

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÖLÇEKLENEBİLİR DÜZLEMSEL İLETKEN YAPILARIN
KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ İLE
GENİŞ BANTTA ANALİZİ**

SEMA NUR KOÇ

DOKTORA TEZİ

2014

**ÖLÇEKLENEBİLİR DÜZLEMSEL İLETKEN YAPILARIN
KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ İLE
GENİŞ BANTTA ANALİZİ**

**WIDEBAND ANALYSIS OF PLANAR SCALABLE
CONDUCTING BODIES USING CHARACTERISTIC
BASIS FUNCTION METHOD**

SEMA NUR KOÇ

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
ELEKTRİK-ELEKTRONİK Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
DOKTORA TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2014

"Ölçeklenebilir Düzlemsel İletken Yapıların Karakteristik Açılım Fonksiyonu Yöntemi İle Geniş Bantta Analizi" başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 01/07/2014 tarihinde, **ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI'nda DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Emin Akata

Üye (Danışman) : Prof. Dr. Adnan Köksal

Üye : Prof. Dr. Birsen Saka

Üye : Prof. Dr. S. Gökhan Tanyer

Üye : Doç. Dr. Asım Egemen Yılmaz

ONAY

..../07/2014

Prof. Dr. Emin AKATA
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŐEKKÜR

Doktora çalıőmalarım boyunca anlayıőlı, sabırlı ve yreklendirici olan; bilgisi ve motive edici yaklaőımı ile her zaman yol gosterici olan değerli tez danıőmanım Prof. Dr. Adnan Köksal'a,

Eğitim hayatım boyunca bana her zaman destek ve güven veren değerli hocam Prof. Dr. Emin Akata'ya,

Tez çalıőmama değerli katkılarından dolayı hocalarım Prof. Dr. Birsen Saka'ya, Prof. Dr. S. Gkhun Tanyer'e, Doç. Dr. Asım Egemen Yılmaz'a,

Her ihtiyacımız olduğunda yardımımıza koőan enstitü sekreterimiz Tülay Ersak'a,

Doktora çalıőmalarım için burs imkanı sağlayan TÜBİTAK BİDEB'e,

Hayatım boyunca bana güvenen, her zaman yanımda olan canım anneme ve dayı-larıma,

En zor zamanlarımda bana destek olan, sevgili eőim İteriş Koç'a,

Ve varlığı ile hayatımı renklendiren en büyük mutluluk kaynağım, bir tanecik kızım Zeynep Yağmur'a,

Sonsuz teőekkür ederim...

ÖZ

ÖLÇEKLENEBİLİR DÜZLEMSEL İLETKEN YAPILARIN KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ İLE GENİŞ BANTTA ANALİZİ

Sema Nur Koç

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu tez çalışmasında düzlemsel iletken cisimlerden geniş bir frekans bandında saçılma ve yayılma problemlerinin çözüm süresini kısaltacak bir yöntem geliştirilmiştir. Yöntemde bilinen karakteristik açılım fonksiyonları (KAF) farklı bir biçimde kullanılmıştır. Cisim için en yüksek frekanstaki karakteristik açılım fonksiyonları hesaplanmış ve diğer frekanslarda da kullanılmıştır. Aynı zamanda düşük frekanslarda elde edilen empedans matrisleri daha yüksek frekanslardaki empedans matrislerinin hesabında kullanılmıştır.

Geliştirilen yöntem iletken kare düzlemden saçılma problemi ile papyon antenden ve sabit eğimli yarık antenden yayılma problemlerine uygulanmıştır. Belirlenen frekans bandında, kare düzlemin bistatik radar kesit alanları (RKA), papyon anten ve yarık antenin ise yayılım örüntüleri hesaplanmıştır. Yöntemin ilk adımında en yüksek frekansta elektrik alan integral denklemi elde edilmiş ve ardından bu denkleme moment metodu (MM) uygulanarak empedans matrisi hesaplanmıştır. Daha sonra MM denklemindeki empedans matrisi kullanılarak karakteristik açılım fonksiyonları hesaplanmıştır. Son aşamada, bu karakteristik açılım fonksiyonları kullanılarak ilgililenilen frekans bandında çözüm elde edilmiştir.

Geliştirilen yöntemle CPU süresinden geleneksel moment metoduna kıyasla büyük ölçüde tasarruf edilmiştir. Benzetim sonuçları yöntemin saçılma ve yayılma problemleri için yüksek doğruluk oranlarıyla uygulanabileceğini göstermiştir.

Anahtar Sözcükler: Karakteristik Açılım Fonksiyonu Yöntemi (KAFY), Moment Metodu (MM), Papyon Antenler, Doğrusal Sönümlenen Yarık Antenler, Elektrik Alan İntegral Denklemi (EAİD)

Danışman: Prof. Dr. Adnan Köksal, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

ABSTRACT

WIDEBAND ANALYSIS OF PLANAR SCALABLE CONDUCTING BODIES USING CHARACTERISTIC BASIS FUNCTION METHOD

Sema Nur Koç

Başkent University Institute of Science and Engineering

Department of Electrical and Electronics Engineering

In this thesis, a method is developed which reduces the solution time of the problem of scattering and radiation from planar conducting bodies in a wide frequency band. The method utilizes the characteristic basis functions (CBFs) in a different way. The CBFs for the body are calculated at the highest frequency of interest and reused at other frequencies. The reduced impedance matrices generated earlier at lower frequencies are also used for the calculation of the ones at higher frequencies.

The proposed method is applied to the problems of scattering from a square plate, radiation from a bowtie antenna, and a linearly tapered slot antenna. Bistatic radar cross sections (RCS) for the square plate and the radiation patterns for the bowtie and tapered slot antennas are calculated at the specified frequency band. In the first step, electric field integral equation at the highest frequency of interest is developed for the structure, and then impedance matrix is calculated by applying method of moments (MoM) to the equation. Then, characteristic basis functions are calculated using the MoM impedance matrix. Finally the solution of the problem in the frequency band of interest is obtained using these CBFs.

The method proposed in this thesis results in a significant reduction in the CPU time compared to the traditional Method of Moments. Numerical results demonstrate that the method can be applied to the scattering and radiation problems with high accuracy.

Keywords: Characteristic Basis Function Method (CBFM), Method of Moments (MoM), Bowtie Antennas, Tapered Slot Antennas, Electric Field Integral Equation (EFIE)

Advisor: Prof. Dr. Adnan Köksal, Hacettepe University, Department of Electrical and Electronics Engineering

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZ	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER LİSTESİ	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	v
ÇİZELGELER LİSTESİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. İLETKEN YAPILARDAN SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN ELEKTRİK VE MANYETİK ALAN İNTEGRAL DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ	6
3. MOMENT METODU	12
3.1. Nokta Uyumlandırma	15
3.2. Galerkin Yöntemi	15
3.3. Açılım Fonksiyonları	15
3.3.1. Darbe fonksiyonları	16
3.3.2. Parçalı üçgensel fonksiyonlar	16
3.3.3. Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar	18
3.3.4. Rao Wilton Glisson açılım fonksiyonları	18
3.3.5. Tüm bölge açılım fonksiyonları	23
3.4. Elektrik Alan İntegral Denkleminin Moment Metodu ile Çözümü	23
3.5. RWG Fonksiyonları için Empedans Matrisi Hesabı	26
3.6. Kaynak Modeli	28
3.7. Yayılım Örüntüsü Hesabı	29
4. KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ	33
5. ÖLÇEKLENEBİLİR CİSİMLER İÇİN KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ	41
6. BENZETİM SONUÇLARI	47
6.1. İletken Kare Düzlem	47
6.2. Papyon Anten	58

6.3. Sabit Eğimli Yarık Anten	65
7. SONUÇ	71
KAYNAKLAR LİSTESİ	74
EKLER LİSTESİ	76
İNGİLİZCE-TÜRKÇE TERİMLER SÖZLÜĞÜ	79

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1. Mükemmel iletken cisimden saçılma problemi.	6
Şekil 2.2. Şekil 2.1 için dış eşdeğerlik.	7
Şekil 3.1. Darbe fonksiyonları [21].	16
Şekil 3.2. Parçalı üçgensel fonksiyonlar (Bitiş koşulu 1) [21].	17
Şekil 3.3. Parçalı üçgensel fonksiyonlar (Bitiş koşulu 2) [21].	17
Şekil 3.4. Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar [21].	18
Şekil 3.5. Üçgen parçalara ayrılmış parabol anten [22].	19
Şekil 3.6. Rao Wilton Glisson açılım fonksiyonu.	20
Şekil 3.7. Yarım RWG fonksiyonunun büyüklüğü.	21
Şekil 3.8. RWG açılım fonksiyonları için uygun olmayan üçgen parçaları.	22
Şekil 3.9. Üçgen parçaları üzerindeki akımın üçgen merkezleri arasındaki akışının oluşturduğu ağ yapısı.	23
Şekil 3.10. Nümerik integral hesabında kullanılan üçgen yapısı.	27
Şekil 3.11. Papyon anten [21].	28
Şekil 3.12. n'yinci kenar üzerinde tanımlanan delta fonksiyon üretici modeli [21].	29
Şekil 3.13. Yüzey akım dağılımı için eşdeğer dipoller [24].	30
Şekil 3.14. m'yinci RWG elemanına ait akım dağılımı için dipol model [24].	31
Şekil 4.1. 16 bloğa bölünmüş iletken kare düzlem [13].	34
Şekil 4.2. MM matrisinden elde edilen bloklar [13].	35
Şekil 4.3. KAF'lerin Oluşturulmasında Kullanılan Düzlem Dalgalar [27].	39
Şekil 5.1. Blokların tanımlanması.	41
Şekil 5.2. Birincil, ikincil ve üçüncül KAF'ler [28].	45
Şekil 6.1. İletken kare düzlem üzerine dikey olarak gelen düzlem dalga.	48
Şekil 6.2. 1.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	50
Şekil 6.3. 3 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	50
Şekil 6.4. 4.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	51
Şekil 6.5. 6 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	51

Şekil 6.6. 7.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	52
Şekil 6.7. 9 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	52
Şekil 6.8. 10.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	53
Şekil 6.9. 12 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.	53
Şekil 6.10. 9 GHz için akım dağılımları.	54
Şekil 6.11. 6 GHz için akım dağılımları.	55
Şekil 6.12. 3 GHz için akım dağılımları.	56
Şekil 6.13. Akım yoğunluğu hata yüzdesi.	57
Şekil 6.14. Bistatik RKA hata yüzdesi.	57
Şekil 6.15. MM ve KAFY için CPU süresi.	58
Şekil 6.16. 6λ yüksekliğinde papyon anten.	60
Şekil 6.17. Papyon anten için blok yapısı.	61
Şekil 6.18. $H=2\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.	61
Şekil 6.19. $H=3\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.	62
Şekil 6.20. $H=4\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.	62
Şekil 6.21. $H=5\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.	63
Şekil 6.22. $H=6\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.	63
Şekil 6.23. Yayılım örüntüsü hata yüzdesi.	64
Şekil 6.24. MM ve KAFY için CPU süresi karşılaştırması.	64
Şekil 6.25. Sabit eğimli yarık anten ($H=L=4\lambda$).	66
Şekil 6.26. Sabit eğimli yarık anten için blok yapısı.	67
Şekil 6.27. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=2.4\lambda$ $L=2.4\lambda$).	67
Şekil 6.28. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=3\lambda$ $L=3\lambda$).	68

Şekil 6.29. Sabit eğimli yarıç anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=3.4\lambda$ $L=3.4\lambda$).	68
Şekil 6.30. Sabit eğimli yarıç anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=4\lambda$ $L=4\lambda$).	69
Şekil 6.31. Yayılım örüntüsü hata yüzdesi.	69
Şekil 6.32. MM ve KAFY için CPU süresi karşılaştırması.	70

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 6.1. MM ve KAFY için frekansa göre değişen bilinmeyen sayısı 66

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

EAİD	Elektrik Alan İntegral Denklemi
KAF	Karakteristik Açılım Fonksiyonu
KAFY	Karakteristik Açılım Fonksiyonu Yöntemi
MAİD	Manyetik Alan İntegral Denklemi
MM	Moment Metodu
Mİ	Mükemmel İletken
RKA	Radar Kesit Alanı
RWG	Rao-Wilton-Glisson
\vec{E}^i	gelen elektrik alan
\vec{E}^s	saçılan elektrik alan
\vec{H}^i	gelen manyetik alan
\vec{H}^s	saçılan manyetik alan
ϵ	ortamın elektrik geçirgenliği
μ	ortamın manyetik geçirgenliği
\vec{J}_s	elektrik yüzey akım yoğunluğu
\vec{M}_s	manyetik yüzey akım yoğunluğu
k	dalga sayısı
ω	açısal frekans
\vec{A}	vektörel manyetik potansiyel
η	öz empedans
G	Green's fonksiyonu
U	yayılm yoğunluğu
D	yönlülük
λ	dalga boyu
σ	öz iletkenlik
$[Z_{mn}]$	empedans matrisi
$[V_m]$	uyarım vektörü

1. GİRİŞ

İletken bir cisim üzerine elektromanyetik düzlemsel bir dalga geldiğinde, cisim üzerinde indüklenen yüzey akım yoğunlukları biliniyorsa, saçılan alan bu yüzey akım yoğunluklarının yayılım integralleri alınarak bulunabilir. Aynı şekilde antenlerden yayılan alanların hesabı için de anten yüzeyindeki akım yoğunluklarının bilinmesi yeterlidir. Yüzey akım yoğunlukları ise elektrik alan integral denklemi (EAİD) veya manyetik alan integral denklemi (MAİD) çözülerek bulunur. Elektrik alan integral denklemi, cisim yüzeyine teğet elektrik alan sınır koşullarının uygulanması ile elde edilirken, manyetik alan integral denklemi, cisim yüzeyine teğet manyetik alan sınır koşullarının uygulanması ile elde edilir.

İntegral denklemlerde integralin içerisinde yer alan akım yoğunluklarının hesaplanması için çeşitli analitik ve nümerik yöntemler kullanılabilir. Bu denklemler için analitik çözümleri oluşturmak uzun zaman ve yoğun çaba gerektirirken, gelişen bilgisayar teknolojisi, nümerik yöntemlerle çok daha kısa sürede ve çok daha az çaba sarfedilerek çözüme ulaşmaya olanak sağlamıştır. Aynı zamanda bu denklemler analitik olarak yalnızca simetrik veya basit geometrili cisimler için çözülebilmekteyken, nümerik yöntemlerle gelişigüzel cisimlerden yayılma ve saçılma problemleri de çözülebilmektedir.

İntegral denklemlerin çözümünde kullanılacak nümerik yöntemlerden biri moment metodudur (MM) [1–3]. Moment metodu, problemin bir matris denklemi haline getirilmesi ve elde edilen matris denkleminin çözümlenmesi esasına dayanır. İletken bir cisimden saçılan alan hesaplanırken ilk olarak integral denklemler oluşturulur. Daha sonra moment metodu ile bu integral denklemlerin çözümü yapılır ve iletken yüzeyinde indüklenen akım yoğunlukları bulunur. Son olarak yayılım integralleri ile bu yüzey akım yoğunluklarının oluşturduğu saçılan alan hesaplanır. İletken cisimden birden fazla frekansta saçılan alan hesaplanmak istendiğinde ise problemin çözümü bu yöntemle her bir frekansta tekrarlanır.

Moment metodunda iletken cismin yüzeyi parçalara ayrılır ve bu parçalar üzerinde bilinmeyen akım yoğunlukları tanımlanır. Cismin elektriksel boyutu arttıkça cisim üzerinde tanımlanan parça sayısı, dolayısıyla moment matrisinin boyutu artar. Bu durum moment metodu ile elde edilen matris denkleminin çözümü için gereken sü-

renin çok yüksek değerler almasına neden olur. Bu süre doğrudan moment metodu ile çözüm için $O(N^3)$ ile orantılıyken, hızlı çok kutup yöntemi (*fast multipole method*, *FMM*) gibi iteratif yöntemler kullanıldığında $O(N \log N)$ 'ye düşmektedir [4].

Cisim üzerinde tanımlanan bilinmeyen sayısını azaltacak bir yöntem CPU süresini kısaltacağı gibi, bellek gereksinimini de azaltacaktır. Moment metodunda açılım fonksiyonlarının seçimi problemin çözümü için gereken serbestlik derecesini belirlemektedir. Bu nedenle bilinmeyen sayısının azaltılmasını sağlayan yöntemler açılım fonksiyonlarının uygun şekilde seçilmesi ile gerçekleştirilmektedir.

Rao-Wilton-Glisson [5] veya çatı şeklindeki (*rooftop*) [6] fonksiyonlar gibi bilinen alt-bölge açılım fonksiyonları, gelişigüzel cisimler üzerinde tanımlanan tüm akım dağılımlarını modelleyebilmektedir. Problemin çözümü için gereken bilinmeyen sayısının azaltılması, açılım fonksiyonlarından yalnızca fiziksel olarak anlamı olan akımları modelleyecek olanlarının kullanılması ile gerçekleştirilebilir. Tüm bölge açılım fonksiyonları cisim üzerindeki akım dağılımlarını başarılı bir biçimde modelleyebilmekle birlikte yalnızca belirli geometriler için tanımlanabilirler [7, 8].

İletken bir cisimden saçılan alanların hesabında tüm bölge açılım fonksiyonlarının kullanıldığı ilk çalışmalardan biri Garbacz tarafından geliştirilen karakteristik mod teorisidir [9]. Bu yöntemde cismin geometrisini de dikkate alan bir matematiksel model oluşturulmuştur. Bu modelde cismin yüzeyindeki akım veya uzak alan örüntüleri, öz fonksiyonların toplamı olarak ifade edilmektedir. Bu öz fonksiyonlar ise karakteristik akımlar veya modlar olarak adlandırılmaktadır. Klasik öz fonksiyon yöntemi (*eigenfunction method*), küre gibi yüzeyleri ayrılabilir koordinat yüzeyleriyle çakışan belirli cisimlere uygulanabilmekteyken, Garbacz'ın tanımladığı karakteristik akımlar gelişigüzel cisimlere uygulanabilmektedir.

Karakteristik akımların bulunması için farklı ve Garbacz'ın geliştirdiğinden çok daha kolay bir yöntem de, Harrington ve Mautz [10, 11] tarafından geliştirilmiştir. Karakteristik akımların bulunması için Garbacz cismin saçılım matrisini, Harrington ise empedans matrisini köşegenleştirmiştir. Sonuçta her iki çalışmada da aynı modlar elde edilmiştir.

Karakteristik mod teorisinde açılım fonksiyonu olarak öz vektörler kullanılmaktadır. Eğer cisim N adet alt bölge açılım fonksiyonu ile modellenirse, bu problem için ta-

nımlanan öz değer sayısı da N 'ye eşit olur. Bu öz değerlerden oluşan küme, cisim üzerindeki akım dağılımını N adet alt bölge açılım fonksiyonu ile aynı doğrulukla modelleyebilmektedir. Bununla birlikte yüksek öz değere sahip öz vektörlerin yayılıma katkısı daha fazladır. Bu nedenle belirli bir eşik değerinin altındaki özdeğere sahip öz vektörler açılım fonksiyonları kümesinden çıkarılabilir. Bu şekilde açılım fonksiyonu sayısı azaltılmakla birlikte yüksek doğruluk oranları elde edilebilmektedir.

Birçok elektromanyetik saçılım problemi farklı geliş açılırları için cismin radar kesit alanının hesaplanmasını gerektirir. Radar kesit alanının farklı durumlar için hesaplanması ise yoğun hesaplamaların tekrarını gerektirir. Karakteristik akımlar herhangi bir iletken cisimden yayılan ve saçılan alanların bulunması için temel oluşturur. Bu akımlar sadece cismin şekline bağlı olduğundan cisme çeşitli açılardan gelen elektromanyetik dalgalardan kaynaklanan saçılan alanı bulmak için karakteristik akımların bir kez bulunması yeterli olmaktadır.

İletken cisimlerden yayılma ve saçılma problemlerinin çözümlü için harcanan CPU süresini ve bellek gereksimini azaltmak amacıyla geliştirilen birçok yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler içerisinde en başarılı olanlarından biri hızlı çok kutup yöntemidir (*Fast Multipole Method, FMM*) [4]. FMM'de birbirine yakın kaynaklar tek bir kaynakmış gibi gruplandırılarak iteratif çözümlü yapılırken gerçekleştirilen matris vektör çarpımlarının sayısı azaltılmaktadır. Bu yöntemde gruplar arasındaki etkileşimler çok kutup momentleri kullanılarak hesaplandığından ve yalnızca grup içerisindeki etkileşimler klasik MM ile hesaplanıp hafızada tutulduğundan bellek gereksinimi de azaltılmaktadır.

Elektromanyetik olarak büyük cisimlerin moment metodu ile analizini hızlandırmak amacıyla geliştirilen bir diğer yöntem, çok seviyeli alt bölge (*subdomain multilevel approach, SMA*) yöntemidir [12]. Bu yöntem elektriksel olarak büyük mikroşerit antenlerin analizinde kullanılmaktadır. Bu yöntemde cisim belirli alt bölgelere ayrılır ve bu alt bölgeler kaynakla beslenir. Açılım fonksiyonu olarak bu alt bölgeler üzerinde indüklenen akım dağılımları kullanılır. Bu akım dağılımları "makro açılım fonksiyonları" olarak adlandırılır. Yöntemin doğruluğunu arttırmak için makro açılım fonksiyonları gerçel ve sanal kısımlarına ayrılır. Problemin çözümlü için bu makro açılım fonksiyonları kullanılır. Makro açılım fonksiyonlarının tanım kümesi MM açılım fonksiyonlarının tanım kümesinden geniş olduğundan bu yöntemle bilinmeyen

sayısı azaltılmaktadır. Ancak bu yöntem gelişigüzel yapılara uygulanamamaktadır.

İletken cisimlerden saçılan ve yayılan alanların analizinde çok seviyeli alt bölge yöntemine benzer başka bir çalışma da 2003 yılında Prakash ve Mittra tarafından geliştirilen "Karakteristik Açılım Fonksiyonu Yöntemi (KAFY)"dir (*Characteristic Basis Function Method, CBFM*) [13–15]. Bu yöntemde cisim bloklara bölünür ve her bir blok kendi içerisinde parçalara ayrılır. Her bir blok için karakteristik açılım fonksiyonları (KAF) oluşturulur. Problemin çözümü, elde edilen karakteristik açılım fonksiyonları yardımı ile yapılır. Bu yöntem, bilinmeyen sayısının azalması ve bunun sonucu olarak moment matrisi boyutlarının küçülmesi sebebiyle özellikle elektriksel olarak büyük problemlerde avantaj sağlamaktadır. Bu yöntem gelişigüzel yapılardan saçılma ve anten problemlerine uygulanabilmektedir.

Birçok elektromanyetik problem geniş bir frekans bandında yayılan veya saçılan alan hesabını gerektirmektedir. Ancak KAFY veya iteratif yöntemler her bir frekansta çözümün tekrarlanmasını gerektirmektedir. Bu durum özellikle elektriksel olarak büyük cisimlerden geniş frekans bandında saçılan veya yayılan alan hesabı için gereken sürenin oldukça fazla olmasına neden olmaktadır. Geniş frekans bandında elektromanyetik analiz süresini kısaltmak için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden birinde Newman empedans matrisini her bir frekansta yeniden hesaplamak yerine, frekans bandı içerisinde geniş aralıklarla seçilen frekanslarda hesaplamakta ve diğer frekanslardaki empedans matrisi değerlerini ara değerlendirme ile yaklaşık olarak bulmaktadır [16]. Bir diğer yöntemde ise, model tabanlı parametre kestirimi yöntemi yardımıyla, hesaplama yapılan frekans sayısı azaltılmaktadır [17]. Ancak cismin elektriksel boyutu arttığında bu yöntemler için gereken çözüm süresi de çok yüksek değerlere ulaşmaktadır.

[18]'de analiz yapılan frekans bandının en üst sınırında hesaplanan ve evrensel karakteristik açılım fonksiyonları olarak adlandırılan fonksiyonlar düşük frekanslarda da kullanılmıştır. Bu sayede frekans bandı içerisindeki herhangi bir frekansta çözüm elde etmek için KAF hesaplama işi tekrarlanmayarak çözüm süresi kısaltılmıştır. Ancak [18]'de de belirtildiği gibi bu evrensel KAF'ler frekans bandındaki en yüksek frekans için hesaplandığından, daha düşük frekanslar için bu fonksiyonların sayısı gereğinden fazla olmaktadır. Bu durum, elde edilen matrisin boyutlarının gereğinden büyük olmasına neden olmaktadır. Frekans azaldıkça gereksiz KAF sayısı artmak-

tadır. Sonuç olarak bu yöntemde azalan frekansla birlikte KAF sayısı da azaltılmadığından, gereğinden büyük boyutlardaki matrisin hesabı ve çözümü için olması gerekenden fazla süre harcanmaktadır.

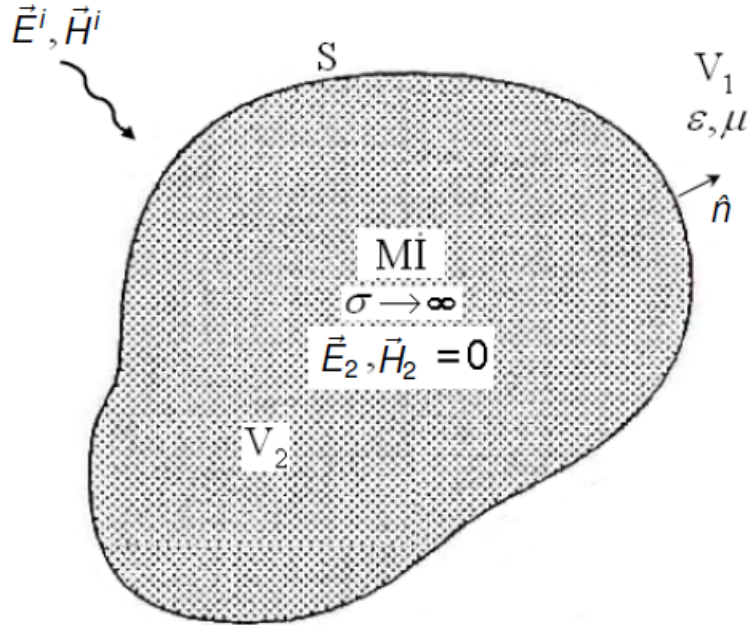
Bu tez çalışmasının amacı, geniş bir frekans bandında düzlemsel iletken cisimlerden saçılan alanların ve anten uzak alan örüntülerinin hesaplanmasını kolaylaştıracak yeni bir yöntem geliştirmektir. Bu yöntemde karakteristik açılım fonksiyonlarından faydalanılmaktadır. Geliştirilen yöntemle, problemi her bir frekansta yeniden çözmek yerine, [18]'de olduğu gibi en yüksek frekansta hesaplanan karakteristik açılım fonksiyonları daha düşük frekanslarda da kullanılmaktadır. Ancak bu yöntemde [18]'de kullanılan yöntemden farklı olarak, frekans azaldıkça gereksiz KAF'ler çözüm kümesinden çıkarılmaktadır. Frekans azaldıkça KAF sayısının azalması, elde edilen matris boyutunun da azalmasını sağlamaktadır. Aynı zamanda bu yöntemde düşük frekanslarda elde edilen matrisler de daha yüksek frekanslarda kullanılmaktadır. Sonuç olarak bu yöntemde yapılan hesaplamaların sayısı bilinen KAFY ile ve [18]'de verilen yöntem ile kıyaslandığında çok daha azdır.

Bu tez çalışması altı bölümden oluşmaktadır. Bölüm 1'de iletken cisimlerden saçılma ve yayılma problemlerinin çözümünü hızlandırmak ve bellek gereksinimini azaltmak amacı ile yapılan literatürdeki çalışmalardan bahsedilmektedir. Bölüm 2'de iletken yapılardan saçılma problemi için eşdeğerlik tanımlanmakta, ardından tanımlanan eşdeğerlik için elektrik ve manyetik alan integral denklemleri oluşturulmaktadır. Bölüm 3'te moment metodundan bahsedilmektedir. Bu bölümde moment metodunda kullanılan açılım ve test fonksiyonlarına kısaca değinilmekte ve elektrik alan integral denkleminin moment metodu ile çözümü anlatılmaktadır. Bu bölümde ayrıca bu tez çalışmasında anten problemlerinin çözümünde kullanılan Rao Wilton Glisson (RWG) [5] açılım fonksiyonları için moment metodu ile elde edilen empedans matrisi hesabı anlatılmaktadır. Bölüm 4'te Prakash ve Mittra tarafından geliştirilen ve bu araştırmanın temelini oluşturan karakteristik açılım fonksiyonu yöntemi anlatılmaktadır. Bölüm 5'te bu çalışmada geliştirilen, ölçeklenebilir cisimler için karakteristik açılım fonksiyonu yöntemi anlatılmaktadır. Bölüm 6'da ise geliştirilen yöntemin iletken kare düzlemden saçılma, papyon antenden yayılım ve sabit eğimli yarık antenden yayılım problemlerine uygulanması ile elde edilen benzetim sonuçları verilmektedir. Son olarak Bölüm 7'de bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlardan bahsedilmektedir.

