

YAPILARIN ÜÇ BOYUTLU KATI ELEMANLARLA MODELLENMESİ

Muharrem DUMAN

Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliği Uyarınca
Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman: Dr. Öğretim Üyesi Burak KAYMAK

Temmuz- 2019

KABUL VE ONAY SAYFASI

Muharrem DUMAN tarafından hazırlanan “YAPILARIN ÜÇ BOYUTLU KATI ELEMENLARLA MODELLENMESİ” adlı tez çalışması, aşağıda belirtilen jüri tarafından Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek OY BİRLİĞİ ile Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

08/07/2019

Prof. Dr. Önder UYSAL

Enstitü Müdürü, Fen Bilimleri Enstitüsü

Prof. Dr. M. Çağatay KARABÖRK

Anabilim Dalı Başkanı, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Dr. Öğr.Üyesi Burak KAYMAK

Danışman, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Sınav Komitesi Üyeleri

Dr. Öğr.Üyesi Burak KAYMAK


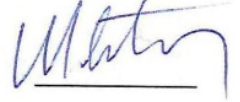
İnşaat Mühendisliği Bölümü, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Dr. Öğr.Üyesi Mustafa Haluk SARAÇOĞLU

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi

Dr. Öğr.Üyesi Uğur ALBAYRAK

İnşaat Mühendisliği Bölümü, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi



ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

Bu tezin hazırlanmasında Akademik kurallara riayet ettiğimizi, özgün bir çalışma olduğunu ve yapılan tez çalışmasının bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olduğunu, çalışma kapsamında teze ait olmayan veriler için kaynak gösterildiğini ve kaynaklar dizininde belirtildiğini, Yüksek Öğretim Kurulu tarafından kullanılmak üzere önerilen ve Kütahya Dumlupınar Üniversitesi tarafından kullanılan İntihal Programı ile tarandığını ve benzerlik oranının %7 çıktığını beyan ederiz. Aykırı bir durum ortaya çıktığı takdirde tüm hukuki sonuçlara razı olduğumuzu taahhüt ederiz.



Dr. Öğr. Üyesi Burak KAYMAK



Muharrem DUMAN

YAPILARIN ÜÇ BOYUTLU KATI ELEMANLARLA MODELLENMESİ

Muharrem DUMAN

İnşaat Mühendisliği, Yüksek Lisans Tezi, 2019

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Burak KAYMAK

ÖZET

Bu çalışmada yapıların klasik sonlu elemanlar ile analizlerini gerçekleştirmek üzere bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Sonlu eleman analizlerinde literatürde yer alan 8 noktalı katı eleman kullanılmıştır. Bütün yapının tek seferde 8 noktalı katı elemanlarla modellenerek analiz edilmesi her zaman mümkün olmamaktadır. Çünkü yeterli hassasiyette analiz yapılabilmesi için gereken eleman sayısı, dolayısıyla düğüm noktası sayısı oldukça fazla olabilmektedir. Düğüm noktalarının aşırı olması durumunda ise ortaya çıkacak lineer denklem takımının bilgisayar bellek kapasitesinin çok üstünde olması durumu meydana gelecektir. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için çalışma kapsamında problemin alt yapılara bölünerek çözülmesi üzerine çalışılmıştır. Bu amaçla ikinci bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programları kullanılarak örnek problemler üzerinde analizler gerçekleştirilmiştir. Ele alınan örnek problemlerin çözümleri farklı boyutlardaki sonlu elemanlar kullanılarak karşılaştırılmıştır. Sekiz noktalı katı eleman için geliştirilen klasik sonlu elemanlar yazılımının literatür ile uyumlu sonuçlar verdiği görülmüştür. Ancak bilindiği gibi düğüm noktası sayısının artmasıyla beraber klasik sonlu eleman analizleri için bilgisayarın bellek kapasitesi bazı örneklerde yetersiz kalmıştır, diğer taraftan çözüm için harcanan süreler de oldukça fazla olmaktadır. Yapının alt yapılara bölünerek analiz edilmesi durumunda gereken bellek miktarı daha az olmaktadır. Bunun yanında analiz için harcanan sürelerin klasik sonlu eleman analizlerine göre 3 ile 74 kat daha hızlı olduğu gözlenmiştir. İki analiz sonucu arasındaki farkların ise %0,0 ile %6,91 arasında kaldığı gözlenmektedir. Çalışma kapsamında, alt yapı analiz yönteminin kullanılmasının çok hızlı ve başarılı sonuçlar verdiği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Sonlu Elemanlar Yöntemi, Üç Boyutlu Yapı, Modelleme, Katı Eleman

MODELING OF STRUCTURES WITH THREE DIMENSIONAL SOLID ELEMENTS

Muharrem DUMAN

Civil Engineering, M.Sc. Thesis, 2019

Thesis Supervisor: Assist Prof. Burak KAYMAK

SUMMARY

In this study, a computer program has been developed to perform classical finite element analysis of structures. In the finite element analysis, 8 point solid element is used. It is not always possible to analyze the whole structure by modeling with 8 point solid elements at one time. Because for sufficient sensitivity, the number of elements required for the analysis nodes can be quite high. If the number of the nodes are excessive, linear equation sets that will emerge will be much higher than the computer memory capacity. In order to overcome this, the problem is solved by dividing the problem into sub-structures. For this purpose, a computer program is developed. Analyzes are performed on sample problems by using computer programs developed. The solutions of the sample problems are compared using finite elements of different sizes. It is seen that classical finite element software developed for eight-point solid element, gives results compatible with literature. However, as it is known, with the increase in the number of nodes, the memory capacity of the computer for classical finite element analysis is insufficient in some examples, while the time spent on the solution is quite high. If the structure is divided into sub-structures and analyzed, the amount of memory required is less. In addition, the time spent for analysis is found to be 3 to 74 times faster than classical finite element analysis. It is observed that the differences between the two analysis results remain between 0,0% and 6,91%. Within the scope of the study, it is concluded that substructure method for analysis provides very fast and successful results.

Keywords:Finite Element Method, Three Dimensional Structure, Modeling, Solid Element

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yürütülmesi sürecinde değerli bilgilerini paylaşan, kıymetli zamanını ayırıp faydalı olabilmek için elinden geleni yapan ve desteğini esirgemeyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Burak KAYMAK 'a desteklerini hep yanımda hissettiğim arkadaşlarıma ve aileme teşekkürü bir borç biliyorum.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ	1
2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ	5
2.1. Tarihçe	5
2.2. Genel Tanım.....	6
2.3. Sonlu Elemanlar Yönteminde Kullanılan Eleman Şekilleri.....	7
2.3.1. Tek boyutlu elemanlar.....	7
2.3.2. İki boyutlu elemanlar	8
2.3.3. Üç boyutlu elemanlar	10
2.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Problem Çözümünün Aşamaları.....	12
2.5. Sonlu Elemanlar Yönteminin Avantajları	12
2.6. Sonlu Elemanlar Yönteminin Dezavantajları.....	12
2.7. Rijitlik Matrisinin 8 Noktalı Katı Eleman İçin Elde Edilmesi	13
2.8. Global Eksen Takımı	16
2.9. Lokal Eksen Takımı	17
2.10. Rotasyon Matrisinin Oluşturulması	17
2.11. Global Eksen Takımına Göre 8 Noktalı Katı Elemanın Rijitlik Matrisi.....	23
2.12. Serbestlik Derecesi ve Serbestlik Vektörünün Oluşturulması	23
2.13. Sistem Rijitlik Matrisinin Oluşturulması	26
2.14. Yük Vektörünün Elde Edilmesi	26
2.15. Birden Fazla Katı Elemanın Tek Katı Eleman Olarak Modellenmesi	29
3. GELİŞTİRİLEN BİLGİSAYAR PROGRAMLARI.....	36
3.1. Sem_k Programının Aşamaları ve Kullanılan Bilgiler	36
3.2. Sem_y Programının Aşamaları ve Kullanılan Bilgiler	40

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
3.2.1. Sem_y programı için rijitlik matrisinin oluşturulması	40
3.2.2. Yük vektörünün elde edilmesi	42
3.2.3. Sem_y programı	44
4. ÖRNEKLER	49
4.1. Örnek-1	49
4.2. Örnek-2	51
4.3. Örnek-3	59
4.4. Örnek-4	66
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	75
KAYNAKLAR DİZİNİ	77
ÖZGEÇMİŞ	

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Sonlu Eleman Modelindeki Düğüm Noktaları ve Elemanlar.....	6
2.2. Bir Boyutlu Eleman İçin İdealize Edilmiş Sistemler.	8
2.3. Tek Boyutlu Eleman.	8
2.4. İki Boyutlu Elemanlar.....	9
2.5. İki Boyutlu Elemanlar İçin İdealize Edilmiş Sistemler.....	9
2.6. Üç Boyutlu Elemanlar İçin İdealize Edilmiş Sistemler.	10
2.7. Üç Boyutlu Elemanlar.....	11
2.8 Noktalı Katı Eleman.....	13
2.9. Global Eksen Takımı.....	16
2.10. Lokal Eksen Takımı.	17
2.11. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (Y Ekseninde Döndürme) ..	18
2.12. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (Z Ekseninde Döndürme)...	18
2.13. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (X Ekseninde Döndürme) ..	19
2.14. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (x Ekseninde Döndürme) ...	20
2.15. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (z Ekseninde Döndürme) ...	21
2.16. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (y Ekseninde Döndürme) ..	22
2.17. Serbestlik Numarasının Verilmesinin Gösterimi.	24
2.18. Çalışma Kapsamında Kullanılan Eksen Takımı.....	25
2.19. Konsol Kiriş Parçası Üzerinde Yük Dağılımının Gösterilmesi.....	28
2.20. 8 noktalı katı eleman uç kuvvetleri.	29
2.21. Bağımlı uç kuvvet doğrultuları tutulu elemanın serbestlikleri.....	33
2.22. Üç elemandan oluşan yapıda yükleme yapılacak serbestlikler.	35
3.1. Konsol Kiriş Örneği (Sem_k).	36
3.2. Sonlu Elemanlar Modeli (Sem_k).....	37
3.3. Düğüm ve Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_k).	38
3.4. B, H, L Boyutlarındaki Elemanın Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_k).....	38
3.5. N Tane Parçaya Bölünmüş B, H, L Boyutlarındaki Eleman (Sem_y).	40
3.6. B, H, L boyutlarındaki elemanın serbestlik numaralarının verilmesi (Sem_y).....	41
3.7. B, H, L Boyutundaki Elemanın N Tane Parçaya Bölünmüş Hali ve 1 Numaralı Elemanın Serbestlik Numaralarının Verilmiş Hali.	43
3.8. Konsol Kiriş Örneği (Sem_y).	44

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.9. Sonlu Elemanlar Modeli (Sem_y).....	45
3.10. Sonlu Elemanlar Alt Modeli (Sem_y).....	46
3.11. Dügüm ve Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_y).	47
4.1. Örnek-2 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Y yönündeki çökme değeri).	58
4.2. Örnek-2 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Çözüm Süresi).....	58
4.3. Örnek-3 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Y yönündeki çökme değeri).	65
4.4. Örnek-3 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (çözüm süresi).	65
4.5. Örnek-4 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (X yönündeki ötelenme değeri).	74
4.6. Örnek-4 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Çözüm süresi).	74

