ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA

ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN

TAMSAYILI KARAR MODELLERİ

INTEGER PROGRAMMING FORMULATIONS FOR VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH BACKHAULS

BARIŞ KEÇECİ

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ENDÜSTRİ Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

OCAK – 2008

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma, jürimiz tarafından **ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. İmdat KARA

Üye : Prof. Dr. Berna DENGİZ

Üye : Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK

ONAY

Bu tez 17./01./2008 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiştir.

01./02./2008

Prof. Dr. Emin AKATA

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

TEŞEKKÜR

Bu çalışmamda engin bilgi birikimini benden esirgemeyen, yüksek lisans eğitimimde bana yardımcı olan ve akademik çalışma hayatımda örnek aldığım değerli hocam *Sayın Prof.Dr. İmdat KARA'ya*; bölüm imkânlarını bana sunan, verdiği derslerle gelişmemde katkısı olan değerli hocam *Sayın Prof.Dr. Berna DENGİZ'e*; her türlü teknik konuda yanımda olan çalışma arkadaşlarım *Sayın Araş.Gör. Emrah DEMİR'e* ve *Sayın Müh. Tusan DERYA'ya*; değerli vaktini ayırarak düzeltme yapmam da yine yardımlarını esirgemeyen *Sayın Araş.Gör. Hüseyin GÜDEN'e* teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZ

ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA ARAÇ ROTALAMA PROBLEMi İÇİN TAMSAYILI KARAR MODELLERİ

Barış Keçeci
Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Bir coğrafi bölgedeki müşteriler, "Ürün Dağıtılacak Müşteriler" ve "Ürün Toplanacak Müşteriler" olmak üzere iki alt kümeye ayrılsın. Dağıtım planının, araçların önce dağıtım yapılacak müşterilere, sonrada ürün toplanacak müşterilere uğrayarak depoya dönmeleri şeklinde yapılmak istenmesi halinde, araç rotalama probleminin özel bir türü ortaya çıkar. Bu çalışmada bu tür problemler "Önce Dağıt Sonra Topla Problemlerinde Araç Rotalama (Vehicle Routing Problem with Backhauls)" olarak isimlendirilmiştir.

Çalışmanın hareket noktası, yapılan araştırmalarda ilgili kaynaklarda, yalnız ve yalnız önce dağıtım yapıp, sonra toplama bölgesine geçilmesi durumunda polinom büyüklükte bir matematiksel modelin bulunmayışıdır. Çalışmada yeni geliştirilen polinom büyüklükte iki tam sayılı karar modeli sunulmakta ve hem kaynaklarda yer alan test problemlerinin hem de rassal olarak üretilen problemlerin her iki modelle çözüm sonuçlarına yer verilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Araç Rotalama, Topla-Dağıt Problemleri, Tam Sayılı Karar Modeli

Danışman: Prof. Dr. İmdat KARA, Başkent Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi

ABSTRACT

In a geographical region suppose that the customers are divided into two subsets as “Linehaul Customers” and “Backhual Customers”. If a distribution plan is built up such that the vehicles must visit the linehaul customers first and backhaul customers later and come back to the depot, then a special kind of the Vehicle Routing Problem arises. This problem is called Vehicle Routing Problem with Backhauls.

The motivation of this study is the lack of polinomial size mathematical models which are exactly called Vehicle Routing Problems with Backhauls and has the situation that vehicles must visit the backhaul customers after the linehaul customers, in the literature as much as we accessed. In this study two polinomial size mathematical models are proposed and the computational results which were gathered by the solution of these two models with test instances from literature and ramdomly generated test instances, are given.

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ

ARP: Araç Rotalama Problemi

ÖDST-ARP: Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi

DTM: Düğüm Tabanlı Model

ATM: Akış Tabanlı Model

1. GİRİŞ

Lojistik kavramsal olarak ilk defa askeri ihtiyaçlardan doğmuş ve gelişmiştir. Eski Yunan, Roma ve Bizans İmparatorluklarında malzemelerin temininden ve ikmalinden sorumlu 'Logistikas' unvanı verilen askeri memurlar bulunmaktaydı [1]. Kelime olarak, "*oran, hesaplama, neden*" anlamlarına gelen, eski yunanca "*logos(λόγος)*"'dan türemiştir [2]. Kelimenin sözlük tanımı; "Askeri malzeme, teçhizat ve personelin; tedarik, taşıma ve idamesi ile uğraşan askeri bir bilim. Bir harekâtın detaylarının idaresi." olarak yapılmıştır [2,3]. Bir tanıma göre lojistik, malzeme, hizmet, bilgi ve sermaye akışı yönetimi için bir iş planlama çerçevesidir. Günümüz iş çevresinin gittikçe artan karmaşıklıkta bilgi, iletişim ve kontrol sistemlerini içermektedir [4]. Bir başka tanıma göre lojistik, müşteri gereksinimlerini karşılamak amacıyla bir merkezden tüketim noktalarına malların, hizmetlerin ve ilgili bilginin etkin ve etkili bir biçimde akışı ve depolanmasının planlama, uygulama ve kontrol etme sürecidir [5]. Yine bir başka tanıma göre de lojistik, müşteri gereksinimlerini karşılamak amacıyla bir merkezden tüketim noktalarına hammadde, yarımamul, bitmiş ürünler ve ilgili bilginin etkin ve maliyet etkili bir biçimde akışı ve depolanmasının planlama, uygulama ve kontrol etme sürecidir [6].

Lojistik kavramı ile yakından ilişkili kavramlardan birisi ise ulaştırmadır. Ulaştırma insanların veya malların bir yerden başka bir yere nakledilmesidir. Zaten İngilizce *Transport* kelimesinin kökenine bakılırsa, Latince *trans* ve *portare* kelimelerinin birleşiminden oluşmaktadır. Yani karşıdan karşıya taşıma anlamına gelmektedir [7]. Ulaştırma kavramının birçok bileşeni vardır. Bunlar; altyapı, araçlar, operasyonlar olarak basitçe 3'e ayrılabilir. Altyapı, ulaşım ağları ve ulaşım terminallerinden oluşmaktadır; araçlar her türlü hareketliye verilen isimdir; operasyonlar ise ulaştırma sistemin kontrol edilmesini sağlarlar. Örneğin bunlar; trafik ışıkları, demiryolu makasları, hava trafik kontrolörleri ve/veya geçiş ücretleri, akaryakıt vergileri gibi sistemin nasıl finanse edileceği konusundaki kurallar olabilir.

Ulaştırma sistemlerinin ülkelerin ekonomisi, sektörler ve şirketler için önemi büyüktür ve bu konuda çarpıcı raporlar vardır. Örneğin Kearny'in 1984 yılında National Council of Physical Distribution Management (NCPDM) için hazırladığı raporda 1983 yılında Amerika Birleşik Devleti'nde ki yıllık dağıtım maliyetlerinin 650 milyon $ (yaklaşık milli gelirin %21'i) olduğunu tahmin etmiştir. Ayrıca yine bu raporda taşıma maliyetlerinin üretimdeki kontrol edilebilir maliyetlerin %22,5'ini oluşturduğundan da bahsedilmektedir [8]. Ulaştırma Barosu İstatistikleri (Bureau of Transportation Statistics) internet sitesinin istatistiklerine göre Amerika Birleşik Devleti hükümetinin, tüm ulusal ulaştırma sistemlerinin inşa, bakım, işletme ve yönetim harcamalarının 2001 mali yılındaki tutarı 183,1 milyar $'dır [9].

Ulaştırma, taşıma ve dağıtım konularında üzerinde durulan ilk problemlerden biri Gezgin Satıcı Problemi (GSP) dir. GSP'nin kökeni, 1880'lerde Sir William R. Hamilton tarafından bulunan, *İkosyan Oyununa* dayanmaktadır [10]. Bu oyunda amaç, 20 noktadan oluşan bir Icosahedron'un tüm noktalarını bir kez ziyaret edecek bir yol bulmaktır. Bulunan bu yola Hamilton Turu adı verilir. GSP probleminde 1 hareketli vardır, eğer birden fazla (m) hareketli varsa, bu problem m-GSP olarak tanımlanır. m-GSP probleminde hareketliler araçlar ise bu probleme özel olarak Araç Rotalama Problemi (ARP) adı verilir.

ARP, yöneylem araştırmasındaki önemli konulardan biridir. NP-zor yapısı dolayısıyla kesin çözümü bulmak oldukça zordur. Problem bir depodan, değişik yerlerde dağılmış olarak bulunan müşterilere giden, toplam maliyeti en küçük olacak şekilde araç sayısı kadar rotanın bulunması olarak tanımlanabilir. ARP'de her müşterinin yalnızca bir kez ziyaret edilmesi, tüm rotaların depodan başlayıp depoda bitmesi gibi temel kısıtların yanı sıra diğer bazı kısıtların da sağlanması gerekir. ARP'nin temel bileşenleri olarak yol ağı, müşteriler, araçlar, depolar, sürücüler, kısıtlar, amaçlar gösterilebilir.

Günümüzde hizmet ve üretim sektöründe ARP'nin birçok uygulama alanı bulunmaktadır. Bunlar arasından en çok bilinenleri atık toplama, engelli insanların taşınması, ulaşım ve lojistik uygulamaları, dağıtım ve toplama problemleri, ring taşımacılığı, okul taşıt güzergâhlarının belirlenmesi, uçak rotalama problemleri, stok alanındaki malzeme toplama problemleri, gazete, su, posta vs dağıtım problemleri, şehirlerarasında yapılacak seyahatlerin çizelgelemesi, malzeme akış sistemi tasarımı, fabrika içi mamul / yarı mamul taşıma sistemi, elektronik devre tasarımı vb gibidir. Varsayımlar ve kısıtlara göre ARP'nin çeşitli türleri vardır.

ARP'nin türlerinden birisi de Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi (ÖDST-ARP) (Vehicle Routing Problem with Backhauls – VRPB) dir. Kaynaklarda Linehaul-Backhaul problemi olarak da görülmektedir [11]. Kapasiteli Araç Rotalama Probleminin (Capaciated Vehicle Routing – CVRP) bir uzantısıdır. Bu problemde müşteriler iki alt kümeye ayrılmıştır. İlk küme depodan giderken öncelikle uğranılan ve dağıtım yapılan müşteriler (Linehaul) kümesidir; ikinci küme ise depoya dönerken ikinci uğranılan ve toplama yapılan müşteriler (Backhaul) kümesidir. Bu problemin en kritik ve problemi diğerlerinden ayıran varsayımı ilk kümede yer alan müşterilerin, ikinci kümede yer alan müşterilerden önce ziyaret edilmesi gerekliliğidir. Buna göre eğer bir rotada toplama yapılan müşterilere uğranacaksa, araç önce dağıtım yapılacak müşterilere uğramalı ardından toplama yapılacak müşterilere geçerek depoya geri dönmelidir. Bu çeşit bir rota oluşturmak aslında uygulamadaki gereklilikten doğmaktadır. Gerçek hayatta özellikle tır gibi arkadan yükleme-boşaltma yapılabilen araçlarda, her bir durakta boşaltılması gereken yükler indirilirken ve alınması gereken yükler yüklenirken, araç içindeki yüklerin yer değiştirmesi, taşınması ve yeniden düzenlenmesi güç ise ve/veya ekonomik değilse bu durumda önce dağıtılacak (toplanacak) müşterilere uğranarak yükün dağıtılması (toplanması) daha sonra toplanacak (dağıtılacak) müşterilere uğranarak yükün toplanması (dağıtılması) gerekliliği ortaya çıkar.

Kaynaklara bakıldığında bu problemin ilk defa 1980'li yıllarda ortaya atıldığı ve üzerinde sezgisel ve kesin çözüm yöntemlerine dayalı birçok çalışma yapıldığı görülmektedir [12]. NP zor yapısı dolayısıyla ilk çalışmalar sezgisel yöntemler kullanılarak yapılmış olsa da, ilerleyen yıllarda hızla gelişen bilgisayar teknolojisiyle birlikte kesin çözüm yöntemleri kullanılarak yapılan çalışmalar da olmuştur. Bu tip problemlerin kesin çözümlerini bulabilmek için matematiksel modellerden yararlanılmak istenmiş ve problemin karar modelleri oluşturulmuştur [13]. Erişilebildiği kadarıyla kaynaklarda yer alan yalnız ve yalnız önce dağıtım yapıp sonra toplama bölgesine geçilmesi durumundaki problemlerin karar modelleri incelendiğinde, bu karar modellerinin polinom boyutta kısıta veya tamsayılı karar değişkenine sahip olmadıkları, yani tamsayılı karar değişkeni ve/veya kısıt sayılarının problem boyutuna göre üstel olarak arttığı görülmüştür. Hatta bazı karar modellerini orta boyutlu problemlerde, yazmak ve çözmek bile neredeyse mümkün değildir.

Kaynaklardaki bu eksiklik bu çalışmanın hareket noktasını teşkil etmektedir. Bu çalışmada amacımız polinom büyüklükte kısıta sahip yeni matematiksel modeller geliştirmek ve bu model ile yeni kesin çözüm yöntemlerine ve model tabanlı sezgisel yöntemlere ışık tutmaktır.

Bu tez çalışması kapsamında polinom boyutta kısıta sahip karar modelleri incelenmiş ve buna göre ÖDST-ARP için iki temel karar modeli geliştirilmiştir. Farklı tanımlar yapılarak her iki temel modelin birer türevi oluşturulmak suretiyle, ilk aşamada toplam 4 karar modeli ile ilgilenilmiştir. Kaynaklarda rastlanan test problemleri ile bazı gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Test problemleri ile yapılan denemeler sonunda her iki temel modelin iyi performans veren türevi, çalışmanın ilerleyen aşamalarında kullanılmak üzere seçilmiştir. Kaynaklarda yer alan test problemleri ve üretilen rassal problemler ile denemeler yapılarak elde edilen sonuçlar incelenmiş ve araştırmacılara artı ve eksi yönleriyle birlikte iki farklı karar modeli sunulmuştur. İlerleyen bölümlerde şu başlıklar altında çalışmalar yapılmıştır:

2. bölümde ARP'ye ve bir araç rotlama problemi olarak ÖDST-ARP'ye değilmiş, ÖDST-ARP'nin tanımı yapılarak türlerinden ve uygulamalarından bahsedilmiştir. 3. bölümde ÖDST-ARP'nin çözüm yöntemleri ve ile ilgili kaynaklarda yer alan çalışmalardan bahsedilmiştir. Ardından 4. bölümde ÖDST-ARP için geliştirilmiş mevcut karar modelleri açıklanmıştır. 5. bölümde ise ÖDST-ARP için bu çalışma kapsamında yeni geliştirilen iki model sunulmuştur. 6.

bölümde yapılan deneyler ve karşılaştırmalı sayısal analizlerden bahsedilerek; 7. bölümde sonuç ve öneriler ortaya konmuştur.

2. BİR ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ OLARAK ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ

ARP dağıtım ve/veya toplama faaliyetlerinin yönetimiyle uğraşan problemler bütününün genel bir adıdır. Bu konuda verilen operasyonel kararlar, mevcut araç filosunun yani kaynakların nasıl kullanılacağı ile ilgilidir. Böylece kaynakların verimli kullanımıyla taleplerin operasyonel ihtiyaçlar doğrultusunda etkin bir şekilde karşılanması gerekir. Bu amaçla mevcut araçlar için rotalar ve olası çizelgeler tanımlanır.

İlk defa 1950'li yılların sonuna doğru Dantzig ve Ramser [14] tarafından tanımlanan ve modellenen ARP, ulaştırma, dağıtım ve lojistik alanlarında merkezi bir önem teşkil etmektedir. Ulaştırma faaliyetleri, bazı sektörlerde üretilen malın katma değerinin büyük bir yüzdesini oluşturmaktadır. Bu yüzdendir ki, Toth ve Vigo'un çalışmalarında da [15] belirttikleri gibi, ulaştırma alanında iyileştirme amaçlı geliştirilen ve uygulanan bilgisayar destekli yöntemler, %5 ile %20 arasında değişen, gözle görülür önemli tasarrufların elde edilmesine olanak sağlamıştır.

ARP basit olarak bir depodan, değişik yerlerde dağılmış olarak bulunan müşterilere giden, toplam maliyeti en küçük olacak şekilde araç sayısı kadar rotanın bulunması problemi olarak tanımlanabilir. ARP'de her müşterinin yalnızca bir kez ziyaret edilmesi, tüm rotaların depodan başlayıp depoda bitmesi temel kısıtlarının ve problem tipine ve ihtiyaçlarına göre gerektiğinde kullanılabilecek bazı diğer kısıtların sağlanması gerekir. ARP yöneylem araştırmasındaki önemli konulardan biridir. NP-Zor yapısı (problem çözüm süresi problem boyutuyla üstel olarak artar) dolayısıyla kesin çözümünü bulmak oldukça zordur.

ARP'nin birçok türü vardır. Bodin ve Golden [16] çalışmalarında ARP'nin detaylı bir sınıflandırmasını yapmışlardır. Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemide, araç rotalama probleminin bir türüdür.

Tüm araç rotalama problemleri GSP’nin bir türevi olarak ifade edilebilirler. Buna göre GSP’de birden fazla (m tane) hareketli olduğunda problem m-GSP haline gelir. Eğer m-GSP probleminde hareketliler “*araçlar*” ise, söz konusu problem Araç Rotalama Problemidir. ARP’de araçlar yalnızca dağıtım yapabilir veya yalnızca toplama yapabilir veya hem toplama hem dağıtım yapabilir. Araçların hem toplama hem dağıtım yaptığı durumda, toplama yapılacak müşterilerin dağıtım yapılacak müşterilerden sonra ziyaret edilmesi öncüllük ilişkisi getirildiğinde, söz konusu problem Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi olur. ARP’nin NP-Zor bir problem olduğu bilindiğine göre, bu durumda ÖDST-ARP’de NP-Zor bir problemdir ve kesin çözümünü bulmak oldukça zordur.

2.1. Araç Rotalama Problemlerinin Genel Bileşenleri

Araç rotalama problemi bir yol ağı üzerinden araçlar yardımıyla yapılan bir mal taşımacılığıdır. Bu açıdan bakıldığında gerçek hayatta bu problemin bazı bileşenlerinden söz edilebilir. Bu bileşenler aşağıda verilmiştir [17].

- Yol ağı,
- Müşteriler,
- Araçlar,
- Depolar,
- Sürücüler,
- Operasyonel kısıtlar,
- Amaçlar…

Yol Ağı:

ARP’de yol ağı bir serim ile gösterilir. Serimlerde düğümler ve ayrıtlar vardır. ARP’de yollar, serimdeki ayrıtlara; duraklar (müşteriler) ise serimdeki düğümlere karşılık gelmektedir. Yol ağını temsil eden serimler yönlü, yönsüz veya hem yönlü hem yönsüz karışımı ayrıtlardan oluşabilir.

Müşteriler:

ARP'de müşteriler hizmet bekleyen, yani depodan belirli miktarda mal talep eden veya depoya belirli miktarda mal arz eden birimlerdir. Bir serimde müşteriler, düğümler ile temsil edilirler.

Araçlar:

ARP'de hareketliler araçlardır. Kaç tane hareketli varsa o kadar tur olmalıdır. Araçların bir veya birden fazla depoda olduğu düşünülür. Her aracın bir taşıma kapasitesi vardır. Taşıma kapasitesi ağırlık cinsinden olabileceği gibi hacim cinsinden de olabilir. Ayrıca her aracın taşıma kapasitesi aynı olabileceği gibi kimi problemlerde farklı taşıma kapasitesine sahip araçlarda kullanılabilir.

Sürücüler:

Sürücüler araç rotalama problemlerinde doğrudan dikkate alınmasa da dolaylı olarak göz önünde bulundurulmak zorundadır. Gerçek hayat uygulamalarında sendikal ve sözleşme şartları modellere yansıtılmalıdır. Yasalarda sürücülerin çalışma periyotları, vardiyaları, fazla mesai şartları ve vermesi gereken dinlenme araları belirtildiğinden, oluşturulan dağıtım planlarının bu düzenlemelere göre yapılması zorunluluğu vardır.

Depolar:

ARP'de depolar, çeşitli veya benzer tipte araçların bulundukları ve dağıtım planının merkezini oluşturan birimlerdir. Verilecek kararlar, yapılacak planlar, araçların depodan çıkarak hangi noktalara uğrayıp geri tekrar depoya dönmesi gerektiği fikrine dayanır. Tek depo olabileceği gibi kimi problemlerde, birden fazla deponun da olması muhtemeldir.

