

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ZAMAN PENCERELİ GEZGİN SATICI PROBLEMİ İÇİN
YENİ KARAR MODELLERİ**

ÖZGE NİMET KOÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

2012

**ZAMAN PENCERELİ GEZGİN SATICI PROBLEMİ İÇİN
YENİ KARAR MODELLERİ**

**NEW DECISION MODELS FOR TRAVELLING SALESMAN
PROBLEM WITH TIME WINDOWS**

ÖZGE NİMET KOÇ

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ENDÜSTRİ Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2012

“Zaman Pencereleli Gezgin Satıcı Problemi İçin Yeni Karar Modelleri” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından, 07/06/2012 tarihinde, **ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof.Dr. Berna DENGİZ

Üye (Danışman) : Prof.Dr. İmdat KARA

Üye : Prof.Dr. Fulya ALTIPARMAK

ONAY

...../...../.....

Prof. Dr. Emin AKATA
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŐEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleőmesinde katkılarından dolayı aşağıda adı geçen saygıdeğer hocalarıma sonsuz Őükran ve teőekkürlerimi sunarım.

Değerli hocam Sayın Prof. Dr. İmdat KARA'ya (tez danışmanı), çalışmanın sonuca ulaőtırılmasında ve karőtılaőtılan gütçlüklerin aőtılmasında her zaman yardımcı ve yol gösterici olduğu için...

Tez izleme komitesinde yer alan değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Berna DENGİZ'e ve Sayın Prof. Dr. Fulya ALTIPARMAK'a, tecrübe ve fikirlerini benden esirgemedikleri için...

Sayın hocam Hüseyin GÜDEN'e kod yazma konusunda yardımcı olduğu için...

ÖZ

ZAMAN PENCERELİ GEZGİN SATICI PROBLEMİ İÇİN YENİ KARAR MODELLERİ

Özge Nimet KOÇ

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Gezgin Satıcı Problemi (GSP), dağıtım lojistiği, rotalama ve iş çizelgeleme problemlerinin modellenmesinde temel oluşturur. Çok sayıda özel durumları olan GSP'nin yaygın karşılaşılan bir uzantısı Zaman Pencereci Gezgin Satıcı Problemidir (ZPGSP). ZPGSP, GSP'ye her şehrin önceden belirlenen zaman pencereleri içinde ziyaret edilmesi kısıtının eklenmesiyle oluşmaktadır. ZPGSP, GSP'de olduğu gibi NP-zor sınıfında yer alan birleşti eniyileme problemidir. İlgili kaynaklarda ZPGSP için polinom sayıda 0-1 karar değişkeni ve kısıtı olan farklı yapı ve özelliklerde karar modelleri bulunmaktadır. Bu çalışmada, tarihi gelişim süreci içinde ZPGSP için geliştirilen modellere ve bu modellerde gözlenen sıkıntılara değinilerek, yeni önerilen iki model verilmiştir. Yeni modellerin ve kaynaklarda yer alan modelin doğrudan bir paket programla kullanılması halinde, çözüm süresi ve başlangıç alt sınırı değerlerine göre performansları incelenmiştir. Önerilen modellerin kullanıcı kolaylığı özelliklerinin yanı sıra, çok gezginli ZPGSP için, böylece Araç Rotalama Problemleri (ARP) için de bir temel oluşturdukları gösterilmiştir.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: *Gezgin Satıcı Problemi, Lojistik, Zaman Pencereci Gezgin Satıcı Problemi*

Danışman: Prof.Dr. İmdat KARA, Başkent Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.

ABSTRACT

NEW DECISION MODELS FOR TRAVELLING SALESMAN PROBLEM WITH TIME WINDOWS

Ozge Nimet KOC

Baskent University Institute of Science and Technology

Department of Industrial Engineering

Travelling Salesman Problem (TSP) is baseline for transportation, routing and scheduling problems. Travelling Salesman Problem with Time Windows (TSPTW) is the extension of TSP which has a lot of special cases. TSPTW is formed by adding special constraints, time windows, which are determined by the cities previously and the salesman must visit the cities between these time windows. TSPTW is a NP-hard and the combinatorial optimization problem like TSP. In the literature, there exist some decision models which have binary variables polynomially with different structures and properties. In this note, we present forthcoming models in the literature, their drawbacks and propose two new formulations. Performances of the newly proposed and existing formulations in terms of CPU times and linear programming relaxations are analyzed by the aid of the software directly. In addition to property of user friendly, we show the new formulations are the base for Vehicle Routing Problems (VRP).

KEYWORDS: *Logistics, Travelling Salesman Problem, Travelling Salesman Problem with Time Windows*

Adviser: Prof.Dr. Imdat KARA, Baskent University, Industrial Engineering Department

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER LİSTESİ	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	v
ÇİZELGELER LİSTESİ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. ZAMAN PENCERELİ GEZGİN SATICI PROBLEMİ (ZPGSP)	3
2.1. Zaman Pencereleli Gezgın Satıcı Problemi'nin (ZPGSP) Tanımı	3
2.3. ZPGSP İçin özüm Yaklaşımaları	4
3. ZPGSP'YE İLİŞKİN KARAR MODELLERİ	7
3.1. Modeller İçin Ortak Gösterimler	7
3.2. Kaynaklarda Yer Alan Karar Modelleri	8
3.2.1. Baker [1983] Modeli	8
3.2.2. Desrosiers vd.'nin [1988] çok Gezgınli Modeli	9
3.2.3. Langevin vd.'nin [1993] Modeli (OL Modeli)	10
3.2.4. Desrosiers vd.'nin [1995] Modelleri	13
3.2.5. Ascheuer vd. [2001]'nin Modelleri	16
3.2.6. Diğer Matematiksel Modeller	20
3.3. Genel Değerlendirme ve Yeni Model Gereksinimleri	20
4. ZPGSP İÇİN YENİ MATEMATİKSEL MODELLER	22
4.1. ZPGSP İçin Geliştirilen Dügüm Tabanlı Doğrusal Karar Modeli (DTM) ...	22
4.2. ZPGSP İçin Geliştirilen Ayrıt Tabanlı Doğrusal Karar Modeli (ATM)	27
4.3. Önerilen Modellerin Katkıları	29
4.3.1. Önceki Modellere Getirilen Eleştirilerin Giderilmesi	29
4.3.2. Farklı Amaç Fonksiyonları	30
4.3.3. Çok Gezgınli ZPGSP	31
4.3.4. Ek Kısıtlar	32
4.3.5. Çok Ölçütlü Analizler	32

5. SAYISAL ANALİZLER.....	36
5.1. Test Problemleri	36
5.2. Yazılım / Donanım.....	36
5.3. Yeni Modellerin Karşılaştırılması	37
5.4. DTM'nin Kaynaklardaki Model ile Karşılaştırılması	45
6. SONUÇ ve ÖNERİLER	51
KAYNAKLAR LİSTESİ	53

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 4.1: Değişkenler Arası İlişkinin Şekilsel Gösterimi	25
Şekil 4.2: n20w80.004 Probleminin Alternatif Çözümlerine Ait T1-T2 Grafiği	34

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin T1 ve T2 Değerleri	33
Çizelge 5.1: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri	38
Çizelge 5.2: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları	40
Çizelge 5.3: 40 Düşümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Değerleri ve Süreleri	42
Çizelge 5.4: 40 Düşümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları	43
Çizelge 5.5: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri	46
Çizelge 5.6: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları	47
Çizelge 5.7: 40 Düşümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri	48
Çizelge 5.8: 40 Düşümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları	49

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

ATM	Ayrıt Tabanlı Model
ARP	Araç Rotalama Problemi
ÇS	Çözüm Süresi
DFJ	Dantzig-Fulkerson-Johnson
DTM	Düğüm Tabanlı Model
DPG	Doğrusal Programlama Gevşetme
GG	Gavish-Graves
GL	Gözden Geçirilmiş Langevin
GSP	Gezgin Satıcı Problemi
MTZ	Miller-Tucker-Zemlin
OL	Orijinal Langevin

1. GİRİŞ

Gezgin Satıcı Problemi (GSP) 1932 yılında tanımlandıktan sonra, üzerinde çok çalışılan problemlerden birisi olmuştur. Bunun en önemli nedeni, GSP'nin pratikte karşılaşılan çoğu problemle ilişkili olması ve bu problemlere çözümlerin üretilmesinde kullanılmasıdır. GSP'de amaç, bir gezginin bir şehirden (müşteriden) başlayarak diğer tüm şehirleri, yalnız bir kez ziyaret edip, tekrar bulunduğu şehre dönmesiyle elde edilen turun uzunluğunu, süresini, maliyetini vb. enküçükmektir.

GSP, bir birleşti eniyileme problemidir ve NP-zor problemler sınıfında yer almaktadır. Bilindiği gibi, NP-zor problemlerin çözüm zamanı problem boyutuna bağlı olarak üstel artış göstermektedir.

GSP'de, gezginin şehirlere uğramasında bir zaman kısıtı yoktur. Ancak son yıllarda işletmeler, ürünlerin kısa yaşam çevrimleri ve tam zamanında üretim gibi yeni eğilimlere dayalı olarak etkin ve zamanında servis verebilmeye çalışmaktadır. Dolayısıyla servis anları, günümüzdeki zaman duyarlı lojistikte önemli rol oynamaktadır. Amaç, gezginin her bir şehri bu şehir için verilen zaman aralığında (zaman penceresinde) ziyaret etmesini sağlamaktır. Bu tez kapsamında, GSP'nin özel bir problemi olan Zaman Pencereci Gezgin Satıcı Problemi (ZPGSP) ele alınmıştır. Kaynaklardaki çalışmalar incelendiğinde, zaman pencerelerinden dolayı gezginin (araçların) ilgili şehirde (müşteride) hizmet öncesi beklemesini dikkate alan çok az sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Bekleme sürelerinin veya maliyetlerinin dikkate alındığı ZPGSP, ziyaret edilen şehirlerde bekleme süresi ve ayrıtlarda geçen sürelerin toplamını enküçükleyen rotanın bulunması olarak tanımlanabilir. Bilindiği gibi günümüzde teknolojiye hızlı gelişmeler ve buna erişmenin kolay olması, probleme eniyi çözümü bulan matematiksel modellerin önemini artırmıştır. Bu nedenle tezde, ZPGSP'nin çözümü için bekleme süresi veya maliyetlerini de dikkate alan düğüm tabanlı ve ayrıt tabanlı iki ayrı matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modellerin en büyük avantajı, herhangi bir ek işleme gerek olmaksızın modelin çözümünden, şehirlere erken gelinmesi halinde, bekleme sürelerinin de görülebilmesidir. Geliştirilen matematiksel modellerin performansı, kaynaklarda bu problem için önerilen matematiksel modeller ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Karşılaştırmada, ilgili kaynaklarda yer alan 50 test problemi dikkate alınmış ve matematiksel modellerin çözümünde

CPLEX 12.0 çözücüsü kullanılmıştır. Çalışmanın en önemli katkısı, ZPGSP için beklmeleri göz önünde bulunduran bütününüle iki yeni matematiksel model geliştirilmesi, karar değişkenlerinin modelin yapısına uygun olarak anlamlı bir şekilde tanımlanmış olması ve modellerin parametrelerden bağımsız olmasıdır.

Tezin diğer bölümleri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, GSP ve ZPGSP tanımlanmış ve ZPGSP için çözüm yaklaşımları verilmiştir. Üçüncü bölümde, ZPGSP için kaynaklarda geliştirilen matematiksel modeller ana hatlarıyla irdelenmiştir. Dördüncü bölümde, bu tez kapsamında geliştirilen düğüm tabanlı ve ayrıt tabanlı iki yeni matematiksel model verilmiştir. Beşinci bölümde, geliştirilen iki yeni model ile kaynaklarda bu problem için önerilen bir modelin performansları karşılaştırılmış, yapılan deneysel çalışma sonuçları ve değerlendirmeler verilmiştir. Tezin son bölümü olan sonuç ve öneriler kısmında ise, yapılan çalışmalar özetlenerek matematiksel modellere ilişkin elde edilen genel sonuçlar ve ileriye dönük öneriler yer almıştır.

2. ZAMAN PENCERELİ GEZGİN SATICI PROBLEMİ (ZPGSP)

Bu bölümde ZPGSP tanımlanacak ve bu problem için kaynaklarda önerilen çözüm yaklaşımları incelenecektir.

2.1. Zaman Pencereci Gezgın Satıcı Problemi'nin (ZPGSP) Tanımı

Gezgın Satıcı Problemi (GSP), bir gezgının bir şehirden başlayarak diğér tüm şehirleri, yalnız bir kez ziyaret edip tekrar kendi bulunduğu şehre (depoya) dönmesiyle elde edilen tur uzunluğunun, süresinin, maliyetinin vb. enküçüklenmesi olarak tanımlanır. GSP, NP-zor problemler sınıfında yer alan ve üzerinde çok çalışılan problemlerden birisidir.

GSP'ye her şehrin önceden belirlenen en erken ve en geç ziyaret anlarını belirten *zaman pencereleri* içinde ziyaret edilmesi kısıtı eklendiğinde elde edilen problem ise "*Zaman Pencereci Gezgın Satıcı Problemi (ZPGSP)*" olarak adlandırılır. Müşteriler tarafından önceden belirlenmiş olan *zaman penceresi*, gezgının ilgili şehri ziyaret edebileceği zaman dilimini tanımlar. ZPGSP, GSP'nin özel bir problemi olduğundan NP-zor problemler sınıfında yer almaktadır. Savelsbergh [1985], ZPGSP'de uygun çözümlerin bulunmasının dahi NP-zor olduğunu çalışmasında kanıtlamıştır. ZPGSP'de gezgın, şehirlere (müşterilere) belirlenen zaman pencereleri içinde hizmet vermek zorunda ise problem "*kesin zaman pencereci GSP*" olarak, eğer belirli bir maliyete katlanmak koşuluyla zaman penceresi kısıtlarından ödün verilmesi söz konusu ise problem "*esnek zaman pencereci GSP*" olarak adlandırılmaktadır.

2.2. ZPGSP'nin Uygulama Alanları

ZPGSP, gerçek hayat problemlerine kolaylıkla uyarlanabilmektedir. Problemin yapısı gereği, içinde zaman kavramının olması gerçek hayatla örtüşmektedir. ZPGSP; yakıt dağıtımı, posta-gazete dağıtımı, ürün dağıtımı, endüstriyel atık toplama, servis araçlarını rotalama, bozulabilir ürünlerin nakliyesi, askeri operasyonlar (kapasite kısıtının olmadığı durumlar), atölye tipi üretimlerin çizelgelenmesi gibi bazı alanlarda uygulanabilmektedir.

2.3. ZPGSP İçin özüm Yaklaşımları

Christofides vd. [1981], ZPGSP'nin tanımının yapıldığı ve zaman penceresi ifadesinin kullanıldığı ilk çalışmadır. Bu çalışmada, ZPGSP'nin çözümü için dinamik programlama yaklaşımı kullanılmıştır.

