

**BİR FABRİKADA SATIŞ MİKTARININ BULANIK
DOĞRUSAL VE KARESEL MODEL İLE TAHMİNİ**

**FORECASTING SALES QUANTITY OF A FACTORY BY
USING FUZZY LINEAR AND QUADRATIC MODEL**

SELİN AY

Başkent Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin
KALİTE Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak hazırlanmıştır.

2016

“BİR FABRİKADA SATIŞ MİKTARININ BULANIK DOĞRUSAL VE KARESEL MODEL İLE TAHMİNİ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından, ... /... / 20... tarihinde, **KALİTE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

Doç. Dr. Canan HAMURKAROĞLU

Üye (Danışman)

Yrd.Doç.Dr. Kumru Didem ATALAY

Üye

Doç. Dr. Yusuf Tansel İÇ

ONAY

.../.../.....

Prof. Dr. Emin AKATA
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü



BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS / DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK

RAPORU

Tarih: 16/02/2016

Öğrencinin Adı, Soyadı : Selin AY
Öğrencinin Numarası : 21410479
Anabilim Dalı : Kalite Mühendisliği Anabilim Dalı
Programı : Kalite Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı
Danışmanın Adı, Soyadı : Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru ATALAY
Tez Başlığı : Bir Fabrikada Satış Miktarının Bulanık Doğrusal ve Karesel Model ile Tahmini

Yukarıda başlığı belirtilen Yüksek Lisans/Doktora tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam 58 sayfalık kısmına ilişkin, 15/ 02 / 2016 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından TURNITIN adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 9'dur.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Selin AY

Onay

... / ... / 20...

Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru ATALAY

TEŐEKKÜR

Öncelikle çalıőmam sürecinde bilgisi, tecrübesi ve emeği ile her zaman yanımda olan ve kendimi geliőtirmemi sağlayan Danışman Hocam Yrd.Doç.Dr. Kumru Didem ATALAY 'a,
Hayatımda, özellikle eğitim sürecimde beni her zaman destekleyen ve yanımda olan aileme ve arkadaşlarıma teőekkür ederim.

ÖZ

BİR FABRİKADA SATIŞ MİKTARININ BULANIK DOĞRUSAL VE KARESEL MODEL İLE TAHMİNİ

Selin AY

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Kalite Mühendisliği Anabilim Dalı

Satış tahmini, bir ürün veya hizmetin gelecek dönemler için talebinin gerçekliğe en yakın şekilde ve minimum hata ile öngörülmesidir. Günümüzde satış tahminleri özellikle büyük üretim ve hizmet veren firmalar için hayati önem taşımaktadır. Dünyadaki sosyal, ekonomik, politik ve teknolojik alanlarda gerçekleşen olayların sonucunda oluşan belirsizlik firmaların faaliyet gösterdiği alanlarda da bulunmaktadır. Bu belirsizlikler nedeniyle karar verme süreçlerindeki belirsizliklerin modellenmesi bulanık mantık yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu çalışmada Tanaka'nın doğrusal ve karesel olarak iki bulanık regresyon modeli kullanılmıştır. Bu modeller, kağıt torba üreten fabrikanın üç ürünü için geçmiş satış verilerine uygulanmış ve tahmini satış aralıkları elde edilmiştir. Tahmin edilen değerler ile o yılın gerçek verileri karşılaştırılarak üç ürün için en uygun model belirlenmeye çalışılmıştır.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: bulanık mantık, klasik mantık, satış tahmini, regresyon analizi, bulanık doğrusal regresyon analizi

Danışman: Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru Atalay, Başkent Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.

ABSTRACT

FORECASTING SALES QUANTITY OF A FACTORY BY USING FUZZY LINEAR AND QUADRATIC MODEL

Selin AY

Baskent University, Graduate School of Natural Sciences

Department of Quality Engineering

Sales forecasting is a process of estimation of the demand for a good or service for upcoming periods with minimum error. Uncertainty that occurs in social, economic, political and technological fields also shows up in the fields firms are active. Due to uncertainties, fuzzy logic approach is developed in order to model these uncertainties in decision-making processes. In this study, two fuzzy logic modes of Tanaka – linear and quadratic – are used. These models are applied to past-sales data of the three products of a factory producing paper bags, and sales forecast ranges are obtained. Comparing these sales forecasts with actual demands of the related year, the best fitting model is tried to be determined.

KEY WORDS: fuzzy logic, classical logic, sales forecasting, regression analysis, fuzzy regression analysis

Supervisor: Yrd.Doç.Dr. Didem Kumru ATALAY Baskent University, Department of Industrial Engineering

İÇİNDEKİLER LİSTESİ

1.	GİRİŞ	1
1.1.	Önceki Çalışmalar	3
2.	BULANIK MANTIK.....	5
2.1.	Bulanık Küme Teorisi ve Tanımlar	7
2.1.1.	Bulanık Küme	7
2.1.2.	Üyelik Fonksiyonu	8
2.1.3.	Destek Kümesi:.....	8
2.1.4.	α Kesme Kümesi	8
2.1.5.	Normallik	9
2.1.6.	Dışbükeylik	9
2.1.7.	Genişleme Prensipleri	10
2.1.8.	Bulanık Sayı.....	10
2.1.9.	Üçgensel Bulanık Sayı	10
2.1.10.	Yamuksal Bulanık Sayı	11
2.2.	Bulanık Kümelerde İşlemler	12
2.2.1.	Kesişme	12
2.2.2.	Birleşme	13
2.2.3.	Kapsama.....	14
2.2.4.	Tümlenme	14
2.2.5.	Eşitlik.....	14
2.2.6.	Cebirsel toplam.....	15
2.3.	BULANIK SAYILARDA İŞLEMLER.....	15
2.3.1.	Bir skalarla çarpım	16
3.	REGRESYON ANALİZİ	17
3.1.	Klasik Regresyon Analizi.....	17
3.2.	Bulanık Doğrusal Regresyon.....	18
3.2.1.	Bulanık regresyon modelleri.....	20
4.	UYGULAMA.....	27
4.1.	Doğrusal Model Kullanılarak Yapılan Tahminler.....	31
4.2.	Karesel Model Kullanılarak Yapılan Tahminler	39
5.	SONUÇ	46

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1	Farklı α Seviyelerinde Bulanık Kümelerin Kesilmesi	10
Şekil 2.2	Üçgensel Bulanık Sayı	12
Şekil 2.3	Yamuksal Bulanık Sayı	13
Şekil 2.4	A ve B Bulanık Kümelerinin Kesişimi	14
Şekil 2.5	A ve B Bulanık Kümelerinin Birleşimi	15
Şekil 2.6	A Bulanık Kümesinin Tümlenyeni	16
Şekil 3.1	Merkez ve Yayılımların Gösterimi	22
Şekil 3.2	\hat{Y}_i ve \tilde{Y}_i 'nin Gösterimi	27

ÇİZELGELER LİSTESİ

- Çizelge 5.1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri47
- Çizelge 5.2 $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ için Karesel Model Kullanarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri48

EKLER

- EK 1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri.....52
- EK 2 $h=0,1$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminleri ve 2014 Verileri53
- EK 3 $h=0,1$, $k_1=1$, $k_2=0,01$ ve $h=0,1$, $k_1=0,01$, $k_2=1$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri53
- EK 4 $h=0,2$, $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$, $k_1=1$, $k_2=0,5$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri54
- EK 5 $h=0,1$ ve $h=0,2$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminlerinin Hata Değerleri54
- EK 6 $h=0,1$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminlerinin Hata Değerleri55
- EK 7 $h=0,1$, $k_1=1$, $k_2=0,01$ ve $h=0,1$, $k_1=0,01$, $k_2=1$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri55

KISALTMALAR

α	α kesme kümesi
A	Bulanık Küme
$\mu_A(x)$	A bulanık kümesine üyelik derecesi
A^c	A Bulanık Kümesinin Tümlenyeni
y	Bağımlı Değişken
x	Bağımsız Değişken
β_0	Doğrunun Keseni
β_1	Doğrunun Eğimidir
ε	Hata Terimi
σ^2	Varyans
α_j	Üçgensel Bulanık Sayının Merkezi
c_j	Üçgensel Bulanık Sayının Yayılımı
\tilde{Y}_i	Tahmin çıktısı
k_1, k_2	Bulanık Karesel Modelin Katsayı Ağırlıkları
Y_i^A	\tilde{Y}_i 'nin Tahmin Edilen Alt Sınırı
$Y_i^{\tilde{U}}$	\tilde{Y}_i 'nin Tahmin Edilen Üst Sınırı
Y_i^M	\tilde{Y}_i 'nin Tahmin Edilen Üst Sınırı

1. GİRİŞ

İşletmeler, günümüzde sürekli gelişen ve yenilenen ticari yöntemlerle baş edebilmek ve ayakta kalabilmek için karşılaştıkları her durumda en doğru kararları almak ve uygulamak zorundadırlar. Rakiplerin sayısının fazla olması, ekonomik durumların belirsizliği, sürekli gelişen rekabet şartları işletmelerin geleceğe yönelik kararlarının doğruluk payını azaltmaktadır.

Rekabetin çok sert olduğu koşullarda sürekliliğini sağlamak isteyen işletmeler rakiplerini, piyasayı, ekonomiyi ve teknolojiyi yakından takip etmeli ve gözlemlediği verileri etkin bir şekilde kullanmayı amaç edinmelidirler.

Birçok belirsizliğe rağmen piyasadaki konumlarını sağlamlaştırmaya çalışan ve kendini geliştirmeye adanmış işletmeler için, geleceklerini öngörebilecekleri çok küçük bilgiler bile çok değerlidir. İşletmeler içinde buldukları zor şartlar altında elde ettikleri her türlü veriyi değerlendirmeli, kullanabilecekleri bir biçimde analiz edip yorumlayarak, önemli kararlarda bu yorumlardan yararlanmalıdırlar.

İşletmeler için, pazarladıkları ürün ve hizmetlerin taleplerinin önceden tahmin edilmesi stratejik karar verme aşamasında çok büyük önem taşır. İşletmeler böylece içindeki buldukları dönemi gelecek dönemle kıyaslayabilir ve gelecek döneme hazırlıklı başlayabilirler. Satış ile ilgili riskleri önceden görebilir ve fırsatlara çevirebilir, zayıf yanlarını geliştirebilirler.

Ekonomik dalgalanmalar, işletmeler için önemli risk unsurudur. Satış tahmini işletmelerin finansal hedeflerinin belirlenmesinde de büyük önem taşır. Tahminler sayesinde işletmeler gelecek dönemin verimli bir şekilde analizini yapabilir ve amaçlarına ulaşabilmek için ekonomik finansal değişimlerine daha hızlı tepki verebilirler.

Satış tahmini, işletmelerin gelecek dönem için planlı olmasını sağlar. İşletmenin gelecek dönem için yaklaşık olarak ne miktarda ürün veya hizmet yapması gerektiğini tahmin edebilmesi, yeterli iş gücünün belirlenmesinde karar vermesini kolaylaştırır. Üretim yapan işletmeler, yeterli miktarda ham malzeme, yarı mamul tutarak, üretimin durmasını engellemiş olur. Ayrıca gereksiz stoklama yapmayarak, stok maliyetini minimuma indirirler.

Satış tahmini yapmak isteyen bir firmanın önünde birçok farklı tahmin yöntemi çıkmaktadır. Regresyon modelleri de, tahmin yönteminde kullanılan önemli bir yöntemdir. Ayrıca zamana göre farklılıklar içeren modeller için Zaman Serisi analizi kullanılmaktadır. İşletmenin geçmiş sayısal verilerini kullanarak uygun modeller geliştirir ve bu modeller kullanarak gelecek dönem verilerini tahmin edilmesi amaçlanır. Diğer bir yöntem Hareketli Ortalamalar yöntemidir. Bu yöntemde gözlemlenen veriler belirli bir büyüklükte toplanır ve her bir toplanan verinin aritmetik ortalaması hesaplanır. Hesaplanan ortalamalar, aritmetik ortalaması alınan kümenin ortasındaki değerin yerine konulur. Bu şekilde yeni bir veri hesaplandığında, eski gözlem önceden hesaplanan ortalamadan çıkartılır ve yeni dönem için yeni bir tahmin değeri elde edilir. Bazı durumlarda, verilerde mevsimsellik gözlenir. Bu ürünlerin tüketim miktarlarında, fiyatlarında iklimsel sebeplerden kaynaklı yıllık, aylık olarak bir önceki yıla benzer değişimlerin meydana gelmesidir.

Bulanık mantık yaklaşımı ise, makinelere insanların özel verilerini işleme ve onların deneyimlerinden ve önsezilerinden yararlanarak günlük hayat verileri çalışma yetkinliği verir [1]. Bu yetkinlik sadece sayısal veriler olmak zorunda değildir. Bulanık mantık çok karışık sistemlerde sembollerle veya dilsel ifadelerle çalışabilme imkânı tanır.

Regresyon analiz modellerinin de, verilerin eksik ya da doğru olmadığını düşünülen durumlarda, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin üyelik fonksiyonlarını kullanarak fonksiyonel ilişkiler oluşturulduğu durumlarda model, bulanık doğrusal regresyon modeline dönüşür[2].

Bu çalışmada bulanık regresyon modeli ile özel sipariş yapan bir kâğıt üretim fabrikasının satış tahmini yaparak tahmin edilen gelecek dönem satış miktarları ile gerçek dönem satış verileri karşılaştırılarak modelin tahmin kabiliyeti yorumlanmaktadır.

İlk bölümde bulanık mantık üzerine yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Tanaka ile başlayan bulanık model çalışmaları günümüzde ihtiyaçları doğrultusunda hızla büyüyen bir araştırma konusu olmaktadır.

İkinci bölümde bulanık mantığın temeli açıklanmaktadır. Gerçek hayatta karşılaşılan belirsizlik durumlarında kullanılan yöntemlerden biri olan bulanık mantık kavramı tanımlanmıştır. Daha ayrıntılı çözümler ve bulanık regresyon modellerine geçiş yapabilmek için bulanık kümenin tanımları açıklanmış ve bulanık kümelerde işlemler anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde, regresyon analizi açıklanmıştır. Klasik ve bulanık regresyon modelleri tanımlanmıştır ve örnek bulanık regresyon örnekleri verilmiştir.

Dördüncü bölümde çalışmanın kapsamında gerçekleştirilen uygulanmaya yer verilmiş ve bulanık regresyon modeli ile satış tahmini yapılmıştır. Tahmin sonucu gerçek veriler ile karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır.

1.1. Önceki Çalışmalar

Literatürde bulanık regresyon modellerini uygulayan çalışmalara oldukça sık rastlanmaktadır.

Tanaka vd. (1982) bulanık modele sahip doğrusal regresyon çözümlemesindeki ilk çalışmayı gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada girdi ve çıktı değişkenleri kesin değerler, fakat sistem bilgisi bulanık olduğu varsayılmaktadır ve amaç fonksiyonu bağımlı değişkenin tahmin değerinin yayılımının minimizasyonuna dayanmaktadır.

Diamond (1988), girdisi kesin sayı ve çıktısı bulanık sayı ile girdisi bulanık sayı ve çıktısı bulanık sayı olan veriler için bulanık en küçük kareler yöntemi temel alınan modeller geliştirmiştir. Bulanık veri setlerinin modele uygulanabilirliği için normal denklemlere eş kriterler türetmiştir.

Sakawa ve Yano (1992), girdi değişkenleri bulanık ve çıktı değerleri bulanık sayılar için, bulanık doğrusal regresyon modellerini çözümlemeyi amaçlayan üç optimizasyon problemini ele almışlardır. Bu problemleri çözmeye yönelik olarak, doğrusal programlama temeline dayalı metotlar geliştirmişlerdir.

Terano ve arkadaşları (1992), temel bulanık teori bilgileri, bulanıklık ilişkileri, bulanık regresyon modelleri, doğrusal olabilirlik sistemleri ve doğrusal olasılık regresyon modellerini tanımlamaları üzerinde çalışmışlardır. Bulanık doğrusal

programlama problemleri anlaşılır bir şekilde açıklayarak sayısal örneklerle örnekler ile kanıtlamışlardır.

Ming ve arkadaşları (1997), bulanık verilere uyan en küçük kareler yöntemi için bir model oluşturmuşlardır. Üçgensel bulanık sayılar için bilinen yöntemleri genelleştirmişlerdir. Bu model, Diamond (1988) tarafından önerilen yöntem ile karşılaştırılmış ve uygulanabilirliği kanıtlanmıştır.

Chang ve Bilal (2001), bulanık regresyon ve klasik regresyon arasındaki farklılıklar üzerinde çalışma yapmışlardır. Bulanık regresyonun üç yaklaşımı geniş bir literatür araştırması sonucu gerçekleşmiştir. Birinci yaklaşım, en uygun ölçüt ile bulanıklığın minimizasyonudur. İkinci olarak, uygun kriter olarak hataların en küçük karelerinin kullanılmasıdır. Üçüncü yaklaşım ise aralıklı regresyon analizidir.

Yang ve Ling (2002), bulanık en küçük kareler yaklaşımı için, yaklaşık uzaklık bulanık en küçük kareler ve aralık uzaklık bulanık en küçük kareler olan iki yöntem tanımlamışlardır. Bu yöntemlerin kullanılabilirliği ve etkinliğini sayısal örneklerle kanıtlamışlardır.

