötesi (metacognition) ve bilişin (cognition) birbiriyle ilişkisini gösteren şekil aşağıda verilmiştir:



Şekil 4: Bilişsel ve Biliş Ötesi Düşünme Arasındaki İlişki (Lesh, Lester & Hjalmarson, 2003)

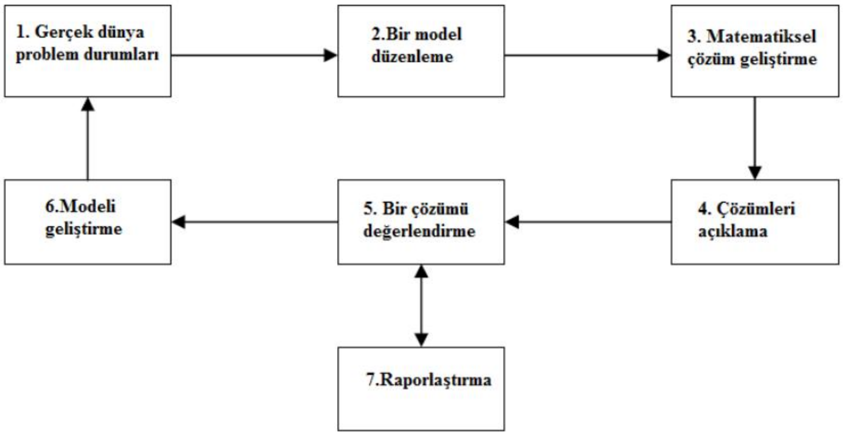
Maaß (2006)'ın da belirttiği gibi, modelleme etkinliklerindeki problem çözme sürecinde, öğrencilerin modellerini sürekli gözden geçirdikleri, yeniden düzenledikleri ve bunun için sıkça üst bilişsel düşünme becerilerine başvurdukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin üst bilişsel düşünme becerilerini sıkça kullanmalarının bu becerilerinin gelişimine katkıda bulunabileceği, bunun da günlük yaşam durumlarında matematikten yararlanma düzeylerini olumlu yönde etkileyebileceği düşünülmüştür çünkü üst bilişsel düşünme becerileri öğrencilere hangi matematiksel bilgi ve yöntemi nerede ve nasıl kullanacağı konusunda bilinçli hareket edebilme olanağı sunmaktadır.

2.5 Model Oluşturma Süreçleri

Haines ve Crouch (2010)'a göre matematiksel modelleme ve bununla ilgili etkinlikler, yazarlar ve araştırmacılar tarafından öğrencilerin davranışlarını anlamak amacıyla yapılan etkinlikler döngüsü olarak modelleme sürecini temsil etmektedir. Modelleme döngüsü ilk defa 1970'lerin sonlarında karşımıza çıkmış ve mühendislik fakültelerinde geliştirilen bu döngüsel sistemler, gerçekçi veya uygulamalı yaklaşıma göre modelleyicilerin geçmesi gereken adımları içeren gösterimler literatüre sunulmuştur. Bu süreç 6 kategori halinde 7. raporlaştırma basamağı da ilave edilerek geliştirilmiştir (Haines & Crouch, 2010).

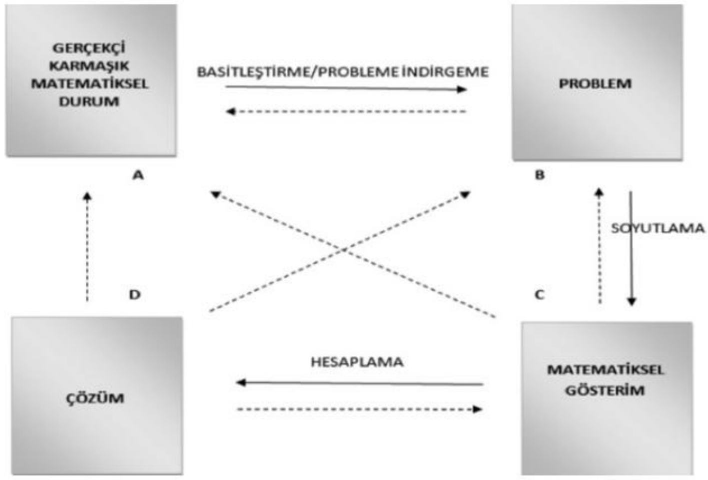
Matematiksel model oluşturma süreçlerine yönelik geçmişten günümüze birçok çalışma olmakla birlikte özellikle şu araştırmacıların modelleme süreçleriyle ilgili çalışmalarının dikkat çektiği görülmektedir: Maki ve Thompson (1973), Fischer ve Malle (1985), Blum (1985), Blum ve Niss (1991), Berry ve Houston (1995), Berry ve Davies (1996), Blum (1996), Cheng (2001), Blomhoej ve Jensen (2003), Lester ve Kehle (2003), Lesh ve Doerr (2003a), Ferri (2006), Blum ve Leiß (2007), Vaskoglou (2007), Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007). Bu bölümde bazı modelleme süreçlerine ve bu çalışmada kullanılan verilerin analizinde kullanılan modelleme döngüsüne (sürecine) yer verilecektir.

İlk modelleme döngülerinden olan ve 1970'lerin sonlarına doğru üniversite düzeyindeki mühendislik matematik derslerinde *gerçekçi ve uygulamalı modelleme yaklaşımı* içinde raporlaştırma (7. kategori) kategorisi dışında altı kategoriden oluşturulmuş modelleme döngüsü aşağıdaki gibidir (Haines & Crouch, 2010):



Şekil 5: Orijinal Olarak Gerçekçi ve Uygulamalı Modelleme Yaklaşımından Geliştirilmiş Modelleme Döngüsü (Berry & Davies, 1996).

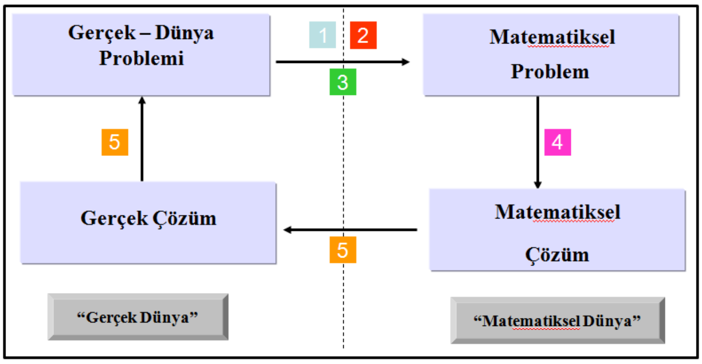
Lester ve Kehler (2003) matematiksel problem çözmeye olan bakış açısını daha da genişletilerek matematiksel modelleme etkinliği kavramını biliş-ötesi (metacognitive) temelinde tanımlamış ve bu çerçevede aşağıdaki *İdeal Matematiksel Etkinlik Modelini* (Şekil 6) geliştirmiştir. Lester ve Kehler (2003) aşağıdaki şekildeki bir döngü ile problem çözme sürecinde hesaba katılmayan birçok biliş ve biliş-ötesi eylemlerin dikkate alındığını belirtmişlerdir. Lester ve Kehle'ye göre geleneksel sözel problemlerin tersine modelleme etkinlikleri, çözmek için daha önceden bir prosedürün gerekli olmadığı, planlama, strateji belirleme, bağlantı kurma ve sonucun test edilmesini gerektiren karmaşık süreçleri içeren, ayrıca çıkarımsal ve temsili inşalar oluşturularak yeni anlayış ve keşiflerin ortaya konduğu problem durumlarıdır (aktaran, Eraslan, 2012).



Şekil 6: Modelleme Süreci (Lester & Kehler, 2003)

Gerçekleştirilen bu etkinlikler şu dört aşamadan oluşan modelleme süreç döngüsü ile açıklanmaktadır: (1) *basitleştirme/ probleme indirgeme*: bu basamakta gerçekçi ve karmaşık matematiksel bir durum belli bir problem ortaya koyar. Problemi çözmeye başlamak için problemle ilgili doğrudan süreç ve kavramlar belirlenerek karmaşık yapı basit hale getirilir, (2) *soyutlama*: matematiksel kavram ve notasyonların seçimi yani gerçek modelin esas özelliklerinin matematiksel sembollerle temsil edilmesi, (3) *hesaplama:* matematiksel ifadelerin manipüle edilmesi ve bazı matematiksel sonuçların çıkarımını içerir. Bu süreçte kişinin kendi matematiksel bilgi, beceri, muhakeme yeteneği ve deneyimi önemli rol oynar, (4) *yorumlama*: elde edilen sonuç veya çözümlerin orijinal durum, problem ve matematiksel gösterim ile karşılaştırılması ve yorumlanmasını içerir. Fakat bu karşılaştırma işlemi sadece sonuç bulunduktan veya problem çözüldükten sonra olmaz, sürecin her noktasında ve her zaman olabilir (aktaran, Eraslan, 2012). Süreçte oklar ile ilişkilendirilmiş olan A, B, C ve D harfleri ile ilgili gösterimler mevcuttur. Bu gösterimlerden ilki olan A adımı gerçek veya sanal karmaşık matematiksel durumun yorumlanması ile başlar. Sonrasında problemi çözmek için problem durumu basite indirgenerek B adımına geçilir. B adımından sonra problemle ilgili matematiksel gösterimleri yapmak için soyutlama yoluna gidilerek C adımına ve soyutlama evresinden sonra gerekli hesaplamalar sonucunda çözüme ulaşıldığı evre atlatılarak D’ adımına geçilir ve döngü tamamlanmış olunur.

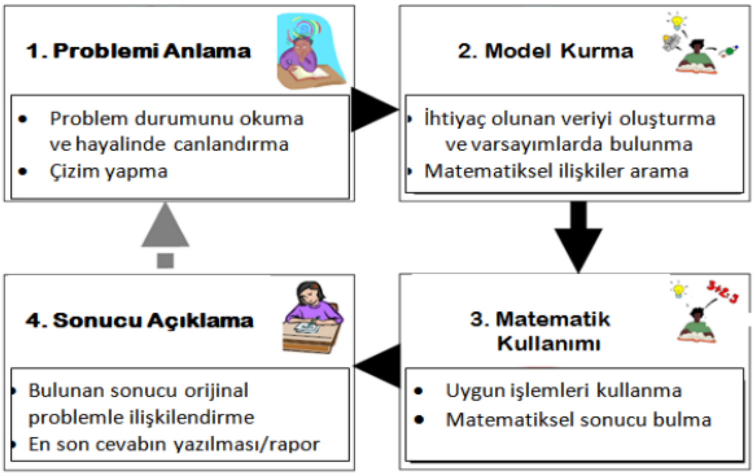
Pisa (2003) çalışmasında matematikselleştirme sürecinin 5 adımda gerçekleştiğini gösteren amacıyla matematikselleştirme döngüsü oluşturulmuştur.



Şekil 7: Matematikselleştirme Döngüsü (OECD, 2003)

Yukarıdaki süreçte (1, 2, 3) numaraları ile gösterilen ve gerçek dünyadaki probleminden matematiksel probleme geçişi içeren adımlar; gerçek dünyadan bir durumla ilgili uygun matematiği *belirleme*, matematiksel kavramları organize etme ve uygun tahminler yapmayı da içerecek şekilde problemi farklı bir biçimde *ifade etme*, durumu matematiksel anlamak için gereken formal ve sembolik dil ile problem dili arasındaki ilişkiyi *anlama*, kuralları, ilişkileri ve örüntüleri *bulma*, bilinen problemlerle aynı yapıda olan bakış açılarını *tanıma*, Problem durumunu *matematiğe dönüştürme (model oluşturma*) işlemlerini içermektedir. Öğrenciler gerçek yaşam durumundaki problemi matematiksel forma aktardıktan sonra kalan tüm süreç matematik dünyasında gerçekleşmektedir. Matematiksel dünyada çalışacakları bu süreç adım (4) ile gösterilmiştir. Adım (4) farklı gösterim biçimlerini *kullanma* ve bunlar arasında *geçiş yapma*, sembolik, formal ve teknik dil ve işlemleri *kullanma*, matematiksel modelleri *ayarlama* ve *düzenleme*, modelleri *birleştirme* ve *yorumlama*, *tartışma* ve *genelleme* işlemlerini içermektedir. Sonrasında matematiksel kavramların limitini ve boyutunu *anlama*, matematiksel tartışmalar *yapma*, sonucu *açıklama* ve *doğrulama*, süreç ve çözümünü *değerlendirme*, modeli ve sınırlılığını *eleştirme* işlemlerinin gerçekleştiği adım (5)'e geçilerek çözüm ve modelin doğrulaması yapılmıştır. Bu durumda tekrar gerçek yaşam durumuna geçilerek süreç tamamlanmıştır.

Blum ve Ferri (2009) modelleme problemleri için dört aşamalı bir çözüm planı geliştirerek bir modelleme döngüsü oluşturmuşlardır. Bu çalışmadaki verilerin analizinde de kullanılan döngü dört aşamadan oluşmakta olup Eraslan (2011a) tarafından Türkçeye adapte edilmiştir.



Şekil 8: Modelleme Problemleri İçin Dört Aşamalı Çözüm Planı (Blum & Ferri, 2009; aktaran, Eraslan, 2011a)

Yukarıda görülen döngü model oluşturma etkinliğinin çözümü sırasında öğrenciler tarafından her adımının bu aşamalar sırasıyla kullanıldığı anlamına gelmemektedir. Öğrenciler çözüm sırasında bu aşamalardan geçebilir ve bu aşamalardaki düşünce süreçlerini ve zorlandıkları bölümleri süreç esnasında uygulayıcılara yansıtabilirler. Bu şekilde öğrencilerin düşünce süreçlerini ve karşılaştıkları güçlükleri belirlemede bu dört aşamalı döngü araştırmacılara ve öğretmenlere kolaylık sağlayacaktır. Blum ve Ferri (2009) bu döngüde modelleme sürecini dört basamakta ortaya koymuştur: problemi anlama, modeli kurma, matematik kullanımı ve sonucu açıklama. *Problemi anlama* basamağında öğrencilerin günlük yaşam durumundan uyarlanmış bir problemi durumunu anlamak için okuma, hayalinde canlandırma, çizim yapma, tabloyu okuma gibi eylemlerini yaparak problemi basite indirgeme çalışmalarını içermektedir. *Model kurmada* ise öğrenciler ihtiyaç duyduğu veriyi oluşturur, ilişki ve kuralları tanır ve bulur, örüntüleri fark eder ve varsayımlarda bulunurlar. *Matematik kullanma* basamağında öğrencilerden uygun olan matematiksel kavramları belirlemeleri, uygun matematiksel işlemleri yapmaları ve bu işlemler sonucunda matematikse sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin yaptıklarının doğrulunun sorgulandığı, sonucun gerçek yaşamla ilişkilendirilerek modelin geçerliliğinin onaylandığı ve çözümün raporlaştırıldığı *sonucu açıklama* basamağı ile döngü sonlanmaktadır. Bu çalışmada da Blum ve Ferri (2009)'nin modelleme döngüsü kullanılarak ilkokul 4. sınıf öğrencilerinden oluşan üçerli iki grup öğrencinin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki düşünce süreçleri analiz edilmiş ve karşılaştıkları güçlükler belirlenmeye çalışılmıştır.

2.6. Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasının Önemi

Bireyin sosyal gelişimi açısından grup çalışmalarının eğitimde yeri ve önemi tartışılmazdır. Matematik eğitimi açısından bakıldığında grup çalışması biçimsel (formel) olmayan matematiksel birçok fikrin tartışılıp reddetmenin yanı sıra; bir matematiksel modeli ya da fikri oluşturmak, geliştirmek ve o fikir hakkında yorum yapmak ve grupça tartışılan bu fikri kendi fikir altyapısıyla birleştirme sürecidir (Ubuz ve Haser, 2002).

Vygotsky'e göre öğrenciler problemleri kendi bilişsel seviyelerinden ziyade, yetişkinlerin veya akran gruplarının yardımını alarak çözmektedir ve bundan dolayı sosyal etkileşim bilişin gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Öğrenme için çevreye gereksinim vardır. Doğru bilgi insanın zihninde bulunmaz, o bireyler arasında birlikte arayışın bir sonucu olarak oluşur. Bu bakımdan öğrenme ortamının ve o ortamdaki bireylerle iletişim kurmanın bilgi edinmede önemli payı vardır. Bilgi yalnızca bireyin zihninde yapılanmaz, sosyal etkileşimlerin ve inançların da bilginin oluşumunda etkisi vardır (Altun, 2013). Vygotsky öğrencilerin isteyerek kurduğu etkileşim ile etkili öğrenmenin, uygun ortamlarda, birlikte yapılan etkinlikler ve problem çözme faaliyetleri ile gerçekleşebileceğini belirtmiştir (Altun, 2007).

Matematiksel modelleme etkinliklerinde grup çalışmasının önemi birçok araştırmacı tarafından vurgulanmaktadır. Zawojewski, Lesh ve English'e (2003) göre geleneksel matematik problem çözme aktivitelerinde, çözülmesi beklenen bir matematiksel sonuç olduğu için paylaşılmaya ihtiyaç yoktur ve bu nedenle sosyal yönü çok zayıftır. Ancak matematiksel modelleme etkinliklerinde model oluşturma ve modeli genelleme ilkeleri, geliştirilen bir modelin paylaşılabilir ve tekrar kullanılabilir olmasını sağlamaktadır. Modelleme etkinliklerinin sosyal etkileşime çok uygun oluşu, bu etkinliklerin grup çalışması şeklinde yapılmasını gerekliliği fikrini ortaya koymuşlardır.

Küçük yaştaki öğrenciler için grup çalışması şeklinde düzenlenen modelleme etkinlikleri sosyal deneyimlerin karakteristik özelliklerini taşırlar ve etkili iletişim ve takım çalışmasının temellerini oluştururlar. Öğrenciler, çeşitli boyutlarda uygulanabilecek modelleri geliştirmek ve gözden geçirip düzeltmek için grup arkadaşlarıyla etkili bir iletişime ihtiyaç duyarlar. Modelleme etkinliklerin sürecinde grup çalışma yapılarak her bir öğrenci kendi dış temsilleriyle problemi yorumlar ve bu yorumlar grupça tartışılır. Oluşturulan model başkaları tarafından kullanılacağından, öğrenciler her bir süreci, yöntem ve stratejiyi açıklamak durumundadır. Her bir bireyin ortaya koyduğu model tartışılıp, değerlendirildikten sonra *en uygun* model oluşturulmaktadır (Zawojewski, Lesh & English, 2003). Gruplar kendi modellerini geliştirdikten sonra modellerini sınıf arkadaşlarına sunarak kendi modellerinin en iyi olduğuna diğer grupları ikna etmeye çalışırlarken aynı zamanda matematiksel düşünceleri ve anlayışlarıyla ilgili iletişimde bulunurlar. Modelleme etkinliklerinin grup çalışması şeklinde uygulandığı sınıf ortamında eleştirel soru sorma, savunma, düşüncelerini ispatlamaya ve arkadaşlarını ikna etmeye çalışma ve grupla dinleyiciler arasında ortaya çıkan tartışma için çok sayıda fırsat ortaya çıkmaktadır (English & Lesh, 2003).

Antonius, Haines, Jensen ve Niss (2006) yaptıkları çalışmada modelleme çalışmalarının grup çalışması şeklinde yapılması gerektiğine dikkat çekmişlerdir. Bu grupların seçiminde gruplar öğrenciler tarafından ya da öğretmen tarafından oluşturulabilir.

Gruplar rastgele ya da amaçlı şekilde olabileceği gibi homojen veya heterojen şekilde de olabilirler. Eğer bir öğrenci grupta sorun çıkartıyorsa o öğrencinin diğer grup üyeleri tarafından gruba adapte olması sağlanabilir ya da bu durum kabul edilerek mevcut grupla problem çözülmeye çalışılır. Çalışma tamamlandığında grup dağılabilir. Bu durumda gruplar devamlı yeniden oluşturulabilir veya dağıtılabilir. Öğrenciler matematik problem hakkında olmayan, kendi kişisel çalışmalarına paralel önemsiz sohbetler yapabilirler. Grup sanki birbirlerinden kolay öğrenmeler gerçekleştiriyor gibi görünmese de şu bir gerçektir ki bu çevresel faktörler bazı öğrencilerin öğrenme süreçlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Grup üyeleri aynı problem üzerinde birbirlerine paralel çalışırlar ama bir karara ulaşmak için yaklaşımlar, yöntemler ve sonuçlar devamlı tartışılır, görüşülür ve kontrol edilir. Bazen bir sonuca ulaşılır, bazen de aynı problem üzerine farklı cevapların elde edilmesinden dolayı aynı sonuca ulaşılamaz. Bu etkin yol az yeteneğe sahip, motivasyonu düşük, ilgisiz ve tembel olan bir öğrenci için risk içerirken bu öğrenci izleyici rolünde olur ve grup çalışması sorumluluğunu almaz. Problem daha alt problemlere bölünür ve her bir grup üyesine bir parçasından sorumlu olmak üzere dağıtılır ve problemin cevabı bireysel çalışmalardan elde edilir. Bu genellikle büyük bir problemdir ve üzerinde proje çalışması yapılan bir konudur. Bu öğrencileri beraber çalışmakta zorlanırlar. Sonuç her bir öğrencinin çalışmasına bağlıdır. Eğer bir öğrenci çalışmasında başarısız olursa çalışma zamanında tamamlanamayacaktır. Tüm bu durumlar günlük yaşamda farklı çalışma alanları arasında denge kurmak için önemli olup bireysel çalışmayı da içerir.

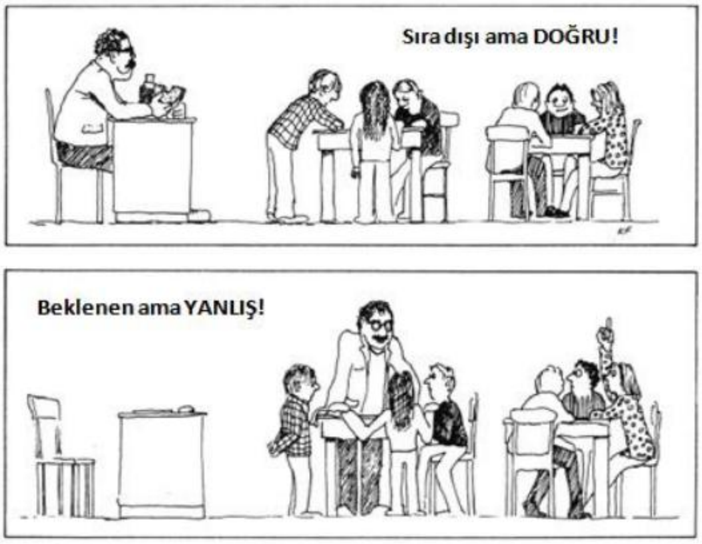
Antonius ve diğerleri (2006) modelleme sırasında ise birçok öğrencinin birlikte çalışmayı tercih ettiğini vurgulamıştır. Bir öğrenci çaresiz kaldığında diğer öğrenci ona bir öneride bulunabilir. Eraslan (2011a) çalışmasında belirttiği gibi öğrencilerin bireysel çalışmalarda akla gelmeyecek bazı konular grup çalışmasında diğer bireylerin açıklamaları çerçevesinde akla gelebilmekte ve ek yorumlara neden olabilmektedir. Grubun oluşturduğu sinerji grubu oluşturan her kişinin ilgi ve motivasyonunu arttırıp grup üyelerini teşvik ederek üyelerin kendi potansiyelinin üzerine çıkmasına yardım eder. Grup içerisinde bireyler ayrıca süreç boyunca liderlik, hesaplayıcı veya kontrolör (işlemin sağlamasını yapan) gibi farklı roller üstlenmektedirler. Heterojen şekilde oluşturulan gruplarda yer alan “orta” veya “az başarılı” öğrencilerin belki tek başlarına başarılı olamayacaklarını düşünüp bırakacakları problemler üzerinde düşünebilme ve çalışabilme fırsatı verilmektedir.

Şekil 9: Öğrencilerin Grup Çalışması Sırasında Oturma Şekilleri (Blum & Ferri, 2009)

Yapılan uygulamalar grup çalışmalarında üçer kişiden oluşturulan gruplardan en fazla verimin alındığını ortaya koymaktadır. Grupların dört veya beş kişiden oluşturulması durumunda grupların kendi içinde ikiye bölünerek daha küçük alt gruplar şeklinde ayrı ayrı çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin oturma pozisyonu olarak bir sırada çizgi şeklinde bir oturma biçiminden ziyade Şekil 9’da görüldüğü gibi birbirlerinin yüzünü görecek biçimde bir masanın iki sıra birleştirilerek oluşturulabilir) üç yanında yer almaları sağlanmalıdır (Eraslan, 2011a).

2.7. Model Oluşturma Etkinliklerinde Öğretmenin Rolü

Blum ve Ferri (2009) çalışmalarında öğrencilerin grup çalışmaları sırasında öğretmenlerin sınıf içinde hangi konumda bulunması gerektiğini ortaya koymuşlardır. Çalışmada öğrencilerin kendi başına çalışması ile öğretmenden yardım alarak çalışması arasında önemli farkların olduğunu vurgulamışlardır. Nitelikli bir öğretim ve uygulama için öğretmen yardımı ile öğrencinin bağımsız çalışması arasında sürekli bir dengenin kurulması gerektiğini belirtmişler ve bu dengeyi aşağıdaki şekilde göstermişlerdir:



Şekil 10: Öğretmenin Modelleme Çalışmaları Sırasındaki Doğru ve Yanlış Konumu (Blum & Ferri, 2009)

Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi modelleme problemleri ile öğrenciler çalışırken öğretmen yardımının en az öğrencilerin bağımsız çalışma süresinin ise maksimum olacak şekilde uygulanması tavsiye edilmektedir (Blum & Ferri, 2009). Modelleme etkinlikleriyle çalışırken, geleneksel öğretmen rolü olan açıklama yapma, doğru cevabın ana kaynağı olma modelleme çalışmalarında uygun değildir. Gruplara 'Problem durumunu hayalinizde canlandırın?', 'Burada amacımız nedir?', 'Ne yaptınız, ne kadar yol aldınız?', 'Neyi hala bilmiyoruz?' ve 'Bu sonuç gerçek duruma uygun mu?' şeklinde sorular sorarak rehberlik yapması öğretmenin yapabileceği katkılardandır (Blum & Ferri, 2009).

Modelleme problemleri sadece bir sonucu ve bir çözüm yolu gerektiren geleneksel problemler olmadığından öğrenciler süreç sırasında problemin kendilerinden ne istediğini tam olarak anlamakta zorluk yaşayabilmektedir. Bu nedenle hızlı bir şekilde sonuca ulaşma ve bulunan herhangi bir sonucun veya çözüm yolunun doğruluğunun öğretmenlerine onaylatma isteği en çok görülen öğrenci davranışları arasındadır. Öğretmenlerin süreç boyunca öğrencilere verilen modelleme problemini birden fazla yolla çözülebileceklerini ve farklı sonuçlara ulaşabileceklerini hatırlatmanın yanında bulunacak çözümün sadece verilen probleme çözüm üretmesi değil buna benzer tüm problemlerin çözümünde kullanılabilecek genellenebilir bir araç olması gerektiği vurgulanmalıdır (Eraslan, 2011a).

Blum ve Ferri (2009) modellemenin öğrencilere etkili bir bicimde öğretilmesi için bir takım öneriler sunmuşlardır:

(1) Kaliteli bir öğretim için gerekli kriterler modelleme öğretimi içinde düşünülmelidir. Kaliteli öğretimi zengin kılan özellik uygun modelleme etkinliklerinin kullanılmasıdır. Modelleme etkinliği düzenlenirken öğrencilerin özgür şekilde çalışacağı zamanın maksimum olacağı ve öğretmenleri tarafından en az şekilde rehberlik edileceği durumların arasında sabit bir denge kurulmalıdır.

(2) Öğrencilerin bireysel modelleme yollarını desteklemek ve çoklu çözümlere öğrencileri teşvik etmek önemlidir. Öğretmenler etkinlikteki çözümün açık uçlu olmasına ve öğrencilerin kendi potansiyellerini ortaya koyabilecekleri kendi özel çözümlerinin olabileceğinin farkında olmalıdır

(3) Öğretmenler modelleme problemlerinin çözümü için gerekli olan farklı strateji yaklaşımlarını bilmelidir

(4) Öğretmenler öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken kullandıkları uygun stratejileri nasıl destekleyeceklerinin yollarını bilmelidir.

2.8 İlkokul Matematik Müfredatında Modellemenin Yeri ve Önemi

İlköğretim matematik (1-5. sınıflar) programının yaklaşımı olan kavramsal yaklaşım ile öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB, 2009a). Bu yaklaşımla matematiksel kavramların geliştirilmesinin yanı sıra, bazı önemli becerilerin geliştirilmesi de hedeflenmiştir. Bu beceriler; problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirmedir (MEB, 2009a). Öğrenciler etkin şekilde matematik yaparken problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşmayı, açıklamayı ve savunmayı, matematiği hem kendi içinde hem de başka alanlarla ilişkilendirmeyi ve zengin matematiksel kavramları öğrenirler. Problem çözmeyi matematik dersinin ve etkinliklerinin ayrılmaz bir parçası olduğunu belirterek, problem çözmenin önemli matematik öğretimindeki önemini vurgulamıştır (MEB, 2009a). MEB (2009a) matematik öğretim programı, problem çözmeyi başlı başına bir konu değil de süreç olarak ele almaktadır. Matematik dersinde seçilen problemler, öğrencilerin günlük yaşamında gereksinim duyduğu konular ve okulda yaptığı etkinliklerle ilgili ve ilginç olması gerektiğini belirtmiştir. Bu şekilde öğrencilerin, kazandıkları matematiksel bilgi ve beceriler daha anlamlı olacak ve bu bilgiyi farklı durumlara uygulamaları kolaylaşacaktır. Birden fazla strateji kullanarak çözülebilen veya farklı sonuçlar elde edilen açık uçlu problemlere yer verilmelidir. Öğrenciler problem çözme ile ilgili düşüncelerini akran ve öğretmenleriyle rahatça paylaşmalıdır. Problem çözme becerileri kazandırılırken izlenen adımlar öğrenciler için anlamsız hale getirilmemelidir. Sınıf içi tartışmalarla en iyi çözüm yollarına birlikte karar verilmelidir. Öğrencilere problem çözme sürecindeki uğraşlar sorgulatılmalı, bu süreç ve sonrası için duygu ve düşünceleri ifade ettirilmelidir (MEB, 2009a).

MEB (2009a) ilköğretim matematik öğretim programında öğrencilerden beklenen becerilerin farklı öğrenme alanlarının alt öğrenme alanlarındaki konular dâhilinde öğrencilere kazandırılması hedeflenmektedir. *Modelleme* kavramına programda farklı beceriler adı altında rastlanmaktadır. İlk olarak iletişim becerisi altında alt becerilerde; somut model, şekil, resim, grafik, tablo vb. temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşüncelerini ifade etme becerisi olarak *somut modeller* adı altında karşımıza çıkmaktadır. Akıl yürütme becerisi altında kendi düşüncelerini açıklarken matematiksel modeller, kurallar ve ilişkileri kullanma alt becerisinde geçmektedir. Ayrıca küçük yaştaki öğrencilerin bilgilerin somut modellerle temsil edildiği öğrenme ortamlarında daha anlamlı öğrendikleri belirtilerek matematik öğretiminde somut modellerin kullanılması gerektiği vurgulanmıştır. Bir başka deyişle programdaki *modelleme* kavramının daha çok soyut bir kavram veya konunun örneğin cebirsel ifadelerin cebir karolarıyla modellenmesi ya da tamsayılarda ve rasyonel sayılarda toplama, çıkarma işlemlerinin sayma pullarıyla modellenmesi gibi konunun somutlaştırılması, şekil, tablo ve grafiklerle ifade edilmesi şeklinde ele alındığı tespit edilmiştir.

Gerçek hayat problemlerinin sadeleştirilmesi, soyutlanması ya da matematiksel forma dönüştürülerek matematik bilgisinin kullanılmasını gerektiren matematiksel modelleme ile kazandırılması beklenilen yeterlilikler ve beceriler ise ilköğretim matematik programında performans ve proje ödevleri başlığı altında dikkat çekmektedir. Performans görevi ve proje ödevlerinin modelleme becerisi gerektirdiği ve öğrencilerin bu ödevleri yaparken programda öğrencilerden beklenen becerilerin tamamını sergileyerek üst düzey bilişsel süreçlerden geçtiği görülmektedir. MEB (2009a)'e göre performans görevi programda öngörülen eleştirel düşünme, problem çözme, okuduğunu anlama, yaratıcılığını kullanma, araştırma yapma gibi öğrencinin bilişsel, duyuşsal, psiko-motor alandaki becerilerini aynı anda kullanmasını, geliştirmesini ve bir ürünün ortaya konmasını gerektiren çalışmalarıdır. Bu görevi öğrenciler yapılandırırken nasıl planladığını, hangi stratejileri kullandığını, verileri nasıl topladığını ve organize ettiğini, nasıl örneklediğini, genellemelere nasıl ulaştığını, kısmi ve geçici çözümleri nasıl değerlendirdiğini ve cevaplarını nasıl savunduğunu da gösterir. Bu tür görevlerle, öğrencilerden derslerde kazandırılması hedeflenen üst düzey becerilerdeki gelişimlerini günlük yaşamla ilişkilendirerek göstermeleri beklenmektedir.

MEB (2009a)'e proje ödevleri ise öğrencilerin grup hâlinde veya bireysel olarak, istedikleri bir alanda/konuda inceleme, araştırma ve görüş geliştirme, yeni bilgilere ulaşma, özgün yorum yapma, düşünce üretme ve çıkarımlarda bulunma amacıyla ders öğretmeni rehberliğinde yapacakları çalışmalardır. Bir uzmanlık alanında, sık sık disiplinler arası araştırma planlayarak, tasarlayarak ve bir öğrenci ya da bir grup öğrenci tarafından üstlenilen projeler kişiye yeni bilgiler, özel beceriler ve alışkanlıklar kazandırır. Proje geliştirme süreci uzun, karmaşık ve zorlu bir süreçtir. Bu görevler, öğrencilerin yaratıcılık, araştırma, iletişim, problem çözme, ilişkilendirme gibi üst düzey zihinsel becerilerini geliştirir. Projenin tasarımından ortaya konulmasına kadar geçen süreç, bilimsel süreç basamaklarını içereceğinden bilimsel süreç becerilerinin gelişmesine yardımcı olur.

Ortaokul matematik programında modelleme kavramı ise ilkokul (1-5) programındakine benzer şekilde ifade edilmiştir. İlkokuldan farklı olarak öğrencilerin problem çözme ve kurma, akıl yürütme, iletişim, matematiksel kavramlar arasında, matematik ve diğer disiplinler arasında ve matematik ve günlük hayat arasında ilişkilendirme ve matematiksel düşüncelerini çoklu gösterimlerle ifade etme becerilerini geliştirmek amacıyla ortaokullara seçmeli ders olan *matematik uygulamaları* dersi getirilmiştir. Bu sayede müfredattaki modelleme becerilerinin kazandırılmasındaki eksiklik bu yeni getirilen ders ile giderilmeye çalışılmaktadır (MEB, 2009b).

Öğrencilere modelleme problemleriyle kazandırılması amaçlanan beceriler incelendiğinde, ilköğretim programında da problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerinin yer aldığı görülmektedir. Bu becerilerden farklı olarak matematiksel düşünme ve matematiksel model kurabilme becerilerinin ortaöğretim matematik öğretim programında yer aldığı görülmektedir. Matematiksel modelleme ortaöğretim matematik öğretim programının içinde açık bir şekilde yer alan ve matematiksel model kurabilme bir beceri olarak öğrencilere kazandırılması gereken becerilerdendir. Ortaöğretim programında matematiksel modelleme, hayatın her alanındaki problemlerin doğasındaki ilişkileri çok daha kolay görebilmemizi, onları keşfedip aralarındaki ilişkileri, matematik terimleriyle ifade edebilmemizi, sınıflandırabilmemizi, genelleyebilmemizi ve sonuç çıkarabilmemizi kolaylaştıran dinamik bir yöntemi olarak tanımlanmıştır (MEB, 2011). Aşağıdaki her bir modelleme surecinin öğrencilere kazandırılması gerekliliği programda açıkça vurgulanmıştır:

1. Matematiksel düşünme yollarını kullanarak gerçek hayat problemlerinin çözümüne ulaşacak matematiksel modeller kurabilme,

2. Gerçek hayat problemlerini matematiksel olarak ifade edilebilme (sistematik bilgi biçimine taşıma) ve problemlerin çözümünde matematiksel modelleri kullanabilme,

3. Modelleme sonucunda ulaştığı sonucu tekrar gerçek yaşam problemine dönerek yorumlayabilme,

4. Matematiksel modelleri, bilgisayar destekli matematik öğrenme sürecinde, interaktif olarak kullandırılabilme,

5. Matematiksel bilgi ve becerileri gerçek hayat problemlerine uygulayabilme.

Matematiksel modelleme öğrencilerin yaratıcılığını, problem çözme tutumlarını ve bu konudaki yeterliklerini geliştirir. Öğrencilerde eleştirel (potansiyel) bakış açısının oluşturulması, geliştirilmesi ve yeterli hale getirilmesini sağlar. Öğrencileri, birey veya bir vatandaş olarak günümüzde, gelecekte veya meslek yaşantılarında modelleme yapabilme yeterliliğini kazandırır. Matematiğin diğer alanlardaki tüm önemli yönlerini, uygulamalarını ve dünyadaki rolünü içeren bir resmini oluşturur. Öğrencilerin, matematiksel kavramları, bilgileri, metotları, sonuçları ve konuları anlamalarına ve kazanmalarına yardımcı olur (Lingerfjad, 2006). Ayrıca matematiksel modelleme, öğrencilere matematiğin sınıf dışında hangi amaçlarla kullanıldığının gösterilmesi, böylece onlarda matematiğin doğası ve rolü hakkında daha zengin bir fikir oluşturmayı, matematiğe karşı tutumlarının ve inançlarının şekillenmesine yardım ederek, öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini artırmayı, öğrencilere matematiği, farklı alanlarda kullanabilme kapasitesini kazandırmayı sağlar (Niss, Blum & Galbraith, 2007). Bu nedenle matematiksel modelleme pek çok ülkede olduğu gibi ülkemizdeki öğretim programlarında da yerini almıştır.

Uluslar arası Matematik Öğretimi Komisyonunun (ICMI-14, 2002) yayınladığı raporda matematiksel modellemenin öğrencilerin; matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına, özgün problemleri çözmelerine, problemleri formüle etmelerine, eleştirel ve yaratıcı yönlerinin farkına varmalarına, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağladığı ifade edilmektedir (Blum, Galbraith & Henn, 2002). NCTM (2000) sınıflarda öğrencilerin modelleme kullanmalarına fırsat verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bunun nedenini ise matematiksel modelleme kullanılmasının öğrencilerin kritik düşünme, soyutlama ve genelleme becerilerini geliştirmesi olarak açıklamıştır (NCTM, 2000; Goldin, 2002).

Matematiği yalnızca okulda kullanılan kavramlar topluluğu olarak algılamak yerine yaşamında ve diğer disiplinlerde matematiği kullanabilen, karşılaştıkları problemlere farklı çözüm yolları üretebilen bireyler yetiştirilmesi amacı göz önünde bulundurulduğunda model oluşturma etkinliklerinin bu konuda önemli bir araç olduğu acıktır. Tüm bu katkılar göz önüne alındığında ve ilgili literatür incelendiğinde öğrencilerin ilkokuldan itibaren modelleme becerilerine sahip olarak yetiştirilmesi büyük önem taşımaktadır (English & Watters, 2005b).

2.9 PİSA ve Matematiksel Modelleme

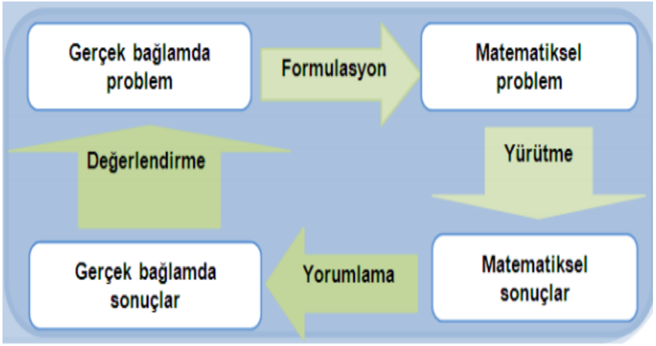
Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı *PISA* (Programme for International Student Assessment), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı *OECD* (Organisation for Economic Co-Operation and Development) tarafından düzenlenen dünyanın en kapsamlı eğitim araştırmalarından biridir. 2000 yılından itibaren üç yılda bir yapılan bu araştırmayla OECD üyesi ülkeler ve diğer katılımcı ülkelerdeki onbeş yaş grubu öğrencilerin modern toplumda yerlerini alabilmeleri için gereken temel bilgi ve becerilere ne ölçüde sahip oldukları değerlendirilmektedir (MEB, 2013). Bu sayede dünya genelinde, politika belirleyicileri kendi ülkelerindeki öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerini, projeye katılan diğer ülkelerdeki öğrencilerin bilgi ve beceri düzeyleriyle karşılaştırmaktadır. Eğitim düzeyinin yükseltilmesi amacıyla standartlar oluşturmak ve eğitim sistemlerinin güçlü ve zayıf yönlerini belirlemek için PISA sonuçları bu ülkeler tarafından kullanılmaktadır. PISA bir OECD projesidir. Dolayısıyla PISA'nın temel hedefi eğitim sistemlerinin, ülkelerin iktisadi açıdan gelişmek için ihtiyaç duyduğu insan sermayesini yetiştirmedeki başarısını tespit etmektir. Diğer bir deyişle PISA'nın açılımında öğrenci değerlendirme programı geçmesine rağmen, aslında değerlendirilen son tahlilde ülkelerin eğitim sistemidir. Bu temel amaç PISA testleriyle nelerin ölçüldüğünden testlerin kimlere uygulandığına kadar birçok faktörü de belirlemektedir (MEB, 2013).

PISA projesi; okuma becerileri, matematik ve fen bilimleri konularında temel becerilere odaklanarak, zorunlu eğitimin sonunda öğrencilerin topluma tam olarak katılması için bu bilgi ve becerileri ne derece edindiklerini değerlendirmektedir. PISA öğrencilerin sadece öğrendiklerinin ne kadarını hatırlayabildiklerinin veya öğrendiklerini tekrar kullanıp kullanmadığını değil, aynı zamanda öğrendiklerini okul dışı yaşamlarında kullanabilme yeterliklerinin; karşılaşacakları yeni durumları anlamak, sorunları çözmek, bilmedikleri konularda tahminde bulunmak ve muhakeme yapabilmek için bilgi ve becerilerinden ne ölçüde yararlanabildiklerinin belirlenmesi hedeflenmektedir (MEB, 2013). Bu amaç, PISA'yı diğer değerlendirme yaklaşımlarından ayırmaktadır. Diğer uluslararası çalışmalar (örn. TIMSS: *Trends in International Mathematics and Science Study*) çoğunlukla öğretim programı ve sınıfta neler öğrenildiğine odaklanırken PISA farklı olarak "*okuryazarlık*" adını verdiği bir yapıyı ölçer. *Okuryazarlık* kavramı öğrencilerin bilgilerini günlük yaşamda kullanmak, mantıksal çıkarımlar yapmak, çeşitli durumlarla ilgili problemleri yorumlamak ve çözmek için öğrendiklerinden çıkarımlar yapma kapasitesi olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2010). Onbeş yaşındaki bireylerden ihtiyaçları olan her şeyi yetişkinler kadar öğrenmiş olmaları beklenemez; fakat okuma becerileri, matematik ve fen alanlarında sağlam temellere sahip olmaları gerekmektedir. Bu alanlarda öğrenimlerine devam edebilmek ve edindikleri bilgileri günlük yaşamda kullanabilmek için temel süreç ve ilkeleri anlamalı ve bunları günlük yaşamda esnek bir şekilde kullanabilmelidirler (MEB, 2010).

Matematiksel okuryazarlık matematiğin gerçek yaşamda nasıl kullanılabileceğini görme ve bu nedenle gereksinimlerini karşılamak için matematikten yararlanma kapasitesi olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2010). Öğrencilerin matematik okuryazarlığına erişmeleri için belirli bir seviye yoktur. Aksine matematik kullanımı sırasında ortaya konulacak etkili analizler, akıl yürütme ve iletişim gücü ile ilişkili olarak farklı matematiksel yeterlilik seviyelerinden söz edilebilir. Matematik okuryazarlığı, çeşitli seviyelerde matematikle ilgili yeterliklerin kullanımını gerektirmektedir. Bu yeterlikler, standart matematiksel işlemlerin gerçekleştirilmesinden matematiksel düşünme ve kavramaya kadar geniş bir yelpazede yer almaktadır. Matematik okuryazarlığı aynı zamanda, bir dizi matematiksel içerikle ilgili bilgi sahibi olmayı ve bu içerikle ilgili uygulama yapma becerisini de gerektirmektedir.

PISA'da matematik okuryazarlığı üç boyutta değerlendirilmektedir (MEB, 2010): (a) *matematik alanının içeriğidir*. Bu içerik temel olarak, matematiksel düşünme biçimini vurgulayan genel matematiksel kavramlar (örneğin olasılık, değişim ve büyüme, uzay ve şekil, muhakeme, belirsizlik ve bağımlılık ilişkileri) ile ikincil olarak "müfredatla ilgili yapıları" (örneğin sayılar, cebir ve geometri) içermektedir; (b) genel matematiksel yeterlikler ile tanımlanan *matematiksel süreçtir*. Bu yeterlikler matematiksel dilin kullanımı, modelleme ve problem çözme becerileri konularını içermektedir. Kullanılan sorular gerekli olan düşünme becerisinin türünü tanımlayan *üç yeterlik grubu* ile ilgili olarak hazırlanmaktadır. İlk matematiksel yeterlik grubu, geleneksel matematik değerlendirme sınavlarında sıkça karşılaşılan basit hesaplamalar veya tanımlardan oluşmaktadır. İkinci grup ise basit problemleri çözmek için ilişkiler kurmayı gerektirmektedir. Üçüncü yeterlik grubu, matematiksel düşünme, genelleme ve kavramadan oluşur ve öğrencilerin analiz yapmalarını, belirli bir durumdaki matematiksel unsurları belirlemelerini ve kendi problemlerini ortaya koymalarını gerektirmektedir; (c) *matematiğin kullanıldığı* durumlardır. Bunlar, özel durumlardan daha geniş anlamda bilimsel ve kamusal konulara kadar çeşitlilik gösterir.

2012 yılında yapılan PİSA sınavının odaklanılmış alanı matematiktir. MEB (2013) 'in yayımlamış olduğu Ulusal Ön Rapora göre matematik özelinde matematik okuryazarlılığı gerçek bağlamda verilen bir problemi matematiksel problem olarak kurgulama (formülasyon), matematiksel bilgi, işlem ve muhakeme ile matematiksel problemi çözme (yürütme) ve elde edilen sonucun gerçek yaşama uygunluğuna karar verme (yorumlama/değerlendirme) boyutlarıyla ele aldığını göstermektedir (Sekil 11).



Şekil 11: PİSA Matematik Uygulama Alanının Değerlendirilmesinde Kullanılan Döngü

PISA'da, 2009 ulusal ön raporunda da belirtildiği üzere matematiğe ilişkin test materyallerinden toplanan verileri özetlemek için altı düzeyden oluşan bir yeterlik ölçeği oluşturulmuştur. Bu ölçek, öğrencilerin matematik alanındaki yeterliklerinin altı düzeyde tanımlanıp sınıflandırılmasına ve böylece uluslar arası karşılaştırmalar yapılmasına olanak sağlamaktadır. PISA matematik okuryazarlığına ilişkin altı yeterlik düzeyi, ilgili puan aralıkları ve her bir düzeydeki yeterliklerin tanımları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Düzey	BU DÜZEYDE YER ALAN ÖĞRENCİLER NELER YAPABİLİR?
6	Altıncı düzeye erişmiş olan öğrenciler, *kendi araştırmaları* ve *modelleme* çalışmalarından elde ettikleri bilgilere dayalı olarak karmaşık *problem durumlarıyla ilgili kavramlar oluşturabilir, genellemeler yapabilir* ve *bunları kullanabilirler*. Farklı bilgi kaynakları ve gösterim biçimleri arasında bağlantı kurabilir ve bunların birinden ötekine kolaylıkla geçiş yapabilirler. Bu öğrenciler *ileri düzeylerde matematiksel düşünme ve muhakeme örnekleri* ortaya koyabilirler. Bu becerileri ile sembolik ve formal matematiksel işlem ve bağıntılar üzerinde sağlamış oldukları hâkimiyet sayesinde, *ilk kez karşılaştıkları durumlarda yeni strateji* ve *yaklaşımlar geliştirebilirler*. Bu düzeye erişmiş olan öğrenciler *kendi buluşları*, *yorumları* ve *görüşleri* ile bunların *verilen durumlara uygunluğuna ilişkin düşüncelerini formüle edebilir ve başkalarına tam olarak anlatabilirler*.
5	Beşinci düzeye erişmiş olan öğrenciler karmaşık *durumlarla ilgili modeller geliştirip kullanabilir, bunlarla ilgili sınırlılıkları görebilir, varsayımlarda bulunabilirler*. Öğrenciler, bu gibi modellerle ilgili karmaşık problemlerle çalışırken *yararlanılabilecek nitelikteki stratejileri seçebilir, karşılaştırabilir ve değerlendirebilirler*. Bu düzeydeki öğrenciler *kapsamlı, iyi gelişmiş düşünme* ve *muhakeme becerilerini*, uygun şekilde ilişkilendirilmiş matematiksel gösterimleri, sembolik ve formal tanımlama veya belirlemeleri, bu durumlarla ilişkili fikirlerini kullanarak *stratejik çalışmalar yapabilirler*. Yaptıkları *işlemler üzerine derinlemesine düşünebilirler*, *yorumlarını* ve *muhakemelerini formüle ederek başkalarına anlatabilirler*.
4	Dördüncü düzeye erişmiş olan öğrenciler, sınırlılıkları olabilen ya da varsayımlarda bulunulmasını gerektirebilen karmaşık somut durumlarla ilgili belirgin modellerle etkili bir şekilde çalışabilirler. Sembolik durumlar da dahil olmak üzere farklı gösterimleri seçip birleştirebilir ve bunları *gerçek dünyada karşılaşılabilecek durumların çeşitli yönleriyle ilişkilendirebilirler*. Bu bağlam içerisinde, iyi gelişmiş becerilerini kullanabilir, bazı *öngörülerde de bulunarak esnek düşünebilirler*. Bu öğrenciler, kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayalı açıklama ve görüşler kurgulayabilir ve bunları başkalarına anlatabilirler.
3	Üçüncü düzeye erişmiş olan öğrenciler, ardışık kararlar vermeyi gerektiren durumlar da dahil olmak üzere, açıkça tanımlanmış olan işlemleri gerçekleştirebilirler. Basit problem çözme stratejilerini seçip kullanabilirler. Bu öğrenciler, farklı bilgi kaynaklarına dayanan gösterimleri yorumlayıp kullanabilir ve bu kaynaklardan hareketle doğrudan muhakeme yapabilirler. Yorumlarını, sonuçlarını ve muhakemelerini anlatan kısa raporlar oluşturabilirler.
2	İkinci düzeye erişmiş olan öğrenciler, doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek olmayan durumları tanıyabilir ve yorumlayabilirler. Bu öğrenciler, tek bir kaynaktan gerekli bilgiyi elde edebilir ve sadece bir gösterim biçimini kullanabilirler. Bu düzeydeki öğrenciler temel algoritmaları, formülleri, alışılageldik işlem yollarını kullanabilirler. Doğrudan ispat gibi basit akıl yürütmeleri yapabilirler ve sonuçlar üzerinde görülenin ötesine geçmeyen yorumlar yapabilirler.
1	Birinci düzeyde bulunan öğrenciler, sorunun açıkça belirtildiği, çözüm için gerekli bütün bilgilerin verildiği, bilinen bir kapsam içerisinde sunulmuş olan soruları yanıtlayabilirler. Bu öğrenciler, bilinen durumlarla ilgili olarak verilen belirgin yönergelere göre bilgileri ayırt edebilir ve rutin işlemleri yapabilirler. Açık olan ve tek bir uyarıcıyı takip etmekle yapılabilen işlemleri gerçekleştirebilirler.

Tablo 3: PISA 2009 Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri (MEB, 2010)

Yeterlik düzeyleri ölçeğinin üst kısımlarında öğrencinin yerine getirmesi gereken görevler zorlaşmakta ve daha *üst düzeydeki* becerilere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tip görevler karmaşık gerçek yaşam durumlarında *matematiksel modelleme süreçlerini* kullanarak matematiksel yapılandırmalara ulaşma gibi becerileri içermektedir (MEB, 2010). PISA testlerinde 5. yeterlik düzeyi ve üzerinde yer alan öğrenciler üst performans grubu (top performers) olarak adlandırılmaktadır. Ülkelerin ekonomik kalkınmaları için gerekli beşeri sermayenin çoğunlukla bu grup içinde bulunduğu kabul edildiğinden, ülkeler de üst performans grubundaki öğrenci oranları üzerinde önemle durulmaktadır (MEB, 2013). Orta düzeydeki maddeler genellikle öğrenciye tanıdık gelmeyen ve yorum gerektiren maddelerdir. Öğrencilerden anlamak ve analiz etmek üzere bir durumu diğer sorulara göre daha fazla formal matematiksel temsiller içeren bir şekilde yapılandırmaları istenmektedir. Bu tip maddeler, bir grup grafiğin ya da metnin içeriğindeki bilgilerin yorumlanması, gerekli bilgileri elde ederek bir dizi hesaplamaların yapılması, uzamsal düşünmenin ve geometri bilgisinin kullanılması gibi etkinlikler içerir. Düşük düzeydeki maddeler sınırlı yorum gerektiren ve daha bilindik bağlamlar içeren soru tipleridir. Bu tip maddeler herhangi bir grafik ya da tabloda açıkça verilen bir bilginin okunması, basit aritmetik hesaplamaların yapılması gibi etkinlikleri içerir (MEB, 2010).

