

MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

UNİFORM KESME TİPİ YAPILARDA AĞIRLIK ETKİSİNİN İNCELENMESİ

HACER ÇOLAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Antakya/HATAY

ARALIK-2010

MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

UNİFORM KESME TİPİ YAPILARDA AĞIRLIK ETKİSİNİN İNCELENMESİ

HACER ÇOLAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Yrd. Doç. Dr. Hakan T. TÜRKER danışmanlığında hazırlanan bu tez 14.12.2010 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Yrd.Doç.Dr. Hakan T. TÜRKER Yrd.Doç.Dr. Murat BİKÇE Yrd.Doç.Dr. İbrahim KELEŞ

Başkan

Üye

Üye

Bu tez Enstitümüz İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

Kod No:

Prof. Dr. Necat AĞCA Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	IV
ABSTRACT	V
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	VI
ÇİZELGELER DİZİNİ	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ	XII
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	6
3. MATERYAL VE YÖNTEM	10
3.1. Materyal	10
3.2. Yöntem	10
3.2.1. Yapıların Dinamik Çözüm Yöntemleri	10
3.2.1.1. Yapısal Titreşimler	12
3.2.1.1.1. Ayrık kütleli sistemler	13
3.2.1.1.1.1. Tek Serbestlik dereceli Sistemler	13
3.2.1.1.1.1.1. Serbest Titreşim	15
3.2.1.1.1.1.1.a. Sönümsüz Serbest Titreşim	15
3.2.1.1.1.1.1.b. Sönümlü Serbest Titreşim	16
3.2.1.1.1.1.2. Zorlanmış Titreşim	20
3.2.1.1.1.1.2.a. Sönümsüz Zorlanmış Titreşim	21
3.2.1.1.1.1.2.b. Sönümlü Zorlanmış Titreşim	22
3.2.1.1.1.2. Çok Serbestlik Dereceli Sistemler	23
3.2.1.1.1.2.1 Serbest Titreşim	24
3.2.1.1.1.2.2. Zorlanmış Titreşim	25
3.2.1.1.2. Sürekli Sistemler	28
3.2.1.1.2.1. Sürekli Sistemlerin Dinamik Hesap Modeli	28
3.2.1.1.2.2. Sürekli Sistemlerin Davranışı	30
3.2.1.1.2.2.1. Sürekli Sistemlerin Serbest Titreşimi İçin Genel	
Hareket Denklemi	31
3.2.1.1.2.2.1.1.Ankastre Kesme Kirişi	31
3.2.1.1.2.2.1.2.Ankastre Eğilme Kirişi	34

3.2.1.1.2.2.2. Sürekli Sistemlerin Zorlanmış Titreşimi İçin
Genel Hareket Denklemi
3.2.2. Deprem Hesabında Kullanılan Hesap Yöntemleri
3.2.2.1. Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi
3.2.2.2 Mod Birleştirme Yöntemi
3.2.2.3 Zaman Tanım Alanında Hesap Yöntemi 42
3.2.3. P-Delta Etkisi
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA 40
4.1. Sürekli Ankastre Kesme Tipi Kiriş Modeli ile Sürekli Ankastre
Eğilme Tipi Kiriş Modelinin Karşılaştırılması
4.1.1. Sürekli Ankastre Kesme Kiriş Modeli 40
4.1.1.1. Yapı Periyodunun Tepki Spektrumunda Farklı Bölgelerde
Olması Durumuna Göre Sürekli Ankastre Kesme Kirişi Davranışı 50
4.1.1.1.1. Spektral Deplasmanın (S _d) Sabit Olduğu Bölgede; 5'
4.1.1.1.2. Spektral Hızın (S _v) Sabit Olması Durumu
4.1.1.1.3. Spektral İvmenin (S _a) Sabit Olması Durumu
4.1.1.1.4. Sürekli Ankastre Kesme Kirişi için Genel Değerlendirme 68
4.1.1.2. SRSS Metodu Kullanarak Tepe Deplasmanının, Taban Kesme
Kuvvetinin ve Taban Momentinin Hesaplanması
4.1.2. Sürekli Ankastre Eğilme Kiriş Modeli
4.1.2.1. Yapı Periyodunun Tepki Spektrumunda Farklı Bölgelerde
Olması Durumuna Göre Sürekli Ankastre Eğilme Kirişi Davranışı 88
4.1.2.1.1. Spektral Deplasmanın (S _d) Sabit Olduğu Bölgede;
4.1.2.1.2. Spektral Hızın(S _v) Sabit Olması Durumu
4.1.2.1.3. Spektral İvmenin (S _a) Sabit Olması Durumu
4.1.2.1.4. Sürekli Ankastre Eğilme Kirişi için Genel Değerlendirme 99
4.1.2.2. SRSS Metodu Kullanarak Tepe Deplasmanının, Taban
Kesme Kuvvetini ve Taban Momentinin Hesaplanması 104
4.1.3. Kesme ve Eğilme Tipi Ankastre Kirişlerin Davranışlarının
Kıyaslanması 100
4.2. P- Delta Etkisinin Periyot Üzerindeki Etkileri

4.3. P-Delta Etkisinin İncelenmesinde Bilgisayar Modellerinin	
Doğruluğunun İncelenmesi	113
4.3.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde P-Delta Etkisi	113
4.4. Uniform Kesme Tipi Yapılarda Ağırlık Etkisinin Dikkate Alındığı	
Analitik Çözüm Yöntemi	116
4.5. Sürekli Ankastre Kesme Tipi Yapıların Analitik Çözümleri ile İki	
Boyutlu ETABS Modellerinin Karşılaştırılması	150
4.5.1. Model Özellikleri	151
4.5.2. Hesap Esasları	153
4.5.3. Analiz Sonuçları	155
4.6. Uniform Kesme Tipi Yapıların SAP2000 Bilgisayar Modelleri İle	
Analitik Çözümlerin Karşılaştırılması	158
4.6.1. Kesme Tipi Yapıların Üç Boyutlu SAP 2000 Modelleri	158
4.6.2. Analiz Sonuçları	162
4.6.3. Diğer Yönetmeliklerde Verilen Yaklaşık Periyot Formülleri ile	
Kıyas	167
4.6.4. Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momentinin	
Karşılaştırılması	170
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	172
KAYNAKLAR	175
TEŞEKKÜR	177
ÖZGEÇMİŞ	178

ÖZET

UNİFORM KESME TİPİ YAPILARDA AĞIRLIK ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Yapının ağırlığının deprem anında binanın doğrusal ve doğrusal olmayan davranışına önemli etkisi vardır. Bu çalışmada, sürekli ankastre kesme kiriş tipi yapı modellerinin yanal deplasman ve göreli deplasman davranışları ağırlık etkisinin göz önüne alınması ve ihmal edilmesi durumları için irdelenmiştir. Ayrıca, yapının geometrik özelliklerinin yapı periyodunu nasıl etkilediği gösterilmiştir. Ağırlığın etkisi dikkate alınarak olayı idare eden denklemin çözümü birinci ve ikinci tip Bessel fonksiyonlarının yardımı ile elde edilmiştir. Sürekli kesme kiriş tipi yapı modeli için elde edilen kapalı formdaki denklemlerin uygulanabilirlikleri, oluşturulan 2 Boyutlu (2B) ve 3 Boyutlu (3B) yapı modellerinin sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçlarının karşılaştırılması ile yapılmıştır.

Bu çalışmada ayrıca sürekli ankastre kesme kiriş tipi yapı modeli ile sürekli ankastre eğilme kiriş tipi yapı modellerinin detaylı karşılaştırmaları yapılmıştır.

2010, 178 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Kesme Tipi Yapı, Ağırlık, Ötelenme, Deplasman, Bessel Fonksiyonları, P-Delta Etkisi, Sürekli Sistem, Mod Şekli, Drift Mod Şekli, Modal Katılım Faktörü, Eğilme Tipi Kiriş, Hakim(Doğal) Periyot

ABSTRACT

DRIFT SPECTRUM OF SHEAR BUILDING UNDER THE EFFECT OF GRAVITY LOADS

Gravity loads play an important role in the behavior of the linear and nonlinear characters of the buildings during earthquakes. It can also be the cause of ultimate collapse of the structures. In this study, governing equation of continuous uniform shear buildings with gravity effects is derived and eigen-frequencies, displacement and drift modes are obtained by eigen analysis. It is shown how the geometric properties of the structure affect building fundamental period and response. Including the effects of the gravity loads results in the Bessel functions of first and second kind in the solution of the governing differential equations. The modal load and mass equations are solved using orthogonality relations of the Bessel functions.

2010, 178 Pages

Keywords : Shear building, Gravity, Drift, Displacement, Bessel Functions, P-Delta Effect, Continouos System, Mod Shape, Drift Mod Shape, Modal Participation Factor, Fundamental(Natural) Period

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A, B, C, ve D	İntegrasyon Sabitleri
A_0	Tepki Genliği
β	Uniform Kesme Tipi Yapının Ağırlık Etkisini İfade Eden Boyutsuz
	Katsayı
c	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde Sönüm Kapasitesi
c _{cr}	Kritik Sönüm Değeri
[C]	Çok Serbestlik Dereceli Sistemler İçin Sönüm Matrisi
C _n	Modal Sönüm
f	Titreşim Frekansı, Doğal Frekans
F_{I}	Sistemin Atalet Kuvveti
F_D	Sistemin Sönüm Kuvveti
F _S	Sistemin Elastik Yay Kuvveti
h	Kat Yüksekliği
Н	Yapının Toplam Yüksekliği
\mathbf{J}_0	Birinci Tip Sıfırıncı Derece Bessel Fonksiyonları
J_1	Birinci Tip Birinci Derece Bessel Fonksiyonları
k	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Rijitlik Katsayısı
[K]	Çok Serbestlik Dereceli Sistemler İçin Rijitlik Matrisi
K _n	Modal Rijitlik
κ	Harmonik kuvvet frekansının sönümsüz kütle-yay sistem modelinin
	doğal frekansına oranı
λ	Özdeğer
$\lambda_{P-\Delta}$	P-Delta Etkili Özdeğer
φ	Sistem Mod Şekli
<u> </u>	Drift Mod Şekli
Q	Genlik
m	Yapının Kütlesi
[M]	Çok Serbestlik Dereceli Sistemler İçin Kütle Matrisi
M _n	Modal Kütle

Μ	Moment
M_B	Taban Momenti
n	Mod Sayısı
P(t)	Zorlayıcı Dış Kuvvet
t	Zaman
Т	Yapı Periyodu
$T_{P\!-\!\Delta}$	P-Delta Etkili Yapı Periyodu
u	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde Kütlenin Yere Göre Bağıl Yer
	Değiştirmesi
u _{top}	Tepe Deplasmanı
ù	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde Hız
ü	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde İvme
üg	Yer Hareketi İvmesi
ut	Kütlenin Toplam Yer Değiştirmesi
ug	Taban Yer Değiştirmesi
V	Kesme Kuvveti
V_B	Taban Kesme Kuvveti
Γ	Modal Katılım Faktörü
Γ_{utop}	Tepe Deplasmanı Modal Katılım Faktörü
Γ_{VB}	Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörü
$\Gamma_{\rm MB}$	Taban Momenti Modal Katılım Faktörü
W	Yapı Ağırlığı
у	Koordinat Sistemi Ordinatı
\mathbf{Y}_{0}	İkinci Tip Sıfırıncı Derece Bessel Fonksiyonları
\mathbf{Y}_1	İkinci Tip Birinci Derece Bessel Fonksiyonları
ξ	Sönüm Oranı
ω	Titreşim Frekansı
ω_0	Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerin Doğal Frekansı
ω_{D}	Sönümlü Titreşim Frekansı

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Modal Katılım Faktörleri ve Normalize Edilmiş İlk 5 Mod Şeklinin Modal Katılım Faktörü İle Çarpımı
Çizelge 4.2. Ankastre Kesme Kirişi İlk 5 Moduna Ait Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörleri
Çizelge 4.3. İlk 5 Moda Ait Modal Katılım Faktörleri (T), Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörleri (Γ_{VB}) ve Taban Momenti Modal Katılım Faktörleri (Γ_{MB})
Çizelge 4.4. Ankastre Kesme Kirişi için Spektral Hız ve Spektral Deplasmanda Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları
Çizelge 4.5. S _d 'nin Sabit Olduğu Durumda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti
Çizelge 4.6. S _d , S _v ve S _a ' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranları
Çizelge 4.7. S _d , S _v ve S _a ' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları
Çizelge 4.8. S _d , S _v ve S _a ' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetleri
Çizelge 4.9. S _a , nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.10. S _a ' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.11. S _y ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.12. S _v ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.13. S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.14. S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.15. S _a S _y ve S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasman Oranları
Çizelge 4.16. S _a S _y ve S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranları
Çizelge 4.17. S _a S _y ve S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları

Çizelge 4.18. S _a S _y ve S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları
Çizelge 4.19. S _a S _y ve S _d ' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.20. S _a S _y ve S _d , nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Oranları
Çizelge 4.21. Ankastre Kesme Kirişi Tepe Deplasmanı için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _v Sabit)
Çizelge 4.22. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _v Sabit)
Çizelge 4.23. Ankastre Kesme Kirişi Tepe Deplasmanı için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _a Sabit)
Çizelge 4.24. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _a Sabit)
Çizelge 4.25. Ankastre Kesme Kirişi Tepe Deplasmanı için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _d Sabit)
Çizelge 4.26. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için %5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi (S _d Sabit)
Çizelge 4.27. Ankastre Eğilme Kirişi Modal Katılım Faktörleri ve Normalize Edilmiş ilk Beş Mod Şeklinin Modal Kalıtım Oranları
Çizelge 4.28. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörü
Çizelge 4.29. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörleri
Çizelge 4.30. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Modal Katılım Faktörleri
Çizelge 4.31. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Birinci Moda Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Modal Katılım Faktörleri
Çizelge 4.32. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Birinci Moda Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti(S _v Sabit)
Çizelge 4.33. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti
Çizelge 4.34 Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 4 Moda Ait Birinci Mod Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş 0.8*H Noktasındaki Momenti

Çizelge 4.35. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranı (S _a Sabit)
Çizelge 4.36. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranı (S _a Sabit)
Çizelge 4.37. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 7 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti (S _a Sabit)
Çizelge 4.38. S _a 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme
Çizelge 4.39. S _v 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme 100
Çizelge 4.40. S _d 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme 100
Çizelge 4.41. S _d 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme 100
Çizelge 4.42. Deplasman için Genel Değerlendirme (Orantısal) 101
Çizelge 4.43. Deplasman için Genel Değerlendirme 101
Çizelge 4.44. Kesme Kuvveti için Genel Değerlendirme (Orantısal) 102
Çizelge 4.45. Kesme Kuvveti için Genel Değerlendirme 102
Çizelge 4.46. Taban Momenti için Genel Değerlendirme (Orantısal) 103
Çizelge 4.47. Taban Momenti için Genel Değerlendirme 103
Çizelge 4.48. Tepe Deplasmanı İçin Modların Yeterliliği (Sv Sabit) 104
Çizelge 4.49. Taban Momenti İçin Modların Yeterliliği (Sv Sabit) 105
Çizelge 4.50. Deneyde kullanılan ağırlıklar 114
Çizelge 4.51. Mavi çubuğa ait P-Delta Etkili Periyotların Kıyaslanması 114
Çizelge 4.52. Mavi çerçeveye ait P-Delta Etkili Periyotların Kıyaslanması 115
Çizelge 4.53. İlk 5 Moda Ait Modal Kalıtım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekillerine Bağlı Modal Kalıtım Faktörleri ($\beta = 0,01$)
Çizelge 4.54. İlk 5 Moda Ait Modal Kalıtım Faktörleri ve Normalize Edilmiş Modal Kalıtım Faktörlerinin Mod Şekilleri ile Çarpımı ($\beta = 0,01$)
Çizelge 4.55. İlk 5 Moda Ait Modal Kalıtım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekillerine Bağlı Modal Kalıtım Faktörleri ($\beta = 0,3$)
Çizelge 4.56. İlk 5 Moda Ait Modal Kalıtım Faktörleri ve Normalize Edilmiş Modal Kalıtım Faktörlerinin Mod Şekilleri ile Çarpılması ($\beta = 0,3$)
Çizelge 4.57. İlk 10 Moda Ait Modal Katılım Faktörleri ve Drift Mod Şekli ile Çarpımı
(Beta=0,01)

Çizelge 4.58. İlk 10 Moda Ait Modal Katılım Faktörleri ve Drift Mod Şekli ile Çarpımı (Beta=0,3)
Çizelge 4.59. Modal Katılım Faktörleri ile Çarpılmış Normalize Edilmiş Drift Mod Şekilleri (β=0,01)
Çizelge 4.60. Modal Katılım Faktörleri ile Çarpılmış Normalize Edilmiş Drift Mod Şekilleri (β =0,3)
Çizelge 4.61. İki Boyutlu ETABS Modellerinin Özellikleri 151
Çizelge 4.62. A, B ve C Tipi Düşey Yükleri 153
Çizelge 4.63. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durumda Hakim Periyotlar 155
Çizelge 4.64. P-Delta Etkisinin Dahil Edildiği Durumda Hakim Periyotlar 156
Çizelge 4.65. Üç Boyutlu Modele Ait Bilgiler 159
Çizelge 4.66. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alındığı Durum (P-Delta Etkisiz)
Çizelge 4.67. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alınmadığı Durum (P-Delta Etkisiz)
Çizelge 4.68. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alındığı Durum (P-Delta Etkili)
Çizelge 4.69. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alınmadığı Durum(P-Delta Etkili)
Çizelge 4.70. Analitik Denklemlerle Elde Edilen P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği ve Edilmediği Durumlardaki Periyotların Karşılaştırılması
Çizelge 4.71. Kolon Eksenel Deformasyonları Dahil Edilen SAP2000 Programı ile Elde Edilen P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği ve Edilmediği Durumlardaki Periyotların Karşılaştırılması
Çizelge 4.72. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm İle Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçlar
Çizelge 4.73. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm ile Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması 168
Çizelge 4.74. P-Delta Etkisinin Dikkate Alındığı Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm ile Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçlar
Çizelge 4.75. P-Delta Etkisinin Dikkate Alındığı Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm ile Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması
Çizelge 4.76. Tepe Deplasmanlarının Analitik Çözüm ve SAP2000 Programı Sonuçları İle Karşılaştırılması

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Çok Katlı Yüksek Yapılar 1
Şekil 2. Çerçeve Sistemlerde Göreli Kat Ötelemesi
Şekil 3.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistem Modeli
Şekil 3.2.Tek Serbestlik Dereceli Sistem Kütle- Yay Modeli 14
Şekil 3.3 Tek Serbestlik Dereceli Sistem Cisim Diyagramı 14
Şekil 3.4 Sönümsüz serbest titreşimli sistem yer değiştirme-zaman grafiği 15
Şekil 3.5. Sönüm Grafiği 18
Şekil 3.6. Çok Serbestlik Dereceli Sistemin Kütlelerin Kat Hizalarında Toplandığı Konsol Kiriş ile İdealize Edilmesi
Şekil 3.7. Mod Şekilleri ve Modal Yer Değiştirmeler
Şekil 3.8. Çerçeve Sistemin Eşdeğer Konsol Kiriş Olarak Gösterilmesi
Şekil 3.9. Çerçeveli ve Karma Sistemli Yapıların Yer Değiştirme Şekilleri
Şekil 3.10. Ankastre Kesme Kirişi
Şekil 3.11. Ankastre Kesme Kirişine Ait Mod Şekilleri
Şekil 3.12. Ankastre Eğilme Kirişi
Şekil 3.13. Ankastre eğilme Kirişine Ait İlk 4 Mod Şekli
Şekil 3.14. P-Delta Etkisi
Şekil 3.15. Konsol Bir Sistemde P-Delta Etkisi
Şekil 4.1. Ankastre Kesme Tipi Kirişe Ait ilk 8 Mod Şekli 47
Şekil 4.2. Ankastre Kesme Kirişi ilk 4 Mod Şeklinin Modal Katılım Faktörü ile Çarpımı
Şekil 4.3.Ankastre Kesme Kirişi ilk 8 Mod Şekline Ait Mod Şekillerinin Modal Katılım Faktörleri ile Çarpımı
Şekil 4.4. Ankastre Kesme Kirişi ilk 4 Moduna Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış Mod Şekilleri
Şekil 4.5. Ankastre Kesme Kirişinin ilk Dört Moduna Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetleri
Şekil 4.6. Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetlerinin ilk Dört Moddaki Modal Katılımları

Sayfa

Şekil 4.7. İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Modal Katılım Faktörü Grafiği...... 54 Şekil 4.8. İlk 4 Moda Ait Normalize Edilmiş Taban Momentlerinin Birlikte Şekil 4.11. S_d' nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda Ait Birinci Modun Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Grafiği...... 58 Şekil 4.12. S_d'nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda Ait Birinci Modun Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Graf,ği 59 Sekil 4.13. S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Sekil 4.14. S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Modun Taban Noktasına Göre Şekil 4.15. . S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Ait Taban Momentine Göre Şekil 4.16. Sa'nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Mod Tepe Deplasmanına Göre Sekil 4.17. Sa'nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Mod Taban Kesme Kuvvetine Göre Şekil 4. 18. Ankastre Eğilme Tipi Kirişe Ait İlk 8 Mod Şekli...... 80 Şekil 4.19. Ankastre Eğilme Kirişi Mod Şekillerinin Modal Katılım Faktörleri İle Çarpılmış Halinin Grafiği 80 Şekil 4.20. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 8 Mod Şekline Ait Normalize Edilmiş Mod Sekil 4.21. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moduna Ait Modal Katılım Faktörü ile Şekil 4.22. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moduna Ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Şekil 4. 23. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moduna Ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Şekil 4.24. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 4 Moduna Ait Moment Grafiği 88 Şekil 4.25. Birinci Mod Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Moda Ait

Şekil 4.26 Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti
Şekil 4.27. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti
Şekil 4. 28. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı (S_v Sabit)
Şekil 4.29. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Taban Kesme Kuvveti (S _v Sabit) 93
Şekil 4.30. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti (S_v Sabit)
Şekil 4.31. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı (S _a Sabit)
Şekil 4.32. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Kesme Kuvvetine Göre Normalize Edilmiş Kesme Kuvveti (SaSabit)
Şekil 4. 33. Ankastre Eğilme Kirişi ilk 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Momentine Göre Normalize Edilmiş Moment (S _a Sabit)
Şekil 4.34. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alınmadığı Durumda Kütlenin Artışı İle Periyottaki Değişim
Şekil 4.35. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alındığı Durumda Kütlenin Artışı İle Periyottaki Değişim
Şekil 4.36. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alındığı ve Alınmadığı Durumda Kütlenin Artışı İle Periyottaki Değişim 110
Şekil 4.37. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alınmadığı Durumda Rijitliğin Değişimi İle Periyottaki Değişim
Şekil 4.38. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alındığı Durumda Rijitliğin Değişimi İle Periyottaki Değişim
Şekil 4.39. Düşey Yük Etkisinin Dikkate Alındığı ve Alınmadığı Durumda Rijitliğin Değişimi İle Periyottaki Değişimin Oranı
Şekil 4.40. Deneysel Çalışmada Kullanılan Mavi Çubuk ve Ağırlıklardan Oluşan Sistem
Şekil 4.41. Ağırlık Etkisi Dikkate Alınmış Kesme Tipi Kiriş 117
Şekil 4.42. Farklı β Değerleri İçin Normalize Edilmiş Birinci Özdeğerler ve 0 ile 0,5 Aralığındaki Küçük β Değerleri için Birinci Özdeğerin Doğrusallaştırılmış Yaklaşık Tanımı
Şekil 4.43.Farklı β Değerleri İçin Normalize Edilmiş İlk 5 Özdeğer 124

Şekil 4.44. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.45 β=0,3 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.46. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Normalize Edilmiş ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.47. β=0,3 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Normalize Edilmiş ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.48. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli
Şekil 4.49. β=0,5 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli
Şekil 4.50. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli
Şekil 4.51. β=0,5 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli 129
Şekil 4.52. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.53. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış ilk 8 Mod Şekli
Şekil 4.54. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı
Şekil 4.55. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı 133
Şekil 4.56. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı 133
Şekil 4.57. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı 134
Şekil 4.58. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Drift Mod Şekli
Şekil 4.59. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Drift Mod Şekli

XVII

Şekil 4.60. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Drift Mod Şekli
Şekil 4.61. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Drift Mod Şekli
Şekil 4.62. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.63. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.64. β=0,5 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.65. β=0,01 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli 138
Şekil 4.66. β=0,5 Durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.67. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 8 Drift Mod Şekli
Şekil 4.68. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 8 Drift Mod Şekli
Şekil 4.69. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.70. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 4 Drift Mod Şekli
Şekil 4.71. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 4 Mod Şekli
Şekil 4.72. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü İle Çarpılmış İlk 4 Mod Şekli
Şekil 4.73. Birinci Mod ve Yüksek Modlar için β'nın Değişimine Bağlı P-Delta Etkili Periyodun P-Delta Etkisiz Periyoda Oranı
Şekil 4.74 İlk 5 Mod için β'nın Değişimine Bağlı P-Delta Etkili Periyodun P-Delta Etkili Birinci Periyoda Oranı
Şekil 4.75 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Birinci Mod Şekilleri

XVIII

Şekil 4.76 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili İkinci Mod Şe	ekilleri . 146
Şekil 4.77 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Üçüncü Mod Şekilleri	. 146
Şekil 4.78 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Dördüncüi Mo Şekilleri	od . 147
Şekil 4.79 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Birinci Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı	. 147
Şekil 4.80 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili İkinci Mod Şe ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı	ekilleri . 148
Şekil 4.81 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Üçüncü Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı	. 148
Şekil 4.82 P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Dördüncü Mo Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı	od . 149
Şekil 4.83 İki Boyutlu Kesme Tipi Modelleri	. 152
Şekil 4.84. Çerçeveli Yapı Modellerinin Plan Görüntüsü	. 158
Şekil 4.85 Çerçeveli Yapı Modelinin Üç Boyutlu Görüntüsü	. 159
Şekil 4.86. Çok Katlı Çerçeveli Yapı Modeli	. 160

1. GİRİŞ

Dünya nüfusunun her geçen gün artması ile insanların barınma ihtiyaçları da artmaktadır. Göçlerin artması, hızlı kentleşmenin ve nüfus yoğunluğunun artmasına sebep olmuş ve bu durum, yapılaşma alanlarının yetersiz kalmasına yol açmıştır. Artan yapı ihtiyacının karşılanması için, inşaat teknolojisinin de ilerlemesiyle beraber, sınırlı alanlardan maksimum kullanım alanı ve en ekonomik durumu elde etmek amacıyla günümüzde az katlı yapılardan çok katlı yüksek yapılara doğru bir yönlenme söz konusu olmuştur. Ayrıca büyük ve merkezi iş yerleri prestij amaçlı çok katlı yüksek yapılar tercih etmeye başlamıştır(Şekil 1). Deprem gibi önemli bir parametrenin varlığı söz konusu olduğundan bu tip yapıların tasarımları hassas bir şekilde yapılmalıdır. Yapı mühendisliği açısından, yatay yüklerin daha önemli etkilere neden olduğu yüksek yapıların projelendirilmesinde taşıyıcı sistemin doğru seçilmesi önem kazanmaktadır.

Deprem esnasında yapıya gelen yüklerin büyüklüğü, yapının ağırlığı ile doğru orantılıdır. Yapı ağrılığının deprem anında yapının doğrusal ve doğrusal olmayan davranışına önemli etkisi vardır. Yapı yüksekliği arttıkça yapı ağırlığı da artacağından deprem esnasında oluşacak dinamik yükler yapının davranışını önemli ölçüde etkilemektedir. Özellikle günümüzde sıkça tercih edilen çok katlı yüksek yapıların deprem etkisi altında göstereceği davranış dikkatle incelenmelidir.



Şekil 1. Çok katlı yüksek yapılar

Bir başka deyişle, yapıların depreme dayanıklı olarak tasarlanması gerekmektedir. Bunun için birçok yönetmelik ve standart oluşturulmuş, yapıların analiz ve tasarımlarında önemli kriterlere sınırlandırmalar getirilmiştir. Yapıların hakim(doğal) periyot hesabı, göreli kat ötelemelerinin hesabı yapıların dinamik davranışını ifade eden önemli parametrelerdir.

Yanal yüklerden dolayı yapıda yanal yer değiştirmelerin meydana gelmesi ile oluşan ardışık iki kat arasındaki yer değiştirme farkını ifade eden göreli kat ötelemesi(Şekil 2) ve yatay stabilite, yapı tasarımı sırasında boyutlandırmadan önce kontrol edilmesi gereken bir durumdur. Birçok durumda, özellikle yüksek yapılarda veya yapının tepkisine(davranışına) burulmanın büyük katılım gösterdiği durumlarda, ötelenme(drfit) kriteri yapıların taşıyıcı sisteminin seçiminde olayı idare eden faktör durumuna gelebilir.



Şekil 2. Çerçeve sistemlerde göreli kat ötelemesi

$$\Delta_{i} = d_{i} - d_{i-1} \tag{1.1}$$

$$\frac{\Delta^{*R}}{h_i} \le 0.02 \tag{1.2}$$

2007 yılında çıkan Türk Deprem Yönetmeliğinde göreli kat ötelemesi Denklem (1.1) ile tanımlanmış ve yapıda büyük ikinci mertebe etkilerinin oluşmaması için bu parametre Denklem (1.2)'de verilen denklem ile sınırlandırılmıştır. Yönetmelik ve standartlarda belirtilen göreli kat ötelemesi sınırlandırmasını sağlayabilmek için, bu

hesapların tekrarlanması gerekmektedir. Bu da emek isteyen zahmetli ve zaman alıcı bir durumdur.

Depreme dayanıklı yapı tasarımında önem arz eden parametrelerden biri de yapının periyodudur. Yapının hakim periyodu, deprem yükünün yapıdaki tepkisi olduğundan doğru olarak belirlenmesi önem taşımaktadır. 2007 Türk Deprem Yönetmeliğinde belirtilen hesap yöntemlerinden biri olan Eşdeğer Deprem Yükü yönteminde, toplam esdeğer deprem yükünün belirlenebilmesi için yapının hakim periyodunun bilinmesi gerekir. Bunun hesabı için yönetmelikte verilen yaklaşık formüller kullanılabilir. Yönetmeliğin önerdiği doğal titreşim periyodunun formülünde kat ötelenme değerleri kullanılmaktadır. Dolayısıyla deprem etkisi altındaki yapılarda hakim periyodun yanında kat ötelenme değerleri de önemli parametreler olarak karşımıza çıkmaktadır. Depremin şiddetine göre yapıda oluşturacağı etkiler de büyük olmaktadır. Yanal yüklere karşı rijitliğin yeterli olmadığı durumlarda yapının yatay yer değiştirmeleri ve buna bağlı olarak göreli kat ötelemeleri de büyük olmaktadır. Yanal deplasmanların büyük olduğu yapılarda düşey yükten dolayı ikinci mertebe etkiler doğmaktadır. İkinci mertebe etkileri ile yapıya ek momentler ve ek kesme kuvvetleri meydana gelerek yapının statik ve dinamik dengesini bozabilmektedir. Göreli kat ötelemeleri ne kadar büyük olursa, ikinci mertebe etkilerin de o oranda büyük olmasına neden olmakta ve bu durum yapının deprem esnasında dinamik davranışını olumsuz yönde etkileyerek göçmesine bile neden olabilmektedir.

