T. C.
BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

OKUL TAŞITLARI ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN TAMSAYILI KARAR MODELLERİ

Emrah DEMİR

Yüksek Lisans Tezi
Ankara - 2008

OKUL TAŞITLARI ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN TAMSAYILI KARAR MODELLERİ

INTEGER PROGRAMMING MODELS FOR SCHOOL BUS ROUTING PROBLEM

Emrah DEMİR

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ENDÜSTRİ Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2008

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından **ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan :..

Prof. Dr. Berna DENGİZ

Üye (Danışman) :..

Prof. Dr. İmdat KARA

Üye :..

Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

ONAY

Bu tez 14 / 01 / 2008 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

/ / 2008

Prof.Dr. Emin AKATA

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında her türlü yardımını esirgemeyen ve biz genç araştırmacılara büyük destek olan, kendisini her zaman örnek alacağım tez yöneticisi hocam, Sayın Prof. Dr. İmdat KARA'ya, çalışmamı her zaman destekleyen ve bölümün imkanlarını bize sunan hocam, Sayın Prof. Dr. Berna DENGİZ'e, çalışma arkadaşlarıma ve bugünlere gelmemde bana en büyük desteği veren aileme teşekkür ederim.

Okul Taşıtları Rotalama Problemi için Tamsayılı Karar Modelleri

Emrah DEMİR
Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

ÖZ

Kombinatoryal eniyileme problemleri, yöneylem araştırması alanında en çok çalışılan problem tipidir ve büyük bir kısmı NP–Zor'dur. Araç Rotalama Problemi (ARP) de kombinatoryal eniyileme problemi grubuna girmektedir. Problemin gerçek hayattaki uzantılarından biri "Okul Taşıtları Rotalama Problemi (OTRP)"dir. OTRP; enküçük toplam işletim maliyetiyle, öğrencilerin belirli toplama noktalarından alınması ve okula bırakılması veya öğrencilerin okuldan alınarak, alındıkları yerlere bırakılması problemidir. Uygulamada farklı durumların ortaya çıkması, problemin çok boyutlu düşünülmesini gerekli kılmıştır. Bu tez kapsamında gerçek hayatta en çok karşılaşılan durum belirlenmiş ve onun üzerinde çalışılmıştır.

Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişme, matematiksel modellerin garanti ettiği kesin çözümlerin kolay ve etkin bir şekilde bulunabileceği izlenimini vermiştir. Bundan dolayı problemin çözümü için matematiksel karar modelleri üzerinde çalışılmıştır. Tez kapsamında, probleme karşı gelen serimin simetrik olamayacağı göz önüne alınmıştır ve modelleme sabah (toplama) ve öğlen (dağıtım) olmak üzere iki alt başlıkta incelenmiştir. Çalışmada OTRP için polinom boyutta yeni geliştirilen ikisi düğüm tabanlı, ikisi akış tabanlı dört tamsayılı karar modeli tanıtılmıştır. İlgili kütüphanelerde yer alan OTRP problemleri ve rassal olarak üretilen problemler dört modelle de çözdürülerek, çözüm süreleri ve doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri üzerinden karşılaştırmalı analizler yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, gelişen teknolojik ilerlemeye bağlı olarak modelleme üzerine çalışmayı destekleyebilecek sonuçlara varılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Araç Rotalama, Okul Taşıtı Rotalama Problemi, Tam Sayılı Karar Modeli

Danışman: Prof. Dr. İmdat KARA, Başkent Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi

INTEGER PROGRAMMING MODELS FOR SCHOOL BUS ROUTING PROBLEM

Emrah DEMİR

Başkent University, Institute of Science
The Department of Industrial Engineering

ABSTRACT

Combinatorial optimization problems are the most widely studied problems in Operations Research literature and generally they are NP-Hard. Vehicle Routing Problems (VRP) are also classified in Combinatorial Optimization Problems. School Bus Routing Problem is a special type of Vehicle Routing Problems and also an NP-Hard problem. School Bus Routing Problem (SBRP) is the problem of picking students from defined points and taking them to school and/or vice versa with minimum transportation costs. Several approaches are used in solving SBRP depending on the situation which is being observed. In this study, the situation which researchers can most likely come across in real life is identified and/or examined.

Rapid improvement in computing technology has showed that exact solutions for mathematical models can be found. As a matter of this fact, mathematical decision models have been examined in order to solve problems. In this study, the network is assumed as an asymmetric. Two node based decision models and two flow based decision models are introduced. Formulations have been made by considering two situations which are named as “Morning” and “Noon”. Test problems were taken from the literature as well as generated randomly. Thereafter, these problems were solved by using four models which are introduced in this study. All solutions are then analyzed comparatively in terms of computation times and LP relaxation values. Finally, conclusions are made to guide future studies.

Keywords: Vehicle Routing Problem, School Bus Routing Problem, Integer Programming Model

Advisor: Prof. Dr. İmdat KARA, Başkent University, Faculty of Engineering

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

Sayfa

Sayfa

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

GSP	Gezgin Satıcı Problemi
ARP	Araç Rotalama Problemi
VRP	Vehicle Routing Problem
DCVRP	The Distance and Capacity Constrained Vehicle Routing Problem
SBRP	School Bus Routing Problem
OTRP	Okul Taşıtları Rotalama Problemi
NF1	Düğüm Tabanlı Sabah (Toplama) Modeli
NF2	Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (Dağıtım)Modeli
NFTS	Düğüm Tabanlı Bektaş - Elmastaş Öğleden Sonra (Dağıtım) Modeli
FF1	Akış Tabanlı Sabah (Toplama) Modeli
FF2	Akış Tabanlı Öğleden Sonra (Dağıtım) Modeli
CPU	Central Processing Unit
LR	Lagrange Relaxation

1. GİRİŞ

Kombinatoryal eniyileme problemleri, gerçek hayat uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan ve yöneylem araştırması alanında en çok uğraşılan problem tipidir. Bu sınıftaki problemlerin büyük bir kısmı NP–Zor olarak adlandırılmaktadır. Yani hesaplama zamanı problemin boyutuna bağlı olarak üstel artış göstermektedir. Bu tür problemlerin çözümü için yıllardır uğraşılmaktadır ve henüz polinom zamanda çalışan etkin bir algoritma elde edilememiştir. Araç Rotalama Problemi (ARP)'de, kombinatoryal eniyileme problemi grubuna girmektedir. Problemin uygulamada karşılaşılabilecek uzantılarından biri de "Okul Taşıtları Rotalama Problemidir" (OTRP). Bu tez kapsamında OTRP üzerine çalışılmıştır.

ARP'de, ürün veya yolcuların toplanması veya bırakılması için mevcut araçların en etkin şekilde kullanılması amaçlanmaktadır. Birçok uygulamada problem, toplam filo işletim maliyetini enküçükleyerek; araç rotalarının, belli kısıtlar altında bulunması ve çizelgelenmesidir. OTRP ise toplam işletim maliyetini enküçükleyecek şekilde, sabah öğrencilerin belirli toplama noktalarından alınıp okula götürülmelerini ve öğleden sonra da öğrencilerin okuldan alınıp evlerine bırakılmalarını sağlayacak rotaların belirlenmesi problemidir [1].

OTRP hakkında yayınlanan ilk makale 1969 yılında Newton, R. M. ve Thomas, W.H. tarafından Socio Planning Science'da yayınlanmıştır [1]. Akademisyenlerin problemin çözümü için gösterdikleri yoğun ilgi artarak devam etmektedir. Üzerinde çalışılmış her OTRP, ele alınacak durum için uygun olmayabilir. Bu ihtiyaçtan dolayı problemin tüm bileşenleriyle incelenerek, temel bir durum üzerinde çalışılması bu tezin önceliğidir.

OTRP üzerinde yapılan incelemeler en temel durumun toplam maliyeti enküçükleyecek, kapasite ve mesafe kısıtını dikkate alan araç rotalama problemi olduğu görülmüştür. Fakat; araçların OTRP'de başladığı yere dönme zorunluluğu yoktur. Bu da problemi açık uçlu rotalama problemine dönüştürmektedir.

Probleme kesin çözüm verebilecek matematiksel modeller genellikle öğleden sonraki güzergahları dikkate almakta ve sabah güzergahları, öğleden sonraki güzergahlardan yola çıkılarak bulunmaktadır. Oysa ki, trafik düzenine göre mesafe matrisi simetrik yapıda olmamaktadır. Bu yüzden sabah ve öğleden sonraki güzergahlar farklı olmalıdır. Şimdiye kadarki çalışmalarda bu önemli ayrıntı dikkate alınmamıştır. Fakat, bu çalışmada güzergahların bulunması problemi ayrı ayrı ele alınmıştır. Ayrıca, literatürdeki modellerin büyük bir kısmı doğrusal olmayan amaç fonksiyonu veya kısıt kümesine sahiptir. Yine büyük bir çoğunluğu üstel sayıda kısıt sayısına sahiptir. Bu yüzden hem kesin çözüm bulma isteği hem de polinom boyutta kısıt ve değişkenden oluşan doğrusal karar modeli oluşturma isteği tezin itici gücü olmuştur.

Önerilen matematiksel modeller hem düğüm tabanlı hem de akış tabanlı yapıları dikkate almıştır. Her iki yaklaşımla sabah ve öğleden sonraki durumu dikkate alan toplam dört doğrusal karar modeli önerilmiştir. Bu modellerin çözüm süreleri ve doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri yönünden karşılaştırması yapılmıştır.

Çalışmanın ikinci kısmında OTRP hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde ise OTRP için literatüre kazandırılan karar modelleri anlatılmıştır. Dördüncü bölümde önerilen karar modellerine yer verilmiş ve beşinci bölümde sayısal analizlerde bulunulmuştur. Çalışmanın son bölümünde ise sonuçlar ve ileriki çalışmalar için önerilere değinilmiştir.

2. OKUL TAŞITLARI ROTALAMA PROBLEMİ

Çalışmanın bu bölümünde Okul Taşıtları Rotalama Problemini tanıtmak amacıyla, literatürde ve gerçek hayat uygulamalarında karşılaşılan ayrıntılara değinilmiştir. Öncelikle problem tanımlanmış ve literatüre kazandırılan çalışmalar özetlenmiştir. Daha sonra problemi oluşturan temel özellikler incelenmiş ve problemin daha önce yapılmayan çeşitlendirmesi yapılmıştır. Bölümün sonunda ise mevcut çözüm yaklaşımlarına değinilmiştir.

2.1 Okul Taşıtları Rotalama Problemi'nin Tanımı

Kombinatoryal eniyileme tipindeki problemler genellikle NP-Zor'dur. Problemin çözüm süresi problemin büyüklüğüne bağlı olarak üstel artış göstermektedir. Dolayısıyla, orta ve büyük boyutlu problemlerin makul sürelerde çözülmesi zorlaşmaktadır. Kombinatoryal eniyileme tipindeki problemler içinde belki de üzerinde en çok uğraşılan ve çalışılanı Gezgin Satıcı Problemi (GSP)'dir.

Gezgin Satıcı Problemi'nde amaç, bir satıcının bulunduğu şehirden başlayıp her şehre sadece bir kez uğradıktan sonra, başladığı şehre geri dönen en kısa turu bulmaktır. Bu problemin anlaşılması kolay ama çözümü çok zordur. GSP en başa alındığında bu problemin uzantılarından oluşan geniş bir problem ailesine ulaşılır. Bunların içinde bilinen ve en çok karşılaşılan problem ise Araç Rotalama Problemi (ARP)'dir. ARP, ürün veya yolcuların toplanması veya bırakılması için, mevcut araçların en etkili şekilde kullanılmasını amaçlamaktadır. Birçok uygulamada problem, toplam filo işletim maliyetini en küçükleyerek araç rotalarının, belli kısıtlar altında bulunması ve çizelgelenmesidir. Problemde kapasitenin de dikkate alınması, problemin ismini Kapasiteli Araç Rotalama Problemi (KARP) yapmaktadır. Problemin gerçek hayat uygulamaları düşünüldüğünde araçların fiziki kapasiteleri mutlaka dikkate alınmalıdır. Ancak KARP'ta, araçların başladıkları yere dönme zorunluluğu vardır. Araç, turuna nereden başlıyorsa, turunu tamamladığında başladığı noktaya geri dönmelidir. Fakat, OTRP'de, aracın başladığı yere dönme zorunluluğu yoktur ve turunun sonunda farklı bir noktaya gidebilir. Bu yüzden araçların harekete başladıkları ve hareketlerini bitirdikleri noktalar farklı olmaktadır. O halde KARP'ta rotalar tur, okul araçları rotalama probleminde ise rotalar yol olarak adlandırılır [20].

Her okul sisteminde okula getirilecek ve okuldan evlerine veya duraklara bırakılacak öğrencilerin olduğu ve bunun da en etkin şekilde çözülmesi gerektiği ortadadır. Bu yüzden OTRP üzerinde durulması ve çalışılması gerekmektedir.

OTRP'nin en genel tanımı; toplam maliyeti enküçükleyerek, öğrencilerin belirli toplama noktalarından alınarak okula bırakılması veya öğrencilerin okuldan alınarak belirli dağıtım noktalarına bırakılması problemidir [1].

2.2 Kaynaklarda Okul Taşıtları Rotalama Problemi

Okul taşıtları rotalama problemi üzerine yapılan çalışmalar, 1950'li yıllara kadar uzanmaktadır. İlk uğraşılar, gerçek hayatta karşılaşılan problemin çözümü için yapılan projeler olmuştur. Literatüre kazandırılan ilk makale ise 1969 yılında Newton, R. M. ve Thomas, W.H. tarafından Socio Planning Science'da yayınlanmıştır [1]. Bu tarihten sonra yapılanlar, Tablo 1'de özetlenmiştir. Yayınlar, Tablo 1'de kronolojik sırada yer almaktadır. Bu tablo da yayınlanan çalışmaların, yıl, yazar (lar), ele aldığı problem, dikkate alınan amaç fonksiyonları, kısıt(lar) ve önerdiği çözüm yaklaşımları bilgisi özetlenmiştir. Bu özet bilgiler, konu ile ilgilenen araştırmacılara ışık tutacaktır.

Tablo 1: Okul Taşıtları Rotalama Problemi Literatür Araştırması

Yazar (lar)	Problem	Amaç (lar)	Kısıt (lar)	Çözüm Yaklaşımı
[1969] Newton, R.M. ve Thomas, W.H. Socio-Economic Planning Science, 3: 75-85 [1]	Tek okul 80 durak	1. Güzergahların bulunması 2. Zaman çizelgesinin bulunması	1. Öğrenci yolculuk süresi 2. Durak koşulları	Başlangıç için GSP turu oluşturulmuş ve her araç bir güzergahı kullanacak şekilde iyileştirilmiştir.
[1972] Angel, R.D ve diğerleri Mngt. Sci.18: 279-288 [2]	Birden fazla okul (5 okul) 1500 öğrenci	1. Güzergah sayısının enküçüklenmesi 2. Toplam araç seyahat süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Güzergah süre limiti	Araç durakları kümeleme algoritmasıyla gruplanmıştır. Her salkım kendi içinde rotalanmış ve salkımların birleştirilmesine çalışılmıştır.
[1972] Bennett, B.T. ve Gazis, D.C. Transport Res 6, 317-326 [3]	Tek okul 30 güzergah 256 durak	Toplam öğrenci seyahat süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi	Kazanç (Saving) algoritmasının değişik bir uygulaması kullanılmıştır.
[1974] Newton, R.M. ve Thomas, W.H. Comput. Opns. Res1: 213-222 [4]	Birden fazla okul	1. Toplam araç seyahat süresinin enküçüklenmesi 2. Gereken güzergah sayısının enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Öğrenci yolculuk süresi	3-opt prosedürü başlangıç gezgin satıcı turu için kullanılmıştır. Algoritma 2 ek bileşen kullanmaktadır. Bunlar; ileri adım (look-ahead) özelliği ve (otobüs durağı ayırıcı) bus stop splitter özelliğidir. Birinci özellik, turun sırasında değişiklik yapar. İkinci özellik ise, güzergah sayısını azaltmaya çalışır.
[1979] Bodin, L.D. ve Berman, L. Transport Sci. 24: 113-129 [5]	Birden fazla okul (25 okul) 13000 öğrenci	Toplam araç seyahat süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. İzin verilebilir öğrenci seyahat süresi	Problemin çözümü için rotalama ve çizelgelemeyi birlikte ele alan bir algoritma önerilmiştir.