2. İLETKEN YAPILARDAN SAÇILMA PROBLEMİ İÇİN ELEKTRİK VE MANYETİK ALAN İNTEGRAL DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ

İletken bir cisimden saçılma veya yayılma probleminin çözümü için cisim yüzeyi üzerindeki fiziksel veya eşdeğer akım yoğunluğunu bulmak yeterlidir. Akım yoğunluğunun bulunmasının ardından yayılan veya saçılan alanlar yayılım denklemleri yardımıyla kolaylıkla hesaplanır. Cisim yüzeyi üzerindeki akım yoğunlukları integral denklemleri yardımıyla bulunur. En yaygın olarak kullanılan integral denklemleri elektrik alan integral denklemi (EAİD) ve manyetik alan integral denklemi (MAİD)'dir. Elektrik alan integral denklemi cisim yüzeyi üzerinde elektrik alan sınır koşullarının uygulanması ile elde edilirken, manyetik alan integral denklemi cismin yüzeyi üzerinde manyetik alan sınır koşullarının uygulanması ile elde edilir. Bu bölümde bu integral denklemlerden kısaca bahsedilmektedir.

Şekil 2.1'de mükemmel iletken (Mİ) bir yapıdan saçılma problemi gösterilmektedir [19].



Şekil 2.1. Mükemmel iletken cisimden saçılma problemi.

Burada \vec{E}^i ve \vec{H}^i ortamda saçıcı olmadığı durumda cismin yüzeyi üzerine gelen düzlemsel alanlar; ϵ ve μ ortamın elektrik ve manyetik geçirgenlikleri; σ iletkenin öziletkenliği; \hat{n} cismin yüzeyine dik birim vektördür. \vec{E}_2 ve \vec{H}_2 iletkenin içerisindeki elektrik

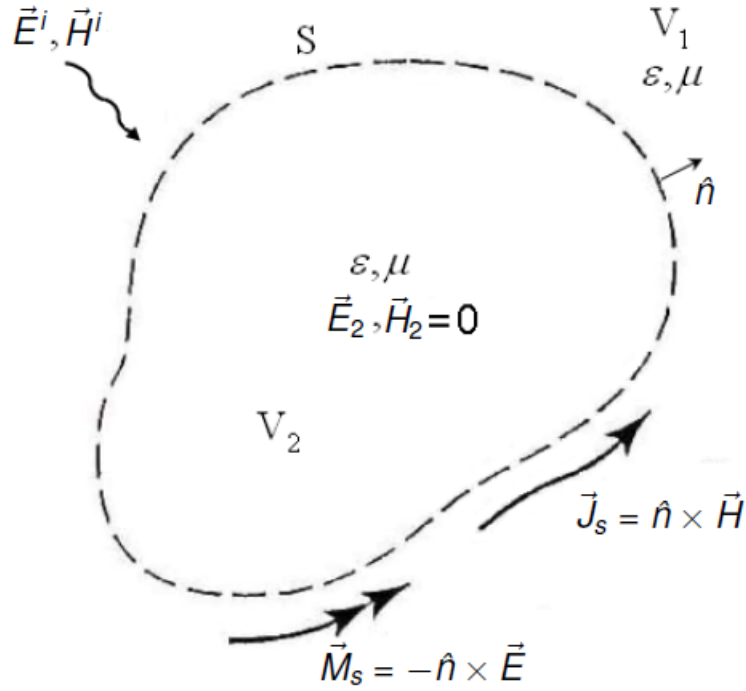
ve manyetik alanları ifade eder ve sifıra eşittir.

İletken cisim tarafından saçılan alanlar \vec{E}^s ve \vec{H}^s ile gösterilirse, iletken dışındaki toplam alanlar için,

$$\vec{E} = \vec{E}^s + \vec{E}^i \quad (2.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}^s + \vec{H}^i \quad (2.2)$$

eşitlikleri elde edilir.



Şekil 2.2. Şekil 2.1 için dış eşdeğerlik.

Eşdeğerlik teoremine göre, iletken cismin kapsadığı bölge, iletkenin dışındaki bölgeyle aynı ortam parametrelerine sahip bir bölgeyle değiştirilir ve bu bölgenin yüzeyi üzerinde \vec{J}_s ve \vec{M}_s elektrik ve manyetik yüzey akım yoğunlukları tanımlanırsa, yüzey dışındaki alanlar, asıl problemdeki alanlara eşdeğer olacaktır. Şekil 2.1 için eşdeğer problem Şekil 2.2'de gösterilmektedir.

İletken cisimler için elektrik alan integral denklemi, cismin yüzeyi üzerindeki teğet

elektrik alanının sıfıra eşit olma koşuluna dayanmaktadır. Bu durumda iletken cismin yüzeyi üzerinde teğet elektrik alan sınır koşulu,

$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E} \Big|_s = 0 \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Cismin yüzeyi üzerine gelen elektrik alan, yüzey üzerinde \vec{J}_s ile gösterilen elektrik akım yoğunluğunu oluşturmakta, akım yoğunluğu ise saçılan alanı oluşturmaktadır. \vec{J}_s akım yoğunluğunun oluşturduğu elektrik alan $\vec{E}(\vec{J}_s)$ ile gösterilirse toplam elektrik alan için aşağıdaki eşitlik geçerli olacaktır.

$$\vec{E}(\vec{J}_s) + \vec{E}^i = \vec{E} \quad (2.4)$$

\vec{J}_s akım yoğunluğunun oluşturduğu elektrik alan aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir [3].

$$\vec{E}(\vec{J}_s) = \frac{k^2 \vec{A} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{j\omega\mu\epsilon} \quad (2.5)$$

Bu eşitlikte k dalga sayısı; ω açısal frekans; \vec{A} ise vektörel manyetik potansiyeldir ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{\vec{J}_s(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} ds' \quad (2.6)$$

Bu eşitlikte \vec{r} koordinat merkezinden gözlem noktasına doğru tanımlanan vektörü; \vec{r}' ise koordinat merkezinden kaynak noktasına doğru tanımlanan vektörü ifade etmektedir. Eşitlik (2.4) ve Eşitlik (2.5), Eşitlik (2.3)'te yerine konursa,

$$\hat{n} \times \vec{E}^i = -\hat{n} \times \left[\frac{k^2 \vec{A} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{j\omega\mu\epsilon} \right] \quad (2.7)$$

eşitliği elde edilir. İletken yüzeyindeki teğet elektrik alan sınır koşulu ile elde edilen bu denklem elektrik alan integral denklemi olarak tanımlanmaktadır. EAİD için diğer bir ifade aşağıdaki eşitlikte verilmektedir.

$$\hat{n} \times \vec{E}^i = \hat{n} \times \left[j\eta k \int_S \vec{J}_s(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') ds' + j \frac{\eta}{k} \nabla \int_S \nabla' \cdot \vec{J}_s(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \right] \quad (2.8)$$

Bu eşitlikte η ortamın öz empedansıdır ve,

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.9)$$

eşitliği ile ifade edilir. $G(\vec{r}, \vec{r}')$ Green's fonksiyonudur ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} = \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (2.10)$$

Eşitlik (2.7) veya Eşitlik (2.8)'de verilen EAİD kullanılarak anten veya saçıcı üzerindeki herhangi bir noktadaki $\vec{J}_s(\vec{r}')$ akım yoğunluğu hesaplanabilir. EAİD açık veya kapalı yüzeyler için kullanılabilir [19].

Manyetik alan integral denklemi cismin yüzeyi üzerine gelen manyetik alan cinsinden ifade edilmektedir ve cismin yüzeyi üzerindeki toplam elektrik akım yoğunluğunu veren teğet manyetik alan sınır koşulunun uygulanması ile elde edilmektedir.

İletken cismin yüzeyi üzerinde teğet manyetik alan sınır koşulu uygulandığında,

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H} \quad (2.11)$$

eşitliği elde edilir. \vec{J}_s akım yoğunluğunun oluşturduğu manyetik alan $\vec{H}(\vec{J}_s)$ ile gösterilirse toplam manyetik alan,

$$\vec{H}(\vec{J}_s) + \vec{H}^i = \vec{H} \quad (2.12)$$

eşitliği ile ifade edilir. \vec{J}_s akım yoğunluğunun oluşturduğu manyetik alan aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$\vec{H}(\vec{J}_s) = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (2.13)$$

Eşitlik (2.6)'yı yukarıdaki eşitlikte yerine konulduğunda,

$$\vec{H}(\vec{J}_s) = \nabla \times \int_S \vec{J}_s G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (2.14)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik 2.6'da,

$$\nabla \times (\vec{J}_s G) = G (\nabla \times \vec{J}_s) - \vec{J}_s \times \nabla G \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \vec{J}_s = 0 \quad (2.16)$$

$$\nabla G = -\nabla' G \quad (2.17)$$

özdeşlikleri kullanılırsa saçılan manyetik alan için,

$$\vec{H}(\vec{J}_s) = \int_S \vec{J}_s \times [\nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] ds' \quad (2.18)$$

eşitliği elde edilir.

İletken yüzeyine Eşitlik (2.11)'deki teğet manyetik alan sınır koşulu uygulanırsa aşağıdaki eşitlikte verilen manyetik alan integral denklemi elde edilir.

$$\hat{n} \times \vec{H}^i = \vec{J}_s - \hat{n} \times \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (2.19)$$

Eşitlik (2.18), Eşitlik (2.11)'de yerine konulursa manyetik alan integral denklemi aşağıdaki eşitlikle de ifade edilebilir.

$$\hat{n} \times \vec{H}^i = \vec{J}_s - \hat{n} \times \int_{S^+} \vec{J}_s \times [\nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] ds' \quad (2.20)$$

Eşitlik (2.19) ve Eşitlik (2.20) cismin yüzeyinden dışarı doğru çok küçük bir mesafedeki yüzey üzerinde ($r \in S^+$) geçerlidir. Manyetik alan integral denklemi yalnızca kapalı yüzeyler için geçerlidir [19].

\vec{J}_s yüzey akım yoğunluğunu bulmak için manyetik alan integral denklemi veya elektrik alan integral denklemlerinden herhangi birini çözmek yeterlidir. Yüzey akım yoğunluğunun bulunmasının ardından yayılım integralleri ile saçılan alanlar kolaylıkla hesaplanabilir.

Eşitlik (2.7) ve Eşitlik (2.19)'da verilen elektrik ve manyetik alan integral denklemlerinin çözümünde kullanılacak yöntemlerden biri moment metodudur [1]. Moment metodu, denklemin bir matris denklemi halinde çözülmesi esasına dayanmaktadır. Bir sonraki bölümde bu yöntemin ayrıntıları verilmektedir.

3. MOMENT METODU

Rasgele olmayan bir problem için,

$$L(f) = g \quad (3.1)$$

eşitliği geçerlidir [1]. Bu eşitlikte L doğrusal bir operatör, g bilinen bir fonksiyon, f ise bilinmeyen bir fonksiyondur. Elektromanyetik problemlerde L genellikle integro-diferansiyel denklemdir, f yük veya akım gibi bilinmeyen bir fonksiyon, g ise bilinen uyarım kaynağıdır.

Elektromanyetik problemlerin bir çoğu doğrusal denklemlerle ifade edilebilir. Yukarıdaki eşitlikteki gibi analitik yöntemlerle çözülemeyen karmaşık problemler doğrusal denklemlere dönüştürülmektedir. Bu eşitlikte f fonksiyonunun N adet taban fonksiyonu ile açılımı yapılırsa,

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (3.2)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte α_n bilinmeyen ağırlıklandırma katsayıları, f_n açılım (taban) fonksiyonlarıdır. L operatörü doğrusal olduğundan,

$$g = \sum_{n=1}^N \alpha_n L(f_n) \quad (3.3)$$

eşitliği yazılabilir.

Açılım fonksiyonları, bilinmeyen f fonksiyonunun beklenen davranışını modelleyecek şekilde f 'nin tanım kümesi içerisinde seçilir ve probleme bağlı olarak sabit bir değer veya vektör olabilir.

Eşitlik (3.3) N bilinmeyenli bir denklemi ifade etmektedir. Problemin çözümü için N tane doğrusal denkleme ihtiyaç vardır. Bunun için öncelikle uygun bir iç çarpım

tanımlanmalıdır. Bu iç çarpım aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$\langle f, g \rangle = \langle g, f \rangle$$

$$\langle \alpha f + \beta g, h \rangle = \alpha \langle f, h \rangle + \beta \langle g, h \rangle$$

(3.4)

$$\langle f, f^* \rangle = 0 \Rightarrow f = 0$$

$$\langle f, f^* \rangle > 0 \Rightarrow f \neq 0$$

Bu eşitlikte α ve β sabit değerler, f , g , ve h ise fonksiyonlardır.

Problem için uygun iç çarpımın tanımlanmasının ardından, uygun test fonksiyonları tanımlanır. Test fonksiyonları L operatörünün değer kümesinde yer almalıdır.

Eşitlik (3.3)'ün tanımlanan test fonksiyonları w_m ile iç çarpımı alınırsa

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (3.5)$$

denklem kümesi elde edilir. Bu denklem kümesinde her bir iç çarpım, N bilinmeyenli $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ bir denklem oluşturmaktadır. N tane test fonksiyonu w_1, w_2, \dots, w_N , kullanılırsa, N bilinmeyenli N denklem oluşmaktadır. Burada amaç α_n katsayılarını elde etmektir.

Eşitlik (3.5)'te verilen denklem kümesi aşağıdaki eşitlikteki gibi bir matris denklemini ifade edilebilir.

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m] \quad (3.6)$$

Burada,

$$[Z_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_N) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_2, L(f_N) \rangle \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \langle w_N, L(f_1) \rangle & \langle w_N, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_N, L(f_N) \rangle \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[I_n] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$[V_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_N, g \rangle \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

olarak tanımlanmaktadır.

$[Z_{mn}]$ matrisi tekil olmayan bir matris ise tersi bulunmaktadır ve $[I_n]$ değerleri aşağıdaki eşitlikte verilen denklemlerle bulunabilir.

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (3.10)$$

MM'de açılım ve test fonksiyonlarının sonucun doğruluğu üzerinde büyük etkisi vardır. Açılım ve test fonksiyonlarının seçiminde etkili olan faktörler aşağıdaki gibidir [20].

- Açılım ve test fonksiyonları doğrusal bağımsız bir küme oluşturmalıdır.
- Açılım fonksiyonları, açılımı yapılan f fonksiyonunu yaklaşık olarak ifade etmelidir.
- Test fonksiyonları w_i 'ler L operatörünün değer kümesi içinde yer almalıdır.
- Çözümde beklenen doğruluk, Z_{mn} matrisinin boyutu ve iç çarpımların hesaplanmasının kolaylığı da etkili faktörler arasında sayılabilir.

Açılım fonksiyonları iki sınıfa ayrılmaktadır.

I Alt bölge (*sub-domain*) açılım fonksiyonları: f_n açılım fonksiyonları f fonksiyonunun tanım kümesinin belirli alt bölgelerinde tanımlıdır.

II Tüm bölge (*full-domain*) açılım fonksiyonları: f_n açılım fonksiyonları f fonksiyonunun tüm tanım kümesinde tanımlıdır.

En sık kullanılan açılım ve test fonksiyonlarının özelliklerinden bir sonraki bölümlerde bahsedilmektedir.

3.1 Nokta Uyumlandırma

Nokta uyumlandırma yöntemi, Eşitlik (3.3)'ün yalnızca belirli noktalarda sağlanması ile gerçekleştirilir. Bu yöntem, test fonksiyonu olarak dürtü fonksiyonları kullanılmasına karşılık gelir. Bu yöntemin en önemli avantajı, Z_{mn} matrisinin elemanları hesaplanırken, test fonksiyonunun tanımlı olduğu bölgenin tamamında integral alınmasına gerek olmaması, yalnızca kaynak bölgesinde integral alınmasının yeterli olmasıdır. Bu yöntem, matris elemanlarının hesaplanmasında sağladığı kolaylık nedeni ile birçok pratik problemde kullanılmaktadır. Yöntemin en büyük dezavantajı, sınır koşullarının yalnızca belirli noktalarda sağlanması nedeniyle, test noktaları haricindeki bölgelerde yanlış varsayımlar yapılmasına neden olmasıdır. Bu yöntem birçok problemde iyi sonuçlar vermekle birlikte daha iyi sonuçlar için bir sonraki bölümde verilen Galerkin yöntemi kullanılmaktadır [21].

3.2 Galerkin Yöntemi

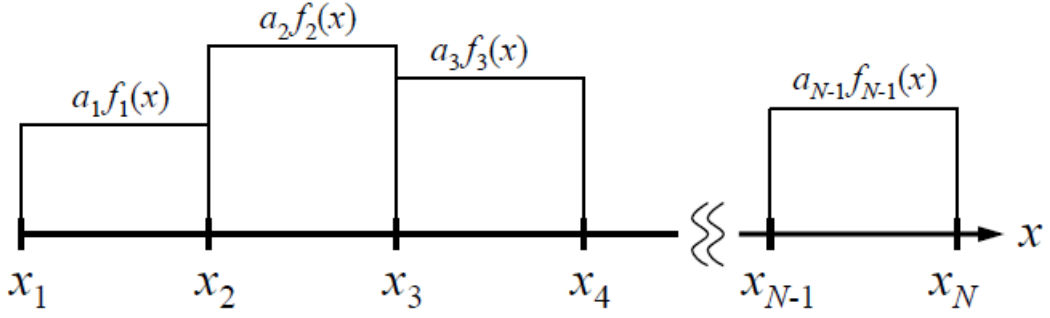
En sık kullanılan yöntemlerden biri olan Galerkin yönteminde test fonksiyonu olarak açılım fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu yöntemin avantajı, sınır koşullarının nokta uyumlandırmada olduğu gibi yalnızca belirli noktalarda değil, tüm çözüm bölgesinde sağlanmasıdır. Bu nedenle Galerkin yönteminde nokta uyumlandırmaya göre daha iyi sonuçlar elde edilmektedir.

3.3 Açılım Fonksiyonları

Açılım fonksiyonlarında bulunması gereken en önemli özellik, bilinmeyen f fonksiyonunu tanımlı olduğu bölgede yaklaşık olarak vermesidir. Açılım fonksiyonlarının seçimi MM matrisinin hesabındaki zorluk derecesini de belirlemektedir. İki boyutlu alt bölge açılım fonksiyonlarından en sık kullanılanlardan bazıları; darbe fonksiyonları, parçalı üçgen fonksiyonlar ve parçalı sinüzoidal fonksiyonlardır [21].

3.3.1 Darbe fonksiyonları

Şekil 3.1'de, tanım bölgesi N noktaya ve $N - 1$ parçaya bölünmüş bir problem üzerinde tanımlanan darbe açılım fonksiyonları gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Darbe fonksiyonları [21].

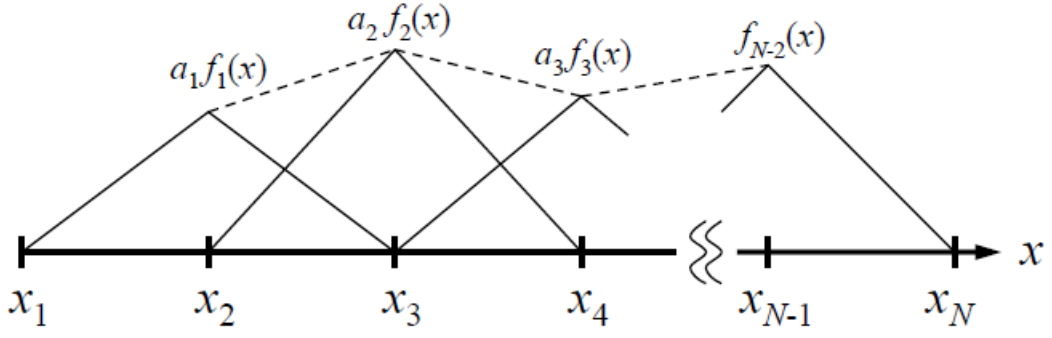
Darbe fonksiyonu,

$$\begin{aligned} f_n(x) &= 1 & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ f_n(x) &= 0 & \text{diğer durumda} \end{aligned} \quad (3.11)$$

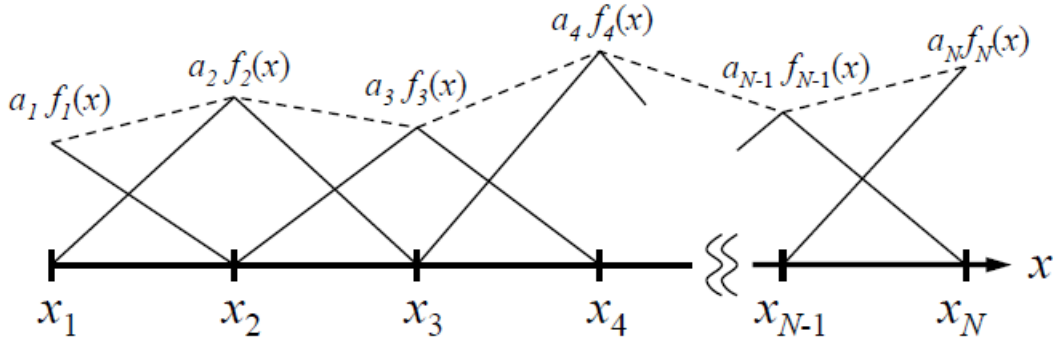
eşitliği ile tanımlanır. Darbe fonksiyonları çözüm için basit ve kabaca yaklaşık bir değer vermekle birlikte MM matrisi elemanlarının hesabını kolaylaştırmaktadır.

3.3.2 Parçalı üçgensel fonksiyonlar

Darbe fonksiyonları tek bir parça üzerinde sabit değer almaktayken, üçgensel fonksiyonlar iki parçayı kapsamakta ve dış noktalarda sıfır değerini, merkezde ise bir değerini almaktadır. Şekil 3.2'de tanım bölgesi N noktaya ve $N - 1$ parçaya bölünmüş bir problem üzerinde tanımlanmış $N - 2$ adet üçgensel açılım fonksiyonu örneği verilmiştir. Komşu açılım fonksiyonları bir parça üzerinde çakıştığından, üçgenler parçalar üzerinde parçalı doğrusal çözüm oluşturmaktadır.



Şekil 3.2. Parçalı üçgensel fonksiyonlar (Bitiş koşulu 1) [21].



Şekil 3.3. Parçalı üçgensel fonksiyonlar (Bitiş koşulu 2) [21].

Üçgensel fonksiyon,

$$f_n(x) = \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n$$

$$f_n(x) = \frac{x_{n+1} - x}{x_{n+1} - x_n} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1}$$
(3.12)

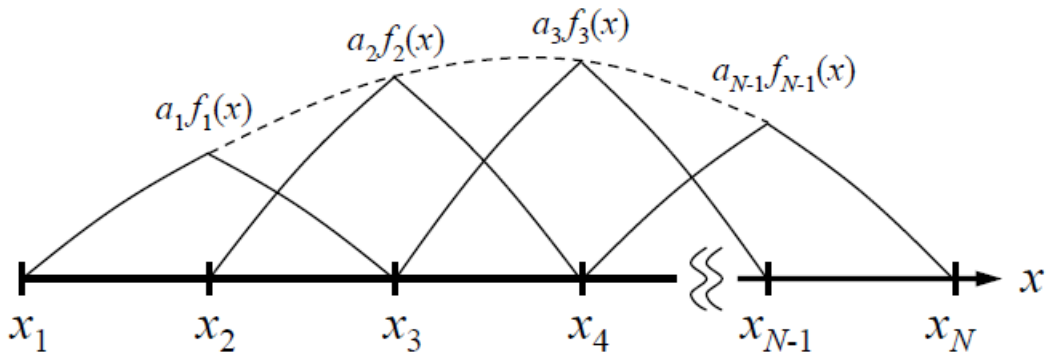
eşitliği ile tanımlanır.

Şekilde görüldüğü gibi, üçgensel açılım fonksiyonları kullanıldığında x_1 ve x_n noktalarında çözüm sıfıra eşit çıkacaktır. Bu durum, tanım kümesinin uç noktalarında çözümün sıfıra eşit olduğunun bilindiği durumlarda faydalıyken, diğer durumlarda

yanlış sonuç verecektir. Bunun için bu tip problemlerde tanım kümesinin dışta kalan parçalarına Şekil 3.3'te gösterildiği gibi yarım üçgenler eklenebilir. Bu durumda toplam açılım fonksiyonu sayısı N olacaktır.

3.3.3 Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar

Üçgensel fonksiyonlara benzeyen parçalı sinüzoidal fonksiyonlar Şekil 3.4'te gösterilmektedir. Bu fonksiyonlar sinüzoidal akım dağılımını iyi bir şekilde modellediğinden genellikle tel antenlerin analizinde kullanılır.



Şekil 3.4. Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar [21].

Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar,

$$f_n(x) = \frac{\sin k(x - x_{n-1})}{\sin k(x_n - x_{n-1})} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n \quad (3.13)$$

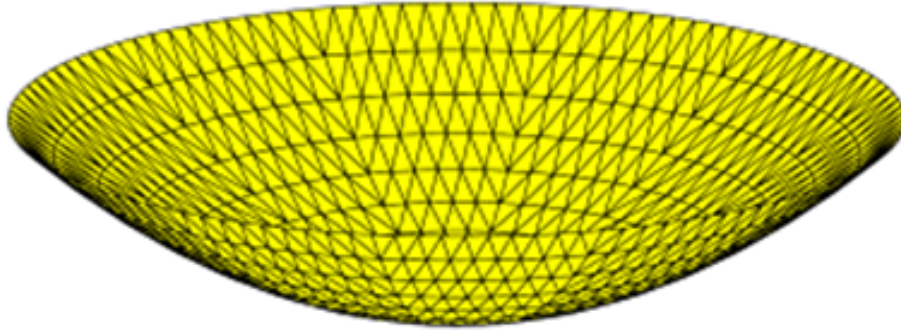
$$f_n(x) = \frac{\sin k(x_{n+1} - x)}{\sin k(x_{n+1} - x_n)} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1}$$

eşitliği ile ifade edilir. Bu eşitlikte k yayılma sabitidir ve parçaların boyutu sinüzoidin periyodundan çok daha küçüktür.

3.3.4 Rao Wilton Glisson açılım fonksiyonları

Elektrik alan integral denkleminin moment metodu ile çözümünde en sık kullanılan açılım fonksiyonlarından biri Rao-Wilton-Glisson (RWG) açılım fonksiyonlarıdır [5]. Bu tez çalışmasındaki anten analizlerinde RWG açılım fonksiyonları kullanılmıştır.

RWG açılım fonksiyonlarının kullanılması için ilk olarak analizi yapılacak cisim üçgen parçalara ayrılır. Şekil 3.5'te üçgen parçalara ayrılmış parabol anten örneği verilmiştir [22]. Tüm gelişigüzel cisimlerin yüzeyleri şekilde gösterildiği gibi üçgen parçalara ayrılabilir. İletken cisimler için yalnızca yüzey akımları var olduğundan üçgen parçalar yalnızca yüzey üzerinde tanımlanır.



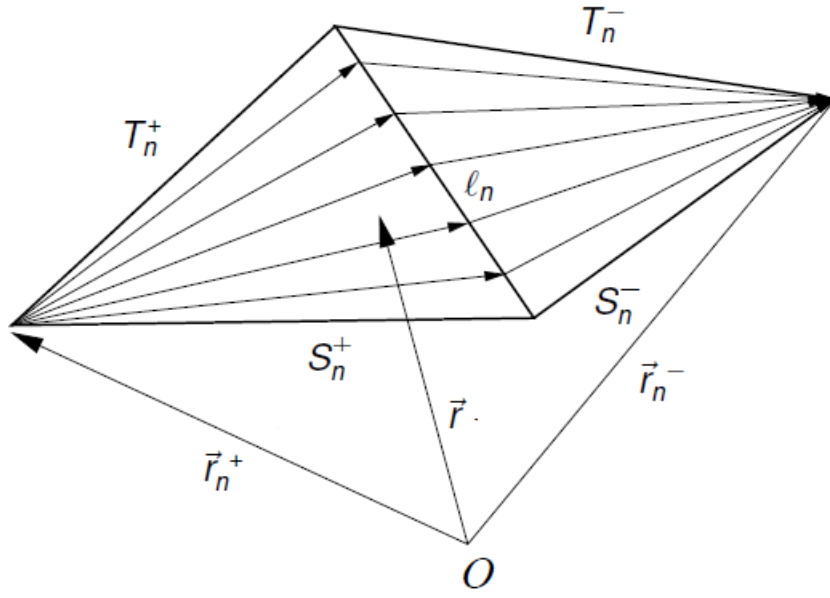
Şekil 3.5. Üçgen parçalara ayrılmış parabol anten [22].

Cisim üçgen parçalara ayrıldıktan sonra cisim üzerinde RWG açılım fonksiyonları tanımlanabilir. RWG açılım fonksiyonları Şekil 3.6'da gösterildiği gibi iki komşu üçgen yüzey üzerinde tanımlanmaktadır. Tek bir üçgen üzerinde tanımlanan yarım RWG fonksiyonunun büyüklüğü Şekil 3.7'de gösterilmektedir.