Türkiye'nin 2003 ile 2012 yılları arasında bulunduğu PİSA sınavları sonuçları doğrultusunda öğrencilerin *matematik okuryazarlığı* yeterlik düzeylerinde bulunma yüzdelerinin yıllara göre dağılımı aşağıdaki verilmiştir.

DÜZEYLER	**PİSA 2003**	**PİSA 2006**	**PİSA 2009**	**PİSA 2012**	**OECD 2012 (ortalama)**
6. Düzey (%)	**2,4**	**1.2**	**1.3**	**1.2**	**3.3**
5. Düzey (%)	**3,1**	**3.0**	**4.4**	**4.7**	**9.3**
4. Düzey (%)	**6.8**	**6.7**	**9.6**	**10.1**	**18.2**
3. Düzey (%)	**13.5**	**12.80**	**17.4**	**16.5**	**23.7**
2. Düzey (%)	**22.1**	**24.3**	**25.2**	**25.5**	**22.5**
1. Düzey (%)	**24.6**	**28.10**	**24.5**	**26.5**	**15**
1. Düzeyin Altı(%)	**27.7**	**24.00**	**17.7**	**15.5**	**8**

Tablo 4: Öğrencilerin Matematik Okuryazarlığı Yüzdelerinin Yeterlik Düzeylerine ve Yıllara göre Dağılımı (MEB, 2005, 2007, 2010 ve 2013)

Yukarıdaki verilen tablo incelendiğinde Türkiye'nin ağırlıklı olarak 1. düzeyde yer aldığı görülmektedir. Ayrıca 1. Düzeyin altında bulunan öğrenci yüzdesi OECD ülkelerinin yüzdesinin yaklaşık olarak iki katı kadardır. Bu düzeydeki öğrenci becerileri daha basit düzeydeki becerileri içermektedir. Bunlar soruların açıkça belirtildiği, çözüm için gerekli bütün bilgilerin verildiği, açık bir şekilde belirtilmiş ve tek bir uyarıcı takip edilerek yapılabilen işlemleri gerçekleştirildiği ve daha çok rutin işlemlerin yapıldığı becerileridir. Matematiksel modelleme sırasında kazandırılması hedeflenen becerileri de kapsayan PİSA sınavının sonuçları öğrencilerin karmaşık yaşam durumlarına esnek ve yaratıcı çözüm önerileri getirme noktasındaki eksiklikleri açıkça göstermektedir. Ayrıca sonuçlar ilköğretimden mezun olan öğrencilerimizin çoğunun matematiği günlük hayatta kullanma ve problem çözme yeteneğini kazanmadan hayata atıldığını veya bir üst öğrenime geçtiğini göstermektedir. PISA testlerinde özellikle 5. yeterlik düzeyi veya üzerinde yer alan üst performans grubundaki öğrenci oranları üzerinde önemle durulmaktadır. Bunun nedeni ise ülkelerin ekonomik kalkınmaları için gerekli beşeri sermayenin çoğunlukla bu grup içinde bulunduğu kabul edilmesidir. Bu üst performans grubunda bulunan öğrenci özellikleri ise; karmaşık problem durumlarıyla başa çıkabilme*, üst düzey düşünebilme,* problem durumlarıyla ilgili kavramlar oluşturabilme, *genellemeler yapabilme* ve bunları kullanabilme, karmaşık durumlarla ilgili *modeller geliştirip kullanabilme*, bunlarla ilgili sınırlılıkları görebilme, varsayımlarda bulunabilme, modellerle ilgili karmaşık problemlerle çalışırken yararlanılabilecekleri nitelikteki *stratejileri seçebilme, karşılaştırabilme ve değerlendirebilme,* kapsamlı, iyi gelişmiş düşünme ve muhakeme becerilerini, yaptıkları işlemler üzerine derinlemesine düşünebilme, yorumlarını ve *muhakemelerini formüle ederek* başkalarına anlatabilme becerilerini içermektedir. Türkiye'nin yıllara göre bu üst düzeylerdeki öğrenci yüzdeleri yukarıdaki tablodan incelendiğinde OECD'nin çok gerisinde kaldığı açıkça ortadadır. Bu düzeydeki becerilere sahip öğrenciler elde etmek amacıyla; yaşamında matematiği gerektiği şekilde kullanabilen, gerçek yaşam durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen, karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen, analitik düşünceye sahip, akıl yürütme ve ilişkilendirme gibi becerilerin kazandırılmasında çözümü bir matematiksel modelleme içeren model oluşturma etkinlikleri kullanılabilir (Blum ve Niss, 1991; English ve Watters, 2005; Lesh ve Doerr; aktaran, Eraslan, 2012). Bu nedenle özellikle ilkokul yıllarından itibaren küçük yaştaki öğrencileri model oluşturma etkinlikleri ile tanıştırarak henüz okulun ilk yıllarındaki bireyleri bu beceriler ile donatmak ülkelerin eğitim kalitesi için önem teşkil etmektedir.

3. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

İlkokul matematik programının amaçları incelendiğinde Model kurabilme (oluşturma) modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilmeleri kavramlarına vurgu yapıldığı görülmektedir. Bundan dolayı programda yer alan ve ayrıca ülkemizde öğrenci, öğretmen ve eğiticimler tarafından önemi artarak vurgulanan model, matematiksel modelleme ve model oluşturma etkinliği çalışmalarının geçmişten günümüze kadar uygulamaları ve bunların matematik öğrenimine etkilerini ortaya koymak amacıyla literatür taraması yapılmıştır. Bu süreçte matematik eğitimi alanında model, modelleme, modelleme problemleri, matematiksel modelleme ve model oluşturma etkinliği anahtar kavramları kullanılarak elde edilen araştırma ve derleme türü makaleler incelenmiş ve çalışmalarda değişik seviye gruplarındaki öğrenciler için farklı uygulamaların gerçekleştirildiği görülmüştür. Buradan hareketle matematik eğitiminde farklı öğretim basamaklarındaki öğrenciler için yapılan modelleme uygulamaları incelenerek ilkokul ve ortaokul seviyesinde yapılan çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

3.1 İlkokulda (1-4) Model Oluşturma Etkinlikleri

Matematik eğitiminde model oluşturma ve model oluşturma etkinliklerinin ilkokul seviyesindeki uygulamalarıyla ilgili uluslararası literatürde birçok çalışmanın yapıldığı görülürken ulusal literatürde bu çalışmadaki model ve modelleme tanımına uygun herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. İlkokul seviyesinde yapılan çalışmalar incelendiğinde ise ağırlıklı olarak Avustralya'da Lynn D. English tarafından yapılan araştırmalara ulaşılmıştır. Bu araştırmalarda 6+3 eğitim sisteminin altı yıllık ilkokul döneminde başlayan çalışmalar 7, 8 ve bazen de 9. Sınıfı da kapsayacak şekilde uzun süreli çalışmalar yapıldığından aşağıda sunulan literatürde ilkokul, ortaokul ve bir kısmı da liseyi içine alan araştırmalara yer verilmiştir.

English (2010a) veri modellemesi üzerine ilkokul 1.sınıf öğrencilerinin istatistiksel akıl yürütme becerilerini incelemiştir. Üç yıl süren bu araştırmaya Avustralya'nın orta sosyo-ekonomik düzeyinde bir okulun 25-26 kişilik 1. sınıf öğrencilerinden (6 yaş 8 aylık) üç şube ve onların öğretmenleri katılmıştır. Öğrencilerin veri çalışmaları ile ilgili önceki tecrübelerinin nesneleri sınıflandırmak ve resim grafiklerini tamamlama ile sınırlı olduğu belirtilmiştir. Araştırmacı 1. sınıf öğretmenleri ile işbirliği içinde çalışmış ve düzenli olarak mesleki gelişim toplantıları düzenlemiştir. Öğretmen ve araştırmacı her bir sınıfta, öğrencilerin küçük gruplar halinde modelleme etkinlikleri üzerinde beraber çalışmalarını sağlamışlardır. Bu etkinlikler "*Çevremizi Koruyalım (Looking after our Environment)"* teması üzerine kurulmuş olup, etkinlikler hikâyeleştirilerek matematiksel öğrenmede etkili bir içerik sağlanmış ve bu sayede öğrencilerin yüksek motivasyonla matematiksel problemlerde çalıştıkları ve başarılı sonuçlar elde ettikleri belirtilmiştir. Bu çalışma öğrencilere verilen sıralı üç aktiviteden birincisi olan ve *Baxter Brown's Messy Room* adlı hikayeden uyarlanan etkinlik üzerine odaklanmıştır. Bu etkinlikte ilk olarak öğrencilerin kitabı okuyup tartışmasını (35 dakika), daha sonra çeşitli malzemeler verilerek ürünleri geri dönüşüm, atılacaklar ve yeniden kullanılabilir şeklinde sınıflandırmalarını ve bu sınıflandırmaları sunmaları (45 dakika) istenmiştir. Son aşama ise verilen yeni nesneleri farklı şekilde sınıflandırmalarını ve farklı temsillerle sunmalarını (45 dakika) içermektedir. Bu üç aşamanın sonunda öğrencilerin grup çalışması sırasında yaptıkları sınıflandırmalardan çekilen fotoğraflar, yapılan grup tartışmaları, sunumlar ve tüm sınıf tartışmalarından elde edilen veriler kodlanıp sürekli gruplar arası karşılaştırılarak nitel olarak analiz edilmiştir. Bu çalışma sonuç olarak okulun henüz ilk yıllarında bulunan küçük çocukların bu tür etkinlikleri başarıyla tamamlayabildiklerini göstermiştir. İlkokul çocuklarının çeşitli veriye dayalı içerikleri yorumlamayı, veriyi eleştirel olarak analiz etmeyi, sıralamayı, veri temsilleri arasındaki eğilimleri araştırmayı, bu eğilimleri yorumlamayı, sonuçlarını farklı olarak ifade etmeyi ve raporlaştırmayı içeren deneyimlerle karsılaşmalarına olanak sağlayan öğrenme ortamlarının yaratılması gerektiği vurgulanmıştır. İstatistiksel düşünme becerilerinin temellerinin erken yaşlarda atılması, orta ve lise yaşlarına bırakılmaması gerektiği belirtilmiştir. Data modellemenin öğrencilere istatistiksel düşünme becerisi kazandırmada etkili ve zengin bir yol olduğu vurgulanmıştır. Ayrıca veri modellemesi üzerine araştırmaların arttırılması gerektiğine dikkat çekilerek bu problemlerle soru soran, tartışan, kendi verisini kendi toplayan, düzenleyen, sunan ve bu süreci açıklayabilen bireyler yetiştirileceği belirtilmiştir. İlkokul müfredatında sınıfın ötesinde öğrencileri istatistiksel düşünme becerilerinin gelişmesi için veriler ile çalışmalarını sağlayacak etkinliklerin genişletilmesi için yeniden düzenleme yapılması gerektiği önerilmiştir.

Data (veri) modellemesi üzerine odaklanan bir diğer çalışmasında English (2011b) ilkokul ikinci sınıf öğrencilerinin istatiksel akıl yürütme deneyimlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu amaçla öğrencilerin veri üzerinde farklı ve karmaşık davranışları tanıyabilme, verileri ayrıştırma ve sınıflandırma yollarını belirleyebilme ile verileri temsil eden modelleri oluşturup yorumlayabilme becerilerine odaklamıştır. Çalışma grubu Avustralya'daki bir okulda üç yıl boyunca modelleme eğitimi alan 1. sınıf öğrencilerinden (6 yaş 8 aylık) oluşmaktadır. Üç yıl süreli araştırmanın ikinci yılında (7 yaş 10 aylık) öğrencilere bir hikaye kitabından uyarlanan Baxter Brown's Shop (Baxter Brown'ın Dükkanı) etkinliği uygulanmıştır. İki odak grupta yer alan öğrenciler farklı akademik başarı seviyelerinden seçilerek oluşturulmuş ve gruplar raporlarını etkinlik tamamlandıktan sonra sınıfa sunmuşlardır. Öğrencilerin etkinlik üzerindeki çalışmaları ses ve video kaydına alınmış daha sonra çözümlenerek analiz edilmiştir. Sonuç olarak ilkokul öğrencilerine kendi istatistiksel muhakeme yeteneklerini geliştirmek için data modelleme etkinliklerinde olduğu gibi zengin fırsatlar sunulmasının gerekliliği belirtilmiştir. Bu tür etkinliklerin standart müfredatın sunduğu deneyimlerden ayrı olarak çocuklarda farklı ve karmaşık özellikleri belirlemek ve bununla ilgili anlamlı olayları araştırmaları ve yorumlamalarını sağladığı vurgulanmıştır. Ayrıca data modelleme etkinliklerinin, öğrencilere kendi tercih ettikleri yolla verilerini organize etme, yapılandırma, görselleştirme ve sunma olanağı sağladığı belirtilmiştir. Araştırmada öğrenciler etkinlikte yer alan değişkenlerin sayısal özelliklerinden (yiyeceklerin adedi ve fiyatı gibi) daha çok nitel özelliklerine (akşam yemekleri, pişirilen ve pişirilmeden tüketilen yiyecekler gibi) odaklanmışlardır. Öğrencilerin verilerin sınıflandırması ve sıralamasında etkinlikteki nesnelerin niteliğine büyük önem verdiği ve sayısal karşılaştırmalar yapmaksızın farklı nitel özelliklerin büyük çoğunu tespit ettikleri açıklanmıştır.

Başka bir çalışmasında English (2012b) ilkokul öğrencilerinin istatistiksel deneyimlerini yorumlamayı amaçlamıştır. Üç yıl süren çalışmanın birinci yılına ait sonuçların yer aldığı bu araştırmada, öğrencilerin topladıkları verileri nasıl yapılandırdıkları, nasıl temsil ettikleri ve yeniden düzenleyerek birden fazla temsil etme yolları geliştirebilme yeterlilikleri ile öğrencilerin veri tablolarındaki değişiklikleri belirleme ve kayıp değerleri nasıl tahmin ettikleri incelenmiştir. Çalışmaya Avustralya'nın orta sosyo-ekonomik düzeyde bir okulun 1. Sınıf öğrencilerinden (ortalama yasları 6 yıl 8 aylık) üç şube ve onların öğretmenleri katılmışlardır. Araştırmacının öğretmenler ile işbirliği içinde yürüttüğü araştırmada öğrenciler, ortalama toplam 90 dakika süresince *Fun with Michael Recycle* (*Michael'le Geri-Dönüşüm Problemi*) ve *Litterbug Doug (Çöp Böcegi Doug Problemi)* etkinlikleri üzerinde 3'er ve 4'erli gruplar halinde çalışmışlardır. *Geri-Dönüşüm Problemi'*nde öğrenciler toplanan materyallerin geri dönüşüm, yeniden kullanılabilir veya atıl-çöp gibi özelliklerine odaklanırken, *Çöp Böceği Doug Problemi'*nde ise tabloda sunulan verilerden formal olmayan çıkarımlarda ve tahminlerde bulunmaları istenmektedir. Etkinlikler tamamlandıktan sonra öğrenciler sınıf arkadaşlarına verileri nasıl temsil ettiklerini açıklamışlardır. Sonrasında öğrencilerden verilerini farklı şekilde temsil etmeleri istenmiş ve gruplar yeni temsillerini açıklayarak ilk temsillerinden farklı olan yanlarını sınıf arkadaşlarıyla paylaşmışlardır. Öğrencilerin grup çalışmaları, grup sunumları, tüm sınıf tartışmalarını içeren video kayıtları ile çalışma kâğıtları beraber incelenerek analiz edilmiştir. Sonuç olarak öğrenciler verilerin yeniden temsili hususunda farklı yollar ortaya koymuşlardır. *Michael'le Geri-Dönüşüm Problemi'*nde öğrenciler ilk denemelerinde verileri yapılandırmada ve temsil etmede başarılı olurken ikinci denemelerinde grupların yarısından fazlası verileri farklı şekilde temsil edebilmişlerdir. Yeni temsiller ağırlıklı olarak resimli-grafikler (picto-graphs) şeklinde gerçekleşirken öğrenciler oluşturdukları bu grafiklerde satır ve sütunların etkili şekilde kullanmaları, uygun çıkarımlarda bulunmaları grafiklerin yapısı hakkındaki farkındalıklarını göstermesi acısından önemli işaretler olarak altı çizilmiştir. Diğer taraftan, *Çöp Böcegi Doug Problemi'*nde öğrencilerin özellikle verilerdeki değişiklikleri belirleme ve tahminde bulunma hususunda formal olmayan çıkarımda bulunabildikleri ortaya konmuştur.

1 ile 3. sınıfları kapsayan üç yıllık çalışmasının son yılında English (2012a) bir data modelleme etkinliği olan *Oyun Alanlarının Araştırılması ve Planlanması* (*Investigating and Planning Playgrounds*) etkinliği ile öğrencilerin verileri farklı şekillerde temsil etme yollarını incelemiştir. Öğrenciler bu etkinlikte önce yeni oyun alanları ile ilgili bir anket tasarlamışlar daha sonra bu anketi uygulayarak veri toplamışlardır. Bu süreçte öğrencilerin elde ettiği verileri yapılandırmaları, ortaya koyma biçimleri ve farklı şekilde temsil etme yeterlilikleri dikkate alınmıştır. Araştırma 1. Sınıflardan (ortalama yas 6 yıl 8 ay) üç şube ile başlanmış üçüncü yıl sonunda toplam iki sınıfta 39 öğrenci (ortalama yas 8 yıl 8 ay) ile devam edilmiştir. Ayrıca çalışmanın ikinci yılında 7. Sınıftan (12-13 yaş) öğrenciler, uygulanan etkinliklerin birine katılarak model geliştirmiş ve 2. sınıf öğrencileriyle modellerini paylaşmışlardır. Araştırmada yer alan sınıf öğretmenleri ile düzenli olarak mesleki gelişim toplantıları yapılmış ve süreçte araştırmacı ile birlikte çalışmışlardır. *Oyun Alanlarının Araştırılması ve Planlanması Etkinliğine* geçilmeden önce Hot Cha Cha hikaye kitabı okunarak öğrencilerin birbirlerine sorular yöneltmesi ve yeni oyun alanları ile ilgili olarak sınıf arkadaşlarının düşüncelerini öğrenmesi sağlanmıştır. Daha sonra her bir öğrenci grubu dört anket sorusu ve bunlara ait dört seçenek sunarak diğer grupların cevaplamasını istemiştir (örneğin; *oyun alanında her bir spor aleti için ne kadar zaman harcıyorsun? 30 dk., 20 dk., 15 dk., 5 dk.*). Öğrencilerden topladıkları tüm verileri analiz ederek kendi seçtikleri temsil etme biçimleri ile sonuçlarını sunmaları istenmiştir. Bu süreçte öğrenciler özellikle bulgularını birden fazla şekilde temsil etmeleri yönünde teşvik edilmiştir. Etkinliğin tamamlanmasının ardından gruplar sınıf arkadaşlarına son data-modellerini açıklamışlardır. Üçüncü sınıfların her biri ve seçilen odak gruplarda yer alan öğrencilerin çalışmaları video ve ses kaydına alınmış ve çalışma kağıtları ile birlikte analiz edilmiştir. Sonuç olarak sınırlı bir öğretim almalarına rağmen öğrenciler toplanan verinin yapılandırılması ve sunumu için birden fazla temsil etme yolu geliştirmede başarılı oldukları görülmüştür. Aynı veriyi farklı temsil biçimleri kullanarak sunabilecekleri yönünde bir anlayışı ortaya koyarken bar grafiklerinde yatay ve dikey eksenleri isimlendirmişler ve daire grafiklerinde daire dilimlerini farklı renklerde ifade edebilmişlerdir. Verilerin sunumu esnasında karşılaştıkları güçlükler karşısında yaratıcı çözümler geliştirmişlerdir. Öğrencilerin çoğu yüzdelik değerleri doğru bir şekilde hesaplayamamış olsa da yüzde kavramının farkında oldukları ve nasıl kullanılabileceği

yönünde temel bir anlayışa sahip olduklarını göstermişlerdir. Araştırarak keşfedebilecekleri anlamlı etkinlikler ve farklı sınıf düzeyleri arasında beraber öğrenme ortamları yaratmanın gerekli olduğu belirtilmiştir.

Uzun süreli bir diğer çalışmada English (2011a) ilk olarak her geçen gün daha karmaşık olan dünyada gelecekte ihtiyaç duyulacak matematiksel yeterliliklere daha sonra da disiplinler arası problem çözme, model ve modellemeye dikkat çekmiştir. Araştırmacı 1'inci sınıftan 9'uncu sınıfa kadar karmaşık, disiplinler arası modelleme etkinliklerini öğrencilere uygulamıştır. Bu etkinlikler 1. sınıflar için "çevre koruma" ile ilgili data modellemesi, 4. sınıflar için "toplum ve çevre" konusunu işleyen model oluşturma etkinliği ve 7. sınıftan 9. sınıfa kadar da mühendislik konularını içeren modelleme problemlerinden oluşmuştur. English 1- 3. Sınıflara yaptığı uzun sureli çalışmada öğrencileri sağlık, beslenme ve çevre gibi diğer disiplinlerden seçilen konular üzerinde data modelleme etkinlikleriyle karşı karşıya getirerek onların gerçek yaşam deneyimlerini ilişkilendirmesini sağlamıştır. Bu süreçte öğrencilerden anlamlı olayları araştırmaları, hangi faktörlerin daha önemli olduğuna karar vermeleri ve devamında ellerindeki veriyi düzenlemeleri, yapılandırmaları, görselleştirmeleri ve farklı şekilde temsil etmeleri beklenmektedir. Ayrıca okulun ilk yıllarında öğrencilerin değişkenleri belirlemeleri, çıkarımda ve tahminde bulunmaları data modellemenin önemli unsurları arasında olduğu ifade edilmiştir. Çalışmanın ilk yılında dört data modelleme etkinliğinden *Fun With Michael Recycle* ve *Litterbug Doug* etkinlikleri uygulanmıştır. *Fun With Michael Recycle* adlı etkinlik, 30 ve 60 dakika süren iki ders saatinde uygulanmıştır. Bu etkinlik öğrencilerden sorular sormayı, karakterleri belirlemeyi ve oluşturmayı, verileri düzenlemeyi, analiz etmeyi, farklı yollarla gösterim ve temsil etmeyi içermektedir. İkinci etkinlik olan *Litterbug Doug ise* öğrencilerden veri tablolarını yorumlamalarını, verilerdeki çeşitliliği belirleyip ayırt etmelerini, sorular sormalarını ve tahminde bulunmalarını sağlayacak şekilde tasarlanmış olup bir ders saatinde 75 dakika süreyle uygulanmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasında 4. Sınıf öğrencilerine *The First Fleet* adlı model oluşturma etkinliği verilerek öğretmenin ve araştırmacının yönlendirmesi olmaksızın küçük gruplar şeklinde çalışmaları sağlanmıştır. Ellişer dakikalık 4 oturumda uygulanan etkinliği sonunda gruplar sırayla oluşturdukları modelleri sunmuş ve diğer gruplardan gelen soruları cevaplayarak kendi modellerini savunmuşlardır. Çalışmanın üçüncü aşamasında ise mühendislik alan eğitimcilerinden yardım alarak 7-9. sınıflarda mühendislik temelli etkinlikler uygulanmıştır. Çalışmanın başında 45 dakikalık iki derste farklı alanlardaki mühendislikler tanıtılmış daha sonra 5-6 ders köprüler ve bunların inşasına yönelik dersler verilmiştir. Bu dersler inşaat mühendislerinin çalışma alanları, köprü yapılarının incelenmesi, temel köprü tiplerinin özellikleri ve sınırlılıkları, köprü tasarımlarında gerilim, basınç, yük dağılımı ve güçlendirme gibi faktörlerin etkisi konularını içermektedir. Öğrencilerden sınırlılıklar dahilinde verilen materyalleri kullanarak kirişli bir köprü oluşturmak için plan yapmaları, tasarımlarda bulunarak modeller oluşturmaları istenmiştir. Etkinlikte öğrencilere köprülerini inşa etmeleri için pipet, bant, makas, cetvel, küçük kutular ve metal pullar gibi materyaller sağlanmıştır. Köprü modellerinin tamamlanmasının ardından öğrenciler bunu nasıl tasarladıklarını ve inşa ettiklerini adım adım akranlarına açıklamışlardır. Devamında öğrencilerden mühendislik temelli bu tasarım surecini nasıl kullandıklarını yani; problemi belirleme, beyin fırtınası yapma, en uygun tasarımı seçme, üzerinde tartışma ve test etme, değerlendirip gözden geçirme aşamalarını açıklamaları istenmiştir. Son olarak da inşa ettikleri köprüleri güçlendirebilmek için öğrencilerden tasarımlarını nasıl geliştirebilecekleri sorgulanmıştır. Sonuç olarak bu çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliklerinin öğrencilere düşünce yollarını bir çok kez ifade etmelerine, test etmelerine, gözden geçirerek değiştirmelerine imkan sağladıkları belirtilmiştir. Modellemenin ağırlıklı olarak lise ve sonraki kademeler yerine ilkokul müfredatına adapte edilerek ilkokuldan itibaren eğitim verilmesine dikkat çekilerek çalışmada ilkokul çocuklarının zorlu modelleme problemleri ile başarıyla çalıştıkları gösterilmiştir. Bilgiye dayalı ekonomide öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirerek matematik ve fen bilgilerini oluşturmanın önemi vurgulanmıştır.

Watters, English ve Mahoney (2004) üç yıllık uzun süreli çalışmasında ilkokul öğrencilerinin matematiksel modellemedeki gelişimini incelemiştir. Çalışmaya şehir merkezinden uzakta bir okuldaki 3. Sınıflardan (8 yaş) 4 şube ve 5 öğretmen gönüllü olarak katılmışlardır. Öğretmenlere çalışmaya başlamadan önce örnek modelleme etkinlikleriyle, modellemenin doğası, öğrencilerin problemi çözüm yollarını tanımlamayı ve problemlerini nasıl uygulamaları yönünde eğitim verilmiştir. Etkinlikler iki dönem içinde öğretmenler tarafından uygulanmış ve her biri 40-60 dakika sürmüştür. İlk etkinlik *Bilby'nin Yaşam Tarzı* (*The Life Style Of Our Bilby)* için öğrencilere bir metin okutularak hayvanların cinsiyetlerine göre kuyruk uzunlukları, boyları ve kilolarını içeren veri tablosu üzerinde çalışmaları istenmiştir. İkinci etkinlikte *Çikolata Tüketim Problemi* (*Chocolata Consumıng problem*) ise kakao tanesinin yetiştirilmesinden farklı türden çikolata yapımına kadar geçen üretim sürecinde çikolatada gözlenen gelişimini anlatan bir metin ile farklı türden çikolatalar ve bu çikolataların *içindekiler* kısmını içeren veri tablosu öğrencilere sunulmuştur. Verilen bilgiler doğrultusunda çikolata tüketimini araştırmak üzere öğrencilerin anket uygulamaları istenmiştir. Öğrenciler çikolata tüketimiyle ilgili elde ettikleri verileri analiz etmiş ve bulgularını akranlarıyla paylaşmışlardır. Üçüncü olarak *Muhteşem Fasulye Etkinliği'nde (Beans, Beans, Glorious Beans)* en çok fasulyeyi elde etmek için hangi ışık koşulunun en iyi tercih olacağına karar verebilmeleri hususunda öğrencilere bir öykü sunulmuştur. Öyküden sonra ışıkta ve gölgede yetişen fasulyelerin haftalara göre ağırlıklarını içeren veriler öğrencilere verilerek en iyi koşulu seçmeleri istenmiştir. En son etkinlikte ise *Kağıttan Uçak Yapma Yarışması'nın* (The Paper Airplane Competition) finalistini belirlemede bir model oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler uçakların havada kalış süreleri ve her denemelerde aldıkları toplam yolla ilgili verileri değerlendirerek hangi takımın yarışmayı kazanması gerektiğine karar vererek bu durumu juriye yazılı olarak bildirmişleridir. Tüm süreçler video ile kayıt altına alınmış ayrıca sınıf gözlemleri, ders sonrası öğretmenlerle yapılan tartışmalar ve etkinlik sonrasında yapılan geniş çaplı görüşmeler kaydedilerek analız işlemine tabı tutulmuştur. Araştırmanın sonuçları matematiksel modelleme çalışmalarının öğrencilerin matematiksel fikirlerinin geliştirdiğini ortaya koymuştur. Matematiksel dili kullanma grup içinde çalışma, sosyal etkileşimde bulunma, tablodan veriyi okuma ve grafik kullanımında önemli derecede ilerleme sağlandığı tespit edilmiştir. Ayrıca bu yaş grubundaki öğrencilerin matematiksel odaklı görevleri yapmaya, varsayımları sorgulamaya ve verileri yorumlamaya hazır oldukları görülmüştür.

Üç yıl süren projelerinin ilk yılını içine alan bu çalışmalarında English & Watters (2004) model oluşturma etkinlikleri kullanarak öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini incelerken aynı zamanda öğretmenlerinin de bu konuda mesleki yeterliliklerini geliştirmelerine yönelik bir uygulama yapmışlardır. Çalışmaya şehir merkezinin dışında orta sınıf sosyo-ekonomik seviyede bir okulun 3. Sınıf (ortalama 8 yaş) öğrencilerinden oluşan dört şube ve onların öğretmenleri katılmıştır. Öğretmenlere modelleme deneyimleri kazandırmak ve onlarla daha ayrıntılı bir program hazırlayabilmek için bir dönem seminer verilerek etkinliklerin hazırlanması ve uygulanması aşamasında araştırmacıyla birlikte çalışmaları sağlanmıştır. Öğrencilere ilk olarak ön modelleme etkinlikleri uygulanarak, onların metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama, basit veri tablolarını okuma, verileri toplama, analiz etme ve temsil etme, analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama, grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme becerilerini geliştirmeleri amaçlanmıştır. Çalışmaya esas teşkil edecek model oluşturma etkinlikleri üçüncü dönemde her hafta bir tane olmak üzere uygulanmıştır. İlk olarak öğrenciler 'Farmer Sprout' adlı bir hikayeden oluşturulan *Fasulye Probleminde* (Butter Beans Problem) bir çiftçinin farklı şartlarda (güneş ışığı ve gölge) yetiştirdiği farklı tip fasulyelerin 6, 8 ve 10'uncu haftalardaki büyüme miktarlarını gösteren tablolar üzerinde çalışmışlardır. 40 dakika boyunca 3-4'erli gruplar halinde çalışan öğrencilerden her sınıfta bir grubun videosu iki grubun da ses kaydı alınmıştır. Ayrıca tüm sınıf tartışmaları ve grup çalışmaları sırasında elde edilen alan notları video çözümlemeleri ile beraber incelenerek analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematikleştirme süreçlerinin gelişimini çeşitli seviyelerde kolaylaştıran veya sınırlandıran unsurlar ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden çok azı çeşitli temsili formatlarda kendilerine sunulan verileri yorumlama ve anlamada zorlanırken, değişim ve değişim oranı gibi matematiksel kavramları etkinlik esnasında sezgisel olarak fark ettikleri görülmüştür. Ayrıca model oluşturma etkinliklerinin üst biliş ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği, çeşitli temsillerle fikirlerin ifade edilmesi için zengin fırsatlar sunduğu vurgulanmıştır. Bu tür modelleme etkinliklerin uygulanmasıyla küçük çocukların bazı kavramsal bilgilerdeki eksikliklerinin tamamlanmasını sağlandığı, bu çalışmada olduğu gibi fasulye etkinliğindeki büyüme koşullarının karşılaştırılması gibi somut gösterimlerin öğrencilerin model geliştirmesini kolaylaştırdığı vurgulanmıştır.

English ve Watters (2005b) çalışmasında yine *Butter Beans (Fasulye Problemi)* ve *Airplane Problem (Kağıttan Uçak Yapma)* olmak üzere iki modelleme problemini kullanarak ilkokul öğrencilerinin matematiksel bilgi ve akil yürütme süreçlerindeki gelişimlerini araştırmıştır. Bu problemler öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını yorumlamalarını, açıklamalarını ve matematiksel yollarla ifade etmelerini gerektirmektedir. Ayrıca öğrencilerden tablo şeklinde sunulan verilerdeki kategoriler ve bunlar arasındaki iliksileri dikkate alarak çözüme ulaşmaları istenmektedir. Bunun için 3. sınıf (8 yaş) öğrencilerinden oluşan dört sınıfa ve onların öğretmenlerine altı ay süren bir program uygulanmıştır. Bu program süresince öğrencilere öğretmenlerin gözetiminde örnek modelleme etkinlikleri yaptırılarak hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin deneyim kazanmaları sağlanmıştır. Verilerin analizinde öğrencilerin formal olmayan kişisel bilgilerini problemlerde kullanma biçimleri, veri tablolarını nasıl yorumladıkları ve bu süreçte yaşadıkları zorlukları, verilerle nasıl çalıştıkları (verileri birleştirme, karşılaştırma, eğilim ve örüntüleri arama), matematiksel fikirleri nasıl geliştirdikleri ve buna bağlı anlayışlarını nasıl temsil ettikleri dikkate alınmıştır. Modelleme etkinliklerinden *Fasulye problemi*' nde bir çiftçinin yetiştirdiği farklı türden fasulyeleri ve bu fasulyelerin çeşitli yetişme koşullarındaki büyüme miktarlarını içeren bir veri tablosu sunulmuştur. *Kağıttan Uçak Yapma Problemi'* nde ise her yıl gerçekleşen ve kağıttan uçakların uçuş performanslarının değerlendirildiği uçak yarışmasını içeren bir gazete haberi öğrencilere sunularak onlardan yarışmayı kazanını belirlemede juriye yardımcı olmaları istenmiştir. Her iki modelleme etkinliği de 40 dakika süren 4-5 oturumda ve dersin bir parçası olacak şekilde uygulanmıştır. Modelleme etkinliği tüm sınıfa anlatıldıktan sonra öğrenciler üçerli veya dörderli gruplar şeklinde etkinlik üzerinde çalışmaları sağlanmış; bu esnada öğretmen grupları dolaşarak öğrencilere açıklama, kanıtlama ve düşünme gerektiren sorular sormuş ayrıca onları cesaretlendirerek motivasyonlarını arttırmaya çalışmıştır. Oturumun sonunda öğrenciler grup raporlarını arkadaşlarına sunmuş ve bulunan sonuçlar sınıf ortamında tartışılmıştır. Uygulamaların tamamı video ile kaydedilmiş olup ayrıca sınıf içi alınan diğer notlar, öğrencilerin yazılı ve sözlü cevapları, sınıf arkadaşlarının dönütlerine verdikleri sözlü cevaplar da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin üst bilişsel ve eleştirel düşünme becerilerinin geliştiği ortaya konurken zorluk düzeyleri değişen ve gerçek hayatla ilişkilendirilmiş matematiksel fikirlere erişebildikleri görülmüştür.

Farklı yaş gruplarını içeren çalışmasında English (2009) öğrencilerin *Creek Watch* ve *Summer Reading* adlı iki modelleme etkinliği üzerinde çalışmalarını sağlayarak ilkokul öğrencilerinde matematiksel modelleme aracılığıyla disiplinler arası anlamlı öğrenme deneyimlerini geliştirmeyi amaçlamıştır. *Creek Watch* problemi 3. sınıftan (7- 8 yaşında) 5. sınıfa kadar modelleme eğitimi alan öğrencilere uygulanmıştır. Çalışmanın ilk iki yılında öğrencilerin metin ve şemalarla matematiksel ve bilimsel veriyi yorumlayabilecekleri, basit veri tablolarını okuyup, toplanan veriyi analiz etme ve sunma imkanı sağlayan, grup çalışmasının yapıldığı ve raporlaştırılan çalışmayı akranları ile paylaşıp geri dönütler alabilecekleri hazırlayıcı etkinlikler uygulanmıştır. Bu etkinliklerin hazırlanması ve uygulanması esnasında sınıf öğretmenleri bu konuda deneyimli araştırmacılarla birlikte çalışmışlardır. Çalışmanın üçüncü yılında *Creek Watch* problemi ile ilgili veriler iki buçuk haftalık dönem içinde 40 ile 60 dakika süren görüşmeler yoluyla dört oturumda toplanmıştır. Problem, öğrencilere öğretmenin veya araştırmacının yönlendirmesi olmaksızın 2-4 kişiden oluşan küçük gruplar şeklinde uygulanmış ve öğrencilerin çalışmaları hem video hem de ses olarak kayıt edilmiş, çözümlenmiş ve nitel olarak analiz edilmiştir. Verilerin analizinde öğrencilerin problemi yorumlama biçimleri, üzerinde çalışmayı seçtikleri problem faktörünün doğası, daha ileri kavramsal anlamalara neden olan düşünce değişiklikleri, nitel (sözel) verinin nicelleştirilmesi (sayısallaştırılması) esnasında uyguladıkları matematiksel süreçler, bu süreçte yapmış oldukları veri dönüştürme biçimleri, düşüncelerini savunma ve raporlaştırmada kullandıkları temsiller (tablo, sekil, figür, resim vb.) ve sürecin sonunda elde edilen modelin temsil yeterliliği dikkate alınmıştır. *Summer Reading* problemi benzer şekilde 5. sınıftan 7. sınıfa kadar modelleme eğitimi alan öğrencilere uygulanmıştır. Çalışmanın ilk yılında bir takım modelleme etkilikleri uygulanmış ve bu etkinlikleri *Model Oluşturma* ve *Model Araştırma* problemleri takip etmiştir. Bu sürecin ikinci ve üçüncü yılında ise *Model Oluşturma*, *Model Araştırma* ve *Model Uyarlama* problemleri gerçekleştirilmiştir. *Summer Reading* problemi 7. sınıfta tamamlanmış bir *model uyarlama* problemi olup öğrencilere 50' şer dakikalık iki oturumda küçük grup çalışması şeklinde uygulanmıştır. Problemin çözümü birden fazla tabloda yer alan verilerle çalışmayı, bunların yeniden düzenlenmesini, dönüştürülmesini, sayısallaştırılmasını, ilişkileri ve eğilimleri keşfetmeyi ve elde edilen sonuçların görsel veya yazılı formda temsil edilmesini içermektedir. Ayrıca problem oran, orantı, sıralama ve ortalama gibi matematiksel kavramaların kullanımını gerektirmektedir. Öğrenciler geliştirdikleri modeli sınıf ortamında gerekçeleriyle birlikte sunduktan sonra akranlarından geri bildirim almışlardır. Diğer problemde olduğu gibi bu çalışmada da veriler hem ses hem de video şeklinde toplanmış, çözümlenmiş ve nitel olarak analiz edilmiştir. Ayrıca ders notları, çalışma kağıtları ve en sonda oluşturdukları modelin detaylarını açıklayan rapor veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiksel bilgilerini tanımlama ve değerlendirmede *Carmona (2004)'nın Değerlendirme Ölçeği* kullanılmıştır. Bu çerçevede öğrencilerin faktörleri nasıl belirleyip seçtikleri, seçilen faktörler üzerine uygulanan işlemler, süreç boyunca yapılan dönüşümler ve en sonda elde edilen modelde kullanılan temsiller dikkate alınmıştır. Çalışmanın sonunda diğer disiplinler ile ilişkilendirerek modelleme problemi oluşturmanın hem öğretmenler hem de araştırmacı için zorlu bir süreci içerdiği, matematik ve diğer disiplinlerin ilişkilendirilmesinde göz önünde tutulması gereken öğrenci ve ders boyutunda önemli unsurların var olduğu vurgulamıştır. Ayrıca hem matematikte hem de fende modellemenin ortaokul, lise ve üniversite öğrencileri ile sınırlandırılmaması gerektiği, ilkokul öğrencilerinin de kompleks veriler içeren modelleme problemlerini başarabilecekleri ortaya konmuştur.

Öğrenci ve öğretmenleri içine alan iki aşamalı çalışmasının birinci aşamasında English (2006a) ilkokul 4.sınıf öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimini incelemek amacıyla onların gerçek hayat durumları içeren modelleme problemleri üzerinde çalışmalarını sağlamıştır. Çalışmada 4. Sınıf (9 yaş) öğrencilerinden oluşan üç şubeye çeşitli model oluşturma problemleri uygulanmıştır. Problemlerden birincisi *2006-Commonwealth Games (İngiliz Milletler Topluluğu Oyunları)'*de erkekler 100 metre serbest yüzücülerin seçimine yönelik bir model oluşturma etkinliğidir. Araştırmacı gerçek yasamdan sporla ilgili bir problem oluşturarak öğrencilerin problem üzerinde derinlemesine düşünmesini, sağlamak ve karmaşık sistemleri anlama ve uygulama noktasında zengin fırsatlar yaratmayı hedeflemiştir. Etkinlikler ayrıca görsel temsillerin yorumlanmasını ve kullanılmasını, basit gösterimler kullanarak temsillerin uygun hale getirilmesini, matematiksel fikirlerin açıklanmasını ve doğrulanmasını, basit matematiksel parametrelerin oluşturulmasını ve açıklayıcı metin içine matematiksel bulguların taşınmasını içermektedir. Süreçte matematiksel modelleme problemlerinden üç tanesi öğretmenler ile birlikte tasarlanmış ve 60-70 dakikalık surelerle sınıf içinde uygulanmıştır. Bu çalışmaya esas olan etkinlik, *Dostluk Oyunları (Friendly Games)* problemi bir model uyarlama etkinliği olup bu problem üzerinde uç veya dörderli gruplar halinde çalışan öğrenciler daha önce uygulanan iki modelleme problemi (fasulye yetiştirme ve kâğıt uçak problemleri) üzerinde geliştirdikleri fikir ve süreçleri derinleştirme ve adapte etme imkânı bulmuşlardır. Problemin çözüm aşamasında öğretmenler tarafından herhangi bir yönlendirmede bulunulmamıştır. Çalışmanın sonunda öğrenciler grup raporlarını arkadaşları ile paylaşmış, modellerini savunarak geri bildirimlerde bulunmuşlardır. Öğrencilerin grup çalışmaları, grup raporları, akranlarının yorumlarına yönelik açıklamaları video ve ses kaydına alınmış daha sonra çözümlenerek analiz edilmiştir. Ayrıca grupların kullandığı çalışma kâğıtları ile yazılı ve sözlü raporlarını içeren ürünlerde diğer bir veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin karmaşık veri gruplarını içeren modelleme problemlerini başarıyla tamamladıkları görülürken, öğrencilerin yaratıcı ve üst düzey düşünme deneyimleri elde etmesi için modelleme problemlerinin iyi bir araç olduğu ve okul müfredatındaki bu yöndeki eksikliklerin giderilmesinin gerekliliği vurgulanmıştır.

English (2007) çalışmasında 5. Sınıf öğrencilerin ilkokul müfredattaki diğer derslerle yani fen, sosyal ve çevre bilimler ile matematiksel öğrenmelerini beraber kullanabilecekleri modelleme problemleri oluşturup uygulayarak bunların çözümünde öğrencilerinin kavramsal gelişimini incelemiştir. Ayrıca süreçte öğrencilerin nitel veriyi nicelleştirme biçimleri, matematiksel düşünme ve öğrenme şekilleri, grup çalışması sırasında birbirleri ve problemlerle etkileşimlerindeki iletişim becerileri de araştırılmıştır. Üç yıl süren çalışmanın ilk yılına özel bir okulun 4. sınıf (8-9 yaş) öğrencilerinden üç şube ve onların öğretmenleri katılmıştır. İkinci yılda aynı öğrenciler yeni öğretmenleri ile çalışmaya devam etmişlerdir. Her yılın başında, öğretmenler sınıfta matematiksel modelleme ve bunun sınıf içi uygulanmasına yönelik yarım günlük atölye çalışmalarına katılmış ve öğrencilerle her hafta 50 dakikalık oturumlardan oluşan dört modelleme problemi tamamlanmıştır. Çalışmanın ikinci yılının başında uygulanan *Birinci Filo Problemi'*nde *(The First Fleet)* öğrencilerden tablodaki verileri kullanarak Captain Phillip'in demir atıp yerleşmek için beş yerleşim bölgesinden en iyisini belirlemeleri istenmiştir. Öğrenciler öğretmenin ve araştırmacının müdahalesi olmaksızın 3-4 kişilik gruplar şeklinde çalışmışlardır. En son oturumda öğrenciler modellerini diğer gruplardaki akranlarına sunmuş ve modellerinin neden en iyisi olduğunu açıklayarak savunmuşlardır. Tüm bu süreçler video ile kayıt altına alınmış ve daha sonra analız yapılmak üzere çözümlenmesi yapılmıştır. Analiz sırasında özellikle öğrencilerin problemi oluşturan faktörleri nasıl yorumladıkları, modellerini oluştururken uyguladıkları matematiksek düşünme döngüleri ve model oluşturmada kullanılan farklı yöntemler üzerine odaklanılmıştır. Çalışmanın sonuçları üst düzey düşünme gerektiren matematiksel modelleme problemlerinin ortaokul ve sonraki kademelerin dışında ilkokul çağındaki çocukların öğrenmelerine de önemli katkı sağladığını ortaya koymuştur. Öğrenciler model oluşturma çalışması esnasında problemdeki esas fikir ve süreçleri ortaya çıkarma, problemin temel unsurlarını önceliklerine göre belirleme, problemi oluşturan elementler arasındaki ilişkileri keşfetme ve nitel veriyi nicelleştirme, nicel veriyi sıralama ve ağırlıklarını hesaplama da başarılı olmuşlardır.

Diğer çalışmalardan farklı olarak Mousoulides ve English (2008) çalışmasında farklı kültürlere ve eğitim düzeyine sahip Güney Kıbrıslı ve Avustralyalı 10 yaşındaki ilköğretim öğrencilerinin modelleme problemleri üzerine çalışmalarını sağlayarak iki ülke öğrencilerinin problemi yorumlama ve ortaya koyulan farklı çözüm yolları karşılaştırılarak onların matematiksel gelişimini incelemiştir. Üç yıl süren bu araştırmaya Avustralya'dan bir sınıfta bulunan 10 yaşındaki 30 öğrenci ve onların öğretmenleri ile Güney Kıbrıs'tan 10 yaşındaki 22 öğrenci ve öğretmenleri katılmıştır. Bu makale, araştırmanın ilk yılında *Çim Biçme Problemi (*the *Aussie Lawn Mower*

Problem) kullanılarak elde edilen verilerin sonuçlarını ortaya koymaktadır. Her iki ülke de sınıflarında üç ve dörderli gruplara ayrılan öğrencilere 40 dakika süren 4 aşamada modelleme problemi verilerek tamamlamaları sağlanmıştır. Sürecin birinci aşamasında öğrenciler gazete haberi üzerinde çalışarak bir takım hazırlayıcı soruları cevaplandırmıştır. Sonraki üç aşamada ise öğrenciler modellerini geliştirmiş, modellerini açıklayan bir mektup yazmış, arkadaşlarına sunmuş ve onların soru ve eleştirilerine yönelik dönüt vermeleri sağlanmıştır. Öğretmenler uygulama esnasında öğrencileri yönlendirici herhangi bir bilgilendirmede ya da müdahalede bulunmamıştır. Öğrencilerin grup çalışmalarını içeren video ve ses kayıtları, çalışma kağıtları, öğrenci raporları veri kaynağı olarak kullanılmış ve analiz edilmiştir. Bulgular farklı iki ülkeden 10 yaş öğrencilerinin, gerçek durum problemi şeklide sunulan karmaşık matematiksel modelleme problemlerini başarıyla tamamladıklarını göstermiştir. Veri setleri üzerinde çeşitli eğilim ve ilişkileri belirlemiş daha sonra bunlar üzerinde farklı matematiksel işlemleri uygulamışlardır. Ayrıca farklı sosyoekonomik, kültürel ve eğitimsel altyapıya sahip öğrencilerin bu problemin çözümü esnasında benzer model oluşturma yaklaşımlarında bulunduğu ortaya konmuştur.

Farklı türden modelleme etkinliklerini uyguladığı çalışmasında English (2003b) gerçek durumları içeren modelleme problemleri ile çalışan ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin önemli matematiksel ve sosyal kazanımlar elde ettikleri göstermeyi amaçlamıştır. Bu amaçla ilk olarak bugünün dünyasında gerekli olan matematiksel modelleme deneyimleri ile geleneksel sınıf modellemesini karşılaştırmış ve sonrasında çocuklar için zengin modelleme deneyimlerine katkıda bulunması amacıyla bir takım ana özellikleri olan modelleme etkinlikleri uygulamıştır. İlk olarak bir *model oluşturma* etkinliği olan *Spor Ayakkabısı Probleminde (Sneaker Problem)* küçük gruplar oluşturulmuş ve öğrencilere " spor ayakkabısı alırken hangi faktörleri dikkate alırsınız?" sorusu yöneltilerek kendilerinin verileri toplamaları sağlanmıştır. Daha sonra bu faktörleri içeren bir liste oluşturmaları ve bunlar arasından en önemli olduğunu düşündükleri faktörü belirlemeleri istenmiştir. Doğal olarak her bir öğrenci grubu farklı bir faktör belirlemiş ve öğretmen tüm sınıfın faktörlerini yansıtan tek bir faktör listesi oluşturmuştur. İkinci olarak uygulanan etkinlik ise bir *model araştırma etkinliği* olan

Hava durumu Problemi (Weather Problem) ile benzer durumlarda da kullanılabilecek güçlü kavramsal bir araç oluşturmaları istenmiştir. Son olarak ise *model uygulama problemi* olan *Tüketici Rehber Problemi (Consumer Guide Problem)* ve *Car Problemi* uygulanmıştır. Sonuç olarak öğrenciler bu araştırmada kullanılan modelleme etkinlikleri ile geleneksel sınıflarda problem çözme ile elde edecekleri düşünme ve matematiksel becerilerinin çok ötesinde bir gelişme ortaya koyarken bunlar üzerinde başarı ile çalışabileceklerini göstermişlerdir. Buna bağlı olarak matematiksel modellemenin öğrencilerin yaşamında önemli şekilde yer alması için onlara başarı düzeylerine bakılmaksızın ilkokul ve ortaokul düzeylerinde modelleme deneyimi elde edecekleri öğrenme ortamları sunmak gerektiği vurgulanmıştır.

English (2010b) araştırmasında çok disiplinli içerik ve bağlamlar üzerinde düşünme (düşünce üretimi) gerektiren etkinliklerden yararlanarak matematik müfredatında geleceğin ihtiyacı olan anlayış ve yeterliliklerin birleştirilmesi gerekliliğini tartışmıştır. Çalışmasını Güney Kıbrıslı 11 yaş öğrencilerinden oluşan iki sınıfa uygulayan araştırmacı, mühendislik konularıyla ilişkili ve disiplinler arası modelleme etkinliği olan *Su Kıtlığı Problemini* (*Water Shortage Problem)* kullanmıştır. Modelleme prensiplerine göre tasarlanan *Water Shortage Problemin'*de ilk olarak öğrencilere Kıbrıs'ta yaşanan su kıtlığı hakkında ön bilgiler sunulmuş ve gelecek yaz Kıbrıs'ın ihtiyaç duyacağı suyu tedarik edecek şehri belirleyecek olan Ulaştırma Bakanlığı, öğrencilerden kendilerine yardımcı olmaları için bir mektup yollayarak verilen data ve interneti kullanarak bir model geliştirmelerini istemiştir. Sunulan nitel ve nicel veriler her bir şehre ait haftalık su üretim miktarı, suyun birim fiyatı, tank kapasitesi ve liman olanaklarına ait bilgileri içermektedir. Ayrıca öğrenciler internet aracılığıyla şehirlerarası mesafeleri, şehrin ana limanlarını ve tankların yakıt tüketimiyle ilgili verilere de ulaşabilmektedirler. Öğrenciler modellerini geliştirdikten sonra su tedarik edecek en iyi şehri nasıl seçtiklerini ayrıntılı şekilde bakanlığa yazmaları gerekmektedir. Bu problemin bir ileri aşamasında öğrencilere iki farklı şehre ait veriler içeren ikinci bir mektup gönderilerek onlardan kendi modellerini bu genişletilmiş veri seti üzerinde test etmelerini ve eğer gerekiyorsa modellerini yeniden gözden geçirmeleri istenmektedir. Bu şekildeki modelleme problemleri öğrencilerin düşünme yollarını sürekli düzenleme, değiştirme, test etme ve açıklama fırsatları sunarken, onların matematiksel ve bilimsel yapısı güçlü önemli tasarım veya ürünler ortaya koymasına olanak sağlar. Bu problemler öğrencilerin kişisel deneyim ve bilgilerini kullanmasına olanak verecek şekilde matematiksel derinliği birbirinden farklı birçok çözüm yolu içerir. Öğrencilerin oluşturduğu kullanılabilir, değiştirilebilir, paylaşılabilir ve raporla ortaya koymuş olduğu tasarım ve modeller öğretmenlere öğrencilerinin kavramsal anlamayı ne derece gerçekleştirip gerçekleştiremediklerine yönelik ipuçları sunar. Bu çalışma ile öğrencilerin günümüzde yaratıcı düşünme gerektiren problemlerle karşılaşma durumları giderek artarken onların öğrenme kapasitelerinin çok daha yakından incelenmesi açısından önemli sonuçlar ortaya konmuştur. Öğrencilerin zorlu, gerçek hayatla ilişkili ve anlamlı matematiksel deneyimler kazanması gerekliliği vurgulanmıştır. Bilgiye dayalı ekonomide ihtiyaç duyulan insanları yetiştirmede başarı için öğrencilerin yeterliklerini geliştirerek yaratıcı düşünebilen ve matematiksel bilgiyi üretebilen öğrenciler yetiştirmenin önemi giderek artmakta olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca, sınıfta grupla çalışmasıyla bilgiyi birlikte inşa eden öğrencilerin matematiksel öğrenmelerinde ilerleme sağlayacak önemli ve zorlu bir hedef olduğunu ifade etmiştir. Diğer taraftan ilkokul seviyesinde ulusal literatür incelendiğinde gerçek yasam problemlerinin çözümünde üst düzey düşünme süreçlerinin kullanımını gerektiren model oluşturma etkinliklerinden ziyade matematiksel kavramların görsel materyaller yardımıyla öğretimini amaçlayan 'somut model' kullanımına yönelik çalışmalara rastlanmıştır.