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
4.1. Konsol kirişin -y yönündeki çökme miktarı.....	50
4.2. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programın 4 ana parçaya bölüm sonuçlarının	
4.3. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programın 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	53
4.4. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programın 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	54
4.5. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programın 20 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	55
4.6. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programın 2 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	60
4.7. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programın 4 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	61
4.8. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programın 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	62
4.9. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programın 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.....	63
4.10. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 3 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması	
4.11. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması	69
4.12. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması	70
4.13. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 15 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması	71
4.14. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 30 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması	72

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
j	Sistemi oluşturan her bir eleman
i	Sistemi oluşturan her bir elemanın referans düğüm noktası
k	Sistemi oluşturan her bir elemanın referans olmayan düğüm noktası
(K _s)	Sem_k programı için sistemin rijitlik matrisi
(K _{sy})	Sem_y programı için sistemin rijitlik matrisi
(R _j)	Rotasyon matrisi
(R _j) ^T	Rotasyon matrisinin transpozu
X	Global yatay eksen
Y	Global düşey eksen
Z	Global XY düzlemine dik eksen
x	Lokal yatay eksen
y	Lokal düşey eksen
z	Lokal xy düzlemine dik eksen
x'	Düğüm noktası deplasmanları
P	Yük vektörü

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
Sem_k	Klasik Sonlu elemanlar yöntemi bilgisayar programı
Sem_y	Yeni yaklaşım sonlu elemanlar yöntemi bilgisayar programı

1. GİRİŞ

Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Geçmişten günümüze kadar yapı elemanlarının çözümünde mühendisler birçok farklı yöntem kullanmışlardır. Kullanılan yöntemlerde emniyetten ödün vermeden yapının ve/veya yapı elemanının en hızlı şekilde gerçeğe yakın bir şekilde analiz edilmesi amaçlanmıştır. Bilgisayara ulaşımın bu kadar kolay olmadığı dönemlerde yapılar ve/veya yapı elemanları üç boyutlu olmasına rağmen iki boyutlu gibi modellenerek analiz edilmiştir. Burada amaçlanan sistemdeki bilinmeyen sayısını azaltarak çözülebilir hale getirmektir. Fakat günümüzde bilgisayarlara ulaşmak daha kolay olduğu için yapılar 3 boyutlu olarak modellenerek birçok farklı metotla analiz edilmektedir. Bu analiz yöntemlerinden biri sonlu elemanlar yöntemidir. Bilgisayar teknolojisinin hızla gelişimi sonlu elemanlar yöntemini daha popüler hale getirmiştir.

Daha önce yapılan çalışmalar incelendiğinde sonlu elemanlar yöntemi ile 8 ve 20 noktali katı elemanlar kullanılarak çözümler yapılmıştır. Bu çözümlerde 20 noktali katı eleman kullanılarak alınan sonuçların 8 noktali katı eleman kullanılarak alınan sonuçlardan daha iyi olduğu belirtilmiştir. Burada 20 noktali elemanın daha iyi sonuç vermesinin sebebi nokta sayısının artmasına bağlı olarak yapının gerçeğe daha yakın modellenmesinden kaynaklanmaktadır. Yapı veya yapı elemanı ne kadar gerçeğe yakın modellenirse çözülmesi gereken denklem sayısı da buna bağlı olarak artacaktır. Denklem sayısının çok fazla artması ile günümüzdeki standart bilgisayarlar göz önüne alındığında bellek kapasitesinin yetmeyeceği veya çözümün uzun süreceği durumlar söz konusu olacaktır.

Bu çalışmada, sonlu elemanlar yöntemi ile 8 noktali katı eleman kullanılarak C++ programlama dilinde bir bilgisayar programı (SEM_K) geliştirilmiştir. Geliştirilen program üzerinde yapılan revizeler ile standart bilgisayar kapasiteleri aşmadan veya çözümün kısa sürede yapılabileceği ikinci bir bilgisayar programı (SEM_Y) daha geliştirilmiştir. Bu iki program kıyaslandığında x, y ve z doğrultularındaki (u, v, w) deplasmanları kabul edilebilir sınırlar içinde olduğu ve çözümün daha kısa sürede alındığı görülmüştür.

Literatürdeki Bazı Çalışmalar

Literatüre baktığımızda günümüzde sonlu elemanlar metodu ile yapılan çalışmaların arttığını görmekteyiz.

Aksu çalışmasında, genel biçimli kabuk elemanlar için kalınlık doğrultusundaki kayma şekil değişikliğini ve kabuk kalınlığını hesaba katarak elde edilen fonksiyonlar yardımıyla izoparametrik dörtgen sonlu eleman modeli kullanarak bir bilgisayar programı geliştirmiş. Programda ele alınan örneklerin sonuçlarının literatürdeki örneklerle kıyaslayarak mühendislik açısından yeterli yaklaşımda olduğunu belirtmiştir (Aksu, 1993).

Türe çalışmasında, kalın sayılabilecek homojen izotrop plakların çözümü için 4 noktalı 12 serbestlik dereceli ve 8 noktalı 24 serbestlik dereceli iki model kullanarak iki bilgisayar programı geliştirmiştir. Geliştirilen iki programda çözümler alınarak sonuçları irdelemiştir. Sonuçlar irdelendiğinde 24 serbestliği olan elemanın 12 serbestliği olan elemanın sonuçlarına göre daha iyi olduğu belirtilmiştir. Aynı zamanda ince plaklarda da çözüm olarak kayma kilitlenmesi durumunun meydana gelip gelmediğini incelemiştir (Türe, 2002).

Gören çalışmasında, kalın plakların çözümü için sonlu elemanlar yöntemi ile 8 noktalı ve 20 noktalı izoparametrik elemanları kullanarak programlar geliştirmiştir. Geliştirilen programlarla ince ve kalın plak uygulamaları ile ankastre mesnetli kiriş ve verev plak gibi genel problemlerde analiz sonuçlarının mühendislik bakımından tatmin edici sonuçlar verdiğini belirtmiştir (Gören, 2006).

Güntekin ve Yılmaz çalışmalarında, ahşap elemanlarda doğal yapısında bulunan budakların mekanik özelliklerini nasıl etkilediği konusunu araştırmışlardır. Yük altında bulunan eğilmeye çalışan ahşap kirişlerde budakların oluşacak gerilme ve deformasyonları etkilediği belirtilmiştir. Farklı konumlarında ve büyüklükte budak içeren elemanlar teorik ve sonlu elemanlar modeli ile gerilme ve deformasyon analizi yapılmıştır. Analiz sonuçları laboratuvar ortamındaki test sonuçları ile karşılaştırılmış ve belirli yükler altında sonlu eleman modeli ile gerçek davranışa yakın değerler hesapladığını belirtilmiştir (Güntekin ve Yılmaz, 2013).

Wasti çalışmasında, sonlu elemanlar yöntemini betonarme yapı elemanlarına uygulanmasının zorluklarından bahsetmiştir. İnşaat malzemesi betonarme olan yapının tamamının sonlu elemanla modellenmesinin kolay bir şekilde gerçekleştirilemediğinden ve modellenen yapının çözümünün uzun zaman aldığını belirtmiştir. Fakat betonarme yapı elemanlarının (kolon, kiriş vb.) davranışı sonlu eleman modeliyle elastik ve plastik olarak artan yükler altında hassas bir şekilde yapılabildiği belirtmiştir (Wasti, 1990).

Ustaoglu çalışmasında, İstanbul'da bulunan otogar-bağcılar raylı sistem hattındaki Bağcılar yeraltı treni istasyonunu derin kazısının 2 ve 3 boyutlu sonlu eleman modeli ile

analizler yaparak bulunan yatay deformasyon değerleri ile sahada ölçülen yatay deformasyon değerlerini karşılaştırmıştır. Karşılaştırma sonucunda 2 boyutlu sonlu eleman modelinin analiz sonuçlarındaki deplasmanın 3 boyutlu modelin sonuçlarından 3-4 kat daha büyük olduğu ve 3 boyutlu modelin sonucunun sahadaki ölçümlerle yaklaşık olarak aynı olduğu belirtilmiştir (Ustaoglu, 2015).

Bayraktar vd. çalışmasında, deprem kuvvetine maruz kalan üç boyutlu çerçeve sistemlerin stokastik dinamik analizini gerçekleştirmiştir. Çözüm aşamasında Perturbation yöntemi ve Monte Carlo Simülasyon (MCS) yöntemini kullanmıştır. Bu iki yöntem için FORTRAN dilinde yazılan program kullanılmıştır. İki farklı yöntemle gerçekleştirilen analiz sonuçları karşılaştırıldığında sonuçların birbirine çok yakın olduğu belirtilmiştir. Elde edilen diğer bir çıkarım ise sistem büyüklüğünün iki yöntem için de sonuçları etkilemediğidir (Bayraktar vd., 2007).

Hacısalihoğlu çalışmasında, çeşitli araştırmacılar tarafından betonarme yapıların ve/veya elemanlarının yatay yük altında davranışını temsil etmek için kapasite sınırından dolayı küçük ölçekli modeller üzerinde yapılan deneylerin sonuçlarını literatürden alarak farklı geometri ve malzeme özelliklerine sahip betonarme kolonlarda boyut etkisini araştırmak için doğrusal olmayan (plastik) sonlu eleman çözümleri yapmıştır. Beton için Drucker-Prager malzeme modelindeki kohezyon bağıntısı üreterek yapılan çözümlerinde yük taşıma kapasitesinin yeterli derecede tahmin edildiğini belirtmiştir (Hacısalihoğlu, 2010).

Harmandar çalışmasında, basit ve kompleks problemlerin çözümünde yüksek mertebeli sonlu elemanların performansını incelemiştir. LUSAS yazılımıyla dört farklı problem çözülerek basit ve yüksek mertebeli sonlu elemanları karşılaştırmıştır. Dört problemin yüksek mertebeli sonlu elemanların doğruluğu basit sonlu elemanlarınkinden çok daha iyi olduğu belirtilmiştir (Harmandar, 2002).

Kaçar çalışmasında, var olan tünellerin üzerinde yapılan kazı ve yüklemelerin etkilerini 3-boyutlu sonlu eleman yöntemi programı Plaxis 3D Tunnel kullanarak araştırmış ve tünel üzerindeki kazıların tünel kaplamasının kapasitesine negatif etkisi olduğu belirtmiştir. Çalışmasında incelenen limitler içerisinde kalan yüzey yüklemelerinin tünel stabilitesi açısından kritik olmadığını belirtmiştir (Kaçar, 2007).

Toker ve Ünay çalışmasında, genel kemerli taş köprü tipolojisini yansıtacak şekilde geliştirilen kemer prototipi üzerinde çeşitli yük etkileri altında matematiksel modelleme

teknikleri denemiştir. Taş ve tuğla gibi yığma yapım tekniğiyle inşa edilmiş yapılar için en iyi hesap yönteminin sonlu elemanlar analizi olduğunu belirtmiştir. Betonarme, çelik ve ahşap yapılar için kullanılan modelleme tekniklerinin yığma yapılar için geçerli olmadığını ve bu tür yapıların gerçek davranışını anlayabilmek için elastik olmayan malzeme ve geometrik özelliklerini dikkate alan hesap yönteminin gerekli olduğunu belirtmiştir. Çok karmaşık ve özel bilgisayar programları gerektiren bu hesap yöntemleri için çok dikkatli bir şekilde hazırlanacak matematiksel modellere ihtiyaç duyulduğunu belirtmiştir (Toker ve Ünal, 2004).