Kısıtlar:

ARP'de kısıtlar yapılan taşımacılığın doğası ve gereklerine, verilen taşımacılık hizmetinin kalitesine ve sürücülerin çalışma sözleşmelerine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Ancak genel olarak bir ARP'de kısıtlar, iki sınıfta toplanır. İlki yerel kısıtlardır ve tek bir tur için geçerli olan kısıtlarıdır. İkincisi ise bütünsel kısıtlardır ve bütün turlar için geçerli olan kısıtlardır.

Yerel kısıtlar ile; araç kapasitesinin aşılmaması, verilmesi durumunda azami tur uzunluğunun veya tur süresinin aşılmaması, verilmesi durumunda turdaki müşterilere belirli zaman pencerelerinde uğranılması, taşımacılık hizmetinin tipine göre yalnızca toplama, yalnızca dağıtma veya her ikisinin birden yapılması, müşteriler arasındaki öncüllük ilişkisi (topla ve dağıt veya önce dağıt sonra topla) sağlanır.

Bütünsel kısıtlar ile; araç sayısı kadar turun olması, verilmesi durumunda araç veya depo için azami tur sayısının aşılmaması, sürücüler arasında iş yükünün dengelenmesi, çalışma periyotlarının ve vardiyaların, turlar arasında belirli bir asgari zaman aralığı olacak şekilde düzenlemesi sağlanır.

Amaçlar:

Yöneylem araştırması alanındaki her eniyileme probleminde olduğu gibi ARP'de de birçok farklı amaç fonksiyonu eniyilenmeye çalışılır. Bu amaçlardan bazılarına örnek olarak aşağıdakiler verilebilir:

- Taşıma maliyetleri ve taşımada kullanılan araçların sabit maliyetleri toplamını enküçüklemek,
- Araç ve/veya sürücü sayısını enküçüklemek,
- Tur sürelerini, mesafelerini, maliyetlerini dengelenmek,
- Tamamen veya kısmen hizmet verilemeyen müşeriler için katlanılması gereken ceza toplamını enküçüklemek,
- Toplam mesafeyi enküçüklemek,
- Toplam süreyi enküçüklemek.

ARP'de yukarıda verilen amaç fonksiyonlarından birisi eniyilenmeye çalışılabileceği gibi birbiriyle çelişir nitelikte birkaç amaç fonksiyonu da eniyilenmeye çalışılabilir. Bu durumda çok amaçlı bir karar problemine dönüşen

ARP için, farklı çok amaçlı karar problemi çözüm yöntemlerinden yararlanılabilir [18–19].

2.2. Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi

2.2.1. Önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin tanımı

Bir coğrafi bölgedeki müşterilerin, “Ürün Dağıtılacak Müşteriler” ve “Ürün Toplanacak Müşteriler” olmak üzere iki alt kümeye ayrıldığı farz edilsin. Eğer araçların dağıtım planı, önce dağıtım yapılacak müşterilere, daha sonra toplama yapılacak müşterilere uğrayıp depoya dönecek şekilde yapılmak istenirse, bu durumda araç rotalama probleminin özel bir türü ortaya çıkar. Bu tür problemler “Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi (ÖDST-ARP)“ olarak adlandırılabilinir.

Yabancı kaynaklarda Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB) olarak isimlendirilen problem Linehaul-Backhaul problemi olarak da bilinmektedir [11]. Linehaul müşteriler depodan giderken ilk sırada uğranılan müşteriler grubudur, backhaul müşteriler ise depoya dönerken ikinci sırada uğranılan müşteriler grubudur. Her grup yalnızca dağıtım veya yalnızca toplama müşterilerinden oluşmalıdır. Her rotada eğer varsa toplama yapılacak müşteriler dağıtım yapılacak müşterilere uğrandıktan sonra ziyaret edilmelidir.

Bu çeşit bir rota oluşturmak aslında uygulamadaki zorunluluklardan doğmaktadır. Gerçek hayatta özellikle tır gibi arkadan yükleme-boşaltma yapılabilen araçlarda, her bir durakta boşaltılacak mallar boşaltılırken ve yüklenecek mallar yüklenirken, araç içindeki malların yer değiştirmesi, taşınması ve yeniden düzenlenmesi güç ise ve/veya ekonomik değilse; bu durumda önce dağıtılacak müşterilere uğranarak malların dağıtılması, daha sonra toplanacak müşterilere uğranarak malların toplanması gerekliliği ortaya çıkar.

Bu açıklamalar ışığında genel olarak problemin tanımı aşağıdaki gibi yapılabilir:

"Problem;

- *her aracın bir rota izlediği,*
- *her rotada dağıtım yapılan müşterilerin ve toplama yapılan müşterilerin talep toplamlarının ayrı ayrı araç kapasitesini geçmediği,*
- *her rotada öncelikle dağıtım yapılan müşterilerin ziyaret edildiği,*
- *her müşterinin ziyaret edildiği,*

toplam kat edilen mesafenin en küçük olduğu rotaların bulunmasıdır."

İlk defa 1980'li yıllarda [12] ortaya konan problem aslında Kapasiteli Araç Rotalama Probleminin özel bir durumudur. Diğer tüm ARP'ler gibi NP-Zor bir yapısı vardır ve kesin çözümleri bulabilmek oldukça güçtür. Zamanla ÖDST-ARP üzerinde yapılan, yeni çözüm yöntemleri geliştirme amaçlı çalışmalarda gerçek hayat problemleri ile daha fazla ilgilenilmiş ve uygulamada karşılaşılan şartlar dikkate alınarak problemin birçok farklı türü ortaya çıkarılmıştır.

2.2.2. Önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin türleri

Aslında tüm ÖDST-ARP'lerin temelinde Zaman Aralıklı Topla ve Dağıt Problemi (Pickup and Delivery with Time Windows – PDPTW) vardır. ÖDST-ARP'nin bütün türleri PDPTW'nin bir uzantısı olarak görülebilir [20]. Aşağıda bunlara değinilmiştir.

2.2.2.a. Karışık önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Her rotada, öncelik olmaksızın dağıtım ve toplama müşterileri istenilen sırada karışık olarak ziyaret edilebilir. Karışık önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi (Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls – MVRPB) tipindeki problemlerde araç kapasitesinin kontrolü daha karmaşıktır. Çünkü rotada ilerleyen aracın yükü dalgalanmaktadır. MVRPB yerine, Topla ve Dağıt Araç Rotalama Problemi (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery – VRPPD) ismi de kullanılabilmektedir.

2.2.2.b. Çok depolu karışık önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Karışık önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin genelleştirilmiş halidir. Tek depolu durumlarda karşılaşılan sorunlar nedeniyle, problemdeki depo sayısı artırılır. Böylece problem Çok Depolu Karışık Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi (Multi Depot Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls – MDMVRPB) haline gelmektedir. Her depoda sınırlı sayıda araç vardır ve her araç hareketine başladığı depoya geri dönmelidir.

2.2.2.c. Zaman pencereli önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Her dağıtım/toplama noktasının bir zaman penceresi vardır ve araçların bu noktalara tanımlanan zaman dilimleri arasında varmaları istenmektedir. Böylece problem Zaman Pencereli Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi (Vehicle Routing Problem with Backhauls with Time Windows – VRPBTW) haline gelmektedir. Dağıtım/toplama noktasına erken gelen araç bekleyebilirken geç gelen araç kabul edilmediğinden bu durumda çözüm uygun olarak kabul edilmemektedir.

2.2.2.d. Zaman pencereli karışık önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi

Zaman Pencereli Karışık Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi (Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls with Time Windows – MVRPBTW) tipindeki problemlerde her rotada dağıtım ve toplama müşterileri karışık sırada ziyaret edilebilir ve her dağıtım/toplama noktasının bir zaman penceresi vardır ve araçların bu noktalara tanımlanan zaman dilimleri arasında varmaları istenmektedir.

2.2.2.e. Eşzamanlı topla ve dağıt araç rotalama problemi

Bu problem tipinde müşteriler hem depodan mal talep ederken hem de depoya mal arz etmektedir. Yani hem dağıtım hem de toplama faaliyeti her müşteride birlikte (eş zamanlı olarak) yapılmaktadır. Böylece problem Eşzamanlı Topla ve Dağıt Araç Rotalama Problemi (Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup – VRPSDP) haline gelmektedir.

ÖDST-ARP'nin diğer başka türleri hakkında detaylı bilgi edinmek için ilgili kaynaklara bakılabilir [21,22].

2.2.3. Önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin uygulamaları

Her teorik çalışmanın altında, uygulamadan kaynaklı bir problemin çözümüne ilişkin yapılan araştırmaların yattığı gibi, ÖDST-ARP'de başlangıçta bir gerçek hayat probleminden ortaya çıkmıştır. ÖDST-ARP'nin en yaygın uygulamasının market endüstrisinde olduğu görülmektedir.

Örneğin bir şirketin, şehrin değişik yerlerinde A isminde birden fazla süpermarketi ve şehrin toptancı halinde yine şirkete ait bir deposu olsun. Süpermarketlere mal dağıtımı bu depodan yapılmaktadır ve depoya mal gelişi ise çeşitli tedarikçilerinden sağlanmaktadır. Dolayısıyla tedarikçiler, depo ve süpermarketler arasındaki mal akışının; tedarikçilerden depoya, depodan süpermarketlere şeklinde olacağı açıktır. Mal akışının böyle olduğu bir durumda akla gelen ilk çözüm, araçların bir kısmıyla sadece depodan süpermarketlere mal dağıtımı yapmak ve geri kalan kısmıyla da sadece tedarikçilerinden depoya mal toplamak olabilir. Ancak böyle bir taşıma planı ile araçlar verimsiz olarak kullanılabilir, bu da maliyetlerde önemli bir artışa neden olabilir. Bunun yerine alternatif bir yaklaşım olarak depodan süpermarketlere mal dağıtımı yapan araçların mallarını dağıttıktan sonra depoya boş dönmek yerine tedarikçilere uğrayarak malları toplayıp depoya dönmeleri önerilebilir. Böylece hem daha az araçla dağıtım ve toplama gerçekleştirilebilirken hem de depoya boş dönen araçların atıl kapasiteleri verimli bir şekilde kullanılmış olur.

Ancak uygulamanın gereği ve problemin bir varsayımı olarak, araçların depodan dolu çıkıp önce malları dağıtmaları sonra toplama noktalarına giderek malları toplamaları gerekmektedir. Yani eğer gidilecekse, malları dağıtmadan (araç boşalmadan) toplama noktalarına gidilmemelidir. Bu gereklilikte özellikle tır gibi arkadan yükleme-boşaltma yapılabilen araçlarda, her bir durakta boşaltılacak mallar boşaltılırken ve yüklenecek mallar yüklenirken, araç içindeki malların yer değiştirmesi, taşınması ve yeniden düzenlenmesi güç olduğundan ve/veya ekonomik olmadığından ya da müşterilerin çok farklı coğrafi konumlarda olmasından kaynaklanmaktadır.

Bu bölümde araç rotalama probleminden ve bileşenlerinden; bir ARP türü olan önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin tanımından, türlerinden ve uygulamalarından bahsedilmiştir.

İzleyen bölümde önce dağıt sonra topla araç rotalama probleminin çözüm yöntemlerine ve kaynaklarda yapılmış çalışmalara yer verilecektir.

3. ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

NP-Zor olan ÖDST-ARP için en iyi çözümü bulabilmek oldukça güç olduğundan, kaynaklarda ilk rastlanan çalışmalar sezgisel yaklaşımlara dayalı çalışmalar olmuştur [12]. Gelişen teknoloji ile birlikte artan bilgisayar hızıyla, kesin çözüm yöntemleri de ağırlık kazanmış ve ilerleyen zamanlarda özel algoritmalar ve matematiksel modeller kullanılarak orta ve büyük boyutlu problemlere kesin çözümler aranmıştır [23].

3.1. Sezgisel Yaklaşımlar

İlk çalışma Deif ve Bodin'in 1984 yılında yaptıkları ve Clarke-Wright Tasarruf Yöntemi'nin uzantısı olan sezgisel bir algoritmaya dayanmaktadır [12]. Jordan ve Burns, toplama yapılacak müşteriler (backhaul) olduğunda bu durumun terminal yerleşimleri üzerindeki etkisini incelemiş ve hangi kamyon yüklerinin toplama yapılacak müşterilerde olması gerektiğini belirleyen bir yöntem geliştirmiştir [24]. Golden ÖDST-ARP'i çözmek için ekleme tabanlı farklı bir sezgisel yaklaşım önermiştir [25]. Goetschalckx ve Horsley'in geliştirdikleri sezgisel yaklaşım [26], Bartholdi ve Platzman'ın boşluk dolduran eğriler kavramına [27] dayanmaktadır. Casco, Golden ve Wasil'in önerdikleri yaklaşım yük tabanlı bir ekleme sezgiselidir [28]. Goetschalckx ve Jacobs-Blecha, Fisher ve Jaikumar'ın ARP için geliştirdikleri sezgiselin [29] genişletilmiş bir halini ÖDST-ARP için uygulamışlardır [13]. Toth ve Vigo ÖDST-ARP için önce kümele-sonra rotala yaklaşımıyla bir sezgisel önermişlerdir [30]. Anily, linehaul veya backhaul müşterilerden, hangisinin önce ziyaret edildiği kısıtının göz ardı edildiği durum için, sezgisel bir yöntem geliştirmiştir [31]. Potvin ve arkadaşları çözüm yöntemi olarak bir genetik algoritma kullanmıştır [32]. Gendreau, Hertz ve Laporte (1997) ÖDST-ARP'in tek araçlı durumu için sezgisel bir algoritma geliştirmiştir [33]. Duhamel ve arkadaşları çözüm yöntemi olarak bir tabu arama sezgiseli kullanmıştır [34]. Cheung ve Hang çözüm yöntemi olarak eşleştirme algoritması geliştirmişlerdir [35].

3.2. Kesin Çözüm Yöntemleri

ÖDST-ARP ile ilgili yazında rastlanılan kesin çözüm yöntemlerini matematiksel modelleme ve özel çözüm algoritmaları olmak üzere ikiye ayırmak mümkündür. ÖDST-ARP için geliştirilmiş ilk en iyileme yöntemi Yano'un Quality Stores isimli perakendeciler zincirinde uyguladığı Dal-Sınır algoritmasıdır [23]. Gelinas, Desrochers, Desrosiers ve Solomon zaman aralıklı ÖDST-ARP için Sütun Üretimi (*Column Generation*) ile en iyi çözümü bulabildiklerini göstermiştir [36]. Toth ve Vigo ÖDST-ARP'nin simetrik ve asimetrik çeşitleri için yeni bir tamsayılı programlama modeli geliştirmiş, geliştirdikleri bu matematiksel modeli Lagrange alt sınır değerlerini bulmak için kullanmış ve daha sonra da bir çeşit dal-sınır algoritması ile en iyi çözümü bulan bir yöntem önermişlerdir [37]. Mingozzi ve Giorgi, ÖDST-ARP modelinin doğrusal gevşetmesinin ikilini çözmek için farklı sezgiselleri birleştirerek, en iyi çözüm için geçerli alt sınır değerleri bulan bir prosedür önermiştir [38].

Bu bölümde ÖDST-ARP ile ilgili kaynaklarda yapılmış çalışmalardan ve çözüm yöntemlerinden bahsedilmiştir.

İzleyen bölümde erişilebildiği kadarıyla kaynaklarda yer alan yalnız ve yalnız ÖDST-ARP'nin mevcut karar modellerine değinilecektir.

4. ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ KARAR MODELLERİ

ÖDST-ARP, 20 yılı aşkın bir süredir üzerinde durulan, sezgisel ve kesin çözüm yöntemleri ile çözüm aranılan bir problem olmuştur.

Bu çalışmada problemlerin kesin çözümleri üzerinde durulmaktadır. Bunun için problemin matematiksel modeli kullanılarak karma tamsayılı doğrusal karar modelini çözen bir paket program yardımıyla en iyi çözüme ulaşmak düşünülmektedir. Erişilebildiği kadarıyla kaynaklarda yer alan yalnız ve yalnız önce dağıtım yapıp sonra toplama bölgesine geçilmesi durumundaki problemlerin mevcut matematiksel modelleri incelenmiş ve polinom büyüklükte kısıta sahip bir modele rastlanmamıştır. Çalışmanın hareket noktası polinom büyüklükte kısıta sahip yeni bir matematiksel model geliştirmek ve bu model ile yeni kesin çözüm yöntemlerine ve model tabanlı sezgisel yöntemlere ışık tutmaktır.

4.1. Mevcut Karar Modelleri

4.1.1. Goetschalckx ve Jacobs-Blecha karar modeli

Goetschalckx ve Jacobs-Blecha'ın [13] yaptıkları çalışmada, daha önce Fisher ve Jaikumar'ın [29] araç rotalama problemi için geliştirdiği model ÖDST-ARP için uyarlanmıştır. Fisher ve Jaikumar'ın modeli iki bölümden oluşmaktadır. Buna göre modelin ilk kısmını Genel Atama Problemi (GAP) oluştururken, ikinci kısmını ise GSP oluşturmaktadır. GAP ile müşteriler kümelenirken, GSP ile her bir küme için en iyi tur bulunmaktadır.

ÖDST-ARP de iki ayrı müşteri kümesi olduğu için Goetschalckx ve Jacobs-Blecha'ın modellerinde dağıtım ve toplama müşterileri için iki ayrı GAP kısmı ve bir GSP kısmı mevcuttur. Modellerinde Dantzig-Fulkerson-Johnson (DFJ) alt tur engelleme kısıtlarını [39] ve üç indisli formülasyon yapısını kullanmışlardır.

Model için kullanılan notasyonlar aşağıdaki gibidir.

Parametreler

K: Araç sayısı

N: Dağıtım yapılacak müşteriler sayısı

M: Toplama yapılacak müşteriler sayısı

(0, dağıtım merkezi indisi)

a_i: Dağıtım müşterileri talebi, (i = 1,…,N)

b_i: Toplama müşterileri arzı, (i = N+1, …,N+M)

C: Araç kapasitesi

c_{ij}: *i.* müşteriden *j.* müşteriye gitmenin maliyeti (i,j = 0,…,N+M)

Karar Değişkenleri

u_{ik}: Eğer *i.* dağıtım yapılacak müşteri *k* aracı tarafından ziyaret edilirse 1, diğer durumlarda 0; i = 0,…,N.

v_{jk}: Eğer *j.* toplama yapılacak müşteri *k* aracı tarafından ziyaret edilirse 1, diğer durumlarda 0; j = N+1,…,N+M ve j = 0.

x_{ijk}: Eğer *k* aracı *i.* müşteriden *j.* müşteriye geçerse 1, diğer durumlarda 0; i,j = 0,…,N+M.

Verilen bu notasyonlar doğrultusunda Goetschalckx ve Jacobs-Blecha'ın geliştirdikleri matematiksel model aşağıda verilmiştir.

$$\sum_{i=1}^{N} a_i u_{ik} \le C, \qquad k = 1,...,K \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^{K} u_{ik} = 1, \qquad i = 1,...,N \tag{2}$$

$$u_{ik} = 0 \text{ veya } 1, \quad i = 1,\dots,\mathrm{N},\ k = 1,\dots,\mathrm{K} \tag{3}$$

$$\sum_{i=N+1}^{N+M} b_i v_{ik} \le C, \qquad k = 1,...,K \tag{4}$$

$$\sum_{k=1}^{K} v_{ik} = 1, \qquad i = N+1,...,N+M \tag{5}$$

$v_{ik} = 0 \text{ veya } 1, \quad i = N+1,\ldots,N+M,\ k = 1,\ldots,K$ (6)

$$\sum_{i=0}^{N+M} x_{ijk} = \begin{cases} u_{jk},\ j = 1,\ldots N \\ v_{jk},\ j = N+1,\ldots,N+M,\ j = 0, k = 1,\ldots,K \end{cases} \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^{N+M} x_{ijk} = \begin{cases} u_{ik},\ i = 0,\ldots N \\ v_{ik},\ i = N+1,\ldots,N+M, k = 1,\ldots,K \end{cases} \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^{N} \sum_{\substack{j=N+1 \\ j=0}}^{N+M} x_{ijk} = 1,\ k = 1,\ldots,K \quad (9)$$

$x_{ijk} \in S$ (10)

$x_{ijk} = 0$ veya 1, $i,j = 0,\ldots,N+M$, $k = 1,\ldots,K$ (11)

Kısıtları Altında;

$$\text{ENK} \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=0}^{N+M} \sum_{j=0}^{N+M} c_{ij} x_{ijk} \quad (12)$$

Q = {1,…,N+M} kümesinin her alt kümesi için $S = \{x_{ijk}: \sum_{i\in Q}\sum_{j\in Q} \le |Q| - 1\}$ dır.

