



MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI

SİNÜZOİDAL KIRIŞIK DUVARLI YARI-SONSUZ PARALEL PLAKALI  
DALGA KILAVUZUNDAN TEM MODUNDA ELEKTROMANYETİK  
DALGALARIN İŞİNİMİ

EKİN ASLAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Antakya / HATAY

OCAK-2011



MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI

SİNÜZOİDAL KIRIŞIK DUVARLI YARI-SONSUZ PARALEL PLAKALI  
DALGA KILAVUZUNDAN TEM MODUNDA ELEKTROMANYETİK  
DALGALARIN IŞINIMI

EKİN ASLAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Antakya/HATAY

OCAK-2011

**MUSTAFA KEMAL ÜNİVERSİTESİ**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SİNÜZOİDAL KIRIŞIK DUVARLI YARI-SONSUZ PARALEL PLAKALI  
DALGA KILAVUZUNDAN TEM MODUNDA ELEKTROMANYETİK  
DALGALARIN IŞINIMI**

**EKİN ASLAN**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Yrd.Doç.Dr.Yakup HAMEŞ danışmanlığında hazırlanan bu tez 04/01/2011 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. Yakup HAMEŞ  
Jüri Başkanı

Yrd.Doç.Dr.Emin ÜNAL  
Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Serdar YILDIRIM  
Jüri Üyesi

Bu tez Enstitümüz Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

**Kod No:**

Prof.Dr. Necat AĞCA  
Enstitü Müdürü

**Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların, kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.**

**İÇİNDEKİLER**

	Sayfa
ÖZET .....	II
ABSTRACT .....	III
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	IV
1. GİRİŞ .....	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM .....	6
3.1. Tezde Kullanılan Notasyon .....	7
4. PROBLEMİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ .....	8
4.1. Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması .....	45
5. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA .....	50
5.1. Işınan Alanın Analizi .....	50
6. SONUÇ ve ÖNERİLER .....	54
KAYNAKLAR .....	56
TEŞEKKÜR .....	58
ÖZGEÇMİŞ .....	59

**ÖZET**

Düzlemsel elektromanyetik dalgaların, dalga kılavuzundan ışıını problemlerinin çözümünde, kılavuzun fiziksel ve geometrik yapısı önemli rol oynar. Genellikle tek başına Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülebilen bu tip problemlerde, dalga kılavuzunun duvarlarında sinüzoidal kırışıklık olması durumunda ortaya çıkan çekirdek fonksiyonunun çözümlü için sınır koşullarına pertürbasyon seri açılımları uygulanarak Wiener-Hopf eşitlikleri elde edilmesi ile çözülebilmektedir. Bu çalışmada, mükemmel iletken, yarı-sonsuz, paralel plakalı, sinüzoidal kırışıklıklı ve içi dielektrikle dolu bir dalga kılavuzundan TEM modunda düzlemsel dalganın ışıını incelenmektedir. Geometrinin içerdđi sinüzoidal kırışıklıktan gelen karmaşıklıklar pertürbasyon metodu kullanılarak çözümlenmektedir.

2010, 59 sayfa

**Anahtar Kelimeler:** Wiener-Hopf tekniği, dalga kılavuzu, radyasyon, sinüzoidal kırışıklık

**ABSTRACT**

In the problem of plane electromagnetic wave radiation from a waveguide, the physical and geometric structure plays an important role. These problems which can generally be solved by using only Wiener-Hopf technique can be solved with obtaining Wiener-Hopf equations by applying perturbation series expansions to boundary conditions for the solution of kernel function existing in case of sinusoidal corrugation on walls of the waveguide. In this study TEM mode plane wave radiation from a perfectly conducting, semi-infinite, parallel-plate, with sinusoidal corrugation and dielectric filled waveguide is investigated. The complicacy arising from sinusoidal corrugation that the geometry contains can be solved perturbation method.

2010, 59 pages

**Keywords:** Wiener-Hopf technique, waveguide, radiation, sinusoidal corrugation

**ŞEKİLLER DİZİNİ**

	Sayfa
Şekil 4.1. Problemin geometrisi .....	8
Şekil 4.2. Kompleks $\alpha$ düzlemi .....	13

## 1. GİRİŞ

Paralel yarım düzlem sistemlerinden düzlemsel akustik veya elektromanyetik dalgaların ışınımı, çeşitli mühendislik ve matematik uygulamaları açısından önemlidir. Bundan dolayı; plaka kalınlıklarının ihmal edilebilir derecede ince olduğu, mükemmel iletken, açık uçlu, paralel yarım düzlem dalga kılavuzundan ışınımı, Weinstein (1969) çözümü bir integral denkleme dönüştürerek incelemiştir. Mittra and Lee (1971) sonsuz ince kalınlıklı mükemmel iletken, açık uçlu paralel yarım düzlem dalga kılavuzundan ışınım ve kırınımı, Wiener-Hopf tekniğini kullanarak çözmüşlerdir.

Mükemmel iletkenlik ve tam anlamıyla düz olma özellikleri pratikte mümkün olmadığından bozunumlu ve empedans özelliği gösteren yüzeylere bozunum veya kırışıklık adı verilmektedir. Bina çatlarını, deniz dalgasını, nano yapıları, vb. modelleme fırsatı verebileceği için bu türden çalışmanın konusunu teşkil eder. Bu çalışma özellikle elektromanyetik ışınım, kırınım ve yayılım bakımından nano yapıları modelleye yardımcı olacaktır.

Paralel yarım düzlem sistemlerinden ışınım için, genellikle Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak çözüm bir matris Wiener-Hopf denklemine indirgenir. Sadece bazı özel haller için özel teknikler kullanılarak çekirdek matrislerin Wiener-Hopf faktörizasyonu yapılabilmektedir. Ancak dalga kılavuzunun plakalarının yapısının bozunuma uğramış olması ve belirli bir empedansa sahip olması durumunda sınır koşulları oldukça karmaşık bir hal alır. Normal olarak tek başına Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülebilen bu tip problemler ek olarak pertürbasyon metodu yardımıyla ancak çözülebilmektedir. Bu tür sınır değer problemlerinde pertürbasyon seri açılımları kullanılarak Wiener-Hopf eşitliklerinin sıfıncı ve birinci mertebeden çözümleri elde edilmektedir.

Bu çalışmada dielektrik materyal ile dolu, duvarları sonsuz ince kalınlıklı, mükemmel iletken paralel düzlem dalga kılavuzundan TEM modunda elektromanyetik dalganın ışınımı, mod uydurma yöntemiyle birlikte Wiener-Hopf tekniği kullanılarak analiz edilmektedir. Dielektrik dolgunun varlığı Wiener-Hopf probleminin çözümünde karşılaşılan çekirdek fonksiyonunun faktörizasyonunu matematiksel açıdan oldukça zorlaştırmaktadır ve yine sinüzoidal kırışıklığın etkisi bir mertebe daha türev oluşturarak



birinci mertebeden türevler Şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Klasik Fourier dönüşüm tekniğinin kullanılması, bilinen yöntemlerle çözülemeyen modifiye matris Wiener-Hopf denklemine yol açmaktadır. Bu çalışmada duvar kırıŐıklıĐının etkisi, Kobayashi ve Zheng (2008)'in bahsettiği ve Taylor serisi açılımı olarak uyguladığımız pertürbasyon yöntemi yardımıyla belirlenmektedir. Böylece sonuçtaki elde edilen sıfırncı ve birinci mertebeden modifiye Wiener-Hopf denklemleri ayrıŐtırılmıŐ olacaktır. Dalga kılavuzu bölgesinde saçılan alan normal mod serilerine açılmıŐ ve diğer yerlerde Fourier dönüşüm tekniği kullanılmıştır. Böylece, her bir uyarım için standart yöntemlerle çözülebilen ikinci türden skaler modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir. Her bir eşitlik için çözüm sonsuz lineer cebirsel denklem sistemini sağlayan sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içerir. Böyle bir denklem sisteminin sayısal çözümlenmesiyle kırışıklığın ıŐınıma etkisi ortaya çıkarılır.

## 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Yarı-sonsuz ve paralel mükemmel iletken yarım düzlem yapıyı Abrahams (1987) ve Abrahams and Wickham (1991) ele almışlardır. Daha sonra problemi Topsakal ve ark. (1994) matris Wiener-Hopf denklemine indirgeyerek, İdemen (1979) tarafından ve bunlardan bağımsız olarak da Abrahams and Wickham (1991) tarafından geliştirilen zayıf faktörizasyon yöntemini kullanarak çözmüşlerdir. Sonsuz geniş bir empedans düzlemi ile buna paralel olarak yerleştirilmiş, alt ve üst yüzeyleri farklı empedans özelliği gösteren bir yarım düzlemden oluşmuş paralel plakalı bir dalga kılavuzundan ışınım problemini, empedansla yüklenmiş horn anten ve yüzey dalga fırlatıcısı gibi iki önemli anten tipi olarak ele alan Rulf and Hurd (1978) alt ve üst yüzeylerin empedanslarının  $Z_1 + Z_2 = 0$  koşulunu sağladıkları özel hal için bir skaler Wiener-Hopf denklemine indirgeyerek çözmüşlerdir. Büyükaksoy and Birbir (1998) aynı problemi tekrar ele alıp  $Z_1 + Z_2 \neq 0$  hali için mod uydurma yöntemiyle birlikte Wiener-Hopf tekniğini kullanarak genelleştirmişlerdir.

Yarı-sonsuz ve paralel mükemmel iletken yarım düzlem yapıyı, dalga kılavuzu bölgesi farklı iki dielektrikle dolu durum için Büyükaksoy ve ark. (2001) sınır değer problemini iki adet birbiriyle bağımsız modifiye Wiener-Hopf denklemine doğrudan indirgeyerek ele almışlar ve dielektriğin etkisini incelemişlerdir.

Büyükaksoy ve Birbir (2000) ise empedans yüklü paralel plakalı dalga kılavuzundan baskın TEM modunda dalganın ışınımını analiz etmek için, Fourier dönüşümü ile birlikte mod uydurma metodunu içeren hibrit bir metod kullanmışlardır ve kullandıkları hibrit metod ile ilgili sınır değer problemini ikinci çeşit modifiye Wiener-Hopf eşitliğine indirgemişlerdir. Yine Birbir ve Büyükaksoy (2002), iki boyutlu dikdörtgen horndan baskın TEM modunda dalganın ışınımını analiz etmek için mod uydurma yöntemi ile birlikte Fourier dönüşümü yöntemini kullanmışlardır ve ilgili sınır değer problemini üçüncü çeşit modifiye Wiener-Hopf eşitliğine indirgemişlerdir. Alkumru ve ark. (2002) da empedans yüklü basamak süreksizliğine sahip paralel plakalı dalga kılavuzundan baskın modun ışınımını Wiener-Hopf tekniği yoluyla analiz etmişlerdir. Saçılan alanın Fourier dönüşümünü tanımlayarak ve sınır koşullarının Fourier formunu kullanarak problemi

üçüncü çeşit modifiye Wiener-Hopf eşitliğine indirgemiş ve asimptotik olarak çözmüşlerdir.

Hameş ve Tayyar (2005), iki parçalı dielektrik materyal ile dolu, duvarları kalınlıklı, empedans özelliği gösteren paralel düzlem dalga kılavuzundan  $E_z$  -polarize düzlemsel bir elektromanyetik dalganın ışınımını mod uydurma yöntemiyle birlikte Wiener-Hopf tekniği kullanarak analiz etmektedirler. Çalışmalarında dielektrik yük katkısının Wiener-Hopf probleminin çözümünde karşılaşılan çekirdek fonksiyonunun faktörizasyonunu zorlaştırdığını ve klasik Fourier dönüşüm tekniğinin kullanılmasının bilinen yöntemlerle çözülemeyen modifiye matris Wiener-Hopf denklemine yol açtığını belirlemişlerdir. Orijinal problemi çift ve tek uyarımlara ayırmışlar, dalga kılavuzu bölgesinde saçılan alan normal mod serilerine açarak ve diğer yerlerde Fourier dönüşüm tekniği kullanarak her bir uyarım için standart yöntemlerle çözülebilen ikinci türden skaler modifiye Wiener-Hopf denklemi elde etmişlerdir. Her bir eşitlik için sayısal çözümü, dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için yaparak bu parametrelerin ışınım olaylarına etkileri incelemişlerdir.

Büyükaksoy ve Polat (1999) sert yüzeyli paralel plakalı kılavuzdan merkezdeki yumuşak-sert yarım düzleme geliştiki dominant modun kırınımını incelemiş ve mod uydurma metodu ile birlikte Fourier dönüşümü kullanarak ilgili sınır değer problemini modifiye Wiener-Hopf eşitliği olarak formüle etmişlerdir. Paralel yarım düzlemlerden kırınım konulu başka bir çalışma, Polat ve Büyükaksoy (2001)'in yapmış olduğu yarık empedans yüklü kılavuzdan e-polarizeli düzlem dalga kırınımını çalışmasıdır; mod uydurma yöntemi ile Fourier dönüşümü yöntemi kullanılarak problem ikinci çeşit modifiye Wiener-Hopf eşitliğine indirgenmiştir. Çınar ve Büyükaksoy (2001) da farklı empedanslara sahip, alt ve üst düzlemler ile ters yönde yerleştirilmiş düzleme sahip geometriden düzlem dalgaların kırınım problemini Fourier dönüşümü yöntemi ve mod uydurma yöntemi ile çözmüşler ve iki bağımsız Wiener-Hopf eşitliği elde etmişlerdir.

Paralel plakalı dalga kılavuzundan yayılım konusunda ise Demir ve Büyükaksoy (2005), akustik emici duvara sahip geniş bölmeli, silindirik tüp içinde sesin yayılımını Wiener-Hopf tekniği kullanarak incelemişlerdir. Tayyar ve ark. (2008) çalışmalarında, farklı derinlikli ve dielektrik dolgulu iki paralel dikdörtgen çıkıntıya sahip paralel plakalı

dalga kılavuzunda TEM modunda yayılımı analiz etmişlerdir. Yapı bir bant geçiren filtre olarak kullanılabilir. Üç parça halinde belirlenen sınır değer problemi Fourier integralleri kullanılarak iki eşzamanlı Wiener-Hopf eşitliğine dönüşmüştür. Yine Tayyar ve ark. (2008) sınırlı uzunlukta empedans yüklü, paralel plakalı dalga kılavuzunun bant geçiren filtre karakteristiklerini belirlemek için Wiener-Hopf yaklaşımı kullanmışlardır. İlgili sınır değer probleminin Fourier integralleri kullanılarak problem iki eşzamanlı Wiener-Hopf eşitlik haline getirilmiştir.

Nakayama (2000), bir TE düzlem dalganın bir apodize sinüzoidal yüzey tarafından saçılan genlik fonksiyonlarını belirlemek için bir Fourier integral eşitliği, tek ve çift saçılım genliklerini elde etmek için de pertürbasyon metodu kullanarak çözüm yapmıştır. Nakayama ve ark. (2001), bölge bölge sinüzoidal periodik loblara sahip düz iletkenden saçılım periodik yaklaşım adı verdikleri bir metodla çözmüşlerdir. Yine Nakayama ve ark. (2002), sonlu boyutlu sinüzoidal yüzeyden saçılımın matematiksel formülasyonu ile ilgilenmişlerdir. Kobayashi ve Zheng (2008) ise *E*-polarize gelen dalga için, pertürbasyon metodu ile birlikte Wiener-Hopf tekniği kullanarak, sinüzoidal duvar kırışıklıklı yarı-sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzundan kırınımı analiz etmişlerdir. Yine Kobayashi ve Zheng (2009), Sinüzoidal kırışık duvarlı yarı-sonsuz paralel düzlemlili bir dalga kılavuzundan kırınımı, gelen *H*-polarizeli düzlem dalga için, pertürbasyon metodu ile birleştirilmiş Wiener-Hopf tekniği kullanarak belirlemişlerdir.

### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu çalışmada; duvarları kalınlıksız, mükemmel iletken ve sinüzoidal kırışıklı, paralel plakalı ve içi dielektrikle dolu dalga kılavuzundan *TEM* modunda ışınım ele alınmıştır. Işınan alan analitik yöntemlerle çözülmesi ve dalga kılavuzunun dielektrik sabiti, kırışıklık parametreleri ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerlerinin ışınım etkilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Birinci bölümde ışınım probleminin formülasyonu, tek ve çift uyarımlara ayırmaksızın yapılmış, yine Wiener-Hopf tekniği ile birlikte mod uydurma yöntemi kullanılarak ikinci tür bir modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilmiştir. Benzer şekilde çözüm sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içeren lineer cebirsel denklem sistemine indirgenmiş ve bu lineer cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü elde edilerek, dielektrik sabiti, yüzey empedans, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için çözülüp bu parametrelerin ışınan alana etkileri incelenmiştir. Bu çalışmada sinüzoidal kırışık duvarlı yarı-sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzundan *TEM* modunda elektromanyetik dalganın radyasyonu incelenecektir. Problemin geometrisi Şekil 4.1.'deki gibi oluşturulacaktır; görüldüğü üzere kılavuz,  $x=0$  'da sonlanacak biçimde  $x$  -ekseni boyunca ve kılavuzun duvarları,  $y = \pm b$  'de konumlanmaktadır. Kılavuzun dielektrik bir malzeme ile doldurulmuş olduğu ve duvarlarının mükemmel iletken olduğu farz edilecektir. Kılavuz içinde gelen dalganın tespiti ve ilgili sınır ile süreklilik koşullarının yazılması ile problemin çözüm aşamasına geçilecektir. Radyasyon ve ayırıt koşulları kullanılarak gerekli indirgemeler yapılacaktır. Bulunan saçılan alan denkleminin ve ilgili sınır ile süreklilik koşullarının Fourier dönüşümü alınacak ve pertürbasyon metodu uygulanarak sıfırinci mertebeden ve birinci mertebeden eşzamanlı Wiener-Hopf eşitlikleri elde edilecektir. Bu elde edilen Wiener-Hopf çekirdekleri dekompozisyon metodu ile çözülecektir. Işınan alanın analitik çözümü, ters Fourier dönüşümü, mod uydurma metodu ve semer noktası yöntemi uygulanarak elde edilecektir. Dalga kılavuzundan ışınan alan sayısal yöntemler kullanılarak elde edilecektir.

Tezin ikinci bölümünde ise elde edilen sonuçlar tartışılmış ve gelecekteki çalışmaların neler olması gerektiği ifade edilmiştir.

### 3.1. Tezde Kullanılan Notasyon

Bu tezin hazırlanmasında uluslararası literatürde yaygın bir şekilde kullanılan notasyon kullanılmıştır. Tez içerisinde toplam dalga (  $T$  ), gelen dalga (  $i$  ), yansıyan dalga (  $r$  ) indisleri ile ifade edilmiş ve uzayın herhangi bir noktası kartezyen koordinat sisteminde (  $x, y$  ) ile, kutupsal koordinatlar sisteminde (  $\rho, \phi$  ) ile gösterilmiştir.

Ele alınan alanlar hep sabit  $\omega$  -açsal frekansa sahip monokromatik alanlar olup, bunlara ilişkin bütün terimlerin zamanla sinüzoidal olarak değiştiği ve zaman çarpanının  $e^{-i\omega t}$  şeklinde olduğu varsayılmaktadır. Bu çarpan çalışma boyunca açıkça yazılmayacaktır. Ayrıca kompleks büyüklüklerin reel kısımları  $\Re e(.)$  ve sanal kısımları  $\Im m(.)$  ile gösterilecektir. Örneğin,

$$z = \Re e(z) + i\Im m(z) \quad (3.1.)$$

yazılacaktır.

Tezde yaygın olarak kullanılan Fourier dönüşümü,

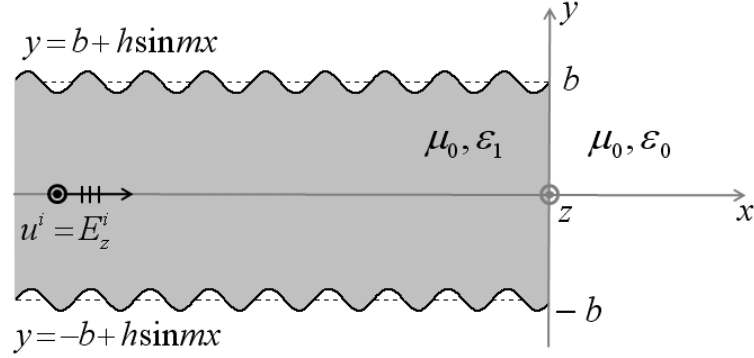
$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{i\alpha x} dx \quad (3.2.a.)$$

şeklinde, bu dönüşümün tersi olan ters Fourier dönüşümü de

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha)e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.2.b.)$$

olarak tanımlanmıştır.

#### 4. PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ



Şekil 4.1. Problemin geometrisi

Şekil 4.1.'de tanımlanmış yarı sonsuz kalınlıksız sinüzoidal kırışıklı paralel plakalı dalga kılavuzunda  $E_z$  polarizeli düzlemsel dalganın ışınımını ele alalım. Geometriyi,  $S_1$  ve  $S_2$  yüzeyleri ile tanımlayabiliriz (Şekil 4.1.):

$$S_1 = \{(x, y, z); x \in (-\infty, 0), y = b + h \sin mx, z \in (-\infty, +\infty)\} \quad (4.1.a.)$$

$$S_2 = \{(x, y, z); x \in (-\infty, 0), y = -b + h \sin mx, z \in (-\infty, +\infty)\} \quad (4.1.b.)$$

Burada  $h$  ve  $m$  pozitif sabit sayılardır.  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  sırasıyla serbest uzayın dielektrik ve manyetik geçirgenlik sabitleri olmak üzere  $k_0$  çok küçük pozitif bir sanal kısmının var olduğu kabul edilen serbest uzayın dalga sayısı olup  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  şeklinde tanımlanır. Kayıpsız durum ise, analiz sonunda  $\Im m(k_0) \rightarrow 0$  yaparak elde edilebilir.  $\epsilon_1$ , dielektrik dolgunun dielektrik geçirgenlik sabiti olmak üzere kılavuz içindeki dalga sayısı  $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_1}$  ile belirtilmektedir. Yine kayıpsız durum ise, analiz sonunda  $\Im m(k_1) \rightarrow 0$  yaparak elde edilebilir.

Kılavuzun içinde  $H_z^i = 0$  ve  $E_z^i = u^i(x)$  şeklindedir ve gelen alan bileşenleri aşağıdaki gibidir:

$$E_z^i = u^i(x) = e^{ik_1x}, \quad (4.2.a.)$$

$$H_y^i = \frac{i}{\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} u^i(x) = \frac{k_1}{\omega\mu_0} e^{ik_1x}. \quad (4.2.b.)$$

Analiz açısından toplam alanı ( $u^T$ ) ise aşağıdaki gibi ifade etmek uygundur:

$$u^T(x, y) = \begin{cases} u_1(x, y), & y > b \\ [u^i(x) + u_2^{(1)}(x, y)]H(-x) + u_2^{(2)}(x, y)H(x), & -b < y < b \\ u_3(x, y), & y < -b \end{cases} \quad (4.3.)$$

Toplam alanın sağlamış olduğu sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$u^T(x, \pm b + h \sin mx) = 0, \quad x < 0. \quad (4.4.a.)$$

Toplam alan; pertürbasyon metodu ile, Taylor Serisi (Kobayashi ve Zheng, 2008; Kobayashi ve Zheng, 2009) biçiminde ifade edilir:

$$u^T(x, \pm b + h \sin mx) \approx u^T(x, \pm b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u^T(x, \pm b) + O(h^2), \quad x < 0. \quad (4.4.b.)$$

Yine dalga kılavuzu içinde, kırışıklığın etkisi ile toplam alan bileşenleri için yaklaşık sınır koşulu, Taylor serisinin de yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u^T(x, \pm b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u^T(x, \pm b) + O(h^2) = 0, \quad x < 0. \quad (4.4.c.)$$



Burada plaka kırışıklığı genliği  $h$  'in yayılan dalğanın  $\lambda$  dalga boyuna kıyasla çok küçük olduğu ve  $O(h^2) \rightarrow 0$  kabul edilmektedir ve (4.4.b.) ile (4.4.c.) eşitlikleri kullanılarak (4.4.a.) denklemini

$$u^T(x, \pm b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u^T(x, \pm b) = 0, x < 0 \quad (4.5.)$$

halini alır.

İşinim probleminin çözümü için gerekli taylor serisi yardımıyla elde edilen yaklaşık sınır koşulları, (4.5.) eşitliği dikkate alınarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$u_1(x, b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) = 0, \quad x < 0, \quad (4.6.a.)$$

$$u_2^{(1)}(x, b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(1)}(x, b) = 0, \quad x < 0, \quad (4.6.b.)$$

$$u_2^{(1)}(x, -b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(1)}(x, -b) = 0, \quad x < 0, \quad (4.6.c.)$$

$$u_3(x, -b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) = 0, \quad x < 0. \quad (4.6.d.)$$

Süreklilik koşulları ise;

$$u^i(0) + u_2^{(1)}(0, y) = u_2^{(2)}(0, y), \quad -b < y < b, \quad (4.6.e.)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u^i(0) + \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(1)}(0, y) = \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(2)}(0, y), \quad -b < y < b, \quad (4.6.f.)$$

$$u_1(x, b) = u_2^{(2)}(x, b), \quad x > 0, \quad (4.6.g.)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) = \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, b), \quad x > 0, \quad (4.6.h.)$$

$$u_3(x, -b) = u_2^{(2)}(x, -b), \quad x > 0, \quad (4.6.i.)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) = \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, -b), \quad x > 0 \quad (4.6.j.)$$

olarak belirlenir.

$u_1(x, y)$  ve  $u_3(x, y)$  fonksiyonları,  $x \in (-\infty, \infty)$  aralığında

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \right) u_1(x, y) = 0 \quad (4.7.a.)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \right) u_3(x, y) = 0 \quad (4.7.b.)$$

biçiminde Helmholtz denklemini sağladığı için bu fonksiyonların  $x$  'e göre Fourier dönüşümleri

$$F(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_1(x, y) e^{i\alpha x} dx, \quad (4.7.c.)$$

$$H(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_3(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (4.7.d.)$$

olarak tanımlanmakta olup bu iki fonksiyona ait Helmholtz denklemlerinin Fourier dönüşümleri ise aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k_0^2 - \alpha^2) \right] [F(\alpha, y)] = 0, \quad (4.7.e.)$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k_0^2 - \alpha^2) \right] [H(\alpha, y)] = 0. \quad (4.7.f.)$$

Fourier dönüşümünün toplamsallık özelliğinden dolayı

$$F_{\pm}(\alpha, y) = \pm \int_0^{\pm\infty} u_1(x, y) e^{i\alpha x} dx, \quad (4.7.g.)$$

$$H_{\pm}(\alpha, y) = \pm \int_0^{\pm\infty} u_3(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (4.7.h.)$$

yazılabilir ve buradan hareketle

$$F(\alpha, y) = F_+(\alpha, y) + F_-(\alpha, y), \quad (4.7.i.)$$

$$H(\alpha, y) = H_+(\alpha, y) + H_-(\alpha, y) \quad (4.7.j.)$$

elde edilir.  $u_1$  ve  $u_3$  'in  $x \rightarrow \pm\infty$  için

$$u_1(x, y) = O\left(e^{ik_0|x|}\right), \quad x \rightarrow \pm\infty, \quad (4.8.a.)$$

$$u_3(x, y) = O\left(e^{-ik_0|x|}\right), \quad x \rightarrow \pm\infty \quad (4.8.b.)$$

şeklindeki asimptotik davranışını dikkate alarak  $F_+(\alpha, y)$  ile  $H_+(\alpha, y)$  fonksiyonları  $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$  üst yarı düzleminde ve  $F_-(\alpha, y)$  ile  $H_-(\alpha, y)$  fonksiyonları  $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$  alt yarı düzleminde  $\alpha$  'nın regüler fonksiyonlarıdır. (4.7.i.) ve (4.7.j.)'in  $y \rightarrow \infty$  için radyasyon koşuluna uyan genel çözümü sırasıyla şöyledir:

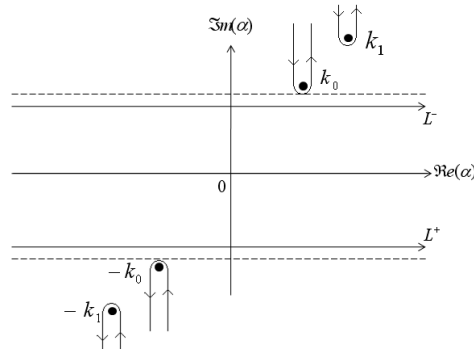
$$F_+(\alpha, y) + F_-(\alpha, y) = A(\alpha)e^{iK_0(\alpha)(y-b)}, \quad (4.9.a.)$$

$$H_+(\alpha, y) + H_-(\alpha, y) = D(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)(y+b)} \quad (4.9.b.)$$

Burada  $K_0(\alpha)$

$$K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2} \quad (4.9.c.)$$

şeklinde alınacaktır.  $K_{0,1}(\alpha) = \sqrt{k_{0,1}^2 - \alpha^2}$  karekök fonksiyonu  $\alpha = k_{0,1}$  'dan  $\alpha = k_{0,1} + i\infty$  'a ve  $\alpha = -k_{0,1}$  'dan  $\alpha = -k_{0,1} - i\infty$  'a kesilen kompleks  $\alpha$  düzleminde (Şekil 4.2.) tanımlı olup  $K_{0,1}(0) = k_{0,1}$  'dır.



