

**NIĞDE ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELİPTİK KESİTLİ SİLİNDİRLERDE SERBEST KONVEKSİYONLA  
ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ**

**ÜNAL AKDAĞ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**EYLÜL 1997**

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma Jürimiz tarafından MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda  
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Hüseyin Yapıcı  
Üye : Yrd. Doç. Dr. Yücel Kaplan  
Üye : Yrd. Doç. Dr. Nurettin AKKAYUN  
Üye :  
Üye :

*[Handwritten signatures]*

ONAY:

Bu tez, 04.10/1997 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulu'nca belirlenmiş olun yukarıdaki  
jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş Enstitü Yönetim Kurulu'nun kararıyla kabul  
edilmiştir.

*Kayal* 23.10/1997  
Prof. Dr. Kadriye KAYAKIRILMAZ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma Jürimiz tarafından MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda  
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan :Doç. Dr.Hüseyin YAPICI (Erciyes Üniversitesi)

Üye :Yrd. Doç. Dr. Yüksel KAPLAN (Niğde Üniversitesi)

Üye :Yrd. Doç. Dr. Nurettin AKÇAKOYUN (Niğde Üniversitesi)

ONAY:

Bu tez, ...../...../1997 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulu'nca belirlenmiş olun yukarıdaki  
jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş Enstitü Yönetim Kurulu'nun kararıyla kabul  
edilmiştir.

...../...../1997

Prof. Dr. Kadriye KAYAKIRILMAZ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

**ÖZET****ELİPTİK KESİTLİ SİLİNDİRLERDE SERBEST KONVEKSİYONLA  
ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ****AKDAĞ, Ünal****Niğde Üniversitesi****Fen Bilimleri Enstitüsü****Makina Mühendisliği Anabilim Dalı****Danışman: AKÇAKOYUN, Nurettin****EYLÜL 1997, 50 sayfa**

Son yıllarda konveksiyonla ısı transferi problemlerinin çözümü konusunda önemli ölçüde ilerlemeler kaydedilmiştir. Eliptik kesitli kanallarda, düşük pompalama gücünde, akışkan daha düşük dirençle karşılaşmaktadır. Bundan dolayı bu çalışmada eliptik kesitli kanallarda serbest konveksiyonla ısı transferi konusu üzerinde durulmuştur.

Bölüm-1 de konu hakkında kısa bir giriş yapılarak çalışmanın amacı verilmiştir.

Bölüm-2 de konveksiyonla ısı geçişi konusu üzerinde durulmuş, ısı transferini ifade eden denklemler, akış ve konveksiyon özelliklerinin karakterize edilmesinde kullanılan boyutsuz sayılar ve sınır tabaka konuları izah edilmiştir.

Bölüm-3 de son yıllarda yapılan, çeşitli ortamlarda cisimlerin dış yüzeylerinden serbest konveksiyonla ısı transferi konusundaki çalışmaların bir değerlendirilmesi yapılmıştır. Özellikle basit geometriler için, tahmin edilen ve ölçülen sınır tabakalar üzerinde durulmuş, eliptik bir geometri için sınır tabaka kalınlığı incelenmiştir.

Bölüm-4 de eliptik kesitli silindirlerde serbest konveksiyonla ısı transferi analizi üzerinde durulmuştur. Ayrıca, matematiksel analiz için kullanılan yöntemler incelenerek, Merkin [18] tarafından yapılan çalışmadan hareketle ısı transferi analizi yapılmıştır. Yapılan analizlerin nümerik olarak bilgisayar programı ile çözümü yapılarak, sonuçlar grafikler halinde verilmiştir.

Bölüm-5 de yapılan çalışmanın ve bilgisayar programı kullanılarak elde edilen sonuçların irdelenmesi yapılmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Isı Transferi. Serbest Konveksiyon. Eliptik Silindir.

## SUMMARY

### HEAT TRANSFER BY FREE CONVECTION FROM ELLIPTIC CYLINDERS IS PREDICT

AKDAĞ, Ünal

Niğde University

Graduate School of Natural Science Department of Mechanical Engineering.

Supervisor: AKÇAKOYUN, Nurettin

September 1997, 50 Pages

In recent years, important developments are developed in solving convectional heat transfer. Fluid exposed less resistance in elliptical cross-sectional ducts in low pumping pressures. For this reason this study includes free convectional heat transfer in elliptical, cross-sectional ducts.

Chapter 1 includes a brief information of the study.

In Chapter 2, convectional heat transfer is mentioned. Also equations explaining the heat transfer, flow and convection characteristics with non-dimensional numbers and boundary layers are included in this chapter.

In chapter 3, An evaluation of free convection of surfaces in various surroundings is done. Assumed and measured boundary layers for basic shapes are especially mentioned. Also a study is done on elliptical shapes in the same subject.

Chapter 4 includes an analysis of free convection in elliptical ducts. Also an study is made with mathematical analysis. Depending on the study of Merkin a heat transfer analysis is made. A computer program is used to solve this analysis and results is tabulated in graphical formats.

In chapter 5, a final examination is done on this study and the results of the computer program.

**Key Words:** Heat Transfer. Free Convection. Elliptic Cylinder



## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmalarım süresince, maddi manevi büyük desteğini gördüğüm hocam Yrd.Doç.Dr. Nurettin AKÇAKOYUN'a ayrıca Aksaray Müh. Fak. araştırma görevlilerinden, bilgisayarda dizgi konusunda yardımcı olan M.Aydın KÖMÜR ve literatür konusunda yardımlarını esirgemeyen Elçin KENTEL'e şükranlarımı arz ederim.

Ünal AKDAĞ





## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	iii
SUMMARY.....	v
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
SİMGE VE KISALTMALAR.....	xii
 BÖLÜM 1 GİRİŞ.....	 1
BÖLÜM 2. KONVEKSİYON (TAŞINIMLA) ISI GEÇİŞİ.....	3
2.1. Giriş.....	3
2.2. Serbest Konveksiyonla Isı Transferi.....	5
2.3. Isıl Sınır Tabaka Kavramı.....	6
2.4. Isı Taşınımında Boyutsuz Sayılar.....	7
2.4.1. Reynolds Sayısı.....	7
2.4.2. Nusselt Sayısı.....	8
2.4.3. Péclet Sayısı.....	9
2.4.4. Prandtl Sayısı.....	9
2.4.5. Grashoff Sayısı.....	10
2.4.6. Stanton Sayısı.....	10
2.4.7. Graetz Sayısı.....	10
2.4.8. Rayleigh Sayısı.....	11
2.4.9. Biot Sayısı.....	11
2.4.10. Fourier Sayısı.....	11
2.4.11. Mach Sayısı.....	11
2.5. Cisimler Etrafındaki Akışta Konveksiyonla Isı Transferi.....	12
2.5.1. Levhada Serbest Konveksiyon.....	12
2.5.1.1. Düşey Levhada Serbest Konveksiyon.....	12
2.5.1.2. Eğik ve Yatay Levhada Serbest Konveksiyon.....	14
2.5.2. Silindirde Serbest Konveksiyon.....	14
2.5.2.1. Yatay Silindirde Serbest Konveksiyon.....	14
2.5.2.2. Düşey Silindirde Serbest Konveksiyon.....	15
2.5.3. Kürede Serbest Konveksiyon.....	15
2.5.4. Düşey Kanallarda Serbest Konveksiyon.....	16
 BÖLÜM 3. DEĞİŞİK KESİTLER İÇİN SERBEST KONVEKSİYONDA SINIR TABAKANIN İNCELENMESİ.....	 18
3.1. Giriş.....	18
3.1.1. Eliptik Kesitler İçin Sınır Tabaka Analizleri ve Sonuçları.....	19
3.1.2. Laminer Isı Transferi İçin Bir Sınır-Tabaka Analizi.....	20
3.1.2.1. Lokal Isı Transferi.....	20
3.1.2.2. Ortalama Isı Transferi.....	21
3.1.3. Sınır Tabaka analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması.....	22

3.1.3.1. Dik Plaka .....	22
3.1.3.2. Dairesel Silindirler.....	23
3.1.3.3. Eliptik Silindirler.....	24
3.1.4. Sınır Tabaka Analizinin Hassaslığı Hakkında Çalışmalar...	24
<b>BÖLÜM 4 ELİPTİK KESİTLİ SİLİNDİRLERDE SERBEST KON- VEKSİYONDA ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ.....</b>	<b>26</b>
4.1. Giriş.....	26
4.2. Laminer Akış için Basitleştirilmiş Sınır Tabaka Eşitlikleri; Blasius Eşitliği.....	27
4.3. Yerel Benzerlik Çözümü.....	28
4.3.1. B.T.Chao ve F.N.Lin 'in Önerdiği Serilerle Çözüm.....	28
4.4. Hareket Denklemleri.....	29
4.5. Denklemlerin Analitik Çözümleri.....	30
<b>BÖLÜM 5 İRDELEME VE SONUÇ.....</b>	<b>43</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>46</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>48</b>



## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. İzotermal dik plaka için $\overline{Nu}_B / Ra_B^{1/4}$ ün değerleri.....	23
Çizelge 3.2 Yatay bir izotermal silindir için $\overline{Nu}_b / Ra_b^{1/4}$ ün değerleri.....	23
Çizelge.4.1 İzotermal silindirde eksen oranlarına bağlı geometriyi gösteren boyutsuz X ve $\sin\phi$ nin değerleri.....	33
Çizelge 4.2. Yatay eksenli izotermal silindir için hesaplanan ısı yükü Q ve eliptik geometriyi gösteren boyutsuz X değerleri (Pr=1).....	35
Çizelge 4.3. Dik eksenli izotermal silindirde için hesaplanan ısı yükü Q ve eliptik geometriyi gösteren boyutsuz X değerleri (Pr=1).....	37
Çizelge 4.4. Yatay eksenli durumda silindir yüzeyinde sıcaklık farkı $\Delta T$ değerleri (Pr=1)[18].....	39
Çizelge 4.5. Dik eksenli durumda silindir yüzeyinde sıcaklık farkı $\Delta T$ değerleri (Pr=1)[18].....	40
Çizelge 4.6. Çeşitli eksen oranlarında izotermal silindirde ısı transferi (Pr=1).....	41
Çizelge 5.1. İzotermal silindirde ortalama ısı transferi (Pr=1).....	44

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.Düz bir yüzey etrafında serbest akışta hız ve sıcaklık dağılımı.....	4
Şekil 2.2.Düşey levhada serbest konveksiyonda hız ve sıcaklık dağılımı.....	5
Şekil 2.3.Isıl sınır tabaka oluşumu.....	6
Şekil 2.4.A kesit alanlı Ç çevreli ve H yüksekliğinde düşey kanal.....	17
Şekil 3.1.İnce eliptik silindirin sistematik gösterimi.....	19
Şekil 4.1.Eliptik koordinat sistemi.....	30
Şekil 4.2.İzotermal yatay eksenli silindir için ısı yükü Q'nun $\alpha$ 'ya göre değişimi (Pr=1).....	35
Şekil 4.3.Yatay eksenli izotermal silindir için eliptik geometriyi gösteren X değerleri.....	36
Şekil 4.4.İzotermal dik eksenli silindir için ısı yükü Q'nun $\alpha$ 'ya göre değişimi (Pr=1).....	37
Şekil 4.5. Dik eksenli izotermal silindir için eliptik geometriyi gösteren X değerleri.....	38
Şekil 4.6.Silindir yüzeyindeki sıcaklık farkının $\alpha$ 'ya göre değişimi (yatay).....	39
Şekil 4.7.Silindir yüzeyindeki sıcaklık farkının $\alpha$ 'ya göre değişimi (dik).....	41
Şekil 4.8.Çeşitli eksen oranlarında izotermal silindirde ısı yükü Q değerleri (Pr=1).....	42
Şekil 5.1. İzotermal silindirde optimum ısı transferi Q.( Pr=1).....	45

## KISALTMALAR VE SİMGELER

a	elipsin büyük eksen uzunluğu
b	elipsin küçük eksen uzunluğu
e	elipsin dış merkezi (odak noktası)
g	yerçekimi
q	sabit ısı akısı
T	akışkan sıcaklığı
$T_0$	çevredeki akışkan sıcaklığı
$T_1$	sabit silindir sıcaklığı
$\Delta T = T_1 - T_0$	Sıcaklık farkı
u	x-yönündeki hız bileşeni
v	y-yönündeki hız bileşeni
x	silindir etrafında ölçülen koordinat
y	normal silindir etrafında ölç.koordinat
Q	ortalama ısı akısı
$\beta$	termal genleşme katsayısı
k	termal kondüktivite
$\nu$	kinematik viskozite
$\phi$	dışarı normal ile aşağı yatay arasındaki açı
S	çapın yarısı
$T_c$	sıcaklık
$T_w$	yüzey sıcaklığı
$T_w$	ortalama yüzey sıcaklığı
$T_\infty$	silindir etrafındaki sıcaklık
$\eta$	eliptik koordinat
$\psi$	eliptik koordinat
B	dik eksenli durumda büyük eksen uzunluğu
C	dik eksenli durumda küçük eksen durumu
$C_l$	Pr'a. bağlı bir ifade

## BÖLÜM 1

### 1.1.Giriş

Isı geçişi ile ilgili yasalar, ısı değiştiren cihazların tasarımı, ısı transferi problemlerini endüstrinin pek çok dalında önemli hale getirmektedir. Isı taşınımının kontrol edilmesi; buhar jenaratörleri, fırınlar, ön-ısıtıcılar, eşanjörler, soğutucular, evaporatörler ve kondenserler vs. gibi cihazların tasarımı, imalatı, çalıştırılması ve denenmesinde büyük önem taşımaktadır. Isı transferi, nükleer, kimya, metalürji ve elektrik mühendisliğinde de görülmesine rağmen, daha çok makina mühendisliğini ilgilendirmektedir.

Termodinamikte ısı, bir sistemin sınırlarından sıcaklık farkı nedeniyle, geçen enerji şeklinde tanımlanır. Isı, geçiş halindeki enerjidir. Enerji yüksek sıcaklıktaki parçacıktan, yakınında bulunan sıcaklığı daha az olan parçacığa taşınım ile transfer olur. Bu transfer esnasında enerji transferi de gerçekleşir. Konveksiyonla ısı geçişi genellikle katı bir yüzeyden bir gaz veya sıvı ortamına doğru olur. Birbirine yakın yüzeyler arasında ve birbirleriyle temas halinde olan akışkanlar arasında konveksiyonla ısı transferi gerçekleşir.

Son yıllarda konveksiyonla ısı transferi problemlerinin çözümü konusunda önemli ölçüde ilerleme kaydedilmiştir. Serbest konveksiyonla ısı transferi problemlerinin çözümünde üzerinde durulması gereken konu, enerjinin korunumu ile ilgili alandır. Serbest konveksiyonla ısı transferi problemine en çok ihtiyaç duyulan alanlar; elektrikle soğutma, güneş kollektör dizaynı ve ısı eşanjörleri vs. gibi alanlardır. Daha gelişmiş ve yüksek verimli ısı eşanjörlerine ilginin artması, araştırmacıları dairesel olmayan kesitteki bir borudan ısı transferi konusunda harekete geçirmiştir. Düşük pompalama gücünde, soğutucu akışkana daha düşük direnç oluşturmak fikrinden bu yana, araştırmalar eliptik kesitli borularda odaklanmıştır.

