



ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMAYA DAİR  
KAVRAMSAL ANLAYIŞLARININ BİLGİSAYAR DESTEKLİ ORTAMLARDA  
GELİŞTİRİLMESİ

SÜMEYYE GÜRHAN

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mevlana Üniversitesi

2015

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMAYA DAİR  
KAVRAMSAL ANLAYIŞLARININ BİLGİSAYAR DESTEKLİ ORTAMLARDA  
GELİŞTİRİLMESİ**

Mevlana Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 501013005 numaralı Yüksek Lisans / Doktora Öğrencisi **Sümeyye GÜRHAN**, ilgili yönetmeliğin belirlediği gerekli tüm şartları sağladıktan sonra hazırladığı “**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMAYA DAİR KAVRAMSAL ANLAYIŞLARININ BİLGİSAYAR DESTEKLİ ORTAMLARDA GELİŞTİRİLMESİ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Jüri Üyeleri:**

Doç. Dr. İsmail Özgür ZEMBATimza. ....

(Danışman)

Doç. Dr. Erhan Ertekin imza. ....

Yrd. Doç. Dr. Şükrü KAYA imza. ....

Doç. Dr. İsmail Özgür ZEMBAT imza. ....

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı Başkanı

Doç. Dr. Ali SEBETCİ imza. ....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Tarih:

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Sümeyye GÜRHAN

## ÖZ

# ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DÖRTGENLERİ SINIFLANDIRMAYA DAİR KAVRAMSAL ANLAYIŞLARININ BİLGİSAYAR DESTEKLİ ORTAMLARDA GELİŞTİRİLMESİ

Sümeyye GÜRHAN

İlköğretim Bölümü Yüksek Lisans Tezi, 2015

Tez Danışmanı: Doç. Dr. İsmail Özgür ZEMBAT

Bu araştırmanın amacı ortaokul 5. sınıf seviyesinde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğrencilerce nasıl yapılandırılabilirliğini belirlemektir. Bunu yapabilmek için 5. sınıf seviyesine uygun ve yapılandırmacı kuramın gerekliliklerini dikkate alan teknoloji destekli (Geometer's Sketchpad) bir müfredat tasarlanmış, bu müfredat yaklaşık 10 kişiyle yapılan pilot çalışmalardan sonra iki beşinci sınıf öğrencisine birebir yapılan öğretim deneyi yöntemi ile uygulanmış ve sonuç olarak dörtgenlerin hiyerarşik yapısının nasıl yapılandırıldığı ortaya çıkarılmıştır. Veriler her bir öğrenci ile yapılan yedişer saatlik öğretim videoları ve bu öğretimin başında ve sonunda yapılan mülakatlardan ibarettir. Bu veriler nitel yöntemlerle analiz edilmiştir. Bu analizler esnasında öğrencilerin bilgisayar ekranındaki çizime mi yoksa arka plandaki matematiksel fikre, yani figüre, mi odaklandıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Buna ek olarak öğrencilerin buldukları van Hiele düzeyinden bir üst düzeye geçişlerini neyin nasıl etkilediği incelenmiştir.

Araştırmada dörtgen hiyerarşisinin öğrencilerce yapılandırılmasında dikkat edilmesi gereken bir takım hususların olduğu görülmüştür. Bunlardan ilki dörtgenlerin özelliklerinin kısıtlı ve esnek olarak ele alınması gerektiğidir. İkincisi şekillerin aile olma mantığı ile ele alınabilmesidir – ki bu mantık bir şeklin diğer bir şekil ailesinin özelliklerini taşımasının bir sonucudur. Diğer bir husus ise bir aileye mensup olma mantığının birbirinin ikizi olma anlamına gelmediğinin anlaşılması ve verilen matematiksel ifadenin aile olma mantığı ile bağdaştırılmasıdır. Ayrıca dörtgen hiyerarşisinin öğretiminde kullanılan dil ve odak noktasının ayrı bir öneme sahip olduğu görülmüştür. Bunlara ek olarak teknoloji kullanımının öğrencilerin sahip olduğu statik prototipleri sorgulamalarına ve daha esnek dörtgen tanımları geliştirmelerine yardımcı olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Müfredat geliştirme, dinamik geometri yazılımı, ortaokul öğrencileri,  
dörtgenler

# MIDDLE SCHOOL STUDENTS' CONCEPTUAL DEVELOPMENT OF CLASSIFICATION OF QUADRILATERALS WITHIN TECHNOLOGICALLY SUPPORTED ENVIRONMENTS

Sümeyye GÜRHAN

Master of Science Thesis in Department of Elementary Mathematics Education

Supervisor: Assoc. Prof. İsmail Özgür ZEMBAT

The purpose of this study is to determine how the hierarchical structure of the quadrilaterals is developed by students at the 5th grade level. To do so, a technology-supported (with Geometer's Sketchpad) curriculum aligned with constructivist principles is developed, applied to two fifth graders individually, after piloted on about 10 individuals, using a teaching experiment methodology and as a result the way the hierarchical structure of the quadrilaterals is constructed is characterized. The data consists of seven-hours teaching videos for each student and pre- and post-interviews conducted with participants. The data is analyzed through qualitative techniques. During the analysis, whether the students focused on 'drawing' on the computer screen or 'mathematical idea' in the background, or figure, is attempted to be revealed. In addition, the questions of what affects students' transitions to an upper van Hiele level and how were also examined.

It is observed in this study that there are certain issues that need to be taken into account in fostering students' development of the hierarchy of quadrilaterals. First, properties of the quadrilaterals should be treated as "limited" and "flexible." Second, geometric shapes should be treated considering their families - this is a result of considering a geometric shape has the characteristics of the family of another shape. Another issue is the realization that a geometric shape "belonging to a family" of another shape does not mean that those shapes are identical twins. Instead these shapes should be compared based on being part of a family. In addition, and the mathematical language used in teaching and the focus of teaching seem to have a particular importance in applying the curriculum. In addition to all these, it is also observed that use of technology helps students question the static prototypes they have and develop more flexible definitions of quadrilaterals.

Keywords: Curriculum development, dynamic geometry software, middle school students, quadrilaterals

## TEŞEKKÜR

Bu tezin her aşamasında bulunduğu katkılardan dolayı danışmanım Doç. Dr. İsmail Özgür ZEMBAT'a, her daim bana destek olan ofis arkadaşım Öğr. Gör. Nesibe ÖZDEMİR'e, araştırmanın uygulamalarına katılan öğrencilerime ve ailelerine, tez boyunca desteğini esirgemeyen arkadaşlarıma ve her zaman yanımda olduklarını hissettiğim aileme sevgi, saygı ve Őukranlarımı sunuyorum.

Sümeyye GÜRHAN

## İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	ii
ABSTRACT .....	iii
TEŞEKKÜR .....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
TABLolar LİSTESİ .....	xii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xii
BÖLÜM 1 GİRİŞ .....	1
1.1 Araştırmanın Amacı .....	3
1.2 Literatür Analizi .....	4
BÖLÜM 2 ARAŞTIRMAYA YÖN VEREN KAVRAMSAL YAPILAR.....	11
2.1 Öğrenmeye Dair Kavramsal Yapılar.....	11
2.1.1 Yapılandırmacı Kurama ait Yapılar .....	11
2.1.2 Çizim-Figür Ayrımı.....	12
2.1.3 Van Hiele Aşamaları .....	13
2.1.4 Prototipler.....	15
2.2 Öğretime ve Ders Tasarımına Dair Kavramsal Yapılar.....	17
2.2.1 Tahmini Öğrenme Yol Haritaları .....	17
2.2.2 Kapsayan ve Dışlayan Tanımlar .....	18
BÖLÜM 3 YÖNTEM.....	21
3.1 Araştırmanın Modeli .....	21
3.2 Katılımcılar.....	21
3.3 Veri Toplama Yöntemi ve Araçları.....	21
3.3.1 Mülakatlar .....	23
3.3.2 Öğretim Deneyi.....	24
3.3.3 Çalışma Yaprakları.....	26
3.4 Pilot Çalışma ve Öğretim Tasarımı .....	27
3.5 Veri Analiz Yöntemi .....	40

BÖLÜM 4BULGULAR.....	42
4.1 İlk Mülakat Analizleri .....	42
4.1.1 Karenin Algılanışı .....	43
4.1.1.1 Ayşe'nin Kareye Dair Algıları .....	43
4.1.1.2 Efe'nin Kareye Dair Algıları.....	44
4.1.2 Dikdörtgenin Algılanışı.....	45
4.1.2.1 Ayşe'nin Dikdörtgene Dair Algıları.....	45
4.1.2.2 Efe'nin Dikdörtgene Dair Algıları .....	46
4.1.3 Eşkenar Dörtgenin Algılanışı .....	47
4.1.3.1 Ayşe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algıları .....	47
4.1.3.2 Efe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algıları.....	48
4.1.4 Paralelkenarın Algılanışı .....	49
4.1.4.1 Ayşe'nin Paralelkenara Dair Algıları.....	49
4.1.4.2 Efe'nin Paralelkenara Dair Algıları.....	49
4.1.5 Yamuğun Algılanışı .....	50
4.1.5.1 Ayşe'nin Yamuğa Dair Algıları .....	50
4.1.5.2 Efe'nin Yamuğa Dair Algıları.....	51
4.2 Öğretimin Analizi.....	52
4.2.1 Kare ile Dikdörtgen Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması .....	52
4.2.2 Kare-Dikdörtgen-Paralelkenar Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması ..	58
4.2.3 Kare ile Eşkenar Dörtgen Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması .....	66
4.2.4 Kare-Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması .....	74
4.2.5 Dikdörtgen ile Eşkenar Dörtgen Arasındaki Farkın Anlaşılması.....	79
4.2.6 Paralelkenar ile Yamuk Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması .....	82
4.3 Son Mülakat Analizleri .....	93
4.3.1 Karenin Algılanışı .....	93
4.3.1.1 Ayşe'nin Kareye Dair Algısı.....	93
4.3.1.2 Efe'nin Kareye Dair Algısı .....	94
4.3.2 Dikdörtgenin Algılanışı.....	94
4.3.2.1 Ayşe'nin Dikdörtgene Dair Algısı .....	94
4.3.2.2 Efe'nin Dikdörtgene Dair Algısı .....	95



4.3.3	Eşkenar Dörtgenin Algılanışı .....	96
4.3.3.1	Ayşe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algısı.....	96
4.3.3.2	Efe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algısı .....	97
4.3.4	Paralelkenarın Algılanışı .....	98
4.3.4.1	Ayşe'nin Paralelkenara Dair Algısı.....	98
4.3.4.2	Efe'nin Paralelkenara Dair Algısı .....	99
4.3.5	Yamuğun Algılanışı .....	100
4.3.5.1	Ayşe'nin Yamuğa Dair Algısı.....	100
4.3.5.2	Efe'nin Yamuğa Dair Algısı .....	100
BÖLÜM 5 SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....		102
5.1	Sonuçlar ve Öneriler.....	102
KAYNAKLAR.....		110
EKLER .....		118
Ek-1	Katılımcı Bilgilendirme ve İzin Belgesi.....	119
Ek-2	İlk ve Son Mülakatlar .....	121
Ek-3	Ders İşlenişi.....	125
Ek-4	Pilot Çalışmada Kullanılan Etkinlikler .....	135

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1	Van Hiele Geometrik Düşünce Kuramı .....	14
Şekil 2.2	Yamuğun Dışlayan Tanımına Göre Dörtgenlerin Ayrık Sınıflandırılması .....	18
Şekil 2.3	Yamuğun Kapsayan Tanımına Göre Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması .....	19
Şekil 3.1	“Şekil Üreticilerini Tanıyalım” Etkinliği .....	25
Şekil 3.2	“Şekilleri Bilmeceler Yardımıyla Gruplandırılalım” Etkinliği .....	27
Şekil 3.3	“Bunu Yapabilir Misin?” Etkinliği .....	31
Şekil 3.4	1. Dersin Etkinlikleri .....	36
Şekil 3.5	2. Dersin Etkinlikleri .....	36
Şekil 3.6	3. Dersin Etkinlikleri-1 .....	37
Şekil 3.7	3. Dersin Etkinlikleri-2 .....	37
Şekil 3.8	4. Dersin Etkinlikleri .....	38
Şekil 3.9	5. Dersin Etkinlikleri-1 .....	38
Şekil 3.10	5. Dersin Etkinlikleri-2 .....	38
Şekil 3.11	6. Dersin Etkinlikleri .....	39
Şekil 3.12	7. Dersin Etkinlikleri-1 .....	40
Şekil 3.13	7. Dersin Etkinlikleri-2 .....	40
Şekil 4.1	İlk Mülakat Soruları-1 .....	44
Şekil 4.2	İlk Mülakat Soruları-2 .....	46
Şekil 4.3	İlk Mülakat Soruları-3 .....	48
Şekil 4.4	İlk Mülakat Soruları-4 .....	50
Şekil 4.5	İlk Mülakat Soruları-5 .....	51
Şekil 4.6	Tahmin & Kontrol-1 Etkinliği .....	54
Şekil 4.7	Tahmin & Kontrol-2 Etkinliği .....	60
Şekil 4.8	Ayşe'nin Bilmeceler Etkinliğinden Bir Kesit .....	66
Şekil 4.9	Tahmin & Kontrol-3 Etkinliği .....	66
Şekil 4.10	Eşkenar Dörtgenin Özellikleri Etkinliği .....	71
Şekil 4.11	Efe'nin Kare-Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar için Çizdiği Hiyerarşik Yapı .....	76
Şekil 4.12	Ayşe'nin Bilmeceler-2 Etkinliğinden Bir Kesit .....	78

Şekil 4.13	Efe'nin Bilmeceler-2 Etkinliğinden Bir Kesit.....	79
Şekil 4.14	Tahmin & Kontrol-5 Etkinliği.....	80
Şekil 4.15	Ayşe'nin Etkinliğinden Bir Kesit.....	80
Şekil 4.16	Efe'nin Etkinliğinden Bir Kesit.....	81
Şekil 4.17	Tahmin & Kontrol-6 Etkinliği.....	83
Şekil 4.18	Ayşe'nin Çiziminden Bir Kesit.....	85
Şekil 4.19	Yamuğun Özellikleri Etkinliği.....	86
Şekil 4.20	Yamuğun Özellikleri Efe'nin Tablosu.....	87
Şekil 4.21	Yamuğun Özellikleri Ayşe'nin Tablosu.....	87
Şekil 4.22	Ayşe'nin Bilmeceler-3 Etkinliğinden Bir Kesit.....	91
Şekil 4.23	Bilmeceler-3 Etkinliği 4. Bilmece.....	91
Şekil 4.24	Ayşe'nin Oluşturduğu Hiyerarşik Yapı.....	92
Şekil 4.25	Son Mülakattan Bir Kesit.....	96
Şekil 4.26	Son Mülakat Sorularından Bir Kesit (Ayşe).....	97
Şekil 4.27	Son Mülakat Sorularından Bir Kesit (Ayşe).....	99
Şekil 4.28	Son Mülakat Sorularından Bir Kesit (Efe).....	101
Şekil 5.1	Hiyerarşik Yapılar (1. Yapı Ayşe'nin, 2. Yapı Efe'nin).....	108

## TABLULAR LİSTESİ

Tablo 3.1	İlk ve Son Mülakat Tarihleri .....	24
-----------	------------------------------------	----

## KISALTMALAR LİSTESİ

<b>Kısaltma</b>	<b>Açıklama</b>
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
TTKB	Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı
GSP	Geometer's Sketchpad Yazılımı
SM	Shape Makers

# BÖLÜM 1

## GİRİŞ

Geometri matematik eğitiminin önemli parçalarından biridir. Geometrik kavramlar ele alındığında öncül kavramların sonrakilere temel oluşturduğu görülür. Develi ve Orbay (2003), “ilk eleştirel geometrik gözlemlerin yapıldığı, sezgilerin oluştuğu, kavram ve bilgilerin kazanıldığı dönem olan ilk ve ortaokulda geometri öğretiminin öneminin sonraki dönemlere oranla daha büyük” olduğunu belirtmiştir. Ancak Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) bünyesinde hazırlanan öğretim programları bu anlayışları ne kadar desteklemektedir? Örneğin, Başışık (2010) 1998 programında kullanılan dilde geleneksel yöntemlere ağırlık verildiğini ve bu sebeple programın uygulandığı sınıflarda öğrencilerin sorgulamaksızın her bir geometrik şekli farklı birer şekil olarak algılayıp, şekiller arası ilişkileri kuramadıklarını ifade etmiştir. Bu anlayış 2009 matematik öğretim programında (TTKB, 2009) kısmen de olsa değişmiş ve geometri öğrenme alanının amaçları arasına “öğrencilerin geometrik nesnelerin özelliklerini düşünmeleri ve bu özellikler arasındaki ilişkileri geliştirebilmeleri,..., bunu yaparken şekilleri mümkün olduğu kadar az sayıda karakteristik özellikleriyle sınıflandırabilmeleri” gibi amaçlar eklenmiştir. Ancak bu programa göre hazırlanan MEB onaylı ders kitapları(örneğin, Kemerli, 2010) incelendiğinde dörtgenlerin ayrıık şekiller olarak öğretildiği ve şekillerin özellikleri arasında ilişki kurdurulmadığı görülmektedir.2013 ortaokul matematik öğretim programında (TTKB, 2013) ise geometri alanına “kare, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır” kazanımı eklenmiştir. Ancak bu program dikkate alınarak hazırlanan ders kitaplarında(örneğin, MEB, 2014) bu kazanım için gereken alt yapının hazırlanmadığı görülmektedir. Sonuç olarak son 20 yıllık süreçte matematik öğretim programlarında yukarıda bahsi geçen özellikler temelinde bir iyileşme görülmekte, bunun ders kitaplarına yansımalarında sorunlar olsa da geometri öğretiminin de bu anlamda geliştirilmesi gerekmektedir.

Geometri yapısı gereği birçok soyut kavramı içinde barındırır. Öğrencinin nokta, doğru, düzlem, paralellik gibi kavramları doğru bir şekilde yapılandırması, bu kavramlar aracılığıyla yeni bilgiler edinebilmesi adına önemlidir. Örneğin öğrenciler dörtgenlerin özelliklerini tam olarak kavrayabilirlerse dörtgenler arasındaki hiyerarşik yapıyı daha kolay oluşturabilirler.

Öğrencilerin geometrik kavramları daha kolay anlayabilmeleri için eğitimciler ve araştırmacılar birçok farklı yöntem ve materyal kullanmışlardır (Aksu, 2005; Alyeşil, 2005; Bağcıvan, 2005; Tiryaki, 2005; Mesut, 2008; Özen, 2009; Arıcı, 2012; Dokur, 2013; İbili, 2013; Yılmaz, 2013). Bu çalışmaların birçoğunda öğrencilerin kâğıt, yani statik, ortamdaki kurtulup uğraştığı kavramın tüm özelliklerini kavrayabilmesi adına bilgisayar yazılımları gibi dinamik ortamlarda çalışmasının daha faydalı olabileceği belirtilmiştir. Dinamik geometri yazılımları aracılığıyla, öğrenciye uygun sorular yöneltilerek onun işlenen konu hakkında ne düşündüğünü, kavramı nasıl yapılandırdığını öğrenmek daha kolaydır. Şimdiye kadar dinamik geometri yazılımları ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında (örneğin Jones, 2000; Driskell, 2004; Yu, 2004; Okumuş, 2011; Özçakır, 2013), bu çalışmaların çoğunlukla öğrencinin zihinsel süreçlerini araştırmaktan ziyade dinamik geometri yazılımlarının kullanılabilirliği ve etkililiği üzerine olduğu söylenebilir. Bu sebeple dinamik geometri yazılımları kullanılarak, yapılandırmacı kuramın gerekliliklerine uygun bir müfredat kapsamında öğrencilerin geometrik şekiller arası hiyerarşiyi anlamlandırmalarına yardımcı olmak önemli bir hedeftir ve alana katkı sunar niteliktedir. Bu tezde bu hedef gözetilmiştir. Bu yapılırken nelere dikkat edildiği ilgili literatürden hareketle takip eden paragraflarda ele alınmaktadır.

Poincare (t.y., s.133) tanımın amacının tanımlanan nesneyi diğer nesnelere ayırt edebilmek olduğunu ve anlaşılabilir bir tanım oluşturabilmek için sadece tanımlanmaya çalışılan nesneyi değil, o nesneyi ayırt etmek zorunda olduğumuz diğer nesnelere de birlikte incelemek gerektiğini belirtmiştir. Bu anlamda dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflandırılması Poincare'nin işaret ettiği incelemeyi yapmak için uygundur. Ayrıca Furighetti, Paola ve Issel'in (2002) belirttiği üzere dörtgenler denk tanımlar ve hiyerarşik sınıflandırma konusunda çalışmak için görsel ve sözel olarak geniş bir alan sunar. Bunun yanında dörtgenlere yönelik çalışma yapan birçok araştırmacı öğrencilerin dörtgenlere dair kavramsal anlayışlarını geliştirmek için en uygun yolun dörtgenler arasındaki hiyerarşik yapıyı görmelerini sağlamak olduğunu belirtmektedir (Craine ve Rubenstein, 1993; De Villiers, 1994; Baroody ve Bartels, 2000; Jones, 2000; Davison, 2003; Fujita ve Jones, 2007; Okumuş, 2011; Popovic, 2012). Kavramlar arasındaki ilişkilerin görülebilmesi öğrencilerin matematik konularının birbirinden bağımsız olmadığını göremelerini sağlayarak derse olan ilgilerinin artırılmasını sağlar. Ayrıca nasıl ki matematiğin farklı konularındaki kavramlar için oluşturulan hiyerarşik yapılar bir sonraki öğrenmelere zemin hazırlıyorsa, dörtgenlerin özellikleri ve tanımları dikkate alınarak oluşturulabilecek bir hiyerarşik yapı da öğrencinin dörtgenlerde alan gibi konularda tek bir formül kullanarak tüm dörtgenlerin alanlarına ulaşmasını sağlayabilir. Nitekim Craine ve

Robenstein'in (1993) yaptığı çalışmada dörtgenler arasında hiyerarşik yapıyı oluşturmayı başaran bir öğrenci bu yapının dörtgenlerde alan konusunda da nasıl kullanılabileceğini ifade edebilmiştir. Bu açıdan tezde dörtgenler konusu öğretilirken öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik olarak sınıflandırabilecekleri bir dersin onların kavram gelişimine katkıda bulunacağı düşünülmüş ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine uygun ayrıca yapılandırmacı kuramın gerekliliklerini dikkate alan bir müfredat parçası geliştirilmiştir.

Öğrencilerin dörtgenleri tanımlamalarını, sınıflandırmalarını ve dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamalarını geliştirmeyi hedefleyen çalışmaların çoğunda öğrencilerin hangi zihinsel süreçten geçtiklerinin üzerinde detaylı olarak durulmamıştır (Baroody ve Bartels, 2000; Jones, 2000; Monaghan, 2000; Mack, 2007; Roberts, 2007; Ergün, 2010; Okumuş, 2011; Özçakır, 2013). Öğrencilerin bir kavramı yapılandırırken nasıl düşündüklerinin ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki geçişlerin nasıl gerçekleştiğinin anlaşılabilmesi öğretmenlere ders hazırlamada ve hatta ders kitaplarının öğrencinin seviyesine uygun hazırlanmasında yardımcı olacaktır. Tezin bir amacı da bu geçiş sürecini incelemektir.

2013 yılında yayınlanan MEB matematik öğretim programı (MEB, 2013) öğrencilerin somut deneyimler yardımıyla matematiksel anlamlar oluşturmalarına, soyutlama ve ilişkilendirme yapmalarına önem verilmesi gerektiğini vurgulamakta ancak geometri konularından dörtgenlerin öğretimine gelindiğinde öğrencilerin bu ilişkilendirmeyi yapmasını sağlayacak ders tasarımı için gerekli altyapıyı sunamamaktadır. Bu ise öğrencilerin ileriki öğrenmelerinde bazı açıklıklara sebebiyet verebilir. Bu tezde öğrencilerin dörtgenler arası ilişkileri yapılandırmalarına yardımcı olabilecek bir müfredat parçasının tasarlanmış olması ve öğrencilerin bu müfredat kullanılarak yapılan öğretimle geçtikleri zihinsel süreçlerin incelenmiş olması öğrenmenin nasıl gerçekleştiği üzerine yapılan çalışmalar dikkate alındığında alana önemli bir katkı sağlamaktadır. Ayrıca hazırlanan öğretim tasarımının öğrenme ve öğretim açısından önemli olan teorilere dayandırılması ve teknolojinin kullanılması çalışmanın önemini artırmaktadır.

## **1.1 Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı ortaokul 5.sınıf seviyesinde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğrencilerce nasıl yapılandırılabilirliğini belirlemektir. Bunu yapabilmek için 5. sınıf seviyesine uygun ve yapılandırmacı kuramın gerekliliklerini dikkate alan bir müfredat tasarlanmış ve bu müfredat ortaokul öğrencilerine uygulanmıştır. Bu bağlamda aşağıdaki araştırma soruları incelenmiştir:

1. Dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğretiminde kullanılan ve yapılandırmacı kuramın gerekliliklerini dikkate alarak öğrencilerin kavram gelişimine katkıda bulunan bir müfredat hangi ana kısımlardan oluşur?
2. Öğrenciler bahsi geçen müfredatı kullanarak dörtgenleri sınıflandırırken hangi zihinsel süreçlerden nasıl geçmektedir?

## 1.2 Literatür Analizi

Bu araştırmanın amacı 5. sınıf kademesindeki öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini nasıl yapılandığına ortaya çıkarmaktır. Bu sebeple literatür incelenirken öğrencilerin dörtgenleri tanımlama ve dörtgenler arası ilişkileri belirlemede nasıl bir yol izledikleri, buldukları van Hiele düzeyinden bir üst düzeye ilerlemelerinde neyin nasıl etkili olduğu ve öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamlandırmalarında dinamik geometri yazılımlarının ne gibi etkilerinin olduğuna odaklanılmıştır. Literatür taraması sonucunda geometri alanında özellikle dörtgenler konusunda bugüne kadar yapılan araştırmaların şu şekilde kümelendiği tespit edilmiştir. Araştırmaların;

1. dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve dörtgenler arası ilişkileri belirleme,
2. öğrencilerin van Hiele geometrik düşünce düzeylerini belirleme ve geliştirme,
3. dinamik geometri ortamlarının akademik başarıya etkisi

konuları etrafında toplandığı görülmektedir. Aşağıda bu çalışmalar gruplar halinde detaylı bir şekilde ele alınıp sentezlenmektedir.

1. Literatür taramasında belli sayıda araştırmanın özellikle dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve dörtgenler arası ilişkileri belirleme üzerine yapıldığı belirlenmiştir. Bu alanda yapılan çalışmalar ele alındığında genellikle şu tarz sonuçlarla karşılaşmaktadır. Yapılan çalışmaların bir kısmı (örneğin, Craine ve Robenstain, 1993; De Villiers, 1994; De Villiers, 1998; Baroody ve Bartels, 2000; Fox, 2000; Davison, 2003; Walcott, 2006; Fujita ve Jones, 2007; Mack, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Fujita, 2008; Leung, 2008; Walcott, Mohr, Kastberg, 2009; Ergün, 2010; Robichaux ve Rodrigue, 2010; Okumuş, 2011; Aktaş ve Aktaş, 2012, Fujita, 2012; Popovic, 2012) öğrencilerin dörtgenleri tanımlama, sınıflandırma ve dörtgenler arası ilişkileri oluşturabilme becerilerini incelemiştir. Bu çalışmalar ışığında öğrencilerin aynı kavramın *farklı tanımlarının* olabileceğini ve bu tanımlamaların *keyfi* olabileceğini kavrayabildikleri (De Villiers, 1994; De Villiers, 1998; Popovic, 2012) görülmüştür. Örneğin bu tür çalışmalarda öğrenciler yamuğun “en az bir çift kenarı paralel



olan dörtgen” ve “sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgen” şeklinde iki farklı tanımını yapabilmekte (*farklı tanımların kabulü*) ve aynı zamanda bir dörtgen için alternatif olarak birkaç tanımın varlığını kabul etmektedir (*keyfiyet*). Öte yandan bu çalışmalarda öğrencilerin dörtgenleri tanımlarken gereğinden fazla özellik içeren “kare tüm açıları, tüm kenarları ve köşegenleri eşit olan bir dörtgendir” şeklinde ekonomik olmayan tanımlamalar yaptıkları ve “kare tüm kenarları eşit olan bir dörtgendir” gibi gerek ve yeter koşulları içermeyen (kare için açı koşulu gibi) tanımlara sığındıkları (Ergün, 2010; Robichaux ve Rodrigue, 2010) da görülmüştür.

Bu gruptaki çalışmalarda ayrıca öğrencilerin öncelikle şeklin görsel özelliklerine odaklandıkları ve görsel imajlarının oldukça sınırlı olduğu (Walcott, 2006; Fujita ve Jones, 2007; Mack, 2007) ve tanımlama yaparken sıklıkla prototip figürleri dikkate aldıkları (Okazaki ve Fujita, 2007; Ergün, 2010) gözlemlenmiştir. Burada prototip figürden kasıt öğrencinin bir şekle dair zihnindeki sınıfı temsil eden modeldir - örneğin öğrencinin zihninde dikdörtgene dair “iki kısa, iki uzun kenarı olan şekil” prototipi varsa öğrenci kareyi bu prototipe benzetemediği için dikdörtgen sınıfına dahil edemez. Ayrıca öğrencilerin genellikle geometrik şekiller arasındaki ilişkileri anlamada, şekillerin gerekli olabilecek dinamik yönlerini (bilgisayar ortamının yardımıyla bir şeklin temel özelliklerinin korunduğu hareket edebilen hali) görmektense, statik yönlerini (bir şeklin kağıt kalem ortamındaki sabit hali) gördüklerini ve bu sebeple öğrencilerin prototip şekle odaklanıp şekiller arası geçişleri anlayamadıkları (Walcott, Mohr, Kastberg, 2009; Ergün, 2010; Aktaş ve Aktaş, 2012) gözlemlenmiştir.

Ancak bazı çalışmalarda (Craine ve Robenstain, 1993; Baroody ve Bartels, 2000; Davison, 2003; Leung, 2008; Robichaux ve Rodrigue, 2010) uygun bir öğretim stratejisinin (örneğin, dikdörtgenin dinamik yapısı anlaşılırsa karenin dikdörtgen ailesine mensup olduğu daha kolay anlaşılabilir, gibi) öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamalarına yardımcı olduğu ifade edilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencileri şekiller arasındaki farkı görmelerini sağlayacak bir bilişsel çelişkiye (yani öğrenciyi düşündüğünün aksine bir duruma sokarak düşüncesindeki yanlışlığı görmesini sağlamak) sürüklemenin onların daha derin düzeyde bir kavramsallaştırma geliştirmelerine katkı sağlayacağı ifade edilmektedir (Monaghan, 2000).

Sonuç olarak bu alanda yapılan çalışmalardan hareketle şu ortak sonuçlar dikkat çekmektedir. Geometrik şekilleri tanımlamada öğrencilerde yaygın olarak bulunan prototip

olgusunun aşılması gerekmektedir. Dörtgenler arasındaki ilişkileri belirlemede, öğrencilere bu ilişkiler öğretilirken, şekillerin gerekli ve yeterli özelliklerinin birlikte dikkate alınarak şekil tanımlamalarının yapılması önemlidir. Son olarak da şekil sınıfları arası geçişlerde benimsenen öğretim stratejisinin öğrenci kavrayışına önemli bir etkisi vardır. Literatürde bu grup çalışmadan edinilen bu ortak mesajlar bu tez çalışmasının tasarımında ve uygulanmasında rehberlik etmiştir.

2. Literatür taramasında ikinci grup araştırmanın van Hiele geometrik düşünce düzeyleri (VH)<sup>1</sup> üzerine yapıldığı belirlenmiştir. Bu alanda yapılan çalışmalar ele alındığında genellikle şu tarz sonuçlarla karşılaşılmaktadır. Yapılan çalışmaların bir kısmında (Burger ve Shaughnessy; 1986; Mistretta, 1996; Fox, 2000; De Villiers, 2004; Roberts, 2007; Dağdelen, 2012) öğrencilerin van Hiele geometrik düşünce düzeylerini belirleme ve geliştirme hedeflenmiştir. Düzey belirlemeye yönelik çalışmalarda öğrencilerin farklı van Hiele seviyelerinde buldukları (Burger ve Shaughnessy; 1986; Jones, 2000; Dağdelen, 2012) ancak çoğu öğrenci için bu seviyelerin net olarak ayırlamadığı, yani bir öğrencinin ilgili konunun bir kısmında Düzey 1’de hareket ederken diğer kısmında Düzey 2’de bulunabildiği (Jones, 2000) gözlenmiştir.

Van Hiele geometrik düşünce düzeylerini geliştirmeye yönelik yapılan çalışmalarda van Hiele seviyelerinin yaş ve sınıfa bağlı olmadığı ve seviyeler arası geçişin (örneğin bir öğrencinin kare ile dikdörtgeni ayrı sınıflar olarak düşünürken (VH1 düzeyi) yapılan öğretim sayesinde dikdörtgen sınıfının kareyi kapsadığını anlaması (VH2 düzeyi)) oldukça zor olduğu (Burger ve Shaughnessy; 1986), ancak materyal kullanarak (örn., origami) yapılan öğretimin öğrencilerin van Hiele geometrik düşünce düzeylerini artırdığı ve özel dörtgenleri birbirleriyle ilişkilendirmelerine olanak tanıdığı (Dağdelen, 2012) gözlenmiştir. Ayrıca anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşmesi için uygulanan dersin öğrencinin muhakeme düzeyi (VH geometrik düşünce düzeylerine göre) ile eşleşmesi gerektiği (Mistretta, 1996; Fox, 2000; De Villiers, 2004; Roberts, 2007) ifade edilmiştir.

Literatürde öğrencilerin geometrik düşünce düzeylerinin geliştirilmesi yönünde yapılan çalışmalar yeterli olmamakla birlikte bu çalışmaların çoğunda seviyelerin geliştirilmesindeki en önemli faktörün öğrencinin bulunduğu seviyeden onu bir üst düzeye taşıyabilecek bir öğretim olduğu ifade edilmektedir. Ancak bu öğretimin nasıl olması gerektiği, geçişlerin nasıl

---

<sup>1</sup> Tez boyunca bu düzeyler uzunca ‘van Hiele Düzeyi 1’ şeklinde yazılmak yerine ‘VH1’ şeklinde kısaltmalarla ele alınmıştır.

sağlanabileceği ve nelere bağlı olarak gerçekleştiği gibi sorular halen cevap beklemektedir. Bu tez çalışmasında literatürdeki bu boşluk doldurulmaya çalışılmıştır.

3. Son olarak literatür taramasında belli sayıda araştırmının dinamik geometri yazılımlarının kullanımı üzerine yapıldığı belirlenmiştir. Bu alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde belli başlı sonuçların öne çıktığı görülmektedir. Yapılan çalışmaların bir kısmı (Jones, 2000; Battista, 2001; Driskell, 2004; Yu, 2004; Erez ve Yerushalmy, 2006; Han, 2007; Okumuş, 2011; Lei ve White, 2012; Özçakır, 2013) dinamik geometri yazılımlarının akademik başarıya etkisini incelemiştir. İlgili çalışmalar doğrultusunda dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretimin öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırabilmelerine ve dörtgenler arası mantıksal çıkarım yapabilmelerine (Jones, 2000; Battista, 2001; Han, 2007; Okumuş, 2011; Lei ve White, 2012; Özçakır, 2013), dörtgenlere dair prototip bakış açılarını değiştirebilmelerine (Yu, 2004) ve şekil kavramını derinleştirebilmelerine (yani şekillerin özelliklerini ve kapsama ilişkileri daha iyi anlamalarına) (Driskell, 2004) önemli bir katkı sağladığı gözlenmiştir.

Buna ek olarak dinamik geometri yazılımları sayesinde öğrencilerin şekilleri tanımlarken kullandıkları ifadelerde şekillerin özelliklerini göz önünde bulundurmaya başladıkları ve bu yazılımların öğrencinin tümdengelimli (genelden özele doğru) düşünmesine olanak tanıdığı (Jones, 2000), dinamik ortamlarda yapılan öğretimin öğrencinin dörtgenlere yönelik zihinsel model (örneğin öğrencinin zihninde kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi anlamak için oluşturduğu yapı) geliştirmesine yardımcı olduğu (Battista, 2001; Erez ve Yerushalmy, 2006) gözlenmiştir.

Bunlardan yola çıkarak öğrencilerin dörtgenlere dair algılarının geliştirilmesinde, dörtgenler arası hiyerarşik yapıyı oluşturmalarında ve soyut düşünme düzeylerinin artırılmasında dinamik geometri ortamlarının önemi ortaya çıkmaktadır. Bu tez çalışmasında da bu önem özellikle dikkate alınmıştır.

### **Literatürden Edinilen Mesajlar ve Bunlar Işığında Araştırmanın Gereçekleri**

İlgili literatür ışığında dörtgenler konusunun öğretimdeki temel yapıtaşlarının;

1. Dörtgenlere dair şekil sınıflarının oluşturulabilmesi,
2. Şekillerin gerekli ve yeterli özelliklerinin anlaşılması,
3. Bu özellikler aracılığıyla şekil sınıflarının kapsayan ve geçişken yapısının anlaşılması,

#### 4. Dinamik geometri yazılımlarının şekil sınıflarının hiyerarşisini kurmadaki önemi

olduğu görülmektedir. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik yapının kurulabilmesi için öncelikle bahsi geçen yapıtaşlarının oturtulması gerekmektedir.

Van Hiele düşünce düzeylerine göre bir öğrencinin şekil sınıflarını oluşturabilmesi için en az VH1 düzeyinde bir muhakemeye sahip olması gerekmektedir. Çünkü bu düzeydeki bir öğrenci örneğin tek bir dikdörtgen için konuşmak yerine tüm dikdörtgenler için yorum yapabilir ve bu sayede şekil sınıfları arasındaki ilişkileri anlamaya başlayabilir. Nitekim anlamlı bir öğrenmenin gerçekleşmesi için uygulanan dersin öğrencinin muhakeme düzeyiyle eşleşmesi gerekmektedir (Mistretta, 1996; Fox 2000; De Villiers 2004; Roberts 2007). Dolayısıyla bir öğrencinin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlayabilmesi için öncelikle şekil sınıflarını anlamış olması gereklidir.

Jones (2000), Battissa(2001) ve Han (2007), dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretimin öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırabilmelerine yardımcı olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca Yu (2004) öğrencilerin dörtgenlere dair prototip bakış açısını değiştirebilmelerinde dinamik geometri yazılımlarının önemli bir katkısının olduğunu ifade etmiştir. Buna ek olarak Driskell'in (2004) de belirttiği üzere dinamik ortamlar öğrencilerin şekil kavramını derinleştirebilmelerine olanak tanımaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin şekiller arasındaki geçişleri daha net olarak inceleyebilmelerini sağlayan ve onlara verilen şekli istedikleri gibi manipüle etmelerine olanak tanıyan dinamik geometri ortamlarının faydaları da göz ardı edilmemelidir. Bu sebeple tezde şekil üreticileri (dinamik geometri yazılımı kullanılarak oluşturulan ve her bir özel dörtgen sınıfını temsil eden dinamik araçlar) kullanılmış ve bu sayede öğrencilerin dörtgen sınıflarının ne anlama geldiğini anlayabilmeleri amaçlanmıştır.

Öğrencilerin dörtgen sınıfları oluşturmaları onların dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamalarına yardımcı olabilir ancak bu tek başına yeterli değildir. Çünkü bir öğrenci iki şekil sınıfını birbirinden ayırık olarak düşünüyorsa o iki şekil sınıfı arasında bir bağlantı kuramayacak ve sonuçta ilişkileri yapılandıramayacaktır. Burada aşılması gereken en önemli nokta öğrencinin şekil sınıflarını oluştururken özellikleri düşünerek yani bir özelliğin diğerini gerektirmesi durumunu göze alarak hareket etmesi gerektiğidir. Eğer bu konu dikkate alınarak şekil sınıfları oluşturulursa öğrenci iki şekil arasındaki ilişkiyi daha kolay anlayabilir. Ancak genellikle öğrenciler şekil sınıflarını ayırık oluşturma eğilimindedirler. Walcott, Mohr, Kastberg (2009), Ergün (2010) ve Aktaş ve Aktaş'ın(2012) da belirttiği üzere bunun sebebi

öğrencilerin zihinlerinde o sınıfa dair oluşturdukları prototiplerdir. Bu prototipsel modeller genellikle statik bir yapıda olduğu için öğrenciler şekil sınıflarını birbirinden ayırmaktadırlar. Bu noktada tezde yapılan öğretim bu açığı kapatmaya yardımcı olmaktadır. Çünkü uygulanan öğretim hem öğrencileri sahip olduğu prototiplerden arındırma hem de özelliklerin birbirini gerektirmesi mantığına göre yapılmıştır.

VH2 düzeyi şekiller arası ilişkileri yapılandırabilen öğrencilerin bulunduğu düzeydir. Senk (1989, akt. Fujita ve Jones, 2007) birçok öğrencide VH2<sup>2</sup> ile VH3 düzeyleri arasındaki ilerlemenin yavaş olduğunu hatta çoğu öğrencinin liseyi bitirdiğinde bile VH2 düzeyinde kaldığını belirtmiştir. Dolayısıyla bir çok öğrencinin lise düzeyinde dahi VH2 düzeyinde bir muhakeme yürütemediğini söyleyebiliriz. Ancak öğrencilerin geometrik ilişkileri anlamaları için öğrenimlerinin bir döneminde bu düzeye ulaşmaları gerekmektedir. Yani öğretim esnasında öğrenciye bulunduğu düzeyden başlayarak onu bir üst düzeye taşıyabilecek yöntemler benimsenmeli ve böylelikle onun geometrik muhakemesinin geliştirilmesi sağlanmalıdır. Oysa ki seviyeler arası geçiş Burger ve Shaughnessy'nin (1986) de belirttiği üzere oldukça zordur. Çünkü,örneğin, VH1 düzeyinden VH2 düzeyine geçişte öğrenciler sürekli olarak bir önceki seviyeye düşebilmektedirler. Buradaki asıl mesele onları bir üst düzeyde düşünmeye teşvik etmenin yanısıra buldukları düzeyi korumalarını sağlamaktır. Bu da ancak onları sürekli olarak özellik odaklı düşünmeye sevk etmekle mümkün olabilir.

Fujita ve Jones (2007) dörtgenlerin sınıflandırılmasına dair yaptıkları çalışmanın ardından kendi çalışmalarında kullandıkları soruların yetersiz olduğunu ve yapılacak olan çalışmalarda sorulan sorulara ayrı bir özen gösterilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Buna ek olarak hazırlanan soruların hangi sırayla sorulması gerektiğinin de önemini vurgulamışlardır. Görünen o ki öğrencinin bir üst düzeye ulaşip o düzeye göre muhakeme yapmasında sorulan soruların önemi yadsınamaz. Bu sebeple tezde öğretim esnasında sorulan sorulara ayrı bir özen gösterilmiştir.

Yapılan çalışmalar öğrencilerin dörtgenlere dair anlayışlarının nasıl olduğu ve soyut düşünme düzeylerinin nasıl geliştirilebileceğine dair bir fikir vermektedir. Ancak, literatürde, yapılan öğretim esnasında öğrencilerin hangi zihinsel süreçlerden geçtiklerinin incelendiği çalışmalar sınırlı sayıda olup bunun nasıl olduğunu ayrıntılı olarak inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Fujita ve Jones'un (2007) da belirttiği üzere geometri öğretiminde, öğretim materyallerine ve bunların sırasına karar vermede yararlı olacağı düşünülen, herbir sınıf

---

<sup>2</sup> VH seviyeleri ilgili literatürde ya 0-4 ya da 1-5 şeklinde ele alınmaktadır. Bu tezde VH seviyeleri Van De Walle (2013)'nin belirttiği şekilde 0-4 şeklinde ele alınmıştır.

seviyesi için hiyerarşik yapıyı oluşturmada kullanılan genel bilişsel yolların saptanması araştırmaya değer bir konudur. Dolayısıyla bu tezde dörtgenler konusunun öğretimi için uygun bir müfredatın geliştirilmesinin yanı sıra öğrencilerin hangi zihinsel süreçlerden nasıl geçtikleri de araştırılmış ve bu konuda alana bir yol sunulmaya çalışılmıştır.

## BÖLÜM 2

### ARAŞTIRMAYA YÖN VEREN KAVRAMSAL YAPILAR

Araştırma temelde bir müfredat parçası geliştirme ve bununla yapılan bir öğretim deneyine (teaching experiment) dayanmaktadır. Bu müfredat parçası geliştirilirken ve öğretim deneyi yapılırken bir takım kavramsal yapılar dikkate alınmıştır. Bu yapılar “Öğrenmeye Dair Kavramsal Yapılar” ve “Öğretime ve Ders Tasarımına Dair Kavramsal Yapılar” olmak üzere aşağıdaki gibi iki başlık altında ele alınmıştır.

#### 2.1 Öğrenmeye Dair Kavramsal Yapılar

##### 2.1.1. Yapılandırmacı Kurama ait Yapılar

Bu yapılardan ilki yapılandırmacılıkla ilgilidir. von Glasersfeld (1989), yapılandırmacılığı anlatırken Piaget'nin iki önemli hususa değindiğini ifade etmektedir. Bunlardan ilki bilginin pasif olarak sindirilemediği onun yerine aktif olarak inşa edilmesi gerektiğidir. İkincisi ise bilişin işlevinin uyarlanabilir olduğu ve tecrübelerin organizasyonuna hizmet ettiğidir. Piaget, insanların doğrudan söylemlerle bilişsel mekanizmalarına bilgi aktarımının mümkün olmadığı fikrini temel alarak asimilasyon/özümseme (assimilation) fikrini ortaya atmıştır ve bu prensibe göre kişi yeni bir bilgiyi ancak eski bilgileri cinsinden anlamlandırabilir (akt., Zembat, 2007b).

Zembat (2007b), özümseme prensibini çalışmasında şu şekilde örneklemiştir:

“Yıllar önce yabancı bir ilköğretim öğrencisi ile yaptığım mülakatta öğrencinin çarpmayı bilmediğinden habersiz olarak “ $12 \times 13$  işleminin sonucu nedir?” sorusunu ona yönelttiğimde “ben çarpmayı bilmiyorum ki” cevabını almıştım. Fakat hemen akabinde “peki 12 tane/kere 13 kaç eder? Biraz düşün bakalım” biçimindeki aynı tarz bir sorunun cevabını “toplama” bilgisine ve “yineleme” kavramına dayanarak 12 tane 13’ü art arda ekleyerek cevap verebilmişti. Nasıl oluyor da çarpmayı bilmeyen birisi çarpma ile ilgili bir soruyu, sorunun soruluş tarzı değiştirildiği zaman, çözebiliyor? Buradaki ikilemi asimilasyon prensibi ile çözmek mümkündür. “ $12 \times 13$  nedir?” sorusu sorulduğunda ilk defa çarpma ( $\times$ ) işlemi ile karşılaştığı için öğrenci onun için yeni bir bilgi olan çarpmayı hazmedememiş ama “peki 12 tane/kere 13 kaç eder?” sorusunu (ilk çarpma sorusuyla aynı amacı gütmesine rağmen) halihazırda bildiği “yineleme” ve “toplama” kavramlarına yedirebilmişti. Bir başka deyişle bilmediği bir kavramın

**(çarpma) bildiği kısımlarını (toplama ve yineleme) sindirebilmişti.**”Bu sebeple asimilasyon/özümseme prensibi bize doğrudan öğretimin işe yaramadığını ve öğrenenlerin ancak bildikleri bilgileri hazmedebileceğini söyler. Zembat (2015, basımda), Piaget’nin öğrenmeyi içsel bir süreç olarak tanımladığını belirterek, kişilerin dışarıdan müdahaleyle değil kendi bilişsel düzenekleri ve deneyimleri aracılığıyla öğrendiklerini ifade etmiştir. Buna ek olarak Vygotsky, kavramların doğrudan öğretiminin mümkün olmadığını, dolayısıyla kavramların doğrudan öğretilmeye çalışılmasının öğrenciyi papağan gibi tekrar etmeye itmesi sebebiyle bu şekilde öğretim yapmaya çalışan bir öğretmenin başarılı olamayacağını ifade etmiştir (akt., Driskell, 2004). Bu sebeple bu tez çalışmasında öğrencilere matematiksel bilgi doğrudan verilmeden, onların hazırbulunuşluluk düzeyi dikkate alınarak ve belli deneyimler yaşamalarına izin verilerek bu bilgiyi yapılandırabilmeleri sağlanmıştır.

Öğretimin tasarlanmasındaki en önemli kısım öğrencilerin matematiksel kavramları hakkında anlamalarını sağlamaktır. Bu ise ancak öğrenciyi soyut düşünmeye teşvik etmekle mümkündür. Piaget (2001) öğrencinin bir kavramı iki farklı soyutlama ile anlamlandırabileceğinden bahsetmiştir. Bunlar deneysel soyutlama (empirical abstraction) ve derin soyutlama (reflective abstraction)<sup>3</sup>şeklindedir. Deneysel soyutlamada nesnelere ve onların özelliklerine odaklanılıp bu özellikler soyutlanırken, derinsoyutlama zihinsel kavramlar üzerinde, yeni bir düşünce nesnesi haline gelen zihinsel işlevler aracılığıyla meydana gelir (akt., Gray ve Tall, 2007).

### **2.1.2. Çizim-Figür Ayrımı**

Araştırmada dikkate alınan öğrenmeye dair ikinci kavramsal yapı ise öğrencilerin kavramlara dair algılarının nasıl olduğunu analiz ederken kullanılmıştır. Bu yapı Piaget’nin soyutlama türlerinin bir nevi geometrideki yansıması olan “çizim” ve “figür” ayrımıdır.

Parzys (1988), figürü geometrik nesnenin en yakın temsili, çizimi de geometrik nesnenin resmedilmesi olarak tanımlamıştır. Parzys, araştırmasında figürden çizime geçildiğinde bilgi kaybı yaşanacağından bahsetmektedir. Çünkü bazı şekiller (doğru, düzlem vs.) sınırsızdır ve bu sebeple temsil edilemezler. Böyle bir durumda şekillerin mümkün olmayan temsilleri, şeklin bütününün yerini alması düşünülerek, sınırlı bir kısmının çizimi ile yer değiştirir. Laborde (1993, akt.Jones, 2000) çizimi materyalin varlığı olarak ifade ederken, figür için teorik nesne ifadesini kullanmıştır. Çizim ve figürü dinamik geometri ortamının özelliklerini

<sup>3</sup> Bu soyutlama türü farklı kaynaklarda “düşündürücü soyutlama” (Zembat, 2007a; Faydacı, 2008) ve “yansıtıcı soyutlama” (Yeşildere ve Türnüklü, 2008) olarak da geçmektedir. Tez boyunca derin soyutlama tabiri tercih edilmiştir.

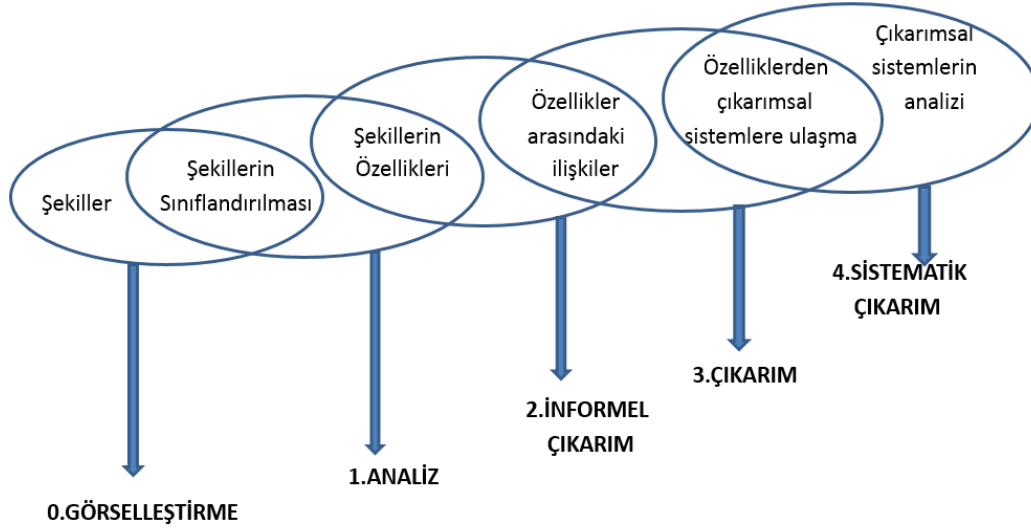


dikkate alarak açıklayan Jones (2000) ise çizim için planlanan yapıya yakından benzeyen geometrik nesne tanımını yaparken, figürün nesnelere arasında sürüklenme özelliği kullanıldığında değişmeyen ilişkileri yansıttığını ifade etmiştir.

Bunların yanı sıra Hollebrands ve Smith (2009), dinamik geometri ortamlarında yapılan öğretim ve öğrenimi inceleyen araştırmacıların bu ifadelerin kullanımında yaptıkları ayrımı şu şekilde özetlemiştir: *çizim*, *yapı*, *diyagram* ve *figür*. Çalışmada *çizim* (drawing) geometrik nesnenin oluşturulmasında serbest çizim araçlarının kullanımını gerektiren bir süreç olarak tanımlanmıştır. Örneğin kağıt-kalem ortamlarında kalem bir serbest çizim aracı iken pergel değildir çünkü pergel eğri ve çember çizimi ile sınırlandırılmıştır. Dinamik geometri yazılımlarında ise serbest çizim kare gibi bir şekli oluşturmak için 'oluştur' menüsünü kullanmaksızın doğru parçası aracını kullanmayı gerektirir. Öğrenciler geometrik nesnelerin görsel temsillerini incelerken şeklin özelliklerine değil de algısal niteliklerine odaklanırlarsa, bu süreç *çizim hakkında muhakeme* olarak adlandırılır. Geometrik nesnenin özel araçlar (örn., dik doğru) kullanılarak oluşturulduğu süreç ise *yapılandırma* (constructing) olarak adlandırılır ve bu sürecin sonucunda oluşan nesne *yapıdır* (construct). Bir öğrenci geometrik nesnenin görsel temsillerini incelerken onun özelliklerine dikkat ediyorsa, öğrenci *figür hakkında muhakeme* yapmaktadır. Öğrencinin geometrik nesnenin görsel temsillerinin algısal niteliklerine göre mi yoksa geometrik nesnenin özelliklerine göre mi hareket ettiğine dair bir delil olmadığında ise *diyagram* (diyagram) terimi kullanılır. Bu tezde veriler ele alınırken daha çok *çizim* ve *figür üzerine muhakeme* ayrımına odaklanılmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin şekil sınıfları arasındaki hiyerarşi üzerine düşünürken sadece bilgisayar ortamına bağlı kalarak düşünmesinin önüne geçip, inceledikleri matematiksel figür üzerine düşüncelerini sağlamaya çalışmanın tezde amaçlanmış olmasıdır. Dolayısıyla çizim-figür ayrımı öğrencilerin neye dayalı hareket ettiğini belirlemede yol gösterici olmuştur.

### 2.1.3. Van Hiele Aşamaları

Çizim ve figür ayrımı her seviyede olabilir. Burada seviyelerden kasıt van Hiele'nin geometrik düşünce düzeyleridir. Van Hiele, geometri öğretiminde belirli bir sıranın olduğunu varsayarak geliştirdiği modeli hiyerarşik yapıda olan beş düzeyle açıklamıştır. Düzeyler öğrencinin neyi nasıl düşündüğünü tanımlamaktadır. Bu teori gelişimsel bir teori olduğundan öğrenciler bu düzeyleri sırasıyla geçmektedirler. Düzeylerin birbirleriyle olan bağlantısı aşağıda resmedilmektedir.



