BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BULANIK VE STOKASTİK PROGLAMLAMAYA DAYALI RİSK ANALİZİ

MEHVEŞ GÜLİZ TOSUN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
2015

BULANIK VE STOKASTİK PROGLAMLAMAYA DAYALI RİSK ANALİZİ

RISK ANALYSIS BASED FUZZY AND STOCHASTIC PROGRAMMING

MEHVEŞ GÜLİZ TOSUN

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
KALİTE Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2015

“BULANIK VE STOKASTİK PROGLAMLAMAYA DAYALI RİSK ANALİZİ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından, 11/09/2015 tarihinde, **KALİTE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU

Üye (Danışman) : Yrd. Doç. Dr. Kumru Didem ATALAY

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mehmet GÜLŞEN

ONAY

..../09/2015

Prof. Dr. Emin AKATA

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Çalışmam süresince tavsiye, fikir, öneri ve desteklerini bir an olsun esirgemeyen danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Didem Kumru ATALAY’ a,

Bu çalışmanın her sürecinde yanımda olan, desteklerini esirgemeyen çok sevgili aileme

Sonsuz teşekkürlerimi sunar, minnet duyarım.

ÖZ

BULANIK VE STOKASTİK PROGLAMLAMAYA DAYALI RİSK ANALİZİ

Mehveş Güliz TOSUN
Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Kalite Mühendisliği Anabilim Dalı

Yatırımlarını hisse senetleri üzerine yapan yatırımcılar için geleceğe yönelik getiriyle ilgili tahminde bulunmak oldukça güçtür. Beklenen getirinin belirsizlik içerdiği göz önünde bulundurularak, yatırımcılar beklenen getirinin en yüksek değeri için riskin en düşük seviyelerde olmasını beklerler. Belirsizliği gidermek ve yatırım kalitesini artırabilmek için yatırımcılara geleceğe yönelik alternatif portföy seçenekleri sunulması amaçlanmıştır. Bu çalışmada BIST' te yer alan hisse sentlerinin günlük 2. Seans kapanış değerleri yardımıyla portföy seçenekleri oluşturulmaya çalışılmıştır. Belirsizliğin bulanık kaynaklı olduğu varsayılarak yapıyı ayrıntılı şekilde inceleyebilmek için bulanık matematiksel programlama modellerinden olan Zimmermann yaklaşımından yararlanılmıştır. Bulanık kaynaklı kısıtın rassal bir yapıda olması durumunda ise stokastik programlama problemlerinden şans kısıtlı model incelenmiştir.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: bulanık matematiksel programlama, bulanık mantık, portföy analizi, stokastik programlama, şans kısıtlı stokastik programlama

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru ATALAY, Başkent Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.

ABSTRACT

RISK ANALYSIS BASED FUZZY AND STOCHASTIC PROGRAMMING

Mehveş Güliz TOSUN
Başkent University, Graduate School of Natural Sciences
Department of Quality Engineering

For investors in the stock market, making projections about future returns can be very difficult. Bearing in mind that expected returns involve a significant amount of uncertainty, investors might expect the highest returns to be associated with the lowest risks. In order to mitigate uncertainty and to improve investment quality, alternative future portfolios were offered to investors. This study aims to create portfolio alternatives using the daily closing values of the second session of the Borsa Istanbul [the Istanbul Stock Exchange]. Assuming fuzzy uncertainty, its structure was examined in detail using the Zimmermann approach. This is a fuzzy mathematical programming model. In cases where the fuzzy constraint had a random structure, a chance-constrained model was examined, which is a stochastic programming problem.

KEYWORDS: fuzzy mathematical programming, fuzzy logic, portfolio analysis, stochastic programming, chance constrained stochastic programming

Supervisor: Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru ATALAY, Baskent University,Departman of Industrial Engineering

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

ÇİZELGELER LİSTESİ

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

$\boldsymbol{R_{t+1}}$	(t+1). Gün sonundaki getiri oranı
$\boldsymbol{r_{tj}}$	j. Hisse senedinin t. gün sonundaki değeri
$\boldsymbol{T}$	İncelenen dönem sayısı
$\boldsymbol{t}$	T dönem içindeki herhangi bir t. dönem
$\boldsymbol{\rho}$	Beklenen getiri oranı
$\boldsymbol{r_j}$	j. hisse senedinin T dönemdeki ortalama getiri oranı
$\boldsymbol{r_{tj}}$	j. hisse senedinin t. dönemde gerçekleşen getiri oranı
$\boldsymbol{x_j}$	j. hisse senedinin toplam yatırım içindeki payı
$\boldsymbol{u_j}$	j. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı
$\boldsymbol{M_0}$	Toplam yatırım miktarı
$\boldsymbol{\rho M_0}$	Beklenen getiri miktarı
$\boldsymbol{y_t}$	Yardımcı değişken
$\boldsymbol{a_{tj}}$	j. hisse senedinin t. dönem ve ortalama getirisi arasındaki fark
$\boldsymbol{\sigma_{ij}}$	Etkileşim halinde bulunan i. ve$j$. Hisse senetlerine ait kovaryans matrisi
İMKB	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
İMKB-100	100 şirketin hisse senedi ile sınırlanan bileşik endeks
BIST	Borsa İstanbul

EKLER LİSTESİ

1 GİRİŞ

Gerçek hayat problemlerinde geleceğe yönelik kararlar belirsizlik içermektedir. Karar vericiler gelecekle ilgili tahminde bulunurken nitel, kesinlik içermeyen bilgilerden yola çıkarak karar vermek zorunda kalırlar. Böyle durumlarda sürece bulanık küme teorisi dahil edilerek bulanıklık içeren işlemler sonucunda gerçeğe daha yakın sonuçlar elde etmek mümkün olacaktır. Günlük hayatta karşılaşılan birçok problem belirsizlik içermektedir. Belirsizlik içeren problemlerin incelenmesi, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından geliştirilen bulanık mantık ve bulanık mantık kurallarının temelini içeren ‘‘Bulanık Küme Teorisi’’ ile yeni bir boyut kazanmıştır.

Bulanık küme teorisi; yapay zeka/uzman sistemler, ekonometri, bankacılık, finans, yöneylem araştırmaları ve daha pek o alanda uygulanmakta olup, bu alanlarda karşılaşılan problemlerdeki belirsizlikleri gidermek amacıyla kullanılmaktadır.

Bu çalışmada ilk olarak, BIST’ ten elde edilen hisse senetleri kullanılarak geleceğe yönelik finansal belirsizlikler(beklenen getiri ve risk oranları), bulanık doğrusal matematiksel programlamada mevcut olan yaklaşımlar yardımıyla giderilmeye çalışılmış ve yatırımcılara farklı seviyeler için portföy seçenekleri sunulmuştur. İkinci aşamasında ise beklenen getiri ve riskin rassal (rasgele) olduğu düşünülerek stokastik programlama modellerinden olan şans kısıtlı stokastik programlama modeli yardımıyla farklı seviyeler için portföy seçenekleri elde edilmiştir.

Yatırımlarını finansal piyasalarda değerlendirmek isteyen yatırımcılar, finansal piyasalardaki belirsizlik dolayısıyla karar verme sürecinde zorluk yaşamaktadırlar. Yatırım oranların, getirilerin belirsizliği pek çok risk unusurunu da beraberinde getirmektedir. Yatırımcıların temel amacı yatırımlarını çeşitli menkul kıymetlere yatırmak ve riski en aza indirerek yüksek getiri elde edebilmektir.

Optimal portföy elde edebilmek ve portföy yönetiminde kullanılmak üzere çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu çalışmada ilk olarak, beklenen getirideki belirsizlik dolayısıyla bulanık doğrusal programlama modellerinden biri olan Zimmermann yaklaşımından yararlanılmıştır. İkinci aşamada ise beklenen getirinin rassal olabileceği düşünülerek şans kısıtlı stokastik programlama modeli kullanılarak portföy seçenekleri elde edilmiştir.

Çalışmanın ikinci kesiti portföy analizine ayrılmıştır. Portföy ve portföy analizi ile ilgili temel tanımlama ve bilgilendirmeye yer verilen kesitte portföy analizi yapılırken kullanılan temel analiz teknikleri ve yaklaşımları ayrıntılı şekilde incelenmiştir.

Çalışmanın üçüncü kesitinde, bulanık mantık kavramı, bulanık küme teorisi ve üyelik fonksiyonları ayrıntılı şekilde incelenmiştir.

Çalışmanın dördüncü kesitinde, bulanık matematiksel programlama ele alınmıştır. Belirsizlik içeren gerçek hayat problemleri için kullanılan programlama modeli sayesinde bulanık ortamda karar verme imkanı elde edilir. Bulanık hedefler ve bulanık kısıtlar, bulanık küme teorisi yardımıyla, alternatifler uzayında kesin olarak tanımlanabilirler. Max-min operatörü sayesinde en kötü durumlar arasından elde edilebilecek en iyi sonuç elde edilerek bulanık matematiksel programlama modeli sayesinde optimal sonuçlar elde edilebilineceği açıklanmıştır. Kesit içerisinde bulanık doğrusal programlama modellerinden Verdegay, Werners ve Zimmermann yaklaşımları incelenmiştir.

Çalışmanın beşinci kesitinde, bulanık doğrusal matematiksel programlamanın portföy analizindeki yeri incelenmiş ve finansal piyasalardaki belirsizlik ortamında yatırımcılara yön gösterecek Konno-Yamazaki modeli ayrıntılı şekilde ele alınmıştır.

Çalışmanın altıncı kesitinde ise belirsizliğin bulanıklık değil, rassallık (rasegelelik) içerebileceği düşüncesi ile stokastik programlama konusu ele alınmıştır. Portföy analizinde portföy seçenekleri elde edilmesinde stokastik programlama yöntemlerinden olan şans kısıtlı stokastik programlama modeli incelenmiştir.

Uygulama kısmında ise BIST' ten alınan 69 hisse senedine ait günlük 2. Seans kapanış fiyatları kullanılarak bulanık doğrusal programlama ve stokastik programlama modelleri için ayrı ayrı portföy seçenekleri elde edilmiştir.

Bulanık doğrusal programlama ve portföy analizi başlığı altında yapılan önceki çalışmalara bakıldığında bu konuda pek çok çalışma yapıldığını söylemek mümkündür.

2 PORTFÖY ANALİZİ

2.1 Portföy

Kelime anlamı ‘‘cüzdan’’ olan portföyü, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip oldukları, birbirleriyle ilişkisi olan ve kendine öz ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlık olarak tanımlamak mümkündür. Menkul kıymetler açısından portföy, menkul kıymetlerden oluşan bir topluluğu ifade etmektedir [1].

Portföy genel ekonomik koşullara ve yatırımcıların arzularına göre değişik amaçlarla oluşturulabilir. Portföy yönetiminin amacı sahip olunan servetin satın alma gücünün korunması olabileceği gibi servetin artırılması da olabilir. Yatırımcının kabul ettiği bir risk düzeyinde en yüksek getiriyi sağlamak da portföy yönetiminin amacı olabilir. Portföy amacına ulaşabilmek, belirli niteliklere sahip menkul kıymetlerden portföy oluşturulmasına ve portföyün ihtiyaç duyduğu anda güncellenmesine bağlıdır. Menkul kıymetlerin portföyden ne zaman çıkartılacağı ve yerine ne zaman hangi nitelikte menkul kıymetin ilave edileceğini bilmek portföy yönetiminin etkinliğini artırmaktadır [2]. Bu açıklamalar ışığında portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların, sahip olduğu, birbirleriyle ilişkisi olan ve kendine öz ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlıktır.

2.2 Portföy Yönetimi ile İlgili Tanımlar ve Genel Bilgiler

Finansal piyasalar içinde önemli bir yere sahip olan borsalarda yatırımcıların ortak bir amaçları; getirilerini maksimize etmek ve risklerini minimum düzeye indirmektir. Bu ortak amaç doğrultusunda geliştirilmiş birçok yöntem ve teori bulunmaktadır. Bunlardan en önemlileri; temel analiz, teknik analiz, geleneksel portföy kuramı, modern portföy kuramıdır. Portföy analiz yöntemlerini incelemeden önce portföy yönetimi ile ilgili temel tanımlamalar ve kavramların verilecektir [3]

Tanım 2.2.1 Borsa: Daha önceden ihraç edilmiş menkul kıymetlerin alım ve satımının yapıldığı, fiyatların tespit ve ilan işleriyle yetkili olarak tüzel kişiliğe sahip kurumlardır. [4].

Borsa bir ülkenin sosyal ve ekonomik düzeninin takip edilebileceği temel araçlardan biridir.

Tanım 2.2.2 Menkul kıymet: Ortaklık ve alacak hakkı sağlayan, belli bir meblağı temsil eden, yatırım aracı olarak kullanılan, dönemsel getiri sağlayan, misli nitelikte, seri halde çıkarılan ibareleri aynı ve şartları kurulca belirlenen kıymetli evraklardır [3].

Tanım 2.2.3 Hisse senedi: Bir anonim şirketin, birbirine eşit paylarından birini temsil eden, sahibine şirkete payı oranında ortaklık sağlayan kıymetli evraklardır. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcılar, şirket karından pay alma, şirket yönetimine katılma, oy kullanma, tasfiyeden pay alma, şirket faaliyetlerinden bilgilenme sermaye artımında öncelikli pay alma hakkına sahiptirler [3].

Tanım 2.2.4 Getiri: Hisse senedine yatırım yapanların kazançları, temettü (şirketin bir yatırım dönemi boyunca elde ettiği karın pay başına ödenen miktarı) ve hisse senedinin fiyat artışından olmaktadır. Yatırım yapılan dönem içerisinde temettü tahsilatı yapılmadığı varsayılırsa (varsayım, yatırımcının hisse senedini bir hesap dönemi boyunca tutmama ihtimaliyle birlikte, ilgili şirketin hesap dönemi sonunda temettü dağıtma zorunluluğunun olmamasından dolayı yapılmıştır), hisse senedinin günlük getirisi [5];

$$R_{t+1} = \ln\ r_{(t+1)j}\ \ - ln r_{tj} \tag{2.1}$$

biçiminde tanımlanabilir.

R_{t+1}: (t+1). Gün sonundaki getiri oranı

r_{tj}: j. Hisse senedinin t. gün sonundaki değeridir.

Tanım 2.2.5 Arbitraj: Emtia, kıymetli maden, para ve menkul kıymet gibi finansal varlıkların aynı anda çeşitli piyasalarda farklı fiyatlardan işlem görmesinden yararlanarak elde edilen risksiz kazançtır. Arbitraj, aynı finansal varlığın düşük fiyatlı piyasadan satın alınıp, sonrasında yüksek fiyatlı piyasada satılarak risksiz kar eldesi olarak açıklanmaktadır [1]

Tanım 2.2.6 Risk: En geniş tanımı ile risk objektif olasılıkla belirlenebilen kaybetme şansı olarak ifade edilebilir. Portföy yönetiminde ise riski, portföyün beklenen getirisinin gerçekleşen getirisinden sapması olasılığı olarak tanımlamak mümkündür.

Tanım 2.2.7 Beklenen getiri

Getiri, yatırımcıların yatırımdan belli bir dönem içinde yapılan yatırım karşılığında elde ettikleri geliri göstermektedir. Yatırımcıların amacı kazançlarını maksimum hale getirmektir. Finansal hayat belirsizliklerle dolu olduğu için gelecekteki günlerin yatırımcıya ne getireceğini tahmin etmek oldukça güçtür. Bu sebeple kazançlar üzerindeki belirsizlik göz önünde bulundurulduğunda tahmini kazancın elde edilmesini sağlayan beklenen getiri kavramı ortaya çıkmaktadır.

Bir finansal varlığın beklenen getirisi, bu finansal varlığın geçmiş davranışlarından elde edilen bir model üzerinden hesaplanan gelecek değer öngörüsünün, finansal varlığın bugünkü değerinden yüzdesel değişimidir [6].

Yatırım kararları geçmiş bilgiler ışığında geleceğe yönelik verildiği için getirinin beklenen değeri oldukça önemlidir. Beklenen getiri belirsizlik ortamında elde edilen beklenen getiri sonuçlarının ortalamasıdır. Matematiksel olarak beklenen getiri;

$$r = \sum_{j=1}^{n} p_j r_j \quad , j = 1, \ldots , n \tag{2.2}$$

olarak ifade edilir. Burada,

r : Beklenen getiri

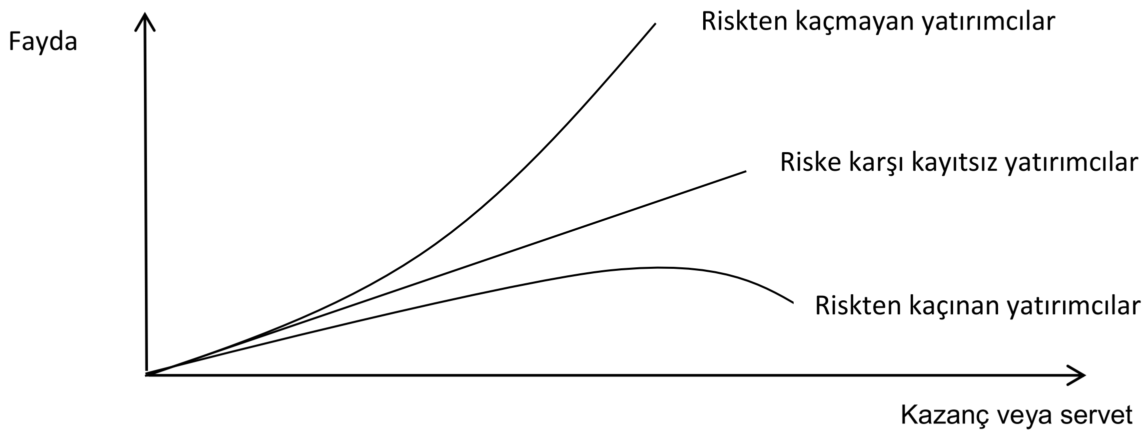
p_j: j. Durumda kazancın gerçekleşme olasılığı

r_j: j. Durumun gerçekleşme durumunda yatırımın beklenen getirisidir.

2.3 Risk ve Beklenen Getiri İlişkisi

Gerçek yaşam problemleri belirsizliklerle doludur. Gelecekte nelerle karşılaşılacağını bugünden kestirmek güç olabilir. Finansal yatırımcılar düzenli getiri sağlayan yatırım seçeneklerini tercih etmekte ve geleceğe yönelik fikir sahibi olabilmek isterler. Getiri ve risk yatırımcıların kararlarını etkileyen iki önemli etmendir.

Portföy yönetiminin kurumsal temelini oluşturan varsayımlardan birisi risk ve getiri arasında ters orantılı bir ilişkinin bulunduğudur. Her mali yatırımcının riski kabullenme konusundaki tavırları farklıdır. Bu farklılık bireylerin ellerine geçecek son paraya verdikleri değerin olabilmesinden kaynaklanır. Bu bakımdan mali yatırımcılar; riskten kaçınan yatırımcılar (risk averter), riske karşı kayıtsız yatırımcılar (risk indifferent), riskten kaçmayan yatırımcılar (risk taker) olmak üzere üçe ayrılır [8].



Şekil 2.1 Risk ve getiri ilişkileri

Şekil 2.1' de görüldüğü gibi riskten kaçınan mali yatırımcıların kazanç serveti arttıkça bu artışın sağladığı fayda giderek daha az oranda artmaktadır. Kuşkusuz mali yatırımcıların riske karşı tavırlarını gelirleri, yaşları, yaratılışları, cinsiyetleri, meslekleri ve benzeri birçok faktörler etkilemektedir. Ancak portföy kuramı yönünden önemli olan husus bütün yatırımcıların rasyonel davrandığı belirli risk düzeyinde en yüksek getiriyi, belirli getiri düzeyinde de riski en az olan portföyü seçeceğidir. Tasarruf sahipleri yatırımlara girişirken riske karşı kayıtsız olabilirler. Böyle bir durumda fayda fonksiyonunun doğrusal olduğunu söyleyebiliriz. Yani portföy getirisi arttıkça elde edilen fayda da sabit bir oranda artmaktadır.

Mali yatırımcıların risk ve getiriye zaman içerisinde verdikleri değer bakımından da farklı şekilde yaklaşmaları mümkündür. Özellikle geliri tüketim harcamalarını karşılamaya yetmeyen ve negatif tasarruf yapma durumunda olan mali yatırımcılar gelir açığını kapatmak için daha önceki birikimlerini nakde çevirerek menkul değerlere yatırmayı düşünebilirler. Bu kişiler genellikle riski az ve kısa sürede gelir sağlayan portföylere yatırım yapmayı tercih ederler. Oysa pozitif tasarruf yapmak imkanına sahip bulunan mali yatırıcılar, kendilerine riski fazla olsa bile uzun dönemde daha fazla getiri sağlayan portföy seçeneklerini ararlar. Birçok yatırımcıya beklemediği anda gelir sağlayan bir şirketin ortağı olmaktan çok, büyüme potansiyeli bulunan bir şirketin ortağı olmak daha önemli olabilir [8].

Risk yatırımcının riski kontrol edebilme ve sınırlandırabilme olanağına göre ikiye ayrılmaktadır. Portföy kuramında yatırımcının riski kontrol altına alabilme veya sınırlayabilme olanağının olup olmamasına göre, toplam risk, sistematik ve sistematik olmayan risk olarak iki ana gruba ayrılabilir. Tüm yatırımcıları etkileyen yatırımcı tarafından sınırlandırılamayan risk, sistematik risk olarak yatırımcılar tarafından sınırlandırılabilen ve kontrol altına alınabilen risk ise sistematik olmayan risk olarak adlandırılır [1], [8], [9].

Objektif olasılıkla belirlenebilen, gelecekteki kaybetme şansı olarak tanımlanabilen risk, mali yatırımcılar açısından beklenen getiriden olan sapma olarak tanımlanabilmektedir. Standart sapma ve varyansla açıklanabilen yatırım riski matematiksel anlamda,

$$\sigma^2 = \ _{j=1}^{n}\ r_j r\ ^{2} p_j \qquad (2.3)$$

şeklinde göstermek mümkündür [7].

2.3.1 Risk kaynakları

Mali yatırımcının karşı karşıya kaldığı toplam risk iki bileşenden oluşur. Toplam riskin birleşenleri sistematik risk ve sistematik olmayan risklerdir. Yatırım yapılan menkul değerin toplam riski,

$$\acute{O}_i^2 = B_i^2 \acute{O}_m^{-2} + \acute{O}_e^{-2} \qquad (2.4)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik (2.4)’ deki,

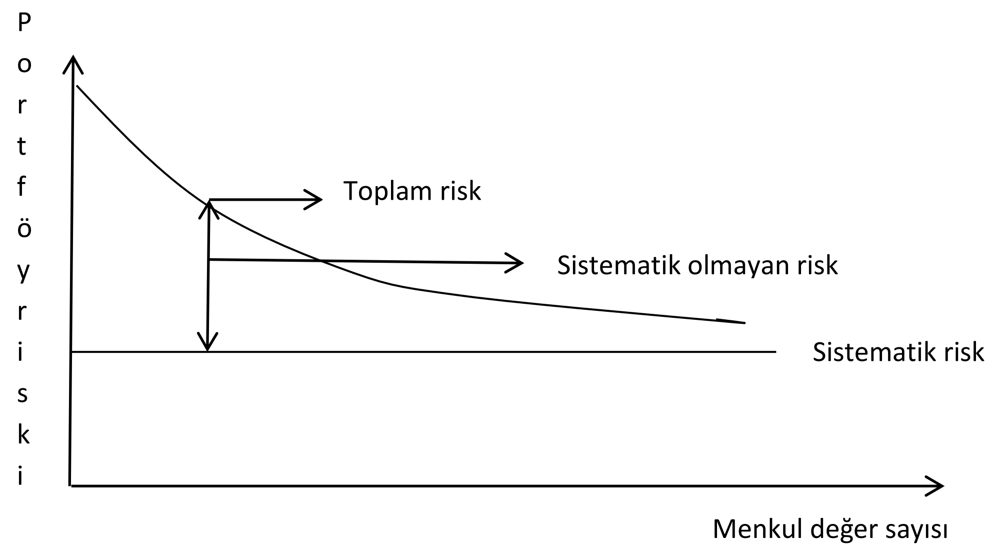
$\acute{O}_i^2$: Yatırım yapılan menkul değerin toplam riski

B_i^2: i. menkul değerin sistematik riske karşı duyarlılığı

$\acute{O}_m^2$: Sistematik risk

$\acute{O}_e^2$: Menkul değerin kendine özgü olan sistematik olmayan risk tüm ekonomiyi ilgilendiren ve işletme yöntemlerinin veya portföy sahiplerinin kaçınamayacakları risklerdir.

Risk bileşenlerinin grafiksel gösterimi Şekil 2.2 ile verilmiştir.



Şekil 2.2 Risk Bileşenleri

İşletmelerin yatırımlarını çeşitli projeler arasında bölüştürmeleri veya farklı yatırım alanlarına yatırım yaparak riskten kaçmaları mümkün olmamaktadır [8].

Sistematik ve sistematik olmayan riskler de kendi içlerinde farklı riskleri içermektedir.

Sistematik risk: Yatırımcılar tarafından sınırlandırılamayan risk türü olup kendi içinde dört farklı riski barındırmaktadır. Bunlar; piyasa riski, faiz oranı riski, satın alma gücü riski ve politik risktir.

a) Piyasa riski: Yatırımcıların piyasaya veya genel ekonomik duruma ait beklentilerindeki değişmelerin, sermaye piyasasında işlem gören menkul kıymet fiyatlarında dalgalanmalar neden olarak, zarar etme olasılığının artmasıyla oluşan risktir. Örneğin 1929 ekonomik krizinin hemen ardından hisse senetleri fiyatlarının süratle düşmeye başlaması, milyonlarca insanın ellerinden bulundurdukları senetleri bir anda değersiz bir kağıt durumuna sokmuş ve bu durum yüzlerce insanın intiharına neden olmuştur. Günümüzde bir Amerikalı hisse senetlerinin bir kısmına sahip olduğu zaman “Benim Honda’m” diyebilmektedir. Tokyo’ daki bir Japon’ un hisse senedine sahip olduğu bir Amerikan şirketine sahip çıkması da buna benzer bir örnek olacaktır. Dolayısı ile bir Amerikan şirketinin iflas noktasına gelmesi, batının uluslararası finans piyasalarını bütünü ile etkilemektedir. Uluslararası finans piyasalarına böylesine sıkı bağlarla bağlı bir ülkede meydana gelebilecek bir depresyon şu veya bu ölçüde diğer ekonomileri de etkileyecektir [3], [8].

Piyasa riski, hem tahvillere hem de hisse senetlerine etki etmektedir. Bununla birlikte, hisse senetleri piyasa riskinden daha fazla etkilenmektedirler. Çünkü hisse senetleri kazançları belli değildir ve bu durum hisse senetlerini tahmin edilenden daha fazla piyasa riskine maruz bırakır [10].

b) Faiz oranları riski: Faiz oranlarında özellikle artış yönündeki değişmelerin kıymet fiyatları üzerindeki olumsuz etkisiyle oluşur. Piyasa faiz haddinde meydana gelen değişmeler, menkul kıymetlerin piyasa fiyatlarını önemli ölçüde etkilemektedir. Faiz oranları uzun dönemde aşağı ve yukarı doğru hareket ederler. Bu değişme menkul kıymet fiyatlarını belli oranlarda ve aynı yönde etkilemektedir. Gerek hisse senedi gerekse tahvil fiyatları faiz oranlarıyla ters orantılı olarak hareket ederler. Özellikle sabit gelirli menkul kıymetlerde bu etki, değişken gelirli menkul kıymetlere göre daha fazladır [11]. Senetlerin değeri, senetlerden elde edilen gelirin halihazır değerine eşittir. Senetlerin halihazır değerlerini piyasa faiz oranları belirlerken senetlerin veya mali aktiflerin fiyatları faiz oranlarındaki değişmenin aksine bir değişme seyri göstermektedir [12].

Faiz oranlarındaki bir değişiklik, sabit faiz gelirine sahip olduğu için tahvilin piyasa fiyatını ters yönde etkileyecektir. Bir dönemlik bir tahvilin kazancı,

$$r_t = \frac{i_t+(P_{t+1}-P_t)}{P_t} \tag{2.5}$$

biçiminde tanımlanır.

Eşitlik (2.5)' de,

i_t: Tahvil faizi olarak sabit geliri,

P_{t+1}: t+1 dönemindeki tahvilin piyasa fiyatı,

P_t: Devre başındaki tahvilin fiyatıdır.

Piyasa faiz haddinin tahvil faiz haddinin üzerine çıkması halinde tahvilin kıymetinde bir azalma, buna karşılık piyasa faiz haddinin tahvil faiz haddinin altına düşmesi halinde de tahvilin piyasa fiyatında artma olmaktadır [10].

c) Satın alma gücü riski: Ülkenin gelecekteki nakit girişlerinin, yatırımcıların satın alma gücü üzerindeki etkisiyle oluşan belirsizlik durumudur. Bu riske enflasyon riski adı vermek de mümkündür [3]. Fiyatlar genel seviyesindeki yükselmeden dolayı paranın satın alma gücündeki düşüş, menkul kıymet yatırımlarının verimliliğini etkilemektedir. Farklı derecelerde de olsa bütün menkul kıymet kazançları enflasyon haddindeki artıştan etkilenir [13].

Reel satın alma gücünü hesaplayabilmek için aşağıdaki formülden yararlanılır:

$$X = \frac{1+r}{1+\frac{\Delta P}{P}} \tag{2.6}$$

biçiminde hesaplanır. Eşitlik (2.6)' da,

X: Reel satın alma gücü

r: Piyasa nominal faiz oranı

$\frac{\Delta P}{P}$: Fiyat değişiklikleridir.

Hisse senetleri değişken bir gelire sahip oldukları için, sabit gelir getiren tahvillere nazaran daha az satın alma gücü riskine maruz kalırlar. Fakat hisse senetleri her zaman enflasyon dönemlerinde reel satın alma gücünde artışa sebep olacak kazançlara sahip olmayabilirler [12].

d) Politik risk: Olası siyasi, ekonomik krizler ve bunlara ilaveten savaş gibi durumların yaşanmasıyla oluşan risktir. Bu durumlarla birlikte döviz kurlarındaki dalgalanmalar, yabancı sermaye yatırımlarındaki azalmalar ve benzeri durumlar da bu riskin kapsamına dahil edilebilmektedir [3].

Sistematik olmayan risk: Yatırımcılar tarafından sınırlandırılabilen bu risk türü kendi içinde dört farklı riski barındırmaktadır. Bunlar; finansal risk, faaliyet riski, yönetim riski ve endüstri riskidir.

a) Finansal risk: İşletmenin borç ödeme yeterliliğinin azalması olarak açıklanabilir. Bir işletmeye ait finansal riski artıran faktörlerden en önemlileri;

i. Borçların artması
ii. Satışlardaki azalmalar
iii. Hammadde fiyatlarındaki artış
iv. Yeni teknolojiye ayak uyduramamak
v. Sektör içi rekabetin artması
vi. Grevler
vii. İşletme sermayesinin yetersiz kalmasıdır [3].

İşletmelerin finansal destek derecelerinin yükselmesi yani banka kredileri, tahviller gibi faiz ödeme taahhüdü getiren borç kalemlerinin artması, bu taahhüdün yerine getirilmemesi ihtimalini de artırmaktadır [14]. Şirketlerin finansal riskini tespit etmek için kullanılan rasyolardan biri de, Borç/Toplam aktif rasyosudur. Bu oran firmanın toplam yatırımlarının yüzde kaçının borçlarla finanse edildiğini gösterir. Şirketin mali aktiflerine yatırım yapmak isteyenler bu oranın düşük olmasını arzularlar. Çünkü bu oranın düşüklüğü, menkul kıymete yatırım yapanların güvencesinin yüksek olması demektir. Bu da finansal riski azaltan unsurlardan biridir [15].

b) Faaliyet riski: İşletmelerin aktiflerinin oluşumu ile ilgilidir. Toplam aktifleri içinde sabit aktiflerinin payı büyük olan bir işletmenin faaliyet riski de yüksektir. Sabit aktiflerin büyük olması, işletmenin makine ve teçhizat gibi kalemlere büyük yatırım yaptığını göstermektedir. Bu da işletmenin sabit giderlerinin yüksek olması demektir. Sabit giderlerin yüksek olması, satışlarında bir düşme olduğunda sabit giderler düşürülemeyeceğinden işletme zarar edebilir. Bu nedenle yatırım yapmadan önce kuruluşların faaliyetinin incelenmesi ve gelecekte göstereceği gelişme hakkında tahmin yapılması gerekmektedir [10].

c) Yönetim riski: İşletmelerin kötü yönetilmelerinden doğan risk türüdür. Yönetimin yapabileceği hatalar, işletmenin satışlarının düşmesine ve az kar elde etmesine neden olacağından, yönetim riskini artırır [3],[8].

Yönetim hataları, hisse senetlerinin değerini belirleyen değişkenleri büyük ölçüde etkilemektedir. Hatalı bir yatırım kararı, işletmenin sabit giderlerini artırabilir ve faaliyet riskinin yükselmesine sebep olabilir. Bunun yanı sıra işletmenin kaynak seçiminde hatalı davranışı ise işletmenin finansal riskini artırıcı yönde etki etmektedir [16].

d) Endüstri riski: Endüstrideki değişiklikler, yalnızca o endüstri içindeki firmaları etkilemektedir. Bu endüstri dışındaki iş kolları söz konusu değişikliklerden etkilenmezler. Olumsuz değişikliklere açık bir endüstride risk yüksektir. Menkul kıymetlere yatırım yapmadan önce endüstri riskini incelerken diğer endüstrilerin taşıdığı riskler de göz önünde bulundurulmalıdır. Bununla birlikte hammadde kaynakları dışa bağımlı bir endüstrinin riski, ülkemizde yerli hammaddeyi kullanan bir endüstrinin riskinden daha fazladır [15].

2.4 Portföy Çeşitleri

Değişik menkul kıymetlerden veya yatırım araçlarından, çok sayıda portföy oluşturulabilmektedir. Ancak hisse senedi ve tahvil gibi geleneksel menkul kıymetler açısından bakıldığında üç farklı portföyden söz edilebilir. Bunlar; tamamı tahvillerden oluşan portföyler, hisse senedi ve tahvillerden oluşan portföyler ve tamamı hisse senetlerinden oluşan portföylerdir;

Portföyü hisse senedi ve tahvil gibi temel menkul kıymetler dışındaki yatırım araçlarıyla oluşturmak da mümkündür. Bu tür portföyler oluşturulurken, yatırım araçları arasında karşılaştırma yapılır. Yatırım süresi boyunca hangi tür varlıkların daha verimli olacağı çeşitli istatistiki tekniklerle hesaplanarak tahmin edilir. Verimli varlıklar seçilerek portföye dahil edilir. Hisse senedi ve tahvil dışındaki yatırım araçlar:

1. Varlığa Dayalı Menkul Kıymet
2. Finansman Bonoları
3. Hazine Bonosu
4. Gelir Ortaklığı Senetleri
5. Banka Bonoları veya Banka Garantili Bonolar
6. Metrekare Konut Sertifikaları
7. Mevduat ve Mevduat Sertifikaları
8. Repo
9. Döviz ve Döviz Tevdiat Hesapları
10. Altın

olarak sıralanabilir.

Yatırımcıların portföylerinden beklentileri farklı derecelerde olabileceği için yapılacak bir portföy çeşitlendirme yatırımcı özelliklerine göre değişiklik gösterecektir [17].

2.5 Portföy Yönetimi ve Analiz Yöntemleri

Zamanla değişen ekonomik koşullar portföylerin de alınıp satılmasını gerektirir. Bu yüzden değişen ekonomik koşullarda gözetilerek portföyde değişiklik yapmaya portföy yönetimi denir. Belli tutardaki bir fonun, fon sahibinin tercihlerini de dikkate alarak, üstlenilen riske göre en yüksek getiriyi elde edecek belirli varlık gruplarına yatırıldığı, zaman içindeki gelişmelere göre varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının değiştirildiği ve performanslarının sürekli olarak değerlendirildiği dinamik bir süreçtir [18].

Portföy yönetiminde amaç, karar vericinin risk ve getiriye karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkarılacağına karar vermektir [19].

Portföy yönetiminin en önemli fonksiyonlarından biri, risk ve getiri arasında ilişki kurmaktır. Herhangi bir menkul kıymete yatırım yaparken göz önünde tutulacak en önemli unsur, söz konusu menkul kıymete ait risk ve getiri arasındaki ilişkidir. Çünkü yatırım araçlarının seçimi, büyük ölçüde bu iki unsurun karşılaştırılmasını ve bunlar arasında uygun bir değişimin saptanmasını gerektirir. Genellikle yatırımcılar, getiri oranı hakkında oldukça fazla bilgi sahibi oldukları halde, risk kavramı hakkında yeterli bir bilgiye sahip değildirler. Bu nedenle, risk türleri ve toplam riskin kaynaklarının neler olduğunun açıklanması, bilinçli yatırım kararlarının alınması yönünden çok büyük önem taşımaktadır [20].

Portföy analizi yapılırken kullanılan analiz teknikleri ve yaklaşımlar dört ana başlık altında incelenmektedir.

2.5.1 Temel analiz

Hisse senetlerinin ait oldukları şirketlerin bilançolarının ve finansal durumlarının incelenmesi esasına dayanan temel analizde ilk olarak makro ekonomik görüş esas alınmalıdır. Temel analizi uygulayanlar, hisse senedinin cari fiyatı ile karşılaştırarak yatırım kararını verirler. İlgilenilen şirkete ait hisse senedinin gerçek değerini belirlemek amacıyla ülke ekonomisinin, para hareketlerinin, şirketin bağlı olduğu sektörün durumunun, pazar payının, gelir tablolarının ve bilançolarının incelenmesi gerekmektedir. Bahsi geçen bilanço belli bir tarihte şirketin varlıklarını, borçlarını ve öz sermayesini ayrıntılı bir şekilde göstererek, şirketin mali durumunu muhasebe kayıtlarına göre ortaya koyan bir tablo olarak tanımlanabilir [21], [74].

Temel analiz yöntemi içerisinde de çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Ekonomi-Endüstri- Ortaklık analizi bu yöntemler içerisinde en çok kullanılanlarıdır. Bu analizde ilk olarak ülke ekonomisinin içinde bulunduğu durum incelenir. İnceleme sırasında göz önünde tutulması gereken göstergeler;

1. Faiz oranları (iç borçlanmanın toplam borçlara oranı, faiz ödemelerinin toplam borçlara oranı, faiz ödemelerinin bütçe gelirine oranı ve iç borçların gayri safi milli hasılaya oranı),
2. Para arzı ve talebinin dengesi (emisyon hacmi),
3. Enflasyon oranları,
4. Dış ticaret açıkları,
5. Ödemeler dengesi açıkları
6. Banka faiz oranları,
7. Döviz fiyat hareketleri,

8. Kamu kesimi harcamaları,
9. Merkez Bankası para politikaları,
10. Ülke parası ile ilgili siyasi kararlardır [22].

Bu incelemelerden sonra genel ekonomik durumdan sektörlerin nasıl etkilenecekleri araştırılır. Yatırım yapılacak sektör veya sektörler belirlendikten sonra sektördeki firmalardan yatırım yapılması avantajlı olanının belirlenmesi için bilanço kalemlerinin incelenmesi gerekmektedir. Bu aşamada dikkat edilmesi gerekli noktalar, pazar payları, rekabet güçleri, karlılık durumları, ürettikleri mal ve hizmetlerin maliyeti, öz sermaye durumları, patent ve imtiyaza sahip olup olmadıklarıdır.

Ekonomi- Endüstri-Ortaklık analizinde yukarıdaki unsurlara göre yatırım yapılacak şirketlere karar verilir. Bu analiz şekli dışında bilanço kalemleri arasındaki ilişkileri göz önüne alarak yapılan analizler de bulunmaktadır. Bunlardan en önemlisi oran analizleridir. Bilanço kalemleri arasındaki oranlar bulunup, diğer şirketlerin oranları ile karşılaştırılması, oran analizinin mantığını oluşturmaktadır. En çok kullanılan oranlara örnek olarak Fiyat-Kazanç oranı, Piyasa Değeri-Defter Değeri oranı, Cari oran ve Borçluluk oranları verilebilir [3].

2.5.2 Teknik analiz

Teknik analiz, geçmiş fiyat hareketlerine dayanarak hisse senedi fiyatı tespit etmeye çalışmaktır. Bu analiz türü hisse senetlerinin yalnız kazanma beklentilerini değil, görülmeyen piyasa psikolojisini de yansıtmaktadır.

Teknik analiz bünyesinde yüzlerce gösterge bulunmaktadır. Bazı göstergelerin isimlerinden de anlaşılacağı üzere istatistiksel hesaplamalarla ortaya çıkmışlardır. Örnek olarak hareketli ortalamalar, medyan, standart sapma, korelasyon katsayısı verilebilir. Geçmiş fiyat hareketlerinden yararlanarak cari fiyatın hangi seviyelerde oluşacağı, gerek grafiklerin gerekse göstergelerin değerleriyle karşılaştırılarak tahmin edilmeye çalışılır. Teknik analiz bilimsel bir yöntem olmamakla birlikte, incelenen hisse senedinin içinde olduğu sektör, şirketin mali yapısı ve şirketin ismi önemsenmez. Teknik analizle yatırım kararı verilirken yatırımdan karlı çıkmanın garantisi verilmemektedir. Portföy teorisi, yatırımcıların tamamen beklenen getiri ve risk ölçülerine dayanarak, portföyler arasında bir seçim yapıldığını varsayar. Bu iki kavram arasında belli bir olasılık dağılımının var olduğu kabul edilir [23].

2.5.3 Geleneksel portföy kuramı

Başarılı portföy oluşturulmasına olanak sağlayan iki temel portföy yönetimi yaklaşımı vardır. Bunlar menkul kıymetlerin çeşitlendirilmesi esasına dayanan geleneksel portföy yaklaşımı ve daha çok matematiksel temele dayanan modern portföy yaklaşımıdır [22]. Portföy kuramlarında temel amaç getiriyi maksimum yaparken, riski minimize ederek optimal portföyler elde etmektir.

Geleneksel portföy kuramının amacı, yatırımcılara maksimum faydayı sağlamaktır. Tüketicilerin maksimum faydayı elde edeceği mal ve hizmeti nasıl seçtiği düşünülürse, yatırımcıların da benzer şekilde risk ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini maksimum yapan bir portföyü seçebilecekleri kabul edilmektedir. Başka bir ifadeyle, ortaya çıkan risk düzeyine göre yatırımcılar, bekledikleri faydayı maksimum yapmaya çalışırlar [24].

Geleneksel portföy kuramı çeşitlendirmeye önem vermektedir. Portföy için seçilecek olan menkul kıymetler arasında ilişkilendirme dikkate alınmamakta ve menkul kıymet seçiminde sayısal verilere ayrıntılı olarak yer verilmemektedir. Geleneksel portföy kuramına göre riskin dağıtılması esas amaçtır. Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin aynı yönde hareket etmeyeceği göz önünde bulundurularak portföy riskinin de tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacağı söylenebilir. Buradan yola çıkarak geleneksel portföy kuramının, portföydeki menkul kıymetlerin çeşitlendirilmesine dayandığını söylemek mümkündür [25].

Geleneksel portföy kuramında riskin birden fazla menkul kıymete dağıtılması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 30 tane hisse senedinden oluşturulmuş olan bir portföyün 6 tane hisse senedinden oluşturulmuş portföyden 5 kat daha iyi çeşitlendirildiği algılanır. Başka bir ifadeyle 6 hisse senedinden oluşan portföy diğerinden 5 kat daha fazla risk taşımaktadır. Riskin bu şekilde dağıtılmasına yalın çeşitlendirme denir ve ‘‘Bütün yumurtaları aynı sepete koymamak’’ ifadesiyle sembolleştirilir. Yalın çeşitlendirmede menkul kıymetlerin getirileri arasında ilişkiler göz önüne alınmaz.

Geleneksel portföy analizine göre menkul kıymetlerin birbirleriyle ilgili olmayan endüstrilerden seçilmesiyle iyi bir çeşitlendirme yapılmış olur ki bu durumda bir şirket ya da bir endüstriye ait menkul kıymetlere portföy içinde ağırlık verilmemesi gerektiği savunulmaktadır [3]

Geleneksel portföy yaklaşımında portföy getirisini, portföy içinde yer alan menkul kıymetlerin kar oranları ile ifade etmek mümkündür. Bu sebeple yatırımcılar yatırımda bulundukları menkul kıymetlerin gelecekteki getiri oranlarını ve geçmiş veriler yardımıyla gelecekteki risk değerlerini bilmek isterler. Yapılan portföy optimizasyonlarının temel amacı getiri oranlarını maksimum riski ise minimum seviyede tutan portföyler elde etmektir. Portföydeki menkul kıymetlerin getiri oranları farklı olacaktır. Bu nedenle geleneksel portföy yaklaşımı, portföyün toplam riskinin tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacağı varsayımı doğrultusunda, portföy içinde yer alan menkul kıymetlerin sayısını arttırmaya yönelik yaklaşımdır.

Geleneksel portföy analizinde ortaya çıkan en büyük sorun aşırı çeşitlendirmedir. Aşırı çeşitlendirmenin başlıca sakıncaları,

1. Çok sayıda menkul kıymetten oluşan portföyün yönetiminin güç olmasıyla birlikte araştırma maliyetlerinin artması,
2. Satın alınacak menkul kıymetin taşıdığı riske göre gerekli getiriyi sağlayamaması,
3. Portföydeki menkul kıymet sayısının artması ile komisyon giderlerinin artması olarak sıralanabilir [3].

1950'li yıllara kadar kabul gören, menkul kıymet getirirleri arasındaki ilişkileri ve nicel verileri önemsemeyen geleneksel yaklaşım 1950'lerde yerini matematiksel ve istatistiksel yöntemlere dayanan modern portföy kuramına bırakmıştır.

Geleneksel portföy yaklaşımı, üç aşamadan oluşur. Bu aşamalar, yatırımcılara ait bilgilerin toplanması, portföy amaçlarının belirlenmesi ve portföye alınabilecek menkul kıymetlerin seçilmesi olarak verilebilir [26].

2.5.4 Modern portföy kuramı

1950'li yıllardan sonra ortaya çıkan ve varlıklar arasındaki ilişkileri göz önüne alarak portföy oluşturmaya dayanan bu kurama göre, portföyde yer alan menkul kıymet ya da menkul kıymet gruplarının doğrusal ya da ters yönde hareket ettikleri göz önünde bulundurularak yalnız yalın çeşitlendirme ile riskin azaltılamayacağı varsayılmaktadır. Markowitz (1952), 1952 yılında yayımlanan "Portfolio Selection" adlı makalesi ile ortalama varyans modelini ortaya koymuş ve modern portföy teorisinin temellerini atmıştır. Markowitz portföy riskinin, portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabileceğini ve sistematik olmayan riskin sıfır yapılabileceğini göstermiştir.

Modern portföy kuramının temeli tüm yatırımcıların aynı risk düzeyinde maksimum getiriye, aynı getiri düzeyinde ise minimum riske sahip olma istekleri üzerine ortaya çıkmıştır [27], [3].

Modern portföy yaklaşımının yaratıcısı Harry M. Markowitz, finansal varlık getirileri arasındaki ilişkilerin göz önünde bulundurmuş ve pozitif ilişki içinde olmayan finansal varlıkların ayni portföyde birleştirilmesiyle beklenen getiriyi azaltmadan riskin azaltılabileceği sonucuna ulaşmıştır [28].

Markowitz' in modern portföy kuramı ile ilgili yaptığı çalışmaları sonraki yıllarda bazı araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalar izlemiştir. Sharpe (1963), Lintner (1965) ve Mossin (1966) bu araştırmacılardan bazılarıdır. Yapılan araştırmalar sonucunda sermaye varlıklarını fiyatlama modeli geliştirilmiş, model uzun süre kullanıldıktan sonra Richard Roll (1977), sermaye varlıklarını fiyatlama modeline alternatif olarak arbitraj fiyatlama modelini geliştirmiştir. Modern portföy teorisi birtakım varsayımlara sahiptir. Buna göre; yatırımcılar kararlarını yalnızca beklenen getiri riski temel alarak alırlar, rasyonel yatırımcılar, belirli bir risk seviyesinde en yüksek beklenen getirili veya belirli bir getiri seviyesinde en düşük riskli portföyleri tercih ederler, yatırımcılar için her yatırımın alternatifi, belirli bir elde tutma dönemindeki beklenen getirilerin olasılık dağılımı ile ifade edilir, etkin portföyleri, portföyü oluşturan her bir menkul kıymetin beklenen getirilerini, getirilerinin varyansını ve menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri hakkında analiz ederek elde etmek mümkündür ve menkul kıymetlerin halka arzında herhangi bir kısıtlama söz konusu değildir. Dolayısıyla yatırımcılar borsada istediği kadar hisse senedi alabilme imkanına sahiptir [29].

Modern portföy kuramı içerisinde yer alan önemli modeller vardır. Bunlardan bazıları aşağıda incelenmiştir.

2.5.4.1 Markowitz (Ortalama-Varyans) modeli

Yatırım teorilerinin temelleri 1700’ lü yıllara kadar giderken, portföy teorisinin gündeme gelmesi ve sermaye piyasası teorisine uygulanması 1950’ lerin ortasında başlamıştır. Modern portföy teorisi, risk ve kazanç arasındaki ilişkiyi gösteren bir teoridir [30].

Modern portföy teorisinin kurucusu olarak kabul edilen Markowitz 1959’da yayınladığı kitabında çok sayıda menkul kıymet içeren portföy analizini incelemiştir. Menkul kıymet seçiminden çok, portföy seçimi üzerine yoğunlaşılması gerektiğini savunmuştur. Portföy problemini, varlıklardan oluşan portföyün ortalama ve varyansının seçim problemi olarak formüle etmiştir [31].

Ortalama-Varyans Modeli, Harry Markowitz(1952) tarafından, yatırım kararlarının alınmasında bir yöntem olarak geliştirilmiştir. Markowitz modelinde portföy seçim kriteri olarak ortalama ve varyans kavramları kullanılmaktadır. Bu modelde amaç, optimizasyonu sağlanmış olan portföy oluşturulurken, portföy riskini minimize etmektir. Ancak Markowitz Modeli ’ne göre yatırımcı, hedeflemiş olduğu getiri düzeyine ulaşabilmek için elinde bulundurduğu tüm yatırım tutarını, finansal varlıklara dağıtmak zorundadır.

Markowitz(1952) yatırımcının beklenen risk ve getiri düzeyleri ile ilgili araştırmasında, aynı risk derecesinde farklı getirilere sahip olan portföy seçenekleri ile karşı karşıya olan yatırımcının, yüksek getiriye sahip olan portföyü, düşük getirisi olan portföye tercih ettiğini ortaya koymuştur. Yine aynı getiri düzeyinde farklı risklere sahip olan iki portföy ile karşı karşıya kalan yatırımcı, düşük riskli olan portföy seçeneğini tercih etmektedir [32].

Portföy yönetiminde mali yatırımcının fayda fonksiyonları portföy seçimini belirleyen temel bir faktör olarak ele alınmıştır. Markowitz’ in geliştirdiği ortalama varyans analiz tekniğinde mali yatırımcılar beklenen getiriyi maksimum kılmaya çalışan, çoğu aza tercih eden, riskten kaçınan kişiler olarak tanımlanmıştır [8]

Markowitz'e göre portföy analizi, bireysel menkul kıymetlerle ilgili bilgiyle başlar ve portföyün bütünüyle ilgili sonuçlarla son bulur. Bu analizin amacı yatırımcının amacıyla en iyi uyuşan portföyleri bulmaktır. Menkul kıymetlerin bireysel olarak geçmiş performansları önemli bir bilgi kaynağıdır. Ancak portföy seçimi yalnız geçmiş performanslara değil, gelecek hakkında makul inançlara da dayanmalıdır. Geçmiş performanslara dayanan seçimlerde, geçmiş getirilerin ortalamalarının gelecekteki muhtemel getiri için iyi tahminler olduğu ve getirinin geçmişteki değişkenliğinin gelecekteki belirsizliği için iyi bir ölçü olduğu varsayılır [33]. Markowitz çalışmalarında, getiriler arasındaki ilişkiyi de incelemiştir. Çalışmaları sonucunda menkul kıymetlerin sadece kendi özelliklerini değil, diğer menkul kıymetlerle olan karşılıklı etkileşimlerinin de göz önünde bulundurulması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Menkul kıymet getirileri birlikte artış ve azalış gösterme eğilimindedir. Menkul kıymet getirilerinin birbirleriyle ilişkili olmadıkları düşünülürse, çeşitlendirme riski elimine edecektir. Menkul kıymet getirilerinin mükemmel bir uyum içinde artıp azaldığı durumda ise çeşitlendirme riski elimine edemeyecektir [34].

Markowitz modeli yardımıyla, farklı getiri düzeylerine sahip, hangi hisse senedine ne oranda yatırım yapılacağını belirten optimal portföyler elde edilebilir. Ancak Markowitz modeli geniş ölçekli portföyü optimize etmek amacıyla uygulayıcılar tarafından yaygın bir biçimde kullanılmamıştır. Japonya'nın önde gelen güvenlik şirketlerinden birinin finans müdürü 200'den fazla değişkeni içeren problemin uygulamada çok nadir çözüldüğünü belirtmiştir. Değişken sayısının artmasıyla Markowitz modelinin yeterli gelmediği ve hesaplama yükünün arttığı görülmüştür.

Dolayısıyla gerçek yaşam problemlerinde bir model geliştirebilmek için, σ_{ij} değerlerini geçmişten alınan veriler veya geleceğe yönelik bazı işlemler aracılığıyla hesaplamak gerekmektedir. Yatırımcıların böyle bir hesaplamayı sıkıcı ve yorucu bulması şaşırtıcı değildir. Bunun dışında, n değişken sayısı olmak üzere, $n \geq 500$ olduğu durumlarda, neredeyse bütün σ_{ij}'lerin sıfırdan farklı olduğu bir geniş ölçekli yoğun kuadratik programlama problemini çözmek çok zordur. Hesaplamadan kaynaklanan bu güçlük, faktör (endeks) modelleri (Sharpe 1963, Perold 1984) ve aralıklı matris teknikleri (Pang 1980, Perold 1984) kullanılarak büyük ölçüde hafifletilebilir. Fakat yine de geniş ölçekli kuadratik programla problemlerine gerçek zamanlı optimal bir çözüm getirebilmek kolay değildir.

Yatırımcıların böyle bir hesaplamayı tercih etmemelerindeki ikinci bir sebep ise, yatırımcıların risk ve hisse fiyatlarının dağılımı konusundaki düşüncesidir. Bir çok yatırımcı standart sapmanın risk ölçütü olarak kullanılmasını geçerli bir yöntem olarak görmemektedir [35]. Elde edilen küçük miktardaki karlar yatırımcılara yeterli gelmemekte ve yatırımları sonucunda büyük karlar elde etmek istemektedirler. Bu düşünceye sahip yatırımcıların risk konusundaki algısı ortalamaya göre simetrik değildir.

Tokyo Borsası'na ait hisseler üzerinde yapılan çalışmalar, R_j' lerin (j. menkul kıymetin periyot başına olan getiri oranını temsil eden rasgele bir değişkenlerin) pek çoğunun normal ve simetrik dağılıma sahip olmadıklarını göstermiştir. Dolayısıyla, ortalama ve varyansın dışında üçüncü bir dağıtıma da ihtiyaç duyulmaya başlanmıştır. Diğer bir ifadeyle, Markowitz' in modeli yatırımcının karşı karşıya olduğu daha karmaşık optimizasyon problemine bir yakınlaşma olarak görülebilir.

Diğer bir neden işlem maliyeti/yönetim gideri ve kesme etkisidir. Geniş ölçekli bir kuadratik programlama probleminin optimal çözümü olan $x^* = \; x_1^*, \dots, x_n^*$ genellikle pek çok sıfır dışı unsur içerir. Aslında, $n > 1000$ olduğu durumlarda, x^*'ın en az 100 ile 200 bileşeninin pozitif olması beklenmektedir. Bu, yatırımcının pek çok farklı hisse satın alması gerektiği ve bu hisselerin çoğunun da toplam fonun yüzde birini oluşturacağı anlamına gelir. Bu, uygulama çok zahmetlidir çünkü küçük miktarda pek çok farklı hisse satın almak için önemli miktarda bir işlem maliyeti ödenmesi gerekmektedir. Ayrıca, işlem birimlerinin altında kalan hisseleri küçük tutarlarda almak her zaman mümkün olmayabilir. Bu nedenle, sayıların minimal birimin tamsayılı katsayılarına yuvarlanması gerekmektedir. Aksi takdirde, eğer $n > 20$ ise çok uğraştıracak bir tamsayılı kuadratik programlama probleminin çözülmesi gerekmektedir. Buna ilaveten, 100 hisseli bir portföyün yönetilmesi imkansız olmasa da yapılacak işlemler bir hayli zordur. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için daha az ağırlıklı hisselerin saf dışı bırakılması gerekmektedir.

Ancak, bu kesme süreci portföyü öyle etkileyebilir ki sonuçta ortaya çıkan sapma kesin bir modelle elde edilenden çok daha fazla olabilir [36].

Markowitz modelinin varsayımları; yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir, yatırımların olasılık dağılımları yaklaşık normaldir biçiminde sıralanır.

Bu varsayımlar altında, Markowitz modelinde herhangi bir menkul kıymet getirisinin olasılık dağılımı altında öncelikle beklenen getirisi bulunur [3].

x_j toplam M_0 fonu içinden hisse senetlerine yatırılan para miktarı olmak üzere;

Bu yatırımın beklenen getirisi (periyot başına), $\mathrm{E}[.]$ olarak gösterilir ve burada $\mathrm{E}[.]$, rassal (rasgele) değişkenin beklenen değerini temsil eder. Buna göre yatırımın beklenen getirisi

$$E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right] = \sum_{j=1}^{n} E\left[R_j\right] x_j \qquad (2.7)$$

olarak ifade edilmektedir.

Bir yatırımcı beklenen getirinin mümkün olduğunca geniş olmasını beklerken riskinin de mümkün olduğunca az olmasını ister.

Harry Markowitz, 1959 yılında yaptığı çalışmasında riskin ölçümü olarak getirinin standart sapmasını (periyot başına) kullanmıştır ve parametrik kuadratik programlama problemi olarak portföy optimizasyon problemini,

$$\sigma\left(x_1, \ldots, x_n\right) = \sqrt{E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right]^2} \qquad (2.8)$$

Min $\quad \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j$

Buna bağlı olarak $\quad \sum_{j=1}^{n} r_j\, x_j \geq \rho M_0$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \ldots, n$$

olarak tanımlamıştır. Eşitlik (2.8)'de;

$r_j = E\ R_j$

$\sigma_{ij} = E\ (R_i - r_i)(R_j - r_j)$ ‘dir. Ayrıca;

ρ: Yatırımcı tararfından istenen minimum getiri oranı

u_j, hisse senetlerine yatırılabilecek maksimum para tutarını temsil etmektedir.

1. R_j’ler normal dağıtılmış rassal (rasgele) değişkenlerdir.
2. Yatırımcı portföyünde az standart sapma olmasını çok standart sapma olmasına tercih eder yani riskten kaçar.

Varsayımları altında (2.8) modelinin geçerli olduğu ve finansal ekonomide bu modele dayanarak pek çok önemli kuram üretildiğini söylemek mümkündür [36].

İstenen risk düzeyinde maksimum getiriyi sağlayan ya da istenen getiri düzeyinde minimum riski sağlayan portföylere etkin portföy adını veren Markowitz etkin portföylerin üzerinde bulunduğu sınıra etkin sınır adını vermiştir. Markowitz etkin sınırın belirlenmesinde karesel programlama yöntemini kullanmıştır..

Çok fazla veriye sahip olunduğu durumlarda Markowitz modelinin en büyük dezavantajı uygulama aşamasındadır. n adet menkul kıymetten oluşan herhangi bir portföy için n adet beklenen getiri, n adet standart sapma ve $n(n-1)/2$ sayıda kovaryansa ihtiyaç duyulmaktadır. Böyle bir durumda toplam $n(n+3)/2$ sayıda parametrenin hesaplanması gerekmektedir [3]. Örnek verilecek olunursa, 69 adet menkul kıymetten oluşacak bir portföy için 2484 adet parametrenin hesaplanması gerekmektedir. Bu parametrelerin hesaplanması zaman ve maliyet kaybına da sebep olmakla birlikte yapılacak işlemlerdeki hata payı da oldukça yüksektir.

Yatırımcılar optimal portföylerini oluştururken, etkin sınır eğrisi ile kayıtsızlık eğrilerinin birbirine teğet olduğu noktadaki portföye yatırım yapmayı tercih ederler. Yatırımcıya en yüksek faydayı sunacak olan kayıtsızlık eğrisinin en üstte yer alması nedeniyle, yatırımcı her zaman için en üst seviyede bulunan kayıtsızlık eğrisine teğet olan portföy seçeneğine ulaşmayı hedeflemektedir. Optimal portföy, yatırımcısına en yüksek faydayı sunan etkin portföy seçeneğidir. Optimal portföyler yatırımcısına en yüksek faydayı sağlayan kayıtsızlık eğrisi ile etkin sınır doğrusunun birbirine teğet olduğu noktada oluşacaktır. Fayda fonksiyonları pozitif eğilimli ve konveks bir yapıya sahiptir. Buna karşılık etkin küme genelde pozitif eğilimle konkav bir yapıya sahiptir [37].

Sonuç olarak, Markowitz modelinin (tam kovaryans matrisi) kullanıldığı geniş ölçekli portföy optimizasyonun yalnızca hesaplamayla ilgili zorluklarından ötürü değil aynı zamanda çözümünün uygulaması ile ilgili komplikasyonlarından dolayı da pratik olmadığı düşünülmüştür [36].

2.5.4.2 Tek indeks modeli

Bu model menkul kıymet getirileriyle bir indeks arasında doğrusal bir ilişki olduğu varsayımına dayanmaktadır. İMKB tüm veya İMKB-100 bu endekse örnek olarak verilebilmektedir. Sharpe, optimal portföyün elde edilmesi için menkul kıymetlerin beklenen getiri, varyans ve menkul kıymetler arasındaki kovaryanslarını bulmanın zorluğunu göz önünde bulundurarak bu modeli basitleştirmiş ve hisse senetlerinin getirilerinin arasındaki korelasyon yerine her bir hisse senedinin getirisinin piyasa ortalama getirisi veya piyasa indeksi ile olan beta katsayılarını kullanmıştır [3], [27].

Tek indeks modeline göre bir hisse senedinin optimal portföye dahil edilip edilmemesinde en önemli etken beta katsayısıdır. İki hisse senedi arasında veya piyasa portföyü ile bir hisse senedi arasında meydana gelen sapma, beta katsayısı olarak adlandırılır. Sharpe bu çalışmasında n(n+3)/2 tane parametre yerine 3n+2 adet parametre kullanarak optimizasyon işleminde Markowitz' in sonuçlarına yakın değerler elde etmiştir. Örneğin 69 hisse senedinden oluşan bir işlemde 2484 parametre yerine 209 parametre hesaplanacağı sonucuna ulaşılabilir. Sharpe bu model sayesinde, Markowitz modelinde yatırımcının karşı karşıya olduğu işlem yoğunluğundan yatırımcıyı kurtarmıştır [38].

Tek indeks modeli, tüm menkul kıymetlerin göreli piyasa değerlerine göre uygun şekilde ağırlandırılmalarıyla oluşturulmuş bir portföy olarak tanımlanabilir. Sadece hisse senetleriyle ilgileniyorsa piyasa portföyü olarak tüm hisse senetlerini kapsayan borsa endeksleri kullanılabilmektedir [39].

Tek indeks modeli, piyasa portföyüne göre oluşturulduğunda;

$$R_j = \alpha_j + \beta_j R_m + \varepsilon_i \quad , j = 1, \dots, n \tag{2.9}$$

şeklinde gösterilir. Eşitlik (2.9)' da,

R_j: j. hisse senedinin getirisi

R_m: Pazar getirisi

α_j: j. hisse senedinin pazarın durağan olduğu durumda piyasa portföyünden bağımsız getirisi

β_j: j. hisse senedinin piyasaya ne kadar duyarlı olduğunu gösteren beta katsayısı

ε_j: Hata değişkenidir.

Sharpe' ın tek indeks modelinde getiri ve risk arasındaki en iyi dengeyi sağlayan optimal portföyü bulmak için Elton ve Gruber(1995) bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemde hisse senetleri öncelikli olarak kestirim değerlerine göre sıralanır. Bu kestirim değeri şu şekilde hesaplanır:

$$(R_J - R_f)/\beta_j \tag{2.10}$$

Burada,

R_j: j. Hisse senedinin beklenen getirisi

R_f: Risksiz faiz oranı

β_j: Piyasa portföyü ile hisse senedi arasındaki beta katsayısıdır [32].

Yüksek getiriye sahip olan hisse senetlerinin hangilerinin portföye dâhil edileceğine ise C^* kesim noktası ile karar verilir. Bu değerin bulunabilmesi için her bir hisse için C_j değerlerinin hesaplanması gerekmektedir [40].

$$C_j = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{(R_J - R_f)\beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}} \tag{2.11}$$

Burada,

σ_m^2: Pazar indeksinin varyansı

σ_{ei}^2: Sistematik olmayan risktir.

Hesaplanan kestirim değerleri C_j ile değerleri karşılaştırılır. C_j değeri, kestirim değerinden büyük olan hisseler oluşturulacak olan portföye dâhil edilirken, küçük olan hisse senetleri portföye dahil edilmez. Kestirim değeri > C noktası kesim noktası olan C^* verir. Portföye dahil edilen hisse senetlerinin seçimi tamamlandıktan sonra, bu hisselere yapılacak olan yatırım tutarlarına karar verilir.

Sonraki aşamada yatırım tutarlarının hesaplanması her bir hisse senedi için Z_i değerleri hesaplanmalıdır. Bu modelde i. hisse senedinin portföy içindeki payı, her bir hisse senedi için hesaplanan Z_j değerlerinin Z_j değerleri toplamına bölünmesiyle bulunur.

$$Z_j = \frac{\beta_j}{\sigma_{je}^2} \frac{R_J - R_f}{\beta_j} - C^* \tag{2.12}$$

$$x_j = \frac{Z_j}{\sum_{j=1}^{n} Z_j} \tag{2.13}$$

Böylece Tek endeks modeline göre oluşturulan bir portföyde yer alan hisse senetlerinin ağılıkları bulunmuş olacaktır [32].

Bu model sayesinde çok sayıda varlık bulunan bir işlem sonucunda en iyi risk-getiri dengesi sağlanarak varlıklar performanslarına göre ağırlıklandırılarak optimal portföy sonucu elde edilmiştir.

3 BULANIK MANTIK

3.1 Mantık Kavramının Gelişimi

Bulanık Mantığın tarihi çok eskilere dayanmaktadır. Aristoteles'in "Var ya da Yok" yasalarına karşın Heraclitus, bir şeyin hem doğru hem de yanlış olabileceği fikrini ortaya sürmüştür. Platon ise bu durumu daha ileriye götürerek "doğru" ve "yanlış" ın dışında, doğru ve yanlışın iç içe olduğu üçüncü bir durumdan bahseder. Ancak ilk kez Polonyalı mantıkçı Jan Lukasiewicz 1900'lerin başında "olası" kavramını ortaya atmıştır. Bu kavram, bulanık mantığın temelini oluşturmuştur. Doğru ile yanlış arasında sonsuz farklı değer olduğundan bahseden Lukasiewicz' nin bu mantığı başlangıçta fazla başarılı bulunmamıştır. Ancak, çok değerli mantık, modern mantıktan bulanık mantığa geçiş sürecini başlatmıştır. Nihayet, L. A. Zadeh 1965'de ilk olarak N değerli mantıktan sonsuz değerli mantığa geçmeyi başarmış ve bunun için önce "Bulanık Küme" (Fuzzy Set) kavramını pekiştirmiştir.

Bulanık mantık ilk olarak 1920 yılında Lukasiewicz tarafından ortaya atılan, Lukasiewicz bu yaklaşımıyla geleneksel mantığın ötesine geçmiş ve önermelerin sadece 0 ve 1 değerleri haricinde, 0 ile 1 arasında kesirli değerler de alabileceğini önermiş ve çok değerli mantık kavramını ortaya atmıştır. Bernard Russell birlikte ünlü fizikçi Max Black bir listedeki ve bir kümedeki elemanlara klasik mantıktaki (0,1) değerin haricinde [0,1] arasında bir değer verilerek, bulanık kümelerin oluşturulabileceğini öne sürmüşlerdir [41].

3.2 Bulanık Kümeler Teorisi

Bulanık Mantık (Fuzzy Logic) terimi, aslen Azerbeycan'lı olan Prof.Dr.Lütfü Asker Zadeh tarafından ilk olarak 1962 yılında ileri sürülmüştür. Bulanık küme teorisi ilk kez California Üniversitesi' nde çalışan bu matematikçi-mantıkçı tarafından geliştirilmiştir. 1965 yılında ''Bulanık Kümeler'' adlı ünlü çalışmasını resmi olarak yayımlamıştır. Konu ile ilgili yapılan çalışmalar kısa sürede ilgi görmüş ve gelişmiş ülkelerin hemen hepsinde hızla gündeme getirilmiştir [42].

Bulanık küme teorisi, insan yönlerini kapsayan karmaşık gerçek hayat sistemlerini (real-world-complex-system) çözmek için daha sağlam ve daha esnek modellerle basitleştirilmiş modeller elde etmeyi hedefler. Ayrıca bu durum karar vericinin sadece verilen kısıtlar altında mevcut bulunan alternatifleri değil, aynı zamanda yeni alternatifler düşünmesine de yardımcı olur.

Bulanık küme teorisi, yöneylem araştırması, yönetim bilimi, kontrol teorisi, yapay zeka vb. pek çok alanda uygulanabilmektedir.

3.2.1 Bulanık kümeler

Gerçek hayat durumlarının her zaman tahmin edilebilir sonuçları olmayabilir. Karar verme sürecinde karar vericiler, klasik bilimsel yaklaşım ve bu yaklaşımın yöntemlerini kullandıklarında siyah-beyaz, iyi-kötü, evet-hayır veya 0-1 gibi iki yönlü kararlar verirler. Ancak gerçek yaşam karar problemlerinde bu tür mutlak ayırımların yapılamayacağı durumların da var olduğu unutulmamalıdır [43].

Kesin matematiksel model ve yöntemler deterministik olmayan karmaşık sistemleri modellemek için yeterli değildir. Geleneksel yaklaşım tarzı olarak, olasılık teorisi belirsizlik eksiklik altındaki durumları ele almak için etkili bir yaklaşımdır. Olasılık teorisinin temellerinden birisi herhangi bir A olayı için $P\ A \cup A^C\ = 1$ olması ve diğeri ise $P\ A \cap A^C\ = 0$ olmasıdır. Bu durumda, olasılık teorisi sınırları açıkça tanımlanabilen bazı bilgileri temsil etmek için kesinlikle iyi bir yaklaşım olacaktır. Havaya atılan madeni bir paranın yazı ya da tura gelme olasılığı tahmin edilebilir bir durumdur. Benzer şekilde havaya atılan bir zar için de sonuç yine tahmin edilebilir bir durumdur. Zarın üst yüzeyine 1, 2, 3, 4, 5 ya da 6 gelebilir fakat hiçbir şekilde 4.5 ya da 2.1 gelemez. Bahsi geçen olasılık yasaları için mevcut birçok problem söz konudur. Fakat bu yasalar gerçek hayat problemlerinde geçerli değildir. Bazı durumlarda kesin bir ifade kullanarak tanımlayamayacağımız özellikler derecelendirmeyle ifade edilmelidir. Örneğin, bir adam şık olabilir, şık olmayabilir, ya da biraz şık olabilir. Benzer şekilde bir renk kırmızı olabilir, kırmızı olmayabilir ya da kırmızıya yakın olabilir. Bu nedenle şık adam ve kırmızı renklerin kümelerini kesin şekilde tanımlamak zordur. Olasılık teorisi bütün olası problemler için ideal modeli oluşturamaz. Bulanık küme teorisi, keskin sınırları olmayan bu problemleri tanımlamak ve çözmek için geliştirilmiştir [44].

3.2.2 Bulanık küme teorisi

İnsanın kesin olmayan bilgiyi anlama ve analiz etme yeteneğinden yola çıkan Zadeh, kesinlik içermeyen problemleri çözmek ve insan düşüncesinin anahtar elemanlarının sayılar değil dilsel ifadeler olduğu fikrini dayanak alarak bulanık küme teorisini geliştirmiştir. Gündelik yaşamda pek çok yargıya belirsizlik altında varılır ve kesinlik yaklaşımıyla belirsizlik gerçekçi bir şekilde modellenemez. Ancak bulanık kümeler bu modellemeyi yapabilme özelliğine sahiptir. Bulanık kümenin elemanlarının kesin sınırları olmaması nedeniyle elemanların hangilerinin bu kümenin elemanı olduğunu ayırt etmek zordur. Kesin kümelerde yer alan evet/hayır, iyi/kötü, doğru/yanlış ifadeleri bulanık kümelerde yerini kısmen doğru ve kısmen yanlış gibi ifadelere bırakır. Bulanık küme teorisi, insan algı ve öznel yargılarıyla ilgili olan dilsel belirsizliği modellerken nitel parametrelerin yorumlanmasını ve dilsel belirsizliğin bulanık sayılarla matematiksel olarak ifade edilebilmesini sağlar [45].

Bulanık mantık, bulanık küme teorisine dayanan bir disiplindir. Bulanık bir küme, farklı üyelik yani ait olma derecelerine sahip elemanları olan bir kümedir. Diğer bir ifadeyle, bulanık bir kümede, nesne kümenin elemanıdır veya değildir şeklinde katı bir tanımlama yapılmamaktadır. Buradaki temel düşünce herhangi bir nesnenin bir dereceye kadar kümenin üyesi olabileceğidir. Böyle bir kümede, “0” kümenin elemanı olmayanların, “1” kümeye tam üye olanların, diğer tüm ara değerler ise kısmi üyeliklerin derecesini göstermektedir [43].

$A = \ x \ x = 2y, y \in N$ şeklinde kesin bir küme düşünelim. A çift doğal sayıların tamamını kapsayan bir kümedir. Böylece eğer herhangi bir doğal sayı ($y \in N$) çift ise A kümesinin elemanıdır, eğer tek ise A kümesinin elemanı değildir demek mümkündür [44].

Belirtilen A kümesini şu şekilde de gösterilebilir;

$$A = \ 1,0 \ , \ 2,1 \ , \ 3,0 \ , \ 4,1 \ , \ldots \qquad (3.1)$$

Belirtilen A kümesinde bir araya getirilmiş çiftlerin 0 ya da 1 olan ikinci rakamları üyelik ölçüsüdür. 0 bir araya getirilen çiftlerin ilk rakamlarının tek olduğunu gösterirken, 1 bir araya getirilen çiftlerin ilk rakamlarının çift olduğunu göstermektedir.

3.2.2.1 Bulanık küme tanımları

1 Bulanık küme

X, elemanları x ile gösterilen evrensel küme olarak adlandırılan klasik bir küme olsun. X evrensel tanım kümesi üyeliği genellikle aşağıdaki şekilde gösterilmektedir;

$\mu_A \ x \ : X \rightarrow \{0,1\}$

$\mu_A \ x \ = 1 \ ; x \in A$

$\mu_A \ x \ = 0$; diğer durumlarda

Burada $\{0,1\}$ değer kümesidir. Değer kümesinin [0,1] aralığı olarak kabul edildiği durumlarda A kümesine bulanık küme denir.

X evrensel tanım kümesi üzerinde A bulanık kümesi, X uzayından birim aralığa bir dönüşüm olan μ_A üyelik fonksiyonları ile tanımlanır ve aşağıdaki şekilde gösterilir;

$\mu_A \ x \ : X \rightarrow [0,1]$

$A = \quad x, \mu_A \ x \quad \ x \in X$

X evrensel tanım kümesi, $\{x_{1,} x_2, \dots , x_n\}$ şeklinde kesikli bir küme ise; bulanık küme aşağıdaki şekilde gösterilir;

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \ldots + \mu_A(x_n)/x_n = \quad {}_i \, \mu_A(x_i)/x_i \qquad (3.2)$$

X evrensel tanım kümesi kesikli olmayan bir küme ise; bulanık küme,

$$A = \quad {}_X \, \mu_A(x_i)/x_i \qquad (3.3)$$

biçiminde gösterilir [44].

2 Destek kümesi

Destek kümesi, bulanık bir A kümesinin sıfırdan büyük üyelik derecesine sahip değerdeki elemanlarının bir araya getirildiği kümedir. Bu küme,

$$\text{Sup A} = \ x\ \mu_A\ x\ \ > 0, x \in X \tag{3.4}$$

biçiminde tanımlanır.

3 α - kesim kümesi

A bulanık kümesinin üyelik dereceleri α'ya eşit veya daha büyük elemanlarından oluşan klasik kümeye α-kesim kümesi denir. X evrensel tanım kümesinin alt kümesi olan bir A bulanık kümesinin α - kesim kümesi,

$$A_\alpha = \ x\ \mu_A\ x\ \ \geq \alpha, x \in X \tag{3.5}$$

şeklinde tanımlanır [44].

Matematiksel gösterimdeki "≥" yerine ">" kullanılırsa, yani kesit kümesi üyelik dereceleri α'dan sadece büyük olan elemanlardan oluşturuluyorsa α kesitin bu çeşidine güçlü α - kesim kümesi denir [46]. Bu durumda "≥" ile ifade edilen klasik kümeye zayıf α - kesim kümesi denir.

α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlanan 0 ve 1 arasındaki gerçel bir sayıyı gösterir ve $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu için bir değerdir. Bir üyelik fonksiyonu, kısıt değeri ya da bir amaç değeri benzeri bir fonksiyon değerini, bir kümede bir üyelik derecesine işaretlerken; bir α - kesimi, üyelik derecesini, fonksiyon değerlerinin gerçek bir aralığına işaretler.

Her bir α düzeyi ile üyelik fonksiyonunun farklı bir dilimi belirlenir. α değeri arttıkça, α - kesimiyle oluşturulan geleneksel kümedeki eleman sayısı azalır. $\alpha = 0$ olduğunda A_α kümesi evrensel kümeye denktir [47].

4 Normallik

A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunun en büyük derecesi A bulanık kümesinin yüksekliğidir. Eğer A bulanık kümesinde bulunan elemanlardan en az birinin üyelik derecesi (yüksekliği) 1 ise A bulanık kümesi normallik özelliğine sahiptir. Bu özellik matematiksel olarak,

$$Hgt\ A\ = sup\ \mu_A(x)\ = 1\,, \forall x \in X \tag{3.6}$$

ile gösterilir [48].

Yüksekliği 1'den küçük olan bulanık kümeye subnormal küme denir. Boş ve subnormal olan bulanık bir A kümesinin her bir $\mu_A(x)$ elemanı $sup\ \mu_A(x)$ ' e bölünerek normalleştirilebilinir. Ayrıca $\mu_A(x) = 0$, $\forall x \in X$ olması durumunda A bulanık kümesinin boş küme olduğunu söylemek mümkündür [44].

5 Dışbükeylik ve İçbükeylik (Konvekslik ve Konkavlık)

Bulanık kümelerde dışbükeylik kavramı, özellikle optimizasyon ile ilgili uygulamalarda oldukça faydalı olup α – kesimlerine veya üyelik fonksiyonlarına göre tanımlanabilir.

$x_1, x_2 \in X$ ve $\delta \in [0,1]$ olmak üzere üyelik fonksiyonlarına göre dışbükeylik kavramı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\mu_A(\delta x_1 + \ 1 - \delta\ x_2) \geq \min(\mu_A\ x_1\ , \mu_A\ x_2\ ) \tag{3.7}$$

Diğer bir ifadeyle A bulanık kümesinin artan değerleri için üyelik değerleri monoton artan veya azalan ya da önce monoton artıp sonra monoton azalan oluyorsa A kümesi dışbükeydir [49].

A bulanık kümesinin her bir α kesitleri dışbükey ise A bulanık kümesi de dışbükeydir. A bulanık kümesinin tümleyeni A^c dışbükey ise A bulanık kümesi içbükeydir. Bu durumda A ve B kümeleri birer dışbükey küme olmak üzere A∩B de dışbükeydir. Duali olarak A ve B kümelerinin birer içbükey küme olduğu varsayılırsa A∪B' nin de içbükey olduğunu söylemek mümkündür [44].

6 Bulanık Sayılar

Bulanık kümelerin normal ve dışbükey olan özel alt kümeleri bulanık sayılar olarak adlandırılır.

A bulanık küme ve $x \in A$ olmak üzere

i. A kümesi normal ise,
ii. $A_\alpha \in (0,1]$ ise,
iii. A' nın destek kümesi sınırlı ise,
iv. Bulanık kümelerin her bir α – kesim kümesi, gerçel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında tanımlı ise x bulanık sayıdır [50].

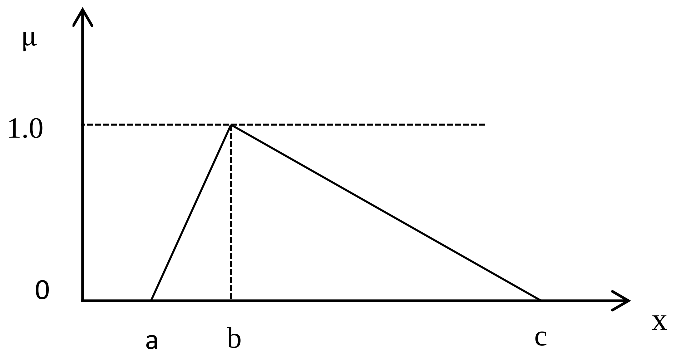
1 Üçgensel Bulanık Sayı

A bulanık bir küme, $x \in A$, $\mu\ x\ ,x$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olmak üzere, $\mu\ x$;

$$\mu\ x \quad = \quad \begin{matrix} \frac{(x-a)}{(b-a)} & a \leq x < b \\ 1 & x = b \\ \frac{(c-x)}{c-b} & b < x \leq c \end{matrix} \tag{3.8}$$

biçiminde tanımlandığında x bir üçgensel bulanık sayıdır [50].

a, b, c birer parametre olmak üzere a ve c üçgensel bulanık bir sayının alt ve üst sınır değerleridir ve üyelik derecesinin 0 olduğu noktalardır. b parametresi ise üyelik derecesinin 1 olduğu noktayı vermektedir.



Şekil 3.1 Üçgensel Bulanık Sayı

2 Yamuksal Bulanık Sayı

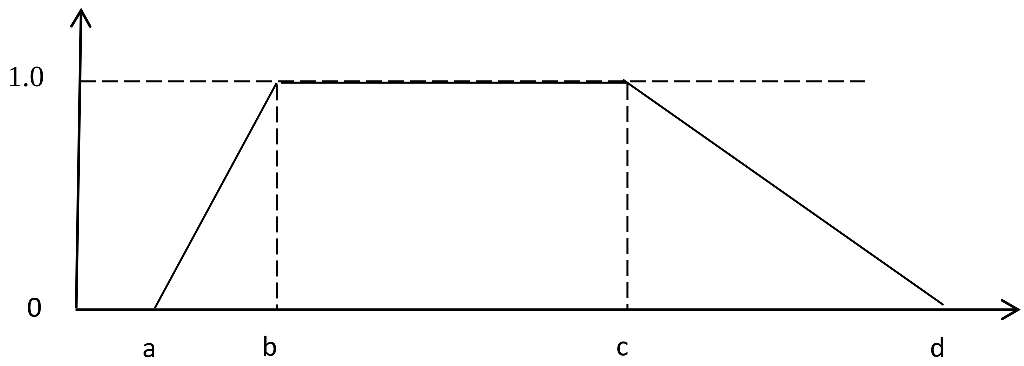
A bulanık küme, $x \in A$ ve $\mu(x)$, x bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olmak üzere, $\mu(x)$;

$$\mu\ x \ = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)} & a \le x \le b \\ 1 & b \le x \le c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)} & b \le x \le d \end{cases} \tag{3.9}$$

biçiminde tanımlandığında x bir yamuksal bulanık sayıdır.

Aşağıdaki şekilde x yamuksal bulanık sayısı $x = (a, b, c, d)$ biçiminde gösterilmiştir. Burada $(b - a)$ sol yayılım ve $(d - c)$ sağ yayılımdır [46].

$b = c$ olduğunda yamuksal bulanık sayı üçgensel bulanık sayıya dönüşmektedir.



Şekil 3.2 Yamuksal Bulanık Sayı

3.2.3 Üyelik fonksiyonları

Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarının tanımlanmasında sayısal ve işlevsel olmak üzere iki yol vardır. Sayısal tanımlama, bulanık kümenin üyelik fonksiyonunu ve üyelik derecesini belirten sayılardan oluşmuş vektördür. Bu vektörün boyutu, ayrıklaştırma seviyesine veya uzaydaki süreksiz elemanların sayısına bağlıdır. İşlevsel tanımlamada bulanık kümenin üyelik fonksiyonu, tanım uzayındaki her bir elemanın üyelik derecesinin hesaplanabileceği analitik deyimlerle tanımlanır [51].

Bulanık küme teorisinin iki temel özelliği vardır:

1. Bulanık kümelerin operatör ve üyelik fonksiyonları bulanık küme teorisinde çok önemli bir rol oynar.
2. Bulanık küme teorisi çok genel, esnek ve yapısal bir teoridir. Gerçek hayat problemlerine uygulanırken dikkatle uyarlanmalıdır. Çünkü üyelik kavramı da operatörler de tek bir anlamsal yoruma sahip değildir. Şartların değiştiği durumlarda yapılan yorumlar farklı matematiksel tanımlamalara götürmektedir [44].

Klasik küme mantığında bir eleman o kümeye ait ise 1, ait değil ise 0 değerini alır. Bulanık küme mantığında ise üyelik fonksiyonlarının kullanılması, elemanların kümelere ait olma derecelerini 0 ile 1 arasında değişen değerlere atama olanağı vermektedir.

3.2.3.1 Üyelik fonksiyonu tipleri

Dombi’ nin çalışmaları temel alınarak tüm üyelik fonksiyonları dört gruba ayrılmıştır [44].

1 Sezgisel (heuristic) tespite dayalı üyelik fonksiyonları

(a) Zadeh’ in tek model (unimodel) fonksiyonları:

$$\mu_{Genç}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \left((x-25)/5\right)^{2}\right) & x > 25 \\ 1 & x \leq 25 \end{cases}$$

(3.10)

$$\mu_{Yaşlı}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \left((x-50)/5\right)^{-2}\right) & x \geq 50 \\ 0 & x < 50 \end{cases}$$

(b) Dimmitru ve Luban’ ın güç fonksiyonları:

$$\mu(x) = x^2 a^2 + 1, \qquad x \in \ 0, a$$

(3.11)

$$\mu(x) = -x^2 a^2 - 2x \ \ a + 1, \ x \in \ 0, a$$

(c) Svarowski’ nin fonksiyonu:

$$\mu \ x \ = 1 \ 2 + \ 1 \ 2 \ \ sin \ \ \pi \ \ b - a \ \ x - a + b \ \ 2 \quad , \ x \in \ a, b \qquad (3.12)$$

2 Özel bir probleme özgü güvenilirliğe dayalı üyelik fonksiyonu

(a) Zimmermann’ nın lineer fonksiyonu:

$$\mu \ x \ = 1 - x/a, \ x \in \ 0, a \qquad (3.13)$$

(b) Tanaka, Uejima ve Asai’ nin simetrik üçgensel fonksiyonu:

$$\mu \ x \ = \begin{matrix} 1 - \ b - x \ \ a, & b - a \leq x \leq b + a \\ 0, & Diğer\ durumlar \end{matrix} \qquad (3.14)$$

(c) Hannan’ ın parçalı lineer fonksiyonu:

$$\mu \ x \ = \ \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \ x - a_j \ + \beta x + r, \quad j = 1, \ldots, N \qquad (3.15)$$

$\alpha_j = (t_{j+1} - t_j)/2$

$\beta = (t_{N+1} - t_1)/2$

$r = (s_{N+1} - s_1)/2$

$\forall i$ için $a_{i-1} \leq x \leq a_i$ olmak üzere her i değeri için $\mu \ x \ = t_i x + s_i$ dir. Buna göre, t_i, a_{i-1}'den başlayıp a_i' de biten eğrinin eğimi ve s_i bu eğrinin y-eksenini kestiği noktadır.

(d) Leberling' in hiperbolik fonksiyonu:

a bir parametre olmak üzere,

$$\mu \ x \ = 1 \ \ 2 + \ \ 1 \ \ 2 \ \tanh \ a \ x - b \ \ , \ -\infty \leq x \leq \infty \qquad (3.16)$$

(e) Sakawa ve Yumine' nin üstel ve ters hiperbolik fonksiyonu:

c ve d birer parametre olmak üzere,

$$\mu \ x \ = c \ \ 1 - e^{b-x \ \ b-a} \ \ , \ \ x\epsilon \ a, b$$

(3.17)

$$\mu \ x \ = 1 \ \ 2 + c tanh^{-1}(d \ x - b \ )$$

(f) Dimitru ve Luban' nın fonksiyonu:

a bir parametre olmak üzere,

$$\mu \ x \ = 1/(1 + x/a) \qquad (3.18)$$

(g) Duboia ve Prade' nin L-R bulanık sayıları:

$L(.)$ ve $R(.)$ referans fonksiyonları olmak üzere,

$$\mu \ x \ = \begin{array}{ll} L \ \ a - x \ \ \alpha \ , & x < a \\ R \ \ x - b \ \ \beta \ , & x < b \\ 1, & a \leq x \leq b \end{array} \qquad (3.19)$$

3 Teorik isteğe dayalı üyelik fonksiyonu:

(a) Civanlar ve Trussel' in fonksiyonu:

$a \in [0,1]$ bir parametre ve $p(x)$ bir yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, olmak üzere,

$$\mu(x) = \begin{cases} ap(x), & ap(x) \leq 1 \\ 0, & Diğer\ durumlar \end{cases} \quad (3.20)$$

(b) Svarowski' nin fonksiyonu:

$K, K_0, K_1\ ve\ K_2$ birer parametre olmak üzere,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ K(x-a)^2, & a \leq x \leq b \\ K_2x^2 + K_1x + K_0, & b < x \leq c \\ 1, & x > c \end{cases} \quad (3.21)$$

4 Kişiye özgü modelleri modelleyen üyelik fonksiyonu

(a) Hersh ve Caramazza' nın fonksiyonu:

Kısa, çok kısa, çok daha kısa gibi günlük hayatta kullanılan terimlerin kümesinin yorumlarından hareketle konunun doğasını belirlemek için deneysel yollar oluşturulmuştur.

$d(x) = 1$ "Evet", $d(x) = -1$ "Hayır" ve r güven düzeyi olmak üzere,

$$\mu(x) = 0.5 + d(r/10) \quad (3.22)$$

(b) Zimmermann ve Zysno' nun fonksiyonu:

$$\mu(x) = \frac{1}{d}\left(\frac{1}{1+e^{-a(x-b)}} - c\right) + 1/2 \quad (3.23)$$

(c) Dombi' nin fonksiyonu:

s: şeklin karakteristik değeridir ve $y = \mu(x)$, $y = x$' in kesişim değerleri olmak üzere,

$$\mu(x) = (1-s)x^2/\left((1-s)x^2 + s(1-x)^2\right) \quad (3.24)$$

4 BULANIK MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA

Bulanık mantık üyelik derecesinde kesin bir kanıt bulunmadığı durumlarda mutlak olarak alternatif kararlar değerlendirilerek amaca en uygun olan seçenek seçilir. Alternatif kararların fazlalığı karar vericinin işini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle karar verici karar verirken gerçekleşme olasılığı en yüksek ve amacına en uygun olan kararları seçmek zorundadır. Gerçekleşme olasılığı en yüksek olayların seçiminde bir alternatif çözüm yolu olarak bulanık mantık kullanılabilmektedir [52].

Bulanık hedefler ve bulanık kısıtlar, bulanık küme teorisi kullanılarak, alternatifler uzayında kesin olarak tanımlanabilirler. Bu durumda bulanık bir karar, incelenen problemdeki hedeflerin ve kısıtların kesişimi olarak düşünülebilir. Optimal karar ise, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karardır ve bu karar, doğal olarak alternatifler uzayındaki noktalardan biridir [53].

Bulanık doğrusal programlama, bulanık mantık ve doğrusal programlamanın birleşimidir. Diğer bir yandan ise bulanık doğrusal programlama klasik doğrusal programlamanın genişletilmiş halidir. Bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama yöntemi kullanılarak çözümlenebilen problemlere karar aşamalarında görülen belirsizlik dahil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir [54].

Luhandjula, bulanık matematiksel programlamayı esnek programlama, bulanık parametreli matematiksel programlama ve bulanık stokastik programlama olarak üç şekilde kategorize etmiştir. Bulanık parametreler ya da sözde bulanık sayılar, esas olarak olasılık dağılımları ile karakterize edilirler.

Klasik bir doğrusal programlama problemi,

$$\max z = cx$$

$$A_x \leq = \geq b \tag{4.1}$$

$$x \geq 0$$

olarak tanımlanır.

Burada,

A: Teknolojik matris,

b: Sağyan değerleri,

c: Fiyat matrisi,

x: Karar değişkeni,

z: Amaç fonksiyonu değeridir.

Lai ve Hwang'a göre bulanık lineer programlama A, b, c ve/veya z' nin mümkün olan bulanık kombinasyonlarına göre,

(a) Bulanık b,
(b) Bulanık b ve bulanık z,
(c) Bulanık z,
(d) Bulanık A, bulanık b ve bulanık c; bulanık A ve bulanık b; bulanık A, bulanık c veya bulanık A; bulanık b veya bulanık c;
(e) Bulanık A ve bulanık z veya bulanık A, bulanık b ve bulanık z.

olmak üzere beş ana problem altında toplanabilir.

4.1 Bulanık Ortamda Karar Verme

Gerçek hayat problemlerinde, veriler kolay belirlenemediğinden genellikle kesinlik içermezler. Bu sebeple karar vericiler sayısal olmayan, netlik içermeyen bilgiler kullanarak karar vermek zorunda kalabilirler. Böyle durumlarda karar verme sürecine bulanık küme teorisi dahil edilerek daha tutarlı sonuçlar elde edilebilir.

4.1.1 Bulanık karar

Karar verme, kişiden kişiye değiştiği için sübjektif bir süreçtir ve belirsizlikler içermektedir. Klasik karar verme yöntemleri, belirsiz ve kesin olmayan durumlarda kullanılamadığından bu gibi durumlarda bulanık karar verme yöntemleri kullanılmaktadır [56]. Bulanık mantığın temel amacı, insanların tam ve kesin olmayan bilgiler ışığında tutarlı ve doğru kararlar vermelerini sağlayan düşünme ve karar verme mekanizmalarının modellenmesi olarak belirtilebilir [55].

G: Bulanık hedef,

$\mu_G(x) \in [0,1]$: Bulanık hedefin üyelik fonksiyonu,

C: Bulanık kısıt,

$\mu_C(x)$: Bulanık kısıtın üyelik fonksiyonu,

D: Bulanık karar,

$\mu_D(x)$: Bulanık kararın üyelik fonksiyonu olmak üzere X alternatifler uzayında tanımlanmış olsunlar.

Bu tanımlamalar göz önünde bulundurulduğunda bulanık hedef ve bulanık kısıtlayıcılarla verilen karara bulanık karar adı verilir. Bulanık karar, bulanık hedefin ve bulanık kısıtlayıcıların birlikte sağlandığı durumu ifade etmektedir. Bu ifade ise, $D = G \cap C$ ile gösterilmekte ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\mu_D(x) = \mu_{G \cap C}(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) = min(\mu_G(x), \mu_c(x)) \quad (4.2)$$

Genel bir ifadeyle, $G_1, G_2, \dots, G_n$ n adet bulanık hedef ve $C_1, C_2, \dots, C_m$ m adet bulanık kısıt olmak üzere,

$D = G_1 \cap G_2 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_m$

ve üyelik fonksiyonları ile,

$$\mu_D(x) = \min[\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), \dots, \mu_{G_n}(x) \mu_{C_1}(x), \mu_{C_2}(x), \dots, \mu_{C_m}(x)] \quad (4.3)$$

şeklinde gösterilmektedir [53].

4.1.2 Max-Min operatörü

Max-min operatörü, hedef ve kısıtların eşzamanlı olarak doyurulması esnasında verilecek kararda her iki bulanık kümeyi sağlayacak alternatif üyelik dereceli elemanlardan en yüksek elemanın seçiminin sağlanmasıdır [57].

Bulanık doğrusal programlama probleminde optimum kararın verilebilmesi için bulanık karar kümesi içinde en yüksek üyelik dereceli elemanın belirlenmesi gerekmektedir. Bu ise,

$$\mu_D \; x^M \;\; = max\mu_D(x) \qquad (4.4)$$

şeklinde olacaktır [58]. Max-min işlemcisi olarak da bilinen bu eşitlik en kötü durumlar arasından, en iyi çözümü seçen güvenilir bir yöntemdir. Max-min eşitleyicisi açık şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$max\mu_D \; x \;\; = \max(\min(\mu_G \; x \;, \mu_c \; x \;)) \qquad (4.5)$$

Max-min operatörü yardımıyla bulanık beklenen getirinin hesaplaması oldukça basittir. Max-min operatörünün kullanımı, problemlere uygulanan bulanık kümelerin tüm mekanizmasına izin verir ve max-min operatörü yardımıyla çok seviyeli duyarlılık gibi bulanık karar analizlerinin ilgi çekici yorumları elde edilebilir.

4.2 Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri

Doğrusal programlama, amaç fonksiyonu ve kısıtların, karar değişkenlerinin doğrusal fonksiyonu olarak yazıldığı matematiksel programlamanın özel bir alanıdır. Bir doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonu sistemin etkinliğinin bir ölçümünü veren kârın en büyüklenmesi, maliyetin en küçüklenmesi gibi hedefler biçiminde ifade edilir. Pratik hayatta neredeyse her zaman bu türden amaçlar zaman, para vb. kaynak kısıtları tarafından sınırlanır. Doğrusal programlama probleminde kısıtlar doğrusal eşitlik ya da eşitsizlikler biçiminde yazılırlar [59].

Bazı önemli bulanık doğrusal programlama model ve yöntemlerini incelemeden önce, simetrik ve simetrik olmayan iki temel modelden bahsetmek gereklidir. Bellman ve Zadeh tarafından önerilen bulanık karar tanımına dayalı olan simetrik modellerde, kesinlik bulunmayan durumlarda amaç ve kısıtlar bulanık kümeler ile temsil edilebilmektedir. Verilecek olan karar, bulanık amaç ve kısıtların kesişim noktası olarak ifade edilebilir ve max-min operatörler tarafından tanımlanabilmektedir. Simetrik olmayan modeller; bulanık küme kararının belirlenmesi ve uygun dönüşümler sonrasında, kısıtlar ile amaç fonksiyonunun kesişimi esas alınarak maksimize kararın belirlenmesi olmak üzere iki yaklaşıma dayanmaktadır [44].

Kısaca ifade edilecek olunursa; X alternatifler uzayının elemanları olan G bulanık hedefler kümesi, C bulanık kısıtlar kümesi ve D bulanık karar kümesi olmak üzere, bulanık karar G ve C 'nin kesişiminden elde edilecektir. Karar kümesinin üyelik fonksiyonu "$\mu_D = \mu_G \cap \mu_C$" şeklinde olacaktır.

4.2.1 Bulanık kaynaklı modeller için yaklaşımlar

Bulanık kaynaklı lineer programlama modeli,

Amaç fonksiyonu:

$Max\ z = cx$

Kısıt Denklemleri:

$(Ax)_i \leq b_\iota,\ \ i = 1, \dots, m$

$$x \geq 0 \tag{4.6}$$

biçiminde gösterilir. Eşitlik (4.6)' da,

c: Amaç fonksiyonunun katsayı vektörü,

x: Karar değişkenlerinden oluşan vektör,

b_ι: m adet kısıt için sınırlı kaynak vektörü,

A: Kısıtları oluşturan katsayı matrisidir.

Burada, b_ι, $\forall_i$ için p_i tolerans değeri olmak üzere $[b_i, b_i + p_i]$ kapalı aralığındadır. Ayrıca her kısıtın tolerans değeri biliniyorsa, $\theta \in [0, 1]$ olmak üzere $(Ax)_i \leq b_\iota$ eşitsizliği, $(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i$ eşitsizliğine denk olacaktır.

Verdegay açıklanan bu problemin kesin parametrik programlama problemine denk olduğunu ispatlamıştır. Diğer yandan Werners amaç fonksiyonunun da bulanık olabileceğini göz önüne almış ve bu konuda çalışmıştır [44].

4.2.1.1 Verdegay yaklaşımı – Simetrik olmayan bir model

Verdegay yaklaşımında, (4.6) ile verilen problemdeki bulanık kısıtlarının üyelik fonksiyonlarının;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1, & (Ax)_i < b_i \\ 1 - \left((Ax)_i - b_i\right)/p_i, & b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0, & (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases} \tag{4.7}$$

biçiminde tanımlanan üyelik fonksiyonlarının, sürekli ve monoton olmaları ve bunların kısıtlar arasında bir tercih yapmaya olanak sağlaması durumunda (4.6) modeli;

$$Max\ z = cx$$

$$x \in X_\alpha \tag{4.8}$$

problemine denk olacaktır.

Burada, $X_\alpha = \{x \mid \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x \geq 0\}$, $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere α- kesim noktasıdır.

Bu yaklaşıma bağlı olarak üyelik fonksiyonları için aşağıdaki sonuçlara ulaşmak mümkündür.

1. Eğer $(Ax)_i < b_i$ ise i. kısıt ($g_i(x)$) sağlanır ve $\mu_i(x) = 1$' dir.
2. $(Ax)_i \in [b_i, b_i + p_i]$ ise $\mu_i(x)$ fonksiyonu monoton azalandır. Bu durumda fazla kaynak kullanıldığında karar vericinin memnuniyeti ters yönde azalmaktadır.
3. $(Ax)_i > b_i + p_i$ise i. kısıt $(g_i(x))$ tamamen bozulur ve $\mu_i(x) = 1$ olur. Çünkü p_i, karar verici tarafından sistematik veya sistematik olmayan yollardan belirlenen maksimum toleranstır.

$X_\alpha = \{x \mid \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x \geq 0\}$ ve (4.8) ile açıklanmış olan model içinde (4.7) ile verilen üyelik fonksiyonları kullanılarak elde edilen parametrik uygulamaya uygun olan problem,

$Max\ z = cx$

$(Ax)_i \leq b_i + (1 - \alpha)p_i, \forall i$

$x \geq 0\ ve\ \alpha \in [0,1]$ (4.9)

biçimindedir.

Bu problem için $1 - \alpha = \theta$ dönüşümü yapılarak (4.6) modelinde verilen bulanık kaynaklı lineer programlama problemini, lineer parametrik programlama problemine dönüştürür.

Burada her α değeri için bir optimal çözüm elde edildiğinden, α üyelik dereceli bu çözümler de bulanık olacaktır.

4.2.1.2 Werners yaklaşımı

Werners, Verdegay' ın (4.6) modelinde bulanık toplam kaynak miktarlarının veya bulanık eşitsizlik kısıtlarının da bulanık olabileceği fikrini önermiştir. Bu yaklaşımda da Verdegay yaklaşımında olduğu gibi bulanık kaynaklar için p_i toleranslarını kullanılmıştır. Sonrasında aşağıdaki iki standart problemin çözülmesiyle z^0 ve z^1 çözüm değerleri elde edilmiştir [44].

$z^0 = \max cx$

$(Ax)_i \leq b_i,\ \forall i\ \ ve\ x \geq 0$ (4.10)

$z^1 = \max cx$

$(Ax)_i \leq b_i + p_i,\ \forall i\ \ ve\ x \geq 0$ (4.11)

z^0 ve z^1 kullanılarak amaç fonksiyonu için sürekli ve azalmayan lineer bir üyelik fonksiyonu oluşturmak mümkün olacaktır. z^0 ve z^1 değerleri arasında olacak olan optimal çözüm memnuniyet derecesini artıracak bir çözüm olacaktır. Burada amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu,

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1, & cx > z^1 \\ 1 - (z^1 - cx)/(z^1 - z^0), & z^0 \le cx \le z^1 \\ 0, & cx > z^0 \end{cases} \quad (4.12)$$

biçiminde tanımlanmaktadır [44].

Yukarıdaki üyelik fonksiyonu ile en uygun kararı almak için ise max-min operatörü kullanılmıştır. Bunun için (4.6) modelinden yola çıkarak,

$$\alpha = \min[\mu_0(x), \mu_1(x), \ldots, \mu_m(x)] \quad (4.7)$$

olmak üzere en uygun kararı alabilmek için yapılacak işlemlerde

$\max \alpha$

$\mu_0(x) \ge \alpha$

$\mu_i(x) \ge \alpha, \forall i$

$\alpha \epsilon [0,1]$ ve $x \ge 0$ modeli kullanılır [44]. (4.8)

4.2.2 Kısıtları ve amaç fonksiyonu bulanık olan doğrusal programlama

Kaynakları ve amaç fonksiyonu bulanık olan doğrusal programlama problemlerinin matematiksel yapısı genel olarak,

$max\ z = cx$

$(Ax)_i \le b_i \quad i = 1, \ldots, m$ (4.9)

veya

$$max\ z = cx$$

$$Ax\ _i \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \tag{4.10}$$

biçimindedir.

Bu iki problemin üyelik fonksiyonlarının eşit olması durumunda problemleri denk olduğunu söylemek mümkün olacaktır [44]. Bu tür bulanık doğrusal programlama problemleri ile ilgili Zimmermann(1976) ve Chanas(1983) tarafından ortaya konan iki farklı yaklaşım söz mevcuttur.

4.2.2.1 Zimmermann yaklaşımı – Simetrik bir model

Zimmermann'a göre bulanık amaç fonksiyonu, karar vericiden sağlanan bulanık bir erişim düzeyi ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebilir. Bu şekilde ortaya çıkan model simetrik bir modeldir [60].

Zimmermann'a göre karar vericinin ulaşmak istediği amaç fonksiyonunun değeri için bir Z istek seviyesi kurulabilmekte ve kısıtların her biri bir bulanık küme olarak modellenebilmektedir [61].

b_0: Amaç

p_0: Bulanık amacın tolerans değerini

b_i: Bulanık kaynak değerleri

p_i: Bulanık kaynak değerlerinin tolerans değeri olmak üzere,

bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtların farklı olmadıkları kabul edilir ve bunlara karşılık gelen tanım aralıklarının $[b_i, b_i + p_i]$ şeklinde olduğu söylenebilir. Böylece (4.10) denklemi,

$$z = cx \geq b_0$$

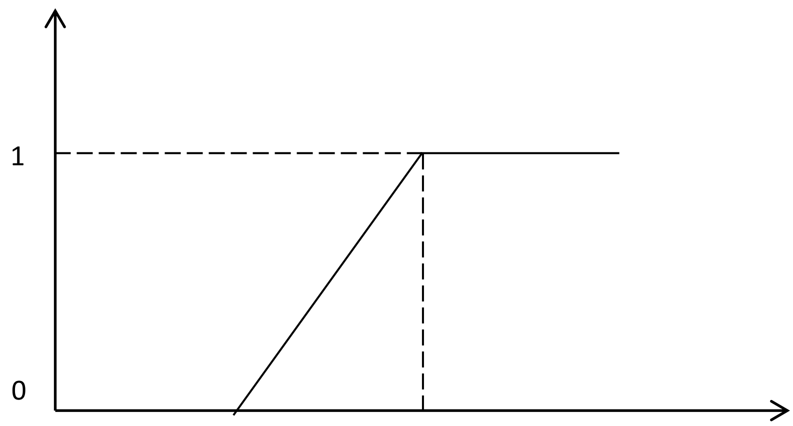
$$Ax\ _i \leq b_i, \ \ \forall i \ \ ve\ x \geq 0 \tag{4.11}$$

biçimde gösterilebilir [44].

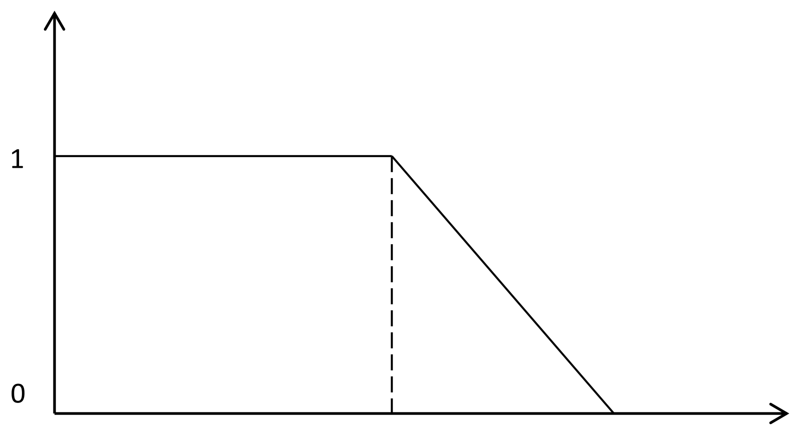
Bu yaklaşımda amaç üyelik fonksiyonunun sürekli ve azalmayan, her bir kısıtın μ_i üyelik fonksiyonlarının da sürekli ve artmayan fonksiyonları olduğunun kabul edilmesi büyük kolaylık sağlayacaktır. Bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlayıcıların parçalı doğrusal üyelik fonksiyonları sırasıyla ayrı ayrı ele alındığında aşağıda verildiği gibi tanımlanır [44].

$$\mu_0 \ x \ = \ \begin{matrix} 1, & cx > b_0 \\ 1 - \ b_0 - cx \quad p_0 & cx \leq b_0 \\ 0, & cx > b_0 - \ p_0 \end{matrix} \qquad (4.12)$$

$$\mu_i \ x \ = \ \begin{matrix} 1, & Ax \ _i < b_i \\ 1 - \quad Ax \ _i - b_i \quad p_i & b_i \leq \quad Ax \ _i \leq b_i + p_i \\ 0, & Ax \ _i > b_i + p_i \end{matrix} \qquad (4.13)$$



Şekil 4.1 Zimmermann Bulanık Amaç Fonksiyon Grafiği



Şekil 4.2 Zimmermann Bulanık Kısıt Grafiği

Zimmermann, simetrik olan bu modelin optimal çözümünü bulmak için aşağıdaki max-min operatörünü kullanmıştır. D karar uzayının üyelik fonksiyonu (μ_D),

$$\mu_D = \min[\mu_0\ \ x\ \ , \mu_1\ \ x\ \ , \ldots , \mu_m(x)] \tag{4.14}$$

gibi tanımlanmak üzere optimal çözümü aşağıdaki gibi tanımlamak mümkündür.

$$max \mu_D = max\ \min[\mu_0\ \ x\ \ , \mu_1\ \ x\ \ , \ldots , \mu_m(x)] \tag{4.15}$$

(4.15) yardımıyla (4.11) problemlerini çözmek mümkündür. Bunun için $\alpha = \mu_D$ dönüşümü yapılmalıdır. $\mu_D(x)$ tüm üyelik fonksiyonlarının minimum değerine eşit olacağından $\mu_i(x) \geq \alpha\ (i = 0, \ldots , m)$ eşitsizliği yazılabilir.

Bu eşitsizlik yardımıyla problem aşağıdaki halini almış olur.

$$max \alpha$$

$$\mu_0\ \ x\ \ = 1 -\ \ b_0 - cx\ \ / p_0 \geq \alpha$$

$$\mu_i\ \ x\ \ = 1 -\ \ \ Ax\ \ _i - b_i\ \ \ p_i \geq \alpha\ \ \ i = 1, \ldots , m$$

$$x \geq 0\ ,\ \ \beta \in [0{,}1] \tag{4.16}$$

veya

$$max \alpha$$

$$cx \geq b_0 - [1 - \alpha] p_0$$

$$Ax\ \ _i \leq b_i +\ \ 1 - \alpha\ \ p_i\ \ \ i = 1, \ldots , m$$

$$x \geq 0\ ,\ \ \alpha \in [0{,}1] \tag{4.17}$$

Burada A, c, b_0, p_0, b_i, p_i başlangıçta verilen değerlerdir. Açıklanan bu lineer programlama problemi optimal çözümü tek olan kesin bir tekniktir [44].

5 BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE PORTFÖY ANALİZİ

Yatırımcılar gelecekte karşılaşabilecekleri maddi sıkıntıları göz önünde bulundurarak elde ettikleri gelirlerini çeşitli şekillerde büyütmeyi ve korumayı hedeflemektedirler. Bu amaçla başvurulan yollardan biri de elde edilen gelirlerin finansal piyasalarda değerlendirilmesidir. Ancak finansal piyasalarda belirsiz bir yapının hakim olması karar verme sürecini oldukça zorlaştırmaktadır. Yatırım ortamının bu şekilde belirsiz bir yapıya sahip olması yatırımcı için bir çok risk unsurunu beraberinde getirmektedir. Yatırımcılar servetlerini çeşitli menkul kıymetler arasında paylaştırarak oluşturdukları portföylerle yüklenecekleri risk unsurunu en aza indirmeye çalışmaktadır. Portföyün oluşturulması ve yönetilmesi ile risk azaltılmış olacaktır. Çünkü portföyün bir bütün olarak sahip olduğu risk, portföyü oluşturan her bir hissenin sahip olduğu riskler toplamından küçük olacaktır [62].

Klasik iktisadî düşünceye göre birey ve firmalar yararlarını maksimize etmeye çalışan ekonomik birimlerdir. Yine aynı düşünceye göre bu ekonomik birimler, fayda maksimizasyonunu gerçekleştirirken rasyonel davranmaktadırlar. Bu tutum, ekonomik birimlerin yüksek getiri elde etmek isterken bunu en düşük maliyetle elde etmeye çalışmasını gerektirmektedir. Ancak bu teoride olduğu kadar uygulaması kolay olmayan bir durumdur. Çünkü yatırımlarda bir belirsizlik söz konusudur. Bu belirsizlik, yatırımcıları yatırım yaparken zor kararlar almaya yöneltmekte, bazen de yatırımdan vazgeçirebilmektedir. Ancak yatırımcılar, saldırgan (agresif), muhafazakar (conservative) ve karma (complex) olup olmadığına bağlı olarak riski seven, riskten kaçınan ve duyarsız kalan özelliklere sahiptirler. Yatırımcıların bu özellikleri onların getirilerini de bir ölçüde belirleyici olmaktadır. Doğal olarak yatırımcı, yatırım aracının risk ve getirisini tahmin ettikten sonra yatırım yapmak isteyecektir [63].

Optimal portföyün oluşturulmasında ve yönetilmesinde kullanılmak üzere çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Geleneksel portföy teorisi, tüm yumurtaların aynı sepete konulmaması prensibinden hareketle portföydeki menkul kıymet çeşidi arttıkça portföyün riskinin azalacağını savunmaktadır. Modern portföy teorisinin temelini Markowitz (1952)'nin geliştirdiği ortalama varyans modeli oluşturmaktadır. Bu model, her bir menkul kıymet çifti arasındaki ilişkiyi dikkate alarak bir optimizasyon işlemi gerçekleştirmektedir. Markowitz (1952), portföyün riskini getirilerin standart sapması ile ölçmüş ve etkin portföy seçimini matematiksel olarak, hedeflenen getiri düzeyinde portföy varyansının minimizasyonu şeklinde bir kuadratik programlama problemi olarak ifade etmiştir. Bu model ile yatırımcı en yüksek beklenen getiri ve en düşük risk düzeyini gösteren etkin sınır üzerinde kendi riske karşı tutumuna, bir diğer ifadeyle fayda fonksiyonuna göre bir portföy bileşimi oluşturabilmektedir [64].

Kesit (2.5.4.1)' de detaylı verildiği gibi, Markowitz portföy optimizasyon modeli, teorik açıdan sahip olduğu ünün aksine, geniş ölçekli bir portföy oluşturmada orijinal şekliyle yeterli olmamış ve yaygın olarak kullanılmamıştır. Bunun en önemli nedenlerinden biri modelin hesaplama açısından sahip olduğu zorluktur. Söz konusu zorluk geniş ölçekli kuadratik programlamanın yoğun bir kovaryans matrisi ile çözülmesi ile ilişkilendirilmektedir [36].

Pek çok araştırmacı ilk başlarda bu zorluğu çeşitli yaklaştırma şemaları kullanarak çözmeye çalışmıştır. Sharpe (1967, 1971) çalışmalarında Markowitz' e alternatif yeni yöntemler geliştirilmiştir. Yapılan çalışmalarda endeks modelinin kullanılması hisse fiyatlarını etkileyen "faktörler" kavramını getirerek yapılan hesaplamanın azalmasını sağlamıştır (Perold 1984, Sharpe 1963). Konno (1990) çalışmasında Markowitz' in yaklaşımında kullanılan karesel programlama yaklaşımı yerine doğrusal programlama kullanılmıştır. Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında ise Markowitz risk fonksiyonu yerine mutlak sapmalı risk fonksiyonu tercih edilmiştir. Simaan (1997) çalışmasında ise ortalama varyans modeli ile ortalama mutlak sapma modelleri karşılaştırılmıştır. Speranza (1993) çalışmasında ise portföy riskini ölçmek için yarı mutlak sapmalı portföy seçim modeli kullanılmıştır [36], [62].

5.1 Konno-Yamazaki Doğrusal Programlama Modeli

Konno ve Yamazaki (1991), Markowitz (1952)' in portföy optimizasyon modelinin kuadratik programlama gerektirdiği, kuadratik programlamanın ise kovaryans matrislerinin oluşturulmasındaki zorluklar nedeniyle büyük ölçekli portföylere uygulanmasının zor olduğunu iddia etmişler ve alternatif olarak bir doğrusal programlama modeli önermişlerdir. Söz konusu iki model birbirleri ile benzerliklerine karşın, risk fonksiyonu konusunda birbirlerinden ayrılmıştır. Konno ve Yamazaki (1991), ortalama varyans modelinin zorluklarının yanı sıra yatırımcıların çoğunun risk ölçümünde standart sapmayı kabullenmekte zorlandığını iddia etmiş ve risk ölçütü olarak standart sapma yerine ortalamadan mutlak sapmayı önermişlerdir. Konno ve Yamazaki (1991)'nin portföy optimizasyonu konusunda geliştirdikleri doğrusal programlama modeli şu şekildedir [65].

Amaç fonksiyonu:

$$MinZ = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \;/T$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{J=1}^{n} x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad J = 1, \dots, n \tag{5.1}$$

Bu model,

Amaç fonksiyonu:

$$Min\, Z = \sum_{t=1}^{T} y_t/T$$

Kısıtlar:

1. $y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$

2. $y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$

3. $\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq \rho M_0$

4. $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$

$0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, \dots, n$

$y_t \geq 0$ (5.2)

modeline denktir [36]. Eşitlik (5.1) ve (5.2)' deki;

T: İncelenen dönem sayısı

t: T dönem içindeki herhangi bir t. dönem

ρ: Beklenen getiri oranı

r_j: j. hisse senedinin T dönemdeki ortalama getiri oranı

r_{tj}: j. hisse senedinin t. dönemde gerçekleşen getiri oranı

x_j: j. hisse senedinin toplam yatırım içindeki payı

u_j: j. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı

M_0: Toplam yatırım miktarı

ρM_0: Beklenen getiri miktarı

y_t: Yardımcı değişken

a_{tj}: j. hisse senedinin t. dönem ve ortalama getirisi arasındaki farktır.($a_{tj} = r_{tj} - r_j$)

Modeldeki amaç fonksiyonu beklenen getiriden sapma olarak tanımlanan riski minimize etmek için kullanılmaktadır. Modelde kısıtlar doğrusal denklemlerden oluşmaktadır. 1. ve 2. hisse senetlerinin ortalamadan mutlak sapmalarını minimize etmek için kullanılan,

$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j \geq 0$ eşitsizliğindeki mutlak değerin açılması sonucu ortaya çıkmaktadır [27]. Mutlak ifadenin açılmasıyla;

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \leq y_t$$

$$-y_t \leq \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \leq y_t$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \leq y_t \text{ ve } \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq -y_t$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \text{ ve } y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \tag{5.3}$$

bulunur. Buna göre modeldeki 1. ve 2. kısıtlar oluşturulmuş olur.

T: İncelenen dönem sayısı olmak üzere; Konno ve Yamazaki (1991) modelinin etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için model en fazla 2T+2 kısıt içermelidir. Amaç fonksiyonu ve 1.kısıttaki eşitsizlikten elde edilen T kısıt yardımıyla belirli bir beklenen getiri seviyesinde $a_{tj} = r_{tj} - r_j$ katsayısı pozitif olan hisse senetlerinden en küçük olanları belirlenir. 2.kısıttaki eşitsizlikten elde edilen T kısıt yardımıyla,$a_{tj} = r_{tj} - r_j$ katsayısı en az sıfıra eşit hisse senetleri belirlenerek negatif sapmalı hisse senetleri elimine edilir [65]. 3. kısıt yardımı ile ortalama getiri oranı beklenen getiriye eşit veya bu değerden büyük olan portföyler belirlenebilir. 4. kısıt ise toplam yatırım miktarıdır. Son olarak x_j ve y_t' ler çözüm tekniği gereği sıfır veya sıfırdan büyük olmalıdır [27].

Yapılan yatırımlardan elde edilecek getiriyi tahmin etmek oldukça güçtür. Bu nedenle (5.2) modelinin 3. kısıtının sağ taraf sabiti olan beklenen getiri miktarının (ρ) bulanık olduğu göz önüne alınarak, Konno-Yamazaki lineer programlama modeli, bulanık kaynaklı lineer programlama modeline dönüşür.

Böylece bulanık kaynaklı Konno-Yamazaki lineer programlama modeli,

Amaç fonksiyonu:

$$Min\, Z = \sum_{t=1}^{T} y_t/T$$

Kısıtlar:

1. $y_t - \ {}_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$

2. $y_t + \ {}_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$

3. ${}_{j=1}^{n} a_{tj}x_j \geq \rho M_0$

4. ${}_{j=1}^{n} x_j = M_0$

$0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, \dots, n$

$y_t \geq 0 \qquad t = 1,2, \dots, T$ (5.4)

şeklinde gösterilebilir. Burada bulanıklaşan beklenen getiri miktarı (ρM_0) ve beklenen getirinin belirlenen tolerans değeri (γ), [$\rho M_0, \rho M_0 + \gamma$] kapalı aralığında olacaktır [66].

6 STOKASTİK PROGRAMLAMA

Gerçek hayattan alınarak, doğrusal programlama olarak modellenen problemlerin çoğunda karşılaşılan genel problemlerden birisi model parametrelerinin (c_j, a_{ij}, b_i) uygun değerlerini belirleme güçlüğüdür. Parametreler elde bulunan veriler yardımıyla veya daha önceki çalışmalardan yararlanılarak kesin değerler olarak seçilir ve uygulanana kadar doğruluğu bilinmeyebilir. Bu durum bazen araştırmanın yansızlığını etkileyebilir. Bununla birlikte bu parametreler genellikle önceden bilinmesi mümkün olmayan, rasgele değişkenlerin etkisi altında kalmaktadır. Diğer bir ifadeyle modelde bazı veya tüm parametreler rasgele değişken olabilir. Kısacası modelde bazı veya tüm parametreler rasgele değişken olabilir. Bu tür problemlere stokastik programlama problemleri adı verilir [67].

Stokastik programlamanın çözümünde temel yaklaşım, problemin olasılıksal bir yapıdan deterministik bir yapıya dönüştürülerek bilinen yöntemlerle çözülmesidir. Stokastik programlama tekniklerinden biri olan şans kısıtlı programlama yaklaşımı, rasgele kısıtları belirli seviyelerine göre deterministik duruma getirmeyi amaçlar [68].

Deterministik yaklaşım, karmaşık sistemlerin araştırılması ve optimizasyonu sırasındaki tasarlama, projelendirme ve yönetim durumlarının ekonomide, teknolojide ve askeri yönetimde yaygın olarak kullanılmasına olanak sağlar. Başlangıç verileri, amaç kurallarının etkisi altında gelişirler ve bu durumda deterministik yapıya sahiptirler. Fakat bu sistemlerin deterministik gelişimleri sadece bir eğilimdir ve rasgele faktörlerle bozulurlar. Bu nedenle gerçek hayat problemlerinin çoğunda stokastik yaklaşım kullanmak daha doğru olacaktır [69].

Rasgele değişken içeren katsayılar nispeten küçük varyansa sahipse standart yaklaşım ile duyarlılık analizi yapılabilir. Bununla birlikte bazı katsayıların varyansı büyükse, bu yaklaşım yeterli değildir. Problemi modellemek için gerekli olan, optimasyonun belirsizliğini doğrudan hesaba katmaktır. Bu sebeple stokastik programlama yönteminin kullanılmasına gerek duyulur [67].

Belirsizlik altındaki doğrusal programlar için bazı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Belirsizlik aslında doğrusal programlama parametrelerinin kesin olarak belirlenmesinin zor olduğu durumlarda ortaya çıkar. Stokastik programlamada tüm kısıtların bu olasılığa sahip olması gerekmektedir. Burada genel yaklaşım, problemin olasılıksal yapısını, problemin gerçek yapısını bozmadan ona eşdeğer olan deterministik duruma dönüştürmektir. Bu tip problemlerde kesinlik elde edilmektedir [70].

6.1 Şans Kısıtlı Stokastik Programlama Problemi

Şans kısıtlı stokastik programlama problemi, stokastik programlama problemini deterministik programlama problemine dönüştürmek için kullanılan yaklaşımlardan biridir. Şans kısıtlı stokastik programlama problemi rasgele verileri içerir ve belirlenen olasılık limitlerine kadar kısıt bozulmalarına izin verir. Doğrusal kısıtlar, kısıtlardaki bozulmaların genişliğini belirten olasılık ölçülerinin kümesiyle birleştiriliyorsa doğrusal programlama modeli şans kısıtlı olarak adlandırılır. Kısıtların kısmi bozulmasına izin veren şans kısıtlı stokastik programlama problemi, yaklaşık güvenilirliği sağlayan bir yöntem olarak görülebilir. Bu yöntem genelleştirilmiş ve birçok endüstriyel ve ekonomik problemde uygulanmıştır [71].

Şans kısıtlı doğrusal programlama modeli,

$$\max(\min) z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i\right) \geq 1 - u_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_i \in (0,1), \quad i = 1, \dots, m \tag{6.1}$$

biçiminde tanımlanır. Burada c_j , a_{ij} , b_i katsayılarının tümü, ikili veya tek olarak rasgele değişkenlerdir ve u_i‘ ler seçilmiş olasılıklardır. x_j karar değişkenlerinin deterministik olduğu varsayılmıştır [70].

Şans kısıtlı doğrusal programlama modelinde katsayıların rasgele değişken olması durumunda, her birinin belli bir dağılıma sahip olması veya bunların ortak dağılımının bilinmesi gerekmektedir. Problemin çözüm aşamasında amaç, modeli rasgele değişkenlerden kurtararak şans kısıtlı probleme denk olan deterministik problemi elde etmektir. Katsayıların normal veya ki kare dağılımına sahip olması durumundaki şans kısıtlı problemlerin deterministik eşitliklerinin elde edilmesi için farklı modeller mevcuttur.

6.1.1 Katsayıları normal dağılıma sahip rasgele değişkenler olan şans kısıtlı modeller

Doğrusal programlama problemlerinde, katsayıların rasgele değişken olduğu durumda genel olarak normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. Bu varsayım altında şans kısıtlı doğrusal programlama modeli ile verilen şans kısıtlı stokastik doğrusal programlama probleminde yer alan c_j, a_{ij}, b_i ‘ ler normal dağılıma sahip rasgele değişkenledir. c_j, a_{ij}, b_i ‘nin bilinen varyans ve ortalamalara sahip rasgele değişkenler olduğu durumda farklı problemlerle karşılaşılır.

Katsayıları normal dağılıma sahip şans kısıtlarının deterministik eşitliklerinin bulunması kullanılan modeller mevcuttur. Bunlar;

1) Yalnız a_{ij} katsayılarının rasgele değişken olduğu,
2) Yalnız b_i katsayılarının rasgele değişken olduğu,
3) Yalnız c_j katsayılarının rasgele değişken olduğu,
4) a_{ij} ve b_i katsayılarının her ikisinin de rasgele değişken olduğu,
5) a_{ij} ve c_j katsayılarının her ikisinin de rasgele değişken olduğu,
6) c_j ve b_i katsayılarının her ikisinin de rasgele değişken olduğu,
7) c_j , a_{ij} ve b_i katsayılarının tümünün rasgele değişken olduğu

modellerdir [72].

Bu çalışmada yalnız b_i katsayıları rasgele değişken olduğu durum incelenecektir.

Durum 2: Yalnız b_i katsayıları rasgele değişken ise;

b_i, $E(b_i)$ ortalamalı ve $Var(b_i)$ varyanslı normal dağılıma sahip rasgele değişkenler olsun. Bu durumda,

$$\max(\min) z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i\right) \geq 1 - u_i\,, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_i \in (0,1)\,, \quad i = 1, \dots, m \tag{6.2}$$

modelinde verilen şans kısıtı,

$$P\left(\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}} \geq \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}}\right) \geq p_i\,, i = 1, \dots, m \tag{6.3}$$

biçiminde yazılır.

Burada $p_i = 1 - u_i$ ve $\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}}$ standart normal rasgele değişkendir. Bu durumda eşitsizlik,

$$P\left(\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}} \geq \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}}\right) \geq 1 - p_i\,, i = 1, \dots, m \tag{6.4}$$

biçimine dönüşür. Eğer K_{p_i} , $\emptyset(K_{p_i}) = 1 - p_i$ olan standart normal değişkenin değeri olarak alınırsa verilen kısıtlar,

$$\emptyset\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}}\right) \leq \emptyset(K_{p_i}) \tag{6.5}$$

biçiminde ifade edilir. Bu eşitsizlik sadece

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - E(b_i)}{\sqrt{Var(b_i)}} \leq K_{p_i}\,, \quad i = 1, \dots, m \tag{6.6}$$

olduğu durumda sağlanır ya da,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq E(b_i) + K_{p_i} \sqrt{Var(b_i)}\,, \quad i = 1, \dots, m \tag{6.7}$$

şeklinde yazılabilir. Böylece olasılıksal doğrusal programlama problemine denk olan deterministik doğrusal programlama problemi,

$$\max(\min) z\,(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq E\left(b_i\right) + K_{p_i} \sqrt{Var(b_i)}\ , \quad i = 1, \dots, n \qquad (6.8)$$

biçiminde ifade edilir. (Hulsurkar vd., 1997)

Kesim (6.1.1)' de ayrıntılı olarak tanımlanan diğer modellerin deterministik eşitlikleri farklı olup, ayrıntılar [73] de ayrıntılı olarak incelenmiştir.

7 UYGULAMA

Çalışmada portföy seçeneklerinin elde edilmesi amacıyla Konno-Yamazaki doğrusal programlama modeli kullanılmıştır. Bu modelde verilen kısıtlardan 3.'de ρ ile tanımlanan beklenen getiri miktarı belirsiz olup, kesin modellerde karar verici tarafından ortalamalardan yararlanılarak elde edilmiştir. Bu değer gerçekte tam olarak bilinmemektedir. Bu nedenle bu belirsizliğin hem bulanık, hem de stokastik bir yapıda olduğu düşünülmüştür.

Kısıtlardaki bulanık yapıyı ayrıntılı bir şekilde incelemek için Zimmermann yaklaşımından yararlanılmıştır. Aynı kısıtın rasgele bir yapıda olması durumunda stokastik programlama problemlerinden olan şans kısıtlı modeli kullanılmıştır.

Çalışmada BIST' te 27.02.2015 ve 03.04.2015 tarihleri arasında işlem görmüş olan 69 hisse senedine [75] ait verilerin günlük 2. Seans kapanış fiyatları verileri elde edilmiştir. Uygulama kısmı iki farklı bölümden oluşmaktadır. Birinci kısım kısıtın bulanıklık içermesi durumudur. Bu kısım için uygulama adımları aşağıdaki gibi verilmiştir.

Adım 1: Günlük ortalama getirilerin hesaplanması:

Çalışmada ilk olarak 27.02.2015 tarihi başlangıç alınarak hisse senetlerinin günlük getiri oranları (2.1) modeli kullanılarak, her bir hisse senedinin 25 günlük dönemi için günlük getiri oranları hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar (EK 1) ile verilmiştir.

Adım2: Beklenen getiri oranları için tolerans değerinin elde edilmesi:

Beklenen getiri modelde belirsizlik içerdiğinden dolayı bu ifade bulanık olarak ele alınmıştır. Bu nedenle beklenen getiriye ait tolerans değerleri güven aralıkları yöntemi ile hesaplanmıştır.

ρ ile ifade edilen beklenen getiri, 69 hisse senedinin 25 günlük dönem için hesaplanan ortalama getiri oranlarının ortalamaları alınarak elde edilmiştir.

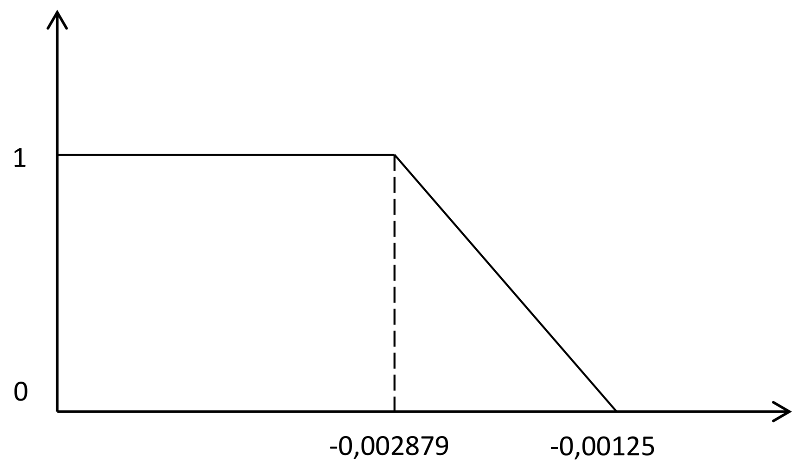
Hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının ortalamaları ve standart sapmaları,

$$Ortalama\ = -0{,}002065041 \quad (7.1)$$

$$Std.Sapma = 0{,}003450231 \quad (7.2)$$

biçiminde elde edilmiştir. Buna göre, (7.1) ve (7.2) sonuçları yardımıyla %95 güven düzeyinde 69 hisse senedi için güven aralığı [-0,002879 , -0,001251] olarak elde edilmiştir. Hesaplamalarda MINITAB.14 paket programı kullanılmıştır. Buradan güven aralığının uzunluğu 0,001628 olarak hesaplanmıştır.

Ortalama getiri oranlarından yararlanılarak elde edilen beklenen getirinin, ortalama getiriye eşit veya ortalama getiriden büyük olması beklenmektedir. Maksimum getiri minimum risk beklentisi içindeki yatırımcılar için ortalama getiri oranı beklenen getiriye eşit veya bu değerden büyük olan portföy optimal bir portföydür. Bu yüzden beklenen getirinin tolerans değeri elde edilen güven aralığı değeri olarak belirlenmiştir. ($\gamma = 0{,}001628$)



Çizelge 6.1 Güven aralığı grafiği

$$(b_i + p_i) - \ b_i \ = \ p_i \ = \gamma = 0{,}001628$$

Adım 3: Konno-Yamazaki doğrusal programlama modelinin bulanıklaştırılması:

Yatırımcıların elde edecekleri getiriyi tahmin etmeleri oldukça güçtür. Bu sebeple portföy analizinde kullanılacak olan, Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen doğrusal programlama modeli (5.2)' de ρ ile ifade edilen beklenen getirinin bulanıklaştırılması gerektiği düşünülmüştür ve (5.2) modelinin 3. kısıtı bulanıklaştırılmıştır. Kısıtlardaki bulanık yapıyı incelemek için, Zimmermann yaklaşımının kısıtlar için verilen lineer üyelik fonksiyonu (4.13),

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1, & (Ax)_i < b_i \\ 1 - ((Ax)_i - b_i)/p_i & b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \\ 0, & (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases} \tag{7.3}$$

kullanılarak beklenen getirinin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi oluşturulmuştur. $\mu_z(x)$: Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu,

r_j: j. hisse senedinin T dönemdeki ortalama getiri oranı,

x_j: j. hisse senedinin toplam yatırım içindeki payı,

ρ: Beklenen getiri oranı,

M_0: Toplam yatırım miktarı olmak üzere,

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1, & \sum_{j=1}^{69} r_j x_j < -0{,}002879 \\ 1 - \frac{\sum_{j=1}^{69} r_j x_j - \rho M_0}{0{,}001628}, & -0{,}002879 \le \sum_{j=1}^{69} r_j x_j \le -0{,}00125 \\ 0, & \sum_{j=1}^{69} r_j x_j > -0{,}00125 \end{cases} \tag{7.4}$$

sonucu elde edilmiştir.

(7.4) modeli kullanılarak bulanık kısıt aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$\mu(x) = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{69} r_j x_j - \rho M_0}{0{,}1628} \le \alpha \tag{7.5}$$

Bulanık kısıt oluşturulurken, $M_0 = 100$ kabul edilmiştir ve $\rho M_0 = -0{,}206541$ değeri yerlerine yerleştirilerek,

$$\sum_{j=1}^{69} r_j x_j \leq -0{,}043741 \ - (0{,}1628 * \alpha) \qquad (7.6)$$

bulanık kısıtı son halini almıştır. Bulanıklaştırılan kısıt her bir hisse senedinin 25 günlük dönemdeki ortalama getiri oranlarını ve her hisse senedinin toplam yatırım içindeki payını farklı α seviyelerinde görebilme imkanı sağlamaktadır ($\alpha\epsilon[0{,}1]$) .

Böylece (7.6) bulanık kısıtını kullanarak bulanık kaynaklı lineer programlama modelini aşağıdaki gibi yazmak mümkün olacaktır.

Amaç fonksiyonu:

$$Min\, Z = \sum_{t=1}^{25} y_t/25$$

Kısıtlar:

$$y_1 - (0.0002 * AKBNK + 0.0127 * ALBRK + \cdots + \ -0.0233 * HALKS \ + 0.0355 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_2 - (0.0039 * AKBNK + 0.0016 * ALBRK + \cdots + 0.0273 * HALKS + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_3 - ((-0.0243 * AKBNK) + (-0.0208 * ALBRK) + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0187 * RAYSG) \geq 0$$

.

.

.

$$y_{23} - ((-0.0024 * AKBNK) + (-0.016) * ALBRK + \cdots + \ -0.0832 * HALKS \ + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{24} - (0.0079 * AKBNK + 0.0075 * ALBRK + \cdots + 0.897 * HALKS + 0.0336 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{25} - (0.027 * AKBNK + 0.0133 * ALBRK + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0391 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_1 + (0.0002 * AKBNK + 0.0127 * ALBRK + \cdots + \ -0.0233 * HALKS \ + 0.0355 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_2 + (0.0039 * AKBNK + 0.0016 * ALBRK + \cdots + 0.0273 * HALKS + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_3 + ((-0.0243 * AKBNK) + (-0.0208 * ALBRK) + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0187 * RAYSG) \geq 0$$

.

.

.

$$y_{23} + ((-0.0024 * AKBNK) + (-0.016) * ALBRK + \cdots + \ -0.0832 * HALKS \ + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{24} + (0.0079 * AKBNK + 0.0075 * ALBRK + \cdots + 0.897 * HALKS + 0.0336 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{25} + (0.027 * AKBNK + 0.0133 * ALBRK + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0391 * RAYSG) \geq 0$$

$$-0.0014 * AKBNK \ + \ -0.0016 * ALBRK \ + \cdots + 0.0391 * RAYSG \ \leq \ -0.043704 \ - (0.1628 * \alpha)$$

$$AKBNK + ALBRK + ALNTF + \cdots + GUSGR + HALKS + RAYSG = 100$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad J = 1, 2, \ldots, 69$$

$$y_t \geq 0 \quad t = 1, 2, \ldots, 25 \tag{7.7}$$

Adım 4: Bulanık kaynaklı doğrusal programlama modelinin çözümü:

LINGO programı yardımıyla hesaplanan bulanık kaynaklı doğrusal programlama sonucunda $\alpha \epsilon [0,1]$ aralığında her bir α seviyesi için belirlenmiş farklı getiri ve riske sahip portföy seçenekleri elde edilmiştir.

Çalışmanın ikinci kısmında beklenen getirinin stokastik bir yapıda olduğu düşünülerek ilk kısımda bulanıklaştırılan kısıtın rasgelelik içerdiği varsayımıyla, şans kısıtlı stokastik programlama modeli olarak çözülmüştür. Buna göre belirsizlik içeren kısıtın şans kısıtı biçiminde modellenmesi ve deterministik eşitliğinin elde edilmesi aşağıda açıklanmıştır.

X rasgele değişken olmak üzere dağılım fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır;

$$P \ X < x \ = F(x)$$

Benzer şekilde ρ rassal değişken, $0 < \alpha < 1$ ve $M_0 = 1$ olmak üzere şans kısıtını aşağıdaki şekillerde tanımlamak mümkündür;

$$P(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0) \geq \alpha$$

$$P(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0) \leq \alpha$$

$$P\left(\rho M_0 \leq \sum_{j=1}^{n} r_j x_j\right) = F(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j) \leq \alpha \qquad (7.8)$$

Şans kısıtı göz önünde bulundurulduğunda F dağılım fonksiyonu için de aşağıdaki durumların söz konusu olduğunu söylemek mümkündür;

$$F(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j) \leq \alpha$$

$$F(\sum_{j=1}^{n} r_j x_j) \geq \alpha \qquad (7.9)$$

Şans kısıtı işlemlerine devam ederken F dağılım fonksiyonunun tersi alınmalıdır. Katsayıları normal dağılıma sahip rasgele değişkenler olan şans kısıtlı modellerde, bu katsayılara ait beklenen değer ve varyanslar biliniyorsa standartlaşma işlemi uygulanarak, standart normal dağılım tablolarından yararlanılmaktadır [68].

$F^{-1}(\alpha)$, F dağılım fonksiyonunun tersi, K standart normal dağılım tablo değeri ve $K\alpha_i = F^{-1}(\alpha)$ olmak üzere, dağılım fonksiyonu içinde tanımlı olan $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j$ değeri için;

$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \leq K\alpha_i$ eşitsizliğini yazmak mümkündür. Bu çalışmada,

$$F^{-1}(0{,}80) = 0{,}85$$

$$F^{-1}(0{,}85) = 1{,}04$$

$$F^{-1}(0{,}90) = 1{,}28$$

$$F^{-1}(0{,}95) = 1{,}645$$

$$F^{-1}(0{,}99) = 2{,}33$$

değerleri kullanılarak beş farklı α seviyesi için portföy seçenekleri elde edilecektir.

$P\ \ \rho M_0 \leq \ {}_{j=1}^{n} r_j x_j$ katsayılara ait beklenen değer ve varyansı bilinen şans kısıtı standartlaştırıldığında aşağıdaki model elde edilir;

$$P(\frac{\rho M_0 - E(\rho M_0)}{\overline{Var(\rho M_0)}} \leq \frac{{}_{j=1}^{n} r_j x_j - E(\rho M_0)}{\overline{Var(\rho M_0)}} \tag{7.10}$$

$$P(Z \leq \frac{{}_{j=1}^{n} r_j x_j - E(\rho M_0)}{\overline{Var(\rho M_0)}} \leq \alpha \tag{7.11}$$

Özel olarak, standart normal dağılım için F dağılım fonksiyonu ∅ ile gösterilirse, ∅, N(0,1) standart normal dağılımın dağılım fonksiyonu olmak üzere $\emptyset^{-1}$ de ∅'nin ters fonksiyonudur. Bu durumda;

$$\emptyset(\frac{{}_{j=1}^{n} r_j x_j - E\ \ \rho M_0}{\overline{Var\ \ \rho M_0}}) \leq \alpha \tag{7.12}$$

$\frac{{}_{j=1}^{n} r_j x_j - E\ \ \rho M_0}{\overline{Var\ \ \rho M_0}} \leq \emptyset^{-1}(\alpha)$ yazmak mümkün olacaktır. Örnek olarak $\alpha = 0{,}95$ için hesaplama yapıldığında;

$r_j x_j - E(\rho M_0) \leq 1{,}645 * \ \ \overline{Var(\rho M_0)}$ sonucu elde edilecektir. (7.13)

$\rho = \frac{1}{n}\ \ {}_{j=1}^{n} r_j$ olmak üzere;

$$E\ \ \rho M_0\ \ = M_0 E\ \ \rho\ \ = M_0 * E(\rho)$$

$$= 1 * E(\frac{1}{n}\ \ \ r_j)$$

$$= 1 * \frac{1}{69}[E\ \ r_1 + r_2 + \cdots + r_{69}\ \ ]$$

$$= 1 * (-0{,}002065)$$

$$= -0{,}002065$$

$$Var\ \ \rho M_0\ \ = {M_0}^2 * Var\ \ \rho$$

$$= 0{,}041536$$

Sonuç olarak şans kısıtlı stokastik model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \leq -0{,}002065 + K * \sqrt{0{,}041536} \quad (7.14)$$

Böylece (6.5) bulanık kısıtını kullanarak bulanık kaynaklı lineer programlama modelini;

Amaç fonksiyonu:

$$Min\ Z = \sum_{t=1}^{25} y_t/25$$

Kısıtlar:

$$y_1 - (0.0002 * AKBNK + 0.0127 * ALBRK + \cdots + (-0.0233 * HALKS) + 0.0355 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_2 - (0.0039 * AKBNK + 0.0016 * ALBRK + \cdots + 0.0273 * HALKS + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_3 - ((-0.0243 * AKBNK) + (-0.0208 * ALBRK) + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0187 * RAYSG) \geq 0$$

.

.

.

$$y_{23} - ((-0.0024 * AKBNK) + (-0.016) * ALBRK + \cdots + (-0.0832 * HALKS) + 0.0027 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{24} - (0.0079 * AKBNK + 0.0075 * ALBRK + \cdots + 0.897 * HALKS + 0.0336 * RAYSG) \geq 0$$

$$y_{25} - (0.027 * AKBNK + 0.0133 * ALBRK + \cdots + 0.0032 * HALKS + 0.0391 * RAYSG) \geq 0$$

$$(y_t + \sum_{j=1}^{69} a_{tj} x_j \geq 0)$$

$$\sum r_j x_j \leq -0{,}002065 + K * \sqrt{0{,}041536}$$

$$AKBNK + ALBRK + ALNTF + \cdots + GUSGR + HALKS + RAYSG = 100$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad J = 1, 2, \ldots, 69$$

$$y_t \geq 0 \quad t = 1, 2, \ldots, 25 \quad (7.15)$$

biçiminde yazmak mümkün olacaktır.

8 SONUÇ

Uygulama aşamasının ilk bölümünde; (5.2) modelinin 3. kısıtının bulanıklaştırılmasıyla, bulanık kaynaklı doğrusal programlama modeli elde edilmiş ve modelin 69 hisse senedi için $\alpha \in [0,1]$ aralığında çözülmesiyle her α seviyesine karşılık belirli bir getiriye ve riske sahip portföyler elde edilmiştir. Farklı α seviyeleri için oluşturulan portföylerin, beklenen getiri ve risk değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	α=0	α=0.1	a=0.2	α=0.3	α=0.4	α=0.5	α=0.6	α=0.7	α=0.8	α=0.9	α=1
Getiri(Kısıt)	-0,000987	-0,002082	-0,002082	-0,002121	-0,001953	-0,001953	-0,002633	-0,002948	-0,003437	-0,003482	-0,003482
Risk(Amaç)	0,216987	0,219150	0,221470	0,223809	0,226323	0,228934	0,232619	0,237231	0,242495	0,247989	0,253486

Çizelge 7.1 Bulanık kaynaklı doğrusal programlama model sonuçları

Bu alternatif sonuçlar doğrultusunda karar verici riske olan yaklaşımlarına göre kendine en uygun olanı seçme şansına sahip olacaktır.

Çizelge 7.1' deki getiri oranları ve risk değerleri göz önünde bulundurularak EK 2 sonuçları incelendiğinde, $\alpha = 0.6$ ve $\alpha = 0.7$ seviyelerinde hemen hemen aynı hisse senetlerine birbirine çok yakın değerlerde yatırım oranları seçenekleri sunulmuştur. Risk değerleri çok yakın olan bu seviyeler için getiri oranı daha yüksek olan $\alpha = 0.6$ seviyesinin seçilmesi optimal bir çözüm olarak yatırımcılara önerilebilir. Bu öneri doğrultusunda yatırımcılar $\alpha = 0.6$ seviyesinde, yatırımlarının; %3.73' sini ALTF, %5.12' ini ASYAB, %2.43' ünü DENIZ, %5.02' sini MRTGG, %2.13'ünü PNSUT, %0.81' ini SELGD, %1.36'sını TACTR, %62.46'sını TKURU, %0.85' ini UYUM, %3.15' ini YAPRK, %0.98' ini ANELT, %4.18' ini ESCOM, %2.92' ini KRONT, %2.31'ini LOGO, %0.77'sini AVISA, %1.69'unu AVIVA hisse sentlerine yatırmaları beklenmektedir.

Klasik mantık yaklaşımında elde edilen sonuçlar {0,1} değer kümesi elemanlarından biri olmaktadır. Bulanık mantık yaklaşımında ise sonuçlar [0,1] aralığında derecelendirme seviyelerine göre çeşitlendirilebilmektedir. Uygulamanın bu aşamasında bulanık mantık yaklaşımı sayesinde portföy oluşturulurken beklenen getirideki bulanık kaynaklı belirsizlik için yatırımcılara, farklı α seviyelerine ait ikiden fazla portföy seçeneği sunulabilmiştir.

Uygulama aşamasının ikinci bölümünde; belirsizliğin rasgelelikten kaynaklandığı varsayılarak, (4.11) modelinin 3. kısıtı şans kısıtı ile değiştirilmiş ve stokastik programlama problemlerinden olan şans kısıtlı modeli yardımıyla portföy seçenekleri elde edilmiştir. Şans kısıtı modeli oluşturulurken;

$$1-\alpha \ = 0.80, \alpha = 0.20$$

$$1-\alpha \ = 0.85, \alpha = 0.15$$

$$1-\alpha \ = 0.90, \alpha = 0.10$$

$$1-\alpha \ = 0.95, \alpha = 0.05$$

$$1-\alpha \ = 0.99, \alpha = 0.01$$

α seviyeleri için standart normal dağılım tablolarından yararlanılarak, tablo değerlerine karşılık gelen beş farklı değer için portföy seçenekleri elde edilmiştir. Oluşturulan portföylerin beklenen getiri ve risk değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	α=0.20	α=0.15	α=0.10	α=0.05	α=0.01
Getiri(Kısıt)	-0,003482	-0,003482	-0,003482	-0,003482	-0,003482
Risk(Amaç)	0,252049	0,251729	0,251324	0,250707	0,249551

Çizelge 7.2 Şans kısıtlı stokastik programlama modeli sonucu

Çizelge 7.2 sonuçları incelendiğinde, şans kısıtlı stokastik programlama modeli beş farklı seviye için de aynı getiri oranlarını vermektedir. Buradan yatırım oranları dağılımının aynı hisse senetleri üzerinde farklı oranlamalarla olduğunu söylemek mümkündür. Belirsizliğin rasgele olduğu düşünülen bu model sonucunda, yatırımcıların riske karşı olan tutumlarına göre portföy seçiminde bulunmaları beklenmektedir.

Bu sonuçlar doğrultusunda beklenen getirinin belirsiz olduğu varsayımı altında iki farklı model geliştirilmiş ve bunlara ilişkin farklı seviyelerde risk değerleri elde edilmiştir. Bulanık ve rasgele modeller incelendiğinde amaç fonksiyonu değerlerinin birbirlerine oldukça yakın olduğu gözlenmektedir. Buna göre risk değerleri ve getiriler yaklaşık ifadelere sahiptir. Karar verici bu tür bir problemi ister bulanık ister stokastik bir yapıda ele alabilir.

Bu çalışma karar vericiye farklı yapılarda çözülmüş problemler sonucunda oldukça fazla alternatif sunmaktadır. Kendi risk yaklaşımına göre sunulan alternatifleri değerlendirerek istediği portföye yatırım yapabilir. Çalışmada elde edilen sonuçlar gözlenmiş ve uygun olan bir sonuç seçilmiştir. Ancak farklı öncelikler durumunda yatırım yaklaşımlarına göre yatırımcılar farklı α seviyelerindeki atamaları seçebilme seçeneğine sahip olacaklardır.

Bu çalışmadan yola çıkılarak, hisse senetlerinin aylık ya da yıllık değerleri ve o döneme ait artış miktarları göz önünde bulundurularak da getiri oranındaki belirsizlik adına geleceğe yönelik tahminlerde bulunmak mümkündür. Fakat günlük değişimlerdeki hassasiyeti aylık ve yıllık elde edilen hisse senetleri fiyatlarıyla elde etmek çok da mümkün olmayacaktır. Aylık hisse senedi değerleri günlük değerlerin ortalaması alınarak elde edileceği için ortalamadan kaynaklanan veri kaybı olması muhtemeldir. Bu model üzerinden hisse senedi seçimlerinde sektörel çeşitlendirmeye gidilebilir ya da farklı sektörler için de günlük veriler elde edilerek portföy oluşturulabilir.

KAYNAKLAR LİSTESİ

[1] CEYLAN, Ali; KORKMAZ, Turhan. Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi. Ekin Kitabevi, 1998, 3.

[2] YALÇINER, K.; ATAN, M.; BOZTOSUN, D. Karesel Programlama Yönteminin İMKB 100 Endeksine Uygulanması ve Portföy Optimizasyonu. İşletme Finans Dergisi, 2005, 232: 70-83.

[3] ÜSTÜNEL, İbrahim Engin. Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması. İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, Ankara, 2000.

[4] BOLAK, M. Sermaye piyasası: menkul kıymetler ve portföy analizi. Beta Basım Yayım, 1998.

[5] CHRISTOFFERSEN, Peter F. Elements of financial risk management. Academic Press, 2011.

[6] AYAN, Tuba Yakıcı; AKAY, Öğr Gör Ali; KTÜ İİBF, Ekonometri Bölümü. TAHMİNE DAYALI PORTFÖY OPTİMİZASYONU: MODERN PORTFÖY TEORİSİNDE RİSK VE BEKLENEN GETİRİ KAVRAMLARINA ALTERNATİF BİR YAKLAŞIM. Dumlupinar University Journal of Social Science/Dumlupinar Üniversitesi Soysyal Bilimler Dergisi, 2014.

[7] MITTRA, S.; GASSEN, C. INVESTMENT ANALYSİS AND PORTFOLİO MANAGEMENT ,HARCOURT PRICE,NEWYOURK,1981.

[8] AKMUT, Ö. Sermaye Piyasası Analizleri ve Portföy Yönetimi, Ankara, 1989.

[9] KARAŞİN, A.G., (1986), Sermaye Piyasası Analizleri, SPK Yayın No:4, Ankara.

[10] KANALICI H. Hisse Senedi Fiyatlarının Tespiti ve Tesir Eden Faktorler. SPK Yayınları. 1997. Yayın No:77

[11] UĞUZ Murat, Menkul Kıymet Seçimi Ve Yatırım Yönetimi, İstanbul, 1990

[12] KANYILMAZ İ., Risk ve Menkul kıymetler yatırım tahlilleri ders notları(1992)

[13] BOZKURT Ü.,’’menkul dewğer yatırımlarının yönetimi’’iktisat bankası eğitim yayınları no:4,İstanbul,1988

[14] BOLAK M., Sermaye piyasası menkul kıymetler ve ve portföy analizi,beta basım yayım dağıtım a.ş. İstanbul,1991

[15] AŞIKOĞLU R., sermaye piyasası aracı olarak enflasyon ortamında tahvilleri değerleme, Anadolu üniversitesi basımevi,Eskişehir,1983

[16] FRANCIS J.C., Investments analysis and management, McGraw-Hill Book Company,New York,1972)

[17] CEYLAN Ali– KORKMAZ Turhan, Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi, Ekin Kitabevi Yayınları, 3. Baskı, Bursa, 1998.

[18] KARDIYEN, Filiz. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE İMKB VERİLERİNE UYGULANMASI ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA. Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 2007, 21.2.

[19] GÜNGÖR, Z. “Yatırım Yönetimi Ders Notları” Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ankara ,2003) (Ertuna, I.O., “Yatırım ve Portföy Analizi (Bilgisayar Uygulama Örnekleriyle)”,Boğaziçi Üniversitesi

[20] DEMIRTAŞ, Özgür; GÜNGÖR, Zülal. Portföy yönetimi ve portföy seçimine yönelik uygulama. Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi, 2004, 1.4: 103-109.

[21] ÖZÇAM, Ferhat. Teknik Analiz ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası. Sermaye Piyasası Kurulu, 1996.

[22] KARAŞİN G., Sermaye Piyasası Analizleri, Sermaye Piyasası Yayın No: 4, Ankara, 1986

[23] William F. SHARPE, Portföy Teorisi Ve Sermaye Piyasaları, Çeviren: Selim BEKÇİOĞLU, Ankara, 1988, s. 25-27

[24] BEKÇİOĞLU S., Portföy Yaklaşımları Ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türk Pay Senedi Piyasasına Uygulanması, Ankara, 1984)

[25] FRANCIS C. J., Investment: Analysis And Management, Mc. Graw – Hill Book Company, New York, 1976, s.400

[26] JONES, C. P., D. L TUTTLE, C. P. HEATON, Essential Of modern Investment , The Ronald Press Company, New York, 1977, s. 327.

[27] KAYA, Cansın; KOCADAĞLI, Ozan. Etkin Sınır Ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama. 2012.

[28] MARKOWITZ, H. M., “Portfolio Selection” Journal Of Finance, March ,1952, S.77-91

[29] GÖKBEL, S. A., Süre Temelli Portföyler ve İMKB’de Uygulanabilirliği, S.P.K. Yayınları, İstanbul, 2003

[30] KANALICI, A. H. Modern Portföy Teorisi ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’ndaki Uygulanabilirliği. Öneri, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 2004, 189-202.

[31] Edwin J. ELTON, Martin J. GRUBER, “ Modern Portfolio Theory, 1950 to Date” , Journal of Banking and Finance, C. 21, 1997, s.1744.

[32] BİRGİLİ, Erhan; TUNA, Öğr Gör Gülfen. Markowitz ve Tek Endeks Modellerinin Uygulanması: İMKB 30 Endeksi Üzerinde Karşılaştırmalı Analiz. Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 2010, 15.3.

[33] KARDİYEN, Araş Gör Filiz. Portföy Optimizasyonunda Ortalama Mutlak Sapma Modeli ve Markowitz Modelinin Kullanımı ve İMKB Verilerine Uygulanması. Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 2008, 13.2.

[34] Harry M. MARKOWITZ, Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment,, New York, Wiley, 1959,s.3-5.

[35] KROLL, Yoram; LEVY, Haim; MARKOWITZ, Harry M. Mean-variance versus direct utility maximization. The Journal of Finance, 1984, 39.1: 47-61.

[36] KONNO, Hiroshi; YAMAZAKI, Hiroaki. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. Management science, Vol.37,No.5 (May, 1991), 519-531.

[37] KARAN, Mehmet Baha (2001), Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi, Gazi Kitabevi.

[38] ÖZDEMİR, Erhan ve M. Giresunlu (1995), "Sharpe Tek İndeks Modeli İle Portföy Seçimi", İÜ İşletme Fakültesi,İşletme İktsadı Enstitüsü Dergisi: Yönetim, Yıl:6, Sayı: 21, 1995

[39] CEYLAN, A.; KORKMAZ, T. Financial Management in Enterprises. 1995.

[40] ELTON, Edwin J. ve M. J. Gruber (1995), Modern Portfolio Theory And Investment Analysis, 5th ed. Canada, john wiley&sons, 1995

[41] KOSKO, Bart; ISAKA, Satoru. Fuzzy logic. Scientific American, 1993, 269.1: 62-7.

[42] YILDIZ, Birol. ORAN ANALİZİNDE BULANIK MANTIK KUL-LANIMI: AMPRİK BİR ÇALIŞMA. World of Accounting Science, 2008, 10.2.

[43] ASLANGIRAY, Alev; AKYÜZ, Gökhan. Bulanık kontrol grafikleri: Tekstil firmasında bir uygulama. Journal of the School of Business Administration, Istanbul University, 2014, 43.1: 70-89.

[44] LAI, Young-Jou; HWANG, Ching-Lai. Fuzzy mathematical programming. Springer Berlin Heidelberg, 1992.

[45] ECER, Fatih. Fuzzy Topsis yöntemiyle insan kaynağı seçiminde adayların değerlemesi ve bir uygulama. 2007.

[46] KLIR, George; YUAN, Bo. Fuzzy sets and fuzzy logic. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

[47] ÇEVIK, Osman; YILDIRIM, Yasemin. Bulanık doğrusal programlama ile süt ürünleri işletmesinde bir uygulama. 2010.

[48] ROSS, Timothy J. Fuzzy logic with engineering applications. John Wiley & Sons, 2009.

[49] ZADEH, Lotfi A. Fuzzy sets. Information and control, 1965, 8.3: 338-353.

[50] ATALAY D.K., ‘‘Çok amaçlı stokastik programlama problemine etkileşimli bulanık programlama yaklaşımı’’ Doktora tezi, Ankara Üniversitesi, İstatistik Anabilim Dalı, Ankara, 2006)

[51] ELMAS, Ç., (2003), Bulanık Mantık Denetleyiciler, Seçkin Yayıncılık, Ankara

[52] ERGÜLEN, Ahmet ve Halim Kazan (2007), “Taşımacılık Sektörünün İşleyiş Süreci, Bulanık Dağıtım Probleminin Tamsayılı Doğrusal Programlama Model Denemesi”, ZKÜ Sosyal Bilimler Dergisi, C. 3, S. 6, ss. 109-125

[53] Bellman, R.E., Zadeh L.A., “Decision making in a fuzzy environment”, International Journal of Management Science, 17,141-164, 1970.

[54] Hansen, B. K.(1996). Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems, Term Paper for Fuzzy Coursa at Technical University of Nova Scotia

[55] TÜRKBEY, O. (2003). Makina Sıralama Problemlerinde Çok Amaçlı Bulanık Küme Yaklaşımı, Gazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt:18 Sayı:2, s.63-77

[56] METE M., MANİSALI E. (2007). Bakım Stratejilerinin Seçiminde Bulanık Çok Amaçlı Karar Verme Modeli, Yöneylem Araştırması / Endüstri Mühendisliği 27. Ulusal Kongresi Bildiriler Kitabı, İzmir, s.1213–1218.

[57] Yalçın-Seçme, N.(2005). Klasik Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırılmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

[58] TERANO, T.; ASAI, K. ve SUGENO, M. (1992). Fuzzy systems theory and its applications, Academic Pres Inc., 268s., San Diego

[59] BAKIR, Mehmet Akif ve Bülent Altunkaynak (2003), Tamsayılı Programlama: Teori, Modeller ve Algoritmalar, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara

[60] Wang, D. (1997). An inexact approach for linear programming problems with fuzzy objective and resources. Fuzzy Sets and Systems , 89, 61-68

[61] Zimmermann, H.-J. (1991). Fuzzy Set Theory and Its Applications. Massachusetts: Kluwer Academic

[62] BOZDAĞ, Nihat; HASAN, T. Ü. R. E. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE İMKB ÜZERİNE BİR UYGULAMA. İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 2008, 10.1: 1-18

[63] GÜZELER, Ayşe KARAÇİZMELİ; CİHANGİR, Mehmet; SABUNCU, İbrahim. OPTİMAL PORTFÖY SEÇİMİNDE KONNO-YAMAZAKİ MODELİ YAKLAŞIMI ve İMKB MALİ SEKTÖR HİSSE SENETLERİNE UYGULANMASI. İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 2008, 10.3: 1-18.)

[64] KAYA, C., (2012), Doğrusal Olmayan Programlama ile Portföy Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

[65] KOCADAĞLI, O. Ve CİNEMRE, N. (2010), "Portföy Optimizasyonunda SVFM ile Bulanık Doğrusal Olmayan Model Yaklaşımı", İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi, 39 (2), 359-369

[66] KOCADAĞLI O., Bulanık matematiksel programlama ve portföy analizi, Yüksek Lisans Tezi, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, İstatistik Anabilim Dalı, İstanbul, 2006

[67] Hillier, F.S. ve Lieberman, G.J. (1990). Introduction to Mathematical Programming. Hill Publishing Company, New York

[68] ATALAY, Kumru Didem; APAYDIN, Ayşen. Şans kısıtlı stokastik programlama problemlerinin deterministik eşitlikleri. 2011.

[69] Kolbin, V.V. (1977). Stochastic Programming. D. Reidel Publishing Company, Boston

[70] Taha, H.A. (1997). Operations Research an Introduction. Prentice Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ

[71] Sengupta, J.K. (1972). Stochastic Programming: Methods and Applications. North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

[72] Hulsurkar, S., Biswal, M.P. ve Sinha, S.B. (1997). Fuzzy Programming Approach to Multi-Objective Stochastic Linear Programming Problems. Fuzzy Sets and Systems 88,173-181.

[73] ATALAY D.K., ''Çok amaçlı stokastik programlama problemine etkileşimli bulanık programlama yaklaşımı'' Doktora tezi, Ankara Üniversitesi, İstatistik Anabilim Dalı, Ankara, 2006

[74] Bolak, Mehmet. (1994), Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi, İkinci Baskı, Beta Basım Yayım Dağıtım, İstanbul.

[75] http://www.bigpara.com/

EK 1 HİSSE SENETLERİNİN GÜNLÜK FİYATLARI VE GÜNLÜK ARTIŞ ORANLARI

NO	HİSSE SENETLERİ																											
		27.02.15	02.03.15	03.03.15	04.03.15	05.03.15	06.03.15	09.03.15	10.03.15	11.03.15	12.03.15	13.03.15	16.03.15	17.03.15	18.03.15	19.03.15	20.03.15	23.03.15	24.03.15	25.03.15	26.03.15	27.03.15	30.03.15	31.03.15	01.04.15	02.04.15	03.04.15	ORTALAMA
1	AKBNK	8,23	8,22	8,24	8,03	7,69	7,49	7,55	7,26	7,41	7,46	7,48	7,59	7,78	7,67	8	8,14	8,24	7,92	7,99	7,87	7,88	7,89	7,71	7,68	7,73	7,93	
			-0,0012	0,0024	-0,0258	-0,0433	-0,0264	0,0080	-0,0392	0,0205	0,0067	0,0027	0,0146	0,0247	-0,0142	0,0421	0,0173	0,0122	-0,0396	0,0088	-0,0151	0,0013	0,0013	-0,0231	-0,0039	0,0065	0,0255	-0,0015
2	ALBRK	1,78	1,8	1,8	1,76	1,76	1,75	1,78	1,72	1,69	1,69	1,66	1,67	1,69	1,67	1,72	1,73	1,77	1,73	1,76	1,72	1,71	1,71	1,71	1,68	1,69	1,71	
			0,0112	0,0000	-0,0225	0,0000	-0,0057	0,0170	-0,0343	-0,0176	0,0000	-0,0179	0,0060	0,0119	-0,0119	0,0295	0,0058	0,0229	-0,0229	0,0172	-0,0230	-0,0058	0,0000	0,0000	-0,0177	0,0059	0,0118	-0,0016
3	ALNTF	2,26	2,26					2,03	2,19	2,18	2,24	2,25	1,94	1,9	1,85	1,88	1,94	1,75	1,82	1,77	1,74	1,74	1,6	1,6	1,69	1,69	1,7	
			0						0,07586575	-0,0045767	0,02715099	0,00445435	-0,1482422	-0,0208341	-0,0266682	0,01608614	0,0314162	-0,1030722	0,03922071	-0,027857	-0,0170944	0	-0,0838815	0	0,0547249	0	0,00589972	-0,0088704
4	ALYAG	0,78	0,78	0,79	0,78	0,76	0,75	0,77	0,71	0,72	0,71	0,7	0,7	0,71	0,69	0,7	0,71	0,71	0,71	0,7	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,7	0,7	
			0	0,01273903	-0,012739	-0,0259755	-0,0132452	0,02631731	-0,0811255	0,01398624	-0,0139862	-0,0141846	0	0,01418463	-0,0285734	0,01438874	0,01418463	0	0	-0,0141846	-0,0143887	0	0	0	0	0,01438874	0	-0,0043285
5	ASYAB	0,65	0,64	0,62	0,63	0,61	0,61	0,61	0,6	0,6	0,59	0,59	0,59	0,59	0,58	0,57	0,57	0,65	0,65	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,61	0,61	0,63	
			-0,0155042	-0,0317487	0,01600034	-0,0322609	0	0	-0,0165293	0	-0,0168071	0	0	0	-0,0170944	-0,0173917	0	0,131336	0	-0,0472529	0	0	0	0	-0,0162605	0	0,03226086	-0,0012501
6	AVOD	0,9	0,9	0,91	0,89	0,88	0,87	0,89	0,88	0,89	0,88	0,88	0,9	0,89	0,9	0,91	0,92	0,93	0,92	0,93	0,92	0,93	0,96	1,02	1,03	1,01	1,03	
			0	0,01104984	-0,0222231	-0,0112996	-0,0114287	0,02272825	-0,0112996	0,01129956	-0,0112996	0	0,02247286	-0,0111733	0,0111733	0,01104984	0,01092907	0,01081092	-0,0108109	0,01081092	-0,0108109	0,01081092	0,0317487	0,06062462	0,00975617	-0,0196085	0,01960847	0,00539677
7	DARDL	1,41	1,47	1,47	1,47	1,45	1,43	1,43	1,43	1,43	1,38	1,3	1,3	1,37	1,38	1,39	1,43	1,41	1,35	1,37	1,36	1,22	1,37	1,39	1,41	1,41	1,39	
			0,0416727	0	0	-0,0136988	-0,0138891	0	0	0	-0,0355909	-0,0597192	0	0,05244648	0,00727276	0,00722025	0,0283707	-0,0140847	-0,0434851	0,01470615	-0,007326	-0,1086338	0,11595988	0,01449301	0,01428596	0	-0,014286	-0,0005714
8	DENIZ	7,03	7,03	6,85	6,9	6,8	7,05	7,04	7,04	7	6,82	6,95	6,95	6,7	6,81	6,95	6,97	6,9	6,89	6,87	6,88	6,9	6,98	6,9	6,91	6,91	6,91	
			0	-0,0259381	0,00727276	-0,0145988	0,036105	-0,0014194	0	-0,005698	-0,0260507	0,01888219	0	-0,0366341	0,01628459	0,02034954	0,00287357	-0,0100938	-0,0014503	-0,002907	0,00145455	0,00290276	0,01152751	-0,0115275	0,00144823	0	0	-0,0006887
9	EKIZ	0,48	0,47	0,45	0,45	0,44	0,45	0,46	0,46	0,45	0,44	0,42	0,41	0,51	0,57	0,6	0,57	0,49	0,5	0,45	0,49	0,5	0,5	0,45	0,48	0,47	0,48	
			-0,0210534	-0,0434851	0	-0,0224729	0,02247286	0,02197891	0	-0,0219789	-0,0224729	-0,04652	-0,0240976	0,21825357	0,11122564	0,05129329	-0,0512933	-0,151231	0,02020271	-0,1053605	0,08515781	0,02020271	0	-0,1053605	0,06453852	-0,0210534	0,02105341	-2,415E-17
10	ERSU	1,18	1,18	1,16	1,13	1,13	1,13	1,17	1,14	1,12	1,08	1,06	1,03	1,04	1,02	1,04	1,07	1,07	1,06	1,05	1,02	1,01	1,02	1,01	1,04	1,03	1,04	
			0	-0,0170944	-0,0262024	0	0	0,03478612	-0,0259755	-0,0176996	-0,0363676	-0,0186921	-0,0287101	0,00966191	-0,0194181	0,01941809	0,02843794	0	-0,0093897	-0,0094787	-0,0289875	-0,0098523	0,0098523	-0,0098523	0,02927038	-0,0096619	0,00966191	-0,0050517

11	**ETILR**	7,26	7	6,83	6,62	6,59	6,6	6,63	6,55	6,01	6,93	6,56	6,16	5,94	5,79	6,03	5,79	5,74	5,67	5,66	5,7	5,58	5,9	5,95	6,66	6,86	7,1	
			-0,0364697	-0,0245855	-0,0312293	-0,004542	0,0015163	0,00453516	-0,0121398	-0,0860403	0,14243506	-0,0548692	-0,0629138	-0,0363676	-0,0255768	0,04061472	-0,0406147	-0,0086731	-0,0122701	-0,0017652	0,00704228	-0,0212774	0,05576357	0,00843887	0,11272826	0,02958796	0,03438734	-0,0008914
12	**FINBN**	3,01	3,01	2,98	2,97	2,91	2,9	2,91	2,84	2,87	2,88	2,86	2,86	2,88	2,86	2,92	2,89	2,87	2,84	2,85	2,79	2,8	2,8	2,79	2,79	2,81	2,81	
			0	-0,0100168	-0,0033613	-0,0204089	-0,0034423	0,00344234	-0,024349	0,01050798	0,00347826	-0,0069687	0	0,00696867	-0,0069687	0,02076199	-0,0103271	-0,0069445	-0,010508	0,00351494	-0,0212774	0,00357782	0	-0,0035778	0	0,00714289	0	-0,0027502
13	**FRIGO**	0,91	0,93	0,94	0,92	0,9	0,9	0,9	0,88	0,8	0,8	0,72	0,71	0,7	0,72	0,76	0,78	0,78	0,77	0,77	0,77	0,77	0,78	0,8	0,8	0,8	0,81	
			0,02173999	0,01069529	-0,0215062	-0,0219789	0	0	-0,0224729	-0,0953102	0	-0,1053605	-0,0139862	-0,0141846	0,02817088	0,05406722	0,02597549	0	-0,0129034	0	0	0	0,0129034	0,02531781	0	0	0,01242252	-0,0046564
14	**GARAN**	9,02	9,02	9,17	8,84	8,62	8,43	8,57	8,24	8,33	8,33	8,14	8,27	8,61	8,53	9,05	9,05	9,17	8,84	8,91	8,65	8,56	8,86	8,56	8,55	8,42	8,74	
			0	0,01649295	-0,0366504	-0,0252018	-0,0222883	0,01647096	-0,0392674	0,01086311	0	-0,0230733	0,01584433	0,04028981	-0,009335	0,0591754	0	0,01317253	-0,0366504	0,00788736	-0,0296149	-0,0104591	0,03444657	-0,0344466	-0,0011689	-0,0153215	0,03730036	-0,0012614
15	**HALKB**	14,9	14,9	14,95	14,55	14,15	14	13,85	13,2	12,95	12,8	12,35	12,7	13	12,8	13,4	13,6	13,95	13,35	13,55	13,15	12,9	13,25	12,9	12,95		13,3	
			0	0,00335009	-0,0271203	-0,0278764	-0,0106573	-0,0107721	-0,0480684	-0,019121	-0,0116506	-0,0357891	0,02794593	0,02334736	-0,0155042	0,04580954	0,01481509	0,02540972	-0,0439631	0,01487016	-0,0299648	-0,0191944	0,02677024	-0,0267702	0,00386848			-0,0060985
16	**ISBTR**	1366,32	1380	1380	1380	1329	1340	1400		1400					1485	1500	1499	1458	1340	1340	1349,5	1330	1330	1343,5	1343,5	1343,5	1365	
			0,0099625	0	0	-0,0376567	0,00824283	0,04380262								0,01005034	-0,0006669	-0,0277326	-0,084396	0	0,00706454	-0,0145552	0	0,01009921	0	0	0,01587628	-0,0033283
17	**ISCTR**	6,31	6,33	6,39	6,11	5,94	5,89	6,02	5,8	5,84	5,9	5,72	5,83	6,02	5,98	6,24	6,27	6,37	6,17	6,18	5,95	5,88	6,01	5,86	5,76	5,73	5,84	
			0,00316456	0,00943403	-0,0448075	-0,0282176	-0,0084531	0,02183126	-0,0372293	0,00687288	0,01022155	-0,0309835	0,01904819	0,03207026	-0,0066667	0,04255961	0,00479617	0,01582311	-0,0319006	0,00161943	-0,0379271	-0,0118345	0,02186799	-0,0252751	-0,0172121	-0,0052219	0,01901527	-0,0030962
18	**KENT**	129	132,5	130	125,5	123	123	132	124	125	127	132	130	127	129	129	127	127	123,5	124,5	127	127	127	127	130	127	127	
			0,02677024	-0,0190482	-0,0352287	-0,0201214	0	0,07061757	-0,0625204	0,00803217	0,01587335	0,03861484	-0,0152675	-0,0233474	0,01562532	0	-0,0156253	0	-0,0279459	0,00806456	0,01988137	0	0	0	0,02334736	-0,0233474	0	-0,000625
19	**KERVT**	44,35	44,3	43,5	40,85	40	41,1	41,3	39,65	39,8	40,5	39,3	39,25	41	40,2	40,95	41,05	42,15	40,8	41	39,9	40,2	40,6	40,6	40,1	40,7	41,3	
			-0,001128	-0,0182237	-0,0628541	-0,0210274	0,02712867	0,00485438	-0,0407716	0,00377596	0,01743506	-0,0300775	-0,0012731	0,04362062	-0,0197051	0,01848481	0,00243903	0,02644385	-0,0325526	0,00488999	-0,0271957	0,00749067	0,00990107	0	-0,0123917	0,01485176	0,01463441	-0,00285
20	**KILER**	1,84	1,86	1,9	1,95	1,75	1,72	1,72	1,64	1,66	1,73	1,71	1,71	1,73	1,72	1,77	1,82	1,9	1,88	1,85	1,79	1,8	1,81	1,84	1,89	1,9	1,93	
			0,01081092	0,0212774	0,02597549	-0,1082136	-0,0172915	0	-0,047628	0,01212136	0,04130381	-0,011628	0	0,01162804	-0,0057971	0,02865526	0,02785695	0,04301739	-0,0105821	-0,0160861	-0,03297	0,00557105	0,00554018	0,01643873	0,02681126	0,00527706	0,01566612	0,00191018

21	KIPA	1,47	1,51	1,53	1,52	1,49	1,47	1,56	1,66	1,7	1,58	1,52	1,56	1,57	1,55	1,57	1,62	1,63	1,58	1,59	1,55	1,54	1,59	1,59	1,59	1,07	1,62	
			0,02684725	0,01315808	-0,0065574	-0,0199342	-0,0135137	0,05942342	0,06213178	0,02381065	-0,0732034	-0,0387145	0,02597549	0,0063898	-0,0128207	0,01282069	0,03135053	0,00615387	-0,0311552	0,00630917	-0,0254791	-0,0064725	0,0319516	0	0	-0,3960754	0,4147675	0,00388655
22	KLNMA	5,1	5,15	5,18	5,1	5,06	5,06	5,1	5,12	5,03	5,02	5	4,99	4,8	4,99	4,98	5	4,99	4,9	4,89	4,87	4,87	4,99	4,98	4,94	4,94	5	
			0,00975617	0,00580834	-0,0155645	-0,0078741	0	0,00787406	0,0039139	-0,0177345	-0,0019901	-0,003992	-0,002002	-0,03882	0,03881999	-0,002006	0,00400802	-0,002002	-0,0182007	-0,0020429	-0,0040984	0	0,02434197	-0,002006	-0,0080646	0	0,01207258	-0,0007921
23	KNFRT	14,55	14,5	15,25	15,2	14,9	14,65	14,85	15,3	15	15,05	15,2	15,05	15,25	15,2	15,8	15,6	15,75	15,25	15,4	15,15	15,2	15,6	15,35	15,4	15,8	16,25	
			-0,0034423	0,05043085	-0,0032841	-0,0199342	-0,0169209	0,01355953	0,02985296	-0,0198026	0,00332779	0,00991744	-0,0099174	0,01320151	-0,0032841	0,03871451	-0,012739	0,00956945	-0,0322609	0,00978801	-0,016367	0,0032949	0,02597549	-0,0161554	0,00325204	0,02564243	0,02808297	0,00442008
24	MANGO	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24	0,24	0,25	0,25	0,24	0,23	0,23	0,2	0,23	0,25	0,24	0,24	0,23	0,23	0,23	0,2	0,22	0,22	0,2	0,21	0,22	0,23	
			0	0	0	-0,040822	0	0,04082199	0	-0,040822	-0,0425596	0	-0,1397619	0,13976194	0,08338161	-0,040822	0	-0,0425596	0	0	-0,1397619	0,09531018	0	-0,0953102	0,04879016	0,04652002	0,04445176	-0,0033353
25	MERKO	1,35	1,37	1,27	1,21	1,2	1,18	1,19	1,14	1,14	1,13	1,11	1,13	1,18	1,22	1,33	1,37	1,36	1,29	1,25	1,23	1,2	1,21	1,19	1,19	1,19	1,2	
			0,01470615	-0,0757938	-0,0483965	-0,0082988	-0,0168071	0,00843887	-0,042925	0	-0,0088106	-0,0178576	0,01785762	0,04329681	0,03333642	0,08632808	0,0296318	-0,007326	-0,0528425	-0,0314987	-0,0161294	-0,0246926	0,0082988	-0,0166671	0	0	0,00836825	-0,0047113
26	MGROS	22,35	21,8	22,05	21,45	21,4	21,4	21,7	21,25	21,25	21,2	20,65	20,4	20,55	21,15	21,35	21,45	21,5	21	21,3	20,9	20,7	21,05	20,75	21,05	21,3	21,45	
			-0,0249164	0,01140263	-0,027588	-0,0023337	0	0,01392134	-0,0209554	0	-0,0023557	-0,0262859	-0,0121804	0,00732604	0,02877896	0,00941183	0,00467291	0,00232829	-0,0235305	0,01418463	-0,0189579	-0,0096155	0,01676686	-0,0143543	0,01435431	0,01180651	0,00701757	-0,0016441
27	MRTGG	0,21	0,21	0,22	0,23	0,21	0,22	0,21	0,22	0,21	0,21	0,21	0,22	0,21	0,22	0,21	0,22	0,21	0,21	0,21	0,21	0,2	0,22	0,21	0,21	0,21	0,21	
			0	0,04652002	0,04445176	-0,0909718	0,04652002	-0,04652	0,04652002	-0,04652	0	0	0,04652002	-0,04652	0,04652002	-0,04652	0,04652002	-0,04652	0	0	0	-0,0487902	0,09531018	-0,04652	0	0	0	-1,166E-17
28	OYLUM	0,69	0,7	0,68	0,68	0,68	0,67	0,69	0,68	0,68	0,66	0,66	0,66	0,65	0,66	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,66	0,67	
			0,01438874	-0,0289875	0	0	-0,0148151	0,02941389	-0,0145988	0	-0,029853	0	0	-0,0152675	0,01526747	0,01503788	0	0	-0,0150379	0	-0,0152675	0	0	0	0	0,01526747	0,01503788	-0,0011766
29	PENGD	1,54	1,54	1,55	1,5	1,5	1,48	1,5	1,45	1,44	1,45	1,41	1,42	1,44	1,44	1,46	1,47	1,48	1,42	1,43	1,39	1,39	1,42	1,4	1,4	1,41	1,42	
			0	0,00647251	-0,0327898	0	-0,013423	0,01342302	-0,0339016	-0,0069204	0,00692044	-0,0279739	0,00706717	0,01398624	0	0,01379332	0,00682597	0,00677969	-0,0413852	0,00701757	-0,0283707	0	0,02135312	-0,0141846	0	0,00711747	0,00706717	-0,003245
30	PETUN	9,29	9,26	9,7	9,57	9,38	9,46	9,52	9,46	9,38	9,53	9,41	9,36	9,49	9,46	9,58	9,62	9,74	9,66	9,66	9,39	9,36	9,39	9,4	9,42	9,6	9,6	
			-0,0032345	0,04642184	-0,0134927	-0,0200534	0,00849262	0,00632247	-0,0063225	-0,0084926	0,01586495	-0,0126718	-0,0053277	0,01379332	-0,0031662	0,01260521	0,00416667	0,01239685	-0,0082475	0	-0,0283484	-0,0032	0,0032	0,0010644	0,0021254	0,01892801	0	0,00131298

31	**PINSU**	3,98	3,96	3,95	3,93	3,81	3,83	3,83	3,68	3,64	3,56	3,45	3,59	3,71	3,68	3,77	3,9	3,89	3,84	3,87	3,78	3,77	3,83	3,77	3,79	3,8	3,84	
			-0,0050378	-0,0025284	-0,0050762	-0,0310102	0,00523561	0	-0,0399521	-0,0109291	-0,0222231	-0,0313863	0,03977797	0,03287967	-0,0081191	0,02416225	0,03390155	-0,0025674	-0,0129368	0,00778214	-0,0235305	-0,002649	0,0157898	-0,0157898	0,00529102	0,00263505	0,0104713	-0,0014324
32	**PNSUT**	24,55	24,1	24,7	25,5	24,55	23,8	24	23,3	24,45	25,25	25,1	25,35	25,35	24,8	24,85	25,45	26	25,75	26	24,7	24,1	24,4	24,2	24,1	24,55	24,8	
			-0,0185	0,0245914	0,03187521	-0,0379666	-0,0310263	0,00836825	-0,0296005	0,04817686	0,03219594	-0,0059583	0,00991088	0	-0,0219351	0,0020141	0,02385799	0,0213808	-0,0096619	0,00966191	-0,0512933	-0,0245914	0,01237129	-0,0082305	-0,0041408	0,01850001	0,0101318	0,00040527
33	**SELGD**	0,38	0,4	0,39	0,37	0,38	0,38	0,38	0,36	0,39	0,39	0,38	0,37	0,39	0,37	0,39	0,38	0,37	0,38	0,37	0,36	0,36	0,36	0,37	0,38	0,38	0,38	
			0,05129329	-0,0253178	-0,0526437	0,02666825	0	0	-0,0540672	0,08004271	0	-0,0259755	-0,0266682	0,05264373	-0,0526437	0,05264373	-0,0259755	-0,0266682	0,02666825	-0,0266682	-0,027399	0	0	0,02739897	0,02666825	0	0	3,6082E-18
34	**SKBNK**	1,83	1,84	1,83	1,82	1,78	1,76	1,77	1,73	1,7	1,7	1,69	1,7	1,72	1,68	1,69	1,68	1,7	1,68	1,69	1,65	1,65	1,67	1,65	1,64	1,66	1,67	
			0,0054496	-0,0054496	-0,0054795	-0,0222231	-0,0112996	0,00566574	-0,0228581	-0,0174932	0	-0,0058997	0,00589972	0,01169604	-0,0235305	0,00593474	-0,0059347	0,01183446	-0,0118345	0,00593474	-0,0239532	0	0,01204834	-0,0120483	-0,006079	0,01212136	0,00600602	-0,0036597
35	**TACTR**	21,65	21,8	21,8	21,5	21,5	21,25	21,1	21	21	20,95	20,7	21	20,75	20,4	20,8	21	20,85	18,95	16,35	17	18	18	18,3	18,3	20,4	20,7	
			0,00690452	0	-0,013857	0	-0,011696	-0,0070839	-0,0047506	0	-0,0023838	-0,0120049	0,01438874	-0,0119762	-0,0170113	0,01941809	0,00956945	-0,0071685	-0,09555	-0,147576	0,03898545	0,05715841	0	0,0165293	0	0,10863384	0,0145988	-0,0017949
36	**TATGD**	3,8	3,71	3,72	3,53	3,5	3,48	3,48	3,33	3,4	3,42	3,33	3,42	3,43	3,51	3,7	3,8	3,8	3,73	3,86	3,67	3,71	3,72	3,64	3,67	3,73	3,73	
			-0,0239692	0,00269179	-0,0524258	-0,0085349	-0,0057307	0	-0,04406	0,02080313	0,00586512	-0,0266682	0,02666825	0,00291971	0,02305578	0,05271678	0,02666825	0	-0,0185928	0,03425895	-0,0504755	0,01084021	0,00269179	-0,02174	0,00820798	0,01621657	0	-0,0007437
37	**TEKST**	1,9	1,89	1,9	1,88	1,88	1,87	1,87	1,86	1,84	1,86	1,91	1,94	1,94	1,94	1,95	2,04	2,02	2,02	2,02	2,02	2,02	2,02	2,03	2,03	2,02	2,05	
			-0,0052771	0,00527706	-0,0105821	0	-0,0053333	0	-0,0053619	-0,0108109	0,01081092	0,02652675	0,01558473	0	0	0,0051414	0,04512044	-0,0098523	0	0	0	0	0	0,00493828	0	-0,0049383	0,01474228	0,00303944
38	**TKURU**	8,36	8,42	8,28	8,22	8,22	8,24	8,24	8,2	8,14	8,14	8,12	8,2	8,2	8,22	8,3	8,32	8,3	8,3	8,3	8,32	8,38	8,32	8,3	8,32	8,28	8,3	
			0,0071514	-0,0167669	-0,0072728	0	0,00243013	0	-0,0048662	-0,007344	0	-0,00246	0,009804	0	0,00243605	0,00968531	0,00240674	-0,0024067	0	0	0,00240674	0,00718566	-0,0071857	-0,0024067	0,00240674	-0,0048193	0,00241255	-0,0002881
39	**TSKB**	1,99	1,99	1,99	1,95	2	1,99	1,99	1,93	1,9	1,94	1,94	1,93	1,98	1,98	2,03	2,02	2,03	2,01	2,03	1,97	1,98	1,99	2,01	2,01	2,01	2,03	
			0	0	-0,0203053	0,02531781	-0,0050125	0	-0,0306146	-0,0156661	0,02083409	0	-0,005168	0,02557684	0	0,02493895	-0,0049383	0,00493828	-0,0099011	0,00990107	-0,0300023	0,0050633	0,00503779	0,01000008	0	0	0,00990107	0,00079605
40	**TUKAS**	1,71	1,74	1,75	1,75	1,75	1,76	1,71	1,66	1,64	1,63	1,64	1,66	1,65	1,64	1,68	1,7	1,69	1,67	1,68	1,63	1,69	1,66	1,66	1,66	1,64	1,66	
			0,01739174	0,00573067	0	0	0,00569802	-0,0288204	-0,0296758	-0,0121214	-0,0061162	0,00611623	0,01212136	-0,0060423	-0,006079	0,02409755	0,01183446	-0,0058997	-0,0119049	0,00597017	-0,0302138	0,03614851	-0,0179109	0	0	-0,0121214	0,01212136	-0,001187

41	**ULKER**	19,25	19,25	19,25	18,75	18,9	18,65	18,65	18,5	18,3	18,2	17,6	17,45	18	19,1	18,9	19,15	19,18	19,9	20	19,4	19,25	19,4	19,65	19,85		20,3	
			0	0	-0,0263173	0,00796817	-0,0133158	0	-0,0080754	-0,0108697	-0,0054795	-0,0335227	-0,0085593	0,03103211	0,05931658	-0,0105264	0,01314079	0,00156535	0,03685166	0,00501254	-0,0304592	-0,007762	0,00776201	0,01280427	0,01012667			0,00133448
42	**ULUUN**	2,19	2,22	2,17	2,08	2	1,98	1,98	1,86	1,87	1,88	1,84	1,82	1,83	1,82	1,84	1,85	1,91	1,88	2,07	2,07	2	2,02	1,99	2,02		2,21	
			0,01360565	-0,02278	-0,0423593	-0,0392207	-0,0100503	0	-0,0625204	0,00536194	0,00533335	-0,0215062	-0,0109291	0,00547947	-0,0054795	0,01092907	0,00542007	0,0319176	-0,0158315	0,09627683	0	-0,0344014	0,00995033	-0,0149629	0,01496287			-0,0035132
43	**UYUM**	2,51	2,47	2,49	2,46	2,46	2,51	2,6	2,69	2,59	2,68	2,71	2,75	2,76	2,76	2,74	2,76	2,74	2,67	2,76	2,62	2,6	2,66	2,75	2,74	2,81	2,75	
			-0,0160646	0,00806456	-0,0121214	0	0,0201214	0,03522869	0,03402975	-0,0378833	0,03415892	0,01113184	0,01465228	0,00362977	0	-0,0072728	0,00727276	-0,0072728	-0,0258794	0,03315221	-0,0520564	-0,0076629	0,02281468	0,03327479	-0,003643	0,02522656	-0,0215836	0,00365273
44	**VAKBN**	5,27	5,25	5,29	5,09	4,98	4,89	4,81	1,07	1,05	4,49	1,04	4,4	4,53	4,44	4,64	4,66	4,72	4,48	4,5	4,4	4,35	4,43	4,31	4,29	4,34	4,43	
			-0,0038023	0,00759017	-0,0385404	-0,0218479	-0,0182376	-0,0164952	-1,5030384	-0,0188685	1,45306254	-1,462632	1,44238383	0,0291174	-0,0200676	0,04405999	0,00430108	0,01279335	-0,0521858	0,00445435	-0,0224729	-0,0114287	0,01822374	-0,0274617	-0,0046512	0,01158762	0,02052524	-0,0069452
45	**VANGD**	1,41	1,41	1,39	1,4	1,35	1,34	1,34	1,28	1,28	1,26	1,27	1,24	1,25	1,38	1,5	1,45	1,43	1,4	1,54	1,55	1,42	1,42	1,44	1,41	1,4	1,39	
			0	-0,014286	0,00716849	-0,0363676	-0,007435	0	-0,0458095	0	-0,0157484	0,00790518	-0,0239055	0,00803217	0,09893995	0,08338161	-0,0339016	-0,0138891	-0,0212022	0,09531018	0,00647251	-0,0875981	0	0,01398624	-0,0210534	-0,0071175	-0,0071685	-0,0005714
46	**YAPRK**	2,65	2,7	2,68	2,49	2,4	2,05	2	1,94	1,93	1,93	1,98	2	2,01	2,07	2,06	2,02	2	2,05	2	2	2	1,95	1,95	2	1,98	2,09	
			0,01869213	-0,007435	-0,0735341	-0,036814	-0,1576289	-0,0246926	-0,0304592	-0,005168	0	0,02557684	0,01005034	0,00498754	0,02941389	-0,0048426	-0,0196085	-0,0099503	0,02469261	-0,0246926	0	0	-0,0253178	0	0,02531781	-0,0100503	0,05406722	-0,0094958
47	**YKBNK**	4,65	4,65	4,69	4,53	4,4	4,3	4,32	4,13	4,13	4,14	4,05	4,11	4,22	4,15	4,31	4,32	4,37	4,21	4,26	4,15	4,12	4,12	4,01	4,02	4,04	4,14	
			0	0,00856536	-0,0347106	-0,0291174	-0,0229895	0,00464038	-0,044978	0	0,00241838	-0,0219789	0,01470615	0,0264121	-0,0167268	0,03782957	0,0023175	0,01150761	-0,0373004	0,01180651	-0,0261608	-0,0072552	0	-0,0270619	0,00249066	0,00496279	0,0244511	-0,0046469
48	**ALCTL**	4,01	3,94	3,8	3,62	3,49	3,56	3,64	3,38	3,31	3,26	3,16	3,14	3,28	3,27	3,33	3,3	3,4	3,23	3,24	3,08	3,06	3,1	3,05	3,02	3,05	3,13	
			-0,0176105	-0,0361797	-0,048527	-0,0365723	0,01985881	0,02222314	-0,074108	-0,0209275	-0,015221	-0,0311552	-0,0063492	0,04362062	-0,0030534	0,01818232	-0,0090498	0,02985296	-0,0512933	0,00309119	-0,0506437	-0,0065147	0,0129872	-0,0162605	-0,0098848	0,00988476	0,02589141	-0,0099103
49	**ANELT**	2,13	2,15	2,16	2,1	2,11	2,11	2,07	2,03	2,04	2,04	2,02	2,02	2,08	2,1	2,09	2,08	2,05	2,05	2,14	2,07	2,08	2,07	2,02	2,06	2,07	2,05	
			0,00934586	0,00464038	-0,0281709	0,0047506	0	-0,0191393	-0,0195128	0,00491401	0	-0,0098523	0	0,02927038	0,00956945	-0,0047733	-0,0047962	-0,0145281	0	0,04296604	-0,0332572	0,00481929	-0,0048193	-0,0244511	0,01960847	0,00484262	-0,0097088	-0,0015313
50	**ARENA**	3,94	3,93	3,91	3,83	3,75	3,7	3,73	3,59	3,59	3,52	3,43	3,45	3,54	3,66	3,72	3,65	3,76	3,75	3,76	3,61	3,59	3,66	3,6	3,5	3,5	3,5	
			-0,0025413	-0,0051021	-0,0206726	-0,021109	-0,013423	0,00807541	-0,038256	0	-0,0196912	-0,0259007	0,00581397	0,0257525	0,03333642	0,01626052	-0,0189965	0,02969179	-0,0026631	0,00266312	-0,0407112	-0,0055556	0,01931094	-0,0165293	-0,0281709	0	0	-0,0047367

51	**ARMDA**	4,47	4,42	4,44	4,49	4,45	4,46	4,47	4,41	4,7	4,69	4,52	4,57	4,68	5,26	5,14	5,15	5,13	5,12	4,83	4,83	4,78	4,89	4,93	4,87	4,88	4,97	
			-0,0112487	0,00451468	0,01119833	-0,0089486	0,00224467	0,00223964	-0,0135137	0,06368782	-0,0021299	-0,0369206	0,01100121	0,02378491	0,11683292	-0,0230779	0,00194364	-0,0038911	-0,0019512	-0,058308	0	-0,0104059	0,02275176	0,00814668	-0,0122451	0,00205128	0,01827462	0,00424126
52	**DESPC**	2,73	2,72	2,74	2,74	2,68	2,7	2,72	2,61	2,62	2,62	2,57	2,57	2,61	2,58	2,65	2,7	2,71	2,66	2,64	2,56	2,58	2,61	2,63	2,64	2,65	2,67	
			-0,0036697	0,00732604	0	-0,0221411	0,00743498	0,00738011	-0,0412817	0,0038241	0	-0,0192684	0	0,01544432	-0,0115608	0,02677024	0,01869213	0,00369686	-0,0186225	-0,0075472	-0,0307717	0,00778214	0,01156082	0,00763362	0,00379507	0,00378072	0,00751883	-0,0008889
53	**DGATE**	13	13,05	12,95	12,65	12,35	12,2	11,95	11,5	11,75	11,7	11,6	11,6	12,1	12	12,1	12,6	12,9	12,5	12,6	12,6	12,7	12,85	12,9	12,9	12,9	12,85	
			0,00383878	-0,0076923	-0,0234386	-0,0240012	-0,0122201	-0,0207047	-0,0383842	0,02150621	-0,0042644	-0,0085837	0	0,04220035	-0,0082988	0,0082988	0,04049136	0,0235305	-0,0314987	0,00796817	0	0,00790518	0,01174182	0,0038835	0	0	-0,0038835	-0,0004642
54	**ESCOM**	1,57	1,66	1,61	1,61	1,58	1,54	1,57	1,54	1,57	1,41	1,21	1,13	1,16	1,15	1,16	1,13	1,14	1,12	1,14	1,12	1,12	1,12	1,23	1,18	1,16	1,18	
			0,05574198	-0,0305834	0	-0,0188093	-0,0256424	0,0192932	-0,0192932	0,0192932	-0,1074859	-0,1529693	-0,0684027	0,02620237	-0,0086581	0,00865806	-0,0262024	0,00881063	-0,0176996	0,01769958	-0,0176996	0	0	0,09368548	-0,0414997	-0,0170944	0,01709443	-0,0114224
55	**INDES**	5,5	5,49	5,46	5,42	5,37	5,37	5,46	5,4	5,4	5,38	5,3	5,38	5,4	5,38	5,38	5,44	5,5	5,5	5,55	5,58	5,53	5,52	5,44	5,46	5,4	5,45	
			-0,0018198	-0,0054795	-0,007353	-0,0092679	0	0,01662088	-0,0110498	0	-0,0037106	-0,0149816	0,01498155	0,00371058	-0,0037106	0	0,01109069	0,01096903	0	0,00904984	0,00539085	-0,009001	-0,00181	-0,0145988	0,00366973	-0,0110498	0,00921666	-0,0003653
56	**KAREL**	1,51	1,53	1,47	1,45	1,4	1,39	1,39	1,35	1,34	1,33	1,31	1,31	1,36	1,35	1,36	1,37	1,38	1,35	1,35	1,33	1,32	1,32	1,31	1,32	1,32	1,35	
			0,01315808	-0,0400053	-0,0136988	-0,0350913	-0,0071685	0	-0,0291992	-0,007435	-0,0074907	-0,0151518	0	0,03745756	-0,0073801	0,00738011	0,00732604	0,00727276	-0,0219789	0	-0,0149257	-0,0075472	0	-0,0076046	0,0076046	0	0,02247286	-0,0044802
57	**KRONT**	1,4	1,38	1,38	1,51	1,58	1,59	1,52	1,56	1,56	1,72	1,66	1,58	1,63	1,61	1,61	1,58	1,57	1,48	1,5	1,43	1,42	1,44	1,42	1,41	1,42	1,41	
			-0,0143887	0	0,09002615	0,0453152	0,00630917	-0,0450237	0,02597549	0	0,09763847	-0,0355067	-0,0493928	0,03115517	-0,0123458	0	-0,0188093	-0,0063492	-0,0590335	0,01342302	-0,0477907	-0,0070176	0,01398624	-0,0139862	-0,0070672	0,00706717	-0,0070672	0,0002847
58	**LINK**	4,06	4,03	4,08	3,94	3,83	3,99	3,93	3,79	3,81	3,76	3,78	3,78	3,78	3,78	3,9	3,91	3,96	3,93	3,82	3,76	3,72	3,79	3,7	4,09	4,02	3,94	
			-0,0074166	0,01233061	-0,0349163	-0,0283159	0,04092643	-0,0151518	-0,0362734	0,00526317	-0,0132102	0,00530505	0	0	0	0,03125254	0,00256082	0,01270665	-0,0076046	-0,028389	-0,0158315	-0,0106953	0,01864235	-0,0240332	0,10021215	-0,0172631	-0,0201012	-0,0012001
59	**LOGO**	24,3	24,05	25,15	25,15	24,8	24,9	27,45	26,55	26,25	25,85	26,15	26,85	26,85	26,55	26,85	26,8	26,65	26,15	26	25,75	25,8	26,25	25,65	25,75	26,05	26	
			-0,0103414	0,0447229	0	-0,0140142	0,00402415	0,09749836	-0,0333364	-0,0113638	-0,0153554	0,01153859	0,02641663	0	-0,0112361	0,01123607	-0,0018639	-0,0056127	-0,01894	-0,0057527	-0,0096619	0,00193986	0,0172915	-0,0231224	0,00389106	0,01158314	-0,0019212	0,00270481
60	**NETAS**	9,65	9,95	10,25	9,95	9,66	9,39	9,4	8,89	9,03	8,99	8,49	8,46	8,86	9,03	9,27	9,24	9,27	8,89	8,83	8,4	8,38	8,63	8,37	8,32	8,35	8,62	
			0,03061464	0,02970515	-0,0297052	-0,0295789	-0,0283484	0,0010644	-0,0557826	0,01562532	-0,0044395	-0,0572238	-0,0035398	0,04619759	0,0190056	0,02623101	-0,0032415	0,00324149	-0,0418563	-0,006772	-0,0499233	-0,0023838	0,02939659	-0,0305906	-0,0059916	0,00359928	0,03182355	-0,0045149

61	**PKART**	2,38	2,39	2,39	2,36	2,37	2,36	2,35	2,29	2,2	2,21	2,25	2,29	2,3	2,3	2,3	2,32	2,33	2,28	2,28	2,25	2,22	2,21	2,22	2,21	2,23	2,23	
			0,00419288	0	-0,0126317	0,00422834	-0,0042283	-0,0042463	-0,0258635	-0,0400945	0,00453516	0,0179377	0,0176216	0,00435731	0	0	0,00865806	0,00430108	-0,0216928	0	-0,0132452	-0,013423	-0,0045147	0,00451468	-0,0045147	0,00900907	0	-0,002604
62	**AKGRT**	2,23	2,25	2,24	2,23	2,24	2,23	2,23	2,21	2,22	2,21	2,2	2,21	2,22	2,21	2,25	2,28	2,3	2,22	2,22	2,21	2,18	2,15	2,18	2,15	2,17	2,19	
			0,00892863	-0,0044544	-0,0044743	0,00447428	-0,0044743	0	-0,0090091	0,00451468	-0,0045147	-0,0045352	0,00453516	0,00451468	-0,0045147	0,0179377	0,01324523	0,00873368	-0,0354019	0	-0,0045147	-0,0136676	-0,013857	0,01385703	-0,013857	0,00925933	0,00917438	-0,000724
63	**ANHYT**	5,53	5,45	5,55	5,41	5,31	5,39	5,39	5,22	5,2	5,25	5,27	5,15	5,1	5,16	5,26	5,25	5,25	5,06	5,06	4,97	4,91	5	5,05	5,06	5,06	5,07	
			-0,0145722	0,01818232	-0,0255488	-0,0186573	0,01495355	0	-0,032048	-0,0038388	0,00956945	0,00380229	-0,0230336	-0,0097562	0,01169604	0,01919445	-0,001903	0	-0,0368616	0	-0,0179466	-0,0121459	0,01816397	0,00995033	0,00197824	0	0,00197433	-0,0034739
64	**ANSGR**	1,41	1,41	1,42	1,41	1,39	1,38	1,39	1,37	1,38	1,38	1,38	1,36	1,38	1,37	1,39	1,38	1,41	1,37	1,33	1,33	1,32	1,32	1,31	1,31	1,32	1,33	
			0	0,00706717	-0,0070672	-0,014286	-0,0072202	0,00722025	-0,014493	0,00727276	0	0	-0,0145988	0,0145988	-0,0072728	0,01449301	-0,0072202	0,02150621	-0,028779	-0,0296318	0	-0,0075472	0	-0,0076046	0	0,0076046	0,00754721	-0,0023364
65	**AVISA**	51	49,6	49,5	48,25	47,95	49,4	48,05	47,9	46,85	47,5	46,35	45,6	45,1	45	45,55	45,3	45,3	44,3	44,25	44,2	43,9	44,05	44,1	44,05	43,7	44	
			-0,0278348	-0,0020182	-0,0255768	-0,006237	0,02979162	-0,0277083	-0,0031266	-0,0221645	0,0137787	-0,0245084	-0,0163136	-0,0110255	-0,0022198	0,01214813	-0,0055036	0	-0,0223224	-0,0011293	-0,0011306	-0,0068105	0,00341103	0,00113443	-0,0011344	-0,0079773	0,00684153	-0,0059054
66	**AVIVA**	4,74	4,71	4,71	4,71	4,71	4,71	4,71	4,72	4,71		4,71	4,4	4,38	4,22	4,2	3,74	3,75	3,5	4,23	4,65	3,77	3,9	3,75	4,05	4,05	3,95	
			-0,0063492	0	0	0	0	0	0,00212089	-0,0021209			-0,0680834	-0,0045558	-0,0372136	-0,0047506	-0,1159989	0,00267023	-0,0689929	0,18943902	0,09466523	-0,2097922	0,03390155	-0,0392207	0,07696104	0	-0,0250013	-0,007927
67	**GUSGR**	2,8	2,81	2,73	2,62	2,6	2,55	2,52	2,4	2,35	2,44	2,4	2,42	2,41	2,47	2,59	2,59	2,54	2,43	2,46	2,38	2,23	2,26	2,23	2,21	2,22	2,25	
			0,00356507	-0,0288829	-0,0411273	-0,0076629	-0,0194181	-0,0118345	-0,0487902	-0,0210534	0,03758271	-0,0165293	0,0082988	-0,0041408	0,0245914	0,04743973	0	-0,0194938	-0,0442728	0,01227009	-0,0330609	-0,0650989	0,01336323	-0,0133632	-0,0090091	0,00451468	0,01342302	-0,0087476
68	**HALKS**	3,8	3,7	3,79	3,79	3,8	3,65	3,6	3,59	3,4	3,35	3,25	3,1	3	3,01	3,25	3,94	3,79	3,5	3,6	3,6	3,3	3,5	3,5	3,21	3,5	3,5	
			-0,0266682	0,0240332	0	0,00263505	-0,0402739	-0,0137933	-0,0027816	-0,0543768	-0,0148151	-0,0303053	-0,0472529	-0,0327898	0,00332779	0,07671492	0,19252573	-0,0388147	-0,0796031	0,02817088	0	-0,0870114	0,0588405	0	-0,086492	0,08649203	0	-0,0032895
69	**RAYSG**	0,6	0,62	0,62	0,63	0,55	0,57	0,58	0,58	0,56	0,55	0,56	0,55	0,56	0,56	0,57	0,56	0,55	0,55	0,54	0,54	0,55	0,55	0,56	0,56	0,54	0,56	
			0,03278982	0	0,01600034	-0,1358015	0,03571808	0,01739174	0	-0,0350913	-0,0180185	0,01801851	-0,0180185	0,01801851	0	0,01769958	-0,0176996	-0,0180185	0	-0,0183491	0	0,01834914	0	0,01801851	0	-0,0363676	0,03636764	-0,0027597
																										ORTALAMA ARTIM		-0,00207
																										MAX ARTIM		0,0054
																									BEKLENEN GETİRİ TOLERANSI 'T			0,75%

EK 2 HİSSE SENETLERİNİN DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ SONUÇLARINA GÖRE DAĞILIMLARI

α	Kısıt(getiri)	Amaç(risk)																		
0	-0,00098	0,2169	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X23	X27	X33	X35	X38	X46	X49	X51	X57	X59	X66	
			Yatırım Oranları(%)	3,4619	4,7019	7,7807	0,9172	0,0514	2,3175	0,5633	2,9532	61	1,6986	1,7171	0,0465	6,9057	3,0272	2,8474	
0,1	-0,002081	0,2191	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X27	X33	X35	X38	X43	X46	X49	X54	X57	X59	X66	
			Yatırım Oranları(%)	3,2569	4,7057	6,1584	2,1355	2,5151	0,584	2,6194	61,023	0,4614	2,2254	1,2169	0,6489	6,585	2,9227	2,6712	
0,2	-0,002081	0,2214	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X27	X33	X35	X38	X43	X46	X49	X54	X57	X59	X66	
			Yatırım Oranları(%)	3,0567	4,719	4,3996	3,3106	2,7359	1,1641	2,2421	61,199	1,0558	2,7739	0,5636	1,2975	6,2224	2,7572	2,5011	
0,3	-0,002121	0,2238	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X27	X33	X35	X38	X43	X46	X54	X57	X59	X66		
			Yatırım Oranları(%)	2,9179	4,774	2,7044	4,2668	3,0261	1,4046	1,8783	61,425	1,6333	3,2829	1,9527	5,8102	2,5976	2,3249		
0,4	-0,001952	0,2263232	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X27	X32	X33	X35	X38	X43	X46	X54	X57	X59	X66	
			Yatırım Oranları(%)	3,0914	4,9893	1,4217	4,1369	3,6539	0,2143	1,3217	1,6106	61,843	1,9059	3,5038	2,6738	5,058	2,455	2,1199	
0,5	-0,001952	0,2289339	Hisse Senetleri	X3	X5	X6	X8	X27	X32	X33	X35	X38	X43	X46	X54	X57	X59	X66	
			Yatırım Oranları(%)	3,1536	5,0482	0,1591	4,4489	4,1312	0,756	1,412	1,3597	62,085	1,876	3,6649	3,431	4,2619	2,2815	1,9296	
0,6	-0,002632	0,2326189	Hisse Senetleri	X3	X5	X8	X27	X32	X33	X35	X38	X43	X46	X49	X54	X57	X59	X65	X66
			Yatırım Oranları(%)	3,736	5,122	2,4386	5,0209	2,1394	0,8195	1,3656	62,464	0,8503	3,1579	0,9826	4,182	2,9229	2,3194	0,779	1,6983
0,7	-0,002947	0,2372313	Hisse Senetleri	X3	X4	X5	X8	X27	X32	X33	X35	X38	X46	X49	X54	X57	X59	X65	X66
			Yatırım Oranları(%)	4,1727	0,1493	4,9234	0,0899	5,5725	3,3653	0,0412	1,3646	62,634	2,802	1,3747	4,5801	2,1064	2,6257	2,7112	1,4858
0,8	-0,003436	0,2424951	Hisse Senetleri	X3	X4	X5	X27	X32	X33	X34	X35	X38	X46	X54	X57	X59	X65	X66	
			Yatırım Oranları(%)	4,8344	1,1779	4,929	5,7884	2,6413	0,0044	3,6692	0,8891	62,207	2,6895	4,281	1,668	1,5245	2,2255	1,4399	
0,9	-0,003482	0,2479894	Hisse Senetleri	X3	X4	X5	X8	X27	X32	X34	X35	X38	X46	X54	X57	X59	X65	X66	
			Yatırım Oranları(%)	5,2576	1,9806	5,2963	1,1796	5,6902	1,6316	4,2318	0,629	58,818	3,1977	4,2373	2,1047	1,6041	2,6811	1,4595	
1	-0,003482	0,2534857	Hisse Senetleri	X3	X4	X5	X8	X27	X32	X34	X35	X38	X46	X54	X57	X59	X65	X66	
			Yatırım Oranları(%)	5,6796	2,7786	5,6643	2,3748	5,5875	0,6175	4,794	0,3691	55,411	3,7095	4,1931	2,5468	1,6868	3,1068	1,4801	