Bu çalışmada ana eksen diik ve yatay olan eliptik kesitli izotermal silindirlerde serbest konveksiyonla meydana gelen ısı transferi incelenmiştir. Böyle bir geometrik şekil içerisindeki akış durumu için, akışı ve ısı transferini karakterize eden denklemler, sırasıyla momentum ve enerji denklemleridir. Bu denklemler Merkin [19] tarafından yapılan çalışma referans alınarak öngörülen sınır şartları için, analitik olarak çözülmüştür. Yapılan çözümlerde, boyutsuzlaştırmalar yapılarak ısı transferi denklemi moleküler impuls ve ısı taşınım büyüklüklerinin oranını gösteren  $Pr$ , kaldırma kuvveti, atalet kuvveti ve sürtünme kuvvetleri arasındaki ilişkiyi karakterize eden  $Gr$ , sayılarına bağlı olarak ifade edilmiştir. Yapılan bilgisayar programı ilede, eliptik kesit içerisindeki ısı ve sıcaklık dağılımı,  $\alpha$  açısı ve buna bağlı olarak ifade edilen boyutsuz sayılara göre hesap edilmiştir. Elde edilen değerler grafikler çizilerek irdelenmiştir.



## BÖLÜM 2

### KONVEKSİYON (TAŞINIMLA) ISI GEÇİŞİ

#### 2.1.Giriş

Taşınım, bir akışkan ortam içerisinde ısının iletim (ve/veya ışıınım) ile akışkan hareketinin birlikte etkisiyle ısının transferi şeklinde tarif edilir. Taşınım özellikle katı bir yüzey ile temas halindeki akışkan arasında önem taşır. Şimdi şekil 1.1'de görüldüğü gibi böyle bir katı yüzey ve üzerinden akan bir akışkan düşünelim. Yüzey ile temas halindeki akışkan parçacıkları yüzeye yapışır ve hızları sıfır olur. Diğer akışkan parçacıkları bu durgun parçacıklar üzerinden kayarlar ve bu arada viskoz kuvvetler nedeniyle engellenirler. Yüzeyden başlayan bu viskoz kuvvetlerin etkisi, akışkanın iç kısımlarına doğru yayılır, kısa bir  $\delta$  (hız sınır tabakası kalınlığı) mesafesinde parçacıkların hızı serbest akışkan hızına ulaşır.

Eğer katı yüzeyin sıcaklığı  $T_w$ , serbest akış sıcaklığı  $T_\infty$ ' dan farklı ise katı yüzeyden, yüzeydeki durgun akışkan parçacıklarına iletim ile ısı akışı olacaktır. Böylece transfer edilen enerji akışkan parçacıklarının iç enerjisini artıracak ve akışkan hareketi ile de iç kısımlara taşınacaktır. Akışkan içerisindeki sıcaklık dağılımı Şekil 2.1.b deki gibi görülecektir; yani akışkan parçacıkları yüzeyde bir sıcaklık dağılımına maruz kalacaklar (ısı sınır tabaka) ve sıcaklık asimtotik olarak serbest akış hızına,  $(T_\infty)$ , ulaşacaktır.

Yüzey olarak ifade edecek olursak buradaki ısı transferi ile sıcaklık arasında bir orantı vardır.

$$(T_y - T_\infty) \sim Q \quad (2.1)$$



işte buradaki orantı katsayısı film katsayısı olarak adlandırılır.

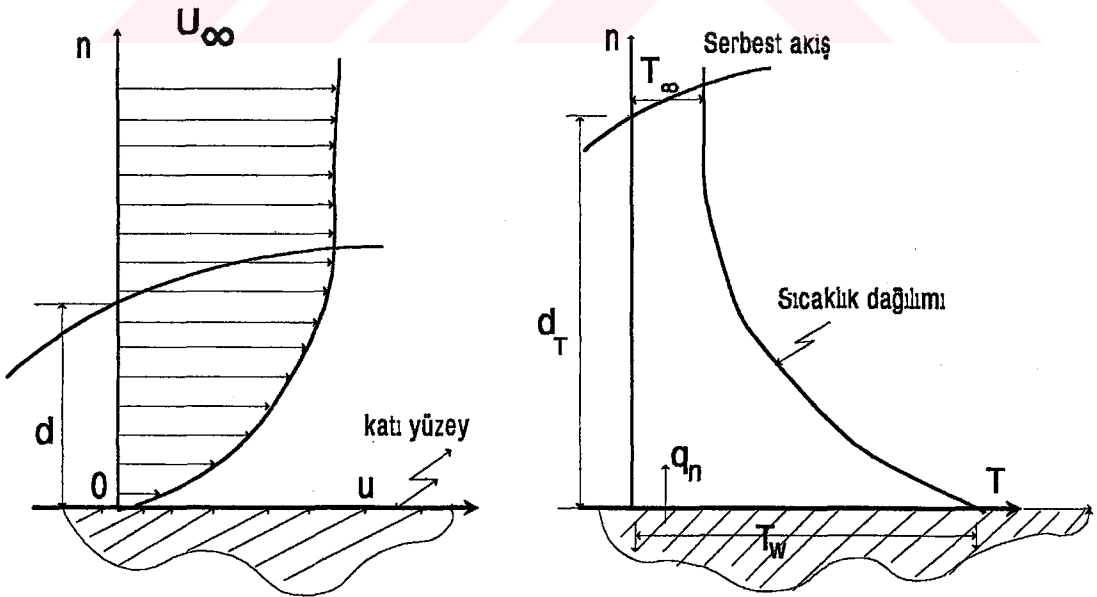
$$Q=h (T_w - T_\infty) \quad (2.2)$$

1701 yılında Newton, katı bir yüzeyden bir akışkana birim alandan transfer edilen ısıyı bu formülle ifade etmiştir. Buna Newton'un Soğuma Yasası denir. Burada  $h$ ; ısı transfer katsayısı, taşınım katsayısı veya film katsayısı olarak ifade edilir.

Konveksiyonla ısı transferi akışkanın cinsine, sistemin geometrisine, akışkanın termodinamik ve fiziksel özelliklerine yüzey ile ortam sıcaklığı farkına bağlıdır. Bu özellikler konveksiyonla ısı transferinde bölgelere göre değişebileceğinden ortalama taşınım ısı geçişi katsayısı;

$$h=\frac{1}{A} \int_A h_y dA \quad (2.3)$$

olarak ifade edilir.

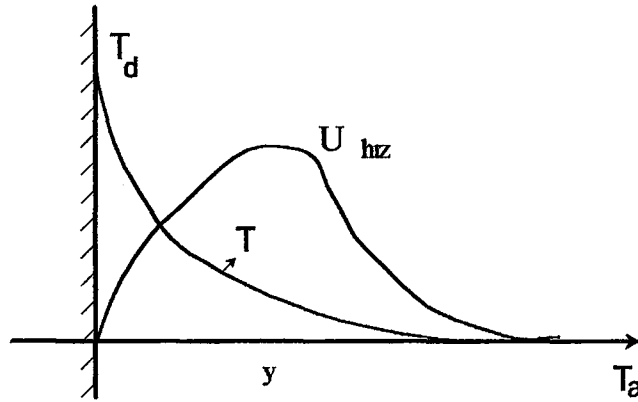


Şekil 2.1. Düz bir yüzey etrafında serbest akışta hız ve sıcaklık dağılımı

Konveksiyonla ısı transferinde akışkanın hareketi iki farklı şekilde olur. Birincisi; pompa, vantilatör gibi dış tesirlerle akışkan zorunlu olarak hareket ediyorsa, ortaya çıkan ısı transferi cebri konveksiyon, ikincisi ise; akışkan sadece sıcaklık (yoğunluk) farkıyla yer değiştiriyorsa bu durumla gerçekleşen konveksiyonla ısı transferine de doğal (serbest) konveksiyon denir. Bu çalışmada esasen serbest konveksiyon üzerinde durulacaktır.

## 2.2. Serbest Konveksiyonla Isı Transferi

Serbest konveksiyon; akışın pompa, kompresör vs. gibi makinalar haricinde kendi kendine meydana gelmesi durumudur. Akış, sıcaklık veya konsantrasyon farklarından dolayı, ortamda yoğunluk farkları meydana gelmesiyle oluşur. Çünkü yoğunluk farklılıkları ile statik basınç gradyanı oluşur. Serbest konveksiyonun oluşabilmesi için yoğunluk farkının ve aynı zamanda bir kuvvet alanının (yerçekimi, merkezkaç gibi) bulunması gereklidir. Bir uydu içindeki havada, sıcaklık farkları olabilmesine rağmen serbest konveksiyon görülmez.

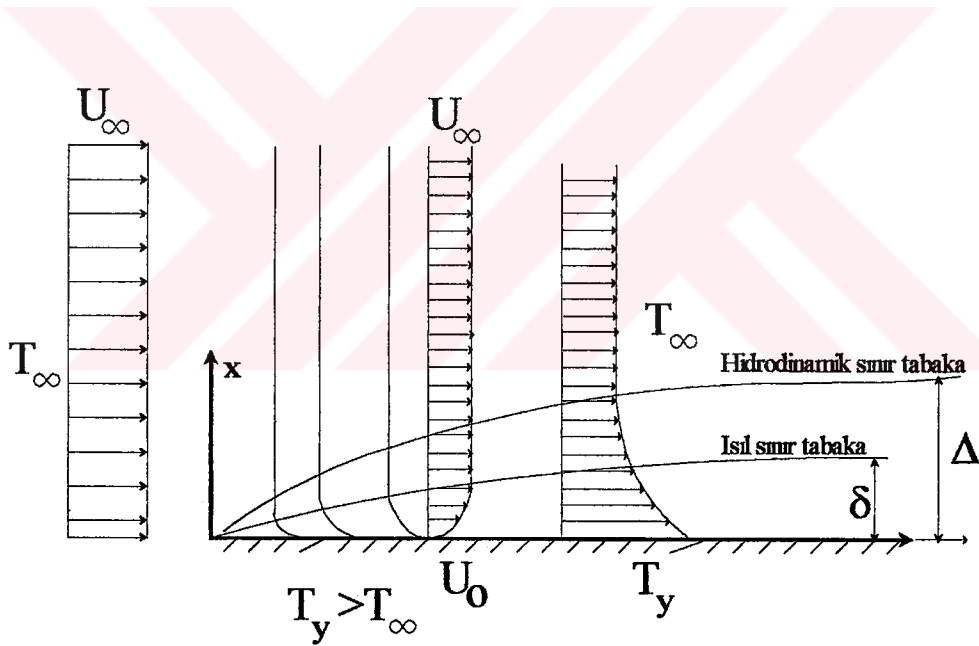


Şekil 2.2 Düşey levhada serbest konveksiyonda hız ve sıcaklık dağılımı

Isıtılan düşey bir duvarda serbest konveksiyondan dolayı meydana gelen hız ve sıcaklık dağılımları Şekil 2.2'de görülmektedir. Duvar yüzeyinde sıcaklık  $T_d$  ve duvardan uzakta bir yerde de sıcaklık  $T_a$  dır. Duvar yakınında ısınan hava yukarıya doğru çıkmaktadır. Duvarda hız sıfırdır. Duvardan çok uzak bölgelerde de serbest konveksiyon etkisini kaybettiğinden hız yine sıfır olacaktır. Bundan dolayı da hız duvardan itibaren belirli bir yerde en yüksek değeri alacaktır.

### 2.3. Isıl Sınır Tabaka Kavramı

Akışkan içinde yüzey sıcaklığından akışkan sıcaklığına ininceye kadar olan bölgeye (yani sıcaklık dağılımı olan bölge) ısıl sınır tabaka denir.



Şekil 2.3 Isıl sınır tabaka oluşumu

Isıl sınır tabaka hidrodynamic sınır tabaka ile aynı kalınlıkta değildir. Fakat şekil ve diğer karakteristikleri birbirine benzer.

## 2.4. Isı Taşınımında Boyutsuz Sayılar

Konveksiyon ile ısı transferini incelemek için süreklilik, Navier-stokes ve enerji denklemlerinin beraberce çözülmesi gerekir. Enerji denklemi hareket olmayan ortamda ( $q_v=0$  ile )

$$\frac{\delta T}{\delta t} = a \cdot \nabla^2 T \quad (2.4)$$

şeklindedir. Eğer ortam hareketli ise o zaman yerel diferansiyel  $\delta T/\delta t$  toplam diferansiyel  $DT/Dt$  şeklinde yazılmalıdır. Böylece enerji denklemi:

$$\frac{DT}{Dt} = a \cdot \nabla^2 T \quad (2.5)$$

olarak elde edilir. Toplam diferansiyel:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\delta T}{\delta t} + u \frac{\delta T}{\delta x} + v \frac{\delta T}{\delta y} + w \frac{\delta T}{\delta z} \quad (2.6)$$

şeklindedir.

$u, v, w, x, y, z$  yönlerindeki hızlardır. Yüksek basınç farkları ve yüksek hızlarda yukarıdaki eşitliğe basınç ve sürtünme enerjilerini ihtiva eden terimler ek olarak gelir ki, normal akışlar ve akışkanlarda bu terimler ihmal edilebilir. Serbest konveksiyon problemlerine girmeden önce, ısı transferi için bazı boyutsuz sayıların tarifleri ve bunların fiziksel manaları açıklanacaktır.

### 2.4.1. Reynolds sayısı (Re):

Reynolds sayısı  $Re$  konveksiyonla ısı transferinde en önemli boyutsuz sayılardan birisidir. Bu sayı atalet kuvvetlerinin sürtünme kuvvetlerine oranı olarak tanımlanır.

$$Re \sim \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Sürtünme kuvvetleri}} = \frac{K_a}{K_m} \quad (2.7)$$

Atalet kuvvetleri, dinamik basınç ile bir kesit alan  $A_a$  nın çarpımına eşittir.

$$K_a = \frac{\rho U^2}{2} A_m \quad (2.8)$$

burada  $\rho$  akışkanın yoğunluğu ve  $U$  da ortalama hızdır. Sürtünme kuvveti de duvara etki eden sürtme gerilmesi ile yüzey alan  $F_m$  nin çarpımına eşittir.

$$Re = \frac{U \cdot l}{\nu} \quad (2.9)$$

şeklinde matematiksel olarak tarif edilir.