Tablo 1: (Devam)

Yazar (lar)	Problem	Amaç (lar)	Kısıt (lar)	Çözüm Yaklaşımı
[1984] Swersey, A.J. ve Ballard, W. Management Science Vol.30, No.7, 844-853 [6]	Tek okul 100 güzergah 30-38 durak	Gereken araç sayısının enküçüklenmesi	1. Okul zaman penceresi	Bu makale çizelgeleme kısmıyla ilgilenmiştir. Özellikle turları en az araçla tamamlamak üzerine çalışılmıştır.
[1986] Desrosiers, J. ve diğerleri Management Sciences, vol 22:47-71	Birden fazla okul (60 okul) 20000 öğrenci	Güzergah sayısının enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Okul zaman penceresi	Güzergahlar oluşturulduktan sonra, çizelgeleme problemi tamsayılı programlama olarak formüle edilmiştir ve column generation metoduyla çözdürülmüştür.
[1988] Chen, D.S. ve Kallsen, H.A. Comput IE 15: 179-183 [7]	Tek Okul	1.Gereken araç sayısının enküçüklemesi 2. Filo seyahat süresinin enküçüklemesi 3. Araç yüklemesinin dengelenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Öğrenci yolculuk süresi 3. Okul zaman penceresi	Problemin çözümü için uzman sistem önerilmiştir. Rotalama ve çizelgeleme eş zamanlı olarak ele alınmıştır.
[1995] Bowerman, R. ve diğerleri Transport Res 29A: 107-123 [8]	Tek Okul 12 durak 138 öğrenci	1. Araç sayısının (güzergahın) enküçüklenmesi 2. Toplam araç güzergah uzunluğunun enküçüklenmesi 3. Araç yüklenmesinin ve güzergah uzunluklarının dengelenmesi 4. Öğrenci yürüme mesafesinin enküçüklemesi	1. Araç kapasitesi 2. Her güzergahtaki seyahat süresi 3. Toplam seyahat süresi	Problem çok amaçlı “Location Routing Problem” olarak modellenmiştir. Ama sezgisel bir metotla çözüm aranmıştır.
[1997] Braca, J. ve diğerleri IIE Trans 29: 693-702 [9]	Birden fazla okul (73 okul) 838 durak 4619 öğrenci	Gereken araç sayısının enküçüklenmesi	1.Araç kapasitesi için alt ve üst değerler 2. Öğrenci yolculuk süresi 3. Okul zaman penceresi 4. En erken alma süresi	Problemin çözümü için sezgisel bir algoritma denenmiştir. KARP için geliştirilen “Location Based Heuristic (LBH)” kullanılmıştır. Rotalama ve çizelgelemeyi eş zamanlı çözülmektedir.
[2001] Serna, C. R. ve Bonrostro, J. P. Teknik Rapor [10]	Tek okul	En uzun güzergah süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi	Problem Tabu algoritmasıyla çözdürülmektedir.

Tablo 1: (Devam)

Yazar (lar)	Problem	Amaç (lar)	Kısıt (lar)	Çözüm Yaklaşımı
[2001] Spasovic, L. ve diğerleri Transportation Research Board, 80th Annual Meeting, January-2001 [11]	Tek okul 24 durak 199 öğrenci	Toplam işletim maliyetinin enküçüklenmesi	1. Öğrenci yolculuk süresi 2. Araç kapasitesi 3. Durak koşulları	Problemin çözümü için 3 farklı metot incelenmiştir. Bunlar zaman kazanç sezgiseli, “router” ve süpürme metodudur. Router metodu en düşük maliyeti vermiştir.
[2002] Li, L. ve Fu, Z. Journal of the Operational Research Society (2002), 53: 552-558 [12]	Tek okul 54 durak 86 öğrenci	1. Gereken araç sayısının enküçüklenmesi 2. Öğrencilerin tüm noktalarda geçirdikleri toplam seyahat sürelerinin enküçüklenmesi 3. Toplam araç süresinin enküçüklenmesi 4. Araç kapasite ve seyahat süreleri arasındaki değişkenliğin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Durak koşulları	Problem çok amaçlı kombinatoryal problem olarak formüle edilmiş ve sezgisel metotla çözülmüştür. Algoritma sezgisel ve optimizasyon metotlarla (Hungarian alg., Lawler’s kth shortest path route alg ve Dijkstra’s shortest route alg.) ile çözülmüştür.
[2002] Corberan, A. ve diğerleri Journal of the Operational Research Society (2002) 53: 427-435 [13]	Tek okul	1.Ulaşım maliyetlerinin enküçüklenmesi 2. Ulaşım süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi	Problemin çözümü için sezgisel bir yöntem önerilmiştir.
[2003] Spada, M. ve diğerleri 3rd Swiss Transport Research Conference [14]	Birden fazla okul (12okul) 274 öğrenci	1. Öğrenci için kayıp zamanın enküçüklenmesi 2. Öğrenciler için toplam kayıp zamanın enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Öğrencilerin okula zamanında varması	Problemin çözümü için sezgisel algoritmalar denenmiştir. Tavlama benzetimi ve Tabu algoritması kullanılan sezgisel metotlardır.
[2004] Thangiah, S.R. ve diğerleri Computer Aided scheduling of Public Transport Conference, San Diego [15]	Birden fazla okul (5 okul) 13 depo 71 durak 583 öğrenci	Ulaşım maliyetinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Toplam seyahat süresi	Problem çözümü için sezgisel algoritmalar kullanılmıştır. Bunlar; intra route local opt, inter-route improvement sezgiseli, customer-interchange exchange sezgiseli, sharing sezgiseli, reduction ve combine sezgiselidir.

Tablo-1: (Devam)

Yazar (lar)	Problem	Amaç (lar)	Kısıt (lar)	Çözüm Yaklaşımı
[2005] Geem, Z.W. GECCO 2005 [16]	Tek Okul	1. Gereken araç sayısının enküçüklenmesi 2.Araçlarin seyahat süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Zaman penceresi	Problemin çözümü için “Harmony Search” kullanılmıştır.
[2006] Pacheco, J. ve Marti, R. Journal of the Operational Research Society (2006) 57: 29-37 [17]	Tek Okul (58 farklı okul)	1. Gereken araç sayısının enküçüklenmesi 2. Öğrenci seyahat süresinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Güzergah uzunluğu	Çok amaçlı olarak formüle edilen problem, Tabu algoritması ile çözdürülmüştür.
[2006] Ledesma, R.J. ve diğerleri SEIO 2006, Tenerife [18]	Tek Okul	1. Toplam güzergah uzunluğunun enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Güzergah uzunluğu	Polinom sayıda değişken ve üstel sayıda kısıt içeren model önerilmiştir.
[2007] Bektaş, T. ve Elmastaş, S. Journal of the Operational Research Society 58, 1599-1604 [19;20]	Tek Okul 519 öğrenci	1. Toplam seyahat maliyetinin enküçüklenmesi	1. Araç kapasitesi 2. Güzergah uzunluğu	Problem tam sayılı programla modeli ile çözdürülmüştür.

Tablo 1 incelendiğinde, problemin ne kadar güncel bir konu olduğu görülmektedir. Tablodan çıkarılacak diğer bir sonuç ise, tek bir problem tipinin olmadığı ve neredeyse her bir çalışmada farklı bir durumun incelenmiş olduğudur. Problemi özgün ve canlı tutan da bu özelliğidir. Yapılacak çalışmalarda da dikkat edilmesi gereken en önemli aşama, problemin doğru tanımlanmasıdır. Yanlış bir tanımlama ulaşılmaya çalışılan hedeften uzaklaştırabilir. Bundan dolayı, bir sonraki bölümde okul taşıtları rotalama probleminin bileşenleri incelenmiştir.

2.3 Okul Taşıtları Rotalama Probleminin Bileşenleri

Gerçek hayat problemlerinde düşünülmesi gereken en önemli nokta, problemi etkileyen tüm durumların dikkate alınması gerekliliğidir. Bu çalışmada da, problem üzerinde yoğunlaşmaya başladıkça, Tablo 1'den de anlaşılacağı gibi, karşılaşılan bütün durumların problemin tanımında yer almasının önemi ortaya çıkmıştır.

OTRP'yi daha yakından tanıyabilmek için aşağıdaki bileşenlerin incelenmesine ihtiyaç duyulmuştur. Burada problem yapısını etkileyen ve problemin kapsamına giren gerçek hayatta karşılaşılabilecek olası durumlar anlatılmıştır.

2.3.1 Karar vericiler ve karar değişkenleri

Problemin temelini oluşturan karar verici mekanizmalar ve verilecek kararı niteleyen değişkenler bu bölümde açıklanmıştır [6,8,14]. Sistem düşünüldüğünde ilk akla gelen karar vericilerin okul yönetimi, veliler ve servis firmalarının olduğu söylenebilir. Problem daha ayrıntılı olarak ele alındığında yasal düzenlemeler ve yerel yönetimlerin de problemin şekillenmesinde söz sahibi olduğu görülmüştür. Karar vericilerin problemi nasıl etkileyebilecekleri aşağıda incelenmiştir.

Okul yönetimi problemin yapısını etkilemede söz sahibi taraflardan biridir. Okul yönetimince verilebilecek kararlar aşağıda sıralanmıştır:

- öğrenci taşımacılığını yapacak firmanın seçilmesi,
- okul taşıtlarının okula geliş ve ayrılış saatlerinin belirlenmesi,
- öğrencilerin duraklardan alınması gerektiğinde, izin verilebilir en fazla yürüme mesafesinin belirlenmesi,
- öğrencinin araç içinde izin verilebilir en uzun seyahat süresi veya mesafesinin belirlenmesi.

Aileler kararlarıyla hem okul yönetimini hem de servis firmasını yönlendirebilecek durumdadır. Bu kararlar aşağıda belirtilmiştir:

- eğer durak seçimi yapılacaksa, durakların seçilmesinde,
- öğrencinin araç içinde izin verilebilir en uzun seyahat süresinin belirlenmesinde.

Servis firmaları öncelikle okul yönetimi veya ailelerden kaynaklanan şartları yerine getirmekle birlikte, kendileri de birtakım istekleri problemin yapısına yansıtabilirler. Bu kararlar aşağıda belirtilmiştir;

- araçların kendi aralarındaki yük ve mesafe dengelerinin sağlanmasında,
- kapasitelerine göre kullanılacak araçların seçiminde.

Yasal düzenlemeler özellikle öğrenci taşımacılığını yapacak firmaların uyması gereken hukuki kuralları içermektedir. Bunlar şehir içindeki hız limitlerinden, araç içerisindeki birtakım ayarlamalara kadar birçok karardan oluşmaktadır. Aynı zamanda araçların kullanamayacağı yollar da yönetmeliklerde belirtilebilmektedir.

Yerel yönetimler bazı durumlarda taşımacılık işinin yapılmasını bizzat yürütmektedirler. Böyle bir durumda mevcut okulların servis planlaması ve çizelgelemesi konusundaki asıl söz sahibi, yerel yönetimler olmaktadır.

Tüm bu karar verici mekanizmaların oluşturduğu problemin aradığı asıl cevap, karar değişkenleriyle gösterilmektedir. OTRP için temel karar değişkenleri, öğrencilerin hangi sırada belirli toplama noktalarından alınarak okula bırakılacağını ve öğrencilerin hangi sırada okuldan alınarak belirli dağıtım noktalarına bırakılacağını göstermektedir.

2.3.2 Parametreler

Karar vericilerin belirlediği problemin tanımına uygun olarak OTRP için gerekli olabilecek parametreler, uygulanacak yere göre değişiklik gösterebilmektedir. Problem içinde durak seçimi de yapılacaksa, o zaman potansiyel duraklarla ilgili tüm parametreler belirlenmelidir. Bunlar aşağıda belirtilmiştir [8,11,14,15].

- Öğrenci sayıları : Taşınacak öğrencilerin sayısı mutlaka bilinmesi gereken bir parametredir.
- Araç kapasiteleri: Her bir aracın yolcu kapasitesi, araçların eşit kapasite de olup olmadıkları bilinmelidir.
- Durak ve/veya in-bin noktaları arası uzaklıklar: Öğrenciler evlerinden veya duraklardan alınacaksa, bu noktaların birbirine, depoya (araçların park yerine) ve okula olan uzaklıkları bilinmelidir.
- Bir araç için bir turda izin verilebilir en fazla süre: Eğer bir araç için tanımlanmış süre kısıtı konulacaksa, bu değer bilinmelidir.
- Bir araç için bir turda izin verilebilir en fazla mesafe: Eğer bir araç için tanımlanmış mesafe kısıtı konulacaksa, bu değer bilinmelidir.
- Öğrencileri okula en erken - en geç bırakma ve alma zamanları: Karar vericiler tarafından okul araçlarının okula varış ve ayrılış süreleri belirlendiyse, bu değerler de bilinmelidir.
- Bir aracın işletim maliyeti: Eğer amaç, araç işletim maliyetini azaltmak ise aracın işletim maliyetleri bilinmelidir.
- Bir aracın ortalama hızı: Problemde araçların seyahat sürelerine dikkat edilecekse, bu araçların ortalama hız değerleri bilinmelidir.

- Öğrencilerin in–bin süreleri: Eğer problemde rotalamanın yanında çizelgeleme de yapılacaksa, öğrencilerin in-bin noktalarında harcayacakları süreler de dikkate alınmalıdır.

2.3.3 Kısıtlar

Problemi farklılaştıran önemli bir hususta karar vericilerin isteklerinin çeşitliliğidir. Gerçek hayat uygulamaları araştırıldığında, bir çok istekle karşılaşılmaktadır. Örneğin; bir okul için araçların kat edebileceği en uzun yol belirlenmişken, başka bir okulda buna dikkat edilmeyebilir. Bu yüzden ele alınacak problemi, karar sahibi olan tüm katılımcıların görüşlerini dikkate alarak oluşturmak gerekmektedir. Karar vericilerin belirlediği problemin olası kısıtları aşağıda verilmiştir [8,11,14,15,16].

- Bir araca en fazla kapasitesi kadar öğrenci alınabilir: Her aracın belirli bir fiziki kapasitesi olduğu için dikkate alınması gereken önemli bir kısıttır. Özellikle problemin çözümünde eldeki mevcut araçların kapasite bilgisi önemlidir. Araçların eşit kapasitede veya farklı kapasitede olması probleme yansıtılmalıdır. Eğer tüm araçlar aynı kapasitede ise, problem eşit kapasiteli rotalama problemi olmaktadır. Eğer kapasiteler farklı ise, problem farklı kapasiteli araç rotalama problemine dönüşmektedir. Dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ta araç içerisinde rehber öğretmen bulundurma zorunluluğu olduğundan, gerçek kapasitenin uygulamada farklı olabileceğidir.

- Bir öğrencinin seyahat süresi en fazla belirlenen değer kadar olabilir: Karar vericiler öğrencilerin seyahat sürelerini sınırlandırmak isteyebilir. Bu durumda araçların güzergahları belirtilen süreyi aşmamak durumundadır. Bunun sağlanabilmesi için araç hızları ve kat edilen mesafe dikkate alınarak süre hesaplaması yapılmalıdır.

- Bir güzergahın uzunluğu en fazla belirlenen değer kadar olabilir: Karar vericiler araçların güzergah uzunluklarında belirli bir değerden daha fazla yol kat etmelerini istemeyebilir. Özellikle öğrencilerin uzun yolculuklara karşı dirençsiz olabileceği düşünülürse, bu durum probleme yansıtılmalıdır. Yine araçlar arasındaki dengesizliği de dikkat etmek gerekmektedir.

- Belirlenen çözümde zaman penceresinin de dikkate alınması gerekebilir: Birden fazla okul için yapılması gereken rotalama ve çizelgeleme probleminde mevcut araçların farklı okullar için kullanılması gerekmektedir. Bu yüzden zaman penceresi de dikkate alınmalıdır.

- Sistemdeki tüm öğrencilerin taşıması yapılmalıdır: Dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta, taşınması gereken tüm öğrencilerin taşınmasıdır. Araçlara atanmamış öğrenci bırakılmamalıdır.

- Bir öğrenci sadece bir araca atanabilir: Çözümde öğrencilerin veya durakların birden fazla araca atanması engellenmelidir.