Şekil 3.6'da T_n^\pm komşu üçgenleri, ℓ_n iki üçgen arasındaki kenarın uzunluğunu, S_n^\pm üçgenlere ait yüzeyi, \vec{r}_n^\pm koordinat merkeziyle bağımsız düğüm arasındaki vektörü ifade etmektedir. Üçgenler üzerinde akan akımı ifade eden vektör açılım fonksiyonu,

$$\vec{f}_n(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\ell_n}{2A_n^+} \vec{\rho}_n^+ & , \quad \vec{r} \in T_n^+ \\ \frac{\ell_n}{2A_n^-} \vec{\rho}_n^- & , \quad \vec{r} \in T_n^- \\ 0 & , \quad \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (3.14)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada A_n^\pm üçgenlere ait yüzey alanı, $\vec{\rho}_n^\pm$ ise \vec{r} vektörü ile



Şekil 3.6. Rao Wilton Glisson açılım fonksiyonu.

bağımsız düğüm arasındaki uzaklıktır. $\vec{\rho}_n^+$ vektörü \vec{r}_n^+ köşesinden \vec{r} 'ye doğrudur ve

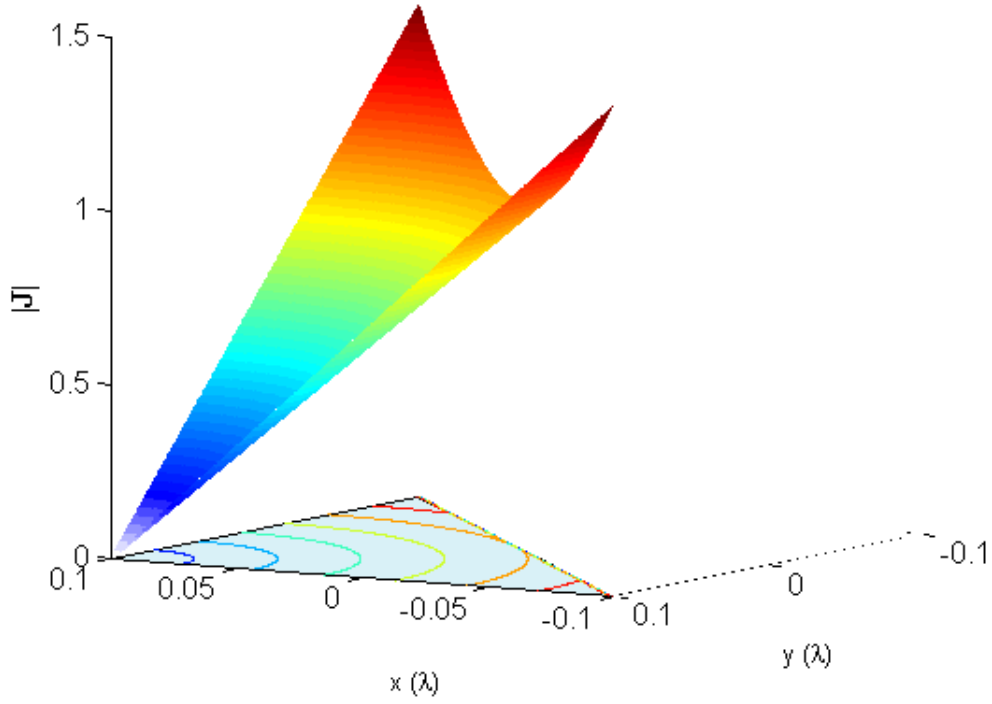
$$\vec{\rho}_n^+ = \vec{r} - \vec{r}_n^+ \quad , \quad \vec{r} \in T_n^+ \quad (3.15)$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. $\vec{\rho}_n^-$ vektörü ise \vec{r} 'den \vec{r}_n^- köşesine doğrudur ve

$$\vec{\rho}_n^- = \vec{r}_n^- - \vec{r} \quad , \quad \vec{r} \in T_n^- \quad (3.16)$$

eşitliği ile ifade edilir.

Cismin yüzeyi üzerinde akan akım vektörel olduğu için, RWG fonksiyonları da vektör fonksiyonudur. RWG fonksiyonu iki komşu üçgen arasındaki kenar üzerinden akan akımı ifade eder. Bu nedenle iki komşu üçgen arasındaki her bir ortak kenar için tek bir RWG fonksiyonu vardır. RWG fonksiyonları yalnızca yüzeyin iç kısmındaki kenarlar üzerinde tanımlıdır. Cismin sınırlarındaki kenarlar için RWG açılım fonksiyonu tanımlı değildir. RWG fonksiyonu, tanımlı olduğu kenar haricindeki hiç bir kenara dik bir bileşen içermemektedir ve tanımlı olduğu kenara dik bileşeninin büyüklüğü birdir ve süreklidir.

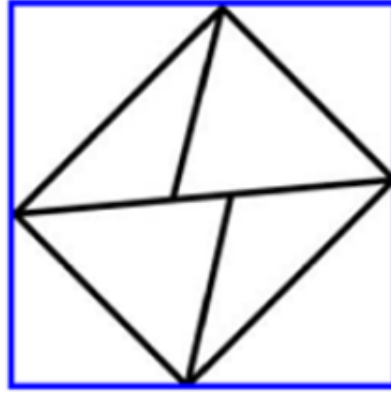


Şekil 3.7. Yarım RWG fonksiyonunun büyüklüğü.

Cismin üzerinde RWG fonksiyonlarının tanımlanabilmesi için cismin doğru bir biçimde üçgenlere ayrılması gerekmektedir. Örneğin Şekil 3.8’de gösterilen kare düzlem üzerinde tanımlanan üçgen parçalarında, tek bir kenarı ikiden fazla üçgen paylaştığı için bu üçgen parçaları üzerinde RWG fonksiyonları tanımlanamamaktadır.

RWG fonksiyonunun sık kullanılan açılım fonksiyonlarından biri olmasının en önemli nedeni, gelişigüzel yapıların kolaylıkla üçgenlerle modellenebilmesidir. Yüzey gerektiği kadar iyi modellenemediğinde detay artırılarak iyileştirme yapılabilir. Gelişigüzel yüzeyler dörtgen ve benzeri parçalarla, üçgen parçalarla olduğu gibi yüksek doğrulukla modellenememektedir.

RWG fonksiyonunun tercih edilmesinin nedenlerinden bir diğeri iraksamasının bu-



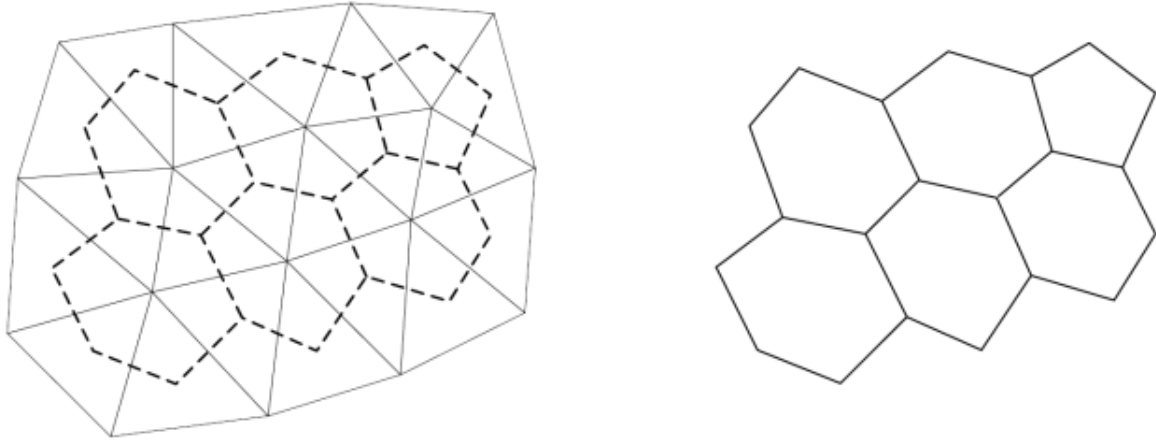
Şekil 3.8. RWG açılım fonksiyonları için uygun olmayan üçgen parçaları.

lunmasıdır. RWG fonksiyonun ıraksaması aşağıdaki eşitlikte verilmektedir.

$$\nabla \cdot \vec{f}_n(\vec{r}) = \begin{cases} -\frac{\ell_n}{A_n^+}, & \vec{r} \in T_n^+ \\ \frac{\ell_n}{A_n^-}, & \vec{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (3.17)$$

EAİD ıraksama operatörü içerdiğinden, EAİD çözümünde RWG fonksiyonunun kullanılması uygun olmaktadır. Ayrıca test fonksiyonunun da ıraksamasının alınması gerektiğinden RWG fonksiyonu test fonksiyonu olarak da kullanılabilir. Bu nedenle Galerkin test yöntemi EAİD'ye başarıyla uygulanabilmektedir [23].

Üçgenler üzerinde tanımlanan RWG fonksiyonları akımın Şekil 3.9'da gösterildiği gibi üçgen merkezleri arasında akışına olanak sağlar. Şekilde görüldüğü gibi cismin iç kısmındaki üçgenlerin her birinin merkezi, diğer üç üçgenin merkeziyle bağlantıya sahiptir. Bu şekilde cisim üzerinde akımın akabileceği bir devre ağı oluşmaktadır. Sonuç olarak RWG fonksiyonları yüzey üzerindeki akımı, sınır haricindeki tüm üçgen merkezlerini birbirine bağlayan bir devre ağıyla yaklaşık olarak modellemektedir.



Şekil 3.9. Üçgen parçaları üzerindeki akımın üçgen merkezleri arasındaki akışının oluşturduğu ağ yapısı.

3.3.5 Tüm bölge açılım fonksiyonları

Tüm bölge açılım fonksiyonları problemin tanım kümesinin tamamını kapsamaktadır. Bu fonksiyonlar çözümle ilgili bir ön bilgi olduğunda kullanılmaktadır. Bu fonksiyonların dezavantajı gelişigüzel yapılara uygulanamamasıdır. Bu tip problemlerde alt bölge açılım fonksiyonları kullanılmaktadır.

3.4 Elektrik Alan İntegral Denkleminin Moment Metodu ile Çözümü

Bu tez çalışmasında, iletken cisimden saçılma probleminin ve anten problemlerinin MM ile çözümünde EAİD kullanılmıştır. Bu bölümde EAİD'nin MM ile çözümünden bahsedilecektir.

Bölüm 2'de verilen EAİD aşağıdaki eşitlikteki gibi ifade edilebilir [23].

$$\vec{E}_t = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_S \vec{J}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \int_S \nabla\nabla \cdot \vec{J}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (3.18)$$

S yüzeyi üzerinde $f_1(\vec{r}')$, $f_2(\vec{r}')$, ..., $f_N(\vec{r}')$ açılım fonksiyonları tanımlanır ve akım yo-

ğunluğu \vec{J} 'nin bu fonksiyonlarla açılımı yapılırsa,

$$\vec{J} = \sum_{n=1}^N \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \quad (3.19)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte α_n bilinmeyen karmaşık katsayıları ifade etmektedir. Bu eşitlik, Eşitlik 3.18'de yerine konulursa,

$$\vec{E}_t^i = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{S_n} \sum_{n=1}^N \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \int_{S_n} \nabla\nabla \cdot \sum_{n=1}^N \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (3.20)$$

eşitliği elde edilir. İntegral operatörünün doğrusallığı kullanılırsa Eşitlik 3.20 aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\vec{E}_t^i = \sum_{n=1}^N \frac{j\omega\mu}{4\pi} \left[\int_{S_n} \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' + \frac{1}{k^2} \int_{S_n} \nabla\nabla \cdot \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \right] \quad (3.21)$$

Aşağıda verilen eşitlikte bu problemin çözümü için uygun bir iç çarpım tanımlanmaktadır.

$$\langle \vec{J}_s, \vec{E} \rangle = \int_S \vec{J}_s \cdot \vec{E} ds \quad (3.22)$$

Eşitlik 3.21'in çözümü için eşitliğin her iki tarafının test fonksiyonları ile iç çarpımı alınırsa,

$$\langle \vec{E}_t^i, \vec{w}_m \rangle = \langle L(\vec{J}), \vec{w}_m \rangle \quad (3.23)$$

$$\int_{S_m} \vec{E}_t^i \cdot \vec{w}_m(\vec{r}) ds = \int_{S_m} \vec{w}_m(\vec{r}) \cdot \left[\sum_{n=1}^N \frac{j\omega\mu}{4\pi} \left[\int_{S_n} \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \right] \right] ds \quad (3.24)$$

$$+ \int_{S_m} \vec{w}_m(\vec{r}) \cdot \left[\sum_{n=1}^N \frac{j\omega\mu}{4\pi} \left[\frac{1}{k^2} \int_{S_n} \nabla\nabla \cdot \alpha_n \vec{f}_n(\vec{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \right] \right] ds$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik 3.24, aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir.

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{Z}_{mn} = \vartheta_m \quad (3.25)$$

Burada,

$$\mathbf{Z}_{mn} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{S_m} \vec{\mathbf{w}}_m(\vec{\mathbf{r}}) \cdot \left[\int_{S_n} \vec{\mathbf{f}}_n(\vec{\mathbf{r}}') \cdot \overline{\overline{\mathbf{G}}}_n(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') ds' \right] ds \quad (3.26)$$

$$\vartheta_m = \int_{S_m} \vec{\mathbf{E}}_i(\vec{\mathbf{r}}) \cdot \vec{\mathbf{w}}_m(\vec{\mathbf{r}}) ds \quad (3.27)$$

$$\overline{\overline{\mathbf{G}}}_n(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') = \left[\overline{\overline{\mathbf{I}}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right] g(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') \quad (3.28)$$

$$g(\vec{\mathbf{r}}, \vec{\mathbf{r}}') = \frac{e^{-jkR}}{R} = \frac{e^{-jk|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}'|}}{|\vec{\mathbf{r}}-\vec{\mathbf{r}}'|} \quad (3.29)$$

olarak tanımlıdır.

Eşitlik 3.25 aşağıda verilen matris denklemini ile de ifade edilebilir.

$$[\mathbf{Z}_{mn}][\alpha_n] = [\mathbf{V}_m] \quad (3.30)$$

Bu eşitliklerde $[\mathbf{Z}_{mn}]$ empedans matrisi olarak adlandırılır. \mathbf{Z}_{mn} empedans matrisi elemanı m 'yinci test fonksiyonu ile n 'yinci açılım fonksiyonu arasındaki etkileşimi ifade etmektedir ve birimi ohm'dur. Bu eşitliğin çözümü sonucunda elde edilen α_n değerleri Eşitlik (3.19)'da yerine konulduğunda $\vec{\mathbf{J}}_s$ yüzey akım yoğunluğu bulunur. $\vec{\mathbf{J}}_s$ akım yoğunluğu bulunduktan sonra, istenen yakın veya uzak alan parametreleri hesaplanabilir.

3.5 RWG Fonksiyonları için Empedans Matrisi Hesabı

Eşitlik 3.24'te açılım ve test fonksiyonu olarak RWG fonksiyonları kullanılırsa MM matrisi,

$$Z_{mn} = \ell_m \left[j\omega \left(\vec{A}_{mn}^+ \cdot \frac{\vec{\rho}_m^{c+}}{2} + \vec{A}_{mn}^- \cdot \frac{\vec{\rho}_m^{c-}}{2} \right) + \phi_{mn}^- - \phi_{mn}^+ \right] \quad (3.31)$$

eşitliği kullanılarak hesaplanır [5, 24]. Bu eşitlikte,

$$\begin{aligned} \vec{A}_{mn}^\pm &= \frac{\mu}{4\pi} \int_S \vec{f}_n(\vec{r}') g_m^\pm(\vec{r}') ds' \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \left[\frac{\ell_n}{2A_n^+} \int_{T_n^+} \vec{\rho}_n^+(\vec{r}') g_m^\pm(\vec{r}') ds' + \frac{\ell_n}{2A_n^-} \int_{T_n^-} \vec{\rho}_n^-(\vec{r}') g_m^\pm(\vec{r}') ds' \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \phi_{mn}^\pm &= -\frac{1}{4\pi j\omega\epsilon} \int_S \nabla' \cdot \vec{f}_n(\vec{r}') g_m^\pm(\vec{r}') ds' \\ &= -\frac{1}{4\pi j\omega\epsilon} \left[\frac{\ell_n}{A_n^+} \int_{T_n^+} g_m^\pm(\vec{r}') ds' - \frac{\ell_n}{A_n^-} \int_{T_n^-} g_m^\pm(\vec{r}') ds' \right] \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$g_m^\pm(\vec{r}') = \frac{e^{-jk|\vec{r}_m^{c\pm} - \vec{r}'|}}{|\vec{r}_m^{c\pm} - \vec{r}'|} \quad (3.34)$$

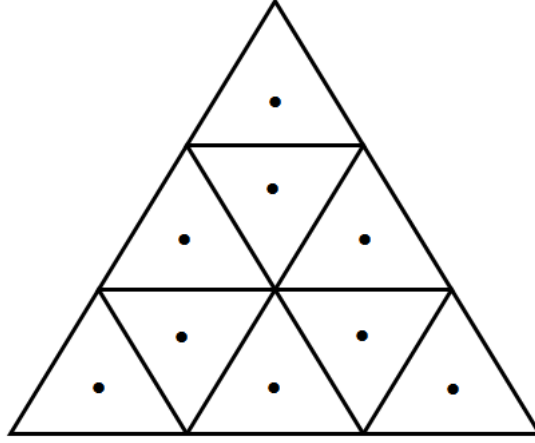
olarak tanımlanır. Bu eşitliklerde c , üçgenin ağırlık merkezini ifade etmektedir. Eşitliklerde kullanılan diğer parametreler Bölüm 3.3.4'te tanımlanmıştır.

RWG açılım ve test fonksiyonları ile elde edilen uyarım vektörü elamanları ise aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$V_m = \ell_m \left(\vec{E}_m^+ \cdot \frac{\vec{\rho}_m^{c+}}{2} + \vec{E}_m^- \cdot \frac{\vec{\rho}_m^{c-}}{2} \right) \quad (3.35)$$

$$\vec{E}_m^\pm = \vec{E}^i(r_m^{c\pm}) \quad (3.36)$$

Bu eşitliklerde, RWG fonksiyonlarının tanımlı olduğu üçgenler üzerindeki yüzey integrallerinin yaklaşık değerleri hesaplanmaktadır. Bu eşitliklerde verilen empedans matrisi elemanları birden fazla (m,n) çifti için aynı üçgenler üzerindeki integralleri içermektedir. Bu nedenle Z_{mn} değerleri hesaplanırken, integral hesabının her bir üçgen için tek bir sefer yapılması, bu şekilde gereksiz işlem tekrarı kaçınılması gerekmektedir.



Şekil 3.10. Nümerik integral hesabında kullanılan üçgen yapısı.

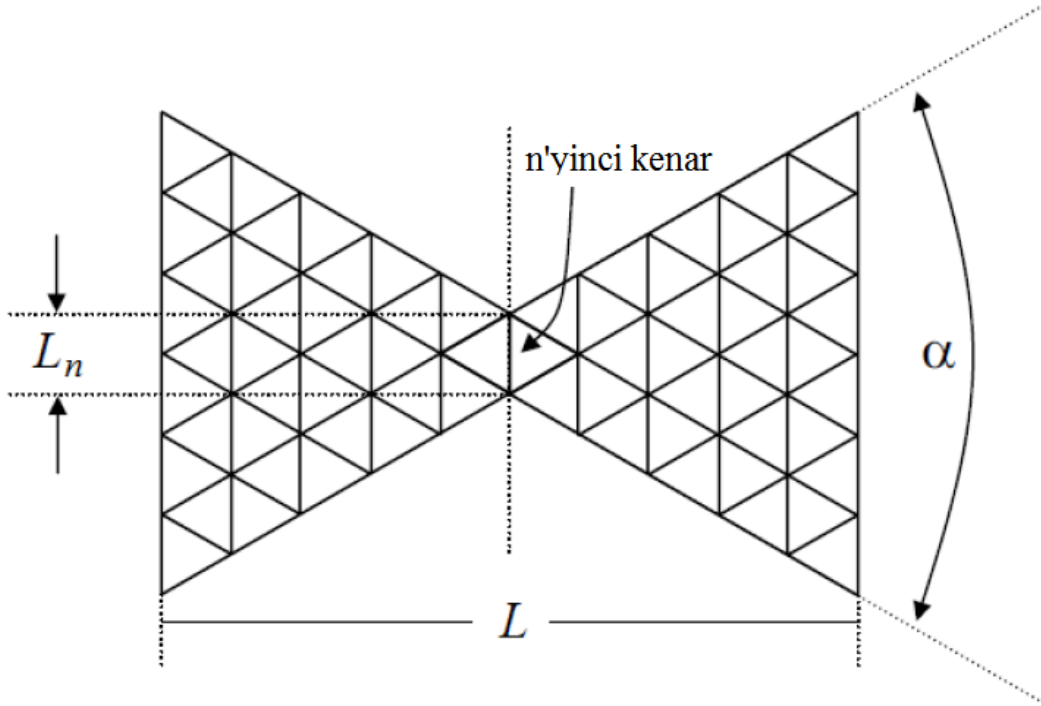
Bu tez çalışmasında anten problemleri için yukarıdaki eşitliklerde verilen integral hesaplamaları nümerik olarak yapılmıştır. Üçgenler Şekil 3.10'da gösterildiği gibi dokuz küçük üçgen parçasına bölünmüş ve integrali alınan fonksiyonların bu parçalar üzerinde sabit değer aldıkları varsayılmıştır. Bu değer, üçgen parçalarının merkezindeki değer olarak belirlenmiştir. Buna göre herhangi bir g fonksiyonunun T_m üçgeni üzerindeki integrali,

$$\int_{T_m} g(\vec{r}) ds = \frac{A_m}{9} \sum_{k=1}^9 g(\vec{r}_k^c) \quad (3.37)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır [24]. Bu eşitlikte r_k^c ($k = 1, 2, \dots, 9$), şekilde gösterilen dokuz küçük üçgenin merkezini ifade etmektedir. A_m ise büyük üçgenin alanını ifade eder.

3.6 Kaynak Modeli

İletken cisimden saçılma problemi için Eşitlik 3.18'de verilen elektrik alan integral denkleminde uyarım kaynağı olarak gelen elektrik alan kullanılırken, anten problemlerinde anten üzerinde tanımlanan kaynağın oluşturduğu elektrik alan kullanılır. En sık kullanılan ve en basit kaynak modeli delta fonksiyon üreticidir. Bu modelde uyarım voltajının, kaynağın bağlı olduğu terminaller arasında sabit V değerine sahip olduğu, diğer bölgelerde ise '0'a eşit olduğu varsayılır.

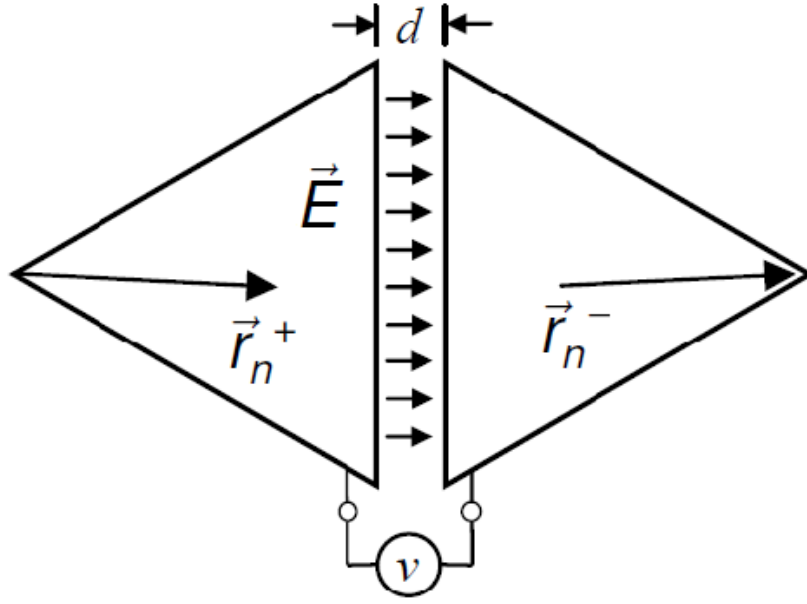


Şekil 3.11. Papyon anten [21].

Şekil 3.11'de papyon anten üzerinde tanımlanan delta fonksiyon üretici modeli gösterilmiştir [21, 24]. Antenin orta kısmında bulunan ve n 'yinci kenarı ortak olan iki üçgen arasında Şekil 3.12'de gösterildiği gibi V genlikli voltaj kaynağı tanımlanır. Eğer iki üçgen arasındaki d uzaklığının çok küçük olduğu varsayılırsa, elektrik alan yalnızca bu bölgede tanımlı olur ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$\vec{E} = \frac{V}{d} \hat{u}_n = V \delta(u_n) \hat{u}_n \quad (3.38)$$

Bu eşitlikte \hat{u}_n , n 'yinci kenara dik birim vektördür. RWG fonksiyonunun kenara dik bileşeni kenar boyunca 1'e eşit olduğundan moment denklemindeki uyarım vektörü



Şekil 3.12. n 'yinci kenar üzerinde tanımlanan delta fonksiyon üretici modeli [21].

için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$V_{m=n} = \int_{T_n^+ + T_n^-} \vec{E} \cdot \vec{f}_n ds = V \int_{T_n^+ + T_n^-} \delta(u_n) \hat{u}_n \cdot \vec{f}_n ds = L_n V \quad , \quad m = n \quad (3.39)$$

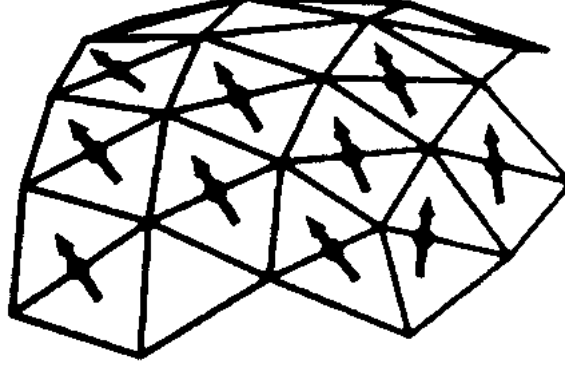
$$V_m = \int_{T_m^+ + T_m^-} 0 \cdot \vec{f}_m ds = 0 \quad , \quad \text{diğer durumda}$$

3.7 Yayılım Örüntüsü Hesabı

Anten üzerindeki akım dağılımları bilindiğinde, uzayda herhangi bir noktadaki elektrik ve manyetik alanlar kolaylıkla hesaplanabilir. Bu alanların hesaplanması için kullanılacak yöntemlerden biri, istenen nokta için elektrik ve manyetik alan integral denklemlerinin hesaplanmasıdır. Ancak bu yöntem için hesaplama süresi uzundur [24].

Yayılan alanların hesaplanmasında integral eşitlikleri ile çok yakın sonuçlar veren bir diğer yöntemde dipol model kullanılır [24,25]. Dipol modelde, RWG açılım fonksiyonları ile iki üçgen üzerinde tanımlanan her bir akım dağılımı, Şekil 3.13'te gösterildiği gibi, bu akım dağılımlarına eşdeğer dipol momente sahip sonsuz küçük dipolle yer

değiştirilir. Ardından her bir dipol için yayılan alanlar hesaplanır. Toplam yayılan alan bu dipoller için hesaplanan alanların toplamına eşittir.



Şekil 3.13. Yüzey akım dağılımı için eşdeğer dipoller [24].

Şekil 3.14'te m 'yinci RWG kenar elemanı için tanımlanan eşdeğer dipol momenti gösterilmektedir. Şekilde T_m^\pm , RWG açılım fonksiyonun tanımlandığı üçgen parçalarını, ℓ_m bu üçgen parçalarının ortak kenarının uzunluğunu, $\vec{r}_m^{c\pm}$ koordinat merkezinden üçgen merkezlerine tanımlanan vektörleri göstermektedir. Efektif dipol akımı ile efektif dipol uzunluğunun çarpımı olan dipol momenti \vec{m} , aşağıdaki eşitlikte verildiği gibi, yüzey akım dağılımının, tanımlı olduğu üçgen yüzeyleri üzerindeki integrali alınarak hesaplanır.

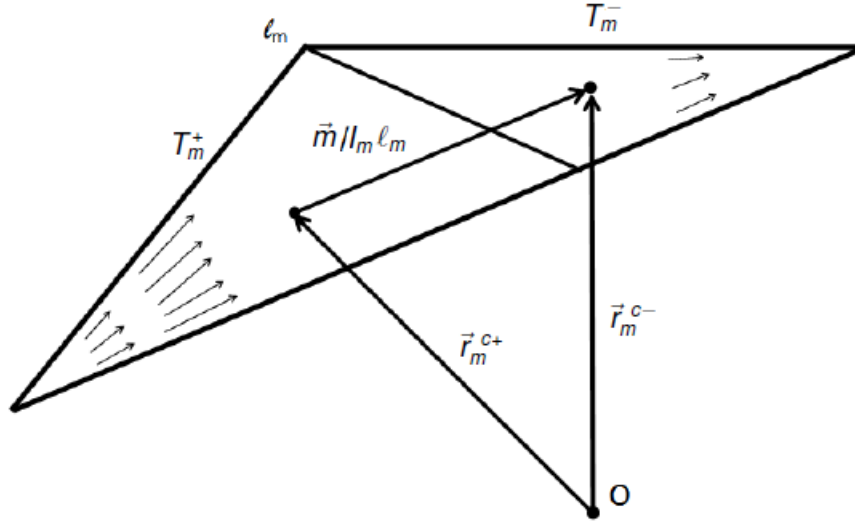
$$\vec{m} = \int_{T_m^+ + T_m^-} I_m \vec{f}_m(\vec{r}) dS = \ell_m I_m (\vec{r}_m^{c-} - \vec{r}_m^{c+}) \quad (3.40)$$

Bu eşitlikte $\vec{f}_m(\vec{r})$ m 'yinci elemana ait RWG fonksiyonu, I_m ise m 'yinci açılım fonksiyonu için moment metodu ile hesaplanan yüzey akımı katsayısıdır.