**Şekil 4.2.** Kompleks  $\alpha$  düzlemi

(4.6.a.) ve (4.6.d.) yaklaşık sınır koşullarının Fourier domeninde ifadesi

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^0 \left[ u_1(x, b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) \right] e^{i\alpha x} dx \\ & = \int_{-\infty}^0 u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx + \int_{-\infty}^0 h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx = 0, \end{aligned} \quad (4.10.a.)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \left[ u_3(x, -b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) \right] e^{i\alpha x} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx + \int_{-\infty}^{\infty} h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx = 0 \end{aligned} \quad (4.10.b.)$$

şeklinde yazılır. (4.10.a.) ve (4.10.b.) eşitliklerinde

$$\sin mx = \frac{e^{imx} - e^{-imx}}{2i} \quad (4.10.c.)$$

eşitliği yerine yazılarak

$$F_-(\alpha, b) + h \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{e^{imx} - e^{-imx}}{2i} \right) \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx = 0, \quad (4.10.d.)$$

$$H_-(\alpha, -b) + h \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{e^{imx} - e^{-imx}}{2i} \right) \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx = 0 \quad (4.10.e.)$$

elde edilir. (4.10.d.) ve (4.10.e.) denklemlerini düzenleyerek

$$F_-(\alpha, b) + \frac{h}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i(\alpha+m)x} dx - \frac{h}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i(\alpha-m)x} dx = 0, \quad (4.10.f.)$$

$$H_-(\alpha, -b) + \frac{h}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i(\alpha+m)x} dx - \frac{h}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i(\alpha-m)x} dx = 0 \quad (4.10.g.)$$

bulunur. Buradan hareketle

$$F_-(\alpha, b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{F}_-(\alpha + m, b) - \dot{F}_-(\alpha - m, b) \right] = 0, \quad (4.10.h.)$$

$$H_-(\alpha, -b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{H}_-(\alpha + m, -b) - \dot{H}_-(\alpha - m, -b) \right] = 0 \quad (4.10.i)$$

yazılabilir. Burada "•" simgesi  $y$  'ye görevi türevi ifade etmektedir. (4.6.a.) ve (4.6.d.) yaklaşık sınır koşulları ile benzer yapıda  $u_1$  ve  $u_3$  'in Fourier dönüşümü alınırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ u_1(x, b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) \right] e^{i\alpha x} dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx + \int_{-\infty}^{+\infty} h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx, \end{aligned} \quad (4.11.a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ u_3(x, -b) + h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) \right] e^{i\alpha x} dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx + \int_{-\infty}^{+\infty} h \sin mx \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx. \end{aligned} \quad (4.11.b)$$

(4.7.g.), (4.7.h.), (4.9.a.) ve (4.9.b.)'den faydalanarak

$$\begin{aligned} & F(\alpha, b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{F}(\alpha + m, b) - \dot{F}(\alpha - m, b) \right] \\ &= A(\alpha) + \frac{h}{2} \left[ A(\alpha + m) K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m) K_0(\alpha - m) \right], \end{aligned} \quad (4.11.c)$$

$$\begin{aligned} & H(\alpha, -b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{H}(\alpha + m, -b) - \dot{H}(\alpha - m, -b) \right] \\ &= D(\alpha) - \frac{h}{2} \left[ D(\alpha + m) K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m) K_0(\alpha - m) \right] \end{aligned} \quad (4.11.d)$$

bulunur. (4.10.h.) ile (4.10.i.) denklemlerini (4.11.c.) ve (4.11.d.)'de yerine yazarak (4.11.c.) ve (4.11.d.) denklemleri aşağıdaki yapıya dönüşür:

$$\begin{aligned}
& F_+(\alpha, b) + \frac{\hbar}{2i} \left[ \dot{F}_+(\alpha + m, b) - \dot{F}_+(\alpha - m, b) \right] \\
& = A(\alpha) + \frac{\hbar}{2} \left[ A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \right],
\end{aligned} \tag{4.12.a.}$$

$$\begin{aligned}
& H_+(\alpha, -b) + \frac{\hbar}{2i} \left[ \dot{H}_+(\alpha + m, -b) - \dot{H}_+(\alpha - m, -b) \right] \\
& = D(\alpha) - \frac{\hbar}{2} \left[ D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \right].
\end{aligned} \tag{4.12.b.}$$

$u_2^{(2)}(x, y)$  için Helmholtz eşitliği aşağıdaki gibidir:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 \right) u_2^{(2)}(x, y) = 0. \tag{4.13.a.}$$

Bu eşitliğin sağ yarı bölgede Fourier dönüşümü alınırsa

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_0^2(\alpha) \right) G_+(\alpha, y) = f(y) + \alpha g(y) \tag{4.13.b.}$$

elde edilir. Burada

$$f(y) = \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(2)}(0, y) \tag{4.13.c.}$$

ve

$$g(y) = -i u_2^{(2)}(0, y). \tag{4.13.d.}$$

$G_+(\alpha, y)$  fonksiyonu

$$G_+(\alpha, y) = \int_0^\infty u_2^{(2)}(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (4.13.e.)$$

ile tanımlanır ve  $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$  yarım düzleminde regülerdir. (4.13.b.) denkleminin genel çözümü:

$$\begin{aligned} G_+(\alpha, y) \\ = B(\alpha) \sin [K_0(\alpha)y] + C(\alpha) \cos [K_0(\alpha)y] + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^y [f(t) + \alpha g(t)] \sin [K_0(\alpha)(y-t)] dt \end{aligned} \quad (4.13.f.)$$

şeklinde elde edilir. (4.6.g.) ve (4.6.i.) süreklilik koşulları Fourier domeninde

$$F_+(\alpha, b) = G_+(\alpha, b) \quad (4.14.a.)$$

ve

$$H_+(\alpha, -b) = G_+(\alpha, -b) \quad (4.14.b.)$$

şeklinde ifade edilebilir. (4.14.a.) ve (4.14.b.) eşitlikleri, (4.12.a.) ve (4.12.b.) eşitlikleri de göz önünde bulundurulursa

$$\begin{aligned} G_+(\alpha, b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{G}_+(\alpha + m, b) - \dot{G}_+(\alpha - m, b) \right] \\ = A(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)], \end{aligned} \quad (4.15.a.)$$

ve

$$\begin{aligned} G_+(\alpha, -b) + \frac{h}{2i} \left[ \dot{G}_+(\alpha + m, -b) - \dot{G}_+(\alpha - m, -b) \right] \\ = D(\alpha) - \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \end{aligned} \quad (4.15.b.)$$



halini alır. (4.13.f) eşitliği, (4.15.a.) ve (4.15.b.) eşitliklerinde yerine yazılarak

$$\begin{aligned}
& A(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& = B(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b] + C(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b] \\
& + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
& + \frac{h}{2i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{h}{2i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
& + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& - \frac{h}{2i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
& + \frac{h}{2i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b] \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt
\end{aligned} \tag{4.16.a.}$$

ve

$$\begin{aligned}
& D(\alpha) - \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& = -B(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b] + C(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b] \\
& + \frac{h}{2i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
& + \frac{h}{2i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{h}{2i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
& - \frac{h}{2i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b]
\end{aligned} \tag{4.16.b.}$$

bulunur. (4.16.a.,b.) denklemlerinde  $A(\alpha)$  ve  $D(\alpha)$  katsayıları yalnız bırakılarak

$$\begin{aligned}
A(\alpha) = & -\frac{h}{2} [A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& + B(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b] + C(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b] \\
& + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
& + \frac{h}{2i} B(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b] \\
& - \frac{h}{2i} C(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \sin[K_0(\alpha+m)b] \\
& + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \\
& - \frac{h}{2i} B(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b] \\
& + \frac{h}{2i} C(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \sin[K_0(\alpha-m)b] \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt
\end{aligned} \tag{4.16.c.}$$

ve

$$\begin{aligned}
D(\alpha) = & +\frac{h}{2} [D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& - B(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b] + C(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b] \\
& + \frac{h}{2i} B(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b] \\
& + \frac{h}{2i} C(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \sin[K_0(\alpha+m)b] \\
& - \frac{h}{2i} B(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b] \\
& - \frac{h}{2i} C(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \sin[K_0(\alpha-m)b]
\end{aligned} \tag{4.16.d.}$$

elde edilir. (4.16.c.) ve (4.16.d.) denklemlerinin toplamı ve farkı alınarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

$$\begin{aligned}
A(\alpha) + D(\alpha) &= -\frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad + \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad + 2C(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b] \\
&\quad + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
&\quad + \frac{h}{i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
&\quad + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b-t)] dt \\
&\quad - \frac{h}{i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
&\quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b-t)] dt,
\end{aligned} \tag{4.16.e.}$$

$$\begin{aligned}
A(\alpha) - D(\alpha) &= -\frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad - \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad + 2B(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b] \\
&\quad + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
&\quad - \frac{h}{i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
&\quad + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b-t)] dt \\
&\quad + \frac{h}{i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b] \\
&\quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b-t)] dt.
\end{aligned} \tag{4.16.f.}$$

(4.16.e.) ve (4.16.f.) denklemleri kullanılarak  $B(\alpha)$  ve  $C(\alpha)$  spektral katsayıları aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\begin{aligned}
C(\alpha) = & \frac{1}{2 \cos[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
& + \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
& - \frac{h}{i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& + \frac{h}{i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
& \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\},
\end{aligned}$$

(4.16.g.)

$$\begin{aligned}
B(\alpha) = & \frac{1}{2 \sin[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
& + \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
& + \frac{h}{i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& - \frac{h}{i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b] \\
& \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\}
\end{aligned}$$

(4.16.h.)

(4.13.f.) denkleminde (4.16.g.) ve (4.16.h.) denklemleri yerine yazılarak sadece  $A(\alpha)$  ve  $D(\alpha)$  spektral katsayılarına bağlı olan  $G_+(\alpha, y)$  fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
G_+(\alpha, y) = & \sin[K_0(\alpha)y] \frac{1}{2 \sin[K_0(\alpha)b]} \\
& \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) + \frac{\hbar}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
& + \frac{\hbar}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
& + \frac{\hbar}{i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{\hbar}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& - \frac{\hbar}{i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b] \\
& \left. + \frac{\hbar}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
& + \cos[K_0(\alpha)y] \frac{1}{2 \cos[K_0(\alpha)b]} \\
& \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) + \frac{\hbar}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
& - \frac{\hbar}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
& - \frac{\hbar}{i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
& - \frac{\hbar}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& + \frac{\hbar}{i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
& \left. + \frac{\hbar}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
& + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^y [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(y - t)] dt
\end{aligned} \tag{4.16.i.}$$

(4.16.i) denkleminde verilen, kılavuz dışındaki  $u_2^{(2)}$  'nin  $(0, \infty)$  aralığındaki Fourier dönüşümü olan  $G_+(\alpha, y)$  fonksiyonu sıfırcı ve birinci mertebe terimlerden oluşan pertürbasyon serisi şeklinde (daha yüksek mertebeden katkılar etkisiz olduğu için ihmal edilerek) aşağıdaki gibi yazılabilir (Kobayashi ve Zheng, 2008, 2009).

$$G_+(\alpha, y) = G_+^0(\alpha, y) + hG_+^1(\alpha, y) + O(h^2), \quad O(h^2) \rightarrow 0, \quad (4.17.a.)$$

(4.17.a.) denkleminde, sıfırcı mertebe fonksiyon olan  $G_+^0(\alpha, y)$  düz paralel plakalı kılavuzdan ışınan alanı temsil ederken birinci mertebe fonksiyon olan  $G_+^1(\alpha, y)$  'ın sinüzoidal kırışıklığın ışınan alana etkisini temsil ettiği söylenebilir.  $h \rightarrow 0$  için geometrinin düz paralel plakalı dalga kılavuzuna dönüşeceği açıktır. O halde (4.16.g,h.) ve (4.17.a.) eşitliklerinde sadece sıfırcı mertebe dikkate alındığında

$$B(\alpha) = \frac{1}{2 \cos[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \right\} \quad (4.17.b.)$$

$$C(\alpha) = \frac{1}{2 \sin[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \right\} \quad (4.17.c.)$$

elde edilir ve (4.16.i.) eşitliğinde (4.17.b.) ve (4.17.c.) eşitlikleri yerine yazılarak  $G_+(\alpha, y)$  yeniden aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
G_+(\alpha, y) = & \sin[K_0(\alpha)y] \frac{1}{2 \sin[K_0(\alpha)b]} \\
& \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\
& + \frac{h}{2} [D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \\
& \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \frac{\sin[K_0(\alpha)y]K_0(\alpha+m) \sin[K_0(\alpha+m)b]}{2 \sin[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha+m)b]} \frac{h}{4i} \\
& \left\{ A(\alpha+m) + D(\alpha+m) - \frac{1}{K_0(\alpha+m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \sin[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \frac{\sin[K_0(\alpha)y]K_0(\alpha-m) \sin[K_0(\alpha-m)b]}{\sin[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha-m)b]} \frac{h}{4i} \\
& \left\{ A(\alpha-m) + D(\alpha-m) - \frac{1}{K_0(\alpha-m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \sin[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \cos[K_0(\alpha)y] \frac{1}{2 \cos[K_0(\alpha)b]} \\
& \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\
& - \frac{h}{2} [D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
& - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \\
& \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& - \frac{\cos[K_0(\alpha)y]K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b]}{\cos[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha+m)b]} \frac{h}{4i} \\
& \left\{ A(\alpha+m) - D(\alpha+m) - \frac{1}{K_0(\alpha+m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \sin[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \frac{\cos[K_0(\alpha)y]K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b]}{\cos[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha-m)b]} \frac{h}{4i} \\
& \left\{ A(\alpha-m) - D(\alpha-m) - \frac{1}{K_0(\alpha-m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \sin[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^y [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(y-t)] dt
\end{aligned} \tag{4.18.}$$

$G_+(\alpha, y)$  fonksiyonu  $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$  yarım düzleminde regüler olduğundan bu fonksiyona ait (4.18.) denkleminin sağ yanının da regüler olması gerekir. Oysa

$$\tilde{M}_1(\alpha) = \frac{\sin[K_0(\alpha)b]}{K_0(\alpha)}, \quad (4.19.a.)$$

$$\tilde{M}_2(\alpha) = \frac{\sin[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha+m)b]}{K_0(\alpha+m) \sin[K_0(\alpha+m)b]}, \quad (4.19.b.)$$

$$\tilde{M}_3(\alpha) = \frac{\sin[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha-m)b]}{K_0(\alpha-m) \sin[K_0(\alpha-m)b]}, \quad (4.19.c.)$$

$$M_1(\alpha) = \cos[K_0(\alpha)b], \quad (4.19.d.)$$

$$M_2(\alpha) = \frac{\cos[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha+m)b]}{K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b]}, \quad (4.19.e.)$$

$$M_3(\alpha) = \frac{\cos[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha-m)b]}{K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b]}, \quad (4.19.f.)$$

olmak üzere; (4.18.) denkleminin kutup tekilliklerinin olduğu  $\tilde{M}_1(\alpha)$ ,  $\tilde{M}_2(\alpha)$ ,  $\tilde{M}_3(\alpha)$  ile  $M_1(\alpha)$ ,  $M_2(\alpha)$ ,  $M_3(\alpha)$  denklemlerini sırasıyla, ayrı ayrı sıfır yapan köklerinde (yani  $\alpha = \alpha_r^o, \alpha_s^o, \alpha_i^o, \alpha_r^e, \alpha_s^e, \alpha_i^e$ ) regülerlik bozulur. Bu kutuplar Rezidü teoremi uygulanarak elimine edilebilir. Bu ise sırasıyla, (4.19.a.-f.) fonksiyonlarının sıfırlarında (4.18.) eşitliğinin sağ yanında bulunan yaylı parantezlerin içindeki ifadelerin de ayrı ayrı sıfıra eşit olmasını gerektirir:

$$\tilde{M}_1(\alpha_r^o) = 0, \quad \Im m(\alpha_r^o) > \Im m(k_0), \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.a.)$$

$$\tilde{M}_2(\alpha_s^o) = 0, \quad \Im m(\alpha_s^o) > \Im m(k_0), \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.b.)$$



$$\tilde{M}_3(\alpha_t^o) = 0, \quad \Im m(\alpha_t^o) > \Im m(k_0), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.c.)$$

$$M_1(\alpha_r^e) = 0, \quad \Im m(\alpha_r^e) > \Im m(k_0), \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.d.)$$

$$M_2(\alpha_s^e) = 0, \quad \Im m(\alpha_s^e) > \Im m(k_0), \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.e.)$$

$$M_3(\alpha_t^e) = 0, \quad \Im m(\alpha_t^e) > \Im m(k_0), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.f.)$$

olur. Yani  $\alpha_r^o$ ,  $\alpha_s^o$ ,  $\alpha_t^o$ ,  $\alpha_r^e$ ,  $\alpha_s^e$  ve  $\alpha_t^e$  sırasıyla

$$\alpha_r^o = \sqrt{k_0^2 - \left[ \frac{r\pi}{b} \right]}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.20.g.)$$

$$\alpha_r^e = \sqrt{k_0^2 - \left[ \frac{(2r+1)\pi}{2b} \right]}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.20.h.)$$

$$\alpha_s^o = (\alpha_r^e - m) \text{ ve } \alpha_r^o, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.20.i.)$$

$$\alpha_t^o = (\alpha_r^e + m) \text{ ve } \alpha_r^o, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.20.j.)$$

$$\alpha_s^e = (\alpha_r^o - m) \text{ ve } \alpha_r^e, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.20.k.)$$

$$\alpha_t^e = (\alpha_r^o + m) \text{ ve } \alpha_r^e, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20.l.)$$

olarak belirlenir. Bu kökler için (4.18.) denkleminde yaylı parantezlerin içleri sıfıra eşit olacağından

$$\begin{aligned}
A(\alpha_r^o) - D(\alpha_r^o) &= -\frac{h}{2}[A(\alpha_r^o + m)K_0(\alpha_r^o + m) - A(\alpha_r^o - m)K_0(\alpha_r^o - m)] \\
&- \frac{h}{2}[D(\alpha_r^o + m)K_0(\alpha_r^o + m) - D(\alpha_r^o - m)K_0(\alpha_r^o - m)] \\
&+ \frac{1}{K_0(\alpha_r^o)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha_r^o g(t)] \sin[K_0(\alpha_r^o)(b - t)] dt \\
&+ \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_r^o + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha_r^o + m)(b - t)] dt \\
&- \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_r^o - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha_r^o - m)(b - t)] dt
\end{aligned} \tag{4.21.}$$