- Her güzergah en az bir durak içermelidir: Bir güzergahın olabilmesi için, en azından bir durak güzergaha atanmalıdır.

2.3.4 Amaç(lar)

Savas (1978) tarafından halka sunulan mal ve hizmeti değerlendirebilmek için bir takım kriterler belirtilmiştir. Bunlar etkinlik, etkililik ve eşitlik kriterleridir. OTRP için de bu kriterler esas alınarak bir değerlendirme yapılabilir [8;11].

<u>Etkinlik :</u> Problemin maliyet boyutuyla ilgilenmektedir. Bunlar otobüsün işletim maliyeti ve kat edilen mesafeden kaynaklanan maliyettir. Kidd (1991) tarafından taşıt işletim maliyetinin daha önemli olduğu gösterilmiştir. Yani daha az güzergahın seçilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

<u>Etkililik :</u> Karar vericiler tarafından alınan kararların problemin yapısında ele alınıp alınmadığının göstergesidir.

Eşitlik : Hizmeti alanlar yani öğrenciler arasındaki dengeye bakmaktadır. Örnek olarak; sabahları ilk alınan öğrencinin, öğleden sonrada ilk olarak bırakılması veya öğrencilerin duraklara olan yürüme mesafesinin adaletsiz seçilmesi verilebilir. Bu durum belki de en az dikkate alınan husustur.

Aşağıda, yukarıdaki kriterleri sağlamak üzere ele alınabilecek olası amaçlar verilmektedir. Problemin yapısından dolayı bir çok durumda çok amaçlı düşünülmesi gerekmektedir.

- Toplam öğrenci seyahat süresini enküçüklemek : Kısıtlarda olabileceği gibi amaç fonksiyonu olarak da seyahat süresi enküçüklenebilir. Bu durumda seyahat süresinin artması, istenmeyen bir durumdur.

- Güzergah sayısını enküçüklemek : Güzergah sayısının en küçüklenmesi hem araç içindeki yük miktarını artıracak hem de taşıma maliyetinin azalmasına neden olacaktır. Problemin çözümünde asıl amaç gerekli kısıtlar altında ihtiyaç duyulan en az güzergah sayısının elde edilmesidir. Bu yüzden en önemli amaçlardan bir tanesi güzergah sayısını enküçüklemektir.

- Araç yüklemesini dengelemek : Araçlar arasındaki eşitliği sağlamak amacıyla araç içerisindeki öğrenci sayılarının mümkün olduğunca eşit olması amaçlanabilir. Yük dengelemesi amaçlardan biri olabileceği gibi kısıtlar aracılığıyla da sağlanabilir.

- Toplam araç güzergah uzunluğunu enküçüklemek : Araçların kat ettikleri mesafeleri dikkate alarak toplam güzergah uzunlukları enküçüklenmeye çalışılabilir.

- Araçların kat ettikleri mesafeleri dengelemek : Araçlar arasındaki eşitlikte dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ta, araçların kat ettikleri mesafelerin dengelenmesidir. Güzergahlar arasındaki dengesizlikler gerçek hayatta istenmeyen ve hoş karşılaşılmayan bir durumdur. Bundan dolayı, dikkate alınması gereken önemli bir husustur.

- Öğrenci yürüme mesafesini enküçüklemek : OTRP içerisinde uygun duraklardan durak seçilmesi de gerekiyorsa, öğrenciler arasında haksızlığa neden olacak uygulamalar yapılmamalıdır. Bu yüzden öğrencilerin duraklara olan mesafelerinin dikkate alınması gerekmektedir.

- Toplam araç seyahat süresini en küçüklemek : Problemde esas önemli olan öğrencilerin seyahat süreleri ise bu durumda amaç fonksiyonuna yansıtılabilir ve toplam araç seyahat süresi de enküçüklenebilir.

- Toplam işletim maliyetini enküçüklemek : Yapılan çalışmalarda en çok karşılaşılan durum, maliyet enküçüklemesidir. Yapılan çalışmalarda hem araç başına katlanılması gereken maliyet hem de araçların kat ettikleri mesafe başına karşılanması gereken maliyet birlikte dikkate alınmalıdır. Bu aynı zamanda, gereken araç sayısının da enküçüklenmesine neden olacaktır. Çünkü gerçek hayat uygulamalarında görülen durumda, araçların sabit işletim maliyeti her zaman daha yüksek olmaktadır. Bu yüzden gereken araç sayısının az olması maliyetleri düşürecektir.

OTRP'yi oluşturan temel bileşenlere bu bölümde değinilmiştir. Bundan sonraki bölümde ise bu bileşenlerin probleme nasıl yansıdığı incelenmiştir.

2.4 Okul Taşıtları Rotalama Problemi'nin Türlendirilmesi

Okul taşıtları rotalama problemini doğru tanımlayabilmek için problemi biçimlendiren ayrıntıların doğru bir şekilde belirtilmesi gerekmektedir. Problemin ayrıntılarına inildikçe birçok faktörün problemi etkilediği görülmektedir. Bu etkileşim problemin çeşitliliğini ortaya çıkarmaktadır. Ele alınacak gerçek hayat uygulaması hangi bileşenlerden oluşuyorsa, bu etmenler problemin çözümünde dikkate alınmalıdır. Bu etmenler Tablo 2'de gösterilmiştir ve izleyen sayfalarda ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

Tablo 2: Okul Taşıtları Rotalama Problemi'nin Bileşenleri

Öğrenci Servis Araçları Rotalama Problemi		
Bileşenleri	**Türevleri**	
Araç türleri	Eşit Kapasiteli (Homojen)	Farklı Kapasiteli (Heterojen)
Okul sayısı	Tek	Birden Fazla
Amaçlar	Tek	Birden Fazla
Öğrencinin in/bin yerleri	Evler	Duraklar (Durak Seçimi)
Düğümler arası mesafe	Simetrik	Asimetrik
Zaman dilimi	Sabah	Öğleden sonra
Zaman penceresi	Var	Yok
Depo	Okul	Şoförün evi / Depolar
Sınıf türüne göre kapasite belirleme	Var	Yok
Durak Seçimi	Var	Yok
Her durağın sadece bir araca atanması	Var	Yok
Karışık yükleme	Var	Yok
Süre kısıtı	Var	Yok
Kapasite kısıtı	Var	Yok
Mesafe kısıtı	Var	Yok

2.4.1 Araç türleri

Araç türü, problemi yakından etkileyen ve eldeki mevcut araçlara göre belirlenen bir bileşendir. Örneğin; servis firmasının elinde hangi araçlar bulunuyorsa, taşımacılık işinde bu araçlardan yararlanacaktır. Daha büyük kapasiteli araçların kullanılması veya daha düşük kapasiteli araç kullanılması daha avantajlı olsa bile, servis firması elindeki araçları değerlendirecektir. Bu yüzden mevcut araçların kapasiteleri bilinmeli ve çözüm buna göre oluşturulmalıdır. Bu bileşenin alternatifleri iki türlüdür. Bunlar eşit kapasiteli araç kullanımı ve eşit olmayan kapasitede araç kullanımıdır.

Eşit kapasiteli araç, eldeki tüm araçların eşit kapasitede olacağı varsayımına dayanmaktadır. Tüm araçlar eşit koltuk sayısına sahiptir.

Eşit olmayan kapasiteli araç, mevcut araçlar içinde en az bir aracın diğer araçlardan farklı sayıda koltuk sayısına sahip olduğunu belirtmektedir.

2.4.2 Okul sayısı

Problemi şekillendiren önemli bir ayrıntıda problemin kaç okulu kapsadığıdır. Birden fazla okul işin içine giriyorsa, problem farklılaşmakta ve rotalamanın yanında çizelgeleme de devreye girmektedir. Bu yüzden ele alınacak problemin kaç okulu içerdiği önemlidir. Bir veya birden fazla olması durumuna göre önerilecek çözüm yaklaşımı değişecektir.

2.4.3 Amaç(lar)

Gerçek hayat uygulamalarında genellikle birden fazla amacın yer aldığı görülmektedir. Karar vericilerin sayısı ne kadar fazlaysa, en iyilenmeye çalışılan amaç sayısı da artmaktadır. OTRP problemi içinde karar vericilerin fazla olması, her kesimin isteklerinin çözüme yansıtılması gerekliliğini doğurmaktadır. Bunun yanında eğer tek bir karar vericinin baskınlığı söz konusuysa eniyilenmeye çalışılan amaç sayısı düşebilmektedir.

2.4.4 Duraklar: öğrencinin (in / bin) yerleri ve mesafeler

Problemin diğer bir önemli bileşeni de öğrencilerin nereden alınacağıdır. Öğrenciler evlerinden veya duraklardan alınabilmektedir. Eğer duraklardan alınıyorsa, durakların belirlenmesi problemi de ortaya çıkacaktır. Bunun için bir bölgedeki potansiyel durak noktalarından bir tanesi durak olarak seçilmelidir. Bunu yaparken de öğrencilerin duraklara olan yürüme mesafeleri dikkate alınmalıdır. Durak seçimi, rotalama probleminden önce yapılacağı gibi, rotalama problemiyle birlikte eş zamanlı olarak da yapılabilmektedir [8].

İn /bin noktaları arası uzaklıklar, problemi şekillendiren önemli bir konudur. Mesafeler simetrik veya asimetrik olabilmektedir ve bu ayrım ele alınan problemi farklılaştırmaktadır.

2.4.5 Zaman dilimi ve zaman penceresi

Problemde dikkat edilmesi gereken önemli bir konu da probleme hangi zaman dilimi için çözüm aranacağının bilinmesi gerekliliğidir. Karar verici, öğrencilerin sabahları okula bırakılması, öğleden sonra okuldan dağıtım noktalarına bırakılması veya her iki durumu da çözmek isteyebilir. Mevcut çalışmalarda sadece bir durum için problem çözülmekte ve diğer durum dikkate alınmamaktadır.

Problemde düşünülmesi gereken diğer bir konuda, problem çözümünde zaman boyutunun dikkate alınıp alınmayacağıdır. Örneğin; tek bir okul için taşıtların okula varış ve ayrılış süreleri karar vericiler tarafından belirlenebilir ve problem buna göre çözülebilir. Yine birden çok okul için aynı taşıtlar kullanılacaksa, rotalama işinin yanında çizelgeleme de yapılacaktır. Bu yüzden bu boyut, problemi en çok etkileyen bileşenlerden bir tanesidir.

2.4.6 Güzergahın başlangıç / bitiş noktası (depo)

Problemde bilinmesi gereken önemli bir konu da taşıtların başlangıçta bulunduğu ve harekete geçeceği yerin bilinmesi gerekliliğidir. Taşıtlar okuldan veya depodan hareket edebilmektedir. Ele alınan problemde hangi durum söz konusuysa, bu önemli ayrıntıda dikkate alınmalıdır.

2.4.7 Sınıf türüne göre kapasite belirleme

Eğer taşıtın oturma düzeni farklıysa, yani her birey için oturulacak alan belli değil ise öğrencilerin boyutlarını da dikkate alarak, yeni bir oturma planı yapılabilmektedir. Bu da kapasiteyi etkilemektedir.

2.4.8 Her durağın sadece bir araca atanması

Genellikle her durak sadece bir araca atanmaktadır. Fakat, durakların birden çok araca atanabilmesi mümkün ise bu problemde yer almalıdır.

2.4.9 Karışık yükleme

Birden fazla okul için problem çözülecekse, farklı okulların öğrencilerinin aynı taşıt içinde bulunmasıdır. Eğer karar vericiler bu duruma izin verirlerse, aynı taşıt içerisinde farklı okulların öğrencileri bulunabilmektedir [8].

2.4.10 Süre kısıtı

Problemin önemli bileşenlerinden bir tanesi de süre kısıtıdır. Karar vericiler öğrencilerin araç içerisinde geçirdikleri sürenin en fazla ne kadar olması gerektiğine karar verebilmektedir. Bu durumda süre kısıtı problem formülasyonuna yansıtılmalıdır. Eğer süre kısıtı kullanılacaksa taşıtların hız bilgisine de ihtiyaç duyulmaktadır. Aynı şekilde öğrencilerin in/bin noktalarında geçirdikleri süre de hesaba katılmalıdır.

2.4.12 Kapasite kısıtı

Problemin şekillenmesinde olmazsa olmaz durumlardan bir tanesi de kapasitedir. Taşınması gereken öğrenci sayısı bir araçla taşınacak durumda değilse, araç kapasiteleri devreye girmektedir. İncelenen her çalışmada kapasitenin dikkate alındığı görülmüştür.

2.4.11 Mesafe kısıtı

Problemde kullanılabilecek diğer bir bileşende mesafe kısıtıdır. Karar vericiler taşıtların güzergah uzunluklarını sınırlayabilmektedir. Taşıtlar belirlenen değeri aşmamalıdır. İn/bin noktaları arası uzaklıkların bilinmesiyle, mesafe kısıtını oluşturmak kolaydır.

Yukarıda anlatılan bileşenler, ilk kez bu çalışmada ayrıntılı olarak ele alınmış ve bir tabloda özetlenmiştir. Bu aynı zamanda bu konuyla ilgilenecek araştırmacılara da yardımcı olabilecek ve benzer uygulama problemleri içinde kullanılabilecek önemli bir adımdır.

2.5 OTRP için Çözüm Yaklaşımları

OTRP için geliştirilen çözüm yaklaşımları bu bölümde incelenmiştir. Yapılan çalışmalar dikkate alındığında daha çok uygulamada karşılaşılan problemin çözümü üzerinde durulduğu görülmektedir. Çözüm teknikleri incelendiğinde, çalışmaları kesin çözüm veren ve sezgisel yöntemler olarak iki grupta toplanabileceği görülmektedir.

2.5.1 Kesin çözüm veren yöntemler

Problemin çözümü için kesin çözüm veren yaklaşımlar arasında en çok rastlanılan matematiksel modellemenin kullanılmasıdır [8,9,11,18,19,20]. Doğrusal veya doğrusal olmayan matematiksel modellemeleri esas alan bir çok çalışmaya rastlanmıştır. Ancak uygulamada karşılaşılan problemlerin boyutlarının büyük olması tek başına modellerin yeterli olmadığını göstermiştir. Bu yüzden genellikle problemler matematiksel modelleme kullanılarak gösterilmiş ancak çözüm için farklı sezgisel algoritmalar önerilmiştir. Tek başına modelleme kullanılan bir çalışmada ise problemde kümeleme kullanılarak, problem boyutları düşürülmüş ve doğrudan tamsayılı matematiksel modelleme kullanılmıştır [19,20]. Literatüre kazandırılmış matematiksel modelleme çalışmalarına üçüncü bölümde ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

2.5.2 Sezgisel yöntemler

İncelenen bir çok makalede sezgisel yöntemlerin kullanıldığı görülmüştür. Özellikle kısa sürede çözümün elde edilmesinin önemli olduğu durumlarda, bu yöntemlerden yararlanılmaktadır. Bu yüzden en iyiyi aramaktansa, iyi bir çözüm aranmaktadır. Kullanılan sezgisel yaklaşımlar aşağıda gösterilmiştir.

- Kümeleme Algoritması [2],
- Tasarruf Algoritması [3],
- Yer Merkezli Yerleştirme Algoritması [8],
- Tabu Arama Algoritması [10,17],
- Serpme Metodu Algoritması [13],
- Tavlama Benzetimi Algoritması [14],
- Uyum Arama Sezgiseli Algoritması [16].

Tezin ikinci bölümünde, OTRP'nin tanımı yapılarak, literatürdeki çalışmalar bir tablo halinde özetlenmiştir. Daha sonra ise problemi oluşturan bileşenler incelenmiştir. Yapılan incelemeler problemin nasıl farklılaşabileceği sorusunun cevabını vermiştir ve bu faktörler ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Önerilen türlendirme ilk kez bu çalışmada ortaya konulmuştur ve OTRP üzerinde çalışacak araştırmacılar için yol gösterici bir araç olacaktır.

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde, literatürde yer alan ve kesin çözüm veren yöntemler başlığı altında kısaca değinilen matematiksel modeller ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır. Modellerin genel özellikleri, kısıt ve değişken sayıları ve modellerin çözülebilirliği açıklanmıştır.