**Şekil 2.1** Van Hiele Geometrik Düşünce Kuramı(Van De Walle, 2013).

### **Düzyey 0 (Görselleştirme)**

Bu düzeydeki öğrenciler şekilleri görünüşlerine göre değerlendirmektedirler. Örneğin bir dikdörtgen 90 derece çevrildiğinde öğrenci için artık o bir dikdörtgen değil farklı bir şekildir. Bu düzeydeki öğrenciler yamuğu “yamuğa benzediği için” yamuk olarak tanımlar ve özelliklerine odaklanamazlar. Öğrencilerin bu düzeyden bir sonraki düzyeye geçmelerine yardımcı olmak için yapılan etkinliklerin benzer ve farklı şekilleri gruptama ve bu sayede şekil sınıflarını oluşturabilmeye ilgili olmasında fayda vardır.

### **Düzyey 1 (Analiz)**

Bu düzeydeki öğrenciler şekiller hakkında yorum yaparken tek bir şekli değil o şeklin ait olduğu tüm sınıfı düşünebilmektedirler. Analiz düzeyinde bulunan öğrenciler bahsettikleri şekil sınıfına ait olan tüm özellikleri sıralayabilmektedirler. Örneğin, dikdörtgen olarak isimlendirilen şekillerin karşılıklı kenarları eş, tüm açıları 90 derece, köşegenleri eşit uzunlukta vb.özelliklerinin olduğunu ifade edebilirler. Ancak bu düzeydeki öğrenciler bir sınıfa ait olan özelliğin başka bir sınıf için de geçerli olabileceğini bu sebeple sınıfların birbirlerini kapsayabileceklerini bilmemektedirler. Bu sebeple bu düzeydeki öğrenciler için bir sınıfa ait olan özelliklerin başka bir sınıf tarafından da sağlanıp sağlanmayacağını araştırabilecekleri etkinliklerin yapılması onların bir sonraki düzyeye geçmelerine yardımcı olabilir. Bu araştırmadaki amaç bu düzeyde bulunan bir öğrenciyi VH2 düzeyine çıkarmak olduğundan öğretimin tasarımında bu hususlara dikkat edilmiştir. Araştırma için hazırlanan öğretim tasarımında bu iki seviye arasındaki geçişi sağlayan etkenler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

## **Düzyey 2 (İnformel Çıkarım)**

Bu düzeydeki öğrenciler şekil sınıflarını özelliklerinden hareketle karşılaştırabilirler. Örneğin, bu öğrenciler şu tür yorumlar yapabilir: “Dört açısı da dik açıysa bu şekil dikdörtgen olmak zorundadır. Eğer şekil kareyse tüm açıları dik açıdır. Şekil kareyse bir dikdörtgen olmak zorundadır” (Van De Walle, 2013, s. 403). Bu düzeydeki öğrenciler mantıksal çıkarım yapmaya başladıklarından bir şekil sınıfını gerekli ve yeterli olan özelliklerine göre düşünmeye odaklatılmalıdır. Bu sayede öğrenci şekil sınıflarının kapsayan yapısını anlayabilecektir.

## **Düzyey 3 (Çıkarım)**

Bu düzey genellikle lise ve üstü seviyede karşılaşılan düzey olarak düşünülebilir. Bu düzeydeki öğrenciler geometrik özelliklerle ilgili soyut önermeler üzerinde çalışabilmekte ve teoremleri ispatlarken açık bir akıl yürütme kullanabilmektedirler (Van De Walle, 2013).Örneğin bu öğrenciler gerektiğinde Öklid geometrisinden küresel geometriye geçiş yapabilirler.

## **Düzyey 4 (Sistemantik Düşünme):**

Bu düzey daha çok üniversite seviyesindeki geometri alanında uzmanlaşanlarda rastlanan düzey olarak ifade edilebilir. Bu düzeydeki öğrenciler aksiyomatik sistemler arasındaki benzerlik ve farklılıkları düşünebilmektedirler (Van De Walle, 2013).

Van Hiele geometrik düşünce düzeylerinde her bir düzey için kullanılan dil farklıdır. Öğrenci birinci düzeyde bulunurken ikinci düzeyin anlayabileceği bir dil kullanıldığı zaman bunu sebepleriyle açıklamak yerine ezberden tekrar edebilir. Örneğin Düzey 1’deki bir öğrenci Düzey 2 dilini kullanarak “tüm dikdörtgenler aynı zamanda bir paralelkenardır” şeklindeki bir ifadeyi hiç şekil özelliklerini karşılaştırmaksızın ezbere söyleyebilir. Ancak bunun sebebi sorulduğunda açıklama yapamayacaktır. Buna ek olarak düzeyler sıralıdır ve yaştan bağımsızdır.

Tez çalışmasında öncelikle öğrencilerin VH düzeyleri (0 veya 1 olarak) belirlenmiş ve sonrasında yapılan öğretimin öğrencileri VH2 düzeyine nasıl çıkardığı üzerinde durulmuştur. Bu anlamda öğrencilerin hangi düzeyde oldukları, hangi muhakemeye nasıl hareket ettikleri ve geçişlerin olup olmadığını belirlemede VH düzeyleri tez çalışmasına ışık tutmuştur.

### **2.1.4. Prototipler**

Van Hiele'nin modelinde herbir düzeyde prototiplere dayalı düşünce de hakim olabilir. Burada prototipten kasıt bir sınıfı temsil eden modeldir. Literatür incelendiğinde prototiplerin farklı tanımlarla ele alındığı görülmektedir. Örneğin Schwarz ve Hershkowitz (1999) prototipleri bir kategoriye ait üyeler olarak tanımlamış ardından bu üyelerin, diğer üyelerin özellikleri ile büyük ölçüde ilişkili olan özellikler kümesine sahip olduğunu ve kategorinin diğer örneklerine prototipten olan uzaklıklarına göre karar verildiğini ifade etmiştir. Bu mesele şöyle bir örnekle açıklanabilir; bir öğrenci zihninde yamuğu “görsel olarak yamuk duran şekiller” şeklinde bir tarif ile özdeşleştirmiş olabilir. Öğrencinin yamuğa dair zihnindeki bu tarif onun yamuk sınıfına ait olan prototipini göstermektedir. Bu sebeple bu durumdaki bir öğrenci bir şeklin yamuk olup olmadığına karar verirken, o şeklin zihnindeki yamuk prototipine ne kadar yakın olduğuna bakmaktadır.

Literatürdeki diğer bir tanıma göre; prototipler bir kategoriye örnekleyen en iyi nesneyi belirtmez, bunun yerine bir kişinin kategoriye ait üyeleri diğerlerinden daha iyi temsil ettiğini düşündüğü örneğe olan eğilimini yansıtır (Yu, Barrett ve Presmeg, 2009, s.109-112).

Prototiplerin açıklandığı çalışmalarda araştırmacılar prototiplerin farklı özelliklerinden de bahsetmişlerdir. Örneğin Yu, Barrett ve Presmeg (2009, s.109-112) prototiplerinkişiye göre değiştiğini, sadece nesnelere göre değil eylemlere (yürümek, konuşmak vb.) göre de prototiplerin var olduğunu ifade ettikten sonra prototiplerin diğer bir özelliğinin de bir bağlama göre meydana gelmesi olduğunu belirtmiş ve ardından şu ayrıntılara yer vermiştir. Örneğin “uzun” için prototip, uzun bir adamla uzun bir bina kıyaslandığında etkinleşmeyebilir. Ancak ilgili bir bağlamda (örneğin basketbol oyuncuları), basketbol oyuncusu Michael Jordan uzundur. Prototiplerin bu kavramsal doğası bazı durumları açıklamada yardımcı olabilir. Örneğin öğrenciler, bir şeklin matematiksel tanımını bilmelerine rağmen, o şeklin görsel örneklerini, hem bağlam dışı hem de o şekle dair oluşturulan prototiple eşleşmediğinden, ayırt etmede başarısız olmaktadır.

Literatürde prototip olgusu açıklanırken prototipsel örneklerin önemine de dikkat çekildiği görülmüştür. Hershkowitz'e (1990, s.82) göre “her bir kavram, ilk olarak ulaşılan bir yada birden fazla prototipsel örneğe sahiptir ve bu prototipsel örnekler genellikle en uzun özellik listesine sahip olan örneklerin alt kümeleridir”. Bu listede bahsi geçen özellikler ise kavram için kritik olan ve kritik olmayıp da güçlü görsel karakteristiğe sahip olan (örn., dik üçgenin dikey pozisyonda durması) özelliklerdir. Bu durumu Fujita (2012) paralelkenar örneği üzerinden açıklamaktadır. Örneğin, öğrencilerin çoğu paralelkenarı açıklarken “karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgendir” tanımına ek olarak “paralelkenar dik açığa sahip

değildir” gibi bir özellikten de bahsetmektedir. Burada ‘karşılıklı kenarları paraleldir’ özelliği paralelkenar için kritik bir özellikken ‘dik açya sahip değildir’ gibi bir özellik paralelkenar için kritik olmayıp öğrencilerin görsel olarak belirledikleri bir durumdur. Fujita, bu durumun öğrencilerin zihnindeki statik paralelkenar prototipinin bir sonucu olduğunu ifade etmektedir. Bu çalışmada da öğrencilerin bir kavramı nasıl algıladıklarının ortaya çıkarılmasında prototip kuramından yararlanılmıştır.

## **2.2 Öğretime ve Ders Tasarımına Dair Kavramsal Yapılar**

Araştırmaya yön vermesi açısından birkaç teorik çatı kullanılmıştır. Bunlar aşağıda gerekçeleriyle birlikte tarif edilmektedir.

### **2.2.1. Tahmini Öğrenme Yol Haritaları**

Araştırmada kullanılan müfredat parçasının oluşmasında yardımcı olan kavramsal yapı Simon’ın (1995) ortaya attığı “tahmini öğrenme yol haritaları”dır (TÖYH)<sup>4</sup>. Simon (1995) bu ifade ile öğrenmenin hangi yolda ilerleyeceği konusunda öğretmenin bulunacağı tahminleri ve bunların içerildiği mekanizmayı, matematik öğretim döngüsünü, ifade etmeye çalışmıştır. Simon’a göre tam öğrenme önceden bilinemeyeceğinden bu haritalar tahmini olmaktadır ve olası eğilimi belirtmektedir. TÖYH üç bileşenden oluşmaktadır. Bunlar öğretmenin “öğrenmeye dair hedefi”, “öğrenme etkinliklerine dair planı” ve “öğrenme sürecine dair tahminleri\hipotezleri” olarak ifade edilmektedir. Örneğin müfredat tasarımında araştırmacının öğrenmeye dair hedefi “öğrencilerin karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu anlamalarını sağlamak”, öğrenme etkinliklerine dair planı “karenin tüm kenarlarının eşit olması aynı zamanda karşılıklı kenarlarının eşit olmasını sağlar” fikrinin öğrencilerce yapılandırılmasını sağlayacak bir dizi etkinlik” ve öğrenme sürecine dair hipotezi de öğrencinin etkinlikler aracılığıyla belli bir öğrenme mekanizmasından geçerek derin soyutlama yapacağıdır. Araştırmada kullanılan müfredat parçası hazırlanırken TÖYH pilot uygulamalar sayesinde belirlenmeye ve sürekli olarak yenilenmeye çalışılmıştır.

Simon ve Tzur (2004), öğrencilerin düzeylerine uygun ancak alışageldiklerinden farklı olan problemlerle uğraşmalarının onların bilişsel yeteneklerini geliştireceğini ve daha zengin matematiksel tartışmalar yapabileceklerini belirtmiştir. Ayrıca, öğrencilerin bilişsel olarak rutin dışı olan bu problemlerle daha fazla zaman harcamalarının, bilinen prosedürün takip edildiği alıştırmaların aksine, onların düşünme ve öğrenme fırsatlarını artıracaklarını ifade

---

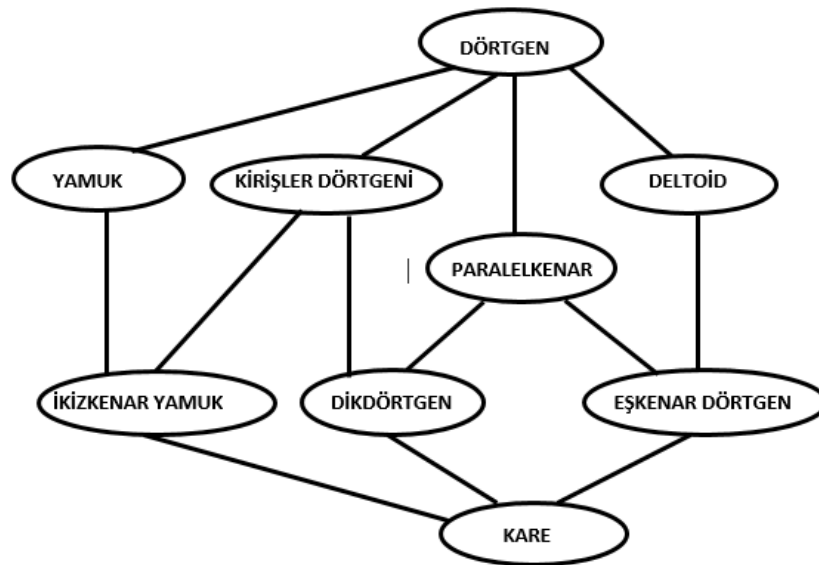
<sup>4</sup> Bu konuda detaylı bilgi için bkz. (Zembat, 2015, basımda).

etmiştir. Bu tezde de öğrencilere sınıf ortamında yapageldikleri alıştırmaların aksine üzerinde daha fazla düşünmeleri gereken rutin dışı ortamlar (şekil üreticileri gibi) ve sorular yöneltilmiştir. Ayrıca hazırlanan öğretime öğrencilerin derin soyutlama yapabilmelerine yardımcı olması açısından bir dizi sorgulama süreci eklenmiştir.

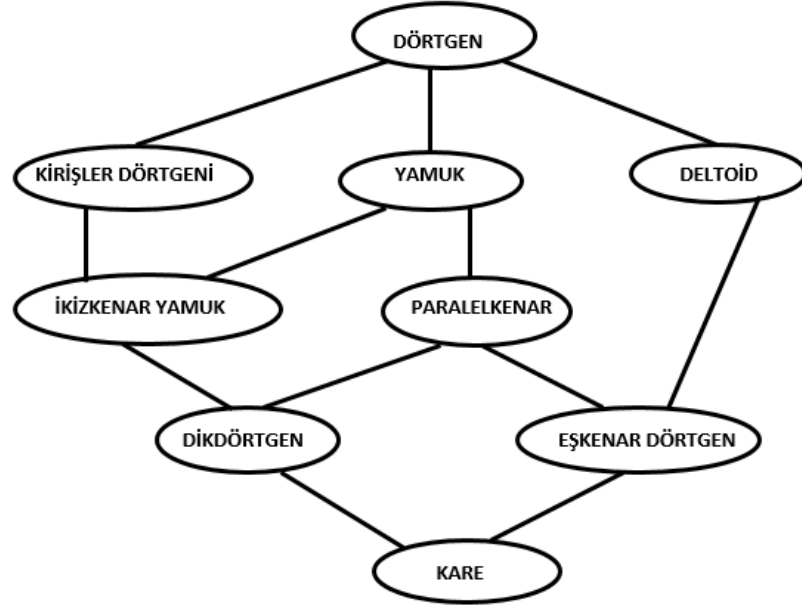
## 2.2.2. Kapsayan ve Dışlayan Tanımlar

Bu araştırmada kullanılan öğretimin tasarlanmasında yardımcı olan diğer bir kavramsal yapı geometride kullanılan tanım türleri ve bu tanımlara göre şekillenen hiyerarşik yapılarıdır. Usiskin ve Griffin (2008), kapsayan ve dışlayan tanım olmak üzere geometride kullanılan iki tür tanımdan bahsetmiştir. Bir tanım diğer bir tanımı kapsıyorsa buna **kapsayan**, hariç tutuyorsa buna da **dışlayan** tanım denilmiştir. Örneğin yamuk “en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir” şeklinde tanımlanırsa paralelkenarda bu tanıma gireceği için verilen tanım kapsayandır. Ancak yamuk “sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgendir” şeklinde tanımlanırsa paralelkenar bu tanıma göre dışarıda kalacağından verilen tanım dışlayandır.

Kullanılan tanım türüne göre özel dörtgenlerin sınıflandırmaları farklılık göstermektedir. Kapsayıcı tanıma göre özel kavramlar kendilerinden daha genel kavramların alt grubu olacak şekilde sınıflandırılırlarsa buna **hiyerarşik sınıflandırma**, dışlayan tanıma göre birbirlerinden ayık olarak sınıflandırılırlarsa buna da **ayrık sınıflandırma** denir (De Villiers, 1994; Usiskin ve Griffin, 2008). Aşağıdaki resimlerde yamuğun farklı tanımlarına göre oluşan sınıflandırmalar resmedilmeye çalışılmıştır.



**Şekil 2.2** Yamuğun Dışlayan Tanımına Göre Dörtgenlerin Ayrık Sınıflandırılması  
(Usiskin & Griffin, 2008, s.71)



**Şekil 2.3** Yamuğun Kapsayan Tanımına Göre Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması  
(Usiskin & Griffin, 2008, s.69).

Bu çalışmada dörtgenler kapsayıcı tanımları dikkate alınarak öğretilmeye çalışılmış ve sonucunda öğrencilerin hiyerarşik yapıyı oluşturmaları hedeflenmiştir.

Hiyerarşik yapının kullanılmasının bir takım avantajları vardır. Fujita ve Jones (2007), hiyerarşik sınıflandırma yapmanın daha ekonomik olduğundan bahsetmişlerdir. Örneğin, eğer bir durum paralelkenar için doğruysa bu aynı zamanda kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen için de doğru olacaktır. Çünkü bu şekiller paralelkenarın özel bir türüdür. Ancak öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı yapılandırması o kadar da kolay değildir. Çünkü bu, çizim ve figür arasında uygun bir etkileşimle birlikte mantıksal çıkarım yapmayı da gerektirir (Fujita ve Jones, 2007).

Öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı kurabilmelerindeki önemli bir konu da VH düzeyleri arasındaki geçişi sağlayacak olan bir öğretimin nasıl tasarlanması gerektiğidir (Fujita ve Jones, 2007). Literatürde araştırmacılar bu öğretim tasarlanırken bir takım hususlara dikkat edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Markman'a (1989, akt. Erez ve Yerushalmy, 2006, s. 272) göre öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı kavrayabilmeleri için öncelikle;

- “Şekilleri farklı isimlerle ifade edebilme ve farklı yollar kullanarak sınıflandırma yapabilme yeteneği edinebilmeleri (örn., eşkenar dörtgen bir çokgen, dörtgen, özel bir paralelkenar ve aynı zamanda özel bir deltoittir),
- Geometrik şekiller arası geçişlilik özelliğini anlayabilmeleri (örn., eğer kare bir eşkenar dörtgense ve eşkenar dörtgen bir paralelkenarsa o zaman kare bir paralelkenardır),
- Dörtgenler arasındaki asimetric ilişkiyi anlamaları (örn., her dikdörtgen bir paralelkenardır ancak her paralelkenar bir dikdörtgen değildir),
- Geometrik şekillerin kritik özellikleri arasındaki asimetric ve geçişlilik özelliklerini anlayabilmeleri (örn., dikdörtgen için gerekli bir özellik kare içinde gereklidir ancak kare için gerekli olan bir özellik dikdörtgen için gerekli olmayabilir)” gerekmektedir.

Uygulanan öğretimde amaç öğrencileri buldukları van Hiele düzeyinden bir üst düzeye taşıyarak dörtgen hiyerarşisini kurmalarını sağlamak olduğundan, hem müfredat parçası hazırlanırken (yani etkinlik tasarımında) hem de öğretim yapılırken (yani öğrencilere yöneltilen düşündürücü sorularda) Markman’ın belirttiği hususlar dikkate alınmıştır. Hazırlanan öğretimin gelişim aşamaları ise bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.



## BÖLÜM 3

### YÖNTEM

Bu bölümde “Araştırmanın Modeli”, “Katılımcılar”, “Veri Toplama Yöntemi ve Araçları” ve “Veri Analiz Yöntemi” kısımları ele alınmıştır.

#### 3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırma özü itibariyle nitel bir araştırma olup veri toplama esnasında da öğrencilere birebir öğretim yapılacağı ve öğrenimleri inceleneceği için “öğretim deneyi” (teaching experiment) (Steffe & Thompson, 2000) ve bunu desteklemek için yapılan “mülakatlardan” (interview) oluşmaktadır. Bu modelin nasıl ele alındığı ve işletildiği ilerleyen kısımlarda detaylı olarak ele alınmaktadır.

#### 3.2 Katılımcılar

Araştırma MEB’e bağlı bir devlet okulunda okuyan 5. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Bir kız, bir erkek olmak üzere iki öğrenci gönüllü olarak çalışmaya katılmıştır. Bu öğrencilerin araştırmaya seçilme sebepleri yaşitlarına göre ortalama bir başarıda olmaları, düşüncelerini rahatça ifade edebilmeleri, matematiğe ilgi duymaları ve öğretimde hedeflenen matematiksel ilişkileri (örneğin kare ile dikdörtgenin kenar özellikleri arasındaki ilişki) henüz hâlihazırda buldukları sınıflarda görmemiş olmaları ancak araştırma için gerekli olan ön bilgilerin çoğuna sahip olmalarıdır. Katılımcı öğrencilerin ön bilgilerine dair detaylar ilk mülakat analizinde verilmektedir. Veri toplamaya başlamadan önce öğrencilerin aileleriyle temasa geçilmiş ve gerekli izinler alınmıştır (bkz. Katılımcı Bilgilendirme ve İzin formu Ek-1). Ayrıca öğrencilerin kimliğini gizlemek amacıyla farklı isimler kullanılmıştır. Üç öğrenci ile ilk mülakat yapılmış ve bunların sonucuna göre yukarıda belirtilen kriterleri sağlayan iki öğrenci araştırma için katılımcı olarak belirlenmiştir. Bu sürecin devamında ailelerin izniyle araştırma için uygun günler belirlenmiş ve uygulamalar yapılmıştır.

#### 3.3 Veri Toplama Yöntemi ve Araçları

Araştırma Konya ilinde, bir kısmı Yükseköğretim Kurumu’na bağlı özel bir üniversitede araştırmacı ve öğrencilerin rahatsız edilmediği bir odada bir kısmı da araştırmacının veya öğrencinin evinde yine öğrenci ve araştırmacının rahatsız edilmeyeceği bir ortamda

yapılmıştır. Katılan iki öğrenci ile yapılan her ders yaklaşık olarak 1 saat sürmüş ve bu şekilde toplamda her öğrenci ile 7 ders yapılmıştır<sup>5</sup>.

Öğretim esnasında her ders için tasarlanan etkinlikler uygulanırken araştırmacının kendi dizüstü bilgisayarı kullanılmıştır. Öğrencinin bilgisayar ortamında yaptıklarının daha sonra analiz edilebilmesi için bir ekran kaydetme programı (Freez Screen Recorder) kullanılmıştır. Ayrıca öğrencinin kâğıt ortamında yaptıkları ve ders esnasındaki yorumları video kamera ile kaydedilmiştir.

Çalışma herbir öğrenciyle birebir yürütülmüştür. Öğretim deneyinin birebir yapılmasındaki amaç her öğrencinin kendi düşüncelerini, başkasından etkilenmeden, yansıtabilmesini sağlamaktır. Nitekim kesirlerde bölme işlemi üzerine tasarladıkları dersi birebir öğretimle yürüten Simon, Saldanha, McClintock, Karagoz-Akar, Wattanabe ve Zembat (2007), bu yöntemin öğrencinin kendi aktiviteleri aracılığıyla konuyu nasıl yapılandırıldığını ayrıntılı olarak analiz etme fırsatı sunduğunu ifade etmişlerdir. Engelhardt, Corpuz, Ozimek ve Rebello (2004) öğretim deneyinin öğrencinin yakından gözlemlenebilmesine olanak tanıdığını ve bu sayede öğrencinin düşüncelerinin gerek verdiği yanıtlardan gerekse mimiklerinden daha net anlaşılabilirdiğini belirtmişlerdir. Faydacı (2008) dört öğrenciye bir öğretim deneyi uygulayarak, öteleme dönüşümünü nasıl algıladıkları ve hangi bileşenlere dikkat ederek yapılandırıldıklarını araştırdığı çalışmasında, her öğrenci ile birebir öğretimin yapılmış olmasının (öğrencilerin kavramı algılayışlarındaki farklılıklar gözönüne alındığında) öteleme kavramının nasıl yapılandırıldığının analiz edilebilmesinde daha yararlı olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Zembat (2015) öğretim için sınırlı sayıda öğrenciyi tercih ettiği çalışmasında, sınıf ortamının birçok farklı değişkeni barındırması sebebiyle bu ortamlarda öğrencinin kavramsal gelişimini incelemenin oldukça zor olduğunu ancak az sayıda öğrenci ile öğretimin öğrencinin ilerlemesini yakından takip etme fırsatı sunduğunu ifade etmiştir. Bunlara ek olarak Simon (1993, s.234), yapılandırmacılığın, “bilgi, birey tarafından önceki bilgilerinin temelinde yapılandırılır” varsayımını içerdiğini ifade etmektedir. Bu sebeple araştırmacılar öğrencinin matematiksel düşünce ya da anlayışına ulaşmak için doğrudan bir yola sahip değildirler. Simon’a göre araştırmacıların öğrencinin anlayışına dair hipotezsel modeller geliştirebilmeleri için onları gözlemlmeleri ve öğrencilerle iletişime geçmeleri gerekmektedir. Bu çalışmada öğrencilerle birebir öğretimin yapılmasının temelinde bu anlayış yatmaktadır.

---

<sup>5</sup> Tüm bu derslerde kullanılacak müfredat danışmanım İsmail Ö. Zembat ile birlikte onun önderliğinde geliştirilmiş, derslerin devamlı surette analizi ve tashihi de kendisiyle birlikte yapılmıştır.

Bu sebeplerden ötürü, bu tezde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının her bir öğrenci tarafından nasıl yapılandırıldığına ayrıntılı olarak incelenebilmesi için bireysel öğretim yapılmıştır.

### 3.3.1 Mülakatlar

Piaget, var olan standart testlerle öğrencileri sınamak yerine onların düşüncelerinin doğasını anlamanın daha önemli olduğu düşüncesiyle öğrencilerin düşünce zenginliğini keşfetmek, bu zenginliğin temel faaliyetlerini anlamak ve öğrencilerin bilişsel yeteneklerini belirlemek amacıyla esnek bir sorgulama metodu olan mülakat yöntemini ortaya atmıştır (Gingsburg, 1981). Hunting (1997) bu yöntemin öğrencinin matematiksel davranışını gözlemlemek ve yorumlamak için kullanılan bir araç olduğunu ifade etmiştir.

“Mülakatın amacı öğrencinin o esnadaki muhakeme örneklerini onları değiştirmeye teşebbüs etmeden anlamaya çalışmaktır” (Engelhardt vd., 2004, s.1). Mülakatta öğrenci ile araştırmacının doğrudan etkileşim içerisinde olması öğrencinin düşünceleri hakkında daha derin bir bilgiye ulaşılmasına imkân vermektedir. Araştırmada öğretim öncesinde ve sonrasında olmak üzere iki kez mülakat yapılmıştır. İlk mülakatlar öğrencilerin bazı dörtgen çeşitlerine ve bunlar arasındaki ilişkilere dair bilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır. Son mülakatlar da bu bilgilerin ne ölçüde değiştiğini belirlemek amacıyla bazı eklemelerle ilk mülakattaki sorulara benzer nitelikte soruları içerecek şekilde düzenlenmiştir.

Mülakatlar sırasında teknoloji kullanılmamıştır. Çünkü araştırmadaki amaç teknolojiyi öğretim için bir araç olarak kullanmaktır. Mülakatlarda eğer öğrencinin temel problemleri anlayışını geliştirecekse bir takım değişiklikler yapmak kabul edilebilirdir (Gingsburg, 1981). Bu sebeple mülakatlar esnasında hazırlanmış olan sorular öğrencilerin dörtgenlere dair bilgilerini ortaya çıkarmada eksik kaldığında araştırmacı sözlü olarak ek sorular sormuş ve öğrencinin düşünce yapısını mümkün olduğunca ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu anlamda mülakatlar yarı yapılandırılmıştır. Mülakattaki sorular öncelikle dörtgen sınıfları, sonra dörtgen sınıflarına dair özellikler ve en sonunda dörtgen sınıfları arasındaki ilişkiler üzerinedir (İlk mülakatın ayrıntıları için bkz. Ek-2).

Araştırmacı tarafından her mülakatın video kaydı tutulmuş ve derslerin ardından bu kayıtlar ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Öğrencilerle yapılan mülakat kayıtları ve video kayıtları mülakatların veri kaynaklarını oluşturmaktadır. Araştırmacı bu veri kaynaklarını ilgili teorik çatıları (örneğin çizim-figür) dikkate alarak analiz etmiş ve öğrencilerin dörtgenlere dair algılarının başlangıçta nasıl olduğunu ve van Hiele geometrik düşünce

düzeylerinden hangisinde bulduklarını belirlemeye çalışmıştır. Son mülakatların amacı ise öğrencilerin öğretim sonrasında dörtgenleri sınıflandırmaya dair algıları hakkında bir sonuca ulaşmaktır. Bu sebeple ilk mülakat sorularına iki soru daha eklenerek son mülakat soruları oluşturulmuştur. Son mülakata eklenen iki sorunun amacı öğrencilerin dörtgenler arasındaki asimetrik ilişkiyi anlayıp anlamadıklarını ortaya çıkarmaktır (Son mülakatın ayrıntıları için bkz. Ek-2). Mülakat takvimine dair bilgiler Tablo 3.1’de özetlenmektedir.

**Tablo 3.1** İlk ve Son Mülakat Tarihleri.

Öğrenci Adı	İlk Mülakat	Son Mülakat
Ayşe	16.06.2015	25.06.2015
Efe	07.07.2015	13.07.2015

### 3.3.2 Öğretim Deneyi

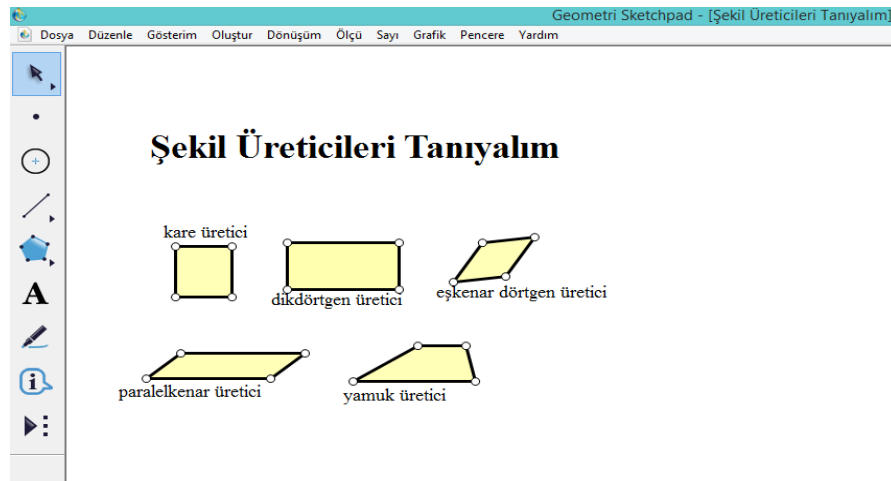
Bu araştırmada öğrencilerin geometrik kavramları nasıl yapılandırdıklarının ve bu kavramlar arası ilişkileri nasıl kurduklarının anlaşılabilmesi için “öğretim deneyi” (teaching experiment) yöntemi uygulanmıştır. Steffe ve Thompson (2000, s. 273), öğretim deneyinin “araştırmacıların aktivitelerinin organizasyonunda kullandıkları bir kavramsal araç” olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretim deneyinin öğrencilerin geniş bir zaman diliminde kaydettiği ilerlemeyi anlamaya yönelik olduğunu belirtmektedirler. Steffe ve Thompson’a göre, öğretim deneyinde istenilen sonuca ulaşılabilmesi için araştırmacıların önceden hipotez geliştirmeleri ve bu hipotezler doğrultusunda bir öğretim sergilemeleri gerekmektedir. Çünkü bu hipotezler öğrencilerin matematiksel fikirlerinin yorumlanabilmesi için önem arz etmektedir. Bu anlamda bu çalışmada da öğretimin nasıl şekilleneceği ve hedeflenen kavramların nasıl öğrenilebileceğine dair hipotezler geliştirilmiş ve öğretim esnasında bunlar test edilerek tashih edilmiştir.

Cobb ve Steffe (1983, s 83, akt. Williams, 2007), öğretim deneyini “öğrenme bölümlerinin bir serisi ve geniş bir zaman aralığını kapsayan bireysel mülakatlar” olarak tanımlamışlardır. Öğretim deneyi öğrencinin matematiksel aktivitelerini açıklamak ve keşfetmek için tasarlanan yaşayan bir yöntemdir (Steffe ve Thompson, 2000). Dolayısıyla bu model öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecini ayrıntılı olarak incelemek için uygundur. Nitekim literatür incelendiğinde öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecini ayrıntılı olarak incelemek isteyen araştırmacıların öğretim deneyi modelinden faydalandıkları görülmektedir (William, 2007; Zembat 2004; Faydacı, 2008; Engelhardt vd. 2004).

Engelhardt vd. (2004) öğretim deneyini detaylandırırken şu hususlara dikkat çekmiştir. Öğretim deneyi; modelleme, öğretim bölümleri ve bireysel ya da grup mülakatları bileşenlerini içeren bir mülakat türüdür. Bu modelde öğretim bölümleri mülakatlardaki gibi kaydedilir ve analiz edilir sonrasında bu analizler bir sonraki öğretim bölümüne rehberlik etmesi için kullanılır. Bu aşamada öğrencilerin verdiği cevaplara dayanarak araştırmacının hipotezi test edilebilmektedir. Öğretim bölümleri sırasında odak nokta öğrencilerin muhakemeleridir.

Engelhardt vd. (2004) müfredat tasarımı ve yeni öğretim metodlarının gelişimi bakımından öğretim deneyinin geleneksel mülakatlara nazaran bir takım avantajlara sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Araştırmacılara göre bu avantajların ilki öğretim bölümlerinin yeni tekniklerin test edilmesine izin vermesidir. Yapılan analizler öğrencinin kavramsal gelişimine en çok katkı sağlayan tekniğin hangisi olduğunu belirleyebilir. İkincisi grupta çalışıldığı zaman ortam doğal sınıf ortamına yakından bir benzerlik göstermektedir. Literatür incelendiğinde de öğretim deneyinin öğrencilerin kavramsal gelişimlerinin incelenmesinde etkili bir yöntem olduğu görülmektedir. Bu sebeple tezde öğretim deneyi uygulanmıştır.

Bu araştırmada öğrencilerin dörtgenler arası ilişkileri yapılandırma sürecine yardımcı olacağı düşüncesiyle dinamik geometri yazılımından (GSP) faydalanılmıştır. Öğretim tasarlanırken Battista (2012)'nin Geometer's Sketchpad yazılımını kullanarak hazırladığı *Şekil Üreticileri* (Shape Makers) kullanılmıştır. Öğretimde kullanılan şekil üreticilerinin her biri bir şekil sınıfını temsil etmektedir. Örneğin dikdörtgen üretici dikdörtgenler sınıfını temsil etmekte ve bu sınıfa ait olan tüm şekilleri (dikdörtgenler ve kareler) üretebilmektedir. Aşağıdaki resimde *şekil üreticilerini tanıyalım* dersinde öğrencilere verilen şekil üreticileri gösterilmektedir.



**Şekil 3.1** “Şekil Üreticilerini Tanıyalım” Etkinliği.

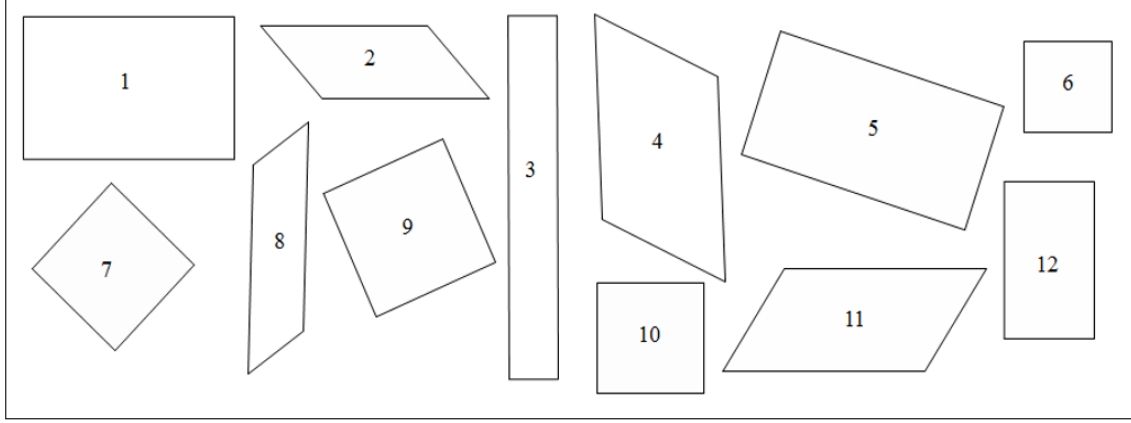
Öncelikle öğrencilerin şekil üreticilerine aşinalık kazanması amacıyla bir ders tasarlanmıştır. Ardından öğrencilerin sırasıyla kare-dikdörtgen, kare-dikdörtgen-paralelkenar, kare-eşkenar dörtgen, kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar, dikdörtgen-eşkenar dörtgen ve paralelkenar-yamuk arasındaki ilişkileri ayrıntılı olarak inceleyebilecekleri dersler hazırlanmıştır. Bu dersler tasarlanırken sürekli olarak pilot uygulamalar yapılmıştır. Uygulamalar sırasında öğrenciler tahminde bulunmaya ve bu tahminlerin sebeplerini açıklamaya teşvik edilmişlerdir. Pilot uygulamalardan elde edilen video kayıtları devamlı surette bir önceki pilot uygulama ile karşılaştırılarak analiz edilmiştir. Bu sayede öğrencilerin önceki öğrenmelerini kullanarak yeni bilgileri nasıl yapılandırdıkları ve bunu yaparken nelerin etkili olduğu belirlenebilmiştir.

### 3.3.3 Çalışma Yaprakları

Öğretim esnasında GSP ile hazırlanan derslere ek olarak önceden bahsedilen Shape Makers kitabından, 5.sınıf matematik ders kitabından ve uzman görüşünden yararlanılarak bir takım çalışma yaprakları da hazırlanmıştır. Ders işleniş video kaydına alınırken araştırmacı bazı derslerde (örneğin Tahmin & Kontrol) öğrenciden bu çalışma yapraklarını da doldurmasını istemiştir. Ayrıca bazı derslerde yazılım kullanmadan sadece çalışma yaprakları (Şekil 3.2) ve video kaydı ile veri toplanmıştır. Bu derslerde öğrencinin bilgisayar ortamından ayrılarak çalışma yapraklarında istenilenleri yapması gerekmektedir. Buradaki amaç öğrencinin o ana kadar bilgisayar yardımıyla yaptıkları üzerinde düşünmesini sağlayarak onun derin soyutlama yapmasına olanak tanımadır. Örneğin öğrenciye “*Beni istediğin kadar büyüt veya küçült iki çift karşılıklı kenarım birbirine hep paraleldir. Köşe noktalarım hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarım ne kadar büyütülüp küçültülsem de köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur.*” bilmeceyi yöneltilmiş ve bu bilmecedeki özellikleri düşünerek verilen şekillerden hangilerinin bu özellikler kullanılarak çizilebileceğine karar vermesi istenmiştir.

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült iki çift karşılıklı kenarlarım birbirine hep paraleldir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarımın ne kadar büyütülüp küçültülsemde köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur.

Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!



**Şekil 3.2** “Şekilleri Bilmeceler Yardımıyla Gruplandırılma” Etkinliği.

### 3.4 Pilot Çalışma ve Öğretim Tasarımı

Araştırmanın başlangıcından yaklaşık 4 ay önce, yapılacak çalışmanın oluşturulabilmesi amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Farklı seviyelerde bulunan 10 öğrenci ile (5.sınıf, 6. Sınıf ve üniversite öğrencileri) yapılan çalışma uygulanacak müfredat parçasının geliştirilmesinde yardımcı olmuştur. Pilot uygulamalar öğrenciler için uygun zaman belirlenerek araştırmacının kendi evinde ve üniversitede, uygulama esnasında araştırmacı tarafından kısa notlar tutularak yapılmıştır. Pilot uygulamalar ve öğretim tasarımının gelişim aşaması aşağıdaki başlıklar altında açıklanmaya çalışılmıştır.

#### a. Müfredatta İşlenecek Konulara Karar Verilmesi

Bu araştırma daha önce gereklilikleri belirtildiği üzere dörtgenler üzerine yapılmıştır. Araştırmaya başlamadan önce dörtgenler konusu üzerine yapılan çalışmalar incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda araştırmacıların dörtgenlerin tanımı, sınıflandırılması ve dörtgenler arası ilişkiler (Craine ve Robenstain, 1993; De Villiers, 1994; De Villiers, 1998; Baroody ve Bartels, 2000; Fox, 2000; Davison, 2003; Walcott, 2006; Fujita ve Jones, 2007; Mack, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Fujita, 2008; Leung, 2008; Walcott, Mohr, Kastberg, 2009; Ergün, 2010; Robichaux ve Rodrigue, 2010; Okumuş, 2011; Aktaş ve Aktaş, 2012, Fujita, 2012; Popovic, 2012), öğrencilerin van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi (Burger ve Shaughnessy; 1986; Mistretta, 1996; Fox, 2000; De Villiers, 2004; Roberts, 2007; Dağdelen, 2012) ve dinamik geometri yazılımlarının etkisi (Jones, 2000; Battista, 2001; Driskell, 2004; Yu, 2004; Erez ve Yerushalmy, 2006; Han, 2007; Okumuş, 2011; Lei ve

White, 2012; Özçakır, 2013)üzerine çalıştıkları görülmüştür. Literatür incelemesi sonucunda dikkat çeken nokta dörtgenler arası ilişkilerin yapılandırılmasında dinamik geometri yazılımlarının katkısıdır.

Laborde, Kynigos, Hollebrands ve Strasser (2006, s. 278), öğrenmenin eski ve yeni bilginin basit bir birleşim süreci olmasından ziyade bireyin geometriyi yeniden yapılandırması olduğunu ifade etmiştir. Laborde vd.'ne göre öğrenen ile makina (yazılımın kullanıldığı bilgisayar) arasındaki etkileşim bu yeniden yapılandırmayı etkileyen faktördür. Bu sebeple çalışmada öğrencilerin bilgisayarla etkileşim içerisinde olmaları ve edindikleri tecrübe ile yeni bilgileri yapılandırmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Ancak asıl mesele dinamik yazılımların nasıl ve hangi ölçüde kullanılacağı olmuştur. Bu aşamada dinamik yazılımların öneminin ve etkisinin anlatıldığı kitaplar incelenmiş ve ders için bir başlangıç noktası belirlenmeye çalışılmıştır.

Dörtgenler konusundaki araştırmalarda öğrencilerin yapılan öğretim sayesinde bir üst düzeyde düşünmeye başladığı ifade edilmektedir (Jones, 2000; Yu, 2004; Han, 2007; Okumuş, 2011). Ancak çoğu araştırma öğrencinin bir üst düzeye geçişinin (VH geometrik düşünce düzeyleri) nasıl olduğu ve bu durumu nelerin etkilediğine dair ayrıntılı bir bilgi verememektedir. Bu sebeple tezde düzeyler arası geçişi sağlayan aşamalar üzerinde durularak öğrencilerin bu süreçte zihinsel olarak nasıl bir yol çizmeye çalıştıkları incelenmiştir.

### **b. Kaynak Taraması Sonucunda Elde Edilenler: Shape Makers(SM)**

İlgili kitaplar araştırılırken Michael T. Battista tarafından hazırlanan Shape Makers(2012) kitabı ile karşılaşmış ve bu kitap ayrıntılı olarak incelenmiştir. Battista'nın Shape Makers (SM)kitabının benimsenmesindeki amaç; öğrencileregeometri sınıflarında fiziksel nesnelereçalıştıkları gibi bir ortam sunarak şekil sınıflarını anlamlandırmalarını sağlamaktır. Yani öğrenciler SM yardımıyla bir şekil sınıfına (paralelkenar, vb.) ait tüm şekilleri üretebilme imkânı bulmaktadır. Battista SM kitabında bu amaçla GSP ortamında hazırlanmış etkinlik tabanlı dersler tasarlamıştır. Bu dersler incelendiğinde öğrencilerin hem eğleneceği hem de öğreneceği bir ortamın oluşturulmaya çalışıldığı görülmüştür. Dörtgenler arası ilişkilerin oluşturulması VH2 düzeyinde bir öğrenme olduğu için öncelikle öğrencilerin şekil sınıflarını oluşturabilmesi gerekmektedir. SM bu iş için oldukça uygun görülmüştür. Çünkü SMöğrencilerin şekil sınıflarına dair bir bakış açısı kazanmalarına yardımcı olmak amacıyla tasarlanmıştır.



GSP ortamında hazırlanan Şekil Üreticiler (Shape Makers) dörtgen üretici (quadrilateral maker), deltoid üretici (kite maker), dikdörtgen üretici (rectangular maker), kare üretici (square maker), eşkenar dörtgen üretici (rhombus maker) ve yamuk üretici (trapezoid maker) olmak üzere yedi özel dörtgen için hazırlanmıştır. İlk uygulama yapılmadan önce Battista'nın hazırladığı ilk ders için kullanılan etkinlikler Türkçeye çevrilmiştir. Ardından öğrencilere yukarıda bahsi geçen *şekil üreticileri*(ŞÜ) tanıtılmış ve 1. ders dörtgenlere dair bilgisi temel düzeyde olan iki öğrenciye uygulanmıştır. Pilot uygulamalarda öğrencilere “Şekil Üreticileri Tanıyalım” etkinliğinden (etkinlik için bkz. Ek-4)sonra “Bu Şekli Yapabilir Misin?” etkinliği (etkinlik için bkz. Ek-4)uygulanmış ve ikinci etkinliğin öğrencilere ne kattığı sorulmuştur. Öğrenciler “bir önceki etkinlikte şekil üreticileri rastgele büyütüp küçültüyordum ancak ikinci etkinlikte şekil üreticilerinin hareketlerini daha iyi gözlemleyebildim, yani bir kenarın başka bir kenar üzerinde etkisi olabiliyor ya da bazı köşeler hareket ettirildiğinde diğerleri de hareket etmek zorunda” şeklinde yanıtlar vermişlerdir. Öğrencilerin verdiği yanıtlar dikkate alınarak bu müfredat parçasının araştırmaya başlamak için uygun olduğuna karar verilmiş ve ana uygulamalarda da bu kısımlar revize edilerek kullanılmıştır.

SM etkinliklerinde dikkat çeken diğer bir nokta öğrencilere önce tahmin yaptırıp ardından bu tahminleri kontrol ettirerek tahminlerindeki hataları kendilerinin düzeltmelerine imkân verilmesidir. Ancak şekil üreticilerini kullanmanın bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bunlardan biri öğrencilerin şekil üreticileri ayrık şekil sınıfları olarak algılamalarıdır. Mesela öğrenci dikdörtgen üreticinin kareyi üretebilmesinin sebebinin dikdörtgen sınıfının kare sınıfını içermesi olduğunu anlayamamaktadır. İkincisiŞÜ ile fazla uğraştığında öğrenci çizime takılıp figüre dair muhakeme yapamamaktadır. Örneğin dikdörtgen üreticinin kare üretmesinin sebebini “dikdörtgen üretici izin verdiği için” şeklinde açıklamaya çalışmaktadır. Bu sebeple hazırlanan öğretimde şekil üreticilerinin bu gibi eksiklikleri bir takım düzenlemelerle ve sorgulama süreçleriyle giderilmeye çalışılmıştır. Örneğin SM kitabındaki ilgili shape makers gsp dosyasında bulunan dikdörtgen üretici iki farklı köşesinden de oynatıldığında tümüyle büyüüp küçülmekte (kısa kenarla uzun kenar arasındaki oranı her zaman koruyacak şekilde boyutu değiştirilebilmekte)ancak öğrencilerin bunu görememesi sonucunda bu noktaların tüm şekli büyütüp küçülttüğü düşünölmekteydi. Dikdörtgen üretici ile kare üretici arasındaki fark sorulduğunda dikdörtgen üreticinin tüm şeklin boyutunun değiştirilmesini sağlayan köşelerinden ziyade iki kenarı sabit tutup diğer kenarların uzunluklarının değişmesine izin veren köşelerinin olduğunu ifade ediyorlardı. Yani öğrencilere göre dikdörtgen üretici kare üretici gibi tüm şeklin boyutunu değiştirebilen iki

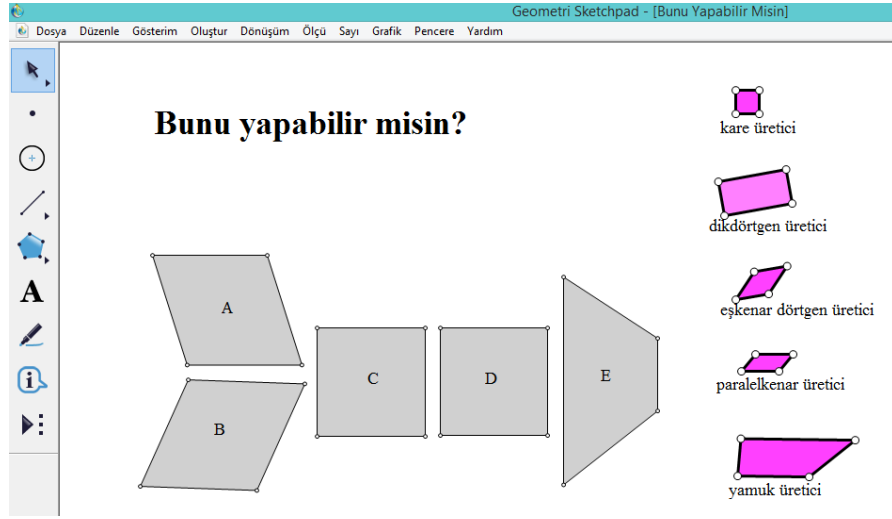
köşeye sahip ayrıca iki kenarı sabit tutarak diğer kenarların uzunluklarını değiştirmeye izin veren iki köşeye daha sahipti. Yapılan pilot uygulamalarda bu durumun öğrencinin dikdörtgen üreticiyi yanlış yorumlamasına sebep olduğu görüldü. Pilot uygulamalardan birinde öğrenci dikdörtgen üretici ile çalışırken “dikdörtgen üretici bazı kenarları genişliyor, yani bazı noktalar tüm şekli genişletiyor bazıları birkaç kenarı oynatıyor” ifadesini kullandı. Bu sebeple dikdörtgen üretici iki köşesinden hareket ettirildiğinde sabit kalan diğer iki köşesinden hareket ettirildiğinde de karşılıklı iki kenarı eşit olarak büyüyüp küçülebilen şekilde değiştirildi. Dolayısıyla SM kitabı aynen takip edilmemiş, bu gibi kritik noktalarda ciddi tashihlere tabi tutulmuştur.

### **c. Konuların Nasıl İşleneceğine Karar Verilmesi ve Hiyerarşik Yapı**

Hiyerarşik yapının oluşturulmasında birkaç farklı yol izlenebilmektedir. Örneğin Battista bu yapıyı SM’da her bir dersteyedi özel dörtgeni kullanarak yani bütüncül olarak ilerleyerek kurdukmaya çalışmış ancak bazı öğrencilerin bu konuda başarısız olduğunu ifade etmiştir. Bu sebeple ilk uygulamadan sonra Battista tarafından üretilen çalışma yaprakları ve gsp dosyalarında bir takım değişiklikler yapılmıştır. Öncelikle hiyerarşik yapı oluşturulurken aşağıdan yukarıya doğru bir sıranın (kareden başlayarak yamuğa doğru) izlenmesine ayrıca bu sıra izlenirken tüm şekilleri birlikte değerlendirmek yerine ikili (kare-dikdörtgen gibi) ve üçlü (kare-dikdörtgen-paralelkenar gibi) zincirler halinde ilerlemeye karar verilmiştir. Çünkü öğrencinin şekillerin hiyerarşik yapısını anlayabilmesi için her bir şekil sınıfının diğerleri ile olan ilişkisini ayrıntılı olarak incelemesi gerekmektedir. Aksi takdirde dersin sonuna doğru tıpkı Battista’nın karşılaştığı gibi kopmalar yaşanabileceği önceden düşünülmüştür.

Öğrenciler sırasıyla kare-dikdörtgen-paralelkenar ve kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkileri yapılandırdıktan sonra, sıra bu iki yapının nasıl birleştirilmesi gerektiğine gelmiştir. Ancak bu mesele her öğrenci için kolay olmamıştır. Pilot uygulamalarda öğrencilerin çoğu şimdiye kadar bu yapıları hep tek tek oluşturduklarından bu iki yapıyı birleştirmeleri istendiğinde yine sıralama yapmaları gerektiğini düşünerek aşağıdan yukarıya doğru bir sırayla ya kare-dikdörtgen-eşkenardörtgen-paralelkenar ya da kare-eşkenar dörtgen-dikdörtgen-paralelkenar şeklinde bir çizim yapmışlardır. Öğrencilere neden böyle bir çizim yaptıkları sorulduğunda ise net bir açıklama yapamamışlardır. Bu sebeple esas öğretimde öncelikle daha önce oluşturdukları yapıları tekrar çizmeleri ardından şimdiye kadar öğrenmiş oldukları dört özel dörtgeni birleşik olarak verilen bir yapıya yerleştirmeleri istenmiştir.

Öğretime dâhil edilecek dörtgenlere karar verilirken Battista'nın çalışmasında yer alan deltoid üretici (kite makers) çıkartılmıştır. Çünkü deltoid MEB ortaokul müfredatında yer almamaktadır. Buna ek olarak aşağıdan yukarıya doğru bir öğretim benimsendiği için ikizkenar yamuk için ayrı bir şekil üretici eklenmemiştir. Çünkü kareden yamuğa kadar olan yapıyı kavrayan bir öğrenci ikizkenar yamuk için tekrar geriye doğru düşünmek zorunda kalır. Dolayısıyla öğretim kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk olmak üzere beş özel dörtgeni kapsamaktadır. Bu sebeple “*bunu yapabilir misin?*” etkinliği beş özel dörtgeni içerecek şekilde yeniden düzenlenmiştir (bkz. Şekil 3.3).



**Şekil 3.3** Öğrenciden ekranın sağında bulunan şekil üreticileri kullanarak solda verilen A-E parçalarından oluşan şekli yapmasının istendiği “Bunu Yapabilir Misin?” Etkinliği.

#### d. Öğretimin Tasarlanmasında Pilot Uygulamaların Rolü

Öğretim deneyi belli hipotezler çerçevesinde yapılan öğretimde hipotezlerin test edilmesi ve gerekli durumlarda yenilenmesini gerektirmektedir. Bu sebeple öğretim tasarlanırken devamlı surette pilot uygulamalar yapılmış ve hipotezlerin geçerliliği test edilmiştir. Örneğin ikinci uygulamada öğrencilerden kare-eşkenar dörtgen ve kare-dikdörtgen ilişkisini incelemeleri istenmiş ve ardından daha derin düşüncelerini sağlayacağı düşünülen bir oyun oynatılmıştır. Ancak öğrenciler ilk kısımda verilen şekil üreticilerinin hareket özelliklerini kavradıkları için bu aşamadaki oyunun gereksiz olduğu düşünülmüş ve bu kısım müfredat parçasından çıkartılmıştır.