Burada $k = 1,\ldots,K$ için $u_{0k} = 1$ ve $v_{0k} = 1$ alınarak dağıtım merkezinden K aracın çıkması ve dağıtım merkezine K aracın dönmesi sağlanır. (1) ve (4) ile gösterilen kısıtlar herhangi bir rota üzerinde sırasıyla, dağıtım yapılacak müşterilerde ve toplama yapılacak müşterilerde araç kapasitelerinin aşılmamasını sağlar. (2) ve (5) ile gösterilen kısıtlar sırasıyla, dağıtım yapılacak müşterilerden ve toplama yapılacak müşterilerden oluşan her rotaya yalnız bir aracın atanmasını sağlar. (7) ile gösterilen kısıt her müşteriye yalnızca bir aracın girmesini sağlarken, (8) ile gösterilen kısıt her müşteriden yalnızca bir aracın çıkmasını sağlar. (9) ile gösterilen kısıt her rotada dağıtım yapılan müşterilerden toplama yapılan müşterilere yalnızca tek bir geçiş olmasını sağlar. (10) ile gösterilen kısıt ise DFJ olarak kısaltılan Dantzig-Fulkerson-Johnson alt tur engelleme kısıtıdır [39].

Modelin (1) ile gösterilen kısıtında K tane, (2) ile gösterilen kısıtında N tane, (4) ile gösterilen kısıtnda K tane, (5) ile gösterilen kısıtında M tane, (7) ile gösterilen kısıtında (N + M + 1)K tane, (8) ile gösterilen kısıtında (N + M + 1)K tane, (9) ile gösterilen kısıtında K tane ve (10) ile gösterilen kısıtında 2^{N+M} tane olmak üzere toplam kısıt sayısı 2^{N+M} + (N + M)(2K + 1) + 5K dır. Modelin tamsayılı karar değişkeni sayısı $K(N + M + 1)^{2}$'dir. Görüleceği üzere özellikle modelin kısıt sayısı üstel olarak artmaktadır. Bu yüzden modelin yazılıp çözülmesi orta boyutlu bir problemde bile oldukça güçtür. Bu yüzden yazarlar çözüm için yinelemeli sezgisel bir yöntem geliştirmişlerdir.

4.1.2. Toth ve Vigo karar modeli

Toth ve Vigo [37] yaptıkları çalışmada ÖDST-ARP için bir tam sayılı karar modeli geliştirmişlerdir. Modellerinde atama kısıtları ile birlikte alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarını kullanmışlardır. Tanımladıkları kümeler ile uygun olmayan çözümleri dâhil etmeyerek uygun çözüm alanını daraltmışlardır. Modellerinde Dantzig-Fulkerson-Johnson (DFJ) alt tur engelleme kısıtlarını [39] ve iki indisli formülasyon yapısını kullanmışlardır. Araştırmacılar çalışmalarında 100 düğüme kadar olan problemleri çözebilmişlerdir.

Modelin notasyonları aşağıdaki gibidir.

$L = \{1,\ldots,n\}$ dağıtım yapılacak müşteriler kümesini, $B = \{n+1,\ldots,n+m\}$ toplama yapılacak müşteriler kümesini, {0} düğümü ise depoyu göstersin. $G' = (V'_0, A')$ serimi, düğüm kümesi $V'_0 = \{0\} \cup \{1,\ldots,n\} \cup \{n+1,\ldots,n+m\}$ olan tam ve yönsüz bir serim olsun. Her $j \in V' = V_0'\backslash\{0\}$ düğümü için talep edilen veya arz edilen bir $d_j>0$ vardır. Depo için $d_j=0$'dır. Depoda D kapasiteli ve birbirinin aynı K adet araç vardır.

$L_0 = L \cup \{0\}$, $B_0 = B \cup \{0\}$ olarak tanımlansın. $G = (V_0,A)$, G' 'den elde edilmiş yönlü bir serimdir. Burada $V_0 = V'_0$ ve $V = V_0\backslash\{0\}$ dır. Ayrıca $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ dır. Öyle ki,

$$A_1 = \{(i,j) \in A' : i \in L_0,\ j \in L\}$$
$$A_2 = \{(i,j) \in A' : i \in B,\ j \in B_0\}$$
$$A_3 = \{(i,j) \in A' : i \in L,\ j \in B_0\}$$

Bu tanıma göre *A* ayrıtlar kümesi 3 ayrık alt kümeye ayrılmıştır. İlk küme dağıtım merkezinden veya dağıtım yapılacak müşterilerden, dağıtım yapılacak müşterilere giden ayrıtlar kümesidir. İkinci küme toplama yapılacak müşterilerden, toplama yapılacak müşterilere veya dağıtım merkezine giden ayrıtlar kümesidir. Üçüncü küme ise geçiş ayrıtları olarak adlandırılmaktadır ve dağıtım yapılacak müşteriler kümesinden, toplama yapılacak müşteriler kümesine veya dağıtım merkezine giden ayrıtlar kümesidir. Böylece *A* ayrıt kümesi, uygun bir çözüme ait olmayan ayrıtları içermemektedir.

L kümesindeki düğümlerin tüm alt kümelerinin kümesi $\mathcal{L}$; *B* kümesindeki düğümlerin tüm alt kümelerinin kümesi $\mathcal{B}$ ve $\mathcal{F} = \mathcal{L} \cup \mathcal{B}$ olsun. Her $S \in \mathcal{F}$ için $\sigma(S)$, S deki tüm müşteriler için gerekli en az araç sayısı olsun. Ayrıca her $i \in V_0$ için $\Gamma_i^+ = \{j: (i,j) \in A\}$ ve $\Gamma_i^- = \{j: (j,i) \in A\}$ tanımlansın. Burada Γ_i^+ her hangi bir düğümden gidilebilecek uygun düğümler kümesini gösterirken, Γ_i^- ise her hangi bir düğüme gelinebilecek uygun düğümler kümesini göstermektedir.

Bu açıklamalar ışığı altında Toth ve Vigo'nun geliştirdikleri matematiksel model aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{i \in \Gamma_j^-} x_{ij} = 1, \forall j \in V \tag{13}$$

$$\sum_{j \in \Gamma_i^+} x_{ij} = 1, \forall i \in V \tag{14}$$

$$\sum_{i \in \Gamma_0^-} x_{i0} = K \tag{15}$$

$$\sum_{j \in \Gamma_0^+} x_{0j} = K \tag{16}$$

$$\sum_{j \in S} \sum_{i \in \Gamma_j^- \setminus S} x_{ij} \geq \sigma(S), \forall S \in \mathcal{F} \tag{17}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \Gamma_i^+ \setminus S} x_{ij} \geq \sigma(S), \forall S \in \mathcal{F} \tag{18}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \ \forall (i,j) \in V_0 \tag{19}$$

Kısıtları Altında;

$$\text{ENK} \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} \tag{20}$$

(13) ve (14) ile gösterilen kısıtlar müşteriler için düğüm derecelerinin 1 olmasını sağlarken, (15) ve (16) ile gösterilen kısıtlar dağıtım merkezi için düğüm derecesinin *K* yani, araç sayısı kadar olmasını sağlamaktadır. (17) ve (18) ile gösterilen kısıtlar ise alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarıdır.

Modelin (13) ile gösterilen kısıtında (n + m) tane, (14) ile gösterilen kısıtında (n + m) tane, (15) ve (16) ile gösterilen kısıtlarında birer tane, (17) ve (18) ile gösterilan kısıtlarında $(2^n + 2^m)$'şer tane olmak üzere toplam kısıt sayısı $2(2^n + 2^m) + 2(n + m) + 2$ dir. Modelin tamsayılı karar değişkeni sayısı ise $m^2 + n^2 + 2(m + n) + mn + 1$ dir. Görüleceği üzere özellikle modelin kısıt sayısı üstel olarak artmaktadır. Bu yüzden modelin yazılıp çözülmesi orta boyutlu bir problemde bile oldukça güçtür ve yazarlar matematiksel modeli Lagrange alt sınır değerlerini bulmak için kullanmış, daha sonra bir çeşit dal-sınır algoritması ile en iyi çözümü bulmaya çalışmışlardır.

4.1.3. Mingozzi, Giorgi ve Baldacci karar modeli

Mingozzi, Giorgi ve Baldacci [38] yaptıkları çalışmada ÖDST-ARP için yeni bir tam sayılı karar modeli geliştirmişlerdir. Karar modellerinde uygun bir araç turunu, dağıtım yapılacak müşterilerden oluşan bir yol, toplama yapılacak müşterilerden oluşan bir yol ve bu iki yolu birleştiren bir ayrıtın birleşimi ile tanımlamaktadırlar. Geliştirdikleri model için gerekli bazı tanımlamalar aşağıda verilmiştir.

$L = \{1,\ldots,n\}$ dağıtım yapılacak müşteriler kümesini, $B = \{n+1,\ldots,n+m\}$ toplama yapılacak müşteriler kümesini, {0} düğümü ise depoyu göstersin. $G = (V, A)$ serimi, düğüm kümesi $V = \{0\} \cup L \cup B$ olan yönlü bir serim olsun. Her $(i, j) \in A$ ayrıtı için $d_{ij}>0$ maliyeti ve her $i \in L \cup B$ düğümü için bir $d_i>0$ değeri vardır. Depo için $d_j=0$'dır. Depoda *Q* kapasiteli ve birbirinin aynı *M* adet araç vardır.

$G_L = (L_0, A_L)$ dağıtım yapılacak müşteriler serimi, $G_B = (B_0, A_B)$ toplama yapılacak müşteriler serimi olsun. $L_0 = L \cup \{0\}$ ve $A_L = \{(i,j)\text{: } (i,j) \in A,\ j \in L_0\}$; $B_0 = B \cup \{0\}$ ve $A_B = \{(i,j)\text{: } (i,j) \in A,\ j \in B_0\}$; $A_0 = \{(i,j)\text{: } (i,j) \in A,\ i \in L,\ j \in B_0\}$ olarak tanımlansın. G_L de tanımlı bir P yolu, eğer 0 düğümünden başlıyorsa ve $Q^L_{\min} \leq \sum_{i \in P} q_i \leq Q$ eşitsizliğini sağlıyorsa uygun bir yol olarak adlandırılır, benzer şekilde G_B de tanımlı bir P yolu, eğer 0 düğümünde bitiyorsa ve $Q^B_{\min} \leq \sum_{i \in P} q_i \leq Q$ eşitsizliğini sağlıyorsa uygun bir yol olarak adlandırılır. Eşitsizliklerin alt sınır değerleri $Q^L_{\min} = ENB\left[0, \left(\sum_{i \in L} q_i\right) - (M-1)Q\right]$ ve $Q^B_{\min} = ENB\left[0, \left(\sum_{i \in B} q_i\right) - (M-1)Q\right]$ denklemleri ile hesaplanır. G_L de tanımlı uygun bir P yolunun son düğümü ile G_B de tanımlı uygun bir P yolunun ilk düğümü $t(P)$ ile gösterilsin. Bu durumda ÖDST-ARP in uygun bir çözümü, G_L de tanımlı uygun bir P yolu, $(t(P),t(P'))$ $\in A_0$ ayrıtı ve G_B de tanımlı uygun bir P yolu bileşiminden oluşmaktadır. Bu ön tanımlamalardan sonra modelin notasyonları aşağıdaki gibidir.

$\mathcal{L}$: G_L seriminde tanımlı tüm uygun yollar kümesi.

$\mathcal{L}_i \subseteq \mathcal{L}$: $i \in L$ düğümünden geçen yolların indis kümesi.

$\mathcal{L}_i^E \subseteq \mathcal{L}$: $i \in L$ düğümünde biten yolların indis kümesi.

$\mathcal{B}$: G_B seriminde tanımlı tüm uygun yollar kümesi.

$\mathcal{B}_i \subseteq \mathcal{B}$: $i \in B$ düğümünden geçen yolların indis kümesi.

$\mathcal{B}_i^S \subseteq \mathcal{B}$: $i \in B$ düğümünden başlayan yolların indis kümesi.

c_λ: $\lambda \in L \cup B$ yolunun maliyeti.

$t(P_\lambda)$: $\lambda \in L$ ise P_λ yolunun bitiş düğümü, $\lambda \in B$ ise P_λ yolunun başlangıç düğümü.

Karar Değişkenleri

x_λ : $\lambda \in \mathcal{L}$ yolu uygun çözümde var ise 1, diğer durumlarda 0.

y_λ : $\lambda \in \mathcal{B}$ yolu uygun çözümde var ise 1, diğer durumlarda 0.

ξ_{ij} : $(i,j) \in A_0$ ayrıtı uygun çözümde var ise 1, diğer durumlarda 0.

Verilen bu notasyonlar doğrultusunda ve yapılan açıklamalar ışığında geliştirilmiş matematiksel model aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{l \in L_i} x_l = 1, i \in L \qquad (21)$$

$$\sum_{l \in B_j} y_l = 1, j \in B \qquad (22)$$

$$\sum_{l \in L^E{}_i} x_l - \sum_{j \in B_0} \xi_{ij} = 0, i \in L \qquad (23)$$

$$\sum_{l \in B_j^S} y_l - \sum_{i \in L} \xi_{ij} = 0, j \in B \qquad (24)$$

$$\sum_{(i,j) \in A_0} \xi_{ij} = M \qquad (25)$$

$$x_l \in \{0,1\}, \lambda \in L\,;\, y_l \in \{0,1\}, \lambda \in B\,;\, \xi_{ij} \in \{0,1\}, (i,j) \in A_0 \qquad (26)$$

Kısıtları Altında;

ENK $\sum_{l \in L} c_l x_l + \sum_{l \in B} c_l y_l + \sum_{(i,j) \in A_0} d_{ij} \xi_{ij}$ (27)

(21) ve (22) ile gösterilen kısıtlar dağıtım ve toplama yapılacak müşterilerin her rotada yalnız bir kez ziyaret edilmesini sağlamaktadır. (23) ile gösterilen kısıt, $i \in L$ düğümü ile biten ve G_L de tanımlı uygun bir yolu içeren herhangi bir çözümün, $i \in L$ ile başlayan bir A_0 ayrıtı içermesini zorlamaktadır. (24) ile gösterilen kısıt, $j \in B$ düğümü ile başlayan ve G_B de tanımlı uygun bir yolu içeren herhangi bir çözümün $i \in L$ ile başlayan ve $j \in B$ ile biten bir $(i,j) \in A_0$ ayrıtı içermesini zorlamaktadır. (25) ile gösterilen kısıt ise uygun bir çözümde M tane yani araç sayısı kadar tur olmasını sağlamaktadır.

Modelin (21) ve (23) ile gösterilen kısıtlarında n'şer tane, (22) ve (24) ile gösterilen kısıtlarında m'şer tane ve (25) ile gösterilen kısıtında 1 tane olmak üzere toplam kısıt sayısı 2(n + m) + 1 dir. Modelin tamsayılı karar değişkeni sayısı $\left[P\binom{n}{1} + P\binom{n}{2} + \ldots + P\binom{m}{n}\right] + \left[P\binom{m}{1} + P\binom{m}{2} + \ldots + P\binom{m}{m}\right] + n(m+1)$ dir. Görüleceği üzere özellikle modelin tamsayılı karar değişkeni sayısı üstel olarak artış gösterdiğinden çok fazladır. Bu yüzden karar modelinin açık formda yazılarak karma tamsayılı doğrusal karar modelini çözen bir paket program yardımıyla çözülmesi orta boyutlu bir problemde bile oldukça güçtür. Bu yüzden yazarlar tam sayılı karar modelinin doğrusal gevşetmesinin ikili için, uygun çözümler bulan sezgisel bir yöntem geliştirmişlerdir. Bulunan bu uygun çözümler aynı zamanda ÖDST-ARP için alt sınır değerlerini oluşturmaktadır. Araştırmacılar çalışmalarında 100 düğüme kadar olan problemleri çözebilmişlerdir.

Yukarıda bahsedilen bu modeller temelde polinom sayıda kısıta veya tamsayılı karar değişkenine sahip olmadıklarından modellerin açık halde yazılarak karma tamsayılı doğrusal karar modellerini çözen bir paket program yardımıyla çözülmesi zordur. Örnek olarak 40 düğümlü (20 dağıtım yapılan müşteri, 20 toplama yapılan müşteri) ve 5 araçlı bir problem için her üç modelin tamsayılı karar değişkeni ve kısıt sayıları Tablo-1'de verilmiştir.

Bu yüzden yazarlar ilgili modellerin çözümünde yine kendi geliştirdikleri bazı özel teknik ve yöntemleri kullanmışlardır.

Tablo–1 Mevcut Modellerin Tamsayılı Karar Değişkeni ve Kısıt Sayıları

Karar Modeli	Tamsayılı Karar Değişkeni Sayısı	Kısıt Sayısı
Goetschalckx ve Jacobs-Blecha	8405	$1,1x10^{12}$
Toth ve Vigo	1281	$4,2x10^{6}$
Mingozzi, Giorgi ve Baldacci	$1,3x10^{19}$	81

Polinom boyutta kısıt ve/veya tamsayılı karar değişkeni sayısına sahip bir model geliştirilebilirse, hem modelin çözümü için özel teknikler uygulamak gerekmeyebilir hem de kullanıcıya sadece modelin açık halini yazıp herhangi bir karma tamsayılı doğrusal karar modelini çözen paket program yardımıyla çözebilmesini sağlayacak imkân tanınabilir.

Bu bölümde ÖDST-ARP'nin kaynaklarda bulunan 3 karar modelinden bahsedilmiştir.

İzleyen bölümde ÖDST-ARP’nin bu çalışma kapsamında yeni geliştirilen karar modellerine değinilecektir.

5. YENİ GELİŞTİRİLEN KARAR MODELLERİ

Önceki bölümde değinildiği üzere erişilebildiği kadarıyla kaynaklarda yer alan yalnız ve yalnız önce dağıtım yapıp sonra toplama bölgesine geçilmesi durumundaki problemler için, daha önce geliştirilmiş karar modelleri üstel sayıda tamsayılı karar değişkeni veya kısıttan oluşmaktadır ve karar modelinin yazılıp bir yazılım kullanılarak çözülmesi orta büyüklükte bir problem için bile oldukça güçtür. Çalışmanın hareket noktası, kaynaklarda ÖDST-ARP için polinom sayıda kısıta sahip bir modelin olmayışı ve yeni bu çalışma dâhilinde geliştirilen modellerin yeni kesin çözüm yöntemlerine veya model tabanlı sezgisel yaklaşımlara ışık tutacağı inancıdır.

Model geliştirme aşamasında Kara'nın [40] ARP modellerinde önerdiği alt tur engelleme ve kapasite kısıtları, ÖDST-ARP için uyarlanmıştır. Kullanılan yardımcı değişkenlerin tanım ve işleyişleri dikkate alındığında iki farklı model geliştirilmiştir. Bunlardan ilki Düğüm Tabanlı Yardımcı Değişkenlerden oluşan model, ikincisi ise Akış Tabanlı Yardımcı Değişkenlerden oluşan modeldir.

Modellerin varsayımları şöyledir:

1. Modeldeki araçların kapasitesi vardır ve hepsinin kapasitesi aynıdır.
2. Müşterilerin talepleri baştan bellidir ve sabittir.
3. Bir turda hem dağıtım yapılacak müşteriler hem de toplama yapılacak müşteriler olmalıdır.
4. Dağıtım yapılacak müşterilere toplama yapılacak müşterilerden önce uğranmalıdır.
5. Araçlarla sağlanacak toplam taşıma kapasitesi, dağıtım yapılacak müşteri kümesi veya toplama yapılacak müşteri kümesinin talep toplamlarından büyük olmalıdır.

5.1. Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Probleminin Genel Bir Serim Üzerinde Tanımı

Problem aşağıdaki serim kuramı kavramları vasıtasıyla tanımlanabilir. Serim kuramında bilindiği üzere düğüm ve ayrıtlar bulunmaktadır. V, G seriminin düğümler kümesi olsun. A ise G seriminin ayrıtlar kümesi olsun. Ayrıtlar ikili düğüm kümelerinden oluşmaktadır. Bu durumda matematiksel olarak G serimi (V,A) ikilisi olarak tanımlanır.