Yapının dinamik davranışı üzerinde etkisinin olduğu görülen yatay yer değiştirmeler ve göreli kat ötelemelerinin analizi yapılıp, henüz tasarım aşamasındayken bu parametrelerin hesap edilip kontrol edilmesi gerekmektedir. Sonlu elemanlara dayalı çözüm yapan yapısal analiz programları kullanılarak yapıların üç boyutlu modelleri oluşturulabilmektedir. Üç boyutlu modeller üzerinde analizler yapılarak yatay yer değiştirmeler hesap edilebilmektedir. Ancak bu işlemler ön tasarım için uzun zaman alan ve emek isteyen işlemlerdir. Bu hesapların güvenilir olmasına rağmen, matematik modelleri oluşturularak özellikle ön tasarım aşamasındayken yaklaşık yöntemler ile kontrol edilmesi de uygun olacaktır. Böylelikle istenen hesapların daha hızlı ve güvenilir şekilde elde edilebilmesi mümkün olabilmektedir.

Yapıların dinamik davranışını incelemek amacıyla farklı çözüm yöntemleri kullanılmaktadır. Tek ve çok serbestlik dereceli sistemler ile sürekli sistemlerden oluşan bu hesap yöntemleri ele alınan sistemin serbestlik derecesine göre seçilmektedir. Kat sayısı arttıkça serbestlik derecesi de artmaktadır. Sistemin serbestlik derecesinin sonsuza doğru gittiği bu durumda yapıların sürekli bir ankastre kirişi gibi kabul edilip dinamik hesap yöntemi sürekli bir sistem olarak ele alınabilmektedir. Bu tez çalışması kapsamında kesme tipi yapı davranışı gösteren çerçeve sistemler kesme tipi ankastre kiriş olarak, eğilme tipi yapı davranışı gösteren perdeli sistemler ise eğilme tipi ankastre kiriş olarak ele alınmış ve dinamik davranışları incelenmiştir. Tepe deplasmanı, taban kesme kuvveti, taban momenti spektral hızın, spektral ivmenin, spektral deplasmanın sabit olma durumları için ayrı ayrı değerlendirilerek SRSS yöntemi ile bulunmuştur. Kirişlere ait mod şekilleri, tepe deplasmanları, tabanda oluşacak kesme kuvveti ve moment grafikleri ile bunların dinamik davranışa olan katkıları elde edilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar doğrultusunda kesme tipi yapı davranışı ile eğilme tipi yapı davranışları birbirleri ile kıyaslanmıştır.

Bu çalışmada kesme tipi yapı davranışı sergileyen ve taşıyıcı sistemi çerçevelerden oluşan çok katlı yüksek yapıların dinamik davranışı sürekli sistem hesap modeline göre incelenmekte ve ağırlık etkisinin yapının dinamik özelliklerini nasıl etkilediği irdelenmektedir. Çok katlı yüksek yapılar genellikle yüksekliği boyunca yapısal özelikleri değişmeyen taşıyıcı sistemlerden oluşmaktadır. Bu tür yapıların sürekli kayma kirişi olarak kabul edilip matematik modellerini oluşturmak mümkündür ve literatürde kabul görmüş bir hesap modelidir. Bu tür yapılarda, kolon-döşeme birleşim noktalarındaki dönmelerin sıfır olduğu kabul edildiği için, sadece katlar arasındaki göreceli yer değiştirmeler sonucu oluşan kuvvetler hesaba katılır. Bu sebeple çok az bilgi kaybıyla beraber modellemede basitlik oluşturması ve matematiksel açıdan işlemlerin basitleşmesine olanak sağlaması açısından sürekli kesme kirişi modeli yapı mühendisliğinde genel olarak kabul edilen bir modeldir. Ankastre mesnetli sürekli kesme kirişi olarak modellenebilen yapıların, çok serbestlik dereceli modellere göre değişken sayısının az olması ve hesapların matematiksel işlemler açısından daha kolay olmasından dolayı birçok avantaj sağlamaktadır. Özellikle göreli kat ötelemelerinin deplasmanların türevi şeklinde elde edilebilmesi kesme tipi sürekli yapı modelinin sağladığı en önemli avantajlardan biridir.

Geçmiş yıllarda, çok katlı yüksek binalar ile ilgili yapılan çalışmalarda sürekli kesme tipi kiriş modeli kullanılmıştır. Ancak düşey yüklerden dolayı meydana gelebilecek ikinci mertebe etkilerini yaptıkları hesaplarda dikkate almamışlardır. Şahin, Öztürk ve Türker (2005), yaptıkları çalışma ile çok katlı yüksek yapıları sürekli kesme kirişi olarak kabul edip ikinci mertebe etkilerinin dikkate alınıp alınmaması durumlarına göre matematiksel modelleri ve çözümlerini kapalı formda oluşturmuşlardır.

Bu çalışma, yapı yüksekliği boyunca yapısal özelikleri değişmeyen çok katlı yüksek binaların Şahin ve ark.(2005)'nın geliştirmiş olduğu analitik çözüm yaklaşımları kullanılarak oluşturulan sürekli yapı modelinin düşey yük etkilerinin ihmal edilmesi ve edilmemesi durumları incelenmiştir. Yapı analizleri için sonlu elemanlar yöntemine dayalı, ETABS ve genel amaçlı SAP2000 paket programlarından yararlanılmıştır. Bilgisayar ortamında yapısal analiz programları ile oluşturulan iki boyutlu ve üç boyutlu modellerinin analizlerinden elde edilecek sonuçların(hakim periyot, deplasman,taban kesme kuvveti, taban momenti ,..gibi) kıyaslanmasını yapılmıştır.

Çalışmanın amacı, uniform kesme tipi yapıların deprem altında dinamik davranışları için çıkarılmış olan kapalı formdaki analitik denklemlerin, üç boyutlu modellerden elde edilen sonuçların kıyaslanmasıyla, kullanılabilir olup olmadığını incelemektir. Yapılan analizler sonucu, bu çalışmada incelenen analitik çözüm yöntemlerinin üç boyutlu modellerin analiz sonuçları ile kabul edilebilir yakınsaklıkta olduğu görülmektedir. Yapıların ön tasarımı veya mevcut yapıların depreme karşı performanslarının hızlı bir şekilde değerlendirilmesinde, yapıda oluşabilecek en büyük tepe deplasmanı ve göreli kat ötelemelerinin tahmin edilebilmesi önemli parametrelerdir. Bu çalışma ile oluşturulacak basit modelle yeni yapılacak yapıların ön tasarımının hızlı ve gerçekçi olacak şekilde gerçekleştirilebilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca basitleştirilmiş model yardımıyla mevcut binaların davranışlarının incelenmesi ve performanslarının tahmin edilebilmesinin hızlı bir şekilde gerçekleştirilebilmesi bu çalışmanın hedefleri arasında yer almaktadır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Westergaard(1933), Rosenblueth(1951), Timoshenko(1971) ve Gülkan(2002) ankastre kiriş tipi yapılarda değişkenlerin az olmasından ve matematiksel ifadenin nispeten daha kolay olmasından dolayı sürekli kesme kiriş modelini seçmişler ve yaptıkları çalışmalarda, binaların sürekli kesme kirişi olarak modellenebileceğini göstermişlerdir.

Cheng ve Tseng(1973), Timoshenko kirişinin statik olarak eksenel kuvvete maruz kalmasıyla kiriş-kolon bağlantılarının matris analizi ile dinamik davranışını incelemişlerdir.

Howson ve Williams (1973), eksenel kuvvet etkisindeki Timoshenko elemanlarından oluşan bir çerçevenin açısal frekans değerlerini elde etmişlerdir

Gilbert ve ark., ikinci mertebe etkilerinin gerçekte karmaşık, doğrusal olmayan davranış özelliklerinden dolayı analiz ve çözümleri kademeli yük artımı ve döngüsel irdelemeler içeren, Newton-Raphson, arc-length gibi doğrusal olmayan sistemler için uygulanan çözüm metotlarını toplu olarak incelemişlerdir.

Westermo(1981) yaptığı çalışmada, yapıların zamana bağlı düşey zemin hareketleri altındaki eğilme davranışını incelemiş ve düşey yüklerin ankastre kirişlerde zamana bağlı davranışını değiştirdiğini göstermiştir.

Wilson ve Habibullah (1987), yaptıkları çalışmada çok katlı yapıların P-Delta etkisini içeren statik ve dinamik analizini irdeleyerek düşey yük etkisini içeren çözüm metotlarını incelemişlerdir.

Bilyap v.d. (1991) yaptıkları çalışmada, burulma etkilerini de dikkate alacak yeni ifadeler türetmiştir. Tüken (2004), genel diferansiyel denklemlerden yararlanarak farklı yatay yüklere maruz yapıların, ötelenme, dönme ve eğrilik denklemlerini elde etmiş ve bu denklemlerin kolayca uygulanabilmesi için bilgisayar programı geliştirmiştir.

Ertutar v.d. (1995) yaptıkları çalışmada, taşıyıcı sistemi çerçevelerden oluşan çok katlı bir yapıda etki eden deprem kuvvetlerinin ve serbest titreşim durumunda birinci moda ait periyodun hesabına ilişkin yaklaşık bir hesap sekli sunmuştur.

Ayrık modellere göre, sürekli modellerin ankastre kiriş tipi yapı modellemesinde avantajları vardır. Deprem hesaplamalarında yapıların lineer ve lineer olmayan analizleri için kayma kirişi olarak modellenmesi en sık görülen modelleme türüdür. Kayma tipi kiriş modeli yapıyı sürekli olduğu kabulü ile basitleştirmesinin yanında, yapının iç deformasyonları hakkında önemli bilgiler verir (Iwan 1997; Kim 2002)

Zalka (2001), perde-çerçeve sistemlerin doğal açısal frekanslarının tayini için sürekli sistem hesap modeline dayanan basit bir yöntem önermiş ve sayısal örnekler üzerinde sonlu elemanlar yöntemine olan yakınsaklığını araştırmıştır. Yapılan çalışmada iki yöntemin sonuçları arasındaki maksimum fark %7 olarak bulunmuş ve sunulan yöntemin sonlu elemanlarla elde edilen sonuçlara kıyasla oldukça yakın değerler verdiği tespit edilmiştir. Zalka çalışmasında dinamik analizde eksenel deformasyonların katkısını göz önüne alabilmek amacıyla Föppl-Papkovich teoremini dikkate alan yaklaşık bir bağıntı önermiştir. Ayrıca yazar sürekli sistem hesap modelinin ayrık sistem hesap modeline göre, kat kütlesinin yapı yüksekliği boyunca yayılı olmasından doğan hata miktarını düzeltmek amacıyla çok sayıda örnek üzerinde yaptığı çalışmalardan elde etmiş olduğu bir düzeltme katsayısı tanımlamıştır. Söz konusu çalışmada dinamik haldeki iç kuvvetlerin bulunmasına yönelik herhangi bir bağıntı önerilmemiştir.

Gülkan(2002) ve Timoshenko(1971) yüksek yapıların sürekli kesme kirişi modeli olarak kabul edilebileceği ve modelinin oluşturulabileceği konusunda çalışmalar yapmıştır. Ancak bu çalışmalarda düşey yük etkisi dikkate alınmamıştır.

Potzsta ve Kollar (2003) çok katlı yapıların periyot ve modlarının tayini için sürekli sistem hesap modelini esas alan ve şekil değiştirmeye ait diferansiyel denklemeleri sayısal analiz ile çözen bir yöntem sunmuşlardır. Çalışmada, perdeçerçeve sistemin yatay yükler altındaki davranışının Timoshenko kirişi veya eğilme kirişi olarak idealize edilemeyeceği vurgulanarak davranışın bu iki davranışı içeren bir sandviç kirişle idealize edilebileceği ifade edilmiş ve sonuca eşdeğer sandviç kirişin genel hareket denkleminin çözümü ile ulaşılmıştır. Çalışmada ayrıca değişik türdeki kafes elemanlara ait eşdeğer kayma rijitliği bağıntılarına da yer verilmiştir.

Miranda ve Taghavi (2005) yapı özelliklerinin yapı yüksekliği boyunca değişmesi durumundaki kat öteleme, etkin kütle oranları ve periyot gibi dinamik karakteristiklerin yapı özelliklerinin düzenli olması durumundaki değerlere bağlı olarak belirlenmesi için bir dizi bağıntılar elde etmişlerdir. Yazarlar çalışmalarının doğruluğunu göstermek üzere farklı deprem kayıtlarını dikkate alarak sonlu elemanlar deplasman yöntemiyle zaman tanım alanında analiz yapmışlar ve elde edilen sonuçları çalışmada önerdikleri yöntem ile karşılaştırmışlardır. Eksenel deformasyonların katkısını dikkate almayan Miranda ve Taghavi, çalışmalarında çok katlı olmayan perdeçerçeve yapılar için elde ettikleri sonuçları sonlu elemanlar yöntemi ile karşılaştırdıklarında yeter yakınsaklıkta çözümler elde ettiklerini ifade etmişlerdir.

Şahin, Öztürk, ve Türker (2005), uniform kesme tipi yapılarda düşey yük etkisinin ihmal edilmesi ve dikkate alınması durumları üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmalarında çok katlı yüksek yapıları deprem etkisine maruz uniform kesme tipi kirişe benzeterek hareket denklemlerini elde ederek matematik modellerini oluşturmuşlar ve analitik çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Hem ağırlık etkisini ihmal ederek hem de ağırlık etkisini göz önüne alarak yapının deplasman mod şekilleri ile ötelenme(drift) mod şekillerini elde etmişlerdir.

Tekeli(2006), yaptığı doktora tez çalışmasında çerçeveli ve perde duvarlıçerçeveli yapıların ötelenme hesabı için geliştirilen genel diferansiyel denklemlerden yararlanarak analitik çözümler oluşturmuş ve yapıların deprem tasarımında ötelenme(yatay deplasman) hesabı için oldukça basit bir yöntem geliştirmiştir. SAP 2000 programını kullanarak oluşturduğu modellerden elde ettiği sonuçlar ile ötelenme hesabı için geliştirilmiş olan basit hesap yöntemi ile elde ettiği sonuçlarla kıyaslamıştır. Şahin ve Öztürk(2007) yaptıkları çalışmada uniform kesme tipi yapılarda ağırlık etkisini incelemişlerdir. Ağırlık etkisinin deplasman mod şekilleri ve drift deplasman mod şekilleri üzerine olan etkisini göstermişlerdir.

Türker, Mertayak ve Kocaman (2010) yaptıkları çalışmada yapıların dinamik davranışlarını deneysel olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada görüntü işleme metodunu kullanarak tek ve çok serbestlik dereceli sistemlerin serbest ve zorlanmış titreşim hareketleri altında deplasmanlarını ve periyotlarını bulmuşlardır. Elde edilen periyot değerlerinin düşey yüklerden dolayı meydana gelen P-Delta etkisinden etkilendiğini göstermişlerdir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Materyal

Bu çalışmada çok katlı yüksek yapılar sürekli kesme tipi kiriş olarak kabul edilmekte ve bu tip yapıların deprem kuvveti altında olayı idare eden hareket denklemleri ağırlık etkisinin olması ve olmaması durumları için ayrı ayrı çıkartılmıştır. Denklemlerin çıkartılmasında mevcut yapı analizi, yapı dinamiği teorisi, teknik ve yöntemleri analitik, yarı analitik ve nümerik çözümlemelerimizde materyal olarak kullanılmıştır. Analitik denklemler oluşturulmadan önce genel olarak ayrık sistemler ve sürekli sistemlerin dinamik hesap yöntemleri ve P-Delta etkisinin yapının periyoduna olan etkisi incelenmektedir. Geliştirilen bu analitik yöntemlerin doğruluğunun ve geçerliliğinin araştırılabilmesi için sonlu elemanlar yöntemine dayalı çözüm yapan ETABS ve SAP2000 yapısal analiz programları materyal olarak kullanılmaktadır.

Ağırlık etkisinin dikkate alındığı sürekli kesme tipi kiriş için geliştirilmiş olan analitik denklemlerin çözümünde Bessel Fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu analitik denklemlerin çözümü yapılırken ve grafikler(periyot, mod şekilleri, drift mod şekilleri, tepe deplasmanı, taban kesme kuvveti, taban momenti, ... gibi) elde edilirken Mathcad ve Mathematica programından yararlanılmaktadır.

3.2. Yöntem

3.2.1. Yapıların Dinamik Çözüm Yöntemleri

Yapıların dinamik çözümü, zamana bağlı olarak değişen yükler altında taşıyıcı sistemdeki gerilmelerin ve yer değiştirmelerin incelenmesidir. Bu amaçla kullanılan yöntemler, yapı statiğinde kullanılanların genelleştirilmesi olarak görülebilir. Dinamik çözüm, statik çözüm gibi tek bir çözümden ibaret olmayıp, zamana bağlı bir çözüm kümesinden meydana gelmektedir. Bu iki çözüm arasındaki en önemli diğer bir fark da dinamik yer değiştirme sırasında atalet kuvvetlerinin meydana gelmesidir.

Yapıya etkiyen yük dinamik özelliğe sahipse, bu durumda yapı iki tür yükün etkisi altında düşünülebilir:

- Harekete sebep olan dış yük
- Hareketin ivmelenmesine karşı duran atalet kuvvetleri

Kirişin kesitlerinde ise bu iki etkiye karşı duracak kesit tesirleri meydana gelir. Bu nedenlerden dolayı iç kuvvetlerin hesap edilebilmesi için daha önce atalet kuvvetlerinin belirlenmiş olması gerekir. Ancak atalet kuvvetleri ise, yer değiştirmelere dolayısıyla iç kuvvetlere bağlıdır. Bu birbirine bağımlılık şeklinde ortaya çıkan karmaşayı çözüp hesap yapabilmek, sistemin hareketi için yazılacak diferansiyel denklemin uygun sınır ve başlangıç şartları altında çözülmesi ile mümkün olur.

Bir taşıyıcı sistemin dinamik etkiler altındaki davranışını gösteren diferansiyel denklemin çözümünün belirlenmesi için hareketin başlangıç koşullarının bilinmesine ihtiyaç vardır. Sistem, sükunetten dış kuvvet etkisiyle veya mesnet yer değiştirmesiyle harekete başlayabilir. Ayrıca sistemin hareketi, başlangıçta belirli bir yer değiştirme ve hız vererek sağlanabilir. Dinamik davranışın tamamen belirli olabilmesi için, başlangıç koşulları yanında sistemin mesnetlenme şeklinin, yani problemin sınır koşullarının da bilinmesi gereklidir.

Statik yüklerle birlikte dinamik yükler de taşıyan sistemlerin birçoğunda dinamik yük etkisi statik yük etkilerinden oldukça küçüktür. Bu gibi durumlarda dinamik etkinin ayrıntılı bir hesabı yerine eşdeğer bir statik yük tanımlayarak, çarpma katsayısı veya benzeri bir çarpan uygulayarak, bazen de güvenlik katsayısını değiştirerek işlemlerin yürütülmesi yoluna gidilir. Ancak, örneğin ağır makinelerin dinamik etkisindeki yapılar, kule türünde yüksek binalar, büyük açıklıklı köprüler söz konusu olduğunda yapının dinamik davranışının incelenmesi gerekir. Bu dinamik davranışa yol açan etkiler ağır makineler olabileceği gibi, çarpma, patlama, rüzgâr ve deprem etkileri de olabilir.

3.2.1.1. Yapısal Titreşimler

Yapıyı titreşime zorlayan sebep ne olursa olsun, ister zamana bağlı bir dış kuvvet ister zemin sismik titreşimleri olsun, yapının salınım yapması ile birlikte bir hız ve dolayısıyla **ivme** oluşur. Newton kuralı gereği, ivme ile birlikte yapının sahip olduğu kütleler üzerinde yeni iç atalet kuvvetleri oluşur.

Titreşim parametreleri açısından;

- 1) Sönümlü zorlanmış titreşim
- 2) Sönümlü serbest(doğal) titreşim
- 3) Sönümsüz zorlanmış titreşim
- 4) Sönümsüz serbest titreşim

Serbestlik derecesine göre sınıflandırmada yapısal titreşimler;

- 1) Ayrık Kütleli Sistemler
 - Tek serbestlik dereceli sistemler
 - Çok serbestlik dereceli sistemler
- 2) Sürekli Kütleli (Sonsuz Serbestlik Dereceli) Sistemler

olarak sınıflandırılabilir.

Matematik Modelin Tanımlanması:

Sistemde bağımsız olarak yer değiştiren kinematik nokta sayısı serbestlik derecesini verir. Yine dinamik serbestlik derecesini azaltmak için döşemelerin ve kirişlerin sonsuz rijit olduğu, sistemin kat hizalarında yalnızca yatay yer değiştirme yaptığı kabul edilerek, n katlı bir sistem için n serbestlik dereceli bir model tanımlanmış olur.

Elastik Sistemlerin Titreşim Hareketi:

Bir yapının yer hareketi altında incelenmesi sırasındaki ilk adım basit bir modelle temsil edilmesidir. Bir yapının titreşim durumundaki konumunun belirlenmesi için gerekli olan parametre sayısı serbestlik derecesi olarak isimlendirilir. Mühendislik yapıları toplanmış kütle sistemleri halinde basitleştirilirse, genel olarak serbestlik derecesi en az toplanmış kütle sayısı kadar olmaktadır. Basitleştirilmemiş sürekli sistemlerin serbestlik dereceleri ise sonsuzdur. *Matematik çözümleri sonucunda toplanmış kütle sistemleri adi diferansiyel denklemlerin, sürekli kütle sistemleri ise kısmı türevli diferansiyel denklemlerin çözümünü gerektirmektedirler.*

3.2.1.1.1. Ayrık kütleli sistemler

3.2.1.1.1.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemler

Kütlesi kat seviyesinde toplanmış, kütlesiz kolonları sistem rijitliğini oluşturan ve titreşim enerjisinin sönümlendiği tek katlı olarak modellenen sistemlerdir (Şekil 3.1). Böyle bir sistemin dinamik davranışının belirlenebilmesi için sistemin hareket denkleminin yazılması gerekmektedir.

m ; Sistemin kütlesi

- k ; Sistemin yatay rijitliği
- c ; Sistemin sönümü

olarak ifade edilmiştir.



Şekil 3.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistem Modeli



Şekil 3.2. Tek Serbestlik Dereceli Sistem Kütle-Yay Modeli



Şekil 3.3. Tek Serbestlik Dereceli Sistem Serbest Cisim Diyagramı

Sistemin hareketi Newton'un II. Kanunu (F = ma) ile ifade edilmektedir. Newton'un II. Kanunu uygulandığında, tek serbestlik dereceli elastik bir sistemin herhangi bir t anındaki genel hareket denklemi D'Alembert İlkesine göre Denklem (3.2) elde edilir:

 $F_{I} + F_{D} + F_{S} = P(t)$ (3.1.)

 $m\ddot{u}_t + c\dot{u} + ku = 0 \tag{3.2.}$

$$u_t = u + u_g \tag{3.3.}$$

ut: kütlenin toplam yer değiştirmesi,

u: sistem kütlesinin yere göre bağıl yer değiştirmesi,

ug: taban yer değiştirmesi

ile ifade edilmektedir.

3.2.1.1.1.1.1 Serbest Titreşim

Sisteme hiçbir dış kuvvet veya yer ivmesi etkimeden başlangıç koşulları etkisi altında sistemin yapacağı harekettir. Serbest titreşim özelliklerinden yararlanarak sisteme ait doğal titreşim frekansı (ω), doğal periyodu (T) ve sönüm oranı (ξ) belirlenir. Bu sebeple herhangi bir yapının dinamik davranışı incelenirken serbest titreşim özelliklerinin iyi bilinmesi gerekir. Serbest titreşim hareket denklemi Denklem (3.5.) ile gösterildiği şekilde ifade edilir;

$$F_{I} + F_{D} + F_{S} = 0 (3.4.)$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \tag{3.5.}$$

3.2.1.1.1.1.1.a. Sönümsüz Serbest Titreşim:

Herhangi bir dış kuvvet olmadan (P(t)=0) ve sönümün ihmal edildiği(c=0) tek serbestlik dereceli sistemin başlangıç hızı ($u = \dot{u}(0)$) veya başlangıç yer değiştirmesi (u = u(0)) gibi bir koşulla oluşan, sistemin durağan halden titreşim haline geçirildiğinde yapmış olduğu harekettir (Şekil 3.4).



Şekil 3.4. Sönümsüz serbest titreşimli sistem yer değiştirme-zaman grafiği

Sönümsüz serbest titreşim hareket denklemi;

$$m\ddot{u} + ku = 0 \tag{3.6.}$$

$$\ddot{\mathbf{u}} + \omega^2 \mathbf{u} = 0 \tag{3.7.}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.8.}$$

şeklinde ifade edilir. Bu diferansiyel denklemin çözümü Denklem (3.9.) ile verilmiştir.

$$u(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$
(3.9.)

A ve B integrasyon sabitleri olup başlangıç şartları yardımıyla bulunur. Sistemin u_0 gibi bir başlangıç yer değiştirmesi ve $\dot{u}(0)$ başlangıç hızı ile titreşime başlaması durumunda $A = \frac{\dot{u}}{\omega}$ ve $B = u_0$ olmak üzere, diferansiyel denklemin çözüm fonksiyonu;

$$u(t) = \frac{u}{\omega}\sin(\omega t) + u_0\cos(\omega t)$$
(3.10.)

şeklinde elde edilir. Bu çözüm, sistemin u_0 genliğinde ve ω açısal frekansında Basit Harmonik Hareket yaptığını göstermektedir. Tek serbestlik dereceli sistemin açısal frekansı yalnız kütle ve yay sabitine bağlıdır. Titreşim analizinde ω açısal frekansına bağlı olarak yapının sönümlemesiz doğal frekansı(f) ve doğal periyodu (T)

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$
(3.11.)

denklemleri ile bulunabilir.

.

3.2.1.1.1.1.b. Sönümlü Serbest Titreşim:

Sönümsüz serbest titreşimde olduğu gibi herhangi bir dış kuvvete maruz olmayan ancak sönüm etkisinin dâhil edildiği($c \neq 0$) hareket durumudur. Sönümlü serbest titreşim hareketini idare eden denklem;
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$
(3.12.)
$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^{2}u = 0$$
(3.13.)

şeklindedir. Burada, c sönüm katsayısı ve ξ sönüm oranı olmak üzere c=2m $\xi\omega$ ve $\omega^2 = k/m$ şeklinde tarif edilir.

Böyle bir sistemin $u_0 = u(t = 0)$ başlangıç yer değiştirmesi ve $\dot{u}_0 = \dot{u}(t = 0)$ başlangıç hızı ile harekete başladığı kabul edilirse, sönümlü serbest titreşim hareketinin yer değiştirmesi u(t);

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \left[u_0 \cos \omega_D t + \frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right]$$
$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

 ω_D sönümlü sistemin serbest titreşim frekansını temsil etmek üzere elde edilir. Sistemin sönümsüz ve sönümlü serbest titreşim periyotları;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \qquad , \qquad T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{T}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

olmakta ve küçük oranları için birbirine çok yakındır. Yer değiştirmenin bir t zamanı ile t+T_D zamanındaki oranı zamandan bağımsız olarak elde edilir;

$$\frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \exp(\xi\omega T_D) = \exp\left[\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]$$

Bu oranın logaritması, Logaritmik Azalım olarak adlandırılır ve küçük sönüm oranları için $\sqrt{1-\xi^2} \approx 1$ kabul edilebileceği göz önüne alınarak aşağıdaki gibi basitleştirilebilir.

$$\delta = \ln \frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \approx 2\pi\xi$$

Hareket denkleminin çözümü, sabit katsayılı homojen diferansiyel denklemin çözümüdür. Çözüm için, " ρ " bilinmeyen katsayıyı göstermek üzere, $u(t) = e^{\rho t}$ kabulü yapılırsa;

$$\rho_{1,2} = -\frac{c}{m} \pm \sqrt{\left[\frac{c}{2m}\right]^2 - \frac{k}{m}}$$
(3.14.)

karakteristik denklemi ve bu denklemin kökleri ($\rho_{1,2}$) elde edilir. Denklemde karekök içindeki ifadenin sıfır, pozitif ve negatif olması; kritik, kritik üstü ve kritik altı sönüm olarak isimlendirilen üç farklı sönüm durumuna neden olmaktadır (Şekil 3.5). Bu durum tek serbestlik dereceli sönümlü bir sistemde titreşim olup olmayacağını belirler.



Şekil 3.5. Sönüm grafiği

Kritik Sönümlü Hareket

ccr kritik sönüm olmak üzere;

$$c = c_{cr} = 2m\omega \tag{3.16.}$$

olduğu durumda oluşan harekettir. Bu durumda, oluşan hareket bir titreşim hareketi olmayıp, sistemin başlangıç konumundan statik denge konumuna asimptotik olarak dönmesi şeklinde ortaya çıkar.

Kritik Sönüm Altı Hareket

Bu durum c < c_{cr} =2m ω olmasına karşılık gelen titreşim hareketidir. $\xi = c/c_{cr}$ Sönüm Oranı ve $\omega_D = \omega \sqrt{(\xi^2 - 1)}$ Sönümlü Titreşim Frekansı olmak üzere, karakteristik denklemin kökleri;

$$\rho = -\xi \omega \pm i \omega_D \tag{3.17.}$$

ve hareket denkleminin çözümü;

 $u(t) = e^{-\xi\omega t}$ (A sin $\omega_D t$ + B cos $\omega_D t$) olarak bulunur. Sistem, denge konumu etrafinda sabit bir ω_D açısal frekansı ile, genliği azalarak titreşir. Genlik sürekli azaldığı halde, titreşimin periyodu $T_D = 2\pi/\omega_D$ sabit kalır.

Kritik Sönüm Üstü Hareket

 $c > c_{cr} = 2m\omega$ olduğu durumda oluşan hareket türüdür. $\xi = c / c_{cr}$ ve $\varpi = \omega \sqrt{(\xi^2 - 1)}$ göstermek üzere, karakteristik denklemin kökleri;

$$\rho = -\xi \omega \pm \varpi \tag{3.18.}$$

ve hareket denkleminin çözümü;

 $u(t) = e^{-\xi \omega t}$ (A sinh $\varpi t + B \cosh \varpi t$) şeklinde bulunur. Sistemin davranışı bir titreşim hareketi olmayıp, kritik sönümlü sistemde olduğu gibi, denge konumuna asimptotik olarak yaklaşmaktan ibarettir.