ve

$$\begin{aligned}
A(\alpha_r^e) + D(\alpha_r^e) &= -\frac{h}{2}[A(\alpha_r^e + m)K_0(\alpha_r^e + m) - A(\alpha_r^e - m)K_0(\alpha_r^e - m)] \\
&+ \frac{h}{2}[D(\alpha_r^e + m)K_0(\alpha_r^e + m) - D(\alpha_r^e - m)K_0(\alpha_r^e - m)] \\
&+ \frac{1}{K_0(\alpha_r^e)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha_r^e g(t)] \sin[K_0(\alpha_r^e)(b - t)] dt \\
&+ \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_r^e + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha_r^e + m)(b - t)] dt \\
&- \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_r^e - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha_r^e - m)(b - t)] dt
\end{aligned} \tag{4.22.}$$

olmalıdır. (4.21.) ve (4.22.) denklemlerinde geçen  $A(\alpha_r^o + m)$ ,  $A(\alpha_r^o - m)$ ,  $D(\alpha_r^o + m)$ ,  $D(\alpha_r^o - m)$  ve  $A(\alpha_r^e + m)$ ,  $A(\alpha_r^e - m)$ ,  $D(\alpha_r^e + m)$ ,  $D(\alpha_r^e - m)$  spektral katsayıları ise (4.18.) denklemindeki kutup tekilliklerinin olduğu  $\tilde{M}_2(\alpha)$ ,  $\tilde{M}_3(\alpha)$  ile  $M_2(\alpha)$ ,  $M_3(\alpha)$  denklemlerini sırasıyla, ayrı ayrı sıfır yapan köklerinde (yani  $\alpha = \alpha_s^o$ ,  $\alpha_t^o$ ,  $\alpha_s^e$ ,  $\alpha_t^e$ ) çarpım halinde bulunan yaylı parantezlerin içlerinin de sıfır olmasını gerektiren koşul vasıtasıyla tayin edilir. Yani;

$$A(\alpha_s^o + m) + D(\alpha_s^o + m) = \frac{1}{K_0(\alpha_s^o + m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_s^o + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha_s^o + m)(b-t)] dt, \quad (4.23.a.)$$

$$A(\alpha_t^o - m) + D(\alpha_t^o - m) = \frac{1}{K_0(\alpha_t^o - m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_t^o - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha_t^o - m)(b-t)] dt \quad (4.23.b.)$$

ve

$$A(\alpha_s^e + m) - D(\alpha_s^e + m) = \frac{1}{K_0(\alpha_s^e + m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_s^e + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha_s^e + m)(b-t)] dt, \quad (4.23.c.)$$

$$A(\alpha_t^e - m) - D(\alpha_t^e - m) = \frac{1}{K_0(\alpha_t^e - m)} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha_t^e - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha_t^e - m)(b-t)] dt \quad (4.23.d.)$$

olur. (4.23.a.-d.) deki integraller alınıp (4.21.), (4.22.) denklemlerinde yerine konur ve (4.21.), (4.22.) deki integraller de hesaplanırsa (4.21.), (4.22.) denklemleri,

$$\begin{aligned} A(\alpha_r^o) - D(\alpha_r^o) &= -[f_s^o + (\alpha_s^o + m)g_s^o] \frac{h}{2} K_0(\alpha_s^o + m) \frac{\sin[K_0(\alpha_s^o + m)b]b}{2K_0(\alpha_s^o + m)} \\ &+ [f_t^o + (\alpha_t^o - m)g_t^o] \frac{h}{2} K_0(\alpha_t^o - m) \frac{\sin[K_0(\alpha_t^o - m)b]b}{2K_0(\alpha_t^o - m)} \\ &+ [f_r^o + \alpha_r^o g_r^o] \frac{\cos[K_0(\alpha_r^o)b]b}{2K_0(\alpha_r^o)} \\ &+ [f_r^o + (\alpha_r^o + m)g_r^o] \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha_r^o + m)b]b}{2K_0(\alpha_r^o + m)} \\ &- [f_r^o + (\alpha_r^o - m)g_r^o] \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha_r^o - m)b]b}{2K_0(\alpha_r^o - m)} \end{aligned} \quad (4.24.a.)$$

ve

$$\begin{aligned}
A(\alpha_r^e) + D(\alpha_r^e) &= -[f_s^e + (\alpha_s^e + m)g_s^e] \frac{h}{2} K_0(\alpha_s^e + m) \frac{\cos[K_0(\alpha_s^e + m)b]b}{2K_0(\alpha_s^e + m)} \\
&+ [f_t^e + (\alpha_t^e - m)g_t^e] \frac{h}{2} K_0(\alpha_t^e - m) \frac{\cos[K_0(\alpha_t^e - m)b]b}{2K_0(\alpha_t^e - m)} \\
&+ [f_r^e + \alpha_r^e g_r^e] \frac{\sin[K_0(\alpha_r^e)b]b}{2K_0(\alpha_r^e)} \\
&+ [f_r^e + (\alpha_r^e + m)g_r^e] \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha_r^e + m)b]b}{2K_0(\alpha_r^e + m)} \\
&- [f_r^e + (\alpha_r^e - m)g_r^e] \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha_r^e - m)b]b}{2K_0(\alpha_r^e - m)}
\end{aligned} \tag{4.24.b.}$$

şeklinde elde edilir. (4.20.h.-l.) kullanılarak (4.24.a.) ve (4.24.b.) denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned}
A(\alpha_r^o) - D(\alpha_r^o) &= \\
&+ [f_r^o + \alpha_r^o g_r^o] \frac{\cos[K_0(\alpha_r^o)b]b}{2K_0(\alpha_r^o)} \\
&- [f_s^e + \alpha_s^e g_s^e] \frac{\sin[K_0(\alpha_s^e)b]b}{2K_0(\alpha_s^e)} \left[ \frac{h}{2i} - \frac{h}{2} \right] \\
&+ [f_t^e + \alpha_t^e g_t^e] \frac{\sin[K_0(\alpha_t^e)b]b}{2K_0(\alpha_t^e)} \left[ \frac{h}{2i} - \frac{h}{2} \right]
\end{aligned} \tag{4.25.a.}$$

ve

$$\begin{aligned}
A(\alpha_r^e) + D(\alpha_r^e) &= \\
&+ [f_r^e + \alpha_r^e g_r^e] \frac{\sin[K_0(\alpha_r^e)b]b}{2K_0(\alpha_r^e)} \\
&- [f_s^o + \alpha_s^o g_s^o] \frac{\cos[K_0(\alpha_s^o)b]b}{2K_0(\alpha_s^o)} \left[ \frac{h}{2i} - \frac{h}{2} \right] \\
&+ [f_t^o + \alpha_t^o g_t^o] \frac{\cos[K_0(\alpha_t^o)b]b}{2K_0(\alpha_t^o)} \left[ \frac{h}{2i} - \frac{h}{2} \right]
\end{aligned} \tag{4.25.b.}$$

Burada  $f(t) = f^{(o)}(t) + f^{(e)}(t)$  ve  $g(t) = g^{(o)}(t) + g^{(e)}(t)$  yazılabilir ve  $f^{(o)}(t)$ ,  $g^{(o)}(t)$ ,  $f^{(e)}(t)$  ve  $g^{(e)}(t)$  fonksiyonları

$$\begin{bmatrix} f^{(o)}(t) \\ g^{(o)}(t) \end{bmatrix} = \sum_{r=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_r^o \\ g_r^o \end{bmatrix} \sin[K_0(\alpha_r^o)t] + \sum_{s=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_s^e \\ g_s^e \end{bmatrix} \cos[K_0(\alpha_s^e)t] + \sum_{t=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_t^e \\ g_t^e \end{bmatrix} \cos[K_0(\alpha_t^e)t] \quad (4.26.a.)$$

$$\begin{bmatrix} f^{(e)}(t) \\ g^{(e)}(t) \end{bmatrix} = \sum_{r=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_r^e \\ g_r^e \end{bmatrix} \cos[K_0(\alpha_r^e)t] + \sum_{s=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_s^o \\ g_s^o \end{bmatrix} \sin[K_0(\alpha_s^o)t] + \sum_{t=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_t^o \\ g_t^o \end{bmatrix} \sin[K_0(\alpha_t^o)t] \quad (4.26.b.)$$

şeklinde özfonksiyon serilerine açılabileceğinden

$$\begin{bmatrix} f_r^o + f_s^e + f_t^e \\ g_r^o + g_s^e + g_t^e \end{bmatrix} = \frac{2}{b} \int_{-b}^b \begin{bmatrix} f^{(o)}(t) \\ g^{(o)}(t) \end{bmatrix} \left\{ \sin[K_0(\alpha_r^o)t] + \cos[K_0(\alpha_s^e)t] + \cos[K_0(\alpha_t^e)t] \right\} dt \quad (4.27.a.)$$

$$\begin{bmatrix} f_r^e + f_s^o + f_t^o \\ g_r^e + g_s^o + g_t^o \end{bmatrix} = \frac{2}{b} \int_{-b}^b \begin{bmatrix} f^{(e)}(t) \\ g^{(e)}(t) \end{bmatrix} \left\{ \cos[K_0(\alpha_r^e)t] + \sin[K_0(\alpha_s^o)t] + \sin[K_0(\alpha_t^o)t] \right\} dt \quad (4.27.b.)$$

olarak belirlenir.

Şimdi de (4.6.h.) ve (4.h.j) süreklilik koşullarını ele alalım. Bu koşulların Fourier dönüşümü

$$\int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) e^{i\alpha x} dx = \int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, b) e^{i\alpha x} dx \quad (4.28.a.)$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) e^{i\alpha x} dx = \int_0^{+\infty} \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, -b) e^{i\alpha x} dx \quad (4.28.b.)$$

yani sırasıyla,

$$\dot{F}_+(\alpha, b) = \dot{G}_+(\alpha, b) \quad (4.29.a.)$$

ve

$$\dot{H}_+(\alpha, -b) = \dot{G}_+(\alpha, -b) \quad (4.29.b.)$$

olarak elde edilir. (4.9.a.) ve (4.9.b.) eşitlikleri de kullanılarak (4.29.a.) ve (4.29.b) eşitlikleri aşağıdaki hali alır:

$$iK_0(\alpha)A(\alpha) - \dot{F}_-(\alpha, b) = \dot{G}_+(\alpha, b) \quad (4.29.c.)$$

ve

$$-iK_0(\alpha)D(\alpha) - \dot{H}_-(\alpha, b) = \dot{G}_+(\alpha, -b). \quad (4.29.d.)$$

(4.16.h.) eşitliğinin  $y$ 'ye göre türevi alınıp  $y = b$  ve  $y = -b$  için  $\dot{G}_+(\alpha, b)$  ile  $\dot{G}_+(\alpha, -b)$  ifadeleri bulunup bu iki eşitliğin ayrı ayrı toplamı ve farkı alınırsa,

$$\begin{aligned}
\dot{G}_+(\alpha, b) + \dot{G}_+(\alpha, -b) &= \frac{K_0(\alpha) \cos[K_0(\alpha)b]}{\sin[K_0(\alpha)b]} \\
&\times \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
&\quad + \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
&\quad + \frac{h}{i} C(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \sin[K_0(\alpha + m)b] \\
&\quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
&\quad - \frac{h}{i} C(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \sin[K_0(\alpha - m)b] \\
&\quad \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
&+ \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)(b - t)] dt,
\end{aligned} \tag{4.30.a.}$$

$$\begin{aligned}
\dot{G}_+(\alpha, b) - \dot{G}_+(\alpha, -b) &= -\frac{K_0(\alpha) \sin[K_0(\alpha)b]}{\cos[K_0(\alpha)b]} \\
&\times \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) + \frac{h}{2} [A(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - A(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \right. \\
&\quad - \frac{h}{2} [D(\alpha + m)K_0(\alpha + m) - D(\alpha - m)K_0(\alpha - m)] \\
&\quad - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b - t)] dt \\
&\quad - \frac{h}{i} B(\alpha + m)K_0(\alpha + m) \cos[K_0(\alpha + m)b] \\
&\quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
&\quad + \frac{h}{i} B(\alpha - m)K_0(\alpha - m) \cos[K_0(\alpha - m)b] \\
&\quad \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
&+ \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)(b - t)] dt.
\end{aligned} \tag{4.30.b.}$$

eşitlikleri elde edilir. Yine (4.29.c.) ile (4.29.d.)'in toplamı ile farkı alınarak

$$iK_0(\alpha)[A(\alpha) - D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) = \dot{G}_+(\alpha, b) + \dot{G}_+(\alpha, -b), \tag{4.31.a.}$$

$$iK_0(\alpha)[A(\alpha) + D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) = \dot{G}_+(\alpha, b) - \dot{G}_+(\alpha, -b) \tag{4.31.b.}$$

elde edilir. (4.30.a.) ve (4.30.b.), (4.31.a.) ve (4.31.b.)'de yerine yazılıp ve bazı matematiksel düzenlemelerle

$$\begin{aligned}
& iK_0(\alpha)[A(\alpha) - D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& \frac{K_0(\alpha)\cos[K_0(\alpha)b]}{\sin[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) - D(\alpha) + \frac{h}{2}[A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\
& \quad + \frac{h}{2}[D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& \quad - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
& \quad + \frac{h}{i} C(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \sin[K_0(\alpha+m)b] \\
& \quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \\
& \quad - \frac{h}{i} C(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \sin[K_0(\alpha-m)b] \\
& \quad \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)(b-t)] dt \tag{4.31.c.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& iK_0(\alpha)[A(\alpha) + D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& -\frac{K_0(\alpha)\sin[K_0(\alpha)b]}{\cos[K_0(\alpha)b]} \left\{ A(\alpha) + D(\alpha) + \frac{h}{2}[A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\
& \quad - \frac{h}{2}[D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& \quad - \frac{1}{K_0(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)(b-t)] dt \\
& \quad - \frac{h}{i} B(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b] \\
& \quad - \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)(b-t)] dt \\
& \quad + \frac{h}{i} B(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b] \\
& \quad \left. + \frac{h}{2i} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)(b-t)] dt \right\} \\
& + \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)(b-t)] dt \tag{4.31.d.}
\end{aligned}$$