Tsaur ve arkadaşları (2002) yıllık ve mevsimsel değişimlerin büyük ölçüde etkisinin olduğu endüstriyel alanlarda bulanık regresyon metodunun uygulandığı bir yöntem üzerinde çalışma yapmışlardır.

Hojati ve arkadaşları (2005), bulanık regresyon hesaplamasına yönelik basit ve anlaşılır sonuç veren lineer programlama temeline dayanan yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Girdisi kesin sayı ve çıktısı bulanık sayı ile girdisi bulanık sayı ve çıktısı bulanık sayı olduğu durumlarda önerilen yaklaşım ile önceki çalışmalarını karşılaştırmışlardır.

Ge ve Wang (2007), çalışmalarında simetrik olmayan bulanık üçgensel katsayılar kullanarak, bulanık doğrusal regresyondaki uyum derecesinin ve girdi gürültüsünün ilişkisi ile ilgili çalışmalar yürütmüşlerdir.

Huang ve Tzeng (2008), ürünlerin yıllık sipariş miktarını tahmin etmek için iki adımdan oluşan bulanık parça regresyon analizi metodu geliştirmişlerdir.

2. BULANIK MANTIK

İnsanoğlu uzun yıllardır yaşadığı dünyayı anlamaya ve tanımaya çalışmaktadır. Arayışları için karşılaştıkları olayların neden – sonuç ilişkilerini açıklamak amacıyla klasik mantıktan yararlanmışır. Aristoteles ile başlayıp gelişen klasik mantık 3 temel ilke üzerine kurulmuştur.

- zdeşlik İlkesi: Bir şey ne ise odur.
- Çelişmezlik İlkesi: Bir şey hem kendi, hem başka bir şey olamaz.
- Üçüncünün olmazlığı İlkesi: Bir şey ya A'dır ya da A – olmayandır. [3]

Ancak gerçek dünyada birçok sosyal, ekonomik ve teknik konularda belirsizlik ile karşı karşıya kalınmaktadır. Bu bilgi eksiklikleri ve kesin düşünceden yoksunluk nedeniyle karar verme süreçlerinde klasik mantık yetersiz kalmaktadır. Çünkü karşılaşılan her olayın ortaya çıkma derecesi vardır ve bu durum sadece doğru ya da sadece yanlış olarak sınıflandırma gerekliliğini geçersiz kılmaktadır. Ayrıca karmaşık sistemleri klasik yöntemlerle modellemek bilgi eksikliğinden dolayı gttr. Bu durumların üstesinden gelmek ve belirsizliklerle çalışabilmek için bulanık mantık kavramı geliştirilmiştir.

Bulanık mantık kavramı ilk olarak literatürde California Berkeley niversitesinden Prof. Lotfi Asker Zadeh tarafından 1965 yılında yazılmış olan “Fuzzy Sets” isimli makalede bahsedilmiştir. O zamandan günümüze önemi ve kullanım alanı gittikçe artan bulanık mantık, belirsizliklerle çalışmayı amaçlamış bir modellemedir.

Bulanıklık, bir önerme ve bu önermenin değili arasındaki ilişkinin belirsizliğinden doğar. Bu durum bulanık mantığı, diğerlerinde olan çelişmezlik ve üçüncünün olmazlığı ilkesini içermemesinden dolayı farklı kılar [4].

Klasik küme kesindir. Veri kümesine ait eleman bir kümeye aittir veya değildir [4]. Bulanık mantıkta, bir önerme için aynı zamanda hem doğru hem yanlış olamaz diye bir yargı yoktur. Bir nerme az doğru ya da çok doğru şeklinde ifade edilebilir [5]. Bu iki değer arasında kalan ‘kısmen doğru’ kavramını da kapsayacak şekilde genişletilmesiyle elde edilen bir st kümedir.

Bulanık mantık, günlük hayatta insanların düşünce yapısını esas almıştır. Zadeh bulanık mantığı, kelimelerle hesap yapmak olarak tanımlamaktadır. Böylelikle sözel verilerle model oluşturmak ve hesaplamalar yapmak mümkündür [6]. Geliştirdiği teoride, klasik mantık gibi, sadece “doğru, yanlış” önermelerini almamış, “büyük, çok iyi, soğuk, hızlı yavaş” gibi belirsiz kavramları da derecelendirmiş ve formülasyona uygulamayı başarmıştır. Bu şekilde çok daha geniş bilgileri içinde barındıran ufuklar açmıştır.

Zadeh bulanık mantığın özelliklerini birkaç ana başlık altında toplamıştır. Zadeh’e göre, bulanık mantık klasik mantığın aksine kesin değerlere dayanan düşünme mantığı yerine yaklaşık düşünme mantığını ele alır. Bulanık mantıkta derecelendirmeler $[0,1]$ aralığında yapılar, klasik mantıktaki ya “0”dır ya da “1”dir mantığından farklılık gösterir. Bulanık mantıkta bilgi “çok iyi, iyi, kötü” gibi sözel ifadeler ile tanımlanabilir.

Bulanık çıkarım ise sözel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılabilir. Mantıksal sistemler bulanık olarak ifade edilebilir. Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için uygunluk sağlar ve kullanım açısından kolaylık sağlar.

Bulanık mantık tam olarak bilinemeyen veya eksik elde edilen bilgiler bulunduğu uygulanabilirler [7]. Bulanık mantıkta kullanılan olgular, veriler bulanıktır. Ancak bu durum kuralsızlık anlamına gelmez [8].

Bulanık mantığın geçerli olduğu iki durum vardır. İlki incelenen olayın çok karmaşık ve bununla ilgili yeterli bilginin bulunamaması, ikincisi insan düşünme yapısına, kavrayışına ve yargısına gerek olan durumlardır. Bilgilerin, yararlı bir bilgi olması için nicel olması zorunluğu yoktur. Belirsizlikte önemli ve değerli bir bilgidir. Bu tür bilgi kaynaklarının, olayların incelenmesinde özgün bir biçimde kullanılmasına bulanık mantık ilkeleri yol gösterici olacaktır [3].

Bulanık mantıkta, bir problemin çözümüne ilişkin toplanan sayısal veriler işlenebileceği gibi sözel veriler de işlenir. Böylece günlük konuşma dilindeki belirsizlikler de modelleme içine katılmış ve hesaplanmış olunur [3].

Basit bir model ile açıklanabilen bir sistem için geleneksel sistem yaklaşımıyla açıklama getirmek yeterli olabileceken, karışıklık derecesi daha fazla olan bir

sistem için geleneksel mantığın uygulaması bir o kadar daha güç ve maliyetli olur. Bulanık mantık modellenmesi zor olan sistemler için alternatif bir çözüm yoludur. Geleneksel denetim sisteminden ise bulanık mantık denetimi hem daha kolay uygulanabilir hem de daha ekonomiktir.

Gün geçtikçe kullanım alanı genişleyen bulanık mantık, her gün kullandığımız ancak bulanık mantık kavramı ile geliştirildiğinden haberdar olmadığımız birçok yerde uygulanmaktadır. Örneğin, Toshiba, Fujitec, Mitsubishi firmaları ürettikleri asansörlerin yolcuğu trafiğini denetlemesinde bulanık mantıktan yararlanmışlardır. Nissan ABS fren sisteminde tekerleklerin kilitlenmeden fren yapabilmesi için bulanık mantık ile çalışmıştır. Sony, el bilgisayarlarında el yazısı ile verilen komutların girişinde ve televizyonlarında ekran kontrastını parlaklığını ve rengini ayarlama bulanık mantık kavramını kullanmıştır [9].

2.1. Bulanık Küme Teorisi ve Tanımlar

Bulanık küme, üyeleri kesin olarak belli olmamasına karşın aday üyelerin üyelik derecelerinin bilindiği kümelerdir. Bulanık küme teorisi için genel tanımlar;

2.1.1. Bulanık Küme

X evrensel küme, x ise X evrensel kümesine ait eleman olsun. $A \subseteq X$ kümesinin karakteristik fonksiyonu,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

biçimindedir. Bu fonksiyona göre karakteristik fonksiyonun değer kümesi $\{0,1\}$ 'dir. Karakteristik fonksiyona göre, $\mu_A(x)=1$ olduğunda, x elemanın A kümesinin elemanıdır. Ancak $\mu_A(x)=0$ olduğunda x elemanı A kümesinin elemanı değildir. Ayrıca fonksiyon 0 ve 1 dışında herhangi bir değer alamaz.

Karakteristik fonksiyonun değer kümesini $[0,1]$ aralığında sürekli olması durumunda, kapalı aralıkta bulunan gerçel her bir sayıyı alabilecek şekilde tanımlanır ise A kümesi bulanık bir küme olur ve \tilde{A} şeklinde gösterilir [10].

2.1.2. Üyelik Fonksiyonu

A kümesi bir bulanık küme olarak varsayılır ise, $\mu_A(x)$ değeri x 'in A bulanık kümesine üyelik derecesini gösterir. A kümesinin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterilir;

$$\forall x \in X: \mu_A(x) \in [0,1] \quad (2.2)$$

A kümesinin gösterimi

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} \quad (2.3)$$

şeklindedir. Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonu sadece $[0,1]$ kapalı aralığında değer almak zorunda değildir. Burada önemli olan, farklı aralıklarda üyelik fonksiyonu tanımlanmış olsa bile, üyelik fonksiyonlarının her birinin X evrensel kümesinde tanımlanmış olması ve aralıktaki değerler dışına çıkmamış olmasıdır [10].

2.1.3. Destek Kümesi:

A bulanık küme ise, A bulanık kümesinin α destek kümesi aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$des A = \{x, \mu_A(x) > 0 \text{ ve } x \in X\} = \{\text{üyelik dereceleri } 0' \text{ dan büyük olan } x' \text{ ler}\} [10]$$

2.1.4. α Kesme Kümesi

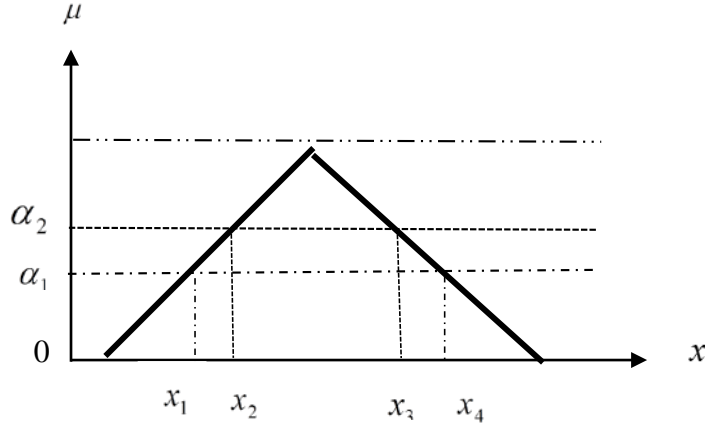
A bulanık küme ise, α kesme kümesi

$$A_\alpha = \{x, \mu_A(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in X\} = \{\text{üyelik dereceleri en az } \alpha \text{ kadar olan } x' \text{ ler}\}$$

şeklinde gösterilir [10].

Üyelik derecesi α seviyesine eşit veya büyük olan kümelere α kesme kümesi denmektedir [11].

Şekil 2.1 ile farklı α kesme seviyelerindeki bulanık kümeler gösterilmektedir.



Şekil 2.1 Farklı α Kesme Seviyelerinde Bulanık Kümeler

Şekilde 2.1 de görüldüğü gibi bulanık küme α_1 ve α_2 seviyelerinden kesilmiştir ve iki tane klasik küme oluşturulmuştur. α_1 seviyesinde kesildiğinde kesin kümenin aralığı $\{x \mid x_1 \leq x \leq x_4\}$ aralığındaki elemanları kapsar iken, α_2 seviyesinde kesildiğinde $\{x \mid x_2 \leq x \leq x_3\}$ aralığındaki elemanları kapsar.

2.1.5. Normallik

A bulanık kümesinin *Bulanık A kümesi normaldir* $\leftrightarrow \sup_x \mu_A(x) = 1$ koşulunu sağlaması durumunda, A bulanık kümesi normaldir. Sağlamaması durumunda, A bulanık kümesi alt normal olarak tanımlanır. Normalize edilmek istenir ise, alt normal bir A kümesinin her bir elemanı A bulanık kümesinin en büyük üyelik derecesine bölünür [10].

2.1.6. Dışbükeylik

X evrensel küme ve A bulanık küme ise, $\lambda \in [0,1]$ olmak üzere her $x_1, x_2 \in X$ için

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

koşulu geçerli ise A bulanık kümesi dışbükeydir [10].

2.1.7. Genişleme Prensibi

A_1, A_2, \dots, A_n sırasıyla X_1, X_2, \dots, X_n uzaylarında bulanık kümeler olduğunu ve $X = X_1 * X_2 * \dots * X_n$ 'inde kartezyen çarpım olduğunu varsayarsak, genişleme prensibi;

$$A_1 * A_2 * \dots * A_n = \int_x \min\{\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)\} / (x_1, \dots, x_n) \quad (2.4)$$

olarak tanımlanır [10].

2.1.8. Bulanık Sayı

A bulanık küme ve $x \in A$ olduğunda,

- A kümesi normal ise,
- $A_\alpha \in (0, 1]$ ise,
- A kümesinin destek kümesi sınırlı ise,

x bir bulanık sayıdır.

Bulanık sayılar, dış bükey olan, sınırlı ve sürekli üyelik fonksiyona sahip bir bulanık kümedir. Bu bulanık küme, gerçel sayılarla tanımlanır [3].

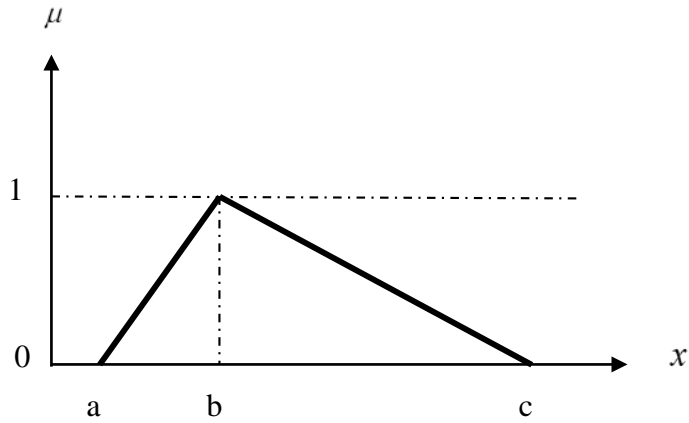
Bulanık sayılar, bulanık kümelerin bir alt kümesini oluşturur. Bulanık kümelerde geçerli olan küme işlemleri bulanık sayılara da uygulanabilirler [12].

2.1.9. Üçgensel Bulanık Sayı

A bir bulanık küme, $x \in A$ ve $\mu(x)$ 'in x bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olduğunda, $\mu(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanır ise

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x < b \\ 1, & x = b \\ \frac{(c-x)}{(c-b)}, & b < x \leq c \end{cases}, \quad (2.5)$$

üçgensel bulanık sayı olarak tanımlanır [10]. Burada x üçgensel bulanık bir sayıdır ve Şekil 2.2 'de gösterilmiştir.



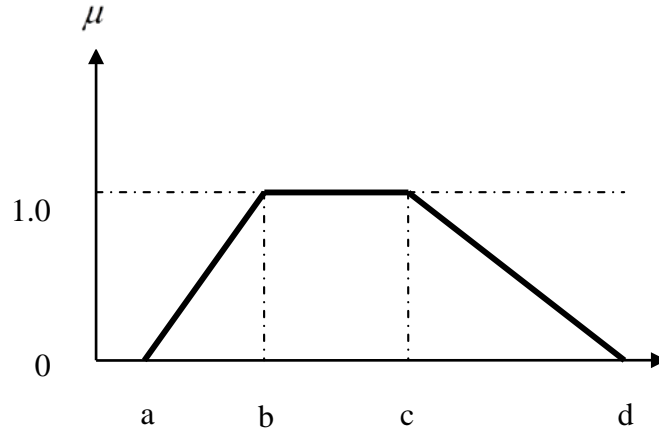
Şekil 2.2 Üçgensel Bulanık Sayı

2.1.10. Yamuksal Bulanık Sayı

A bir bulanık küme, $x \in A$ ve $\mu(x)$ 'in x bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olduğu düşünülürse, ve $\mu(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanır ise

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}, & b < x \leq d \end{cases}, \quad (2.6)$$

yamuksal bulanık sayı olarak tanımlanmaktadır [10]. Burada x yamuksal bir bulanık sayıdır ve yamuksal bulanık sayının grafiksel gösterimi Şekil 2.3 ile verilmiştir.