#### 2.4.2. Nusselt Sayısı (Nu):

Nusselt sayısı, konveksiyondan dolayı gerçekte meydana gelen, ısı akımı  $Q_\infty$  un konveksiyon olmadan yalnız ısı iletimi ile meydana gelecek ısı akımı  $Q_\lambda$  ya oranı olarak tanımlanır.

$$Nu = \frac{Q_\infty}{Q_\lambda} = \frac{\text{Konveksiyonla ısı akımı}}{\text{İletimle ısı akımı}} \quad (2.10)$$

Konveksiyonla ısı akımı şu şekilde hesaplanır:

$$Q_\infty = h \cdot \Delta T \cdot F \quad (2.11)$$

aynı sıcaklık farkı  $\Delta T$  ve yüzey alanı  $F$  için  $L$  kalınlığındaki yerde ısı iletiminden dolayı ısı akımı:

$$Q_\lambda = \frac{\lambda}{l} \cdot \Delta T \cdot F \quad (2.12)$$

şeklindedir. Böylece  $Nu$  sayısı yukarıdaki eşitlikler dikkate alınarak şu şekilde bulunur:

$$Nu = \frac{h \cdot l}{\lambda} \quad (2.13)$$

burada  $L$  genel olarak cismin geometrik bir boyutudur. Borularda konveksiyonla ısı transferinde genel olarak Nusselt sayısı:

$$Nu = \frac{h \cdot d}{\lambda} \quad (2.14)$$

şeklindedir.  $d$  boru çapı ile tanımlanır.  $\lambda$  ortamın ısı iletim katsayısıdır, yani bir akışkana aittir.

#### 2.4.3. Péclet Sayısı (Pe) :

Péclet sayısı, akışın  $T$  sıcaklık farkında taşıdığı ısı akım şiddeti  $q_u$  nun, aynı  $t$  sıcaklık farkında ve  $L$  uzunluğunda meydana gelen ısı iletiminden dolayı ısı akım şiddeti  $q_\lambda$  ya oranıdır.

$$Pe = \frac{\text{Taşınan ısı akım şiddeti}}{\text{İletilen ısı akım şiddeti}} = \frac{q_u}{q_\lambda} = \frac{\rho u c_p \Delta T}{\frac{\lambda}{l} \cdot \Delta T} \quad (2.15)$$

olarak yazılır ve gerekli işlemler yapılarak Pe sayısı şu şekilde bulunur;

$$Pe = \frac{ul}{a} \quad (2.16)$$

dir. Borularda  $l=d$  alınır.

#### 2.4.4. Prandtl Sayısı (Pr):

Prandtl sayısı, moleküler impuls ve ısı taşınım büyüklüklerinin oranını gösterir. Moleküler impuls taşınım faktörü  $\nu$  ve moleküler ısı taşınım faktörü de  $a'$  dir.

$$Pr = \frac{q_u}{q_\lambda} \cdot \frac{K_\infty}{K_a} = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} \quad (2.17)$$

olarak bulunur. Bu sayı hız ve sıcaklık dağılımları arasındaki bağıntıyı gösteren bir büyüklüktür ve akışkanın fiziksel bir özelliğidir.

#### 2.4.5. Grashof Sayısı (Gr):

Grashof sayısı, serbest konveksiyonla ısı transferinde önemli bir büyüklüktür. Bu sayı, kaldırma kuvveti,  $K_k$ , atalet kuvveti  $K_a$  ve sürtünme kuvveti  $K_m$  arasındaki bir bağıntıyla tarif edilir.

$$Gr \sim \frac{K_k K_m}{K_m^2}, \quad K_k = \rho g \beta \Delta T V_k, \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta \rho}{\delta T} \quad (2.18)$$

böylece Gr. için;

$$Gr \sim \frac{\rho g \beta \Delta T V_k \rho u^2 / 2 F_\infty}{(\mu \frac{u}{l} F_m)^2} = \frac{\beta \Delta T L^2}{\nu^2} \cdot \frac{V_k F_a}{F_\infty} \quad (2.19)$$

elde edilir.  $l$  akışın olduğu ortamda bir geometrik uzunluk olup;

$$Gr = \frac{g L^3 \beta \Delta T}{\nu^2} = \frac{g \beta \Delta T D^3 \rho^2}{\mu^2} \quad (2.20)$$

olarak Gr. sayısının tarifi bulunur.

#### 2.4.6. Stanton Sayısı (St) :

Isı Taşınımının entalpi akışına oranını ifade eder.

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{h}{\rho c_p V} \quad (2.21)$$

#### 2.4.7. Graetz Sayısı (Gz) :

Akışkanın ısı kapasitesinin ısı taşınımına oranıdır. Laminer akışta önem kazanır.

$$Gz=Pe.\frac{d}{l}=\frac{Ud^2}{al} \quad (2.22)$$

#### 2.4.8. Rayleigh Sayısı (Ra) :

Kaldırma kuvvetinin momentum akısının değişimine oranı olarak ifade edilir. Serbest konveksiyonda önem kazanır.

$$Ra=Gr.Pr.=\frac{g.L^3\beta.\Delta T}{\nu.a} \quad (2.23)$$

#### 2.4.9. Biot Sayısı (Bi) :

Katının ısı iletim direncinin akışkanın ısı taşınım direncine oranı olarak ifade edilir.

$$Bi=\frac{hL}{k} \quad (2.24)$$

#### 2.4.10. Fourier Sayısı (Fo) :

Bir ortamda ısı iletiminin, içinde depo edilen ısı enerjisiye oranı olarak tarif edilir.

$$Fo=\frac{a.t}{L^2} , \quad \left(a=\frac{k}{c}\right) \quad (2.25)$$

#### 2.4.11. Mach Sayısı (Ma) :

Akış hızının ses hızına oranı olarak tarif edilir.

$$Ma=\frac{V}{a} \quad (a; \text{ses hızıdır}) \quad (2.26)$$



## 2.5. Cisimler Etrafındaki Akışta Konveksiyonla Isı Transferi

Kanal içindeki akışlardan başka cisimlerin etrafında oluşan akışlar ve bu akışlarda ısı transferi pratikte önemli bir yer kaplar. Bu bölümde levha, silindir, ve küre gibi değişik kesitli cisimlerde konveksiyonla ısı transferine kısaca değinilecektir.

Serbest konveksiyonla ısı transferinde Nu sayısı, genel olarak Gr ve Pr sayılarının bir fonksiyonudur;

$$Nu=f(Gr, Pr) \quad (2.27)$$

$Pr \rightarrow 0$  için bu konveksiyon

$$Pr \rightarrow 0 : Nu = f(Gr.Pr^2) \quad (2.28)$$

ve  $Pr \rightarrow \infty$  için

$$Pr \rightarrow \infty : Nu = f(Gr.Pr) = f(Ra) \quad (2.29)$$

şeklini alır. Pr sayısının çok küçük değerleri hariç. Nu sayısının Ra sayısının bir fonksiyonu olduğu deneysel neticelerden anlaşılmıştır. Onun için bu çalışmada Nu sayısı genellikle (2.29) eşitliğine uygun olarak verilecektir.

### 2.5.1 Levhada Serbest Konveksiyon

#### 2.5.1.1 Düşey Levhada Serbest Konveksiyon

Düşey levhada serbest konveksiyonda Nu sayısı laminar bölgede referans [1]'de Yılmaz, tarafından verilen  $Nu=f(Gr.Pr)$  bağıntısına dayanarak

$$Nu = \frac{0,4.Pr^{1/4}}{1 + 2\sqrt{Pr} + 2Pr} . Ra^{1/4} \quad (2.30)$$

şeklinde hesaplanır.  $Pr \rightarrow 0$  ve  $Pr \rightarrow \infty$  için (2.28) ve (2.29) bu eşitlik tarafından sağlanmaktadır. Ortalama bir Pr değeriyle eşitlik (2.30) yerine

$$Nu = 0.55.Ra^{1/4} \quad (2.31)$$

eşitliği de verilebilir. Bu eşitlikler  $Ra < 10^8$  için geçerlidir. Türbülanslı akışta, yani  $Ra > 10^8$  için;

$$Nu = 0,13.Ra^{1/3} \quad : \quad Ra > 10^8 \quad (2.32)$$

eşitliği verilmiştir. Bütün Ra sayıları için geçerli bir bağıntıyı da Churchill ve Chu [25] deneysel neticelerden çıkarmıştır:

$$Nu = \left( 0,825 + \frac{0,3887 \cdot Ra^{1/6}}{(1 + (0,493 / Pr)^{9/6})^{8/27}} \right)^2 \quad (2.33)$$

Bu eşitlik  $10^{-1} < Ra < 10^{12}$  için geçerlidir.

Yukarıdaki eşitlikler sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için geçerlidir. Sabit ısı akımı sınır şartında laminar akış için;

$$Nu_x = 0,55. Ra^{*1/5} \quad (2.34)$$

$$Nu = 0,69. Ra^{*1/5} \quad (2.35)$$

Türbülanslı akış için;

$$Nu = Nu_x = 0,17. Ra^{*0,25} \quad (2.36)$$

eşitlikleri geçerlidir. Bu eşitliklerde  $Ra_x$  ve Ra sayısı

$$Ra^*_x = \frac{g \cdot \beta \cdot q \cdot x^4}{\lambda \cdot \nu^2} \quad (2.37)$$

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot q \cdot L^4}{\lambda \cdot \nu^2} \quad (2.38)$$

şeklinde tarif edilmiştir.

### 2.5.1.2. Eğik ve Yatay Levhada Serbest Konveksiyon

Eğik levhalarda da yukarıdaki eşitlikler aynen uygulanabilir. Ancak  $g$  yerine  $g \cdot \cos\theta$  kullanılır.  $\theta$  levhanın düşeye göre eğim açısını vermektedir.

Yatay levhalarda ısı transferinde iki durum mevcuttur. Birinci durumda aşağıya bakan duvardan ısı transferinde veya yukarıya bakan duvara ısı transferinde Nusselt sayısı Mc Adams'a göre

$$Nu = 0,27 \cdot Ra^{1/4} \quad (2.39)$$

eşitliği geçerlidir. Bu eşitlik  $3 \cdot 10^5 < Ra < 3 \cdot 10^{10}$  için geçerlidir. İkinci durumda yukarıya bakan duvardan ısı transferinde veya aşağıya bakan duvara ısı transferinde Mc Adams'ın verilerinden yararlanılarak aşağıdaki eşitlik çıkartılmıştır.

$$Nu = 0,54 \cdot Ra^{1/4} [1 + 2,1 \cdot 10^{-7} Ra]^{1/12} \quad (2.40)$$

### 2.5.2 Silindirde Serbest Konveksiyon

#### 2.5.2.1 Yatay Silindirde Serbest Konveksiyon

Yatay bir silindirde serbest konveksiyonda Nu sayısı laminar bölge için Saville ve Churchill [11] tarafından teorik olarak hesaplanmıştır. Burada verilen değerler için yazar tarafından aşağıdaki eşitlik çıkarılmıştır.

$$Nu = 0,60 \left[ \frac{Pr}{1 + 1,85\sqrt{Pr} + 1,81 \cdot Pr} \right]^{1/4} \cdot Ra^{1/4} \quad (2.41)$$

Bütün Ra sayılarında  $10^{-5} < Ra < 10^{12}$  eşitlik (2.33) de verilen aşağıdaki eşitlik pratik hesaplar için tavsiye edilir.

$$Nu = \left[ 0,6 + 0,387 \left[ \frac{Ra}{[1 + (0,559 / Pr)^{9/16}]^{16/9}} \right]^{1/6} \right]^2 \quad (2.42)$$

Verilen eşitliklerde  $Nu$  ve  $Ra$  sayısı silindir çapı ile tarif edilmişlerdir.

### 2.5.2.2 Düşey Silindirde Serbest Konveksiyon

Düşey silindirde serbest konveksiyon için, laminar akış bölgesinde verilen eşitlik;

$$Nu = 0,55.Ra^{1/4}.e^{(2L/d)/Nu} \quad (2.43)$$

geçerli olup, buradan  $Nu$  sayısı iterasyonla bulunur.  $L/d \rightarrow 0$  için, düşey silindir levha olarak mütalaa edilebileceğinden, bu durumda yukarıdaki eşitlik (2.31) bağıntısına dönüşür.

Düşey silindirdeki serbest konveksiyonda bir  $\phi$  sayısı şöyle tarif edilir;

$$\phi = Nu / Nu_L \quad (2.44)$$

$Nu$  düşey silindirdeki Nusselt sayısı ve  $Nu_L$  de silindir düzlem düşey levha kabul edilerek bulunan  $Nu$  sayısını göstermektedir.  $\phi$  için;

$$\phi = 1 + 1,32 \frac{L}{d} \cdot \frac{1}{Ra^{1/4} \cdot Pr^{1/12}} \quad (2.45)$$

eşitliği bulunmuştur.

### 2.5.3. Kürede Serbest Konveksiyon

Küre etrafında serbest konveksiyonla ısı transferi;

$$Nu = 2 + 0,33.Pr^{1/12}.Ra^{1/4} \quad (2.46)$$

şeklinde hesaplanabilir. Bu eşitlik çeşitli deneysel sonuçları  $Pr = 10^0 \sim 10^5$  ve  $Ra = 10^3 \sim 10^{10}$  arasında yeterli bir hassasiyette verebilmektedir.

#### 2.5.4 Düşey Kanallarda Serbest Konveksiyon

Şekil 2.5 te gösterilen herhangi bir kesit alanlı düşey kanallarda ısı transferi Yılmaz, T. [1] tarafından incelenmiştir.

Belirli bir kanalda zorlanmış gelişmiş laminar akışta basınç kaybı

$$\Delta P = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \varphi \cdot \frac{H}{d_{\infty}} \cdot \frac{\rho \cdot u^2}{2} \quad (2.47)$$

bağıntısıyla hesaplanır. Burada  $\varphi$  kanalla ilgili bir katsayıdır. Bu katsayıyı hesaplamak için Yılmaz [1] tarafından, eşitlik (2.41) de

$$U = 1 + [(3/8)d^{*2}(3-d) - 1] / [1 + 0,33d^{*2,25} / (n-1)] \quad (2.48)$$

bağıntısı verilmiştir, bu bağıntıda

$$d^* = d_{\infty} / d_{\max} \quad (2.49)$$

$$d_{\infty} = 4A / \zeta \quad (2.50)$$

şeklinde tarif edilmiştir.  $d_{\infty}$  eşdeğer çap, A kesit alan  $\zeta$  de çevredir. n sayısı ise

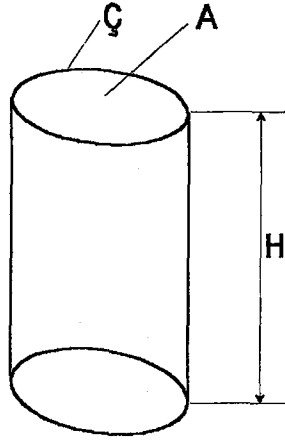
$$n = \frac{A}{A_{\infty}} = \frac{\zeta}{\zeta_{\infty}} \quad (2.51)$$

şeklinde tarif edilmiştir.  $A_{\infty}$   $\zeta_{\infty}$   $d_{\infty}$  eşdeğer çaplı dairenin kesit alan ve çevresidir.  $d_{\max}$  ise gerçek kesit alanın içine sığacak en büyük dairenin çapı olup, Şekil 2.5 de açıklanmıştır.

Bu tariflerle cidarda sabit sıcaklıkta ısı transferinde Nu sayısı ,sabit ısı akımı sınır şartında

$$\text{Nu} = \frac{\text{Ra}^* / (64\varphi)}{[1 + 2,7 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Ra}^{*1,2} / \varphi^{1,6}]^{0,625}} \quad (2.52)$$

bağıntısından hesaplanabilir.