Wiener-Hopf denklemini elde edilir. Bu denklem

$$\cos[K_0(\alpha)(b-t)] = \cos[K_0(\alpha)b]\cos[K_0(\alpha)t] + \sin[K_0(\alpha)b]\sin[K_0(\alpha)t] \quad (4.31.e.)$$

$$\sin[K_0(\alpha)(b-t)] = \sin[K_0(\alpha)b]\cos[K_0(\alpha)t] - \cos[K_0(\alpha)b]\sin[K_0(\alpha)t] \quad (4.31.f.)$$

trigonometrik eşitlikleri kullanılarak ve bazı düzenlemelerle, (4.31.c.) ve (4.31.d.) eşitlikleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} & -\frac{K_0(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)b}}{\sin[K_0(\alpha)b]} [A(\alpha) - D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) \\ & -K_0(\alpha)\cot[K_0(\alpha)b] \left\{ \frac{h}{2} [A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\ & \quad + \frac{h}{2} [D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\ & \quad + \frac{h}{i} C(\alpha+m)K_0(\alpha+m)\sin[K_0(\alpha+m)b] \\ & \quad \left. - \frac{h}{i} C(\alpha-m)K_0(\alpha-m)\sin[K_0(\alpha-m)b] \right\} \\ & = \frac{1}{\sin[K_0(\alpha)b]} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)t] dt \\ & - \frac{h}{2i} K_0(\alpha)\cot[K_0(\alpha)b]\cos[K_0(\alpha+m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)t] dt \\ & - \frac{h}{2i} K_0(\alpha)\cot[K_0(\alpha)b]\sin[K_0(\alpha+m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \sin[K_0(\alpha+m)t] dt \\ & + \frac{h}{2i} K_0(\alpha)\cot[K_0(\alpha)b]\cos[K_0(\alpha-m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)t] dt \\ & + \frac{h}{2i} K_0(\alpha)\cot[K_0(\alpha)b]\sin[K_0(\alpha-m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \sin[K_0(\alpha-m)t] dt \end{aligned} \quad (4.31.g.)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{iK_0(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)b}}{\cos[K_0(\alpha)b]} [A(\alpha) + D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) \\
& + K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \left\{ \frac{h}{2} [A(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - A(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \right. \\
& \quad - \frac{h}{2} [D(\alpha+m)K_0(\alpha+m) - D(\alpha-m)K_0(\alpha-m)] \\
& \quad - \frac{h}{i} B(\alpha+m)K_0(\alpha+m) \cos[K_0(\alpha+m)b] \\
& \quad \left. + \frac{h}{i} B(\alpha-m)K_0(\alpha-m) \cos[K_0(\alpha-m)b] \right\} \\
& = \frac{1}{\cos[K_0(\alpha)b]} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha+m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \cos[K_0(\alpha+m)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha+m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha+m)g(t)] \sin[K_0(\alpha+m)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha-m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \cos[K_0(\alpha-m)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha-m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha-m)g(t)] \sin[K_0(\alpha-m)t] dt
\end{aligned} \tag{4.31.h.}$$

halini alır. Bu denklemler, (4.17.c.) ve (4.17.d.) denklemlerinden faydalanarak sadece  $A(\alpha)$  ve  $D(\alpha)$  spektral katsayılarına indirgenmiş aşağıdaki Wiener-Hopf denklemlerine dönüşürler:

$$\begin{aligned}
& - \frac{K_0(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)b}}{\sin[K_0(\alpha)b]} [A(\alpha) - D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& K_0(\alpha) \cot[K_0(\alpha)b] \left\{ \frac{h}{2} K_0(\alpha + m) \left[ \frac{h}{2} + \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha + m)b]}{\cos[K_0(\alpha + m)b]} \right] [A(\alpha + m) + D(\alpha + m)] \right. \\
& \quad - \frac{h}{2} K_0(\alpha - m) \left[ \frac{h}{2} + \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha - m)b]}{\cos[K_0(\alpha - m)b]} \right] [A(\alpha - m) + D(\alpha - m)] \\
& \quad - \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha + m)b]}{\cos[K_0(\alpha + m)b]} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& \quad \left. + \frac{h}{2i} \frac{\sin[K_0(\alpha - m)b]}{\cos[K_0(\alpha - m)b]} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
& + \frac{1}{\sin[K_0(\alpha)b]} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_0(\alpha)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \cot[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha + m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \cot[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha + m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha + m)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \cot[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha - m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \cot[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha - m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha - m)t] dt
\end{aligned} \tag{4.31.i}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{iK_0(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)b}}{\cos[K_0(\alpha)b]} [A(\alpha) + D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& - K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \left\{ \frac{h}{2} K_0(\alpha + m) \left[ \frac{h}{2} - \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha + m)b]}{\sin[K_0(\alpha + m)b]} \right] [A(\alpha + m) - D(\alpha + m)] \right. \\
& \quad - \frac{h}{2} K_0(\alpha - m) \left[ \frac{h}{2} - \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha - m)b]}{\sin[K_0(\alpha - m)b]} \right] [A(\alpha - m) - D(\alpha - m)] \\
& \quad + \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha + m)b]}{\sin[K_0(\alpha + m)b]} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha + m)(b - t)] dt \\
& \quad \left. - \frac{h}{2i} \frac{\cos[K_0(\alpha - m)b]}{\sin[K_0(\alpha - m)b]} \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha - m)(b - t)] dt \right\} \\
& + \frac{1}{\cos[K_0(\alpha)b]} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_0(\alpha)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha + m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \cos[K_0(\alpha + m)t] dt \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha + m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha + m)g(t)] \sin[K_0(\alpha + m)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \cos[K_0(\alpha - m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \cos[K_0(\alpha - m)t] dt \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) \tan[K_0(\alpha)b] \sin[K_0(\alpha - m)b] \int_{-b}^b [f(t) + (\alpha - m)g(t)] \sin[K_0(\alpha - m)t] dt
\end{aligned} \tag{4.31.j}$$

(4.23.a.), (4.23.b.), (4.23.c.) ve (4.23.d.) denklemleri (4.31.i.) ve (4.31.j.) denklemlerinde yerine yazılabilir ve  $\alpha = \alpha_r^e, \alpha_s^e, \alpha_t^e$  ve  $\alpha = \alpha_r^o, \alpha_s^o, \alpha_t^o$  kutupları, rezidüleri sıfır yapılarak elimine edilebilir. Böylece (4.26.a.) ve (4.26.b.) özfonksiyon açılımları (4.31.e.,f.)'de yerine yazılıp integraller hesaplanırsa,  $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$  bandında geçerli olan aşağıdaki biçimde iki adet, ikinci türden modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\tilde{M}_1(\alpha)\tilde{N}(\alpha)} [A(\alpha) - D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& \frac{h}{2} \frac{M_1(\alpha)}{\tilde{M}_1(\alpha)} K_0(\alpha + m) \left[ \frac{h}{2} + \frac{h}{2i} \frac{K_0(\alpha + m) \tilde{M}_1(\alpha + m)}{M_1(\alpha + m)} \right] \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^o + \alpha g_s^o] \frac{2K_0(\alpha_s^o) \sin[K_0(\alpha_s^o)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_s^o)^2]} \\
& - \frac{h}{2} \frac{M_1(\alpha)}{\tilde{M}_1(\alpha)} K_0(\alpha - m) \left[ \frac{h}{2} + \frac{h}{2i} \frac{K_0(\alpha - m) \tilde{M}_1(\alpha - m)}{M_1(\alpha - m)} \right] \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^o + \alpha g_t^o] \frac{2K_0(\alpha_t^o) \sin[K_0(\alpha_t^o)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_t^o)^2]} \\
& - \frac{h}{2i} \frac{M_1(\alpha)}{\tilde{M}_1(\alpha)} \frac{\tilde{M}_1(\alpha + m) K_0^2(\alpha + m)}{M_1(\alpha + m)} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o + (\alpha + m) g_r^o] \frac{2K_0(\alpha_r^o + m) \cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^o + m)^2]} \\
& + \frac{h}{2i} \frac{M_1(\alpha)}{\tilde{M}_1(\alpha)} \frac{\tilde{M}_1(\alpha - m) K_0^2(\alpha - m)}{M_1(\alpha - m)} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o + (\alpha - m) g_r^o] \frac{2K_0(\alpha_r^o - m) \cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^o - m)^2]} \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o + \alpha g_r^o] \frac{2K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^o)^2]} \\
& - \frac{h}{2i} K_0(\alpha) M_1(\alpha) \tilde{M}_1(\alpha + m) K_0(\alpha + m) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o + (\alpha + m) g_r^o] \frac{2K_0(\alpha_r^o + m) \cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{[(\alpha + m)^2 - (\alpha_r^o)^2]} \\
& + \frac{h}{2i} K_0(\alpha) M_1(\alpha) \tilde{M}_1(\alpha - m) K_0(\alpha - m) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o + (\alpha - m) g_r^o] \frac{2K_0(\alpha_r^o - m) \cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{[(\alpha - m)^2 - (\alpha_r^o)^2]}
\end{aligned} \tag{4.31.k.}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{iK_0(\alpha)}{M_1(\alpha)N_1(\alpha)}[A(\alpha) + D(\alpha)] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) = \\
& \frac{\tilde{M}_1(\alpha)K_0^2(\alpha)K_0(\alpha+m)}{M_1(\alpha)} \left[ \frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4i} \frac{M_1(\alpha+m)}{\tilde{M}_1(\alpha+m)K_0(\alpha+m)} \right] \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^e + \alpha g_s^e] \frac{2K_0(\alpha_s^e) \cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_s^e)^2]} \\
& + \frac{\tilde{M}_1(\alpha)K_0^2(\alpha)K_0(\alpha-m)}{M_1(\alpha)} \left[ \frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4i} \frac{M_1(\alpha-m)}{\tilde{M}_1(\alpha-m)K_0(\alpha-m)} \right] \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^e + \alpha g_t^e] \frac{2K_0(\alpha_t^e) \cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_t^e)^2]} \\
& - \frac{h}{2i} K_0^2(\alpha) \frac{\tilde{M}_1(\alpha)}{M_1(\alpha)} \frac{M_1(\alpha+m)}{\tilde{M}_1(\alpha+m)} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e + (\alpha+m)g_r^e] \frac{2K_0(\alpha_r^e+m) \sin[K_0(\alpha_r^e+m)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^e+m)^2]} \\
& + \frac{h}{2i} K_0^2(\alpha) \frac{\tilde{M}_1(\alpha)}{M_1(\alpha)} \frac{M_1(\alpha-m)}{\tilde{M}_1(\alpha-m)} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e + (\alpha-m)g_r^e] \frac{2K_0(\alpha_r^e-m) \sin[K_0(\alpha_r^e-m)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^e-m)^2]} \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e + \alpha g_r^e] \frac{2K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{[\alpha^2 - (\alpha_r^e)^2]} \\
& + \frac{h}{2i} K_0^2(\alpha) \tilde{M}_1(\alpha) M_1(\alpha+m) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e + (\alpha+m)g_r^e] \frac{2K_0(\alpha_r^e+m) \sin[K_0(\alpha_r^e+m)b]}{[(\alpha+m)^2 - (\alpha_r^e)^2]} \\
& - \frac{h}{2i} K_0^2(\alpha) \tilde{M}_1(\alpha) M_1(\alpha-m) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e + (\alpha-m)g_r^e] \frac{2K_0(\alpha_r^e-m) \sin[K_0(\alpha_r^e-m)b]}{[(\alpha-m)^2 - (\alpha_r^e)^2]}
\end{aligned} \tag{4.31.1}$$

Burada

$$N(\alpha) = \frac{1}{e^{-iK_0(\alpha)b}} \tag{4.32.a.}$$

$$\tilde{N}(\alpha) = -N(\alpha) \tag{4.32.b.}$$

olarak tanımlanmaktadır. Böyle bir denklem klasik Wiener-Hopf yöntemi kullanılarak çözülebilir. Bu yöntem, Wiener-Hopf denklemini kompleks  $\alpha$  düzleminin

$\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha)$  ile belirlenen alt yarı düzleminde ve  $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$  ile belirlenen üst yarı düzleminde regüler olan sırasıyla  $-$  ve  $+$  fonksiyonlar olarak ayrıştırmakla mümkündür. Ayrıştırma işleminin sonunda her biri, hangi yönde  $\alpha \rightarrow \infty$  yapılırsa yapılsın kompleks  $\alpha$  düzleminin (Şekil 4.2.) bütününde regüler bir tam fonksiyondur. Bu tam fonksiyon Liouville teoremi uyarınca sifıra denktir. Bu şekilde çözümlenen Wiener-Hopf denklemleri sonucunda aşağıdaki gibi (4.33.a.) ve (4.33.b.) eşitlikleri elde edilir:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)}[A(\alpha) - D(\alpha)] = \\
& \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^o - \alpha_s^o g_s^o] \frac{K_0(\alpha_s^o) \sin[K_0(\alpha_s^o)b]}{\alpha_s^o(\alpha + \alpha_s^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_s^o) \tilde{N}_+(\alpha_s^o) \\
& \times \frac{M_1(\alpha_s^o)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^o)} K_0(\alpha_s^o + m) \left[ \frac{h^2}{4} + \frac{h^2}{4i} \frac{K_0(\alpha_s^o + m) \tilde{M}_1(\alpha_s^o + m)}{M_1(\alpha_s^o + m)} \right] \\
& - \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^o - \alpha_t^o g_t^o] \frac{K_0(\alpha_t^o) \sin[K_0(\alpha_t^o)b]}{\alpha_t^o(\alpha + \alpha_t^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_t^o) \tilde{N}_+(\alpha_t^o) \\
& \times \frac{M_1(\alpha_t^o)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^o)} K_0(\alpha_t^o - m) \left[ \frac{h^2}{4} + \frac{h^2}{4i} \frac{K_0(\alpha_t^o - m) \tilde{M}_1(\alpha_t^o - m)}{M_1(\alpha_t^o - m)} \right] \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - \alpha_r^o g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{\alpha_r^o(\alpha + \alpha_r^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& - \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o + m)g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o + m) \cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{(\alpha_r^o + m)(\alpha + \alpha_r^o + m)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_+(\alpha_r^o) \frac{h}{2i} \\
& \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0^2(\alpha_r^o + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o + m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0(\alpha_r^o + m) \right] \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o - m)g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o - m) \cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{(\alpha_r^o - m)(\alpha + \alpha_r^o - m)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_+(\alpha_r^o) \frac{h}{2i} \\
& \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0^2(\alpha_r^o - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o - m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0(\alpha_r^o - m) \right]
\end{aligned} \tag{4.33.a}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{i\sqrt{k_0 + \alpha}}{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)} [A(\alpha) + D(\alpha)] = \\
& - \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^e - \alpha_s^e g_s^e] \frac{K_0(\alpha_s^e) \cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{\alpha_s^e(\alpha + \alpha_s^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_s^e)N_+(\alpha_s^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_s^e}} \\
& \times \frac{\tilde{M}_1(\alpha_s^e)K_0^2(\alpha_s^e)K_0(\alpha_s^e + m)}{M_1(\alpha_s^e)} \left[ \frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4i} \frac{M_1(\alpha_s^e + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^e + m)K_0(\alpha_s^e + m)} \right] \\
& + \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^e - \alpha_t^e g_t^e] \frac{K_0(\alpha_t^e) \cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{\alpha_t^e(\alpha + \alpha_t^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_t^e)N_+(\alpha_t^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_t^e}} \\
& \times \frac{\tilde{M}_1(\alpha_t^e)K_0^2(\alpha_t^e)K_0(\alpha_t^e - m)}{M_1(\alpha_t^e)} \left[ \frac{h^2}{4} - \frac{h^2}{4i} \frac{M_1(\alpha_t^e - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^e - m)K_0(\alpha_t^e - m)} \right] \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - \alpha_r^e g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{\alpha_r^e(\alpha + \alpha_r^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e}} \\
& - \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e + m)g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e + m) \sin[K_0(\alpha_r^e + m)b]}{(\alpha_r^e + m)(\alpha + \alpha_r^e + m)} \frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e + m}} \\
& \times \frac{h}{2i} \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e + m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e + m)} - K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e + m) \right] \\
& + \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e - m)g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e - m) \sin[K_0(\alpha_r^e - m)b]}{(\alpha_r^e - m)(\alpha + \alpha_r^e - m)} \frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e - m}} \\
& \frac{h}{2i} \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e - m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e - m)} - K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e - m) \right]
\end{aligned} \tag{4.33.b}$$