Problemdeki müşteriler, yukarıda söz edilen düğümlere karşılık gelsin. Ancak iki farklı müşteri kümesi olduğundan, iki farklı düğüm kümesi kullanılması gerekecektir. Dağıtım müşterileri kümesi $L = \{1,\ldots,k\}$ ile, toplama müşterileri kümesi ise $B = \{k+1,\ldots,n\}$ ile gösterilsin ve sırasıyla k ve n-k düğümden oluşsun. Depo {0} ile gösterilirse, bu durumda problem $V = \{0\} \cup L \cup B$ düğüm kümesi ve A ayrıt kümesi ikililerinden oluşan bir $G = (V,A)$ serimi üzerinde ele alınabilir. Geliştirilen karar modellerinde kullanılan notasyonlar aşağıda verilmiştir:

Parametreler:

Q: Araç kapasitesi

m: Araç sayısı

c_{ij}: i ve j düğümleri arasındaki mesafe, $(i,j) \in A$

q_i: i. düğümün talebi, $i \in L$

q_i: i. düğümün arzı, $i \in B$

$q_0=0$

Karar Değişkenleri:

x_{ij}: Eğer i. düğümden j. düğüme geçiş varsa 1, yoksa 0 değerini alan 0–1 tam sayılı karar değişkeni.

Yardımcı Değişkenler:

u_i: $i\in L$ iken i. düğümden çıkışta dağıtılan yük miktarı; $i\in B$ iken i. düğümden çıkışta toplanan yük miktarıdır.

y_{ij}: Eğer bir araç i. düğümden j. düğüme geçerse aracın $(i,j)\in A$ ayrıtındaki yükü, diğer durumlarda 0 dır.

O halde, ÖDST-ARP en az toplam mesafeli, m adet araç rotasının aşağıdaki kısıtlar sağlanacak şekilde bulunmasıdır:

- {0} düğümünü ziyaret eden m adet rota olsun,
- Dağıtım müşterilerinin talep toplamı ve toplama müşterilerinin arz toplamı, ayrı ayrı araç kapasitesi Q'u aşmasın,
- Her rotada öncelikle dağıtım müşterileri ziyaret edilsin,
- Her $j \in V \setminus \{0\}$ düğümü bir kez ziyaret edilsin.

Yapılan bu tanım, 2.2.1.'de yapılan sözel tanımın bir serim üzerindeki biçimsel halidir.

Geliştirilen modeller temel olarak atama kısıtları ile alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarından oluşmaktadır. Modellerde kullanılan yardımcı değişkenlerden alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarında yararlanılmıştır.

5.2. Düğüm Tabanlı Model

Düğüm Tabanlı Model (DTM) olarak isimlendirilen modelde kullanılan yardımcı değişken u_i ile gösterilmektedir. Geliştirilen model aşağıda verilmiştir.

$$\sum_{j\in L} x_{oj} = m \qquad (28)$$

$$\sum_{i\in B} x_{io} = m \qquad (29)$$

$$\sum_{i \in L \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad , \forall j \in L \tag{30}$$

$$\sum_{j \in L \cup B} x_{ij} = 1 \quad , \forall i \in L \tag{31}$$

$$\sum_{i \in L \cup B} x_{ij} = 1 \quad , \forall j \in B \tag{32}$$

$$\sum_{j \in B \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad , \forall i \in B \tag{33}$$

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in B} x_{ij} = m \tag{34}$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j,\ i \neq j,\ i,j \in L \tag{35}$$

$$u_i - u_j + Qx_{ij} + (Q - q_i - q_j)x_{ji} \leq Q - q_j,\ i \neq j,\ i,j \in B \tag{36}$$

$$u_i + (Q - q_i)x_{0i} \leq Q,\ i \in L \tag{37}$$

$$u_i \geq q_i\ ,\ i \in L \cup B \tag{38}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\},\ (i,j) \in A \tag{39}$$

Kısıtları Altında;

$$\text{ENK} \sum_{i} \sum_{j} c_{ij} x_{ij} \tag{40}$$

Karar modelinde eğer $\exists i, j$ için $q_i + q_j > Q$ ise o halde $x_{ij} = 0$ olmalıdır. Yani her hangi iki düğümün talepleri toplamı araç kapasitesini aşarsa bu durumda araç i. düğümden j. düğüme gitmemelidir. Bu koşul modeller yazılırken kontrol edilerek başlangıçta ilgili x_{ij} değişkenine sıfır değeri atanmalıdır.

Burada, (28) ile gösterilen kısıt depodan dağıtım müşterilerine araç sayısı kadar, yani *m* tane çıkış olmasını; (29) ile gösterilen kısıt ise toplama müşterilerinden depoya araç sayısı kadar, yani m tane giriş olmasını sağlamaktadır. (30) ile gösterilen kısıt dağıtım müşterilerine, yalnız 1 düğümden olmak üzere, depo veya dağıtım müşterilerinden gelinmesini; (31) ile gösterilen kısıt ise her dağıtım müşterisinden, yalnız bir düğüme olmak üzere, toplama veya dağıtım müşterilerinden birine geçilmesini sağlamaktadır. (32) ile gösterilen kısıt her toplama müşterisine, yalnız 1 noktadan gelmek üzere, toplama veya dağıtım müşterilerinden gelinmesini, (33) ile gösterilen kısıt ise her toplama müşterisinden, yalnız 1 noktaya gitmek üzere, depo veya toplama müşterisine gidilmesini sağlamaktadır. (34) ile gösterilen kısıt ise geçiş kısıtı olarak isimlendirilmekte ve dağıtım müşterilerinden, toplama müşterilerine araç sayısı kadar yani m tane geçiş olmasını sağlamaktadır. Modelin bu kısmına kadar olan kısıtlar atama kısıtlarını, buradan sonraki kısıtlar ise modelin alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarını meydana getirmektedir. Bunlardan ilki ve (35) ile gösterilen kısıt dağıtım yapılacak müşteriler kümesinde u_i yardımcı değişkeninin üst sınır değerini belirler. Öyle ki bu kümede herhangi bir *i* düğümünden herhangi bir *j* düğümüne geçerken, *j*. düğümden çıkışta aracın dağıttığı toplam yük miktarı, *i*. düğümden çıkışta dağıtılan toplam yük artı *j*. düğümün talebinden büyük veya eşit olmalıdır ($u_j \geq u_i + q_j$). Bunun tersinin de doğru olması gerekir. Yani herhangi bir *j* düğümünden herhangi bir *i* düğümüne geçerken, *i*. düğümden çıkışta aracın dağıttığı toplam yük miktarı, *j*. düğümden çıkışta dağıtılan toplam yük artı *i*. düğümün talebinden büyük veya eşit olmalıdır ($u_i \geq u_j + q_i$). Her iki durumu da sağlayan kısıt (35) ile gösterilen kısıttır.

Böyle bir mekanizmayı sağlamak için Kara'nın [40] ARP modellerinde kullandığı, Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) kısıtlarının [41] oluşturulmasına benzer bir mantıkla, (35) ile gösterilen kısıt oluşturulmuştur. Bu kısıtın altında yatan fikir, herhangi bir *i* düğümünden *j* düğümüne geçişte, *i*. düğümden çıkışta dağıtılan yük miktarı ile *j*. düğümden çıkışta dağıtılan yük miktarı arasındaki farkın, bu farkın alabileceği en büyük değerden küçük olmasıdır.

Modelin alt tur engelleme ve kapasite kısıtlarından bir diğeri (36) ile gösterilen kısıttır. Bu kısıt ise toplama yapılacak müşteriler kümesinde u_i yardımcı değişkeninin üst sınır değerini belirler. Öyle ki bu kümede herhangi bir *i* düğümünden herhangi bir *j* düğümüne geçerken, *j*. düğümden çıkışta aracın topladığı yük miktarı, *i*. düğümden çıkışta toplanan yük artı *j*. düğümün talebinden büyük veya eşit olmalıdır ($u_j \geq u_i + q_j$). Bunun tersinin de doğru olması gerekir. Yani herhangi bir *j* düğümünden herhangi bir *i* düğümüne geçerken, *i*. düğümden çıkışta aracın topladığı yük miktarı, *j*. düğümden çıkışta toplanan yük artı *i*. düğümün talebinden büyük ve eşit olmalıdır ($u_i \geq u_j + q_i$). Her iki durumu da sağlayan kısıt (36) ile gösterilen kısıttır. Yine bu kısıttın dayandığı temel fikir (35) ile gösterilen kısıtta çalışan mekanizmayla aynıdır. Benzer hesaplamalarla (36) ile gösterilen kısıt elde edilmiştir.

(35) ve (36) ile gösterilen kısıtların basamak halinde çalışan yapısı ile hem alt turların oluşması engellenmekte, hem de üst sınırlar belirlendiğinden araç kapasitesinin aşılmaması sağlanmaktadır. (38) ile gösterilen kısıt ise u_i yardımcı değişkenlerinin alt sınır değerlerini belirlemektedir. Öyle ki; hem dağıtım yapılacak müşterilerde hem de toplama yapılacak müşterilerde, bir müşteriden çıkışta dağıtılan veya toplanan yük miktarı en az q_i kadar olmalıdır.

(37) ile gösterilen kısıt, (38) ile gösterilen kısıtla birlikte düşünüldüğünde depodan ilk uğranılan düğümde, bu düğüme karşı gelen u_i değeri q_i'ye eşitlenir. Depodan dağıtım yapılacak müşterilere ilk geçişte aracın dağıttığı yük miktarını q_i ile üsten sınırlandırılmaktadır. Zaten alt sınırları da q_i olduğundan $u_i = q_i$ olmaktadır.

5.3. Akış Tabanlı Model

Akış Tabanlı Model (ATM) olarak isimlendirilen modelde kullanılan yardımcı değişken y_{ij} ile gösterilmektedir. Buna göre geliştirilen model aşağıda verilmiştir.

$$\sum_{j \in L} x_{oj} = m \qquad (41)$$

$$\sum_{i \in B} x_{io} = m \qquad (42)$$

$$\sum_{i \in L \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad , \forall j \in L \qquad (43)$$

$$\sum_{j \in L \cup B} x_{ij} = 1 \quad , \forall i \in L \qquad (44)$$

$$\sum_{i \in L \cup B} x_{ij} = 1 \quad , \forall j \in B \qquad (45)$$

$$\sum_{j \in B \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad , \forall i \in B \qquad (46)$$

$$\sum_{i\in L}\sum_{j\in B} x_{ij} = m \qquad (47)$$

$$\sum_{j\in L\cup\{0\}} y_{ji} - \sum_{j\in L\cup B} y_{ij} = q_i \qquad , \forall i\in L \qquad (48)$$

$$y_{ij} \le (Q-q_i)x_{ij} \qquad , i\in L\cup\{0\}, j\in L \qquad (49)$$

$$y_{ij} \ge q_j x_{ij} \qquad , i\in L\cup\{0\}, j\in L \qquad (50)$$

$$\sum_{j\in B\cup\{0\}} y_{ij} - \sum_{j\in L\cup B} y_{ji} = q_i \qquad , \forall i\in B \qquad (51)$$

$$y_{ij} \le (Q-q_j)x_{ij} \qquad , i\in B, j\in B\cup\{0\} \qquad (52)$$

$$y_{ij} \ge q_i x_{ij} \qquad , i\in B, j\in B\cup\{0\} \qquad (53)$$

$$\sum_{i\in L}\sum_{j\in B} y_{ij} = 0 \qquad (54)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i,j) \in A \qquad (55)$$

Kısıtları Altında;

$$\text{ENK}\sum_{i}\sum_{j} c_{ij}x_{ij} \qquad (56)$$

Karar modelinde eğer $\exists i, j$ için $q_i + q_j > Q$ ise o halde $x_{ij} = 0$ olmalıdır. Yani her hangi iki düğümün talepleri toplamı araç kapasitesini aşarsa bu durumda araç i. düğümden j. düğüme gitmemelidir. Bu koşul modeller yazılırken kontrol edilerek başlangıçta ilgili x_{ij} değişkenine sıfır değeri atanmalıdır. Ayrıca daha önce de belirtildiği gibi deponun talebi $q_0 = 0$ olarak alınmıştır.

Burada, (41) - (47) arası kısıtlar bir önceki DTM'de tanımlanan atama kısıtları ile aynıdır. Farklı olarak (48) - (54) arası sayılar ile gösterilen kısıtlar getirilmiştir.

(48), (49) ve (50) ile gösterilen kısıtlar dağıtım yapılacak müşteriler kümesinde alt turların oluşmasını ve kapasitenin aşılmasını engellemektedir. y_{ij} akış tipi bir yardımcı değişken olduğundan öncelikle her düğüm için akış korunumunu sağlamalı ve bunu basamaklı bir yapı içinde yaparak alt tur oluşumunu engellemelidir. Dağıtım yapılacak müşteriler için bu mekanizmayı (48) ile gösterilen kısıt sağlamaktadır. Burada yatan temel fikir her i $\in$ L için, (gidilebilecek ve gelinebilecek tanımlı düğümler kümesi içinde) *i* düğümüne gelen yükler toplamı ile *i* düğümünden giden yükler toplamı farkının o düğümün talebine eşit olması gerekir. Bu şekilde her düğüm için yazılan bu kısıtlar, bir tur boyunca y_{ij} yardımcı değişkenlerinin azalan değerler almasını (çünkü araç yük dağıtıyor) ve böylece alt turların engellenmesini sağlarlar. Ayrıca (49) ve (50) ile gösterilen kısıtlarda y_{ij} yardımcı değişkenini basamaklı olarak alttan ve üstten kısıtlayarak tur boyunca araç kapasitesinin aşılmamasını sağlar. Bu kısıtların çalışma prensibi ise şöyledir:

Dağıtım yapılacak müşteriler kümesinde herhangi bir *i* düğümünden herhangi bir *j* düğümüne geçildiğinde, aracın üzerinde en az gideceği düğümün (*j*) talebi (q_j) kadar yük olması (yani y_{ij} yardımcı değişkeninin en az q_j kadar değer alması) gerekir; çünkü araç dağıtım yaptığı için bir düğümden bir başka düğüme geçerken en az gideceği düğümün talebi kadar üzerinde yükü olması gerekir ki bir sonraki düğüme de mal dağıtabilsin.

Yine aynı kümede herhangi bir *i* düğümünden herhangi bir *j* düğümüne geçildiğinde, aracın üzerinde en fazla araç kapasitesi (*Q*) eksi geldiği düğümün talebi (q_i) kadar yük olması (yani y_{ij} yardımcı değişkeninin en fazla $Q - q_i$ kadar değer alması) gerekir; çünkü araç dağıtım yaptığı için en fazla araç kapasitesi kadar yüklü olabilir ve bu durum göz önünde bulundurulduğunda, bir düğümden gelirken o düğümün talebi kadar dağıtım yaparak farkı kadar bir yükle yoluna devam eder.

Böylece basamaklı olarak alttan ve üsten sınırlandırılan y_{ij} yardımcı değişkenleri araç kapasitesini aşmayacak değerler alarak turların oluşturulmasını sağlarlar. Eğer herhangi bir *i* düğümünden herhangi bir *j* düğümüne geçiş yoksa bu durumda, (49) ve (50) ile gösterilen kısıtların sağ tarafı sıfır olur; böylece aynı zamanda hem sıfırdan büyük hem de sıfırdan küçük olan değişkenlerin sıfıra eşit olması gerektiği gerçeğiyle birlikte y_{ij} yardımcı değişkeni sıfır değerini alır.

Benzer şekilde (51), (52) ve (53) ile gösterilen kısıtlar toplama yapılacak müşteriler kümesinde alt turların oluşmasını ve kapasitenin aşılmasını engellemektedir. Yalnız bir önceki kısıt grubuyla arasında ufak farklılıklar vardır. Çünkü araç bu kümede dağıtım yerine toplama yapmaktadır ve aracın yükü, yani y_{ij} bir tur boyunca araç kapasitesini aşmayacak şekilde ayrıttan ayrıta artmalıdır. Akış korunumunu sağlayan ve basamaklı bir yapı içinde alt tur oluşumunu engelleyen, (51) ile gösterilen kısıttır. Burada yatan temel fikir her $i \in B$ için, (gidilebilecek ve gelinebilecek tanımlı düğümler kümesi içinde) i düğümünden giden yükler toplamı ile i düğümüne gelen yükler toplamı farkının o düğümün talebine eşit olması gerekir. Bu şekilde her düğüm için yazılan bu kısıtlar, bir tur boyunca y_{ij} yardımcı değişkenlerinin artan değerler almasını (çünkü araç yük topluyor) ve böylece alt turların engellenmesini sağlarlar. Ayrıca (52) ve (53) ile gösterilen kısıtlarda y_{ij} yardımcı değişkenini basamaklı olarak alttan ve üstten kısıtlayarak tur boyunca araç kapasitesinin aşılmamasını sağlar. Bu kısıtların çalışma prensibi ise şöyledir:

Toplama yapılacak müşteriler kümesinde herhangi bir i düğümünden herhangi bir j düğümüne geçildiğinde, aracın üzerinde en az geldiği düğümün (i) talebi (q_i) kadar yük olması (yani y_{ij} yardımcı değişkeninin en az q_i kadar değer alması) gerekir; çünkü araç toplama yaptığı için bir düğümden bir başka düğüme geçerken en az geldiği düğümün talebi kadar üzerinde yükü olması gerekir.

Yine aynı kümede herhangi bir i düğümünden herhangi bir j düğümüne geçildiğinde, aracın üzerinde en fazla araç kapasitesi (Q) eksi gideceği düğümün talebi (q_j) kadar yük olması (yani y_{ij} yardımcı değişkeninin en fazla $Q - q_j$ kadar değer alması) gerekir; çünkü araç toplama yaptığından bir sonraki müşterinin yükünü de alabilmesi için üzerinde en fazla araç kapasitesi eksi gideceği düğümün talebi kadar yük olsun.

Böylece basamaklı olarak alttan ve üsten sınırlandırılan y_{ij} yardımcı değişkenleri araç kapasitesini aşmayacak değerler alarak turların oluşturulmasını sağlarlar. Eğer herhangi bir i düğümünden herhangi bir j düğümüne geçiş yoksa bu durumda, (52) ve (53) ile gösterilen kısıtların sağ tarafı sıfır olur; böylece aynı zamanda hem sıfırdan büyük hem de sıfırdan küçük olan değişkenlerin sıfıra eşit olması gerektiği gerçeğiyle birlikte y_{ij} yardımcı değişkeni sıfır değerini alır.

(54) ile gösterilen son kısıt ise dağıtım yapılacak müşteriler kümesinden, toplama yapılacak müşteriler kümesine geçiş ayrıtlarında y_{ij} yardımcı değişkenin değerini sıfır yapar. Bunun nedeni aracın dağıtım yapılacak müşterilere mal dağıttıktan sonra tamamen boşalmasıdır. Böylece yükünü boşaltan araç artık toplama yapılacak müşterilere uğrayarak mal toplayabilir.

5.4. Geliştirilen Modellerin Ötelenmesi

Bundan önceki kısımda, geliştirilen modellerde 3. varsayıma göre yalnızca dağıtım yapılacak müşterilerden oluşan veya yalnızca toplama yapılacak müşterilerden oluşan bir tura izin verilmemektedir. Bu demektir ki bir turda hem dağıtım yapılacak müşteriler, hem de toplama yapılacak müşteriler olmalıdır. Ancak dağıtım yapılacak müşterilere, toplama yapılacak müşterilerden önce uğranmalıdır ve daha sonra depoya geri dönülmelidir.

Modellerin ötelenmesi aşamasında, bu varsayım değiştirilmiştir. Buna göre bir tur yalnızca dağıtım yapılacak müşterilerden oluşabilir ve toplama yapılacak müşterilere uğramadan depoya dönülebilir. Öyle ki eğer bir turda toplama yapılacak müşterilere uğranması gerekiyorsa bu, dağıtım yapılacak müşterilere uğrandıktan sonra yapılmalıdır. Bu yeni varsayım altında aynı problemin daha düşük maliyetli çözümleri bulunabilir.

Yeni varsayımı modellere yansıtmak için yapılan değişiklikler izleyen kısımlarda açıklanmıştır.

5.4.1. Düğüm tabanlı modelin ötelenmesi

Daha önce, dağıtım yapılacak müşteriler kümesinden mutlaka toplama yapılacak müşteriler kümesine geçilirken şimdi hem toplama yapılacak müşterilere hem de depoya geçilebilecek. Yani bir başka değişle depoya, toplama yapılacak müşteriler kümesinin yanında dağıtım yapılacak müşteriler kümesinden de dönülebilecek. Böylece DTM'nin (29) ile gösterilen kısıtı, aşağıda (57) ile gösterilen kısıta dönüşür.

$$\sum_{i \in L \cup B} x_{io} = m \qquad (57)$$

DTM'nin (31) ile gösterilen kısıtı, aşağıdaki (58) ile gösterilen kısıta dönüşmüştür. Buna göre her dağıtım müşterisinden, yalnız bir düğüme olmak üzere, toplama veya dağıtım müşterilerinden birine veya depoya geçilmelidir.

$$\sum_{j \in L \cup B \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad , \forall \mathrm{i} \in \mathrm{L} \qquad (58)$$

DTM'nin (34) ile gösterilen kısıtı geçiş kısıtı olarak isimlendirilmektedir. Bu kısıta göre dağıtım müşterilerinden toplama müşterilerine araç sayısı kadar, yani *m* tane geçiş olmalıdır. Ancak yeni düzenlemeyle birlikte dağıtım müşterilerinden doğrudan depoya da dönülebileceğinden, toplama müşterilerine veya depoya araç sayısı kadar, yani m tane geçiş olmalıdır. Böylece (34) ile gösterilen kısıt aşağıda (59) ile gösterilen kısıta dönüşmüştür.