Şenel çalışmasında, üç boyutlu yapıların analizi yapılabilmesi için sonlu elemanlar yöntemini kullanarak bir yazılım geliştirmiştir. Geliştirilen yazılımın sonuçları SAP90 programı ile karşılaştırılarak tam bir uyumluluk olduğu belirtilmiştir (Şenel, 1996).

2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

2.1. Tarihçe

Geçmişten günümüze baktığımızda insanoğlu her zaman daha iyisini yapmak için bir çaba harcamıştır. Teknolojinin bu kadar gelişmediği dönemler incelendiğinde kullanılan malzemelerin ve oluşturulan yapıların günümüzle kıyaslandığında günümüzdeki yapıların daha karmaşık olduğu direk göze çarpmaktadır. Ama bu karmaşıklık insanları çözülmesi zor olan problemleri basitleştirerek çözmeye yönlendirmiştir. Bunun için birçok yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemlerden biri sonlu elemanlar yöntemidir.

Sonlu elemanlar yönteminin uygulanması asırlar öncesine dayanmaktadır. Günümüzdeki kullanılan sonlu elemanlar yöntemi teknolojiye de paralel olarak karmaşık halde kullanılsa da ilk kullanıldığı andan beri sistemi basit hale getirerek çözüme mantığına dayanmaktadır. Sonlu elemanlar yönteminin ilk uygulanması matematikçiler tarafında geometri alanında dairenin alanı ve çevresinin hesaplanmasında kullanılmıştır.

Antik kayıtlar, sonlu elemanlar yönteminin yüzlerce yıl önce kullanıldığını göstermektedir. “Ahmes papirüsü” MÖ. 1500 ‘de Mısırlı matematikçilerin π sayısı yerine $10^{1/2}$ ‘yi kullandıklarını ve yine Mısırlıların MÖ.1800 ‘de piramidin alanını ve kürenin alanını hesaplamada sonlu elemanlar yöntemini kullandığını göstermektedir. Arşimet ‘in katıların hacmini hesaplamada yine sonlu elemanlar kullandığı bilinmektedir (Şenel, 1996).

Sonlu elemanlar yöntemi, ilk defa sayısal çözümlene yöntemi olarak matematikçi Courant’ın burulma problemi çalışmasında görülmektedir. Courant, St Venant burulma probleminin çözümünde üçgen elemanların birleştirilmesi ve minimum potansiyel enerji prensibi kullanılmıştır. O sırada pratik görülmesi de 1950’li yıllarda bilgisayarların problemlerin modellenmesinde kullanılabilecek duruma gelmesiyle, mühendisler tarafından özellikle mekanik alanında sonlu elemanlar yöntemini kullanmaya başlamışlardır. “Sonlu elemanlar yöntemi” adı ise 1960 yılında Kaliforniya Üniversitesi profesörü Ray Clough tarafından literatüre katılmıştır. 1963 yılından sonra ise, sadece rijit cisim mekaniği alanında kalmayıp, ısı transferi, yer altı suyu akımı ve diğer alanlarda kullanılmaya başlanmıştır. 1970’li yıllardan itibaren genel kullanımı amaçlayan sonlu elemanlar programları oluşturulmaya başlanmıştır. Günümüzde de sonlu elemanlar yöntemi mühendisler ve bilim adamları tarafından sıklıkla kullanılan ve üzerinde gelişmelerin devam ettiği bir yöntemdir. Sonlu elemanlar yönteminin bu derece yaygın olarak kullanılmasının en büyük sebebi, yöntemin çok

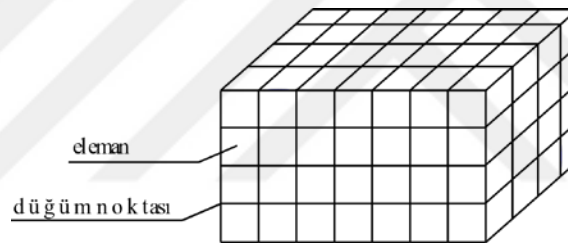
yönlülüğünden kaynaklanabilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemiyle çözülen bir problem karmaşık geometriye, değişik sınır şartlarına sahip olabilmektedir (Alyavuz, 2003).

Günümüzde artık sonlu elemanlar yöntemi birçok sektörde çok sık olarak tercih edilen bir yöntem haline gelmiştir. Sonlu elemanlar yönteminin bu kadar popüler hale gelmesinde bilgisayar teknolojisinin ve insanoğlunun daha iyisini yapma arzusunun büyük bir payı vardır.

2.2. Genel Tanım

Sonlu elemanlar yöntemi, bir sistemi veya sistemin bir kısmının parçalara ayırarak elde edilen elemanın matematiksel ifadelerinin kullanılmasıyla çözüm elde edilen bir yöntemdir. Sonlu elemanlar yöntemi sadece yapı mühendisliğinde değil birçok sektörde kullanılmaktadır.

Sistemin bölünmesi ile oluşan her bir parçaya eleman, elemanların birleşimlerinde bulunan kısımlara düğüm noktası adı verilir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Sonlu Eleman Modelindeki Düğüm Noktaları ve Elemanlar.

Sonlu elemanlar yöntemi, tüm sistemde oluşan yerdeğişirmeler bilinmeyen olarak kabul ederek bu bilinmeyen sayısı kadar denklemin oluşturulması ve çözülmesi esasına dayanır. Denklemler oluşturulurken tüm elemanların aynı yerel ekseninde olmama durumunda karışıklık çıkacağından elemanlar ortak bir ekseninde toplanmalıdır. Her elemanın yerel eksenini lokal eksen takımı (x, y, z) olarak, lokal eksenlerin toplandığı ortak eksen ise global eksen takımı (X, Y, Z) olarak adlandırılır.

Sistemdeki tüm düğüm noktalarındaki yerdeğişirmeler bilinmeyen olarak kabul edildiğinden dolayı birçok bilinmeyen söz konusu olacaktır. Bu bilinmeyenlerin bilgisayarla çözülebilmesi için denklem takımı haline getirilmelidir. Bu denklem takımlarının matris formunda gösterimi,

$$(K_s). \tilde{x}^j = -\tilde{P} \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada (K_s) sistemin rijitlik matrisini, \tilde{P} düğüm noktalarına etkiyen yükleri, \tilde{x} düğüm noktalarında yer değiştirmeleri ifade etmektedir.

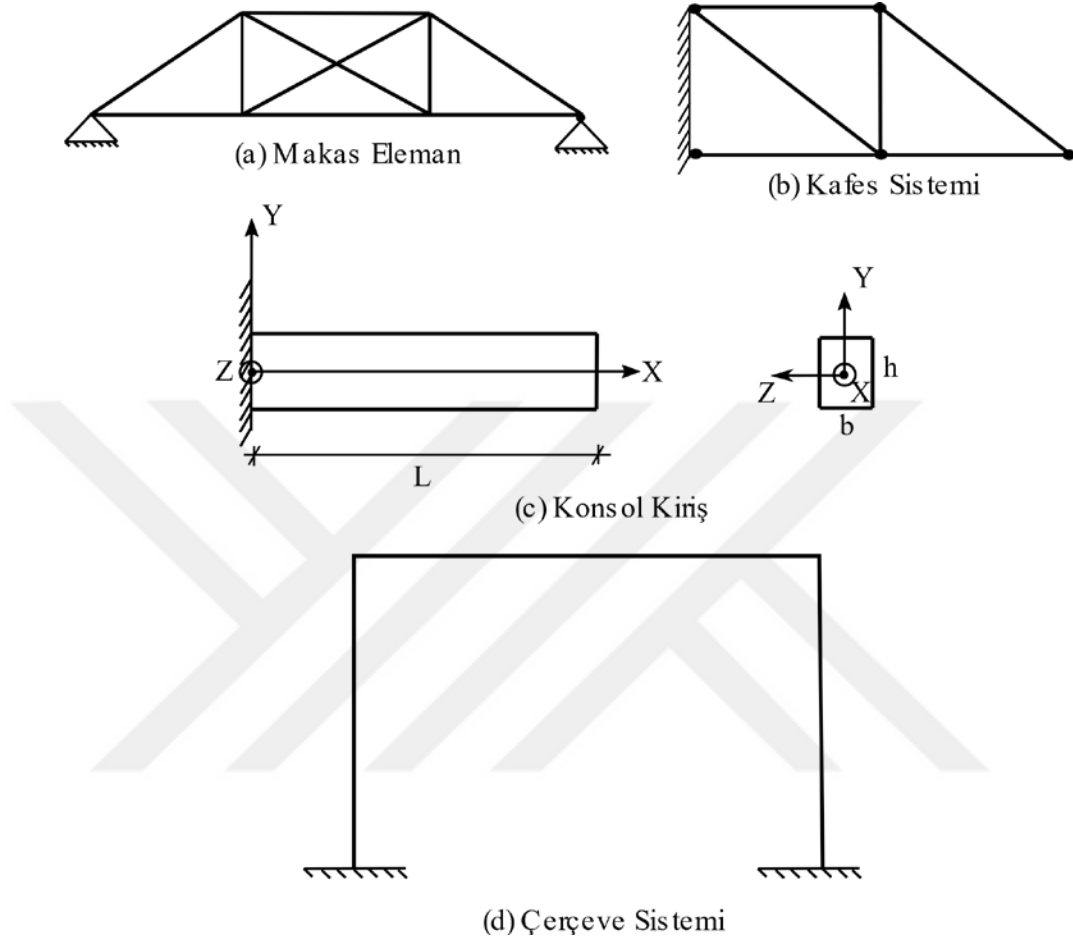
2.3. Sonlu Elemanlar Yönteminde Kullanılan Eleman Şekilleri

Sonlu elemanlar yöntemi, gerçek yapının basit hale getirilerek kabul edilebilir sınırlar içerisinde analiz edilmesi şeklinde özetlenebilir. Fakat basit hale getirilirken modele uygun sonlu elemanın seçilmesi önemli bir konudur. Uygun sonlu eleman modeli seçilmediği takdirde alınan sonuçlar gerçek değerden uzaklaşacaktır.

Sonlu elemanlar yöntemi ile analiz yapılırken ilk olarak kullanılacak elemanın seçimi yapılır ve analiz edilecek yapı bu seçilen elemanlara bölünür. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılacak elemanın şekli analiz edilecek yapıya ne kadar uygun olursa sonuç gerçek değere o kadar yaklaşacaktır. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılacak elemanlar boyutlarına göre üç gruba ayrılır.

2.3.1. Tek boyutlu elemanlar

Bir boyutu diğer iki boyutuna göre oldukça büyük olan elemanlar tek boyutlu elemanlardır. Tek boyutlu elemanlar Şekil 2.2. 'de gösterildiği gibi makas sistemler, kafes sistemler, konsol giriş, çerçeve sistemler vb. gibi sistemlerin analizi için kullanılır.



Şekil 2.2. Bir Boyutlu Eleman İçin İdealize Edilmiş Sistemler.