Şekil 3.5. 'te bir u(0) başlangıç yer değiştirmesi ile titreşen sistemin davranışı üç sönüm için verilmiştir. Grafik üzerinde de görüleceği üzere kritik altı sönüm hareketle azalan genliklere sahip bir titreşim oluşmaktadır. Kritik sönüm üstü harekette, bir titreşim mevcut olmayıp genlik sürekli azalmaktadır. Kritik sönümlü hareket ise titreşim meydana getirmemekte ve genlik kritik sönüm üstü harekettekine göre daha hızlı bir şekilde azalmaktadır. Her üç durumda da sistem sönümün varlığı sebebiyle asimptotik olarak denge durumuna dönmektedir.

3.2.1.1.1.1.2. Zorlanmış Titreşim

Sistem dışarıdan tahrik eden zorlayıcı bir etki altında salınıyorsa bu titreşim hareketi zorlanmış titreşim olarak adlandırılır. Zorlanmış titreşimin frekansı zorlayıcı dış kuvvet veya momentinin frekansına eşittir. Bu çalışmada zorlayıcı dış kuvvet olarak deprem kuvveti ele alınacaktır.

Zorlanmış titreşim hareket denklemi Denklem (3.20.) ile gösterildiği şekilde ifade edilir;

$$F_{I} + F_{D} + F_{S} = P(t)$$
 (3.19.)

$$m\ddot{u}_{t} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_{g} \tag{3.20.}$$

Yer hareketi etkisi altında ve başlangıçta sükûnette olan bir sistem için hareket denkleminin çözümü aşağıdaki denklemde(3.21) verildiği gibidir;

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi \omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau$$
(3.21.)

 $\delta(t)$ bağıntısında integral içindeki terim "Duhamel İntegrali" adını alır. P(τ) zorlamasının herhangi bir matematiksel fonksiyona dönüştürülmesi güç olduğu için bu integralin çözülmesi için sayısal yöntemlere başvurulur.

Zorlanmış titreşim hareket denkleminin genel çözümü, homojen ve özel çözüm olmak üzere iki kısmından oluşur. Homojen çözüm, denklemin sağ tarafının 0 ' a eşitlenmesiyle gerçekleştirilir. Bu çözüm serbest titreşim hareketini karakterize etmektedir. Homojen çözümle yapıya ait doğal periyot ve doğal frekans hesap edilir. Özel çözüm ise aşağıda verilen birtakım yöntemler kullanılarak gerçekleştirilir;

- 1) Direkt İntegral Yöntemi
- 2) Nümerik Yöntemler
 - a) Sabit Hız Yöntemi
 - b) Newmark β Yöntemi
 - c) Runge-Kutta Yöntemi
 - d) Adım Adım İterasyon Yöntemi

3) Duhamel İntegrali Yönetemi

Gerçekleştirilen homojen ve özel çözümün toplanmasıyla genel çözüme ulaşılarak yapının zorlanmış titreşime olan tepkisi elde edilir.

3.2.1.1.1.1.2.a. Sönümsüz Zorlanmış Titreşim:

Zorlanmış titreşime maruz kalan bir sistemde sönümün olmamasıdır. Bu durumda hareket denklemi;

$$m\ddot{u} + ku = P(t) \tag{3.22.}$$

olarak yazılır. Sönümsüz zorlanmış titreşim hareket denkleminin genel çözümü; aşağıda verildiği gibi iki ayrı çözüm kısmından oluşur.

$$\ddot{u}_{h} + \omega^{2} u_{h} = 0$$
 Homojen çözüm (3.23.)

$$\ddot{u}_p + \omega^2 u_p = P(t)/m$$
 Özel çözüm (3.24.)

Homojen çözüm, sönümsüz serbest titreşim hareketini vermektedir ve çözümü;

$$u_{h}(t) = A\cos(\omega_{0}t) + B\sin(\omega_{0}t)$$
(3.25.)

şeklindedir. Özel çözüm için $P(t) = P_0 \sin\omega t$ harmonik yükü ile zorlanmış titreşim hareketini ele düşünürsek;

$$u_{p}(t) = C\sin(\omega t)$$
(3.26.)

çözüm denklemi olsun. Bu denklem (3.23) numaralı diferansiyel denklemde yerine yazıldığında, $\kappa = \omega / \omega_0$ ve $m = k / \omega_0^2$ ifade etmek üzere, özel çözüm; $u_p(t) = \frac{P_0}{k(1-\kappa^2)} \sin(\omega t)$ (3.27.) olarak elde edilir. Homojen ve özel çözümün toplanmasıyla elde edilen sönümsüz zorlanmış titreşim hareketinin genel çözümü denklem (3.27.)'de verilmektedir;

$$u(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + \frac{P_0}{k(1-\kappa^2)}\sin(\omega t)$$
(3.28.)

Harmonik kuvvet frekansının sönümsüz kütle-yay sistem modelinin doğal frekansına oranı olarak tanımlanan " κ " nın 1'e yaklaştığında, yani zorlanma frekansının sistemin doğal frekansına yaklaşığı hatta eşit olduğu durumda, yapının etkiyen kuvvetin frekansında ve giderek artan enerji ve genlikte salınıma neden olur. Bu frekansa "**Rezonans Frekansı**" denir ve yapının doğal frekansına eşittir. Rezonans durumu yapıya en fazla yükün ve enerjinin aktarılacağı durum olduğundan, hangi frekansta oluşacağı tespit edilerek buna karşı önlem alınmaya çalışılır.

3.2.1.1.1.2.b. Sönümlü Zorlanmış Titreşim:

Zorlanmış titreşime maruz kalan bir sistemde sönümün olması durumudur. Harmonik yük etkisindeki sönümlü sistemin hareket denklemi;

$$m\ddot{u} + c\dot{u} ku = P_0 \sin \omega t$$

$$\ddot{u} + 2\xi \omega_0 \dot{u} \omega_0^2 u = \frac{P_0}{m} \sin(\omega t)$$
(3.29.)

şeklinde elde edilir. (3.29.) numaralı diferansiyel denklemin homojen ve özel çözümleri aşağıdaki (3.30) ve (3.31) numaralı denklemlerle verilmiştir;

$$u_h(t) = e^{-\xi\omega_0 t} (A\cos(\omega_D t) + B\sin(\omega_D t))$$
(3.30.)

$$u_p(t) = C\sin(\omega t) + D\cos(\omega t)$$
(3.31.)

Burada ifade edilen A, B, C ve D integral sabitleridir ve başlangıç şartları ile bulunur.

$$A = u(0) , \qquad B = \frac{u(0) + \dot{\xi}\omega_0 u(0)}{\omega_D}$$
(3.32)

$$C = \frac{P_0}{k} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \quad , \qquad D = \frac{P_0}{k} \frac{-2\xi\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \tag{3.33}$$

Elde edilen homojen ve özel çözüm toplanarak genel çözüme gidilir.

$$u(t) = u_h(t) + u_p(t)$$
(3.34.)

3.2.1.1.1.2. Çok Serbestlik Dereceli Sistemler

Bir sistemin hareket halinde bulunduğu konum, eğer birden fazla parametrenin verilmesi ile belirlenebiliyorsa, bu tür sistem çok serbestlik dereceli olarak adlandırılır. Böyle bir sistem, serbestlik derecesi kadar birbirinden bağımsız hareket türüne sahiptir. Sistemin hareketini, serbestlik derecesi kadar yazılacak diferansiyel denklem yönetir.



Şekil 3.6. Çok serbestlik dereceli sistemin kütlelerin kat hizalarında toplandığı konsol kiriş ile idealize edilmesi

Çok katlı, kütleleri kat seviyelerinde toplandığı, kütlelerin sadece yatay deplasman yaptığı çok serbestlik dereceli sistemlerde (ÇSD) kütle, rijitlik ve sönüm, matrisler ile gösterilir. Çok serbestlik dereceli bir sistemin dinamik hareket denklemi:

$$F_{I} + F_{D} + F_{S} = P(t)$$
 (3.35)

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = P(t)$$
(3.36)

olarak yazılır.

Kütle Matrisi:
$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

Yatay Rijitlik Matrisi:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & 0 \\ k_{21} & k_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$
Sönüm Matrisi:

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & c_n \end{bmatrix}$$

3.2.1.1.1.2.1. Serbest Titreşim

Tek serbestlik dereceli sistemlerde olduğu gibi, sönümsüz ve dış yüksüz olansistem genel çözümün elde edilmesinde yararlanılır. Çok serbestlik dereceli bir sistemiçinsönümsüzserbesttitreşimhareketdenklemi;

$$[M]\ddot{u}(t) + [K]u(t) = 0$$
(3.37)

hareket denklemi ile ifade edilir. $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ ile basit harmonik hareket olduğu varsayılırsa;

$$([K] - [M]\omega_i^2)\phi_i = 0 , \qquad (3.38)$$

$$\phi_i \neq 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \left| K - \omega_i^2 M \right| = 0$$
 (3.39)

homojen lineer denklem sistemine ulaşılır. Burada, ϕ_i ; ω_i titreşim frekansına karşı gelen mod şeklidir.

(3.38) denkleminin çözümünün hareketi tanımlaması için, ϕ_i mod şeklinin 0'dan farklı olması gerekir. Bu sebeple matematiksel olarak denklemin çözülebilmesi; katsayılar matrisinin determinantının 0'a eşit olması ile mümkündür.

$$K\underline{\phi}_i = \omega_i^2 M \underline{\phi}_i \tag{3.40}$$

Bu problem bir *özdeğer problemi*dir. Bu problemin çözümünden mod vektörleri(mod şekilleri) ϕ_i ve doğal titreşim periyotları T_i bulunur.

$$\omega_i^2 = \frac{\phi_i^T K \phi_i}{\phi_i^T M \phi_i} , \qquad T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$$

 $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \dots \ \phi_n]$ Modal matris olarak ifade edilir.

3.2.1.1.1.2.2. Zorlanmış Titreşim

Çok serbestlik dereceli sistemin zorlanmış titreşim hareket denklemi;

$$[M]\ddot{u}(t) + [C]\dot{u}(t) + [K]u(t) = P(t)$$
(3.41)

şeklindedir. Yer değiştirme vektörü u(t)' nin çözümünde, serbest titreşim çözümünden elde edilen ϕ_i (mod vektörleri) ve ω (doğal frekansları) kullanılır. Zorlanmış titreşimin çözümünde yaygın olarak, serbest titreşim karakteristiklerinin kullanıldığı bu çözüm yöntemine "Modların Süperpozisyonu Yöntemi (Mod Birlestirme Yöntemi)" denir. Mod birleştirme yönteminde, sistemdeki bir kütlenin zorlamalara karşı tepkisi, sistemin her modu için, o kütlenin deplasmanlarının toplamına eşittir.



Şekil 3.7. Mod Şekilleri Ve Modal Yer Değiştirmeler

Yapının yatay yer değiştirmeleri geometri ve zamana bağlı iki bileşene ayrılarak yazılabilir.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i Q_i(t) = \phi(y)Q(t)$$
(3.42)

Denklem (3.42.) çok serbestlik dereceli sistemin hareket denkleminde yerine yazılırsa;

$$[M]\phi_{i}\ddot{Q}_{i} + [C]\phi_{i}\dot{Q}_{i} + [K]\phi_{i}Q_{i} = P(t)$$
(3.43)

elde edilir. Mod şekillerinin ortogonalliklerinden yararlanmak amacıyla Denklem (3.43.) ϕ_j^T mod şekil fonksiyonunun transpozu ile çarpılır.

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i \ddot{Q}_i + \phi_i^T \mathbf{C} \phi_i \dot{Q}_i + \phi_i^T \mathbf{K} \phi_i Q_i = \phi_i^T \mathbf{P}(\mathbf{t})$$
(3.44)

P(t) dış yükünü deprem kuvveti olarak ele aldığımızda, deprem kuvvetine maruz olan çok serbestlik dereceli sistemin hareket denklemi;

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = -Mr\ddot{u}_{g}$$
(3.45)

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i \ddot{Q}_i + \phi_i^T \mathbf{C} \phi_i \dot{Q}_i + \phi_i^T \mathbf{K} \phi_i Q_i = -\phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{\mathbf{u}}_g$$
(3.46)

olarak bulunur.

r : Yerleştirme (Pseudostatik) vektörüdür ve sistemin serbestlik derecelerine eşit sayıdaki elemanlarından deprem hareketi doğrultusundakiler "1" ve diğerleri "0" dır. Tek serbestlik dereceli sistemler için n=1 olduğundan r=1'dir.

$$M_{i}^{*} = \phi_{i}^{T} M \phi_{i} , \quad C_{i}^{*} = \phi_{i}^{T} C \phi_{i} , \quad K_{i}^{*} = \phi_{i}^{T} K \phi_{i} , \quad P_{i}^{*} = \phi_{i}^{T} M r$$

$$M_{i}^{*} \ddot{Q}_{i} + C_{i}^{*} \dot{Q}_{i} + K_{i}^{*} Q_{i} = -P_{i}^{*} \ddot{u}_{g}$$
(3.47)

Burada;

 M_i^* : Genelleştirilmiş Kütle

 C_i^* : Genelleştirilmiş Sönüm

 K_i^* : Genelleştirilmiş Rijitlik

 P_i^* : Genelleştirilmiş Kuvvet'tir.

Denklemin her iki tarafı genelleştirilmiş kütleye bölündüğünde;

$$\ddot{Q}_i + 2\xi \omega_i \dot{Q}_i + \omega_i^2 Q_i = -\Gamma_i \ddot{u}_g \tag{3.48}$$

 Γ_i : i. Modun modal katkı faktörüdür.

Tek serbestlik dereceli sistemlerde modal katkı faktörü $\Gamma_1 = 1$ 'dir

 Γ_i katsayıları mod şekillerinin çözüme olan katkısını gösterir. Genellikle bu katkı, karşı gelen frekans ω_i arttıkça azalır. Bu sebeple sayısal çözümlerde ilk birkaç modla hesap yapmak yeterli yaklaşım sağlayabilir.

Deprem hareketinin ivme kaydı, matematiksel fonksiyon olarak elde edilemediği için hareket denkleminin kapalı çözümü yoktur. Bu sebeple denklem; sonlu farklar, Newmark-β yöntemleri gibi sayısal çözüm yöntemleri kullanılarak çözülebilir. Çözüm sonucunda çok serbestlik dereceli sistemin seçilen deprem sırasındaki yer değiştirme, hız ve ivme değerleri zamana bağlı olarak elde edilir.

3.2.1.1.2. Sürekli Sistemler

Ayrık kütleli sistemler için, artan kat sayısı serbestlik derecesinin de artması anlamına gelir. Buna bağlı olarak da hesaplardaki değişken sayısı artarak çözümü zor ve karmaşık bir hal alır. Bu hesap zorluğundan kurtulmak adına, özellikle çok katlı yüksek yapıların dinamik davranışı incelenirken, hesap modelinin eşdeğer bir konsol kiriş gibi kabul edilerek sürekli hale getirilmesi uygun olmaktadır.

Sürekli sistemlerde yer değiştirme (*u*), hız (*u*) ve ivme (*ü*) göz önüne alınan noktanın koordinatlarının ve zamanın bir fonksiyonu (u(y,t) = $\phi(y)Q(t)$) olarak bilinir. Böyle bir sistemde hareket denklemi, sonsuz küçük bir elemanın parçasının göz önüne alınmasıyla *kısmi türevli diferansiyel denklem* şeklinde elde edilir.

Sürekli sistemlerin çözümünde diferansiyel denklemlerinden yararlanılır. Ayrık kütleli sisteme göre işlem adımları daha basittir ve sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahip olduklarından daha gerçekçi sonuçlara varılmaktadır. Yapı yüksekliği ve kat sayısı arttıkça serbestlik derecesi artarak sonsuza doğru gitmektedir. Bu durumda dinamik hesap modelinin sürekli sistem olarak ele alınması doğru olacaktır.

Çok katlı yüksek yapılar, konsol şeklinde ve kütleyi konsol boyunca yayılı olarak kabul edilerek bu tür yapıların tek serbestlik dereceli sistem olarak kabul edilebilmektedir. (Chopra, 2001)

3.2.1.1.2.1.Sürekli Sistemlerin Dinamik Hesap Modeli

Yapıların dinamik davranışları incelenirken, en önemli aşama yapının dinamik hesap modelini belirlemektir. Dinamik hesap modeli oluşturulurken genel olarak iki durum göz önüne alınır. Bunlar; kütlelerin kat hizalarında toplandığı varsayılarak oluşturulan *Ayrık Kütleli Sistem* ve kütlenin yapı boyunca yayılı (uniform) şekilde dağıldığı varsayılarak oluşturulan *Sürekli Sistem*lerdir. Gerçekte yapılar hemen hemen aynı yapısal özelliklere sahip katların tekrarı şeklinde olduğundan, sürekli sistem hesap modeli ele alınarak yapılan dinamik analiz ve tasarımlar gerçek yapısal davranışı daha iyi şekilde yansıtacaktır. Kütlelerin kat hizalarında toplandığı ayrık kütleli sistemler için oluşturulan hesap modellerinden çok serbestlik dereceli sistemlerde *matrislerden* yararlanılarak çözüme gidilir. Değişkenlerin denklem sayısının çokluğu nedeniyle işlemler karmaşıktır.

Sürekli sistemlerin çözümünde ise *diferansiyel denklemlerden* yararlanılır. Yapı yüksekliği ve kat sayısı arttıkça serbestlik derecesi artarak sonsuza doğru gitmektedir. Sürekli sistem modelinde hareket denklemi, sonsuz küçük bir parçanın göz önüne alınmasıyla bağımsız değişkenleri, konum(y) ve zaman(t) olan diferansiyel denklem şeklinde elde edilir. Ayrık kütleli sisteme göre işlem adımları daha basittir ve sonsuz sayıda serbestlik derecesine sahip olduklarından daha gerçekçi sonuçlara varılmaktadır.

Chopra(2001), çok katlı yüksek yapıların, konsol şeklinde ve kütleyi konsol boyunca yayılı olarak kabul edilerek bu tür yapıların tek serbestlik dereceli sistem olarak kabul edilebileceğini söylemiştir.



Şekil 3.8. Çerçeve sistemin eşdeğer konsol kiriş olarak gösterilmesi

Çerçeveli sistemler yüksek sünekliğe sahip olduklarından yatay yükler etkisindeki kayma (Timoshenko) kirişi davranışı gösterirken, yanal rijitliği yüksek olan perdeli

sistemler eğilme kirişi davranışı gösterirler. Sürekli sistem modeli, uzunluğu boyunca uniform kütle ve rijitlik dağılımına sahip ankastre bir kiriş olarak modellenir.

3.2.1.1.2.2. Sürekli sistemlerin davranışı

Kolon ve kirişlerin birleşmesiyle oluşan, daha çok düşey yükleri taşıyan ve sünekliği yüksek olan çerçeveli sistemler deprem gibi yanal yükler altında büyük yer değiştirmeler yaparak yatay yükleri karşılarlar. Yüksek ve yanal yer değiştirmesi önlenmemiş çerçeveli yapılar sadece kesme(kayma) rijitliği olan bir ankastre kesme kirişine benzetilebilir. Çerçeve sistemlere göre sünekliği az olan perdeli yapılar, yanal yer değiştirmesi önlenmiş çerçeveli veya perdeli yapıların yatay yük altındaki davranışı sadece eğilme rijitliği olan bir ankastre eğilme kirişine benzetilebilir.



Sekil 3.9. Çerçeveli ve karma sistemli yapıların yer değiştirme şekilleri

Görüldüğü gibi, "kesme kirişi" ötelenme türünde (Sekil 3.9.a.), deformasyon eğrisi yükün uygulandığı yüzeye göre içbükey bir durum almakta ve kiriş rijitligi GA olmaktadır. Oysa bir eğilme kirişinde deformasyon eğrisi yükün uygulandığı düzeye dışbükey olacak ve kiriş rijitliği EI olacaktır (Sekil 3.9.b.).

3.2.1.1.2.2.1. Sürekli Sistemlerin Serbest Titreşimi için Genel Hareket Denklemi

3.2.1.1.2.2.1.1. Ankastre Kesme Kirişi

Taşıyıcı sistemi çerçevelerden oluşan yapıların yatay doğrultuda genel hareket denklemi sürekli sistem hesap modeline göre kesme kirişine benzer olarak Denklem (3. 49) ile verilen ifade şeklinde yazılabilir. Yapı yüksekliği boyunca uniform kütle $[\mathbf{m}(\mathbf{x})]$ dağılımı ve uniform rijitlik $[\mathbf{GA}]$ dağılımına sahip ankastre kesme kirişi hareket denklemi;



Sekil 3.10. Ankastre kesme kirişi

Ankastre kirişten sonsuz küçük(dx) bir parça ele alınarak hareket denklemleri denge denklemleri yardımıyla oluşturulur;

$$\sum F = 0$$

$$V(x,t) + f_{I}(x,t)dx - P(x,t)dx - (V(x,t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x}dx) = 0$$

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} + P(x,t) = m(x)\frac{\partial^{2} v(x,t)}{\partial t^{2}}$$
(3.49)

Kesme kuvveti – deformasyon ilişkisinden; $V = GA \frac{\partial u}{\partial x}$ yazılırsa kesme kirişi için hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$GA(x)u'' + \mathbf{m}(x)\ddot{\mathbf{u}} = -\mathbf{P}(x,t) \tag{3.50}$$

Denklem (3.50)'nin homojen çözümü ile ankastre kesme kirişinin serbest titreşim hareket denklemini vermektedir.

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

$$GA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$
(3.51)

Deplasman ifadesi değişkenlerine ayırma metodu ile yazıldığında;

$$u(x,t) = \phi(x)\phi(t) \tag{3.52}$$

$$\frac{\phi''(x)}{\phi(x)} = -\frac{m}{GA} \cdot \frac{\ddot{\varphi}(x)}{\varphi(x)} = \lambda_{n,s}^2$$

$$\ddot{\varphi}(t) + \omega^2 \varphi(t) = 0 \qquad (3.53)$$

$$\phi''(x) - \lambda_{n,b}^2 \phi(x) = 0 \qquad (3.54)$$

Denklem (3.53)'ün çözümü için;

$$\varphi(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

$$\varphi(t) = \varphi(0) \cos \omega t + \frac{\dot{\varphi}(0)}{\omega} \sin \omega t$$

Denklem (3.54)'ün çözümü için;

$$\phi_n(x) = A_1 \cos \lambda_{n,s} x + A_2 \sin \lambda_{n,s} x$$

Ai sabitleri, kirişin sınır koşulları ile bulunabilir. Konsol kiriş için sınır şartları;

Ankastre uçta (x = 0) => $\phi(0) = 0$

Serbest uçta
$$(x = H) \implies V(H) = GA \phi'(H) = 0$$

Kesme titreşimi frekans denkleminde $[\phi(x)]$, hareketin gerçekleşebilmesi için;

$$A_1 \cos \lambda_{n,s} H = 0 \implies \cos \lambda_{n,s} H = 0$$

denkleminde $A_1 \neq 0$ ve cosinus açısını 0 yapacak özdeğerler olmalıdır.

$$\cos \lambda_{n,s} H = 0$$
 $\lambda_{n,s} = \frac{(2n-1)\pi}{2}$ $n = 1, 2, 3,$

Bu durumda kesme kirişin mod şekil fonksiyonu aşağıda verilen Denklem (3.55) ile gösterilmektedir ve ankastre kesme kirişin ilk dört mod şekli Şekil 3.11' de verilmiştir.

$$\phi_{n,s}(x) = \sin \left(\frac{(2n-1)\pi}{2} \frac{x}{H}\right)$$
(3.55)



Şekil 3.11. Ankastre kesme kirişine ait mod şekilleri

Kesme davranışı gösteren bir kirişin açısal frekansı ve periyot ifadeleri Denklem (3.56.) ve (3.57.) numaralı denklemde gösterilmektedir.

$$\omega_{n,s} = \frac{(2n-1)\pi}{2} \sqrt{\frac{GA}{mH^2}}$$
(3.56.)

$$T_{n,s} = \frac{4}{(2n-1)} \sqrt{\frac{mH^2}{GA}}$$
(3.57.)

3.2.1.1.2.2.1.2. Ankastre Eğilme Kirişi

Taşıyıcı sistemi perdeli sistemden oluşan yapıların yatay doğrultuda genel hareket denklemi sürekli sistem hesap modeline göre eğilme kirişine benzer olarak Denklem (3.59) ile verilen ifade şeklinde yazılabilir. Yer hareketine maruz ve yapı yüksekliği boyunca uniform kütle [m(x)] dağılımı ve uniform rijitlik [EI(x)] dağılımına sahip ankastre eğilme kirişi hareket denklemini yazmak için sonsuz küçük bir eleman parçası alalım.



Sekil 3.12. Ankastre eğilme kirişi

Ankastre kirişten sonsuz küçük(dx) bir parça ele alınarak hareket denklemleri denge denklemleri yardımıyla oluşturulur;

$$\Sigma F = 0$$

$$V(x,t) - P(x,t)dx - (V(x,t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x}dx) - f_1(x,t)dx = 0$$

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = -P(x,t) - m(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\Sigma M = 0$$

$$M(x,t) + V(x,t)dx - (M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x}dx) - P(x,t)\frac{dx^2}{2} - f_1(x,t)\frac{dx^2}{2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + m(x)\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = -P(x,t)$$

Moment –Eğrilik ilişkisinden; $M = EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ yazılırsa eğilme kirişi için hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$EI(x)u^{IV} + m(x)\ddot{u} = -P(x,t)$$
(3.58)

Denklem (3.59)'un homojen çözümü ile ankastre eğilme kirişinin serbest titreşim hareket denklemini vermektedir.

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$
(3.59)

Değişkenlerine ayırma metodu kullanıldığında;

$$u(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$$

$$\frac{\psi^{IV}(x)}{\psi(x)} = -\frac{m}{EI} \cdot \frac{\ddot{\varphi}(x)}{\varphi(x)} = \lambda_{n,b}^{4}$$

$$\ddot{\varphi}(t) + \omega^{2}\varphi(t) = 0 \qquad (3.60)$$

$$\psi^{IV}(x) - \lambda_{n,b}^{4}\psi(x) = 0 \qquad (3.61)$$

Denklem (3.60)'ın çözümü için;

 $\varphi(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$$\varphi(t) = \varphi(0) \cos \omega t + \frac{\dot{\varphi}(0)}{\omega} \sin \omega t$$

Denklem (3.61)'in çözümü için;

$$\psi^{IV}(x) - \lambda_{n,b}^{4}\psi(x) = 0$$

$$\psi(x) = C.e^{st} \quad \text{dersek};$$

$$s_{1,2} = \pm i\lambda_{n,b} \quad , \quad s_{3,4} = \pm \lambda_{n,b}$$

$$\psi(x) = C_{1}e^{i\lambda_{n,b}x} + C_{2}e^{-i\lambda_{n,b}x} + C_{3}e^{\lambda_{n,b}x} + C_{4}e^{-\lambda_{n,b}x}$$

Trigonometrik ifade olarak çevrilirse;

$$\psi_n(x) = A(\sin \lambda_{n,b} - \sinh \lambda_{n,b} + g_n(\cosh \lambda_{n,b} - \cos \lambda_{n,b}))$$

$$g_n = \frac{\sin \lambda_{n,b} + \sinh \lambda_{n,b}}{\cos \lambda_{n,b} + \cosh \lambda_{n,b}}$$

Ai sabitleri, kirişin sınır koşulları ile bulunabilir. Konsol kiriş için sınır şartları;

Ankastre uçta (x = 0) =>
$$\psi(0) = 0$$

 $\psi'(0) = 0$
Serbest uçta (x = H) => M(H) = EI $\psi''(H) = 0$
 $V(H) = EI \psi'''(H) = 0$

Eğilme titreşimi frekans denkleminde $[\psi(x)]$, çözümün varlığı katsayılar matrisinin determinantının 0 olması ile mümkündür.

$$1 + \cos \lambda_{n,b} \cdot \cosh \lambda_{n,b} = 0$$
 $\lambda_{n,b} = \frac{(2n-1)\pi}{2}$, $n = 2, 3, 4, ...$

Transendental denklemin kökleri;

 $\lambda_1 = 1,875$

 $\lambda_2 = 4,694$

 $\lambda_3 = 7,855$ olarak elde edilir.



Şekil 3.13. Ankastre eğilme kirişine ait ilk 4 mod şekli

Eğilme davranışı gösteren bir kirişin açısal frekansı ve periyot ifadeleri Denklem (3.62.) ve (3.63.) numaralı denklemde gösterilmektedir.

$$\omega_{n,b} = (\lambda_{n,b})^2 \sqrt{\frac{EI}{mH^4}}$$
(3.62.)

$$T_{n,b} = \frac{2\pi}{\left(\lambda_{n,b}\right)^2} \sqrt{\frac{mH^4}{EI}}$$
(3.63.)

3.2.1.1.2.2.1.3. Sürekli Sistemlerin Zorlanmış Titreşimi için Genel Hareket Denklemi

Sürekli sistemlerin deprem kuvveti altındaki zorlanmış titreşim hareket denklemi Denklem (3.64) ile verilmekte ve

$$\overline{\mathbf{m}}_{i}\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) + \overline{\mathbf{c}}_{i}\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) + \overline{k}_{i}\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = -\overline{P}_{i}\ddot{\mathbf{u}}_{g}(t)$$
(3.64.)

olarak yazılabilmektedir. Burada uniform kütle, uniform sönüm, uniform rijitlik ve uniform dış kuvvet dağılımları şöyledir;

$$\overline{m}_{i} = \int_{0}^{H} m_{i}(x)\phi_{i}^{2}(x)dx$$
$$\overline{c}_{i} = 2\xi_{i}\overline{m}_{i}\omega_{i}$$
$$\overline{k}_{i} = \omega_{i}^{2}\overline{m}_{i}$$
$$\overline{P}_{i} = \int_{0}^{H} m_{i}(x)\phi_{i}(x)dx$$

Yanal deplasman değişkenlerine ayrılıp hareket denkleminde yazılır.

$$\overline{\mathbf{m}}_{i} \ddot{\varphi}_{i}(t) + \overline{\mathbf{c}}_{i} \dot{\varphi}_{i}(t) + \overline{k}_{i} \varphi_{i}(t) = -\overline{P}_{i} \ddot{\mathbf{u}}_{g}(t)$$

Daha sonra hareket denkleminin her iki tarafını uniform kütle ile bölünerek;

$$\ddot{\varphi}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{\varphi}_i(t) + \omega_i^2 \varphi_i(t) = -\Gamma_i \ddot{u}_g(t)$$
(3.65.)

$$\Gamma_{i} = \frac{\overline{P}_{i}}{\overline{m}_{i}} = \frac{\int_{0}^{H} m_{i}(x)\phi_{i}(x)dx}{\int_{0}^{H} m_{i}(x)\phi_{i}^{2}(x)dx}$$
(3.66.)

Modal katılım faktörü elde edilir.

v(t), yere göre bağıl deplasman olmak üzere yapının deplasmanı(u);

$$u(x,t) = \sum_{j=1}^{z} \phi_j(x) \varphi_j(t) = \sum_{j=1}^{z} \phi_j(x) \frac{\Gamma_j}{\omega_j} v_j(t)$$
(3.67.)

olarak elde edilir ve Elastik kuvvetler;

$$F(x,t) = \sum_{j=1}^{z} m(x)\phi_{j}(x)\omega_{j}^{2}\varphi_{j}(t) = \sum_{j=1}^{z} m(x)\phi_{j}(x)\Gamma_{j}\omega_{j}v_{j}(t)$$
(3.68.)