3. OKUL TAŞITLARI ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER

Çalışmanın bu bölümünde OTRP için literatürde yer alan önemli matematiksel formülasyonlara, dizin kümeleri ve değişkenlerin aslı korunarak, değinilmiştir. İncelenen çalışmalar kronolojik sırada verilmiştir.

3.1 Bowerman, Hall ve Calamai Formülasyonu

Problemin çözümü için model öneren çalışmalardan ilki Bowerman, Hall ve Calamai (1995) tarafından yapılmıştır [8]. Bu çalışmada doğrusal olmayan matematiksek modelleme kullanılmış ve çalışmada ele alınan uygulamaya, sezgisel bir metotla çözüm aranmıştır.

Kümeler

S : Öncelikler kümesi ("1" okulu belirtmektedir)
B : Uygun olan tüm duraklar
I : SUB, bütün olası güzergah noktaları
J : Öğrenciler
K : Okul otobüsleri

Parametreler

W: Okul otobüsü kapasitesi
C_{ij}: Evden duraklara olan mesafe
Sj: Durağa en fazla yürüme mesafesi
V_j: (2/3) anaokulu öğrenciler, (1) diğer okul öğrencileri
n: Güzergah nokta sayısı , = | I |

Değişken(ler)

$Z_{ij} =$ 1, *j*. öğrenci, *i*.durağa atanırsa
0, değilse

$u_i =$ 1, *i*. yer durak olursa
0, değilse

$y_{ik} =$ 1, *i*. güzergah, *k*. araç tarafından yapılırsa
0, değilse

x_{ijk} = 1, *k*. güzergahta *i*, *j*'den önce gelirse
0, değilse

<u>Model</u>

$$c_{ij} z_{ij} \le S_j \qquad i\varepsilon B;\ j\varepsilon J$$

$$z_{ij} \le u_i \qquad i\varepsilon B;\ j\varepsilon J$$

$$\sum_{i\varepsilon B} z_{ij} = 1 \qquad j\varepsilon J$$

$$\sum_{i\varepsilon B} \left(y_{ik} \sum_{j\varepsilon J} v_j z_{ij} \right) \le W \qquad k\varepsilon K$$

$$\sum_{k\varepsilon K} y_{ik} = \begin{Bmatrix} |K| & \dfrac{i\varepsilon S}{i\varepsilon B} \\ u_i & \end{Bmatrix}$$

$$\sum_{i\varepsilon I} x_{ijk} = y_{jk} \qquad j\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$\sum_{j\varepsilon I} x_{ijk} = y_{ik} \qquad i\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$\sum_{l\varepsilon B} f_{ilk} - \sum_{l\varepsilon B} f_{lik} = \sum_{j\varepsilon B} x_{ijk} \qquad i\varepsilon B;k\varepsilon K$$

$$f_{ijk} \le n x_{ijk} \qquad i, j\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$f_{ijk} \ge 0 \qquad i, j\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$u_i \varepsilon \{0,1\} \qquad i\varepsilon B$$

$$x_{ijk} \varepsilon \{0,1\} \qquad i, j\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$y_{ik} \varepsilon \{0,1\} \qquad i\varepsilon I;k\varepsilon K$$

$$z_{ij} \varepsilon \{0,1\} \qquad i\varepsilon B;\ j\varepsilon J$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{i,j\varepsilon I;k\varepsilon K} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{i\varepsilon B;\ j\varepsilon J} c_{ij} z_{ij} + \sum_{k\varepsilon K} \left(\sum_{i\varepsilon B;\ j\varepsilon J} v_j y_{ik} z_{ij} \right)^2 + \sum_{k\varepsilon K} \left(\sum_{i,j\varepsilon I} c_{ij} x_{ijk} - \frac{\sum_{ijk} c_{ij} x_{ijk}}{|K|} \right)^2$$

Birden fazla amacın enküçüklenmeye çalışıldığı modelde, amaç fonksiyonları; araç sayısının en küçüklenmesi, toplam araç güzergah uzunluğunun en küçüklenmesi, araç yüklenmesinin ve güzergah uzunluklarının dengelenmesi ve öğrenci yürüme mesafesinin enküçüklenmesidir. Dikkate alınan kısıtlar ise; araç kapasitesi, her güzergahtaki seyahat süresi ve toplam seyahat süresidir. Çalışmada ortak kapasiteli araçlar ve simetrik yapı söz konusudur.

Önerilen bu modelde; (I) olası güzergah noktalar kümesini temsil etmek üzere; $O(|I|^3)$ tane karar değişkeni ve $O(|I|^3)$ tane kısıt bulunmaktadır. Örneğin; 20 duraklı ve 100 öğrenciden oluşan bir problemde; 3400 karar değişkeni ve 6800 tane kısıt bulunmaktadır. 1990'lı yıllara göre o zamanki bilgisayar teknolojisi ile modelin makul zamanda çözüm vermesi zor olduğundan, çalışmada sezgisel algoritmalar önerilmiştir.

3.2 Braca, Bramel, Posner ve Levi formülasyonu

Braca, Bramel, Posner ve Levi (1997) tarafından yapılan çalışmada doğrusal tam sayılı karar modeli önerilmiştir [9]. Ama çözüm için sezgisel algoritmalar kullanılmıştır. Bu çalışmada birden çok okul için zaman penceresini de dikkate alan modelleme yaklaşımına gidilmiştir.

Kümeler

N: Otobüs durakları
M: Okullar
R: Uygun güzergahlar
"0": Tüm güzergahlar için başlangıç noktası
"d": Bitiş noktası

Parametreler

t_{ij} = ulaşım süresi

Değişkenler

$y_r =$ 1, eğer *r*. güzergah en iyi çözümdeyse
0, değilse

$X_{ij} =$ 1, *i*'den *j*'ye gidilirse
0, aksi takdirde

T_i = *i*. noktaya varış süresi (a_i = en erken varış zamanı, b_i = en geç varış zamanı)

Model

$$\sum_j X_{0j} = 1$$

$$\sum_j X_{jd} = 1$$

$$\sum_j X_{ij} - \sum_j X_{ji} = 0 \qquad \forall i \in NUM$$

$$X_{ij}(T_i + t_{ij} - T_j) \le 0 \qquad \forall (i,j) \in A$$

$$a_i \le T_i \le b_i \qquad \forall i \in NUM$$

Otobüs için kapasite kısıtı

Ögrenci için mesafe kısıtı

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{r \in R} y_r$$

Ele alınan model tek bir amaç fonksiyonunu, gereken güzergah sayısının en küçüklenmesini sağlayacak şekilde, araç kapasitesini, öğrencilik seyahat süresini ve okul zaman penceresini de dikkate alan çizelgeleme ve rotalamayı eş zamanlı düşünen bir çalışma olmuştur.

3.3 Spasovic, Chien ve Feeley Formülasyonu

Spasovic, Chien ve Feeley (2001) tarafından yapılan bu çalışmada tamsayılı karar modeli önerilmiştir [11]. Yapılan çalışmada ele alınan uygulama probleminde ise sezgisel bir algoritmayla çözüm aranmıştır.

Kümeler
T: Araç tipi, $t \in T$
S: Duraklar $i,j \in S$
O(S): Aracın başlangıç ve varışı
L: Otobüs güzergahı $k \in L$

Parametreler
T_{max} = Güzergahtaki öğrencileri alması için bulunan maksimum zaman
S_{ij} = Mesafe
d_i = *i*. Düğümdeki öğrenci sayısı
O_t = *t*. Tipindeki araç için, işletim maliyeti
Cap_t = *t*. Tipindeki araç için koltuk kapasitesi
V_t = *t*. tipindeki araç için ortalama hız

Değişkenler
$X_{ijk} =$ 1 *i*,den *j*'ye olan güzergah k. otobüs tarafından yapılıyorsa

$\delta_{kt} =$ 1, *k*. güzergah, *t* tipindeki araca sahipse
0, değilse

Model

$$t_k \leq T_{\max}$$

$$\sum_i \left(\sum_j X_{ij,k} \right) * d_i \leq \sum_t \delta_{k,l} * Cap_t$$

$$\sum_{k \in L} \sum_{j \in S} X_{ij,k} = 1 \qquad \forall i \in S, i \neq 0$$

$$\sum_{k \in L} \sum_{j \in S} X_{ji,k} = 1 \qquad \forall i \in S, i \neq 0$$

$$\sum_{k \in L} \sum_{j \in S} X_{0j,k} \geq 1 \qquad \forall k \in L$$

$$\sum_{k \in L} \sum_{j \in S} X_{j0,k} \geq 1 \qquad \forall k \in L$$

$$\sum_{j \in S} X_{0j,k} \leq 1 \qquad \forall k \in L$$

$$\sum_{j \in S} X_{j0,k} \leq 1 \qquad \forall k \in L$$

$$\sum_{j \in S} X_{ij,k} = \sum_{j \in S} X_{ji,k} \qquad \forall k \in L, i \in S$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{k=1}^{l} t_k \left(\sum_{r} \delta_{k,t} O_t \right)$$

Bu çalışmada farklı kapasitede araçları dikkate alan toplam işletim maliyetini en küçükleyerek, araç kapasitesini ve öğrenci seyahat süresini dikkate alan doğrusal olmayan tamsayılı karar modeli verilmiştir.

Önerilen bu modelde; (I) olası güzergah noktalar kümesini temsil etmek üzere; O(|I|^3) tane karar değişkeni ve O(|I|^3) tane kısıt bulunmaktadır. Çalışmada sezgisel algoritmalar önerilmiş ve anlatılmıştır.

3.4 Li ve Fu Formülasyonu

Li ve Fu (2002) problemin çözümü için doğrusal olmayan karar modeli önermişlerdir [12].

<u>Kümeler</u>
K: Eldeki araçlar
M: hizmet verilecek toplam öğrenci sayısı

<u>Parametreler</u>
c_k: *k*. aracın kapasitesi
n: toplama noktalarının sayısı
t_{ij}: p_i'den p_j'ye geçiş süresi
f_i: p_i. noktadan alınacak öğrenci sayısı
L: ortalama toplama süresi

Değişkenler

X_{ijk} = 1, *k*. otobüs i'den j'ye geçerse

0, değilse

Z_{ik} = 1, *k*. otobüs p_i'de öğrencileri alırsa

0, değilse

y_{ik} = p_i'de *k*. otobüsle alınan öğrenci sayısı

Model

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ik} \leq C_k \; (k = 1,2,...,K)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = f_i \qquad (i = 1,2,...,n)$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ilk} = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ljk} \qquad (l = 1,2,...,n; k = 1,2,...,K)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i(n+1)k} = \sum_{j=1}^{n} x_{0jk} = 1 \qquad (k = 1,2,...,K)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ijk} \geq z_{ik} \qquad (i = 1,2,...,n; k = 1,2,...,K)$$

$$y_{ik} \leq f_i z_{ik} \qquad (i = 1,2,...,n; k = 1,2,...,K)$$

$$x_{ijk}, z_{ik} = 0 \;\; veya \;\; 1$$

$$y_{ik} \geq 0 \;\; ve \;\; tamsayı$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{k=1}^{K} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{n+1} t_{ij} x_{ijk} \left(\sum_{l=1}^{i} z_{lk} \right) + L z_{ik} \left(\sum_{l=1}^{i} z_{lk} \right) \right] \right\}$$

Önerilen model farklı kapasitedeki araçlar için geliştirilmiştir. Modelde dikkate alınan amaç fonksiyonları; araç sayısının enküçüklenmesi, öğrencilerin toplam seyahat sürelerinin enküçüklenmesi, araç seyahat süresinin enküçüklenmesi ve araçların yükleme ve seyahat süreleri farkının enküçüklenmesi olmuştur. Model de dikkate alınan kısıtlar ise araç kapasiteleri ve durak seçim kriterleridir. Polinom büyüklükte olan bu karar modeli doğrusal olmayan amaç fonksiyonu içermektedir. Model tek bir zaman dilimi için kullanılabilmektedir.

Modelde; (I) olası güzergah noktalar kümesini temsil etmek üzere; $O(|I|^3)$ tane karar değişkeni ve $O(|I|^2)$ tane kısıt bulunmaktadır. Model kapsamında üç indisli karar değişkeni olan tam sayılı modelleme kullanılmıştır. Önerilen modelin makul sürede çözüm veremeyeceği anlaşıldığından, sezgisel bir algoritma ile çözüm bulunmuştur.

3.5 Ledesma ve Salazar Formülasyonu

Ledesma ve Salazar (2006) tarafından önerilen tamsayılı karar modelidir[18].

Kümeler
K: Araçlar
Depo:0
q_k : Araç Kapasitesi
U: Öğrenciler
I: Uygun duraklar
J: Okullar

Parametreler
q_k : Araç Kapasitesi
$A(S) := \{(i, j) \varepsilon A : i, j \varepsilon S\}$,
$\delta^+(S) := \{(i, j) \varepsilon A : i \varepsilon S, j \varepsilon V \setminus S\}$ ve $\delta^-(S) := \{(i, j) \varepsilon A : i \varepsilon V \setminus S, j \varepsilon S\}$

Karar Değişkenleri

$X_a^k =$ 1, *k*. araç *a*. güzergahı kullanıyorsa , a ε A ve k ε K
0, değilse

$y_i^k =$ 1, *k*. araç *i*. yeri ziyaret ederse , *i* ε I U J ve *k* ε K
0, değilse
$Z_{ui}^k =$ 1, *u*. öğrenci *i*. noktadan *k*. araçla alınırsa
0, değilse *k* ε K , *u* ε U ve *i* ε I(u)

<u>Model</u>

$$x^k(\delta^+(0)) = 1 \qquad \forall k \in K$$

$$x^K(\delta^+(i)) = x^k(\delta^-(i)) = y_{i_i}^k \qquad \forall k \in K, \forall i \in I$$

$$x^k(\delta^-(j)) = y_j^k \qquad \forall k \in K, \forall j \in J$$

$$x^k(\delta^+(S)) \geq y_i^k \qquad \forall k \in K, \forall i \in S \subseteq I$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I(u)} z_{ui}^k = 1 \qquad \forall u \in U$$

$$z_{ui}^k \leq y_i^k \qquad \forall k \in K, \forall u \in U, \forall i \in I(u)$$

$$\sum_{i \in I(u)} z_{ui}^k \leq y_{j(u)}^k \qquad \forall k \in K, \forall u \in U$$

$$\sum_{u \in U} \sum_{i \in I(u)} z_{ui}^k \leq q_k y_j^k \qquad \forall k \in K, \forall j \in J$$

$$x_a^k \in \{0,1\} \qquad \forall k \in K, \forall a \in A$$

$$y_i^k \in \{0,1\} \qquad \forall k \in K, \forall i \in I \cup J$$

$$z_{ui}^k \in \{0,1\} \qquad \forall k \in K, \forall u \in U, \forall i \in I(u)$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{a \in A} c_a \sum_{k \in K} x_a^k$$

Bu çalışmada farklı kapasiteli araçlar için tek amaç fonksiyonuna sahip doğrusal tam sayılı karar modeli önerilmiştir. Seçilen amaç fonksiyonu, toplam güzergah uzunluğunu en küçüklemek olmuştur. Dikkate alınan kısıtlar ise araç kapasitesi ve güzergah uzunluğudur.

Modelde; (I) olası güzergah noktalar kümesini temsil etmek üzere; $O(|I|^3)$ tane karar değişkeni ve $O(|2|^N)$ tane kısıt bulunmaktadır. Çözüm için kesme algoritmasının kullanılması önerilmiştir.

3.6 Bektaş ve Elmastaş Formülasyonu

Bektaş ve Elmastaş (2004) tarafından yapılan bu çalışama da polinom boyutta kısıta sahip bir karar modeli önerilmiştir [19;20].