İlkokul düzeyinde yapılan çalışmalar incelendiğinde ilkokul 1. sınıftan itibaren her yaş seviyesinde model oluşturma etkinliklerinin uygulanarak uzun süreli araştırmaların yapıldığı görülmektedir. İlkokulun ilk yıllarında ağırlıklı data modelleme etkinlikleri uygulanmış ve ilerleyen yıllarda ise disiplinler arası model oluşturma etkinliklerine ağırlık verilmiştir. Data modelleme etkinliklerinin genellikle sağlık, beslenme ve çevre gibi konulardan oluştuğu ve öğrencilerin hem ilgisini çekecek hem de diğer disiplinler ile ilişkilendirmelerine olanak sağlayarak gerçek yaşam durumlarıyla öğrencilerin istatiksel muhakeme yeteneklerini geliştirmesi amaçlanmıştır (English, 2011a ve 2011b). Data modelleme etkinliklerinin genellikle bir hikaye kitabından uyarlandığı ve uygulama öncesinde bu hikaye kitabının öğrencilere okunarak ön hazırlık sorularına yanıt arandığı görülmektedir. Bu etkinliklerde öğrencilerden anlamlı olayları araştırmaları, hangi faktörlerin daha önemli olduğuna karar vermeleri ve devamında ellerindeki veriyi düzenlemeleri, yapılandırmaları, görselleştirmeleri ve farklı şekilde temsil etmeleri beklenmektedir. Yapılan data modellemeleriyle ilgili araştırmalardan aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- İlk yıllarında bulunan küçük çocukların data modelleme etkinliklerini başarıyla tamamlayabildikleri,
- Data modellemenin öğrencilere istatistiksel düşünme becerisi kazandırmada etkili ve zengin bir yol olduğu bundan dolayı istatistiksel düşünme becerilerinin temellerinin erken yaşlarda başlatılması, orta ve lise yaşlarına bırakılmaması gerekliliği,
- Bu tür etkinliklerin standart müfredatın sunduğu deneyimlerden ayrı olarak çocuklarda farklı ve karmaşık özellikleri belirlemek ve bununla ilgili anlamlı olayları araştırma ve yorumlamalarını sağladığı,
- Öğrencilere kendi tercih ettikleri yolla verilerini organize etme, yapılandırma, görselleştirme ve sunma olanağı sağladığı,
- Öğrencilerin verilerin yeniden temsili hususunda farklı yollar ortaya koymasına olanak sağladığı,
- Yeni temsillerin ağırlıklı olarak resimli-grafikler (picto-graphs) şeklinde gerçekleşirken öğrencilerin oluşturdukları bu grafiklerde satır ve sütunları etkili şekilde kullandıkları, uygun çıkarımlarda bulundukları ve grafiklerin yapısı hakkındaki farkındalıklarını arttırdıkları,
- Verilerin sunumu esnasında karşılaştıkları güçlükler karşısında yaratıcı çözümler geliştirebildikleri,
- Matematiksel hesaplamaları doğru yapamamış olsalar da kullanacakları kavramının farkında oldukları ve nasıl kullanılabileceği yönünde temel bir anlayışa sahip oldukları,
- Öğrenciler etkinlikte yer alan değişkenlerin sayısal özelliklerinden daha çok nitel özelliklerine odaklandıkları,
- Veri modellemesi üzerine araştırmaların arttırılması önerilirken bu problemlerle soru soran, tartışan, kendi verisini kendi toplayan, düzenleyen, sunan ve bu

süreci açıklayabilen bireyler yetiştirileceği belirtilmiştir (English 2010a, 2011a, 2011b, 2012a ve 2012b).

İlkokulun ilk yıllarından sonraki sınıf düzeylerinde yapılan diğer çalışmalar incelendiğinde ise gerçek yaşam durumları içeren ve farklı disiplinlerle ilişkilendirilmiş model oluşturma etkinliklerinin uygulandığı uzun süreli çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalarda asıl model oluşturma etkinliğine geçilmeden önce öğrencilere ön eğitim verilerek ilk olarak ön modelleme etkinlikleriyle onların metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama, basit veri tablolarını okuma, verileri toplama, analiz etme ve temsil etme, analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama, grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme becerilerini geliştirmeleri amaçlanmıştır. Bu çalışmalar sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Model oluşturma etkinliklerinin öğrencilere düşünce yollarını bir çok kez ifade etmelerine, test etmelerine, gözden geçirerek değiştirmelerine imkan sağladıkları,
- Matematiksel dili kullanma, grup içinde çalışma, sosyal etkileşimde bulunma, tablodan veriyi okuma ve grafik kullanımında önemli derecede ilerleme sağlandıkları,
- Öğrencilerden çok azı çeşitli temsili formatlarda kendilerine sunulan verileri yorumlama ve anlamada zorlandıkları,
- Model oluşturma etkinliklerinin üst biliş ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiği,
- Modelleme etkinliklerin uygulanmasıyla küçük çocukların bazı kavramsal bilgilerdeki eksikliklerinin tamamlanmasını sağlandığı,
- Öğrencilerin model oluşturma çalışması esnasında problemdeki esas fikir ve süreçleri ortaya çıkarma, problemin temel unsurlarını önceliklerine göre belirleme, problemi oluşturan etmenler arasındaki ilişkileri keşfetme ve nitel veriyi nicelleştirme, nicel veriyi sıralama ve ağırlıklarını hesaplama gibi unsurlarda başarılı oldukları,

- Öğrencilerin başarı düzeylerine bakılmaksızın ilkokul ve ortaokul düzeylerinde modelleme deneyimi elde edecekleri öğrenme ortamları sunmak gerektiği vurgulanmıştır (English & Watters, 2004a, English, 2003b, 2006a, 2007, 2009, 2010a ve 2010b).

3.2 Ortaokulda (5-8) Model Oluşturma Etkinlikleri

Model oluşturma etkinlikleri ile ilgili literatür taraması sonucunda 5. ve 6. sınıflarda yapılan çalışmaların uluslar arası çalışmalarda ilkokul düzeyindeki çalışmalar arasında yer almasına rağmen programımızın yalnızca 1-4. sınıfları ilkokul, 5-8. sınıfları ortaokul olarak kapsamasından dolayı 5. ve 6. sınıflarla ilgili çalışmalara bu bölümde yer verilmiştir.

Ortaokul düzeyindeki öğrencilere yönelik çalışmalardan biri olan üç yıllık uzun sureli çalışmasında English (2006b) beş, altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin modelleme problemleri üzerinde kavramsal gelişim ve matematikselleştirme süreçlerini incelemiştir. Çalışmanın ilk yılında, öğretmen ve öğrencilere okul içi ve dışında matematik, matematiksel problem çözme ve süreç içinde soru sorma teknikleri üzerinde durulmuş ve hazırlık amaçlı rutin-olmayan problemler ile model oluşturma etkinlikleri uygulanmıştır. Uygulanan modelleme etkinlikleri öğrencilerin gruplar şeklinde çalışarak veri içeren tabloları okumalarını, yapılandırmalarını ve matematiksel veri içeren senaryoları yorumlamalarını gerektirmiştir. İkinci ve üçüncü yıllarda ise bir adet *Model Oluşturma ve Model Araştırma Problemi ile* iki adet *Model Uyarlama Problemi* verilerek üzerinde çalışmaları istenmiştir. Çalışma esnasında öğretmen ve araştırmacılar öğrencileri yönlendirmeksizin onların etkileşimlerini gözlemlemiş ve gerektiğinde fikirlerini açıklamalarını ya da savunmalarını istemişlerdir. Araştırmanın ikinci yılında her hafta bir grup olmak üzere altı grup öğrenciye *Tüketici Rehberi Problemi (the Consumer Guide Problem)* verilerek 40-45 dakika süreyle beraber çalışmaları sağlanmış ve tüm süreç video ile kayıt altına alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin modellerini geliştirirken kullandıkları çalışma kağıtları, final raporları, gözlem alan-notları, grup sunumları ve tartışmaları videoya alınarak elde edilen tüm veriler analiz işlemine tabi tutulmuştur. Araştırmanın sonuçları daha çok ortaokul son sınıflar için seçilen modelleme problemlerinde alt sınıfta bulunan öğrencilerinin de başarılı olabileceklerini ortaya koymuştur. Öğrenciler bu çalışmada kendi matematiksel fikirlerini üretip geliştirebilmiş, problemle ilgili faktörleri seçip denemiş ve oluşturduğu modelleri test edip yeniden gözden geçirmişlerdir.

English (2002) üç yıllık proje çalışmasının ilk yılında modelleme deneyimi olmayan 5. Sınıf (10 yaş) öğrencilerini model oluşturma etkinlikleri kullanarak, onların yeni fikir ve ilişkiler oluşturmak için var olan matematiksel bilgi ve deneyimlerini nasıl kullandıklarını ve bu oluşumların grup çalışması ile nasıl tetiklenip ortaya çıktığını araştırmıştır. Çalışmaya karma eğitim veren özel bir okulun 5. Sınıf (10 yaş) öğrencilerinden 30 öğrenci ve onların öğretmenleri katılmıştır. Etkinliklerden önce çocuklar rutin olmayan problemleri keşfederek matematiksel yapıları analiz etmiş, benzer yapılar tanımlamış, problemlere farklı yaklaşım yollarını tartışmış ve çözüm yollarını paylaşmışlardır. Sonra hazırlayıcı model oluşturma etkinliklerinin ardından esas etkinlikler olan *Çim Biçme Problemi* (*Aussie Lawn Mowing Problem)* ve *Noel Tatili İşi Problemi (Christmas Holidays Jobs Problem)* uygulanmıştır. Her iki problem de çoklu veri tablolarını okuma ve yorumlamayı, veriler arasındaki ilişkileri keşfetmeyi, orantısal akıl yürütme ve oran kavramını kullanmayı ile sonuçların yazılı ve görsel olarak temsilini içermektedir. Etkinlikler ortalama 80 dakika süren iki oturumda ve hafta iki kez uygulanmıştır. Gruplar modelleri geliştirdikten sonra sınıfa sunarak sorulan sorular ve dönütlere karşı modelini savunmuşlardır. Öğrencilerin problemlere verdikleri yanıtları içeren video ve ses kayıtları, modellerini nasıl oluşturduklarını açıkladıkları final raporları, etkinlikler sırasında alınan gözlem notları ve çalışma kâğıtları birlikte analiz edilmiştir. Sonuç olarak besinci sınıf (10 yaş) öğrencilerinin anlamlı ve gerçek yaşam problemlerini içeren matematiksel modelleme problemleri üzerinde başarılı bir şekilde çalışabilecekleri görülmüştür. Öğrenciler izole edilmiş alt bilgilere odaklanmak yerine kendilerine sunulan verileri birleştirmelerine yardım edecek matematiksel işlemler uygulamada ilerleme göstermişlerdir. Ayrıca bazı öğrenciler modellerini geliştirmek için yapılandırılmış bir yaklaşım kullanması gerektiği konusunda açık bir şekilde farkındalık göstermişlerdir. Bazı gruplar sadece ortalamaları bulmakla yetinirken, diğerleri verilerdeki ilişkileri ve eğilimleri bulmaya yönelerek bu öğrenmelerini ikinci etkinliğe de aktarmışlardır. Bu gelişmeler formel bir eğitim verilmeksizin gerçekleşmiş olup öğrencilerin fikirlerini oluşturmayı, tanımlamayı, açıklamayı, doğrulamayı, kontrol etmeyi ve iletişim kurmalarını içermektedir. Bu gelişmelerin bir diğer önemi de oluşan sosyal etkileşimlerin kendiliğinden doğal olarak gerçekleşmiş olmasıdır.

Uzun süreli bir diğer çalışmasında English (2003a) dört farklı katılımcı grubunu beraber ele alarak bir öğretim deneyiyle ilkokul öğrencilerinin, öğretmen adaylarının, sınıf öğretmenlerinin ve araştırmacının bu süreçte birbirine etkisi ve gelişimini incelemiştir. Bu kapsamlı araştırmada öğrencilerin zengin matematiksel öğrenme deneyimleri edinmesi amacıyla model oluşturma etkinlikleri kullanılmış, sürecin planlaması ve uygulanması için öğretmen, öğretmen adayı ve araştırmacı birlikte çalışmışlardır. Üç yıl süren bu projede karma eğitimin uygulandığı özel bir okulda ilkokul öğrencilerine 5. Sınıftan (10 yaş) 7.sınıfa (12 yaş) kadar eğitim verilerek öğrencilerin matematiksel modelleme gelişimleri incelenmiştir. Çalışmanın ilk yılında öğrencilere haftada iki kez 1-1.5 saat süren oturumlarla dört ay boyunca model oluşturma etkinlikleri uygulanmıştır. Projenin devamında ise aynı şekilde karma eğitim veren özel bir okulun ortaokul 7. ve 8. Sınıf öğrencileri ve öğretmenleri ile her biri 60- 70 dakika süren oturumlarla bir ay boyunca 10 ders saatinde beş model oluşturma etkinliği uygulanmıştır. Buradaki asıl amaç matematik öğretmenlerinden ikisinin etkinlikler boyunca kendi öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme yollarını yorumlama ve destekleme biçimlerini incelemektir. Projenin ilk yılının sonunda uygulanan *Çim Biçme Problemi (Aussie Lawn Mower Problem)* çoklu veri tablolarının incelenmesi ve yorumlanmasını, veriler arasındaki ilişkilerin keşfedilmesini, orantısal akıl yürütme ve oran kavramının kullanılmasını, görsel ve yazılı bulguların temsil edilmesini içerir. Projenin devamında ise öğrencilerin seçme, sıralama ve nicel verilerin yeniden yorumlaması yoluyla yeni derecelendirme sistemlerinin geliştirilmesini gerektiren *Spor Ayakkabı Problemi* (*Sneakers Problem*) uygulanmıştır. Her iki projede de sınıf öğretmenleri modelleme etkinliklerini öğrencilere tanıtırken araştırmacı ve öğretmen adayları öğretmen- öğrenci etkileşimlerini gözlemlemişlerdir. Daha sonra öğrenciler gruplarına katılarak model oluşturma etkinlikleri üzerinde çalışırken araştırmacı ve öğretmenler tarafından gözlemlenmiş ve uygun olduğu durumlarda öğrencilerin yanıtlarını açıklamaları ve doğrulamaları istenmiştir. Model oluşturma etkinliklerinin sonunda her grup problemlerinin çözüm yollarını, geliştirdikleri modeli açıklayarak sebeplerini gerekçelendirmiş ve bu süreçte diğer grupların dönütlerini almışlardır. Ayrıca grupların ortaya koyduğu matematiksel modellerin birbiri ile karşılaştırıldığı tüm sınıf tartışması yapılarak etkinlik tamamlanmıştır. Yapılan tüm grup çalışmaları video veya ses kaydına alınarak öğretmen ve öğrencilerin matematiksel yanıtlarını ve etkileşimlerini içeren gözlem notları ile birlikte analiz edilmiştir. Çalışmada öğretmen ve öğretmen adayları öğrencilerin matematiksel gelişimlerini, düşünme yollarını, matematiksel öğrenmelerini, öğrenme ve öğretme ortamı hakkında görüşlerini, model oluşturma etkinliklerinin sunduğu imkanları tartışmışlardır. Sonuç olarak düşünceyi ortaya çıkarma özelliğinden dolayı öğrencilerin üzerinde çalıştığı model oluşturma etkinlikleri öğretmen ve araştırmacılar için zengin fırsatlar sunarak öğrencilerinin matematiksel tartışmalarına şahit olabilecekleri, matematiksel gelişimlerini gözlemleyebilecekleri, açıklayabilecekleri ve yorumlayabilecekleri araçlar geliştirebilmelerine olanak sağladığı belirtilmiştir. Ayrıca bu interaktif modelleme süreçlerinin sınıfta matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesi noktasında çok önemli bir potansiyele sahip olduğu vurgulanmıştır.

Mousoulides, Pittalis ve Christou (2006) ise model oluşturma etkinliklerindeki öğrenci yaklaşımlarını açıklamak amacıyla yaptıkları araştırmada öğrencilerden önceki matematik bilgilerini kullanarak ortalamanın kavramsal olarak anlaşılmasına öncülük edecek özel problemleri anlamalarını beklemişlerdir. Çalışmaya Kıbrıs’taki bir okulda daha önce matematiksel modelleme alanında problem çözme deneyimi olmayan, 6. sınıftan (11 yaş) 12 kız ve 8 erkek öğrenci katılmıştır. Sonuç olarak anlamlı gerçek yaşam durumu çalışmaları sunulduğunda öğrencilerin ilgiyle katıldığı ve model oluşturma etkinlikleriyle başarılı bir şekilde çalışabildikleri görülmüştür. Öğrenciler problemi farklı bakış açıları kullanarak incelemişler, hipotez kurup denemişler, modellerini ve çözümlerini değerlendirmişler, eklemelerle değiştirmişler, yeniden gözden geçirip düzeltmişlerdir. Öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışmasının önemli bir yönünün de doğal olarak grup içerisinde yer alan iletişim ve sosyal etkileşim olduğu ve bu etkileşimin öğrencilerin çalışmasının yönünü inceleme, planlama, bir diğerinin varsayımına ve iddiasına karşı çıkma ve bir takım olarak grupça çalışmayı sağlama gibi deneyimler kazandırdığı belirtilmiştir. Yine Mousoliudes, Pittalis, Christou ve Sriraman (2010) çalışmasında 1 tane 6.sınıftan ve 1 tane 8. sınıftan iki öğrenci grubuyla modelleme problemlerinin çözümü esnasındaki benzerlik ve farklı yanlarını ortaya koymak amacıyla öğrencilerin modelleme ve matematikselleştirme süreçlerini inceleyerek analiz etmişlerdir. Verilerin analizleri sonucunda düşük seviyeli ortaokul öğrencilerinin modelleme etkinlikleriyle başarılı şekilde çalıştıkları görülmüştür. Ayrıca her iki grubun da verileri grafiksel ve sembolik şekilde ifade ettiği ayrıca farklı etkenleri sıralama için oranlar bulduğu belirtilmiştir. Bunun yanı sıra 8. sınıf öğrencilerinin problemi tanımlamak ve anlamak için gerekli değişken ve ilişkileri daha kolay tanımladığı görülmüştür. Diğer bir farklılık ise fikir ve çözümlerini yeterli şekilde iletişim kurarak paylaşmalarına rağmen sadece 8. sınıf öğrencilerinin dinleyerek ayrıca diğer grup üyelerinin öneri ve modellerine karşılık vererek yapıcı bir araştırma içinde olduklarıdır. Buna karşın 6. sınıf öğrencilerinin kendi kişisel fikirlerini tartışmaları içinde sergiledikleri, diğer grup üyelerinin fikir ve önerilerine karşılık vermedikleri vurgulanmıştır.

Model oluşturma etkinliklerinin düşük seviyedeki ortaokul öğrencileri üzerindeki etkisini ortaya koyan Barbaso (2006) matematik eğitiminde modellemenin sosyo-kritik açıdan taslağını çizmek ve düşük seviyedeki öğrencilerin çalışmalarını analiz ederek çıkarımda bulunmak amacıyla nitel bir çalışma geçekleştirmiştir. Bunun için Brezilya'nın kırsal kesimdeki bir devlet okulunda 7. sınıf öğrencileri çalışmış ve modellemede sosyokültürel yaklaşımın kullanılmasının düşünsel tartışmalarla ilgili olduğu sonucu ortaya konulmuştur.

Model oluşturma sürecinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri belirlemeye yönelik çalışmalardan biri olan Maaß (2007a) araştırmasında 11 yaşındaki bir grup öğrenciye 4 tane model oluşturma etkinliği uygulayarak onların matematiksel modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlayan nitel bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonunda öğrencilerin matematiksel ilişkileri kontrol edemedikleri, modelin geçerliliğini sağlayamadıkları, modelin geçerliliğini sağlayacaklarının farkında olmadıkları ve modelleme sürecinde iletişim kuramadıkları ortaya çıkmıştır.

Maaß (2005) yaptığı çalışmada günlük rutin okul yaşantısına modelleme etkinliklerinin dahil edilmesinin etkilerini göstermek amacıyla modelleme etkinliklerinin uygulandığı matematik sınıflarında, kurs boyunca 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel inançlarının değişimi, bu derslerin öğrencilerin modelleme sürecini nasıl etkilediğini ve modelleme becerileri ile matematiksel inanışlar arasındaki ilişkileri sorgulamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel inanışlarının öğrencilerin olduğu kadar öğretmenlerin de okuldaki günlük matematik eğitiminde modellemenin araç olarak kullanımını büyük ölçüde etkilediği belirtilmiştir. Öğrenciler matematiksel inanışlarına göre ve modelleyici tiplerine göre sınıflandırılmış ve inanışlarla değişik modelleyici tipleri arasındaki bağlantılar incelenmiştir. Modelleme etkinliklerinin günlük öğrenme pratiğine uygulanmasında ise öğrencilere özel ve sosyal vatandaşlar olmaya ve toplum içinde gerekli olan kritik yeterliklerini geliştirmeye hazırlama, bireysel kapasitelerini destekleyen daha fazla sayıda fırsat sunma, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler modelleme becerilerini geliştirme, kendi kendilerine bir gerçek yaşam problemini modellemeyi başarabilme, öğrencilerin kabiliyetlerine bağlı çözümler geliştirmelerini sağlama gibi fırsatlar yaratmaktadır. Çalışmanın sonucunda ise eğitimin erken dönemlerinde matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasının gerekli olduğu ve bu yolla daha fazla öğrencinin uygun bir matematiksel inanış sistemi geliştirebileceği vurgulanmıştır.

Doruk (2010) yaptığı araştırmada matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersinde öğrendiklerini günlük yaşama transfer etme becerilerinin gelişimine etkisini incelemiştir. Araştırma alt sosyo-ekonomik düzeyden öğrencilerin devam ettiği bir devlet okulunun 6. ve 7. sınıfları üzerinde, 116 öğrenciyle yürütülmüştür. Sonuç olarak her iki sınıf düzeyinde de matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılan grupların, günlük yaşam problem durumlarında matematikten yararlanma, günlük yaşamlarında matematik dilini kullanma ve matematikle günlük yaşamı ilişkilendirme düzeylerinin, bu etkinliklerin kullanılmadığı gruplardan yüksek olduğu belirlenmiştir. 6. sınıf deney grubuyla, 7. sınıf deney grubunun matematiği günlük yaşama transfer edebilme düzeylerindeki artışları arasında anlamlı bir fark bulunamamış, bu nedenle matematiksel modelleme etkinliklerinin okulda öğrenilen matematiği günlük yaşama transfer etmeye etkisinin sınıf düzeyine bağlı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bir diğer çalışmada Maaß (2006) modelleme yeterliliğinin modelleme sürecini uygun ve amaca yönelik yerine getirmek için gerekli yetenek ve becerileri içerdiği gibi bunları eyleme dönüştürmeye hazır olmayı da içerdiğini göstermek istemiştir. Bu amaçla 7. sınıfta öğrenim gören (13 yaşında) öğrenciler ile çalışmış ve en düşük seviyeli öğrencilerin bile modelleme becerilerini geliştirebilecek yapıda oldukları temel sonucuna ulaşılmıştır. Bu öğrenciler alt yeterliliklerin hepsini gösteremeseler de, her zaman doğru olmamakla beraber modelleme sürecine bağımsız olarak giriş yapabilmişlerdir. Öğrencilerin büyük bölümü uygun üst bilişsel modelleme yeterliliklerini yapılandırabilmişlerdir.

Lesh ve Harel (2003) sekizinci sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde geliştirdikleri fikirleri ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Sonuç olarak öğrencilerin farklı modeller geliştirdiği görülmüştür. Öğrenciler problemdeki ilişkili yapıları ifade etmek için güçlü gösterim sistemleri ile tanıştırılmış ve öğrencilerin bu yapılar üzerinde düşünmeleri sağlanmıştır. Modelleme etkinliklerinin ortaokul seviyesinde uygulamalarından bir başkası ise Swan, Turner, Yoon ve Muller (2007) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada modellemenin öğrencilerin matematiksel dilini ve matematiksel araçları kullanışını ile soru sorabilme ve cevap verebilme kapasitelerini geliştirerek matematiğin öğrenimini nasıl sağladığını örneklerle açıklamayı amaçlamışlardır. Modellemenin öğrencilerin geliştirmek zorunda oldukları matematiksel becerilerden biri olduğu gibi aynı zamanda başka matematiksel becerilerin gelişimine de katkıda bulunduğu ve matematiksel modelleme deneyimlerinin sadece öğrencilerin kazanılmış bilgilerini güçlendirmeyip yeni matematiksel bilgileri de geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Singapur okul programına 2003 yılında giren modellemenin ilköğretim matematik öğretmenlerine matematiksel modelleme sürecinin yapısı hakkında ne kadar yeterli olduğunu görmek amacıyla Balakrishnan, Yen, Goh ve Eng (2010) ilköğretim (6–8) öğrencilerinin model oluşturma etkinliği üzerinde çalışmalarını sağlamışlardır. Sonuç olarak öğrencilerin model oluşturma sürecindeki yaklaşımları modelleme sürecinin matematikselleştirme, matematikle çalışma, yorumlama ve fikirlerin ortaya atılarak tartışmaların olduğu yansıma eylemleri olmak üzere dört başlıkta incelenmişlerdir. İlköğretim öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde süreci başarılı olarak tamamladığı sonucuna ulaşılmışlardır. Çalışmada öğrenciler matematiksel modelleme sürecine farkındalık kazandırılması gerektiğini vurgulamışlardır. Bu amaçla öğretmenlerden sonra öğrencilere de modellemenin önemli olduğunun fark ettirilmesi ve gerekliliğine inandırılması konusunda çalışmalar yapılmasını tavsiye etmişlerdir. Öğrencilere model oluşturma etkinliklerinin geleneksel sözel problemlerden farkının hissettirilmesi ve matematiksel modellemenin günlük yaşamdaki karmaşık bir problemin matematik yardımıyla nasıl çözülebileceği noktasında tanıdığı imkânların anlaşılmasının sağlanması gerekliliği belirtilmiştir.

Greefrath (2010) , öğrencilerin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerdeki aşamalarda öğrencilerden beklenen davranışlarının yerine getirilip getirilemediği konusu üzerine 10- 16 yaşları arasındaki öğrenciler ile çalışmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğrencilerin gerçeklik ile matematik arasındaki planlamaların geçişleri olan aşamaları belirlenmiştir. Bu aşamalarda öğrencilerin gerçek yaşam üzerinde basitleştirmeleri ayrıntılı olarak tartışmaları ve bunları planlamaları oldukça zaman aldıkları görülmüştür. Ayrıca tartışmalarda matematiksel modellerin tartışma olmadan çok hızlı ve sessiz şekilde ifade edildiği belirlenmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel terimlerin kullanılmadığı ve matematikselleştirme sürecinin oldukça kısa olduğu görülmüştür.

Ortaokul öğrencilerinin model oluşturma süreçlerinin incelenmesi üzerine odaklanan bir diğer çalışma ise Galbraith ve Stillman (2006) tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın amacı öğrencilerin modelleme etkinliği ile uğraşırken modelleme sürecindeki geçişler sırasında karşılaştıkları güçlükleri tanımlamaktır. Yazarlar bu süreci karmaşık gerçek yaşam durumundan başlatıp, sonra problem ifadesi, modelin oluşturulması, matematiksel çözüm ve çözümün doğrulanması olarak sıralamışlardır. Çalışmanın katılımcıları 14–15 yaşlarında modelleme ile ilk defa karşılaşan ilköğretim öğrencilerden oluşmaktadır. Model oluşturma sürecinin her bir aşamasında öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin tanımlanmasıyla öğretmenlere, öğrencilere verdikleri problemde hangi aşamalarda zorlanabilecekleriyle ilgili tahmin yürütmelerinde faydalı olunabileceği belirtilmiştir. Bu anlayış daha sonra öğrenmenin planlanmasına, problemin çözümü için gerekli ön koşul bilgi ve becerilerin tanımlanmasına, eğer ihtiyaç duyulursa ana noktalar için müdahalenin hazırlığına ve anlamlı öğrenme parçalarının yapılandırılmasına katkıda bulunacaktır.

Blum ve Ferri (2009) de çalışmasında günlük okul etkinliklerinde modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor olduğundan yola çıkarak öğretmen ve öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle çalışırken gösterdikleri yaklaşımların belirlenmesini amaçlamışlardır. Bunun için ilk olarak 15 yaşındaki öğrencilerle çalışılmış ve öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken modelleme sürecinin hangi aşamalarında zorluklar yaşadıkları ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin modelleme sürecinde problemi yapılandırma, basitleştirme ve geçerliliğini sağlama aşamalarında zorlandıklarını belirtilmiştir. Bundan yola çıkarak öğrencilere özel olarak öğrenme esnasında belirli nitelikli kurallarla ve öğretmenin rehberliği ile öğrencilerin bağımsızlığı arasındaki denge sağlandığında matematiksel modellemenin öğretilebilir olduğu üzerinde durulmuştur. Ardından öğretmenlerin sınıfta modelleme etkinliklerinde nasıl davranmaları gerektiği ve modellemenin nasıl öğretilebileceği ile ilgili yaklaşımları ortaya koyulmuştur. Benzer konuda Sol, Giménez ve Rosich (2011) de araştırmalarında 12–16 yaş arasında öğrencilerle ikişer veya dörder kişiden oluşan gruplarla modelleme etkinlikleri üzerinde 4 haftalık çalışma yapmışlardır. Sonra bu etkinlikler esnasında öğrencilerin modelleme sürecindeki davranışlarını belirlemek için farklı araştırmacıların tanımladıkları model oluşturma sürecine ait aşamaları birleştirilerek yeni bir modelleme süreç çerçevesi oluşturmuştur. Sonuç olarak öğrencilerin model oluşturma sürecinde bir takım güçlüklerle karşılaştıkları ortaya koyulmuştur. Öğrenciler modelleme esnasında problemi anlama, değişkenleri kullanma, matematiksel ilişkileri keşfetme, modelin geçerliliğini sağlama ve iletişim kurma gibi güçlüklerle karşılaşmışlardır. Araştırmanın sonunda bu güçlüklerin sebeplerinin öğrencilere işlevsel bir bakış açısı kazandıran ilköğretim programının eksikliği ve öğretmenler tarafından oluşturulan çözümler olabileceği üzerinde durulmuştur.

Modelleme yetenekleri üzerinde yaptığı bir başka çalışmada Maaß (2007b) modelleme alıştırmaları içeren matematik sınıflarında öğrenciler ile çalışarak ders süresince öğrencilerin matematiksel inanışları nasıl değiştiği, modelleme yeteneklerinin neler olduğu ve matematiksel inanışlar ile modelleme yetenekleri arasındaki ilişkinin belirlenmesini amaçlamıştır. Bu çalışmada veri toplama süresince 15 ay boyunca altı model oluşturma etkinliğini 13–14 yaşlarında öğrencilerden oluşan iki paralel sınıfa uygulanmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin problemi çözmek için ihtiyaç duydukları bilgileri sıralama ve hesaplamaları ile sıcak su elde edilebileceği sonucuna ulaşmışlardır. Ancak öğrenciler problemin çözümü sırasında gerçek dünya ile bağlantı kurma aşamasında zorlanmışlardır.

Kant (2011) çalışmasında ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerini incelemiş ve karşılaştıkları güçlükleri belirlemeyi amaçlamıştır. Sonuç olarak grupların modelleme süreci boyunca gerçek yaşam durumuna uygun modeller geliştirme sırasında problemi anlama, nitel değişkenin bileşenleri arasındaki ilişkileri keşfetme, tüm değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımlardan hareketle uygun modeli oluşturma ve modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurmada güçlükler yaşadıkları ortaya konmuştur.

Bir başka çalışmada Leavitt ve Ahn (2010) 8. sınıf matematik öğretmenlerine model oluşturma etkinliklerinin gerçekleştirme aşamaları için rehberlik yapmayı amaçlamışlardır. Bu çalışmanın sonucunda grup anlaşması, ilgili model oluşturma etkinliğinin seçimi, grup çalışması sırasında öğretmenin rolü ve grup sunumları ile yazılı raporları sonuçlandırma şeklinde dört başlık altında model oluşturma etkinliklerinin uygulanmasında dikkat edilmesi gereken noktalar sınıflandırılarak öğretmenlere modellemenin öğretimiyle ilgili tavsiyelerde bulunulmuştur.

Ortaokul düzeyinde yapılan çalışmalar incelendiğinde, ilkokuldaki çalışmaların sonuçlarından farklı olarak, öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri ile çalışmaları sırasında genel olarak zorlandıkları tespit edilmiş olup güçlük çekilen bu unsurlar aşağıda sıralanmıştır:

- Problemi anlama, problemi yapılandırma ve basitleştirmede,
- Değişkenleri kullanma, değişkenler arasındaki ilişkileri keşfetmede,
- Uygun varsayımlar geliştirmede,
- Gerçek yaşamla model arasında ilişkiyi sorgulama ve modelin geçerliliğini sağlamada,
- Grup çalışmasında etkili iletişim kurmakta zorlanmışlardır.

Karşılaşılan bu zorlukları öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerinin, model oluşturma etkinliklerine bakış açılarının ve bunlarla ilgili deneyimlerinin, kendi yaşam tecrübelerinin ve matematiğe olan tutumlarının etkilediği belirtilmiştir. Bunun yanı sıra sadece model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin kazanılmış bilgilerini güçlendirdiği ve hatta aynı zamanda yeni matematiksel bilgilerin edinilmesine ve düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin modelleme becerilerinin geliştirilmesine önemli katkı sağladığı vurgulanmıştır. Model oluşturma etkinlikleriyle başarı seviyesi “düşük” olan öğrencilerin başarılı şekilde çalıştığı ve modelleme becerilerini geliştiği belirtilmiştir.

4. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü ve deseni, araştırma grubu, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, verilerin analizinde kullanılan yöntemler ile araştırmanın geçerlilik ve güvenirliği açıklanmıştır.

4.1 Araştırmanın Türü ve Deseni

Bu çalışma ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri kullanılarak model oluşturma süreçlerinin incelenmesi, eğer varsa bu süreçte ortaya çıkacak güçlüklerin belirlenerek nedenlerinin açıklanması amacıyla yapılan nitel bir araştırmadır. Çalışmada öğrencilerin model oluşturma süreçleri çoklu bilgi kaynakları yardımıyla (gözlemler, mülakatlar, görsel, işitsel materyaller, dökümanlar ve raporlar) derinlemesine incelenerek karşılaştıkları güçlüklerin ortaya konulması amaçlanmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin grup çalışmasıyla model oluşturma sürecinde var olan matematik bilgilerini ne kadar kullanabildiklerini ve hangi noktalarda güçlükler yaşadıklarını belirleyebilmede etkili bir araç olan model oluşturma etkinliklerinden faydalanılmıştır. Sınıf içi etkinlikler ve gözlemler sonucu elde edilen nitel veriler nitel yöntemlere şekilde uygun analiz edilmiş ve yorumlanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle bu çalışma; en genel anlamda bir grup veya olayı derinlemesine inceleme ve analiz etme olarak tanımlanan durum (case study) çalışmasıdır. Bu çalışmada belirlenen durum ise matematiksel düşünme süreçlerini belirlemek amacıyla seçilen her bir odak grubudur. Durum çalışması bir veya birkaç durumu kendi sınırları içinde bütüncül olarak analiz etmektir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu araştırma ilkokul 4. sınıf öğrencilerinden oluşan üçer kişilik iki grubun analizlerini karşılaştırmayı içerdiği için *bütüncül çoklu durum* desenidir. Bu desende birden fazla kendi başına bütüncül olarak algılanabilecek durum söz konusudur. Her bir durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbiriyle karşılaştırılarak incelenir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

4.2 Araştırma Grubu

Araştırma Karadeniz bölgesinde, büyük bir ilin merkezinde bulunan bir devlet üniversitesine bağlı vakıf kolejinde gerçekleştirilmiştir. Bu kolejde yaklaşık olarak 450 öğrenci öğrenim görmektedir. Toplamda 41 öğretmenin görev yaptığı okulda, 13 sınıf öğretmeninden ikisi 4. sınıf öğretmenliği yapmaktadır. İki şubeden oluşan 4. sınıfların bir şubesi 12, diğer şubesi ise 18 öğrenciden oluşmakta ve bu okuldaki tüm sınıflarda yeni ilköğretim programı uygulanmaktadır.

Araştırmaya katılan öğrenci grubu 2013-2014 eğitim- öğretim yılındaki 4. Sınıf öğrencileri arasından seçilerek oluşturulmuştur. Araştırma okulunda 4. sınıflardan oluşan iki şube bulunmaktadır. Araştırmacı şubelerden birini çalışma grubu belirlemiştir. Sınıf öğretmenine model oluşturma etkinliklerinin yapısı hakkında ön bilgilendirme yapılarak uygulama esnasında öğretmenin konumu açıkça belirtilmiştir. 18 öğrenciden (9 yaş) oluşan 4-B sınıfında her öğrenci kendi grup arkadaşını kendi isteğine göre belirlemiş olup araştırmacı grupların oluşmasına müdahale etmemiştir. Araştırmacı dört hafta boyunca öğrencilere her hafta farklı bir model oluşturma etkinliği sunarak ön çalışma sürecini gerçekleştirmiştir. Ön çalışma süresince araştırmacı sınıfta etkin bir şekilde rol alırken, sınıf öğretmeni gözlemci olarak yer almış ve herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Ön çalışmalar esnasında araştırmacı sınıf gözlemleri, grup raporları ve öğrenci sunumları sonrasında çalışmada yer alacak iki grubu *amaçlı örneklem* yöntemi kullanarak belirlemiştir. Amaçlı örneklemenin mantığı ve gücü derinlikli çalışmalar açısından zengin durumların seçilmesini sağlamaktır. Bilgi açısından zengin durumlar araştırma amacı için önem taşıyan konular hakkında araştırmacının büyük miktarda bilgi edinebileceği durumlardır (Patton, 2002; aktaran, Glesne, 2013). Bu anlamda amaçlı örneklem pek çok durumda olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Amaçlı örnekleme yöntemlerinden *ölçüt örnekleme* ise önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasıdır. Burada sözü edilen ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da daha önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmacının çalışmaya yön verebilecek ölçütleri belirlemesi ve bu ölçütlere uygun katılımcıları seçmesi önem taşımaktadır. Bu nedenle ilkokul öğrencilerinin düşünceleri doğrultusunda sözlü ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri hakkında derinlemesine bilgi edinmek amacıyla iki grup şu ölçütler doğrultusunda belirlenmiştir:

(1) Öğrencilerin dört hafta boyunca birlikte uyum içinde çalışabilmesi,

(2) Öğrencilerin ön çalışma süresince model oluşturma etkinliklerinde en az problem yaşamış olanlar,

(3) Öğrencilerin probleme grup olarak çözüm getirebilmesi,

(4) Öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade edebilen, konuşkan ve özgüveni yüksek olmasına dikkat edilmiştir.

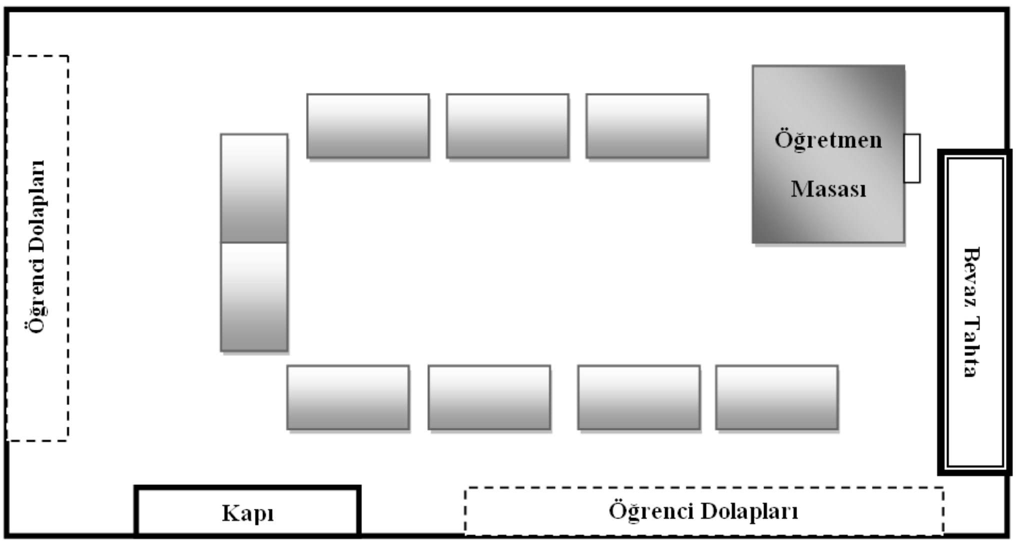
Asıl uygulamada, öğrencilerin tek tek seçiminden çok birlikte bu özellikleri sağlayan grubun seçimine gidilmiştir. Bu araştırmada ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri hakkında bütüncül bir inceleneme yapılması amacıyla üçer öğrenciden oluşan iki grup belirlenmiştir. Öğrencilerin akademik başarılarıyla ilgili yıl sonu not ortalamaları, öğrenci grupları belirlendilten sonra e-okul not sisteminden öğrenilerek öğrencilerin özelliklerini betimlemek amacıyla kayıt edilmiştir. Grup üyelerinin gerçek isimleri yerine farklı isimler kullanılmış olup öğrencilerin bilgilerini gösteren Tablo 5 aşağıda verilmiştir.

Gruplar	**Öğrenciler**	**Cinsiyet**	**3. Sınıf Matematik Dersi Yıl Sonu Ortalaması**	**3. Sınıf Ağırlıklı Yıl Sonu Ortalaması**
1.Odak grup	Asya	Kız	5	100
	Demet	Kız	5	100
	İrem	Kız	5	100
2.Odak grup	Batu	Erkek	5	100
	Arda	Erkek	5	99
	Mert	Erkek	5	100

Tablo 5: Araştırma Gruplarına Ait Bilgiler

4.3 Ön Çalışma ve Uygulama Süreci

Bu çalışma öncesinde modelleme deneyimi olmayan ve 18 öğrenciden oluşan 4 -B sınıfı öğrencilerine, her hafta salı günü, üç ders saati süresince toplam 120 dakikalık bir ön çalışma düzenli olarak uygulanmıştır. Öğrenciler ile araştırmacı arasında güvene dayalı bir ortamın oluşması için araştırmacı ön çalışma öncesinde iki hafta süren ve iki ders saati boyunca sınıfta yer alarak sınıf gözleminde bulunmuştur. Sonrasında araştırmacı tarafından öğrencilerin matematik ile günlük yaşam arasındaki ilişkilerin örneklendiği bir tartışma ortamı sağlanılarak uygulanacak olan model oluşturma etkinlikleri hakkında genel bilgi verilmiş ve bu etkinliklerin sözel problemlerden farkına dikkat çekilmeye çalışılmıştır. Ön uygulamada ilk olarak öğrencilerden her öğrencinin kendi isteği doğrultusunda üçerli grup oluşturması istenmiştir. Bu şekilde altı farklı grup oluşmuştur. Sınıf sıra düzeni grup çalışmasına uygun olacak şekilde yeniden düzenlenerek her gruba ait bir yer belirlenmiştir. Uygulama sınıfı aşağıdaki Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 12: Ön Çalışma Sınıfının Yapısı

Etkinlikler esnasında gerekli görüldüğü durumlarda kullanılmak üzere cetvel, renkli mektup kağıtları, kalem, silgi gibi materyaller bulundurulmuştur. Eraslan (2011a) çalışmasında bir modelleme etkinliğinin tamamlanması için en az 60 ile 75 dakika zaman ayrılması gerektiğine dikkat çekmiştir. Bu nedenle her bir etkinlik iki ders saati (80 dakika) süresince uygulanması planmış fakat uygulamalar esnasında belirlenen bu süre öğrenciler tarafından model oluşturma etkinlikleri tamamlanamadığı için aşılmıştır. Model oluşturma etkinliklerinin ön çalışmalar sırasında haftalara göre uygulanış sırası ve süresi Tablo 6'de verilmiştir.

Uygulanma Haftaları	Model Oluşturma Etkinliği	Çalışmaya Ayrılan Süre
1. Hafta	Büyük Ayak Problemi (Lesh & Doerr, 2003; aktaran Eraslan, 2011)	120 dk
2. Hafta	Tatil Problemi (Doerr & English, 2003)	120 dk
3. Hafta	Hangi Arabayı Alalım? (English, 2004)	90 dk
4. Hafta	Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Etkinliği (Doyle, 2006)	120 dk

Tablo 6: Ön Çalışmada Kullanılan Model Oluşturma Etkinlikleri Uygulama Planı

Model oluşturma etkinliklerinin ön çalışmalar sırasındaki uygulama aşamaları; hazırlık aşaması, model oluşturma ve rapor yazma aşaması ile sunum aşaması olarak belirlenmiştir. Model oluşturma etkinlikleri öğrencilere verilmeden önce etkinlikle ilgili hazırlık aşaması yapılmıştır. Sonrasında öğrencilere etkinlikler dağıtılarak yönergeler doğrultusunda grup çalışması yaparak bir model geliştirmeleri istenmiş, geliştirdikleri modelleri ve stratejilerini ilgili kişiye anlattıkları mektubu yazmaları istenerek rapor aşaması gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri üzerinde beklenen süreden uzun çalışmaları etkinliklerin sunum aşamasının gerçekleşmesini zorlaştırmıştır. Bu nedenle yalnızca bir etkinliğe ait sunum aşaması gerçekleşmiştir. Bu aşamalar için ayrılmış olan süreler Tablo 7'de verilmiştir.

Uyulama Aşamaları	Uygulama Süresi	
	90 dk	**120 dk**
Hazırlık	15 dk	15 dk
Modelleme Aşaması ve Raporlaştırma	75 dk	90 dk
Sunum	yapılamadı	15 dk

Tablo 7: Grupların Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerinde Aşamalara Göre Çalışma Süreleri

Öğrencilere bu ön çalışma ile ön modelleme etkinlikleri uygulanarak, onların metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama; basit veri tablolarını okuma; verileri toplama, analiz etme ve temsil etme; analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama; grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme becerilerini geliştirmeleri amaçlanmıştır.

4.3.1. Örnek Etkinlik 1: Büyük Ayak Problemi

Dersin girişinde öğrencilere televizyonda gösterilen Kızılderili filmleri hakkında konuşulmuş ve Kızılderililerin doğadaki ayak izlerine bakarak kişilerin boyu, cinsiyeti ve kilosu hakkında nasıl isabetli tahminlerde bulunduklarının altı çizilmiştir. Daha sonra benzer bir uygulamanın kendileri tarafından da yapılacağı ifade edilerek üzerinde *Büyük Ayak Probleminin* yer aldığı model oluşturma etkinlikleri dağıtılmıştır. Ayrıca öğrencilere, istedikleri taktirde verilmek üzere 30cm'lik cetveller hazır bulundurulmuştur.

Sınıfta 3'er kişilik gruplara ayrılan öğrenciler öncelikle etkinlikte verilen ayak izine sahip böyle bir insanın gerçekten var olup olmadığını tartışmaya başlamış ve araştırmacıya bu kişinin gerçek bir insan olup olmadığı sorusunu yöneltmişlerdir. Araştırmacı bu etkinlikteki ayak izinin gerçek bir insana ait olduğunu vurguladıktan sonra farklı gruptan öğrenciler bu ayak izine benzer büyüklükte bir ayak izini araştırmak için cetvel yardımıyla sınıf arkadaşlarının, öğretmenlerinin ve araştırmacının ayaklarını rastgele ölçmüşlerdir. Gruplardan birinde yer alan öğrenciler dünyanın en uzun insanının boy ve ayak uzunluğunu araştırmacıya söyleyerek onun ölçüleri ile etkinlikteki kişinin verilerini kıyaslamaya çalışmışlardır. Sonrasında öğrenciler gruptan olmayan bir arkadaşının ayak ve boy uzunluğunu ölçüp (sırasıyla: 20 cm ve 121 cm) etkinlikteki ayak iziyle oranlayarak 242 cm sonucuna ulaşmışlardır. Devamında dünyanın en uzun insanı ile kıyaslayarak modellerini doğrulamışlardır. Bir başka grup ise bu kalınlıkta bir ayağa sahip kişinin çok kilolu ve uzun boylu olması gerektiğini belirtmiş, kendi ayağının uzunluğunu ve genişliğini ölçtükten sonra boyunun uzunluğunu ayağının genişliğine bölerek bir oran elde etmeye çalışmış fakat modellerlini tamamlayamadan bu girişimden vazgeçmişlerdir. Diğer bir grup ise diğer gruplarda yer alan öğrencilerin ayak uzunluklarını ölçerek veri oluşturmalarına rağmen sadece verilen problemdeki ayak izinin boyu ve enini topladıktan sonra 2 ile çarparak sistematik olmayan, rastgele bir işlemle sonuca ulaşmışlardır. Bir başka grup ise kendi grup üyelerinin ve araştırmacının sağ ayak uzunluklarını ölçerek veri oluşturmaya çalışmışlar daha sonra bunları toplayarak bir sonuca ulaşmaya çalışmışlar fakat belli bir model geliştirmeden süreci tamamlamışlardır. Diğer bir grup öğrenci ise ilk olarak kendi grup üyelerinin, araştırmacının ve sınıftaki diğer arkadaşlarının ayaklarının uzunluğunu ölçerek veri oluşturmaya çalışmışlar daha sonra sadece araştırmacının ayak uzunluğunu, ayakkabı numarasını ve boy uzunluğunu problemdeki ayak izi ile karşılaştırıp oranlayarak bir model oluşturmuşlardır.

Öğrencilerin gruplara ayrılması ve ön hazırlık aşamasında anlatılan kızılderili hikayesi onlarda büyük bir meraka ve heyecana yol açtığı gözlemlenmiştir. Etkinlik dağıtıldıktan sonra öğrencilerin sık sık araştırmacıyı çağırarak sınıfta veri toplamak için ayrı ayrı izin istemeleri ve problemi bireysel çözmeye çalışmaları daha önce matematik derslerinde bu çalışmaya benzer grup çalışmalarının yapılmadığı gerek sınıf içi gözlemlerle gerekse de sınıf öğretmeni tarafından doğrulanmıştır. Süreç boyunca öğrencilerin tüm sınıfı kullandıkları, serbest hareket ettikleri ve eğlendikleri gözlemlenmiştir. Bazı gruplar hemen problemi çözmeye başlarken bazı grupların ise grup çalışması yapmakta zorlandığı, topladıkları verileri ilişkilendiremediği, bireysel olarak çözüm getirmeye çalıştığı yani beraber çalışma ve ortak çözüm oluşturma noktasında zorlandıkları görülmüştür. Zira grupların birinde grubu oluşturan her bir öğrenci ayrı çözüm bularak bunu sonuç raporunda ayrı ayrı belirtmişlerdir.

4.3.2. Örnek Etkinlik 2: Tatil Problemi

Dersin girişinde öğrencilere tatile giderken ne gibi hazırlıklar yaptıkları, tatile gittikleri şehri nasıl belirlediklerini, mevsim ve hava durumunun seçimlerini yapmakta ne kadar belirleyici olduğunu ve daha önce bir tur şirketi ile tatile giden olup olmadığı yönünde sorular yöneltilerek etkinliğin hazırlık aşaması tamamlanmıştır. Uygulanacak olan model oluşturma etkinliğinde bir tur acentasının müşterilerinin istekleri doğrultusunda onlar için uygun şehirleri belirlemesinde yardıma ihtiyacı olduğu vurgulanarak *Tatil Problemi Etkinliği* öğrencilere dağıtılmış ve acentaya yardım etmeleri istenmiştir.

Gruplar genel olarak etkinlikte yer alan ilk problemi anlamakta zorlanmış olup doğrudan problemin ikinci kısmın çözümüne odaklanmışlardır. İlk grup veri tablosu üzerinde bulunan dört farklı faktörün tamamını hesaba katmış ve *güneşli gün sayısındaki* sayısal veriler üzerinde büyük değerleri seçip küçük değerleri eleme yoluna gitmişlerdir. Daha sonra bu büyük değerler arasından *30°C' nin üstündeki gün sayısı* en çok olan şehirleri ve *15 C' nin altındaki gün sayısı* en az olan şehirleri karşılaştırarak en uygun şehri Prag, ikici şehri Madrid ve uygun olmayan şehri de Londra olarak belirlemişlerdir. Aynı şekilde ikinci müşteri *Gamze Hanım* için de orta büyüklükteki değerleri ele alarak onlar içinden *30°C' nin üstündeki* gün sayısı en az olan şehri en uygun şehir olarak belirlemiş (Madrid) ikinci şehri Bükreş ve yıllık ortalama yağış oranı en yüksek olan şehri de (Viyana) uygun olmayan şehir olarak seçmişlerdir. İkinci grup ise etkinlikteki tabloda bulunan *15°'nin altındaki gün sayısı* ve *30°'nin üstündeki gün sayısını* içeren verileri yeniden düzenleyerek sırasıyla onları *soğuk* ve *sıcak* olarak yeniden kodlamış ve bu şekilde faktörleri daha anlaşılır ve basite indirgemişlerdir. Ayrıca şehirlerin *güneşli gün sayısını* gösteren kategorisini bir bar grafiği oluşturarak verileri farklı şekilde temsil etmeye çalışmış yani verileri dönüştürerek görselleştirmiştir. Bar grafiğinde açık şekilde görülmesine rağmen en büyük değer olan 195 yerine üçüncü sıradaki değer olan 114'ü seçmişlerdir. Ayrıca müşteriler için seçilen en uygun şehirler incelendiğinde *güneşli gün sayısı* 114 olan şehir (Madrid) seçilmesi gerekirken *sıcak gün sayısı* en düşük olan şehri (Paris) tercih etmeleri veriler arasında ilişki kurmakta ve sistematik bir çözüm yolu oluşturmakta zorlandıkları göstermektedir.