Herhangi bir x yüksekliğindeki kesme kuvveti elastik kuvvetlerin toplamı ile elde edilir;

$$V(x,t) = \int_{x}^{H} F(x,t) dx = \sum_{j=1}^{z} \Gamma_{j} \omega_{j} v_{j}(t) \int_{x}^{H} m(x) \phi_{j}(x)$$
(3.69.)

Moment ise aşağıdaki denklemde verildiği gibi elde edilir.

$$M(x,t) = \int_{x}^{H} xF(x,t)dx = \sum_{j=1}^{z} \Gamma_{j}\omega_{j}v_{j}(t) \int_{x}^{H} x \ m(x)\phi_{j}(x)$$
(3.70.)

O halde sürekli sistemlerde tepe deplasmanı (u_{top}) , taban kesme kuvveti (V_B) ve taban momenti (M_B) sırasıyla aşağıda verilen denklemlerle ifade edilebilir.

$$\boldsymbol{u}_{top,n} = \Gamma_{utop,n} * \boldsymbol{S}_{d,n}$$
(3.71.)

$$V_{B,n} = m H \Gamma_{VB,n} S_{a,n}$$
(3.72.)

$$M_{B,n} = m H^{2} \Gamma_{MB,n} S_{a,n}$$
(3.73.)

3.2.2. Deprem Hesabında Kullanılan Hesap Yöntemleri

Yapıların deprem hesabında, kesin ve yaklaşık olmak üzere iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Yaklaşık hesap yöntemi, eşdeğer statik deprem yükü ve mod birleştirme yöntemidir. Kesin hesap yöntemi ise, zaman tanım alanında hesap yöntemidir.

3.2.2.1. Eşdeğer Deprem Yükü Yöntemi

Eşdeğer deprem yönteminde yapının birinci modu esas alınır ve katlara etkiyen deprem kuvvetlerinin kat kütlesi ve katın temelden yüksekliği ile orantılı kabul edilir. Titreşim periyodunun hesabında ve deprem yükünün dağılmasında binanın kütlesi hesaba katıldığı için bu yöntemde yapının birinci serbestlik derecesini esas alan dinamik bir yöntem olarak da kabul edilir (Celep ve diğ, 2000). Kiriş, kolon ve perdelerden oluşan iskeletli yapılara etkiyen deprem yükleri genellikle yapıya döşemeleri seviyesinde etkiyen yatay yükler olarak kabul edilir. Yapıların depreme dayanıklı olarak boyutlandırılmasında kullanılan eşdeğer deprem yükü, taban kesme kuvveti olarak bilinir.

Eşdeğer deprem yükü yönteminde;

- ✓ Yapılarda hesap edilen taban kesme kuvveti, yapının ağırlığı ve spektral ivme katsayısı A(T) ile doğru orantılıdır.
- ✓ Spektrum katsayısı S(T), yapının doğal titreşim periyodu ile ters orantılıdır. Yapının doğal titreşim periyodu ile yapıda oluşacak taban kesme kuvveti arasında doğrudan bir ilişki vardır.

3.2.2.2. Mod Birleştirme Yöntemi

Bu elastik dinamik çözümleme yöntemi, sistemin davranışının her bir serbest titreşim modunun deprem hareketine olan tepkisinin ayrı ayrı elde edilmesinden sonra birleştirilmesi ile bulunabileceği esasına dayanan bir yöntemdir. Binalarda kütlenin katlarda toplandığı kabul edilerek her kat için iki öteleme ve bir dönme hareketi esas alınmaktadır. Dönme hareketi nedeniyle katlarda kütle merkeziyle rijitlik merkezinin etkisi de hesaba katılmış olmaktadır(Celep ve diğ., 2000).

3.2.2.3. Zaman Tanım Alanında Hesap Yöntemi

Zaman Tanım Alanında Doğrusal Olmayan Hesap Yöntemi'nin amacı, taşıyıcı sistemdeki doğrusal olmayan davranış göz önüne alınarak sistemin hareket denkleminin adım adım entegre edilmesidir. Analiz sırasında her bir zaman artımında sistemde meydana gelen yer değiştirme, plastik şekil değiştirme ve iç kuvvetler ile bu büyüklüklerin deprem istemine karsı gelen maksimum değerleri hesaplanır.

Zaman tanım alanında yapılacak deprem hesabı için kaydedilmiş depremler veya kaynak ve dalga yayılımı özellikleri fiziksel olarak benzeştirilmiş yer hareketleri kullanılabilir. Bu tür yer hareketleri üretilirken yerel zemin koşulları da uygun bicimde göz önüne alınmalıdır. Kaydedilmiş veya benzeştirilmiş yer hareketlerinin kullanılması durumunda en az üç deprem yer hareketi üretilir ve bunların yapay yer hareketlerinin kullanılması durumunda verilen tüm koşulları sağlaması gerekir.

3.2.3. P-Delta Etkisi

Bir yapıya etkiyen iç kuvvetlerin ve eğilme momentlerinin belirlenmesinde genellikle Birinci Mertebe Teorisi kullanılır. Bu durumda, kesme kuvveti denge denklemlerinde doğrusal olmayan şekil değiştirmeler ve eksenel kuvvetten dolayı eleman rijitliğindeki azalmalar ihmal edilir.

Eksenel kuvvetler çok fazla ise, yapıda İkinci Mertebe Etkilerinin dikkate alınması ve bu etkilere göre incelenmesi; yapı boyunca oluşacak iç kuvvetlerin ve eğilme momentlerinin belirlemesi daha gerçekçi bir yaklaşım olacaktır.

Yapıların narinleşmesiyle düşey yüklerin ikinci mertebe etkisi artar. İkinci Mertebe Analizlerde, denge denklemleri şekil değiştirmiş yapı şekli üzerinden çıkartılırken, alışılagelen birinci mertebe çözümlenmesinde denge denklemleri şekil değiştirmemiş şekil üzerinde yazılır. Ancak, düşey yükten meydana gelen yer değiştirmelerle ek eğilme momentleri oluşur. Bazı durumlarda bu etkiler çok küçük olduğundan ihmal edilebilir. Özellikle yüksek yapılarda, düşey yükü ve kat yer değiştirmeleri(ötelenmeleri) büyük olan ve burulma etkisinin önemli olduğu sistemlerde kat yer değiştirmeleri daha da büyüyeceği için ikinci mertebe etkilerin göz önüne alınması gerekebilir.



Şekil 3.14. P – Delta Etkisi

Genellikle yapıların dinamik davranışı incelenirken ağırlıktan dolayı oluşan ve P-Delta etkisi olarak da adlandırılan düşey yük etkisi ihmal edilmektedir. Yüksek yapılarda yatay yer değiştirmelerin oranı büyük olduğundan düşey yüklerden dolayı yapıda ikinci mertebe kuvvetler oluşmaktadır. Diğer bir deyişle, yapının doğrusal olmayan yer değiştirmeleri sonucu düşey yüklerden dolayı ikincil momentler ve kuvvetler meydana gelmektedir. Bu durum yapının kuvvet dağılımının değişmesine ve rijitliğin azalmasına neden olmaktadır. Nihayetinde de yapının statik ve dinamik dengesini bozarak çökmesine neden olabilmektedir. P-Delta etkisi, yapının yüksekliği arttıkça daha önemli hal almakta ve ihmal edilmemesi gerekmektedir.

P-Delta etkisinin önemli olduğu durumlar;

• Çok katlı yüksek yapılar

- Yatay yer değiştirmesi çok büyük ve burulma etkisine maruz sistemler (ağır depolar)
- Dayanımı düşük olan zeminler

Bir sisteme etkiyen P kuvveti nedeniyle, kuvvet etkime noktası Δ kadar yer değiştirecektir. Bu yer değiştirme ile kuvvetin çarpımından meydana gelecek ilave eğilme momenti P-Delta Etkisini açıklar.

 $P - \Delta$ etkileri enine yer değiştirmeleri artırdığı gibi iç momentlerin artmasına da yol açar.



Şekil 3.15. Konsol bir sistemde P – Delta Etkisi

Sistemin tabanında oluşacak toplam moment ve kesme kuvveti denklemi;

$$M = VH + P\Delta$$
(3.74.)
$$V = \frac{M - P}{H}$$
$$V = \frac{V_0 - P\Delta}{H}$$

Burada;

P: Düşey yük

H: P- Δ etkisine maruz sistemin yanal kuvveti

L: yapının kütle merkezinin yüksekliği

 H_0 : P- Δ etkisini içermeyen yanal kuvvettir.

> Dinamik yüke maruz kalan bir sistemde P-Delta Etkileri;

P-Delta Etileri, dinamik davranış özelliklerini arttırdığı için, P-Delta'dan dolayı, dinamik yüke maruz sistemlerin davranışlarındaki değişimin belirlenmesi, statik sistemlerinkine göre daha karmaşıktır.

 $P^*\Delta$ ilave momentleri, yapısal sisteme denge bozucu bir bileşen ekleyerek tesir ederler; sistemin dengesini de bozan bu bileşen, sistemin yer değiştirmelerinde bir artışa ve muhtemelen kısmen ve/veya toptan göçmeye yol açarlar.

Yatay yer değiştirmelerin büyük olması, büyük ikinci mertebe momentlerinin de büyümesine yol açar. Kolon uçlarındaki momentler, ikinci mertebe momentlerinin eklenmesi ile daha büyük değerlere ulaşır ve artar.

Bu bağlamda göreli kat ötelemelerinin artması, dayanım ve süneklik başta olmak üzere, yapının deprem davranışını olumsuz etkiler. *P-∆ etkisi yapının mod şekillerinin değişmesine ve periyotlarının uzamasına neden olur.*

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu bölümde öncelikle ağırlık etkisinin ihmal edildiği sürekli sistemlerin ankastre kesme tipi kiriş ve ankastre eğilme tipi kiriş olarak sönümü ihmal edilmiş durumdaki hareket denklemleri elde edilmiştir. Serbest titreşim hareketi durumunda kirişlerin mod şekilleri elde edilmiştir. Daha sonra tepki spektrumu dikkate alınarak zorlanmış titreşim hareketi incelenmiştir. Bu inceleme yapı periyodunun spektrum eğrisinin spektral deplasman, spektral hız ve spektral ivmenin sabit olduğu bölgelerinde olması durumları için ayrı ayrı incelenerek modal analizi yapılmıştır. Analizler sonucu her durum için kirişlerin modal katılım faktörleri, tepe deplasmanları, taban kesme kuvvetleri ve taban momentleri elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda kesme ve eğilme tipi sürekli ankastre kiriş modellerinin karşılaştırılması yapılmıştır.

Ankastre mesnetli sürekli kesme ve eğilme tipi kiriş modellerinin karşılaştırılması yapıldıktan sonra ağırlık etkisinin sürekli kesme tipi yapı modelleri üzerinde göstereceği etki incelenmiştir.

4.1. Sürekli Ankastre Kesme Tipi Kiriş Modeli ile Sürekli Ankastre Eğilme tipi Kiriş Modelinin Karşılaştırılması

Bu bölümde ilk olarak Ankastre Kesme Kirişi Modeli ile Ankastre Eğilme Kirişi Modeli karşılaştırılması yapılmaktadır.

4.1.1. Sürekli Ankastre Kesme Kiriş Modeli

Çerçeve sistemlerden oluşan çok katlı yüksek yapılar deprem etkisi altında kesme davranışı göstermektedir. Bu tip yapılar, sürekli ankastre kesme tipi kiriş olarak modellenebilmektedir.

Ankastre kesme tipi kirişine ait genel hareket denklemlerinin çözümüyle kirişin mod şekilleri, modal katılımları, tepe deplasmanları, taban kesme kuvvetleri ve taban momentleri elde edilebilmektedir. Bu çalışmada tepki spektrumu ele alınarak sabit spektral deplasman, sabit spektral hız ve sabit spektral ivme bölgelerinde modal çözümler yapılarak modal katılımlar incelenmiştir.

$$\lambda[n] = (\pi/2)^{*}(2n-1)$$

$$\phi[n, \zeta] = Sin[\lambda[n]^{*}\zeta]$$

$$\omega[n] = \lambda[n]^{*} \sqrt{\frac{GA}{mH^{2}}}$$

$$(4.1)$$

$$n = 1$$

$$n = 1$$

$$n = 2$$

$$n = 3$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

Şekil 4.1. Ankastre Kesme Tipi Kirişe Ait İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.2. Ankastre Kesme Kirişi İlk 4 Mod Şeklinin Modal Katılım Faktörü ile Çarpımı

Şekil 4.3'te verilen grafiklerde mod şekilleri ile modal katılım faktörleri çarpılması durumunda elde edilen ilk 8 mod şekli gösterilmiştir. Mod şekli nasıl normalize edilirse edilsin, mod şekli ile modal katılım faktörünün (ve mod şeklinin türevi ile modal katılım faktörü) çarpımının değerleri değişmez[Miranda].



Şekil 4.3. Ankastre Kesme Kirişi İlk 8 Mod Şekline ait Mod Şekillerinin Modal Katılım Faktörleri ile Çarpımı



Şekil 4.4 Ankastre Kesme Kirişi İlk 4 Moduna ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış Mod Şekilleri

Yapının tepe noktasına göre normalize mod şekillerinden elde edilmiş modal katılım faktörü Denklem(4.2) ile ifade edilmekte ve mod şekil fonksiyonunun denklemde yerine yazılıp çözülmesiyle modal katılım faktörü özdeğer($\lambda[n]$) cinsinden elde edilmektedir (Denklem 4.3).

$$\Gamma[\mathbf{n}] := \frac{\int_{0}^{1} m * \phi[n,\zeta] * H \, d\zeta}{\int_{0}^{1} m * \phi[n,\zeta]^{2} * H \, d\zeta}$$
(4.2)

$$\Gamma[n] = \frac{4}{(2n-1)\pi} = \frac{2}{\lambda[n]}$$
(4.3)

Çizelge 4.1. Modal Katılım Faktörleri ve Normalize Edilmiş ilk 5 Mod Şeklinin Modal Katılım Faktörü ile Çarpımı

n	Г	Γφ
1	1,273	1,273
2	0,424	0,424
3	0,255	0,255
4	0,182	0,182
5	0.142	0.142

Çizelge 4.1'den de görüleceği üzere modal katılım faktörleri ile normalize edilmiş mod şekillerinin modal katılım faktörleriyle çarpılmasıyla elde edilen sonuçlar değişmemiştir.

Kirişin tepe noktasında oluşacak maksimum deplasman, genliğin Spektral Deplasmana(Sd) eşit olduğu durumda meydana gelmekte ve Denklem(4.5) ile verilen ifade ile elde edilmektedir.

$$u[\mathbf{n},\zeta] := \Gamma[\mathbf{n}] * \phi[\mathbf{n},\zeta] * \mathrm{Sd}$$

$$(4.4)$$

$$u_{\text{top},n} = \Gamma_{\text{utop},n} * \text{Sd}$$
(4.5)

Kirişte meydana gelen eşdeğer statik kuvvet (fs), kirişin rijitliğinin kirişte oluşacak deplasman ile çarpılmasıyla elde edilir(Denklem (4.6)).

$$fs = k * u_{\max} \tag{4.6}$$

Kirişin rijitliği $k = m * \omega^2$ olmak üzere Denklem (4.6)'da yerine yazılır.

$$fs = m\omega^2 u_{max} \tag{4.7}$$

Değişkenlerine ayırma metodu kullanılarak tepe deplasmanı, mod şekil fonksiyonu ve modal deplasman genliği(z(t)) çarpımı şeklinde Denklem (4.8) ile ifade edilebilir.

$$u[x,t] = \phi[x]z[t] \tag{4.8}$$

$$z[t] = \Gamma * A[t] \tag{4.9}$$

z' nin maksimum olduğu zaman genliğin(A(t)) Spektral Deplasmana(Sd)eşit olduğunda elde edilir(Denklem (4.10))

$$z[t] = \Gamma * S_d \tag{4.10}$$

Denklem (4.11)'de ifade edilen Spektral İvme(Sa) açısal frekansın karesi ile Spektral Deplasmanın çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. Bu ifade eşdeğer statik kuvvet denkleminde yerine yazılarak depremden dolayı kirişte oluşacak en büyük kuvvet elde edilir(Denklem (4.12)).

$$S_{an} = \omega^{2} * S_{d}$$

$$u[x] = \phi[x] * \Gamma * \omega^{2} * S_{d}$$

$$fs[n, x] = m * \omega^{2} * \phi[x] * \Gamma_{n} * S_{d}$$

$$fs[n, x] = m * \omega^{2} * \phi[x] * \Gamma_{n} * \frac{S_{a}}{\omega^{2}}$$

$$f_{s} = m * \phi[x] * \Gamma_{n} * S_{a}$$

$$(4.12)$$

Kirişin tabanında oluşacak kesme kuvveti($V_{B,n}$), elde edilen fs eşdeğer statik kuvvetinin kiriş yüksekliği boyunca toplamına eşittir(Denklem (4.14)). Burada x kirişin herhangi bir noktadaki yüksekliğini, H ise toplam kiriş yüksekliğini ifade etmek üzere kirişin normalize edilmiş yüksekliği Denklem (4.13) ile elde edilir.

$$\zeta = x/H$$

$$dx = H * d\zeta$$

$$V_{B,n} = \int_{\zeta}^{1} f[n,s] * H ds$$

$$V_{B,n} = \int_{\zeta}^{1} m * \phi[n,s] * \Gamma_{n} * S_{a} * H ds$$

$$(4.14)$$

$$V_{B,n} = mH * S_a \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma_n \, ds$$

Elde edilen taban kesme kuvveti denkleminde kirişin mod şekil fonksiyonu ile modal katılım faktörünün çarpımı *Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörü(* $\Gamma_{VB,n}$ *)* olarak ifade edilen Denklem (4.15)'teki katsayıyı verir. Böylece taban kesme kuvveti Denklem (4.16) ile ifade edilebilir.

$$\Gamma_{\text{VB},n} = \int_0^1 \phi[n,s] * \Gamma_n \, ds \tag{4.15}$$

$$V_{B,n} = mH * S_a * \Gamma_{\text{VB},n} \tag{4.16}$$

 $\Gamma_{VB,n}$, modların taban kesme kuvvetine yaptığı katılımı vermektedir. Çizelge 4.2 'de kesme kirişinin ilk beş moduna ait taban kesme kuvveti katılım faktörleri verilmektedir. Tablodan da görüleceği üzere taban kesme kuvvetine birinci modun katkısı ciddi oranda iken mod sayısı arttıkça modların taban kesme kuvvetine olan katkısı da azalmaktadır. Ankastre kesme tipi kirişte taban kesme kuvvetine en büyük katılımı sağlayan birinci moddur.

n	Γ_{VB}
1	0,810
2	0,090
3	0,032
4	0,016
5	0,010

Çizelge 4.2. Ankastre Kesme Kirişi ilk 5 Moduna ait Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörleri

Şekil 4.5'te kesme kirişinin ilk dört moduna ait birinci moda göre normalize edilmiş taban kesme kuvvetleri grafik olarak elde edilmiştir. Birinci modun taban kesme kuvvetine olan katısının belirgin bir şekilde olduğu ancak ilerleyen modlarda bu katkının çok küçük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.5. Ankastre Kesme Kirişinin ilk 4 Moduna ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetleri


Şekil 4.6. Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetlerinin ilk 4 Moddaki Modal Katılımları

Ankastre kesme kirişi üzerinde moment ifadesini bulmak için, z kiriş üzerinde herhangi bir noktadaki yüksekliği ifade etmek üzere, z ile H arasında "s" gibi bağımlı bir değişken tanımlayalım. Bu s değişkeni, z ile H arasında herhangi bir noktadaki(S) kirişin yüksekliğiyle normalize edilmiş yüksekliği ifade etmektedir.(Denklem (4.19))

$$M[n, z] := \int_{z}^{H} fs[n, z] * z * dz$$
(4.17)

$$M[n, z] := \int_{z}^{H} fs[n, S] * S * dS$$
(4.18)

$$\zeta = z/H, s = S/H \tag{4.19}$$

$$dz = H * d\zeta$$
 , $dS = H * ds$

$$M[n, \zeta] := m * S_a * H^2 \int_{\zeta}^{1} \phi[n, s] * \Gamma[n] * s \, ds$$

$$M_B[\mathbf{n}] := H^2 m * S_a \int_0^1 \phi[n, \zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta$$

Elde edilen taban momenti denkleminde kirişin mod şekil fonksiyonu ile modal katılım faktörünün çarpımı *Taban Momenti Modal Katılım Faktörü(* $\Gamma_{MB,n}$) olarak ifade edilen Denklem (4.21)'deki katsayıyı verir. Böylece taban momenti Denklem (4.20) ile ifade edilebilir.

$$M_{B,n} = mH^2 * S_a * \Gamma_{\text{MB},n} \tag{4.20}$$

$$\Gamma_{\rm MB}[n] := \int_0^1 \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta \tag{4.21}$$

Taban momenti modal katılım faktörü özdeğer (λ_n) cinsinden Denklem (4.22) şeklinde elde edilebilmektedir.

$$\Gamma_{\rm MB} = \frac{2}{\lambda_n^3} \tag{4.22}$$

ka	katılım faktörleri(Γ_{VB}) ve taban momenti modal katılım faktörleri(Γ_{MB})				
	n	Γ	Г _{VB}	$\Gamma_{\rm MB}$	

Çizelge 4.3. İlk 5 moda ait modal katılım faktörleri (Γ) , taban kesme kuvveti modal

n	I.	IVB	I' _{MB}
1	1,273	0,810	0,516
2	0,424	0,090	0,019
3	0,255	0,032	0,004
4	0,182	0,016	0,0015
5	0,141	0,010	0,0007



Şekil 4.7. İlk 4 Moda ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Modal Katılım Faktörü Grafiği

Normalize edilmiş taban momenti ifadesi;

$$MN = M(n,\zeta) / (16 * H^2 * m * S_a / \pi^3)$$
(4.23)



Şekil 4.8. İlk 4 Moda ait Normalize Edilmiş Taban Momentlerinin Birlikte Gösterimi



Şekil 4.9. İlk 4 Moda ait Normalize Edilmiş Taban Momenti Grafikleri



4.1.1.1. Yapı Periyodunun Tepki Spektrumunda Farklı Bölgelerde Olması Durumuna Göre Sürekli Ankastre Kesme Kirişi Davranışı

Şekil 4.10. El Centro Depremi Tepki Spektrumu

Şekil 4.10 ile gösterilen El Centro depreminin yer ivmesinin, yer hızının ve yerin deplasmanının pik değerlerde olduğu ve farklı sönüm değerlerinde elde edilmiş tepki spektrum grafiğidir. Grafikte T periyodunun;

- 0 0,5s aralığı => spektral ivme bölgesi(acceleration region)
- 0,5 5s aralığı => spektral hız bölgesi(velocity region)
- 5s ve sonrası => spektral deformasyon bölgesi(deformation region)

olarak ifade edilmektedir.

4.1.1.1.1. Spektral Deplasmanın (S_d) Sabit Olduğu Bölgede;

Tepe Deplasmanı

Kesme kirişinde meydana gelen yanal deplasman;

$$u[n,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_d \tag{4.24}$$

Tepe noktası deplasmanı ($\zeta = 1$) ise Denklem (4.25) ile bulunur.

$$u_{top}[n] = u[n, 1]$$

 $u_{top}[n] = \phi[n, 1] * \Gamma[n] * S_d$ (4.25)

Tepe noktası yanal deplasmanının modal katılım faktörü;

 $\Gamma_{\rm utop}[n] = \phi[n,1] * \Gamma[n]$

 $u_{\text{top},n} = \Gamma_{\text{utop}}[n] * \text{Sd}$

 $\phi[n, 1] = 1$ olduğundan;

$$\Gamma_{\rm utop}[n] = \Gamma[n]$$

$$\Gamma_{\text{utop}}[n] = \Gamma[n] = \frac{4}{(2n-1)\pi} = \frac{2}{\lambda_n}$$
(4.26)

olarak elde edilir.

Taban Kesme Kuvveti

Ankastre kesme kirişi için tabanda oluşacak kesme kuvveti Denklem (4.27) ile elde edilir.

$$V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * S_a$$

$$V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * \omega[n]^2 * S_d$$
(4.27)

$$V_{B,n} = \frac{2\text{GACos}[\frac{1}{2}(1-2n)\pi\zeta]S_d}{H}$$
(4.28)

Görüldüğü üzere S_d 'nin sabit olduğu bölgede taban kesme kuvveti değeri 1 ile orantılıdır. Herhangi bir noktadaki kesme kuvveti ise $\cos[\zeta^*\lambda[n]]$ ile orantılıdır.



Şekil 4.11. S_d'nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda ait Birinci Modun Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Grafiği

N Tabar Manuart

Taban Momenti

Ankastre kesme kirişi için tabanda meydana gelecek taban momenti Denklem (4.29) ile elde edilir.

$$M_{B,n} = mH^2 * S_a * \Gamma_{\text{MB},n} \tag{4.29}$$

$$\Gamma_{\rm MB}[n] = \int_0^1 \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta \qquad , \qquad S_a = S_d * \omega[n]^2 \tag{4.30}$$

$$M[\mathbf{n},\zeta] = m * H^2 * S_d * \omega[n]^2 \Gamma_M[n,\zeta]$$

Tabanda oluşan moment M(n,0);

$$\frac{2\text{GA}}{\lambda[n]} = \frac{4\text{GA}}{(-1+2n)\pi} \tag{4.31}$$

Deplasmanın sabit olduğu bölgede moment (Denklem (4.32));

$$Msd \sim \frac{1}{\lambda[n]}$$
(4.32)

ile orantılıdır.



Şekil 4.12. S_d'nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda ait Birinci Modun Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Grafiği

4.1.1.1.2. Spektral Hızın(Sv) Sabit Olması Durumu

Tepe Deplasmanı

 ζ noktasında deplasman değeri;

$$u[n,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_d \qquad , \qquad S_d = S_v/\omega[n]$$

 $uv[n, \zeta] = \phi[n, \zeta] * \Gamma[n] * S_v / \omega[n]$

$$uv[n, 1] = -\frac{8(-1)^n S_v}{\sqrt{\frac{GA}{H^2 m} (1-2n)^2 \pi^2}}$$
(4.33)



Görüldüğü üzere S_v 'nin sabit olduğu bölgede deplasman (u) $1/\lambda[n]^2$ ile orantılıdır.

Şekil 4.13 S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede ilk 4 Moda ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Deplasman Grafiği

Taban Kesme Kuvveti

 $V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * \omega[n] * S_{v}$ Taban kesme kuvveti $\Gamma_{VB,n} = \int_{0}^{1} \phi[x] * \Gamma_{n} d\zeta$ Taban kesme kuvveti modal katılım faktörü $V[n, \zeta] = m * H * S_{a} \int_{\zeta}^{1} \phi[x, \zeta] * \Gamma_{n} d\zeta , \qquad S_{a} = \omega[n] * S_{v}$ $V[n, \zeta] = m * H * \omega[n] * S_{v} \int_{\zeta}^{1} \phi[x, \zeta] * \Gamma_{n} d\zeta$ Taban kesme kuvveti V[n,1];

$$V[n, 1] = -\frac{4H\sqrt{\frac{GA}{H^2m}}mS_v}{\pi - 2n\pi}$$
(4.34.)

Görüldüğü üzere S_v 'nin sabit olduğu bölgede taban Kesme kuvveti değeri $1/\lambda[n]$ ile orantılıdır. Herhangi bir noktadaki kesme kuvveti ise; $\cos[\mathcal{E}^*\lambda[n]]^*2/\lambda[n]$ ile orantılıdır.

$$2/\lambda[n] = \frac{4}{(-1+2n)\pi}$$



Şekil 4.14. S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Modun Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Moda ait Taban Kesme Kuvveti

n	$V_{d}(n,1)/V_{d}(1,1)$	$V_v(n, 1)/(V_v(1, 1))$
1	1	1
2	0,111	0,333
3	0,04	0,2
4	0,0204	0,1428
5	0,0123	0,111

Çizelge 4.4. Ankastre Kesme Kirişi için Spektral Hız ve Spektral Deplasmanda Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları

Taban Momenti

$$\begin{split} M[\mathbf{n},\zeta] &= m * S_a * H^2 \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma[n] * s \, ds \qquad, \qquad S_a = S_v * \omega[n] \\ M[\mathbf{n},\zeta] &= m * H^2 * S_v * \omega[n] \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma[n] * s \, ds \\ M[\mathbf{n},\zeta] &= m * H^2 * S_v * \omega[n] \Gamma_M[n,\zeta] \end{split}$$

Tabanda oluşan moment Denklem (4.35) ile elde edilir.

$$MB(n,0) = \frac{8H*\sqrt{m*GAS_{\nu}}}{(2n-1)^2\pi^2}$$
(4.35)

Hızın sabit olduğu bölgede ise moment Denklem (4.36)' da verilen ifade ile orantılıdır.

$$M(n,0) \sim \frac{1}{\lambda[n]^2}$$
 (4.36)



Şekil 4.15. S_v'nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda ait Taban Momentine Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Moda ait Moment Grafiği

Çizelge 4.5. S _d ' nin Sabit Olduğu Durumda Birinci Moda Göre No	ormalize Edilmiş
Taban Momenti	

n	$M_{d}(n, 1)/M_{d}(1, 1)$
1	1
2	-0,111
3	0,04
4	-0,0204
5	0,0123

4.1.1.1.3. Spektral İvmenin (Sa) Sabit Olması Durumu

Tepe Deplasmanı

$$u[n,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_d , \qquad S_d = S_a/\omega[n]^2$$

$$ua[n,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_v/\omega[n]$$

$$ua[n,1] = -\frac{16(-1)^n H^2 m S_a}{GA(-1+2n)^3 \pi^3}$$
(4.37)

Görüldüğü üzere S_a 'nın sabit olduğu bölgede deplasman (u) $1/\lambda[n]^3$ ile orantılıdır.



Şekil 4.16. S_a'nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Mod Tepe Deplasmanına Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Moda ait Deplasman Grafiği

Sa nin sabit olması durumu

n	$u_{d}(n, 1)/u_{d}(1, 1)$	$u_v(n,1)/(u_v(1,1))$	$u_a(n, 1)/(u_a(1, 1))$
1	1	1	1
2	-0,333	-0,111	-0,037
3	0,2	0,04	0,008
4	-0,1428	-0,0204	-0,0029
5	0,111	0,01234	0,00137

Çizelge 4.6. S_d, S_v, S_a' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranları

Çizelge 4.6. ile verilen tabloda bulunan indisler(d, v, a) yapı periyodunun hangi bölgede(S_d , S_v , S_a) olduğunu ifade etmektedir. Çizelge 4.6 ile verilen sonuçlar incelendiğinde tepe deplasmanının birinci modun tepe noktasına göre oranı S_d 'nin sabit olduğu bölgede en büyük olduğu, S_a 'nın sabit olduğu bölgede ise en küçük olduğu görülmektedir.