Kümeler
I : Toplama-bırakma bölgeleri
"0": Okul
"d": Depo
$V = \{0\} \cup I$
$V' = \{d\} \cup V$

Parametreler
Q: Her bir aracın (ortak) kapasitesi
$D = [\, d_{ij} \,]$: *i.* noktasından *j.* noktasına olan uzaklık
q_i : i. düğümde alınması veya bırakılması gereken öğrenci sayısı
f : Bir aracın dağıtım veya toplama için maliyeti
T : Bir aracın kat edebileceği en büyük uzaklık

$$d'_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{Eğer } i\ \varepsilon\ I \text{ ve } j=d \text{ ise,} \\ M, & \text{Eğer } i\ \varepsilon\ 0 \text{ ve } j=d \text{ ise,} \\ d_{ij}, & \text{d.d} \end{cases}$$

$c_{ij} = \alpha * d_{ij}$

Karar Değişkenleri

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{servis aracı } i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme giderse} \\ 0, & \text{d.d} \end{cases}$$

u_i = *i.* düğümden çıkışta araçta bulunan öğrenci sayısı

v_i = *i.* düğüme gelen aracın, başlangıçtan itibaren kat ettiği toplam mesafe ($i\ \varepsilon$ I)

k = Araç sayısı

Model

$$\sum_{i \in I} x_{0i} \leq k$$

$$\sum_{i \in I} x_{0d} \leq k$$

$$\sum_{j \in I \cup \{d\}} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I$$

$$\sum_{i\in I\cup\{0\}} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in I$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j \qquad \forall i \neq j \in I$$

$$u_i \geq q_i \qquad \forall i \in I$$

$$u_i - q_i x_{0i} + Qx_{0i} \leq Q \qquad \forall i \in I$$

$$v_i - v_j + (T - d_{id} - d_{oj} + d_{ij})x_{ij} + (T - d_{id} - d_{oj} - d_{ji})x_{ji} \leq T - d_{id} - d_{0j} \qquad \forall i \neq j \in I$$

$$v_i - d_{0i}x_{0i} \geq 0 \qquad \forall i \in I$$

$$v_i - d_{0i}x_{0i} + Tx_{0i} \leq T \qquad \forall i \in I$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in V'$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{i\in V'}\sum_{j\in V'} c_{ij}x_{ij} + f.k$$

Önerilen model aynı kapasitedeki araçlar için oluşturulmuş ve tek bir amaç fonksiyonu eniyilenmeye çalışılmıştır. Amaç fonksiyonu ile araçlar için sabit maliyet ve mesafe başına katlanılan maliyeti enküçüklemek amaçlanmıştır. Dikkate alınan kısıtlar ise araçlar için kapasite ve mesafe kısıdıdır.

Modelde; (I) olası güzergah noktalar kümesini temsil etmek üzere; $O(|I|^2)$ tane karar değişkeni ve $O(|I|^2)$ tane kısıt bulunmaktadır. Model kapsamında düğüm tabanlı polinom boyutta değişken ve kısıt içeren tam sayılı modelleme kullanılmıştır. Ele alınan problem alt bölgelere ayrılmıştır ve bu bölgeler için eniyi çözüm bulunmuştur.

3.7 Genel Tartışma

OTRP için dikkat edilmesi gereken en önemli konu ele alınacak varsayımlardır. Eksik verilen kararlar problemin çözüm kalitesini etkilemektedir. OTRP içinde yapılan en büyük hata, mesafe matrisinin simetrik yapıda olduğu varsayımının yapılması ve bundan dolayı tek bir durum için problemin çözülmesidir. Modeller genellikle öğleden sonraki güzergahları dikkate almakta ve sabah güzergahlarını, öğleden sonraki güzergahlardan yola çıkarak bulmaktadır. Oysa ki, trafik düzenine göre mesafe matrisi simetrik yapıda olmamaktadır. Bu yüzden sabah ve öğleden sonraki güzergahlar farklı olabilmektedir. Bunun için de bu iki durum aynı matris üzerinden, problemi farklılaştırmadan ayrı ayrı modellerle çözülmelidir. İncelenen çalışmaların hiç biri bu önemli ayrıntıyı dikkate almamıştır. Bu çalışmanın önemi de burada ortaya çıkmaktadır.

Çalışmalarda yapılan diğer bir eksiklikte ele alınan problemde dikkate alınan veya alınmayan bileşenlerin tam anlamıyla açıklanmamasıdır. Problemle ilgili olabilecek durumlar tanıtılmadan, ele alınan durum verilmektedir. Böylece, benzer olan çalışmalar bile farklıymış gibi gözükebilmektedir. Bunun da nedeni ortak bir dilin kullanılamamasıdır. Önerilen çeşitlendirme tablosu bu sorunu ortadan kaldırabilecek niteliktedir.

Ayrıca problemin NP-Zor tipinde olması ve problem boyutunun artmasıyla çözümün elde edilme zamanının üstel artması, araştırmacıları sezgisel çalışmalara yönlendirmiştir. Bu yüzden eniyi çözümü garanti edemeyen sezgisel yaklaşımlar tercih edilmiştir. Oysa ki, gelişen bilgisayar teknolojisi, matematiksel modellemenin önemini ortaya çıkarmaktadır. Bu yüzden matematiksel modelleme de düşünülmelidir. Yapılan modelleme çalışmalarında ise doğrusal olmayan yada polinom büyüklükte olmayan modeller önerilmiştir. Bu da matematiksel modellemeyi, sezgisel çalışmalara oranla değersiz göstermiştir. Bu çalışmada polinom büyüklükte kısıt ve değişken sayısından oluşan modellerin oluşturulması öncelikli olmuştur. Ayrıca bu modeller farklı alt tur engelleme mekanizmalarıyla da çeşitlendirilmiştir. Düğüm tabanlı ve akış tabanlı olmak üzere farklı modeller önerilmiştir. Önerilen bu modeller dördüncü bölümde ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

4. OKUL TAŞITLARI ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN YENİ MATEMATİKSEL MODELLER

Çalışmanın bu bölümünde, Okul Taşıtları Rotalama Problemi için geliştirilen yeni doğrusal karar modelleri verilmiştir. Önerilen modeller daha önceki bölümlerde eleştirilen hususları dikkate alarak geliştirilmiştir.

4.1 Modellemede Esas Alınan İlkeler

Gerçek hayatta en çok karşılaşılan OTRP için, en genel problemin tanımlaması yoluna gidilmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda en çok karşılaşılan durumda kapasite ve mesafenin dikkate alınması gerektiği görülmüştür. Bunun için öncelikle mesafe ve kapasite kısıtlı araç rotalama problemi (MKARP) olarak adlandırılan problem tipinden yola çıkarak, OTRP için polinom büyüklükte doğrusal karar modeli geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu çerçevede, problemin tam anlamıyla bir MKARP değil aynı zamanda açık uçlu rotalama problemi olduğu da görülmüştür. Açık uçlu rotalama problemi; araçların ARP'deki başladığı yere dönme zorunluluğunu ortadan kaldırmaktadır [20]. Yani ele alınan problem için tur değil yol bulunması söz konusudur.

Tamsayılı matematiksel modellemede problemin düğüm sayısının artmasına bağlı olarak kısıt sayısı üstel olarak artıyorsa, formülasyona üstel boyutlu formülasyon denilmektedir. Eğer artış polinom boyutta gerçekleşiyorsa, polinom boyutlu formülasyon olarak adlandırılır. Bu nedenle orta ve büyük boyutlu problemler için polinom boyuttaki formülasyonlar önem kazanmaktadır.

Genel MKARP modeli olarak, Kara tarafından önerilen polinom sayıda kısıt ve değişken içeren karar modeli seçilmiştir [21]. Bu model hem mesafeyi hem de kapasiteyi dikkate alarak, toplam maliyeti enküçüklemeye çalışmaktadır. OTRP probleminde de amaç kapasite ve mesafeyi dikkate alarak toplam maliyetin enküçüklenmesi olmaktadır. Bu nedenle, Kara'nın modellerinden yola çıkarak, bunların OTRP'ye uyarlaması yapılmıştır. Özellikle problemde hareket noktalarının okul veya depo olması ve her hangi biri seçildiğinde, araçların diğer noktaya gitmesi yani başladığı noktaya dönmemesi gibi konularda değişiklik yapılmıştır. Yapılan bu değişiklikler problemi aynı zamanda açık uçlu kapasite ve mesafeyi dikkate alan araç rotalama problemine dönüştürmüştür.

Daha önceki bölümde anlatıldığı gibi, gerçek hayattaki trafik düzenine göre problemin sabah ve öğleden sonraki güzergahlarının farklı olması gerektiği için, iki farklı durumu da ele alan modeller geliştirilmiştir.

Model Bileşenleri

Modellemede kullanılan işaret ve tanımlamalar aşağıda gösterilmiştir.

Kümeler

M = {1,2,….,m } : Araçlar kümesini belirtmektedir.
V : { 2, 3,…, n } : Duraklar kümesini belirtmektedir.
V' **:** {1, 2, 3…,n, n+1} : Okul ve depoyu da kapsayan tüm durakları göstermektedir.
{*1*} : Okulu belirtmektedir.
{*n+1*} : Depoyu belirtmektedir.

Parametreler

d_{ij} : *i* noktasından *j* noktasına olan uzaklık ($i \neq j$, i, j ε V')
α : Kat edilecek birim mesafe için katlanılması gereken maliyet
c_{ij} : ($=\alpha\ d_{ij}$) *i* noktasından *j* noktasın*a* geçiş maliyeti ($i \neq j$, i, j ε V').
f : Kullanılan araç başına katlanılması gereken sabit maliyeti
q_i : *i*. noktada alınması veya bırakılması gereken öğrenci sayısı (*i*ε V)

Q : Her bir aracın (eşit) kapasitesi (kişi)

D : Her bir aracın kat edebileceği en uzun mesafe

Karar değişkenleri

Problemde karar verilecek olan en önemli değişken *i.* duraktan *j.* durağa geçilip, geçilmeyeceğidir. Bunun için kullanılan 2 indisli değişken ise x_{ij} değişkeni olmuştur.

x_{ij} = 1, herhangi bir taşıt *i.* duraktan *j.* durağa giderse;
0, diğer durumda (i≠j, i, j ε V')

m: Kullanılacak araç sayısı (rota sayısı)

Bu çalışmada ele alınan Okul Taşıtları Rotalama Probleminde, V' düğüm kümesini ve A ayrıt kümesini gösteren bir G=(V', A) serimi üzerinde, verilen bir başlangıç noktası ve bir bitiş noktası arasındaki tüm düğümler herhangi bir araç tarafından toplam maliyet enküçüklenerek sadece bir defa ziyaret edilebilir. Bu problemin en iyi çözümü için, polinom büyüklükte 0-1 karar değişkeni ve kısıttan oluşan düğüm tabanlı ve akış tabanlı modeller önerilmiştir. Kullanılan yardımcı değişkenler, serimin düğümlerini dikkate alarak oluşturulursa, düğüm tabanlı formülasyon denilmektedir. Yardımcı değişkenler, serimin ayrıtları üzerinden oluşturulursa akış tabanlı formülasyon denilmektedir.

4.2 Düğüm Tabanlı Modeller

Düğüm tabanlı formülasyonda, öncelikle sabah rotaları için düğüm tabanlı toplama modeli (DTM1) ve daha sonrada öğleden sonraki rotalar için düğüm tabanlı dağıtım modeli (DTM2) tanıtılmıştır.

4.2.1 Sabah rotalarını bulmak için önerilen düğüm tabanlı tamsayılı karar modeli (DTM1):

<u>Yardımcı karar değişkenleri</u>

u_i **:** Taşıt *i.* durağı terk ettiğinde, sabahları öğrencileri toplarken taşıttaki öğrenci sayısı *($i \varepsilon V'$).*

v_i **:** Taşıt *i.* durağı terk ettiğinde, depodan i. durağa kadar kat ettiği toplam mesafe *($i \varepsilon V'$).*

<u>Model</u>

$$\sum_{i=2}^{n} x_{n+1,i} \leq m \qquad (1)$$

$$\sum_{i=2}^{n} x_{i1} \leq m \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V \qquad (3)$$

$$\sum_{i=2}^{n+1} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V \qquad (4)$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j, \qquad i \neq j, i, j = 2,3,...,n \qquad (5)$$

$$u_i - \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^{n} q_j x_{ji} \geq q_i, \qquad i = 2,3,...,n \qquad (6)$$

$$u_i + (Q - q_i)x_{n+1,i} \leq Q, \qquad i = 2,3,...,n \qquad (7)$$

$$v_i - v_j + (D - d_{i1} + d_{ij})x_{ij} + (D - d_{i1} - d_{ji})x_{ji} \leq D - d_{i1}, \qquad i \neq j, i, j = 2,3,...,n \qquad (8)$$

$$v_i \geq \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq i}}^{n} (d_{ji})x_{ji}, \qquad i = 2,...,n \qquad (9)$$

$$v_i \leq D - (D)x_{n+1,i}, \qquad i = 2,...,n \qquad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i, j) \qquad (11)$$

$$u_i \geq 0 \quad v_i \geq 0, \qquad i \in (2,3,..n) \qquad (12)$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + f * m$$

Burada, $q_i + q_j > Q$ olduğunda $x_{ij} = x_{ji} = 0$ veya $d_{j1} + d_{ij} > D$ olduğu zaman, $x_{ij} = 0$ olmaktadır. Eğer, iki durağın kapasitesi toplam kapasiteyi aşıyorsa veya sırasıyla iki durağa uğranılması toplam mesafe kısıtının aşılmasına neden olacaksa, iki durak arasında geçiş olmamalıdır. Ayrıca formülasyonda *i.* duraktan *i.* durağa geçiş mümkün olamayacağı için, $x_{ii} = 0$ olmaktadır.

Yukarıda tanıtılan karma tamsayılı doğrusal karar modeli (DTM1) sabah rotalarının bulunmasında kullanılacaktır. Bu karar modelinde amaç fonksiyonu sabit araç maliyetini ve kat edilen toplam mesafe için harcanması gereken maliyeti göz önüne alarak toplam maliyeti enküçüklemektedir.

Modelde (1-4) arası kısıtlar atama kısıtlarıdır. (1) ve (2) nolu kısıtlar, depodan en fazla m adet aracın çıkmasını ve okula en fazla m adet aracın girmesini sağlamak için getirilmiştir. (3) ve (4) numaralı kısıtlar ise iki önemli işleve sahiptir. Bunlar; her turun depodan başlayıp okulda bitmesini ve her durağın sadece bir tura atanmasını sağlamaktır.

(5), (6) ve (7) numaralı kısıtlar araç kapasitenin aşılmasını engelleyen kısıtlardır. (5) nolu kısıt, Kara vd. (2004) tarafından Kapasiteli Araç Rotalama Problemi için önerilen ve aynı zamanda alt tur oluşumunu da engelleyen kısıtlardır [22]. Bu kısıtlar, aynı zamanda u_i değişkeninin yol üzerinde artan basamak fonksiyonu oluşturmasını sağlamaktadır. Böylece, u_i değişkeninin değeri, duraklar geçildikçe artacaktır ve alt turlar oluşmayacaktır. (6) ve (7) numaralı kısıtlarda araç içinde taşınması gereken öğrenci sayısının en fazla olabilecek değer (Q) kadar olmasını sağlayacak, u_i yardımcı değişkenlerinin alt ve üst değerlerini belirleyen kısıtlardır.

(8) numaralı kısıt bir yandan alt turları engellerken, bir yandan da v_i değişkenlerinin yol üzerinde basamak fonksiyonu oluşturmasını garanti etmektedir. (9) ve (10) nolu kısıtlar, v_i değişkeninin alabileceği değerlerin alt ve üst değerlerini vermektedir.

(11) ve (12) numaralı kısıtlar ise işaret kısıtlarıdır. x_{ij} değişkeni 0-1 değerlerinden birini alabilecek tamsayılı karar değişkenidir. u_i ve v_i değişkenleri ise sürekli değerler alabilen karar değişkenleridir *(i ε V')*.

4.2.2 Öğleden sonraki rotalar için önerilen düğüm tabanlı tamsayılı karar modeli (DTM2):

Yardımcı karar değişkenleri

u_i **:** Taşıt öğleden sonra öğrencileri duraklarına bırakırken, *i.* durağı terk ettiğinde bu noktaya kadar taşıttan inen toplam öğrenci sayısı *(i ε V')*.

v_i **:** Taşıt *i.* durağı terk ettiğinde, okuldan i. durağa kadar kat ettiği toplam mesafe *(i ε V')*.