Şekil 2.4. A kesit alanlı Ç çevreli ve H yüksekliğinde düşey kanal

Bu tip kanallarda en yüksek ısı transferi için  $d_{\infty}$  ve H arasında aşağıdaki bir bağıntı bulunmuştur.

$$d_{\infty} = 5,117 \cdot \varphi^{1/3} \left( \frac{H \cdot v^2}{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot \text{Pr}} \right)^{1/4} \quad (2.53)$$

bağıntısı ile verilebilmektedir. [1]

### BÖLÜM-3

## DEĞİŞİK KESİTLER İÇİN SERBEST KONVEKSİYONDA SINIR TABAKANIN İNCELENMESİ

### 3.1.Giriş

Bu çalışmalar basit geometrilerde tahmin edilen veya ölçülen, toplam ısı transfer oranı üzerinde yoğunlaşmıştır. Değişik geometrilerde toplam ısı transferi oranının deneysel ve teorik olarak belirlendiği değerler arasında büyük farklılıklar vardır.

Özellikle son on yıl içerisinde, çeşitli ortamlarda cisimlerin dış yüzeylerinden serbest konveksiyonla ısı transferi konusundaki çalışmalar hız kazanmıştır. Bu açıdan bakarsak, basit geometriler için tahmin edilen ve ölçülen ortalama veya toplam ısı transfer oranı arasında meydana gelen farklılıklar anlaşılmıştır. Yatay düz bir plakadan ısı transferinin klasik problemi için dahi,  $Ra$  sayısı oranına bağlı olarak deney ve analizler arasında büyük farklılıklar olabilmektedir. Yapılan çalışmalarda belirli sınırlarda düşük  $Ra$  sayıları için, analitik hesapların daha iyi sonuç verdiği belirtilmektedir.

Bu farklılıkların iki temel nedeni vardır. Düşük  $Ra$  sayısında uygun sınır tabaka kalınlığında, fiziksel işlemlerin gösterdiği hassaslığı sınır tabaka eşitliklerinin gösteremediği sonucu ortaya çıkmıştır. Diğer bir durumda, yüksek  $Ra$  sayılarında yüzeylerin türbülanslı bölümlerinde meydana gelen ısı transferi ve bu durum için analizlerin yapılamamasıdır. Buna rağmen deney ve analiz sonuçlarının benzerlik gösterdiği yüzey bölgeleri de vardır. Fakat ortalama ısı transferi durumu bütün bölgeler için geçerli olmaktadır.





edilenden daha incedir, yani  $y$  duvar uzunluğu olarak tanımlanırsa  $k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$  enerji eşitliğinde konduksiyon terimi olarak ifade edilebilir. Eşitlikler ince-tabaka eşitlikleri olarak isimlendirilebilir ve bunların çözümlerine de ince-tabaka çözümleri denir.

Lokal kartezyen koordinatlarda sınır tabaka eşitlikleri çok daha basit bir şekilde tanımlanmaktadır. Kalın-tabaka çözümleri, geometrik eğriliğin etkisinin tamamı veya bir kısmı için hesap edildiğinden dolayı, yapılan hesaplamalarda tamamı ihmal edilebilmektedir. Buna örnek olarak, dikey eksenli silindirlerde ince tabaka ve klasik dikey düz plaka için yapılan analitik çözümler verilebilir.

### 3.1.2 Laminer Isı Transferi İçin bir Sınır-Tabaka Analizi

#### 3.1.2.1. Lokal Isı Transferi;

Sabit veya değişen sıcaklıkta izotermal bir durgun akışta, iki boyutlu cisimde ısı transferi için lokal Nu sayısı Raitby ve Hollands [13] tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\frac{hs}{k} = \frac{C_l Ra_{s,r}^{1/4} \left[ \frac{g_s}{g} \Delta T^* \right]^{1/3}}{\left[ \frac{1}{s \Delta T^{*4/3}} \int_0^s \left( \frac{g_s}{g} \right)^{1/3} \Delta T^{*5/3} ds \right]^{1/4}} \quad (3.1)$$

Burada  $\Delta T^*$  lokal sıcaklık farkı ( $T_w - T_\infty$ ) dur ve  $Ra_{s,r}$  nin hesaplanmasıyla

$$C_l = 0,50 / [1 + (0,49 / Pr)^{9/16}]^{4/9} \quad (3.2)$$

tanımlanmaktadır [13] ve yüzey boyunca  $g$  nin bileşeni  $g_s$  dir ve bu da;

$$\frac{g_s}{g} = \left[ 1 - \left( \frac{dr}{ds} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu eşitlik eliptik bir silindir için ;

$$\frac{g_s}{g} = \frac{|\sin \psi|}{\chi} \quad (3.4)$$

şeklindedir.  $g_s$  ve  $g$  arasındaki ilişki bütün eliptik silindir boyunca aşağıdaki integralle ifade edilebilir.

$$\int_0^s (g_s / g)^{1/3} ds = b \int_0^\pi \sin^{1/3} \psi \chi^{2/3} d\psi = b f_2 \quad (3.5)$$

dır. Buna bağlı olarak Nu sayısı (3.5)'in integrali kullanılarak, aşağıdaki şekilde  $\psi$ 'nin farklı bir fonksiyonu olarak yeniden yazılabilir.

$$\frac{hb}{k} = \frac{C_l Ra_{b,r}^{1/4} \frac{(\sin \psi)^{1/3} \Delta T^{*2/3}}{\chi^{1/3}}}{\left[ \int_0^\psi (\sin \psi)^{1/3} \chi^{2/3} \Delta T^{*5/3} d\psi \right]^{1/4}} \quad (3.6)$$

(3.6) denklemi kullanılarak lokal Nu sayısı izotermal bir yüzeyde durgunluk noktası olan  $\psi = 0$  ve geometrik kalınlığın en fazla olduğu ( $\psi = \pi / 2$ ) noktalarında;

$$Nu_B = (8 / 3)^{1/4} C_l (B / C)^{1/2} Ra_B^{1/4} \quad \psi = 0 \text{ da (izotermal)} \quad (3.7.a)$$

$$Nu_B = (4 / f_2)^{1/4} C_l Ra_B^{1/4} \quad \psi = \pi / 2 \text{ (izotermal)} \quad (3.7.b)$$

şeklinde verilebilmektedir. [7]

### 3.1.2.2. Ortalama Isı Transferi;

Eliptik silindirin yüzeyi etrafında ortalama Nu sayısı, ince ve laminar sınır tabaka için (3.1) eşitliğinin integrali alınarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\bar{Nu}_s = \frac{\bar{h}S}{k} = \bar{C}_l Ra_{s,r}^{1/4} \left[ \frac{1}{S} \int_0^s \Delta T^{*5/3} \left( \frac{g_s}{g} \right)^{1/3} ds \right]^{3/4} \quad (3.8)$$

Burada  $\bar{C}_l = 4C_l / 3$  bir izotermal eliptik silindir için  $\Delta T^* = 1$  dir. (3.5) ve (3.8) eşitlikleri kullanılarak;

$$\bar{Nu}_B = (2^{1/4} f_2^{3/4} / f_1) \bar{C}_l Ra_B^{1/4} \quad (\text{izotermal}) \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilebilir. [7]

$C/B \rightarrow 0$  olduğunda silindir, yüksekliği B olan düz bir plakaya dönüşmüştür. Bu durumda  $f_2 \rightarrow 2$  ve  $f_1 \rightarrow 2$  dir ve

$$\bar{Nu}_B = \bar{C}_l Ra_B^{1/4} \quad (\text{dikey izotermal plaka}) \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir.

$C \rightarrow B$  olduğunda eliptik silindir dairesel silindire dönüşür ve

$$\bar{Nu}_B = 0,77 \bar{C}_l Ra_B^{1/4} \quad (\text{izotermal dairesel silindir}) \quad (3.11)$$

olur.

### 3.1.3. Sınır-Tabaka Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması

Bu konuda yapılan analizlerin sonuçlarının karşılaştırılması için üç değişik geometri kullanılmıştır. Bunlar;

#### 3.1.3.1. Dik Plaka

Raitby ve Hollands [13] tarafından yapılan çalışma Q ifadesinin türevini hesaplamak için uygun değildir, ama  $Pr$ 'a bağlı olarak çözüm önerilmiştir. Churchill ve Usagi [14]'ün izotermal dik plakalar için teklif ettikleri eşitlik, Raitby ve Hollands[13] kullandığı eşitliktir. Sparrow ve Gregg [16] tarafından ( $Pr=0.01$  için) ve Ostrach [15] tarafından yapılan çalışmalarda  $\bar{C}_l$  değerinin sonuçlarının karşılaştırılmasıyla ilgili çalışmanın tamamı çizelge 3.1 de verilmiştir.

Çizelge 3.1. İzotermal dik plaka için  $\overline{Nu}_B / Ra_B^{1/4}$  nin değerleri

Pr	0,01	0,1	0,72	10	$10^2$	$10^3$
Sparrow Gregg	0,242	0,389	0,516	0,620	0,652	0,664
(3.10) eşitliğinin sonucu	0,240	0,385	0,513	0,619	0,652	0,662

Daha önce yapılan sınır tabaka analizi sonuçlarını, üç değişik geometrik şekil kullanılarak elde edilen sonuçların kullanılması ile daha açık bir şekilde izah etmek mümkündür.

Bu konuda yapılan çalışmaların en mükemmeli Churchill ve Usagi [14]'ninkidir. Bu çalışmanın sonuçları, düz bir plakada Pr sayısına bağlı olarak ve diğer yapılan araştırmaların sonuçları çizelge 3.2'de verilmiştir. [7]

Çizelge 3.2. Yatay bir izotermal silindir için  $\overline{Nu}_b / Ra_b^{1/4}$  nin değerleri

Pr	0.01	0.7	1000
Saville ve Churchill [5]	0.15	0.33	0.44
(3.11) eşitliğinin sonucu	0.14	0.34	0.41

### 3.1.3.2. Dairesel silindirler;

Ratby ve Hollands [13]'de yaptıkları analizlerde ilk olarak üniform duvar sıcaklığı ve ikinci olarak da üniform ısı akısı kabullerinde, dairesel silindirden ısı transferi üzerinde odaklandı. İzotermal silindir için Saville ve Churchill [11] tarafından benzer bir çözüm yolu gösterilmiştir ancak katsayılar farklıdır. Üniform ısı akılı silindir için Wilks [17] de Saville ve Churchill [11] metodunu genişletmiş ve  $Pr=0.7$  için  $\overline{Nu}_B / Ra_B^{1/4} = 0,37$  bulmuştur. Bu metodun uygulanması ile elde edilen sonuçlar (3.8) eşitliğinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında elde edilen sonuçların benzerlik gösterdiği görülmektedir.

### 3.1.3.3. Eliptik Silindirler;

Eliptik silindirlerden lokal ısı transferi son zamanlarda Lin ve Chao [12] tarafından çalışılmıştır. Eşitlik (3.7.a) göstermektedir ki; verilen bir  $Ra$  sayısı için  $(B/C)^{1/2}$  ile artan karşıt akım durgunluk noktasında ( $\psi=0$ )  $Nu$  sayısı Lin ve Chao[12] nun yaptığı hesaplamalar ile bulunan sonuçların eldeki sonuçlara benzerlik gösterdiği görülmüştür.. Bu çalışmaların karşılaştırılması sonucu ( $Pr$ 'ın çeşitli değerleri için)  $C/B$ 'nin ve tüm açı değerleri için elde edilen sonuçlar arasında %1 farklılık göstermesi kabul edilmiştir.

### 3.1.4 Sınır-Tabaka Analizinin Hassaslığı Hakkında Çalışmalar

Sınır tabaka analizleri konusunda yapılan çalışmaların karşılaştırılması ile çalışmaların doğruluğu hakkında bir fikir sahibi olmak mümkündür. Sabit duvar sıcaklığında cismin dış yüzeyinde daha geniş aralıklarda  $Pr \geq 0,7$  için yüzde 1 civarında  $\overline{Nu}$ 'in doğruluğu görülmüştür. Karşılaştırmalar Düşük  $Pr$  sayıları için yapılmamıştır, fakat  $Pr$ 'la daha hızlı değişen  $C_l$  'nin bir dereceye kadar daha büyük hata vermesi beklenmektedir. Üniform ısı akımında  $Pr \geq 0,7$  için yüzde 5 ve 8 arasında hatanın normalde düşük olduğu görülmektedir, ki daha düşük  $Pr$  sayısında bir dereceye kadar farkın daha büyük olacağı görülmüştür. Çeşitli duvar sıcaklıklarında etkili bir şekilde ele alındığında hatalar çoğalmakta, Raitby ve Hollands [13] deki metodun formülasyonunda tahmin edilen sonuçlar farklı şartlar altında hassaslığını yitirmiştir. Sonuçta türbülanslı akışkan termal tabakalı durumda problemde beklenen sonucu vermemiştir.

Temel ince tabakada laminar eşitliklerin daha hassas çözümü ve bu çalışmadaki yaklaşık çözümler arasındaki farktan, analitik ve deneysel sonuçlar arasında daha büyük farklar olduğu açıkça görülmektedir. Farklılıklar bundan dolayı bizzat temel eşitliklerin yetersiz olduğunu göstermektedir. Analizlerin hepsinde bütün eşitlikler aynıdır.  $Ra$  sayısı yüksek iken ısı transferinin bir kısmının yüzeyden türbülanslı ısı transferi şeklinde olmasında ince tabakaya etkisi olması sebebiyle küçük  $Ra_B$  için bu eşitliklerin yetersiz olduğu düşünülmüştür. Özellikle farklılıklar  $C/B \rightarrow 1,0$  içindir ki, burada  $Ra$  sayısı oranı için

ince tabaka sonuçları yeterlidir. Aynı sonuçların daha hafif cisimler de geçerli olacağı beklenmektedir.

Eğer analizlerin belirlenen hedefi, yerel ısı transferi oranıysa, yüzeyde bir bölge vardır (ki Rayleigh sayısına bağlı olarak değişir) burada hemen hemen yalnızca Saville ve Churchill [11], Lin ve Chao [12], ve Kaye ve Chaing [20] 'in serilerle çözümleri geçerlidir. Bu bölgelerdeki nümerik çalışmalar elde edilen çözümlerin doğrulanmasını gerektirir. Bununla birlikte çalışmanın doğruluğunu ispatlamada, eğer ortalama Nu sayısı analizlerin hedefiyse, ince tabaka eşitliklerinden sadeleştirilerek elde edilen çözümlerin doğruluğu ispatlanmıştır. Bunların seri çözümlerinin doğruluğunun ortaya çıkartılması çok zor olmuştur. Nümerik sonuçların bile etkisinin yaklaşık bir değerlendirme gerektirdiği ortaya çıkmıştır.

Burada tercih edilen ince tabaka eşitliklerinin çözümünde doğruluğu artırmak, kalın sınır tabaka ve türbülansın etkisinin bulunabilmesi için daha hassas ve verimli hesaplar yapmaktır.