Taban Kesme Kuvveti

- $V_{B,n} = mH\Gamma_{\mathrm{VB},n} * S_a$
- $\Gamma_{\mathrm{VB},n} = \int_0^1 \phi[x] * \Gamma_n \, d\zeta$

$$V[\mathbf{n},\zeta] = m * H * S_a \int_{\zeta}^{1} \phi[n,\zeta] * \Gamma_n d\zeta$$

Tabanda oluşan kesme kuvveti;

Vsa[n, 0] =
$$\frac{8}{(-1+2n)^2 \pi^2}$$
 (4.38)

Görüldüğü üzere S_a 'nın sabit olduğu bölgede taban kesme kuvveti değeri $1/\lambda [n]^2$ ile orantılıdır.

Herhangi bir noktadaki kesme kuvveti ise $\cos[\zeta^*\lambda[n]]^* 2/\lambda[n]^2$ ile orantılıdır.



Şekil 4.17. S_a'nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Mod Taban Kesme Kuvvetine Göre Normalize Edilmiş ilk 4 Moda ait Taban Kesme Kuvveti Grafiği

Çizelge 4.7. S_d, S_v ve S_a' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları

n	$V_{a}(n,1)/V_{a}(1,1)$	$V_v(n,1)/V_v(1,1)$	$V_{d}(n,1)/(V_{d}(1,1))$
1	1	1	1
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1
3	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1
4	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	1
5	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$	1

n	$V_{a}(n,1)/V_{a}(1,1)$	$V_v(n, 1)/V_v(1, 1)$	$V_{d}(n, 1)/(V_{d}(1, 1))$
1	1	1	1
2	0,1111	0,3333	1
3	0,04	0,2	1
4	0,0204	0,1428	1
5	0,01234	0,1111	1

Çizelge 4.8. S_d, S_vve S_a' nın Sabit Olduğu Durumlarda Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları

Çizelge 4.8'de ilk 5 mod için verilen sonuçlar incelendiğinde S_d 'nin sabit olduğu bölgedeki taban kesme kuvveti oranları ileri modlarda değişmezken, S_v ve S_a 'nın sabit olduğu bölgelerdeki taban kesme kuvveti oranları azalma göstermektedir.

> S_a 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

Çizelge 4.9. S_a' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları

n	u(n,1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{27}$
3	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{125}$
4	$-\frac{1}{343}$	$\frac{1}{49}$	$-\frac{1}{343}$
5	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{729}$

Çizelge 4.10. Sa' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları

n	u(n, 1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)
1	1	1	1
2	-0,037	0,111	-0,037
3	0,008	0,04	0,008
4	-0,0029	0,0204	-0,0029
5	0,00137	0,01234	0,00137

Çizelge 4.9 ve Çizelge 4.10 ile verilen sonuçlara bakıldığında S_a 'nın sabit olduğu bölgede birinci moda göre normalize edilmiş tepe deplasmanı ve taban momenti oranları birbiriyle aynıdır.

> S_v 'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

n	$\frac{u(n, 1)}{u(1, 1)}$	$\frac{V(n,0)}{V(1,0)}$	$\frac{M(n,0)}{M(1,0)}$
	u(1,1)	V(1,0)	
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$
3	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$
4	$-\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{49}$
5	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{81}$

Çizelge 4.11. Sv' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları

Çizelge 4.12. Sv' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları

n	$\frac{u(n,1)}{u(1,1)}$	$\frac{V(n,0)}{V(1,0)}$	$\frac{\mathrm{M}(\mathrm{n},0)}{\mathrm{M}(1,0)}$
1	1	1	1
2	-0,111	0,333	-0,111
3	0,04	0,2	0,04
4	-0,0204	0,0204	-0,0204
5	0,01234	0,111	0,01234

Çizelge 4.11 ve Çizelge 4.12 ile verilen sonuçlara bakıldığında S_v 'nin sabit olduğu bölgede birinci moda göre normalize edilmiş tepe deplasmanı ve taban momenti oranları birbiriyle aynıdır.

S_d 'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

$\label{eq:cizelge 4.13.} \ensuremath{C}_d\ensuremath{}^{'} nin\ensuremath{}^{'} satisfy the test of the test of the test of the test of$	Ş
Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları	

n	$\frac{u(n,1)}{u(1,1)}$	$\frac{V(n,0)}{V(1,0)}$	$\frac{\mathrm{M}(\mathrm{n},\mathrm{0})}{\mathrm{M}(\mathrm{1,0})}$
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{5}$	1	$\frac{1}{5}$
4	$-\frac{1}{7}$	1	$-\frac{1}{7}$
5	$\frac{1}{9}$	1	$\frac{1}{9}$

Çizelge 4.14. S_d' nin Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Oranları

n	$\frac{u(n,1)}{u(1,1)}$	$\frac{V(n,0)}{V(1,0)}$	$\frac{\mathrm{M}(\mathrm{n},0)}{\mathrm{M}(1,0)}$
1	1	1	1
2	-0,333	1	-0,333
3	0,2	1	0,2
4	-0,1428	1	-0,1428
5	0,111	1	0,111

Çizelge 4.13 ve Çizelge 4.14 ile verilen sonuçlara bakıldığında S_d 'nin sabit olduğu bölgede birinci moda göre normalize edilmiş tepe deplasmanı ve taban momenti oranları birbiriyle aynıdır. Ancak taban kesme kuvveti oranları ilerleyen modlarda değişmemektedir.

> Deplasman için genel değerlendirme

Çizelge 4.15. S_d , S_v ve	e S _a ' nın Sabit Olduğı	1 Bölgede Birinci	Moda Göre	Normalize
	Edilmiş Tepe Depl	asmanı Oranları		

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$
4	$-\frac{1}{343}$	$-\frac{1}{49}$	$-\frac{1}{7}$
5	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$

Çizelge 4.16. S_d, S_v ve S_a' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranları

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	-0,037	-0,111	-0,333
3	0,008	0,04	0,2
4	-0,0029	-0,0204	-0,1428
5	0,00137	0,01234	0,1111

Çizelge 4.15 ve Çizelge 4.16 ile verilen sonuçlarda S_d 'nin sabit olduğu bölgede tepe deplasmanı oranları S_v ve S_a 'nın sabit olduğu bölgelerdeki tepe deplasmanına göre daha büyüktür.

Kesme Kuvveti İçin Genel Değerlendirme

Çizelge 4.17. S_d , S_v ve S_a ' nın Sabit Olduğu	Bölgede Birinci	Moda Göre No	ormalize
Edilmiş Taban Kesme	Kuvveti Oranlar	l	

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1
3	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1
4	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	1
5	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$	1

Çizelge 4.18. S_d, S_v ve S_a' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranları

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	0,1111	0,333	1
3	0,04	0,2	1
4	0,0204	0,1428	1
5	0,01234	0,1111	1

Çizelge 4.17 ve Çizelge 4.18 ile verilen sonuçlarda S_d 'nin sabit olduğu bölgede taban kesme kuvveti oranları ilerleyen modlarda da aynı iken, S_v ve S_a 'nın sabit olduğu bölgelerde daha küçüktür.

> Taban Momenti İçin Genel Değerlendirme

Çizelge 4.19. S_d , S_v ve S_a ' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normaliz
Edilmiş Taban Momenti Oranları

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$
4	$-\frac{1}{343}$	$-\frac{1}{49}$	$-\frac{1}{7}$
5	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$

Çizelge 4.20. S_d, S_v ve S_a' nın Sabit Olduğu Bölgede Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti Oranları

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	-0,037	-0,1111	-0,333
3	0,008	0,04	0,2
4	-0,0029	-0,0204	-0,1428
5	0,00137	0,01234	0,1111

4.1.1.2. SRSS Metodu Kullanarak Tepe Deplasmanının, Taban Kesme Kuvvetinin ve Taban Momentinin Hesaplanması

Karelerinin toplamının karekökü (SRSS) yöntemi kullanılarak Modların Süperpozisyonu gerçekleştirilmektedir. Bu çalışmada % 5 'lik hassasiyetle modların katılımları incelenecektir.

Sv 'nin Sabit Olduğu Bölge

Sv 'nin Sabit Olduğu Bölgede Tepe Deplasmanı ve Taban Momenti;

 $u_{top}[n] \rightarrow 1/(2n-1)$, $M_B[n] \rightarrow 1/(2n-1)$ ile orantılıdır.

Sadece birinci modun etkisini dikkate alırsak;

$$\frac{(M_{B,n}) \text{SRSS, Sonsuz mod}}{(M_{B,n}) \text{SRSS, Birinci mod}}$$
$$\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{1} \frac{1}{(2n-1)^4}}} = 1,0073$$

1,007 < 1,05 olduğundan 1. Mod tepe deplasmanını ve taban momentini hesaplamak için yeterlidir.

 S_v 'nin Sabit Olduğu Bölgede Taban Kesme Kuvveti; $V_B[n] \rightarrow \frac{1}{(2n-1)}$ ile orantılıdır.

$$\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{1} \frac{1}{(2n-1)^2}}} = 1,1107$$

1,11 > 1,05 olduğundan sadece 1. Mod taban kesme kuvvetini hesaplamak için yeterli değil.

İlk 2 modun etkisini dikkate alırsak;

$$\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{2} \frac{1}{(2n-1)^2}}} = 1,05372$$

İlk 3 modun etkisini dikkate alırsak;

$$\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{3} \frac{1}{(2n-1)^2}}} = 1,03525$$

1,035 < 1,05 olduğunda ilk 3 mod taban kesme kuvvetini hesaplamak için yeterlidir.

Çizelge 4.21.	Ankastre Kesme Kirişi Tepe Deplasmanı için % 5 Hassasiyetle Modların
	Yeterliliğinin İncelenmesi (S _v Sabit)

n	$\frac{(u_{top,n})SRSS,n.mod}{(u_{top,n})SRSS,sonsuz mod}$	Açıklama
1	0,99274	1 mod yeterli
2	0,99885	2 mod yeterli
3	0,999639	3 mod yeterli
4	0,99984	4 mod yeterli
5	0,999919	5 mod yeterli

n	(M _{B,n})SRSS,n.mod (M _{B,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,9003	1 mod yeterli değil
2	0,9490	2 mod yeterli değil
3	0,9659	3 mod yeterli
4	0,97447	4 mod yeterli
5	0,97959	5 mod yeterli

Çizelge 4.22. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için % 5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi(S_v Sabit)

S_a 'nın Sabit Olduğu Bölge

Çizelge 4.23. Ankastre Kesme Kirişi Tepe Deplasmanı için % 5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi(S_a Sabit)

n	(u _{top,n})SRSS,n.mod (u _{top,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,99274	1 mod yeterli
2	0,99885	2 mod yeterli
3	0,999639	3 mod yeterli
4	0,99984	4 mod yeterli
5	0,999919	5 mod yeterli

n	(M _{B,n})SRSS,n.mod (M _{B,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,99927	1 mod yeterli
2	0,99996	2 mod yeterli
3	0,99999	3 mod yeterli
4	0,999998	4 mod yeterli
5	0,999999	5 mod yeterli

Çizelge 4.24. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için % 5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi(S_a Sabit)

S_d 'nin Sabit Olduğu Bölge

n	(u _{top,n})SRSS,n.mod (u _{top,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,9003	1 mod yeterli değil
2	0,9490	2 mod yeterli değil
3	0,9659	3 mod yeterli
4	0,97447	4 mod yeterli
5	0,97959	5 mod yeterli

n	(M _{B,n})SRSS,n.mod (M _{B,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,9003	1 mod yeterli değil
2	0,9490	2 mod yeterli değil
3	0,9659	3 mod yeterli
4	0,97447	4 mod yeterli
5	0,97959	5 mod yeterli

Çizelge 4.26. Ankastre Kesme Kirişi Taban Momenti için % 5 Hassasiyetle Modların Yeterliliğinin İncelenmesi(S_d Sabit)

4.1.2. Sürekli Ankastre Eğilme Kiriş Modeli

Perdeli sistemlerden oluşan yapılar deprem etkisi altında eğilme davranışı göstermektedir. Bu tip yapılar, sürekli ankastre eğilme tipi kiriş olarak modellenebilmektedir.

Ankastre eğilme tipi kirişine ait genel hareket denklemlerinin çözümüyle kirişin mod şekilleri, modal katılımları, tepe deplasmanları, taban kesme kuvvetleri ve taban momentleri elde edilebilmektedir. Bu çalışmada tepki spektrumu ele alınarak sabit spektral deplasman, sabit spektral hız ve sabit spektral ivme bölgelerinde modal çözümler yapılarak modal katılımlar incelenmiştir.

Sürekli ankastre eğilme kirişinin genel hareket denklemi çözülerek mod şekilleri elde edilmektedir.

$$u[z, t] = \phi[z]\psi[t]$$

$$uf[z, t] = \phi f[z]Sin[\omega t]$$

$$\phi^{(())}[z] - \lambda^4 * \phi[z] = 0 \qquad (4.39)$$

$$\phi[z] \rightarrow e^{-z\lambda}C[2] + e^{z\lambda}C[4] + C[1]Cos[z\lambda] + C[3]Sin[z\lambda] \qquad (4.40)$$

Ankastre eğilme kirişi için sınır koşulları girilerek Denklem (4.40)'ın çözümü yapılarak Denklem (4.41) elde edilir.

$$\cosh[\lambda]\cos[\lambda] + 1 \tag{4.41}$$

Karakteristik denklem Denklem (4.41)'in çözümünden özdeğer λ bulunur. λ yeterli hassasiyette aşağıdaki şekilde de tahmin edilebilmektedir.

$$\lambda f[n] = 1.875 \quad n = 1$$

$$\lambda f[n] = \pi * \left(n - \frac{1}{2}\right) \quad n \ge 2$$
(4.42)

Eğilme kirişi için açısal frekans;

$$\omega \mathbf{f}[\mathbf{n}] = \lambda \mathbf{f}[\mathbf{n}]^2 * \sqrt{\frac{\mathrm{EI}}{mH^4}}$$
(4.43)

$$\operatorname{kn}[n] = \frac{\operatorname{Sin}[\lambda f[n]] + \operatorname{Sinh}[\lambda f[n]]}{\operatorname{Cos}[\lambda f[n]] + \operatorname{Cosh}[\lambda f[n]]}$$
(4.44)

Sürekli eğilme kirişi mod şekil fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir;

 $\phi f[n, \zeta] = \operatorname{Sin}[\lambda f[n] * \zeta] - \operatorname{Sinh}[\lambda f[n] * \zeta] + \operatorname{kn}[n] * (\operatorname{Cosh}[\lambda f[n] * \zeta] - \operatorname{Cos}[\lambda f[n] * \zeta])$



Şekil 4.18. Ankastre Eğilme Tipi Kirişe Ait İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.19. Ankastre Eğilme Kirişi Mod Şekillerinin Modal Katılım Faktörleri ile Çarpılmış Halinin Grafiği

Şekil 4.20' de verilen grafiklerde mod şekilleri ile modal katılım faktörleri çarpılmıştır. Mod şekli nasıl normalize edilirse edilsin, mod şekli ile modal katılım faktörünün (ve mod şeklinin türevi ile modal katılım faktörü) çarpımının değerleri değişmez[Miranda].



Şekil 4.20. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 8 Mod Şekline ait Normalize Edilmiş Mod Şekillerinin Modal Katılım Faktörleri ile Çarpımı



Şekil 4.21. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moduna ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış Mod Şekilleri

Modal katılım faktörü Denklem(4.45) ile ifade edilmekte ve mod şekil fonksiyonunun denklemde yerine yazılıp çözülmesiyle modal katılım faktörü özdeğer($\lambda[n]$) cinsinden elde edilmektedir (Denklem 4.46).

$$\Gamma[\mathbf{n}] = \frac{\int_0^1 m * \phi[n,\zeta] * H \, d\zeta}{\int_0^1 m * \phi[n,\zeta]^2 * H \, d\zeta}$$
(4.45)

$$\Gamma[n] = \frac{4}{\lambda f[n] * kn[n]}$$
(4.46)

Çizelge 4.27. Ankastre Eğilme Kirişi Modal Katılım Faktörleri ve Normalize Edilmiş ilk 5 Mod Şeklinin Modal Katılım Oranları

n	Г	%
1	1,5660	100.
2	0,8644	55,2016
3	0.5089	32,4954
4	0.3637	23,2297
5	0.2829	18,0669

Kirişin tepe noktasında oluşacak maksimum deplasman, genliğin Spektral Deplasmana(Sd) eşit olduğu durumda meydana gelmekte ve Denklem(4.48) ile verilen ifade ile elde edilmektedir.

$$u[\mathbf{n},\zeta] = \Gamma[\mathbf{n}] * \phi[\mathbf{n},\zeta] * \mathrm{Sd}$$
(4.47)

$$u_{\text{top},n} = \Gamma_{\text{utop},n} * \text{Sd}$$
(4.48)

Kirişte meydana gelen eşdeğer statik kuvvet (fs), kirişin rijitliğinin kirişte oluşacak deplasman ile çarpılmasıyla elde edilir(Denklem (4.49)).

$$fs = k * u_{\max} \tag{4.49}$$

Kirişin rijitliği $k = m * \omega^2$ olmak üzere Denklem (4.49)'da yerine yazılır.

$$fs = m\omega^2 u_{max} \tag{4.50}$$

$$u[x,t] = \phi[x]z[t] \tag{4.51}$$

$$z[t] = \Gamma * A[t] \tag{4.52}$$

z' nin maksimum olduğu zaman genliğin(A(t)) Spektral Deplasmana(Sd)eşit olduğunda elde edilir(Denklem (4.53))

$$z[t] = \Gamma * S_d \tag{4.53}$$

Denklem (4.54)'de ifade edilen Spektral İvme(Sa) açısal frekansın karesi ile Spektral Deplasmanın çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. Bu ifade eşdeğer statik kuvvet denkleminde yerine yazılarak depremden dolayı kirişte oluşacak en büyük kuvvet elde edilir(Denklem (4.55)).

$$S_{an} = \omega^{2} * S_{d}$$

$$u[x] = \phi[x] * \Gamma * \omega^{2} * S_{d}$$

$$fs[n, x] = m * \omega^{2} * \phi[x] * \Gamma_{n} * S_{d}$$

$$f[n, x] = m * \omega^{2} * \phi[x] * \Gamma_{n} * \frac{S_{a}}{\omega^{2}}$$

$$f_{s} = m * \phi[x] * \Gamma_{n} * S_{a}$$

$$(4.55)$$

Kirişin tabanında oluşacak kesme kuvveti($V_{B,n}$), elde edilen fs eşdeğer statik kuvvetinin kiriş yüksekliği boyunca toplamına eşittir(Denklem (4.57)). Burada x kirişin herhangi bir noktadaki yüksekliğini, H ise toplam kiriş yüksekliğini ifade etmek üzere kirişin normalize edilmiş yüksekliği Denklem (4.56) ile elde edilir.

$$\zeta = x/H \tag{4.56}$$

$$dx = H * d\zeta$$

$$V_{B,n} = \int_{\zeta}^{1} f[n,s] * H \, ds \tag{4.57}$$

$$V_{B,n} = \int_{\zeta}^{1} m * \phi[n,s] * \Gamma_n * S_a * H \, ds$$
$$V_{B,n} = mH * S_a \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma_n \, ds$$

Elde edilen taban kesme kuvveti denkleminde kirişin mod şekil fonksiyonu ile modal katılım faktörünün çarpımı *Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörü(* $\Gamma_{VB,n}$ *)* olarak ifade edilen Denklem (4.58)'deki katsayıyı verir. Böylece taban kesme kuvveti Denklem (4.59) ile ifade edilebilir.

$$\Gamma_{\text{VB},n} = \int_0^1 \phi[n,s] * \Gamma_n \, ds \tag{4.58}$$

$$V_{B,n} = mH * S_a * \Gamma_{\text{VB},n} \tag{4.59}$$

$$\Gamma_{\rm VB,n} = \frac{4}{(\lambda f[n] * \ln[n])^2}$$
 (4.60)

 $\Gamma_{VB,n}$, modların taban kesme kuvvetine yaptığı katılımı vermektedir. Çizelge 4.28 'de kesme kirişinin ilk beş moduna ait taban kesme kuvveti katılım faktörleri verilmektedir. Tablodan da görüleceği üzere taban kesme kuvvetine birinci modun katkısı fazla iken mod sayısı arttıkça modların taban kesme kuvvetine olan katkısı da azalmaktadır.

Çizelge 4.28. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörü

n	Γ _{VB,n}	%
1	0,6131	100
2	0,1801	29,3842
3	0,0647	10,5601
4	0,0330	5,3962
5	0,0200	3,2643



Şekil 4.22. Ankastre Eğilme Kirişinin ilk Dört Moduna ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetleri



Şekil 4.23. Ankastre Eğilme Kirişinin ilk Dört Moduna ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvvetlerinin Birlikte Gösterimi

Ankastre eğilme kirişi üzerinde moment ifadesini bulmak için, z kiriş üzerinde herhangi bir noktadaki yüksekliği ifade etmek üzere, z ile H arasında "s" gibi bağımlı bir değişken tanımlayalım. Bu s değişkeni, z ile H arasında herhangi bir noktadaki(S) kirişin yüksekliğiyle normalize edilmiş yüksekliği ifade etmektedir.(Denklem (4.63))

$$M[n, z] := \int_{z}^{H} fs[n, z] * z * dz$$
(4.61)

$$M[n, z]: = \int_{z}^{H} fs[n, S] * S * dS$$
(4.62)

$$\zeta = z/H, s = S/H \tag{4.63}$$

$$dz = H * d\zeta$$

$$dS = H * ds$$

$$M[\mathbf{n}, \zeta] := m * S_a * H^2 \int_{\zeta}^{1} \phi[\mathbf{n}, s] * \Gamma[\mathbf{n}] * s \, ds$$

$$M_B[\mathbf{n}] := H^2 m * S_a \int_0^1 \phi[n, \zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta$$

Elde edilen taban momenti denkleminde kirişin mod şekil fonksiyonu ile modal katılım faktörünün çarpımı *Taban Momenti Modal Katılım Faktörü(* $\Gamma_{MB,n}$) olarak ifade edilen Denklem (4.66)'daki katsayıyı verir. Böylece taban momenti Denklem (4.65) ile ifade edilebilir.

$$M_{B,n} = mH^2 * S_a * \Gamma_{\text{MB},n} \tag{4.64}$$

$$\Gamma_{\rm MB}[n] := \int_0^1 \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta \tag{4.65}$$

Taban momenti modal katılım faktörü özdeğer (λ_n) cinsinden Denklem (4.22) şeklinde elde edilebilmektedir.

$$\Gamma_{\rm MB}[n] = \frac{4}{\lambda f[n]^3 * \mathrm{kn}[n]} \tag{4.66}$$

n	Γ _{VB,n}	%
1	0,4454	100
2	0,0349	7,8418
3	0,0082	1,8423
4	0,0030	0,6752
5	0,0014	0,3178

Çizelge 4.29. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 5 Moda Ait Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Modal Katılım Faktörleri

Çizelge 4.30. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 5 Moda Ait Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Modal Katılım Faktörleri

n	Γ _{uTop,n}	Γ _{VB,n}	Γ _{MB,n}
1	1,5660	0,6131	0,4454
2	0,8644	0,1801	0,0349
3	0,5089	0,0647	0,0082
4	0,3637	0,0330	0,0030
5	0,2829	0,0200	0,0014

Çizelge 4.31. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 5 Moda Ait Birinci Moda Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momenti Modal Katılım Faktörleri

n	% Γ _{uTop,n}	% Г _{VB,n}	% Г _{МВ,п}
1	100	100	100
2	55,2016	29,3842	7,8418
3	32,4954	10,5601	1,8423
4	23,2297	5,3962	0,6752
5	18,0669	3,2643	0,3178



Şekil 4.24. Ankastre Eğilme Kirişinin İlk 4 Moduna Ait Moment Grafiği

4.1.2.1. Yapı Periyodunun Tepki Spektrumunda Farklı Bölgelerde Olması Durumuna Göre Sürekli Ankastre Kesme Kirişi Davranışı

4.1.2.1.1. Spektral Deplasmanın (S_d) Sabit Olduğu Bölgede

 $u[\mathbf{n},\zeta] = \phi[\mathbf{n},\zeta] * \Gamma[\mathbf{n}] * S_d$

Tepe noktası deplasmanı (ζ = 1) aşağıdaki şekilde bulunur.

 $u_{top}[n] = u[n, 1]$

$$u_{\rm top}[n] = \phi[n, 1] * \Gamma[n] * S_d$$

Tepe noktası deplasmanının modal katılım faktörü;

 $\Gamma_{\text{utop}}[n] = \phi[n, 1] * \Gamma[n]$ $u_{\text{top},n} = \Gamma_{\text{utop}}[n] * \text{Sd}$




Şekil 4.25. Birinci Mod Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Moda Ait Deplasman Modal Katılım Faktörü Grafiği (S_d Sabit)

Kesme Kuvveti

$$V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * S_a$$
$$S_a = \omega [n]^2 * S_d$$
$$V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * \omega [n]^2 * S_d$$

 $Vsfd[n, 0] = \frac{16(-1)^{n}EISd(Cos[\lambda f[n]] + Cosh[\lambda f[n]])Sin[\frac{\lambda f[n]}{2}]^{2}Sinh[\frac{\lambda f[n]}{2}]^{2}\lambda f[n]^{2}}{H^{3}(Sin[\lambda f[n]] + Sinh[\lambda f[n]])(-Cosh[\lambda f[n]]Sin[\lambda f[n]] + Cos[\lambda f[n]]Sinh[\lambda f[n]])}$



Şekil 4.26. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti

> Moment

 $M_{B,n} = mH^2 * S_a * \Gamma_{MB,n}$ $\Gamma_{MB}[n] = \int_0^1 \phi[n, \zeta] * \Gamma[n] * \zeta \, d\zeta$ $S_a = S_d * \omega[n]^2$ $M[n, \zeta] = m * H^2 * S_d * \omega[n]^2 \Gamma_M[n, \zeta]$ Tabanda oluşan moment M(n,0)

 $\frac{4(-1)^{n}\operatorname{EISd}(\operatorname{Cos}[\lambda f[n]] + \operatorname{Cosh}[\lambda f[n]])\lambda f[n](\operatorname{Sin}[\lambda f[n]] + \operatorname{Sinh}[\lambda f[n]] - (1 + \operatorname{Cos}[\lambda f[n]]\operatorname{Cosh}[\lambda f[n]])\lambda f[n])}{H^{2}(\operatorname{Sin}[\lambda f[n]] + \operatorname{Sinh}[\lambda f[n]])(\operatorname{Cosh}[\lambda f[n]]\operatorname{Sin}[\lambda f[n]] - \operatorname{Cos}[\lambda f[n]]\operatorname{Sinh}[\lambda f[n]])}$

Deplasmanın sabit olduğu bölgede Msd $\sim \sim \frac{1}{\lambda[n]}$ ile orantılıdır.



Şekil 4.27. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti

4.1.2.1.2. Spektral Hızın (S_v) Sabit Olması Durumu

> Deplasman

 ζ noktasında deplasman değeri;

$$u[n,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_d$$

$$S_d = S_v / \omega[n]$$

$$uv[n_,\zeta] = \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_v / \omega[n]$$

$$uv[n,1] - \frac{4(-1)^n Sv(Cos[\lambda f[n]] + Cosh[\lambda f[n]])}{\sqrt{\frac{EI}{H^4m}}(Sin[\lambda f[n]] + Sinh[\lambda f[n]])\lambda f[n]^3}$$



Şekil 4.28. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı (Sv Sabit)

➢ Kesme Kuvveti

$$V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * \omega[n] * S_{v}$$

$$\Gamma_{VB,n} = \int_{0}^{1} \phi[x] * \Gamma_{n} d\zeta$$

$$V[n, \zeta] = m * H * S_{a} \int_{\zeta}^{1} \phi[x, \zeta] * \Gamma_{n} d\zeta$$

$$S_{a} = \omega[n] * S_{v}$$

$$V[n, \zeta] = m * H * \omega[n] * S_{v} \int_{\zeta}^{1} \phi[x, \zeta] * \Gamma_{n} d\zeta$$

Taban kesme kuvveti V[n,1]

$$\frac{16(-1)^{n}H\sqrt{\frac{\text{EI}}{H^{4}m}}m\text{Sv}(\cos[\lambda f[n]] + \cosh[\lambda f[n]])\text{Sin}[\frac{\lambda f[n]}{2}]^{2}\text{Sinh}[\frac{\lambda f[n]}{2}]^{2}}{(\text{Sin}[\lambda f[n]] + \text{Sinh}[\lambda f[n]])(-\text{Cosh}[\lambda f[n]]\text{Sin}[\lambda f[n]] + \text{Cos}[\lambda f[n]]\text{Sinh}[\lambda f[n]])}$$



Şekil4.29. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Taban Kesme Kuvveti (S_v Sabit)

n	$V_{v}(n,1)/V_{v}(1,0)$
1	1.
2	1,8560
3	1,8528
4	1,8557
5	1,8557

Çizelge 4.32. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 5 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti (S_v Sabit)

> Moment

$$M[\mathbf{n},\zeta] = m * S_a * H^2 \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma[n] * s \, ds , \qquad S_a = S_v * \omega[n]$$
$$M[\mathbf{n},\zeta] = m * H^2 * S_v * \omega[n] \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma[n] * s \, ds$$
$$M[\mathbf{n},\zeta] = m * H^2 * S_v * \omega[n]\Gamma_M[n,\zeta]$$

Tabanda oluşan moment;

$$MB(n, 0) = -\frac{2(-1)^{n}H^{2}\sqrt{\frac{EI}{H^{4}m}}mSv(Cos[\lambda f[n]] + Cosh[\lambda f[n]])(2Sin[\lambda f[n]] + 2Sinh[\lambda f[n]] + (-2 - 2Cos[\lambda f[n]]Cosh[\lambda f[n]])\lambda f[n])}{(Sin[\lambda f[n]] + Sinh[\lambda f[n]])(Cosh[\lambda f[n]]Sin[\lambda f[n]] - Cos[\lambda f[n]]Sinh[\lambda f[n]])\lambda f[n]}$$

Hızın sabit olduğu bölgede M(n, 0) ~~ $\frac{1}{\lambda[n]^2}$ ile orantılıdır.



