

TAKVİYELİ, DEĞİŞKEN KESİTLİ SİLİNDİRİK KABUKLARIN
KARIŞIK SONLU ELEMAN YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜMÜ

(DOKTORA TEZİ)

İnş. Yük. Müh. Mehmet Hakkı OMURTAG

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21.2.1990

Tezin Savunulduğu Tarih : 8.5.1990

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yalçın Aköz

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Nahit Kumbasar

: Prof. Dr. Atilla Aşkar

Y. E.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

MAYIS 1990

ÖNSÖZ

Çalışmalarımın her aşamasında, bana maddi ve manevi desteğini sürekli veren Sayın Hocam Prof.Dr. Yalçın AKÖZ' e şükran ve minnet hislerim ile teşekkürü zevkli bir görev bilirim.

Yardımlarını gördüğüm sayın Doç.Dr. Metin AYDOĞAN'a teşekkür ederim.

Bu çalışmada yardımlarını gördüğüm Teknisyen Fevzi EFE'ye de ayrıca teşekkür ederim

Sabırla bana destek olan ailemin bütün fertlerine şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

NOTASYON LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	x
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Konu	1
1.2. Sonlu eleman metodunun geçirdiği aşamalar	2
1.3. Silindirik kabuklar ile ilgili teorik ve deneysel çalışmalar	3
1.4. Sonlu eleman metodu uygulamalarının kabuklarda ve çubuklarda geçirdiği aşamalar	4
BÖLÜM 2. SİLİNDİRİK KABUK ve UZAY ÇUBUK TEORİSİ	9
2.1. Kabuklarda birinci mertebe teorisi	9
2.2. Varsayımlar	9
2.3. Yüzey geometrisi ile ilgili tanımlar.	10
2.4. Fiziksel bağıntılar ile deplasmanların hesaplanması	12
2.5. Gerilme şekil değiştirme bağıntıları ile kesit zorları	18
2.6. Denge denklemleri	20
2.7. Uzay çubukların geometrisi	22
2.8. Uzay çubuklar için alan denklemleri	23
BÖLÜM 3. KABUK ve ÇUBUK FONKSİYONELLERİNİN ELDE EDİLMESİ	26
3.1. Silindirik kabuklar için alan denklemleri	26
3.2. Silindirik kabuklar için fonksiyonel.	28
3.3. Uzay çubuklar için alan denklemleri	31
3.4. Uzay çubuklar için fonksiyonel	32
BÖLÜM 4. SİLİNDİRİK KABUKLAR ve UZAY ÇUBUKLAR İÇİN İZOPARAMETRİK SONLU ELEMAN TANIMI	36
4.1. İzoparametrik sonlu eleman tanımı	36
4.2. Silindirik kabuklar için sonlu eleman tanımı	39

4.2.1 Geometrik-Dinamik sınır koşullarının etkileri	44
4.3. Kabuk sonlu eleman çözümleri için sayısal örnekler	47
4.3.1. Örnek (1):	47
4.3.2. Örnek (2):	50
4.3.3. Örnek (3):	51
4.4. Uzay çubuklar için sonlu eleman tanımı	54
4.5. Çubuk sonlu eleman çözümleri için sayısal örnekler	57
4.5.1. Örnek (1):	58
4.5.2. Örnek (2):	58
4.5.3. Örnek (3):	60
BÖLÜM 5. KIRIŞ TAKVİYELİ ve DEĞİŞKEN KESİTLİ KABUKLAR.	62
5.1. Kabuk-kiriş bağlantıları	62
5.2. Kiriş eksen takımının döndürülmesi. .	62
5.3. Kiriş takviyeli kabuklar için örnekler	67
5.3.1. Örnek(1):	67
5.3.2. Örnek(2):	72
5.4. Değişken kesitli kabuklar.	75
5.5. Değişken kesitli kabuklar için sayısal örnek	76
5.5.1. Örnek(1):	76
BÖLÜM 6. BİLGİSAYAR PROGRAMI	80
6.1. Giriş	80
6.2. D90 ve DL programlarının yapıları ile çalışma biçimleri	80
6.3. DL Programına bilgi girişi	82
SONUÇLAR	93
KAYNAKLAR	98
EK-A. ÇUBUK RİJİTLİK MATRİSİNİN KURULMASINDA KESİT ÖZELLİKLERİNE BAĞLI DÜZENLEMELER.	107
A.1. k' çarpanı	107
A.2. Kutupsal atalet momentleri	107
ÖZGEÇMİŞ	109

NOTASYON LİSTESİ

- \underline{r} : Yer vektörü.
 X_k : Kartezyen koordinatlar.
 $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$: Kartezyen koordinatlarda birim vektörler
 α, β, γ : Eğrisel koordinatlar.
 a_k, a_s : Kovaryant baz vektörlerinin teğetsel bileşenleri, yüzeye dik bileşeni.
 x, s, z : Kabuk ortalama yüzeyinden geçen eksen takımı.
 A, B : Teğetsel baz vektörlerinin boyları.
 α_k : Ortogonal eğrisel koordinat takımı.
 g_k^2, A_1, B_1, T_1 : Eğrisel koordinatların lineer parçalara dönüştürülmesini temin eden katsayılar.
 R : Silindirin yarıçapı.
 θ : Silindirin üzerindeki bir noktanın başlangıçtan itibaren gördüğü merkez açısı.
 ϵ_k, ϵ_k^0 : Eğrisel koordinat takımında birim şekil değiştirmeler, kabuk ortalama yüzeyinde birim şekil değiştirmeler.
 $\epsilon_{kl}, \epsilon_{kl}^0$: Eğrisel koordinat takımında birim açısal şekil değiştirmeler, kabuk ortalama yüzeyinde birim açısal şekil değiştirmeler.
 u_k : Yer değiştirme vektörünün koordinat çizgileri üzerindeki bileşenleri.
 $\kappa_\alpha^0, \kappa_\beta^0, \kappa_{\alpha\beta}^0$: Ortalama yüzeyin asal eğrilik değişimleri ile burulma eğriliği.
 V_1 : α koordinat çizgisinin teğetinin şekil değiştirme sonucu açısındaki değişim miktarı.
 V_2 : β koordinat çizgisinin teğetinin şekil değiştirme sonucu açısındaki değişim miktarı.

\underline{U}	:	Yer değiştirme vektörü.
u, v, w	:	Teğetsel ve normal yer değiştirmeler.
σ_k, τ_{kl}	:	Eksenel gerilmeler, kayma gerilmesi.
h	:	Kabuk kalınlığı.
E, ν, G	:	Elastisite modülü, Poisson oranı, kayma modülü.
P, N	:	Eksenel normal kuvvet.
Q	:	Kayma kuvveti.
K, Z	:	Kabuk ve çubuk kesme kuvveti.
K	:	Çubuk eğilme momenti.
E, M	:	Eğilme momentleri.
T	:	Burulma momentleri.
B, D	:	Uzama ve eğilme rijitliği.
q_k	:	Yük bileşenleri.
$\underline{n}, \underline{t}, \underline{b}$:	Uzay eğrisinin ortogonal birim vektörleri.
κ	:	Eğrilik.
τ	:	Uzay eğrisinin burulması.
$\underline{T}, \underline{M}$:	Kuvvet, moment vektörleri.
$\underline{q}, \underline{m}$:	Yayılı dış yük ve moment vektörleri.
$\underline{\Omega}$:	Çubuk dönme vektörü.
$\underline{\chi}$:	Relatif birim kayma vektörü.
$\underline{\omega}$:	Relatif birim dönme vektörü.
$\underline{D}, \underline{C}$:	Eğilme ve kayma rijitliği tansörü.
$\underline{D}_k, \underline{C}_k$:	Eksenler doğrultusunda eğilme ve kayma rijitliği.
I_k, I_o	:	Atalet momentleri, kutupsal atalet momenti.
k'	:	Kesme etkisini katan nümerik çarpan.
A	:	Çubuk dik kesit alanı.
\mathcal{L}	:	Operatör.
$I(\underline{u})$:	Fonksiyonel.
I_k	:	Kabuk fonksiyoneli.
I_φ, I_d, I_e	:	Uzay, doğru, eğri eksenli çubuk fonksiyonelleri.
$I_{d\phi}$:	Ekseni döndürülmüş doğrusal çubukların fonksiyoneli.

- ψ_k : Yaklaşım fonksiyonları.
 ξ, η, ζ : Doğal koordinat takımı.
 ξ_k, η_k : k düğüm noktasının doğal koordinatları.
 A : Dikdörtgen kabuk elemanın alanı.
 x_σ, s_σ : Eleman ağırlık merkezi koordinatları.
 a, b : Dikdörtgen sonlu eleman boyutları.
 a : Çubuk elemanın boyunun yarısı.
 L : Çubuk elemanın boyu.
 x_i, s_i : Elemanın i düğüm noktasının koordinatları.
 h_i : Değişken kesitli kabuk elemanın i düğüm noktasının kalınlığı.
 $\gamma_k, \beta_k, \alpha_k$: Kabuk değişken kesit özelliğini yansıtan katsayılar.
 $\mu_k, \delta_k, \lambda_k$: Kabuk değişken kesit özelliğini yansıtan katsayılar.
 $[]$: matris.
 $[]^T$: matrisin transpozu.
 $[k]_k$: Kabuk eleman rijitlik matrisi.
 $[k]_d$: Doğru eksenli çubuk eleman rijitlik matrisi.
 $[k]_e$: Eğri eksenli çubuk eleman rijitlik matrisi.
 b, h : Dikdörtgen kesitli çubuğun genişliği ve yüksekliği.
 a_k, b_k, i_k : Çubuk değişken kesit özelliğini yansıtan katsayılar.
 X_k, Y_k, K_k : Çubuk değişken kesit özelliğini yansıtan katsayılar.

ŞEKİL LİSTESİ

- Şekil [2.1]: Silindirik kabuk yüzey geometrisi.
- Şekil [2.2]: Ortogonal eğrisel ve kartezyen koordinat takımları.
- Şekil [2.3]: Silindirik kabuklarda pozitif yer değiştirme yönleri.
- Şekil [2.4]: Silindirik kabuklarda pozitif gerilme bileşenleri.
- Şekil [2.5]: Silindirik kabuklarda pozitif kuvvet ve moment bileşenleri.
- Şekil [2.6]: Çubuk eğrisinin geometrisi.
- Şekil [2.7]: Vektörel gösterim ile çubuk kesit zorları.
- Şekil [3.1]: Silindirik kabuk eksen takımı.
- Şekil [3.2]: Silindirik kabuklarda düzlemsel kuvvetler ile momentlerin pozitif yönlerinin gösterimi.
- Şekil [3.3]: Alan denklemlerinin operatör yapısının matris gösterimi.
- Şekil [3.4]: Doğru ve eğri eksenli çubuklarda yer değiştirme, dönme, kuvvet ve momentlerde pozitif doğrultular.
- Şekil [4.1]: Global ve doğal koordinat sisteminde çubuk eleman.
- Şekil [4.2]: Global ve doğal koordinat sisteminde dikdörtgen eleman.
- Şekil [4.3]: Uçları boşa, ortasından bir çap boyunca tekil kuvvet ile sıkıştırılmış silindirik kabuk.
- Şekil [4.4]: Tekil yükün altındaki çökmeye, çeşitli çalışmaların bilinmeyen sayısına bağlı olarak yaklaşımının teorik sonuç ile karşılaştırılması.
- Şekil [4.5]: AB-CD kenarları diyafram, AC-BD kenarları mafsallı mesnetli, zati ağırlığı altında incelenen tonoz.
- Şekil [4.6]: Bölüm 4.3.2 ' deki tonozda çeşitli sınırlardaki yer değiştirmeler.
- Şekil [4.7]: Bölüm 4.3.2 ' deki tonozda çeşitli sınırlardaki kuvvet ve moment değişimleri.
- Şekil [4.8]: Bölüm 4.3.3 ' deki tonozda çeşitli sınırlardaki yer değiştirmeler.
- Şekil [4.9]: Bölüm 4.3.3 ' deki tonozda çeşitli sınırlardaki kuvvet ve moment değişimleri.
- Şekil [4.10]: a) İki ucu sabit mafsallı ortasından tekil yükü taşıyan çubuk.
b) Simetri halinin incelenmesinde yer değiştirme, dönme, kuvvet ve moment gösterimleri.

- Şekil [4.11]: Bölüm 4.5.1 'deki çubuk üzerinde moment ve kesme kuvveti değişimleri.
- Şekil [4.12]: a) İki ucu ankastre ortasından tekil yüküyle yüklü yarım daire biçimli çubuk.
b) Simetri halinin incelenmesinde yer değiştirme, kuvvet, moment gösterimleri.
- Şekil [4.13]: Bölüm 4.5.2 'deki çubuğun üzerinde moment ve kesme kuvveti değişimleri.
- Şekil [4.14]: İki ucu ankastre üzeri düzgün yayılı yük ile yüklü, doğru eksenli çubuk.
- Şekil [5.1]: Kabuk-Kiriş etkileşimi.
- Şekil [5.2]: Kabuk-Kiriş bağlantıları.
- Şekil [5.3]: Çubuk eksen takımının döndürülmesi.
- Şekil [5.4]: Serbest kenarlarına kiriş atılmış tonoz.
- Şekil [5.5]: w_{AB} çökmesinin kirişsiz ve kirişli tonoz neticeleri ile karşılaştırılması.
(1): kirişsiz, (2): $b=0.5m.$, $h=0.5m.$,
(3): $b=0.5m.$, $h=1m.$, (4): $b=0.5m.$,
 $h=1.5m.$ durumuna karşı gelmektedir.
- Şekil [5.6]: Düşey kirişler ile kenarlarından takviyeli, zati ağırlığı altında incelenen silindirik tonoz. EF-HG kenarları diyafram EH-FG kenarları serbest.
- Şekil [5.7]: Çeşitli değişken kesitli kabuklar.
- Şekil [5.8]: Değişken kesitli kabuk.
- Şekil [6.1]: DL ana program akış şeması.
- Şekil [6.2]: DUGUM alt program akış şeması.
- Şekil [6.3]: DIKEL alt program akış şeması.
- Şekil [6.4]: DIKST alt program akış şeması.
- Şekil [6.5]: Bilgi setine örnek alınan tonoz.
- Şekil [6.6]: DL programı için bir örnek bilgi seti.
- Şekil [A.1]: Profil kesit.

TABLO LİSTESİ

- Tablo [4.1]: Bölüm 4.3.1 'deki silindirik kabukta tekil yükün altındaki çökmenin; çeşitli çalışmaların teorik değere, bilinmeyen sayısına ve eleman ağına göre yaklaşımlarının karşılaştırılması.
[NOT: Sonuçlar $\times 10^{-2}$ cm. alınacaktır. Değerler D90 bilgisayar programının çıktılarıdır.]
- Tablo [4.2]: Bölüm 4.3.3 'deki tonozun değişik noktalarındaki sonuçların; çeşitli çalışmaların teorik neticelere, eleman ağına göre yaklaşımlarının karşılaştırılması.
- Tablo [4.3]: İki ucu sabit mafsallı, ortasından tekil yük ile yüklü yarım daire çubuk.
- Tablo [4.4]: İki ucu ankastre, ortasından tekil yük ile yüklü yarım daire çubuk.
- Tablo [4.5]: İki ucu ankastre, düzgün yayılı yük ile yüklü doğru eksenli çubuk.
- Tablo [5.1]: $b=0.5m.$ için w_{BC} [cm.] çökmelerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [5.2]: $b=0.5m.$ için E_{AB} [kN.] eğilme momentlerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [5.3]: $b=0.5m.$ için M_{AB} [kN.] eğilme momentlerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [5.4]: $b=0.5m.$ için P_{BC} [kN/m] düzlem içi normal kuvvetlerin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [5.5]: BC kenarı boyunca kabuk eğilme momenti E_{BC} ile kiriş eğilme momenti M_2 değerlerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz neticeleri ile karşılaştırılması.
[NOT: Değerler $\times 10^4 N$ alınacaktır.]
- Tablo [5.6]: Kiriş üzerindeki kesme kuvveti $(N_s)_{BC}$ [kN/m.] nin; $b=0.5m.$ sabit tutulurken farklı kiriş yüksekliklerine göre değişimi.
- Tablo [5.7]: Kirişli tonoz neticelerinin belli noktalarda bölüm 4.3.3 deki tonoz ile farklı kiriş boyutları için karşılaştırılması.

- Tablo [5.8]: Düşey kirişli tonoz için w_{BC} [cm.] çökmeleri, E_{AB} [kN], M_{AB} [kN] eğilme momentlerinin değişimi. $b=0.5m$. sabit tutulmuştur.
- Tablo [5.9]: P_{BC} [kN/m] ve $(N_1)_{BC}$ [kN/m] düzlem içi normal kuvvetinin düşey kiriş takviyeli tonozun serbest kenarındaki değişimleri.
- Tablo [5.10]: Düşey kiriş üzerindeki kesme kuvveti $(N_3)_{BC}$ [kN/m] nin; $b=0.5m$. sabit tutulurken farklı kiriş yüksekliklerine göre değişimi.
- Tablo [5.11]: BC kenarı boyunca kabuk eğilme momenti E_{BC} ile kiriş eğilme momenti M_2 değerlerinin, serbest kenarına düşey kiriş atılmış tonozdaki değişimi.
[NOT: Değerler $\times 10^4 N$ alınacaktır.]
- Tablo [5.12]: Çeşitli kenarlar boyunca w çökmelerinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması. h [m.], w [cm.].
- Tablo [5.13]: Çeşitli kenarlar boyunca P [kN/m.] eksenelnormal kuvvetinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [5.14]: Çeşitli kenarlar boyunca M [kN.] ve E [kN.] eğilme momentlerinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması.
- Tablo [6.1]: DL Programına bilgi aktarımı.
- Tablo [A.1]: Farklı kesitler için k' çarpanı.
- Tablo [A.2]: C_λ katsayıları.

ÖZET

Ortalama yüzeyi tek eğrilikli yüzeysel taşıyıcı sistemler olan silindirik kabuklar; tonozlarda, bacalarda, borularda, sıvı haznelerinde, silindirik yapılarda ve giriş takviyeli kabuklar ise uçak, gemi, denizaltı, geniş açıklıklı silindirik tonoz gibi yapı sistemlerinde sıkça karşılaşılan yapı elemanlarıdır.

Bu çalışmada silindirik kabuklarla, daire ve doğru eksenli uzay çubuklar için yeni fonksiyoneller dinamik ve geometrik sınır koşullarında içerecek şekilde elde edilmiştir. İfadelerin literatürde orijinal oldukları görülmüştür. Elde edilen kabuk fonksiyoneli klasik enerji ifadesine dönüştürülebilmektedir.

Varyasyon tekniği kullanılarak karışık izoparametrik sonlu elemanlar, yapı elemanlarının değişken kesit özelliklerini rijitlik matrisleri içinde bulunduracak biçimde türetilmiştir. Kabuk global eksen takımı ile çubuk asal eksen takımlarının çakışmama durumunu da gözönüne alacak şekilde eksenleri döndürülmüş çubuklar için de rijitlik matrisi elde edilmiştir. Kabuk elemanda yer değiştirmeler, kuvvetler, momentler, uzay çubuk elemanda bunlara ek olarak dönmelerde bilinmeyen olarak hesaplanmaktadır.

Problemlerin çözümü için Fortran kodlama dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmış ve yardımcı disk üniteleri ile geçici dosyalama imkanlarından faydalanılmıştır.

Bu çalışmada önce silindirik kabuklar, sonra uzay çubuklar literatürdeki örneklerle karşılaştırılmış ve sonuçlar mühendislik açısından gerekli yeter yakınsaklıkta bulunmuştur. Bilinmeyen sayısına göre sonuçlara yaklaşım ise hızlıdır. Daha sonra değişken kesitli kabuklar ile, giriş takviyeli kabuklar parametrik olarak incelenmiş elde edilen neticeler sonuç bölümünde sunulmuştur.

SUMMARY

MIXED FINITE ELEMENT METHOD FORMULATION FOR STIFFENED CYLINDRICAL SHELLS

Shells are known as complex, structural systems due to complexity in mathematical formulation and geometric shape. For that reason, both in theoretical and experimental analysis, certain problems were met and only systems with severely idealized situations under certain conditions were solvable.

With the development of computer systems, numerical analysis has become an essential tool in engineering mechanics and finite element method came into picture as an extension to matrix structural analysis. Probably the greatest advantage of finite element method that it has made possible the development of general purpose computer programs which may be used for analysing complete arbitrary structural systems.

Numerous different finite element models are possible by selecting different displacement or stress fields or both defined in terms of variety of generalized coordinates and introducing different equilibrium conditions at the nodes or compatibility conditions along interelement boundaries or both in classical finite element formulation.

Approaches in the finite element analysis, are associated with application of variational principles in solid mechanics. The improvements in finite elements first began by application of matrix displacement method to plane stress problems using triangular and rectangular elements.

In the assemblage of discrete elements and / or stress field are assumed in the element for representation of a solid continuum. The application of variational principles gives simultaneous algebraic equations which are in terms of generalized stresses or generalized displacement or both or generalized forces and generalized moments and generalized displacements at the nodal points.

In this thesis some new functionals are obtained for cylindrical shells, and curved space bars by functional analysis method. Parameters in this functional can be chosen as required with respect to necessity. These functionals reduce to the classical potential energy function as a special case. These functionals gain an advantage over classical potential energy function when finite element and variational methods are used. A new finite element formulation for cylindrical shells, stiffened by curved and straight space bars are given.

The following assumptions are considered,

- Transverse stresses are omitted,
- Kirchoff-Love hypothesis is valid. That is the straight fibres of the shell which are perpendicular to the middle surface before deformation remain straight and perpendicular to the deformed surface,
- The displacement components are small compared to the shell thickness,
- Hook's Law is valid,

in derivation of the field equations of the shell as,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial P}{\partial x} + q_1 &= 0 \\
 \frac{\partial N}{\partial s} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial M}{\partial s} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q_2 &= 0 \\
 \frac{\partial^2 M}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial s} - \frac{N}{R} + q_3 &= 0 \\
 P - \nu B \frac{\partial v}{\partial s} - B \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\nu B}{R} w &= 0 \\
 N - B \frac{\partial v}{\partial s} - \nu B \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{B}{R} w &= 0 \\
 Q - B \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \frac{\partial v}{\partial x} - B \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \frac{\partial u}{\partial s} &= 0 \\
 E - \nu \frac{D}{R} \frac{\partial v}{\partial s} + \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\
 M - \frac{D}{R} \frac{\partial v}{\partial s} + D \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\
 T - \frac{D}{R} \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \frac{\partial v}{\partial x} + D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

where, $B = Eh / (1 - \nu^2)$ and $D = Eh^3 / [12(1 - \nu^2)]$. Dynamic boundary conditions,

$$-K + \hat{K} = 0 \quad (3.1)$$

$$R - \hat{R} = 0$$

geometric boundary conditions,

$$-d' + \hat{d}' = 0 \quad (3.1)$$

$$d - \hat{d} = 0$$

written in symbolic form. Quantities with hat have known values on the boundary.

Field equations can be written in the operator form as, $\mathcal{L}u - \mathcal{L}\hat{u} = 0$ which is shown to be a potential operator given in equation (3.4). Using Gâteaux differential $d\mathcal{L}(u, \hat{u})$, equation (3.1) yields to the following functional after a few manipulations,

$$\begin{aligned} I_k = & -[Q, \frac{\partial u}{\partial s}] - [P, \frac{\partial u}{\partial x}] - [N, \frac{\partial v}{\partial s}] - [Q, \frac{\partial v}{\partial x}] + \frac{1}{R} [v, \frac{\partial M}{\partial s}] + \frac{1}{R} [v, \frac{\partial T}{\partial x}] \\ & - [\frac{\partial M}{\partial s}, \frac{\partial w}{\partial s}] - [\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x}] - [\frac{\partial T}{\partial s}, \frac{\partial w}{\partial x}] - [\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial s}] - \frac{1}{R} [N, w] \\ & + \frac{1}{2B(1-\nu^2)} \left\{ [P, P] + [N, N] - 2\nu [P, N] \right\} + \frac{1}{B(1-\nu)} [Q, Q] \\ & + \frac{1}{2DX(1-\nu^2)} \left\{ [E, E] + [M, M] - 2\nu [E, M] \right\} + \frac{1}{DX(1-\nu)} [T, T] \\ & + [q_1, u] + [q_2, v] + [q_3, w] \\ & + \left\{ [u, \hat{Q}] + [u, \hat{P}] + [v, \hat{Q}] + [v, \hat{N}] - \frac{1}{R} [v, (M - \hat{M})] - \frac{1}{R} [v, (T - \hat{T})] \right. \\ & \quad + [w, \frac{\partial \hat{M}}{\partial s}] + [\frac{\partial w}{\partial s}, (M - \hat{M})] + [w, \frac{\partial \hat{E}}{\partial x}] + [\frac{\partial w}{\partial x}, (E - \hat{E})] + [w, \frac{\partial \hat{T}}{\partial s}] \\ & \quad \left. + [\frac{\partial w}{\partial s}, (T - \hat{T})] + [w, \frac{\partial \hat{T}}{\partial x}] + [\frac{\partial w}{\partial x}, (T - \hat{T})] \right\}_o \\ & + \left\{ [Q, (u - \hat{u})] + [P, (u - \hat{u})] + [N, (v - \hat{v})] + [Q, (v - \hat{v})] \right. \\ & \quad - \frac{1}{R} [M, \hat{v}] - \frac{1}{R} [T, \hat{v}] + [\frac{\partial M}{\partial s}, (w - \hat{w})] + [M, \frac{\partial \hat{w}}{\partial s}] + [\frac{\partial T}{\partial s}, (w - \hat{w})] \\ & \quad \left. + [\frac{\partial E}{\partial x}, (w - \hat{w})] + [E, \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}] + [\frac{\partial T}{\partial x}, (w - \hat{w})] + [T, \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}] + [T, \frac{\partial \hat{w}}{\partial s}] \right\}_e \end{aligned} \quad (3.7)$$

Field equations for curved space bars,

$$\begin{aligned}
 \frac{dT}{ds} + q &= 0 \\
 \frac{dM}{ds} + t_x T + m &= 0 \\
 \frac{d\Omega}{ds} + \omega &= 0 \\
 \frac{du}{ds} + t_x \Omega + \gamma &= 0 \\
 M - D \omega &= 0 \\
 T - C \gamma &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Dynamic boundary conditions,

$$\begin{aligned}
 -T + \hat{T} &= 0 \\
 -M + \hat{M} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.8,d}$$

and geometrical boundary conditions,

$$\begin{aligned}
 \Omega - \hat{\Omega} &= 0 \\
 u - \hat{u} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.8,d}$$

are written in symbolic form. Using Gateaux differential, equation (3.8) yields to the following functional after a few manipulations,

$$\begin{aligned}
 I_{\zeta} &= [u, \frac{\partial T}{\partial s}] - [t_x \Omega, T] + [q, u] + [m, \Omega] + [\frac{\partial M}{\partial s}, \Omega] \\
 &\quad + \frac{1}{2} [D^{-1} M, M] + \frac{1}{2} [C^{-1} T, T] - [(T - \hat{T}), u] - [(M - \hat{M}), \Omega] \\
 &\quad - [\hat{u}, T] - [\hat{\Omega}, M]
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

is obtained in vectorial form for three dimensional bars.

To obtain element rigidity matrices, variational method is applied to the given functionals of shells and bars. In the derivation of shell and bar finite elements, isoparametric finite element formulation is followed. The principle idea of isoparametric finite element formulation is to achieve the relationship between the element unknowns at any point and the

element nodal point unknowns directly through the use of interpolation functions, and the element matrices corresponding to the required degrees of freedom are obtained directly. Since the functionals have only derivatives of first degree, linear shape functions for shell and bar element would be necessary and sufficient.

The finite element matrices, include the uniform variation of crosssectional properties both for shell and bar elements. The shell element has four nodes and at each node three displacements at the directions of the global coordinates and three inplane forces and three inplane moments are defined as a total of nine unknowns. The bar element has two nodes and at each node three displacements, three rotations, two axial one transverse force, one twisting two bending moments are defined as a total of twelve unknowns.

In this study, new functionals for thin cylindrical shells and curved space bars with geometrical and dynamic boundary conditions are presented. In the literature survey the same functionals were not met. These functionals were also been proved to be potential and they are transformable to the classical energy equations.

A computer program written in Fortran programming language using discs and temporary files is developed for the analysis of shells, bars, stiffened shells of any shape.

Looking from the view of necessary engineering precision and satisfaction, the comparison of the results with the examples given in the literature was in good agreement.

When a comparison is made for reaching to the results in required precision with respect to the number of unknowns, the given finite element formulation is comparable with all other fast reaching finite element studies.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 KONU

Kabuklar kesin çözüm açısından yapı sistemleri içinde gerek matematik ve gerekse geometrik yapı olarak karmaşık sistemler arasındadır. Bu nedenle hem teorik incelemelerde ve hem de deneysel çalışmalarda belli zorluklar ile karşılaşmış ve sadece idealleştirilmiş sistemler bazı koşullar altında çözülebilmektedir.

Mühendislik mekaniği alanında nümerik yöntemler elektronik hesap makinelerindeki gelişmeler sonucu önemli bir çalışma alanı oldu ve sonlu elemanlar metodu da, yapı sistemlerinin matris metodları ile çözümüne bir uzantı olarak ortaya çıktı.

Sonlu eleman metodu, yapı sistemine ait mesnet şartları, dış etkenlerin aktarılması ve sistemin sınırlardaki geometrik yapısının düzgün olmaması gibi çok önemli etkenleri gözönüne alabilmesi açısından, matematik güçlükler sebebi ile çözümü zor olan veya çözülemeyen karmaşık sistemlerin çözümüne olanak sağlamıştır. Bu nedenle de gelişimi çok süratli olduğu gibi çok değişik mühendislik problemlerine de (Yapıların statik, dinamik ve stabilite problemleri ile ısı transferi ve akışkanlar problemleri) uygulanmış ve son derece olumlu neticeler alınmıştır.

1.2 SONLU ELEMAN METODUNUN GEÇİRDİĞİ AŞAMALAR.

Sonlu eleman metodu, katı cisim mekaniğinde, değişim prensiplerinin, elemanlar arası süreklilik koşullarının gevşetilmesi ile formüle edilebilir. Değişim prensipleri ile ilgili geniş bilgi [1] de bulunabilir.

Sonlu elemanların tarihi gelişiminde önceleri matris deplasman yönteminin düzlem gerilme problemine üçgen ve dikdörtgen elemanların uygulanması ile başlar. Burada, virtüel yer değiştirme prensipleri elastik ortama ait alan denklemlerine uygulanarak, rijitlik matrisi bulunmuştur.

Bir bölgeyi tanımlayacak ayırık elemanların birleştirilmesi sırasında, elemanlar arasında deplasman ve / veya gerilme alanları farz edilir. Değişim ilkelerinin uygulanması sonucu elde edilen denklem takımları, düğüm noktalarında genelleştirilmiş deplasmanlar, genelleştirilmiş gerilmeler veya her ikisi cinsinden bilinmeyenlerin çözümüne dönüşür. Bu nedenle sonlu eleman metodları önceleri "deplasman metodu", "kuvvet metodu" ve "karışık metod" biçiminde sınıflandırılmıştır.

Bununla birlikte daha sonraki gelişmeler bu sınıflandırmada bazı değişikliklerin oluşmasına neden olmuştur. Şu aşamada belli başlı sonlu eleman metodları olarak aşağıdaki yöntemler sıralanabilir:

- Uygunluk Koşulunu Sağlayan Yer Değiştirme Modeli: Bütün ortamda deplasman alanının sürekliliğini sağlayarak minimum potansiyel enerji kavramına uygulanır.

- Dengeli Model: Farzedilmiş denge denklemlerini sağlayan gerilme alanı, minimum komplementer enerji kavramına uygulanır.

- Hibrid metodu: Elemanlar arası etkileşimdeki süreklilik ile, mekanik sınır koşullarında, Lagrange çarpıcı tekniği ile bir gevşeme sağlatılarak geliştirilmiş komplementer enerji kavramından hareket ile elemanlar arası sınırlarda kabul edilmiş uygun deplasman fonksiyonları ve buna ek olarak her bir elemanda dengelenen gerilme alanları kabul edilerek türetilmiştir.

- Karışık Metod: Bütün ortamda sürekli farzedilmiş deplasman alanı ve elemanların her birinde farz edilmiş gerilme alanlarından hareket ile Reissner'in değişim prensipleri uygulanılarak elde edilmiştir.

Dengeli Model ile Deplasman Modeli sırası ile şekil değiştirme enerjisine üst ve alt sınırlardan yaklaşımı sağlar. Yer Değiştirme Modelinde gelişmeler sağlamak istenirken, uygunluk koşullarının sağlatılmasında karşılaşılan zorluklar Hibrid ve Karışık Metodların gelişmesine neden olmuştur.

Minimum potansiyel enerji ifadesinde, Π_p fonksiyoneli u_i deplasman alanları cinsindedir. Minimum komplementer enerji prensibinde Π_c fonksiyoneli gerilme alanı σ_{ij} ler cinsindedir. Reissner'in değişim prensibinde ise Π_R fonksiyoneli hem u_i hemde σ_{ij} ler cinsindedir. Kabukların sonlu elemanlar ile analizinde Reissner değişim prensibi ile Washizu değişim prensibinin çok sayıda, değişik biçimlerde kullanımları mevcuttur.

1.3 SİLİNDİRİK KABUKLAR İLE İLGİLİ TEORİK ve DENEYSEL ÇALIŞMALAR.

Kabuklar teorisi üzerine yazılmış önemli sayıda kıymetli eser mevcuttur [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Bu eserlerde silindirik kabuklar ile ilgili

gerekli açıklamalar oldukça geniş bir biçimde sunulmuştur.

Mühendislik alanında uygulamaya yönelik çalışmalar doğal olarak deneysel çalışmalar ile zaman zaman desteklenmek ister. Silindirik kabukların hesabı ile ilgili çalışmalardan sonra bunları takip eden deneysel araştırmalarda, özellikle elektronik hesap makinelerine paralel olarak artan sonlu eleman çalışmaları bir ölçüde, yavaşlamaya neden olmuştur.

Silindirik kabukların boyutlandırılması ve statik hesaplarının yapılmasına yönelik eserler içinde [9], [10], [11], [12] verilebilir.

Deneysel çalışmalar açısından [13] de fotoelastik yöntem ile, kenarlarından yüklü silindirik kabuklarda düzlem içi gerilmeler elde edilmiştir.

Gerçek malzeme ile yapılmış deneylerin sonuçları [14] de verilmiştir.

Silindirik kabuğa etkiyen çizgisel düzgün yayılı yük altında oluşan gerilmeler ile çökme sonuçları [15] de sunulmuştur.

1.4 SONLU ELEMAN METODU UYGULAMALARININ KABUKLARDA, ve ÇUBUKLARDA GEÇİRDİĞİ AŞAMALAR.

Sonlu elemanlarda, matris deplasman yönteminin geliştirilmesine yönelik önemli çalışmalar arasında [16], [17], [18] den bahsedilebilir. Metod, dönel kabuklara başı kesik konik piramid biçiminde elemanlarla [19] da idealleştirilmiş ve gene benzer biçimde düzlem içi deplasmanları bilineer foksiyonlar, düzleme normal deplasmanı üçüncü derece polinomlar ile yakınsatan çözümler [20] de önerilmiştir. Sağlatılmasında zorluk

çekilen denge koşullarının düzeltilmesine yönelik olarak seçilen deplasman fonksiyonlarına ilaveler [21] de yapılmıştır.

Gerilme bileşenlerinin elde edilmesine yönelik araştırmalar [22], [23] de yapılmıştır.

1960' lı yılların ortalarından itibaren kabuklarda matris deplasman metodunda düzlem elemanların geç yaksaması nedeni ile eğrisel elemanların düşünülmesi sonucu sonlu elemanların gelişiminde yeni bir boyut açılmıştır.

Eğrisel elemanda deplasmanların ifade edilışinde kestirilmiş kuvvet serileri [24] de kullanılmış, buna çift eğrilikli elemanında deplasman fonksiyonuna rijit cisim hareketi [25] de ilave edilmiştir. Bu rijit cisim hareketinin deplasman fonksiyonuna ilavesinin etkilerini inceleyen araştırmalar [26], [27] de yapılmıştır. Yer değiştirme modelinden hareket ederek, kabuk yüzey geometrisine uygun eğrisel üçgen ve dikdörtgen elemanlarda, deplasmanların çeşitli mertebeden polinom yaklaşım fonksiyonları kullanılarak tanımlandığı ve büyük bir çoğunluğunun da rijit cisim hareketini göz önüne aldığı pek çok araştırma mevcuttur. [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [40]. Bu yöntemin kalın ve ince kabuklara izo-parametrik sonlu eleman olarak, basitleştirilmiş halinin de ince cidarlı dönel kabuklara, uygulanışı [41] de sunulmuştur.

Silindirik kabukların, yarı analitik bir yöntem olan şerit elemanlar kullanılarak çözümüne örnek olarak [42] den bahsedilebilir.

1970'li yılların başından itibaren özellik ile hibrid ve karışık metodlara dayanan eleman tanımları süratle

artmaya başladı. Bu konuda oldukça açıklayıcı bir çalışma olarak [43] gösterilebilir.

Hibrid gerilme elemanının başlangıcı olarak [44] sayılabilir. Bu yöntemin gelişimine katkısı olan çalışmalar içinde başlıcaları olarak, [45], [46], [47], [48], [49], [50] verilebilir.

Karışık Metodun kabuklara uygulanışı ile ilgili olarak ilk çalışmalar içinde [51] gösterilebilir.

Bu yöntemle, halka eleman kullanarak dönel kabuklarda çözüm [52] de araştırılmıştır. Son yıllarda pek çok araştırmacının ilgisini çeken karışık sonlu eleman metodu ile yapılmış başlıca çalışmalar içinde [53], [54], [55], [56], [57], [58] sayılabilir.

Sekiz düğüm noktalı bir sonlu elemanın, malzeme veya yerdeğiştirme ile ilgili lineer ve non-lineer problemlerde uygulanabilirliği [59] de belirtilmiştir.

Minimum potansiyel enerji kavramından hareket ile hem silindirik hem de hiperbolik-parabolik kabuklara uygulanabilen bir dikdörtgen sonlu eleman tanımı [60] da verilmiştir.

Novozhilov'un konik kabukların gerilme-şekil değiştirme ifadelerinden faydalanılarak, yirmisekiz serbestlikli eleman rijitlik matrisi, nümerik integrasyon ile hesaplanarak silindirik kabuklara, [61] da uygulanmıştır.

"Marguerre basık kabuk teorisi" kullanılarak rijit cisim hareketini sağlayan üçgen bir eleman [62] de geliştirilmiştir.

Kabuk, plak, çubuk için sonlu elemanlar, [63] de deplasman yöntemiyle geliştirilmiş ve çubuk elemanını; kabuk ve plaklarda takviye kirişi olacak biçimde, üç düğüm noktalı, iki ucunda altı, orta düğüm noktasında dört serbestlikli olacak şekilde tanımlanmıştır.

Küresel kabuk - eğrisel çubuk etkileşiminin incelendiği bir çalışma olarak [64] den bahsedilebilir.

V.Z.Vlasov'un elde ettiği diferansiyel denklemlerden faydalanarak çubuk için bir düğüm noktasında altı serbestlikli eleman rijitlik matrisi [65] de verilmiştir.

Dairesel çubuklar için [66], [67], [68], [69] da, dairesel olmayan eğrisel çubuklar için [70] de, helisel çubuklar için [71] de, çubuk eleman rijitlik matrisleri verilmiştir.

Sekiz ve yirmi düğüm noktalı, üç boyutlu, dik-dörtgenler pirizması biçimli çubuk sonlu elemanları [72] de geliştirilmiştir.

Eğrisel çubuk eleman için onikiye onikilik rijitlik matrisi, Castigliano Teoremi kullanılarak kuvvetlerde kapsayacak biçimde [73] de verilmiştir.

Yüksekliği veya genişliği sabit olmayan çubuklara ait rijitlik matrisi [74] de elde edilmiştir.

Çubuklarda hibrid sonlu eleman uygulamalarına ait açıklamalar [75] de verilmiştir.

Nervürlü silindirik kabukların, seriler yardımı ile çözümüne yönelik çalışmalar arasında [76], [77] den bahsedilebilir.

Bu çalışmada çubuklarla desteklenmiş değişken kalınlıklı silindirik kabuklara ait yeni fonksiyoneller dinamik ve geometrik sınır koşulları ile birlikte elde edilmiştir. Literatürdeki karışık sonlu eleman çalışmaları içinde bu ifadelerin aynılarına rastlanamamıştır. İnce kabukların sonlu eleman yöntemi ile çözülebilmesi için elde edilen fonksiyonele varyasyon tekniği uygulanarak deplasmanların, kuvvetlerin ve momentlerin bilinmeyen olarak tanımlandığı bir izoparametrik dikdörtgen eleman geliştirilmiştir. Kiriş takviyeli kabukların çözümüne yönelik olarak benzer türde bir çalışma ile daire ve doğru eksenli uzay çubuklarda, deplasmanların, dönmelerin, kuvvetlerin ve momentlerin bilinmeyen olarak tanımlandığı bir izoparametrik çubuk eleman geliştirilmiştir. Kabuk ve çubuk kesitlerinin değişkenliğide, eleman rijitlik matrislerinin kurulmasında gözönüne alınmıştır. Sonuçların literatürde yapılan karşılaştırılmasından, mühendislik için gerekli yeter yakınsaklığın sağlandığı gösterilmiştir. Sonuca ulaşması açısından, bilinmeyen sayısı ölçüt alındığında literatürde hızlı yakınsayan araştırmalarla karşılaştırılabilecek düzeyde olduğu görülmüştür.

BÖLÜM 2

SİLİNDİRİK KABUK ve UZAY ÇUBUK TEORİSİ

2.1 KABUKLARDA BİRİNCİ MERTEBE TEORİSİ.

Ince cidarlı kabukların birim şekil değiştirme ifadelerinin türetilmesinde, Kirchoff (1876) 'un varsayımları daha sonra Love tarafından ince cidarlı kabuklara yaygınlaştırılmıştır. Aşağıda, Novozhilov teorisi esas alınarak ince elastik kabukların lineer eğilme- li teorisi özetlenmiştir.

2.2 VARSAYIMLAR.

Kesit zorları aşağıda sıralanan varsayımlara dayanılarak elde edilecektir.

- i). Kabuk kalınlığı, diğer boyutları yanında bir mertebe küçüktür.
- ii). Kabuk ortalama yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler, diğer gerilmelere göre ihmal edilebilecek mertebededir.
- iii). Şekil değiştirmemiş bir kabukta ortalama yüzeyine normal bir doğru parçası, şekil değiştirmesinden sonrada, yine ortalama yüzeye normal bir doğru parçası olarak rijit (boy uzamasız) deplasman yapar. Bu Kirchoff-Love hipotezi olarak bilinir.

iv). Yer değiştirmeler kabuk kalınlığına göre kutktr.

v). Hook yasaları geçerlidir.

2.3 YÜZEY GEOMETRİSİ İLE İLGİLİ TANIMLAR.

Kabuk ortalama yüzeyi tanımı olarak, kabuk kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri alınır. Bu ortalama yüzey üzerindeki noktaları, belli bir O merkezine göre X_1, X_2, X_3 kartezyen koordinat takımında vektörel olarak tanımlamak istersek,

$$\vec{r} = X_1 \vec{i} + X_2 \vec{j} + X_3 \vec{k} \quad (2.1)$$

veya parametrik olarak,

$$\vec{r} = \vec{r}(\alpha, \beta) \quad (2.2)$$

veya,

$$X_1 = f_1(\alpha, \beta) \quad ; \quad X_2 = f_2(\alpha, \beta) \quad ; \quad X_3 = f_3(\alpha, \beta) \quad (2.3)$$

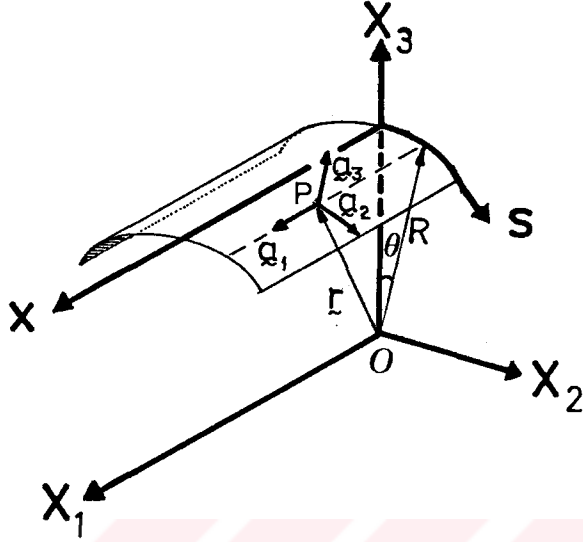
olur.

Silindirik kabuk hali için $\alpha = X = s$ bt. eğrileri olarak enlem daireleri ve $\beta = s = s$ bt. eğrileri olarak da X' e ortogonal silindiri doğuran doğrular alınabilir. Bu durumda Şekil [2.1] den,

$$s = R \cdot \theta \quad ; \quad x = X_1 \quad (2.4)$$

olur ve yüzey üzerindeki bir P noktasının \vec{r} yer vektoru

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ R \sin(s/R) \\ R \cos(s/R) \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$



Şekil [2.11]: Silindirik kabuk yüzey geometrisi.

biçiminde yazılır. $P(x,s)$ noktasındaki yüzeye teğet düzlemi tanımlayan kovaryant teğetsel baz vektörleri,

$$\underline{\underline{a}}_1 = \frac{\partial \underline{r}}{\partial x} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} ; \quad \underline{\underline{a}}_2 = \frac{\partial \underline{r}}{\partial s} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos(s/R) \\ -\sin(s/R) \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

ve baz vektörünün yüzeye dik üçüncü bileşeni,

$$\underline{\underline{a}}_3 = \frac{\underline{\underline{a}}_1 \times \underline{\underline{a}}_2}{|\underline{\underline{a}}_1 \times \underline{\underline{a}}_2|} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \sin(s/R) \\ \cos(s/R) \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

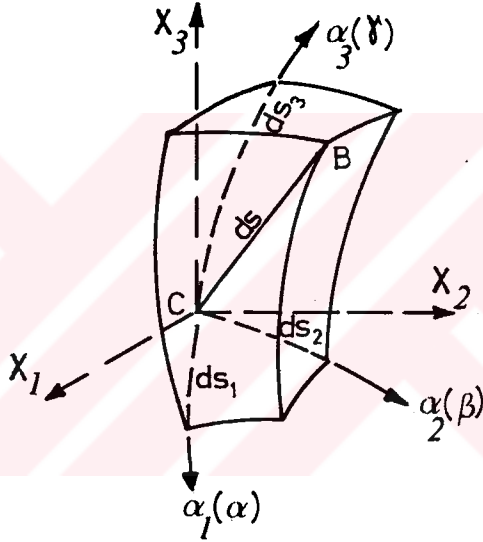
olarak bulunur. Teğetsel baz vektörlerinin boyları A ve B ile gösterilirse,

$$A = \sqrt{\underline{\underline{a}}_1 \cdot \underline{\underline{a}}_1} = 1 ; \quad B = \sqrt{\underline{\underline{a}}_2 \cdot \underline{\underline{a}}_2} = 1 \quad (2.8)$$

elde edilir.

2.4 FİZİKSEL BAĞINTILAR İLE DEPLASMANLARIN HESAPLANMASI

Bir elastik cisimde en genel halde, birim şekil değiştirme bileşenlerini elde etmek için, ortogonal eğrisel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ koordinat takımında $C(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ve $B(\alpha_1 + d\alpha_1, \alpha_2 + d\alpha_2, \alpha_3 + d\alpha_3)$ gibi birbirlerinden ds uzaklıklı iki nokta göz önüne alalım. Şekil [2.2].



Şekil [2.2]: Ortogonal eğrisel ve kartezyen koordinat takımları.

CB elemanının karesi,

$$ds^2 = \sum_{k=1}^3 g_k^2 d\alpha_k^2 = g_1^2 d\alpha_1^2 + g_2^2 d\alpha_2^2 + g_3^2 d\alpha_3^2 \quad (2.9)$$

ki burada,

$$g_k^2 = \left[\frac{\partial x}{\partial \alpha_k} \right]^2 + \left[\frac{\partial y}{\partial \alpha_k} \right]^2 + \left[\frac{\partial z}{\partial \alpha_k} \right]^2 \quad (2.10)$$

eğrisel koordinatların lineer parçalara dönüştürülmesini temin eden katsayılarıdır.

Koordinat yüzeyi üzerinde bir elemanın boyu,

$$ds = g_k d\alpha_k \quad (2.11)$$

dır. Bilindiği gibi $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ortogonal eğrisel koordinat takımında birim şekil değiştirmeler,

$$\varepsilon_k = \frac{1}{g_k} \frac{\partial u_k}{\partial \alpha_k} + \sum_{l=2}^3 \frac{1}{g_k g_l} \frac{\partial g_k}{\partial \alpha_l} u_l \quad (2.12)$$

ve birim açısal şekil değiştirmeler,

$$\varepsilon_{kl} = \frac{g_k}{g_l} \frac{\partial}{\partial \alpha_l} \left(\frac{u_k}{g_k} \right) + \frac{g_l}{g_k} \frac{\partial}{\partial \alpha_k} \left(\frac{u_l}{g_l} \right) \quad (2.13)$$

dır. Burada u_k ve u_l yer değiştirme vektörünün koordinat çizgileri üzerindeki bileşenleridir.

$$\alpha_1 = \alpha \quad ; \quad \alpha_2 = \beta \quad ; \quad \alpha_3 = \gamma \quad (2.14)$$

ve

$$g_1 = A_1 \quad ; \quad g_2 = B_1 \quad ; \quad g_3 = T_1 \quad (2.15)$$

denirse,

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{1}{A_1 B_1} \frac{\partial A_1}{\partial \beta} u_\beta + \frac{1}{A_1 T_1} \frac{\partial A_1}{\partial \gamma} u_\gamma \\ \varepsilon_\beta &= \frac{1}{B_1} \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + \frac{1}{B_1 T_1} \frac{\partial B_1}{\partial \gamma} u_\gamma + \frac{1}{B_1 A_1} \frac{\partial B_1}{\partial \alpha} u_\alpha \\ \varepsilon_\gamma &= \frac{1}{T_1} \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma} + \frac{1}{T_1 A_1} \frac{\partial T_1}{\partial \alpha} u_\alpha + \frac{1}{T_1 B_1} \frac{\partial T_1}{\partial \beta} u_\beta \end{aligned} \quad (2.16. a)$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{B_1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \begin{pmatrix} u \\ -\beta \end{pmatrix} + \frac{A_1}{B_1} \frac{\partial}{\partial \beta} \begin{pmatrix} u \\ -\alpha \end{pmatrix} \\
\varepsilon_{\beta\gamma} &= \frac{T_1}{B_1} \frac{\partial}{\partial \beta} \begin{pmatrix} u \\ -\gamma \end{pmatrix} + \frac{B_1}{T_1} \frac{\partial}{\partial \gamma} \begin{pmatrix} u \\ -\beta \end{pmatrix} \\
\varepsilon_{\gamma\alpha} &= \frac{A_1}{T_1} \frac{\partial}{\partial \gamma} \begin{pmatrix} u \\ -\alpha \end{pmatrix} + \frac{T_1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \alpha} \begin{pmatrix} u \\ -\gamma \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16,b}$$

elde edilir. Kirchoff-Love hipotezi gereğince,

$$\varepsilon_{\beta\gamma} = \varepsilon_{\gamma\alpha} = \varepsilon_{\gamma} = 0 \tag{2.17}$$

olur. Kabuk ortalama yüzeyinde γ yı z ile gösterirsek, kabuk yüzeyinde,

$$A_1 = A(1+z/R_1) \quad ; \quad B_1 = B(1+z/R_2) \quad ; \quad T_1 = 1 \tag{2.18}$$

olur. Burada A ve B daha önce belirtildiği gibi teğetsel baz vektörlerinin boylarıdır. Denklem (2.16), (2.17), (2.18) den,

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad ; \quad u_z = u_z(\alpha, \beta) \tag{2.19}$$

elde edilir. Denklem (2.17) nin diğer iki denklemden,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{z\alpha} &= \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} - \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1}{\partial z} u_\alpha + \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_z}{\partial \alpha} = 0 \\
\varepsilon_{\beta z} &= \frac{\partial u_\beta}{\partial z} - \frac{1}{B_1} \frac{\partial B_1}{\partial z} u_\beta + \frac{1}{B_1} \frac{\partial u_z}{\partial \beta} = 0
\end{aligned} \tag{2.20}$$

ayrıca burada $\partial A_1 / \partial z = A/R_1$, $\partial B_1 / \partial z = B/R_2$ ve $z=0$ için $A_1=A$, $B_1=B$ olduğuna göre, denklem (2.20) yeniden düzenlenerek,

$$\left[\frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{u_\alpha^0}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{\partial u_z^0}{\partial \alpha} \quad (2.21)$$

$$\left[\frac{\partial u_\beta}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{u_\beta^0}{R_2} - \frac{1}{B} \frac{\partial u_z^0}{\partial \beta}$$

elde edilir. Buradan integrasyon ile,

$$u_\alpha = u_\alpha^0 + z \left(\frac{u_\alpha^0}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{\partial u_z^0}{\partial \alpha} \right) = u_\alpha^0 + z v_1 \quad (2.22)$$

$$u_\beta = u_\beta^0 + z \left(\frac{u_\beta^0}{R_2} - \frac{1}{B} \frac{\partial u_z^0}{\partial \beta} \right) = u_\beta^0 + z v_2$$

elde edilir. Sıfır üst indisli büyüklükler ortalama yüzeye ait terimlerdir. Denklem (2.22) i, $z/R_i \ll 1$ oluşunu gözönüne alarak denklem (2.16) da yerleştirirsek,

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha^0 + z \kappa_\alpha^0$$

$$\varepsilon_\beta = \varepsilon_\beta^0 + z \kappa_\beta^0 \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta}^0 + 2z \kappa_{\alpha\beta}^0$$

elde edilir. Burada,

$$\varepsilon_\alpha^0 = \frac{1}{A} \frac{\partial u_\alpha^0}{\partial \alpha} + \frac{1}{A B} \frac{\partial A}{\partial \beta} u_\beta^0 + \frac{u_z^0}{R_1}$$

$$\varepsilon_\beta^0 = \frac{1}{B} \frac{\partial u_\beta^0}{\partial \beta} + \frac{1}{A B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} u_\alpha^0 + \frac{u_z^0}{R_2} \quad (2.24)$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^0 = \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{u_\beta^0}{B} \right) + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u_\alpha^0}{A} \right)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{\alpha}^{\circ} &= -\frac{1}{A} \frac{\partial V_1}{\partial \alpha} + \frac{1}{A B} \frac{\partial A}{\partial \beta} V_2 \\ \kappa_{\beta}^{\circ} &= -\frac{1}{B} \frac{\partial V_2}{\partial \beta} + \frac{1}{A B} \frac{\partial B}{\partial \alpha} V_1 \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$2\kappa_{\alpha\beta}^{\circ} = \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{V_2}{B} \right] + \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left[\frac{V_1}{A} \right]$$

burada ; V_1 : α koordinat çizgisinin teğetinin, şekil değiştirme sonucu açısındaki değişme miktarı.

V_2 : β koordinat çizgisinin teğetinin, şekil değiştirme sonucu açısındaki değişme miktarı.

$\varepsilon_{\alpha}^{\circ}, \varepsilon_{\beta}^{\circ}, \varepsilon_{\alpha\beta}^{\circ}$: Ortalama yüzeyin birim şekil değiştirme ve birim kayma açısı.

$\kappa_{\alpha}^{\circ}, \kappa_{\beta}^{\circ}, \kappa_{\alpha\beta}^{\circ}$: Ortalama yüzeyin asal eğrilik değişimleri ile burulma eğriliği.

Denklem (2.24) ün silindirik kabuklara uygulanması için gerekli düzenlemeler,

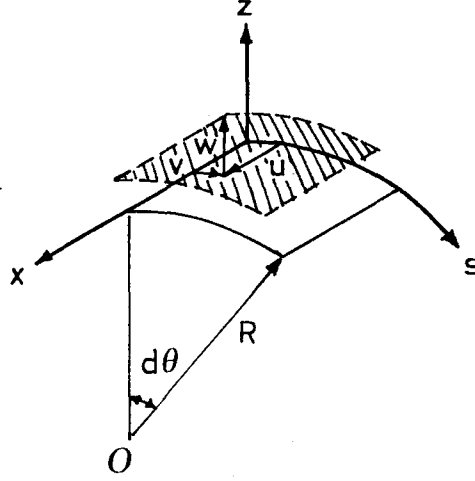
$$\begin{aligned} \alpha=x, \beta=s, A=B=1, R_1=\infty, R_2=R, d\alpha=dx, d\beta=ds, \\ u_{\alpha}^{\circ}=u, u_{\beta}^{\circ}=v, u_z^{\circ}=w, \kappa_{\alpha}^{\circ}=\kappa_x^{\circ}, \kappa_{\beta}^{\circ}=\kappa_s^{\circ}, \kappa_{\alpha\beta}^{\circ}=\kappa_{xs}^{\circ} \end{aligned} \quad (2.25)$$

biçiminde olacaktır.

Şekil [2.3] de görüldüğü gibi u ve v yer değiştirmeleri x ve s eksen takımlarının artım yönlerinde pozitif kabul edilmiş, w yer değiştirmesi ise ortalama yüzeye dik olacak biçimde alınmış ve pozitif yön olarak asal eğrilik yarıçapını arttıracak şekilde seçilmiştir. Buna göre yer değiştirme vektörünü,

$$\underline{U} = u \underline{e}_1 + v \underline{e}_2 + w \underline{e}_3 \quad (2.26)$$

biçiminde yazabiliriz. Asal eğrilik yarıçapına karşı gelen merkez açısı,



Şekil [2.3]: Silindirik kabuklarda pozitif yer değiştirme yönleri.

$$d\theta = \frac{B ds}{R} = \frac{ds}{R} \quad (2.27)$$

dır. Denklem (2.25) düzenlemeleri ile denklem (2.27) yi denklem (2.22) ile (2.24) de yerleştirirsek,

$$V_1 = \frac{u_\alpha^0}{R_1} - \frac{1}{A} \frac{\partial u_z^0}{\partial \alpha} = - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.28)$$

$$V_2 = \frac{u_\beta^0}{R_2} - \frac{1}{B} \frac{\partial u_z^0}{\partial \beta} = \frac{v}{R} - \frac{\partial w}{\partial s}$$

ve

$$\begin{aligned} \kappa_x^0 &= - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_s^0 &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ \kappa_{xs}^0 &= \frac{1}{2R} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s} \end{aligned} \quad (2.29)$$

benzer biçimde,

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_s^0 = \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{w}{R} \quad (2.30)$$

$$\varepsilon_{xs}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial s}$$

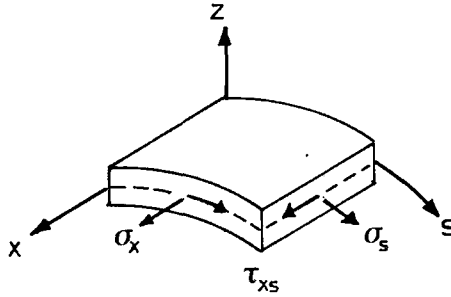
elde edilir.

2.5 GERİLME-ŞEKİL DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI İLE KESİT ZORLARI.

Silindirik kabukların birim şekil değiştirme ifadelerinin elde edilmesi için denklem (2.23) de, denklem (2.30) daki ifadeler yerleştirilerek ortalama yüzeye z uzaklığındaki bir nokta için,

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z \kappa_x^0 \\ \varepsilon_s &= \varepsilon_s^0 + z \kappa_s^0 \\ \varepsilon_{xs} &= \varepsilon_{xs}^0 + 2z \kappa_{xs}^0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

bulunur.



Şekil [2.4]: Silindirik kabuklarda pozitif gerilme bileşenleri.

Kabul (ν) [Hook yasaları] ile kabul (ii) [$\sigma_z \approx 0$] ve denklem (2.31) kullanılarak, kabuk ortalama yüzeyinden z kadar uzaklıktaki bir noktada E elastisite modülü ve ν poisson oranı olmak üzere pozitif yönleri şekil [2.4] de gösterilen gerilmeler,

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_s) = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\epsilon_x^0 + \nu \epsilon_s^0 + z(\kappa_x^0 + \nu \kappa_s^0) \right] \\ \sigma_s &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_s + \nu \epsilon_x) = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\epsilon_s^0 + \nu \epsilon_x^0 + z(\kappa_s^0 + \nu \kappa_x^0) \right] \\ \tau_{xs} = \tau_{sx} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \epsilon_{xs} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\epsilon_{xs}^0 + 2z\kappa_{xs}^0 \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

biçiminde elde edilir.

Birim boya gelen kesit zorları bileşenleri, gerilme bileşenlerinin $x=sbt.$ ve $s=sbt.$ kesitinde kalınlık boyunca integralleri olarak tarif edilirler.

$$\begin{aligned} N &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_s dz \\ P &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x (1+z/R) dz \\ Q &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xs} (1+z/R) dz \\ M &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_s z dz \\ E &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x (1+z/R) z dz \\ T &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xs} (1+z/R) z dz \end{aligned} \quad (2.33)$$

$h \ll R$ varsayımı gereğince,

$$1+z/R \approx 1 \quad (2.34)$$

alınır. Silindirin uzama rijitliği,

$$B = Eh/(1-\nu^2) \quad (2.35)$$

ve silindirin eğilme rijitliği,

$$D = Eh^3/[12(1-\nu^2)] \quad (2.36)$$

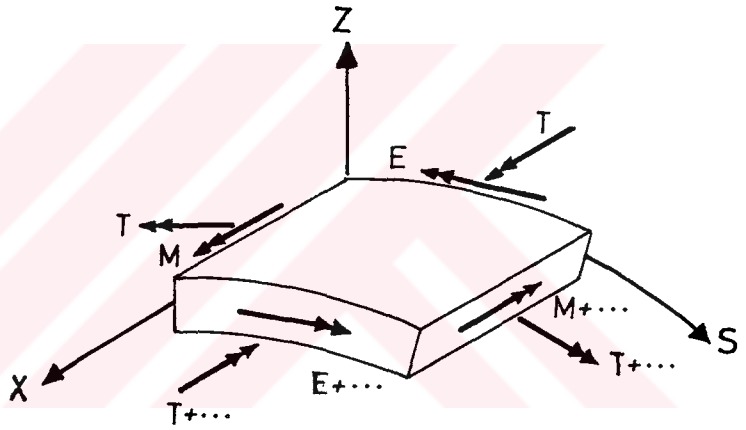
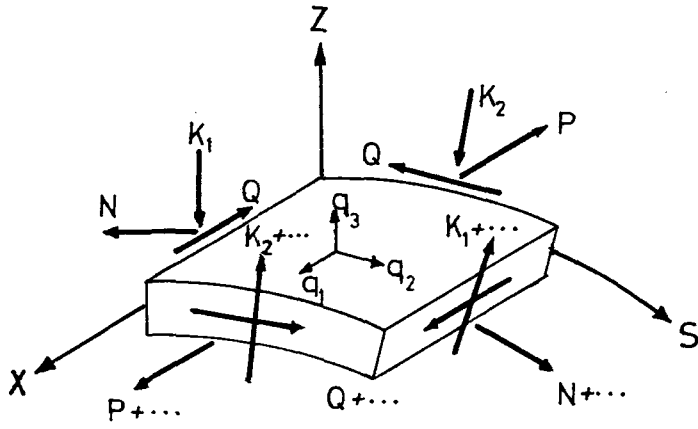
kısaltmaları yapılarak,

$$\begin{aligned} N &= B \left[\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{w}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ P &= B \left[\nu \frac{\partial v}{\partial s} + \nu \frac{w}{R} + \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ Q &= B \left[\frac{1-\nu}{2} \right] \left[\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \\ M &= D \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \\ E &= D \left[-\nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \\ T &= D (1-\nu) \left[-\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s} + \frac{1}{2R} \frac{\partial v}{\partial s} \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

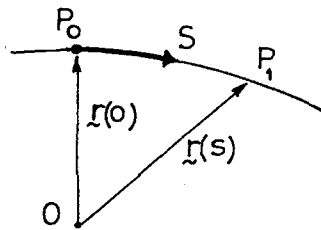
elde edilir. Bunlara ait pozitif yönler şekil [2.5] de gösterilmiştir.

2.6 DENGE DENKLEMLERİ.

Şekil [2.5] deki iç kuvvetler ve dış yükler altında kabuk elemanın denge denklemleri, ikinci mertebe büyüklükler ihmal edilerek,



Şekil [2.5]: Silindirik kabuklarda pozitif kuvvet ve moment bileşenleri.



Şekil [2.6]: Çubuk eğrisinin geometrisi...

$$\begin{aligned}
\sum F_x = 0 & ; \quad \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial P}{\partial x} + q_1 = 0 \\
\sum F_y = 0 & ; \quad \frac{\partial N}{\partial s} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{K_1}{R} + q_2 = 0 \\
\sum F_z = 0 & ; \quad \frac{\partial K_1}{\partial s} + \frac{\partial K_2}{\partial x} - \frac{N}{R} + q_3 = 0 \\
\sum M_x = 0 & ; \quad \frac{\partial T}{\partial s} + \frac{\partial E}{\partial x} - K_2 = 0 \\
\sum M_y = 0 & ; \quad \frac{\partial M}{\partial s} + \frac{\partial T}{\partial x} - K_1 = 0
\end{aligned} \tag{2.38}$$

biçiminde yazılır.

2.7 UZAY ÇUBUKLARIN GEOMETRİSİ.

Uzay çubuklara ait geniş bilgi [78] de bulunabilir. Burada kısaca özetlersek; sınırlı bir düzlem parçası olan dik kesitin, kendi ağırlık merkezinde çubuk eksenini olan bir uzay eğrisine daima dik kalacak şekilde hareketinden çubuk meydana gelir. Çubuk eksenini,

$$\vec{r} = \vec{r}(s) \tag{2.39}$$

yer vektörü ile tarif edebiliriz. Şekil [2.6]. Burada s eğri üzerinde başlangıç olarak seçilen P_0 ile P_1 noktası arasındaki uzaklıktır.

Denklem (2.39) dan faydalanarak üç birim vektör tanımlarsak, bunlardan birincisi,

$$\vec{t} = \frac{d\vec{r}}{ds} \tag{2.40}$$

teğet birim vektörü (yönü artan s doğrultusunda), ikincisi eğrilik merkezine yönelmiş teğet vektöre dik \vec{n} normal birim vektörü ve üçüncüsü ise

$$\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n} \quad (2.41)$$

binormal vektörü olur. \underline{t} , \underline{n} , \underline{b} arasında Frenet formülleri adı verilen üç bağıntı vardır. [79].

$$\frac{d\underline{t}}{ds} = \kappa \underline{n}$$

$$\frac{d\underline{n}}{ds} = \tau \underline{b} - \kappa \underline{t} \quad (2.42)$$

$$\frac{d\underline{b}}{ds} = -\tau \underline{n}$$

Burada κ daima pozitif bir skaler olan eğrilik, τ burulmadır. Düzlemsel eğriler için $\tau=0$, doğru için $\kappa=0$ ve daire için $\kappa=1/R$ olur.

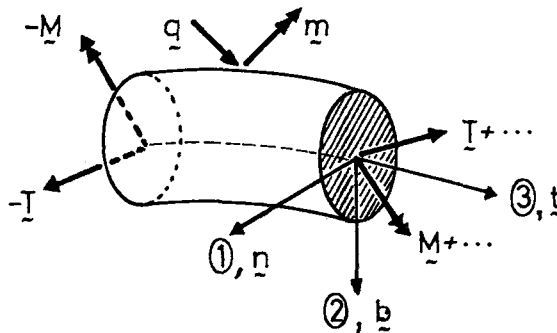
2.8 UZAY ÇUBUKLAR İÇİN ALAN DENKLEMLERİ.

Denge denklemleri vektörel olarak,

$$\frac{d\underline{T}}{ds} + \underline{q} = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{d\underline{M}}{ds} + \underline{t} \times \underline{T} + \underline{m} = 0$$

biçiminde yazılır. Burada ;



Şekil [2.7]: Vektörel gösterim ile çubuk kesit zorları.

$$\begin{aligned}
\vec{T} \cdot \vec{t} &= T_t && \text{eksenel normal kuvveti,} \\
\vec{T} \cdot \vec{n} &= T_n && \text{kesme kuvveti,} \\
\vec{T} \cdot \vec{b} &= T_b && \text{kesme kuvveti,} \\
\vec{M} \cdot \vec{t} &= M_t && \text{burulma momenti,} \\
\vec{M} \cdot \vec{n} &= M_n && \text{eğilme momenti,} \\
\vec{M} \cdot \vec{b} &= M_b && \text{eğilme momenti,}
\end{aligned}$$

kesit tesirlerini, \vec{q} ve \vec{m} yayılı dış yükleri tanımlar. Şekil [2.7].

Çubukta şekil değiştirmeler vektörel olarak,

$$-\frac{d\vec{\Omega}}{ds} + \vec{\omega} = 0 \quad (2.44)$$

$$-\frac{d\vec{u}}{ds} - \vec{t} \times \vec{\Omega} + \vec{\gamma} = 0$$

biçiminde yazılır. Burada \vec{u} vektörü dik kesitin ağırlık merkezine ait ötelenmelerini, $\vec{\Omega}$ vektörü ise ağırlık merkezinden geçen eksen etrafındaki dönmelerini, $\vec{\gamma}$ vektörü relatif birim kaymaları, $\vec{\omega}$ vektörü relatif birim dönmeleri tanımlar. Bünye bağıntıları,

$$\begin{aligned}
\vec{T} &= \vec{C} \vec{\gamma} \\
\vec{M} &= \vec{D} \vec{\omega}
\end{aligned} \quad (2.45)$$

biçimindedir. \vec{D} ve \vec{C} eğilme ve kayma rijitlik tansörüdür. Şekil [2.7] deki asal eksen takımına göre,

$$\begin{aligned}
D^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{EI_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{EI_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI_0} \end{bmatrix} \\
C^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{k'}{G A} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k'}{G A} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{E A} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (2.47)$$

biçiminde ifade edilir. Burada; I_1 , I_2 atalet momentleri, I_0 kutupsal atalet momenti, $G=E/[2(1+\nu)]$ kayma modülü, k' kesme etkisini katan nümerik çarpan, A çubuk dik kesit alanıdır.



BÖLÜM 3

KABUK ve ÇUBUK

FONKSİYONELLERİNİN ELDE EDİLMESİ

3.1 SİLİNDİRİK KABUKLAR İÇİN ALAN DENKLEMLERİ

Fonksiyonelin elde edilmesi sırasında Bölüm 2.1 deki kabuller kullanılmıştır. Şekil [3.1] deki eksen takımı ve yer değiştirme bileşenleri ile şekil [3.2] deki düzlemsel kuvvetler ile momentlerin gösterimi kullanılarak, denge denklemleri;

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial P}{\partial x} + q_1 &= 0 \\ \frac{\partial N}{\partial s} + \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{R} \left[\frac{\partial M}{\partial s} + \frac{\partial T}{\partial x} \right] + q_2 &= 0 \\ \frac{\partial^2 M}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 T}{\partial s \partial x} - \frac{N}{R} + q_3 &= 0\end{aligned}\quad (3.1, a)$$

biçiminde, bünye bağıntıları;

$$\begin{aligned}P - \nu B \frac{\partial v}{\partial s} - B \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{B}{R} w &= 0 \\ N - B \frac{\partial v}{\partial s} - \nu B \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{B}{R} w &= 0 \\ Q - B \left[\frac{1-\nu}{2} \right] \frac{\partial v}{\partial x} - B \left[\frac{1-\nu}{2} \right] \frac{\partial u}{\partial s} &= 0 \\ E - \nu \frac{D}{R} \frac{\partial v}{\partial s} + \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\ M - \frac{D}{R} \frac{\partial v}{\partial s} + D \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \nu D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\ T - \frac{D}{R} \left[\frac{1-\nu}{2} \right] \frac{\partial v}{\partial x} + D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial s} &= 0\end{aligned}\quad (3.1, b)$$

şeklinde ve sınır koşullarında sembolik gösterim ile,

$$-\underline{\underline{K}}+\hat{\underline{\underline{K}}}=0 \quad \text{dinamik sınır koşulu,}$$

$$\underline{\underline{R}}-\hat{\underline{\underline{R}}}=0 \quad \text{dinamik sınır koşulu,}$$

$$-\underline{\underline{d}}'+\hat{\underline{\underline{d}}}'=0 \quad \text{geometrik sınır koşulu,} \quad (3.1, c)$$

$$\underline{\underline{d}}-\hat{\underline{\underline{d}}}=0 \quad \text{geometrik sınır koşulu,}$$

biçimindedir. Burada B çekme ve D eğilme rijitlikleri,

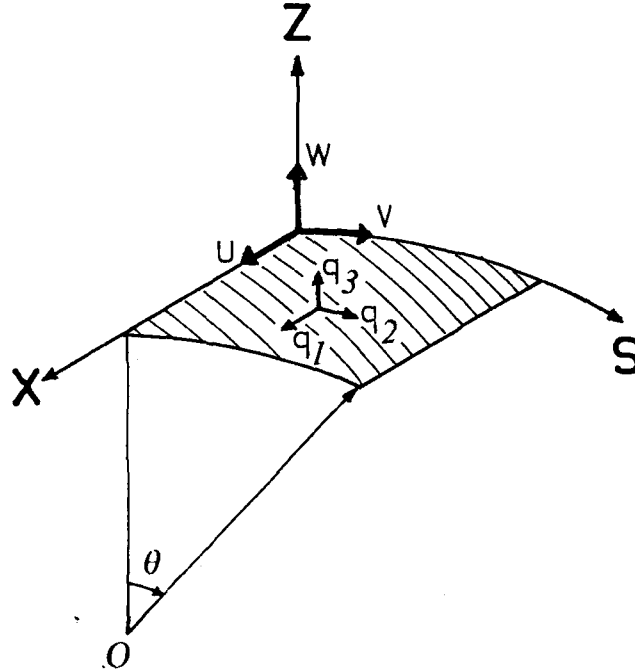
$$B=Eh/(1-\nu^2)$$

$$D=Eh^3/[12(1-\nu^2)] \quad (3.2)$$

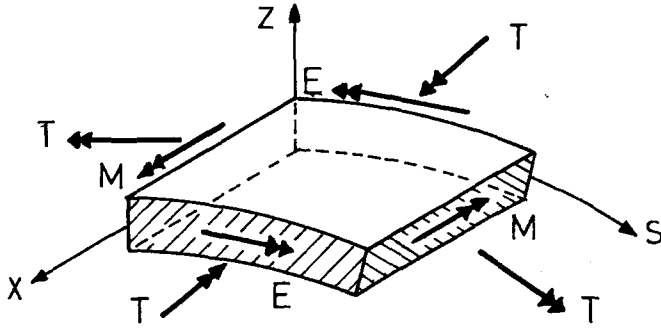
dir. Düzlemsel kuvvetleri K, momentleri R, deplasmanları d, dönmeleri d' tanımlamakta ve şapkalı terimler sınırlarda bilinen değerlere karşı gelmektedir. Kesin sınır koşulu terimleri daha sonra verilecektir. Alan denklemlerini operatör yapısında yazmak istersek,

$$\underline{\underline{\mathcal{L}}} = \underline{\underline{f}} \underline{\underline{u}} - \underline{\underline{q}} = 0 \quad (3.3)$$

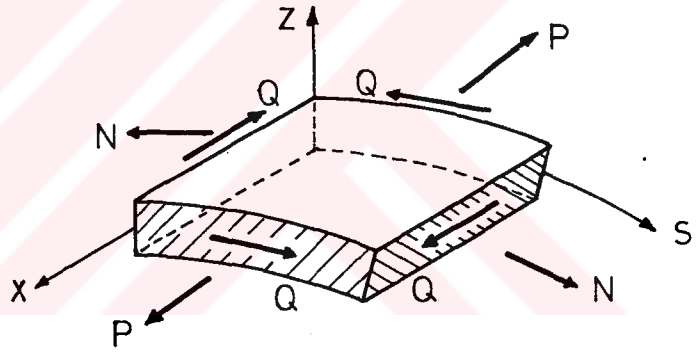
dir. Denklem (3.3) matris formunda şekil [3.3] de verilmiştir.



Şekil [3.1]: Silindirik kabuk eksen takımı.



a) Momentler



b) Kuvvetler

Şekil [3.2]: Silindirik kabuklarda düzlemsel kuvvetler ile momentlerin pozitif yönlerinin gösterimi.

3.2 SİLİNDİRİK KABUKLAR İÇİN FONKSİYONEL.

Eğer denklem (3.3) operatörü potansiyel ise,

$$\langle d\mathcal{L}(y, \bar{y}), y^* \rangle = \langle d\mathcal{L}(y, y^*), \bar{y} \rangle \quad (3.4)$$

eşitliği sağlanmalıdır [80]. Burada $d\mathcal{L}(y, \bar{y})$, \mathcal{L} operatörünün Gateaux türevi olup, $\langle d\mathcal{L}(y, \bar{y}), y^* \rangle$ iki vektörün iç çarpımlarıdır. Sınırlarda iç çarpım tanımı aşağıdaki biçimdedir.

q_1	q_2	q_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
u	v	w	$\frac{1}{R(1-u^2)}(P-uN)$	$\frac{1}{R(1-u^2)}(N-uP)$	$\frac{2}{R(1-u^2)}Q$	$\frac{1}{D(1-u^2)}(E-uM)$	$\frac{1}{D(1-u^2)}(M-uE)$	$\frac{2}{D(1-u^2)}T$	0	0	0	0	0

Şekil [3.3]: Alan denklemlerinin operatör yapısının matris gösterimi.

$$\begin{aligned}
[K, d] = & [Q, u] + [P, u] + [Q, v] + [N, v] + \left[\frac{\partial M}{\partial s}, w \right] + \left[\frac{\partial E}{\partial x}, w \right] + \left[\frac{\partial T}{\partial x}, w \right] \\
& + \left[\frac{\partial T}{\partial x}, w \right] \quad (3.5)
\end{aligned}$$

$$[R, d'] = \left[M, \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{v}{R} \right) \right] + \left[E, \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \left[T, \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{v}{R} \right) \right] + \left[T, \frac{\partial w}{\partial x} \right]$$

İnce kabuklar için operatörün, denklem (3.4) şartını sağladığı gösterilebilir, bu da \mathcal{L} nin potansiyel olduğunu gösterir. Bu durumda denklem (3.1) in fonksiyoneli,

$$I(u) = \int_0^1 \langle \mathcal{L}(su), u \rangle ds \quad (3.6)$$

den elde edilir. Burada s skaler bir büyüklüktür. Bir seri hesaplar sonucu, sonlu eleman uygulamasına en uygun fonksiyonel aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\begin{aligned}
I_k(u) = & -[Q, \frac{\partial u}{\partial s}] - [P, \frac{\partial u}{\partial x}] - [N, \frac{\partial v}{\partial s}] - [Q, \frac{\partial v}{\partial x}] + \frac{1}{R} [v, \frac{\partial M}{\partial s}] + \frac{1}{R} [v, \frac{\partial T}{\partial x}] \\
& - \left[\frac{\partial M}{\partial s}, \frac{\partial w}{\partial s} \right] - \left[\frac{\partial E}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial x} \right] - \left[\frac{\partial T}{\partial s}, \frac{\partial w}{\partial x} \right] - \left[\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial s} \right] - \frac{1}{R} [N, w] \\
& + \frac{1}{2B(1-\nu^2)} \left\{ [P, P] + [N, N] - 2\nu [P, N] \right\} + \frac{1}{B(1-\nu)} [Q, Q] \\
& + \frac{1}{2D(1-\nu^2)} \left\{ [E, E] + [M, M] - 2\nu [E, M] \right\} + \frac{1}{D(1-\nu)} [T, T] \\
& + [q_1, u] + [q_2, v] + [q_3, w] + \left\{ [u, \hat{Q}] + [u, \hat{P}] + [v, \hat{Q}] + [v, \hat{N}] \right. \\
& \left. - \frac{1}{R} [v, (M - \hat{M})] + [w, \frac{\partial \hat{M}}{\partial s}] - \frac{1}{R} [v, (T - \hat{T})] + \left[\frac{\partial w}{\partial s}, (M - \hat{M}) \right] + \left[w, \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} \right] \right. \\
& \left. + \left[\frac{\partial w}{\partial x}, (E - \hat{E}) \right] + \left[w, \frac{\partial \hat{T}}{\partial s} \right] + \left[\frac{\partial w}{\partial s}, (T - \hat{T}) \right] + \left[w, \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial w}{\partial x}, (T - \hat{T}) \right] \right\}_0 \\
& + \left\{ [Q, (u - \hat{u})] + [P, (u - \hat{u})] + [N, (v - \hat{v})] + [Q, (v - \hat{v})] - \frac{1}{R} [M, \hat{v}] \right. \\
& \left. - \frac{1}{R} [T, \hat{v}] + \left[\frac{\partial M}{\partial s}, (w - \hat{w}) \right] + [M, \frac{\partial \hat{w}}{\partial s}] + \left[\frac{\partial T}{\partial s}, (w - \hat{w}) \right] + \left[\frac{\partial E}{\partial x}, (w - \hat{w}) \right] \right. \\
& \left. + [E, \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}] + \left[\frac{\partial T}{\partial x}, (w - \hat{w}) \right] + [T, \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}] + [T, \frac{\partial \hat{w}}{\partial s}] \right\}_e \quad (3.7)
\end{aligned}$$

Denklem (3.7) deki σ parantezi içindeki terimler sadece dinamik sınır koşullarının tanımlandığı sınırlarda geçerli ve benzer olarak ε parantezi içindeki terimlerde geometrik sınır koşullarının tanımlandığı sınırlarda geçerli olan sınır koşulu ifadeleridir. Bölgeye ait fonksiyonel klasik potansiyel enerji ifadesine dönüştürülebilmektedir.

3.3 UZAY ÇUBUKLAR İÇİN ALAN DENKLEMLERİ.

Denklem (2.43), (2.44), (2.45) dan çubuk için, denge denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{T}}{ds} + \tilde{q} &= 0 \\ \frac{d\tilde{M}}{ds} + \tilde{t}_x \tilde{T} + \tilde{m} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8, a)$$

kinematik bağıntılar,

$$\begin{aligned} -\frac{d\tilde{\Omega}}{ds} + \tilde{\omega} &= 0 \\ -\frac{d\tilde{u}}{ds} - \tilde{t}_x \tilde{\Omega} + \tilde{\gamma} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8, b)$$

bünye bağıntıları,

$$\begin{aligned} \tilde{M} - D\tilde{\omega} &= 0 \\ \tilde{T} - C\tilde{\gamma} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8, c)$$

ve sınır koşulları sembolik olarak,

$$\begin{aligned} -\tilde{T} + \hat{T} &= 0 \\ -\tilde{M} + \hat{M} &= 0 \\ \tilde{\Omega} - \hat{\Omega} &= 0 \\ \tilde{u} - \hat{u} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8, d)$$

biçiminde yazılır.

3.4 UZAY ÇUBUKLAR İÇİN FONKSIYONEL.

Denklem (3.8) e ait en uygun çubuk fonksiyoneli [81] , [82] deki yaklaşım ile,

$$\begin{aligned}
 I_{\zeta}(u) = & [u, \frac{dT}{ds}] - [t_x \Omega, T] + [q, u] + [\frac{dM}{ds}, \Omega] + \frac{1}{2}[\omega, M] + \frac{1}{2}[\gamma, T] \\
 & + \frac{1}{2}[(M - D\omega), \omega] + \frac{1}{2}[(T - C\gamma), \gamma] + [m, \Omega] - [(T - \hat{T}), u]_{\sigma} \\
 & - [(M - \hat{M}), \Omega]_{\sigma} - [\hat{u}, T]_{\varepsilon} - [\hat{\Omega}, M]_{\varepsilon} \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

biçiminde elde edilir. Çözümleri gereksiz yere uzatmamak için kendilerinin hesaplanmasında zorunluluk bulunmayan ω ve γ bilinmeyenleri, denklem (3.8,c) den alınıp denklem (3.11) de yerleştirilirse, fonksiyonel

$$\begin{aligned}
 I_{\zeta}(u) = & [u, \frac{dT}{ds}] - [t_x \Omega, T] + [q, u] + [m, \Omega] + [\frac{dM}{ds}, \Omega] + \frac{1}{2}[D^{-1}M, M] \\
 & + \frac{1}{2}[C^{-1}T, T] - [(T - \hat{T}), u]_{\sigma} - [(M - \hat{M}), \Omega]_{\sigma} - [\hat{u}, T]_{\varepsilon} \\
 & - [\hat{\Omega}, M]_{\varepsilon} \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

şeklini alır. Burada M , T , u , Ω bilinmeyen vektörel büyüklüklerinden M , T iç kuvvetleri, u , Ω şekil değiştirmeleri tanımlamaktadır.

Şekil (3.4,a) da tanımlanan t , η , b Frenet koordinatları, birim vektörleridir. Bunların yay uzunluğu s cinsinden türetilmeleri için denklem (2.42) deki Frenet-Serret formülleri kullanılması sonucu helisel çubuğun fonksiyonel ifadesi elde edilir [83].

Silindirik kabuk için kullanılacak kirişler doğru ve daire eksenli olacağından $\tau=0$ ve $\kappa=-1/R$ alınarak gerekli fonksiyonellere ulaşılır.

Basitlik sağlamak amacı ile şekil [3.4] deki şekil değiştirme ve kuvvet bileşenleri gösterimlerinden

yararlanarak I_d doğru eksenli ve I_e daire eksenli çubuk fonksiyonelleri ayrık olarak;

$$\begin{aligned}
 I_d(u) = & \left[\frac{\partial P}{\partial s}, u \right] + \left[\frac{\partial Q}{\partial s}, v \right] + \left[\frac{\partial Z}{\partial s}, w \right] + \left[\frac{\partial T}{\partial s}, \Omega_1 \right] + \left[\frac{\partial E}{\partial s}, \Omega_2 \right] + \left[\frac{\partial K}{\partial s}, \Omega_3 \right] \\
 & + \frac{1}{2C_1} [P, P] + [Q, \Omega_3] + \frac{1}{2C_2} [Q, Q] - [Z, \Omega_2] + \frac{1}{2C_3} [Z, Z] \\
 & + \frac{1}{2D_1} [T, T] + \frac{1}{2D_2} [E, E] + \frac{1}{2D_3} [K, K] + [q_1, u] + [q_2, v] \\
 & + [q_3, w] + [m_1, \Omega_1] + [m_2, \Omega_2] + [m_3, \Omega_3] - \left[[(P-\hat{P}), u] \right. \\
 & + [(Q-\hat{Q}), v] + [(Z-\hat{Z}), w] + [(T-\hat{T}), \Omega_1] + [(E-\hat{E}), \Omega_2] \\
 & \left. + [(K-\hat{K}), \Omega_3] \right]_{\sigma} - \left[[\hat{u}, P] + [\hat{v}, Q] + [\hat{w}, Z] + [\hat{\Omega}_1, T] \right. \\
 & \left. + [\hat{\Omega}_2, E] + [\hat{\Omega}_3, K] \right]_{\varepsilon} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

burada,

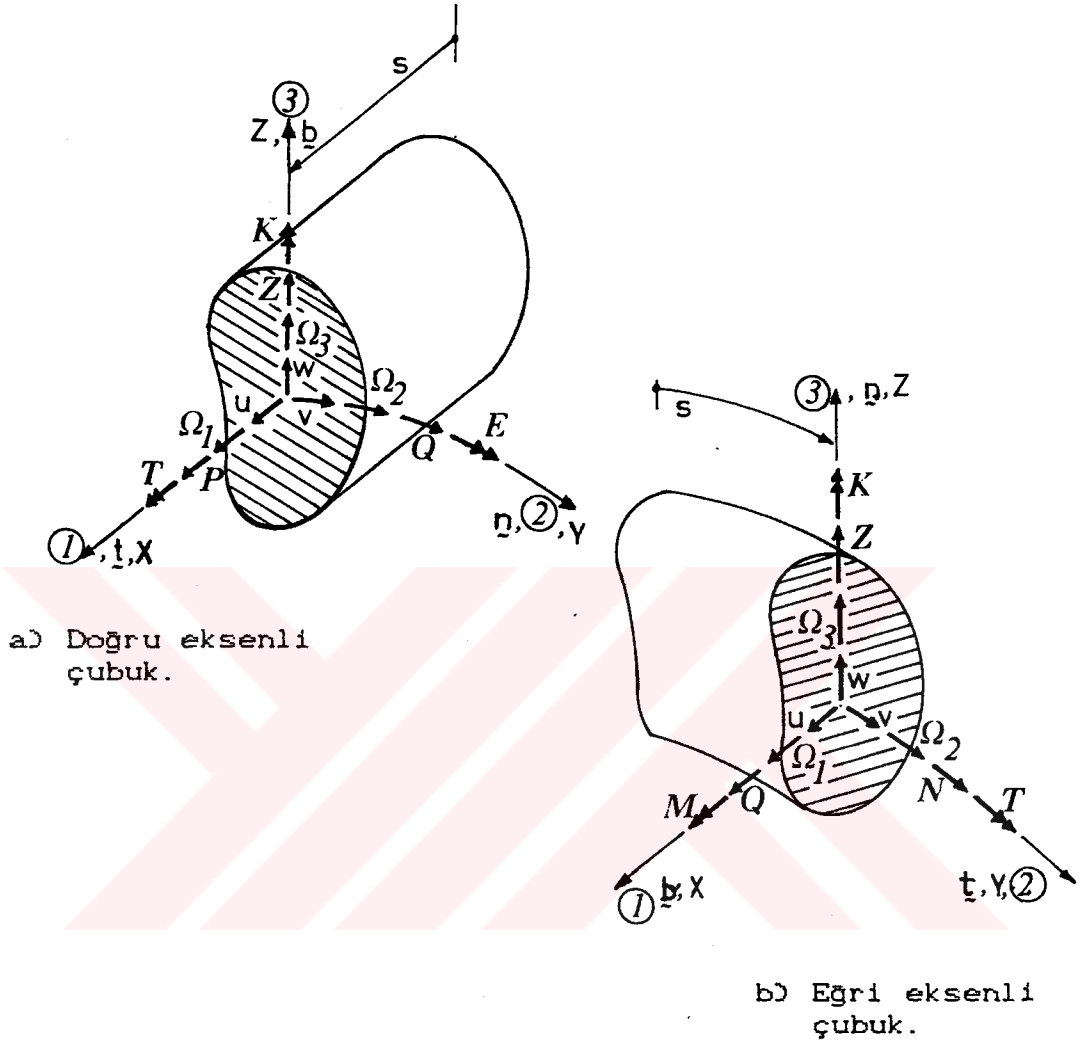
$$\begin{aligned}
 C_1^{-1} &= 1/AE & ; & & D_1^{-1} &= 1/GI_o \\
 C_2^{-1} &= k'/GA & ; & & D_2^{-1} &= 1/EI_2 \\
 C_3^{-1} &= k'/GA & ; & & D_3^{-1} &= 1/EI_3
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

ve

$$\begin{aligned}
 I_e(u) = & \left[\frac{\partial Q}{\partial s}, u \right] + \left[\frac{\partial N}{\partial s}, v \right] + \left[\frac{\partial Z}{\partial s}, w \right] + \left[\frac{\partial M}{\partial s}, \Omega_1 \right] + \left[\frac{\partial T}{\partial s}, \Omega_2 \right] + \left[\frac{\partial K}{\partial s}, \Omega_3 \right] \\
 & + \frac{1}{2C_1} [Q, Q] - [Q, \Omega_3] + \frac{1}{2C_2} [N, N] + [Z, \Omega_1] + \frac{1}{2C_3} [Z, Z] \\
 & + \alpha [N, w] - \alpha [Z, v] + \alpha [\Omega_3, T] - \alpha [\Omega_2, K] + \frac{1}{2D_1} [M, M] \\
 & + \frac{1}{2D_2} [T, T] + \frac{1}{2D_3} [K, K] + [q_1, u] + [q_2, v] + [q_3, w] + [m_1, \Omega_1] \\
 & + [m_2, \Omega_2] + [m_3, \Omega_3] - \left[[(Q-\hat{Q}), u] + [(N-\hat{N}), v] + [(Z-\hat{Z}), w] \right. \\
 & \left. + [(M-\hat{M}), \Omega_1] + [(T-\hat{T}), \Omega_2] + [(K-\hat{K}), \Omega_3] \right]_{\sigma} - \left[[\hat{u}, Q] \right. \\
 & \left. + [\hat{v}, N] + [\hat{w}, Z] + [\hat{\Omega}_1, M] + [\hat{\Omega}_2, T] + [\hat{\Omega}_3, K] \right]_{\varepsilon} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

burada,

$$\begin{aligned}
 C_1^{-1} &= k'/GA & ; & & D_1^{-1} &= 1/EI_1 \\
 C_2^{-1} &= 1/AE & ; & & D_2^{-1} &= 1/GI_o \\
 C_3^{-1} &= k'/GA & ; & & D_3^{-1} &= 1/EI_3 & ; & \alpha = -1/R
 \end{aligned} \quad (3.17)$$



Şekil [3.4]: Doğru ve eğri eksenli çubuklarda yer değiştirme, dönme, kuvvet ve momentlerde pozitif doğrultular.

biçiminde elde edilir. Denklem (3.14) ve (3.16) da σ ve ϵ parantezi içindeki terimler sırası ile dinamik veya geometrik sınır koşullarının bulunduğu noktalarda geçerli olan sınır koşulu ifadeleridir. Denklem (3.14) ve (3.16) ifadeleri tek bir fonksiyonel olarak en genel hali ile Aköz ve arkadaşları [83] tarafından sunulmuştur.

Birim teġet vektörü \underline{t} nin doġrusal çubuklar için (1) numaralı, dairesel çubuklar için (2) numaralı global eksen doġrultusunda olması halinde kabuk global eksenleri ile uyumlu olacağından, doġrusal çubuklar ile dairesel çubukları tek bir rijitlik matrisi ile tanımlayarak bilgisayar programında eksen dönüştürmenin önüne geçmek amacı ile doġrusal ve dairesel uzay çubuklar için iki ayrı fonksiyonel verilmiştir.



BÖLÜM 4

SİLİNDİRİK KABUKLAR ve UZAY ÇUBUKLAR İÇİN

İZOPARAMETRİK SONLU ELEMAN TANIMI

4.1 İZOPARAMETRİK SONLU ELEMAN TANIMI.

Sonlu elemanlarda genelleştirilmiş koordinatlarda eleman tanımı yerel eksen takımında; x, y, z değişkenlerine bağlı polinomlar ile, belirsiz α_i, β_i ve γ_i $i=1,2,\dots$ katsayılarına bağlı tanımlanmıştır. Genelleştirilmiş koordinatlar kullanıldığında elemanın düğüm noktalarındaki bilinmeyenlerin lineer kombinasyonuna ulaşılmakta ve katsayıların hesabı için dönüşüm matrisinin tersinin bulunması gerekmektedir, işlemsel hacminin yanı sıra bazı eleman tanımlarının tersi alınamayabilmektedir.

İzoparametrik sonlu eleman tanımında ana gaye, elemanın herhangi bir yerindeki bilinmeyenler ile, eleman düğüm noktalarındaki bilinmeyenler arasındaki ilişkileri doğrudan biçim fonksiyonlarını kullanarak elde etmektir. Böylelikle eleman matrisleri istenilen serbestlikle doğrudan yazılabilmektedir.

İzoparametrik sonlu eleman tanımında temel yöntem, eleman koordinatları ve eleman bilinmeyenlerini, doğal koordinat sistemini kullanarak biçimlendirmektir. Genel olarak üç boyutlu elemanda, koordinat yaklaşımı,

$$\begin{aligned}
x &= \sum_{i=1}^q \psi_i x_i & ; & & y &= \sum_{i=1}^q \psi_i y_i \\
z &= \sum_{i=1}^q \psi_i z_i & ; & & \sum_{i=1}^q \psi_i &= 1
\end{aligned}
\tag{4.1}$$

şeklindedir. Burada x, y, z herhangi bir noktanın elemandaki yerel koordinatları ve x_i, y_i, z_i de elemanın q_i düğüm noktalarının koordinatlarıdır. Yaklaşım fonksiyonları ψ_i 'lerde elemanın doğal koordinat sisteminde her biri $\bar{\Gamma}_i$ aralığında değişen ξ, η, ζ değişkenleri cinsinden tanımlanmıştır. Denklem (4.1) deki bilinmeyenler ψ_i yaklaşım fonksiyonlarıdır. Bu ψ_i 'lerin ana özelliği doğal koordinat sisteminde i düğüm noktasında birim olurken diğer düğüm noktalarında sıfır olmalarıdır.

İzoparametrik sonlu elemanların biçim fonksiyonları ve davranışları ile ilgili çeşitli araştırmalar mevcuttur. [84], [85], [86], [87] .

Elde edilen kabuk ve uzay çubuk fonksiyonellerinde bir değişkene göre iki veya daha yüksek mertebeden türev bulunmadığı için tamlık ve yeterlilik bakımından lineer biçim fonksiyonu kafi olacağından bu çalışmada izoparametrik sonlu eleman tanımı olarak çubuklarda iki düğüm noktalı doğrusal şekil fonksiyonu kullanılmıştır. Şekil [4.1].

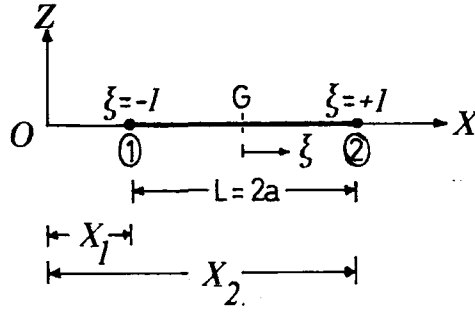
Çubuk elemanın biçim fonksiyonları,

$$\psi_1 = \frac{1}{2}(1-\xi) \quad ; \quad \psi_2 = \frac{1}{2}(1+\xi)
\tag{4.2}$$

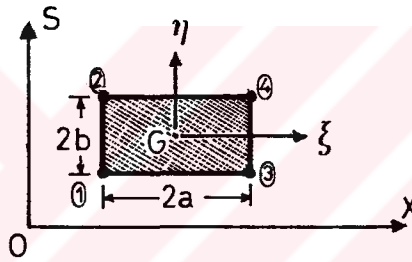
olur. Burada G çubuğun ağırlık merkezi olacak şekilde,

$$\xi = \frac{x-x_G}{a} \quad ; \quad x_G = \frac{x_1+x_2}{2}
\tag{4.3}$$

dır.



Şekil [4.1]: Global ve doğal koordinat sisteminde çubuk eleman.



Şekil [4.2]: Global ve doğal koordinat sisteminde kabuk eleman.

Kabuk için kenarlar boyunca ara noktaları olmayan "Serendipity Dikdörtgen Elemanı" kullanılmıştır. Şekil [4.2]. Şekil fonksiyonları da,

$$\psi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (4.4)$$

biçimindedir. Burada G dikdörtgenin ağırlık merkezidir ve,

$$\xi = \frac{x - x_G}{a} \quad ; \quad \eta = \frac{s - s_G}{b}$$

$$x_G = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} \quad ; \quad s_G = \frac{s_1 + s_2}{2} = \frac{s_3 + s_4}{2} \quad (4.5)$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \eta_1 = \eta_3 = -1 \quad ; \quad \xi_3 = \xi_4 = \eta_2 = \eta_4 = 1$$

olur ve denklem (4.4) her bir düğüm noktası için,

$$\begin{aligned}
 \psi_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\
 \psi_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \\
 \psi_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\
 \psi_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

şeklinde yazılır.

4.2 SİLİNDİRİK KABUKLAR İÇİN SONLU ELEMAN TANIMI.

Kabuk eleman rijitlik matrisinin elde edilebilmesi için denklem (4.6) nın $\partial/\partial x$ ve $\partial/\partial s$ kısmi türevlerine ihtiyaç vardır. Zincir kuralına göre,

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial x} = \frac{\partial \psi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial s} = \frac{\partial \psi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial s} \tag{4.7}$$

biçiminde hesaplanabilir. Burada,

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x-x_a}{a} \right] = \frac{1}{a} \quad ; \quad \frac{\partial \eta}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{s-s_a}{b} \right] = \frac{1}{b} \tag{4.8}$$

olduğuna göre denklem (4.7),

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial \psi_i}{\partial \xi} \quad ; \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial s} = \frac{1}{b} \frac{\partial \psi_i}{\partial \eta} \tag{4.9}$$

biçimini alır. $i=1, \dots, 4$ için bu türev işlemleri yürütülürse,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} &= \frac{1}{4a}(-1+\eta) \quad ; \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = \frac{1}{4a}(-1-\eta) \\
 \frac{\partial \psi_3}{\partial x} &= \frac{1}{4a}(1-\eta) \quad ; \quad \frac{\partial \psi_4}{\partial x} = \frac{1}{4a}(1+\eta) \\
 \frac{\partial \psi_1}{\partial s} &= \frac{1}{4b}(-1+\xi) \quad ; \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial s} = \frac{1}{4b}(1-\xi) \\
 \frac{\partial \psi_3}{\partial s} &= \frac{1}{4b}(-1-\xi) \quad ; \quad \frac{\partial \psi_4}{\partial s} = \frac{1}{4b}(1+\xi)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

ifadeleri elde edilir.

Şekil fonksiyonu ifadeleri ile bunların kısmi türevlerinin dikdörtgen eleman üzerinde alan integrasyonu eleman rijitlik matrisinin hesaplanmasında gerekmektedir. Bunlar,

$$[k_1] = \int_A \psi_i \psi_j dA = \begin{array}{cccc|c} 4ab/9 & 4ab/18 & 4ab/18 & 4ab/36 & i=1, \dots, 4 \\ \hline & 4ab/9 & 4ab/36 & 4ab/18 & j=1, \dots, 4 \\ \hline & & 4ab/9 & 4ab/18 & \\ \hline \text{simetrik} & & & 4ab/9 & \end{array} \quad (4.11.a)$$

$$[k_2] = \int_A \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \psi_j dA = \begin{array}{cccc|c} -b/3 & -b/6 & -b/3 & -b/6 & i=1, \dots, 4 \\ \hline -b/6 & -b/3 & -b/6 & -b/3 & j=1, \dots, 4 \\ \hline b/3 & b/6 & b/3 & b/6 & \\ \hline b/6 & b/3 & b/6 & b/3 & \end{array} \quad (4.11.b)$$

$$[k_3] = \int_A \frac{\partial \psi_i}{\partial s} \psi_j dA = \begin{array}{cccc|c} -a/3 & -a/3 & -a/6 & -a/6 & i=1, \dots, 4 \\ \hline a/3 & a/3 & a/6 & a/6 & j=1, \dots, 4 \\ \hline -a/6 & -a/6 & -a/3 & -a/3 & \\ \hline a/6 & a/6 & a/3 & a/3 & \end{array} \quad (4.11.c)$$

$$[k_4] = \int_A \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dA = \begin{array}{cccc|c} \frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} & i=1, \dots, 4 \\ \hline \frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} & j=1, \dots, 4 \\ \hline -\frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} & \\ \hline -\frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} & \end{array} \quad (4.11.d)$$

$$[k_5] = \int_A \frac{\partial \psi_i}{\partial s} \frac{\partial \psi_j}{\partial s} dA =$$

$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$
$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$
$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$
$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$	$-\frac{a}{3b}$	$\frac{a}{3b}$

$i=1, \dots, 4$
 $j=1, \dots, 4$
 (4.11.e)

$$[k_6] = \int_A \frac{\partial \psi_i}{\partial s} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dA =$$

$1/4$	$1/4$	$-1/4$	$-1/4$
$-1/4$	$-1/4$	$1/4$	$1/4$
$1/4$	$1/4$	$-1/4$	$-1/4$
$-1/4$	$-1/4$	$1/4$	$1/4$

$i=1, \dots, 4$
 $j=1, \dots, 4$
 (4.11.f)

$$[k_7] = [k_5] + [k_6]^T \quad (4.11.g)$$

matrisleri biçimindedir. Denklem (4.11) ifadelerindeki matrislerde i satırlara, j sütunlara karşı gelen indislerdir. Bu durumda eleman rijitlik matrisi,

	u	v	w	P	N	Q	E	M	T
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓

$$[k]_k =$$

				$-[k_2]$		$-[k_3]$			
					$-[k_3]$	$-[k_2]$		$\frac{1}{R}[k_3]^T$	$\frac{1}{R}[k_2]^T$
					$-\frac{1}{R}[k_1]$		$-[k_4]$	$-[k_5]$	$-[k_7]$
			$\gamma[k_1]$	$-\alpha[k_1]$					
				$\gamma[k_1]$					
					$2\mu[k_1]$				
						$\delta[k_1]$	$-\beta[k_1]$		
							$\delta[k_1]$		
									$2\lambda[k_1]$

s i m e t r i k

$$(4.12)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned}
 \gamma &= 1/(Eh) & ; & & \delta &= 12/(Eh^3) \\
 \alpha &= \nu\gamma & ; & & \mu &= (1+\nu)/(Eh) \\
 \beta &= \nu\delta & ; & & \lambda &= 12(1+\nu)/(Eh^3)
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

dır. Denklem (4.12) kabuk eleman rijitlik martrisi, sabit kesitli silindirik kabuklar için geçerlidir. Eğer kesit uzunluk boyunca sabit değilse silindirik çekme rijitliği B ve eğilme rijitliği D için bir değişim kabulü yapmak gerekir,

$$\begin{aligned}
 B^{-1} &= B_1 \psi_1 + B_2 \psi_2 + B_3 \psi_3 + B_4 \psi_4 \\
 D^{-1} &= D_1 \psi_1 + D_2 \psi_2 + D_3 \psi_3 + D_4 \psi_4
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

şeklinde ifadelerinin uygun sonuç verdiği görülmüştür [88]. Bu durumda $[k_1]$ matrisinin yerine,

$$[k_1]_{\phi} = \int_A [\psi_1 \phi_1 + \psi_2 \phi_2 + \psi_3 \phi_3 + \psi_4 \phi_4] \psi_i \psi_j dA =$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{A}{144} \\
 \text{S} \\
 \text{i} \\
 \text{m} \\
 \text{e} \\
 \text{t} \\
 \text{r} \\
 \text{i} \\
 \text{k}
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 9\phi_1 + 3\phi_2 & 3\phi_1 + 3\phi_2 & 3\phi_1 + \phi_2 & \phi_1 + \phi_2 \\
 +3\phi_3 + \phi_4 & +\phi_3 + \phi_4 & +3\phi_3 + \phi_4 & +\phi_3 + \phi_4 \\
 \hline
 & 3\phi_1 + 9\phi_2 & \phi_1 + \phi_2 & \phi_1 + 3\phi_2 \\
 & +\phi_3 + 3\phi_4 & \phi_3 + \phi_4 & +\phi_3 + 3\phi_4 \\
 \hline
 & & 3\phi_1 + \phi_2 & \phi_1 + \phi_2 \\
 & & +9\phi_3 + 3\phi_4 & +3\phi_3 + 3\phi_4 \\
 \hline
 & & & \phi_1 + 3\phi_2 \\
 & & & +3\phi_3 + 9\phi_4 \\
 \hline
 \end{array} \tag{4.15}$$

$$i=1, \dots, 4$$

$$j=1, \dots, 4$$

yazılır. Denklem (4.15) de $A=4ab$ dikdörtgen elemanın alanıdır. ϕ_1, \dots, ϕ_4 terimleri yerine kesit boyutlarının etkidiği $\gamma, \delta, \beta, \mu, \lambda$ terimleri gelecektir. Örnek vermek gerekirse, denklem (4.13) den:

$$\gamma_1 = \frac{1}{Eh_1} ; \gamma_2 = \frac{1}{Eh_2} ; \gamma_3 = \frac{1}{Eh_3} ; \gamma_4 = \frac{1}{Eh_4} \quad (4.16)$$

olur. İndisli büyüklükler ise, o düğüm numarasının kesit özelliğini yansıtacak şekilde kullanılır. $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ terimleri $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ terimlerinin yerine denklem (4.15) de yazılarak,

$$[k_1]_\gamma = \frac{A}{144} \begin{bmatrix} 9\gamma_1 + 3\gamma_2 & 3\gamma_1 + 3\gamma_2 & 3\gamma_1 + \gamma_2 & \gamma_1 + \gamma_2 \\ +3\gamma_3 + \gamma_4 & +\gamma_3 + \gamma_4 & +3\gamma_3 + \gamma_4 & +\gamma_3 + \gamma_4 \\ \hline 3\gamma_1 + 9\gamma_2 & \gamma_1 + \gamma_2 & \gamma_1 + 3\gamma_2 & \gamma_1 + 3\gamma_2 \\ +\gamma_3 + 3\gamma_4 & \gamma_3 + \gamma_4 & +\gamma_3 + 3\gamma_4 & +\gamma_3 + 3\gamma_4 \\ \hline 3\gamma_1 + \gamma_2 & \gamma_1 + \gamma_2 & \gamma_1 + \gamma_2 & \gamma_1 + \gamma_2 \\ +9\gamma_3 + 3\gamma_4 & +3\gamma_3 + 3\gamma_4 & +3\gamma_3 + 3\gamma_4 & +3\gamma_3 + 3\gamma_4 \\ \hline \gamma_1 + 3\gamma_2 & \gamma_1 + 3\gamma_2 & \gamma_1 + 3\gamma_2 & \gamma_1 + 3\gamma_2 \\ +3\gamma_3 + 9\gamma_4 & +3\gamma_3 + 9\gamma_4 & +3\gamma_3 + 9\gamma_4 & +3\gamma_3 + 9\gamma_4 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

elde edilir. $[k_1]_\alpha, [k_1]_\delta, [k_1]_\beta, [k_1]_\mu, [k_1]_\lambda$ içinde denklem (4.16), (4.17) de yapılan işlemler sırası ile uygulanarak değişken kesit özelliklerinin eleman rijitlik matrisine etkittirilmesi sağlanmış olur.

Bu durumda değişken kesitli silindirin, dikdörtgen eleman rijitlik matrisi,

	u	v	w	P	N	Q	E	M	T
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$[k]_k =$				$-[k_2]$		$-[k_3]$			
					$-[k_3]$	$-[k_2]$		$\frac{1}{R}[k_3]^T$	$\frac{1}{R}[k_2]^T$
					$-\frac{1}{R}[k_1]$		$-[k_4]$	$-[k_5]$	$-[k_7]$
				$[k_1]_\gamma$	$-[k_1]_\alpha$				
					$[k_1]_\gamma$				
						$2[k_1]_\mu$			
							$[k_1]_\delta$	$-[k_1]_\beta$	
								$[k_1]_\delta$	
									$2[k_1]_\lambda$

s i m e t r i k

(4.18)

biçimini alır.

4.2.1 GEOMETRİK-DİNAMİK SINIR KOŞULLARININ ETKİLERİ

Denklemler (3.7) de verilen kabuk fonksiyonelinin sınır koşullarını, β_x ve β_s dönmelerinin,

$$\beta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad ; \quad \beta_s = -\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{v}{R} \quad (4.19)$$

tanımlarından faydalanarak yeniden düzenlenmesi sonucu aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 \text{S.K.} = & \left\{ [u, \hat{Q}] + [u, \hat{P}] + [v, \hat{Q}] + [v, \hat{N}] + \left[\left(\frac{\partial \hat{M}}{\partial s} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial s} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right), w \right] \right. \\
 & \left. - \left[(E - \hat{E}), \beta_x \right] - \left[(M - \hat{M}), \beta_s \right] - \left[(T - \hat{T}), \beta_x \right] - \left[(T - \hat{T}), \beta_s \right] \right\}_o \\
 & + \left\{ [Q, (u - \hat{u})] + [P, (u - \hat{u})] + [N, (v - \hat{v})] + [Q, (v - \hat{v})] - [M, \hat{\beta}_s] \right. \\
 & \left. - [E, \hat{\beta}_x] - [T, \hat{\beta}_s] - [T, \hat{\beta}_x] + \left[\left(\frac{\partial \hat{M}}{\partial s} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial s} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial x} \right), (w - \hat{w}) \right] \right\}_e \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

Denklemler (4.20) de geometrik ve dinamik tipte olmak üzere iki türlü sınır koşulu vardır. Parantez altında

σ endisli terimler dinamik, ε endisli terimlerse geometrik sınır koşullarını göstermektedir. Bu ifadelerde şapkalı büyüklükler bilindiği zaman, bu şapkalı büyüklüğe karşı gelen terim rijitlik matrisine alınacaktır. Ancak şapkalı büyüklüğe ait bilinen değer sıfır ise, sadece denklem (4.20) de altı çizgili terimlerden rijitlik matrisine katkı geleceği açıktır. Sınır terimlerinden, rijitlik matrisine katkı, ilgili eleman sınırı boyunca hesaplanan integraldir.

Örnek olarak; şekil [3.2] deki momentler ve şekil [4.2] deki dikdörtgen elemanın x-s-eksen takımına göre düğüm noktalarının numaralanmasına sadık kalınarak, $[(E-\hat{E}), \beta_x]_{\sigma}$, $[(T-\hat{T}), \beta_s]_{\sigma}$ sınır koşulu terimleri elemanın 1-2 ile 3-4 kenarları boyunca, $[(T-\hat{T}), \beta_x]_{\sigma}$, $[(M-\hat{M}), \beta_s]_{\sigma}$ sınır koşulu terimleri elemanın 1-3 ile 2-4 kenarları boyunca integre edilecektir. Geometrik sınır koşulları içinde altı çizili terimler önmesnet çökme problemi problemlerde kabuk rijitlik matrisine etkiler ve pratikte pek fazla rastlanmayan bir durumdur. Dinamik sınır koşulları içindeki altı çizili terimlerin çizgi integrallerini hesaplanması sonucu, sınır koşulları matrisinin kurulmasında gerekecek alt matrisleri,

$$[s_1] = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} \\ \hline \frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} \\ \hline -\frac{b}{3a} & -\frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} \\ \hline -\frac{b}{6a} & -\frac{b}{3a} & \frac{b}{6a} & \frac{b}{3a} \\ \hline \end{array} \quad (4.21.a)$$

$$[s_2] = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \frac{2a}{3R} & & \frac{a}{3R} & \\ \hline & -\frac{2a}{3R} & & -\frac{a}{3R} \\ \hline \frac{a}{3R} & & \frac{2a}{3R} & \\ \hline & -\frac{a}{3R} & & -\frac{2a}{3R} \\ \hline \end{array} \quad (4.21.b)$$

$$[s_3] = \begin{bmatrix} \frac{a}{b} & - & \frac{a}{b} & - \\ - & \frac{a}{b} & - & \frac{a}{b} \\ \frac{a}{b} & - & \frac{a}{b} & - \\ - & \frac{a}{b} & - & \frac{a}{b} \end{bmatrix} \quad (4.21.c)$$

$$[s_4] = \begin{bmatrix} \frac{2b}{a} & \frac{b}{a} & & \\ \frac{b}{a} & \frac{2b}{a} & & \\ & & -\frac{2b}{a} & -\frac{b}{a} \\ & & -\frac{b}{a} & -\frac{2b}{a} \end{bmatrix} \quad (4.21.d)$$

$$[s_5] = \begin{bmatrix} & 1/2 & -1/2 & \\ -1/2 & & & 1/2 \\ 1/2 & & & -1/2 \\ & -1/2 & 1/2 & \end{bmatrix} \quad (4.21.e)$$

şeklinde elde edilir. Toplu olarak sınır koşulları matrisi,

$$[k]_s = \begin{array}{cccccccccc} u & v & w & P & N & Q & E & M & T & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & & [s_2] & [s_4] \\ \hline & & & & & & & [s_3] & [s_5] \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline \end{array} & & & & & & & & & \\ \text{simetrik} & & & & & & & & & \end{array} \quad (4.22)$$

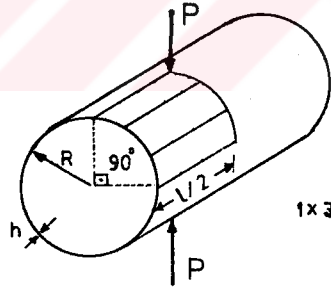
şeklinde elde edilir.

4.3 KABUK SONLU ELEMAN ÇÖZÜMLERİ İÇİN SAYISAL ÖRNEKLER.

Bu bölümde, geliştirilmiş olan silindirik kabuk sonlu elemanı ile, literatürde çeşitli araştırmacıların karşılaştırma problemi olarak kullandıkları üç ana örnek çözülmüş ve incelenmiştir.

4.3.1 Örnek (1):

Bu örnek, uçları boşa ve ortasından bir çap boyunca iki tekil P yükünün etkisi altındaki sonlu boyutlu bir silindir problemidir. Şekil [4.3].

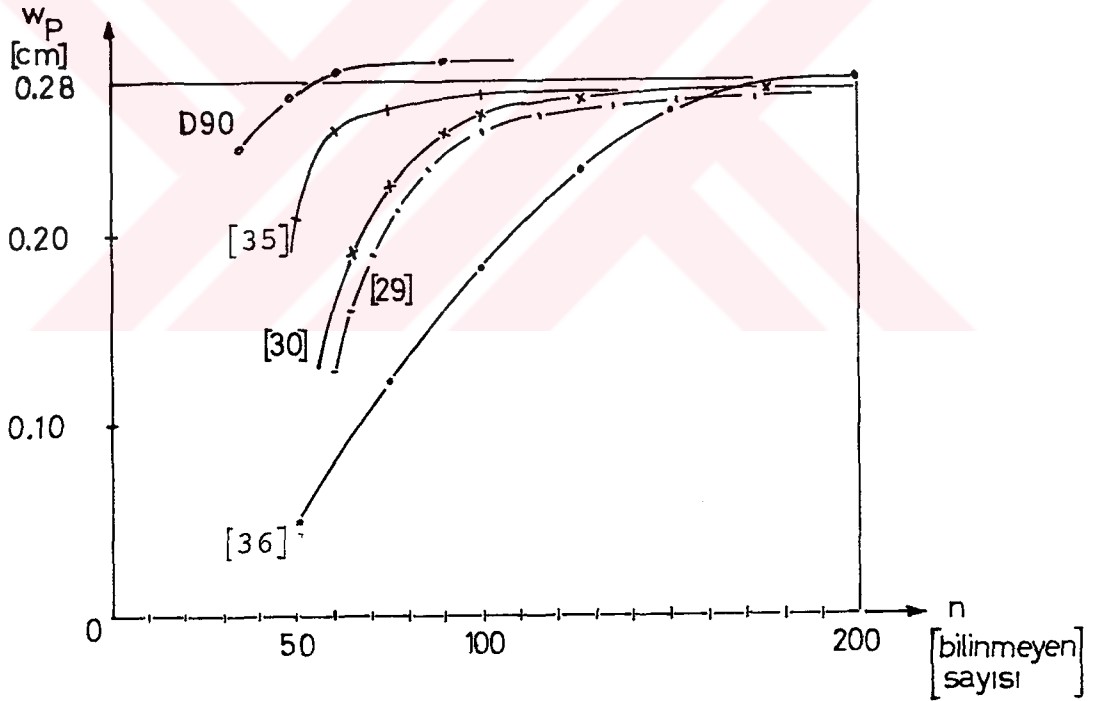


Şekil [4.3]: Uçları boşa, ortasından bir çap boyunca tekil P kuvveti ile sıkıştırılmış, silindirik kabuk.

Boyutları ve malzeme özellikleri; $l=26.29$ cm., $R=12.58$ cm., $h=0.239$ cm., $P=453.6$ N., $E=7382350$ N/cm², $\nu=0.3125$ dir. Problemin simetrisi nedeni ile $1/8$ ' ini incelemek yeterli olur. Şekil [4.3]. Literatürdeki

bütün araştırmalar P yükünün altındaki çökmeye göre sonuçlarını karşılaştırmaktadırlar. Tablo [4.1] de geliştirilen eleman ile literatürdeki çalışmalar karşılaştırılmıştır. Parantez içindeki rakamlar bilinmeyen sayısını, bölünmedeki birinci sayı x, ikinci sayı s ek-seni doğrultusundaki eleman sayısını göstermektedir.

Şekil [4.4] de bilinmeyen sayısına göre çeşitli araştırmalar ile bu çalışmanın, teorik sonuç olan $w_p = 0.2865$ cm.'e yaklaşımları sunulmuştur.



Şekil [4.4]: Tekil yükün altındaki çökmeye, çeşitli çalışmaların bilinmeyen sayısına bağlı olarak yaklaşımının teorik sonuç ile karşılaştırılması.

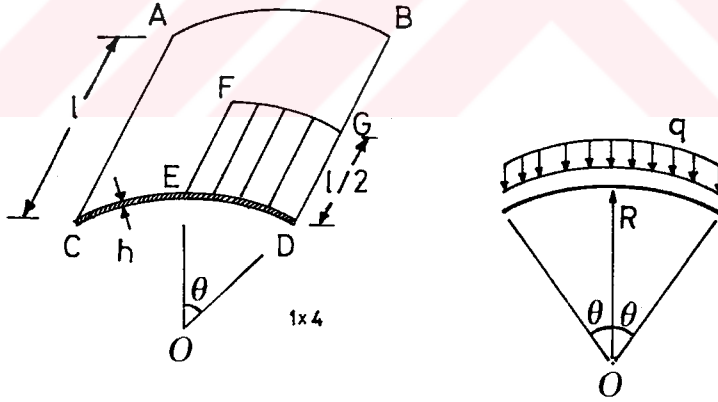
Tablo [4.2]: Bölüm 4.3.1'deki silindirik kabukta tekil yükün altındaki çökmenin; çeşitli çalışmaların teorik değere, bilinmeyen sayısına ve eleman ağına göre yaklaşımlarının karşılaştırılması. [NOT: Sonuçlar $\times 10^{-2}$ cm alınacaktır. Değerler D90 bilgisayar programının çıktılarıdır.]

Bölme.	[53]	[29]	[30]	[27]	[89]	[61]	[12]	D90
1x1		1 (48)			26 (20)	.36 (28)		6 (22)
1x2	24 (31)	20 (72)				19 (42)		24 (35)
1x3	27 (44)	26 (96)	8 (48)			25 (56)		27 (48)
1x4	28 (57)	28 (120)		28 (60)	28 (50)	25 (70)		28 (61)
1x5	29 (70)		20 (72)			28 (84)		29 (74)
1x7			25 (96)					
2x2	24 (52)			24 (54)	28 (45)	20 (63)	28	24 (60)
2x3		26 (144)				26 (84)		27 (82)
2x4	28 (96)	28 (180)		28 (90)	28 (75)	28 (105)		28 (104)
2x7			27 (144)					
2x9			27 (180)					
3x3	26 (104)					26 (112)		27 (116)
4x4	28 (174)			29 (150)	29 (125)			28 (190)
6x6				29 (294)	29 (245)			

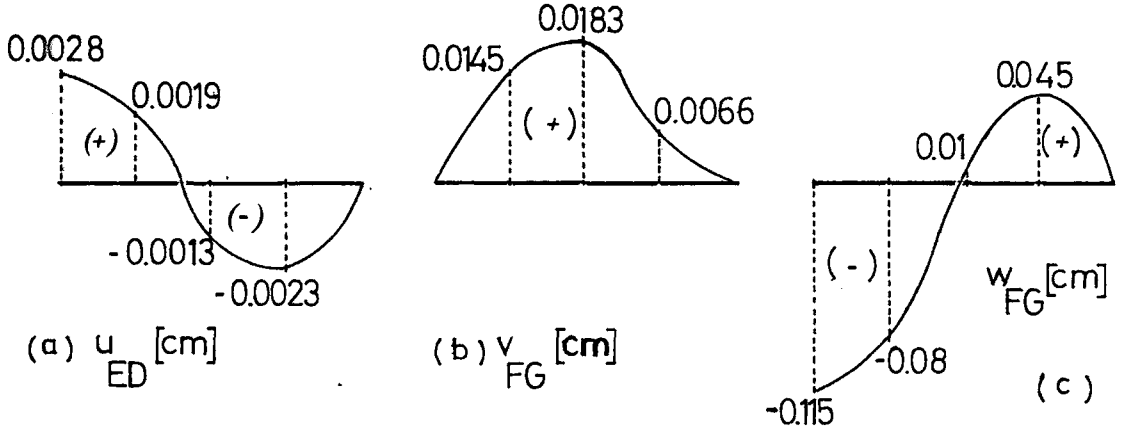
4.3.2 Örnek(2):

Şekil [4.5] deki silindirik tonoz kendi ağırlığı $q=4.393 \text{ kN/m}^2$ altında hesaplanacaktır. Boyutları; $l=15.24 \text{ m.}$, $R=7.62 \text{ m.}$, $h=0.0762 \text{ m.}$, $\theta=40'$, malzeme özellikleri $E=2.106 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, $\nu=0.3$ dir. Bu problemde CD ve AB kenarları diyafram, AC ve BD kenarları mafsaldır.

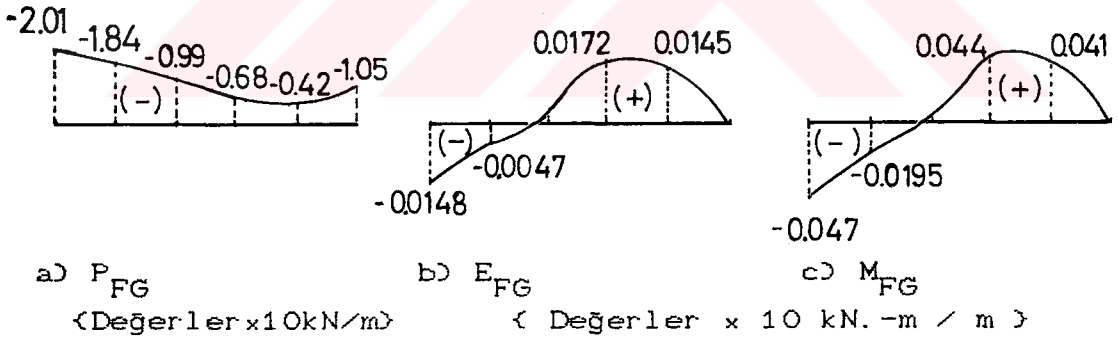
Problem, simetrisinden ötürü sadece 1/4 'ü çözülmüştür. DEFG parçası için 1x4 lük bölünmeyle elde edilen yer değiştirmeler ile ilgili sonuçlar şekil [4.6] da verilmiştir. Sonuçlar literatürde elde edilen sonuçlar ile üst üste düşmektedir. Kuvvetler ve momentler ile ilgili sonuçlar 1x5 lik bölünmeyle şekil [4.7] de sunulmuştur.



Şekil [4.5]: AB-CD kenarları diyafram, AC-BD kenarları mafsalsesnetli, zati ağırlığı altında incelenen tonoz.



Şekil [4.6]: Bölüm 4.3.2 'deki tonozda çeşitli sınırlardaki yer değiştirmeler.



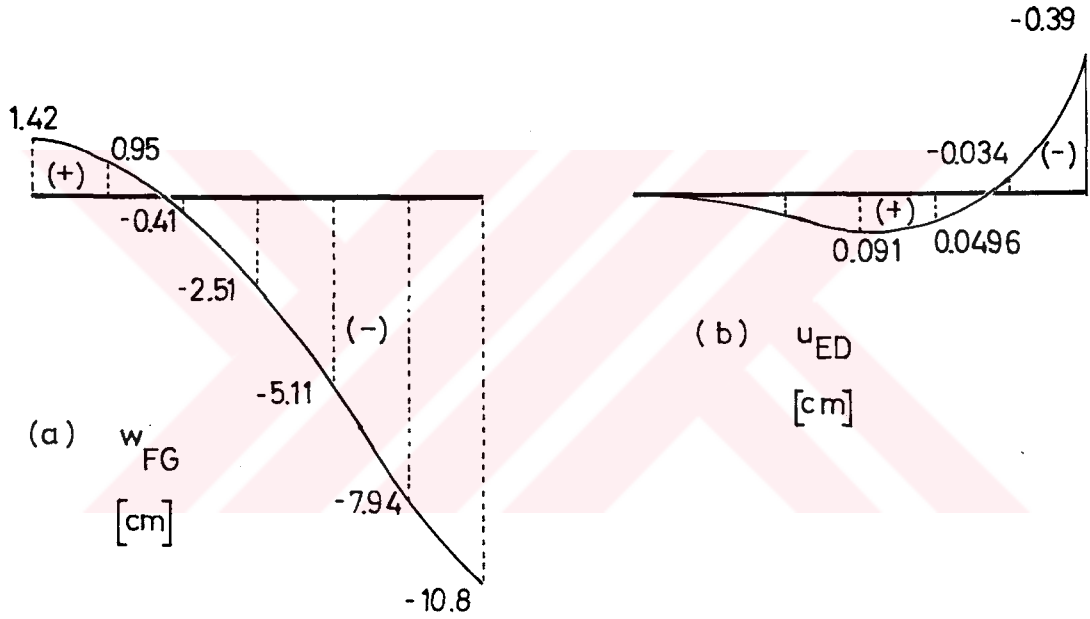
Şekil [4.7]: Bölüm 4.3.2 'deki tonozda çeşitli sınırlardaki kuvvet moment değişimleri.

4.3.3 Örnek (3):

Örnek (2) deki tonoz AC ve DB kenarları serbest olması durumu için çözülmüştür. Bu problem literatürde pek çok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Büyük

bir kısmının sonuçları tablo [4.2] de sunulmuştur. Buradan; değişik bölümler altında çalışmaların teorik sonuçlara yaklaşımı hakkında bir fikir edinilebilir.

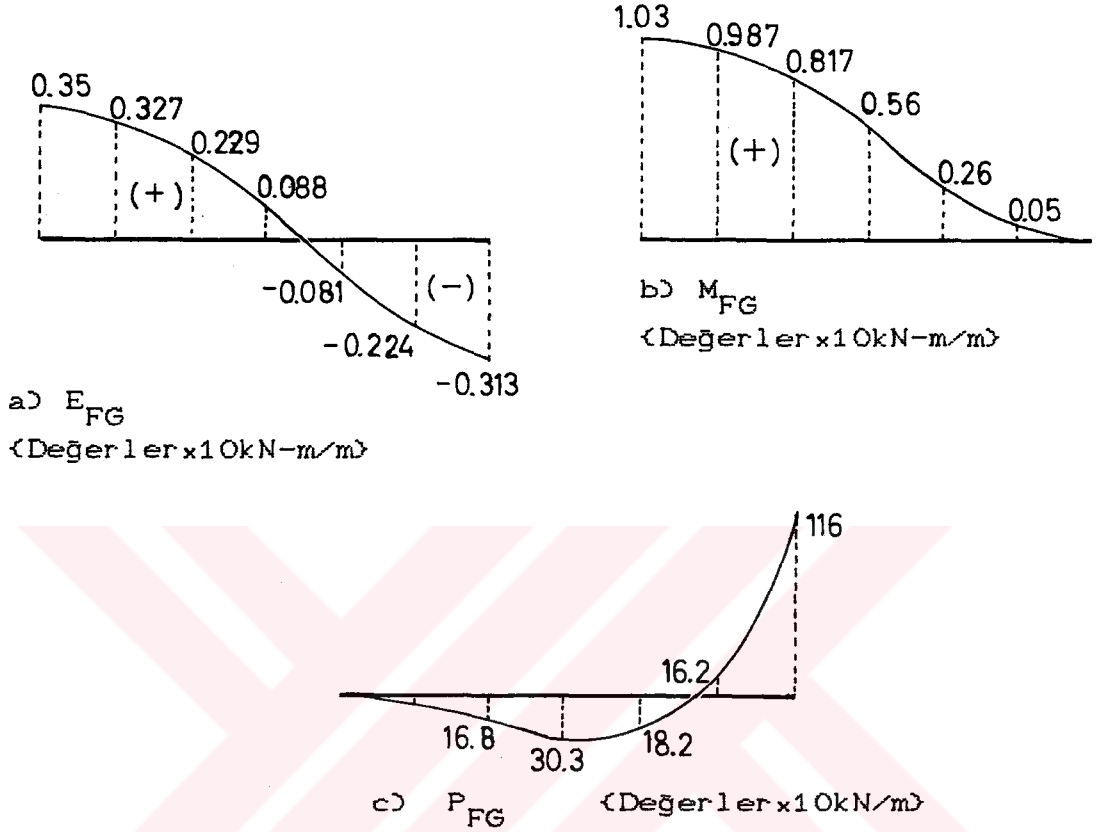
Şekil [4.8] de yer değiştirmeler, şekil [4.9] da çeşitli kesit zorları ile ilgili sonuçlar çizilmiştir. 5x6 lık eleman ağında sonuçlar literatür ile çok büyük yakınlık göstermektedir.



Şekil [4.8]: Bölüm 4.3.3 'deki tonozda çeşitli sınırlardaki yer değiştirmeler.

Tablo [4.2]: Bölüm 4.4.3 'deki tonozun değişiklik noktalarındaki sonuçların teorik neticelerle, eleman ağına göre yaklaşımlarının karşılaştırılması.

BOLE	D30	[53]	[90]	[91]	[92]	[93]	[94]	[95]	[33]	[54]	[38]	[96]	[12]
W _B [CM.]	1 x 1									-11.13	-8.97	-3.02	
	2 x 2	-8.97								-9.40	-5.14	-8.48	
	3 x 4	-10.40								-8.80			
	4 x 4	-10.50											
	4 x 5	-10.80	-8.87	-8.65	-9.17	-8.33	-8.80	-8.48	-8.53				
W _A [CM.]	1 x 1									3.00	1.40	0.05	
	2 x 2									1.44	1.38	1.18	
	3 x 4	1.26	1.85				1.34						
	4 x 4	1.33	1.36										
	4 x 5	1.42	1.43	0.91	1.40	1.31	1.37	1.20		1.40	1.37	1.33	1.40
P _B [KN/CM]	1 x 1												
	2 x 2												
	3 x 4	-8.7											
	4 x 4	-8.7											
	4 x 5	-10.5	-10.7	-6.3		-7.9				-11.2	-11.2	-11.5	-11.4
M _A [KN.]	1 x 1												
	2 x 2												
	3 x 4	8.5	14.3										
	4 x 4	10.5	8.7										
	4 x 5	10.2	10.0			7.3				9.4	9.3	9.5	10.0
U _C [CM.]	1 x 1												
	2 x 2												
	3 x 4	-0.37											
	4 x 4												
	4 x 5	10.3	10.0			9.7							
V _C [CM.]	1 x 1												
	2 x 2												
	3 x 4	-0.38	-0.38	-0.38									
	4 x 4	2.15	2.15	1.01						2.62	2.15	1.01	
	4 x 5	2.15	2.15	1.01						2.23	2.19	2.05	2.23
E _A [KN.]	1 x 1												
	2 x 2												
	3 x 4	2.16								24.4	74.8	135.6	
	4 x 4									35.1	48.1	204.1	42.0
	4 x 5	33.8								43.9	41.7	58.1	



Şekil [4.9]: Bölüm 4.3.3 'deki tonozda çeşitli sınırlardaki kuvvet ve moment değişimleri.

Yukarıda verilmiş olan örneklerin çözümü sonucunda önerilmiş olan izoparametrik dikdörtgen elemanın, oldukça kaba eleman ağında bile tama yakın neticeler verdiği görülmüştür.

4.4 UZAY ÇUBUKLAR İÇİN SONLU ELEMAN TARİFİ.

Çubuk eleman rijitlik matrisinin elde edilebilmesi için denklem (4.2) nin $\partial/\partial x$ kısmi türevine ihtiyaç vardır. Denklem (4.7), (4.8), (4.9) uygulanarak,

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial x} = -\frac{1}{2a} \quad ; \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = \frac{1}{2a} \quad (4.23)$$

elde edilir. Biçim fonksiyonuyla bunların türevlerinin çubuk eleman üzerinde çizgi integralleri, eleman rijitlik matrisinin hesaplanmasında gerekmektedir. Bunlar,

$$[k_B] = \int_0^L \psi_i \psi_j dx = \begin{bmatrix} L/3 & L/6 \\ L/6 & L/3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} i=1,2 \\ j=1,2 \end{matrix} \quad (4.24)$$

$$[k_D] = \int_0^L \psi_i \frac{\partial \psi_j}{\partial x} dx = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} i=1,2 \\ j=1,2 \end{matrix}$$

olur. Denklem (4.24) ifadesindeki matrislerde i satırlara, j sütunlara karşı gelen indisleri göstermektedir.

Eğer çubuk değişken kesitli ise bu durumda eğilme ve kayma rijitliklerini veren D , C lerde denklem (4.14) de kullanılan değişim kabulü ile,

$$\begin{aligned} D^{-1} &= D_1 \psi_1 + D_2 \psi_2 \\ C^{-1} &= C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

biçiminde tanımlanabilir. Bu durumda $[k_B]$ matrisi,

$$[k_B]_{\phi} = \int_0^L \psi_i^2 \psi_j dx = \begin{bmatrix} \phi_1 \frac{L}{4} + \phi_2 \frac{L}{12} & \frac{L}{12}(\phi_1 + \phi_2) \\ \frac{L}{12}(\phi_1 + \phi_2) & \phi_1 \frac{L}{4} + \phi_2 \frac{L}{12} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} i=1,2 \\ j=1,2 \end{matrix} \quad (4.26)$$

şeklini alır. Denklem (4.24) ve (4.26) de L çubuk boyunu tanımlar. Çubuğun değişken kesit özelliklerini,

$$\begin{aligned} a_1 &= 1/(EA_1) & ; & & a_2 &= 1/(EA_2) \\ b_1 &= k'/(GA_1) & ; & & b_2 &= k'/(GA_2) \\ i_1 &= 1/(GI_1) & ; & & i_2 &= 1/(GI_2) \\ X_1 &= 1/(EI_{x_1}) & ; & & X_2 &= 1/(EI_{x_2}) \\ Y_1 &= 1/(EI_{y_1}) & ; & & Y_2 &= 1/(EI_{y_2}) \\ Z_1 &= 1/(EI_{z_1}) & ; & & Z_2 &= 1/(EI_{z_2}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

şeklinde tanımlarsak, burada indisler düğüm numaralarını, indisli kesit boyut özelliğini yansıtan terimler ise o düğüm numarasının kesit büyüklüklerini yansıtacak şekilde kullanılmıştır. Denklem (4.26) deki ϕ_1, ϕ_2 terimleri yerine kesit boyutlarının etkidiği $a_1, a_2, b_1, b_2, i_1, i_2, x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ terimleri sırası ile gelecektir. Örnek vermek gerekirse,

$$[k]_{\theta a} = \begin{bmatrix} a_1 \frac{L}{4} + a_2 \frac{L}{12} & \frac{L}{12}(a_1 + a_2) \\ \frac{L}{12}(a_1 + a_2) & a_1 \frac{L}{4} + a_2 \frac{L}{12} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

olur. Benzer işlem; $[k]_{\theta b}, [k]_{\theta i}, [k]_{\theta x}, [k]_{\theta y}, [k]_{\theta z}$ lerin yaratılması için de yapılır.

Denklem (4.24), (4.26) ve (4.28) den faydalanarak doğru eksenli çubukların rijitlik matrisini,

$$[k]_d =$$

u	v	w	Ω_1	Ω_2	Ω_3	P	Q	Z	T	E	K
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
						$[k]_{\theta}$					
							$[k]_{\theta}$				
								$[k]_{\theta}$			
									$[k]_{\theta}$		
								$-[k]_{\theta}$		$[k]_{\theta}$	
						$[k]_{\theta}$					$[k]_{\theta}$
					$[k]_{\theta a}$						
				$[k]_{\theta b}$							
			$[k]_{\theta b}$								
		$[k]_{\theta i}$									
	$[k]_{\theta y}$										
$[k]_{\theta z}$											

s i m e t r i k

biçiminde ve daire eksenli çubuklar için,

$$[k_{\alpha}] = \alpha [k_B] \quad (4.31)$$

tanımlaması yapılarak,

$$[k]_e =$$

u	v	w	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Q	N	Z	M	T	K
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
						$[k_{\rho}]$					
							$[k_{\rho}]$	$-[k_{\alpha}]$			
							$[k_{\alpha}]$	$[k_{\rho}]$			
								$[k_B]$	$[k_{\rho}]$		
										$[k_{\rho}]$	$-[k_{\alpha}]$
						$-[k_B]$				$[k_{\alpha}]$	$[k_{\rho}]$
						$[k_B]_b$					
							$[k_B]_a$				
								$[k_B]_b$			
									$[k_B]_x$		
										$[k_B]_i$	
											$[k_B]_z$

s i m e t r i k

(4.32)

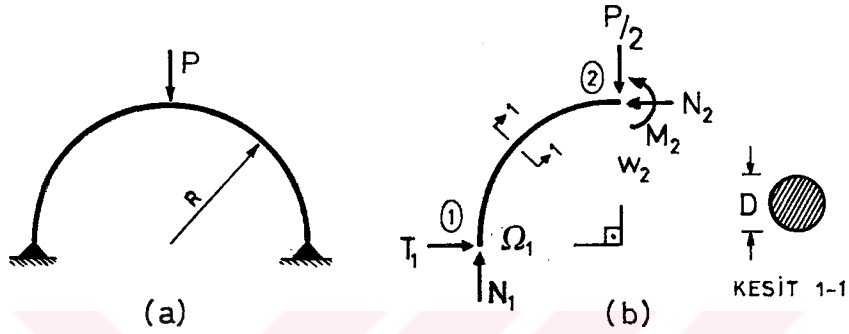
şeklinde elde edilir.

4.5 ÇUBUK SONLU ELEMAN ÇÖZÜMLERİ İÇİN SAYISAL ÖRNEKLER.

Bu bölümde geliştirilmiş izoparametrik çubuk eleman ile üç örnek çözülmüştür.

4.5.1 Örnek (1):

Bu örnek iki ucu sabit mafsallı yarım daire biçimli, daire kesitli çubuğun düzlemi içinde tekil P yükü etkisi altındaki çözümüdür. Şekil [4.10,a]

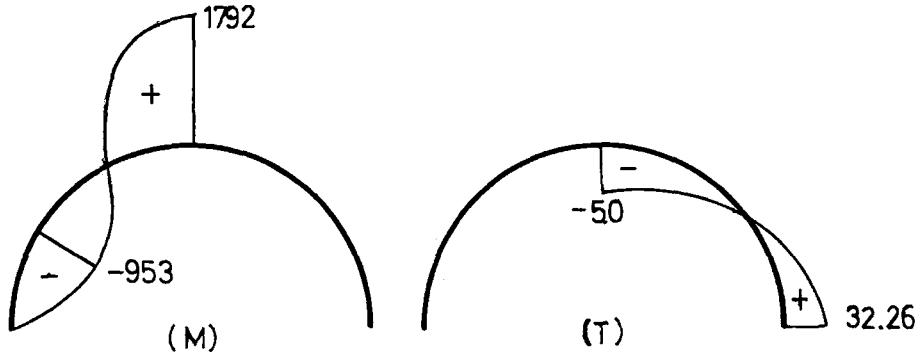


Şekil[4.10]: a) İki ucu sabit mafsallı ortasından tekil yükü yüklü yarım daire biçimli çubuk.
b) Simetri halinin incelenmesinde yer değiştirme, dönme, kuvvet ve moment gösterimleri.

Boyut ve malzeme sabitleri; $E=2 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$, $\nu=0.25$, $R=100 \text{ cm}$, $P=1000 \text{ N}$, $D=10 \text{ cm}$ dir. Problemin simetrisi nedeniyle yarısının çözülmesi yeterlidir. Şekil[4.10,b]. Tablo [4.3] de eleman ve bilinmeyen sayısının artışı- na bağlı olarak sonuca yaklaşımı [97] ile karşılaştırılarak sunulmuş, kesme ve moment diyagramları dokuz elemanlı bölünme için şekil [4.11] de verilmiştir.

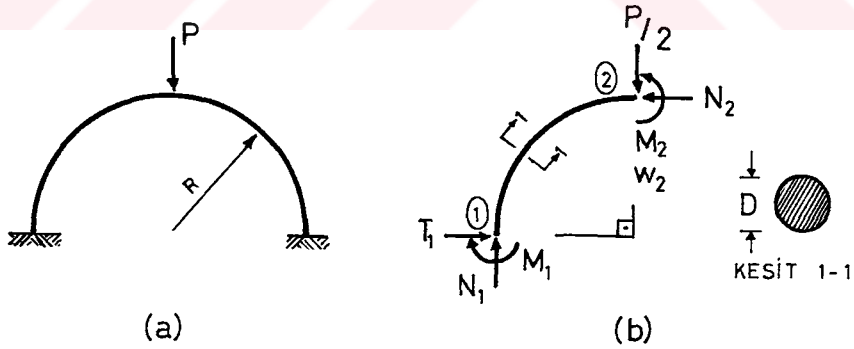
4.5.2 Örnek (2):

Örnek (1) deki problem bu defa iki ucu ankastre hal için çözülmüştür. Şekil [4.12]. Tablo [4.4] de eleman ve bilinmeyen sayısının artışına bağlı olarak sonuca yaklaşımı [97] ile karşılaştırılarak sunulmuş, kesme kuvveti ve moment diyagramları yirmi elemanlı bölünme için şekil [4.13] de verilmiştir.

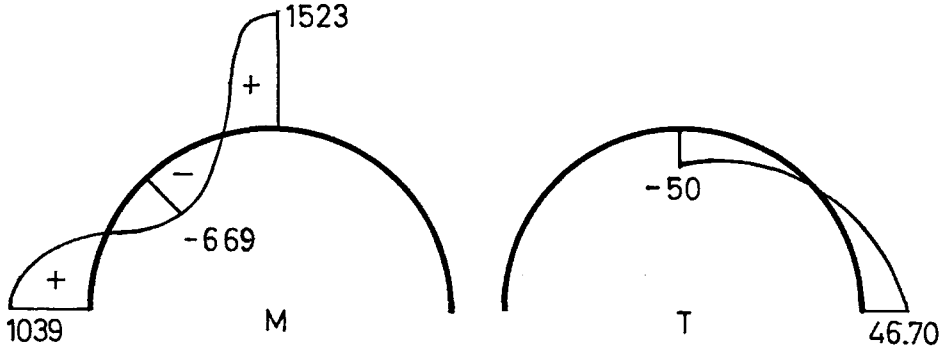


a) <Değerler $\times 10$ N-cm/cm> b) <Değerler $\times 10$ N/cm>

Şekil [4.11]: Bölüm 4.5.1 'deki çubuk üzerinde moment ve kesme kuvveti değişimleri.



Şekil [4.12]: a) İki ucu ankastre, ortasından tekil yükle yüklü yarım daire biçimli çubuk.
b) Simetri halinin incelenmesinde; yer değiştirme, kuvvet, moment gösterimleri.



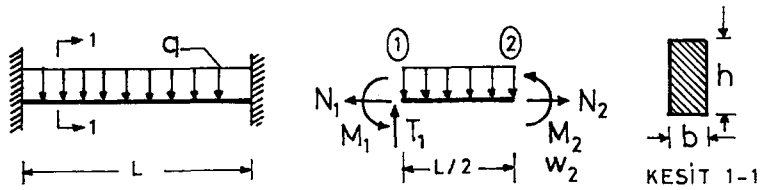
a) (Değerler $\times 10$ N-cm/cm)

b) (Değerler $\times 10$ N/cm)

Şekil [4.13]: Bölüm 4.5.2 'deki çubuğun üzerinde moment ve kesme kuvveti değişimleri.

4.5.3 Örnek (3):

Doğru eksenli çubuklara örnek olmak üzere iki ucu ankastre düzgün yayılı yükü yüklü kiriş incelenmiştir. Şekil [4.14]. Malzeme ve kesit özellikleri; $E=2 \times 10^7$ N/cm²; $\nu=0.25$; $b=2.5$ cm; $h=7.5$ cm; $L=100$ cm için sonuçlar, lineer teoride başlangıç değerleri ile hesaplanan değerler ile tablo [4.5] de karşılaştırılmıştır.



Şekil [4.14]: İki ucu ankastre üzeri düzgün yayılı yükü yüklü, doğru eksenli çubuk.

Tablo [4.3]: İki ucu sabit mafsallı, tekil yükle yüklü yarım daire çubuk.

Eleman sayısı	3	%	4	%	7	%	9	%	[97]
Bilinmeyen say.	19	HATA	25	HATA	43	HATA	50	HATA	
N_1 [N.]	-450	10.0	-750	50.0	-480	4.0	-490	2.0	-500.
T_1 [N.]	340	6.8	180	43.4	320	3.1	324	1.6	318.3
M_2 [N.cm]	16070	11.6	14390	20.8	17750	2.3	17920	1.4	18170.
$\theta_1 \times 10^{-4}$ [rad]	.373	11.3	.302	9.8	.340	1.6	.3367	0.5	.335
$w_2 \times 10^{-2}$ [cm]	-.296	53.4	-.2144	11.1	-.2187	13.4	-.2124	10.1	-.1929

Tablo [4.4]: İki ucu ankastre tekil yükle yüklü yarım daire çubuk.

Eleman sayısı	4	%	8	%	12	%	14	%	20	%	[97]
Bilinmeyen say.	25	HATA	48	HATA	73	HATA	85	HATA	121	HATA	
N_1 [N.]	-166	66.8	-373	25.5	-438	12.4	453	9.0	-472	5.6	-500.
T_1 [N.]	685	49.2	535	16.4	493	7.5	484	5.3	467	1.7	459.
M_1 [N.cm]	5190	53.0	8790	20.5	9830	11.1	10080	8.8	10390	6.0	11060.
M_2 [N.cm]	13860	8.4	15230	0.5	15300	1.0	15300	1.0	15230	0.6	15140.
$w_2 \times 10^{-2}$ [cm]	-.121	1.5	-.1303	9.6	-.1348	13.5	-.1339	12.7	-.1306	10.0	-.1188

Tablo [4.5]: İki ucu ankastre, düzgün yayılı yükle yüklü doğru eksenli çubuk.

Eleman sayısı	4	%	6	%	8	%	TEORİK
Bilinmeyen say.	24	HATA	36	HATA	48	HATA	
T_1 [N.]	5000.	0.0	4960.	0.8	4950.	1.0	5000.
M_1 [N.cm]	78230.	6.1	80940.	2.8	80070.	3.9	83333.
M_2 [N.cm]	-46880	12.5	-44050	5.7	-41790	0.3	-41660
w_2 [cm]	-.0161	8.8	-.0154	4.1	-.0148	0.0	-.0148

BÖLÜM 5

KİRİŞ TAKVİYELİ ve DEĞİŞKEN KESİTLİ KABUKLAR

5.1 KABUK KİRİŞ BAĞLANTILARI.

Pratikte kabuklar kirişler ile takviye edilerek kullanılmaktadır. Sonlu eleman yöntemi ile bu tip problem iki şekilde çözülebilir.

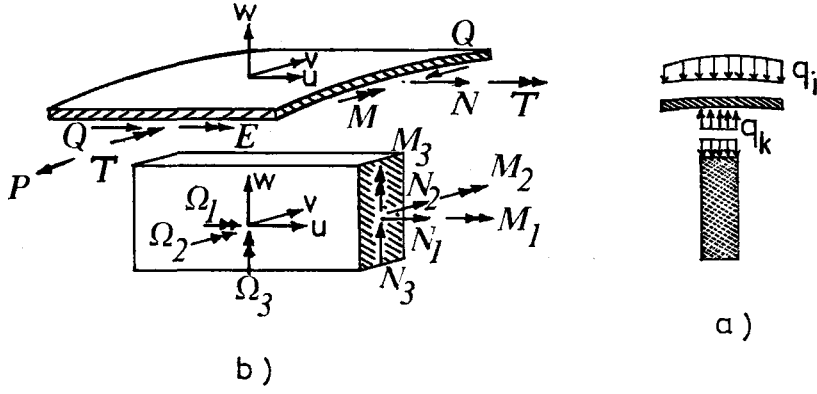
Birinci yol, kirişi kabuğun bir uzantısı olarak kabul edip, ikisini tek bir elemanmış gibi çözmek.

İkinci yol, kirişin kabuktan ayrık bir eleman olarak düşünülmesi ama bu esnada aralarındaki etkileşimi de gözönüne almak için kabuk ile kirişin temas noktasında hareketleri ortak alırken eleman kuvvetlerinin birbirlerinden bağımsız seçilmesidir. Şekil [5.1].

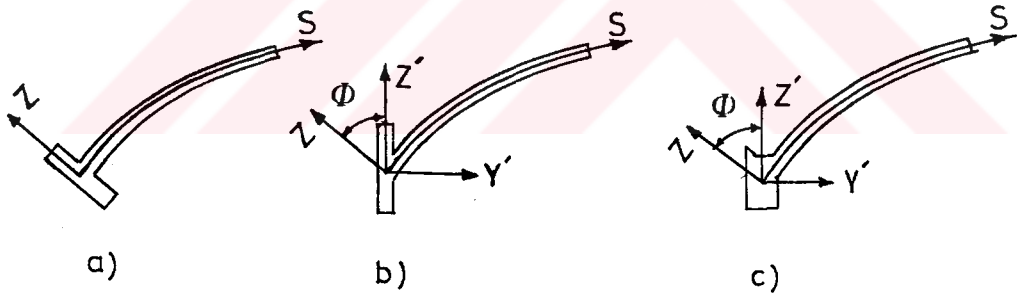
Bu çalışmada ikinci yol kullanılmıştır.

5.2 KİRİŞ EKSEN TAKIMININ DÖNDÜRÜLMESİ.

Kabuk-kiriş sisteminde her zaman kabuk global eksen takımı ile kiriş eksen takımı üst üste düşmeyebilir. Bu durumda kiriş için kuvvetler çizgisi kesitin ağırlık merkezi olmaz. Şekil [5.2.].

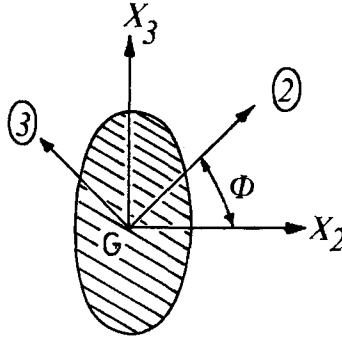


Şekil [5.1]: Kabuk-Kiriş etkileşimi.



Şekil [5.2]: Kabuk-kiriş bağlantıları.

En genel hali gözönüne alarak kesitin çarpım atalet momentinin sıfırdan farklı olması durumu için çubuk asal eksen takımı x_2, x_3 'ün ϕ kadar döndürülüp kuvvetlerin (2) ve (3) eksenleri doğrultusunda etkittirilmesi ile denklem (2.44) de verilen ω birim relatif dönme vektörü,



Şekil [5.3]: Çubuk eksen takımının döndürülmesi.

$$\omega_2 = \frac{M I_3 + M I_{23}}{E(I_2 I_3 - I_{23}^2)}$$

$$\omega_3 = \frac{M I_2 + M I_{23}}{E(I_2 I_3 - I_{23}^2)}$$
(5.1)

biçiminde olur. Şekil [5.3]. Burada,

$$I_1 = I_{x_1}$$

$$I_2 = I_{x_2} \cos^2 \phi + I_{x_3} \sin^2 \phi - 2I_{x_2 x_3} \sin \phi \cos \phi$$

$$I_3 = I_{x_3} \cos^2 \phi + I_{x_2} \sin^2 \phi - 2I_{x_2 x_3} \sin \phi \cos \phi$$
(5.2)

$$I_{23} = \frac{1}{2} \left(I_{x_2} - I_{x_3} \right) \sin(2\phi) + I_{x_2 x_3} \cos(2\phi)$$

dır. Bu durumda denklem (2.47) de verilen \underline{D} eğilme rijitlik tansörü,

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{EI_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_3}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} & \frac{I_{23}}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} \\ 0 & \frac{I_{23}}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} & \frac{I_2}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

şeklinde olur.

Eksen döndürme işlemi, pratikte kabuklar ile birlikte kullanılan kirişlerde, kenarlarda yağmur oluğu vazifesi görmesi veya mimari gerekçelerle, kabuk boyunca kullanılan doğru eksenli çubuklarda karşılaşılmaktadır. Şekil [5.2,c].

Bu işlemin doğru eksenli çubuk fonksiyoneline uygulanması sonucu denklem (3.14),

$$\begin{aligned} I_{d\phi}(u) = & \left[\frac{\partial P}{\partial s}, u \right] + \left[\frac{\partial Q}{\partial s}, v \right] + \left[\frac{\partial Z}{\partial s}, w \right] + \left[\frac{\partial T}{\partial s}, \Omega_1 \right] + \left[\frac{\partial E}{\partial s}, \Omega_2 \right] + \left[\frac{\partial K}{\partial s}, \Omega_3 \right] \\ & + \frac{1}{2C_1} [P, P] + [Q, \Omega_3] + \frac{1}{2C_2} [Q, Q] - [Z, \Omega_2] + \frac{1}{2C_3} [Z, Z] \\ & + \frac{1}{2D_{11}} [T, T] + \frac{1}{2D_{22}} [E, E] + \frac{1}{D_{23}} [E, K] + \frac{1}{2D_{33}} [K, K] \\ & + [q_1, u] + [q_2, v] + [q_3, w] + [m_1, \Omega_1] + [m_2, \Omega_2] + [m_3, \Omega_3] \\ & - \left[[(P-\hat{P}), u] + [(Q-\hat{Q}), v] + [(Z-\hat{Z}), w] + [(T-\hat{T}), \Omega_1] \right. \\ & \left. + [(E-\hat{E}), \Omega_2] + [(K-\hat{K}), \Omega_3] \right]_{\sigma} - \left[[\hat{u}, P] + [\hat{v}, Q] + [\hat{w}, Z] \right. \\ & \left. + [\hat{\Omega}_1, T] + [\hat{\Omega}_2, E] + [\hat{\Omega}_3, K] \right]_{\epsilon} \end{aligned} \quad (5.4)$$

şeklini alır. Burada C_1, C_2, C_3 terimleri denklem (3.15) de tanımlıdır. $D_{11}, D_{22}, D_{33}, D_{23}$ terimleri denklem (5.3) de verilmiştir. Buna ilaveten denklem (4.27) da verilmiş Y_1, Y_2, Z_1, Z_2 ler tekrar düzenlenerek ve ayrıca yeni bir terimin de eklenmesiyle,

$$Y_j = \frac{I_3}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} \quad j=1,2$$

$$Z_j = \frac{I_2}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} \quad j=1,2 \quad (5.5)$$

$$W_j = \frac{I_{23}}{ECI_2 I_3 - I_{23}^2} \quad j=1,2$$

elde edilir. Burada $j=1,2$ düğüm noktalarının indisidir. Y_1, Z_1, W_1 bir numaralı, Y_2, Z_2, W_2 iki numaralı düğüm noktasının kesit özelliklerini yansıtmaktadır.

Denklem (5.5) deki Y_j, Z_j, W_j terimlerinin kullanımını tamamen, $[k_B]_y, [k_B]_z$ 'in denklem (4.26) den türetilmeleri ve denklem (4.28) e benzer elde edilmeleri ile aynı tarzda olacaktır. Böylelikle eleman rijitlik matrisinde kullanılacak değiştirilmiş $[k_B]_y, [k_B]_z$ ile yeni geliştirilen $[k_B]_w$ bulunur.

Bu durumda ekseni döndürülmüş doğru eksenli çubuk rijitlik matrisi,

$$[k]_{d\phi} =$$

u	v	w	Ω_1	Ω_2	Ω_3	P	Q	Z	T	E	K
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
						$[k]_{\phi}$					
							$[k]_{\phi}$				
								$[k]_{\phi}$			
									$[k]_{\phi}$		
								$-[k]_{\theta}$		$[k]_{\phi}$	
							$[k]_{\theta}$				$[k]_{\phi}$
						$[k]_{\theta a}$					
							$[k]_{\theta b}$				
								$[k]_{\theta b}$			
									$[k]_{\theta i}$		
										$[k]_{\theta y}$	$[k]_{\theta w}$
											$[k]_{\theta z}$

s i m e t r i k

(5.6)

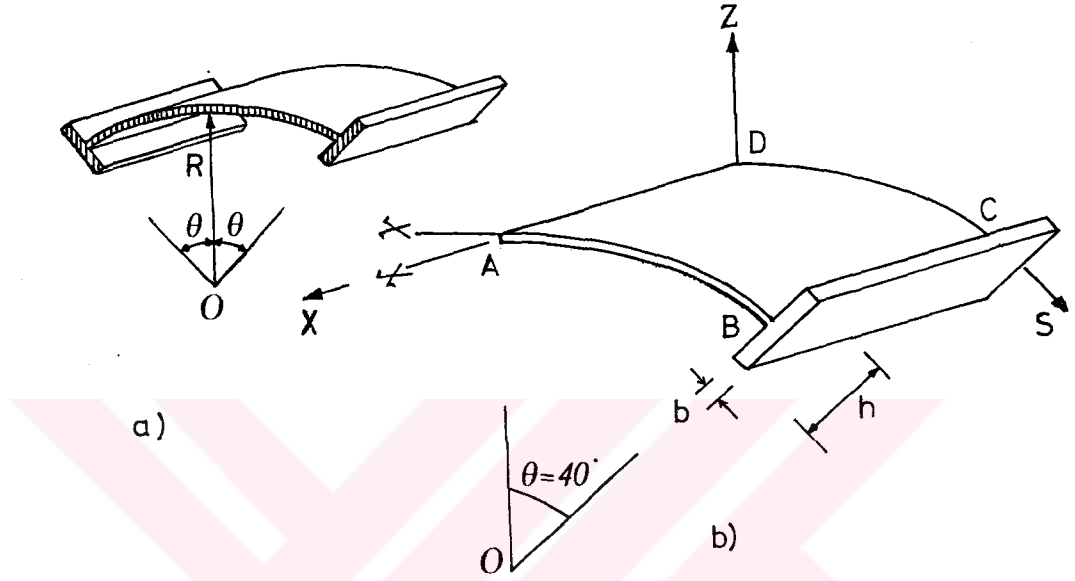
elde edilir.

5.3 KIRIŞ TAKVİYELİ KABUKLAR İÇİN ÖRNEKLER.

5.3.1 Örnek(1):

Bölüm 4.3.3 deki tonozun serbest kenarlarına değişik boyutlarda kirişler atılarak kabuk ve kirişlerde yer değiştirme, kuvvet ve momentlerdeki değişimler incelenmiştir. Malzeme sabitleri aynı alınmış, kiriş genişliği $b=0.5m$. değiştirilmemiş, kiriş yükseklikleri $h=0.5m$, $h=1.0m$, $h=1.5m$. değerleri için problem tekrarlanmıştır. Problemin çözümü sırasında kirişin zati

ağırlığı katılmıştır. Şekil [5.4]. Simetri nedeni ile tonozun dörte biri çözülmüştür.



Şekil [5.4]: Serbest kenarlarına kiriş atılmış tonoz.

Sonuçlar şekil [5.5], tablo [5.1], [5.2], [5.3], [5.4], [5.5], [5.6] da değişik kenarlar için sunulmuştur. Tablo [5.7] da özet teşkil etmesi amacı ile değişik noktalardaki yer değiştirme, kuvvet ve moment neticeleri kirişsiz ile farklı boyuttaki kirişli tonoz için verilmiş ve kiriş rijitliğinin artması, tonoz üzerinde bütün değerlerin azalmasına neden olduğu görülmüştür.

Tablo [5.1]: $b=0.5m.$ için w_{BC} [cm.] çökmelerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.

	Kirişsiz	$h=0.5m.$	$h=1.0m.$	$h=1.5m.$
w_B	-10.80	-2.17	-0.97	-0.46
	-10.20	-2.07	-0.93	-0.44
	-8.92	-1.78	-0.79	-0.37
↓	-6.14	-1.30	-0.58	-0.27
	-2.91	-0.70	-0.31	-0.14
w_C	0.00	0.00	0.00	0.00

Tablo [5.2]: $b=0.5m.$ için E_{AB} [kN.] eğilme momentlerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.

	Kirişsiz	$h=0.5m.$	$h=1.0m.$	$h=1.5m.$
E_A	3.50	1.42	0.80	0.55
	3.27	1.04	0.49	0.19
	1.15	0.35	-0.01	-0.73
↓	-0.29	-0.83	-0.72	-0.73
	-2.05	-1.60	-0.85	-0.54
E_B	-3.13	-2.38	-0.43	0.50

Tablo [5.3]: $b=0.5m.$ için M_{AB} [kN] eğilme momentlerinin bölüm 4.3.3 deki tonoz sonuçları ile karşılaştırılması.

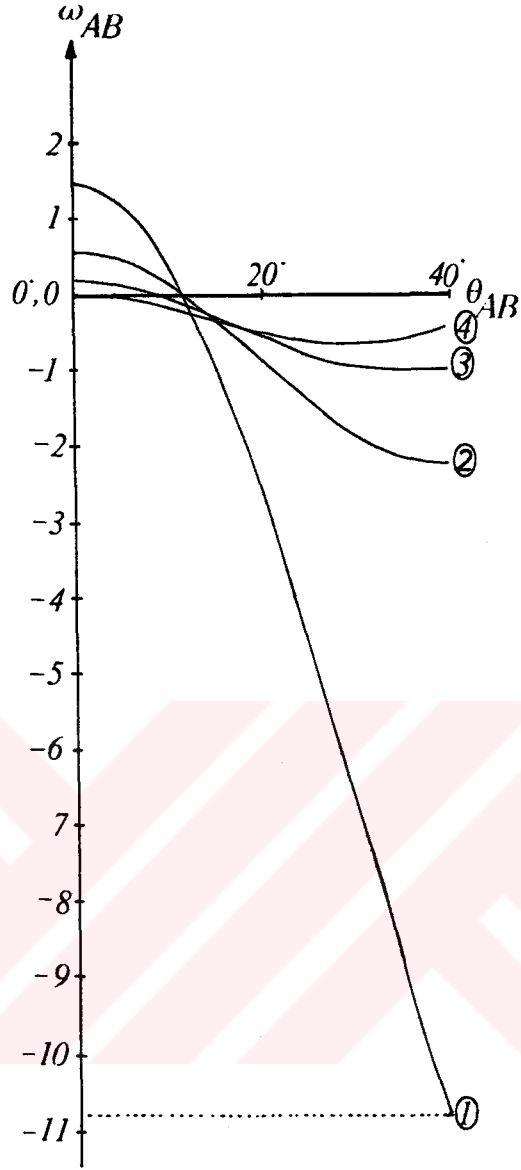
	Kirişsiz	$h=0.5m.$	$h=1.0m.$	$h=1.5m.$
M_A	10.30	4.22	2.55	1.93
	9.52	3.21	1.69	1.04
	8.13	1.62	-0.36	-0.23
↓	4.69	-1.47	-1.66	-1.89
	0.73	-3.25	-1.78	-1.20
M_B	0.00	-5.37	-0.28	2.23

Tablo [5.6]: Kiriş üzerindeki kesme kuvveti $(N_s)_{BC}$ [kN/m] nin; $b=0.5m$. sabit tutulurken farklı kiriş yüksekliklerine göre değişimi.

	$h=0.5m$.	$h=1.0m$.	$h=1.5m$.
$(N_s)_B$	0	0	0
↓	-4	-18	-29
	-8	-36	-58
	-14	-54	-86
	-22	-73	-114
$(N_s)_C$	-30	-91	-139

Tablo [5.7]: Kirişli tonoz neticelerinin belli noktalarda bölüm 4.3.3 deki tonoz ile farklı kiriş boyutları için karşılaştırılması.

b h [m.]	w_B [cm]	w_A [cm]	P_B [$\frac{kN}{m}$]	M_A [kN]	u_C [cm]	v_B [cm]	E_A [kN]
0.0 0.0	-10.8	1.42	1160	10.3	-0.37	2.16	3.8
0.5 0.5	-2.17	0.52	160	4.2	-0.05	0.58	1.4
0.5 1.0	-0.97	0.14	82	2.6	-0.03	0.35	0.8
0.5 1.5	-0.46	-0.03	59	1.9	-0.02	0.27	0.6

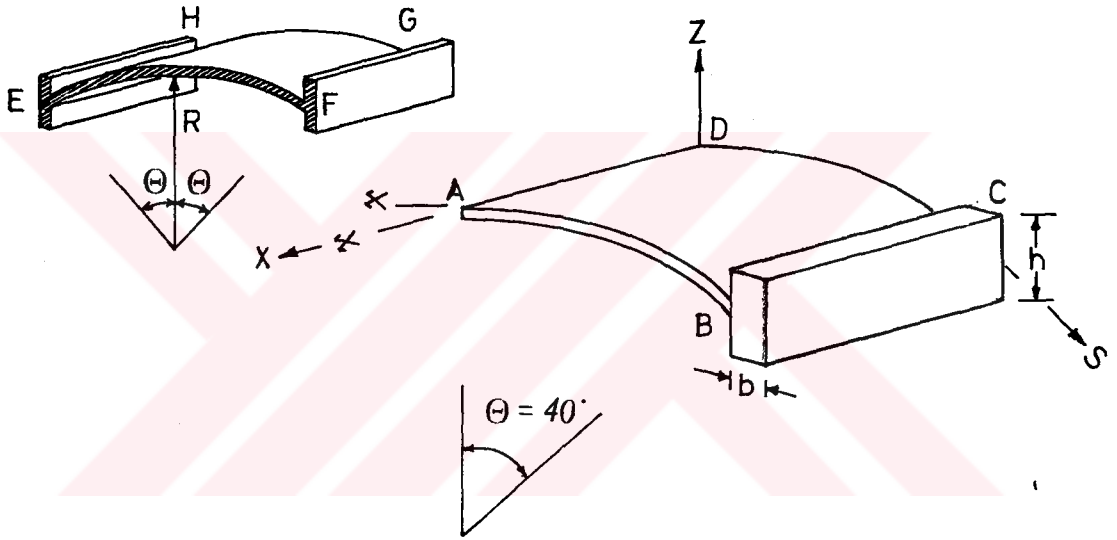


Şekil [5.5]: w_{AB} çökmesinin kirişsiz ve kirişli tonoz neticeleri ile karşılaştırılması.
 (1): kirişsiz, (2): $b=0.5m.$, $h=0.5m.$
 (3): $b=0.5m.$, $h=1m.$, (4): $b=0.5m.$
 $h=1.5m.$ durumuna karşı gelmektedir.

5.3.2 Örnek(2):

Bölüm 5.3.1 de sunulan örnek (1) in boyuna doğrultudaki kirişi düşey konuma getirilmiş, kabuk için malzeme sabitleri ve boyutları değiştirilmemiş, kiriş

zati ağırlığı katılmıştır. Şekil [5.6]. Kiriş genişliği $b=0.5m$. sabit tutulmuş ve yükseklik $h=0.5m$, $h=1.0m$, $h=1.5m$. için sonuçlar tablo [5.8], [5.9], [5.10], [5.10], [5.11] de sunulmuştur. Değerler bölüm 5.3.1 deki neticeler ile karşılaştırıldığında $h=0.5m$. için büyük oranda benzerlik, $h=1.0m$. ile $h=1.5m$. için w_{BC} de az, $(N_3)_{BC}$ ile $(M_2)_{BC}$ de hissedilir bir artma, buna mukabil M_{AB} , P_{BC} de azalma gözlenmiştir.



Şekil [5.6]: Düşey kirişler ile kenarlarından takviyeli, zati ağırlığı altında incelenen silindirik tonoz. EF-HG kenarları diyafram, EH-FG kenarları serbest.

Tablo [5.8]: Düşey kirişli tonoz için w_{BC} [cm] çökmeleleri, E_{AB} [kN], M_{AB} [kN] eğilme momentlerinin değişimi. $b=0.5m$. sabit tutulmuştur.

	$h=0.5m$.	$h=1.0m$.	$h=1.5m$.
w_B	-2.17	-1.07	-0.49
↓	-2.07	-1.02	-0.46
↓	-1.78	-0.87	-0.40
↓	-1.30	-0.63	-0.29
w_C	-0.70	-0.33	-0.15
	0.00	0.00	0.00
E_A	1.42	0.79	0.46
↓	1.04	0.52	0.24
↓	0.35	0.08	-0.08
↓	-0.83	-0.62	-0.52
E_B	-1.60	-0.87	-0.47
	-2.38	-0.78	-0.07
M_A	4.22	2.46	1.54
↓	3.21	1.71	0.91
↓	-1.62	-0.58	-0.01
↓	-1.47	-1.32	-1.26
↓	-3.25	-1.79	-1.01
M_B	-5.37	-1.34	0.82

Tablo [5.9]: P_{BC} [kN/m] ve $(N)_{BC}$ [kN/m] düzlem içi normal kuvvetin düşey kiriş takviyeli tonozun serbest kenarındaki değişimleri.

	$h=0.5$.		$h=1.0m$.		$h=1.5m$.	
	Tonoz	Kiriş	Tonoz	Kiriş	Tonoz	Kiriş
P_B	160	511	72	458	43	405
↓	154	488	70	437	41	387
↓	135	432	61	387	37	343
↓	103	329	47	294	28	261
↓	59	190	26	170	15	152
P_C	0	0	0	0	0	0

Tablo[5.10]: Düşey kiriş üzerindeki kesme kuvveti $(N_s)_{BC}$ [kN/m] nin; $b=0.5m$. sabit tutulurken değişik kiriş yüksekliklerine göre değişimi

	$h=0.5m.$	$h=1.0m.$	$h=1.5m.$
$(N_s)_B$	0	0	0
↓	-3	-18	-32
	-8	-38	-64
	-12	-56	-95
	-20	-79	-130
$(N_s)_C$	-29	-101	-164

Tablo[5.11]: BC kenarı boyunca kabuk eğilme momenti E_{BC} ile kiriş eğilme momenti M_2 değerlerinin, serbest kenarına düşey kiriş atılmış tonozdaki değişimi.

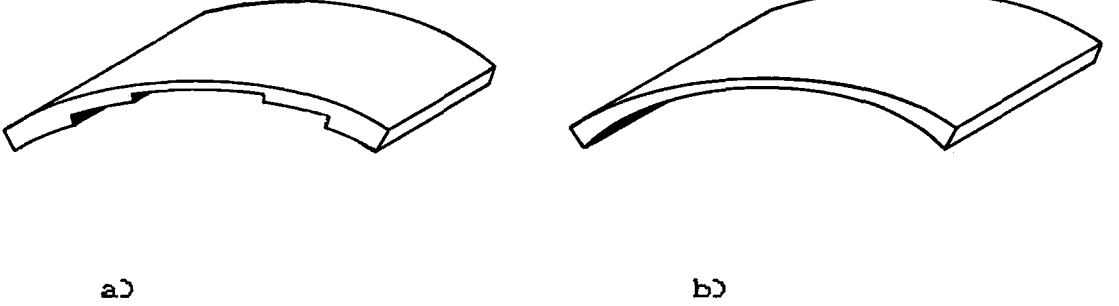
[NOT: Değerler $\times 10^4 N$ alınacaktır.]

$b=0.5m, h=0.5m$		$b=0.5m., h=1m.$		$b=0.5m, h=1.5m$	
E_{BC}	M_2	E_{BC}	M_2	E_{BC}	M_2
-0.238	-8.95	-0.078	-37.18	0.007	-61.94
-0.205	-8.60	-0.065	-35.40	0.012	-58.84
-0.197	-7.87	-0.058	-31.53	0.013	-52.29
-0.128	-6.22	-0.031	-23.96	0.019	-39.46
-0.071	-3.97	0.009	-14.25	0.019	-23.22
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

5.4 DEĞİŞKEN KESİTLİ KABUKLAR.

Bazı durumlarda kabuk kalınlığı sabit olmayabilir ve kesit kalınlığı,

- i). Kademeli olarak değişimler gösterebilir şekil [5.7,a],
- ii). Değişiminde süreklilik olabilir, şekil [5.7,b].



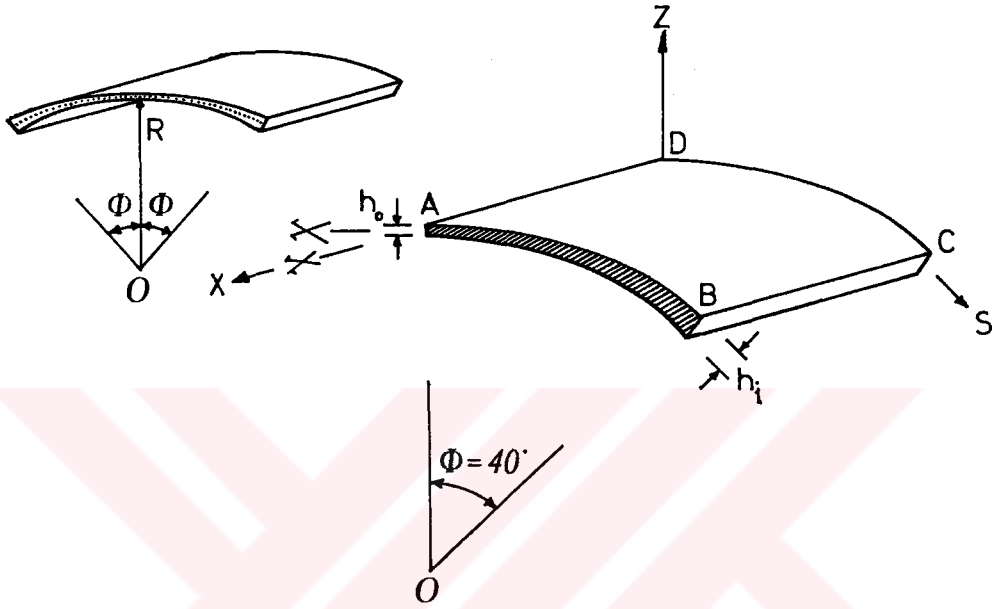
Şekil [5.7]: Çeşitli değişken kesitli kabuklar.

5.5 DEĞİŞKEN KESİTLİ KABUKLAR İÇİN SAYISAL ÖRNEK.

Bölüm 4.2 de tanımlanan ve kabuk elemanda kalınlığın değişimindeki sürekliliği göz önüne alan denklem (4.18) de verilmiş rijitlik matrisi kullanılarak bir kabuk çözülmüştür.

5.5.1 Örnek (1):

Bölüm 4.3.3 deki tonoz' un yükleme, mesnetlenme, tepe nokta kalınlığı h ve malzeme sabitleri değiştirilmiş ama kesit kalınlığı radyal doğrultuda serbest kenarlara doğru arttırılarak parametrik olarak incelenmiştir. Kabuk tepe noktası kalınlığı $h_0=0.0762$ m. sabit tutulurken, kenar kalınlığı $h_1=0.1$ m., $h_2=0.14$ m., $h_3=0.18$ m., $h_4=0.25$ m. için inceleme yapılmıştır. Kalınlığın değişimi lineer alınmıştır.



Şekil [5.8]: Değişken kesitli kabuk.

Bölüm 4.3.3 deki sabit kesitli tonoz ile yapılan karşılaştırmalar tablo [5.12], [5.13] ve [5.14] de sunulmuştur. $h_1=0.1m$. için çökme w_B de %35 lik, eğilme momentleri M_A da %16 lik azalma, E_B de %41 lik artma olurken aksenal normal kuvvet P de hissedilir bir farklılık görülmemiş, h_i $i=2, \dots, 4$ için yukardaki davranışlar daha da keskinleşmiş ve P kuvveti A noktasında basınç olarak artarken, B noktasındaki çekme azalma göstermiştir.

Özellikle eğilme momenti E ve çökme w AB sınırında kesit kalınlığına çok duyarlı davranmış, sabit kesitli- de pozitif olan M eğilme momenti tek işaretlilikten, değişken kesitlide h_i nin büyük değerleri için serbest kenara doğru giderken işaret değiştirip negatif değerler almıştır.

Tablo [5.12]: Çeşitli kenarlar boyunca w çökmelerinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması. h [m.], w [cm.].

	Sabit kesit $h=0.0762$	Değişken kesit			
		$h_1=0.1$	$h_2=0.14$	$h_3=0.18$	$h_4=0.25$
w_A	1.44	1.04	0.67	0.43	0.18
↓	0.77	0.51	0.25	0.11	-0.03
↓	-1.15	-0.90	-0.72	-0.58	-0.43
↓	-3.99	-2.81	-1.92	-1.38	-0.85
w_B	-7.32	-4.92	-3.16	-2.16	-1.26
	-10.77	-7.05	-4.38	-2.93	-1.64
w_C	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
↓	-4.18	-2.81	-1.76	-1.18	-0.66
↓	-7.82	-5.11	-3.17	-2.12	-1.19
↓	-10.04	-6.57	-4.08	-2.72	-1.53
w_B	-10.77	-7.05	-4.38	-2.93	-1.64

Tablo [5.13]: Çeşitli kenarlar boyunca P [kN/m] eksenel normal kuvvetinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması. h [m.], h_i [m].

	Sabit kesit $h=0.0762$	Değişken kesit			
		$h_1=0.1$	$h_2=0.14$	$h_3=0.18$	$h_4=0.25$
P_A	-18	-43	-62	-74	-82
↓	-89	-114	-128	-140	-152
↓	-222	-203	-190	-184	-182
↓	-292	-255	-232	-212	-187
↓	-88	-94	-102	-114	-134
P_B	1050	1000	960	917	858
P_C	0	0	0	0	0
↓	660	625	591	555	503
↓	820	775	747	715	669
↓	1110	1030	985	938	872
P_B	1050	1000	960	917	858

Tablo [5.14]: Çeşitli kenarlar boyunca M [kN] ve E [kN] eğilme momentlerinin sabit kesitli kabuk sonuçları ile karşılaştırılması.
 h [m.], h_i [m.].

	Sabit kesit $h=0.0762$	Değişken kesit			
		$h_1=0.1$	$h_2=0.14$	$h_3=0.18$	$h_4=0.25$
M_A	10.3	8.7	7.3	6.1	4.5
	9.8	8.2	6.7	5.3	3.5
↓	7.1	5.4	3.8	2.4	0.5
	3.9	2.5	0.9	-0.3	-2.1
	3.9	0.4	-0.3	-0.9	-1.7
M_B	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
E_A	3.6	3.0	2.4	2.0	1.4
	3.2	2.7	2.1	1.7	1.1
↓	1.7	1.2	0.6	0.1	-0.6
	-0.1	-0.8	-1.7	-2.6	-3.9
	-1.9	-2.7	-4.4	-6.0	-8.6
E_B	-3.2	-4.5	-7.7	-10.8	-16.1

BÖLÜM 6

BİLGİSAYAR PROGRAMI

6.1 GİRİŞ.

Bu çalışmanın yürütülmesi için FORTRAN dilinde kodlanmış bir program hazırlanmıştır. Program I.T.Ü. E.H.B.E. nin geniş olanaklarından faydalanılarak I.B.M. 4381 sisteminde yardımcı disk üniteleri ve geçici dosyalama imkanları kullanılarak geliştirilmiştir.

6.2 D90 ve DL PROGRAMLARININ YAPILARI İLE ÇALIŞMA BİÇİMLERİ.

Silindirik kabuk sistemlerin çözümü için önce D90 bilgisayar programı hazırlanmış daha sonra kabuk-kiriş sistemlerinin çözümüne geçmek amacı ile DL programı geliştirilmiştir. DL bütünü ile D90 'nı kapsamayı ve gerektiğinde sadece kabuk sistemleride çözebilmesi sebebi ile bu bölümde daha genel olan DL verilmiştir. DL programı ; bir ana çekirdek ile bazıları buna, bazıları da birbirlerine bağlı sekiz alt programdan oluşmuştur. Bu programların icra ediliş sıralarına sadık kalarak ana ve alt programlar,

- DL : Ana çekirdek program. Sadece alt programları uygun bir sıra içerisinde icra ettirir.
- DUGUM : Düğüm noktası bilgileri ile serbestlikler tanımlanır.
- DIKEL : Elemanlar tanımlanır.
- CODENM : Eleman rijitlik matrislerinin sistem matrisine aktarılmasında kullanılan kodlama şablonu

kurulur.

- DIKRJ9 : Kabuk eleman rijitlik matrisi kurulur.
DCBRJT : Çubuk eleman rijitlik matrisi kurulur.
DIKST : Sistem matrisi ve yük vektörü kurulur.
GAIND : Denklem takımı çözülür.
CIKIS : Sonuçlar yazıcıdan alınır.

biçiminde özetlenebilir. Yukarıda, özellikleri kısaca açıklanan programlardan en önemlilerinin çalışma düzenlerini ve akış şemalarını daha açıklamak için;

DL: Bu programa ait akış şeması şekil[6.1] de verilmiştir.

DUGUM: Bu program bir başlık bilgisi kartından sonra problem ile ilgili temel parametrelerden Elastisite Modülü E, Poisson oranı ν , kabuğun yarı çapı R, eğer sabit ise kabuk kalınlığı H, kabuğa uygulanacak değişik yükleme sayısı NYUK, otomatik düğüm numaralama OTOBOL ve otomatik elemanlama OTOELM ile ilgili bilgileri okur. Daha sonra her bir düğüm noktası için koordinatlama ile serbestliklerinin tanımlanması;

- i). tek tek bilgi girilerek,
- ii). yarı otomatik,
- iii). tam otomatik

kurulur. Koordinatlar COR, serbestlikler JDEG adlı tek boyutlu dizilerde düğüm numarası sırasına bağlı yerleştirilir ve DL'e döner. Şekil [6.2].

DIKEL: Bu alt programda kabuk eleman rijitlik matrisi ve eğer varsa çubuk eleman rijitlik matrisinin kurulacağı DIKRJ9 ve DCBRJT alt programlarının icra edilebilmesi için, OTOELM bilgi girişine göre kabuklar için ya tek tek veya tam otomatik, çubuklar için yarı otomatik eleman ağını kurar. Bu işlem sırasında CODENM alt programı her bir eleman için bir kere çağrılır. ME kabuk eleman, MC çubuk eleman sayacıdır. Şekil [6.3]

CODENM: Bu alt program, hem kabuk hemde çubuk elemanların kodlanmasını tek boyutlu bir dizi olan NCODE'da, her elemanın düğüm noktası serbestliklerini JDEG den çekip SE ve SC 'lerin düzenine uygun bir şekilde, yerleştirir.

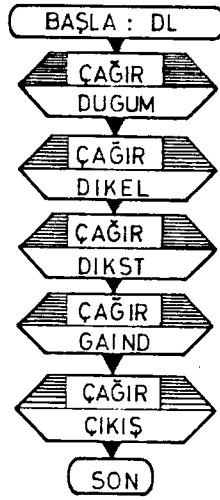
DIKRJ9: Bu alt program, değişken kesit özelliğininde göz önüne alacak biçimde kabuk eleman rijitlik matrisinin yarısını (simetri özelliği) tek boyutlu SE dizisine yerleştirip disk ünitesine geçici dosya açarak kayıt eder.

DCBRJT: Bu alt program, değişken kesit özelliğininde göz önüne alacak biçimde çubuk eleman rijitlik matrisinin yarısını tek boyutlu SC dizisine yerleştirip disk ünitesine geçici dosya açarak kayıt eder.

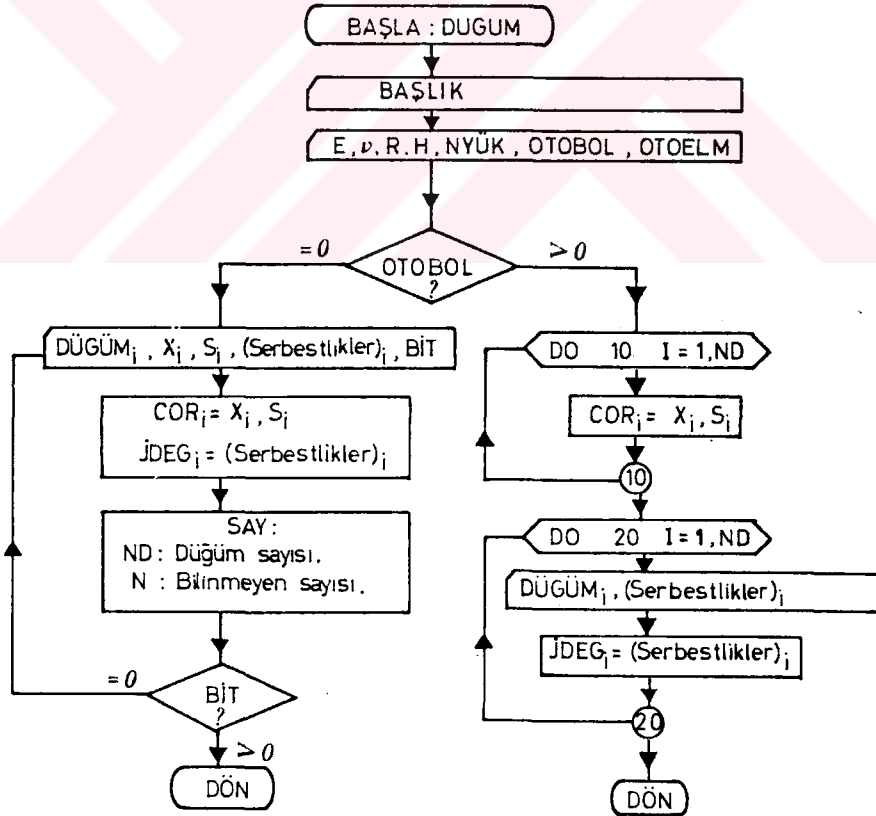
DIKST: Bu alt programda sistem matrisi ve yük vektörü tek boyutlu dizi biçiminde S matrisi adı altında kurulur. Daha sonra yük vektörü S 'e ilave edilir. Şekil [6.4].

6.3 DL PROGRAMI'NA BİLGİ GİRİŞİ.

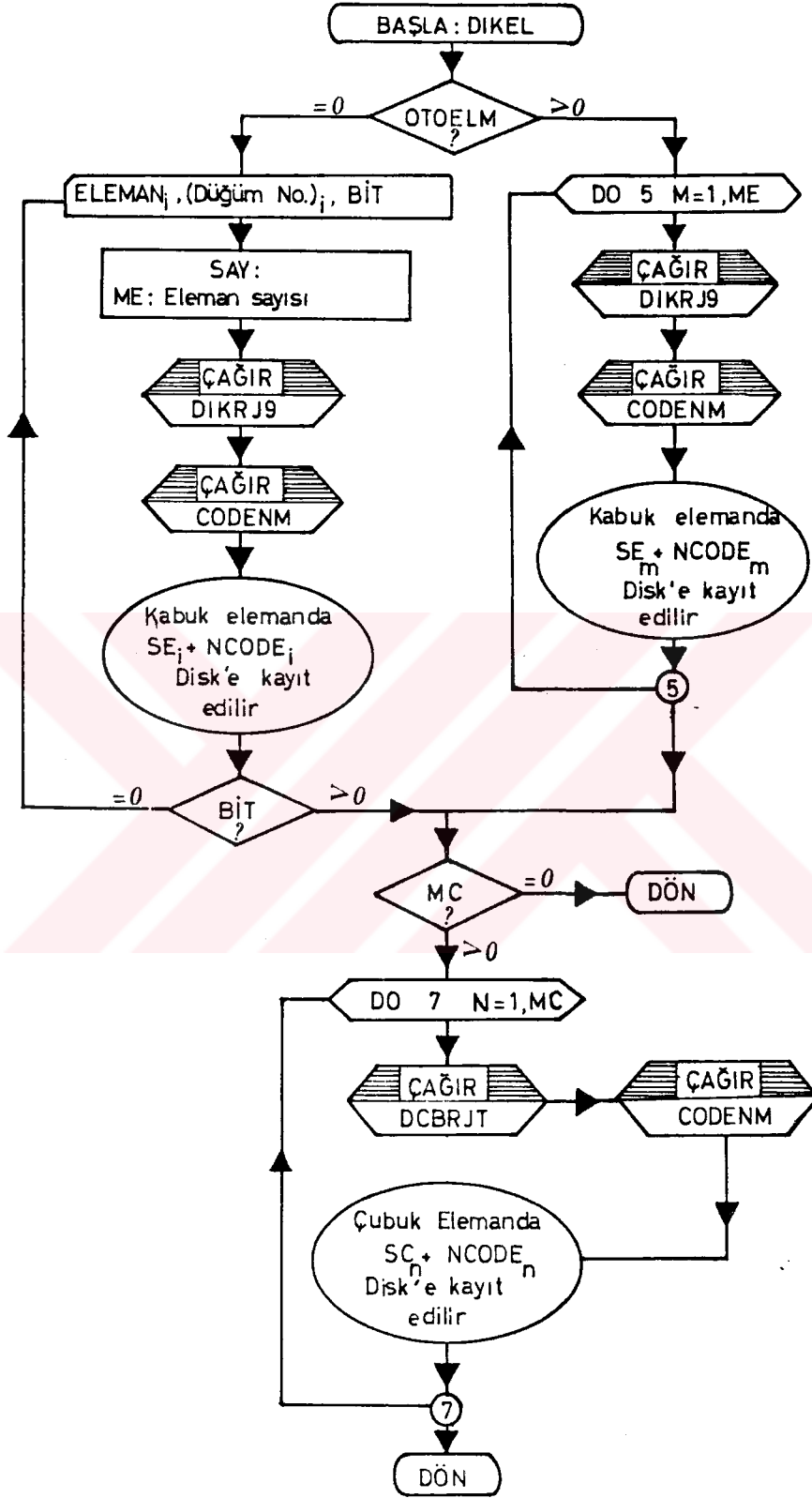
DL programı tek tek bilgi girilmesine imkan tanıdığı gibi bilgi aktarım kolaylığı içinde tam ve/veya yarı otomatik olarak düğüm noktası ağı, kabuk eleman ağı, çubuk eleman ağı, yük vektörü kurulmasına da imkan tanır. Bilgi girişinin dallanması tablo [6.1] de sunulmuştur.



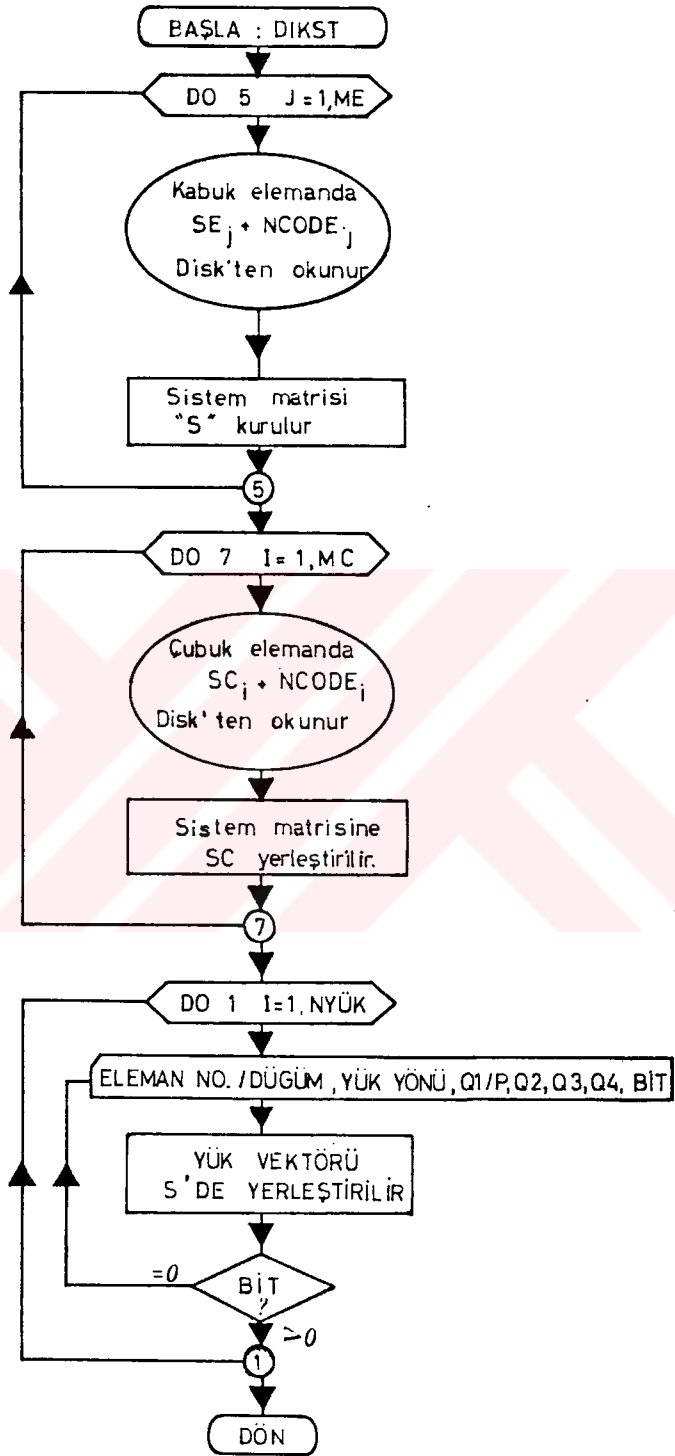
Şekil [6.1]: DL ana program akış şeması



Şekil [6.2]: DUGUM alt program akış şeması



Şekil [6.3]: DIKEL alt program akış şeması



Şekil[6.4]: DIKST alt program akış şeması

Tablo [6.1]: DL programına bilgi aktarımı.

TIP	OKUTULANLAR	FORMAT
	AÇIKLAMALARI	KART SAY.
I	BAŞLIK	(20A4)
	Problemin adı	1
II	E, P, T, R, XN, SN, OTOBOL, OTOELM, SNR, YUK, CUKA, CBZATI	(F10. 0, 11F5. 0)
	<p>E :Elastisite Modülü</p> <p>P :Poisson Oranı</p> <p>T =0 :Kabuk eleman kalınlıkları tek tek tanımlanacak >0 :Kabuk kalınlığı sabit <0 :Değişken kesitli kabuk, ek bilgi okutulacak</p> <p>R :Kabuk yarı çapı</p> <p>XN } Kabuk otomatik olarak bölünmek istenirse, X ve S ek- SN } senleri boyunca düğüm noktası sayısı</p> <p>OTOBOL =0 :Otomatik düğ.nok. ağı yok >0 :Otomatik olarak muntazam aralıklı bölme işlemi XN, SN sayılarına bağlı olarak düğüm nok. ağı kurar</p> <p>OTOELM =0 :Otomatik eleman ağı yok >0 :Otomatik eleman ağı kurdurulacak</p> <p>SNR =0 :Fonksiyonelin sınır koşulu terimleri kabuk-çubuk eleman rijitlik matrisine katılmaz >0 :Katılır</p> <p>YUK =0 :Otomatik olarak bir yükleme durumu için çalışır >1 :Aynı anda değişik yükleme durumları çözdürülür</p> <p>CUKA =0 :Sadece kabuk çözer >0 :Kabuk-kiriş sistemlerini çözer</p> <p>CBZATI =0 :Otomatik çubuk zati ağırlığı katılmaz >0 :Beton kirişlerin zati ağırlığı otomatik yük vektörüne ilave edilir</p>	1

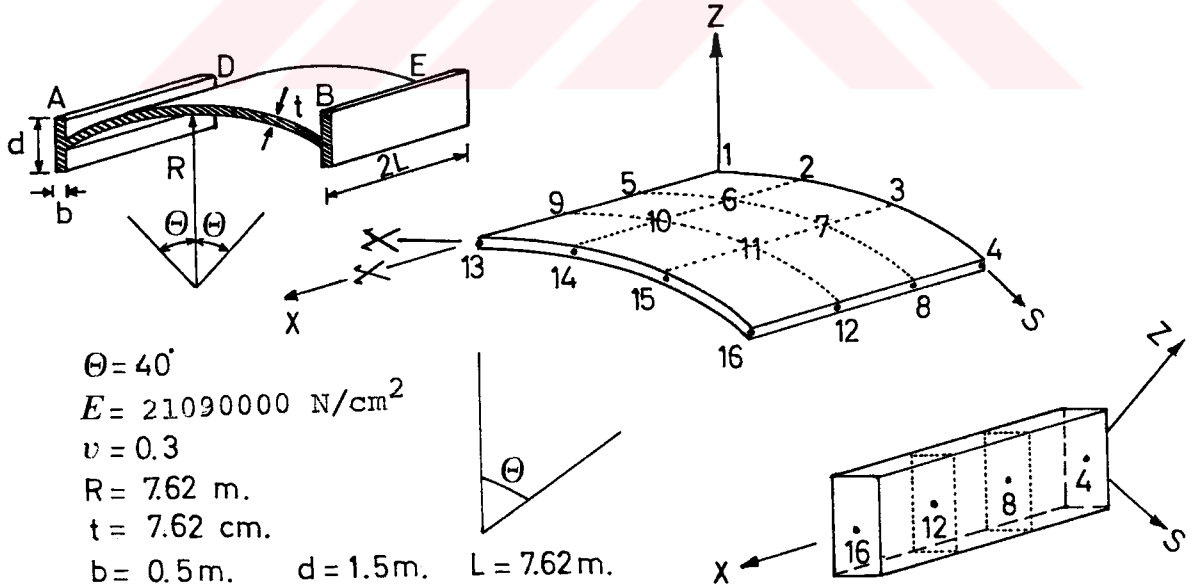
TİP	OKUTULANLAR	FORMAT
	AÇIKLAMALARI	KART SAY.
II.1	H1, H2 Eğer ; $T < 0$ ise okutulacak H1 : Kabuk tepe noktası kalınlığı H2 : Kabuk kenar noktası kalınlığı (Değişken kesit özelliği)	(2F5.0) 1
II.2	XL, SL, TETB, TETS Eğer ; $XN > 0$, $SN > 0$, $OTOBOL > 0$ ise bu kart okutulur XL : X-ekseni yönünde kabuk boyu SL : S-ekseni yönünde kabuk boyu. Eğer $TETB > 0$, $TETS > 0$ ise bu bilgiye gerek yoktur TETB : Kabuğun yatay ile başlangıç noktasının yaptığı açı TETS : Kabuğun yatay ile bitiş noktasının yaptığı açı. (Eğer $SL > 0$ ise TETS, TETB bilgilerine gerek yoktur)	(4F5.0) 1
II.3	(XC I), I=1, XN) (SC I), I=1, SN) Eğer ; $XN > 0$, $SN > 0$, $OTOBOL = 0$ ise bu kart okutulur. Düzgün olmayan düğüm noktası ağını kurmak için X ve S eksenleri doğrultusunda düğüm noktalarının koordinatları.	(13F5.0) Her 13 bilgi için 1 kart
II.4	JO, X, S, u, v, w, P, N, Q, E, M, T, BIT Eğer ; $XN = SN = OTOBOL = 0$ ise tek tek düğüm noktası bilgi girişi JO : Düğüm numarası X : x koordinatı S : s koordinatı u, v, w } =0 : Değişken numarası atanır P, N, Q } E, M, T } =1 : Değişken numarası atanmaz BIT =0 : II.4 seti devam ediyor =1 : II.4 setinde son kart	(12F5.0, 5X, F5.0) Her düğüm noktası için 1 kart

TIP	OKUTULANLAR	FORMAT
	AÇIKLAMALARI	KART SAY.
III	BAŞLIK Kabuk düğüm noktalarının mesnetlenme tipleri girilecek	(20A4) 1
IV	(TIP(I), I=1,12), BIT TIP değişken sırası; u, v, w, -, -, -, P, N, Q, E, M, T TIP =0 : Değişken numarası atanır =1 : Değişken numarası atanmaz BIT =0 : IV seti devam ediyor =1 : IV setinde son kart	(12F5.0, 5X, F5.0) Her farklı mesnet tipi için 1
V	BAŞLIK Çubuk düğüm noktalarının mesnetlenme tipleri girilecek	(20A4) 1
VI	(TIP(I), I=1,12), BIT TIP değişken sırası; u, v, w, Ω ₁ , Ω ₂ , Ω ₃ , N ₁ , N ₂ , N ₃ , M ₁ , M ₂ , M ₃ TIP =0 : Değişken numarası atanır =1 : Değişken numarası atanmaz BIT =0 : VI seti devam ediyor =1 : VI setinde son kart	(12F5.0, 5X, F5.0) Her farklı mesnet tipi için 1
VII	BAŞLIK Mesnetli kabuk noktaları girilecek	(20A4) 1
VIII	TIPI, (MESDUG(I), I=1,12), BIT TIPI : IV setindeki kart okutuluş sırası belli bir sayaca bağlı olarak, birer artarak mesnet TIPI numarası oluşturulmuştur. Bu o sayaca bağlanacak olan kabuk mesnet TIPI numarası olacaktır	(14F5.0) En az kabuk mesnet tipi kadar olur

TİP	OKUTULANLAR AÇIKLAMALARI	FORMAT KART SAY.
VIII DEVAM EDİ- YOR	MESDUG: Kartın başında belirtilen TIPI numaralı mesnetleme ile bağlı kabuk düğüm numarala- rı. Eğer bir mesnet tipi ile bağlı düğüm numaralarının sayısı 12 den fazla ise ek kartta TIPI=0 olacak şekilde devam edilir. BIT =0 : VIII seti devam ediyor. =1 : VIII setinde son kart.	
IX	BAŞLIK Mesnetli düğüm numaraları girilecek	(20A4) 1
X	TIPI, (MESDUG(I), I=1,12), BIT TIPI : VIII setindeki TIPI değimi gibi ama çubuk mesnet tip- lerinin sayacına bağlı olacaktır. MESDUG : Çubuk düğüm numaraları için VIII setine benzer kul- lanılır. BIT =0 : X seti devam ediyor =1 : X setinde son kart	(14F5.0) En az çu- buk mesnet tipi sayı- sı kadar olur
XI	KA, J1, J2, J3, J4, H, TEK, ATLA, BIT Eğer OTOELM < 0 ise bu set okutulur. KA : Kabuk eleman numarası J1, J2 } Kabuk elemanın; 1., 2., 3., J3, J4 } 4. düğüm numaraları. H : Eğer kabuk elemanın kalın- lığı farklı ise yazılır. TEK } Yarı otomatik eleman ağı ATLA } kurulmasında kullanılır BIT =0 : XI seti devam ediyor =1 : XI setinde son kart	(8F5.0, 20X, F5.0) Her bir kabuk ele- man tipi için 1 VEYA TEK=ATLA=0 durumunda her bir kabuk ele- man için 1

TIP	OKUTULANLAR	FORMAT
	AÇIKLAMALARI	KART SAY.
XII	CU, J1, J2, B, D, TEK, ATLA, DIK, BIT	(8F5.0, 20X, F5.0)
	<p>CU : Çubuk eleman numarası</p> <p>J1, J2 : Çubuk eleman 1., 2. düğüm numaraları</p> <p>B } Dikdörtgen kesitler için D } B=genişlik, D=yükseklik Daire kesitler için B=0, D=dairenin çapı</p> <p>TEK } Yarı otomatik eleman ağı ATLA } kurulmasında kullanılır</p> <p>DIK =0 : Çubuk ve kabuk global eksenleri uyumlu =1 : Kabuğun X simetri eksenine göre düşey duran kirişler için eksen döndürme işlemi yapılacaktır.</p> <p>BIT =0 : XII seti devam ediyor =1 : XII setinde son kart</p>	<p>Her bir çubuk eleman tipi için 1 VEYA TEK=ATLA=0 durumunda her bir çubuk eleman için 1</p>
XIII	BAŞLIK	(20A4)
	Yük vektörü başlık kartı	1
XIV	(YUCI), I=1, 8), BIT	(2F5.0, 4F10.0, 2F5.0, 5X, F5.0)
	<p>YUC1) =Tekil yükte düğüm numarası / düzgün yayılı yükte eleman numarası</p> <p>YUC2) =Yükün yönü</p> <p>1, 2, 3 : Global eksenler doğrultusunda düzgün yayılı yük. (Örnek: iç basınç = 3 olur)</p> <p>6 : Simetrik problemlerde zati ağırlık. (Yük bileşenlerine otomatik ayrılır)</p> <p>7 : 1. global eksen yönünde tekil kuvvet</p>	Yükleme durumuna göre kart sayısı değişir

TİP	OKUTULANLAR	FORMAT
	AÇIKLAMALARI	KART SAY.
X DEVAM EDI- YOR	8 : 2. global eksen yönünde tekil kuvvet 9 : 3. global eksen yönünde tekil kuvvet YUC3) : 1. düğüm noktasındaki düzgün yayılı yükün şiddeti / Tekil yükün şiddeti YUC4) : 2. düğüm noktasındaki düzgün yayılı yükün şiddeti YUC5) : 3. düğüm noktasındaki düzgün yayılı yükün şiddeti YUC6) : 4. düğüm noktasındaki düzgün yayılı yükün şiddeti YUC7) : TEK } Yarı otomatik olarak yük vektörünün kurulmasında kullanılır YUC8) : ATLA } BIT =0 : XIV seti devam ediyor =1 : XIV setinde son kart	



Şekil [6.5]: Bilgi setine örnek alınan tonoz. AB-CD kenarları diyafram, AD-BC kenarları serbest.

Şekil [6.5] deki tonoz için örnek teşkil etmek üzere DL programını çalıştıran bilgi giriş seti şekil [6.6] da sunulmuştur.

ŞEKİL [6.5] DEKİ TONOZ'UN BİLGİ GİRİŞ SETİDİR.										
2109000.	.3	.762	7.62	4.	4.	1.	1.	1.	1.	1.
7.62	90.	130.								
KABUK MESNET TIPLERİ										
1.	1.			1.				1.		
1.								1.		1.
1.	1.							1.		1.
1.								1.		1.
1.								1.		1.
ÇUBUK MESNET TIPLERİ										
1.			1.	1.		1.	1.	1.		
1.	1.	1.			1.			1.	1.	1.
MESNETLİ KABUK DUĞUM NUMARALARI										
1.	1.	2.	3.	4.						
2.	5.	9.								
3.	13.									
4.	14.	15.	16.							1.
MESNETLİ ÇUBUK DUĞUM NUMARALARI										
5.	16.									
6.	4.									1.
1.	5.	.5	1.5	4.	3.	1.				1.
YUKLEME (KABUK ZATI AĞIRLIĞI)										
1.	-6.	.4394	.4394	.4394	.4394	9.	1.			1.

Şekil [6.6]: DL programı için bir örnek bilgi seti.

SONUÇLAR

- 1D. Bu çalışmada ince cidarlı silindirik kabuklar ile daire ve doğru eksenli uzay çubuklar için fonksiyoneller dinamik ve geometrik sınır koşulları ile birlikte elde edilmiş ve klasik enerji ifadelerine dönüştürülebildikleri görülmüştür. Literatürde bu fonksiyonellerin aynıklarına rastlanamamıştır. Bu operatörlerin potansiyel oldukları ispatlanmıştır.
- 2D. Kabuklar için bir düğüm noktasında üç yer değiştirme, üç düzlem içi kuvvet ve momenti kapsayan dört düğümlü dikdörtgen eleman, çubuklar için bir düğüm noktasında üç yer değiştirme, üç dönme, üç kuvvet ve moment olmak üzere iki düğümlü çubuk eleman rijitlik matrisleri, değişken kesit özelliklerini de yansıtacak şekilde elde edilmiştir. Kabuk eleman otuzaltı, çubuk eleman yirmidört bilinmeyenini içermektedir.
- 3D. Fonksiyonellerde birinci mertebeden büyük türevler bulunmadığı için gerek ve yeter koşulları sağlayan lineer şekil fonksiyonları kabuk ve çubuk elemanların türetilmesinde kullanılmıştır. Elde edilen fonksiyonellerin matematik yapısının üstünlüğünden kaynaklanan bu durum nedeniyle, eleman rijitlik matrisleri çok sade bir biçimde ifadelendirilebilmiştir.
- 4D. Eleman rijitlik matrislerinin türetilmesinde kullanılan izoparametrik sonlu eleman yöntemi ile rijitlik matrisleri kapalı formda bulunabilmekte ve

genelleştirilmiş koordinatlar sisteminde karşılaşılan dönüşüm matrisinin tersinin alınması gibi hesap hacmini arttıracak işlemlerle karşılaşılma-
makta bu da bilgisayar zamanından tasarruf sağla-
maktadır.

- 5). Fonksiyonelin yapısının bir başka üstünlüğünde de-
ğişim ilkeleri uygulanarak mühendislik uygulamala-
rında asıl gerekli olan kuvvet ve moment değerle-
rinin, denklem takımının hemen akabinde belirlen-
miş olmasıdır. Halbuki deplasman metodunda bu
aşamadan sonra gerilmelere ek bilgisayar zamanı
harcanarak ulaşılabilmektedir. Geliştirilen dik-
dörtgen kabuk elemanın teorik sonuçlara yaklaşımı,
şekil [4.4], tablo [4.1], [4.2] incelendiğinde hem
mühendislik uygulamaları için yeterli yakınsaklık-
ta, hem de bilinmeyen sayısı ölçüt alındığında çok
hızlı yaklaşan çalışmalar ile karşılaştırılabilir-
cek konumda olduğu görülür.
- 6). Uzay çubukların teorik neticelere yaklaşımı gerek
tekil ve gerekse düzgün yayılı yüklemelerde tat-
minkar sonuçlar vermiştir. Tablo [4.3], [4.4] ve
[4.5].
- 7). Birbirlerinden ayık olarak hazırlanan silindirik
kabuk ve uzay çubukların bilgisayar programları,
kiriş takviyeli kabukların çözülebilmesi için bir-
leştirilmiştir. Belirtilen programlar Fortran
programlama dilinde yazılmıştır.
- 8). Çeşitli araştırmacıların eleman tariflerini karşı-
laştırmak için kullandığı sayısal örneklerden biri
olan, iki kenarından çembersel doğrultuda diyaf-
ramlar üzerine oturan, doğrusal kenarları serbest
ve merkez açısı $2\theta=80^\circ$ olan zati ağırlığı altında
incelenen bölüm 4.3.3 deki silindirik tonoz, gerek

değişken kesitli kabuk ve gerekse kiriş takviyeli kabuk problemlerinde kullanılmıştır.

9). Değişken kesitli silindirik kabuklar:

Tepe kalınlığı 8. maddede belirtilen kabukla aynı alınırken, serbest kenardaki kalınlık arttırılıp parametrik incelenmiştir. Sonuçlar sabit kesitli kabuk ile karşılaştırıldığında;

- Kalınlığın artışı, kabuğu rijitleştirmekte ve buna paralel olarak bütün çökmelerde azalma olmaktadır. Tablo [5.12].

- Boyuna doğrultudaki aksenal normal kuvvet P de serbest kenarda oluşan çekme fazla değişmezken, tepe noktadaki basınç kuvvetinde hissedilir artmalar olmaktadır. Tablo [5.13].

- Çembersel doğrultuda eğilme momenti M , kalınlığın artışına bağlı olarak çembersel simetri eksenini üzerinde tek işaretli pozitif değerlerden, çift işaretliliğe geçmiştir. Bu negatif moment serbest kenarda oluşmaktadır. Tablo [5.14].

- Boyuna doğrultuda eğilme momenti E 'nin, tepe noktada pozitif değerlerindeki azalmanın yanında, serbest kenarlardaki negatif değerlerindeki artış çok daha hızlı olmaktadır. Tablo [5.14].

10). Kiriş takviyeli silindirik kabuklar:

8. maddede belirtilen, diyaframlar üzerine oturtulan, kenarları boşta duran tonozun, serbest kenarlarına kiriş atılmıştır. Çubuk asal eksen takımı ile kabuk global eksenlerinin üst üste düşmesi durumunda sabit kiriş genişliği ve farklı kiriş yükseklikleri için parametrik inceleme sonuçları;

- Kabuktaki bütün çökme değerlerinde kiriş rijitliğine bağlı olarak azalmalar olmuştur. Şekil [5.5], tablo [5.1].
- Boyuna doğrultuda eğilme momenti E'nin, çembersel simetri eksenini boyunca tepe noktadaki pozitif değerlerinde kiriş kalınlığı arttıkça azalma, serbest kenarlarda negatif değerler de önce azalma sonrada işaret değiştirme olmaktadır. Mutlak değerce bütün E eğilme momenti değerlerinde azalma olmuştur. Tablo [5.2].
- Çembersel doğrultuda eğilme momenti M'nin, çembersel simetri eksenini boyunca değerleri kirişsiz halde tek işaretli (pozitif) iken, kiriş atılınca önce çift, daha büyük kiriş yüksekliği için üç defa işaret değiştirmiştir. Mutlak değerce bütün M değerlerinde azalma olmaktadır. Tablo [5.3].
- Kabuk boyunca doğrultusundaki aksenal normal kuvvetinin serbest kenarlardaki çekme değerleri, kiriş atılması ile büyük bir azalma göstermiş ve çekme kuvveti kiriş tarafından taşınmaya başlamıştır. Tablo [5.4].
- Serbest kenar boyunca kabuk eğilme momenti E değerleri, kiriş rijitliği arttıkça pozitif değerlerden önce çift işaretliliğe ve daha sonra negatif değerlere dönmüştür. Kiriş yüksekliği arttıkça, kirişe gelen M_2 eğilme momentinde artma olmuştur. Tablo [5.5].
- Kiriş yüksekliği arttıkça, kiriş üzerine gelen kesme kuvvetinde artma olmaktadır. Tablo [5.6].

11). Takviye kirişlerinin asal eksen takımının, kabuk global eksen takımı ile çakışmaması durumunun, çakışması durumu ile parametrik inceleme sonuçlarının mukayesesinden ise;

- w çökmelerinde değerler değişmemiştir. Tablo [5.8].
- E ve M kabuk eğilme momentlerinde kiriş yüksekliğinin büyük değerleri için az miktar azalma gözlenmiştir. Tablo [5.8].
- Kabuğun serbest kenarındaki düzlem içi normal kuvvet P ile, çubuk normal kuvveti N_1 de kiriş yüksekliğinin büyük değerleri için bir miktar azalma gözlenmiştir. Tablo [5.9].
- Kiriş üzerine gelen eğilme momenti M_2 de, kiriş yüksekliğinin artışına paralel olarak bir artma gözlenmiştir. Tablo [5.11].

KAYNAKLAR

- [1] WASHIZU,K. , Variational Methods in Elasticity and Plasticity , Pergamon Press, Oxford,(1968)
- [2] NOVOZHILOV,V.V. , The Theory of Thin Sheels,P. Noordhoff Ltd.,English Translation bu, P.G. Lowe, (1959).
- [3] GOL'DENVEIZER,A.L. , Theory of Elastic Thin Shells, Pergamon Press, (1961).
- [4] GIRKMANN,K.,-çeviri:TAMEROGLU,S.S. , Yuzeysel Taşıyıcı Sistemler, C.I-II.,Istanbul, (1964).
- [5] KRAUS,H. , Thin Elastic Shells, John Wiley and Sons Inc., New York, London, Sydney, (1967).
- [6] ÖZDEN,K. , Dönel Kabuklar, Istanbul, (1975).
- [7] TIMOSHENKO,S.P. ,KRIEGER,S.W. , Theory of Plates and Shells, 2nd.Ed. , Mc Graw-Hill Book Company (1982).
- [8] REKACH,V.G. , Static Theory of Thin Walled Space Structures, Mir Publishers, Moscow, (1978).
- [9] Design of Cylindrical Concrete Shell Roofs, Manual No.31, ASCE, New York, (1952).
- [10] PARME,A.L, CONNER, H.W. , Design Constants for Interior Cylindrical Concrete Shells, ACI Journal, Title No.58-4, pp. 83-105, (1961)
- [11] ZWEIG, A. , Design of the Continous Arched Frame Supporting Cylindrical Shells, ACI Journal Title No. 58-22, pp. 423-458, (1961).
- [12] SCORDILOS, A.C. , LO, K.S. , Computer Analysis of Cylindrical Shells, ACI Journal, Title No. 61-33, pp. 539-561, (1961).
- [13] BILLINGTON, D.P. , MARK, R. , Small Scale Model Analysis of Thin Shells, ACI Journal,Title No. 62-42, pp. 673-687, (1965).

- [14] HEDGREN, Jr., A.W., BILLINGTON, D.P., Mortal Model TEST on a Shell of Varying Curvature and Thickness, ACI Journal, Title No. 64-7, pp. 73-82, (1967).
- [15] MICROYS, H.F., SCHWAIGHOFER, J., Isoparametric Cylindrical Shell Under Line Load, J. Eng. Mech. Div., ASCE, No. EM2, Proc. Paper 13690, pp. 301-317, (1978).
- [16] BEST, G., A Formula for Certain Types of Stiffness Matrices of Structural Elements, AIAA Journal, Vol.1, No.1, pp. 212-213, (1963).
- [17] MELOSH, R.J., Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method, AIAA Journal, Vol.1, No.7, pp.1631-1637, (1963).
- [18] BEST, G.C., A General Formula for Stiffness Matrices of Structural Elements, AIAA Journal, Vol..1, No.8, pp. 1920-1921, (1963).
- [19] GRAFTON, P.E., STORE, D.R., Analysis of Axisymmetrical Shells by the Direct Stiffness Method, AIAA Journal, Vol.1, No.10, pp. 2342-2347, (1963).
- [20] PERCY, J.H., PIAN, T.H.H., KLEIN, S., NAVARATNA, D.R., Application of Matrix Displacement Method to Linear Elastic Analysis of Shells of Revolution, AIAA Journal, Vol.3, No.11, pp. 2438-2445, (1965).
- [21] PIAN, T.H.H., Derivation of Element Stiffness Matrices, AIAA Journal, Vol.2, No.3, pp. 576-577, (1964).
- [22] STRICKLIN, J.A., Computation of Stress Resultant from the Element Stiffness Matrices, AIAA Journal, Vol.4, No.6, pp.1095-1096, (1966)
- [23] NAVARATNA ,D.R., Computation of Stress Resultants in Finite Element Analysis, AIAA Journal, Vol.4, No.11, pp. 2058-2060, (1966).
- [24] STRICKLIN, J.A., NAVARATNA ,D.R., PIAN, T.H.H., Improvements on the Analysis of Shells of Revolution by the Matrix Displacement Method, AIAA Journal, Vol.4, No.11, pp. 2069-2072, (1966).
- [25] JONES, R.E., STROME, D.R., Direct Stiffness Method Analysis of Shells of Revolution Utilizing Curved Elements, AIAA Journal, Vol.4, No.9 , pp. 1519-1525, (1966).

- [26] HAISLER, W.E., STRICKLIN, J.A., Rigid Body Displacements of Curved Elements in the Analysis of Shells by the Matrix Displacement Method, AIAA Journal, Vol.5, No.8, (1967)
- [27] CANTIN, G., Rigid Body Motions in Curved Finite Elements, AIAA Journal, Vol.8, No.7, pp. 1252-1255, (1970).
- [28] GIANNINI, M., MILES, G.A., A Curved Element Approximation in the Analysis of Axis-Symmetric Thin Shells, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.2, pp. 459-476, (1970).
- [29] BOGNER, F.K., FOX, R.L., SCHMIT, L.A., A Cylindrical Shell Discrete Element, AIAA Journal, Vol.5, No.4, pp. 745-750, (1967).
- [30] CANTIN, G., CLOUGH, R.W., A Curved Cylindrical-Shell Finite Element, AIAA Journal, Vol.6 No.6, pp. 1057-1062, (1968).
- [31] CONNOR, J.J., BREBBIA, C., Stiffness Matrix for Shallow Rectangular Shell Element, ASCE, Vol.93, EM 5, J. Engng. Mech. Div., Proc., Paper 5528, pp. 43-65, (1967).
- [32] WEMPNER, G.A., ODEN, T., Finite Element Analysis of Thin Shells, J. Engng. Mech. Div., Proc. ASCE, EM6, Proc. Paper 6259, pp. 1273-1294 (1968).
- [33] DHATT, G.S., An Efficient Triangular Shell Element, AIAA Journal, Vol.8, No.11, pp. 2100-2102, (1970).
- [34] LINDBERG, G.M., OLSON, M.D., A High Precision Triangular Cylindrical Shell Finite Element, AIAA Journal, Vol.9, No.3, pp. 530-532, (1971).
- [35] SAYGUN, A., Yüzeysel Taşıyıcı Sistemleri Hesabı için Eğrisel Sonlu Elemanlar, Doktora Tezi, İTÜ İnşaat Fakültesi, (1974).
- [36] AYDOĞAN, M., Silindirik Kabukların Gerilme Durumuna Delik Etkisi, Doktora Tezi, İTÜ İnşaat, (1980).
- [37] YANG, T.Y., High Order Rectangular Shallow Shell Finite Element, J. Engng. Mech. Div., ASCE, No.EM1, Proc. Paper, pp. 157-179, (1973).
- [38] DAWE, D.J., High Order Triangular Finite Element for Shell Analysis, Int. J. Solids Structures, Vol.11, pp. 1097-1110, (1975).

- [39] HOPPE, V., High Order Polynomial Elements with Iso-parametric Mapping, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.15, pp. 1747-1769, (1980).
- [40] CHOI, C., SCHNOBRICH, W.C., Non-Conforming Finite Element Analysis of Shells, J. Engng. Mech. Div., ASCE, No.EM4, Proc. Paper 11504, pp. 447-464, (1975).
- [41] AHMAD, S., IRONS, B.M., ZIENKIEWICZ, C., Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.2, pp. 419-451, (1970).
- [42] DAWE, D.J., Static Analysis of Diaphragm-Supported Cylindrical Shell Using a Curved Finite Strip, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.11, pp. 1347-1364, (1977).
- [43] PIAN, T.H.H., TONG, P., Basis of Finite Element Methods for Solid Continua, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.1, pp. 3-28, (1969).
- [44] PIAN, T.H.H., Derivation of Element Stiffness Matrices by the Assumed Stress Distribution, AIAA Journal, Vol.2, No.7, pp. 1333-1336, (1964).
- [45] YOSHIDA, Y., A Hybrid Stress Element for Thin Shell Analysis, Technical Report, No.17, Department of Civil Engng., Tokyo Inst. of Technology, (1974).
- [46] ALAYLIOĞLU, H., ALI, R., A Hybrid Stress Doubly Curved Shell Finite Element, Computers & Structures, Vol.7, pp. 477-480, (1977).
- [47] SPILKER, R.L., MÜNIR, N.I., A Serendipity Cubic Displacement Hybrid Stress Element for Thin and Moderately Thick Plates, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.15, pp. 1261-1278, (1980).
- [48] SPILKER, R.L., MÜNIR, N.I., The Hybrid-Stress Model for Thin Plates, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.15, pp. 1239-1260, (1980).
- [49] PIAN, T.H.H., CHENG, D., KANG, D., A New Formulation of Hybrid/Mixed Element, Computers & Structures, Vol.16, pp. 81-87, (1983).
- [50] PIAN, T.H.H., SUMIHARA, K., Hybrid Semiloof Element for Plates and Shells Based Upon a Modified Hu-Washizu Principle, Computers & Structures, Vol.19, pp. 165-173, (1984).

Y. G.

- [51] ELIAS, Z.M., Mixed Finite Element Method for Axisymmetric Shells, Int.J.Num. Meth. Engng., Vol.4, pp. 261-277, (1972).
- [52] BARONY, S.Y., TOTTENHAM, H., The Analysis of Rotational Shells Using a Curved Ring Element and the Mixed Variational Formulation, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.10, pp.861-872, (1976).
- [53] ALTMAN, W., IGUTI, F., A Thin Cylindrical Shell Finite Element Based on a Mixed Formulation, Computers & Structures, Vol. 6, pp. 149-155, (1976).
- [54] LAURSEN, M.E., NIELSEN, M.P., GELLERT, M., Application of a New Stress Finite Element to Analysis of Shell Structures, Computers & Structures, Vol.7, pp.751-757, (1977).
- [55] MIRZA, F.A., OLSON, M.D., The Mixed Finite Element Method in Plane Elasticity, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.15, pp. 273-289, (1980).
- [56] LEE, S.W., WONG, S.C., RHIU, J.J., Study of a Nine Node Mixed Formulation Finite Element for Thin Plates and Shells, Computers & Structures, Vol.21, No.6, pp. 1325-1334, (1985).
- [57] SALEEB, A.F., CHANG, T.Y., GRAFF, W., A Quadrilateral Shell Element Using a Mixed Formulation, Computers & Structures, Vol.26, No. 5, pp. 787-803, (1987).
- [58] SALEEB, A.F., CHANG, T.Y., YINGYEUNYONG, G.S., A Mixed Formulation of C-Linear Triangular Plate/Shell Element-the Role of Edge Shear Constraints, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 26, pp. 1101-1128, (1988).
- [59] JONES, R.F.Jr., Shell and Plate Analysis by Finite Elements, J. Str. Div., ASCE, Vol.99, No. ST5, pp. 889-902, (1973).
- [60] YANG, T.Y., High Order Rectangular Shallow Shell Finite Element, J.Engng. Mech. Div., ASCE, Vol.99, No.EM1, pp. 157-181, (1973).
- [61] RAJU, I.S., RAO, B.P., VENKATARAMANA, J., A Conical Shell Finite Element, Computers & Structures, Vol.4, pp. 901-915, (1974).

- [62] CARPENTER, N., STOLARSKI, H., BELYTSCHKO, T., Improvements in 3-Node Triangular Shell Element, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 23, pp. 1643-1667, (1986).
- [63] CHU, T.C., SCHNOBRICH, W.C., Finite Element Analysis of Translational Shells, Technical Report, University of Illinois, Urbana, November, (1970).
- [64] POWELL, G.H., Introduction of Edge Beam With Doubly Curved Shells, J. Str. Div., ASCE, Vol. 92, No. ST3, pp. 57-75, (1966).
- [65] CHAUDHARY, A.B., Generalized Stiffness Matrix for Thin Walled Beams, J. Str. Div., ASCE, Vol. 108, No. ST3, pp. 559-577, (1982).
- [66] ANGEL, S., Structural Analysis of Circular Curved Beams, J. Str. Div., ASCE, Vol. 93, No. ST1, pp. 221-234, (1967).
- [67] MORRIS, D.L., Curved Beam Stiffness Coefficients, J. Str. Div., ASCE, Vol. 94, No. ST5, pp. 1165-1174, (1968)
- [68] JUST, D.J. Circularly Curved Beams Under Plane Loads, J. Str. Div., ASCE, Vol. 108, No. ST8, pp. 1858-1873, (1982).
- [69] AKHTAR, M.N., Element Stiffness of Circular Member, J. Str. Engng., ASCE, Vol. 113, No. ST8, pp. 867-872, (1987).
- [70] WANG, T.M., MERRILL, T.F., Stiffness Coefficients of Noncircular Curved Beams, J. Str. Engng., ASCE, Vol. 114, No. 7, pp. 1689-1699, (1988)
- [71] PANAYOTOUNAKOS, D.E., THEOCARIS, P.S., Flexibility Matrix for Skew-Curved Beams, Int. J. Solids Structures, Vol. 15, pp. 783-794, (1979).
- [72] PUNCH, E.F., ATLURI, S.N., Application of Isoparametric Three Dimensional Hybrid-Stress Finite Elements with Least-Order Stress Field, Computers & Structures, Vol. 19, No. 3, pp. 409-430, (1984).
- [73] PALANINATHAN, R., CHANDRASEKHARAN, P.S., Curved Beam Element Stiffness Matrix Formulation, Computers & Structures, Vol. 21, No. 4, pp. 663-669, (1985).
- [74] EISENBERG, M., Explicit Stiffness Matrices for Non-Prismatic Members, Computers & Structures, Vol. 20, No. 4, pp. 715-720, (1985).

- [75] GHALI, A.F., CHIESLAR, J., Hybrid Finite Elements, J. Str. Engng., Vol.112, No.11, pp. 2478-2493, (1986).
- [76] KHITROV, V.N., Determination of Strains and Stresses in a Shell Reinforced with Stiffeners in two directions, Prink. Mechan., Vol. 7, No.1, pp. 39-43, (1971).
- [77] ŞENER, S., Nervürlü Dairesel Silindirik Kabukların çözümü için bir yöntem, Doktora Tezi, İTÜ İnşaat Fakültesi, (1983).
- [78] İNAN, M., Elastik Çubukların Genel Teorisi, İTÜ, (1966).
- [79] SOKOLNIKOFF, I.S., REDHEFFER, R.M., Mathematics of Physics and Modern Engineering, Mc Graw Hill, (1988).
- [80] ODEN, J.T., REDDY, J.N., Variational Methods in Theoretical Mechanics, Springer Verlag, (1976).
- [81] AKÖZ, A.Y., Çubuklar için Yeni Enerji Fonksiyonelleri ve Uygulamaları, IV. Ulusal Mekanik Kongresi, Bayramoğlu, (1985).
- [82] AKÖZ, A.Y., Şekil Değiştiren Cisimler Mekaniğinde Genelleştirilmiş Enerji Fonksiyonelleri ve Çubuklara Uygulamalar, İnş. Fak. Teknik Raporu, (Basılacak).
- [83] AKÖZ, A.Y., DOĞRUOĞLU, A.N., OMURTAG, M.H., The Mixed Finite element Formulation for Three Dimensional Bars, (Basılacak).
- [84] ERGATOUDIS, J.G., IRONS, B.M., ZIENKIEWICZ, O.C., Curved Isoparametric Quadrilateral Element for Finite Element Analysis, Int. J. Solids Structures, vol.4, pp.31-42, (1968).
- [85] ÇITIPİTİOĞLU, E., Universal Serendipity Elements Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.19, pp. 803-810, (1983).
- [86] JOFRIET, J.C., Comments on the Accuracy of Nine Noded Isoparametric Finite Elements, Computers & Structures, Vol.8, pp.67-74, (1978)
- [87] FIELD, D.A., Algorithm for Determining Invertible Two and Three Dimensional Quadratic Isoparametric Finite Element Transformations, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.19, pp. 789-802, (1983).

- [88] AKOZ, A.Y., KAZANCI OĞLU, S., Değişken Kesitli Çubukların Hesabı, Bitirme Ödevi, (1988).
- [89] ASHWELL, D.G., SABIR, A.B., A New Cylindrical Shell Finite Element Based on Simple Independent Strain function, Dept. Civil Engng., Rep., University of Wales, Cardiff, (1971).
- [90] CLOUGH, R.W., JOHNSON, C.P., A Finite Element Approximation for the Analysis of Thin Shells Int.J. Solids Structures, Vol.4, pp. 43-60, (1968).
- [91] JOHNSON, C.P., The Analysis of Thin Shells by a Finite Element Procedure, SEL Rep. No.67-22, University of California, Berkley, (1967).
- [92] CARR, A.J., A Refined Finite Element Analysis of Thin Shell Structures Including Dynamic Loading, Ph.D.Thesis, University of California, Berkley, (1967).
- [93] MEGARD, G., Planar and Curved Shell Elements, Finite Element Methods in Stress Analysis. Tapir, Trondheim, (1969).
- [94] BONNES, G., DHATT, G., GIRAUX, Y.M., ROBICHAUD, L. P.A., Curved Triangular Elements for the Analysis Shells, 2nd. Conf. Matrix Meth. in Str. Mech., Wright-Patterson Airforce Base, Dayton, Ohio, (1968).
- [95] STRICKLAND, G., LODEN, W., A Doubly Curved Triangular Shell Element, 2nd. Conf. Matrix Meth. in Str. Mech., Wright-Patterson Airforce Base, Dayton, Ohio, (1968).
- [96] COWPER, G.R., LINDBERG, G.M., OLSON, M.D., A Shallow Shell Finite Element of Triangular Shape, Int. J. Solids Structures, Vol.6, pp. 1133-1156, (1970).
- [97] ÇELİK, U., Kesitlerin Kayma ve Eksenin Uzamasında Gözönüne alınarak Eğri Eksenli Çubukların Kesme Kuvveti ve Moment Değeri ile Yer ve Şekil Değiştirme Bağıntılarının Başlangıç Değerleri Metodu ile Elde Edilmesi, Yük. Lisans Tezi, İTÜ İnşaat Fakültesi, (1984).

[98] INAN, M., Cisimlerin Mukavemeti, I.T.Ü. Yayınları,
6. Baskı, (1988).



EK-A

ÇUBUK RIJITLIK MATRİSİNİN KURULMASINDA KESİT ÖZELLİKLERİNE BAĞLI DÜZENLEMELER

A.1 k' ÇARPANI.

Kullanılabilecek farklı kesitler için k' nümerik çarpanı tablo [A.1] de sunulmuştur. [98].

Tablo [A.1]: Farklı kesitler için k' çarpanı.

Kesit	Daire	Dikdörtgen	Halka
k'	1.18	1.20	2.00

A.2 KUTUPSAL ATALET MOMENTLERİ

Daire kesitler için $I_x = I_y = \pi r^4 / 4$ ve

$$I_o = I_x + I_y \quad (\text{A.1})$$

olur. Burada r daire yarıçapıdır. Dikdörtgen kesitler için $h/b \gg 1$ şartı ile,

$$I_o \approx \frac{1}{3} \left[1 - 0.63 \frac{b}{h} + 0.052 \frac{b^5}{h^5} \right] hb^3 \quad (\text{A.2})$$

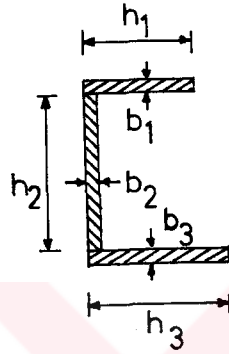
olur. Burada b, h kesit boyutlarıdır. Profil kesitler için tablo [A.2] den yararlanarak c_λ katsayıları ile,

$$I_o = c_\lambda \left[\frac{1}{3} \sum h_i b_i^3 \right] \quad (\text{A.3})$$

olur. Şekil [A.1] de h_i , b_i gösterilmiştir.

Tablo [A.2]: c_λ katsayları.

Profil	L	C	T	I
c_λ	1.0	1.12	1.15	1.25



Şekil [A.1]: Profil kesit.

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet Hakkı Omurtag 1954 yılında İstanbul'da doğmuş, ilk okulu Ankara'da Anıttepe İlkokulu'nda bitirmiş , lise öğrenimini T.E.D. Ankara Koleji'nde tamamlamıştır.

Lisans ve lisans üstü çalışmalarını Boğaziçi Üniversitesi'nde bitirdikten sonra, Ocak 1981 yılında İ.T.Ü. M.M.F.'de Yapı Malzemesi ve Tatbiki Mekanik Kürsüsüne asistan olarak girmiştir.

Halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü Mekanik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmalarını sürdürmektedir.