Sonsuz küçük bir dipol için \vec{r} noktasındaki elektrik ve manyetik alanlar aşağıdaki eşitliklerle hesaplanır.

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{jk}{4\pi} (\vec{m} \times \vec{r}) C e^{-jkr}, \quad C = \frac{1}{r^2} \left[1 + \frac{1}{jkr} \right] \quad (3.41)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\eta}{4\pi} \left((\vec{M} - \vec{m}) \left[\frac{jk}{r} + C \right] + 2\vec{M}C \right) e^{-jkr}, \quad \vec{M} = \frac{(\vec{r} \cdot \vec{m}) \vec{r}}{r^2} \quad (3.42)$$



Şekil 3.14. m'yinci RWG elemanına ait akım dağılımı için dipol model [24].

\vec{r} gözlem noktasındaki toplam elektrik ve manyetik alanlar, tüm dipollerin oluşturduğu alanlar toplanarak aşağıdaki eşitliklerle hesaplanır.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{m=1}^M \vec{E}_m \left(\vec{r} - \frac{1}{2}(\vec{r}_m^{c+} + \vec{r}_m^{c-}) \right) \quad (3.43)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_{m=1}^M \vec{H}_m \left(\vec{r} - \frac{1}{2}(\vec{r}_m^{c+} + \vec{r}_m^{c-}) \right) \quad (3.44)$$

Yayılan alanın birim alandaki ortalama gücü zaman ortalamalı Poynting vektörü olarak adlandırılır ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanır [26].

$$\vec{W}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}^*(\vec{r})] \quad (3.45)$$

Poynting vektörünün birimi W/m^2 'dir. Yayılan alanın birim alandaki gücü yayılım yoğunluğu olarak da adlandırılır. Uzak alanda yayılım yoğunluğunun yalnızca radyal bileşeni vardır. Yayılım yoğunluğu, gözlem noktasına olan uzaklığın karesiyle ters orantılı biçimde azalmaktadır. Yayılım şiddeti olarak adlandırılan U ise yayılım güç yoğunluğu ile gözlem noktasına olan uzaklığın karesinin çarpımına eşittir ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilir.

$$U = r^2 W \quad (3.46)$$

Yayımlı şiddeti, birim katı açıdaki gücü ifade eder ve anteni çevreleyen, antenden ve dalga boyundan çok büyük çaplardaki küreler için aynı değere sahiptir.

Anten tarafından yayılan toplam güç P_{rad} , yayılım yoğunluğunun anteni çevreleyen kapalı yüzey üzerinde integrali alınarak hesaplanır. Belirli bir yöndeki yayılma şiddetinin ortalama yayılma şiddetine oranı ise anten yönlülüğü olarak bilinir. Anten yönlülüğünün dB cinsinden değeri aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$D = 10 \log_{10} \frac{U}{U_0} = 10 \log_{10} \frac{4\pi U}{P_{rad}} \quad (3.47)$$

Bu eşitlikte U_0 izotropik kaynak için yayılma şiddetidir. Yayılım örüntüsü veya yönlülük örüntüsü, anten yönlülüğünün polar koordinatlardaki gösterimidir. Yayılım örüntüleri üç boyutlu olmakla birlikte, genellikle belirli açılardaki kesitler alınarak iki boyutlu çizimlerle ifade edilir.

4. KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ

Elektromanyetik saçılım probleminin MM formülasyonu sonucunda elde edilen denklem kümesi aşağıdaki matris denklemi ile ifade edilir.

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (4.1)$$

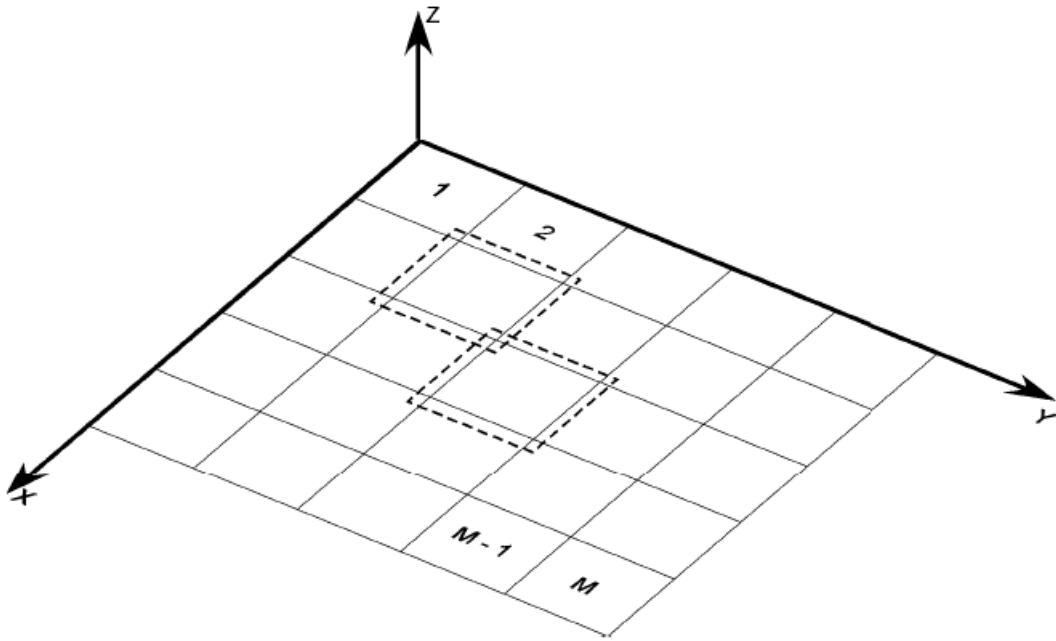
Bu eşitlikte \mathbf{A} bilinen $N \times N$ boyutlu empedans matrisi, \mathbf{B} bilinen $N \times 1$ boyutlu uyarım vektörü, \mathbf{X} $N \times 1$ boyutlu bilinmeyen çözüm vektörü, N ise bilinmeyen sayısıdır.

Elektriksel olarak büyük problemler için N artmakta ve Eşitlik (4.1)'in çözümü için doğrudan çözüm yöntemleri kullanıldığında CPU süresi çok artmaktadır. Bu durumda iteratif yöntemler daha elverişli olmaktadır. Ancak kötü koşullanmış matrisler için iteratif yöntemlerde yakınsama problemleri olmaktadır. Aynı zamanda bir çok elektromanyetik problem, Eşitlik (4.1)'in çok sayıda uyarım vektörü için çözümünü gerektirir. Örneğin elektromanyetik saçılım problemlerinde genellikle çok sayıda geliş açısına göre cismin RKA değerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu durumda her yeni uyarım vektörü için en başa dönülmesi gerektiğinden iteratif yöntemler de elverişsiz olmaktadır.

Prakash ve Mitra [13] tarafından geliştirilen "Karakteristik Açılım Fonksiyonu Yöntemi" (KAFY), MM matrisi yerine daha küçük bir matris elde edilmesini ve bu sayede hesaplama süresinin kısılmasını sağlayan bir yöntemdir. Bu yöntemle elde edilen yeni matris denklemi, bilinmeyen sayısının azalması nedeniyle iteratif yöntemlere ve herhangi bir ön koşullandırmaya ihtiyaç duyulmadan doğrudan çözülebilmektedir. Aynı zamanda bu yöntemde hafıza gereksinimi azaldığından diğer yöntemlerle çözülemeyecek büyüklükteki problemler çözülebilmektedir. Bununla birlikte bu yöntemde birden fazla uyarım vektörü söz konusu olduğunda, yüksek işlem yükü gerektiren hesaplamaların çoğu tek bir sefer yapılmakta, her bir uyarım vektörü için tekrar edilmemektedir.

KAFY Eşitlik (4.1)'de verilen matris denkleminin çözümünde kullanılacak genel bir yöntemdir. Bu yöntem, kullanılan taban fonksiyonlarından, test yönteminden veya eşitliğin elde edildiği integral denkleminin çeşidinden bağımsızdır ve her durumda uygulanabilir.

KAFY'de ilk olarak cisim M adet bloğa bölünür. Şekil 4.1'de 25 bloğa bölünmüş bir iletken kare düzlem örneği verilmiştir. İkinci olarak her bir blok için birincil ve ikincil karakteristik açılım fonksiyonları (KAF) bulunur. Birincil KAF'ler her bir bloğun kendi içerisindeki etkileşimlerden kaynaklanmaktadır. Birincil KAF'ler temel açılım fonksiyonları olarak da adlandırılır. İkincil KAF'ler ise her bir bloğun diğer bloklarla etkileşiminden kaynaklanmaktadır.

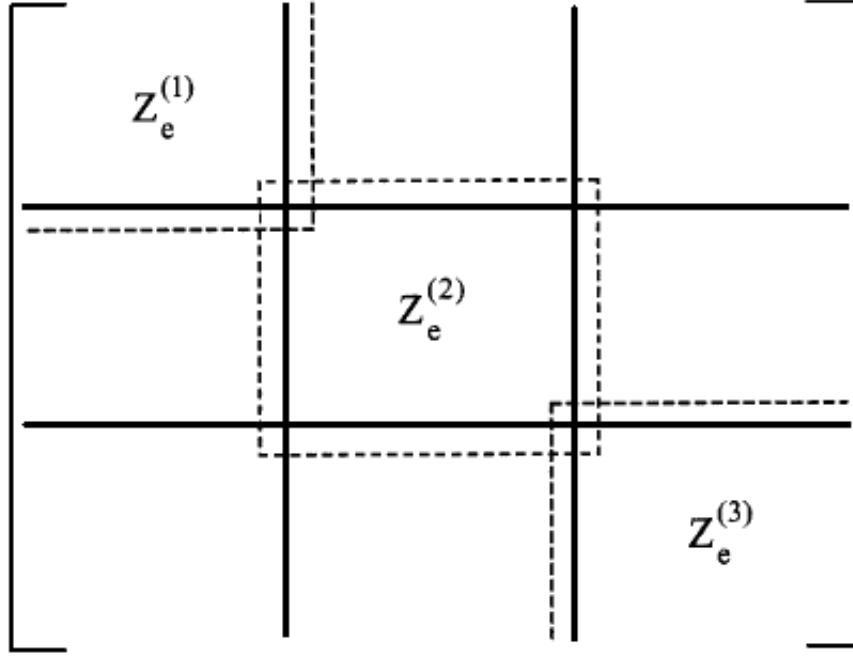


Şekil 4.1. 16 bloğa bölünmüş iletken kare düzlem [13].

Karakteristik açılım fonksiyonlarının oluşturulması için her bir blok Şekil 4.2'de gösterildiği gibi her yönde δ kadar genişletilir. N_i , i 'yinci bloktaki bilinmeyen sayısı olsun. N_i^e ise genişletilen i 'yinci bloktaki bilinmeyen sayısı olsun. Bir sonraki aşamada, Eşitlik (4.1)'deki \mathbf{A} matrisinden, genişletilen blok için $N_i^e \times N_i^e$ boyutlarındaki $\mathbf{Z}_e^{(i)}$ empedans matrisi elde edilir. Bu blok için temel açılım fonksiyonları $\mathbf{J}_i^{(i)}$, aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$\mathbf{Z}_e^{(i)} \mathbf{J}_i^{(i)} = \mathbf{R}^{(i)} \quad (4.2)$$

Bu eşitlikte $\mathbf{R}^{(i)}$, uyarım vektörü \mathbf{B} 'nin i 'yinci blokla ilgili kısmı alınarak oluşturulan vektördür.



Şekil 4.2. MM matrisinden elde edilen bloklar [13].

$M=3$ için MM matrisi, MM matrisinden elde edilen blok matrisler ve genişletilmiş blok matrisler Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Her bir blok kalın çizgilerle, genişletilmiş bloklar ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Dalga boyuna göre büyük cisimler için MM ile bulunması gereken bilinmeyen sayısı N çok büyük değerler alırken, bu yöntemde her bir blok için bilinmeyen sayısı çok daha küçük değerler almaktadır. Bu nedenle Eşitlik (4.2) iteratif yöntemlere ihtiyaç duymadan LU ayrıştırma yöntemi ile çözülebilir. Temel açılım fonksiyonlarını elde etmek için Eşitlik (4.2) her bir blok için ($i = 1, 2, \dots, M$) çözülür. Birincil KAF'ler hesaplanırken, $Z_e^{(i)}$ blok matrislerine LU ayrıştırma yönteminin uygulanması ile elde edilen alt ve üst üçgen matrisleri belleğe kaydedilir ve bir sonraki adımda kullanılır. M bloğa bölünmüş bir geometri için toplam M tane temel karakteristik açılım fonksiyonu bulunur.

Temel karakteristik açılım fonksiyonlarının bulunmasının ardından, farklı bloklar arasındaki etkileşimlerle ilgili ikincil karakteristik açılım fonksiyonları bulunur. İkincil KAF'ler Eşitlik (4.2)'nin farklı uyarım fonksiyonları ile çözülmesi ile bulunur. İkincil KAF'ler her bir blok için $M - 1$ tanedir ve aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$Z_e^{(i)} \mathbf{J}_k^{(i)} = \mathbf{R}_k^{(i)} \quad k = 1, 2, \dots, i - 1, i + 1, \dots, M \quad (4.3)$$

Bu eşitlikte $\mathbf{J}_k^{(i)}$, i 'yinci blok için k 'yinci ikincil açılım fonksiyonudur. $\mathbf{R}_k^{(i)}$, i 'yinci ve k 'yinci blokların karşılıklı bağlaşımının sonucu oluşan uyarım vektörüdür. İlk bloklar örtüşmezken Eşitlik (4.3) örtüşen bloklar için tanımlıdır. Bu nedenle, Eşitlik (4.3)'teki $\mathbf{R}_k^{(i)}$ uyarım vektörü tanımlanırken iki durum söz konusudur:

I Birinci durumda genişletilmiş i 'yinci ve k 'yinci bloklar arasında örtüşme yoktur. Bu durumda bu iki blok arasındaki etkileşimin sonucu oluşan uyarım vektörü,

$$\mathbf{R}_k^{(i)} = -\mathbf{Z}^{(i,k)} \mathbf{J}_k^{(k)} \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikte $\mathbf{Z}^{(i,k)}$, k 'yinci blok kaynak bölgesi ve i 'yinci blok test bölgesiyken MM matrisi \mathbf{A} 'dan elde edilen blok matristir.

II İkinci durumda genişletilmiş i 'yinci blok ile k 'yinci blok kısmen örtüşmektedir. Bu iki blok arasındaki ortak bilinmeyenlerin sayısı (örtüşen kısımdaki bilinmeyenler) $N_{i,k}^c$ olsun. $\mathbf{Z}^{(i,k)}$ ve $\mathbf{J}_k^{(k)}$ içerisinden örtüşen kaynak bölgeleri çıkarılarak boyutları sırasıyla $N_i^e \times (N_k - N_{i,k}^c)$ ve $(N_k - N_{i,k}^c) \times 1$ 'e düşürülür. Bu şekilde $\mathbf{R}_k^{(i)}$ 'nin boyutu aynı kalmaktadır ($N_i^e \times 1$). Karşılıklı bağlaşım sonucu oluşan uyarım vektörü $\mathbf{R}_k^{(i)}$ bulunduktan sonra i 'yinci blok için ikincil KAF'ler Eşitlik (4.3) ile hesaplanır.

Yukarıda anlatılan şekilde her bir blok için M tane (toplam M^2) KAF hesaplanır. Bu KAF'ler daha sonra Gram-Schmidt yöntemi ile ortonormalleştirilir. Problemin çözümlü elde edilen karakteristik açılım fonksiyonlarının doğrusal birleşimi ile aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^M \alpha_k^{(1)} \begin{bmatrix} [\mathbf{J}_k^{(1)}] \\ [0] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^M \alpha_k^{(2)} \begin{bmatrix} [0] \\ [\mathbf{J}_k^{(2)}] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^M \alpha_k^{(M)} \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ \vdots \\ [\mathbf{J}_k^{(M)}] \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Bu eşitlikte $\alpha_k^{(i)}$ bilinmeyen karmaşık açılım katsayılarını, $\mathbf{J}_k^{(i)}$ i 'yinci bloğun k 'yinci karakteristik açılım fonksiyonunu, \mathbf{X} ise Eşitlik (4.1)'deki problemin çözümünü ifade eder.

Eşitlik (4.5), Eşitlik (4.1)'de yerine konulduğunda,

$$\sum_{k=1}^M \alpha_k^{(1)} \mathbf{v}_k^{(1)} + \sum_{k=1}^M \alpha_k^{(2)} \mathbf{v}_k^{(2)} + \dots + \sum_{k=1}^M \alpha_k^{(M)} \mathbf{v}_k^{(M)} = \mathbf{B}$$

$$\mathbf{v}_k^{(i)} = \begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{1,i}][\mathbf{J}_k^{(i)}] \\ [\mathbf{A}_{2,i}][\mathbf{J}_k^{(i)}] \\ \vdots \\ [\mathbf{A}_{M,i}][\mathbf{J}_k^{(i)}] \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

eşitliği elde edilir.

Eşitlik (4.6)'nın çözümü için eşitliğin her iki tarafının $(q, j) = 1, 2, \dots, M$ için $\mathbf{v}_q^{(j)\dagger}$ ile iç çarpımı alınır. Bu iç çarpımın sonucunda $M^2 \times M^2$ boyutlu doğrusal denklem sistemi elde edilir. Bunun sonucunda baştaki MM matrisi yerine daha küçük bir matris elde edilmiş olur. Bu denklem sisteminin çözümü bilinmeyen $\alpha_k^{(i)}$ katsayılarını verir. Bu katsayılar Eşitlik (4.5)'te yerine konulduğunda baştaki problemin çözümü olan \mathbf{X} bulunur.

Elektromanyetik saçılım problemlerinde cisim yüzeyinde indüklenen akım yoğunluğu olan \mathbf{X} vektörü bulunduğu, saçılan alan ve RKA gibi parametreler kolaylıkla hesaplanabilir. Eşitlik (4.3)'te verilen $\mathbf{Z}_e^{(i)}$ matrisinin LU ayrıştırma yöntemi ile çarpanlarına ayrılması işlemi uyarım vektöründen bağımsızdır ve her blok için yalnız bir kez yapılması yeterli olmaktadır. $\mathbf{Z}_e^{(i)}$ matrisinden LU ayrıştırma yöntemi ile elde edilen matrisler saklanır ve farklı uyarım vektörleri için tekrar tekrar kullanılabilir. KAFY'de bundan sonraki işlemler matris vektör çarpımları ve ortonormalleştirme işlemlerinden ibarettir. Sonuç olarak bu yöntem birden çok gelen alan için saçılan alan hesabında çok daha verimli olmaktadır.

Burada bahsedilen ilk KAFY'de yapılan bazı değişikliklerle elde edilen geliştirilmiş karakteristik açılım fonksiyonu yönteminden [27]'de bahsedilmektedir. Bu yöntemde KAF'lerin oluşturulma biçimi, baştaki KAFY'den farklılık göstermektedir. Bu KAF'ler uyarım vektöründen bağımsızdır ve çok sayıda gelen alan söz konusu olduğunda bu yöntem daha verimli olmaktadır.

Geliştirilmiş KAFY’de ilk olarak baştaki yöntemde olduğu gibi cisim M adet bloğa bölünür. Ardından bu bloklar her yönde bir miktar genişletilir. Genişletme miktarının tipik değeri 0.2λ ile 0.4λ arasındadır. Daha sonra genişletilen bloklar için empedans matrisi içerisinde bloğa ait kısım alınarak blok empedans matrisleri oluşturulur. Burada kadar olan işlemler baştaki KAFY ile aynı şekilde yapılmaktadır. Bir sonraki aşamada ise her bir blok Şekil 4.3’te gösterildiği gibi, farklı açılardan gelen, iki ayrı doğrusal polarizasyona sahip N_{PW} tane düzlem dalgalayla aydınlatılır. Ardından her bir blok için aşağıdaki eşitlikle KAF’ler hesaplanır.

$$\mathbf{Z}_e^{(ii)} \mathbf{J}_{ii}^{KAF} = \mathbf{V}_{ii}^{(PW)} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4.7)$$

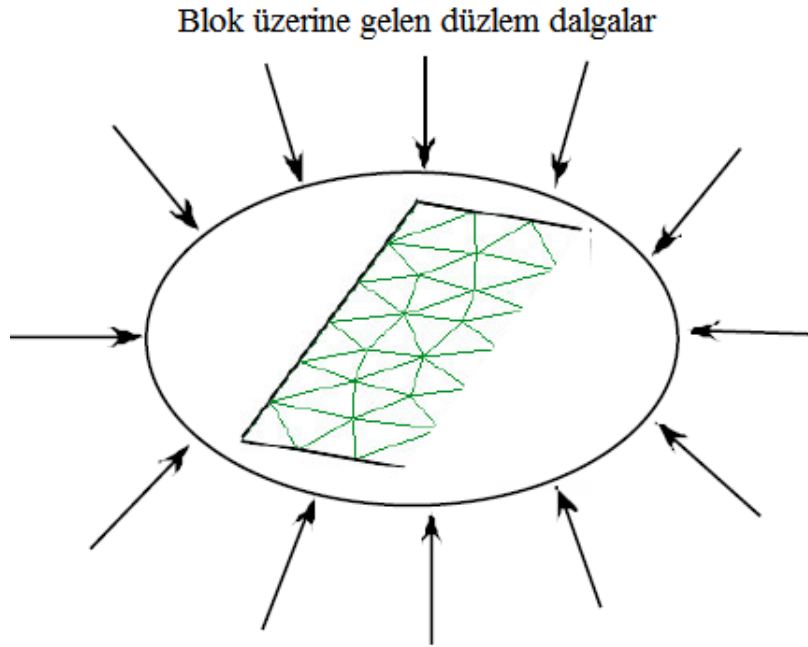
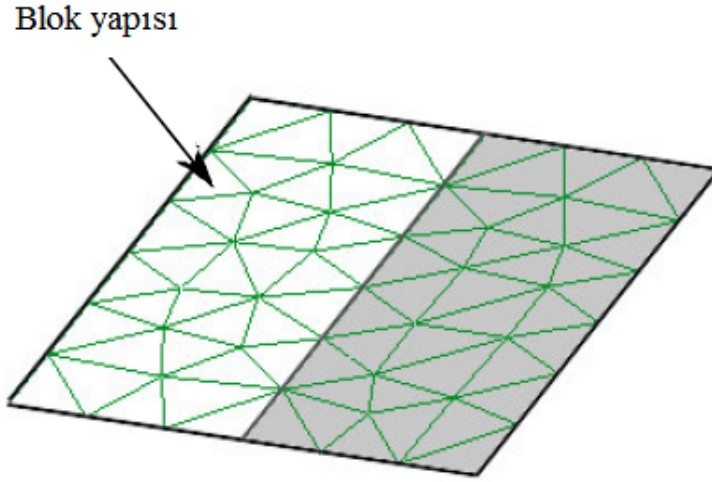
Bu eşitlikte $\mathbf{Z}_e^{(ii)}$, i ’yinci blok için $N_{be} \times N_{be}$ boyutlu genişletilmiş blok empedans matrisi, $\mathbf{V}_{ii}^{(PW)}$ düzlem dalgaları ifade eden $N_{be} \times N_{PW}$ boyutlu uyarım matrisi, \mathbf{J}_{ii}^{KAF} i ’yinci blok için KAF’leri içeren $N_{be} \times N_{PW}$ boyutlu matristir. Ardından genişletilmiş bloklar için hesaplanan KAF’lerden genişletilen kısımlar atılarak, $N_b \times N_{PW}$ boyutlu matrisler elde edilir. Burada N_b blok içerisindeki bilinmeyen sayısıdır.

KAF’lerin oluşturulmasında kullanılan düzlem dalga sayısı genellikle blok için serbestlik derecesinden yüksek seçilmektedir. Bu nedenle tekil değer ayrışımı ile baştaki KAF’lerin doğrusal birleşimi olan yeni KAF’ler hesaplanır ve bu KAF’lerden tekil değeri belirli bir eşik altında olanlar çözüm kümesinden çıkarılır. Eşik değeri, tekil değerler maksimum değere göre normalize edilerek belirlenir. Eşik değeri genellikle 10^{-4} veya 10^{-3} seçilir. Normalize değeri bu eşik değerinin altında olan tekil değerler sıfıra eşitlenir. Bu filtreleme işleminin nedeni gereksiz işlem yükünden kurtulmak ve daha iyi koşullandırılmış bir matris elde etmektir.

Bu işlemlerin ardından problemin çözümü, elde edilen KAF’lerin doğrusal birleşimi ile Eşitlik (4.8)’deki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(1)} \begin{bmatrix} [\mathbf{J}_k^{(1)}] \\ [0] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(2)} \begin{bmatrix} [0] \\ [\mathbf{J}_k^{(2)}] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(M)} \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ \vdots \\ [\mathbf{J}_k^{(M)}] \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Bu eşitlikte $\alpha_k^{(i)}$ bilinmeyen karmaşık açılım katsayılarını, $\mathbf{J}_k^{(i)}$ i ’yinci bloğun k ’yinci karakteristik açılım fonksiyonunu, K tekil değer ayrışımından sonra elde edilen KAF



Şekil 4.3. KAF'lerin Oluşturulmasında Kullanılan Düzlem Dalgalar [27].

sayısını, \mathbf{X} ise Eşitlik (4.1)'deki problemin çözümünü ifade eder. Bu eşitliğin Eşitlik (4.5)'ten tek farkı, toplam KAF sayısının M 'den K 'ye düşmüş olmasıdır.

Son olarak KM adet bilinmeyen $\alpha_k^{(i)}$ katsayısının çözümü için $KM \times KM$ boyutlu yeni empedans matrisi elde edilir. Bunun için Eşitlik (4.7), Eşitlik (4.1)'de verilen ilk problemde yerine konular ve eşitliğin her iki tarafı için uygun iç çarpımların yapılmasının

ardından aşağıda verilen küçültülmüş empedans matrisi elde edilir.

$$[\mathbf{Z}_{KM \times KM}] = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{11} \mathbf{J}_{11} \rangle & \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{12} \mathbf{J}_{12} \rangle & \dots & \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{1M} \mathbf{J}_{1M} \rangle \\ \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{21} \mathbf{J}_{21} \rangle & \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{22} \mathbf{J}_{22} \rangle & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{M1} \mathbf{J}_{M1} \rangle & \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{M2} \mathbf{J}_{M2} \rangle & \dots & \langle \mathbf{J}_{11}^t \mathbf{Z}_{MM} \mathbf{J}_{MM} \rangle \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Bu eşitlikte \mathbf{Z}_{mn} , m'yinci ve n'yinci bloklar arasındaki bağlaşım sonucunda oluşan blok empedans matrisi, \mathbf{J}_{ii} ise i'yinci blok için tekil değer ayrışımı sonucunda elde edilen KAF'leri içeren matristir. Bu eşitlikte verilen her bir iç çarpımın sonucunda $K \times K$ boyutlu matrisler elde edilmekte ve matris küçültme işlemi KM^2 matris vektör çarpımından oluşmaktadır.

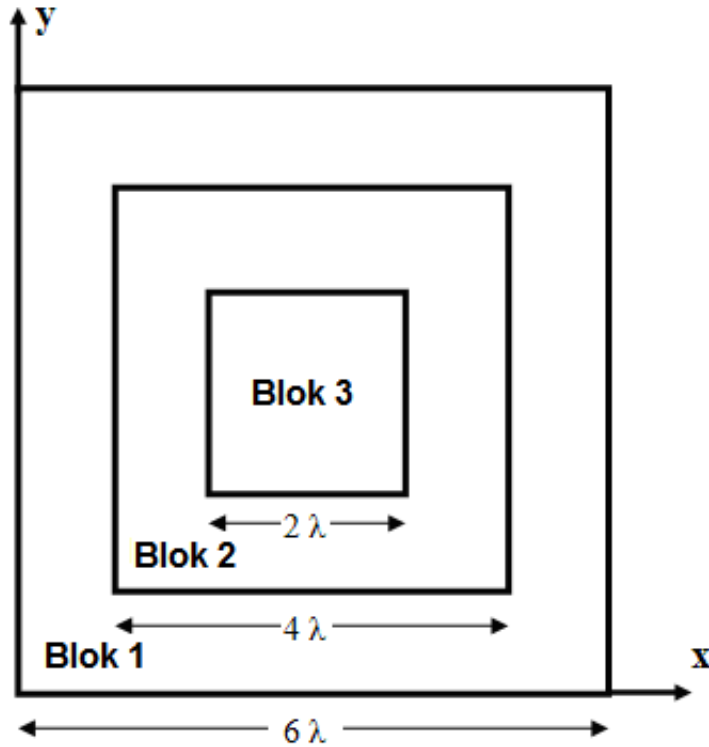
İlk KAFY'de olduğu gibi, küçültülmüş empedans matrisi kullanılarak bilinmeyen $\alpha_k^{(i)}$ katsayıları hesaplanır ve Eşitlik (4.8)'de yerine konularak cismin yüzeyi üzerindeki akım dağılımı bulunur. Yukarıda da belirtildiği gibi, bu yöntemle elde edilen küçültülmüş empedans matrisi uyarım vektöründen bağımsızdır ve birden fazla gelen alan söz konusu olduğunda aynı empedans matrisi kullanılır. Aynı zamanda bu yöntemde herhangi bir bloğun geometrisi ile ilgili bir değişiklik olduğunda yalnızca o blokla ilgili KAF'ler yeniden hesaplanır.