Üçüncü grup ise *15°C'nin altındaki gün sayısı* ve *30°'C nin üstündeki gün sayısı faktörlerini* diğer gruba benzer bir şekilde *soğuk* ve *sıcak* olarak yeniden kodlayarak basite indirgeme yoluna gitmişlerdir. Tablodaki verilerden *güneşli gün sayısını* içeren sütunu büyükten küçüğe doğru sıralayarak en alt sıralarda yer alan üç şehri (Moskova, Londra ve Berlin) elemişlerdir. Daha sonra ilk üçte yer alan şehirlerin *30°'nin üstündeki gün sayılarını* ve *yıllık ortalama yağışlarını* içeren tabloyu yeniden oluşturarak bu verileri karşılaştırmışlardır. En uygun şehirleri belirlerken, sıralamada ilk üçte yer alan şehirler arasından tercih yapmaları gerekirken dördüncü sıradaki şehri tercih etmeleri, verileri birlikte değerlendirmekte zorlandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin müşteriler için "hiç uygun olmayan şehri" belirlerken ise eledikleri şehirler arasından *güneşli gün sayısı* en az olan şehri (Moskova) belirleyerek her iki müşteri için de ortak bir şehir seçmişler ve modelleme sürecini sonlandırmışlardır. Dördüncü grup ise veriler üzerinde herhangi bir sıralama yapmaksızın rastgele orta satırdaki verileri dikkate alarak sistematik olmayan bir yolla ilk müşteri için en uygun şehri (Londra) seçmişlerdir. İkinci müşterinin yürüyüş yaptığını dikkate alınarak *güneşli gün sayısı* en düşük şehir olan Moskova seçilirken "hiç uygun olmayan şehri" belirlemede rastgele bir seçimle Bükreş belirlenmiştir. Son grup ise veri tablosundaki *güneşli gün sayısı* en az olan şehirleri eleyerek, *güneşli gün sayısı* en çok olan üç şehir üzerinden (Roma, Prag ve Madrid), her iki müşterinin isteklerini de içeren ortak şehirleri bulmayı amaçlamışlardır. Her iki müşteri için de *15°' nin altındaki gün sayısı* en az olan şehri (Prag) en uygun şehir olarak belirlerken, hiç uygun olmayan şehri *güneşli gün sayısı en az* olan ikinci şehri (Londra) seçerek sistematik olmayan bir yolla sonuca ulaşmışlardır. Sürecin sonunda gruplar oluşturdukları modelleri ve çözüm yollarını diğer gruplara açıklayarak sunmuşlardır.

Gruplar düşüncelerini yazılı olarak ifade etmekte, zorlanmış ve raporlarda şehirleri nasıl bulduklarını belirtmeden sonuca odaklandıkları gözlemlenmiştir. Diğer taraftan sunumlar esnasında bu şehirlere nasıl karar verdiklerini sözel olarak ifade edebilmişlerdir. İlk çalışmada bazı gruplarda görülen her grup birey sonuçlarını ayrı ayrı raporlandırma işleminin görülmemesi öğrencilerin grupla çalışabilme becerilerinin geliştiği şeklinde yorumlanabilir.

4.3.3 Örnek Etkinlik 3: Hangi Arabayı Alalım?

Etkinlik öncesinde bir oyun yardımıyla öğrencilerin otomobil modellerini ne kadar bildikleri test edilmiştir. Oyunda her öğrenciye ailelerinin sahip oldukları otomobillerin modellerini söylemeleri sağlanmış ve bir araba almaları durumunda onlar için hangi özelliklerin önemli olduğu sorusu yöneltilerek öğrencilerin fikirleri tek tek alınmıştır. Devamında problemde adı geçen *Berk ve annesine* en uygun araba seçiminde onlara yardım etmeleri gerektiği vurgulanarak "*Hangi Arabayı Alalım ?*" adlı model oluşturma etkinliği öğrencilere dağıtılmıştır.

Seçilen problem üzerinde İlk grup, *Berk ve annesinin* isteklerini birlikte değerlendirerek her ikisi için de en uygun otomobili seçmeyi amaçlamışlardır. Otomobillerin *güvenli* ve *eğlenceli* olmasına dikkat eden grup, aynı zamanda *az yakıt harcayan* ve arabaların *kilometresi en çok* olan otomobillere göre bir sıralama yaparak en uygun üç aracı belirlemişlerdir. En uygun ilk otomobil olarak 7.5 kuruş yakıt harcayan ve 125,000 km'deki Toyota'yı seçen grup, *modelinin* çok eski olmamasından dolayı güvenli olabileceğini ifade etmişlerdir. Diğer iki tercihlerinin sırasıyla Ford ve Audi olduğunu belirten grup, otomobillerin güvenli olma durumunu *alüminyum jantlardan* ve eğlenceli oluşlarını ise *kasa tipi* faktörünü (üstü açılır tavan) değerlendirerek modellerini tamamlamışlardır. Tabloda km'si en fazla olan araçları seçmeleri bu faktörü yanlış değerlendirmişler ayrıca araçların *fiyat* ve *renk* kategorilerini dikkate almamışlardır. Diğer taraftan nitel bir faktör olan otomobillerin *özelliklerini* oluşturdukları modelde kullanmışlardır. Sürecin sonunda ikinci aracı10.5 kuruş yakan, üçüncü aracı ise 9 kuruş yakan iki otomobili seçmeleri sistematik olmayan bir yolla seçim yaptıkları şeklinde yorumlanmıştır.

İkinci grup da benzer bir şekilde *annesi ve Berk'in* isteklerini birlikte içeren en uygun otomobilleri seçerken farklı olarak uygun olmayan otomobilleri de belirlemişlerdir. Bunun için nitel olarak verilen otomobil ö*zelliklerinden* güvenli ve eğlenceli olabilecek özellikleri (*ABS fren sistemi, hava yastığı, radyo ve CD çalar*) tabloda değerlendirmişler ve *renk* faktörü dışındaki diğer tüm verileri dikkate alarak yeni bir tablo oluşturmuşlardır. En uygun ilk otomobili *en az yakıt harcayan* ve fiyatı uygun olan, aynı zamanda CD çalar ve ön koruma barı olmasından dolayı *Toyota*'yı seçen grup, ikinci araç olarak da *BMW*'yi belirlemişlerdir. Uygun olamayan aracı ise en çok yakıtı harcayan ve en pahalı araç olan *Honda*'yı seçerek modellerini tamamlamışlardır.

Üçüncü grup *Berk ve annesinin* isteklerini birlikte değerlendirerek bir liste oluşturmuşlardır. Bu listede her aracın özelliklerini ayrı ayrı belirtmiş ve veri tablosundaki her faktörü birlikte değerlendirmeye çalışmışlardır. En uygun ilk araç olarak *Toyota*'yı belirleyen grup, hem güvenli hem de eğlenceli olabilecek özellikleri yani *AC klima, karartmalı camlar, hidrolik direksiyon ve ön koruma barı* ayrı ayrı belirlemişlerdir. Tüm araçlar tercih sırasına göre numaralandırıldıktan sonra ilk dört aracın neden en uygun olduğu ve hangi özelliklerinin bu avantajları sağladığı açıkça ifade edilmiştir.

Dördüncü grup veri tablosundaki her faktörü ayrıntılı şekilde değerlendirerek *Berk ve annesi* için ayrı ayrı liste oluşturmuşlardır. Otomobillerin hangi özelliklerinin ne kadarının istenileni sağladığını ve kaç özelliğin sağlamadığını verilen tablo üzerinde iki renk kullanılarak verileri basite indirgemişlerdir. İstenilen özellikleri sağlamayan otomobillerin kaç özelliği sağlamadığı *frekans* olarak hesaplanmış ve *frekansı* çok olan otomobiller elenmiştir. En uygun araç olarak Toyota'yı belirleyen grup, en uygun ve hiç uygun olmayan otomobiller şeklinde bir sınıflandırma yaparak modellerini tamamlamışlardır.

Beşinci grup ise verilen tablo üzerinden eleme yaparak *araç fiyatı, harcadığı yakıtı, modeli, aldığı km* ve *araç özellikleri* faktörlerini göz önünde bulundurmuş ve en uygun otomobil olarak Toyota'yı belirlemişlerdir. Hiç uygun olmayan araçları ise rastgele bir yöntemle Honda, Nissan, Skoda, BMW, Hyundai ve Audi olarak seçmişlerdir.

Son grup en uygun araç seçimini *az yakıt harcaması, km'sinin* ortalama değerde oluşu, amplifikatör (yükseltici) ve CD çalar *özelliklerinden* dolayı KIA olarak belirlerken, hiç uygun olmayan otomobili ise Audi olarak belirlemişlerdir. Ailenin isteklerine uygun farklı üç aracı Skoda, Honda ve Hyundai olarak sunan grup, araç seçiminde sıralama yapmaksızın araçların olumlu ve olumsuz özelliklerini örneğin "*Honda; pahalı, çok yakıyor fakat araç özellikleri çok"* şeklinde belirterek aileye öneride bulunurken veri tablosundaki *renk* ve *kasa tipi* faktörlerini değerlendirmeye almadıkları görülmüştür.

Genel olarak grupların birden fazla faktörü birlikte ele alarak bir seçim yaptıkları ve her grubun bir model geliştirdiği görülmüştür. Ayrıca grup raporları incelendiğinde diğer çalışmalarda gözlenen, her grup üyesinin bireysel olarak rapor hazırlama işleminin yapılmadığı bir başka deyişle bireysel olarak problem çözmekten ziyade grupla birlikte problemin üstesinden gelinmeye çalışılması birlikte çalışma becerilerinin geliştiğini göstermektedir.

4.3.4 Örnek Etkinlik 4: Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Etkinliği

Derse, ilk kez uçak yapan kardeşler olan *Wright kardeşler* tanıtılarak başlanmış ve kendi okullarında *kağıttan uçak yapma* yarışmasının düzenleneceği ile ilgili tanıtıcı öykü anlatılmıştır. Daha sonra 2012 yılına ait verileri kullanarak yarışma jürisine üç kategoride (*doğrusal bir yolda en uzun mesafeyi alma, havada en uzun süre kalma ve genel galip)* galip gelenleri seçebilmeleri için yardım etmeleri gerektiği öğrencilere vurgulanarak 'kağıttan uçak yapma yarışması' etkinliği dağıtılmıştır.

İlk grup etkinlikte verilen tablodaki her iki faktörde de küçük ve büyük değerleri renk kullanarak yeniden kodlamış ve bunları *yüksek alanlar* ve *düşük alanlar* şeklinde ayırarak verileri basite indirgemişlerdir. Her uçuş denemesi kendi içinde değerlendirilerek 1. Uçuş denemesinin *havada kalış süresi* kategorisindeki galibi en uzun süre havada kalan takım olan D-Takımı (2,5 sn) seçilmiştir. Aynı şekilde 2. ve 3.uçuş denemesinin galipleri sırasıyla F- Takımı (2 sn) ve D- Takımı (1 sn) seçilmiş ve her tur için ayrı ayrı galipler belirlenmiştir. Aynı işlemi *doğrusal bir yolda en uzun mesafeyi alma* kategorisindeki galibi belirlemek için de kullanan grup, her tur için sırasıyla D- Takımı (12 m), A- Takımı (12 m) ve E-Takımını (13 m) belirlemişlerdir. Yarışmanın genel galibi ise sistematik olmayan bir yolla her uçuş denemesi için ayrı bir galip bulunmuş ve her kategorideki galiplerin gösterildiği yeni bir tablo düzenleyerek (D, E ve A takımı) model oluşturma süreci tamamlanmıştır.

İkinci grup ise takımların her bir uçuş denemelerine ait *havada kalış sürelerini (sn)* ve *doğrusal bir yolda aldığı mesafelerini (m)* ayrı ayrı toplayarak denemelerin toplamında alınan süre ve mesafeyi bulmuşlardır. Bu toplamları yalnızca *doğrusal bir yolda en uzun mesafeyi alma* kategorisine göre sıralamışlar ve *havada doğrusal bir yolda gitmeyen denemeleri (X)* ceza olarak belirleyerek, bu cezayı yalnızca *havada kalış süresinden 1\2 sn puan kırma* olarak tanımlamışlardır. Genel galibin belirlenmesi için ise her iki kategoride (*doğrusal bir yolda en uzun mesafeyi alma* ve *havada kalış süresi*) de *en* *yüksek puanları alan* ve *hiç ceza (X) almayan takım* kategorisini belirleyerek ödülü E-Takımına (32 m ve 4,5 sn) vermişlerdir. Sıralamada 2. Sırada yer alan C-Takımını (31 m) *doğrusal yolda en uzun mesafe alma kategorisinin* galibi olarak belirlemişlerdir. *Havada en uzun süre kalma kategorisinin* galibi için de havada kalış sürelerinden aldıkları toplam puanlarını sıralamışlar ve ilk iki sırada E ve C- Takımı olduğu için 3. sırada bulunan ve aynı puanlara sahip olan A ve D –Takımlarını karşılaştırmışladır. Bu karşılaştırmada grup her iki takımda cezalı (X) olduğundan dolayı cezayı hesaplamaya katmaksızın iki takım arasından galibi seçebilmek için *doğrusal bir yolda aldıkları mesafeleri (m)* kıyaslamış ve 23 m mesafeyle daha fazla yol alan A – Takımı *havada en uzun süre kalma kategorisinin* galibi olarak belirlenmiştir.

Üçüncü grup her takımın üç uçuş denemesine ait *havada kalış sürelerini (sn)* toplayarak en uzun süre havada kalan iki takım olan E–Takımı (4,5 sn) ve C–Takımını (4 sn) karşılaştırmış ve diğer takımları değerlendirmeye almayarak elemişlerdir. Bu iki takım arasından her kategori için tek bir galip belirleyen grup, *doğrusal bir yolda aldıkları mesafeleri (m)* de hesaplayarak E –Takımının (33 m) daha uzun mesafe aldığına karar vermiş ve bu şekilde E – Takımını her kategori için galip olarak belirlemişlerdir.

Dördüncü grup *genel galibi* belirlemek için kendi kriterlerini (*havada en uzun süre kalan, doğru yolda en uzun mesafe alan, hiç ceza almayan*) oluşturmuşlar ve E-Takımını bu kategori için galip seçmişlerdir. Bu seçim için tüm takımların *doğrusal bir yolda aldıkları mesafe (m)* değerlerini incelemiş olsalar da yalnızca E- Takımının üç uçuşta aldıkları değerleri toplamışlar ve en büyük değere ait olduğuna karar vermişlerdir. Ayrıca ikinci en iyi olarak A-takımının olduğunu belirten grup açıklama olarak da *doğrusal bir yolda aldıkları mesafelerin (m)* ve *havada kalış sürelerinin (3,5 sn ve 23 m)* E- Takımı kadar iyi olmasını belirtmişlerdir. Devamında en kötü takımı *doğrusal bir yolda en kısa mesafeyi almasından* dolayı F- Takımı (20 m) belirlenmiş olması öğrencilerin problemi bir önceki etkinliğin soru cümlesi ile karıştırdıklarını göstermektedir.

Son grup ise her bir takımın iki faktöre ait değerlerini birlikte ele alarak her uçuş denemesindeki galipleri belirleme yoluna gitmişlerdir. Birinci uçuşta *doğrusal bir yolda aldıkları mesafe (m)* en uzun (12 m) takım olan B- Takımı galip olarak belirlenmiştir. Diğer uçuş denemeleri incelendiğinde düşük değerlere sahip olmasına rağmen B-Takımının tercih edilmesi grubun rastgele ve sistematik olmayan bir yolla işlem yapmış olduğunu gösterirken öğrencileri yanlışa götüren sebebin kesirlerde sıralama konusunun yeterice anlaşılmamış olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Bir grup dışında genel olarak gruplar problem üzerinde başarı ile çalışmışlar ve modelleme sürecinde her iki faktörü ayrı ayrı değerlendirip bunlar üzerinde matematiksel işlemler yaparak (toplama, çıkarma ve sıralama) her bir faktör için bir takımı galip olarak belirlemişlerdir. Diğer taraftan genel galibi belirlemek için her iki faktörü birlikte ele alarak hesaba katma noktasında aynı başarıyı gösterememişlerdir. Ayrıca bazı grupların kesirlerde işlem yapma konusunda zorlandıkları tespit edilmiştir.

4.4. Veri Toplama Araçları

4.4.1 Model Oluşturma Etkinliğinin Seçimi

Yapılan çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliklerinin seçiminde konuyla ilgili literatürden yararlanılmıştır. Çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliği *Fasulye Problemi* Doyle M. (2006)'nin çalışmasından Türkçeye uyarlanmıştır. Bu süreçte problemin çocuklar tarafından anlaşılır olması için o yaş seviyesine uygun olacak şekilde cümleler oluşturulmuştur. Ayrıca o yaştaki öğrencilerin dikkatini çekecek renkli çizgi kahramanlardan ve tasarımlardan yararlanılarak problem ilgi çekici hale getirilmiştir.

4.4.2. Model Oluşturma Etkinliği -Fasulye Problemi

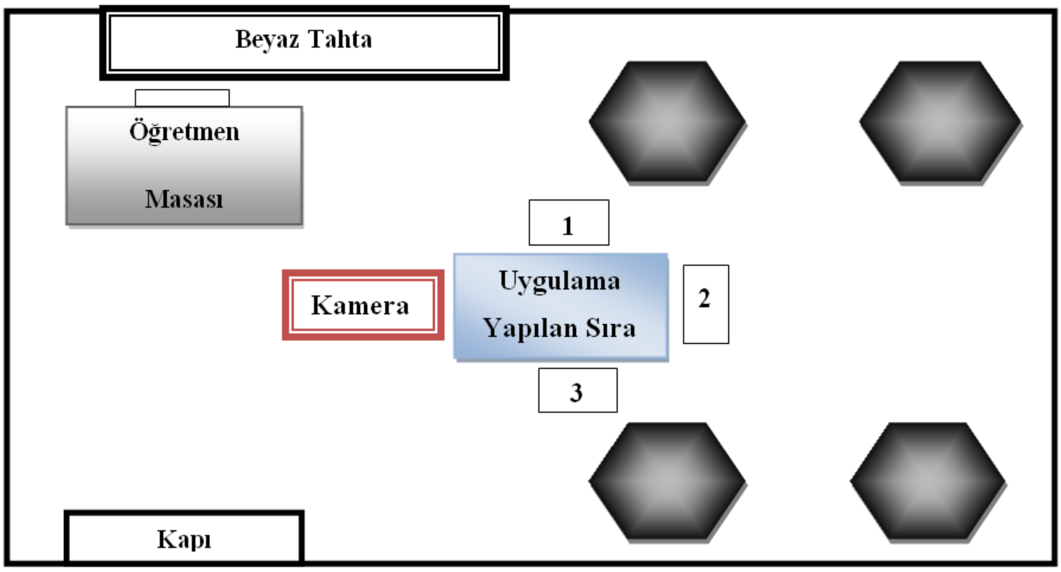
Fasulye problemi bir model oluşturma problemi olup problem iki bölümden oluşmaktadır. Problem bir çiftçinin kuru fasulye yetiştirmek istemesi üzerine çiftçiler birliğine başvurması ile başlamaktadır. Çiftçiler birliği çiftçiye farklı ışık koşullarında (gün ışığında ve gölgede) kuru fasulye bitkisini 4'er sıralar halinde yetiştirmeleri sonucunda 6, 8 ve 10. haftalardaki fasulye ağırlıklarını içeren bir veri tablosu sunmuşlardır. Problemin birinci bölümünde öğrencilerden gün ışığında ve gölgede tablolarını kullanarak çiftçinin kuru fasulye yetiştirirken en çok ürünü alabilmesi için tercih etmesi gereken en uygun ışık koşulunu seçmelerini ve kararlarını mektupla açıklamaları istenmiştir. İkinci bölümde ise veri tablosunda yer almayan 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarını tahmin etmeleri ve bu tahminlerini nasıl yaptıklarını açıkladıkları mektup yazmaları istenmiştir. Fasulye problemi öğrencilerin metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama; basit veri tablolarını okuma; verileri analiz etme ve temsil etme; varsayımda bulunma, analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama; grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü paylaşabilme becerilerini kullanmasına olanak tanıyan bir model oluşturma etkinliğidir (English 2004; English & Watters, 2005).

4.5. Veri Toplama Yöntemi

Dört hafta süren ön çalışma tamamlandıktan sonra ilgili sınıftan *amaçlı örneklem* yöntemiyle seçilen ve üç öğrenciden oluşan iki grup, Şekil 13'de gösterilen sınıf ortamında 1, 2 ve 3 numaralı yerlerde oturmuşlardır. Uygulama ders saatinde uygulandığından dolayı öğrencilerin kendi sınıfları yerine o ders saatinde boş olan resim atölyesinde gerçekleşmiş ve gruplar arka arkaya ve sırayla uygulamaya alınarak model oluşturma etkinliği olan *Fasulye Problemi* üzerinde çalışmaları istenmiştir. Grup çalışmalarında birinci ve ikinci grup 90 ve 77 dakika sürmüş olup süreç video ve ses kaydına alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin çalışma kağıtları ve raporları diğer veri kaynakları olarak toplanmıştır. Ses ve video kayıtları yazılı olarak dokümanlaştırılmış ve öğrencilerin çalışma kağıtlarıyla beraber nitel olarak analiz edilmiştir.

Veri toplama yöntemi olarak bir grubun bir konuyu nasıl tartıştığını ve süreç içinde çoklu bakış açılarının nasıl ortaya çıktığını anlamak amacıyla *odak grup görüşmesi* kullanılmıştır (Glesne, 2013). Birebir yapılan görüşmelerin tersine odak grup görüşmecileri bir yandan diğer insanların söylediklerini duyarken onlara özgün cevaplar vermek yerine ilave yorumlar yapmak ve birbirlerinin yorumlarını duymaktadırlar. Buradaki amaç, katılımcıların olaylara başkasının penceresinden de bakabileceği bir durumda sağlıklı verilere ulaşılmasıdır (Patton, 2002; aktaran, Merriam, 2013).

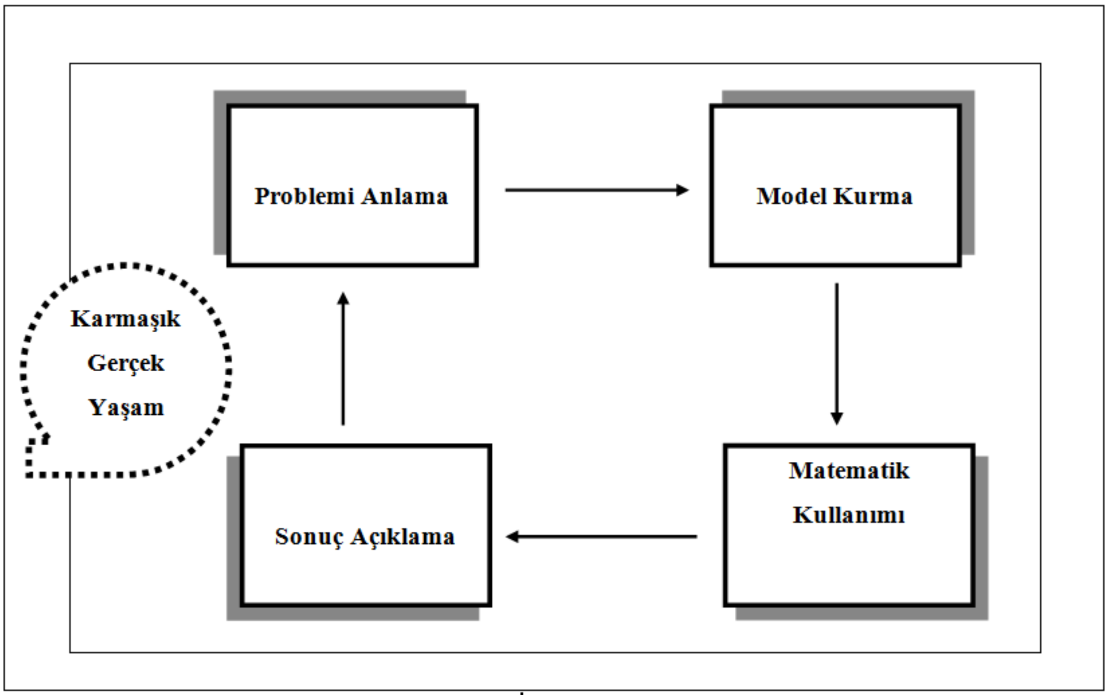
Eraslan (2011a) öğrencilerin oturma pozisyonu olarak bir sırada çizgi şeklinde bir oturma biçiminden ziyade birbirlerinin yüzünü görecek şekilde bir masanın (iki sıra birleştirilerek oluşturulabilir) üç yanında yer almaları sağlanarak oturtulması gerektiğini vurgulamıştır. Uygulamanın yapılacağı resim atölyesinde iki kişilik sıraların yerine altıgen çalışma masaları yer almaktadır. Bu çalışma masalarında öğrenciler, birbirlerini yüzünü görecek şekilde oturamadığından dolayı odak grup görüşmesine uygun bulunmamış ve atölyeye çalışmaya uygun sıralar getirtilmiştir (Şekil 13). Odak grup görüşmesine başlamadan önce öğrencilere ve öğretmene yapılacak olan çalışma hakkında bilgi verilerek, gerçek isimlerinin kullanılmayacağı belirtilmiştir. Ayrıca ilkokul matematik eğitimine farklı bir bakış getirmek amacıyla uygulanacak olan model oluşturma etkinliklerinin, öğrencilerinin çözüm yolları ve görüşleri doğrultusunda gelişeceği belirtilerek çalışmanın önemi vurgulanmıştır.



Şekil 13: Veri Toplanan Sınıfın Yapısı ve Oturma Düzeni

4.6. Verilerin Analizi

Bu araştırma bir durum çalışması olup veriler odak grup görüşmesi yöntemiyle toplanmıştır. Bir durum çalışmasında analiz; durumun ve ortamın detaylı bir betimlemesinin yapılmasına bağladır (Cresswell, 2013). Bu nedenle çalışmada yer alan 4. sınıf öğrencilerinin *Fasulye Problemi'nin* çözümü esnasında geliştirdikleri matematiksel düşünceler ve ortaya koydukları yazılı cevapları *betimsel analiz* yöntemiyle çözümlenmiştir. Betimsel analizde elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme ve gözlem süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar ele alınarak da sunulabilir. Bireylerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir. Bu tür analizde amaç elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış biçimde okuyucuya sunmaktır. Bu amaçla elde edilen veriler önce sistematik ve açık biçimde betimlenir daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden sonuç ilişkileri irdelenir ve bir takım sonuçlara ulaşılır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşur: (1) betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma, (2) tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi, (3) bulguların tanımlanması ve (4) bulguların yorumlanması (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu amaçla odak grup görüşmesinde yer alan ilkokul 4. Sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki düşünme süreçleri Eraslan (2011a) tarafından Türkçeye adapte edilen ve Blum ve Ferri (2009) tarafından geliştirilen modelleme süreci kullanılarak analiz edilmiştir (Şekil 14). Bu süreç problemi anlama, model kurma, matematik kullanımı ve sonucun raporlaştırılmasını içeren dört aşamayı (Şekil 14) içermektedir (Eraslan, 2011a). Analizler sırasında her bir grubun model oluşturma süreçleri incelenmiş ve grupların model oluşturma sürecindeki aşamaları sırasıyla belirlenmiş ve bu aşamalarda karşılaştıkları güçlükler ortaya konulmuştur.



Şekil 14: Blum & Feri (2009) Modelleme Problemleri İçin Dört Aşamalı Çözüm Planı (aktaran, Eraslan, 2011a)

4.7. Çalışmanın Güvenirliği

Nitel araştırmaların veri toplama ve analiz aşamalarının başlıca aracını insan olarak gören Merriam (2013), araştırmacının gözlem ve görüşmeler aracılığıyla gerçek hakkındaki yorumlara doğrudan ulaşabileceğini belirtmektedir. Okuyucu, araştırmanın verilerine yorum katılmamış haliyle okuma fırsatı elde ederse, daha sonra araştırmacının ulaştığı sonuçları bu verilere göre değerlendirme fırsatı elde edebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu nedenle Creswell (2013) nitel bir çalışmada geçerlilik ve güvenirlilik ölçütlerinin bilimsel bir çalışma için edebi bir biçimde ifade edilmiş ikna edici anlatı ortaya koymak olduğunu belirtmiştir (Merriam, 2013). Ayrıca Lincoln ve Guba (1985) bulguların araştırmacı ve katılımcılar arasında nakledilebilir olduğuna emin olmak için yoğun bir betimlemeye ihtiyaç duyulduğunu, araştırmacının verinin değerini belirlerken objektifliğinden ziyade onaylanabilirliğe önem verdiğini ifade ederek hem güvenilebilirlik hem de onaylanabilirliğin araştırma sürecinin denetlenmesi yoluyla belirlendiğini açıklamıştır (aktaran, Cresswell, 2013). Doğru bilgiye ulaşma konusunda gereken önlemlerin alınması (geçerlilik) ve araştırma sürecini ve verileri açık ve ayrıntılı bir biçimde; bir başka araştırmacının değerlendirmesine olanak verecek biçimde tanımlaması (güvenirlilik), nitel bir araştırmanın karşılaması gereken önemli beklentilerdir (Merriam, 2013). Nitel araştırmada araştırmacı için önem teşkil eden asıl durum çalışmanın güvenilir ve geçerli olduğuna okuyucuyu ikna ederek araştırmacının objektif davrandığına inandırmaktır. Nitel araştırmaların "doğruyu ve gerçeği" yakalayamayacakları bilinen bir şey olmasına rağmen nitel bir araştırmacı olarak, bulgularınızın "inanırlılığını" arttırmak için kullanabileceğiniz bir dizi strateji mevcuttur" (Merriam, 2013). Ancak bu önerileri nicel araştırmada geleneksel olarak kabul gören ve önemli değer ölçütleri olarak ön plana çıkarılan geçerlik ve güvenirlik kavramları çerçevesinde değil nitel araştırmanın doğasına uygun olabileceğini düşündükleri alternatif kavramlarla yapmaktadırlar (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Lincoln ve Guba'nın (1985), *iç geçerlik* yerine *inandırıcılık, dış geçerlik* yerine *aktarılabilirlik* kavramlarını, *iç güvenirlik* yerine *tutarlılık* ve *dış güvenirlik* (tekrar edilebilirlik) yerine ise *teyit edilebilirlik* kavramlarını kullanmayı tercih etmektedirler (aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2011). Erlandson, Harri, Skipper ve Allen (1933) *iç geçerliliği (inandırıcılık);*

uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme (triangulation), uzman incelemesi, *dış geçerliliği (aktarılabilirlik/ transfer edilebilirlik)* ayrıntılı betimle ve amaçlı örnekleme seçimi, *iç güvenirliliği (tutarlılık)* tutarlılık incelemesiyle ve *dış güvenirliliği (teyit edilebilirlik)* ise teyit incelemesi yöntemleri ile sağlanabileceğini belirtmiştir (aktaran, Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ayrıca Creswell (1998) güvenilirliği sağlamak amacıyla dikkat edilmesi gerekilen sekiz özelliğin olduğunu belirtmiştir. Bu sekiz özelliği (1) uzun süreli etkileşim ve sürekli gözlem, (2) çeşitleme (üçgenleme), (3) akran incelemesi ve sorgulaması, (4) olumsuz durum analizi, (5) araştırmacının önyargılarının açıklaması, (6) katılımcı teyidi, (7) zengin ve ayrıntılı betimleme, (8) dış denetim (incelemesi) şeklinde tanımlamıştır. Nitel bir araştırma için yukarıda belirtilen özelliklerden en az ikisinin sağlanılması durumunda yapılan çalışmanın güvenilir ve geçerli olduğu belirtilmiştir (Creswell, 1998). Yapılan bu çalışmada yukarıda belirtilen sekiz özellikten beşinin sağlanıldığı ve bunun için yapılan güvenirlilik ve geçerlilik işlemleri aşağıda sunulmuştur.

Veri toplama aşamasına uygun ve yeterli katılım olarak araştırmacı uzun süreli etkileşimde bulunarak alan içerisinde katılımcılara güven oluşturmayı, kültürü öğrenmeyi ve araştırmacılar ve bilgi veren kişiler tarafından ortaya konan saptamalardan kaynaklanan yanlış bilgilerin kontrol edilmesini sağlamak *inandırıcılığı* arttırma yollarından biridir (Creswell, 2013). Bundan dolayı araştırmacı ön uygulamaya geçmeden önce iki hafta sınıfta gözlemci olarak yer almış ve sınıf içi tartışmalara yer yer katılarak öğrenciler ile etkileşim içinde bulunmuştur. Ayrıca odak grup çalışması öncesinde öğrenciler ile dört hafta boyunca farklı model oluşturma etkinliklerinin uygulandığı bir ön çalışma yapılmış ve bu süreçte katılımcılar ile güven ortamı oluşturulmuştur.

Ortaya konan bulguların doğruluk ve gerçekliğinin kontrolü için birden fazla araştırmacı, çoklu veri kaynağı ya da çoklu veri toplama yönteminin kullanılması olarak tanımlanan *çeşitleme (triangulation)* inandırıcılığı arttırmanın bir diğer yoludur (Merriam, 2013). Bu amaçla ön çalışma ve odak grup görüşmesi süresince sınıf içi gözlemleri, öğrenci çalışma sayfaları, video ve ses kayıtları şeklinde çeşitli veri kaynaklarına başvurulmuştur. Literatür taraması yapılarak elde edilen kaynaklar incelenmiş ve doküman analizi yapılmıştır. Ön çalışma süresince ise sınıf içi gözlemler yapılarak gözlem notları elde edilmiş ve uygulanan model oluşturma etkinlikleri sonucunda elde edilen grup raporları incelenmiştir. Ayrıca asıl çalışmada odak grup görüşmesi yapılarak öğrencilerin model oluşturma etkinliği üzerindeki düşünme süreçleri ses ve video kaydına alınmış, çözümlenmiş ve raporlaştırılmıştır. Süreç esnasındaki öğrenci çalışma kağıtları, video ve ses analizleri ve sonuç raporları *veri çeşitlemesi* yoluna gidilerek analiz edilmiştir.

Araştırmanın deseninden toplanan verilere, bunların analizine ve sonuçların yazımına kadar olan süreçlere eleştirel bir gözle bakma ve araştırmacıya geri bildirimde bulunma olarak tanımlanan *uzman incelemesi* inandırıcılığı arttıracak bir diğer stratejidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu nedenle araştırma suresince alan eğitimcisi ve nitel çalışma konusunda deneyimli bir uzmanla düzenli olarak haftalık değerlendirme toplantıları yapılmıştır. Bu toplantılarda seçilen model oluşturma etkinlikleri literatürden Türkçeye adapte edilmiştir. Etkinlikler bu yaş seviyesine uygun olarak düzenlenmesi amacıyla asıl çalışma öncesi değerlendirme toplantıları yapılarak etkinlikler yeniden düzenlenmiştir. Asıl uygulama öncesinde model oluşturma etkinliklerinin uygulandığı ön çalışmalar sırasında karşılaşılan aksaklıklar tartışılarak giderilmiş, çalışma raporları incelenmiş, değerlendirilmiş ve gerekli yerlerde yeniden düzenlemeler yapılmıştır. Bu şekilde bir başka bakış açısı ile geri bildirimde bulunularak araştırma deseni, veri toplama ve analizi, sonuçlara ulaşma ve yorum aşamalarında araştırmanın geçerli ve tutarlı olunmasına katkıda bulunulması sağlanarak araştırmanın inandırıcılığı arttırılmaya çalışılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Nitel çalışmada dış geçerlilik (genellenebilirlik) yerine kullanılan *aktarılabilirlik (transfer edilebilirlik)* araştırma sonuçlarının doğrudan benzer ortamlara genellenemeyeceği, ancak bu tür ortamlara sonuçların uygulanabilirliğine ilişkin geçici yargılara ulaşılması ve test edilecek deneceler anlamına gelmektedir. Nitel araştırmanın sorumluluğu olan elde ettiği sonuçların benzer ortamlara aktarılabilirlik değerini ortaya koymak amacıyla *ayrıntılı betimleme* ve *amaçlı örnekleme* yöntemi kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Aktarılabilirliği sağlamak amacıyla *ayrıntılı betimleme* stratejisi kullanılması; zengin ve yoğun tanımlama, ortamın ve katılımcıların tanımlanması kadar katılımcı görüşmelerinden, araştırma notlarından ve dökümanlardan yapılan alıntılar biçiminde sunulan uygun kanıtlarla desteklenen bulguların detaylı tanımlanması anlamına gelmektedir (Merriam, 2013). Öğrencilerin çalışma süresince model oluşturma etkinliklerine yönelik düşünce ve yaklaşımları doğrudan alıntılar kullanılarak öncelikle gerçekleştiği şekilde özetlenerek açıklanmış, daha sonra Şekil 14'deki modelleme süreci kullanılarak analiz edilmiş ve betimlenerek yorumlanmıştır. Ayrıca ön ve asıl çalışmanın gerçekleştiği ortam sırasıyla Şekil 12 ve Şekil 13: gösterilerek ortam hakkında bilgi verilmiştir. Bu sayede verilerin elde edildiği ortamın okuyucunun zihninde daha iyi canlandırılması ve bu ortamda elde edilen verilere göre oluşan sonuçları benzer ortamlardaki çalışma sonuçlarına genellenebilmesi sağlanmıştır. Aktarılabilirliği arttırmak amacıyla kullanılan bir diğer strateji ise çoğunluk hakkında genel doğrunun ne olduğunu bulmak yerine, dikkatli ve titiz bir biçimde belirli ya da özgün olanı, derinliğine anlamak amacıyla tek durum veya küçük tesadüfi olmayan, maksatlı bir örnekleme seçme olarak tanımlanan *amaçlı örnekleme* yöntemidir (Merriam, 2013). Çalışmaya katılan üçer kişilik iki grup öğrencinin seçimi amaçlı örnekleme yöntemiyle yapılarak benzer ortamlara ve süreçlere ilişkin anlayış oluşturulmasını ve araştırmacıların kendi uygulamalarına daha deneyimli ve bilinçli yaklaşması sağlanmıştır.

5. BULGULAR

Bu bölümde odak grup çalışmasında görev alan ilkokul 4. Sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde matematiksel düşünce ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları bilişsel aktiviteleri matematiksel modelleme sürecindeki aşamalar göz önüne alınarak incelenmiştir. Bu amaçla her bir grubun modelleme süreci Blum ve Feri (2009)'nin Şekil 14'te gösterilen modelleme döngüsü kullanılarak analiz edilmiştir.

5.1 Birinci Odak Gruba İlişkin Bulgular

Odak grup çalışmasında yer alan öğrencilerin matematiksel düşünce ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri ve bu süreçlerin her bir aşaması gerçekleştiği sırayla aşağıda sunulmuştur. Grup içinde yer alan kız öğrencilere gerçek olmayan İrem, Asya ve Demet isimleri verilmiştir.

5.1.2 Model Oluşturma Süreçleri

5.1.2.1 Problemi Anlama (1. Görev)

Öğrencilere model oluşturma etkinliği dağıtıldıktan sonra öğrenciler problemi beraber çalışarak çözmek yerine ayrı ayrı çalışmayı tercih etmişlerdir. İlk olarak grup üyelerinden Asya problemi ve tabloyu okumuş ve şu şekilde konuşmaya başlamıştır:

Asya: *Fasulyenin ağırı mı daha iyi, hafifi mi?*

Asya: *Ama çok ağır olursa, kart olabilir. Çok büyük olursa kart olabilir.*

Araştırmacı: *Kart olmak ne demek?*

Asya: *Kart! Benim deyişimle, şöyle açınca içini böyle buzlanmış olarak çıkıyor. İğrenç oluyo[r].*

__Asya:__ Bence karar verelim. Şimdi gün ışığında ve gölgede var. Gölgede de 5 haftadır, 6. Haftada 5kg, gün ışığında 6. Hafta 9kg…9-5, 8-5, 9-6, 10-6 (gölgede ve gün ışığında 6. Hafta ağırlıkların karşılaştırarak: Şekil-1). Bunun hepsinde bu yüksek (6.hafta sütununu göstererek), 6. Haftada. Gölgedekine göre gün ışığında daha yüksek.

__Demet:__ 8. Haftaya da bakalım…

Yukarıdaki alıntıdan ve çalışma yaprağından da görüleceği üzere öğrenciler ilk önce problemi anlamaya çalışmışlardır. Bu noktada fasulyenin "*ağır*" mı yoksa "*hafif*" mi olması gerektiğine karar vermeye çalışmışlardır. Daha sonra verilen problemde yer alan her iki tablodaki aynı sütun ve satırlar karşılaştırılarak sonuca gidilmeye çalışılmıştır.

5.1.2.2 Model Kurma (1. Görev)

Model kurma aşamasında da bireysel olarak problemi çözmeye odaklanan Asya sürece aşağıdaki konuşma ile başlatmaktadır.

__Asya:__ Bu (tabloda gün ışığındaki Sıra-1'i göstererek) bundan (Gölgede veri tablosuna göstererek) yüksek, bu (gün ışığındaki veriyi göstererek) bundan (gölgedeki veri tablosuna göstererek) yüksek, bu (gölgedeki veri tablosuna göstererek) da yüksek, bu (gölgedeki veri tablosuna göstererek) da yüksek... Bu 3. Haftada (10. Hafta için) bu bundan 2kg az, bu eşit; sıra iki eşit, 18-13(sıra üçü yanlış göstererek), hıı… Adamın ağır mı sevdiğini yoksa hafif mi sevdiğini bilmek lazım çünkü bi[r] baktım mı anlıyorsun.

__Araştırmacı:__ Nasıl?

__Asya:__ Adamın nası[l] sevdiğini bilmek lazım. Ağır mı seviyor hafif mi seviyor. Sonuçta buna bakınca hemen anlıyorsun. 8. Haftada ve 6. Haftada bu (gün ışığı tablosunu göstererek) daha ağır ve sadece iki tanede mi? Bi[r] tanede bu (gün ışığı tablosunu göstererek) gölgedekinden daha düşük ve diğerinde de eşit sadece o kadar ama adamın nasıl sevdiğini bilmek lazım.

__Demet:__ En çok ürün büyük olan…

__Asya:__ Ama bi[r] şe[y] söyl[eye]ce[ği]m. Iıı en çok ıı en çok bol değil mi? Şu şekilde en çok… En çok küçük küçük daha çok sığar.

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki 6. ve 8. haftada durumun açık olduğunu, 10. haftada ise gün ışığı ve gölgede tablolardaki fasulyelerin ağırlıklarının bir tanesinde eşitlik ve bir tanesinde de gölgedeki fasulyenin gün ışığına göre daha ağır olduğunu vurgulayarak ilgili kişinin ağır mı yoksa hafif mi sevdiğine karar vermeye çalışmaktadırlar. Tablolarda fasulye ağırlıkları kg cinsinden verilmiş olmasına rağmen öğrenciler seçimlerini fasulyelerin kiloları üzerinden mi yoksa tane sayısı üzerinden mi yapmaları gerektiğini tartışmaları, öğrencilerin bu konuda farklı düşündüğü veya problemi anlamlandırmada güçlük çektiklerini göstermektedir.

5.1.2.3 Matematik Kullanımı (1. Görev)

Öğrencilerin fasulye probleminin ilk görevi olan en uygun ışık koşuluna karar verme noktasında aşağıdaki matematiksel karşılaştırmaları yapmışlardır:

> ***Asya:*** *Bu (gün ışığı tablosunu göstererek) daha ağır, bu (gölge tablosunu göstererek) daha hafif…*
>
> ***Araştırmacı:*** *Nerden buldun daha ağır olduğunu?*
>
> ***Asya:*** *Bakarak.*
>
> ***Araştırmacı:*** *Neye baktın?*
>
> ***Demet:*** *Kilogramlar ve haftalara.*
>
> ***Araştırmacı:*** *Nasıl anlatırsınız bunu Ahmet amcaya?*
>
> ***Asya:*** *Şimdi Ahmet amca 9, 5'ten büyük, 8, 5'dan büyük, 9, 6'dan büyük, 10, 6'dan büyük. 12,*
>
> *9'dan büyük, 11, 8'den büyük, 14, 9'dan büyük, 11, 10'dan büyük. 13, 15'ten küçük, 14, 14'e eşit…*
>
> ***Araştırmacı:*** *Küçük dedin şimdi. Ne oldu?*
>
> ***Asya:*** *Bi[r] tane küçük var ama…*
>
> ***Demet:*** *Evet öğretmenim bi[r] tane var.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrenciler "*kilogram*" ve "*haftalara*" odaklanarak problemdeki her iki tablonun (gün ışığı ve gölge) haftalara ve sıralara göre fasulye ağırlıklarını "*büyüklük*", "*küçüklük*" ve "*eşitlik*" kavramlarına göre karşılaştırmışlardır. Gün ışığındaki fasulyeleri gölgedeki fasulyeler ile karşılaştırarak "*daha ağır*" bulan grup, gölgede bulunan bir verinin gün ışığındaki veriden büyük olmasına karşın bunu ihmal ederek son kararlarını gün ışığından yana kullanmışlardır. Zira gün ışığındaki diğer değerlerin tamamının gölgedekilerden büyük olduğunu vurgulamışlardır.

5.1.2.4 Sonucu Açıklama (1. Görev)

Grup üyelerinden Demet ve İrem ulaştıkları sonuç hakkında bireysel düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

> ***İrem:*** *Gün ışığına karar verirdim çünkü; bizim bahçede de gün ışığı alan yer daha fazla bitki veriyor.*
>
> ***Araştırmacı:*** *Onu nasıl gösterirsin oradaki tablodan?*
>
> ***İrem:*** *Or[a]daki tablodan Asya gibi gösterirdim.*
>
> ***Demet:*** *Ben de şöyle söylerim. Bakın bu güneş ışığında daha çok kilogram geliyo[r]. Hem de en çok kg gelmesinin bi[r] iyi yönü daha var. Az kg gelirse bu sefer yetmeyebilir ama çok kg gelirse de çok olsa bile onu buzluğa atabilirsin bi[r] de o var.*
>
> ***İrem:*** *Ama bi[r] de şu var. Bitki daha fazla oldukça kg daha fazla oluyo[r]. O yüzden …*
>
> ***Demet:*** *Hayır! İki tane bitki var ama bi[r] tanesi daha çok bitki üretiyor.*
>
> ***İrem:*** *İşte daha çok bitki çıkanın ağırlığı daha fazla olur.*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki sonuç hakkındaki düşüncelerini ayrı ayrı belirten grup üyelerinden İrem, kendi bahçelerindeki bitkilerden gün ışığında kalan bitkilerin "*daha fazla bitki*" verdiğini ifade ederek gün ışığına karar verdiğini dile getirirken Demet ise tabloyu göstererek gün ışığındaki fasulyelerin "*daha çok kilogram*" geldiğini ifade etmiş ve "*ağırlıklarını"* dikkate aldığını belirtmiştir. Ayrıca problemi anlama basamağında görülen fasulyelerin kilogramlarını mı yoksa tane sayısını mı dikkate almaları gerektiği yönündeki tartışmanın bir sonuca bağladığı İrem'in "*fazla olan bitkinin daha ağır olduğunu"* ifadesi ile dile getirilmiş ve ağırlığın dikkate alınması gerektiği fark edilmiştir. Buldukları sonucun doğruluğunu kendi deneyimleri ile karşılaştırarak sorgulayan İrem görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

> ***İrem:*** *Öğretmenim bi[r] de şur[a]dan biliyorum. Bizim bahçede bir sürü bitki var. O bitkilerden bazıları hep gölgede kalıyorlar. Onların yılda en fazla bi[r] temmuz ayında*

verdiklerini görüyoruz. Haziran ayında verenler var. Öbür taraftaki domatesler bazen hiç vermiyo[r] ama arkadakiler… Sürekli sürekli, sürekli sürekli onları toplamak gerekiyor. Güneşte kalan kısmını…

Yukarıdaki ifadelerden İrem kendi bahçelerindeki bitkilerin gün ışığında yılda birden çok kez ürün vererek sürekli onları topladıklarını, oysa gölgedekilerin yılda bir defa verdiğini veya hiç vermediğini belirterek buldukları sonucu gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirmiştir. Demet ise gün ışığının daha iyi olduğu kararını aşağıdaki şekilde açıklamaya çalışmıştır:

Araştırmacı: *Gün ışığının gölgeden daha iyi olduğunu nasıl gösterirsin?*

Demet: *Ben olsam bi[r] tablo yapardım.*

Araştırmacı: *Ne gibi?*

Demet: *ıı bunun gibi bi[r] tablo yapardım. Sonra… Ahmet amcaydı dimi?*

Araştırmacı: *Hı Hı (onaylayarak)*

Demet: *Sonra derim ki Ahmet amca bak. Gün ışığında 6. Haftada sıra 1'de 9kg var, sıra 2'de 8 kg var, sıra 3'te 9 kg, sıra 4'te 10 kg var diye ona gösteririm. Devamını da aynı şekilde göstererek ona anlatırım.*

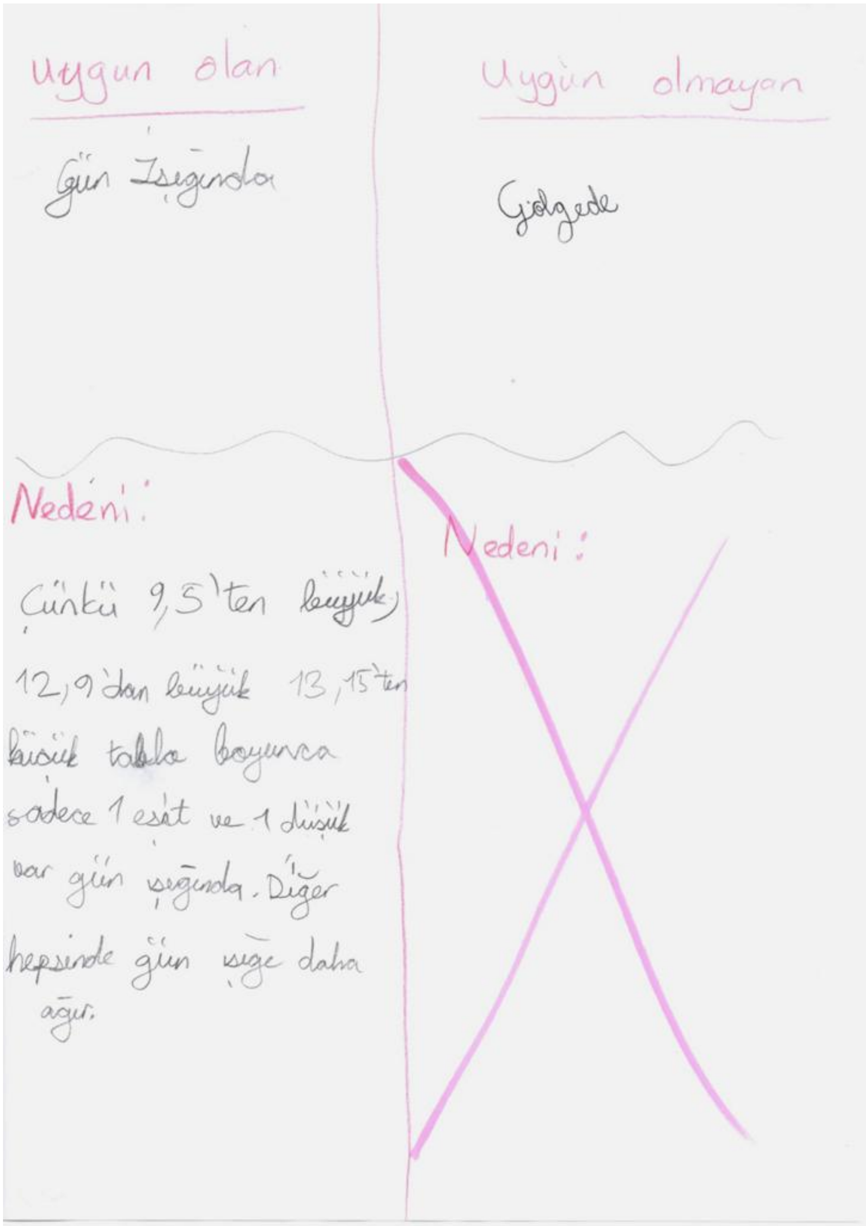
Araştırmacı: *ne anlatacaksın? Bu tablodan Ahmet amca ne anlaması gerekiyor?*

Demet: *Bu tablodan ımm… Gün ışığındaki fasulyelerin kilogramlarının gölgede olanlardan daha fazla olduğunu anlatmaya çalışırım.*

Araştırmacı: *bunu sen, nasıl anladın?*

Demet: *bunu haftalara ve sıralara bakarak anlıyoruz. Mesela 6.haftada 9kg yapmış, 8. Haftada 12, 10. Haftada 13kg… bi[r] de şöyle yaptık. 9kg, 8kg, 9kg, 10 kg (gün ışığı 6. Hafta sütunu). Buraya (gölge tablosu 6. Hafta sütunu) da baktık. Sonra bunları karşılaştırdık.*

Yukarıdaki alıntılardan grup üyelerinin bireysel olarak düşüncelerini araştırmacıya açıkladıkları görülmektedir. Demet, Ahmet amcaya yanıt olarak gün ışığı tablosu ile gölge tablosunda her haftada yetişen bitki sıralarını karşılaştırması gerektiğini vurgulayarak gün ışığındaki fasulyelerin ağırlıklarının gölgede yetişen fasulyelerinkinden "daha ağır" olduğunu belirtmiştir. Asya ise arkadaşları düşüncelerini araştırmacıya anlattıkları esnada Ahmet amcaya mektup yazmak yerine buldukları sonucu ne olduğunu ve nasıl bu sonuca vardıklarını içeren Şekil 15'deki raporu bireysel olarak yazarak süreci tamamlamıştır.