Sonuç olarak  $A(\alpha)$  ve  $D(\alpha)$  spektral katsayıları (4.33.a.) ve (4.33.b.) denklemleri kullanılarak kolaylıkla aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
A(\alpha) = & \tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{h^2}{8}\sum_{s=0}^{\infty}[f_s^o - \alpha_s^o g_s^o]\frac{K_0(\alpha_s^o)\sin[K_0(\alpha_s^o)b]}{\alpha_s^o(\alpha + \alpha_s^o)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_s^o)\tilde{N}_+(\alpha_s^o) \\
& \times \left[ 1 - i\frac{K_0(\alpha_s^o + m)\tilde{M}_1(\alpha_s^o + m)}{M_1(\alpha_s^o + m)} \right] \frac{M_1(\alpha_s^o)K_0(\alpha_s^o + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^o)} \\
& - \tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{h^2}{8}\sum_{t=0}^{\infty}[f_t^o - \alpha_t^o g_t^o]\frac{K_0(\alpha_t^o)\sin[K_0(\alpha_t^o)b]}{\alpha_t^o(\alpha + \alpha_t^o)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_t^o)\tilde{N}_+(\alpha_t^o) \\
& \times \left[ 1 - i\frac{K_0(\alpha_t^o - m)\tilde{M}_1(\alpha_t^o - m)}{M_1(\alpha_t^o - m)} \right] \frac{M_1(\alpha_t^o)K_0(\alpha_t^o - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^o)} \\
& + \tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{1}{2}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^o - \alpha_r^o g_r^o]\frac{K_0(\alpha_r^o)\cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{\alpha_r^o(\alpha + \alpha_r^o)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o)\tilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& - \tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{h}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^o - (\alpha_r^o + m)g_r^o]\frac{K_0(\alpha_r^o + m)\cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{(\alpha_r^o + m)(\alpha + \alpha_r^o + m)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o)\tilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o)\tilde{M}_1(\alpha_r^o + m)K_0^2(\alpha_r^o + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o)M_1(\alpha_r^o + m)} + K_0(\alpha_r^o)M_1(\alpha_r^o)\tilde{M}_1(\alpha_r^o + m)K_0(\alpha_r^o + m) \right] \\
& + \tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{h}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^o - (\alpha_r^o - m)g_r^o]\frac{K_0(\alpha_r^o - m)\cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{(\alpha_r^o - m)(\alpha + \alpha_r^o - m)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o)\tilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o)\tilde{M}_1(\alpha_r^o - m)K_0^2(\alpha_r^o - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o)M_1(\alpha_r^o - m)} + K_0(\alpha_r^o)M_1(\alpha_r^o)\tilde{M}_1(\alpha_r^o - m)K_0(\alpha_r^o - m) \right] \\
& - \frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0 + \alpha}}\frac{h^2}{8}\sum_{s=0}^{\infty}[f_s^e - \alpha_s^e g_s^e]\frac{K_0(\alpha_s^e)\cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{\alpha_s^e(\alpha + \alpha_s^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_s^e)N_+(\alpha_s^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_s^e}} \\
& \times \left[ 1 + i\frac{M_1(\alpha_s^e + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^e + m)K_0(\alpha_s^e + m)} \right] \frac{\tilde{M}_1(\alpha_s^e)K_0^2(\alpha_s^e)K_0(\alpha_s^e + m)}{M_1(\alpha_s^e)} \\
& + \frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0 + \alpha}}\frac{h^2}{8}\sum_{t=0}^{\infty}[f_t^e - \alpha_t^e g_t^e]\frac{K_0(\alpha_t^e)\cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{\alpha_t^e(\alpha + \alpha_t^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_t^e)N_+(\alpha_t^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_t^e}} \\
& \times \left[ 1 + i\frac{M_1(\alpha_t^e - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^e - m)K_0(\alpha_t^e - m)} \right] \frac{\tilde{M}_1(\alpha_t^e)K_0^2(\alpha_t^e)K_0(\alpha_t^e - m)}{M_1(\alpha_t^e)} \\
& + \frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0 + \alpha}}\frac{1}{2}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e - \alpha_r^e g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e)\sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{\alpha_r^e(\alpha + \alpha_r^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e}} \\
& - \frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0 + \alpha}}\frac{h}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e - (\alpha_r^e + m)g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e + m)\sin[K_0(\alpha_r^e + m)b]}{(\alpha_r^e + m)(\alpha + \alpha_r^e + m)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e + m}} \\
& \times \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e + m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e + m)} - K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e + m) \right] \\
& + \frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0 + \alpha}}\frac{h}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e - (\alpha_r^e - m)g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e - m)\sin[K_0(\alpha_r^e - m)b]}{(\alpha_r^e - m)(\alpha + \alpha_r^e - m)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e - m}} \\
& \times \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e - m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e - m)} - K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e - m) \right]
\end{aligned} \tag{4.33.c.}$$



$$\begin{aligned}
D(\alpha) = & -\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{\hbar^2}{8}\sum_{s=0}^{\infty}[f_s^p-\alpha_s^p g_s^p]\frac{K_0(\alpha_s^p)\sin[K_0(\alpha_s^p)b]}{\alpha_s^p(\alpha+\alpha_s^p)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_s^p)\tilde{N}_+(\alpha_s^p) \\
& \times \left[1-i\frac{K_0(\alpha_s^p+m)\tilde{M}_1(\alpha_s^p+m)}{M_1(\alpha_s^p+m)}\right]\frac{M_1(\alpha_s^p)K_0(\alpha_s^p+m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^p)} \\
& +\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{\hbar^2}{8}\sum_{t=0}^{\infty}[f_t^p-\alpha_t^p g_t^p]\frac{K_0(\alpha_t^p)\sin[K_0(\alpha_t^p)b]}{\alpha_t^p(\alpha+\alpha_t^p)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_t^p)\tilde{N}_+(\alpha_t^p) \\
& \times \left[1-i\frac{K_0(\alpha_t^p-m)\tilde{M}_1(\alpha_t^p-m)}{M_1(\alpha_t^p-m)}\right]\frac{M_1(\alpha_t^p)K_0(\alpha_t^p-m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^p)} \\
& -\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{1}{2}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^p-\alpha_r^p g_r^p]\frac{K_0(\alpha_r^p)\cos[K_0(\alpha_r^p)b]}{\alpha_r^p(\alpha+\alpha_r^p)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^p)\tilde{N}_+(\alpha_r^p) \\
& +\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{\hbar}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^p-(\alpha_r^p+m)g_r^p]\frac{K_0(\alpha_r^p+m)\cos[K_0(\alpha_r^p+m)b]}{(\alpha_r^p+m)(\alpha+\alpha_r^p+m)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^p)\tilde{N}_+(\alpha_r^p) \\
& \times \left[\frac{M_1(\alpha_r^p)\tilde{M}_1(\alpha_r^p+m)K_0^2(\alpha_r^p+m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^p)M_1(\alpha_r^p+m)}+K_0(\alpha_r^p)M_1(\alpha_r^p)\tilde{M}_1(\alpha_r^p+m)K_0(\alpha_r^p+m)\right] \\
& -\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)\frac{\hbar}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^p-(\alpha_r^p-m)g_r^p]\frac{K_0(\alpha_r^p-m)\cos[K_0(\alpha_r^p-m)b]}{(\alpha_r^p-m)(\alpha+\alpha_r^p-m)}\tilde{M}_{1+}(\alpha_r^p)\tilde{N}_+(\alpha_r^p) \\
& \times \left[\frac{M_1(\alpha_r^p)\tilde{M}_1(\alpha_r^p-m)K_0^2(\alpha_r^p-m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^p)M_1(\alpha_r^p-m)}+K_0(\alpha_r^p)M_1(\alpha_r^p)\tilde{M}_1(\alpha_r^p-m)K_0(\alpha_r^p-m)\right] \\
& -\frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0+\alpha}}\frac{\hbar^2}{8}\sum_{s=0}^{\infty}[f_s^e-\alpha_s^e g_s^e]\frac{K_0(\alpha_s^e)\cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{\alpha_s^e(\alpha+\alpha_s^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_s^e)N_+(\alpha_s^e)}{\sqrt{k_0+\alpha_s^e}} \\
& \times \left[1+i\frac{M_1(\alpha_s^e+m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^e+m)K_0(\alpha_s^e+m)}\right]\frac{\tilde{M}_1(\alpha_s^e)K_0^2(\alpha_s^e)K_0(\alpha_s^e+m)}{M_1(\alpha_s^e)} \\
& +\frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0+\alpha}}\frac{\hbar^2}{8}\sum_{t=0}^{\infty}[f_t^e-\alpha_t^e g_t^e]\frac{K_0(\alpha_t^e)\cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{\alpha_t^e(\alpha+\alpha_t^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_t^e)N_+(\alpha_t^e)}{\sqrt{k_0+\alpha_t^e}} \\
& \times \left[1+i\frac{M_1(\alpha_t^e-m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^e-m)K_0(\alpha_t^e-m)}\right]\frac{\tilde{M}_1(\alpha_t^e)K_0^2(\alpha_t^e)K_0(\alpha_t^e-m)}{M_1(\alpha_t^e)} \\
& +\frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0+\alpha}}\frac{1}{2}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e-\alpha_r^e g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e)\sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{\alpha_r^e(\alpha+\alpha_r^e)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0+\alpha_r^e}} \\
& -\frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0+\alpha}}\frac{\hbar}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e-(\alpha_r^e+m)g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e+m)\sin[K_0(\alpha_r^e+m)b]}{(\alpha_r^e+m)(\alpha+\alpha_r^e+m)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0+\alpha_r^e+m}} \\
& \times \left[\frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e+m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e+m)}-K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e+m)\right] \\
& +\frac{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)}{i\sqrt{k_0+\alpha}}\frac{\hbar}{4i}\sum_{r=0}^{\infty}[f_r^e-(\alpha_r^e-m)g_r^e]\frac{K_0(\alpha_r^e-m)\sin[K_0(\alpha_r^e-m)b]}{(\alpha_r^e-m)(\alpha+\alpha_r^e-m)}\frac{M_{1+}(\alpha_r^e)N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0+\alpha_r^e-m}} \\
& \times \left[\frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e)K_0^2(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e-m)}{M_1(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e-m)}-K_0^2(\alpha_r^e)\tilde{M}_1(\alpha_r^e)M_1(\alpha_r^e-m)\right]
\end{aligned} \tag{4.33.d}$$

Burada  $\tilde{M}_{1+}(\alpha)$ ,  $\tilde{N}_+(\alpha)$ ,  $M_{1+}(\alpha)$ ,  $N_-(\alpha)$  ve  $\tilde{M}_{1-}(\alpha)$ ,  $\tilde{N}_-(\alpha)$ ,  $M_{1-}(\alpha)$ ,  $N_-(\alpha)$  (4.33.a.) ve (4.33.b.)'nin Wiener-Hopf faktörizasyonları sonucunda oluşan; aşağıdaki şekilde ifade edilen ve  $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha)$  ile  $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$  yarım düzlemlerinde regüler olan split fonksiyonlardır.

$$\frac{1}{\tilde{M}_1(\alpha)\tilde{N}(\alpha)} = \frac{1}{\tilde{M}_{1+}(\alpha)\tilde{N}_+(\alpha)} \times \frac{1}{\tilde{M}_{1-}(\alpha)\tilde{N}_-(\alpha)} \quad (4.34.a.)$$

$$\frac{K_0(\alpha)}{M_1(\alpha)N(\alpha)} = \frac{\sqrt{k_0 + \alpha}}{M_{1+}(\alpha)N_+(\alpha)} \times \frac{\sqrt{k_0 - \alpha}}{M_{1-}(\alpha)N_-(\alpha)} \quad (4.34.b.)$$

$$M_{1-}(\alpha) = M_{1+}(-\alpha) \text{ ve } N_-(\alpha) = N_+(-\alpha) \quad (4.35.a.)$$

(4.35.a.) da göz önünde bulundurularak  $N_{\pm}(\alpha)$  açık ifadesi Mittra and Lee (1971)'de belirtilen yöntemle

$$N_+(\alpha) = \left[ \frac{1}{[\cos(k_0 b) - i \sin(k_0 b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{k_0 + \alpha}{k_0 - \alpha} \right)^{1/4} \prod_{r=1}^{\infty} \left( \frac{\alpha_r^e - \alpha}{\alpha_r^e + \alpha} \right)^{1/2} \\ \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0(\alpha)b}{\pi} \ln \left( \frac{\alpha + iK_0(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0(\alpha)b + q^e(\alpha) \right\} \exp \left[ -\frac{i\alpha b}{\pi} \ln \left( \frac{2\alpha}{k_0} \right) \right] \quad (4.35.b.)$$

şeklinde bulunur. Burada

$$q^e(\alpha) = PV \int_0^{\infty} \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b + \left( \frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi' \right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi b)}{\pi [(\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi b)]} \right\} \ln \left( \frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi \quad (4.35.c.)$$

ve

$$\varpi' = \sqrt{\varpi^2 + k_1^2 - k_0^2} \quad (4.35.d.)$$

dur. Yine aynı yöntemle  $M_{1\pm}(\alpha)$  ifadesi,

$$\begin{aligned} M_{1+}(\alpha) &= [\cos(k_0 b)]^{1/2} \exp\left\{\frac{i\alpha b}{\pi} \left[1 - C + \ln\left(\frac{\alpha b}{\pi}\right) + i\frac{\pi}{2}\right]\right\} \\ &\times \prod_{r=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_r^e}\right) \exp\left(\frac{i\alpha b}{s\pi}\right) \end{aligned} \quad (4.35.e.)$$

şeklinde bulunur. Burada  $C$  Euler sabiti olup, değeri,  $C = 0.57721\dots$  dir.

$$\tilde{N}_-(\alpha) = \tilde{N}_+(-\alpha) \text{ ve } \tilde{M}_{1-}(\alpha) = \tilde{M}_{1+}(-\alpha) \quad (4.36.a.)$$

olmak üzere ve benzer yöntem kullanılarak da  $\tilde{M}_{1\pm}(\alpha)$  ve  $\tilde{N}_{\pm}(\alpha)$  açık ifadeleri sırasıyla;

$$\begin{aligned} \tilde{N}_+(\alpha) &= \left[ \frac{1}{[\cos(k_0 b) - i \sin(k_0 b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \prod_{r=1}^{\infty} \left( \frac{\alpha_r^o - \alpha}{\alpha_r^o + \alpha} \right)^{1/2} \\ &\times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0(\alpha)b}{\pi} \ln\left(\frac{\alpha + iK_0(\alpha)}{k_0}\right) - iK_0(\alpha)b + q^{(o)}(\alpha) \right\} \exp\left[ \frac{i\alpha b}{\pi} \ln\left(\frac{2\alpha}{k_0}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.36.b.)$$

ve

$$\begin{aligned} q^{(o)}(\alpha) &= PV \int_0^{\infty} \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b - \left(\frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi'\right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi' b)}{\pi \left[ (\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi' b) \right]} \right\} \\ &\times \ln\left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha}\right) d\varpi \end{aligned} \quad (4.36.c.)$$

ve

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{1+}(\alpha) &= \left[ \frac{\sin(k_0 b)}{k_0} \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{iab}{\pi} \left[ 1 - C - \ln \left( \frac{ab}{\pi} \right) + i \frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ &\quad \times \prod_{r=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\alpha}{\alpha_r^o} \right) \exp \left( \frac{iab}{s\pi} \right) \end{aligned} \quad (4.36.d.)$$

şeklinde yazılır.  $\varpi'$  (4.35.d.)'de verilmişti. Yine  $C$ , değeri yukarıda verilen Euler sabitidir.

