

**İKİ NÖTRİNOLU ÇİFT BETA BOZUNUMUNA
İZOBAR ANALOG DURUMLARDAN GELEN
KATKILARIN İNCELENMESİ**

**Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi
Fizik Anabilim Dalı**

Lütfi ARISOY

**Danışman:
Yrd. Doç. Dr. Serdar ÜNLÜ**

**Haziran, 2012
BURDUR**



YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU

LÜTFİ ARISOY tarafından **Yrd. Doç. Dr. SERDAR ÜNLÜ** yönetiminde hazırlanan “**İKİ NÖTRİNOLU ÇİFT BETA BOZUNUMUNA İZOBAR ANALOG DURUMLARDAN GELEN KATKILARIN İNCELENMESİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi 14/06/2012

Yrd. Doç. Dr. Necla ÇAKMAK
Karabük Üniversitesi
Başkan

Yrd. Doç. Dr. Serdar ÜNLÜ
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi
Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Fatma GÖDE
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi
Jüri Üyesi

ONAY

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulu' nun.....tarih vesayılı kararı ile kabul edilmiştir.

Yrd. Doç. Dr. İsmail KAYAĞİL
Müdür Vekili
Fen Bilimleri Enstitüsü

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
İÇİNDEKİLER	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	v
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. MATERYAL ve YÖNTEM	4
2.1. Beta Bozunumu	4
2.1.1. Beta Bozunumunun Fermi Teorisi	5
2.1.2. İzinli Beta Bozunumu	8
2.2. İzobar Analog Durumlar	9
2.3. Bozulmuş Simetrinin Restore Edilmesi Yöntemi	10
2.4. Tek–Tek Çekirdeklerde İzobar Analog Durumların Özüyümlü Olarak Elde Edilmesi	17
2.4.1. Hamilton Operatörünün Elde Edilmesi	17
2.4.2. Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı Yöntemiyle İzobar Analog Durumların Enerji ve Dalga Fonksiyonlarının Belirlenmesi	22
2.4.3. β Geçiş Matris Elemanlarının ve Çift β Bozunum Çekirdek Matris Elemanına Olan Katkıların Belirlenmesi	25
3. ARAŞTIRMA BULGULARI	27
4. TARTIŞMA ve SONUÇ	42
5. KAYNAKLAR	43
ÖZGEÇMİŞ	46

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

İKİ NÖTRİNOLU ÇİFT BETA BOZUNUMUNA İZOBAR ANALOG DURUMLARDAN GELEN KATKILARIN İNCELENMESİ

Lütfi ARISOY
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Bu çalışmada, iki nötrinolu çift beta bozunum çekirdek matris elemanına ara çekirdekteki 0^+ uyarılmalarından gelen katkılar hesaplanmıştır. Ara çekirdekteki 0^+ uyarılmalarından gelen katkılarının enerji dağılımları verilerek bu katkılarının detaylı bir analizi yapılmıştır. Hesaplamalar proton-nötron kuazi rasgele faz yaklaşımı çerçevesinde yapılmış olup nükleon-nükleon etkin etkileşme potansiyeli nükleer Hamiltonyeninin bozulmuş izospin değişmezliğini restore edecek şekilde dikkate alınmıştır. Ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyeli Chepurnov parametrizasyonunda hesaplanmıştır. Hesaplamalarda çift etkileşme potansiyeli $C_n=C_p=12/\sqrt{A}$ MeV olarak hesaba katılmıştır. Sayısal hesaplamalar Fortran 77 programlama dilinde gerçekleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çift Beta Bozunumu, İzospin Değişmezliği, Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Serdar ÜNLÜ, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

THE INVESTIGATION OF THE CONTRIBUTIONS COMING FROM THE ISOBAR ANALOGUE STATES TO TWO NEUTRINO DOUBLE BETA DECAY

Lütfi ARISOY
Mehmet Akif Ersoy University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

In this work, the contributions coming from the isobaric analogue excitations in medium nuclei to the nuclear matrix element for two neutrino double beta decay have been calculated. A detailed analysis has been given by calculating the energy distributions of the contributions. The calculations have been performed within the framework of the proton-neutron quasi random phase approximation and the nucleon-nucleon effective interaction potential has been considered in such a way that the broken isospin invariance of the nuclear Hamiltonian has been restored. The Woods-Saxon potential with Chepurnov parametrization has been used as an average field potential. The pairing interaction potential has been included as $C_n=C_p=12/\sqrt{A}$ MeV. The numerical calculations have been performed by using a Fortran 77 code.

Keywords: Double Beta Decay, Isospin Invariance, Quasi Random Phase Approximation

Advisor: Asst. Prof. Dr. Serdar ÜNLÜ, Mehmet Akif Ersoy University, Arts and Science Faculty, Department of Physics

TEŞEKKÜR

Bu çalıŐmayı tarafıma öneren ve tez çalıŐması boyunca her tŸrlŸ yardım ve desteğini esirgemeyen bŸyŸk bir sabırla bana katlanan tez danıŐmanım sayın Yrd. Doç. Dr. Serdar ŸNLŸ'ye, beni bugŸnlere getiren aileme ve tezimin hazırlanmasında emeiği geçen herkese teŐekkŸr eder, ŐŸkran ve saygılarımı sunarım.

LŸtfi ARISOY
BURDUR, 2012

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 3.1. ^{76}As uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	37
Şekil 3.2. ^{82}Br uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	37
Şekil 3.3. ^{96}Nb uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	38
Şekil 3.4. ^{100}Tc uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	38
Şekil 3.5. ^{116}In uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	39
Şekil 3.6. ^{128}I uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	39
Şekil 3.7. ^{130}I uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	40
Şekil 3.8. ^{136}Cs uyarılmalarının çift β bozunumu katkılarının enerji dağılımı.....	40

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 3.1. ^{76}Ge için tek parçacık seviyeleri ve enerjiler.....	28
Çizelge 3.2. ^{82}Se için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	29
Çizelge 3.3. ^{96}Zr için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	30
Çizelge 3.4. ^{100}Mo için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	31
Çizelge 3.5. ^{116}Cd için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	32
Çizelge 3.6. ^{128}Te için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	33
Çizelge 3.7. ^{130}Te için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	34
Çizelge 3.8. ^{136}Xe için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.....	35
Çizelge 3.9. β geçiş güçleri ve fermi toplam kuralı.....	36
Çizelge 3.10. Çift β bozunumu yapan sistemler için ara çekirdeklerdeki 0^+ ve 1^+	41
uyarılmalarından gelen toplam katkılar	

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

β^+	Pozitron yayınlanması
N	Nötron sayısı
Z	Proton sayısı
QRPA	Kuazi rastgele faz yaklaşımı
A	Nükleon sayısı
${}^4\text{He}$	Helyum
n	Nötron
p	Proton
e	Elektron
ν^-	Antinötrino
β^-	Elektron yayınlanması
e^+	Pozitron
ν	Nötrino
ε	Elektron yakalaması
GUT	Birleşik alan teorisi
λ	Beta geçiş hızı
$\rho(E_s)$	Durum yoğunluğu
V_{si}	Matris elemanı
π	Pi sayısı
\hbar	Planck Sabiti

ψ_i	İlk durum dalga fonksiyonu
ψ_s	Son durum dalga fonksiyonu
V	Beta geçiş operatörü
dV	Diferansiyel hacim elemanı
r	Yarıçap
l	Yörünge açısal momentum
s	Spin
I	Nükleer spin
$\Delta\pi$	Parite
a	Olasılık genliği
b	İzospin karışım olasılık genliği
T_0	Toplam durum isospini
T	Toplam izospin
\vec{P}	Lineer momentum
\vec{J}	Toplam momentum
N	Parçacık sayısı
H	Hamilton
m_i	Kütle
$V(r_i, r_j)$	İki cisim etkileşme potansiyel enerjisi
$\vec{t}(i)$	İzospin

H_{SM}	Ortalama alan potansiyeli
Ψ_{sm}	Ortalama alan dalga fonksiyonu
\vec{P}	Tek parçacık momentumu
m	Tek parçacık kütlesi
$V(r)$	Ortalama alan potansiyeli
$V_0(r)$	İzokaler potansiyel
$V_0(r)\hat{t}_z$	İzovektör potansiyeli
$V_{ls}(r)\left(\vec{l} \cdot \vec{s}\right)$	Spin yörünge potansiyeli
V_0	Ortalama alan potansiyelinin derinliği
a	Difüzyon parametresi
η	İzovektör parametresi
ζ_{ls}	Spin yörünge parametresi
\hat{H}_ε	İkinci kuantumlanma uzayında tek parçacık hamiltonyeni
ε_v	İkinci kuantumlanma uzayında tek parçacık enerjisi
\hat{a}_v^+	Parçacık üretme operatörü
\hat{a}_v	Parçacık yok etme operatörü
\hat{F}	Tek parçacık fiziksel büyüklük
$f_{vv'}$	Tek parçacıklı fiziksel büyüklük için matris elemanı
\hat{h}	Etkin etkileşme potansiyeli

γ	Etkin etkileşme parametresi
\hat{T}_+	İzospin yükseltme operatörü
\hat{T}_-	İzospin indirgenme operatörü
\bar{b}_{np}	İndirgenmiş matris elemanı
b_{np}	İndirgenmiş matris elemanı
\hat{C}_{np}^+	Kuazi bozon üretme operatörü
\hat{C}_{np}	Kuazi bozon yok etme operatörü
u_{jn}	Tek nötron deşik genliği
u_{jp}	Tek proton deşik genliği
v_{jp}	Tek proton parçacık genliği
v_{jn}	Tek nötron parçacık genliği
j_n	Nötron açısal momentum
j_p	Proton açısal momentum
m_n	Nötron açısal momentum izdüşümü
m_p	Proton açısal momentum izdüşümü
$\hat{\alpha}_{jm}^+$	Kuazi parçacık üretme operatörü
$\hat{\alpha}_{jm}$	Kuazi parçacık yok etme operatörü
\hat{H}_{sqp}	Tek kuazi parçacık Hamiltonyeni
ε_j	Tek kuazi parçacık enerjisi

\bar{d}_{np}	Coulomb indirgenmiş matris elemanı
d_{np}	Coulomb indirgenmiş matris elemanı
\hat{F}_ρ	Yük değişim operatörü
E_{np}^ρ	Toplam indirgenmiş matris elemanı
γ_ρ	Fermi etkin etkileşme parametresi
\hat{Q}_i	Fonon yok etme operatörü
\hat{Q}^+	Fonon üretme operatörü
ψ_{np}^i	Kuazi bozon üretme genliği
ϕ_{np}^i	Kuazi bozon yok etme genliği
w_i	İzobar analog durumların enerjileri
i	İzobar analog durumların sayısı
$M_F^{\beta^\pm}$	Beta geçiş matris elemanı
$M_{2\nu}^F$	Çift beta bozunumuna Fermi geçişlerinin katkısı
W	Çift beta bozunum enerjisi
C_n	Nötron-nötron çift etkileşme potansiyeli
C_p	Proton-proton çift etkileşme potansiyeli
Ge	Germanyum
Se	Selenyum
Zr	Zirkonyum
Mo	Molibden

Cd	Kadmiyum
Te	Tellür
Xe	Kseneon
S_{β⁻}	Toplam β ⁺ geçiş gücü
S_{β⁺}	Toplam β ⁻ geçiş gücü
S_{β⁻} - S_{β⁺}	Toplam beta gücü
As	Arsenik
Br	Brom
Nb	Niob
Tc	Teknesyum
In	İnduyum
I	İyot
Cs	Sezyum
Ba	Baryum

1. GİRİŞ

Çekirdekte izobar analog durumların incelenmesi o çekirdeğin izospin yapısının anlaşılması için çok önemlidir.

İzobar analog durumlar çekirdeğin kabuk modeli çerçevesinde incelendiğinde enerji spektrumunun homojen bir dağılım gösterdiği gözlenmiştir. Yani deneysel olarak gözlenmiş olan izobar analog rezonans kabuk modeli hesaplamalarında elde edilememiştir. Bundan dolayı izobar analog durumlar 1963 yılında Ikeda ve Fujita tarafından kabuk modeli Hamiltonyenine şematik bir pertürbasyon terimi ekleyerek incelenmiştir (Ikeda ve diğ., 1963). Ekledikleri pertürbasyon terimi etkin etkileşme terimidir ve bir tane serbest parametre içermektedir. Bu parametrenin sayısal değerinin de, izobar analog rezonans için teorik hesaplamaların deneysel verilerle uyumundan belirlemişlerdir. Böylelikle ortalama alan potansiyeli içerisinde var olan parametrelere ilave bir parametrede etkin etkileşmeden gelmiştir.

Çekirdeğin izospin yapısının anlaşılmasında protonlar arasındaki elektromanyetik etkileşmelerin neden olduğu ‘ izospin karışımı ’ probleminin incelenmesi önemli bir yer tutar. Çekirdeklerin taban durumundaki izospin karışımı probleminin incelenmesi nükleer Hamiltonyenin izospin değişmezliği ile doğrudan ilişkilidir (Babacan ve diğ., 2004; Alvarez ve diğ., 2005; Salamov ve diğ., 2006; Babacan ve diğ., 2007; Petrovici ve diğ., 2008). Çekirdeğin yapısına ilişkin yapılan hesaplamalarda baz alarak çoğunlukla kabuk modeli kullanılmaktadır. Fakat kabuk modelinde toplam Hamiltonyenin bilinen bazı simetrisi bozulmaktadır. Toplam Hamiltonyenin Coulomb terimi dışında kalan nükleer kısmına ait bir simetri olan izospin değişmezliği de kabuk modeli yaklaşımında bozulmaktadır.

Nötron fazlalığı olan çekirdeklere β^+ geçişlerinin (pozitron yayınlanmasının) var olma nedeni protonlar arasındaki Coulomb etkileşmesidir. Zira Coulomb etkileşmesi olmasaydı β^+ bozunma olasılığı sıfır olurdu ve toplam β geçiş gücünün tamamı komşu çekirdeklerdeki tek bir durumda toplanırdı. Bununda temel nedeni izospin değişmezliğinin toplam Hamiltonyene ait bir simetri olmamasındandır. Yani kısaca şunu diyebiliriz ki nötron sayısı fazla olan çekirdeklere ($N > Z$) β^+ geçişlerinin olması izospin değişmezliğinin toplam Hamiltonyenin bir simetrisi olmadığındandır. Bununla birlikte, kabuk modeli yaklaşımında diğer simetrisi gibi toplam Hamiltonyenin nükleer kısmına

ait bir simetri olan izospin değişmezliği de bozulmaktadır. Kabuk modelinden kaynaklanan bu bozulmadan dolayı nötron fazlalığı olan çekirdeklerde β^+ geçiş olasılığı artmaktadır (Osterfeld, 1992). Bu da toplam β^+ geçiş olasılığı ile doğru orantılı olan izospin karışımı olasılığının artması demektir. Yani izospin karışımı olasılığı olması gereken değerden daha büyük bir değere sahip olur. Bu yüzdendir ki, izospin karışım olasılığının doğru bir şekilde hesaplanabilmesi için kabuk modelinden kaynaklanan izospin değişmezliğinin bozulması restore edilmelidir.

Ayrıca çekirdeklerdeki izobar analog durumların incelenmesinde önemli bir yer tutan izobar analog rezonans ve izospin karışımı probleminin güvenilir bir şekilde incelenmesi literatürde sıkça kullanılan şematik etkin etkileşme yöntemiyle mümkün değildir. Çünkü bu yöntemde var olan serbest parametre hem izobar analog rezonans hem de izospin karışımı için ayrı ayrı fit edilmek zorundadır. Bu da etkin etkileşmeyi belirsiz hale getirir. Dolayısıyla çekirdeklerdeki izobar analog durumların incelenmesinde deneyden bağımsız öz uyumlu yaklaşımlara ihtiyaç vardır.

Tek-tekk çekirdeklerdeki izobar analog durumların incelenmesi iki nötrinolu çift β bozunum sürecinin daha iyi anlaşılmasına da olanak sağlar. Bilindiği gibi iki nötrinolu çift β bozunum sürecinin teorik olarak incelenmesinde en yaygın olarak kullanılan mikroskobik yaklaşım Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımıdır (Engel ve diğ.,1988; Hirsch ve Krmpotic, 1990; Staudt ve diğ., 1992; Krmpotic, 1993; Hsiao ve diğ., 1994; Cheoun ve diğ., 1994; Civitarese ve Suhonen, 1996; 1999; Suhonen ve diğ., 1997; Simkovic ve diğ., 2004; Raduta ve diğ.,2004; Rodin ve diğ., 2005; Alvarez-Rodriguez ve diğ., 2006; Yousef ve diğ., 2009a,b). Bu yaklaşıma göre iki nötrinolu çift β bozunum matris elemanına ağırlıklı katkı tek-tekk ara çekirdekteki Gamow-Teller uyarılmalarından gelmektedir. Dolayısıyla iki nötrinolu çift β bozunum sürecinin incelenmesinde QRPA hamiltonyeni parçacık-delik ve parçacık-parçacık kanalındaki Gamow-Teller etkin etkileşmelerinin dikkate alınmasıyla çözülür. Özellikle parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşmenin hesaba katılması iki nötrinolu çift β bozunum çekirdek matris elemanı için hesaplanan değerin deneysel değerle uyumlu olması açısından önemlidir (Civitarese ve diğ., 1987; Muto ve diğ., 1988; Balayev ve diğ., 1990; Toivanen ve Suhonen, 1995; 1997; Hirsch ve diğ., 1996; Raduta ve Suhonen, 1996; Simkovic ve diğ., 1997;Muto, 1997; Schwieger ve diğ., 1998; Suhonen ve Civitarese, 1998; Bobyk ve diğ., 2000; Stoica ve Klapdor-Kleingrothaus, 2001; Pacearescu ve diğ., 2003).

Çünkü, geleneksel yöntemlerle yapılan hesaplamalarda iki nötrinolu çift β bozunum çekirdek matris elemanının değeri uygun deneysel değerden çok daha büyük elde edilmektedir. Bu yüzden parçacık-parçacık kanalındaki etkin etkileşme çekici bir etkileşme olarak kabul edilmiş olup, bu etkileşmenin sabiti iki nötrinolu çift β bozunum matris elemanının uygun deneysel değere fit edilmesiyle belirlenir. Hâlbuki iki nötrinolu çift β bozunum çekirdek matris elemanına izobar analog durumlar ve izinli olmayan geçişlerden gelebilecek olası katkıları da düşünürsek çekirdek matris elemanının uygun deneysel değerle uyumlu olabilmesi için Gamow-Teller uyarılmalarından gelen toplam katkının bu deneysel değerden daha küçük olmasını bekleriz. Bundan dolayı iki nötrinolu çift β bozunum çekirdek matris elemanını doğru olarak elde edebilmek için geleneksel hesaplamalarda dikkate alınmayan simetri bozulmaları restorasyonu önemlidir.

İki nötrinolu çift β bozunum genliğine birinci mertebeden yasaklı geçişlerin katkısı $^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$ bozunumu için hesaplanmış olup bu katkıların ihmal edilebilir olduğu sonucuna varılmıştır (Civitarese ve Suhonen, 1996). Fakat söz konusu çalışmada sadece tek-tek ara çekirdekteki 2^- durumlarından gelen katkılar dikkate alınmıştır. Halbuki birinci yasaklı geçişlerin çift β bozunum genliğine olan katkılarının tam olarak anlaşılabilmesi için 0^- ve 1^- durumlarından gelen katkılarında hesaba katılması gerekir. İki nötrinolu çift β bozunum sürecine birinci yasaklı geçişlerin bile katkıda bulunduğu düşünülecek olursa izinli 0^+ uyarılmalarından gelen katkıların hesaba katılması oldukça önem kazanır. Bu çalışmada, iki nötrinolu çift β bozunum sürecine ara çekirdekteki izobar analog durumlardan 0^+ gelen katkıların hesaplanması ve çift β bozunum sürecinin daha iyi anlaşılması amaçlanmaktadır. Bu bağlamda nükleer Hamiltonyenin kabuk modelinde bozulmuş olan izospin değişmezliği öz uyumlu bir etkin etkileşme yöntemi kullanılarak restore edilecek ve etkin etkileşme sabiti serbest bir parametre olmaktan çıkarılacaktır. Böylelikle ortalama alan potansiyelindeki parametrelere bir parametre daha ilave edilmeyecek ve öz uyumlu bir şekilde izobar analog durumların dalga fonksiyonları elde edilecektir.

2. MATERYAL ve YÖNTEM

2.1. Beta Bozunumu

İlk gözlenen radyoaktif olaylardan biri çekirdeklerin negatif elektron yayınlamalarıdır. 1934’de Joliot-Curies ilk kez radyoaktif bozunmada pozitif elektron (pozitron) yayınlanması olayını gözlediler. Bundan yalnızca iki yıl sonra pozitron kozmik ışınlarda keşfedildi. Bir çekirdeğin atom elektronlarından birini yakalaması ise 1938’de Alvarez’in çekirdek tarafından yakalanan atom elektronunun boşalttığı yerin doldurulması sırasında yayınlanan karakteristik X-ışınlarını bulmasına kadar gözlenememiştir. Bu üç nükleer olay birbiri ile yakından ilgili olup β bozunumu olarak adlandırılır.

En temel β bozunma reaksiyonu, bir protonun bir nötrona veya bir nötronun bir protona dönüşmesidir. Bir çekirdekte beta bozunumu hem Z hem de N ’yi bir birim değiştirir. $Z \rightarrow Z \pm 1$ $N \rightarrow N \pm 1$

Böylece $A = Z + N$ sabit kalır. Bu şekilde β bozunumu kararsız bir çekirdeğin kararlı izobara yaklaşmak için sabit A ’lı kütle parabolü üzerinde “aşağı doğru” kayması için elverişli bir yol sağlar.

α bozunumunun tersine, β bozunumunun anlaşılması oldukça uzun bir zaman sonra başarılmıştır. Bu konuda yapılan deneysel çalışmaların sonuçları, mevcut teorilerle çelişen yeni bilinmeyenleri ortaya çıkarmıştır. Rutherford’un α parçacıklarının ${}^4\text{He}$ çekirdeklerine özdeş olduğunu gösterdiği sırada bir seri deneysel çalışmada, negatif β parçacıklarının elektrik yüklerinin ve kütle-yük oranlarının bilinen elektronunki ile aynı olduğu gösterilmiştir.

Temel β bozunma işlemleri:



Beta bozunumlarının ayrıntılı olarak incelenmesine götüren önemli nedenler vardır. Bunlar, β bozunumlarında bozunum aşamasında oluşan nötrino ve antinötrino parçacığının kütlesi ve fiziksel özellikleri, reaksiyonlarda elektrik yükü ve nükleon sayısının korunması, lepton sayısının korunmaması, reaksiyonlarda sağ zayıf lepton

akımının var olması olasılığı, ayrıca burada zayıf elektromanyetik ve kuvvetli etkileşimlerin bileşik teorisi olarak ortaya çıkan Grand Unfied Theory (GUT)'nin geliştirilmesi ve çekirdeklerin yapısı hakkında vereceği bilgiler olarak sıralanabilir (Krane, 2001).

2.1.1. Beta Bozunumunun Fermi Teorisi

1934'de Fermi, Pauli'nin nötrino hipotezine dayanan başarılı bir beta bozunma teorisi geliştirdi. Beta bozunumunda karakteristik süreler (yarı ömürler saniye mertebesinde veya daha uzundur) doğal nükleer süreden (10^{-8}) çok daha uzundur. Bozunmaya neden olan etkileşmenin zayıf bir pertürbasyon olarak alınmasıyla yapılan hesabın sonucunda Fermi altın kuralı olarak bilinen ve herhangi bir geçiş hızının hesaplanmasını sağlayan

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{si}|^2 \rho(E_s) \quad (2.1)$$

bağıntısıdır. Bu bağıntıda V_{si} matris elemanı; sistemin ilk ve son yarı kararlı durumları arasındaki V integralidir.

$$\hat{V}_{si} = \int \psi_s^* \hat{V} \psi_i dV \quad (2.2)$$

$\rho(E_s)$, son durum yoğunludur ve dn/dE_s şeklinde yazılabilir. dn, dE_s enerji aralığındaki son durum sayısıdır.

Fermi beta bozunumu için V 'nin matematik ifadesini bilmiyordu. Bundan dolayı denklem (2.1) ve (2.2)'yi kullanmadı. Bunun yerine özel görecelik ile uyumlu tüm mümkün durumları kullanarak O_x ile gösterilen beş matematik işlemciden birinin V yerine kullanabileceğini gösterdi. O_x 'te x alt indisi O işlemcisinin şeklini verir. $X = V$ (vektör), A (eksenel vektör), S (skaler), P (psödaskaler) veya T (tensör). Bu dönüşüm özelliklerinin hangisinin beta bozunumu için uygun olduğunu anlaşılması yaklaşık yirmi yıl almıştır. Yapılan çalışmaların sonucunda beta bozunumu için uygun şeklin $V - A$ olduğu çıkarılmıştır.

Son durum dalga fonksiyonu yalnız çekirdeği değil elektron ve nötrinoyu da içermelidir. Beta bozunumu için etkileşme matris elemanı

$$V_{is} = g \int [\psi_s^* \phi_e^* \phi_\nu^*] O_x \psi_i dv \quad (2.3)$$

şeklindedir. Burada ψ_s son durum nükleer dalga fonksiyonu, ϕ_e ve ϕ_ν elektron ve nötrino dalga fonksiyonlarını, g ise etkileşme şiddetinin sabitini gösterir. Köşeli parantez içindeki ifade bozunmadan sonraki tüm sistemi ifade eder.

Durum yoğunluğu beta enerji spektrumunun şeklini belirler. Durum yoğunluğunu bulmak için kabul edilebilir son durum sayısının bilinmesi gerekir. Bozunma sırasında p momentumlu bir elektron (veya pozitron) ile q momentumlu bir nötrino (veya antinötrino) yayınlandığını varsayalım. Eğer elektron V hacimli bir kutu içinde bulunuyorsa momentumu p ile $p+dp$ aralığındaki momentumlara karşılık gelen d_{ne} son elektron durumları,

$$d_{ne} = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Benzer şekilde nötrino durumlarının sayısıdır.

$$d_{nv} = \frac{4\pi q^2 dq V}{h^3} \quad (2.5)$$

Bir elektron ile bir nötrinonun son durum sayısı

$$d_n^2 = d_{n_e} d_{n_\nu} = \frac{(4\pi)^2 V^2 p^2 dp q^2 dq}{h^6} \quad (2.6)$$

ifadesidir.

Elektron ve nötrino dalga fonksiyonları serbest parçacık dalga fonksiyonlarıdır. Bu dalga fonksiyonları V hacmi için normalize edilirse;

$$\begin{aligned} \varphi_e(r) &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ipr/\hbar} \\ \varphi_\nu(r) &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{iqr/\hbar} \end{aligned} \quad (2.7)$$

1 MeV kinetik enerjili bir elektron için $p=1,4 \text{ MeV}/c$ ve $p/\hbar=0,007 \text{ fm}^{-1}$ dir. Bütün çekirdek hacmi boyunca $pr \ll 1$ olur ve dalga fonksiyonlarını seriye açıp yalnız iki terimi alırsak,

$$\begin{aligned} e^{ipr/\hbar} &= 1 + \frac{ipr}{\hbar} + \dots \cong 1 \\ e^{iqr/\hbar} &= 1 + \frac{iqr}{\hbar} + \dots \cong 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

bulunur. Bu yaklaşım izini yaklaşım olarak bilinir (Krane, 2001).

2.1.2. İzinli Beta Bozunumu

İzinli yaklaşımda elektron ve nötrino dalga fonksiyonlarının başlangıç noktasındaki değerleri kullanılır. Böylece elektron ve nötrinonun $r=0$ da yaratıldığı kabul edilmiş olunur. Bu durumda her ikisinin de yörünge açısai momentumu $l=0$ dir. Her ikisinin de spini $s=1/2$ 'dir. Çekirdeğin açısai momentumundaki değişiklik yalnızca elektron ve nötrinonun spinlerinden kaynaklanır. Bu iki spin paralel (toplam $S=1$) veya antiparalel (toplam $S=0$) olabilir.

Eğer spinleri antiparalel ise (Fermi bozunumu) izini yaklaşımda ($l=0$) nükleer spinde değişiklik yoktur. $\Delta I = |I_i - I_s| = 0$

Eğer elektron ve nötrino spinleri paralelse (Gamow Teller) bozunumu izini yaklaşımda toplam açısai momentumları 1'dir. I_i ve I_s uzunluğu 1 olan bir vektör oluşturacak biçimde eşlenmelidir. $I_i = I_s + 1$ Bu durum yalnızca $\Delta I = 0,1$ ise olanaklıdır.

Elektron ve nötrinonun yörünge açısai momentumları $l=0$ olduğundan, ilk ve son durumlarının pariteleri $(-1)^l$ bağıntısı uyarınca özdeş olmalıdır. Bundan dolayı

izinli beta bozunumları için seçim kuralları, $\Delta I = 0$, $\Delta\pi$ (parite değişimi) = hayır şeklinde özetlenebilir (Krane, 2001).

2.2. İzobar Analog Durumlar

İzobar analog durumların incelenmesi çekirdeğin izospin yapısının anlaşılması için çok önemlidir. Bunun net olarak anlaşılması içinde izobar analog durumların enerji dağılımı ve Coulomb etkileşmesinin neden olduğu izospin problemi ele alınmalıdır. Özellikle kuvvetli etkileşmenin izospin değişmezliği özelliğinin kabuk modeli yaklaşımından dolayı bozulmuş olması ve restore edilmemesi izospin yapısının doğru bir şekilde incelenmesini olanaksız kılar.

Bir çift çift çekirdeğin taban durumu izospin açısından aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$|0\rangle = a|T_0, T_0\rangle + b|T_0 + 1, T_0\rangle \quad (2.9)$$

Bu tanıma göre T_0 çekirdeğin taban durumunun izospinidir. Buradaki $T_0 + 1$ komşu çekirdeğin taban durumu izospinidir. Burada a olasılık genliği, b izospin karışım olasılık genliğidir.

Eğer kuvvetli etkileşmenin izospin değişmezliği özelliği toplam Hamiltonyenin kesin bir simetrisi olsaydı, o zaman çekirdeğin toplam izospini sadece kendi taban durumdan gelen katkıdan oluşurdu.

Bir başka ifadeyle komşu çekirdeğin taban durumundan gelen katkının bir ölçüsü olan ve izospin karışım olasılık genliği olarak bilinen $b = 0$ olurdu. Fakat protonlar arasındaki elektromagnetik etkileşmeler ve nötron ile proton arasındaki kütle farkı izobarik değişmezliğin kesin bir simetri olmasını engellemektedir. Bu da ürün çekirdekte farklı izospinli durumların oluşmasına neden olur. Bu farklı izospinli durumlar Fermi toplam kuralı olarak bilinen ve $T = T_0 = \frac{N - Z}{2}$ ile verilen toplam beta

geçiş gücünün bir kısmını alırlar. Bununla birlikte, ürün çekirdekte anne çekirdeğin taban durumunun izospini ile aynı izospine sahip olan durum beta geçiş gücünün çok büyük bir kısmını alır. Bu durum izobar analog rezonans olarak bilinir. Eğer yukarıda da belirtildiği gibi izobarik değişmezlik kesin bir simetri olsaydı. İzobar analog rezonans toplam beta geçiş gücünün tamamını alırdı ve dejenere bir durum olurdu. Protonlar arasındaki Coulomb etkileşmesi ve nötron proton kütle farkı gibi doğal faktörler dışında kabuk modeli gibi yapay faktörlerde izobarik değişmezliğin bozulmasına neden olmaktadır. Kabuk modelinden kaynaklanan bu yapay bozulmanın giderilmesi izobar analog rezonans ve izospin karışımı probleminin doğru bir şekilde incelenmesinde çok önemlidir.

Bu çalışmada çift β bozunumun gerçekleştiği sistemlerde tek tek ara çekirdekteki izobar analog durumlar kabuk modelinden kaynaklanan bozulma restore edilerek ele alınacaktır ve bu durumların iki nötrinolu çift β bozunumunun çekirdek matris elemanına katkıları hesaplanacaktır.

2.3. Bozulmuş Simetrinin Restore Edilmesi Yöntemi

Çok parçacıklı bir sistemi temsil eden Hamiltonyen genel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$H = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_{ij} V(r_i, r_j) \quad (2.10)$$

Çok parçacıklı sistemlerde lineer momentum (\vec{P}), toplam açısal momentum (\vec{J}), parçacık sayısı (N) gibi büyüklüklerin kesin korunması gerekir. Bu büyüklüklerin korunması nükleer Hamiltonyenin belirli simetri dönüşümleri altında değişmezliğinden kaynaklanır. Atom çekirdeği de çok parçacıklı bir sistem olduğu için Hamiltonyeni aşağıdaki komütasyon koşullarını kesin sağlar.

$$\begin{aligned}
\vec{P} &= \sum_{i=1}^A \vec{P}_i & , & \quad \left[\hat{H}, \vec{P} \right] = 0 \\
\vec{J} &= \sum_{i=1}^A \vec{J}_i & , & \quad \left[\hat{H}, \vec{J} \right] = 0 \\
N &= \sum_{i=1}^A N_i & , & \quad \left[\hat{H}, N \right] = 0
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Atom çekirdeğinde kesin olarak korunan büyüklüklerin dışında izospin yaklaşık olarak korunur. İzospin uzayında z-ekseni etrafında bir dönme hareketinde toplam elektrik yükü kesin olarak korunurken toplam izospin yaklaşık olarak korunur. Bunun nedeni proton ve nötron kütlelerinin farklı olması ile çekirdek içerisindeki protonlar arasında oluşan elektromanyetik etkileşmeden dolayı toplam izospin yaklaşık olarak korunur.

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{t}(i) \quad , \quad \left[\hat{H} - \hat{V}_c, \vec{T} \right] = 0 \tag{2.12}$$

Bununla birlikte, denklem (2.10) deki Hamiltonyen ifadesini Schrödinger denkleminde yerine koyup çözmek mümkün değildir. Bunun da nedeni nükleon-nükleon etkileşme kuvvetlerinin tam belirlenememesidir. Bundan dolayı çekirdek problemini kuantum mekaniksel olarak çözebilmek için yaklaşık modeller kullanılır. Bu yaklaşık modellerin den iyi bilineni kabuk modelidir. Kabuk modeli çekirdek yapısının karmaşık ayrıntılarını açıklamakta başarı sağlamıştır. Bu modele göre atom çekirdeğini oluşturan her bir nötron diğer parçacıklar tarafından oluşturulan çekirdeksel potansiyelin küresel ortalamasından oluşan ortak potansiyel kuyusunda bağımsız hareket eder, her bir proton da diğer parçacıklar tarafından oluşturulan çekirdeksel potansiyelin küresel ortalamasından oluşan ortak potansiyel kuyusunda ve diğer

protonların yarattığı Coulomb potansiyelinde bağımsızca hareket eder. Kabuk modelinde, atom çekirdeğinde bulunan bütün nükleonların Hamiltonyenlerinin toplamı çekirdek Hamiltonyenine eşittir.

$$H_{SM} = H_1 + H_2 + H_3 + \dots H_A \quad (2.13)$$

Kabuk modeline göre dalga fonksiyonu,

$$\psi_{SM} = \psi_1 \psi_2 \psi_3 \dots \psi_A \quad (2.14)$$

$$\hat{H}_{SM} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hat{V}(r)$$

Kabuk modelinde öz uyumlu potansiyel olarak Woods-Saxon potansiyeli kullanılır. Woods-Saxon potansiyeli,

$$V_{(r)} = V_0(r) + V_1(r)\hat{t}_z + V_{ls}(r)\left(\vec{l} \cdot \vec{s}\right) + V_c(r)\left(\frac{1}{2} - t_z\right) \quad (2.15)$$

Şeklinde olduğu kabul edilir. Woods-Saxon potansiyelinde, $V_0(r)$ izoskaler potansiyel terimini, $V_l(r)$ izovektör potansiyel terimini, $V_{ls}(r)$ spin yörünge etkileşme potansiyel terimini, $V_0(r)$ coulomb etkileşme potansiyel terimini göstermektedir. Woods-Saxon potansiyelindeki ilk üç terim nükleer potansiyel kısmını, son terim ise elektromanyetik potansiyel kısmını oluşturur. Woods-Saxon potansiyelinin izoskaler potansiyel terimi,

$$V_0(r) = V_0 f(r) \quad , \quad f(r) = \frac{1}{e^{[(r-R_0)/a]}} \quad (2.16)$$

Bu eşitlikte $V_0=53,3$ MeV ve $a=0,63$ fm olarak alınmıştır. Woods-Saxon potansiyelinin izovektör potansiyel terimi;

$$V_l(r) = 2\eta V_0 f(r) \frac{N-Z}{A} \quad (2.17)$$

Bu eşitlikteki $\eta=0,63$ izovektör parametresidir. Woods-Saxon potansiyelinin spin yörünge etkileşme potansiyel terimi ise,

$$V_{ls}(r) = -\zeta_{ls} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad (2.18)$$

Bu eşitlikteki ζ_{ls} spin yörünge parametresidir ve değeri $0,263 \text{ fm}^2$ olarak alınmıştır. Kabuk modeli çekirdeğin bazı temel özelliklerini açıklamada başarılı bir model olsa da nükleon arasındaki kolektif etkileşmelerin sonucu olarak ortaya çıkan elektrik dipol rezonansı, manyetik dipol rezonansı, izobar analog rezonans ve Gamow-Teller rezonansı gibi olayların teorik olarak açıklanmasında başarılı bir model değildir. Bu tür olayların açıklanması için kabuk modeli Hamiltonyenine uygun etkin etkileşme potansiyelinin eklenmesi gerekir. Literatürde bugüne kadar yapılan çalışmalarda kabuk modeline eklenen etkin etkileşme terimleri bir veya daha fazla serbest parametre içerir. Bu parametreler deney sonucu kullanılarak fit edilir. Oysa Pyatov'un ortaya koyduğu bozulmuş simetrinin restore edilmesi yönteminde bu etkin etkileşmeler öyle ilave edilir ki kabuk modelinden kaynaklanan simetri bozulması restore edilmiş olur. Ayrıca etkin etkileşme parametresi bu simetriye karşı gelen bu komütasyon koşulundan bulunduğu için serbest bir parametre olmaktan çıkarılır. Böylece ortalama alan potansiyelinde var olan parametrelere ilave bir parametre gelmiş olmaz. Söz konusu problem öz uyumlu bir şekilde incelenmiş olunur.

Sade bir örnekle bozulmuş simetrinin restorasyon yöntemini çözmeye çalışalım. İkinci kuantumlanma uzayında tek parçacıklı sistemin Hamiltonyen operatörü,

$$\hat{H}_\varepsilon = \sum_v \varepsilon_v \hat{a}_v^+ \hat{a}_v \quad (2.19)$$

ifade edilir. Burada ki ε_v ν seviyesindeki nükleon enerjisi, \hat{a}_v^+ ν durumda bir nükleon oluşturma operatörün, \hat{a}_v ν durumunda bir nükleon yok etme operatörünü ve ν ise nükleonu karakterize eden tüm kuantum sayılarını ifade eder.

Simetrisi bozulan bir parçacıklı toplanabilir büyüklüğe karşı gelen operatör ise

$$\hat{F} = \sum_{vv'} f_{vv'} \hat{a}_v^+ \hat{a}_{v'} \quad (2.20)$$

şeklinde olsun. \hat{F} operatörü \hat{H}_ε Hamilton operatörü ile komütatif olmayacaktır.

$$[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] = \sum_{vv'} (\varepsilon_v - \varepsilon_{v'}) f_{vv'} \hat{a}_v^+ \hat{a}_{v'} \quad (2.21)$$

(2.21) ifadesi sıfırdan farklı olacaktır. Bu durum bize enerji uzayında \hat{F} operatörün köşegen olmadığını gösterir. Daha sonra \hat{H}_ε Hamilton operatörüne aşağıdaki gibi

$$\hat{h} = -\frac{1}{2\gamma} [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}]^+ [\hat{H}_\varepsilon, \hat{F}] \quad (2.22)$$

bir pertürbasyon terimi ilave edilir. (2.22) ifadesindeki γ , $\hat{H} = \hat{H}_\varepsilon + \hat{h}$ toplam Hamiltonyeninin \hat{F} operatörü ile komütatiflik koşulundan bulunur.

$$\left[\hat{H}, \hat{F} \right] = \left[\hat{H}_\varepsilon + \hat{h}, \hat{F} \right] = 0 \quad (2.23)$$

(2.22) ifadesi (2.23) ifadesinde yerine yazılırsa γ parametresinin hesaplanması için aşağıdaki gibi

$$\gamma = \left[\hat{F}, \left[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F} \right] \right] \quad (2.24)$$

ifade bulunur. Ortalama alan potansiyeli olarak harmonik osilatör seçildiğinde

$\left[\hat{F}, \left[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F} \right] \right]$ ikili komütatörü sabit bir değer olduğu için (2.23) ifadesi sifıra eşit olur.

Ancak ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyeli alındığında (2.24) komütasyonu sabit bir değer olmayacaktır. Bu durumda γ parametresi tahmini bir değere göre hesaplanır. γ parametresinin tahmini değeri aşağıdaki (2.25) eşitliğindeki çift komütatör yerine incelenen çekirdeğin taban durumu üzerinden hesaplanan ortalama değeri olarak,

$$\gamma = \langle 0 | \left[\hat{F}, \left[\hat{H}_\varepsilon, \hat{F} \right] \right] | 0 \rangle \quad (2.25)$$

kabul edilir. Böylece sistemin toplam Hamilton operatörünün $(\hat{H} = \hat{H}_\varepsilon + \hat{h})$ korunan F büyüklüğüne karşılık gelen simetrisi restore edilmiş olur. Yani Pyatov yöntemi bozulmuş simetrilerin restore edilmesini sağlar.

Pyatov yöntemi parçacık sayısı (Civitarese ve Licciardo, 1988), rotasyonel değişmezlik (Civitarese ve Licciardo, 1990), genelleştirilmiş Galilean değişmezliği (Civitarese ve diğ., 1992) ve hıza bağlı etkilerin (Sakamoto ve Kishimoto, 1991) bozulmasında kullanılmıştır. Pyatov yöntemi ile ilgili çalışmalar son yıllarda artmıştır. Örneğin, Civitarese ve arkadaşları kuazi parçacık uzayında yazılan izospin bağımlı Hamiltonyen çalışmasında (Civitarese ve diğ., 1998), Kuliev ve arkadaşları deformasyonlu çekirdeklerdeki makas modu çalışmasında (Kuliev ve diğ., 2000), Selam ve arkadaşları küresel çekirdeklerde GTR özelliklerini ve taban durumunda izospin karışımını incelerken bu yöntemi kullanmışlardır (Babacan ve diğ., 2004; Babacan ve diğ., 2005a,b).

2.4. Tek-Tek Ara Çekirdeklerde İzobar Analog Durumların Özuyumlu Olarak Elde Edilmesi

2.4.1. Hamilton Operatörünün Elde Edilmesi

Fermi tipi β bozunumu için β geçiş operatörü kuazi parçacık tasvirinde aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{T}_+ = \sum_{np} \bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+ + b_{np} \hat{C}_{np} \quad (2.26)$$

$$\hat{T}_- = (\hat{T}_+)^+$$

Burada \bar{b}_{np} , b_{np} indirgenmiş matris elemanlarıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanırlar.

$$\bar{b}_{np} = \langle j_n \parallel \hat{t}_+ \parallel j_p \rangle u_{jn} v_{jp} , \quad b_{np} = \langle j_n \parallel \hat{t}_+ \parallel j_p \rangle v_{jn} u_{jp} \quad (2.27)$$

\hat{C}_{np} ve \hat{C}_{np}^+ sırasıyla kuazi bozon yok etme ve üretme operatörleridir. Aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{C}_{np}^+ = \frac{1}{\sqrt{2j_n + 1}} \sum_{m_n m_p} \langle j_p m_p \ 00 \mid j_n m_n \rangle (-1)^{j_p - m_p} \hat{\alpha}_{j_n m_n}^+ \hat{\alpha}_{j_p m_p}^+ \quad (2.28)$$

$$\left(\hat{C}_{np}^+ \right)^+ = \hat{C}_{np}$$

Nükleonlardan oluşan bir sistemi küresel simetrik bir ortalama alan içinde düşünürsek, ortalama alan hamiltonyeni çiftlenme etkilerinin dikkate alınmasıyla birlikte aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{H}_{sqp} = \sum_{j_m} \varepsilon_j \hat{\alpha}_{j_m}^+ \hat{\alpha}_{j_m} \quad (2.29)$$

Denklem (2.29) teki ε_j tek kuazi parçacık enerjisi, $\hat{\alpha}_{jm}^+$ ve $\hat{\alpha}_{jm}$ J_m durumunda kuazi parçacık üretme ve yok etme operatörleridir.

Bu Hamiltonyenin denklem (2.26) deki β geçiş operatörü ile komütasyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\left[\hat{H}_{sqp}, \hat{T}_+ \right] = \sum_{np} \varepsilon_{np} \left(\bar{b}_{np} \hat{C}_{np}^+ - b_{np} \hat{C}_{np} \right) \quad (2.30)$$

Ortalama alan potansiyelinde Coulomb teriminin β geçiş operatörü ile komütasyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\left[\hat{V}_c, \hat{T}_+ \right] = \sum_{np} \bar{d}_{np} \hat{C}_{np}^+ + d_{np} \hat{C}_{np} \quad (2.31)$$

Burada \bar{d}_{np} ve d_{np} aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\bar{d}_{np} = \langle j_n \| f_c(r) \| j_p \rangle u_{jn} v_{jp} \quad (2.32)$$

$$d_{np} = \langle j_n \| f_c(r) \| j_p \rangle v_{jn} u_{jp}$$

O halde ortalama alan potansiyeli terimi dışında kalan terimlerin β geçiş operatörü ile komutasyonu

$$\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c, \hat{T}_+ \right] = \sum_{np} (\varepsilon_{np} \bar{b}_{np} - \bar{d}_{np}) \hat{C}_{np}^+ - (\varepsilon_{np} b_{np} + d_{np}) \hat{C}_{np} \neq 0 \quad (2.33)$$

Geçiş operatörlerinin (T^+ ve T^-) kombinasyonu olan yeni bir geçiş operatörü tanımlayalım.

$$\hat{F}_\rho = \frac{1}{2} (\hat{T}_+ + \rho \hat{T}_-) \quad , \quad \rho = \pm 1 \quad (2.34)$$

\hat{F}_ρ operatörü nükleer Hamiltoniyenle komütatif olmak zorundadır. Yani aşağıdaki eşitlik doğrudur.

$$\left[\hat{H} - \hat{V}_c, \hat{F}_\rho \right] = 0 \quad (2.35)$$

Çok parçacıklı sistemde ortalama alana geçtiğimizde bu komütatiflik aşağıdaki ifadedeki gibi olur.

$$\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c, \hat{F}_\rho \right] = \sum_{np} E_{np}^\rho \left(\hat{C}_{np}^+ - \rho \hat{C}_{np} \right) \neq 0 \quad (2.36)$$

Burada E_{np}^ρ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$E_{np}^\rho = \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{np} \bar{b}_{np} - \bar{d}_{np} + \rho (\varepsilon_{np} b_{np} + d_{np}) \right] \quad (2.37)$$

(2.35) numaralı denklem ile verilen komütatiflik koşulunu restore etmek için ortalama alan Hamiltonyenine aşağıdaki etkin etkileşme terimi eklenir.

$$\hat{h} = \sum_{\rho} \frac{1}{4\gamma_{\rho}} \left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c, \hat{F}^{\rho} \right]^+ \left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c, \hat{F}_{\rho} \right] \quad (2.38)$$

$$\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c + \hat{h}, \hat{F}_{\rho} \right] = 0 \quad (2.39)$$

koşulundan etkin etkileşme parametresi aşağıdaki gibi olur.

$$\gamma_\rho = \frac{\rho}{2} \left[\left[\hat{H}_{sqp} - \hat{V}_c, \hat{F}^\rho \right], \hat{F}_\rho \right] \quad (2.40)$$

Eğer bu çift komütasyon çözümlerse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\gamma_\rho = - \sum_{np} E_{np}^\rho b_{np}^\rho \quad (2.41)$$

2.4.2. Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı Yöntemiyle İzobar Analog Durumların Enerji ve Dalga Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Kuazi Rastgele Faz Yaklaşımı (QRPA) yöntemine göre çift-çift çekirdeğin taban durumu aşağıdaki gibi bir fonon vakumudur.

$$\hat{Q}_i |0\rangle = 0 \quad (2.42)$$

Komşu tek-tek çekirdeklerdeki 0^+ uyarılmaları ise aşağıda verilen fonon üretme operatörü ile tanımlanır.

$$\hat{Q}_i |0\rangle = \sum_{np} \psi_{np}^i \hat{C}_{np}^+ + \phi_{np}^i \hat{C}_{np} \quad (2.43)$$

Burada ψ_{np}^i ve ϕ_{np}^i sırasıyla kuazi bozon üretme ve yok etme genlikleridir. Fonon üretme ve yok etme operatörü arasında aşağıdaki gibi komütasyon ilişkisi vardır.

$$[\hat{Q}_i, \hat{Q}_j^+] |0\rangle = \delta_{ij} \quad (2.44)$$

Denklem (2.44) teki komütasyon ilişkisini kullanarak aşağıdaki gibi bir ortonormalizasyon koşulu elde edilir.

$$[\hat{Q}_i, \hat{Q}_j^+] = \sum_{np} \psi_{np}^i \psi_{np}^j - \phi_{np}^i \phi_{np}^j = \delta_{ij} \quad (2.45)$$

QRPA hareket denklemi, aşağıda tanımlanan denklem çözülerek tek tek çekirdeklerdeki 0^+ durumlarının enerjileri ω_i ve dalga fonksiyonları bulunur.

$$[\hat{H}, \hat{Q}_i^+] = \omega_i \hat{Q}_i^+ \quad (2.46)$$

Tek-tek çekirdekteki izobar analog durumların enerjilerini veren seküler denklem aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 0 \quad (2.47)$$

$$A_{11} = \frac{1}{\gamma_+} \left(\sum_{np} \frac{(E_{np}^+)^2 \varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} \right) - 1$$

$$A_{22} = \frac{1}{\gamma_-} \left(\sum_{np} \frac{(E_{np}^-)^2 \varepsilon_{np}}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2} \right) - 1$$

$$A_{12} = \frac{w_i}{\gamma_-} \sum_{np} \frac{E_{np}^+ - E_{np}^-}{\omega_i^2 - \varepsilon_{np}^2}$$

$$A_{21} = \frac{\gamma_-}{\gamma_+} A_{12}$$

Dalga fonksiyonu genlikleri için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\psi_{np}^i = \frac{1}{\omega_i - \varepsilon_{np}} \left(\frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} X_i^- \right) \quad (2.48)$$

$$\phi_{np}^i = -\frac{1}{\omega_i + \varepsilon_{np}} \left(\frac{E_{np}^+}{2\gamma_+} X_i^+ + \frac{E_{np}^-}{2\gamma_-} X_i^- \right) \quad (2.49)$$

Denklem (2.48) ve (2.49) deki X_i^+ , X_i^- ise

$$X_i^+ = \sum_{np} E_{np}^+ (\psi_{np}^i + \phi_{np}^i) \quad , \quad X_i^- = \sum_{np} E_{np}^- (\psi_{np}^i - \phi_{np}^i) \quad (2.50)$$

2.4.3. β Geçiş Matris Elemanlarının ve Çift β Bozunum Çekirdek Matris Elemanına Olan Katkıların Belirlenmesi

Fermi tipi β geçişleri için matris elamanları aşağıdaki gibi tanımlanırlar.

$$\begin{aligned} M_F^{\beta^\pm} &= \sum_i \left| \langle 0_i^+ | T^\pm | 0_{gs}^+ \rangle \right| \\ M_{\beta^-}^i (0_{gs}^+ \rightarrow 0_i^+) &= \langle 0 | [Q_i, T^-] | 0 \rangle = - \sum_{np} (\psi_{np}^i b_{np} + \phi_{np}^i \bar{b}_{np}) \\ M_{\beta^+}^i (0_{gs}^+ \rightarrow 0_i^+) &= \langle 0 | [Q_i, T^+] | 0 \rangle = \sum_{np} (\psi_{np}^i \bar{b}_{np} + \phi_{np}^i b_{np}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

İki nötrinolu çift β bozunumu çekirdek matris elemanına izobar analog durumlardan gelen katkı denklemini aşağıdaki ifade kullanılarak hesaplanır.

$$M_{2\nu}^F = \sum_i \frac{\langle 0_{(gs)}^+ | T^- | 0_i^+ \rangle \langle 0_i^+ | T^- | 0_{(gs)}^+ \rangle}{\omega_i + W/2} \quad (2.52)$$

Burada W çift β bozunum enerjisidir. Bu enerji ana çekirdek ve ürün çekirdeklerinin taban durumları arasındaki kütle farkını hesaplayarak elde edilmiştir. Taban durum enerji değerleri (Audi ve diğ., 1997) dan alınmıştır. İzobar analog durumların enerjileri ara çekirdeğin taban durumu üzerinden hesaplanmıştır.

3. ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu bölümde çift β bozunumunun gerçekleştiği sistemlerde tek tek ara çekirdekteki izobar analog durumların (0^+ uyarılmaları) çekirdek matris elemanına olan katkıları hesaplanmış olup buna ilişkin sonuçlar ve yorumlar sunulmuştur. Hesaplamalar kabuk modeli bazında yapılmıştır. Ortalama alan potansiyeli olarak Woods-Saxon potansiyeli Chepurnov parametreleri ile kullanılmıştır (Soloviev, 1976). Çift etkileşme potansiyeli $C_n=C_p=12/\sqrt{A}$ olarak kabul edilmiştir. Nükleon-nükleon etkileşmesi ortalama alan yaklaşımında bozulan nükleer hamiltonyenin izospin değişmezliğini restore edecek şekilde hesaba katılmıştır.

İlk olarak bazımızın güvenilirliğini test etmek amacıyla çift β bozunumuna uğrayan çekirdekler için tek parçacık enerjileri ve kuantum sayıları verilmiştir. Bu veriler Çizelge 3.1., Çizelge 3.2., Çizelge 3.3., Çizelge 3.4., Çizelge 3.5., Çizelge 3.6., Çizelge 3.7., Çizelge 3.8. ile gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. ^{76}Ge için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{76}Ge			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
$1s_{1/2}$	-39,62	$1s_{1/2}$	-37,94
$1p_{3/2}$	-32,59	$1p_{3/2}$	-31,4
$1p_{1/2}$	-31,16	$1p_{1/2}$	-29,81
$1d_{5/2}$	-24,9	$1d_{5/2}$	-24,03
$2s_{1/2}$	-21,32	$2s_{1/2}$	-19,65
$1d_{3/2}$	-21,78	$1d_{3/2}$	-20,46
$1f_{7/2}$	-16,52	$1f_{7/2}$	-15,85
$2p_{3/2}$	-12,22	$2p_{3/2}$	-10,39
$1f_{5/2}$	-11,15	$1f_{5/2}$	-9,68
$2p_{1/2}$	-10,28	$2p_{1/2}$	-8,21
$1g_{9/2}$	-7,7	$1g_{9/2}$	-7,07
$2d_{5/2}$	-3,41	$2d_{5/2}$	-1,14

Çizelge 3.2. ^{82}Se için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{82}Se			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
1s $\frac{1}{2}$	-39,91	1s $\frac{1}{2}$	-38,34
1p $\frac{3}{2}$	-33,17	1p $\frac{3}{2}$	-31,98
1p $\frac{1}{2}$	-31,98	1p $\frac{1}{2}$	-30,53
1d $\frac{5}{2}$	-25,75	1d $\frac{5}{2}$	-24,77
2s $\frac{1}{2}$	-22,33	2s $\frac{1}{2}$	-20,47
1d $\frac{3}{2}$	-23,02	1d $\frac{3}{2}$	-21,48
1f $\frac{7}{2}$	-17,62	1f $\frac{7}{2}$	-16,71
2p $\frac{3}{2}$	-13,42	2p $\frac{3}{2}$	-11,3
1f $\frac{5}{2}$	-12,87	1f $\frac{5}{2}$	-11,01
2p $\frac{1}{2}$	-11,66	2p $\frac{1}{2}$	-9,27
1g $\frac{9}{2}$	-9,02	1g $\frac{9}{2}$	-8,04
2d $\frac{5}{2}$	-4,6	2d $\frac{5}{2}$	-2,03
1g $\frac{7}{2}$	-2,03		
3s $\frac{1}{2}$	-3,13		
2d $\frac{3}{2}$	-1,87		
1h $\frac{11}{2}$	-0,13		

Çizelge 3.3. ^{96}Zr için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{96}Zr			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
1s $_{1/2}$	-40,48	1s $_{1/2}$	-37,3
1p $_{3/2}$	-34,22	1p $_{3/2}$	-31,6
1p $_{1/2}$	-33,23	1p $_{1/2}$	-30,4
1d $_{5/2}$	-27,3	1d $_{5/2}$	-25,06
2s $_{1/2}$	-24,07	2s $_{1/2}$	-20,99
1d $_{3/2}$	-24,97	1d $_{3/2}$	-22,3
1f $_{7/2}$	-19,65	1f $_{7/2}$	-17,65
2p $_{3/2}$	-15,52	2p $_{3/2}$	-12,4
1f $_{5/2}$	-15,51	1f $_{5/2}$	-12,81
2p $_{1/2}$	-13,94	2p $_{1/2}$	-10,55
1g $_{9/2}$	-11,49	1g $_{9/2}$	-9,61
2d $_{5/2}$	-6,83	2d $_{5/2}$	-3,52
1g $_{7/2}$	-5,26	2d $_{3/2}$	-0,2
3s $_{1/2}$	-5,05	1g $_{7/2}$	-2,28
2d $_{3/2}$	-4,15	1h $_{11/2}$	-1,07
1h $_{11/2}$	-2,96		

Çizelge 3.4. ^{100}Mo için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{100}Mo			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
$1s_{1/2}$	-41,13	$1s_{1/2}$	-36,96
$1p_{3/2}$	-34,99	$1p_{3/2}$	-31,38
$1p_{1/2}$	-34,05	$1p_{1/2}$	-30,22
$1d_{5/2}$	-28,18	$1d_{5/2}$	-24,95
$2s_{1/2}$	-24,99	$2s_{1/2}$	-20,9
$1d_{3/2}$	-25,96	$1d_{3/2}$	-22,3
$1f_{7/2}$	-20,63	$1f_{7/2}$	-17,65
$2p_{3/2}$	-16,51	$2p_{3/2}$	-12,42
$1f_{5/2}$	-16,67	$1f_{5/2}$	-12,98
$2p_{1/2}$	-14,98	$2p_{1/2}$	-10,63
$1g_{9/2}$	-12,56	$1g_{9/2}$	-9,72
$2d_{5/2}$	-7,81	$2d_{5/2}$	-3,61
$1g_{7/2}$	-6,55	$2d_{3/2}$	-0,37
$3s_{1/2}$	-5,95	$1g_{7/2}$	-2,62
$2d_{3/2}$	-5,16	$1h_{11/2}$	-1,28
$1h_{11/2}$	-4,1		
$2f_{7/2}$	-0,06		

Çizelge 3.5. ^{116}Cd için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{116}Cd			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
$1s_{1/2}$	-41,26	$1s_{1/2}$	-36,48
$1p_{3/2}$	-35,58	$1p_{3/2}$	-31,47
$1p_{1/2}$	-34,71	$1p_{1/2}$	-30,44
$1d_{5/2}$	-29,16	$1d_{5/2}$	-25,54
$2s_{1/2}$	-26,13	$2s_{1/2}$	-21,57
$1d_{3/2}$	-27,19	$1d_{3/2}$	-23,16
$1f_{7/2}$	-22,04	$1f_{7/2}$	-18,77
$2p_{3/2}$	-18,04	$2p_{3/2}$	-13,57
$1f_{5/2}$	-18,5	$1f_{5/2}$	-14,55
$2p_{1/2}$	-16,63	$2p_{1/2}$	-11,93
$1g_{9/2}$	-14,4	$1g_{9/2}$	-11,35
$2d_{5/2}$	-9,6	$2d_{5/2}$	-5,12
$1g_{7/2}$	-8,92	$2d_{3/2}$	-2,06
$3s_{1/2}$	-7,61	$1g_{7/2}$	-4,87
$2d_{3/2}$	-7,06	$1h_{11/2}$	-3,4
$1h_{11/2}$	-6,34		
$2f_{7/2}$	-1,77		

Çizelge 3.6. ^{128}Te için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{128}Te			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
1s $\frac{1}{2}$	-41,16	1s $\frac{1}{2}$	-37,04
1p $\frac{3}{2}$	-35,79	1p $\frac{3}{2}$	-32,3
1p $\frac{1}{2}$	-35,04	1p $\frac{1}{2}$	-31,37
1d $\frac{5}{2}$	-29,72	1d $\frac{5}{2}$	-26,68
2s $\frac{1}{2}$	-26,81	2s $\frac{1}{2}$	-22,94
1d $\frac{3}{2}$	-27,93	1d $\frac{3}{2}$	-24,53
1f $\frac{7}{2}$	-22,95	1f $\frac{7}{2}$	-20,25
2p $\frac{3}{2}$	-18,99	2p $\frac{3}{2}$	-15,19
1f $\frac{5}{2}$	-19,69	1f $\frac{5}{2}$	-16,39
2p $\frac{1}{2}$	-17,74	2p $\frac{1}{2}$	-13,73
1g $\frac{9}{2}$	-15,65	1g $\frac{9}{2}$	-13,18
2d $\frac{5}{2}$	-10,86	2d $\frac{5}{2}$	-7,04
1g $\frac{7}{2}$	-10,57	2d $\frac{3}{2}$	-4,12
3s $\frac{1}{2}$	-8,82	1g $\frac{7}{2}$	-7,19
2d $\frac{3}{2}$	-8,43	1h $\frac{11}{2}$	-5,59
1h $\frac{11}{2}$	-7,92		
2f $\frac{7}{2}$	-3,11		
1h $\frac{9}{2}$	-0,83		

Çizelge 3.7. ^{130}Te için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

^{130}Te			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
1s $\frac{1}{2}$	-40,56	1s $\frac{1}{2}$	-37,16
1p $\frac{3}{2}$	-35,25	1p $\frac{3}{2}$	-32,42
1p $\frac{1}{2}$	-34,52	1p $\frac{1}{2}$	-31,48
1d $\frac{5}{2}$	-29,26	1d $\frac{5}{2}$	-26,83
2s $\frac{1}{2}$	-26,38	2s $\frac{1}{2}$	-23,07
1d $\frac{3}{2}$	-27,49	1d $\frac{3}{2}$	-24,64
1f $\frac{7}{2}$	-22,58	1f $\frac{7}{2}$	-20,42
2p $\frac{3}{2}$	-18,65	2p $\frac{3}{2}$	-15,34
1f $\frac{5}{2}$	-19,34	1f $\frac{5}{2}$	-16,5
2p $\frac{1}{2}$	-17,41	2p $\frac{1}{2}$	-13,86
1g $\frac{9}{2}$	-15,37	1g $\frac{9}{2}$	-13,38
2d $\frac{5}{2}$	-10,62	2d $\frac{5}{2}$	-7,21
1g $\frac{7}{2}$	-10,32	2d $\frac{3}{2}$	-4,24
3s $\frac{1}{2}$	-8,6	1g $\frac{7}{2}$	-7,3
2d $\frac{3}{2}$	-8,2	1h $\frac{11}{2}$	-5,82
1h $\frac{11}{2}$	-7,74		
2f $\frac{7}{2}$	-2,96		
1h $\frac{9}{2}$	-0,69		

Çizelge 3.8. ^{136}Xe için tek parçacık seviyeleri ve enerjileri.

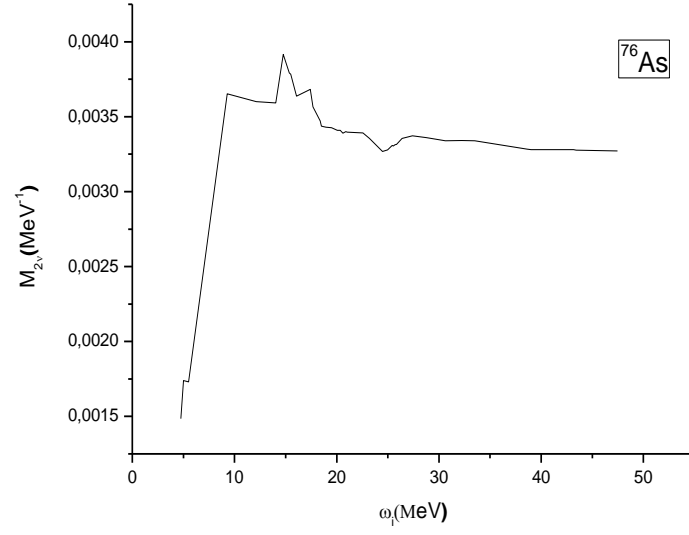
^{136}Xe			
Nötron Seviyeleri	Tek Nötron Enerjisi (MeV)	Proton Seviyeleri	Tek Proton Enerjisi (MeV)
1s $\frac{1}{2}$	-40,96	1s $\frac{1}{2}$	-37,71
1p $\frac{3}{2}$	-35,92	1p $\frac{3}{2}$	-33,23
1p $\frac{1}{2}$	-35,26	1p $\frac{1}{2}$	-32,36
1d $\frac{5}{2}$	-30,22	1d $\frac{5}{2}$	-27,89
2s $\frac{1}{2}$	-27,45	2s $\frac{1}{2}$	-24,21
1d $\frac{3}{2}$	-28,61	1d $\frac{3}{2}$	-25,86
1f $\frac{7}{2}$	-23,82	1f $\frac{7}{2}$	-21,75
2p $\frac{3}{2}$	-20	2p $\frac{3}{2}$	-16,74
1f $\frac{5}{2}$	-20,86	1f $\frac{5}{2}$	-18,09
2p $\frac{1}{2}$	-18,77	2p $\frac{1}{2}$	-15,28
1g $\frac{9}{2}$	-16,89	1g $\frac{9}{2}$	-14,98
2d $\frac{5}{2}$	-12,16	2d $\frac{5}{2}$	-8,82
1g $\frac{7}{2}$	-12,23	2d $\frac{3}{2}$	-5,98
3s $\frac{1}{2}$	-10,11	1g $\frac{7}{2}$	-9,26
2d $\frac{3}{2}$	-9,86	1h $\frac{11}{2}$	-7,67
1h $\frac{11}{2}$	-9,53	2f $\frac{7}{2}$	-0,89
2f $\frac{7}{2}$	-4,57		
1h $\frac{9}{2}$	-2,93		
1i $\frac{13}{2}$	-1,83		
2f $\frac{5}{2}$	-1,37		
3p $\frac{3}{2}$	-2,53		
3p $\frac{1}{2}$	-1,53		

Hem bazımızın güvenilirliği hem de fermi geçişlerine ilişkin yapılan hesaplamaların güvenilirliğini tespit etmek amacıyla Çizelge 3.9.'de Fermi toplam kuralı sonuçları verilmiştir. Görüldüğü gibi hesaplarımızda toplam kuralı geçerli bir hassasiyetle sağlanmaktadır.

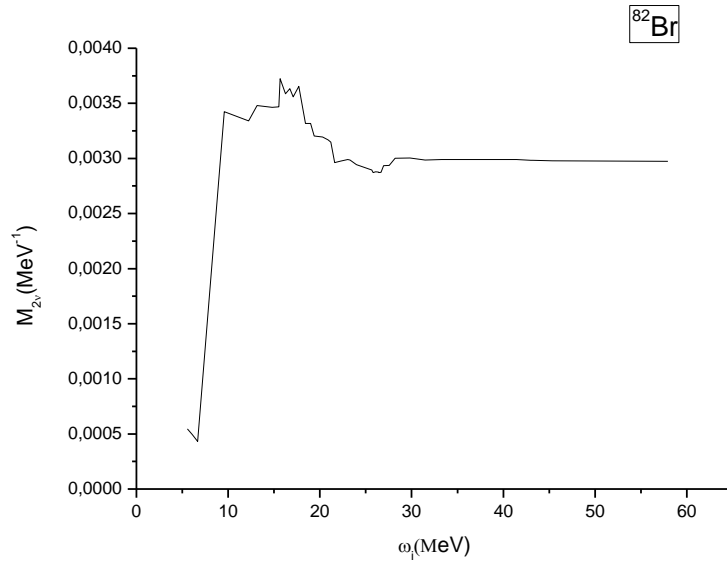
Çizelge 3.9. β geçiş güçleri ve Fermi toplam kuralı.

Geçiş	S_{β^-}	S_{β^+}	$S_{\beta^-} \cdot S_{\beta^+}$	$T_0 = N \cdot Z / 2$
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	5,9784	0,0118	5,9666	6
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	6,9963	0,0132	6,9831	7
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	7,9717	0,0177	7,954	8
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	8,0065	0,0246	7,9819	8
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	9,9676	0,0325	9,9351	10
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	11,9954	0,0297	11,9657	12
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	12,981	0,0295	12,9515	13
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	13,9891	0,0352	13,9539	14

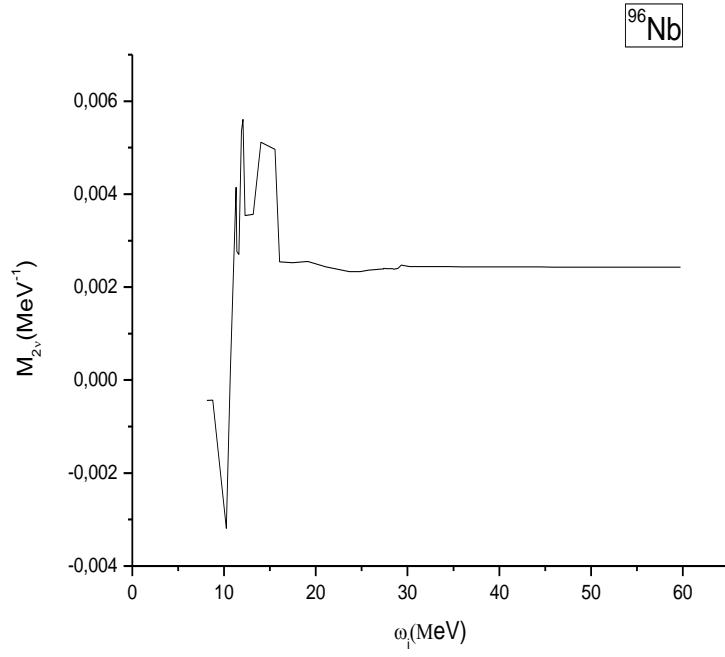
İzobar analog durumların iki nötrinolu çift β bozunumu için hesaplanan çekirdek matris elemanına olan katkılarını anlayabilmek için toplam katkının verilmesi yeterli değildir. Bundan dola, tek-tek ara çekirdekteki 0^+ durumlarının çift β bozunumuna olan katkıları detaylı bir şekilde analiz edilmelidir. Bu analizin yapılabilmesi için ara çekirdekteki 0^+ durumlarının çekirdek matris elemanına katkılarının enerji dağılımları verilmelidir. Söz konusu dağılımlar aşağıdaki grafiklerle gösterilmektedir.



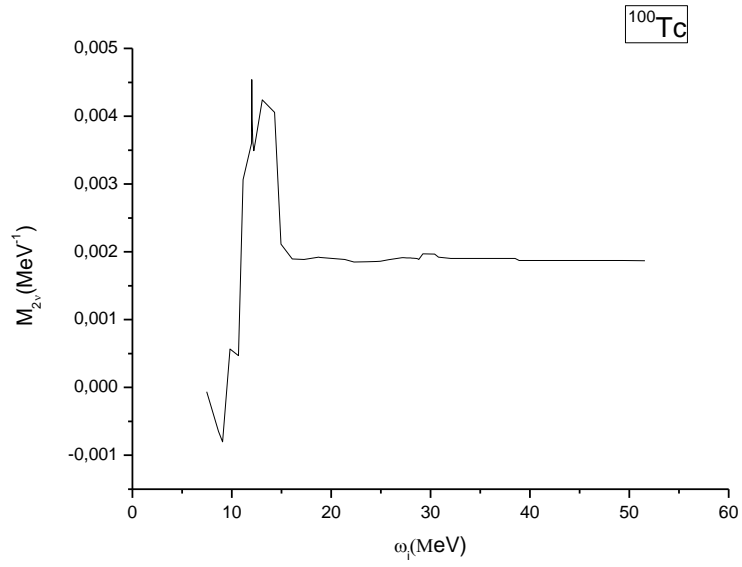
Şekil 3.1. ^{76}As uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



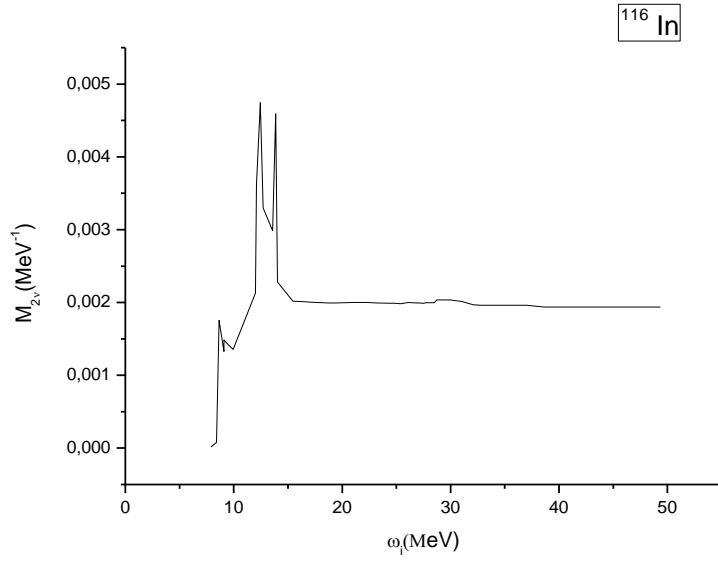
Şekil 3.2. ^{82}Br uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



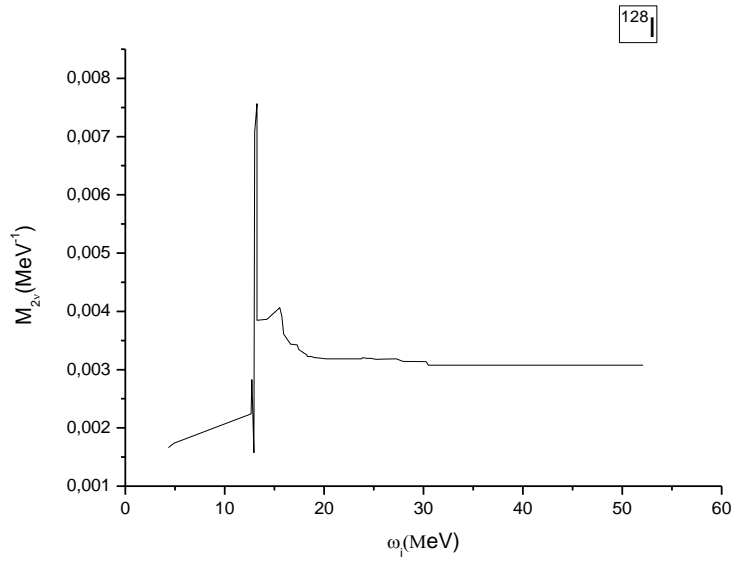
Şekil 3.3. ^{96}Nb uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



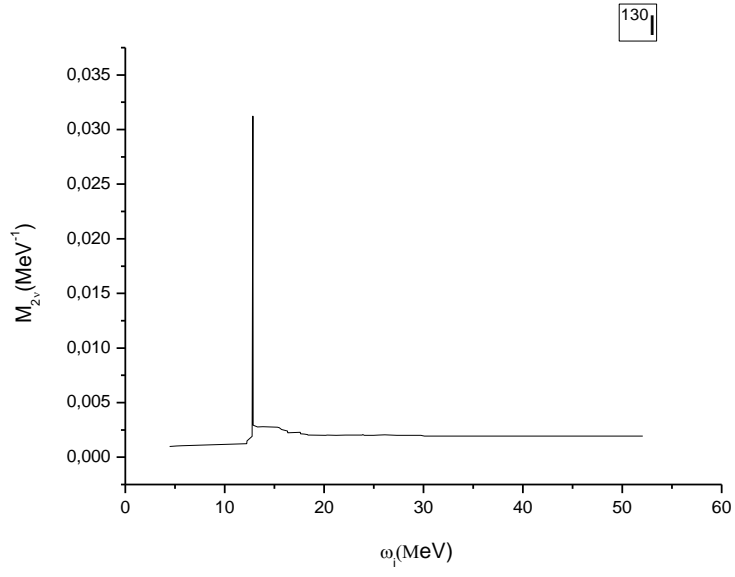
Şekil 3.4. ^{100}Tc uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



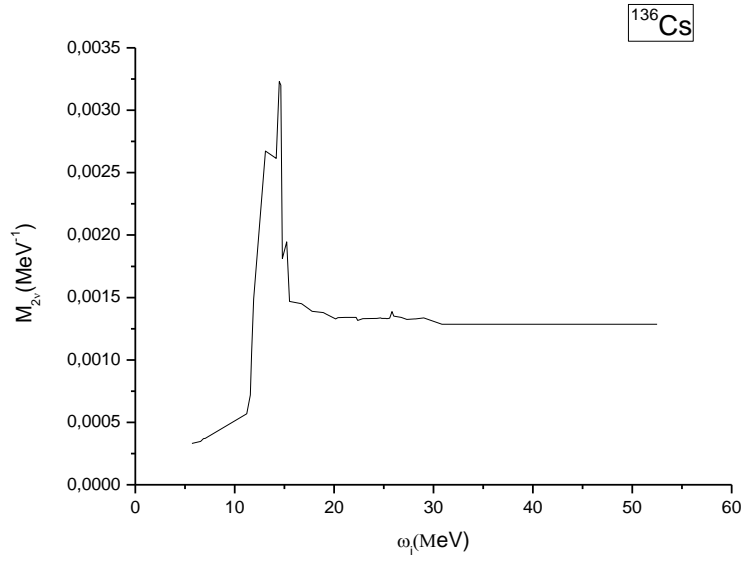
Şekil 3.5. ^{116}In uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



Şekil 3.6. ^{128}I uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



Şekil 3.7. ¹³⁰I uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.



Şekil 3.8. ¹³⁶Cs uyarılmalarının çift β bozunumuna olan katkılarının enerji dağılımı.

Şekillerden görüldüğü gibi bozunuma uğrayan çekirdek ağırlaştıkça izobar analog durumların çekirdek matris elemanına olan katkıları azalmaktadır. Bu durum, çekirdek ağırlaştıkça daha fazla sayıda uyarılmanın olması ve bu uyarılmaların genellikle zıt fazlı olmasından kaynaklanır. Kütle numarası daha küçük olan çekirdeklere ara uyarılmalarından gelen katkılar birbirini nötrlememektedir. Fakat kütle numarası büyüdükçe ara çekirdeğin uyarılmış durumundan gelen katkılar birbirini daha fazla yok etmektedir. Özellikle $^{128,130}\text{Te} \rightarrow ^{128,130}\text{Xe}$ sistemlerinde ara çekirdeğin uyarılmış durumundan gelen katkılarının birbirlerini neredeyse tamamen nötrledikleri görülmektedir. Dolayısıyla bu sistemlerde ara çekirdeğin sadece taban durumundan gelen katkıların dikkate alınması yeterli olacaktır.

Aşağıdaki çizelgede çift β bozunumu yapan sistemler için ara çekirdeklerdeki 0^+ ve 1^+ uyarılmalarından gelen toplam katkılar verilmektedir.

Çizelge 3.10. Çift β bozunumu yapan sistemler için ara çekirdeklerdeki 0^+ ve 1^+ uyarılmalarından gelen toplam katkılar.

Geçişler	Fermi Katkıları (MeV ⁻¹)	Gamow-Teller Katkıları (MeV ⁻¹)	Fermi ve Gamow-Teller Toplam Katkıları (MeV ⁻¹)	Deneysel Matris Elemanları			
				Suhonen (Suhonen ve Civitarese, 1998) (MeV ⁻¹)	Barabash (Barabash, 2009) (MeV ⁻¹)	Ejiri (Ejiri, 2000) (MeV ⁻¹)	Bernatowicz (Bernatowicz ve diğ., 1992) (MeV ⁻¹)
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	0,0033	0,024	0,0273	0,145	0,141	0,065	—
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	0,0030	0,019	0,0220	0,090	0,098	0,046	—
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	0,0024	0,042	0,0444	0,074	0,101	0,037	—
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	0,00187	0,066	0,0679	0,207	0,241	0,096	—
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	0,00193	0,036	0,0379	0,115	0,127	0,069	—
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	0,0031	0,024	0,0271	—	0,043	0,012	0,025
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	0,0019	0,017	0,0189	—	0,03	0,088	0,017
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	0,0013	0,016	0,0173	—	0,032	—	—

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada iki nötrinolu çift beta bozunum sürecine ara çekirdeklerdeki 0^+ uyarılmış durumlarından gelen katkıların enerji dağılımları incelendi.

Çizelge 3.10.'de görüldüğü gibi $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$, $^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$ ve $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ geçişleri için teori ve deney arasında bir uyum olduğu söylenebilir. Fakat diğer geçişler için aynı uyumdan bahsedemeyiz. Bu uyumsuzluğun deneysel çalışmalar arasında da olduğu açıkça görülmektedir. Yukarıda bahsedilen geçişler dışında diğer geçişler için teori ile deney arasındaki uyumsuzluğun nedeni Gamow-Teller katkılarından dolayıdır. Çizelge 3.10 sunulan Gamow-Teller verilerinin hesaplanmasında parçacık parçacık etkin etkileşme değeri sıfır olarak kabul edilmiştir.

İki nötrinolu çift beta bozunumu için çekirdek matris elemanına Gamow-Teller katkılarının parçacık parçacık etkin etkileşme sabitine duyarlı olduğu bilinmektedir. Parçacık parçacık etkin etkileşme sabitinin uygun şekilde fit edilmesiyle teori ile deney arasındaki uyumsuzluk problemi çözülebilir. Fakat burada önemli olan $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$, $^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$ ve $^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$ sistemlerinde parçacık-parçacık etkin etkileşmesi olmadan deneyle uyumun elde edilmiş olmasıdır. Bu sonuç yapılan restorasyonun önemini göstermektedir. Zira, çift beta bozunumu matris elemanına Gamow-Teller geçişlerinden gelen katkıların hesaplanmasında SU(4) simetrisinin restorasyonu dikkate alınmıştır. Gamow-Teller geçişlerinden gelen katılarda SU(4) simetrisinin restore edilmesi ve Fermi geçişlerinden gelen katılarda ise izospin değişmezliğinin restore edilmesi ile birlikte söz konusu çekirdekler için önemli sonuçlar elde edilmiştir. Diğer sistemler için elde edilen sonuçlarında ileride yapılacak deneysel sonuçlar için yol gösterici olacağı düşüncesindeyiz.

Bu tez çalışmasının sonuçları Nuclear Physics A[883, (35-48), 2012] dergisinde yayınlanmıştır.

KAYNAKLAR

- Alvarez-Rodriguez, R., Maya de Guerra, E., Sarriguren, P., 2005. Self-consistent deformed mean field calculations and beyond. *Physical Review C*, 71, 044308, 1-9.
- Alvarez-Rodriguez, R., Sarriguren, P., Moya de Guerra, E., Pacearescu, L., Faessler, A., Simkovic, F., 2006. Effect of deformation on two-neutrino double beta decay matrix elements. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 57, 251-253.
- Audi, G., Bersillion, O., Blachot, J., Wapostira, A.H., 1997. The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties. *Nuclear Physics A*, 624, 1-124.
- Babacan, T., Salamov, D.I., Küçükburşa, A., 2005a. An investigation of the Gamow-Teller 1^+ states in ^{90}Nb isotopes. *Mathematical and Computational Applications*, 10, 359-368.
- Babacan, T., Salamov, D.I., Küçükburşa, A., 2005b. Gamow-Teller 1^+ states in ^{208}Bi . *Physical. Review C*, 71, 037303, 1-4.
- Babacan, T., Salamov, D.I., Küçükburşa, A., Babacan, H., Maraş, İ., Aygör, H.A., Ünal, A., 2004. The effect of pairing interaction on the energies of isobar analogue resonances in $^{112-124}\text{Sb}$ and isospin admixture in $^{100-124}\text{Sn}$ isotopes. *Journal of Physics G : Nuclear and Particle. Physics*, 30, 759-770.
- Babacan, T., Salamov, D.I., Küçükburşa, A., Ünlü, S., Demir, A., 2007. Self-consistent calculations of $N=7$ nuclei in the mass region of 50-100. *Nuclear Physics A*, 788, 279-283.
- Barabash, A.S., 2009. Nucl-ex., To be published in czech. . *Journal Physics B*, 06022009.
- Bernatowicz, T., Brannon, J., Brazzle, R., Cowsik, R., Hohenberg, C., Podosek, F., 1992. Neutrino mass limits from a precise determination of $\beta\beta$ decay rates of ^{128}Te and ^{130}Te . *Physical Review Letters*, 69, 2341-2344.
- Bobyk, A., Kaminski, W.A., Zareba, P., 2000. Study of the double beta decay of $70 < A < 100$ nuclei within the RQRPA and the self-consistent BCS + RQRPA formalisms. *Nuclear Physics A*, 669, 221-238.
- Cheoun, M.K., Faessler, A., Simkovic, F., Teneva, G., 1996. Two neutrino (2ν) double and single beta decay by QRPA with neutron-proton pairing. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 32, 315-327.
- Civitarese, O., Faessler, A., Liciardo, M.C., 1992. Symmetry breaking of the galilean invariance in superfluid nuclei and its connection with quadrupole pairing interactions. *Nuclear. Physics A*, 542, 221-236.
- Civitarese, O., Faessler, A., Tomoda, T., 1987. Suppression of the two-neutrino double β decay. *Physics Letters B*, 194, 11-14.
- Civitarese, O., Hess, P.D., Hirsch, J.G., Rebaire, M., 1998. Spontaneous and dynamical breaking of mean field symmetries in the proton neutron quasiparticle random phase approximation. *Physical. Review C*, 59, 194-199.
- Civitarese, O., Liciardo, M.C., 1988. Symmetry restoring treatment of the pairing Hamiltonian in the quasiparticle representation. *Physical. Review C*, 38, 967-971.

- Civitarese, O., Liciardo, M.C., 1990. Comparison between effective Hamiltonians in symmetry restoring theories. *Physical Review C*, 41, 1778-1784.
- Civitarese, O., Suhonen, J., 1996. Contributions of unique first forbidden transitions to two neutrino double β -decay half-lives. *Nuclear Physics A*, 607, 152-162.
- Civitarese, O., Suhonen, J., 1996. Contributions of unique first forbidden transitions to two neutrino double β -decay half-lives. *Nuclear Physics A*, 607, 152-162.
- Civitarese, O., Suhonen, J., 1999. Systematic study of the single-state dominance in $2\nu\beta\beta$ decay transitions. *Nuclear Physics A*, 653, 337.
- Ejiri, H., 2000. Nuclear spin isospin responses for low energy neutrinos. *Physics Reports*, 338, 265-351.
- Engel, J., Vogel, P., Civitarese, O., Zirnbauer, M.R., 1988. Shell-model and QRPA treatments of double beta decay. *Physics Letters B*, 208, 187-193.
- Hirsch, G., Hess, P.O., Civitarese, O., 1996. Renormalized quasiparticle random phase approximation and double beta decay: A critical analysis of double Fermi transitions. *Physical Review C*, 54, 1976-1981.
- Hirsch, J., Krmpotic, F., 1990. Reconstruction of isospin and spin-isospin symmetries and double beta decay. *Physical Review C*, 41, 792-795.
- Hsiao, S.S., Tzeng, Y., Kuo, T.T.S., 1994. Two-neutrino double beta decay of ^{48}Ca . *Physical Review C*, 49, 2233-2236.
- Ikeda, K., Fuji S., Fujita, J.I., 1963. The (p,n) reactions and beta decays. *Physics Letters*, 3, 271-272.
- Krane, K.S., 2001. *Nükleer Fizik I. Cilt.* Palme Yayıncılık, Ankara. 272-291.
- Krmpotic, F., 1993. General behavior of double beta decay amplitudes in the quasiparticle random phase approximation. *Physical Review C*, 48, 1452-1455.
- Kuliev, A.A., Akkaya, R., İlhan, M., Guliev, E., Salamov, C., Selvi, S., 2000. Rotation invariant model of the states with $K^\pi = 1^+$ and their contribution to the scissors mode. *International Journal of Modern Physics E*, 9, 249.
- Muto, K., 1997. Extended quasiparticle RPA and double-beta-decay nuclear matrix elements. *Physics Letters B*, 391, 243-248.
- Osterfeld, F., 1992. Nuclear spin and isospin excitations. *Reviews of Modern Physics*, 64, 2, 401-557.
- Pacearescu, L., Rodin, V., Simkovic, F., Faessler, A., 2003. Two-neutrino double β decay within fully renormalized quasiparticle random-phase approximation: Effect of the restoration of the Ikeda sum rule. *Physical Review C*, 68, 064310, 1-8.
- Petrovici, A., Schmid, K.W., Radu, O., Faessler, A., 2008. Structure of $A=82$ analogs and isospin-symmetry breaking effects on superallowed Fermi β decay. *Physical Review C*, 78, 064311, 1-7.
- Raduta, A. A., Escuderos, A., Faessler, A., Moya de Guerra, E., Sarriguren, P., 2004. Two neutrino double- β decay in deformed nuclei with an angular momentum projected basis. *Physical Review C*, 69, 064321 1-20.
- Raduta, A.A., Suhonen, J., 1996. Description of β decay to excited quadrupole phonon states within a boson-expansion formalism; Boson-expansion description of beta decay to excited final states. *Physical Review C*, 53, 176-187.

- Rodin, V.A., Urin, M.H., Faessler, A., 2005. Sensitive behavior of $2\nu\beta\beta$ decay amplitude within QRPA and broken SU(4) symmetry in nuclei. *Nuclear Physics A*, 295-307.
- Sakamoto, Kishimoto, T., 1991. Microscopic analysis of nuclear collective motions in terms of the boson expansion theory: Numerical calculations. *Nuclear Physics A*, 528, 73-143.
- Salamov, D.I., Babacan, T., Küçükburca, A., Ünlü, S., Maraş, İ., 2006. The isospin admixture of the ground state and the properties of the isobar analog resonances in medium and heavy mass nuclei. *Pramana Journal of Physics*, Vol 66, No 6, 1105-1110.
- Schwieger, J., Simkovic, F., Faessler, A., 1998. Double β decay to excited states of several medium-heavy nuclei within the renormalized quasiparticle random phase approximation. *Physical Review C*, 57, 1738-1743.
- Simkovic, F., Pacearescu, L., Faessler, A., 2004. Two-neutrino double beta decay of ^{76}Ge within deformed QRPA. *Nuclear Physics A*, 733, 321-350.
- Simkovic, F., Schwieger, J., Veselsky, M., Pantis, G., Faessler, A., 1997. Non-collapsing renormalized QRPA with proton-neutron pairing for neutrinoless double beta decay. *Physics Letters B*, 393, 267-273.
- Soloviev, V.G., 1976. Theory of Complex Nuclei, Pergamon, New York.
- Staudt, A., Kuo, T.T.S., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., 1992. $\beta\beta$ decay of ^{128}Te , ^{130}Te , and ^{76}Ge with renormalized effective interactions derived from Paris and Bonn potentials. *Physical Review C*, 46, 871-883.
- Stoica, S., Klapdor-Kleingrothaus, H.V., 2001. Critical view on double-beta decay matrix elements within Quasi Random Phase Approximation-based methods. *Nuclear Physics A*, 694, 269-294.
- Suhonen, J., Civitarese, O., 1998. Weak-interaction and nuclear structure aspects of nuclear double beta decay. *Physics Reports*, 300, 123-214.
- Suhonen, J., Civitarese, O., 1998. Weak-interaction and nuclear structure aspects of nuclear double beta decay. *Physics Reports*, 300, 123-214
- Suhonen, J., Divari, P.C., Skouras, L.D., Johnstone, I.P., 1997. Double beta decay of ^{92}Mo : Comparison of the shell model and the quasiparticle random-phase approximation. *Physical Review C*, 55, 714-719.
- Toivanen, J., Suhonen, J., 1995. Renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation and its application to double beta decay. *Physical Review Letters*, 75, 410-413
- Toivanen, J., Suhonen, J., 1997. Study of several double-beta-decaying nuclei using the renormalized proton-neutron quasiparticle random-phase approximation. *Physical Review C*, 55, 2314-2323.
- Yousef, M.S., Rodin, V., Faessler, A., Simkovic, F., 2009. Matrix elements of two-neutrino double beta decay in deformed nuclei. *Nuclear Physics B: Proceeding Supplements*, 188, 56-58.
- Yousef, M.S., Rodin, V., Faessler, A., Simkovic, F., 2009. Two-neutrino double β decay of deformed nuclei within the quasiparticle random-phase approximation with a realistic interaction. *Physical Review C*, 79, 014314, 1-9.

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı: Lutfi ARISOY

Doğum Yeri ve Yılı: Isparta 1977

Eğitim Durumu:

Lisans: İstanbul Üniversitesi 1999

Yüksek Lisans: Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi



Çalıştığı Kurumlar ve Yıl:

Doluca İlköğretim Okulu-BATMAN 2000-2001

Bölmepınar İlköğretim Okulu-BURDUR 2001-2006

Mehmet Akif Ersoy İlköğretim Okulu-BURDUR 2006-

Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan Bildiriler:

1-Serdar Ünlü, Şadiye Çakmak and Lutfi Arisoy, “Ana Çekirdeğin Taban Durumundan Ürün Çekirdeğin Taban ve Uyarılmış Durumlarına İki Nötrinolu Çift Beta Bozunumunun QRPA Analizi”, 5. Nükleer Yapı Özellikleri Çalıştayı, Muş Alparslan Üniversitesi, 12-14 Ekim 2011, Muş

2-Lutfi Arisoy and Serdar Ünlü, “İki Nötrinolu Çift Beta Bozunum Sürecine İzobar Analog Durumlardan Gelen Katkıların İncelenmesi”, II. Adım Fizik Günleri, Pamukkale Üniversitesi, 25-27 Nisan 2012, Denizli

Yayımları:

Lutfi Arisoy, Serdar Unlu, “Contributions of the isobar analogue states to the two neutrino double beta decay process”, Nuclear Physics A 883 (2012) 35-48