Bu yöntem, ilk KAFY'de olduğu gibi MM ile kıyaslandığında bellek gereksinimi ve CPU süresinden tasarruf edilmesini sağlar. Bellek gereksinimi MM'de empedans matrisi boyutunun karesi ile orantılıyken bu yöntemde genişletilmiş blok matris boyutunun karesiyle orantılıdır. Aynı zamanda çözüm süresi de MM ile $O(N^3)$ iken, bu yöntemle $O(MN_{de}^3)$ 'e düşmektedir.

5. ÖLÇEKLENEBİLİR CİSİMLER İÇİN KARAKTERİSTİK AÇILIM FONKSİYONU YÖNTEMİ

Bu çalışmada geliştirilen yöntemde bir önceki bölümde bahsedilen karakteristik açılım fonksiyonu yönteminden faydalanılmaktadır. KAFY, elektromanyetik saçılım ve yayılım problemini cismin üzerinde tanımlanan bloklar için oluşturulan karakteristik açılım fonksiyonlarıyla ifade etmeye olanak sağlamaktadır. KAFY ile oluşturulan karakteristik açılım fonksiyonları frekansa bağımlı olduğundan, birden çok frekansta saçılan alan hesaplanmak istendiğinde her bir frekans için yeni karakteristik açılım fonksiyonları oluşturulmaktadır. Bu durum, özellikle elektriksel olarak büyük cisimler için hesaplama süresini oldukça uzatmaktadır.

Bu çalışmada, birden çok frekansta iletken bir cisimden saçılan alan ve antenlerden yayılan alan hesabında bilinen karakteristik açılım fonksiyonları yerine, Şekil 5.1’de gösterildiği gibi cismin dışından merkezine doğru ilerledikçe belirli oranlarla azalan boyutlarda bloklar için hesaplanan karakteristik açılım fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu blokların boyutları çözüm aranan frekanslarla orantılı olacak şekilde seçilmektedir.



Şekil 5.1. Blokların tanımlanması.

Bu yöntemde cismin üzerindeki bloklar Şekil 5.1'deki gibi tanımlandıktan sonra her bir blok için birincil ve ikincil karakteristik açılım fonksiyonları hesaplanır. Karakteristik açılım fonksiyonlarının hesaplanabilmesi için ilk olarak bir önceki bölümde anlatıldığı gibi empedans matrisi hesaplanır. Bu çalışmada iletken cisimden saçılma problemi için empedans matrisi oluşturulurken açılım fonksiyonu olarak darbe fonksiyonları kullanılmaktadır. Anten problemleri için ise RWG açılım fonksiyonları kullanılmaktadır. Saçılma problemi için açılım fonksiyonları iletken cisim üzerinde birbirine dik iki yönde tanımlandığından (Şekil 5.1 için x ve y yönlerinde) cisim üzerindeki bilinmeyen sayısı, parça sayısının iki katına eşittir. Buna göre M adet bloğa bölünmüş bir cisim için MM matrisi Eşitlik 5.1'deki gibi yazılabilir.

$$[Z_{mn}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11}^{xx} & \mathbf{Z}_{12}^{xx} & \dots & \mathbf{Z}_{1M}^{xx} & \mathbf{Z}_{11}^{xy} & \mathbf{Z}_{12}^{xy} & \dots & \mathbf{Z}_{1M}^{xy} \\ \mathbf{Z}_{21}^{xx} & \mathbf{Z}_{22}^{xx} & & & \mathbf{Z}_{21}^{xy} & \mathbf{Z}_{22}^{xy} & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{Z}_{M1}^{xx} & \mathbf{Z}_{M2}^{xx} & \dots & \mathbf{Z}_{MM}^{xx} & \mathbf{Z}_{M1}^{xy} & \mathbf{Z}_{M2}^{xy} & \dots & \mathbf{Z}_{MM}^{xy} \\ \hline \mathbf{Z}_{11}^{yx} & \mathbf{Z}_{12}^{yx} & \dots & \mathbf{Z}_{1M}^{yx} & \mathbf{Z}_{11}^{yy} & \mathbf{Z}_{12}^{yy} & \dots & \mathbf{Z}_{1M}^{yy} \\ \mathbf{Z}_{21}^{yx} & \mathbf{Z}_{22}^{yx} & & & \mathbf{Z}_{21}^{yy} & \mathbf{Z}_{22}^{yy} & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{Z}_{M1}^{yx} & \mathbf{Z}_{M2}^{yx} & \dots & \mathbf{Z}_{MM}^{yx} & \mathbf{Z}_{M1}^{yy} & \mathbf{Z}_{M2}^{yy} & \dots & \mathbf{Z}_{MM}^{yy} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Bu eşitlikte \mathbf{Z}_{ik}^{ts} MM matrisindeki, kaynak bölgesi k 'yinci blok üzerinde ve s yönünde, test bölgesi ise i 'yinci blok üzerinde ve t yönünde olan elemanlar kullanılarak oluşturulan alt matristir. Eğer cisim yüzeyinde tanımlanan parça sayısı N ise, MM matrisinin boyutları $2N \times 2N$ olacaktır. Eğer i 'yinci bloktaki ve t yönündeki bilinmeyen sayısı N_i^t ile, k 'yinci bloktaki ve s yönündeki bilinmeyen sayısı ise N_k^s ile ifade edilirse, Eşitlik 5.1'de verilen \mathbf{Z}_{ik}^{ts} 'nin boyutları $N_i^t \times N_k^s$ olacaktır.

Cisim üzerinde oluşturulan her bir blok için \mathbf{Z}_{ik}^{ts} alt matrisleri tanımlandıktan sonra, bu bloklar için bir önceki bölümde anlatılan yöntemle karakteristik açılım fonksiyonları hesaplanır. Bilinen KAFY'de elde edilen KAF'ler yalnızca tek bir frekansta kullanılabilirken, bu yöntemle elde edilen KAF'ler geniş bir frekans bandında kullanılabilir. Bu KAF'lerin kullanılabilceği frekans bandının genişliği, tanımlanan blokların özelliklerine göre değişmektedir. Örneğin iletken kare bir düzlemden 1, 2 ve 3 ile orantılı üç farklı frekansta saçılan alan hesaplanmak istendiğinde cisim üzerindeki bloklar Şekil 5.1'deki gibi tanımlanır. Şekil 5.1'de verilen blokların boyutları,

çözüm aranan frekanslarla orantılı olacak şekilde seçilmiştir. Bu örnek için blokların kenar uzunlukları, problemin çözümünün arandığı en yüksek frekansta 6λ , 3λ ve 1λ 'ya karşılık gelmektedir. Bu şekilde bloklar oluşturulduktan sonra bu bloklar için, çözüm aranan en yüksek frekansta karakteristik açılım fonksiyonları hesaplanır.

Problemin analizinin yapılacağı en yüksek frekansta, elde edilen KAF'lerin tamamı kullanılmaktayken, frekans azaldıkça dışta kalan bloklar için hesaplanan KAF'ler kullanılmamaktadır. Örneğin Şekil 5.1'deki örnekte en yüksek frekansta cisim üzerindeki akım dağılımını ifade etmek için tüm bloklara ihtiyaç varken, bir alt frekansta 2. ve 3. blok için hesaplanan KAF'ler yeterli olmaktadır. En düşük frekans için ise yalnızca 3. blok için hesaplanan KAF'ler kullanılmaktadır. Analiz frekansı bu şekilde azaldıkça, elektriksel boyutu cismin analiz frekansındaki boyutundan büyük olan bloklara ait KAF'ler açılım fonksiyonları kümesinden çıkarılır.

KAF'ler hesaplandıktan sonra, bir önceki bölümde anlatıldığı gibi boyutları $M^2 \times M^2$ 'ye düşen yeni empedans matrisleri hesaplanır. İlk olarak en düşük frekans için empedans matrisi oluşturulur. Frekans arttıkça, bir önceki frekans için hesaplanan empedans matrisindeki elemanlara, bir üst frekansla ilgili KAF'lerin etkisi eklenerek bu frekanstaki empedans matrisi hesaplanır. Yeni empedans matrislerinin boyutları MM matrisine göre küçük olduğundan, elde edilen yeni denklem doğrudan çözülebilir.

KAFY'de en çok vakit alan işlemlerden biri [13]'te belirtildiği gibi, karakteristik açılım fonksiyonlarının hesaplanması için Z_{ik}^{ts} matrislerine LU ayrıştırma yönteminin uygulanmasıdır. Bu çalışmada geliştirilen yöntemde, KAF'ler yalnızca tek bir frekansta hesaplanıp diğer frekanslarda da kullanıldığından CPU süresinden büyük ölçüde tasarruf edilmektedir. Aynı zamanda, empedans matrisleri yukarıda anlatılan yöntemle en düşük frekanstan en yüksek frekansa doğru iteratif bir şekilde hesaplanarak, empedans matrisi hesaplama süresinden de tasarruf edilmektedir. Bu yararlarla ek olarak bilinen KAFY'de olduğu gibi, burada anlatılan yöntemde de tek LU ayrıştırma ile birden çok gelen alan için çözüm oluşturulabilir.

Bu çalışmada geliştirilen yöntem anten problemlerine de uygulanmaktadır. Yayımlı problemlerinde karakteristik açılım fonksiyonu hesabı saçılım problemlerine göre farklılık göstermektedir.

Yayılim problemlerinde ilk olarak saçılım problemlerinde olduğu gibi cisim M adet bloğa bölünür ve bir miktar genişletilir. Ardından aşağıdaki eşitlikle, genişletilen bloklar için birincil KAF'ler hesaplanır.

$$\mathbf{Z}_e^{(i)} \mathbf{J}p^{(i)} = \mathbf{V}^{(i)} \quad (5.2)$$

Bu eşitlikte $\mathbf{Z}_e^{(i)}$ i 'yinci blok için empedans matrisi, $\mathbf{V}^{(i)}$ i 'yinci blok için uyarım vektörü, $\mathbf{J}p^{(i)}$ ise i 'yinci blok için birincil KAF'dir. Anten problemlerinde üzerinde besleme bulunmayan bloklar için $\mathbf{V}^{(i)}$ sifıra eşit olduğundan yalnızca üzerinde besleme bulunan bloklar için birincil KAF'ler hesaplanır. Burada verilen örneklerde antenler üzerinde tek bir noktada besleme bulunduğundan birincil KAF sayısı bir tanedir. Üzerinde besleme bulunmayan bloklar için birincil KAF bulunmamaktadır.

Birincil KAF'lerin hesaplanmasının ardından aşağıda verilen eşitlikle birincil KAF'lerin diğer bloklar üzerindeki etkisiyle meydana gelen ikincil KAF'ler hesaplanır.

$$\mathbf{Z}_e^{(i)} \mathbf{J}s_n^{(i)} = -\mathbf{Z}^{(i,n)} \mathbf{J}p^{(n)} \quad i \neq n \quad (5.3)$$

Bu eşitlikte $\mathbf{J}s_n^{(i)}$ i 'yinci blok için n 'yinci bloğun etkisiyle meydana gelen ikincil KAF, $\mathbf{Z}^{(i,n)}$ n 'yinci blok kaynak bölgesi, i 'yinci blok gözlem bölgesiyken MM empedans matrisinden elde edilen alt matristir. $\mathbf{J}p^{(n)}$ ise n 'yinci blok için bir önceki adımda hesaplanan birincil KAF'dir.

Eğer bir blok için birincil KAF yoksa, o blok için ikincil KAF sayısı toplam birincil KAF sayısına eşittir. Eğer blok için birincil KAF varsa, o blok için ikincil KAF sayısı birincil KAF sayısının bir eksiğidir. Eğer ikincil KAF'lerini hesapladığımız bir bloğun kaynağın bulunduğu blokla örtüşen bölgeleri varsa, bu bölgeler için kaynak bölgeleri hesaba katılmamaktadır.

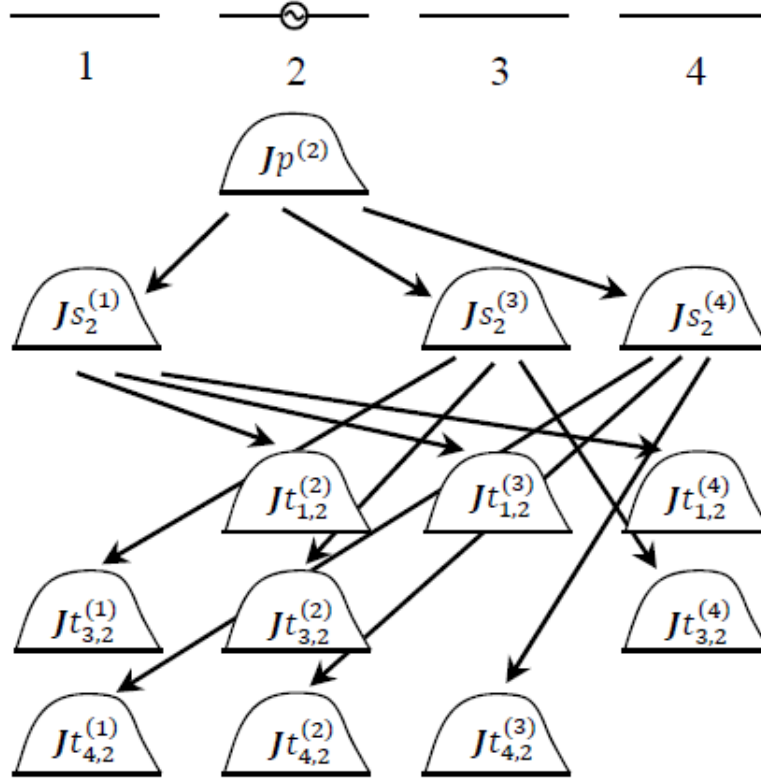
Problemin çözümü hesaplanan birincil ve ikincil KAF'ler kullanılarak yapılabileceği gibi, çözümün doğruluğunu arttırmak için ikincil KAF'lerin diğer bloklara etkisi sonucu meydana gelen üçüncül KAF'ler de hesaplanabilir. Bu tez çalışmasında ilk olarak birincil ve ikincil KAF'ler kullanılarak çözüm denenmiş, ancak sonuçların doğruluğu yeterli bulunmayıp üçüncül KAF'ler de hesaba katılmıştır.

Üçüncül KAF'ler aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$\mathbf{Z}_e^{(i)} \mathbf{J}t_{j,n}^{(i)} = -\mathbf{Z}^{(i,j)} \mathbf{J}S_n^{(j)} \quad i \neq j \quad (5.4)$$

Bu eşitlikte $\mathbf{J}S_n^{(j)}$ n 'yinci bloğun j 'yinci bloğa etkisiyle oluşan ikincil KAF, $\mathbf{J}t_{j,n}^{(i)}$ bu KAF'nin i 'yinci bloğa etkisiyle oluşan üçüncül KAF'dir. $\mathbf{Z}^{(i,j)}$ ise j 'yinci kaynak bölgesi ve i 'yinci gözlem bölgesi için blok empedans matrisidir.

Genişletilmiş bloklar için yukarıda bahsedildiği şekilde KAF'ler hesaplandıktan sonra bu KAF'lerden genişletilmiş kısımlar çıkarılarak başta tanımlanan boyutlardaki bloklar için KAF'ler elde edilir.



Şekil 5.2. Birincil, ikincil ve üçüncül KAF'ler [28].

Şekil 5.2'de 4 blok için etkileşimler gösterilmiştir [28]. Şekilde görüldüğü gibi 2. blok üzerinde kaynak noktası bulunmaktadır. Yöntemde ilk olarak üzerinde kaynak bulunan 2. blok için birincil KAF hesaplanmakta, ardından bu KAF'nin diğer bloklara etkisiyle meydana gelen ikincil KAF'ler hesaplanmaktadır. Son olarak, ikincil KAF'lerin

diğer bloklara etkisiyle meydana gelen üçüncül KAF'ler hesaplanmaktadır. Bu şekilde M adet bloğa bölünmüş ve üzerinde tek bir kaynak bulunduran bir yapı için, bir tane birincil KAF, $M - 1$ tane ikincil KAF ve $(M - 1)^2$ tane üçüncül KAF, toplam $M^2 - M + 1$ KAF hesaplanmaktadır.

KAF'ler hesaplandıktan sonra saçılım probleminde olduğu gibi küçültülmüş empedans matrisi hesaplanır ve problemin çözümü elde edilen yeni matris denklemini çözülerek yapılır.

Cismin elektriksel boyutları arttıkça bu yöntem daha verimli hale gelmektedir. Bir sonraki bölümde iletken kare düzlem, papyon anten ve sabit eğimli yarık anten için bu yöntemle elde edilen benzetim sonuçları verilmektedir.

6. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde, iletken kare düzlemden saçılma problemi ile papyon antenden ve sabit eğimli yarık antenden yayılma problemleri için elde edilen benzetim sonuçları verilmektedir. İletken kare düzlem için benzetim sonuçları, bistatik radar kesit alanları ve akım dağılımlarından oluşmaktadır. Papyon anten ve yarık anten için ise yayılım örüntüleri verilmektedir. Anten problemlerine MM uygulanırken [24]'te verilen MATLAB kodları kullanılmıştır. Tüm problemler için elde edilen sonuçlar MM sonuçları ile karşılaştırılmakta ve hata oranları belirtilmektedir. Aynı zamanda MM ve KAFY ile harcanan CPU süreleri de ilgili bölümlerde verilmektedir.

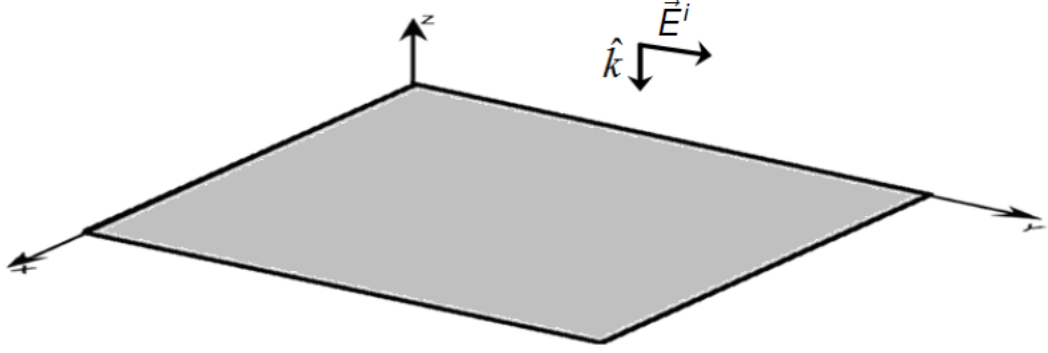
6.1 İletken Kare Düzlem

Bu çalışmada geliştirilen yöntem ilk olarak iletken kare bir düzlemden saçılma problemine uygulanmıştır. 0.3 GHz aralıklarla 1:8 frekans bandında 36 frekansta bistatik radar kesit alanları hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar MM sonuçları ile karşılaştırılmıştır. MM denklemi elde edilirken açılım fonksiyonu olarak darbe, test fonksiyonu olarak ise çizgi test fonksiyonu (*razor blade*) kullanılmıştır.

Şekil 6.1'de verilen $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ boyutlarındaki iletken kare düzlem yüzeyine y yönünde polarizasyona sahip düzlem dalga dik olarak gelmektedir. Cisim üzerinde tanımlanan bilinmeyen sayısı 12640'tır. Cisim 36 çerçeveye bölünmüştür. Blok yapısı bir önceki bölümde Şekil 5.1'de gösterildiği gibidir. En küçük çerçevenin kenar uzunluğu 2.5 cm iken en büyük çerçevenin kenar uzunluğu 20 cm'dir. Her bir çerçeve üzerinde x ve y yönündeki akımları içerecek şekilde iki ayrı blok tanımlandığından toplam blok sayısı 72'dir.

KAFY'de ilk olarak her bir blok için birincil KAF'ler hesaplanmıştır. Birincil KAF'ler hesaplanırken bloklar için tanımlanan empedans matrisleri LU ayrıştırma yöntemi ile çarpanlarına ayrılmış ve elde edilen matrisler kaydedilmiştir. Ardından ikincil KAF'ler hesaplanmıştır. İkincil KAF'ler hesaplanırken tekrar LU ayrıştırma yapılmamış, bir önceki adımda hesaplanan alt ve üst üçgen matrisler kullanılmıştır.

Bu örnek için hesaplanan toplam KAF sayısı 5184'tür. Bu örnek için KAF'ler hesaplanırken bloklar birbiri üzerine örtüştürülmemiştir. Baştaki MM matrisinin boyutları 12640×12640 iken bu yöntemin sonucunda, analiz yapılan frekans bandının en üst



Şekil 6.1. İletken kare düzlem üzerine dikey olarak gelen düzlem dalga.

sınırında elde edilen matrisin boyutları 5184×5184 'tür. Frekans azaldıkça çözüm kümesinde bırakılan blokların sayısındaki azalmaya bağlı olarak, elde edilen yeni empedans matrisinin boyutları da azalmaktadır.

Şekil 6.2 - Şekil 6.9'da 1.5 GHz, 3 GHz, 4.5 GHz, 6 GHz, 7.5 GHz, 9 GHz 10.5 GHz ve 12 GHz için bu çalışmada geliştirilen yöntem ile ve MM ile elde edilen bistatik RKA değerleri verilmektedir. 1.5 GHz'te 0° - 60° arasındaki düşük θ açılarında sonuçların MM sonuçları ile büyük oranda örtüştüğü, daha yüksek açılarda ise hata değerinin biraz daha arttığı görülmektedir. Aynı şekilde 3 GHz ve 4.5 GHz için elde edilen RKA grafikleri incelendiğinde, düşük açılarda hata değerinin çok küçük olduğu, θ açısı arttıkça hatanın küçük bir artış gösterdiği görülmektedir. 6 GHz ile 12 GHz için elde edilen grafikler incelendiğinde ise hata değerinin çok düştüğü görülmektedir. Görüldüğü gibi düşük frekanslarda düşük hata oranları elde edilmiştir ve frekans arttıkça hata değeri daha da azalmaktadır.

Şekil 6.10 - Şekil 6.12 arasında 9 GHz, 6 GHz ve 3 GHz'te KAFY ile ve MM ile elde edilen yüzey akım yoğunlukları verilmektedir. Şekillerde görüldüğü gibi frekans arttıkça akım dağılımı için elde edilen sonuçların doğruluğu artmakla birlikte, genel olarak tüm frekans bandında elde edilen sonuçlar MM ile büyük ölçüde uyusmaktadır.

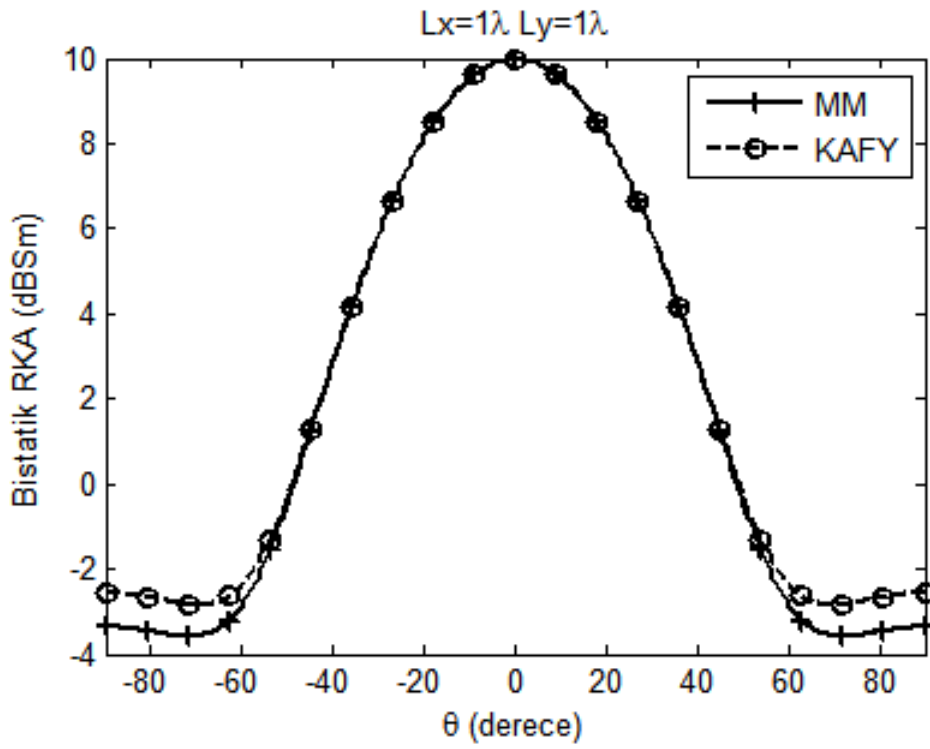
Şekil 6.13 ve Şekil 6.14'te akım yoğunluğu ve RKA için elde edilen sonuçlar MM yöntemi ile karşılaştırıldığında ortaya çıkan hata yüzdeleri verilmektedir. Hata yüzdeleri

aşağıdaki eşitlikle hesaplanmıştır.

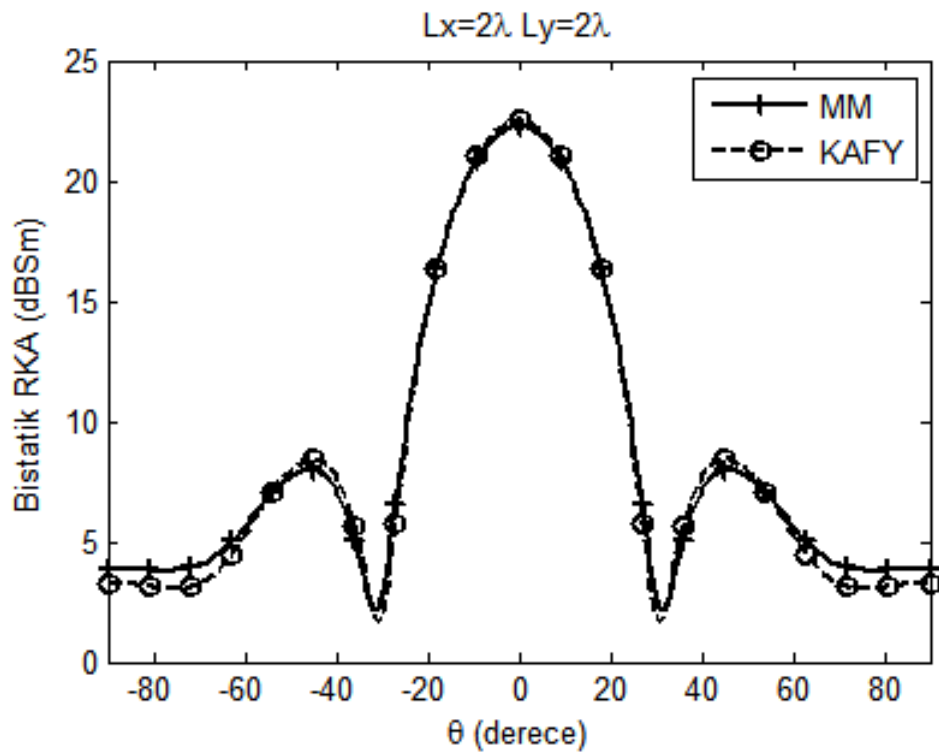
$$\text{Hata yüzdesi} = \frac{\sqrt{\sum |X^{KAFY} - X^{MM}|^2}}{\sqrt{\sum |X^{MM}|^2}} \times 100 \quad (6.1)$$

Bu eşitlikte X^{KAFY} , KAFY ile elde edilen akım/RKA değerini, X^{MM} ise MM ile elde edilen akım/RKA değerini ifade etmektedir. RKA için en yüksek hata 2.4 GHz'te % 1.7 iken, frekans arttıkça hata değeri 0.0002'ye kadar düşmektedir. Akım yoğunluğundaki hatanın en yüksek değeri ise 2.4 GHz'te % 6.6 iken, frekans arttıkça bu değer % 0.04'e kadar düşmektedir.