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in B \cup \{0\}} x_{ij} = m \qquad (59)$$

DTM'de ki kısıt değişiklikleri ile birlikte, modele yeni bir kısıt ekleme ihtiyacı da doğmuştur. Eklenecek yeni kısıt, tıpkı mevcut modelde (37) ile gösterilen kısıt gibi çalışmaktadır. Nasıl ki (37) ile gösterilen kısıt, (38) ile gösterilen kısıtla birlikte depodan ilk uğranılan düğümde (dağıtım müşterisi) bu düğüme karşı gelen yardımcı değişkenin değerini (u_i), o düğümün talebine (q_i) eşitliyorsa; benzer şekilde aşağıda (60) ile gösterilen kısıtın modele eklenmesi ile aynı durum dağıtım müşterilerinden toplama müşterilerine ilk geçişte de sağlanmış olur. Böylece (37), (38) ve (60) ile gösterilen kısıtların ötelenmiş modelde birlikte kullanılmasıyla depodan ve dağıtım yapılacak müşterilerden sonra uğranılan ilk düğümde yardımcı değişkenler talep değerlerine eşitlenmiş olur.

$$u_i + (Q - q_i)x_{ji} \leq Q, \ i \in B, \ j \in L \qquad (60)$$

5.4.2. Akış tabanlı modelin ötelenmesi

ATM ile DTM'nin ilk yedi kısıtı aynı olduğundan yapılan düzenlemelerle birlikte kısıtlar aynı şekilde değiştirilmiştir. Böylece ATM'nin (42), (44) ve (47) ile gösterilen kısıtları, sırasıyla (61), (62) ve (63) ile gösterilen kısıtlarla değiştirilmiştir. Benzer açıklamalar ve benzer nedenler yine ATM için de söylenebilir.

$$\sum_{i \in L \cup B} x_{io} = m \qquad (61)$$

$$\sum_{j \in L \cup B \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \qquad , \forall \mathrm{i} \in \mathrm{L} \qquad (62)$$

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in B \cup \{0\}} x_{ij} = m \qquad (63)$$

Dağıtım yapılacak müşteriler kümesinden toplama yapılacak müşteriler kümesinin yanında doğrudan depoya da geçilebileceğinden, ATM'nin (48) ile gösterilen kısıtı, ikinci terimindeki güncelleme sonucu aşağıda (64) ile gösterilen kısıta dönüşür.

$$\sum_{j \in L \cup \{0\}} y_{ji} - \sum_{j \in L \cup B \cup \{0\}} y_{ij} = q_i \qquad , \forall \mathrm{i} \in \mathrm{L} \qquad (64)$$

Yine benzer nedenden dolayı hem dağıtım yapılacak müşterilerden toplama yapılacak müşterilere geçişte, hem de dağıtım yapılacak müşterilerden doğrudan depoya geçişte; araçtaki yük sıfır olması gerekeceğinden ATM'nin (54) ile gösterilen kısıtı aşağıda (65) ile gösterilen kısıta dönüşmüştür.

$$\sum_{i \in L} \sum_{j \in B \cup \{0\}} y_{ij} = 0 \qquad (65)$$

5.5. Tartışma

Model geliştirme sürecinin ilk aşamasında aracın dağıtım müşterilerinden sonra depoya dönebileceği olasılığı göz ardı edilerek mutlaka toplama müşterilerine uğraması, ardından da depoya dönmesi düşünülmüştür. Yani her bir turda hem dağıtım hem de toplama müşterilerine uğranmalıdır. Bu varsayımlar altında geliştirilen iki temel model olmak üzere, iki tane de bu temel modelin türevi, toplam 4 model ile ilk denemeler yapılmış ve bu dört modelden performansı iyi olan biri düğüm diğeri akış tabanlı iki model seçilmiştir.

Seçilen bu iki model ötelenerek aracın dağıtım müşterilerine uğradıktan sonra ya toplama müşterilerine geçip, ardından depoya dönmesi ya da toplama müşterilerine uğramadan, doğrudan depoya dönmesi sağlanmıştır. Bu şekilde kurulan bir modelle öncekine göre daha düşük maliyetli çözümler bulunabilir. Çünkü aracı dağıtım yapılacak müşterilerden sonra mutlaka toplama yapılacak müşterilere gitmeye zorlamak, belki ekonomik açıdan uygun değildir. Öyle çözümler mevcut olabilir ki, dağıtım yapılacak müşterilere uğradıktan sonra aracın doğrudan depoya dönmesi daha ekonomiktir ve bu imkânı vermek, daha düşük maliyetli çözümler elde etmemizi sağlayabilir.

Yeni geliştirilen modellerde *k* dağıtım yapılacak düğüm sayısını, *n-k* toplama yapılacak müşteri sayısını gösterirse; geliştirilen DTM'in tamsayılı karar değişkeni sayısı n^2, kısıt sayısı ise $(n\text{-}k)^2 + k^2 + 4k + 3(n\text{-}k) + 3$ dür. ATM'in tamsayılı karar değişkeni sayısı n^2, kısıt sayısı ise $2(k^2 + (n\text{-}k)^2) + 3(n) + 4$ dür.

Tablo-1’de ki örnek durum düşünüldüğünde (*k*=20, *n-k* =20) geliştirilen modelin tamsayılı karar değişkeni sayısı 1600, kısıt sayısı DTM için 943, ATM için 1724 dür. Mevcut karar modelleri ile kıyaslandığında makul sayıda kısıt ve tamsayılı karar değişkeni sayısı vardır.

Geliştirilen modellerin uygun çözümler verebilmesi için ilgilenilen problemde toplam kapasitenin hem dağıtılacak toplam ürün miktarından, hemde toplanacak toplam ürün miktarından büyük olması gerekir. Yani $mQ > \max\left\{\sum_{i \in L} q_i, \sum_{i \in B} q_i\right\}$ olmalıdır.

Bu bölümde geliştirilen yeni karar modelleri sunulmuştur. İzleyen bölümde geliştirilen karar modellerinin hem kaynaklarda yer alan hem de rassal olarak üretilen test problemleri ile yapılan denemelere ve bu denemelerde elde edilen sonuçlar ile sayısal karşılaştırmalara yer verilecektir.

6. DENEYSEL İNCELEMELER VE SAYISAL KARŞILAŞTIRMALAR

Geliştirilen modellerin performasını görmek ve modellerden hangisinin daha iyi olduğunu anlayabilmek için örnek problemlerle denemeler yapılması gerekmiştir.

Kaynak taraması sırasında çeşitli makaleler incelenmiş ve makalelerin test ve sayısal analiz kısımlarında kullanılan problemlere ulaşılmaya çalışılmıştır. Bunun için yapılan araştırmalar sonucunda, Goetschalckx'ın hazırlayıp yazına kazandırdığı test problemleri [42] bulunmuştur. Bu problem kümesinde 68 problem bulunmaktadır ve problem boyutları 25 ile 200 müşteri arasında değişmektedir. Problemlerin detayları EK-1'de verilmiştir.

Problem kümesi araştırmacının ve çalışma arkadaşlarının geliştirdiği bir bilgisayar yazılımı için girdi teşkil eden özel veri dosyalarından oluşmaktadır. Bu veri dosyaları yazılıma has bir yapı ve dosya sistemi taşımaktadır. Veriler korunmak suretiyle, dosyalar bu çalışma için basitleştirilmiş ve yeniden düzenlenmiştir.

Kaynaklarda yer alan problemlerin mesafe matrislerinin özel olarak düzenlenmiş olması ve problemlerin düğüm sayılarının farklı olması nedeniyle, Goetschalckx'ın problemleri ile yetinilmemiş, bunun yanında rassal problemler de üretilmiştir. Böylece hem modellerin rassal olarak üretilmiş problemlerde nasıl bir performans sergileyecekleri gözlemlenmiş, hem de modellerin birbiriyle aynı sayıda düğüme sahip problemlerde kıyaslanması daha anlamlı olabilecektir. Böylece, 25, 30, 35 ve 40 düğümlü, 4 rassal problem seti oluşturulmuştur. Her bir problem setinde 30 problem bulunmaktadır.

Visual Basic programlama dili ile geliştirilen bir ara yüz kullanılarak rassal problem dosyaları oluşturulmuştur. Problemler üretilirken depo koordinatları [12000,16000] olarak belirlenmiş ve müşteri koordinatları, köşeleri [0, 0] ile [32000, 36000] olan bir dikdörtgen alan içinden düzgün dağılıma göre rassal olarak seçilmiştir. Her bir müşteri talebi (q_i), 0 ile 1000 arasından yine düzgün dağılıma göre rassal olarak oluşturulmuştur. Dağıtım yapılacak müşteri sayısı (L) ve toplama yapılacak müşteri sayısı (B), B/L = 1/2 veya B/L = 1/3 oranına göre belirlenmiştir. Problemlerde hangi oranınn kullanılacağı rassal olarak seçilmiş ve örneğin B/L = 1/3 oranı kullanılacaksa, toplam müşteri sayısının 1/3'ü kadar toplama yapılacak müşteri (B), 2/3'ü kadar dağıtım yapılacak müşteri (L) olması sağlanmıştır. Problemlerde araç sayıları (m), 3 ile 8 arasından düzgün dağılıma göre rassal olarak seçilirken, araç kapasiteleri (Q), $\max\left\{\frac{\sum_{i\in B} q_i}{m}, \frac{\sum_{i\in L} q_i}{m}\right\}+1$ formülü ile belirlenmiştir. Rassal olarak üretilen problemlerin detayları EK-2'de verilmiştir.

Dosyaların isimleri, problem adlarını ifade etmektedir. Buna göre bir problem dosyasında araç sayısı, araç kapasitesi, toplam müşteri sayısı, dağıtım yapılacak müşterilerin sayısı, koordinatları ve talepleri, toplama yapılacak müşterilerin sayısı, koordinatları ve talepleri bulunmaktadır. Her problemde deponun koordinatları (12000, 16000) olarak alınmış, deponun talebi "0" varsayılmıştır.

Visual Basic programlama dili ile geliştirilen bir ara yüz ile problem dosyaları okutularak, problemlerin (geliştirilen modeller doğrultusunda) karar modelleri oluşturulmuş ve ayrı ayrı dosyalara yazdırılmıştır. Problem dosyalarında sadece müşterilerin koordinatları olmasından dolayı, müşteriler arası mesafe matrisi modeller yazdırılırken, ara yüz programı tarafından hesaplanmış ve amaç fonksiyonu katsayıları buna göre oluşturulmuştur.

Matematiksel modeller, Intel® Pentium® 4 CPU 3.00 Ghz, 3.04 Ghz hızlarında çift işlemci ve 2.00 GB RAM bulunan bir bilgisayar sisteminde çözülmüştür. Çözücü olarak CPLEX 10.0.0 yazılımı kullanılmıştır. Modeller çözülürken CPLEX'e süre kısıtı getirilmiş, belirlenen süre içerisinde en iyi çözüm veya uygun bir çözüm bulunamaması durumunda ardıştırmaların bitirilmesi düşünülmüştür.

Problemlerin, geliştirilen her iki modelle anlamlı bir zaman diliminde eldeki tamsayılı çözümleri veya erişilen en iyi çözümleri, doğrusal programlama gevşetme değerleri ve çözüm süreleri kaydedilerek, tablolar oluşturulmuştur. Goetschalckx'ın problemleri için eğer 7200 sn de en iyi çözüm bulunamamışsa; 7200 sn'ye kadar bulunmuş en küçük tamsayılı çözüm değeri yazılmış; eğer 7200 sn de uygun herhangi bir çözüm bulunamamışsa tabloya çarpı (X) işareti konmuştur. Rassallığın süreyi uzatabileceği düşüncesiyle, rassal üretilen problemler için süre sınırı 10800 sn olarak belirlenmiştir.

Aşağıda denemelerden elde edilen tablolar ve açıklamaları bulunmaktadır.

İlk aşamada, yani dağıtım yapılan müşterilerden doğrudan depoya dönüşe izin verilmediği bunun yerine toplama müşterilerine uğradıktan sonra depoya dönüşe izin verildiği durumda, yapılan denemelerden elde edilen en iyi çözüm ve süre değerleri Tablo-2'de, doğrusal gevşetme değerleri ise Tablo-3'de verilmiştir.

Tablo–2. Modellerin Öteleme Öncesi Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DTM		ATM	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
A1	3.310,23	196.648	3.129,20	196.648
A2	15,20	182.626	25,52	182.626
A3	0,44	163.392	1,02	163.392
A4	5,19	155.783	2,67	155.783
B1	437,52	241.231	106,50	241.231
B2	67,36	198.029	11,70	198.029
B3	0,01	169.357	0,23	169.357
C1	4.630,05	250.531	1.262,11	250.531
C2	619,84	214.998	407,48	214.998
C3	0,05	200.173	0,27	200.173
C4	5,33	195.346	4,42	195.346
D1	824,51	287.871	836,28	287.871
D2	7.200,00	316.115	7.200,00	349.660
D3	84,92	257.735	26,69	257.735
D4	22,45	212.385	24,25	212.385
E1	408,27	250.725	428,27	250.725
E2	39,73	212.236	119,97	212.236
E3	5,06	208.811	3,92	208.811
F1	7.200,00	270.815	7.200,00	269.912
F2	7.200,00	265.185	658,95	265.185
F3	7.200,00	243.596	1.407,00	241.942
F4	7.200,00	235.360	7.200,00	235.360
G1	7.200,00	344.099	7.200,00	341.860
G2	7.200,00	249.759	7.200,00	249.759
G3	7.200,00	231.551	7.200,00	234.988
G4	7.200,00	240.372	7.200,00	240.938
G5	1.172,23	222.731	872,56	222.731
G6	1.461,16	213.429	766,02	213.429
H1	7.200,00	272.454	7.200,00	271.372
H2	249,59	254.803	55,88	254.803
H3	332,72	247.413	76,11	247.413
H4	37,89	251.950	9,80	251.950
H5	200,09	246.086	13,06	246.086
H6	49,83	251.950	5,45	251.950
I1	7.200,00	X	7.200,00	360.232
I2	7.200,00	X	7.200,00	309.896
I3	7.200,00	320.733	7.200,00	300.474
I4	7.200,00	296.518	7.200,00	295.941
I5	7.200,00	301.189	1.723,06	301.189
J1	7.200,00	377.236	7.200,00	111.189
J2	7.200,00	330.983	7.200,00	321.467
J3	7.200,00	280.163	7.200,00	280.163
J4	7.200,00	298.369	7.200,00	300.236
K1	7.200,00	426.540	7.200,00	152.183
K2	7.200,00	381.250	7.200,00	375.562
K3	7.200,00	373.515	7.200,00	374.963
K4	7.200,00	357.072	7.200,00	361.298
L1	7.200,00	X	7.200,00	X
L2	7.200,00	X	7.200,00	X
L3	7.200,00	X	7.200,00	193.107
L4	7.200,00	X	7.200,00	211.373
L5	7.200,00	X	7.200,00	192.169
M1	7.200,00	447.747	7.200,00	173.605
M2	7.200,00	X	7.200,00	X
M3	7.200,00	387.572	7.200,00	159.833
M4	7.200,00	367.141	7.200,00	158.569
N1	7.200,00	496.162	7.200,00	199.524
N2	7.200,00	429.332	7.200,00	X
N3	7.200,00	445.420	7.200,00	443.784
N4	7.200,00	988.419	7.200,00	417.644
N5	7.200,00	X	7.200,00	193.744
N6	7.200,00	404.138	7.200,00	214.846
O1	7.200,00	X	7.200,00	X
O2	7.200,00	X	7.200,00	280.388
O3	7.200,00	X	7.200,00	X
O4	7.200,00	X	7.200,00	243.630
O5	7.200,00	X	7.200,00	278.442
O6	7.200,00	X	7.200,00	258.496

Tablo-2'e göre ilk olarak DTM'in 68 problemden 24'üne, ATM'in ise 68 problemden 27'ine en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür. Bu sonuca göre aralarında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir. Ama yine de DTM'in en iyi çözüm bulabildiği 24 problem için ATM'de en iyi çözümü bulabildiği sonucuna ulaşılabilir. ATM, DTM'in en iyi çözüm bulamadığı F2, F3 ve I5 problemleri için en iyi çözümü bulabilmiştir.

DTM 15 problem için, ATM ise 6 problem için belirlenen süre sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

DTM'nin en iyi çözümünü bulabildiği en büyük boyutlu problem 68 boyutlu H6 problemi iken, ATM'nin en iyi çözümünü bulabildiği en büyük boyutlu problem 90 düğümlü I5 problemidir.

Tablo–3. Modellerin Öteleme Öncesi Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(DTM)-LR(ATM)
	LR	LR	LR(ATM)
A1	164.153,82	171.604,44	-4,34%
A2	164.111,42	165.001,66	-0,54%
A3	151.107,00	148.663,66	1,64%
A4	141.577,00	139.165,23	1,73%
B1	216.019,99	223.432,87	-3,32%
B2	184.103,98	182.629,60	0,81%
B3	169.357,00	160.085,06	5,79%
C1	226.274,26	228.046,72	-0,78%
C2	200.344,53	195.535,33	2,46%
C3	200.173,00	191.060,89	4,77%
C4	192.226,11	179.496,45	7,09%
D1	266.249,50	273.624,39	-2,70%
D2	266.249,50	282.517,12	-5,76%
D3	243.196,00	248.846,19	-2,27%
D4	202.555,00	198.263,79	2,16%
E1	232.432,83	233.366,52	-0,40%
E2	199.709,49	190.086,46	5,06%
E3	199.698,00	186.889,67	6,85%
F1	236.742,79	230.585,46	2,67%
F2	247.059,80	240.453,93	2,75%
F3	227.451,86	209.704,21	8,46%
F4	219.048,57	198.044,99	10,61%
G1	295.887,84	314.081,32	-5,79%
G2	224.687,96	222.853,19	0,82%
G3	213.381,06	204.052,25	4,57%
G4	224.680,06	214.018,02	4,98%
G5	213.373,75	198.903,03	7,28%
G6	203.218,00	187.127,33	8,60%
H1	255.864,50	247.003,03	3,59%
H2	247.054,50	234.547,09	5,33%
H3	238.730,23	224.982,27	6,11%
H4	247.005,33	231.946,19	6,49%
H5	238.724,97	223.160,59	6,97%
H6	246.968,68	230.425,53	7,18%
I1	313.755,97	316.270,58	-0,80%
I2	288.614,19	278.501,98	3,63%
I3	274.610,48	255.120,31	7,64%
I4	281.323,00	262.170,19	7,31%
I5	288.448,00	269.601,19	6,99%
J1	309.611,50	308.554,11	0,34%
J2	285.602,79	276.078,51	3,45%
J3	268.184,50	248.692,12	7,84%
J4	276.694,04	261.683,07	5,74%
K1	368.160,34	362.177,98	1,65%
K2	344.512,65	330.824,09	4,14%
K3	355.902,65	340.931,46	4,39%
K4	333.587,37	315.056,97	5,88%
L1	376.578,18	385.147,07	-2,22%
L2	361.419,74	357.308,09	1,15%
L3	368.714,77	362.182,76	1,80%
L4	354.304,05	342.801,58	3,36%
L5	361.389,12	347.607,65	3,96%
M1	369.219,00	368.106,71	0,30%
M2	357.200,50	359.988,24	-0,77%
M3	346.334,00	340.584,36	1,69%
M4	329.873,75	314.307,72	4,95%
N1	386.697,38	378.057,10	2,29%
N2	376.494,00	371.568,55	1,33%
N3	366.901,38	355.771,63	3,13%
N4	376.494,00	362.913,97	3,74%
N5	351.008,88	333.094,18	5,38%
N6	358.824,38	339.123,89	5,81%
O1	424.094,22	428.214,40	-0,96%
O2	430.424,32	433.324,89	-0,67%
O3	418.013,60	412.035,81	1,45%
O4	424.065,36	416.678,94	1,77%
O5	406.660,70	390.733,47	4,08%
O6	412.188,79	395.244,65	4,29%
ORT.	**284.490,09**	**276.921,51**	**2,98%**
S.S.	**78.802,45**	**78.863,28**	**3,56%**

Tablo-3’e göre DTM’nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 284.490,09, standart sapması ise 78.802,09’dir. ATM için bu değerler 276.921,51 ve 78.863,28’dir. DTM’nin, ATM’e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında DTM, ATM’ye göre 68 problemin 54’ünde daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. DTM, ATM’ye göre ortalama %2,98 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Modellerin ortak olarak en iyi çözüm bulduğu 24 problem için eniyi çözüm ve süre değerleri Tablo-4’de verilmiştir.