Öğretim her aşamada araştırılan şekillere yeni bir şekil eklenmesiyle devam etmiştir. Örneğin kare-eşkenar dörtgen ilişkisinde başarılı olan bir öğrenciye kare-eşkenar dörtgen–paralelkenarı araştırabileceği bir dersuygulanmış ve elindeki şekil üretici ile bu üç şekilden hangilerini çizebileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Öğrenci tahmin yürüttükten sonra kontrol

etmesi istenmiştir. Bu aşamada öğrencinin şekil üreticiler aracılığıyla şekil sınıfları oluşturabilmesi hedeflenmiş ancak öğrenci şekil sınıflarının kapsayan yapısını göremediği için şekilleri ayırık sınıflar olarak ifade etmiştir. Bu dersin Battista'nın ürettiği dersten farkı şekillerin ikili ve üçlü olarak verilmesinin yanı sıra şekillerin açı ve kenar ölçümlerinin verilmemesidir. Buradaki amaç öğrencinin şekil üreticilerinin hangi şekilleri üretebileceğini görmesi ve bunun sebepleri üzerinde düşünmesini sağlamaktır.

Uygulama esnasında öğrencilere şeklin kenar uzunlukları ve açıları ile ilgili ölçümler verilmediği için yanlış sonuçlara ulaşabildikleri görülmüştür. Öğrencinin “kare ile eşkenar dörtgen aynı şey değil mi ya?” şeklindeki ifadesi onun sadece şeklin görünüşüne odaklandığını göstermektedir. Bu aşamada öğrencilere üzerinde çalıştıkları şeklin özelliklerini de gözlemleyebilecekleri bir derse ihtiyaç olduğu görülmüştür ki bu sayede öğrenciler şekil sınıflarını ayırık olarak düşünmek yerine özelliklerin birbirini gerektirmesi sebebiyle şekil sınıflarının kapsayan yapısını görebilmişlerdir. Sonuç olarak bu aşamada öğrencilerden ekranda ölçümleri bulunan şekil üreticilerini araştırmaları istenmiştir.

Öğrencilere şekillerin özelliklerini araştırmalarının ardından şekil sınıflarının kapsayan yapısını, dinamik geometri yazılımının yardımı olmaksızın, anlayıp anlamadıklarını ölçmek amacıyla başka bir etkinlik (şekilleri gruplandırılabilir) uygulanmıştır. “Şekilleri gruplandırılabilir” etkinliğinde (etkinlik için bkz. Ek-4) öğrenciden verilen bir grup şekli (kare, dikdörtgen ve paralelkenar) üç gruba ayırması ve oluşturduğu grupların ne gibi özelliklere sahip olduğunu söylemesi istenmiştir. Bu işlem daha önce kare ve dikdörtgen için istenmiş ve öğrenci gruplamayı yaparken öncelikle şekillerin kenarlarını, açılarını ve köşegen uzunluklarını ölçmüş ve bu özelliklere göre gruplama yapmıştır. Ancak bu derste öğrenciden özelliklere göre gruplama yapması istendiğinde öğrenci şekilleri, özelliklerini araştırmadan görsel olarak karar verdiği, üç gruba (kare, dikdörtgen ve paralelkenar) ayırmış ve bu gruplardaki şekillerin ortak özelliklerini sıralamaya başlamıştır. Öğrencinin bu hareketi onun bu üç grubu birbirinden ayırt edebildiğini ancak bu şekil sınıflarını tamamen birbirinden ayrı olarak düşündüğünü göstermektedir. Yani öğrenci burada bir şekilde (ya eski bilgileriyle, ya görsel olarak, ya da öğrendikleriyle) benzer şekilleri gruplamış mesela dikdörtgenleri bir gruba koymuş sonra o gruba dair bildiği tüm özellikleri sıralamıştır. Öğrencinin bu şekilde hareket edebiliyor olması ders tasarımının tekrar gözden geçirilmesi gerektiğini göstermiştir. Çünkü bu dersin eklenmesindeki amaç öğrencinin bilgisayar ortamından çıkarıldığında şekilleri özelliklerine göre sınıflandırabilmesidir. Yani şekil sınıflarını ayırık olarak oluşturup o sınıfa dair tüm özellikleri sıralayabilmesinden (VH1) ziyade özellik odaklı düşünüp şekil sınıflarının

kapsayan yapısına (VH2) odaklanabilmesidir. Bu sebeple şekilleri gruplandırılma kısmı ders işleyişinden çıkartılmıştır.

Pilot uygulamalar esnasında şekil sınıflarının birbirini kapsayan yapısının anlaşılabilmesinde literatürde bahsedilen anne-çocuk ilişkisinin (parent-child relationship) faydalı olabileceği düşünülmüştür. Örneğin bir öğrenciye kare ile dikdörtgenin özelliklerini araştırdıktan sonra “en fazla şekil üreten şekil üreticisini anne diğerini çocuk olarak adlandırmak istesek hangisi anne olurdu?” sorusu yöneltilmiş ve öğrenci dinamik yazılımda yaptıklarını düşünerek yani çizimden hareketle “anne dikdörtgen üretici olurdu” cevabını vermiştir. Bu aşamada anne-çocuk ilişkisini kullanmaktaki amaç öğrencinin hiyerarşik yapıyı oluşturmaya başlamasına yardımcı olmaktır ancak öğrenci şekillerin özelliklerini tamamen göz ardı ederek bu yapıyı çizimden hareketle oluşturmuştur. Bunu, öğrencinin yapıyı okuması istendiğinde “dikdörtgen üretici kare çizebiliyor ancak kare üretici dikdörtgen çizemiyor” ifadesinden ve “öyleyse kare bir dikdörtgen midir?” sorusuna “hayır” cevabını vermesinden anlıyoruz. Bu sebeple öğrencinin tekrar çizime dönmesine sebep olan bu kısım dersten çıkartılmıştır. Onun yerine derste en başından itibaren kısıtlılık-esneklik üzerinde durularak öğrencinin şekiller arası kapsama ilişkilerini anlamasını sağlayacak soruların eklenmesine karar verilmiştir. Yani öğrenciye şekilleri ayrı ayrı araştırıp sonrasında birleştirmek yerine onun baştan beri şekillerin birbirleriyle olan ilişkilerini şekil özelliklerine göre sorgulayarak ilerlemesine karar verilmiştir.

Ayrıca öğrencinin özellikler üzerine düşünerek şekil sınıflarının kapsayan yapısının o sınıfa ait tüm özellikler için (köşegenler, köşegenler arası açılar, paralellik) geçerli olduğunu anlamasını sağlamak (bir önceki etkinlikte bu geçişkenliği kenar ve açı özelliklerini inceleyerek anlamlandırmıştı burada ise diğer özellikler ağırlıklı olarak ele alınmıştır) ve öğrencinin şekil sınıflarının özellikleri arasındaki asimetric ilişkiyi daha derinlemesine anlamlandırmasına yardımcı olmak amacıyla şekillerin özellikleri kısmından sonra bilmece eklenmiştir. Bu sayede öğrencinin mantıksal çıkarım yapması sağlanarak, onun VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesi geliştirilmeye çalışılmıştır.

#### **e. Öğretim tasarımında dikkat edilen hususlar ve müfredat parçasının nihai hali**

Battistave Clements (2000), müfredat geliştirirken dikkat edilmesi gereken üç önemli husus bahsetmektedir. Bunlardan ilki öğrencilerin kendi matematik bilgilerini öğretmenden ya da kitaplardan hazır olarak almak yerine kendilerinin yapılandırmasıdır. Bu sebeple hazırlanan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel bilgilerini

yapılandırmasına fırsat vermesine dikkat edilmiştir. İkinci olarak müfredat geliştirenlerin öğretim etkinliklerini tasarlarken öğrencilerin nasıl öğrendiklerini yani bir kavramı yapılandırırken bilişsel olarak nasıl bir süreçten geçtiklerini bilerek hareket etmeleri gerektiğini belirtilmişlerdir. Son olarak ise müfredat geliştirenlerin öğrenme ve öğretime dair benimsedikleri yaklaşımın öğretmenler tarafından net olarak anlaşılması ve öğretmenlerin sınıflarında karşılaşılabilecekleri çeşitli öğrenim yollarını anlayabilmelerine yardımcı olması açısından müfredat geliştirenlerin öğretim etkinliklerine ek olarak bir takım materyaller sunmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Battista ve Clements'in müfredat tasarımında önemine vurgu yaptıkları bu hususlar çerçevesinde pilot uygulamalarında katkısıyla hazırlanan müfredat parçasında dikkat edilen hususlar ilerleyen paragraflarda açıklanmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan müfredat parçası oluşturulurken şu durumun önemi ortaya çıkmıştır; eğer şekillerin matematiksel hiyerarşisinden hareketle müfredat oluşturulursa öğrenci o hiyerarşide VH aşamalarında git geller yaşayabilir, ancak matematiksel hiyerarşi dikkate alınarak o hiyerarşinin özelliklerden hareketle oluştuğu ve belli kısıtlar ve esnekliklere göre yapılandığı düşünülerek hareket edilirse bu sefer öğrenci VH aşamalarında daha kolay geçiş sağlayabilir.

Pilot uygulamalarda öğrenciler verilen şekil üreticisiyle hem istenilen şekilleri üretebilmiş hem de bu şekillerin özelliklerini kavrayabilmişlerdir. Ancak bu durum sadece VH1 aşamasının zenginleşmesini yani öğrencilerin şekil sınıflarının özelliklerine dair bilgilerinin artmasını sağlamış ancak bu özelliklerin birbirini gerektirmesi (örn., karede tüm kenarların eşit olması karşılıklı kenarların da eşit olmasını gerektirir) durumunu anlamalarına yardımcı olamamıştır. Çünkü öğrencinin ekranda yaptıkları onun şeklin statik yada dinamikliğine dair yorum yapmasına yani deneysel soyutlama yapmasına sebep olmuştur. Bu sebeple hiyerarşiyi matematiksel anlamıyla düşünmek yerine öğretimin en başından itibaren hiyerarşinin kısıtlılık-esneklik olarak düşünerek kurgulanmasına karar verilmiştir. Yani asıl mesele öğrencilerin derin soyutlama yapabilmesi için şekil özelliklerine ve bununla birlikte şekillerin kısıt ve esnekliklerine odaklanması gerektiğidir. Çünkü öğrenciler dinamik ortamda çalışırken şekil sınıflarını ayırık oluşturmuş bu sebeple sonrasında bu sınıfları birleştirmekte zorlanmışlardır. Ancak baştan itibaren özellik odaklı şekiller arası ilişkileri (kısıtlı-esnek) kurdurarak gidildiğinde öğrencilerin üstüste yapılanmayı anlaması daha kolay olmuştur.

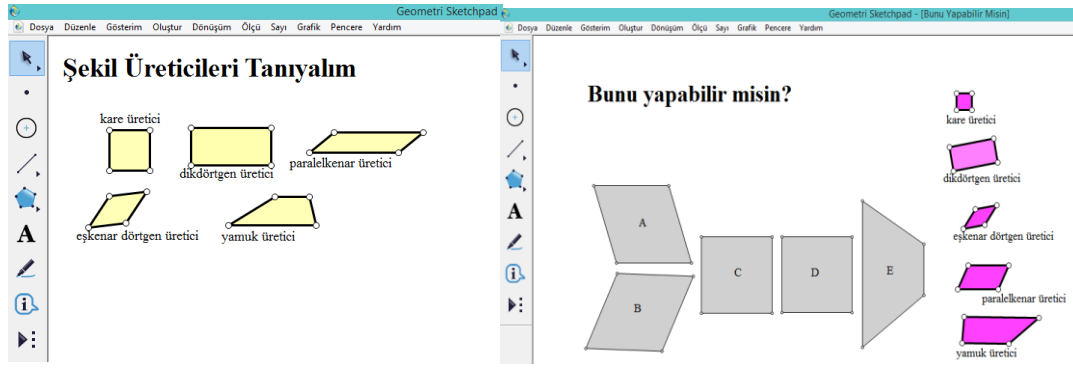
Pilot uygulamalar esnasında dikkat çeken diğer bir nokta ise öğrencilerin “dikdörtgen her zaman bir paralelkenardır” gibi bir ifadeyi dikdörtgenin paralelkenarın bir ikizi olduğu

anlamına geldiğini düşündüklerinden yanlış kabul etmeleridir. Çünkü böyle bir ifade onlar için zihinlerindeki prototipleri savaştırmaktadır. Ancak burada öğrencilerin fark etmesi gereken nokta dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğu, ama dikdörtgen şeklinin bir paralelkenar şeklinin ikizi olmadığıdır–ancak bu sayede prototiplerin aslında savaştığını ama birbirini içerebilecek şekilde düşünülebileceğini anlayabilirler. Öğrencilerin bunu anlayabilmesi için “dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir mensubu olduğunun” bahsi geçen özelliklerin bir neticesi olduğunu farkedebilmeleri gerekir. Dikkat edilirse burada iki önemli husus vardır: aileye mensup olma, bu mensubiyetin özelliklerin bir neticesi olması. Burada öğrenciyi VH1 düzeyinden VH2 düzeyine geçirecek olan aşama bu iki meseleyi anlayabilmesinden geçmektedir. Pilot çalışmalar bu anlamda araştırmaya ışık tutmuştur.

Öğretimde dikkat edilen diğer bir husus öğrenmenin kalıcı olmasını sağlamak amacıyla öğrenciyi ilgili meseleyi tersten de düşünmeye teşvik etmektir. Örneğin öğrenci “kare her zaman bir dikdörtgendir” ifadesinin aslında karenin her daim dikdörtgen olma koşullarını sağladığı ve dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğu anlamına geldiğini kavradığında, öğrenciye “dikdörtgen her zaman bir kare midir?” sorusu sorulmuştur. Öğrencinin ilgili durumun her zaman sağlanmayacağını ve bunun sebebinin dikdörtgenin tüm kenarlarının her zaman eşit olmak zorunda olmadığını anlaması, onun meselenin aksinindoğru olup olmayacağını da düşünmesi gerektiğini farketmesine yardımcı olmuştur. Bu sayede öğrenci her seferinde kabul ettiği durumun aksinin doğruluğunu da test ederek konuyu ayrıntılı olarak ele alması gerektiğini anlayabilmiş ve ezberden ziyade derinlemesine düşünmesi gerektiğini farketmiştir.

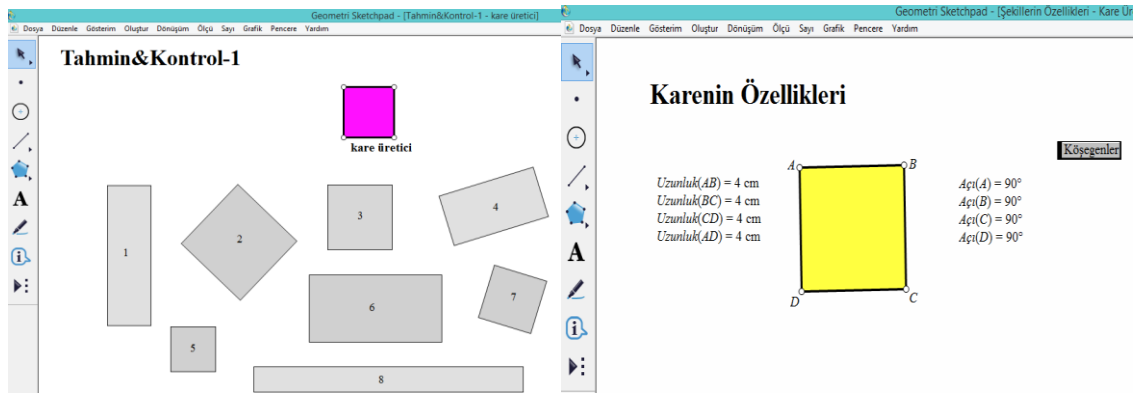
Pilot çalışma neticesinde önemine vurgu yapılan noktalar dikkate alınarak hazırlanan ve uygulanan öğretimin nasıl bir sırayla ilerlediği aşağıda verilmektedir (detaylar için bkz. Ek-3).

1. Öğretimdeki ilk ders öğrencilerin programa ve şekil üreticilerine aşinalık kazanmaları amacıyla hazırlanmıştır. Bu kısımda öğrencilerin şekil üreticiler aracılığıyla dörtgenlerin dinamik yapısını fark etmeleri sağlanmaya çalışılmıştır (bkz. Şekil 3.4). Hazırlanan müfredat parçasının öğrencilerin dörtgenlerin dinamik yapısını fark etmelerinde nasıl bir etkiye sahip olduğu üzerine analizler yapılmıştır.



Şekil 3.4 1. Dersin Etkinlikleri.

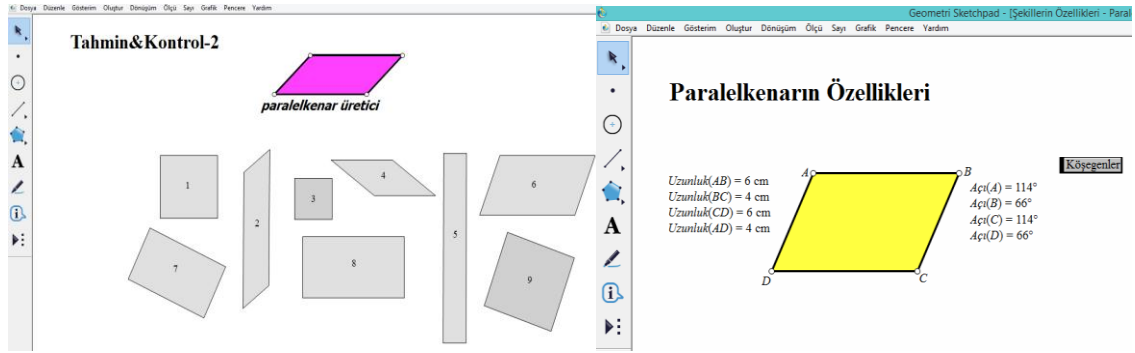
2. İkinci ders (Şekil 3.5) öğrencilerin kare-dikdörtgen ilişkisini yapılandırabilmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Öğretimde aşağıdan yukarıya doğru bir yapılanma benimsendiğinden ilk ders kare ile dikdörtgen ilişkisi üzerine kurulmuştur. Bu dersin içinde öncelikle öğrencilerin kare üretici ve dikdörtgen üreticinin verilen (kare-dikdörtgen) şekillerden hangilerini çizebilecekleri üzerinde durulmuş ve dikdörtgen üreticinin esnekliğini sağlayan, karenin kısıtlı olmasına sebep olan özelliklerin öğrenci tarafından fark edilmesi amaçlanmıştır. “Kısıtlılık” ve “esneklik” mefhumlarının en baştan itibaren sistemli bir şekilde kullanılması öğrencinin şekil sınıflarının kapsayan yapısını anlamlandırmasına yardımcı olmak için özellikle tercih edilmiştir. Dersin ikinci kısmı kare ve dikdörtgenin özelliklerinin (kenar, açı, paralellik, köşegen) araştırılmasından oluşmaktadır. Bu kısımda öğrenci daha önce bilmediği özellikleri inceleme ve yanlış bildiği özellikleri araştırarak düzeltme imkânı bulmaktadır. Ayrıca öğrenci şekillerin özelliklerini incelerken sürekli olarak bir önceki şekilde bu özelliğin nasıl olduğu sorulmuş ve öğrencinin verilen iki şekli karşılaştırarak ilerlemesi amaçlanmıştır. Dersin sonunda öğrencinin “kare her zaman bir dikdörtgendir” çıkarımını özellik odaklı yapmasını sağlayacak bir dizi sorgulama süreci bulunmaktadır.



Şekil 3.5 2. Dersin Etkinlikleri.



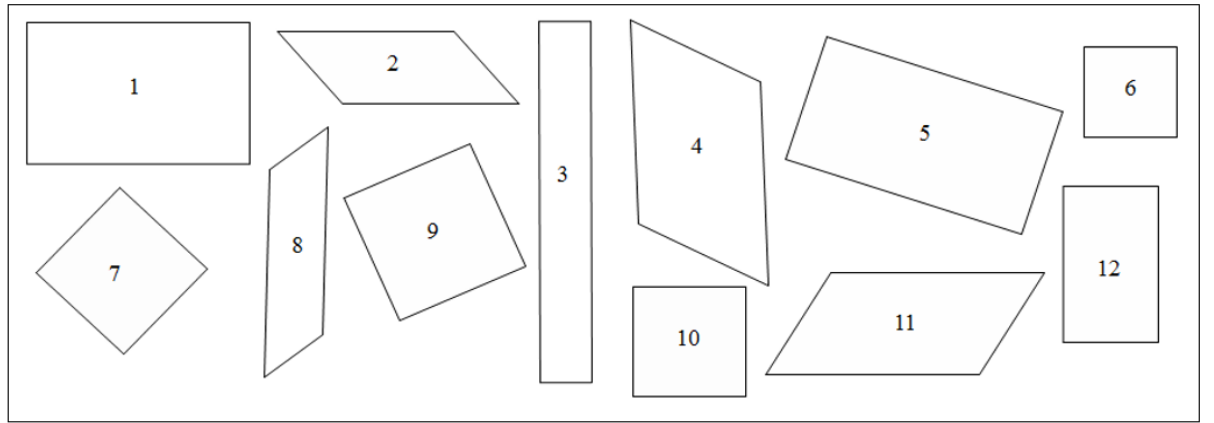
3. Öğretim tasarımıındaki 3. ders (Şekil 3.6 ve Şekil 3.7) öğrencilerin kare-dikdörtgen-paralelkenar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi yapılandırılabilirmeleri amacıyla hazırlanmıştır. Bu ders de tıpkı 2. derste olduğu gibi kare, dikdörtgen ve paralelkenar üreticisinin hangi şekilleri çizebileceğinin araştırıldığı kısımla başlamıştır. Ardından öğrencinin paralelkenarın özelliklerini araştırması istenmiş ve yine öğrenci daha önceki şekillerle kıyaslama yapmaya teşvik edilmiştir. Sonrasında dikdörtgen ve paralelkenar arasında özellik odaklı bir sorgulama süreci izlenmiş ve bu iki şekil arasındaki hiyerarşik yapı kurdurulmaya çalışılmıştır. Ardından öğrenciden aynı şekilde kare ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi yapılandırması istenmiştir. Bu dersin en son kısmı şimdiye kadar incelenen üç şekil hakkındaki bilmecelerden oluşmaktadır (bkz. Şekil 3.7). Öğrenciden bu bilmecelerde sorulan şekil sınıflarının hangileri olduğunu bulması ardından bu şekil sınıfına dâhil olan şekilleri boyaması istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin daha derin düşünmesini sağlayarak, şimdiye kadar yapılan öğretimden hareketle yapılandırdığı şekil sınıflarının kapsayan yapısına dair bilgisini test etmektir.



Şekil 3.6 3. Dersin Etkinlikleri-1

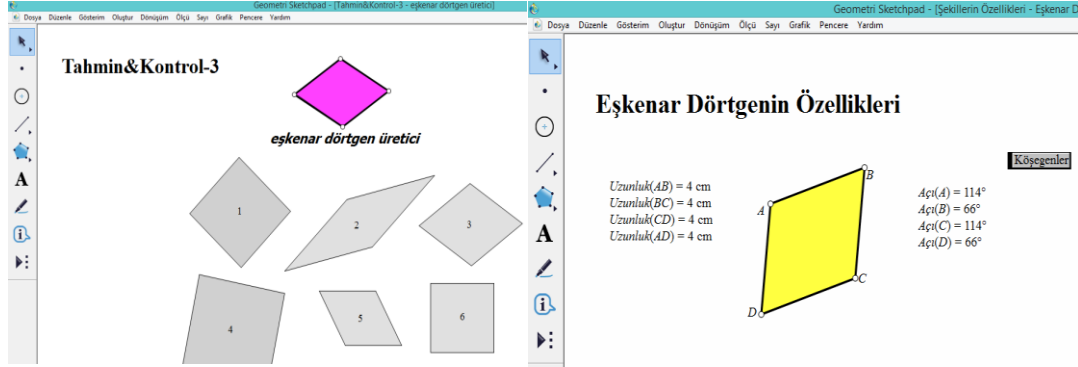
Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paralel ve eştir. Köşegenlerim eş olmak zorunda değildir ancak eş olacak şekilde de kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ancak bazen tüm açıları eş olacak şekilde kısıtlanabilir.

Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!



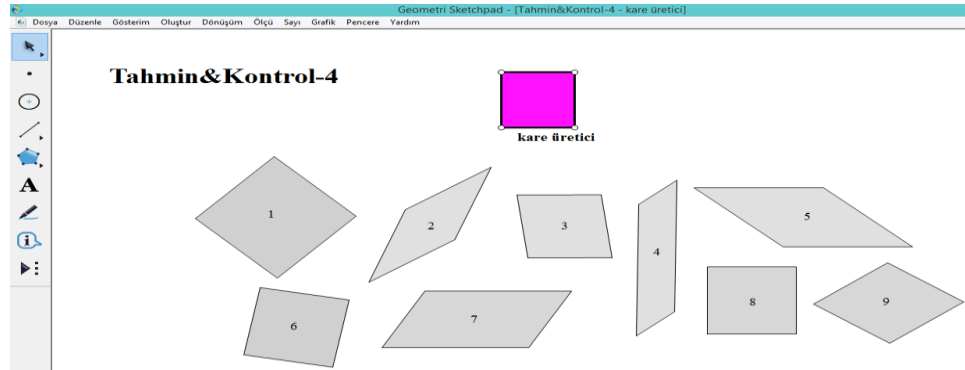
Şekil 3.7 3. Dersin Etkinlikleri-2

4. 4.ders (Şekil 3.8) öğrencinin kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi yapılandırabilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Bu dersin gidişatı aynı kare ile dikdörtgen için yapılanlar (2. ders) gibi ilerlemektedir.

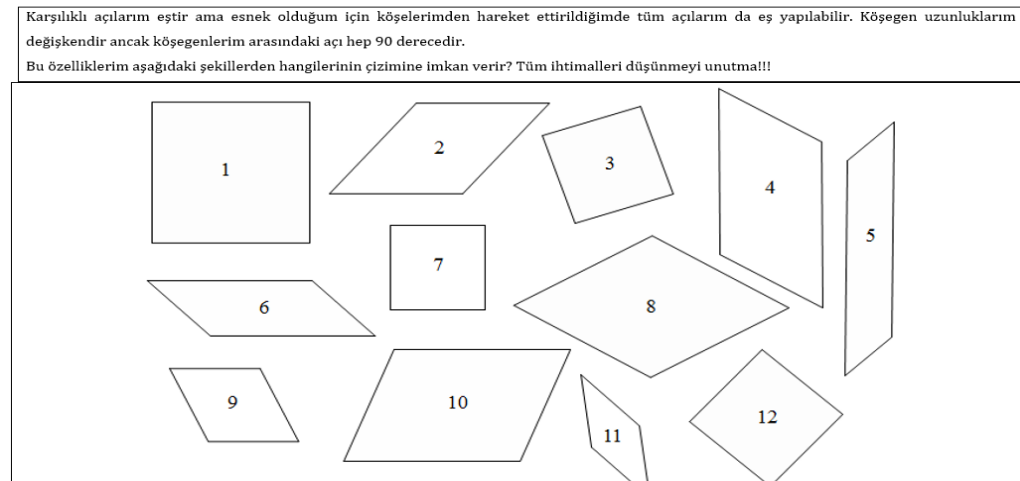


Şekil 3.8 4. Dersin Etkinlikleri

5. 5.derste öğrencinin kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar ilişkisini yapılandırması hedeflenmiştir. Bu derste de 3. derste gibi bir sıra kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar için izlenmiştir (bkz. Şekil 3.9 ve Şekil 3.10).



Şekil 3.9 5. Dersin Etkinlikleri-1



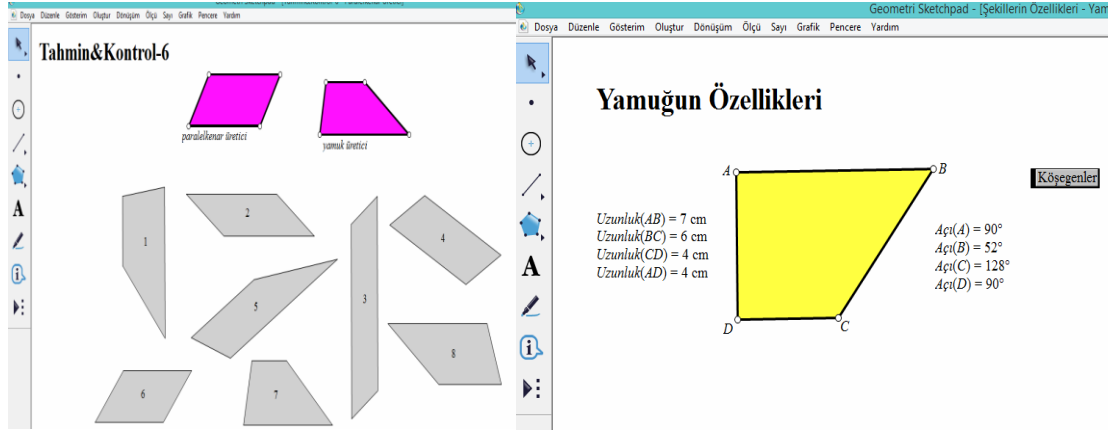
Şekil 3.10 5. Dersin Etkinlikleri-2

6. 6. dersin amacı öğrencinin hiyerarşik yapıyı kurarken bazı dörtgenlerin birbiri ile ilişkisinin olmayabileceğini anlamasıdır. Bu derste öğrenciye eşkenar dörtgen ve dikdörtgen üretici verilerek bunlarla sırasıyla belirtilen şekillerden (kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, paralelkenar) hangilerini çizebileceği sorulmuştur. Ardından öğrencinin bu iki şekil üreticinin birbirlerini üretemeyeceğini fark etmesi sağlanarak en baştan beri oluşturduğu iki yapıyı (kare-dikdörtgen-paralelkenar ile kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar) birleştirmesi istenmiştir. Bu kısımda öğrenciye birleştirdiği yapı ile ilgili bazı sorular sorularak onun bu yapı hakkındaki algısı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır (bkz. Şekil 3.11).

Şekil 3.11 6. Dersin Etkinlikleri

7. Son ders (Şekil 3.12 ve Şekil 3.13) öğrencinin yamuğun kapsayan yapısını anlamlandırabilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Bu derste yamuk üretici ile beraber paralelkenar üretici de verilmiş ve 2. dersteği gibi bir süreç takip edilmiştir. Ardından öğrencilere yamuğun özellikleri paralelkenar ile sürekli olarak kıyaslatılarak incelenmiş ve öğrenciye yamuk üreticinin paralelkenar çizebilmesinin sebebinin üretici izin verdiği için değil de yamuğun özelliklerinin paralelkenarın özelliklerini de kapsamasından dolayı olduğu fark ettirilmeye çalışılmıştır. Bu kısımda önemli olan nokta yamuğun paralellik özelliğidir. O yüzden burada öğrenciler paralelkenar ile yamuk arasındaki ilişkiyi paralellik üzerinden anlamlandırabilecekleri bir sorgulama sürecinden geçirilmişlerdir. Ardından 6. dersteği hiyerarşik yapıda yamuğun nereye yerleştirilmesi gerektiği ve bunun sebebinin ne olduğu sorulmuştur. Daha sonra şimdiye kadar verilen dörtgenlerle ilgili bilmece hazırlanmış ve

öğrencilerden bu bilmecelerdeki şekil sınıfına ait olan şekilleri çizmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrenciyi şimdiye kadar yaptıkları üzerine derinlemesine düşünmeye sevk etmektir.



Şekil 3.12 7. Dersin Etkinlikleri-1

**7.ders: Bilmecelerdeki Şekilleri Bulalım**

Verilen bilmecelerdeki özellikleri düşünerek bu bilmecelerde sorulan şekil/şekillerin neler olabileceğini bulunuz.

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir.  
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

Karşılıklı kenarlarım eştir ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğinde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir.  
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

Şekil 3.13 7. Dersin Etkinlikleri-2

### 3.5 Veri Analiz Yöntemi

Veri analizi “ilk mülakatın analizi”, “öğretimin analizi” ve “son mülakatın analizi” olmak üzere üç başlık altında yapılmıştır.

Araştırmacı ilk olarak her bir katılımcıyla yaptığı ilk mülakatların video kayıtlarını incelemiştir. Videoların analizi esnasında öğrencilerin her soruya verdiği yanıtlara göre dörtgenlere dair algıları ve hangi van Hiele düzeyinde buldukları belirlenmeye çalışılmıştır. İlk mülakatlar sırasında öğrencilerin her bir dörtgen türüne dair algıları ve dörtgenler arası

ilişkileri ne kadar bildikleri ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır. Bu sebeple bu kavramlar (kare, dikdörtgen vb.) hakkındaki öğrenci algıları ayrı başlıklar halinde ifade edilmiştir.

Öğretim esnasında yapılan uygulamalar her bir öğrencinin algısının derinlemesine incelenmesine yardımcı olmuştur. Elde edilen veriler önce ayrı ayrı sonra karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Araştırmacı uygulamalar esnasında kaydettiği videoları uygulama sonrasında izleyerek her bir öğrenciye ait olan çalışma yaprakları ile kıyaslamıştır.

Belli bir düzen üzerine kurulan öğretimin analizinde öğrencilerin konuyu yapılandırırken nasıl bir süreçten geçtikleri ve hangi seviyelere nasıl ulaştıkları ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Bu analizler yapılırken bazı teorik yapılardan yararlanılmıştır. Dörtgenleri sınıflandırma konusunda dinamik geometri yazılımı kullanıldığından öğrencilerin yazılım izin verdiği için mi yoksa şekiller arası ilişkileri düşünerek mi yorumlama yaptıkları hakkında analizler yapılmıştır. Bu konuda analiz yapılırken figür ve çizim kavramları yardımcı olmuştur. Ayrıca Piaget'nin soyutlama çeşitleri ve prototip kuramı dikkate alınmıştır. Analizler esnasında öğrencilerin verdikleri yanıtlara bakılarak onların buldukları van Hiele düzeyi belirlenmeye çalışılmış, ayrıca düzeyler arası sıçramalara yardımcı olan etkenler belirlenmeye çalışılmıştır.

## BÖLÜM 4

### BULGULAR

Bu bölüm “ilk mülakatın analizi”, “öğretimin analizi” ve “son mülakatın analizi” olmak üzere üç ana başlıktan oluşmaktadır.

Öğrencilerin önceki bilgileri yardımıyla dörtgenler arası ilişkileri yapılandırması amaçlandığından öncelikle ilk mülakatlarda sorulan kavramlarla ilgili yanıtlar incelenmiştir. İlk mülakatların ardından yapılan öğretim dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamlandırmada temel oluşturan yapılara göre incelenmiş ve öğrencilerin hiyerarşik ilişkiyi oluşturma sürecindeki gelişimleri analiz edilmiştir. Öğretimin analizinin ardından yapılan son mülakat analizleriyle öğretimin sonunda ulaşılan bulgular genel anlamda desteklenmeye çalışılmıştır. Takip eden paragraflarda bu üç başlık ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

#### 4.1 İlk Mülakat Analizleri

İlk mülakatın analizi öncelikle öğrencilerle yapılan video kayıtlarının izlenmesi ile başlamıştır. Analizler sırasında, dörtgenleri sınıflandırma için gerekli kavram bilgisini ve dörtgenlere dair öğrencilerin önceki bilgilerini belirlemek amacıyla sorulan sorulara verilen yanıtlar incelenirken öğrencilerin geometrik kavramları (kare, dikdörtgen, paralellik, köşegen v.b.), bu kavramların birbirleriyle olan ilişkisini (örneğin, ‘bir kare her zaman bir dikdörtgendir’) bilgisi dahilinde mi yoksa ezbere dayalı mı ifade ettikleri üzerinde durulmuştur. Kavramsal çerçeve bölümünde anlatıldığı üzere, analiz yapılırken öğrencilerin yorumları kavramlar ve kavramlar arasındaki ilişkileri figüre mi yoksa çizime mi dayandırarak düşündükleri üzerine yoğunlaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin kavramlar hakkında sahip oldukları bilgiler incelenirken buldukları van Hiele düzeyi belirlenmeye çalışılmıştır.

Mülakatlar esnasında öğrencilerin benzer yanıtlarına genel yargılarda bulunulmuş, farklı anlayış ve algılama durumları gözlemlendiğinde bu farklılıklar karşılaştırılmıştır. İlk mülakat soruları üç bölümden oluşmaktadır (detay için bkz. Ek-2). İlk bölümde farklı dörtgenler verilmiş ve öğrencilerden bu dörtgenleri isimlendirmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin şekil sınıflarını bilip bilmediğini ve biliyorsa nasıl bir bilgiye dayandığını ortaya çıkarmaktır. İkinci kısımda öğrencilere her bir dörtgenin özellikleri sorulmuştur. Son kısım ise dörtgenleri sınıflandırmaya dair bilgilerini ortaya çıkarmaya yönelik olarak hazırlanmıştır.

#### 4.1.1 Karenin Algılanışı

Bu çalışmada derslerde en alt birimden (kare) en üste (yamuk) doğru bir yapılanmaya göre (kare, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk gibi) hareket edilmesi planlandığından mülakatta ilk olarak sorgulanan şekil kare olmuştur. Bu kısımda öğrencinin kareyi nasıl algıladığı belirlenirken kare ile ilgili bildiği tüm özellikleri sıralaması istenmiştir. Burada öğrenciler kare ile ilgili birçok özellik sıralayabilmektedir ancak amaç öğrencilerin bir şeklin kare olması için gerekli ve yeterli olan özellikleri bilip bilmediğini ortaya çıkarmaktır.

##### 4.1.1.1 Ayşe'nin Kareye Dair Alguları

Öğrencilere yöneltilen soruların ilkinde bir grup şekil arasından kare olanları işaretlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin seçtikleri şekillerin neden kare olduğu sorulduğunda yaptıkları açıklamalar kareyi nasıl algıladıklarını ortaya çıkarmada yardımcı olmuştur. Örneğin Ayşe “bunların [*eşkenar dörtgenleri kastederek*] kenarları eşit ama açıları eşit değil” diyerek neden sadece kareleri seçip eşkenar dörtgeni seçmediğini açıklamaya çalışmıştır. Ayşe'nin verdiği cevaptan hareketle onun bir şeklin kare olması için kenarlarının ve açılarının eşit olması gerektiğini (açıların 90 derece olması gerektiğini belirtmemesine rağmen) bildiğini dolayısıyla öğrencinin çizimden ziyade özellik odaklı düşünebildiği için figüre dayalı bir muhakeme yaptığını söyleyebiliriz.

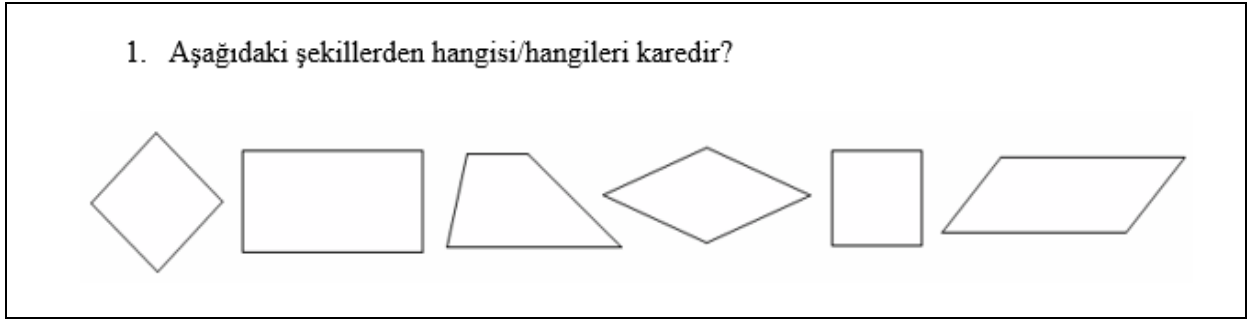
Ayşe ilk mülakatın ikinci kısmında bulunan “kare nedir, özellikleri nelerdir? O şekli kafamda canlandırabilmem lazım” sorusuna “tüm kenarları aynı uzunlukta, tüm açıları 90 derece olan, iç açıları toplamı 360 derece olan” yanıtını vermiştir. Ayşe'nin belirttiği özellikler dikkate alındığında onun kare sınıfına dair bir bilgisi olduğu ve bu sınıfa ait olan özellikleri sıralayabildiği görülmüştür. Van Hiele'nin düzey tanımları dikkate alındığında öğrencinin şekil sınıflarını tanıyıp o sınıfın ortak özelliklerini sıralayabilmesi Ayşe'nin VH1 düzeyinde bulunduğunu göstermektedir.

Mülakatın üçüncü kısmında öğrenciye yöneltilen “Kare bir yamuk mudur?” sorusuna Ayşe “hayır” yanıtını verdikten sonra sebebini “çünkü tüm kenarları aynı, tüm açıları aynı” şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Ayşe'nin bu ifadesi onun kareye dair algısını ortaya koymaktadır. Ayşe'ye göre kare tüm kenarları aynı ve tüm açıları 90 derece olan bir şekil olduğu ve yamuk da, muhtemelen kendi zihnindeki prototipik (statik) bir yamuk şeklinden dolayı, bu özelliklere sahip olamayacağı için kare bir yamuk olamaz. Öğrenci bu kısımda her ne kadar özelliklerden hareketle bir kıyaslama yapıyor gibi görünse de aslında zihnindeki kareye yamuk prototiplerini kıyaslamakta ve bunlar örtüşmediği için şekil sınıfları arasındaki

geçişkenliği fark edememektedir. Sonuç olarak Ayşe'nin verdiği cevaplar dikkate alındığında onun kare sınıfını bir takım özellikleri ile sınırlı bir şekilde bildiği dolayısıyla VH1 düzeyinde bulunduğu söylenebilir.

#### 4.1.1.2 Efe'nin Kareye Dair Algıları

Efe verilen şekillerden hangisinin kare olduğu sorulduğunda sadece kareleri işaretlemiş ve bunların neden kare olduğu sorusuna “bu [*Şekil 4.1 deki soldan beşinci dörtgen*] dört köşeli ve her bir kenarı eşit, bu [*Şekil 4.1 deki soldan birinci dörtgen*] biraz yamuk kare ama başka bir açıdan baktığımızda kare” cevabını vermiştir. Ardından araştırmacının “başka bir açıdan”ifadesiyle ne kastettiğini sorması üzerine Efe kâğıdı biraz çevirerek (yani bir köşesi üzerinde duran kareyi kenarı üzerinde duran bir konuma getirerek)“şöyle baktığımızda” cevabını vermiştir.



**Şekil 4.1** İlk Mülakat Soruları-1.

Efe'nin verilen şekiller içerisinde kareleri seçebilmiş olması ve bunu yaparken örneğin,“bu [*Şekil 4.1 deki soldan birinci dörtgen*] biraz yamuk kare ama başka bir açıdan baktığımızda kare” şeklindeki ifadesi onun kareyi her durumda tanıyabildiğini dolayısıyla kare sınıfına dair bir bilgisinin olduğunu göstermektedir. Efe'ye göre bu sınıfı temsil eden prototip ise “bir kenarı üzerinde duran, dört köşeli ve dört kenarı eşit olan bir şekil” dir.

Efe mülakatın ikinci kısmında sorulan “Kare nasıl bir şekildir? Özellikleri nelerdir?” sorusuna “dört kenarı olan, tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan, tüm açısı eşit, 90 derece olan” cevabını vermiştir. Efe'nin belirttiği özellikler dikkate alındığında onun kare sınıfına dair bir bilgisi olduğu ve bu sınıfa ait olan özellikleri sıralayabildiği görülmüştür. Van Hiele'nin düzey tanımları dikkate alındığında öğrencinin şekil sınıflarını tanıyıp o sınıfın ortak özelliklerini sıralayabilmesi Efe'nin VH1 düzeyinde bulunduğunu göstermektedir.

Mülakatın üçüncü kısmında “Kare bir yamuk mudur?” sorusuna Efe “hayır” dedikten sonra sebebini “[*karenin*] tüm kenarları birbirine eşit ve iç açılarının hepsi 90 derece ama yamukta öyle değil kenarları eşit değil” şeklinde açıklamaya çalışmıştır.Efe'nin bu ifadesi



onun kareye dair algısını ortaya koymaktadır. Efe'ye göre karenin tüm kenarları eşit ve iç açılarının hepsi 90 derecedir ve bu sebeple kare bir yamuk olamaz. Yani Efe'nin zihnindeki prototipik (statik) yamuk şekli-ki bu şeklin muhtemelen tüm kenarları eşit değildir -karenin bir yamuk olarak adlandırılmasını engellemektedir. Öğrenci bu kısımda her ne kadar özelliklerden hareketle bir kıyaslama yapıyor gibi görünse de aslında zihnindeki kare ve yamuk prototiplerini kıyaslamakta ve bunlar örtüşmediği için şekil sınıfları arasındaki geçişkenliği fark edememektedir. Sonuç olarak Efe'nin verdiği cevaplar dikkate alındığında onun kare sınıfını bir takım özellikleri ile sınırlı bir şekilde bildiği dolayısıyla VH1 düzeyinde bulunduğu söylenebilir.

#### 4.1.2 Dikdörtgenin Algılanışı

Mülakat sorularında bulunan ikinci şekil olan dikdörtgen, öğrencilerin bir şekli statik (şeklin bir anlık değişmeyen sabit resmi) olarak mı yoksa dinamik (köşelerinden belli kurallar dâhilinde hareket ettirilip değişebilen şekil) olarak mı algıladıklarını anlamaktayardımcı olmuştur. Öğrencilerin verdiği cevaplara bakıldığında dikdörtgenin her zaman bir çift kısa kenarı ve bir çift uzun kenarı olduğu düşüncesinin hâkim olduğu görülmektedir.

##### 4.1.2.1 Ayşe'nin Dikdörtgene Dair Algıları

Ayşe dikdörtgen için “bir uzun kenarı olan birde kısa kenarı olan” ifadesini kullanmıştır. Ayrıca araştırmacının “tüm kenarları eşit olamaz mı?” sorusu üzerine olamayacağını belirtmesi Ayşe'nin dikdörtgeni statik bir şekil olarak algıladığını, yani (karşılıklı) kenarları eş ama sabit ve değişmez olduğunu ve çizime dayalı olarak bir muhakeme yaptığını göstermektedir.

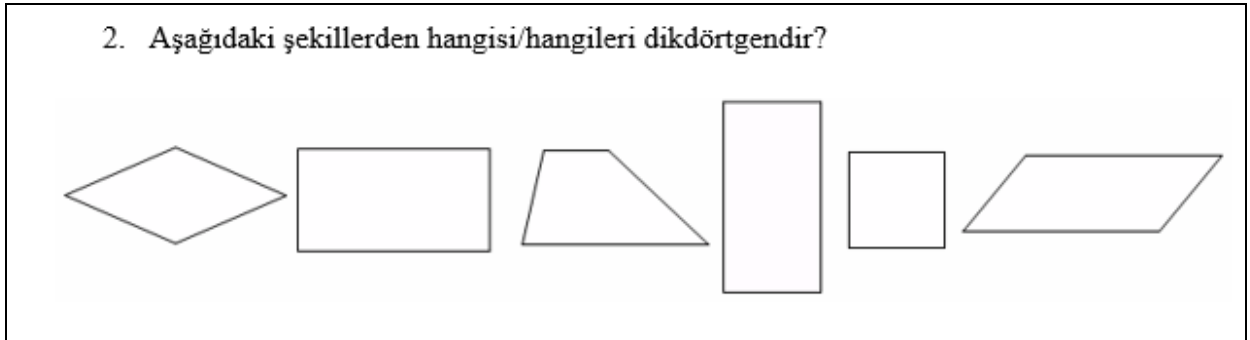
Ayşe mülakatın ikinci kısmında bulunan “Dikdörtgen nedir? Özellikleri nelerdir?” sorusuna “paralel olan kenarları aynı uzunlukta” şeklinde cevap vermiş dolayısıyla dikdörtgeni kenar uzunlukları (bir çift kısa ve bir çift uzun kenara sahip) ve paralellik üzerinden tanımlamaya çalışmıştır. Ayşe'nin her ne kadar dikdörtgeni bir prototipe göre belirlediği görülmüş olsada onun bu prototipin temsil ettiği sınıfın özelliklerinden sadece bazılarını sıralayabiliyor olması, onun VH1 aşamasında bulunduğunu ancak bunun da sınırlı olduğunu göstermektedir. Çünkü dikdörtgenin özelliklerini sıralarken açılardan ve köşegenlerden bahsetmemiş, sadece kenar uzunlukları ve paralellığe odaklanmıştır.

Mülakatın üçüncü kısmında bulunan “dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?” sorusuna Ayşe “hayır, çünkü onun [*dikdörtgen*] ucundan kesmemişsin ama onun [*paralelkenar*] ucundan kesmişsin” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin cevabından onun çizimden hareketle bir

sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Ayrıca dikdörtgenin paralelkenar olmamasının bir diğer sebebini paralelkenar için “açıları farklı” diyerek desteklemeye çalışmıştır. Ayşe’nin bu ifadesi onun paralelkenara dair algısının statik olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla Ayşe zihnindeki paralelkenara dair statik olan bu prototipe göre hareket etmekte ve dikdörtgeni bu prototipe uygun olmadığından paralelkenar olarak kabul etmemektedir.

#### 4.1.2.2. Efe’nin Dikdörtgene Dair Algıları

Efe verilen şekillerden hangisinin dikdörtgen olduğunu sorulması üzerine ikinci ve dördüncü dörtgeni (Şekil 4.2) seçmiş ve sebebini “karşılıklı iki kenarları eşit” şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Ardından dikdörtgenin nasıl bir şekil olduğunu ve hangi özelliklere sahip olduğunu sorulması üzerine Efe “karşılıklı kenarları eşit, aynı kare gibi tüm açılar 90 derece” cevabını vermiştir. Efe’nin dikdörtgeni karşılıklı kenarları eşit olan şekil olarak görüp verilen şekillerden kareyi seçmemiş olması (burada eşkenar dörtgen ve paralelkenarı iç açılarının hepsi 90 derece olmadığı için seçmemiş olabilir) onun aslında dikdörtgeni karşılıklı kenarlarının bir çifti uzun ve diğer çifti kısa olan bir şekil olarak algıladığını göstermektedir. Çünkü iç açılarını ifade ederken “aynı kare gibi” şeklinde bir vurgu yapmış ancak kenarlar için-muhtemelen zaten kareden farklı olduğunu düşündüğü için-bu tarz bir vurgu yapma gereği duymamıştır. Yani Efe’nin zihnindeki dikdörtgen prototipi tüm iç açılar 90 derece olan ve karşılıklı kenarları eşit (bu kenar çiftlerinin biri uzun biri kısa) olan statik bir şekildir. Sonuç olarak Efe’nin dikdörtgen sınıfına dair sınırlı bir bilgisinin olduğu ve bu sınıfı ayrık bir sınıf olarak düşündüğü bu sebeple de VH1 düzeyinde bulunduğu söylenebilir.



Şekil 4.2 İlk Mülakat Soruları-2.

Mülakatın son kısmında Efe’ye “dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?” sorusu yöneltilmiş ve Efe “hayır, çünkü [dikdörtgenin] tüm açılar 90 derecedir” cevabını vermiştir. Buradan da anlaşılacağı üzere Efe dikdörtgen sınıfını paralelkenardan ayrık bir sınıf olarak düşünmektedir. Yani Efe’ye göre paralelkenarın-muhtemelen paralelkenara dair zihninde oluşturduğu statik prototipin etkisiyle-tüm açılar 90 derece olamaz. Bu yüzden Efe’ye göre

dikdörtgen bir paralelkenar değildir. Sonuç olarak diyebiliriz ki Efe çizimden hareketle bir muhakeme yapmaya çalışmakta ve bu muhakeme onun şekil sınıfları arasındaki ilişkiyi görmesini engellemektedir.

### 4.1.3 Eşkenar Dörtgenin Algılanışı

#### 4.1.3.1 Ayşe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algıları

Ayşe, eşkenar dörtgenin özellikleri sorulduğunda “eşkenar yani tüm kenarları eş, o da kare gibi, kareyle aynı özellikte” şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacının “neden o zaman ikisine farklı isim vermişler?” şeklindeki sorusuna ise bilmediğini söylemiştir. Ayşe'nin verdiği yanıtlara baktığımızda onun eşkenar dörtgeni isminden dolayı kenarları eş olan bir şekil olarak algıladığı ve bu şeklin aslında bir kare olduğunu düşündüğünü söyleyebiliriz. Çünkü verilen şekil gruplarından eşkenar dörtgeni işaretlemesi istendiğinde sadece kareyi işaretlemiştir.

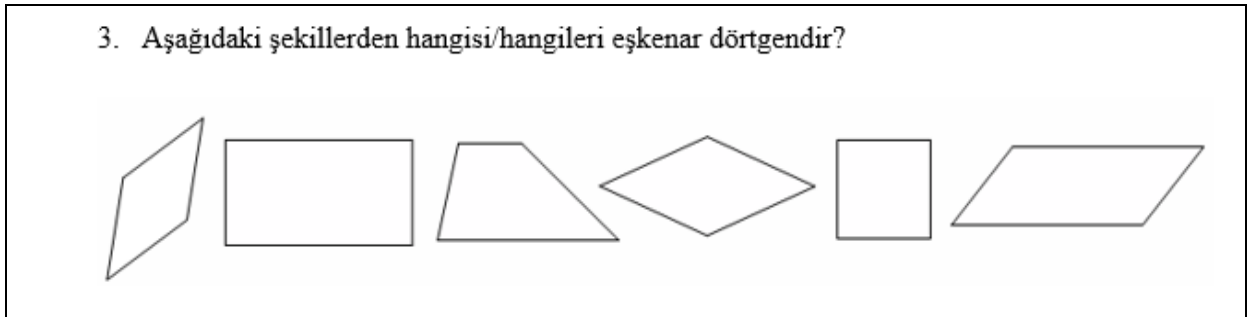
Ayşe'nin kareyi eşkenar dörtgen olarak ifade etmesi onun özellik odaklı karşılaştırma yaparak şekiller arası ilişkilendirme yapabildiğini göstermektedir denilemez çünkü Ayşe bu aşamada eşkenar dörtgen şeklini tanınamakta ve bu şekli kareden ayırt edememektedir. Van Hiele düzeyleri öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini belirlemeye yardımcı olmasına rağmen bu düzeyler arasında keskin bir çizgi bulunmamaktadır. Yani bir öğrenci konunun bir kısmında VH1 düzeyinde iken konunun diğer kısmında VH0 düzeyine düşebilir yada bir üst düzeye çıkabilir. Ayşe'nin ifadeleri incelendiğinde onun kare ve dikdörtgen için bulunduğu VH1 düzeyinden eşkenar dörtgen için VH0 düzeyine düştüğünü söyleyebiliriz.

Mülakatın üçüncü kısmında öğrenciye “eşkenar dörtgen bir dikdörtgen midir?” diye sorulmuş ve Ayşe “tüm kenarları birbirine eşit [*eşkenar dörtgen için*] ama bunun [*dikdörtgen*] karşılıklı kenarları eşit, ama iki tane uzun kenarı var, iki tane kısa kenarı var” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe eşkenar dörtgeni zihnindeki dikdörtgene dair oluşturduğu statik prototipe uymadığı için bir dikdörtgen olarak kabul etmemektedir. Öğrenciye ikinci olarak “eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” sorusu yöneltilmiş ve Ayşe eşkenar dörtgenin yamuk gibi düzensiz bir şekil olmadığını bu yüzden eşkenar dörtgenin bir yamuk olamayacağını ifade etmiştir. Sonrasında “düzensiz” ifadesini açıklarcasına eşkenar dörtgen için “kenarların uzunlukları farklı değil, açıları farklı değil” ifadesini kullanmıştır. Ayşe yine tıpkı dikdörtgen ve paralelkenarda olduğu gibi yamuk için de zihnindeki statik prototipten hareketle yorum yapmaya çalışmaktadır. Bu sebeple eşkenar dörtgene dair bildiği tek özellik olan kenarların

eşitliğini diğer şekillerle bağdaştıramadığından eşkenar dörtgenin dikdörtgen veya yamuk olamayacağını söylemektedir.