## BÖLÜM 4

### ELİPTİK KESİTLİ SİLİNDİRLERDE SERBEST KONVEKSİYONDA ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

#### 4.1. Giriş

Ana eksenini dik ve yatay olan eliptik kesitteki geometrilerde ısı transferi, matematik olarak çok karmaşık bir analizi gerektirmektedir. Matematik analizlerin yapılabilmesi için bir çok kabul yapılması gerekmektedir. Bu çalışmada Merkin [19] tarafından yapılan matematik analiz referans alınmıştır. Bununla beraber, izotermal silindirik cisimler için laminar akış durumunda serbest konveksiyonla meydana gelen, ısı transferinde sınır şartlarının belirlenebilmesi için yapılmış bir çok çalışma vardır. Bunlar arasında en güvenilir olanı seri açılım metodlarıdır. Bu metodların tek dezavantajı elde edilen sonuç ile olması gereken gerçek sonucun birbirine yakınlığının tahmin edilememesidir.

Dairesel kesitli silindirlerde serbest konveksiyonla meydana gelen ısı transferi analizlerinde diferansiyel denklemleri çözmek için, sınır tabaka özelliklerinin belirlenmesi gerekmektedir. Isı transferi analizini yapabilmek için kullanılan en genel metod, seri açılım metodlarıdır. Bunlar sırasıyla, doğal sınır tabaka değişkenlerini kullanan Chang ve Kaye [20] tarafından ifade edilen Blasius serisi, Saville ve Churchill [11] tarafından çalışılan ve öncelikle değişken dönüşümlerinin yapıldığı Görtler cinsi açılım ve Lin ve Chao [12] tarafından verilen yerel benzerlik çözümüne dayanan seri açılımlarıdır.

#### 4.2. Laminer Akış için Basitleştirilmiş Sınır Tabaka Eşitlikleri; Blasius Eşitliği

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.2)$$

akım fonksiyonu cinsinden ifade edersek

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.3)$$

akım fonksiyonunun x ve y ye bağlı olarak koordinat transformu yapılırsa

$$\xi = \xi(x) \quad \eta = \frac{y}{g(x)} \quad f = \frac{\psi(x,y)}{h(x)} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{y}{[g(x)]^2} g'(x) = -\frac{g'(x)}{g(x)} \eta \quad , \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{g(x)} \quad (4.6)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [h(x)f] = h \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{h}{g} \frac{df}{d\eta} \quad (4.7)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} [h(x)f] = -h'f - h \frac{\partial f}{\partial x} = -h'f + \frac{hg'}{g} \eta \frac{df}{d\eta} \quad (4.8)$$

$$y \rightarrow 0, \quad \eta \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty, \quad \eta \rightarrow \infty, \quad (4.9)$$

$$u(x,0) = 0 \quad u(x,\infty) = U \quad v(x,0) = 0 \quad (4.10)$$



$$u(x,0) = 0 = \frac{h}{g} \left( \frac{df}{d\eta} \right)_{\eta=0} \quad (4.11)$$

$$f(0) = 0 \quad f'(0) = 0 \quad f'(\infty) = 1 \quad (4.12)$$

$$(Uf') \left( -\frac{g'}{g} \eta U f'' \right) + U g' (\eta f' - f) \left( \frac{1}{g} U f'' \right) = \nu \frac{U}{g^2} f''' \quad (4.13)$$

$$f''' + \left( \frac{g g' U}{\nu} \right) f f'' = 0 \quad , \quad \boxed{2f''' + f f'' = 0} \quad (4.14)$$

#### 4.3. Yerel Benzerlik Çözümü

##### 4.3.1. B.T.Chao ve F.N.Lin 'in Önerdiği Serilerle Çözüm

$$U = \left( 2 \int_0^x \phi dx \right)^{1/2} \quad (4.15)$$

Görtler -Meksyn koordinatları;

$$\xi = \int_0^x r^2 U dx \quad , \quad \eta = r U (2\xi)^{-1/2} y \quad (4.16)$$

$$\text{akım fonksiyonu;} \quad f(\xi, \eta) = (2\xi)^{-1/2} \psi(x, y) \quad (4.17)$$

$$\text{sıcaklık fonksiyonu;} \quad \theta(\xi, \eta) = (T - T_\infty) / (T_w - T_\infty) \quad (4.18)$$

$$\text{momentum eşitliği;} \quad f''' + f f'' + \Lambda [\theta - (f')^2] = 2\xi \frac{\partial(f', f)}{\partial(\xi, \eta)} \quad (4.19)$$

$$\text{enerji eşitliği;} \quad \text{Pr}^{-1} \theta'' + f \theta' = 2\xi \frac{\partial(\theta, f)}{\partial(\xi, \eta)} \quad (4.20)$$

sınır şartları;  $f(\xi, \eta) = f'(\xi, 0) = 0$  ;  $\theta(\xi, 0) = 1$  (4.21)

$$f'(\xi, \infty) \rightarrow 0, \quad \theta(\xi, \infty) \rightarrow 0 \quad (4.22)$$

$\Lambda$  fonksiyonu  $\Lambda = 2 \frac{\xi}{U} \frac{du}{d\xi} = 2 \frac{\phi \xi}{r^2 U^3}$  (4.23)

serilerle çözüm metodu;

$$f(\xi, \eta) = f_0(\Lambda, \eta) + \xi \frac{d\Lambda}{d\xi} f_1(\Lambda, \eta) + \xi^2 \frac{d^2\Lambda}{d\xi^2} f_2(\Lambda, \eta) + \left(\xi \frac{d\Lambda}{d\xi}\right)^2 f_3(\Lambda, \eta) + \dots \quad (4.24)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \theta_0(\Lambda, \eta) + \xi \frac{d\Lambda}{d\xi} \theta_1(\Lambda, \eta) + \xi^2 \frac{d^2\Lambda}{d\xi^2} \theta_2(\Lambda, \eta) + \left(\xi \frac{d\Lambda}{d\xi}\right)^2 \theta_3(\Lambda, \eta) + \dots \quad (4.25)$$

#### 4.4 Hareket Denklemleri

Klasik varsayımlarla yatay silindir üzerindeki serbest konveksiyon sınır tabaka denklemleri şunlardır:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.26)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho \cdot \beta \cdot (T - T_o) \sin \varphi + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4.27)$$

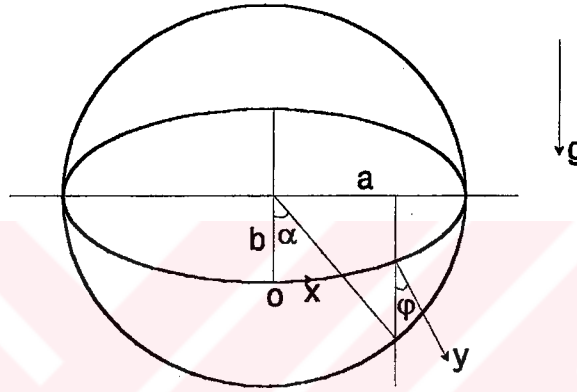
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.28)$$

Sınır şartları:

$$\left. \begin{array}{ll} u = v = 0, & T = T_1 \quad (\text{izotermal}) \\ & \frac{\partial T}{\partial y} = -q \quad (\text{sabit ısı akısı}) \end{array} \right\} y=0 \text{ da}$$

$$u \rightarrow 0 \quad T \rightarrow T_0 \text{ olduğunda} \quad y \rightarrow \infty \quad (4.29)$$

Burada  $\phi$  , silindir yüzeyinin dışarı doğru normali ile aşağı doğru yatayı arasındaki açıdır. Kullanılan koordinat sisteminin tanımı şekil 4.1'de verilmiştir. (4.2) denklemi için bilinen yolla bir akım fonksiyonu  $\psi$  tanımlanabilir ve daha sonra denklemler değişkenlerin kullanımıyla birimsiz hale getirilir. [18]



Şekil 4.1 Eliptik koordinat sistemi

#### 4.5. Denklemlerin Analitik Çözümleri

$$X = \frac{x}{a} \text{ dersek}$$

İzotermal durum için:

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{\Delta T}, \quad (4.30)$$

$$\bar{\Psi} = \frac{\psi}{\nu \cdot Gr^{-1/4}}, \quad (4.31)$$

$$Y = \left(\frac{y}{a}\right) \cdot Gr^{1/4} \quad (4.32)$$

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot a^3}{\nu^2} \quad (4.33)$$

Sabit ısı akısı durumu için:

$$\theta = \frac{(T - T_0) Gr^{1/5}}{a \cdot q} \quad (4.34)$$

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{\nu \cdot Gr^{-1/5}} \quad (4.35)$$

$$Y = \left( \frac{y}{a} \right) \cdot Gr^{1/5} \quad (4.36)$$

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot q \cdot a^4}{\nu^2} \quad (4.37)$$

burada  $a$  dairesel silindirler için yarıçapı, eliptik silindirler için ise ana eksenin yarısını gösteren bir uzunluktur.

$$X \rightarrow 0, \quad \frac{\sin \varphi}{X} \rightarrow A_0 \quad (\text{bir sabit})$$

yaklaşımı için bir dönüşüme ihtiyaç vardır, bunun için .

$$\bar{\psi} = Xf(X, Y)$$

dönüşümü yapılır ve buradan hareket denklemleri;

$$\frac{\partial^3 f}{\partial Y^3} + \frac{\sin \varphi}{X} + f \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} - \left( \frac{\partial f}{\partial Y} \right)^2 = X \left( \frac{\partial f}{\partial Y} \frac{\partial^2 f}{\partial X \partial Y} - \frac{\partial f}{\partial X} \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} \right) \quad (4.38)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + f \frac{\partial \theta}{\partial Y} = X \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \frac{\partial f}{\partial Y} - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \frac{\partial f}{\partial X} \right) \quad (4.39)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Verilen sınır şartlarıyla

$$f = \frac{\partial f}{\partial Y} = 0, \quad \theta = 1 \text{ (izotermal)} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1, \quad Y=0 \text{ (Sabit ısı akısında)} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial f}{\partial Y} \rightarrow 0 \quad \theta \rightarrow 0 \text{ olduğunda} \quad Y \rightarrow \infty$$

dairesel kesitli silindirler için  $\sin \varphi = \sin X$  dir.

Eliptik kesitli silindirler göz önüne alındığında ana eksen yatay ve dik olan iki durum söz konusudur. Bunlar sırasıyla "yatay eksenli" ve "dik eksenli" silindir olarak adlandırılırlar. Burada  $X$  ve  $\sin \varphi$  parametreleri  $\alpha$  parametresinin terimleridir. Şekil 4.1'de de görüldüğü gibi, yatay eksenli durum için, silindir üzerindeki yörüngenin fonksiyonu  $\alpha$ 'ya bağlı olarak, aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$X = \int_0^{\alpha} (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} d\varphi \quad (4.42)$$

$$\sin \varphi = \frac{b}{a} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha}} \quad (4.43)$$

$b$  küçük eksenin uzunluğu ve  $e$  de dış merkezlilik olup  $\left(e^2 = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right)$  ve  $\left(A_0 = \frac{b}{a}\right)$

(yatay eksenli durum için) formülüyle verilmiştir. Burada  $X$  ve  $\sin \varphi$  değerleri yukarıdaki eşitliklerin değeri çözülerek nümerik olarak bulunabilir. (4.42) denkleminin verilen sınır şartlarında integrali çözülecek olursa;

$$X = \frac{e \cdot \sin \varphi}{2} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} + \frac{1}{2} \arcsin(e \sin \varphi) \quad (4.44)$$

şeklinde bulunur.

(4.42) ve (4.44) denklemleri  $b/a$  oranlarına göre nümerik olarak çözülmüş ve elde edilen değerler çizelge 4.1'de verilmiştir. Burada  $\alpha$ 'nın 0.2 adımla (radyan)  $0 \rightarrow \pi$  'ye kadar olan değerleri kullanılmıştır. Buna örnek olarak:

$\alpha=0.2$ ,  $b/a=0.5$  için  $\text{Sin}\varphi$  nin değeri

$$e^2=1-(b/a)^2=0.75 \quad e=0.866$$

$$\text{Sin}\varphi=0.5 \frac{\text{Sin}0.2}{\sqrt{1-0.866^2 \cdot \sin^2 0.2}} = 0.1008$$

$\alpha=0.2$  için  $X$  'in değeri

$$X = \frac{0.866 \cdot \sin 0.2}{2} \sqrt{1 - (0.866)^2 \cdot \sin^2 0.2} + \frac{1}{2} \arcsin(0.866 \cdot \sin 0.2) - 0$$

$X = 0.1712$  olarak bulunur.

Bu şekilde  $b/a = 0.5$  eksen oranında her bir  $\alpha$  değeri için ( $\alpha=0.2$  adım artırarak) bulunan nümerik değerler çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1 izotermal silindirde eksen oranlarına bağlı geometriyi gösteren boyutsuz  $X$  ve  $\text{Sin}\varphi$  'nin değerleri

açı	$b/a=0.5$	
$\alpha$	$X$	$\text{Sin}\varphi$
0	0.0000	0.0000
0.2	0.1712	0.1008
0.4	0.3241	0.2068
0.6	0.4686	0.3236
0.8	0.5785	0.4577
1.0	0.6577	0.6927
1.2	0.6704	0.8494
1.4	0.7336	0.9123
1.6	0.7396	0.9989
1.8	0.7282	0.9377
2.0	0.6960	0.8062
2.2	0.6377	0.6443
2.4	0.5496	0.4808
2.6	0.4101	0.3291
2.8	0.2859	0.1935
3	0.1219	0.0746
3.14	0.0000	0.0000

Çizelge 4.1 izotermal silindirlerde  $\alpha$  ve  $b/a$  oranına bağlı olarak boyutsuz  $X$  ve  $\sin\phi$  değerini göstermektedir. Burada  $X$  ve  $\sin\phi$   $\alpha=\pi/2$  (rad) değerinde bir maksimum yaparak  $\alpha=\pi$  değerine kadar azalmaktadır. Bunun sebebi eliptik kesitin geometrisidir.

Eşitlik (4.38) ve (4.39) Merkin [19] tarafından tanımlanan metodla nümerik olarak çözülmüştür. Bu denklem  $X$ -doğrultusunu ve diğer terimlerin ortalamasını gerektirir. Buradan hareket ederek, lineer olmayan bilinen eşitlikler  $Y$ - doğrultusu içinde sonlu farklar şeklinde yazılmış ve sonuçta lineer olmayan cebirsel eşitlikler Merkin [19]'in tanımladığı yöntemle Newton-Raphson iterasyon metodu kullanılarak çözülmüştür.

Isı transferinin değeri  $Q$ ;

$$Q = -a \frac{\left( \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot a^3}{\nu^2} \right)^{-1/4}}{\Delta T} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta y} \quad (4.45)$$

dır [18]. (4.45) eşitliği nümerik olarak sonlu fark yaklaşımı ile çözülebilir. Burada:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot a^3}{\nu^2}$$

$b/a$ =değişen eksen oranları

$$a=2br=0.02$$

$Pr=1$  için

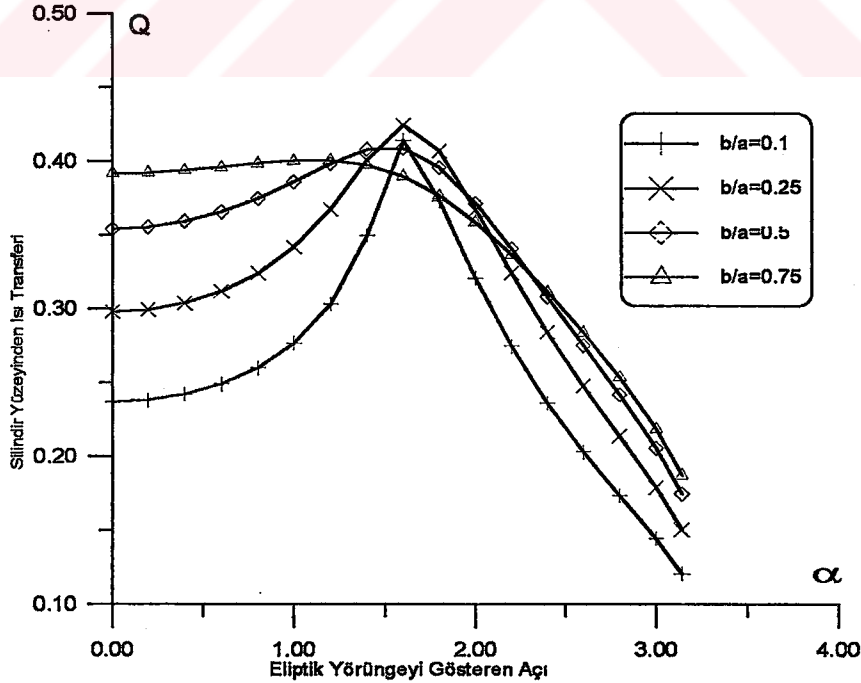
$$\nu = 13.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{273.15 + T}$$

Bu denklem için T değerleri çizelge 4.4 ve 4.5'den alınmıştır. Buna göre, 4.45 denklemi yapılan bilgisayar programı kullanılarak, değişen  $b/a$  değerlerine göre yatay eksenli ve dik eksenli durumlar için çözülerek sonuçlar çizelge 4.2 ve 4.3 de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Yatay eksenli izotermal silindir için hesaplanan ısı yükü  $Q$  ve eliptik geometriyi gösteren boyutsuz  $X$  değerleri ( $Pr=1$ )

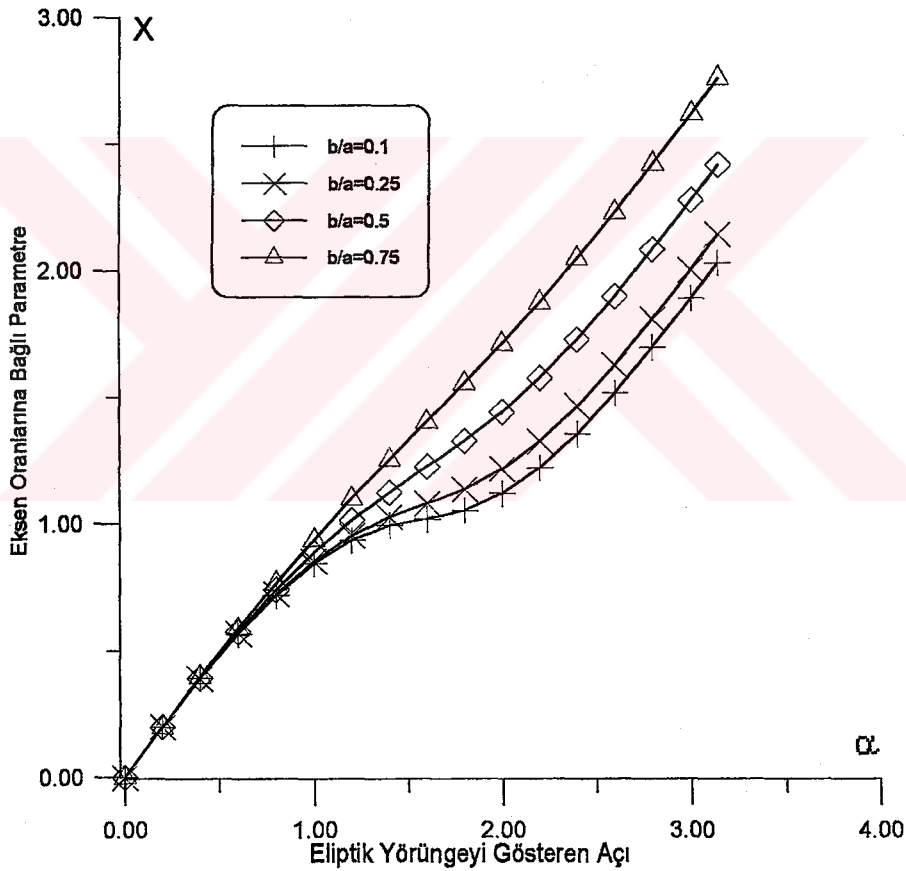
$\alpha$	$b/a=0.1$		$b/a=0.25$		$b/a=0.5$		$b/a=0.75$	
	X	Q	X	Q	X	Q	X	Q
0	0.000	0.2369	0.000	0.2979	0.000	0.3542	0.000	0.3920
0.2	0.199	0.2382	0.199	0.2994	0.199	0.3555	0.199	0.3925
0.4	0.390	0.2421	0.390	0.3039	0.392	0.3593	0.395	0.3940
0.6	0.565	0.2490	0.567	0.3118	0.574	0.3657	0.585	0.3961
0.8	0.718	0.2599	0.723	0.3240	0.740	0.3747	0.766	0.3986
1.0	0.843	0.2767	0.853	0.3418	0.887	0.3861	0.937	0.4004
1.2	0.936	0.3031	0.954	0.3673	1.014	0.3984	1.099	0.4006
1.4	0.993	0.3497	1.027	0.4008	1.124	0.4081	1.253	0.3975
1.6	1.019	0.4142	1.080	0.4244	1.226	0.4088	1.403	0.3897
1.8	1.052	0.3731	1.136	0.4070	1.329	0.3958	1.555	0.3766
2.0	1.120	0.3206	1.217	0.3670	1.443	0.3713	1.711	0.3585
2.2	1.222	0.2748	1.326	0.3241	1.576	0.3407	1.875	0.3364
2.4	1.356	0.2361	1.465	0.2840	1.729	0.3081	2.049	0.3112
2.6	1.516	0.2030	1.627	0.2476	1.900	0.2752	2.232	0.2838
2.8	1.697	0.1735	1.809	0.2136	2.085	0.2418	2.424	0.2535
3.0	1.891	0.1444	2.003	0.1791	2.281	0.2056	2.622	0.2186
$\pi$	2.032	0.1206	2.145	0.1504	2.422	0.1746	2.763	0.1873



Şekil 4.2 İzotermal yatay eksenli silindir için ısı yükü  $Q$ 'nun  $\alpha$ 'ya göre değişimi ( $Pr=1$ )



Şekil 4.2 Eliptik kesitli silindirlerden transfer olan ısı'nın değişik eksen oranları için  $\alpha$ 'ya göre değişimini göstermektedir. Şekildende görüldüğü gibi bu değişim bütün eksen oranlarında yaklaşık olarak parabolik şekildedir. Q ısı transferi  $\alpha=\pi/2$  de maksimum olmakta ve  $\alpha$  değeri arttıkça azalmaktadır. Bunun sebebi eliptik kesit içerisindeki sınır tabaka kalınlığından dolayıdır. Çünkü  $\alpha=\pi/2$  de sınır tabaka kalınlığı minimumdur. Eksen oranları arttıkça Q nun  $\alpha=0$  daki değeride artmaktadır. Bunun sebebi elipsin b/a nın artmasına göre düz plaka halinden dairesel bir geometriye dönüşmesidir.

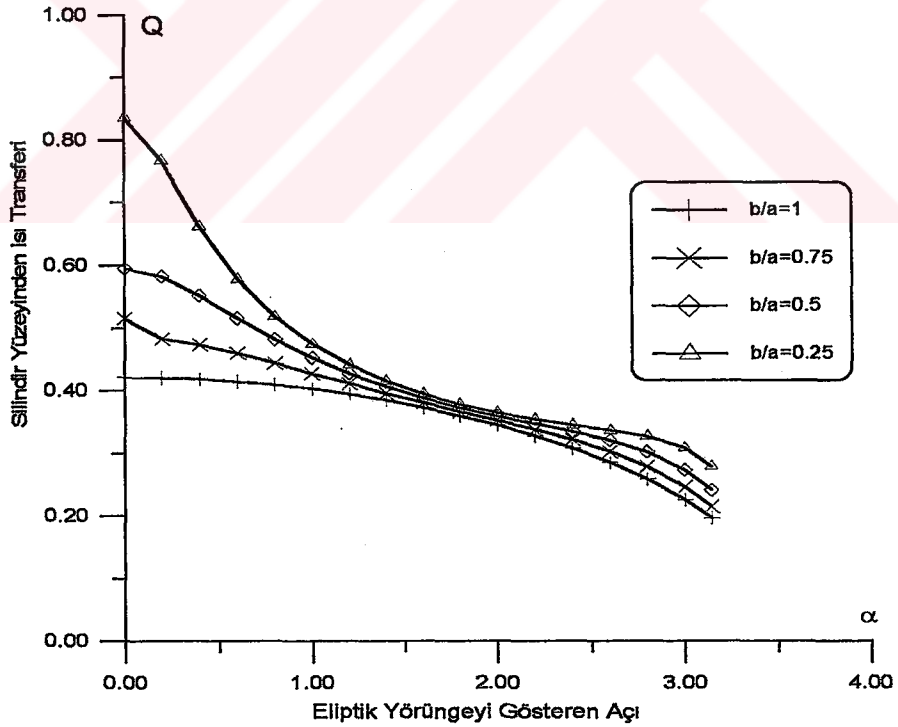


Şekil 4.3 Yatay eksenli izotermal silindir için eliptik geometriyi gösteren X değerleri

Şekil 4.3 X'in değişik eksen oranları için ( $Pr=1$ )  $\alpha$ 'ya göre değişimini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü gibi  $\alpha$  arttıkça X'de lineer olarak artmaktadır. Bunun sebebi  $\alpha$ 'nın x-yönündeki artışıdır.

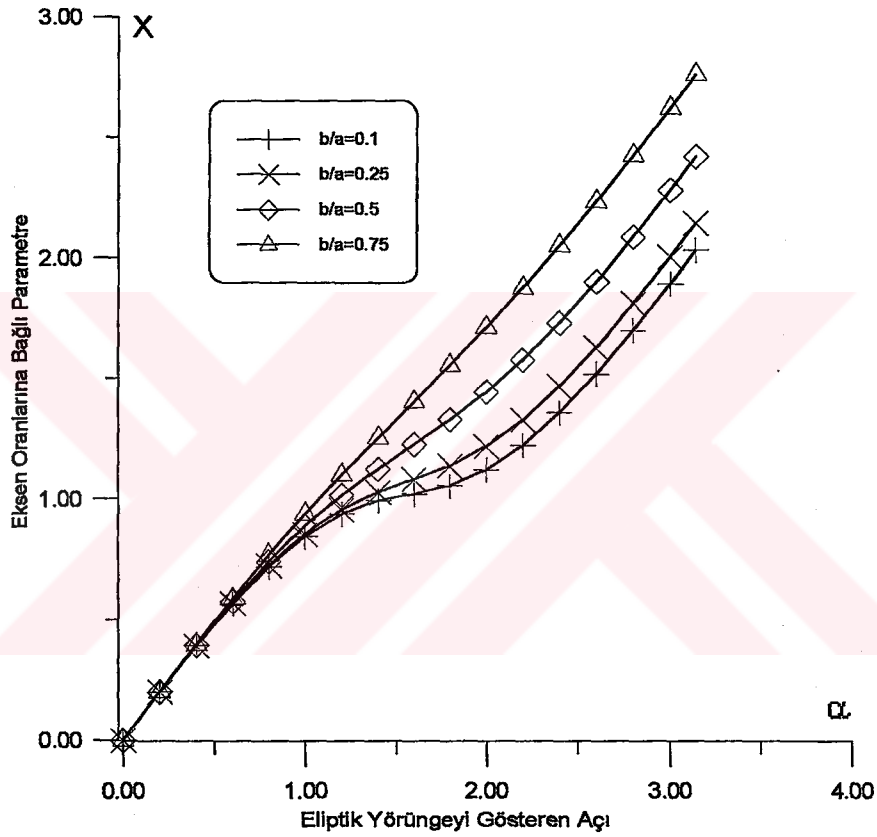
Çizelge 4.3 Dik eksenli izotermal silindir için hesaplanan ısı yükü  $Q$  ve elipsin geometrisini gösteren boyutsuz  $X$  değerleri ( $Pr=1$ )

$\alpha$	$b/a=1$		$b/a=0.75$		$b/a=0.5$		$b/a=0.25$	
	$X$	$Q$	$X$	$Q$	$X$	$Q$	$X$	$Q$
0	0.000	0.4212	0.000	0.5150	0.000	0.5953	0.000	0.8359
0.2	0.200	0.4204	0.151	0.4828	0.102	0.5826	0.055	0.7682
0.4	0.400	0.4182	0.306	0.4733	0.215	0.5519	0.131	0.6617
0.6	0.600	0.4145	0.469	0.4596	0.345	0.5159	0.236	0.5788
0.8	0.800	0.4093	0.641	0.4436	0.494	0.4819	0.371	0.5187
1.0	1.000	0.4025	0.824	0.4271	0.663	0.4522	0.530	0.4745
1.2	1.200	0.3942	1.014	0.4108	0.847	0.4270	0.709	0.4409
1.4	1.400	0.3843	1.211	0.3952	1.041	0.4058	0.902	0.4149
1.6	1.600	0.3727	1.411	0.3804	1.240	0.3878	1.102	0.3943
1.8	1.800	0.3594	1.610	0.3661	1.439	0.3724	1.300	0.3779
2.0	2.000	0.3443	1.805	0.3519	1.631	0.3589	1.489	0.3646
2.2	2.200	0.3270	1.993	0.3373	1.810	0.3465	1.664	0.3538
2.4	2.400	0.3073	2.173	0.3212	1.973	0.3342	1.816	0.3447
2.6	2.600	0.2847	2.343	0.3022	2.117	0.3204	1.942	0.3363
2.8	2.800	0.2581	2.503	0.2784	2.242	0.3019	2.039	0.3266
3.0	3.000	0.2252	2.656	0.2463	2.351	0.2731	2.108	0.3084
$\pi$	3.142	0.1963	2.763	0.2145	2.411	0.2407	2.145	0.2785



Şekil 4.4 İzotermal dik eksenli silindir için ısı yükü  $Q$ 'nun  $\alpha$ 'ya göre değişimi ( $Pr=1$ )

Şekil 4.4 İzotermal dik eksenli silindirde değişik eksen oranları için  $Q$ 'nun  $\alpha$ 'ya göre değişimini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü gibi  $b/a=1$  eksen oranında  $Q$  ısı  $\alpha=\pi/2$  değerine kadar yaklaşık olarak sabit kalmakta fakat daha sonra hızlı bir şekilde azalmaktadır. Eksen oranları arttıkça  $Q$  ısıda  $\alpha$ 'ya göre logaritmik bir azalma göstermektedir. Bunun sebebi daha öncede belirtildiği gibi eliptik geometrinin, eksen oranları azaldıkça kesitin daire durumundan düz plaka durumuna dönüşüyor olmasıdır.