Tablo–4. Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde
Modellerin Eniyi Çözüm ve Süre Değerleri

PRB.	DTM		ATM		SÜRE(DTM)-SÜRE(ATM)
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE(DTM)
A1	3.310,23	196.648	3.129,20	196.648	5,47%
A2	15,20	182.626	25,52	182.626	-67,89%
A3	0,44	163.392	1,02	163.392	-131,82%
A4	5,19	155.783	2,67	155.783	48,55%
B1	437,52	241.231	106,50	241.231	75,66%
B2	67,36	198.029	11,70	198.029	82,63%
B3	0,10	169.357	0,23	169.357	-130,00%
C1	4.630,05	250.531	1.262,11	250.531	72,74%
C2	619,84	214.998	407,48	214.998	34,26%
C3	0,10	200.173	0,27	200.173	-170,00%
C4	5,33	195.346	4,42	195.346	17,07%
D1	824,51	287.871	836,28	287.871	-1,43%
D3	84,92	257.735	26,69	257.735	68,57%
D4	22,45	212.385	24,25	212.385	-8,02%
E1	408,27	250.725	428,27	250.725	-4,90%
E2	39,73	212.236	119,97	212.236	-201,96%
E3	5,06	208.811	3,92	208.811	22,53%
G5	1.172,23	222.731	872,56	222.731	25,56%
G6	1.461,16	213.429	766,02	213.429	47,57%
H2	249,59	254.803	55,88	254.803	77,61%
H3	332,72	247.413	76,11	247.413	77,12%
H4	37,89	251.950	9,80	251.950	74,14%
H5	200,09	246.086	13,06	246.086	93,47%
H6	49,83	251.950	5,45	251.950	89,06%
ORT.	**582,49**		**341,22**		**8,17%**
S.S.	**1.130,87**		**692,33**		**86,23%**

Tablo-4'den DTM'in ortalama çözüm süresi 582,49 sn, çözüm süresi standart sapması ise 1.130,87 olarak hesaplanmıştır. ATM için bu değerler 341,22 ve 692,33 olarak bulunmuştur. Ortalama çözüm süresi açısından ATM'in daha iyi olduğu yani daha hızlı çözüm verebildiği açıktır. Ayrıca 24 problemin 16'ında ATM, DTM'ye göre daha düşük sürede eniyi çözümü bulabilmiştir. Oransal olarak ATM'nin, DTM'ye göre ortalama %8,17 daha kısa sürede çözüm verdiği sonucuna varılabilir.

İkinci aşamada (modeller ötelendikten sonra), yani dağıtım yapılan müşterilerden doğrudan depoya dönüşe izin verildiği durumda yapılan denemelerden elde edilen en iyi çözüm ve süre değerleri Tablo-5'de, doğrusal gevşetme değerleri ise Tablo-6'da verilmiştir.

Tablo–5. Modellerin Ötelemeden Sonraki Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DTM		ATM	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
A1	569,89	229.870	327,51	229.870
A2	54,70	180.106	19,59	180.106
A3	2,33	163.392	2,00	163.392
A4	2,50	155.783	4,28	155.783
B1	362,41	239.062	126,50	239.062
B2	207,67	198.029	27,16	198.029
B3	1,30	167.831	0,47	167.831
C1	7.200,00	251.821	4.491,05	250.531
C2	2.948,22	214.998	991,88	214.998
C3	3,58	199.325	2,28	199.325
C4	15,22	195.346	7,25	195.346
D1	7.200,00	322.503	3.081,23	322.503
D2	7.200,00	318.301	7.200,00	316.684
D3	7.200,00	239.454	7.200,00	239.454
D4	7.200,00	205.808	7.200,00	205.808
E1	7.200,00	238.852	2.838,48	238.852
E2	7.200,00	214.092	447,05	212.236
E3	469,00	206.634	103,49	206.634
F1	7.200,00	271.039	7.200,00	271.988
F2	7.200,00	265.185	2.169,59	265.185
F3	7.200,00	241.942	957,70	241.942
F4	7.200,00	235.360	4.436,47	235.145
G1	7.200,00	308.408	7.200,00	306.278
G2	7.200,00	248.378	7.200,00	245.737
G3	7.200,00	233.935	7.200,00	229.479
G4	7.200,00	232.493	7.200,00	235.276
G5	7.200,00	223.180	7.200,00	221.702
G6	2.734,06	213.429	3.224,84	213.429
H1	7.200,00	272.573	7.200,00	270.254
H2	7.200,00	253.330	134,17	253.330
H3	7.200,00	247.413	72,34	247.413
H4	2.426,38	250.184	26,28	250.184
H5	1.223,36	246.086	28,94	246.086
H6	412,91	249.099	23,64	249.099
I1	7.200,00	355.412	7.200,00	356.006
I2	7.200,00	361.197	7.200,00	316.148
I3	7.200,00	306.334	7.200,00	295.138
I4	7.200,00	295.941	7.200,00	295.941
I5	7.200,00	301.189	1.520,09	301.189
J1	7.200,00	382.319	7.200,00	X
J2	7.200,00	333.916	7.200,00	332.623
J3	7.200,00	282.977	7.200,00	289.544
J4	7.200,00	313.849	7.200,00	305.181
K1	7.200,00	427.857	7.200,00	X
K2	7.200,00	396.166	7.200,00	1.558.793
K3	7.200,00	383.045	7.200,00	374.021
K4	7.200,00	358.535	7.200,00	367.624
L1	7.200,00	452.402	7.200,00	X
L2	7.200,00	517.554	7.200,00	2.052.086
L3	7.200,00	455.136	7.200,00	222.324
L4	7.200,00	1.971.743	7.200,00	207.854
L5	7.200,00	449.663	7.200,00	467.890
M1	7.200,00	434.392	7.200,00	1.459.692
M2	7.200,00	X	7.200,00	X
M3	7.200,00	426.453	7.200,00	1.524.925
M4	7.200,00	387.019	7.200,00	1.722.856
N1	7.200,00	514.749	7.200,00	2.053.113
N2	7.200,00	540.066	7.200,00	X
N3	7.200,00	439.192	7.200,00	2.117.186
N4	7.200,00	442.490	7.200,00	485.740
N5	7.200,00	1.990.636	7.200,00	1.916.094
N6	7.200,00	395.478	7.200,00	1.842.590
O1	7.200,00	X	7.200,00	X
O2	7.200,00	639.514	7.200,00	2.724.980
O3	7.200,00	2.864.195	7.200,00	X
O4	7.200,00	671.419	7.200,00	2.765.390
O5	7.200,00	2.799.099	7.200,00	2.810.283
O6	7.200,00	1.769.839	7.200,00	2.676.715

Tablo-5'e göre ilk olarak DTM'in 68 problemden 15'ine, ATM'in ise 68 problemden 25'ine en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür. Buna göre en iyi çözümü bulabilme açısından ATM'nin DTM'ye göre daha iyi olduğu ve ATM'nin daha fazla problemin en iyi çözümünü bulabildiği söylenebilir. Bunun yanında DTM'nin en iyi çözüm bulabildiği 15 problem için ATM'de en iyi çözümü bulabildiği sonucuna ulaşılabilir. ATM, DTM'in en iyi çözüm bulamadığı C1, D1, E1, E2, F2, F3, F4, H2, H3 ve I5 problemleri için en iyi çözümü bulabilmiştir.

DTM 2 problem için, ATM ise 7 problem için belirlenen zaman sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

DTM'nin en iyi çözümünü bulabildiği en büyük boyutlu problem 68 boyutlu H6 problemi iken, ATM'nin en iyi çözümünü bulabildiği en büyük boyutlu problem 90 düğümlü I5 problemidir.

Tablo–6. Modellerin Ötelemeden Sonraki Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(DTM)-LR(ATM)
	LR	LR	LR(ATM)
A1	201.853,66	209.529,08	-3,66%
A2	160.138,15	163.416,58	-2,01%
A3	150.109,00	146.991,07	2,12%
A4	140.977,00	139.165,23	1,30%
B1	208.525,13	219.830,08	-5,14%
B2	182.237,14	181.657,67	0,32%
B3	161.164,07	154.945,37	4,01%
C1	212.206,12	220.766,22	-3,88%
C2	196.401,58	192.388,84	2,09%
C3	196.205,11	182.787,70	7,34%
C4	190.426,05	177.198,76	7,46%
D1	292.052,31	302.541,48	-3,47%
D2	275.667,87	288.542,96	-4,46%
D3	213.776,58	215.216,17	-0,67%
D4	185.904,00	179.272,56	3,70%
E1	207.467,00	218.338,52	-4,98%
E2	190.755,00	187.467,19	1,75%
E3	190.755,00	180.911,57	5,44%
F1	232.436,12	230.474,42	0,85%
F2	240.859,23	237.592,14	1,38%
F3	225.301,89	208.324,61	8,15%
F4	218.682,00	197.414,50	10,77%
G1	247.838,00	279.010,49	-11,17%
G2	208.957,96	217.036,18	-3,72%
G3	202.459,00	201.480,48	0,49%
G4	208.950,06	205.235,38	1,81%
G5	202.459,00	193.814,12	4,46%
G6	197.524,00	184.041,15	7,33%
H1	245.052,55	242.175,98	1,19%
H2	239.060,70	230.082,73	3,90%
H3	233.256,74	222.430,58	4,87%
H4	239.051,71	226.107,15	5,72%
H5	233.250,04	219.720,80	6,16%
H6	239.047,04	223.774,38	6,83%
I1	313.700,42	316.270,58	-0,81%
I2	288.612,75	278.501,98	3,63%
I3	274.610,48	255.120,31	7,64%
I4	281.323,00	262.170,19	7,31%
I5	288.448,00	269.581,38	7,00%
J1	281.107,00	297.883,88	-5,63%
J2	266.175,50	268.734,91	-0,95%
J3	254.618,00	241.259,26	5,54%
J4	259.680,69	254.358,25	2,09%
K1	344.517,26	355.327,20	-3,04%
K2	328.096,00	325.929,27	0,66%
K3	336.162,00	329.599,68	1,99%
K4	320.090,00	310.236,19	3,18%
L1	374.293,74	384.267,42	-2,60%
L2	360.029,28	356.560,77	0,97%
L3	366.952,36	361.238,79	1,58%
L4	353.406,47	341.907,58	3,36%
L5	359.986,40	346.654,67	3,85%
M1	343.255,50	359.281,64	-4,46%
M2	335.727,50	356.650,49	-5,87%
M3	328.478,00	334.746,86	-1,87%
M4	315.366,10	309.756,56	1,81%
N1	367.530,97	368.450,43	-0,25%
N2	360.124,00	367.901,00	-2,11%
N3	352.837,75	351.627,34	0,34%
N4	360.121,71	352.450,27	2,18%
N5	339.937,50	329.997,55	3,01%
N6	345.781,00	330.816,76	4,52%
O1	423.626,15	428.214,40	-1,07%
O2	429.675,83	433.310,36	-0,84%
O3	417.728,26	412.035,81	1,38%
O4	423.617,76	416.651,44	1,67%
O5	406.677,61	390.733,47	4,08%
O6	412.076,38	395.242,28	4,26%
ORT.	**276.252,62**	**273.134,58**	**1,45%**
S.S.	**77.829,50**	**78.941,82**	**4,16%**

Tablo-6'ya göre DTM'nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 276.252,62, standart sapması ise 77.829,50'dir. ATM için bu değerler 273.134,58 ve 78.941,82'dir. DTM'nin, ATM'e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında DTM, ATM'ye göre 68 problemin 46'ında daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. DTM, ATM'ye göre ortalama %1,45 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Modellerin ortak olarak en iyi çözüm bulduğu 15 problem için eniyi çözüm ve süre değerleri Tablo-7'de verilmiştir.

Tablo–7. Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde
Modellerin Eniyi Çözüm ve Süre Değerleri

PRB.	DTM		ATM		SÜRE(DTM)-SÜRE(ATM)
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE(DTM)
A1	569,89	229.870	327,51	229.870	42,53%
A2	54,70	180.106	19,59	180.106	64,19%
A3	2,33	163.392	2,00	163.392	14,16%
A4	2,50	155.783	4,28	155.783	-71,20%
B1	362,41	239.062	126,50	239.062	65,09%
B2	207,67	198.029	27,16	198.029	86,92%
B3	1,30	167.831	0,47	167.831	63,85%
C2	2.948,22	214.998	991,88	214.998	66,36%
C3	3,58	199.325	2,28	199.325	36,31%
C4	15,22	195.346	7,25	195.346	52,37%
E3	469,00	206.634	103,49	206.634	77,93%
G6	2.734,06	213.429	3.224,84	213.429	-17,95%
H4	2.426,38	250.184	26,28	250.184	98,92%
H5	1.223,36	246.086	28,94	246.086	97,63%
H6	412,91	249.099	23,64	249.099	94,27%
ORT.	**762,24**		**327,74**		**51,43%**
S.S.	**1.059,95**		**841,32**		**46,65%**

Tablo-7'den DTM'in ortalama çözüm süresi 762,24 sn, çözüm süresi standart sapması ise 1.059,95 olarak hesaplanmıştır. ATM için bu değerler 327,74 ve 841,32 olarak bulunmuştur. Ortalama çözüm süresi açısından ATM'in daha iyi olduğu yani daha hızlı çözüm verebildiği açıktır. Ayrıca 15 problemin 13'ünde ATM, DTM'ye göre daha düşük sürede eniyi çözümü bulabilmiştir. Oransal olarak ATM'nin, DTM'ye göre ortalama %51,43 daha kısa sürede çözüm verdiği sonucuna varılabilir.

Son olarak ötelenmiş modellerin, rassal problemler ile yapılan denemelerden elde edilen en iyi çözüm ve süre değerleri; 25, 30, 35 ve 40 düğümlü problemler için sırasıyla Tablo–8, Tablo–11, Tablo–14 ve Tablo–17'de verilmiştir.

Tablo–8. 25 Düğümlü Rassal Problemler için
Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DTM		ATM	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
1	10.800,00	259.430	10.800,00	X
2	9,89	247.729	1,45	247.729
3	3,67	214.100	2,11	214.100
4	0,39	264.020	0,31	264.020
5	623,38	304.407	428,34	304.407
6	10.800,00	236.525	10.800,00	251.058
7	7,75	240.581	11,97	240.581
8	0,20	253.070	0,22	253.070
9	10.800,00	X	10.800,00	X
10	10.800,00	242.886	10.800,00	244.954
11	10.800,00	X	10.800,00	X
12	4,30	242.815	3,09	242.815
13	10.800,00	294.770	10.800,00	294.169
14	4,02	258.342	1,56	258.342
15	10.800,00	297.510	10.800,00	X
16	10.800,00	X	10.800,00	X
17	108,61	291.592	95,47	291.592
18	0,84	280.483	0,72	280.483
19	0,13	292.983	0,27	292.983
20	0,67	265.099	0,75	265.099
21	10.800,00	X	10.800,00	X
22	30,09	275.816	24,45	275.816
23	10.800,00	269.647	10.800,00	276.845
24	1,86	239.434	2,36	239.434
25	2,26	308.376	3,25	308.376
26	10.800,00	X	10.800,00	X
27	10.800,00	X	10.800,00	X
28	3,70	256.636	41,55	256.636
29	0,33	274.636	1,88	274.636
30	0,42	267.642	0,28	267.642

Tablo-8'e göre her iki modelinde 30 problemden aynı 18 probleme en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür.

DTM 6 problem için, ATM ise 8 problem için belirlenen süre sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

25 düğümlü rassal problemlerin çözümünden elde edilen doğrusal gevşetme değerleri Tablo-9'da verilmiştir.

Tablo–9. 25 Düğümlü Rassal Problemler için Modellerin Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(ATM)-LR(DTM)
	LR	LR	LR(DTM)
1	164.351,00	178.582,56	8,66%
2	201.647,75	227.524,37	12,83%
3	191.014,87	195.434,35	2,31%
4	251.759,57	254.787,11	1,20%
5	214.312,92	278.135,02	29,78%
6	178.386,82	177.535,55	-0,48%
7	204.137,56	219.940,95	7,74%
8	235.575,15	241.703,16	2,60%
9	184.622,00	200.664,43	8,69%
10	176.047,00	185.450,21	5,34%
11	186.824,63	208.930,73	11,83%
12	225.624,00	230.570,98	2,19%
13	198.117,66	247.678,80	25,02%
14	227.296,81	243.760,06	7,24%
15	187.294,00	192.127,44	2,58%
16	196.486,62	208.369,45	6,05%
17	236.960,81	264.453,94	11,60%
18	269.057,59	271.958,89	1,08%
19	280.180,31	284.220,82	1,44%
20	242.644,53	253.645,38	4,53%
21	200.670,74	205.888,74	2,60%
22	228.786,79	243.521,88	6,44%
23	173.368,27	164.462,72	-5,14%
24	203.145,55	221.524,45	9,05%
25	280.957,45	293.089,58	4,32%
26	205.155,73	234.271,95	14,19%
27	219.992,78	249.967,46	13,63%
28	232.101,88	235.538,65	1,48%
29	258.024,55	258.857,74	0,32%
30	248.130,30	255.047,84	2,79%
ORT.	**216.755,85**	**230.921,51**	**6,73%**
S.S	**32.030,81**	**33.682,44**	**7,29%**

Tablo-9'a göre DTM'nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 216.755,85, standart sapması ise 32.030,81'dir. ATM için bu değerler 230.921,51 ve 33.682,44'dir. ATM'nin, DTM'e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında ATM, DTM'ye göre 30 problemin 28'inde daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. ATM, DTM'ye göre ortalama %6,73 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Modellerin ortak olarak en iyi çözüm bulduğu 18 problem için eniyi çözüm ve süre değerleri Tablo-10'de verilmiştir.

Tablo–10. 25 Düğümlü Rassal Problemler için
Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde
Modellerin Eniyi Çözüm ve Süre Değerleri

PRB.	DTM		ATM		SÜRE(DTM)-SÜRE(ATM)
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE(ATM)
2	9,89	247.729	1,45	247.729	582,07%
3	3,67	214.100	2,11	214.100	73,93%
4	0,39	264.020	0,31	264.020	25,81%
5	623,38	304.407	428,34	304.407	45,53%
7	7,75	240.581	11,97	240.581	-35,25%
8	0,20	253.070	0,22	253.070	-9,09%
12	4,30	242.815	3,09	242.815	39,16%
14	4,02	258.342	1,56	258.342	157,69%
17	108,61	291.592	95,47	291.592	13,76%
18	0,84	280.483	0,72	280.483	16,67%
19	0,13	292.983	0,27	292.983	-51,85%
20	0,67	265.099	0,75	265.099	-10,67%
22	30,09	275.816	24,45	275.816	23,07%
24	1,86	239.434	2,36	239.434	-21,19%
25	2,26	308.376	3,25	308.376	-30,46%
28	3,70	256.636	41,55	256.636	-91,10%
29	0,33	274.636	1,88	274.636	-82,45%
30	0,42	267.642	0,28	267.642	50,00%
ORT.	**44,58**		**34,45**		**38,65%**
S.S.	**146,68**		**101,09**		**147,65%**

Tablo-10'dan DTM'in ortalama çözüm süresi 44,58 sn, çözüm süresi standart sapması ise 146,68 olarak hesaplanmıştır. ATM için bu değerler 34,45 ve 101,09 olarak bulunmuştur. Ortalama çözüm süresi açısından ATM'in daha iyi olduğu yani daha hızlı çözüm verebildiği açıktır. Ayrıca 18 problemin 10'unda ATM, DTM'ye göre daha düşük sürede eniyi çözümü bulabilmiştir. Oransal olarak DTM'nin, ATM'ye göre ortalama %38,65 daha uzun sürede çözüm verdiği sonucuna varılabilir.