Şekil 4.30. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Momenti (S_v Sabit)

Çizelge 4.33. Ankastre Eğilme Kirişi İl	k 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Noktasına
Göre Normalize E	dilmiş Taban Momenti

n	M(n, 0)/M(1,0)
1	1.
2	0,4953
3	0,3232
4	0,2322
5	0,1806

Çizelge 4.34. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Mod Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş 0.8*H Noktasındaki Moment

n	M(n, 0.8)/M(1,0)	
1	0,5490	
2	-1,2155	
3	1,0054	
4	-0,2878	
5	-0,5972	

4.1.2.1.3. Spektral İvmenin (Sa) Sabit Olması Durumu

> Deplasman

$$\begin{split} u[\mathbf{n},\zeta] &= \phi[n,\zeta] * \Gamma[n] * S_d \\ S_d &= S_a/\omega[n]^2 \\ ua[\mathbf{n},\zeta] &= \phi[\mathbf{n},\zeta] * \Gamma[\mathbf{n}] * S_v/\omega[\mathbf{n}] \\ ua[n,1] &= -\frac{4(-1)^n H^4 m \operatorname{Sa}(\operatorname{Cos}[\lambda f[n]] + \operatorname{Cosh}[\lambda f[n]])}{\operatorname{EI}(\operatorname{Sin}[\lambda f[n]] + \operatorname{Sinh}[\lambda f[n]])\lambda f[n]^5} \end{split}$$



Şekil 4.31. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı (S_a Sabit)

Çizelge 4.35. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Tepe Deplasmanı Oranı (S_a Sabit)

n	u(n, 1)/u(1,1)
1	1.
2	-0,01383
3	0,0010
4	-0,0001
5	0,00005

Kesme Kuvveti

 $V_{B,n} = mH\Gamma_{VB,n} * S_a$ $\Gamma_{VB,n} = \int_0^1 \phi[x] * \Gamma_n \, d\zeta$ $V[n, \zeta] = m * H * S_a \int_{\zeta}^1 \phi[n, \zeta] * \Gamma_n \, d\zeta$

Tabanda oluşan kesme kuvveti;





Şekil 4.32. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Kesme Kuvvetine Göre Normalize Edilmiş Kesme Kuvveti (S_a Sabit)

n	V(n, 0)/V(1,0)	
1	1.	
2	0,2938	
3	0,1056	
4	0,0539	
5	0,0326	

Çizelge 4.36. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti Oranı (S_a Sabit)

Çizelge 4.37. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 7 Moda Ait Birinci Moda Göre Normalize Edilmiş Taban Kesme Kuvveti (S_a Sabit)

n	V(n, 0)/V(1,0)	
1	1	
2	$\frac{2}{7}$	
3	$\frac{1}{9}$	
4	$\frac{1}{18}$	
5	$\frac{1}{30}$	
6	$\frac{1}{45}$	
7	$\frac{1}{63}$	

> Moment



Şekil 4.33. Ankastre Eğilme Kirişi İlk 4 Moda Ait Birinci Mod Taban Momentine Göre Normalize Edilmiş Moment (S_a Sabit)

4.1.2.1.4. Sürekli Ankastre Eğilme Kirişi için Genel Değerlendirme

S_a 'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

n	u(n,1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)
1	1.	1.	1.
2	-0,0138	0,2938	0,0784
3	0,0010	0,1056	0,0184
4	-0,0001	0,0539	0,0067
5	0,00005	0,0326	0,0031

Çizelge 4.38. S_a'nın Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

n	u(n, 1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)
1	1.	1.	1.
2	-0,0873	1,8560	0,4953
3	0,0185	1,8528	0,3232
4	-0,0067	1,8557	0,2322
5	0,0031	1.8557	0,1806

> S_v 'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

Çizelge 4.39. S_v 'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

S_d 'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

 $\frac{1}{9}$

,	0	ŭ	6 6	e
n		u(n, 1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)

 $\frac{1}{3}$

 $\frac{1}{7}$

 $\frac{1}{9}$

Çizelge 4.40. S_d'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

Çizelge 4.41. S_d'nin Sabit Olduğu Bölgede Genel Değerlendirme

n	u(n, 1)/u(1,1)	V(n, 0)/V(1,0)	M(n, 0)/M(1,0)
1	1	1	1
2	-0,3333	1	-0,3333
3	0,2	1	0,2
4	-0,1428	1	-0,1428
5	0,1111	1	0,1111

	-		
n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$
4	$-\frac{1}{343}$	$-\frac{1}{49}$	$-\frac{1}{7}$
5	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$

Deplasman için genel değerlendirme

Çizelge 4.42. Deplasman için Genel Değerlendirme (Orantısal)

Çizelge 4.43. Deplasman için Genel Değerlendirme

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	-0,0370	-0,1111	-0,3333
3	0,008	0,04	0,2
4	-0,0029	-0,0204	-0,1428
5	0,0013	0,0123	0,1111

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1
3	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	1
4	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{7}$	1
5	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$	1

> Kesme Kuvveti İçin Genel Değerlendirme

Çizelge 4.44. Kesme Kuvveti için Genel Değerlendirme (Orantısal)

Çizelge 4.45. Kesme Kuvveti için Genel Değerlendirme

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	0,1111	0,3333	1
3	0,04	0,2	1
4	0,0204	0,1428	1
5	0,0123	0,1111	1

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1	1	1
2	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$
4	$-\frac{1}{343}$	$-\frac{1}{49}$	$-\frac{1}{7}$
5	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{9}$

> Taban Momenti için genel değerlendirme

Çizelge 4. 46. Taban Momenti için Genel Değerlendirme (Orantısal)

Çizelge 4.47. Taban Momenti için Genel Değerlendirme

n	Sa Sabit	Sv Sabit	Sd Sabit
1	1.	1.	1.
2	-0,0370	-0,1111	-0,3333
3	0,008	0,04	0,2
4	-0,0029	-0,0204	-0,1428
5	0,0013	0,0123	0,1111

4.1.2.2. SRSS metodu kullanarak Tepe Deplasmanının, Taban Kesme Kuvvetini ve Taban Momentinin Hesaplanması

S_v 'nin sabit olduğu bölge

Hızın sabit olduğu bölgede ileri modların deplasman değerlerinin birinci mod deplasman değerine oranı aşağıdaki denklemle ifade edilmiştir.

$$uv[n] = -(-1)^{n} * \frac{3232 * Cosh[\frac{(2n-1) * \pi}{2}]}{(uv[n]) * \pi^{3} * (-(-1)^{n} + Sinh[\frac{(2n-1) * \pi}{2}])}$$
$$uv[x] = 1005,5 - 973,5x + 251,1 + 10,3x^{4} - 0,37x^{5}$$

$$\frac{(M_{B,n})$$
SRSS, Sonsuzmod
 $\frac{(M_{B,n})$ SRSS, n. mode

Çizelge 4.48. Tepe Deplasmanı İçin Modların Yeterliliği (Sv Sabit)

n	(u _{top,n})SRSS,n.mod (u _{top,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,9221	1 mod yeterli değil
2	0,9620	2 mod yeterli
3	0,9754	3 mod yeterli
4	0,9822	4 mod yeterli
5	0,9863	5 mod yeterli

Hızın Sabit olduğu bölgede ileri modların Moment değerlerinin birinci mod moment değerine oranı aşağıdaki denklemle ifade edilmiştir.

$$Mv[n] = \frac{304 * (-(-1)^n * 2 - (2n - 1) * \pi + 2 * \operatorname{Sinh}[\frac{(2n - 1) * \pi}{2}])}{(Mv[n]) * \pi * (-(-1)^n + \operatorname{Sinh}[\frac{(2n - 1) * \pi}{2}])}$$

$$Mv[x] = -119,0 + 237,9x$$

Cizelge 4.49.	Taban Momenti	çin Modların	Yeterliliği	(S _v Sabit)
			23	(··· · · · · · · · · · · · · · · · · ·

n	(M _{B,n})SRSS,n.mod (M _{B,n})SRSS,sonsuz mod	Açıklama
1	0,8002	1 mod yeterli değil
2	0,8930	2 mod yeterli değil
3	0,9297	3 mod yeterli değil
4	0.9481	4 mod yeterli değil
5	0.9590	5 mod yeterli

4.1.3. Kesme ve Eğilme Tipi Ankastre Kirişlerin Davranışlarının Kıyaslanması

Ankastre kesme tipi kirişte S_v ' nin sabit olması durumunda tepe deplasmanı(u_{top}) ve taban momenti(M_B) için ileri modlarının birinci modlarına oranları aynıdır.

Ankastre eğilme tipi kirişte S_v ' nin sabit olması durumunda taban momenti(M_B)için ileri modlarının birinci moduna oranı, tepe deplasmanının ileri modlarının birinci moda oranından (u_{top}) fazladır.

Ankastre kesme tipi kiriş modelinde S_v 'nin sabit olduğu durum için tepe deplasmanı ve taban momentinin ileri modlarının birinci modlarına oranı S_a 'nın sabit olması durumu için taban kesme kuvvetinin oranı ile aynıdır.

Ankastre kesme tipi kiriş modelinde, taban kesme kuvveti için ileri modların katkısı tepe deplasmanı ve taban momentinkinden fazladır. Bir istisnayla aynı durum ankastre eğilme tipi kiriş modelleri için de geçerlidir.

Ankastre eğilme ve kesme kirişlerinin ikisinde de; tepe deplasmanı ve momentin yüksek modlarda etkisi az iken, taban kesme kuvvetinin yüksek modlardaki etkisi büyüktür.

Ankastre kesme kiriş tipi yapı modelinde tepe deplasmanı, taban kesme kuvveti ve taban momenti için modlar ilerledikçe etkileri azalmaktadır. Bir istisnayla aynı durum sürekli eğilme kiriş tipi yapı modelleri içinde geçerlidir.

Ankastre kesme kiriş tipi kiriş modelinde tepe deplasmanı modal katılımı genel olarak ankastre eğilme tipi kiriş modellerinden fazladır.

Ankastre kesme kiriş tipi kiriş modelinde taban momenti modal katılımı genel olarak ankastre eğilme tipi kiriş modellerinden azdır.

Ankastre kesme kiriş tipi kiriş modelinde taban kesme kuvveti modal katılımı genel olarak ankastre eğilme tipi kiriş modellerinden azdır.

Ankastre eğilme tipi kiriş modelinde S_v 'nin sabit olması durumunda taban kesme kuvveti için modal katılım modlar artıkça azalan eğilimde değildir. Birinci modun katkısı diğer modlara göre en küçüktür. Bunun nedeni muhtemelen diğer modlar S_v 'nin sabit olduğu bölgede olmamasındandır. Muhtemelen bu modlar ivmenin (S_a) sabit olduğu bölgededir.

Ankastre eğilme kirişi taban momenti modal katılımları ($\Gamma_{n,MB}$), ankastre kesme kirişi taban momenti modal katılımlarından daha büyüktür.

Ankastre eğilme kirişi taban kesme kuvveti modal katılımları ($\Gamma_{n,VB}$), ankastre kesme kirişi taban kesme kuvveti modal katılımlarından daha büyüktür.

Ankastre eğilme kirişi tepe deplasmanı modal katılımları ($\Gamma_{n,utop}$), ankastre kesme kirişi tepe deplasmanı modal katılımlarından daha küçüktür.

Genel olarak modlar büyüdükçe modal katılımlar azalmaktadır. Ancak sabit Spektral hız(S_v) altında ankastre eğilme kirişinde taban kesme kuvveti modal katılımının($\Gamma_{n,VB}$) artması bu durumun sadece bir istisnası olarak görülmektedir.

Spektral hız S_v 'nin sabit olması durumunda elde edilen modal katılımlar, Spektral İvme S_a 'nın sabit olması durumunda elde edilen modal katılımlardan daha büyüktür.

4.2. P-Delta Etkisinin Periyot Üzerindeki Etkileri

> Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde Doğal Periyot

Yapıların dinamik davranışı incelenirken ele alınan en önemli parametrelerden biri periyottur. Bilindiği üzere periyot, kütle ve rijitliğe bağlıdır, bu parametrelerin değişmesiyle periyot da değişir. Dolayısıyla periyot birçok değişkene bağlı bir fonksiyondur(T(m,E,I,h)). Sönümsüz serbest titreşimi incelenen tek serbestlik dereceli çerçeve sistem için verilen doğal periyot denklemi;

$$m = \frac{W}{g} , \qquad k = \frac{12EI}{h^3}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
(4.67.a)

olarak verilmektedir.



Şekil 4.34. Düşey yük etkisinin dikkate alınmadığı durumda kütlenin artışı ile periyottaki değişim

Şekil 4.34'te verilen grafik periyot ile kütle arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Tek serbestlik dereceli sistemin kolon yüksekliği ve rijitliği sabit iken yalnızca ağırlığın artışı sonucu periyot değeri de artmaktadır. Bu sonuç yapı kütlesinin yapıların dinamik davranış üzerinde önemli bir etki yarattığını göstermekte ve ikinci mertebe etkilerin incelenmesi gerektiğinin bir göstergesidir.

Düşey yük etkisi dikkate alındığında, salınım sırasında ağırlıktan dolayı rijitlikte bir azalma görülür. Bu azalma periyodu etkileyerek artmasına neden olur. Rijitlik birim deformasyon yaptıran kuvvet ise; ağırlığın sistemdeki rijitliği W/h olarak ifade edilebilir. Bunu periyot denkleminde yazdığımızda P-Delta etkili periyot değeri elde edilmiş olur (Denklem (4.67.b)).

$$T_{P-\Delta} = \frac{2\pi}{\omega_{P-\Delta}} = \sqrt{\frac{m}{k - \frac{mg}{h}}}$$
(4.67.b)

m yapının kütlesi, M_i yapının artan kütlesini ve T_p P-Delta etkili periyodu ifade etmek üzere, rijitliğin sabit olduğu durumda kütlenin artışı ile periyodun ilk periyoda göre değişimi Şekil 4.35'te verilmektedir. Grafikten de anlaşılacağı üzere kütlenin artışı ile P-Delta etkili periyot değerlerinin de önemli oranda arttığı gözlemlenmektedir.



Şekil 4. 35. Düşey yük etkisinin dikkate alındığı durumda kütlenin artışı ile periyottaki değişim

Kütlenin artışına bağlı olarak P-delta etkisinin dikkate alındığı periyodun P-delta etkisinin ihmal edildiği periyoda göre orantısal değişimi Şekil 3.14'te grafik olarak

verilmektedir. Sabit rijitliğe sahip tek serbestlik dereceli sistemin kütle artışı ile periyotların orantısal değişiminin ciddi oranlarda olduğu görülmektedir.



Şekil 4.36. Düşey yük etkisinin dikkate alındığı ve alınmadığı durumda kütlenin artışı ile periyottaki değişimin oranı

Benzer şekilde, kütle sabit iken yalnızca yüksekliğin değişmesine bağlı olarak rijitlikteki değişimin doğal periyot üzerindeki etkisi incelenmiştir.



Şekil 4.37. Düşey yük etkisinin dikkate alınmadığı durumda rijitliğin değişimi ile periyottaki değişim



Şekil 4.38. Düşey yük etkisinin dikkate alındığı durumda rijitliğin değişimi ile periyottaki değişim



Şekil 4.39. Düşey yük etkisinin dikkate alındığı ve alınmadığı durumda rijitliğin değişimi ile periyottaki değişimin oranı

Rijitliğin değişimine bağlı olarak P-delta etkisinin dikkate alındığı periyodun Pdelta etkisinin ihmal edildiği periyoda göre orantısal değişimi Şekil 4.39'da grafik olarak verilmektedir. Sabit kütleye sahip tek serbestlik dereceli sistemin rijitliğin değişimi ile periyotların orantısal değişiminin ciddi oranlarda olduğu görülmektedir.

4.3. P-Delta Etkisinin İncelenmesinde Bilgisayar Modellerinin Doğruluğunun İncelenmesi

Önceki bölümde ankastre sürekli kesme tipi yapılarda P-Delta etkisini dikkate alan durum için geliştirilen kapalı formdaki denklemlerin doğrulaması, uygulanabilirliği sonlu elemanlar yöntemi ile ayrık sistem (sürekli olmayan) olarak çözülen modellerin karşılaştırması ile yapılacaktır. Bu amaçla P-Delta etkisini dikkate alarak doğrusal olmayan analiz yapan SAP2000 ve ETABS programları kullanılmıştır. Çözümünü bilmediğimiz karmaşık modellerin P-Delta etkisini dikkate alarak doğrusal olmayan çözümlerine geçmeden, SAP2000 ve ETABS programlarıyla P-Delta etkisini dikkate alan çözümleri doğru yapıp yapmadığımızın incelemesi yapılacaktır. Bunun için öncelikle tek serbestlik dereceli sistem ele alınarak P-Delta etkisinin elde edildiği teorik denklemler ile deneysel modeller yapısal analiz programı ETABS kullanılarak modellenmiş ve geçerliliği incelenmiştir.

4.3.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemlerde P-Delta Etkisi

Mertayak, 2009 yılında yaptığı yüksek lisans çalışmasında, yapıların dinamik davranışını deneysel olarak incelemek üzere sarsma tablası ile basit bir deney düzeneği oluşturmuştur. Yaptığı deneyler sonucu düşey yüklerin yapının periyoduna katkısının olduğunu göstermiştir. Bu tez kapsamında yapılan deneysel çalışmalar için oluşturulan tek serbestlik dereceli modellerden elde edilen periyot değerleri P-Delta etkisini içeren periyot formülünden elde edilen periyot değerleri karşılaştırılmış ve birbirleriyle olan tutarlılığı gözlenmiştir. Bu çalışmada, sonlu elemanlar yöntemini dikkate alan yapısal analiz programı ETABS aracılığıyla bilgisayar ortamında oluşturulacak modellerin analizinden alınacak sonuçların(periyot değerlerinin) geçerliliğini doğrulamak amacıyla; tek serbestlik dereceli deneysel modeller bilgisayar ortamında modellenerek analizleri yapılmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır.

a. Mavi Çubuk (MCB):

Rijitliği deneysel ölçümlerle elde edilen mavi çelik çubuk ile deneylerde kullanılan ağırlıklar Şekil 4.35'te gösterilmektedir.



Şekil 4.40. Deneysel çalışmada kullanılan mavi çubuk ve ağırlıklardan oluşan sistem

Çizelge 4.50. Deneyde kullanılan ağırlıklar

DENEYSEL AĞIRLIKLAR (kg)				
W1 W2 W3				
0,0084 0,0128 0,0179				

Çizelge 4.50. ve 4.51.'de özellikleri verilen mavi çubuk bir ucundan ankastre olarak mesnetlenmiş ve serbest ucuna sırasıyla W1, W2 ve W3 ağırlıkları uygulanarak deneysel olarak serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Aynı sistemler ETABS programında modellenerek analiz edilmiştir. Tek serbestlik dereceli sisteme ait P-Delta etkili periyot formülü kullanılarak elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır(Çizelge 4.51.).

Çizelge 4.51. Mavi çubuğa ait P-Delta etkili periyotların kıyaslanması

MODEL	P- Δ ETKİLİ PERİYOT DEĞERLERİ (s)		HATA ORANI		
MODEL	FORMÜL	ETABS	DENEYSEL	FRML & ETABS	DNYSL & ETABS
MCB_W1	0,3841	0,3890	0,3953	1,27%	1,59%
MCB_W2	0,4690	0,4783	0,4726	1,94%	-1,21%
MCB_W3	0,5519	0,5669	0,5576	2,65%	-1,67%

Tekli mavi çubuklar ve bu çubuklar üzerine uygulanan farklı ağırlıklar ile yapılan analiz sonuçları tabloda verilmektedir. Sonuçlar incelendiğinde; P-Delta etkisi dikkate alınarak oluşturulan ETABS modellerinin hem 2. mertebe etkilerini içeren kapalı form sonuçlarına hem de deneysel olarak elde edilen sonuçlara kabul edilebilir derecede yakınsaklık göstermektedir.

b. Mavi Çerçeve (MC)

Aynı özelliğe sahip 4 adet mavi çubuk ve rijit alüminyum döşeme çerçevesi yardımıyla tek katlı Mavi Çerçeve modeli oluşturulmuştur. W=0,400 kg ağırlığında bir düşey yük uygulanarak, sarsma tablası üzerinde yapılan serbest titreşim analizi ile görüntü işleme metodu yardımıyla sistemin doğal periyot değeri elde edilmiştir.

ETABS yapısal analiz programı kullanarak aynı özelliklere sahip bir model yapılmış ve serbest titreşim analizi sonucu P- Δ etkili periyot değeri elde edilerek, P- Δ etkili periyot formülü ve deneysel olarak elde edilen periyot sonuçları ile kıyaslanmıştır(Çizelge 4.52.).

MC_P-D ETKİLİ PERİYOT DEĞERLERİ (s)			ΗΑΤΑ Ο	RANLARI
FORMÜL	ETABS	DENEYSEL	FORMÜL&ETABS	ETABS&DENEYSEL
0,5746	0,5915	0,5823	-2,94%	-1,58%

Çizelge 4.52. Mavi çerçeveye ait P-Delta etkili periyotların kıyaslanması

Çizelge 8.5. üzerinde de görüleceği üzere ETABS programı kullanılarak oluşturulan modelden alınan sonuç incelendiğinde hem P-Delta etkili periyot formülünde hem de deneysel olarak elde edilen periyot değerlerine oldukça yakın oranlarda farklarda yakınsaklık elde edilmiştir

Yapılan bütün bu analizler doğrultusunda, ETABS yapısal analiz programı kullanılarak ikinci mertebe etkisinin (P-Delta Etkisi) hesaplarda dikkate alınabileceği görülmektedir.

4.4. Uniform Kesme Tipi Yapılarda Ağırlık Etkisinin Dikkate Alındığı Analitik Çözüm Yöntemi

Yapı yüksekliği boyunca yapısal özellikleri değişmeyen ve taşıyıcı sistemi çerçevelerden oluşan çok katlı yüksek yapılar kesme(kayma) çerçevesi davranışı gösterirler. Bu tip yapılar, yüksekliği boyunca uniform kütle ve uniform rijitlik dağılımına sahip eşdeğer bir ankastre kesme kirişi olarak modellenebilir.

Bu tür yapılarda, döşemelerin kendi düzlemleri içinde sonsuz rijitlikte olduğu kabul edildiğinden, buna bağlı olarak kolon-döşeme birleşim noktalarındaki dönmelerin sıfır olduğu kabul edildiği için, sadece katlar arasındaki göreli yer değiştirmeler sonucu oluşan kuvvetler hesaba katılır. Döşemelerin rijit olduğu kabulü ile önemsiz derecede bilgi kaybı olmakta ve özellikle de sistemin serbestlik derecesi sayısını azaltmaya yardımcı olduğu için yapının matematiksel modelin oluşturulmasında ve çözümünde büyük hesap avantajları sağlamaktadır. Bu sebeple modellemede basitlik oluşturması ve matematiksel açıdan işlemlerin basitleşmesine olanak sağlaması açısından, ayrıca yapılan kabullerle önemsiz derecede çok az bilgi kaybı oluşturmasından dolayı sürekli kesme kirişi modeli yapı mühendisliğinde genel olarak kabul edilen bir modeldir. Ankastre mesnetli sürekli kesme kirişi olarak modellenebilen yapıların, çok serbestlik dereceli modellere göre değişken sayısının az olması ve hesapların matematiksel işlemler açısından daha kolay olmasından dolayı birçok avantaj sağlamaktadır. Özellikle göreli kat ötelemelerinin deplasmanların türevi şeklinde elde edilebilmesi kesme tipi sürekli yapı modelinin sağladığı en önemli avantajlardan biridir.

Ağırlık etkisinin dikkate alındığı kesme tipi yapı modelinin analitik çözüm yönteminde β olarak ifade edilen katsayı esas parametredir. Bu değişken, yapı ağırlığı ile doğrudan ilişkili iken yapının uniform rijitliğine ters orantılı olan boyutsuz bir parametredir.

$$\beta = \frac{\overline{m} g H}{\overline{k}} \tag{4..68}$$

Denklem (4..68)'de *m* yapı yüksekliği boyunca uniform kütleyi, *g* yer çekimi ivmesini, *H* toplam yapı yüksekliğini ve *k* yapı yüksekliği boyunca rijitliğin uniform dağılımını ifade etmektedir. Kesme tipi yapılarda ağırlık etkisini belirleyici parametre olan β yapının stabilitesini idare eder.

Ağırlık etkisi dikkate alınan kesme tipi yapılar için tanımlanmış olan boyutsuz değişken β , bu tip yapıların dinamik davranışlarını etkileyerek özdeğerleri(λ), deplasman mod şekilleri(ϕ) ve drift mod şekillerini(ϕ ') idare eder.

Yapının ağırlığının etkisi dikkate alındığında, düşey yönde herhangi bir noktanın üzerindeki ağırlık o noktada momentin oluşmasına ve momentin de ek kesme kuvveti oluşmasına sebep olur. Bu ek moment Denklem (4.69) ile ifade edilmektedir.

$$M(y,t) = \bar{m}g \int_{y}^{H} u(s,t) - u(y,t) \, ds \tag{4.69.}$$

Yükseklik boyunca herhangi bir noktada kesme kuvvetini veren denklem (4.70.)'de verilmektedir:



Şekil 4.41. Ağırlık Etkisi Dikkate Alınmış Kesme Tipi Kiriş

Şekil 4.41 ile gösterilen ve ağırlık etkisinin dikkate alındığı, uniform kütle ve rijitliğe sahip sürekli bir kesme tipi kirişi göz önüne alalım. Ağırlığının etkisi göz önüne alınan kesme tipi yapıların hareket denklemi Denklem (4.71)'de olduğu şekilde elde edilir.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[k \frac{\partial u(y,t)}{\partial y} + \frac{\partial M(y,t)}{\partial y} \right] = \overline{m} \frac{\partial^2 u_t(y,t)}{\partial t^2}$$
(4.71.)

Düşey yükten dolayı oluşan ek kesme kuvveti momentin y' ye göre türevi alınarak Denklem (7.4) olarak bulunur.

$$\frac{\partial M(y,t)}{\partial y} = -\overline{m}g(H-y)\frac{\partial}{\partial y}u(y,t)$$
(4.72.)

Elde edilen bu ifade Denklem (4.71)'de hareket denkleminde yerine yazılarak hareket denklemi aşağıdaki formda elde edilir.

$$\overline{m}\frac{\partial^2 u_t(y,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\overline{k} - \overline{m}g(H-y)\frac{\partial}{\partial y}u(y,t)\right]\right\} = -\overline{m}\frac{d^2 u_g(t)}{dt^2}$$
(4.73.)

Deplasman değişkeni u ve koordinat değişkeni y yapı yüksekliği ile normalize edilmektedir. Bu işlem sonucunda normalize edilmiş deplasman değişkeni U ve normalize edilmiş koordinat değişkeni Y tanımlanmaktadır. Benzer şekilde yer hareketi ivmesi u_g , yer çekimi ivmesi g ile normalize edilmiş ve normalize edilmiş yer hareketi ivme değişkeni U_g elde edilmiştir.

$$Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{u}{H} \qquad U_g = \frac{u_g}{g} \qquad y = YH$$

$$u \quad y,t = HU \quad y,t$$

$$U \quad y,t = \tilde{\phi} \quad y \quad \varphi \quad t$$

$$\tilde{\phi} \quad y = \phi \quad Y \qquad , \qquad U \quad Y,t = \phi \quad Y \quad \varphi \quad t$$

Boyutsuzlaştırma yapılmış deplasman, koordinat değişkeni ve yer hareketi

ivmesi hareket denkleminde yazılarak çözüm genelleştirilmektedir. Denklemde bir ucu ankastre bir ucu serbest kirişe ait sınır koşullarının uygulanması ile özdeğerler ve mod şekilleri elde edilir.

$$\frac{1}{\mu^2} \frac{\partial^2 U(y,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ 1 - \beta (1 - Y) \ \frac{\partial U(Y,t)}{\partial Y} \right\} = -\beta \frac{\partial^2 U_g(t)}{\partial t^2} \qquad (4.74.)$$

Olayı idare eden diferansiyel denkleminin çözümünde değişkenleri ayrıştırma metodu uygulanmıştır. Değişkenleri ayrıştırma metodu kullanarak normalize edilmiş deplasman denklemi $U(Y,t) = \phi(Y) \varphi(t)$ şeklinde tanımlanarak aşağıdaki denklem elde edilir. Denklemin çözümü için değişkenleri ayrıştırma metodu kullanılarak deplasman(U) aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$U(Y,t) = \phi(Y) \ \phi(t) \tag{4.75.}$$

Hareket denkleminin çözümünde, değişkenleri ayrıştırma metodu kullanarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$[1 - \beta(1 - Y)]\phi'(Y)' + \lambda^2 \phi(Y) = 0$$
(4.76.)

Denklem (4.76)'de β ' nın dikkate alınmaması durumu (β =0) ağırlığın ihmal edildiği kesme tipi yapıya karşılık gelir. Bu durumda hareketi idare eden diferansiyel denklem (4.77) ile ifede edilirken;

$$\phi'' Y + \lambda^2 \phi Y = 0 \tag{4.77}$$

mod şekil fonksiyonu ise Denklem (4.78.) olarak elde edilir.

$$\phi Y = A_1 \sin \lambda Y + A_2 \cos \lambda Y \tag{4.78}$$

 β' nın 1'e eşit olması durumu, ağırlık etkisiyle rijitlik azalmasının yapının malzeme rijitliğine eşit olmasını $\overline{k} = \overline{m}gH$ ifade eder. Bu durum elastik yapılarda stabil olmama durumunu ifade eder. Bu nedenle sadece $\beta < 1$ durumu bu çalışmada dikkate alınmıştır. Denklem (4.79) ile verilen değişken transformasyonunu kullanarak;

$$z = (2\lambda / \beta)\sqrt{1 - \beta(1 - Y)}$$
(4.79.)

Bessel diferansiyel denklemi elde edilir (Denklem (4.80)).

$$z^{2}\Phi''(z) + z\Phi(z) + z^{2}\Phi(z) = 0$$
(4.80.)

Denklem (4.80.)'un çözümü ile mod şekil fonksiyonu ϕ elde edilir;

$$\Phi(z) = D_1 J_0(z) + D_2 Y_0(z) \tag{4.81.}$$

ve bu denklemde J_0 ve Y_0 birinci ve ikinci tip sıfır derece Bessel fonksiyonlarıdır. Bu denklemin z ' ye göre birinci türevi bize aşağıdaki denklemi verir.

$$\Phi'(z) = -D_1 J_1(z) + D_2 Y_1(z)$$
(4.82.)

Burada J_0 ve Y_0 birinci ve ikinci tip birinci derece Bessel fonksiyonlarıdır. Sınır koşullarını uygulayarak özdeğerlerin karakteristik denklemini veren aşağıdaki determinant elde edilir.

$$\begin{pmatrix} J_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \sqrt{1-\beta} \right) & Y_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \sqrt{1-\beta} \right) \\ -2\lambda J_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) & -2\lambda Y_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) \end{pmatrix} = \lambda \left[J_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \sqrt{1-\beta} \right) Y_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) - Y_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \sqrt{1-\beta} \right) J_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) \right] = 0 \quad (4.83)$$

 β ' nın küçük değer alması durumunda, denklemin kökünün, ağırlık etkinsin göz önüne alınmadığı kesme tipi yapının karakteristik denklemine yaklaştırır. β için çok küçük bir değer kullanılması karakteristik denklemi ağırlığın ihmal edildiği kesme tipi yapının denklemine indirger.

Bessel fonksiyonlarının asimptotik değerleri denklem (4.84.)'te verilmiştir;

$$J_{n}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$Y_{n}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin\left(z - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$\left|\arg z\right| < \pi$$
(4.84.)