Model

$$\sum_{i=2}^{n} x_{1i} \le m \qquad (13)$$

$$\sum_{i=2}^{n} x_{i,n+1} \le m \qquad (14)$$

$$\sum_{j=2}^{n+1} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V \qquad (16)$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \le Q - q_j, \qquad i \ne j, i, j = 2,3,...,n \qquad (5)$$

$$u_i - \sum_{\substack{j=2 \\ j \ne i}}^{n} q_j x_{ji} \ge q_i, \qquad i = 2,3,...,n \qquad (6)$$

$$u_i + (Q - q_i)x_{1i} \le Q, \qquad i = 2,3,...,n \qquad (17)$$

$$v_i - v_j + (D - d_{1j} + d_{ij})x_{ij} + (D - d_{1j} - d_{ji})x_{ji} \le D - d_{1j}, \qquad i \ne j, i, j = 2,3,...,n \qquad (18)$$

$$v_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \ne i}}^{n} (d_{ji})x_{ji} \ge 0, \qquad i = 2,...,n \qquad (19)$$

$$v_i + (D)x_{1i} \le D, \qquad i = 2,...,n \qquad (20)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i, j) \qquad (11)$$

$$u_i \ge 0 \quad v_i \ge 0, \qquad i \in (2,3,..n) \qquad (12)$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}+f*m$$

Burada, $q_i + q_j > Q$ olduğunda $x_{ij} = x_{ji} = 0$ veya $d_{1j} + d_{ji} > D$ olduğu zaman, $x_{ji} = 0$ olmaktadır. Eğer; iki durağın kapasitesi, toplam kapasiteyi aşıyorsa iki durak arasında geçiş olmamalıdır. Ayrıca, okuldan ilk durağa geçiş mesafesi ve duraktan ikinci durağa geçiş mesafesinin toplamı, toplam mesafe kısıtının aşılmasına neden olacaksa, duraklar aynı rota üzerinde yer almamalıdır. Formülasyonda *i.* duraktan *i.* durağa geçiş mümkün olamayacağı için, $x_{ii} = 0$ değerini almaktadır. Buna ilave olarak, $x_{i,n+1} = 0$ (*i* ε *V*) olmaktadır. Depoya *i.* düğümden geçiş her zaman sıfır değerini alacaktır.

Yukarıda tanıtılan karma tamsayılı doğrusal karar modeli (DTM2) öğleden sonra rotalarının bulunmasında kullanılacaktır. Yani; okuldan alınan öğrencilerin, alındıkları yere bırakılması probleminin çözümü için geliştirilen matematiksel modeldir. Daha öncede bahsedildiği gibi, bu rotaların da özel olduğu ve sabah rotaları gibi kendine özgü modelle bulunması gerekmektedir. Bu karar modeli de sabit araç maliyetini ve kat edilen mesafe için harcanması gereken maliyeti göz önüne alarak toplam maliyeti enküçüklemektedir.

(13-16) arası kısıtlar atama kısıtlarıdır. (13) ve (14) nolu kısıtlar, okuldan en fazla m adet aracın çıkmasını ve depoya en fazla m adet aracın girmesini sağlamak için getirilmiştir. (15) ve (16) numaralı kısıtlar; her rotanın okuldan başlayıp depoda bitmesini ve her durağın sadece bir rotaya atanmasını sağlamaktadır.

Modelde yer alan (5), (6) ve (17) numaralı kısıtlar araç kapasitenin aşılmasını engelleyen kısıtlardır. (5) numaralı kısıt, (DTM1) modelinde olduğu gibi alt tur oluşumunu engelleyen kısıtlardır. u_i değişkenin değeri, okuldan alınan öğrenciler duraklara bırakıldıkça, artacaktır. (6) ve (17) numaralı kısıtlar, u_i yardımcı değişkenlerinin alt ve üst değerlerini belirleyen kısıtlardır. Bu kısıtlar araç içinde taşınması gereken öğrenci sayısının en fazla olabilecek değer (Q) kadar olmasını sağlamaktadır.

(18), (19) ve (20) numaralı kısıtlar ise araçların kat edebileceği en uzun mesafeyi aşmaması amacıyla geliştirilmiş kısıtlardır. Bu kısıtlarda araçların bir düğümden diğer düğüme giderken kat ettiği toplam mesafe v_i değişkeniyle tutulmaktadır. (18) numaralı kısıt, v_i değişkeninin de basamak fonksiyonu oluşturmasını sağlayarak, aynı zamanda alt turların oluşmamasını garanti etmektedir. (19) ve (20) nolu kısıtlar bu değişkenin alabileceği değerlerin alt ve üst değerlerini vermektedir.

Düğüm tabanlı modellerin (DTM1 ve DTM2) karmaşıklık analizinde, her iki model de benzer sayıda kısıt ve karar değişkeni içerdiğinden, iki model için ortak analiz yapılmıştır. Kısıt yönünden bakıldığında; (1),(2),(3),(4),(5),(6),(7),(8),(9) ve (10) numaralı kısıtların, sırasıyla 1,1, (n-1), (n-1), ((n-1)*(n-2)), (n-1), (n-1), ((n-1)*(n-2)), (n-1), (n-1) tane kısıt içerdiği, böylece modelde $2n^2$ tane kısıt olduğu görülmektedir. Yani; modelde $O(n^2)$ karmaşıklığında kısıt bulunmaktadır. Bu da formülasyonların polinom büyüklükte kısıt içerdiğini göstermektedir.

Karar değişkeni sayılarına bakıldığında, modelin (n^2+n) tane 0-1 değişken içerdiği, yani $O(n^2)$ karmaşıklığında olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca, 2n tane yardımcı değişken tanımlandığı için O(n) karmaşıklığında yardımcı karar değişkeni mevcuttur. Yapılan analiz, düğüm tabanlı modellerin hem kısıt hem de değişken yönüyle polinom büyüklükte olduğunu göstermiştir.

4.3 Akış Tabanlı Modeller

Kullanılan ikinci yaklaşım akış tabanlı matematiksel modelleme olmuştur. Burada önemli olan ayrıtlar üzerinden tanımlanan akış miktarıdır. Bu sayede kapasite ve mesafe kısıtları alt turları da engelleyecek şekilde oluşturulmuştur.

Öncelikle sabah rotalarını veren matematiksel model (ATM1) ve daha sonra öğleden sonraki rotaları veren matematiksel model (ATM2) tanıtılmıştır.

4.3.1 Sabah rotalarını bulmak için önerilen akış tabanlı tamsayılı karar modeli (ATM1):

Yardımcı karar değişkenleri

y_{ij} : (i,j) ayrıtı her hangi bir aracın rotası üzerinde ise, araçtaki öğrenci sayısı; değilse $y_{ij} = 0$ *(i≠j, i,jε V').*
t_{ij} : *i*'den *j*'ye gidildiğinde, depodan *j*'ye ulaşıncaya kadar katedilen toplam mesafe *(i≠j, i,jε V').*

Model

$$\sum_{i=2}^{n} x_{n+1,i} \leq m \tag{1}$$

$$\sum_{i=2}^{n} x_{i1} \leq m \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V \tag{3}$$

$$\sum_{i=2}^{n+1} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V \tag{4}$$

$$\sum_{j=2}^{n} y_{ji} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = -q_i, \qquad i = 2,3,\ldots,n \tag{21}$$

$$\sum_{i=2}^{n} y_{i1} = \sum_{i} q_i, \tag{22}$$

$$y_{ij} \leq (Q - q_j) x_{ij}, \qquad i = 2,\ldots,n;\ j = 1,\ldots,n \tag{23}$$

$$y_{ij} \geq q_i x_{ij}, \qquad i = 2,\ldots,n;\ j = 1,\ldots,n \tag{24}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} t_{ij} - \sum_{\substack{j=2 \\ j\neq i}}^{n} t_{ji} - \sum_{j=1} d_{ij} x_{ij} = 0, \qquad i = 2,3,\ldots,n \tag{25}$$

$$t_{ij} \leq (D) x_{ij}, \qquad i = 2,\ldots,n;\ j = 1,\ldots,n \tag{26}$$

$$t_{ij} \geq (d_{ij}) x_{ij}, \qquad i = 2,\ldots,n;\ j = 1,\ldots,n \tag{27}$$

$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall(i,j)$ (11)

$y_{ij} \geq 0 \quad t_{ij} \geq 0, \qquad i,j \in V$ (28)

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + f * m$$

Burada, $q_1 = 0$ olarak tanımlanmaktadır. Yani, depo düğümünün talebi yoktur. Ayrıca, depo düğümünden diğer düğümlere geçişte katedilen mesafe de dikkate alınmamaktadır, bu yüzden $t_{n+1,i} = 0$ (i ε V') olur.

(21), (22), (23) ve (24) numaralı kısıtlar kapasiteyle ilgili kısıtlardır. Bu kısıtlarda kullanılan y_{ij} değişkeni kapasite aşımını ve alt tur oluşumunu engellemek için kullanılan yardımcı değişkenlerdir. Sabah rotalamasında y_{ij} değişkeni duraklar geçildikçe artmaktadır. Yani her bir durakta araca binen öğrencilerin sayısı y_{ij} değişkenin değerini artıracaktır. (21) numaralı kısıt kümesi; *i.* duraktan çıkan araçtaki yük miktarının, *i.* durağa gelen araçtaki yük miktarı farkını, *i* durakta araca binen öğrenci sayısına (q_i) eşitlemektedir. (22) nolu kısıt okula gelen araçlardaki toplam yük miktarını, taşınması gereken öğrenci sayısına eşitlemektedir. (23) ve (24) nolu kısıtlar ise y_{ij} değerinin alt ve üst değerlerini sağlamaktadır.

(25), (26), (27) ve (28) nolu kısıtlar ise mesafeyle ilgili kısıtlardır. (25) numaralı kısıt *i.* duraktan *j.* durağa geçildiğinde, t_{ij} değişkenine d_{ij} uzaklığını da ekleyen kısıt kümesidir. (26) ve (27) nolu kısıtlar ise t_{ij} değişkeninin alt ve üst değerini veren kısıtlardır.

(11) ve (28) numaralı kısıtlar ise işaret kısıtlarıdır. x_{ij} değişkeni 0-1 değerlerinden birini alabilecek tamsayılı karar değişkenidir. y_{ij} ve t_{ij} değişkenleri ise sürekli değerler alabilen karar değişkenleridir *(i≠j, i,jε V').*

4.3.2 Öğleden sonraki rotaları bulmak için önerilen akış tabanlı tamsayılı karar modeli (ATM2):

Yardımcı karar değişkenleri

y_{ij}: (i,j) ayrıtı her hangi bir aracın rotası üzerinde ise, araçtaki öğrenci sayısı; değilse $y_{ij} = 0$ *(i≠j, i,jε V').*

t_{ij} : *i*'den *j*'ye gidildiğinde, okuldan, *j*'ye ulaşıncaya kadar katedilen toplam mesafe *(i≠j, i,jε V').*

Model

$$\sum_{i=2}^{n} x_{1i} \leq m \tag{13}$$

$$\sum_{i=2}^{n} x_{i,n+1} \leq m \tag{14}$$

$$\sum_{j=2}^{n+1} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in V \tag{15}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in V \tag{16}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ji} - \sum_{j=2}^{n} y_{ij} = q_i, \qquad i = 2,3,\dots,n \tag{29}$$

$$\sum_{i=2}^{n} y_{1i} = \sum_{i} q_i, \tag{30}$$

$$y_{ij} \leq (Q - q_i) x_{ij}, \qquad i = 1,\dots,n;\ j = 2,\dots,n \tag{31}$$

$$y_{ij} \geq q_j x_{ij}, \qquad i = 1,\dots,n;\ j = 2,\dots,n \tag{32}$$

$$\sum_{\substack{j=2 \\ j\neq i}}^{n+1} t_{ij} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} t_{ji} - \sum_{j=2} d_{ij} x_{ij} = 0, \qquad i = 2,3,\dots,n \tag{33}$$

$$t_{ij} \leq (D) x_{ij}, \qquad i = 2,\dots,n;\ j = 2,\dots,n+1 \tag{34}$$

$$t_{ij} \geq (d_{ij}) x_{ij}, \qquad i = 2,\dots,n;\ j = 2,\dots,n+1 \tag{35}$$

$$t_{1i} = d_{1i} x_{1i}, \qquad i = 2,3,\dots,n \tag{36}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \tag{11}$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad t_{ij} \geq 0, \qquad i,j \in V \tag{28}$$

Kısıtları Altında

$$ENK \quad Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}+f*m$$

Burada, $q_1=0$ olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca, $x_{i,n+1}=0$ (i ε V) olmaktadır. Depoya *i.* düğümden geçiş her zaman sıfır değerini alacaktır.

Modelde (29), (30), (31) ve (32) numaralı kısıtlar kapasiteyle ilgili kısıtlardır. Bu kısıtlarda kullanılan y_{ij} değişkeni kapasite aşımını ve alt tur oluşumunu engellemektedir. Öğleden sonraki rotalamada y_{ij} değişkenin değeri duraklar geçildikçe azalmaktadır, yani her bir durakta araçtan inen öğrenci sayısı bu değişkenin değerini düşürecektir. (29) numaralı kısıt kümesi, *i.* durağa gelen araçtaki yük miktarının, *i.* duraktan ayrıldıktan sonraki yük miktarı farkını, *i* durakta araçtan inen öğrenci sayısına eşitlemektedir. (30) nolu kısıt okuldan çıkan araçlardaki yük miktarını, taşınması gereken öğrenci sayısına eşitlemektedir. (31) ve (32) nolu kısıtlar ise y_{ij} değerinin alt ve üst değerlerini vermektedir.

(33), (34), (35) ve (36) nolu kısıtlar ise mesafeyle ilgili kısıtlardır. (33) numaralı kısıt *i.* duraktan *j.* durağa geçildiğinde, t_{ij} değişkenine d_{ij} uzaklığını da ekleyen kısıt kümesidir. (34) ve (35) nolu kısıtlar ise t_{ij} değişkeninin alt ve üst değerini veren kısıtlardır. (36) numaralı kısıt ise okuldan hareket eden aracın, başlangıçtaki mesafe değerini vermektedir.

Akış tabanlı modellerin (ATM1 ve ATM2) karmaşıklık analizinde, her iki model de benzer sayıda kısıt ve karar değişkeni içerdiğinden, ortak analiz yapılmıştır. Kısıt yönünden bakıldığında; (1),(2),(3),(4),(21),(22),(23),(24),(25),(26) ve (27) numaralı kısıtların, sırasıyla 1,1, (n-1), (n-1), (n-1), (n-1), (n-1), 1, ((n-1)*(n-1)), ((n-1)*(n-1)), ,(n-1), ((n-1)*(n-1)), ((n-1)*(n-1)) tane kısıt içerdiği tane kısıt içerdiği, böylece modelde $4n^2$-3n+1 tane kısıt olduğu görülmektedir. Yani; modelde O(n^2) karmaşıklığında kısıt bulunmaktadır. Budan dolayı modellerin polinom büyüklükte kısıt içerdiği söylenebilir.

Karar değişkeni sayılarına bakıldığında, modelde (n^2+n) tane 0-1 değişken yani, O(n^2) karmaşıklığında olduğu anlaşılmıştır. Modelde ($2n^2$-4n) tane yardımcı karar değişkeni vardır. Yani, O(n^2) karmaşıklığında yardımcı karar değişkeni mevcuttur. Yapılan analiz, akış tabanlı modellerin hem kısıt hem de değişken yönüyle polinom büyüklükte olduğunu göstermiştir.

OTRP için önerilen modeller, ilgili kaynaklarda görülen eksiklikleri dikkate alarak geliştirilmiştir. Çalışmanın en önemli getirisi, geliştirilen matematiksel modeller olmuştur. Bundan sonraki bölümünde, önerilen modellerin ve kaynaklarda yer alan polinom boyuttaki (Bektaş ve Elmastaş, 2007) modelinin CPU süre ve doğrusal programlama gevşetilmiş değerler yönünden karşılaştırması yapılmıştır. Bu analiz, aynı işleve sahip düğüm ve akış tabanlı modellerin birbirine göre üstün veya eksik olduğu durumların belirtilmesi için gerekmiştir.

5. SAYISAL ANALİZLER

Çalışmanın bu bölümünde önerilen modellerin farklı problemler üzerindeki performansları incelenmiştir. Modellerin karşılaştırılmasında sabah durumu için Düğüm Tabanlı Model (DTM1) ve Akış Tabanlı Model (ATM1) kullanılmıştır. Öğleden sonra ki durum için de; önerilen Düğüm Tabanlı Model (DTM2), Akış Tabanlı Model (ATM2) ve literatürde yer alan Bektaş ve Elmastaş Modeli (DTMTS) karşılaştırılmıştır.