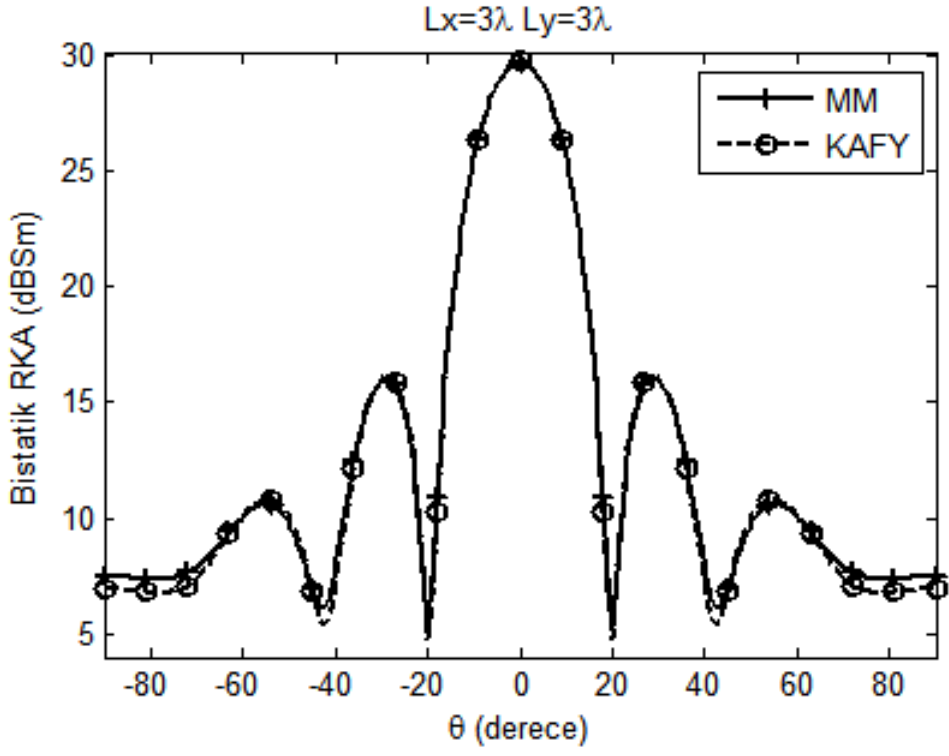
Şekil 6.15'te, iletken kare düzlemden saçılma probleminin 1.5 GHz ve 12 GHz arasındaki 36 frekanstaki çözümü için MM ve KAFY ile harcanan CPU süreleri verilmektedir. KAFY'de en yüksek frekanstaki CPU süresi; karakteristik açılım fonksiyonlarının hesaplanması, boyutları küçülen yeni empedans matrisinin hesaplanması için gereken matris vektör çarpımlarının hesaplanması ve elde edilen yeni matris denkleminin çözülmesi için gereken süreleri içermektedir. Daha önce de belirtildiği gibi bu çalışmada geliştirilen yöntemde en yüksek frekansta elde edilen KAFY'ler diğer frekanslarda da kullanılmaktadır. Aynı zamanda daha düşük frekanslarda elde edilen yeni empedans matrisleri de daha yüksek frekanslarda kullanılmaktadır. Sonuç olarak en yüksek frekansın dışındaki frekanslarda çözüm için gereken süre, frekans arttıkça çözüme eklenen en dıştaki blokla ilgili empedans matrisi elemanlarının hesabı için gereken süre ile, elde edilen yeni denklemin çözümü için gereken süreden oluşmaktadır. Frekans bandı içerisindeki 36 frekanstaki çözümü elde etmek için harcanan toplam CPU süresi MM ile 3812 s iken, bu çalışmada geliştirilen yöntemle bu süre 344 s'ye düşmüştür.



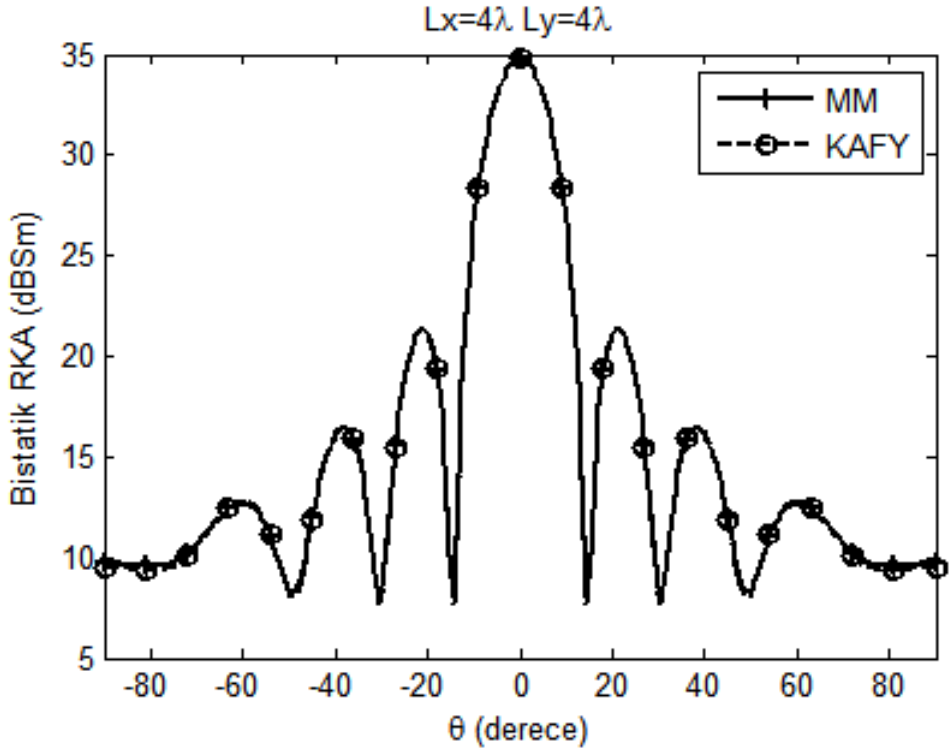
Şekil 6.2. 1.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



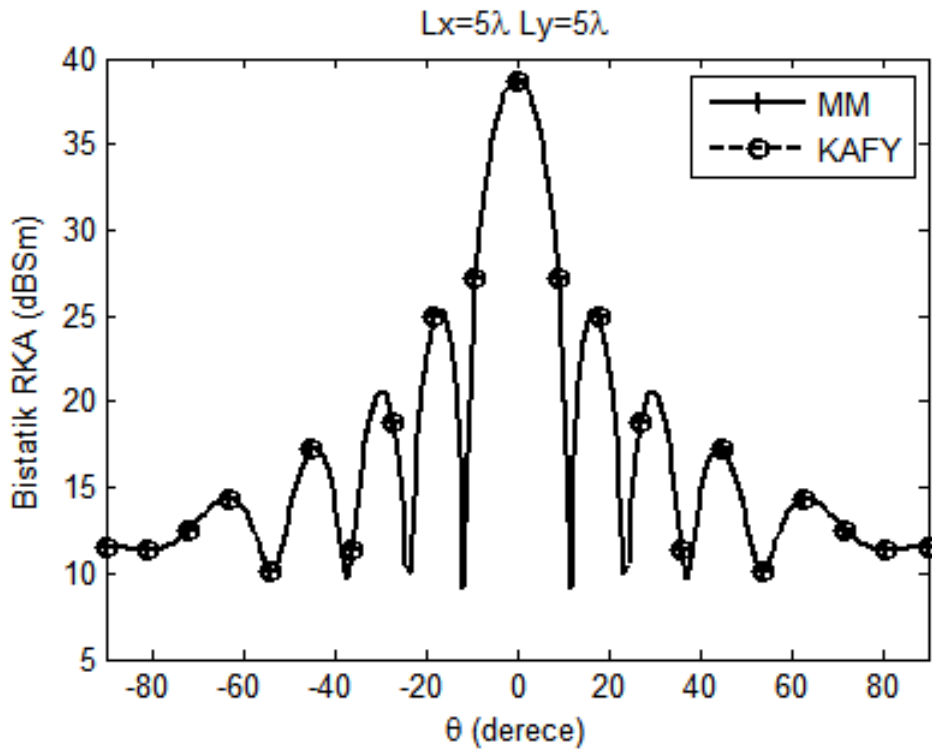
Şekil 6.3. 3 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



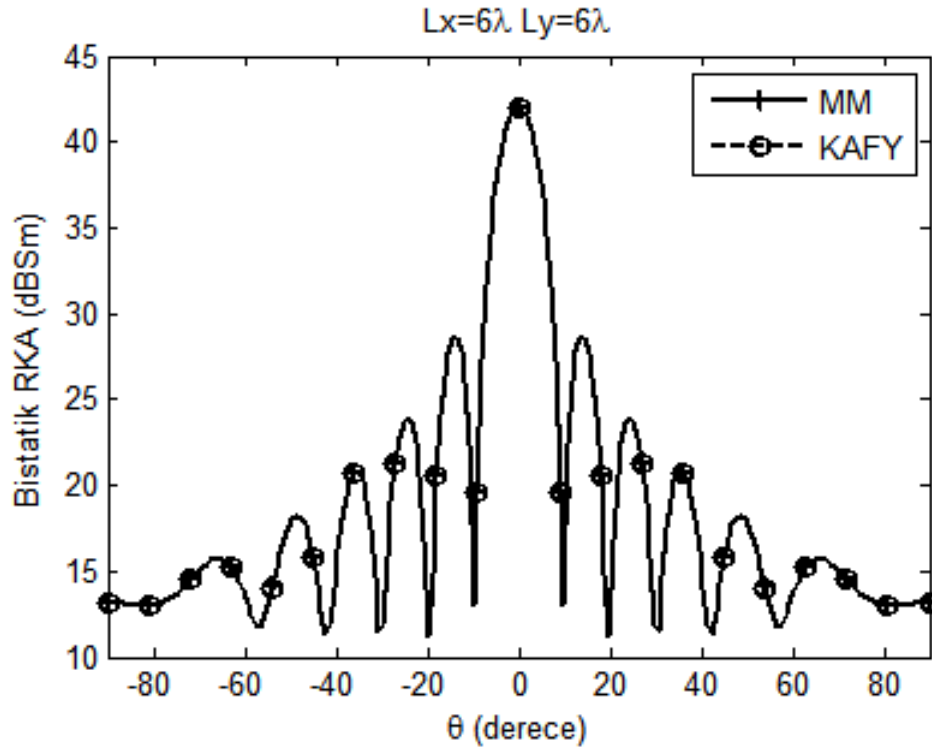
Şekil 6.4. 4.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



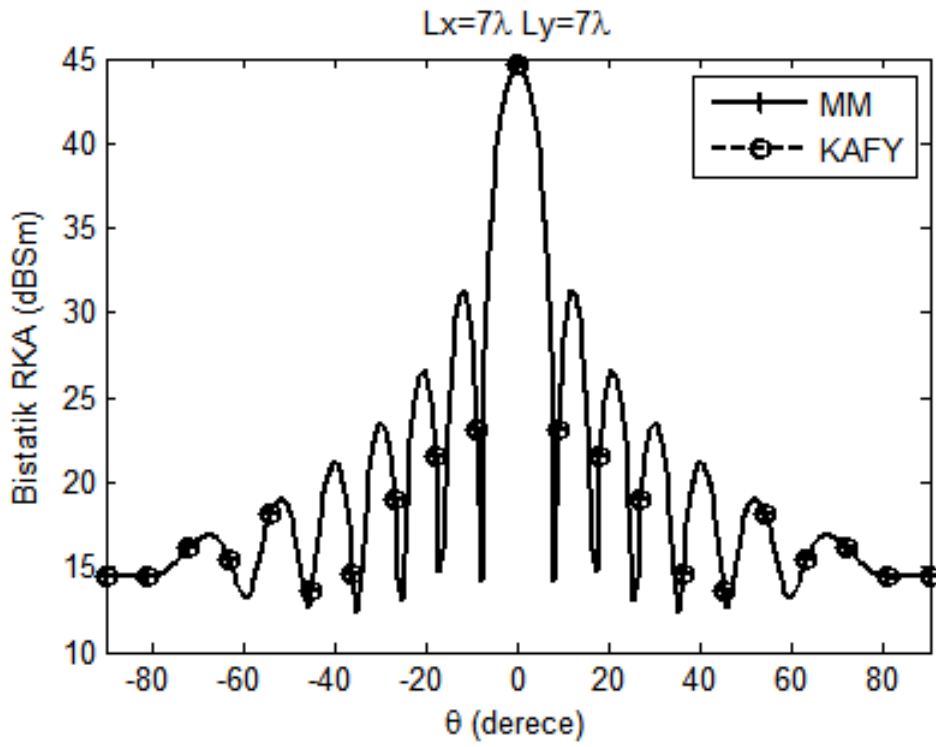
Şekil 6.5. 6 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



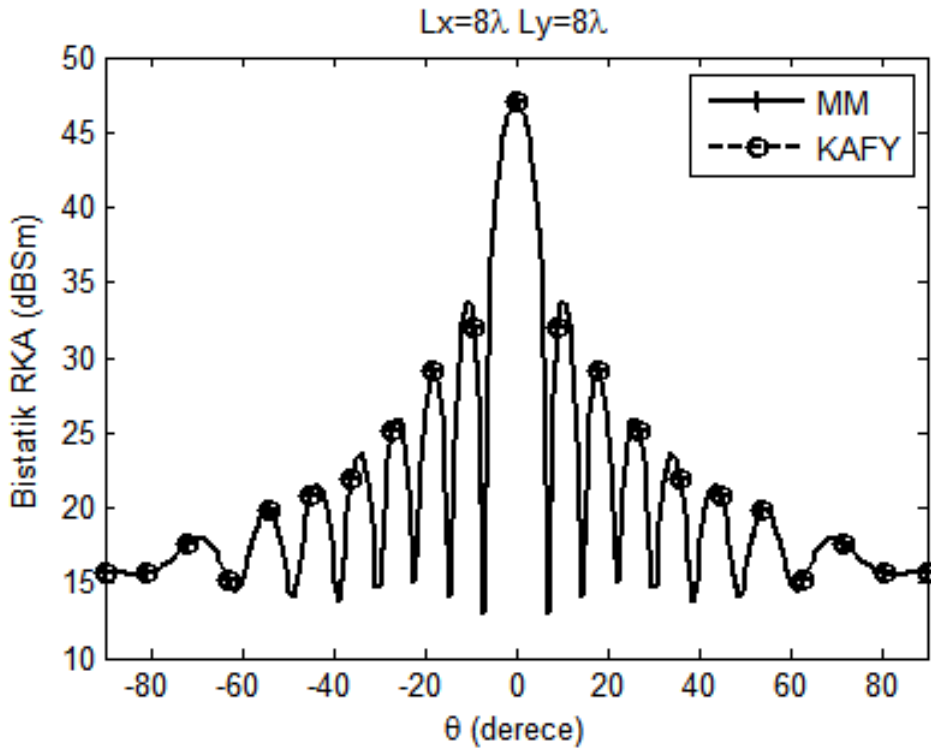
Şekil 6.6. 7.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



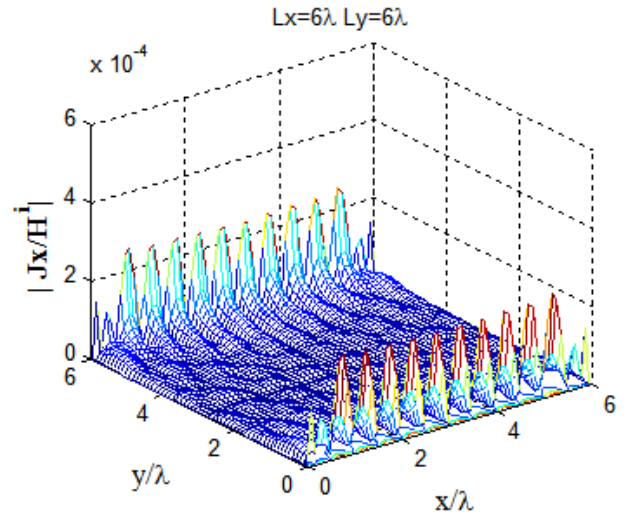
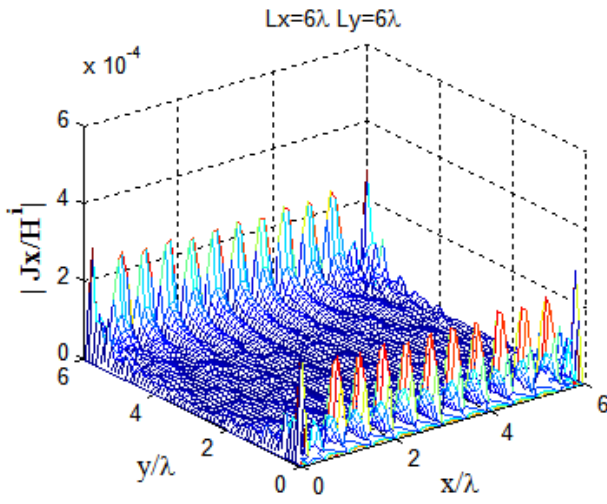
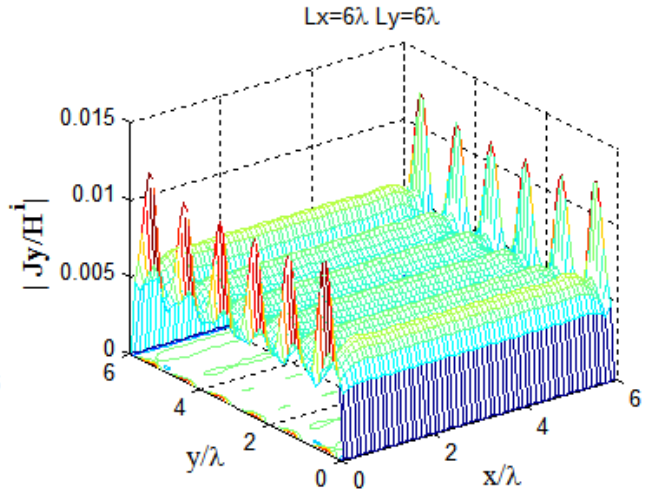
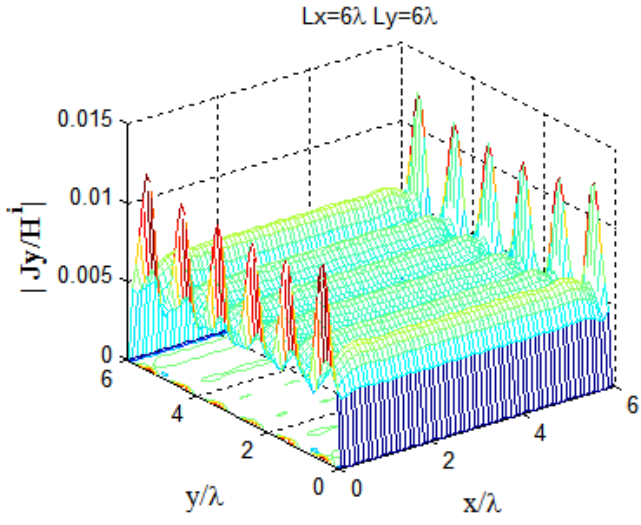
Şekil 6.7. 9 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



Şekil 6.8. 10.5 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



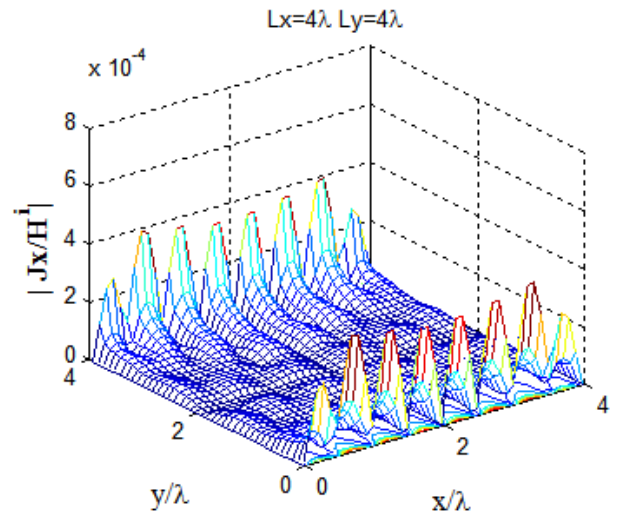
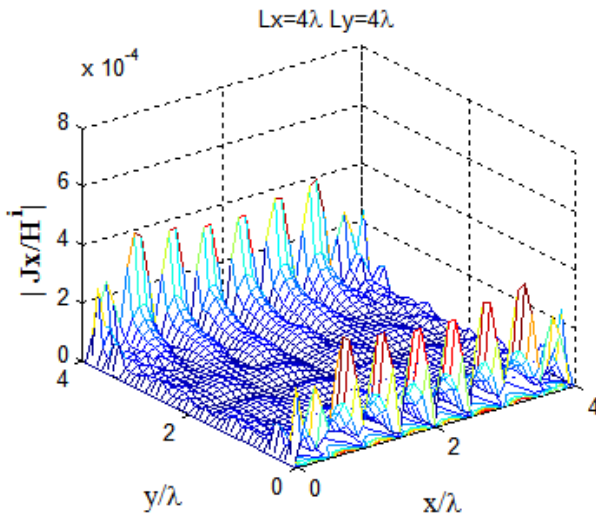
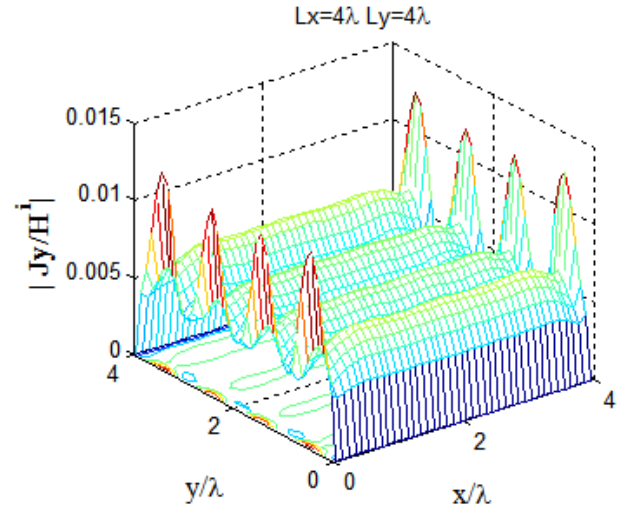
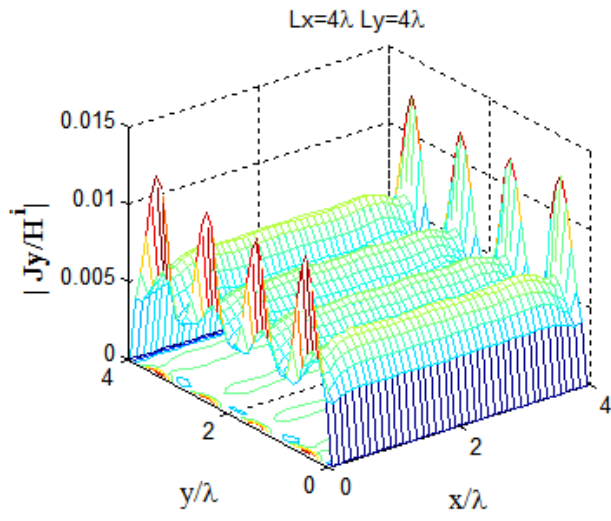
Şekil 6.9. 12 GHz'te iletken kare düzlem için bistatik RKA.



(a) KAFY benzetim sonuçları

(b) MM benzetim sonuçları

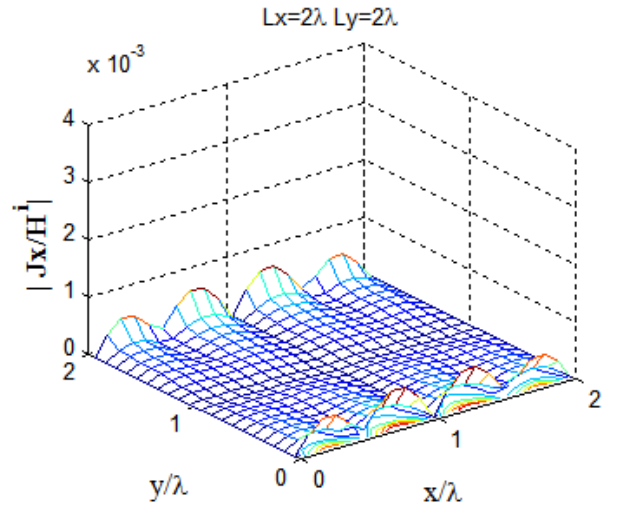
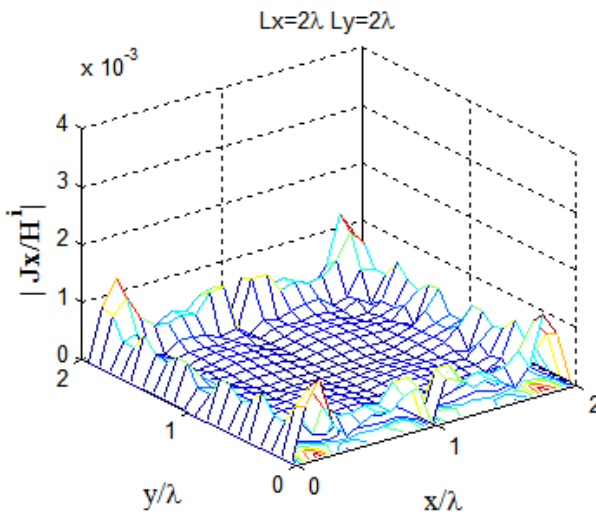
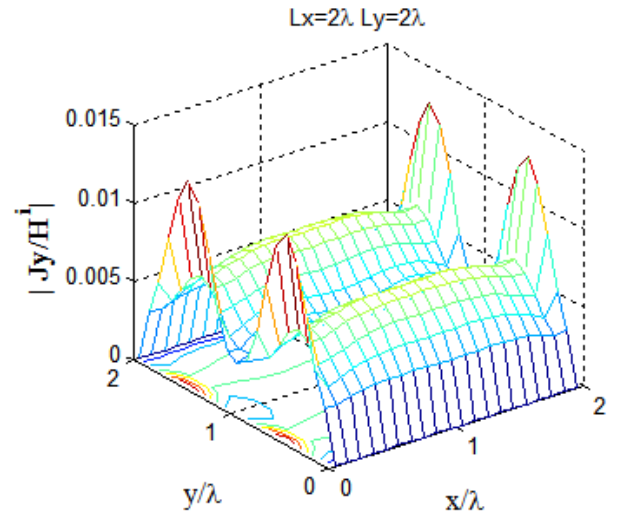
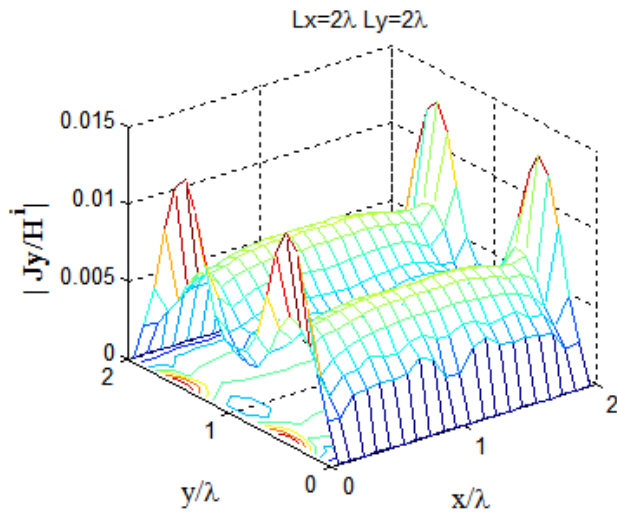
Şekil 6.10. 9 GHz için akım dağılımları.



(a) KAFY benzetim sonuçları

(b) MM benzetim sonuçları

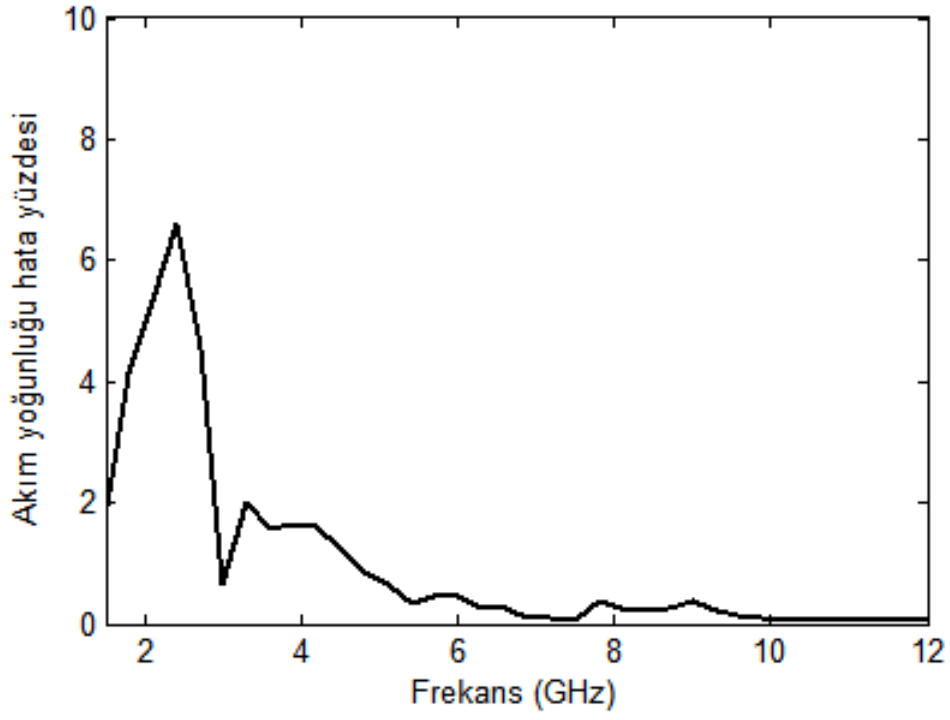
Şekil 6.11. 6 GHz için akım dağılımları.