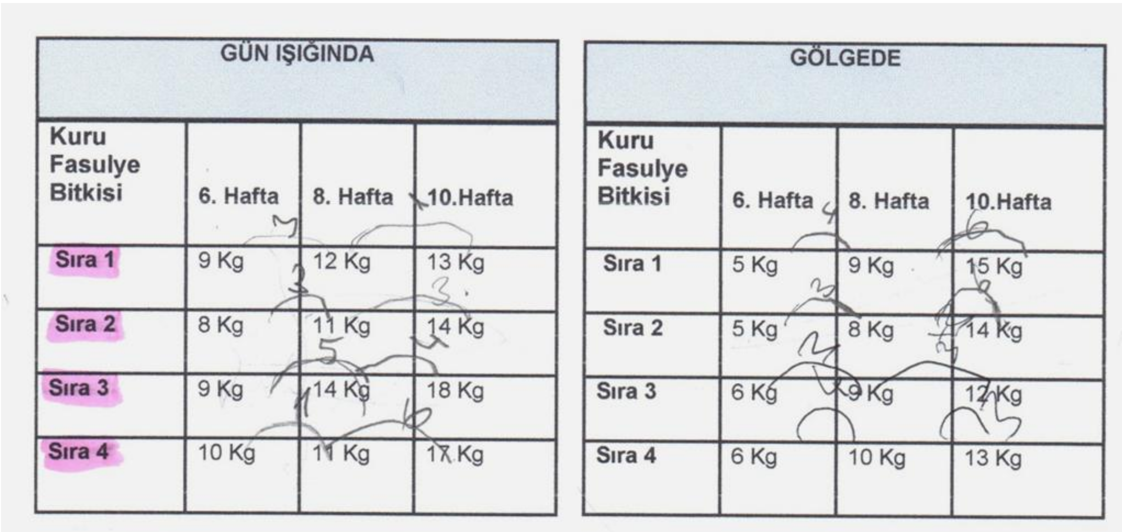
Şekil 15: Birinci Odak Grubun *Fasulye Problemi* Modelleme Etkinliğinin İlk Görevine Ait Raporları

5.1.2.5 Modeli Kurma ⟶ Matematik Kullanımı (2. Görev)

Fasulye Probleminin ikinci görevi olan *Gölge* ve *Gün Işığındaki* fasulyelerin *12. Haftadaki* ağırlıklarının tahmin edilmesi sırasında öğrencilerin aralarındaki tartışma şu şekilde gelişmiştir.

> **Demet:** *Şey bence mesela gün ışığında daha fazlaysa daha fazla kg olacak.*
>
> **Demet:** *Gölgede daha azsa daha az kg olacak. Çünkü gölgede yetişenlerin kilogramları daha az, gün ışığında olanlar daha fazla.*
>
> **Araştırmacı:** *Tamam 12. Hafta var mı orda?*
>
> **Demet:** *12. Hafta yok. 11 ve 12 yok. İlk 11'i tahmin edersek bence 12'yi de kolay buluruz.*
>
> **İrem:** *Öğretmenim zaten örüntüleri çözemiyorum. Burada da hiç örüntü yok hiç çözemedim.*
>
> **Demet:** *Ben daha mantıklı bi[r] şey buldum aslında. Iı şimdi 9 kg var, 12 kg'a çıkmış, 3 kg artmış. 12 kg'dan 13 kg'a çıkmış bir kilogram artmış 1. Sırada. Ben de düşündüm ki belki bunda (günışığı tablosunu göstererek) da 3 kg daha artar diye düşündüm. 11. Sıraya da 16 kg dedim.*
>
> **İrem:** *Sen oraya 11. Sıra yapmışsın ama…*
>
> **Demet:** *Evet çünkü 11. Sıranın… Bak (tabloyu göstererek)! Şey o zaman benim yaptığım şeye göre 1 art[a]cak. Burayı (A4 kâğıdında 11. Hafta sonucunu göstererek) 16 bulduysam 12. de bu sefer 17 olabilir. 17 kg! Çünkü kilogramlar artıyor.*
>
> **Araştırmacı:** *Nasıl artıyor?*
>
> **Demet:** *Şimdi bakın. 9 kg'dan 12 kg'a 3 kg artmış. 12 kg'dan 13 kg'a 1 kg artmış. Buradan bi[r] de 13'e de 3 kg daha artarsa 16 olur yani; örüntü oluşturuyor. 16 11. Hafta. Benim yaptığım şeye göre de 17, 12. Hafta oluyo[r]. Bunlar (işlem yaptığı kağıdı göstererek) tahmini çözüm yollarımız. Sonra ikinci sıraya geçim. İkinci sırada da aynı şeyi yaptım örüntü. Burada 3 artmış, burada da 3 artmış. Demek ki bi[r] dahakinde de 3 artacak. 14 (3 ekliyor), 17 oluyor. 9 kg'dan 14 kg'a…*

Yukarıdaki alıntılardan da anlaşıldığı gibi öğrencilerden Demet model geliştirme aşamasında, problemin birinci kısmının sonuçlarından yola çıkarak gün ışığındaki fasulyelerin 12.hafta ağırlıklarının tahminen gölgede yetişenlere göre daha "*fazla*" olması gerektiğini vurgulamıştır. Tabloda 12. haftanın yer almadığını ve 12. haftayı tahmin etmeleri için ilk olarak 11. haftaya ait fasulye ağırlıklarının bulmaları gerektiğini vurgulamıştır. Bu şekilde 12. Haftayı tahmin etmelerinin daha "*kolay*" olacağını belirterek bir model geliştirmeye çalışmaktadırlar. Demet *Gün Işığı* tablosunun *Sıra 1* fasulyesinde haftalara göre artışları inceleyerek 6. haftadan 8. haftaya ve 8. haftadan 10. haftaya sırasıyla 3 ve 1 arttığını Şekil 16' daki gibi göstermiştir. 11. Haftadaki ağırlık artışının da "3" olacağını ve bu şekilde gün ışığı tablosunda 11. haftanın sıra-1'e ait ağırlığının 13'e 3eklenerek 16 olacağını belirtilmiştir. Neden 11. Haftayı bulması gerektiğini İrem'e anlatan Demet 12. haftayı, 11.haftaya ait değere 1 ekleyerek bulacağını göstererek açıklamıştır. Diğer haftalar arasındaki artışları kullanarak bir *örüntü* geliştirildiği vurgulanırken aynı işlemi *Gün Işığı* tablosunda diğer bir sırada da uygulanarak örüntüsünü arkadaşına açık bir şekilde göstermeye çalışmıştır. Aynı şekilde Demet haftalar arasındaki artışları ikisinde de 3 bulmuş ve 10. haftadaki değere 3 ekleyerek 11. haftayı ve tekrar 3 ekleyerek 12. haftayı örüntü yardımıyla bulduğunu dile getirmiştir.



GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

Şekil 16: 1. Odak Grubun Haftalar Arası Artışı Gösterdikleri Çalışma Kağıtları

Örüntü oluşturma sürecinde öğrencilerden İrem ve Demet arasında yeni bir tartışma şu şekilde gelişmiştir:

<u>İrem:</u> *Benim şu anda yaptığım şey şu: aralarındaki sayıları yazıyorum.*

<u>Araştırmacı:</u> *Aralarındaki sayılar?*

İrem: *Yani büyüdüğünde kaç kilogram artmış.*

Demet: *Bense bir örüntü sıralaması yaparak 11. ve 12. Haftayı buluyorum.*

İrem: *+4, +4, 13, +3 (haftalar arasındaki artışı tablo üstünde yazarak).*

Demet: *3. Sırada da bir örüntü buldum ben (gün ışığı tablosu sıra-3'ü göstererek).*

İrem: *3. Sırada hangi bi[r] örüntü buldun?*

Demet: *5,4 (haftalar arası artışı yazarak) .*

İrem: *3+, 3+ diye giderken 6'şar gibi gidiyor geliyor (gün ışığı tablosu sıra-2 haftalar arası artış).*

Demet: *Yok! Bak (gün ışığı tablosunu göstererek).*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrenciler, "*sayılar*" üzerinde çalışarak her iki tabloda da haftalardaki artışlar yardımıyla bir "*örüntü*" bulmaya çalışmaktadırlar. Burada sayılar arasındaki ilişkiler keşfedilerek "*artışlar"* olduğu vurgulanırken, her sıra için farklı bir örüntü olduğu düşünülmüş ve bulunan örüntüyü 11. ve 12. haftayı bulmada kullanılacağı ifade edilmiştir. *Gün Işığında* ve *Gölge* tabloları üzerinde ayrı ayrı örüntü bulmaya devam eden İrem ve Demet arasında aşağıdaki gibi bir konuşma gerçekleşmiştir:

Demet: *Ben gün ışığını yapıyorum. Gün ışığının 3. Sırasında 5 kg artıyor. 8. Hafta ve 10. Hafta arasında 4 kg artıyo[r] o yüzden şöyle olur: ımm 4'see… 18, 5 artıyo…*

İrem: *Şunun (gün ışığı tablosunu göstererek) tam olarak hesaplaması şur[a]daki gibi oluyo[r]. Şimdi şur[a]da 4 artabilir (gölge tablosu sıra 1'i göstererek). 4 ikiye bölünebilir. 6. ve 7. Haftada ikişer artmış gibi oluyo[r] ama arttığı için bölünce ikiye 4 kalıyo[r] ama burada (gün ışığı tablosunu göstererek) 3'ü 2 ye bölünce kalanlı oluyo[r] bi[r] de ikiye hiç bölünmüyo[r]. Gün ışığındaki kötü bi[r] şey.*

Demet: *Gün ışığı normal de, şunların (sıra 4) arasında bi[r] örüntü daha bulabilsem iyi olur. Neyse! 23 kg (sıra 3, 11. Haftayı bularak)… 23, 4 arttı 27 kg... Ve son sıra! 4. Sıra…*

İrem: *Gün ışığını söylesen!*

Demet: *Gün ışığı 1. Sıradaki örüntü ı örüntü değil de şey, 11 ve 12'yi söylim: 11. Hafta 1. Sırada 16 kg, 12.hafta 17 kilogram. Evet ıım 2.sırada 20 kg önce, 3. Sıra 27, şimdi 4. Sırayı bulaca[ğı]m. Burası (4. Sıra 6. Haftadan 8. Haftaya artış miktarını göstererek) 1, burası (4. Sıra 8. Haftadan 10. Haftaya artış miktarını göstererek) 6. Şimdi 1 arttı 18, 6 artış 24…*

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki öğrencilerden Demet haftalar arasındaki artışı sırasıyla 10. haftaya ekleyerek ilk olarak 11. haftayı ve diğer artışı da 11. haftaya ekleyerek 12. haftaya ait ağırlığı bulma işlemi olarak geliştirdikleri örüntü sistemini 3. sıra üzerinde uygulamaya devam etmektedir. Farklı bir varsayım geliştirmeye çalışan İrem ise bu varsayımı çift ilerleyen haftalar (6. 8, ve 10. hafta) arasındaki tabloda yer almayan diğer haftalardan 7. ve 9. Haftaları belirlemek suretiyle bir model geliştirmeye çalışmaktadır. Bu model, haftalar arasındaki artış miktarlarını "*ikiye bölerek"* 6. ve 7. haftalara *"dağıtarak*" diğer haftaları bulmayı içermektedir (Şekil 19) . Haftalar arasındaki artışları ikiye bölerek 7. haftayı ve 9. haftayı bulmak istese de 4'ün ikiye bölünmesine rağmen 3'ün ikiye "*kalanlı*" bölündüğünü ifade ederek geliştirmeye çalıştığı bu modelinden "*kalanlı bölme işleminden*" dolayı vazgeçmiştir. Demet'in ise tahmin işlemine devam ettiği ve son sıra olan *Sıra 4* üzerinde, geliştirdiği örüntü sistemini uygulayarak *Gün Işığında* tablosuna ait 11. ve 12. haftalara ait fasulye ağırlıklarını bulma işlemini tamamlamıştır (Şekil 22). Bu sırada bireysel olarak ayrı çalışan Asya bir örüntü geliştirdiğini ifade ederek bunu aşağıdaki gibi açıklamış ve çalışma kağıdı şekil 17'de verilmiştir:

> **Asya:** *İkisinin de düşünemediği şey bunların (6. Hafta sütununda her sırayı göstererek) arttığını gördünüz ama hiç baktınız mı 1. Sırada 2. Sıraya ne kadar fark var? Ben şu an örüntüyü oluşturmaya çalışıyorum da mantık kurmaya çalışıyorum da aşırı konuşuyorlar dikkatimi dağıtıyorlar.*
>
> **Asya:** *Gölgeyi buldum yalnız ben ama 4. Sıranın altını ben neden bulduysam anlamadım. Ben 5. Sırayı buldum. 5. Bir sıra olsaydı o benim bulduğum gibi olurdu.*
>
> **Araştırmacı:** *Sen sırayı mı buldun şimdi? Soru ne diyordu?*
>
> **Asya:** *Meğer hafta olacakmış!*
>
> **Asya:** *Şimdi ben böyle aşağı doğru yaparken hesapladım ya aynı onda da 5. Sırayı bulacaktım ama farklı bir teknikle şöyle yaptım: bunların arasında -1, -1, +1 var. Eğer örüntü halinde bir şey yaparsak 11. Hafta -1 olacak, diğeri de -1 olacak ama şöyle olacak onu sadece desteklemek için olacak. Şu şekilde; mesela…*
>
> **Araştırmacı:** *Ben anlamadım ?*
>
> **Asya:** *Öğretmenim anlat[ayı]m mı?*
>
> **Asya:** *9, 8'den bi[r] tane eksilmiş bu tarafa (gün ışığı tablosunda 6. Haftada 1. Sıradan 2. Sıraya geçişi göstererek) geçerken, 12'den 11 (gün ışığı tablosunda 8. Haftada 1. Sıradan 2. Sıraya geçişi göstererek) 1 eksiliyor. 13'ten 14 bir artıyor (gün ışığı tablosunda 10. Haftada 1. Sıradan 2. Sıraya geçişi göstererek). Örüntü şeklinde yaparsak şu tablo şöyle oluyo[r] (arka sayfaya tablo çizerek)… 11 ve 12, -1 olacak (*

11. Haftanın altına yazarak), burası da -1 olacak (12. Haftanın altına yazarak). Şöyle -1, -1, +1. -1, -1, +1.

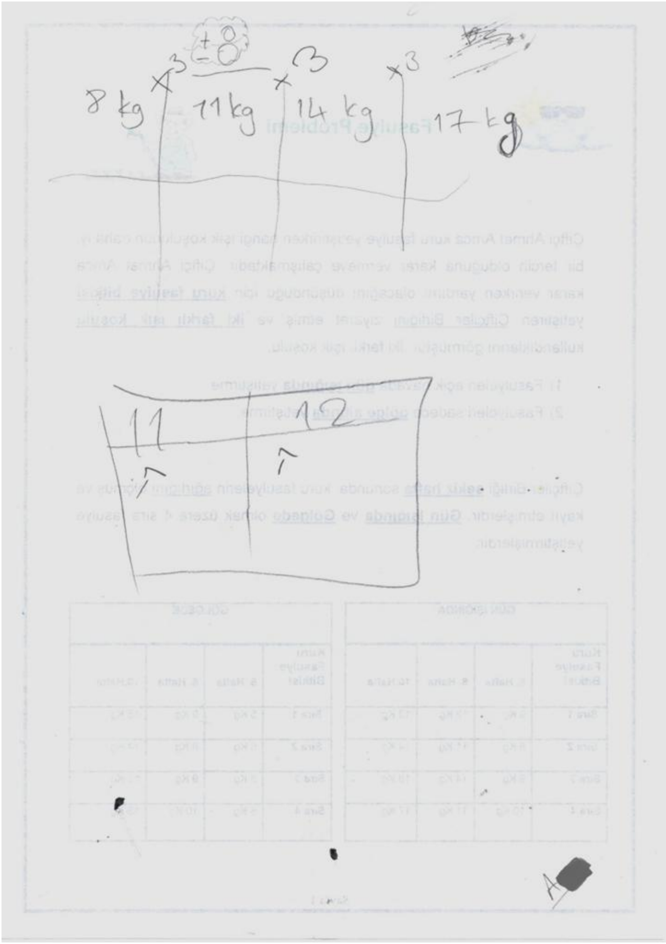
Asya: *Ben benim tekniğimle sağlayacağım şimdi (yukarıda belirttiği -1,-1,+1). Gün ışığı on yedi! Örüntüye uymuyor!*

Yukarıdaki alıntılar incelendiğinde Asya grup arkadaşlarından farklı olarak her üç haftanın fasulye *sıraları arasındaki artışları dikey* şekilde inceleyerek bir örüntü geliştirmiştir. Bu örüntü ile "*4.sıranın altını*" yani problemde istenenden farklı olarak *Sıra 5'i* tahmin ettiğini fark etmiştir. *Gün Işığında* tablosundaki *6. Haftanın* sıralar arasındaki artış miktarlarını kullanarak geliştirdiği örüntüsünü *12. Haftayı* tahmin etmek için kullanarak örüntüsünü test etmek istemiştir. Demet'in geliştirdiği model olan *11. Hafta* üzerinden *12. Haftayı* tahmin etme işlemini kullanarak kendi bulduğu artışları sırasıyla *10. Haftaya* ve *11. Hafta* eklemiştir. Bu şekilde kendi örüntüsünü grup arkadaşlarınınkini "*desteklemek*" için kullanmış fakat "*sağlamadığını"* fark etmiştir (Şekil 18).

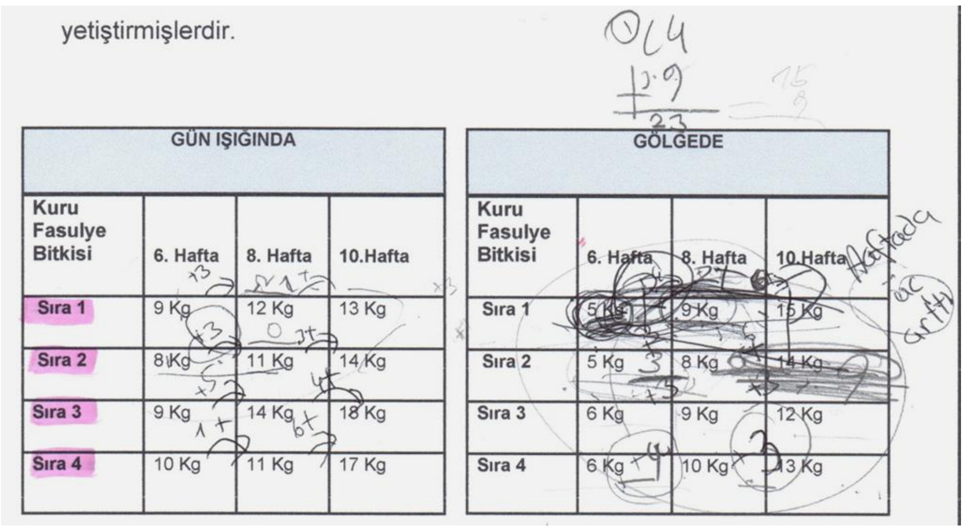
GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

Şekil 17: 1. Asya'nın Çalışma Kağıdı



Şekil 18: Asya'nın Grup Arkadaşlarının Oluşturduğu Modelle Kendi Modelini Karşılaştırması

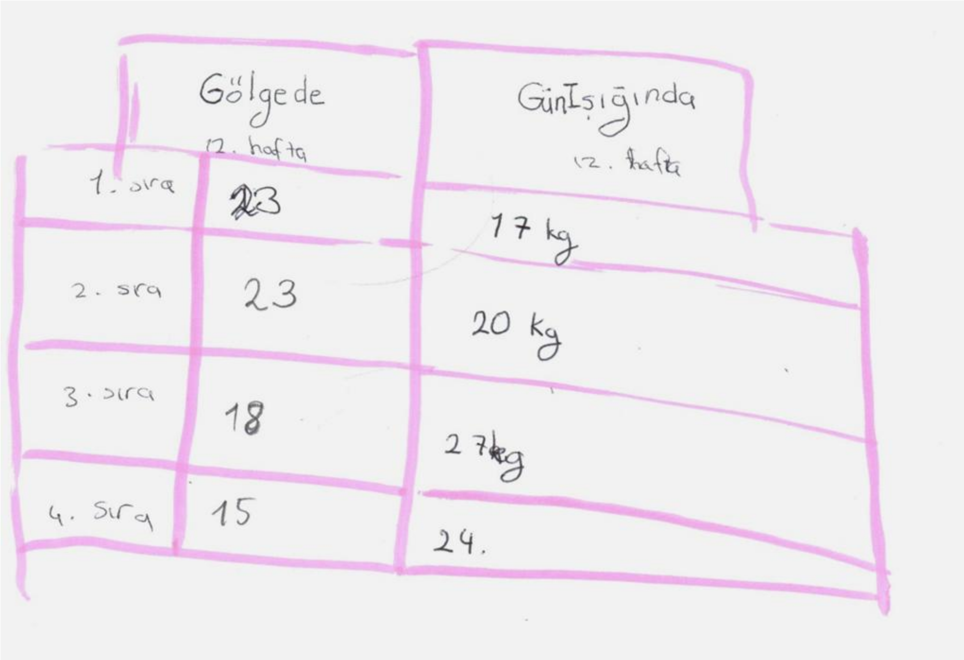


yetiştirmişlerdir.

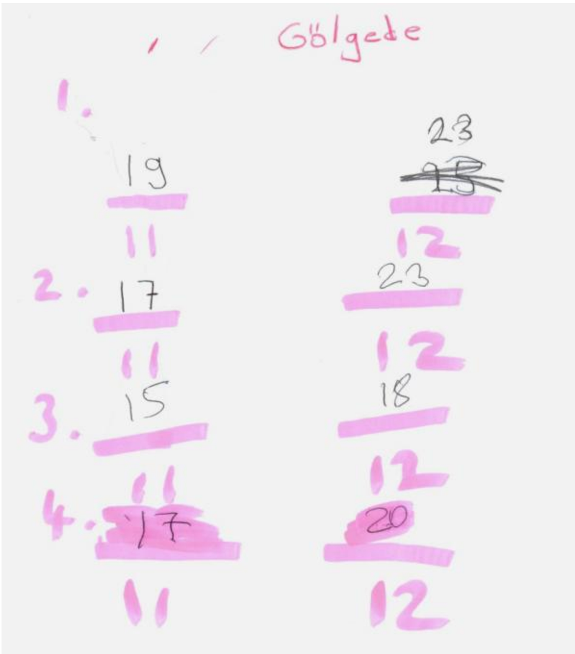
GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

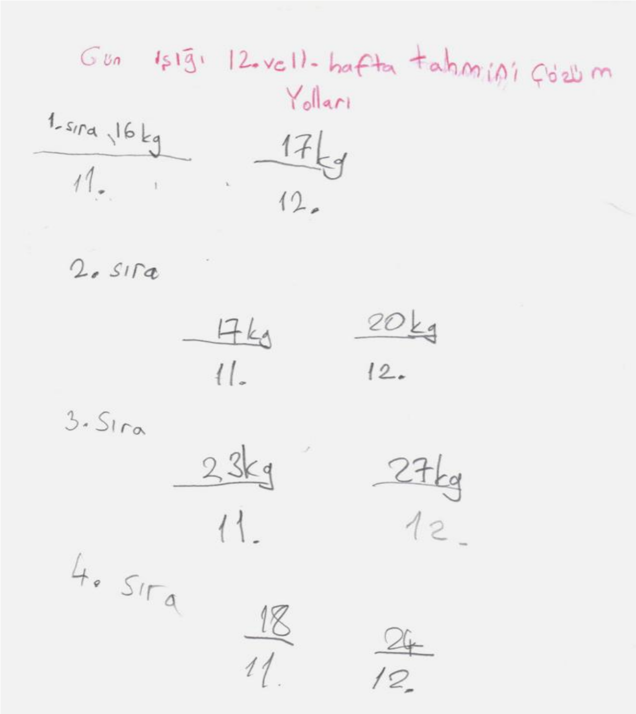
Şekil 19: Odak Grubun Haftalar Arası Artışı Gösterdikleri Çalışma Kağıtları



Şekil 20 Birinci Odak Grubun Her İki Işık Koşulu İçin Buldukları 12. Hafta Fasulye Ağırlıklarını Gösterdikleri Tablo



Şekil 21: Birinci Odak Grubun Gölgede Tablosu için 12. Hafta Fasulye Ağırlıklarını Belirledikleri Çalışma Kağıtları



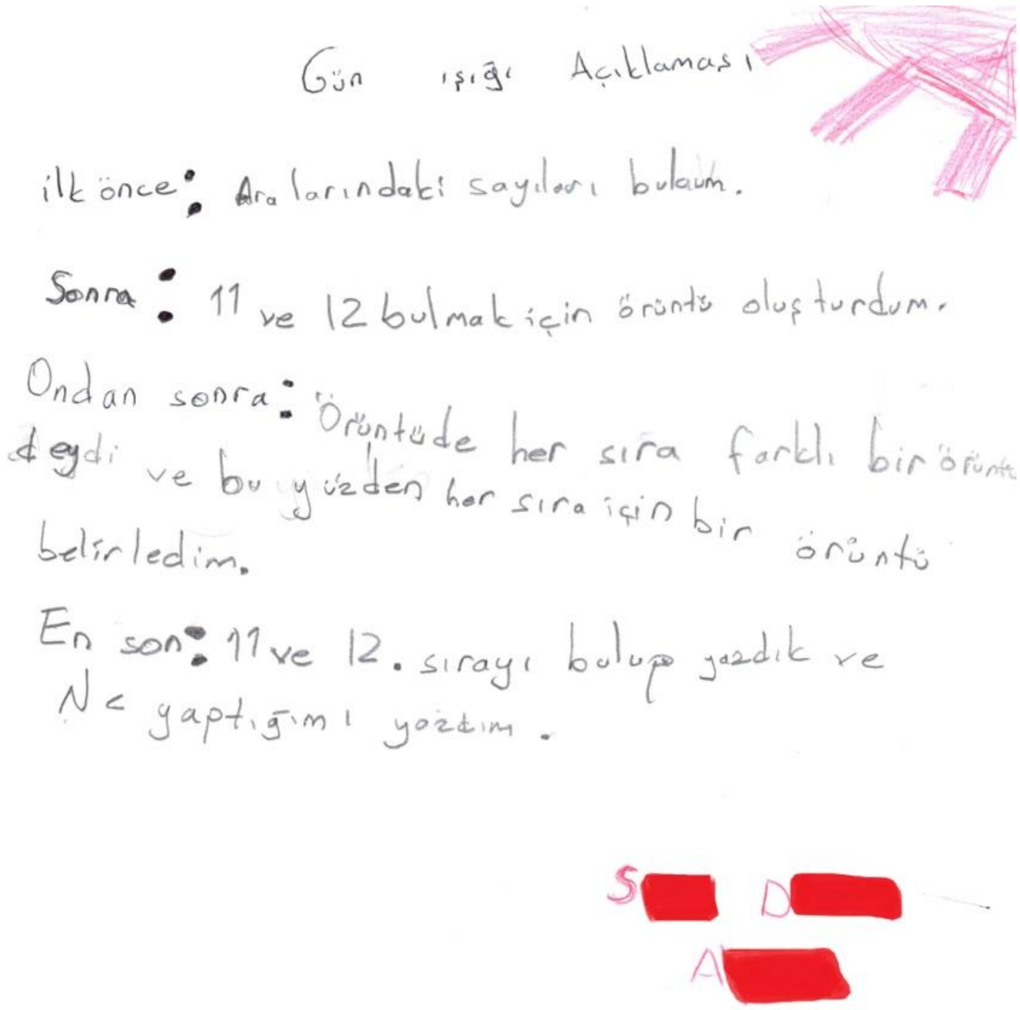
Şekil 22: Birinci Odak Grubun Gün ışığında Tablosu için 12. Hafta Fasulye Ağırlıklarını Belirledikleri Çalışma Kağıtları

5.1.2.6 Sonucu Açıklama (2. Görev)

Problemin ikinci görevi olan *12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarının tahmini* ile ilgili öğrenciler bir model geliştirmişler ve görev dağılımı ile Demet ve İrem sırasıyla *Gün Işığında* ve *Gölgede* tabloları için ayrı şekil 23 ve şekil 24'deki mektupları yazarak ikinci göreve ait modelleme sürecini rapor yazma işlemiyle tamamlamışlardır. Bu sırada grup üyelerinden Asya ise ilk görev için yazdıkları raporu Şekil 23'deki gibi tekrar düzenlemiş ve araştırmacıya aşağıdaki gibi okumuştur:

> ***Asya:*** *Ok[uyayı]m mi öğretmenim? İyi fasulye ağır olandır ve tabloları karşılaştırınca bu, bir düşük ve bir eşitlik dışında en ağırdır. Biz de bunu seçtik. En uygun olmayan gölge! Nedeni çünkü Ahmet amca verim istiyor çok fasulye istiyor bu yüzden bunu seçemedik.*

Yukarıdaki alıntı gösteriyor ki öğrencilerin tablolardaki ağırlıkları *karşılaştırarak* istenilen sonuca ulaşmışlardır. Problemin anlama basamağında karşılaştıkları, ilgili kişinin fasulyeyi nasıl istediği ile ilgili olarak sorunu "*verim istediği*" için "*çok fasulye*" istiyor şeklinde yorumlamışlardır.



Şekil 23: Birinci Odak Grubun Fasulye Problemi Modelleme Etkinliğinin İkinci Görevine Ait Raporları (*Gün Işığı* Tablosu için)

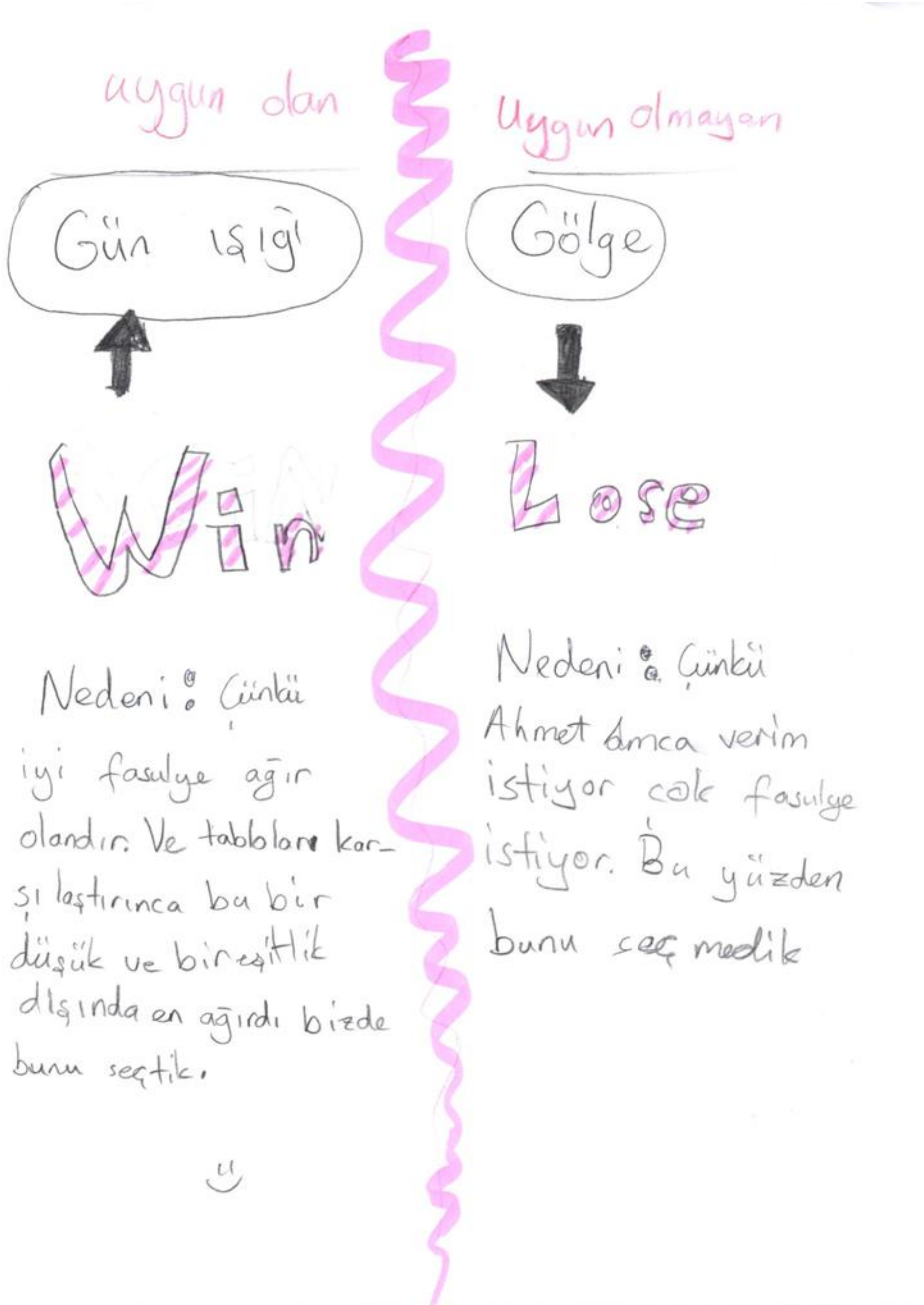
Gölgeyi nasıl bulduk (12. hafta)

12. haftanın sonunda bitkilerin ağırlığını bulmak icin önce şunu yaptık:

Orada bir örüntü vardı. 2 hafta geçeceğine göre artan ağırlığı ikiye böldük. Örnek:

1. sırada 4 vardı. Demekki 11. haftada 2, 12. haftada 2 büyümüş.

Şekil 24: Birinci Odak Grubun Fasulye Problemi Modelleme Etkinliğinin İkinci Görevine Ait Raporları (*Gölgede* Tablosu için)



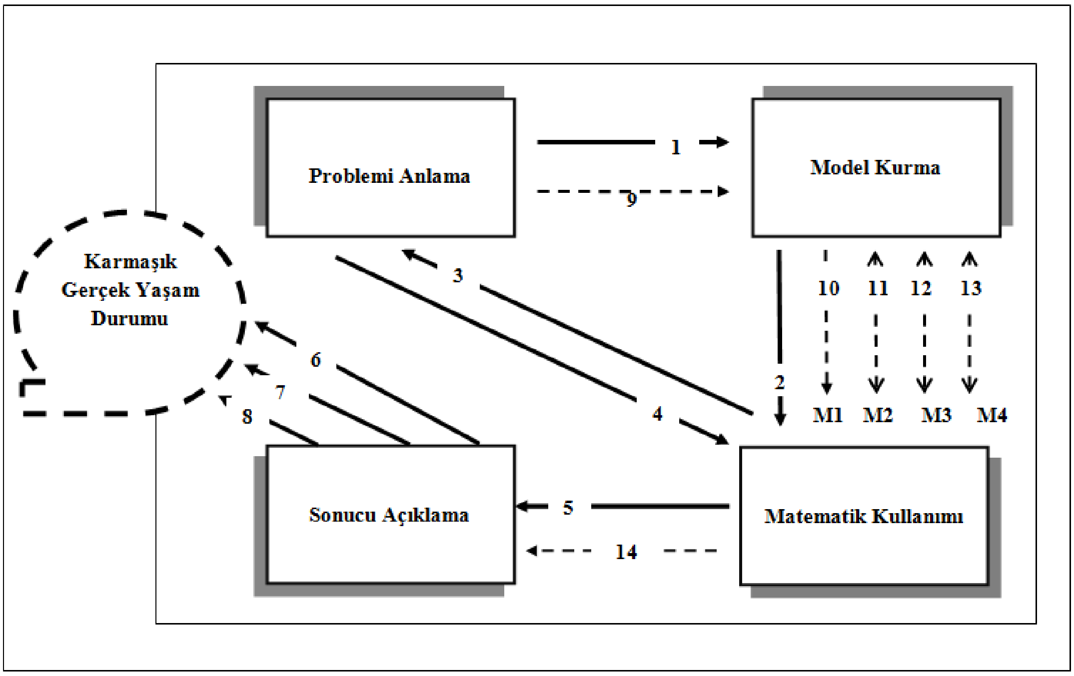
Şekil 25: Birinci Odak Grubun Fasulye Problemi Modelleme Etkinliğinin Birinci Görevine Ait Yeniden Düzenledikleri Raporları

5.2 Birinci Odak Gruba Ait Süreç Analizi

İlköğretim 4. sınıf öğrencilerinden Asya, Demet ve İrem'den oluşan birinci grubun, F*asulye Problemi'nin* ilk görevi üzerindeki matematiksel model oluşturma sürecinde ilk olarak, fasulyelerin ağır mı yoksa hafif mi daha iyi olacağı sorularını yönelterek problemi anlamaya çalışmışlardır. Grup bu soruya kendi aralarında tartışarak çözüm üretmek yerine araştırmacı ile sonuca varmaya çalışmıştır. Net bir yanıt alamayan grup problem durumunu tam olarak anlamlandırmadan her iki veri tablosundaki fasulye sıralarının 6., 8. ve 10. hafta ağırlıklarını karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırma sonucunda *Gün Işığında* yetişen fasulyelerin 6. ve 8. haftada *Gölgedeki* fasulyelerden daha ağır olduğunu, 10. haftada ise *Gölgedeki* bir fasulye sırasının gün ışığındaki fasulyeden daha ağır ve diğer bir sıranın da eşit olduğunu belirterek çiftçinin ağır ya da hafif tercihine göre karar vermeye çalışmışlardır. Öğrencilerin, çiftçinin isteği doğrultusunda kararlarını şekillendirmeye çalışmaları problemi anlamakta zorlandıklarını ve *çok ürün* kavramını farklı anlamlandırdıklarını göstermektedir. Araştırmacı bu durumlarda sık sık araya girip sorular sorarak öğrencilerin problem üzerinde çalışmalarının devamını sağlamıştır. Sonunda öğrenciler *Gün Işığında* yetişen fasulyelerin daha ağır, *Gölgede* yetişen fasulyelerin de daha hafif olduğunu belirterek problemi sonlandırmışlardır. Araştırmacı bu aşamada tekrar grup tartışmasına katılarak öğrencilerin düşüncelerini daha açık bir şekilde ifade etmelerini sağlamak amacıyla uyarılarda bulunmuş ve sonuca nasıl vardıklarını açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler yalnızca tablolardaki gün ışığı ve göldeki aynı sıradaki fasulye ağırlıklarını haftalara göre karşılaştırmış ve herhangi bir matematiksel işlem yapmadan sonuca vardıklarını belirterek durumu çiftçi Ahmet amcaya bir mektup yazarak ilk görevlerini tamamlamışlardır. Bir öğrenci, mektubu yazarken gruptaki diğer öğrenciler bireysel olarak düşüncelerini ifade etmişler ve problemi günlük yaşam durumu ile ilişkilendirerek kendi fikrinin de *gün ışığı* olduğunu vurgulamışlardır. Süreç boyunca problem üzerinde sadece bir öğrencinin sürekli çalıştığı diğer grup üyelerinin ise problemin çözümü esnasında zaman zaman sessiz kaldıkları, dikkatlerinin dağıldığı ve araştırmacıya problemin dışında sorular yönelttikleri gözlemlenmiş olup bu durum öğrencilerin beraber ortak fikirler üretmek amacıyla grup çalışması yapmakta güçlük çektikleri şeklinde yorumlanmıştır.

Problemin ikinci görevi olan 12. haftaya ait fasulye ağırlıklarının bulunması sırasında ise Demet'in problem üzerinde odaklanmasıyla süreç başlamıştır. Problem üzerine yoğunlaşan öğrenci ilk olarak soruda 12. Haftanın yer almadığına dikkat çektikten sonra 11. Haftanın bilindiği takdirde 12. Haftanın da bulunabileceğini ifade ederek 11. ve 12. Haftayı bulmak için bir örüntü geliştirmeye çalışmıştır. Örüntü için fasulye sıralarının haftalar arasındaki artış miktarlarını tablo üzerinde bulduktan sonra artış miktarlarını sırasıyla 10. Haftaya ekleyerek 11. Haftayı ve 11. Haftaya ekleyerek de 12. Haftayı bulmuştur. Bu geliştirdikleri modeli bir öğrenci *Gün Işığında* tablosunda diğer bir öğrenci de *Gölgede* tablosunda uygulayarak 12. Hafta ait fasulye ağırlıklarıyla ilgili matematiksel işlemler üzerinde çalışırken diğer grup üyesi Asya ise kendi modelini bireysel olarak geliştirmeye çalışmıştır. İrem modelin matematiksel işlemleri üzerinde çalıştığı esnada 6. ve 8. Haftalar arasındaki fasulye *artışlarının ortalaması* alınarak *tabloda olmayan 7. ve 9. Haftanın* da bulunabileceğini düşüncesini savunmuştur. Haftalar arasındaki artışların ortalamasında *tek sayıların ikiye tam olarak bölünmesinde* zorlanarak bu işlemden vazgeçmiş ve Demet'in geliştirdiği modeli kabul ederek tablo üzerinde uygulamaya devam etmiştir. İrem'in *tam bölmeye* odaklanması ve *ondalık kesir* kavramına ait yeterli ön bilgiye sahip olmamasından dolayı geliştirmeye çalıştığı modelden vazgeçmiş olabilir. Bu süreçte Asya grup çalışmasına katılmayarak bireysel olarak çalışmaya devam etmiş ve farklı bir model geliştirmeye çalışmıştır. Bunun için arkadaşlarından farklı olarak her bir haftanın, *fasulye sıraları* arasındaki ağırlık farklarını bularak bir başka deyişle sütunları dikey olarak inceleyerek bir örüntü geliştirmeye çalışmıştır. Bu geliştirdiği model sonucunda problemde istenilen 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarının tahmini yerine tabloda olmayan *Sıra 5* fasulyesine ait haftalara göre ağırlıkları bulduğunu fark eden Asya istenileni bulmanın işe yaramadığını düşünerek bu modelden vazgeçmiştir. Vazgeçtiği model üzerinde bireysel çalışmasına devam eden Asya, farklı bir strateji geliştirdiğini ifade ederek kendi modeli ile grup arkadaşlarının modeli sonucundaki 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarını karşılaştırmış ve sonuçlarını doğrulamaya çalışmıştır. *Gün Işığında* tablosunun *Sıra 1* ve *Sıra 2* fasulyelerinin haftalar arası farklarını -1, -1, +1 olarak belirleyen Asya, *11. ve 12. Haftayı* bulmak için sırasıyla *10. ve 11. Haftaya* -1 eklemiş ve Demet'in bulduğu sonuçla aynı değerde olmadığını ve sağlamadığını belirterek bu modelden de vazgeçmiştir. Süreçte Demet'in geliştirdiği model kullanılarak *Gün Işığında* ve *Gölgede* tablosundaki 12. Haftaya ait ağırlık değerleri bulunmuş ve öğrenciler modellerini çiftçi Ahmet amcaya açıkladıkları mektubu yazarak süreci tamamlamışlardır.

Grup üyelerinin modelleme süreci boyunca takip ettiği aşamalar şekil 26'de gösterilmiştir.



Şekil 26: Birinci Odak Gruba Ait Model Oluşturma Sürecinde Takip Edilen Aşamalar

: 1. Görev sırasında öğrencilerin düşünme süreçleri

: 2. Görev sırasında öğrencilerin düşünme süreçleri

5.3 İkinci Odak Gruba İlişkin Bulgular

Odak grup çalışmasında yer alan, öğrencilerin modelleme problemi üzerinde geliştirdikleri matematiksel düşünceler ve ortaya koydukları yazılı işlemler gerçekleştiği sırasında aşağıda sunulmuştur. Grup içinde yer alan erkek öğrencilere gerçek olmayan Arda, Batu ve Mert isimleri verilmiştir.

5.3.1 Model Oluşturma Süreçleri

5.3.1.1 Problemi Anlama ⟶ Matematik Kullanımı (1.Görev):

Öğrencilere iki kısımdan oluşan model oluşturma etkinliği dağıtıldıktan sonra öğrenciler arasında aşağıdaki şekilde bir konuşma gerçekleşmiştir:

> **Batu:** *Herkes kendi okusun bi[r] okusun anlasın.*
>
> **Arda:** *Acaba gübre atmış mı?*

Grup üyeleri problemi bireysel olarak okumuş ve anlamaya çalışmışlardır. Arda fasulye sıralarının haftalara göre ağırlık farklarının *"gübreden"* kaynaklı olup olamadığını sorgulamış fakat diğer grup üyeleri bu soruya sessiz kalarak yanıtsız bırakmışlardır. Devamında öğrenciler arasında aşağıdaki şekilde bir tartışma gerçekleşmiştir:

> **Mert:** *Bence ilk olarak şunların (gün ışığı tablosundaki verileri göstererek) hepsini bi[r] toplayalım. Bence ilk olarak dediğim gibi toplayalım.*
>
> **Batu:** *Toplayalım sonra en verimli olana bakarız. Zihinden yaptığım az da olsa yanlış olabilir. Ben şunu şu şekilde topl[a]y[ayı]m. 17, 18…36 (gün ışığı verilerini haftalara göre dikey olarak topluyor).*
>
> **Mert:** *36 doğru yapmışsın.*
>
> **Batu:** *7,8 bu da 4. "kg'leri" de yazalım da ml (mililitre) olmasın (gülerek).*
>
> **Mert**: *Batu'cu[ğu]m bu nasıl 4?*

Batu: *Tamam yanlış yapmış olabilirim.*

Mert: *Şu ikisi 20.*

Batu: *Bak bu 7 oldu. Bu 15.*

Mert: *Bak şu 1'le 3 toplarsak…*

Batu: *İşte 22 oluyo[r]!*

Mert: *Hayır!*

Batu: *Hayır bunların sadece birliklerinin toplamı 22!*

Mert: *Hee! Ama ilk sıra pardon 6. Hafta daha verimsiz.*

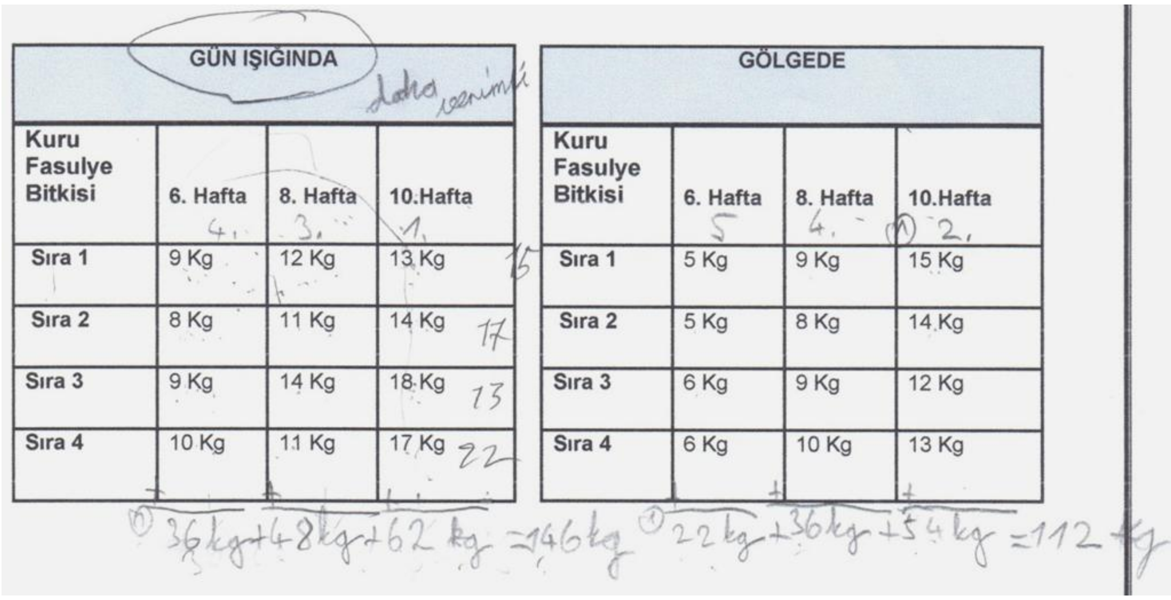
Batu: *Bence gün ışığını seçece[ği]z gibime geliyor!*

Mert: *Ama düşününce evet heh o daha fazla (gün ışığı tablosunu göstererek).*

Batu: *Hangisi daha fazla?*

Mert: *Şu (gün ışığı tablosunu göstererek).*

Batu: *Ehh işte gün ışığı! Bi[r] de bunları (her haftaya ait buldukları ağırlıkları göstererek) toplamamız gerekecek ama onu sonra yaparız.*



daha verimli

GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

36kg+48kg+62 kg =146kg 22kg+36kg+54kg =112 kg

Şekil 27: İkinci Odak Grubun İlk Göreve Ait Çözüm Kağıtları

Yukarıdaki alıntılar ve çalışma kağıdı gösteriyor ki öğrenciler problem üzerinde doğrudan matematiksel çözüme odaklanmışlardır. Öğrenciler ilk olarak her iki tablodaki fasulye ağırlıklarını *"toplamını"* bularak hangi ışık koşulunun *"daha verimli"* olduğuna karar vermeye çalışmışlardır. İlk olarak *Gün Işığında* tablosundaki fasulye ağırlıklarını haftalara göre dikey olarak toplayan Batu, bu işlemin karar vermede yetersiz olduğunu düşünmüştür. Bundan dolayı bulmuş olduğu haftalara ait fasulye ağırlıklarının toplamını ayrıca *"toplamak gerektiğini"* vurgulamıştır. Batu toplama işlemi sırasında *"gün ışığını seçeceğiz gibime geliyor"* diyerek sonuçla ilgili bir tahminde bulunmaktadır. Mert ise tabloları incelemiş ve *Gün Işığında* tablosunun *"daha fazla"* olduğunu vurgulayarak Batu'nun öngörüsünü onaylamıştır.

5.3.1.2 Model Kurma (1.Görev):

Öğrenciler problemde verilen ve tablo şeklinde sunulan (Sekıl1.1) fasulyelerin haftalara göre ağırlıklarını toplamışlar ve bir model oluşturabilmek için aralarında tartışmaya başlamışlardır. Bu süreç aşağıdaki şekilde gelişmiştir:

Batu: *Şimdi! Hangi sıra daha verimli?*

Mert: *Ne yapıyorsun şimdi?*

Batu: *Şu alttakilere (her haftaya ait buldukları ağırlıkları göstererek) göre verimli mi?*

Mert: *Sıralandırmayı mı?*

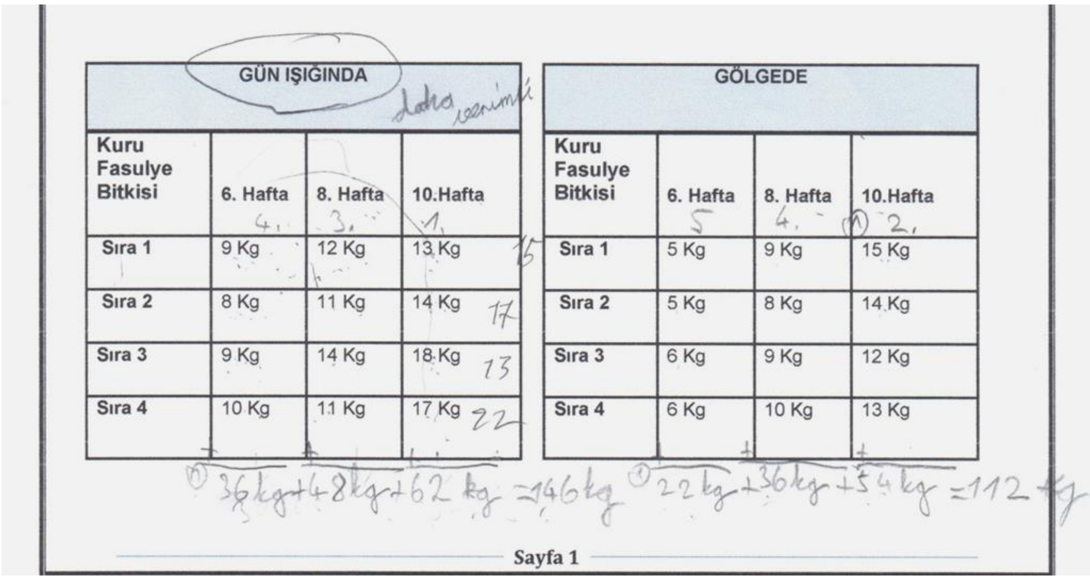
Batu: *Evet ama yalnız biz yanlış topladık! Şuraları (haftaların toplam ağırlıklarını) yana doğru toplayaca[ğı]z!*

Mert: *6 haftada 4 sıra bunda (gün ışığı tablosu 4 sırayı da göstererek) daha verimli geçmiş. Bunda (gün ışığı tablosunda) 8. hafta daha verimli geçmiş. Diğerinde (gölgede tablosunda) 4 sıra 10 hafta daha verimli geçmiş.*

Batu: *Öyle mi?*

Mert: *Buna göre bu daha verimli olacak. Mesela buna 68 dediysek (gölge tablosunda 10. Hafta ağırlıklarının toplamını göstererek) tahmini buna (gün ışığı tablosunu göstererek) 78 diyece[ği]z mesela.*

Batu: *Evet! Aynen öyle olacak çünkü bu daha verimli (gün ışığı tablosunu göstererek). Şimdi bi[r] de bunları toplayalım benim önerim (haftalara ait toplam ağırlıkları hem gölge hem de gün ışığı için toplayarak). 6, 8, 12. 2, 5, 10, 11. 8, 2, 10. 1, 3, 4, 7 (toplama işlemi yaparak)… Bak bu (gün ışığı tablosunun toplam fasulye ağırlığını göstererek) daha verimli çıkt!*



GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta	10.Hafta
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

daha verimli

① 36kg+48kg+62 kg =146kg ① 22kg+36kg+54kg =112 kg

Sayfa 1

Şekil 28: İkinci Odak Grubun İlk Göreve Ait Çözüm Kağıtları

Yukarıdaki alıntılar gösteriyor ki, her bir tablodaki fasulye sıralarının haftalara ait fasulye ağırlıklarının toplamını bulan öğrenciler bu sonuçlara göre "*hangi sıra daha verimli?"* sorusunu kendilerine yönelterek tabloları toplam fasulye ağırlıklarına göre karşılaştırarak bir karara varmaya çalışmışlardır. Bu sırada öğrencilerden Batu, ilk olarak her bir haftanın ayrı ayrı toplam ağırlıklarını bulmalarını *"yanlış topladık"* şeklinde yorumlayarak karar verebilmeleri için her iki tabloda da tüm haftaları (6., 8. ve 10. haftaları) birlikte toplama *"önerisini"* getirmiş, Mert ise *Gün Işığında* tablosu ve *Gölgede* tablosundaki dört sıraya da ait verileri *6., 8. ve 10. Haftalara* göre kıyaslayarak gün ışığının *6. ve 8. Haftalarda* "*daha verimli"* olduğunu ifade etmiştir. *10. Haftada* ise *Gölgedeki* fasulyelerin "*daha verimli*" olduğunu göz ardı etmiş ve *Gölgede* yetişen fasulyeye ait toplam ağırlık *" 68"* olduğu durumda *Gün Işığında* yetişenin *"78"* olması gerektiğini vurgulayarak *Gün Işığında, Gölgedekinden* daha ağır olacağına dikkat çekmiştir. Batu, Mert'in *Gün Işığı* ışık koşulunun *"daha verimli"* olacağı görüşüne katılmış ve toplama işlemini tamamladıktan sonra *gün ışığının* daha verimliği olduğunu toplamları karşılaştırarak da kanıtlama yoluna gitmiştir.

