



MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DEĞİŞKEN KESİTLİ KOMPOZİT KİRİŞLERİN
DİNAMİK ANALİZİ

MURAT BİNGÖL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Antakya / HATAY

EYLÜL-2009

İÇİNDEKİLER

ÖZET	II
ABSTRACT	III
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	IV
ÇİZELGELER DİZİNİ	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM	6
3.1. Doğru Eksenli Kompozit Çubuklar.....	6
3.1.1. Hareket Denklemleri	6
3.1.2. Anizotropik Malzemelerin Gerilme-Şekil Değişirme Bağlantısı	7
3.1.3. Ortotropik Malzemeler İçin Elastik Sabitler	8
3.1.4. Ortotropik Tabakalı Çubuklar İçin Elastik Sabitler	11
3.1.5. Kompozit Çubuklar İçin Bünye Denklemleri	13
3.2. Diferansiyel Denklemlerin Çözümü	18
3.2.1. Diferansiyel Denklemlerin TFY İle Çözümü.....	18
3.2.2. Homojen Çözümün Elde Edilmesi.....	20
3.2.3. Özel Çözümün Elde Edilmesi	20
3.2.4. Sınır Şartlarından C_m İntegrasyon Sabitlerinin Elde Edilmesi	21
3.2.5. Eleman Dinamik Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi	24
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	26
4.1. Üniform Kesitli Kompozit Kirişin Dinamik Analizi	28
4.2. Kesit Değişim Parametresinin Dinamik Davranışa Etkisi	31
4.3. E_1 / E_2 Oranının Dinamik Davranışa Etkisi.....	40
4.4. Tabaka Dizilişi ve Tabaka Açılarının Dinamik Davranışa Etkisi.....	75
5. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	90
KAYNAKLAR	92
TEŞEKKÜR.....	94
ÖZGEÇMİŞ	95

ÖZET

Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların dinamik davranışı Laplace uzayında teorik olarak incelenmiştir. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukları idare eden denklemler Timosenko çubuk teorisi kullanarak elde edilmiştir. Formülasyonda, dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonları göz önüne alınmıştır. Çubuk malzemesi homojen, lineer elastik ve anizotropik kabul edilmiştir. Laplace uzayında elde edilen skaler formdaki adi diferansiyel denklemler, problemin dinamik rijitlik matrisini kesin olarak hesaplamak için tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir. Elde edilen çözümler, Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılarak zaman uzayına dönüştürülmektedir. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşim analizi yapılmıştır. Serbest titreşim, zorlanmış titreşimin özel hali olarak incelenmiştir. Sınır şartları, kesit değişim parametresi, E_1/E_2 oranı, tabaka açısının serbest ve zorlanmış titreşimine etkileri araştırılmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuçların ANSYS sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmüştür

2009, 95 Sayfa

Anahtar kelimeler: Değişken Kesitli Çubuklar, Kompozit Malzemeler, Zorlanmış Titreşim, Serbest Titreşim, Sayısal Ters Laplace Dönüşümleri, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi, ANSYS.

ABSTRACT

The dynamic behavior of composite straight rods with variable cross-section is theoretically investigated in the Laplace domain. The governing equations for composite straight beams with variable cross-section are obtained using Timoshenko beam theory. The effect of the rotary inertia, axial and shear deformations are considered in the formulations. The material of the rod is assumed to be homogeneous, linear elastic and anisotropic. Ordinary differential equations in scalar form obtained in the Laplace domain are solved numerically using the complementary functions method to calculate the dynamic stiffness matrix of the problem accurately. The solutions obtained are transformed to the real space using the Durbin's numerical inverse Laplace transform method. The free and forced vibrations of composite straight rod with variable cross-section are analyzed. The free vibration is then taken into account as a special case of forced vibration. The effects of boundary conditions, non-uniformity parameter, ratio of E_1/E_2 and lamination angle on free and forced vibrations are investigated. The results obtained in this study are found to be in good agreement with those obtained from ANSYS.

2009, 95 Pages

Keywords: Non-Uniform Beams, Composite Materials, Forced Vibration, Free Vibration, Inverse Laplace Transforms, Complementary Functions Method, ANSYS.

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

t	: Zaman
x_1, x_2, x_3	: Dik koordinat takımı
ε_{pjk}	: Permütasyon tansörü
γ^0, ω^0	: Rölatif birim uzama ve rölatif birim dönme
U^0, Ω^0	: Yer değiştirme ve dönme vektörü
T^0, M^0	: İç kuvvet ve moment vektörleri
$\mathbf{p}^{(ex)}, \mathbf{m}^{(ex)}$: Birim boya etkiyen yayılı dış kuvvet ve yayılı dış moment
$\mathbf{p}^{(in)}, \mathbf{m}^{(in)}$: Birim boya etkiyen kütleselel atalet kuvveti ve kütleselel atalet momentini
ρ	: Kütleselel yoğunluk
A	: Kesit alanı
I_i	: Atalet momentini
E, G, ν	: Elastisite modülü, Kayma modülü ve Poisson oranı
s	: Laplace dönüşüm parametresi
$f(t)$: Zamana bağı fonksiyon
α_n, α_b	: Kayma düzeltme faktörleri
\mathbf{B}	: Sistemin yayılı dış yükleri
\mathbf{F}	: Diferansiyel matris
\mathbf{Y}	: Durum vektörü
ω	: Açısal frekans
$\bar{\omega}$: Boyutsuz frekans
$\{\bar{\mathbf{d}}\}$: Eleman uç deplasmanları vektörü
$\{\bar{\mathbf{p}}\}$: Eleman uç kuvvetlerini içeren vektör
$\{\bar{\mathbf{f}}\}$: Eleman ankastrelik uç kuvvetleri
$[\bar{\mathbf{k}}]$: Eleman dinamik rijitlik matrisi
$[T]$: Transformasyon matrisi
$[\mathbf{K}(z)]$: Sistem dinamik rijitlik matrisi
$[\mathbf{D}]$: Sistem bilinmeyen düğüm deplasmanları vektörü

$\{\mathbf{P}(\mathbf{z})\}$: Sistem yük vektörü
C_{ij}	: Malzeme rijitlik matrisi
S_{ij}	: Malzeme esneklik matrisi
C'_{ij}	: Dönüştürülmüş rijitlik matrisi
S'_{ij}	: Dönüştürülmüş esneklik matrisi
$[T]_p, [R]$: Dönüşüm matrisleri
Q_{ij}	: İndirgenmiş rijitlik matrisi
$\tilde{\sigma}_i$: Kısaltılmış notasyonda gerilmeler
$\tilde{\epsilon}_i$: Kısaltılmış notasyonda şekil değiştirmeler
\tilde{Q}_{ij}	: Kısaltılmış notasyonda indirgenmiş rijitlik matrisi
\tilde{Q}'_{ij}	: Dönüştürülmüş ve indirgenmiş rijitlik matrisi
$\tilde{\gamma}_j, \tilde{\omega}_j$: Kısaltılmış notasyonda rölatif birim uzama ve rölatif birim dönme
A, B, F, D	: Çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini içeren matrisler
TFY	: Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi
β	: Kesit değişim parametresi

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. Kısaltılmış notasyonda gerilme ve şekil değiştirme tansörü bileşenleri.....	7
Çizelge 4.1. Malzeme özellikleri	27
Çizelge 4.2. Düzlemine dik doğal frekanslar (kHz).....	28
Çizelge 4.3. Farklı sınır şartlarına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz).....	32
Çizelge 4.4. Farklı sınır şartlarına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz).....	32
Çizelge 4.5. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)	41
Çizelge 4.6. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)	42
Çizelge 4.7. Farklı tabaka dizilişi ve tabaka açısına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)	76
Çizelge 4.8. Farklı tabaka dizilişi ve tabaka açısına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)	77

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Kompozit kirişin geometrisi ve koordinat takımı	6
Şekil 3.2. Ortotropik tabaka için malzeme simetri düzlemi.....	9
Şekil 4.1. (a) Kesit genişliği exponansiyel değişen kiriş; (b) Kesit yüksekliği lineer değişen kiriş	26
Şekil 4.2. Mesnetlenme durumu ve dinamik yük tipi	27
Şekil 4.3. (a) Kirişin orta noktasındaki Uz deplasmanın zamanla değişimi, (b) Kirişin orta noktasındaki My momentinin zamanla değişimi (L/h= 120, L=762 mm)	29
Şekil 4.4. (a) Kirişin orta noktasındaki Uz deplasmasının zamanla değişimi, (b) Kirişin orta noktasındaki My momentinin zamanla değişimi (L/h= 15, L=381 mm)	30
Şekil 4.5. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin görünüşü	31
Şekil 4.6. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin görünüşü	32
Şekil 4.7. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin serbest ucundaki deplasmanın zamanla değişim; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentini zamanla değişimi (AB)	34
Şekil 4.8. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişim; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentini zamanla değişimi (AA).....	35
Şekil 4.9. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişim; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentini zamanla değişimi (SS)	36
Şekil 4.10. (a) Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin serbest ucundaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AB).....	37
Şekil 4.11. (a) Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	38
Şekil 4.12. (a) Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki	

eğilme momentinin zamanla değişimi (SS).....	39
Şekil 4.13. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	44
Şekil 4.14. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.25$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	45
Şekil 4.15. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.5$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	46
Şekil 4.16. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.75$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	47
Şekil 4.17. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS).....	48
Şekil 4.18. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.25$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS).....	49
Şekil 4.19. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.5$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS).....	50
Şekil 4.20. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta = 0.75$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS).....	51
Şekil 4.21. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	52
Şekil 4.22. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 1$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA).....	53

Şekil 4.23. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 2$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)	54
Şekil 4.24. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)	55
Şekil 4.25. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 1$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)	56
Şekil 4.26. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta = 2$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)	57
Şekil 4.27. İki ucu ankastre (AA) kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^0$, b) $\theta = 30^0$, c) $\theta = 60^0$, d) $\theta = 90^0$	59
Şekil 4.28. İki ucu sabit mesnetli (SS) kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^0$, b) $\theta = 30^0$, c) $\theta = 60^0$, d) $\theta = 90^0$	60
Şekil 4.29. İki ucu ankastre mesnetli (AA) kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^0$, b) $\theta = 30^0$, c) $\theta = 60^0$, d) $\theta = 90$	61
Şekil 4.30. İki ucu sabit mesnetli (SS) kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0$, b) $\theta = 30$, c) $\theta = 60$, d) $\theta = 90$	62
Şekil 4.31. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$	63
Şekil 4.32. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$	64
Şekil 4.33. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$	65
Şekil 4.34. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$	66

- Şekil 4.35. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$ 67
- Şekil 4.36. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$ 68
- Şekil 4.37. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 69
- Şekil 4.38. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 70
- Şekil 4.39. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 71
- Şekil 4.40. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 72
- Şekil 4.41. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 73
- Şekil 4.42. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$;
b) $E_1 / E_2 = 50$ 74
- Şekil 4.43. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.5$,
d) $\beta = 0.75$ 78
- Şekil 4.44. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.5$,

- d) $\beta = 0.75$ 80
- Şekil 4.45. Kesiti dört tabakadan meydana gelen $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$ ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$ 82
- Şekil 4.46. Kesiti dört tabakadan meydana gelen $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$ ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$ 84
- Şekil 4.47. Kesiti üç tabakadan meydana gelen $(\theta/\theta/\theta)$ ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$ 86
- Şekil 4.48. Kesiti üç tabakadan meydana gelen $(\theta/\theta/\theta)$ ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$ 87
- Şekil 4.49. Kesiti dört tabakadan meydana gelen $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$ ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$ 88
- Şekil 4.50. Kesiti dört tabakadan meydana gelen $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$ ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$ 89

1. GİRİŞ

Kompozit malzeme, iki veya daha fazla malzemenin bir araya getirilmesiyle meydana gelen malzemelerdir. Kompozit malzeme üretiminde genellikle mekanik dayanım, rijitlik, korozyon direnci, ağırlık, akustik, iletkenlik, ısı iletkenliği, yüksek sıcaklığa dayanıklılık, yorulma dayanımı gibi özelliklerin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Kompozit malzemelerin mekanik özelliği diğer malzemelerden farklıdır. Uygulamada kullanılan malzemelerin birçoğu homojen ve izotropik özellik göstermektedir. Buna karşın kompozit malzemeler genelde heterojen ve anizotropik yapıya sahiptirler.

Tabakalı bir kompozit malzeme, çeşitli tabakaların bir araya getirilmesi ile oluşturulmaktadır. Bu tabakalar, farklı malzemelerden oluşacağı gibi, aynı malzemelerden de meydana getirilebilir. Ancak, aynı malzemeye ait tabakaların bir araya getirilmesi halinde, ahşap gibi, yönlere göre farklı özellikler gösteren bir malzeme olmaktadır.

1960'lı yıllardan beri kompozit malzeme ile ilgili çalışmalar devam etmektedir. Modern mühendislik yapılarında yüksek mukavemet, hafif malzeme gibi özelliklerden dolayı kompozit çubukların davranışı ile ilgili çalışmalar önem kazanmıştır. Kompozit malzemeler kiriş, plak ve kabuk gibi yapı sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Üniform kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest titreşimine ait birçok çalışma olmasına rağmen, değişken kesitli tabakalı kompozit kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimine ait çalışmalar yeterli değildir.

Bu çalışmada, değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşimleri Laplace uzayında teorik olarak incelenmiştir. Değişken kesitli kompozit çubukların dinamik davranışını etkileyen faktörler ayrıntılı bir şekilde araştırılmıştır. Serbest titreşim, zorlanmış titreşimin özel hali olarak ele alınmıştır. Formülasyonda, dönme aleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri gözönüne alınmıştır. Laplace uzayında kanonik formda elde edilen adi diferansiyel denklemler, dinamik rijitlik matrisini hesaplayabilmek için tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir. Laplace uzayında elde edilen çözümler, Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılarak zaman uzayına dönüştürülmüştür. Değişken katsayılı adi diferansiyel denklemler, uygun integrasyon

adım aralığı seçilerek tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi ile Laplace uzayında istenilen hassasiyette kesin olarak çözülebilmektedir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Teh ve Huang (1979), genel ortotropik konsol kirişlerin doğal frekanslarını hesaplayabilmek için iki tane sonlu eleman modeli sunmuşlardır. Bu modeller, kayma deformasyon ve dönme ataleti terimlerini içermektedir. Teh ve Huang (1980), kompozit kirişlerdeki tabaka açısının serbest titreşim frekanslarına etkilerini incelemiştir. Taber ve Viano (1982), değişken kesite sahip Timoshenko kirişi için frekansları ve mod şekilleri taşıma matrisi yöntemi ile hesaplamışlardır. Chen ve Yang (1985), anizotropik tabakalı kirişler için sonlu elemanlar yöntemi kullanarak etkin bir çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Formülasyonda kayma deformasyonu etkisini dahil etmişlerdir. Chandrashekhara ve ark. (1990), birinci mertebe kayma deformasyonu teorisini kullanarak simetrik tabakalı kompozit kirişlerin kesin çözümlerini sunmuşlardır. Chandrashekhara ve Bangera (1992), tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimi için, yüksek mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Formülasyonda, kayma deformasyonu ve dönme ataleti terimleri göz önüne alınmıştır. Hodges ve ark. (1991), karışık sonlu elemanlar formülasyonu kullanarak kompozit kirişleri idare eden denklemleri çözmüşlerdir. Krishnaswamy ve ark. (1992), tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimini idare eden dinamik denklemleri Hamilton prensibini kullanarak geliştirmişlerdir. Enerji formülasyonunda ters kayma etkisi ve dönme ataleti terimleri göz önüne alınmıştır. Singh ve Abdelnaser (1992), üçüncü mertebe kayma deformasyon teorisi kullanarak elde edilen tabakalı kompozit kirişlerin hareket denklemleri için bir çözüm önermişlerdir. Nabi ve Ganesan (1994), tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimi için birinci mertebe teorisi kullanarak genel bir sonlu eleman geliştirmiştir. Abramovich ve Livshits (1994), Timoshenko kiriş teorisi kullanarak simetrik olmayan çapraz elyaf takviyeli tabakadan yapılmış kompozit kirişlerin serbest titreşimini çalışmışlardır. Dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkisi formülasyonda gözönüne alınmıştır. Farklı sınır şartlarını içeren tabakalı kirişlerin doğal frekansları ve titreşim modlarını elde etmişlerdir. Khedeir ve Reddy (1994), farklı sınır şartlarına sahip tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşimini çalışmışlardır. Analizlerde birinci, ikinci ve üçüncü mertebe teorilerini kullanmışlardır. Keyfi yüklemeler altında farklı sınır şartlarına sahip simetrik ve simetrik olmayan çapraz elyaf takviyeli kirişlerin kesin çözümlerini geliştirmişlerdir. Rao ve Ganesan

(1997), sonlu eleman modeli kullanarak değişken kesitli kompozit kirişlerin harmonik davranışını araştırmışlardır.

Yıldırım ve ark. (1999a, 1999b), Bernoulli-Euler ve Timoshenko kiriş teorisi kullanarak düzlemi içinde ve düzlemine dik simetrik çapraz elyaf takviyeli tabakadan yapılmış kirişlerin serbest titreşimini taşıma matrisi yardımıyla incelemiştir. Yıldırım (1999), Timoshenko kiriş teorisi kullanarak ön burulmalı elastik uzaysal çubukların ısı etkisi altındaki titreşim davranışını teorik olarak incelemiştir. Formülasyonda, malzeme anizotropisi, çubuk eğriliği, dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkilerini göz önüne almıştır.

Ramtekkar ve ark. (2002), tabakalı kompozit kirişlerin doğal frekansları için Hamilton enerji yöntemini kullanarak karşılıklı sonlu eleman formülasyonu geliştirmişlerdir. Chen ve ark. (2004), dikdörtgen kesite sahip doğru eksenli kirişlerin serbest titreşimini analiz etmek için yarı analitik bir yöntem önermişlerdir.

Dong ve ark. (2005), değişken kesitli tabakalı bir kompozit Timoshenko kirişinin titreşim karakteristiğini araştırmışlardır. Birinci mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı tabakalı bir kirişin eğilme ve kayma rijitriklerini hesaplamışlardır. Singh ve ark. (2006), üniform olmayan kompozit kirişlerin analizi için yeni bir analitik model geliştirmişlerdir. Bernoulli kiriş teorisini kullanarak üniform olmayan kompozit kirişlerin analizini yapmışlardır. Ganesan ve Zabihollah (2007a, 2007b), sonlu elemanlar yöntemi kullanarak değişken kesitli kompozit kirişlerin serbest titreşim davranışlarını incelemiştir.

Çalım ve ark. (2008), değişken kesitli kompozit çubukların serbest titreşim analizini incelemiştir. Çalım (2009), değişken kesitli simetrik tabakalı kompozit kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimini Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Formülasyonda; malzeme anizotropisi, dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. Çalım ve Bingöl (2009), değişken kesitli kompozit çubukların dinamik davranışını etkileyen faktörleri incelemiştir.

Yukarıda bahsedilen çalışmalardan, üniform olmayan kompozit kirişlerin dinamik davranışı ile ilgili çalışmalardan Taber ve Viano (1982), Rao ve Ganesan (1997), Dong ve ark. (2005), Singh ve ark. (2006), Ganesan ve Zabihollah (2007a, 2007b), ve Çalım (2009), sayılabilir.

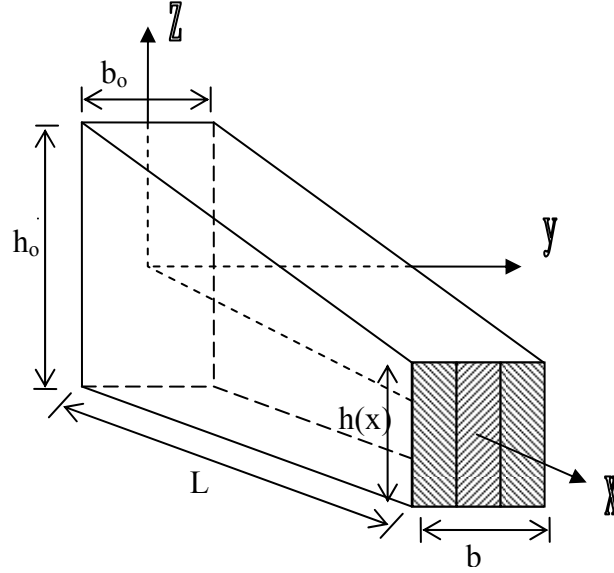
Kompozit doğru eksenli çubukların serbest titreşimine ait birçok çalışma olmasına rağmen zamanla değişen yükler altında zorlanmış titreşimi ile ilgili çalışmalara literatürde çok az rastlanmaktadır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Doğru Eksenli Kompozit Çubuklar

3.1.1. Hareket Denklemleri

Çubuk eksenini herhangi bir x noktasında yer değiştirme $U^0(x, t)$ ve bu noktadaki kesitin dönmesi $\Omega^0(x, t)$ olarak gösterilsin. $\mathbf{T}(x, t)$ vektörü ile t anında x noktasındaki kesite etkiyen iç kuvvetlerin vektörel toplamı ve $\mathbf{M}(x, t)$ ile bunların ağırlık merkezi olan G noktasına indirgendikleri zaman elde edilen kuvvet çifti olarak gösterilsin. Çubuk ekseninin birim boyuna etkiyen yayılı dış kuvvet $\mathbf{p}^{ex}(x, t)$ ve moment $\mathbf{m}^{ex}(x, t)$ olsun.



Şekil 3.1. Kompozit kirişin geometrisi ve koordinat takımı

Çubuk malzemesi lineer elastik ve anizotropiktir. Kompozit uzaysal çubuğu idare eden denklemler vektörel formda elde edilmektedir.

$$\frac{\partial \mathbf{U}^0}{\partial x} = \mathbf{A}'\mathbf{T} + \mathbf{B}'\mathbf{M} + \mathbf{\Omega}^0 \times \mathbf{i} \quad , \quad \frac{\partial \mathbf{\Omega}^0}{\partial x} = \mathbf{F}'\mathbf{T} + \mathbf{D}'\mathbf{M} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}^0}{\partial x} + \mathbf{p}^{(ex)} = \mathbf{p}^{(in)} \quad , \quad \frac{\partial \mathbf{M}^0}{\partial x} + \mathbf{i} \times \mathbf{T}^0 + \mathbf{m}^{(ex)} = \mathbf{m}^{(in)} \quad (3.2)$$

\mathbf{p}^{in} kütlelesel atalet kuvveti ve \mathbf{m}^{in} kütlelesel atalet momenti ifadeleri

$$p_i^{(in)} = -\rho A \frac{\partial^2 U_i^0}{\partial t^2}, \quad m_i^{(in)} = -\rho I_i \frac{\partial^2 \Omega_i^0}{\partial t^2} \quad (i = x, y, z) \quad (3.3)$$

olmak üzere, burada ρ , kütlelesel yoğunluğu göstermektedir. I_x burulma ve I_y, I_z ise eğilme atalet momentleridir. **A, B, F** ve **D** matrisleri çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini göstermekte olup her bir tabaka malzemesinin esneklik sabitleri cinsinden elde edilmektedir.

3.1.2. Anizotropik Malzemelerin Gerilme-Şekil Değişirme Bağıntısı

Kısaltılmış notasyonu kullanarak lineer elastik malzeme için genelleştirilmiş Hooke kanunu kapalı formda

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (3.4)$$

Çizelge 3.1. Kısaltılmış notasyonda gerilme ve şekil değiştirme tansörü bileşenleri

Gerilme		Şekil değiştirme	
Tansör notasyon	Kısaltılmış notasyon	Tansör notasyon	Kısaltılmış notasyon
σ_{11}	σ_1	ε_{11}	ε_1
σ_{22}	σ_2	ε_{22}	ε_2
σ_{33}	σ_3	ε_{33}	ε_3
$\tau_{23} = \sigma_{23}$	σ_4	$\gamma_{23} = 2\varepsilon_{23}$	ε_4
$\tau_{13} = \sigma_{13}$	σ_5	$\gamma_{13} = 2\varepsilon_{13}$	ε_5
$\tau_{12} = \sigma_{12}$	σ_6	$\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$	ε_6

olarak ifade edilir. Burada C_{ij} rijitlik matrisidir. En genel halde lineer elastik, anizotropik malzeme için 36 eleman, 21 bağımsız sabit bulunmaktadır.

3.1.3. Ortotropik Malzemeler İçin Elastik Sabitler

Hooke kanunu, esneklik matrisi cinsinden de ifade edilebilir. Esneklik matrisi S_{ij} , gerilme-şekil değiştirme bağıntısının tersi olarak tanımlanır. Şekil değiştirme ile gerilme arasındaki ilişki kapalı formda

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j \quad (3.5)$$

olarak verilmektedir. Esneklik matrisi, C_{ij} rijitlik matrisinin tersidir.

$$S_{ij} = C_{ij}^{-1} \quad (3.6)$$

Esneklik matrisi S_{ij} diyagonale göre simetrik olduğundan

$$\frac{v_{ij}}{E_{ii}} = \frac{v_{ji}}{E_{jj}} \quad (i,j=1,2,3) \quad (3.7)$$

eşitliği yazılabilir. (3.7) eşitliği yardımı ile şekil değiştirme-gerilme bağıntısı aşağıdaki hali almaktadır.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-v_{12}}{E_{11}} & \frac{-v_{13}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_{12}} & \frac{-v_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{simetrik} & & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Esneklik matrisi S_{ij} ile rijitlik matrisi C_{ij} birbirlerinin tersi olmasından dolayı rijitlik matrisinin bileşenleri esneklik matrisi bileşenleri cinsinden ifade edilmektedir (Jones, 1975).

$$C_{11} = \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}^2}{S} \quad C_{12} = \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}}{S} \quad (3.9a)$$

$$C_{13} = \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{S} \quad C_{22} = \frac{S_{11}S_{33} - S_{13}^2}{S} \quad (3.9b)$$

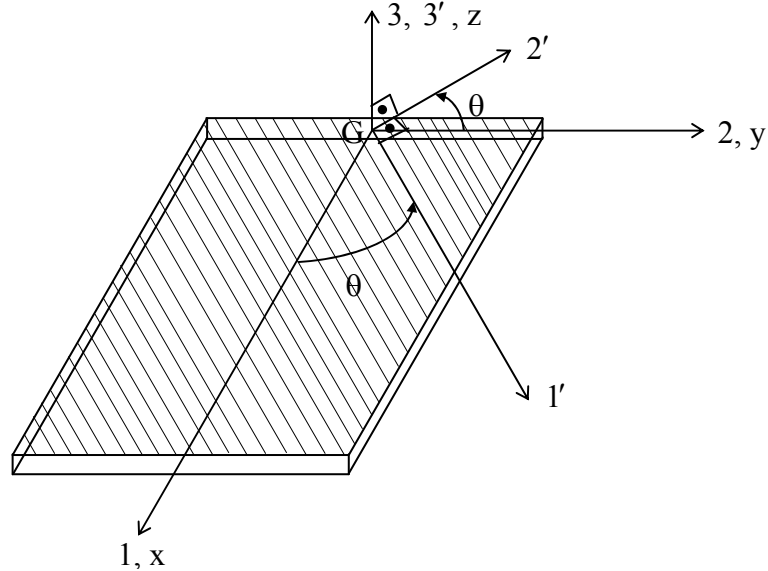
$$C_{23} = \frac{S_{12}S_{13} - S_{11}S_{23}}{S} \quad C_{33} = \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}{S} \quad (3.9c)$$

$$C_{44} = \frac{1}{S_{44}} \quad C_{55} = \frac{1}{S_{55}} \quad C_{66} = \frac{1}{S_{66}} \quad (3.9d)$$

Burada

$$S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}^2 - S_{22}S_{13}^2 - S_{33}S_{12}^2 + 2S_{12}S_{13}S_{23} \quad (3.10)$$

bağıntısı ile verilmektedir.



Şekil 3.2. Ortotropik tabaka için malzeme simetri düzlemi

Ortotropik malzemenin asal malzeme eksenleri ile çubuk eksenleri genelde çakışmazlar (Şekil 3.2). Keyfi olarak seçilmiş tabaka doğrultusu ile çubuk eksenindeki açı θ ile gösterilmektedir. 1, 2, 3 koordinatlarında gerilme-şekil değiştirme ve şekil değiştirme-gerilme bağıntıları

$$\sigma_i = C'_{ij}\varepsilon_j, \quad \varepsilon_i = S'_{ij}\sigma_j \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (3.11)$$

şeklinde yazılabilir. Burada C'_{ij} ve S'_{ij} sırasıyla dönüştürülmüş rijitlik ve esneklik matrisleri olup aşağıdaki verilen bağıntılar yardımı ile hesaplanmaktadır (Jones, 1975).

$$[C'] = [T]^{-1}[C][R][T][R]^{-1}, \quad [S'] = [R][T]^{-1}[R]^{-1}[S][T] \quad (3.12)$$

Burada $m = \cos \theta$ ve $n = \sin \theta$ olmak üzere dönüşüm matrisleri

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad [R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \text{simetrik} & 2 & 0 & 0 \\ & & & & 2 & 0 \\ & & & & & 2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

şeklinindedir. Dönüştürülmüş rijitlik ve esneklik matrisleri, (3.12) eşitliklerinin çözümünden

$$[C'] = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & C'_{16} \\ C'_{12} & C'_{22} & C'_{23} & 0 & 0 & C'_{26} \\ C'_{13} & C'_{23} & C'_{33} & 0 & 0 & C'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & C'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{45} & C'_{55} & 0 \\ C'_{16} & C'_{26} & C'_{36} & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \quad [S'] = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{13} & 0 & 0 & S'_{16} \\ S'_{12} & S'_{22} & S'_{23} & 0 & 0 & S'_{26} \\ S'_{13} & S'_{23} & S'_{33} & 0 & 0 & S'_{36} \\ 0 & 0 & 0 & S'_{44} & S'_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S'_{45} & S'_{55} & 0 \\ S'_{16} & S'_{26} & S'_{36} & 0 & 0 & S'_{66} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

olarak elde edilmektedir.

3.1.4. Ortotropik Tabakalı Çubuklar İçin Elastik Sabitler

Klasik çubuk teorilerinden benimsenen

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0 \quad (3.15)$$

kabulü yapılmaktadır. Buna göre şekil değiştirme-gerilme ilişkisi matris notasyonunda

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

veya kapalı formda

$$\varepsilon_\beta = S_{\beta j} \alpha_{jk} \varepsilon_k \quad (j, k=1,5,6 ; \beta=2,3,4) \quad (3.17)$$

ifade aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Yıldırım, 1999b; Çalım, 2003). Burada

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji} = S_{ij}^{-1} \quad (i, j=1,5,6) \quad (3.18)$$

ve

$$d = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{15} & S_{16} \\ S_{15} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{56} & S_{66} \end{vmatrix} \quad (3.19)$$

olmak üzere α_{ij} matrisinin bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$\alpha_{11} = \frac{S_{55}S_{66} - S_{56}^2}{d} \quad \alpha_{15} = \frac{S_{16}S_{56} - S_{15}S_{66}}{d} \quad (3.20a)$$

$$\alpha_{16} = \frac{S_{15}S_{56} - S_{16}S_{55}}{d} \quad \alpha_{55} = \frac{S_{11}S_{66} - S_{16}^2}{d} \quad (3.20b)$$

$$\alpha_{56} = \frac{S_{15}S_{16} - S_{11}S_{56}}{d} \quad \alpha_{66} = \frac{S_{11}S_{55} - S_{15}^2}{d} \quad (3.20c)$$

Ortotropik tabaka için tabaka doğrultularının 0° ve 90° olması halinde $\alpha_{15} = \alpha_{16} = \alpha_{56} = 0$ olmaktadır. Böylece lineer elastik genelleştirilmiş Hooke bağıntısı indirgenmiş olur.

$$\alpha_i = Q_{ij} \varepsilon_j \quad (i, j=1,5,6) \quad (3.21)$$

Burada Q_{ij} indirgenmiş rijitlik matrisi olup

$$Q_{ij} = C_{ij} + C_{i\beta} S_{\beta k} \alpha_{kj} \quad (i, j; k=1,5,6 ; 2,3,4) \quad (3.22)$$

şeklinde hesaplanmaktadır (Yıldırım, 1999b; Çalım, 2003).

(3.21) ifadesinde tanımlanan indirgenmiş gerilme-şekil değiştirme bağıntısı kısaltılmış notasyon cinsinden

$$\tilde{\sigma}_i = \tilde{Q}_{ij} \tilde{\varepsilon}_j \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.23)$$

elde edilir ve transformasyon uygulanırsa, dönüştürülmüş ve indirgenmiş gerilme-şekil değiştirme bağıntısı

$$\tilde{\sigma}_i = \tilde{Q}'_{ij} \tilde{\varepsilon}_j \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.24)$$

halini alır. Ortotropik tabakalı çubuk için dönüştürülmüş ve indirgenmiş rijitlik matrisinin sıfırdan farklı elemanları aşağıda verilmektedir.

$$\tilde{Q}'_{11} = C'_{11} + (C'_{12}S'_{12} + C'_{13}S'_{31})\alpha'_{11} + (C'_{12}S'_{16} + C'_{13}S'_{36})\alpha'_{61} \quad (3.25a)$$

$$\tilde{Q}'_{12} = C'_{16} + (C'_{12}S'_{21} + C'_{13}S'_{31})\alpha'_{16} + (C'_{12}S'_{26} + C'_{13}S'_{36})\alpha'_{66} \quad (3.25b)$$

$$\tilde{Q}'_{22} = C'_{66} + (C'_{62}S'_{21} + C'_{63}S'_{31})\alpha'_{16} + (C'_{62}S'_{26} + C'_{63}S'_{36})\alpha'_{66} \quad (3.26c)$$

$$\tilde{Q}'_{33} = C'_{55} \quad (3.25d)$$

Burada

$$\alpha'_{11} = \frac{S'_{66}}{S'_{11}S'_{66} - S'^2_{16}}, \alpha'_{16} = \alpha'_{61} = \frac{-S'_{16}}{S'_{11}S'_{66} - S'^2_{16}}, \alpha'_{66} = \frac{S'_{11}}{S'_{11}S'_{66} - S'^2_{16}} \quad (3.26)$$

3.1.5. Kompozit Çubuklar İçin Bünye Denklemleri

Kuvvet ve momentler, rölatif birim uzama ve dönme cinsinden ifade edilirler.

$$T_i = A_{ij} \tilde{\gamma}_j^0 + B_{ij} \tilde{\omega}_j^0 \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.27a)$$

$$M_i = F_{ij} \tilde{\gamma}_j^0 + D_{ij} \tilde{\omega}_j^0 \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.27b)$$

yazılabilir. Burada

$$A_{ij} = \int_A \tilde{Q}_{ij} dA \quad B_{ij} = \varepsilon_{mjk} \int_A \tilde{Q}_{im} x_k dA \quad (3.28a)$$

$$F_{ij} = \varepsilon_{ikm} \int_A x_k \tilde{Q}_{mj} dA \quad D_{ij} = \varepsilon_{ihk} \varepsilon_{mjp} \int_A x_h x_p \tilde{Q}_{km} dA \quad (3.28b)$$

olmak üzere **A**, **B**, **F**, **D** matrisleri (3x3) boyutunda olup kesit geometrisi ve malzeme özelliklerine bağlıdır (Yıldırım, 1999b; Çalım, 2003). (3.27) eşitliklerinin tersini alarak bünye denklemleri

$$\tilde{\gamma}_i^0 = A'_{ij} T_j + B'_{ij} M_j \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.29a)$$

$$\tilde{\omega}_i^0 = F'_{ij} T_j + D'_{ij} M_j \quad (i, j=1,2,3) \quad (3.29b)$$

yazılabilir. Burada

$$A' = A^* - B^* D^{*-1} F^* \quad , \quad B' = B^* D^{*-1} \quad , \quad F' = -D^{*-1} F^* \quad , \quad D' = D^{*-1} \quad (3.30a)$$

$$A^* = A^{-1} \quad , \quad B^* = -A^{-1} B \quad , \quad F^* = F A^{-1} \quad , \quad D^* = D - F A^{-1} B \quad (3.30b)$$

A, **B**, **F** ve **D** matrisleri çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini göstermekte olup herbir tabaka malzemesinin esneklik sabitleri cinsinden elde edilmektedir. y ve z eksenleri asal eksenler olup, kesit bu eksenlere göre momenti ve malzeme bakımından simetrik olduğu düşünülürse.

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

olur. Böylece **A** ve **D** matrislerinin sıfırdan farklı elemanları, indirgenmiş rijitlik matrisi cinsinden

$$A_{11} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{11} A^{(k)} \quad A_{12} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{12} A^{(k)} \quad (3.32a)$$

$$A_{22} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{22} A^{(k)} \quad A_{33} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{33} A^{(k)} \quad (3.32b)$$

$$D_{11} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{33} I_3^{(k)} + \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{22} I_2^{(k)} \quad D_{12} = -\sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{21} I_2^{(k)} \quad (3.32c)$$

$$D_{22} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{11} I_2^{(k)} \quad D_{33} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}'^{(k)}_{11} I_3^{(k)} \quad (3.32d)$$

ifade edilirler. Dönüştürülmüş **A'** ve **D'** matrisleri (3.28) eşitlikleri yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$A'_{11} = \frac{A_{22}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \quad A'_{12} = \frac{A_{12}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \quad (3.33a)$$

$$A'_{22} = \frac{A_{11}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2} \quad A'_{33} = \frac{1}{A_{33}} \quad (3.33b)$$

$$D'_{11} = \frac{D_{22}}{D_{11}D_{22} - D_{12}^2} \quad D'_{12} = -\frac{D_{12}}{D_{11}D_{22} - D_{12}^2} \quad (3.33c)$$

$$D'_{22} = \frac{D_{11}}{D_{11}D_{22} - D_{12}^2} \quad D'_{33} = \frac{1}{D_{33}} \quad (3.33d)$$

Kesitin kayma merkezi ile ağırlık merkezinin üst üste düştüğü kabul edilmektedir. Seçilen kesitin geometri ve malzeme bakımından simetrik olduğu düşünülürse, dik koordinat takımında N adet kompozit tabakadan oluşan doğru eksenli çubukların dinamik davranışını idare eden 12 adet adi diferansiyel denklem takımı Laplace uzayında kanonik formda aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\frac{d\bar{U}_x}{dx} = A'_{11} \bar{T}_x + A'_{12} \bar{T}_y \quad (3.34a)$$

$$\frac{d\bar{U}_y}{dx} = \bar{\Omega}_z + A'_{21} \bar{T}_x + \alpha_y A'_{22} \bar{T}_y \quad (3.34b)$$

$$\frac{d\bar{U}_z}{dx} = -\bar{\Omega}_y + \alpha_z A'_{33} \bar{T}_z \quad (3.34c)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_x}{dx} = D'_{11} \bar{M}_x + D'_{12} \bar{M}_y \quad (3.34d)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_y}{dx} = D'_{21} \bar{M}_x + D'_{22} \bar{M}_y \quad (3.34e)$$

$$\frac{d\bar{\Omega}_z}{dx} = D'_{33} \bar{M}_z \quad (3.34f)$$

$$\frac{d\bar{T}_x}{dx} = s^2 \tilde{A} \bar{U}_x + \bar{B}_7 \quad (3.34g)$$

$$\frac{d\bar{T}_y}{dx} = s^2 \tilde{A} \bar{U}_y + \bar{B}_8 \quad (3.34h)$$

$$\frac{d\bar{T}_z}{dx} = s^2 \tilde{A} \bar{U}_z + \bar{B}_9 \quad (3.34i)$$

$$\frac{d\bar{M}_x}{dx} = s^2 \tilde{I}_x \bar{\Omega}_x + \bar{B}_{10} \quad (3.34j)$$

$$\frac{d\bar{M}_y}{dx} = s^2 \tilde{I}_y \bar{\Omega}_y + \bar{T}_z + \bar{B}_{11} \quad (3.34k)$$

$$\frac{d\bar{M}_z}{dx} = s^2 \tilde{I}_z \bar{\Omega}_z - \bar{T}_y + \bar{B}_{12} \quad (3.34l)$$

Burada

$$\tilde{A} = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} A^{(k)} \quad , \quad \tilde{I}_y = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} \int_{A^{(k)}} z^2 dA \quad (3.35a)$$

$$\tilde{I}_z = \sum_{k=1}^N \rho^{(k)} \int_{A^{(k)}} y^2 dA \quad , \quad A_{ij} = \sum_{k=1}^N \tilde{Q}_{ij}^{(k)} A^{(k)} \quad (3.35b)$$

$$D_{ij} = \varepsilon_{ihn} \varepsilon_{mjp} \sum_{k=1}^N \tilde{Q}_{nm}^{(k)} \int_{A^{(k)}} x_p x_h dA \quad (3.35c)$$

ve s Laplace dönüşüm parametresidir. Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü, $t>0$ için, $L[f(t)] = \bar{F}(s)$ ise,

$$\bar{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.36)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Zamana göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerin Laplace dönüşümleri kapalı olarak

$$L[\dot{f}(t)] = s\bar{F}(s) - f(0) \quad (3.37a)$$

$$L[\ddot{f}(t)] = s^2\bar{F}(s) - sf(0) - f(0) \quad (3.37b)$$

şeklinde yapılmaktadır. Zorlanmış titreşim durumu için, zamana bağlı $\mathbf{Y}(x, t)$ durum vektörü

$$\mathbf{Y}(x, t) = \{U_x^0, U_y^0, U_z^0, \Omega_x^0, \Omega_y^0, \Omega_z^0, T_x^0, T_y^0, T_z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0\}^T \quad (3.38)$$

olarak tanımlanmaktadır. (3.38) vektörünün zamana göre Laplace dönüşümü

$$L[\mathbf{Y}(x, t)] = \bar{\mathbf{Y}}(x, s) \quad (3.39)$$

olup burada Laplace dönüşüm parametresi s kompleks bir sayıdır. Laplace uzayında elde edilen birinci mertebeden 12 adet adi diferansiyel denklem takımı matris notasyonunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{d\bar{\mathbf{Y}}(x,s)}{dx} = \bar{\mathbf{F}}(x,s)\bar{\mathbf{Y}}(x,s) + \bar{\mathbf{B}}(x,s) \quad (3.40)$$

$\bar{\mathbf{F}}(x,s)$ katsayılar matrisinin bazı elemanlarında bulunan ikinci türev ifadelerinin zamana göre Laplace dönüşümleri alınır

$$L\left[\rho A \frac{\partial^2 U_k^0}{\partial t^2}\right] = \rho A \left[s^2 U_k^0 - s U_k^0(x,0) - \frac{\partial U_k^0(x,0)}{\partial t} \right] \quad (k=x,y,z) \quad (3.41a)$$

$$L\left[\rho I_k \frac{\partial^2 \Omega_k^0}{\partial t^2}\right] = \rho I_k \left[s^2 \bar{\Omega}_k^0 - s \Omega_k^0(x,0) - \frac{\partial \Omega_k^0(x,0)}{\partial t} \right] \quad (k=x,y,z) \quad (3.41b)$$

olur. (3.41a-b) eşitliğinin sağ tarafındaki ikinci ve üçüncü terimler $t=0$ anında verilen başlangıç şartlarıdır. $\bar{\mathbf{B}}(x,s)$ kolon matrisinin elemanları (3.42) denkleminde verilmiştir.

$$\begin{aligned} \bar{B}_i(x,s) &= 0 & (i=1,2,\dots,6) \\ \bar{B}_{6+j}(x,s) &= -(\bar{p}_k^{(ex)}) - \rho A \left[s U_k^0(x,0) + \frac{\partial U_k^0(x,0)}{\partial t} \right] & (j=1, 2, 3) \\ \bar{B}_{9+j}(x,s) &= -(\bar{m}_k^{(ex)}) - \rho A \left[s \Omega_k^0(x,0) + \frac{\partial \Omega_k^0(x,0)}{\partial t} \right] & (k=x, y, z) \end{aligned} \quad (3.42)$$

(3.41) ifadesinde görülen başlangıç şartları, $\bar{\mathbf{B}}(x,s)$ yük vektörüne dahil edilmektedir.