 $\sqrt{1-\beta} \approx 1-\beta/2$ kabulü yaparak karakteristik denklemi aşağıda verilen denklem(4.85.)'te olduğu gibi basitleştirilebilir;

$$\lambda \left[J_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} - \lambda \right) Y_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) - Y_0 \left(\frac{2\lambda}{\beta} - \lambda \right) J_1 \left(\frac{2\lambda}{\beta} \right) \right]_{\beta=0} \approx \frac{\beta}{\pi} \left(1 + \frac{\beta}{4} \right) \cos(\lambda) \quad (4.85.)$$

Denklem (4.83.) λ için çözüldüğünde mod şekilleri Denklem (4.86.)'daki şekilde elde edilir;

$$\phi_n(Y) = \frac{Y_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)}{J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)} J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right) - Y_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right)$$
(4.86)

Ve göreli mod şekil oranı (drift ratio) şekil fonksiyonlarının türevi alınarak elde edilir.

$$\phi_n'(Y) = \left(\frac{Y_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)}{J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)}J_1\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right) - Y_1\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right)\right)\frac{2\lambda_n}{\sqrt{1-\beta(1-Y)}} \quad (4.87)$$

Küçük β değerleri için Bessel fonksiyonlarının asimptotik değerleri kullanılarak mod şekilleri Denklem(4.88) ile bulunur;

$$\phi_n(Y) = -\frac{Y_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right) - J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)Y_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta(1-Y)}\right)}{J_0\left(\frac{2\lambda_n}{\beta}\sqrt{1-\beta}\right)}\right|_{\beta=0}$$

$$\simeq -\frac{1}{\sqrt{\pi \frac{\lambda_n}{\beta} \left(1 - \frac{\beta}{2} (1 - Y)\right)}} \frac{\sin(\lambda_n Y)}{\cos\left(\lambda_1 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right) - \frac{\pi}{4}\right)} \bigg|_{\beta=0} = -\frac{1}{\sqrt{\pi \frac{\lambda_n}{\beta}}} \frac{\sin(\lambda_n Y)}{\cos\left(\lambda_1 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right) - \frac{\pi}{4}\right)}$$
(4.88)

Bessel fonksiyonlarının ortogonal özellikleri kullanılarak kritik sönümleme oranı ξ_n ile modal hareket denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\ddot{\varphi}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \varphi_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t) = \frac{L_n}{M_n} u_g(t)$$
(4.89)

Modal kütle M_n ve deprem kritik çarpanı L_n aşağıda verilmiştir.

$$M_{n} = \left(\frac{1}{\mu^{2}}\int_{0}^{1}\phi_{n}(Y)^{2} dY\right) = \frac{1}{\beta\mu^{2}} \left[\phi(1)^{2} - \left(\frac{1-\beta}{\lambda}\right)^{2} \phi'(1)^{2}\right]$$
(4.90)

$$L_{n} = -\beta \int_{0}^{1} \phi_{n}(Y) dY = -\frac{\beta}{\lambda_{n}^{2}} (1 - \beta) \phi_{n}'(0)$$
(4.91)

Burada $\omega_n = \mu \lambda_n$ n. derece frekans olmak üzere P_n dış kuvvet aşağıda verilmiştir.

$$P_{n}(t) = \frac{L_{n}}{M_{n}} \frac{\partial^{2} U_{g}(t)}{\partial t^{2}} = -\frac{\mu^{2} \beta^{2} (1-\beta) \phi_{n}'(0)}{\left[\lambda_{n} \phi(1)^{2} - (1-\beta) \phi_{n}'(0)^{2}\right]} \frac{\partial^{2} U_{g}(t)}{\partial t^{2}}$$
(4.92)

Ağırlık etkisinin göz önüne alındığı kesme tipi yapılarda, boyutsuz β değerleri özdeğer ve mod şekillerini belirleyici parametreler olmaktadır. Birinci özdeğerin β 'nın artışı ile değişiminin gösterildiği grafik Şekil 4.41 'de gösterilmektedir.

Grafik farklı β değerleri için normalize edilmiş birinci özdeğerlerin değişimini göstermektedir. Elde edilen eğri üzerinden teğet geçilerek doğrusallaştırılmış bir fonksiyon elde edilmiştir. Grafikten de görüleceği üzere bu eğri β ' nın 0 ile 0,5 aralığında olması durumunda normalize edilmiş özdeğerler ile birbirini doğrular şekilde çakışma göstermektedir. Böylece, β ' nın 0 ile 0,5 aralığındaki küçük değerleri için birinci özdeğer yaklaşık olarak Denklem (4.93) ile verilen formülle hesaplanabilir.

$$0 < \beta \le 0.5$$
 için; $\lambda_1 \approx \frac{\pi}{2} \ 1 - 0.4\beta$ (4.93)



Şekil 4.42. Farklı β değerleri için normalize edilmiş birinci özdeğerler ve 0 *ile* 0,5 aralığında küçük β değerleri için birinci özdeğerlerin doğrusallaştırılmış yaklaşık tanımı (1-0,4 β)

Farklı β değerleri için normalize edilmiş olan ilk beş özdeğerin $(2\lambda/\pi)$ değişimi Şekil 4.42' de gösterilmiştir. λ ağılık etkisinin göz önüne alındığı kesme tipi yapının özdeğerini, λ_{ng} ağılık etkisinin göz önüne alınmadığı kesme tipi yapının özdeğerini ifade etmek üzere; λ/λ_{ng} özdeğerlerin birbirleri ile oranını vermektedir. Özdeğerlerin oranı λ/λ_{ng} ve β arasındaki ilişki Şekil 4.42' de grafik üzerinde gösterilmektedir. Grafik üzerinde de görüldüğü gibi ikinci ve daha yüksek normalize edilmiş özdeğerlerin (λ/λ_{ng}) hemen hemen birbirine eşit olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 4.43. Farklı β değerleri için normalize edilmiş ilk beş özdeğer

Küçük β değerlerinde normalize edilmiş birinci özdeğerler için elde edilmiş olan yaklaşık formülasyona benzer şekilde yine küçük β değerleri için ikinci ve daha büyük özdeğerler Denklem (4.94) ile yaklaşık olarak bulunabilir.

$$n \ge 2$$
 ve $0 < \beta \le 0,5$ için; $\lambda_n \approx (2n-1)\frac{\pi}{2} \ 1-0,3 \ \beta$ (4.94)

Birinci periyot ve β arasındaki ilişkiyi veren durum Denklem (4.95)'te denklem olarak aşağıda verilmektedir.

$$T \approx \frac{4H}{c\left(1 - 0.4\frac{gH}{c^2}\right)} \approx \frac{4H}{c} \left(1 + \frac{g}{10c} \left(\frac{4H}{c}\right)\right)$$
(4.95)
> Ağırlık Etkisinin Dikkate Alındığı Sürekli Kesme Tipi Kirişin Mod Şekilleri

P-Delta etkili Birinci Özdeğer;

$$\lambda[n_{,\beta}] = \frac{\pi}{2} * (1 - 0.4\beta)$$
 $n = 1$

P-Delta etkili İkinci ve daha büyük Özdeğerler;

$$\lambda[n_{,\beta}] = (2n-1) * \frac{\pi}{2} * (1-0.3 * \beta) \quad n \ge 2$$

P-Delta etkili Açısal Frekans;

$$\omega[\mathbf{n}] = \lambda[n] * \sqrt{\frac{\mathrm{GA}}{mH^2}}$$

P-Delta etkili Mod Şekillerinin Bessel Fonksiyonları ile çözümü;

$$\phi[i, \beta, y] = \left[\frac{\text{BesselY}[0, \frac{2 * \lambda[i, \beta]}{\beta} * \sqrt{1 - \beta}]}{\text{BesselJ}[0, \frac{2 * \lambda[i, \beta]}{\beta} * \sqrt{1 - \beta}]} * \text{BesselJ}[0, \frac{2 * \lambda[i, \beta]}{\beta} * \sqrt{1 - \beta * (1 - y)}] - \text{BesselY}[0, \frac{2 * \lambda[i, \beta]}{\beta} * \sqrt{1 - \beta * (1 - y)}]\right]$$

Her modun tepe noktasına göre normalize edilmiş mod şekilleri;

$$\phi \mathbf{N}[\mathbf{i}, \beta, \mathbf{y}] = \phi[\mathbf{i}, \beta, \mathbf{y}] / \phi[\mathbf{i}, \beta, 1]$$

Birinci modun tepe noktasına göre normalize edilmiş Mod Şekilleri



Şekil 4.44. β=0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.45. β =0,3 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait İlk 8 Mod Şekli

Farklı Beta değerleri için elde edilen Mod şekillerinin birinci modun tepe noktasına göre normalize edilmiş grafikleri Şekil 4.42 ve Şekil 4.43'te gösterilmektedir.



Şekil 4.46. β =0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Normalize Edilmiş İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.47. β =0,3 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Normalize Edilmiş İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.48. β =0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli



Şekil 4.49. β =0,5 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli



Şekil 4.50. β =0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli



Şekil 4.51. β =0,5 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli

Modal katılım faktörü mod şekli kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\Gamma G[n,\beta] = \left[\frac{\int_0^1 (\phi[n,\beta,\zeta]) \, d\zeta}{\int_0^1 \phi[n,\beta,\zeta]^2 \, d\zeta}\right]$$

Mod katılım faktörleri normalize edilmiş veya edilmemiş farklı tanımlanmış tüm mod şekilleri için aşağıdaki gibi bulunur.

$$\Gamma GN[n,\beta] = \left[\frac{\int_0^1 (\Phi N[n,\beta,\zeta]) \, d\zeta}{\int_0^1 \Phi N[n,\beta,\zeta]^2 \, d\zeta}\right]$$

$$\Gamma \text{GN1}[n,\beta] = \left[\frac{\int_0^1 (\phi \text{N1}[n,\beta,\zeta]) \, d\zeta}{\int_0^1 \phi \text{N1}[n,\beta,\zeta]^2 \, d\zeta}\right]$$

Modal katılımın değerleri mod şekline bağlı olarak değişebilir ancak modal katılım faktörünün mod şekli ile çarpımları eşittir. Farklı Beta değerleri için elde edilmiş sonuçlar çizelge olarak aşağıda verilmektedir.

<u>β=0,01 için;</u>

Çizelge 4.53. İlk 5 Moda Ait Modal Katılım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekillerine Bağlı Modal Katılım Faktörleri ($\beta = 0,01$)

n	Г	ΓΝ	ΓN1
1	25,1692	1,2728	1,2728
2	7,3726	0,4245	0,4245
3	8,9191	0,2533	0,2533
4	9,5198	0,1825	0,1825
5	1,5244	0,1402	0,1402

Çizelge 4.54. İlk 5 Moda Ait Modal Katılım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekilleri ile Çarpılmış Modal Katılım Faktörleri (β = 0,01)

n	φГ	φN * ΓN	φN1 * ΓN1
1	1,2728	1,2728	1,2728
2	0,4245	0,4245	0,4833
3	0,2533	0,2533	0,1422
4	0,1825	0,1825	0,0692
5	0,1402	0,1402	0,2552

Modal katılım faktörlerinin farklı normalize edilme durumlarında değerlerin değişmediği görülmektedir. Mod şekillerinin modal katılım faktörleri ile çarpılmasıyla sonuçlar değişmemiştir.

Çizelge 4.55. İlk 5 Moda Ait Modal Katılım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekilleri ile Çarpılmış Modal Katılım Faktörleri ($\beta = 0,3$)

n	Г	ΓΝ	ΓN1
1	3,8827	1,2554	1,2554
2	1,1432	0,4055	0,4055
3	0,3690	0,2210	0,2210
4	0,0861	0,1855	0,1855
5	0,3709	0,1132	0,1132

Çizelge 4.56. İlk 5 Moda Ait Modal Katılım Faktörü ve Normalize Edilmiş Mod Şekilleri ile Çarpılmış Modal Katılım Faktörleri ($\beta = 0,3$)

n	φГ	φN * ΓN	φN1 * ΓN1
1	1,2554	1,2554	1,2554
2	0,4055	0,4055	0,4450
3	0,2210	0,2210	0,4095
4	0,1855	0,1855	1,2360
5	0,1132	0,1132	0,1070



Şekil 4.52. β =0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.53. β =0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 8 Mod Şekli



Şekil 4.54. β =0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı



Şekil 4.55. β =0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı



Şekil 4.56. β =0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı



Şekil 4.57. β =0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Mod Şekli ile Modal Katılım Faktörü Çarpımı



Şekil 4.58. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Drift Mod Şekli



Şekil 4.59. Beta=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Taban Noktasına Göre Normalize Edilmiş Drift Mod Şekli



Şekil 4.60. Beta=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Drift Mod Şekli



Şekil 4.61. Beta=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişi İlk 8 Moda Ait Drift Mod Şekli



Şekil 4.62. β=0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.63. β =0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.64. β =0,5 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.65. β =0,01 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.66. β =0,5 durumunda P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş İlk 4 Drift Mod Şekli

Beta=0,01

n	Г	Γφ′
1	25,1692	2,0065
2	7,3726	2,0096
3	-8,9191	1,9988
4	-9,5198	2,0165
5	1,5244	1,9923
6	8,4794	2,0229
7	3,4454	1,9859
8	-5,2682	2,0292
9	-5,9726	1,9796
10	1,1224	2,0355

Çizelge 4.57. İlk 10 Moda Ait Modal Katılım Faktörleri ve Drift Mod Şekli İle Çarpımı(β=0,01)

Beta=0,3

Çizelge 4.58. İlk 10 Moda Ait Modal Katılım Faktörleri ve Drift Mod Şekli İle Çarpımı(β=0,3)

n	Г	Γφ′
1	-3,8827	2,2760
2	1,1432	2,2751
3	-0,3690	2,0697
4	-0,0861	2,4376
5	0,3709	1,9202
6	-0,8035	2.5812
7	0,7041	1,7791
8	-1,2225	2,7198
9	0,7789	1,6415
10	-1,3504	2,8552

Beta=0,1

n	φd Γ	фdN * ГN	φdN1 * ΓN1
1	2,0065	1,2728	1,2728
2	2,0096	-0,4245	-1,4515
3	1,9988	0,2533	-0,7121
4	2,0165	-0,1825	0,4850
5	1,9923	0,1402	2,2997
6	2,0229	-0,1165	-0,3487
7	1,9859	0,0968	0,6999
8	2,0292	-0,0857	0,4142
9	1,9796	0,0737	-0,3067
10	2.0355	-0,0678	-1,5443

Çizelge 4.59. Modal Katılım Faktörleri ile Çarpılmış Normalize Edilmiş Drift Mod Şekilleri(β =0,01)

Beta=0,3

Çizelge 4.60. Modal Katılım Faktörleri ile Çarpılmış Normalize Edilmiş Drift Mod Şekilleri(β=0,3)

n	фd Г	φdN * ΓN	φdN1 * ΓN1
1	2,2760	1,2554	1,2554
2	2,2751	-0,4055	1,3768
3	2,0697	0,2210	2,1149
4	2,4376	-0,1855	-8,9582
5	1,9202	0,1132	-1,0004
6	2,5812	-0,1240	-0,6800
7	1,7791	0,0720	-0,3104
8	2,7198	-0,0948	-0,3600
9	1,6415	0,0501	-0,1804
10	2,8552	-0,0775	-0,2796



Şekil 4.67. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 8 Drift Mod Şekli



Şekil 4.68. β =0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 8 Drift Mod Şekli



Şekil 4.69. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.70. Beta=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Her Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 4 Drift Mod Şekli



Şekil 4.71. β=0,01 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 4 Mod Şekli



Şekil 4.72. β=0,3 için P-Delta Etkili Sürekli Kesme Kirişine Ait Birinci Modun Tepe Noktasına Göre Normalize Edilmiş Modal Katılım Faktörü ile Çarpılmış İlk 4 Mod Şekli



Şekil 4.73. Birinci Mod ve Yüksek Modlar için β'nın Değişimine Bağlı P-Delta Etkili Periyodun P-Delta Etkisiz Periyoda Oranı



Şekil 4.74. İlk 5 Mod için β'nın Değişimine Bağlı P-Delta Etkili Periyodun P-Delta Etkili Birinci Periyoda Oranı

Görüldüğü β ' nın küçük olduğu durum için elde edilen değerler daha önce P delta etkisinin dikkate alınmadığı durum için elde edilen değerlerle aynıdır.

Aşağıda verilen grafiklerde mod şekilleri ile modal katılım faktörleri çarpılmıştır. Mod şekli nasıl normalize edilirse edilsin, mod şekli ile modal katılım faktörünün (ve mod şeklinin türevi ile modal katılım faktörü) çarpımının değerleri değişmez[Miranda].



Şekil 4.75. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Birinci Mod Şekilleri



Şekil 4. 76. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili İkinci Mod Şekilleri



Şekil 4.77. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Üçüncü Mod Şekilleri



Şekil 4.78. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Dördüncü Mod Şekilleri



Şekil 4.79. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Birinci Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı



Şekil 4.80. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili İkinci Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı



Şekil 4.81. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Üçüncü Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı



Şekil 4.82. P-Delta Etkisiz ve Farklı β Değerleri için P-Delta Etkili Dördüncü Mod Şekilleri ile Modal Katılım Faktörünün Çarpımı

Elde edilen grafiklerde hem P-Delta etkisiz hem de farklı β değerlerine karşı gelen P-Delta etkili normalize edilmiş ilk dört deplasman mod şekil grafikleri ile göreli kat ötelemeleri(drift) mod şekil grafikleri verilmektedir. Grafikler incelendiğinde ağırlık etkisini temsil eden β 'nın artışı ile göreli kat ötelemeleri(drift) mod şekillerinin etkilendiği gözlemlenmektedir. Bunun nedeni düşey yüklerden dolayı yapıda oluşan ikinci mertebe etkilerinin yapının yanal yer değiştirmelerinde ek yer değiştirmelere sebebiyet vermesidir. Bu durum kesme tipi yapılarda daha çok ön plana çıkmakta ve grafiklerde de görülmektedir.

Farklı β değerlerindeki kesme tipi yapı için elde edilen deplasman ve göreli kat ötelemeleri(drift) mod şekilleri karşılaştırıldığında, β ' nın göreli kat ötelemeleri mod şekillerine olan etkisinin deplasman mod şekillerine olan etkisine göre daha fazla olduğu görülmektedir.

Benzer şekilde β ' nın özdeğerlere olan etkisi deplasman mod şekillere olan etkisinden daha fazladır. Dinamik yük etkisi altında yerçekimi kuvvetinin göreli kat ötelemelerine ve ek kuvvetlere neden olmasından dolayı ağırlığın etkisinin belirlenmesi önemlidir.

4.5. Sürekli Kesme Tipi Yapıların Analitik Çözümleri ile İki Boyutlu ETABS Modellerinin Karşılaştırılması

Tek serbestlik dereceli sistemlerde P-Delta etkisinin incelenmesinde ETABS yapısal analiz programının teorik denklemler ve deneysel çalışmaların sonuçlarıyla uygunluk gösterdiği ve bu çalışmada P-Delta etkisinin hesaplarda dikkate alınması durumunda ETABS programının kullanılabilir olduğu gözlemlenmiştir. Bu bölümde ise çok katlı yüksek yapılarda düşey yük etkisinin incelenmesinde geliştirilen kapalı formdaki analitik denklemlerin kullanılabilirliği ETABS programı çözümü ile uygunluğu incelenmektedir. ETABS yapısal analiz programı kullanılarak kesme tipi yapı modelleri oluşturulurken bazı kabuller yapılmıştır. Bu kabuller;

- ✓ Malzemenin doğrusal elastik olduğu,
- Yapı özelliklerinin yapı yüksekliği boyunca değişmediği
- ✓ Kat döşemelerinin düzlemleri içinde sonsuz rijit olduğu,
- Kirişlerin eğilme rijitliklerinin kolonların eğilme rijitliklerine oranı çok büyük olduğu (alındığı),
- ✓ Düşey taşıyıcı elemanlarda eksenel boy değişmelerin ihmal edildiği

şeklindedir.

Kiriş/kolon rijitlik oranları ile kat yükseklikleri sabit ancak farklı kat sayılarına sahip iki boyutlu ve tek açıklıklı modeller oluşturulmuştur. Kirişlerin sonsuz bir eğilme rijitliğine sahip olduğu kabulü yapılarak kesme kiriş tipi yapı davranışı elde edilmek istenmiştir. Kesme tipi yapı olarak tanımlanan modeller için yapılan analiz sonuçları, düşey taşıyıcı elemanlar olan kolonlarda eksenel boy değişimlerin ihmal edilmesi ve edilmemesi durumlarına göre ayrı ayrı irdelenmiştir.

Oluşturulan bu modeller, uniform kesme tipi yapılar için geliştirilmiş olan kapalı formdaki denklemlerle de çözülmüştür. Serbest titreşim analizi yapılan modellerin hakim periyotları hem P-Delta etkisinin dikkate alınması hem de alınmaması durumlarına göre karşılaştırılmıştır.

4.5.1. Model özellikleri

ETABS yapısal analiz programı kullanılarak 7 farklı katsayısına ve 3 farklı yük durumuna sahip, toplam 21 adet iki boyutlu tek açıklıklı kesme tipi yapı modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan bu modellerin ifade ediliş şekilleri Çizelge 4.61' de tablo olarak verilmektedir.

2 BOYUTLU KESME TİPİ YAPI MODEL ÖZELLİKLERİ			
MODEL NO	KAT SAYISI YÜK DURUN		
1	4 Katlı	P1, P2, P3	
2	6 Katlı	P1, P2, P3	
3	8 Katlı	P1, P2, P3	
4	12 Katlı	P1, P2, P3	
5	20 Katlı	P1, P2, P3	
6	40 Katlı	P1, P2, P3	
7	60 Katlı	P1, P2, P3	

Çizelge 4.61. İki Boyutlu ETABS Modellerinin Özellikleri

Uygulanan yük durumuna göre; P1 yükü için "A", P2 yükü için "B" ve P3 yük durumu için de "C" ifadeleri kullanılmıştır. Örneğin, P2 yükü uygulanarak oluşturulan 4 katlı model "MODEL 1B" ismini almaktadır.



Şekil 4.83. İki Boyutlu Kesme Tipi Modelleri

> Kat yükleri, Malzeme ve Kesit Özellikleri:

Katlara gelen düşey yükler, A,B ve C yük tipleri için belli oranlarda arttırılarak ölü ve hareketli yüklerin kombinasyonu şeklinde uygulanmıştır. Uygulanan yük değerleri Çizelge 4.62'de gösterilmiştir. Alan olarak hesaplanan düşey yük değerleri döşeme alanlarıyla çarpılarak tekil yüklere çevrilmiş ve ETABS modellerinde kat hizalarında düğüm noktalarına etkiletilmiştir.

DÜŞEY YÜK	G (kN/m²)	Q (kN/m²)	P = 1,4G + 1,6Q (kN/m ²)
Α	3,75	2	8,45
В	5	3,5	12,6
С	6,25	5	16,75

Çizelge 4.62.A, B ve C Tipi Düşey Yükleri

Ele alınan modellerde kullanılan malzemenin Elastisite Modülü; $E = 2,1*10^8$ kN/m² ve kullanılan kolon kesitinin atalet momenti; $I = 2,153*10^{-3}$ m⁴ olarak alınmıştır.

4.5.2. Hesap Esasları

Analitik çözümlerde kullanılacak olan kayma rijitliğinin(GA) hesaplanmasında Denklem(4.96.)'da verilen ifade ile sistemdeki kolonların toplam rijitliğinden hesaplanır. Buradaki n sistemdeki kolon sayısını, h ise kat yüksekliğini ifade etmektedir.

$$GA = \sum_{1}^{n} \frac{12EI}{h^2}$$
(4.96.)

Sürekli kesme tipi yapılar için geliştirilen analitik çözümlerde kullanılan P-Delta etkisinin ihmal edilmesi ve edilmemesi durumları için özdeğer, frekans ve periyot denklemleri kısaca verilmektedir.

> P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durum İçin;

Özdeğer;

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)}{2}\pi \tag{4.97}$$

Frekans;

$$\omega_n = \lambda_n \sqrt{\frac{k}{mH^2}} = \frac{\lambda_n}{H} \sqrt{\frac{GA}{m}}$$
(4.98)

Periyot;

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi H}{\lambda_n} \sqrt{\frac{m}{GA}}$$
(4.99)

> P-Delta Etkisinin Dahil Edildiği Durum İçin;

Küçük β değerleri için P- Δ Etkili Özdeğer;

$$\lambda_{1,P-\Delta} = \frac{\pi}{2} (1 - 0, 4 * \beta) \tag{4.100}$$

P- Δ etkisini temsil eden boyutsuz katsayı;

$$\beta = \frac{mgH}{k} = \frac{mgH}{GA} \tag{4.101}$$

P-∆ Etkili Frekans;

$$\omega_{n,P-\Delta} = \lambda_{n,P-\Delta} \sqrt{\frac{k}{mH^2}} = \frac{\lambda_{n,P-\Delta}}{H} \sqrt{\frac{GA}{m}}$$
(4.102)

P-∆ Etkili Periyot;

$$T_{n,P-\Delta} = \frac{2\pi}{\omega_{n,P-\Delta}} = \frac{2\pi H}{\lambda_{n,P-\Delta}} \sqrt{\frac{m}{GA}}$$
(4.103)

4.5.3. Analiz Sonuçları

ETABS programı kullanılarak yapılan serbest titreşim analizi sonucu, uniform kesme tipi yapıların analitik çözümlemelerinin sonuçları ile kıyaslanmıştır. 21 farklı yapı modeli için P-Delta etkisinin ihmal edilmesi ve edilmemesi durumlarına göre elde edilen sonuçlar Çizelge 4.63 ve Çizelge 4.64'te tablo olarak sunulmaktadır.

MODEL	Ρ-Δ ΕΤΚΪ	SİZ _PERİYOT DEĞI	ERLERİ (s)
WIODEL	ETABS	ANALİTİK	FARK
MODEL_1A	0,1327	0,1173	11,58%
MODEL_1B	0,1620	0,1432	11,58%
MODEL_1C	0,1868	0,1651	11,59%
MODEL_2A	0,1912	0,1760	7,95%
MODEL_2B	0,2334	0,2149	7,94%
MODEL_2C	0,2691	0,2477	7,95%
MODEL_3A	0,2497	0,2347	6,03%
MODEL_3B	0,3049	0,2865	6,04%
MODEL_3C	0,3515	0,3303	6,04%
MODEL_4A	0,3670	0,3520	4,09%
MODEL_4B	0,4480	0,4297	4,08%
MODEL_4C	0,5165	0,4954	4,08%
MODEL_5A	0,6016	0,5866	2,49%
MODEL_5B	0,7344	0,7162	2,48%
MODEL_5C	0,8467	0,8257	2,48%
MODEL_6A	1,1882	1,1733	1,26%
MODEL_6B	1,4507	1,4324	1,26%
MODEL_6C	1,6724	1,6514	1,26%
MODEL_7A	1,7749	1,7599	0,84%
MODEL_7B	2,1670	2,1486	0,85%
MODEL_7C	2,4983	2,4771	0,85%

Çizelge 4.63. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durumda Hakim Periyotlar

140051	P- Δ ET	(İLİ PERİYOT DEĞEI	RLERİ (s)
MODEL	ETABS	ANALİTİK	FARK
MODEL_1A	0,1327	0,1174	11,56%
MODEL_1B	0,1621	0,1433	11,60%
MODEL_1C	0,1869	0,1652	11,59%
MODEL_2A	0,1912	0,1761	7,92%
MODEL_2B	0,2335	0,2150	7,92%
MODEL_2C	0,2693	0,2479	7,94%
MODEL_3A	0,2499	0,2348	6,05%
MODEL_3B	0,3052	0,2867	6,05%
MODEL_3C	0,3519	0,3307	6,04%
MODEL_4A	0,3673	0,3523	4,09%
MODEL_4B	0,4486	0,4303	4,09%
MODEL_4C	0,5174	0,4963	4,09%
MODEL_5A	0,6025	0,5875	2,50%
MODEL_5B	0,7361	0,7177	2,50%
MODEL_5C	0,8493	0,8280	2,51%
MODEL_6A	1,1918	1,1766	1,28%
MODEL_6B	1,4572	1,4385	1,29%
MODEL_6C	1,6825	1,6607	1,30%
MODEL_7A	1,7829	1,7674	0,87%
MODEL_7B	2,1816	2,1622	0,89%
MODEL_7C	2,5208	2,4980	0,90%

Çizelge 4.64. P-Delta Etkisinin Dahil Edildiği Durumda Hakim Periyotlar

Uniform kesme tipi yapıların iki boyutlu modelleri için elde edilen P-Delta etkili ve etkisiz hakim periyot değerleri analitik çözüm yöntemleri ve ETABS modellerinin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Her iki durum için de elde edilen sonuçlar incelendiğinde; ETABS programından alınan hakim periyot değerleri ile analitik çözümlerden alınan periyot değerlerinin kat sayısı arttıkça kabul edilebilir oranlarda yakınsaklık sağlandığı görülmektedir. Yapının kat sayısına bağlı olarak yüksekliğindeki ve dolayısıyla da ağırlığındaki artış ile beraber β katsayısı da artış göstermektedir. Sonuç olarak, sürekli kesme tipi yapılar için geliştirilmiş olan analitik çözüm yöntemlerinin hem ağırlık etkisinin göz önüne alındığı hem de alınmadığı durumlar için sonlu elemanlar yöntemine dayanan ETABS yapısal analiz programı sonuçları ile uygunluk gösterdiği ve iki boyutlu modellerde analitik çözüm yöntemlerinin geçerliliği gözlemlenmiştir.

4.6. Uniform Kesme Tipi Yapıların SAP2000 Bilgisayar Modelleri İle Analitik Çözümlerin Karşılaştırılması

Uniform kesme tipi yapılar için geliştirilmiş olan analitik denklemlerin çözümünün doğrulamasını yapmak üzere sonlu elemanlar yöntemini dikkate alan yapısal analiz programlarından SAP2000 paket programı kullanılarak oluşturulan üç boyutlu kesme tipi yapı modellerinin serbest titreşim analizleri yapılarak elde edilen hakim periyot değerleri bu bölümde karşılaştırılmaktadır. UBC97 tepki spektrumu kullanılarak zorlanmış titreşim analizi yapılmış ve yapının tepe deplasmanı, taban kesme kuvveti ve taban momenti değerleri kıyaslanmıştır.

4.6.1. Kesme Tipi Yapıların Üç Boyutlu SAP2000 Modelleri

Üç boyutlu kesme tipi yapı modeli oluşturulurken Tekeli'nin 2006 yılında hazırlamış olduğu doktora tezinde kullandığı model referans olarak seçilmiş ve farklı kat sayılarına sahip modeller olarak uygulanmıştır. Modele ait kat planı ve modelin üç boyutlu görüntüsü verilmektedir. Bütün hesaplar yapının zayıf yönü olan y yönü üzerinde yapılmıştır.



Şekil 4.84. Çerçeveli Yapı Modelinin Plan Görüntüsü



Şekil 4.85. Çerçeveli Yapı Modelinin Üç Boyutlu Görüntüsü

Betonarme olarak tasarlanan bu modele ait Elastisite Modülü(E_c) $2,85*10^7$ kN/m² olarak alınmıştır.