Tablo–11. 30 Düğümlü Rassal Problem Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DTM		ATM	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
1	10.800,00	274.078	10.800,00	274.800
2	10.800,00	X	10.800,00	X
3	138,84	299.362	21,88	299.362
4	2.525,25	244.889	7.738,00	244.889
5	10.800,00	X	10.800,00	X
6	0,41	261.014	0,66	261.014
7	37,61	284.823	28,78	284.823
8	91,27	319.133	58,89	319.133
9	10.800,00	X	10.800,00	X
10	10.800,00	X	10.800,00	X
11	10.800,00	X	10.800,00	X
12	10.800,00	X	10.800,00	X
13	4,67	289.666	3,73	289.666
14	10.800,00	X	10.800,00	X
15	3.058,00	303.916	772,36	303.916
16	10.800,00	X	10.800,00	X
17	10.800,00	294.075	10.800,00	X
18	10.800,00	326.041	4.053,96	326.041
19	10.800,00	304.957	10.800,00	300.964
20	400,22	261.770	40,73	261.770
21	10.800,00	X	10.800,00	X
22	2.955,73	319.370	10.800,00	319.370
23	5,22	307.748	3,58	307.748
24	112,17	299.267	15,20	299.267
25	0,77	263.231	0,42	263.231
26	10.800,00	X	10.800,00	X
27	656,42	253.761	58,20	253.761
28	10.800,00	X	10.800,00	X
29	10.800,00	277.167	10.800,00	X
30	10.800,00	X	10.800,00	X

Tablo-13’e göre her iki modelinde 30 problemden 13’üne en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür. ATM, DTM’nin çözmediği 18. problemi çözebilirken; DTM, ATM’nin çözemediği 22. problemi çözebilmiştir.

DTM 12 problem için, ATM ise 14 problem için belirlenen süre sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

30 düğümlü rassal problemlerin çözümünden elde edilen doğrusal gevşetme değerleri Tablo-12’de verilmiştir.

Tablo–12. 30 Düğümlü Rassal Problemler için
Modellerin Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(ATM)-LR(DTM)
	LR	LR	LR(DTM)
1	209.541,00	203.113,12	**-3,07%**
2	214.385,64	238.541,10	**11,27%**
3	250.972,89	259.711,04	**3,48%**
4	195.089,15	222.429,62	**14,01%**
5	211.293,95	218.152,77	**3,25%**
6	248.789,18	241.844,02	**-2,79%**
7	251.285,86	257.558,53	**2,50%**
8	274.718,32	289.610,25	**5,42%**
9	213.401,99	229.254,35	**7,43%**
10	191.830,57	180.064,41	**-6,13%**
11	205.569,00	225.525,89	**9,71%**
12	207.076,06	208.129,46	**0,51%**
13	248.567,51	269.132,86	**8,27%**
14	203.789,92	221.831,26	**8,85%**
15	239.924,72	256.409,72	**6,87%**
16	204.001,42	217.369,78	**6,55%**
17	213.759,66	215.512,97	**0,82%**
18	241.050,98	278.257,54	**15,44%**
19	233.851,88	236.098,68	**0,96%**
20	229.009,66	239.080,44	**4,40%**
21	222.491,33	223.200,76	**0,32%**
22	248.453,88	285.830,09	**15,04%**
23	272.108,99	286.906,70	**5,44%**
24	235.259,30	271.632,71	**15,46%**
25	246.663,80	253.122,77	**2,62%**
26	224.048,82	224.993,59	**0,42%**
27	220.141,92	227.679,53	**3,42%**
28	230.407,31	251.123,35	**8,99%**
29	202.933,47	187.462,27	**-7,62%**
30	214.578,74	237.237,51	**10,56%**
ORT.	**226.833,23**	**238.560,57**	**5,08%**
S.S.	**21.827,81**	**28.311,57**	**6,08%**

Tablo-12'e göre DTM'nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 226.833,23, standart sapması ise 21.827,81'dir. ATM için bu değerler 238.560,57 ve 28.311,57'dir. ATM'nin, DTM'e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında ATM, DTM'ye göre 30 problemin 26'ında daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. ATM, DTM'ye göre ortalama %5,08 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Modellerin ortak olarak en iyi çözüm bulduğu 12 problem için eniyi çözüm ve süre değerleri Tablo-13'de verilmiştir.

Tablo–13. 30 Düğümlü Rassal Problemler için
Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde
Modellerin Eniyi Çözüm ve Süre Değerleri

PRB.	DTM		ATM		SÜRE(DTM)-SÜRE(ATM) / SÜRE(DTM)
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.	
3	138,84	299.362	21,88	299.362	84,24%
4	2.525,25	244.889	7.738,00	244.889	-206,43%
6	0,41	261.014	0,66	261.014	-60,98%
7	37,61	284.823	28,78	284.823	23,48%
8	91,27	319.133	58,89	319.133	35,48%
13	4,67	289.666	3,73	289.666	20,13%
15	3.058,00	303.916	772,36	303.916	74,74%
20	400,22	261.770	40,73	261.770	89,82%
23	5,22	307.748	3,58	307.748	31,42%
24	112,17	299.267	15,20	299.267	86,45%
25	0,77	263.231	0,42	263.231	45,45%
27	656,42	253.761	58,20	253.761	91,13%
ORT.	**585,90**		**728,54**		**26,25%**
S.S.	**1.054,93**		**2.217,99**		**85,21%**

Tablo-13'den DTM'in ortalama çözüm süresi 585,90 sn, çözüm süresi standart sapması ise 1.054,93 olarak hesaplanmıştır. ATM için bu değerler 728,54 ve 2.217,99 olarak bulunmuştur. Ortalama çözüm süresi açısından DTM daha iyi gözüksede, oransal olarak baktığımızda ATM'nin, DTM'ye göre ortalama %26,25 daha kısa sürede çözüm verdiği sonucuna varılabilir. Zira 12 problemin 10'unda ATM, DTM'ye göre daha düşük sürede eniyi çözümü bulabilmiştir.

Tablo–14. 35 Düğümlü Rassal Problem Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DTM		ATM	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
1	10.800,00	X	10.800,00	X
2	10.800,00	265.211	10.800,00	X
3	10.800,00	X	10.800,00	X
4	13,50	307.660	43,77	307.660
5	10.800,00	313.406	10.800,00	X
6	227,30	302.802	188,48	302.802
7	901,05	350.027	448,20	350.027
8	10.800,00	292.040	10.800,00	289.057
9	10.800,00	325.155	241,05	325.155
10	10.800,00	359.662	10.800,00	X
11	10.800,00	X	10.800,00	X
12	10.800,00	370.705	10.800,00	X
13	10.800,00	X	10.800,00	X
14	10.800,00	X	10.800,00	X
15	10.800,00	X	10.800,00	X
16	10.800,00	340.264	122,47	340.264
17	10.800,00	X	10.800,00	X
18	10.800,00	X	10.800,00	X
19	1.224,97	324.054	585,77	324.054
20	10.800,00	321.898	10.257,27	321.898
21	913,97	322.021	807,56	322.021
22	10.800,00	355.587	10.800,00	355.587
23	426,80	312.058	1.055,59	312.058
24	10.800,00	318.146	6.530,31	318.146
25	10.800,00	330.015	10.800,00	336.838
26	10.800,00	X	10.800,00	X
27	10.800,00	X	10.800,00	X
28	10.800,00	319.234	10.800,00	X
29	10.800,00	X	10.800,00	X
30	10.800,00	X	10.800,00	X

Tablo-14'e göre DTM'in 30 problemden 6'ına, ATM'in ise 68 problemden 9'una en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür. Buna göre en iyi çözümü bulabilme açısından ATM ile DTM arasında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir. Bunun yanında DTM'nin en iyi çözüm bulabildiği 6 problem için ATM'de en iyi çözümü bulabildiği sonucuna ulaşılabilir. ATM, DTM'in en iyi çözüm bulamadığı 9.,16. ve 24. problemler için en iyi çözümü bulabilmiştir.

DTM 12 problem için, ATM ise 17 problem için belirlenen süre sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

35 düğümlü rassal problemlerin çözümünden elde edilen doğrusal gevşetme değerleri Tablo-15'de verilmiştir.

Tablo–15. 35 Düğümlü Rassal Problemler için Modellerin Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(ATM)-LR(DTM)
	LR	LR	LR(DTM)
1	250.694,20	261.506,82	4,31%
2	198.313,50	196.444,18	-0,94%
3	231.179,46	240.562,89	4,06%
4	233.771,01	273.949,46	17,19%
5	197.935,71	201.057,43	1,58%
6	269.840,75	286.709,97	6,25%
7	277.128,06	307.611,29	11,00%
8	209.994,50	204.972,81	-2,39%
9	249.747,52	300.126,94	20,17%
10	226.463,77	224.784,29	-0,74%
11	204.921,24	210.147,17	2,55%
12	219.494,00	223.918,11	2,02%
13	262.668,57	292.574,36	11,39%
14	209.809,66	226.920,55	8,16%
15	281.650,75	302.333,26	7,34%
16	282.537,00	312.168,48	10,49%
17	225.684,90	221.982,81	-1,64%
18	207.977,00	207.524,62	-0,22%
19	277.075,77	295.783,64	6,75%
20	262.748,85	292.896,17	11,47%
21	261.650,88	291.443,89	11,39%
22	277.589,20	319.138,17	14,97%
23	258.252,39	286.076,23	10,77%
24	261.908,29	298.648,08	14,03%
25	258.043,98	277.612,98	7,58%
26	243.361,74	265.329,86	9,03%
27	236.722,20	256.911,88	8,53%
28	200.768,00	188.235,61	-6,24%
29	232.709,00	230.568,68	-0,92%
30	256.365,12	265.001,74	3,37%
ORT.	**242.233,57**	**258.764,75**	**6,38%**
S.S.	**27.343,05**	**40.244,09**	**6,34%**

Tablo-15'e göre DTM'nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 242.233,57, standart sapması ise 27.343,05'dir. ATM için bu değerler 258.764,75 ve 40.244,09'dir. ATM'nin, DTM'e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında ATM, DTM'ye göre 30 problemin 23'ünde daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. ATM, DTM'ye göre ortalama %6,38 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Modellerin ortak olarak en iyi çözüm bulduğu 6 problem için eniyi çözüm ve süre değerleri Tablo-16'da verilmiştir.

Tablo–16. 35 Düğümlü Rassal Problemler için
Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde
Modellerin Eniyi Çözüm ve Süre Değerleri

PRB.	DTM		ATM		SÜRE(DTM)-SÜRE(ATM)
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE(ATM)
4	13,50	307.660	43,77	307.660	-69,16%
6	227,30	302.802	188,48	302.802	20,60%
7	901,05	350.027	448,20	350.027	101,04%
19	1.224,97	324.054	585,77	324.054	109,12%
21	913,97	322.021	807,56	322.021	13,18%
23	426,80	312.058	1.055,59	312.058	-59,57%
ORT.	**617,93**		**521,56**		**19,20%**
S.S.	**467,07**		**378,34**		**75,94%**

Tablo-16'dan DTM'in ortalama çözüm süresi 617,93 sn, çözüm süresi standart sapması ise 467,07,42 olarak hesaplanmıştır. ATM için bu değerler 521,56 ve 378,34 olarak bulunmuştur. Ortalama çözüm süresi açısından ATM'in daha iyi olduğu yani daha hızlı çözüm verebildiği açıktır. Ayrıca 6 problemin 4'ünde ATM, DTM'ye göre daha düşük sürede eniyi çözümü bulabilmiştir. Oransal olarak DTM'nin, ATM'ye göre ortalama %19,20 daha uzun sürede çözüm verdiği sonucuna varılabilir.

Tablo–17. 40 Düğümlü Rassal Problem Süre ve Eniyi Çözüm Değerleri

PRB.	DÜĞÜM TABANLI		AKIŞ TABANLI	
	SÜRE (sn)	OPT.	SÜRE (sn)	OPT.
1	10.800,00	310.551	10.800,00	309.565
2	10.800,00	479.383	10.800,00	X
3	10.800,00	453.672	10.800,00	407.276
4	10.800,00	348.893	10.800,00	348.613
5	10.800,00	X	10.800,00	X
6	10.800,00	X	10.800,00	X
7	10.800,00	X	10.800,00	X
8	10.800,00	490.209	10.800,00	X
9	10.800,00	X	10.800,00	X
10	10.800,00	X	10.800,00	X
11	10.800,00	X	10.800,00	373.446
12	10.800,00	X	10.800,00	X
13	10.800,00	X	10.800,00	X
14	10.800,00	X	10.800,00	X
15	10.800,00	309.163	10.800,00	X
16	10.800,00	441.803	10.800,00	456.490
17	10.800,00	X	10.800,00	X
18	10.800,00	X	10.800,00	X
19	10.800,00	X	10.800,00	X
20	10.800,00	337.513	2.319,94	333.800
21	10.800,00	X	10.800,00	X
22	10.800,00	321.217	10.800,00	X
23	10.800,00	X	10.800,00	X
24	10.800,00	X	10.800,00	X
25	10.800,00	357.773	10.800,00	362.798
26	10.800,00	X	10.800,00	X
27	10.800,00	308.313	10.800,00	X
28	10.790,00	352.276	2.304,95	352.276
29	10.800,00	X	10.800,00	X
30	10.800,00	370.788	10.800,00	358.285

Tablo-17'ye göre DTM'nin 30 problemden hiçbirine, ATM'nin ise 30 problemden 2'ine en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür. Farkın küçük olmasından dolayı bu sonuca göre, en iyi çözümü bulabilme açısından ATM ile DTM arasında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir. ATM, DTM'in en iyi çözüm bulamadığı 20. ve 28. problemler için en iyi çözümü bulabilmiştir.

DTM 17 problem için, ATM ise 21 problem için belirlenen süre sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır.

40 düğümlü rassal problemlerin çözümünden elde edilen doğrusal gevşetme değerleri Tablo-18'de verilmiştir.

Tablo–18. 40 Düğümlü Rassal Problemler için Modellerin Doğrusal Gevşetme Değerleri

PRB.	DTM	ATM	LR(ATM)-LR(DTM)
	LR	LR	LR(DTM)
1	257.535,88	272.329,65	5,74%
2	290.931,65	336.731,56	15,74%
3	312.026,32	347.647,18	11,42%
4	285.005,28	301.495,34	5,79%
5	300.718,63	341.661,71	13,62%
6	245.658,02	243.226,36	-0,99%
7	285.638,14	309.800,06	8,46%
8	287.395,06	319.058,40	11,02%
9	217.278,76	231.469,84	6,53%
10	245.360,53	289.738,73	18,09%
11	257.247,44	288.218,31	12,04%
12	272.424,53	323.321,33	18,68%
13	249.622,40	288.312,06	15,50%
14	257.084,68	262.191,33	1,99%
15	237.987,76	218.286,33	-8,28%
16	264.379,73	309.544,37	17,08%
17	270.621,56	260.833,90	-3,62%
18	225.080,92	265.857,38	18,12%
19	275.062,27	309.439,57	12,50%
20	254.635,78	295.106,89	15,89%
21	235.163,04	252.053,88	7,18%
22	229.171,27	227.258,90	-0,83%
23	236.299,24	265.963,44	12,55%
24	269.947,21	267.928,93	-0,75%
25	301.391,94	311.920,61	3,49%
26	249.473,83	266.633,80	6,88%
27	205.311,50	215.138,71	4,79%
28	285.905,68	323.184,33	13,04%
29	209.624,05	200.959,65	-4,13%
30	240.948,00	224.576,12	-6,79%
ORT.	**258.497,70**	**278.996,29**	**7,69%**
S.S.	**27.868,18**	**40.459,25**	**7,86%**

Tablo-18'e göre DTM'nin ortalama doğrusal gevşetme değeri 258.497,70, standart sapması ise 27.868,18'dir. ATM için bu değerler 278.996,29 ve 40.459,25'dir. ATM'nin, DTM'e göre ortalama doğrusal gevşetme değeri daha büyük çıkmıştır. Tüm değerlere bakıldığında ATM, DTM'ye göre 30 problemin 23'ünde daha yüksek doğrusal gevşetme değeri vermiştir. ATM, DTM'ye göre ortalama %7,69 daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Yapılan tüm denemelerden elde edilen ortalama sonuçları içeren özetler, Tablo–19, Tablo–20 ve Tablo–21'de verilmiştir.

Tablo–19. Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerle ilgili Oranlar

	Toplam Prb. Sayısı	DTM ile Eniyi Çözümü Bulunan Prb. Sayısı	%	ATM ile Eniyi Çözümü Bulunan Prb. Sayısı	%
Oteleme Oncesi	68	24	35,29%	27	39,71%
Öteleme Sonrası	68	15	22,06%	25	36,76%
Rassal-(25 Düğ)	30	18	60,00%	18	60,00%
Rassal-(30 Düğ)	30	13	43,33%	13	43,33%
Rassal-(35 Düğ)	30	6	20,00%	9	30,00%
Rassal-(40 Düğ)	30	0	0,00%	2	6,67%
	ORT.		**30,11%**		**36,08%**

Tablo-19'da her iki modelin öteleme öncesi ve öteleme sonrasında kaynaklarda bulunan problemlerde ve her iki modelin öteleme sonrasında rassal olarak üretilen problemlerde, ne oranda eniyi çözümü bulabildiklerine ilişkin ortalama değerler verilmektedir. Buna göre ortalama olarak ATM problemlerin %36,08'inde eniyi çözümü bulabilirken, DTM problemlerin %30,11'inde eniyi çözümü bulabilmiştir.

Tablo–20. Eniyi Çözümü Bulunan Problemlerde Ortalama Çözüm Süreleri

	DTM (Ort. Süre- sn.)	ATM (Ort. Süre-sn.)
Oteleme Oncesi	582,59	341,22
Öteleme Sonrası	762,24	327,74
Rassal-(25 Düğ)	44,58	34,45
Rassal-(30 Düğ)	585,90	728,54
Rassal-(35 Düğ)	617,93	521,56
Rassal-(40 Düğ)	-	-
ORT.	**518,65**	**390,70**

Tablo-20'de yapılan tüm denemelerde eniyi çözümü bulunan problemlerde ortalama çözüm süreleri verilmektedir. Buna göre ATM problemlerin eniyi çözümlerini ortalama olarak 390,70 sn'de bulabilirken, DTM 518,65 sn'de bulabilmektedir.

Tablo–21. Tüm Problemlerde
Ortalama Doğrusal Gevşetme Değerleri

	DTM (Ort. LR Değ.)	**ATM** (Ort. LR Değ.)
Oteleme Oncesi	284.490,09	276.921,51
Öteleme Sonrası	276.252,62	273.134,58
Rassal-(25 Düğ)	216.755,85	230.921,51
Rassal-(30 Düğ)	226.833,23	238.560,57
Rassal-(35 Düğ)	242.233,57	258.764,75
Rassal-(40 Düğ)	258.497,70	278.996,29
ORT.	**250.843,84**	**259.549,87**

Tablo-21'de tüm problemlerde elde edilen ortalama doğrusal gevşetme değerleri verilmektedir. Buna göre kaynaklarda bulunan problemlerde öteleme öncesi ve sonrasında DTM, ATM'ye göre ortalama olarak daha iyi gevşetme değeri vermektedir. Yanı sıra rassal olarak üretilen problemlerde ise ATM, DTM'e göre daha iyi gevşetme değeri vermektedir. Ama yine de bütünü dikkate alındığında ortalama olarak ATM, DTM'e göre daha iyi doğrusal gevşetme değeri vermektedir.

Bu bölümde, geliştirilen modellerle yapılan denemelerden ve bu denemelerden elde edilen sonuçlardan bahsedilmiştir. İzleyen bölümde varılan sonuçlara ve ileride yapılabilir çalışmalara yer verilecektir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmanın başından itibaren yapılanlar özetlenecek olursa, ilk olarak Araç Rotalama Problemlerinin ana hatlarıyla anlaşılması sağlanmıştır. Daha sonra araç rotalama problemlerinden olan Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemleri üzerinde durulmuş ve konu detaylı olarak incelenerek bir kaynak taraması yapılmıştır. Problemin mevcut matematiksel modelleri üzerinde durulmuş ve erişilebildiği kadarıyla ilgili kaynaklarda, yalnız ve yalnız önce dağıtım yapıp, sonra toplama bölgesine geçilmesi durumunda polinom büyüklükte bir matematiksel modele rastlanamamıştır. Böylece problemin polinom boyutlu yeni bir matematiksel modelini oluşturma fikri, çalışmanın hareket noktasını belirlemiştir.

Bu tez çalışması ile polinom boyutlu iki model geliştirilmiş ve geliştirilen bu modeller birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma için hem kaynaklarda yer alan, hemde rassal olarak üretilen test problemlerinden yararlanılmıştır. Çok sayıda deneme sonucunda ATM'in DTM'ye göre daha fazla sayıda probleme en iyi çözüm bulabildiği görülmüştür (**bkz.**Tablo–19). DTM ile en iyi çözümü bulunabilen en büyük boyutlu problem 68 düğümlü H6 problemi iken, ATM ile en iyi çözümü bulunabilen en büyük boyutlu problem 90 düğümlü I5 problemidir.

Goetschalckx'ın problemlerinde ve rassal olarak üretilen problemlerde; her iki modelinde ortak olarak en iyi çözüm verebildiği problemler üzerinde yapılan analizler sonucunda görülmüştür ki ATM, DTM'ye göre daha kısa sürede eniyi çözümü verebilmektedir (**bkz.** Tablo–4, Tablo–7, Tabo–10, Tablo–13, Tablo–16, Tablo–20). Bunun yanında Goetschalckx'ın problemlerinde DTM, ATM'ye göre daha iyi gevşetme değerleri verebilirken (**bkz.** Tablo–3, Tablo–6, Tablo–21), rassal olarak üretilen problemlerde ATM, DTM'ye göre daha iyi gevşetme değerleri verebilmektedir (**bkz.** Tablo–9, Tablo–12, Tabo–15, Tablo–18, Tablo–21). Bu ayrılık Goetschalckx'ın problemleri ile rassal olarak üretilen problemler arasındaki araç sayısı ve kapasite parametreleri ile toplam talep arasındaki ilişkiden kaynaklanıyor olabilir. Konuyla ilgili araştırmalar yapılabilir.

Öteleme öncesi ve sonrasında her iki model karşılaştırılsa ATM, öteleme öncesinde DTM'den ortalama olarak %12,5 daha fazla problemin eniyi çözümünü bulabilirken, bu oran öteleme sonrasında %66,7 olmuştur (**bkz.**Tablo–19). Benzer şekilde öteleme öncesinde DTM, ATM'den ortalama olarak %41,4 daha kısa sürede eniyi çözümü bulabilirken, bu oran öteleme sonrasında %57,1 olmuştur (**bkz.**Tablo–20). Öteleme sonrasında iki model arasındaki farkın açılması ve ATM'in DTM'ye göre çok daha fazla problemin daha kısa sürede eniyi çözümünü bulabilmesi, öteleme sonrasında çözüm uzayının artarak bu durumda ATM'nin daha iyi performans göstermesinden kaynaklanıyor olabilir.

Modellerin öteleme sonrasında daha düşük amaç fonksiyonu değeri verebileceğine daha önce değinilmişti. Yapılan denemelerden eniyi çözümü bulunan problemlerde modellerin öteleme sonrasında, öteleme öncesine göre daha düşük amaç fonksiyonu verebildiği görülmüştür. Örneğin; A2, B1, B3, C3, E3, H4, H6 için **bkz.**Tablo–2, Tablo–5. Bu demektir ki eğer araçlara dağıtım müşterilerinden sonra depoya dönebilme imkânı verilirse modeller daha düşük amaç fonksiyonu değeri veren çözümler bulabilmektedirler.

Eğer modeller kesin çözüm bulma amaçlı kullanılacaksa, kısa sürede çözüm veren ATM'nin kullanılması daha uygun olabilir; matematiksel model tabanlı sezgisel yöntemlerin geliştirilmesi için kullanılacaksa, daha iyi gevşetme değeri veren DTM'nin kullanılması daha uygun olabilir.

Bu çalışmada önerilen modellere, gerekmesi halinde dağıtım noktalarında ya da toplama noktalarında her aracın katedebileceği toplam mesafe kısıtları da kolaylıkla eklenebilir. Yanı sıra araçların katettikleri toplam mesafe yerine, toplam maliyet, turlarda geçen toplam süre vb. amaç fonksiyonu olarak ele alınabilir. Belirtilen bu özel durumlara ek olarak aynı anda toplama ve dağıtmanın mümkün olduğu durumlar da, önerilen her iki model üzerinde yapılacak gerekli uyarlamalarla modellenebilir.

KAYNAKLAR LİSTESİ

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Logistics

[2] Merriam-Webster Online Dictionary

[3] Oxford English Dictionary

[4] Logistix Partners Oy, Helsinki, FI, 1996.

[5] Council of Logistics Management, http://www.clm1.org/mission.html , 12 Feb 98.

[6] Canadian Association of Logistics Management, http://www.calm.org/calm/AboutCALM/AboutCALM.html , 12 Feb, 1998.

[7] http://en.wikipedia.org/wiki/Transport

[8] A. T. Kearny, Inc., "Measuring and Improving Productivity in Physical Distribution", A report prepared for the National Council of Physical Distribution Management, Oak Brook, IL, 1984.

[9] http://www.bts.gov/publications/national_transportation_statistics/html/table_03_25a.html

[10] N. L. Biggs, E.K.Lloyd and R.J.Wilson, "Graph Theory 1736–1936", Clarendon Press, Oxford, 1976.

[11] M. Goetschalckx, C. Horsley, "The Linehaul-Backhaul Problem", Material Handling Research Center Technical Report Series TR–85–16, Georgia Institute of Technology.

[12] I. Deif, L. Bodin, "Extension of the Clarke and Wright Algortihm for Solving the Vehicle Routing Problem with Backhauling", Proceedings of the Babson Conference on Software Uses in Transportation and Logistics Management, A. E. Kidder, Editor, Babson Park, MA, pp.75–96, 1984.

[13] M. Goetschalckx, C. Jacobs-Blecha, "The Vehicle Routing Problem with Backhauls", European Journal of Operational Research, 42, 39–51, 1989.

[14] G. B. Dantzig, J.H.Ramser, "The Truck Dispatching Problem", Management Science, 6, 80–91, 1959.

[15] P. Toth, D. Vigo, "The Vehicle Routing Problem", Society for Industrial and Applied, Philadelphia, ISBN–13: 978–0898714982, 2001.

[16] L. Bodin, B. Golden, "Classification in Vehicle Routing and Scheduling", Network, 11, 97–108, 1981.

[17] M. Paolucci, "Vehicle Routing Problems, ICCS, 2005.

[18] T. Murata, R. Hai, “Multiobjective Vehicle Routing Problem Using Two-Fold EMO Algortihms to Enhance Solution Similarity on Non-Dominated Solutions”, ISBN:978–3–540–24983–2,pp.885–896,2005.

[19] H. I. Calvete, C. Gale, M. J. Oliveros, B. S. Valverde, “A Goal Programming Approach to Vehicle Routing Problems with Soft Time Windows”, European Journal of Operational Research, 177 (3), 1720–1733, 2007.

[20] S. Ropke, D. Pissinger, “A Unified Heuristic for A Large Class of Vehicle ROuting Problems with Backhauls”, European Journal of Operational Research, 171, 750–775, 2006.

[21] A. C. Wade, S. Salhi, An Investigation into A New Class of Vehicle Routing Problem with Backhauls”, Omega, 30, 479–487, 2002.

[22] Ø. Halskau, I. Gribkouskaia, K.N.B. Myklebost, “Models for Pick-up and Deliveries From Depots with Lasso Solutions”, Proceedings of the 13th Annual Conference on Logistics Research, NOFOMA, 2001.

[23] C. A. Yano, T. J. Chan, L. Richter, T. Culter, K. G. Murty, D. McGettigan, "Vehicle Routing at Quality Stores," Interfaces, 17 (2), 52–63, 1987.

[24] W. C. Jordan, L. D. Burns, "Truck Backhauling on Two Terminal Networks," Transportation Research-B, Vol. 18B, No. 6, pp. 487–503, 1984.

[25] B. L. Golden, E. K. Baker, J. L. Alfaro, J. R. Schaffer (1985), "The Vehicle Routing Problem With Backhauling: Two Approaches," Working Paper Series MS/S 85–037, College of Business and Management, University of Maryland.

[26] M. Goetschalckx, C. Horsley, “The Vehicle Routing Problem with Backhauls. Material Handling Researchs Center”, Department of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, 1986.

[27] J. J. Bartholdi, L. K. Platzman, “Heuristics Based on Spacefilling Curves for Combinatorial Problems in Euclidean Space”, Management Science, 34 (3), 291–305, 1988.

[28] D. O. Casco, B. L. Golden, E. A. Wasil, "Vehicle Routing with Backhauls: Models, Algorithms, and Case Studies," in Golden and Assad (eds.), Vehicle Routing: Methods and Studies, pp 127–147, 1988.

[29] M. L. Fisher, R. Jaikumar, “A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing”, Networks, 11, 109–124, 1981.

[30] P. Toth, D. Vigo, “A Heuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls”, Advanced Methods in Transportation Analysis, Springer Verlag Berlin, 585–608, 1996.

[31] S.Anily, “The Vehicle Routing Problem with Delivery and Backhaul Options”, Naval Research Logistics, 43, 415–434, 1996.

[32] J. Y. Potvin, C. Duhamel, F. Guertin, “A Genetic Algorithm for Vehicle Routing with Backhauling”, Technical Report CRT–998, Centre de Recherche Sur Les Transports, Université de Montréal, Montréal, Canada, 1994.

[33] M. Gendreau, A. Hertz, G. Laporte, “An Approximation Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Backhauls”, Operations Research, 45, 639–641, 1997.

[34] C. Duhamel, J. Y. Potvin, J. M. Rousseau, “A Tabu Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows”, Transportation Science, 31, 49–59, 1997.

[35] R. Cheung, D. D. Hang, “Multi-attribute Label Matching Algorithms for Vehicle Routing Problems with Time Windows and Backhauls", IIE Transactions, 35,191–205, 2003.

[36] S. Gélinas, M. Desrochers, J. Desrosiers, M. M. Solomon, “A New Branching Strategy fort the Time Donstrained Routing Problem with Application to Backhauling”, Annual Operations Research, 61, 91–110, 1995.

[37] P. Toth, D. Vigo, “An Exact Algorithm for The Vehicle Routing Problem with Backhauls”, Transportation Science, 31 (4), 372–385, 1997.

[38] A. Mingozzi, S. Giorgi, R. Baldacci, “An Exact Method for the Vehicle Routing Problem with Backhauls”, Transportation Science, 33 (3), 315–329, 1999.

[39] G. B. Dantzig, D. R. Fulkerson, S. M. Johnson, “Solution of A Large Scale Travelling Salesman Problem”, Operations Research, 2, 393–410, 1954.

[40] İ. Kara, “Integer Programming Formulations for Distance and Capacity Constrained Vehicle Routing Problem”, Technical Report, 2007/02, Baskent University, Ankara/Turkey.

[41] C. E. Miller, A. W. Tucker, R. A. Zemlin, “Integer Programming Formulations and Travelling Salesman Problems”, Journal of Association for Computing Machinnery, 7, 326–329, 1960.

[42] http://ww2.isye.gatech.edu/~mgoetsch/Lineback.html#Linehaul-Backhaul

EK–1 GOETSCHALCKX PROBLEMLERİNİN ÖZELLİKLERİ

PRB.	PROBLEM ÖZELLİKLERİ					
	L	Σq	B	Σq	m	Q
A1	20	10049	5	2540	5	1550
A2	20	10049	5	2540	5	2550
A3	20	10049	5	2540	4	4050
A4	20	10049	5	2540	3	4050
B1	20	9840	10	5228	7	1600
B2	20	9840	10	5228	5	2600
B3	20	9840	10	5228	3	4000
C1	20	9993	20	10306	7	1800
C2	20	9993	20	10306	5	2600
C3	20	9993	20	10306	5	4150
C4	20	9993	20	10306	4	4150
D1	30	16297	8	4208	8	1700
D2	30	16297	8	4208	8	1700
D3	30	16297	8	4208	7	2750
D4	30	16297	8	4208	5	4075
E1	30	15654	15	7040	7	2650
E2	30	15654	15	7040	4	4300
E3	30	15654	15	7040	4	5225
F1	30	15410	30	16410	6	3000
F2	30	15410	30	16410	7	3000
F3	30	15410	30	16410	5	4400
F4	30	15410	30	16410	4	5500
G1	45	23833	12	5603	10	2700
G2	45	23833	12	5603	6	4300
G3	45	23833	12	5603	5	5300
G4	45	23833	12	5603	6	5300
G5	45	23833	12	5603	5	6400
G6	45	23833	12	5603	4	8000
H1	45	21201	23	11481	6	4000
H2	45	21201	23	11481	5	5100
H3	45	21201	23	11481	4	6100
H4	45	21201	23	11481	5	6100
H5	45	21201	23	11481	4	7100
H6	45	21201	23	11481	5	7100
I1	45	21427	45	25616	10	3000
I2	45	21427	45	25616	7	4000
I3	45	21427	45	25616	5	5700
I4	45	21427	45	25616	6	5700
I5	45	21427	45	25616	7	5700
J1	75	40789	19	9526	10	4400
J2	75	40789	19	9526	8	5600
J3	75	40789	19	9526	6	8200
J4	75	40789	19	9526	7	6600
K1	75	38191	38	18563	10	4100
K2	75	38191	38	18563	8	5200
K3	75	38191	38	18563	9	5200
K4	75	38191	38	18563	7	6200
L1	75	35093	75	35701	10	4000
L2	75	35093	75	35701	8	5000
L3	75	35093	75	35701	9	5000
L4	75	35093	75	35701	7	6000
L5	75	35093	75	35701	8	6000
M1	100	50204	25	12430	11	5200
M2	100	50204	25	12430	10	5200
M3	100	50204	25	12430	9	6200
M4	100	50204	25	12430	7	8000
N1	100	54100	50	22839	11	5700
N2	100	54100	50	22839	10	5700
N3	100	54100	50	22839	9	6600
N4	100	54100	50	22839	10	6600
N5	100	54100	50	22839	7	8500
N6	100	54100	50	22839	8	8500
O1	100	52025	100	54351	10	5700
O2	100	52025	100	54351	11	5700
O3	100	52025	100	54351	9	6600
O4	100	52025	100	54351	10	6600
O5	100	52025	100	54351	7	8500
O6	100	52025	100	54351	8	8500

L: Dağıtım yapılacak müşteri sayısı,
B: Toplama yapılacak müşteri sayısı,
m: Araç sayısı,
Q: Araç kapasitesi,
Σq: Müşteri kümesindeki talep toplamı.

EK–2 RASSAL PROBLEMLERİN ÖZELLİKLERİ

PRB.	PROBLEM ÖZELLİKLERİ (25 Düğümlü)					
	L	Σq	B	Σq	m	Q
1	17	8845	8	4658	3	2949
2	13	5111	12	5654	5	1330
3	13	3539	12	4369	7	1088
4	13	4293	12	3883	7	1025
5	17	8302	8	4381	6	1505
6	17	9080	8	3996	3	3027
7	17	5700	8	2478	7	1131
8	13	4687	12	5984	5	1361
9	17	8652	8	3548	4	2164
10	17	8782	8	4498	3	2928
11	13	7951	12	6699	4	1988
12	17	5646	8	2886	7	1163
13	13	6505	12	7124	4	1832
14	13	6538	12	5520	5	1484
15	17	11283	8	3565	3	3762
16	17	9245	8	3837	4	2312
17	17	5472	8	3558	7	1066
18	13	4666	12	4568	8	1045
19	13	3442	12	3238	8	827
20	13	4624	12	4413	7	1077
21	17	7885	8	3095	4	1972
22	13	4185	12	4097	6	1020
23	17	6892	8	4961	3	2298
24	17	4546	8	2500	7	966
25	17	5186	8	2685	8	939
26	17	10451	8	4784	5	2091
27	17	9861	8	3495	5	1973
28	17	4690	8	2672	7	1027
29	13	3865	12	3177	8	833
30	13	4093	12	4027	7	1004

L: Dağıtım yapılacak müşteri sayısı, B: Toplama yapılacak müşteri sayısı, m: Araç sayısı, Q: Araç kapasitesi, Σq: Müşteri kümesindeki talep topla.

EK-2 Devamı

PRB.	PROBLEM ÖZELLİKLERİ (30 Düğümlü)					
	L	Σq	B	Σq	m	Q
1	15	7598	15	5710	3	2533
2	20	10144	10	6154	5	2029
3	15	6037	15	8828	6	1591
4	20	9398	10	4017	6	1689
5	20	11815	10	4920	4	2954
6	15	4955	15	4300	8	1012
7	15	6954	15	5677	6	1327
8	15	6662	15	6148	8	1157
9	20	11074	10	4492	5	2215
10	15	7623	15	7903	3	2635
11	20	9726	10	3856	4	2432
12	15	10122	15	8736	3	3375
13	15	5230	15	6464	7	1171
14	15	6613	15	9563	4	2391
15	15	8538	15	5558	5	1757
16	15	7770	15	8718	4	2180
17	20	9380	10	4486	3	3127
18	15	6266	15	6540	6	1303
19	20	10428	10	3771	6	1783
20	20	6781	10	3443	7	1089
21	20	10351	10	5204	4	2588
22	20	7240	10	4387	7	1227
23	15	4915	15	5176	8	1085
24	15	4909	15	6268	7	1179
25	15	3967	15	3544	6	968
26	15	8130	15	8743	3	2915
27	15	5150	15	4767	5	1260
28	15	9168	15	8781	5	1834
29	20	11214	10	4558	3	3739
30	20	12454	10	5728	5	2491

L: Dağıtım yapılacak müşteri sayısı, B: Toplama yapılacak müşteri sayısı, m: Araç sayısı, Q: Araç kapasitesi, Σq: Müşteri kümesindeki talep topla.

EK-2 Devamı

PRB.	PROBLEM ÖZELLİKLERİ (35 Düğümlü)					
	L	Σq	B	Σq	m	Q
1	23	12087	12	6079	6	2015
2	18	12141	17	9199	3	4048
3	23	12803	12	5785	5	2561
4	18	7505	17	7441	8	1210
5	18	11009	17	9653	3	3670
6	18	5004	17	4762	8	961
7	18	6695	17	7665	7	1263
8	23	11330	12	5772	3	3777
9	23	9724	12	6358	8	1365
10	18	10842	17	7983	3	3615
11	23	13390	12	5721	4	3348
12	23	10629	12	6608	3	3544
13	23	13353	12	5281	7	1918
14	23	11213	12	5181	5	2243
15	23	13199	12	6925	7	1890
16	18	8182	17	6348	8	1303
17	18	11629	17	9635	3	3877
18	18	8684	17	7774	3	2895
19	18	7763	17	6454	7	1283
20	23	10284	12	6544	8	1447
21	18	7595	17	7588	7	1310
22	23	11256	12	6395	8	1543
23	23	8929	12	4970	7	1432
24	23	8778	12	4527	7	1392
25	23	10473	12	5763	6	1779
26	18	10414	17	9560	5	2083
27	18	9957	17	8788	4	2490
28	23	12044	12	6017	3	4015
29	23	11176	12	5801	4	2795
30	18	8114	17	9362	5	1873

L: Dağıtım yapılacak müşteri sayısı, B: Toplama yapılacak müşteri sayısı, m: Araç sayısı, Q: Araç kapasitesi, Σq: Müşteri kümesindeki talep topla.

EK-2 Devamı

PRB.	PROBLEM ÖZELLİKLERİ (40 Düğümlü)					
	L	Σq	B	Σq	m	Q
1	20	9340	20	7360	5	1892
2	27	12945	13	6105	8	1660
3	27	13502	13	5733	8	1731
4	20	9853	20	8181	7	1533
5	27	15843	13	7949	8	1981
6	20	8470	20	12981	5	2597
7	20	10294	20	14363	7	2052
8	27	14250	13	5384	8	1812
9	20	9352	20	9256	3	3118
10	27	17537	13	5666	8	2193
11	20	11276	20	10003	6	1890
12	27	15589	13	7021	8	1949
13	20	10525	20	11112	6	1853
14	20	10049	20	10190	5	2039
15	20	11691	20	7751	3	3898
16	20	9574	20	9735	6	1689
17	27	12336	13	5949	4	3085
18	20	9196	20	11021	5	2205
19	20	8180	20	12565	6	2095
20	20	9614	20	10027	7	1591
21	20	10004	20	9592	5	2001
22	20	8120	20	11268	3	3757
23	27	15665	13	6531	7	2238
24	27	12967	13	6564	6	2162
25	20	9648	20	11406	7	1714
26	27	13672	13	5549	6	2279
27	27	14008	13	7151	4	3503
28	20	8993	20	9251	7	1478
29	20	12265	20	10487	3	4089
30	20	10338	20	7841	3	3447

L: Dağıtım yapılacak müşteri sayısı, B: Toplama yapılacak müşteri sayısı, m: Araç sayısı, Q: Araç kapasitesi, Σq: Müşteri kümesindeki talep topla.