#### 4.1. Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması

$-b < y < b$ ,  $x < 0$  ile tanımlı dalga kılavuzu bölgesini ele alalım.  $u_2^{(1)}(x, y)$  saçılan alanının sağladığı Helmholtz eşitliği

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_1^2 \right) u_2^{(1)}(x, y) = 0 \quad (4.37.a.)$$

çözülerek

$$u_2^{(1)}(x, y) = \{a(\alpha) \sin[K_1(\alpha)y] + b(\alpha) \cos[K_1(\alpha)y]\} e^{-i\alpha x}, \quad -b < y < b, x < 0 \quad (4.37.b.)$$

elde edilir. Ardından (4.6.b.) ve (4.6.c.) sınır koşulları ile (4.37.b.) eşitliğinden faydalanarak

$$\begin{aligned} &a(\alpha) \sin[K_1(\alpha)b] + b(\alpha) \cos[K_1(\alpha)b] \\ &+ h \sin mx K_1(\alpha) \{a(\alpha) \cos[K_1(\alpha)b] - b(\alpha) \sin[K_1(\alpha)b]\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.37.c.)$$

$$\begin{aligned}
& -a(\alpha)\sin[K_1(\alpha)b] + b(\alpha)\cos[K_1(\alpha)b] \\
& + h \sin mx K_1(\alpha) \{a(\alpha)\cos[K_1(\alpha)b] + b(\alpha)\sin[K_1(\alpha)b]\} \\
& = 0
\end{aligned} \tag{4.37.d.}$$

olarak iki eşitlik elde edilir. Bu eşitlikler düzenlenerek

$$\begin{aligned}
& [a(\alpha) - b(\alpha)h \sin mx K_1(\alpha)]\sin[K_1(\alpha)b] \\
& + [b(\alpha) + a(\alpha)h \sin mx K_1(\alpha)]\cos[K_1(\alpha)b] \\
& = 0
\end{aligned} \tag{4.37.e.}$$

$$\begin{aligned}
& -[a(\alpha) - b(\alpha)h \sin mx K_1(\alpha)]\sin[K_1(\alpha)b] \\
& + [b(\alpha) + a(\alpha)h \sin mx K_1(\alpha)]\cos[K_1(\alpha)b] \\
& = 0
\end{aligned} \tag{4.37.f.}$$

eşitliklerine dönüşür. (4.37.e.) ve (4.37.f.) denklemleri taraf tarafa toplanarak

$$b(\alpha) = -a(\alpha)h \sin mx K_1(\alpha) \tag{4.37.g.}$$

bulunur.  $u_2^{(1)}(x, y)$  saçılan alanı (4.37.b.) ile (4.37.g.) eşitliklerini kullanarak ve normal mod serileri şeklinde

$$\begin{aligned}
u_2^{(1)}(x, y) = & \sum_{n=0}^{\infty} a_n^e [\sin(\xi_n^e y) - h \xi_n^e \sin mx \cos(\xi_n^e y)] e^{-i\beta_n^e x} \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} a_n^o [\sin(\xi_n^o y) - h \xi_n^o \sin mx \cos(\xi_n^o y)] e^{-i\beta_n^o x}, \\
& -b < y < b, x < 0
\end{aligned} \tag{4.37.h.}$$

olarak belirlenir. Burada,  $\beta_n$  kılavuz içinde saçılan ayırık modları ifade etmek üzere ve

kılavuz içinde  $\xi_n = K_1(\beta_n)b = \sqrt{k_1^2 - \beta_n^2}$  olmak üzere, (4.6.b.), (4.6.c.) ve (4.37.c.) kullanılarak elde edilen

$$L(\beta_n) = \sin[\xi_n b] \cos[\xi_n b] = 0 \quad (4.37.i.)$$

eşitliğini sağlayan,  $\beta_n^o$  ve  $\beta_n^e$  değerleri, aşağıdaki belirtildiği gibi,

$$\beta_n^o = \sqrt{k_1^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (4.37.j.)$$

$$\beta_n^e = \sqrt{k_1^2 - \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b}\right)^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (4.37.k.)$$

$L(\beta_n)$  karakteristik denkleminin kökleridir.

(4.13.c.) ve (4.13.d.) eşitlikleri ile (4.6.e.) ve (4.6.f.) süreklilik koşulları kullanılarak

$$u^i(0) + u_2^{(1)}(0, y) = ig(y), \quad -b < y < b, \quad (4.38.a.)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u^i(0) + \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(1)}(0, y) = f(y), \quad -b < y < b \quad (4.38.b.)$$

elde edilir. Mod uydurma yöntemiyle (Hameş ve Tayyar,2005; Birbir ve Büyükaksoy, 2000) bilinmeyen katsayıları bulmak için (4.38.a.) ve (4.38.b.) eşitliklerini de kullanarak

$$1 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n^o \sin(\xi_n^o y) = \sum_{r=0}^{\infty} g_r^o \sin[K_0(\alpha_r^o)t]y + \sum_{s=0}^{\infty} g_s^e \cos[K_0(\alpha_s^e)y] + \sum_{t=0}^{\infty} g_t^e \cos[K_0(\alpha_t^e)y] \quad (4.39.a.)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n^e \sin(\xi_n^e y) = \sum_{r=0}^{\infty} g_r^e \cos[K_0(\alpha_r^e)y] + \sum_{s=0}^{\infty} g_s^o \sin[K_0(\alpha_s^o)y] + \sum_{t=0}^{\infty} g_t^o \sin[K_0(\alpha_t^o)y] \quad (4.39.b.)$$

$$ik_1 - \sum_{n=0}^{\infty} a_n^o i \beta_n^o [\sin(\xi_n^o y) - \xi_n^o h m \cos(\xi_n^o y)] = \sum_{r=0}^{\infty} f_r^o \sin[K_0(\alpha_r^o)y] + \sum_{s=0}^{\infty} f_s^e \cos[K_0(\alpha_s^e)y] + \sum_{t=0}^{\infty} f_t^e \cos[K_0(\alpha_t^e)y] \quad (4.40.c.)$$

$$- \sum_{n=0}^{\infty} a_n^e i \beta_n^e [\sin(\xi_n^e y) - \xi_n^e h m \cos(\xi_n^e y)] = \sum_{r=0}^{\infty} f_r^e \cos[K_0(\alpha_r^e)y] + \sum_{s=0}^{\infty} f_s^o \sin[K_0(\alpha_s^o)y] + \sum_{t=0}^{\infty} f_t^o \sin[K_0(\alpha_t^o)y] \quad (4.39.d.)$$

yazılabilir.

(4.39.a.) ve (4.39.c.) denklemlerinin her iki tarafı sırasıyla  $\sin(\xi_l^o y)$  ve  $\{\sin[K_0(\alpha_{lr}^o)y] + \cos[K_0(\alpha_{ls}^e)y] + \cos[K_0(\alpha_{lt}^e)y]\}$  ile çarpılıp  $y = -b$  'den  $y = b$  'ye integralleri alınır ve integrallerin ortogonalitesi de göz önüne alınırsa

$$a_l^o = \frac{i(\xi_l^o) \cos(\xi_l^o b)}{b} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\sin[K_0(\alpha_r^o)b]}{(\beta_l^o)^2 - (\alpha_r^o)^2} g_r^o, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4.40.)$$

$$f_{lr}^o + f_{ls}^e + f_{lt}^e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i\beta_n^o}{b} \sin(\xi_n^e b) \left\{ - \frac{K_0(\alpha_{lr}^o) \cos[K_0(\alpha_{lr}^o)b]}{(\alpha_{lr}^o)^2 - (\beta_n^o)^2} \right\} a_n^o, \quad (4.41.)$$

$$lr = ls = lt = 0, 1, 2, \dots$$

elde edilir.

(4.39.b.) ve (4.39.d.) denklemlerinin her iki tarafı sırasıyla  $\sin(\xi_l^e y)$  ve  $\{\cos[K_0(\alpha_{lr}^e)y] + \sin[K_0(\alpha_{ls}^o)y] + \sin[K_0(\alpha_{lt}^o)y]\}$  ile çarpılıp  $y = -b$  'den  $y = b$  'ye integralleri alınır ve integrallerin ortogonalliği de göz önüne alınırsa

$$a_l^e = \frac{2i}{b} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \frac{K_0^o(\alpha_s^o) \sin(\xi_{ls}^e b) \cos[K_0(\alpha_s^o)b]}{(\alpha_s^o)^2 - (\beta_{ls}^o)^2} g_s^o + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{K_0^o(\alpha_t^o) \sin(\xi_{lt}^e b) \cos[K_0(\alpha_t^o)b]}{(\alpha_t^o)^2 - (\beta_{lt}^o)^2} g_t^o \right\}, \quad (4.42.)$$

$l = ls = lt = 0, 1, 2, \dots$

$$f_{lr}^e + f_{ls}^o + f_{lt}^o = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i\beta_n^e \xi_n^e}{b} \sin(\xi_n^e b) \left\{ \frac{\cos[K_0(\alpha_{ls}^o)b]}{(\alpha_{ls}^o)^2 - (\beta_n^e)^2} + \frac{\cos[K_0(\alpha_{lt}^o)b]}{(\alpha_{lt}^o)^2 - (\beta_n^e)^2} \right\} a_n^e, \quad (4.43.)$$

$lr = ls = lt = 0, 1, 2, \dots$

elde edilir. Yeniden düzenlersek

$$f_{lr}^o + f_{ls}^e + f_{lt}^e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i\beta_n^o}{b} \sin(\xi_n^e b) \left\{ -\frac{K_0(\alpha_{lr}^o) \cos[K_0(\alpha_{lr}^o)b]}{(\alpha_{lr}^o)^2 - (\beta_n^o)^2} \right\} \frac{i(\xi_{lr}^o) \cos(\xi_{lr}^o b)}{b} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\sin[K_0(\alpha_r^o)b]}{(\beta_{lr}^o)^2 - (\alpha_r^o)^2} g_r^o, \quad (4.44.)$$

$lr = ls = lt = 0, 1, 2, \dots,$

$$f_{lr}^e + f_{ls}^o + f_{lt}^o = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i\beta_n^e \xi_n^e}{b} \sin(\xi_n^e b) \left\{ \frac{\cos[K_0(\alpha_{ls}^o)b]}{(\alpha_{ls}^o)^2 - (\beta_n^e)^2} + \frac{\cos[K_0(\alpha_{lt}^o)b]}{(\alpha_{lt}^o)^2 - (\beta_n^e)^2} \right\} \frac{2i}{b} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \frac{K_0^o(\alpha_s^o) \sin(\xi_{ls}^e b) \cos[K_0(\alpha_s^o)b]}{(\alpha_s^o)^2 - (\beta_{ls}^o)^2} g_s^o + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{K_0^o(\alpha_t^o) \sin(\xi_{lt}^e b) \cos[K_0(\alpha_t^o)b]}{(\alpha_t^o)^2 - (\beta_{lt}^o)^2} g_t^o \right\}, \quad (4.45.)$$

$lr = ls = lt = 0, 1, 2, \dots$

elde edilir.



## ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

### 4.2. Işınan Alanın Analizi

$F(\alpha, y)$  ve  $H(\alpha, y)$  'nin ters Fourier dönüşümü ile ışınan alan elde edebiliriz:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L A(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (5.1.a.)$$

ve

$$u_3(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L D(\alpha) e^{-iK_0(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (5.1.b.)$$

yazılır.  $L$  integrasyon çizgisi  $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$  aralığında reel  $\alpha$  eksenini boyunca eksene paralel uzanmaktadır.

(4.33.c.) ve (4.33.d.) denklemlerinin semer noktası yöntemi kullanılarak asimptotik olarak değerlendirilmesi sonucunda  $y > b$  'deki toplam ışınan alan:

$$\begin{aligned}
& u_{1rad}(\rho, \phi) \sim \\
& \frac{h^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^o - \alpha_s^o g_s^o] \frac{K_0(\alpha_s^o) \sin[K_0(\alpha_s^o)b]}{\alpha_s^o(-k_0 \cos \phi + \alpha_s^o)} \\
& \times \left[ 1 - i \frac{K_0(\alpha_s^o + m) \tilde{M}_1(\alpha_s^o + m)}{M_1(\alpha_s^o + m)} \right] \tilde{M}_{1+}(\alpha_s^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_s^o) \frac{M_1(\alpha_s^o) K_0(\alpha_s^o + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^o)} \\
& - \frac{h^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^o - \alpha_t^o g_t^o] \frac{K_0(\alpha_t^o) \sin[K_0(\alpha_t^o)b]}{\alpha_t^o(-k_0 \cos \phi + \alpha_t^o)} \\
& \times \left[ 1 - i \frac{K_0(\alpha_t^o - m) \tilde{M}_1(\alpha_t^o - m)}{M_1(\alpha_t^o - m)} \right] \tilde{M}_{1+}(\alpha_t^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_t^o) \frac{M_1(\alpha_t^o) K_0(\alpha_t^o - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^o)} \\
& + \frac{1}{2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - \alpha_r^o g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{\alpha_r^o(\alpha + \alpha_r^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_r^o) \\
& + \frac{i\hbar}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o + m) g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o + m) \cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{(\alpha_r^o + m)(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^o + m)} \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0^2(\alpha_r^o + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o + m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0(\alpha_r^o + m) \right] \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_r^o) \\
& - \frac{i\hbar}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o - m) g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o - m) \cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{(\alpha_r^o - m)(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^o - m)} \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0^2(\alpha_r^o - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o - m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \tilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0(\alpha_r^o - m) \right] \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_r^o) \\
& + \frac{ih^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^e - \alpha_s^e g_s^e] \frac{K_0(\alpha_s^e) \cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{\alpha_s^e(-k_0 \cos \phi + \alpha_s^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_s^e) N_{+}(\alpha_s^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_s^e}} \\
& \times \left[ 1 + i \frac{M_1(\alpha_s^e + m)}{\tilde{M}_1(\alpha_s^e + m) K_0(\alpha_s^e + m)} \right] \frac{\tilde{M}_1(\alpha_s^e) K_0^2(\alpha_s^e) K_0(\alpha_s^e + m)}{M_1(\alpha_s^e)} \\
& - \frac{ih^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^e - \alpha_t^e g_t^e] \frac{K_0(\alpha_t^e) \cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{\alpha_t^e(-k_0 \cos \phi + \alpha_t^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_t^e) N_{+}(\alpha_t^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_t^e}} \\
& \times \left[ 1 + i \frac{M_1(\alpha_t^e - m)}{\tilde{M}_1(\alpha_t^e - m) K_0(\alpha_t^e - m)} \right] \frac{\tilde{M}_1(\alpha_t^e) K_0^2(\alpha_t^e) K_0(\alpha_t^e - m)}{M_1(\alpha_t^e)} \\
& - \frac{i}{2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - \alpha_r^e g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{\alpha_r^e(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_{+}(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e}} \\
& + \frac{h}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e + m) g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e + m) \sin[K_0(\alpha_r^e + m)b]}{(\alpha_r^e + m)(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^e + m)} \\
& \times \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e) K_0^2(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e + m)}{M_1(\alpha_r^e) \tilde{M}_1(\alpha_r^e + m)} - K_0^2(\alpha_r^e) \tilde{M}_1(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e + m) \right] \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_{+}(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e + m}} \\
& - \frac{h}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e - m) g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e - m) \sin[K_0(\alpha_r^e - m)b]}{(\alpha_r^e - m)(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^e - m)} \\
& \times \left[ \frac{\tilde{M}_1(\alpha_r^e) K_0^2(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e - m)}{M_1(\alpha_r^e) \tilde{M}_1(\alpha_r^e - m)} - K_0^2(\alpha_r^e) \tilde{M}_1(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e - m) \right] \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_{+}(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e - m}}
\end{aligned} \tag{5.2.a.}$$