Kolonlar (m)	0,50x0,50
Kirişler (m)	0,25x0,45 (Tablalı)
Kat Yüksekliği(h)	3
g (kN/m ²)	5
$q(kN/m^2)$	3,5
I _c , Kolon Atalet Momenti(m ⁴)	0,005208
I _b , Kiriş Atalet Momenti (m ⁴)	0,003797

Çizelge 4.65. Üç Boyutlu Modele Ait Bilgiler

Kesme tipi kiriş olarak modellenebilen çok katlı çerçeve sistemlerde kayma rijitliğini(GA) belirlemek önemli bir durumdur. Burada GA kayma rijitliği değerini elde edebilmek için kuvvet(enerji) yönteminden yararlanılmıştır (Tekeli,2006).



Şekil 4.86. Çok Katlı Çerçeveli Yapı Modeli

Çerçeveli bir yapının yatay bir kat düzlemi içinde çok sayıda kolonu vardır. Yapının toplam kayma rijitliğini bulmak için, Denklem (4.104)' ün kat içerisindeki tüm kolonlara uygulanarak toplanması gerekir.

Şekil 4.86.'da A ile gösterilmiş kesit göz önüne alınarak bir kolona ait kayma rijitliği Denklem (4.104) ile ifade edilmekte ve kolonun kenar veya ortada olma durumuna göre ayrı ayrı elde edilmektedir.

$$GA = \frac{12 * E_c I_c}{l_c^2} * \frac{1}{1 + \frac{2 * I_c}{l_c * \left(\frac{I_{b1}}{l_1} + \frac{I_{b2}}{l_2}\right)}}$$
(4.104.)
Çerçeveli yapıların kayma rijitligi ifadesinin kolon ve kiriş redörlerine bağlı bir parametre olduğu görülmektedir. Bu çalışmada yapılan hesaplarda, kolonların ve kirişlerin çatlamamış kesit (brüt) rijitlikleri kullanılmıştır. Kiriş atalet momentleri için, etkili tabla genişliği hesaplanmadan dikdörtgen kiriş rijitliginin 2 katı olarak alınmıştır(Denklem (4.105).

$$I_{kiris} = \alpha \ \frac{b \ h^3}{12} \qquad , \qquad \alpha = 2 \tag{4.105}$$

n, kat içerisinde kalan kolonların toplam sayısını ifade etmek üzere yapının toplam kayma rijitliği Denklem (8.12.) ile elde edilmektedir.

$$(GA)_{yap_i} = \sum_{i=1}^{n} \quad GA_i$$
(4.106)

Kenar kolonlara ait kayma rijitliği;

$$GA_1 = 35517 \text{ kN}$$

Orta kolonlara ait kayma rijitliği ise;

$$GA_2 = 60226 \text{ kN}$$

olarak hesap edilmiştir. Bu durumda x ve y yönlerindeki toplam kayma rijitliği;

$$(GA)_{y_yap_1} = 22*GA_1 + 55*GA_2 = 4093797 \text{ kN}$$

$$(GA)_{x_yap_1} = 14*GA_1 + 63*GA_2 = 4291476 \text{ kN}$$

olarak elde edilir. Hesaplamalar ve analizler yapının zayıf yönü olan y yönü doğrultusunda yapılacağından, $GA_{yap1} = GA_{y_yap1}$ olarak kullanılacaktır.

Referans alınan 10 katlı betonarme yapı modeli, hiçbir yapısal özelliği değiştirilmeden yalnızca kat sayısı arttırılarak farklı kat sayılarına sahip modeller oluşturulmuştur. Bu modeller üzerinde yapılan analizlerde; kolon eksenel deformasyonlarının ihmal edilip edilmediği durumların her ikisi için de sonuçlar alınmıştır. P-Delta etkisinin dikkate alınıp alınmaması durumları da ayrı ayrı incelenmiştir.

10, 15, 20, 30, 40 ve 60 katlı olarak üç boyutlu modellerin serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Elde edilen analiz sonuçları, kolon eksenel deformasyonlarının dikkate alınıp alınmadığı durumlar için hakim periyotları hem P-Delta etkisi altında olması hem de olmamasına göre karşılaştırılmıştır.

Kolon Eksenel Deformasyonlarının Göz Önüne Alınıp Alınmadığı Durumlarına Ait P-Delta Etkisiz Hakim Periyotlar

Çizelge 4.66. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alındığı Durum(P-Delta Etkisiz)

MODEL	P-∆ ETKİSİZ PERİYOT (s)			
MODEL	SAP2000	ANALİTİK	FARK	
M1_10_KATLI	1,0803	1,0415	3,59%	
M2_15_KATLI	1,6406	1,5622	4,78%	
M3_20_KATLI	2,2180	2,0829	6,09%	
M4_30_KATLI	3,4385	3,1244	9,13%	
M5_40_KATLI	4,7702	4,1659	12,67%	
M6_60_KATLI	7,8683	6,2488	20,58%	

Çizelge 4.67. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alınmadığı Durum(P-Delta Etkisiz)

MODEL	P- Δ ETKİSİZ PERİYOT (s)			
MODEL	SAP2000	ANALİTİK	FARK	
M1_10_KATLI	1,0681	1,0415	2,49%	
M2_15_KATLI	1,6046	1,5622	2,64%	
M3_20_KATLI	2,1408	2,0829	2,70%	
M4_30_KATLI	3,2128	3,1244	2,75%	
M5_40_KATLI	4,2846	4,1659	2,77%	
M6_60_KATLI	6,4279	6,2488	2,79%	

P-Delta etkisinin olmadığı ve kolon eksenel deformasyonlarının göz önüne alındığı durumda katsayısı arttıkça SAP2000 programında yapılan modellerden elde edilen hakim periyot değerleri ile analitik çözümle elde edilen periyot değerleri arasındaki hata oranları kat sayısının artmasıyla artış göstermektedir. Ancak kolon eksenel deformasyonları ihmal edilen SAP2000 modellerinden alınan periyot değerleri ile analitik çözümlerden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, kat sayısının değişimiyle hata oranları çok küçük oranlarda artış göstererek kabul edilebilir oranlarda yakın sonuçlar alınmıştır. Kolon eksenel deformasyonlarının dahil edildiği duruma göre daha yakınsak sonuçlar vermiştir. Kolon - kiriş çerçeve taşıyıcı sistemine sahip çok katlı binalarda, kolonların eksenel deformasyonları ihmal edilmesi durumunda yapı kesme tipi yapı modeli gibi davranmaktadır. Burada irdelenmesi gereken konu kolonlarda eksenel deformasyonların ihmal edilip edilemeyeceğidir. Çizelge 8.19 da verilen sonuçlara bakılarak eksenel deformasyon etkisinin belirli kattan sonra ihmal edilmesinin doğru olmayacağı anlaşılmaktadır. Kolon - kiriş çerçeve taşıyıcı sistemde dahi belirli kattan itibaren kesme kiriş tipi yapı kabulünün doğru olmayacağıdır.

Kolon Eksenel Deformasyonlarının Göz Önüne Alınıp Alınmadığı Durumlarına Ait P-Delta Etkili Hakim Periyotlar

Çizelge 4.68. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alındığı Durum(P-Delta Etkili)

MODEL	P- Δ ETKİLİ PERİYOT (s)			
WIODEL	SAP2000	ANALİTİK	FARK	
M1_10_KATLI	1,0888	1,0651	2,18%	
M2_15_KATLI	1,6610	1,6159	2,71%	
M3_20_KATLI	2,2561	2,1796	3,39%	
M4_30_KATLI	3,5334	3,3470	5,28%	
M5_40_KATLI	4,9597	4,5712	7,83%	
M6_60_KATLI	8,4385	7,2074	14,59%	

MODEL	P- Δ ETKİLİ PERİYOT (s)			
MODEL	SAP2000	ANALİTİK	FARK	
M1_10_KATLI	1,0764	1,0651	1,05%	
M2_15_KATLI	1,6241	1,6159	0,50%	
M3_20_KATLI	2,1762	2,1796	-0,15%	
M4_30_KATLI	3,2947	3,3470	-1,59%	
M5_40_KATLI	4,4333	4,5712	-3,11%	
M6_60_KATLI	6,7756	7,2074	-6,37%	

Çizelge 4.69. Kolon Eksenel Deformasyonlarının Dikkate Alınmadığı Durum(P-Delta Etkili)

P-Delta etkisinin olduğu durumda, kolon eksenel deformasyonları ihmal edilen SAP2000 modellerinden ve analitik çözümlerden elde edilen hakim periyot değerleri arasındaki fark kolon eksenel deformasyonlarının dahil edildiği duruma göre daha yakınsak sonuçlar vermiştir. Ayrıca bu sonuçlar P-Delta etkisinin ihmal edilmesi durumuna göre elde edilen sonuçlardan daha hassas olarak bulunmuştur. Uygulanan analitik çözüm yöntemi, 3 boyutlu gerçek modeller üzerinde kabul edilebilir oranlarda yakın sonuçlar vermiştir. Özellikle P-Delta etkisinin dikkate alındığı durumlarda bu hassasiyet artmaktadır.

Ele alınan modeller kolon eksenel deformasyonlarının ihmal edildiği durumda P-Delta etkili periyotlar incelendiğinde analitik çözümler ile SAP2000 programından alınan sonuçlar 30 katlı yapıya kadar azalan hata oranlarında elde edilirken 30 kattan sonra hata oranlarında artış olduğu görülmektedir. Çalışmada ele alınan modeller içinde 30 kata kadar olan yapılar kesme tipi yapı davranışı gösterirken, 30 kattan itibaren kat sayısı arttıkça kesme tipi yapı davranışından eğilme tipi yapı davranışına yönelmektedir.

> Analitik Denklemlerle ve SAP2000 Programı ile Elde Edilen P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği ve Edilmediği Durumlardaki Periyotların Karşılaştırılması

Çizelge 4.70. Analitik Denklemlerle Elde Edilen P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği ve Edilmediği Durumlardaki Periyotların Karşılaştırılması

MODEL	ANALİTİK PERİYOT DEĞERLERİ (s)			
MODEL	т	Τ_Ρ-Δ	FARK	
M1_10_KATLI	1,0415	1,0508	0,89%	
M2_15_KATLI	1,5622	1,5833	1,33%	
M3_20_KATLI	2,0829	2,1205	1,77%	
M4_30_KATLI	3,1244	3,2098	2,66%	
M5_40_KATLI	4,1659	4,3191	3,55%	
M6_60_KATLI	6,2488	6,5999	5,32%	

Ele alınan modellerin analitik denklemlerle çözülmesi ile P-Delta etkisi dikkate alınarak ve alınmadan elde edilen periyot değerleri Çizelge (4.70)'te tablo olarak karşılaştırılmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde kat sayısının artmasıyla hata oranları da artış göstermektedir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında kat sayısının az olduğu yapılarda P-Delta etkisi ihmal edilebilecek boyutlarda iken çok katlı yapılarda bu durum ihmal edilemeyecek oranlara doğru artış göstermektedir.

MODEL	SAP2000 PERİYOT DEĞERLERİ (s)			
MODEL	т	Τ_Ρ-Δ	FARK	
M1_10_KATLI	1,0803	1,0888	-0,79%	
M2_15_KATLI	1,6406	1,6610	-1,24%	
M3_20_KATLI	2,2180	2,2561	-1,72%	
M4_30_KATLI	3,4385	3,5334	-2,76%	
M5_40_KATLI	4,7702	4,9597	-3,97%	
M6_60_KATLI	7,8683	8,4385	-7,25%	

Çizelge 4.71. Kolon eksenel deformasyonları dahil edilen SAP2000 Programı ile Elde Edilen P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği ve Edilmediği Durumlardaki Periyotların Karşılaştırılması

Kolon eksenel deformasyonlarının dikkate alınması durumu için ele alınan gerçek modellerin SAP2000 programıyla çözülmesi ile P-Delta etkisi dikkate alınarak ve alınmadan elde edilen periyot değerleri Çizelge (4.71)'te tablo olarak karşılaştırılmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde kat sayısının artmasıyla hata oranları da artış göstermektedir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında kat sayısının az olduğu yapılarda P-Delta etkisi ihmal edilebilecek boyutlarda iken çok katlı yapılarda bu durum ihmal edilemeyecek oranlara doğru artış göstermektedir.

4.6.3. Diğer Yönetmeliklerde Verilen Yaklaşık Periyot Formülleri ile Kıyas

Bazı deprem yönetmeliklerinde henüz ön tasarım aşamasındayken, meydana getirilecek yapıların periyotlarını elde edebilmek amacıyla bazı yaklaşık formüller geliştirilmiştir. Bu formüller yapının düşey yüklerden dolayı oluşacak ikinci mertebe etkilerinin dikkate alınmadığı durum için geçerlidir.

Ağırlığı ihmal edilmiş kesme tipi yapıların periyodu yapının yüksekliği ile orantılı olduğu Denklem(40) ile verilen ifade de görülmektedir.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\lambda\mu} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}H^2}}} = \frac{4H}{\sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}}}$$
(4.107)

Denklem (4.107)'deki karekök ifadesi dalga denklemindeki dalga hızına eşittir. Denklem tekrar düzenlenerek (4.108) numaralı denklemde verildiği şekilde yazılabilir.

$$T_{-1} = \frac{4H}{c}$$
, $c = 75 - 200$ m/s (4.108)

Denklem (4.108)'de tanımlanan yaklaşık hakim periyot hesabı yapının toplam yüksekliğine ve dalga hızına göre yaklaşık olarak bulunabilmektedir. c ile ifade edilen dalga hızı betonarme ve çelik yapılarda genel olarak 75 ila 200 m/s aralığında değerler alabilir(Iwan, 1997). Bu çalışmada c değeri 120 m/s olarak ele alınarak analitik çözüm yöntemi ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılacaktır.

Uniform Building Code (UBC)'de, farklı tipte yapılar için, yapının periyodu ile yapının toplam yüksekliği arasında ilişki kurularak Denklem (4.109)'da verildiği gibi yaklaşık bir formülasyon verilmektedir.

$$T_{-UBC} = 0.0853 * H^{3/4}$$
(4.109)

NEHRP Provisions (NEHRP 2003) de yapının periyodunu yaklaşık olarak elde edilebilmek için Denklem (4.110)'da verildiği gibi benzer bir formülasyon sunmaktadır. Denklemde H toplam yapı yüksekliğini ifade ederken C ve x katsayıları yapının tipine bağlı olarak ele alınan katsayılardır. Burada C katsayısı 0,0466-0,0731 arasında, x katsayısı ise; 0,75-0,90 arasındadır.

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}^* \mathbf{H}^{\mathbf{x}} \tag{4.110}$$

Ayrıca NEHRP(2003) 12 kata kadar olan yapılar için Denklem (4.111) ile alternatif bir yaklaşık periyot formülasyonu da vermektedir. Denklemde verilen N, en az 3 m kat yüksekliğine sahip yapının kat sayısını ifade etmektedir.

$$T_{NEHRP} = 0.1*N$$
 (4.111)

Çizelge 4.72. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm İle Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçlar

MODEL	P- Δ ETKİSİZ PERİYOT (s)			
	ANALİTİK	T_1	Т_ивс	T_NEHRP
M1_10_KATLI	1,0415	1,0000	1,0934	1,0000
M2_15_KATLI	1,5622	1,5000	1,4820	1,5000
M3_20_KATLI	2,0829	2,0000	1,8389	2,0000
M4_30_KATLI	3,1244	3,0000	2,4925	3,0000
M5_40_KATLI	4,1659	4,0000	3,0927	4,0000
M6_60_KATLI	6,2488	6,0000	4,1918	6,0000

Çizelge 4.73. P-Delta Etkisinin İhmal Edildiği Durum İçin Analitik Çözüm İle Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

MODEL	HATA ORANLARI			
MODEL	ANALİTİK & T_1	ANALİTİK & T_UBC	ANALİTİK & T_NERHP	
M1_10_KATLI	3,98%	-4,99%	3,98%	
M2_15_KATLI	3,98%	5,13%	3,98%	
M3_20_KATLI	3,98%	11,72%	3,98%	
M4_30_KATLI	3,98%	20,23%	3,98%	
M5_40_KATLI	3,98%	25,76%	3,98%	
M6_60_KATLI	3,98%	32,92%	3,98%	

MODEL	P-∆ ETKİLİ PERİYOT				
MODEL	ANALİTİK	T_1	T_UBC	T_NEHRP	
M1_10_KATLI	1,0651	1,0000	1,0934	1,0000	
M2_15_KATLI	1,6159	1,5000	1,4820	1,5000	
M3_20_KATLI	2,1796	2,0000	1,8389	2,0000	
M4_30_KATLI	3,3470	3,0000	2,4925	3,0000	
M5_40_KATLI	4,5712	4,0000	3,0927	4,0000	
M6_60_KATLI	7,2074	6,0000	4,1918	6,0000	

Çizelge 4.74. P-Delta Etkisinin Dikkate Alındığı Durum İçin Elde Edilen Analitik Çözüm İle Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçlar

Çizelge 4.75. P-Delta Etkisinin Dikkate Alındığı Durum İçin Analitik Çözüm İle Yaklaşık Periyot Denklemlerinden Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması

MODEL	HATA ORANLARI			
WODEL	ANALİTİK & T_1	ANALİTİK & T_UBC	ANALİTİK & T_NERHP	
M1_10_KATLI	6,11%	-2,66%	6,11%	
M2_15_KATLI	7,17%	8,29%	7,17%	
M3_20_KATLI	8,24%	15,63%	8,24%	
M4_30_KATLI	10,37%	25,53%	10,37%	
M5_40_KATLI	12,50%	32,34%	12,50%	
M6_60_KATLI	16,75%	41,84%	16,75%	

4.6.4. Tepe Deplasmanı, Taban Kesme Kuvveti ve Taban Momentinin Karşılaştırılması

Referans olarak alınan üç boyutlu 10 katlı yapı modeline UBC97 Tepki Spektrumu kullanılarak deprem yükü uygulanmıştır. Etkin Yer İvme Katsayısı (A₀) 0,3 ve Taşıyıcı Sistem Davranış Katsayısı (R) ise 1 olarak dikkate alınarak dinamik analizi yapılmıştır. SAP2000 programı ile yapılan analiz sonucu yapının tepe deplasmanı, tabanda oluşan taban kesme kuvveti ve taban momenti değerleri alınmıştır. Analitik yöntemle de çözümü yapılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.76, Çizelge 4.77 ve Çizelge 4.78 ile verilmektedir. Tablolardan da görüleceği üzere sonuçlar çok küçük hata oranlarında birbirine yakınsaklık göstermektedir. Özellikle tabanda oluşan kesme kuvveti değerleri hemen hemen birbirinin aynısı şeklinde elde edildiği gözlemlenmiştir.

Yanal deplasman, taban kesme kuvveti ve taban momentinin elde edilmesinde kullanılan denklemler şu şekilde ele alınmıştır.

Tepe noktasında oluşacak maksimum deplasman;

 $u[\mathbf{n}, \zeta] := \Gamma[n] * \phi[n, \zeta] * Sd$

 $u_{\mathrm{top},n} = \Gamma_{\mathrm{utop},n} * \mathrm{Sd}$

Tabanda oluşacak kesme kuvveti için;

$$V_{B,n} = \int_{\zeta}^{1} m * \phi[n,s] * \Gamma_n * S_a * H \, ds$$

$$V_{B,n} = mH * S_a \int_{\zeta}^{1} \phi[n,s] * \Gamma_n \, ds$$

Tabanda oluşacak moment için;

$$M[\mathbf{n}, \zeta] := m * S_a * H^2 \int_{\zeta}^{1} \phi[\mathbf{n}, s] * \Gamma[\mathbf{n}] * s \, ds$$
$$M_B[\mathbf{n}] := H^2 m * S_a \int_{0}^{1} \phi[\mathbf{n}, \zeta] * \Gamma[\mathbf{n}] * \zeta \, d\zeta$$

Çizelge 4.76. Tepe deplasmanlarının Analitik çözüm ve SAP2000 programı sonuçları ile karşılaştırılması

TEPE DEPLASMANI (mm)			
SAP2000 ANALİTİK HATA ORANI			
10,661 10,4943 1,56%			

Çizelge 4.77. Taban Kesme Kuvvetinin Analitik çözüm ve SAP2000 programı sonuçları ile karşılaştırılması

TABAN KESME KUVVETİ (kN)			
SAP2000 ANALİTİK HATA ORANI			
2237	2249	-0,54%	

Çizelge 4.78. Taban Momentinin Analitik çözüm ve SAP2000 programı sonuçları ile karşılaştırılması

TABAN MOMENTİ (kN)		
SAP2000	ANALİTİK	HATA ORANI
43524,5	42961	1,29%

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Depreme maruz kalan kesme tipi yapılarda ağırlık dikkate alınması gereken önemli bir karakteristiktir. Bu çalışmada, ağırlık etkisi göz önüne alınmış ve alınmamış kesme tipi yapıların hareket denklemleri oluşturularak kapalı formda çözümü elde edilmiş ve yapısal analiz programları kullanılarak oluşturulan modellerden elde edilen sonuçlarla kıyaslanması incelenmiştir.

- Ankastre sürekli kesme kiriş tipi yapılar için P-Delta etkisi dikkate alınarak çıkarılan hareket denklemlerinin doğruluklarını sorgulamak için ETABS ve SAP2000 programları kullanılmıştır. ETABS ta oluşturulan modellerde P-delta etkisini dikkate alan doğrusal olmayan çözümlemelerin doğru olduğuna emin olmak için tek katlı sistem için P-Delta etkisini göz önüne alan kapalı formdaki periyot denklemi ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. ETABS ta oluşturulan bu modeller kapalı formdaki periyot denklem sonucu ile ve deney sonuçları ile kabul edilebilir yakınlık içinde olduğu görülmüştür.
- Kapalı formdaki denklemlerin çıkarılışında yapılan kabuller ETABS ve SAP2000 de oluşturulan 2 ve 3 Boyutlu yapı modellerinde dikkate alındığında kapalı formdaki denklem sonuçları ile yapısal analiz programları ile oluşturulan modellerin sonuçları çok küçük hata oranı ile aynı çıkmıştır.
- Analitik çözümle elde edilen sonuçları ile yapıların iki boyutlu ETABS modellerinden elde edilen hakim periyot değerlerinin, kat sayısı arttıkça kabul edilebilir oranlarda yakınsaklık sağlandığı görülmektedir. Bununla beraber P-Delta etkisinin dikkate alındığı durumda sonuçlar daha hassas şekilde yakınsaklık göstermiştir. Yapının kat sayısına bağlı olarak yüksekliğindeki ve dolayısıyla da ağırlığındaki artış ile beraber β katsayısı da artış göstermektedir.
- Kolon kiriş moment aktaran çerçeve taşıyıcı sisteminden oluşan çok katlı binalarda eksenel deformasyonların ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumlarda yapı kesme kiriş tipi davranış sergilemekte elde edilen analitik denklemlerle yeterli yakınsaklıkta sonuç vermektedir.

- Bu çalışma kapsamında elde edilen sonuçlardan yapıların 40 katın üzerinde olması durumunda kolonlarda eksnel deformasyonların ihmal edilmemesi gerektiği görülmektedir.
- ✓ 40 katın üzerindeki yapılarda yapı davranışı kesme kiriş tipi davranıştan eğilme tipi kiriş davranışa yöneldiğinden kesme tipi yapılar için geliştirlen denklemlerin verdiği hata oranı artmaktadır.
- ✓ Analitik çözümle elde edilen sonuçlar ile;
 - P-Delta etkisinin olduğu durumda, kolon eksenel deformasyonları ihmal edilen üç boyutlu SAP2000 modellerinden elde edilen sonuçlar kolon eksenel deformasyonlarının dahil edildiği duruma göre daha yakınsak sonuçlar vermiştir. Ayrıca bu sonuçların P-Delta etkisinin ihmal edilmesi durumuna göre elde edilen sonuçlardan daha hassas olarak elde edildiği gözlenmiştir.
- Uygulanan analitik çözüm yöntemi, 3 boyutlu gerçek modeller üzerinde kabul edilebilir oranlarda yakın sonuçlar vermiştir. Özellikle de P-Delta etkisinin dikkate alındığı durumlarda bu hassasiyet artmaktadır.
- ✓ Ayrıca özdeğer ve mod şekilleri için de denklemler gösterilmektedir. Ağırlığın etkisiyle yapıda ek moment dağılımı ortaya çıktığı görülmektedir. Bu tip yapılar için tanımlanan boyutsuzlaştırılmış β karakteristiği yapının kararlılığını idare etmektedir. Ağırlığın göz önüne alınmadığı durumlarda kesme tipi yapılarda β ihmal edilmektedir. Ağırlık etkisi dikkate alındığında rijitlik dağılımı azalmakta, daha uzun periyotlar ve farklı mod şekilleri oluşmaktadır.
- ✓ β değerinin göreli deplasman mod şekline olan etkisi deplasman mod şekline olan etkisinden ve β değerinin özdeğerlere olan etkisi deplasman mod şekillerine olan etkisinden daha fazla olduğu görülmüştür.
- ✓ Tekeli(2006) tez çalışmasında kullanılan ve bu çalışmada referans olarak ele alınan modelin çözümü verilen yanal yükleme altındaki 10 katlı 3 boyutlı bir yapının deprem hesapları SAP2000 programı ile yapılmış ve sonuçlar kapalı

formda elde edilen denklem sonuçları ile kıyaslanmıştır. Söz konusu yapının tepe deplasmanı, taban kesme kuvveti ve taban momenti çok iyi bir yakınsaklıkla elde edilmiştir.

- Bu çalışmada sunulan analitik çözüm yöntemi, çerçeve sistemlerden oluşan çok katlı yüksek yapılar için ele alınan modeller incelendiğinde bilgisayar ortamında üç boyutlu olarak modelleme yapmaya gerek duyulmadan hızlı ve gerçekçi bir şekilde yapıların ön boyutlandırmasında kullanılabileceği görülmektedir.
- Çok katlı yüksek yapılar için önerilen çözüm metodu aynı zamanda mevcut yapıların durum değerlendirmesinde ve deprem etkisi altındaki performanslarının tahmin edilmesinde de bilgi verebilmektedir.
- Bu çalışmada sürekli kesme kiriş modeli ile sürekli eğilme tipi kiriş modellerinin dinamik davranış açısından kapsamlı karşılaştırılmaları yapılmıştır. Bu değerlendirmeler Bölüm 4.1.' de verilmiştir.

KAYNAKLAR

- Ayzit, Ö., (2007), " Mevcut Bir Yüksek Yapıda Rüzgâr Yükü Nedeniyle Meydana Gelecek P-Delta Etkileri", Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- Bakırtaş, 2005 Yaylar, Çubuklar ve Çubuk Sistemlerde Mekanik Titreşimler Ders Notları. İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- BSSC, The 2000 Nehrp Recommended Provisions For New Buildings And Other Structures. Fema 368. 2003: Building Seismic Safety Council.
- Celep, Z. Ve Kumbasar N., 2001 Yapı Dinamiği İ.T.Ü İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- Celep, Z. Ve Kumbasar, N., 2000.Deprem Mühendisliğine Giriş Ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı. İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- Chopra, Anil, K., 2001 Dynamics Of Structures California Univercity USA
- Doran, B. Ve Alacalı, S. N., (2004), Yapısal Analiz Programı Sap2000 Bilgi Aktarımı Ve Kullanımı, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- ETABS (Extended 3D Analysis of Building Systems) v.9.0
- Gulkan, P. And S. Akkar, A Simple Replacement For The Drift Spectrum. Engineering Structures, 2002. 24: P. 1477-1484.
- Iwan, W.D., Drift Spectrum: Measure Of Demand For The Earthquake Ground Motions. Journal Of Structural Engineering, Asce, 1997. 123(4): P. 397-404.
- Iyengar, R.N. And M. Shinozuka, Effect Of Self-Weight And Vertical Accelaration On The Behavior Of Tall Structures During Earthquake. Earthquake Engineering And Structural Dynamics, 1972. 1: P. 69-78.
- Iyengar, R.N. And M. Shinozuka. Effect Of Vertical Ground Motion On The Response Of Cantilever Structures. İn Sixth World Conference On Earthquake Engineering. 1977. New Delhi, India.
- Kim, J. And K. Collins, R., Closer Look At The Drift Demand Spectrum. Journal Of Structural Engineering, 2002. 128(7): P. 942-945.
- Macrae, G., (1994), " P _ Effects On Single Degree Of Freedom Structures In
- **Earthquakes**'', Journal Of Earthquake Engineering Research Institute, 10(3):539-569
- Mertayak, C., (2009), "Yapı Modellerinin Dinamik Davranışlarının Deneysel Ve Teorik İncelenmesi", Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay
- Polat, Z., (2001), Deprem Mühendisliği Ders Notları.
- CSI, SAP2000 v10.0.1, Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures Basic Analysis Reference Manual. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA
- Şahin M., Öztürk M., Türker H. T., **Üniform Kesme Tipi Yapılarda Ağırlığın Etkisi,** XIV. Ulusal Mekanik Kongresi, 12-16 Eylül 2005, Hatay
- Şahin M., Ozturk M., **Uniform Shear Buildings under the Effect of Gravity Loads,** Journal Of Engineering Mechanics © ASCE / JANUARY 2007
- Tekeli, H., (2006), "Deprem Tasarımında Ötelenmenin ve Enerj Tüketiminin Kontrolü" Doktora Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Isparta
- Timoshenko, S., Theory Of Structures. 1971, Newyork: Mcgraw Hill. 598-603.

Türker H. T., Mertayak C., Kocaman S, Application of Digital Image Processing Technique on the Study of Dynamic Response of Structural Models on an Educational Shake Table, 9th International Congress on Advances in Civil Engineering, 27-30 September 2010 Karadeniz Technical University, Trabzon, Turkey

Uniform Building Code. International Conference Of Building Officials. 1994, Whittier.

Westermo, B.D., Gravity And Dynamic Response Of Vertical Beams. Journal Of Engineering Mechanics, Asce, 1981. 107(October): P. 917-934.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam sırasında bana her türlü yardımlarını, gerek maddi, gerekse manevi desteklerini esirgemeyen çok değerli danışman hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. Hakan Tacettin TÜRKER' e sonsuz teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım sırasında maddi ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, hayatımın her aşamasında bana destek olan ve bu günlere gelmemi sağlayan aileme teşekkürlerimi sunarım.

Hacer ÇOLAK

ÖZGEÇMİŞ

1984 yılında Yozgat' ta doğdum. İlkokula Elazığ' da başlayarak daha sonra orta ve lise öğrenimime Bursa'da Bursa Kız Lisesi' nde devam ettim. Lise öğrenimimi 2002 yılında Hatay Antakya Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi' nde tamamladım. 2003 yılında girdiğim Hatay Mustafa Kemal Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği bölümünden 2007 yılında mezun oldum. 2007 yılının güz döneminde Hatay Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimime başladım. Özel bir şirkette çelik yapılar üzerine proje mühendisi olarak çalışmaktayım.