Şekil 2.3 Yamuksal Bulanık Sayı

2.2. Bulanık Kümelerde İşlemler

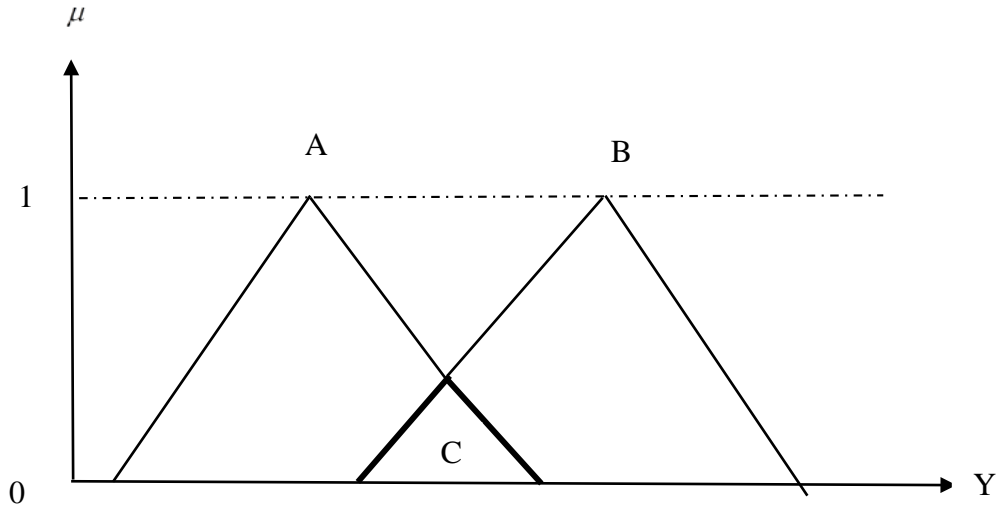
Bu kısımda bulanık küme işlemleri tanımlanarak matematiksel gösterimleri verilmiştir.

2.2.1. Kesişme

X 'in, A ve B olarak adlandırılan iki bulanık kümesi olduğu varsayılırsa, A ve B bulanık kümelerinin kesişimi, $A \cap B$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X \quad (2.7)$$

olarak gösterilir. Şekil 2.4 ile A ve B bulanık kümelerinin kesişimine ilişkin grafiksel gösterimi verilmiştir.



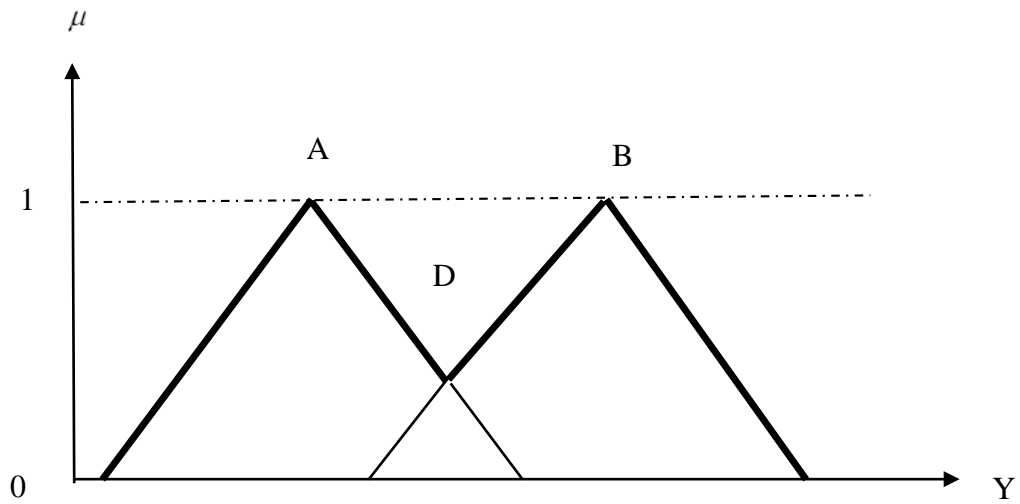
Şekil 2.4 A ve B Bulanık Kümelerinin Kesişimi

2.2.2. Birleşme

X 'in, A ve B olarak adlandırılan iki bulanık kümesi olduğu varsayılırsa, A ve B bulanık kümelerinin birleşimi, $A \cup B$ şeklinde gösterilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \quad x \in X \quad (2.8)$$

olarak gösterilir. Şekil 2.5 ile A ve B bulanık kümelerinin birleşimine ilişkin grafiksel gösterimi verilmiştir.



Şekil 2.5 A ve B Bulanık Kümelerinin Birleşimi

2.2.3. Kapsama

X 'in, A ve B olarak adlandırdığımız iki bulanık altkümesi olduğu varsayılırsa ve $A \subset B$,

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (2.9)$$

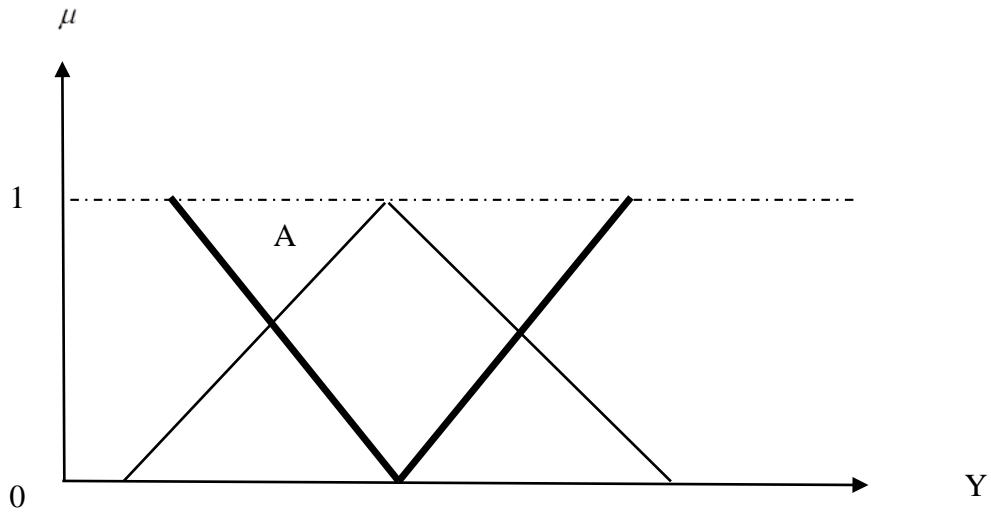
şeklinde gösterilir.

2.2.4. Tümlleme

A bulanık kümesinin tümlenyeni A^c ile ifade edilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

olarak gösterilir. Şekil 2.6 ile A bulanık kümesinin tümlenyenin grafiği verilmiştir.



Şekil 2.6 A Bulanık Kümesinin Tümlenyeni

2.2.5. Eşitlik

A ve B bulanık kümeleri eşit olduğunda, $A=B$ şeklinde ifade edilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (2.10)$$

şeklinde gösterilir.

2.2.6. Cebirsel toplam

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel toplamı $A+B$ şeklinde ifade edilir ve üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) * \mu_B(x), \quad x \in X \quad (2.11)$$

şeklinde gösterilir [13].

2.3. BULANIK SAYILARDA İŞLEMLER

Bir A kümesinin α kesme kümesi kapalı aralıktır. Bu durumda A ve B 'nin α kesme kümeleri;

$$[A]_{\alpha} = \{ x \in A \mid \mu_A(x) \geq \alpha \} \quad (2.12)$$

$$[B]_{\alpha} = \{ x \in B \mid \mu_B(x) \geq \alpha \}$$

şeklinde ifade edilir ve A ve B α kesme kümeleri birer kapalı kümlerdir.

Bulanık sayılar, $A=[a,b]$ kapalı aralığında ve $B=[c,d]$ kapalı aralığında, a ve c bulanık sayıların alt sınırını, b ve d bulanık sayıların üst sınırını ifade etmektedir.

Bu durumda bulanık sayılarda aritmetik işlemler aşağıdaki biçimde yapılır.

Toplama;

$$A + B = [a,b] + [c,d] = [a+c, b+d] \quad (2.13)$$

Çıkarma;

$$A - B = [a,b] - [c,d] = [a-d, b-c] \quad (2.14)$$

Çarpma;

$$A * B = [a,b] * [c,d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (2.15)$$

Bölme;

$$A / B = [a, b] / [c, d] = [a, b] * [1/d, 1/c] = [\min(a/c, a/d, b/c, b/d), \max(a/c, a/d, b/c, b/d)]$$

(2.16)

2.3.1. Bir skalerle çarpım

$$k * A = k * [a, b] = \begin{cases} [k * a, k * b], & k \geq 0 \\ [k * b, k * a], & k < 0 \end{cases} \quad [14].$$

3. REGRESYON ANALİZİ

3.1. Klasik Regresyon Analizi

Regresyon analizi, deneysel problemlere çözüm bulmak amacıyla geliştirilmiştir. Regresyon analizinin amacı bir ya da daha fazla bağımsız değişken ile bağımlı değişkenin arasındaki ilişkiyi modellemek ve bağımlı değişken için öngörülerde bulunmaktır. Regresyon analizi sonucunda oluşturulan bağımlı değişkene ilişkin tahmin değeri elde edilir [15].

Basit doğrusal regresyon modeli,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

ile verilir. Burada, y bağımlı değişken, x bağımsız değişken, β_0 ve β_1 regresyon katsayıları bilinmeyen parametreler ve ε hata terimidir. β_0 ve β_1 , sırayla doğrunun keseni ve eğimidir. Eğim, β_1 , bağımsız değişkenin ortalamasının bir birimlik değişiminin bağımlı değişkenin ortalamasındaki değişime olan etkisini gösterir. Hata terimi, ε , gerçek verilerin belirlenmiş doğrudan sapması olarak açıklanır ve hesaplanan ve gözlenen değerlerden oluşan sapmaların nedeni ölçüm ve gözlem hataları olarak nitelendirilir [16]. Hata terimi genellikle istatistiksel bir hata olarak kabul edilir ve rasgele değişkendir. Hata teriminin normal dağılıma sahip olduğu varsayılır ve ortalaması 0, varyansı σ^2 'dir. Klasik regresyonda hata terimleri sabit varyansa sahiptir ve birbirlerinden bağımsızdırlar [17].

Regresyon modelinde birden daha fazla bağımsız değişken var ise bu çoklu doğrusal regresyon modeli,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

ile gösterilir. Bu modelde $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ regresyon katsayılarıdır.

$\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k]$ hata terimleri normal dağılmakta ve aşağıdaki koşulları sağlamaktadır.

- i. $E(\varepsilon)=0$
- ii. $Var(\varepsilon_i)=\sigma^2$
- iii. $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j)=0$

[14].

Klasik doğrusal regresyon modellerinde amaç β_0 ve β_1 parametrelerini tahmin etmektedir. Bu tahmin yöntemlerinden en çok kullanılan yöntem En Küçük Kareler Yöntemi'dir.

3.2. Bulanık Doğrusal Regresyon

Regresyon analizi istatistik biliminin en önemli konularından birisidir. Çoğunlukla regresyon analizinden, değişkenler arasındaki ilişkileri açıklamada ve bir fonksiyonun uygun değerleri için katsayıların belirlenmesinde yararlanır.

Regresyon analizinde katsayılar yardımıyla bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenleri ne ölçüde etkilediği açıklanır. Ayrıca bu fonksiyon yardımıyla bağımlı değişkenin değerlerini tahmin etmek, öngörüsünü yapmak, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini tahmin etmek ve bağımlı veya bağımsız değişkenlerin etkileri ile ilgili öne sürülen hipotezleri test etmektir.

Klasik Doğrusal Regresyonun temelini, rastgelelik mantığı oluşturur. Bir olayın gerçekleşmesi ya da gerçekleşmemesi rastgelelikle ilişkilidir. Gözlem sayısının artması, analizi rastgelelik mantığından uzaklaştırarak daha uygun bir modelin elde edilmesine olanak sağlar [2].

Bir olayın gerçekleşebilmesini derecelendirmek bulanık doğrusal regresyon metodunun konusudur. Bulanıklık, sınırları net olmayan, farklı durumlarda farklı anlamlar taşıyabilen anlamında kullanılmaktadır. Bulanık Doğrusal Regresyon analizi Klasik Doğrusal Regresyon analizini ret etmek değildir. Klasik Doğrusal Regresyon analizinin yeterli kalmadığı veya çözemediği olaylara daha esnek ve gevşetilmiş şekilde bakılmasını sağlamaktadır [2].

Bulanık regresyon metodunda sapmaların oluşumunun modelin bulanıklığından ya da regresyon katsayılarının bulanıklığından yani parametrelerin kararlı

olmayışından kaynaklandığı düşünülür. Bu tür modellerde bulanık katsayılardan modele direk giren sistem katsayıları arasında doğru bir ilişki kurmak amaçtır [19]. Ayrıca doğal verilerde hata terimlerinin çok azı veya hiçbirinin normal dağılım göstermemesi bulanık mantık yöntemin gelişmesine neden olur [5].

Bulanık regresyon analizi, sistemdeki belirsizliğe bağılı olarak verilerin bütününün ya da bir belirli kısmının bulanık olması ya da sistemdeki değişkenler arasında kesin etkileşimler tanımlanmasına imkân vermemesi gibi klasik regresyon uygulanmasının verimli olmayacağı durumlarda kullanılan alternatif bir yöntemdir.

Bulanık regresyon analizinde katsayıların bulanık sayılar olduğu durumda tahmin edilen değişkende bulanık sayıdır ve her bir gözlemin derecesine göre katsayı tahmininde bulunur.

Klasik regresyonda önemli varsayımlar olduğu gibi, günlük hayatta karşılaştığımız esnek, sübjektif düşünme yapısını içermemektedir. Klasik regresyon mevcut verileri kullanarak değişkeler arasındaki ilişkiyi çok kesin bir şekilde tanımlamaktadır. Ancak doğadaki belirsizliklerden dolayı klasik regresyon her zaman verimli bir şekilde çalışmaz ve sonuçları insan düşünme yapısına göre işleyen problemlerde yanlış yönlendirmelere neden olur [16].

Klasik Regresyon, karar verme aşamalarına yardımcı olmak amacıyla, geçmiş ve/veya güncel verileri kullanarak tahmin yapar. Diğer bir deyişle bağımsız sayısal verilerden yararlanarak, bağımlı nicel değişkenleri tahmin etme yöntemidir. Ancak klasik regresyon bu değişkenler arasındaki ilişkiyi çok kesin bir şekilde tanımlar. Buna karşın bulanık regresyonda bağımlı ve bağımsız değişkeler arasındaki ilişki klasik regresyonda olduğu gibi kesin değildir. Böylece, belirsiz durumlarda bağımsız değişkenlerin etkilerini daha doğru ifade etmektedir [16].

Kesin bir şekilde sınıflandırılmayan, net olmayan ve tanımlandığında sübjektif değerler alan veriler bulanıklık içeriyorsa bulanık regresyonla çözüm elde edilebilir [4].

Klasik regresyonu doğada uygulayabilmek için verimizin kesin olması gerekir. Günlük hayattaki bulanık verileri klasik regresyon analizi ile çözmeye çalışıldığında

sonuçlar olması gereken değerlerden uzak ve yanlış çıkabileceği gibi büyük sapmalarda gösterebilir.

Bulanık mantık bilgilerde kesinlik arayışında değildir. Bu sayede belirsizliğin olduğu her yerde, gerçek hayat problemlerinde klasik regresyona göre çok daha kolay uygulanır. İnsan mantığına yakındır ve sözel ifadelerinin kullanılmasına yatkındır. Yazılımının kolay ve anlaşılır olması sayesinde daha az sürede ve daha az maliyetle sonuca ulaşılmasını sağlar ve günlük yaşam olaylarında daha tutarlı karar vermede yardımcı olur.

Klasik regresyon modelinde olasılık teorisi temel alınmıştır. Bulanık mantıkta ise temel alınan teoriler olasılık teorisi ve bulanık küme teorisidir.

Bulanık regresyon analizinde bağımsız değişkeni, kesin ve bağımlı değişkeni bulanık sayı olan bulanık regresyon yöntemleri ve bağımsız değişkeni, bulanık ve bağımlı değişkeni bulanık sayı olan farklı bulanık regresyon yöntemleri şeklinde tanımlanabilir. Bağımsız değişken girdi, bağımlı değişken çıktı olarak adlandırılır.

3.2.1. Bulanık regresyon modelleri

Bulanık doğrusal regresyon modeli üzerinde yapılan ilk çalışma Tanaka ve arkadaşları tarafından yapılmıştır. Tanaka'nın çalışmalarında temel fikir, model oluşturulurken bulanık katsayıların yayılımını azaltmaktır. Bu şekilde modelin sahip olduğu bulanıklık minimum olacaktır [19].

Tanaka ve arkadaşlarının 1987 yılında önerdikleri modelde, girdisi kesin ve çıktısı bulanık olan değişkenler kullanılmışlardır. Tahmini bulanık regresyon modeli,

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 X_{i0} + \tilde{A}_1 X_{i1} + \dots + \tilde{A}_n X_{in} = \tilde{A} X_i \quad i=1,2,\dots,m$$

biçiminde tanımlanır. Burada m gözlem sayısını, n bağımsız değişken sayısını göstermektedir.

Bağımsız değişken vektörü $X = [X_0, X_1, \dots, X_n]^T$ olup katsayı vektörü $\tilde{A} = [\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n]$ şeklinde gösterilir. Bulanık katsayı vektörünün elemanları

$$\mu_{\tilde{Y}}(y_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|Y_i - X^T \alpha|}{c^T |X|}, & X \neq 0 \\ 1 & , X = 0, Y = 0 \\ 0 & , X = 0, Y \neq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

olarak elde edilir.

Eşitlik 3.3'de $c^T = (c_0, c_1, \dots, c_n)$, $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$ 'dir.

Girdi ve çıktı arasındaki ilişki bulanık fonksiyon ile tanımlandığında, Eşitlik 3.2 ile verilen bulanık doğrusal regresyon modelinde verinin, kesin girdi ve bulanık çıktı olduğu varsayılır.