#### 4.1.3.2 Efe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algıları

Efe verilen şekillerden hangilerinin eşkenar dörtgen olduğunun sorulması üzerine soldan birinci, dördüncü ve altıncı dörtgeni (bkz. Şekil 4.3) seçmiştir. Bu şekillerin neden eşkenar dörtgen olduğu sorulduğunda ise “böyle yamuk [*soldan 6. dörtgenin kenarlarını işaret ederek*] ve karşılıklı kenarları eşit” cevabını vermiştir. Ardından araştırmacının eşkenar dörtgenin nasıl bir şekil olduğunu ve özelliklerinin neler olduğunu sorması üzerine “karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel ama iç açıları birbirine eşit değil sadece karşılıklı köşe açıları birbirine eşit” şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacının “bana eşkenar dörtgeni tarif etsen ben zihnimde canlandırmaya çalışsam ne söylerdin?” diye sorması üzerine Efe “daha çok kareye benziyor, iç açıları eşit değil kareden biraz daha yamuk” şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacının soldan altıncı dörtgenin kareye benzeyip benzemediğini sorması üzerine Efe “hayır” dedikten sonra o şekli eşkenar dörtgen olarak seçme sebebini “karşılıklı kenarları eşit” diyerek anlatmaya çalışmıştır. Araştırmacının eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eşit olup olmayacağını sorması üzerine Efe “hayır” cevabını vermiştir. Bu cevap Efe'nin eşkenar dörtgenin kenarlarına dair eksik bir bilgiye sahip olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.3 İlk Mülakat Soruları-3

Mülakatın üçüncü kısmında bulunan “eşkenar dörtgen bir dikdörtgen midir?” sorusuna Efe “hayır, çünkü [*eşkenar dörtgenin*] açıları 90 derece değil” cevabını vermiştir. Araştırmacının eşkenar dörtgenin tüm açılarının 90 derece olup olmayacağını sorması üzerine Efe “olmaz, eğer olursa dikdörtgen olur” cevabını vermiştir. Efe'nin bu cevabı onun eşkenar dörtgenin kenarlarına dair olan algısını tam olarak ortaya koymaktadır. Çünkü Efe eşkenar dörtgeni karşılıklı kenarları eş olan ancak tüm kenarları eş olmayan bir şekil olarak algıladığından bu soruya kare yerine dikdörtgen cevabını vermiştir. Ayrıca “eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” sorusuna “hayır, çünkü [*eşkenar dörtgenin*] sadece karşılıklı kenarları eşit, tüm kenarlarının uzunluğu değişik değil” cevabını vermiştir. Efe'nin cevapları incelendiğinde

onun eşkenar dörtgene dair zihnindeki prototipin “karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan ancak tüm kenarları eşit olmayan, ayrıca karşılıklı açıları eşit olan bir şekil” olduğu anlaşılmaktadır. Efe bu prototipe göre hareket ettiğinden eşkenar dörtgeni yamuk olarak kabul etmemekle birlikte paralelkenarı bu prototipe uyduğu için bir eşkenar dörtgen olarak kabul etmektedir. Efe’nin ifadelerine bakıldığında onun eşkenar dörtgeni bir takım özellikleri olan ayrık bir sınıf olarak algıladığını dolayısıyla VH1 düzeyinde bulunduğunu söyleyebiliriz.

#### **4.1.4 Paralelkenarın Algılanışı**

Bu kısımda öğrencilerin paralelkenar sınıfını kapsayan yapısıyla mı yoksa hariç tutan (ayrık) şekilde mi algıladıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

##### **4.1.4.1 Ayşe’nin Paralelkenara Dair Algıları**

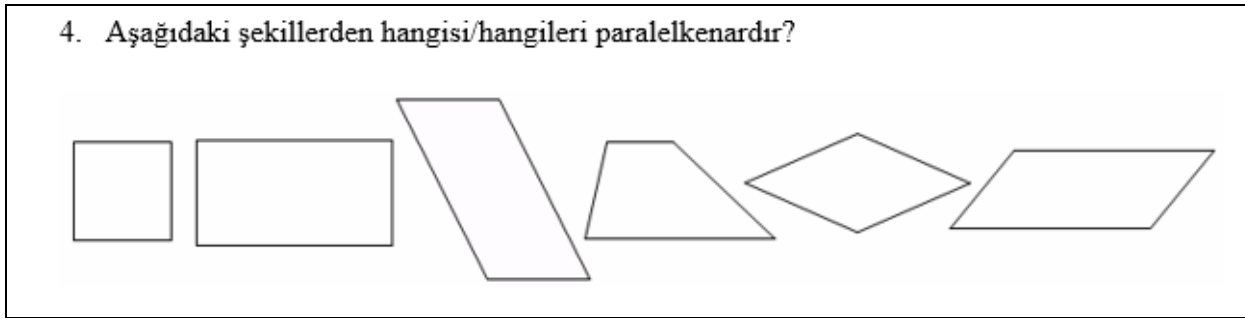
Ayşe verilen şekillerden paralelkenarları işaretlerken sadece yatay ve dikey olarak verilen paralelkenarları işaretlemiş kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgeni işaretlememiştir. Ayşe’nin bu seçimi onun prototip bir paralelkenar algısına sahip olduğunu ve paralelkenarı diğer şekillerden ayrık bir sınıf olarak algıladığını göstermektedir.

İlk mülakatın ikinci kısmında öğrenciye bir şeklin paralelkenar olması için ne gibi özelliklere sahip olması gerektiği sorulduğunda Ayşe “karşılıklı açıları eşit ve karşılıklı kenarları eşit” şeklinde cevap vermiştir. Ayrıca başka özelliklerinin olup olmadığı sorulduğunda “dikdörtgenin ucundan biraz almışlar diğer tarafa koymuşlar” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Ayşe’nin bu ifadesi onun çizimden hareketle yorum yapmaya çalıştığını göstermektedir. Bunun üzerine araştırmacı “tüm açıları 90 derece olamaz öyle mi?” diye sormuş ve Ayşe olamayacağını ifade etmiştir. Araştırmacının bu soruyu sormasındaki amaç öğrencinin paralelkenar ile dikdörtgen arasında bir ilişki kurup kurmadığını ve paralelkenarı statik bir şekil mi yoksa dinamik bir şekil olarak mı algıladığını ortaya çıkarmaktır. Ayşe’nin paralelkenarın açılarının 90 derece olamayacağını belirtmesi onun paralelkenarı statik bir şekil olarak algıladığını göstermektedir. Ayşe’nin yanıtları incelendiğinde onun paralelkenarı ayrık bir sınıf olarak gördüğü ve bu sebeple VH1 düzeyinde bulunduğu söylenebilir.

##### **4.1.4.2 Efe’nin Paralelkenara Dair Algıları**

Efe verilen şekillerden hangisinin paralelkenar olduğu sorulduğunda soldan üçüncü, beşinci ve altıncı şekli (bkz. Şekil 4.4) işaretlemiştir. Bunun sebebini ise “birbirine karşılıklı kenarları paralel” şeklinde açıklamıştır. Araştırmacının paralelkenarın nasıl bir şekil olduğunu ve özelliklerini sorması üzerine Efe “dört köşesi var, açıları eşit değil ama biraz daha dikdörtgene benziyor” cevabını vermiştir. Araştırmacı beşinci dörtgenin dikdörtgene benzeyip

benzemediğini sorduktan sonra Efe benzemediğini ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı neden bu şekli paralelkenar olarak seçtiğini sormuş ve Efe “dikdörtgene çok benzemiyor ama karşılıklı kenarları eşit, paralel ve iç açıları aynı değil” cevabını vermiştir. Efe’nin bu cevabı onun eşkenar dörtgenin paralelkenar olma özelliklerini taşıdığı için paralelkenar olarak kabul ettiğini göstermemektedir. Aksine Efe eşkenar dörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı hakkıyla bilmemektedir. Çünkü eşkenar dörtgenleri seçerken paralelkenarı, aynı şekilde paralelkenarları seçerken de eşkenar dörtgeni işaretlemiştir ki bu durum onun bu iki şekli net olarak birbirinden ayıramadığını göstermektedir.



**Şekil 4.4** İlk Mülakat Soruları-4

Efe’nin eşkenar dörtgenin özellikleri sorulduğunda karşılıklı kenarları eşit olan ancak tüm kenarları eşit olmayan bir şekli ifade etmesinin ardından eşkenar dörtgeni kareye, paralelkenarı da dikdörtgene benzeyen bir şekil olarak tarif etmesi onun tamamen çizimden hareketle bir muhakeme yapmaya çalıştığını göstermektedir. Sonuç olarak diyebiliriz ki Efe için paralelkenar karşılıklı kenarları eşit ve paralel olup, dikdörtgene benzeyen ancak tüm açıları eşit olmayan bir şekildir. Efe’nin yorumları onun paralelkenar sınıfına dair sınırlı bir bilgisi olduğunu bu sebeple VH1 düzeyinde bulunduğunu göstermektedir.

#### 4.1.5 Yamuğun Algılanışı

Öğrencilerin yamuk ile ilgili yorumlarına bakıldığında onların genel olarak yamuğu eğik, düzensiz, amiyane tabirle “yamuk” ve “garip” bir şekil olarak ifade ettikleri görülmüştür.

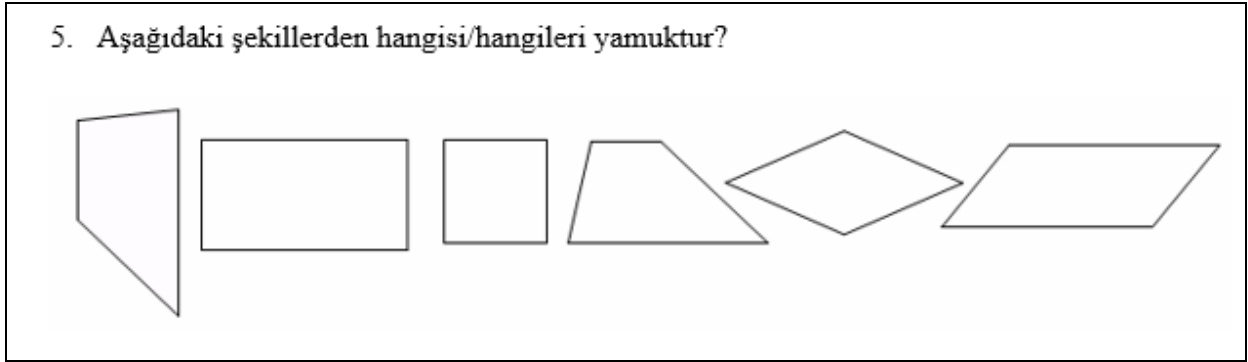
##### 4.1.5.1 Ayşe’nin Yamuğa Dair Algıları

Ayşe yamuk nasıl bir şekil sorusuna “yamuk böyle yamuk bir şekil, dikdörtgen gibi bir şey değil” şeklinde cevap vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı eşkenar dörtgen ve paralelkenarı işaret ederek bu şekillerin yamuk olup olmadığını sormuş ve Ayşe yamuk olmadıklarını söylemiştir. Araştırmacının yamuğu işaret ederek “bunun yamuk bir şekil olmasının sebebi ne?” sorusuna Ayşe “tüm kenarları eşit değil, birde tüm açıları eşit değil” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe’nin yamuk için “yamuk bir şekil” ifadesini kullanması ve bu ifadeyi

açıklarken şeklin kenarlarının ve açılarının eşit olmadığını ifade etmesi onun yamuk için “tüm kenarları ve tüm açıları farklı olan statik bir prototip” algısına sahip olduğunu göstermektedir.

Mülakatın son kısmındaki “eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” sorusunu Ayşe “hayır o[eşkenar dörtgen] yamuk gibi düzensiz bir şekil değil, çünkü kenarların uzunlukları farklı değil, açıları farklı değil” şeklinde yanıtlamıştır. Ayşe’nin yamuğu “yamuk ve düzensiz bir şekil” olarak ifade etmesi onun zihnindeki yamuğa dair olan prototip algısını ortaya çıkarmaktadır. Ayşe için eşkenar dörtgen zihninde canlandırdığı statik yamuğun özelliklerine uymadığından bir yamuk değildir. Bu aşamada Ayşe yamuğa dair ayırık bir sınıf oluşturmuş olduğundan ve bu sınıfa dair belli özellikleri (her ne kadar gerekli olan paralellik özelliğini ifade etmemiş olsa da) ifade edebildiğinden VH1 düzeyinde bulunmaktadır denilebilir.

#### 4.1.5.2 Efe’nin Yamuğa Dair Algıları



Şekil 4.5 İlk Mülakat Soruları-5

Efe verilen şekillerden hangisinin yamuk olduğu sorulduğunda Şekil 4.5 teki dörtgenlerden soldan birinci ve dördüncü dörtgeni işaretlemiştir. Araştırmacının yamuğun nasıl bir şekil olduğunu sorması üzerine Efe “dört kenarı var, ama dört kenar uzunluğuda birbirine eşit değil” şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacının bu kenarların birbirine eşit olup olmayacağını sorması üzerine Efe olamayacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla Efe’nin zihninde yamuğa dair statik bir prototip olduğu ve bu prototipin “tüm kenarları farklı uzunlukta olan dört kenarlı bir şekil” olduğu söylenebilir. Ayrıca Efe’nin “kare bir yamuk mudur?” sorusuna neden “hayır” cevabı verdiği buradan daha net anlaşılmaktadır. Efe kareyi bir yamuk olarak kabul etmemektedir çünkü kare zihnindeki statik yamuk prototipi ile uyuşmamaktadır.

Görüldüğü üzere öğrencilerin genel olarak her bir şekil için zihinlerinde canlandırdıkları bir prototip bulunmaktadır. Bu prototipler statik olduklarından, sadece belirli özelliklere kısıtlı olduğundan, öğrenciler dörtgenler arası ilişkileri görememektedir. Bu çalışmada öğrencilerin her bir şekil için zihinlerinde canlandırdıkları prototipler, şekillerin özellikleri arasındaki

geçişkenlik ilişkilerini yapılandırmalarına yardımcı olacak şekilde düzeltilmeye çalışılmıştır. Çünkü özellikler aracılığıyla şekil sınıflarının kapsayan yapısının anlamlandırılması ancak bu şekilde mümkün olabilir.

## 4.2 Öğretimin Analizi

Bu bölümde belirlenen konunun öğretim esnasında öğrencilerce nasıl yapılandırıldığı ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Analizler sırasında öğrencilerin çizim ve figürden nasıl yararlandıklarına, deneysel soyutlamadan derin soyutlamaya nasıl geçtiklerine ve VH düzeyleri arasında geçişlerinin nasıl olduğuna odaklanılmaya çalışılmıştır. Ayrıca bu kısımda hazırlanan öğretimin öğrencilerin dörtgen algılarını nasıl değiştirdiği incelenmiş ve uygulamalar esnasında bir araç olarak kullanılan yazılımın öğretime olan katkısı araştırılmaya çalışılmıştır.

Analizler esnasında öncelikle her iki öğrencinin gelişimi ayrıntılı olarak incelenmiş ve öğrencilerin hangi durumlarda benzer ya da farklı anlayışlara sahip olduğu tespit edilmeye çalışılmıştır. Uygulamaların birebir yapılmış olması öğrencilerin bilgiyi yapılandırma süreçlerinin derinlemesine analiz edilmesine imkân tanımakla birlikte öğrencilerin birbirlerinden etkilenmelerine de engel olmuştur.

### 4.2.1 Kare ile Dikdörtgen Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması

Öğretim önceden de belirtildiği üzere katılımcıların şekil üreticilerini tanımaları için hazırlanan “Şekil Üreticileri Tanıyalım” (bkz. Şekil 3.4) etkinliği ile başlamış olup ardından katılımcıların şekil üreticileri aracılığıyla dörtgenlerin dinamik yapısını fark etmelerine yardımcı olacağı düşünülen “Bunu Yapabilir Misin?” (Bkz. Şekil 3.4) etkinliği ile devam etmiştir. Bu etkinliklerde katılımcılar kontrol noktalarının şekil üzerindeki etkilerini inceleme fırsatı bulmuşlardır. Örneğin Ayşe dikdörtgen üreticiyi incelerken “şu ikisi [*dikdörtgenin uzun kenarlarını işaret ederek*] şu ikisi [*dikdörtgenin kısa kenarlarını işaret ederek*] eşit gitmek zorunda” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Araştırmacının diğer bir kontrol noktasını incelemesini istemesi üzerine Ayşe “bu da aynı şekilde bu gibi [*bir önceki noktayı işaret ederek*] görev yapıyor, diğerleri büyümezse dengesiz kalır dikdörtgenlikten çıkar” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Ayşe’nin kontrol noktalarının işlevini anlatırken aksi bir durum için “dikdörtgenlikten çıkar” ifadesini kullanması onun kontrol noktalarının dikdörtgen olma özelliğini koruyarak şekli değiştirmeye olanak tanıdığını farketmeye başladığını göstermektedir. Tabii ki burada dikdörtgen olma özelliklerinden kasıt Ayşe’nin sahip olduğu



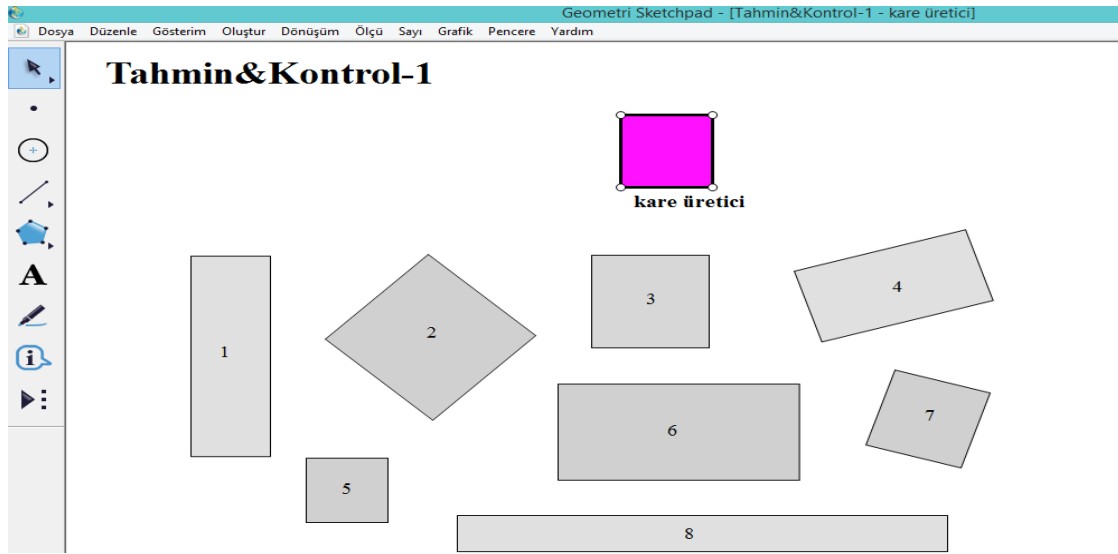
dikdörtgen prototipinin özellikleridir. Yoksa Ayşe için bir şeklin dikdörtgen olma özelliklerini net olarak bildiğini söyleyemeyiz.

“Bunu Yapabilir Misin?” etkinliği ise katılımcıları dikdörtgen üretici ile kare, paralelkenar üretici ile de eşkenar dörtgen çizmek zorunda kalacakları bir durumla karşı karşıya getirecek şekilde tasarlanmıştır. Bu ise katılımcılara daha önce incelemiş oldukları şekil üreticilerinin gözden kaçırmış oldukları durumlarını fark etme olanağı sunmuştur. Örneğin Ayşe bir önceki etkinlikte dikdörtgen üretici için “diyelim burası [*kısa kenarı işaret ederek*] iki büyüyecek burası [*diğer kısa kenarı işaret ederek*] da iki büyüyor, burası [*uzun kenarı işaret ederek*] dört büyürse burası [*diğer uzun kenarı işaret ederek*] da dört büyümek zorunda, ama ikisi farklı büyüyecek” ifadesini kullanırken kare üretici için “karede hepsi aynı büyümek zorunda” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Ayşe’nin dikdörtgen üretici için “ama ikisi [*iki çift karşılıklı kenarı kastederek*] farklı büyüyecek” ifadesini kullanması onun dikdörtgen üretici ile tüm kenarları aynı olan bir şeklin çizilemeyeceğini düşündüğünü göstermektedir. Ancak Ayşe “Bunu Yapabilir Misin?” etkinliğinde verilen karelerden birini kare üretici ile çizdikten sonra diğerini dikdörtgen üretici ile çizmek durumunda kalmış ve dikdörtgen üretici ile kare de üretilebileceğini fark etmiştir. Ayrıca bu etkinliğin Ayşe’nin dikdörtgen üretici ile kareyi de üretebileceğini farketmesine yardımcı olduğunu 2. derste kare ile dikdörtgen için hazırlanan “Tahmin&Kontrol-1” etkinliğinde “dikdörtgen üretici verilen şekillerden (kare ve dikdörtgen) hangilerini çizebilir?” sorusuna “hepsini çizebilir” dedikten sonra nedenini “çünkü dün de denedim kare olabiliyordu bu [*dikdörtgen üretici*]” şeklindeki açıklamasından anlıyoruz.

1.derste yapılan etkinlikler katılımcıların şekil üreticilerle çalışmaya alışmaya ve şekillerin dinamik yapısını anlamaya başlamasına yardımcı olmuştur. Ancak bundan sonraki kısımda amaç öğrencilerin şekil üreticiler yardımıyla hiyerarşik yapıyı oluşturmalarını sağlamaktır. Bu tezde öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini oluşturma sürecindeki gelişimleri incelendiğinden ilk olarak burada kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkileri nasıl anlamlandırdıklarına odaklanılmıştır. İlerleyen paragraflarda öğrencilerin kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkileri yapılandırırken karşılaşılan zorluklar ve bunlara nasıl çözümler bulunmaya çalışıldığı anlatılmıştır.

Katılımcılar 1. derste şekil üreticilerine aşinalık kazandıktan sonra 2. derse geçilmiştir. Bu derste ilk olarak katılımcılardan sırasıyla kare ve dikdörtgen üretici ile verilen şekillerden (kare ve dikdörtgen) hangilerini çizebileceklerini tahmin etmeleri istenmiştir (bkz. Şekil 4.1). Ayşe kare üretici ile sadece karelerin çizilebileceğini ifade ederken, Efe kare üreticinin büyüüp küçüldüğünde dikdörtgene de benzeyebileceğini söyleyerek bu şekil üreticisi ile hem kare hem de dikdörtgen çizebileceğini ifade etmiştir. Bu aşamada verdiği cevaplardan Efe’nin

1. derste kare üreticinin hareket kabiliyetini<sup>6</sup> tam olarak anlayamadığı görülmektedir. Bu sebeple araştırmacı katılımcıdan 1 numaralı şekli çizmesini istemiştir. Ardından Efe kare üretici ile 1 numaralı şekli çizmeye çalışmış ve çizemeyeceğini anlayınca 1, 4, 6 ve 8 numaralı şekilleri de çizemeyeceğini ifade etmiştir. Kare üretici ile neden bu şekilleri çizemeyeceği sorulduğunda ise “bir kenarını büyüttüğünde tüm kenarları eşit uzunlukta büyüyor” şeklinde cevap vermiştir. Burada Efe’nin ilk önce kare üreticisini istediği gibi manipüle edebileceğini düşünerek tüm şekilleri çizebileceğini düşünmesi sadece ekrana ve ekranda gördüğü üreticinin dinamik olmasına, yani çizime odaklandığını göstermektedir. Yani Efe kare üreticisinin büyüyüp küçülürken kare olma özelliklerini korumak zorunda olduğunu anlayamamıştır. Ancak sonrasında araştırmacının bilgisayar ortamında kare olmayan bir şekli çizmesini isteyerek denemeye teşvik etmesi Efe’yi figür üzerine muhakemeye sevk etmiş ve Efe kare üreticinin tüm kenarlarının eşit uzunlukta büyüyüp küçüldüğü gibi kenar uzunluklarına dair bir özelliği figüre dayalı muhakeme ile ele alabilmiştir.



**Şekil 4.6** Tahmin & Kontrol-1 Etkinliği.

“Tahmin & Kontrol-1” etkinliğinde katılımcılardan dikdörtgen üretici ile verilen şekillerden hangilerini çizebileceklerini tahmin etmeleri istendiğinde ise her iki öğrenci de tüm şekilleri çizilebileceğini söylemiştir. Ancak bu aşamada katılımcıların dikdörtgen üreticinin kareyi de çizbilmesinin sebebini çizime bağladıkları görülmüştür. Örneğin Efe’ye dikdörtgen üretici ile neden 3 numaralı şekli çizilebileceğini düşündüğü sorulduğunda dikdörtgen üreticiyi kareye çevirmiş ve “böyle küçülttüğümde kare gibi oluyor” cevabını vermiştir. Ancak buradaki asıl

<sup>6</sup> Buradaki kabiliyetten kasıt kare üreticisinin hareket ettirildiğinde kare olma özelliklerini koruyarak büyüyüp küçülmesidir.

mesele öğrencileri figüre dayalı muhakemeye sevk etmektir. Bunun için öncelikle dikdörtgen üreticinin neden kare çizimine izin verdiği sonrasında hangi kısıt altında bunu yaptığı sorulmuştur. Öğrenciler (Ayşe, Efe) dikdörtgen üreticinin kare üretici gibi tüm kenarları aynı büyüme zorunda olmadığı için kareleri de çizebileceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca dikdörtgen üreticinin hangi kısıt altında kare üretebildiği sorusuna Ayşe “tüm kenarların aynı büyüklükte olduğu zaman” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin bu ifadesi onun dikdörtgene dair zihnindeki statik prototipin kırılmaya başladığını göstermektedir.

“Tahmin&Kontrol-1” etkinliğinden sonra katılımcılardan kare ve dikdörtgenin özelliklerini araştırmaları istenmiştir. Efe dikdörtgenin kenar özelliklerini incelerken “dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit olur, bu hiçbir zaman değişmez, eğer tüm kenarları aynı olursa kare olur ve olmaz” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Efe'nin dikdörtgen üretici ile kare üretebildikten sonra özellikleri düşündüğünde dikdörtgenin tüm kenarları eşit olduğunda onun artık bir dikdörtgen değil de bir kare olduğunu düşünmesi, karenin tüm kenarları eşitken karşılıklı kenarlarının da otomatik olarak eş olduğunu ve bunun karenin bir dikdörtgen olmasını sağladığını anlayamamasından kaynaklanmaktadır. Aynı durum Ayşe için de geçerlidir. Ayşe de dikdörtgenin kenar özelliklerini incelerken “kenarları hiçbir zaman aynı sayılarda olamıyor” dedikten sonra araştırmacı tüm kenar uzunlukları 3 cm olan bir şekil çizmesini istemiş ve Ayşe çizdiği bu şekil için “ama bu kareye giriyor” cevabını vermiştir. Yani ilk mülakatta da görüldüğü gibi katılımcılar bu iki şekli kenar uzunlukları arasındaki ilişkileri anlamadıklarından birbirinden ayrık şekiller olarak düşünmektedirler. Şekil üreticilerle şu ana kadar yaptıkları da onları sınıfları ayrık düşünmekten kurtaramamıştır. Neden sorusuna aranan cevap bu noktada araştırmanın seyrini değiştirmiştir. Cevap şu şekilde belirlenmiştir: Öğrencilerin kenar uzunlukları temel alındığında aslında kare ile dikdörtgenin birbirinin ikizi olup olmadığına değil dikdörtgenin kareyi kapsadığına odaklatılmaları gerekmektedir. Bu ise öğrencilerin tüm kenarlar eşitken karşılıklı kenarların da otomatik olarak eş olacağını anlamalarından geçmektedir. Yapılan öğretimde bu hususa özenle dikkat edilmiş ve ders bu yönde değiştirilerek her iki öğrenciye uygulanmış ve ikisi için de aynı sonuçlara ulaşılmıştır. Örneğin aşağıdaki diyalog Ayşe'nin bu meseleyi nasıl anlamlandırdığını göstermektedir.

- 1 A: Tüm kenarlar eş olduğunda her zaman karşılıklı kenarlar eş olur mu olmaz
- 2 mi?
- 3 Ayşe: Tüm kenarlar eşse, karşılıklı kenarlar da eştir.
- 4 A: O zaman bir karede her zaman karşılıklı kenarlar eş olmak zorunda mıdır?
- 5 Ayşe: Evet!

- 6 A: O zaman kare, dikdörtgen ailesinin bir üyesi denebilir mi?
- 7 Ayşe: Hayır, çünkü karenin tüm kenarları aynı.
- 8 A: Tamam karenin tüm kenarları aynıyken aynı zamanda karşılıklı kenarların eşit  
9 olma şartını sağlamaz mı?
- 10 Ayşe: Evet sağlar.
- 11 A: Sağlarsa kare dikdörtgen ailesinin bir üyesidir diyebilir miyim? Kare  
12 dikdörtgenin tıpatıp ikizidir demiyorum, karede mademki her zaman karşılıklı  
13 kenarlar eş olmak zorunda, o zaman dikdörtgen ailesinin bir elemanı mıdır  
14 diye soruyorum.
- 15 Ayşe: Evet.
- 16 [...]
- 17 A: Peki dikdörtgen ailesi kare ailesini kapsar mı? Kare, dikdörtgen ailesinin  
18 içerisinde midir?
- 19 Ayşe: Evet.
- 20 A: Bunu neye bakarak söyleyebiliriz?
- 21 Ayşe: Karede karşılıklı kenarlar aynı dikdörtgende de aynı.
- 22 A: Karede tüm kenarlar aynı değil mi?
- 23 Ayşe: Tüm kenarlar aynı ama karşılıklı kenarlarda aynı.
- 24 A: Peki her zaman için dikdörtgen bir karedir diyebilir miyim?
- 25 Ayşe: Her zaman için değil ama geçerli.
- 26 A: Ne zaman geçerli?
- 27 Ayşe: Dört kenarı eşit olunca.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ayşe'nin belli bir yere kadar kare ile dikdörtgenin ortak özelliklerini belirleyebilmesine rağmen bu şekilleri ayrık düşündüğü (Satır #1-#7), ancak sonrasında kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak düşünebildiği görülmektedir. İlk kısımda Ayşe kare ile dikdörtgenin farklı şekiller olduğunu “karenin tüm kenarları aynı” (Satır #7) mantığına bağlamaktadır. Bunu tüm kenarların aynı olmasının karşılıklı kenarların aynı olmasını gerektirdiğini söylemesine rağmen yapmaktadır. Burada öğrenci muhtemelen “kare dikdörtgen ailesinin bir üyesi midir?” sorusunu “kare dikdörtgenin ikizi midir?” şeklinde algılamakta ve bu sebeple iki şeklin tüm özelliklerinden bahsedebilmesine rağmen kenar uzunluklarına dayalı farktan dolayı “hayır” cevabını vermektedir. Buradaki düğüm çözücü mesele öğrenciye “birbirini kapsama” ile “birbirinin ikizi olma” mefhumlarının farklı olduğunu hissettirmektedir. Bu sebeple araştırmacı bahsi geçen bu ayrımı net bir dille yaparak sorusunu tashih etmiştir (Satır #11-#14). Buna mukabil öğrencinin bu ayrıma göre cevabını değiştirdiği ve zihninde kareden dikdörtgen ailesine bir geçiş oluşturduğu görülmektedir. Bu geçişi sağlayan unsur birbirinin ikizi olma ile birbirini kapsama arasındaki ayrım olup bu

ayrımın tüm kenarların eş olmasının daima karşılıklı kenarların eş olmasını gerektirdiği bağlamında yapılmasıdır. Ancak bu sayede öğrenci kare ailesini dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul edebilmiştir (satır #17-#21). Ayşe'nin özellikleri dikkate alarak iki şekil sınıfını karşılaştırabilmesi artık VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir. Çünkü Ayşe şekil sınıflarının kapsayan yapısını özelliklerin mukayesesine dayandırabilmektedir. Hem karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu hem de dikdörtgen ailesinin kare ailesini kapsadığını gerekçesiyle anlatabilmektedir. Bunun anlık bir farkındalık olmadığı ilerleyen derslerde de anlaşılmaktadır.

Bu durum Efe'de biraz daha farklı gelişmiştir. Örneğin Efe'ye karenin tüm kenarları eş iken karşılıklı kenarlarının da eş olup olmadığı sorulmuş ve Efe eş olduğunu ifade etmiştir. Ardından araştırmacının “bu özellikten dolayı kare dikdörtgen ailesinin bir üyesi olabilir mi?” sorusuna “evet” cevabını vermiştir. Efe'nin kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul etmesi muhtemelen kareyi dikdörtgenin bir ikizi olarak düşünmemesinden kaynaklanmaktadır. Aksi takdirde öncelikle Ayşe gibi karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olmadığını iddia etmesi gerekirdi. Bunun üzerine araştırmacı kare ve dikdörtgen için iç içe bir yapı çizmiş ve “Bu şekil doğru olur mu? Dikdörtgen ailesi kare ailesini kapsar mı? Kare dikdörtgen ailesinin bir üyesi mi?” diye sormuş ve Efe “evet” cevabını vermiştir. Araştırmacının karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olmasının matematikte ‘kare her zaman bir dikdörtgendir’ şeklinde ifade edildiğini söyledikten sonra “bunu hangi özellikleri dikkate alarak söyleyebiliriz?” sorusuna Efe “ikisinin de iç açıları 90'dır ve karşılıklı kenar uzunlukları eşittir” şeklinde cevap vermiştir. Efe'nin yaptığı açıklama onun kenar özellikleri ile ilgili bir bilgiyi yeni bir durum olan ‘aile olma’ mantığı için kullanabildiğini göstermektedir. Bunun üzerine araştırmacı “dikdörtgen her zaman bir kare midir?” diye sormuş ve Efe “evet, her zaman bir karedir” deyince “dikdörtgen her zaman kare ise dikdörtgen üretici ile bazen kare çizdin bazen dikdörtgen çizdin her zaman dikdörtgen çizmedin, nasıl oluyor?” diye sormuştur. Araştırmacı Efe'nin her zaman ifadesine takıldığını düşündüğü için bu soruyla onu tekrar bilgisayarda yaptıkları üzerine düşünmeye teşvik etmiş ve Efe “kenar uzunluklarını değiştirdiğimiz zaman, eşit yaptığımız zaman” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Araştırmacının “yani dikdörtgen üreticiye belli kısıtlar koyarsam kare olur öyle mi?” sorusuna “evet” dedikten sonra “ama kare her zaman bir dikdörtgendir öyle mi?” sorusuna “hayır” demiştir. Nedenini ise “kare her zaman bir karedir, çünkü bir kenarını çektiğimizde tüm kenarları büyüyor” şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Efe'nin cevabı ‘kare her zaman bir dikdörtgendir’ ifadesi ile karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğunun

anlatılmak istendiğini anlayamadığını göstermektedir. Yani Efe verilen matematiksel ifadeyi sindirememektedir. Çünkü Efe ‘kare her zaman bir dikdörtgendir’ ifadesindeki ‘her zaman’ vurgusunun kare üreticisi ile istediği her zaman sadece kareleri üretebilmesi olduğunu düşünmektedir ki bu da “kare her zaman bir karedir, çünkü bir kenarını çektiğimizde tüm kenarları büyüyor” ifadesinden anlaşılmaktadır. Bu sorunu ortadan kaldırmak ve bu ifadenin aslında karenin dikdörtgen olma koşullarını sağladığı için doğru olduğunu anlamasını sağlamak için araştırmacı tekrardan “az önce dediğimiz gibi tüm kenarları eşitken aynı zamanda karşılıklı kenarları eşit olur mu?” şeklindeki bir soruyla öğrencinin dikkatini özelliklere çekmeye çalışmıştır. Bunun üzerine Efe “evet” dedikten sonra araştırmacı “kare bu şartı sağlıyorsa dikdörtgen ailesinin bir üyesi midir?” şeklinde bir soru sormuş ve Efe “evet” diyerek onaylamıştır. Ardından “öyleyse kare için her zaman bir dikdörtgendir diyebilir miyim?” sorusuna biraz düşündükten sonra “bazen, şey, hayır her zaman karedir ama dikdörtgen ailesinin de bir üyesidir” cevabını vermiştir. Efe’nin “hayır her zaman karedir” ifadesi onun kare üreticiyi dikkate alarak çizimden hareketle muhakeme yaptığını ancak tüm kenarların eşit olmasının karşılıklı kenarların eş olmasını sağladığı bilgisini kullanarak “ama dikdörtgen ailesinin de bir üyesidir” demesi onun karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olması meselesini özümseyebildiğini göstermektedir. Bu aşamada Efe’nin ‘kare her zaman bir dikdörtgendir’ ifadesinin karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğu anlamına geldiğini anlaması gerekmektedir. Bu sebeple araştırmacı “dikdörtgen ailesinin üyesi olan her şey aslında dikdörtgen olarak adlandırılabilir, çünkü o ailenin elemanları dikdörtgen olma koşullarını sağlar” şeklinde bir açıklama yaptıktan sonra “şimdi kare için düşündüğümüzde kare neden dikdörtgen ailesinin bir üyesi?” diye sormuştur. Efe ise bu soruya “ikisinde iç açısı 90 derece ve karşılıklı kenar uzunlukları eşit” şeklinde cevap vermiştir. Araştırmacı “işte biz bundan ötürü kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesidir diyoruz ve bunu matematikte ‘kare her zaman bir dikdörtgendir’ diye ifade ediyoruz, yani kare her zaman bir dikdörtgendir denildiğinde bu kare ile dikdörtgen birbirinin aynısıdır demek değil, kare dikdörtgen olma koşullarını sağladığı için bir dikdörtgendir” diyerek ‘kare her zaman dikdörtgendir’ ifadesi ile aile olma mantığı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamış ardından “dikdörtgen her zaman bir karedir ne anlama gelir, doğru mudur bu?” diye sormuş ve Efe “hayır, dikdörtgen bazen kare olabilir, bazen dikdörtgen, tüm kenarlarını eşit yaparsak dikdörtgenin, kare olur” cevabını vermiştir. Efe’nin başta dikdörtgenin her zaman bir kare olduğunu ifade etmesine rağmen gerek bilgisayar ortamında yaptıklarının üzerinde düşünmesi sağlanarak gerekse ifadedeki her zaman vurgusunun ne anlama geldiği açıklanarak meseleye bakış açısının

değiştirilmesi onun 'aile olma' durumu ile verilen matematiksel ifadeyi bağdaştırmasını sağlamıştır.

#### 4.2.2 Kare-Dikdörtgen-Paralelkenar Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması

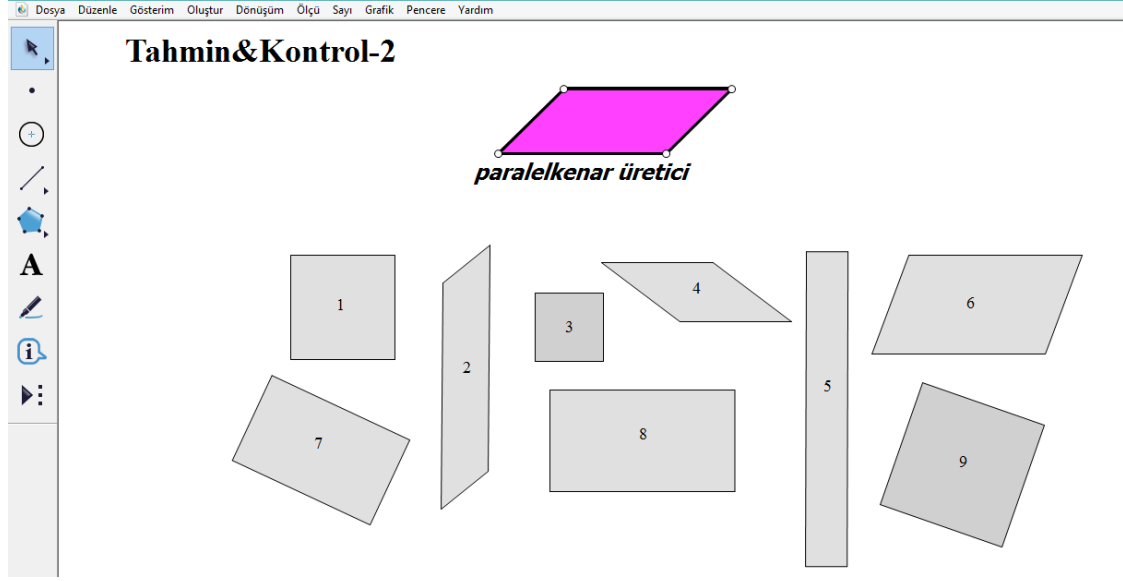
Öğrenciler dörtgenlerin hiyerarşik yapısını oluştururken her bir derste yeni bir şeklin bu yapıda nereye koyulması gerektiğini düşünerek ilerlemişlerdir. Bir önceki derste sadece kare ile dikdörtgen ele alınmışken 3. derste paralelkenar da eklenmiş ve öğrencilerin bu üç şekil arasında nasıl bir ilişki kurdukları incelenmiştir.

“Tahmin & Kontrol-2” etkinliğinde Efe'ye dikdörtgen üreticinin neden paralelkenar üretmediği sorulduğunda “[dikdörtgen üreticisi için] kenarlarını yamultamamız” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bu ifade Efe'nin ekranda gördüklerinden, yani çizimden hareketle yorum yaptığını göstermektedir. Aynı durum Ayşe için de geçerlidir. Ayşe de dikdörtgen üreticinin neden paralelkenar çizemediği sorusuna “bu [paralelkenar] yamulmuş işte, [dikdörtgen üreticisi] onun [paralelkenar] gibi yamuk çizemiyor” cevabını vermiştir. Ancak araştırmacının öğrencilere bu ifadelerle neyi kastettiklerini sorması öğrencilerin bilgisayar ortamının etkisiyle yapmış oldukları yorumu gözden geçirmelerine ve bunun üzerinde daha dikkatli düşünmelerine sebep olarak onları dikdörtgenin açılı ölçülerini dikkate almak zorunda bırakmış, yani öğrencileri figüre dayalı muhakeme yapmaya sevk etmiştir. Bunun üzerine her iki öğrenci de dikdörtgen üreticinin iç açıların değişimine izin vermediğini yani dikdörtgenin her zaman tüm açıları 90 derece olan şekiller üretebileceğini ifade etmişlerdir.

Paralelkenar üreticinin verilen şekillerden hangilerini çizebileceği sorulduğunda her iki öğrenci de 2,4 ve 6 numaralı şekilleri (Şekil 4.7) çizebileceğini söyledikten sonra benzer nedenleri sıralamışlardır. Örneğin Efe'ye neden 1 numaralı şekli çizemeyeceğini düşündüğü sorulduğunda Efe “1 bir kare ama paralelkenarı kare yapamayız [paralelkenarın] kenarları düz değil biraz daha sağa doğru yatık” cevabını vermiştir. Efe'nin ifadesi onun zihnindeki statik paralelkenar prototipini dikkate alarak eldeki durumu özümlediğini göstermektedir. Öğrencilerden yaptıkları tahminin ardından çizemeyeceklerini söyledikleri şekilleri çizmeyi denemeleri istenmiş ve öğrenciler paralelkenar üreticisi ile kare ve dikdörtgen çizebileceklerini görmüşlerdir. Ardından başta çizemez diye düşünmelerine rağmen paralelkenarın neden bu şekilleri çizebildiği sorulmuş ve öğrenciler paralelkenar üreticinin kenar ve açılarındaki bir esnekliğe sahip olduğunu bu sebeple diğer şekilleri (kare ve dikdörtgen) çizebildiğini ifade etmişlerdir. Araştırmacının paralelkenar üreticinin sırasıyla kare ve dikdörtgen üretebilmesi için nasıl kısıtlanması gerektiğini sorması üzerine her iki öğrenci de benzer cevaplar vermişlerdir. Örneğin Ayşe paralelkenarın hangi kısıt altında kare üretebildiği sorulduğunda

“tüm kenarları eşit ve tüm açıları 90 derece olacak” şeklinde cevap verirken Efe paralelkenarın hangi kısıt altında bir dikdörtgen olabileceği sorusuna “açıları 90 derece olduğunda” cevabını vermiştir.

Sonuç olarak öğrencilerin yaptığı yorumlar dikkate alındığında bu dersin onların zihinlerindeki statik paralelkenar prototipini değiştirmeye yardımcı olduğu ve değiştirmeye başladığı söylenebilir. Burada tam anlamıyla bir değişiklik kastedilmemekte ancak değişimin başladığı da gözlenmektedir.



Şekil 4.7 Tahmin & Kontrol-2 Etkinliği.

Katılımcıların paralelkenarı dinamik bir şekil olarak düşünmeye başlamalarının ardından paralelkenarın özelliklerini inceleyebilecekleri bir etkinlik uygulanmıştır. Bu etkinlik katılımcıların paralelkenarın özelliklerine dair bilgilerinin artmasına yardımcı olmuştur. Örneğin Ayşe ilk mülakatta paralelkenarın özellikleri sorulduğunda köşegen uzunluklarından bahsetmemiş, ancak paralelkenarın köşegen uzunluklarını araştırırken “hımm, çok garip, ikisi [köşegenler] de aynı oldu” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Araştırmacının “her zaman mı aynı olur” diye sorması üzerine Ayşe “[köşegen uzunlukları] farklı büyüklükte olunca aynı olmuyorlar” cevabını vermiştir. Ayşe’nin paralelkenarın köşegen uzunluklarını araştırırken verdiği tepkiler ve ilk mülakattaki ifadeleri onun daha önce bu konuda kesin bir bilgisinin olmadığını göstermektedir. Ancak paralelkenarın özelliklerini araştırabildiği bu etkinlik Ayşe’nin paralelkenarın köşegen uzunluklarının aynı olabileceğini ancak bu durumun her zaman için geçerli olmadığını anlayabilmesine yardımcı olmuştur.

2. dersin amacı öğrencilerin kare-dikdörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkileri yapılandırmasını sağlamak olduğundan katılımcılar paralelkenarın özelliklerini araştırırken de



tıpkı “Tahmin&Kontrol-2” etkinliğinde olduğu gibi sürekli olarak diğer şekillerle (bu derste özellikle dikdörtgen ile) karşılaştırma yapmaya sevk edilmişlerdir. Örneğin Efe paralelkenarın açı ölçümlerini inceleyip karşılıklı açılarının eşit olduğunu ancak tüm açılarının 90 derece olabileceğini ifade ettikten sonra dikdörtgende bu durumun nasıl olduğu sorulmuş ve Efe “iç açılarının hepsi 90 derece olmalı” cevabını vermiştir. Burada Efe’nin açı ölçümlerini dikkate alarak paralelkenar ile dikdörtgeni karşılaştırabilmesi bu iki şekil arasındaki ilişkinin anlaşılması için önemli bir basamaktır. Çünkü öğrencilerin dikdörtgenin aslında bir paralelkenar olduğunu anlamaları için bu özelliği kullanmaları gerekmektedir. Yani öğrenciler tüm açılarının eşit olmasının aynı zamanda karşılıklı açılarının eşit olması durumunu gerektirdiğini bu sebeple dikdörtgenin aslında bir paralelkenar olduğunu anlamalıdır.

Bu meselenin anlaşılması için öğrenciler tıpkı kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkileri araştırırken olduğu gibi “tüm açılar eş olduğunda aynı zamanda karşılıklı açılarda eş olur mu?”, “dikdörtgenin karşılıklı açıları eş ise dikdörtgen paralelkenar ailesinin bir üyesi olabilir mi?” şeklinde sorular sorulmuştur. Bu tarz sorulara her iki öğrencide benzer cevaplar vermişlerdir. Örneğin aşağıdaki diyalog Efe’nin bu meseleyi nasıl anlamlandırdığını göstermektedir.

- 28 A: Paralelkenarın en temel özellikleri neler?
- 29 Efe: Karşılıklı açıları eşit, birbirine karşı olan kenarları paralel ve eşit.
- 30 A: Dikdörtgenin temel özellikleri neler?
- 31 Efe: Tüm açıları aynı, karşılıklı kenar uzunlukları eşit, karşılıklı kenarları birbirine
- 32 paralel.
- 33 [...]
- 34 A: Paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki fark ne?
- 35 Efe: Açı değişikliği.
- 36 A: “Bir dikdörtgenin tüm açıları birbirine eşken aynı zamanda karşılıklı açıları da
- 37 birbirine eşittir” doğru mu?
- 38 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet!
- 39 A: O zaman sırf bu yüzden dikdörtgen, paralelkenar ailesinin bir üyesi olabilir mi?
- 40 Efe: *[biraz tereddüt ederek]* Evet.
- 41 A: O zaman tüm açılarının eş olması karşılıklı açılarının her zaman eş olması
- 42 koşulunu sağlar mı?
- 43 Efe: Evet!
- 44 A: O zaman dikdörtgen için her zaman bir paralelkenar olma koşulunu sağlar
- 45 diyebilirim öyle mi?
- 46 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet.

- 47 A: O zaman dikdörtgen paralelkenar ailesinin bir üyesi ise ve bunu daha önce  
48 [*kare ve dikdörtgen için*] ifade ettiğim gibi “dikdörtgen her zaman bir  
49 paralelkenardır” şeklinde ifade edebilir miyim?
- 50 Efe: ...!?
- 51 A: Dikdörtgen paralelkenarınaynısıdır, ikizidir demiyorum, dikdörtgen  
52 paralelkenar olma koşulunu sağladığı için paralelkenar ailesinin bir üyesidir  
53 diyorum.
- 54 Efe: Evet!
- 55 A: Peki bunu şöyle çizsek, [*burada öğrenci için paralelkenar dışarıda dikdörtgen*  
56 *onun içinde olacak şekilde bir çizim ayrıca hiyerarşik yapıdaki gösterim*  
57 *çizilmiştir*] bu doğru olur mu?
- 58 Efe: [*Birkaç saniye düşünüp çizilen şekli inceledikten sonra*]Evet.
- 59 A: Hangi özelliğe göre bu doğru olur?
- 60 Efe: İkisinin de karşılıklı iç açıları eşit ve ikisinin de karşılıklı kenar uzunlukları  
61 hem eşit hem de birbirine paralel.
- 62 A: Peki bu şekillerden hangisi daha esnek hangisi daha kısıtlı?
- 63 Efe: Dikdörtgen daha kısıtlı, paralelkenar daha esnek.
- 64 A: O zaman paralelkenar her zaman bir dikdörtgen midir?
- 65 Efe: Evet.
- 66 A: Neden?
- 67 Efe: İstedığımız zaman dikdörtgen yapabiliriz.
- 68 A: Yani bazen dikdörtgen bazen de paralelkenar mı yapıyorsun?
- 69 Efe: Evet.
- 70 A: Peki hangi kısıtlar altında dikdörtgen üretebiliyorsun?
- 71 Efe: Tüm açıları 90 derece olunca.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Efe'nin dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki farkı “açı değişikliği”ne (Satır #35) bağladığı görülmektedir. Bu sebeple araştırmacı bu iki şeklin birbirinden ayrık olarak düşünülmesine sebep olan bu mesele üzerine odaklanmıştır. “‘Bir dikdörtgenin tüm açıları birbirine eşken aynı zamanda karşılıklı açıları da birbirine eşittir’ doğru mu?” sorusu Efe'nin açılardaki farklılığın aslında birbirini kapsayan bir durum olduğunu anlayabilmesi için yöneltmiştir. Ardından bu özelliği kullanarak dikdörtgenin paralelkenar olma koşulunu sağlayıp sağlamadığının sorulması Efe'yi derinlemesine düşünmeye sevk etmiş ve dikdörtgenin tüm açılarının eş olmasının aynı zamanda karşılıklı açıların da eş olmasını sağladığını bu sebeple dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğunu anlamasını sağlamıştır (Satır #36-#40). Diyalogun ilerleyen kısmında Efe'nin dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğunu anlamasına rağmen “dikdörtgen her zaman bir paralelkenardır” ifadesini anlamlandıramadığı (Satır #28-#50) görülmektedir. Bu

ise muhtemelen verilen ifadeyi dikdörtgen paralelkenarın bir ikizidir şeklinde algılamasından kaynaklanmaktadır. Bu sebeple araştırmacı “dikdörtgen paralelkenarınaynısıdır, ikizidir demiyorum, dikdörtgen paralelkenar olma koşulunu sağladığı için paralelkenar ailesinin bir üyesidir diyorum” şeklinde bir açıklama ile verilen ifadenin birbirinin ikizi olma anlamına gelmediğini söylemiştir. Bunun üzerine Efe, ‘dikdörtgen her zaman bir paralelkenardır’ ifadesinin birbirinin ikizi olma yerine ailenin bir üyesi olma anlamına geldiği ve öncesinde dikdörtgeni paralelkenar ailesinin bir üyesi olarak kabul ettiği için (Satır #39-#40) verilen ifadenin doğru olduğunu “evet” diyerek onaylamıştır. Ayrıca dikdörtgen ve paralelkenar için çizilen içiçe yapılanmanın neden doğru olduğu sorulduğunda Efe “ikisinin de karşılıklı iç açıları eşit ve ikisinin de karşılıklı kenar uzunlukları hem eşit hem de birbirine paralel” (Satır #60-#61) diyerek dikdörtgenin neden paralelkenar tarafından kapsandığını özellikleri dikkate alarak açıklayabilmiştir.

Ancak araştırmacının kontrol amaçlı sorduğu “paralelkenar her zaman bir dikdörtgen midir?” sorusuna “evet” dedikten sonra (Satır #64-#65) nedenini “istediğimiz zaman dikdörtgen yapabiliriz” (Satır #67) şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Bu açıklama Efe’nin ‘paralelkenar her zaman bir dikdörtgendir’ ifadesindeki ‘her zaman’ vurgusuna takıldığını göstermektedir. Çünkü bu ifade Efe’ye göre bilgisayarda çalışırken istediği her zaman paralelkenar üreticiden dikdörtgen üretebilmek anlamına gelmektedir. Bunun üzerine araştırmacı kısıtlılık esneklik meselesine dikkat çekerek Efe’nin paralelkenarın her zaman değil belli kısıtlar altında bir dikdörtgen olabileceğini düşünmesini sağlamış ve Efe paralelkenarın ancak “tüm açıları 90 derece olunca” (Satır #71) bir dikdörtgen olabileceğini ifade etmiştir. Yani Efe “her zaman” ve “bazen” ifadeleri kullanıldığında çizimden hareketle yorum yapmaya çalışmakta (Satır #67) ancak özellikleri düşünmeye teşvik edildiğinde dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğunu ve paralelkenarın dikdörtgeni kapsadığını ifade edebilmektedir. Bir sonraki diyalogda da görüldüğü üzere Efe’nin dikdörtgenin “karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı kenarların iç açıları eşit” olduğundan paralelkenar ailesi tarafından kapsandığını ifade edebilmesi onun bu meseleyi özümlediğini dolayısıyla şekil sınıflarının kapsayan yapısını özellik karşılaştırması yaparak anlayabildiğini ve VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir.

Katılımcılara özellikleri dikkate alarak dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki ilişkiler incelenilip dikdörtgen ve paralelkenar için içiçe yapılanma (Satır #55-#57) çizildikten sonra karenin bu yapıda nerede bulunması gerektiği sorulmuştur. Bu kısımda da katılımcılar benzer

yorumlarda bulunmuştur. Örneğin aşağıda verilen diyalog Efe'nin bu meseleyi nasıl içselleştirdiğini göstermektedir.

- 72 A: Peki kare az önce çizdiğimiz yapıda nerede olmalı?
- 73 Efe: Kareyi en içe eklemeliyiz [*kapsayan yapıdaki gösterimde*], burada da en  
74 altta[*hiyerarşik yapıdaki gösterimde*]
- 75 A: Bu ne ifade ediyor?
- 76 Efe: Kare daha az esnek olduğu için.
- 77 A: Peki buraya bakarak kare bir paralelkenardır diyebilir miyim?
- 78 Efe: Hayır.
- 79 A: Neden?
- 80 Efe: ...!?
- 81 A: Karenin özellikleri paralelkenar olma koşulunu sağlar mı?
- 82 Efe: Evet. Karenin de aynı karşılıklı kenarları eşit paralelkenarın da öyle, karede de  
83 karşılıklı kenarlar birbirine paralel paralelkenarda da birbirine paralel.
- 84 A: Bu özellikleri sağladığı için kare bir paralelkenardır diyebilir miyim?
- 85 Efe: Evet.
- 86 A: Peki paralelkenar bir karedir diyebilir miyim?
- 87 Efe: Evet. Açılarını 90 derece yaptığımız zaman ve köşegenlerinin açısı her zaman  
88 90 derece olduğu zaman.
- 89 A: Öyleyse paralelkenar ailesi dikdörtgen ailesini dikdörtgen ailesi de kare ailesini  
90 mi kapsıyor? Yani kare ve dikdörtgen paralelkenar olma koşullarını sağladığı  
91 için mi paralelkenar ailesinin içerisinde?
- 92 Efe: Evet.
- 93 A: O koşullar neler mesela kare için hangi koşullar bunlar?
- 94 Efe: Karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı iç açıları eşit.
- 95 A: Peki dikdörtgen için?
- 96 Efe: Karşılıklı kenarları paralel, karşılıklı kenarları eşit ve karşılıklı kenarların iç  
97 açıları eşit.

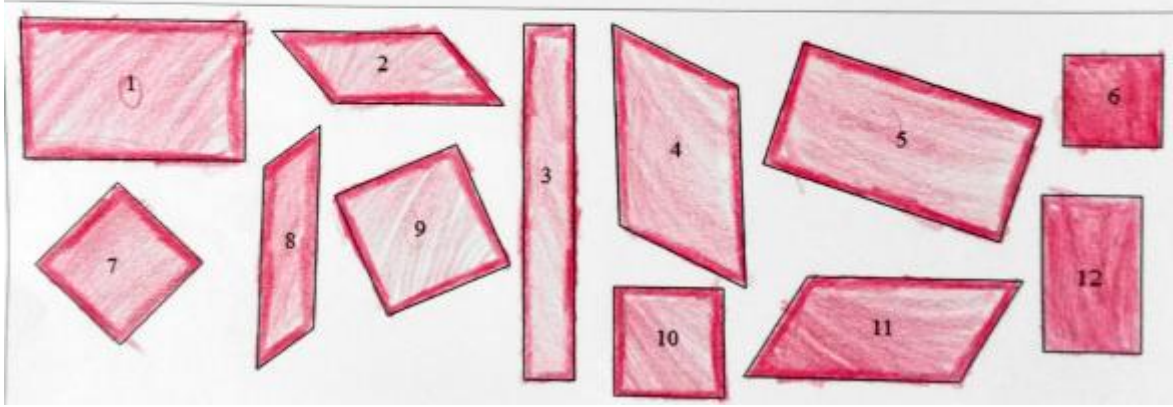
Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Efe'nin kare sınıfını paralelkenar sınıfı içerisinde gösterebildiği (Satır #73-#74) ancak bu yapının “kare bir paralelkenardır” ifadesini doğrulamak için yeterli olmadığını düşündüğü görülmektedir (Satır #77-#80). Bunun üzerine araştırmacı bu ifadenin özelliklerin bir sonucu olduğunu öğrenciye fark ettirebilmek için sorusunu özellik odaklı olarak değiştirmiştir (Satır #81). Bu sayede öğrenci karenin paralelkenar olma koşullarını sağladığı için bir paralelkenar olduğunu ve bunun “kare bir paralelkenardır” şeklinde ifade edildiğini anlayabilmiştir (Satır #82-#85). Buradaki önemli nokta öğrencinin “kare bir paralelkenardır” ifadesiyle karenin karşılıklı kenar ve açılarının eş

olması dolayısıyla bir paralelkenar olduğunun anlatılmak istendiğini fark edebilmesidir. Yani öğrenci başta karenin en az esnek olan şekil olduğu için en içeride bulunması gerektiğini (Satır #76) ifade ederken aslında çizimden hareketle konuşmaktadır. Bu sebeple öğrenciye “kare bir paralelkenardır” ifadesi anlamsız gelmektedir. Ancak sonrasında araştırmacının öğrenciyi özellik odaklı düşünmeye teşvik etmesi Efe’yi ayrıntılı olarak düşünmeye sevk etmiştir (Satır #81-#85). Burada Efe’nin meseleyi bir üst düzeyde ayrıntılı olarak düşünmeye başlaması onun derin soyutlama yaptığının bir göstergesidir. Bunun sonucu olarak Efe araştırmacının “paralelkenar bir karedir diyebilir miyim?” sorusuna özellik odaklı düşünerek yani belli kısıtlar altında “evet” cevabını verebilmiştir (Satır #86-#88). Ayrıca araştırmacının bir şeklin başka bir şekil ailesinin içinde olmasının ne anlama geldiğini test etmek için sorduğu soruya Efe hem kare hem de dikdörtgen için açıklayıcı cevaplar verebilmiştir (Satır #93-#97). Efe’nin cevapları onun artık VH2 düzeyinde bir muhakemeye sahip olduğunu göstermektedir.

Öğrenciler kare-dikdörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkileri yapılandırdıktan sonra onların şekil sınıflarının kapsayan yapısını daha derinlemesine anlamlandırmasına yardımcı olmak amacıyla bir takım bilmece kullanılmıştır. Bu sayede öğrencilerin mantıksal çıkarım yaparak, VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesi geliştirilmeye çalışılmıştır. Bu kısımda her iki öğrencide bilmece verilen özellikleri doğru yorumlayabilmiş ve bilmece sorulan şekil ailesinin hangisi olduğunu ve hangi şekilleri içerdiğini doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Örneğin Ayşe üçüncü bilmecedeki (bkz. Şekil 4.8) şeklin paralelkenar ailesi olduğunu ve verilen şekillerin (kare-dikdörtgen-paralelkenar) hepsinin bu ailede bulunacağını ifade etmiştir. Araştırmacının neden kare ve dikdörtgenleri de bu aileye dâhil ettiğini sorması üzerine Ayşe bilmece verilen özelliklerin kare ve dikdörtgenler için de doğru olduğunu bu sebeple paralelkenar ailesinde bulduklarını belirtmiştir. Bu Ayşe için ilk mülakatlar dikkate alındığında kayda değer bir kavramsal gelişimdir. Aynı şekilde Efe’de de bir gelişime şahit olunmuştur. Bu gelişimi etkileyen faktörler ve ders esnasında nelere dikkat edilmesi gerektiği sonuç bölümünde daha detaylı ele alınacaktır.

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paralel ve eştir. Köşegenlerim eş olmak zorunda değildir ancak eş olacak şekilde de kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eştir ancak bazen tüm açıları eş olacak şekilde kısıtlanabilir.

Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

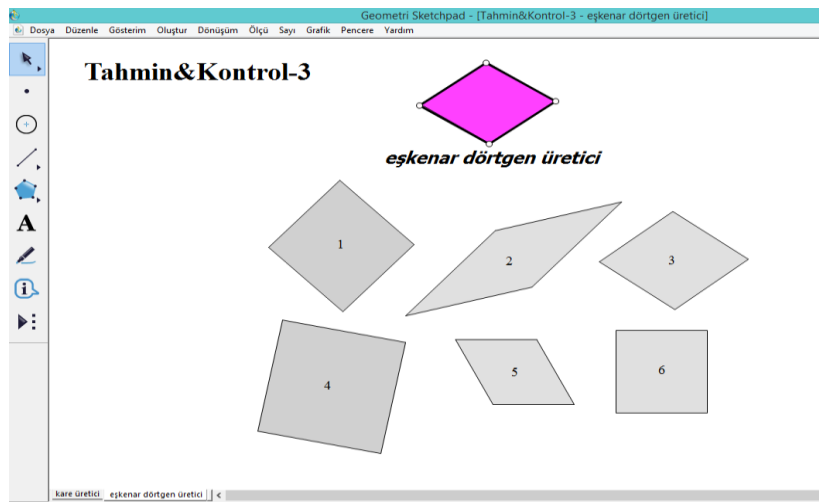


Şekil 4.8 Ayşe'nin Bilmeceler Etkinliğinden Bir Kesit.

### 4.2.3 Kare ile Eşkenar Dörtgen Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması

İlk mülakatlarda öğrencilerin eşkenar dörtgen ile ilgili net bir bilgiye sahip olmadığı ve bu şekli genel olarak kareye benzettikleri görülmüştür. Öğrencilerin kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkileri anlayabilmeleri için öncelikle eşkenar dörtgeni özellikleriyle beraber tanımaları gerekmektedir. Aksi takdirde öğrenciler bu iki şekil arasındaki ilişkileri çizimden hareketle açıklamaya çalışacaklardır.

Bu kısımda öğrenciler yine şekil üreticileri aracılığıyla kare ile eşkenar dörtgeni incelemişlerdir. Örneğin "tahmin & kontrol-3"(bkz. Şekil 4.9) etkinliğinde öğrencilerden kare ve eşkenar dörtgen üretici ile verilen şekillerden (kare-eşkenar dörtgen) hangilerini üretebileceklerini tahmin etmeleri istenmiştir.



Şekil 4.9 Tahmin&Kontrol-3 Etkinliği.

Aşağıdaki diyalog Ayşe'nin bu etkinlikte meseleye nasıl yaklaştığını göstermektedir.

- 98 A: Kare üretici aşağıdaki şekillerden hangilerini üretebilir?
- 99 Ayşe: 1, 4, 6
- 100 A: Neden diğerlerini üretemez?
- 101 Ayşe: Çünkü aynı uzunlukta gidiyor, üretemiyor.
- 102 A: Aynı uzunlukta olan şey, kenarları aynı uzunlukta o yüzden üretemez
- 103 diyorsun.
- 104 Ayşe: Hı hı.
- 105 A: Bir dene bakalım!
- 106 Ayşe: [*1 numaralı şekli çizdikten sonra*] Kare olduğu için, hepsi kare uyabiliyor, bak
- 107 oldu!
- 108 A: Kenarlarının eşit büyüüp küçüldüğünü söyledin, peki 2, 3 ve 5 numaralı
- 109 şekillerin kenarları eşit değil mi sence?
- 110 Ayşe: Eşit ama karşılıklı kenarları.
- 111 A: Tüm kenarları eşit değil karşılıklı kenarları mı eşit o şekillerin?
- 112 Ayşe: Hı hı.
- 113 A: Şöyle söylesem 5 numaralı şeklin tüm kenarları eşit, o zaman kare üretici bu
- 114 şekli çizebilir mi?
- 115 Ayşe: Hayır!
- 116 A: Neden?
- 117 Ayşe: Ama bu [*kare üreticiyi işaret ederek*] yamuk değil onun gibi, dümdüz her
- 118 şeyi.
- 119 A: Kare üretici düz mü görünüyor?
- 120 Ayşe: Böyle [*kare üreticinin dik kenarlarını işaret ederek*] tüm kenarları düz, [*5*
- 121 [*numaralı şeklin sol kenarını işaret ederek*] böyle bu biraz böyle ne diyeyim
- 122 böyle paralel.
- 123 A: Ama 4 numaralı şekilde yamuk duruyor.
- 124 Ayşe: Ama bu normal düz duruyor ama biraz aşağı kaymış gibi.
- 125 A: Peki kare üretici 4 numarayı çizerken 5 numarayı neden çizemiyor?
- 126 Ayşe: Çünkü bak bu [*4 numaralı şekli işaret ederek*] tabanı düz değil, ama bunun [*5*
- 127 [*numaralı şekli işaret ederek*] tabanı düz öyle onun için, yani öyle anlatayım
- 128 böyle bu [*5 numaralı şekil*] kaymış.
- 129 A: Peki 3 numarayı neden çizemiyor?
- 130 Ayşe: Çünkü o paralelkenar.
- 131 A: 3 numaranın da tüm kenarları eşit.
- 132 Ayşe: ..?!
- 133 A: Dene bakalım 3 numarayı çizmeyi.
- 134 Ayşe: [*denemeye başlayınca*] olmaz, sanmıyorum.

- 135 A: Neden?  
136 Ayşe: Bilmem.  
137 A: Karenin özelliklerini düşündüğünde 3 numaralı şekil ile olan farkı ne?  
138 [...]  
139 Ayşe: [*3 numaralı şekli kastederek*] Açılarının dik olduğunu sanmıyorum.  
140 A: Peki 5 numaralı şekil?  
141 Ayşe: Onun da.  
142 A: Açılarının dik olmamasından dolayı mı kare üretici çizemiyor?  
143 Ayşe: Evet, bir de köşegen açısı 90 olacak [*5 numaralı şeklin*].

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ayşe'nin kare üreticisinin eşkenar dörtgenleri üretememesini kenarlarının "aynı uzunlukta" (Satır #101) olmasına bağladığı görülmektedir. Ayrıca eşkenar dörtgenin kenarları için "eşit ama karşılıklı kenarları" (Satır #110) şeklinde bir açıklama yapmıştır. Yani Ayşe eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının değil karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu düşündüğü için kare üreticinin bu şekli çizemeyeceğini ifade etmektedir. Ayşe eşkenar dörtgen üretici ile çalışırken de "eşkenar dörtgen, yani paralelkenar değil mi? sayılır"(bir sonraki diyalog satır #145), "[*eşkenar dörtgeni işaret ederek*] karşılıklı kenarları aynı, karşılıklı açıları aynı" (bir sonraki diyalog satır #163-#165) şeklinde ifadeler kullanmıştır. Bu ifadeler Ayşe'nin eşkenar dörtgen ile paralelkenarı net olarak birbirinden ayırt edemediğini göstermektedir. Araştırmacı kare üretici ile eşkenar dörtgen çizilememesinin sebebinin açı kaynaklı olduğunu fark edebilmesi için Ayşe'yi "5 numaralı şeklin tüm kenarları eşit, o zaman kare üretici bu şekli çizebilir mi?" sorusuyla kenar özellikleri dışında düşünmeye sevk etmiştir. Bunun üzerine Ayşe çizilemeyeceğini söylemiş ancak bunun açı kaynaklı olduğunu net olarak ifade edememiştir (Satır #113-#136). Ayşe'nin "ama bu [*kare üreticiyi işaret ederek*] yamuk değil onun gibi, dümdüz her şeyi" şeklindeki ifadesi ve takip eden ifadeleri onun kare ile eşkenar dörtgen arasındaki farkı çizimden hareketle anlatmaya çalıştığını göstermektedir. Araştırmacı görsel olarak açıklamaya çalıştığı bu durumun arkasındaki meseleye odaklanabilmesi için "karenin özelliklerini düşündüğünde 3 numaralı şekil ile olan farkı ne?" sorusuyla öğrenciyi özellik odaklı düşünmeye sevk etmiştir. Bunun sonucunda Ayşe "açılarının dik olduğunu sanmıyorum" diyerek iki şekil arasında açı kaynaklı bir farkın olduğunu ifade etmiştir. Ancak burada Ayşe hala eşkenar dörtgeni tam olarak tanımamakta ve paralelkenar ile karıştırmaktadır ki bu da eşkenar dörtgen için "bir de köşegen açısı 90 olacak"(Satır #143) ve "[*eşkenar dörtgenin köşegenleri arasındaki açı*] hep değişiyor, 90 da olabiliyor" (bir sonraki diyalogsatır #171) şeklindeki ifadelerinden anlaşılmaktadır. Ayrıca Ayşe ilk mülakatta eşkenar dörtgeni kareye benzeyen



bir şekil olarak tanımlamış ve isminden dolayı kenarlarının eşit olacağını ifade etmiştir. Ancak burada muhtemelen bir önceki derste paralelkenarı incelediği için eşkenar dörtgeni paralelkenara benzetmiş ve sanki kare ile paralelkenarı karşılaştırıyormuş gibi yorumlarda bulunmuştur.

Efe ise “Tahmin&Kontrol-3” etkinliğinde Ayşe’ye göre daha net ifadeler kullanmıştır. Örneğin kare üretici ile hangi şekilleri çizebileceği sorulduğunda sadece kareleri çizebileceğini söyledikten sonra diğer şekilleri neden çizemeyeceğini “[*eşkenar dörtgenlerin*] tüm açılarının 90 derece olmaması” şeklinde açıklamıştır. Burada Efe kare üreticinin sadece tüm açıları 90 derece olan şekiller çizebileceği bilgisini yeni bir durum için kullanabildiğinden deneme ihtiyacı duymadan eşkenar dörtgenlerin çizilemeyeceğini ifade edebilmektedir. Katılımcılar kare üretici ile çalıştıktan sonra eşkenar dörtgen üreticiye geçilmiş ve benzer sorular sorulmuştur. Örneğin Ayşe’nin eşkenar dörtgen üretici ile çalışırken yaptığı yorumlar aşağıdaki diyalogda verilmiştir.

- 144 A: Eşkenar dörtgen üretici hangilerini çizebilir?
- 145 Ayşe: Eşkenar dörtgen, yani paralelkenar değil mi?, sayılır.
- 146 A: Paralelkenarın özellikleri neydi?
- 147 Ayşe: Tamam ikisi de aynı değil ama.
- 148 A: Tamam bunu ileride inceleyeceğiz, sence eşkenar dörtgen üreticisi hangi
- 149 şekilleri çizebilir?
- 150 Ayşe: Tümünü.
- 151 A: Neden?
- 152 Ayşe: Çünkü öyle görünüyor.
- 153 A: Dene bakalım!
- 154 Ayşe: [*şekilleri çizerken*] böyle çizebilir işte.
- 155 A: Neden çizebildi?
- 156 Ayşe: Çünkü eşkenar dörtgen ailesinin içinde bulunduğu için kare.
- 157 A: Nereden biliyorsun bunu?
- 158 Ayşe: Bulunuyor.
- 159 A: Hangi özelliğini düşünerek?
- 160 Ayşe: Tüm kenarları aynı.
- 161 A: Karenin tüm kenarları aynı olduğu için mi eşkenar dörtgen ailesinin içinde
- 162 olabilir?
- 163 Ayşe: Evet, bi de karşılıklı kenarları aynı, karşılıklı açıları aynı.
- 164 A: Kimin?
- 165 Ayşe: Bunun [*eşkenar dörtgeni işaret ederek*]

166 A: Peki kare üretici ile eşkenar dörtgen çizemedin ama eşkenar dörtgen üretici ile  
167 kare çizebildin. Kare üreticideki hangi kısıttan dolayı eşkenar dörtgenleri  
168 çizemedin?

169 Ayşe: [*karenin*] Köşegenleri 90 olur onun için.

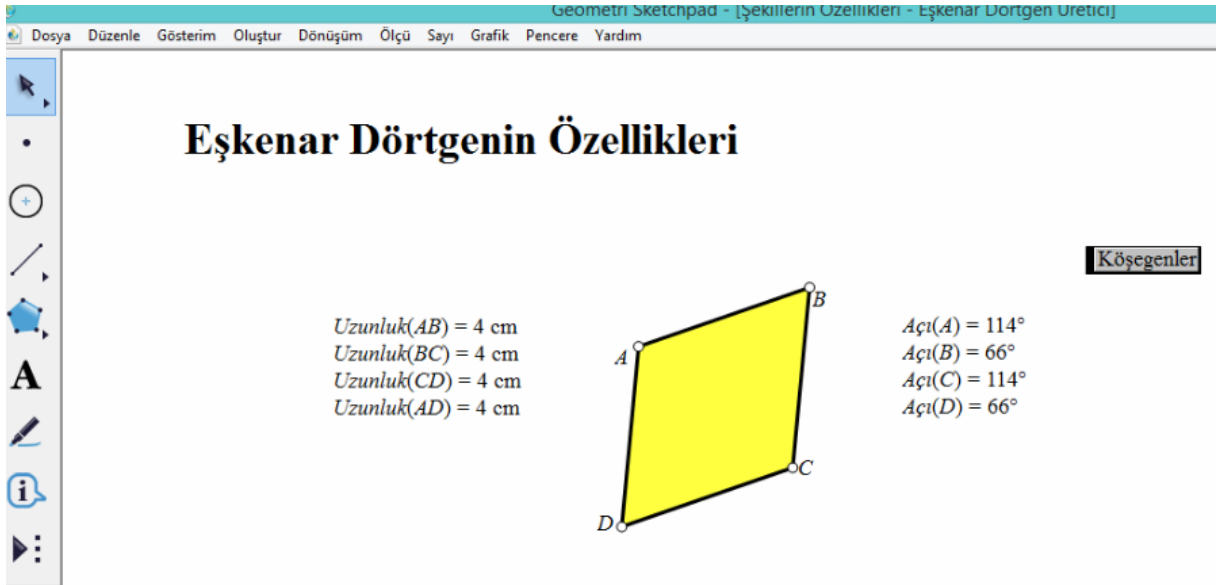
170 A: Eşkenar dörtgenin köşegenleri arasındaki açıyı biliyor musun?

171 Ayşe: Hep değişiyor, 90 da olabiliyor.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ayşe'nin eşkenar dörtgen üretici ile tüm şekillerin çizilebileceğini düşünmesini önce “çünkü öyle görünüyor” (Satır #152) diyerek çizime dayandırdığı sonrasında ise “çünkü eşkenar dörtgen ailesinin içinde bulunduğu için kare” (Satır #156) şeklindeki bir açıklama ile aile olma durumuna dayandırdığı görülmektedir. Ayşe'nin açıklamasını aile olma durumuna dayandırması ve bunu karenin kenar özelliklerini dikkate alarak açıklaması (Satır #159-#165) onun daha önceki derslerde hiyerarşiyi oluşturmak için kullanılan bu durumu özümlediğini göstermektedir. Ancak burada ilginç olan henüz eşkenar dörtgenin özelliklerini ayrıntılı olarak incelememişken karenin eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu söylemesidir. Bu ise muhtemelen Ayşe'nin halen eşkenar dörtgeni paralelkenardan ayırt edememesinden kaynaklanmaktadır. Çünkü eşkenar dörtgen için “karşılıklı kenarları aynı, karşılıklı açıları aynı” ifadesini kullanmıştır. Yani Ayşe eşkenar dörtgeni paralelkenar gibi düşündüğü için karenin eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu iddia etmektedir. Ayrıca eşkenar dörtgenin köşegenleri arasındaki açı sorulduğunda “hep değişiyor, 90 da olabiliyor”(Satır#171) cevabını vermiştir. Ayşe'nin ilk mülakatta eşkenar dörtgen ile ilgili sadece kenarlarının eşit olduğunu söylemesinin ardından burada kullandığı ifadeler onun eşkenar dörtgeni paralelkenar ile karıştırdığını net olarak göstermektedir.

4. dersteki ikinci etkinlik eşkenar dörtgenin özelliklerinin araştırılmasıdır. İlk mülakatlarda görülmüştür ki Ayşe için eşkenar dörtgen, kareye benzeyen ve tüm kenarları eşit olan bir şekildir; Efe için ise, karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan ancak tüm kenarları eşit olmayan, ayrıca karşılıklı açıları eşit olan bir şekildir. Yani ilk mülakatlar neticesinde görülmüştür ki öğrenciler eşkenar dörtgenin özelliklerini ayrıntılı olarak bilmediklerinden onu diğer şekillerden ayırt etmede zorlanmaktadırlar. Eşkenar dörtgenin özelliklerinin araştırılması öğrencilerin eşkenar dörtgene dair bilgilerinin artmasına yardımcı olmuştur. Örneğin Efe eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarını araştırırken bilgisayar ortamındaki ölçümlere mi bakması gerektiğini sormuş ve ekrandaki ölçümleri inceledikten sonra “[*eşkenar dörtgen için*] kenar uzunlukları her zaman eşit olarak büyüyüp küçülüyor” ifadesini kullanmıştır. Efe'nin ilk mülakatta eşkenar dörtgenin kenarlarının eşit olamayacağını ifade

etmesine rağmen bu derste yaptığı incelemenin ardından eşkenar dörtgenin daima eş kenarlı olduğunu ifade etmesi 4. dersin öğrenciye yapmış olduğu katkının bir sonucudur. Yani bilgisayar ortamında eşkenar dörtgen üretici ile uğraşırken aynı zamanda ekrandaki ölçümlerin incelenebilmesi Efe'nin eşkenar dörtgene dair yanlış bildiği bir özelliği düzetmesine yardımcı olmuştur. Ayrıca Efe ilk mülakatta eşkenar dörtgenin özelliklerini sayması istendiğinde köşegenlerden ve bunların arasındaki açıdan hiç bahsetmemiştir. Ancak bu ders esnasında eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini inceleme fırsatı bulmuştur. Ayşe ise eşkenar dörtgenin özelliklerini araştırmadan önce sadece kenar özelliklerine dair bir bilgiye sahipken bu ders sayesinde eşkenar dörtgenin paralellik, köşegen uzunlukları ve köşegenler arasındaki açı gibi diğer özelliklerini inceleme fırsatı bulmuştur. Örneğin Ayşe bilgisayar ortamında eşkenar dörtgenin açılarını incelerken “A-C aynı, B-D aynı” (bkz. Şekil 4.10) dedikten sonra eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının her zaman için mi aynı olduğu sorulunca eşkenar dörtgen üreticiyi bir müddet daha oynatmış ve “tabii ki de” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Oysa ki ilk mülakatta Ayşe eşkenar dörtgenleri işaretlemesi istendiğinde sadece bir köşesi üzerinde duran kareyi seçmiş ve eşkenar dörtgenin kareye benzeyen bir şekil olduğunu ifade etmiştir. Ancak bilgisayar ortamında eşkenar dörtgen üreticiyi ekrandaki ölçümleri dikkate alarak incelemek Ayşe'nin eşkenar dörtgenin açı özelliğini anlamasını sağlamıştır.



**Şekil 4.10** Eşkenar Dörtgenin Özellikleri Etkinliği.

4. derste öğrenciler inceledikleri her bir özellikte kareye döndürülerek bu iki şeklin birbirleriyle olan ilişkilerini özellik odaklı düşünmeye teşvik edilmişlerdir. Örneğin Efe'ye, bilgisayar ortamında eşkenar dörtgenin açı özelliklerini inceledikten sonra, bu

özelliğın karede nasıl olduğu sorulmuş ve Efe karede tüm açıların 90 derece olması gerektiğini ifade etmiştir. Ardından eşkenar dörtgenin hangi kısıt altında bir kare olabileceği sorulmuş ve Efe “tüm açılarını 90 derece yaparsak” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Aynı şekilde Ayşe eşkenar dörtgenin hangi kısıt altında bir kare üretebileceği sorulduğunda önce eşkenar dörtgen üreticinin tüm açılarını 90 derece olacak şekilde kısıtlamış sonra ekranda verilen tüm ölçümleri dikkate alarak “açıları aynı olacak, köşegen uzunlukları aynı olacak, köşegenler arasındaki açı 90 olacak, [kenar uzunlukları] uzunluklar aynı olacak” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe’nin eşkenar dörtgen üretici ile kare çizmeye çalışırken sadece açıları eşitlemeye çalışmasına rağmen hangi kısıtı koyduğunun sorulması üzerine karede olması gereken tüm özellikleri sayması bilgisayar ekranında elde ettiği yeni şeklin tüm ölçümlerinin verilmesinden kaynaklanmaktadır. Bunun üzerine araştırmacı her iki şekil için de aynı olan özelliklerin vurgulanmasının gerekip gerekmediğini fark etmesi için Ayşe’ye “kare ile eşkenar dörtgenin özelliklerini karşılaştırdığımızda karenin kenar özelliği neydi, eşkenar dörtgenin neydi?” sorusunu yöneltmiştir. Ayşe her iki şeklin de tüm kenarlarının eşit olduğunu ifade ettikten sonra araştırmacı bu iki şekilde köşegenler arasındaki açının nasıl olduğunu sormuş ve Ayşe “karede 90 hep 90, eşkenar dörtgende aynı 90” cevabını vermiştir. Ardından araştırmacı eşkenar dörtgenden kare üretebilmek için bu özelliklerin vurgulanmasının gerekip gerekmediğini sormuş ve Ayşe “hayır, zaten var” cevabını vermiştir. Araştırmacının eşkenar dörtgen ile karede aynı olan özelliklere odaklanması için yönelttiği sorular Ayşe’nin eşkenar dörtgeni kareye çevirmek için yaptığı işlem üzerinde düşünmesine yardımcı olmuş ve bu özelliklerin her iki şekilde de bulunduğunu fark etmesini sağlamıştır. Ayşe kare üretici ile eşkenar dörtgen üretilebilmesi için kare üreticiye hangi esnekliklerin verilmesi gerektiği sorusuna ise “açıları farklı olacak, köşegenler [köşegen uzunlukları] farklı olacak” cevabını vermiştir. Ayşe’nin ifadeleri onun kısıtlılık ve esneklik üzerinden her iki şekli kıyaslayabildiğini dolayısıyla kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkileri anlamaya başladığını göstermektedir.

Yukarıda bahsedilen kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkilerinin araştırılmasında özelliklerin kısıtlılık ve esnekliğinin kullanılması öğrencilerin bu iki şekli hiyerarşik yapıda gösterebilmelerine yardımcı olmuştur. Katılımcılara eşkenar dörtgen ile karenin hangisinin daha esnek hangisinin daha kısıtlı olduğu sorulduğunda Efe “eşkenar dörtgen daha çok esnek, kare daha çok kısıtlı” cevabını vermiştir. Ardından Efe’den kare ile eşkenar dörtgeni daha önce çizdiği gibi bir yapıda göstermesi istendiğinde kareyi eşkenar dörtgenin bir alt kümesi olarak çizmiştir. Araştırmacının bu şekli neye dayanarak çizdiğini anlamak için sorduğu

“eşkenar dörtgen her zaman bir karedir diyebilir miyim?” sorusuna Efe “bazen, belli kısıtlar altında, tüm kenar uzunlukları eşit olmalı ve iç açıları 90 derece olmalı” cevabını vermiştir. Efe’nin eşkenar dörtgeni kareyi kapsayacak şekilde çizmesi ve eşkenar dörtgen için belli kısıtlar altında bir kare olacağını ifade etmesi bilgisayar ortamında yaptıkları üzerine düşünebildiğini ve iki şekil sınıfını özelliklerini dikkate alarak karşılaştırabildiğini göstermektedir. Ancak Efe’nin bu çizimi eşkenar dörtgen üretici daha esnek olduğu için mi yaptığının yoksa eşkenar dörtgen ailesinin kare ailesini kapsadığı için mi yaptığının ortaya çıkarılması gerekmektedir. Bu sebeple araştırmacı “kare bir eşkenar dörtgendir diyebilir miyim?” şeklinde bir soru daha sormuştur. Bunun üzerine Efe “eşit değil, değil mi yani ikizidir?” şeklinde bir soruyla karşılık vermiş ve araştırmacı “kare bir eşkenar dörtgendir derken ki kastım birbirinin ikizidir demek değil, kare eşkenar dörtgen ailesinin içindedir demek” şeklinde açıklayınca Efe “evet” dedikten sonra araştırmacının tekrardan “kare eşkenar dörtgen ailesinin içerisinde ise bunu hangi özelliğe dayanarak söyleyebilirim?” sorusuna “ikisinin de karşılıklı açıları eşit ve ikisinin de karşılıklı kenarları paralel ve eşit uzunlukta” şeklinde cevap vermiştir. Efe’nin “ikisinin de karşılıklı açıları eşit ve ikisinin de karşılıklı kenarları paralel ve eşit uzunlukta” şeklinde özellikleri dikkate alarak yaptığı açıklama onun başta yaptığı çizimi sadece bilgisayar ortamında yaptıklarından hareketle değil aynı zamanda özellikleri de düşündüğünde eşkenar dörtgen ailesinin kare ailesini kapsaması gerektiğini anladığını göstermektedir. Bu ise araştırmacının Efe’yi kısıtlılık esneklik durumu üzerinde düşünmeye teşvik etmesi, eşkenar dörtgenin özelliklerini ayrıntılı olarak incelenmesine imkân vermesi ve daha önceki derste açılı özellikleri incelenirken özelliklerin birbirini gerektirmesi meselesi üzerine düşünmeye sevk etmesi ile mümkün olmuştur. Yani Efe’nin açıların eş olmasının karşılıklı açıların eş olmasını garantilediği bilgisini kullanarak eşkenar dörtgen ailesinin kareyi kapsaması meselesini özümsemiş ve eşkenar dörtgen ile kare arasındaki hiyerarşiyi yapılandırabilmiştir.

Ayşe ise eşkenar dörtgenin kareyi kapsadığını ifade eden bir çizim yaptıktan sonra neden böyle bir çizim yaptığı sorulduğunda “çünkü eşkenar dörtgen kareyi kapsıyor” cevabını vermiştir. Araştırmacının hangi özelliğine dayanarak bunu söylediğini sorması üzerine “tüm kenarları eşit, eşkenar dörtgenin açıları farklı karenin açıları aynı” cevabını vermiştir. Araştırmacının karenin açıları 90 derece iken aynı zamanda karşılıklı açıları eşit olur mu?” sorusuna “evet, onunda [*eşkenar dörtgenin*] karşılıklı açıları eşit” demiş ve araştırmacının “bu yüzden mi eşkenar dörtgen ailesine dâhil olabilir?” sorusuna “tüm kenarları eşit eşkenar dörtgenin onun için girebiliyor, köşegenler arasındaki açı eşit onun için girebiliyor, karşılıklı

açıları eşit hepsinin” cevabını vermiştir. Araştırmacının karenin karşılıklı açılarının mı tüm açılarının mı eşit olduğunu sorması üzerine “tüm açıları eşit karşılıklı açıları da eşit” cevabını vermiştir. Araştırmacının tekrardan “bu yüzden mi kare eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi?” sorusunu ise başıyla onaylamıştır. Ayşe’nin ilk ifadesinde her iki şekil için aynı olan bir özelliği söyledikten sonra eşkenar dörtgenin kareye göre daha esnek olan bir özelliğinden bahsetmesi onun yaptığı çizimi özellikleri dikkate yaptığını göstermektedir. Yani Ayşe iki şekil sınıfını özellik odaklı karşılaştırmış bunun sonucunda eşkenar dörtgenin açı özelliklerinin daha kapsamlı olduğunu düşündüğü için eşkenar dörtgenin kareyi kapsadığını ifade etmiştir. Onun eşkenar dörtgenin kareyi kapsadığını anlamasında önemli olan nokta ise tüm kenarların eş olmasının karşılıklı kenarlarının eş olmasını da gerektirdiğini özümsemiş olmasıdır. Ayşe bu bilgiyi kullanabildiği için de karenin eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu ifade edebilmektedir.

Ayşe’nin karenin eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu ifade etmesinin ardından araştırmacı matematiksel bir ifadeyi nasıl açıkladığını anlamak için Ayşe’ye “o zaman kare her zaman bir eşkenar dörtgen midir?” sorusunu yöneltmiştir. Bunun üzerine Ayşe “evet, [...], eşkenar dörtgen ailesine giriyor, eşkenar dörtgenin özellikleriyle aynı” cevabını vermiştir. Ardından “eşkenar dörtgen her zaman bir kare midir?” sorusuna “belli kısıtlar altında, köşegen uzunlukları aynı olacak, açıları eşit olacak” cevabını vermiştir. Bu ise daha önceki derslerde örneğin ‘kare her zaman bir paralelkenardır’ gibi bir ifadenin birbirinin ikizi olmak yerine aynı aileden olma anlamına geldiğinin açıklanması ile mümkün olmuştur. Dolayısıyla Ayşe’nin özellikleri dikkate alarak eşkenar dörtgenin kareyi kapsadığını söylemesi ve ‘kare her zaman bir eşkenar dörtgendir’ ifadesini açıklarken “eşkenar dörtgen ailesine giriyor” şeklinde bir yorumda bulunması onun şekil sınıflarını özellikleri dikkate alarak yorumlayabildiğini dolayısıyla VH2 düzeyinde bir muhakemeye yürüttüğünü göstermektedir.

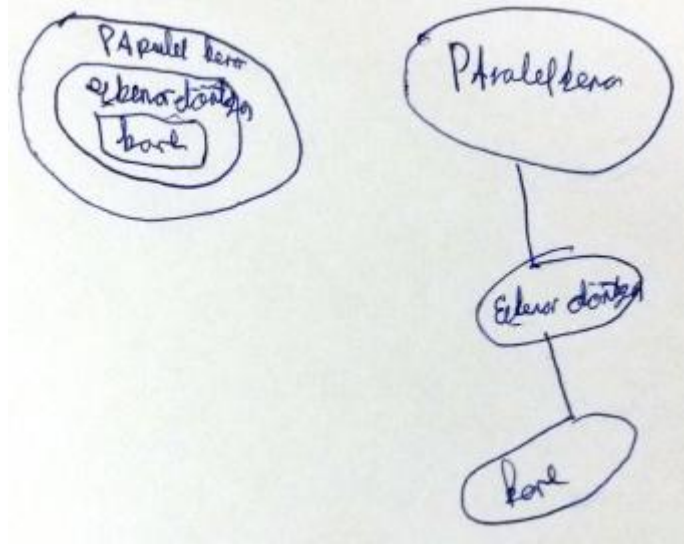
#### **4.2.4 Kare-Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması**

Eşkenar dörtgen katılımcıların genelde kareye benzettikleri ancak görüntüsü sebebiyle bazen de paralelkenara benzettikleri bir şekildir. Bu ise öğrencilerin hangi şekil sınıfının daha kapsamlı olduğunu anlamalarını engellemektedir. 5. derste öğrencilere kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Öncelikle diğer derslerde olduğu gibi katılımcılara tahmin & kontrol etkinliği uygulanmış ve etkinlikte öğrencilere bazı sorular sorulmuştur. Örneğin Ayşe eşkenar dörtgen üretici ile verilen şekillerin (kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar) hepsini çizebileceğini ifade ettikten sonra denemiş ve eşkenar dörtgen üreticinin paralelkenar çizemediğini görünce sebebini “[çizmeye çalıştığı paralelkenarı

*kastederek*] tüm kenarları eşit olmadığı için” şeklinde açıklamıştır. Bunun üzerine araştırmacı “eşkenar dörtgen üreticisine paralelkenar çizebilmesini sağlayacak bir esneklik versem bu ne olurdu? Nasıl bir esneklik vermem gerekir?” sorusuyla Ayşe’yitersten düşünmeye sevk etmiş ve Ayşe “kenarları farklı olabilir, burası [*bir çift karşılıklı kenarı işaret ederek*] iki ise, burası [*diğer karşılıklı kenar çiftini işaret ederek*] beş olacak” cevabını vermiştir. Ayşe’nin ilk önce eşkenar dörtgen üretici ile tüm şekilleri çizebileceğini düşünmesine rağmen bilgisayar ortamında bunu kontrol etmesi verdiği cevap üzerinde düşünmesini sağlamış ve eşkenar dörtgen üreticinin sadece tüm kenarları eşit olan şekiller çizbildiği için paralelkenar çizemeyeceğini anlamasına yardımcı olmuştur. Ayrıca araştırmacının eşkenar dörtgen üreticiye paralelkenar çizebilmesi için nasıl bir esneklik verilmesi gerektiğini sorması üzerine Ayşe meseleyi tersten de düşünebilmiş ve bunun sonucunda eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eş olarak büyüüp küçüldüğü gibi kenar uzunluklarına dair bir özelliği figüre dayalı muhakeme ile ele alabilmiştir.

Öğretimde paralelkenar üreticiye gelindiğinde ise katılımcılar verilen tüm şekilleri (kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar) çizebileceklerini ifade etmişlerdir. Örneğin Efe paralelkenar üretici ile tüm şekilleri çizebileceğini düşünmesinin sebebini “[*paralelkenara*] istediğimiz gibi esneklik verebiliyoruz” diyerek açıklamaya çalışmıştır. Araştırmacının paralelkenar üreticinin bu esnekliği dikkate alındığında üretebildiği şekillerin ortak özelliğinin ne olduğunu sorması üzerine Efe “hepsinin karşılıklı kenarları birbirine paralel, karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit ve karşılıklı açıları aynı” şeklinde cevap vermiştir. Yani Efe paralelkenarın esnek bir yapıda olmasının sebebini paralelkenarın özelliklerindeki esneklikten kaynaklandığını anlayabilmiştir.

Tahmin&Kontrol-4 etkinliğinden sonra öğrencilerden daha önce kare-dikdörtgen-paralelkenar için oluşturdukları yapıyı bu sefer kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar için, şekillerin esneklik ve kısıtlılıklarını dikkate alarak, oluşturmaları istenmiştir. Her iki öğrenci de istenilen yapıyı başarılı bir şekilde çizebilmiştir (Örneğin Efe’nin çizimi bkz. Şekil 4.11).



**Şekil 4.11** Efe'nin Kare-Eşkenar Dörtgen-Paralelkenar için Çizdiği Hiyerarşik Yapı.

Öğrenciler istenilen hiyerarşiyi oluşturduktan sonra onlara bu yapıda bulunan şekillerin birbirleriyle olan ilişkilerini ne ölçüde anladıklarını test etmek amacıyla bir takım sorular sorulmuştur. Örneğin “bu yapıya bakarak ‘kare bir paralelkenardır’ ifadesinin doğru olduğunu söyleyebilir miyiz? Neden?” sorusu öğrenciyi bu yapının matematiksel anlamını düşünmeye sevk etmiştir. Sonuç olarak her iki öğrenci de sorulan sorulara istenilen ölçüde cevaplar verebilmiştir. Örneğin aşağıdaki diyalog Efe'nin bu yapıyı nasıl okuduğunu göstermektedir.

172 A: Bu yapıya bakarak “kare bir eşkenar dörtgendir” diyebilir miyim?

173 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet!

174 A: Neden?

175 Efe: Çünkü bu, kare eşkenar dörtgen ailesinin içindedir demek.

176 A: Yani?

177 Efe: Karenin karşılıklı kenarları eşit, karşılıklı açıları eşit ve karşılıklı kenarları  
178 paralel.

179 A: Peki eşkenar dörtgen bir karedir ne demek?

180 Efe: Eşkenar dörtgen kare ailesinin bir üyesidir demek. Bu doğru olmaz.

181 A: Neden?

182 Efe: Çünkü kare üretici ile eşkenar dörtgen üretemeyiz.

183 A: Neden üretemiyoruz?

184 Efe: Çünkü kare her zaman eşit açılı olmalı.

185 A: Peki paralelkenar bir karedir ne demek?

186 Efe: Paralelkenar kare ailesinin bir üyesidir demek ve bu doğru değil.

187 A: Peki çizdiğin bu yapıya bakarak kare bir paralelkenardır diyebilir miyim?

188 Efe: Evet.

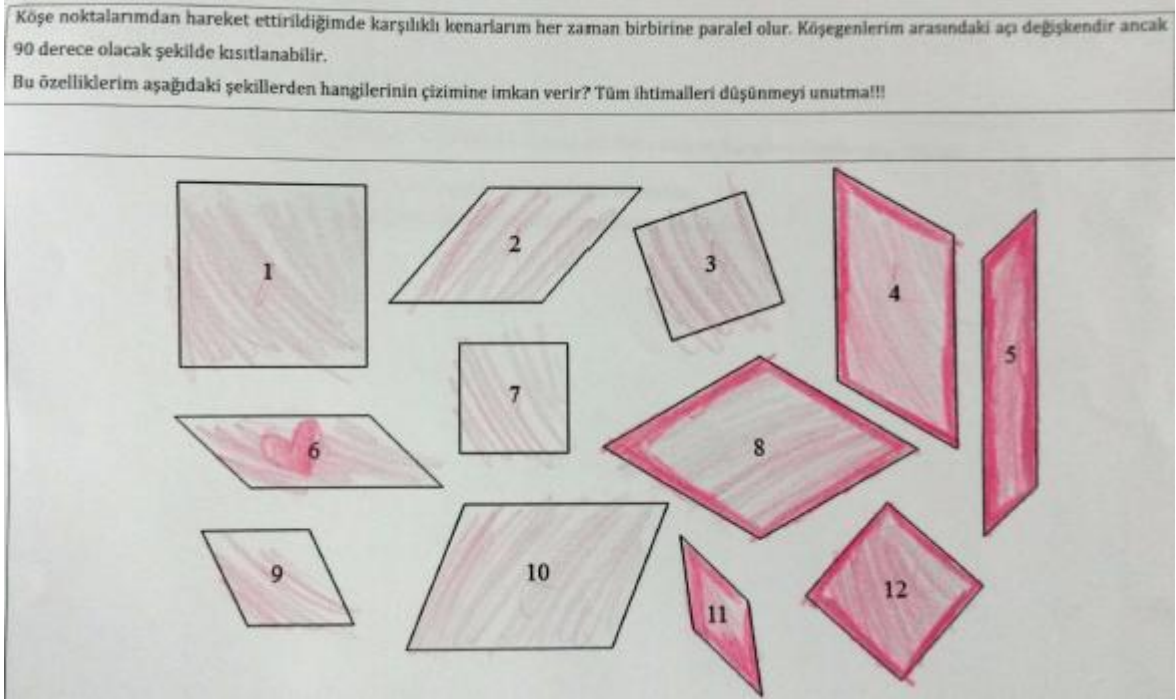


- 189 A: Kare bir paralelkenardır ne demek?  
190 Efe: Kare paralelkenar ailesinin bir üyesidir demek.  
191 A: Neden?  
192 Efe: Karenin karşılıklı kenarları eş ve karşılıklı açıları eş.  
193 A: Yani kare paralelkenar olma koşullarını sağladığı için mi bir paralelkenar?  
194 Efe: Evet.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Efe'nin "kare bir eşkenar dörtgendir" ifadesini eşkenar dörtgen ailesinin kareyi kapsaması dolayısıyla doğru bulduğu görülmektedir (Satır #172-#175). Bunun sebebini ise karenin eşkenar dörtgen olma koşullarını (Satır #177-#178) sıralayarak açıklamaya çalışmıştır. Ardından eşkenar dörtgenin neden bir kare olmadığını açıklamaya çalışmış ama burada bilgisayar ortamında yaptıklarının etkisiyle cevap vermeye çalışmış (Satır #179-#182) ve araştırmacının tekrar nedenini sorması üzerine karenin özelliklerini düşünerek cevap verebilmiştir (Satır #184). Efe çizdiği yapıdan hareketle sorulan "paralelkenar bir karedir" (Satır #185-#186) ve "kare bir paralelkenardır" (Satır #187-#194) ifadelerinin de ne anlama geldiğini özellikleri dikkate alarak açıklayabilmiştir. Burada dikkat çeken husus öğrencinin matematiksel bir ifadeyi açıklarken meseleyi bir ailenin üyesi olma ve bir özelliğin diğerini daima gerektirmesi mantığına dayandırmasıdır ki bu durum öğrencilerin VH1 düzeyinden VH2 düzeyine geçişini sağlamıştır.

Öğrencilerin mantıksal çıkarım yapmasını sağlayarak, VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesini geliştirmek amacıyla öğretime kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar ile ilgili bilmecelerle devam edilmiştir. Öğrenciler bilmecelerde sorulan şekil sınıflarının hangileri olduğunu doğru tahmin edebilmiş, bilmecede verilen özellikleri dikkate alarak bu sınıfa ait olduğunu düşündükleri şekillerin hepsini boyamışlardır. Burada dikkat çeken nokta öğrencilerin şekil sınıflarını ayrı değil birbirini içeren yapıda düşünebilmesidir. Bu sebeple her iki öğrenci de örneğin "karşılıklı açıları eştir ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirildiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegen uzunlukları değişkendir ancak köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derecedir" bilmecesinde sorulan şekil sınıfının eşkenar dörtgen ailesi olduğunu, kare ve eşkenar dörtgenlerin bilmecedeki özellikleri sağladığından bu ailede bulunması gerektiğini ifade etmişlerdir. Ayrıca her öğrenci bilmecedeki şekil sınıfına hangi şekilleri neden dâhil ettiklerini açıklayabilmiştir. Örneğin Ayşe verilen bilmeceyi (bkz. Şekil 4.12) okuduktan sonra bu bilmecedeki şekil ailesinin "paralelkenar ailesi" olduğunu ifade etmiştir. Ardından verilen şekillerin hepsinin bu ailenin içinde olması gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacının 7 numaralı şeklin (bkz. Şekil 4.12) neden bu ailenin bir elemanı olduğunu sorması üzerine Ayşe "köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak

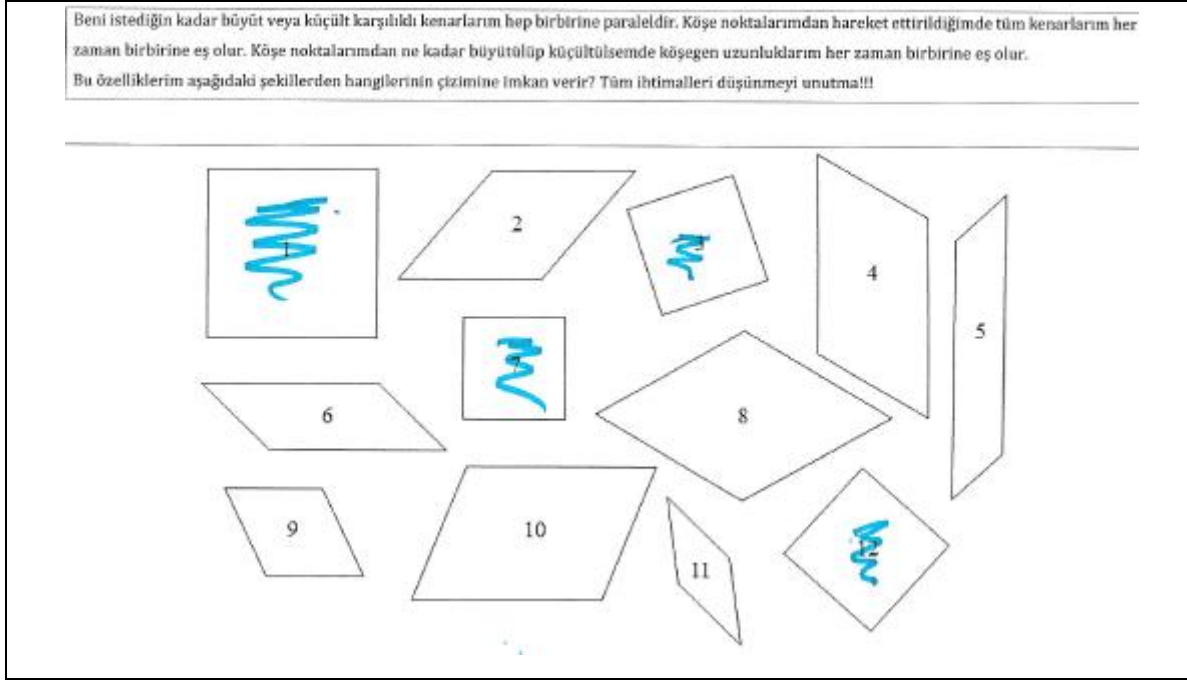
[bu kısmı okurken vurgulamıştır] 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe’nin cevabı kareyi paralelkenar ailesine dâhil ederken özellikler üzerinde düşünerek hareket ettiğini dolayısıyla figüre dayalı bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir. Araştırmacının 9 numaralı şeklin bilmecedeki hangi özelliğe göre paralelkenar ailesinde olması gerektiğini düşündüğünü sorması üzerine Ayşe bilmecenin ilk kısmını tekrar ederek “evet bunda [9 numaralı şekilde] da paralel olur” şeklinde cevap vermiştir.



**Şekil 4.12** Ayşe’nin Bilmeceler-2 Etkinliğinden Bir Kesit.

Bilmeceler öğrencilerin bir şekli tanımlamak için tek bir özelliğin yeterli olmayabileceğini başka özelliklerin de gerekli olabileceğini anlamalarına yardımcı olmuştur. Örneğin Efe bilmecelerdeki şekil sınıfının hangisi olduğunu tahmin ederken ilk bilmecedeki (bkz. Şekil 4.13) şekil sınıfının kare ailesi olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacının neden kare ailesi olduğunu sorması üzerine Efe “tüm kenarlarım her zaman birbirine eş olur diyor” şeklinde cevap vermiştir. Bunun üzerine araştırmacının “o halde eşkenar dörtgen de olamaz mı?” sorusuna “ama istediğin kadar büyült veya küçült köşegenlerimin uzunlukları her zaman birbirine eştir diyor” şeklinde cevap vermiştir. Efe’nin ifadesi kare sınıfını tanımlamak için gerekli olan “tüm kenarların eş olması” özelliğini göz önünde bulundurduğunu, eşkenar dörtgeninde aynı özelliğe sahip olduğunun hatırlatılmasıyla bu iki şekil sınıfını karşılaştırarak karenin eşkenar dörtgen ile arasında köşegen uzunluklarının eş olması gibi bir farkının

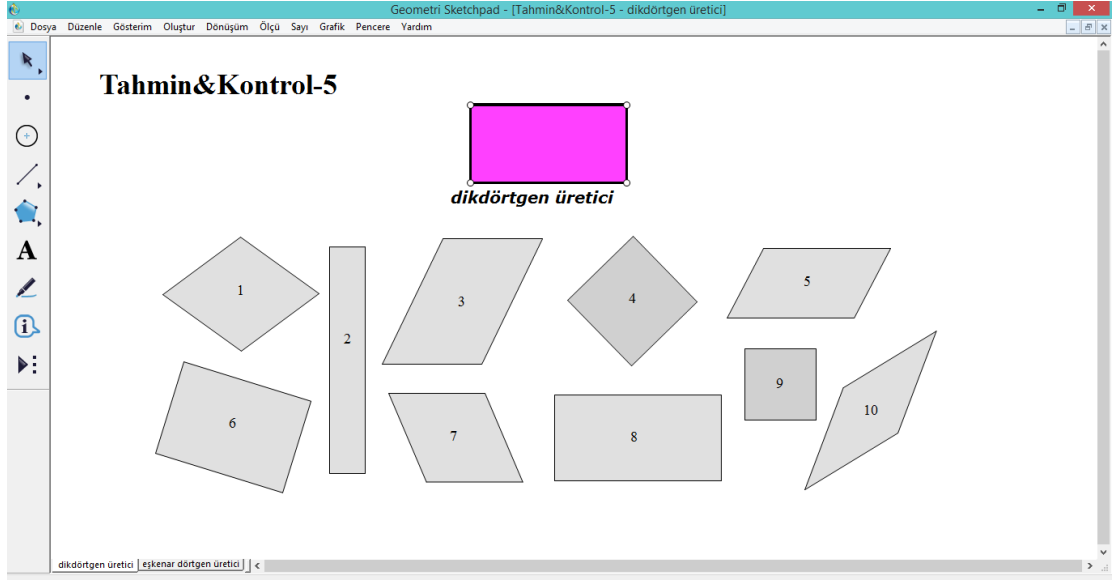
bulduğunu ifade etmesi onun şekil sınıflarını özellikler üzerinden karşılaştırabildiğini, dolayısıyla VH2 düzeyinde bir muhakemeye sahip olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.13 Efe'nin Bilmeceler-2 Etkinliğinden Bir Kesit

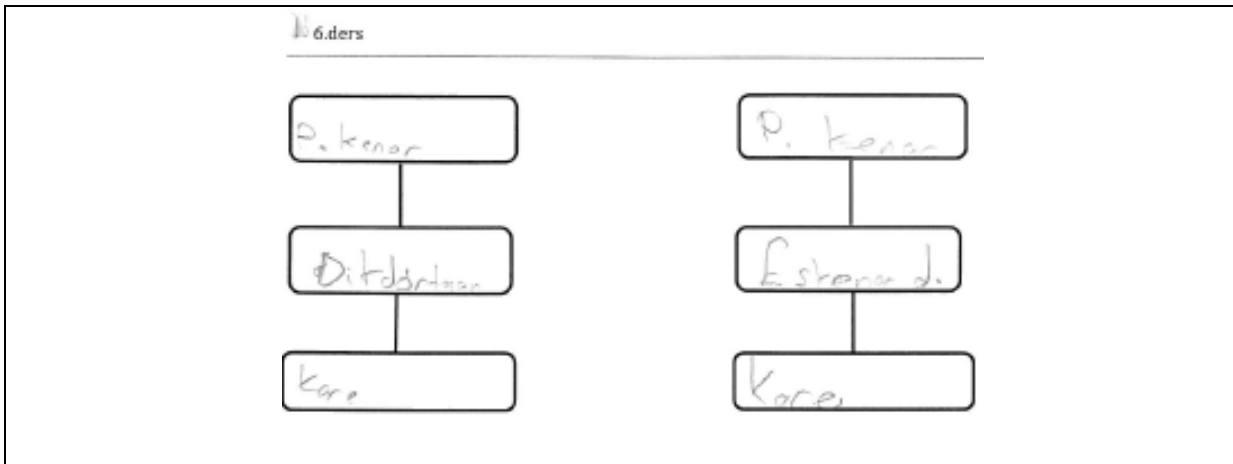
#### 4.2.5 Dikdörtgen ile Eşkenar Dörtgen Arasındaki Farkın Anlaşılması

Öğrenciler her ne kadar şimdiye kadar yapılan etkinliklerde dikdörtgen ile eşkenar dörtgeni ayrı ayrı incelemiş olsalarda oluşturdukları iki yapıyı anlamlı bir şekilde birleştirmeleri için dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasındaki farkı ayrıntılı olarak incelemeleri gerekmektedir. Bu sebeple öğretimde öğrencilere dikdörtgen ve eşkenar dörtgen için hazırlanan tahmin & kontrol etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte her iki öğrenci de dikdörtgenin sadece kare ve dikdörtgen üretebildiğini eşkenar dörtgen ve paralelkenar üretemediğini, eşkenar dörtgenin de sadece kare ve eşkenar dörtgen üretilip paralelkenar ve dikdörtgen üretilmediğini ifade etmişlerdir. Ayrıca bu ifadelerini özellikleri göz önünde bulundurarak açıklamışlardır. Örneğin Ayşe eşkenar dörtgenin neden dikdörtgen çizemediğini “çünkü [eşkenar dörtgenin] kenarları aynı” şeklinde açıklamıştır. Buna ek olarak Efe de dikdörtgen üreticinin neden eşkenar dörtgen üretilmediğini “10 numaralı şekil eşkenar dörtgen onun açıları değişik ama dikdörtgen üreticinin açılarını değiştiremiyoruz her zaman 90 derece oluyor” (bkz. Şekil 4.14) şeklinde açıklamıştır.

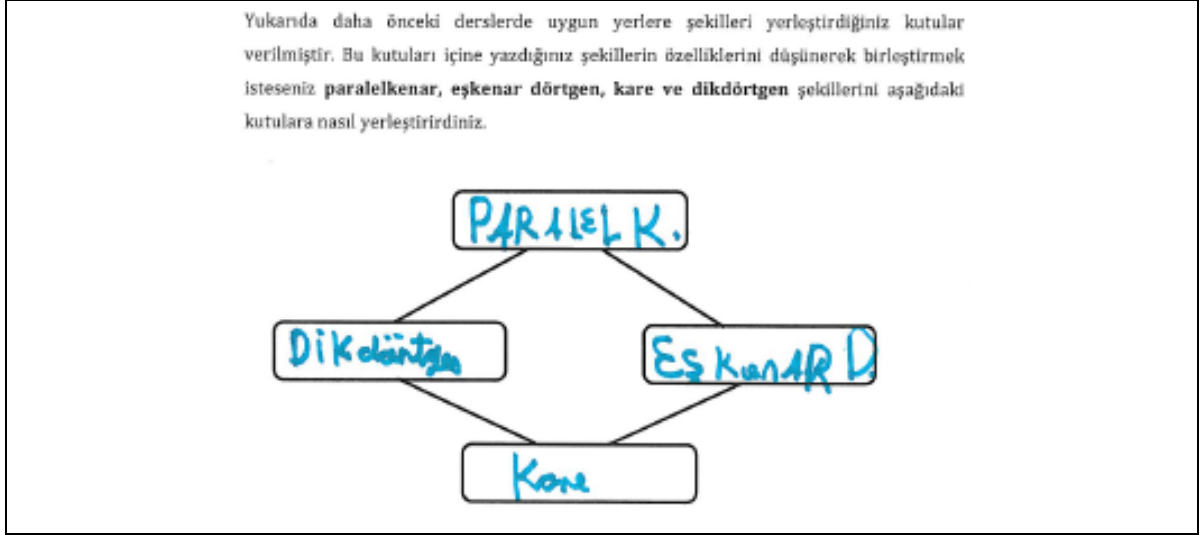


**Şekil 4.14** Tahmin & Kontrol-5 Etkinliği.

Bu etkinliğin ardından öğrencilere daha önce çizdikleri hiyerarşik ilişkilere dair yapılar boş olarak verilmiş ve bunları doldurmaları istenmiştir. Her iki öğrencide daha önce oluşturmuş oldukları bu iki yapıyı kolaylıkla doldurabilmişlerdir (Örneğin Ayşe için bkz. Şekil 4.15). Sonrasında yeni boş bir yapı daha verilerek şimdiye kadar inceledikleri dört özel dörtgeni bu yapıya şekillerin özelliklerini dikkate alarak yerleştirmeleri istenmiştir. Her iki öğrenci de bu yapıyı tam olarak aynı şekilde doldurmuşlardır (Örneğin Efe için bkz. Şekil 4.16).



**Şekil 4.15** Ayşe'nin Etkinliğinden Bir Kesit.



Şekil 4.16 Efe'nin Etkinliğinden Bir Kesit.

Öğrenciler dörtgenleri verilen yapıya yerleştirdikten sonra neden bu şekilde bir yerleşim seçtikleri sorulmuştur. Her iki öğrenci de benzer cevaplar vermiştir. Örneğin aşağıda verilen diyalog Ayşe'nin dörtgenleri bu yapıya neyi dikkate alarak yerleştirdiğini göstermektedir.

- 195 A: Bu aradaki çubuklar ne anlama geliyor?
- 196 Ayşe: Kapsıyor.
- 197 A: Hangisi hangisini kapsıyor?
- 198 Ayşe: Paralelkenar; dikdörtgen, eşkenar dörtgen bir de kareyi kapsıyor, hepsini
- 199 kapsıyor. Dikdörtgen kareyi kapsıyor, eşkenar dörtgen kareyi kapsıyor.
- 200 A: Peki eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında bir çizgi olmalı mı?
- 201 Ayşe: Hayır!
- 202 A: Neden?
- 203 Ayşe: Çünkü hiçbirini hiçbirini kapsamıyor, ikisi de birbirini kapsamıyor.
- 204 A: Bunu hangi özelliğe bakarak söyleyebiliyorsun?
- 205 Ayşe: Birisinin [eşkenar dörtgen] kenarları eşit birisinin [dikdörtgen] kenarları eşit
- 206 değil; eşkenar dörtgenin karşılıklı açıları aynı, dikdörtgen de tüm açıları 90.
- 207 A: O yüzden bir ilişki olamaz diyorsun.
- 208 [Ayşe evet anlamında başını sallamıştır].

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ayşe'nin eşkenar dörtgen ile dikdörtgeni hiyerarşikyapıda aynı seviyede yazmasının sebebinin bu iki şeklin kareyi kapsayıp paralelkenar tarafından kapsanmalarına bağladığı görülmektedir (Satır #197-#199). Ayrıca Ayşe'nin neden dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki olmadığını, yani neden bu iki şeklin birbirlerini kapsamadıklarını özelliklerini düşünerek açıklayabildiği görülmektedir (Satır #200-#208). Dolayısıyla diyebiliriz ki Ayşe dikdörtgen için gerekli olan tüm açılarının

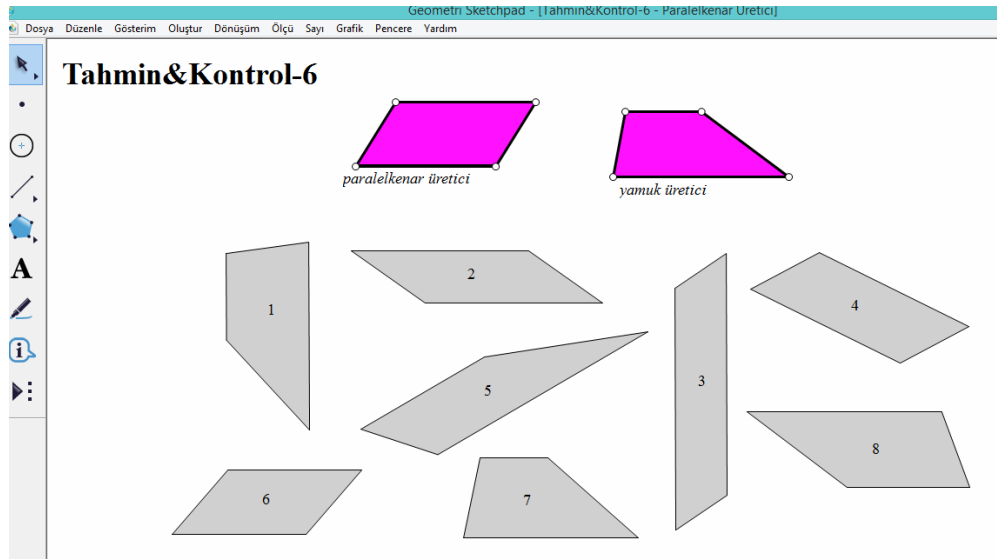
90 derece olması özelliği ve eşkenar dörtgen için gerekli olan tüm kenarların eş olması özelliğinden dolayı bu iki şeklin birbirlerini kapsayamayacağını anlamıştır. Bu ise Ayşe'nin artık şekil sınıfları arasındaki ilişkileri incelerken o sınıfın özelliklerini göz önünde bulundurarak düşündüğünü dolayısıyla derin soyutlama yapabildiğini göstermektedir.

#### 4.2.6 Paralelkenar ile Yamuk Arasındaki İlişkinin Yapılandırılması

İlk mülakatta öğrenciler yamuğun nasıl bir şekil olduğu sorusuna “yamuk, eğik, değişik, garip bir şekil” gibi ifadelerle cevap vermeye çalışmışlardır. Öğrencilerin yamuğu tanımlarken kullanmış oldukları bu ifadeler onların yamuğu görünüşüne göre, VH0 seviyesinde, değerlendirdiklerini göstermektedir. Ayrıca yamuğun özelliklerinin ne olduğu sorulduğunda her iki öğrencide yamuğun tüm kenarlarının farklı olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin yamuk ile ilgili bilgileri dikkate alındığında onların yamuğun hiyerarşik yapıdaki yerini anlayabilmeleri için öncelikle yamuğun özelliklerini öğrenmeleri gerektiği düşünülmüş ve müfredat buna göre düzenlenmiştir.

Öğrencilerin yamuk ile diğer şekiller arasındaki ilişkileri anlamaları için öncelikle öğrencilere yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Yani eğer öğrenci yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkileri anlayabilirse, yamuğun paralelkenar ailesine dâhil olan diğer şekiller ile ilişkisini de anlayabilir diye düşünülmüştür. Aksi takdirde yani yamuk ile diğer şekillerin tek tek karşılaştırılması halinde öğrencinin yamuğun özelliklerine odaklanmasının daha zor olacağı düşünülmüştür. Bu sebeple bu kısımdaki öğretime sadece yamuk ve paralelkenar üreticinin kullanıldığı Tahmin & Kontrol-6 (Şekil 4.17) etkinliği ile başlanmıştır. Öğrencilerden ilk önce verilen şekillerden (paralelkenar ve yamuk) hangilerini paralelkenar üretici ile, sonrasında aynı şekillerden hangilerini yamuk üretici ile çizebileceklerini tahmin etmeleri istenmiştir. Her iki öğrenci de paralelkenar üretici ile verilen şekillerden sadece paralelkenarların çizebileceğini çünkü paralelkenar üreticinin sadece karşılıklı kenarları eşit olan şekiller çizmeye izin verdiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin yorumları onların paralelkenarı sadece görünüşüne göre değil özelliklerini dikkate alarak değerlendirebildiklerini yani iki farklı şekil sınıfını özellik karşılaştırması yaparak inceleyebildiklerini göstermektedir. Ancak yamuk üreticinin hangi şekilleri üretebileceği sorulduğunda öğrenciler zihinlerindeki yamuk prototipinden dolayı yamuk üretici ile verilen şekillerden sadece yamukları üretebileceklerini ifade etmişlerdir. Örneğin Efe neden sadece yamukların üretebileceğini düşündüğü sorulduğunda “yamuk üretici tüm kenarları eşit olmayan şekiller çizebilir, sadece yamuk şekiller çizebilir” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe ise “[yamuk üretici için] tüm kenarları farklı, bunun [paralelkenarın] iki kenarı aynı [diğer] iki

kenarı [da] aynı” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencilerden yaptıkları tahminin ardından yamuk üretici ile paralelkenar çizmeye çalışmaları istenmiştir. Öğrenciler yamuk üretici ile paralelkenar üretebileceğini gördükten sonra araştırmacı hangi kısıt altında yamuk üreticinin bir paralelkenar üretebildiğini sormuştur. Ayşe yamuk üreticinin karşılıklı kenarları ve karşılıklı açıları eş olacak şekilde kısıtlandığında bir paralelkenar üretebildiğini ifade ederken Efe “[yamuk üretici için] kenarlarını ve iç açılarını istediğimiz gibi değiştirebiliyoruz” ifadesini kullanmıştır. Burada Ayşe’nin yamuk ile paralelkenar arasında nasıl bir ilişki olduğunu özellikler üzerine düşünerek anlamlandırmaya çalıştığı ancak Efe’nin yamuk üreticinin hareket özelliklerine takılarak yani çizimden hareketle yorum yapmaya çalıştığı görülmektedir. Bu mesele yamuğun özellikleri araştırıldıktan sonra tekrar ele alınmış ve her iki öğrencinin yorumları ilerleyen paragraflarda verilmiştir.



**Şekil 4.17** Tahmin & Kontrol-6 Etkinliği.

Tahmin & Kontrol-6 etkinliğinden sonra katılımcılar bilgisayar ortamında yamuğun özelliklerini ayrıntılı olarak incelemişlerdir. İlk olarak yamuğun kenar uzunlukları incelenmiş ve her iki öğrenci de yamuğun kenar uzunluklarının farklı olduğunu ifade etmiştir. Ardından öğrenciler yamuğun açı özelliklerini incelemiş ve bu özelliği “kenar açıları her zaman değişken ama bazı açıları aynı yapabiliyoruz, mesela tüm açıları aynı yaparsak kare ya da dikdörtgen olur” (Efe), “her biri farklı” (Ayşe) şeklinde açıklamışlardır. Ayrıca öğrenciler bilgisayarda yamuğun köşegen özelliklerini de incelemişler ve benzer açıklamalar yapmışlardır. Örneğin Efe yamuk üreticiyi bir müddet hareket ettirdikten sonra bilgisayar ekranında verilen köşegen uzunluklarını da dikkate alarak “köşegenleri istediğimiz zaman eşit olabilir, rastgele oynattığımızda eşit olmuyor ama ayarlarsam eşit olabiliyor” şeklinde bir

açıklama yapmıştır. Ardından yamuk üreticiyi hareket ettirerek yamuğun köşegenleri arasındaki açının değişimini incelemiş ve “köşegenlerinin arasındaki açı her zaman değişiyor” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Efe'nin bilgisayar ortamında verilen ölçümlere de dikkat ederek yamuğun köşegenlerini incelemesi her ne kadar çizim düzeyinde olsa da onun yamuğun köşegen özelliklerini anlamasına yardımcı olmuştur. Yamuğun özelliklerinin araştırılmasının ardından araştırmacı paralelkenarda köşegenler arasındaki açının nasıl olduğunu sormuş ve Efe “paralelkenarda [*yamukla*] aynıydı” deyince araştırmacı bu sefer paralelkenarın köşegen uzunluklarının nasıl olduğunu sormuş ve Efe “köşegen uzunlukları farklı büyüyordu ama eşit de olabiliyordu” cevabını vermiştir. Araştırmacı aynı şekilde tüm özellikler için paralelkenarın nasıl olduğunu sormuş ve yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkileri kısıtlılık ve esneklik çerçevesinde incelemek için zemin hazırlamaya çalışmıştır.

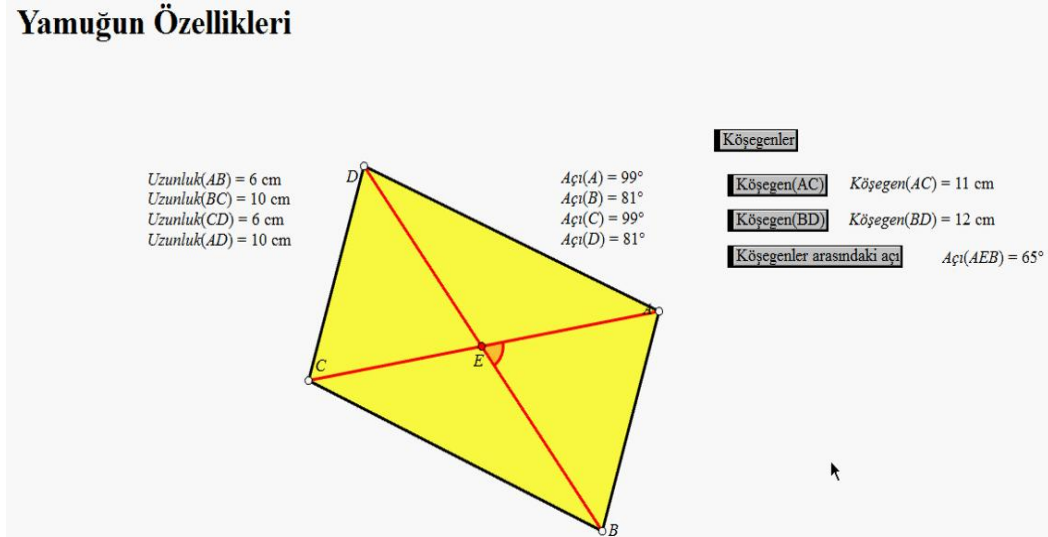
Her iki öğrenci de yamuğun özelliklerini araştırdıktan ve paralelkenarda bu özelliklerin nasıl olduğunu ifade ettikten sonra öğrencilere yamuğun hangi kısıt altında bir paralelkenar olabileceği sorulmuştur. Efe bu soruya “karşılıklı açıları ve karşılıklı kenar uzunlukları eşit olsaydı” cevabını vermiştir. Efe'nin bilgisayar ortamında yamuğun özelliklerini paralelkenar ile karşılaştırarak ayrıntılı olarak incelemesi yamuğun karşılıklı açı ve karşılıklı kenarlarının eş olduğu durumda bir paralelkenar olacağını anlamasını sağlamıştır. Ayşe ise yamuğun hangi kısıtlar altında bir paralelkenar olduğu sorusu karşısında duraksayınca araştırmacı yamuk üretici ile bir paralelkenar çizmesini istemiş ve Ayşe önce yamuk üretici ile görsel olarak karar verdiği bir paralelkenar çizmiş (Şekil 4.18) sonrasında bunun üzerinden konuşmaya başlamıştır. Aşağıdaki diyalog Ayşe'nin bu mesele için yaptığı yorumları göstermektedir.

- 209 A: Yamuk hangi kısıtlar altında bir paralelkenar olabilir? Yamuk üretici ile bir  
210 paralelkenar çizebilir misin?
- 211 Ayşe: Çizerim, belki.
- 212 [*Yamuk üretici ile rastgele bir paralelkenar çizdikten sonra*]
- 213 Ayşe: Bu paralelkenar mı?
- 214 A: Öyle mi? Paralelkenarın özelliği ne? Şu an ekrandaki özelliklere baktığımda bir  
215 paralelkenar olur mu bu?
- 216 Ayşe: Evet olur.
- 217 A: O zaman hangi kısıtları koyunca yamuk paralelkenar oluyor?
- 218 Ayşe: Açılarında bir şey olmayacak [*ekrandaki köşegen uzunlukları ve köşegenler*  
219 *arasındaki açıyı işaret ederek*]
- 220 A: Açılarında bir şey olmayacak ne demek? Köşegenler arasındaki açı ile köşegen  
221 uzunlukları fark etmiyor diyorsun?



222 Ayşe: Evet, sadece açıları [ekrandaki ölçümleri işaret ederek] 99 ise 99, 81 ise 81  
223 olacak öyle, bir de AD ile CB aynı olacak, DC ile AB aynı olacak.

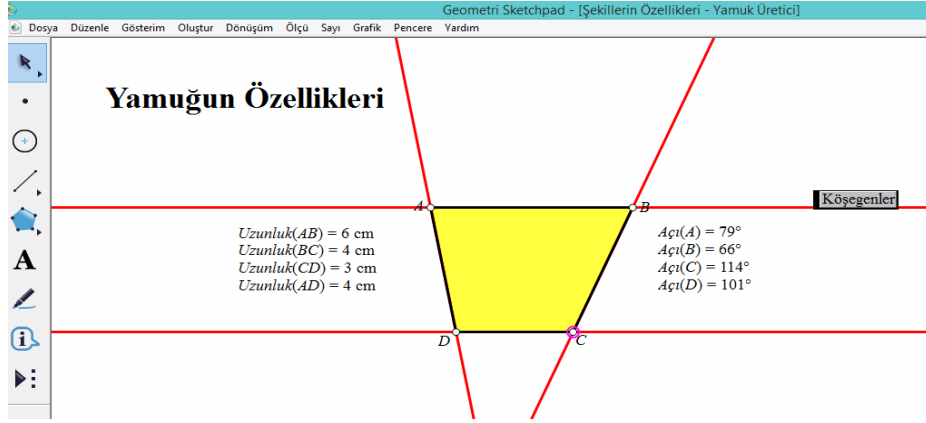
Ayşe her ne kadar Tahmin& Kontrol-6 etkinliğinde deneyerek görmüş olsa da burada yamuk üreticiden bir paralelkenar üretilebileceği konusunda emin olamamış(Satır #211) ve görsel olarak paralelkenara benzeyen bir şekil çizdikten sonra bunun paralelkenar olup olmadığını sormuştur (Satır #212-#213). Araştırmacı ise öğrenciyi “paralelkenarın özelliği ne? Şu an ekrandaki özelliklere baktığında bir paralelkenar olur mu bu?” sorusuyla özellik odaklı düşünmeye teşvik etmiş,bunun üzerine Ayşe çizdiği şeklin paralelkenar olduğunu ifade edebilmiştir. Araştırmacının tekrardan hangi kısıtlar altında yamuğun bir paralelkenar olabileceğini sorması üzerine ise Ayşe sırasıyla ekrandaki ölçümleri işaret ederek yamuk üreticiye koyulan kısıtları açıklamıştır (Satır #217-#223). Ayşe'nin yamuğun hangi kısıtlar altında bir paralelkenar olduğunu açıklamasında ilk önce yamuk üretici ile paralelkenar üretilebileceğini görmesi (Satır #212-#216) ve buna ikna olduktan sonra özelliklere odaklanması etkili olmuştur. Öğrencilerin Tahmin& Kontrol-6 etkinliğinin tahmin aşamasında yamuk üretici ile paralelkenar üretilemeyeceğini söylemelerinin ardından yamuğun özelliklerini inceleyip bu özellikleri paralelkenar ile karşılaştırmaları onların özellikleri dikkate alarak iki şekil sınıfını karşılaştırabilmelerini sağlamıştır.



**Şekil 4.18** Ayşe'nin Çiziminden Bir Kesit.

Öğrencilerden yamuğun kenar, açı ve köşegen özelliklerini araştırdıktan sonra paralellik özelliğini incelemeleri istenmiştir. Burada öğrencilere kenar uzunluklarına göre değil kenarların üzerinde buldukları doğruların birbirine paralel olup olmadığına yani bu doğruların kesişip kesişmediklerine bakmaları istenmiştir (bkz. Şekil 4.19).Yamukta paralelliğin diğer şekillerde olduğu gibi kenar uzunluklarından hareketle değil de doğruların

birbirini kesip kesmemesine göre araştırılmasının sebebi öğrencilerin yamuğun farklı kenar uzunluklarına sahip olduğunu düşünerek hiçbir kenarının birbirine paralel olmadığı sonucunu çıkarmalarını engellemektir. Bu özellik incelenirken her iki öğrenci de yamuğun kenarlarının üzerinde bulunduğu doğruları incelemiş ve yamuğun sadece bir çift kenarının her zaman birbirine paralel olduğunu ifade etmişlerdir.

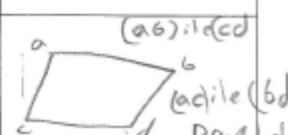


**Şekil 4.19** Yamuğun Özellikleri Etkinliği.

Öğrenciler yamuğun özelliklerini inceledikten sonra yamuğu paralelkenar ile karşılaştırarak ilerleyecekleri bir özellik tablosu doldurmaları istenmiştir. Her iki öğrenci de verilen tabloyu benzer şekilde doldurmuştur (Şekil 4.20 ve Şekil 4.21). Ardından öğrencilere bu özelliklere göre yamuk ile paralelkenarın hangisinin daha esnek hangisinin daha kısıtlı olduğu sorulmuştur. Buradaki amaç öğrencilerin yamuğun özelliklerindeki esnekliği görerek yamuğun paralelkenarı kapsadığını fark edebilmeleri yani özelliklere odaklanarak şekil sınıfları arasındaki kapsamayı anlayabilmeleridir. Ancak öğrenciler her ne kadar şekil üreticileri ile uğraşırken (çizime göre muhakeme yaptıkları için) yamuğun en esnek şekil olduğunu ifade etmiş olsalarda özellikleri karşılaştırırken paralellik özelliği için yamuğun daha kısıtlı olduğunu ifade etmişlerdir. Bu sebeple öğrencilerin yamuğun paralellik özelliğine göre de paralelkenarı kapsadığına odaklatılması ihtiyacı doğmuştur. Yani öğrencilerin bir çift kenarın paralel olması durumunun iki çift kenarın paralel olması durumunu kapsadığını anlamaları gerekmiştir. Çünkü ancak bu sayede paralelkenarın yamuğun tüm özelliklerini sağladığı için bir yamuk olduğunu anlayabilirler.

	Yamuk	Hangisi daha kısıtlı?		Paralelkenar
		Y	PK	
Özellik 1 (köşegenler)	Farklı ama birer çifttir.			Farklı ama
Özellik 2 (köşegen arası açılar)	Her zaman değişir			
Özellik 3 (kenarlar)	Karşılıklı uzunlukları eşit değildir	X		Karşılıklı kenar uzunlukları eşit
Özellik 4 (iç açılar)	Farklı		X	Karşılıklı açılar eşittir
Özellik 5 (paralellik)	Her iki alt kenar da paraleldir.		X	2 çift kenar paralel

Şekil 4.20 Yamuğun Özellikleri Efe'nin Tablosu.

	Yamuk	Hangisi daha kısıtlı?		Paralelkenar
		Y	PK	
Özellik 1 (köşegenler)	Farklı +			Farklı +
Özellik 2 (köşegen arası açılar)	Değişken +			Değişken +
Özellik 3 (kenarlar)	Eşit değil		+	Karşılıklı kenarları aynı
Özellik 4 (iç açılar)	Farklı		+	Karşılıklı açılar eşit
Özellik 5 (paralellik)	Bir çift kenar paralel	X	+	

Şekil 4.21 Yamuğun Özellikleri Ayşe'nin Tablosu.

Katılımcılar verilen tabloları doldurduktan sonra paralellik özelliği için yamuğun paralelkenara göre daha kısıtlı olduğunu ifade ettiklerinden dolayı onlara yamuğun bu

özelliğinin paralelkenara göre daha esnek olduğunu anlamaları için “yamuğun paralellik özelliği düşünüldüğünde hangi kısıt altında bir paralelkenar üretebilir, iki çift kenarın paralel olması her zaman için bir çift kenarın paralel olmasını gerektirir mi?” gibi düşündürücü sorular sorulmuştur. Bu soruların asıl amacı öğrenciyi derin soyutlama yapmaya sevk etmektir. Örneğin aşağıdaki diyalog Efe'nin düşünmeye sevk eden bu sorular aracılığıyla meseleyi nasıl yapılandırıldığını ortaya koymaktadır.

- 224 A: Sadece paralellik özelliğini düşündüğünde yamuğa hangi kısıtı koyarsam bir  
225 paralelkenar elde edebilirim?
- 226 Efe: İki çift kenarı da paralel olacak şekilde kısıtlayabilirsem.
- 227 A: O zaman yamukta paralelliğe dair nasıl bir esneklik var da istediğim zaman  
228 paralelkenar çizebiliyorum?
- 229 Efe: Alt ve üst kenarları bazen paralel bazen değil, bazen birbirlerini kesiyorlar.
- 230 A: Yani diyorsun ki bir çift paralel kenarı var ama istediğimde iki çift paralel  
231 kenar yapabiliyorum?
- 232 Efe: Evet!
- 233 A: O zaman paralelkenarda iki çift kenar paralel olmak zorundaysa bu onun için  
234 bir kısıt değil midir?
- 235 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet.
- 236 A: Peki iki çift kenarın paralel olması her zaman için bir çift kenarın paralel  
237 olmasını garantiler mi?
- 238 Efe: *[Biraz tereddüt ederek]* Evet.
- 239 A: O halde iki çift kenar paralelse her zaman bir çift kenar zaten paraleldir  
240 diyebilir miyim?
- 241 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet.
- 242 A: O halde özelliklere baktığında ilk özelliklerde yamuk ve paralelkenar aynıydı,  
243 3. ve 4. özellikte yamuk paralelkenarı kapsıyordu peki paralelkenar özelliğine  
244 göre de kapsar mı?
- 245 Efe: Evet.
- 246 A: O zaman paralelkenar yamuk ailesinin bir üyesi olabilir mi?
- 247 Efe: *[Birkaç saniye düşündükten sonra]* Evet.
- 248 A: O zaman her zaman için paralelkenar yamuk ailesinin bir üyesidir diyebilirim  
249 öyle mi?
- 250 Efe: Evet.
- 251 A: Öyleyse *[tabloyu işaret ederek]* paralellik özelliğine göre hangisi kısıtlı hangisi  
252 esnek?
- 253 Efe: Paralelkenar daha kısıtlı yamuk daha esnek.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Efe'nin paralelkenarın paralellik özelliğinin daha kısıtlı olmasını paralelkenar ve yamuk üreticinin hareket özellikleri düşünülerek açıklandığında

anlayabildiği görülmektedir(Satır #224-#235). Ancak bu aşamada Efe'nin meseleyi tam anlamıyla yapılandırdığı söylenemez. Çünkü Efe kenarların bir çiftinin paralel olması durumunun iki çiftin paralel olması durumunu kapsadığını değil, yamuk üreticinin bazen bir çift bazen de iki çift kenarın paralel olmasına izin verdiği için (Satır #229) daha esnek olması durumunu anlamıştır. Dolayısıyla Efe bu aşamada bilgisayar ortamında yaptıklarını düşünmekte ve çizimden hareketle bir muhakeme yürütmektedir. Efe'nin özelliklerin birbirini gerektirdiğinden dolayı yamuğun paralelkenarı kapsadığını anlaması için araştırmacı konuyu özelliklerin birbirini gerektirmesi durumuna çevirmiştir (Satır #236-#237). Bu sayede Efe özellikler üzerine odaklanabilmiş ve bir çift kenarın paralel olmasının iki çift kenarın paralel olması durumunu kapsadığını (Satır #239-#241) bu sebeple de paralelkenarın yamuk ailesinin bir üyesi olduğunu (Satır #242-#250) anlayabilmiştir. Ayrıca Efe son mülakatta da verilen şekillerden (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk) yamukları seçmesi istendiğinde tüm şekilleri işaretlemiş ve bu şekillerin hepsinin yamuk ailesinde bulunduğunu ifade etmiştir. Araştırmacının bu şekillerin neden yamuk ailesinde bulduklarını sorması üzerine bu şekillerin iki çift kenarının paralel olduğunu ve bunun yamuğun bir çift kenarının paralel olması şartını sağladığını ifade etmiştir. Bu ise Efe'nin şekil sınıflarının kapsayan yapısını özelliklerin birbirini gerektirmesi sonucuna bağlayarak açıklayabildiğini dolayısıyla derin soyutlama yaptığını göstermektedir. Sonuç olarak Efe daha önce paralellik özelliğini düşündüğünde yamuğun daha kısıtlı olduğunu ifade ederken artık özelliklerin birbirini gerektirmesi durumunu anladığından paralelkenarın daha kısıtlı olduğunu ifade edebilmektedir (Satır #253).

Öğrenciler paralellik özelliğine göre hangi şeklin diğerini kapsadığını anladıktan sonra onlara “paralelkenar her zaman bir yamuktur” gibi bir ifadenin ne anlama geldiği ve yamuk ile paralelkenarın hiyerarşik yapıda nerede bulunması gerektiği sorulmuştur. Her iki öğrencide sorulan soruları istenilen düzeyde açıklayabilmiş ve hiyerarşik yapıyı kurabilmişlerdir. Örneğin aşağıda verilen diyalog Efe'nin verilen matematiksel bir ifadeden ne anladığı ve hiyerarşik yapıyı nasıl oluşturduğu hakkında bilgi vermektedir.

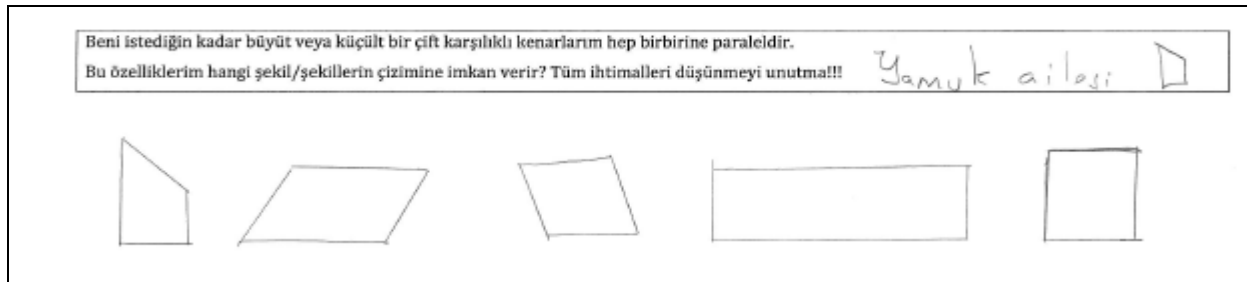
- 254 A: Peki daha önce kare ile dikdörtgeni incelerken matematikte şöyle ifade ederiz  
255 kare bir dikdörtgendir şu anlama gelir falan diye açıklamıştık bunu  
256 paralelkenar ve yamuk için nasıl söyleyebiliriz?
- 257 Efe: Paralelkenar her zaman bir yamuktur.
- 258 A: Bu ne anlama geliyor?
- 259 Efe: Paralelkenar yamuk ailesindedir.
- 260 A: Hangi özelliği düşünerek bunu söyleyebiliyorsun?

- 261 Efe: *[paralelkenarın]* iki çift kenarı paralel, yamuğun bir çift kenarı paralel ama  
262 istediğimiz zaman yamuğun iki çift kenarı da paralel olabiliyor.
- 263 A: Peki hangisi daha kısıtlı hangisi daha esnek?
- 264 Efe: Paralelkenar daha kısıtlı.
- 265 A: Peki bu iki şekli daha önce çizdiğimiz gibi *[hiyerarşik yapıda]* nasıl  
266 çizmeliyiz?
- 267 *[Efe burada yamuk yukarıda paralelkenar aşağıda olacak şekilde bir yapı çizmiştir]*
- 268 A: Peki yamuk her zaman paralelkenar mıdır?
- 269 Efe: Hayır, çünkü öyle dersek yamuk paralelkenar ailesindedir demek olur ve  
270 paralelkenar yamuk ailesini kapsıyor anlamına gelir.
- 271 A: Bu yüzden yanlış bir ifade diyorsun.
- 272 Efe: Evet.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Efe'nin "paralelkenar her zaman bir yamuktur" ifadesini özellikleri dikkate alarak açıkladığı görülmektedir (Satır #257- #262). Bu ise Efe'nin artık 'paralelkenar her zaman bir yamuktur' gibi bir matematiksel ifadeyi ezbere söylemek yerine bu ifadenin paralelkenarın yamuk ailesinin bir üyesi olduğu anlamına geldiğini anlayabildiğini göstermektedir. Buradaki önemli nokta ise paralelkenarın yamuk ailesinin bir üyesi olmasını yamuğun paralellik özelliğinin paralelkenara göre daha esnek olmasına dayandırmasıdır (Satır #261-#262). Yani Efe bir çift karşılıklı kenarın paralel olmasının iki çift karşılıklı kenarın paralel olmasına göre daha esnek olduğunu anlayabilmiştir. Efe'nin bu meseleyi anlamasına yardımcı olan şey ise bir önceki diyalogta sorulan "paralellik özelliğini düşündüğünde yamuğa hangi kısıtı koyarsam bir paralelkenar elde edebilirim, paralelkenarda iki çift kenar paralel olmak zorundaysa bu onun için bir kısıt değil midir?" şeklindeki düşündürücü sorulardır. Ayrıca Efe şekillerin kısıtlı ve esnek olan özelliklerine göre hiyerarşik yapıyı doğru bir şekilde çizebilmekte (Satır #263-#267) ve bu yapı dikkate alınarak sorulan sorulara açıklayıcı cevaplar verebilmektedir. Örneğin "yamuk her zaman bir paralelkenardır" ifadesinin yanlışlığını "öyle dersek yamuk paralelkenar ailesindedir demek olur ve paralelkenar yamuk ailesini kapsıyor anlamına gelir" (Satır #269- #270) şeklinde bir açıklamayla anlatmaya çalışmıştır. Efe'nin cevabı artık onun 'her zaman' vurgusuyla ne anlatılmak istendiğini anladığını göstermektedir. Çünkü daha önce "yamuk her zaman bir paralelkenar mıdır?" sorusuna bilgisayar ortamının etkisiyle "evet, çünkü istediğim her zaman yamuk üretici ile paralelkenar üretebilirim" gibi bir açıklama getirmekteydi. Ancak burada artık bilgisayar ortamının etkisinden kurtulmuş ve 'yamuk her zaman bir paralelkenardır' ifadesinin yamuğun paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğu anlamına geldiği için yanlış olacağını belirterek meseleyi mantıksal bir çerçeveye oturtmayı başarmıştır.

Son olarak öğrencilere şimdiye kadar bilgisayar ortamında yaptıkları üzerine ayrıntılı bir şekilde düşünebilmeleri için tüm şekillerin kullanıldığı bilmeceler verilmiş ve bu bilmecelerdeki özellikleri düşünerek hangi şekillerin bilmecedeki şekil sınıfının bir üyesi olduğunu yazmaları/çizmeleri istenmiştir. Ancak bu kısımdaki bilmeceler daha önceki derslerde verilenlerden farklı bir sırada verilmiştir. Yani daha önce aşağıdan yukarıya doğru bir sıra izlenirken bu kısımda bilmeceler yamuktan kareye doğru yerleştirilmiştir. Buradaki amaç öğrencinin yamuk ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi kurduktan sonra paralelkenarın kapsadığı şekillerin yamuk tarafından da kapsandığını yani diğer şekillerin (dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare) yamuk olma koşulunu sağladıklarını anlayabilmesidir. Bu ise yamuğun özellikleri incelenirken diğer şekillerin hepsini birden yamuk ile karşılaştırmanın zor olacağı düşüncesiyle bu kısma bırakılmıştır.

Öğrenciler verilen bilmeceleri inceledikten sonra bilmecelerdeki şekil sınıflarının hangisi olduğunu ve bu sınıfın hangi şekilleri kapsadığını doğru bir şekilde belirleyebilmişlerdir (Örneğin bkz. Şekil 4.22).



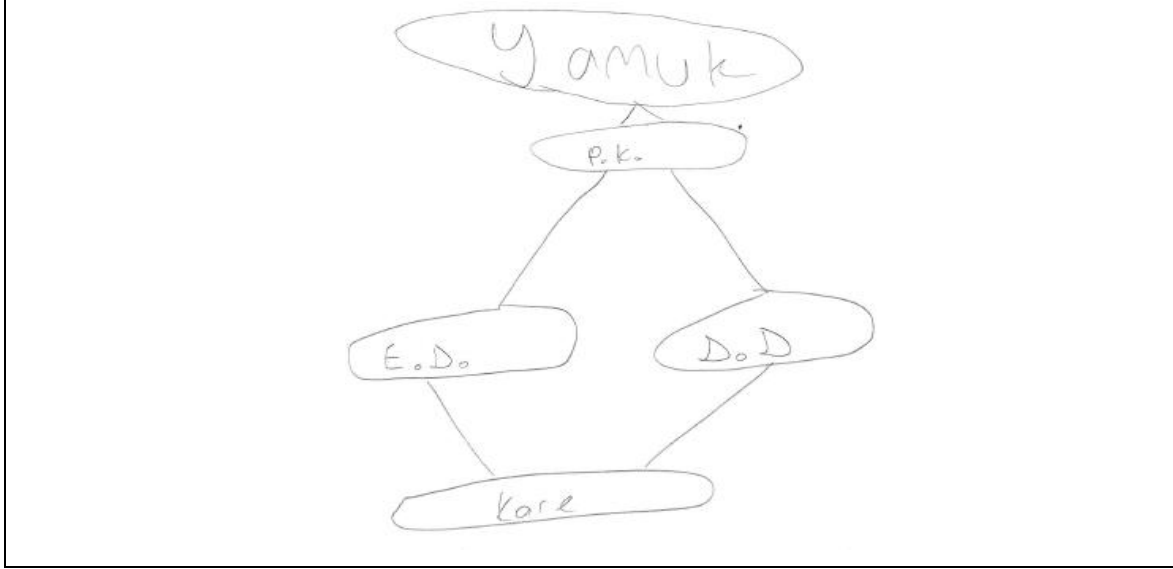
**Şekil 4.22** Ayşe'nin Bilmeceler-3 Etkinliğinden Bir Kesit.

Her iki öğrenci de bilmecelerdeki şekil sınıflarının hangisi olduğunu belirlerken verilen ipuçlarını ayrıntılı olarak incelemişlerdir. Örneğin Efe dördüncü bilmecede (bkz. Şekil 4.23) şekil sınıfını bulmaya çalışırken “karşılıklı açıları eşit diyor paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgen olabilir; ama esnek olduğum için köşegenlerimden hareket ettirildiğimde tüm açıları eş yapabilir diyor o zaman kare ve dikdörtgen olamaz çünkü onların zaten tüm açıları eş; köşegen uzunlukları esnektir, [köşegenler arasındaki açı] her zaman 90 derecedir diyor o zaman eşkenar dörtgen” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Ardından bu aileye dâhil olan şekillerin eşkenar dörtgen ve kareler olduğunu ifade etmiştir.

Karşılıklı açıları eşit ama esnek olduğum için köşegenlerimden hareket ettirildiğimde tüm açıları da eş yapabilir. Köşegen uzunlukları esnektir ancak köşegenlerim arasındaki açı her zaman 90 derecedir.  
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

**Şekil 4.23** Bilmeceler-3 Etkinliği 4. Bilmecesi.

Bilmecelerden sonra öğrencilere daha önce çizdikleri dört özel dörtgeni içeren yapıda yamuğun nerede yer alması gerektiği sorulmuş ve her iki öğrencide yamuğu hiyerarşik yapıda en üste yerleştirmiştir (Örneğin Ayşe'nin çizimi için bkz. Şekil 4.24). Öğrenciler bu şekilde bir yerleşim yapmalarının sebebini ise yamuğun en esnek ve en kapsamlı şekil olmasına bağlamışlardır.



Şekil 4.24 Ayşe'nin Oluşturduğu Hiyerarşik Yapı.

Öğrenciler hiyerarşik yapıyı oluşturduktan sonra onların bu yapıyı okumada ne kadar başarılı olduklarını test etmek amacıyla bazı sorular sorulmuştur. Örneğin Efe'ye “kare bir yamuktur diyebilir miyim?” sorusu yöneltilmiş Efe “diyebilirim, çünkü kare yamuk ailesindedir” şeklinde cevap vermiştir. Ardından diğer şekillerin yamuk olup olmadığı sorulmuş ve Efe bu şekillerin hepsinin en az bir çift kenarı paralel olduğu için yamuk olduklarını ifade etmiştir. Efe'nin yorumu onun bir şekli yamuk olarak adlandırmak için gereken özelliğin ne olduğunu bildiğini ve bu özelliği sağlayan şekillerin yamuk olarak da adlandırılabilceğini anladığını göstermektedir. Ardından araştırmacı öğrencilerin geometrik şekiller arası geçişlilik özelliğini anlayıp anlamadıklarını test etmek için bazı sorular sormuştur. Örneğin araştırmacının “kare bir paralelkenarsa ve paralelkenar bir yamuksa kare bir yamuk mudur?” sorusuna Ayşe “evet, tabii ki de” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin bu tepkisi onun hiyerarşik yapıyı okuyabildiğini göstermektedir. Araştırmacının “bunu karenin hangi özelliğini düşünerek söyledin?” sorusuna ise Ayşe “[karenin] karşılıklı kenarı paralel, bunun [yamuğun] da paralel.” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin karenin bir çift karşılıklı kenarının paralel olmasının yamuk olma şartını sağladığını anlamış olması artık onun VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünün göstergesidir.



### 4.3 Son Mülakat Analizleri

Yapılan öğretimin ardından öğrenciler tekrar mülakata alınmış ve verilen mülakat sorularını cevaplamaları istenmiştir. Son mülakat soruları ilk mülakat sorularına iki yeni soru daha eklenmesiyle oluşmuştur. Araştırmacı ilk mülakatta olduğu gibi burada da öğrencinin bilgisini ortaya çıkarmak amacıyla yeri geldiğinde ek sorular sormuştur. Ayrıca her bir öğrenci ile yapılan mülakatın video kaydı tutulmuştur. Yapılan bu son mülakat ilk mülakat ile karşılaştırılarak analiz edilmiş ve yapılan öğretimin öğrencilerin ilgili konuyu yapılandırmasında ne ölçüde başarılı olduğu saptanmaya çalışılmıştır.

Son mülakat esnasında bilgisayar kullanılmamıştır. Çünkü öğrencilerin bilgisayar ortamının etkisiyle yorumda bulunmaları engellenmek istenmiş ve onların konuyu derin soyutlama düzeyinde ele alıp alamadıkları ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır.

Son mülakatın analizleri öğrencilerin her bir özel dörtgen için ne düşündüklerini ayrı ayrı incelemek amacıyla beş başlık altında yapılmıştır.

#### 4.3.1 Karenin Algılanışı

##### 4.3.1.1 Ayşe'nin Kareye Dair Algısı

Ayşe son mülakatta da ilk mülakattaki gibi verilen şekillerden hangilerinin kare olduğu sorusunu doğru yanıtlayabilmiştir. Karenin özellikleri sorulduğunda ise “karşılıklı kenarları eşit, tüm kenarları eşit; açılarının hepsi 90; köşegenlerinin arasındaki açı 90, köşegen uzunlukları eşit; karşılıklı kenarları paralel” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin karenin özellikleri sorulduğunda daha önce vermiş olduğu cevaba ek olarak karenin paralellik ve köşegen özelliklerinden de bahsedebilmesi yapılan öğretim sayesinde kare bilgisinin geliştiğini göstermektedir.

Son mülakatın üçüncü kısmında yer alan “Kare bir yamuk mudur?” sorusuna Ayşe “evet” dedikten sonra sebebini “paralellik, ikiside paralel yani” şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Ayşe'nin ilk mülakatta “Kare bir yamuk mudur?” sorusuna kare ve yamuk ile ilgili zihnindeki prototipler eşleşmediğinden dolayı “hayır” cevabını vermesine rağmen son mülakatta bu soruya “evet” cevabını verip sebebini “paralellik açısından” diyerek açıklamaya çalışması artık zihnindeki yamuk ve kareye dair prototiplerin savaştığını aksine yamuk prototipinin dinamikleştiğini göstermektedir. Ayşe “Paralelkenar bir kare midir?” sorusuna “kare paralelkenar ailesinden, buna [*paralelkenara*] kısıt koyacaksın” şeklinde cevap vermiştir. Ardından araştırmacının “paralelkenara kısıt koyunca kare mi oluyor?” sorusunu “evet” diyerek cevaplamıştır. Araştırmacının “hiç kısıt koymasam [*paralelkenar*] kare ailesine girer mi?” sorusuna ise Ayşe “hiç kısıt koymasam giremez” cevabını vermiştir.

Ayşe'nin son mülakattaki yorumları onun matematiksel bir ifadenin doğrulanmasında özellikleri dikkate aldığını, sorulan şeklin diğer şeklin ailesinde olup olmadığını özelliklerden hareketle kontrol edebildiğini ve bunu yaparken de kısıtlılık-esneklik durumunu göz önünde bulundurduğunu dolayısıyla artık VH2 düzeyinde bir muhakeme yürütebildiğini göstermektedir.

#### **4.3.1.2 Efe'nin Kareye Dair Algısı**

Efe son mülakatta verilen şekillerden hangisinin kare olduğu sorulduğunda ilk mülakatta yaptığı gibi kareleri seçmiştir. Ardından karenin özelliklerinin ne olduğu sorulduğunda “karenin en temel özellikleri tüm kenarları birbirine eşit, iç açıları her zaman 90 derece, köşegenler arasındaki açı 90 derece, köşegenlerin uzunlukları da her zaman birbirine eşit, tüm kenarları birbirine paraleldir” şeklinde cevap vermiştir. Efe'nin karenin özellikleri sorulduğunda ilk mülakatta verdiği cevaba ek olarak köşegen ve paralellik özelliğinden de bahsetmesi yapılan öğretimin Efe'nin kare bilgisini geliştirdiğini göstermektedir.

Efe son mülakatta “Kare bir yamuk mudur?” ifadesinin ne anlama geldiği sorulduğunda “kare yamuk ailesinin içinde midir diyor, evet” cevabını vermiştir. Araştırmacının “hangi özelliğe bakarak bunu söyleyebilirsin?” sorusuna Efe “yamuğu istediğimiz gibi oynatabildiğimiz için, iç açılarını 90 derece yapabildiğimiz için ve tüm kenar uzunluklarını eşit yapabildiğimiz için” cevabını vermiştir. Ayrıca Efe “Paralelkenar bir kare midir?” sorusuna “hayır” cevabını verdikten sonra sebebini “çünkü kareden paralelkenar üretemiyorduk çünkü karenin üretebileceği şekillerin tüm kenar uzunlukları eşit olmalıydı ve iç açılarının hepsi 90 derece olmalıydı” şeklinde açıklamıştır. Yani Efe'ye göre kare tüm kenarları ve tüm açıları eş olan bir şekildir. Bu sebeple paralelkenar bir kare olamaz. Ancak kare bir yamuk olabilir çünkü Efe'nin yamuğa dair zihnindeki prototip dinamiktir ve tüm kenarları ile tüm açıları eş yapılabilir.

Efe'nin yorumları onun matematiksel bir ifadenin ne anlama geldiğini anlayabildiğini ancak bunu açıklarken bilgisayar ortamının etkisinde kaldığını göstermektedir. Ancak Efe'nin matematiksel bir ifadeyi açıklarken her ne kadar bilgisayar ortamının etkisiyle meseleyi açıklamaya başlasa da sonrasında özellikleri düşünerek devam etmesi onun figüre dayalı muhakeme yapabildiğini göstermektedir. Yani Efe şekiller arası ilişkileri özellikleri dikkate alarak açıklamaya çalışmaktadır. Bu da onun VH2 düzeyinde düşünebildiğini göstermektedir.

#### **4.3.2 Dikdörtgenin Algılanışı**

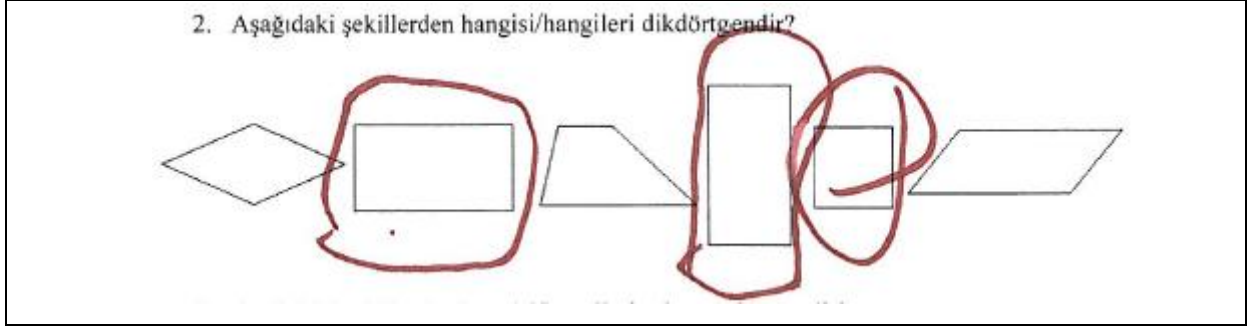
##### **4.3.2.1 Ayşe'nin Dikdörtgene Dair Algısı**

Ayşe verilen şekillerden dikdörtgenleri (dikdörtgen ailesinin elemanlarını) işaretlemesi istendiğinde doğrudan dikdörtgenlerle beraber kareyi de işaretlemiştir. Ayrıca dikdörtgenin özellikleri sorulduğunda “karşılıklı kenarları eşit, açılarının hepsi 90, köşegenlerin uzunlukları aynı, köşegenlerin arasındaki açı değişiyor ve karşılıklı kenarları paralel” cevabını vermiştir. Ayşe’nin verilen şekilleri işaretlerken kareyi de dikdörtgen ailesine dâhil etmesi onun dikdörtgene dair zihnindeki prototipin değişip dinamikleştiğini göstermektedir. Ayrıca yapılan öğretim Ayşe’nin dikdörtgen bilgisini artırmıştır. Çünkü Ayşe ilk mülakatta dikdörtgenin özelliklerini sayarken köşegenlerden hiç bahsetmezken son mülakatta bu özellikten de bahsetmiştir.

Mülakatın üçüncü kısmında sorulan “Dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?” sorusuna Ayşe “dikdörtgen bir paralelkenardır, çünkü karşılıklı kenarları eşit, ikisinin de paralelligi var, karşılıklı açıları eşit” cevabını vermiştir. Ardından araştırmacının “dikdörtgenin karşılıklı açıları mı eşit, tüm açıları mı eşit?” sorusuna Ayşe “evet, ikisi de oluyor yani” cevabını vermiştir. İlk mülakatta Ayşe bu soruya “hayır, çünkü onun [*dikdörtgen*] ucundan kesmemişsin ama onun [*paralelkenar*] ucundan kesmişsin” cevabını verirken son mülakatta şekiller arasındaki ilişkiyi özellikler üzerinden açıklamaya çalışmıştır. Ayşe’nin ilk mülakattaki yorumu zihnindeki statik dikdörtgen prototipinden kaynaklanmakta olup VH1 düzeyinde bulunduğunu ancak son mülakatta verdiği cevap yapılan öğretim sayesinde artık onun bir üst düzeyde düşünebildiğini göstermektedir.

#### **4.3.2.2 Efe’nin Dikdörtgene Dair Algısı**

Efe verilen şekillerden dikdörtgenleri işaretlemesi istendiğinde dikdörtgenlerle beraber kareyi de işaretlemiştir (bkz. Şekil 4.25). Dikdörtgenin özellikleri sorulduğunda ise “kareyle aynı, bir tek dikdörtgende karşılıklı kenarlar eşit ama karede tüm kenarlar eşit” cevabını verdikten sonra “dikdörtgende köşegenler arasındaki açı değişebilir” diyerek devam etmiştir. Araştırmacının “karede tüm kenarlar eşitken bu karşılıklı kenarlarının da eşit olduğu anlamına gelir mi?” sorusuna ise “evet” cevabı verdikten sonra bu sebeple karenin bir dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. Efe’nin ifadeleri onun şekil sınıflarının kapsayan yapısını özellikleri dikkate alarak anlamlandırıldığını göstermektedir. Çünkü Efe karenin dikdörtgen olma koşullarını sağladığı için bir dikdörtgen olabileceğini anlamıştır. Ayrıca Efe’nin ilk mülakatta dikdörtgenleri işaretlerken kareyi bu aileye dâhil etmeyip son mülakatta dâhil edebilmesi onun dikdörtgene dair sahip olduğu statik prototipin hükmünün kalmadığını göstermektedir.