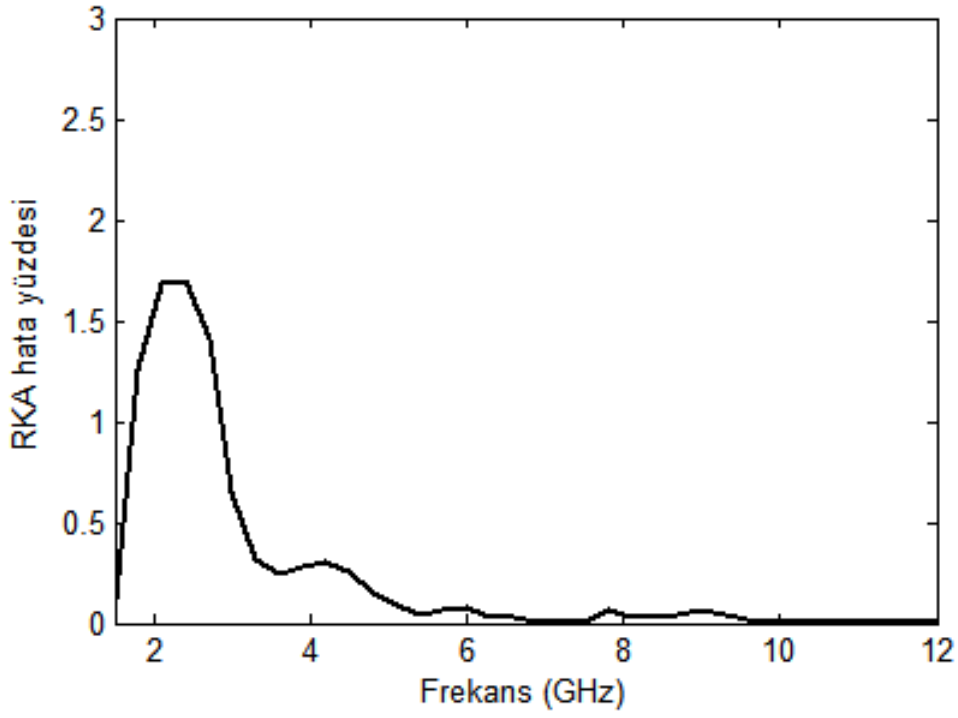
(a) KAFY benzetim sonuçları

(b) MM benzetim sonuçları

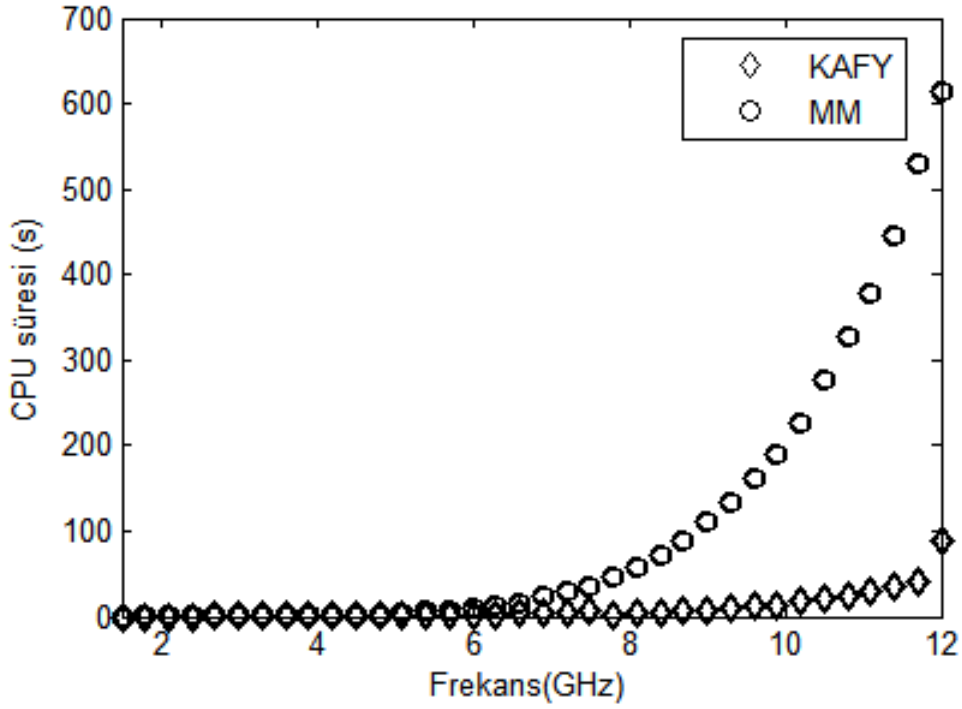
Şekil 6.12. 3 GHz için akım dağılımları.



Şekil 6.13. Akım yoğunluğu hata yüzdesi.



Şekil 6.14. Bistatik RKA hata yüzdesi.



Şekil 6.15. MM ve KAFY için CPU süresi.

6.2 Papyon Anten

KAFY'nin uygulandığı ikinci örnek Şekil 6.16'da gösterilen x-y düzlemindeki papyon antendir. Antenin yüksekliği 6 cm, açıklık açısı ise 90 derecedir. Anten şekilde görüldüğü gibi üçgen parçalara bölünmüş ve bu parçalar üzerinde Rao-Wilton-Glisson açılım fonksiyonları tanımlanmıştır. Test fonksiyonu olarak yine RWG fonksiyonları kullanılmıştır.

Anten üzerinde tanımlanan toplam üçgen sayısı 7440, toplam bilinmeyen sayısı ise 10979'dur. Anten, Şekil 6.17'de gösterildiği gibi 81 bloğa bölünmüştür. Anten merkezi dışındaki blokların yükseklikleri birbirine eşittir ve 0.5 mm'dir. Anten merkezindeki bloğun yüksekliği ise 2 cm'dir.

Problemin çözümü için ilk olarak anten üzerinde tanımlanan bloklar için frekans bandının en üst sınırında KAF'ler hesaplanmıştır. İletken kare düzlem örneğinde olduğu gibi, frekans azaldıkça dış bloklar için elde edilen KAF'ler çözüm kümesinden çıkarılmış, cismin düşük frekanslardaki eşdeğerini oluşturmada gerekli olan KAF'ler çözüm kümesinde bırakılmıştır.

Papyon antenden yayılım problemi için karakteristik açılım fonksiyonu hesabı ile-

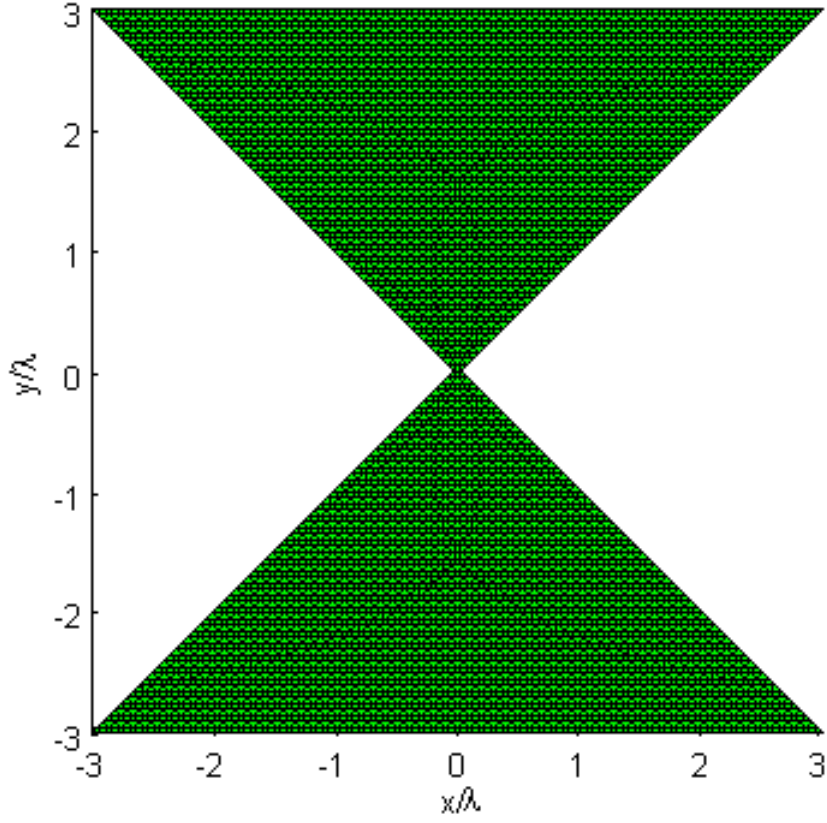
ken düzlemden saçılım probleminden farklılık göstermektedir. Papyon anten probleminde ilk olarak beslemenin bulunduğu anten parçası için birincil KAF hesaplanmıştır. Ardından birincil KAF'nin diğer bloklara etkisiyle meydana gelen ikincil KAF'ler hesaplanmıştır. Son olarak ikincil KAF'lerin diğer bloklara etkisi sonucu meydana gelen üçüncül KAF'ler hesaplanmıştır. Anten problemi için karakteristik açılım fonksiyonu yöntemindeki diğer işlemler saçılma problemiyle aynı şekilde gerçekleştirilmiştir.

Papyon anten için yukarıda anlatılan yöntemle hesaplanan toplam KAF sayısı 6481'dir. Baştaki MM matrisinin boyutları 10979×10979 iken bu yöntemin sonucunda, analiz yapılan frekans bandının en üst sınırında elde edilen matrisin boyutları 6481×6481 'dir. Bir önceki örnekte olduğu gibi frekans azaldıkça elde edilen yeni empedans matrisinin boyutları da azalmaktadır.

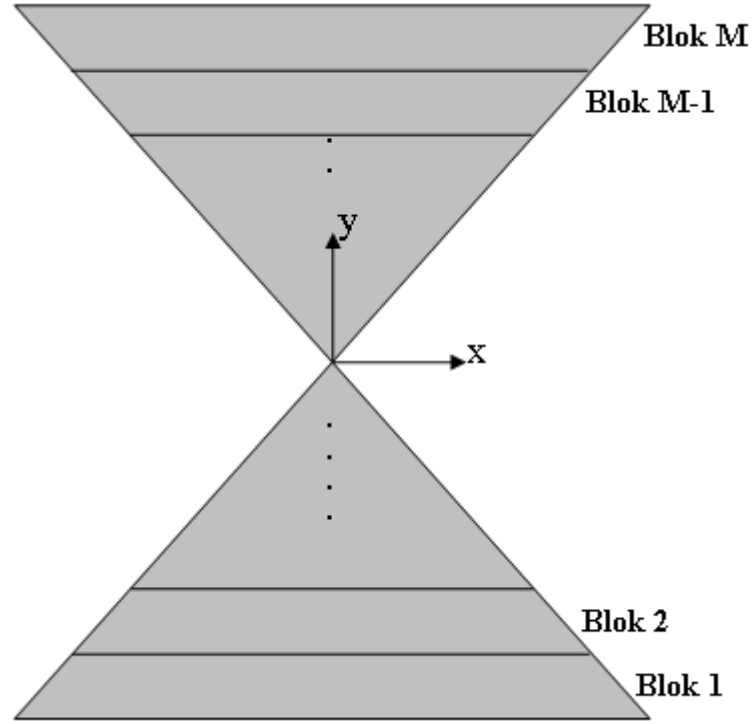
Geliştirilen yöntemle papyon antenin 10 GHz ile 30 GHz arasında 0.5 GHz aralıklarla 41 frekanstaki yayılım örüntüleri hesaplanmıştır. Şekil 6.18 - Şekil 6.22 arasında 10 GHz, 15 GHz, 20 GHz, 25 GHz ve 30 GHz'te KAFY ve MM ile elde edilen H-düzlemindeki (y-z düzlemi) yayılım örüntüleri gösterilmektedir. Kutupsal koordinatlarda negatif değerler gösterilemediği için şekillerde de belirtildiği gibi yayılım örüntüsü değerlerine 40 dB ofset eklenmiştir. Yayılım örüntülerindeki açı değerleri y ekseninden ölçülmektedir. Yayılım örüntüleri incelendiğinde KAFY ile elde edilen sonuçların MM sonuçları ile büyük ölçüde uyduğu görülmektedir. Şekil 6.23'te ise yayılım örüntüsü için frekansa göre değişen hata oranları gösterilmektedir. Yayılım örüntüsündeki en yüksek hata 12.5 Ghz'te % 9.69 iken 30 GHz'te bu değer % 1.001'e düşmektedir.

Şekil 6.24'te papyon antenden yayılım probleminin çözümü için MM ve KAFY ile harcanan CPU süreleri verilmektedir. 10 GHz ve 30 GHz arasındaki 41 frekanstaki yayılım örüntüsü hesabı için MM ile harcanan toplam süre 4009 s iken, KAFY ile harcanan süre 1460 s'dir. Şekil 6.24'te frekans bandının üst sınırı olan 30 GHz'teki CPU süresindeki ani artışın nedeni, yeni empedans matrisinin oluşturulması için gereken matris vektör çarpımlarının ve karakteristik açılım fonksiyonları hesabının bu frekansta yapılmasıdır. Eğer daha düşük frekanslardaki çözüm bilinen KAFY ile yapılırsa, harcanan süre moment metodundan daha düşük olmakla birlikte, bu çalışmada geliştirilen yöntemden yüksek olacaktır.

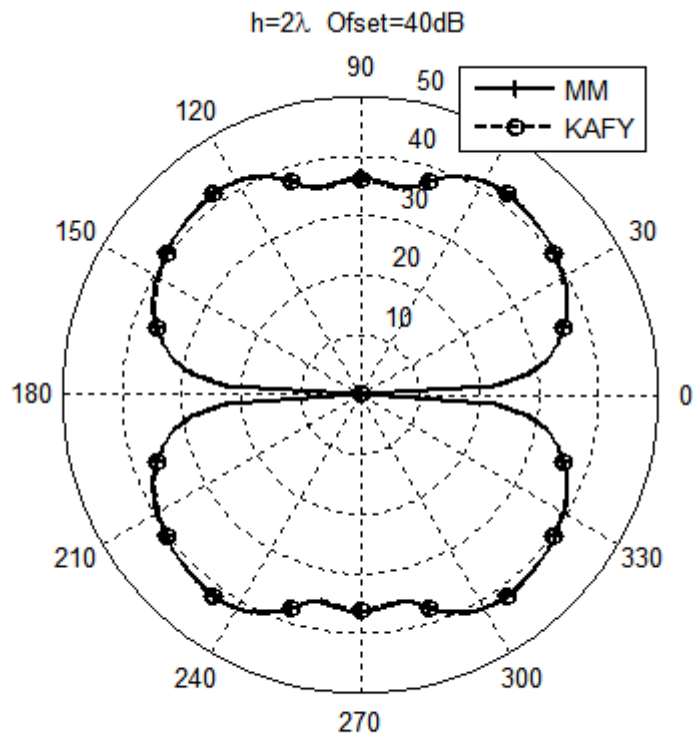
Bu örnek için KAF'ler hesaplanırken bloklar birbiri üzerine örtüştürülmüştür. Blokların örtüştürülmesi sonucun doğruluğunu arttırmakla birlikte, KAF'lerin hesaplanması için gereken sürenin artmasına neden olmaktadır.



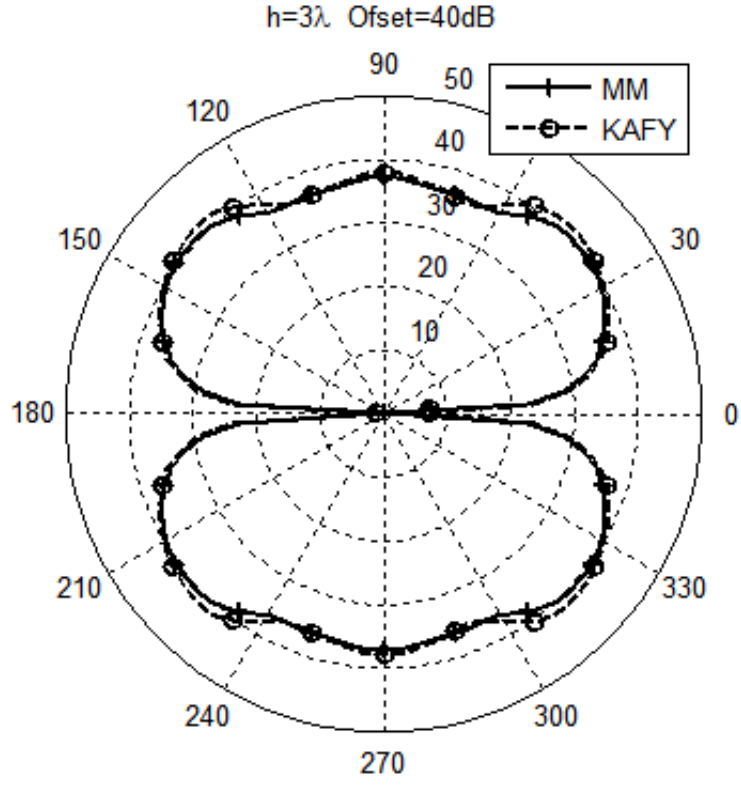
Şekil 6.16. 6λ yüksekliğinde papyon anten.



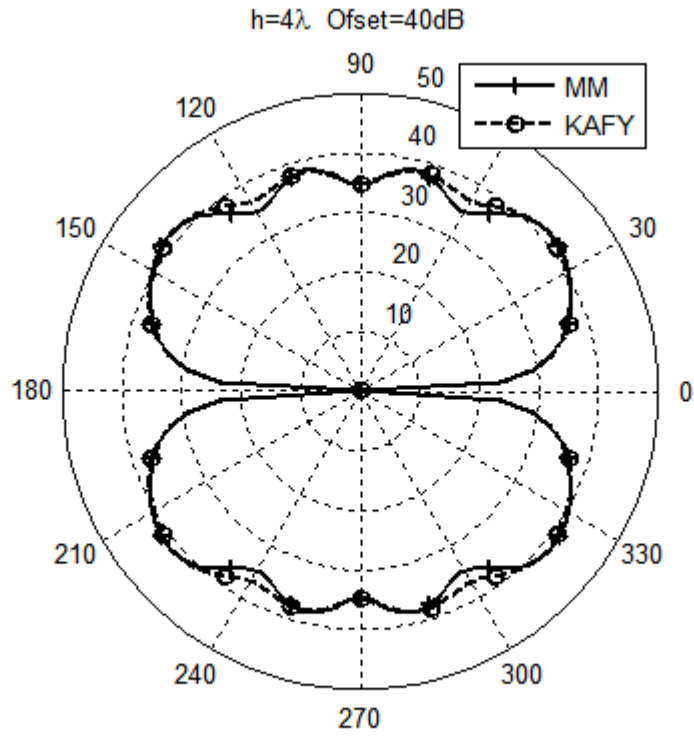
Şekil 6.17. Papyon anten için blok yapısı.



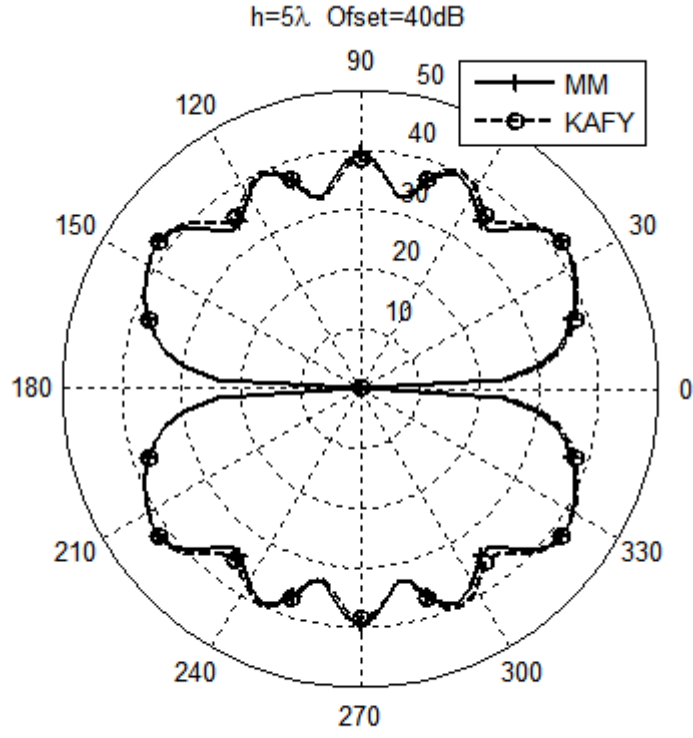
Şekil 6.18. $H=2\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.



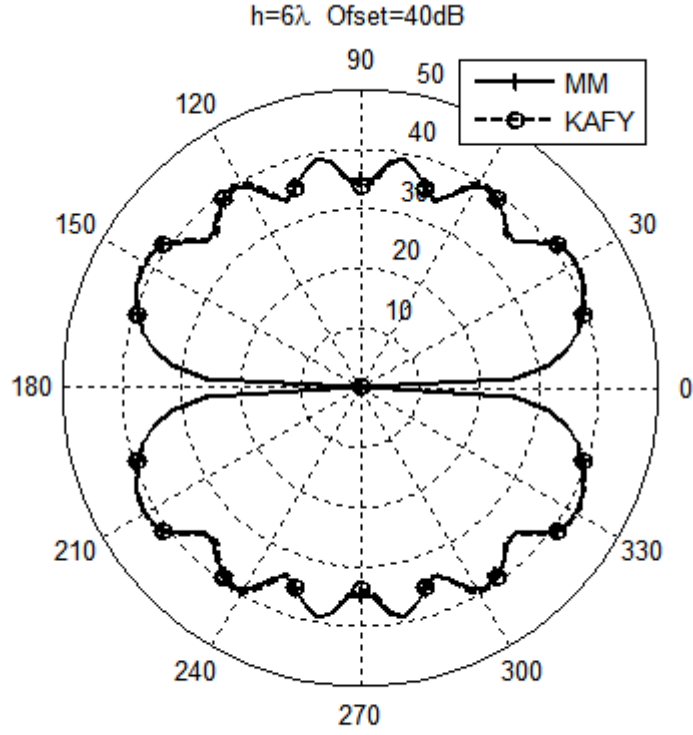
Şekil 6.19. $H=3\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.



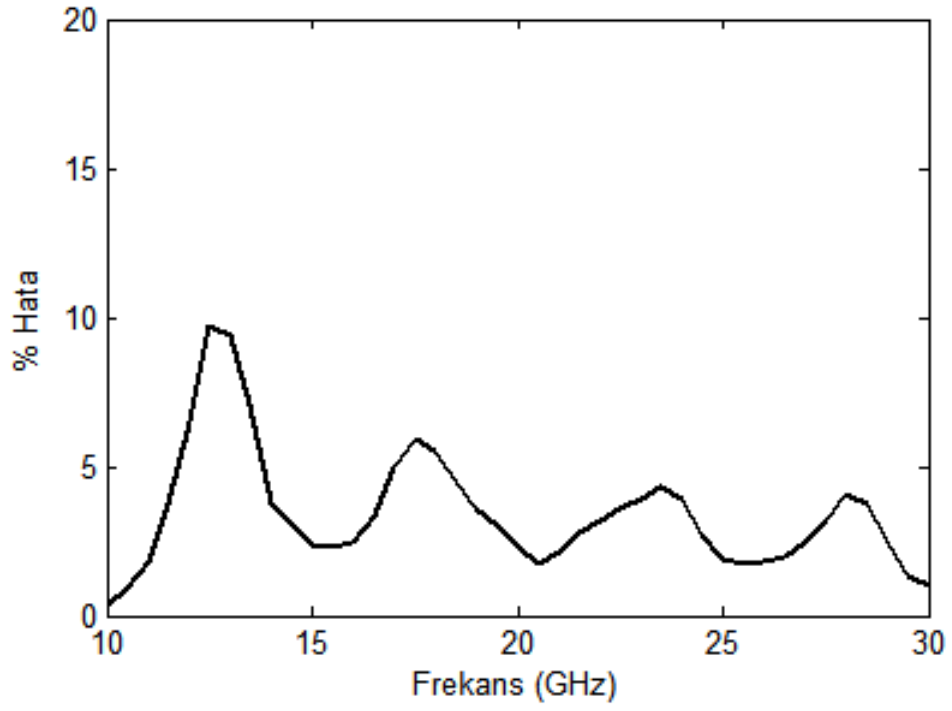
Şekil 6.20. $H=4\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.



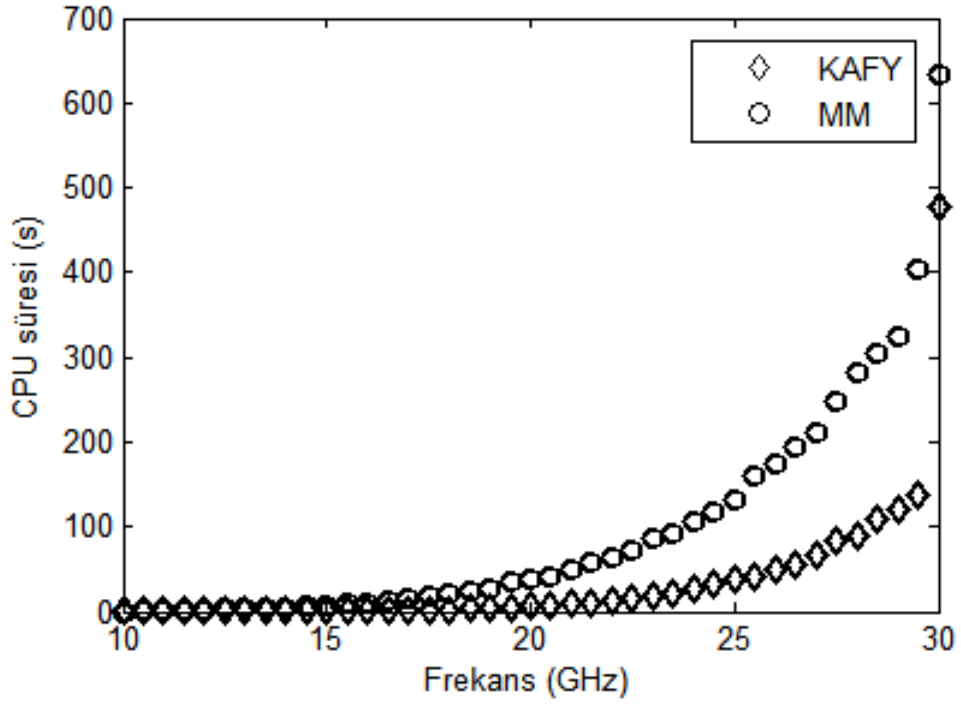
Şekil 6.21. $H=5\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.



Şekil 6.22. $H=6\lambda$ yüksekliğinde papyon anten için H-düzlemindeki yayılım örüntüsü.



Şekil 6.23. Yayılım örüntüsü hata yüzdesi.



Şekil 6.24. MM ve KAFY için CPU süresi karşılaştırması.

6.3 Sabit Eğimli Yarık Anten

Bu tez çalışmasında geliştirilen yöntem son olarak Şekil 6.25'te gösterilen sabit eğimli yarık antene uygulanmıştır. Antenin yüksekliği ve uzunluğu 4 cm, açıklık açısı ise 20 derecedir. Anten şekilde görüldüğü gibi üçgen parçalara bölünmüş ve bu parçalar üzerinde papyon anten örneğinde olduğu gibi Rao-Wilton-Glisson açılım fonksiyonları tanımlanmıştır. Test fonksiyonu olarak yine RWG fonksiyonları kullanılmıştır.

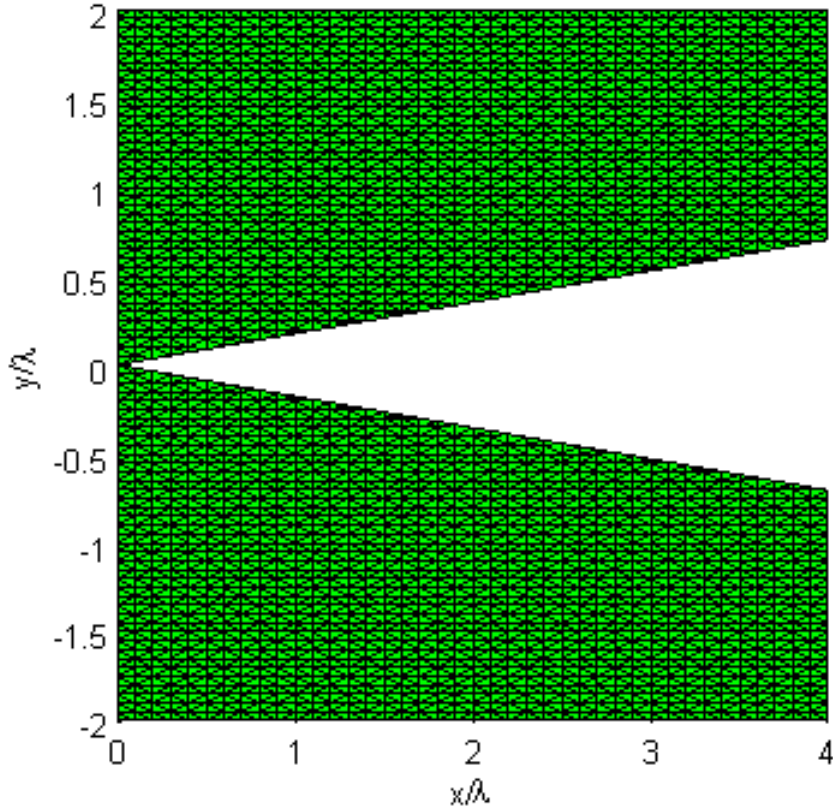
Anten üzerinde tanımlanan toplam üçgen sayısı 5298, toplam bilinmeyen sayısı ise 7801'dir. Anten, Şekil 6.26'da gösterildiği gibi 41 bloğa bölünmüştür. Diğer örneklerde olduğu gibi en yüksek frekans için oluşturulan KAF'ler diğer frekanslarda da kullanılmıştır. Örneğin en yüksek frekansta Şekil 6.26'da gösterilen M adet blok için oluşturulan KAF'lerin tamamı kullanılmaktayken, bir alt frekansta "1", "2", " $M - 1$ " ve " M "yinci bloklar için hesaplanan KAF'ler çözüm kümesinden çıkarılmıştır.