Eşitlik 3.2 ile verilen bulanık doğrusal regresyon modelinde bulanık katsayı $\tilde{A}_j = (\alpha_j, c_j)$ 'nin belirlenmesi için ilk olarak yayılımların toplamını küçükleyen doğrusal amaç fonksiyonlu model tanımlanmıştır. Bu model Eşitlik 3.4 ile verilmiştir.

$$\min J_1 = \sum_{j=1}^n \left(c_j \sum_{i=1}^m |x_{ij}| \right) \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=0}^n \alpha_j x_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^n c_j |x_{ij}| \geq y_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=0}^n \alpha_j x_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^n c_j |x_{ij}| \leq y_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$c_j \geq 0, \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad 0 \leq h \leq 1$$

Burada bulanık sayı \tilde{Y}_i nin toplam yayılımını minimize etmek amaçlanır. Her bir \tilde{Y}_i , $\mu_{\tilde{Y}_i}(y_i) \geq h$ ($i=1, 2, \dots, m$) olarak \tilde{Y}_i için en az h seviyesinde üyelik derecesine sahiptir. Eşitlik (3.4) bir bulanık doğrusal modeldir.

$$1 - \frac{|Y_i - X^T \alpha|}{c^T |X|} \geq h, \quad \forall_i = 1, 2, \dots, m \quad (3.5)$$

ile tanımlanır. Buna göre \tilde{Y}_i 'nin üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\tilde{Y}_i}(y_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|y_i - \bar{y}_i|}{e_i}, & \bar{y}_i - e_i \leq y_i \leq \bar{y}_i + e_i \\ 0 & , \text{ dd} \end{cases} \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir [21].

Bulanık regresyon modeli kurulduğunda h için uygun değer aralığı seçmek önemlidir. h terimi, bulanık regresyonda regresyon modeli ile veriler arasında ki uyumluluk derecesini açıklamak için kullanılır.

Bulanık Doğrusal Regresyon analizinde hata, modeldeki bütün katsayılarla dağıtılarak hesaplanması sağlanır. Bunun sonucunda modeldeki parametreler belli bir bulanıklık seviyesinde tahmin edilirler. Klasik Doğrusal Regresyon analizi için kurulan modellerde, bağımlı değişkeni açıklamasında yardımcı olabilecek değişkenlerin kullanılması yerine hata terimi kullanılmaktadır. Bu durumda model kurulduğunda oluşabilecek olan hatalar tek bir terimde toplanır.

Klasik regresyon analizinde h 'ın 1 olduğu kabul edilir. Bu durumda gözlenen verilerin bulanık olmadığı kabul edilir. Verilerde oluşabilecek hatalar veya eksiklikler hata terimi ile gösterilmektedir.

h 'ın alması gereken belirli bir değeri yoktur. h değeri, 0 ile 1 arasında herhangi bir değer olarak analist tarafından alınabilir. Belirlenen h değeri, model içinde sabit bir girdidir [20].

Bulanık regresyon analizi ile ilgili çalışma yapmış bilim adamları h seviyesinin kabul edilmesi gereken değeri ile ilgili halen net bir fikir bilirliliğine varamamışlardır. Önde gelen bilim adamlarından Tanaka, Asai ve Uejima h seviyesinin 0,5 kabul edildiğinde bulanık tahmin çalışmasının başarılı sonuçlar vereceğini öne sürerken, Fan, Lai ve Gharpuray h seviyesinin 0,9 kabul edilmesi gerektiğini savunmaktadır.

h değeri 1 iken, modelin sonucu klasik regresyon ile çözülen sonuca çok yakın değerler verir. h değeri 0 iken, bulanık regresyona aralık regresyonu denir. h değeri 0' yaklaşıp küçüldükçe bulanıklık artar iken, 1'e yaklaşıp büyüdüğü modelin bulanıklığı azalır.

Diğer bir model, Tanaka ve arkadaşlarının önerdiği karesel amaç fonksiyonlu modeldir. Bu amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$\min J_2 = k_1 \sum_{i=1}^m (Y_i - a^T x_i)^2 + k_2 c^T \left(\sum_{i=1}^m |x_i| |x_i|^T \right) c \quad (3.7)$$

Burada, $\sum_{i=1}^m |x_i| |x_i|^T$ simetrik pozitif matris tanımındır, k_1, k_2 , 0 ve 1 aralığında değişen çok küçük pozitif sayılar olup, katsayı ağırlıklarıdır. Bu amaç fonksiyonu yayılımları minimize yaparken aynı zamanda, $\sum_{i=1}^m (Y_i - a^T x_i)^2$ ifadesi yardımıyla çıktı değerlerine ait gözlem değerleri ve tahmini merkez değerleri arasındaki farkın karesinin toplamını minimum yapmayı amaçlamaktadır. İkinci amaç fonksiyonu karesel bir fonksiyon olup, hesaplama işlemleri diğer modele nazaran daha karmaşıktır. Ancak bu model ile hem yayılım hem de hata miktarlarının birlikte azalması beklenir. Aynı zamanda k_1 ve k_2 kullanılarak ister birinci kısım ister ikinci kısma daha fazla ağırlık verilebilir. Bu amaç fonksiyonu kullanılarak aynı kısıtlar altında ikinci model,

$$\min J_2 = k_1 \sum_{i=1}^m (Y_i - a^T x_i)^2 + k_2 c^T \left(\sum_{i=1}^m |x_i| |x_i|^T \right) c$$

$$\sum_{j=0}^n \alpha_j x_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^n c_j |x_{ij}| \geq y_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

$$\sum_{j=0}^n \alpha_j x_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^n c_j |x_{ij}| \leq y_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$c_j \geq 0, \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad 0 \leq h \leq 1$$

ile verilir. Eşitlik (3.8) bir bulanık karesel modeldir. Buna göre, \tilde{Y}_i 'nin alt sınırı,

$$Y_i^A = \sum_{j=0}^n (\alpha_j - c_j) X_{ij} \quad (3.9)$$

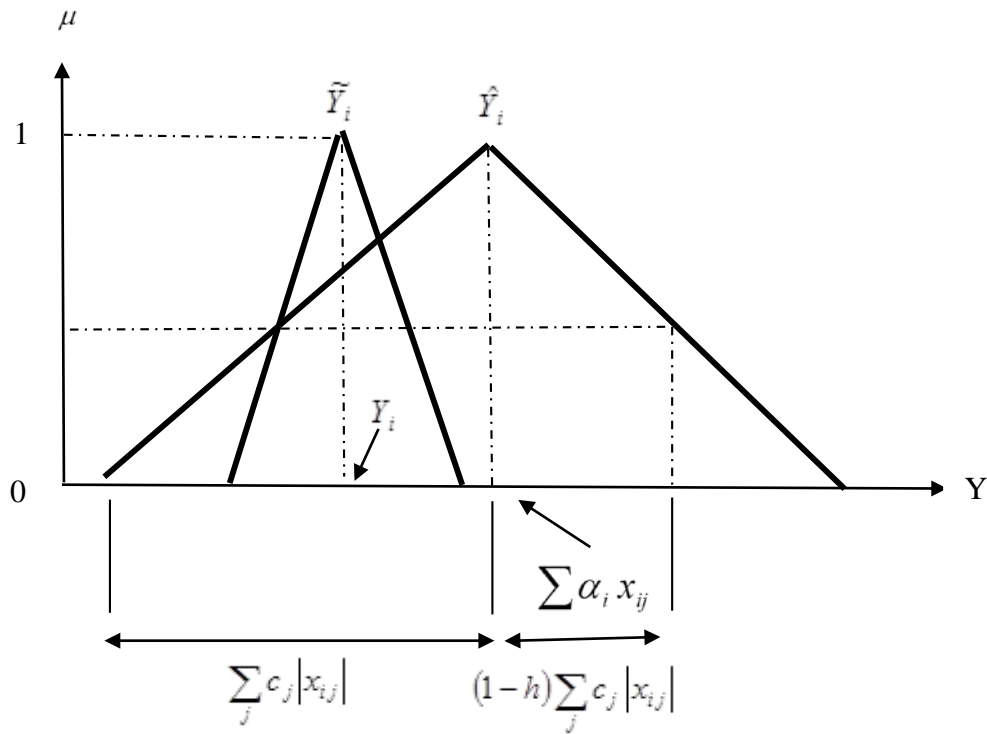
eşitliği ile, \tilde{Y}_i 'nin üst sınırı,

$$Y_i^{\bar{U}} = \sum_{j=0}^n (\alpha_j + c_j) X_{ij} \quad (3.10)$$

eşitliği ile hesaplanır [20].

Gözlem değerleri, Y_i^A ve $Y_i^{\bar{U}}$ doğrularının arasında olmalıdır. Eğer gözlem değerleri Y_i^A ve $Y_i^{\bar{U}}$ doğrularının dışında ise çözüm olarak bulanıklık artırılır. Bu durum h değerinin 0' a yaklaşması ile elde edilir.

Y_i^A ve $Y_i^{\bar{U}}$ doğruları arasındaki alan olması gerekenden geniş ise, bulanıklık azaltılır. Bu durum h değerinin 1'e yaklaşması ile elde edilir. Bulanık regresyon modelindeki parametrelerin gösterimleri Şekil 3.2 ile verilmiştir.



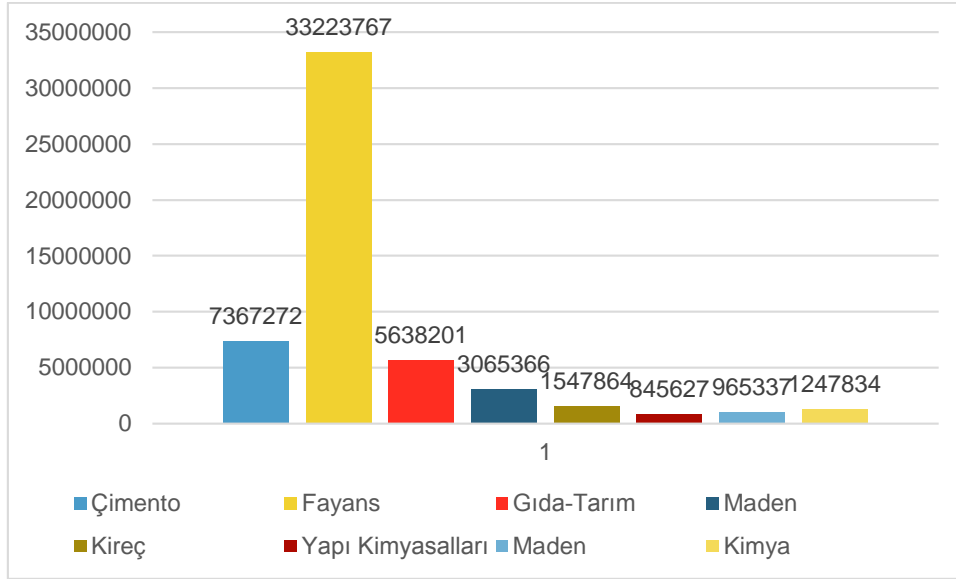
Şekil 3.2 \hat{Y}_i ve \tilde{Y}_i 'nin Gösterimi

Bulanık regresyon modelleri, az sayıda gözlem olması durumunda kullanışlı bir tahmin yöntemidir. Modelde gözlem sayısı arttığında, tahmin edilmek istenen değişkenlerin yayılımları da artmaktadır. Yani, gözlem sayısının, artması tahminin başarısını etkilememektedir [13]. Aynı zamanda eksik veri veya bilgi eksikliği bulunması durumlarında tercih edilebilmektedir. Uygulama aşamalarında verilerin herhangi bir varsayıma veya koşula uygunluğu olması gerekmemektedir. Bazı çalışmalarda ve gerçek hayat problemlerinde araştırmacılar tek bir kesin değer yerine tahmin edilmesi istenilen değer aralığı şeklinde sunulmasını daha kullanışlı olarak görürler. Bu sebeplerden dolayı bulanık regresyon modelleri araştırmacıların sıklıkla tercih ettikleri tahmin yöntemlerinden birisidir.

4. UYGULAMA

Günümüzde tahmin yöntemleri, her alanda uygulanabilmektedir. Bu çalışmada kullanılan veriler, endüstriyel kağıt torba üreten bir fabrikadan temin edilmiştir. Endüstriyel kağıt torba imalatı yapan bu fabrika müşteri isteklerine göre 5 - 50 kg kadar tek kattan 6 kata kadar kağıt torba üretimi yapmaktadır. Çimento, Kireç, Yapı Kimyasalları, Maden, Kimya ve Gıda-Tarım endüstrisine yönelik kağıt torba üretim yapılmaktadır. Çalışmada Grafik 4.1 ile verilen histogram grafiğindeki bilgiler doğrultusunda fabrikanın en çok üretim yaptığı 3 ürün seçilmiş ve çimento, fayans ve gıda-tarıma ait kağıt torba satış verileri kullanılmıştır.

Grafik 4.1 Fabrikada Üretilen Torba Çeşitlerinin 2014 Yılına ait Histogram Grafiği



Fabrikanın muhasebe bölümünden 2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ait satış verileri elde edilmiştir. Her bir yıla ait veri 12 aya ayrılmıştır. Bu veriler fabrikadan fotokopi olarak elden alınmış ve bilgisayar ortamında düzenlenmiştir. Düzenlemeler yapılırken veriler yıllara ve aylara göre sınıflandırılmıştır.

Çalışmanın amacı 2011, 2012, 2013 'e ait satış verileri kullanılarak bulanık regresyon modelleri ile 2014 satış verilerini tahmin etmektir. Ayrıca bu satış tahminlerini 2014 gerçek verileri ile karşılaştırarak yorumlamaktır.

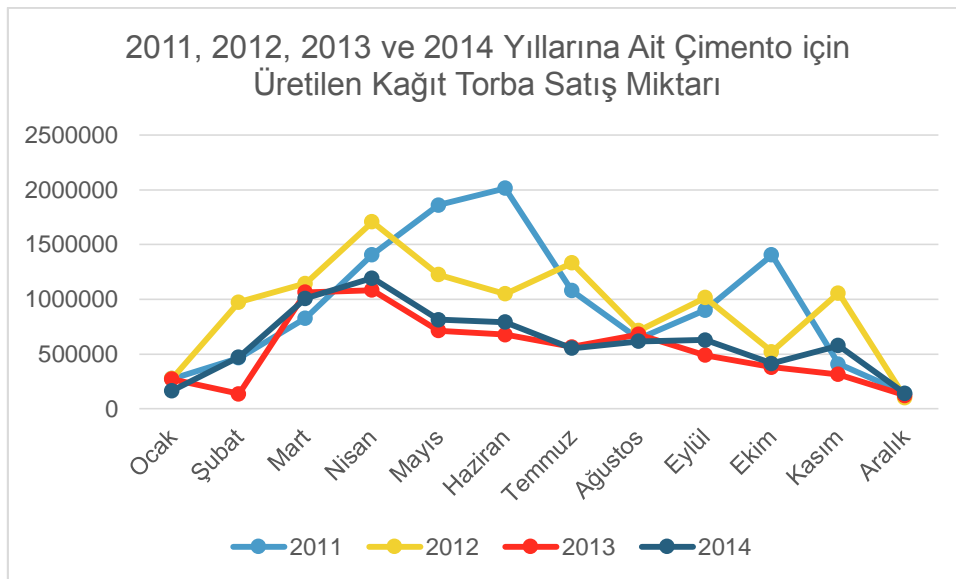
Klasik regresyon analizinin yerine bulanık regresyon analizinin kullanılması verilerimizin siparişe göre elde edilen üretim değerleri olmasından dolayı doğrusal

bir model yapısına uygunluk göstermemesidir. Ayrıca istatistiksel regresyon varsayımlarını sağlamaması da diğer bir nedendir. Veriler bulanık olmayan modellerden herhangi birisine uysa dahi oluşturulan, modelin anlamlılık katsayısı ve sonuçta elde edilen öngörü değerleri istenilen amaca hizmet etmeyebilir. Bu tür modellerde tahmin modeli olarak genellikle zaman serisi modelleri kullanılmaktadır. Ancak tahmin değerleri kesin değerler yerine aralık tahminler olarak vermenin bu çalışma açısından daha uygun olduğu düşünülmüştür. Her yıla ve aylara göre aşırı değişkenlik gösteren bir veri yapısına sahip olduğu için hangi istatistiksel model kullanılırsa kullanılsın tahminin tek bir değer elde edilmesi, bu uygulama için çok da gerçeğe yakın tahmin olmayacağı öngörülmüştür.

Çalışmaya verilerin düzenlenmesi ile başlanmıştır. Bu amaçla seçilen üç ana ürün için 2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ait satış verilerinin grafikleri oluşturulmuştur.

2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ilişkin çimento için üretilen kağıt torba miktarı satış verileri Grafik 4.2 ile verilmiştir.

Grafik 4.2 2011, 2012, 2013 ve 2014 Yıllarına Ait Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Verileri

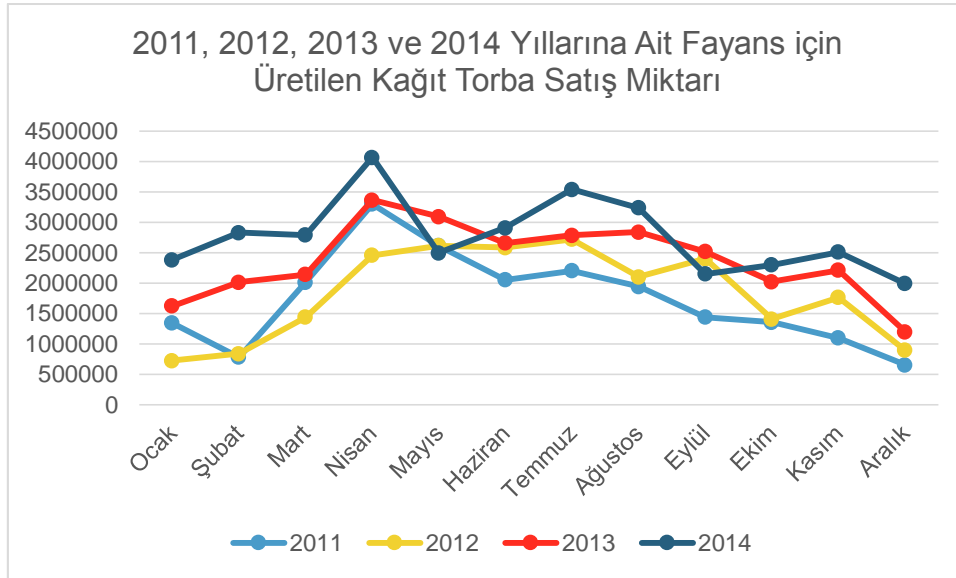


Grafik 4.2 'de çimento için üretilen kağıt torba miktarları tutarlı bir şekilde azalış ve artış göstermemektedir. 2012, 2013, 2014 Mayıs ve Haziran aylarının verileri

azalan bir yapıdayken, 2011 yılı verisi en yüksek noktadadır. Aynı şekilde 2012, 2013, 2014 Ekim ayında da azalan bir yapıya ve benzer değerlere sahipken, 2011 Ekim ayının verisi diğer yıllara göre daha yüksek bir değere sahiptir. 2011, 2012, 2013 ve 2014 Ağustos ayında veriler birbirine çok yakın değerler almışlardır. 2013 ve 2014 yıllarına ait 12 aylık verilere bakıldığında artışları, azalışları ve aldığı değerler ile birbirlerine çok benzer yapıya sahiptirler. 2012 çimento için üretilen kağıt torba aylık miktarları, 2011, 2013 ve 2014 çimento için üretilen kağıt torba miktarına göre daha fazla olduğu gözlenmektedir.

2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ilişkin fayans için üretilen kağıt torba satış verileri Grafik 4.3 ile verilmiştir.

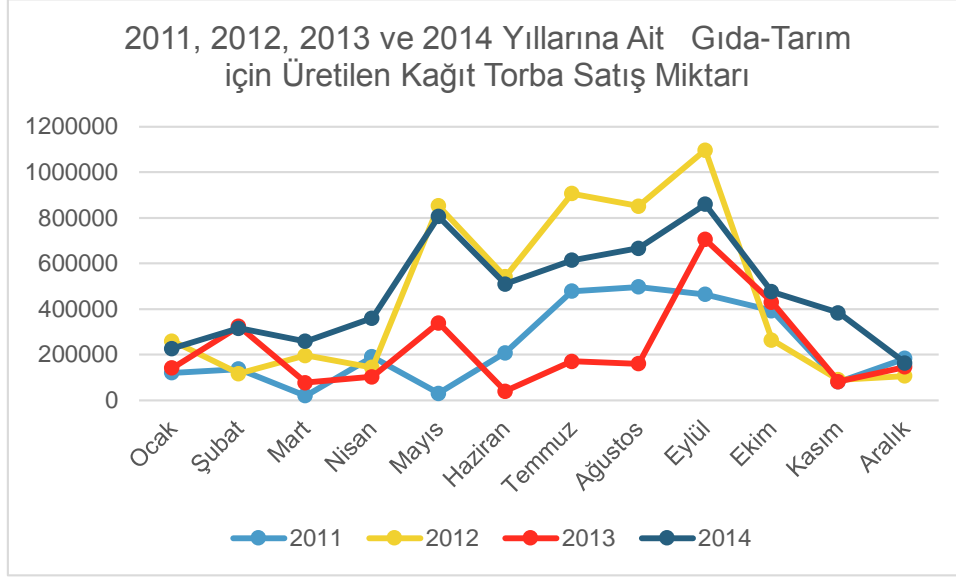
Grafik 4.3 2011, 2012, 2013 ve 2014 Yıllarına Ait Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Verileri



Grafik 4.3' de görüldüğü gibi 2011, 2012, 2013 ve 2014 fayans için üretilen kağıt torba verileri çimento için üretilen kağıt torba verilerine göre daha tutarlı azalış ve artış göstermişlerdir. 2011, 2012, 2013 ve 2014 Mart ve Nisan aylarında verileri artış göstermiştir. 2012, 2013 ve 2014 Şubat aylarında veriler artış gösterirken, 2011 Şubat verisi azalış göstermiştir. 2011, 2013, ve 2014 Eylül ayında veriler azalırken 2012 Eylül ayı verisi artış göstermiştir. 2012, 2013 ve 2014 yıllarında Kasım ayı verileri artış göstermişken 2011 yılı Kasım ayında azalan bir veri eğimi oluşmuştur. 2014 çimento için üretilen kağıt torba aylık miktarları, 2011, 2012 ve 2013 veri miktarlarına göre daha fazla olduğu görülmektedir.

2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ilişkin gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı satış verileri Grafik 4.4 ile verilmiştir.

Grafik 4.4 2011, 2012, 2013 ve 2014 Yıllarına Ait Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı



Grafik 4.4'de görüldüğü gibi gıda-tarım için üretilen kağıt torba verileri, çimento ve fayans için üretilen kağıt torba verilerine göre birbirinden çok bağımsız bir şekilde artış ve azalışlar göstermişlerdir. 2012, 2013 ve 2014 Mayıs ayında veriler yükselirken, 2011 Mayıs ayı verisi azalış göstermiştir. 2012, 2013 ve 2014 Haziran ayı verilerine bakıldığında artan bir yapı gözlenirken, 2011 ay verisi azalış gösterdiği görülmektedir. 2011, 2012, 2013 ve 2014 yıllarına ait aylık verilerden Ekim ayına bakıldığında dört yılın değerlerinin en yakın olduğu görülmektedir. 2012 ve 2014 ile 2011 ve 2013 yıllarına ait veriler azalış ve artış miktarları bakımından birbirlerine benzemektedir.

Verilere ilişkin gözlemlerden sonra her üç ürün için 2011, 2012 ve 2013 yıllarına ait satış verileri kullanılarak Eşitlik (3.4) ve eşitlik (3.8) oluşturulmuştur. Bu modeller LINGO 13.0 programı yardımıyla çözülmüştür. Modellerin çözümleri sonucunda çimento, fayans ve gıda-tarım için üretilen kağıt torba satış verilerine ait bulanık regresyon parametreleri (α_j ve a_j) satış tahminleri alt, merkez ve üst tahmin değerleri belirlenmiştir. Bulanık tahmini elde edilmiştir.

Buna göre \tilde{Y} modeli her bir ürün için

$$\tilde{Y}_t = (\alpha_0, c_0) + (\alpha_1, c_1)Y_{t-1} + (\alpha_2, c_2)Y_{t-2} \quad (4.1)$$

biçiminde oluşturulmuştur. Eşitlik 4.1'den yararlanarak bağımlı değişkene ilişkin tahmin değerinin merkez değeri,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = a_0 + a_1 Y_t + a_2 Y_{t-1} \quad (4.2)$$

eşitliği ile ve alt tahmin değeri,

$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (a_0 - c_0) + (a_1 - c_1)Y_t + (a_2 - c_2)Y_{t-1} \quad (4.3)$$

üst limit için,

$$\tilde{Y}_{t+1}^U = (a_0 + c_0) + (a_1 + c_1)Y_t + (a_2 + c_2)Y_{t-1} \quad (4.4)$$

eşitliği ile hesaplanmıştır.

4.1. Doğrusal Model Kullanılarak Yapılan Tahminler

Alınan üç ürün için tahmin modelleri üç ana başlıkta toplanmıştır.

i. Çimento

Çimento için üretilen kağıt torba verileri için öncelikle Eşitlik 3.4 kullanılarak amaç fonksiyonu bulunmuştur. Bu model doğrusal amaç fonksiyonuna sahip olup,

$$\min J_1 = 12 * c_0 + 11419370 * c_1 + 11106997 * c_2$$

biçiminde oluşturulmuştur.

$h=0.1$ için Model (3.4) çözümlenerek,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0 + 0,3749896Y_t + 0,2680843Y_{t-1} \quad (4.5)$$

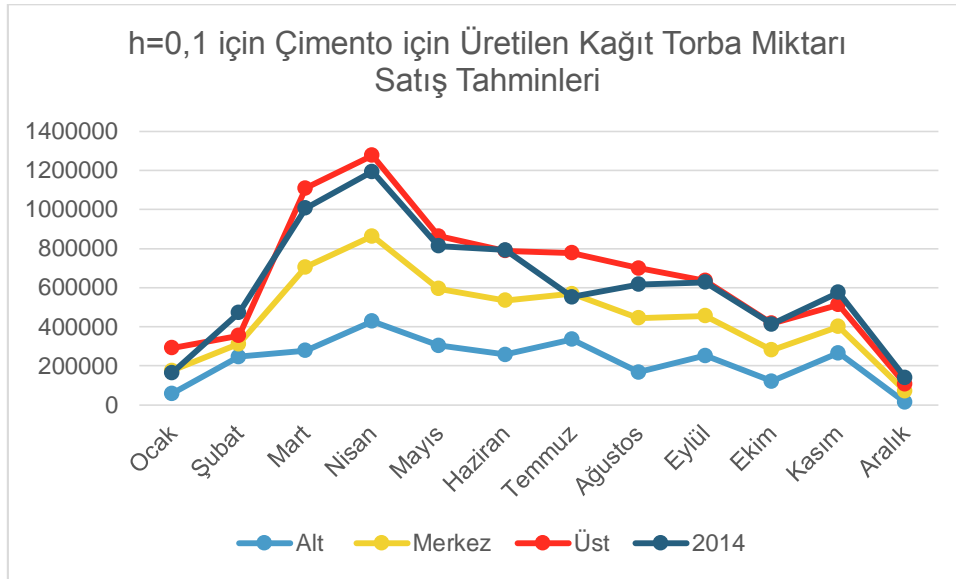
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0,3749896 - 0,3911119)Y_t + (0 - 11491,75) + (0,2680843 - 0)Y_{t-1} \quad (4.6)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^{\ddot{U}} = (0,3749896 + 0,3911119)Y_t + (0 + 11491,75) + (0,2680843 + 0)Y_{t-1} \quad (4.7)$$

eşitlikleri elde edilmiştir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^{\ddot{U}}$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.5), (4.6) ve (4.7) kullanılarak, $h=0,1$ için, 2014 yılına ait çimento için üretilen kağıt torba miktarı için merkez alt ve üst değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.5 ile verilmiştir.

Grafik 4.5 $h=0,1$ için 2014 Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.5 de görüldüğü gibi 2014 verileri genelde model sonucunda bulunan alt ve üst limitler arasında yerleşmiştir. Çoğunlukla merkez ve üst limitlere olan yakınlıkları dikkat çekmektedir. Üst limit ve merkez arasında kalan 2014 verileri alt limit ile merkez arasında kalmamıştır. Sadece Ocak ayında merkez değer ile çok yakın bir değere yaklaşmıştır. Şubat ve Kasım ayının haricinde üst limiti aşmamıştır. Üst limitin üstünde kaldığı iki ayda 2014 verisi ile üst limit arasında ki fark azdır. Haziran, Eylül ve Ekim ayında üst limit ile 2014 verileri birbirlerine çok yakın değerlere sahiptirler.

İkinci olarak, $h=0,2$ için Eşitlik (3.4) çözülerek,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0,3749896Y_t + 0 + 0,2680843Y_{t-1} \quad (4.8)$$

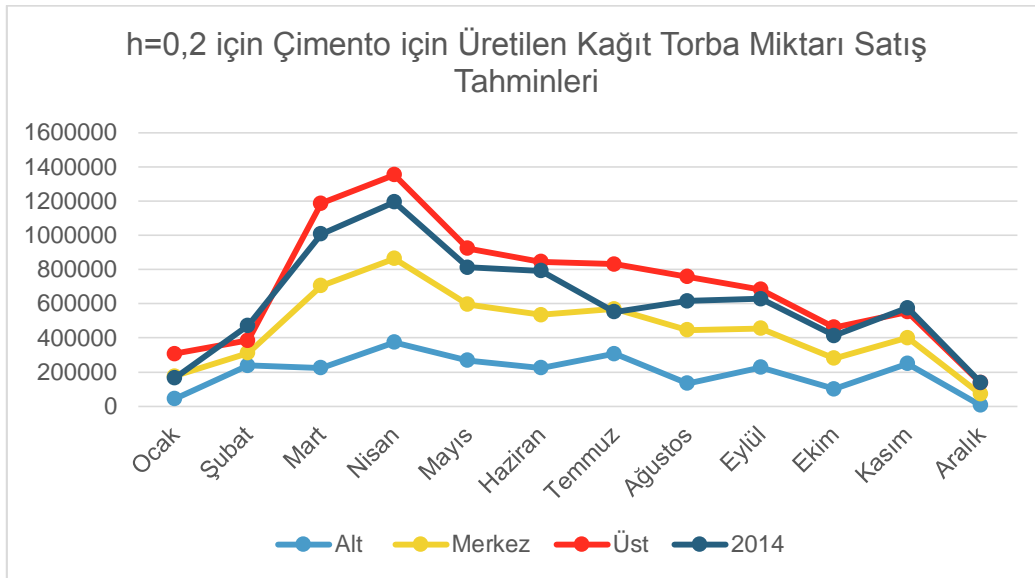
$$\tilde{Y}_{t-1}^A = (0,3749896 - 0,4400009)Y_t + (0 - 12928,22) + (0,2680843 - 0)Y_{t-1} \quad (4.9)$$

$$\tilde{Y}_{t-1}^Ü = (0,3749896 + 0,4400009)Y_t + (0 + 12928,22) + (0,2680843 + 0)Y_{t-1} \quad (4.10)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.8), (4.9) ve (4.10) kullanılarak $h=0.2$ alınarak 2014 yıllarına ait çimento için üretilen kağıt torba miktarı için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.6 ile sunulmuştur.

Grafik 4.6 $h=0.2$ için Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.6 'da Şubat ayı verisinde, 2014 verisi Grafik 4.5 'e kıyasla üst limite daha yaklaşmıştır. Kasım ayında üst limit ile 2014 verisi birbirine çok benzer değerlere sahiptir. Kasım ayı haricinde 2014 verileri her zaman üst ve merkez limitleri arasında kalmıştır. Grafik 4.5 ile kıyaslandığında, Grafik 4.6'da 2014 verileri üst limite daha az değerlere sahiptir. Grafik 4.5'te olduğu gibi merkez değeri Temmuz ayında 2014 verisi ile çok benzerdir. Buna göre $h = 0,2$ alındığında yayılımlar artmakta ancak 2014 gerçek verileri daha çok tahmin sınırları içinde kalmaktadır.

$h=0,1$ ve $h=0,2$ için elde edilen sonuçlara göre $h=0,2$ daha iyi sonuçların elde edildiğini ancak yayılımın arttığı söylenebilir.

ii. Fayans

Fayans için üretilen kağıt torba verileri için Eşitliği (3.4) kullanılarak olan amaç fonksiyonu ,

$$\min J_1 = 12 * c_0 + 20823257 * c_1 + 21977925 * c_2$$

biçimindedir.

$h=0.1$ alınarak bulunan parametreler yerine konularak,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0,4454588 Y_t + 1231399 + 0 Y_{t-1} \quad (4.11)$$

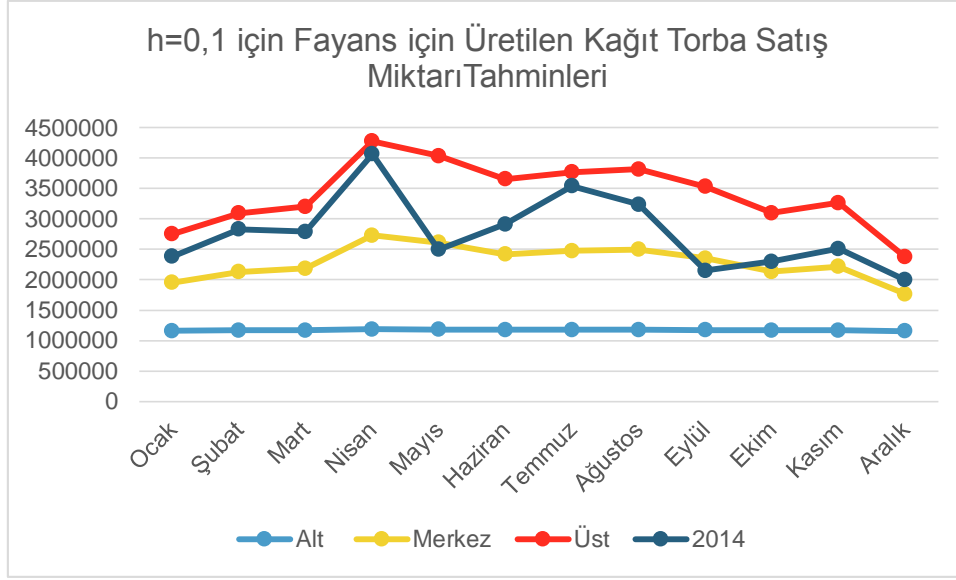
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0,4454588 - 0,4314305) Y_t + (1231399 - 92640,4) + (0 - 0) Y_{t-1} \quad (4.12)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^U = (0,4454588 + 0,4314305) Y_t + (1231399 + 92640,4) + (0 - 0) Y_{t-1} \quad (4.13)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , \tilde{Y}_{t+1}^U sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.11), (4.12) ve (4.13) kullanılarak $h=0,2$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.7 ile sunulmuştur.