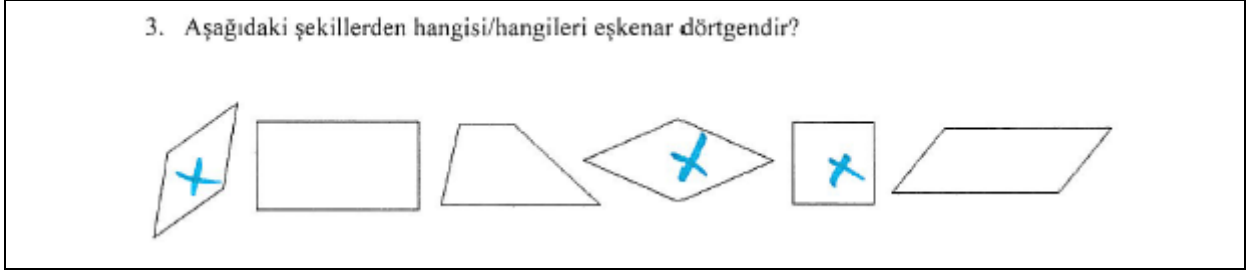
**Şekil 4.25** Son Mülakattan Bir Kesit.

Efe mülakatın üçüncü kısmında sorulan “Dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?” sorusuna “evet, çünkü paralelkenarda karşılıklı kenar uzunlukları eşit dikdörtgende de öyle” cevabını vermiştir. Efe’nin cevabı onun dikdörtgenin paralelkenar olması için tek bir şartın sağlanmasının yeterli olduğunu düşündüğünü göstermektedir. Ancak burada Efe’nin her ne kadar dikdörtgenin paralelkenar olma şartlarını eksik söylemiş olsa da şekil sınıfları arasındaki ilişkiyi özellik karşılaştırması yaparak açıklamaya çalışması onun VH2 düzeyinde bir muhakemeye sahip olduğunu göstermektedir.

### 4.3.3 Eşkenar Dörtgenin Algılanışı

#### 4.3.3.1 Ayşe’nin Eşkenar Dörtgene Dair Algısı

Ayşe son mülakatta verilen şekillerden eşkenar dörtgen ailesinin üyesi olanları işaretlemesi istendiğinde eşkenar dörtgenlerle birlikte kareyi de işaretlemiştir (bkz. Şekil 4.26). Eşkenar dörtgenin özellikleri sorulduğunda ise “kenarları eşit, karşılıklı açıları eşit, karşılıklı kenarları paralel, köşegen uzunlukları değişken ama eşit olabilir, köşegenleri arasındaki açı 90°” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe’nin eşkenar dörtgenin özelliklerini sıralarken örneğin köşegen uzunluklarının değişken ama eşit de olabileceğini ifade etmesi onun daha önce zihninde bulunan statik prototipin hükmünün kalmadığını göstermektedir. Ayrıca Ayşe son mülakatta eşkenar dörtgenin tüm özelliklerini sıralayabilmiştir. Bu ise yapılan öğretimin bir sonucudur. Çünkü Ayşe ilk mülakatta eşkenar dörtgeni kareye benzeyen bir şekil olarak tanımladıktan sonra sadece isminden dolayı kenarların eşit olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca ilk mülakatta verilen şekillerden eşkenar dörtgenleri işaretlemesi istendiğinde de sadece kareyi işaretlemiştir. Ancak son mülakatta görülmektedir ki Ayşe artık eşkenar dörtgenin sahip olduğu özelliklerin neler olduğunu ve eşkenar dörtgen sınıfının hangi şekilleri kapsadığını öğrenmiştir.



**Şekil 4.26** Son Mülakat Sorularından Bir Kesit (Ayşe).

Mülakatın son kısmında Ayşe'ye “Eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” sorusu yöneltilmiş ve Ayşe “evet, paralellik özelliğinden” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe ilk mülakatta aynı soru için eşkenar dörtgenin yamuk gibi düzensiz bir şekil olmadığını bu sebeple bir yamuk olamayacağını ifade ederken, son mülakatta özellik üzerinden bu ifadenin doğru olduğunu söylemektedir. Bu ise Ayşe'nin hem yamuğa dair bilgisinin değiştiğini hem de şekil sınıflarının kapsayan yapısını özellikleri inceleyerek anlamlandırabildiğini göstermektedir.

#### 4.3.3.2 Efe'nin Eşkenar Dörtgene Dair Algısı

Efe son mülakatta verilen şekillerden hangilerinin eşkenar dörtgen ailesinin bir üyesi olduğu sorulduğunda eşkenar dörtgenlerle birlikte kareyi de işaretlemiştir. Eşkenar dörtgenin özellikleri sorulduğunda ise “kenar uzunlukları birbirine eşit, karşılıklı açıları birbirine eşit, köşegenleri arasındaki açı her zaman 90 derece ve köşegen uzunlukları değişti ama aynı da olabiliyordu, tüm kenarları birbirine paraleldi” cevabını vermiştir. Efe'nin açıklaması onun daha önce sahip olduğu statik prototipin hükmünün kalmadığını ve eşkenar dörtgen kavramının geliştiğini göstermektedir. Ayrıca Efe ilk mülakatta eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eşit olamayacağını ifade ederken son mülakatta eşit olacağını ifade etmektedir. Bu ise yapılan öğretimin Efe'nin eşkenar dörtgene dair yanlış bildiği bir özelliği düzeltmesini sağladığını ayrıca bu şeklin özellikleri hakkında daha fazla bilgi sahibi olmasına yardımcı olduğunu göstermektedir.

Mülakatın üçüncü kısmında Efe'ye “Eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” sorusu yöneltilmiş ve Efe “evet, çünkü eşkenar dörtgenin iki çift kenarı da paralel, yamukta da bir çift kenar paralel o yüzden” cevabını vermiştir. Efe'nin bu yorumu onun eşkenar dörtgenin yamuk olması için gereken şartı (iki çift kenarın paralel olması durumu her zaman bir çift kenarın paralel olmasını garantiler) sağladığını anladığını göstermektedir ki bu yapılan öğretimin bir sonucudur. Çünkü Efe ilk mülakatta bu soruya “hayır, çünkü [eşkenar dörtgenin] sadece karşılıklı kenarları eşit, tüm kenarlarının uzunluğu değişik değil” şeklinde bir cevap vermiştir. Yani Efe öğretim öncesinde zihnindeki statik yamuk prototipinden dolayı

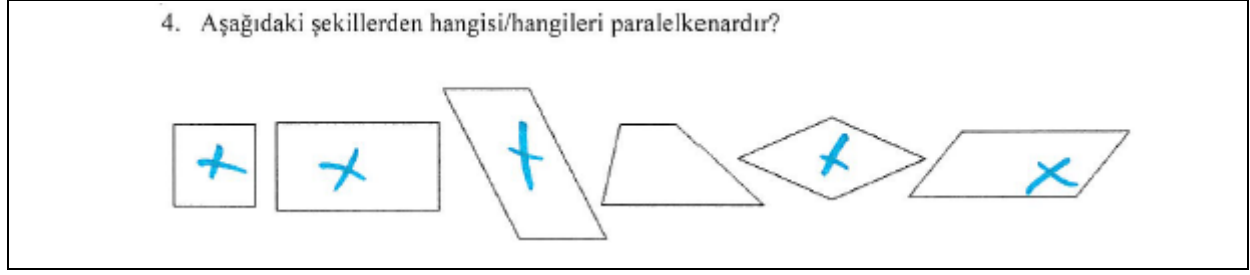
eşkenar dörtgeni bir yamuk olarak kabul etmezken öğretim sonrasında bir şeklin yamuk olarak da adlandırılabilmesi için hangi özelliğinin olması gerektiğini anlamıştır. Bu ise Efe'nin derin soyutlama yapabildiğini göstermektedir.

Ardından Efe'ye “Eşkenar dörtgen bir dikdörtgen midir?” sorusu yöneltilmiş ve Efe “hayır, çünkü eşkenar dörtgenden dikdörtgen elde edemiyorduk” şeklinde bir cevap vermiştir. Araştırmacının bu durumu neyin engellediğini sorması üzerine Efe “eşkenar dörtgeni bir kenarını çektiğimizde tüm kenarları eşit büyüyordu” cevabını vermiştir. Efe'nin eşkenar dörtgenin neden dikdörtgen olamayacağını açıklarken bilgisayar ortamının etkisinde kaldığı ancak sonrasında bunun sebebini özelliklere odaklanarak açıklayabildiği görülmektedir. Bu ise Efe'nin şekiller arasındaki ilişkileri incelerken bilgisayar ortamından aldığı destek sayesinde (zihninde düşünse bile) özellikleri göz önünde bulundurarak düşündüğünü yani VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir.

#### **4.3.4 Paralelkenarın Algılanışı**

##### **4.3.4.1 Ayşe'nin Paralelkenara Dair Algısı**

Ayşe son mülakatta verilen şekillerden paralelkenarları seçmesi istendiğinde “hepsini kapsıyor paralelkenar, yamuk haricinde” diyerek verilen şekillerden kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarları işaretlemiştir (Şekil 4.27). Ardından paralelkenarın özelliklerini “karşılıklı kenarları eş, karşılıklı açıları eş, karşılıklı kenarları paralel, köşegenlerin uzunlukları değişebilir ve köşegenleri arasındaki açı değişebilir” şeklinde sıralamıştır. Ayşe'nin paralelkenarın özelliklerini sıralarken bazı özelliklerin değişkenliğinden bahsetmesi onun paralelkenar kavramının geliştiğini göstermektedir. Oysaki Ayşe ilk mülakatta dikdörtgenin bir paralelkenar olup olmadığı sorulduğunda olmadığını ifade etmiş sebebini de “onun [*dikdörtgen*] ucundan kesmemişsin ama onun [*paralelkenar*] ucundan kesmişsin” şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Ayşe'nin ilk mülakattaki ifadeleri onun statik bir paralelkenar prototipine sahip olduğunu göstermektedir. Bu sebeple de ilk mülakatta verilen şekillerden paralelkenarları seçmesi istendiğinde sadece paralelkenarları işaretlemiştir. Ancak yapılan öğretimin ardından Ayşe'nin zihnindeki paralelkenara dair statik olan prototip hükmünü yitirmiş ve bu sayede Ayşe paralelkenar ailesinin hangi şekilleri kapsadığını doğru bilmiştir.



**Şekil 4.27** Son Mülakat Sorularından Bir Kesit (Ayşe).

Ayşe mülakatın son kısmında sorulan “Yamuk bir paralelkenar mıdır?” ve “Paralelkenar bir kare midir?” sorularına özellikleri düşünerek gerekli açıklamaları yapabirmiştir. Örneğin Ayşe yamuğun karşılıklı açıları ve karşılıklı kenarları aynı olacak şekilde kısıtlandığında bir paralelkenar olabileceğini, aynı şekilde paralelkenarın belli kısıtlar altında kare olabileceğini ancak paralelkenarın hiçbir kısıtlama olmadığı zaman kare olamayacağını ifade etmiştir. Ayşe'nin matematiksel bir ifadenin doğruluğunu incelerken bu ifade de yer alan şekillerin özelliklerini dikkate alması onun şekil sınıfları arasındaki ilişkileri özellik karşılaştırması yaparak belirlemeye çalıştığını dolayısıyla VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir.

#### 4.3.4.2 Efe'nin Paralelkenara Dair Algısı

Efe son mülakatta verilen şekillerden kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve paralelkenarların hepsini işaretleyerek bu şekillerin paralelkenar ailesinin üyesi olduğunu ifade etmiştir. Paralelkenarın özellikleri sorulduğunda ise “karşılıklı açıları birbirine eşit ve karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşit, köşegenleri arasındaki açı değişebiliyor ama 90 derece de olabiliyor, köşegen uzunlukları değişik ama aynı da olabiliyor” şeklinde cevap vermiştir. Efe'nin ilk ve son mülakatta paralelkenara dair saydığı özellikler karşılaştırıldığında onun yapılan öğretim sayesinde paralelkenar algısının değiştiği ve paralelkenarın özelliklerine dair bilgisinin arttığı söylenebilir. Ayrıca Efe'nin paralelkenarın özelliklerini sıralarken kullandığı ifadeler onun paralelkenar kavramının geliştiğini göstermektedir.

Son olarak Efe'ye “Paralelkenar bir kare midir?” sorusu yöneltilmiş ve Efe “hayır çünkü kareden paralelkenar üretmiyorduk, çünkü karenin üretebileceği şekillerin tüm kenar uzunlukları eşit olmalıydı ve iç açıları 90 derece olmalıydı” şeklinde cevap vermiştir. Ardından araştırmacının “paralelkenar bu özellikleri sağlamıyor öyle mi?” sorusuna “evet” cevabını vermiştir. Efe'nin “Paralelkenar bir kare midir?” sorusunu açıklarken kare ve paralelkenar sınıfının özelliklerini dikkate aldığı görülmektedir. Efe'ye göre paralelkenar tüm

kenarları ve tüm açıları eş olmak zorunda olmadığından bir kare olamaz. Bu ise onun VH2 düzeyinde bir muhakeme yürüttüğünü göstermektedir çünkü Efe verilen bir matematiksel ifadeyi açıklarken bu ifade de bulunan iki farklı şekil sınıfını özellikleri dikkate alarak karşılaştırabilmektedir.

#### **4.3.5 Yamuğun Algılanışı**

##### **4.3.5.1 Ayşe'nin Yamuğa Dair Algısı**

Ayşe son mülakatta verilen şekillerden yamukları işaretlemesi istendiğinde yamuğun tüm şekilleri (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk) kapsadığını ifade ederek verilen şekillerin hepsini işaretlemiştir. Ardından araştırmacının bir şeklin yamuk olarak adlandırılabilmesi için hangi özelliğe sahip olması gerektiğini sorması üzerine Ayşe “açıları farklı, kenarları farklı, bir çift kenarı paralel” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin bir şeklin yamuk olup olmadığına karar verirken özelliklerine bakılması gerektiğinin farkında olması yapılan öğretimin bir sonucudur. Çünkü ilk mülakatta Ayşe yamuğu “yamuk ve düzensiz bir şekil” olarak tanımlarken öğretim sonrasında belli özelliklere sahip bir şekil olarak tanımlayabilmektedir. Yani Ayşe artık bir şeklin yamuk olup olmadığına görünüşünden ziyade özelliklerini göz önünde bulundurarak karar verebilmektedir.

Ayşe mülakatın sonunda sorulan “Eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?” ve “Kare bir yamuk mudur?” sorularına ise “evet” cevabını verdikten sonra eşkenar dörtgen ve karenin paralellik özelliğinin yamuk olmalarını sağladığını belirtmiştir. Yani Ayşe bir şeklin yamuk olarak adlandırılması için o şeklin yamuğun paralellik şartını sağlaması gerektiğinin farkındadır. Dolayısıyla diyebiliriz ki Ayşe matematiksel bir ifadenin doğruluğunu ezberden ziyade özellikleri dikkate alarak belirleyebilmekte ve bu sebeple VH2 düzeyinde bulunmaktadır.

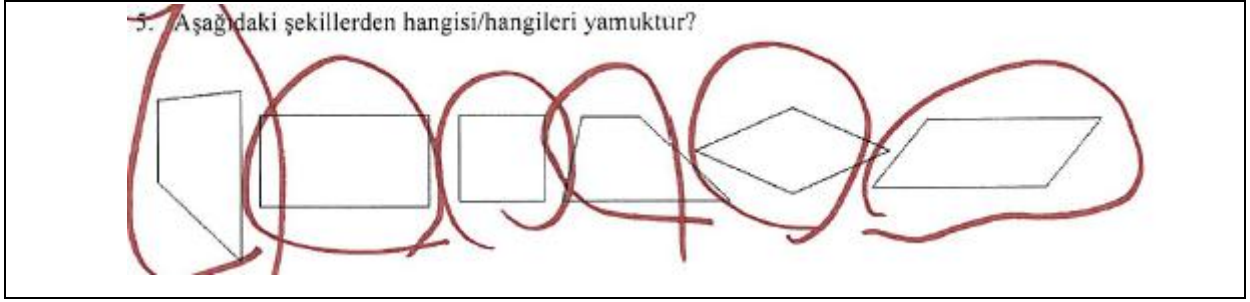
##### **4.3.5.2 Efe'nin Yamuğa Dair Algısı**

Efe son mülakatta verilen şekillerden hangilerinin yamuk olduğunu işaretlemesi istendiğinde tüm şekilleri işaretlemiş (Şekil 4.28) ve bu şekillerin hepsinin yamuk ailesinde olduğunu ifade etmiştir. Araştırmacının bu şekillerin neden yamuk ailesinde bulduklarını sorması üzerine Efe bu şekillerin iki çift kenarının paralel olduğunu ve bunun yamuğun bir çift kenarının paralel olması şartını sağladığını ifade etmiştir. Bu ise Efe'nin şekil sınıflarının kapsayan yapısını özelliklerin birbirini gerektirmesi sonucuna bağlayarak açıklayabildiğini dolayısıyla derinlemesine soyutlama yaptığını göstermektedir.

Efe yamuğun hangi özelliklere sahip olduğu sorulduğunda “tüm kenar uzunlukları birbirine eşit değil, iç açıların bazen bazıları birbirine eşit, ondan sonra köşegenleri arasındaki açı her



zaman değişiyor ama 90 derecede olabiliyor, kősegen uzunlukları her zaman değişik ama eşit de olabiliyor, en az bir çift kenarı paralel” şeklinde cevap vermiştir. Efe'nin yamuğun ۆzelliklerini sıralarken bazı ۆzelliklerin değişkenliğine vurgu yapmasının daha ۆnce yamuğa dair zihninde bulunan statik prototipin hۆkmünü yitirdiğini gۆstermektedir. Bu sebeple Efe ilk mۆlakatta yamuğun tۆm kenar uzunluklarının eşit olamayacağını dۆřtۆndüğünden kareyi bir yamuk olarak kabul etmezken son mۆlakatta kareyi bir yamuk olarak dۆřünebilmiřtir.



**şekil 4.28** Son Mۆlakat Sorularından Bir Kesit (Efe).

Mۆlakatın ۆçüncü kısmında sorulan “Yamuk bir paralelkenar mıdır?” sorusuna Efe “hayır, çünkü paralelkenardan yamuk ۆretemeyiz bunu da kısıtlayan şey paralelkenarın tۆm kenar uzunluklarının eşit olmamasını sağlayamıyorduk illa karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olması gerekiyordu ama yamukta tۆm kenar uzunlukları farklı” cevabını vermiş, ardından yamuğun karşılıklı kenarlarının eşit olması durumunda bir eşkenar dۆrtgen, paralelkenar ve dikdۆrtgen olabileceğini ifade etmiştir. Efe'nin buradaki ifadeleri de onun dinamik bir yamuk prototipine sahip olduğunu gۆstermektedir. Çünkü Efe yamuğu her ne kadar temelde kenarları farklı olan bir şekil gibi dۆřünse de karşılıklı kenarlarının eşit olacak şekilde kısıtlanabildiğini ifade etmektedir. Ayrıca Efe'nin yamuğun bir paralelkenar olmamasının sebebini açıklarken bilgisayar ortamının etkisinde kaldığı ancak sonrasında arka plandaki matematiksel fikre de odaklanabildiği gۆrۆlmektedir. Yani Efe yamuğun bir paralelkenar olması için belli kısıtlara ihtiyaç olduğunun farkındadır. Sonuç olarak diyebiliriz ki Efe iki şekil sınıfı arasındaki ilişkileri ۆzellikler ۆzerinden anlamlandırmaya çalışmakta dolayısıyla VH2 dۆzeyinde bir muhakeme yۆrۆtmektedir.

## BÖLÜM 5

### SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde ortaokul 5.sınıf seviyesinde dörtgenlerin hiyerarşik yapısının öğrencilerce nasıl yapılandırıldığı araştırılmıştır. Bu sebeple 5. sınıf seviyesine uygun, yapılandırmacı kuramın gerekliliklerini dikkate alan ve teknoloji destekli bir müfredat tasarlanmış, bu müfredat ortaokul öğrencilerine uygulanmış ve uygulama esnasında öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını nasıl yapılandırdıkları ortaya çıkarılmıştır.

Bu bölümde elde edilen bulgulara dayalı olarak ulaşılan sonuçlar verilmiş olup, bu sonuçlar doğrultusunda geliştirilen öneriler sunulmuştur.

#### 5.1 Sonuçlar ve Öneriler

Beşinci sınıf ders kitabı (MEB, 2014) incelendiğinde bu kitabın(dörtgenler konusunda) öğrencilerin dörtgen hiyerarşisini kurmalarına tam anlamıyla yardımcı olamadığı görülmektedir. Çünkü ders kitabı dörtgen özelliklerinin öğretimini içermesine rağmen bu özelliklerin birbirleriyle olan ilişkilerini vurgulamamaktadır. Bu ise sonraki dönemlerde öğrencilerin bu ilişkileri kurmada zorlanmalarına sebep olabilir. Yani şekil sınıflarının ayrık öğrenilmesi, sonrasında bu sınıfların birbirini kapsama ilişkilerinin öğrenilmesini zorlaştırabilir. Bu sebeple tez çalışmasına bu eksikliği gidereceği düşünülen bir müfredatın geliştirilmesiyle başlanmış ardından geliştirilen müfredat öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamaları için yapılan öğretimin ardından müfredat geliştirirken ve öğretim yapılırken dikkat edilmesi gereken bazı hususların olduğu görülmüştür. Bu hususlar ilerleyen paragraflarda maddeler halinde sunulmuştur.

1. Müfredat geliştirirken dikkat edilen hususlardan ilki kısıtlılık ve esneklik kavramlarının kullanımınıdır. Çalışmada kullanılan şekil üreticileri öğrencilerin şekillerin dinamik yapısını görmelerine yardımcı olmuş ancak şekillerin özelliklerine odaklanmaları gerektiğinde onları çizimden hareketle muhakeme yapmaya sevk etmiştir. Çünkü şekil üreticileri her ne kadar dörtgen olma özelliklerini korusada görsel olarak esnek bir yapıya sahiptir. Bu ise öğrencilerin verilen şekil üreticisi ile birçok şekli üretebileceklerini düşünmelerine sebep olmuştur. Örneğin Efe kare üreticisi ile çalışırken henüz kare üreticisinin nasıl bir kısıta sahip olduğunu anlayamadığı için bu üretici ile dikdörtgen de çizebileceğini iddia etmiştir. Bu yüzden müfredat hazırlanırken öğrencileri şekil üreticilerini kısıtlı veya esnek olarak düşündürmeye dikkat edilmiştir. Bu ise öğrencilerin şekil

üreticilerini daha dikkatli incelemelerini gerektirmiş ve şekillerin neden kısıtlı ya da esnek olduğu üzerine derinlemesine düşüncelerini sağlamıştır.

Ancak kısıtlılık ve esneklik meselesi sadece şekil üreticilerini karşılaştırırken değil aynı zamanda şekillerin özellikleri için de kullanılmıştır ki bu, özelliklerin birbirini gerektirmesi durumunun anlaşılmasındaki ilk basamaktır. Yani öğrenciler örneğin dikdörtgenin kareye göre daha esnek olduğunu ifade ettiklerinde bu esnekliğin kaynağının da sorulması ve öğrencilerin özelliklere odaklatılması gerekmiştir. Bu ise öğrencilerin sadece çizimden hareketle muhakeme yapmalarını engellemiş ve onları derinlemesine düşünmeye sevk etmiştir. Bunun sonucunda öğrenciler dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eş olarak büyüyüp küçüldüğünü ancak karenin tüm kenarlarının eş olarak büyüyüp küçüldüğünü fark edebilmiştir.

Ayrıca öğrencilerin kare ile dikdörtgeni ayrı iki şekil olarak düşünmelerine sebep olan kenar özellikleri ile ilgili durum yine kısıtlılık ve esneklik kavramları ile çözülebilmıştır. Öğrencilere kenar özellikleri dikkate alındığında hangi şeklin daha esnek hangisinin daha kısıtlı olduğunun sorulması ve ardından tüm kenarların eş olması durumunun her zaman için karşılıklı kenarların eş olmasını gerektirip gerektirmediğinin sorulması onları özelliklerin birbirinden farklı değil birbirini kapsayabilen bir yapıda olduklarını anlamalarını sağlamıştır. Diğer bir deyişle öğretim yapılırken özelliklerin birbiriyle karşılaştırılması şekil sınıfları arasındaki geçişliliği sağlamıştır.

Özetle diyebiliriz ki dörtgenler ile ilgili müfredat üretirken öğrencilerin dörtgenlerin kapsayan yapısını anlayabilmeleri için dörtgenleri ayırklaştırmalarına sebep olan özelliklerin iki farklı özellik olarak değil birbirini kapsayan özellikler olarak öğretilmesi onların şekillerin kapsayan yapısını anlayabilmelerine yardımcı olmaktadır. Özelliklerin birbiri ile karşılaştırılarak kapsayan yapıda olduklarının anlaşılmasında ise baştan itibaren kısıtlılık ve esneklik mantığının kullanılması önemlidir.

2. Müfredat tasarlanırken dikkat edilen diğer bir husus aile olma mantığının kullanılmasıdır. Bir şeklin diğer bir şekil ailesi tarafından kapsandığının anlaşılması öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını anlamlandırmalarına yardımcı olmuştur. Örneğin Ayşe karenin tüm kenarlarının eş olduğu zaman karşılıklı kenarların da eş olacağını anladığı için kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak düşünebilmiştir(bölüm 4.2.1 diyalog 1 satır #17-#23). Öğrencilerin bir şeklin, diğer bir şekil için gereken özellikleri sağladığı zaman, o şekil ailesinin bir üyesi olması gerektiğini düşünebilmesi hiyerarşiyi oluşturabilmelerindeki

ikinci önemli basamaktır. Ancak aile olma mantığı anlatılırken dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta vardır. Eğer öğrenci örneğin kareyi dikdörtgenin ikizi olarak düşünüyorsa kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul edememektedir. Burada açıklığa kavuşturulması gereken nokta aile olma mantığının birbirinin ikizi olma anlamına gelmediğidir. Bu meselenin açıklığa kavuşturulması öğrencilerin şekil sınıflarının kapsayan yapısını anlamalarını kolaylaştırmıştır. Örneğin, Ayşe kare ile dikdörtgen arasındaki ilişki incelenirken özelliklerin birbirini gerektirmesini anlamasına rağmen ilk önce kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul etmemiş, ancak aile olmanın birbirinin ikizi olma anlamına gelmediği aksine bu durumun karenin dikdörtgen olma özelliklerinin sağlanmasının bir sonucu olduğunun açıklanması üzerine kareyi dikdörtgen ailesinin bir üyesi olarak kabul edebilmiştir (bölüm 4.2.1 diyalog 1 satır #1-#23).

3. Öğretim yapılırken dikkat edilmesi gereken bir husus ise kullanılan dil ve odak noktasıdır. Öğrenciler bir şeklin diğeri tarafından kapsandığını anladıktan sonra onlara bu durumun matematikte nasıl ifade edildiği anlatılmış ve ilerleyen kısımlarda inceledikleri her iki dörtgen için matematiksel ifade söylenerek bu ifadeyi ne kadar anladıkları test edilmiştir. Yani öğrenciler örneğin karenin dikdörtgen ailesinin bir üyesi olduğunu ve dikdörtgen ailesi tarafından kapsandığını anladıktan sonra onlara matematikte bu durumun “kare her zaman bir dikdörtgendir” ifadesi ile anlatıldığı söylenmiştir. Ancak katılımcılar bu ifadeyi anlamakta zorlanmışlardır. Örneğin Efebu ifadenin doğru olmadığını “kare her zaman bir karedir, çünkü bir kenarını çektiğimizde tüm kenarları büyüyor” diyerek açıklamaya çalışmıştır. Bu ise onun ifadedeki ‘her zaman’ vurgusuna takıldığını, yanibilgisayar ortamında kare üretici ile çalışırken istediği her zaman kare üretebildiğini düşündüğünü göstermektedir. Ayrıca aynı durum “dikdörtgen her zaman bir karedir” ifadesinde de yaşanmıştır. Efe dikdörtgen üretici ile istediği her zaman kare üretebileceğini düşündüğünden bu ifadenin doğru olduğunu iddia etmiştir. Ancak araştırmacının her zaman mı yoksa bazen mi kare ürettiğini sorması öğrenciyi düşündürmüş ve dikdörtgen üreticinin belli kısıtlar altında kare üretebileceğini anlamasını sağlamıştır.

Burada dikkat edilmesi gereken nokta ‘her zaman’ ve ‘bazen’ ifadeleridir. Öğrenciler matematiksel ifadedeki bu vurguları yanlış anlayabilmekte ve bu sebeple aile olma mantığı ile matematiksel ifadeyi bağdaştıramamaktadırlar. Bu sorun araştırmacının “dikdörtgen ailesinin üyesi olan her şey aslında dikdörtgen olarak adlandırılabilir, çünkü o ailenin elemanları dikdörtgen olma koşullarını sağlar”, “kareye dikdörtgen ailesinin bir üyesidir diyoruz ve bunu matematikte kare her zaman bir dikdörtgendir diye ifade ediyoruz, yani kare her zaman bir

dikdörtgendir denildiğinde kare ile dikdörtgen birbirinin aynısıdır demek değil, kare dikdörtgen olma koşullarını sağladığı için bir dikdörtgendir” şeklindeki açıklamaları ile çözülmüştür.

Burada dikkat edilmesi gereken iki nokta vardır. Bunlardan biri verilen matematiksel ifadenin birbirinin ikizi olma anlamına gelmediği aksine bir şeklin diğer şekil ailesinin üyesi olduğu anlamına geldiğinin açıklanması, diğeri ise ifadede kullanılan her zaman vurgusunun bir şeklin her zaman için üyesi olduğu ailenin koşullarını sağlaması anlamına geldiğinin açıklanmasıdır. Öğrenciler ancak bu durumun açıklanması halinde aile olma mantığı ile matematiksel ifade arasında bir ilişki kurabilmişlerdir. Bu meselenin açıklığa kavuşturulması öğrencilerin diğer şekiller için bu durumu açıklayabilmelerini kolaylaştırmıştır. Örneğin bölüm 4.2.4 diyalog 1’de Efe kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar arasındaki ilişkileri incelerken verilen matematiksel ifadenin ne anlama geldiğini ve hangi sebeplerden dolayı doğru olup olmadığını net olarak açıklayabilmiştir. Bu ise müfredat geliştirirken ve öğretim yapılırken kullanılan dil ve yapılan vurgunun büyük bir öneme sahip olduğunu göstermektedir.

4. Öğretimde dikkat edilen diğer bir husus öğrencilerin verilen ifadeyi ezberlemelerini engellemek için onları açıklama yapmaya teşvik etmektir. Yani matematiksel ifadenin neden doğru ya da yanlış olduğunu açıklamalarının istenmesi öğrencileri her seferinde özellikleri düşünmeye sevk etmiş ve hiyerarşik yapıyı özellikler üzerinden kurmalarını sağlamıştır. Örneğin Efe karenin bir yamuk olduğunu “çünkü yamuk ailesindedir” diyerek açıklamaya çalışmış ve bunun karenin en az bir çift kenarının paralel olmasından kaynaklandığını söylemiştir. Aynı şekilde Ayşede kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkileri inceledikten sonra “kare her zaman bir eşkenar dörtgen midir?Neden?” sorusuna “evet, çünkü eşkenar dörtgen ailesine giriyor, eşkenar dörtgenin özellikleriyle aynı” cevabını vermiştir. Görüldüğü üzere öğrencilerin matematiksel ifadenin doğruluğunu test ederken açıklama yapmak durumunda bırakılmaları onları özellikleri düşünmeye sevk etmektedir. Yani örneğin “kare her zaman bir dikdörtgendir, çünkü...” mantığı öğrencileri ezberden ziyade açıklama yaparak düşünmeye sevk etmektedir. Dolayısıyla diyebiliriz ki dörtgenlerin öğretiminde verilen matematiksel ifadenin doğruluğu test edilirken öğrencileri açıklama yapmaya teşvik etmek onların hiyerarşik yapıyı özellikleri dikkate alarak kurmalarına yardımcı olmaktadır.

5. Daha önce bahsedilen kısıtlılık ve esneklik meselesi öğretim esnasında da yardımcı olmuştur. Öğretim yapılırken şekillerin özellikleri sürekli olarak kısıtlı ve esnek olarak ele alınmıştır. Örneğin “dikdörtgenin kenar uzunluklarında nasıl bir esneklik var? Eşkenar dörtgenin ne kısıtı var ki yamuk üretmiyor?” şeklindeki düşündürücü sorular öğrencileri

şekilleri görsel olarak değil özelliklerini dikkate alarak düşünmeye sevk etmiştir. Ayrıca bu esnada dikkat edilen bir husus daha vardır ki bu da üzerinde çalışılan meselenin tersten de düşünülebilmesini sağlamaktır. Örneğin “paralelkenar üretici dikdörtgen üretebildi ancak dikdörtgen üretici neden paralelkenar üretilmedi?Dikdörtgen üreticiye hangi esnekliği versem paralelkenar üretebilirdi?” gibi sorular öğrencileri mesele üzerine tersten de düşünmeye sevk etmiştir. Bu ise öğrencilerin örneğin kare ile dikdörtgen arasındaki kenar ilişkisine ve dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki açı ilişkisine odaklanabilmeleri için önemli bir adımdır. Ayrıca şekillerin özellikleri incelenirken öğrencilerden daha önceki derslerde görmüş oldukları şekillerle verilen yeni şekli her bir özellik için karşılaştırmaları istenmiştir. Örneğin öğrenciler paralelkenarın özelliklerini incelerken her bir özellik için dikdörtgende de bu durumun nasıl olduğu onlara sorularak öğrencilerin iki şekli bir arada eş zamanlı düşünceleri sağlanmıştır. Öğrencilerden öğrendikleri her bir yeni şekli daha öncekilerle özellikleri dikkate alarak karşılaştırmalarının istenmesi onların şekilleri birbirinden ayırık düşüncelerine engel olabilmekte bu ise hiyerarşik yapının oluşturulmasına yardımcı olmaktadır.

Yukarıda ifade edilen durumlardikkate alındığında öğrencilerin kavramsal gelişimine yardımcı olan hususların;

- Dörtgenleri özelliklerine göre karşılaştırırken kısıtlılık ve esneklik mantığının kullanılması -ki bu mantık sayesinde öğrenciler bir özelliğin diğeri tarafından kapsandığını anlayabilmişlerdir,
- Bir aileye mensup olma mantığı- ki bu mantık bir şeklin diğeri bir şekil ailesinin özelliklerini taşımasının bir sonucudur, bu ise bir önceki maddenin yardımıyla mümkün olmaktadır,
- Bir aileye mensup olma mantığının birbirinin ikizi olma anlamına gelmediğinin anlaşılması,
- Verilen matematiksel ifadenin aile olma mantığı ile bağdaştırılması,
- Kullanılan dil ve odak noktasına dikkat edilmesi gerektiğidir.

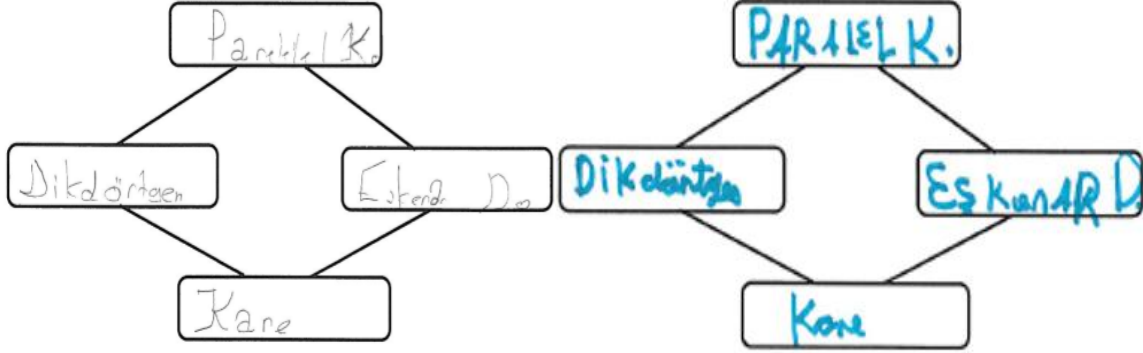
Yapılan öğretim göstermiştir ki ancak bu hususların dikkate alınması halinde öğrenciler dörtgenleri hiyerarşik olarak yapılandırabilmiştir. Ayrıca yukarıda ifade edilen maddelere ek olarak öğretim esnasında öğrencilerin gerek meseleyi tersten düşünmeye teşvik edilmeleri gerekse verdikleri her bir cevapta açıklama yapmalarının istenmesi onları derinlemesine düşünmeye sevk etmiş ve özellikler temelinde bir hiyerarşi kurmalarına yardımcı olmuştur.

Öğretim süresince her bir şeklin diğer bir şekil ile ilişkisi incelenirken yukarıda bahsedilen hususlar dikkate alınmıştır. Örneğin dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkiler incelenirken öğrenciler önce kısıtlılık ve esneklik üzerinden özellikleri karşılaştırılmış ardından onlara tüm açılar eş olmasının karşılıklı açılar eşliğini gerektirip gerektirmediği sorulmuştur. Öğrencilerin daha önce kare ve dikdörtgen için kenar özelliklerinde bu gibi bir durumu anlamış olmaları açılı özelliklerindeki durumu daha kolay anlamalarını sağlamıştır. Ardından öğrencilere bu durumun bir sonucu olarak dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olup olmadığı sorulmuş ve öğrenciler artık aile olma mantığını anladıklarından dikdörtgenin paralelkenar ailesinin bir üyesi olduğunu ifade edebilmişlerdir. Ayrıca bu sürecin sonunda örneğin Efe paralelkenarın dikdörtgeni neden kapsadığını özellikleri dikkate alarak açıklayabilmiştir (bölüm 4.2.2 diyalog 1 satır#55-#61).

Kare ile dikdörtgen hiyerarşisi kurulduktan sonra dikdörtgen ile paralelkenar için izlenen bu yol öğrencilerin kare-dikdörtgen-paralelkenar hiyerarşisini kurmalarını sağlamıştır. Burada dikkat edilen nokta ise kare ile paralelkenar arasındaki ilişkidir. Gerçi kare-dikdörtgen-paralelkenar için yapılan tahmin & kontrol etkinliği öğrencilerin kare ile paralelkenarı karşılaştırmasına yardımcı olmuştur. Ancak burada önemli olan tıpkı dikdörtgende olduğu gibi karenin de paralelkenar ile özellik temelinde karşılaştırılarak hiyerarşinin kurulmasıdır. Çalışmaya katılan öğrenciler hem bir önceki derste kare-dikdörtgen ilişkisini kurduklarından hem de bu derste dikdörtgen-paralelkenar ilişkisini kurduklarından kare ile paralelkenar arasındaki ilişkileri açıklamakta zorlanmamışlardır. Hatta Ayşe paralelkenar ile dikdörtgen hiyerarşisini oluşturduğunda “bir de dikdörtgenin içerisinde minnacık bir kare olacak” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Araştırmacının “o zaman kare her zaman bir paralelkenardır diyebilir miyiz?” sorusuna Ayşe “diyebiliriz çünkü o ailenin içinde,..., karşılıklı kenarları eşit bir de karşılıklı açıları eşit” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe’nin ifadeleri özellik temelinde bir hiyerarşi oluşturduğunu göstermektedir. Bu ise daha önceki derslerde dikkate alınan aile olma, ikizi olmama ve özelliklerin birbirini gerektirmesi durumu sonucunda mümkündür.

Dörtgen hiyerarşisi oluşturulurken kare-dikdörtgen-paralelkenar hiyerarşisinde işletilen süreç kare-eşkenar dörtgen-paralelkenar için de işletilmiş, ardından bu iki yapı öğrencilerce birleştirilmiştir. İki yapı birleştirilmeden önce dikkat edilen bir nokta vardır. Bu nokta dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkidir. Öğrenciler bu iki şekil için tahmin&kontrol etkinliğini yaptıktan sonra onlardan dikdörtgenin neden eşkenar dörtgen, eşkenar dörtgenin neden dikdörtgen çizemediğini özellikleri dikkate alarak açıklamaları istenmiştir. Öğrenciler eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eş olmak zorunda olduğunu ve

dikdörtgenin tüm açılarının eş olmak zorunda olduğunu bu sebeple bu iki şeklin birbirini üretmeyeceğini ifade etmişlerdir. Bu meselenin anlaşılması iki yapıyı birleştirmeyi kolaylaştırmış ve öğrenciler verilen boş yapıya dört özel dörtgeni doğru bir şekilde yerleştirebilmişlerdir (bkz. Şekil 5.1).



**Şekil 5.1** Hiyerarşik Yapılar (1. Yapı Ayşe'nin, 2. Yapı Efe'nin).

Öğrencilerin bu yapıyı sorunsuz bir şekilde oluşturabilmeleri daha önce belirtilen hususların dörtgen hiyerarşisinin anlaşılmasındaki önemini göstermektedir. Bahsedilen noktalara dikkat edilmesi öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik yapısını özellik temelinde oluşturmalarını sağlamıştır. Bu ise öğrencilerin yapıyı okumaları istendiğinde yaptıkları yorumlardan anlaşılmalıdır. Örneğin Ayşe dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin neden aralarında hiçbir bağlantı olmadan yerleşmesi gerektiğini özellikleri dikkate alarak açıklamıştır (bölüm 4.2.5 diyalog 1 satır #200-#208). Ayrıca Ayşe bu yapıda paralelkenarın diğer şekilleri kapsadığı için en üstte olması gerektiğini de ifade etmiştir.

Dört özel dörtgen için oluşturulan hiyerarşide yamuğun nerede bulunması gerektiğinin anlaşılması için öncelikle yamuk ile diğer şekillerin arasında özellikler temelinde bir inceleme yapılması gerekmiştir. Tüm şekillerle yamuğu karşılaştırmanın zor olacağı düşüncesiyle yamuk önce paralelkenar ile karşılaştırılmış ardından diğer şekillerle olan ilişkileri incelenmiştir. Yamuğun paralelkenarı kapsadığının anlaşılması için çözülmesi gereken bir durum vardır. Bir çift karşılıklı kenarın iki çift karşılıklı kenarı kapsadığının anlaşılması öğrencilerin paralelkenarı yamuk ailesinin bir üyesi olarak kabul etmeleri için gerekli olan düğüm çözücü meseledir. Bu ise tıpkı kare ve dikdörtgende kenar özellikleri için yapılan sorgulama sürecinin bir benzerinin yapılması ile mümkün olmuştur. Yani öğrencilerin bir çift kenarın paralel olmasının daha esnek bir durum olduğunu dolayısıyla yamuğun paralelkenara göre daha esnek özelliklere sahip olduğunu anlamaları, paralelkenarın yamuk ailesinin bir üyesi olduğunu anlamalarını sağlamıştır (örneğin bölüm 4.2.6 diyalog 2 satır #224-#253). Ayrıca “paralelkenar her zaman bir yamuktur” ya da “yamuk her zaman bir paralelkenardır”



gibi ifadelerin doğruluğunu önce aile olma mantığı sonra özellikler temelinde açıklayabilmişlerdir (örneğin bölüm 4.2.6 diyalog 3 satır #254-#272). Öğrencilerin bu iki şekil arasındaki hiyerarşiyi yapılandırabilmelerini sağlayan ise düşündürücü sorular yöneltilmesi üzerine özellikleri dikkate almaları, aile olma mantığını anlamaları ve matematiksel ifadeyi bu mantıkla bağdaştırabilmeleridir.

Öğrencilerin yamuğun paralelkenarı kapsadığını anlamaları diğer şekillerinde yamukla olan ilişkisini anlamalarını kolaylaştırmıştır. Çünkü artık bir şeklin yamuk olabilmesi için sadece bir çift karşılıklı kenarının paralel olması gerektiğini anlamışlardır. Öğrencilerin yamuğun paralellik ve diğer özelliklerindeki esneklikten dolayı yamuğu hiyerarşik yapıda en üste yerleştirdikleri görülmüştür. Bu durumu açıklamaları istendiğinde ise örneğin Efe yapıdaki diğer şekillerin en az bir çift kenarı paralel olduğu için yamuk olduklarını ifade etmiştir. Ayrıca bu yapı ile ilgili sorular sorulduğunda öğrencilerin Markman'ın (1989) hiyerarşik yapının anlaşılması için gereken durumların içinde belirttiği 'geometrik şekiller arası geçişlilik özelliği'ni anladıkları görülmüştür. Örneğin Ayşe "kare bir paralelkenarsa ve paralelkenar bir yamuksa kare bir yamuk mudur?" sorusuna "evet, tabii ki de" şeklinde cevap vermiş ardından "bunu karenin hangi özelliğini düşünerek söyledin?" sorusuna "[karenin] karşılıklı kenarı paralel, bunun [yamuğun] da paralel" şeklinde cevap vermiştir. Ayşe'nin ifadeleri verilen yapıyı özellikleri dikkate alarak oluşturduğunu göstermektedir. Peki, öğrenciler şekil sınıflarını ayırık olarak düşündükleri VH1 düzeyinden hiyerarşik yapıyı oluşturabildikleri VH2 düzeyine nasıl çıkmışlardır? Bu sorunun cevabı öncelikle kısıtlılık-esneklik mantığıyla özelliklerin incelenmesi, ardından özelliklerin birbirini gerektirmesi durumunun anlaşılması ve bu durumun aile olma mantığına bağlanması ile mümkün olmuştur. Ayrıca aile olma mantığının ikizi olma anlamına gelmediğinin vurgulanması, öğretim boyunca sürekli olarak öğrencilere derinlemesine düşünmeye sevk eden soruların sorulması, matematiksel ifadelerdeki vurgulara ve öğretimde kullanılan dile dikkat edilmesi de düzeyler arası geçişi sağlayan diğer önemli hususlar olmuştur.

## KAYNAKLAR

- Aksu, H. H.(2005). *İlköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin başarıya, kalıcılığa, tutuma ve geometrik düşünme düzeyine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Aktaş, D. Y. ve Aktaş, M. C. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online*, 11(3), 714-728. [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Alyeşil, D. (2005). *Kavram haritaları destekli ve problem çözme merkezli geometri öğretimi 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri üzerindeki rolü*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Arıncı, S. (2012). *Origami temelli öğretimin 10. sınıf öğrencilerinin uzamsal görselleştirme, geometri başarısı ve geometrik akıl yürütmeleri üzerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Bağcıvan, B. (2005). *İlköğretim yedinci sınıflarda bilgisayar destekli geometri öğretimi*. Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Baroody, A. J., & Bartels, B. H. (2000). Using concept maps to link mathematical ideas. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(9), 604-609.
- Başışik, H. (2010). *İlköğretim 5.sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Battista, M. T. (2001). Shape makers: A computer environment that engenders students' construction of geometric ideas and reasoning. *Computers in the Schools*, 17(1-2), 105-120.
- Battista, M. T. (2012). *Shape makers: developing geometric reasoning in middle school with the geometer's sketchpad version 5*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 737-760). London: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.

- Craine, T. V., & Rubenstein, R. N. (1993). A quadrilateral hierarchy to facilitate learning in geometry. *The Mathematics Teacher*, 86(1), 30-36.
- Dağdelen, M. G. (2012). *İlköğretim 5.sınıf geometri öğretiminde özel dörtgenlerin kavratılmasında origaminin etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- Davison, I. (2003). Using an interactive whiteboard to facilitate pupil understanding of quadrilateral definitions. In S. Pope (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 23/1, pp. 13-18). Sheffield, UK: Sheffield Hallam University.
- Develi, M. H. ve Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir geometri öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 157, 115-122.
- de Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- de Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define?. In A. Olivier & K. Newstead (Eds), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248-255). Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch.
- de Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(5), 703-724.
- Dokur, N. (2013). *Somut materyal ve geometer's sketchpad destekli eğitimlerin matematik öğretmenliği öğrencilerinin başarılarına ve çözümlerini açıklamalarına etkilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.
- Driskell, S. O. (2004). *Fourth-Grade students' reasoning about properties of two-dimensional shapes*. Doctoral dissertation, University of Virginia, Charlottesville, Virginia.
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek, D. J., & Rebello, N. S. (2004, September). The teaching experiment- what it is and what it isn't. In M. Jeffrey, S. Franklin & K. Cummings (Eds.), *2003 Physics Education Research Conference* (Vol. 720, pp. 157-160). Madison, Wisconsin, USA.

- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." Young students experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271-299.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflandırma biçimleri*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Faydacı, S. (2008). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerine geometrik dönüşümlerden öteleme kavramının bilgisayar destekli ortamda öğretiminin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Aydın.
- Fox, T. B. (2000). Implications of research on children's understanding of geometry. *Teaching Children Mathematics*, 6(9), 572-76.
- Fujita, T. (2008). Learners' understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (Vol. 28/2, pp. 31-36). Southampton, UK: University of Southampton.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2002). Defining within a dynamic geometry environment: Notes from the classroom. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th PME International Conference* (Vol. 2, pp. 392-399). Norwich, UK.
- Ginsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4-11.
- Glaserfeld, E. V. (1989). Constructivism in education. In T. Husen & T. N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education* (pp. 162-163). Oxford, NY: Pergamon Press.
- Gray, E., & Tall, D. (2007). Abstraction as a natural process of mental compression. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 23-40.
- Han, H. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning a comparison study*. Doctoral Dissertation, University of Minnesota, ABD.

- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Hollebrands, K. F., & Smith, R. C. (2009). Using interactive geometry software to teach secondary school geometry: Implications from research. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world: Seventy first yearbook* (pp. 221-232). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 145-165.
- İbili, E. (2013). *Geometri dersi için arttırılmış gerçeklik materyallerinin geliştirilmesi, uygulanması ve etkisinin değerlendirilmesi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 55-85.
- Kemerli, B. (2010). *İlköğretim matematik ders ve çalışma kitabı*. Ankara: Can Matematik Yayınları.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lai, K., & White, T. (2012). Exploring quadrilaterals in a small group computing environment. *Computers & Education*, 59(3), 963-973.
- Leung, I. K. (2008). Teaching and learning of inclusive and transitive properties among quadrilaterals by deductive reasoning with the aid of SmartBoard. *ZDM*, 40(6), 1007-1021.
- Mack, N. K. (2007). Gaining insights into children's geometric knowledge. *Teaching Children Mathematics*, 14(4), 238-245.
- Mesut, M. (2008). *Etkinliklerle geometri öğretiminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin erişti düzeylerine etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

- MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi (1-5. sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2014). *Ortaokul 5. sınıf matematik kitabı (2.kitap)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Mistretta, R. G. (1996). *A supplemental geometry unit to enhance eight grade students' van hiele thinking levels*. Doctoral Dissertation, Colombia University, New York.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In H. Woo, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Özçakır, B. (2013). *Dinamik geometri etkinlikleri ile desteklenen matematik öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki başarılarına etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara.
- Özen, D. (2009). *İlköğretim 7. sınıf geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin erişti düzeylerine etkisi ve öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Parzys, B. (1988). "Knowing" vs "seeing" - Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19(1), 79-92.
- Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction*. (Trans. R. L. Campbell). Sussex, England: Psychology Press.

- Poincare, H. (t.y). Science and Method (Trans. F. Maitland) New York.  
<https://ia802605.us.archive.org/32/items/sciencemethod00poinuoft/sciencemethod00poinuoft.pdf> (Erişim Tarihi: 28.01.2015).
- Popovic, G. (2012). Who is this trapezoid, anyway?. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 18(4), 196-199.
- Roberts, S. K. (2007). Watch what you say. *Teaching Children Mathematics*, 14(5), 296.
- Rodrigue, P. R., & Robichaux, R. R. (2010). Polygon properties: What is possible?. *Teaching Children Mathematics*, 16(9), 524-531.
- Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 362-389.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Simon, M. A., Saldanha, L., McClintock, E., Karagoz-Akar, G., Wattanabe, T., & Zembat, İ. Ö. (2007). Understanding students' learning through their activity: Toward a basis for a scientific approach to task design and sequencing. In T. Lamberg & L. R. Wiest (Eds.), *Proceedings of the Twenty Ninth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 311-318). Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 91-104.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-309). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Tiryaki, S. G. (2005). *Görsel materyal destekli öğretiminin geometri öğretimindeki rolü*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

- Usiskin, Z., & Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S., Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). Soner Durmuş (Çev. Edit.). Ankara: Nobel Yayınevi.
- Walcott, C. (2006). *Visual aspects of children's sense-making strategies related to shape classification*. Doctoral Dissertation, Indiana University, Bloomington, IN.
- Walcott, C., Mohr, D., & Kastberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 30-40.
- Williams, G. (2007). Classroom teaching experiment: Eliciting creative mathematical thinking. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 257-264). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.
- Yılmaz, Z. (2013). *Geometri öğretiminde bir kukla modeli tasarlanması ve kukla modeli ile geometri öğretiminin matematiğe yönelik tutuma etkisinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.
- Yu, P. W. (2004). *Prototype development and discourse among middle school students in a dynamic geometric environment*. Doctoral Dissertation, Illinois State University, ABD.
- Yu, P., Barrett, J., & Presmeg, N. (2009). Prototypes and categorical reasoning: A perspective to explain how children learn about interactive geometry objects. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world: Seventy first yearbook* (pp.109-125). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Zembar, I. O. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions*. Unpublished Doctoral Dissertation, The Pennsylvania State University, University Park.
- Zembar, İ. Ö. (2007a). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 195-213.



- Zembat, İ. Ö. (2007b). Asimilasyon prensibinin anlamının öğretmen adaylarınca kavranması ve takdir edilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 306-318.
- Zembat, İ. Ö. (2015). An alternative route to teaching fraction division: Abstraction of common denominator algorithm. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 7(3),399-422.
- Zembat, İ.Ö. (2015, baskıda). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Edit.), *Matematik eğitiminde teoriler*. Ankara: PegemA Yayıncılık.

# **EKLER**

## EK-1

### Katılımcı Bilgilendirme ve İzin Belgesi

**Araştırmanın Adı:** Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenleri Sınıflandırmaya Dair Kavramsal Anlayışlarının Bilgisayar Destekli Ortamlarda Geliştirilmesi

**Araştırmanın Sorumlusu:** Sümeyye GÜRHAN, Mevlana Üniversitesi, Yüksek Lisans Öğrencisi

1. Bu kısım çocuğunuzun katılacağı çalışmayla ilgili bilgi vermektedir:
  - A. Bu çalışmaya çocuğunuzun katılmasına izin vererek öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl muhakeme ettikleri ve bunlar üzerine nasıl akıl yürüttüklerini ortaya çıkarmada bana yardımcı olmuş olacaksınız.
  - B. Çalışmaya katılan öğrencilere matematikte neyi, nasıl algıladıklarını ortaya çıkarmak için bazı sorular sorulacaktır. Bu çalışmanın tamamı araştırmacı tarafından bir video kamera ve/veya ses kayıt cihazı ile kayda alınacaktır.
  - C. Çalışmaya katılım süresi günde yaklaşık 1 saat olmak koşuluyla bir hafta (ya da 10 gün) sürebilir.
  - D. Bu çalışmaya katılan öğrenci yeni konuları farklı açılardan öğrenmenin ötesinde kendi matematiksel düşüncesi hakkında da fikir sahibi olma imkânı bulacaktır.
2. Bu kısımda katılımcı olarak öğrencinin hakları anlatılmaktadır:
  - A. Çalışmaya başlarken yapılan işlemlerin amacı ve araştırma esnasındaki rolü öğrenciye anlatılacaktır. Çalışmanın işleyişi ile ilgili herhangi bir soruyu sorabilir, gerekli açıklama yapılacaktır.
  - B. Öğrencinin ismi veya kimlik bilgileri herhangi bir ortamda açıkça kullanılmayacaktır. Çekilen video kayıtları güvenli bir yerde saklanacaktır.
  - C. Öğrencinin çalışmaya olan katılımı tamamen gönüllüdür. İsteddiği zaman katılımını sonlandırabilir ya da sorulan sorulara cevap vermeyebilir. Bu gibi durumlarda herhangi bir yaptırıma maruz kalmayacaktır.
3. Bu kısım öğrencinin çalışmaya katılabilmesi için sizin gerekli izni verdiğinizizi açıklayan kısımdır:

#### **Katılımcı:**

Mevlana Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında yüksek lisans yapan Sümeyye GÜRHAN tarafından yürütülen, matematiksel kavramlar ve bu kavramlar üzerine akıl yürütme ile ilgili, bilimsel çalışmaya çocuğumun katılmasını onaylıyorum.