5.3.1.3 Sonucu Açıklama (1.Görev):

Batu fasulye probleminde birinci görevleri olan en verimli fasulyenin yetiştiği ışık koşulunun seçilmesi esnasındaki matematiksel işlemlerini ve modellerini araştırmacıya sözel olarak aşağıdaki gibi açıklamıştır:

> ***<u>Araştırmacı:</u>*** *Nasıl yaptın?*
>
> **<u>Batu:</u>** *Toplayarak hepsini… Onları topladık sonuçlarına göre mesela; burada gün ışığında daha çok verimli olmuş. Mesela eee burada 6 hafta, 8 hafta ve 10 hafta eee biz öyle ayırmadık (gün ışığı tablosunu göstererek). Komple hepsinin yaptıklarını topladık. Hangisinde daha çok verimli olmuş diye. Bunun (gün ışığı tablosunu göstererek) 146 kg çıktı. Bu (gölge tablosunu göstererek) da 112 kg çıktığı için biz bunu (gün ışığı tablosunu göstererek) daha verimli bulduk!*

Batu, her bir tabloya ait fasulyelerin ağırlıklarını *"komple toplayarak"* bir başka deyişle, fasulye toplamların haftalara göre *"ayırmadan"* en verimli ışık koşuluna karar verdiklerini belirtmiştir. Bu toplamalar sonucunda gün ışığındaki fasulyelerin ağırlıklarını 146 kg, gölgedekileri de 112 kg bulmuş olup bu değerleri karşılaştırarak *"daha çok verimli"* olan ışık koşulunu 146 kg olduğu için *Gün Işığı* seçtikleri vurgulanmıştır.

5.3.1.4 Problemi Anlama (2.Görev):

Öğrencilerin problemin ikinci kısmı olan 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarının tahmininin edilmesine yönelik ilk düşünce ile etkinliğin birinci kısmında buldukları sonuç olan *Gün Işığının* verimliliğini aşağıdaki şekilde ilişkilendirmeye çalışmışlardır:

> ***<u>Mert:</u>*** *Öğretmenim ben bi[r] de şöyle bi[r] şey düşündüm.*
>
> ***Mert:*** *mesela 4 sırada (her bir sırayı dikey olarak göstererek) 6 haftada daha verimli olmuş ve 8 haftada yine daha verimli olmuş. 10 haftada yine daha verimli olmuş.*
>
> ***<u>Batu:</u>*** *Yani artarak çıkmış!*
>
> ***<u>Mert:</u>*** *Evet. Tahmin konusunda da mesela burada (gün ışığı tablosunu göstererek) 10 hafta daha verimliyse 10 haftası buna (gölge tablosunu göstererek) göre daha verimli olacak ve bundan (gölge tablosunu göstererek) daha fazla olacak!*

Batu: *Biz ikisini birleşik gibi yapıyoruz. İşlemini yaptık bunun (problemde 1. Görevi göstererek). Şuraya (A4 kağıdına) 1. Problem yaz…*

Yukarıdaki alıntılarda öğrenciler her iki tablodaki fasulyelerin haftalara göre toplam ağırlıklarını dikey olarak karşılaştırmış ve ağırlıklarının haftalara göre *"artarak"* değiştiğini vurgulayarak gün ışığının *"daha verimli"* olduğunu ifade etmektedirler. Ayrıca öğrenciler, problemin ikinci görevine geçerken ilk görevde buldukları sonucu ikinci görev ile ilişkilendirerek gün ışığındaki fasulyelerin 10. hafta ağırlıklarının daha "*fazla"* olmasından dolayı, 12. haftadaki tahmini ağırlıklarının da gölgedekilerden "*daha fazla*" olacağını belirtmişlerdir.

5.3.1.5 Sonucu Açıklama (1.Görev):

Öğrenciler mektubu yazma sürecinde önce aralarında aşağıdaki şekilde tartışmış sonra Ahmet amcaya mektubu yazıp tamamlamışlardır (Şekil 29):

Batu: *Şimdiii! Açıklamayı ne olarak, nasıl yazalım? Biz ilk soruda ıı hangisini tercih ederiz…*

Mert: *Gün ışığı!*

Batu: *Aynen onu yazaca[ğı]m. Nedenini nasıl açıklayaca[ğı]z?*

Mert: *Çünkü; 6 hafta, 8 hafta ve 10 haftada en çok verimli olan gün ışığıdır. 6, 8, 10 haftada gölgedekinden daha verimli olan gün ışığındadır. Gün ışığında daha verimli olmuştur. Görev 2!*

Batu: *Bir dur bundan kim ne anlar! 6 haftada, 8 haftada ve 10 haftada toplam! … Hepsini topladık ve sonuç olarak 146 kg bulduk.*

Mert: *Ama gölgede olanları 112 bulduğumuz için bize gün ışığında yetişen daha mantıklı ve daha verimli gelmiştir.*

Batu: *"ama'da" diy[eyi]m evet!*

Mert: *Ama gölgede yetişenlerin toplam… Ama gölgede yetişen kuru fasulye…*

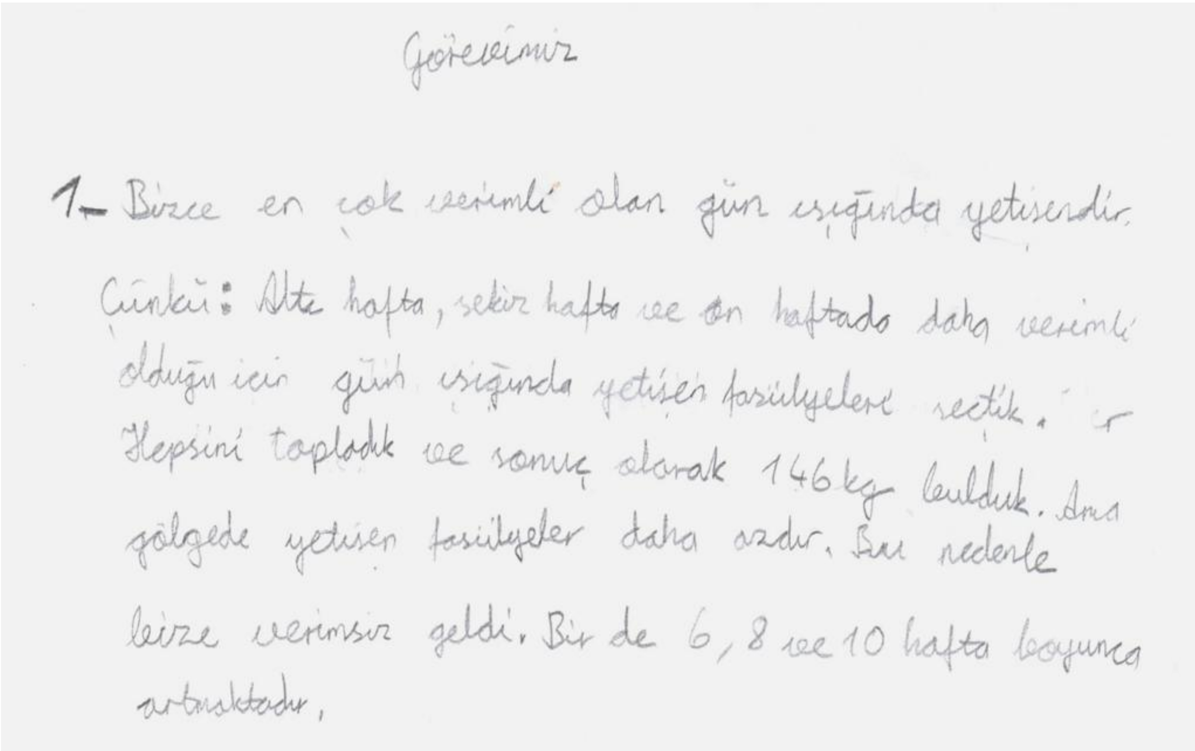
Batu*: Onları sonradan kurutuyorlar Mert!*

Mert: *Öyle mi! (şaşkın şekilde)*

Batu: *Ama gölgede yetişen fasulyeler daha azdır. Bu nedenle bize verimsiz geldi bir de 6, 8 ve 10 hafta*

Mert:*...Boyunca artmaktadır.*

Yukarıdaki alıntılarda öğrenciler çözümlerinin daha *"anlaşılır"* olması için nasıl yazabilecekleri yönünde tartışmışlardır. Öğrenciler fasulye ağırlıklarını *6, 8 ve 10. haftalara* göre *"topladıklarını"* vurgulayarak gün ışığındaki fasulye ağırlıklarının "*146"*, gölgedeki fasulyelerin ağırlıklarının *"112"* olmasından dolayı gün ışığını daha *"mantıklı"* bulduklarını belirterek mektuplarını tamamlamışlardır.



Görevimiz

1- Bizce en çok verimli olan gün ışığında yetişendir.
Çünkü: Altı hafta, sekiz hafta ve on haftada daha verimli olduğu için gün ışığında yetişen fasülyeleri seçtik. Hepsini topladık ve sonuç olarak 146 kg bulduk. Ama gölgede yetişen fasülyeler daha azdır. Bu nedenle bize verimsiz geldi. Bir de 6, 8 ve 10 hafta boyunca artmaktadır.

Şekil 29: İkinci Odak Grubun İlk Göreve Ait Sonuç. Raporları

5.3.1.6 Model Kurma (2.Görev):

Model oluşturma etkinliğinin ikinci görevi olan her iki ışık koşuluna ait tablodan yararlanarak *12. haftada fasulyelerin ağırlıklarının tahmin* edilmesi ile ilgili olarak öğrenciler doğrudan model kurmak amacıyla örüntü bulmaya çalışmışlar ve aralarında aşağıdaki şekilde bir tartışma gerçekleşmiştir:

Mert: *12. Hafta…*

Batu: *Ama nasıl bul[a]ca[ğı]z örüntü yok ki! Siz şu 12. Haftaya bakın Arda'yla ben biraz daha bak[a]ca[ğı]m şuna (1. göreve ait mektuba odaklanarak).*

Mert: *Şimdi bence… 12. Haftada 1. Sırada 13 yerine 15 olabilir mesela. Bunun nedeni 9'ken burada 12'ye çıkmış (6. Haftadan, 8. Haftaya geçişi göstererek) yani arasında 3 fark var. Ondan sonra burada (8. Hafta ile 10. Hafta arasını göstererek) 1 artmış. Ben de 3'ten 1'i çıkararak 2 buldum. 13'e de 2 ekledim ve böylece 15 oldu benim mantığım bu!*

Batu: *Peki aynı mantığı bunlarda da (diğer sıraları göstererek) kullanabiliyo[r] musun?*

Mert: *Onlarda da farklı mantık bul[a]ca[ğı]m belki! Sen nerden biliyo[rsu]n! Buna da (sıra 2'yi göstererek) burada (sıra 2, 6. Hafta ile 8. Hafta arasını göstererek) farkındaysanız burada (sıra 2, 8. Hafta ile 10. Hafta arasını göstererek) da üç gidiyor bunu da 3 yaparak 17 yapmak istiyorum. Burada 1, burada 6 geliyor (sıra 4'ü göstererek). 6, 1 çıkarsa farkları 5 oluyo[r], 17, 5 eklersek 22!*

Batu: *Burada 6… 3 yapmış! Burada 6 üç yapmış. Burada +9, 5 yapmış …(gün ışığı tablosunda sıraların haftalara göre artışlarını yazarak)*

Mert: *Burada nasıl 5 yapmış. 12 ile 9'un arasında kaç var Batu!*

Batu: *Akıllı ben orayı mı diyorum!*

Mert: *Nereyi diyorsun bakalım!*

BATU: *Şu şu! 11'le 3 var (2. Sıra 8. ve 10. hafta arasındaki artışı göstererek). 4 artıyo[r], 5 artmış, 4 artmış…*

Mert: *Heeeee!*

Arda: *Heeee şimdi anladım!*

Batu: *2, 1, 2, 3, 5, 1. Onuncu haftada mantığı buldum da…*

Arda: *Örüntü şeklinde herhalde!*

Yukarıdaki alıntılardan öğrencilerin *Gün Işığında* ve *Gölgede* tablosundaki nicel veriler arasında bir ilişki aradıkları anlaşılmaktadır. Batu, sayılar arasında bir *"örüntü olmadığını"* belirterek 12. Haftayı tahmin etmeleri için varsayımlarda bulunmaya çalışırken Mert ise haftalar arasındaki fasulye artışlarını yatay bir şekilde değerlendirerek bir *"mantık"* geliştirmeye çalışmaktadır. Bu *"mantık"* haftalar arasındaki artış miktarları olan 3 ve 1 kg'nin arasındaki farkı (2 kg) *10. Haftaya* ekleyerek *12. Haftanın* (15 kg) tahmin edilmesini içeren bir varsayımdan oluşmaktadır. Bu sırada Batu, Mert'in *Gün Işığında* tablosunun *Sıra 1* fasulyesinin *12. Hafta* ağırlığını tahmini sırasındaki "*mantığının"* diğer sıralarda da *"kullanılabilir"* oluşunu sorgulayarak geliştirecekleri *"mantığın"* genellenebilir olması gerektiğini vurgulamıştır. Mert'in ise her sıra için *"farklı bir mantık"* bulmaya ve her fasulye sırasının haftalara göre artışı hakkında yeni bir örüntü geliştirmeye çalıştığı anlaşılmaktadır. Sonrasında Batu her iki ışık koşulu için de fasulye sıralarının haftalar arasındaki artış miktarlarını tablo üzerinde göstermeye çalışırken Arda ise arkadaşlarının tartışmasını sonuna kadar sessiz olarak takip etmiştir. Bu haftalar arasındaki fasulye ağırlıklarının değişiminin gösterildiği etkinlik kağıdı (Şekil 30) aşağıda verilmiştir:

GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta +3	10.Hafta +1
Sıra 1	9 Kg	12 Kg +3	13 Kg +3
Sıra 2	8 Kg	11 Kg +5	14 Kg +4
Sıra 3	9 Kg	14 Kg +1	18 Kg +6
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	6. Hafta	8. Hafta +4	10.Hafta +6
Sıra 1	5 Kg	9 Kg +3	15 Kg +6
Sıra 2	5 Kg	8 Kg +3	14 Kg +3
Sıra 3	6 Kg	9 Kg +4	12 Kg +3
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

Şekil 30: İkinci Odak Grubun Haftalar Arasındaki Fasulye Ağırlıklarının Değişiminin Gösterildiği Etkinlik Kağıdı

Batu, Şekil 30'da da gösterildiği gibi her iki veri tablosu üzerinde, fasulye sıralarının haftalar arasındaki ağırlık değişimlerini bireysel olarak hesapladıktan sonra araştırmacıya *"örüntü bulmaya"* çalıştığını aşağıdaki şekilde açıklamıştır:

> ***Araştırmacı:*** *ne yapıyorsun Batu?*
>
> ***Batu:*** *Örüntü bulmaya çalışıyorum! Hani öğretmenim ben mantıken burada 3 artmış, burada 1 artmış. Ben de öbüründe de nasıl olsa iki hafta sonra 3 artmış, 1 artmış yapaca[ğı]m. Hani belki öyle bulurum diye! Hani örüntü gibi ol[a]cak. Hiç böyle çalışmadığımız için sürekli sonucu belli olan işlemlere odaklanıyoruz.*

Yukarıdaki alıntıda Batu'nun yalnızca *Gün Işığında* tablosunun *Sıra 1* fasulyesinin haftalara göre artışlarına odaklanarak bir "*örüntü*" geliştirmeye çalışmaktadır. Fasulyelerin haftalara göre ağırlıklarının verildiği tabloları kullanarak 12. Haftanın tahmin edilmesi sürecinde Batu matematik derslerinde *"sürekli sonucu belli olan işlemlere"* odaklandıklarını vurgulayarak bu tür problemlerle "*çalışmadıklarını*" belirtmiştir. Sık sık odaklanma sorunu yaşayan öğrenciler bu aşamada çalışmalarına kısa bir süre ara verdikten sonra aralarında aşağıdaki şekilde yeni bir tartışma başlamıştır:

> ***Batu:*** *Şimdi mantık düşünmeye çalışıyorum. Öğretmenim hepsinde mantık kurdum! Eee bitek şunda kuramadım.*
>
> ***Araştırmacı:*** *Ne yaptığını söyle de anlasınlar!*
>
> ***Batu:*** *Tamam. Şimdi dokuzla 12'nin arasında 3 var. Burada da 12'yle 13'ün arasında 1 var (gün ışığında tablosu, sıra 1'deki haftalar arası artışı göstererek). Ben de bi[r] daha bundan sonrada iki hafta sonra oluyo[r] ya hani gene 3, 1 arttıralım diyorum. 10 hafta, 8… 2'şer arttığı için ben de hani bi[r] tane daha bulaca[ğı]z yani 3, 1 arttı ben bi[r] tane daha 3 arttıralım öbüründe… Hani bura 13'se… Hani sonuncusu 13'se 3 arttırdığımızda 16 bulaca[ğı]z! Ben öyle diyorum!*
>
> ***Araştırmacı:*** *Siz ne diyorsunuz?*
>
> ***Mert:*** *Bence şöyle bir şey düşünebiliriz 9'la 12'nin arasında 3 var! Biz burada 2 azalıyo[r] ya. 2 azalıp tekrar artıyo[r] ya. O zaman bi[r] de şöyle düşünebiliriz; arasında 2 olduğundan oraya (10. Haftaya) 2 ekleriz (gün ışığı tablosu, sıra 1'deki haftaların artışları arasındaki fark). 14. Haftayı da bul deseniz rahat bulurum.*
>
> ***Batu:*** *Ama bi[r] şey söyl[eyeyi]m. Bence burada bi[r] hafta daha koysaydı senin mantığını kullanamazdık!*
>
> ***Mert:*** *14. Haftayı sorsaydı çok rahat kullanırdık.*
>
> ***Batu:*** *İşte belki 2'den 2 çıktı sıfır… 3'le 1 var ama 1'den sonra bi[r] sayı yok. Oraya sıfır koyamayacağıma göre [y]ine 1 koyarsın. Arasındaki fark yok (gün ışığında*

tablosunda sıra 2 fasulyelerin haftaları arasındaki farkları göstererek). Hiç eklemeyecek miyim?

Mert: *tamam.*

Yukarıdaki alıntılarda öğrenciler her bir sıradaki fasulyelerin haftalar arasındaki artış miktarlarını kullanarak bir *"mantık düşünmeye"* çalışmaktadırlar. Öğrencilerden Batu, bu artışların hesaplanmasında bireysel çalışırken grup arkadaşlarının kendi aralarındaki konuşmalarından dolayı araştırmacı araya girerek Batu'dan arkadaşlarına *"ne yaptığını"* anlatmasını istemiştir. Batu, yalnızca *Gün Işığında* tablosu *Sıra 1* fasulyesinin haftalara göre artış miktarları üzerine odaklanarak 12. Haftaya ait ağırlığı tahmin etmeye çalışmaktadır. Arkadaşlarına *6. ve 8. Haftalar* arasındaki artışı 3, *8. ve 10. haftalar* arasındaki artışı 1 bulduktan sonra sırasıyla *10. Haftadan* sonraki fasulye artışlarının da aynı şekilde 3 ve 1 olması gerektiğini ifade etmektedir. Tablodaki haftaların da *"ikişer arttığını"* vurgulayarak *10. Haftadaki* fasulye ağırlığına, *6. ve 8. Hafta* arasındaki artış miktarı olan "3'ü" ekleyerek *12. Haftayı* bulacaklarını belirtmiştir. Mert ise haftalar arasındaki artışlarında (3 ve 1 kg) "*azalarak"* arttığına (2 kg) dikkat çekerek bu farkı (2 kg'yi) 10. Haftaya ekleme varsayımında bulunmuştur. Batu, haftalar arasındaki ağırlık farklarının eşit olduğu durumlarda, ağırlık artışları arasındaki farkın *"sıfır"* olacağını ve sıfırı 10. Haftaya *"koyamayacağı"* için başka bir deyişle ekleyemeyeceği için bu varsayımı *"kullanılamayacağını"* belirterek Mert'in görüşüne karşı çıkmıştır. Bu tartışmadan sonra öğrencilerin dikkatleri sık sık dağılmış ve probleme bir süre ara verdikten sonra aralarında aşağıdaki şekilde yeni bir konuşma gerçekleşmiştir:

Mert: *Benim dediğim 13'e 2 eklemek!*

Arda: *Öğretmenim burada (gün ışığı tablosunda sıra 1, 6. ve 8. Hafta arasındaki artışı göstererek) 12'nin arasında 3 fark var! Bizde 12 ile 13'ün arasında 1 fark var. Biz bunu örüntü haline getirseydik diye düşünüyorum. Hani 3 fark var ya hani bunların arasında… 3 fark var, 1 fark var…*

Batu: *Hangisinde?*

Arda: *9 kg ile 12 kg arasında 3 fark var. 12'yle 13'ün arası 1 kg var. (gün ışığı tablosunda sıra 1, haftalar arasındaki artışı göstererek)*

Batu: *Sen de benim gibi diyo[rsu]n. 3, 1… 3 arttı, 1 arttı, 3 arttı, 1 arttı, 3 arttı, 1 arttı!*

Arda: *İşte! Onun gibi bi[r] şey!*

Mert: *Ha örüntü yapıyorsun yani!*

Arda: *Tekrarı oluyo[r] yani…*

Mert: *Adamın şansı ne kadar sağlammış. Bi[r] 3 artıyo[r] bi 1 artıyo[r], bi[r] 3 artıyo[r], bi 1 artıyo[r].*

Batu: *Mert'in dediği de doğru! Bu adamın şansı çok çıkıyor yani.*

Mert: *Adamın şansı o kadar yaver değildir herhalde.*

Batu: *1 arttı, 3 arttı eeee. 2 haftada bi[r] 3 artar. Sonra 1 artar. Öyle olmaz diye düşünüyorum. Adam örüntü şeklinde mi yapıyor?*

Mert: *Evet!*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin kendi aralarında tartışarak bir *"örüntü"* bulmaya çalıştıklarını göstermektedir. Mert bir önceki düşüncesi olan haftalar arasındaki artış miktarlarının farkının *10. Haftaya* eklenmesi görüşünde ısrar ederken, Arda ise Batu ile benzer bir görüşü öne sürmüştür. Yalnızca *Gün Işığında* tablosu *Sıra 1* fasulyesinin haftalara göre artışları üzerinden varsayım yürütmeye devam eden öğrenciler bu artışlar ile 3, 1, 3, 1 şeklindeki bir *"tekrarı"* kullanarak *"örüntü"* geliştirmeye çalışmışlardır. Mert ise fasulyelerin bu şekildeki artışının, fasulye yetiştiren biri için *"sağlam şanslı olmak"* olarak yorumlamış ve bu görüşüne katılan Batu da fasulyelerin örüntü şeklinde mi *"yapıldığını"* farklı bir deyişle nasıl ekildiğini sorgulamıştır. Öğrenciler *"şanslı olma"* faktöründen yola çıkarak tartışmalarına aşağıdaki şekilde devam etmişlerdir:

Batu: *Hani benim mantığımı düşünüyorum Mert'in dediği gibi bu adam çok şanslı çıkar o zaman. 3, 1, 3, 1, 3, 1 örüntü halinde… Aynı Mert'in dediği gibi olsaydı e belki bu 14 olsaydı bu öbürü arasında 1 fark var. Hiç arasında fark olmadığına göre bu yine mi aynı kal[a]cak. Yine mi 13 olacak orası?*

Mert: *Yani! Şey bi[r] de adamın şansı niye o kadar iyi artık. Adam örüntü şeklinde mi atıyo[r] bunları!*

Batu: *Hayır ben seninkinden bahsediyorum! Hani burada ıı 3 hani sen diyorsun ya…(gün ışığı tablosunu göstererek)*

Mert: *Ama öğretmenim örüntü halinde gitmesi çok mantıksız!*

Batu: *Hani 3'ten 1 çıkarttığında 2 bulursun değil mi?*

Mert: *Yes!*

Batu: *Sen 2 arttıralım diyorsun!*

Mert: *Ben 2 arttıralım. Ondan sonra tekrar 3 arttıralım diyorum. Tekrar 3 arttırdıktan sonra bu sefer tekrar 2 arttırıp tekrar 1 arttıralım diyorum yani senin dediğin gibi ama aralarına 2 sokalım diyorum.*

Araştırmacı: *Niye 2 sokuyorsun?*

Mert: *Adamın şansı yaver olmasın diye hahaha (gülerek)!*

Yukarıdaki alıntılarda Batu kendi *"mantığı"* içinde *"3-1-3-1"* şeklindeki bir örüntü ile çiftçinin *"çok şanslı çıkacağını"* belirterek Mert'in haftalar arasındaki fasulye artışlarının farkının *10. Haftaya* eklenmesi görüşünü onayladığını belirtmiştir. Mert'in problem durumunu gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirdiği, fasulyelerdeki artışların *"örüntü"* şeklinde olduğu durum için çiftçinin de fasulye tohumunu *"örüntü şeklinde mi atıyor"* sorusunu yöneltmesiyle anlaşılmaktayken problemin gerçekçiliğini sorgulamaktadır. Mert, Batu'nun yalnızca *"3-1-3-1"* şeklindeki bir örüntü fikrine ek olarak haftalar arasındaki artış farkı olan *"2'yi"* de işleme katmayı ve bu şekilde çiftçinin "*şansının yaver olmamasına"* çalıştığını açıklamıştır. Bir karara varamayan öğrenciler tartışmalarına aşağıdaki gibi devam etmiştir:

Arda: *Öğretmenim şöyle bir şey de yürütebiliriz hani 9'la 12'nin arasında 3 fark var ya! 9 bak, bakın öğretmenim…*

Batu: *Aaaa evet! Bi[r] saniye öğretmenim ben Mert'in dediğini bi[r] düşündüm. Hani 3'le 1'in arasında 2 fark var. Ondan sonra hani oraya 1 olsa arasında fark yok direkt 3'le 1 ekliyoruz.*

Araştırmacı: *Öyle mi örüntü oluşturdun yani!*

Batu: *Hani hem arasındakini ekliyorsun hem de 3, 1 ekliyorsun.*

Arda: *Hani 9'la 12'nin arasında 3 var ya! Bu 3'ü 12'ye kattığımızda hani bur[a]da 1 fark var ya! 3'e 1 kattığımızda 4'e eklemiyo[r] mu? 13'ten sonra gelen sayıya da 4 ekleyece[ği]z!*

Batu: *Haa 3'le 4'ü toplayıp öbür sayıya ekleyeceksin.*

Arda: *Heh…*

Batu: *O da olabilir de sürekli artar adamında şeyi… Trilyoner olur hahah (gülerek).*

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin bir örüntü geliştirmek için tartışmaya devam ettiklerini ve çeşitli varsayımlarda bulunduklarını göstermektedir. Bu varsayımlardan ilkini Batu *Gün Işığında* tablosu *Sıra 1* fasulyesinin haftalar arasındaki artış miktarlarına yoğunlaşarak sırasıyla 3 ve 1 (6.- 8. Hafta ile 8.- 10. Hafta arasındaki artışlar) olan bu artışlar ile bir örüntü kurmaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Bu artışların ilk farkını (2 kg) olarak *10. Haftaya* ekleyip daha sonra 3 ve 1'i sırasıyla ekleme varsayımı üzerinde durmaktadır. Arda ise farklı olarak artış miktarları arasındaki fark (2 kg) yerine toplamlarını (4 kg) *10. Haftaya* ekleme fikrini öne sürmüştür. Batu bu varsayımda katılmayarak bu şekilde fasulyelerin *"sürekli artmayacağından"* dolayı gerçekçi bulmadığı için karşı çıktığını belirtmiştir. Bu konu üzerindeki öğrenci tartışmaları aşağıdaki şekilde devam etmektedir:

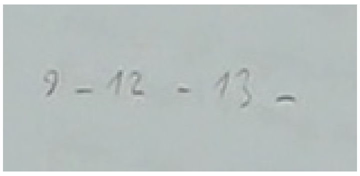
> **Mert:** *Mesela Arda'nın dediğini…*
>
> **Batu:** *Ben de düşündüm ama seninki aynı örüntü gibi ama nasıl diy[ey]im…*
>
> **Mert:** *Tamam işte örüntüyü nasıl bozabiliriz mesela Arda'nın dediğini düşünürsek mesela 3'le 1 in toplamı 4 ya. 13'le 4ü toplarız 17 olur. Bu sefer de adamınkinden 3 çıkarırız 17 den 14 e düşer. Ondan sonra adamın 4 ekleriz 3 çıkarırız. Adama 4 ekleriz 3 çıkarırız. 4 ekleriz 1 çıkarırız, 4 ekleriz 3 çıkarırız.*
>
> **Araştırmacı:** *Niye?*
>
> **Mert:** *Arasında bi[r] şey diyesim var öğretmenim öyle çok mantıksız geliyor bana hiç hoşuma gitmiyor!*
>
> **Araştırmacı:** *Sen ne diyorsun (Batu'ya yönelerek) ?*
>
> **Batu:** *Ben de Mert'e katılıyorum çünkü öğretmenim her hafta aynı şey olamaz.*
>
> **Mert:** *Çok mantıksız!*
>
> **Batu:** *Mantıksız değil hani sonucu hep aynı olan bi[r] matematik işlemi olsaydı! Kişiye göre değişmeyen! Mert'in dediği değil de benim dediğim doğruydu. Ama kişiye göre değiştiği için…*
>
> **Mert:** *Yani! Matematiksel bi[r] işlem değil!*
>
> **Araştırmacı:** *Matematiksel bir işlem yapmıyor musunuz?*
>
> **Mert:** *Hayır! O anlamda değil! Sorular düşünceye bağlı bi[r] şey.*
>
> **Araştırmacı:** *Sen orada 3 arttı 1 arttı 2 arttı diyorsun ya! Ne yapıyorsun orda?*
>
> **Batu:** *Hayır öğretmenim! Ben şimdi Mert'in dediğine de bi[r] şey ekledim.*
>
> **Araştırmacı:** *Ne ekledin?*
>
> **Batu:** *Şimdi 3'le 1'in arasında 2 var. 2 ekliyorsun. Ondan sonra eeee şey yapıyorsun! 2 ekliyorsun eee sonra 3'le 1 ekliyorsun. Ama sonra azalsaydı da o arasındaki farkı eklemiyorsun da çıkarıyorsun olurdu. Mesela bur[a]da 13, 11'e düşüyo[r]. Eee arasında 2 fark var. Eee hem 3'le 1 topluyorum hem 2 çıkarıyorum.*

Yukarıdaki alıntılarda Batu, Arda'nın *12. Haftayı* tahmin etmek için haftalar arası artışların toplamını (4 kg) *10. Haftaya* ekleme fikri yerine Mert'in varsayımından devam etmeye çalışmaktadır. Mert ise Arda'nın varsayımından yola çıkarak *10. Haftaya* ilk olarak haftalar arası artışların toplamı olan 4'ü eklemiş fakat sonrasında ilk artış olan 3'ü ve 1'i çıkartarak *"örüntüyü bozmaya"* çalışmıştır. Mert, haftalar arasındaki artışları çıkarma nedenini fasulyelerin sürekli artmasını *"her hafta aynı şey olmaz"* şeklinde açıklık getirerek bu şekildeki artışları *"mantıksız"* olarak değerlendirmektedir. Batu, Mert'in varsayımını farklı bir şekilde ele alarak, haftalar arası geçişte fasulye *artışı* olduğu durumda, *artışlar arasındaki farkı* (*Gün Işığında* Tablosu *Sıra 1* bitkisi için bu fark 2 kg) *"eklemeyi"*, haftalar arasında geçişte fasulyelerin ağırlıkları *"azalıyorsa"* da *artışlar arasındaki farkı 10. Haftadan "çıkararak"* 12. haftayı bulunması şeklinde yeniden düzenlemiştir. Bu yolla oluşturdukları varsayımın yalnızca *Gün Işığında* Tablosunun *Sıra 1* fasulyesi yerine her iki tablonun diğer sıralarında da uygulanabilir olması için genellenebilir olmasına çalıştığı anlaşılmaktadır. Ayrıca öğrencilerin fasulye artışlarının her hafta *"örüntü"* şeklinde değişmesini, bu problemin*"sonucu aynı olan matematiksel işlem"* olmadığından dolayı *"mantıksız"* bulduklarını açıklamışlardır. Ayrıca öğrenciler problem sonucunun *"kişiye göre değiştiğini"* bir başka deyişle problemin *"düşünceye bağlı"* olduğunu belirterek rutin ve rutin olmayan problemlerin farkına dikkat çekmişlerdir. Öğrenciler tam olarak bir ortak karara varamayarak tartışmaya aşağıdaki şekilde devam etmişlerdir:

> **Arda:** *Yalnız biz şimdi böööyle yaptık ya! Bu 1. Sıranınki! Ama 1. Sıranınkinde 2., 3., 4. Sıralarda da aynı mı?*
>
> **Batu:** *Hayır ben şöyle düşünüyorum. Bur[a]da hiç artmamış. Hiç artmamış ya toplamıyorsun. Aynı! Hani bur[a]da eee 9'la 12'nin arasında 3 var (gün ışığı tablosunda sıra1, 6. ve 8. Haftayı göstererek). Aaaa ama bizim yaptığımız işlem iki tane altta şey oluyo[r]! Hani biz bur[a]da 12. Haftayı değil, 14. Haftayı bulmuş oluyoruz.*
>
> **Mert:** *Neden? Bi[r] Dakka ya! 13, 2 ekleyince 15 oluyo[r] mesela. Bunda da 14'e atıyorum bunda da arasındaki fark bunun 4'le 1. 14'e 1 eklersin (gün ışığı tablosunu göstererek). Benim dediğim ilk dediğim gibi çok mantıklı ama siz kabul etmiyorsunuz yani.*
>
> **Batu:** *Hani şey mi diyorsun sen! Bur[a]da (gün ışığı tablosunda, sıra 2, 8. ve 10. Haftalar arasını göstererek) 3 artmış sadece 3 arttırırız mı diyo[r]sun?*
>
> **Mert:** *Bak! Bur[a]da 3'le 1 artmış ya arasındaki fark kaç olur 2! (gün ışığı tablosunda sıra 1'i göstererek) Demi?*
>
> **Batu:** *Haa sen bi[r] arttırıyo[r]sun!*
>
> **Mert:** *13'ten 2 çıkartıp tekrar 3 ekleyip, 13 ten 2 çıkartıp tekrar 1 ekleyip…13 diyorum! Sonuncudan 2 çıkarıp 1 ekleyip. Ay 13 diyorum! Sonuçtan 2 çıkarıp 3 ekleyip… Benim dediğim mantıkla oluyor bence.*

Yukarıdaki alıntılar, Arda'nın yalnızca *Gün Işığında, Sıra 1* fasulyesinin haftalar arasındaki ağırlık artışlarına göre *12. Haftayı tahmin etmek* için geliştirdikleri örüntünün tablolardaki diğer sıralarda da *"aynı"* olup olmadığına dikkat çekerek geliştirdikleri örüntünün genellenebilir olup olmadığını sorguladığını göstermektedir. Batu, Arda'nın sorusuna *"hiç artmamışsa toplamıyorsun"* şeklinde bir açıklama getirmiş ve geliştirdikleri sistemin diğer sıralarda da uygulanabilir bir kurala sahip olduğunu belirtirken 10. Haftaya iki kez ekleme yaptıkları için 12. Hafta yerine "*14. Haftayı bulmuş olduklarını"* fark etmiştir. Bu durumda Mert kendi geliştirdiği varsayımda ısrarcı olurken, Batu 10. Haftaya yalnızca bir değerin eklenmesi ile 12. Haftanın tahmini için fikir geliştirmeye çalışmış fakat ortak noktada buluşamadıkları için Mert kendi düşüncesine tekrar açıklık getirmiştir. Bu sırada dikkatleri dağılan öğrenciler, problem üzerinde çalışmaya bir süre ara vermişlerdir. Probleme tekrar odaklanıldıktan sonra tartışma aşağıdaki şekilde devam etmiştir:

> **Batu:** *Bi[r] dur bi[r] dur bi[r] dur! Şuraya 9 yapalım (A4 kağıdına 9 yazarak). Örüntüde sonra 12 sonra 13. Şimdi sen öbürünü bulabilir misin?*
>
> **Mert:** *Bulurum! Bak!*
>
> **Arda:** *1. Tabloda 4 sıra var. Sen hep 1. Sırayı yazıyorsun!*
>
> **Batu:** *2 çıkarttın?*
>
> **Mert:** *Tamam 2 çıkartıp tekrar 3 ekleyip 2 çıkartıp 1 ekleyim.*
>
> **Batu:** *Bi şey anlamadım!*
>
> **Arda:** *Arkadaşlar! Siz sadece 1. Sırayı yaptınız ama bur[a]da taa 4 tane sıra var!*
>
> **Mert:** *Tamam 4 tane sıraya aynı şeyi uygulayaca[ğı]z!*
>
> **Batu:** *Arda'nın dediği doğru hani her hafta 5 kilo mu art[a]cak yani!*
>
> **Mert:** *Hayır! Mesela her hafta şey olacak… Heee senin dediğini de anladım Arda'nın dediğini de… 5 artsa çok fazla verim olacak. Her hafta 5 artsa adam trilyoner olacak bildiğin.*
>
> **Batu:** *İşte onu diyorum! Bi [r] çıkarma da olmuyo[r]!*



Şekil 31: İkinci Odak Grubun Örüntü Arama Çalışmalarını İçeren Çalışma Kağıdı

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin, sayılar arasındaki ilişkileri kullanarak bir *"örüntü"* kurmak için tartışmaya devam ettiklerini göstermektedir. Arda arkadaşlarına sık sık "*hep 1. Sırayı yazıyorsun"* şeklinde uyarıda bulunarak grubun yalnızca *Gün Işığında Tablosu, Sıra 1 Fasulyesi* üzerinden örüntü kurmaya çalıştıklarını vurgulayarak diğer sıralar arasındaki ilişkileri de incelemek gerektiğine dikkat çekmeye çalışmıştır. Mert ise birinci sıraya ait fasulye bitkisinden geliştirdikleri örüntüyü diğer tüm verilere genelleyeceklerini; "*4 tane sıraya aynı şeyi uygulayacağız"* şeklinde açıklamıştır. Batu, Arda'nın görüşüne katılarak her sıradaki fasulyelerin sürekli aynı değerde artmayacağını "*her hafta 5 kilo mu artacak"* ifadesiyle vurgulamıştır. Mert ise bu şekilde çiftçinin *"trilyoner"* olacağını belirterek problemi günlük yaşamla ilişkilendirdiğini ifade etmiştir. Mert bu durumu gerçekçi bulmayarak fasulyelerin artış miktarlarının *10. Haftadan* sonra aynı olması durumunda (5 kg) *"çok verim"* alınacağını belirterek arkadaşlarının düşüncesine katılmıştır. Fasulyelerin sürekli artmaması için *"çıkarma işlemini"* de öğrencilerin hesaba kattığı fakat bu işlemden sonuç alamadıkları belirtilmiştir. Öğrenciler problemde tekrar odaklanma sorunu yaşayarak çalışmalarına bir süre ara vermişler ve buldukları örüntülerin geçerliliğini tartışmaya aşağıdaki şekilde yeniden devam etmişlerdir:

Arda: *Öğretmenim Mert'in dediği fikir aklıma pek yatmadı açık söyleyeceksek! Şimdi dedi ki Mert…*

Batu: *Ama Mert! Bu önceki problemlerden… Öğretmenim ne sayı dizisiydi o? "F" ile başlıyordu?*

Mert: *Fibonacci!*

Batu: *Fibonacci sayı dizisi biliyor musunuz? Onun gibi düşünüyorsun Mert sen az[ı]cık! Eee biz yani önceki işlemlere dayanarak biz yani bunu (yazdığı 9- 12- 13 sırasını eliyle kapatarak) hiç düşünmeyin bi[r] baştan başlasak! Peki biz Mert'in dediği ile biz yapamayız onu! Öğretmenim mesela 3 ekleyip önceki sayılar yok ki onu bulalım. Hani kafamıza göre bi[r] sayı mı yaz[a]ca[ğı]z! Mert'in dediğine göre iki tane sayı gerekiyo[r] bizim için yaptığı. Bi tek önceki ıı farka gerek yok. Eee nasıl diy[ey]im! Şu 1 var ya (şekil 32, 12- 13 arasındaki artışı göstererek) ee hani öncekine (12- 13 ikilisinde 12'yi göstererek) göre dayanarak yapsak gibime geliyor ama… Mert'in dediği güzel! Ben de ona katılıyorum! Ama yalnız hani bu ilk sayı olsa ilk sayımız 9 olsa, 12'yi nasıl bul[a]ca[ğı]z? 2 sayı gerekiyo[r] çünkü bizim için. Hani doğru değil mi? 9'u koyalım (A4 kağıdına 9- yazarak) eee 12'yi bulmamız gerekiyo[r] ama nasıl bul[a]ca[ğı]z çünkü 3 ve 1 yok hani çünkü bi[r] tek öncekine dayanarak yapmamız gerekiyo[r] gibi geliyo[r] bana.*

Şekil 32: İkinci Odak Grubun Sayılar Arasındaki İlişkiyi Arama Çalışmalarını İçeren Çalışma Kağıdı

Yukarıdaki alıntılar da öğrenciler daha önce matematik dersinde öğrenmiş oldukları *Fibonacci Sayı Dizisi* ile fasulyelerin haftalara göre ağırlık artış miktarlarını ilişkilendirerek önceki öğrenmelerini problem durumuna aktarmaya çalışmaktadırlar. Batu, Mert'in varsayımını *Fibonacci Sayı Dizisi "gibi düşünerek"* oluşturduğunu fakat bunu *'yapamayacaklarını"* belirterek nedenini yazarak açıklamaya çalışmaktadır. Bunun için *Gün Işığında, Sıra 1* fasulyesi üzerinden çalışmaya devam eden grup ilk sıranın Fibonacci Dizisinin "*önceki sayılar olmadığı"* için uygun olmadığını ve "*bir tek öncekine dayanarak yapmaları gerektiğini"* belirterek her sayının kendinden öncekiyle toplanması kuralına uymadığı için uygulanabilir bulmadıklarını dile getirmişlerdir. *Fibonacci Sayı Dizisi* üzerinden grup tartışmaları aşağıdaki şekilde devam etmektedir:

> ***Mert:*** *Batu'nun dediğini anladım. Bur[a]da dokuzla bur[a]da nerde? Bur[a]da 3 al[a]ca[ğ]mıza ama benim dediğim gibi arasına 2 koymamış yani biz ilerdekini de öyle yaparsak bu kurala uymayacak diyo[r].*
>
> ***Batu:*** *Hayır! Ben öyle demek istemiyorum! Şöyle diyorum; 9'u yazdık. 12'yi nası[l] bul[a]ca[ğı]z? Önceki sayıyla 12 arasındaki farkı bulmamız gerekmiyor mu?*
>
> ***Mert:*** *İşte ben de onu dedim! Şur[a]daki sayılar (9- 12- 13'ü göstererek) bu kurala uymuyo[r]. Senin (Batu) dediğin o! Benim dediğim kurala uymuyor.*
>
> ***Araştırmacı:*** *Sen farklı bir şey mi düşünüyorsun?*
>
> ***Batu:*** *Ben bi şey geliştirelim ama onu nasıl geliştir[e]ce[ği]z?*
>
> ***Mert:*** *Çünkü bunlara uyması lazım. Diğer türlü bunlara uymuyor. Mesela şur[a]da 3 arttırmış. Bizim buna uydurmamız için ne olması gerekiyor haliyle yine 3 arttırmamız gerekiyor. 3 arttırınca 1 arttırmamız gerekiyor. Diğer türlü biz bunlara uyduramayız ki.*
>
> ***Batu:*** *Benim dediğim şey buraya 12 yazsak yine bulamayız (9-'un yanına 12 yazarak 9-12 arasındaki farkı gösteriyor). Öbür sayıyı yazmaz. Çünkü 3'le 1'i toplamamız gerekiyor. Çünkü bunla bunun arasında 3 var. Bu sayıyı nasıl bul[a]ca[ğı]z? Hani bi[r] tek 9 olsa da bulamayız bur[a]dakini (9- ? yazarak) bunu da bulamayız (9- 12- ? yazarak). Onun için 9-12 ve 13 olması gerekiyo[r] bunu (9- 12- 13- ? yazarak) bulmamız için hani Mert'in dediği gibi. Çünkü bur[a]da 3 arttırmış bur[a]da 1 arttırmış, 3'le 1'i toplayıp arasındaki farkı alırız ama böyle (yazdığı 9- 12- ?*

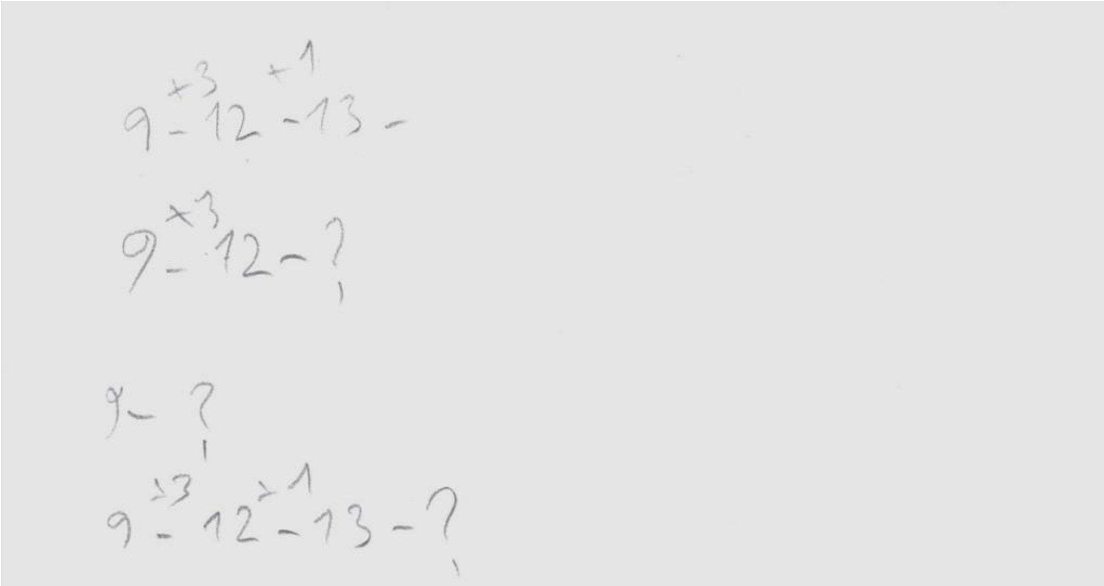
göstererek) olsaydı hani sizin dediğiniz problemde öyle diyelim ama aynı problem bizim şeyimize gelse bi[r] tek şu iki (6. ve 8. Hafta sütunlarını göstererek) sayıyı verse…

<u>Araştırmacı:</u> *O zaman ne yaparsın?*

<u>Batu:</u> *İşte o zaman Mert'in dediğini yapamayız.*

<u>Araştırmacı:</u> *Mert'in dediği olmuyor çünkü şu hafta (10. Haftayı göstererek) mı var?*

<u>Batu:</u> *Hayır! O hafta olduğu için Mert'in dediği oluyo[r]. Hani olmasa diyorum bulam[a]y[a]ca[ğı]z. Farklı bi taktik yürütelim bütün problemlerde olsun istiyorum.*



Şekil 33: İkinci Odak Grubun Fibonacci Sayı Dizisi İle İlgili Çalışma Kağıtları

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *Gün Işığında, Sıra 1* fasulyesi üzerinden bir *"kural"* geliştirmek için çalışmaya devam ettiklerini göstermektedir. Batu, Mert'in önceden geliştirdiği *"kuralın" Fibonacci Sayı Dizisine "uymadığını"* belirterek *"bir şey geliştirmek"* istediğini ifade etmiş "*ama onu nasıl geliştireceği"* konusunda net bir varsayım ortaya koyamadığı anlaşılmaktadır. Mert ise geliştirdikleri kuralın problemde verilen tabloya *"uyması"* gerektiğini *"haliyle"* sırasıyla 3 ve 1 arttırmak gerektiği konusunda ısrarına devam etmektedir. Batu *9, 12, 13* sayılarını kullanarak çeşitli varsayımlar denemeye çalışmış ve yalnızca *6.* ve *8. Hafta* olduğu durumda *Fibonacci Sayı Dizisi* kuralını uygulayabildiklerini fakat *10. Hafta* için Mert'in kuralını uygulayabileceklerini belirtmiştir. Ayrıca Batu *"farklı bir taktik yürüterek"* bu taktiği *“bütün problemlerde”* uygulanabilir olması gerektiğini başka bir deyişle geliştirecekleri modelin genellenebilir olması gerektiğini ifade etmiştir. Tekrar dikkatleri dağılan öğrenciler bir süre kendi aralarında konuşmuş daha sonra probleme yeniden dönerek aşağıdaki tartışmayı gerçekleştirmişlerdir:

> **Mert:** *Öğretmenim benim dediğim… Bur[a]da (yazdıkları 9- 12- 13- ?’ yi göstererek) Batu’nun dediği mantıklı ama Batu’nun dediğini de buraya (yazdıkları 9- 12- 13- ?’ yi göstererek) hiç uyduramayız. Buraya kesinlikle +3 gelmesi lazım. Ben oraya +1 koysam diğerinde 3 uymaz ki buna.*
>
> **Batu:** *Ben bi[r] kural geliştirmedim sadece seninkinin yanlış olduğunu söylüyorum.*
>
> **Mert:** *Tamam ama…*
>
> **Batu:** *Tamam ilk sayıyı bulduk! 9! Şimdi öbür sayıyı bulmamız için bize… Bi[r] şey geliştirmemiz lazım.*
>
> **Mert:** *Ne lazım bize! Ne lazım bize! Öğretmenim amcama diyece[ği]m eksin bi[r] fasulye eksin. Güneş ışığında 12 hafta boyunca baksın kilolarına hahaha (gülüyor).*
>
> **Batu:** *Öğretmenim telefonunuz varsa ben de babamı arayayım o da dedemi arasın haha (gülerek).*
>
> **Araştırmacı:** *Şu tabloda adam ekmiş sıra 1, sıra 2, sıra 3, sıra 4…*
>
> **Batu:** *O zaman biz sadece bu probleme göre bi[r] şey geliştirelim.*
>
> **Araştırmacı:** *Aynen! Bu probleme göre bir şey bulup genelleyebilecek misiniz bakaca[ğı]z!*
>
> **Batu:** *Genelleyemeyece[ği]z!*
>
> **Araştırmacı:** *Şu tabloya bakarak 12. Haftayı tahmin edebiliyor musunuz bir bakın.*
>
> **Batu:** *E tabi ki ederim! Şurası 9, burası 12, burası 13, arasında 3 var. Bunun arasında 1 var. Ee buradakine ee 13’e 2 ekliyoruz (yeniden 9- 12- 13 sırasını yazarak aralarındaki farkı gösteriyor).*
>
> **Araştırmacı:** *Neden?*
>
> **Batu:** *Ee 13’e 3 ekliyoruz.*
>
> **Mert:** *2 ekledikten sonra…*
>
> **Batu:** *Pardon 2 ekliyoruz. Ama nasıl bi[r] şey? O zaman sen 4, 5 olsun diyorsun yani. 3, 4…*
>
> **Mert:** *13’ten sonra 2 eklesin… 13’ten 2 çıkarıp ona da 3 eklesin.*
>
> **Batu:** *13’ten 2 çıkar[a]ca[ğı]z, 11’i bul[a]ca[ğı]z. Ona 3 ekleyece[ği]z, 14’ü bulaca[ğı]z. 1 daha 15 oluyo[r].*
>
> **Mert:** *Ondan sonra bi[r] daha 2 çıkaraca[ğı]z o 14’ten 12’ye düşecek.*

Araştırmacı: *Yalnız biz sadece 12. Haftayı bulaca[ğı]z buna odaklanalım!*

Mert: *Tamam! 12. Haftaya göre 2 çıkaralım 15 tamam bitti!*

BATU: Ben buna göre kendi şeyimi uygun görüyorum. Hani mesela ımm +3, bur[a]da +1 eee bur[a]da bi[r] daha 3 artacak (yeniden 9- 12- 13 sırasını yazarak aralarındaki farkı gösteriyor). Emm ondan sonra 16 bulaca[ğı]z. Bur[a]da da bi[r] daha 1 ol[a]cak. Hani 16'dan sonra burası 17 ol[a]cak diyorum.