Grafik 4.7 $h=0.1$ için 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Tahminlerinin ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Mayıs ve Eylül aylarında veriler merkez limite çok yakın değerler kalmıştır. Bu iki ay haricinde veriler üst ve merkez limitler arasında yerleşmiştir. Ocak, Şubat ve mart aylarında üst limite yakın değerlere sahip olan 2014 verileri, Haziran, Ekim, Kasım ve Aralık aylarında merkez limite yakın bir çizgide bulunmaktadır. Üst limite en yakın değer alan aylar Nisan ve Temmuz aylarıdır. 2014 verileri ile üst limitin artış ve azalışı merkez ve alt limite göre çok daha fazla benzerlik göstermektedir. Üst limiti aşan hiç bir 2014 verisi bulunmaktadır.

Fayans için üretilen kağıt torba satış verileri için Eşitlik (3.4) $h=0,2$ alındığında,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0,4454588Y_t + 1231399 + 0Y_{t-1} \quad (4.14)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0,4454588 - 0,4853593)Y_t + (1231399 - 104220,5) + (0 - 0)Y_{t-1} \quad (4.15)$$

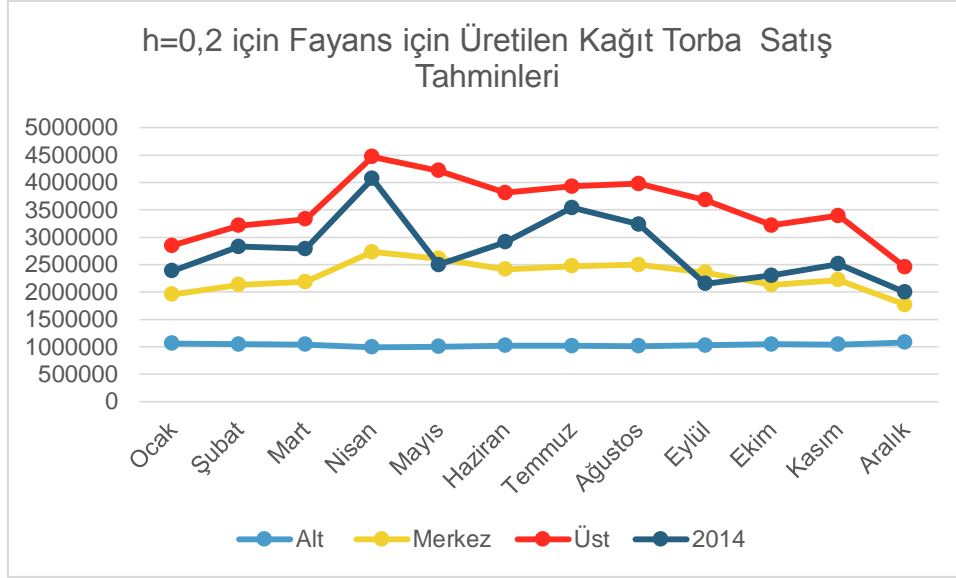
$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0,4454588 + 0,4853593)Y_t + (1231399 + 104220,5) + (0 + 0)Y_{t-1} \quad (4.16)$$

eşitlikleri elde edilmiştir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.14), (4.15) ve (4.16) kullanılarak $h=0,2$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri

hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.8 ile sunulmuştur.

Grafik 4.8 $h=0,2$ için Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



$h=0.2$ için elde edilen tahminlerde verilerin üst limite en çok yaklaştığı iki nokta olan Nisan ve Temmuz ayı, $h=0,2$ alındığında üst limite daha uzaktır. Ayrıca daha çok üst limit ve merkez limit arasında yer almaktadır. $h=0,2$ alındığında, $h=0.1$ için bulunan sonuçlarda olduğu gibi Mayıs ve Eylül ayları merkez limit altında kalmıştır. 2014 verileri üst limit ile benzer artış azalış dalgalanmaları göstermektedir.

Fayans için üretilen kağıt torba satış verileri için Eşitlik (3.4) $h=0,3$ alındığında,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0,4454588Y_t + 1231399 + 0Y_{t-1} \quad (4.17)$$

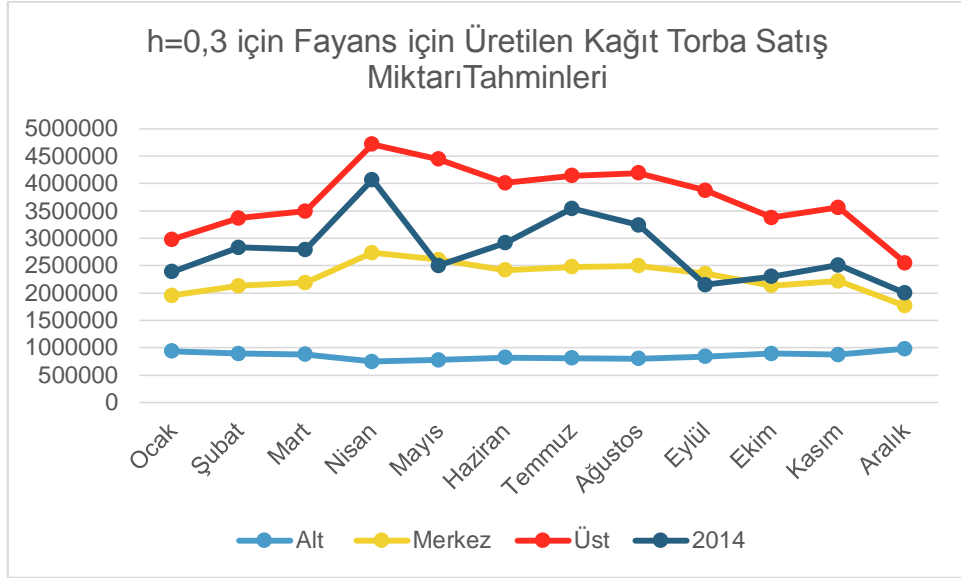
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0,4454588 - 0,5546963)Y_t + (1231399 - 119109,1) + (0 - 0)Y_{t-1} \quad (4.18)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0,4454588 + 0,5546963)Y_t + (1231399 + 119109,1) + (0 + 0)Y_{t-1} \quad (4.19)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.17), (4.18) ve (4.19) kullanılarak, $h=0,3$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.9 ile sunulmuştur.

Grafik 4.9 $h=0.3$ için Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.7 ve Grafik 4.8 ile Grafik 4.9 karşılaştırıldığında alt ve üst limitlerin aralıkları genişlemiştir. Alt limit $h=0.1$ ve $h=0.2$ için oluşturulan çizelgelerde düz bir çizgi şeklinde görünürken, Grafik 4.9'da Nisan ayında hafif bir azalma fark edilmektedir. 2014 verileri ile üst limit artış ve azalışları benzerlik göstermektedir.

Aşağıdaki çizelgelerde fayans için üretilen kağıt torba satış verileri için yapılan tahminlerin sonucunda $h=0.1$, $h=0.2$ ve $h=0.3$ için alt limitler ve üst limitler karşılaştırılmıştır.

Fayans için üretilen kağıt torba satış verilerinde doğrusal model için $h=0.1$, $h=0.2$ ve $h=0.3$ alındığında elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Buna göre, h değeri arttıkça gerçek 2014 verileri tamamen alt ve üst sınırlar arasında yerleşmekte, ancak yayılımlar genişletilmektedir. Bu sebeple tahmin aralıklarının artması fabrikaya ayrı bir yük getireceği için $h=0.1$ için oluşturulan doğrusal modelin sonuçlarını kullanmak daha uygun görülmektedir.

iii. Gıda-Tarım

Gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı için öncelikle Eşitlik (3.4) kullanılarak amaç fonksiyonu bulunmuştur. Bu doğrusal amaç fonksiyonuna sahip model için gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı için oluşturulan amaç fonksiyonu,

$$\min J_1 = 12 * c_0 + 2801521 * c_1 + 5424593 * c_2$$

biçimindedir.

Gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı için Eşitlik (3.4) $h=0.1$ alındığında,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0Y_t + 114418,7 + 0,6154742 Y_{t-1} \quad (4.20)$$

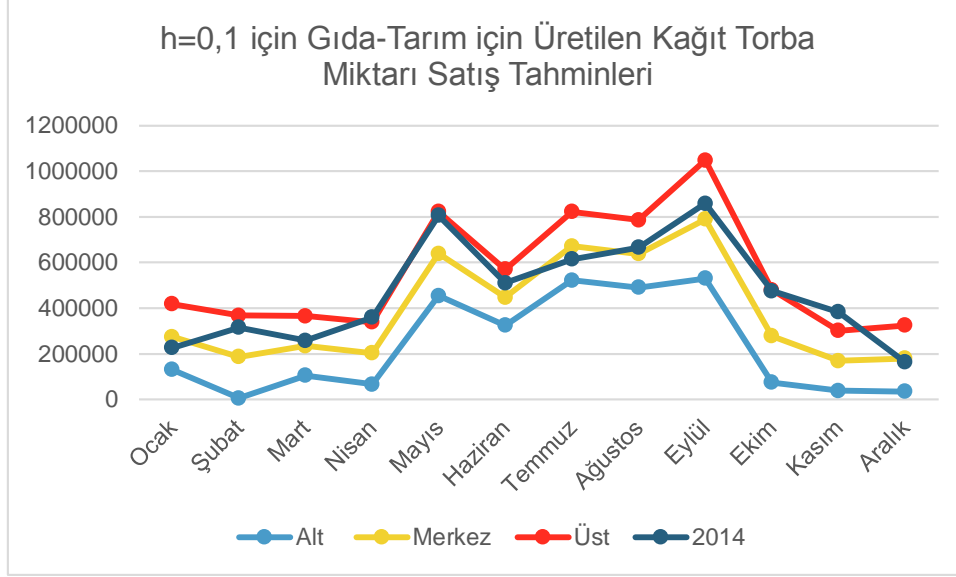
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0 - 0,2043995)Y_t + (114418,7 - 114948,9) + (0,6154742 - 0)Y_{t+1} \quad (4.21)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0 + 0,2043995)Y_t + (114418,7 + 114948,9) + (0,6154742 + 0)Y_{t+1} \quad (4.22)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.20), (4.21) ve (4.22) kullanılarak $h=0.1$ için 2014 yıllarına ait gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.10 ile verilmiştir.

Grafik 4.10 $h=0.1$ için 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.10 incelendiğinde çok ani iniş ve çıkışlar gözlenmektedir. 2014 verilerinde gözlemlenen artış ve azalışlar alt ve üst limit tahminleri ile benzerlik göstermektedirler. Kasım ayında, 2014 gerçek verisi beklenilenden daha düşük miktarda azalmıştır ve üst limitin üstünde kalmıştır. Nisan ve Mayıs aylarında, 2014 gerçek verileri ve üst limit değerleri çok yakın değerlere sahiptir. 12 ay boyunca sadece Ocak ayın 2014 verisi merkez limitin altındadır. Mart ve Aralık ayında 2014 verisi ile merkez limit değeri diğer 10 ay değerlerine göre birbirlerine çok yakındır. Genel olarak 2014 verisi, alt limit ve merkez limit arasında kalmıştır.

4.2. Karesel Model Kullanılarak Yapılan Tahminler

Eşitlik (3.8) ile verilen karesel model ilişkin amaç fonksiyonunu elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

Adım 1: Amaç fonksiyonundaki ikinci toplam yayılım toplamlarını hesaplar ve

$$\sum_{i=1}^m c^T (x_i | | x_i |^T) c = [c_0, c_1, c_2] \begin{bmatrix} \sum x_0 x_0 & \sum x_0 x_1 & \sum x_0 x_2 \\ \sum x_1 x_0 & \sum x_1 x_1 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 x_0 & \sum x_2 x_1 & \sum x_2 x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$= \begin{bmatrix} \left[c_0 \sum x_0 x_0 + c_1 \sum x_0 x_1 + c_2 \sum x_0 x_2 \right] \\ \left[c_0 \sum x_1 x_0 + c_1 \sum x_1 x_1 + c_2 \sum x_1 x_2 \right] \\ \left[c_0 \sum x_2 x_0 + c_1 \sum x_2 x_1 + c_2 \sum x_2 x_2 \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$= c_0^2 \sum x_0 x_0 + c_0 c_1 \sum x_0 x_1 + c_0 c_2 \sum x_0 x_2 + c_1 c_0 \sum x_1 x_0 + c_1^2 \sum x_1 x_1 + c_1 c_2 \sum x_1 x_2 + c_2 c_0 \sum x_2 x_0 + c_2 c_1 \sum x_2 x_1 + c_2^2 \sum x_2 x_2$$

biçiminde bulunur.

Adım 2: Amaç fonksiyonundaki ilk toplam parçalara ayrılarak hesaplanır ve hataların kareler toplamıdır. Bu parça,

$$\sum_{i=1}^m (Y_i - a^T x_i)^2 = \sum_{i=1}^m Y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^m Y_i x_i a^T + a^T \left(\sum_{i=1}^m x_i x_i^T \right) a \quad (4.24)$$

olmak üzere üç parça olarak hesaplanır.

$$\mathbf{a)} \sum_i^m Y_i^2 \quad (4.25)$$

$$\mathbf{b)} \sum_i^m Y_i x_i a^T = Y \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} [a_0, a_1, a_2] = Y x_0 a_0 + Y x_1 a_1 + Y x_2 a_2 \quad (4.26)$$

$$\mathbf{c)} a^T \left(\sum_i^m x_i x_i^T \right) a = [a_0, a_1, a_2] \begin{bmatrix} \sum x_0 x_0 & \sum x_0 x_1 & \sum x_0 x_2 \\ \sum x_1 x_0 & \sum x_1 x_1 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_2 x_0 & \sum x_2 x_1 & \sum x_2 x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$= a_0 \sum x_0 x_0 + a_1 \sum x_0 x_1 + a_2 \sum x_0 x_2 + a_0 \sum x_1 x_0 + a_1 \sum x_1 x_1 + a_2 \sum x_1 x_2 + a_0 \sum x_2 x_0 + a_1 \sum x_2 x_1 + a_2 \sum x_2 x_2 \quad (4.27)$$

$$= a_0^2 \sum x_0 x_0 + a_0 a_1 \sum x_0 x_1 + a_0 a_2 \sum x_0 x_2 + a_1 a_0 \sum x_1 x_0 + a_1^2 \sum x_1 x_1 + a_1 a_2 \sum x_1 x_2 + a_2 a_0 \sum x_2 x_0 + a_2 a_1 \sum x_2 x_1 + a_2^2 \sum x_2 x_2$$

biçiminde edede edilir.

Karesel amaç fonksiyonuna sahip olan bu model için fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için amaç fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \min J_2 = & k_1 * (12 * a_0 * a_0 + 20823257 * a_1 * a_0 + 21977925 * a_2 * a_0 + 20823257 * a_0 * \\ & a_1 + 42654100000000 * a_1 * a_1 + 42831500000000 * a_2 * a_1 + 21977925 * a_0 * a_2 + \\ & 42831500000000 * a_1 * a_2 + 46427200000000 * a_2 * a_2) - 2 * k_1 * (28492066 * a_0 + \\ & 54037300000000 * a_1 + 56690100000000 * a_2) + k_2 * (12 * c_0 * c_0 + 20823257 * c_1 \\ & * c_0 + 21977925 * c_2 * c_0 + 20823257 * c_0 * c_1 + 42654100000000 * c_1 * c_1 + \\ & 42831500000000 * c_2 * c_1 + 21977925 * c_0 * c_2 + 42831500000000 * c_1 * c_2 + \\ & 46427200000000 * c_2 * c_2) + k_1 * 71913500000000; \end{aligned}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (3.8)'de $h=0.1$ ve $k_1 = 1$ $k_2 = 0,01$ alınarak fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0,4836911Y_t + 924555,1 + 0,3311100Y_{t-1} \quad (4.28)$$

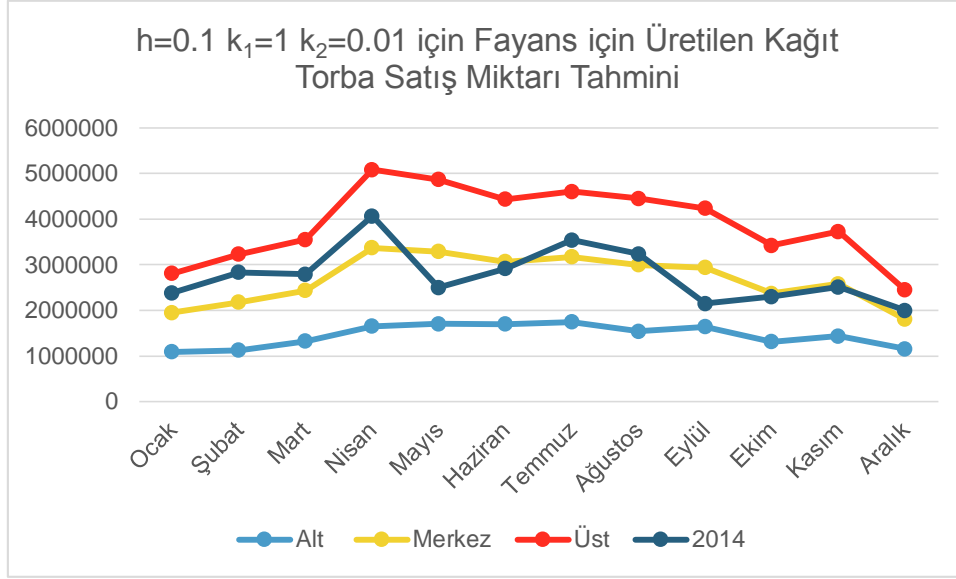
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0,4836911 - 0,4925995)Y_t + (924555,1 - 57127,65) + (0,3311100 - 0)Y_{t-1} \quad (4.29)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0,4836911 + 0,4925995)Y_t + (924555,1 + 57127,65) + (0,3311100 + 0)Y_{t-1} \quad (4.30)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.23), (4.24) ve (4.25) kullanılarak $h=0.1$ ve $k_1 = 1$ $k_2 = 0,01$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.11 ile sunulmuştur.