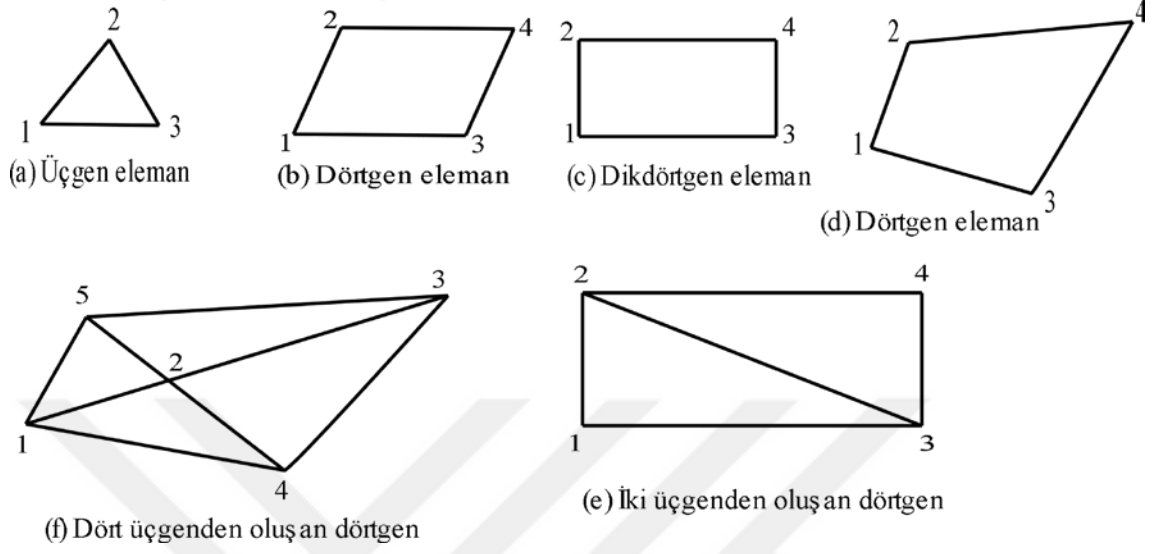
Tek boyutlu elemanın sonlu eleman modeli Şekil 2.3. 'te gösterilmiştir.



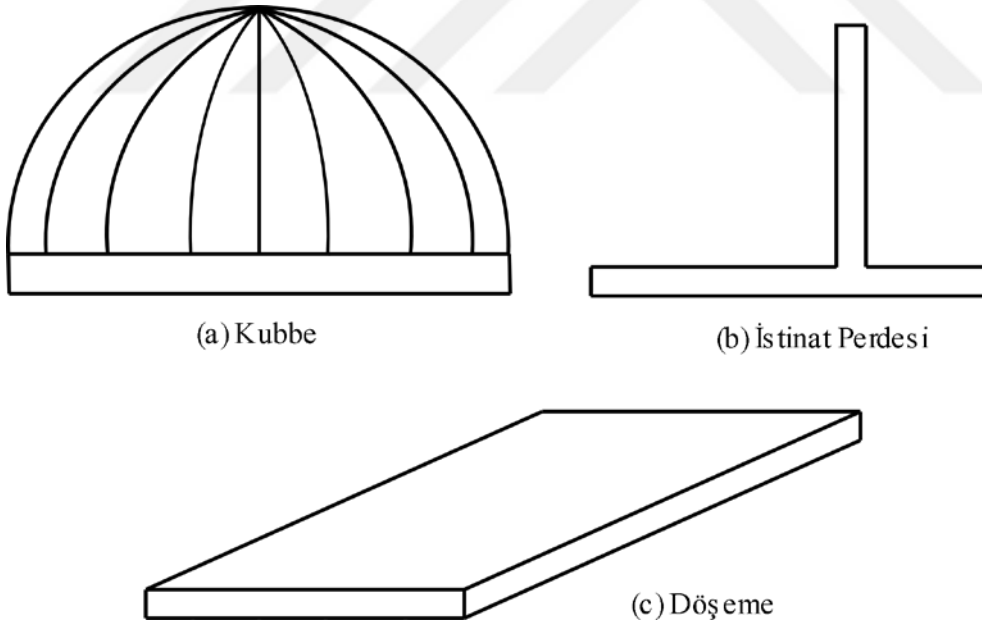
Şekil 2.3. Tek Boyutlu Eleman.

2.3.2. İki boyutlu elemanlar

Bir boyutu diğer iki boyutuna göre oldukça küçük olan elemanlar iki boyutlu elemanlardır (Şekil 2.4.). İki boyutlu elemanlar genellikle düzlem problemlerinin çözümü için tercih edilir (Şekil 2.5.).



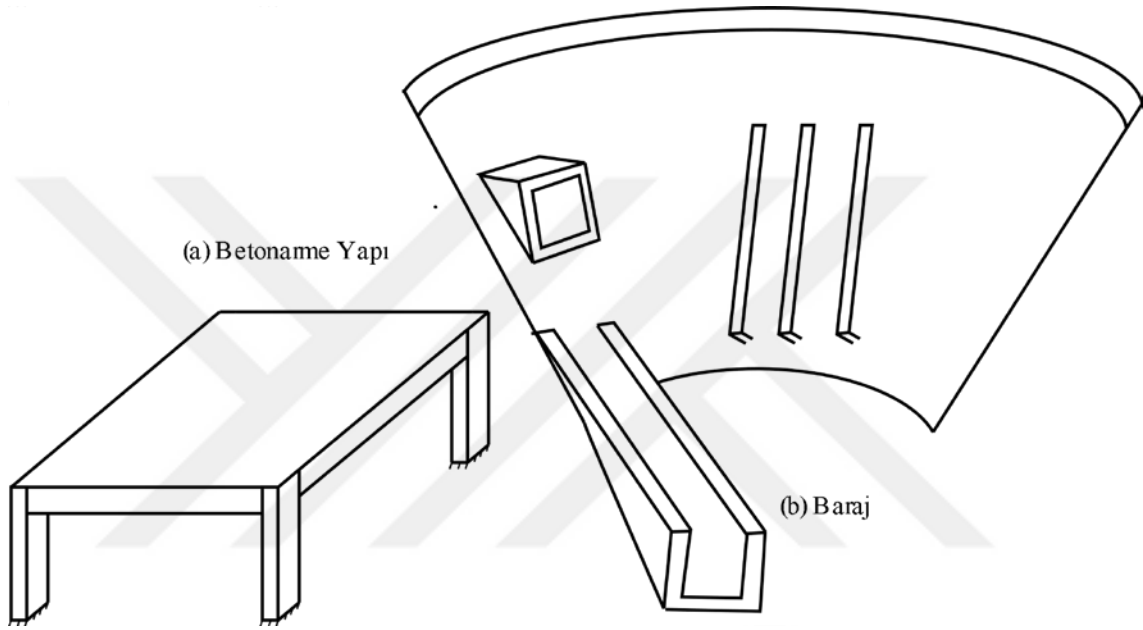
Şekil 2.4. İki Boyutlu Elemanlar.



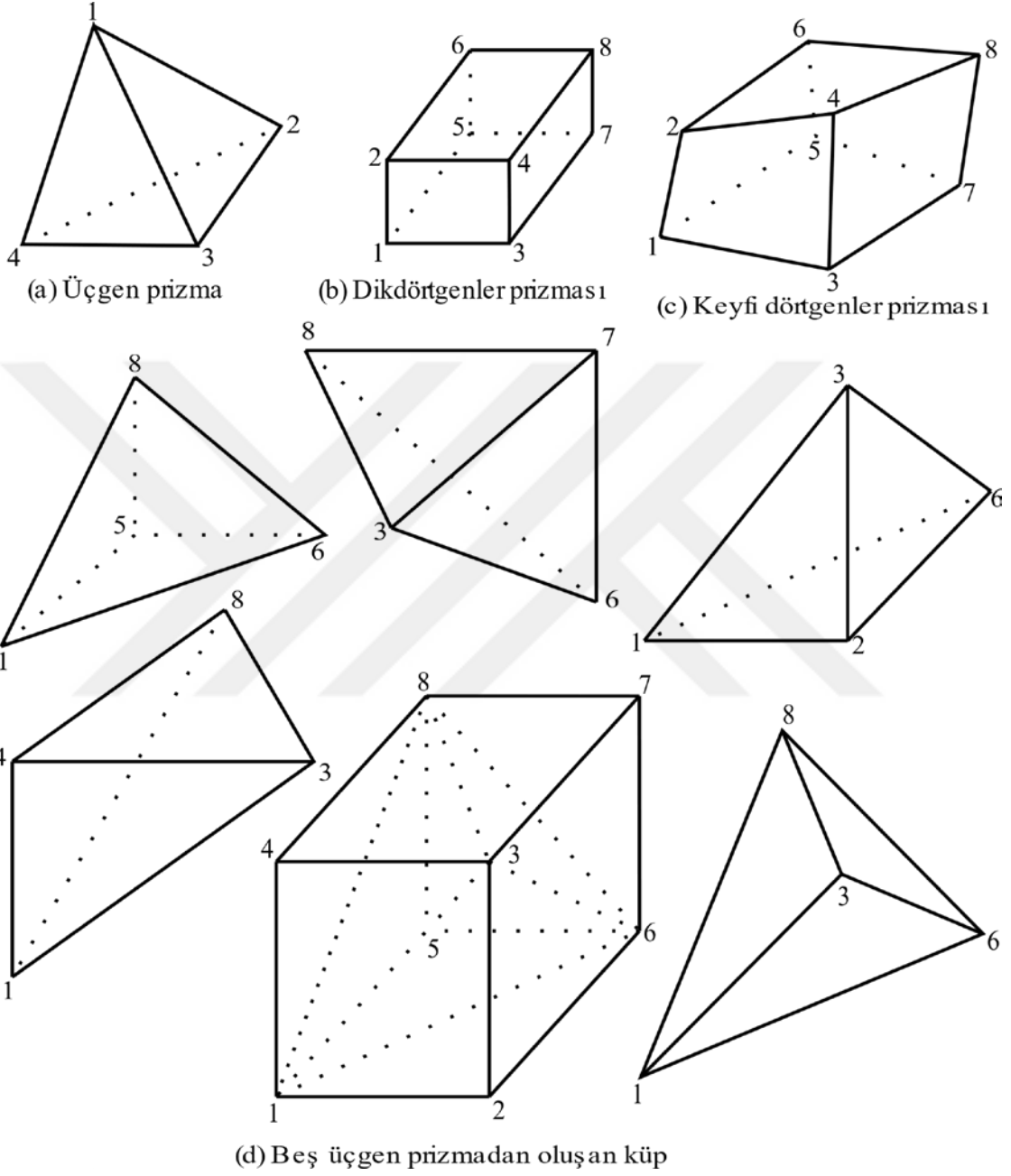
Şekil 2.5. İki Boyutlu Elemanlar İçin İdealize Edilmiş Sistemler.

2.3.3. Üç boyutlu elemanlar

Üç boyutu birbirinden çok farklı olmayan elemanlar üç boyutlu elemanlardır. Üç boyutlu elemanlar Şekil 2.6. 'da gösterildiği gibi betonarme yapı, baraj vb. gibi sistemlerin analizi için kullanılır. Üç boyutlu problemin analizleri için bu grupta yer alan elemanlar kullanılır (Şekil 2.7.).



Şekil 2.6. Üç Boyutlu Elemanlar İçin İdealize Edilmiş Sistemler.



Şekil 2.7. Üç Boyutlu Elemanlar.

2.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Problem Çözümünün Aşamaları

Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak problem çözülmesinde işlem sırası şu şekildedir;

- 1)Sistemin kullanılacak elemanlara bölünmesi,
- 2)Elemanın lokal eksene göre rijitlik matrisinin oluşturulması
- 3)Eleman rotasyon matrisinin oluşturulması,
- 4)Elemanın global eksene göre rijitlik matrisinin oluşturulması,
- 5)Mesnet şartlarının tanımlanması,
- 6)Eleman rijitlik matrisinden sistem rijitlik matrisinin elde edilmesi,
- 7)Düğüm noktalarına etkiyen yük vektörünün oluşturulması,
- 8)Sistemin çözümlenmesi (düğüm yerdeğiştirmelerinin bulunması)

2.5. Sonlu Elemanlar Yönteminin Avantajları

Problem çözümünde kullanılan her metodun avantajı vardır. Sonlu elemanlar yönteminin avantajlarından bazıları aşağıda verilmiştir.