NP-Zor olarak adlandırılan problemlerde karşılaşılan en büyük sorun, problemdeki düğüm sayısının artmasına bağlı olarak, çözüm sürelerinin üstel olarak artmasıdır. OTRP için de aynı sorun söz konusudur. Önerilen modellerin uygulamada kullanılabilmesi için bazı ölçütlere göre üstün bir performans sağlamalıdır.

Matematiksel modellemede karşılaşılan en büyük sorun çözüm sürelerinin orta ve büyük boyutlu problemlerde kabul edilebilir düzeyde olmamasıdır. Bu yüzden modellerin çözüm süre performansları büyük önem kazanmaktadır. Donanım ve yazılım sektöründeki gelişmeler tek başına yeterli olmamaktadır. Kullanılan çözüm teknikleri de bilgisayar sektöründeki gelişmeye paralel olarak hızlanmalıdır. Özellikle, kesin çözüm veren matematiksel modellemede bu performans gelişimi çok daha önemlidir ve matematiksel modellerin oluşturulmasındaki en büyük motivasyon kaynağıdır. Bundan dolayı, önerilen modeller için problemlerin çözüm sürelerini belirten CPU süreleri bu çalışmadaki performans kriterlerinden bir tanesidir. Diğer önemli kriter ise doğrusal programlama gevşetilmiş değeridir. Modellerin karşılaştırılmasında bu faktörde değerlendirilmiştir. Çözülen problemler her iki kriter de dikkate alınarak incelenmiştir.

Problemler C programlama dili kullanarak hazırlanmıştır ve Intel ® Pentium® 4 CPU 3.00 Ghz - 3.04 Ghz ve 2.00 GB RAM bulunan bir bilgisayar sisteminde çözdürülmüştür.

Modellerin performansını inceleyebilmek için öncelikle en çok karşılaşılan durumu yansıtacak problemlerin aranması yoluna gidilmiştir. Bu yüzden literatürde benzer problemlerin araştırması yapılmıştır. Refail Marti [23] tarafından yapılan çalışmada kullanılan ve gerçek uzaklık değerlerine dayanan 43 adet simetrik problemin çözümü üzerinde durulmuş ve daha sonra rassal olarak türetilen asimetrik problemlerin üzerinde çalışılmıştır.

5.1 Simetrik Problemler

Model karşılaştırması öncelikle 43 adet simetrik problem üzerinden yapılmıştır. Bu problemler İspanya'daki Burgos eyaletinde yer alan okullar için duraklar arasındaki gerçek değerli mesafelerin yer aldığı mesafe matrisini içermektedir. Bu problemler için araç kapasitesi ve gidilebilir en büyük mesafe belirlenmiştir. Problemler simetrik yapıda olduğu için sabah ve öğleden sonra ayrımı yapılmamaktadır ve her iki durumda da rotalar aynı çıkmaktadır.

Karşılaştırma için önerilen dört model (DTM1, DTM2, ATM1 ve ATM2) ve literatürde yer alan model (DTMTS) kullanılmıştır. Modeller 7200 saniye süre kısıtı altında çalıştırılmış ve bu saniyeye kadar bulabildikleri çözüm değerleri verilmiştir. Eğer model, bu süre içinde herhangi bir tamsayılı çözüm bulamadıysa, "X" işareti ile belirtilmiştir.

Tablo 3'de verilen değerler simetrik problemler için modellerin çözüm sürelerini göstermektedir. Tablo 3'den akış tabanlı modellerin, düğüm tabanlı modellere oranla daha iyi bir performans sergilediği görülmektedir. Örneğin; düğüm tabanlı modeller ile 43 problem üzerinden 10 adet problem çözülebilmişken, akış tabanlı modeller ile bu rakam 33 olmuştur. Her iki modelinde çözüm bulduğu problemler incelendiğinde, düğüm tabanlı modellerin ortalama olarak 700 saniyede, akış tabanlı modeller ise 0,2 saniyede çözüm vermiştir. Bu da akış tabanlı modellerin simetrik problemlerde daha iyi bir performans gösterdiğini kanıtlamaktadır. Ayrıca matris yapısının simetrik olmasından dolayı, elde edilen en iyi sonuçlar aynı çıkmıştır. Simetrik problemler için sabah ve öğleden sonra rotalarının ayrı ayrı bulunmasına gerek yoktur.

Tablo 4'de çözülen 43 problemin doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri verilmiştir. Bu tablodaki değerler incelendiğinde, akış tabanlı modellerin daha iyi sonuç verdikleri görülmektedir. Düğüm ve akış tabanlı modelleri kendi arasında kıyaslandığında arada önemli bir farkın olmadığı görülmektedir.

Tablo 3: Simetrik Problemler için CPU Süre Karşılaştırması (Sabah / Öğleden sonra)

SİMETRİK PROBLEMLER				Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTM2)		Düğüm Tabanlı Sabah (DTMTS)		Düğüm Tabanlı Sabah (DTM1)		Akış Tabanlı Öğleden Sonra (ATM2)		Akış Tabanlı Sabah (ATM1)	
	Durak	Kapasite	Mesafe	SÜRE	EN İYİ DEĞER	SÜRE	EN İYİ DEĞER	SÜRE	EN İYİ DEĞER	SÜRE	EN İYİ DEĞER	SÜRE	EN İYİ DEĞER
P1	14	20	1000	7200*	31100	7200*	31038	7200*	31050	0,08	31012	0,05	31012
P3	7	20	1000	13,81	20162	4,7	20162	5,53	20162	0,02	20162	0,02	20162
P4	8	20	1000	101,9	20545	43,69	20545	47,34	20545	0,03	20545	0,03	20545
P5	12	20	1000	7200*	20514	7200*	20514	7200*	20514	0,05	20514	0,03	20514
P6	13	20	1000	7200*	20882	7200*	20882	7200*	20882	0,08	20882	0,05	20882
P7	55	25	1000	7200*	**X**	7200*	84050	7200*	83664	7200*	82949	7200*	82949
P12	13	20	1000	7200*	30889	7200*	30889	7200*	30920	1,08	30889	0,45	30889
P14	46	25	1000	7200*	71154	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	71144	7200*	71171
P16	10	20	1000	4110	20773	3593,4	20773	4323,2	20773	0,06	20773	0,05	20773
P17	8	20	1000	20,25	20714	22,64	20714	32,59	20714	0,11	20714	0,02	20714
P18	16	20	1000	7200*	40882	7200*	40882	7200*	40882	0,66	40882	0,17	40882
P19	14	20	1000	7200*	30490	7200*	30472	7200*	30472	4,14	30472	2,03	30472
P20	9	25	1000	25,27	20657	25,47	20657	33,14	20657	0,06	20657	0,17	20657
P21	16	25	1000	7200*	40711	7200*	40696	7200*	40725	7,50	40686	3,36	40686
P23	11	20	1000	7200*	20872	7200*	20872	7200*	20918	0,42	20872	0,59	20872
P24	15	20	1000	7200*	31065	7200*	31047	7200*	31047	4,25	31045	1,84	31045
P26	10	20	1000	484,2	10641	663,16	10641	528,41	10641	1,52	10641	2,25	10641
P27	10	20	1000	1198	20668	1168,1	20668	1442,4	20668	0,27	20668	0,14	20668
P29	13	20	1000	7200*	20811	7200*	20811	7200*	20811	0,47	20811	0,41	20811
P31	13	20	1000	7200*	30652	7200*	30700	7200*	30690	0,38	30652	0,48	30652
P32	20	20	1000	7200*	31644	7200*	31733	7200*	31715	3,52	31644	1,64	31644
P33	8	20	1000	7,83	20564	7,69	20564	12,86	20564	0,20	20564	0,2	20564
P36	9	20	1000	480,5	20340	516,69	20340	670,05	20340	0,08	20340	0,03	20340

Tablo 3 (Devam): Simetrik Problemler için CPU Süre Karşılaştırması (Sabah / Öğleden sonra)

P37	21	25	1000	7200*	51040	7200*	51040	7200*	51113	43,94	51039	14,88	51039
P39	15	20	1000	7200*	30565	7200*	30538	7200*	30538	0,11	30538	0,49	30538
P40	25	20	1000	7200*	32286	7200*	32252	7200*	32519	1790,1	32219	1114,2	32219
P41	49	25	1000	7200*	**X**	7200*	105155	7200*	**X**	7200*	103003	7200*	102913
P42	46	25	1000	7200*	71370	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	71316	7200*	71286
S1	57	25	1000	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	155329	7200*	154900
S2	24	25	1000	7200*	61445	7200*	61384	7200*	61409	7200*	51781	7200*	51742
S3	24	25	1000	7200*	41707	7200*	41659	7200*	41758	23,48	41659	44,2	41659
S4	19	25	1000	7200*	41197	7200*	41087	7200*	41124	0,25	41051	0,14	41051
S5	22	20	1000	7200*	31424	7200*	31279	7200*	31286	4,69	31214	2,63	31214
S6	32	25	1000	7200*	52384	7200*	52213	7200*	52241	7200*	52091	7200*	52093
S7	36	25	1000	7200*	71862	7200*	72262	7200*	72192	357,45	71825	254,77	71825
S8	53	25	1000	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	**X**	7200*	113359	2116,4	113359
S9	39	25	1000	7200*	62309	7200*	62581	7200*	63145	7200*	62132	7200*	62132
S10	22	20	1000	7200*	41604	7200*	41698	7200*	41723	63,81	41604	20,86	41604
S11	13	25	1000	7200*	31727	7200*	31727	7200*	31753	11,38	31727	6,83	31727
S13	28	25	1000	7200*	81915	7200*	81891	7200*	81746	7200*	81712	1170,4	81712
S14	23	25	1000	7200*	31465	7200*	31482	7200*	31451	4,72	31441	2,72	31441
S15	31	25	1000	7200*	52088	7200*	51986	7200*	52168	59,13	51949	51,16	51949
S16	9	20	1000	586,9	20807	436,22	20807	556,61	20807	0,01	20807	0,01	20807

X : (7200 sn'de) Çözüm bulamadığını göstermektedir.

Tablo 4: Simetrik Problemler için Doğrusal Programlama Gevşetilmiş Değerleri Karşılaştırması (Sabah / Öğleden sonra)

Simetrik Problemler				EN İYİ DEĞER	Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTM2)	Düğüm Tabanlı Sabah (DTMTS)	Düğüm Tabanlı Sabah (DTM1)	Akış Tabanlı Öğleden Sonra (ATM2)	Akış Tabanlı Sabah (ATM1)
No	**Durak**	**Kapasite**	**Mesafe**						
P1	14	20	1000	31012	1267,0	1267,0	1267,0	21414,0	21414,0
P3	7	20	1000	20162	188,0	188,0	188,0	11122,1	11122,1
P4	8	20	1000	20545	812,5	812,5	812,5	12077,8	12077,8
P5	12	20	1000	20514	637,0	637,0	637,0	12996,0	12996,0
P6	13	20	1000	20882	1121,0	1121,0	1121,0	11835,1	11835,1
P7	55	25	1000	---	3036,0	3036,0	3036,0	76170,5	76170,5
P12	13	20	1000	30889	1212,0	1212,0	1212,0	22694,9	22694,9
P14	46	25	1000	---	839,0	839,0	839,0	63302,1	63302,1
P16	10	20	1000	20773	883,0	883,0	883,0	15705,0	15705,0
P17	8	20	1000	20714	1007,0	1007,0	1007,0	12080,4	12080,4
P18	16	20	1000	40882	1024,0	1024,0	1024,0	31346,9	31346,9
P19	14	20	1000	30472	477,0	477,0	477,0	25897,6	25897,6
P20	9	25	1000	20657	786,5	786,5	765,0	20566,8	20566,8
P21	16	25	1000	40686	553,0	553,0	553,0	39038,3	39038,3
P23	11	20	1000	20872	1032,0	1032,0	1032,0	17179,8	17179,8
P24	15	20	1000	31045	1387,0	1387,0	1387,0	30927,7	30927,7
P26	10	20	1000	10641	673,0	673,0	673,0	79585,8	79585,8
P27	10	20	1000	20668	723,0	723,0	723,0	20623,4	20623,4
P29	13	20	1000	20811	883,5	883,5	883,5	15784,4	15784,4
P31	13	20	1000	30652	708,5	708,5	708,5	29592,3	29592,3
P32	20	20	1000	31644	1802,0	1802,0	1802,0	26493,9	26493,9
P33	8	20	1000	20564	550,0	550,0	550,0	18974,3	18974,3
P36	9	20	1000	20340	489,0	489,0	489,0	11283,1	11283,1
P37	21	25	1000	51039	1018,5	1018,5	1018,5	43725,5	43725,5
P39	15	20	1000	30538	618,0	618,0	618,0	21968,4	21968,4
P40	25	20	1000	32219	1927,0	1927,0	1927,0	28918,2	28918,2
P41	49	25	1000	---	2681,5	2681,5	2681,0	94976,3	94976,3
P42	46	25	1000	---	1272,5	1272,5	1272,5	63114,4	63114,4
S1	57	25	1000	---	23824,7	23824,7	23818,5	146012,2	146012,2
S2	24	25	1000	---	11371,5	11371,5	11371,5	51147,0	51147,0
S3	24	25	1000	41659	1733,0	1733,0	1733,0	31935,6	31935,6
S4	19	25	1000	41051	911,5	911,5	911,5	31776,0	31776,0
S5	22	20	1000	31214	1243,5	1243,5	1243,5	30077,8	30077,8
S6	32	25	1000	---	1560,0	1560,0	1560,0	48186,7	48186,7
S7	36	25	1000	71825	11948,9	11948,9	11948,0	64870,7	64870,7
S8	53	25	1000	---	12946,1	12946,1	12945,0	104280,7	104280,7
S9	39	25	1000	---	1755,0	1755,0	1755,0	54661,8	54661,8
S10	22	20	1000	41604	1708,0	1708,0	1708,0	36984,5	36984,5

Tablo 4 (Devam): Simetrik Problemler için Doğrusal Programlama Gevşetilmiş Değerleri Karşılaştırması (Sabah / Öğleden sonra)

S11	13	25	1000	31727	1524,0	1524,0	1524,0	28997,0	28997,0
S13	28	25	1000	---	1518,0	1518,0	1518,0	74314,6	74314,6
S14	23	25	1000	31441	1393,0	1393,0	1393,0	23728,0	23728,0
S15	31	25	1000	51949	1921,0	1921,0	1921,0	42987,5	42987,5
S16	9	20	1000	20807	668,0	668,0	668,0	12093,1	12093,1
--- : 7200 saniyede optimal çözümü olmadığını göstermektedir.									

5.2 Asimetrik Problemler

Modellerin asıl performanslarını görebilmek için gerçek durumu en iyi yansıtan asimetrik problemler üzerinde çalışılmıştır. Her problemde sabah ve öğleden sonraki rotalar ayrı ayrı bulunmuştur. Asimetrik problemlerin oluşturulması aşağıda anlatılmıştır.

- Asimetrik problemlerin boyutu 13 (N - düğüm sayısı) durak olacak şekilde oluşturulmuştur. Ayrıca okul ve depo düğümleriyle problem boyutu 15 (N+2) olmaktadır.
- Düğümler arasındaki geçiş maliyetleri, $C_{ij} \approx [0,1000]$ arasında üçgen eşitsizliğini koruyarak oluşturulmuştur.
- Her bir durak noktasındaki öğrenci talebi $q_i = [1,24]$ arasından düzgün dağılımla üretilmiştir.
- Araçların kapasiteleri eşit alınmıştır ve bu değer 25 olarak belirlenmiştir.
- Araçların gidebileceği en fazla mesafe $\frac{N-1}{(\sum_i q_i)/25} * 0.7 * Enb\{d_{ij}\}$ formülüyle elde edilmiştir.
- Araç sabit işletim maliyeti ise $2 * \frac{N-1}{(\sum_i q_i)/25}$ formülünden elde edilmiştir.

Yukarıdaki şartları sağlayan 30 adet asimetrik problem türetilmiştir. Problemler sabah ve öğleden sonra olmak üzere ayrı ayrı ele alınmış ve her modelin performansı gösterilmiştir. Sabah durumunun ele alındığı problemlerle ilgili sonuçlar Tablo 5 ve Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 5 Asimetrik problemlerin CPU süreleri yönüyle karşılaştırılmasını içermektedir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında akış tabanlı modelin ortalama çözüm süresi 9,3 sn iken, düğüm tabanlı modelde bu süre 464 sn çıkmıştır. Bu fark akış tabanlı modellerin daha hızlı sonuç verdiklerini göstermektedir.