3.2. Diferansiyel Denklemlerin Çözümü

Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi (TFY), başlangıç şartları yardımı ile değişken katsayılı adi diferansiyel denklemlerin çözümüne dayanmaktadır. Bu yöntem ile sınır değer problemi başlangıç değer problemine indirgenmektedir. Başlangıç değer probleminin çözümü için Butcher'ın beşinci mertebeye Runge-Kutta (RK5) algoritması (Chapra ve Canale, 1998) adapte edilerek çok daha etkin çözümler elde edilmiştir. Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi bilgisayar ile programlamaya çok müsait olup, genel sınır şartlarına sahip fiziksel problemlerin çözümünde büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Bu yöntemeye dayalı çözüm yapmanın diğer bir avantajı da, değişken kesit ve geometriye sahip problemlerin çözülebilmesidir. Uygun integrasyon adım aralığı seçilerek, diferansiyel denklemler istenilen hassasiyette kesin olarak çözülebilmektedir (Çalım, 2003).

3.2.1. Diferansiyel Denklemlerin TFY ile Çözümü

Laplace uzayında elde edilen adi diferansiyel denklem takımı matris notasyonunda

$$\frac{d\bar{\mathbf{Y}}(x,s)}{dx} = \bar{\mathbf{F}}(x,s)\bar{\mathbf{Y}}(x,s) + \bar{\mathbf{B}}(x,s) \quad (3.43)$$

şeklinde verilmiş olsun. Burada, s Laplace dönüşüm parametresi olup (3.43) denkleminin çözümü ardaşık s parametreleri için yapılacaktır. x bağımsız değişken, $\bar{\mathbf{Y}}(x,s)$ bilinmeyen bağımlı değişkenleri içeren kolon matrisi, $\bar{\mathbf{F}}(x,s)$ bağımlı değişkenlerin katsayılar kare matrisi ve $\bar{\mathbf{B}}(x,s)$ Laplace dönüşümündeki başlangıç şartlarını da içeren sabitler vektörüdür.

Çözüm için gerekli olan 12 adet sınır şartından 6 adedi çözüm bölgesi başlangıcında ($x = a$)

$$\sum_{j=1}^{12} b_{ij} \bar{Y}_j(a) = \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (3.44)$$

ve geri kalan 6 adedi ise çözüm bölgesi sonunda ($x = b$)

$$\sum_{j=1}^{12} d_{ij} \bar{Y}_j(b) = \beta_i \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (3.45)$$

şeklinde verilmiş olsun. Görüldüğü gibi problemin sınır şartları, bilinmeyen $\bar{Y}(x, s)$ vektörünün ($x = a$) ve ($x = b$) noktalarındaki bileşenlerinin lineer kombinasyonları olarak da ifade edilebilmektedir.

Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi, problemin sınır şartlarından bağımsız olarak (3.43) denkleminin homojen ve özel çözümlerinin, tamamen çözüm bölgesi başlangıcında ($x = a$) belirlenen standart sınır şartları ile bulunması esasına dayanmaktadır. (3.43) denkleminin genel çözümü

$$\bar{Y}(x, s) = \sum_{m=1}^{12} C_m (\bar{U}^{(m)}(x, s)) + \bar{V}(x, s) \quad (3.46)$$

şeklinde olsun. (3.46) ifadesinde, $\bar{U}^{(m)}(x, s)$, verilen sınır şartlarından m . homojen sınır şartına ait homojen çözümü, $\bar{V}(x, s)$ ise homojen olmayan sınır şartları ile elde edilen çözümü göstermektedir. Burada C_m integrasyon sabitleri, ($x = a$) ve ($x = b$) noktalarında verilmiş olan problemin gerçek sınır şartlarından elde edilecektir. 12 adet standart sınır şartı ile elde edilen homojen çözümler,

$$[\bar{U}(x, s)]_{12 \times 12} = \{ \bar{U}^{(1)}(x, s)_{12 \times 1}, \dots, \bar{U}^{(12)}(x, s)_{12 \times 1} \}_{12 \times 12} \quad (3.47)$$

kare matrisi ile gösterilmektedir. Böylece (3.46) denkleminin genel çözümü

$$\bar{Y}(x, s) = \bar{U}(x, s)C + \bar{V}(x, s) \quad (3.48)$$

formunda ifade edilebilir.

3.2.2. Homojen Çözümün Elde Edilmesi

(3.43) denkleminin homojen hali

$$\frac{d\bar{U}^{(m)}(x,s)}{dx} = \bar{F}(x,s)\bar{U}^{(m)}(x,s) \quad (m=1,2,\dots,12) \quad (3.49)$$

şeklinde olsun. (3.49) denkleminin 12 adet farklı sınır şartı için 12 kere çözülmesi gerekmektedir. Böylece 12x12 adetlik çözüm elde edilir.

Burada $\bar{U}^{(m)}(x,s)$, çözüm bölgesi başlangıcında bilinmeyen vektörün m. elemanına 1, diğerlerine sıfır değeri verilerek elde edilen çözümü göstermektedir.

$$\begin{aligned} \bar{U}_1(a) = 1, \bar{U}_2(a) = 0, \dots, \bar{U}_{12}(a) = 0 \\ \bar{U}_1(a) = 0, \bar{U}_2(a) = 1, \bar{U}_3(a) = 0, \dots, \bar{U}_{12}(a) = 0 \\ \dots \\ \dots \\ \bar{U}_1(a) = 0, \dots, \bar{U}_{11}(a) = 0, \bar{U}_{12}(a) = 1 \end{aligned} \quad (3.50)$$

(3.47) ifadesinde tarif edilen ve bu şekilde elde edilmiş olan $[U]$ kare matrisinin çözüm bölgesindeki başlangıç değerleri birim matrise karşılık gelmektedir.

$$[\bar{U}(a)] = [I] \quad (3.51)$$

3.2.3. Özel Çözümün Elde Edilmesi

(3.43) denkleminin homojen olmayan hali

$$\frac{d\bar{V}(x,s)}{dx} = \bar{F}(x,s)\bar{V}(x,s) + \bar{B}(x,s) \quad (3.52)$$

şeklinde olsun. Bu denklemin çözüm bölgesi başlangıcı için kabul edilen,

$$\bar{V}(a) = 0 \quad (3.53)$$

sınır şartları ile bir defa çözülmesi yeterlidir.

3.2.4. Sınır Şartlarından C_m İntegrasyon Sabitlerinin Elde Edilmesi

(3.46) genel çözümünde yer alan C_m integrasyon sabitleri, problemin gerçek sınır şartlarından elde edilecektir. ($x = a$) noktasında verilmiş olan 6 adet sınır şartının bulunduğu (3.44) ifadesinde, $\bar{Y}_j(a)$ çözümleri yerine konursa,

$$\sum_{j=1}^{12} b_{ij} \left(\sum_{m=1}^{12} C_m \bar{U}_j^{(m)}(a) + \bar{V}_j(a) \right) = \alpha_i \quad (3.54)$$

elde edilir. Burada,

$$\bar{Y}_j(a) = \sum_{m=1}^{12} C_m \bar{U}_j^{(m)}(a) + \bar{V}_j(a) \quad (3.55)$$

olup özel çözümün bulunmasında kullanılan sınır şartları

$$\bar{V}_j(a) = 0 \quad (j=1,2,\dots,12) \quad (3.56)$$

(3.54) ifadesinde yerine konursa

$$\sum_{m=1}^{12} b_{im} C_m = \alpha_i \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (3.57)$$

elde edilir. (3.57), 12 adet C_m integrasyon sabitinin elde edilmesi için 6 adet lineer denklem takımı sunmaktadır. Gerekli olan diğer 6 adet denklem ($x = b$) noktasındaki

sınır şartlarından elde edilecektir. Yukarıdaki gibi, bu kez de ($x = b$) noktasındaki çözümler (3.45) ifadesinde yerine konulursa

$$\sum_{j=1}^{12} d_{ij} \left(\sum_{m=1}^{12} C_m \bar{U}_j^{(m)}(b) + \bar{V}_j(b) \right) = \beta_i \quad (3.58)$$

veya

$$\sum_{m=1}^{12} \left(\sum_{j=1}^{12} d_{ij} \bar{U}_j^{(m)}(b) \right) C_m = \beta_i - \sum_{j=1}^{12} d_{ij} \bar{V}_j(b) \quad (3.59)$$

elde edilir. Burada

$$P_{im} = \sum_{j=1}^{12} d_{ij} \bar{U}_j^{(m)}(b) \quad (3.60)$$

ve

$$k_i = \beta_i - \sum_{j=1}^{12} d_{ij} \bar{V}_j(b) \quad (3.61)$$

tarifleri yapılırsa, (3.59) denklemini

$$\sum_{m=1}^{12} P_{im} C_m = k_i \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (3.62)$$

şeklinde düzenlenerek gerekli olan 6 adet lineer denklem de elde edilir. (3.57) ve (3.62) eşitlikleri birlikte matris formunda,

3.2.5. Eleman Dinamik Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

(3.43) denklem takımının homojen ve özel çözümleri bir önceki kısımda anlatıldığı şekilde yapılmaktadır. Eleman dinamik rijitlik matrisini hesaplamak için, C_m integrasyon sabitleri elde edilirken, problemin gerçek sınır şartları yerine çözüm bölgesinin $x = 0$ ve $x = L$ noktalarındaki sınır şartları olarak U_i ve Ω_i ($i = x, y, z$) büyüklükleri sırasıyla birim deplasman alınmaktadır. İlk adımda, sınır şartları olarak (3.63) denkleminin sağ tarafı için $U_x(0) = 1$ ve $U_y(0) = U_z(0) = \Omega_x(0) = \Omega_y(0) = \Omega_z(0) = U_x(L) = U_y(L) = U_z(L) = \Omega_x(L) = \Omega_y(L) = \Omega_z(L) = 0$ alınarak C_m integrasyon sabitleri hesaplanır. İkinci adımda, sınır şartları için $U_y(0) = 1$ ve diğerleri sıfır alınarak C_m integrasyon sabitleri hesaplanır. Sırasıyla her bir serbestlik için birim deplasman uygulanıp C_m integrasyon sabitleri ayrı ayrı hesaplanmaktadır. Bu sabitler hesaplanırken homojen çözümden elde edilen (3.63) ifadesindeki katsayılar matrisinin bir kez oluşturulması yeterlidir.

Her düğümde altı serbestlik derecesi olmak üzere, bunun üçü deplasman, üçü dönmedir. Elemanın başlangıç düğümü i , diğer ucu j düğümü olmak üzere eleman deplasman ve eleman uç kuvvetleri

$$\{\bar{d}\} = \{\bar{U}(x_i, s), \bar{\Omega}(x_i, s), \bar{U}(x_j, s), \bar{\Omega}(x_j, s)\}^T \quad (3.66)$$

$$\{\bar{p}\} = \{\bar{T}(x_i, s), \bar{M}(x_i, s), \bar{T}(x_j, s), \bar{M}(x_j, s)\}^T \quad (3.67)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eleman dinamik rijitlik matrisini hesaplamak için (3.67) ifadesindeki eleman uç deplasmanlarına sırasıyla birim deplasman uygulanarak C_m integrasyon sabitleri ilk paragrafta anlatıldığı şekilde elde edilir. Bu işlem 12 kez tekrarlanır. (3.43) denkleminin homojen çözümünden eleman uç kuvvetleri elde edilir ve bu kuvvetler eleman dinamik rijitlik matrisinin bileşenlerini oluşturmaktadır.

Ankastre uç kuvvetleri ise, bütün uç deplasmanları sıfıra eşitleyerek yine (3.43) denkleminin özel çözümünden hesaplanmaktadır.

$$\{\bar{f}\} = \{-\bar{T}(x_i, s), -\bar{M}(x_i, s), \bar{T}(x_j, s), \bar{M}(x_j, s)\}^T \quad (3.68)$$

Eleman denklemi Laplace uzayında aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\{\bar{p}\} = [\bar{k}]\{\bar{d}\} + \{\bar{f}\} \quad (3.69)$$

Bu tezde, hem eleman dinamik rijitlik matrisi hem de ankastrelik uç kuvvetleri, Laplace uzayında tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi yardımı ile (3.43) denkleminin çözümlerinden hesaplanmaktadır. Eleman dinamik rijitlik matrisi ve yük vektöründen sistem hareket denklemleri elde edilmektedir.

$$[K(s)]\{D\} = \{P(s)\} \quad (3.70)$$

Burada $[K(s)]$ ve $\{P(s)\}$ sistem dinamik rijitlik matrisi ve yük vektörüdür. $\{D\}$ ise, sistemin bilinmeyen düğüm deplasmanları vektörüdür.

Serbest titreşim durumunda, sistem yük vektörü sıfıra eşitlenmekte ve sistem dinamik rijitlik matrisindeki Laplace parametresi s yerine $i\omega$ yazılmaktadır.

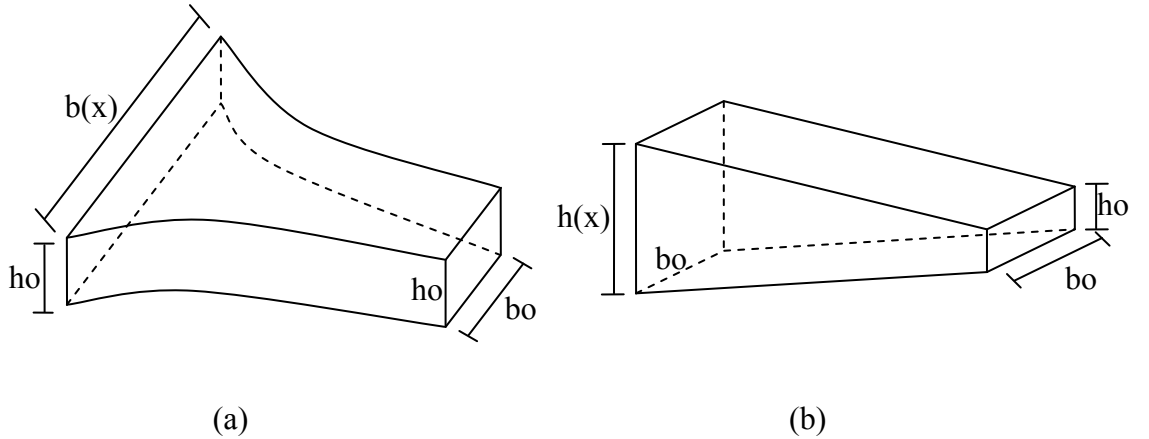
Dönüşmüş uzayda Laplace parametresi “ s ” yerine “ $i\omega$ ” konularak sistem dinamik rijitlik matrisinin determinantını sıfır yapan ω değerleri araştırılmaktadır. Bu değerler problemin doğal frekanslarını verecektir. Sistem dinamik rijitlik matrisinin determinantını sıfır yapan değerler Secant kök bulma metodu ile hesaplanmaktadır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, anizotropik malzemeden yapılmış değişken kesitli kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimini analiz etmek için Fortran dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemine dayalı başlangıç değer probleminin çözümü için Butcher'in beşinci mertebeye Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır. Laplace uzayından zaman uzayına geçmek için Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi uygulanmıştır.

Bu bölümde, çeşitli örnekler sunulmuştur. Geliştirilen bilgisayar programı ile değişken kesitli doğru eksenli kompozit kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşim analizleri yapılmıştır. Aynı zamanda mümkün olduğu takdirde elde edilen değerler, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile de karşılaştırılmıştır. Değişken kesitli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşimini etkileyen faktörler incelenmiştir. Değişken kesitli kompozit çubuklar için; sınır şartları, kesit değişim parametreleri, E_1/E_2 oranı, tabaka açısının serbest ve zorlanmış titreşimine etkileri araştırılmıştır.

Kompozit kirişler için iki tip değişken kesit ele alınmıştır. Bunlar, kesit yüksekliği lineer değişen ve kesit genişliği eksponansiyel değişen kirişler kullanılmıştır.



Şekil 4.1. (a) Kesit genişliği eksponansiyel değişen kiriş; (b) Kesit yüksekliği lineer değişen kiriş

b_0 ve h_0 eleman başlangıcındaki kesit genişliği ve kesit yüksekliği olmak üzere kesit yüksekliği veya kesit genişliği eleman boyunca azalmaktadır. Bu durumda, kesit alanı $A(x)$, ve atalet momenti $I(x)$, çubuk elemanı boyunca kesit yüksekliği veya kesit genişliğine bağlı olarak değişmektedir. Çubuk boyunca kesit yüksekliği ve kesit genişliğinin değişim fonksiyonu aşağıdaki ifade yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$h(x) = h_0 [1 - \beta(x/L)] \quad (\text{Kesit yüksekliği lineer değişken}) \quad (4.1)$$

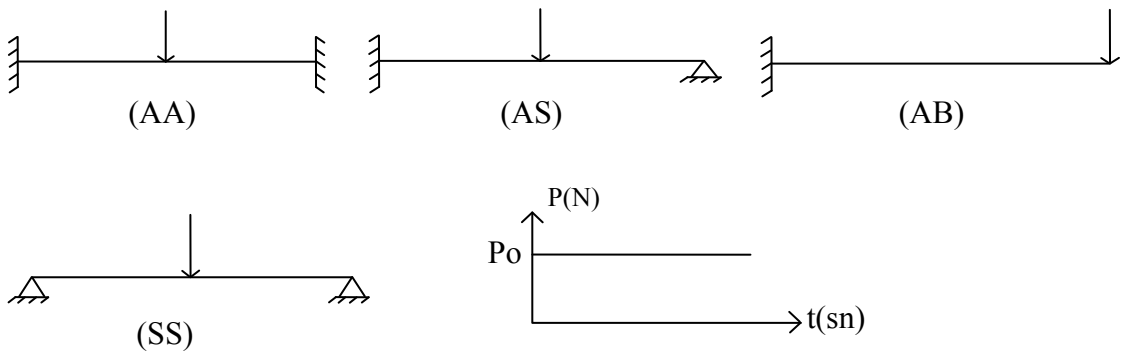
$$b(x) = b_0 e^{\beta(1-x/L)} \quad (\text{Kesit genişliği eksponansiyel değişken}) \quad (4.2)$$

Burada h_0 ve b_0 başlangıçtaki kesit yüksekliği ve kesit genişliği, β kesit değişim parametresi, x çubuk üzerindeki herhangi bir nokta ve L ise çubuk uzunluğunu göstermektedir. Tüm problemlerde kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 4.1'de verilmektedir. Ayrıca problemlerde çubuk uzunluğu $L = 0.381\text{m}$ olup $L/h = 15$ olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1. Malzeme Özellikleri

	E_1 (N/m^2)	$E_2=E_3$ (N/m^2)	$G_{12}=G_{13}$ (N/m^2)	G_{23} (N/m^2)	ν_{12}	ρ (kg/m^3)
Carbon epoxy (AS4/3501-6)	144.8×10^9	9.65×10^9	4.14×10^9	3.45×10^9	0.3	1389.23

Örneklerde, ankastre-ankastre (AA), ankastre-sabit (AS), sabit-sabit (SS) ve ankastre-boş (AB) sınır şartları kullanılmıştır (Şekil 4.2).



Şekil 4.2. Mesnetlenme durumu ve dinamik yük tipi

4.1. Üniform Kesitli Kompozit Kirişin Dinamik Analizi

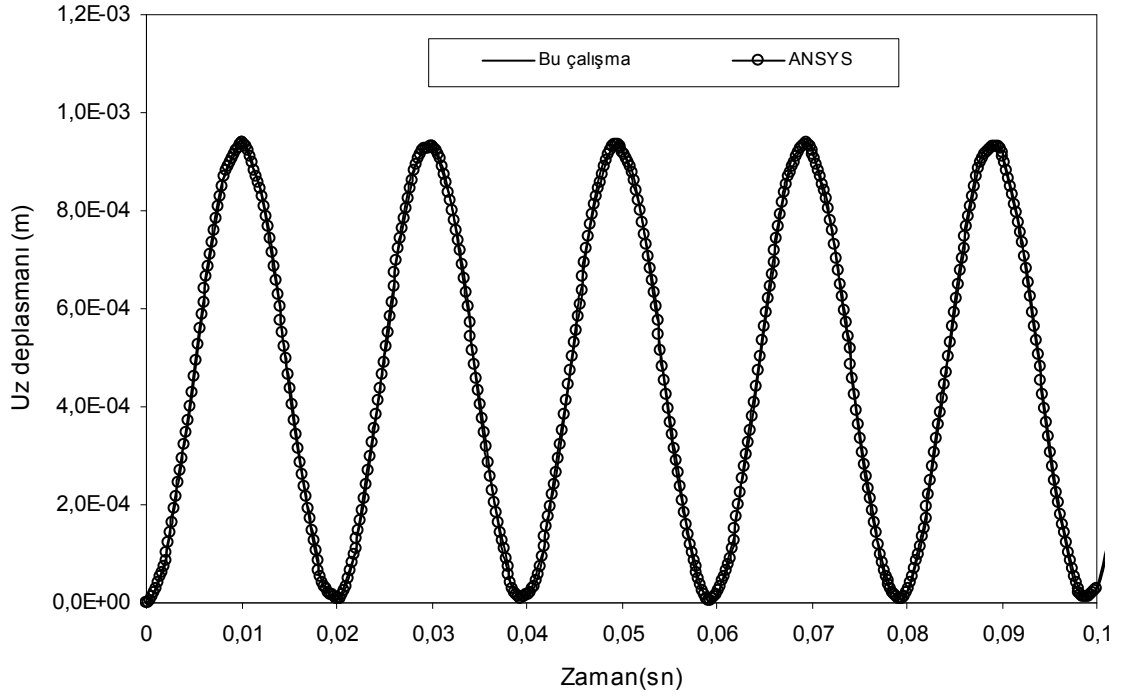
Önerilen modelin geçerliliğini göstermek için literatürde verilmiş olan üniform kesitli, iki ucu sabit mesnetli ortotropik çubuk problemi göz önüne alınmıştır (0^0). Kirişin malzeme özellikleri Çizelge 4.1’de verilmektedir. Farklı L/h oranlarını içeren serbest titreşim frekansları Çizelge 4.2’de gösterilmektedir.

Çizelge 4.2. Düzlemine dik doğal frekanslar (kHz)

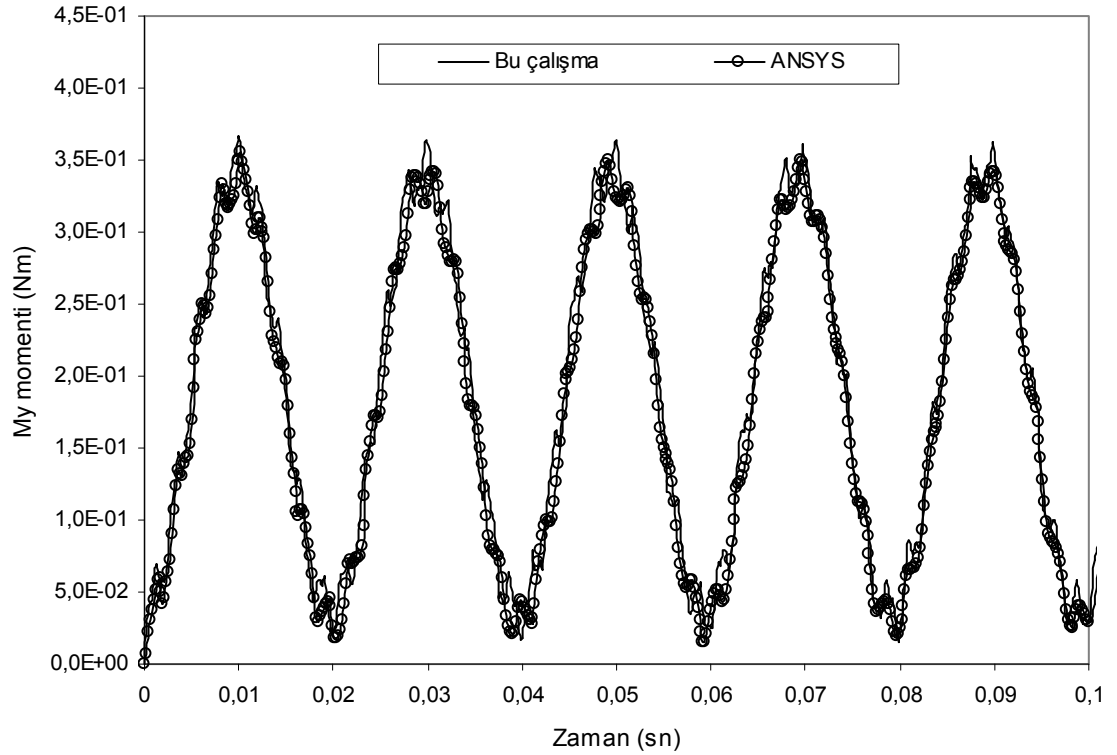
L/h	Mod no	Chandras. ve ark.	Chandras. ve Bangera	Nabi ve Ganesan	Rao ve Ganesan	Yıldırım ve ark.	ANSYS	Bu çalışma
120 (L=762 mm)	1	0.051	0.051	0.054	0.051	0.051	0.051	0.051
	2	0.203	0.202	0.213	0.202	0.202	0.202	0.202
	3	0.454	0.453	0.472	0.454	0.451	0.451	0.451
	4	0.804	0.799	0.801	0.804	0.795	0.795	0.795
	5	1.262	1.238	----	1.252	1.229	1.229	1.229
15 (L=381 mm)	1	0.755	0.756	0.789	0.754	0.753	0.754	0.753
	2	2.548	2.554	2.656	2.555	2.544	2.551	2.544
	3	4.716	4.742	4.895	4.753	4.711	4.724	4.711
	4	6.960	7.032	7.165	7.052	6.956	6.970	6.956
	5	9.194	9.355	----	9.383	9.195	9.202	9.191

Çizelge 4.2 incelendiğinde, bu çalışmada sunulan model ile elde edilen düzlemine dik ilk beş serbest titreşim frekansının, ANSYS ve literatürdeki sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir.

Ayrıca problemin zorlanmış titreşim analizi yapılmıştır. Kirişin orta noktasına z doğrultusunda $P_0 = 1\text{ N}$ şiddetinde adım tipi dinamik yük uygulanmaktadır. Farklı narinlik oranı (L/h) için kirişin orta noktasındaki U_z deplasmanın (Şekil 4.3a ve Şekil 4.4a) ve M_y momentinin (Şekil 4.3b ve Şekil 4.4b) zamanla değişimleri hesaplanmaktadır. Hesaplamalarda, zaman artımı $\Delta_t = 0.0002$ sn alınmaktadır.

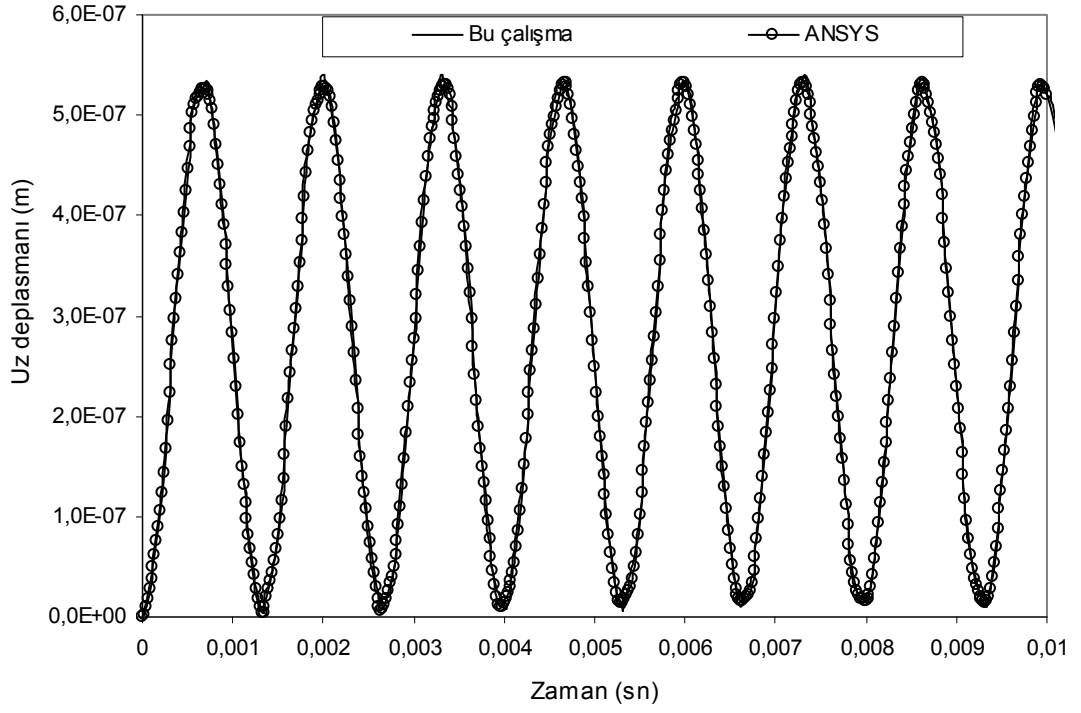


(a)

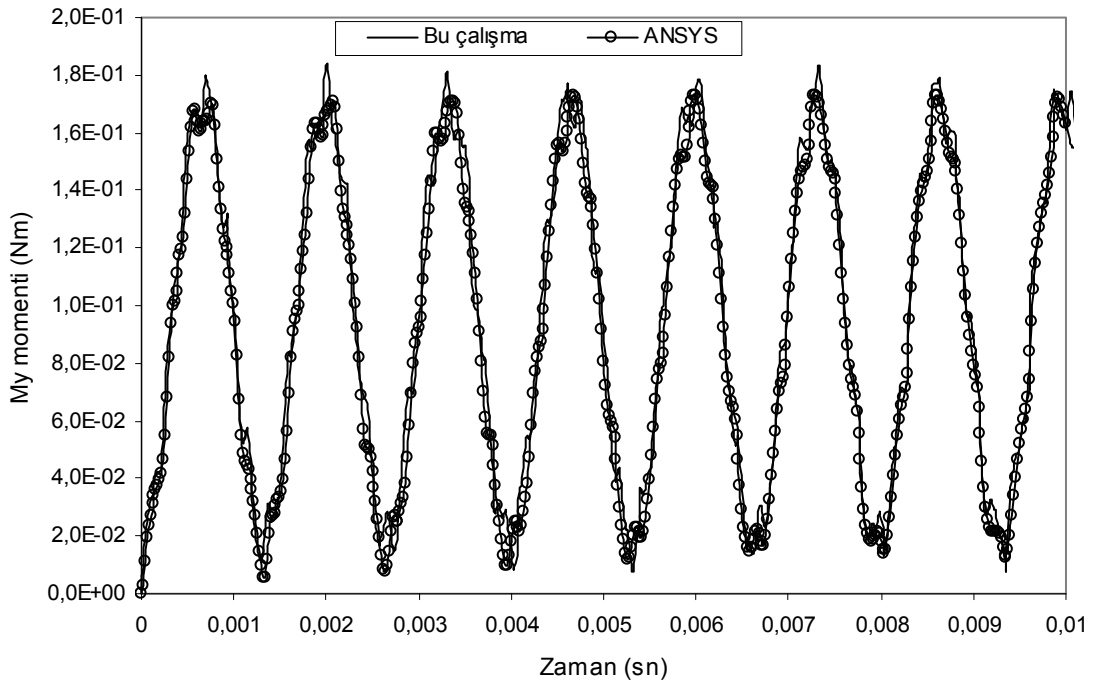


(b)

Şekil 4.3. (a) Kirişin orta noktasındaki Uz deplasmanının zamanla değişimi, (b) Kirişin orta noktasındaki My momentinin zamanla değişimi ($L/h=120$, $L=762$ mm)



(a)




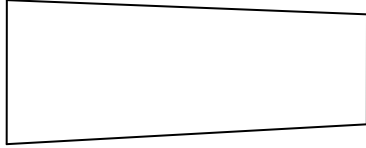
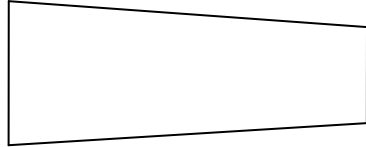
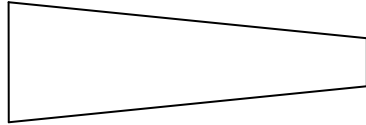
(b)

Şekil 4.4. (a) Kirişin orta noktasındaki Uz deplasmanın zamanla değişimi, (b) Kirişin orta noktasındaki My momentinin zamanla değişimi ($L/h=15$, $L=381$ mm)

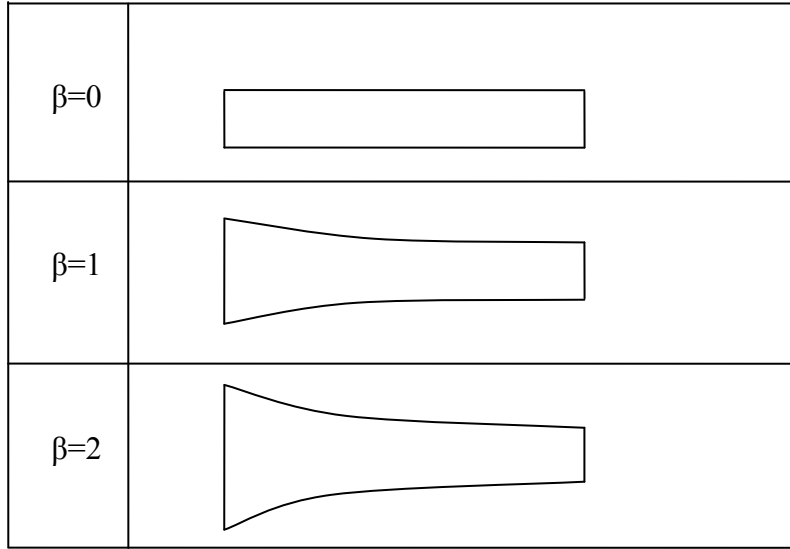
Farklı narinlik oranı (L/h) için kirişin orta noktasındaki deplasman ve momentin zamanla değişimleri ANSYS sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçları uyumlu oldukları görülmüştür.

4.2. Kesit Değişim Parametresinin Dinamik Davranışa Etkisi

Kesit değişim parametresinin dinamik davranışa etkisini inceleyebilmek için farklı sınır şartlarına sahip tek eksenli kompozit kiriş (0^0) problemi ele alınmıştır. Farklı sınır şartları, ankastre uç-ankastre uç (AA) ankastre uç-boş uç (AB) ve sabit uç-sabit uç (SS) olarak ele alınmaktadır. Farklı değişken kesitli ve sınır şartlarına sahip kompozit kiriş problemine ait düzlemine dik serbest titreşim frekansları Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4'de verilmektedir. Ayrıca çalışmada önerilen yöntemin geçerliliğini test etmek amacı ile sonlu elemanlar yöntemine dayalı çözüm yapan ANSYS programı ile de çözümler yapılmaktadır.

$\beta=0$	
$\beta=0,25$	
$\beta=0,5$	
$\beta=0,75$	

Şekil 4.5. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin görünüşü



Şekil 4.6. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin görünüşü

Çizelge 4.3. Farklı sınır şartlarına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır Şartları		$\beta=0$ (Uniform)	$\beta=0.25$	$\beta=0.5$	$\beta=0.75$
AB	Bu çalışma	278.43	288.52	304.04	332.79
	ANSYS	278.43	288.52	304.04	332.79
AA	Bu çalışma	1376.46	1267.57	1125.86	928.81
	ANSYS	1376.51	1267.59	1125.89	928.93
SS	Bu çalışma	753.22	665.36	560.88	427.28
	ANSYS	753.22	665.36	560.88	427.27

Çizelge 4.4. Farklı sınır şartlarına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır Şartları		$\beta=0$ (Uniform)	$\beta=1$	$\beta=2$
AB	Bu çalışma	278.43	371.88	486.84
	ANSYS	278.43	371.88	486.83
AA	Bu çalışma	1376.46	1383.59	1406.07
	ANSYS	1376.49	1383.61	1406.09
SS	Bu çalışma	753.22	744.04	717.09
	ANSYS	753.22	744.05	717.10

Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4 incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen temel frekanslar ile ANSYS sonuçlarının uyumlu oldukları görülmektedir. Problem, önerilen yöntemle sadece iki elemanla modellenirken, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile çözüm yapılırken yüz elemanla modellenmiştir. Farklı kesit değişim parametreleri (Şekil 4.5 ve Şekil 4.6) ve mesnet şartları (Şekil 4.2) serbest titreşim frekanslarını etkilemektedir. En düşük temel frekans değeri ankastre-boş ve en yüksek temel frekans ankastre-ankastre mesnetlenme şartında meydana gelmektedir.

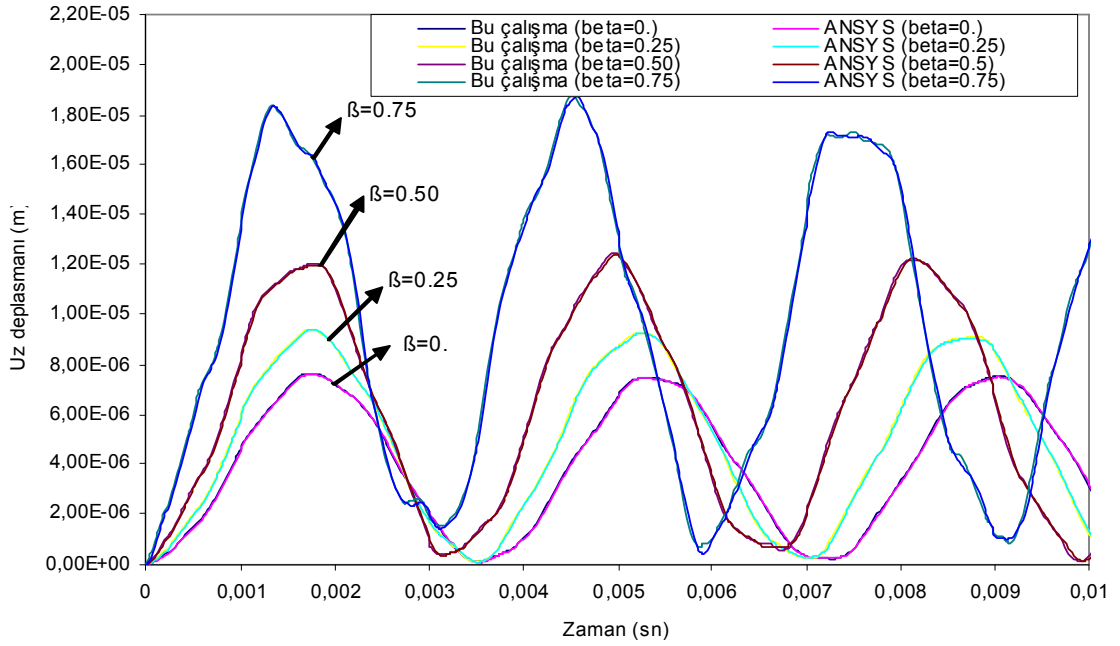
Serbest titreşim analizinden sonra zorlanmış titreşim analizi için çubuk elemana, z-doğrultusunda $P_0 = 1\text{ N}$ şiddetinde adım tipi dinamik tekil yük uygulanmıştır. Dinamik yük, ankastre-ankastre (AA) ve sabit-sabit (SS) mesnetlenme şartlarında kompozit kirişin orta noktasına, ankastre-boş (AB) mesnetlenme şartında ise serbest uca adım tipi dinamik tekil yük uygulanmaktadır. Farklı kesit değişim parametresi (β) için kompozit kirişteki deplasman (U_z) ve eğilme momentinin (M_y) zamanla değişimleri gösterilmektedir (Şekil 4.7-4.12).

Kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kiriş deplasmanının (U_z) zamanla değişimleri Şekil 4.7.a, 4.8.a ve 4.9.a'da, eğilme momentinin zamanla değişimleri ise Şekil 4.7.b, 4.8.b ve 4.9.b'de verilmektedir. Ayrıca kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kiriş deplasmanının (U_z) zamanla değişimleri Şekil 4.10.a, 4.11.a ve 4.12.a'da, eğilme momentinin zamanla değişimleri ise Şekil 4.10.b, 4.11.b ve 4.12.b'de verilmektedir.

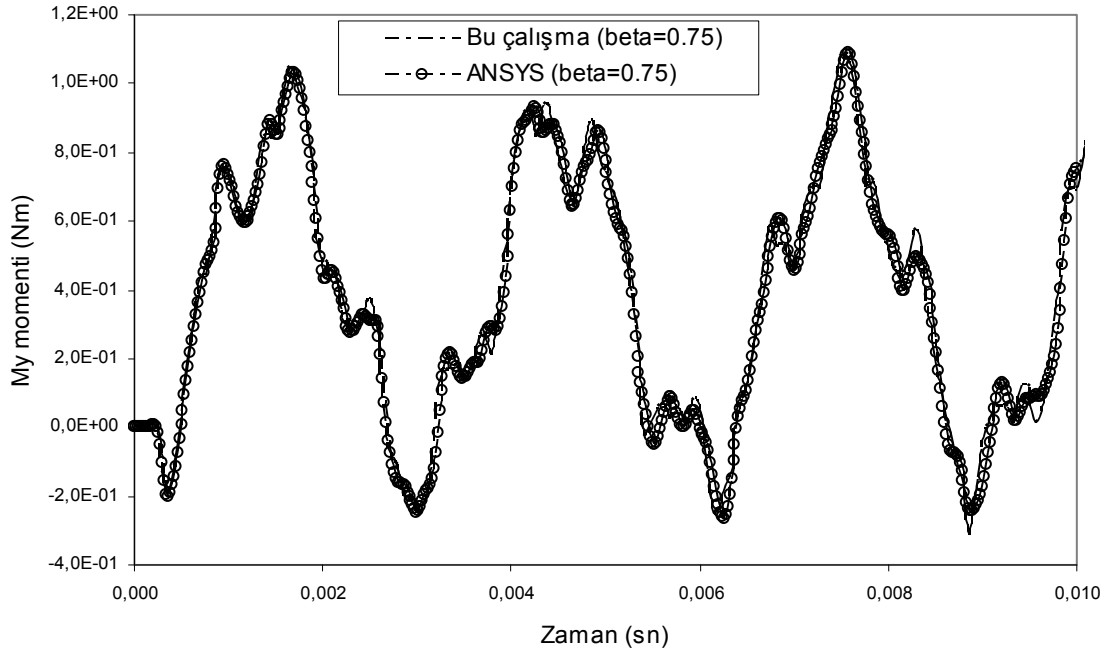
Grafiklerden de görüleceği gibi, önerilen yöntemle elde edilen sonuçlar ile sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile elde edilen sonuçların birbirleri ile uyumlu oldukları görülmektedir (Şekil 4.7-4.12).

Zorlanmış titreşim analizinde, kesit değişim parametresi titreşim periyodu ve genliği etkilemektedir. Kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişte, ankastre-ankastre (AA) sabit-sabit (SS) sınır şartlarında kesit değişim parametresi artarken hem deplasman genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır (Şekil 4.8a-4.9a). Ankastre-boş (AB) sınır şartında ise titreşim periyodu azalırken deplasman genliği artmaktadır (Şekil 4.7a). Kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişte, ankastre-ankastre (AA) ve sabit-sabit (SS) sınır şartlarında kesit değişim parametresi artarken titreşim periyodu

hemen hemen aynı kalırken deplasman genliği azalmaktadır. Ankastre-boş (AB) ise hem titreşim periyodu hem de deplasman genliği azalmaktadır.

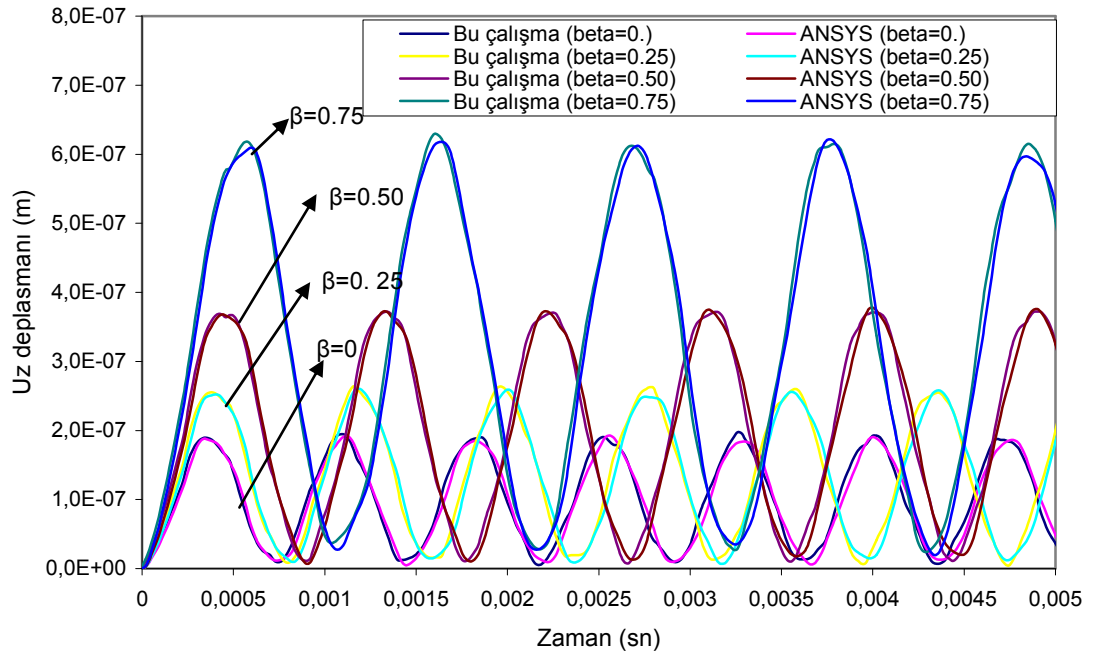


(a)

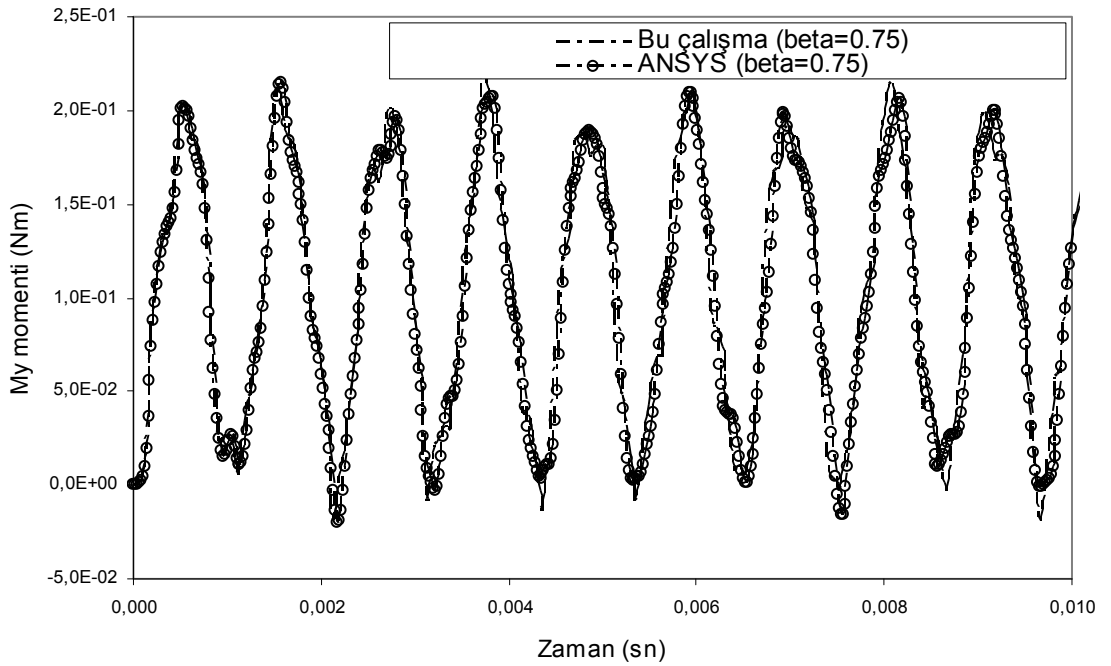


(b)

Şekil 4.7. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin serbest ucundaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AB)

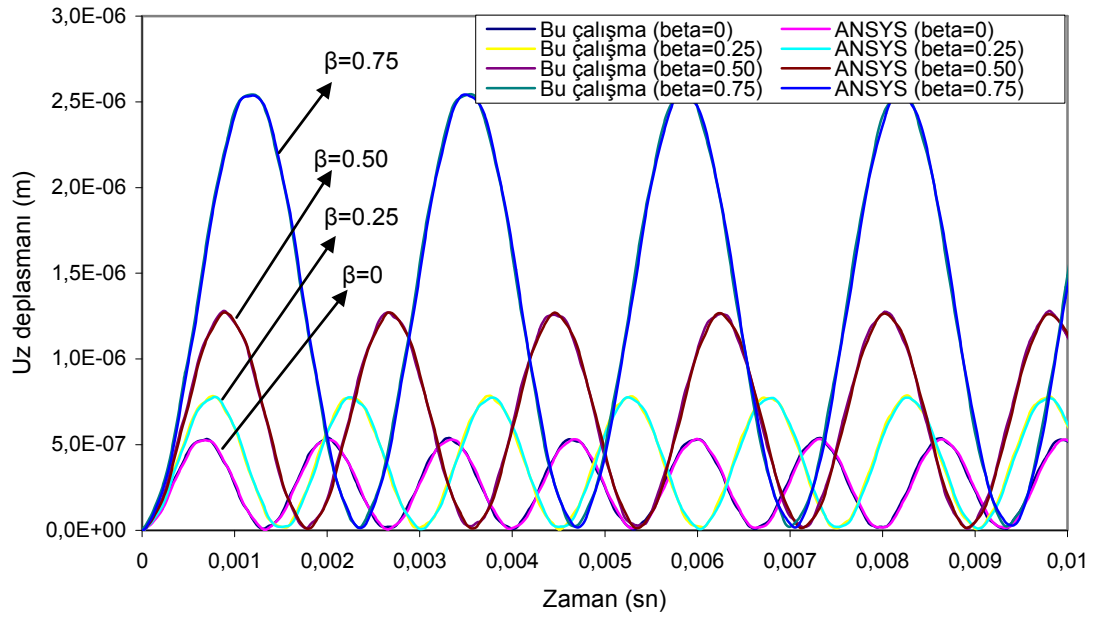


(a)

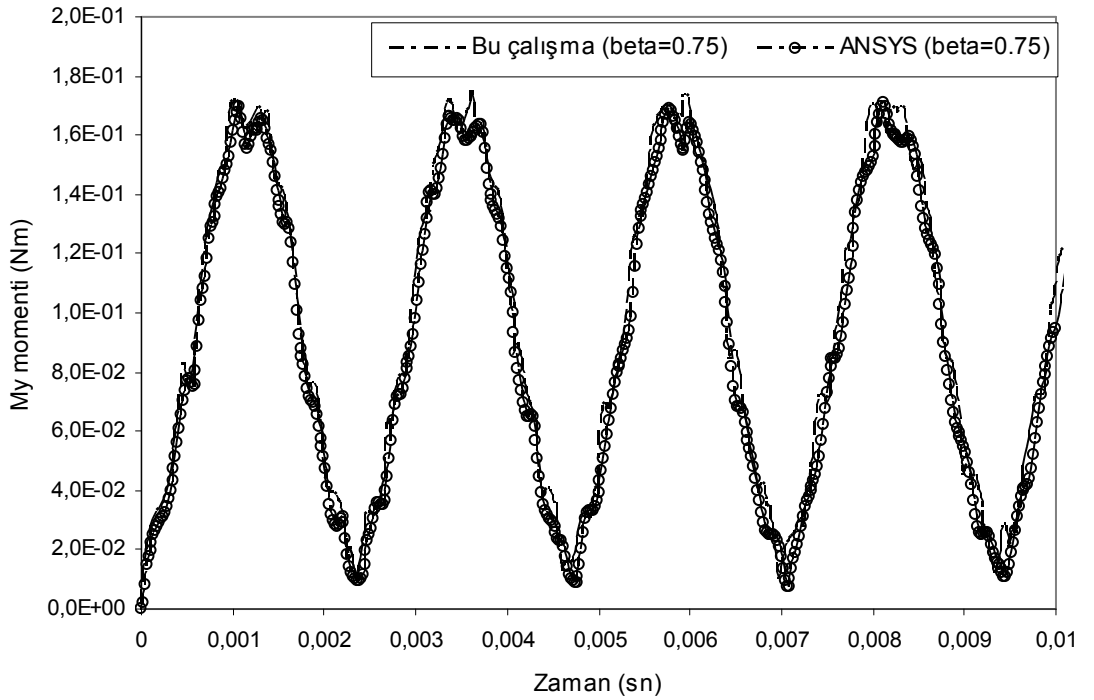


(b)

Şekil 4.8. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

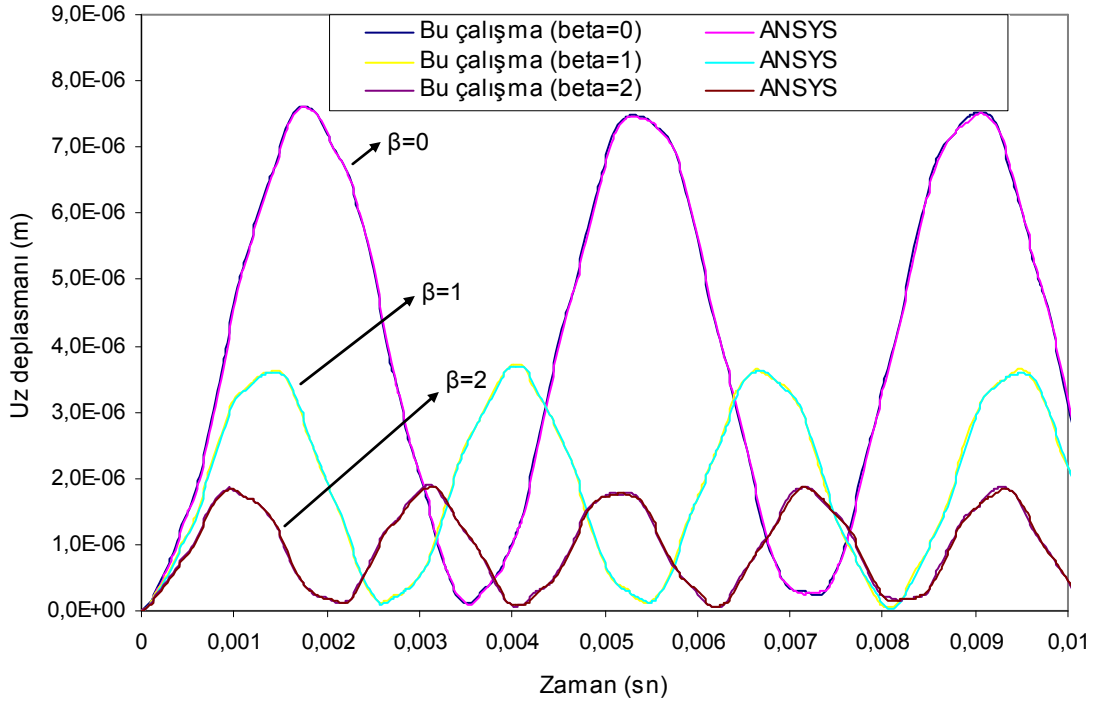


(a)

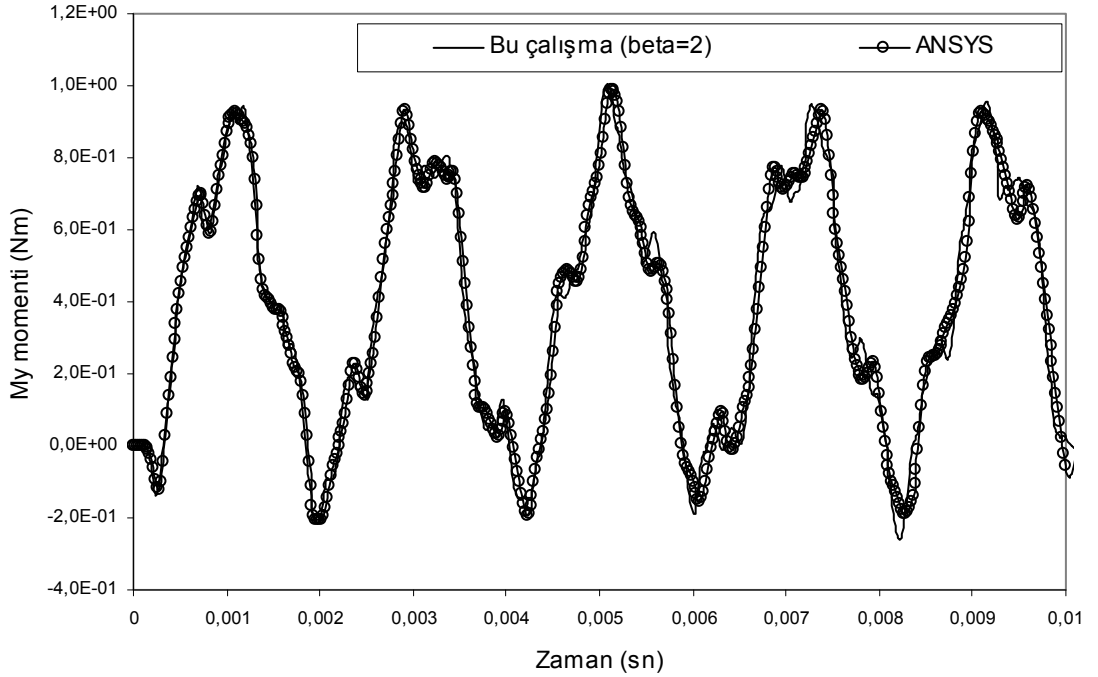


(b)

Şekil 4.9. (a) Kesiti lineer değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

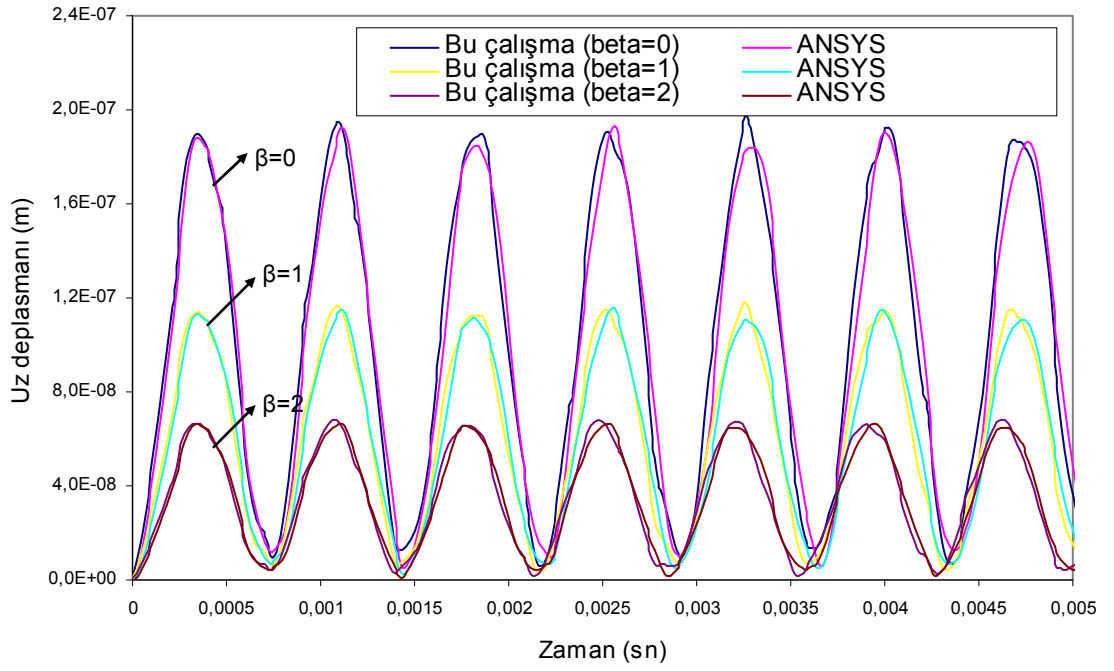


(a)

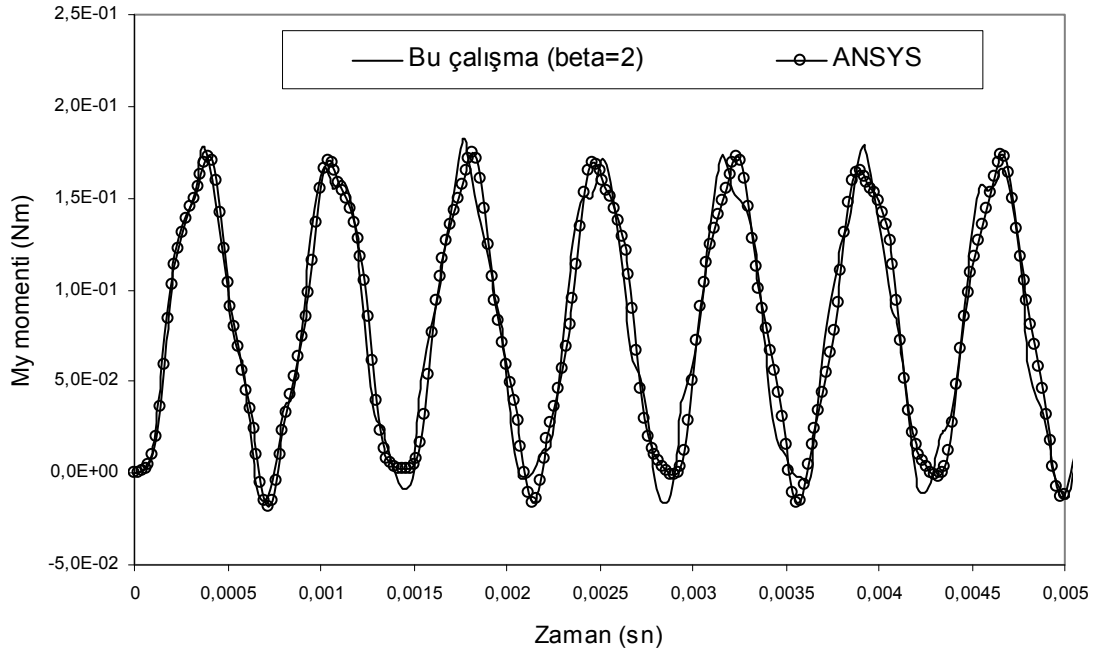


(b)

Şekil 4.10. (a) Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişin serbest ucundaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AB)

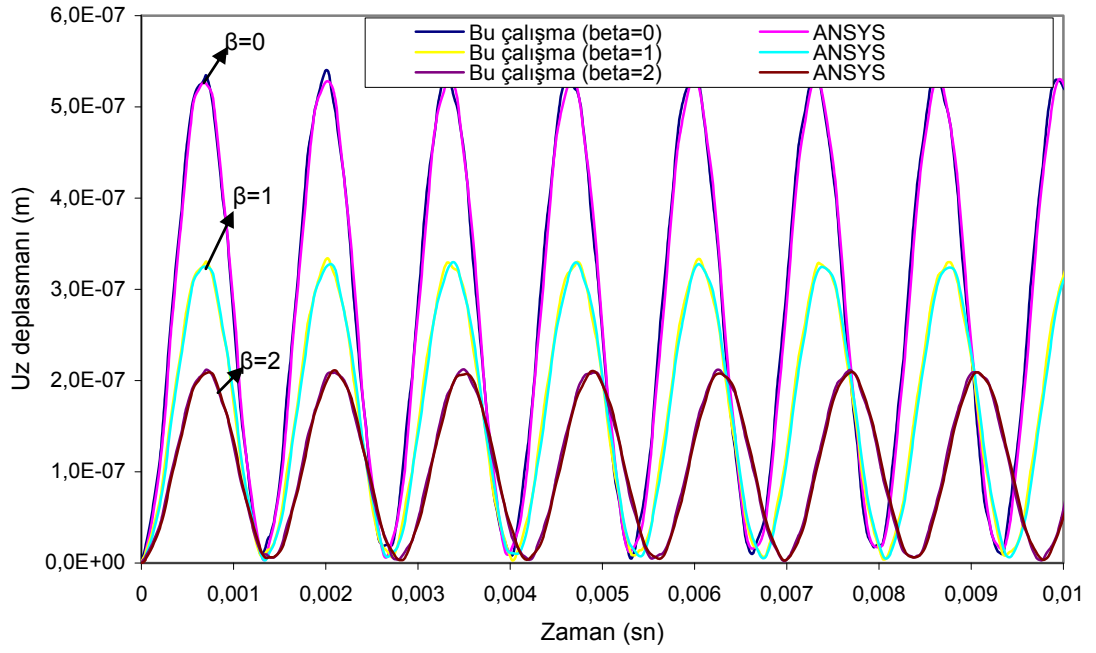


(a)

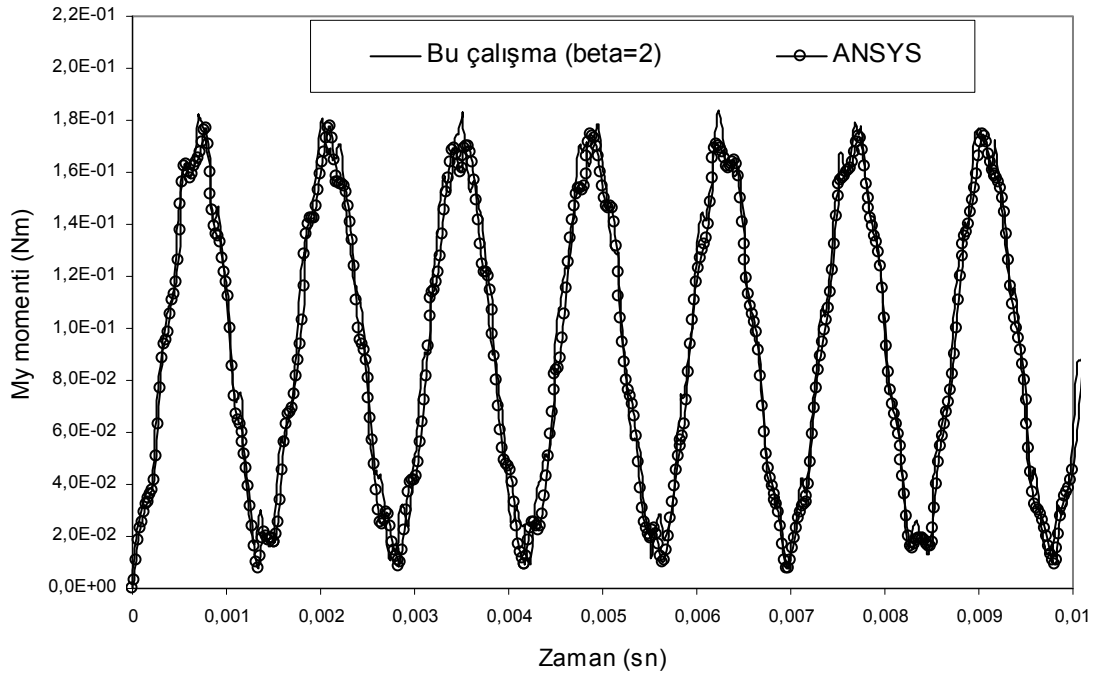


(b)

Şekil 4.11. (a) Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)



(a)



(b)

Şekil 4.12. (a) Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

4.3. E_1/E_2 Oranının Dinamik Davranışa Etkisi

Farklı sınır şartları ve E_1/E_2 oranlarına sahip değişken kesitli, tek eksenli kompozit kiriş (0^0) problemi ele alınmıştır. Malzeme sabitleri; elastisite modülleri $E_1 = 144.8 \times 10^9$ N/m², kayma modülleri $G_{12} = G_{13} = 0.6 E_2$, $G_2 = 0.5E_2$, $\nu_{12} = 0.25$ ve $\rho = 1389.23$ kg/m³ olarak seçilmiştir. İlgili tablolar incelendiğinde, elde edilen sonuçların ANSYS sonuçları ile uyumlu oldukları gözlenmektedir.

Çizelge 4.5. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır şartları			E1/E2=1	E1/E2=10	E1/E2=20	E1/E2=30	E1/E2=40	E1/E2=50	
Ankastre- Ankastre (AA)	$\beta=0$	Bu çalışma	1799.69	1567.61	1390.86	1262.48	1163.92	1085.32	
		ANSYS	1799.70	1567.60	1390.90	1262.50	1163,90	1085.30	
	$\beta=0.25$	Bu çalışma	1574.72	1412.07	1278.79	1176.87	1095.79	1029.40	
		ANSYS	1574.70	1412.10	1278.80	1176.90	1095.80	1029.40	
	$\beta=0.50$	Bu çalışma	1326.14	1224.08	1133.75	1060.50	999.64	948.11	
		ANSYS	1326.40	1224.10	1133.80	1060.50	999.67	948.15	
	$\beta=0.75$	Bu çalışma	1034.34	982.82	933.31	890.31	852.56	819.15	
		ANSYS	1034.50	982.95	933.43	890.42	852.67	819.24	
	Sabit- Sabit (SS)	$\beta=0$	Bu çalışma	805.60	780.73	755.57	732.68	711.76	692.54
			ANSYS	805.65	780.73	755.57	732.69	711.76	692.55
$\beta=0.25$		Bu çalışma	701.04	684.28	666.99	650.95	636.00	622.06	
		ANSYS	701.04	684.28	666.99	650.95	636.01	622.07	
$\beta=0.50$		Bu çalışma	582.70	572.57	561.90	551.81	542.24	533.16	
		ANSYS	582.70	572.56	561.90	551.80	542.24	533.16	
$\beta=0.75$		Bu çalışma	438.09	433.14	427.80	422.66	417.69	412.90	
		ANSYS	438.09	433.12	427.78	422.64	417.68	412.89	
Ankastre- Sabit (AS)		$\beta=0$	Bu çalışma	1250.30	1152.21	1066.00	996.55	939.15	890.77
			ANSYS	1250.30	1152.20	1066.00	996.63	939.16	890.79
	$\beta=0.25$	Bu çalışma	1134.30	1061.15	994.04	938.07	890.55	849.63	
		ANSYS	1134.30	1061.10	994.04	938.13	890.56	849.64	
	$\beta=0.50$	Bu çalışma	1002.35	951.94	903.62	861.77	825.11	792.74	
		ANSYS	1002.30	951.92	903.61	861.80	825.11	792.74	
	$\beta=0.75$	Bu çalışma	840.23	810.40	780.44	753.37	728.78	706.38	
		ANSYS	840.18	810.36	780.41	753.35	728.76	706.36	
	Ankastre- Boş (AB)	$\beta=0$	Bu çalışma	287.84	283.49	278.88	274.46	270.23	266.18
			ANSYS	287.84	283.49	278.88	274.46	270.23	266.18
$\beta=0.25$		Bu çalışma	297.76	293.50	288.96	284.60	280.41	276.40	
		ANSYS	297.76	293.50	288.95	284.59	280.41	276.40	
$\beta=0.50$		Bu çalışma	313.20	308.99	304.48	300.14	295.96	291.94	
		ANSYS	313.20	308.98	304.47	300.13	295.96	291.94	
$\beta=0.75$		Bu çalışma	342.18	337.87	333.24	328.77	324.46	320.29	
		ANSYS	342.17	337.86	333.24	328.77	324.45	320.29	

Çizelge 4.6. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

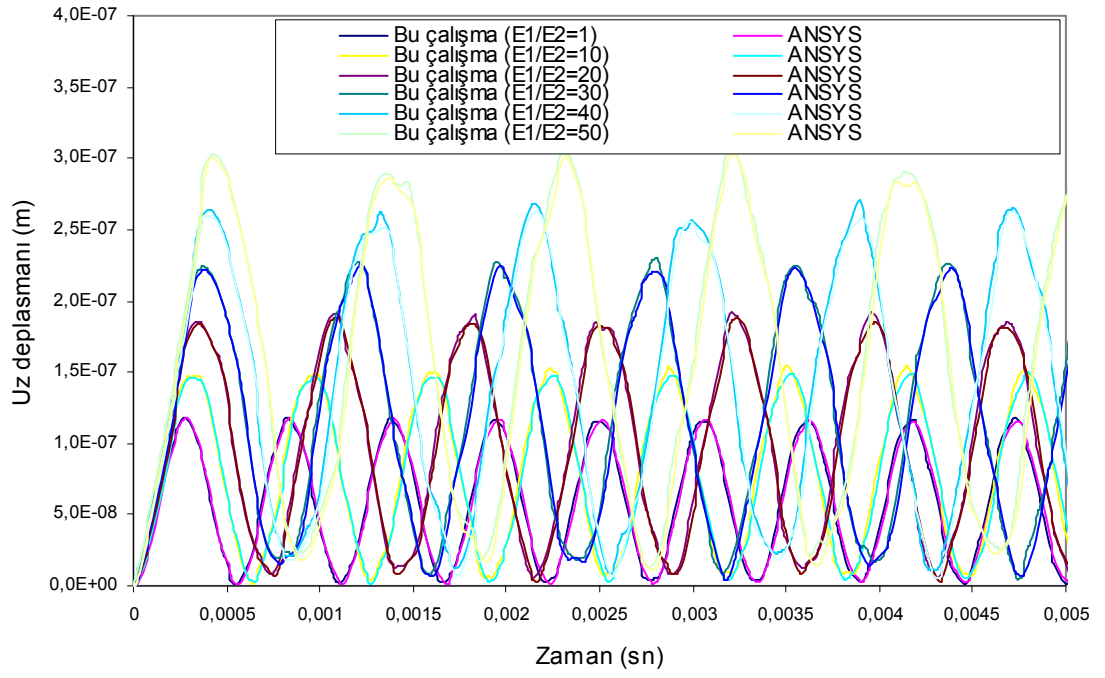
Sınır şartları			$E_1/E_2=1$	$E_1/E_2=10$	$E_1/E_2=20$	$E_1/E_2=30$	$E_1/E_2=40$	$E_1/E_2=50$
Ankastre- Ankastre (AA)	$\beta=0$	Bu çalışma	1799.69	1567.61	1390.86	1262.48	1163.92	1085.11
		ANSYS	1799.70	1567.63	1390.89	1262.51	1163.95	1085.34
	$\beta=1$	Bu çalışma	1810.52	1576.00	1398.06	1269.12	1170.27	1091.30
		ANSYS	1810.51	1576.02	1398.09	1269.15	1170.30	1091.54
	$\beta=2$	Bu çalışma	1843.89	1602.18	1420.76	1290.17	1190.45	1110.97
		ANSYS	1843.90	1602.20	1420.78	1290.20	1190.49	1111.20
Sabit- Sabit (SS)	$\beta=0$	Bu çalışma	805.65	780.73	755.57	732.68	711.76	692.54
		ANSYS	805.65	780.73	755.57	732.69	711.76	692.55
	$\beta=1$	Bu çalışma	797.61	772.10	746.44	723.16	701.92	682.47
		ANSYS	797.61	772.11	746.44	723.16	701.93	682.47
	$\beta=2$	Bu çalışma	773.85	746.69	719.60	695.25	673.19	653.12
		ANSYS	773.85	746.69	719.61	695.25	673.20	653.13
Ankastre- Sabit (AS)	$\beta=0$	Bu çalışma	1250.30	1152.21	1066.00	996.55	939.15	890.77
		ANSYS	1250.30	1152.22	1066.22	996.56	939.16	890.79
	$\beta=1$	Bu çalışma	1338.88	1233.43	1140.70	1065.92	1004.03	951.82
		ANSYS	1338.86	1233.42	1140.70	1065.92	1004.04	951.83
	$\beta=2$	Bu çalışma	1436.28	1320.18	1218.67	1137.13	1069.85	1013.20
		ANSYS	1436.24	1320.15	1218.66	1137.13	1069.86	1013.21
Ankastre- Boş (AB)	$\beta=0$	Bu çalışma	287.84	283.49	278.86	274.46	270.23	266.16
		ANSYS	287.84	283.50	278.88	274.46	270.23	266.18
	$\beta=1$	Bu çalışma	387.38	380.19	372.61	365.43	358.63	352.16
		ANSYS	387.38	380.18	372.61	365.43	358.63	352.18
	$\beta=2$	Bu çalışma	511.97	500.21	487.99	476.58	465.88	455.82
		ANSYS	511.97	500.21	487.99	476.57	468.88	455.84

Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6 incelendiğinde, önerilen yöntemle elde edilen temel frekanslar ile ANSYS programından elde edilen sonuçların birbirleri ile uyum içinde oldukları görülmektedir. Ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS), ankastre-sabit (AS) sınır şartlarında, E_1/E_2 oranı arttığında temel frekans değeri azalmaktadır. Ankastre-ankastre (AA), ankastre-sabit (AS) sınır şartlarında, kesit değişim parametresi arttıkça frekans değeri artarken, sabit-sabit (SS) sınır şartında ise azalmaktadır. Fakat ankastre-boş (AB) sınır şartında; kesit değişim parametresi artarken temel frekans artmakta, E_1/E_2 oranı arttığında temel frekans değeri azalmaktadır.

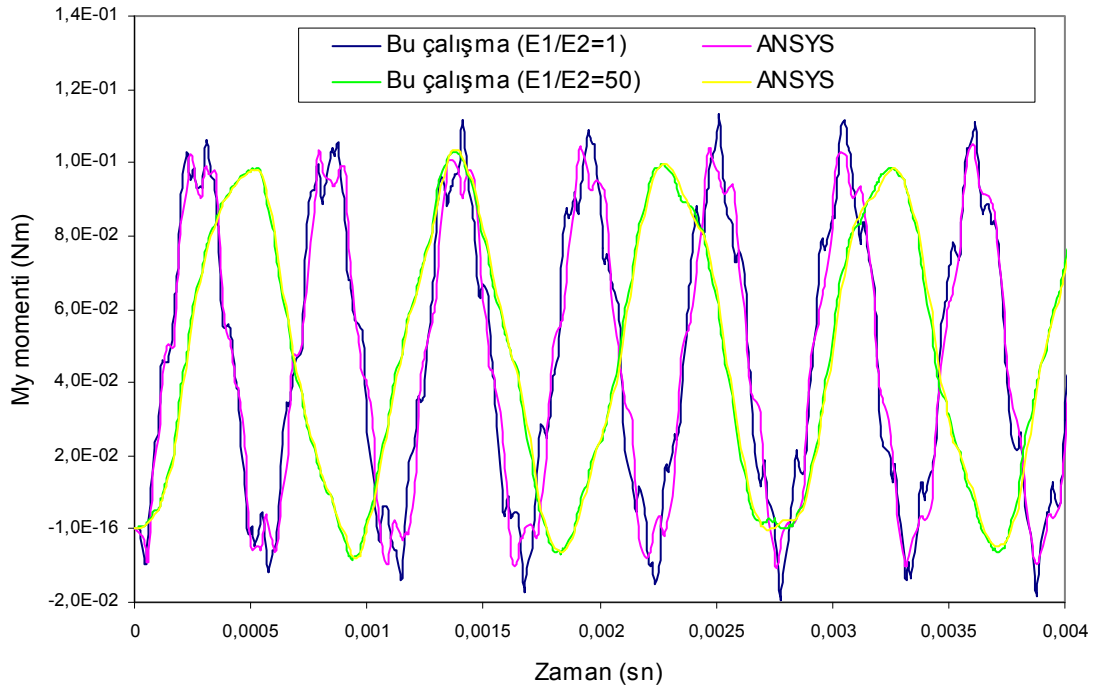
Serbest titreşim analizinden sonra zorlanmış titreşim analizi için çubuk elemana, z-doğrultusunda $P_0 = 1N$ şiddetinde adım tipi dinamik tekil yük uygulanmıştır. Dinamik yük, ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS), sınır şartlarında kompozit kirişin orta noktasına adım tipi dinamik tekil yük uygulanmaktadır. Şekil 4.13-4.20'de kesiti lineer değişen kompozit kirişin farklı sınır şartları ve kesit değişim parametreleri için deplasman ve eğilme momentinin zamanla değişimleri gösterilmektedir. Şekil 4.21-4.26'da ise kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin farklı sınır şartları ve kesit değişim parametreleri için deplasman ve eğilme momentinin zamanla değişimleri gösterilmektedir. İlgili tüm grafikler incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen tüm sonuçların sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile elde edilen sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir.

Kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişte, ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS) sınır şartlarında kesit değişim parametresi ve E_1/E_2 oranı arttıkça hem deplasman genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır (Şekil 4.13-4.20).

Kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişin tüm sınır şartlarında, E_1/E_2 oranı arttıkça deplasman genliği ve titreşim periyodu artmaktadır ve ayrıca kesit değişim parametresi (β) arttıkça deplasman genliği ve titreşim periyodu azalmaktadır (Şekil 4.21-4.26).

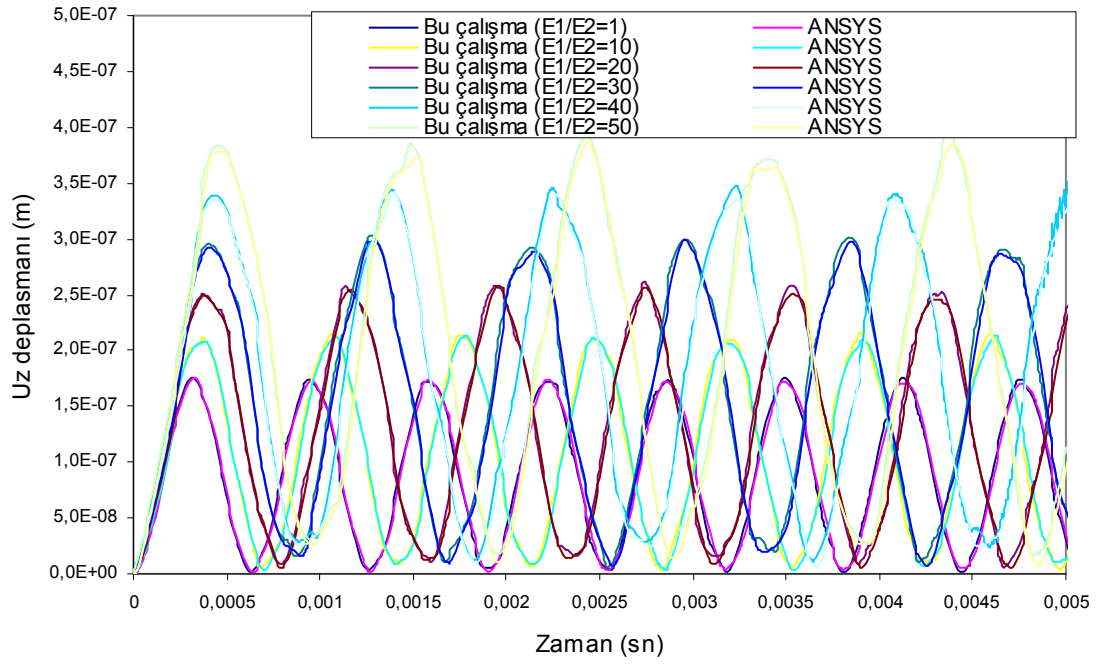


(a)

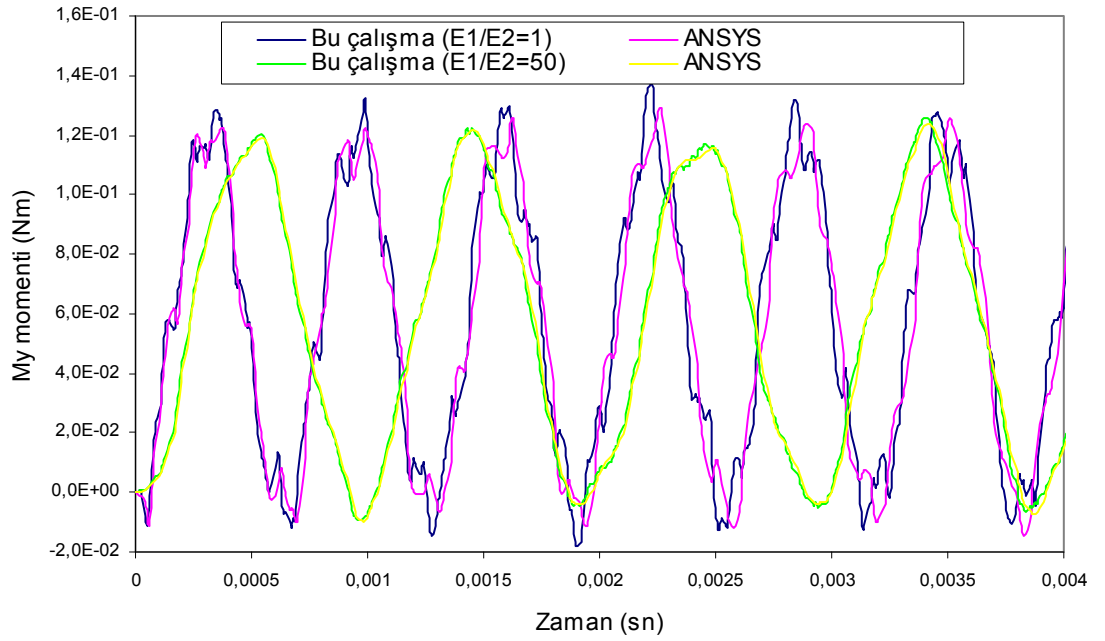


(b)

Şekil 4.13. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

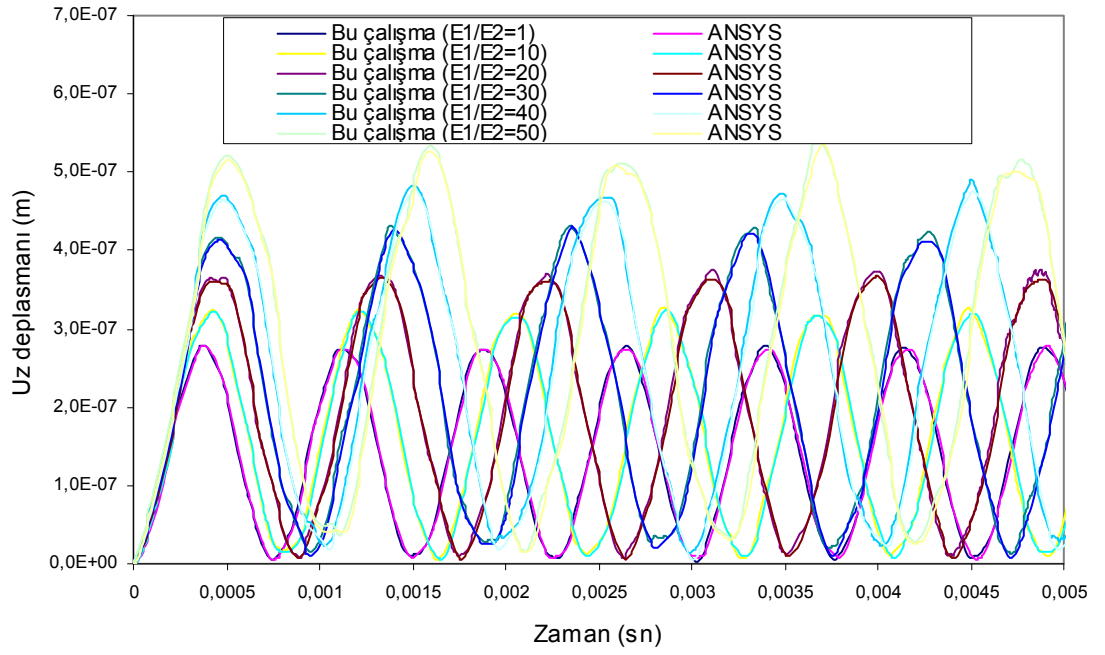


(a)

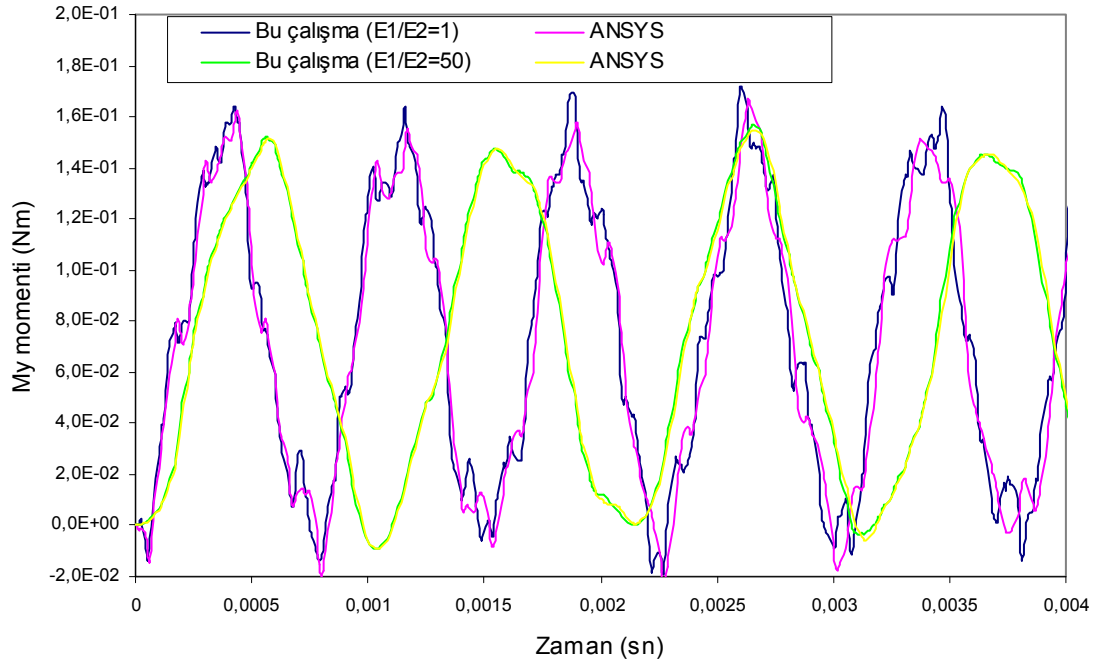


(b)

Şekil 4.14. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.25$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

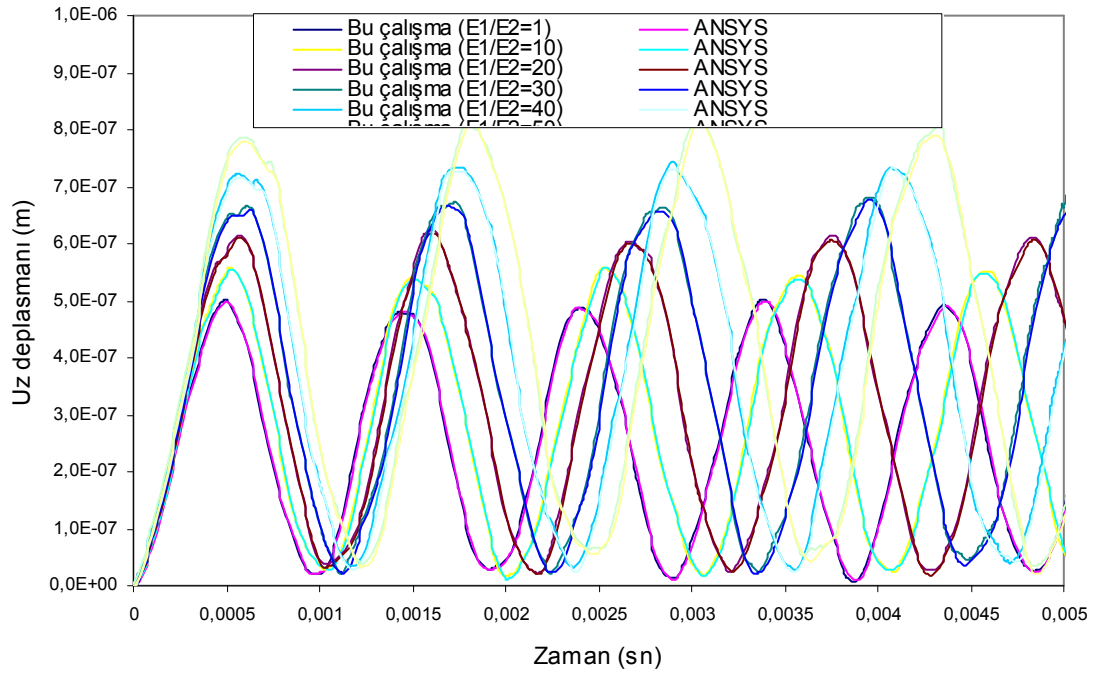


(a)

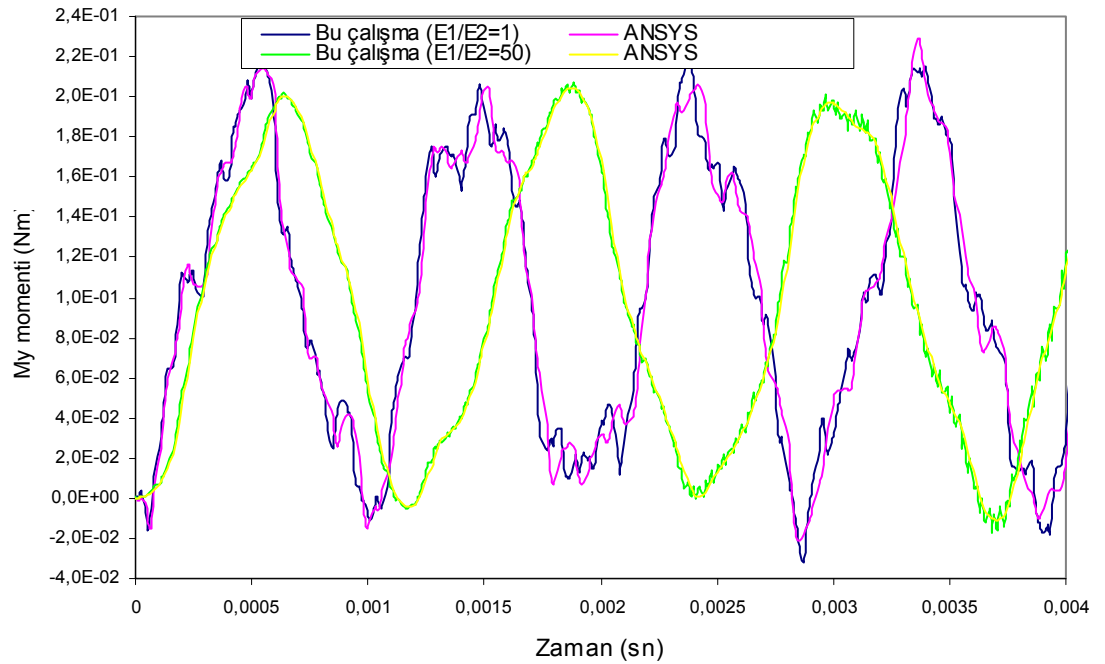


(b)

Şekil 4.15. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.50$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

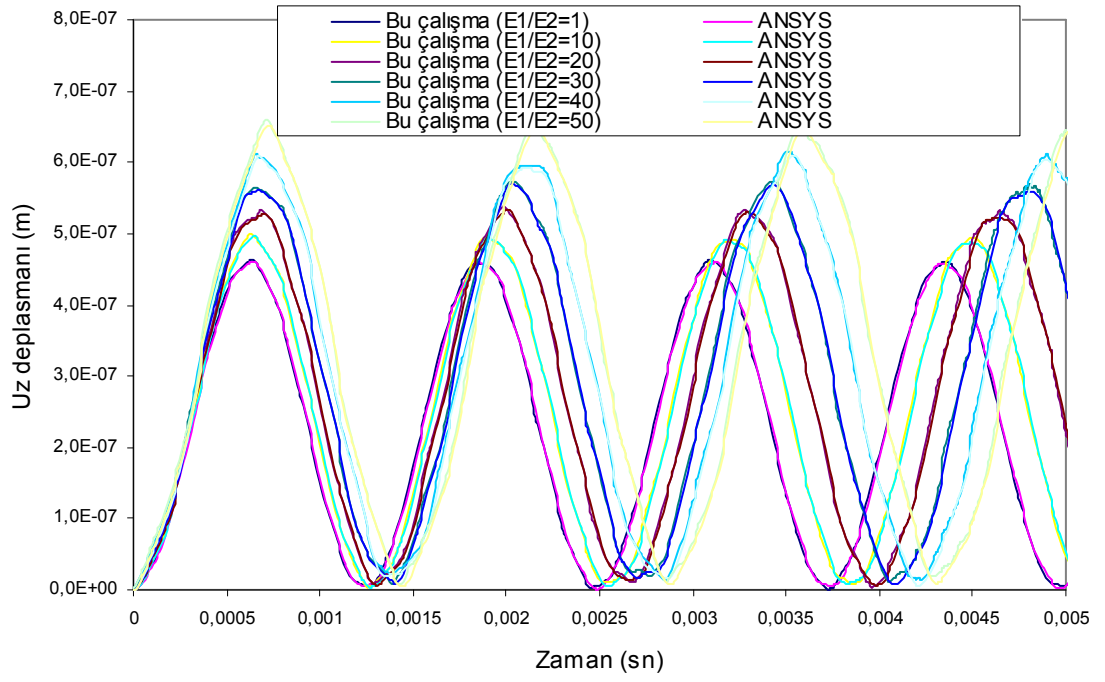


(a)

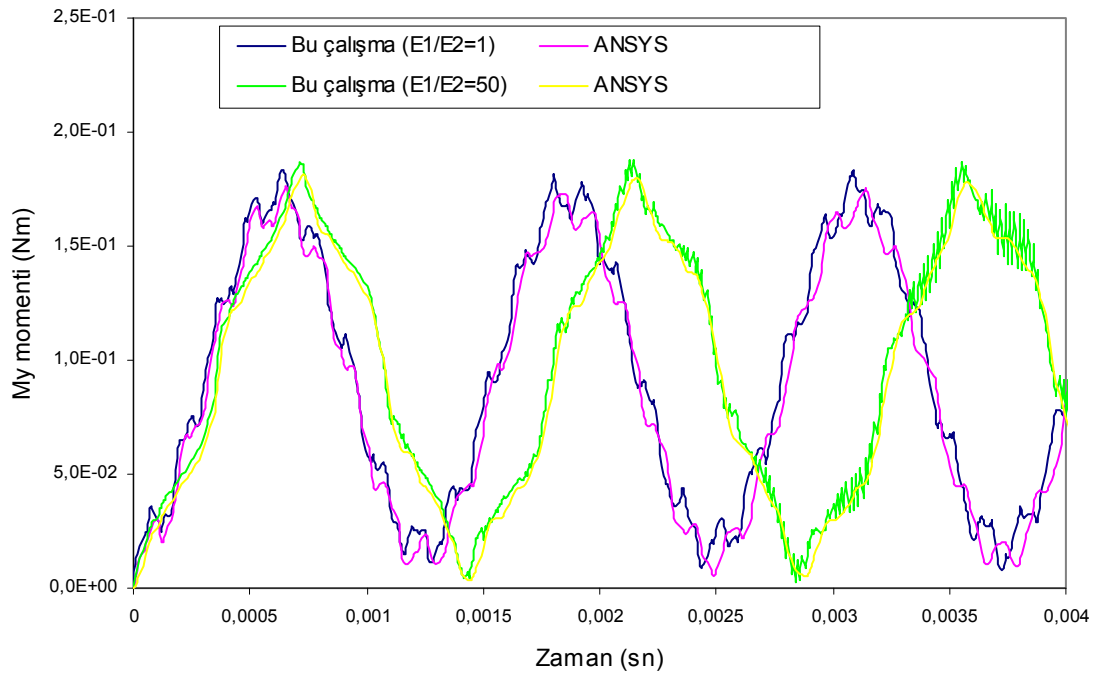


(b)

Şekil 4.16. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.75$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

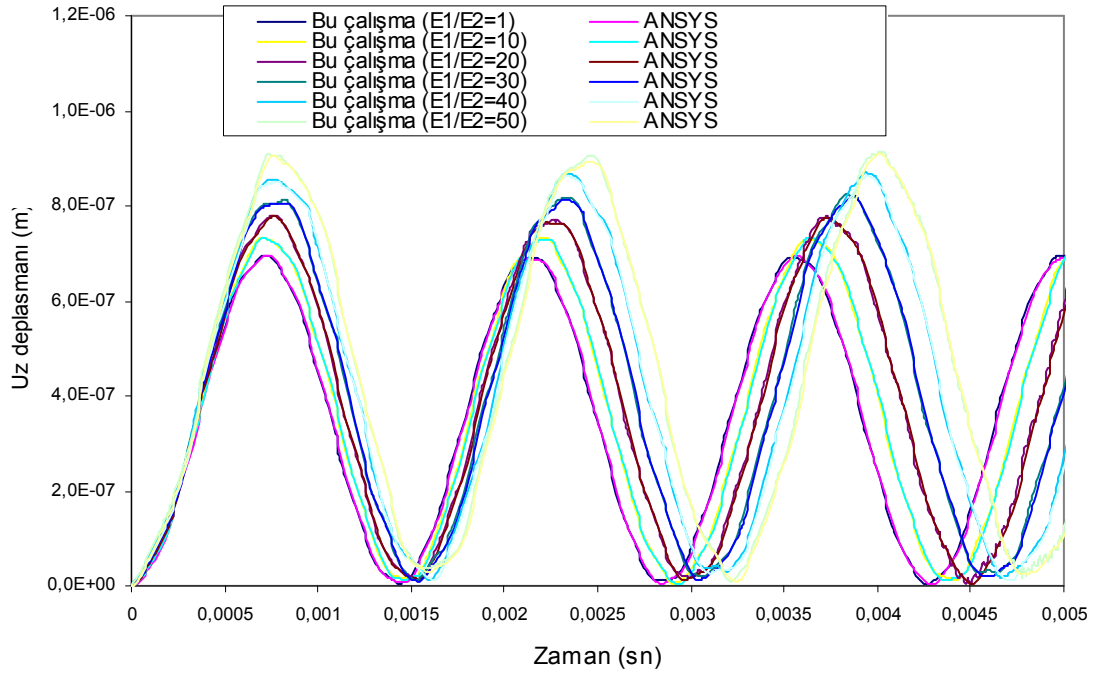


(a)

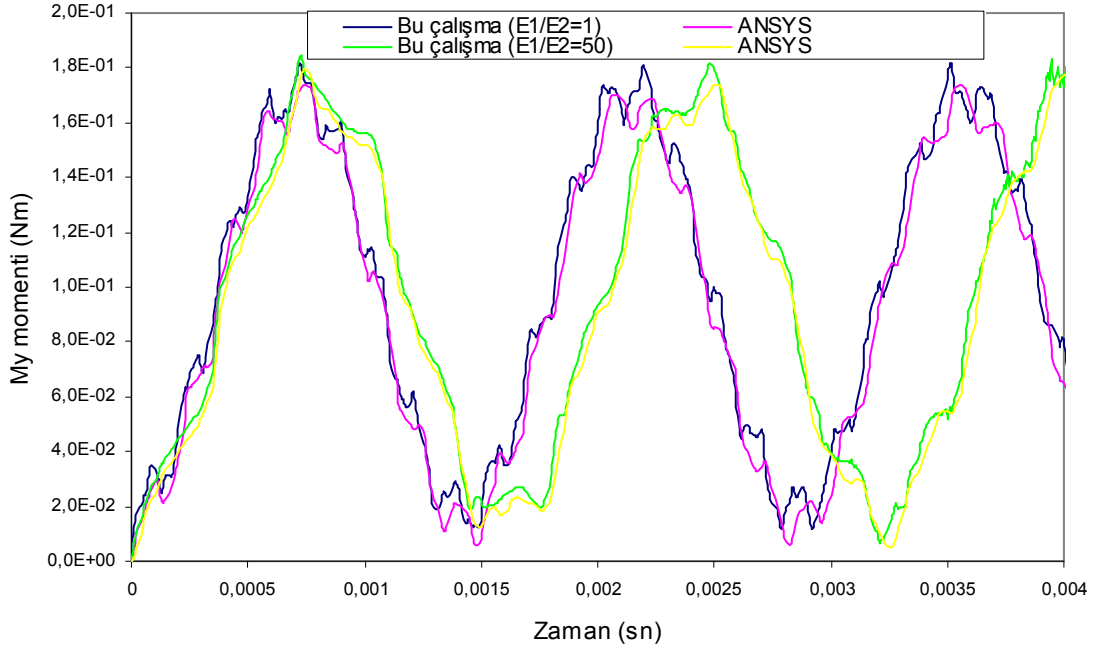


(b)

Şekil 4.17. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

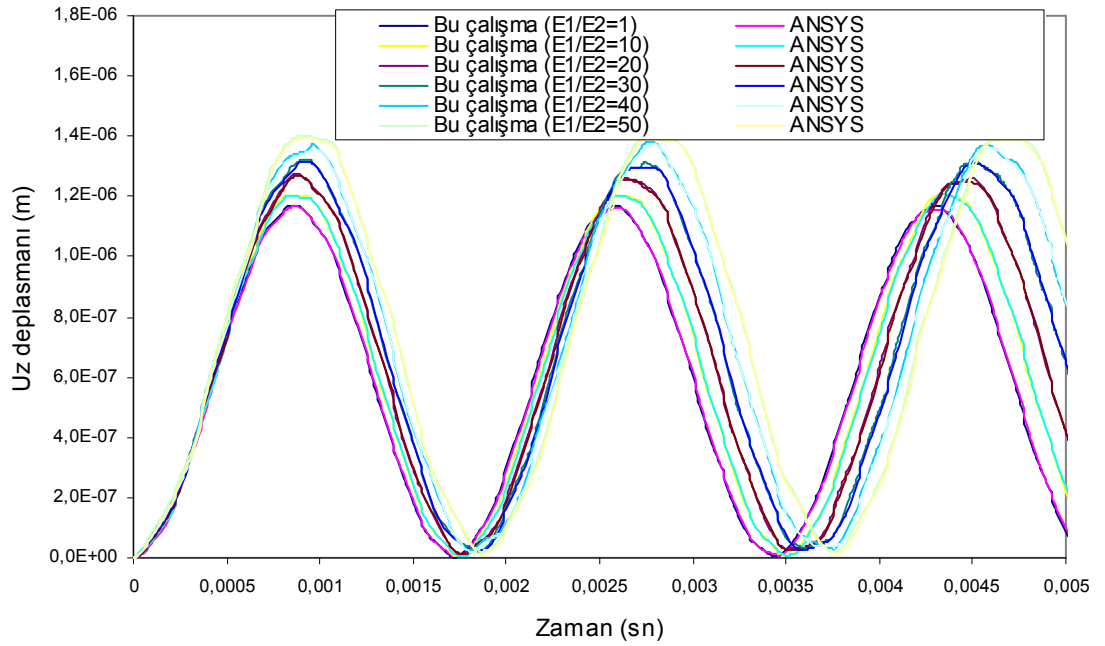


(a)

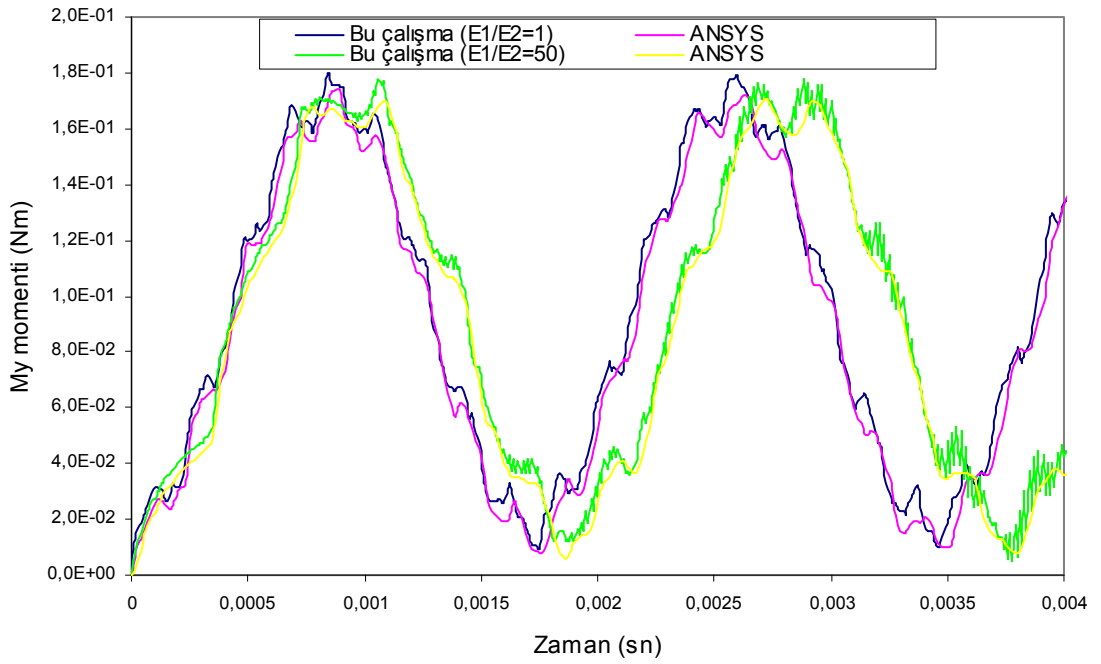


(b)

Şekil 4.18. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.25$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

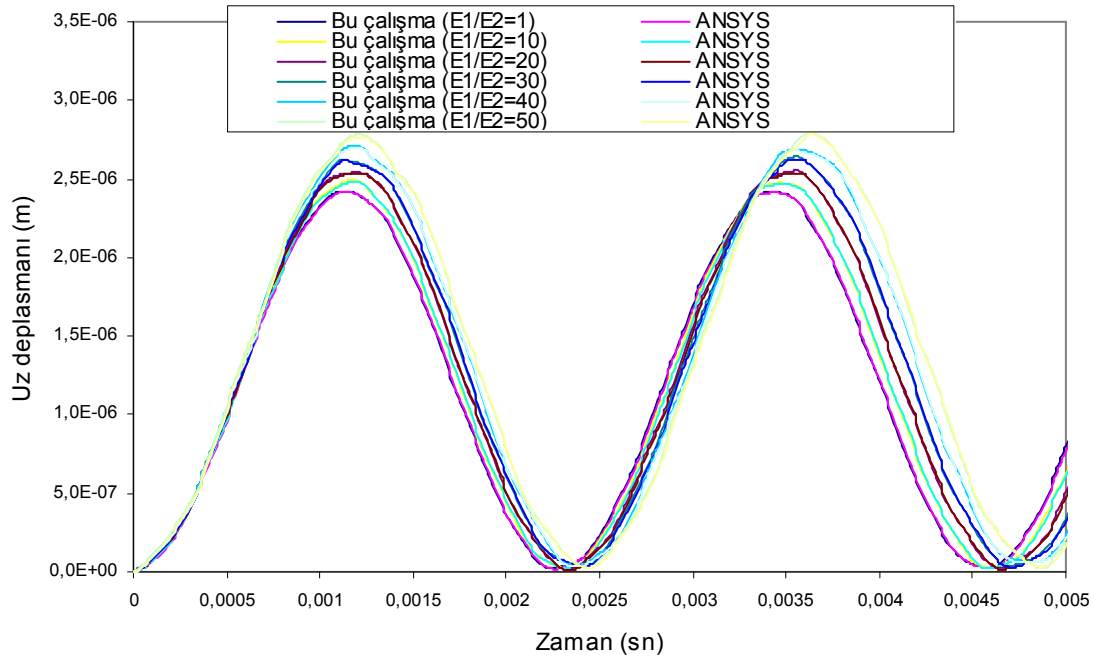


(a)

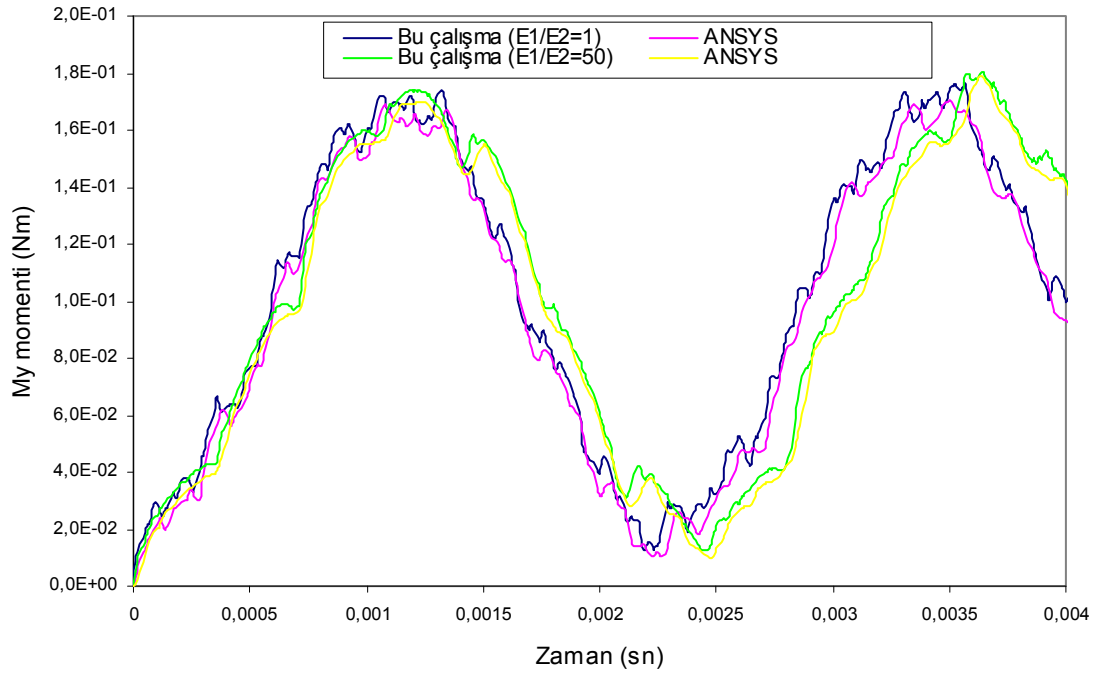


(b)

Şekil 4.19. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.50$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

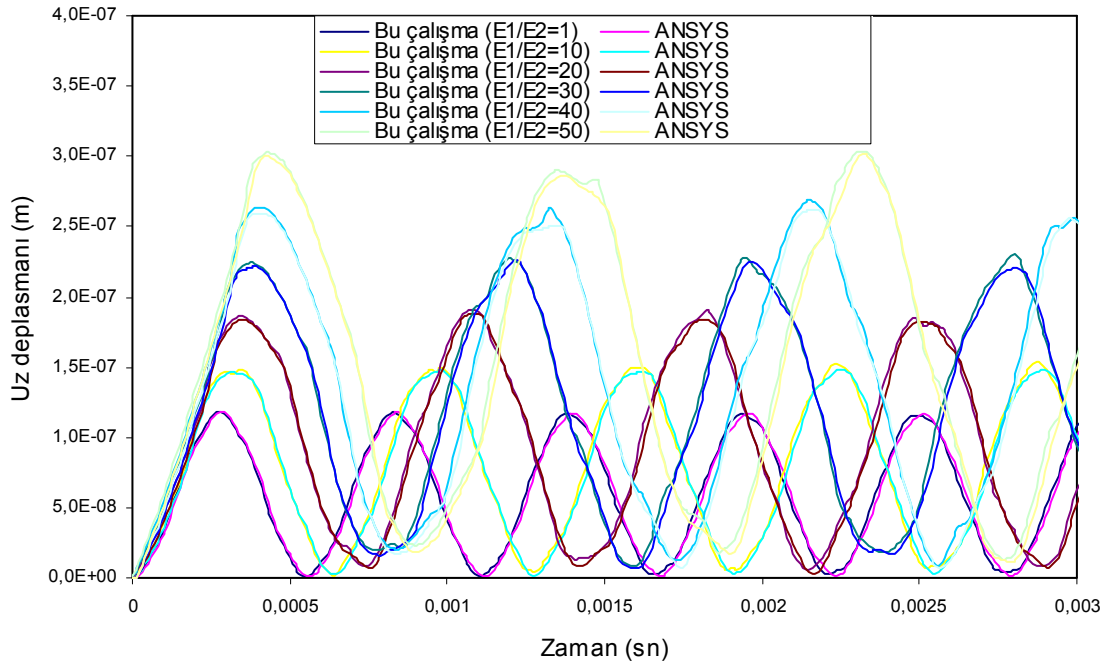


(a)

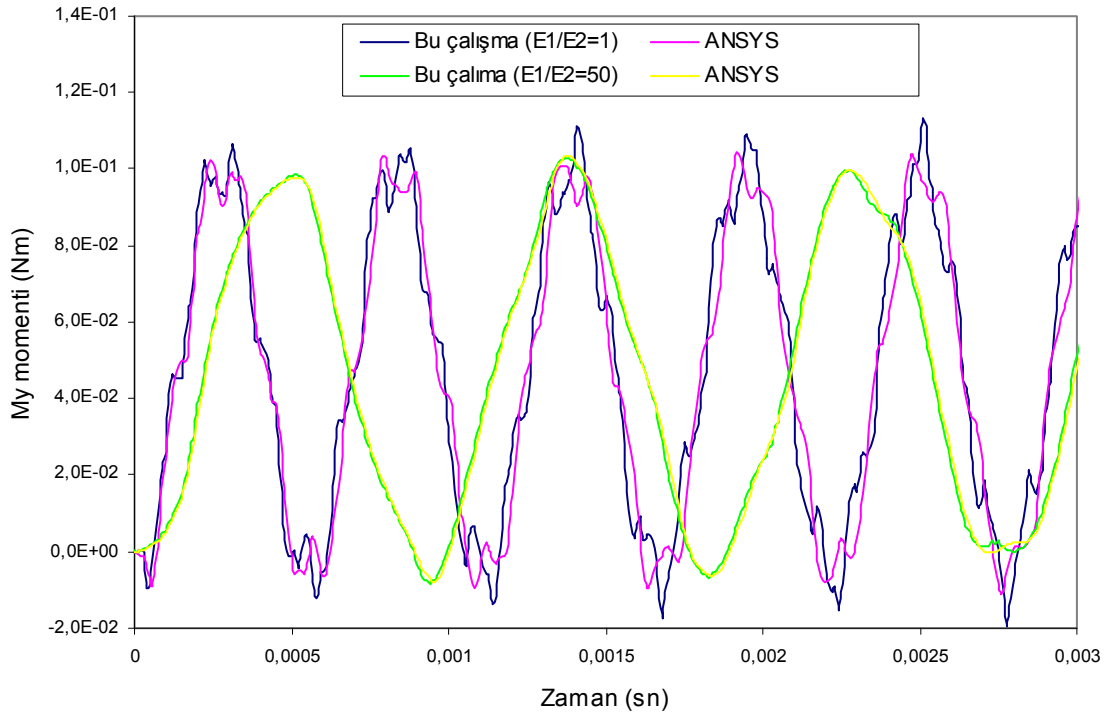


(b)

Şekil 4.20. (a) Kesiti lineer değişen ($\beta=0.75$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

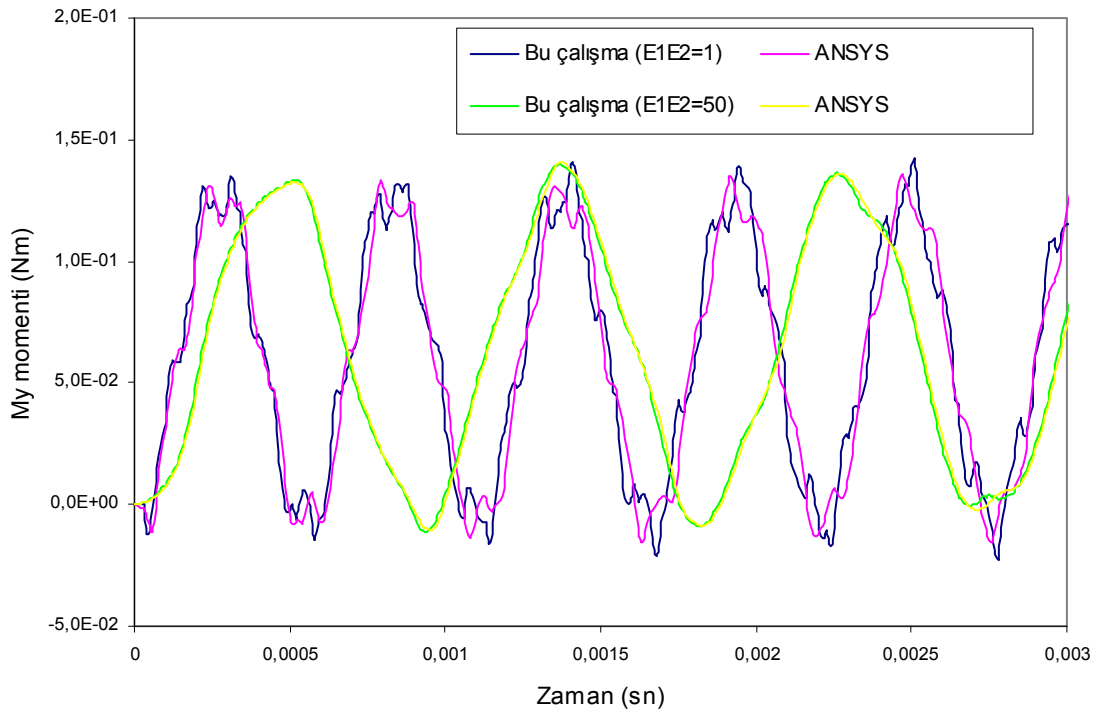
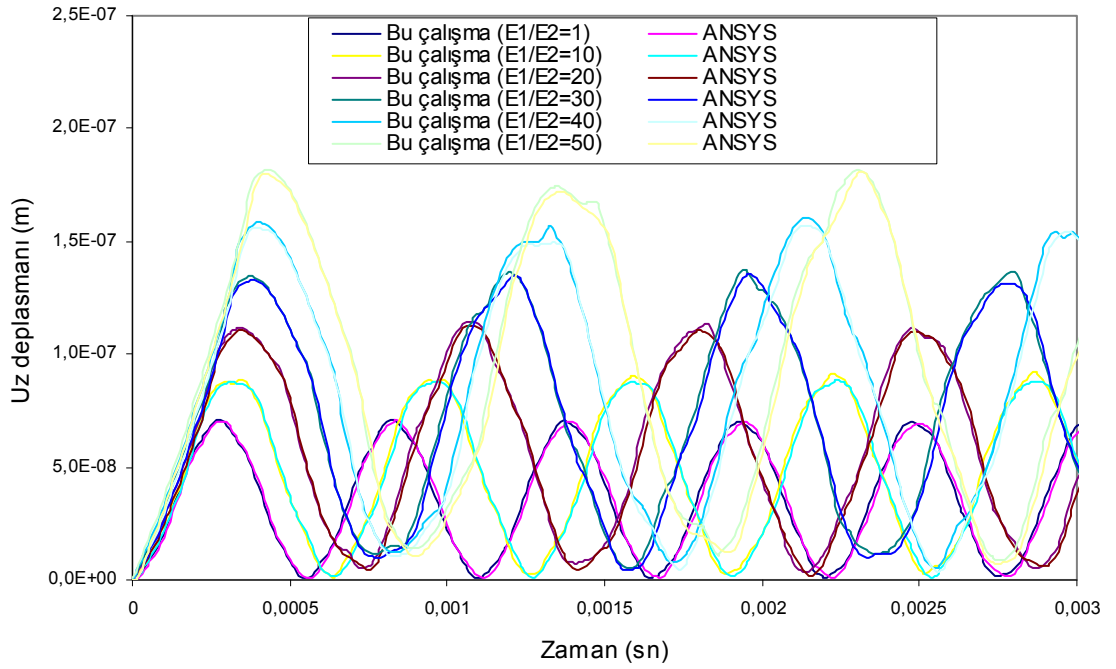


(a)

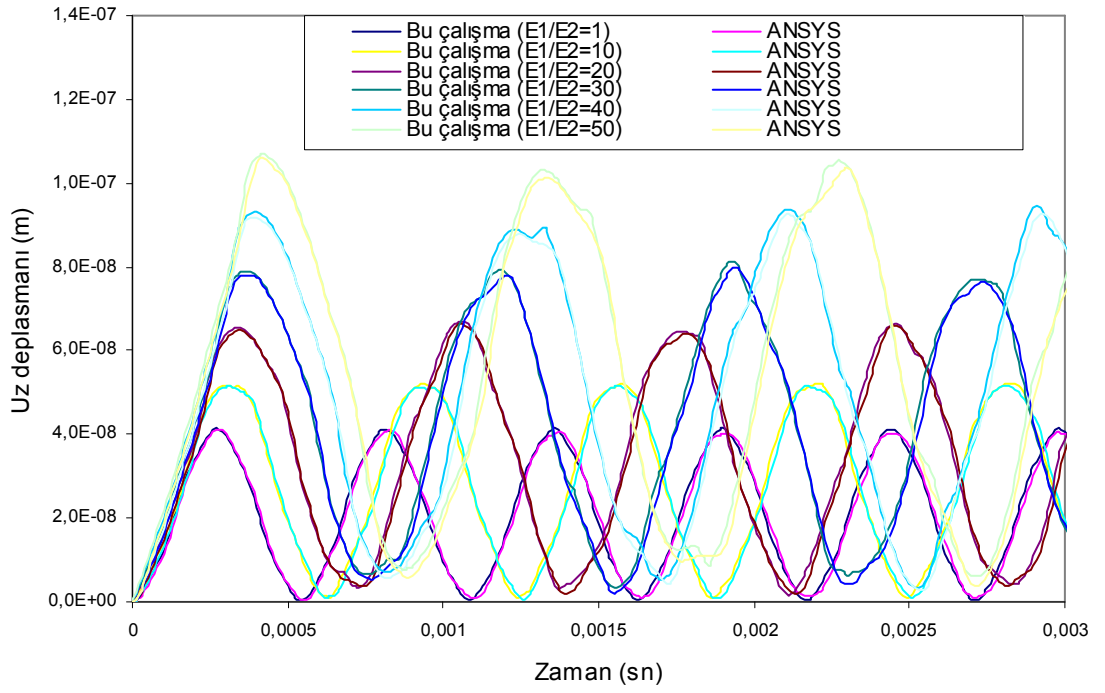


(b)

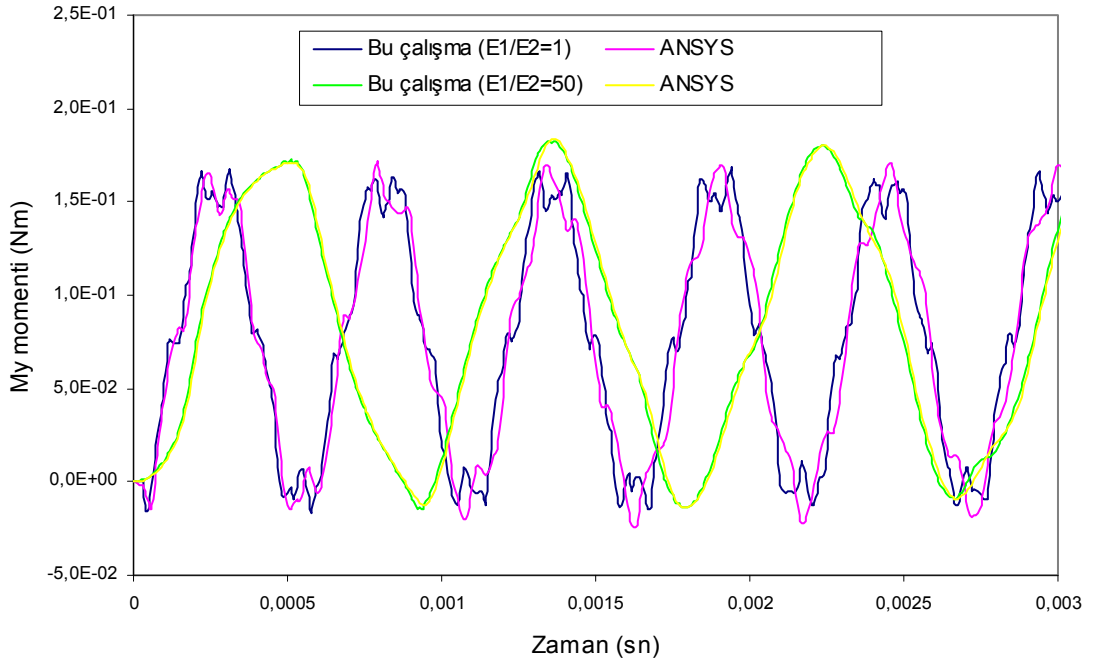
Şekil 4.21. (a) Kesiti eksponansiyel değişen ($\beta=0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)



Şekil 4.22. (a) Kesiti eksponansiyel değişen ($\beta=1$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

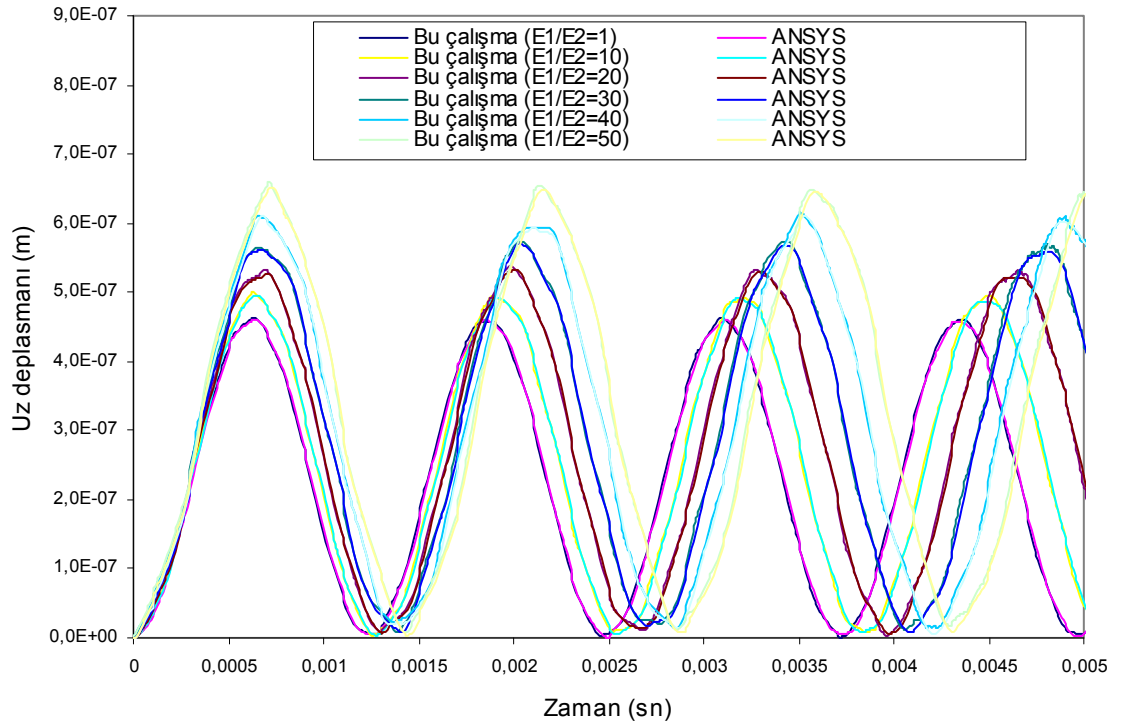


(a)

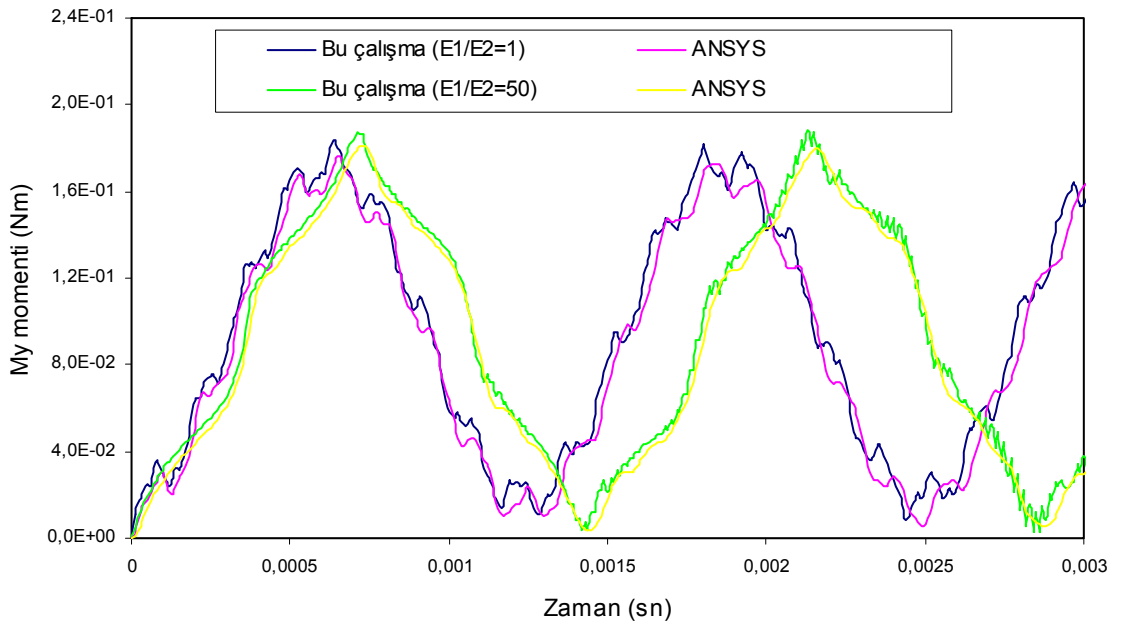


(b)

Şekil 4.23. (a) Kesiti eksponansiyel değişen ($\beta=2$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin ankastre ucundaki eğilme momentinin zamanla değişimi (AA)

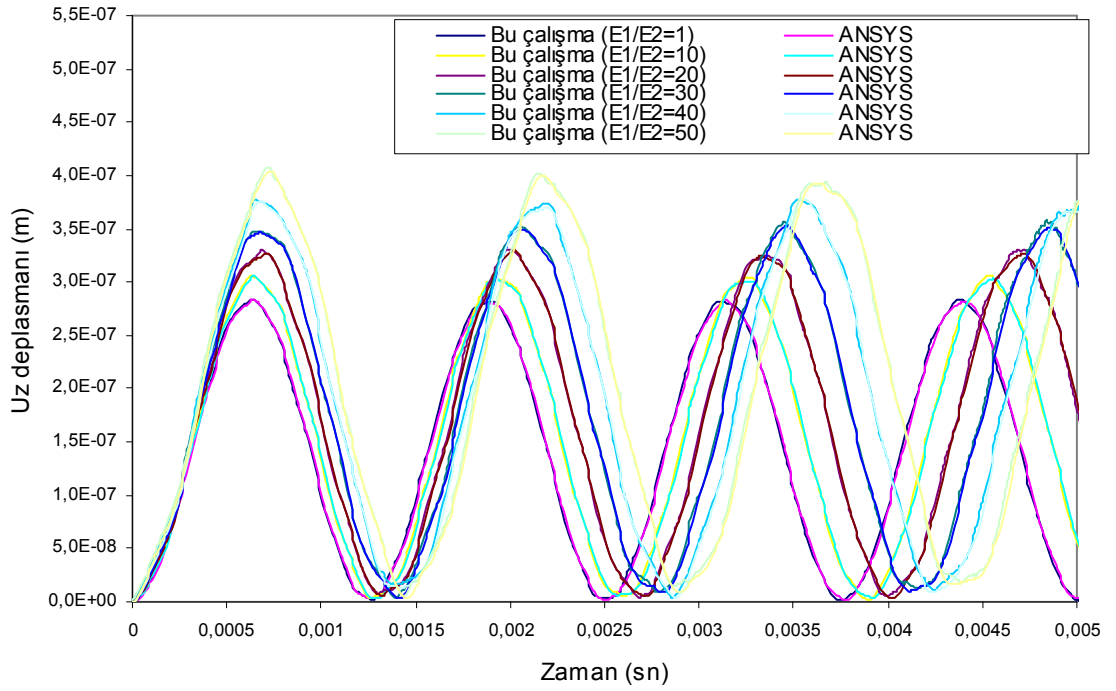


(a)

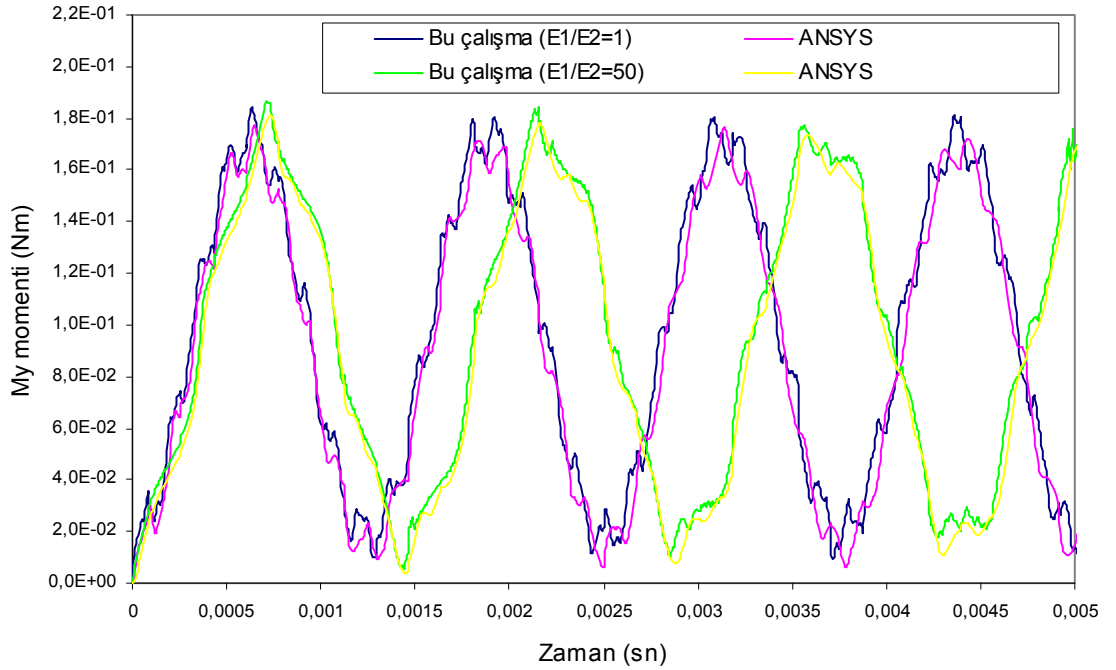


(b)

Şekil 4.24. (a) Kesiti exponansiyel değişen ($\beta=0$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

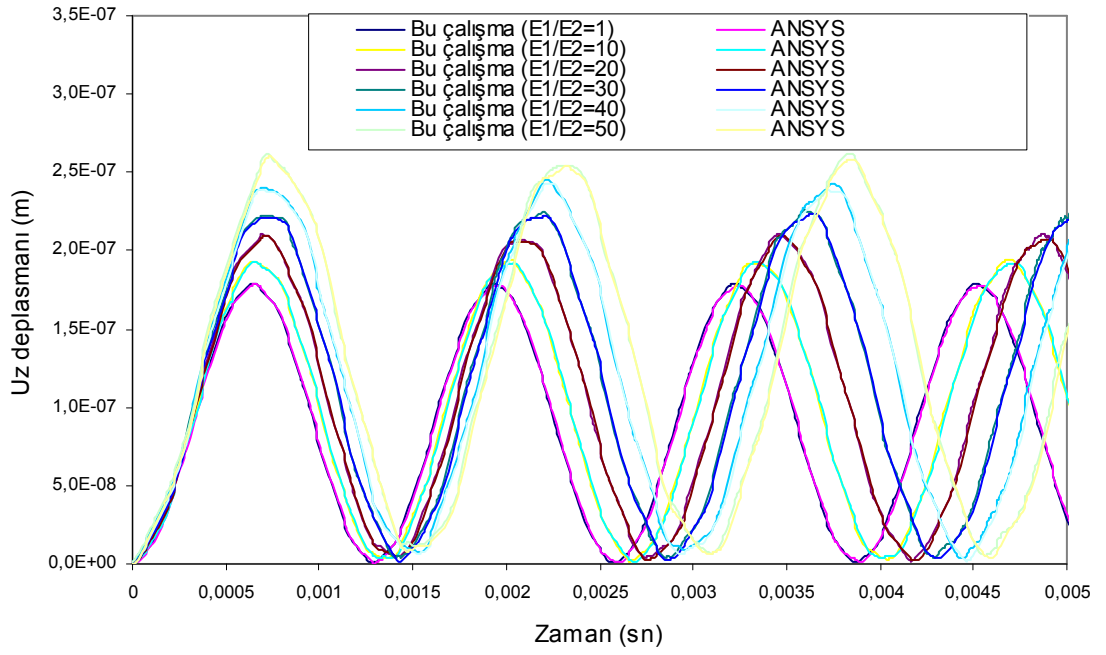


(a)

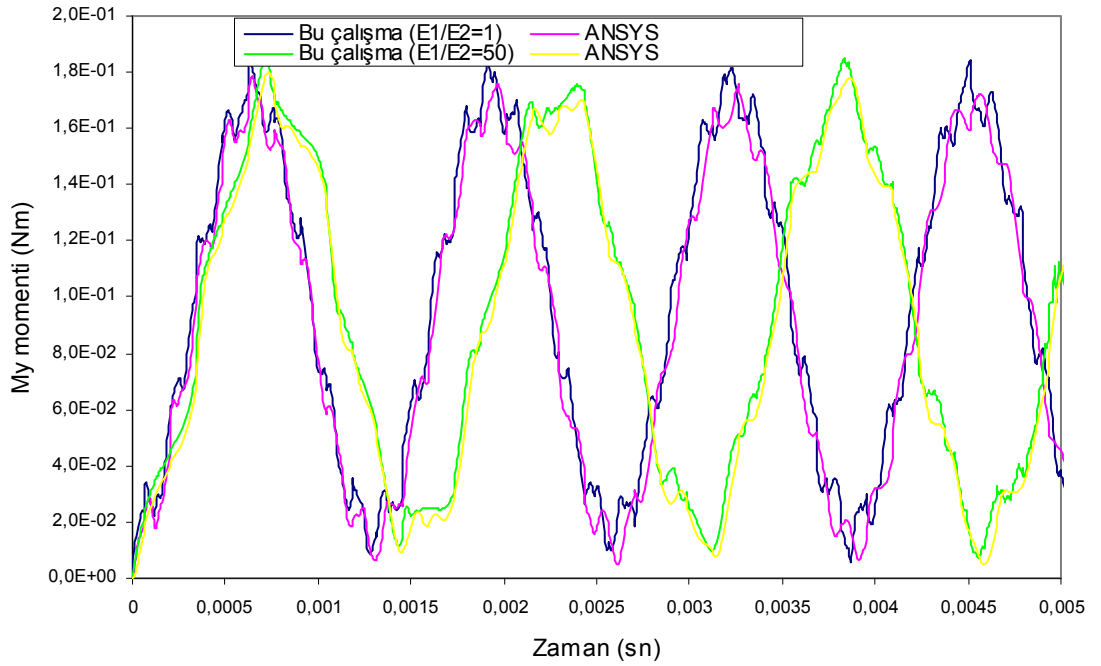


(b)

Şekil 4.25. (a) Kesiti eksponansiyel değişen ($\beta=1$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)



(a)

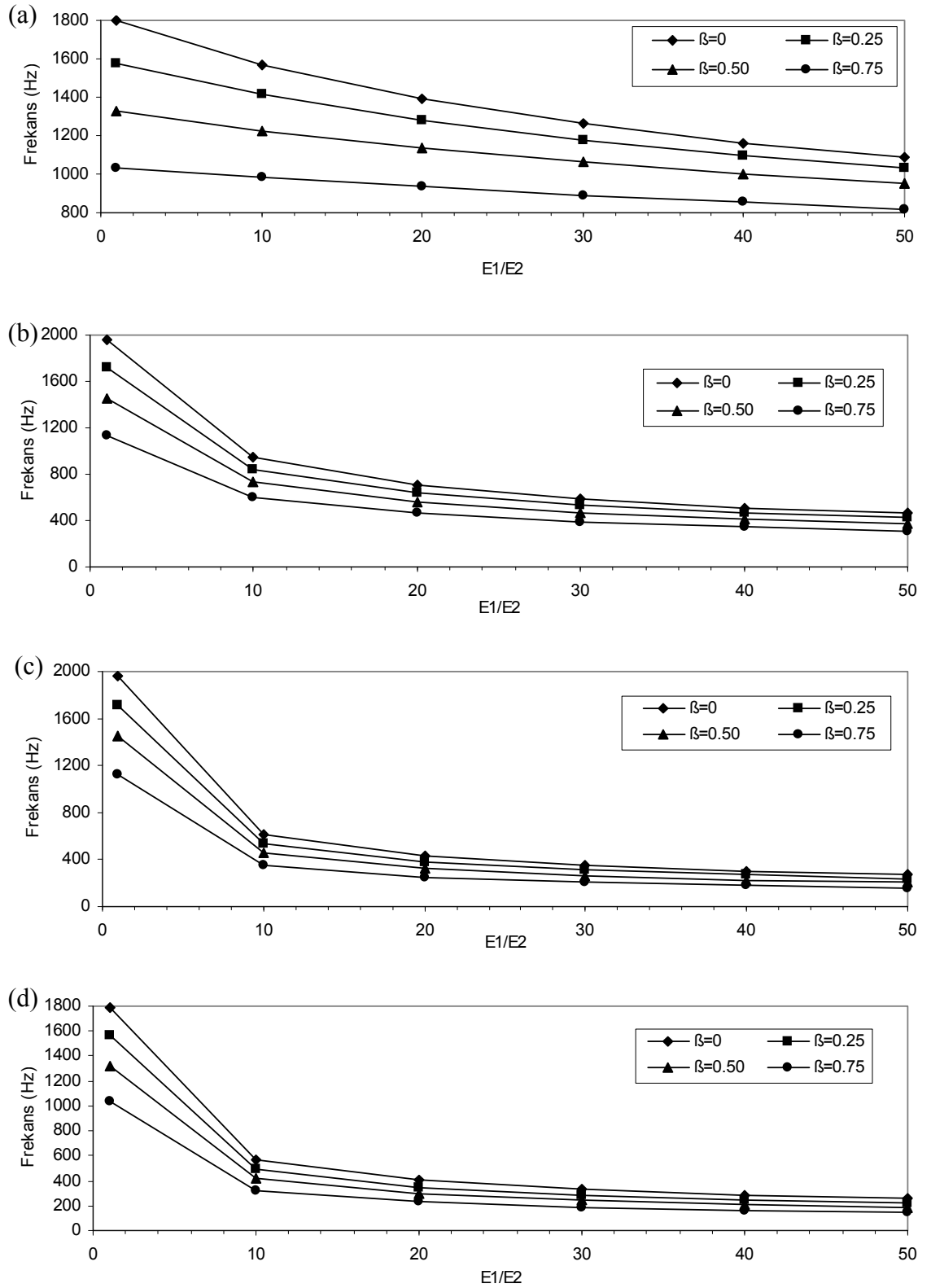


(b)

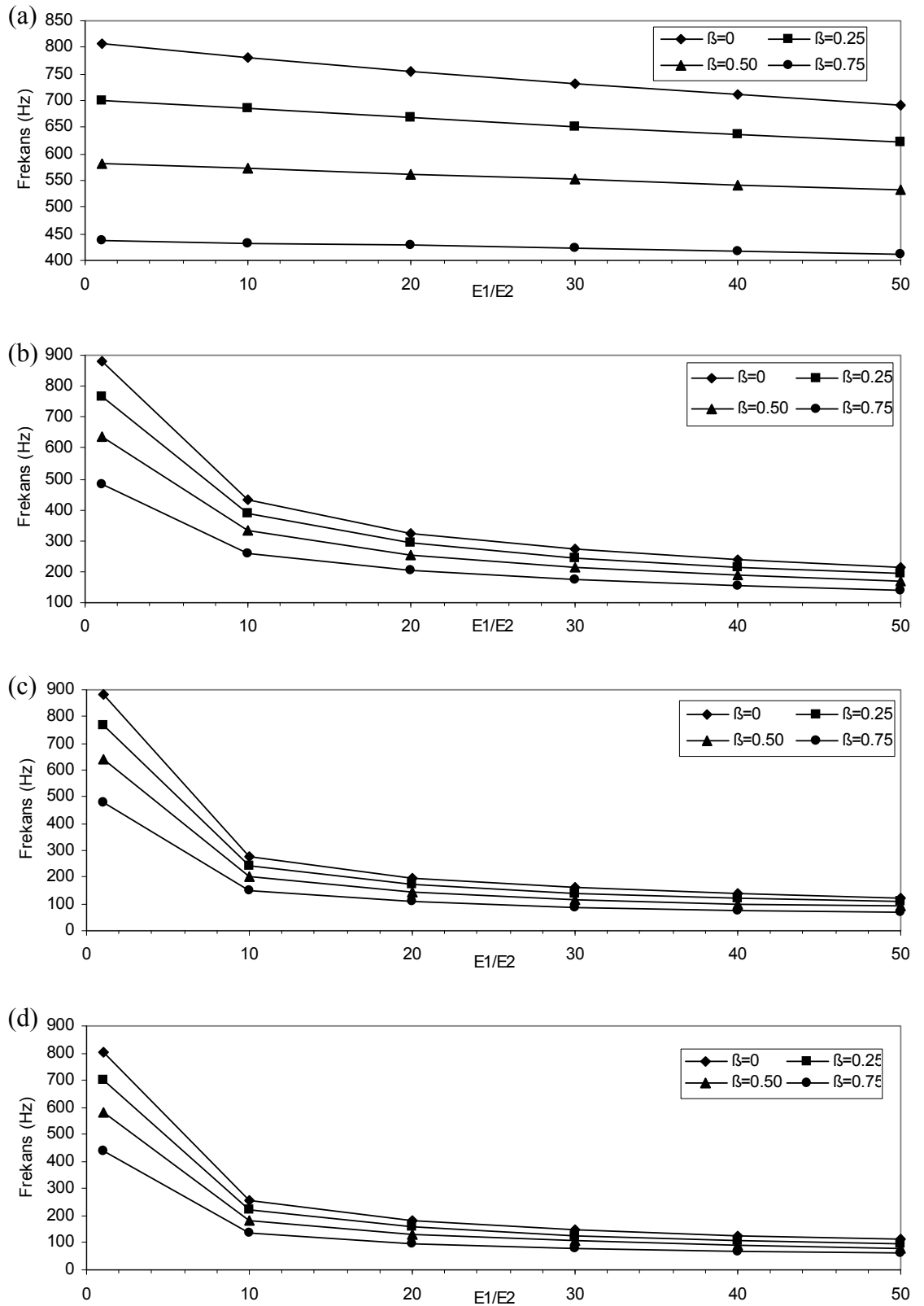
Şekil 4.26. (a) Kesiti eksponansiyel değişen ($\beta=2$) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi; (b) Kompozit kirişin orta noktasındaki eğilme momentinin zamanla değişimi (SS)

Aynı problem, kesiti üç tabakadan oluşan ($\theta/\theta/\theta$) farklı sınır şartları ve E_1/E_2 oranları için tekrar ele alınmıştır. Tabaka açıları $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ alınmıştır. Kesit yüksekliği lineer değişen kesit için elde edilen temel frekans değerleri grafik formda Şekil 4.27-4.28'de verilmektedir. Kesit genişliği exponansiyel değişen kesit için ise Şekil 4.29-4.30'da verilmektedir. E_1/E_2 oranı arttıkça, temel frekans değerleri azaldığı görülmektedir.

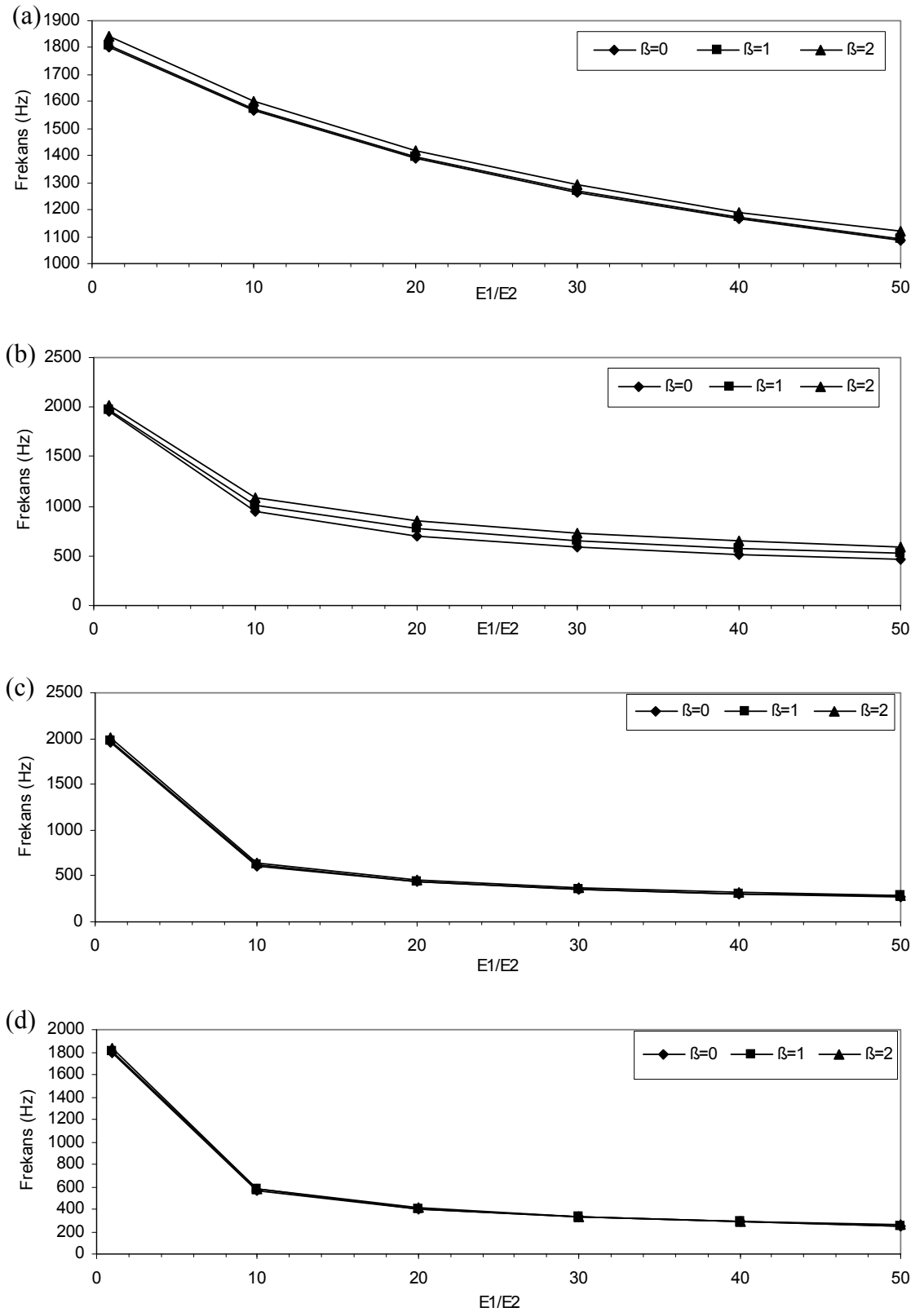
Zorlanmış titreşim analizi için daha önceki örneklerde uygulanan dinamik yük tipi ve şiddeti uygulanmıştır. Tüm sınır şartlarında, kesit değişim parametresi, tabaka açısı ve E_1/E_2 oranlarının dinamik davranışa etkisi incelenmiştir. Kesit yüksekliği lineer değişen ve kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait deplasmanın zamanla değişimleri Şekil 4.31-4.42'de verilmektedir. Tüm sınır şartlarında $E_1/E_2 = 1$ oranı için tabaka açısının değişimi ciddi anlamda dinamik davranışı etkilememiştir. Ancak, $E_1/E_2 = 50$ oranında, tabaka açısının artması deplasman genliği ve titreşim periyodunu arttırmaktadır.



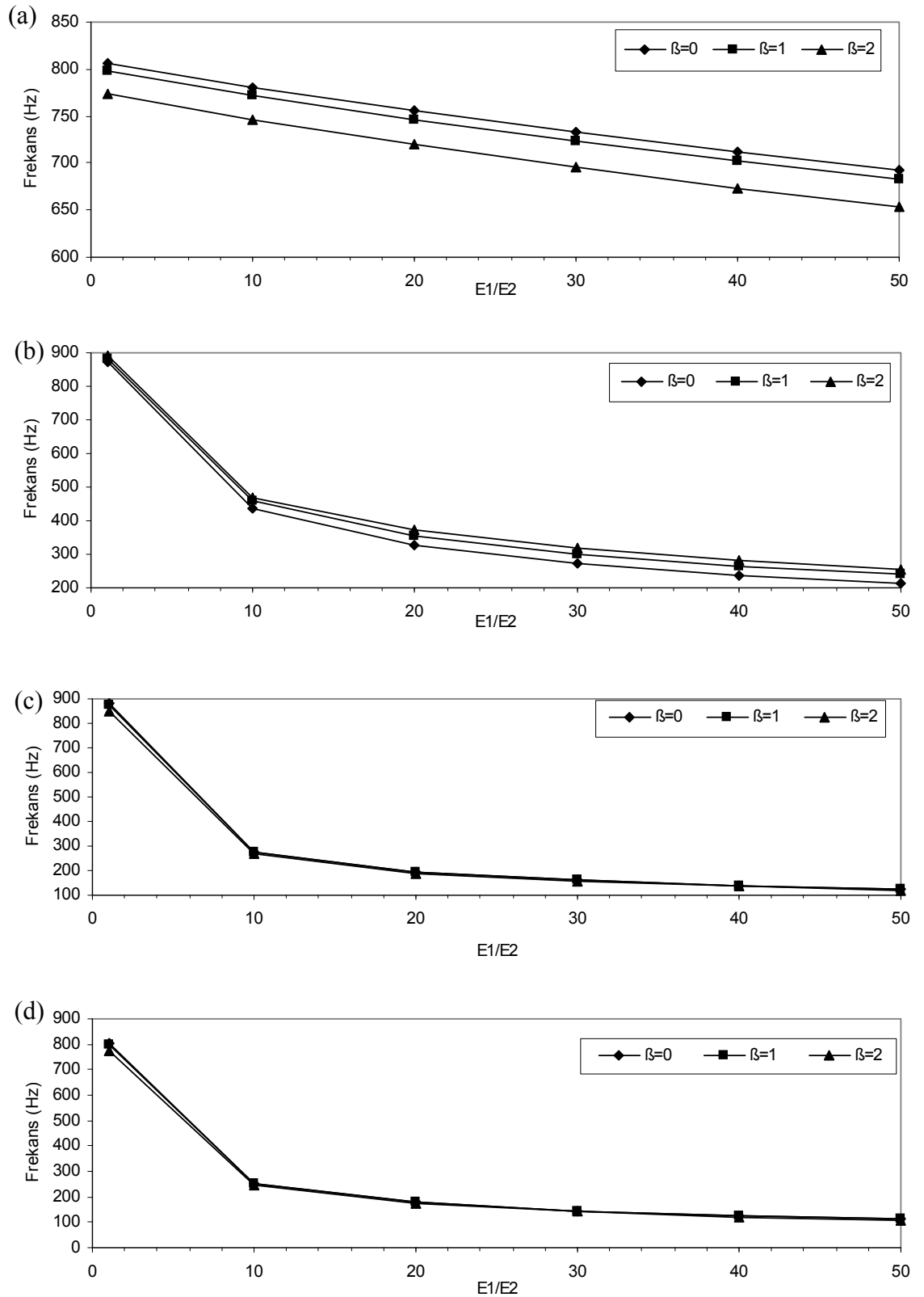
Şekil 4.27. İki ucu ankastre (AA) kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 30^\circ$, c) $\theta = 60^\circ$, d) $\theta = 90^\circ$



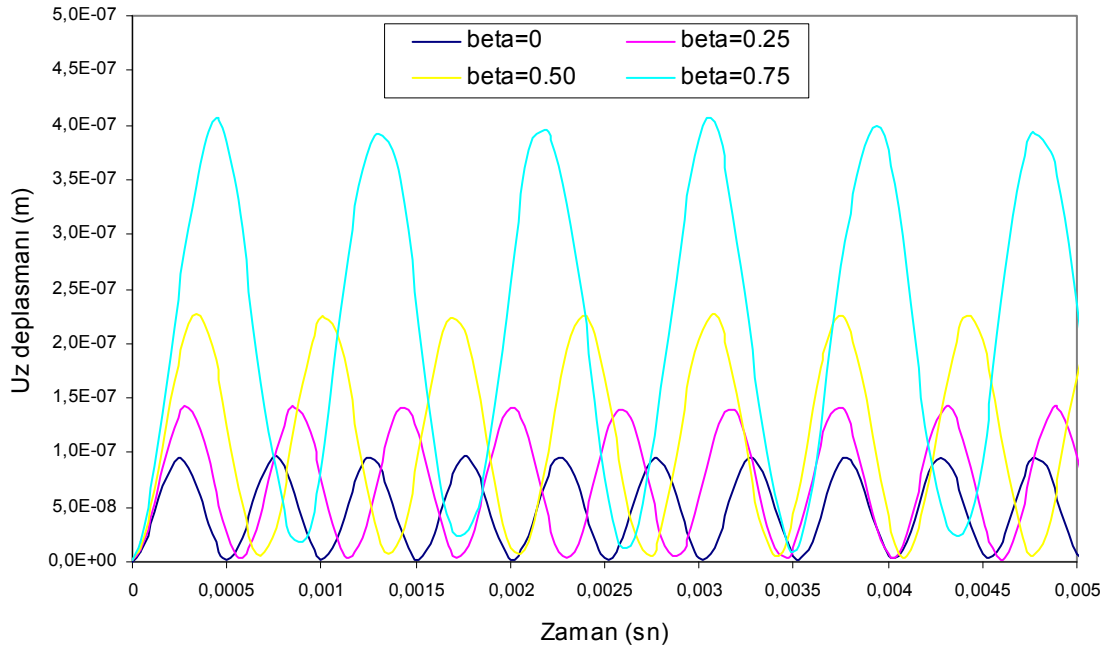
Şekil 4.28. İki ucu sabit mesnetli (SS) kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 30^\circ$, c) $\theta = 60^\circ$, d) $\theta = 90^\circ$



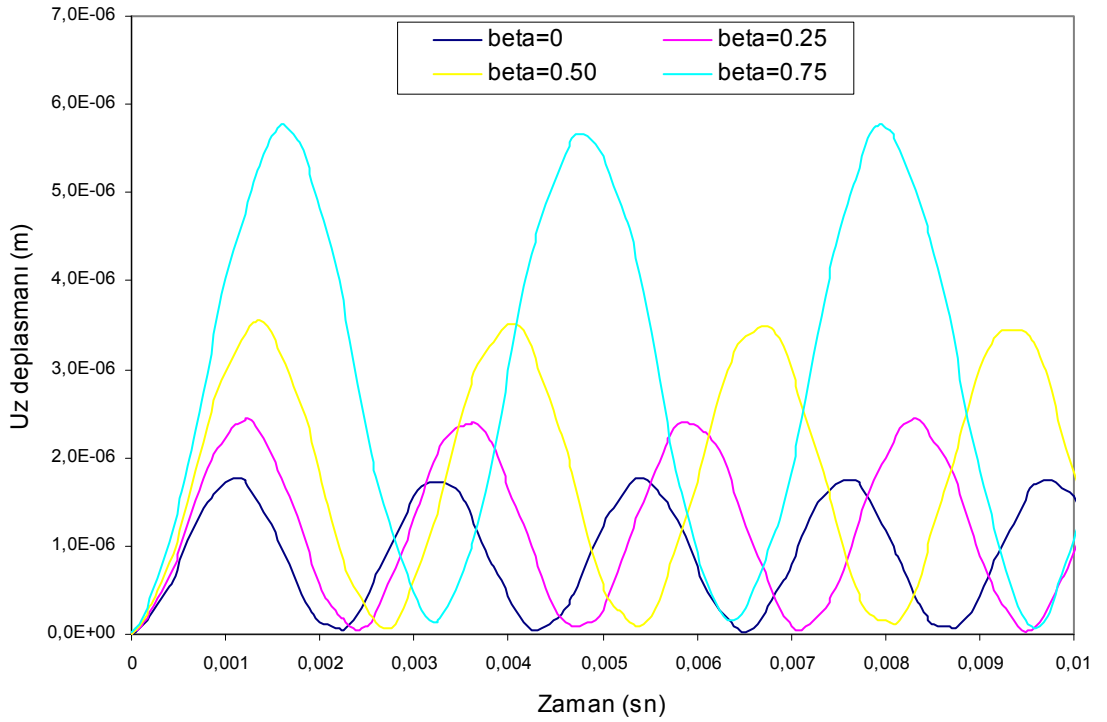
Şekil 4.29. İki ucu ankastre mesnetli (AA) kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 30^\circ$, c) $\theta = 60^\circ$, d) $\theta = 90^\circ$



Şekil 4.30. İki ucu sabit mesnetli (SS) kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişin temel frekansları a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 30^\circ$, c) $\theta = 60^\circ$, d) $\theta = 90^\circ$

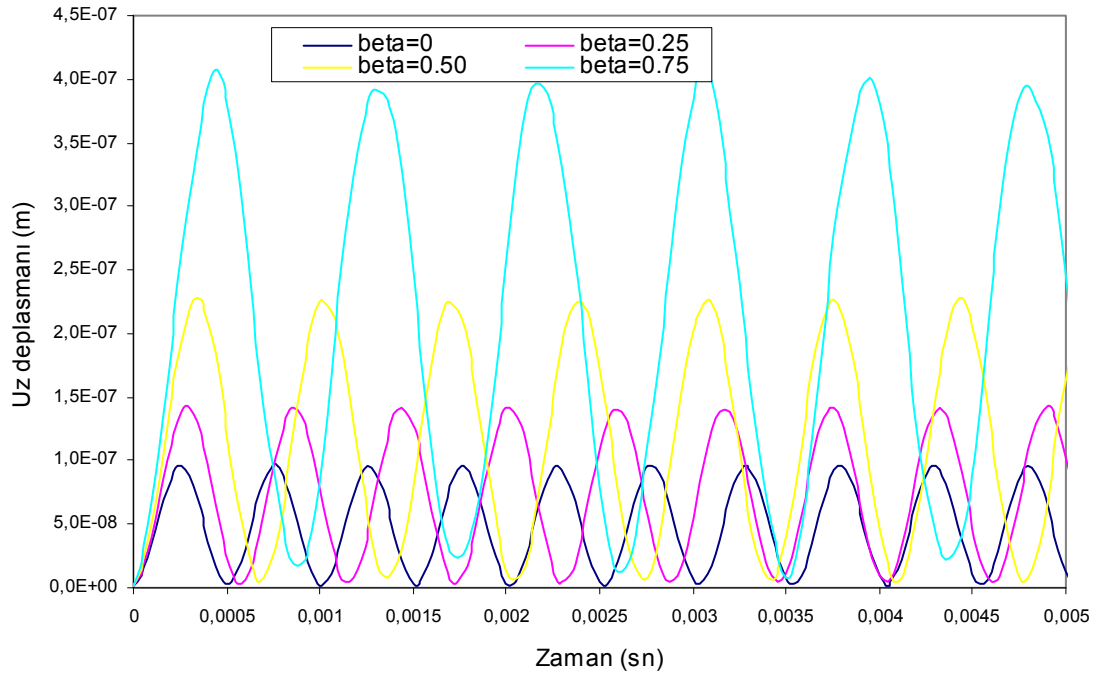


(a)

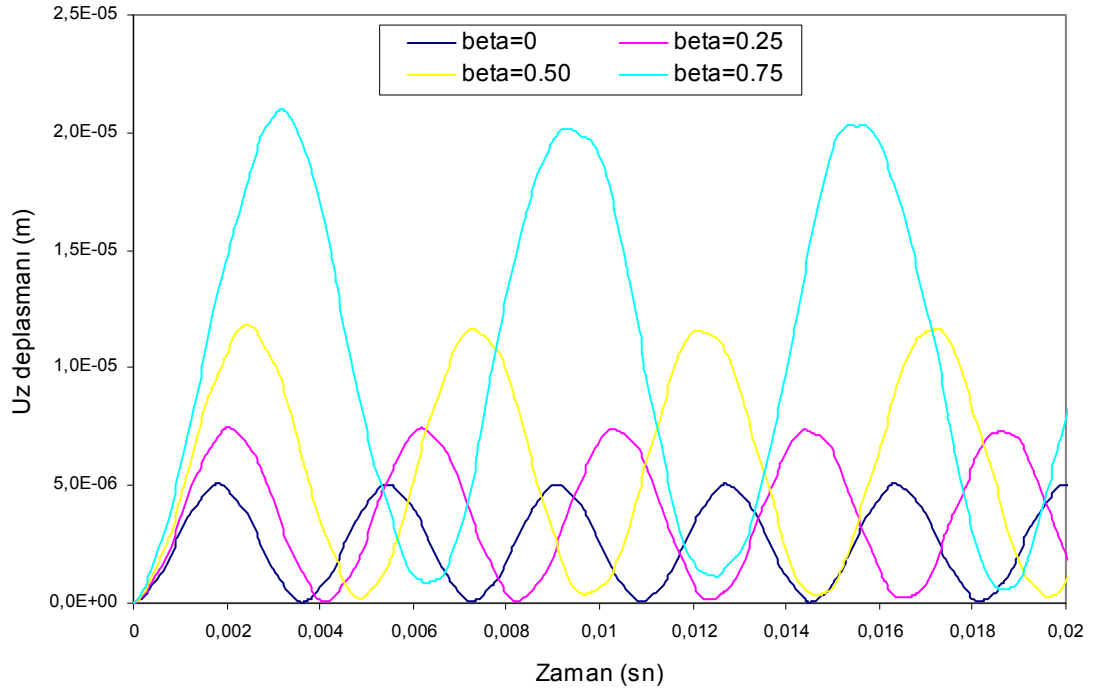


(b)

Şekil 4.31. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

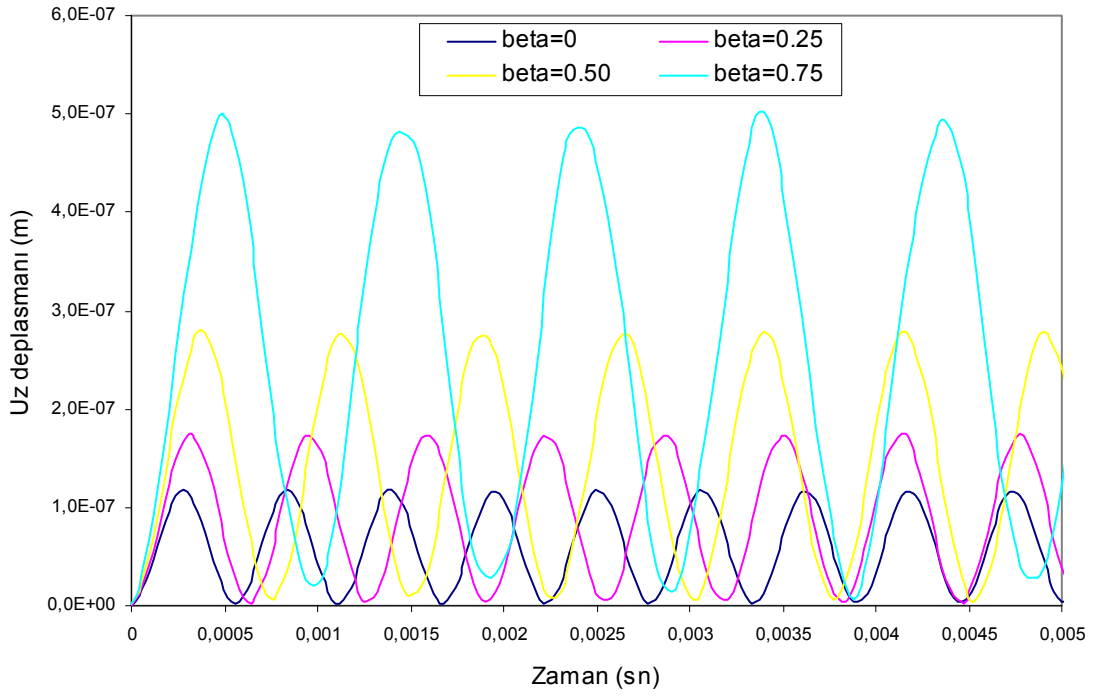


(a)

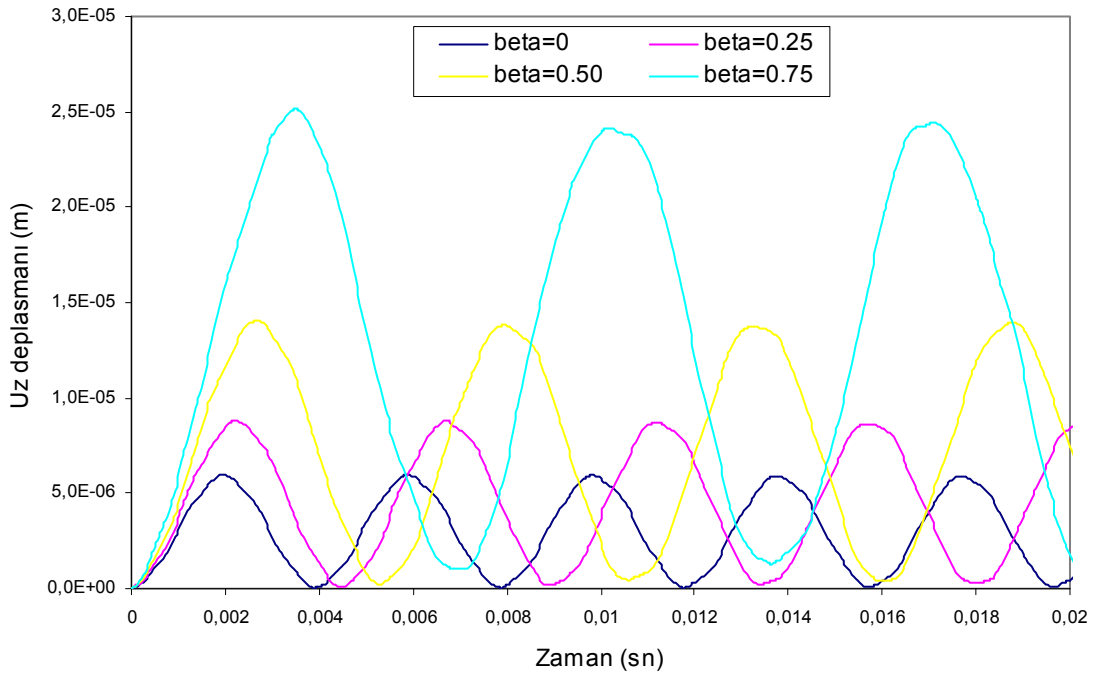


(b)

Şekil 4.32. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

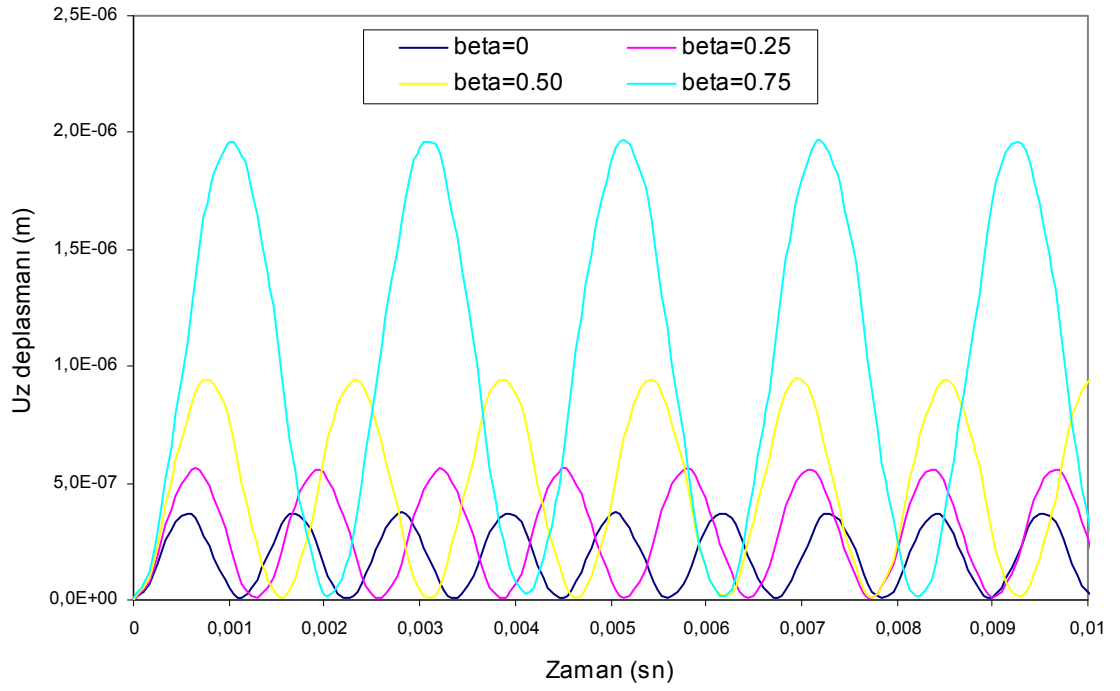


(a)

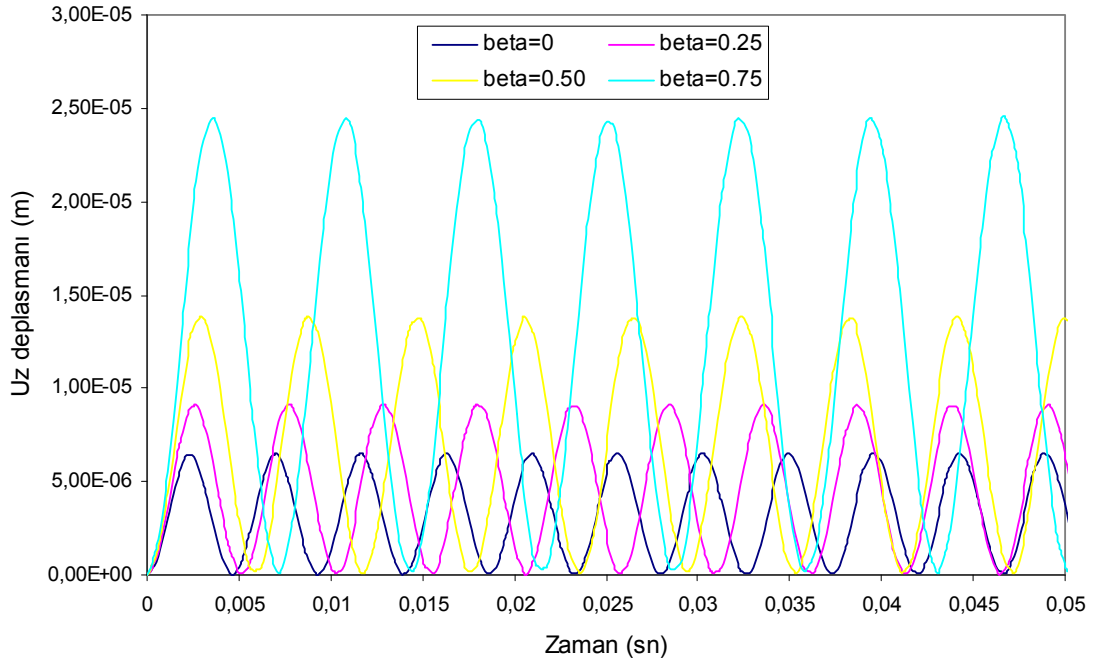


(b)

Şekil 4.33. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

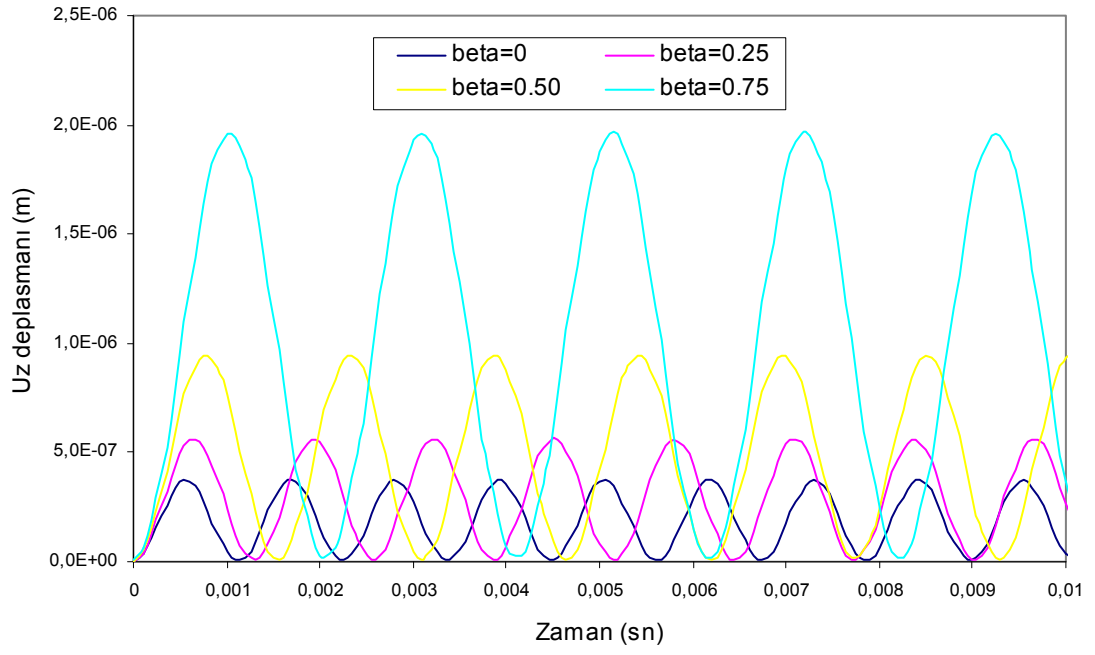


(a)

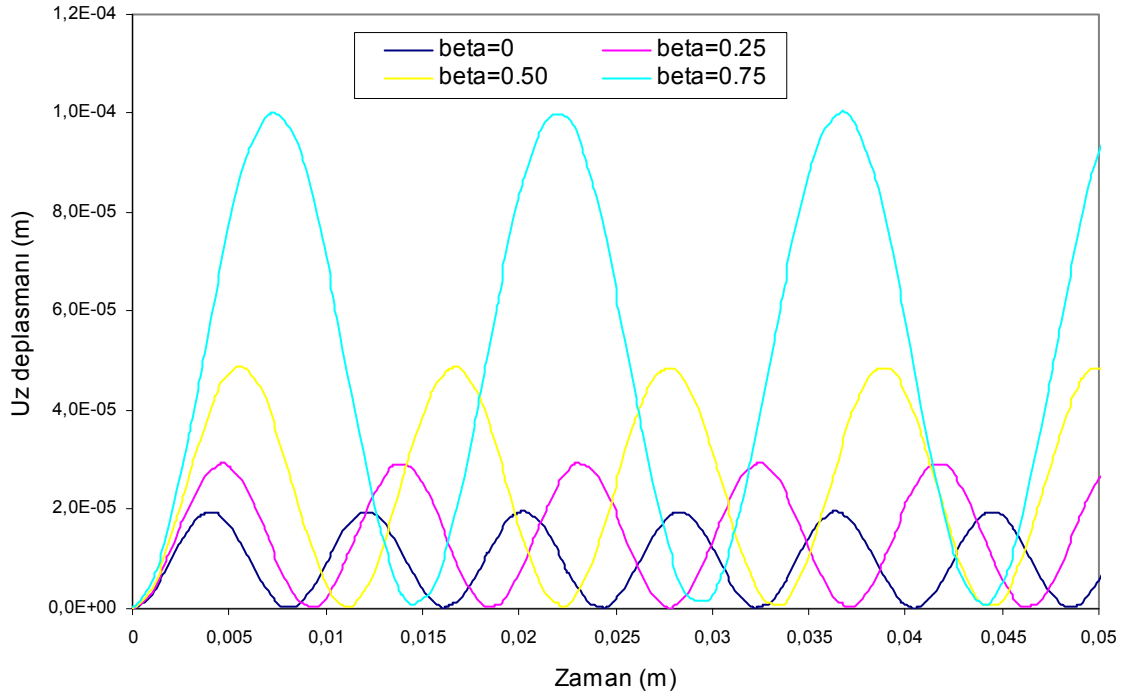


(b)

Şekil 4.34. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$

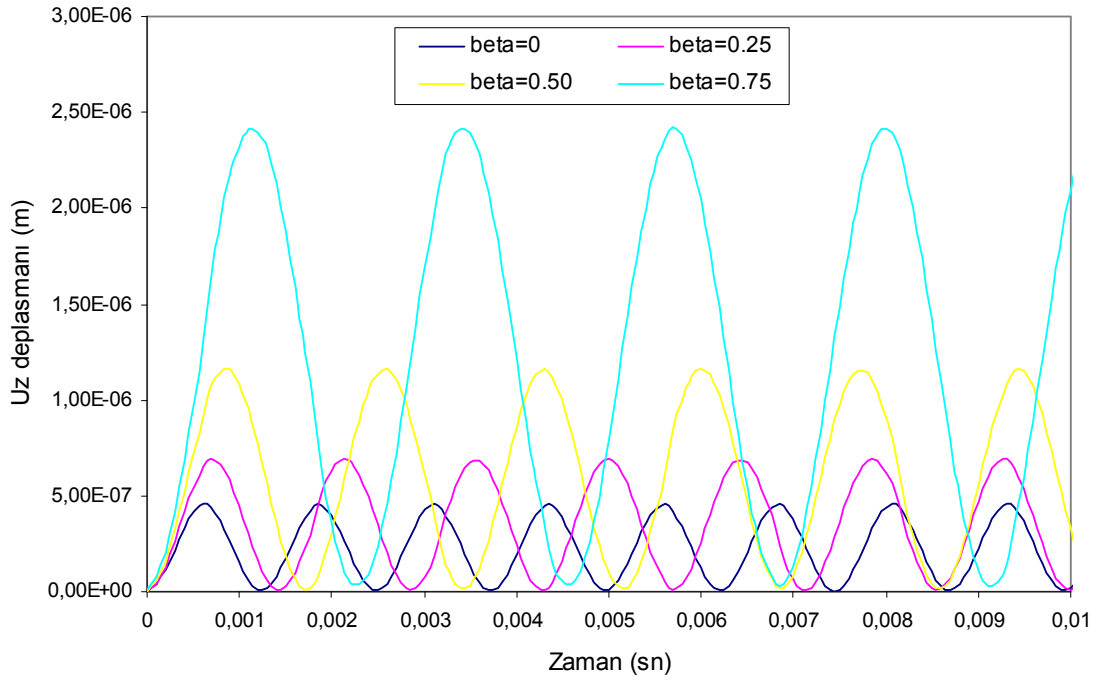


(a)

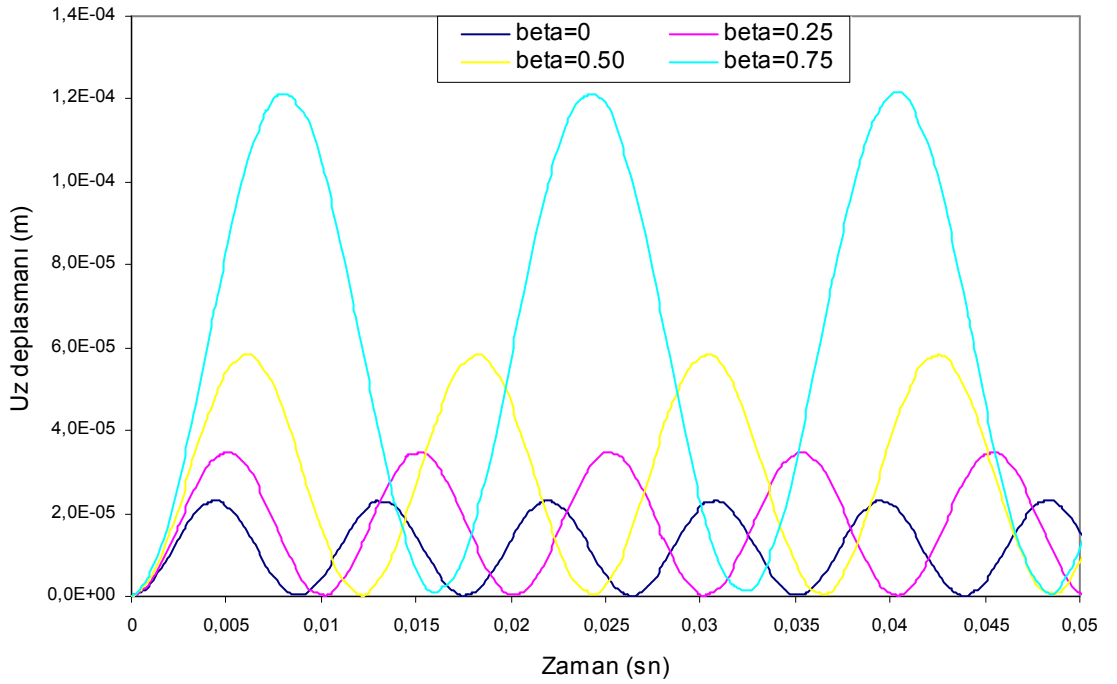


(b)

Şekil 4.35. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

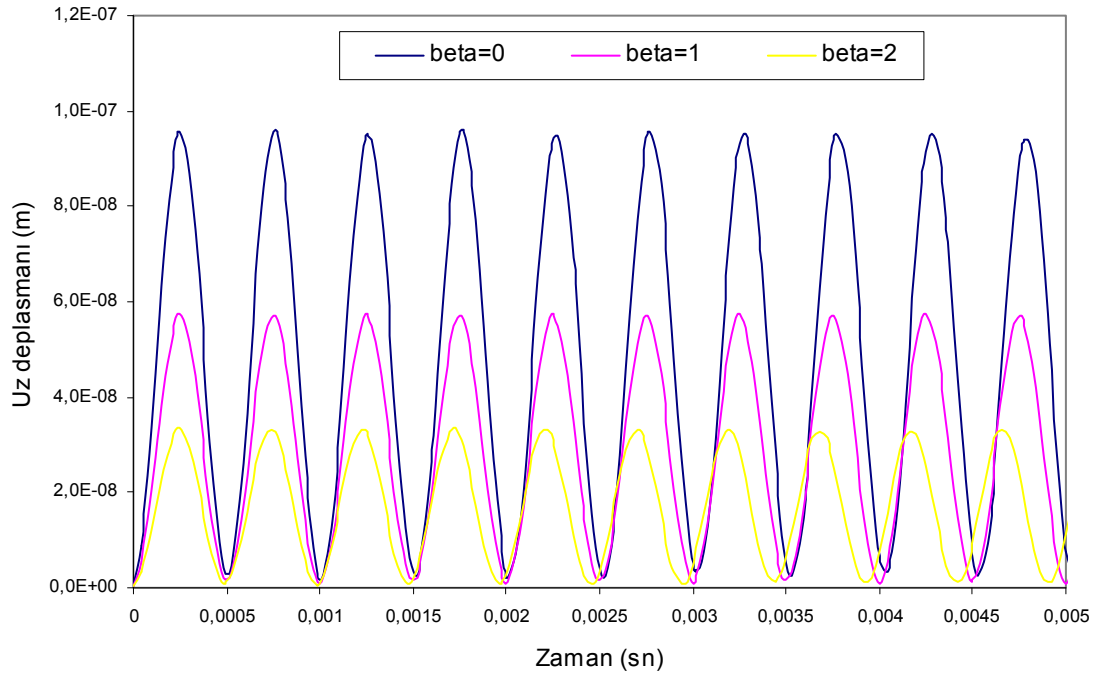


(a)

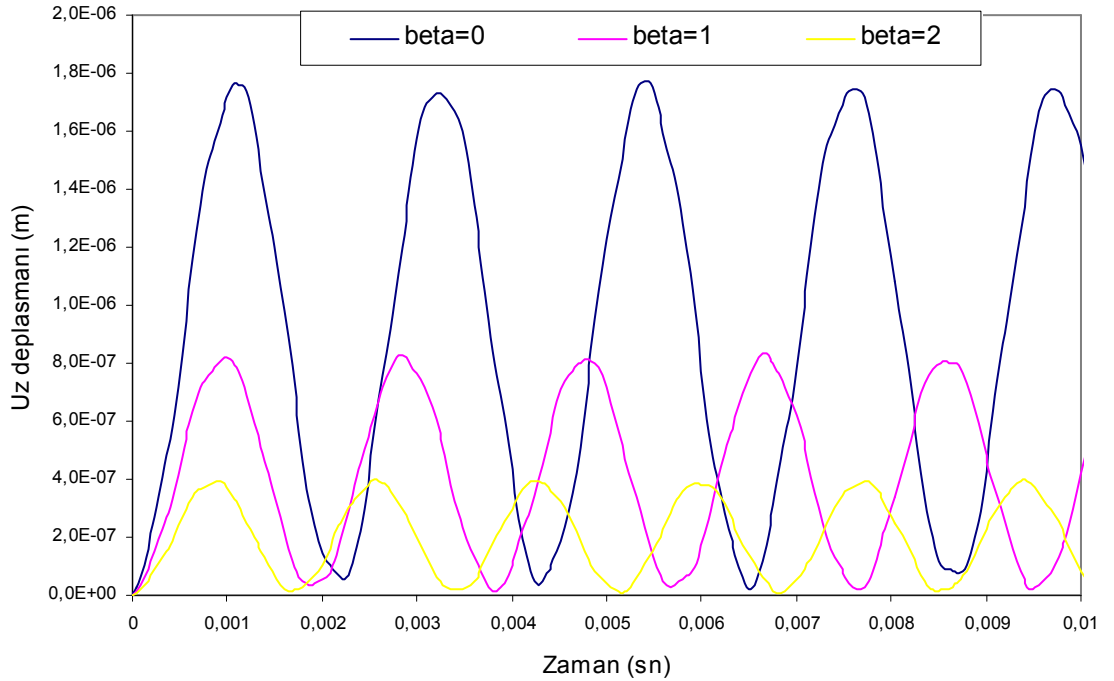


(b)

Şekil 4.36. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

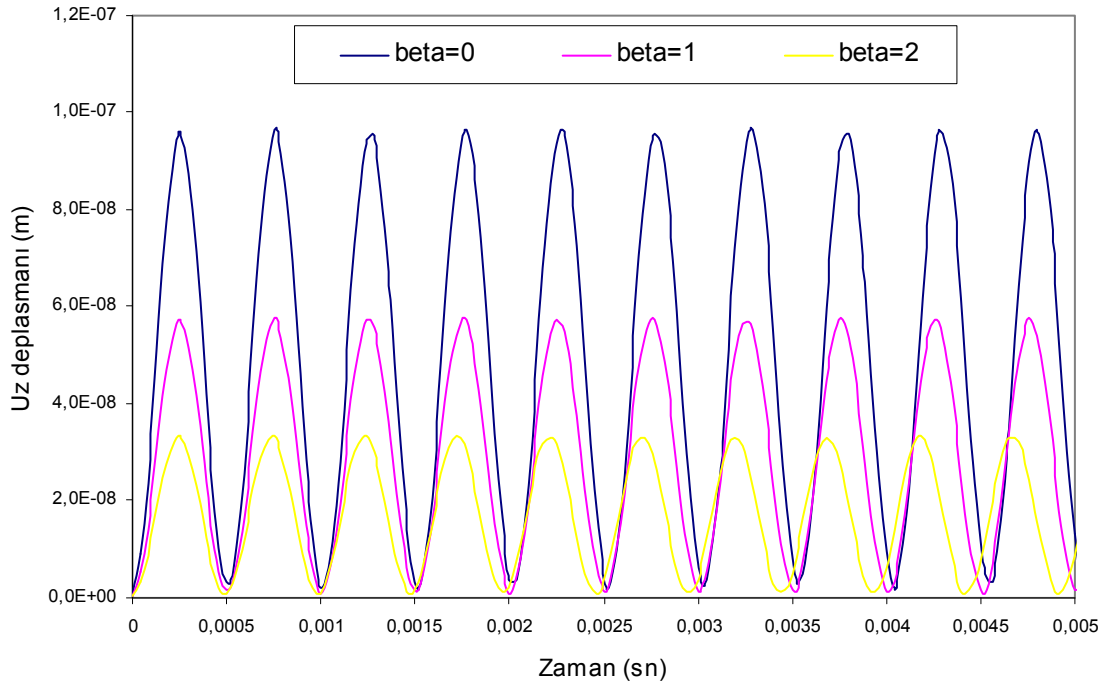


(a)

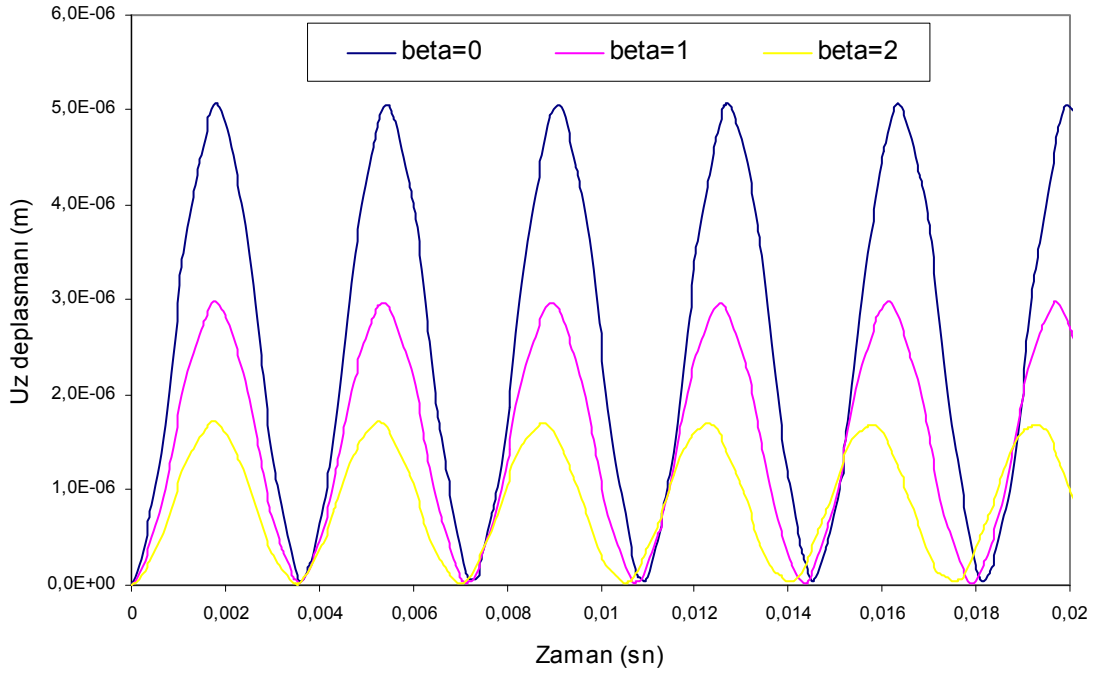


(b)

Şekil 4.37. Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

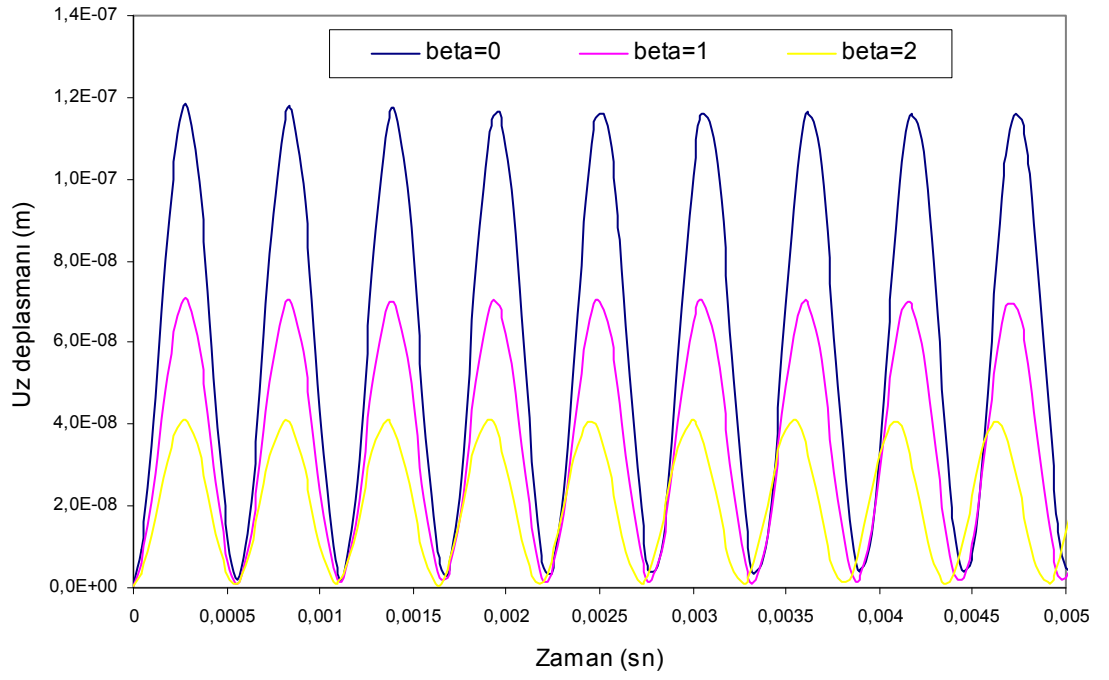


(a)

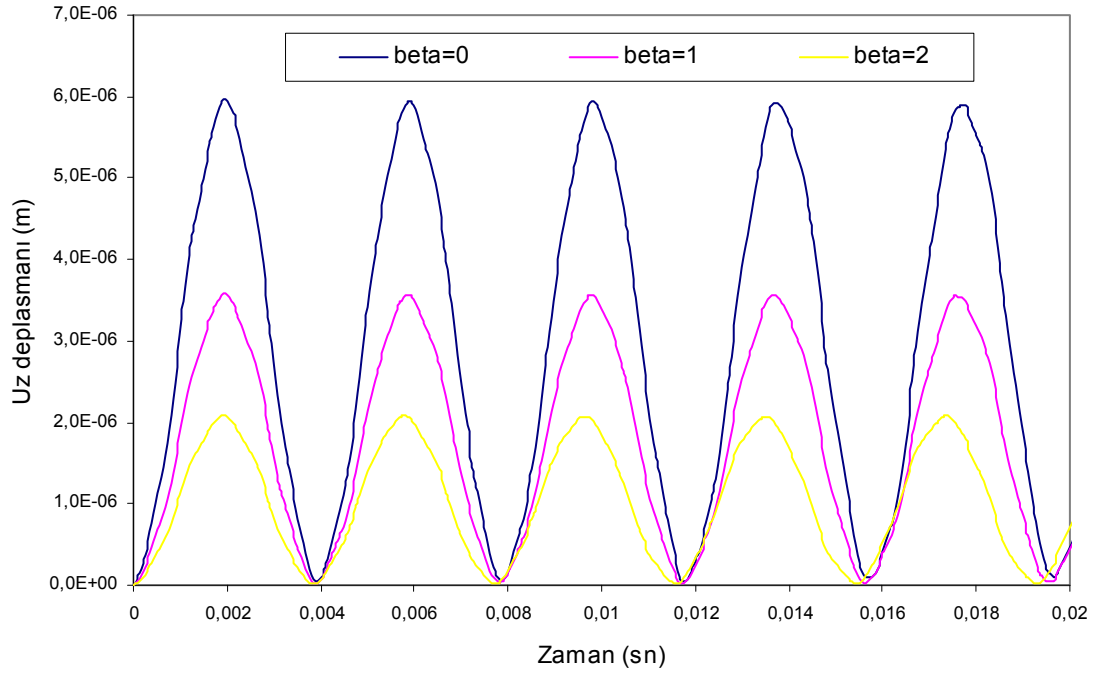


(b)

Şekil 4.38. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

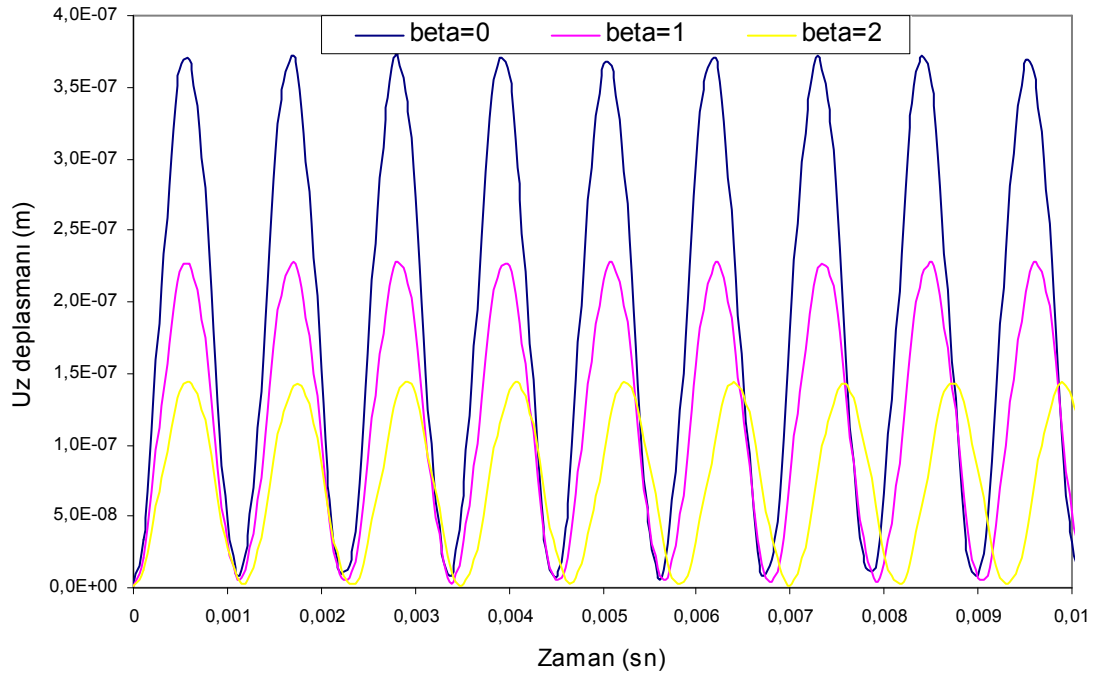


(a)

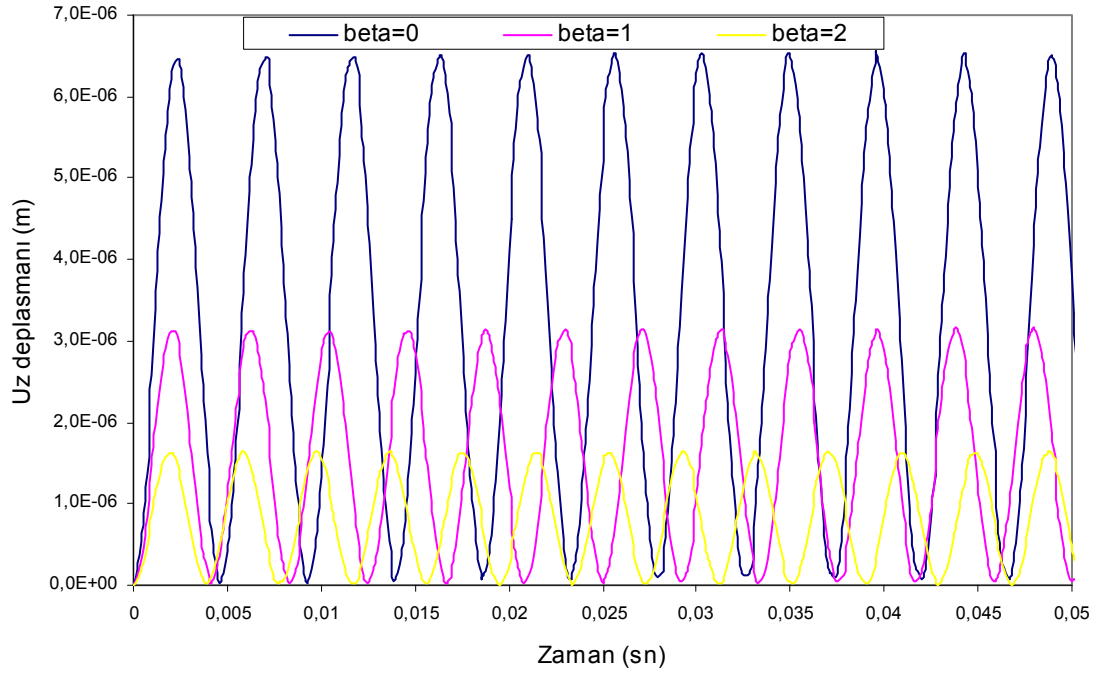


(b)

Şekil 4.39. Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (AA) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

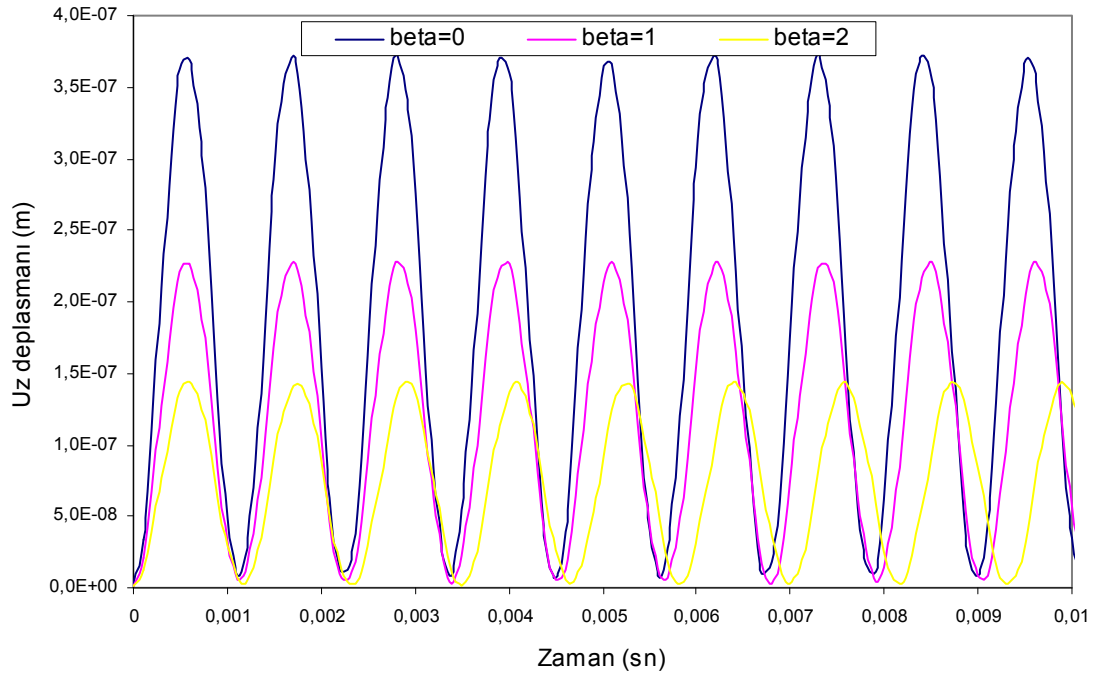


(a)

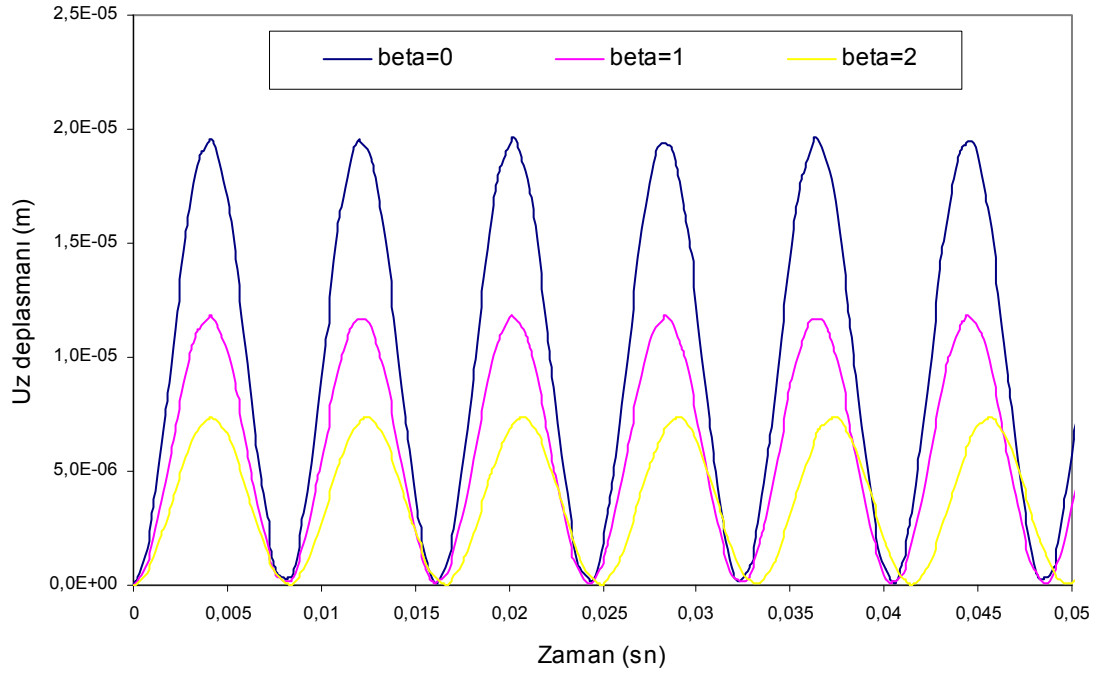


(b)

Şekil 4.40. Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişin (30/30/30) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1 / E_2 = 1$; (b) $E_1 / E_2 = 50$

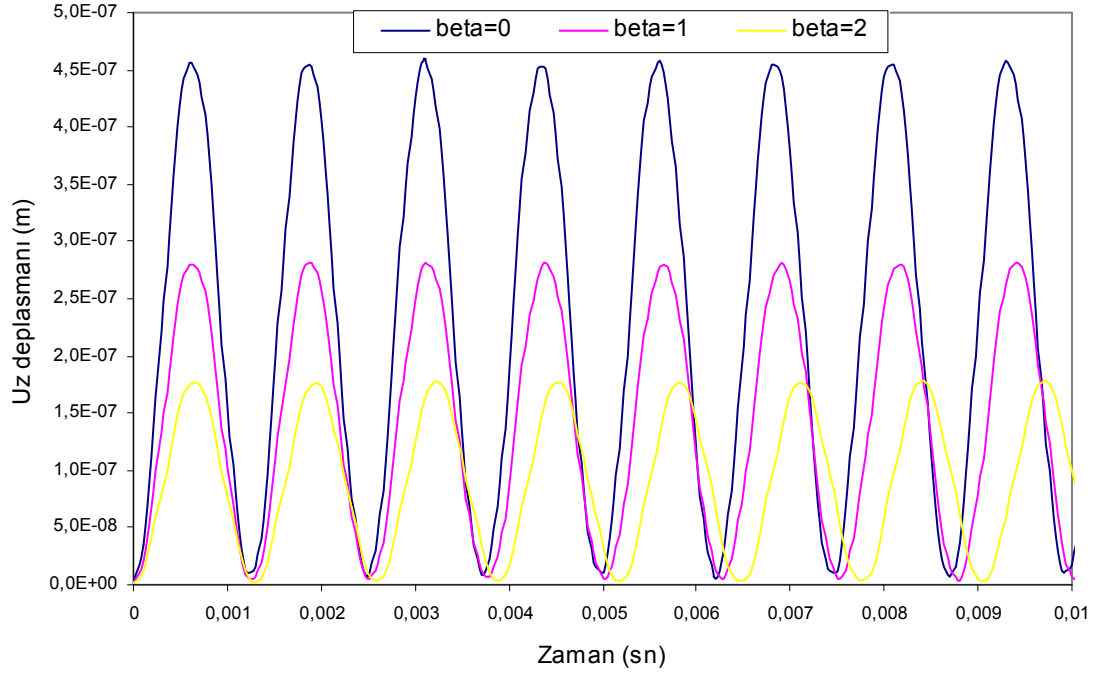


(a)

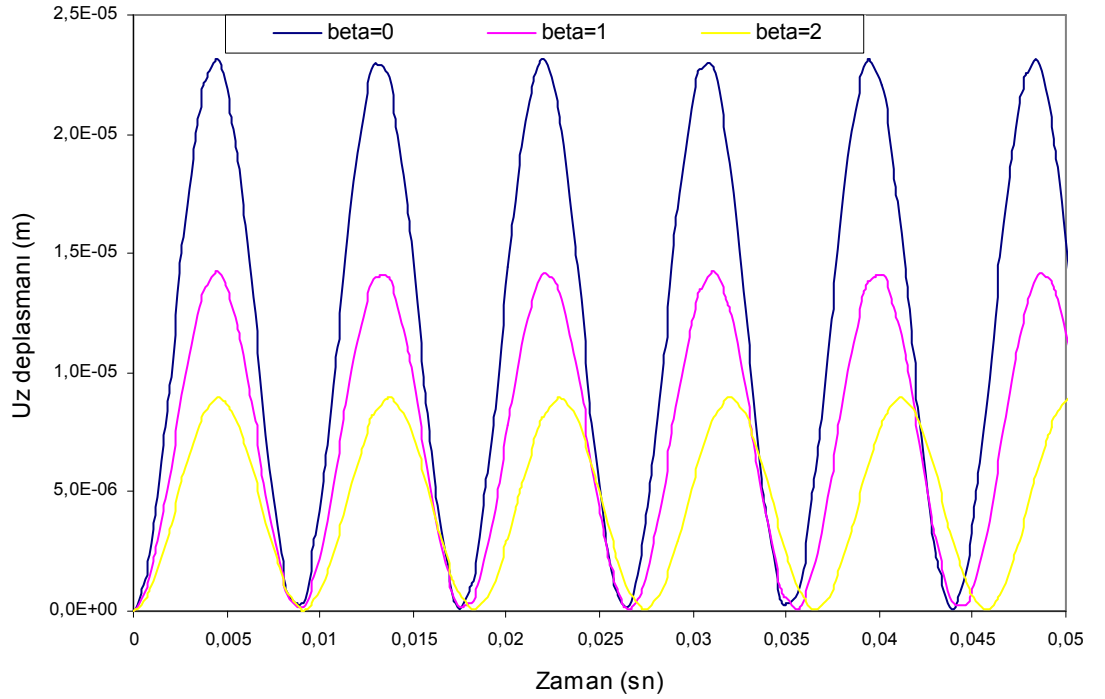


(b)

Şekil 4.41. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (60/60/60) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$



(a)



(b)

Şekil 4.42. Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin (90/90/90) orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi (SS) (a) $E_1/E_2 = 1$; (b) $E_1/E_2 = 50$

4.4. Tabaka Dizilişi ve Tabaka Açılarının Dinamik Davranışa Etkisi

Farklı sınır şartları ve değişken kesite sahip simetrik tabakalı kompozit çubuk problemi ele alınmıştır. Kesiti üç ve dört tabakadan oluşan ($\theta/\theta/\theta$ ve $\theta/-\theta/-\theta/\theta$) kiriş problemi incelenmiş ve her tabaka eşit kalınlıkta alınmıştır. Farklı tabaka dizilişi, tabaka açısı ve kesit değişim parametreleri için problemin serbest titreşim frekansları Çizelge 4.7 ve 4.8’de verilmektedir. Kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişin her iki tabaka dizilişinde, ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS) sınır şartları için, kesit değişim parametresi (β) ve tabaka açısı (θ) arttıkça temel frekans değeri azalmaktadır. Ayrıca, tabaka açısının $\theta = 0^0, 90^0$ olması durumunda tabaka dizilişi için temel frekans değerleri değişmemektedir.

Kesit yüksekliği exponansiyel değişen kompozit kirişin ankastre-ankastre (AA) sınır şartında kesit değişim parametresi (β) arttıkça temel frekanslar artmakta, tabaka açısı (θ) arttıkça ise temel frekanslar azalmaktadır. Sabit –sabit (SS) sınır şartında ise, kesit değişim parametresi (β) ve tabaka açısı (θ) arttıkça temel frekanslar azalmaktadır. Ayrıca, tabaka açısının $\theta = 0^0, 90^0$ olması durumunda tabaka dizilişi için temel frekans değerleri değişmemektedir. Tüm sınır şartları ve tabaka dizilişlerinde $\theta = 60^0, 75^0, 90^0$ olması durumunda temel frekans değerleri yaklaşık olarak aynı kalmaktadır.

Farklı sınır şartları, tabaka açıları, tabaka dizilişleri, kesit değişim parametrelerinin dinamik davranışa etkisi incelenmiştir. Zorlanmış titreşim analizi için $P_z = 1N$ şiddetinde adım tipi dinamik yük uygulanmıştır. Kesiti üç ve dört tabakadan meydana gelen kesiti lineer değişen kompozit kirişte meydana gelen deplasmanların zamanla değişimleri Şekil 4.43-4.46’da verilmektedir. Ayrıca kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişte meydana gelen deplasmanların zamanla değişimleri Şekil 4.47-4.50’de gösterilmektedir. Kesiti lineer değişen kompozit kirişin ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS) sınır şartlarında tabaka açısı ve kesit değişim parametresi arttıkça hem deplasman genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır.

Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin ankastre-ankastre (AA) sabit-sabit (SS) sınır şartlarında tabaka açısı arttıkça hem deplasman genliği hem de titreşim

periyodu artmaktadır. Bu sınır şartlarında kesit değişim parametresi arttıkça, deplasman genliği azalmakta fakat titreşim periyodu hemen hemen değişmemektedir.

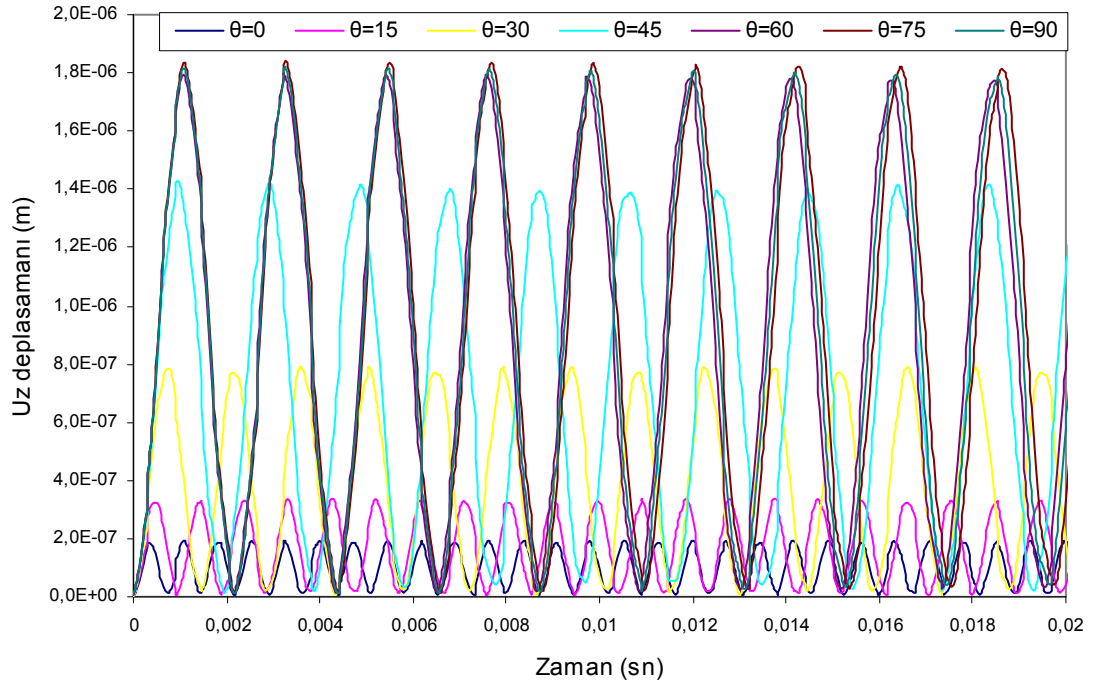
Çizelge 4.7. Farklı tabaka dizilişi ve tabaka açısına sahip kesit yüksekliği lineer değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Mesnet durumu	Tabaka dizilişi	Kesit değişimi	Tabaka açısı (θ)						
			0	15	30	45	60	75	90
AA	$(\theta/\theta/\theta)$	$\beta=0$	1376.46	1054.67	692.38	517.48	461.65	456.38	459.16
		$\beta=0.25$	1267.57	971.04	626.66	457.96	405.11	400.35	402.86
		$\beta=0.50$	1125.86	868.34	551.60	391.23	342.15	337.97	340.14
		$\beta=0.75$	928.81	724.78	454.57	310.39	267.63	264.22	265.95
	$(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$	$\beta=0$	1376.46	1173.44	804.45	539.45	462.52	456.41	459.16
		$\beta=0.25$	1267.57	1073.96	721.07	476.00	405.81	400.37	402.86
		$\beta=0.50$	1125.86	951.03	625.15	404.84	342.66	337.99	340.14
		$\beta=0.75$	928.81	784.50	505.18	319.38	267.96	264.23	265.95
SS	$(\theta/\theta/\theta)$	$\beta=0$	753.22	522.42	320.56	234.71	208.42	206.09	207.48
		$\beta=0.25$	665.36	471.15	287.06	206.05	181.53	179.43	180.64
		$\beta=0.50$	560.88	410.90	248.98	173.52	151.06	149.22	150.22
		$\beta=0.75$	427.28	331.11	200.64	133.26	113.74	112.25	113.00
	$(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$	$\beta=0$	753.22	600.32	379.19	245.28	208.83	206.11	207.48
		$\beta=0.25$	665.36	533.68	334.61	214.52	181.85	179.44	180.64
		$\beta=0.50$	560.88	455.83	283.85	179.62	151.28	149.22	150.22
		$\beta=0.75$	427.28	356.15	220.81	136.65	113.86	112.25	113.00

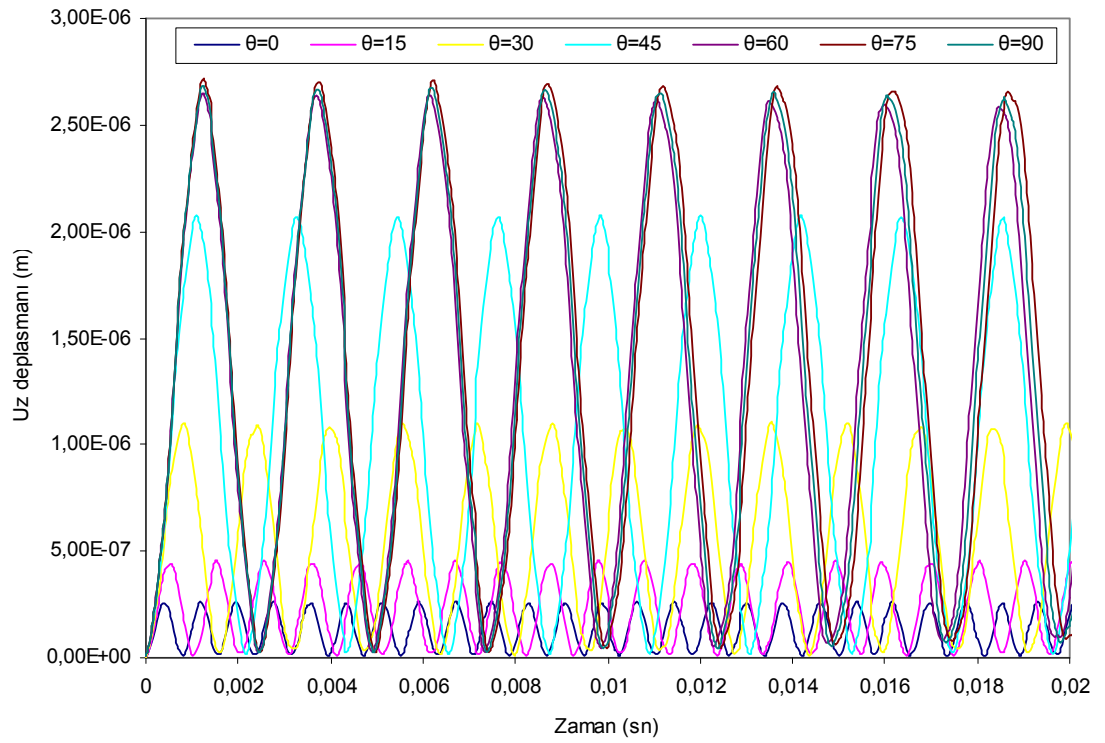
Kesiti exponansiyel değişen kompozit kirişin ankastre-ankastre (AA) sabit-sabit (SS) sınır şartlarında tabaka açısı arttıkça hem deplasman genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır. Bu sınır şartlarında kesit değişim parametresi arttıkça, deplasman genliği azalmakta fakat titreşim periyodu hemen hemen değişmemektedir.

Çizelge 4.8. Farklı tabaka dizilişi ve tabaka açısına sahip kesit genişliği exponansiyel değişen kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

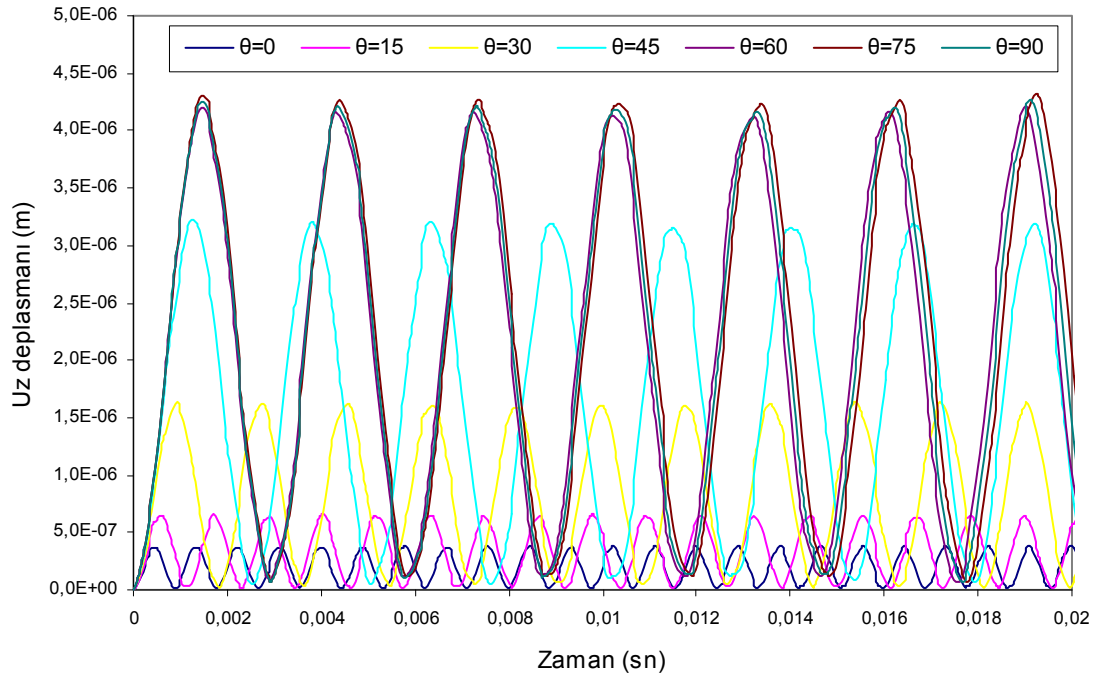
Mesnet durumu	Tabaka dizilişi	Kesit değişimi	Tabaka açısı (θ)						
			0	15	30	45	60	75	90
AA	(0/0/0)	$\beta=0$	1376.46	1054.67	692.38	517.48	461.65	456.38	459.16
		$\beta=1$	1383.59	1149.45	766.68	536.60	465.15	459.12	461.89
		$\beta=2$	1406.07	1231.35	840.70	559.35	474.15	467.50	470.30
	(0/-0/-0/0)	$\beta=0$	1376.46	1054.67	692.38	517.48	461.65	456.38	459.16
		$\beta=1$	1383.59	1220.82	842.41	551.33	465.69	459.13	461.89
		$\beta=2$	1406.07	1272.70	888.35	568.49	474.48	467.51	470.30
SS	(0/0/0)	$\beta=0$	753.22	522.42	320.56	234.71	208.42	206.09	207.48
		$\beta=1$	744.04	568.19	348.99	239.22	206.65	204.03	205.39
		$\beta=2$	717.09	587.14	366.13	237.73	200.68	197.91	199.22
	(0/-0/-0/0)	$\beta=0$	753.22	600.32	379.19	245.28	208.83	206.11	207.48
		$\beta=1$	744.04	618.87	390.77	246.53	206.91	204.04	205.39
		$\beta=2$	717.09	617.60	393.20	242.24	200.83	197.92	199.22



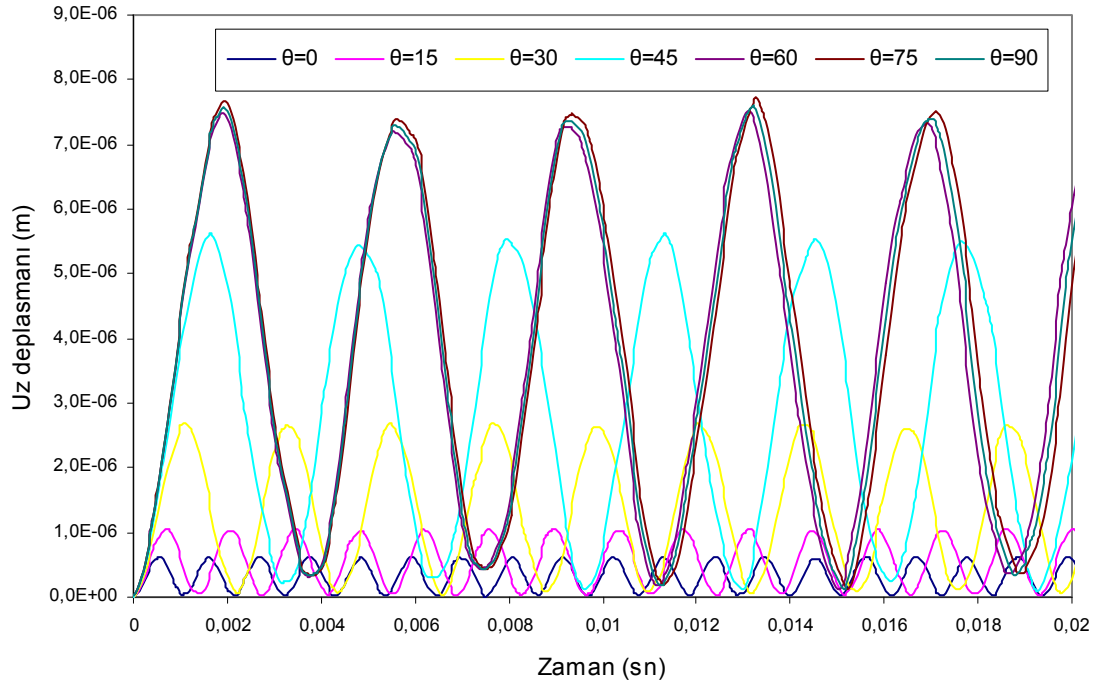
(a)



(b)

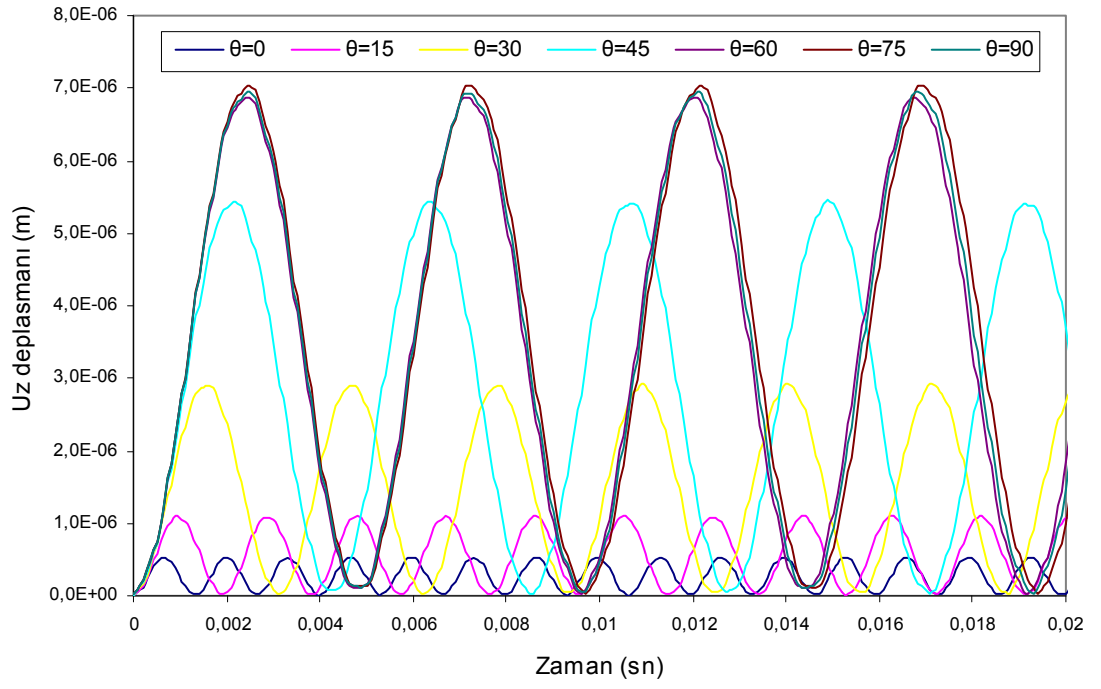


(c)

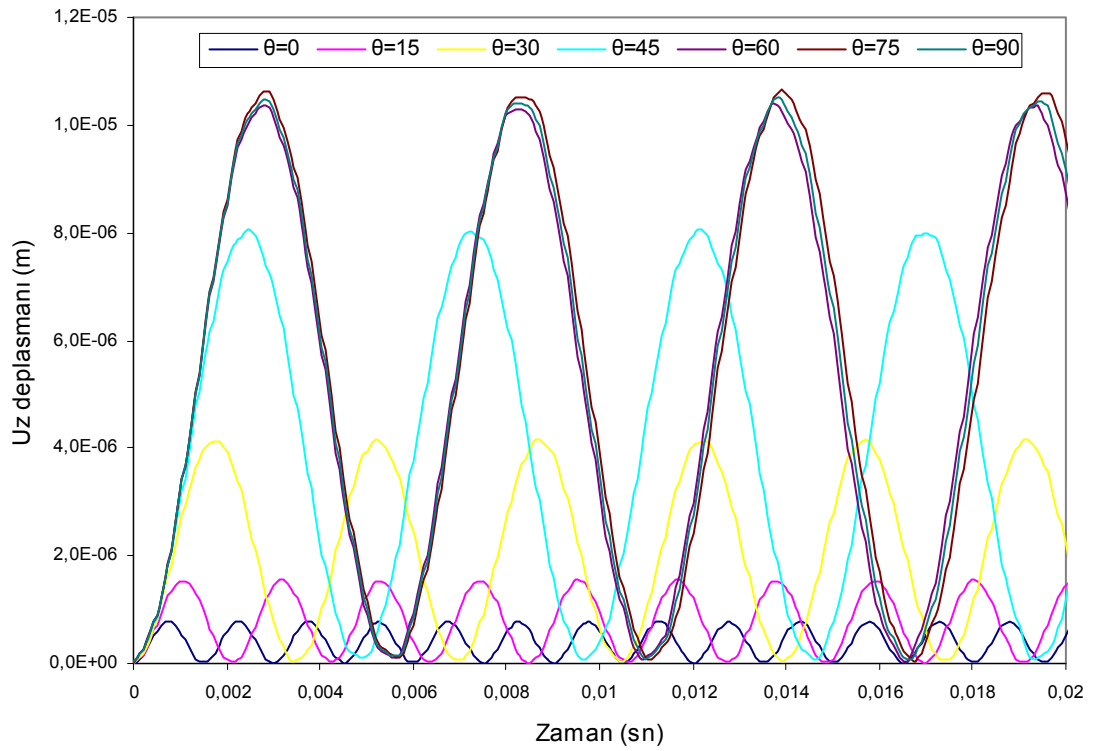


(d)

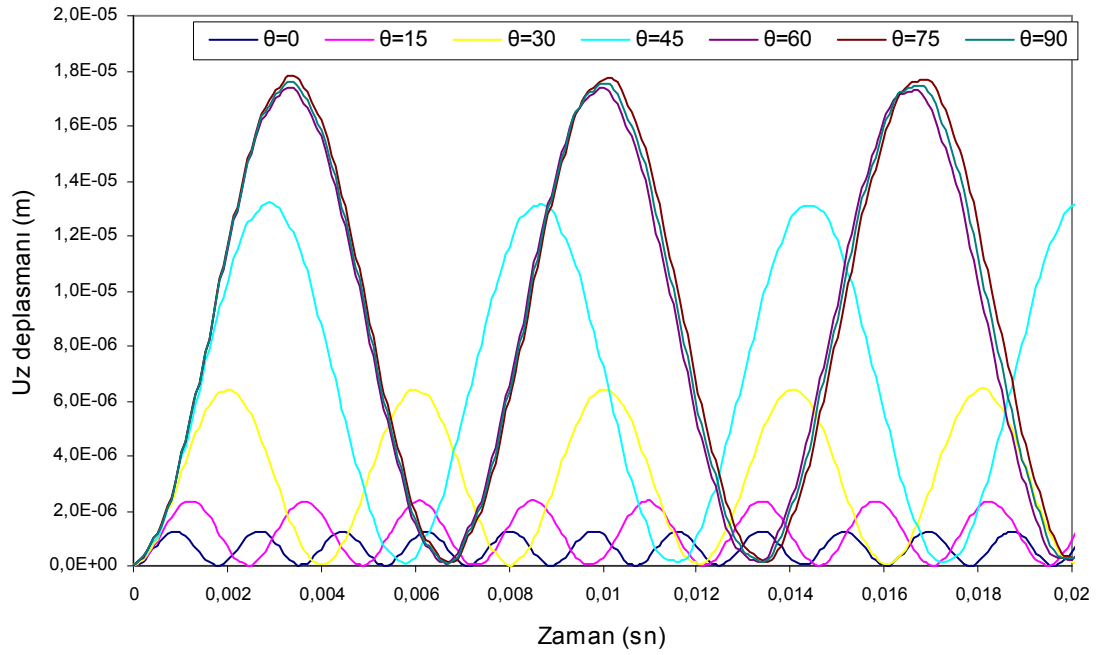
Şekil 4.43. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$



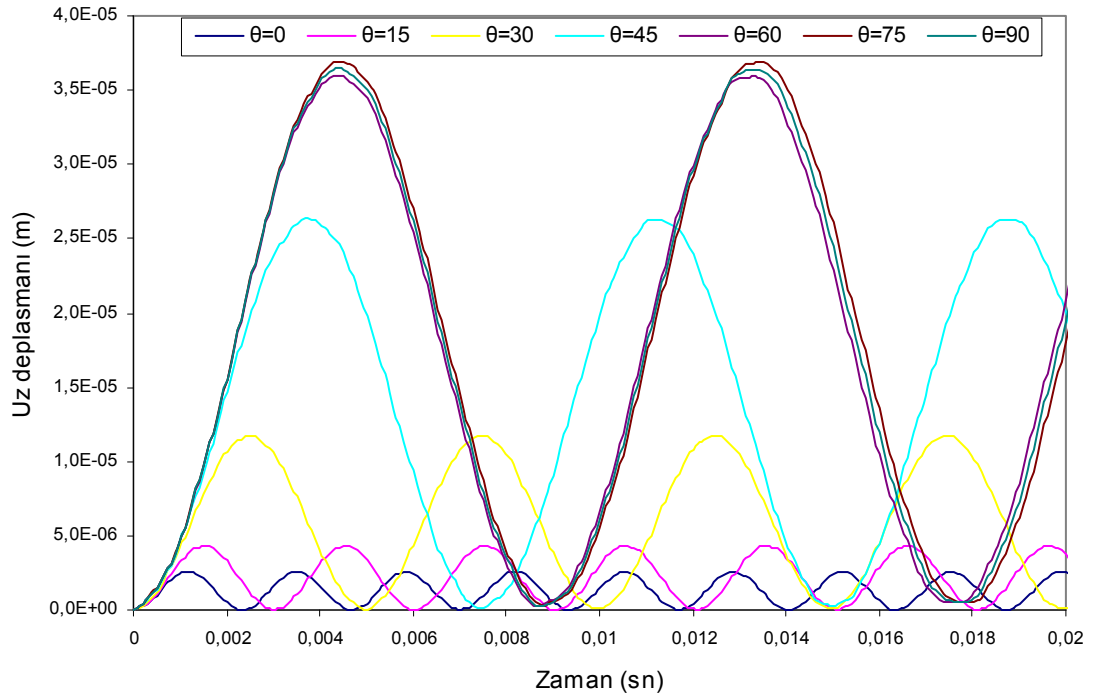
(a)



(b)

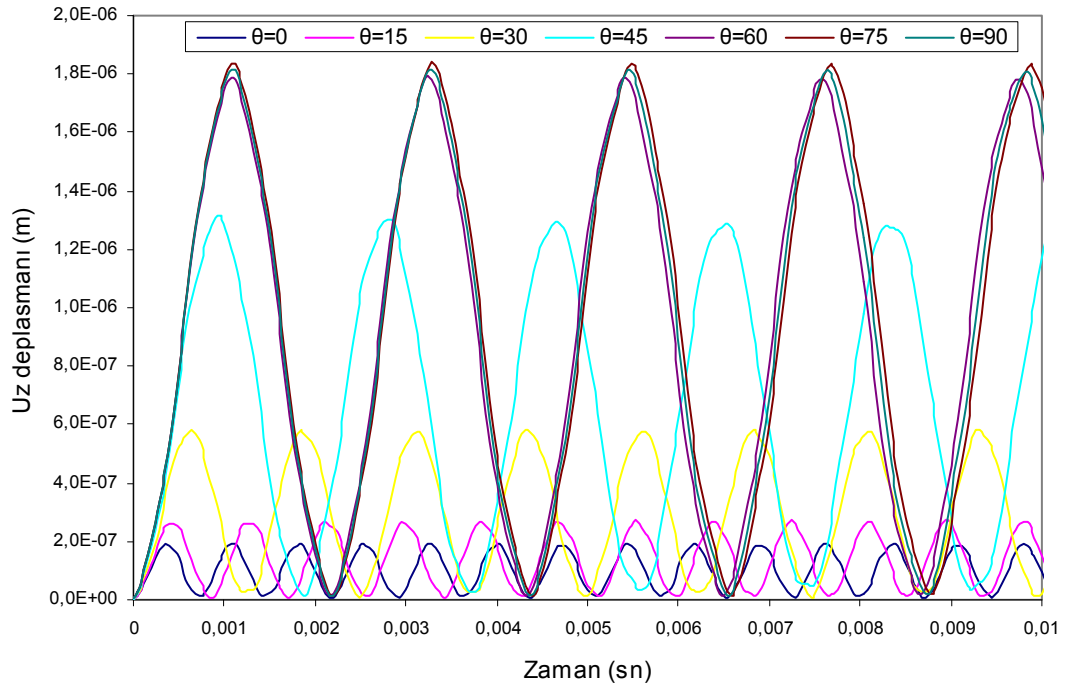


(c)

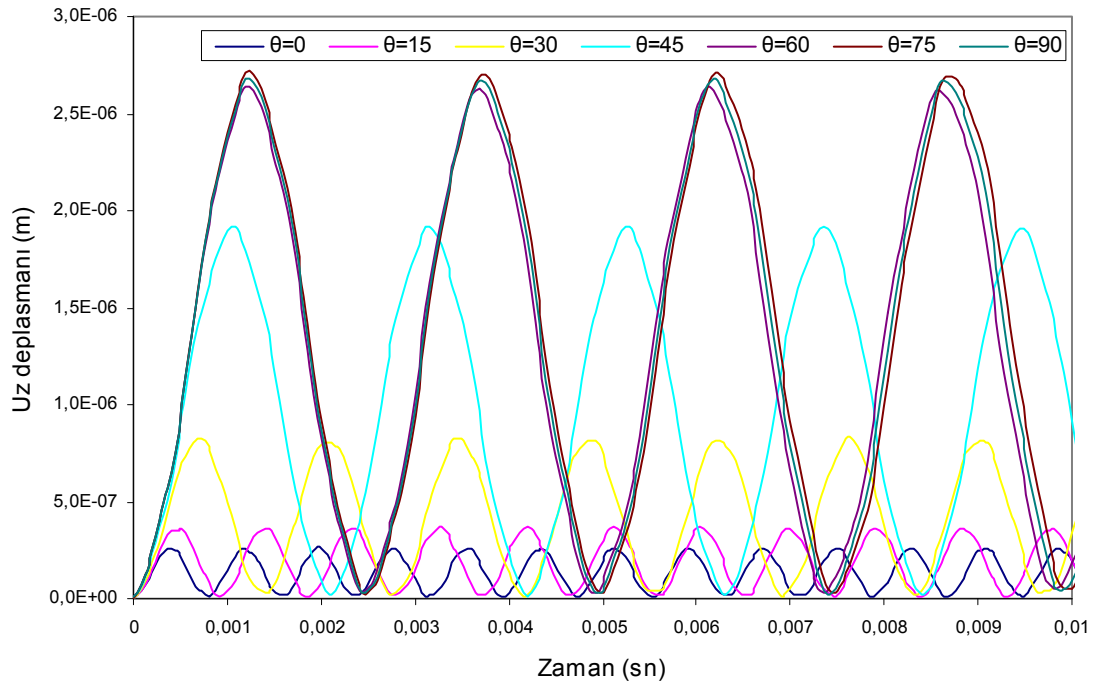


(d)

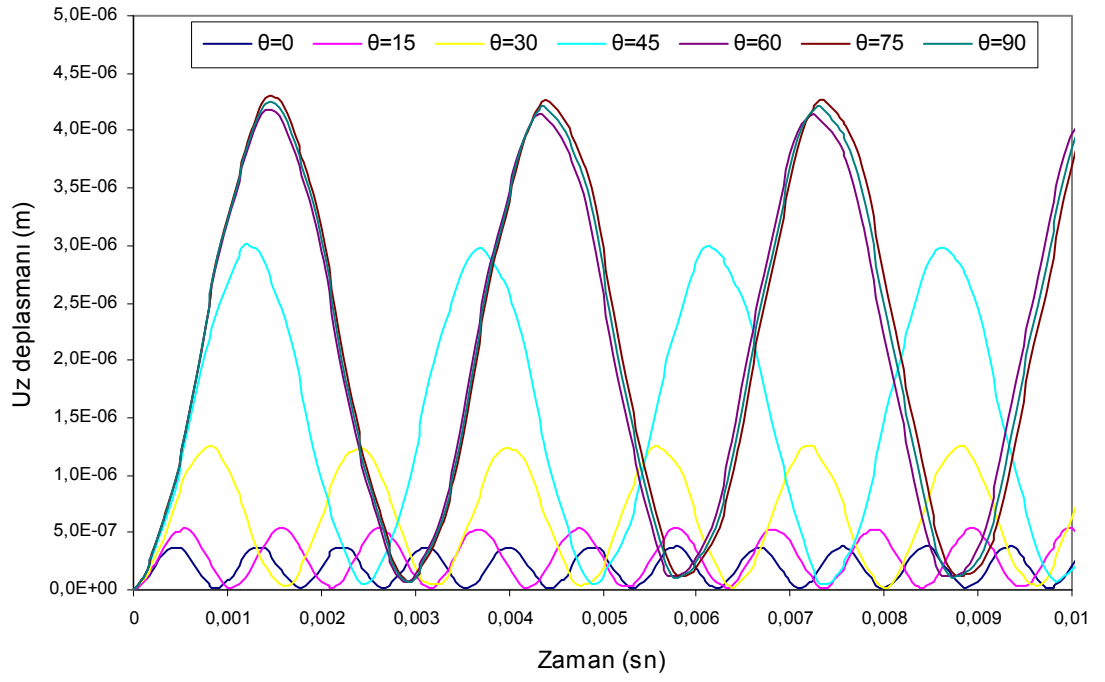
Şekil 4.44. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$



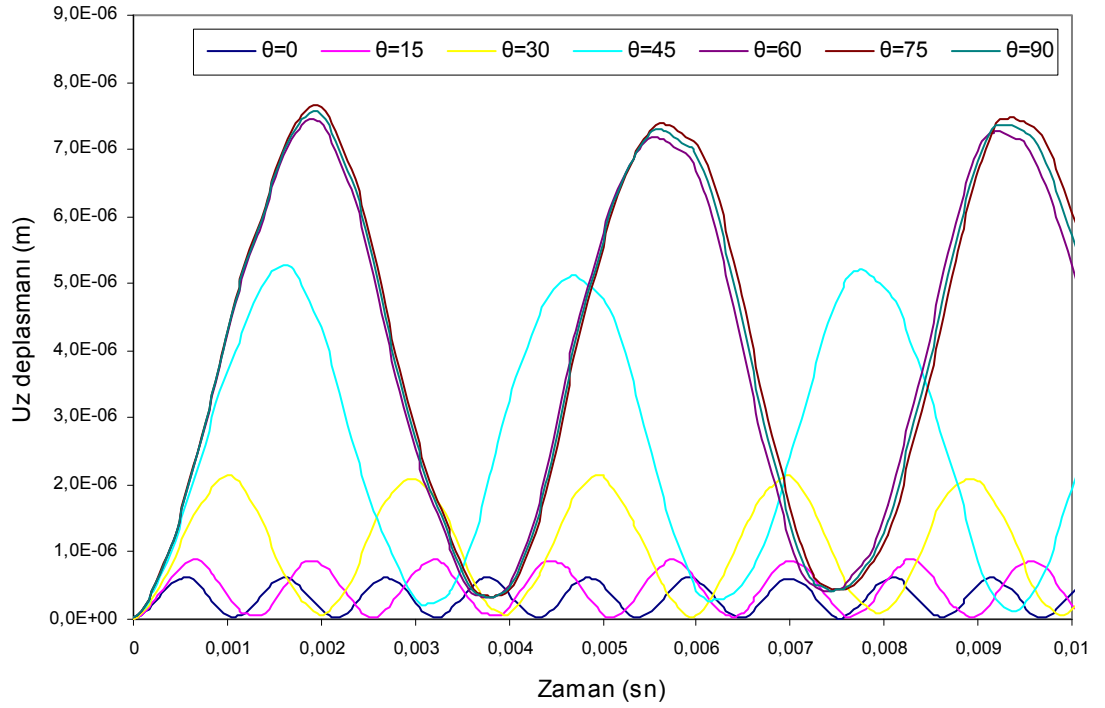
(a)



(b)

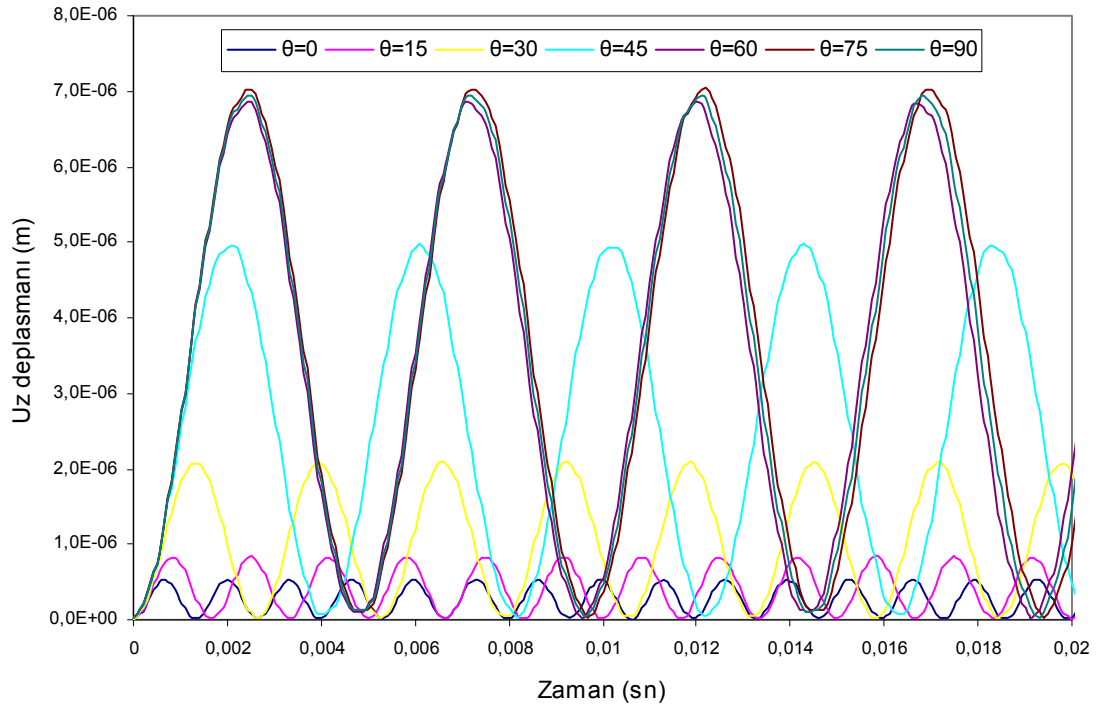


(c)

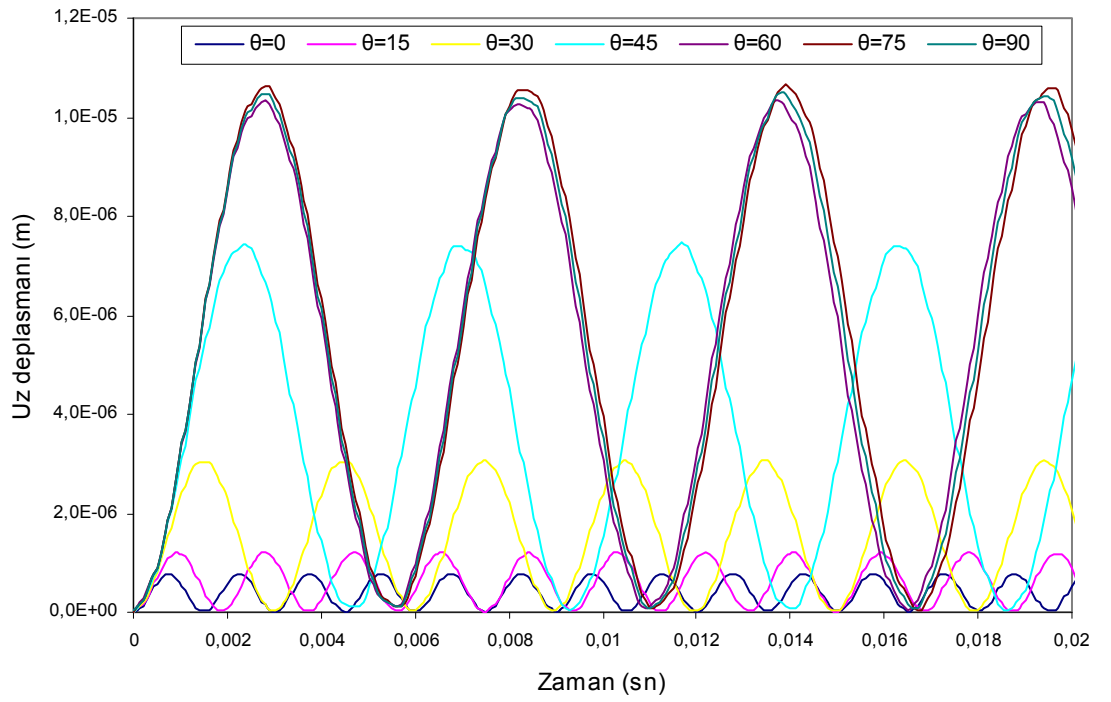


(d)

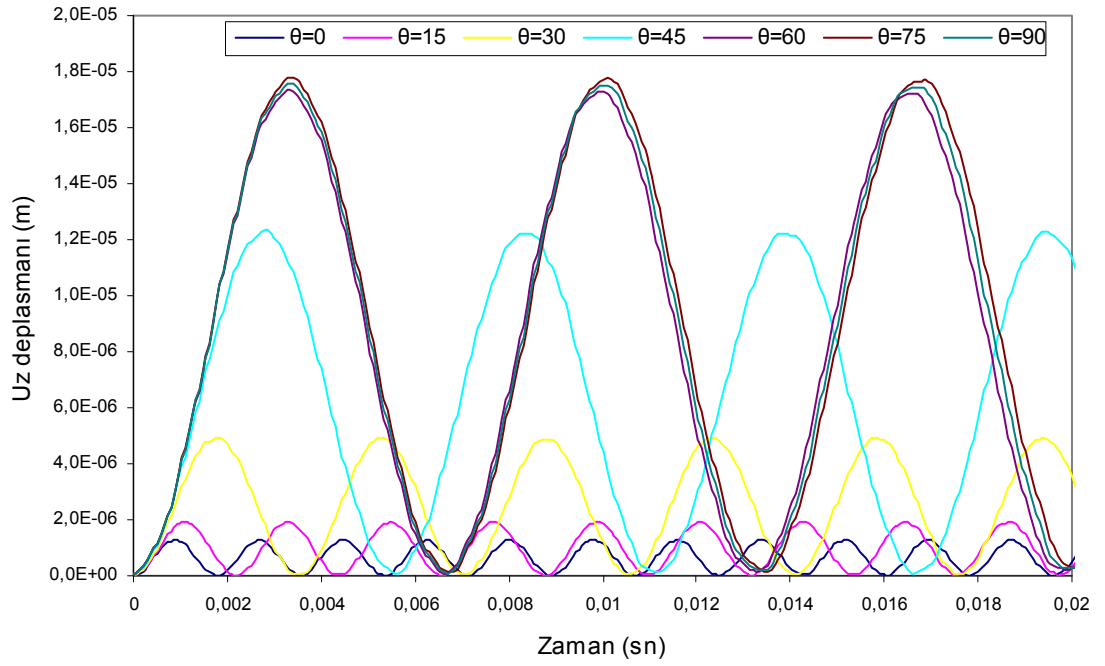
Şekil 4.45. Kesiti dört tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$



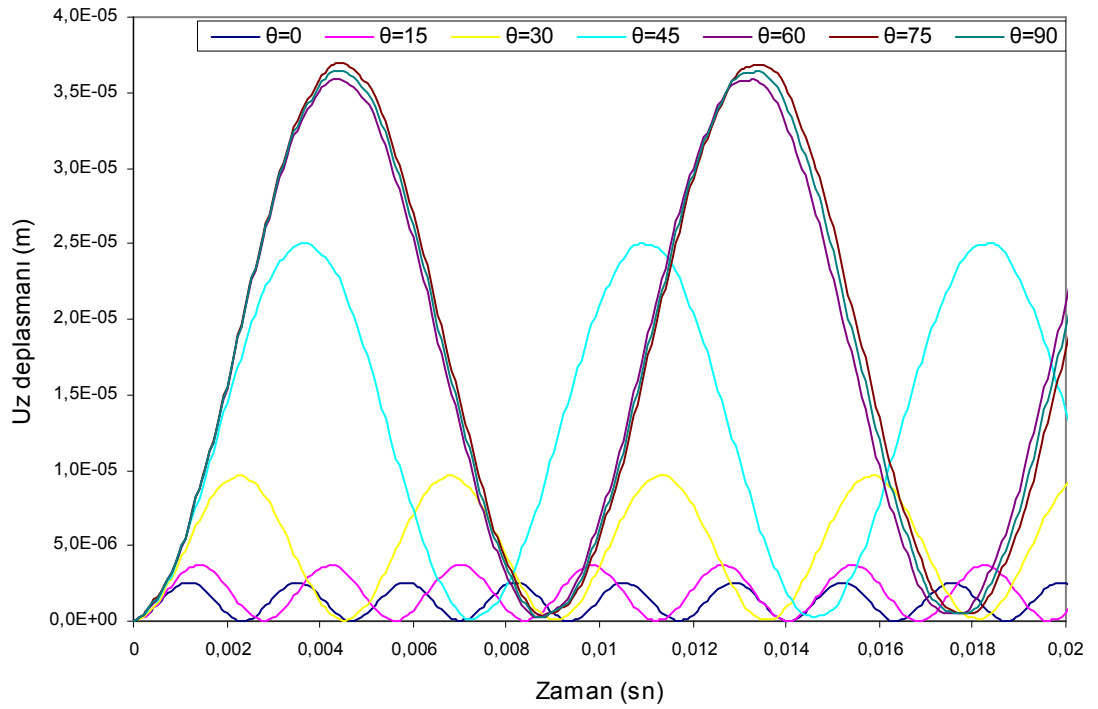
(a)



(b)

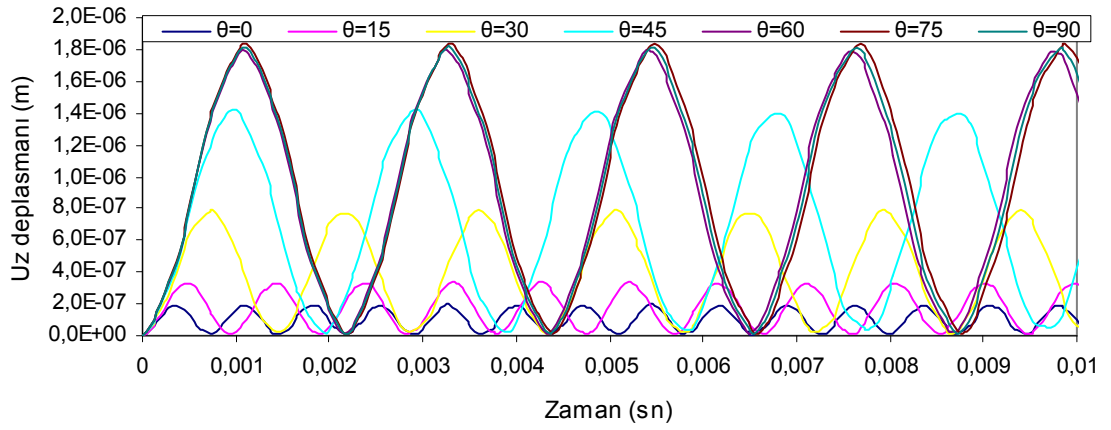


(c)

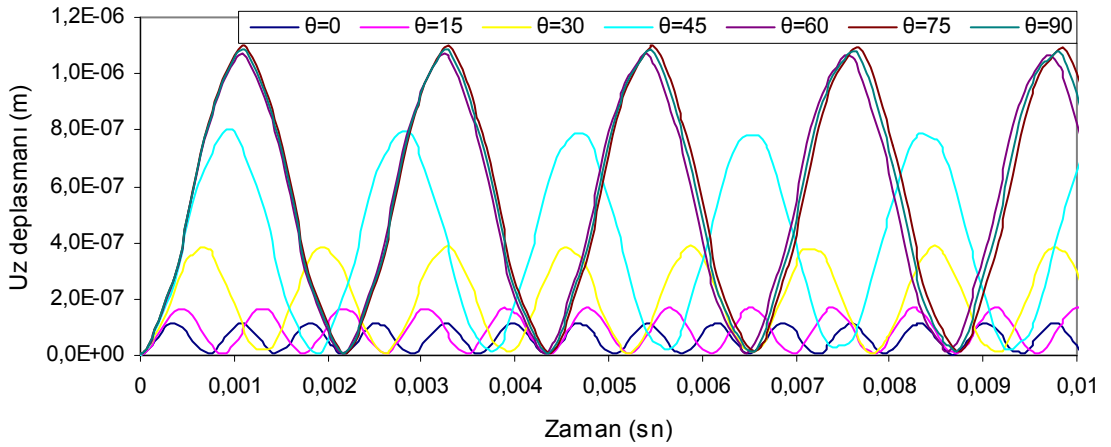


(d)

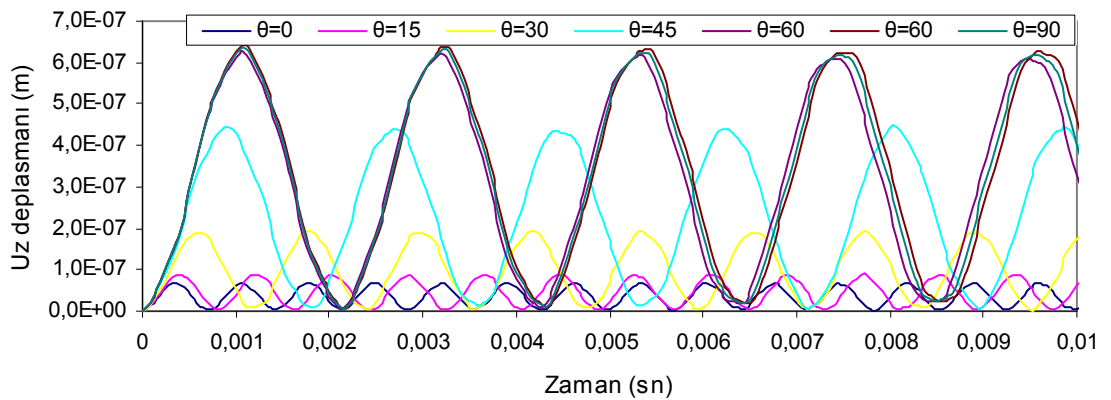
Şekil 4.46. Kesiti dört tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta/\theta$) ve kesit yüksekliği lineer değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 0.25$, c) $\beta = 0.50$, d) $\beta = 0.75$



(a)

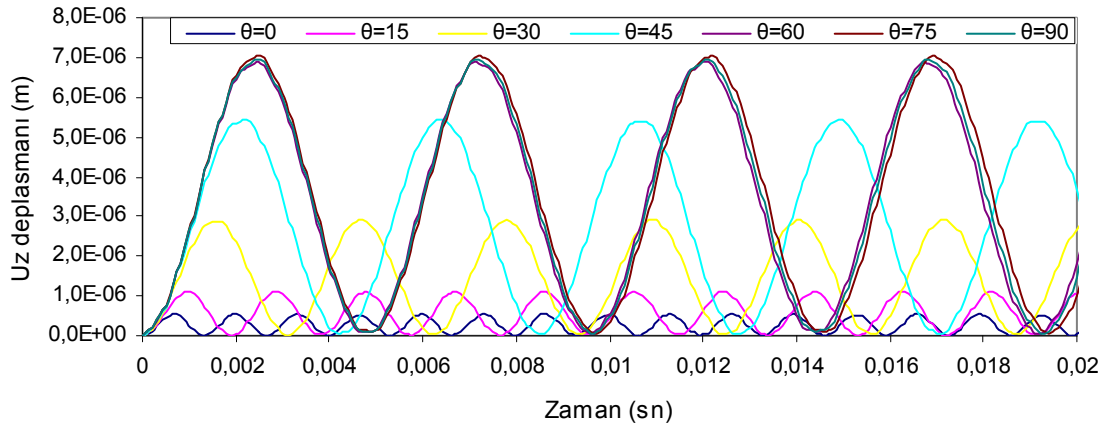


(b)

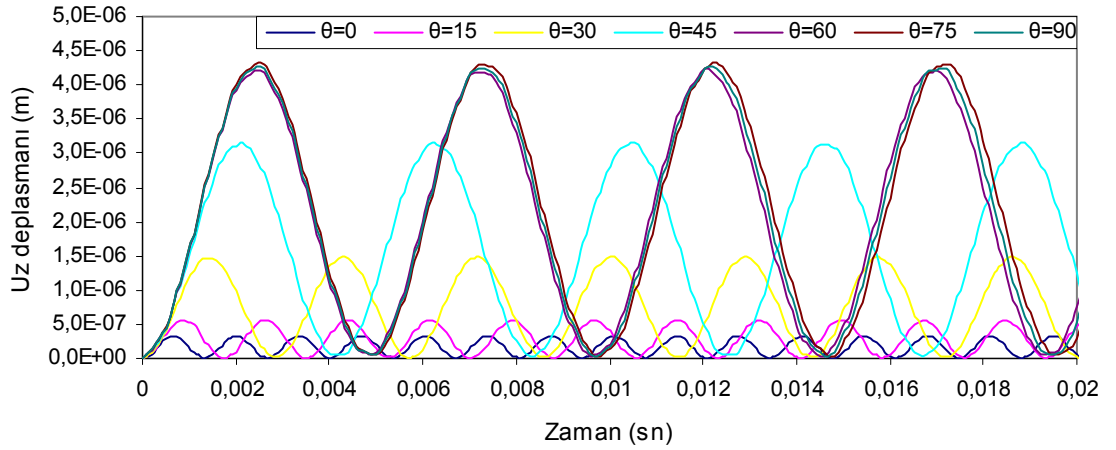


(c)

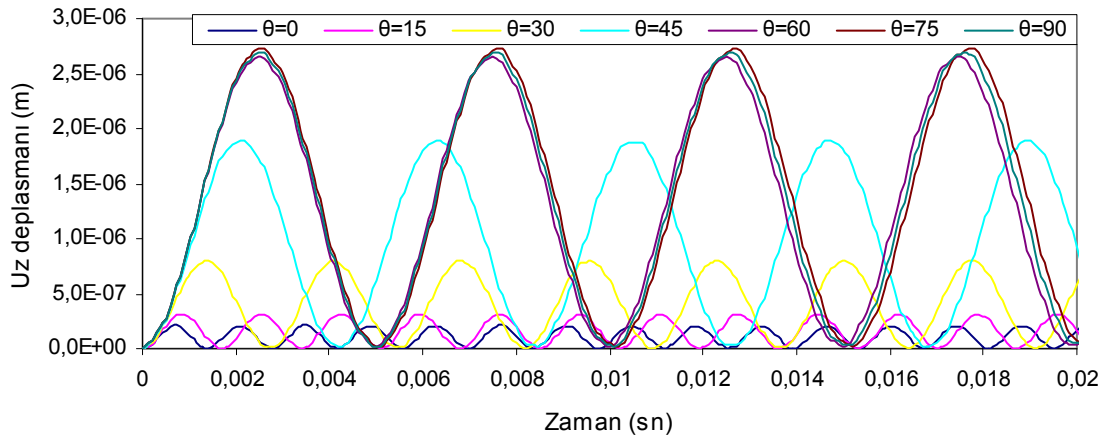
Şekil 4.47. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$



(a)

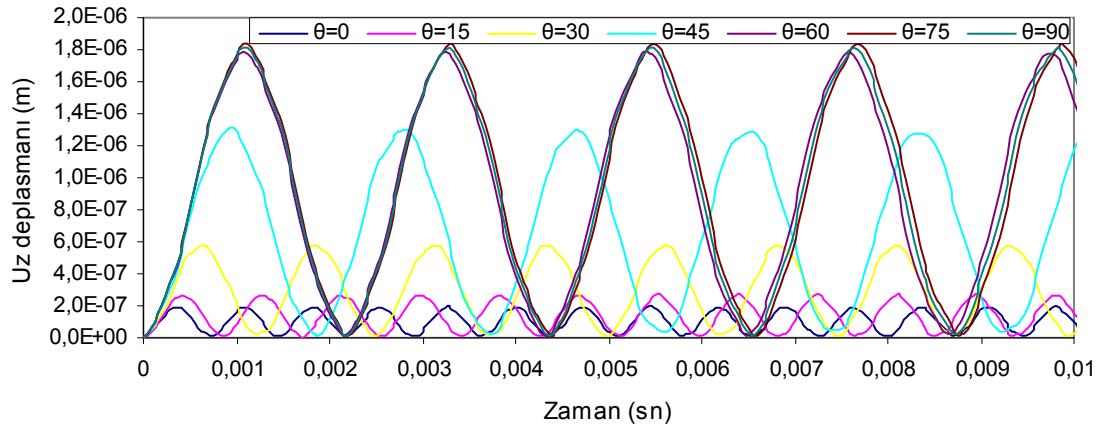


(b)

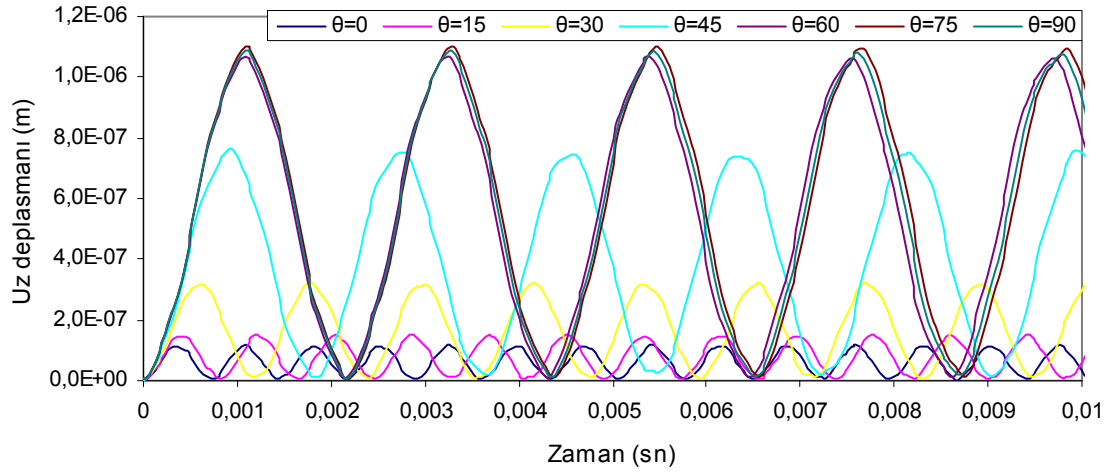


(c)

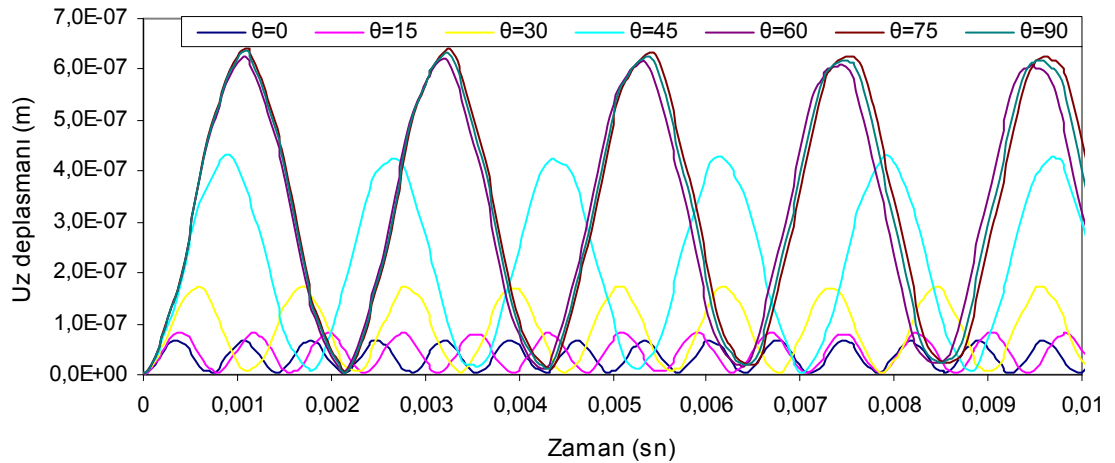
Şekil 4.48. Kesiti üç tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta$) ve kesit genişliği eksponansiyel değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$



(a)

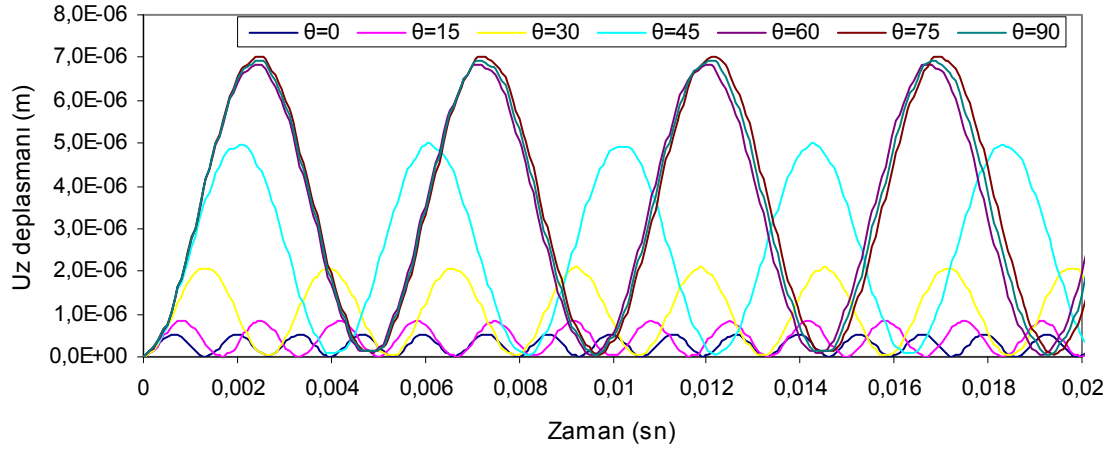


(b)

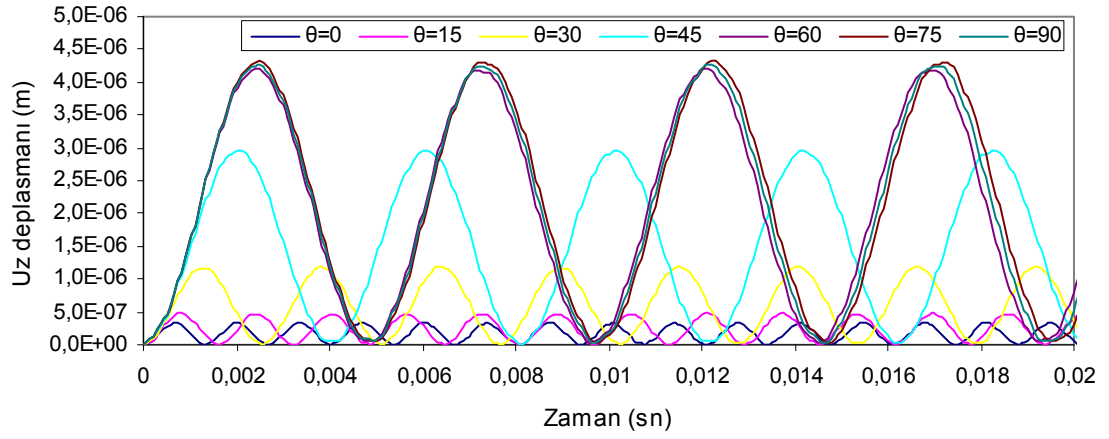


(c)

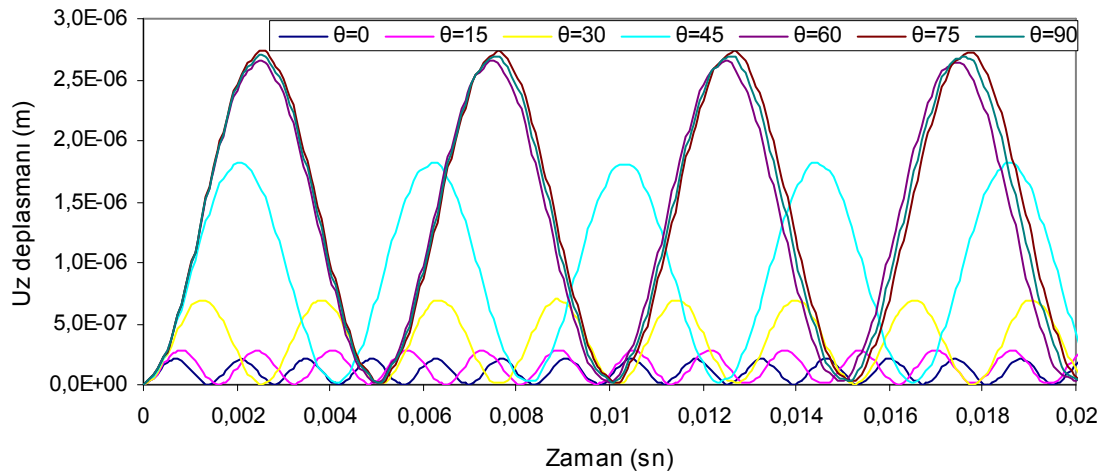
Şekil 4.49. Kesiti dört tabakadan meydana gelen ($\theta/\theta/\theta/\theta$) ve kesit genişliği exponansiyel değişen iki ucu ankastre (AA) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$



(a)



(b)



(c)

Şekil 4.50. Kesiti dört tabakadan meydana gelen $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$ ve kesit genişliği eksponansiyel değişen iki ucu sabit mesnetli (SS) kompozit kirişin orta noktasındaki deplasmanın zamanla değişimi a) $\beta = 0$, b) $\beta = 1$, c) $\beta = 2$

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde, değişken kesitli kompozit doğru eksenli çubukların dinamik davranışları etkin bir yöntem olan Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemin kullanılarak incelenmiştir. Değişken kesitli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşimleri Laplace uzayında incelenmiştir. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukları idare eden denklemler Timoshenko çubuk teorisi kullanılarak elde edilmiştir. Serbest titreşim zorlanmış titreşimin özel hali olarak ele alınmıştır. Formülasyonda, dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. Laplace uzayında kanonik formda elde edilen adi diferansiyel denklemler, problemin dinamik rijitlik matrisini hesaplayabilmek için tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir. Bu, genel sınır şartlarına sahip problemlerin çözümünde büyük kolaylıklar sağlayacaktır. Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemine dayalı başlangıç değer probleminin çözümü için beşinci mertebe Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır. Laplace uzayında elde edilen çözümler, etkin bir sayısal ters Laplace tekniği ile zaman uzayına dönüştürülmüştür. Değişken katsayılı adi diferansiyel denklemler, uygun integrasyon adım aralığı seçilerek tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi ile Laplace uzayında istenildiği kadar kesin olarak çözülebilmektedir.

Değişken kesitli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşimini hesaplamak için Fortran dilinde genel amaçlı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programı ile literatürde verilen çeşitli örnekler çözülmüş ve sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı sonuçları ile kıyaslamalar yapılmıştır. Bulunan sonuçların hem literatür hem de ANSYS sonuçları ile uyum içinde olduğu gösterilmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile yüz eleman kullanarak yeterli hassasiyette sonuçlar elde edilebilmiştir. Zorlanmış titreşim analizleri ANSYS programında Newmark adım adım integrasyon yöntemi ile zaman uzayında yapılmaktadır. Adım adım integrasyon ile çözüm yaparken zaman artımının seçimi önem arz etmektedir. ANSYS ile çözüm yaparken uygun zaman artımı seçilemediği takdirde hatalı sonuçlar elde edilmektedir.

Farklı sınır şartlarına sahip, simetrik tabakadan yapılmış kesiti lineer ve exponansiyel olarak değişen kompozit kiriş problemi göz önüne alınmıştır. Değişken

kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest ve zorlanmış titreşim frekanslarını etkileyen faktörler incelenmiştir. Değişken kesite sahip kompozit çubuklarda; kesit değişim parametresi, E_1/E_2 oranı, tabaka açısı ve mesnet şartları dinamik davranışları etkilemektedir. Her iki kesit tipinde sınır şartlarına bağlı olarak temel frekanslar değişmektedir. Kesiti lineer değişen kompozit kirişte kesit değişim parametresi artarken hem deplasman genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır. Kesiti eksponansiyel değişen kompozit kirişte ise kesit değişim parametresi artarken deplasman genliği ve titreşim periyodu azalmaktadır.

Değişken kesitli çubuklarda E_1/E_2 oranının dinamik davranışa etkisi araştırılmıştır. E_1/E_2 oranı arttıkça temel frekans değeri azalmakta, deplasman genliği ve titreşim periyodu artmaktadır.

Farklı sınır şartlarında değişken kesitli kompozit kirişlerde tabaka dizilişi ve açısının dinamik davranışa etkisi incelenmiştir. Her iki tabaka dizilişinde olmak üzere tabaka açısı arttıkça temel frekans değerleri azalmaktadır. Tabaka açısının 0^0 ve 90^0 olması durumunda her iki tabaka dizilişinde de temel frekans değerleri aynıdır. Ayrıca tabaka açısının 60^0 , 75^0 ve 90^0 olmasında frekans değerleri hemen hemen değişmemektedir. Değişken kesitli kompozit kirişlerde zorlanmış titreşim durumu için tabaka açısı arttıkça deplasman genliği ve titreşim periyodu artmaktadır.

Bu çalışmaya ilaveten, kesitin geometrik ve malzeme bakımından simetrik olmayan tabakalı kompozit kirişlerin dinamik analizinin yapılması ve daha farklı değişken kesitlerin incelenmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Abramovich, H., and Livshits, A., 1994. Free Vibrations of Non-Symmetric Cross-Ply Laminated Composite Beams. **Journal of Sound and Vibration**, 176(5): 597-612.
- ANSYS Swanson Analysis System, Inc., 201 Johnson Road, Houston, PA 15342-1300, U.S.A
- Chandrashekhara, K., and Bangera, K.M., 1992. Free Vibration of Composite Beams us Using a Refined Shear Flexible Beam Element, **Computer and Structures**, 43(4): 719-727.
- Chandrashekhara, K., Krisnamurty, K., and Roy, S., 1990. Free Vibration of Composite Beams Including Rotary Inertia and Shear Deformation. **Composite Structures**, 14: 269-279.
- Chapra, S. C., and Canale, R. P., 1998. Numerical Methods for Engineers. Third edition, McGraw-Hill.
- Chen, A. T., and Yang, T. Y., 1985. Static and Dynamic Formulation of a Symmetrically Laminated Beam Finite Element for a Microcomputer. **Journal of Composite Materials**, 19: 459-475.
- Chen, W. Q., Lü C. F., Bian Z. G., 2004. A Semi-Analytical Method for Free Vibration of Straight Ortotropic Beams with Rectangular Cross-Section. **Mechanics Research Communication**, 31: 725-734.
- Çalım F. F., 2003. Viskoelastik, Anizotropik Eğri Eksenli Uzaysal Çubuk Sistemlerin Dinamik Analizi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Çalım F. F., Bingöl M., Temel B., 2008. Değişken Kesitli Kompozit Çubukların Serbest Titreşim Analizi, **ÇÜ Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi**, 23(2): 127-135.
- Çalım F. F., 2009. Free and Forced Vibration of Non-Uniform Composite Beams, **Composite Structures**, 88(3): 413-23.
- Çalım F. F., Bingöl M., 2009. Değişken Kesitli Kompozit Çubukların Dinamik Davranışını Etkileyen Faktörlerin İncelenmesi, **XVI. Ulusal Mekani Kongresi**, 22-26 Haziran 2009, Kayseri.
- Dong X. J., Meng G., Li H. G., Ye L., 2005. Vibration Analysis of a Stepped Laminated Composite Timoshenko Beam. **Mechanics Research Communications**. 32(5): 572-81.
- Durbin, F., 1974. Numerical Inversion of Laplace Transforms: An Efficient Improvement to Dubner and Abate's Method. **Computer Journal**, 17: 371-376.
- Ganesan, R., Zabihollah, A., 2007. Vibration Analysis of Tapered Composite Beams Using a Higher-Order Finite Element. Part I: Formulation. **Composite Structures**, 77: 306-18.
- Ganesan, R., Zabihollah, A., 2007 Vibration Analysis of Tapered Composite Beams Using a Higher-Order Finite Element. Part II: Parametric Study. **Composite Structures**, 77: 319-30.
- Hodges, D. H., Atilgan, A. R., Fulton, M. V., and Rehfield, L. W., 1991. Free Vibration Analysis of Composite Beams. **Journal of the American Helicopter Society**, 36(3): 36-47.

- Jones, R. M., 1975. *Mechanics of Composite Materials*. Scripta Book Company, Washington D.C., 355s.
- Khedeir, A. A., and Reddy, J. N., 1994. Free Vibration of Cross-Ply Laminated Beams with Arbitrary Boundary Conditions. **International Journal of Engineering Science**, 32(12): 1971-1980.
- Krishnaswamy, S., Chandrashekhara, K., and Wu, W. Z. B., 1992. Analytical Solutions to Vibration of Generally Layered Composite Beams. **Journal of Sound and Vibration**, 159(1): 85-99.
- Nabi S. M., Ganesan N., 1994. A Generalized Element for the Free Vibration Analysis of Composite Beams. **Computer and Structures**. 51(5): 607-10.
- Ramtekar, G. S., and Desai, Y. M., 2002. Natural Vibrations of Laminated Composite Beams by Using Mixed Finite Element Modelling. **Journal of Sound and Vibration**, 257(4): 635-651.
- Rao, S. R., and Ganesan, N., 1997. Dynamic Response of Non-Uniform Composite Beams. **Journal of Sound and Vibration**, 200(5): 563-577.
- Singh, M. P., and Abdelnasar, A. S., 1992. Random Response of Symmetric Cross-Ply Composite Beams with Arbitrary Boundary Conditions. **AIAA Journal**, 30(4): 1081-1088.
- Singh, K. V., Li G., Pang S. S., 2006. Free Vibration and Physical Parameter Identification of Non-Uniform Composite Beams. **Composite Structures**, 74: 37-50.
- Sokolnikoff, I. S., Redheffer, R. M., 1958 *Mathematics of Physics and Modern Engineering*, Tokyo: McGraw-Hill
- Taber L. A., Viano D. C., 1982. Comparison of Analytical and Experimental Results for Free Vibration of Non-Uniform Composite Beams. **Journal of Sound and Vibration**, 83(2): 219-28.
- Teh, K. K., and Huang, C. C., 1979. The Vibrations of Generally Orthotropic Beams, A Finite Element Approach. **Journal of Sound and Vibration**, 62(2): 195-206.
- Teh, K. K., and Huang, C. C., 1980. The Effects of Fibre Orientation on Free Vibrations of Composite Beams. **Journal of Sound and Vibration**, 69(2): 327-337.
- Yerli, H. R., Temel, B., Kiral, E., 1998. Transient Infinite Elements for 2D Soil-Structure Interaction Analysis. **Journal of Geotechnical Geoenvironmental Engineering**. 124(10): 976-88.
- Yerli, H. R., Temel, B., Kiral, E., 1999. Multi-Wave Transient and Harmonic Infinite Elements for Two-Dimensional Unbounded Domain Problems. **Computer and Geotechnics**, 124: 185-206.
- Yıldırım, V., Sancaktar, E., and Kiral, E., 1999a. Free Vibration Analysis of Symmetric Cross-Ply Laminated Composite Beams with the Help of the Transfer Matrix Approach. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 15: 651-660.
- Yıldırım, V., Sancaktar, E., and Kiral, E., 1999b. Comparison of the In-Plane Natural Frequencies of Symmetric Cross-Ply Laminated Beams Based on the Bernoulli-Euler and Timoshenko Beam Theory. **Journal of Applied Mechanics**, ASME, 66: 410-417.
- Yıldırım, V., 1999. Governing Equations of Initially Twisted Elastic Space Rods Made of Laminated Composite Materials. **International Journal of Mechanical Sciences**, 37: 1007-1035.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında büyük bir titizlik, sabır ve özveriyle bana destek olan, yol gösteren ve iyi bir bilimsel çalışma ortamı sağlayan danışman sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Faruk Fırat ÇALIM'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında değerli görüş, katkı ve bilgilerini esirgemeyen sayın hocalarım Yrd. Doç. Dr. Selçuk KAÇIN ve Yrd. Doç. Dr. Umur Korkut SEVİM ve tüm inşaat mühendisliği bölümü öğretim üyelerine en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmalarım sırasında manevi desteğini esirgemeyen hayatımın her aşamasında bana destek olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

ÖZGEÇMİŞ

1983 yılında Muş'ta doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Muş'ta tamamladım. 2003 yılında girdiğim Mustafa Kemal Üniversitesi Mühendislik – Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden 2007 yılında mezun oldum. Eylül 2007 tarihinden itibaren Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Mekanik Anabilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladım. Yüksek lisans döneminde TÜBİTAK projesinde burslu öğrenci olarak görev aldım. Şubat 2008 tarihinden itibaren MMK – ATAKAŞ liman inşaatında görev yapmaktayım.