- 1) Analizi yapılacak problemin geometrisi ne kadar karmaşık olursa olsun uygun eleman seçilerek modellenebilir.
- 2) Her eleman farklı geometriye ve malzeme özelliklerine sahip olsa bile bu yöntemde sorun teşkil etmeden kolayca sonuç alınabilir.
- 3) Sınır şartları kolayca entegre edilerek her türlü problemin çözülmesi kolay hale getirilebilir.

2.6. Sonlu Elemanlar Yönteminin Dezavantajları

Problem çözümünde kullanılan her yöntemin avantajları olduğu gibi dezavantajları da mevcuttur. Dezavantajlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

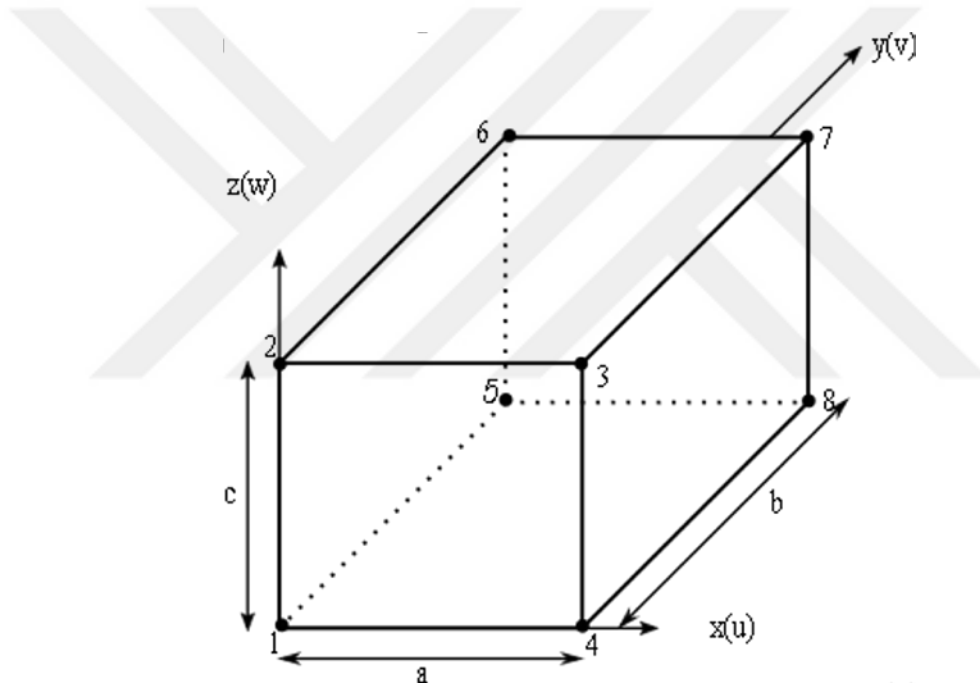
- 1) Çözülme istenen problemin büyüklüğüne bağlı olarak veri girişi artmaktadır. Veri girişinin artması hata yapma olasılığını yükseltmektedir.

2) Problemin büyüklüğüne bağlı olarak günümüzdeki standart bilgisayarlarda çözüm alma süresinin uzun olacağı veya bilgisayar kapasitesinin yetmeyeceği durumlar söz konusu olacaktır.

3) Yapının alt bölümlere ayrılması deneyim istemektedir. Şayet bu durum önemsenmediğinde alınan sonuçlar yanıltıcı olabilir.

2.7. Rijitlik Matrisinin 8 Noktalı Katı Eleman İçin Elde Edilmesi

Şekil 2.8. 'de boyutları verilen izotrop, lineer elastik malzeme özelliklerine sahip 8 noktalı katı eleman gösterilmektedir.



Şekil 2.8. 8 Noktalı Katı Eleman

Şekil 2.8. 'de verilen cisim üzerine etki eden kuvvetler neticesinde üzerinde denge denklemleri yazılırsa;

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0$$

elde edilir. Bu denge denklemleri matris formunda aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.3)$$

Denge denklemleri olarak tarif edilen (2.3) ifadesinin kapalı formda gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$(A)^T \cdot \tilde{\sigma} + \tilde{f} = 0 \quad (2.4)$$

Burada $(A)^T$, diferansiyel operatör matrisin transpozu, $\tilde{\sigma}$ cisim üzerinde oluşan gerilmeler ve \tilde{f} ise cisme etki eden dış kuvvettir.

Süreklilik koşulu veya uygunluk denklemi olarak da tarif edilen deformasyon-deplasman ilişkisi 8 noktalı katı eleman için aşağıda verilmektedir (Smith ve Griffiths, 2008).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\tilde{\varepsilon} = (A) \cdot \tilde{u} \quad (2.6)$$

Burada $\tilde{\varepsilon}$ deformasyon vektörü, (A) daha önce (2.4) ifadesinde transpozu tanımlanan diferansiyel matrisi ve \tilde{u} deplasman vektörünü göstermektedir.

8 noktalı katı eleman için gerilme-deformasyon ilişkisi ise şöyledir (Smith ve Griffiths, 2008).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

(2.7) ifadesinde gerilme-deformasyon ilişkisi katsayıları (D) ile gösterilmiştir.

$$\tilde{\sigma} = (D)\tilde{\varepsilon} \quad (2.9)$$

Süreklilik koşulunda (2.7) yer değiştirmeler cinsinden tarif edilen şekil değiştirmelerin ifadesinde yerine konmasıyla gerilmelerin yerdeğiştirmeler cinsinden tarifi yapılmış olur.

$$\tilde{\sigma} = (D)(A)\tilde{u} \quad (2.10)$$

(2.10) ifadesinde yer değiştirmeler cinsinden tarif edilen gerilmeler (2.4) ifadesinde yerine konulursa denge denklemlerinin yerdeğiştirmeler cinsinden tarifi elde edilir.

$$(A)^T(D)(A)\tilde{u} = -\tilde{f} \quad (2.11)$$

(S): Şekil fonksiyonları matrisi olup aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$[S] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Burada \tilde{N}_i 8 noktalı katı elemanın i numaralı düğüm noktasındaki şekil fonksiyonu olup aşağıda tarif edilmiştir.

$$\begin{aligned} N_1 &= \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(1 - \frac{z}{c}\right) \\ N_2 &= \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right) \frac{z}{c} \\ N_3 &= \frac{x}{a} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \frac{z}{c} \\ N_4 &= \frac{x}{a} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(1 - \frac{z}{c}\right) \\ N_5 &= \left(1 - \frac{x}{a}\right) \frac{y}{b} \left(1 - \frac{z}{c}\right) \\ N_6 &= \left(1 - \frac{x}{a}\right) \frac{y}{b} \frac{z}{c} \\ N_7 &= \frac{x}{a} \frac{y}{b} \frac{z}{c} \\ N_8 &= \frac{x}{a} \frac{y}{b} \left(1 - \frac{z}{c}\right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

(2.11) ifadesi 8 noktalı dikdörtgenler prizması için sürekli formdaki denklemdir. (2.12) ifadesinde tarif edilen şekil fonksiyonları matrisi yardımıyla ayrıklaştırma işlemi gerçekleştirilirse;

$$(S)^T (A)^T (D)(A)(S)\tilde{u} = -\tilde{f} \quad (2.14)$$

elde edilir.

Diferansiyel operatör matrisi ile şekil fonksiyonları matrisi çarpımı (B) olarak isimlendirilirse;

$$(B) = (A)(S) \quad (2.15)$$

elde edilir.

(2.15) ifadesi (2.14) ifadesinde yerine konulursa 8 noktalı katı eleman için yer değiştirmeler cinsinden denge denklemleri tarifi yapılmış olur.

$$(B)^T (D)(B)\tilde{u} = -\tilde{f} \quad (2.16)$$

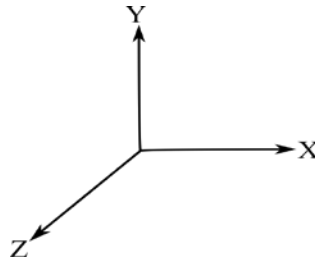
(2.16) ifadesinde $(B)^T (D)(B)$ matris çarpımı 8 noktalı katı eleman için rijitlik matrisi olarak isimlendirilir ve (k_j) ile gösterilir.

Bu durumda (2.14) ifade aşağıdaki gibi olur.

$$(k_j)\tilde{u} = -\tilde{f} \quad (2.17)$$

2.8. Global Eksen Takımı

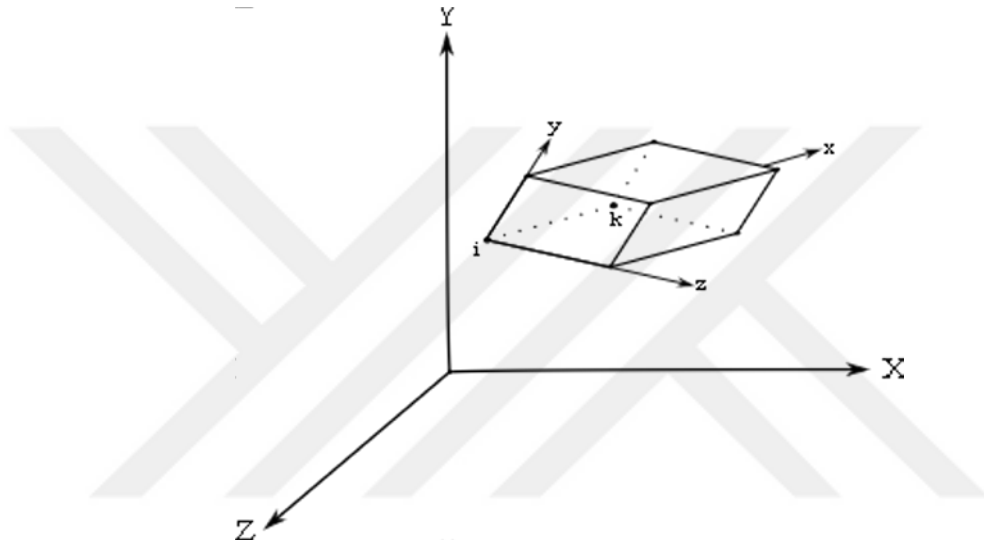
Bir yapıyı oluşturan elemanların bağlı olduğu düğüm noktaları uzayda bir konuma sahiptir. Bu noktaların koordinatları global eksen takımına göre (X, Y, Z) olarak tanımlanır. Bu koordinat sistemi sayesinde yapı ve/veya yapı elemanlarının uzaydaki konumları belirlenmektedir. Sağ el kuralına uyumlu olan global eksen takımı Şekil 2.9. 'de gösterilmektedir.



Şekil 2.9. Global Eksen Takımı.

2.9. Lokal Eksen Takımı

Sistemi oluşturan tüm elemanlar uzayda farklı konumlarda olabilir. Bu elemanlar kendilerine özgü bir eksen takımına sahiptir. Bu eksen takımı lokal eksen takımı (x, y, z) olarak adlandırılır. Elemanın lokal eksen takımının yerleştirildiği düğüme ise referans düğümü denilmektedir. Referans düğümü (i) referans olmayan diğer düğüm ise (k) olarak adlandırılır. Lokal eksen takımı Şekil 2.10. 'da gösterilmektedir.

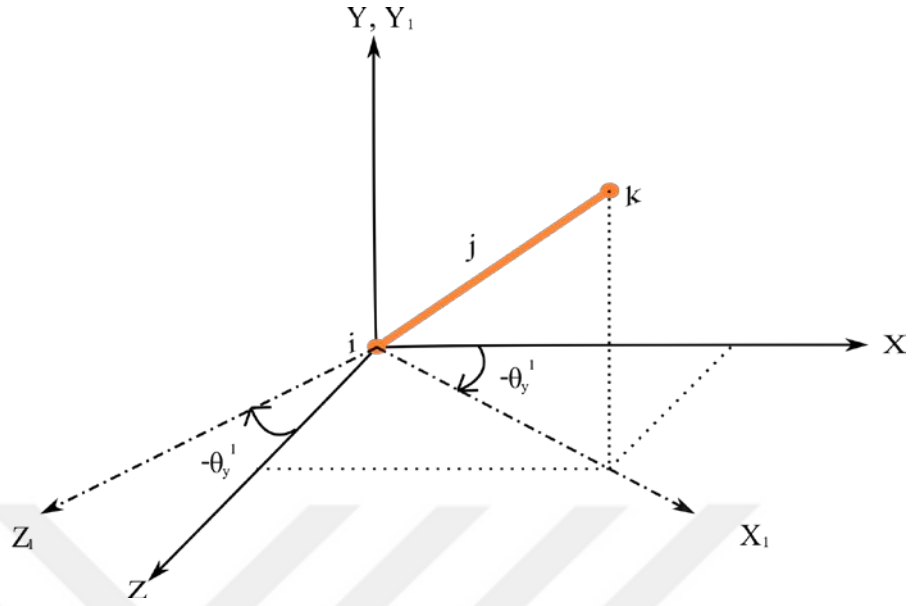


Şekil 2.10. Lokal Eksen Takımı.

2.10. Rotasyon Matrisinin Oluşturulması

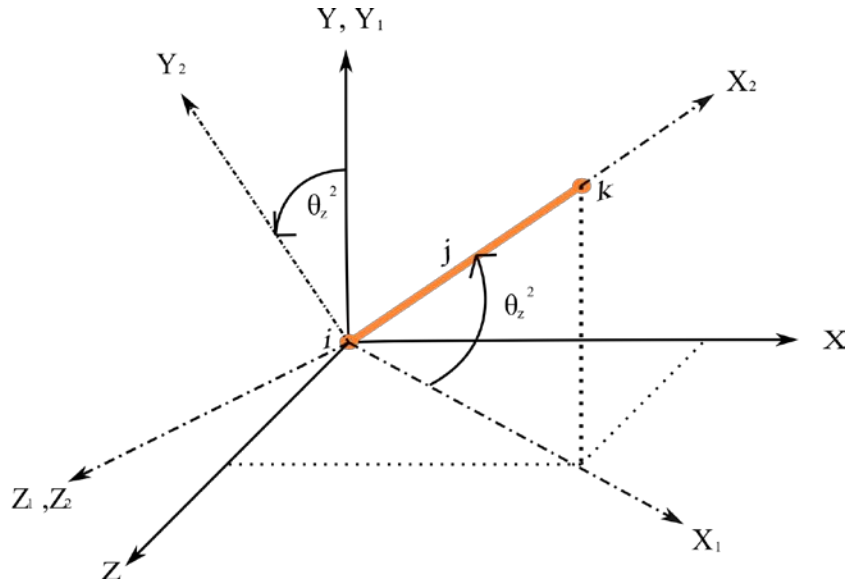
Bir sistem ve/veya sistemin bir parçasına gelen yükler lokal eksen takımına göre tarif edilmektedir. Düğüm noktası deplasmanlarının hesaplanabilmesi için lokal eksen takımı ile global eksen takımı arasındaki ilişkinin bilinmesi gerekmektedir.

$\theta_y^1, \theta_z^2, \theta_x^3$ global eksen takımının referans düğüm noktası açılarıdır. Katı elemanın referans düğümü (i) ile referans olmayan düğümü (k) arasındaki kısmını alarak j çubuğu gibi düşünülürse çizim daha anlaşılır olacaktır. İlk olarak i referans düğümü global eksen takımına yerleştirilerek sağ el kuralına uygun olarak global Y eksenini etrafında $-\theta_y^1$ açısı kadar döndürülür (Şekil 2.11.).



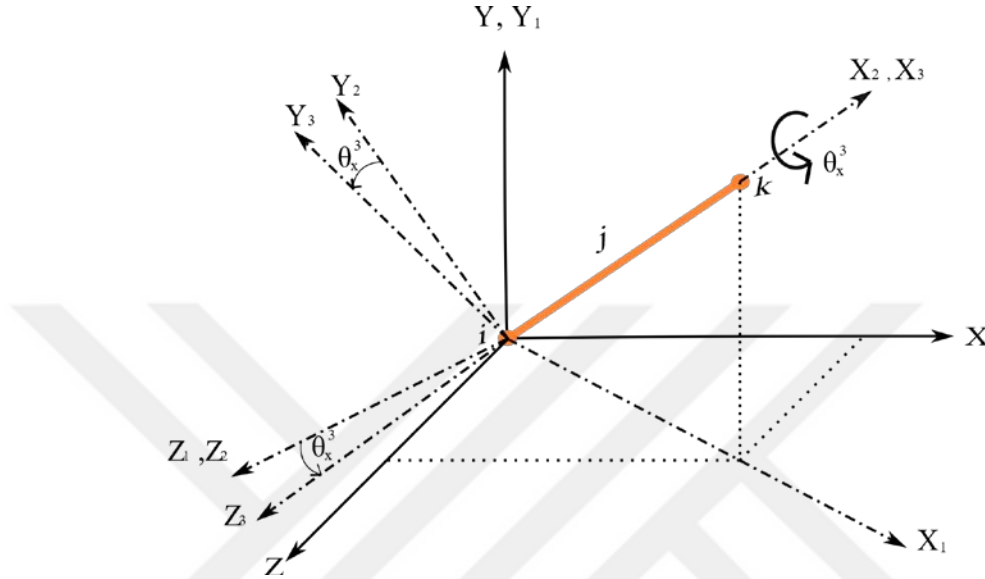
Şekil 2.11. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (Y Ekseninde Döndürme).

Oluşan yeni eksen sağ el kuralına uygun olarak global Z eksenini etrafında θ_z^2 açısı kadar döndürülür (Şekil 2.12.).



Şekil 2.12. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (Z Ekseninde Döndürme).

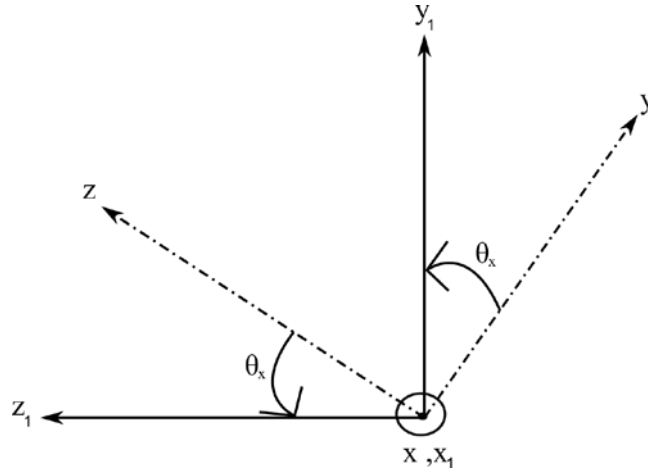
Z ekseninde döndürme sonrasında oluşan yeni eksen sağ el kuralına uygun olarak global X eksenini etrafında θ_x^3 açısı kadar döndürülür (Şekil 2.13.). Bu döndürmeler sonrasında global eksen ile lokal eksen çakıştırılmış olur.



Şekil 2.13. Global Eksen Takımını Lokal Eksen Takımına Dönüştürme (X Ekseninde Döndürme).

(2.15) denklemindeki $[k_j]$ matrisi lokal eksene göre bulunmuş 8 noktalı katı elemanın rijitlik matrisidir. Global eksene göre rijitlik matrisinin $[K_m]$ elde edilmesi için $[R_j]$ elde edilmesi gerekmektedir. Yukarıda global eksen ile lokal eksen arasındaki ilişkiden bahsedilmiştir. Rotasyon matrisini elde etmek için referans (i) düğümündeki bağıntıları yazmak yeterli olacaktır. Bu işlem, lokal ekseni global eksene dönüştürmek içindir. Bu dönüşüm için global eksenden lokal eksene dönüştürmenin tersi işlemi olan lokal eksenden global eksene dönüşüm yapılır. Özetlenecek olursa katı elemanın (i) referans düğümü için sırasıyla x, y, z lokal eksenlerinde döndürme işlemleri yazılır.

İlk olarak x ekseninde döndürme işlemi yapılırsa x eksenini ile x_1 çakışık olacaktır (Şekil 2.14.).



Şekil 2.14. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (x Ekseninde Döndürme).

x ekseninde döndürmek için ilişkiler yazılırsa;

$$x_1 = x$$

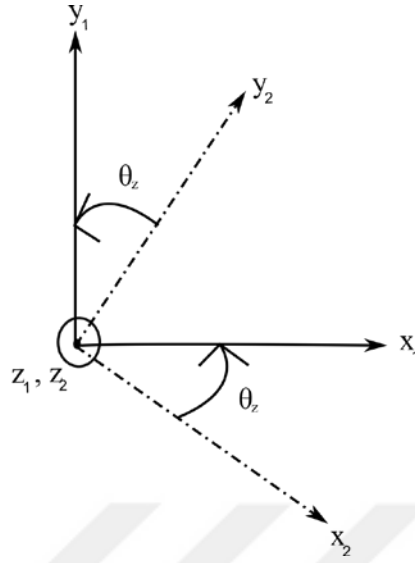
$$y_1 = y \cdot \cos \theta_x - z \cdot \sin \theta_x \quad (2.18)$$

$$z_1 = z \cdot \cos \theta_x + y \cdot \sin \theta_x$$

(2.18) denklemini matris formatında yazılırsa (R_j^x) matrisi elde edilir.

$$(R_j^x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}$$

z ekseninde döndürmek işlemi yapılırsa z_1 eksenini ile z_2 eksenini çakışık olacaktır (Şekil 2.15.).



Şekil 2.15. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (z Ekseninde Döndürme).

z ekseninde döndürmek için ilişkiler yazılırsa;

$$x_2 = x_1 \cdot \cos \theta_z - y_1 \cdot \sin \theta_z$$

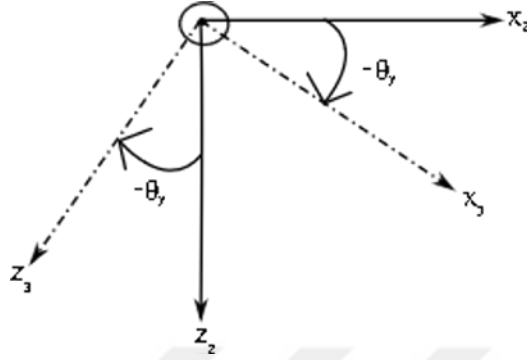
$$y_2 = x_1 \cdot \sin \theta_z + y_1 \cdot \cos \theta_z \quad (2.19)$$

$$z_2 = z_1$$

(2.19) denklemini matris formatında yazarsak (R_j^z) matrisi elde edilir.

$$(R_j^z) = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y ekseninde döndürme işlemi yapılırsa y_2 eksenini ile y_3 eksenini çakışık olacaktır (Şekil 2.16.).



Şekil 2.16. Lokal Eksen Takımını Global Eksen Takımına Dönüştürme (y Ekseninde Döndürme).

y ekseninde döndürmek için ilişkiler yazılırsa;

$$x_3 = x_2 \cdot \cos \theta_y + z_2 \cdot \sin \theta_y$$

$$y_3 = y_2 \quad (2.20)$$

$$z_3 = -x_2 \cdot \sin \theta_y + z_2 \cdot \cos \theta_y$$

(2.20) denklemleri matris formatında yazılırsa (R_j^y) matrisi elde edilir.

$$(R_j^y) = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix}$$

Elde edilen $(R_j^x) \cdot (R_j^z) \cdot (R_j^y)$ matrislerini çarptığımızda (R_j^1) matrisi elde edilir.

$$(R_j^1) = \begin{bmatrix} \cos \theta z \cdot \cos \theta y & -\sin \theta z & \cos \theta z \cdot \sin \theta y \\ \cos \theta x \cdot \sin \theta z \cdot \cos \theta y + \sin \theta y \cdot \sin \theta x & \cos \theta x \cdot \cos \theta z & \cos \theta x \cdot \sin \theta z \cdot \sin \theta y - \sin \theta x \cdot \cos \theta y \\ \sin \theta x \cdot \sin \theta z \cdot \cos \theta y - \cos \theta x \cdot \sin \theta y & \sin \theta x \cdot \cos \theta z & \sin \theta x \cdot \sin \theta z \cdot \sin \theta y + \cos \theta x \cdot \cos \theta y \end{bmatrix}$$

(R_j^1) matrisi 8 noktalı katı elemanın 1 numaralı düğümü için oluşturulmuş matristir.

$$(R_j^1) = (R_j^2) = (R_j^3) = (R_j^4) = (R_j^5) = (R_j^6) = (R_j^7) = (R_j^8) \quad (2.21)$$

Elde edilen 3×3 boyutundaki (R_j^1) matrisi köşegenlere yerleştirilerek 24×24 boyutundaki (R_j) matrisi elde edilir. Burada indisler düğüm noktalarını temsil etmektedir.

$$(R_j) = \begin{bmatrix} (R_j^1) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & (R_j^2) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & (R_j^3) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & (R_j^4) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (R_j^5) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (R_j^6) & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (R_j^7) & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (R_j^8) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Elde edilen (R_j) matrisi 24×24 boyutunda bir matristir. Burada indisler yardımıyla 8 nokta temsil edilmiş olsa da aslında yukarıda belirtildiği gibi bu matrisin 8 adet aynı 3×3 boyutunda matristen oluşmaktadır.

2.11. Global Eksen Takımına Göre 8 Noktalı Katı Elemanın Rijitlik Matrisi

Eşitlik (2.17) 'de tarif edilen 8 noktalı katı elemanın rijitlik matrisi (k_j) lokal eksen takımına göre dir. Bu matris rotasyon matrisi (R_j) ile çarpılarak global eksen takımına göre 8 noktalı katı elemanın rijitlik matrisi (K_m) elde edilir.

Daha öncede belirtildiği gibi lokal eksene göre bulunmuş 8 noktalı katı elemanın rijitlik matrisi (k_j) 24×24 boyutundadır.

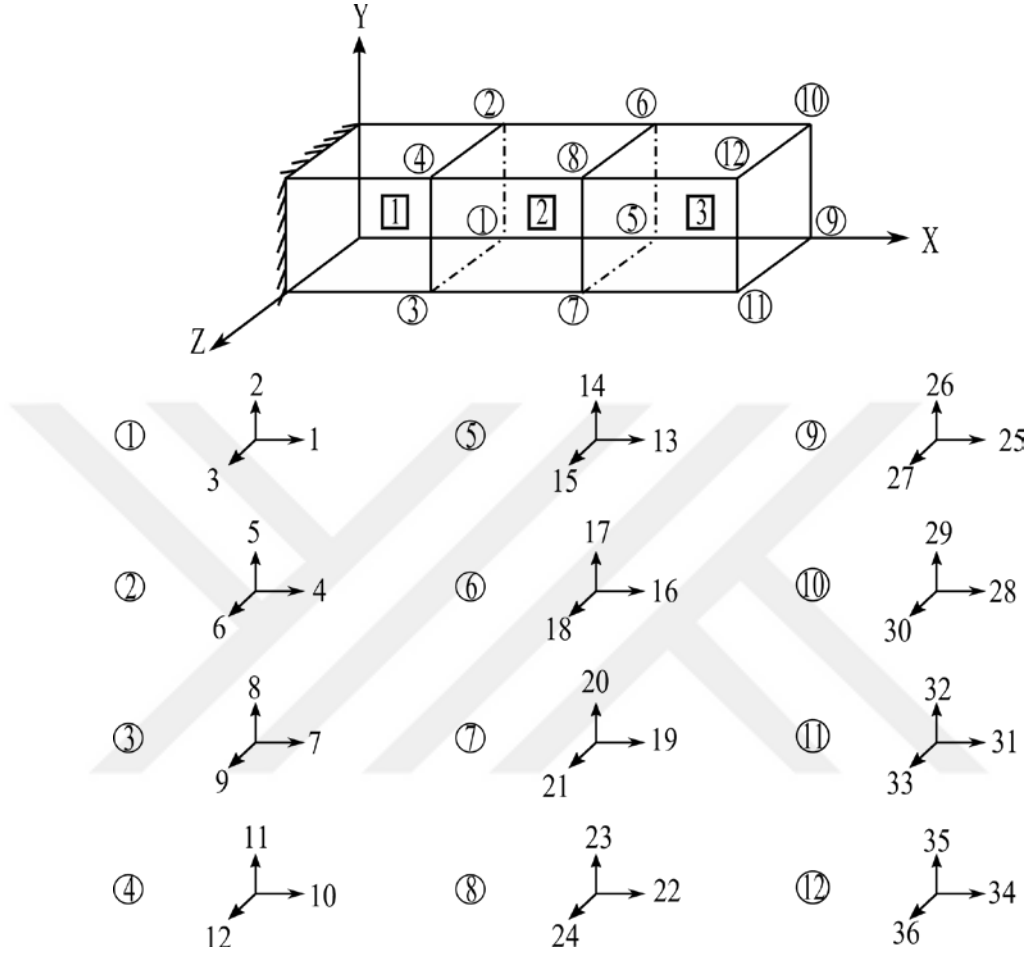
Aynı şekilde 8 noktalı katı elemanın rotasyon matrisi (R_j) de 24×24 boyutundadır. Bu matrisin trans pozunu alırsak 24×24 boyutunda olan $(R_j)^T$ matrisini elde etmiş oluruz.

Eşitlik (3.16) 'da gösterildiği şekilde çarpım işlemi yapılarak 24×24 boyutundaki $(K_m)_j$ matrisi elde edilir.

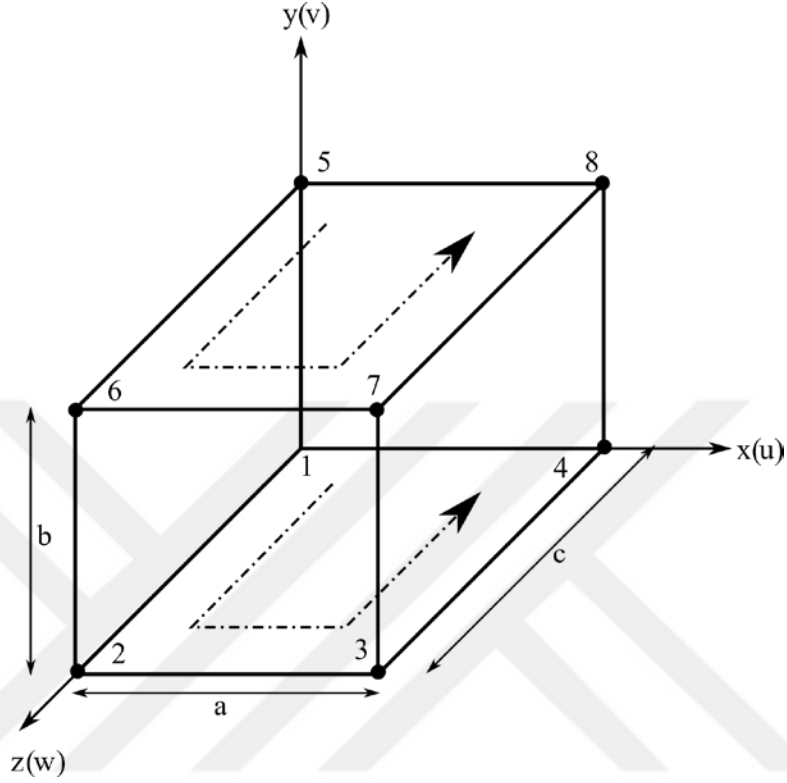
$$(K_m)_j = R_j \cdot (k_j) \cdot (R_j)^T \quad (2.23)$$

2.12. Serbestlik Derecesi ve Serbestlik Vektörünün Oluşturulması

Bu çalışma kapsamında ele alınan 8 noktalı katı eleman için sınır şartları doğrultusunda tutulu olmayan düğüm sayısının 3 katı kadar serbestlik derecesi vardır. Tutulu olmayan her düğümde global eksene göre X, Y, Z doğrultularında birer adet serbestlik bulunmaktadır. Serbestliklerin nasıl numaralandırıldığını Şekil 2.17. 'de verilmiştir.



Şekil 2.17. Serbestlik Numarasının Verilmesinin Gösterimi.



Şekil 2.18. Çalışma Kapsamında Kullanılan Eksen Takımı.