KAF'lerin oluşturulma işlemi papyon anten örneği ile benzer şekilde gerçekleştirilmiştir. Papyon antenden farklı olarak bu örnekte bloklar birbiri üzerine örtüştürülmüştür. Birincil ikincil ve üçüncül KAF'lerden oluşan toplam KAF sayısı 1641'dir. Çizelge 6.1'de 18 GHz ile 30 GHz arasındaki analiz frekanslarında MM ile tanımlanan bilinmeyen sayıları ile KAF sayıları verilmektedir. Bu sayılar, MM matrisinin ve KAFY ile elde edilen matrisin boyutlarını belirlemektedir. Örneğin 30 GHz'te MM matrisinin boyutları 7801×7801 iken bu yöntemin sonucunda elde edilen matrisin boyutları 1641×1641 'dir. Çizelgede de görüldüğü gibi frekans azaldıkça elde edilen yeni empedans matrisinin boyutları da azalmaktadır.

Geliştirilen yöntemle sabit eğimli yarık antenin 15 GHz ile 30 GHz arasında 1.5 GHz aralıklarla 11 frekanstaki yayılım örüntüleri hesaplanmıştır. Şekil 6.27 - Şekil 6.30 arasında 18 GHz, 22.5 GHz, 25.5 GHz ve 30 GHz'te KAFY ve MM ile elde edilen E-düzlemindeki (x - y düzlemi) yayılım örüntüleri gösterilmektedir. Elde edilen sonuçların MM sonuçları ile büyük ölçüde örtüştüğü görülmektedir. Şekil 6.31'de ise yayılım örüntüsü için frekansa göre değişen hata oranları gösterilmektedir. Yayılım örüntüsündeki en yüksek hata değeri 21 Ghz'te görülmekte ve % 12.3 değerini almakta, 30 GHz'te hata değeri ise % 7'ye düşmektedir.

Şekil 6.32'de sabit eğimli yarık antenden yayılım probleminin çözümü için MM ve

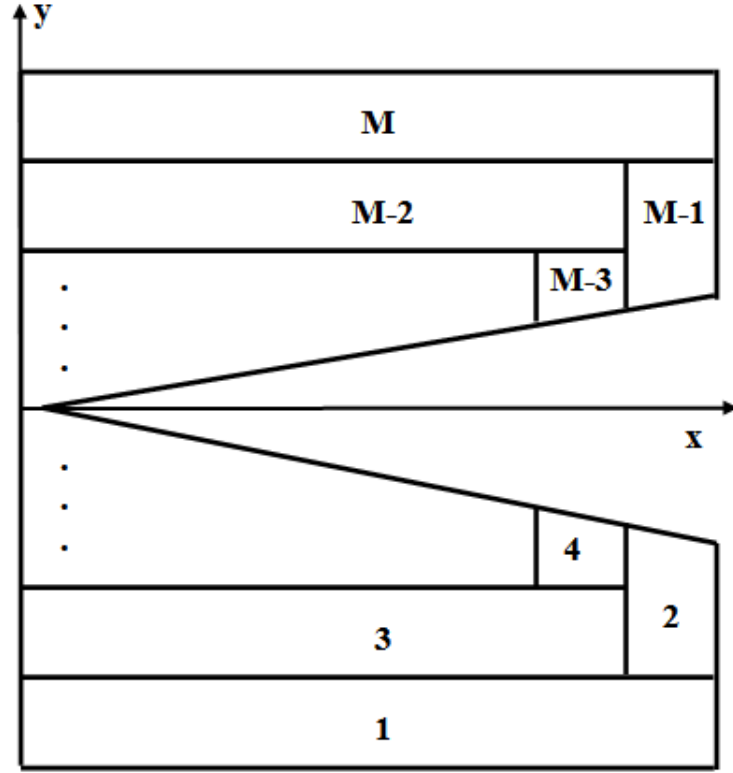
KAFY ile harcanan CPU süreleri verilmektedir. Bu süreler elde edilirken her iki yöntem için koşu 10 kez tekrarlanmış ve harcanan CPU sürelerinin ortalamaları alınmıştır. 15 GHz ve 30 GHz arasındaki yayılım örüntüleri hesabı için MM ile harcanan toplam süre 518 s iken, KAFY ile harcanan süre 61 s'dir.



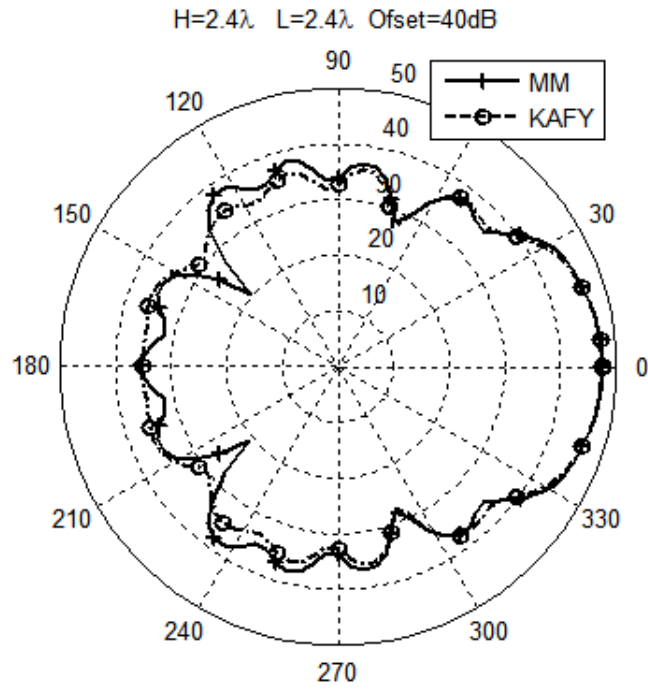
Şekil 6.25. Sabit eğimli yarık anten ($H=L=4\lambda$).

Çizelge 6.1. MM ve KAFY için frekansa göre değişen bilinmeyen sayısı.

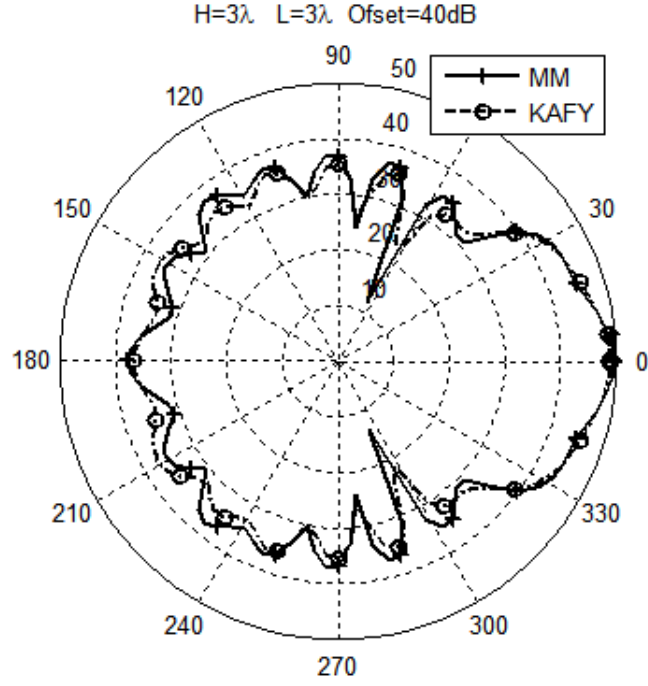
Frekans (GHz)	18	19.5	21	22.5	24	25.5	27	28.5	30
MM	2831	3325	3857	4429	5043	5695	6387	7115	7801
KAFY	73	157	273	421	601	813	1057	1333	1641



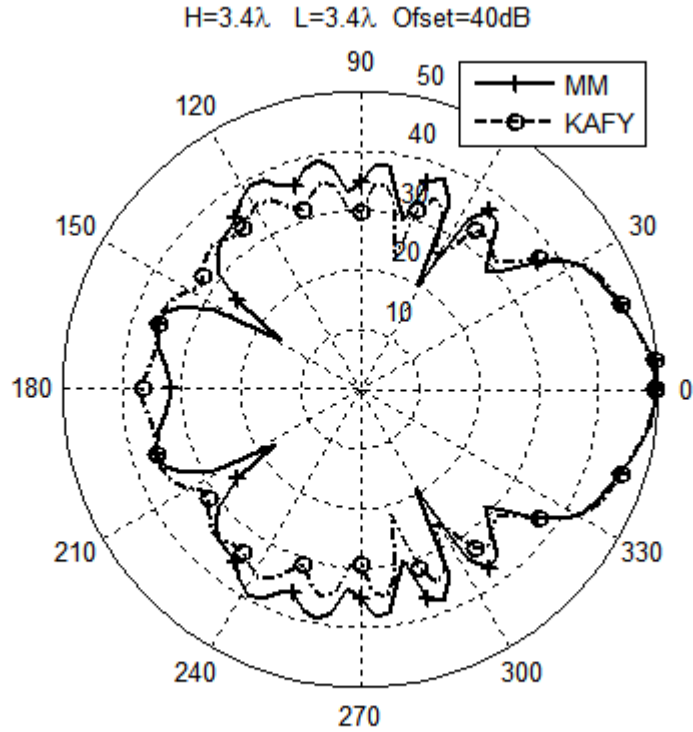
Şekil 6.26. Sabit eğimli yarık anten için blok yapısı.



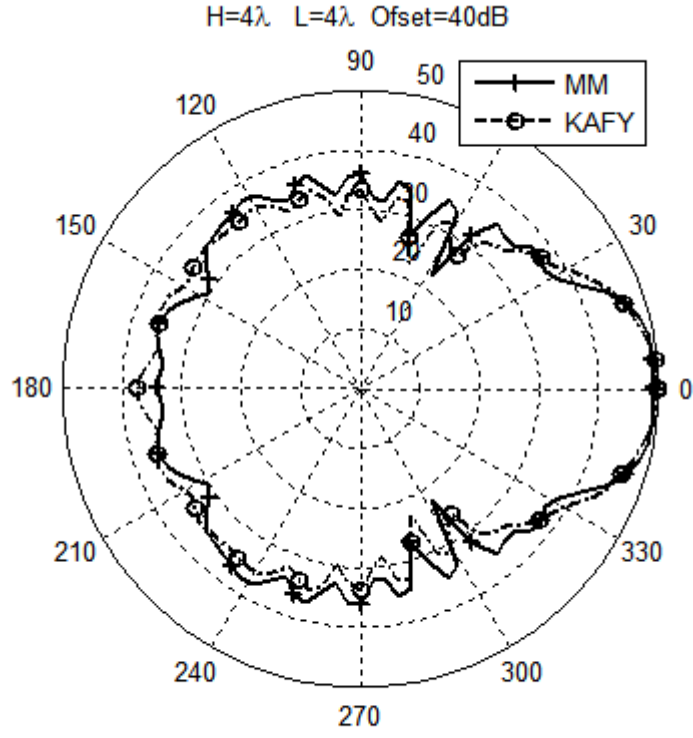
Şekil 6.27. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=2.4\lambda$ $L=2.4\lambda$).



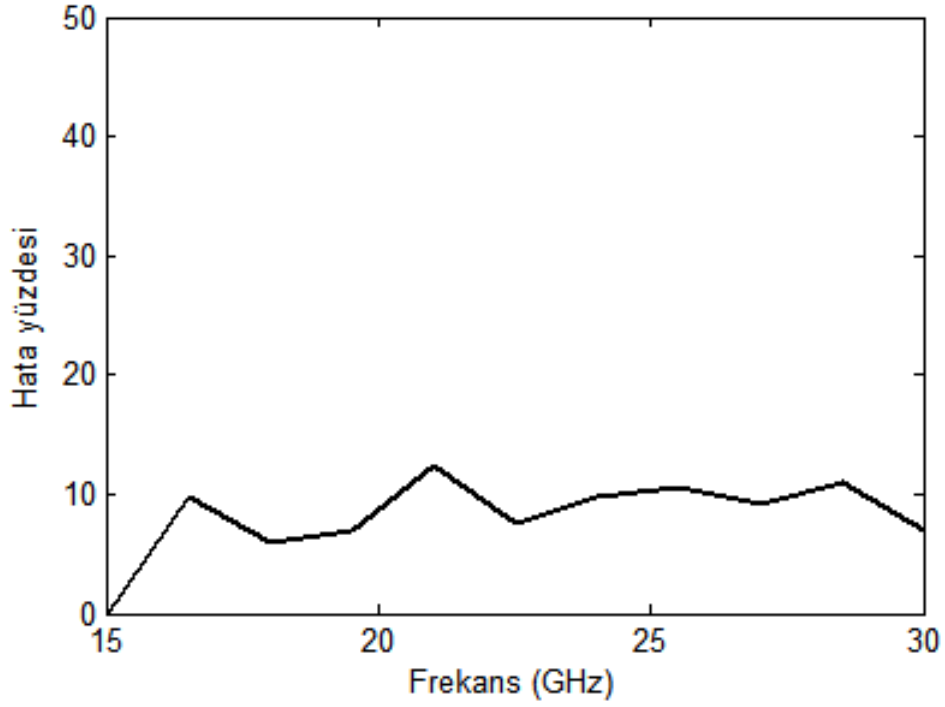
Şekil 6.28. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü (H=3 λ L=3 λ).



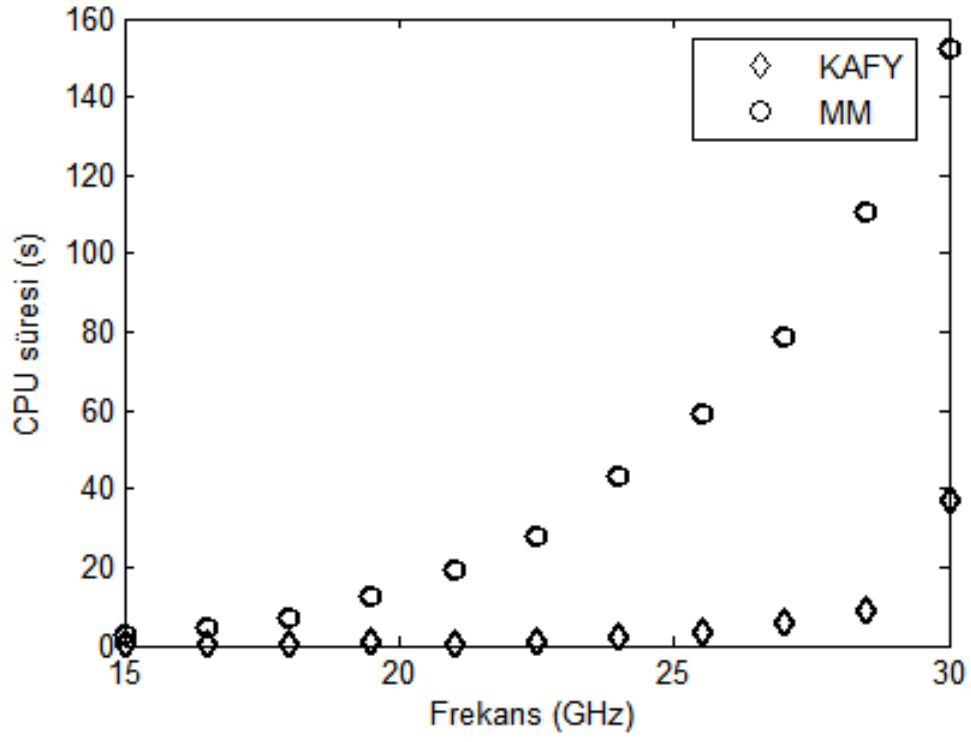
Şekil 6.29. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü (H=3.4 λ L=3.4 λ).



Şekil 6.30. Sabit eğimli yarık anten için E-düzlemindeki yayılım örüntüsü ($H=4\lambda$ $L=4\lambda$).



Şekil 6.31. Yayılım örüntüsü hata yüzdesi.



Şekil 6.32. MM ve KAFY için CPU süresi karşılaştırması.

7. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, mükemmel iletken yapıların geniş frekans bandındaki analiz süresini kısaltacak bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemde karakteristik açılım fonksiyonu yönteminden faydalanılmıştır. Geliştirilen yöntem ölçeklenebilir geometriye sahip düzlemsel antenlerden yayılım problemlerine ve iletken cisimlerden saçılım problemlerine uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Bu tez çalışmasında geliştirilen yöntemde ilk olarak analizi yapılacak cisim bloklara ayrılmıştır. Bu blokların boyutları ve şekli, aynı blokların farklı analiz frekanslarında kullanılabilmesine olanak sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Başka bir deyişle, blokların farklı kombinasyonları, cismin farklı analiz frekanslarındaki elektriksel eşdeğerini oluşturmaktadır.

Blokların belirlenmesinin ardından, cismin analizinin yapılacağı en yüksek frekans için karakteristik açılım fonksiyonu yöntemi ile KAF'ler hesaplanmıştır. Analiz yapılan frekans bandının en üst sınırında çözüm için KAF'lerin tamamı kullanılırken, frekans azaldıkça cismin o frekanstaki eşdeğerini oluşturmada kullanılanlar dışındaki bloklarla ilgili KAF'ler çözüm kümesinden çıkarılmıştır.

KAF'lerin hesaplanmasının ardından, her bir frekans için yeni empedans matrisleri oluşturulmuştur. Bu empedans matrislerinin boyutları, baştaki problem için hesaplanan empedans matrislerinin boyutlarına göre çok daha küçüktür. Bu nedenle yeni empedans matrisleri ile oluşturulan denklemler iteratif yöntemlere ihtiyaç duyulmadan doğrudan çözülebilmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen yöntemde bilinen KAFY'den farklı olarak her bir frekansta yeni KAF'ler hesaplanmayıp, en yüksek frekanstaki KAF'ler diğer frekanslarda da kullanıldığından KAF'lerin hesaplanması için gereken süre kısaltılmıştır. Aynı zamanda empedans matrisi en düşük frekanstan en yüksek frekansa doğru, her yeni frekansta bir alt frekansta elde edilen empedans matrisi elemanları kullanılarak iteratif bir biçimde oluşturulmuştur. Bu şekilde, karakteristik açılım fonksiyonu yönteminde en çok vakit alan hesaplamalar azaltılarak problemin çözümü için gereken CPU süresinden büyük ölçüde tasarruf edilmiştir.

Bu çalışmada geliştirilen yöntem ilk olarak iletken kare düzlemden saçılma proble-

mine uygulanmıştır. 1:8 frekans bandında, iletken düzlem üzerindeki akım dağılımları ve bistatik RKA değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar MM sonuçları ile kıyaslanmış ve hata oranları ile CPU sürelerinin karşılaştırılması ilgili bölümlerde verilmiştir. Analiz yapılan frekans bandı içerisinde bistatik RKA için % 6.6'nın altında hata oranları elde edilmiştir. Frekans arttıkça hata oranı % 0.04'e kadar düşmüştür. Problemin çözümü için harcanan CPU süresi ise MM için 3812 s iken bu yöntemle bu süre 344 s'ye düşmüştür.

Yöntem ikinci olarak papyon antenden yayılım problemine uygulanmıştır. Papyon antenin 1:3 frekans bandında yayılım örüntüleri elde edilmiştir. Benzetim sonuçları MM sonuçları ile kıyaslandığında yayılım örüntüsü için % 1.001 ile % 9.69 arasında değişen hata oranları elde edilmiştir. Frekans bandı içerisindeki 41 frekanstaki yayılım örüntülerinin hesabı için harcanan CPU süresi ise 4009 s'den 1460 s'ye düşmüştür.

Son olarak yöntem, sabit eğimli yarık antenden yayılım problemine uygulanmıştır. Bu antenin 1:2 frekans bandında yayılım örüntüleri elde edilmiştir. yayılım örüntüsü için MM ile kıyaslandığında % 5.9 ile % 12.3 arasında değişen hata oranları elde edilmiştir. Frekans bandı içerisindeki 11 frekanstaki yayılım örüntülerinin hesabı için harcanan toplam CPU süresi MM ile 518 s iken geliştirilen yöntemle bu süre 61 s'ye düşmüştür.

Sabit eğimli yarık anten için yayılım örüntülerindeki hata oranlarının papyon antenle kıyaslandığında biraz daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durumun blok yapısı, blok sayısı ve cismin geometrisindeki farklılıklardan kaynaklandığı değerlendirilmektedir.

Bu çalışmada geliştirilen yöntemle elde edilen benzetim sonuçları incelendiğinde, sonuçların her üç örnek için de MM sonuçları ile büyük oranda örtüştüğü gözlemlenmiştir. Problemlerin çözümü için harcanan CPU sürelerinin ise MM ile kıyaslandığında, problemin özelliklerine göre değişen oranlarda azaldığı görülmüştür. Aynı zamanda bloklar birbiri üzerine örtüştürüldüğünde CPU süresi artmakla birlikte sonuçların doğruluğunun da arttığı gözlemlenmiştir.

Ölçeklendirilebilir iletken düzlemsel cisimlerden saçılma ve yayılma problemlerinin çözümü için geliştirilmiş olan bu yöntemin, sabit eğimli yarık anten, dairesel, eliptik

veya ikizkenar yamuk anten gibi birçok farklı düzlemsel antenin geniş bant analizinde faydalı olacağı düşünülmektedir. Bu çalışmada boş uzaydaki antenlerin yayılım karakteristikleri incelenmiş olmakla birlikte, geliştirilen yöntem uygun Green's fonksiyonu kullanılarak mikroşerit antenlere de uygulanabilir.

KAYNAKLAR LİSTESİ

- [1] Harrington R.F., Field Computation by Moment Methods, IEEE Press, New York, 1993.
- [2] Ney M. M., Method of moments as Applied to Electromagnetic Problems, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Cilt.MTT-33, no.1, s.972-980, 1985.
- [3] Peterson A.F., Ray S., Mittra R., Computational Methods for Electromagnetics, IEEE Press, New York, 1997.
- [4] Rokhlin V., Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions, J. Comput. Phys., Cilt.36, no.2, s.414-439, 1990.
- [5] Rao S. M., Wilton D. R., Glisson A. W., Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.AP-30, no.3, s.409-418, 1982.
- [6] Glisson, A. W., Wilton, D. R., Simple and efficient numerical methods for problems of electromagnetic radiation and scattering from surfaces, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.AP-28, no.5, s.593-603, 1980.
- [7] Bilotti F., Vegni C., Rigorous and efficient full-wave analysis of trapezoidal patch antennas, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.49, no.12, s.1773-1776, 2001.
- [8] Losada V., Boix R. R., Horno M., Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.47, s.488-498, 1999.
- [9] Garbacz R. J., Turpin R. H., A generalized expansion for radiated and scattered fields, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.AP-19, s.348-358, 1971.
- [10] Harrington R. F., Mautz J. R., Theory of characteristic modes for conducting bodies, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.AP-19, s.622-628, 1971.
- [11] Harrington R. F., Mautz J. R., Computation of characteristic modes for conducting bodies, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.AP-19, s.629-639, 1971.
- [12] Suter E., Mosig J., A subdomain multilevel approach for the MoM analysis of large planar antennas, Microwave and Opt. Tech. Lett., Cilt.26, s.270-277, 2000.
- [13] Prakash V., Mittra R., Characteristic basis function method: A new technique for efficient solution of method of moments matrix equation, Microwave Opt Technol Lett, Cilt.36, s.95-100, 2003.
- [14] Delgado C., Catedra M. F., Mittra R., Efficient Multilevel Approach for the Generation of Characteristic Basis Functions for Large Scatters, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.56, no.7, s.2134-2137, 2008.
- [15] Laviada J., Las-Heras F., Pino R. P., Mittra R., Solution of Electrically Large Problems With Multilevel Characteristic Basis Functions, IEEE Trans. Antennas Propagat., Cilt.57, no.10, s.3189-3198, 2009.

- [16] Newman E. H., Generation of wide-band data from the method of moments by interpolating the impedance matrix, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Cilt.36, no.12, s.1820-1824, 1988.
- [17] Burke G. J, Miller E. K., Chakrabarthy S., and Demarest K., Using model-based parameter estimation to increase the efficiency of computing electromagnetic transfer functions, *IEEE Trans. Magn.*, Cilt.25, no.4, s.2807-2809, 1989.
- [18] De Gregorio M., Tiberi G., Monorchio A., Mittra R., Solution of wide band scattering problems using the characteristic basis function method, *IET Microwaves Antennas & Propagation*, Cilt.6, no.1, s.60-66, 2012.
- [19] Balanis C. A., *Advanced Engineering Electromagnetics*, Wiley, New York, 1989.
- [20] Cengiz D., Düzlemsel iletken cisimlerden elektromanyetik saçılma probleminin karakteristik akımlarla analizi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, 1997.
- [21] Gibson W. C., *The method of moments in electromagnetics*, CRC press, 2007.
- [22] Chew W. C., Tong M. S., Hu B., *Integral Equation Methods for Electromagnetic and Elastic Waves*, San Rafael, CA: Morgan & Claypool, 2008.
- [23] Balk S., Üçgen Antenlerin Analizi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, 2008.
- [24] Makarov S. N., *Antenna and EM Modeling with MATLAB*, Wiley, New York, 2002.
- [25] Leat C. J., Shuley N. V., Stickley G. F., Triangular-patch model of bowtie antennas: validation against Brown and Woodward, *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, Cilt.145, no.6, s.465-470, 1998.
- [26] Balanis C. A., *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd Ed., Wiley, New York, 1989.
- [27] Lucente E., Monorchio A., Mittra R., An Iteration-Free MoM Approach Based on Excitation Independent Characteristic Basis Functions for Solving Large Multiscale Electromagnetic Scattering Problems, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Cilt.56, no.4, s.999-1007, 2008.
- [28] Kucharski A. A., Wideband Characteristic Basis Functions in Radiation Problems, *Radioengineering*, Cilt.21, no.2, s.590-596, 2012.

EKLER LİSTESİ

EK 1. LU AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ

EK 2. LU AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ

LU ayrıştırma yönteminde \mathbf{A} matrisi aşağıdaki eşitlikte verildiği gibi alt ve üst üçgensel matrisler olarak çarpanlarına ayrılmaktadır.

$$\mathbf{LU} = \mathbf{A} \quad (1)$$

$$\mathbf{LU} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N1} & l_{N2} & l_{N3} & \dots & l_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1N} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2N} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Alt ve üst üçgensel matrislerin hesabı Gauss, Crout, Doolittle gibi çeşitli algoritmalar kullanılarak yapılır. Bu algoritmaların hepsi de yaklaşık $N^3/3$ çarpma ve bölme işlemi içermektedir. Problem alt ve üst üçgensel matrisler cinsinden aşağıdaki eşitlikteki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{Ax} = (\mathbf{LU})\mathbf{x} = \mathbf{L}(\mathbf{Ux}) = \mathbf{b} \quad (3)$$

Bu eşitliğin çözümü iki adımda gerçekleşir. İlk adımda,

$$\mathbf{Ly} = \mathbf{b} \quad (4)$$

eşitliği çözülür. Bu eşitliğin çözümü aşağıda verilen eşitlikler kullanılarak ileriye doğru yerine koyma tekniği ile yapılır.

$$y_1 = \frac{b_1}{l_{11}} \quad (5)$$

$$y_i = \frac{1}{l_{ii}} \left[b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} y_k \right] \quad i > 1 \quad (6)$$

y bulunduktan sonra aşağıdaki eşitlik çözülür.

$$\mathbf{Ux} = \mathbf{y} \quad (7)$$

Bu eşitliğin çözümü ise aşağıda verilen eşitlikler kullanılarak geriye doğru yerine koyma tekniği ile yapılır.

$$x_N = \frac{y_N}{u_{NN}} \quad (8)$$

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left[y_i - \sum_{k=i+1}^N u_{ik} x_k \right] \quad i < N \quad (9)$$

Eşitlik (4) ve Eşitlik (7)'nin yerine koyma tekniği ile çözümü N^2 çarpma ve toplama işleminden oluşur.

Bu yöntemde alt ve üst üçgensel matrisler bir kez hesaplandıktan sonra bellekte saklanarak birden fazla sağ taraf vektörü için kullanılabilir.

İNGİLİZCE-TÜRKÇE TERİMLER SÖZLÜĞÜ

bowtie antenna	papyon anten
Central Processing Unit (CPU)	Merkezi İşlem Birimi
Characteristic Basis Function (CBF)	Karakteristik Açılım Fonksiyonu (KAF)
decomposition	ayırıştırma
degrees of freedom	serbestlik derecesi
deterministic	rasgele olmayan
divergence	ıraksama
domain	tanım bölgesi
eigenfunction method	öz fonksiyon yöntemi
eigenvalue	öz-değer
Electric Field Integral Equation (EFIE)	Elektrik Alan İntegral Denklemi (EAİD)
equivalence principle	eşdeğerlik teoremi
excitation	uyarım
Fast Multipole Method (FMM)	hızlı çok kutup yöntemi
full-domain	tüm-bölge
ill-conditioned	kötü koşullanmış
incident wave	gelen dalga
linearly tapered slot antenna	sabit eğimli yarık anten
Magnetic Field Integral Equation (MFIE)	Manyetik Alan İntegral Denklemi (MAİD)
Method of Moments (MoM)	Moment Metodu (MM)
microstrip	mikroşerit
Perfect Electric Conductor (PEC)	Mükemmel İletken (Mi)
plane wave	düzlem dalga
pulse	darbe
Radar Cross Section (RCS)	Radar Kesit Alanı (RKA)
radiation pattern	yayılm örüntüsü
Random Access Memory (RAM)	Rastgele Erişimli Hafıza
razor blade test function	çizgi test fonksiyonu
scattering	saçılma
Singular Value Decomposition (SVD)	tekil değer ayrışımı
sub-domain multilevel approach	çok seviyeli alt-bölge yöntemi