ve  $y < -b$  'deki toplam ışınan alan

$$\begin{aligned}
& u_{3rad}(\rho, \phi) \sim \\
& - \frac{h^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \widetilde{M}_{1-}(k_o \cos \phi) \widetilde{N}_{-}(k_o \cos \phi) \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^o - \alpha_s^o g_s^o] \frac{K_0(\alpha_s^o) \sin[K_0(\alpha_s^o)b]}{\alpha_s^o(-k_o \cos \phi + \alpha_s^o)} \\
& \times \left[ 1 - i \frac{K_0(\alpha_s^o + m) \widetilde{M}_1(\alpha_s^o + m)}{M_1(\alpha_s^o + m)} \right] \frac{M_1(\alpha_s^o) K_0(\alpha_s^o + m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_s^o)} \widetilde{M}_{1+}(\alpha_s^o) \widetilde{N}_+(\alpha_s^o) \\
& + \frac{h^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \widetilde{M}_{1-}(k_o \cos \phi) \widetilde{N}_{-}(k_o \cos \phi) \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^o - \alpha_t^o g_t^o] \frac{K_0(\alpha_t^o) \sin[K_0(\alpha_t^o)b]}{\alpha_t^o(-k_o \cos \phi + \alpha_t^o)} \\
& \times \left[ 1 - i \frac{K_0(\alpha_t^o - m) \widetilde{M}_1(\alpha_t^o - m)}{M_1(\alpha_t^o - m)} \right] \frac{M_1(\alpha_t^o) K_0(\alpha_t^o - m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_t^o)} \widetilde{M}_{1+}(\alpha_t^o) \widetilde{N}_+(\alpha_t^o) \\
& - \frac{1}{2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \widetilde{M}_{1-}(k_o \cos \phi) \widetilde{N}_{-}(k_o \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - \alpha_r^o g_{s1}^o] \frac{K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{\alpha_r^o(-k_o \cos \phi + \alpha_r^o)} \widetilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \widetilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& - \frac{ih}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \widetilde{M}_{1-}(k_o \cos \phi) \widetilde{N}_{-}(k_o \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o + m) g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o + m) \cos[K_0(\alpha_r^o + m)b]}{(\alpha_r^o + m)(-k_o \cos \phi + \alpha_r^o + m)} \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \widetilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0^2(\alpha_r^o + m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o + m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \widetilde{M}_1(\alpha_r^o + m) K_0(\alpha_r^o + m) \right] \widetilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \widetilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& + \frac{ih}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \widetilde{M}_{1-}(k_o \cos \phi) \widetilde{N}_{-}(k_o \cos \phi) \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^o - (\alpha_r^o - m) g_r^o] \frac{K_0(\alpha_r^o - m) \cos[K_0(\alpha_r^o - m)b]}{(\alpha_r^o - m)(-k_o \cos \phi + \alpha_r^o - m)} \\
& \times \left[ \frac{M_1(\alpha_r^o) \widetilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0^2(\alpha_r^o - m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o - m)} + K_0(\alpha_r^o) M_1(\alpha_r^o) \widetilde{M}_1(\alpha_r^o - m) K_0(\alpha_r^o - m) \right] \widetilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \widetilde{N}_+(\alpha_r^o) \\
& + \frac{ih^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_o \cos \phi) N_{-}(k_o \cos \phi)}{\sqrt{k_o - k_o \cos \phi}} \sum_{s=0}^{\infty} [f_s^e - \alpha_s^e g_s^e] \frac{K_0(\alpha_s^e) \cos[K_0(\alpha_s^e)b]}{\alpha_s^e(-k_o \cos \phi + \alpha_s^e)} \\
& \times \frac{\widetilde{M}_1(\alpha_s^e) K_0^2(\alpha_s^e) K_0(\alpha_s^e + m)}{M_1(\alpha_s^e)} \left[ 1 + i \frac{M_1(\alpha_s^e + m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_s^e + m) K_0(\alpha_s^e + m)} \right] \frac{M_{1+}(\alpha_s^e) N_+(\alpha_s^e)}{\sqrt{k_o + \alpha_s^e}} \\
& - \frac{ih^2}{8} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_o \cos \phi) N_{-}(k_o \cos \phi)}{\sqrt{k_o - k_o \cos \phi}} \sum_{t=0}^{\infty} [f_t^e - \alpha_t^e g_t^e] \frac{K_0(\alpha_t^e) \cos[K_0(\alpha_t^e)b]}{\alpha_t^e(-k_o \cos \phi + \alpha_t^e)} \\
& \times \frac{\widetilde{M}_1(\alpha_t^e) K_0^2(\alpha_t^e) K_0(\alpha_t^e - m)}{M_1(\alpha_t^e)} \left[ 1 + i \frac{M_1(\alpha_t^e - m)}{\widetilde{M}_1(\alpha_t^e - m) K_0(\alpha_t^e - m)} \right] \frac{M_{1+}(\alpha_t^e) N_+(\alpha_t^e)}{\sqrt{k_o + \alpha_t^e}} \\
& - \frac{i}{2} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_o \cos \phi) N_{-}(k_o \cos \phi)}{\sqrt{k_o - k_o \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - \alpha_r^e g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{\alpha_r^e(-k_o \cos \phi + \alpha_r^e)} \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_o + \alpha_r^e}} \\
& + \frac{h}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_o \cos \phi) N_{-}(k_o \cos \phi)}{\sqrt{k_o - k_o \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e + m) g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e + m) \sin[K_0(\alpha_r^e + m)b]}{(\alpha_r^e + m)(-k_o \cos \phi + \alpha_r^e + m)} \\
& \times \left[ \frac{\widetilde{M}_1(\alpha_r^e) K_0^2(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e + m)}{M_1(\alpha_r^e) \widetilde{M}_1(\alpha_r^e + m)} - K_0^2(\alpha_r^e) \widetilde{M}_1(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e + m) \right] \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_o + \alpha_r^e + m}} \\
& - \frac{h}{4} \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \frac{M_{1-}(k_o \cos \phi) N_{-}(k_o \cos \phi)}{\sqrt{k_o - k_o \cos \phi}} \sum_{r=0}^{\infty} [f_r^e - (\alpha_r^e - m) g_r^e] \frac{K_0(\alpha_r^e - m) \sin[K_0(\alpha_r^e - m)b]}{(\alpha_r^e - m)(\alpha_r^e - m)} \\
& \left[ \frac{\widetilde{M}_1(\alpha_r^e) K_0^2(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e - m)}{M_1(\alpha_r^e) \widetilde{M}_1(\alpha_r^e - m)} - K_0^2(\alpha_r^e) \widetilde{M}_1(\alpha_r^e) M_1(\alpha_r^e - m) \right] \frac{M_{1+}(\alpha_r^e) N_+(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_o + \alpha_r^e - m}}
\end{aligned} \tag{5.2.b.}$$

olarak elde edilir. Burada,  $(\rho, \phi)$  silindirik koordinatlar sisteminde  $x = \rho \cos \phi$  ve  $y - b = \rho \sin \phi$  ile tanımlanmıştır.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, sinüzoidal kırışık duvarlı yarı-sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzu ele alınmış ve pertürbasyon metoduyla birleştirilerek Wiener-Hopf tekniği yardımıyla TEM modunda düzlem dalga ışınımı analiz edilmiştir. Dalga kılavuzunun içinde ve dışında saçılan alanın açık ifadeleri elde edilmiştir. Özellikle, başta keyfi gözlem açılarında düzgün olarak değişen uzak alan ifadeleri olmak üzere, dalga kılavuzunun dışındaki alan semer noktası yöntemi kullanılarak asimptotik olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar kırışıklık genliği dalga boyuna kıyasla küçük iken geçerlidir.

$h \rightarrow 0$  olması durumunda dalga kılavuzu içinde toplam alan için yaklaşık sınır koşullarını ifade eden (4.5.) denklemi aşağıdaki eşitliğe dönüşmektedir:

$$\left[ u'(x, \pm b) \right] = 0, \quad x < 0 \quad (6.1.)$$

böylece düz, kalınlıksız, yarı-sonsuz, mükemmel iletken ve paralel plakalı dalga kılavuzu için toplam alana ait sınır koşulları ifadesine ulaşılmaktadır.

Yine (4.13.f.) ile verilen  $G_+(\alpha, y)$  fonksiyonu kalınlıklı, paralel plakalı dalga kılavuzundan ışınım problemindeki ilgili fonksiyon Hameş ve Tayyar (2005) ile örtüşmektedir.

$h \rightarrow 0$  yapılarak ortaya koyulacak olan başka bir doğrulama ışınan alan eşitliklerinde olmalıdır. Söz konusu koşul ile ışınan alan eşitlikleri (5.2.a.) ve (5.2.b.), plakalar  $y = \pm b$  'de konumlanmış düz, sonsuz ince kalınlıklı, mükemmel iletken, açık uçlu paralel plakalı dalga kılavuzundan ışınan alan Mitra and Lee (1971) ile örtüşmektedir ve aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$\begin{aligned}
& u_{1rad}(\rho, \phi) \\
& \sim \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \sum_{r=0}^{\infty} (f_r^o - \alpha_r^o g_r^o) \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \\
& \times \frac{K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{2\alpha_r^o(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_r^o) \\
& + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \sum_{s=0}^{\infty} (f_r^e - \alpha_r^e g_r^e) \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{i\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \\
& \times \frac{K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{2\alpha_r^e(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^e)} \frac{N_{+}(\alpha_r^e) M_{1+}(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e}}
\end{aligned} \tag{6.2.a.}$$

$$\begin{aligned}
& u_{3rad}(\rho, \phi) \\
& \sim - \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \sum_{s=0}^{\infty} (f_r^o - \alpha_r^o g_r^o) \tilde{M}_{1-}(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_{-}(k_0 \cos \phi) \\
& \times \frac{K_0(\alpha_r^o) \cos[K_0(\alpha_r^o)b]}{2\alpha_r^o(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^o)} \tilde{M}_{1+}(\alpha_r^o) \tilde{N}_{+}(\alpha_r^o) \\
& + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{ik_o\rho}}{\sqrt{k_o\rho}} \sum_{s=0}^{\infty} (f_r^e - \alpha_r^e g_r^e) \frac{M_{1-}(k_0 \cos \phi) N_{-}(k_0 \cos \phi)}{i\sqrt{k_0 - k_0 \cos \phi}} \\
& \times \frac{K_0(\alpha_r^e) \sin[K_0(\alpha_r^e)b]}{2\alpha_r^e(-k_0 \cos \phi + \alpha_r^e)} \frac{N_{+}(\alpha_r^e) M_{1+}(\alpha_r^e)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^e}}
\end{aligned} \tag{6.2.b.}$$

Bu problemin çözümünde sınır koşulları Taylor serisine açılıp yaklaşık sınır koşulları elde edilmiş ve ilk iki terimle yetinilmiştir. Daha fazla terimin, daha yüksek mertebeden türevleri karşımıza çıkarabileceği aşikar olup; bu ileriki bir çalışma konusu olmaktadır.

**KAYNAKLAR**

- Abrahams, D., 1987. Scattering of Sound by Two Parallel Semi-Infinite Screens. **Wave Motion**, 9(4): 289-300.
- Abrahams, D. and Wickham, G. R., 1991. The Scattering of Water Waves by Two Semi-Infinite Opposed Vertical Walls. **Wave Motion**, 14(2): 145-168.
- Alkumru, A., Büyükaksoy, A. and Güneş, F., 2002. Wiener–Hopf analysis of the dominant mode propagation in a dual-ridged parallel plate waveguide with impedance loading. **Electromagnetics**, 22: 37–58.
- Birbir, F. and Büyükaksoy, A., 2000. Radiation from an impedance loaded paralel-plate waveguide. **Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences**, 8(2): 81-91.
- Birbir, F., Büyükaksoy, A. and Chumachenko, V. P., 2002. Wiener-Hopf analysis of the two-dimensional box-like horn radiator. **International Journal of Engineering Science**, 40: 51-66.
- Büyükaksoy, A. and Birbir, F., 1998. Analysis of Impedance Loaded Parallel Plate Waveguide Radiator. **Journal of Elektromagnetic Waves and Appl. (JEMWA)**, 12(11): 1509-1526.
- Büyükaksoy, A. ve Uzgören, G., 1999. **Kırınım Problemleri**. GYTE Yayınları, No.4, Gebze.
- Büyükaksoy, A. and Polat, B., 1999. A bifurcated waveguide problem. **An International Journal for Physical and Engineering Sciences**, 51: 196-202.
- Büyükaksoy, A., Uzgören, G., Birbir, F., 2001. The Scattering of A Plane Wave by Two Parallel Semi-Infinite Overlapping Screens with Dielectric Loading. **Wave Motion**, 34(4): 375-389.
- Çınar, G. and Büyükaksoy, A., 2001. Diffraction by a set of three paralel impedance half-planes with the one amidst located in the opposite direction. **Canadian Journal of Physics**, 80: 893–909.
- Demir, A. and Büyükaksoy, A., 2003. Transmission of sound waves in a cylindrical duct with an acoustically lined muffler. **International Journal Of Engineering Science**, 41: 2411-2427.
- Demir, A. and Büyükaksoy, A., 2005. Wiener-Hopf approach for predicting the transmission loss of a circular silencer with a locally reacting lining. **International Journal Of Engineering Science**, 43: 398-416.
- Hameş, Y., Tayyar, İ. H., 2005. Radiation from Dielectric-Filled Thick-Wall Parallel-Plate Waveguide Junction Loaded with a Dielectric Half-Plane. **Electromagnetics**, 25(3): 245-266.
- İdemem, M., 1979. A New Method to Obtain Exact Solutions of Vector Wiener-Hopf Equations. **ZAMM**, 59(11): 656-658.
- Mitra, R. and Lee, S. W., 1971. **Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves**. The Macmillan Company, New York.
- Nakayama, J., 2000. Wave Scattering From an Aposides Sinusoidal Surface. **IEICE Trans. Electron.**, E83-C(7): 1153-1158.

- Nakayama, J., Moriyama, T., Yamakita, J., 2001. Wave Scattering From a Periodic Surface with Finite Extent: A Periodic Approach. **IEICE Trans. Electron.**, E84-C(8) 1111-1113.
- Nakayama, J. and Tsuji, H., 2002. Wave Scattering and Diffraction From a Finite Periodic Surface: Diffraction Order and Diffraction Beam. **IEICE Trans. Electron.**, E83-C(10): 1111-1113
- Polat, B., Buyukaksoy, A. and Cinar, G., 2001. Plane wave diffraction by tandem impedance slits. **Progress In Electromagnetics Research**, 34: 29-61.
- Rulf, B. and Hurd, R. A., 1978. Radiation from An Open Waveguide with Reactive Walls. **IEEE Trans. Antennas and Propagation**, 26(5): 668 - 673.
- Tayyar, İ. H. and Büyükaksoy, A., 2003. Plane Wave Diffraction by the Junction of a Thick Impedance Half-Plane and a Thick Dielectric Slab. **IEE Proc. Sci. Meas. Technol.**, 150(4): 169-176.
- Tayyar, I. H., Büyükaksoy, A. and Işıkyer, A., 2008a. Wiener-Hopf analysis of the parallel plate wave guide with opposing rectangular dielectric-filled grooves. **Canadian Journal of Physics**, 86: 733-745.
- Tayyar, I. H., Büyükaksoy, A. and Işıkyer, A., 2008b. A Wiener-Hopf analysis of the parallel plate waveguide with finite length impedance loading. **Radio Science**, 43: RS5005.
- Weinstein, L. A., 1969. **The Theory of Diffraction and the Factorization Method**. Boulder, Colorado, Golem.
- Zheng, J. P. and Kobayashi, K., 2009. Diffraction by a Semi-Infinite Parallel-Plate Waveguide with Sinusoidal Wall Corrugation: Combined Perturbation and Wiener-Hopf Analysis. **Progress in Electromagnetics Research B**, 13: 75-110.
- Zheng, J. P., Kobayashi, K., 2009. Combined Wiener-Hopf and Perturbation Analysis of the H-Polarized Plane Wave Diffraction by a Semi-Infinite Parallel Plate Waveguide with Sinusoidal Wall Corrugation. **Progress in Electromagnetics Research B**, 13: 203-236.



## TEŞEKKÜR

Tez alıőmamn her aőamasında büyük bir titizlik, sabır ve özveriyle bana destek olan, yol gösteren ve iyi bir bilimsel çalışma ortamı sağlayan danıőman hocam sayın Yrd.Doç.Dr.Yakup HAMEŞ'e katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Çalıőmalarım sırasında katkılarını esirgemeyen hocam sayın Yrd.Doç.Dr.Emin NAL ile sağladıkları yardım ve motivasyon için değerli eőim Öğr.Gör.Erdem ASLAN ve değerli arkadaőım Teoman ÖZDAL'a da teşekkür ederim.

Tez çalıőmalarım sırasında manevi desteğini esirgemeyen hayatımın her aőamasında bana destek olan aileme sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

## ÖZGEÇMİŞ

1981 yılında Yozgat'ta doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Kayseri'de tamamladım. 1999 yılında girdiğim Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi'nden, 2004 yılında, Elektronik Mühendisi ünvanıyla mezun oldum. Aynı yıl, beyaz eşya sektöründe bir kuruluşta çalışmaya başladım ve 2008 `de yüksek lisans öğrenimime başlayana kadar çeşitli sektörlerde çalıştım. 2010 yılında Mustafa Kemal Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladım. Halen aynı üniversitede Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktayım.