



MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İÇİ BOŞ SİLİNDİR VE
KÜRELERİN SICAKLIK DAĞILIMININ ANALİZİ

ÇAĞLAR CONKER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Antakya/HATAY

Haziran-2010

MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İÇİ BOŞ SİLİNDİR VE
KÜRELERİN SICAKLIK DAĞILIMININ ANALİZİ**

Çağlar CONKER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Yrd. Doç. Dr. İbrahim KELEŞ danışmanlığında hazırlanan bu tez 14/06/2010 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. İbrahim KELEŞ
Başkan

Doç. Dr. Faruk Fırat ÇALIM
Üye

Yrd. Doç. Dr. Ahmet YAPICI
Üye

Bu tez Enstitümüz Makine Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

Kod No:

Doç. Dr. Erdal YILMAZ
Enstitü Müdürü V.

Proje No:----

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	I
ABSTRACT.....	II
SİMGELER DİZİNİ.....	III
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VI
1. GİRİŞ.....	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	3
2.1. İçi Boş Silindirler.....	3
2.2. İçi Boş Küreler.....	5
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	7
3.1. Materyal.....	7
3.2. Yöntem.....	8
3.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş İçi Boş Silindirin Sıcaklık Dağılımı.....	8
3.2.1.1. Genel Denklemler.....	8
3.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş İçi Boş Kürenin Sıcaklık Dağılımı.....	12
3.2.2.1. Genel Denklemler.....	12
3.3. Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Metodu.....	16
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA.....	18
4.1. FDM İçi Boş Silindirde Süreksiz Hiperbolik Sıcaklık Dağılımının Analizi.....	18
4.2. FDM İçi Boş Kürede Süreksiz Hiperbolik Sıcaklık Dağılımının Analizi.....	29
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	42
KAYNAKLAR.....	44
TEŞEKKÜR.....	48
ÖZGEÇMİŞ.....	49

ÖZET**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İÇİ BOŞ SİLİNDİR VE KÜRELERİN
SICAKLIK DAĞILIMININ ANALİZİ**

Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedeki (FDM) yapılmış içi boş silindir ve kürenin fourier olmayan hiperbolik ısı iletimleri incelenmektedir. Termal gevşeme parametresi hariç diğer bütün material özellikleri silindirik ve küresel yapılar için çapları boyunca üssel olarak değişmektedir, termal gevşeme parametresi sabit kabul edilmiştir. FDM içi boş silindir ve kürenin sınır şartları sırasıyla silindirik simetrik ve küresel simetrik varsayılmış bu da tek boyutlu ısı iletim probleminin oluşmasına yol açmıştır. Problem Laplace alanında analitik olarak çözülmüş ve sonuçlar gerçek zaman uzayına Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm metodu kullanılarak dönüştürülmüştür. Sıcaklığın kısa süreli dinamik davranışları farklı inhomojenlik parametresi ve termal gevşeme sabiti için araştırılmıştır. Homojen silindir ve kürenin özel durumları için doğrulanan sonuçlar literatürde mevcuttur. Sıcaklık dağılımının farklı zaman ve materyal özellikleri arasında karşılaştırılması grafikler halinde sunulmuştur.

2010, 49 sayfa

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve küre, hiperbolik ısı iletimi, sıcaklık dalgaları, Laplace dönüşümü

ABSTRACT**ANALYSIS OF TEMPERATURE DISTRIBUTION OF FUNCTIONALLY
GRADED HOLLOW CYLINDER AND SPHERES**

In this study focus on non-fourier hyperbolic heat conduction for heterogeneous hollow cylinder and sphere made of functionally graded material (FGM). The material properties vary continuously across the thickness, according to exponentially varying properties except for the thermal relaxation parameter, which is taken to be constant. Boundary conditions of the cylinder and sphere are considered to be cylindrically symmetric and spherically symmetric, leading to a one-dimensional heat conduction problem. The problems are solved analytically in the Laplace domain, and the final results obtained are transformed to the real space using the Durbin's numerical inverse Laplace transform method. The transient dynamic responses of temperature are analyzed for different inhomogeneity parameters and normalized thermal relaxation constants. The current results for the specific case of a homogeneous cylinder and sphere are validated by results available in the literature. The comparisons of temperature distribution between various time and material properties are presented in the form of graphs.

2010, 49 pages

Key Words: Functionally graded cylinder and sphere; hyperbolic heat conduction; temperature waves; Laplace transform

SİMGELER DİZİNİ

r_i	FDM içi boş silindir ve kürenin iç çapı
r_o	FDM içi boş silindir ve kürenin dış çapı
r	Radyal koordinat
T	Sıcaklık
t	Zaman
T_{wi}	FDM içi boş silindir ve kürenin iç yüzeyine yüklenen ısı
T_{wo}	FDM içi boş silindir ve kürenin dış yüzeyine yüklenen ısı
\vec{q}	Isı akısı vektörü
K	Termal iletkenlik
c_ρ	Özgül ısı
S	İç ısı üretimi
q_r	Isı akısının radyal bileşeni
β	inhomojenlik parametresi
Q	$=r_0 q_r / K_0 T_0$, boyutsuz ısı akısı
T_γ	$=T_{wi} - T_0 / T_{wo} - T_0$, ısı değişim oranı
r_γ	$=r_i / r_o$, FDM içi boş silindir ve kürenin çap değişim oranı
K_0	$=K / \rho_0 c_{\rho 0}$, Termal yayılma gücü
T_0	ilk sıcaklık
\tilde{Q}	Boyutsuz ısı akısının Laplace dönüşümü
$J_\alpha(\beta)$	Bessel fonksiyonlarının birinci tipi
$Y_\alpha(\beta)$	Bessel fonksiyonlarının ikinci tipi
L_k	$=\sin\left(\frac{k\pi}{N}\right) / \left(\frac{k\pi}{N}\right)$, Lanczos faktörü
z_k	$=a + ik \frac{2\pi}{T}$, Laplace dönüşüm parametresi
T	Laplace dönüşüm çözüm aralığı
ξ	$=K_0 t / r_0^2$, Boyutsuz zaman

τ	Termal gevşeme zamanı
ε_0	$=K_0\tau/r_0^2$, Boyutsuz termal gevşeme
∇	Gradient operatörü
η	$=r/r_0$, Boyutsuz radyal koordinat
ρ	Yoğunluk
θ	$=T - T_0/T_{W_0} - T_0$, Boyutsuz sıcaklık
$\tilde{\theta}$	Boyutsuz sıcaklığın Laplace dönüşümü

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 4.1. $\xi=0.18$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	28
Çizelge 4.2. $\xi=0.32$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	29
Çizelge 4.3. $\xi=0.58$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	29
Çizelge 4.4. $\xi = 0.18$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	41
Çizelge 4.5. $\xi=0.32$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	41
Çizelge 4.6. $\xi=0.58$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi.....	41

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3.1. FDM içi boş bir silindirin sınır şartları.....	8
Şekil 4.1. $\eta = 0.7$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	19
Şekil 4.2. $\eta = 0.8$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	19
Şekil 4.3. $\eta = 0.9$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	20
Şekil 4.4. İçi boş silindirdeki inhomojenlik parametre (β) değerleri için kalınlık boyunca farklı noktalardaki maksimum sıcaklık dağılımı	21
Şekil 4.5. $T_\gamma = 0$ için içi boş silindirde inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	21
Şekil 4.6. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 0.1$ için içi boş silindirdeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi.....	22
Şekil 4.7. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 3.9$ için içi boş silindirdeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi.....	23
Şekil 4.8. $\eta = 0.7$ için içi boş silindirdeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi	24
Şekil 4.9. $\eta = 0.8$ için içi boş silindirdeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi	24
Şekil 4.10. $\eta = 0.9$ için içi boş silindirdeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi	25
Şekil 4.11. İçi boş silindirde $\xi = 0.12$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....	26
Şekil 4.12. İçi boş silindirde $\xi = 0.32$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....	27
Şekil 4.13. İçi boş silindirde $\xi = 3.48$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....	27
Şekil 4.14. $\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş silindirin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi.....	28
Şekil 4.15. $\eta = 0.7$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	30
Şekil 4.16. $\eta = 0.8$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....	31

- Şekil 4.17. $\eta = 0.9$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....32
- Şekil 4.18. İçi boş küredeki inhomojenlik parametre (β) değerleri için kalınlık boyunca farklı noktalardaki maksimum sıcaklık dağılımı33
- Şekil 4.19. $T_\gamma = 0$ için içi boş kürede inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi.....33
- Şekil 4.20. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 0.1$ için içi boş küredeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi.....34
- Şekil 4.21. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 3.9$ için içi boş küredeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi.....35
- Şekil 4.22. $\eta = 0.7$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi36
- Şekil 4.23. $\eta = 0.8$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi36
- Şekil 4.24. $\eta = 0.9$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi37
- Şekil 4.25. İçi boş kürede $\xi = 0.12$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....38
- Şekil 4.26. İçi boş kürede $\xi = 0.32$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....39
- Şekil 4.27. İçi boş kürede $\xi = 3.48$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi.....39
- Şekil 4.28. $\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş kürenin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi.....40

1. GİRİŞ

Günümüzde yaşam koşulları ilerledikçe ihtiyaçlar da fazlalaşmıştır. Kullanılan mevcut malzemeler ilerleyen teknolojiyle yetersiz kalmış ve daha üstün özellikli malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Teknolojik gelişmelerin ortaya çıkardığı bu ihtiyacın neticesinde son yıllarda FDM üretimi üzerine çalışmalar yoğunluk kazanmıştır.

FDM'ler birbirleri ile birleştirilmiş, fiziksel ve kimyasal olarak birbirlerinden farklı özellikler taşıyan iki madde arasında farklı ısıl genişleme katsayılarından dolayı oluşan ısıl gerilmeleri derecelendirilmiş yapılarıyla azaltır, iki madde arasındaki fiziksel ve kimyasal özelliklerin ani değişimlerinden dolayı meydana gelebilecek diğer olumsuzlukları da minimuma indirirler.

1950'li yıllardan bu yana FDM'ler ile ilgili çalışmalar devam etmektedir. Modern mühendislik yapılarında yüksek mukavemet ve ısıl direnç gibi özelliklerinden dolayı FDM'lerle ilgili çalışmalar önem kazanmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve kürenin hiperbolik ısı iletiminin belirlenmesine yönelik birçok çalışma olmasına rağmen, eksponansiyel olarak değişen özellikleriyle yapılan çalışmalar yeterli değildir.

Bu çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindir ve kürenin üssel olarak değişen özellikleriyle sıcaklık dağılımı Laplace uzayında teorik ve sayısal olarak incelenmiştir. Laplace dönüşümü sık kullanılan bir metottur. Kısmi diferansiyel denklemler, bu yolla, adi diferansiyel denklemlere dönüştürülüp Laplace uzayında çözülebilir. Burada asıl önemli husus Laplace uzayından gerçek zaman uzayına dönüştür. Çözümleri ortogonal fonksiyonlardan oluşan seriler şeklinde kabul eden yöntemler yaygın olarak kullanılmakta olup, yoğun nümerik çalışma gerektirmektedir. Laplace uzayında elde edilen çözümler, Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılarak zaman uzayına dönüştürülmüştür. Fast Fourier Transformasyonu (FFT) algoritmasına dayanan bu metodun hızı ve verimliliği literatürdeki çalışmalarda kanıtlanmıştır. Eksponansiyel olarak değişen özellikleriyle içi boş küre ve silindirin ısı dağılımında etki gösteren faktörler ayrıntılı bir şekilde araştırılmıştır. Malzeme özellikleri olarak ısıl iletkenlik, yoğunluk ve özgül ısı değerleri üstel fonksiyona göre değişmektedir. FDM'den yapılmış içi boş küre ve silindirde kullanılan inhomojenlik parametresinin sıcaklık ve ısı iletimi davranışında belirleyici bir parametre olup

olmadığı ve bu parametrenin artması veya azalması ile nasıl bir etkinin meydana geldiği irdelenmek istenmektedir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1. İçi Boş Silindirler

FDM'ler, kompozit malzemelerin özellikle yeni türleri olup uzay ve nükleer sanayi alanları gibi pek çok yüksek sıcaklık gerektiren uygulamalar için tercih edilen malzemeler haline gelmişlerdir. FDM'ler elastik ve termal özelliklerini bir yüzeyinden diğer yüzeyine yavaş yavaş ve sürekli olarak değiştiren heterojen malzemelerdir. FDM'lerin kurucu malzemeleri ısıya dayanıklı, erozyon ve korozyon direnci gelişmiş ve yüksek kırılma tokluğuna sahiptirler. Değınilen bu özelliklerinden dolayı FDM'ler geniş bir uygulama alanına sahip olan silindirik yapılarda sıklıkla kullanılmaktadır.

Chen ve Lin (1991), sonlu elemanlar (sonlu-fark) yöntemi ve Laplace dönüşüm tekniğinin hibrit (karma) uygulamasını kullanarak termal iletkenliğe bağlı sıcaklıkla içi boş bir silindir içindeki doğrusal olmayan geçici ısı iletimini incelemişlerdir. Kozłowska ve ark. (1995), ince altın filmlerde piko saniyeli lazer darbeleri ile uyarılan hiperbolik termal dalgaları analiz etmişlerdir. Zanchini ve Pulvirenti (1998), sonsuz uzunlukta içi boş bir silindirin kararlı ısı iletmi için sıcaklık alanı üzerindeki gevşeme zamanının etkilerini göstermişlerdir. Ani sıcaklık veya sabit sıcaklık alanlarına maruz kalan FDM'lerin ısıl gerilme şiddet faktörleri ve ısıl gerilmeleri Noda (1999) tarafından tartışılmıştır. Al-Nimr ve Naji (2000), anizotropik bir malzemede hiperbolik ısı iletim problemini çözmüşlerdir. Becker ve ark. (2000), malzeme özelliklerinin FDM'lerdeki artık ısıl gerilmelerine etkilerini araştırmışlardır. Wang ve Traynicek (2001), hava için ısı transferi üzerindeki sıcaklığa bağımlı viskozitenin rolünü incelemişlerdir. Tarn (2001), sıcaklık değişiklikleri ve basınç yüklemesi nedeniyle gerilme, burulma, kesme ve radyal genişlemedeki deforme olmuş FDM silindirlerin termo-mekanik özellikleri konusunda çalışmıştır. Chen ve ark. (2001), tahmini sınır şartlarında bir boyutlu ters hiperbolik ısı iletim problemini Laplace dönüşüm tekniği ve kontrol yöntemi ile birlikte hiperbolik şekil fonksiyonunu ve en-kare yöntemini kullanarak bir çözüm önermişlerdir. Sutradhar ve ark. (2002), üç boyutlu üssel derecelendirilmiş malzemeler için süresiz ısı iletim problemlerini çözmüşlerdir. Sladek ve ark. (2003), sonlu bir şerit ve içi boş bir silindirin malzeme özelliğinin bir üstel varyasyonu ile yerel sınır integral metodunu kullanarak çözümlerini geliştirmişlerdir. Metotlarının kontrolünde aynı malzeme için uygun analitik çözümleri kullanmışlardır. Sutradhar ve Paulino (2004), FDM'lerde

sürekli ısı iletiminin analizi için üç boyutlu bir sınır eleman yaklaşımını geliştirmişlerdir. Çözümlerinin sonlu elemanlar metodu ve analitik çözümler ile mükemmel bir uyum içerisinde olduğunu göstermişlerdir. Sutradhar ve Paulinio (2004), önceki analitik çözümlerini genişleterek sonlu elemanlar metodu (FEM) ve sınır eleman metoduna (BEM) bağlı sayısal çözümlerle iyi bir sonuç almışlardır. Tarn ve ark. (2004) iki boyutlu çözüm çerçevesinde bir yaklaşım olarak kullanılmak üzere FDM'den yapılmış dairesel silindirlere ısı iletiminin etkisini incelemişlerdir. Lui ve Chen (2004), hiperbolik ısı iletim modelini kullanarak katı bir silindir, küre ve sonlu düzlemsel bir levhayı analiz etmek için Laplace dönüşüm ve hacim formülasyonları kontrolünden oluşan hibrit sayısal yöntemini kullanmışlardır. Wang ve Mai (2005), sonlu elemanlar yöntemini kullanarak plakalar, silindirler ve küreler gibi homojen olmayan malzemelerdeki sürekli bir boyutlu ısı gerilmeleri araştırmışlardır. Lui ve ark. (2005), tabakalı katı bir silindirdeki ısı dalgası yayılım davranışının ara yüzeydeki etkisini araştırmak için kontrol-hacim yöntemini kullanmışlardır. Lu ve ark. (2006), genellikle zamana bağlı değişikliklere maruz kalan dairesel kompozit silindirdeki çok boyutlu ısı iletimi için analitik bir yaklaşım elde etmişlerdir. Wang ve ark. (2006) homojen olmayan FDM malzemesindeki sürekli ısı iletiminin analizi için nümerik bir model geliştirmişlerdir. Woodfield ve ark. (2006), bir ve iki boyutlu problemlerde farklı sınır alan şartları ile Laplace dönüşüm yöntemini kullanarak elde edilen ısı iletim problemlerinin tersini almak için analitik çözümler sunmuşlardır. Dai ve ark. (2006), düzgün bir manyetik alanda analitik olarak yerleştirilmiş ve iç basınca maruz kalan silindirik ve küresel FDM'nin elastik manyetik davranışını araştırmışlardır. Fonksiyonel dereceli kalın içi boş silindirin sürekli ısı iletiminin analitik çözümünü Hosseini ve ark. (2007), tarafından aksel simetri şartlarında ele almışlardır. Hosseini ve ark. (2007), Bessel fonksiyonlarını kullanarak sıcaklık dağılımını analitik olarak elde etmişlerdir. Jabbari ve ark. (2009), FDM'den yapılmış bir kompozit silindirin, diğer ekipman ve araçlar için tehlikeli olmayacak şekilde, iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru nüfuz eden ısıyı araştırmışlardır. Azadi ve Shariyat (2009), sıcaklığa bağlı malzeme özellikleri ile kalın bir FGM silindirin doğrusal olmayan geçici ısı transferini çalışmak için sonlu elemanlar yöntemini kullanmışlardır. Chen (2010), hibrit Green fonksiyonu yöntemini kullanarak silindirdeki hiperbolik ısı iletimini incelemiştir. Kandula (2010), sıcaklık ve

termal iletkenliğin doğrusal varyasyonu ile bir sonlu içi boş silindirdeki süreksiz ısı dağılımının çözümü için basit bir kapalı form elde etmiştir.

2.2. İçi Boş Küreler

FDM'ler sıradan lamine kompozitler ile kıyaslandığında üstün özellikleri ve artan uygulamaları nedeniyle mühendislik alanlarında özel bir öneme sahiptirler. Küresel yapılara FDM'lerden yararlanılarak yeni özellikler kazandırılmaktadır.

Sengupta ve ark. (1993), ısı-iletkenlik profilinin belirli bir sınıfı için homojen olmayan içi boş kürede periyodik radyal ısı iletimi için tam analitik çözümler sunmuşlardır. Tarzai ve Turner (1999), karışık sınır şartları ile küresel koordinatlardaki ısı iletim problemlerini ele almışlardır. Branco ve ark. (2000), içi boş silindirde ısı iletimini, harici ısı iletim katsayısının Power-fonksiyonlarına göre değişmesiyle inceleyerek boyutsuz bir yaklaşım ileri sürmüşlerdir. Sınır yüzeyleri üzerinde ani sıcaklık değişimleri için küresel medyanın ısı davranışı Tsai ve Hung (2003), Tsai ve ark. (2005) ve Jiang ve Sousa (2005) tarafından çalışılmıştır. Jiang ve Sousa (2005), iç ve dış yüzeylerinde ani ısı değişmesi olan içi boş küredeki ısı iletimini analitik olarak ele almışlardır. Jiang (2006), ani ısı değişikliklerine maruz kalan iki sınır yüzeyi için boş küredeki hiperbolik ısı iletim sürecini araştırmıştır. Çalışmasında problemin çözümü için Laplace dönüşüm yöntemini kullanmıştır. Liang ve Li (2007), içi boş küre dolu polimer kompozitler için özel eşdeğer ısı iletkenliğinin kuralı ve minimum ısı direnci kuralına bağlı yeni bir etkili ısı iletkenlik denklemi türetmişlerdir. Cheng ve ark. (2007), içi boş kürenin iç yüzeyindeki sıcaklık dağılımını belirleyen, küresel simetrik üç boyutlu ters ısı iletimi problemini Tikhonov metodunu kullanarak incelemişlerdir. Babaaei and Chen (2008), FDM'den yapılmış içi boş küre için süreksiz hiperbolik ısı iletim problemini araştırmışlardır. Çalışmalarında malzeme özelliklerinin radyal yönde artan şekilde değiştiğini kabul etmişlerdir. Moosaie (2009), içi boş kürede Cattaneo-Vernotte hiperbolik ısı iletim denklemini analitik olarak Fourier olmayan eksenel simetrik (2+1) boyutlu ısı alanında araştırmıştır. Çalışmasında malzemeyi homojen ve sıcaklıktan bağımsız ısı özelliklere sahip olduğunu varsayarak, standart değişkenlerine ayırma yöntemini kullanmıştır. Shirmohammadi ve Moosaie (2009), periyodik sınır ısı akısı ile içi boş bir kürenin hiperbolik ısı davranışını analitik olarak araştırmışlardır.

Çalışmalarında Duhamel integral teoremi ile birlikte değişkenlerin ayrılması yöntemini basit bir şekilde kapalı form çözümü elde etmek için kullanmışlardır. Fiedler ve ark. (2009), özellikle zamana bağlı malzeme davranışını Lattice Monte Carlo (LMC) ve Sonlu elemanlar metodunu (FEM) kullanarak geçici ısı davranışı incelemiştir. Khan ve ark. (2009), değişken termal iletkenliğin, içi boş bir kürede ısı üretimi ve ısı iletimi üzerindeki etkilerini Homotopy Perturbation metodunu kullanarak incelemiştir

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Materyal

Materyallerin birleşimlerinde bir yapıdan diğer yapıya geçişler sorun çıkarmaktadır. Bunun yerine, durumlar arası geçişler kademeli yapılarak olumsuzluklar azaltılmaya çalışılır. Mühendislik uygulamalarındaki yeni tür bazı ihtiyaçların karşılanabilmesi için malzemelerde homojen olmayan kademeli veya devamlı değişen bir yapıya ihtiyaç duyulmuştur. FDM bu ihtiyacın bir sonucu olarak ortaya çıkmış ve oldukça ilgi gören bir konu haline gelmiştir.

FDM'ler birbirleri ile birleştirilmiş, fiziksel ve kimyasal olarak birbirlerinden farklı özellikler taşıyan maddeleri içermektedirler. Kurucu maddelerindeki bu farklılık nedeniyle FDM yapılar fonksiyon ve kompozisyonlarını yapının bir tarafından diğer tarafına sürekli olarak ve kademe kademe değiştirirler. Düzenli olarak iki malzemenin bir doğrultu boyunca karışım oranlarındaki değişimi, farklı özelliklere sahip malzemelerin daha kolay uyuşmasını sağlamak ve malzemedeki herhangi bir etki karşısında bileşenlerin ayrışmasına, malzemelerin bütünlüğünün bozulmasına izin vermemektedir. Buradaki önemli husus bir materyalin birden çok fonksiyonel özelliği bir arada taşımasıdır. Örneğin, bir kesit yüksek mukavemet özelliği gösterirken, diğer kesit yüksek ısı direnci özelliği gösterebilmektedir. Bu da FDM'nin en büyük avantajlarından birisidir.

Malzeme mühendisliği alanındaki gelişmeler, FDM'den yapı elemanları imalatını mümkün kılmıştır. İlk olarak, 1980'lerde Japon bilim adamları tarafında geliştirilen FDM'ler, aslında, malzeme özellikleri sürekli olarak değişen kompozit malzemelerdir. Yüksek sıcaklığa maruz kalan yüzeylerin mukavemetinin takviye edilmesi amacıyla kullanıma giren FDM'ler, zaman içinde, aşınmaya karşı yüksek mukavemetli elemanlarda ve çatlak oluşması ve ilerlemesini engelleyici ortamlar oluşturulmasında kullanılmaya başlanmıştır (Yamanouchi ve ark., 1990; Koizumi, 1993; Erdoğan,1995).

Değişken özelliklere sahip malzeme veya malzeme sistemleri kullanılarak birçok mühendislik uygulamasında çalışma sıcaklığı yükseltilmiş, malzemelerin sağlamlık, tokluk, korozyon dayanımı gibi özelliklerinin artırılması sağlanmıştır.

3.2. Yöntem

3.2.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş İçi Boş Silindirin Sıcaklık Dağılımı

3.2.1.1. Genel Denklemler

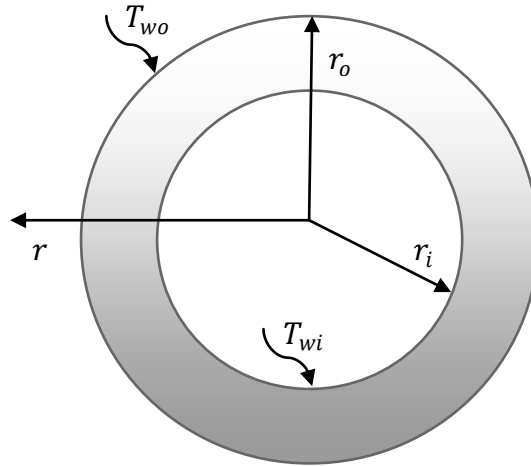
Tek boyutlu radyal ısı iletimi sürecini iç yarıçapı r_i ve dış yarıçapı r_o olan fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindir için düşünelim (Şekil 3.1.). Problemin çözümü için sınır şartları aşağıda verilmiştir.

$$T(r, t)|_{r=r_i} = T_{wi}$$

$$T(r, t)|_{r=r_o} = T_{wo}$$

(3.1)

Burada T , r ve t sırasıyla sıcaklık, radyal koordinat ve zamandır. T_{wi} ve T_{wo} ise içi boş silindirin iç ve dış yüzeyine uygulanan sıcaklıklardır.



Şekil 3.1. FDM içi boş bir silindirin sınır şartları

İzotropik katılarda hiperbolik ısı iletim denklemi aşağıdaki şekildedir (Babaei ve Chen,2010).

$$\vec{q} + \tau \frac{\partial \vec{q}}{\partial t} = -K \nabla T \quad (3.2)$$

Burada \vec{q} ısı akısı vektörü, τ termal gevşeme zamanı, K termal iletkenlik ve ∇ gradient operatörüdür.

Enerji dengesi ise şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = S - \nabla \cdot \vec{q} \quad (3.3)$$

Burada ρ yoğunluk, c_p özgül ısı ve S iç ısı üretimidir.

Mevcut problemin silindirik simetri ve isotropisi ısı akısının sadece radyal bileşeninin ortadan kaybolmadığı anlamına gelmektedir. Ayrıca radyal koordinat r ile ilgili türev hariç bütün diğer türevler sıfırdır. İç ısı üretiminin olmadığı durumda (3.2) ve (3.3) denklemleri aşağıdaki şekle dönüşür.

$$-\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) q_r = K \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.4a)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4b)$$

Burada q_r ısı akısının radyal bileşenidir. Termal gevşemenin sabit olduğu varsayılarak inhomojenlik sabitinin hiperbolik ısı iletimi üzerindeki etkisini araştırmak için malzeme özellikleri üstel fonksiyon formunda aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$K(r) = K_0 e^{\beta r}, \quad \rho(r) = \rho_0 e^{\beta r}, \quad c_p = c_{p0} e^{\beta r} \quad (3.5)$$

Burada β inhomojenlik parametresidir. K_0 , ρ_0 , ve c_{p0} sabittir.

(3.5) denklemi (3.4) denkleminde yerine yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$-\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) q_r = K_0 e^{\beta r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.6a)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) = C_0 e^{2\beta r} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.6b)$$

Burada $C_0 = \rho_0 c_{\rho 0}$ olmaktadır.

Boyutsuzlaştırma parametreleri kullanılarak

$$\eta = \frac{r}{r_0}, \quad \varepsilon_0 = \frac{K_0 \tau}{r_0^2}, \quad \theta = \frac{T-T_0}{T_{W_0}-T_0}, \quad \xi = \frac{K_0 t}{r_0^2},$$

$$r_\gamma = \frac{r_i}{r_0}, \quad T_\gamma = \frac{T_{W_i}-T_0}{T_{W_0}-T_0}, \quad Q = \frac{r_0}{K_0 T_0} q_r \quad (3.7)$$

Burada $K_0 = \frac{K_0}{\rho_0 c_{\rho 0}}$ ve T_0 sırasıyla FDM silindirin iç yüzeyinin ısı yayılma gücü ve ilk sıcaklığıdır.

(3.6a) ve (3.6b) denklemleri (3.7) denklemiyle boyutsuzlaştırılır ardından boyutsuzlaştırılan denklemlere FDM silindirde ısı etkisinden önce düzenli ilk sıcaklığı olduğu varsayılarak Laplace dönüşümü uygulanır, $T(r, t)|_{t=0} = T_0$. Bu şekilde problemin yönetici denklemleri Laplace alanında elde edilir.

$$-(1 + \varepsilon_0 s) \tilde{Q} = e^{\beta \eta r_0} \frac{T_{W_0}-T_0}{T_0} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \eta} \quad (3.8a)$$

$$-\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta \tilde{Q}) = e^{2\beta \eta r_0} \frac{T_{W_0}-T_0}{T_0} s \tilde{\theta} \quad (3.8b)$$

Burada \tilde{Q} ve $\tilde{\theta}$ sırasıyla boyutsuzlaştırılmış ısı akısı ve sıcaklığın Laplace transformlarıdır, s ise Laplace parametresidir.

\tilde{Q} (3.8a) ve (3.8b) denklemleri arasından çıkarıldığında $\tilde{\theta}$ için adi diferansiyel denklemi elde ederiz.

$$\eta^2 \tilde{\theta}_{,\eta\eta} + (1 + \beta \eta r_0) \eta \tilde{\theta}_{,\eta} - \eta^2 e^{\beta \eta r_0} s (1 + \varepsilon_0 s) \tilde{\theta} = 0 \quad (3.9)$$

(3.8a) ve (3.8b) denklemlerinin çözümü

$$\tilde{\theta}(\eta, s) = \eta^{-\frac{\beta\eta r_0}{2}} (C_1 J_A(B \eta) + C_2 Y_A(B \eta)) \quad (3.10)$$

olmaktadır. Burada A ve B

$$A = \sqrt{\left(-\frac{\beta\eta r_0}{2}\right)^2} \quad (3.11a)$$

$$B = \sqrt{-s e^{\beta\eta r_0} (1 + \varepsilon_0 s)} \quad (3.11b)$$

$J_\alpha(\beta)$ ve $Y_\alpha(\beta)$ ise sırasıyla, Bessel fonksiyonlarının birinci ve ikinci tipleridir. C_1 ve C_2 sınır şartları tarafından belirlenen integral sabitleridir.

(3.10) denklemi (3.8a) denkleminde yerine konduğunda, aşağıda görülen boyutsuzlaştırılmış ısı akısını (\tilde{Q}) laplace alanında elde ederiz.

$$\tilde{Q} = X \left\{ \frac{1}{2} \eta^{-1-\frac{1}{2}\beta\eta r_0} (-2 B \eta J_{1+A}(B \eta) C_1 + Y_{1+A}(B \eta) C_2) + (J_A(B \eta) C_1 + Y_A(B \eta) C_2) (2 A - \beta \eta (1 + \text{Log}[\eta]) r_0) \right\} \quad (3.12)$$

Burada

$$X = -\frac{1}{(1+\varepsilon_0 s)} e^{\beta\eta r_0} \frac{T_{w0}-T_0}{T_0} \quad (3.13)$$

(3.1) denkleminin sınır şartları Laplace alanında aşağıda ifade edildiği gibi boyutsuzlaştırılıp dönüştürülebilir.

$$\tilde{\theta}(\eta, s)|_{\eta=1} = \frac{1}{s}, \quad \tilde{\theta}(\eta, s)|_{\eta=r_\gamma} = \frac{T_\gamma}{s} \quad (3.14)$$

(3.10) denklemi (3.14) denklemine yerine konursa C_1 ve C_2 'yi elde ederiz.

$$C_1 = \frac{P}{D} \quad (3.15a)$$

$$C_2 = \frac{L}{D} \quad (3.15b)$$

Burada

$$P = Y_A(B r_\gamma) - r_\gamma^{\frac{r_\gamma \beta r_0}{2}} Y_A(B) T_\gamma \quad (3.16a)$$

$$L = r_\gamma^{\frac{r_\gamma \beta r_0}{2}} J_A(B) T_\gamma - J_A(B r_\gamma) \quad (3.16b)$$

$$D = s \left(J_A(B) Y_A(B r_\gamma) - J_A(B r_\gamma) Y_A(B) \right) \quad (3.16c)$$

(3.15a) ve (3.15b) denklemleri (3.10) ve (3.12) denklemlerindeki yerlerine koyulunca Laplace alanındaki nihai sonuçları açık bir şekilde ifade edebiliriz.

$$\tilde{\theta}(\eta, s) = \frac{\eta^{-\frac{\beta \eta r_0}{2}}}{D} (P J_A(B \eta) + L Y_A(B \eta)) \quad (3.17a)$$

$$\tilde{Q} = \frac{X}{D} \left\{ \frac{1}{2} \eta^{-1-\frac{1}{2} \beta \eta r_0} (-2 B \eta J_{1+A}(B \eta) P + Y_{1+A}(B \eta) L) + (J_A(B \eta) P + Y_A(B \eta) L) (2 A - \beta \eta (1 + \text{Log}[\eta]) r_0) \right\} \quad (3.17b)$$

3.2.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş İçi Boş Kürenin Sıcaklık Dağılımı

3.2.2.1. Genel Denklemler

Küresel ve silindirik sistemlerin davranışlarını birlikte analiz etmek için benzer şartlar altında benzer prosedürler uygulanmalıdır. Dolayısıyla bu bölümde yapılan çalışmada sınır şartları içi boş silindirdeki problem ile aynı kabuller yapılmıştır. Hiperbolik ısı iletim denklemi ve enerji dengesi denklemi değişim göstermemektedir.

Mevcut problemin küresel simetri ve isotropisi ısı akısının sadece radyal bileşenin ortadan kaybolmadığı anlamına gelmektedir. Ayrıca radyal koordinat r ile ilgili türev hariç bütün diğer türevler sıfırdır. İç ısı üretiminin olmadığı durumda (3.2) ve (3.3) denklemleri aşağıdaki şekle dönüşür.

$$-\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) q_r = K \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.18a)$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_r) = \rho c_\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.18b)$$

Termal gevşemenin küresel yapı içerisinde sabit olduğu varsayılarak inhomojenlik sabitinin hiperbolik ısı iletimine etkisini araştırmak için malzeme özellikleri üstel fonksiyon formunda aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$K(r) = K_0 e^{\beta r} , \quad \rho(r) = \rho_0 e^{\beta r} , \quad c_\rho = c_{\rho 0} e^{\beta r} \quad (3.19)$$

(3.19) denklemi (3.18a) ve (3.18b) denklemleri içerisindeki yerine konulup çözüldüğünde aşağıdaki ifade elde edilmektedir.

$$-\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right) q_r = K_0 e^{\beta r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (3.20a)$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_r) = C_0 e^{2\beta r} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.20b)$$

Fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindirdeki boyutsuzlaştırma parametreleri küresel yapı için de kullanılarak (3.20a) ve (3.20b) denklemleri boyutsuzlaştırılır ve FDM kürenin ısı etkisinden önce düzenli ilk sıcaklığa sahip olduğu durum için boyutsuzlaştırılmış denklemlere Laplace dönüşümünü uygularsak problemin yönetici denklemlerini Laplace alanında elde ederiz.

$$-(1 + \varepsilon_0 s) \tilde{Q} = e^{\beta \eta r_0} \frac{T_{W0} - T_0}{T_0} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \eta} \quad (3.21a)$$

$$-\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta^2 \tilde{Q}) = e^{2\beta \eta r_0} \frac{T_{W0} - T_0}{T_0} s \tilde{\theta} \quad (3.21b)$$

\tilde{Q} (3.21a) ve (3.21b) denklemleri arasından çıkarıldığında $\tilde{\theta}$ için adi diferansiyel denklemi elde ederiz.

$$\eta^2 \tilde{\theta}_{,\eta\eta} + (2 + \beta \eta r_0) \eta \tilde{\theta}_{,\eta} - \eta^2 e^{\beta \eta r_0} s (1 + \varepsilon_0 s) \tilde{\theta} = 0 \quad (3.22)$$

(3.21a) ve (3.21b) denklemlerinin çözümü aşağıda ifade edildiği gibidir.

$$\tilde{\theta}(\eta, s) = \eta^{-\frac{1+\beta \eta r_0}{2}} (C_1 J_A(B \eta) + C_2 Y_A(B \eta)) \quad (3.23)$$

Burada A ve B

$$A = \sqrt{\left(-\frac{1+\beta \eta r_0}{2}\right)^2} \quad (3.24a)$$

$$B = \sqrt{-s e^{\beta \eta r_0} (1 + \varepsilon_0 s)} \quad (3.24b)$$

(3.23) denklemi (3.21a) denkleminde yerine konduğunda, aşağıda görülen boyutsuzlaştırılmış ısı akısını (\tilde{Q}) Laplace alanında elde ederiz.

$$\tilde{Q} = X \left\{ \frac{1}{2} \eta^{\frac{1}{2}(-3-\beta \eta r_0)} (-2 B \eta J_{1+A}(B \eta) C_1 + Y_{1+A}(B \eta) C_2) + (J_A(B \eta) C_1 + Y_A(B \eta) C_2) (-1 + 2 A - \beta \eta (1 + \text{Log}[\eta]) r_0) \right\} \quad (3.25)$$

Burada

$$X = -\frac{1}{(1+\varepsilon_0 s)} e^{\beta \eta r_0} \frac{T_{w0}-T_0}{T_0} \quad (3.26)$$

(3.1) denkleminin sınır şartları Laplace alanında aşağıda ifade edildiği gibi boyutsuzlaştırılıp dönüştürülebilir.

$$\tilde{\theta}(\eta, s)|_{\eta=1} = \frac{1}{s}, \quad \tilde{\theta}(\eta, s)|_{\eta=r_\gamma} = \frac{T_\gamma}{s} \quad (3.27)$$

Denklem (3.23) denklem (3.27) içinde çözüldüğünde C_1 ve C_2 'yi elde ederiz.

$$C_1 = \frac{P}{D} \quad (3.28a)$$

$$C_2 = \frac{L}{D} \quad (3.28b)$$

Burada

$$P = Y_A(B r_\gamma) - r_\gamma^{\frac{1+r_\gamma \beta r_0}{2}} Y_A(B) T_\gamma \quad (3.29a)$$

$$L = r_\gamma^{\frac{1+r_\gamma \beta r_0}{2}} J_A(B) T_\gamma - J_A(B r_\gamma) \quad (3.29b)$$

$$D = s \left(J_A(B) Y_A(B r_\gamma) - J_A(B r_\gamma) Y_A(B) \right) \quad (3.29c)$$

(3.28a) ve (3.28b) denklemleri (3.23) ve (3.25) denklemlerindeki yerlerine koyulunca Laplace alanında sıcaklığın ve ısı akısının son hali aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\tilde{\theta}(\eta, s) = \frac{\eta^{-\frac{1+\beta\eta r_0}{2}}}{D} (P J_A(B \eta) + L Y_A(B \eta)) \quad (3.30a)$$

$$\tilde{Q} = \frac{X}{D} \left\{ \frac{1}{2} \eta^{\frac{1}{2}(-3-\beta \eta r_0)} (-2 B \eta J_{1+A}(B \eta) P + Y_{1+A}(B \eta) L) + (J_A(B \eta) P + Y_A(B \eta) L) (-1 + 2 A - \beta \eta (1 + \text{Log}[\eta]) r_0) \right\} \quad (3.30b)$$

3.3. Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Metodu

Laplace uzayında elde edilen çözümlerin zaman uzayına dönüşümü için modifiye edilmiş Durbin'in ters dönüşüm yöntemi kullanılacaktır. Bu yöntemle elde edilen sonuçların homojen durumlar ($\beta=0$) için literatür ile birebir örtüştüğü görülmektedir (Babaei and Chen, 2008; 2010; Jiang, 2006). Bu yöntem, sonlu Fourier-Kosinüs dönüşümüne dayalı Dubner ve Abate metodunun geliştirilmiş halidir. Yöntem aşağıda özetlenmiştir (Calım, 2009):

$$\tilde{f}(\eta, \xi_j) = \frac{2 \text{Exp}[aj\Delta t]}{T} \left[-\frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{f}(\eta, a)\} + \text{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} [(A(\eta, k) + iB(\eta, k))L_k] W^{jk} \right\} \right] \quad (3.31)$$

$j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

Burada

$$A(\eta, k) = \sum_{m=1}^M \text{Re} \left\{ \tilde{f}(\eta, a + i(k + mN) \frac{2\pi}{T}) \right\} \quad (3.32a)$$

$$B(\eta, k) = \sum_{m=1}^M \text{Im} \left\{ \tilde{f}(\eta, a + i(k + mN) \frac{2\pi}{T}) \right\} \quad (3.32b)$$

ve

$$W = \text{Exp}[i \frac{2\pi}{N}], \quad \Delta t = \frac{T}{N} \quad (3.32c)$$

Burada “ i ” kompleks sayı olup, $s_k = a + i \frac{2\pi k}{T}$ k inci Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. T , çözüm aralığı olmak üzere, N adet eşit zaman aralığı için $\tilde{f}(\eta, \xi_j)$ hesaplanmaktadır. Bu çalışmada çözülen sayısal örneklerde $aT = 7,5$ seçilmiştir. Lanczos (L_k) faktörü ise

$$L_k = \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{N}\right)}{\left(\frac{k\pi}{N}\right)} \quad (3.33)$$

şeklindedir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, ısı iletkenlik, yoğunluk ve özgül ısı özellikleri üssel fonksiyona göre değişen FDM'den yapılmış içi boş silindir ve kürenin ısı iletimi Laplace dönüşüm tekniği kullanılarak araştırılmıştır. Zaman uzayına geçiş için geliştirilmiş Durbin metodu kullanılmıştır.

Geliştirilen bilgisayar programı ile fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindir ve küredeki sıcaklık dağılımlarının yanı sıra ısı akısı analizleri de yapılmıştır. Aynı zamanda elde edilen sonuçlar literatürdeki inhomojenlik parametresinin sıfır olduğu durumlarla (homojen durumlar ($\beta=0$)) karşılaştırılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve küreler için; sınır şartlarının, inhomojenlik parametresinin (β), boyutsuz radyal koordinatın (η) ve boyutsuz termal gevşeme sabitinin (ε_0) sıcaklık dağılımına ve ısı akısına etkileri araştırılmıştır.

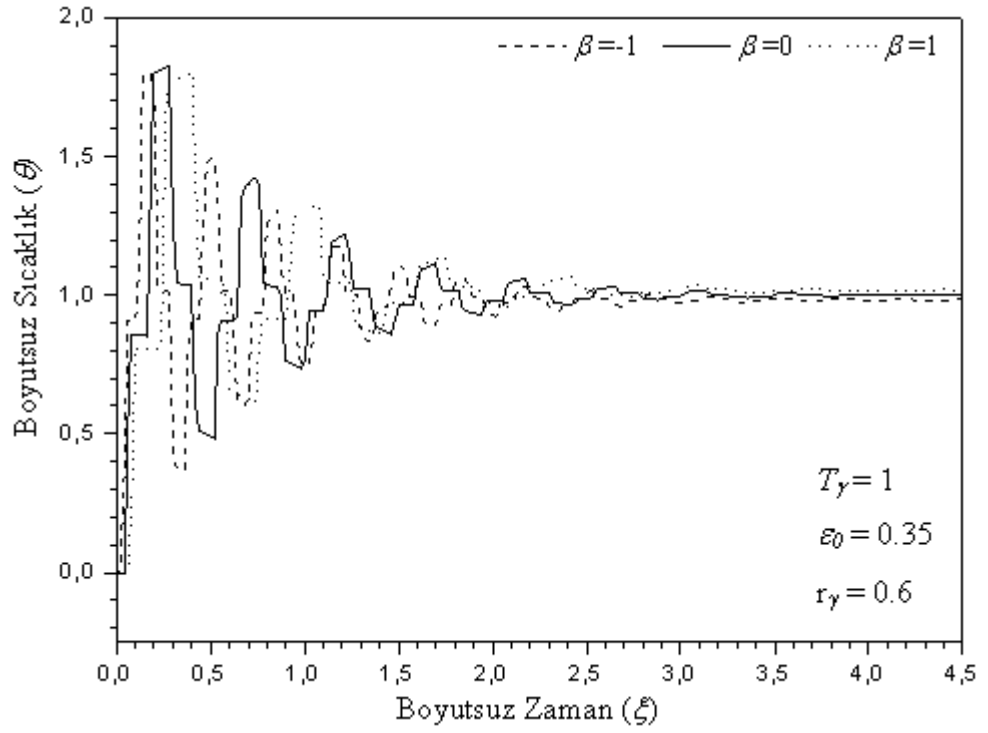
4.1. FDM İçi Boş Silindirde Süreksiz Hiperbolik Sıcaklık Dağılımının Analizi

Nümerik hesaplamalarda, ısı etkisinden önceki durum ve sınır şartları değerleri aşağıdaki belirtilen şekilde kullanılmıştır.

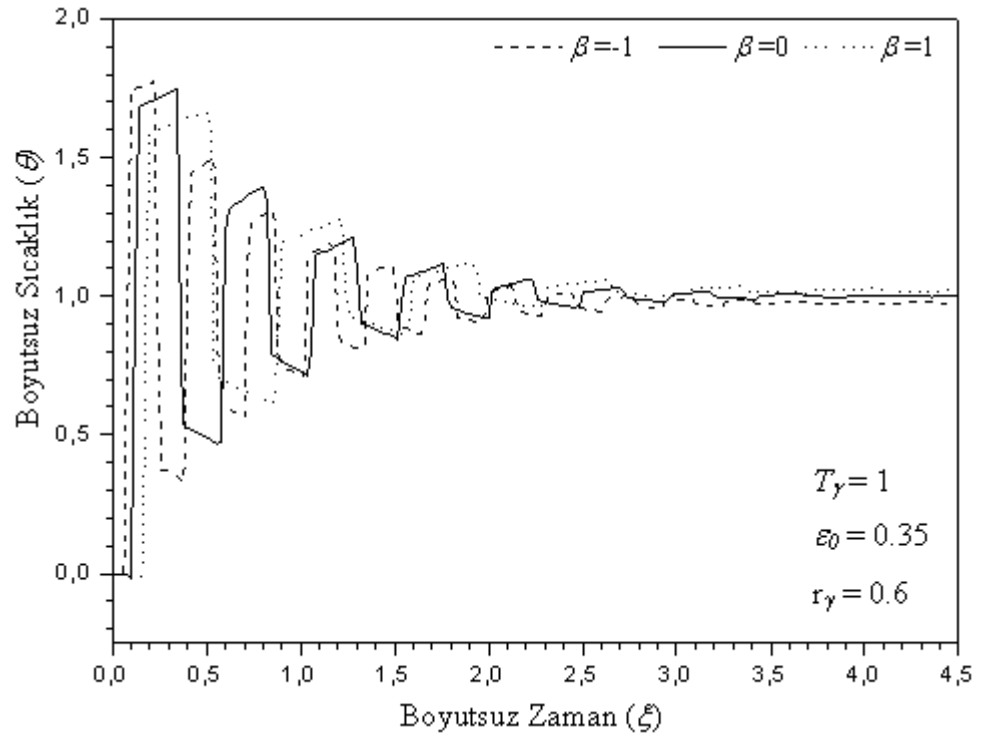
- 1) Silindirin ilk sıcaklığı 300 K'dir. ($T_{wi} = 300 K$)
- 2) Silindirin iç yüzeyinin sıcaklığı çevre sıcaklığında tutulmaktadır. ($T_\gamma = 0$).
- 3) Silindirin dış yüzey sıcaklığı 500 K'dir ($T_{wo} = 500 K$).

FDM içi boş silindirin dış yüzeyindeki ani sıcaklık artışı silindirin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru termal dalgaların üretimine neden olmaktadır. Silindirin dış yüzey yarıçapı $r_0 = 1$, iç yüzey yarıçapı $r_i = 0.6$ olarak kabul edilmiştir. İç, dış çap oranındaki (r_γ) bir değişiklik sonuçları etkileyebilmektedir ve silindirde ilginç davranış gösteren $r_\gamma = 0.6$ değeri alınmıştır.

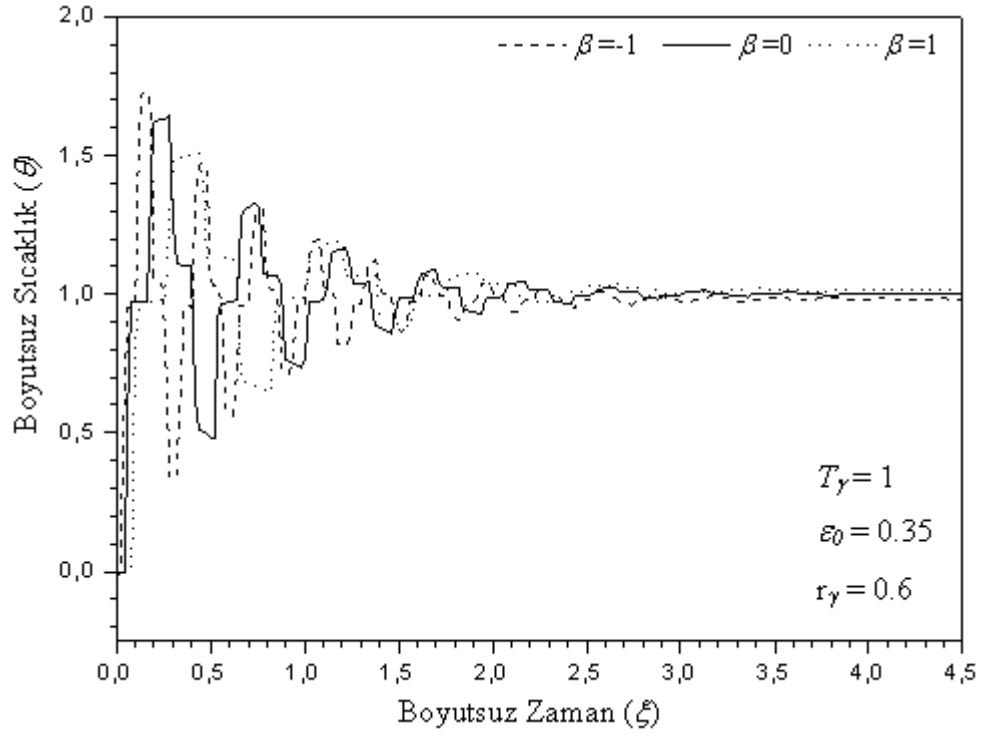
FGM'den yapılmış içi boş silindirin $\eta = 0.7$, $\eta = 0.8$ ve $\eta = 0.9$ değerleri için boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimleri Şekil 4.1., 4.2. ve 4.3.'de verilmektedir. Grafiklerden de görüleceği gibi, inhomojenlik parametresi (β) azaldıkça boyutsuz sıcaklığın arttığı ve bu parametrenin sıcaklık dağılımı üzerinde silindirin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru etkileyici özelliğini arttırdığı tespit edilmiştir.



Şekil 4.1. $\eta = 0.7$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

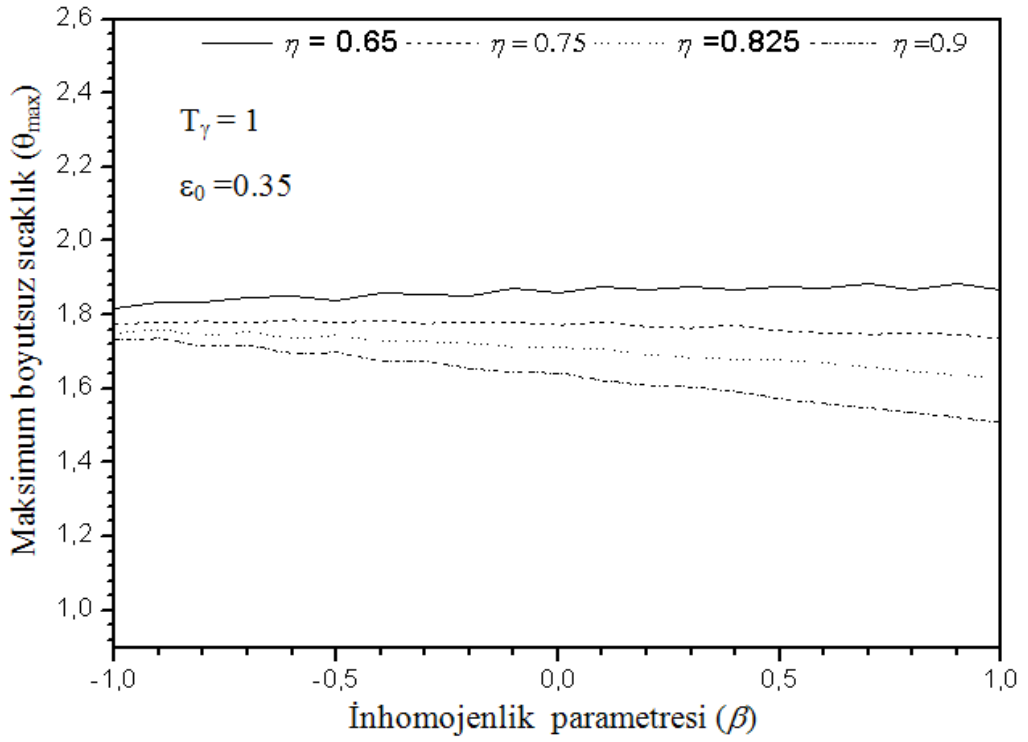


Şekil 4.2. $\eta = 0.8$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

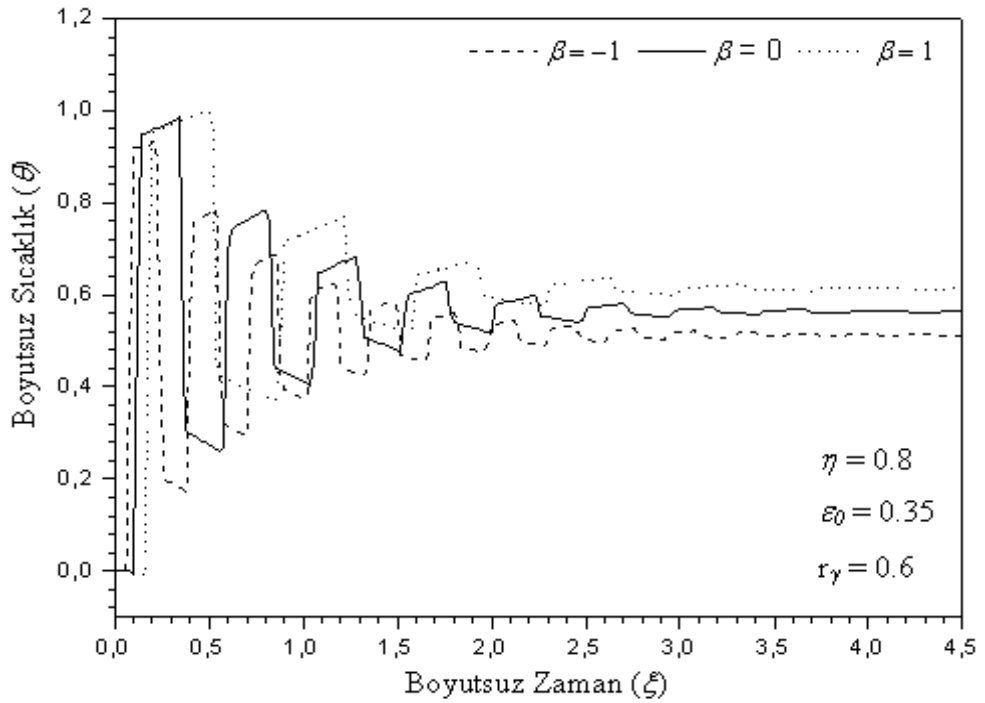


Şekil 4.3. $\eta = 0.9$ için içi boş silindirde boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

İçi boş silindirdeki farklı inhomojenlik parametrelerine (β) bağlı olarak maksimum boyutsuz sıcaklıklarının değişimini Şekil 4.4.'de görmekteyiz. İnhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz radyal koordinat $\eta = 0.65$ değeri üzerinde önemli bir etkisinin olmadığı, bu noktadan sonraki diğer boyutsuz radyal koordinat (η) değerleri için inhomojenlik parametresindeki (β) artışın maksimum boyutsuz sıcaklık üzerinde azalışa sebep olduğu anlaşılmaktadır. $T_\gamma = 0$ için içi boş silindirin ortasında ($\eta = 0.8$) inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi Şekil 4.5.'de görülmektedir. Burada, inhomojenlik parametresi (β) arttıkça boyutsuz sıcaklık artmaktadır. Bunun yanı sıra, inhomojenlik parametresindeki (β) değişim hem final sıcaklığını hem de süreksiz sıcaklık dağılımını etkilemektedir.

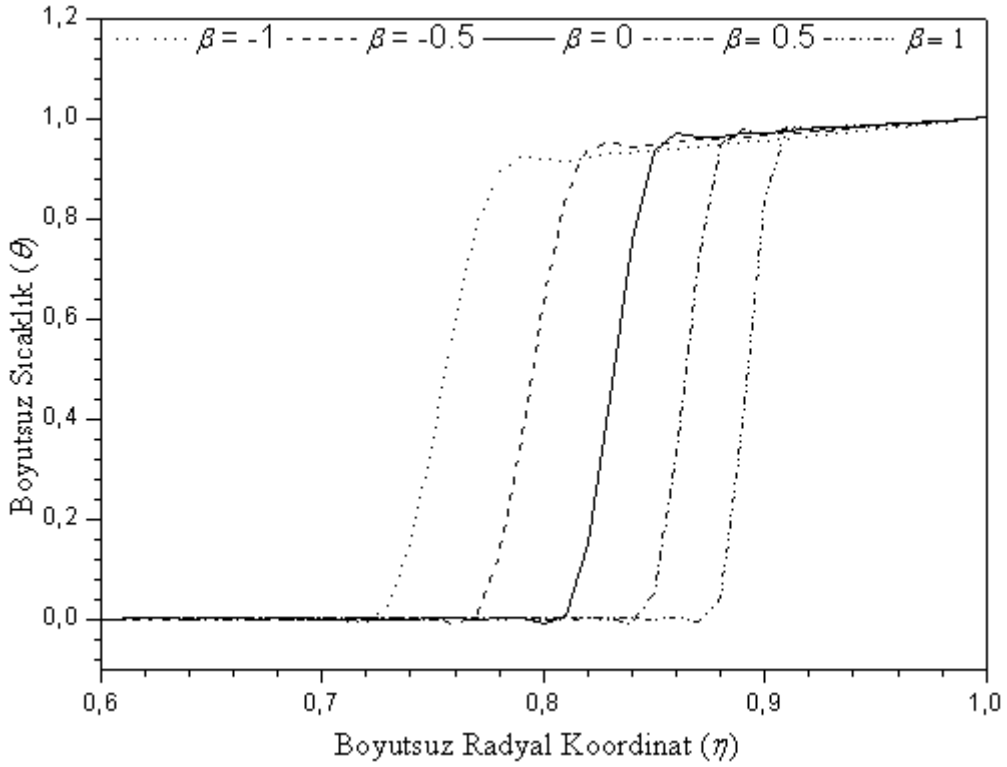


Şekil 4.4. İçi boş silindirdeki inhomojenlik parametre (β) değerleri için kalınlık boyunca farklı noktalardaki maksimum sıcaklık dağılımı

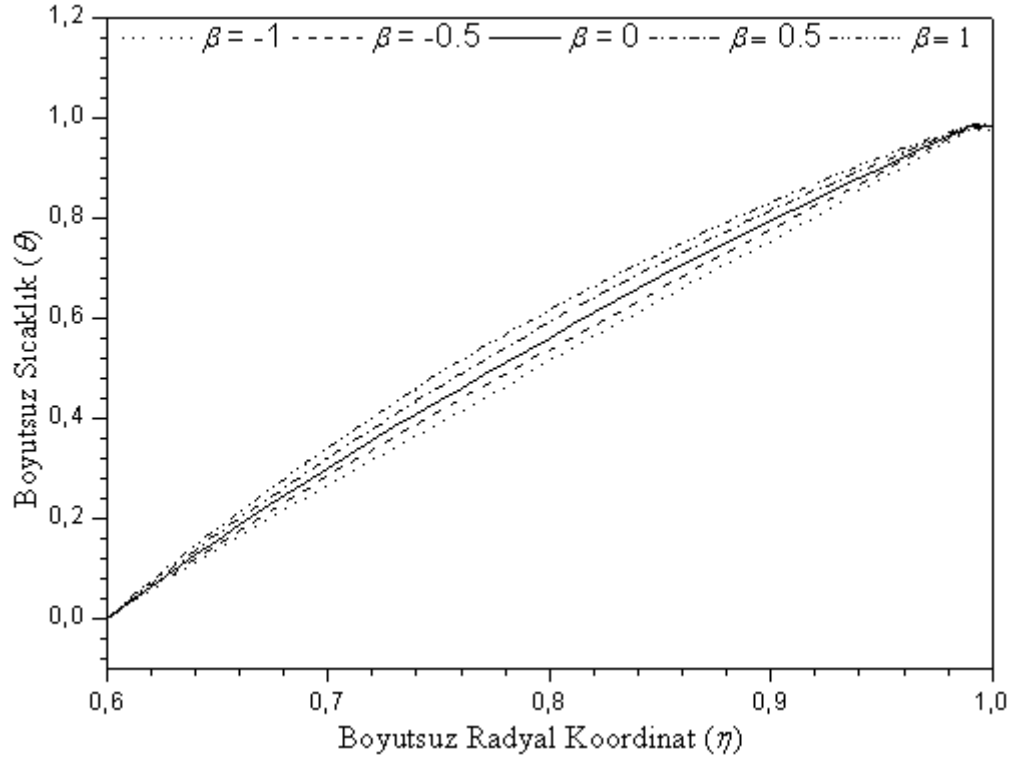


Şekil 4.5. $T_\gamma = 0$ için içi boş silindirde inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

Şekil 4.6. ve 4.7.'de inhomojenlik parametresinin (β) farklı zamanlardaki termal dalgaların hız ve konumu üzerindeki etkisi verilmektedir. İki termal dalganın başlamasını önlemek için iç ve dış yüzey sıcaklıkları aniden değiştirilir. Silindirin iç yüzeyindeki sıcaklık ilk sıcaklıkta sabitken T_0 silindirin dış yüzeyi 500 K'lık ani artışa tabi tutulur. Şekil 4.6.'da termal dalganın dış yüzeyden iç yüzeye ilk transferinden sonra daha belirgin hale geldiği görülmektedir. Burada yüksek (β) değeri yüksek dalga hızlarına yol açar. Şekil 4.7.'de ise termal dalgalar iç ve dış yüzey arasında birkaç ileri geri yansımadan sonra dağılmaktadır. Yüksek (β) değeri silindirin kalınlığı boyunca yüksek boyutsuz sıcaklığa sebep olmaktadır.

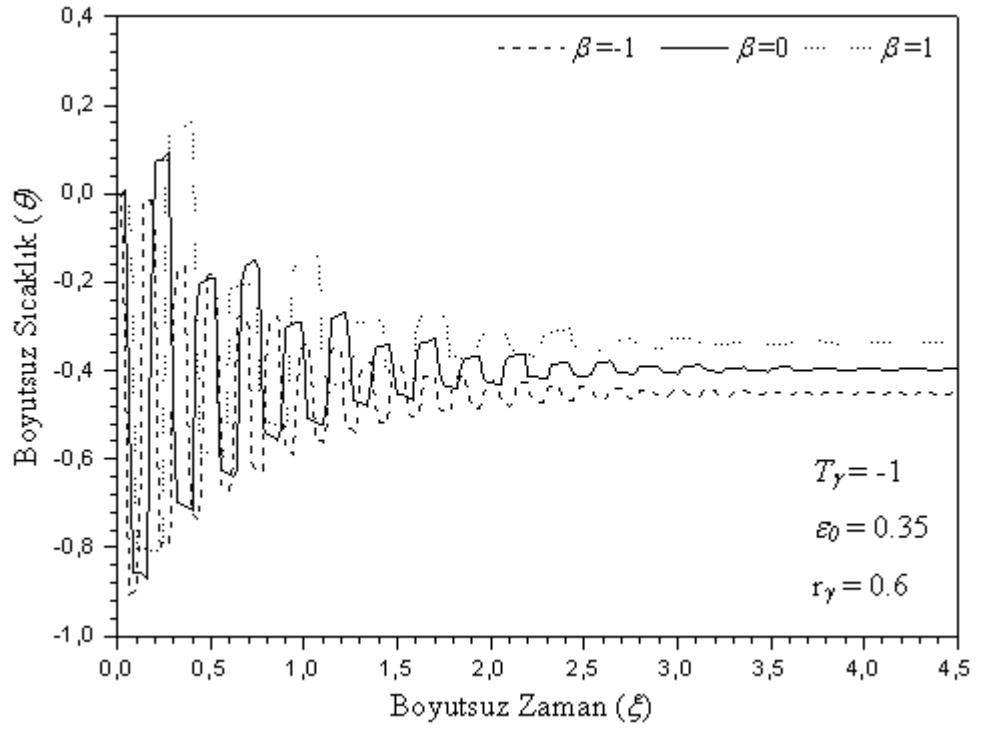


Şekil 4.6. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 0.1$ için içi boş silindirdeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi

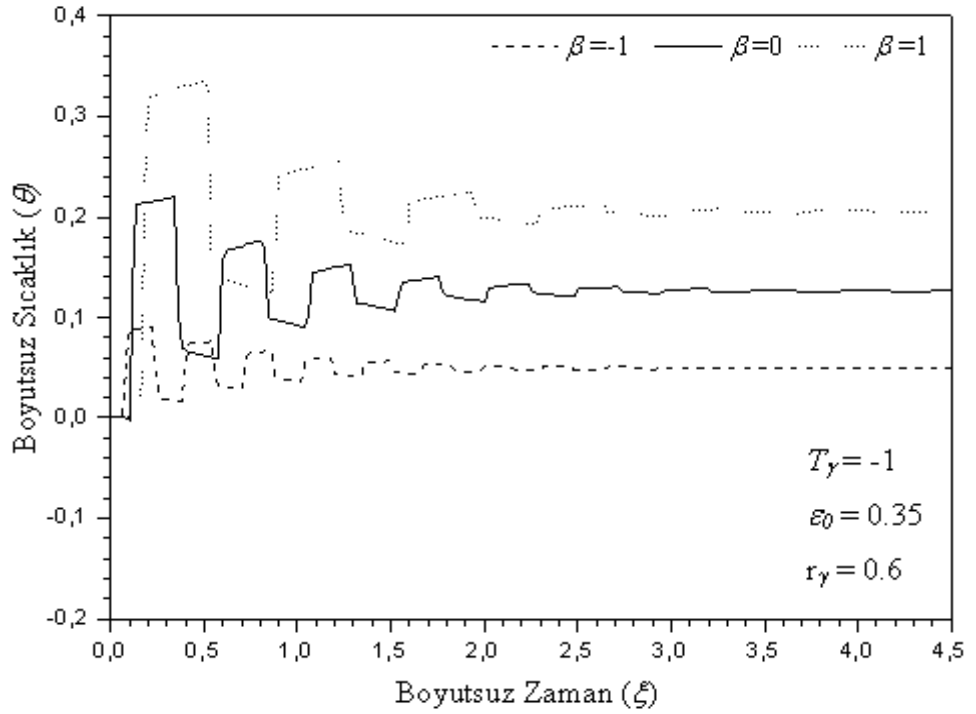


Şekil 4.7. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 3.9$ için iç boş silindirdeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi

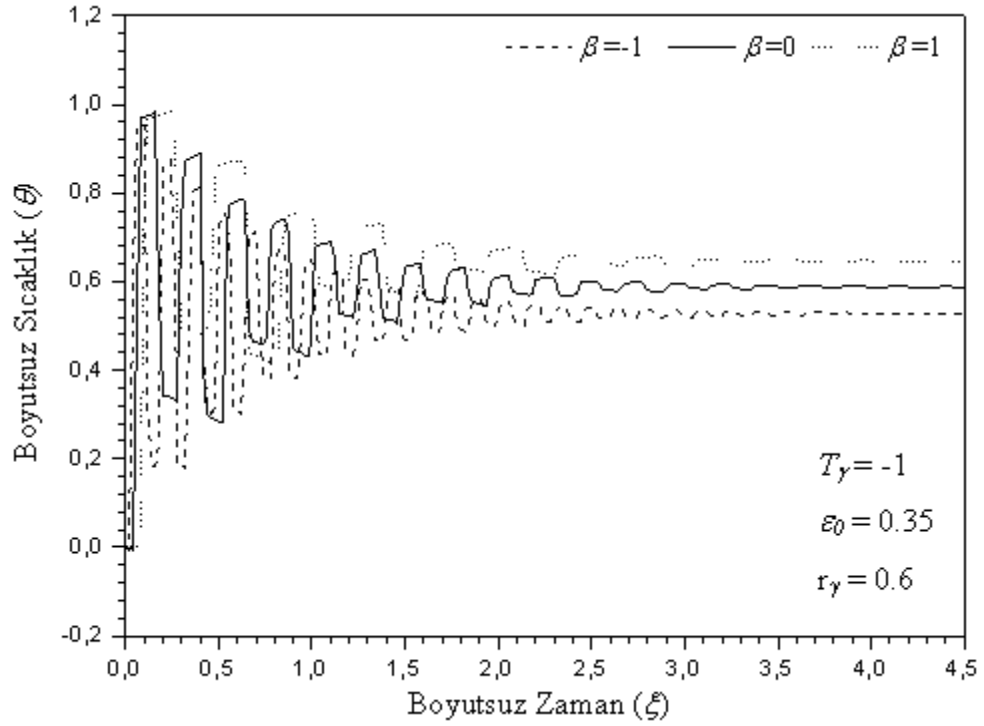
$T_\gamma = -1$, $\varepsilon_0 = 0.35$ ve $r_\gamma = 0.6$ için iç boş silindirde farklı boyutsuz radyal koordinat değerlerinin ($\eta = 0.7$, $\eta = 0.8$ ve $\eta = 0.9$) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi sırasıyla Şekil 4.8., 4.9. ve 4.10.'da grafik halinde verilmiştir. İnhomojenlik parametresi (β) arttıkça boyutsuz sıcaklık artmaktadır. $T_\gamma = -1$ alınmasının sonucu olarak silindirin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gidildikçe süreksiz termal dalgaların arttığı gözlemlenmiştir.



Şekil 4.8. $\eta = 0.7$ için iç boş silindirden farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi



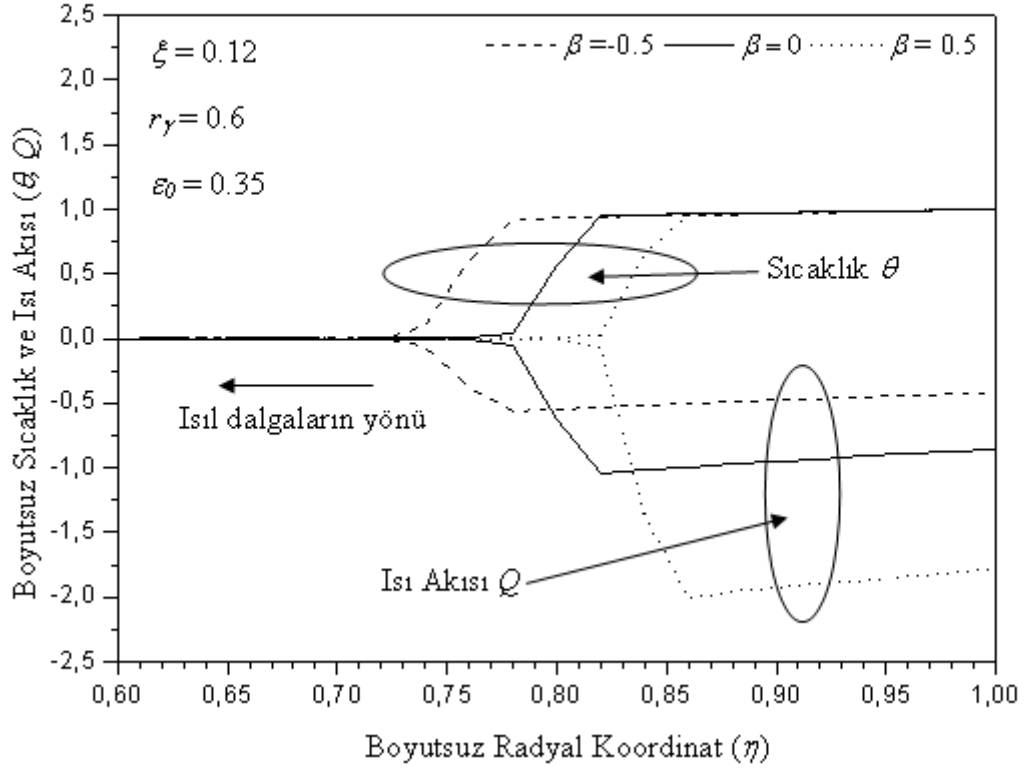
Şekil 4.9. $\eta = 0.8$ için iç boş silindirden farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi



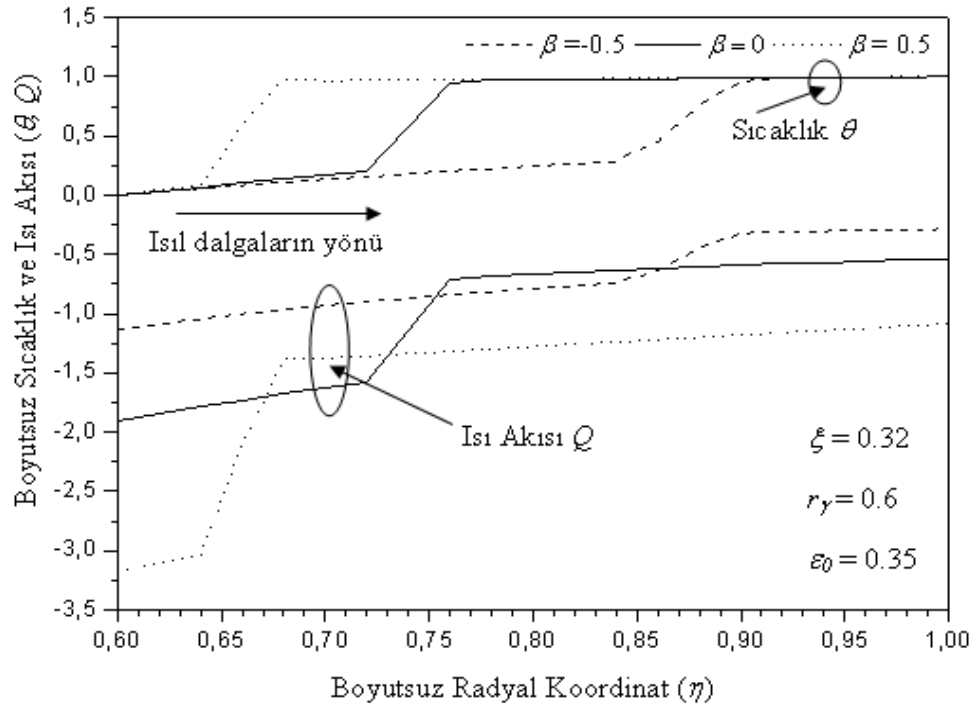
Şekil 4.10. $\eta = 0.9$ için içi boş silindirdeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi

Şekil 4.11., 4.12. ve 4.13.'de üç farklı zaman için, inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık ve ısı akısına etkisi gösterilmektedir. Hiperbolik ısı iletim teorisi uygulandığında sıcaklık alanında termal bozuklukların uyumu için zamanın sınırlı bir miktarını gerektirir ki bu durumda boyutsuz zamanın değeri $\xi = 0.12$ için Şekil 4.11.'de gözlemlenmiştir. Ayrıca, silindirin iç kısmı, dış yüzeyinin sıcaklık artışına belirli bir noktaya kadar cevap vermediği, yani ısı değişimi ve ısı akısı silindirin kalınlığının belirli bir noktasına kadar sıfır olduğu görülmektedir. Bununla birlikte boyutsuz sıcaklık ve ısı akısının eş zamanlı hareket ettiği görülmektedir. İnhojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklıkta ulaşılan maksimum değer üzerinde ciddi bir etkisi yoktur. Düşük (β) değeri için silindirin yanıt verme noktası iç yüzeye yaklaşmaktadır. İnhojenlik parametresi (β) değerinin ısı akısı üzerinde hem ulaşılan maksimum boyutsuz sıcaklık hem de silindirin cevap verme noktası üzerinde etkisi bulunmaktadır. İnhojenlik parametresinin (β) artışı ısı akısının ulaştığı maksimum değerın düşmesine ve cevap konumunun silindirin dış yüzeyine doğru yaklaşmasına neden olmaktadır. Şekil 4.12.'de ise $\xi = 0.32$ boyutsuz zaman değeri için inhomojenlik parametresinin artması

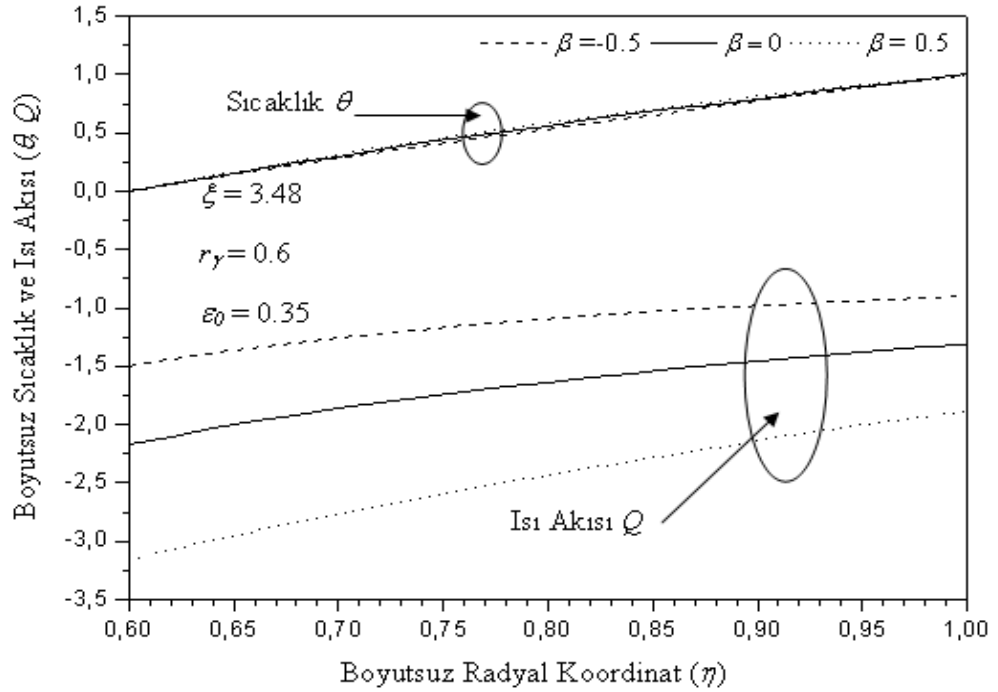
(β) boyutsuz sıcaklığın ve ısı akısının cevap verme noktasının iç yüzeye doğru yaklaşmasına neden olmaktadır. Şekil 4.13.'de ise $\xi = 3.48$ için inhomojenlik parametresi (β) arttıkça boyutsuz ısı akısı azalmaktadır. Boyutsuz sıcaklıkta ise tam tersi bir davranış göstermektedir.



Şekil 4.11. İçi boş silindirde $\xi = 0.12$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi

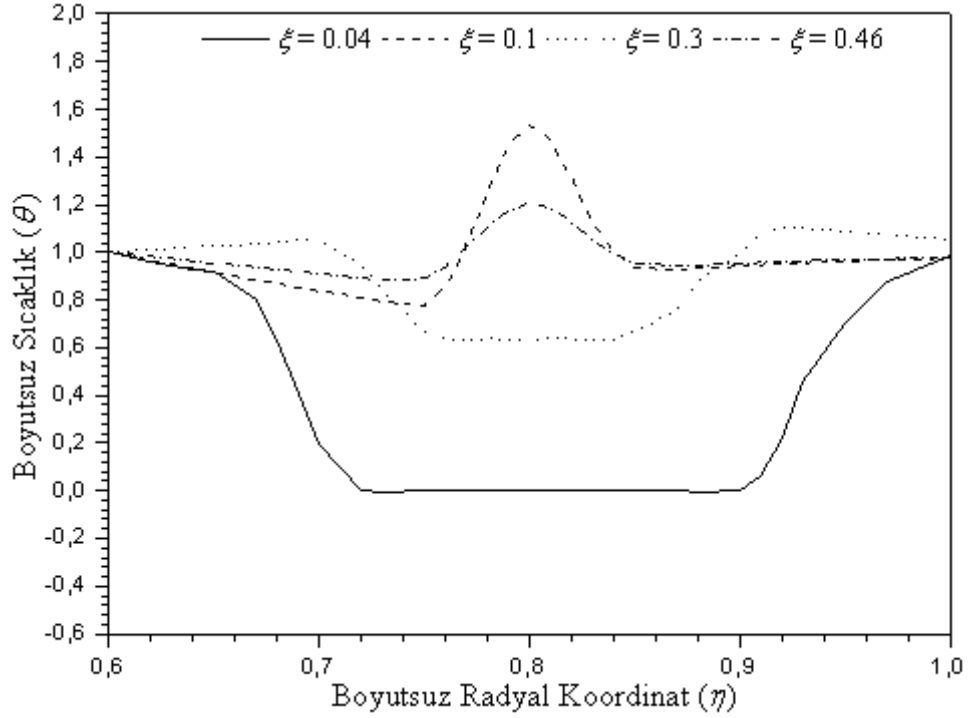


Şekil 4.12. İçi boş silindirde $\xi = 0.32$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi



Şekil 4.13. İçi boş silindirde $\xi = 3.48$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi

$\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş silindirin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi Şekil 4.14.'de gösterilmiştir. Grafikten de görüleceği gibi, farklı zamanlardaki sıcaklık değerleri iç ve dış yarıçapında aynıdır. Ayrıca ısı dalgalarının silindirin orta noktasında yoğunlaştığı görülmektedir.



Şekil 4.14. $\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş silindirin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi

Çizelge 4.1. $\xi=0.18$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz Radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	0,890329	0,923564	0,958403	0,995939
$\beta = -0.5$	0,000000	0,914102	0,942660	0,971682	0,997685
$\beta = 0$	0,000000	0,597787	0,954152	0,978453	0,998568
$\beta = 0.5$	0,000000	0,000091	0,959939	0,979924	0,998741
$\beta = 1$	0,000000	0,000020	0,662359	0,975929	0,998214

Çizelge 4.2. $\xi=0.32$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz Radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	0,102431	0,187412	0,257137	0,984096
$\beta = -0.5$	0,000000	0,132822	0,246997	0,959034	0,997166
$\beta = 0$	0,000000	0,172978	0,977123	0,988603	0,999388
$\beta = 0.5$	0,000000	0,968975	0,979820	0,990440	0,999645
$\beta = 1$	0,000000	0,962656	0,974284	0,987044	0,999214

Çizelge 4.3. $\xi=0.58$ için içi boş silindirin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz Radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	0,172956	0,319974	0,440107	0,817991
$\beta = -0.5$	0,000000	0,636801	0,770432	0,890537	0,989912
$\beta = 0$	0,000000	0,138535	0,266638	0,873152	0,988359
$\beta = 0.5$	0,000000	0,178373	0,334600	0,471280	1,003930
$\beta = 1$	0,000000	0,223444	0,419040	1,002840	1,006600

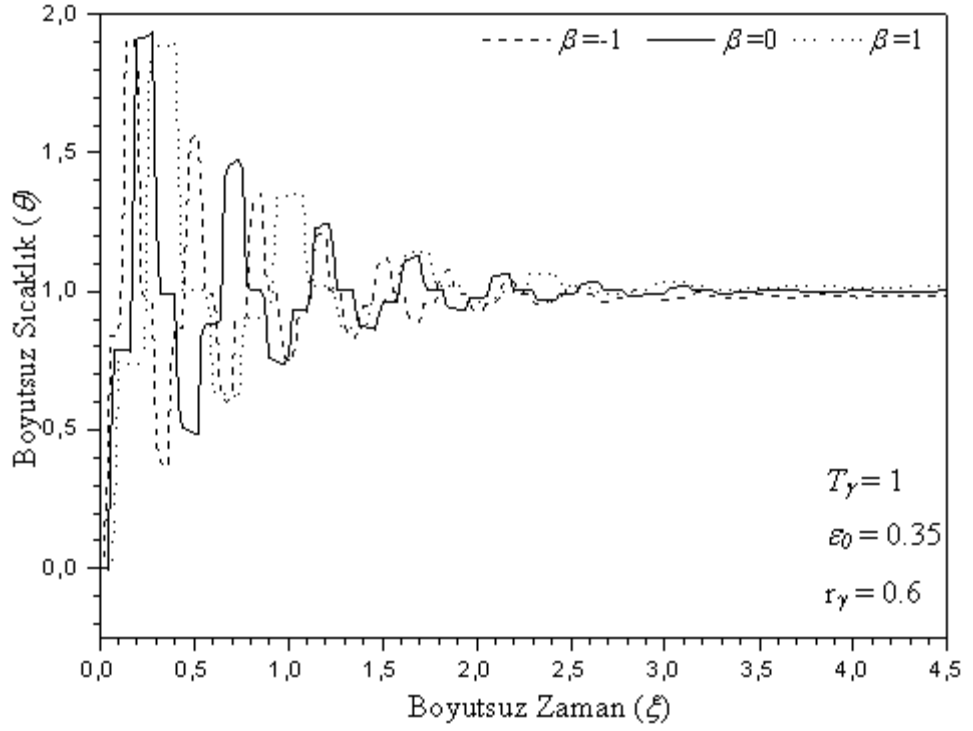
Çizelge 4.1., 4.2. ve 4.3.'de farklı zamanlar için içi boş silindirin inhomojenlik parametresinin β boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisini göstermektedir. Çizelgeler incelendiğinde, inhomojenlik parametresi β sabit tutulduğunda sıcaklığın silindirin içinden dışına doğru arttığı gözlemlenmiştir.

4.2. FDM İçi Boş Kürede Süreksiz Hiperbolik Sıcaklık Dağılımının Analizi

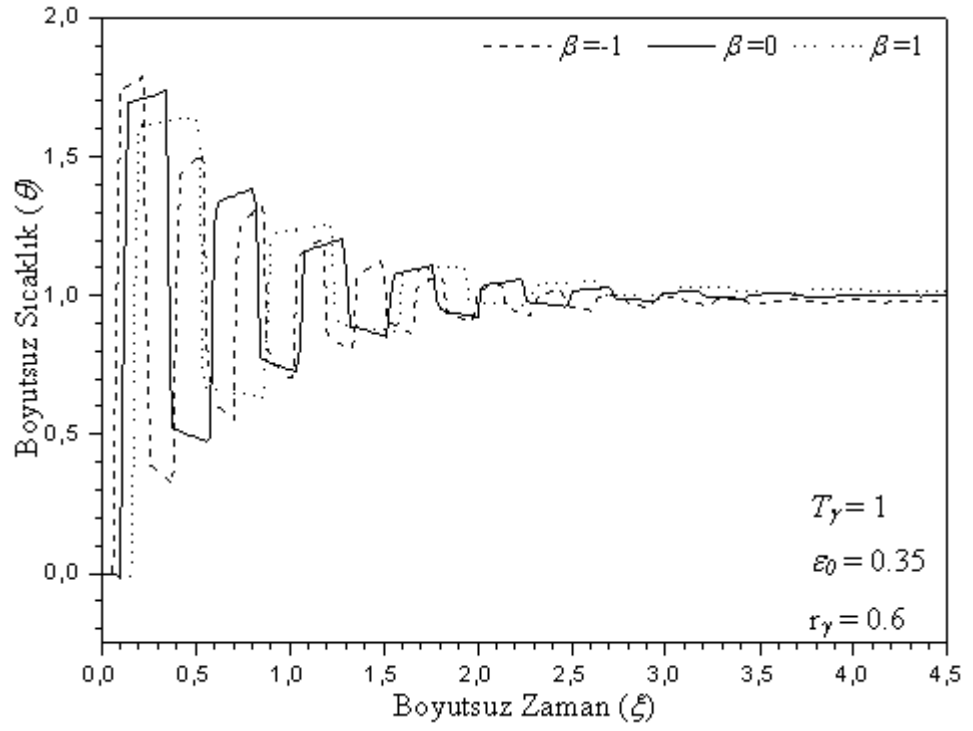
Bu bölümün nümerik hesaplamalarında, gerekli karşılaştırmaları ve analizleri yapabilmek için ısı etkisinden önceki durum ve sınır şartları değerlerinin FDM iç boş silindirle aynı olduğu varsayılmıştır.

FDM'den yapılmış içi boş kürenin $\eta = 0.7$, $\eta = 0.8$ ve $\eta = 0.9$ değerleri için boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimleri Şekil 4.15., 4.16. ve 4.17.'de verilmektedir. Grafiklerden de görüleceği gibi, diğer materyal özellikleri sabit kabul edilirken

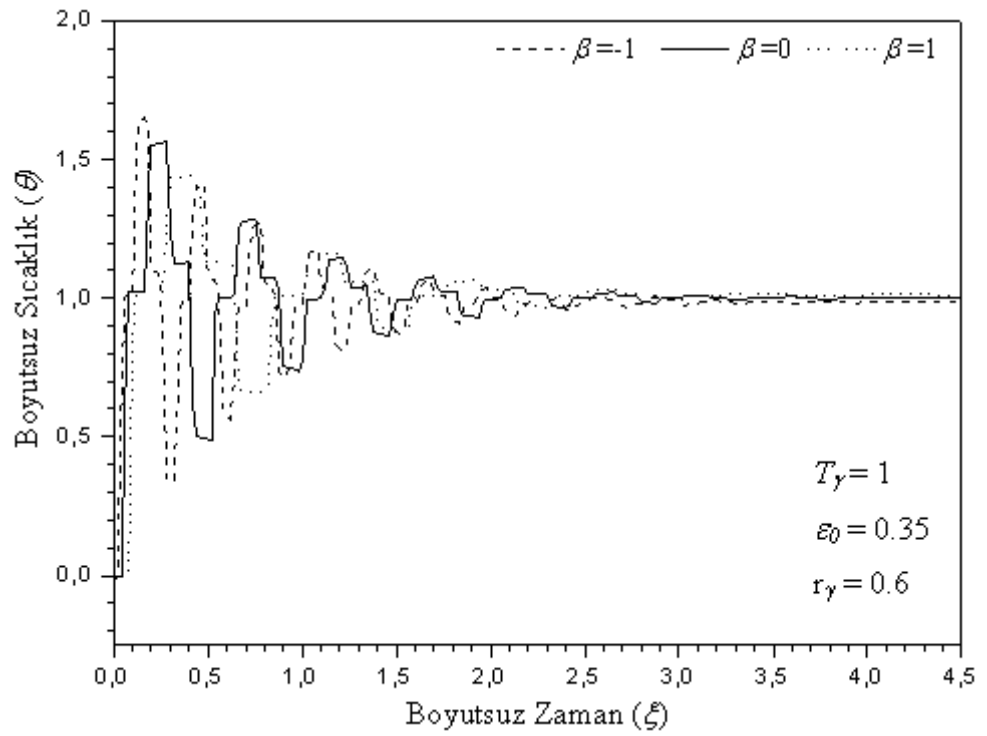
inhomojenlik parametresinin (β) azalışı süreksiz boyutsuz sıcaklık üzerinde artışa sebep olur ve bu parametrenin etkileyici özelliği kürenin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru artış gösterir. Analizi yapılan her üç durum için de ($\eta = 0.7$, $\eta = 0.8$ ve $\eta = 0.9$) İnhomojenlik parametresinin (β) final sıcaklığı üzerinde etkisinin bulunduğu, düşük inhomojenlik parametresinin yüksek final sıcaklığına yol açtığı görülmektedir.



Şekil 4.15. $\eta = 0.7$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

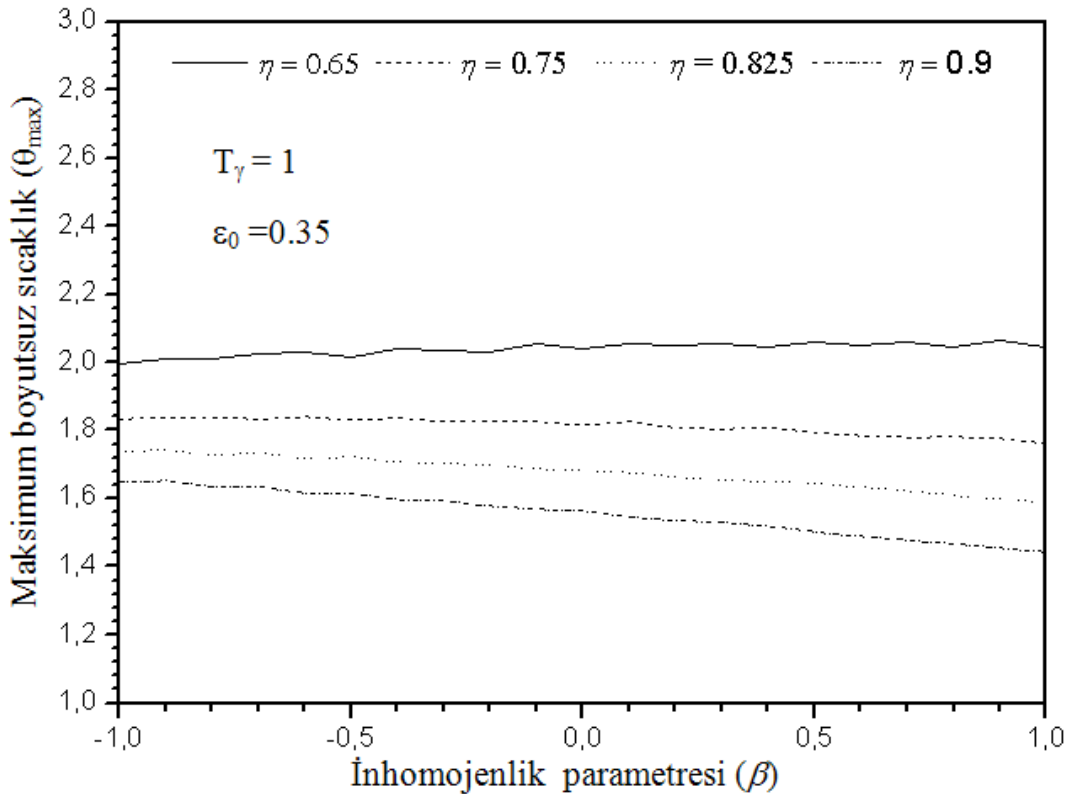


Şekil 4.16. $\eta = 0.8$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

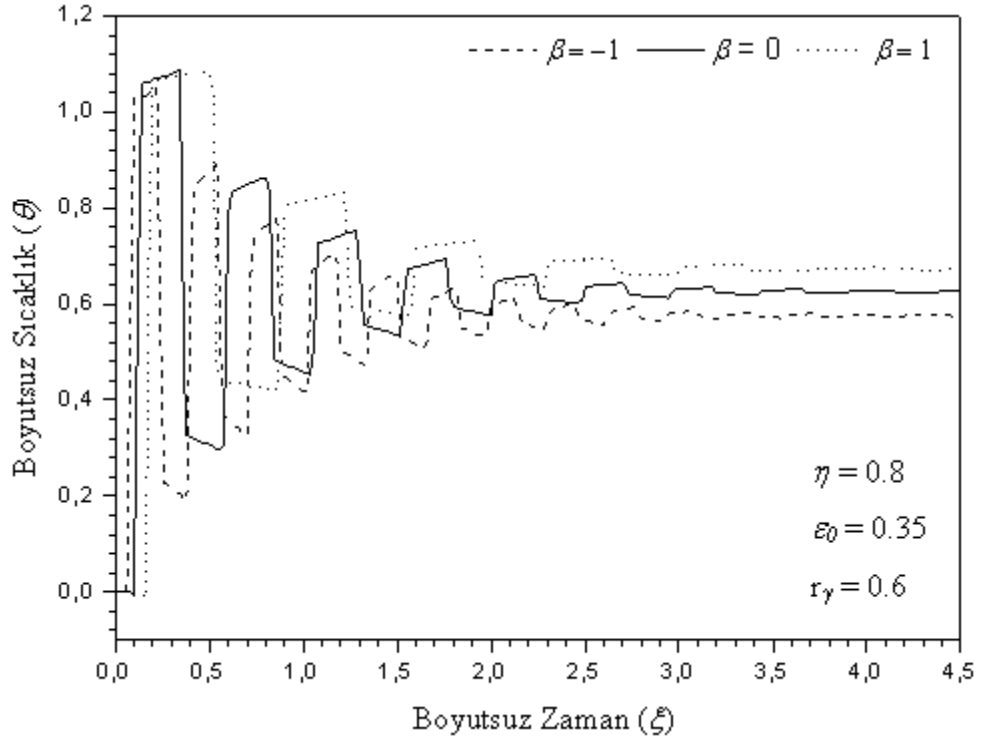


Şekil 4.17. $\eta = 0.9$ için içi boş kürede boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

İçi boş küredeki farklı inhomojenlik parametrelerine (β) bağlı olarak maksimum boyutsuz sıcaklığın değişimi Şekil 4.18.'de görülmektedir. Boyutsuz radyal koordinat $\eta = 0.65$ değeri incelendiğinde, bu nokta için inhomojenlik parametresinin (β) maksimum boyutsuz sıcaklık üzerinde ciddi bir etkisinin bulunmadığı, bu noktadan sonraki diğer boyutsuz radyal koordinat (η) değerleri için inhomojenlik parametresindeki (β) artışının maksimum boyutsuz sıcaklık üzerinde azalışa sebep olduğu anlaşılmaktadır. $T_\gamma = 0$ değeri için içi boş kürenin ortasında ($\eta = 0.8$) inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi Şekil 4.19.'da görülmektedir. Burada, inhomojenlik parametresinde (β) meydana gelen artış boyutsuz sıcaklığın artışına neden olmaktadır. Bununla birlikte inhomojenlik parametresinin final sıcaklığı üzerinde ciddi bir etkisinin bulunduğu düşük inhomojenlik parametresinin yüksek final sıcaklığına yol açtığı anlaşılmaktadır.

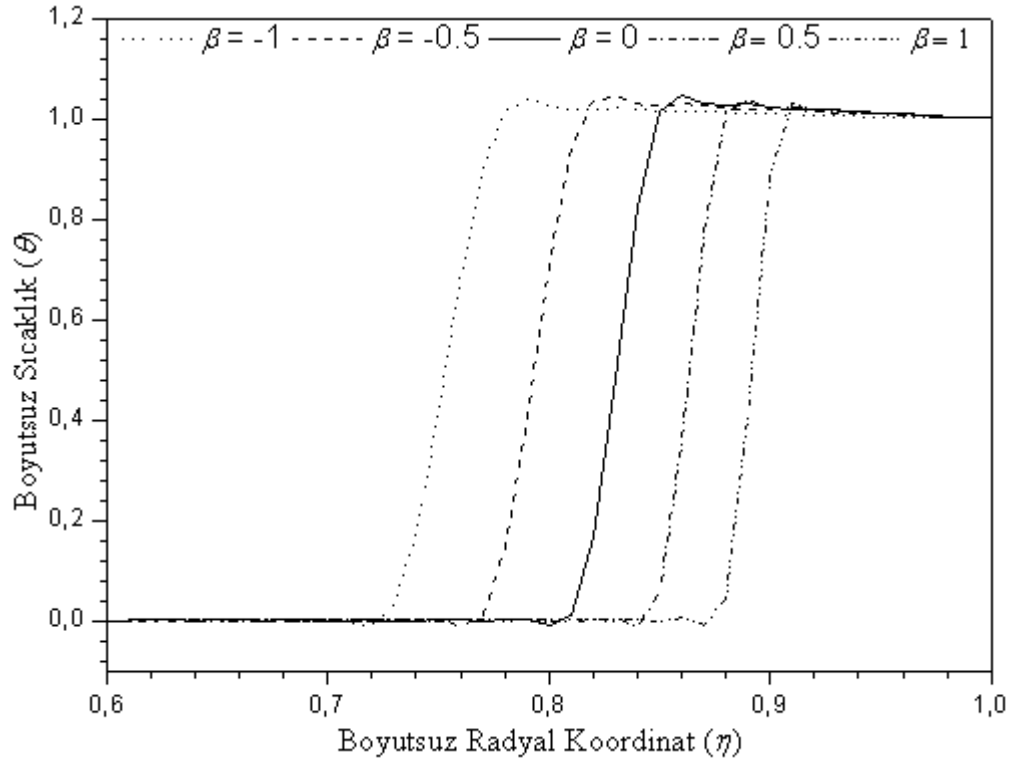


Şekil 4.18. İçi boş küredeki inhomojenlik parametre (β) değerleri için kalınlık boyunca farklı noktalardaki maksimum sıcaklık dağılımı

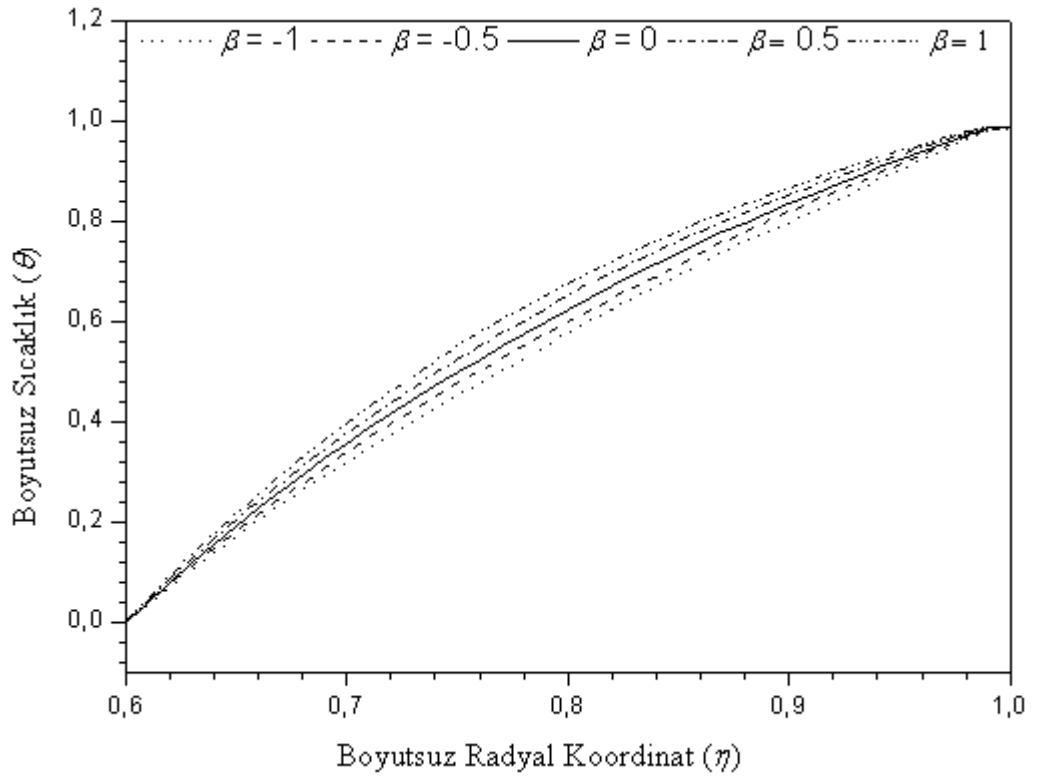


Şekil 4.19. $T_\gamma = 0$ için içi boş kürede inhomojenlik parametresinin (β) ısı iletkenliği, yoğunluk ve özgül ısıya bağlı olarak boyutsuz sıcaklığın zamanla değişimi

Şekil 4.20. ve 4.21.'de FDM içi boş kürede inhomojenlik parametresinin (β) farklı zamanlardaki termal dalgaların hız ve konumu üzerindeki etkisi gösterilmektedir. İki termal dalganın başlamasını önlemek için iç ve dış yüzey sıcaklıkları aniden değiştirilir. Kürenin iç yüzeyindeki sıcaklık ilk sıcaklıkta sabitken dış yüzey 500 K'lik ani artışa tabi tutulur. Şekil 4.20.'de termal dalganın dış yüzeyden iç yüzeye ilk transferinden sonra daha belirgin hale geldiği görülmektedir. Burada yüksek (β) değeri yüksek dalga hızlarına yol açar. Şekil 4.21.'de ise termal dalgalar iç ve dış yüzey arasında birkaç ileri geri yansımadan sonra dağılmaktadır. Yüksek (β) değeri kürenin kalınlığı boyunca yüksek sıcaklığa sebep olmaktadır.

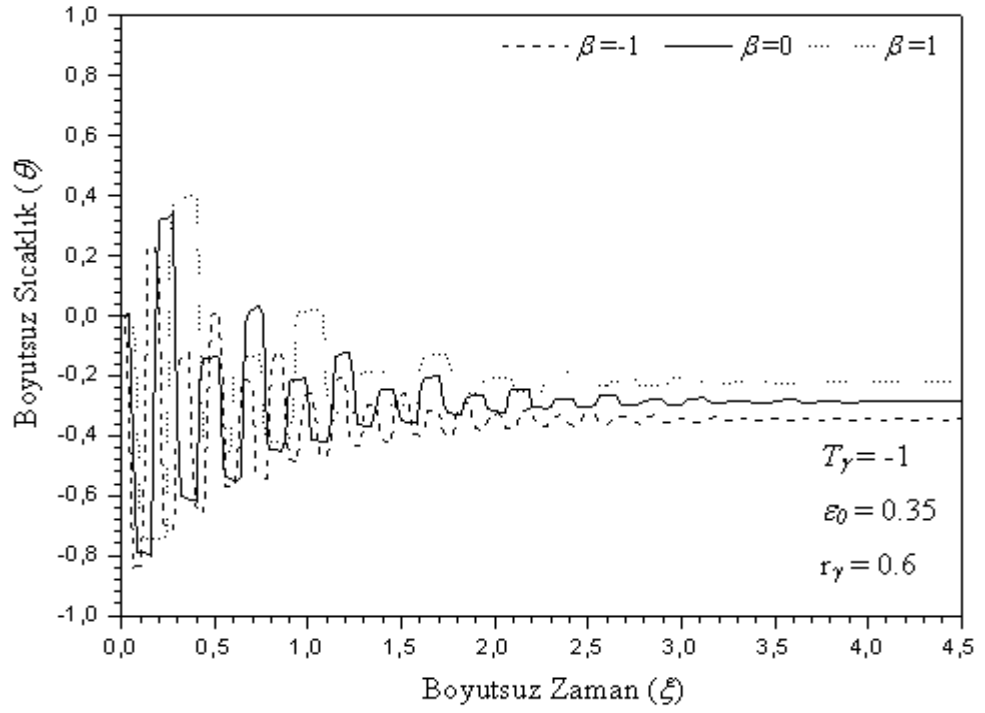


Şekil 4.20. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 0.1$ için içi boş küredeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi

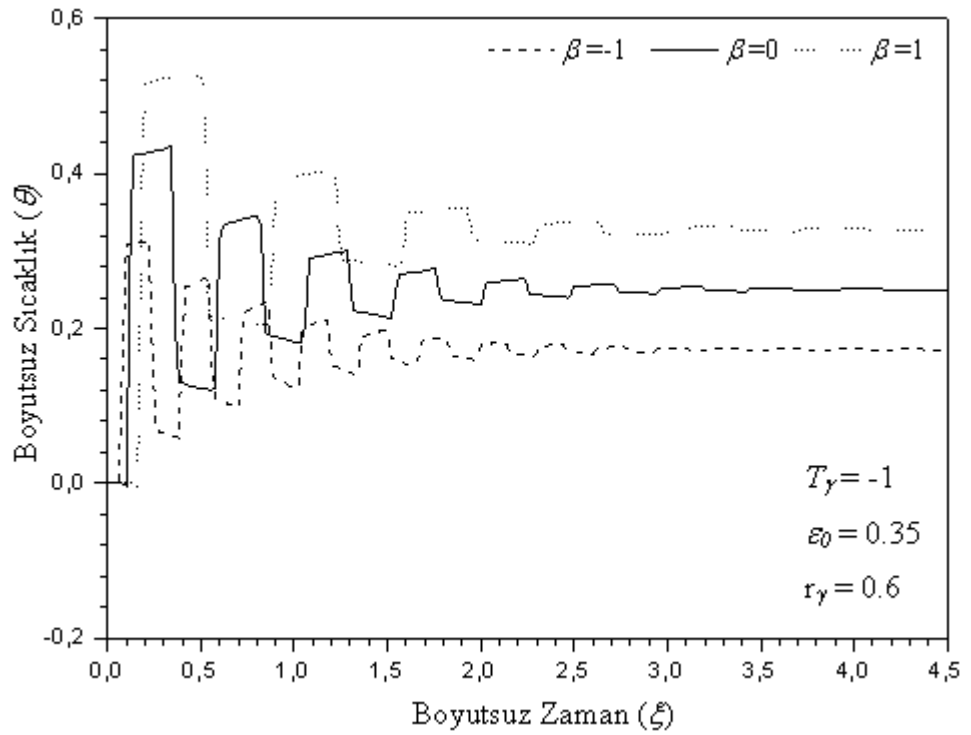


Şekil 4.21. $\varepsilon_0 = 0.35$, $T_\gamma = 0$, $\xi = 3.9$ için içi boş küredeki termal dalgaların hız ve pozisyonu üzerinde inhomojenlik parametresinin (β) etkisi

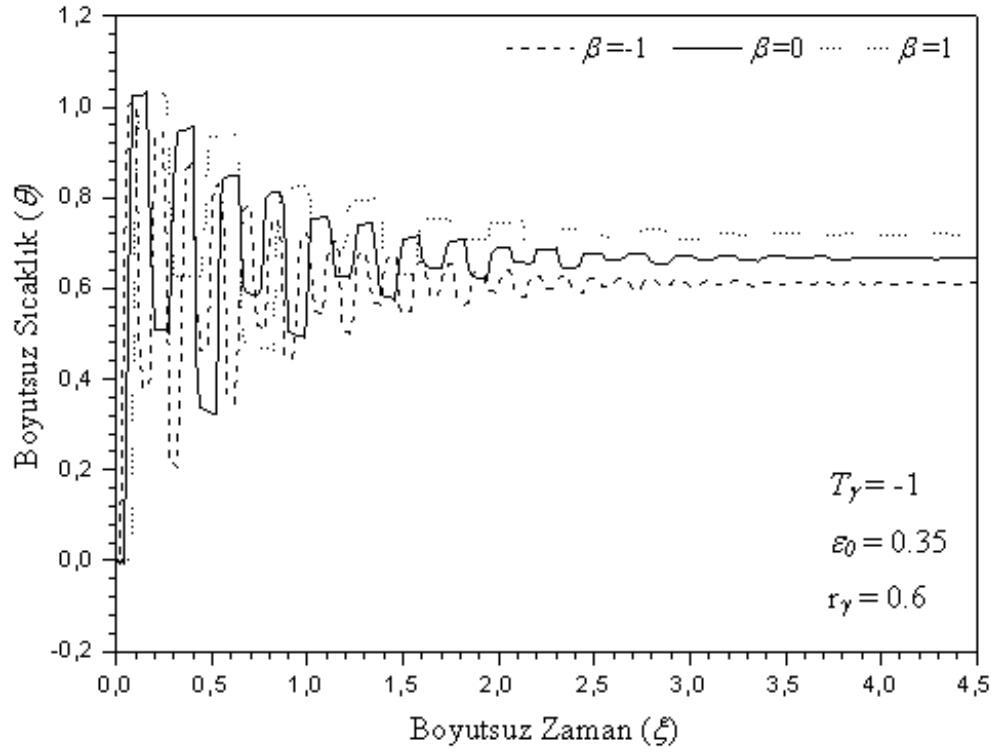
$T_\gamma = -1$, $\varepsilon_0 = 0.35$ ve $r_\gamma = 0.6$ için içi boş kürede farklı boyutsuz radyal koordinat değerlerinin ($\eta = 0.7$, $\eta = 0.8$ ve $\eta = 0.9$) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi sırasıyla Şekil 4.22. , 4.23. ve 4.24.'de grafik halinde verilmiştir. Sıcaklık değişim oranının $T_\gamma = -1$ alınması neticesinde FDM içi boş kürenin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gidildikçe süreksiz termal dalgaların arttığı ve inhomojenlik parametresindeki (β) artışının boyutsuz sıcaklığın yükselmesine neden olduğu görülmektedir.



Şekil 4.22. $\eta = 0.7$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi



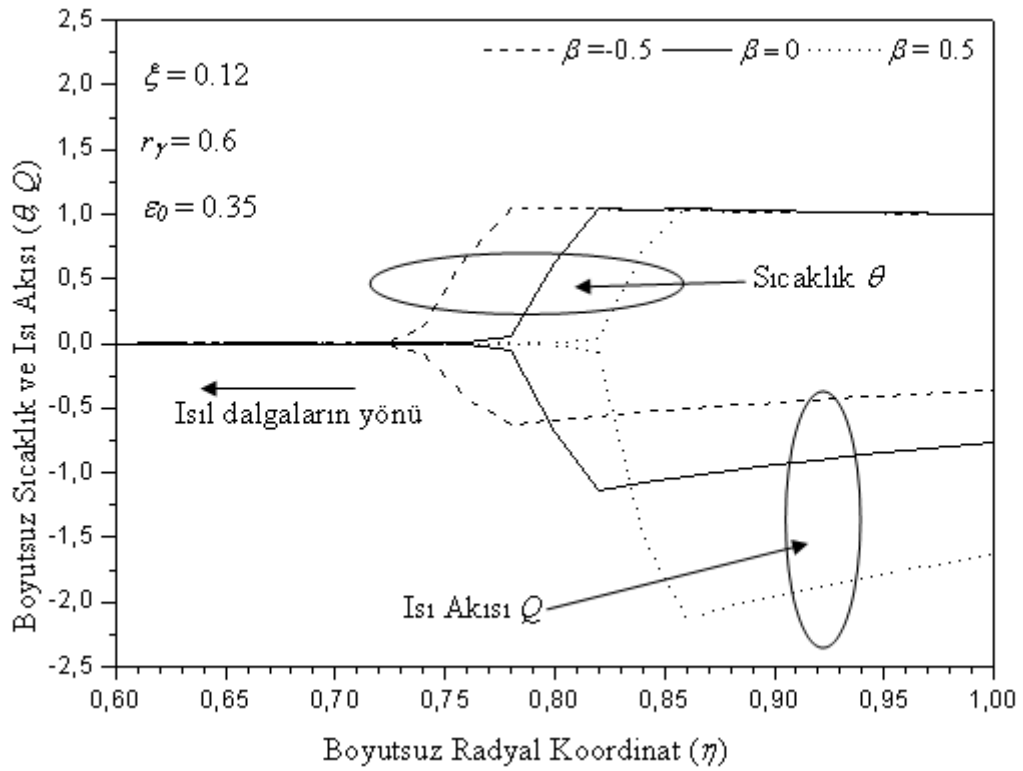
Şekil 4.23. $\eta = 0.8$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi



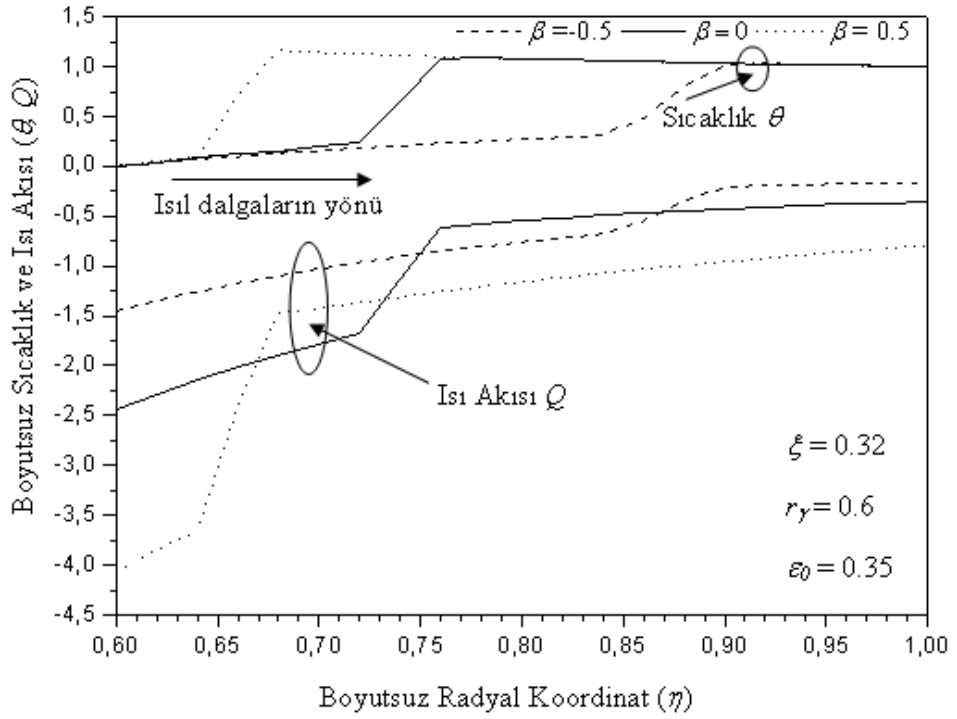
Şekil 4.24. $\eta = 0.9$ için içi boş küredeki farklı sıcaklık değişim oranının (T_γ) sıcaklık yayılımı üzerine etkisi

Şekil 4.25. , 4.26. ve 4.27.'de üç farklı zaman için, inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık ve ısı akısına etkisi gösterilmektedir. Hiperbolik ısı iletim teorisi uygulandığında termal dağılımların uyumu için belli bir sürenin geçmesinin gerektiği Şekil 4.25.'de boyutsuz zaman değeri $\xi = 0.12$ için görülmektedir. Gereken bu zamandan önce FDM içi boş kürenin, dış yüzeyinde meydana gelen sıcaklık artışına kürenin iç kısmının belirli bir noktaya kadar cevap vermediği, sıcaklığın ve ısı akısının bu noktaya kadar sıfır olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte kürenin orta kısımlarında sıcaklık ve ısı akısının eş zamanlı hareket ettiği görülmektedir. Boyutsuz zaman değeri $\xi = 0.12$ için, inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklıkta ulaşılan maksimum değer üzerinde ciddi bir etkisi yoktur ancak düşük (β) değeri için kürenin yanıt verme noktası iç yüzeye yaklaşmaktadır. Isı akısı için inceleme yapıldığında inhomojenlik parametresi (β) değerinin hem kürenin cevap verme noktası üzerinde hem de ulaşılan maksimum değer üzerinde etkisi vardır. İnhojenlik

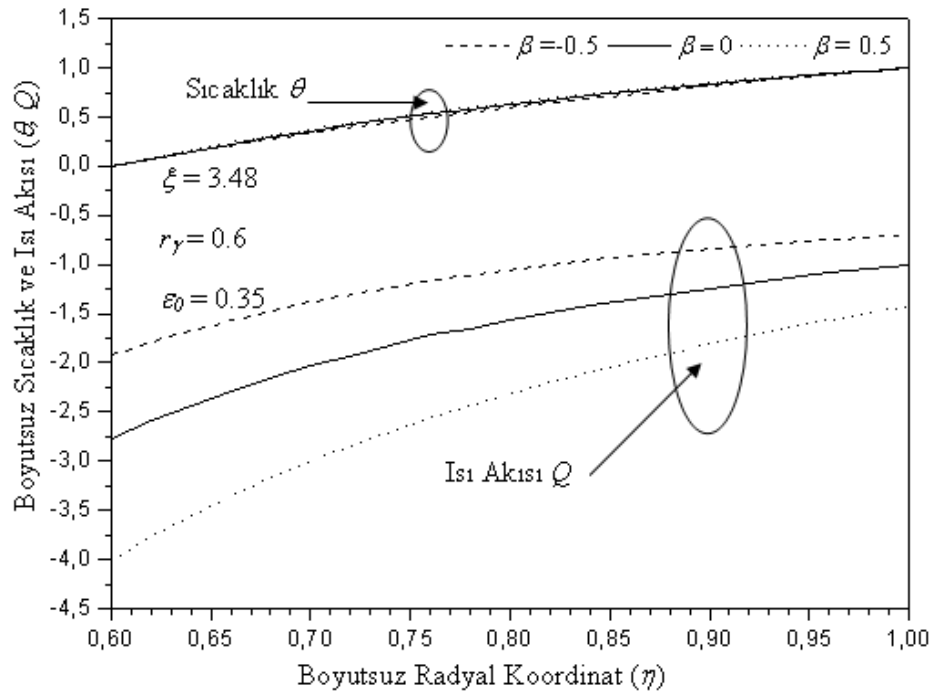
parametresinin (β) artışı kürenin cevap konumunun dış yüzeyine doğru yaklaşmasına ve ulaştığı maksimum değer düşmesine yol açmaktadır. Şekil 4.26.'da ise $\xi = 0.32$ boyutsuz zaman değeri için inhomojenlik parametresinin (β) artması, ısı akısının ve boyutsuz sıcaklığın cevap verme noktasının kürenin iç yüzeyine doğru yaklaşmasına neden olmaktadır. Şekil 4.27.'de ise boyutsuz zaman değeri $\xi = 3.48$ için inhomojenlik parametresi (β) arttıkça boyutsuz ısı akısı azalmakta, boyutsuz sıcaklık artmaktadır.



Şekil 4.25. İçi boş kürede $\xi = 0.12$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi

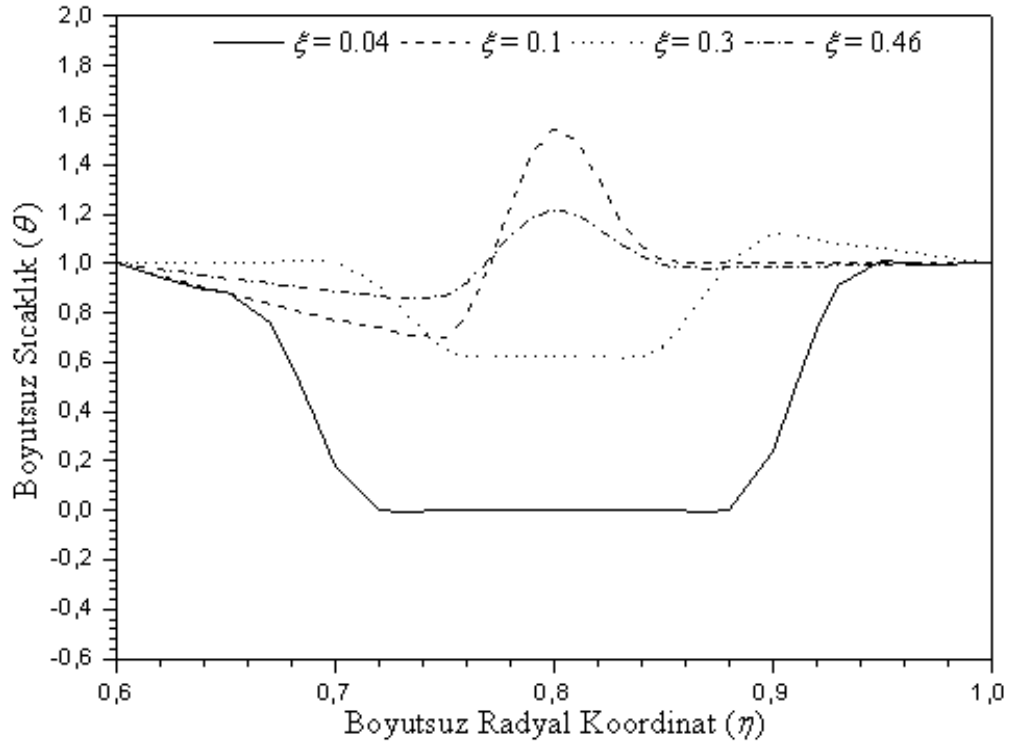


Şekil 4.26. İçi boş kürede $\xi = 0.32$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi



Şekil 4.27. İçi boş kürede $\xi = 3.48$ zamanındaki inhomojenlik parametresinin (β) ısı akısı ve sıcaklık dağılımı üzerindeki etkisi

$\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş kürenin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi Şekil 4.14.'de gösterilmiştir. Grafikten de görüleceği gibi, farklı zamanlardaki sıcaklık değerleri içi boş kürenin iç ve dış yarıçapında birbirlerine yakın değerlerdedir. Buradaki termal durumun erken süresi boyunca ($\xi = 0.04$) sıcaklık her iki sınır yüzeyinde artsa da içi boş kürenin bazı iç bölgeleri hala ilk sıcaklık konumunda bulunmaktadır. Bu tür termal statik bölgelerin varlığı termal dalgaların yayılımının gecikmesini göstermektedir. Zaman ilerledikçe, iki sınır yüzeyinden kaynaklanan iki sıcaklık dalgası birbirleriyle karşılaşmakta ve karışmaktadır. Bunun neticesinde sıcaklık içi boş kürenin merkez noktasında ($\eta = 0.8$) artmaktadır.



Şekil 4.28. $\varepsilon_0 = 0.2$, $r_\gamma = 0.6$ ve $T_\gamma = 1$ değerleri için homojen durumdaki ($\beta = 0$) içi boş kürenin sıcaklığının boyutsuz radyal koordinatla değişimi

Çizelge 4.4. $\xi = 0.18$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	1,067280	1,037890	1,015010	1,001660
$\beta = -0.5$	0,000000	1,091450	1,052750	1,023820	1,002710
$\beta = 0$	0,000000	0,714101	1,063260	1,028390	1,003210
$\beta = 0.5$	0,000000	0,000106	1,070290	1,029040	1,003200
$\beta = 1$	0,000000	0,000029	0,740092	1,025010	1,002600

Çizelge 4.5. $\xi=0.32$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	0,123589	0,210798	0,269313	0,988500
$\beta = -0.5$	0,000000	0,156579	0,273933	1,002940	1,009180
$\beta = 0$	0,000000	0,195693	1,003220	1,035240	1,083690
$\beta = 0.5$	0,000000	1,00385	1,034440	1,080800	1,413630
$\beta = 1$	0,000000	1,003870	1,030190	1,075840	1,138090

Çizelge 4.6. $\xi=0.58$ için içi boş kürenin kalınlığı boyunca inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisi

İnhomojenlik Parametresi	Boyutsuz radyal Koordinat (η)				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\beta = -1$	0,000000	0,211283	0,366435	0,471902	0,822063
$\beta = -0.5$	0,000000	0,761019	0,860456	0,938288	0,994893
$\beta = 0$	0,000000	0,168084	0,303616	0,922495	0,993420
$\beta = 0.5$	0,000000	0,209050	0,366957	0,489105	1,006940
$\beta = 1$	0,000000	0,251702	0,440269	1,036260	1,03680

Çizelge 4.4., 4.5. ve 4.6.'da farklı zamanlar için içi boş kürenin inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz sıcaklık üzerindeki etkisini göstermektedir. İnhomojenlik parametresi (β) sabit tutularak çizelgeler incelendiğinde, sıcaklığın FDM içi boş kürenin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru arttığı gözlemlenmiştir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Hazırlanan bu çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindir ve kürenin ısı iletimi üssel olarak değişen özellikleriyle teorik ve sayısal olarak Laplace uzayında incelenmiştir. Laplace uzayında elde edilen çözümlerin zaman uzayına dönüştürülmesi, Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Literatürdeki çalışmalar, Fast Fourier Transformasyonu (FFT) algoritmasına dayanan bu metodun verimliliği ve hızı kanıtlamıştır. Üssel olarak değişen silindir ve kürenin sıcaklık dağılımına etkileyen faktörler ayrıntılı bir şekilde araştırılmıştır. Malzeme özellikleri üstel fonksiyona göre değiştirilmiş olup, değiştirilen bu parametreler termal iletkenlik, yoğunluk ve özgül ısı değerleridir. İnhomojenlik parametresinin, FDM' den yapılmış içi boş silindir ve küre üzerinde sıcaklık ve ısı iletimi konusunda etkisinin olup olmadığı ve inhomojenlik parametresinin azaltılıp veya artırılmasının nasıl bir etki yaratacağı incelenmiştir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş silindir ve küredeki sıcaklık dağılımları ve ısı akısı analizleri geliştirilen bilgisayar programı ile yapılmıştır. Bulunan sonuçlar literatürdeki inhomojenlik parametresinin sıfır olduğu durumlarla (homojen durumlar $\beta = 0$ (Babaei and Chen, 2008; 2010; Jiang, 2006)) karşılaştırılmıştır. Sınır şartları, inhomojenlik parametresi (β), boyutsuz radyal koordinatın sıcaklık dağılımına ve ısı akısına etkileri, fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve küreler için araştırılmıştır.

Bu çalışmadan çıkan sonuçlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- (1) Homojen durum için yapılan çalışmalarda bulunan sonuçlar literatürdeki sonuçlarla birebir örtüşmektedir (Babaei and Chen, 2008; 2010; Jiang, 2006).
- (2) FDM içi boş silindir ve kürede inhomojenlik parametresindeki (β) değişim hem final sıcaklığını hem de süreksiz sıcaklık dağılımını etkilemektedir.
- (3) FDM içi boş silindir ve kürede inhomojenlik parametresinin (β) boyutsuz radyal koordinat $\eta = 0.65$ değeri için önemli bir etkisi yoktur, bu noktadan sonraki diğer boyutsuz radyal koordinat (η) değerleri için inhomojenlik parametresinde ki (β) artış maksimum boyutsuz sıcaklık üzerinde azalışa sebep olmaktadır.

- (4) FDM içi boş silindir ve kürede inhomojenlik parametresinin (β) termal dalgaların yayılma hızına güçlü bir etkisi vardır. Dış yüzeyde oluşan ani sıcaklık artışında dış yüzeyden ilk gelen dalga hariç, yüksek inhomojenlik parametresi yüksek yansımış dalga hızına neden olur.
- (5) FDM içi boş silindir ve kürede inhomojenlik parametresi (β) değerinin ısı akısı üzerinde hem ulaşılan maksimum değer hem de sistemlerin cevap verme noktası üzerinde etkisi bulunmaktadır.

Yukarıdaki sonuçlar bir bütün olarak ele alındığında ısı dağılımı kontrolü için inhomojenlik parametresinin kullanışlı bir tasarım parametresi olduğu görülmektedir.

Bu çalışmaya ilaveten, FDM'nin diğer formları örneğin parabolik olarak değişen formu düşünülerek içi boş silindir ve kürelerin incelenmesinin faydalı olacağı düşünölmektedir. Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve kürelerin tabakalandırılarak farklı sınır şartları altında incelenmesi de düşünölmektedir. Bunun yanı sıra mevcut sınır şartları veya farklı fonksiyonlar için termal gerilme analizlerinin incelenmesi de düşünölmektedir.

KAYNAKLAR

- Al-Nimr, M.A., and Naji, M., 2000. The hyperbolic heat conduction equation in an anisotropic material. **International Journal of Thermophysics**, 21: 281-287.
- Asgari, M., and Akhlaghi, M., 2009. Transient heat conduction in two-dimensional functionally graded hollow cylinder with finite length. **Heat and Mass Transfer**, 45: 1383-1392.
- Azadi, M., and Shariyat, M., 2009. Nonlinear transient transfinite element thermal analysis of thick-walled FGM cylinders with temperature-dependent material properties. **Meccanica**, DOI 10.1007/s11012-009-9249-4.
- Babaei M.H., and Chen Z.T., 2008. Hyperbolic heat conduction in a functionally graded hollow sphere. **International Journal of Thermophysics**, 29(4): 1457-1469.
- Babaei M.H., and Chen Z.T., 2010. Transient hyperbolic heat conduction in a functionally graded hollow cylinder. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, 24(2): 325-330.
- Bayat, M., Saleem, M., Sahari, B.B., Hamouda, A.M.S., and Mahdi, E., 2009. Mechanical and thermal stresses in a functionally graded rotating disk with variable thickness due to radially symmetry loads. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, 86: 357-372.
- Bayazitoglu, Y., and Ozisik, M.N., 1988. Elements of heat transfer. **McGraw-Hill**, Singapore.
- Becker Jr. T.L., Cannon, R.M., and Ritchie, R.O., 2000. An approximate method for residual stress calculation in functionally graded materials. **Mechanics of Materials**, 32: 85-97.
- Branco J.F., Pinho C.T., and Figueiredo R.A., 2000. Heat conduction in the hollow sphere with a Power-Law variation of the external heat transfer coefficient. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, 27(8): 1067-1076.
- Calim, F.F., 2009. Dynamic analysis of beams on viscoelastic foundation. **European Journal of Mechanics - A/Solids**, 28: 469-476.
- Chen, H., and Lin, J., 1991. Application of the Laplace transform to one-dimensional nonlinear transient heat conduction in hollow cylinders. **Communications in Applied Numerical Methods**, 7: 241-252.
- Chen, H.T., Peng, S.Y., and Yang, P.C., 2001. Numerical method for hyperbolic inverse heat conduction problems. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, 28: 847-856.
- Chen, T-M., 2010. Numerical solution of hyperbolic heat conduction problems in the cylindrical coordinate system by the hybrid Green's function method. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 53: 1319-1325.
- Cheng W., Fu C.L., and Qian Z., 2007. A modified Tikhonov Regularization Method for a spherically symmetric three-dimensional inverse heat conduction problem. **Mathematics and Computers in Simulation**, 75(3-4): 97-112.
- Dai, H.L., Fu, Y.M., and Dong, Z.M., 2006. Exact solutions for functionally graded pressure vessels in a uniform magnetic field. **International Journal of Solids and Structures**, 43: 5570-5580.
- Durbin, F., 1974. Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method. **Computer Journal**, 17: 371-376.

- Erdogan, F., 1995. Fracture mechanics of functionally graded materials, **Computational Engineering**, 5(7): 753-770.
- Fiedler T., Belova I.V., and Ohsner A., 2009. Non-linear calculations of transient thermal conduction in composite materials. **Computational Materials Science**, 45(2): 434-438.
- Hosseini, S.M., Akhlaghi, M., and Shakeri, M., 2007. Dynamic response and radial wave propagation velocity in thick hollow cylinder made of functionally graded materials. **Engineering Computations**, 24(3): 288-303.
- Hosseini, S.M., Akhlaghi, M., and Shakeri, M., 2007. Transient heat conduction in functionally graded thick hollow cylinders by analytical method. **Heat and Mass Transfer**, 43: 669–675.
- Hosseini, S.M., Akhlaghi, M., and Shakeri, M., 2008. Heat conduction and heat wave propagation in functionally graded thick hollow cylinder base on coupled thermoelasticity without energy dissipation. **Heat and Mass Transfer**, 44: 1477–1484.
- Hosseini, S.M., and Abolbashari, M.H., 2009. General analytical solution for elastic radial wave propagation and dynamic analysis of functionally graded thick hollow cylinders subjected to impact loading. **Acta Mechanica**, DOI 10.1007/s00707-009-0237-5.
- Jabbari, M., Mohazzab, A.H., and Bahtui, A., 2009. One-dimensional moving heat source in a hollow FGM cylinder. **Journal of Pressure Vessel Technology**, 131: 021202.1-021202.7.
- Jiang F., and Sousa A. C.M., 2005. Analytical solution for hyperbolic heat conduction in a hollow sphere, **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, 19: 595–598.
- Jiang F.M., 2006. Solution and analysis of hyperbolic heat propagation in hollow spherical objects. **Heat And Mass Transfer**, 42(12): 1083-1091.
- Kandula, M., 2010. Transient conduction in a hollow cylinder with variable thermal conductivity. **Journal of Heat Transfer**, 132: 054503.1-054503.3.
- Khan Z.H., Gul R., and Khan W. A., 2009. Effect of variable thermal conductivity on heat transfer from a hollow sphere with heat generation using Homotopy Perturbation Method. **Ht2008: Proceedings of The Asme Summer Heat Transfer Conference**, 1: 301-309.
- Koizumi, M., 1993. The Concept of FGM Ceramic Transactions. **Functional Graded Materials**, 34:3-10.
- Liang J.Z., and Li F.H., 2007. Heat transfer in polymer composites filled with inorganic hollow micro-spheres: a theoretical model. **Polymer Testing**, 26(8): 1025-1030.
- Liu, K.C., and Chen, H.T., 2004. Numerical analysis for the hyperbolic heat conduction problem under a pulsed surface disturbance. **Applied Mathematics and Computation**, 159: 887–901.
- Liu, K-C., Lin, C-N., and Wang, J-S., 2005. Numerical solutions for the hyperbolic heat conduction problems in a layered solid cylinder with radiation surface. **Applied Mathematics and Computation**, 164: 805–820.
- Lu, X., Tervola, P., and Viljanen, M., 2006. Transient analytical solution to heat conduction in composite circular cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 49: 341-348.
- Marciak-Kozłowska, J., Mucha, Z., and Kozłowski, M., 1995. Picosecond thermal pulses in thin gold films. **International Journal of Thermophysics**, 16: 1489-1497.

- Moosaie A., 2009. Axisymmetric non-fourier temperature field in a hollow sphere. **Archive of Applied Mechanics**, 79(8): 679-694.
- Noda, N., 1999. Thermal stresses in functionally graded materials. **Journal of Thermal Stresses**, 22: 477-512.
- Sengupta, A., Sodha M.S., Verma M.P., and Sawhney R.L., 1993. Periodic heat transfer through inhomogeneous media .3. Hollow Sphere. **International Journal of Energy Research**, 17(4): 265-279.
- Shahzamanian, M.M., Sahari, B.B., Bayat, M., Mustapha, F., and Ismarrubie, Z.N., 2010. Finite element analysis of thermoelastic contact problem in functionally graded axisymmetric brake disks. **Composite Structures**, 92: 1591-1602.
- Shao, Z.S., and Ma, G.W., 2008. Thermo-mechanical stresses in functionally graded circular hollow cylinder with linearly increasing boundary temperature. **Composite Structures**, 83: 259–265.
- Shirmohammadi R., Moosaie A., 2009. Non-fourier heat conduction in a hollow sphere with periodic surface heat flux. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, 36(8): 827-833.
- Sladek, J., Sladek, V., Zhang, Ch., 2003. Transient heat conduction analysis in functionally graded materials by the meshless local boundary integral equation method. **Computational Materials Science**, 28: 494–504.
- Sutradhar, A., and Paulino, G.H., 2004. A simple boundary element method for potential problems in non-homogeneous media. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 60(13): 2203-2230.
- Sutradhar, A., and Paulino, G.H., 2004. The simple boundary element method for transient heat conduction in functionally graded materials. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 193: 4511–4539.
- Sutradhar, A., Paulino, G.H., and Gray, L.J., 2002. Transient heat conduction in homogeneous and non-homogeneous materials by the Laplace transform galerkin boundary element method. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 26: 119-132.
- Tarn, J-Q., 2001. Exact solutions for functionally graded anisotropic cylinders subjected to thermal and mechanical loads. **International Journal of Solids and Structures**, 38: 8189-8206.
- Tarn, J-Q., and Wang, Y-M., 2004. End effects of heat conduction in circular cylinders of functionally graded materials and laminated composites. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 47: 5741–5747.
- Tarzia D.A., and Turner C.V., 1999. Estimation of the occurrence of the phase-change process in spherical coordinates. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, 26(4): 559-568.
- Tsai C.S., and Hung C.I., 2003. Thermal wave propagation in a bi-layered composite sphere due to a sudden temperature change on the outer surface. **International Journal of Heat Mass Transfer**, 46: 5137–5144.
- Tsai C.S., Lin Y.C., and Hung C.I., 2005. A study on the non-Fourier effects in spherical media due to sudden temperature changes on the surfaces, **Heat Mass Transfer**, 41: 709–716.
- Tutuncu, N., 2007. Stresses in thick-walled FGM cylinders with exponentially-varying properties. **Engineering Structures**, 29: 2032–2035.
- Tutuncu, N., and Ozturk, M., 2001. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels. **Composites: Part B**, 32: 683-686.

- Wang, A-N., and Travnicek, Z., 2001. On the linear heat transfer correlation of a heated circular cylinder in laminar crossflow using a new representative temperature concept. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 44: 4635-4647.
- Wang, B.L., and Mai, Y.W., 2005. Transient one-dimensional heat conduction problems solved by finite element. **International Journal of Mechanical Sciences**, 47: 303-317.
- Wang, H., Qin, Q-H., and Kang, Y-L., 2006. A meshless model for transient heat conduction in functionally graded materials. **Computational Mechanics**, 38: 51-60.
- Woodfield, P.L., Monde, M., and Mitsutake, Y., 2006. Improved analytical solution for inverse heat conduction problems on thermally thick and semi-infinite solids. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 49: 2864-2876.
- Yamanouchi, M., Koizumi, M., and Shiota I., 1990. Proceedings of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials, Japan.
- Zanchini, E., and Pulvirenti, B., 1998. Periodic heat conduction with relaxation time in cylindrical geometry. **Heat and Mass Transfer**, 33: 319-326.

TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aőamasında yardım ve katkılarını benden esirgemeyen, değerli tavsiyeleriyle çalıőmama katkıda bulunan danıőmanım sayın Yrd. Doç. Dr. İbrahim KELEŞ' e teőekkürü bir borç bilirim.

Hayatımın her aőamasında bana destek olan aileme sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Tez çalıőmam süresince anlayıő ve manevi desteğini esirgemeyen niőanlım Ayőe Hatipoğulları'na teőekkürlerimi sunarım.

ÖZGEÇMİŞ

1986 yılında Ankara'da doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Adana'da tamamladım. 2004 yılında girdiğim Mustafa Kemal Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden 2008 yılında mezun oldum. 2008 yılında Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimime başladım.