Baker [1983], ZPGSP'yi tanımlayan ve matematiksel modelini geliştiren ilk araştırmacıdır. Baker [1983] çalışmasında, belirli düğüm ya da düğümler için *zaman pencereleri* kısıtı içeren GSP'yi "*Zaman Kısıtlı GSP*" olarak adlandırmıştır.

Savelsbergh [1986], zaman kısıtını "*zaman penceresi*" olarak tanımlamış ve probleme "*Zaman Pencereleli Rotalama Problemleri*" adını vermiştir. Takiben, 1988 yılında yayımlanan iki makalede de bu isimlendirme kullanılmıştır (Desrosiers vd., [1988]; Solomon vd., [1988]). ZPGSP için kullanılan çözüm yaklaşımları; dinamik programlama, matematiksel modellere dayalı özel algoritmalar ve sezgisel yöntemler olarak üç ana sınıf altında toplanabilir. Bu bölümde, kaynaklarda önerilen çözüm yaklaşımları bu üç sınıf altında özetlenecektir.

i) Dinamik Programlama Yaklaşımları

Christofides vd. [1981], ZPGSP'nin çözümü için dinamik programlama yaklaşımını öneren ilk araştırmacılarıdır. 50 düğümlü problemlerin eniyi çözümüne dal-sınır algoritması ve dinamik programlama yaklaşımı kullanılarak ulaşılmıştır.

ZPGSP'ye dinamik programlama ve uzantıları ile çözüm getiren bir diğer çalışma ise Desrochers vd. [1992] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, tamsayılı küme bölümlene probleminin çözülmesi amacıyla "kolon üretimi" yaklaşımından yararlanılmıştır. Dal-sınır algoritmasında kullanılan doğrusal programlama gevşetmeleri kolon üretimi yaklaşımıyla çözülmüş ve elde edilen uygun kolonlar zaman pencereleli ve kapasite kısıtlı en kısa yol probleminin dinamik programlama ile çözümünde kullanılmıştır.

Dumas vd. [1995] ise, problemin çözümü için önerdikleri dinamik programlama yaklaşımı ile *durum uzayı* ve *durum geçiş* sayısının azaltılmasını sağlamışlardır.

ii) **Matematiksel Modellere Dayalı Özel Algoritmalar**

ZPGSP için ilk matematiksel model, Baker [1983] tarafından önerilmiştir. Bu model, mutlak değerli kısıtlar içerdiğinden dolayı doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir ve çözümü zordur. Bu nedenle çalışmada, problemin çözümü için bir “dal-sınır algoritması” geliştirilmiştir. Geliştirilen dal-sınır algoritması ile en fazla 51 düğümlü problemler için eniyi çözüm elde edilebilmiş ve çözüm süresinin 80 saniyeye kadar çıktığı rapor edilmiştir.

Desrosiers vd. [1988], ZPGSP'nin *çok gezginli* durumu için bir matematiksel model geliştirilmişlerdir. Geliştirilen bu modelde, beklemler dikkate alınmadan sadece yolda harcanan süreler toplamı enküçüklenmektedir. Desrosiers vd. [1988], problemi küme bölümlene problemi olarak ele almış ve zaman pencereli en kısa yol algoritması ile kolon üreterek probleme çözüm elde etmişlerdir.

ZPGSP'ye matematiksel model geliştirilerek çözüm önerisi getiren bir diğer çalışma, Langevin vd. [1993] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, Finke vd.'nin [1984] GSP için önerdikleri “iki ürünlü akış modeli” esas alınarak, ZPGSP için bir matematiksel model önerilmiştir. Ayrıca bu model, ZPGSP için beklemlerin süre ve maliyet yönüyle formüle edildiği ilk model olması açısından önemlidir.

Desrosiers vd. [1995] ise, Miller, Tucker ve Zemlin [1960] (MTZ) tarafından ortaya konulan alt tur engelleme kısıtlarını kullanarak bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Bu modelin, Ascheuer vd. [2001] tarafından ortaya konulan MTZ tabanlı modelle aynı olduğu görülmüştür.

Ascheuer vd. [2000], asimetric ZPGSP için Dantzig, Fulkerson ve Johnson [1954] (DFJ) tarafından ortaya konulan alt tur engelleme kısıtlarını içeren bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Ascheuer vd. [2000]'nin çalışmalarında da belirttikleri üzere, modelin yapısı herhangi bir kısıt eklenmesine müsait değildir. Bu gelişmeyi takiben, Ascheuer vd. [2001], DFJ tabanlı bu modele ek olarak düğüm ve ayrıt tabanlı iki model daha geliştirerek, bu modelleri asimetric ZPGSP'nin çözümünde kullanmışlardır. Önerilen düğüm tabanlı model, Desrosiers vd.'nin [1995] MTZ tabanlı modelidir. Daha önce anlatılan Desrosiers vd. [1988]'nin çok gezginli modelinde gezgin sayısı bir olarak alındığında ($m = 1$) model, Ascheuer vd. [2001] tarafından önerilen düğüm tabanlı matematiksel modele dönüşmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen özel yöntem sayesinde, çok sayıda problem için eniyi çözümler elde edilmiştir.

Favaretto vd. [2006], problem için Desrosiers vd.'ne [1995] ait modele dayalı bir matematiksel model geliştirmişler ve problemin çözümü için karınca kolonisi sistemine dayalı bir sezgisel yaklaşım önermişlerdir. Model, gerçek bir problem üzerinde çalıştırılmış ve çözüm elde edilmiştir.

Dash vd.'nin [2009] ise, çalışmalarında problem için zaman pencerelerinin alt pencerelere bölünmesiyle doğrusal programlama gevşetme değerlerini elde etmişler ve bu gevşetme değerlerini dal ve kesme algoritması için iyi bir başlangıç alt sınırı elde etmek için kullanmışlardır.

Anlatılan bu modellerin yanı sıra, kaynaklarda ZPGSP için geliştirilen birçok model bulunmaktadır. Özellikle yukarıdaki çalışmalara değinilmesi, bu çalışmaların ZPGSP açısından temel oluşturmasındandır.

iii) Sezgisel Yöntemler

Kaynaklarda, sezgisel yaklaşım içeren birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalara; Savelsbergh [1985], Blanton & Wainwright [1993], Schmitt [1994], Carlton vd. [1996], Potvin & Bengio [1996], Gendreau vd. [1998], Hong vd. [1999], Andrew Lim vd. [2003], Ohlman ve Thomas [2007], Silva ve Uritia [2010] şeklinde birkaç örnek verilebilir. Bu çalışmalarda “yerel arama, tabu arama, değişken yöre arama algoritmaları ve tavlama benzetimi” gibi sezgisel yöntemler kullanılarak toplam tur süresini enküçükleyen çözümler elde edilmiştir.

3. ZPGSP'YE İLİŞKİN KARAR MODELLERİ

Bu bölümde, ZPGSP için kaynaklarda geliştirilmiş olan matematiksel modeller incelenerek yeni modellemenin gerekliliği üzerinde durulacaktır.

3.1. Modeller İçin Ortak Gösterimler

Kaynaklardaki çalışmalarda yer alan modellerde, araştırmacılar farklı simgesel gösterimlerle tanımlamalar yapmıştır. Tez kapsamında bahsedilecek olan modellerin daha iyi anlaşılabilmesi ve ortak bir gösterim sağlanabilmesi amacıyla tüm modeller için aynı anlama gelen dizin kümeleri, karar değişkenleri ve parametreler tanımlanmıştır. Bu tanımlar aşağıda verilmektedir:

- **Dizin Kümeleri**

$G = (V, A)$ yönlü seriminde,

$V = \{0, 1, \dots, n\}$ düğümler (şehirler, müşteriler) kümesi, $\{0\}$ depo (merkez) ve

$A = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ ayrıtlar kümesi.

- **Parametreler**

a_i : i 'inci şehirde hizmetin en erken başlama anı,

b_i : i 'inci şehirde hizmetin en geç başlama anı,

$[a_i, b_i]$: i 'inci şehrin zaman penceresi,

t_{ij} : i 'inci şehirden j 'inci şehre geçiş süresi, $(i, j) \in A$,

c_{ij} : i 'inci şehirden j 'inci şehre geçiş maliyeti, $(i, j) \in A$,

c_i : i 'inci şehirde birim zaman bekleme maliyeti.

- **Karar Değişkenleri**

x_{ij} : $(i, j) \in A$ ayrıtı turdaysa 1, değilse 0,

t_i : gezginin i 'inci şehre geldiği an,

w_i : i 'inci şehirde hizmet öncesi bekleme süresi.

3.2. Kaynaklarda Yer Alan Karar Modelleri

Bu bölümde, kaynaklardaki matematiksel modeller yayım yılı esas alınarak incelenecek ve modelleri tanımlamada araştırmacının adı kullanılacaktır.

3.2.1. Baker [1983] Modeli

ZPGSP için ilk matematiksel model, Baker [1983] tarafından önerilmiştir. Bu model ancak tam bağlı, simetrik, üçgen eşitsizliğinin sağlandığı bir serim için geçerli olabilmektedir. Bölüm 3.1'deki simgelere ek olarak bu model için,

$\{n + 1\}$: serime eklenen yapay bitiş düğümü

şeklinde tanımlanarak depodan çıkış zorunlu kılınmakta ancak depoya girişe izin verilmemektedir. Gezgin, müşterileri ziyaret ettikten sonra $(n + 1)$ 'inci düğümle gösterilen yapay depoya dönüş yapmaktadır, ancak müşteri bitiş düğümü süreleri olan $t_{i,n+1}$ 'in değerleri t_{ij} olarak işleme alınmaktadır. Bu tanımlamayla birlikte *Baker'in [1983] matematiksel modeli* aşağıda verilmektedir:

$$t_i - t_0 \geq t_{0i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$|t_i - t_j| \geq t_{ij}, \quad i = 2, 3, \dots, n; \quad 1 \leq j \leq i \quad (2)$$

$$t_{n+1} - t_i \geq t_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$t_i \geq 0, \quad i = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (4)$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

kısıtları altında

$$Enk \ t_{n+1} - t_0 \quad (6)$$

Görüldüğü gibi modelde, sadece $(n + 2)$ adet sürekli karar değişkeni vardır. $t_0 = 0$ olduğunda bu sayı, $(n + 1)$ 'e düşmektedir. Dolayısıyla model, $O(n)$ ölçeğinde karar değişkeni içermektedir. Ayrıca modelde, $(2n)$ adet doğrusal kısıt, n adet zaman penceresi kısıtı ve $(n^2 - n)/2$ adet mutlak değerli kısıt bulunmaktadır. Bu durumda modelde $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt vardır.

Model, $(n^2 - n)/2$ tane mutlak değerli kısıt taşıyor olması nedeniyle *doğrusal olmayan* bir matematiksel modeldir. Amaç fonksiyonu ise toplam tur süresini enküçüklemekte olup, ayrıtlarda geçen süre ve düğümlerdeki bekleme süreleri ayrı ayrı ele alınmamıştır. Dolayısıyla model, ayrıtlarda geçen süre ve bekleme süreleri birlikte esas alan bir çözüm açısından yetersiz kalmaktadır. Ayrıca, doğrusal olmayan bir matematiksel model olmasından dolayı modelin bir paket program kullanılarak doğrudan çözümü zorlaşmaktadır. Bu nedenle Baker [1983], problemin çözümü için bir dal-sınır algoritması geliştirmiş ve bu algoritma ile 51 düğümlü problemler için eniyi çözümü elde etmiştir.

3.2.2. Desrosiers vd.'nin [1988] Çok Gezginli Modeli

ZPGSP için çok gezginli modelleme ilk kez Desrosiers vd. [1988] tarafından geliştirilmiştir. Modeli tanımlayabilmek için Bölüm 2.1'deki simgelere ek olarak aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

S : bir gezginin maliyeti

m : gezgin sayısı

$$M_{ij} = \text{Enb} \{b_i + t_{ij} - a_j, 0\}$$

Desrosiers vd.'nin [1988] çok gezginli modeli :

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{il} = \sum_{j=0}^n x_{lj}, \quad l = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{0j} = m, \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{i0} = m, \quad (10)$$

$$t_i \leq b_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$t_i \geq a_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$t_i + t_{ij} - t_j \leq M_{ij}(1 - x_{ij}), \quad i, j = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (14)$$

kısıtları altında

$$Enk \left(Sm + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} \right) \quad (15)$$

şeklindedir.

Modelde, $(n + 1)^2$ adet sıfır-bir tamsayılı karar değişkeni, $(n + 1)$ adet sürekli değişken ve $(n^2 + 4n + 2)$ adet kısıt bulunmaktadır. Dolayısıyla model, $O(n^2)$ ölçeğinde karar değişkeni ve $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt içermektedir.

Bu çalışmada, asıl-ikil (primal-dual) yaklaşımıyla en kısa yol probleminin çok gezginli durumu için genelleme yapılmıştır. İkil modelde, uygun olmayan rotalar bulunarak ve asıl modelin çözümünde bu rotalar atılarak, kullanılan “dal-sınır tekniği” ile daha hızlı çözümler üretilebilmektedir. Desrosiers vd. [1988], iki aşamalı bu yaklaşım sayesinde, 223 düğümü olan büyük boyutlu problemlere çözüm elde etmişlerdir.

3.2.3. Langevin vd.’nin [1993] Modeli (OL Modeli)

ZPGSP için bekleme süre ve maliyet yönüyle formüle edildiği ilk model, Langevin vd. [1993] tarafından önerilmiştir. Bu modelin temelini, Finke vd.’nin [1984] GSP için önerdikleri “iki ürünlü akış modeli” oluşturmaktadır. Bu tez kapsamında, bu model *Orijinal Langevin (OL) modeli* olarak adlandırılmıştır.

OL modelinde z_{ij} ve y_{ij} ile gösterilen iki ana akış değişkeni tanımlanmıştır. Daha önceki simgeler ve tanımlara ek olarak modele ait diğer tanımlamalar aşağıda verilmektedir:

T : Turun başında eldeki toplam kaynak,

y_{ij} : i 'inci şehre gelene kadar elde kalan kaynak miktarı,

z_{ij} : i 'inci şehre gelene kadar harcanan kaynak miktarı.

Ayrıca, t_{ij} karar değişkeni daha önce tanımlanan yapıdan farklı olmamakla beraber “iki ürünlü akış probleminin” yapısına uygun olarak aşağıdaki gibi yeniden tanımlanmıştır:

t_{ij} : (i, j) ayrıtında seyahat etmek için gerekli olan kaynak miktarı

$T = \text{Enb} \{b_i + t_{i0}\}$ olmak üzere, *OL modeli* :

$$\sum_{j=0}^n z_{ij} - \sum_{j=0}^n z_{ji} - \sum_{j=0}^n t_{ji}(y_{ji} + z_{ji})/T - w_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^n z_{i0} + \sum_{i=1}^n t_{i0}(y_{i0} + z_{i0})/T \leq T \quad (17)$$

$$\sum_{j=0}^n (y_{ij} + z_{ij}) = T, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

$$\sum_{i=0}^n (y_{ij} + z_{ij}) = T, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

$$\sum_{j=0}^n z_{ij} \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

$$\sum_{j=0}^n z_{ij} \geq a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

$$y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (22)$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, 1, \dots, n \quad (23)$$

$$w_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

$$y_{ij} + z_{ij} \in \{0, T\}, \quad \forall i, j \in A \quad (25)$$

kısıtları altında

$$\text{Enk} \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij}(y_{ji} + z_{ji})/T + \sum_{i=1}^n c_i w_i \right) \quad (26)$$

şeklindedir.

Modelin doğrusal programlama gevşetmesi yani gevşetilmiş modeli, (25) nolu kısıt yerine $y_{ij} + z_{ij} \leq T, (i, j) \in A$ kısıtlarının eklenmesiyle elde edilir. (10) veya (11) nolu kısıtlardan ötürü, bu kısıtlar gereksiz olmakta ve buna istinaden modelden atılabilir. Bu durumda modelde, $(3n + 1)$ adet kısıt, $(2n)$ adet zaman kısıtı bulunurken, $O(n^2)$ ölçeğinde karar değişkeni ve $O(n)$ ölçeğinde kısıt içerir.

Bu model, bekleme isteğe bağlı olarak süre ve maliyet yönüyle formüle eden ilk modeldir. Bu nedenle modeldeki kısıtlara kısaca değinilecektir. (16) nolu kısıtlar, ayrıtlar üzerindeki tur dengesini sağlayarak modelin basamak fonksiyonunu oluşturmaktadır. (17) nolu kısıtlar, depoya gelene kadar dağıtılan kaynak ile hangi şehirden depoya gidilmişse bu arada gerekli olan kaynak miktarı toplamının eldeki kaynak miktarı toplamından küçük ya da eşit olmasını sağlamaktadır. (18) ve (19) nolu kısıtlar, i 'inci şehre gelene kadar elde kalan kaynak miktarı ile harcanan kaynak miktarı toplamını eldeki kaynak miktarına eşitlemektedir. (20) ve (21) nolu kısıtlar, i 'inci şehre gelene kadar harcanan kaynak miktarının zaman pencereleri arasında kalmasını sağlamaktadır. (22) nolu kısıtlar, her şehir için o şehre gelene kadar elde kalan kaynak miktarı ile harcanan kaynak miktarı toplamının sıfır ya da toplam kaynak miktarına (T) eşit olmasını sağlayan tamsayı kısıtlarıdır. (23)-(25) nolu kısıtlar grubu, ilgili değişkenlerin sıfırdan küçük olamama kısıtlarıdır. Modelin amaç fonksiyonu, bekleme maliyetlerini de göz önüne alarak toplam tur maliyetini enküçükmektedir. Eğer c_{ij} yerine t_{ij} ve c_i eşit 1 alınırsa amaç fonksiyonu, turda geçen toplam süreyi enküçükleyen hale dönüşmektedir. (25) nolu kısıtla verilen ilişki, modeli tamsayılı olarak ele almayı zorunlu kılmaktadır. Tanımda y_{ij} ve z_{ij} sürekli değişkenler gibi algılanmakla birlikte, bunların her (i, j) için toplamının ya sıfır ya da T 'ye eşit olması gerekmektedir. Bu haliyle model, çözüm açısından güçlükleri beraberinde getirmektedir.

Toplam tur süresi ve bekleme süresini farklı maliyet bileşenleri için çözebilen bu model ile makalede değinilen özel algoritma, 60 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümler elde edilmektedir. Modelin sahip olduğu bu özelliklere karşın bazı eksiklikleri aşağıda özetlenmektedir. Modeldeki y_{ij} ve z_{ij} karar değişkenleri çift indisli olmasına rağmen, bu değişkenlerin tanımı yalnız birinci indisle yapılmış, ikinci indis anlamsız bir halde tutulmuştur. Bu nedenle, bu karar değişkenlerinin tanımı yapay kalmış ve anlamlı bir tanım olmaktan uzaklaşmıştır. Ayrıca, model bir

T parametresine bağlıdır. Parametrelerin sistemin davranışını etkilediği halde karar vericinin kontrolü dışında değer alan bileşenler olması, modelleme açısından bir dezavantajdır. Tüm bunların yanında, ZPGSP'nin en önemli uzantısı olan ZPARP'ye dönüştürülebilir olması modelleme açısından önemlidir. ZPGSP ile yapılacak bir modelleme, çok gezginli hale kolay uyarlanabilmelidir ki ZPARP için de bir alt yapı oluşturabilsin. Bu noktada, modeldeki tanımlamalar doğrultusunda *OL modelinin* çok gezginli hale dönüştürülmesi de sorunlu olur. *OL modeline*, her i şehri için depoya dönene kadar harcanan kaynak miktarını gösteren z_{i0} karar değişkeninin toplamını sıfır yapan kısıt ($\sum_{i=1}^n z_{0i} = 0$) eklenilmeden doğru çözümler vermediği görülmüştür.

3.2.4. Desrosiers vd.'nin [1995] Modelleri

Bu bölümde, Desrosiers vd. [1995] tarafından geliştirilen modellere yer verilecektir. Modellerden biri, düğüm tabanlı bir modeldir. Diğer model ise, *OL modelinden* türetildiği için bu tez kapsamında *Gözden Geçirilmiş Langevin (GL) modeli* olarak adlandırılacaktır.

i) *Desrosiers vd.'nin Düğüm Tabanlı Modeli*

Desrosiers vd. tarafından geliştirilen bu matematiksel modeldeki yardımcı değişken tanımı, düğüm üzerinden yapıldığı için (t_i), model düğüm tabanlı bir modeldir. Beklemeleri göz önünde bulundurmayan bu model, ayrıtlarda geçen süreler toplamını enküçükmektedir. Modeldeki $\{n + 1\}$ 'inci düğüm, serime eklenen yapay bitiş düğümüdür. Daha önceki simgesel gösterim ve tanımlarla birlikte, *Desrosier vd.'nin [1995] düğüm tabanlı modeli*,

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = 1 \quad (28)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^{n+1} x_{ji} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,n+1} = 1 \quad (30)$$

$$x_{ij}(t_i + t_{ij} - t_j) \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (31)$$

$$t_i \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

$$t_i \geq a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (33)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (34)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \quad (35)$$

şeklinde verilmiştir.

Desrosiers vd.'nin [1995] düğüm tabanlı modelinde, $(n^2 + 3n + 2)$ adet kısıt ve $(n^2 + n)$ adet sıfır-bir tamsayılı değişken bulunmaktadır. Dolayısıyla model, $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt ve $O(n^2)$ ölçeğinde değişken içermektedir.

Bu model, bekleme sürelerini veya maliyetlerini göz önünde bulundurmamakta yalnızca turda geçen süreler toplamını enküçükmektedir. t_{ij} 'ler yerine c_{ij} 'lerin alınması halinde, ayrıtlardaki maliyet toplamının da enküçükleneceği açıktır.

ii) Gözden Geçirilmiş Langevin Modeli (GL Modeli)

Desrosiers vd. [1995], OL modelinin doğrudan çözümünü alabilmek için modeli yeniden düzenlemişlerdir. Desrosiers vd. [1995] tarafından önerilen bu model tez kapsamında Gözden Geçirilmiş Langevin (GL) modeli olarak adlandırılmıştır.

Modelde, T parametresi OL modelindeki gibi $Enb\{b_i + t_{i0}\}$ olarak tanımlanmıştır. $\{n + 1\}$ 'inci düğüm, serime eklenen yapay bitiş düğümüdür. Genel simgesel gösterim ve tanımlamalara ek olarak OL modelindeki ek tanımlarla birlikte GL modeli,

$$\sum_{j=1}^{n+1} (y_{ij} + z_{ij}) = T , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (36)$$

$$\sum_{i=0}^n (y_{ij} + z_{ij}) = T , \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (37)$$

$$\sum_{j=1}^n (y_{0j} + z_{0j}) = T \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_{i,n+1} + z_{i,n+1}) = T \quad (39)$$

$$t_0 = \sum_{j=1}^n z_{0j} \quad (40)$$

$$t_i = \sum_{j=1}^{n+1} z_{ij} , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (41)$$

$$t_i = \sum_{j=0}^n (z_{ji} + t_{ji}x_{ji}) + w_i , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (42)$$

$$t_{n+1} = \sum_{i=1}^n (z_{i,n+1} + t_{i,n+1}x_{i,n+1}) + w_{n+1} \quad (43)$$

$$t_i \leq b_i , \quad i = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (44)$$

$$t_i \geq a_i , \quad i = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (45)$$

$$x_{ij} = (y_{ij} + z_{ij}) / T \quad i, j = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (46)$$

$$y_{ij} \geq 0 , \quad i, j = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (47)$$

$$z_{ij} \geq 0 , \quad i, j = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (48)$$

$$w_i \geq 0 , \quad i = 1, \dots, n + 1 \quad (49)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} , \quad i, j = 0, 1, \dots, n + 1 \quad (50)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^{n+1} \sum_{j=0}^{n+1} t_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{n+1} w_i \quad (51)$$

şeklinde verilmiştir.

GL modeli ($n^2 + 7n + 7$) adet kısıt, ($n^2 + n$) adet sıfır-bir tamsayılı değişken ve ($2n^2 + 3n + 1$) adet karar değişkeni içermektedir. Dolayısıyla modelde, $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt ve $O(n^2)$ ölçeğinde değişken bulunmaktadır.

GL modeli, *OL modeline* ek müdahale yapılmadan çalışmaması dezavantajını ortadan kaldırmış olmakla beraber, *OL modelinin* parametreye bağlı olması ve *OL modelindeki* değişkenlerin anlamlı tanımlanmamış olması eleştirileri *GL modeli* için de geçerlidir.

3.2.5. Ascheuer vd. [2001]'nin Modelleri

Önceki kesimlerde bahsedildiği üzere, Ascheuer vd. [2000]'nin yaptıkları çalışmada ZPGSP için geliştirilen DFJ tabanlı model, Ascheuer vd. [2001]'nin çalışmasında yer almıştır. Yanı sıra Ascheuer vd. [2001]'nin çalışmasında iki yeni model daha geliştirilmiştir. Ascheuer vd. [2001], asimetrik ZPGSP için *düğüm tabanlı*, *ayrıt tabanlı* ve *yardımcı değişkensiz* olmak üzere üç model geliştirmişlerdir. Bu modeller sırasıyla *M1*, *M2* ve *M3* olarak adlandırılacaktır.

i) **Ascheuer vd.'nin [2001] Düğüm Tabanlı Modeli (M1)**

Ascheuer vd. [2001] tarafından geliştirilen *düğüm tabanlı model (M1)* ile bir önceki kısımda bahsedilen *Desrosiers vd.'nin [1995] düğüm tabanlı modelinin* aynı olduğu görülmüştür. Daha önceki simgesel gösterimlere ek olarak yapılan tanımlamalar:

p_i : i 'inci düğüme verilen hizmet süresi

$v_{ij} = p_i + t_{ij}$: i 'inci düğüme geldikten sonra j 'inci düğüme gelinebilmesi için
geçecek asgari süre

şeklinde yeni tanımlamalar yapılmıştır.

Bu tanımlamalara dayalı olarak *M1 modeli* :

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0,1, \dots, \dots, n \quad (52)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0,1, \dots, \dots, n \quad (53)$$

$$t_i + v_{ij} - (1 - x_{ij})M \leq t_j, \quad i, j = 1,2, \dots, \dots, n; i \neq j \quad (54)$$

$$t_i \leq b_i, \quad i = 1,2, \dots, \dots, n \quad (55)$$

$$t_i \geq a_i, \quad i = 1,2, \dots, \dots, n \quad (56)$$

$$t_i \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, \dots, n \quad (57)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (58)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \quad (59)$$

şekindedir.

Modelde, $O(n^2)$ ölçeğinde karar değişkeni ve $O(n^2)$ ölçeğinde kısıtı bulunmaktadır.

Ascheuer vd.'nin [2001] de ifade ettiği üzere bu modeldeki (54) nolu kısıt grubu, MTZ alt tur engelleme kısıtlarıdır. Bu modelde, düğümlerdeki hizmet süreleri olan p_i 'ler sıfır olarak ele alınırsa önceki kesimde değinilen Desrosiers vd. [1995] modeline dönüşür. Ascheuer vd. [2001], (54) nolu kısıtların yeterince sıkılaştırılmadığından ve daha da sıkıştırılabileceğinden bahsetmişlerdir. Yanı sıra, *büyük-M*'ye bağlı modellemenin sayısal analizlerde sorun çıkarabileceğine değinilmiştir. Modeldeki *büyük-M*'nin $M_{ij} \geq b_i + v_{ij} - a_i$ şeklinde tanımlanarak modelin sıkılaştırılabileceği de belirtilmiştir. Ayrıca x ve t karar değişkenleri arasındaki ilişkinin zayıf olması ve bunun yalnızca (54) nolu kısıtlar tarafından sağlanması da bir dezavantaj olarak görülmüştür. Bunların yanı sıra, modelin beklmeleri göz önüne almaması ve yalnızca ayrıtlarda geçen süreyi enküçüklemesi bu tezin kapsamında bir dezavantaj olarak görülmektedir.

ii) Ascheuer vd.'nin [2001] Yardımcı Değişkensiz Modeli (M2)

Ascheuer vd. [2001] tarafından geliştirilen yardımcı değişkensiz bu modelde daha önceki tanımlamalara ek olarak yapılan tanımlama;

P : belirlenen zaman pencerelerine uygun olmayan rotalar

$$P = (v_1, v_2, \dots, v_k)$$

Bu tanımlamayla birlikte *M2 modeli* :

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (60)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (61)$$

$$\sum_{(i,j) \in W} x_{ij} \leq |W| - 1, \quad 2 \leq |W| \leq n, \quad \forall W \subset V \quad (62)$$

$$\sum_{i=1}^{k-1} x_{v_i, v_{i+1}} \leq |P| - 1 = k - 2, \quad \forall \text{ uygun olmayan rota } P = (v_1, v_2, \dots, v_k) \quad (63)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (64)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \quad (65)$$

şeklinde verilmiştir.

Modeldeki kısıtlar, düğüm sayısına göre üstel artış gösterdiğinden bu modelin doğrudan kullanımı mümkün olmadığı gibi model, beklentileri de göz önünde bulundurmamaktadır.

iii) *Ascheuer vd.'nin [2001] Ayırıt Tabanlı Modeli (M3)*

Ascheuer vd. [2001] tarafından geliştirilen ayırıt tabanlı bu modelde v_{ij} karar değişkeni *M1 modelinde* tanımlandığı şekliyle kullanılmıştır. Önceden tanımlanan simgesel gösterimlere ek olarak yapılan tanımlama;

y_{ij} : gezginin i 'inci şehre hizmet vermeye başladığı an ile j 'inci şehirde hizmetini tamamladığı an arasında geçen süre ($x_{ij} = 1$ olduğunda) , $x_{ij} = 0$ ise sıfır;

Bu tanımlamayla birlikte *M3 modeli*,

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0,1, \dots, n \quad (66)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0,1, \dots, n \quad (67)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} + \sum_{i=0}^n v_{ij}x_{ij} \leq \sum_{k=0}^n y_{jk}, \quad \forall j \in V, i \neq j, k \neq j \quad (68)$$

$$a_i x_{ij} \leq y_{ij} \leq b_i x_{ij}, \quad i, j = 0, \dots, n, i \neq j, i \neq 0 \quad (69)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (70)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} \quad (71)$$

şeklindedir.

M1 ve M2 modellerinde olduğu gibi, bu modelde de beklmeler göz önünde bulundurulmamıştır.

Görüldüğü üzere, bahsedilen *M1, M2 ve M3* modelleri arasında gerek tanımlamalar gerekse de amaç fonksiyonları açısından bir farklılık yoktur. Her üç model de, amaç fonksiyonu açısından beklmeler göz önüne alınmamaktadır.

3.2.6. Diğer Matematiksel Modeller

Kaynaklarda, ZPGSP için geliştirilen matematiksel modelleme açısından göze çarpan diğer çalışmalar ise, sırasıyla Soumis vd.'nin [1998], Favaretto vd.'nin [2006] ve Lodi vd.'nin [2009] modelleridir.

Soumis vd. [1998] tarafından yapılan çalışmada, çok depolu ZPARP için beklemelerin göz önüne alındığı doğrusal olmayan matematiksel bir model geliştirilmiştir. Bu çalışma, beklemelerin göz önüne alınması açısından dikkat çeken bir çalışma olmakla beraber, modelin doğrusal olmayan yapısı nedeniyle çözüm açısından dezavantajlı bir modeldir.

Favaretto vd.'nin [2006] çalışmasında ise, bir matematiksel model verilerek ZPGSP'ye karınca kolonisi sistem yaklaşımıyla çözüm önerilmiştir. Bu çalışmadaki matematiksel modelin önceki bölümlerde anlatılan *Desrosiers vd.'nin [1995] düğüm tabanlı modelinden* bir farkı olmadığı gözlemlenmiştir.

Lodi vd.'nin [2009] çalışması da ZPGSP açısından dikkat çeken başka bir çalışmadır. Lodi vd. bu çalışmalarında, Ascheuer vd.'ne [2001] ait olan *M1 modeline* benzer bir matematiksel model geliştirmişlerdir.

3.3. Genel Değerlendirme ve Yeni Model Gereksinimleri

Yapılan kaynak araştırmasında, gezginin bir şehre hizmete en erken başlama anından (a_i) önce gelmesi halinde, harcanan bekleme sürelerini göz önüne alan model sayısının çok az olduğu, var olan modellerin de bazı dezavantajlarının olduğu görülmüştür. Bu nedenle, doğrudan kullanılacak ve yeni yaklaşımları temel alacak modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Tez kapsamında bu amaç doğrultusunda, ZPGSP için iki yeni model geliştirilmiştir. Bir sonraki bölümde, bu modellere değinilecektir.

Kaynaklardaki iki önemli modelin dezavantajları kısaca şu şekilde özetlenebilir: 1) *Baker'in [1983] modelindeki* mutlak değerli kısıtlar doğrusallığı bozmakta dolayısıyla çözümü zorlaştırmaktadır. Ayrıca, modelde ayrıtlarda geçen süre ve beklmeler ayrı ayrı göz önüne alınmamaktadır. 2) *Desrosiers vd.'nin [1995] modeli* ise, ZPGSP açısından önemli bir gelişme olmakla beraber bu modelin bir T parametresine bağlı olması, karar değişkenleri için yapılan tanımların anlamlı

olmaması ve bu modelin çok gezginli duruma kolay uyarlanamaması gibi dezavantajları bulunmaktadır.

4. ZPGSP İÇİN YENİ MATEMATİKSEL MODELLER

Önceki bölümlerde de bahsedildiği üzere, kaynaklarda bekleme süreleri göz önünde bulunduran modellerin az sayıda olması yeni model geliştirme ihtiyacını doğurmuştur. Bu bölümde, kaynaklardaki modellerin dezavantajlarını ortadan kaldırmak amacıyla geliştirilen iki yeni model açıklanmıştır.

Bu dezavantajların yanı sıra, literatürde bekleme süreleri göz önünde bulunduran modeller çok azdır. Bu nedenle bu tez kapsamında ZPGSP için iki yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Geliştirilen modellerin herhangi bir parametreye bağlı olmaksızın karar değişkenleri açısından anlamlı tanımlar içermesi ve bekleme süreleri göz önüne alınması ZPGSP için önemli bir katkı olarak görülebilir.

Modeller, yardımcı değişkenlerin tanımına göre düğüm ve ayrıt tabanlıdır. Bu modellerden, düğüm tabanlı olanı *DTM*, ayrıt tabanlı olanı ise *ATM* olarak kısaltılmıştır. Tezin bu ve bundan sonraki bölümlerinde modelleri tanımlamada bu kısaltmalar kullanılacaktır.

4.1. ZPGSP İçin Geliştirilen Düğüm Tabanlı Doğrusal Karar Modeli (DTM)

Bu bölümde, düğümler üzerinde tanımlanan yardımcı değişkenlere bağlı olarak üretilen kısıtlardan oluşan düğüm tabanlı modele yer verilmektedir.

s_i : $t_i + w_i$, başlangıçtan i 'inci şehre hizmet verilene kadar geçen süre,

T_1 : ayrıtlarda geçen toplam süre,

T_2 : bekleme sürelerinde geçen toplam süre.

Tüm modeller için geçerli olan ortak tanım ve simgesel gösterimlerle birlikte ZPGSP için geliştirilen **DTM**,

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0,1, \dots, n \quad (72)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0,1, \dots, n \quad (73)$$

$$T_1 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \quad (74)$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^n w_i \quad (75)$$

$$s_i + t_{i0} x_{i0} \leq T_1 + T_2, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (76)$$

$$s_i \geq a_i, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (77)$$

$$s_i \leq b_i, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (78)$$

$$t_i - t_{0i} x_{0i} \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (79)$$

$$t_i + (b_i - t_{0i}) x_{0i} \leq b_i, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (80)$$

$$s_i = t_i + w_i, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (81)$$

$$s_i - t_j + (b_i - t_{0j} + t_{ij}) x_{ij} \leq b_i - t_{0j}, \quad i, j = 1,2, \dots, n; i \neq j \quad (82)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - t_{ij}) x_{ij} \leq b_j - a_i, \quad i, j = 1,2, \dots, n; i \neq j \quad (83)$$

$$t_i \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (84)$$

$$s_i \geq 0, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (85)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (86)$$

kısıtları altında

$$\text{Enk } Z = T_1 + T_2 \quad (87)$$

şeklindedir.

Bu modelde (72) ve (73) nolu kısıtlar her düğüme bir düğümden gelinip bu düğümden de tek bir düğüme geçilmesini sağlamaktadır. Dolayısıyla (72) ve (73) nolu kısıtlar modelin atama kısıtlarıdır.

(74) ve (75) nolu eşitliklerdeki T_1 , tur üzerindeki ayrıtlarda geçen sürelerin toplamı ve T_2 bekleme sürelerinde geçen sürelerin toplamı olarak tanımlanmıştır. Bu tanımlara göre, (76) nolu $s_i + t_{i0}x_{i0} \leq T_1 + T_2$ eşitsizliği ZPGSP için geçerli bir eşitsizlik olup, gezginin bekleme zamanları da dahil olmak üzere depodan çıktığı andan tekrar depoya döndüğü ana kadar geçen süreyi sıkılaştıran bir kısıttır. Her düğüme hizmet verildiği an, düğüme en erken ve en geç geliş zamanları (zaman penceresi) arasında kalacağından (77) ve (78) nolu kısıtlar sağlanmalıdır.

Depodan ilk çıkış düğümü ve bu arada geçen süre ile tanımlanan karar değişkenlerinin anlamları göz önüne alınarak (79) ve (80) nolu kısıtlar geliştirilmiştir.

Önerme 1: Aşağıdaki eşitsizlikler ZPGSP için geçerli eşitsizliklerdir.

$$t_i - t_{0i}x_{0i} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (79)$$

$$t_i + (b_i - t_{0i})x_{0i} \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (80)$$

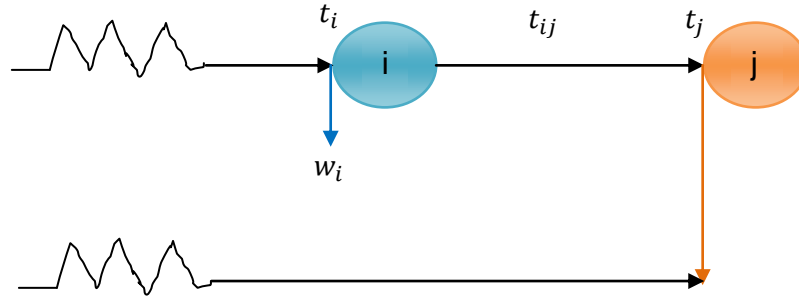
Kanıtı: $x_{ij} \in \{0,1\}$ olacağından, (72) ve (73) nolu kısıtlar gereğince x_{0i} karar değişkeni, depodan i 'inci düğüme gelinmişse 1, diğer durumlarda 0 olacaktır. x_{0i} karar değişkenininin 1'e eşit olması durumunda, (79) nolu eşitsizlikten $t_i \geq t_{0i}$ ve (80) nolu eşitsizlikten $t_i \leq t_{0i}$ elde edilir ki i 'inci düğümün turdaki ilk durak olması halinde, bu düğüme geliş anı $t_i = t_{0i}$ olacaktır. i 'inci düğümün tur üzerindeki ilk düğüm olmaması halinde ise $x_{0i} = 0$ değerini alır ki (79) ve (80) nolu eşitsizliklerden $0 \leq t_i \leq b_i$ elde edilir. $t_i \geq 0$ aşikar olup, $t_i \leq b_i$ ilişkisi ise zaman penceresi gereğidir. (79) ve (80) nolu eşitsizlikler ZPGSP için sınırlandırıcı kısıtlar olarak ele alınacaktır. □

Gezginin i 'inci düğüme hizmet verene kadar geçen süre, i 'inci düğüme geliş anı ile i 'nci düğüme hizmet verene kadar geçen bekleme süresinin toplamı olacağından,

$$s_i = t_i + w_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (81)$$

kısıtları yazılır.

Gezginin depodan çıktıktan sonra, tüm düğümlere uğrayıp yine depoya dönebilmesi için; ara düğümler arasında alt turlar oluşmadan her ara düğüme ilişkin t_i ve s_i değişkenlerinin tanımlarıyla uyumlu artan bir basamak fonksiyonu oluşturmalıdır. Eğer i 'inci düğümden j 'inci düğüme geçilmişse $t_j = t_i + w_i + t_{ij}$ olmalıdır. Bu ilişki, Şekil 4.1'de verilmiştir:



Şekil 4.1: Değişkenler Arası İlişkinin Şekilsel Gösterimi

Tur üzerindeki değişkenler arasında gerçekleşmesi zorunlu olan; eğer $x_{ij} = 1$ ise $t_j = t_i + w_i + t_{ij}$ sağlanmalıdır şeklindeki ilişkinin doğrusallaştırılması Önerme 2'de verilmiştir:

Önerme 2: Aşağıdaki bağıntılar ZPGSP için geçerli eşitsizlikler olup alt turların oluşmasına engel olurlar ve tur üzerinde karşı gelen karar değişkenlerinin tanımlarıyla uyumlu değer almasını garanti ederler. Eğer $x_{ij} = 1$ ise ve $s_i = t_i + w_i$ olduğunda, $t_j = t_i + w_i + t_{ij}$ denklemi aşağıdaki şekilde doğrusal hale getirilebilir:

$$s_i - t_j + (b_i - t_{0j} + t_{ij})x_{ij} \leq b_i - t_{0j}, \quad i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n \quad (82)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - t_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i, \quad i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n \quad (83)$$

Kanıt: i ve j düğümleriyle ilgili olarak aşağıdaki üç durum söz konusu olabilir:

- i) $x_{ij} = 1$, $x_{ji} = 1$
- ii) $x_{ij} = 0$, $x_{ji} = 0$
- iii) $x_{ij} = 1$, $x_{ji} = 0$ (veya $x_{ij} = 0$, $x_{ji} = 1$)

Eğer ilk durum ortaya çıkmış ise, bu iki düğüm arasında bir alt tur meydana gelmiş demektir. (82) ve (83) nolu bağıntılar hem (i, j) , hem (j, i) ayrıtları için yazılır ve x_{ij} değişkenlerinin yerine 1 değeri konulursa,

$$x_{ij} = 1 \text{ için } t_j = s_i + t_{ij}$$

ve $x_{ji} = 1 \text{ için } t_i = s_j + t_{ji}$

elde edilir ki, $s_i = t_i + w_i$ ve $s_j = t_j + w_j$ olduğu göz önüne alındığında,

$$t_j = t_i + w_i + t_{ij}$$

$$t_i = t_j + w_j + t_{ji}$$

bulunur. Bu eşitsizlikler taraf tarafa toplanırsa, $w_i + t_{ij} + w_j + t_{ji} = 0$ elde edilir ki t_{ij} 'ler hiçbir zaman sıfır olamayacağından, bu mümkün değildir. O halde, (82) ve (83) nolu eşitsizlikler gereği $x_{ij} = x_{ji} = 1$ olamaz.

İkinci durumun ortaya çıkması, ne i 'inci düğümden j 'inci düğüme ne de j 'inci düğümden i 'inci düğüme gidilmemesidir. (82) ve (83) nolu bağıntılar hem (i, j) , hem (j, i) ayrıtları için yazılır ve x_{ij} değişkenlerinin yerine 0 değeri konulursa,

$$x_{ij} = 0 \text{ için } t_{0j} + a_i \leq b_i + b_j$$

ve $x_{ji} = 0 \text{ için } t_{0i} + a_j \leq b_i + b_j$

elde edilir. Her zaman $a_i \leq b_i$ ve $t_{0j} \leq b_j$ ile $a_j \leq b_j$ ve $t_{0i} \leq b_i$ olacağından $x_{ij} = x_{ji} = 0$ durumunda (82) ve (83) nolu eşitsizlikler sağlanır.

Son durum ortaya çıktığında yani x_{ij} karar değişkeni 1'e eşit olduğunda ise, (82) nolu eşitsizlikten $t_j \geq s_i + t_{ij}$ ve (83) nolu eşitsizlikten $t_j \leq s_i + t_{ij}$ elde edilir ki burada s_i yerine $t_i + w_i$ konulduğunda, $t_j = t_i + w_i + t_{ij}$ eşitliği bulunur. Bunlardan (82) ve (83) nolu eşitsizlikler, düğümlere geliş anı olan t_i 'lere sürekli artan değerler atayacak, bunlar artan bir basamak fonksiyonu oluşturacaktır. Böylece ara düğümler arasında bir alt tura izin verilmeyecektir. Bu nedenle, (82) ve (83) nolu bağıntılar, ZPGSP için alt tur engelleme kısıtlarıdır. □

(84) ve (85) nolu kısıtlar t_i ve s_i karar değişkenlerinin sıfırdan küçük olmamasını sağlamaktadır. (86) nolu kısıtlar ise x_{ij} karar değişkeni için tamsayı kısıtlarıdır. (87) nolu fonksiyon, ayrıtlarda ve beklemelerde geçen süre olmak üzere toplam süreyi enküçükleyen amaç fonksiyonudur.

Tam bağlı bir serimde ZPGSP için 12 grup bağıntıdan oluşan modelin kısıt sayısı, $(2n^2 + n - 1)$ kadardır. Modele esas, $(3n)$ tane sürekli değişken ve $(n^2 + n)$ tane sıfır-bir tamsayı değişkeni vardır. Önerilen karar modeli, $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt ve $O(n^2)$ ölçeğinde tamsayı karar değişkenine sahiptir. Dolayısıyla model, polinom büyüklükte karar değişkeni ve kısıt içermektedir.

4.2. ZPGSP İçin Geliştirilen Ayrıt Tabanlı Doğrusal Karar Modeli (ATM)

Bu kısımda, ayrıtlar üzerinde tanımlanan yardımcı değişkenlere bağlı olarak türetilen kısıtlardan oluşan modele yer verilmiştir.

$$q_{ij} : \begin{cases} x_{ij} = 1 \text{ ise, } & \text{gezginin } j' \text{ inci şehre geldiği an} \\ x_{ij} = 0 \text{ ise,} & 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan yeni bir karar değişkeni olsun. Ayrıtlara bağlı olarak tanımlanan q_{ij} 'lerden hareketle geliştirilen aşağıdaki model, *ayrıt tabanlı model* (ATM) olarak adlandırılmıştır.

Tüm modeller için geçerli olan ortak tanım, simgesel gösterimler ve DTM için verilen yeni tanımlara ek olarak ZPGSP için geliştirilen **ATM**,

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (88)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (89)$$

$$T_1 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} \quad (90)$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^n w_i \quad (91)$$

$$\sum_{i=0}^n q_{ij} + w_j + t_{j0}x_{j0} \leq T_1 + T_2, \quad j = 1,2, \dots, n; i \neq j \quad (92)$$

$$q_{0j} = t_{0j}x_{0j}, \quad j = 1,2, \dots, n \quad (93)$$

$$\sum_{j=0}^n q_{ij} - \sum_{j=0}^n q_{ji} - \sum_{j=0}^n t_{ij}x_{ij} - w_i = 0, \quad i = 1,2, \dots, n \quad (94)$$

$$\sum_{i=0}^n (q_{ij} + w_j) \geq a_j, \quad j = 0,1, \dots, n; i \neq j \quad (95)$$

$$q_{ij} \leq b_j x_{ij}, \quad i, j = 0,1, \dots, n; i \neq j \quad (96)$$

$$q_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0,1, \dots, n \quad (97)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in A \quad (98)$$

kısıtları altında

$$\text{Enk } Z = T_1 + T_2 \quad (99)$$

şeklindedir.

(88), (89), (90) ve (91) nolu kısıtlar *DTM*deki kısıtların aynısıdır. *DTM*de olduğu gibi, (88) ve (89) nolu kısıtlar atama kısıtları; (90) ve (91) nolu eşitlikler ise T_1 ve T_2 değişkenlerine, tanımları gereği değer atayan kısıtlardır. (92) nolu $\sum_{i=0}^n q_{ij} + w_j + t_{j0}x_{j0} \leq T_1 + T_2$ eşitsizliği ZPGSP için geçerli bir eşitsizlik olup, gezginin bekleme zamanları da dahil olmak üzere, depodan çıktığı andan tekrar depoya döndüğü ana kadar geçen süreyi sıkılaştıran bir kısıttır.

(93) nolu kısıtlar, q_{0j} karar değişkenine ilk atamayı yapan kısıtlardır. Gezgin, depodan j 'inci şehre gitmişse ilgili $x_{0j} = 1$ olacağından, q_{0j} yardımcı değişkeni depo ile j 'inci şehir arasında geçen süre olan t_{0j} 'ye eşit olacaktır.

(94) nolu kısıtlar, gezginin depodan çıktıktan sonra, tüm düğümlere uğrayıp yine depoya dönebilmesi için ara düğümler arasında alt turlar oluşmadan her ara düğüme ilişkin q_{ij} değişkenlerinin tanımlarıyla uyumlu ve beklemelerin de göz önüne alındığı artan bir basamak fonksiyonu oluşturmaktadır. Dolayısıyla (94) nolu kısıtlar grubu, modelin alt tur engelleyici kısıtlardır.

(95) ve (96) nolu kısıtlar, gezginin her bir düğüme önceden tanımlanan zaman pencereleri içinde gelmesini sağlayan kısıtlardır. (95) nolu kısıtlar, ilgili düğüme geliş anı ve o düğüm önündeki bekleme süreleri, o düğüme en erken geliş anından büyük ya da eşit olmasını sağlamaktadır. (96) nolu kısıtlar ise, ilgili düğüme geliş anını gösteren q_{ij} değişkeninin, düğüme en geç geliş anından daha büyük olmasına izin vermemektedir.

(97) nolu kısıtlar q_{ij} karar değişkeninin sıfırdan küçük olmamasını sağlamaktadır. (98) nolu kısıtlar ise x_{ij} karar değişkeni için tamsayı kısıtlarıdır. (99) nolu fonksiyon, *DTM*'nin amaç fonksiyonu ile aynı olup ayrıtlarda ve bekleme sürelerinde geçen süre olmak üzere toplam süreyi en küçükleyen amaç fonksiyonudur.

Tam bağlı bir serimde ZPGSP için 9 grup bağıntıdan oluşan modelin kısıt sayısı, $(n^2 + 7n + 5)$ kadardır. Modele esas, $(n^2 + n)$ adet sürekli değişken ve $(n^2 + n)$ adet sıfır-bir tamsayı değişkeni bulunmaktadır. Önerilen karar modeli, $O(n^2)$ ölçeğinde kısıt ve $O(n^2)$ ölçeğinde tamsayı karar değişkenine sahiptir. Dolayısıyla *ATM* de, polinom büyüklükte karar değişkeni ve kısıt içermektedir.

4.3. Önerilen Modellerin Katkıları

Önceki kesimlerde verilen her iki modelle, ZPGSP çözümüne getirilen yenilikler aşağıda kısaca açıklanmıştır:

4.3.1. Önceki Modellere Getirilen Eleştirilerin Giderilmesi

Geliştirilen modellerin en önemli katkısı bir kaynak kullanımı olan bekleme sürelerini dikkate alıyor olmasıdır. Ayrıca, geliştirilen modeller ile *GL modelinin* sahip olduğu dezavantajlar ortadan kaldırılmıştır. Geliştirilen modeller çok gezginli problem için çok kolay uyarlanabileceği gibi, modelde olması istenen herhangi bir ek kısıt modele zahmetsizce eklenebilmektedir. Bu katkıların yanı sıra, modellerde yapılan küçük değişikliklerle problemlerin farklı ölçütlere göre alternatif çözümleri elde edilebilmekte ve bu çözümler baskın ya da baskın olmayan çözümler şeklinde sınıflandırılabilir.

Tüm işletmelerde üretimin sağlıklı bir biçimde yürütülebilmesi için tedarik zinciri sürecinin iyi yönetiliyor olması gerekir. Örneğin, otomotiv sektörü için 5-6 bin parçadan oluşan aracın bu parçalarının istenilen miktarda, istenilen zamanda bir araya getirilmesi gerekmektedir. Bu noktada zamana karşı bir yarış kaçınılmazdır. Dolayısıyla beklemelerden meydana gelen ticari kayıpların da göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Bu durum, ZPGSP açısından düşünülecek olursa zaman pencereleri içinde şehri ziyaret etmek durumunda olan gezgin, şehre hizmete en erken başlama anından daha önce gelirse bu ana kadar beklemek durumunda kalır. Bu arada geçen süre şüphesiz ki bir kaynak kullanımınıdır. Bu açıdan, literatürde sayısı oldukça az olan beklmeleri göz önüne alan ZPGSP modellerine yeni bir yorumun katılması oldukça önemli bir gelişmedir.

Yeni modellerin sahip olduğu başka bir avantaj ise, *GL modeline* yapılan eleştirilere cevap verebilmesidir. *GL modeline* yapılan eleştiriler hatırlanacak olursa, bu modeldeki karar değişkenleri iki indisli olmasına rağmen tek indisle açıklanmış ve model bir T parametresine bağlı kalmıştır. Yeni modellerde tanımlanan karar değişkenleri, ZPGSP açısından uygun anlamlara sahip değişkenler olduğu gibi indis sayılarıyla örtüşen tanımlar yapılmıştır. Ayrıca yeni modellerde herhangi bir parametre tanımı yapılmamıştır. Daha önce de bahsedildiği üzere, bir modelin parametreden bağımsız olması, modelin performansı açısından büyük önem taşımaktadır. Herhangi bir parametre tanımı yapıldığında modelin performansı doğrudan parametrenin doğru tahmin edilmesine bağlı olmaktadır. Dolayısıyla, matematiksel modeldeki parametre optimizasyonu da ayrı bir problem olarak ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle, modellerin parametrelerden bağımsız olması yapılan başka bir katkı olarak görülebilir.

4.3.2. Farklı Amaç Fonksiyonları

ZPGSP’de ele alınabilecek ölçütler ve bu ölçütlerin her biri için önerilen modellere karşı gelen amaç fonksiyonları aşağıda sıralanmıştır:

i) Ayrıtlarda geçen süre enküçük olsun:

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij}$$

ii) Turda geçen süre enküçük olsun:

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n w_i$$

iii) Ayrıtlardaki seyahat maliyeti enküçük olsun:

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij}$$

iv) Ayrıtlarda geçen seyahat ve düğümlerde bekleme maliyetleri toplamı enküçük olsun:

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n c_i w_i$$

Görüldüğü gibi, her iki model de farklı amaç fonksiyonları ile ele alınıp, kullanılabilir özelliktedir.

4.3.3. Çok Gezginli ZPGSP

Yeni modellerin çok gezginli hale kolaylıkla dönüştürülebilme özelliği de önemli bir katkıdır. Çünkü modeller, küçük bir müdahale ile çok gezginli hale dönüştürülebilmektedir. Her iki modelin ilk iki kısıtı, depo için aşağıdaki gibi yazılarak;

$$\sum_{i=1}^n x_{0i} = m \quad (e1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = m \quad (e2)$$

modeller, çok gezginli hale dönüşmüş olur. Problemden m gezgin olduğunda; (e1) kısıtı depodan m adet çıkışı, (e2) kısıtı ise depoya m adet girişi sağlamaktadır.

4.3.4. Ek Kısıtlar

Modelin bu özelliğinin yanında, modele eklenmesi istenen herhangi bir kısıt da modele kolaylıkla uyarlanabilir. Sözelimi,

- j 'inci düğüm i 'inci düğümden hemen sonra ziyaret edilecekse,

$$s_i + t_{ij} = t_j, \quad \forall i, j = 1, \dots, n; i \neq j$$

- j 'inci düğüm i 'inci düğümden önce ziyaret edilecekse,

$$s_j \leq t_i + t_{ij}, \quad \forall i, j = 1, \dots, n; i \neq j$$

kısıtlarının modele eklenmesi yeterlidir.

4.3.5. Çok Ölçütlü Analizler

Geliştirilen modellerin yaptığı diğer önemli bir katkı da, modellerden problemlerin alternatif çözümlerinin elde edilebiliyor olmasıdır. Bu özelliği örneklemek üzere, *DTM*'nin amaç fonksiyonu farklı ölçütlere göre değiştirilerek ve yeni bir ek kısıt eklenmesiyle alternatif çözümler elde edilmiştir. Öncelikle, *DTM*'deki amaç fonksiyonu,

$$\text{Enk } Z = T_1$$

şeklinde değiştirilerek beklemler serbest bırakılmış ve yalnızca ayrıtlarda geçen süre enküçüklenmiştir. Bu model, ***DTA modeli*** olarak adlandırılmıştır. *DTM*'den türetilen ikinci model olan *DTA modeline*,

$$T_1 + T_2 = \text{DTM}^*$$

kısıtının eklenmesiyle ***DTAT-1 modeli*** elde edilmiştir. DTM^* değeri, *DTM*'den elde edilen amaç fonksiyonu değeridir. Bu modelde, toplam tur uzunluğu sabit kalmak koşuluyla beklemler sıkıştırılarak ayrıtlarda geçen sürelerin toplamı enküçüklenmiştir.

DTA modelinde, beklemler serbest bırakılmış ve yalnızca turda geçen sürelerin toplamı enküçüklenmiştir. *DTA modeli*, beklemleri de göz önüne alan ancak ayrıtlarda geçen sürelerin toplamını enküçükleyen çözümler vermektedir. Dolayısıyla, *DTA modelinin* amaç fonksiyonu değeri (T_1), test problemlerinin WEB'deki çözüm değerleriyle örtüşmek zorundadır. Çünkü test problemlerinin

WEB'deki çözümleri, beklemler göz önüne alınmaksızın ayrıtlarda geçen toplam süreyi enküçükleyecek turları vermektedir. Bu durum göz önüne alındığında, model doğru sonuçlar vermektedir. Yanı sıra, koyu olarak yazılan 12 problem için *DTA modelinden* elde edilen toplam süreyle *DTM*den elde edilen toplam sürenin farklı olması doğaldır. Çünkü bu problemlerde ayrıtlarda geçen sürelerin toplamını enküçükleyen turların bekleme süreleri, toplam süreyi arttırarak *DTM*den farklı sonuçlar elde edilmesine yol açmıştır. 20 düğümlü simetrik 25 tane problemin *DTM*, *DTA* ve *DTAT-1 modelleriyle* çözümünden elde edilen değerler Çizelge 4.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1: 20 Düğümlü Simetrik Problemlerin T1 ve T2 Değerleri

Problem	DTM			DTA				DTAT-1		
	T1	T2	Toplam	T1	WEB	T2	Toplam	T1	T2	Toplam
n20w20.001	380	7	387	378	378	9	387	378	9	387
n20w20.002	295	1	296	286	286	10	296	286	10	296
n20w20.003	394	9	403	394	394	9	403	394	9	403
n20w20.004	398	3	401	396	396	7	403	398	3	401
n20w20.005	361	4	365	352	352	13	365	352	13	365
n20w40.001	260	20	280	254	254	28	282	257	23	280
n20w40.002	351	6	357	333	333	24	357	333	24	357
n20w40.003	338	17	355	317	317	41	358	338	17	355
n20w40.004	394	3	397	388	388	9	397	388	9	397
n20w40.005	307	18	325	288	288	38	326	307	18	325
n20w60.001	349	51	400	335	335	65	400	335	65	400
n20w60.002	259	41	300	244	244	60	304	246	54	300
n20w60.003	371	10	381	352	352	31	383	352	29	381
n20w60.004	326	11	337	280	280	57	337	280	57	337
n20w60.005	352	40	392	338	338	54	392	338	54	392
n20w80.001	379	24	403	329	329	87	416	329	74	403
n20w80.002	388	9	397	338	338	59	397	338	59	397
n20w80.003	343	22	365	320	320	45	365	320	45	365
n20w80.004	309	36	345	304	304	55	359	304	41	345
n20w80.005	303	4	307	264	264	83	347	278	29	307
n20w100.001	301	8	309	237	237	78	315	245	64	309
n20w100.002	279	6	285	222	222	70	292	258	27	285
n20w100.003	340	18	358	310	310	87	397	330	28	358
n20w100.004	375	4	379	349	349	30	379	349	30	379
n20w100.005	304	23	327	258	258	106	364	258	69	327

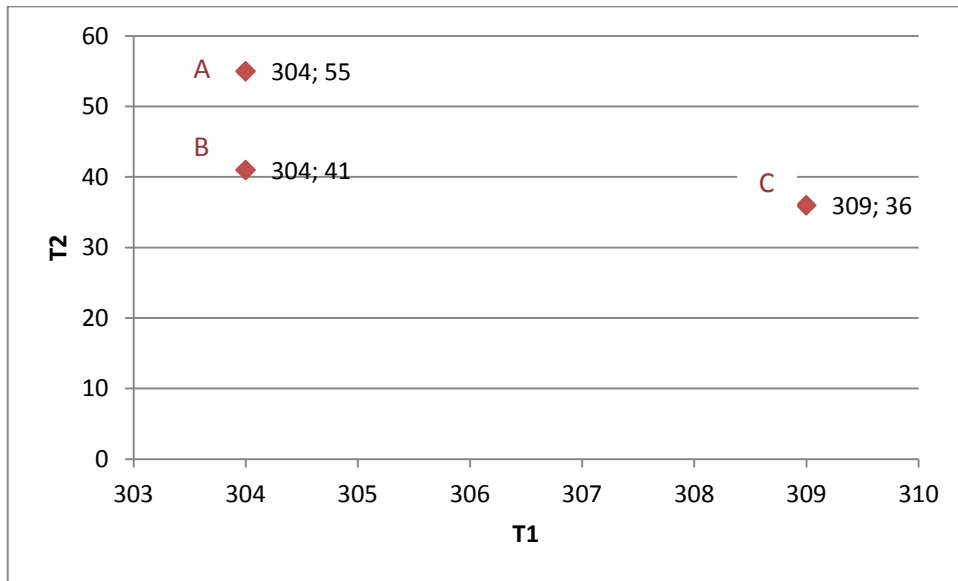
T_1 : turda geçen sürelerin toplamı

T_2 : bekleme süreleri toplamı

DTAT-1 modelinde ise, toplam sürenin sabit kalması koşuluyla beklemler sıkıştırılarak ayrıtlarda geçen süre enküçülenmektedir. *DTAT-1 modelinde* toplam tur süresinin ($T_1 + T_2$) *DTM*den elde edilen eniyi değere eşitlenmesiyle toplam süre sabitlenmiştir. Dolayısıyla, *DTAT-1 modelinden* elde edilen toplam sürelerin *DTM*den elde edilen toplam sürelerle eşit olması kaçınılmazdır.

Görüldüğü üzere bu üç modelden farklı turların elde edilmesiyle alternatif çözümlere erişilmektedir. Örneğin *n20w60.001* probleminde toplam süre, her üç modelde 400 birim zaman olmuştur. Buna karşın, *DTM*den elde edilen çözümde toplam bekleme süresi 51 birim zamanken, *DTA* ve *DTAT-1 modellerinde* ise 65 birim zaman olmuştur. *n20w80.004* probleminde ise toplam süre, *DTM* ve *DTAT-1 modeli* için 345 birim zaman ve *DTA modeli* için 359 birim zamandır. Bu sonuçlardan anlaşılacağı üzere, her üç model bu problem için alternatif çözümler vermiştir. *DTM*de ayrıtlarda geçen toplam süre 309 birim zaman ve beklemlerde geçen toplam süre 36 birim zaman olmuştur. Aynı problem için *DTAT-1 modeli* alternatif bir çözüm bulmuş ve toplam süre sabit kalmak koşuluyla ayrıtlarda geçen toplam süreyi 4 birim aşağı çekmiştir. Yapılan bu modelleme sayesinde, bir problemin alternatif çözümleri elde edilebilmektedir.

n20w80.004 probleminin üç model ile elde edilen alternatif çözümlerine ait grafik Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2: *n20w80.004* Probleminin Alternatif Çözümlerine Ait T1-T2 Grafiği

Şekil 4.2'de *A noktası* ile gösterilen çözüm *DTA modeline*, *B noktası* ile gösterilen çözüm *DTAT-1 modeline* ve *C noktası* ile gösterilen çözüm ise *DTM*'ye aittir. Bu çözümlerden B noktası, A noktasına göre baskın bir çözümdür. Karar verici, böyle bir durumla karşılaştığında şüphesiz B'deki çözümü benimseyecektir. Bunun yanı sıra, B ve C çözümleri birbirlerine göre baskın çözümler olamazlar. Her iki çözüm için toplam süre 345 birim zamandır. Karar verici için bekleme zamanlarının az olması önemli ise C çözümü, ayrıtlarda geçen sürelerin toplamının az olması önemli ise B çözümü benimsenmelidir.

Son olarak, *DTM*'den türetilen *DTAT-1 modeline* *i* deneme sayısı olmak üzere,

$$T_2 \leq T_2^* - i, \quad i = 1, 2, \dots, T_2^*$$

kısıtının eklenmesiyle ***DTAT-2 modeli*** elde edilmiştir. T_2^* değeri, ilgili problem için *DTAT-1 modelinin* sonucundan elde edilen T_2 değeridir. $i = 1, 2, \dots, T_2^*$ olmak üzere, i 'nin her bir değeri için model yeniden çözümlenerek baskın ya da baskın olmayan çözümlerin varlığı incelenmiştir.

Görüldüğü üzere, geliştirilen modeller ile alternatif çözümlerin varlığına ilişkin analizler yapılabilmektedir. Toplam tur süresi sabit kalmak koşuluyla ayrıtlarda ve bekleme sürelerinde geçen süreler yönüyle *ödünleşme eğrileri* çizilebilir. Dolayısıyla, bu yaklaşım ZPGSP için çok yönlü analiz yapılmasını sağlamaktadır.

5. SAYISAL ANALİZLER

Bu bölümde tez kapsamında ZPGSP için geliştirilen matematiksel modellerin (*DTM* ve *ATM*) performansı iki aşamada incelenmektedir. Birinci aşamada, *DTM* ve *ATM* karşılaştırılarak performansı iyi olan model belirlenmektedir. İkinci aşamada ise, seçilen modelin performansı literatürde bu problem için önerilen *GL modeli* ile karşılaştırılmaktadır. Her iki aşamada performans ölçüsü olarak, çözüm süresi (modelin bir probleme eniyi çözümü bulmak için harcadığı zaman) ve doğrusal programlama gevşetme değerleri (DPG) dikkate alınmıştır.

5.1. Test Problemleri

Matematiksel modellerin performanslarının değerlendirilmesi için kullanılan test problemleri, <http://iridia.ulb.ac.be/~manuel/tsptw-instances> adresinden alınmıştır. Bu adreste test problemleri, simetrik ZPGSP için verilmektedir. Modellerin performans analizi, 20 düğümlü ve 40 düğümlü test problemleri üzerinde yapılmıştır. Test kapsamında bu problemler küçük ve orta boyutlu test problemleri olarak adlandırılmıştır. Sayısal analizde her bir boyut için 25 test problemi dikkate alınmıştır.

5.2. Yazılım / Donanım

Test problemleri, matematiksel modeller ile CPLEX 12.0 paket programı kullanılarak çözülmüştür. CPLEX programı, bir tamsayılı karar modelini dal-sınır yöntemi uygulayarak çözen bir paket programdır. CPLEX'de bir problemin çözüm işlemleri aşağıda açıklanan üç farklı durumdan biri ortaya çıktığında sonlanır.

- 1) Alt sınır ve üst sınır değeri arasındaki açıklık: Bu yaklaşımda program, alt sınır değeri ile üst sınır değeri arasındaki farkın 0.0001 değerinin altına düştüğünde çözümü sonlandırmakta ve bulunan eniyi çözümü raporlamaktadır. Bu çözümler tez kapsamında ilgili test problemleri için eniyi çözüm olarak dikkate alınmıştır. Ancak, bu çözümlerden 0.0001 değer farkla daha iyi bir çözüm de bulunabilir.

- 2) Programda kullanılan hafıza: Bu yaklaşımda program, problemin çözümü sırasında kullanılan hafıza belirlenen bir sınır değeri aşması durumunda çözümü sonlandırmakta ve o ana kadar bulunan çözümü raporlamaktadır.
- 3) Çözüm süresi: CPLEX, kullanıcı isteğine göre tanımlanan bir çözüm süresinin aşılması durumunda çözümü sonlandırmakta ve o ana kadar bulunan çözümü raporlamaktadır. Tez kapsamında, problemlerin çözümü için çözüm süresi 7200 saniye ile sınırlandırılmıştır.

Problemlerin çözümünde, Intel Core i5 işlemci, dört çekirdek, 4 GB RAM ve 276 GB'lık sabit disk bulunan bir bilgisayar kullanılmıştır.

5.3. Yeni Modellerin Karşılaştırılması

Bu bölümde sayısal analiz sonuçları küçük ve orta boyutlu test problemleri için ayrı ayrı verilecektir.

✓ Küçük Boyutlu Test Problemleri İçin Karşılaştırma

DTM ve *ATM*, öncelikle 20 düğümlü test problemlerinde eniyi çözüme ulaşma zamanı açısından karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.1'de her iki model için çözüm zamanları verilmektedir. Çizelge incelendiğinde, *DTM* ve *ATM*'nin 7200 saniye içinde test problemlerinin tümünde eniyi çözüme ulaştığı görülmektedir. Tüm test problemleri için *DTM*'nin çözüm zamanı *ATM*'den küçüktür. Modellerin ortalama çözüm süreleri ise sırasıyla 2.27 ve 19.24 saniyedir. Görüldüğü gibi, *DTM* ortalama çözüm süresi açısından *ATM*'nin yaklaşık sekizde bir süresinde eniyi çözüme ulaşmaktadır.

Çizelge 5.1: 20 Düğümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri

PRB.	DTM	ATM
	ÇS	ÇS
n20w20.001	0.16	2.79
n20w20.002	0.08	2.45
n20w20.003	0.06	3.15
n20w20.004	0.08	8.33
n20w20.005	0.05	3.49
n20w40.001	0.89	18.75
n20w40.002	0.11	2.29
n20w40.003	0.16	31.54
n20w40.004	0.17	11.40
n20w40.005	0.23	10.28
n20w60.001	1.00	14.73
n20w60.002	0.41	7.83
n20w60.003	0.23	12.54
n20w60.004	1.59	3.74
n20w60.005	1.59	23.06
n20w80.001	0.86	25.47
n20w80.002	0.72	17.36
n20w80.003	0.42	10.16
n20w80.004	6.43	43.67
n20w80.005	19.27	35.83
n20w100.001	3.60	16.37
n20w100.002	6.22	56.38
n20w100.003	3.88	81.40
n20w100.004	4.38	31.08
n20w100.005	4.23	6.91
ORT.	2.27	19.24

ÇS : çözüm süresi (sn)

DTM ve *ATM*, küçük boyutlu problemler için DPG değerleri açısından da karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.2’de her iki model için DPG değerleri ve bu değerlerin eniyi çözümlerden sapma oranları (DPS) verilmektedir. Çizelge incelendiğinde, heriki model ile 11 problemde aynı DPG değerleri elde edilmiştir. Bu problemler çizelgede koyu olarak yazılmıştır. Diğer problemler için, *ATM* ile elde edilen DPG değerlerinin *DTM*’nin değerlerinden daha büyük dolayısıyla daha iyi olduğu görülmektedir. DPG değerlerinin eniyi çözümlerden sapma oranlarına (DPS)

bakıldığında ise, her iki model için sapma oranlarının çok yüksek olmadığı görülmektedir. *DTM* ve *ATM* için ortalama sapma oranları sırasıyla 0.13 ve 0.11 olup birbirine çok yakındır.

Ortalama sapma oranları açısından *DTM* ve *ATM* arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını araştırmak amacıyla istatistiksel analiz yapılmıştır. Bu analizde MINITAB paket programı kullanılmıştır. Öncelikle sapma oranlarının varyanslarının eşit olup olmadığını araştırmak için *varyans testi*, ardından çıkan sonuca göre iki modelin ortalama sapma oranları için *t testi* yapılmıştır. Varyans testi için kurulan hipotezler ve MINITAB sonuçları aşağıda verilmektedir:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Test for Equal Variances: DTM versus ATM

95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

F-Test (normal distribution)

Test statistic = 1,57; p-value = 0,665

Levene's Test (any continuous distribution)

Test statistic = 1,88; p-value = 0,160

Test for Equal Variances for DTM; ATM

Test sonucuna göre *p değeri* = 0.160'dır. %95 güven aralığında $\alpha < p$ değeri olduğu için H_0 reddedilemez. Dolayısıyla alınan örneklemelere dayanarak *DTM* ve *ATM*'nin sapma oranlarının (DPS) varyansları arasında anlamlı bir farklılık yoktur. Bu nedenle her iki model için varyanslar eşit kabul edilebilir.

İki örneklemin varyanslarının eşit olduğu varsayımı altında, *DTM* ve *ATM*'nin ortalama DPS oranları arasındaki fark için *t* testine ilişkin hipotez testi ve sonuçları aşağıda verilmektedir:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Two-Sample T-Test and CI: DTM; ATM

Two-sample T for DTM vs ATM

Sample	N	Mean	StDev	SE Mean
DTM	25	0,1300	0,0500	0,010
ATM	25	0,1100	0,0600	0,012

Difference = mu (DTM) - mu (ATM)
 Estimate for difference: 0,020000
 95% CI for difference: (-0,011442; 0,051442)
 T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 1,28
 P-Value = 0,207 DF = 46

Görüldüğü gibi p değeri = 0.207'dir. $\alpha = 0.05 < p$ değeri olduğundan H_0 reddedilemez. Dolayısıyla, %95 güven aralığında alınan örneklemelere dayanarak ortalama DPS oranları açısından *DTM* ve *ATM* arasında anlamlı bir farklılık yoktur.

Çizelge 5.2: 20 Dügümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları

PRB.	DTM		ATM	
	DPG	DPS	DPG	DPS
n20w20.001	354.00	0.09	369.07	0.05
n20w20.002	291.00	0.02	294.47	0.01
n20w20.003	351.00	0.13	380.70	0.06
n20w20.004	369.00	0.08	397.64	0.01
n20w20.005	306.00	0.16	336.60	0.08
n20w40.001	244.00	0.13	245.10	0.12
n20w40.002	331.00	0.07	340.90	0.05
n20w40.003	300.00	0.15	310.31	0.13
n20w40.004	317.00	0.20	345.90	0.13
n20w40.005	305.00	0.06	319.00	0.02
n20w60.001	322.00	0.20	325.76	0.19
n20w60.002	251.00	0.16	251.00	0.16
n20w60.003	323.00	0.15	323.00	0.15
n20w60.004	305.00	0.09	313.45	0.07
n20w60.005	332.00	0.15	332.00	0.15
n20w80.001	352.00	0.13	354.33	0.12
n20w80.002	345.00	0.13	345.00	0.13
n20w80.003	308.00	0.16	308.00	0.16
n20w80.004	275.00	0.20	275.37	0.20
n20w80.005	283.00	0.08	283.00	0.08
n20w100.001	270.00	0.13	270.00	0.13
n20w100.002	247.00	0.13	247.00	0.13
n20w100.003	303.00	0.15	303.00	0.15
n20w100.004	320.00	0.16	320.00	0.16
n20w100.005	285.00	0.13	285.00	0.13
ORT.		0.13		0.11

DPG : doğrusal programlama gevşetme değeri,

$DPS = (OPT - DPG) / OPT$

✓ Orta Boyutlu Test Problemleri İçin Karşılaştırma

DTM ve *ATM*, 40 düğümlü test problemleri için öncelikle eniyi çözümü bulma ve çözüm süresi açısından karşılaştırılmıştır. Bu aşamada her iki model için çözüm süresi 7200 saniye ile sınırlandırılmıştır. Çizelge 5.3'te *DTM* ve *ATM* için, eniyi çözüm (Ç sütunu) ve çözüm süresi (ÇS sütunu) verilmektedir. Çizelgede, 7200 saniyede ilgili model ile eniyi çözüme ulaşılamayan problemler için Ç sütunu boş bırakılmıştır. Çizelge incelendiğinde, 7200 saniye içerisinde *DTM* 25 problemin sadece üçünde eniyi çözüme ulaşamazken, *ATM* 14 problemde eniyi çözüme ulaşamamıştır. Bu sonuç, *ATM*'nin problem boyutu büyüdükçe yetersiz kaldığını göstermektedir. *DTM* ile eniyi çözümün elde edilemediği 3 problem *n40w60.003*, *n40w100.001*, *n40w100.002*' dir. Bu problemlerden *n40w60.003* ve *n40w100.002* kodlu problemler için hafıza sınırı aşıldığından dolayı çözüm süreci sonlandırılmıştır. *n40w100.001* problemi ise süre sınırını aşmış ve bu problem için uygun bir çözüm dahi bulunamamıştır. *ATM* ise, eniyi çözümü bulamadığı 14 problem için uygun bir çözüme dahi ulaşamamış ve bu problemlerin tümünde sonlandırma sebebi süre sınırının aşılması olmuştur. *DTM* ve *ATM*, 7200 saniye içinde çözebildiği problemlerin çözüm süreleri açısından karşılaştırıldığında *DTM*'nin daha kısa sürelerde eniyi çözüme ulaştığı görülmektedir. *DTM* için ortalama çözüm süresi 1149.30 iken bu değer *ATM* için 3471.30'dur. Dolayısıyla, *DTM*, *n40w80.002* problemini 7200. saniyede çözmüştür. *ATM* ise bu probleme 7200 saniye içinde uygun bir çözüm dahi bulamamıştır.

Çizelge 5.3: 40 Döğümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Değerleri ve Süreleri

PRB.	DTM		ATM	
	Ç	ÇS	Ç	ÇS
n40w20.001	520	4.20	520	1107.26
n40w20.002	607	0.42	607	4981.08
n40w20.003	514	1.54	514	1437.49
n40w20.004	442	2.56	442	1646.26
n40w20.005	520	0.56	520	124.07
n40w40.001	510	8.42	510	2841.18
n40w40.002	519	606.58	-	7200.00
n40w40.003	536	1.08	-	7200.00
n40w40.004	508	7.21	508	6909.74
n40w40.005	488	6.57	488	2153.49
n40w60.001	535	81.53	535	3076.04
n40w60.002	509	1041.38	-	7200.00
n40w60.003	464	1438.50	465	6707.67
n40w60.004	475	24.94	-	7200.00
n40w60.005	423	30.70	-	7200.00
n40w80.001	497	2048.39	-	7200.00
n40w80.002	498	7200.00	-	7200.00
n40w80.003	488	796.42	-	7200.00
n40w80.004	462	746.28	462	7200.00
n40w80.005	488	247.07	-	7200.00
n40w100.001	-	7200.00	-	7200.00
n40w100.002	421	1608.95	-	7200.00
n40w100.003	458	3838.19	-	7200.00
n40w100.004	476	1747.73	-	7200.00
n40w100.005	458	43.20	-	7200.00
ORT*		1149.30		3471.30

Ç : eniyi çözümün veya eldeki çözümün amaç fonksiyonu değeri

ÇS : çözüm süresi (sn)

ORT* : 7200 saniyede eniyi çözümü bulunan ortak problemlerin çözüm sürelerinin ortalaması

Orta boyutlu problemler için *DTM* ve *ATM* ile elde edilen DPG değerleri ve DPS oranları Çizelge 5.4' de verilmektedir. Çizelge incelendiğinde 12 problem için her iki modelde aynı DPG değerine ulaşmıştır. Bu problemler çizelgede koyu olarak yazılmıştır. Diğer problemler için *ATM*'nin DPG değerleri, *DTM*'nin DPG değerlerinden daha iyidir. DPG değerlerinin eniyi çözümlerden sapma oranlarına (DPS) bakıldığında ise, her iki model için sapma oranlarının çok yüksek olmadığı görülmektedir. Ortalama DSP oranı *DTM* için 0.09 iken *ATM* için 0.08'dir.

Çizelge 5.4: 40 Dügümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları

PRB.	DTM		ATM	
	DPG	DPS	DPG	DPS
n40w20.001	484.00	0.07	484.65	0.07
n40w20.002	550.00	0.09	581.84	0.04
n40w20.003	479.00	0.07	496.59	0.03
n40w20.004	408.00	0.08	416.33	0.06
n40w20.005	461.00	0.11	469.40	0.10
n40w40.001	462.00	0.09	466.66	0.08
n40w40.002	479.00	0.08	493.23	0.05
n40w40.003	478.00	0.11	485.90	0.09
n40w40.004	462.00	0.09	493.38	0.03
n40w40.005	452.00	0.07	460.70	0.06
n40w60.001	491.00	0.08	495.20	0.07
n40w60.002	446.00	0.12	446.00	0.12
n40w60.003	433.00	0.07	433.00	0.07
n40w60.004	427.00	0.10	427.89	0.10
n40w60.005	387.00	0.09	387.00	0.09
n40w80.001	435.00	0.12	435.00	0.12
n40w80.002	447.00	0.10	447.00	0.10
n40w80.003	432.00	0.11	432.30	0.11
n40w80.004	430.00	0.07	430.00	0.07
n40w80.005	401.00	0.18	401.00	0.18
n40w100.001	446.00	0.05	446.00	0.05
n40w100.002	411.00	0.09	411.00	0.09
n40w100.003	399.00	0.13	399.00	0.13
n40w100.004	447.00	0.06	447.00	0.06
n40w100.005	408.00	0.11	408.00	0.11
ORT.		0.09		0.08

DPG : doğrusal programlama gevşetme değeri,

$$DPS = (OPT - DPG) / OPT$$

Ortalama DPS oranları açısından *DTM* ve *ATM* arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını araştırmak amacıyla istatistiksel analiz yapılmıştır. Küçük boyutlu problemlerde olduğu gibi öncelikle sapma oranlarının varyanslarının eşit olup olmadığını araştırmak için *varyans testi*, ardından çıkan sonuca göre iki modelin ortalama sapma oranları için *t testi* yapılmıştır. Varyans testi için kurulan hipotezler ve MINITAB sonuçları aşağıda verilmektedir:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Test for Equal Variances: DTM versus ATM

95% Bonferroni confidence intervals for standard deviations

F-Test (normal distribution)

Test statistic = 0,62; p-value = 0,246

Levene's Test (any continuous distribution)

Test statistic = 1,82; p-value = 0,183

Test for Equal Variances for DTM; ATM

Test sonucuna göre p değeri = 0.183'dir. %95 güven aralığında $\alpha < p$ değeri olduğu için H_0 reddedilemez. Dolayısıyla alınan örneklemelere dayanarak DTM ve ATM 'nin sapma oranlarının (DPS) varyansları arasında anlamlı bir farklılık yoktur. Bu nedenle heriki modelin için varyanslar eşittir.

İki örneklemin varyanslarının eşit olduğu varsayımı altında, DTM ve ATM 'nin ortalama DPS oranları arasındaki fark için t testine ilişkin hipotez testi ve sonuçları aşağıda verilmektedir:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Two-Sample T-Test and CI: DTM; ATM

Two-sample T for DTM vs ATM

	N	Mean	StDev	SE Mean
DTM	25	0,0936	0,0272	0,0054
ATM	25	0,0832	0,0346	0,0069

Difference = mu (DTM) - mu (ATM)

Estimate for difference: 0,010400

95% CI for difference: (-0,007335; 0,028135)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = 1,18

P-Value = 0,244 DF = 45

Görüldüğü gibi p değeri = 0.244'dir. $\alpha = 0.05 < p$ değeri olduğundan H_0 reddedilemez. Dolayısıyla, %95 güven aralığında alınan örneklemelere dayanarak ortalama DPS oranları açısından DTM ve ATM arasında anlamlı bir farklılık yoktur.

Gerek 20 düğümlü problemlerde, gerekse de 40 düğümlü problemler için eniyi çözüme ulaşılan problem sayısı ve ortalama çözüm süresi açısından *DTM* nin daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermektedir. Küçük ve orta boyutlu test problemleri üzerinde yapılan bu sayısal analiz sonuçlarına göre, dikkate alınan performans ölçütleri (eniyi çözüm bulma, çözüm süresi ve DPG değerleri) açısından *DTM* nin *ATM* ye göre daha iyi bir performans sergilediği görülmüştür. Sonuç olarak, simetrik bir ZPGSP doğrudan bir matematiksel model ile çözülmek istendiğinde tez kapsamında geliştirilen *DTM* önerilir. Bu nedenle, bir sonraki aşamada *DTM* nin performansı kaynaklarda önerilen *GL modeli* ile karşılaştırmalı olarak incelenecektir.

5.4. DTM'nin Kaynaklardaki Model ile Karşılaştırılması

Bir önceki bölümde olduğu gibi *DTM* ve *GL modeli* için sayısal analiz sonuçları, küçük ve orta boyutlu problemler için verilecektir.

✓ Küçük Boyutlu Test Problemleri İçin Karşılaştırma

Çizelge 5.5'te *DTM* ve *GL modelinin* 20 düğümlü problemler için eniyi çözüme ulaşma zamanları verilmektedir. Görüldüğü gibi her iki model de, tüm test problemleri için eniyi çözümü 7200 saniye sınırı içinde bulmuştur. n20w60.004 problemi dışındaki tüm problemler için *DTM* eniyi çözüme *GL modelinden* daha kısa sürede ulaşmıştır. *DTM* için ortalama çözüm süresi 2.27 saniye iken, bu süre *GL modeli* için 10.39 saniyedir. Dolayısıyla, *DTM* çözüm süresi açısından *GL modeline* göre çok daha iyi bir performans sergilemektedir.

Çizelge 5.5: 20 Döğümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri

PRB.	DTM	GL
	ÇS	ÇS
n20w20.001	0.16	0.47
n20w20.002	0.08	0.81
n20w20.003	0.06	0.76
n20w20.004	0.08	0.59
n20w20.005	0.05	0.22
n20w40.001	0.89	2.81
n20w40.002	0.11	0.40
n20w40.003	0.16	2.03
n20w40.004	0.17	1.89
n20w40.005	0.23	5.47
n20w60.001	1.00	15.10
n20w60.002	0.41	5.77
n20w60.003	0.23	1.75
n20w60.004	1.59	0.84
n20w60.005	1.59	8.02
n20w80.001	0.86	9.69
n20w80.002	0.72	3.53
n20w80.003	0.42	2.20
n20w80.004	6.43	15.58
n20w80.005	19.27	84.60
n20w100.001	3.60	27.05
n20w100.002	6.22	34.24
n20w100.003	3.88	19.66
n20w100.004	4.38	7.24
n20w100.005	4.23	8.92
ORT.	2.27	10.39

ÇS : çözüm süresi (sn)

DTM ve *GL modeli*, DPG değeri ve DPS oranı açısından da karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.6'da her iki model için elde edilen DPG değerleri ve DPS oranları verilmektedir. Çizelgeden görüldüğü gibi, tüm problemler için *DTM* ile elde edilen DPG değerleri, *GL modeli* ile elde edilen değerlerden daha iyidir. DPS oranlarına incelendiğinde ise, doğal olarak tüm problemlerde *DTM*'nin DPS oranları *GL modeli* ile elde edilen DPS oranlarından daha küçüktür. Ortalama DPS oranı *DTM* için 0.13 iken, *GL modeli* için 0.55'dir. Bu sonuçlar, küçük boyutlu ZPGSP'nin çözümü için *DTM*'nin *GL modeline* tercih edilebileceğini göstermektedir.

Çizelge 5.6: 20 Düşümlü Simetrik Problemlerin DPG Değerleri ve Sapma Oranları

PRB.	DTM		GL	
	DPG	DPS	DPG	DPS
n20w20.001	354.00	0.09	197.38	0.49
n20w20.002	291.00	0.02	166.90	0.44
n20w20.003	351.00	0.13	199.73	0.50
n20w20.004	369.00	0.08	177.94	0.56
n20w20.005	306.00	0.16	159.80	0.56
n20w40.001	244.00	0.13	134.70	0.52
n20w40.002	331.00	0.07	171.93	0.52
n20w40.003	300.00	0.15	155.85	0.56
n20w40.004	317.00	0.20	150.26	0.62
n20w40.005	305.00	0.06	142.21	0.56
n20w60.001	322.00	0.20	126.35	0.68
n20w60.002	251.00	0.16	145.10	0.52
n20w60.003	323.00	0.15	160.98	0.58
n20w60.004	305.00	0.09	125.31	0.63
n20w60.005	332.00	0.15	147.19	0.62
n20w80.001	352.00	0.13	150.70	0.63
n20w80.002	345.00	0.13	137.84	0.65
n20w80.003	308.00	0.16	159.59	0.56
n20w80.004	275.00	0.20	160.07	0.54
n20w80.005	283.00	0.08	132.28	0.57
n20w100.001	270.00	0.13	154.92	0.50
n20w100.002	247.00	0.13	164.47	0.42
n20w100.003	303.00	0.15	140.29	0.61
n20w100.004	320.00	0.16	185.20	0.51
n20w100.005	285.00	0.13	186.08	0.43
ORT.		0.13		0.55

DPG : doğrusal programlama gevşetme değeri,

$$DPS = (OPT - DPG) / OPT$$

✓ Orta Boyutlu Test Problemleri İçin Karşılaştırma

Orta boyutlu test problemleri için her iki model, öncelikle eniyi çözümü bulma ve çözüm süresi açısından karşılaştırılmıştır. Bu aşamada her iki model için çözüm süresi 7200 saniye ile sınırlandırılmıştır. Çizelge 5.7' de *DTM* ve *GL modeli* için, eniyi çözüm (Ç sütunu) ve çözüm süresi (ÇS sütunu) verilmektedir. Çizelgede, 7200 saniyede ilgili model ile eniyi çözüme ulaşılamayan problemler için Ç sütunu boş bırakılmıştır. Çizelgeden görüldüğü gibi, koyu yazılmış 5 problemin (*n40w60.002*, *n40w60.003*, *n40w80.001*, *n40w80.002*, *n40w100.003*) haricindeki

Çizelge 5.7: 40 Dügümlü Simetrik Problemlerin Çözüm Süreleri

PRB.	DTM		GL	
	Ç	ÇS	Ç	ÇS
n40w20.001	520	4.20	520	8.99
n40w20.002	607	0.42	607	22.62
n40w20.003	514	1.54	514	8.75
n40w20.004	442	2.56	442	1.25
n40w20.005	520	0.56	520	2.12
n40w40.001	510	8.42	510	67.95
n40w40.002	519	606.58	519	645.31
n40w40.003	536	1.08	536	46.08
n40w40.004	508	7.21	508	311.94
n40w40.005	488	6.57	488	314.17
n40w60.001	535	81.53	535	1059.39
n40w60.002	509	1041.38	509	164.24
n40w60.003	464	1438.50	465	148.59
n40w60.004	475	24.94	475	977.46
n40w60.005	423	30.70	423	429.32
n40w80.001	497	2048.39	497	887.58
n40w80.002	498	7200.00	498	4752.34
n40w80.003	488	796.42	488	5385.64
n40w80.004	462	746.28	462	2708.50
n40w80.005	488	247.07	488	2061.85
n40w100.001	-	7200.00	-	7200.00
n40w100.002	421	1608.95	452	4962.83
n40w100.003	458	3838.19	458	2150.68
n40w100.004	476	1747.73	476	6617.95
n40w100.005	458	43.20	458	481.93
ORT.		1149.30		1656.70

Ç : eniyi çözümün veya eldeki çözümün amaç fonksiyonu değeri

ÇS : çözüm süresi (sn)

diğer problemler için *DTM*, *GL modelinden* daha kısa sürede çözüme ulaşmıştır. Her iki modelde n40w100.001 problemine 7200 saniye zaman sınırı içinde uygun bir çözüm bulamamıştır. 40 düğümlü 25 simetrik test problemi için ortalama çözüm süresi *DTM* için 1149.30 saniye iken, *GL modeli* için 1656.70 saniyedir. Eniyi çözümlere ulaşma süresi açısından modellerin performansları sırasıyla, %84 ve %77 olmuştur. Dolayısıyla çözüm süresi açısından 40 düğümlü problemler için de *DTM*, *GL modelinden* çok daha iyi bir performans sergilemiştir.

Son olarak, *DTM* ve *GL modeli* DPG değeri ve DPS oranı açısından karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.8’de her iki model için DPG değerleri ve DPS oranları verilmektedir. Çizelge incelendiğinde, tüm problemler için *DTM*’nin DPG değerleri, *GL modelinin* DPG değerlerinden daha iyidir. Dolayısıyla, *DTM* daha küçük DPS oranlarına sahiptir. Ortalama DPS oranı *DTM* için 0.09 iken, *GL modeli* için 0.58’ dir.

Çizelge 5.8: 40 Döğümlü Simetrik Problemlerin DPG Değeri ve Sapma Oranları

PRB.	DTM		GL	
	DPG	DPS	DPG	DPS
n40w20.001	484.00	0.07	194.31	0.63
n40w20.002	550.00	0.09	190.49	0.69
n40w20.003	479.00	0.07	252.15	0.51
n40w20.004	408.00	0.08	190.89	0.57
n40w20.005	461.00	0.11	216.32	0.58
n40w40.001	462.00	0.09	210.22	0.59
n40w40.002	479.00	0.08	196.32	0.62
n40w40.003	478.00	0.11	207.78	0.61
n40w40.004	462.00	0.09	185.57	0.63
n40w40.005	452.00	0.07	215.69	0.56
n40w60.001	491.00	0.08	204.08	0.62
n40w60.002	446.00	0.12	247.71	0.51
n40w60.003	433.00	0.07	187.87	0.60
n40w60.004	427.00	0.10	180.14	0.62
n40w60.005	387.00	0.09	185.58	0.56
n40w80.001	435.00	0.12	234.92	0.53
n40w80.002	447.00	0.10	207.73	0.58
n40w80.003	432.00	0.11	217.96	0.55
n40w80.004	430.00	0.07	207.01	0.55
n40w80.005	401.00	0.18	192.11	0.61
n40w100.001	446.00	0.05	208.34	0.56
n40w100.002	411.00	0.09	216.10	0.52
n40w100.003	399.00	0.13	172.96	0.62
n40w100.004	447.00	0.06	206.92	0.57
n40w100.005	408.00	0.11	178.82	0.61
ORT.		0.09		0.58

DPG : doğrusal programlama gevşetme değeri,

$$DPS = (OPT - DPG) / OPT$$

Tüm analizler, *DTM*'nin hem bu tez kapsamında geliştirilen *ATM*'den hem de literatürde önerilen *GL modelinden* çözüm süresi, DPG değeri ve DPS oranı açısından daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, ZPGSP' nin doğrudan bir model kullanılarak çözülmek istenmesi halinde, *DTM* kullanılır.

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Son yıllarda işletmelerin, ürünlerinin kısa yaşam çevrimleri ve tam zamanında üretim gibi yeni eğilimlere dayalı olarak etkin ve zamanında servis verebilmeye çalışması ve bunun ön plana çıkmasına istinaden kaynaklarda ZPGSP olarak bilinen problemin önemi artmıştır. Var olan çalışmalar içinde, zaman pencerelerinden dolayı gezginin (araçların) ilgili şehirde bekleme sürelerini dikkate alan çok az sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Bu çalışmada, bekleme süreleri de göz önüne alındığı ZPGSP'nin doğrudan çözümü için polinom büyüklükte karar değişkeni ve kısıt içeren düğüm tabanlı ve ayırıt tabanlı tamsayı doğrusal karar modelleri geliştirilmiştir. Önerilen modellerin en önemli katkısı, herhangi bir ek işleme gerek kalmaksızın modelin çözümünde bekleme süreleri görülebilmesi ve bekleme süreleri dikkate alındığı ZPGSP'de ziyaret edilen şehirlerde bekleme ve ayırıtarda geçen sürelerin toplamını en küçükleyen rotanın bulunmasıdır.

Önerilen modeller, kaynaklarda yer alan simetrik test problemleri üzerinde çözüm süresi ve doğrusal programlama gevşetme değerleri yönüyle sayısal analizlere tabi tutulmuştur.

Yapılan analizler sonucunda 20 ve 40 düğümlü simetrik test problemlerinde *DTM*, çözüm süresi yönüyle *ATM* ve *GL modelinden* daha kısa sürelerde çözüm elde edebilmiştir. Aynı şekilde *DTM*, 20 ve 40 düğümlü simetrik test problemlerinde *DPG* ve *DPS* değerleri yönüyle de *ATM* ve *GL modellerine* göre üstünlük sağlamıştır. Sonuç olarak bu çalışmada geliştirilen *DTM*, ZPGSP'nin doğrudan bir paket program kullanılarak ile çözümü için önerilir.

Yapılan bu çalışmada geliştirilen matematiksel modellerin, ZPGSP'nin çözümüyle ilgili yöntemler geliştirirken araştırmacılara fikir verebileceği ve sonuçların karşılaştırılması açısından faydalı olabileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte, yeni modeller çok gezginli ZPGSP'ye kolaylıkla uyarlanabildiğinden, ZPARP için de bir altyapı oluşturmaktadır.

Yeni geliştirilen modeller, modellerde ortaya çıkacak herhangi bir ek kısıta karşı oldukça esnektir. Bu tez kapsamında göz önüne alınmayan servis süreleri, her i düğümü için hizmete en geç başlama anları (b_i), ilgili düğümlerin servis süreleri kadar aşağı çekilerek modellerin yapısında hiçbir değişiklik yapmadan modellere

kolaylıkla uyarlanabilir. Yanı sıra bu modellerle asimetric ve / veya daha büyük boyutlu problemler üzerinde de performans analizleri yapılabilir.

KAYNAKLAR LİSTESİ

ASCHEUER, N., FISCHETTI, M., and GRÖTSCHHEL, M., A polyhedral study of the asymmetric travelling salesman problem with time windows, *Networks*, vol.36, no.2, pp.69-79, **2000**.

ASCHEUER, N., FISCHETTI, M., and GRÖTSCHHEL, M., Solving the asymmetric travelling salesman problem with time windows by branch-and-cut, *Mathematical Programming, Ser. A*, vol.90, pp.475-506, **2001**.

BAKER, E. K., An exact algorithm for the time constrained travelling salesman problem, *Operations Research*, vol.31, no.5, pp.938-945, **1983**.

BLANTON, J., and WAINWRIGHT, R., Multiple vehicle routing with time and capacity constraints using genetic algorithms, *In Proceedings of the 5th International Conference on Genetic Algorithms*, pp.452-459, San Francisco, CA, USA, Morgan Kaufmann Publishers Inc., **1993**.

CARLTON, W.B., BARNES, J.W., Solving the traveling salesman problem with time windows using tabu search, *IIE Transactions*, vol.28, no.8, pp.617-629, **1996**.

CHRISTOFIDES, N., MINGOZZI, A., and TOTH, P., State-space relaxation procedures for the computation of bounds to routing problems, *Networks*, vol.11, pp.145-164, **1981**.

DANTZIG, G.B., FULKERSON, D.R., JOHNSON, S.M., Solution of a large-scale traveling salesman problem, *Operations Research*, vol.2, pp.393-410, **1954**.

DASH, S., GUNLUK, O., LODI, A., TRAMONTANI, A., A time bucket formulation for the TSP with time windows, *INFORMS Journal on Computing* DOI 10.1287/ijoc.1100.0432, **2009**.

DESROCHERS, M., DESROSIERS, J., and SOLOMON, M., A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows, *Operations Research*, vol.40, no.2, pp.342-354, **1992**.

DESROSIERS, J., SAUVE, M., and SOUMIS, F., Lagrangian relaxation methods for solving the minimum fleet size multiple travelling salesman problem with time windows, *Management Science*, vol.34, no.8, **1988**.

DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M., and SOUMIS, F., Time constrained routing and scheduling, in *Network Routing*, BALL, M.O., et al. (eds.), Elsevier, Amsterdam, vol.8, pp.35-139, **1995**.

DUMAS, Y., DESROSIERS, J., GELINAS, E., and SOLOMON, M., An optimal algorithm for the travelling salesman problem with time windows, *Operations Research*, vol.43, no.2, pp.367-371, **1995**.

FAVARETTO, D., MORETTI, E., and PELLEGRINI, P., An ant colony system approach for variants of the travelling salesman problem with time windows, *Journal of Information & Optimization Sciences*, vol.27, no.1, pp.35-54, **2006**.

FINKE, G., CLAUS, A., and GUNN, E., A two-commodity network flow approach to the traveling salesman problem, *Congress. Numerantium*, vol.41, pp.167-178, **1984**.

GAVISH, B., GRAVES, S.C., The traveling salesman problem and related problems, Working Paper, 7905, University of Rochester, New York, **1979**.

GENDREAU, M., HERTZ, A., LAPORTE, M., A generalized insertion heuristic for the travelling salesman problem with time windows. *Operations Research*, vol.46, pp.330-335, **1998**.

HONG, S.C., and PARK, Y.B., A heuristic for bi-objective vehicle routing with time window constraints, *Internat J. Production Econom*, vol.62, pp.249-258, **1999**.

MILLER, C., TUCKER, A., and ZEMLIN, R., Integer programming formulations and travelling salesman problems, *J.A.C.M.*, vol.7, pp.326-329, **1960**.

LANGEVIN, A., DESROCHERS, M., DESROSIERS, J., et al, A two-commodity flow formulation for the travelling salesman and the makespan problems with time windows, *Networks*, vol.23, pp.631-640, **1993**.

LI, Haibing, and LIM, Andrew, Local search with annealing-like restarts to solve the VRPTW, *European Journal of Operational Research*, vol.150, pp.115-127, **2003**.

OHLMANN, J.W, THOMAS, B.W., A compressed-annealing heuristic for the travelling salesman problem with time windows, *INFORMS Journal on Computing*, vol.19, no.1, pp.80-90, **2007**.

POTVIN, J.Y., and BENGIO, S., The vehicle routing problem with time windows-Part II: Genetic Search, *INFORMS Journal on Computing*, vol.8, no.2, **1996**.

SAVELSBERGH, M., Local search in routing problems with time windows, *Operations Research*, vol.4, pp.285-305, **1985**.

SCHMITT, L.J., An empirical study computational study of genetic algorithms to solve order problems: an emphasis on TSP and VRPTC, PhD dissertation, University of Memphis, **1994**.

SILVA, R.F., and URRUTIA, S., A general VNS heuristic for the travelling salesman problem with time windows, *Discrete Optimization*, vol.7, no.4, pp.203-211, **2010**.

SOUMIS, F., DESAULNIERS, G., LAVIGNE, J., Multi-depot vehicle scheduling problems with time windows and waiting costs, *EJOR*, vol.111, pp.479-494, **1998**.