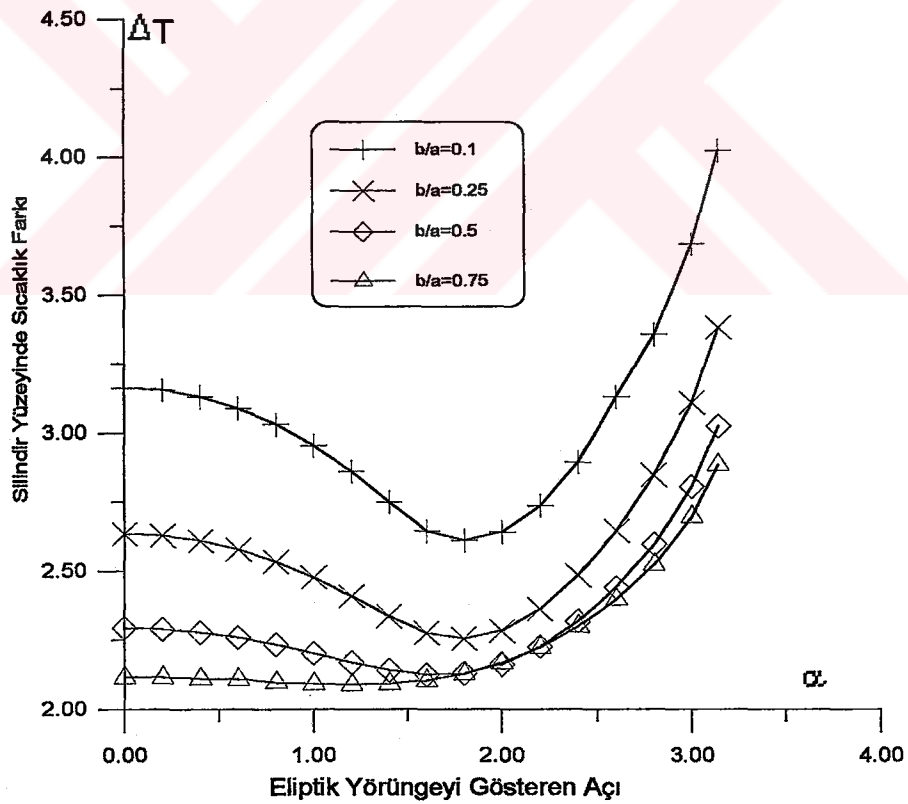


Şekil 4.5. Dik eksenli izotermal silindir için eliptik geometriyi gösteren  $X$  değerleri

Şekil 4.5 de izotermal dik eksenli silindirlerde değişik eksen oranları için  $X$ 'in  $\alpha$ 'ya göre değişimini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü gibi  $X$   $\alpha$ 'ya göre lineer olarak artmaktadır.  $b/a=1$  için geometri silindiri göstermektedir. Silindir durumunda  $X$  tam lineer olarak artarken eliptik durumlarda parabolik olarak artmaktadır. Bunun sebebi geometrinin elips şekline dönüşmesidir.

Çizelge 4.4 Yatay eksenli durumda silindir yüzeyinde sıcaklık farkı  $\Delta T$  değerleri ( $Pr=1$ )[18]

$\alpha$	$b/a=0.1$	$b/a=0.25$	$b/a=0.5$	$b/a=0.75$
0	3.1647	2.6351	2.2943	2.1158
0.2	3.1565	2.6287	2.2903	2.1144
0.4	3.1318	2.6097	2.2784	2.1105
0.6	3.0903	2.5780	2.2590	2.1086
0.8	3.0316	2.5335	2.2331	2.0978
1.0	2.9554	2.4767	2.2022	2.0916
1.2	2.8612	2.4093	2.1694	2.0885
1.4	2.7512	2.3365	2.1404	2.0912
1.6	2.6466	2.2756	2.1238	2.1030
1.8	2.6101	2.2543	2.1290	2.1271
2.0	2.6403	2.2835	2.1623	2.1664
2.2	2.7375	2.3621	2.2255	2.2228
2.4	2.8943	2.4844	2.3180	2.2983
2.6	3.1316	2.6455	2.4399	2.3960
2.8	3.3575	2.8472	2.5959	2.5228
3.0	3.6868	3.1107	2.8055	2.6979
$\pi$	4.0251	3.3829	3.0253	2.8856



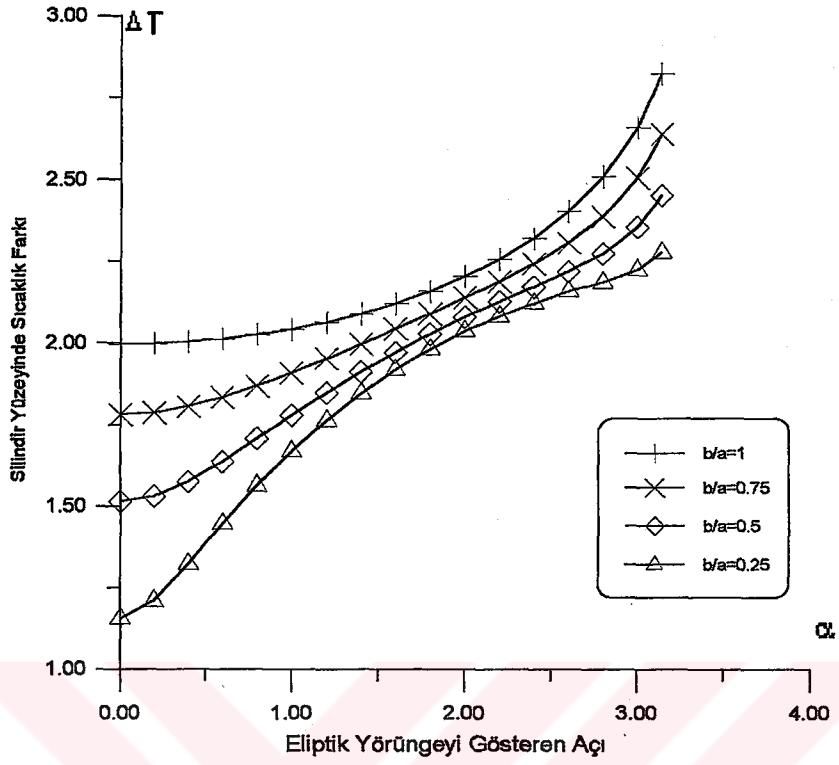
Şekil 4.6 Silindir yüzeyindeki sıcaklık farkının  $\alpha$ 'ya göre değişimi (yatay)

Şekil 4.6 da Merkin tarafından yapılan çalışmada, yatay eksenli eliptik bir silindirde değişik  $b/a$  oranlarına göre  $Pr=1$  için, silindir sıcaklığının  $\alpha$ 'ya göre değişimi gösterilmektedir. Şekilden görüldüğü gibi sıcaklık  $\alpha$ 'ya göre sinüzoidal bir değişim göstermektedir. Sıcaklık  $\alpha=\pi/2$  değerine kadar azalmakta ve daha sonra  $\alpha$ 'nın artmasıyla birlikte hızlı bir şekilde artmaktadır. Bunun sebebi sınır tabaka kalınlığının  $\alpha=\pi/2$  değerinde en yüksek değerini alıp sonra azalmaya başlamasıdır.

Çizelge 4.5 Dik eksenli durumda silindir yüzeyinde sıcaklık farkı  $\Delta T$  değerleri ( $Pr=1$ )[18]

$\alpha$	$b/a=1$	$b/a=0.75$	$b/a=0.5$	$b/a=0.25$
0	1.9963	1.7808	1.5147	1.1562
0.2	1.9994	1.7872	1.5313	1.2096
0.4	2.0046	1.8053	1.5759	1.3233
0.6	2.0135	1.8333	1.6377	1.4469
0.8	2.0261	1.8687	1.7071	1.5634
1.0	2.0428	1.9090	1.7779	1.6687
1.2	2.0637	1.9524	1.8468	1.7626
1.4	2.0894	1.9974	1.9118	1.8455
1.6	2.1205	2.0432	1.9722	1.9182
1.8	2.1578	2.0897	2.0278	1.9815
2.0	2.2025	2.1374	2.0789	2.0360
2.2	2.2562	2.1874	2.1264	2.0823
2.4	2.3218	2.2423	2.1719	2.1213
2.6	2.4035	2.3064	2.2189	2.1584
2.8	2.5097	2.3883	2.2744	2.1852
3.0	2.6597	2.5064	2.3554	2.2237
$\pi$	2.8245	2.6407	2.4539	2.2771

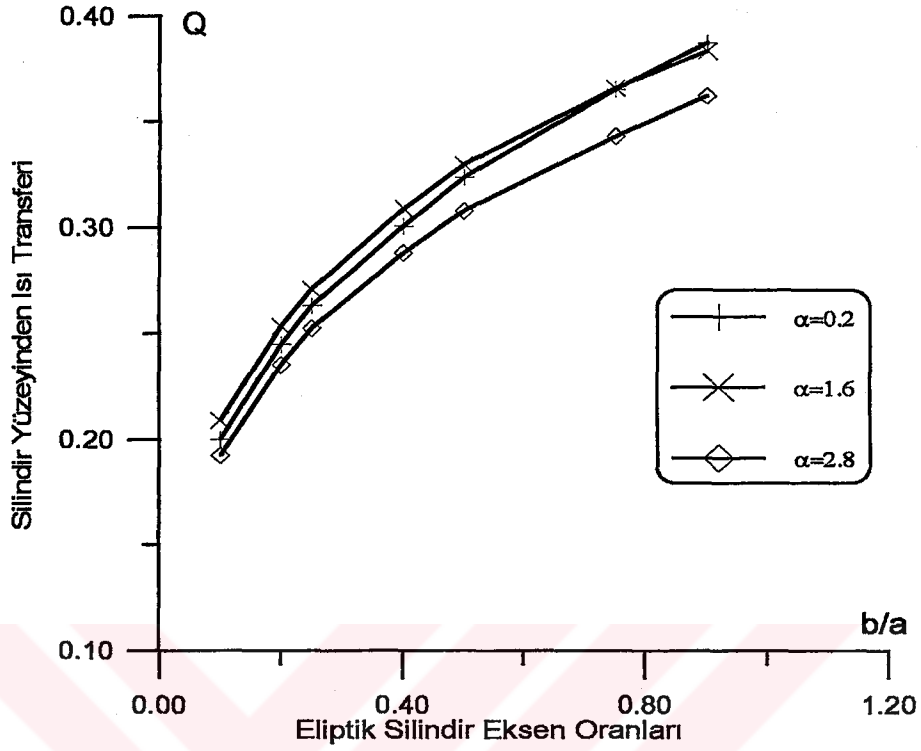
Aşağıda görüldüğü gibi şekil 4.7 de yine Merkin tarafından yapılan çalışmada sabit ısı akısında dik eksenli eliptik bir silindirde değişik  $b/a$  oranlarına göre  $Pr=1$  için silindir sıcaklığının  $\alpha$ 'ya göre değişimi gösterilmektedir.  $\alpha$  değeri arttıkça sıcaklıkta artmaktadır. Tablodaki sonuçlardan da görüldüğü gibi dik eksenli durum için silindir etrafındaki tüm yörünge boyuca sıcaklık ve sınır tabaka kalınlığı artarken, ısı transferi değeri  $Q$ 'da azalma göstermektedir.



Şekil 4.7 Silindir yüzeyindeki sıcaklık farkının  $\alpha$ 'ya göre değişimi (dik)

Çizelge 4.6 Çeşitli eksen oranlarında izotermal silindirde ısı transferi ( $Pr=1$ )

		$\alpha=0.2$	$\alpha=1.6$	$\alpha=2.8$
$b/a=0.10$	T	3.1565	2.6466	3.6868
	Q	0.2001	0.2090	0.1925
$b/a=0.20$	T	2.804	2.4398	3.3027
	Q	0.2450	0.2536	0.2353
$b/a=0.25$	T	2.6287	2.3365	3.1107
	Q	0.2633	0.2711	0.2525
$b/a=0.40$	T	2.4641	2.2088	2.9275
	Q	0.3009	0.3092	0.2883
$b/a=0.50$	T	2.2903	2.1238	2.8055
	Q	0.3240	0.3301	0.3081
$b/a=0.75$	T	2.1144	2.1030	2.6979
	Q	0.3657	0.3662	0.3435
$b/a=0.90$	T	2.0088	2.0905	2.6333
	Q	0.3877	0.3839	0.3625



Şekil 4.8 Çeşitli eksen oranlarında izotermal silindirde ısı yükü  $Q$  değerleri ( $Pr=1$ )

Şekil 4.8 İzotermal silindirlere  $Q$ 'nun çeşitli  $\alpha$  değerleri için eksen oranlarına göre değişimini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi  $Q$  ısı transferi, parabolik olarak artmaktadır. Bunun nedeni eksen oranlarının artmasıyla sınır tabaka kalınlığının azalmasından dolayıdır. Yaklaşık olarak  $\alpha=\pi/2$  civarında ısı transferi değeri en yüksek değerine ulaşmaktadır, çünkü bu açı değerinde sınır tabaka kalınlığı azalmaktadır.

## BÖLÜM 5

### 5.1. İRDELEME VE SONUÇ

Bu çalışmada şekil 4.1'de gösterildiği gibi ana ekseni dik ve yatay olan eliptik kesitli silindirlerdeki serbest konveksiyonla meydana gelen ısı transferi incelenmiştir. Yapılan analizlerde Merkin [19]'in yaptığı çalışma referans alınmıştır ve eliptik kesit içerisinde  $Q$  ısı transferiyle  $T$  sıcaklığı; geometriyi belirleyen boyutsuz  $X$ ,  $x$ -yönündeki değişimi gösteren  $\alpha$  açısı, konveksiyonla ısı transferi özelliklerini belirleyen  $Pr$  ve  $Gr$ , sayılarına bağlı olarak ifade edilmiştir.

Çizelge 4.1 de  $b/a=0.5$  eksen oranında eliptik geometriyi ifade eden (4.43) ve (4.44) denklemleri kullanılarak elde edilen boyutsuz  $X$  ve  $\sin\phi$  değerleri verilmiştir. Çizelge 4.2 de yatay eksenli izotermal silindirler için (4.45) denklemi kullanılarak bulunan ısı yükü, eliptik yörünge açısı  $\alpha$ 'nın  $0 \rightarrow \pi$  arasındaki değerler için,  $b/a$  eksen oranlarına bağlı olarak hesap edilerek verilmiştir. Şekil 4.2 de görüldüğü gibi ısı yükü yatay eksenli izotermal silindirde  $b/a=0.75$  için exponansiyel olarak azalırken eksen oranı küçüldükçe bir Gauss dağılımı şeklinde değişim göstermektedir. Bunun nedeni geometrinin  $b/a$  oranı azaldıkça düz bir plaka haline yaklaşmasından dolayıdır.