Grafik 4.11 $h=0,1$ $k_1=1$ $k_2=0,01$ için 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı için Tahminlerin ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.11’de görüldüğü gibi 2014 verileri alt ve üst limit arasındadır. 2014 gerçek verileri genellikle merkez limitin yakınlarında değerler almıştır. Artış ve azalışlar 2014 verileri ile alt, merkez ve üst limit arasında genel anlamda benzerlik vardır. Alt, merkez ve üst limit Ekim ayı tahminleri aynı anda azalma gösterirken 2014 verisi artma göstermektedir.

Eşitlik (3.8)’de $h=0.1$ ve $k_1=0,01$ $k_2=1$ alınarak fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0.4454588Y_t + 1231399 + 0Y_{t-1} \quad (4.31)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0.4454588 - 0.4314305)Y_t + (11231399 - 92640.40) + (0 - 0)Y_{t-1} \quad (4.32)$$

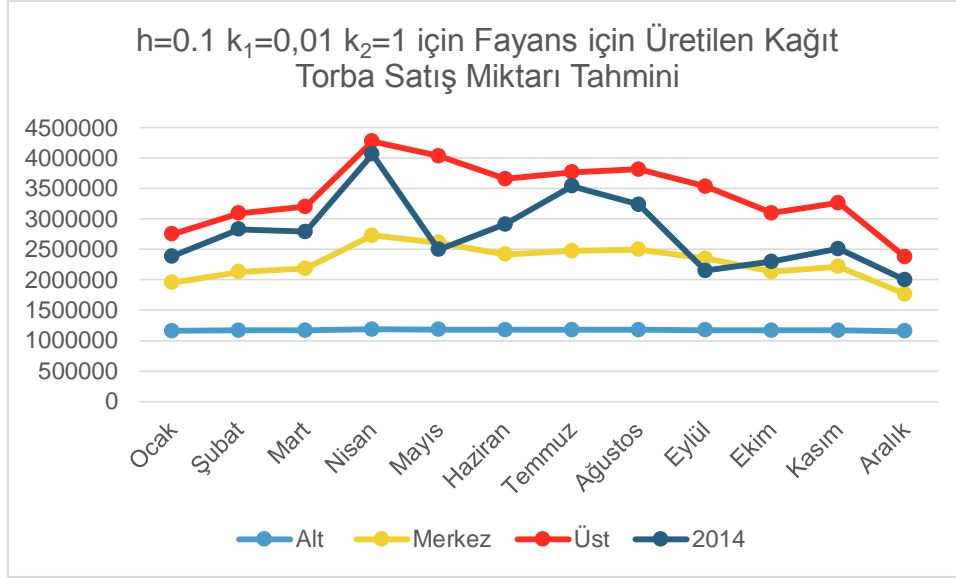
$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0.4454588 + 0.4314305)Y_t + (11231399 + 92640.40) + (0 + 0)Y_{t-1} \quad (4.33)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.26), (4.27) ve (4.28) kullanılarak $h=0.1$ ve $k_1=0,01$ $k_2=1$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için merkez, alt ve üst

tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.12 ile sunulmuştur.

Grafik 4.12 $h=0,1$ $k_1=0,01$ $k_2=1$ için 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



Grafik 4.11 ile Grafik 4.12'ü karşılaştırıldığında, Grafik 4.12'de 2014 verilerinin büyük bir kısmının üst limit ve merkez limit altında kaldığı görülmektedir. $k_2=1$ alındığı için Grafik 4.12, Grafik 4.11'e göre daha dar bir tahmin alanı vermektedir. Ancak 2014 verileri genel olarak üst limit ve merkez limit arasında bulunmaktadır. Üst limiti aşan hiçbir nokta yoktur.

Eşitlik (3.8)'de $h=0.3$ ve $k_1 = 1$ $k_2 = 0,5$ alınarak fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0.4765858Y_t + 1024228 + 0.2514263Y_{t-1} \quad (4.34)$$

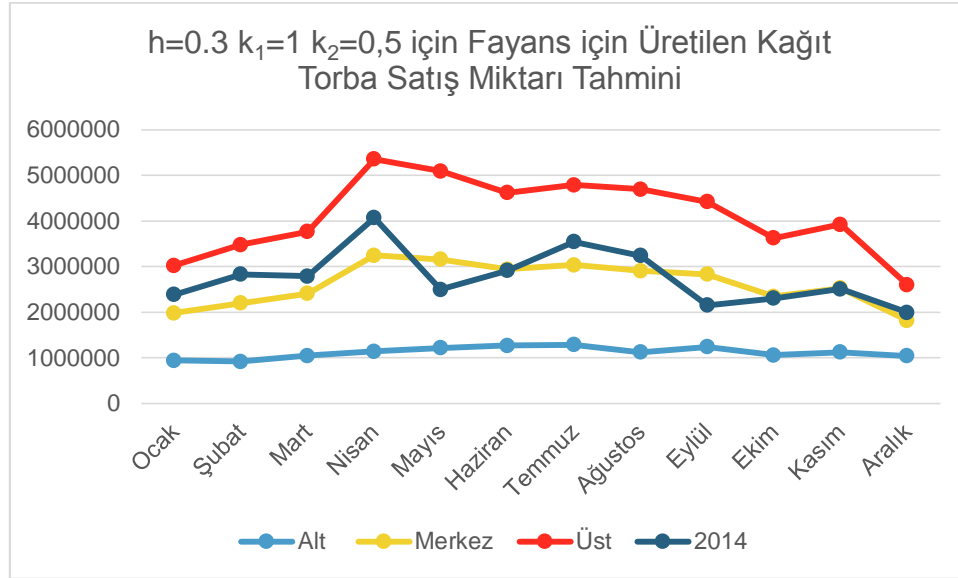
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0.4765858 - 0.6114220)Y_t + (1024228 - 47539.01) + (0.2514263 - 0)Y_{t-1} \quad (4.35)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0.4765858 + 0.6114220)Y_t + (1024228 + 47539.01) + (0.2514263 + 0)Y_{t-1} \quad (4.36)$$

eşitlikleri elde edilmiştir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.29), (4.30) ve (4.31) kullanılarak $h=0.3$ ve $k_1 = 1$ $k_2 = 0,5$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.13 ile verilmiştir.

Grafik 4.13 $h=0,3$ $k_1=1$ $k_2=0,5$ için 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



h değerinin artması ile bulanıklık azalmıştır. k_2 değerinin azalması nedeniyle Grafik 4.12'ye göre Grafik 4.13'ün tahmin alanı büyümüştür. 2014 verileri merkez limit değerine yakın değerler almıştır. Üst limit ile 2014 verileri artış ve azalışları benzerlik göstermektedir.

Eşitlik (3.8)'de, $h=0.2$ $k_1 = 1$ $k_2 = 1$ alınarak fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için,

$$\tilde{Y}_{t+1}^M = 0.4729068Y_t + 1048714 + 0.2217095Y_{t-1} \quad (4.37)$$

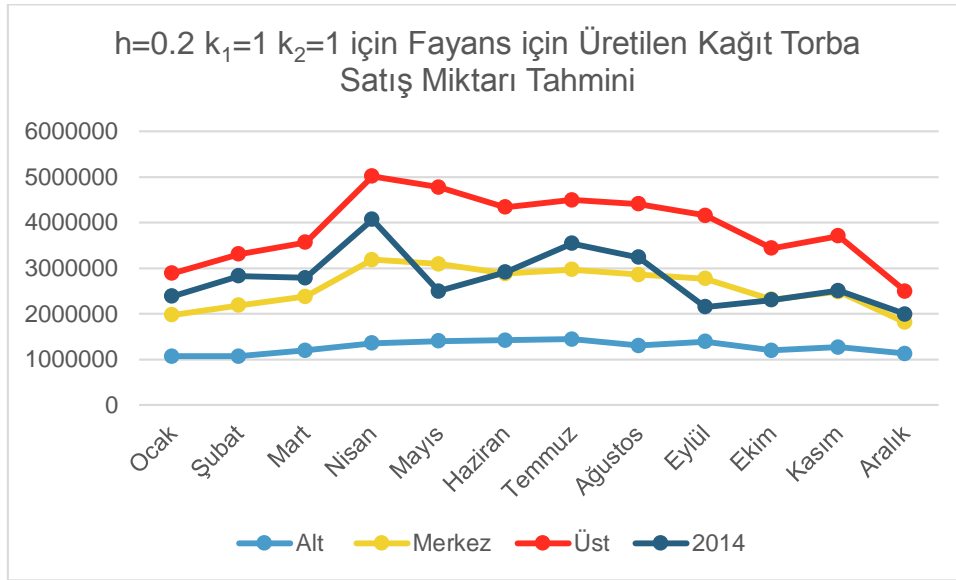
$$\tilde{Y}_{t+1}^A = (0.4729068 - 0.5291277)Y_t + (1048714 - 48998.33) + (0.2217095 - 0)Y_{t-1} \quad (4.38)$$

$$\tilde{Y}_{t+1}^Ü = (0.4729068 + 0.5291277)Y_t + (1048714 + 48998.33) + (0.2217095 + 0)Y_{t-1} \quad (4.39)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada \tilde{Y}_t^M , \tilde{Y}_{t+1}^A , $\tilde{Y}_{t+1}^Ü$ sırasıyla üst, merkez ve alt tahmin modellerini göstermektedir.

Eşitlik (4.32), (4.33) ve (4.34) kullanılarak $h=0.2$ ve $k_1=1$ $k_2=1$ alınarak 2014 yıllarına ait fayans için üretilen kağıt torba satış miktarları için merkez, alt ve üst tahmin değerleri hesaplanmış ve gerçek 2014 verileri ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Grafik 4.14 ile verilmiştir.

Grafik 4.14 $h=0,2$ $k_1=1$ $k_2=1$ için 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri Gerçek Değerlerinin Karşılaştırılması



2014 verileri Grafik 4.14'de görüldüğü gibi alt ve üst limit arasında yer almaktadır. Grafik 4.8 ile karşılaştırıldığında 2014 verilerinin merkez limitin yakınında bulunduğu ve verilerdeki artış ve azalışların tahminlerle uyum içerisinde olduğu görülmektedir. Genellikle 2014 verileri merkez limitin yakınında bulunmaktadır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada bulanık mantık kavramı ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bulanık mantık kavramı anlatılmış ve bulanık kümelerde işlemler ve bulanık sayılarda işlemler kavramı açıklanmıştır.

Klasik Doğrusal Regresyon ve Bulanık Doğrusal regresyon anlatılmış ve farklarından bahsedilmiştir. Bölüm 3.2.1.' de seçilen bulanık regresyon modelleri ile kağıt üretimi yapan bir fabrikanın geçmiş verileri kullanılarak amaç fonksiyonları oluşturulmuş ve gelecek yıla satış verileri tahmini elde edilmiştir.

Uygulama sonucunda elde edilen satış tahmini değerlerinin doğruluğu aşağıda tahmin ve hata çizelgeleri ile açıklanmıştır.

Çizelge 5.1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ alındığında, Doğrusal Model kullanılarak tahmin edilen fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı değerleri ile 2014 çimento için üretilen kağıt torba miktarı arasındaki hatalar sunulmaktadır.

Çizelge 5.1 incelendiğinde fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için, Doğrusal Model kullanılırken hesaplanan satış tahmin değerleri ve 2014 verilerine göre $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ seviyeleri arasında en az hata değerine sahip olan $h=0,1$ 'dir. Daha sonra en az hataya sahip $h=0,2$ seviyesi gelmektedir. $h=0,3$ seviyesi fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için en fazla hata değerine sahip modeldir.

Çizelge 5.1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri

Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri Hataları									
	h=0,1			h=0,2			h=0,3		
Aylar	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst
Ocak	1223858	429633,4	364591,1	1323136	429633,4	463869,2	1450779	429633,4	591512,3
Şubat	1663036	699814,4	263407,1	1783438	699814,4	383809,8	1938242	699814,4	538613,1
Mart	1622315	605176,9	411960,8	1749457	605176,9	539103	1912925	605176,9	702571,5
Nisan	2882482	1337333	207816,3	3075626	1337333	400959,9	3323953	1337333	649287,3
Mayıs	1315383	111652,9	1538689	1493763	111652,9	1717069	1723108	111652,9	1946414
Haziran	1736549	496264,5	744019,9	1891584	496264,5	899055,4	2090916	496264,5	1098387
Temmuz	2362337	1066583	229170,4	2524306	1066583	391139,6	2732552	1066583	599385,6
Ağustos	2059961	741680,7	576599,4	2224746	741680,7	741384,4	2436612	741680,7	953250,7
Eylül	976672,3	203288,1	1383249	1124167	203288,1	1530744	1313804	203288,1	1720380
Ekim	1134728	169059,3	796609,7	1255437	169059,3	917318,3	1410634	169059,3	1072515
Kasım	1341017	293784,9	753447,2	1471921	293784,9	884351,2	1640226	293784,9	1052656
Aralık	840630,4	230548,2	379534	916890,7	230548,2	455794,3	1014940	230548,2	553843,1
Toplam Hata	19158969	6384820	7649094	20834473	6384820	9324598	22988690	6384820	11478815

Çizelge 5.2 'de $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ alındığında Karesel Model ile çözümü sonucu elde edilen fayans için üretilen kağıt torba satış tahmini sonuçları ile 2014 fayans için üretilen kağıt torba verileri arasındaki hatalar sunulmaktadır.

Çizelge 5.2 $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ için Karesel Model Kullanarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri

Karesel Model Kullanarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri Hataları						
	h=0,2			h=0,3		
	k1=1 k2=1			k1=1 k2=0,5		
Aylar	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst
Ocak	1315768	406312,6	503143,2	1445008	403186,6	638635,2
Şubat	1756861	640139,3	476582,7	1913464	632140,5	649183,3
Mart	1592574	409726,4	773121,2	1741263	383529	974204,8
Nisan	2712381	881953,8	948473,1	2926947	820916,9	1285113
Mayıs	1091673	593894,9	2279462	1280109	658532,3	2597173
Haziran	1488877	32351,37	1424174	1644147	29829,35	1703806
Temmuz	2094115	569559	954997,1	2255528	502940,2	1249647
Ağustos	1932127	379943,2	1172240	2115969	331457,6	1453054
Eylül	760156,2	622385,3	2004927	909926,6	678559,1	2267045
Ekim	1103487	16236,28	1135960	1243720	41072,52	1325865
Kasım	1243462	23705,45	1196051	1387889	12494,79	1412878
Aralık	864832,5	181218	502396,6	955461,7	174605,8	606250,1
Toplam Hata	17956314	4757425	13371529	19819433	4669265	16162856

Ek 1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ alındığında doğrusal modele ilişkin çözüm sonucu elde edilen fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı tahmin sonuçları görülmektedir.

Ek 2 ile, $h=0,1$ için doğrusal modele ilişkin çözüm sonucu elde edilen gıda-tarım için üretilen kağıt torba tahmin sonuçları yer almaktadır.

Ek 3 ile, $h=0,1$ alındığında karesel model ile çözümü sonucu elde edilen gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı tahmin sonuçları sunulmuştur.

Ek 4 ile, $h=0,2$, $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$, $k_1=1$, $k_2=0,5$ alındığında karesel model çözümü sonucu elde edilen fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı tahmin sonuçları verilmiştir.

Ek 5'de $h=0,1$ ve $h=0,2$ alındığında, Doğrusal Model kullanılarak tahmin edilen çimento için üretilen kağıt torba miktarı ile 2014 çimento için üretilen kağıt torba miktarı arasındaki hatalar sunulmaktadır.

Ek 5'de görüldüğü gibi çimento için üretilen kağıt torba miktarı için, Doğrusal Model kullanılarak hesaplanan satış tahminleri ile 2014 satış verileri karşılaştırıldığında en iyi sonuç $h=0,2$ elde edilmektedir.