Araştırmacı: *12. Haftanın sonucu?*

Batu: *(16'yı daire içine alarak)*

Araştırmacı: *16! Tamam! Sıra 2?*

Batu: *Çünkü bur[a]da 9, ikişer hafta olarak bulmuş hani iki işlem yapamayız. Ben hani bur[a]da örüntü gibi olsun 3 ekleyelim diyorum ama hani bu adamın şansı aynı hafta mı oluyor. Hani gerçek hayata baksak…*

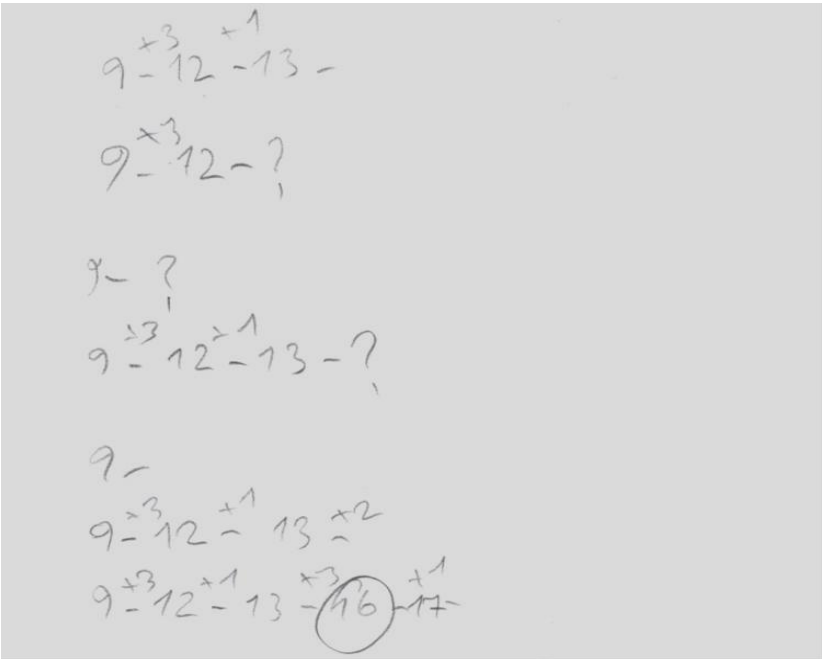
Mert: *Evet! Her iki haftada bir…*

Batu: *Her iki haftada bir adam aynı şekilde mi gidiyor.*

Araştırmacı: *Her iki haftada bir ölçtüğünü varsayarsak…*

Batu: *Hani sürekli artacak mı yani?*

Mert: *Bu şekilde 100 kiloya da ulaşacak bi[r] ilerde. 155, 185 kim bilir adam trilyonlara ulaş[a]cak. Toplandıktan sonra da belki 150'ye düşecek.*



Şekil 34: İkinci Odak Grubun Fibonacci Sayı Dizisi İle İlgili Çalışma Kağıtları

Yukarıdaki alıntılar ve çalışma kağıdı öğrencilerin aynı tablo ve fasulye sırası üzerinden *"bir kural geliştirmek"* için çalışmaya devam ettiklerini göstermektedir. Kuralın *"gerçek hayatta"* da uygulanabilir olmasına dikkat etmeleri ve problemden durumundan uzaklaşmaları öğrencilerin, kuralı geliştirmekte zorlandıklarını göstermektedir. Bu nedenle araştırmacı da ara ara tartışmaya katılmış ve öğrencileri yönlendirmeden problem durumuna odaklanmaları için onları teşvik etmiştir. Öğrenciler *Gün Işığında Tablosu, Sıra 1* fasulyesinin haftalara göre artışları ile çeşitli varsayımlarda bulunmuşlar ve herkes kendine ait bir *"kural"* ortaya koyduğundan ortak bir mutabakata varamamışlardır. Batu son olarak ilgili fasulye sırasının haftalara göre artışlarını (3 ve 1 kg) sırasıyla 10. Haftaya ekleyerek 12. Haftayı ve 12. Haftaya ekleyerek de 14. Haftayı bulmuştur. Haftaların ikişer arttığından dolayı *"iki işlem yapamadığını"* ve ayrıca *"örüntü gibi olması"* gerektiği için iki artış miktarını da sırasıyla eklediğini belirtmiştir. Fakat bu şekilde *"sürekli bir artışın"* söz konusu olduğunu ve bu durumun *"gerçek hayatta"* da bu şekilde mi olduğunu sorgulayarak *"geliştirdikleri kuralın"* gerçekçi olup olmadığı konusunda şüphelerini dile getirmektedirler. Bu aşamada Arda konuşmaya katılmış ve tartışmanın farklı bir yön almasına neden olan aşağıdaki şu yeni varsayımı ortaya atmıştır:

> **Arda:** *Bak öğretmenim. Güneş de diyor ya öğretmenim. Mesela atıyorum bunlar akşam da yetişiyor. Akşama doğru atıyorum hani bir sıraya vuruyo[r]…*
>
> **Batu:** *Aaaa ama Arda'nın dediği de doğru! Bu fasulyeler akşam da yetişiyo[r] sadece gün ışığında …*
>
> **Arda:** *Akşamda günışığı mı var!*
>
> **Batu:** *Hani şey mi oluyo[r] yani, bunları öğlen yani akşam olmadan bi[r] saat önce hepsini alıp bi[r] kutuya koyup tekrar gün ışığına mı gönderiyorlar. Aaaa! Aklıma bi[r] fikir geldi biz hem gün ışığını hem gölgeyi kullanırız. Çünkü bi[r] günde 12 saat şey olur ıı sabah, 12 saat de eee akşam olur. Buna göre gün ışığında yetişenleri alıp, köküyle alıp bi[r] saksıya koyup bi[r] uçağa koyup farklı bi[r] ülkeye mi gönder[e]ce[ği]z diyorum hani güneşli bi[r] yere. Mutlaka bunlar gölge görecek. Bu gölge görmesi için bi[r] kere bunları da düşünmemiz gerekecek!*
>
> **Araştırmacı:** *Gün ışığı ne demek güneşi en çok gören bitkiler, hep güneşte kalmış demek! Gölgede ise güneşi en az gören kısım burası (gölgedeki verileri göstererek) …*
>
> **Batu:** *Ama öğretmenim gün ışığı da bi[r] süre sonra gidecek! O da kapkaranlıklar olacak.*
>
> **Araştırmacı:** *Senin fikrine göre nasıl yapacaksın yani!*

Batu: *Öğretmenim ben şu an bi[r] şey geliştiremiyorum! Şu an 9'la 6'yı toplasam, bi[r] arasındaki farka göre şu şuraya… Sıkışık olduğum için. Ama bu haftada bu ikisini (gölge ve gün ışığı tablosunu 1. Sıra, 6. Hafta değerlerini göstererek) topl[a]y[a]ca[ğı]z veya arasındaki farkı bulaca[ğı]z. Şu ikisini (gölge ve gün ışığı tablosunu 1. Sıra 6. Hafta değerlerini göstererek) toplayıp ikiye bölsek, ortalamasını bulsak diyorum hani 2'ye ayırdığımız için günü… Ona göre bi[r] işlem yapsak.*

Arda: *Öğretmenim bu gün ışığında belki 1. Sıraya çok az güneş geliyo[r]…*

Yukarıdaki alıntılarda Arda'nın fasulyelerin *"akşam da yetiştiğine"* dikkat çekmesiyle Batu bir tam günü *"12 saat gece"* ve *"12 saat gündüz"* şeklinde ayırarak *"hem gün ışığını hem de gölgeyi"* birlikte kullanma *"fikrinin aklına geldiğini"* belirtmiştir. Fasulyelerin gün içinde "*mutlaka gölge göreceği"* faktörünü de *"düşünmek gerektiğini"* ifade ederek gün ışığının *"bir süre sonra gideceğine"* ve *Gün Işığında* Tablosundaki fasulyelerin de *"kapkaranlıklarda"* olacağını belirterek açıklamasına devam etmiştir. Batu bu düşünceden yola çıkarak *"günü ikiye ayırdığı"* için her iki tablodaki *Sıra 1* fasulyelerin benzer haftalara ait ağırlıkların toplamını bulduktan sonra bunların *"ortalamasını"* alacakları bir *"işlem yapmayı"* önermiştir. Bu aşamadan sonra öğrencilerin bu düşünceyi işleme döktükleri süreç *Matematik Kullanımı* basamağında ayrıntılı bir şeklide analiz edilmiştir.

5.3.1.7 Matematiksel Çözüm (2.Görev):

Fasulye Probleminin ikinci görevi; *her iki ışık koşuluna ait tablodan 12. haftanın ağırlıklarının tahmin edilmesi* ile ilgili öğrenciler, geliştirdikleri modelli uygularken aşağıdaki matematiksel işlemleri gerçekleşmiştir:

Batu: *Ben 6. Haftayı 7 kilo olarak buldum.*

Araştırmacı: *Ne yaptın şimdi? Bu "7" ne?*

Batu: *Öğretmenim bu 14'ü şu ilk önce "9 + 5" yaptım! 14 buldum bu "14" 6 haftada bi[r] günün toplamı. Ben onu ikiye bölüyorum çünkü bi[r] gün hani 12 saat gece, 12 saat gündüz.*

Mert: *Senin aklını kullanamıyoruz! Bur[a]da (gölge ve gün ışığı tablosunu 1. Sıra 8. Hafta değerlerini göstererek) yarım kilo mu art[a]cak yani?*

Batu: *Hayır yarım kilo da ol[a]cak evet. Ee bi[r] çiftçi gramla ölçmez mi? Kiloyla ölçmez miyiz?*

Mert: *Kiloyla ölçüyoruz zaten!*

Batu: *Tamam işte illa tam mı şey olması gerekiyor kilo?*

Mert: *Neden olmasın Batu?*

Batu: *O da oluyo[r] da benim dediğim gibi de olabilir.*

Yukarıdaki alıntılar Batu bir tam günü "*12 saat gece, 12 saat gündüz"* olarak ayırmış ve her iki veri tablosundaki verileri bir tam güne ait gündüz ve gece ağırlıkları şeklinde değerlendirdiğini göstermektedir. Batu, *Sıra 1* fasulyesinin *6. Haftaya* ait ağırlıklarını (9 ve 5 kg) toplamış ve ortalamasını almıştır. Ortalama alma nedenini "*ikiye bölüyorum çünkü bir gün hani 12 saat gece, 12 saat gündüz"* şeklinde açıklamıştır. Bu sırada Mert aynı sıranın *8. Haftalardaki* fasulye ağırlıklarını toplamış ve *"yarım kilo"* arttığı için Batu'nun *"aklının kullanılamayacağını"* belirterek fikrine karşı çıkmıştır. Bu durum karşısında Batu günlük yaşamda çiftçilerin *"gramla"* da *"ölçüm"* yaptıklarını bu yüzden *"yarım kilonun"* da olabileceğini ifade ederek geliştirdiği model üstünde bireysel çalışmaya devam etmiş ve yapmış olduğu işlemleri aşağıda açıklamıştır:

Batu: *Sonra öğretmenim şu 9'la 12'yi toplayalım yani eee o 9'la 12'yi topladığımda ben 21 buluyorum bu 12'i 2'ye bölüyoruz bölünmüyo[r] buçuklu oluyo[r]. 20'yi 2'ye böldüğümüzde 10 oluyo[r] o da 10 buçuk oluyo[r]. Şuraya 10 nokta 5'i yap[ayı]m. 10 buçuğu yazıyorum. Burası (gölge ve gün ışığı tablosunu 1. Sıra 8. Hafta değerlerini göstererek) 10 buçuk oluyo[r]. Şimdi burayı yapaca[ğı]m (gölge ve gün ışığı tablosunu 1. Sıra 10. Hafta değerlerini göstererek). Yani 15'le 13'ü topl[a]y[a]ca[ğı]m. 8 bul[a]ca[ğı]m bura 20 ol[a]cak bunu 2'ye bölece[ği]m. 28'i 2'ye böldüğümde hani 2'nin içinde 2 bir kere var. 1 kere 2, 2 çıkar sıfır. Sekizin içinde 2, 4 kere var yani anladınız siz 14 bulaca[ğı]m. Bu şekilde yapaca[ğı]m. 14 buldum! Sonra benim dediğim mantığa göre hani bu sayıların şimdi bir örüntü oluşturmam gerekiyo[r].*

Araştırmacı: *Buna (etkinlik kağıdını göstererek) göre mi buna (işlem kağıdını göstererek) göre mi?*

Batu: *Hepsine göre! Hani ben bu şeyleri buldum. 14 mesela ortalaması. Şimdi bi[r] işlem geliştirip yine böyle bi[r] şey yapaca[ğı]m. Şimdi o örüntüyü düşünüyorum. Hani benim dediğim gibi olsun "4" (gölge tablosunda 6. ve 8. Hafta arasındaki artış miktarı), "6" (gölge tablosunda 8. ve 10. Hafta arasındaki artış miktarı), "4" (12. Haftaya ekler gibi yaparak). İkiye böl ee onu 4 + olunca burası (gölge tablosunda 12. Haftanın yerine +4 yazarak) da 4 topl[aya]ca[ğı]z. Hani şu ikisini topladım…*

Araştırmacı: *Neyi ikiye böldün?*

Batu: *14'e 4 ekliyoruz ama bu ikisi (gün ışığı ve gölge tablosunun 6. Haftalarındaki artışı göstererek) ıı 3 oluyo[r]. 4, 7 ekiyoruz (gün ışığı ve gölge tablosunun 6.*

Haftalarındaki artışların toplamı). Eşittir… 14'e 7 ekleyince 6… 21 buluyoruz. Bunu da 2'ye bölüyoruz. Yine 10 buçuk oluyo[r] eeem.

<u>Araştırmacı:</u> *Sana bir şey soracağım. Şu 7 nerden geldi?*

<u>Batu:</u> *Hangisi? Şu ikisinin toplamı hani benim dediğim 4, +4, +4 diye gi[de]cek. Bende 3, 1, 3 (gün ışığı tablosunda haftalar arasındaki artışı göstererek) . 4, 6, 4 (gölge tablosunda haftalar arasındaki artışı göstererek). 3'le 4'ü topladım 7'i buldum. Ekledim 2'ye böldüm. Eeee ben bur[a]da onu 10 buçuk buldum. Bu haftada 10 buçuk bulmuş oluyorum.*

<u>Araştırmacı:</u> *12. Haftada mı?*

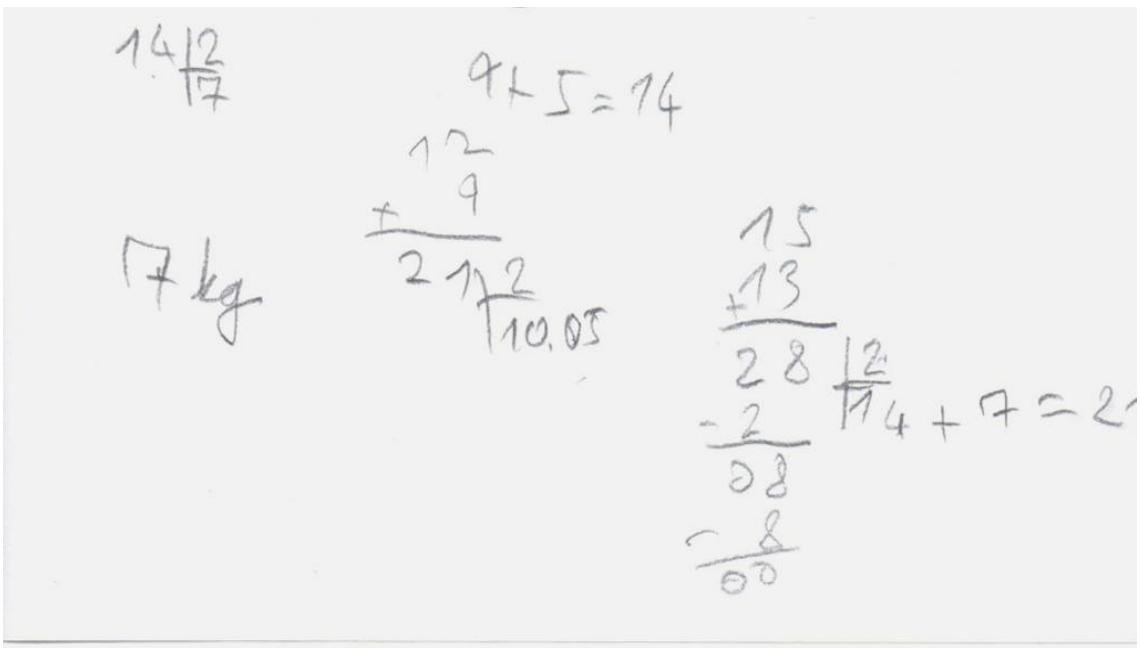
<u>Batu:</u> *Evet!*

<u>Araştırmacı:</u> *Sen bu 10 buçuğu hangisine (gün ışığı tablosu ve gölge tablosunu göstererek) yazacaksın?*

<u>Batu:</u> *Yeni bi[r] tablo oluşturmuş oldum. O tabloyu da şuraya hemen çizim. Öğretmenim şunu bi[r] tek şöyle yapsam yeterli çünkü bu sıralarda da aynı taktiği kullanaca[ğı]z! Anladınız siz!*

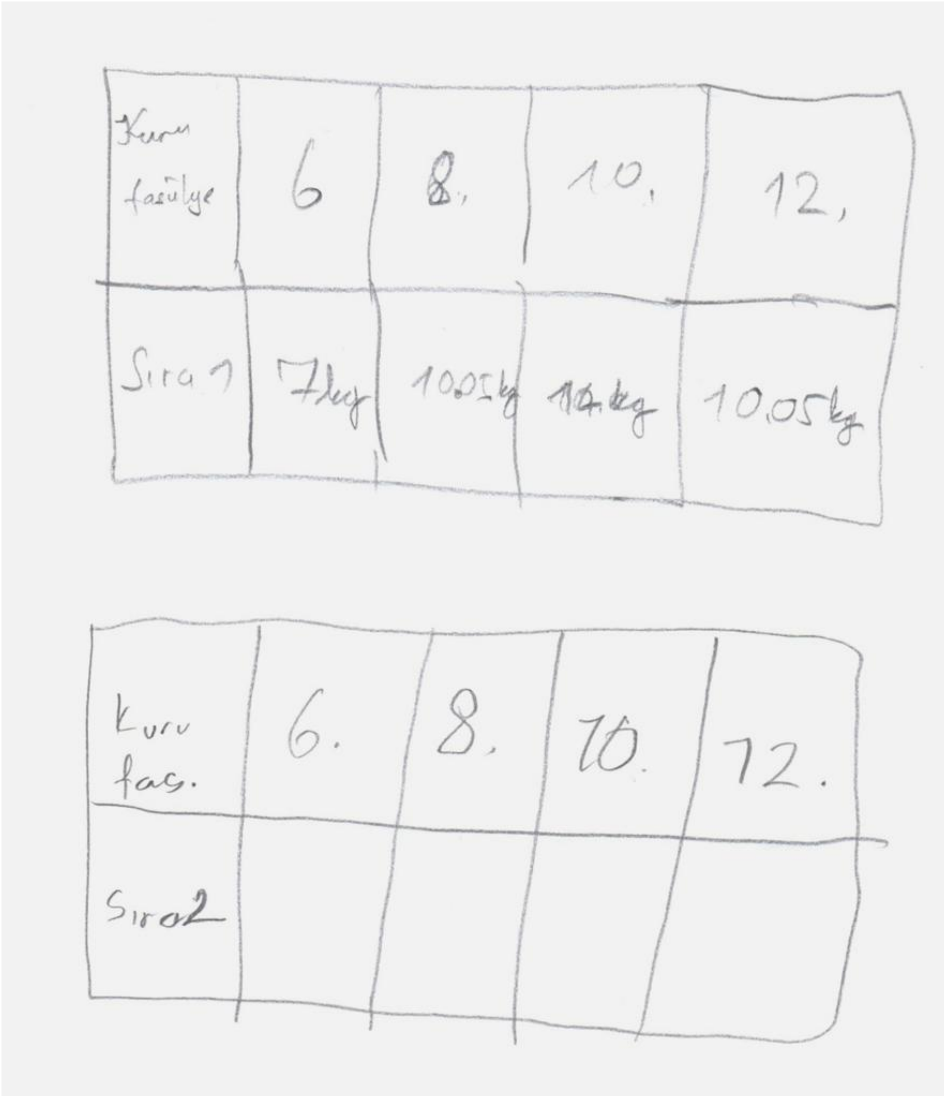
<u>Araştırmacı:</u> *Anladım ama hepsininkini görmem gerekiyor!*

<u>Batu:</u> *Tamam hepsine yapabiliriz! Hepsi aynı ama buçuklu da çıkabilir. Şur[a]da kuru fasulye ımm şur[a]da 6 hafta var. Şur[a]da 8 hafta var. Şuraya 10. yaz[ayı]m, 6. yaz[ayı]m buraya da ay pardon! Evet! 8., buraya 6'ncı. Eem böyle yaptığımda buraya "sıra 1" diyeyim. Benim 1. Sıram kaç oldu? (tablo oluşturuyor)*

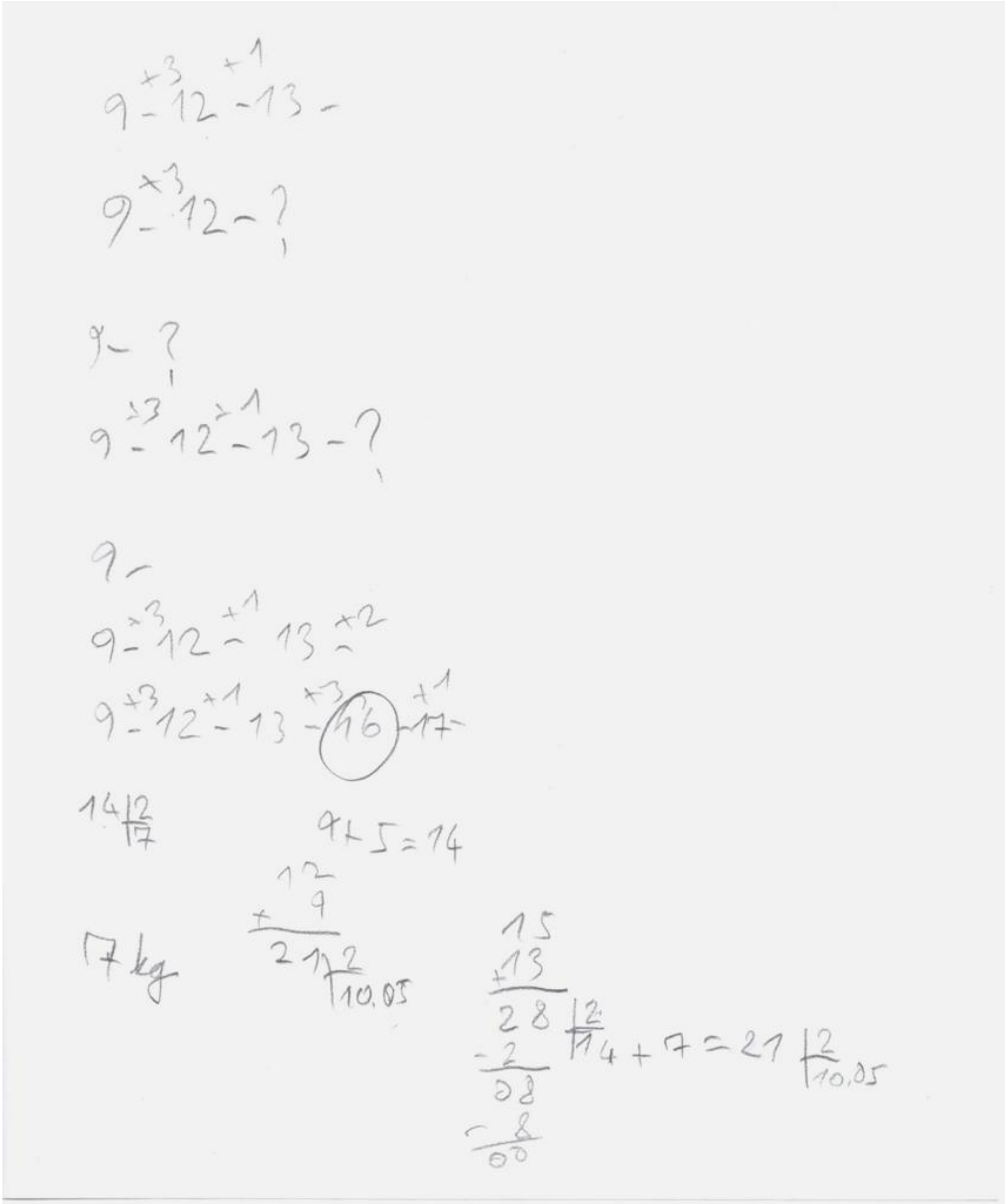


Şekil 35: İkinci Odak Grubun Geliştirdikleri Modele Ait Matematiksel İşlemler

Yukarıdaki alıntılar Batu'nun yalnızca *Gün Işığında* ve *Gölgede* tablosundaki aynı sıralarda ve haftalarda fasulye ağırlıklarının ortalamasını almayı düşünmüş olduğu ve 12. Hafta ağırlıklarının tahmini ile ilgili artışlar hakkında henüz *"bir işlem geliştirmediğini"* göstermektedir. Bunun için ilk olarak *Sıra 1* fasulyesinin her iki tablodaki *6., 8. ve 10. Hafta* ağırlıkları ayrı ayrı *"toplamış"* ve sonra *"2'ye bölerek"* ortalamasını almıştır. İşlemler esnasında geliştirmek istediği *"örüntüyü düşünen"* Batu, haftalar arasındaki artışlara da benzer bir uygulamayla; *Sıra 1* fasulyesinin her iki ışık koşulundaki *6. Hafta* ve *8. Haftalar* arasındaki artış miktarlarını (sırasıyla 3 ve 4 kg) toplamayı düşünmüştür. Sonrasında bu artışlar toplamını (7 kg) her iki ışık koşulunun 10. Haftadaki ağırlık ortalamasına (14 kg) eklemiş (21 kg) ve tekrar ortalamasını (10,5 kg) almıştır. Bu şekilde *Sıra 1* fasulyesinin *12. Haftaya* ait fasulye ağırlığı 10,5 kg olarak bulunmuştur. Bu işlemler sonucunda *"yeni bir tablo oluşturmuş"* olduğunu açıklayan Batu, *"aynı taktiği kullanarak"* diğer sıralara ait fasulyelerin 12. Hafta ağırlıklarının bulunabileceğini belirtmiştir. *6., 8., 10 ve 12. Haftalardan* oluşan yeni tabloya (Şekil 35) fasulyelerin ortalama ağırlıklarını da yerleştirdikten sonra diğer sıralara ait değerleri bulmak istemeyen ve yorulduğunu ifade eden öğrenci, ilgili kişiye mektupla yaptıklarını açıklamaya çalıştığı bir rapor yazarak süreci tamamlamıştır.



Şekil 36: İkinci Odak Grubun Sıra 1 fasulyesinin 12. Haftaya Ait Bulduğu Değeri Gösterdikleri Tablo

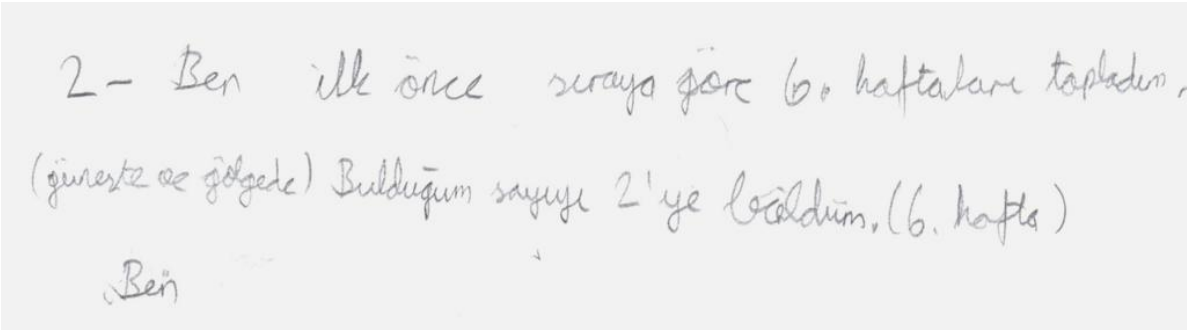


Şekil 37: İkinci Odak Grubun Çalışma Kağıtları

5.3.1.8 Sonucu Açıklama (2.Görev):

Etkinliğin 2. görevi olan ve tablolarda olmayan *12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarının tahmin edilmesiyle* ilgili olarak Batu'nun sözlü açıklaması ve yazılı raporu (sekıl xx) aşağıdaki gibidir:

> ***<u>Batu:</u>*** *Ben ilk önce ee sıraya göre 6. Haftaları topladım. Öğretmenim siz 6. Haftaları dediğimde anlarsınız demi. Güneşte ve gölgede desem yeter. Ondan sonra onları topladım 14 buldum eee sonra bulduğum sayıyı 2'ye böldüm. Eee sonrası 7'yi buldum. Yani 1. Haftayı bulmuş oldum. 6. Haftayı 2'ye bölerek buldum. Ben e bi[r] sn ... Öğretmenim bunu söylesem. Yazamam. Arasında 3 fark var ya. 3'le 4'ü topladım 7 buldum.*


2- Ben ilk önce sıraya göre 6. haftaları topladım,
(güneşte ve gölgede) Bulduğum sayıyı 2'ye böldüm. (6. hafta)
Ben

Şekil 38: İkinci Odak Grubun Etkinliğin İkinci Görevine Ait Sonuç Raporları

Yukarıdaki alıntılar öğrencilerin *12. Haftaya* ait fasulye ağırlıklarını nasıl bulduğunu sözlü ve sistematik olarak açıkladığını göstermektedir. Her iki tablodaki ışık koşulunu bir güne ait bir tablo olarak yorumlayan öğrenciler, yalnızca *Sıra 1* fasulyesi üzerinden sonuçlarını bulmuş ve açıklamışlardır. *Sıra 1* fasulyesinde benzer haftalara ait fasulye ağırlıkları toplanıp ortalaması (14 kg) alındıktan sonra *12. Haftayı* bulmak için *6. Haftadan, 8. Haftaya* geçişteki fasulye artışları (3 kg ve 4 kg) toplanmıştır. Öğrenciler bu artışlar toplamını (7 kg) da 14 kg'a eklediğini ve tekrar ortalamasını alarak 12. Haftayı 10,5 kg ([14 +7] /2) belirlediğini matematik kullanma basamağında açıklasa da rapor yazarken bu işlemlerini ne sözlü ne de yazılı olarak dile getirmişlerdir. Öğrenciler çiftçiye yazdıkları mektubu, dikkatlerinin çok dağıldığını ve yorulduklarını belirterek tamamlamak istememiş ve sözlü olarak süreci açıklamayı tercih etmişlerdir.

5.4 İkinci Odak Gruba Ait Süreç Analizi

İlköğretim 4. Sınıf öğrencilerinden Arda, Batu ve Mert'ten oluşan ikinci grubun, F*asulye Problemi'nin* ilk görevi üzerindeki model oluşturma süreci öğrencilerin problemi bireysel olarak okuyup anlamaya çalışmaları ile başlamaktadır. Okuma işlemini tamamladıktan sonra grup *Model Kurma* basamağını atlayarak *Matematik Kullanımı* basamağında geçmiş ve her iki tablodaki fasulye ağırlıklarının haftalara göre toplamını dikey bir şekilde bularak hangi ışık koşulunun daha verimli olduğuna karar vermeye çalışmışlardır. Bireysel olarak çalışan Batu, yalnızca haftalara göre ayrı ayrı toplamların bulunması işlemi ile karar vermenin yetersiz olduğunu düşünerek buldukları sonuçların genel toplamlarını alarak fasulyelerin *Gün Işığı* ve *Gölgedeki* toplam ağırlıkları üzerinde karar vermek gerektiğini düşünmüştür. Mert ise *Gün Işığı* tablosu ve *Gölgede* tablosundaki dört sıraya ait verileri *6., 8. ve 10. Haftalara* göre karşılaştırarak gün ışığının *6. ve 8. Haftalarda* daha verimli olduğunu belirtmiş, *10. Haftada* ise *Gölgedeki* fasulyelerin daha verimli olduğunu göz ardı ederek *Gün Işığı* ışık koşulunu seçmeyi uygun gördüğünü belirtmiştir. Diğer taraftan Batu bireysel olarak çalışmaya devam ederek her bir haftaya ait fasulye ağırlıklarının toplamını tamamlamış ve sonrasında bu haftaların ağırlıklarını da toplayarak işlemini tamamlamıştır. Batu *Gün Işığı* tablosundaki fasulye ağırlıklarını 146 kg, *Gölgede* tablosundaki fasulyeleri ise 112 kg bulmuş ve *Gün ışığının* daha verimliği olduğunu toplamları karşılaştırarak grup üyelerine kanıtlamıştır. Sonrasında Batu, Ahmet amcaya *Gün Işığı* ışık koşulunu seçerken fasulyelerin ağırlıklarını topladıklarını, bu işlem sonucunda *Gün Işığını* 146 kg bulduklarını ve *Gölgedeki* fasulyelerden daha ağır olduğunu ifade ederek *Gün Işığı* ışık koşulunu neden seçtiklerini anlattıkları mektubu yazarak süreci tamamlamıştır. Süreç boyunca problem üzerinde grup üyelerinden Arda'nın çalışmaya katılmayarak problemin çözümü esnasında sessiz kaldığı ve problemde ağırlıklı olarak bir öğrencinin çalıştığı gözlemlenmiş olup bu durum öğrencilerin beraber ortak fikirler üretmek amacıyla grup çalışması yapmakta güçlük çektikleri şeklinde yorumlanmıştır.

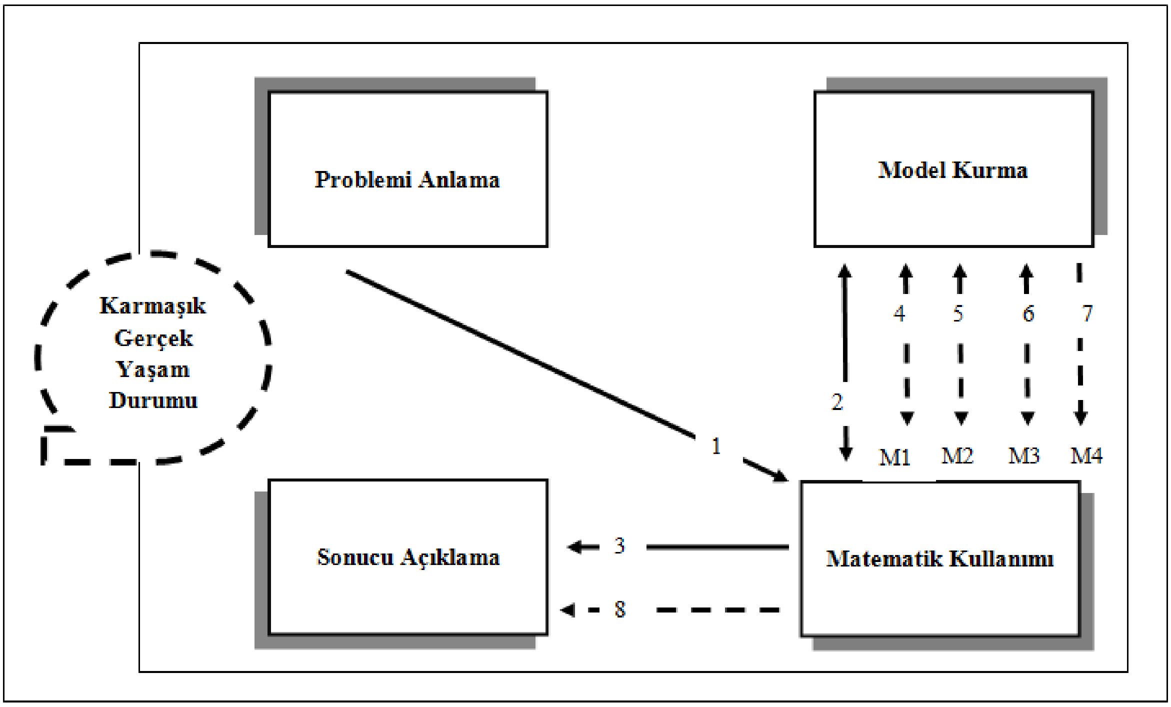
Batu birinci göreve ait mektubu bireysel olarak tamamlarken Arda ve Mert model oluşturma etkinliğinin ikinci görevi olan *12. haftadaki fasulye ağırlıklarının tahmini* ile ilgili çalışmaya başlamışlardır. Mert *Gün Işığı* tablosunda *Sıra-1* fasulyesinin haftalar arası artışlarını (3 kg ve 1 kg) belirledikten sonra bu *artışlar arasındaki farkı* (2 kg) 10. haftadaki fasulye ağırlığına (13 kg) *ekleyerek* ilk sırayı 15 kg bulduğunu belirtmiştir. Batu mektup yazmayı tamamlayarak araya girmiş ve bu varsayımın diğer sıralarda da uygulanabilir olup olmadığını sorgulamıştır. Mert ise *Gün Işığı* tablosundaki diğer sıraların haftalara göre artışlarını sözel olarak ifade ederek her sıra için bu varsayımını uygulamıştır. Batu da her bir tablodaki fasulyelerin haftalar arasındaki artışlarını etkinlik kağıdı üzerinde bularak göstermiştir. Devamında öğrencilerin dikkatlerinin dağıldığı ve konu dışında kendi aralarında konuştukları gözlemlenmiştir. Bunun üzerine araştırmacı öğrencilere ne yaptıklarını ve nasıl düşündüklerini açıklamalarını isteyerek onların yeniden probleme odaklanmalarını sağlamıştır.

Problemdeki ikinci görev üzerinde Batu grup arkadaşlarına haftalar arası artışları kullanarak bir örüntü kurduğunu ve haftaların da ikişer artmasından dolayı bu örüntüdeki 10.haftaya ilk ekleme sonucundaki ağırlığın 12. Haftaya ait ağırlık olduğunu belirtmiştir..Ayrıca Batu *Gün Işığı* tablosu *Sıra- 2* fasulyesindeki her iki hafta arasındaki artışların aynı (3 kg) ve farklarının sıfır olduğunu belirterek 10. haftaya sıfır eklenemeyeceğinden dolayı Mert'in varsayımına karşı çıkmıştır. Uzun süre süreci sessizce gözlemleyen Arda ise tartışmaya katılarak *Gün Işığı* tablosu *Sıra-1* fasulyesindeki artışlar (3 kg ve 1 kg) ile 3-1-3-1-3-1 şeklinde bir örüntü oluşabileceğine dikkat çekmiştir. Mert çiftçinin bu şekildeki bir örüntü ile çok ürün elde edip çok para kazanacağını vurgulayarak problemi günlük yaşam durumu ile ilişkilendirmiş ve bu şekildeki bir örüntüyü mantıksız bulduğunu ifade ederek Arda'ya karşı çıkmıştır. Batu de Mert'in haftalar arası artışların farkını 10. Haftaya ekleme fikrine katılmadığını belirtmiştir. Bunun üzerine Mert bir önceki varsayımını hem haftalar arası artışı (3 kg ve 1 kg) ve bu artışlar farkını (2 kg) kullanarak 2-3-2-1 şeklinde yeniden düzenlemiştir. Bunun üzerine Batu, haftalar arası artışların eşit olduğu durumda farkların alınmayarak yalnızca bu artış miktarının *10. Haftaya* eklenmesi gerektiğini diğer durumlarda ise artışlar farkının eklenmesinin uygun olacağı görüsünü dile getirmiştir. Arda ise haftalar arası artışların farkını almak yerine toplamını alarak 10. haftaya eklemesi önerisini sunmuştur. Batu buna karsın bu şekilde fasulye miktarının sürekli artacağını ve bu artışın gerçekçi olmadığını ifade ederek karşı çıkmıştır. Daha sonra Batu, Arda'nın *12. Haftayı* tahmin etmek için haftalar arası artışların toplamını (4 kg) *10. Haftaya* ekleme fikri yerine Mert'in varsayımından devam etmeye çalışmıştır. Mert ise Arda'nın varsayımından yola çıkarak *10. Haftaya* ilk olarak haftalar arası artışların toplamı olan 4'ü eklemiş fakat sonrasında ilk artış olan 3'ü ve 1'i çıkartarak örüntüyü değiştirmeye çalıştığını ifade etmiştir. Haftalar arasındaki artışları çıkarma nedenini Mert fasulyelerin sürekli artmasını engellemek için yaptığını ifade etse de grup üyeleri bu düşüncesini desteklememiştir. Bunun üzerine Batu Mert'in varsayımını iki hafta arasındaki geçişte ağırlık *artışı* olduğu durumda, *artışlar arasındaki farkı* (*Gün Işığı* Tablosu *Sıra-1* bitkisi için bu fark 2 kg) *eklemeyi*, *azalıyorsa* da *artışlar arasındaki farkı 10. Haftadan çıkararak* 12. haftayı bulma şeklinde yeniden düzenlemiştir. Bu şekilde oluşturdukları varsayımın yalnızca *Gün Işığı* Tablosunun *Sıra-1* fasulyesi yerine tablonun diğer sıralarına da genellenebilir olmasına çalışmıştır.

Daha sonra bu varsayım üzerinde Arda yalnızca *Gün Işığı, Sıra-1* fasulyesinin haftalar arasındaki ağırlık artışlarını kullanarak örüntü geliştirmenin genellenebilir olmadığından dolayı bu varsayımı yeterli bulmamıştır. Batu haftalar arasındaki değişim artmadığı durumda ekleme yapılmayacağını tekrarlayarak 10. Haftaya iki kez ekleme yaptıkları için *12. Hafta* yerine *14. Haftayı* bulduğunu düşünmüş ve yanlış yaptıklarını belirtmiştir. Bu duruma Mert kendi geliştirdiği varsayımda ısrarcı olurken, Batu 10. Haftaya yalnızca bir değerin eklenmesi ile 12. Haftanın tahmini için fikir geliştirmeye çalışmış fakat ortak bir karar alamamışlardır. Bu sırada dikkatleri dağılan öğrenciler, problem üzerinde çalışmaya bir süre ara vermişlerdir. Sonrasında Mert *Gün Işığı* Tablosu, *Sıra-1* fasulyesi üzerinden oluşturmuş olduğu varsayımında ısrar ederken Arda yalnız bir sıra üzerinden varsayım oluşturduklarına vurgulayarak diğer sıralar arasındaki ilişkileri de incelemek gerektiğine dikkat çekmeye çalışmıştır. Bu sırada varsayımlarını günlük yaşamla ilişkilendirerek fasulyelerin sürekli aynı miktarda artması durumunda çiftçinin çok zengin olacağı bu durumu engellemek için oluşturacakları modelde çıkarma işleminin de olması gerektiği düşünmüşler, fakat daha sonra bunun da uygun olmadığı sonucuna vararak vazgeçmişlerdir.

Öğrenciler daha sonra matematik dersinde öğrenmiş oldukları *Fibonacci Sayı Dizisi* ile fasulyelerin haftalara göre ağırlık artış miktarlarını ilişkilendirerek önceki öğrenmelerini problem durumuna aktararak çözüm üretmeye çalışmışlardır. Fakat fasulye sıralarının haftalara göre ağırlıklarını *Fibonacci Dizisinin* her sayının kendinden öncekiyle toplanması kuralına uymadığı için uygulanabilir bulmadıklarını dile getirmişlerdir. Aynı varsayımlar üzerinde tartışmalarına devam eden öğrenciler ortak bir karara varamamışlardır. Günlük yaşam ile uyumlu genellenebilir bir örüntü kurmak için Batu *Gün Işığı* tablosu, *Sıra-1* fasulyesinin haftalara göre artışları üzerine tekrar odaklanarak haftalara göre artışlarını (3 ve 1 kg) sırasıyla 10. Haftaya ekleyerek 12. Haftayı ve 12. Haftaya ekleyerek de 14. Haftayı bulmuştur. Haftalar ikişer arttığı için bu şekilde bir kural geliştirdiğini belirterek 12. Haftayı 16 kg olarak bulmuş fakat geliştirdikleri kuralın gerçek yaşamda durumuna uygun olmadığı ile ilgili şüphelerini dile getirerek kesin bir karara varamamışlardır.

Bir başka varsayım olarak Arda fasulyelerin yalnızca gündüz yetişmeyerek akşam da yetiştiklerini belirterek farklı bir görüş ortaya atmış ve bu düşünceden yola çıkan öğrenciler, bir günü *12 saat gece* ve *12 saat gündüz* olarak düşünerek *Gün Işığı* ve *Gölgede* tablosundaki verilerin bir güne ait fasulye sıralarının ağırlıkları şeklinde değerlendirmişlerdir. Grup bu düşünceden yola çıkarak günü ikiye ayırdıkları için her iki tablodaki *Sıra-1* fasulyelerin benzer haftalara ait ağırlıkların toplamını bulduktan sonra bunların *ortalamasını* alarak elde ettikleri sonuçlar ile yeni bir tablo oluşturmuşlardır. Fasulye sıralarının Haftalar arasındaki artış miktarlarına da benzer bir uygulamayla; *Sıra-1* fasulyesinin her iki ışık koşulundaki *6. Hafta* ve *8. Haftalar* arasındaki artış miktarları (sırasıyla 3 ve 4 kg) toplanmıştır. Sonrasında bu artışlar toplamını (7 kg) her iki ışık koşulunun *10. Haftadaki* ağırlık ortalamasına (14 kg) eklenmiş (21 kg) ve sonucun tekrar ortalaması (10,5 kg) alınmıştır. Bu şekilde *Sıra 1* fasulyesinin *12. Haftaya* ait fasulye ağırlığı 10,5 kg olarak bulunmuştur. Grup aynı yolla diğer sıralara ait fasulyelerin 12. Hafta ağırlıklarının bulunabileceğini belirtmiştir. *6., 8., 10 ve 12. Haftalardan* oluşan yeni tabloya fasulyelerin ortalama ağırlıklarını da yerleştirdikten sonra diğer sıralara ait değerleri yorulduğunu ifade ederek bulmak istemeyen öğrenciler ilgili kişiye mektup ile modellerini açıklayarak süreci tamamlamışlardır. Grup üyelerinin modelleme süreci boyunca takip ettiği aşamalar Şekil 39' da gösterilmiştir.



Şekil 39: İkinci Odak Gruba Ait Model Oluşturma Sürecinde Takip Edilen Aşamalar

: 1. Görev sırasında öğrencilerin düşünme süreçleri

: 2. Görev sırasında öğrencilerin düşünme süreçleri

5.5 Birinci ve İkinci Odak Grubun Karşılaştırılması

Fasulye Problemi ilkokul 4. sınıf öğrencilerinden oluşan üçerli iki gruba ayrı ayrı uygulanmış ve grup üyelerinin matematiksel düşünme ve yazılı işlem yoluyla ortaya koydukları model oluşturma süreçleri incelenmiştir.

Problemin birinci görevini anlama aşamasında zorluk yaşayan birinci grup, fasulyelerin ağır mı yoksa hafif mi olacağına karar verememesine rağmen problemin çözümüne odaklanarak her iki ışık koşuluna ait veri tablosundaki fasulye sıralarının 6., 8. ve 10. Hafta ağırlıklarını karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırma sonucunda *Gün Işığında* yetişen fasulyelerin 6. ve 8. Haftada *Gölgedeki* fasulyelerden daha ağır olduğunu, 10. Haftada ise *Gölgedeki* bir fasulye sırasının gün ışığındaki fasulyeden daha ağır ve diğer sıranın da eşit olduğunu belirterek çiftçinin ağır ya da hafif tercihine göre karar vermeye çalışmışlardır. Öğrenciler çiftçinin isteği doğrultusunda kararlarını şekillendirmeye çalışmışlar ve tam olarak problemi anlamadan çözüme yönelmişlerdir. Öğrenciler *Gün Işığında* yetişen fasulyelerin daha ağır, *Gölgede* yetişen fasulyelerin de daha hafif olduğunu tartışma sonucunda belirterek yalnızca tablolardaki benzer sıraların fasulye ağırlıklarını haftalara göre karsılaştırmış ve herhangi bir matematiksel işlem yapmadan sonuca ulaşarak çiftçi Ahmet amcaya mektuplarını yazmışlardır. İkinci grubu oluşturan öğrenciler ise ilk olarak ayrı ayrı problemi okumuş ve problemi anlamaya çalışmışlardır. Sonrasında grup problemin çözümüne yönelik herhangi bir tartışma gerçekleştirmeden *Model Kurma* basamağını atlayarak *Matematik Kullanımı* basamağında geçmiş ve her iki tablodaki fasulye ağırlıklarının haftalara göre dikey bir şekilde toplamını bularak hangi ışık koşulunun daha verimli olduğuna karar vermeye çalışmışlardır. Bu işlemi bir grup üyesi üstlenirken bir diğer grup üyesi ise *Gün Işığı* tablosu ve *Gölgede* tablosundaki dört sıraya ait verileri *6., 8. ve 10. Haftalara* göre karşılaştırarak gün ışığının *6. ve 8. Haftalarda* daha verimli olduğunu belirtmiş, *10. Haftada* ise *Gölgedeki* fasulyelerin daha verimli olduğunu göz ardı ederek *Gün Işığı* ışık koşulunu seçmeyi uygun gördüğünü belirtmiştir. Sonrasında yalnızca haftalara göre ayrı ayrı toplamların bulunarak bir sonuca gitmenin yetersiz olduğu düşünen grup üyeleri fasulyelerin *Gün Işığında* ve *Gölgedeki* toplam ağırlıklarını bularak karar vermek gerektiğini düşünmüşlerdir. *Gün Işığı* tablosundaki fasulye ağırlıklarını 146 kg, *Gölgede* tablosundaki fasulyeleri ise 112 kg bulunmuş ve *Gün ışığının* daha verimliği olduğu toplamları karşılaştırılarak bulunmuştur. Sonrasında çiftçi Ahmet amcaya bir mektup yazarak görevlerini tamamlamışlardır.

Birinci grup ilk görevde probleme herhangi bir sayısal işlem yapmadan sözel olarak verileri karşılaştırma yoluna giderken, ikinci grup her iki tablodaki verileri toplamış ve sayısal sonuçları karşılaştırdıkları bir model geliştirmiştir. İlk grup karşılaştırma esnasında gün ışığında tablosunun 6. ve 8. Haftadaki değerlerinin tümünün gölgede tablosundaki değerlerden büyük olduğuna dikkat çekerken, 10. Haftadaki küçük ve eşit olduğu değerleri göz ardı etmişlerdir. Aynı karşılaştırmayı ikinci gruptaki bir öğrenci de yapmış fakat grup bu karşılaştırma yerine toplamların karşılaştırması yoluyla sonuçlarına ulaşmıştır. Ayrıca 1. Grup üyeleri modellerini kendi bahçelerinde yetişen bitkilerin gelişmişliklerini *gün ışığında* ve *gölgedeki* konumlarına göre kıyaslamış ve günlük yaşam durumuyla karşılaştırarak doğrulamaya çalışırken ikinci gruptaki öğrenciler buldukları toplam ağırlıklardan büyük olan değere göre ışık koşulunu seçmiş ve modellerini günlük yaşam durumuyla ilişkilendirme yoluna gitmemişlerdir.

Problemin ikinci görevi, 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarının bulunması sırasında birinci grup ilk olarak soruda 12. Haftanın yer almadığına dikkat çektikten sonra 11. Haftanın bilindiği takdirde 12. Haftanın da bulunabileceğini ifade ederek 11. ve 12. Haftayı bulmak için bir örüntü geliştirmeye çalışmıştır. Örüntü için fasulye sıralarının haftalar arasındaki artış miktarlarını tablo üzerinde bulunduktan sonra artış miktarları sırasıyla 11. Haftanın bulunması için 10. Haftaya haftalar arası ilk artış miktarı eklenmiş, sonrasında ise 11. Haftaya eklenerek 12. Hafta bulunmuştur. Geliştirdikleri model kullanılarak *Gün Işığı* ve *Gölgede* tablosundaki 12. Haftaya ait ağırlık değerleri bulunmuş ve öğrenciler modellerini çiftçi Ahmet amcaya anlattıkları mektubu yazarak sonuç açıklama aşamasıyla süreci tamamlamışlardır. İkinci grup ise fasulyelerin yalnız gündüz yetişmeyerek akşam da yetiştiklerini belirterek farklı bir görüş ortaya atmıştır. Bu düşünceden yola çıkan öğrenciler, bir günü *12 saat gece* ve *12 saat gündüz* olarak düşünerek *Gün Işığı* ve *Gölgede* tablosundaki verilerin bir güne ait fasulye sıralarının ağırlıkları şeklinde değerlendirmişlerdir. Grup üyeleri bir günü ikiye ayırdığı için her iki tablodaki *Sıra-1* fasulyelerin benzer haftalara ait ağırlıkların toplamını bulduktan sonra bunların *ortalamasını* alarak elde ettikleri sonuçlar ile yeni bir tablo oluşturmuşlardır. Fasulye sıralarının haftalar arasındaki artış miktarlarına da benzer bir uygulamayla; *Sıra-1* fasulyesinin her iki ışık koşulundaki *6. Hafta* ve *8. Haftalar* arasındaki artış miktarları (sırasıyla 3 ve 4 kg) toplanmıştır. Sonrasında bu artışlar toplamını (7 kg) her iki ışık koşulunun *10. Haftadaki* ağırlık ortalamasına (14 kg) eklenmiş (21 kg) ve sonucun tekrar ortalaması (10,5 kg) alınmıştır. Bu şekilde *Sıra-1* fasulyesinin *12. Haftaya* ait fasulye ağırlığı 10,5 kg olarak bulunmuştur. Grup aynı yolla diğer sıralara ait fasulyelerin 12. Hafta ağırlıklarının bulunabileceğini belirtmiştir. *6., 8., 10 ve 12. Haftalardan* oluşan yeni tabloya fasulyelerin ortalama ağırlıklarını da yerleştirdikten sonra diğer sıralara ait değerleri yorulduğunu ifade ederek bulmak istemeyen öğrenciler ilgili kişiye mektup ile modellerini açıklamış ve süreci rapor yazarak tamamlamışlardır.

Problemin ikinci görevinde birinci grup üyeleri her iki tabloda da sistematik olarak tabloda yer almayan 11. Haftayı da işleme katarak geliştirdikleri modelleri uygulamış ve 12. Haftaya ait ağırlıklara ulaşmışlardır. Oysa ikinci gruptaki öğrenciler tabloları farklı ışık koşulunda yetişen dört fasulye sırasının haftalara göre ağırlıklarını gece ve gündüz ölçülen ağırlıkları olarak değerlendirmiş ve verileri yeniden düzenleyerek yeni bir tablo oluşturmuşlardır. Bu oluşturdukları tablo üzerinden fasulye sıralarının haftalar arasındaki artışlarını kullanmak yerine diğer tablodaki artışları kullanmışlar ve 12. Haftaya ait fasulye ağırlıklarını bulmuşlardır. Fakat bu modellerini tüm fasulye sıralarında uygulamak yerine yalnızca *sıra-1* üzerinden düşünerek oluşturmuşlardır. Öğrenciler süreç boyunca birçok yeni varsayımda bulunmuş, üzerinde uzun tartışmalar yapmış ve problem durumunu günlük yaşamla ilişkilendirerek buldukları modelin ne kadar geçerli ve genellenebilir olduğunu tartışarak varsayımlarını tamamen yenilemiş veya yeniden düzenlemişlerdir.

6. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışma ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerinde gerçekleştirdiği matematiksel düşünme süreçleri hakkında önemli sonuçlar ortaya koymaktadır. Model oluşturma etkinliği olan *Fasulye Problemi* ilkokul 4. sınıf (9-10 yaş) öğrencilerinden oluşan üçerli iki gruba ayrı ayrı ve arda arda uygulanarak onları sonuca götüren düşünme süreçleri nitel olarak incelenmiştir. Öğrenciler bu süreçte doğrusal olmayan bir döngü içinde bilişsel ve üst bilişsel düşünme süreçlerini kullanmışlardır. Bu çalışmada kullanılan fasulye problemi öğrencilerin derinlemesine düşünme, yeni matematiksel fikirler öne sürme ve bu fikirleri grup üyeleri ile tartışarak geliştirmesine fırsat sağlama ile matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme olanağı yaratarak onlara yeni bir öğrenme ortamı sağlamıştır.

Model oluşturma sürecinde gruplardan elde edilen sonuçlar 4. sınıf öğrencilerinin bir takım güçlüklerle karşılaştıklarını ortaya çıkartmıştır. Bu güçlükler model oluşturma sürecinin dört basamağını içine alan *problemi anlama, model kurma, matematik kullanımı* ve *sonucu açıklama* süreçlerini içermektedir. Model oluşturma sürecinin ilk basamağı olan *problemi anlama* aşamasında öğrenciler etkinliğin birinci görevindeki problem cümlesini anlamakta zorlanmışlardır. Problemde öğrencilerden verilen karşılaştırmalı değişkenler üzerinde en çok veya en uygununu tespit etmeleri istenirken, öğrenciler nitel özelliklerden ziyade daha çok nicel özellikler üzerine odaklanmışlar ve bu durumu gerçek yaşamla ilişkilendirmekte zorlanmışlardır. Fasulyelerin ağırlıklarını zihinlerinde canlandırırken bunları günlük hayatta karşılaştıkları konserve kutusu, paket veya açıktan tane tane olacak seklinde farklı düşünüp yorumlamaları problemi basite indirgemelerini engellemiştir. Benzer şekilde English ve Watters (2004) çalışmasında da öğrencilerin verileri anlama ve yorumlamada zorlandıkları görülmektedir.

Dikkat çeken bir başka sonuç ise öğrencilerin problemi anlama basamağını tam olarak gerçekleştirmeden bireysel olarak ayrı ayrı çözüme odaklanmalarıdır. Problemi beraber anlamaya çalışmak, birbirine sorular sormak ve hangi değişkenlerin dikkate alınacağına dair ortak bir karar vermek için tartışma yapmak gibi eylemlerde bulunmamışlardır. Problemde anlamadıkları noktaları grup içerisinde tartışarak çözmek yerine öğrencilerin sorularını doğrudan araştırmacıya yöneltmeleri öğretmen merkezli ve grup çalışmasından ziyade rekabetçi bir eğitim sisteminin bir sonucu olarak yorumlanabilir.

Model kurma aşamasında etkinliğin birinci görevinde ise öğrenci gruplarından birinin yalnızca tablolardaki sayısal değerleri karşılaştırırken diğer gruptaki öğrenciler ise hem nicel hem de nitel özellikleri yani fasulyelerin farklı ışık koşullarındaki toplam ağırlıklarını dikkate almışlardır. Öğrenciler tablolardaki sayısal değerler üzerinden sonuca gitmekte zorlandıklarında modellerini tekrar gözden geçirerek yeni modeller geliştirebilmişlerdir. Diğer gruptaki öğrenciler ise tablolardaki fasulye sıraları üzerinde hem sayısal hem de nitel veriler üzerinden bir karşılaştırma yapmış her koşulda gün ışığı ışık koşulunun daha ağır olmadığını görmelerine rağmen hızlı şekilde sonuca ulaşabilmek için ağır olmadığı durumları göz ardı ederek modellerinde herhangi bir değişikliğe gitmeden son durumu doğru olarak kabul etmişlerdir. Diğer taraftan süreçte sık sık günlük yaşamda karşılaştıkları durumlar ile modellerini ilişkilendirmişler ve seçimlerinin doğru olup olmadığını kanıtlamaya çalışmışlardır.

Etkinliğin ikinci görevinin *model kurma* aşamasında ise her iki grup da farklı modeller geliştirerek başarılı olmuşlardır. İlk olarak birinci grup dört farklı model üretmiş ve son geliştirdikleri örüntü ile tabloda bilinmeyen haftaya ait verileri tahmin etmeye çalışmışlardır. Geliştirdikleri ilk üç modelden ise ön öğrenmelerinin yetersiz oluşu, problemde istenilene ulaşılamaması veya yeni bir düzenleme ile geliştirilen modelin geçerli sonuçlar ortaya koyamamasından dolayı vazgeçmişlerdir. English ve Watters (2005b) çalışmasında öğrencilerin informal öğrenmelerinin problemin çözümü sırasında yardımcı olabileceği gibi engel de teşkil edebileceğini belirtmiştir.

İkinci gruptaki öğrenciler ise birçok varsayımda bulunmuş ve bunlar üzerinde dört farklı model geliştirmişlerdir. Bu modelleri gerçek yaşamla ilişkilendirerek modellerini anlamlı hale getirmeye çalışmışlardır. Geliştirdikleri son modelde varsayımlarını *gün ışığı* değişkeni üzerinde gündüz ve gece olarak ikiye ayırarak daha da detaylandırmışlar ve etkinlikte verilen veri tabloları dışında yeni bir tablo oluşturmuşlardır. Ayrıca grup üyeleri birçok faktör üzerinde tartışarak geliştirdikleri diğer modellerden gerçek yaşamla ilişkilendirdiklerinde gerçekçi bulmamalarından, benzer problem durumlarına genellenebilir olmadığından veya uygulanabilir bulmadıklarından dolayı vazgeçmişlerdir. Benzer şekilde English (2006b) çalışmasında da öğrenciler sonuca ulaşıncaya kadar birçok fikri ortaya atıp tartışmışlar, çeşitli varsayımlar üzerinde çözümlerini test etmişler ve sonuçlarını gerçek durumlarla karşılaştırıp bunların uygun olup olmadığına karar vermişlerdir.

Grup çalışmaları esnasında öğrenciler odaklanma sorunu yaşamış ve sık sık çalışmaya ara vermişlerdir. Bazı öğrencilerin grup tartışması sırasında odaklanamadığını, grubun sessiz olmasını istediği, gruptan ayrılarak çalışma odasının farklı köşesinde yalnız çalıştığı gözlemlenmiştir. Ayrıca grup çalışması sırasında yaşanan bir diğer durum ise çoğunlukla grupta bir öğrenci on plana çıkıp çalışmayı yönlendirirken diğer öğrencilerin tartışmalara çok sınırlı katkı sağladıkları, daha çok kendi kendilerine çalıştıkları veya dinlemeyi tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Bu durumlarda araştırmacı sık sık araya girerek öğrencilerin probleme odaklanmalarını istemiş, birlikte çalışarak fikir üretmelerinin ve beraberce bir sonuca ulaşmanın önemini vurgulamış, öğrencilerden süreç sırasında düşüncelerini daha açık ifade etmeleri ve yazarak açıklamaları yönünde teşvik etmiştir.

Matematik kullanımı aşamasında ise her iki gruptaki öğrenciler modelleri üzerinde farklı matematiksel hesaplamalar yaparak matematiksel sonuçlar elde etmekte başarılı olmuşlardır. Etkinliğin ilk görevi sırasında birinci gruptaki öğrenciler herhangi bir matematiksel işlem yapmadan yalnızca sözel olarak tabloda yer alan sıralar ve sütunlar arası karşılaştırma yapmışlardır. İkinci gruptaki öğrenciler ise English ve Watters

(2004a) çalışmasında olduğu gibi matematiksel kavramları etkinlik üzerinde sezgisel olarak fark etmiş ve satırları *haftalar* faktörüne göre dikey bir şekilde toplayarak sonuçları karşılaştırmış ve büyükten küçüğe doğru bir sıralama yapmışlardır. Bu karşılaştırma sonucu dikey toplamların sonuca varmak için yetersiz olduğunu düşünerek haftalara ait toplam ağırlıkları ayrıca toplayarak fasulyelerin toplam ağırlıklarına ulaşmış ve bunları karşılaştırarak hangi ışık koşulunun uygun olduğuna karar vermiştir. English ve Watters (2005b) çalışmasında veri tablolarındaki artışların öğrenciler için açık olmadığında öğrencilerin tüm verileri toplayarak karşılaştırdıklarını belirtmiştir. Birinci grubun yapmış olduğu karşılaştırmayı ikinci grupta yapmış fakat bundan asıl sonuca ulaşmak yerine işlemler sırasında bir tahminde bulunmak amacıyla faydalanmışlardır. Ayrıca grup üyeleri işlemleri doğrulama yoluna gitmemişlerdir.

Etkinliğin ikinci görevi sırasında farklı varsayımlar sonucu farklı matematiksel hesaplamalarda bulunulmuştur. Birinci gruptaki öğrenciler tabloda yer almayan bilinmeyen hafta için haftalar arası artış miktarlarını kullanarak bir örüntü geliştirmişlerdir. Bu sırada başka bir varsayım üzerine düşünen diğer öğrenci ön öğrenmelerinin yetersiz veya eksik olmasından dolayı işleminden vazgeçmiştir. İkinci gruptaki öğrenciler ise ön öğrenmelerini işleme katarak farklı varsayımlarda bulunmuş ve örüntü kurarak sonuca ulaşmışlardır. Aynı zamanda toplama, çarpma, bölme, sıralama ve ortalama alma gibi birçok matematiksel işlemi başarıyla kullanmışlardır.

Her iki grup da etkinliğin ikinci görevi için ayrı ayrı mektup yazarak *sonucu açıklama* basamağını tamamlamışlardır. Öğrenciler ne düşündüklerini ve nasıl yaptıklarını nedenleri ile beraber açıklayarak yazmışlardır. Etkinliğin birinci görevinde sonucu açıklamayı üstlenen öğrenci dışındaki diğer grup üyeleri de araştırmacıya bireysel düşüncelerini ayrı ayrı açıklamışlardır. Gruptaki öğrenciler sonuçlarının doğruluğunu gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek kanıtlama yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin gerek çalışma sırasında gerekse çalışmanın sonunda düşüncelerini bireysel olarak araştırmacıya yönelik açıklamaları öğretmen merkezli ve rekabetçi eğitim sisteminin bir sonucu olarak açıklanabilir. Diğer taraftan öğrenciler etkinliğin ikinci görevinde bireysel çalışmak yerine görev paylaşımına giderek problemi tamamlamışlardır. Mektuplarını da görevleri doğrultusunda paylaşarak ayrı ayrı yazan öğrenciler mektupların sonuna kendi adlarını ve soyadlarını yazmışlardır. Bu durum öğrencilerin grup çalışmasından ziyade hala bireysel olarak kendilerini ispat etme isteği savını güçlendirmektedir.

Çalışma sonuçları öğrencilerin problemi anlamada, varsayımlar üzerinde uygun modeller geliştirmede, tüm veriler üzerinde genellenebilir bir model geliştirmede ve modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurmada bir takım güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Karşılaşılan bu zorluklara rağmen English (2006b) çalışmasında olduğu gibi öğrencilerin matematiksel fikirleri üretip geliştirebildikleri, problemle ilgili faktörleri seçip denedikleri ve oluşturdukları modeli test edip yeniden gözden geçirdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel dili kullanmaya, sosyal etkileşimde bulunmaya, matematiksel odaklı görevleri yapmaya, varsayımları sorgulamaya ve verileri yorumlamaya hazır oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrenciler kişisel bilgi ve deneyimlerini kullanarak matematiksel derinliği birbirinden farklı birçok çözüm yolu geliştirmişlerdir. Öğrenciler bu süreçte model üzerinde çok sayıda hesaplama, ilişkilendirme, tablolaştırma, sıralama ve ortalama bulma işlemlerini başarıyla gerçekleştirmişlerdir (English, 2010; Boaler 2001; English ve Watters, 2004a; Mousoulides, 2007; English, 2006b; Eraslan, 2012; Kant, 2011). Ayrıca öğrenciler problemi gerçek yaşam durumuyla ilişkilendirerek modellerini oluşturmuş ve elde ettikleri modellerin geçerliliğini sağlamak amacıyla modellerini günlük yaşamla ilişkilendirerek doğrulamaya çalışmışlardır. Benzer şekilde English ve Watters (2005b) ile English (2002 ve 2009) çalışmalarında da bu yaş grubu öğrencilerinin gerçek yaşamla ilişkilendirilmiş matematiksel fikirlere erişebildikleri belirtilmiştir.

7. ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerindeki düşünme süreçleri ve eğer varsa karşılaştıkları güçlükleri ortaya koymaktır. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin problemi anlama, varsayımlar üzerinde uygun modeller geliştirme, tüm veriler üzerinde genellenebilir modeller oluşturma, modelin geçerliliğini sağlayarak gerçek hayatla matematik arasında bağlantı kurma, grupla çalışma ve düşüncelerini ifade etmede bir takım güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Genel olarak öğrencilerin yaşadıkları bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için matematiksel dili kullanarak gerçek yaşam durumlarının yorumlamalarını sağlayan model oluşturma etkinlikleri ile öğrencilerin daha önceden tanıştırılarak bu konuda daha fazla deneyim sahibi olmalarını sağlayacak öğretim ortamlarının oluşturulması gerekmektedir. Bu sebeple model oluşturma etkinliklerine okul öncesinden başlanarak ilkokul ve ortaokul öğretim programlarında kesintisiz olarak yer verilebilir. Bunun için ortaokul 1. sınıf programında yer alan seçmeli matematik uygulamaları dersinin ilkokul 1-4. Sınıflarını da içine alacak şekilde yaygınlaştırılarak öğrencilerin küçük yaştan itibaren modelleme deneyimleri kazanmaları sağlanabilir. English'ın (2013; 2013a) de vurguladığı üzere özellikle ilkokul seviyesinde data (veri) modelleme problemlerinin etkin şekilde uygulanması bu yaştaki öğrencilerin modelleme çalışmalarına hazır hale gelmesine yardımcı olabilir. Ayrıca öğrencilerin matematiğin diğer disiplinler ile ilişkisini fark etmesini sağlayacak disiplinler arası model oluşturma etkinlikleri ilkokul kademesinden itibaren kullanılması onların matematiğe karşı pozitif bir tutum geliştirmesine neden olacaktır. Seçmeli matematik uygulamaları dersinin ilkokul düzeyindeki sınıflara yaygınlaştırılana kadar geçecek sürede en azından var olan ilkokul matematik ders kitaplarında her ünitenin sonuna en az bir model oluşturma etkinliği konularak öğrencilerin bu konuda tecrübe kazanması sağlanabilir.

Model oluşturma etkinliklerini içeren matematik uygulamaları dersinin amacına uygun şekilde uygulanması için öğretim programlarının uygulayıcıları olan öğretmenlerin model, modelleme, matematiksel modelleme ve model oluşturma etkinlikleri hakkında gerekli bilgi ve deneyime sahip olmaları gerekmektedir. Bu yüzden ilkokul öğretmenlerinin model oluşturma etkinliklerini sınıf içinde amacına uygun ve etkin şekilde uygulayabilmesi için özellikle yaz aylarında uzun süreli, uygulamalı ve hey yıl tekrar eden hizmet içi eğitimler verilmelidir. Ayrıca bu hizmet içi eğitimler TÜBİTAK projeleriyle de desteklenerek daha kısa zamanda daha fazla öğretmene ulaşarak yaygın etkinin arttırılması sağlanabilir. Diğer taraftan geleceğin yeni nesil öğretmenlerinin model oluşturma etkinliklerini uygulayabilecek şekilde gerekli donanıma sahip olarak yetiştirilmesi amacıyla eğitim fakültelerinin sınıf öğretmenliği anabilim dalı öğretim programında matematik öğretiminde modelleme veya matematiksel modelleme dersinin zorunlu ders olarak yer verilmesi önerilmektedir.

Bir diğer önemli unsur ise sınıfta uygulanacak model oluşturma etkinliğinin seçimidir. Model oluşturma etkinlikleri amacına, ayrılacak zamana, uygulanacak ortama, öğrencilerin ön öğrenmelerine, öğretmenin ve öğrencinin modellemedeki bilgi ve deneyimlerine uygun olacak şekilde seçilerek planlanmalıdır. Modelleme problemlerine geçilmeden önce öğrencileri rutin olmayan matematik problemlerle tanıştırmak amacıyla başlangıç olarak matematik derslerinde birden fazla çözüm yolu içeren problemlere yer verilerek öğrencilerle olası farklı çözüm yolları tartışılabilir. Sonrasında gerçek dünya problemleri ile öğrencileri karşılaştırarak matematiksel dili kullanmaları sağlanılabilir. Ayrıca PİSA'da yer alan problemlerden uygun olanlar seçilerek birer model oluşturma etkinliği olacak şekilde dönüştürerek öğretmenlere kendi sınıflarında uygulayabilecekleri daha çok ve farklı etkinliklere ulaşmasının yolu açılabilir.

Model oluşturma etkinliklerinin sınıfta uygulanması tamamlandıktan sonra her grubun modellerini diğer gruplar karşısında sunmaları sağlanılarak karşılıklı etkileşime girebilecekleri ortamlar yaratılmalıdır. Sınıftaki diğer öğrenciler sunum yapan gruptaki öğrencilerin modellerine yapıcı eleştiride bulunması; gruptaki öğrencilerin modellerini açıklamasına, savunmasına ve arkadaşlarını ikna etmeye çalışmasına neden olacaktır. Bu şekilde öğrenciler hem bireysel başarı yerine grubun başarısının önemli olduğunu fark edecekler hem de iletişim becerilerini geliştirme fırsatı bulacaklardır. Bunun için küçük yaşlardan itibaren beraber çalışabilecekleri öğrenme ortamlarının oluşturulurken zorunlu eğitimde sınava odaklı rekabetçi ortamın kaldırılması gerekmektedir. Merkezi ve rekabetçi sınav sisteminin kaldırılması ile programın zamanında yetiştirilememesi yönündeki öğretmen endişesi ortadan kalkacak ve model oluşturma etkinliklerine daha çok zaman ayrılmasına yol açacaktır. Bu şekilde küçük yaşlardan itibaren modelleme eğitimi almış öğrencilerin yaratıcılıkları, üst düzey düşünme becerileri, iletişim ve sosyal yönden gelişimleri sağlanmış olacaktır.

Bu çalışmanın sonuçları bir ilkokulun 4. sınıfında öğrenim gören üçerli iki grupta yer alan toplam altı öğrencinin Fasulye Problemi üzerindeki düşünme süreçleri ve çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliği ile sınırlıdır. Model oluşturma etkinlikleri üzerine yapılacak yeni araştırmaların okul öncesi, ilk ve ortaokulun tüm kademeleri ile ortaöğretim ve yükseköğretim öğrencilerini de kapsayacak şekilde genişletilmesi, bunların model oluşturma süreçlerinin incelenmesi, modelleme ile ilgili bilgilerinin zaman içinde nasıl gelişip değiştiğinin belirlenmesi, modellemenin matematiğe karşı olan görüş ve düşüncelerin değişimindeki etkisinin incelenmesi bu konuda çok kısıtlı olan ulusal literatürün derinleşip zenginleşmesine katkıda bulunacaktır.

KAYNAKÇA

Akay, H., Soybaş, D. ve Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık-uçlu Soruların Kullanılması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129–146.

Akın, A. ve Abacı, R. (2011). *Biliş Ötesi.* İstanbul : Nobel Yayıncılık.

Altun, M. (2007). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. (2013). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Yayıncılık.

Antonius, S., Haines, C. R., Jensen, H. T., & Niss, M. (2006). Classroom Activities and the Teacher. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*: The 14. ICMI Study (295–306). New York: Springer.

Balakrishnan, G., Yen, Y. P., Goh, E., & Eng, L. (2010). Mathematical Modelling in The Singapore Secondary School Mathematics Curriculum. In B. Kaur ve J. Dindyal (Eds.), *Mathematical Applications And Modelling: Year Book 2010*. (247–257). Singapore: National Institute of Education.

Barbaso, J. C. (2006). Mathematical Modelling in Classroom: A Socio-Critical and Discursive Perspective. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(3), 293–301.

Berry, J., & Davies, A. (1996). Written Reports. In C. R. Haines ve S. Dunthorne (Eds.), *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices* (3.3–3.11). London: Arnold.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W.Arrowsmith Ltd.

Biembengut, S. M. (2006). Modelling and Applications in Primary Education. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*: The 14. ICMI Study (451–456). New York: Springer.

Blomhoej, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing Mathematical Modelling Competence: Conceptual Clarification and Educational Planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123–139.

Blatcford, P., Kutnick, P., Baines, Ed., & Galton, M. (2003). Toward a Social Pedogogy Of Classroom Group Work. *Internatioanal Journal of Educational Research*, 39, 153-172.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht–Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, 23, 15–38.

Blum, W., & Ferri, B. R. (2009). Mathematical Modeling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Aplications*, 1(1), 45–58.

Blum, W., Galbraith, P., & Henn, H-W. (2002). ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). How Do Students and Teachers Deal With Modeling Problems? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics* (222–231). Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W., & Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. In M. Niss, W. Blum & I. Huntley (Eds.), *Modelling Applications and Applied Problem Solving* (1–19). England: Halsted Pres.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Application and Links to Other Subjects-State, Trends, and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37–68.

Boaler, J. (2001). Mathematical Modelling and New Theories of Learning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(3), 121–128.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, Executive Control, Self Regulation, and Other Even More Mysterious Mechanism. İn Weinert, F.E. & Kluwe, R.H. (eds.) *Metacognition, Motivation and Under standing* (64- 116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cheng, K. A. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator,* 6(1), 62–74.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Traditions*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W. (2013). *Nitel Araştırma Yöntemleri* (M. Bütün ve S. B. Demir. Çev.), Ankara: Siyasal Kitapevi (orijinal çalışma basım tarihi 2013.)

Dede, Y. ve Yaman, S. (2006). Fen ve Matematik Eğitiminde Problem Çözme: Kuramsal Bir Çalışma. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(3), 116–128.

Dindyal, J. (2010). Word Problems and Modelling In Primary School Mathematics. In B. Kaur, & J. Dindyal (Eds.), *Mathematical Applications and Modelling* (94-111). Singapore: World Scientific.

Doerr, Helen M., & English, Lyn D. (2003) A Modeling Perspective on Student's Mathematical Reasoning About Data. *Journal for Research in Mathematics Education,* 34(2), 110-136.

Doerr, H. M., & Tripp, J. S., (1999). Understanding how Students Develop Mathematical Models. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 231-254.

Doyle, K. M. (2006). *Mathematical Modelling Through Top-Level Structure.* Masters by Research thesis, Queensland University of Technology. Australia.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi.* Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Doruk, B. K. (2011). İletişim Becerisinin Gelişimi İçin Etkili Bir Araç: Matematiksel Modelleme Etkinlikleri. *Matematik Eğitim Dergisi*, 1: 1-12.

Doruk, B. K., & Umay, A., (2011). Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education)* 41: 124-135.

Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. T. (1993). *Doing Naturalistic İnquiry: A Guide To Methods*. Beverly Hills, CA: sage.

English, Lyn D. (2002). Development Of 10-Year-Olds' Mathematical Modelling. In English, Lyn D. (Ed.) *International PME Conference 2002*, 2002, University of East Anglia, Norwich.

English, Lyn D. (2003a). Reconciling Theory, Research, and Practice : A Models and Modelling Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2 & 3), 225-248.

English, Lyn D. (2003b). Mathematical Modelling With Young Learners. In Lamon, S.J., Parker, W.A., & Houston, S.K. (Eds.), *Mathematical Modelling: A way of life.* Horwood Publishing, (3-18).

English, L. D., & Watters, J. (2004). Mathematical Modelling With Young Children. *28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 335–342.

English, Lyn D. (2004). Mathematical Modeling in the Primary School. In Putt, Ian, Faragher, Rhonda, & McLean, Mal (Eds.) *27th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*, July, 2004, James Cook University, Townsville.

English, Lyn D. (2006a). Introducing Young Children to Complex Systems Through Modeling. ın Grootenboer, Peter, Zevenbergen, Robyn, & Chinnappan, Mohan (Eds.) *29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 1-5 July 2006, Canberra, Australia.

English, Lyn D. (2006b). Mathematical Modeling in The Primary School : Children's Construction of A Consumer Guide. *Educational Studies İn Mathematics*, *63*(3), 303-323.

English, Lyn D. (2007). Interdisciplinary Modelling in The Primary Mathematics Curriculum.inWatson, Jane&Beswick, Kim (Eds.) *Mathematics: Essential research, essential practice*, Mathematics Education Research Group of Australia (MERGA), Hobart, 275-284.

English, Lyn D. (2009). Promoting İnterdisciplinarity Through Mathematical Modelling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, *41*(1-2), 161-181.

English, Lyn D. (2010a). Young Children's Early Modelling with Data. *Mathematics Education Research Journal*, *22*(2), 24-47.

English, Lyn D. (2010b). Promoting Student Understanding Through Complex Learning. In Brosnan, P., Erchick, D. B, & Flevares, L(Eds.) *Proceedings of the 32nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Psychology of Mathematics Education, North American Chapter, Columbus, Ohio (33-42).

English, Lyn D. (2011a). Complex Modelling in The Primary/Middle School Years. In Stillman, Gloria & Brown, Jill (Eds.) *ICTMA Book of Abstracts*, Australian Catholic University, Australian Catholic University, Melbourne, VIC.

English, Lyn D. (2011b). Data Modelling in The Beginning School Years. In Sullivan, Peter & Goos, Merrilyn (Eds.) *Proceedings of the 34th Annual Conference of the*

Mathematics Education Research Group of Australia (MERGA), MERGA Inc., Alice Springs, NT (226-234).

English, Lyn D. (2012a). Young Children's Metarepresentational Competence in Data Modelling. ın Dindyal, Jaguthsing, Cheng, Lu Pien, & Ng, Swee Fong (Eds.) *Mathematics Education : Expanding Horizons : Proceedings of The 35th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia*, MERGA INC, Singapore(266-273).

English, Lyn D. (2012b). Data Modelling with First-Grade Students. *Educational Studies In Mathematics*, 81:15–30.

English, Lyn D. (2013b). Surviving an Avalanche of Data. *Teaching Children Mathematics*, *19*(6), 364-372.

English, Lyn D., & Doerr, Helen M. (2004). Listening and Responding to Students' Ways of Thinking. In Putt, I., Faragher, R., &McLean, M. (Eds.) *Mathematics education for the 3rd millennium: Towards 2010*, July 2004, Townsville, Queensland, Australia.

English, Lyn D., & Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education : Models and Processes.* Lawrence Erlbaum Associates: Mahwah, New Jersey.

English, L. D., & Lesh, R. A. (2003). Ends in-view Problems. In R. A Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*, (297-316). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

English, L. D., & Watters, J. J. (2005a). Mathematical Modeling in Third-Grade Classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 16, 59–80.

English, Lyn D. & Watters, J. J. (2005b) Mathematical Modeling in The Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, *16*(3), 59-80.

Eraslan, A. (2012). Prospective Elementary Mathematics Teachers' Thought Processes on a Model Eliciting Activity. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(4), 2953-2968.

Eraslan, A. (2011a). Bir Matematiksel Modelleme Etkinliği: Büyük Ayak Problemi, *Eğitimci- Öğretmen Dergisi*, 6, 25-27.

Eraslan, A. (2011b). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Model Oluşturma Etkinlikleri ve Bunların Matematik Öğrenimine Etkisi Hakkındaki Görüşleri. *İlköğretim Online*, 10 (1), 364-377.

Ferri, B. R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik,* 38 (2), 86-95.

Fischer, R., & Malle, G. (1985). *Mensch und Mathematik*. Mannheim Wien, Zürich: Bibliographisches Institut.

Flavell, J.H. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving. İn L. Resnick (Ed.), *The Nature of İntelligence* (231-235), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockage During Transitions in the Modelling Process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143–162.

Glesne, C. (2013). *Nitel Araştırmaya Giriş* (A. Ersoy ve P. Yalçınoğlu, Çev.). Ankara : Anı. (orijinal çalışma basım tarihi 2011.)

Greefrath, G. (2010). Analysis of Modelling Problem Solutions with Methods of Problem Solving. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student's Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (265–271). New York: Springer.

Greer, B. (1997). Modeling Reality in Mathematics Classrooms: The Case of Word Problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 293–307.

Goldin, G.A. (2002) Connecting understandings from mathematics and mathematics education research. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 161-166). Norwich, England: Program Committee.

Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(3), 129-138.

Haines, C. R., & Crouch, R. M. (2010). Remarks On A Modelling Cycle and Interpretting Behaviours. In R. A. Lesh et al.(Eds.), *Modelling Students" Mathematical Modelling Competencies: The ICMI–13 Study* (145–154). New York: Springer.

Hiebert, J., Thomas P., Carpenter, E., Fennema, K., & Fuson, P. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. Educational Researcher, 25 (4), 12–21.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematic Education. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(3), 302–310.

Kal, F. M. (2013). *Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlköğretim 6.Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutumlarına Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kant, S. (2011). *İlköğretim 8.Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Süreçleri ve karşılaşılan Güçlükler.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuzmayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Karlı, D. (2013). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Hakkındaki Görüşlerinin Ortaya Çıkarılması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri enstitüsü.

Kaput, J. (1987). Representation Systems and Mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (19-26), Hillsdale, NJ: Learence Erlbaum Associates.

Kertil, M. (2008). *Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim Matematik ve Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşleri Matematiksel Modelleme Yeterlilikleri*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Kuhn, D. (1999). A Developmental Model of Critical Thinking. *Educational Researcher*, 28, 16–25.

Leavitt, D. R., & Ahn, C. M. (2010). A Middle Grade Teacher‟s Guide to Model Eliciting Activities. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student"s Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (353–364). New York: Springer.

LEMA (Learning and Education in and through Modelling and Applications) (2007). What is modelling? Teachers‟ diary page 1. [Online]: www.lema-project.org sitesinden 10.12.2010 tarihinde alınmıştır.

Lesh, R. A., Amit, M., & Schorr, R. Y. (1997). Using "Real-Life" Problems to Prompt Students to Construct Conceptual Models for Statistical Reasoning. From Gal, I. & Garfield, J. B. (editors). *The Assessment Challenge in Statistics Education. IOS Press,* 1997 (on behalf of the ISI). Pages 65-83. http://iase-web.org/documents/book1/chapter06.pdf

Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003a). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching and Learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*, (3–34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003b). In What Ways Does a Models and Perspective Move Beyond Constructivism: In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (519–582). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. A. & English, L. D. (2005). Trends in the Evolution of Models & Modeling Perspectives on Mathematical Learning and Problem Solving, *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik: The International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 487- 489.

Lesh, R. A., & Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling and Local Conceptual Development, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 157–189.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research in mathematics and science education* (113-149). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. A., & Lehrer, R. (2003). Models and Modelling Perspectives on the Development of Students and Teachers. *Mathematical Thinking and Learning* 5(2–3), 109–130.

Lesh, R. A., Lester, F. K. & Hjalmarson, M. (2003). A Models and Modelling Perspective on Metacognitive Functioning in Everyday Stiuations Where Problem Solvers Develop Mathematical Constructs. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (383–403). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier, (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. A., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem Solving and Modeling. In F. Lester (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A*

Project of the National Council of Teachers of Mathematics (763–804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lester, F. K., & Kehle, P. E. (2003). From Problem Solving to Modelling: The Evolution of Thinking About Research on Complex Mathematical Activity. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (501–517). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lingefjard, T. (2006). Faces of Mathematical Modeling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 38(2), 96–112.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic İnquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Maaß, K. (2005). Barriers and Opportunities for the Integration of Modelling in Mathematic Classes- Results of an Empirical Study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 2-3, 1–16.

Maaß, K. (2006). What are Modelling Competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2),113–142.

Maaß, K. (2007a). Modelling Taks for Low Achieving Students. First Results of an Empirical Study. In D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds.), *CERME 5 – Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (2120–2129). Larnaca: University of Cyprus.

Maaß, K. (2007b). Modelling in Class: What Do We Want the Students to Learn? In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling, Education, Engineering and Economics: The ICTMA 12 Study* (63–78). Chichester: Horwood Publishing.

Maki, D., & Thompson, M. (1973). *Mathematical Models and Applications, with Emphasis on the Social, Life and Management Sciences*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2005). PİSA 2003 Projesi Ulusal Nihai Rapor, 27.05.2014, http://yegitek.meb.gov.tr/dosyalar/pisa/PISA_2003_Ulusal_Nihai.pdf

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2007). PİSA 2006 Projesi Ulusal Ön Rapor, 27.05.2014 http://yegitek.meb.gov.tr/dosyalar%5Cdokumanlar%5Culuslararasi/pisa_2006_ulusal_on_raporu.pdf

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009a). İlköğretim 1–5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009b). İlköğretim 6–8. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2010). PİSA 2009 Projesi Ulusal Ön Raporu, 27.05.2014 http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-2009-Ulusal-On-Rapor.pdf

Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). Orta Öğretim Matematik (9,10,11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). PİSA 2002 Projesi Ulusal Ön Raporu, 27.05.2014, http://yegitek.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2013_12/13053601_pisa2012_ulusal_n_raporu.pdf.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Uygulamaları Dersi (5, 6, 7 Ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı, 27.05.2014, http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72.

Merriam S.B (2013). *Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber* (Selahattin Turan, Çev.). Ankara : Nobel. (Orijinal çalışma basım tarihi 2009.)

Mousoulides, N. (2007). *A Modeling Perspective in the Teaching and Learning of Mathematical Problem Solving*. Unpublished Doctoral Dissertation. University of Cyprus.

Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2006). From Problem Solving to Modelling-a Meta Analysis [Online]:

http://www.umt.edu/math/reports/srireman/MousoulidesChristouSriraman.pdfadresinden 10.11.2010 tarihinde alınmıştır.

Mousoulides, Nicholas G. & English, Lyn D. (2008) Modeling with Data in Cypriot And Australian Primary Classrooms. InFigueras, Olimpia, Cortina, Jose Luis, Alatorre, Silvia, Rojano, Teresa, & Sepulveda, Armando (Eds.) *Joint Meeting of the International Group and the North American Chapter of Psychology of Mathematics Education (PME 32)*, 17 - 21 July 2008, Morelia, Mexico.

Mousoulides, M., Pittalis, M., & Christou, C. (2006). Improving Mathematical Knowledge Through Modeling in Elementary Schools. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 201- 208.

Mousoliudes, N., Pittalis, M., Christou, C., & Sriraman, B. (2010). Tracing Student‟s Modelling Processes in School. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modelling Student‟s Mathematical Modelling Competencies: The 13. ICTMA Study* (119–129). New York: Springer.

Mulligan, Joanne, Hodge, Kerry, Mitchelmore, Mike, English, Lyn, & , (2013a). Tracking structural development through data modelling in highly able Grade 1 students. In Steinle, V., Ball, L., & Bardini, C. (Eds.) *Mathematics Education : Yesterday, Today and Tomorrow (Proceedings of the 36th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)*, MERGA, University of Melbourne, Victoria, Australia (530-537).

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: Author.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbriath, H-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (3–22). New York: Springer.

OECD. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework*, 20.05.2014, http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33694881.pdf.

Patton, M. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods*, 2nd ed. Newbury Oaks, CA: Sage Publications.

Pollak, H. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2, 393-404.

Polya, G. (1990). *Nasıl Çözmeli? (Matematikte Yeni Bir Boyut*), Çev: Feryal Halatçı, Sistem Yayıncılık, Ankara.

Sandalcı, Y. (2013). *Matematiksel Modelleme İle Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarılarına Ve Matematiği Günlük Yaşamla İlişkilendirmelerine Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Schapp, S., Vos, P., & Goedhart, M. (2011). Students Overcoming Blockages While Building a Mathematical Model: Exploring a Framework. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: The 14. ICMTA Study* (137–146). New York: Springer.

Schoenfeld, A. H. (1985). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. In E. A. Silver (Eds.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (361–379). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. In D. Grows (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (334-370). New York: Macmillan.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Sol, M., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Project Modelling Routes in 12–16-YearOld Pupils. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and*

Learning of Mathematical Modellin: The 14. ICMTA Study (231–240). New York: Springer.

Spandaw, J., & Zwaneveld, B. (CERME 6, 2009). Mathematical Modelling in Teacher Education experiences from a modelling seminar. Working group 11. Modelling in Mathematics' Teachers' Professional Development (2076-2085) (http://www. sciencemath.ph-gmuend.de/Download/CERMEpapers.pdf adresinden 2 Nisan 2013 tarihinde erişilmiştir).

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the Notion of Model Eliciting. *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Sriraman, B., & Lesh, R. A. (2006). Beyond Traditional Conceptions of Modeling. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 38(3), 247–254.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom. Mathematics: *Essential Research, Essential Practice*, 2, 688–697.

Swan, M., Turner, R., & Yoon, C. (2006). The Roles of Modelling in Learning Mathematics. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14. ICMI Study* (275–284). New York: Springer.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (275-284). New York: Springer.

Swetz, F., & Hartzler J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*. NCTM: Reston, Virginia.

Thomas, K., & Hart, J. (2010). Pre-service teacher perceptions of Model Eliciting Activities. In R. Lesh et al. (Eds.), *Modelling Students'' Matematical*

Modeling Competencies (531–539). New York, NY: Springer Science and Business Media.

Ubuz, B. ve Haser, Ç. (2002). "Matematik öğretiminde rol yapılarının değişimi". *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül 2002, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic Considerations in Mathematical Modeling of School Arithmetic Word Problems. *Learning and Instruction*, 4, 273–294.

Watters, James J., English, Lyn D., & Mahoney, Sue (2004*)* Mathematical Modeling in The Elementary School. In *American Educational Research Association Annual meeting*, April, San Diego. (Unpublished)

Voskoglou, M. (2007). A Stochastic Model for the Modeling Process. In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics* (149–157). Chichester: Horwood Publishing.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yoshida, H., Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Realistic Considerations in Solving Problematic Word Problems: Do Japanese and Belgian Children Have the Same Difficulties?. *Learning and Instruction*, 7 (4), 329–338.

Zawojewski, J. S., & Lesh, R. (2003). A Models and Modelling Perspective on Problem Solving. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (317–336). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zawojevski, S. J., Lesh, R. A., & English, L. D. (2003). A Models and Modeling Perspective on the Role of Small Group Learning Activities. In R. A. Lesh & H. M. Doerr (Ed.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling*

Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching (337–358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

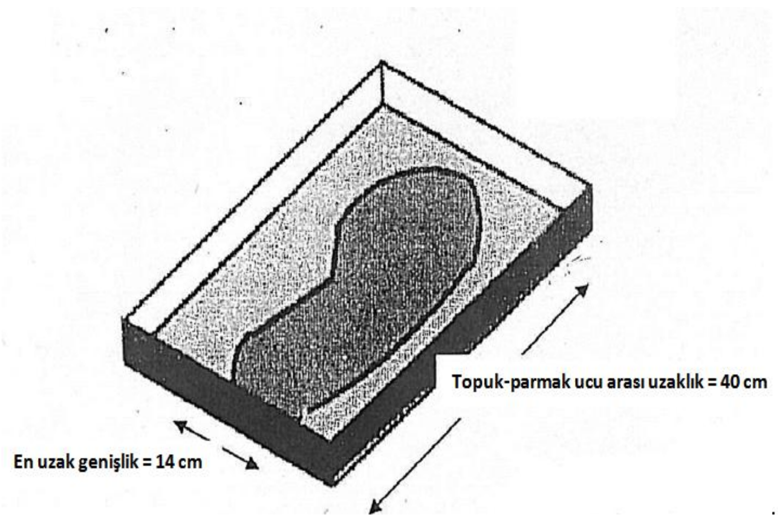
EKLER

Ek 1: Ön Çalışma Sürecinde Uygulanan Model Oluşturma Etkinlikleri

1. Büyük Ayak Problemi

BÜYÜK AYAK PROBLEMİ

Bir kış günü sabah okula gelen öğrenciler hiç de beklemedikleri bir durumla karşılaşırlar. Okulun bahçesinde polis ve olay yeri inceleme ekibinin bulunduğunu görürler. Polis, dün gece bazı insanların okulun bahçesine çok sayıda kitap bıraktığını belirlemiştir. Okul yönetimi ve öğrenciler bunu yapan insanlara teşekkür etmek isterler fakat hiç kimse bunu kimin yaptığını görmemiştir. Polis olay yerinde birçok ayak izine rastlar. Ayak izlerinin birisi aşağıda görülmektedir. Bu kişiyi ve arkadaşlarını bulmak için bu ayak izinin sahibinin boyunu belirlememiz faydalı olabilir.



İSTENEN GÖREV:

- **Sizin göreviniz polise ayak izi bulunan kişinin boyunun uzunluğunu belirlemede kullanmak üzere bir araç geliştirmek ve bir mektupla bu aracın nasıl geliştirildiğini ve kullanıldığını polise anlatmak.**

- <u>**NOT**</u>: Unutmayınız ki geliştirdiğiniz bu araç buradaki ayak izi için işe yaradığı gibi diğer ayak izleri için de işe yaramalıdır.

2. Tatil Problemi

Tatil Problemi

ETS-TUR yurt dışına turlar düzenleyen bir seyahat acentasıdır. Bu seyahat acentası müşterilerine tatillerde gidecekleri yerlerin seçiminde danışmanlık yapmaktadırlar. Müşteriler gidecekleri yerin ilk olarak **iklimiyle** ilgilenmekte olup; ne kadar **yağmur yağdığına**, ne kadar **soğuk veya sıcak** olduğuna ya da günlerin **güneşli ve bulutlu** oluşuna dikkat etmektedirler. Ancak bu faktörlerin her biri her müşteri için aynı önemi **taşımamaktadır.**

İki müşteri acentaya aşağıdaki E-postaları(e-mail) yollayarak tatil için istedikleri şehrin özelliklerini belirterek acentadan **tatil için en uygun şehirleri** tavsiye etmelerini istemişlerdir.

Seyat Acentası müşterilerine tavsiye etmek için aşağıdaki **dokuz şehri** belirlemiş ve bu illerle ilgili bazı bilgiler toplamıştır.

*Sayın **ETS-TUR** yetkilileri,*

Eşim ve ben birkaç ay içerisinde emekli olacağız. Güneşli ve sıcak bir şehirde tatil yapmak istiyoruz. Çok yağmurun yağmasını umursamıyoruz ama kesinlikle çok soğuk bir yer de olmasın. Bizim için uygun şehirler hangileridir yardımcı olabilir misiniz? Saygılarımızla,

Ahmet ve Ayşe Yazıcı

*Sayın **ETS-TUR** yetkilileri,*

*Bir bankada memur olarak çalışmaktayım. Bu yaz tatilini geçirmek istediğim yerde her türlü **açık hava sporlarını** denemek istiyorum. Bunlardan özellikle yapmak istediğim spor ise **doğa yürüyüşüdür**. Bu yüzden **havası iyi olan ve çok sıcak olmayan** bir şehirde tatil yapmak istiyorum. Hangi şehirleri önerirsiniz?*

Saygılarımla,

Gamze Kaya

SİZİN GÖREVİNİZ:

1. Müşterilerin istekleri doğrultusunda farklı yerlerdeki bu dokuz şehri karşılaştırmak için bir **derecelendirme sistemi (modeli) geliştiriniz**. Unutmayınız ki bu model sadece bu problemdeki şehirler için değil başka şehirleri karşılaştırmak için de kullanılacaktır.

2. Acentaya her iki müşteri için önerilerinizi içeren bir tavsiye mektubu yazınız. Bu tavsiye mektubunda önerdiğiniz şehirleri üç gruba ayırınız: **"en uygun şehirler", "en uygun ikinci şehirler" ve "hiç uygun olmayan"**. Bu şekilde müşteriler hangi şehirleri dikkate alması gerektiğini ve hangilerini dikkate almaması gerektiğini bilecektir.

3. Oluşturduğunuz derecelendirme sisteminin (modelinin) nasıl çalıştığını ve neden iyi olduğunu da acentaya açıklamalısınız?

ŞEHİRLER	Güneşli Gün Sayısı	15°C' nin altındaki Gün Sayısı	30°C' nin üstündeki Gün Sayısı	Yıllık Ortalama Yağış (mm/yıl)
Paris	85	12	15	1220
Roma	195	40	169	274
Moskova	36	184	6	516
Viyana	71	0	185	2222
Londra	45	55	30	661
Bükreş	85	0	328	1534
Prag	178	4	237	386
Berlin	84	157	36	633
Madrid	114	10	58	863

3. Otomobil Problemi

HANGİ ARABAYI ALALIM?

Berk ve annesi araba almak için araba pazarına giderler. Berk kullanırken **eğlenebileceği**, **km'de harcadığı yakıtı düşük** olan ve **pahalı olmayan** bir araba almak istemektedir. Oysa araba almasına yardım edecek olan annesi ona **güvenli ve sağlam** bir araba almak istemektedir.

SİZİN GÖREVİNİZ

Berk ve annesinin isteklerine **en uygun arabaları gösteren bir liste** oluşturmaktır. Böylece onların en uygun arabayı seçmelerine yardım etmiş olacaksınız.

OTOMOBİLLER	MODELİ (YIL)	FİYAT (TL)	RENK	KİLOMETRE (KM)	LİTRE/ 100 KM	ÖZELLİKLER	KASA TİPİ
NİSSAN	1992	10,000	Lacivert	96,000	10	Arka Rüzgârlık (Spoiler), Otomatik Camlar, Hidrolik Direksiyon, CD Çalar, Alüminyum Jantlar, Alarm	Spor
FORD	1989	8,200	Kırmızı	105,000	9	Arka Rüzgârlık (Spoiler), Otomatik Camlar, Hidrolik Direksiyon, CD Çalar, Alüminyum Jantlar, Alarm	Üstü Açılabilir
AUDİ	1991	9,500	Gümüş	97,500	10.5	Arka Rüzgârlık(Spoiler), Otomatik Camlar, Hidrolik Direksiyon, CD Çalar, Alüminyum Jantlar, Otomatik Açılır Tavan (sunroof), Klima (AC)	Sedan
SKODA	1988	5,200	Açık Mavi	113,500	11.5	Hidrolik Direksiyon, Radyo Kaset, Araba Çekme Demiri, Klima(CD)	Sedan
TOYOTA	1993	7,950	Altın Sarısı	125,000	7.5	Hidrolik Direksiyon, Radyo Kaset, Karartılmış Camlar, Ön Koruma Barı, Klima (AC)	Sedan
HYUNDAİ	1999	9,500	Koyu Mavi	49,000	7.6	Hidrolik Direksiyon, CD Çalar, Arka Rüzgârlık (Spoiler), Klima, Renkli Camlar	Hatchback
KİA	1997	7,250	Gök Mavisi	74,118	8.8	CD Çalar, 6 Hoparlörler, Amplifikatör (Yükseltici), Renkli Camlar, Klima(AC)	Hatchback
HONDA	1993	17,200	Koyu Yeşil	154,000	12.5	Çift Hava Yastığı, ABS fren sistemi (Kilitlenme Önleyici Frenler), Alarm, Seyir Kontrolü, Otomatik Açılır Tavan (sunroof), Otomatik Camlar, Hidrolik Direksiyon,	Sedan
						Radyo Kaset, Hidrolik Direksiyon, Otomatik Tavan (sunroof), Klima(AC), Alüminyum Jantlar, ABS fren sistemi (Kilitlenme Önleyici Frenler)	Sedan

4. Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Etkinliği

Kâğıttan Uçak Yapma Yarışması

Wright Kardeşler, pilotlar ve uçak mühendisleri yapabiliyorsa dördüncü sınıf öğrencileri olarak sizler de yapabilirsiniz.

Ne mi yapacaksınız? *Wright Kardeşler* gibi yaratıcılığınızı kullanarak bir uçak tasarlayacaksınız. Ancak bu uçaklar için alüminyum, çeşitli metal parçaları ya da jet motorları kullanmayacaksınız. **Tek ihtiyacınız kâğıt parçaları ve geniş bir hayal gücü.**

Yarışma için tasarlayacağın uçak düz bir şekilde başka bir deyişle **doğrusal** bir yolda uçacak şekilde düzenlenmelidir. Ancak her yarışmada olduğu gibi büyük ödülü kazanmak için uymanız gereken bir dizi kural bu yarışma için de vardır. **Bu kuralların bazıları şunlardır:**

1. Uçağın kanatlarında hiçbir kesim yapılamaz.
2. Uçağın herhangi bir parçası tamamen çıkartılabilir.

Yarışma gününden önce uçağınızı tasarlamak ve test etmek için gruplar halinde çalışacaksınız. Her gruba uçuş denemesi için üç hak verilecektir. Deneme sonuçlarını gösteren tabloda bulunan **(X) işareti uçağın herhangi bir uçuşta doğrusal bir yolda ilerlemediğini anlatmaktadır.**

Kâğıttan Uçak Yapma Problemi

Bu yılki kâğıttan uçak yapma yarışması **23 NİSAN** tarihinde okulumuzda yapılacaktır. Bu yarışmaya okulumuzun **4. Sınıf öğrencileri** katılarak gruplar halinde bir uçak tasarlayacaklardır. Tüm uçaklar hedef çizgisine ulaşana kadar **havada olabildiğince uzun süre kalmalı** ve **doğrusal bir yolda uçmalıdır.**

Yarışmada üç ödül sizleri bekliyor. Bir ödül uçağı **havada en uzun süre** kalacak olan gruba, diğer ödül **uçağı doğrusal olarak en uzun mesafeyi alan** gruba ve son ödül ise kriterleri sizler tarafından belirlenecek olan **genel bir galibe** verilecektir.

SİZİN GÖREVİNİZ: Yarışmada her üç kategoride de kazanan grubu belirleyiniz. Belirlerken izlediğiniz yolları yarışma jürisine yazarak açıklayınız?

Kâğıttan Uçak Yapma Yarışmasının 2012 Sonuçları

TAKIMLAR	Uçuş Sayısı	Havada Kalış Süresi (Sn)	Doğrusal Bir Yolda Aldığı Mesafe (Metre)
A-Takımı	1	2	11
	2	1 ½	12
	3	(X)	(X)
B-Takımı	1	1	12
	2	½	7
	3	½	8
C-Takımı	1	1	9
	2	1	11
	3	2	11
D-Takımı	1	2 ½	12
	2	(X)	(X)
	3	1	8
E-Takımı	1	1 ½	9
	2	1	10
	3	2	13
F-Takımı	1	1	9
	2	2	11
	3	(X)	(X)

EK 2: Fasulye Problemi

Fasulye Problemi

Çiftçi Ahmet Amca kuru fasulye yetiştirirken hangi ışık koşulunun daha iyi bir tercih olduğuna karar vermeye çalışmaktadır. Çiftçi Ahmet Amca karar verirken yardımı olacağını düşündüğü için **kuru fasulye bitkisi** yetiştiren Çiftçiler Birliğini ziyaret etmiş ve **iki farklı ışık koşulu** kullandıklarını görmüştür. İki farklı ışık koşulu;

1. Fasulyeleri açık havada **gün ışığında** yetiştirme
2. Fasulyeleri sadece **gölge altında** yetiştirme.

Çiftçiler Birliği **on hafta** sonunda, kuru fasulyelerin ağırlığını ölçmüş ve kayıt etmişlerdir. **Gün Işığında** ve **Gölgede** olmak üzere 4 sıra fasulye yetiştirmişlerdir.

GÜN IŞIĞINDA			
Kuru Fasulye Bitkisi	**6. Hafta**	**8. Hafta**	**10.Hafta**
Sıra 1	9 Kg	12 Kg	13 Kg
Sıra 2	8 Kg	11 Kg	14 Kg
Sıra 3	9 Kg	14 Kg	18 Kg
Sıra 4	10 Kg	11 Kg	17 Kg

GÖLGEDE			
Kuru Fasulye Bitkisi	**6. Hafta**	**8. Hafta**	**10.Hafta**
Sıra 1	5 Kg	9 Kg	15 Kg
Sıra 2	5 Kg	8 Kg	14 Kg
Sıra 3	6 Kg	9 Kg	12 Kg
Sıra 4	6 Kg	10 Kg	13 Kg

GÖREVLERİNİZ

1) Yukarıdaki verileri kullanarak kuru fasulye yetiştirirken **en çok ürünü alabilmek için** tercih edilecek **en uygun ışık** koşulunu seçiniz ve neden bunu tercih ettiğinizi Ahmet amcaya bir mektupla **açıklayınız.**

2) **Gün ışığında** ve **Gölgede** fasulyelerin **12. Hafta** sonunda ağırlıklarını tahmin ediniz ve bu tahmini nasıl yaptığınızı Ahmet amcaya bir mektupla **açıklayınız.**

Ek 3: Araştırma İzni

T.C
[redacted] ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ

Sayı : 49933177-755.02.01/[107].2283 25./03/2014
Konu : Model Oluşturma Etlinliği
Hakkında

Sayın
Arş.Gör. Neslihan ŞAHİN
Eğitim Fakültesi

İLGİ: 05/12/2013 tarihli dilekçeniz.

A[redacted] Kaymakamlığı [redacted] Vakfı Özel İlkokulundan alınan 20.03.2014 tarih ve 55 sayılı yazı ile "İlkokul 4.Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerindeki Düşünme Süreçleri ve Karşılaşılan Güçlükler" başlıklı çalışmanız kapsamında hazırladığınız etkinliğinizin incelenerek, okullarında 4.sınıf öğrencilerine uygulama yapmanızın uygun görüldüğü bildirilmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Halis ÖLMEZ
Rektör V.

EK: 1

[redacted] Üniversitesi Rektörlüğü 55139
Kurupelit/[redacted]
Telefon : (0[redacted])3121919/7223
e-posta :

Ayrıntılı bilgi için irtibat : Genel Sekreterlik
Faks : (0[redacted]) 4576091
Elektronik Ağ : www.[redacted].edu.tr