Yukarıda tarif edilen araştırma şartlarını anladım ve kabul ediyorum.

Bu güne kadarki bilgim dâhilinde çocuğumun bu araştırmaya katılmasına risk ve engel teşkil edecek fiziksel ve zihinsel bir neden yoktur. Çocuğumun araştırmaya katılması karşılığında herhangi bir ücret ödenmeyeceğini biliyorum. Araştırmaya katılımın tamamen gönüllü

olduğunu ve istenildiği zaman araştırmacıyı bilgilendirmek kaydıyla katılımının sonlandırabileceğimi biliyorum.

İmzalanan bu belgenin bir kopyasının da tarafıma verileceğini biliyorum. Çocuğumla yapılan görüşmelerin video/ses kayıtlarının başka eğitim ortamlarında (okul, konferans, vs.) her zaman kullanılmasına izin veriyorum.

.....  
İmza Tarih

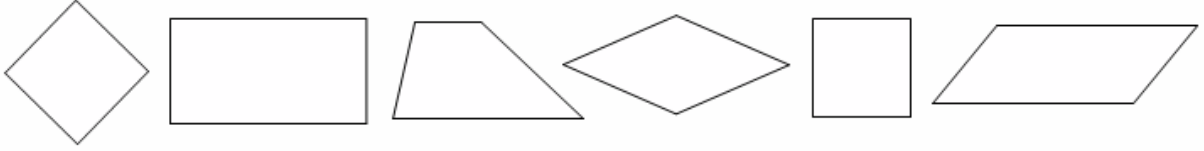
**Araştırmacı:**

Katılımcıyı bilgilendirme ile ilgili gerekli işlemlerin uygun bir biçimde yapıldığını ve sorulan soruların en iyi şekilde cevaplandırılmaya çalışıldığını teyit ederim.

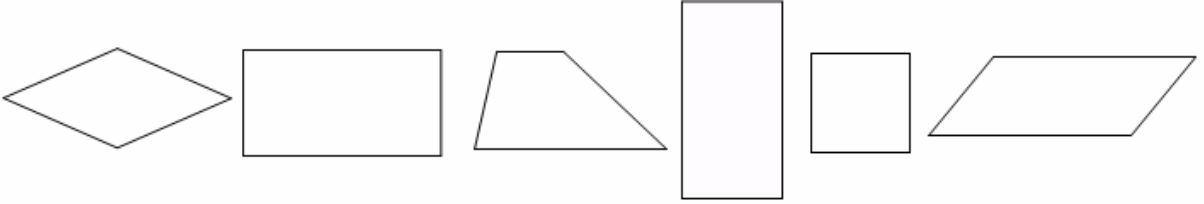
.....  
İmza Tarih

**EK-2**  
**İLK MÜLAKAT SORULARI**

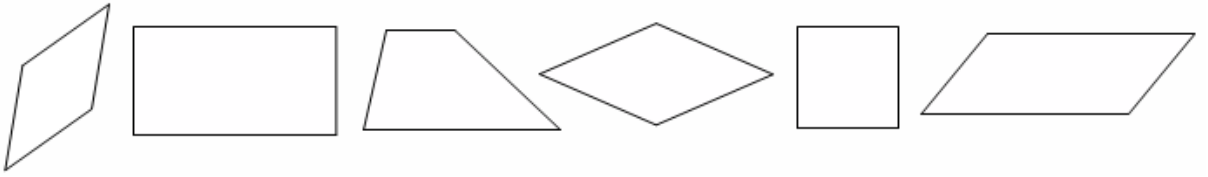
1. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri karedir?



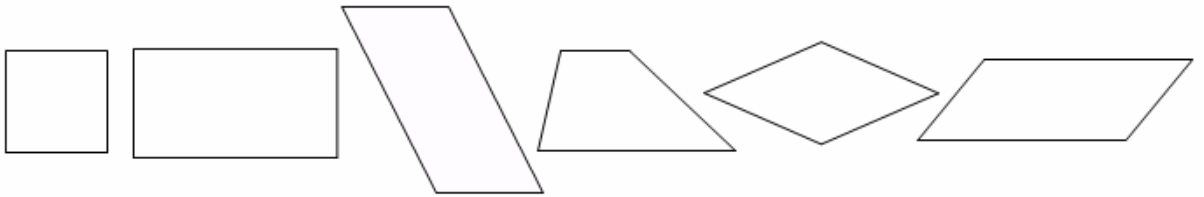
2. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri dikdörtgendir?



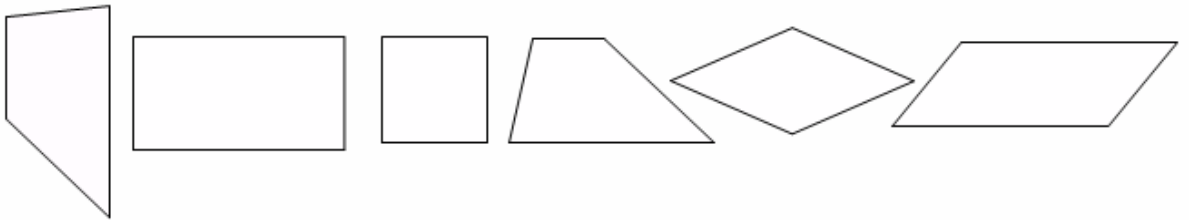
3. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri eşkenar dörtgendir?



4. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri paralelkenardır?



5. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri yamuktur?

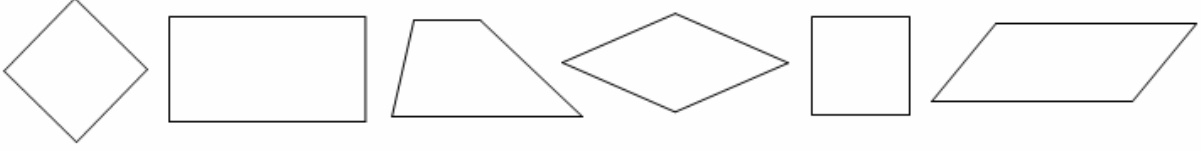


6. Kare nedir? En temel özellikleri nelerdir?
  7. Dikdörtgen nasıl bir şekildir? Özellikleri nelerdir?
  8. Eşkenar dörtgen nasıl bir şekildir? Özellikleri nelerdir?
  9. Bir arkadaşına paralelkenarı anlatmak isteseydin bunu nasıl yapardın? Bir şeklin paralelkenar olması için hangi özelliklerinin olması gerekir?
  10. Yamuk nasıl bir şekildir? Ne gibi özelliklere sahiptir?
- 

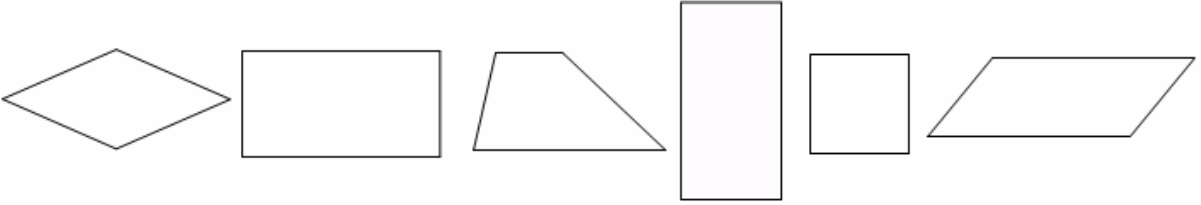
11. Kare bir yamuk mudur?
12. Eşkenar dörtgen bir dikdörtgen midir?
13. Eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?
14. Dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?

## SON MÜLAKAT SORULARI

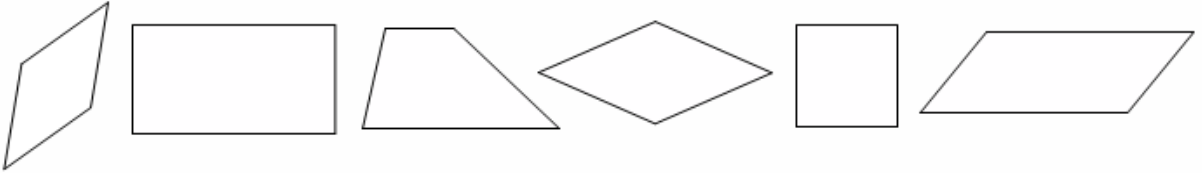
1. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri karedir?



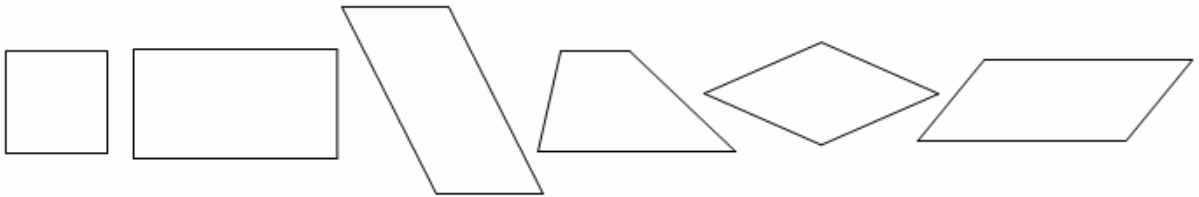
2. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri dikdörtgendir?



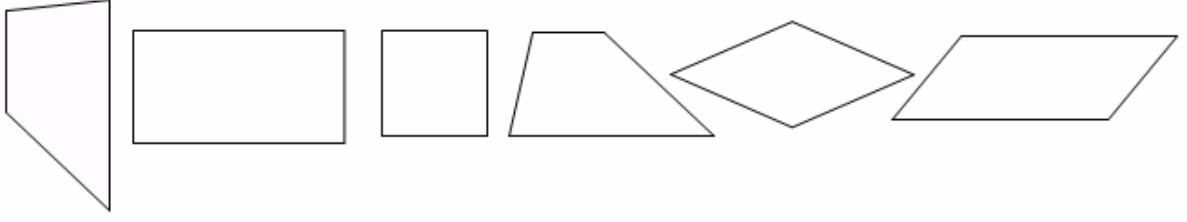
3. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri eşkenar dörtgendir?



4. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri paralelkenardır?



5. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri yamuktur?



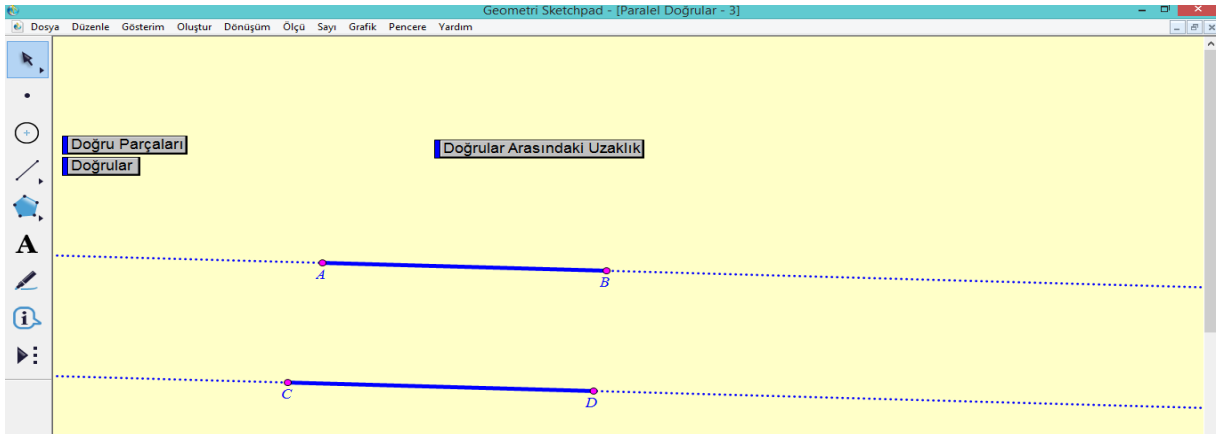
6. Kare nedir? En temel özellikleri nelerdir?
  7. Dikdörtgen nasıl bir şekildir? Özellikleri nelerdir?
  8. Eşkenar dörtgen nasıl bir şekildir? Özellikleri nelerdir?
  9. Bir arkadaşına paralelkenarı anlatmak isteseydin bunu nasıl yapardın? Bir şeklin paralelkenar olması için hangi özelliklerinin olması gerekir?
  10. Yamuk nasıl bir şekildir? Ne gibi özelliklere sahiptir?
- 
11. Kare bir yamuk mudur?
  12. Eşkenar dörtgen bir yamuk mudur?
  13. Dikdörtgen bir paralelkenar mıdır?
  14. Eşkenar dörtgen bir dikdörtgen midir?
  15. Yamuk bir paralelkenar mıdır?
  16. Paralelkenar bir kare midir?



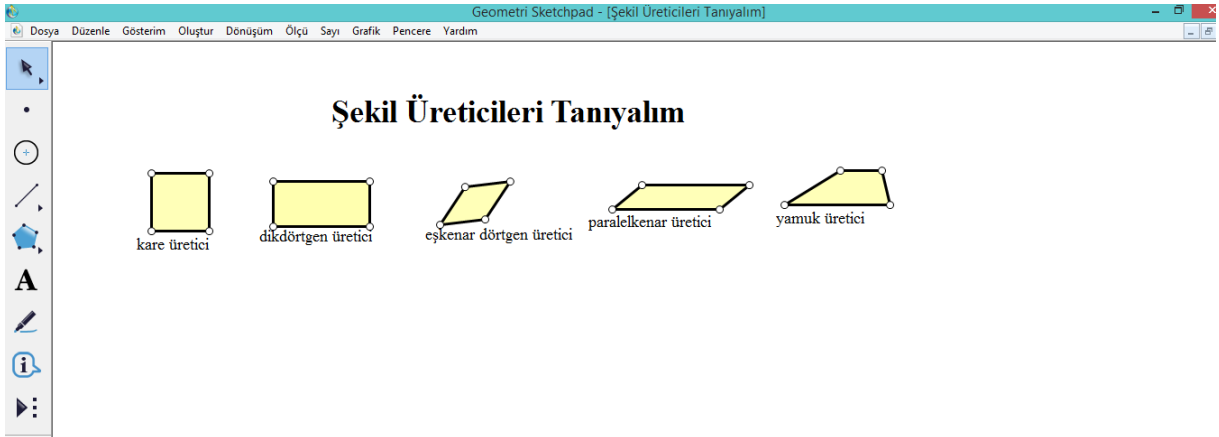
## EK-3 DERS İŞLENİŞİ

### 1. DERS

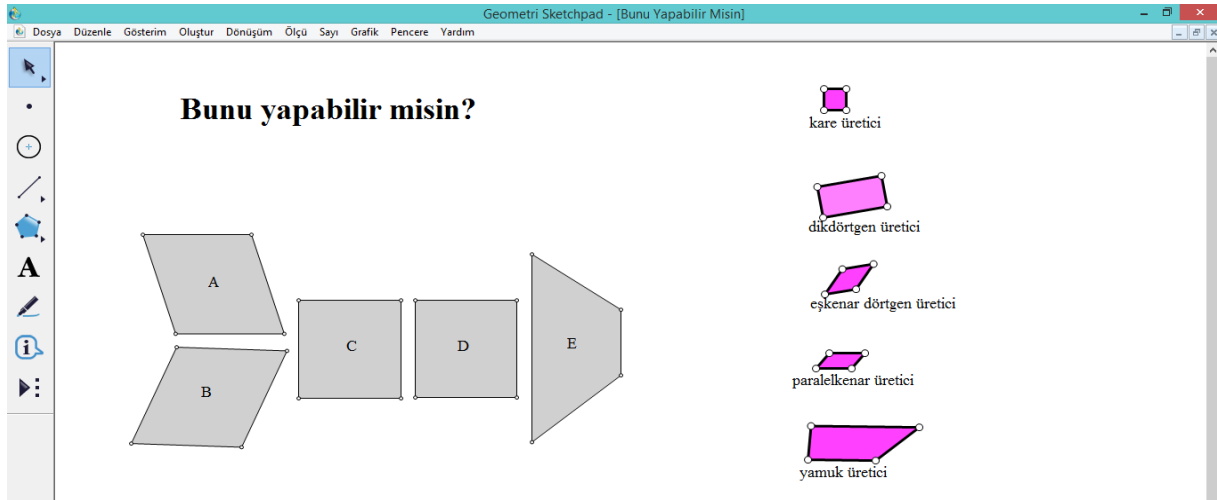
#### 1. Paralel Doğrular (gsp)



#### 2. Şekil üreticileri tanıyalım (gsp)



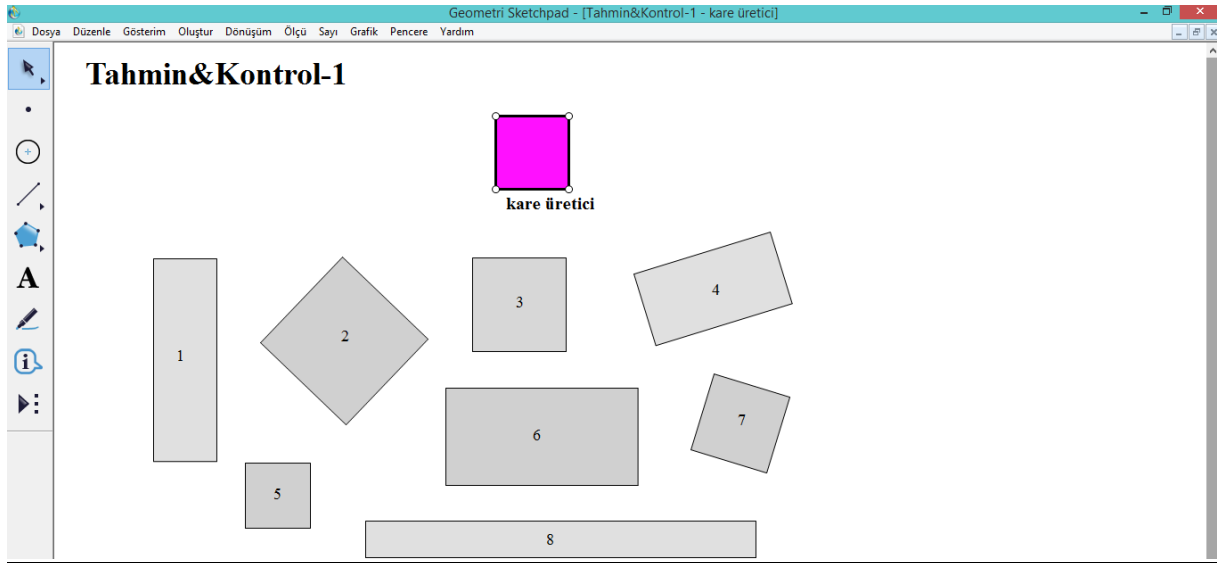
#### 3. Bunu yapabilir misin?(gsp\word)



**Amaç:** Öğrenciye programı tanıtmak, şekil üreticilerini ve hareketlerini tanıtmak ve bu esnada öğrencinin GSP'ye aşinalığını geliştirmek.

## 2. DERS

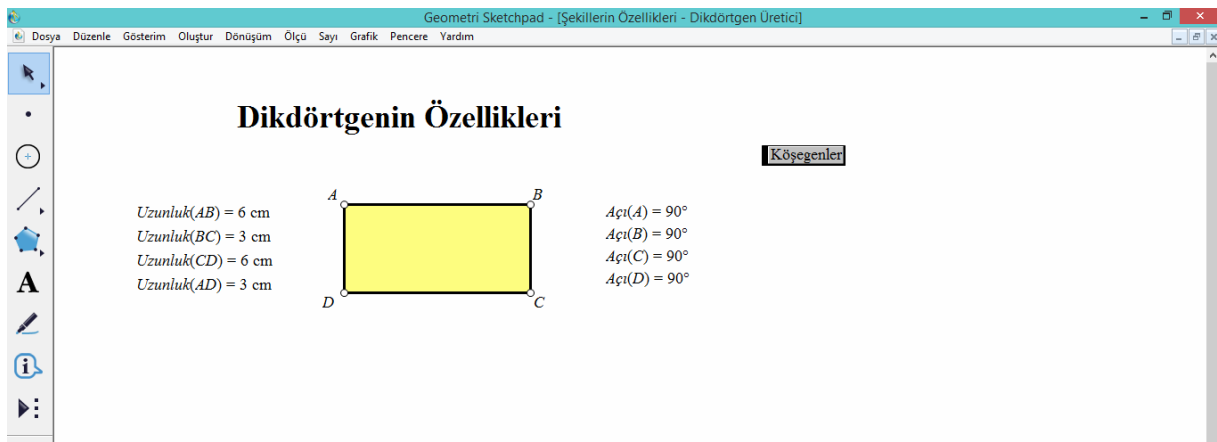
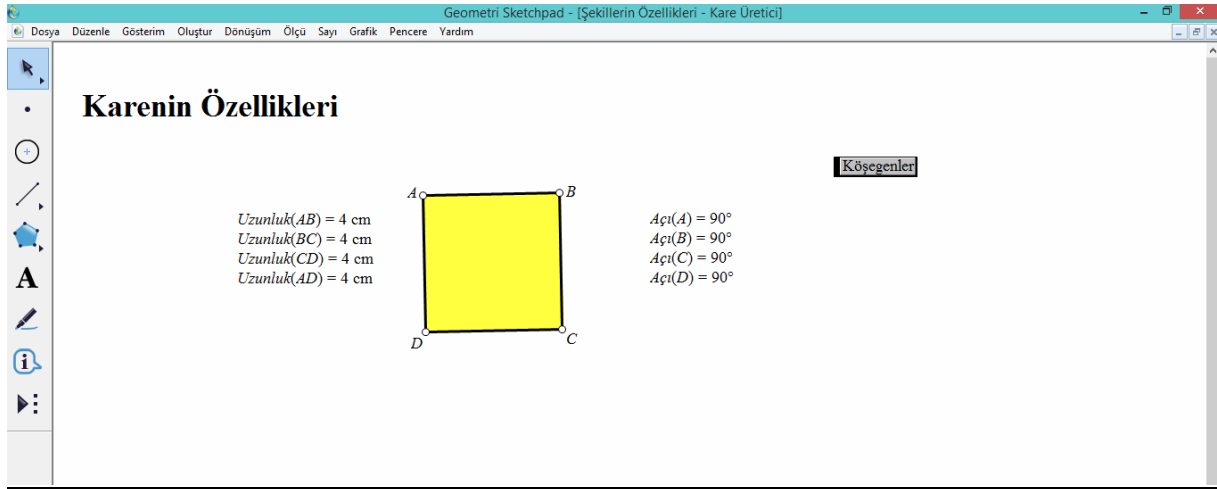
### 1. Tahmin&Kontrol-1(gsp\word)



**Amaç:** Kare üreticinin sadece kareyi ürettiğini ama dikdörtgen üreticinin hem kare hem de dikdörtgeni üretebildiğini göstermektir. Burada karenin kenarlarının eş şekilde büyüyüp küçüldüğü, dikdörtgenin ise çiftler halinde eş büyüyüp küçüldüğü anlaşılacaktır.

**Yöntem:** Kare ve dikdörtgen üreticiler verilir öğrenciye sunulan bir grup (kare ve dikdörtgenlerden oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

### 2. Şekillerin Özellikleri (gsp\word)[kare-dikdörtgen]

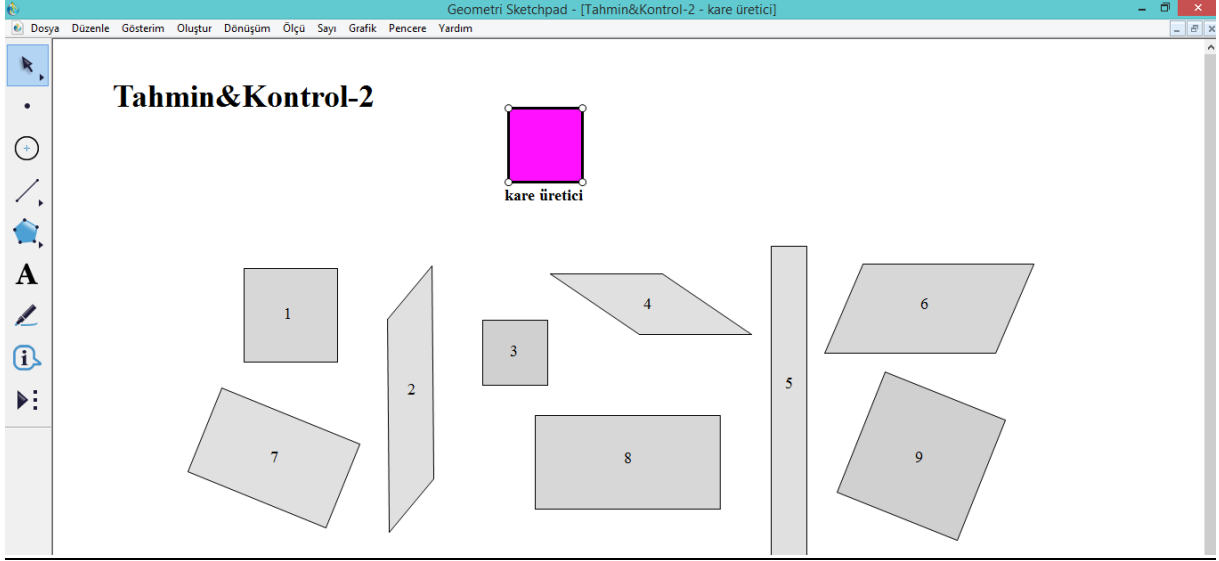


**Amaç:** Ders-1’de üzerinde çok durulmayan kare ve dikdörtgene ait özelliklerin ele alınması ve öğrencinin bu özellikleri VH1 seviyesinde ele alıp VH2’ye ön hazırlık oluşturacak şekilde öğrenmesini sağlamaktır.

**Yöntem:** Kare üretici verilir ve kenar, açı, köşegen, köşegenler arasındaki açı ve paralellik özellikleri incelenir.

### **3. DERS**

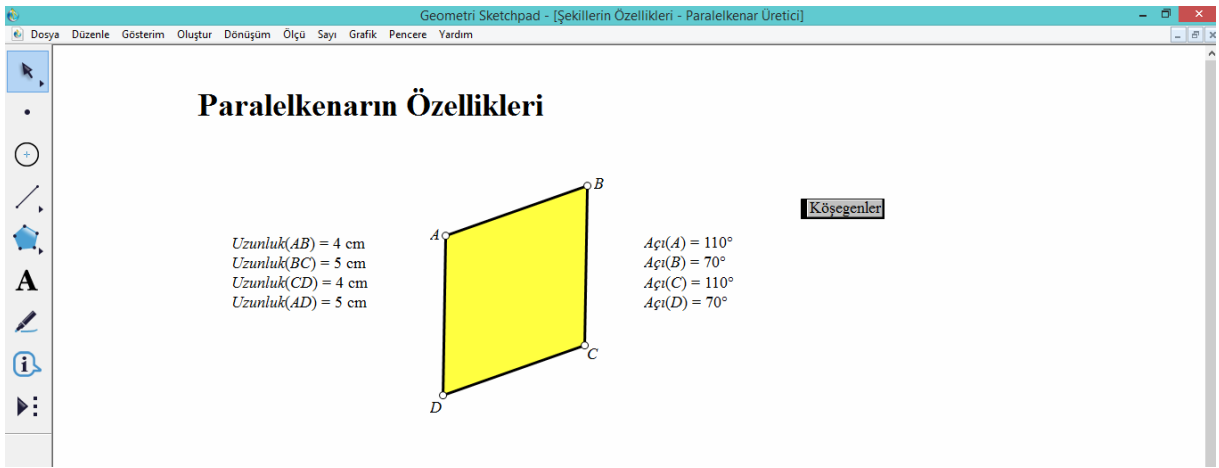
#### **1. Tahmin&Kontrol-2(gsp\word)**



**Amaç:** Paralelkenar üreticinin kareyi, dikdörtgeni ve paralelkenarı üretebildiğini; ancak kare ve dikdörtgen üreticinin paralelkenarı üretemediğini göstermektir. Burada paralelkenarın kenarlarının çiftler halinde eş büyüyüp küçüldüğü ve karşılıklı açılarının eş olduğu, yani tüm açılarının her zaman eş olmak zorunda olmadığı anlaşılacaktır.

**Yöntem:** Kare, dikdörtgen ve paralelkenar üreticileri verilip öğrenciye sunulan bir grup (kare, dikdörtgen ve paralelkenardan oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

## 2. Şekillerin Özellikleri(gsp\word)[paralelkenar]



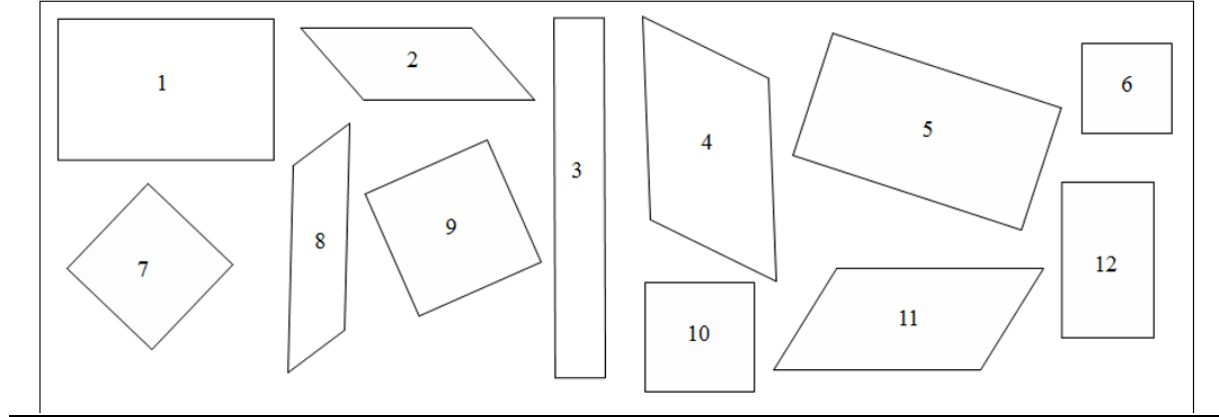
**Amaç:** Ders-1'de çok üzerinde durulmayan paralelkenara ait özelliklerin ele alınması ve öğrencinin bu özellikleri VH1 seviyesinde ele alıp VH2'ye ön hazırlık oluşturacak şekilde öğrenmesini sağlamaktır.

**Yöntem:** Paralelkenar üreticiverilir ve kenar, açı, köşegen, köşegenler arası açı ve paralellik özellikleri incelenir.

### 3. Şekilleri Bilmece Yardımıyla Gruplandırılmalı-1(word)

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült iki çift karşılıklı kenarlarım birbirine hep paraleldir. Köşe noktalarından hareket ettirildiğinde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarından ne kadar büyütülüp küçültülsemde köşegenlerim arasındaki açı hep 90 derece olur.

Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

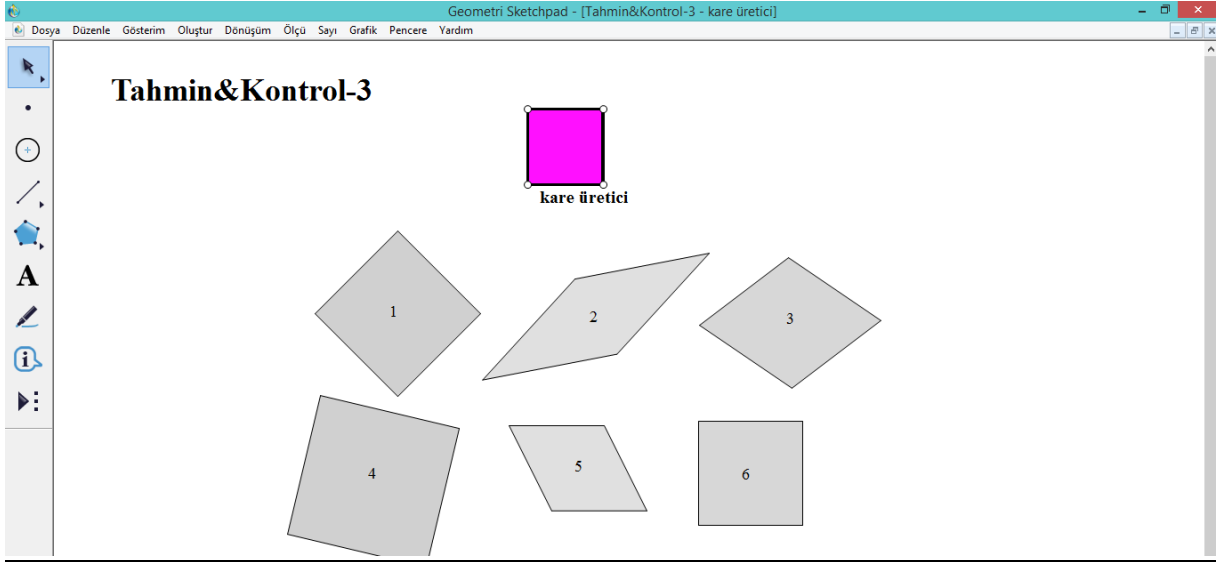


**Amaç:** Öğrencinin bilmecelerde verilen özellikler üzerine düşünerek şekil sınıflarının kapsayan yapısının o sınıfa ait tüm özellikler için (köşegenler, köşegenler arası açılar, paralellik) geçerli olduğunu anlamasını sağlamaktır (bir önceki etkinlikte bu geçişkenliği kenar ve açı özelliklerini inceleyerek anlamlandırmıştı burada ise diğer özellikler ağırlıklı olarak ele alınacaktır). Ayrıca öğrencinin şekil sınıfları arasındaki geçişkenliği ve şekil sınıflarının özellikleri arasındaki asimetric ilişkiyi bu kısımda daha derinlemesine anlamlandırmasına yardımcı olmak hedefidir. Bu sayede mantıksal çıkarım yapmasını sağlayarak, VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesini geliştirmeye çalışılacaktır.

**Yöntem:** Verilen bilmeceler şekil özelliklerinden müteşekkil olup öğrencinin bu özellikler ve o ana kadar bilgisayar ortamında yaptıklarını sorgulamasına yardımcı olacaktır.

## 4. DERS

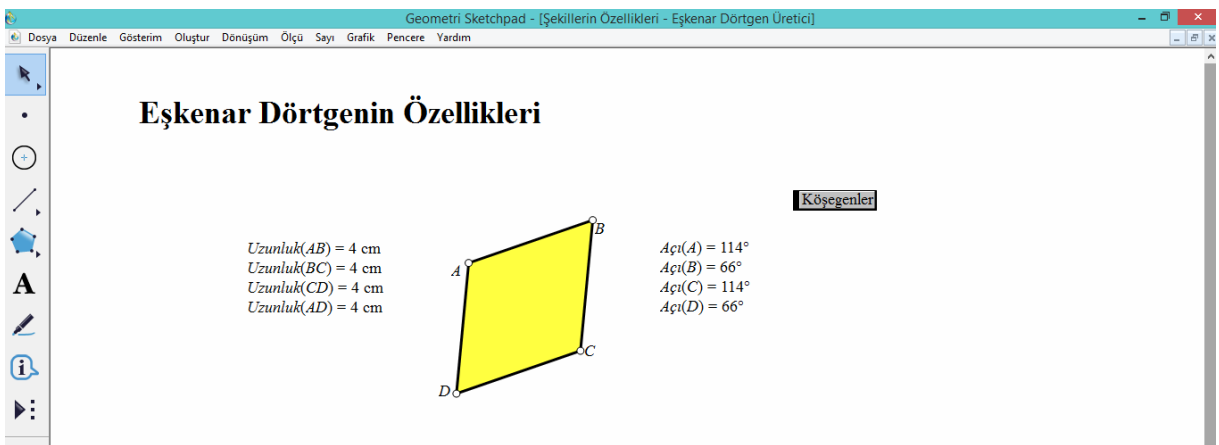
### 1. Tahmin&Kontrol-3 (gsp\word)



**Amaç:** Kare üreticinin sadece kareyi ürettiğini ama eşkenar dörtgen üreticinin hem kare hem de eşkenar dörtgeni üretebildiğini göstermektir. Burada eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunluklarının her zaman eş olacak şekilde büyüyüp küçüldüğü ancak tüm açılarının her zaman eş olmak zorunda olmadığı (açılarında bir esnekliğe sahip olduğu) anlaşılacaktır.

**Yöntem:** Kare ve eşkenar dörtgen üreticiler verilip öğrenciye sunulan bir grup (kareve eşkenar dörtgenden oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

## 2. Şekillerin Özellikleri(gsp\word)[eşkenar dörtgen]

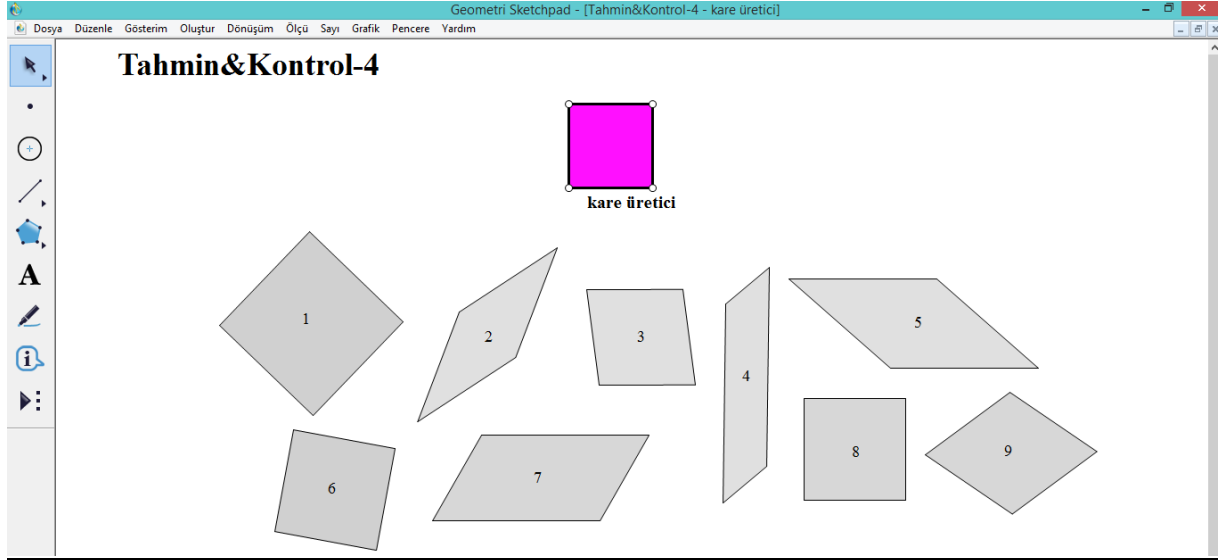


**Amaç:** Ders-1’de çok üzerinde durulmayan eşkenar dörtgene ait özelliklerin ele alınması ve öğrencinin bu özellikleri VH1 seviyesinde ele alıp VH2’ye ön hazırlık oluşturacak şekilde öğrenmesini sağlamaktır.

**Yöntem:** Eşkenar dörtgen üreticiverilir ve kenar, açı, köşegen, köşegenler arasındaki açı ve paralellik özellikleri incelenir.

## **5. DERS**

### **1. Tahmin&Kontrol-4(gsp\word)**

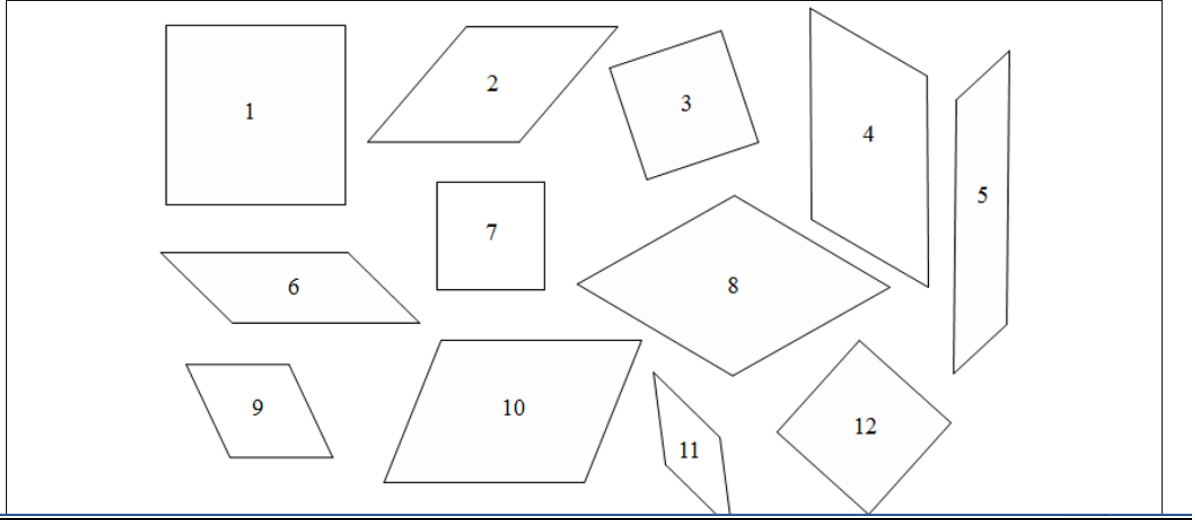


**Amaç:** Paralelkenar üreticinin kareyi, eşkenar dörtgeni ve paralelkenarı üretebildiğini; ancak kare ve eşkenar dörtgen üreticinin paralelkenarı üretmediğini göstermektir. Burada paralelkenarın hangi kısıtla eşkenar dörtgeni verdiği ve eşkenar dörtgenin de hangi kısıtlarla kareyi hangi esneklikle paralelkenarı verdiği üzerine yoğunlaşılacaktır.

**Yöntem:** Kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenar üreticiler verilir öğrenciye sunulan bir grup (kare, eşkenar dörtgen ve paralelkenardan oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

### **2. Şekilleri Bilmeceler Yardımıyla Gruplandırılmalı-2(word)**

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir. Köşe noktalarımın hareket ettirildiğinde tüm kenarlarım her zaman birbirine eş olur. Köşe noktalarımın ne kadar büyütülüp küçültülsemde köşegen uzunluklarım her zaman birbirine eş olur. Bu özelliklerim aşağıdaki şekillerden hangilerinin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!



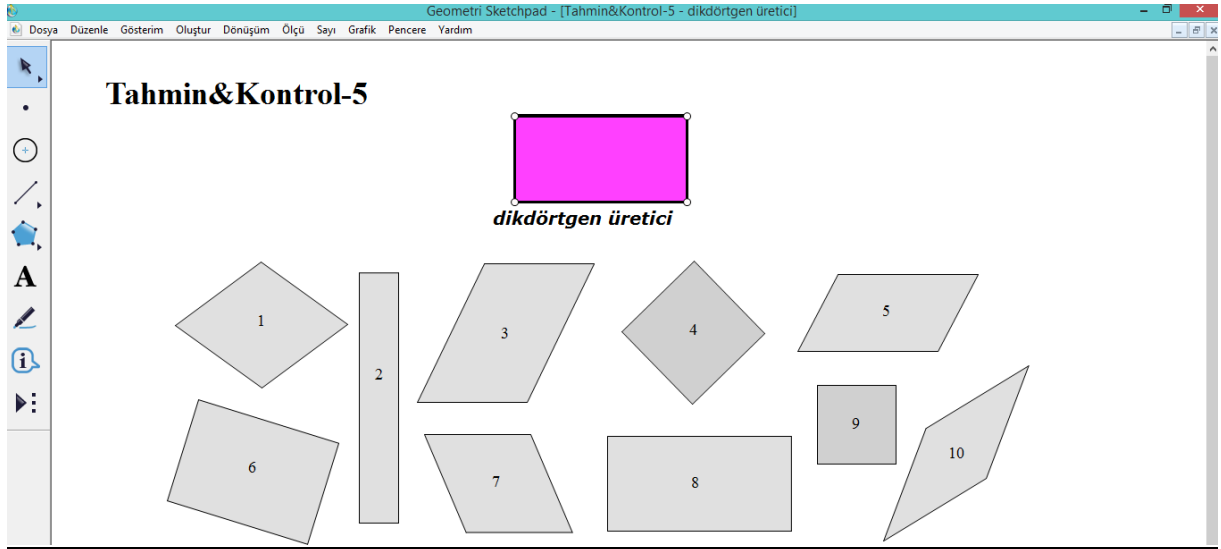
**Amaç:** Öğrencinin bilmecelerde verilen özellikler üzerine düşünerek şekil sınıflarının kapsayan yapısının o sınıfa ait tüm özellikler için (köşegenler, köşegenler arası açılar, paralellik) geçerli olduğunu anlamasını sağlamaktır (bir önceki etkinlikte bu geçişkenliği kenar ve açı özelliklerini inceleyerek anlamlandırmıştı burada ise diğer özellikler ağırlıklı olarak ele alınacaktır). Ayrıca öğrencinin şekil sınıfları arasındaki geçişkenliği ve şekil sınıflarının özellikleri arasındaki asimetrik ilişkiyi bu kısımda daha derinlemesine anlamlandırmasına yardımcı olmak hedeftir. Bu sayede mantıksal çıkarım yapmasını sağlayarak, VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesini geliştirmeye çalışılacaktır.

**Yöntem:** Verilen bilmeceler şekil özelliklerinden müteşekkil olup öğrencinin bu özellikler ve o ana kadar bilgisayar ortamında yaptıklarını sorgulamasına yardımcı olacaktır.

## **6. DERS**

### 1. Tahmin&Kontrol-5(gsp\word)



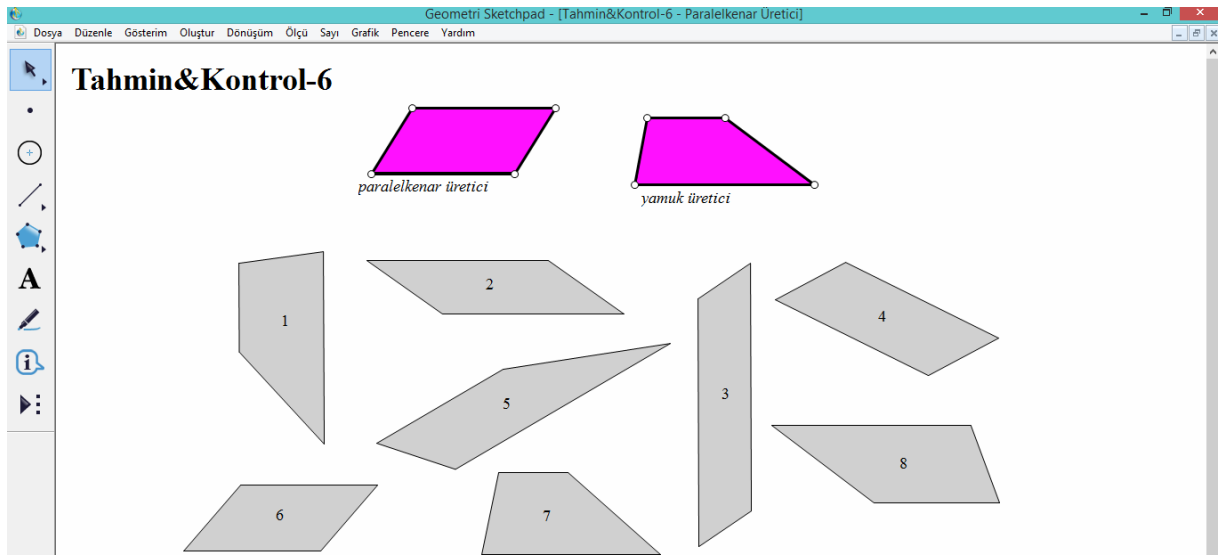


**Amaç:** Dikdörtgen üreticinin eşkenar dörtgeni, eşkenar dörtgen üreticinin de dikdörtgeni üretemediğini göstermektir. Burada dikdörtgenin tüm açıları 90 derece olacak şekilde büyüyüp küçüldüğü, eşkenar dörtgenin ise tüm kenarlarının eş olacak şekilde büyüyüp küçüldüğü anlaşılacaktır.

**Yöntem:** Eşkenar dörtgen ve dikdörtgen üreticiler verilip öğrenciye sunulan bir grup (eşkenar dörtgen ve dikdörtgenlerden oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

## 7. DERS

### 1. Tahmin&Kontrol-6(gsp\word)

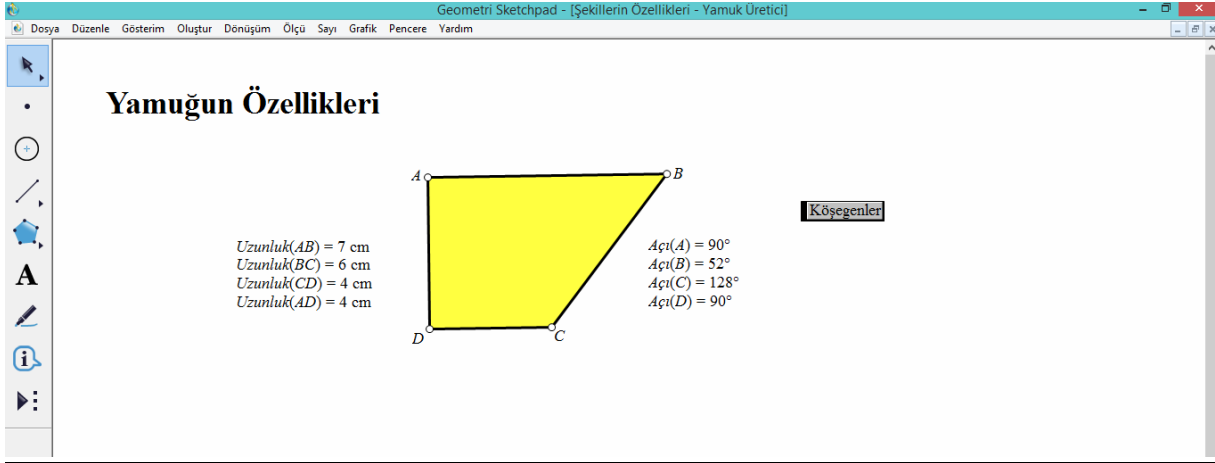


**Amaç:** Yamuk üreticinin hem yamuğu hem de paralelkenarı üretebildiğini; ancak paralelkenar üreticinin yamuğu üretemediğini öğretmektir. Burada yamuğun bir çift kenarının

paralel olacak şekilde büyüyüp küçüldüğü ancak iki çift kenarının da paralel olmasına izin verdiği ancak paralelkenarda sadece ikinci meselenin geçerli olduğu anlaşılacaktır.

**Yöntem:** Paralelkenar ve yamuk üreticiler verilip öğrenciye sunulan bir grup (paralelkenar ve yamuktan oluşan) şekil için bu üreticilerin nasıl işlediği araştırılır.

## 2. Şekillerin Özellikleri(gsp\word)[yamuk]



**Amaç:** Ders-1’de üzerinde çok durulmayan yamuğa ait özelliklerin ele alınması ve öğrencinin bu özellikleri VH1 seviyesinde ele alıp VH2’ye ön hazırlık oluşturacak şekilde öğrenmesini sağlamaktır.

**Yöntem:** Yamuk üretici verilir ve kenar, açı, köşegen, köşegenler arasındaki açı ve paralellik özellikleri incelenir.

## 3. Bilmecelerdeki Şekilleri Bulalım(word)



7.ders: Bilmecelerdeki Şekilleri Bulalım

Verilen bilmecelerdeki özellikleri düşünerek bu bilmecelerde sorulan şekil/şekillerin neler olabileceğini bulunuz.

Beni istediğin kadar büyüt veya küçült bir çift karşılıklı kenarlarım hep birbirine paraleldir.  
Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

Karşılıklı kenarlarım eşit ve bu durum tüm kenarlarım eş olacak şekilde kısıtlanabilir. Karşılıklı açıları eşit ama esnek olduğum için köşelerimden hareket ettirdiğimde tüm açıları da eş yapılabilir. Köşegenlerim arasındaki açı değişkendir ancak 90 derece olacak şekilde kısıtlanabilir.

Bu özelliklerim hangi şekil/şekillerin çizimine imkan verir? Tüm ihtimalleri düşünmeyi unutma!!!

**Amaç:** Öğrencinin bilmecelerde verilen özellikler üzerine düşünerek şekil sınıflarının kapsayan yapısının o sınıfa ait tüm özellikler için (köşegenler, köşegenler arası açılar, paralellik) geçerli olduğunu anlamasını sağlamaktır (bir önceki etkinlikte bu geçişkenliği kenar ve açı özelliklerini inceleyerek anlamlandırmıştı burada ise diğer özellikler ağırlıklı olarak ele alınacaktır). Ayrıca öğrencinin şekil sınıfları arasındaki geçişkenliği ve şekil sınıflarının özellikleri arasındaki asimetric ilişkiyi bu kısımda daha derinlemesine anlamlandırmasına yardımcı olmak hedefdir. Bu sayede mantıksal çıkarım yapmasını sağlayarak, VH2 seviyesinde (derinlemesine) düşünmesini geliştirmeye çalışılacaktır.

**Yöntem:** Verilen bilmeceler şekil özelliklerinden müteşekkil olup öğrencinin bu özellikler ve o ana kadar bilgisayar ortamında yaptıklarını sorgulamasına yardımcı olacaktır.

## EK-4

### PİLOT ÇALIŞMADA KULLANILAN ETKİNLİKLER

Geometri Sketchpad - [S]

Dosya Düzenle Gösterim Oluştur Dönüşüm Ölçü Sayı Grafik Pencere Yardım

## Şekil Üreticileri Tanıyalım

The screenshot displays the Geometri Sketchpad interface with the title "Şekil Üreticileri Tanıyalım". The main workspace contains several yellow geometric shapes, each with a label and a small icon representing the shape creator. The shapes and their labels are: a square labeled "kare üretici", a rectangle labeled "dikdörtgen üretici", a trapezoid labeled "yamuk üretici", a deltoid labeled "deltoid üretici", a rhombus labeled "eşkenar dörtgen üretici", a parallelogram labeled "paralelkenar üretici", and a general quadrilateral labeled "dörtgen üretici". The left sidebar shows standard geometric construction tools like a pointer, eraser, and various drawing tools.

Geometri Sketchpad - [Bunu Yapabilir Misin]

Dosya Düzenle Gösterim Oluştur Dönüşüm Ölçü Sayı Grafik Pencere Yardım

## Bunu yapabilir misin?

The screenshot shows the Geometri Sketchpad interface with the title "Bunu yapabilir misin?". The main workspace features a large yellow trapezoid at the top. Below it are several smaller yellow shapes: two trapezoids, a rectangle, and another trapezoid. To the right of these shapes is a list of shape creators, each with a small icon and a label: "kare üretici", "dikdörtgen üretici", "eşkenar dörtgen üretici", "paralelkenar üretici", "ikizkenar yamuk üretici", and "yamuk üretici". The left sidebar shows the same set of geometric construction tools as in the previous screenshot.

## “Şekilleri Gruplandırılm” Etkinliği

Aşağıdaki şekilleri şimdiye kadar gördüğünüz özellikleri (dört kenarlı, köşegenleri eşit v.b.) dikkate alarak üç gruba ayırınız.

- Bu gruplandırmayı hangi özellikleri dikkate alarak yaptığınızı açıklayınız.
- Gruplandırma yaparken cetvel, gönye ve iletki kullanabilirsiniz.
- Herbir grubu farklı bir renkle boyayarak gösterebilirsiniz.