Ek 6 $h=0,1$ alındığında Doğrusal Model ile çözümü sonucu elde edilen gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı satış tahmini sonuçları ile 2014 gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı arasındaki hatalar sunulmaktadır.

Ek 6 incelendiğinde gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarına ilişkin satış tahminlerinde Doğrusal Model'in $h=0,1$ için kullanılmasının uygun olduğu görülmektedir. Grafik 4.10'da da görüleceği gibi hesaplanan tahmin değeri 2014 verilerini kapsamaktadır.

Ek 6 'de $h=0,1$ $k_1=1$, $k_2=0,01$ ve $h=0,1$ $k_1=0,01$, $k_2=1$ alındığında Karesel Model ile çözümü sonucu elde edilen fayans için üretilen kağıt torba miktarı satış tahmini sonuçları ile 2014 gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı arasındaki hatalar sunulmaktadır.

Ek 7 incelendiğinde fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı ilişkin satış tahminlerinde Karesel Model kullanıldığında en iyi sonucu $h=0,1$ $k_1=1$, $k_2=0,01$ vermektedir.

Ek 7 ve Çizelge 5.2 incelendiğinde ve Karesel Model kullanılarak hesaplanan $h=0,1$ $k_1=0,01$, $k_2=1$ modeli ile $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ karşılaştırıldığında en az hata değerine sahip modelin $h=0,1$ $k_1=0,01$, $k_2=1$ olduğu görülür.

Çizelge 5.2 'ye göre Karesel Model ile çözülen $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ iki model karşılaştırıldığında gerçek satış tahminlerine en yakın sonucu veren modelin $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ olduğu görülür.

Karesel Model ile olan çözümlerde sırayla en iyi çözüm $h=0,1$ $k_1=1$, $k_2=0,01$ modeli, $h=0,1$, $k_1=0,01$, $k_2=1$ modeli, $h=0,2$ $k_1=1$, $k_2=1$ modeli ve $h=0,3$ $k_1=1$, $k_2=0,5$ olduğu görülmüştür. h seviyesi model içinde artırıldığında hesaplanan satış tahminleri gerçek verilerden uzaklaşmaktadır.

Çizelge 5.1 'de sunulan Doğrusal Model kullanılarak hesaplanan fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı tahminleri ile Çizelge 5.2 'de sunulan Karesel Model kullanılarak fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı tahminleri karşılaştırıldığında en az hata veren Doğrusal Model kullanılarak hesaplanan fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı değerlerinde olduğu görülmektedir.

Bu çalışmadan yola çıkarak 2014 satış tahminleri hesaplanan ve 2014 verileri ile karşılaştırılan çimento, fayans ve gıda-tarım için üretilen kağıt torba satış miktarı için ideal modeller belirlenmiştir. Bu belirlenen modeller her yıl yeni verilerle güncellenerek bir sonraki yılın satış tahmini yeterli bilgi verir. Çimento için üretilen kağıt torba miktarı için Doğrusal Model kullanılarak $h=0,2$ alındığında hesaplanan satış tahminin gelecek dönemler içinde kullanılabileceği söylenebilir. Gıda-tarım için üretilen kağıt torba miktarı için kullanılan Doğrusal Model 'in $h=0,1$ alındığında yeterli derecede satış tahmini yapabildiği görülmektedir. Fayans için üretilen kağıt torba satış miktarı için kullanılabilecek ideal modelin Karesel Model olduğu söylenebilir.

Çalışma kapsamında düzenli bir artış veya azalış göstermeyen veri setine sahip olunmaması durumunda bulanık regresyon modellerinin uygun bir tahmin yöntemi olduğu gözlemlenmiştir.

Kurulan bu bulanık tahmini modeller yardımıyla geleceğe yönelik öngörülerde bulunarak, fabrika yöneticisi ve çalışanlarına yaklaşık olarak hangi değer arasında satış yapacaklarını gösterir ve bu doğrultuda önlemler almasını sağlar. Fabrikalar, geleceğe dönük planlarını ve stratejilerini geliştirirken öngörülerden faydalanabilirler.

Fabrika, satış miktarı tahminlerinin değer aralıklarına bakarak ne kadar hammadde depolamaları gerektiğini öngörebilirler ve hammaddenin bitmesini böylece üretimin durmasını engellerler. Ayrıca sadece üretim için yeterli madde bulundurarak,

gereksiz stok maliyetini minimuma indirebilirler. Aynı zamanda yeterli iş gücü çalıştırarak en verimli şekilde fabrikanın işleyişini devam ettirebilirler.

Fabrikalar gelecek dönemlere ait öngörüler sayesinde, gerçeğe yakın üretim planlama yapılabilir ve kapasite kullanımını arttırabilirler. Pazarlama stratejilerine ve finansal planlamalarına ait kararları geleceğe dönük satış tahmini öngörülerine dayanarak yapabilirler. Bu sayede strateji anlamında rakipleri ile mücadele yöntemleri geliştirebilirler.

Ek 1 $h=0,1$, $h=0,2$ ve $h=0,3$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri

Aylar	h=0,1			h=0,2			h=0,3			2014 Verileri
	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst	
Ocak	1161571,2	1955795,6	2750020,1	1062293,1	1955795,6	2849298,2	934650	1955796	2976941	2385429
Şubat	1167066,2	2130287,6	3093509,1	1046663,5	2130287,6	3213911,8	891860,2	2130288	3368715	2830102
Mart	1168819,4	2185957,1	3203094,8	1041677,1	2185957,1	3330237	878208,7	2185957	3493705	2791134
Nisan	1185988,1	2731137,2	4276286,3	992844,41	2731137,2	4469429,9	744517,1	2731137	4717757	4068470
Mayıs	1182147,5	2609183,9	4036220,3	1003768	2609183,9	4214599,9	774423	2609184	4443945	2497531
Haziran	1176075,1	2416359,5	3656643,9	1021039,6	2416359,5	3811679,4	821708,3	2416359	4011011	2912624
Temmuz	1177878,8	2473632,6	3769386,4	1015909,5	2473632,6	3931355,6	807663,5	2473633	4139602	3540216
Ağustos	1178611,2	2496891,3	3815171,4	1013826,2	2496891,3	3979956,4	801959,9	2496891	4191823	3238572
Eylül	1174113,7	2354074,1	3534034,6	1026618,6	2354074,1	3681529,6	836982,2	2354074	3871166	2150786
Ekim	1167145,8	2132814,7	3098483,7	1046437,2	2132814,7	3219192,3	891240,5	2132815	3374389	2301874
Kasım	1169797,9	2217030,1	3264262,2	1038893,9	2217030,1	3395166,2	870588,8	2217030	3563471	2510815
Aralık	1155583,6	1765665,8	2375748	1079323,3	1765665,8	2452008,3	981274,5	1765666	2550057	1996214

Ek 2 $h=0,1$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminleri ve 2014 Verileri

h=0,1 Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminleri				
Aylar	Alt	Merkez	Üst	2014
Ocak	130317,5	274154,6	417991,7	226503
Şubat	5644,749	186736,9	367829,1	315479
Mart	104357,8	235037,5	365717,2	258493
Nisan	66649,73	202686,9	338724,1	359960
Mayıs	454371,8	638723,9	823076,1	805825
Haziran	324333,8	447368,7	570403,6	510275
Temmuz	522353,7	672194	822034,3	614260
Ağustos	490689,1	638325,7	785962,4	666075
Eylül	530506,1	789640,1	1048774	859155
Ekim	74545,37	277342,7	480140,1	475775
Kasım	37781,45	169541,8	301302,2	383217
Aralık	35035,06	179968,5	324902	163184

Ek 3 $h=0,1, k_1=1, k_2=0,01$ ve $h=0,1, k_1=0,01, k_2=1$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri

Karesel Model Kullanılarak Hesaplanmış 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri							
h=0,1							
$k_1=1, k_2=0,01$				$k_1=0,01, k_2=1$			2014 Verileri
Aylar	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst	
Ocak	1093938	1952121	2810305	1161571	1955796	2750020	2385429
Şubat	1128684	2179825	3230967	1167066	2130288	3093509	2830102
Mart	1325221	2437923	3550625	1168819	2185957	3203095	2791134
Nisan	1652337	3367913	5083489	1185988	2731137	4276286	4068470
Mayıs	1706117	3286834	4867550	1182148	2609184	4036220	2497531
Haziran	1700344	3067831	4435317	1176075	2416359	3656644	2912624
Temmuz	1743378	3174199	4605019	1177879	2473633	3769386	3540216
Ağustos	1538730	2995270	4451811	1178611	2496891	3815171	3238572
Eylül	1640391	2939001	4237611	1174114	2354074	3534035	2150786
Ekim	1316008	2369944	3423879	1167146	2132815	3098484	2301874
Kasım	1433194	2580257	3727320	1169798	2217030	3264262	2510815
Aralık	1154080	1802013	2449946	1155584	1765666	2375748	1996214

Ek 4 $h=0,2$, $k_1=1$, $k_2=1$ ve $h=0,3$, $k_1=1$, $k_2=0,5$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri ve 2014 Verileri

Karesel Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri							
Aylar	h=0,2 k ₁ =1 k ₂ =1			h=0,3 k ₁ =1 k ₂ =0,5			2014 Verileri
	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst	
Ocak	1069661	1979116	2888572	940420,6	1982242	3024064	2385429
Şubat	1073241	2189963	3306685	916637,7	2197961	3479285	2830102
Mart	1198560	2381408	3564255	1049871	2407605	3765339	2791134
Nisan	1356089	3186516	5016943	1141523	3247553	5353583	4068470
Mayıs	1405858	3091426	4776993	1217422	3156063	5094704	2497531
Haziran	1423747	2880273	4336798	1268477	2942453	4616430	2912624
Temmuz	1446101	2970657	4495213	1284688	3037276	4789863	3540216
Ağustos	1306445	2858629	4410812	1122603	2907114	4691626	3238572
Eylül	1390630	2773171	4155713	1240859	2829345	4417831	2150786
Ekim	1198387	2318110	3437834	1058154	2342947	3627739	2301874
Kasım	1267353	2487110	3706866	1122926	2523310	3923693	2510815
Aralık	1131382	1814996	2498611	1040752	1821608	2602464	1996214

Ek 5 $h=0,1$ ve $h=0,2$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminlerinin Hata Değerleri

Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Çimento için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminleri Hataları						
Aylar	h=0,1			h=0,2		
	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst
Ocak	106447,5	10660,14	127767,7	121085,9	10660,14	142406,2
Şubat	224739,7	159770,4	117784,7	232860,8	159770,4	86679,99
Mart	729266,9	302069,7	102144	782666,5	302069,7	178527,1
Nisan	764584,3	329397,9	82804,96	818982,7	329397,9	160186,8
Mayıs	507764,5	217305,5	50169,93	544071,9	217305,5	109460,8
Haziran	533595,1	257430,1	4248,614	568115,7	257430,1	53255,52
Temmuz	215689	16718,75	226143	244740	16718,75	278177,5
Ağustos	447695,2	170706,9	83297,87	482318,7	170706,9	140904,9
Eylül	375581,1	172813,3	6970,92	400927,1	172813,3	55300,4
Ekim	291926,2	132390	4162,703	311868,2	132390	47088,23
Kasım	309189,1	174798,3	63390,92	325988	174798,3	23608,56
Aralık	125694,6	67186,88	31662,68	133008	67186,88	1365,709
Toplam Hata	4632173	2011248	900548	4966634	2011248	1276962

Ek 6 $h=0,1$ için Doğrusal Model Kullanılarak Bulunan 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminlerinin Hata Değerleri

Doğrusal Model için 2014 Gıda-Tarım için Üretilen Kağıt Torba Miktarı Satış Tahminleri Hataları			
	h=0,1		
Aylar	Alt	Merkez	Üst
Ocak	96185,52	47651,57	191488,7
Şubat	309834,3	128742,1	52350,09
Mart	154135,2	23455,51	107224,2
Nisan	293310,3	157273,1	21235,86
Mayıs	351453,2	167101,1	17251,07
Haziran	185941,2	62906,3	60128,64
Temmuz	91906,26	57934,04	207774,3
Ağustos	175385,9	27749,27	119887,4
Eylül	328648,9	69514,94	189619
Ekim	401229,6	198432,3	4365,074
Kasım	345435,5	213675,2	81914,85
Aralık	128148,9	16784,55	161718
Toplam Hata	2861615	1171220	1214957

Ek 7 $h=0,1$ $k_1=1$, $k_2=0,01$ ve $h=0,1$ $k_1=0,01$, $k_2=1$ için Karesel Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminlerinin Hata Değerleri

Karesel Model Kullanılarak Bulunan 2014 Fayans için Üretilen Kağıt Torba Satış Miktarı Tahminleri Hataları						
	h=0,1					
	$k_1=1$ $k_2=0,01$			$k_1=0,01$ $k_2=1$		
Aylar	Alt	Merkez	Üst	Alt	Merkez	Üst
Ocak	1291491	433307,5	424876,1	1223858	429633,4	364591,1
Şubat	1701418	650276,5	400864,7	1663036	699814,4	263407,1
Mart	1465913	353211,3	759490,5	1622315	605176,9	411960,8
Nisan	2416133	700556,9	1015019	2882482	1337333	207816,3
Mayıs	791414,2	789302,6	2370019	1315383	111652,9	1538689
Haziran	1212280	155206,6	1522693	1736549	496264,5	744019,9
Temmuz	1796838	366017,4	1064803	2362337	1066583	229170,4
Ağustos	1699842	243301,7	1213239	2059961	741680,7	576599,4
Eylül	510394,8	788215,1	2086825	976672,3	203288,1	1383249
Ekim	985866,1	68069,61	1122005	1134728	169059,3	796609,7
Kasım	1077621	69442,01	1216505	1341017	293784,9	753447,2
Aralık	842134,2	194200,9	453732,4	840630,4	230548,2	379534
Toplam Hata	15791346	4811108	13650073	19158969	6384820	7649094

KAYNAKÇA

- [1] GALICHET, S., Foulloy, I. , Fuzzy con trailers: synthesis and equivalencies, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 3, No:2, May, 1995.
- [2] M. M. Nasrabadi and E. Nasrabadi, , A mathematical-programming approach to fuzzy linear regression analysis, Applied Mathematics And Computation, pp. 873 – 881, 2004.
- [3] Baykal, N. and Beyan, T., Bulanık Mantık İlke ve Temelleri, Bıçaklar Kitabevi, Ankara, 2004.
- [4] ZIMMERMAN, H.J. , “Description and optimization of fuzzy systems”, International J. General Systems, 4 ,1976.
- [5] KOSKO, B., Fuzzy Thinking, Harper Collins and Publishers, London, 1993
- [6] L. A., Zadeh, Fuzzy Logic; Computing With Words, IEEE Transactions on Fuzzy Systems , 1996.
- [7] Elmas, Ç., Bulanık Mantık Denetleyicileri, Seçkin Kitabevi, Ankara, 2003.
- [8] FREKSA, C., KRUSE, R. and MANTARAS, R.L., Interview with Prof. Lotfi A. Zadeh, Künstliche Intelligenz, 15, (3) , 2001.
- [9] <http://bulanikmantikbmc.blogspot.com.tr/p/bulank-mantk-uygulama-ornekleri.html>
- [10] ATALAY,K. D. , Çok Amaçlı Stokastik Programlama Problemlerine Etkileşimli Bulanık Programlama Yaklaşımı, Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, Kasım, 2006
- [11] ROCACHER, D. and P. Bose, The Set Of Fuzzy R Rational Numbers and FLEXIABLE Querying, Fuzzy Sets and Systems , 2005.
- [12] ÖZKAN, M. M. Bulanık Hedef Programlama. Bursa: Ekin Kitabevi, 2003.
- [13] LAI, Y.J. and HWANG, C.L. , Fuzzy Mathematical Programming, Springer – Verlag, 301, Germany, 1992.
- [14] KLIR, G.J., Clair, U.H., Yuan, B., Fuzzy Set Theory Foundations and Applications, Prentice Hall PTR, 1997

- [15] ALLEN, M. P. , Understanding Regression Analysis. New York; Plenum Press, 1997.
- [16] TANAKA, H., Uejima, S., Asai, K., Linear Regression Analysis With Fuzzy Model, IEEE, Trans , System Management, Cybernet, 12(6), 1982,
- [17] SEARLE, S.R. , Linear Models, John Wiley&Sons, NewYork, 1970.
- [18] K. J. Kim and H. R. Chen, A Comparison of Fuzzy and Nonparametric Linear Regression, Pergamon, pp. 505 – 519, 1997.
- [19] CHANG, Y.O., Ayyub B.M. Fuzzy Regression Methods; A Comparative Assessment Fuzzy Sets and Systems , 2001.
- [20] ATALAY,K. D. , ERGÜN, E. and Çınar, M. O., A Hybrid Algorithm Based On Fuzzy Linear Regression Analysis By Quadratic Programming For Time Estimation: An Experimental Study In Manufacturing Industry, Journal of Manufacturing Systems, 36, pp 182-188, 2015.
- [21] H. Moskowitz, K. J. Kim, On Assessing The h Value in Fuzzy Linear Regression, Fuzzy Sets and Systems, Volume.58, 1993.