Çizelge 4.3 de dik eksenli izotermal silindirler için (4.45) denklemi kullanılarak ısı yükü, eliptik yörünge açısı  $\alpha$ 'nın  $0$  ile  $\pi$  arasındaki değerlerinin  $0.2$  adım için,  $b/a$  eksen oranlarına bağlı olarak ( $Pr=1$  için) hesap edilerek verilmiştir. Şekil 4.4 de de görüldüğü gibi ısı yükü  $b/a=1$  yani silindir durumunda yaklaşık eğimi çok küçük olan bir lineer doğru ile azalırken geometri eliptik kesite dönüştükçe ısı yükü parabolik olarak azalmaktadır.

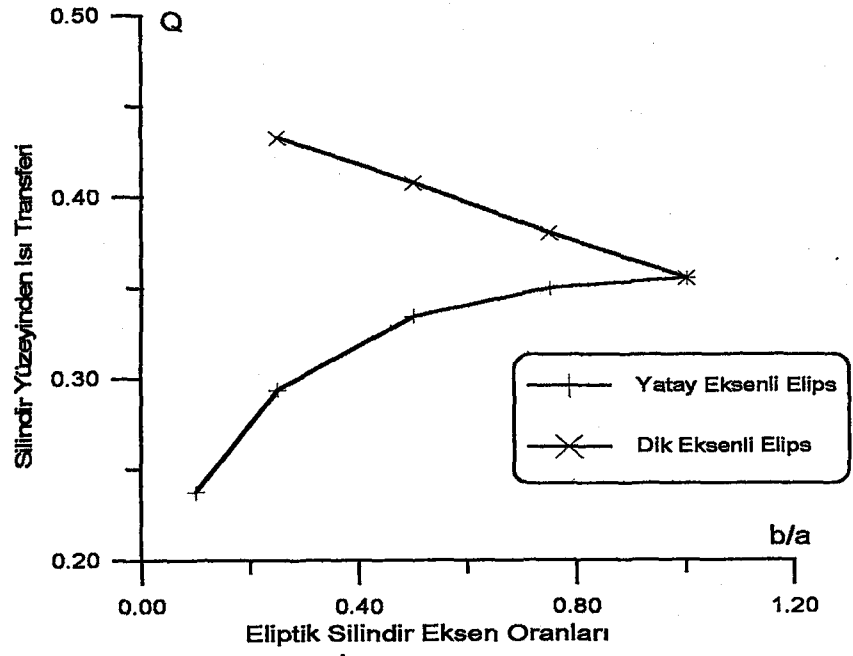


Şekil 4.2 ve 4.4 de de görüldüğü gibi izotermal dik eksenli silindirlerde serbest konveksiyonla meydana gelen ısı transferi, izotermal yatay eksenli silindirlerden daha verimlidir. Bunun sebebi dik eksen durumunda yüzeyden olan akış daha kolay olmakta, yüzey sıcaklığı daha hızlı artmakta ve buna bağlı olarak yüzey etrafındaki akışkan hareketi daha hızlı olmakta bundan dolayı da dik eksenli durumda ısı transferi daha verimli bir şekilde gerçekleşmektedir.

Çizelge 5.1 İzotermal silindirde ortalama ısı transferi  $\bar{Q}$  (Pr=1)

Eksen durumu	b/a	$\bar{Q}$
Yatay eksenli	0.1	0.2373
Yatay eksenli	0.25	0.2938
Yatay eksenli	0.50	0.3340
Yatay eksenli	0.75	0.3496
Daire	1	0.3551
Dik Eksenli	0.75	0.3799
Dik Eksenli	0.50	0.4075
Dik Eksenli	0.25	0.4325

Çizelge 5.1 ve grafik olarak şekil 5.1'de yatay eksenli ve dik eksenli silindirlerde serbest konveksiyonla meydana gelen ortalama ısı transferi için bir karşılaştırma yapılmıştır. Şekilden de görüldüğü gibi dik eksenli silindir durumunda ısı yükü b/a eksen oranı arttıkça lineer olarak azalmakta fakat yatay eksenli akış durumunda düz plaka haline yakın iken ısı yükü yaklaşık 0.2373 iken b/a oranı arttıkça parabolik olarak artmaktadır. Ancak aynı eksen oranları gözönüne alındığında tablo ve grafikden de görüldüğü gibi dik pozisyonda her durumda ısı yükü yatay eksenli durumdan daha yüksektir. Buda bize dik eksenli silindir durumunda ısı transferinin daha verimli olduğunu göstermektedir.



Şekil 5.1 İzotermal silindirde optimum ısı transferi ( $Pr=1$ )

## KAYNAKLAR;

- [1] Yılmaz, T., "Konveksiyonla Isı Transferinde Teori ve Uygulama". 2-9, 81-93, Çukurova Üniversitesi Müh.Mim Fakültesi. Yayın no:19 Adana. 1993.
- [2] Kakaç, S., "Örneklerle Isı Transferi". Konveksiyon. O.D.T.Ü. Mühendislik Fakültesi. Yayın no.27. Ankara. 1970.
- [3] Kakaç, S., "Isı iletimi". 284-296. O.D.T.Ü. Mühendislik Fakültesi. Yayın no.52. Ankara. 1976
- [4] Öztürk, A., Yavuz. H., "Uygulamalarla Isı Geçişi". Çağlayan Kitabevi. İstanbul. 1995
- [5] McAdams, W.H., "Heat Transmission". McGraw-Hill. New York. 1954.
- [6] Shames, I.H., "Mechanics of Fluids". Thrd Edition. McGraw-Hill. New York. 1992.
- [7] Raitby, G.D., and Hollands K.G.T., "Laminer and Turbulent Free Convection From Elliptic Cylinders, With a Vertical Plate and Horizontal Circular Cylinder as Spacial Cases". A.S.M.E. J.Heat Transfer. 98. pp.72-80, 1976.
- [8] Badr, H.M. and Shamsheer K., "Free convection From an Elliptic Cylinder With Major Axis Vertical". Int.J.Heat Mass Transfer. Vol 36. No.14. pp.3593-3602. Printed in G.Britain. 1993.
- [9] Sparrow, E.M., and Gregg, J.L., "Laminar Free Convection Heat Transfer From the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder". Trans.Asme. pp. 1823-1829. 1956
- [10] Minkowycz, W.J., Sparrow E.M., "Local Non-similar Solutions for Natural Convection on a Vertical Cylinder ".Journal of Heat Transfer, Trans,Asme. Series C. Vol.96. pp.178-183. 1974.
- [11] Saville, D.A., and Churchill, S.W., "Laminar Free Convection in Boundary Layers Near Horizontal Cylinders and Vertical Axisymmetric Bodies," Journal of Fluid Mechanics. Vol.29. pp.391-399. 1967.
- [12] Lin, F.N., and Chao, B.T., "Laminar Free Convection Over Two Dimensional and Axisymmetric Bodies of Arbitrary Contour". Journal of Heat Transfer, Trans. Asme. Series C. Vol.96. pp.435-442. 1974.
- [13] Raitby, G.D., and Hollans, K.G.T., "A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems". Advances in Heat transfer, Academic press, Vol.11. 1975

- [14] Churchill, S.W., and Usagi, R., "A General Expression for the Correlation of Rates of Transfer and Other Phenomena". *Aiche Journal*, Vol.18., pp. 1121-1128, 1972.
- [15] Bird, R., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N., "Transport Phenomena", Wiley, New York, 1960.
- [16] Sparrow, E.M., and Gregg, J.L., "Laminar free Convection From a Vertical Plate With Uniform Surface Heat Flux". *Trans Asme*, Vol.78. pp.435-440. 1956.
- [17] Wilks, G., "External Natural Convection About Two-Dimensional Bodies With Constant Heat Flux". *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol.15. pp.811-813, 1972.
- [18] Merkin, J.H., "Free Convection Boundary Layers on Cylinders of Elliptic Cross Section". *Journal of Heat Transfer*, Vol.99, pp.453-457, 1977.
- [19] Merkin, J.H., "Free Convection Boundary Layers on an Isothermal Horizontal Cylinder". Presented at the Asme-Aiche Heat Transfer Conference, St. Louis, Mo. Aug. 1976.
- [20] Chaing, T., and Kaye, J., "On Laminar Free Convection From a Horizontal Cylinder". *Proceedings 4th. National Congress of Applied Mechanics*, p.1213, 1962
- [21] Chao, B.T., and Lin, F.N., "Local Similarity Solutions For Free Convection Boundary Layer Flows, " *Journal Of Heat Transfer*, *Trans. Asme*, Series C, Vol. 97, pp.294, 1975.
- [22] Pera, L., and Gebhart, B., "Experimental Observations of Wake Formation Over Cylindrical Surfaces in Natural Convection Flows". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 15, p.175, 1972.
- [23] Lin, F.N., and Chao, B.T., "Addendum to Laminar Free Convection Over Two-Dimensional and Axisymmetric Bodies of Arbitrary Contour". *Journal of Heat Transfer*, *Trans.Asme*, Series C Vol.98, p.344, 1976
- [24] Badr, H.M., "Laminar Combined Convection From a Horizontal Cylinder-Parallel and Contra Flow Regimes". *Int.J.Heat Mass Transfer* 27, pp.15-27, 1984.
- [25] Churchill, S.W., and Chu, H.H.S., "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection From a Horizontal Cylinder", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.18, pp.1049-1053. 1975.

## EK-I

## Bilgisayar Programı

```

C   BU PROGRAM İZOTERMAL ELİPTİK SİLİNDİRLERDE ISI DAĞILIMI
C   HESABI YAPAR
C   Q; ISI YÜKÜ [kJ]
C   T; SICAKLIK
C   X; ELİPSİN EKSEN ORANLARINI GÖSTEREN x'e BAĞLI BOYUTSUZ
C   KOORDİNAT
C   ΔT; (DT) SİLİNDİRDE SICAKLIK FARKI
C   A; ELİPSİN BÜYÜK EKSEN UZUNLUĞU
C   B; ELİPSİN KÜÇÜK EKSEN UZUNLUĞU
C   VK; VİSKOZİTE DEĞERİ
C   ALF; α; ELİPS ÜZERİNDEKİ YÖRÜNGEYİ GÖSTEREN AÇI
C   E; ELİPSİN ODAK NOKTASI
C   DY; Y-DOĞRULTUSUNDAKİ BİRİM UZUNLUK
C   G; GRASHOF SAYISI

```

```

DİMENSION Q(20), X(20), DT(20), ALF(20)
CALL (T, G, A, B, VK, DT, E, DY, ALF )
CALL HESAB 1 (A, B, E, X)
CALL HESAB 2 (A,B, G, VK, DT, DY, Q)
CALL YAZ (ALF, X, Q )
STOP
END

```

```

SUBROUTINE OKU (T, G, A, B, VK, DT, E, DY, ALF)
DİMENSION ALF(20), T(20), DT(20)
READ (1,*) G, A, B, VK, DY
E=SQRT(1-(B/A)**2)
READ(2,3) (T(I), DT(I), I=1,20)
3  FORMAT (2F10.4)
DA=0.2
ALF(1)=0
DO 10 I=1,16
ALF(I)=DA
10 DA=DA+0,2
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE HESAB1 (A, B, E, X, ALF)
DİMENSION X(20), ALF(20)
DO 10 I=1,16
D=ALF(I)

```

```

C=FONK1(A, B, E, D)
10 X(I)=E*C*(1-E**2*C**2)**(0.5)/2+0,5*ASIN(E*C)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE HESAB2 (A, B, G, VK, DT, DY, Q)
DIMENSION DT(20), Q(20)
DO 10 I=1,16
C=DT(I)
D=T(I)
10 Q(I)=-A*FONK2(DT,T,G,A,VK)**(-1/4)/DY
RETURN
END

```

```

FUNCTION FONK1(A,B,E,D)
FONK1=B/A*SIN(D)/(1-E**2SIN(D)**2)**0,5
RETURN
END

```

```

FUNCTION FONK2(DT,D,G,A,VK)
BETA=1/D
FONK2=G*BETA*C*A**3/VK**2
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE YAZ(ALF,X,Q)
DIMENSION ALF(16), X(16), Q(16)
WRITE (4,5) (ALF(I),X(I), Q(I), I=1,16)
5 FORMAT (3E10.3)
RETURN
END

```

## Ek-II

Yatay dairesel izotermal silindir için, Lokal ısı transfer parametresi;  
 $Nu / Gr^{1/4}$  'ün değerleri (Lin ve Chao [12]) (Pr=0.70)

$\alpha$ Derece	J.H., Merkin				Blasius-Tipi Seriler			Görtler-Tipi Seriler		
	1.Sic.	2.Sic.	3.Sic.	Fark	1.Sic.	2.Sic.	Fark	1.Sic.	2.Sic.	Fark
0	0.4402	0.0000	0.0000	0.4402	0.4402	0.0000	0.4402	0.4402	0.0000	0.4402
10	0.4393	0.0000	0.0000	0.4393	0.4402	-0.0006	0.4396	0.4396	0.0000	0.4396
20	0.4376	-0.0001	0.0000	0.4375	0.4402	-0.0023	0.4379	0.4376	-0.0001	0.4375
30	0.4347	-0.0001	0.0000	0.4346	0.4402	-0.0052	0.4350	0.4343	-0.0003	0.4340
40	0.4306	-0.0002	0.0000	0.4304	0.4402	-0.0093	0.4309	0.4295	-0.0005	0.4290
50	0.4255	-0.0003	0.0000	0.4252	0.4402	-0.0146	0.4256	0.4234	-0.0007	0.4227
60	0.4191	-0.0005	0.0001	0.4186	0.4402	-0.0210	0.4192	0.4158	-0.0010	0.4148
70	0.4116	-0.0007	0.0001	0.4109	0.4402	-0.0286	0.4116	0.4068	-0.0013	0.4055
80	0.4027	-0.0009	0.0002	0.4018	0.4402	-0.0373	0.4029	0.3963	-0.0017	0.3946
90	0.3925	-0.0012	0.0004	0.3913	0.4402	-0.0472	0.3930	0.3842	-0.0020	0.3822
100	0.3808	-0.0014	0.0006	0.3794	0.4402	-0.0583	0.3819	0.3703	-0.0023	0.3680
110	0.3676	-0.0017	0.0010	0.3659	0.4402	-0.0705	0.3697	0.3546	-0.0026	0.3520
120	0.3527	-0.0019	0.0015	0.3508	0.4402	-0.0839	0.3563	0.3367	-0.0029	0.3338
130	0.3358	-0.0020	0.0024	0.3338	0.4402	-0.0985	0.3417	0.3163	-0.0031	0.3132
140	0.3161	-0.0016	0.0038	0.3145	0.4402	-0.1142	0.3260	0.2928	-0.0032	0.2896
150	0.2924	-0.0001	0.0060	0.2923	0.4402	-0.1311	0.3091	0.2649	-0.0032	0.2617
159	0.2661	0.0039	0.0092	0.2700	0.4402	-0.1474	0.2928	....	....	....
160	....	.....	.....	....	0.4402	-0.1492	0.2910	0.2301	-0.0031	0.2270