Tablo 5: Sabah Rotalarını Veren Modellerin Asimetrik problemler için CPU Süre Karşılaştırması

	Düğüm Tabanlı Sabah Modeli (DTM1)		Akış Tabanlı Sabah Modeli (ATM1)	
NO:	**SÜRE**	**EN İYİ DEĞER**	**SÜRE**	**EN İYİ DEĞER**
1	0,3	14245	2,11	14245
2	279,0	9864	1,77	9864
3	1413,9	11289	68,5	11289
4	5,4	13159	0,48	13159
5	0,5	12569	0,09	12569
6	0,6	10993	0,08	10993
7	2263,7	10839	184,28	10839
8	1,9	14911	0,09	14911
9	0,1	16017	0,11	16017
10	3,2	12567	0,22	12567
11	21,2	15336	0,19	15336
12	3322,8	11528	0,03	11528
13	0,2	14423	0,31	14423
14	0,2	13720	0,2	13720
15	0,1	16989	0,06	16989
16	7200*	6989	1,05	6969
17	3,7	13130	1	13130
18	0,1	17400	0,17	17400
19	2,8	12473	0,22	12473
20	1,1	14904	0,05	14904
21	2313,4	9019	0,31	9019
22	313,7	11567	0,38	11567
23	0,0	19840	0,02	19840
24	1,0	19588	0,39	19588
25	3370,3	10085	0,06	10085
26	2,1	13258	0,3	13258
27	124,0	13160	6,25	13160
28	0,7	10652	0,08	11729
29	2,1	12762	0,34	12762
30	5,1	11906	0,55	11906
Ortalama (sn)	463,9		9,3	
Std Sapma	1014,65		35,9	
Maksimum	3370,3		184,3	
Minimum	0,03		0,02	

Sabah durumu için modellerin doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri Tablo 6' da görülmektedir. Akış tabanlı model gayet iyi bir performans sergilemiştir ve doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri de yüksek çıkmıştır.

Tablo 6 Sabah Rotalarını Veren Modellerin Asimetrik problemler için Doğrusal programlama Gevşetilmiş Değerleri Karşılaştırması

	Düğüm Tabanlı Sabah Modeli (DTM1)	Akış Tabanlı Sabah Modeli (ATM1)
NO:	**LR**	**LR**
1	8591,1	13143,2
2	3647,8	9402,8
3	4608,1	9361,6
4	7224,8	12021,2
5	9856,3	12025,2
6	5330,6	10802,2
7	4227,5	9572,6
8	11489,5	13962,4
9	9994,9	15132,5
10	7570,4	12020,9
11	8535,6	14269,2
12	5098,9	11162,9
13	7972,9	13847,8
14	9164,2	12887,6
15	12827,8	16325,8
16	2975,8	6604,3
17	7438,6	11600,4
18	12837,0	16554,9
19	7388,8	11261,7
20	5979,4	13525,3
21	4428,7	8284,7
22	5508,3	10453,1
23	17323,3	19700,4
24	10615,8	17163,9
25	3654,9	9400,0
26	8245,4	11893,8
27	6181,6	11764,3
28	8361,1	10390,4
29	8378,7	11398,5
30	5781,6	11193,1

Tablo 7 Asimetrik Öğleden sonraki durumun CPU süreleri yönüyle karşılaştırılmasını göstermektedir. Öğleden sonraki durum için önerilen düğüm ve akış tabanlı modeller ve literatürde yer alan model denenmiştir. Çözüm sürelerine bakıldığında, akış tabanlı modelin üstünlüğü görülmektedir.

Modellerin ortalama değerlerine bakıldığında; akış tabanlı modelin ortalama süresi 11 sn iken, önerilen düğüm tabanlı modelin ortalama çözüm süresi 345 sn çıkmıştır. Standart sapma, maksimum ve minimum değerlerde tabloda görülmektedir.

Tablo 7: Öğleden Sonraki Rotaları Veren Modellerin Asimetrik problemler için CPU Süre Karşılaştırması

Asimetrik Problemler	**Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTM2)**		**Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTMTS)**		**Akış Tabanlı Öğleden Sonra (ATM2)**	
NO:	**SÜRE**	**EN İYİ DEĞER**	**SÜRE**	**EN İYİ DEĞER**	**SÜRE**	**EN İYİ DEĞER**
1	5,1	13597	14,1	13597	3,17	13597
2	128,0	10340	394,1	10340	3,28	10340
3	7200*	10990	7200*	10990	31,91	10990
4	4,6	14013	4,1	14013	3,09	14013
5	0,5	12483	0,4	12483	1,28	12483
6	5,1	11244	7,7	11244	2,13	11244
7	2547,8	10463	2600,8	10463	223,56	10463
8	2,6	11702	7,5	11702	1,64	11702
9	1,3	15317	3,2	15317	1,3	15317
10	1,2	12324	0,9	12324	1,52	12324
11	12,5	14939	18,8	14939	1,91	14939
12	7200*	10330	7200*	10340	1,83	10330
13	6,1	14536	13,3	14536	1,86	14536
14	1,5	13483	4,1	13483	1,44	13483
15	1,0	16788	2,1	16788	2,47	16788
16	7200*	6543	7200*	6585	1,86	6514
17	12,3	13493	48,9	13493	9,27	13493
18	1,0	15373	1,6	15373	1,91	15373
19	25,2	11352	54,3	11352	2,47	11352
20	567,2	14083	601,4	14083	1,25	14083
21	4458,5	8884	5723,6	8884	2,33	8884
22	1080,7	10935	1035,3	10935	1,78	10935
23	0,0	20403	0,0	20403	1	20403
24	4,4	18981	5,3	18981	2,28	18981
25	7200*	9868	4954,5	9868	2,17	9868
26	31,3	13216	20,3	13216	2,58	13216
27	48,5	13395	177,7	13395	2,84	13395
28	11,0	9940	5,8	9940	6,16	9940
29	6,0	13067	11,3	13067	1,94	13067
30	6,9	13079	7,2	13079	2,58	13079
Ortalama(sn)	345,0		413,9		11,0	
Std Sapma	995,7		1211,5		43,4	
Maksimum	4458,5		5723,6		223,6	
Minimum	0,02		0,02		1,0	

Öğleden sonraki durumun incelendiği durumda modellerin doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri Tablo 8'de görülmektedir. Önerilen düğüm tabanlı model ve literatürde yer alan model arasında anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür. Fakat akış tabanlı model gayet iyi bir performans sergilemiştir ve doğrusal programlama gevşetilmiş değerleri yüksek çıkmıştır.

Tablo 8: Öğleden Sonraki Rotaları Veren Modellerin Asimetrik problemler için Doğrusal Programlama Gevşetilmiş Değerleri Karşılaştırması

Asimetrik Problemler	**Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTM2)**	**Düğüm Tabanlı Öğleden Sonra (DTMTS)**	**Akış Tabanlı Öğleden Sonra (ATM2)**
NO:	**LR**	**LR**	**LR**
1	7860,8	7445,9	12631
2	3647,8	3595,4	9796,2
3	4589,5	4577,1	9090,6
4	8451,3	8375,8	12568,1
5	10156,9	9843,4	11885,8
6	5432,6	5410,1	10925,1
7	4163,7	3924,6	9332,6
8	6735,3	6678,5	11282,9
9	9885,6	9857,7	14507,7
10	7585,5	7482,8	11736,2
11	9357,1	9301,3	13895,6
12	4983,1	4930,1	9979,2
13	8156,1	7672,7	13982,6
14	8965,4	8893,2	12573,1
15	10695,7	10355,6	16028,4
16	2975,8	2974,6	6144,9
17	7479,9	7218,5	11718,9
18	10522,1	10355,9	14741
19	6116,7	5830,3	10289,7
20	5860,5	5686,9	12828,1
21	4393,9	4044,1	8087,3
22	5260,9	5149,6	9923,1
23	17577,9	17491,2	20121,2
24	10466,4	10184,7	16474,4
25	3651,0	3447,9	9212,2
26	8072,7	7715,5	11870,1
27	6244,7	5945,2	11917,1
28	5823,4	5773,9	9038,1
29	8534,2	8474,7	11693,2
30	6236,1	6157,6	12209,1

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Okul araçları rotalama problemine uygulamada sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bundan dolayı üzerinde çalışılması gereken önemli bir konudur. Şimdiye kadar yapılan çalışmaların sayısının fazla olması da konunun ne kadar önemli ve güncel olduğunu göstermektedir.

Yapılan bu çalışma hem literatürdeki kaynaklardan hem de uygulamadaki tarafların görüşlerinden yararlanılarak hazırlanmıştır. Problem tanımı ülkeden ülkeye hatta aynı şehirdeki okullar arasında bile farklı olabilmektedir. Bunun için karar vericilerin görüşleri ve uygulamada karşılaşılan durumlar en ince ayrıntısına kadar araştırılmalı ve önerilen yaklaşım bu doğrultuda şekillendirilmelidir. Çalışmanın farklılıklarından ilki, ikinci bölümde verilen literatür araştırmasıdır. Bu kadar kapsamlı bir çalışma ile daha önce karşılaşılmamıştır. Getirilen ikinci farklılık ise problemin tüm ayrıntılarının incelenebilmesi için problemi şekillendiren durumların belirlenmesi olmuştur. Bu da problemin tanımlanmasında ileride yapılacak çalışmalara ışık tutacaktır.

Problem bileşenlerinin belirlenmesi, şimdiye kadar yapılan çalışmalardaki en büyük eksikliği ortaya çıkarmıştır. Bu eksiklik OTRP problemlerindeki in/bin noktalarının şehir içinde yer alması ve bundan dolayı trafik düzenine göre asimetrik yapıda olmasının getirdiği zorunluluktur. Bu durum sabah ve öğleden sonraki rotaların ayrı ayrı ele alınmasını gerekli kılmaktadır. Daha önceki çalışmalarda ise problem tek bir durum için çözdürülmekte ve diğer durumun çözümü bulunan çözüm üzerinden hesaplanmaktadır.

Çalışmanın en önemli kazanımı en çok karşılaşılan durumu yani, toplam maliyeti en küçükleyecek, kapasite ve en büyük mesafe kısıtını içeren durum için önerilen matematiksel modellerdir. Modeller $O(n^2)$ karmaşıklığında kısıt ve $O(n^2)$ karmaşıklığında 0-1 karar değişkeni içermektedir.

Modeller temel olarak atama ve alt turu da engelleyecek kapasite ve mesafe kısıtlarından oluşmaktadır. Önerilen modeller kullanılan yardımcı değişkenlere göre; düğüm tabanlı ve akış tabanlı olarak isimlendirilmiştir. Düğüm tabanlı modeller DTM1 ve DTM2 olarak, akış tabanlı modeller de ATM1 ve ATM2 olarak isimlendirilmiştir.

Modellerin performansını karşılaştırmak için literatürde yer alan simetrik problemler ve türetilen asimetrik problemler çözdürülmüştür. Literatürde yer alan polinom büyüklükteki kısıtla birlikte önerilen dört model kullanılmıştır. Yapılan analizlerde sabah ve öğleden sonraki durum için akış tabanlı modellerin (ATM1 ve ATM2) hem CPU sürelerinde hem de doğrusal programlama gevşetilmiş değerlerinde, diğer modellere göre daha iyi bir sonuç verdiği görülmüştür.

Akış tabanlı modelleri temel alınarak, OTRP için matematiksel modeller geliştirilebilir. İkinci bölümde anlatılan bileşenler, akış tabanlı modellere kolayca adapte edilebilir. Bu da önerilen modellerin esnekliğinden kaynaklanmaktadır.

Yapılan çalışmada ayrıntılı olarak OTRP üzerine çalışılmış ve önemli kazanımlar elde edilmiştir. Bu problemle ilgilenecek araştırmacılar için yararlanacakları önemli bir kaynak olmuştur. Bu bakımdan yapılan çalışma araştırmacılar tarafından incelenmeli ve içeride değinilen uyarılar dikkate alınarak daha iyi performans sağlayacak yaklaşımlar geliştirilmelidir.

KAYNAKLAR LİSTESİ

[1] NEWTON, Rita M. ve THOMAS, Warren H., Design of school bus routes by computer , Socio-Economic Planning Science, Vol. 3, 75-85, 1969.

[2] ANGEL, R.D. , CLAUDE W.L., NOONAN R. ve WHINSTON, A, Computer assisted school bus scheduling , Management Science, Vol.18, 279-288, 1972.

[3] BENNETT, Brian T. ve GAZIS, Denos C., School bus routing by computer , Transport Res 6, 317-326, 1972.

[4] NEWTON, Rita M. ve THOMAS, Warren H., Bus routing in a multischool system , Comput. Opns. Res1: 213-222 , 1974.

[5] BODIN, Lawrence D. ve BERMAN, Lon , Routing and scheduling of school busses by computer , Transport Sci 24: 113-129 , 1979.

[6] SWERSEY, Arthur J. ve BALLARD, Wilson, Scheduling school busses , Management Science Vol.30, No.7, 844-853, 1984.

[7] CHEN, Der-San, KALLSEN Henry A. ve SNIDER, Richard C., School bus routing and scheduling: an expert system approach , Comput IE 15: 179-183, 1988.

[8] BOWERMAN, Robert, HALL, Brent ve CALAMAI, Paul, A multiobjective optimization approach to urban school bus routing: formulation and solution method , Transport Res 29A: 107-123, 1995.

[9] BRACA, Jeffrey, BRAMEL, Julien, POSNER, Bruce ve SIMCHI-LEVI, David , A computerized approach to the New York city school bus routing problem , IIE Trans 29: 693-702, 1997.

[10] SERNA, Cristina R. Delgado ve BONROSTRO, Joaquin Pacheco, Minmax vehicle routing problems: application to school transport in the provience of burgos(SPAIN) , Teknik Rapor, 2001.

[11] SPASOVIC, Lazar, CHIEN, Steven ve KELNHOFER, Cecilia, A methodology for evaluating of school bus routing – A case study of Riverdale, New Jersey, Teknik Rapor, 2001.

[12] LYO, Li ve FU, Z., The school bus routing problem: a case study , Journal of the Operational Research Society (2002), 53: 552-558, 2002.

[13] CORBERAN, A., FERNANDEZ, E., LAGUNA, M. ve MARTI, R., Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives , Journal of the Operational Research Society (2002) 53: 427-435 , 2002.

[14] SPADA, Michela, BIERLAIRE, Michel ve LIEBLING, Thomas, Decision-aid methodology for the school bus routing and scheduling problem , 3rd Swiss Transport Research Conference , 2003.

[15] THANGIAH, Sam R., WILSON, Bryan, PITLUGA, Anthony ve MENNELL, William, School bus routing in rural school districts , Computer Aided Scheduling of Public Transport Conference, San Diego 2004.

[16] GEEM, Zong Woo, School bus routing using harmony search , GECCO 2005.

[17] PACHEO, J. ve MARTI, R., Tabu search for multi-objective routing problem, Journal of the Operational Research Society (2006) 57: 29-37, 2006.

[18] LEDESMA, Jorge Riera ve GONZALEZ, Juan Jose Salazar, Solving a school bus routing problem , SEIO 2006, Tenerife.

[19] BEKTAŞ, Tolga ve ELMASTAŞ, Seda, Okul Araç Rotalama Probleminin Tamsayılı Programlama İle Çözümü, YA/EM 2004.

[20] BEKTAŞ, Tolga ve ELMASTAŞ, Seda, Solving school bus routing problems through integer programming , Journal of the Operational Research Society 58,1599-1604, 2007.

[21] KARA, İmdat, Integer Programming Formulations for the Distance and Capacity Constrained Vehicle Routing Problem, Teknik rapor, Başkent Üniversitesi Endüstri mühendisliği Bölümü, Ankara-Türkiye, 2007.

[22] KARA, İ., LAPORTE, G., BEKTAŞ, T., A Note on the Lifted Miller-Tucker-Zemlin Subtour Elimination Constraints for the Capacitated Vehicle Routing Problem, European Journal of Operational Research, 158, 793-795, 2004.

[23] Refail Marti web sitesi: http://www.uv.es/~rmarti/