Şekil 2.18. 'deki yönler dikkate alınarak Şekil 2.17. 'de verilen 1(j=1), 2(j=2) ve 3(j=3) numaralı elamanlar için serbestlik vektörleri $\{d_j\}$ yazılırsa;

$$\tilde{d}_1^T = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 11, 12, 4, 5, 6\}$$

$$\tilde{d}_2^T = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 19, 20, 21, 13, 14, 15, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 22, 23, 24, 16, 17, 18\}$$

$$\tilde{d}_3^T = \{13, 14, 15, 19, 20, 21, 31, 32, 33, 25, 26, 27, 16, 17, 18, 22, 23, 24, 34, 35, 36, 28, 29, 30\}$$

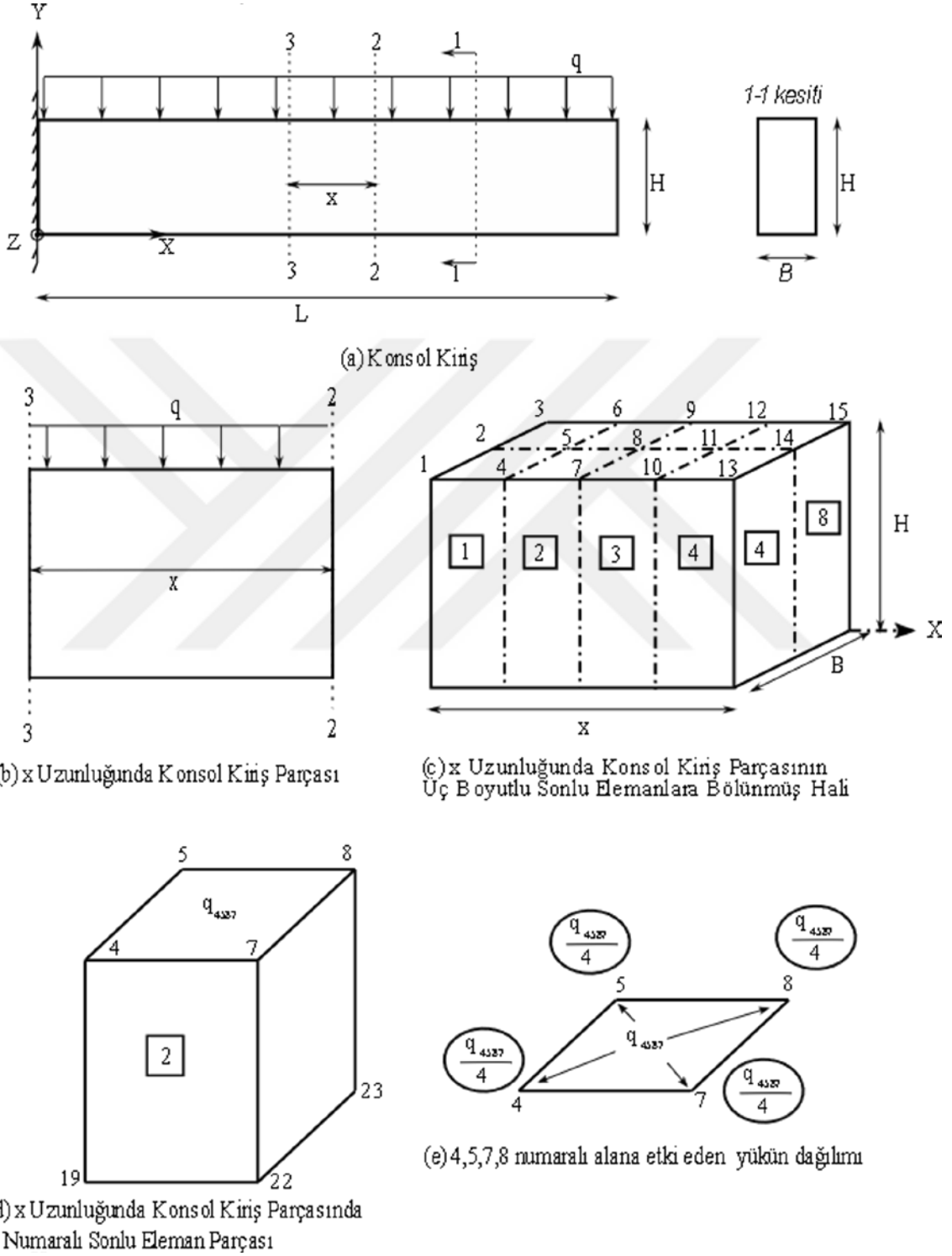
İçinde 24 adet serbestlik numarası bulunduran 3 adet \tilde{d}_j vektörü elde edilir. \tilde{d}_1 vektörün de bulunan 0 rakamları tutulu düğümlerden dolayı serbestlik numarası olmadığı içindir.

Şekil 3.1. 'deki konsol kirişin 2-2 ve 3-3 ile gösterilen x uzunluğundaki kısmı alınarak bu parça x doğrultusunda 4 parçaya y ve z doğrultularında ise 2 şer parçaya bölünmüştür. Numaralandırılmış elemanlardan 2 numaralı eleman incelendiğinde elemanın üzerinde bulunan 4, 5, 7, 8 numaralı düğüm noktalarının kapsadığı alana etki eden yüke q_{4587} denilirse 4, 5, 7, 8 noktalarına bu yükün $\frac{1}{4}$ 'ü kadar yük aktarılacaktır. Burada sadece 4,5,7,8 noktalarının kapsadığı alana gelen yayılı yük dağıtmış olur fakat 4 numaralı düğüme 1 numaralı elemandan, 5 numaralı elemana 1, 5, 6 numaralı elemanlardan, 7 numaralı düğüme 3 numaralı elemandan ve son olarak 8 numaralı düğüme 3, 6, 7 numaralı elemanlar yük aktarılmaktadır. Bu elemanlardan gelen yükler Şekil 2.19 'da gösterilen örnekteki gibi dağıtılacaktır.

Her bölünmüş alan için yük dağıtma işlemleri yapıldıktan sonra sınır şartlarına bağlı olarak tutulmuş düğümler dışında kalan tüm düğümlerdeki yükler serbestlik numarası sırasına göre bir vektörün içine yerleştirilir.

$$P_j = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{(n-1)} \\ P_n \end{bmatrix}$$

Bu işlemler tamamlandığında boyutu serbestlik sayısı kadar olan bir \tilde{d}_j vektörü elde edilmiş olur.

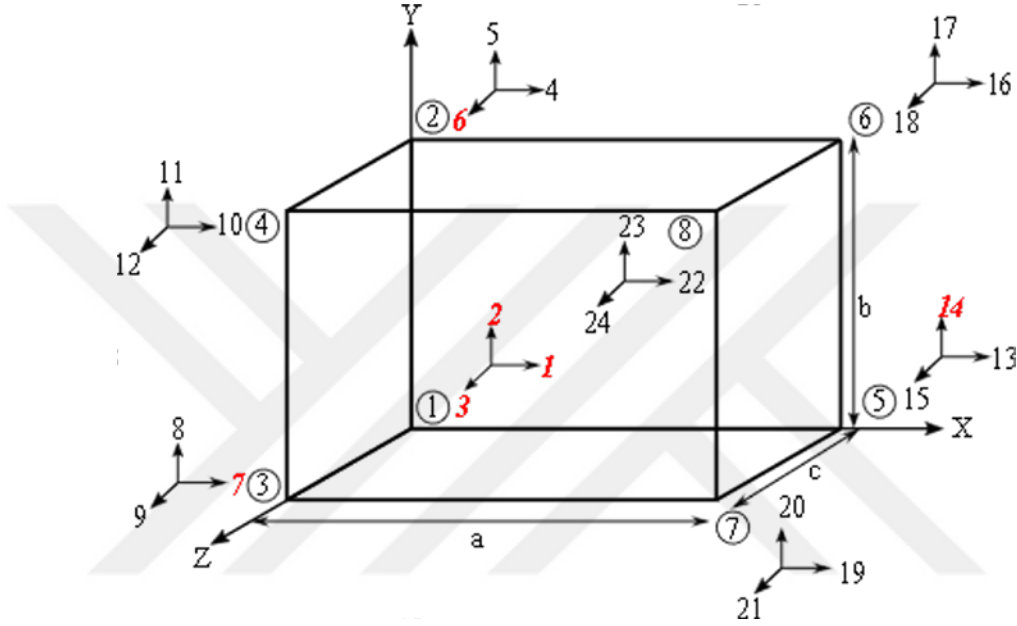


Şekil 2.19. Konsol Kiriş Parçası Üzerinde Yük Dağılımının Gösterilmesi.

Burada Yüklemler global eksene göre yazıldığından dolayı herhangi bir rotasyonla çarpılma işlemine gerek yoktur.

2.15. Birden Fazla Katı Elemanın Tek Katı Eleman Olarak Modellenmesi

8 noktalı katı elemanın uç kuvvetleri Şekil 2. 20. 'deki gibidir.



Şekil 2.20. 8 noktalı katı eleman uç kuvvetleri.

Şekil 2. 20. 'de görülen 8 noktalı katı elemanın denge denklemleri yazılırsa;

X yönünde denge denklemi;

$$F_1 + F_4 + F_7 + F_{10} + F_{13} + F_{16} + F_{19} + F_{22} = 0 \quad (2.24)$$

Y yönünde denge denklemi;

$$F_2 + F_5 + F_8 + F_{11} + F_{14} + F_{17} + F_{20} + F_{23} = 0 \quad (2.25)$$

Z yönünde denge denklemi;

$$F_3 + F_6 + F_9 + F_{12} + F_{15} + F_{18} + F_{21} + F_{24} = 0 \quad (2.26)$$

Cismi X eksenine etrafında döndürmeye çalışan kuvvetlerin oluşturduğu moment denklemi;

$$b \cdot F_6 + c \cdot F_8 + c \cdot F_{11} + b \cdot F_{12} + b \cdot F_{18} + c \cdot F_{20} + c \cdot F_{23} + b \cdot F_{24} = 0 \quad (2.27)$$

Cismi Y ekseninde döndürmeye çalışan kuvvetlerin oluşturduğu moment denklemi;

$$c.F_7 + c.F_{10} + a.F_{15} + a.F_{18} + c.F_{19} + a.F_{21} + c.F_{22} + a.F_{24} = 0 \quad (2.28)$$

Cismi Z ekseninde döndürmeye çalışan kuvvetlerin oluşturduğu moment denklemi;

$$-b.F_4 + b.F_{10} + a.F_{14} + b.F_{16} + a.F_{17} + a.F_{20} + b.F_{22} + a.F_{23} = 0 \quad (2.29)$$

Denge denklemleri matris formunda (2.30) 'da ki gibi yazılır.

Sekiz noktalı katı eleman üzerinde 6 denge denklemi yazılabildiğine göre 24 uç kuvvetinden 18'i bağımsız uç kuvveti olarak tarif edilir. Uç kuvvetleri içinden 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 ve 24 bağımsız uç kuvveti olarak seçilirse 1, 2, 3, 4, 6 ve 7 numaralı uç kuvvetleri de bağımlı uç kuvvetleri olur. Denge denklemleri yardımıyla 1, 2, 3, 4, 6 ve 7 numaralı uç kuvvetleri bağımsız uç kuvvetleri ($\widetilde{F_j}$) cinsinden (2.31) 'deki gibi tarif edilir.

Bağımsız Uç Kuvvetleri

	F1	F2	F3	F6	F7	F14	F4	F5	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23	F24	
1	1						1				1			1		1			1			1			= 0
2		1						1	1			1					1			1			1		= 0
3			1	1						1			1		1			1			1			1	= 0
4				b					-c			-c	b				b		-c				-c	b	= 0
5					c						c				-a			-a	c		-a	c		-a	= 0
6						a	-b				-b					-b	a			a		-b	a		= 0

(2.30)

Bağımsız Uç Kuvvetleri

	F1	F2	F3	F6	F7	F14	F4	F5	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23	F24	
1	1						1							1	a/c	1		a/c			a/c			a/c	= 0
2		1					b/a	1	1		b/a	1				b/a						b/a			= 0
3			1	0					c/b	1		c/b			1					c/b	1		c/b		= 0
4				1					-c/b			-c/b	1					1		-c/b			-c/b	1	= 0
5					1						1				-a/c			-a/c	1		-a/c	1		-a/c	= 0
6						1	-b/a				-b/a					-b/a	1			1		-b/a	1		= 0

(2.31)

Sekiz noktalı katı elemanın uç kuvvetleri bağımsız uç kuvvetleri cinsinden matris formunda aşağıdaki gibi gösterilir.

	F4	F5	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23	F24	
F1	-1							-1	-a/c	-1		-a/c			-a/c			-a/c	= 0
F2	-b/a	-1	-1		-b/a	-1				-b/a						-b/a			= 0
F3			-c/b	-1		-c/b			-1					-c/b	-1		-c/b		= 0
F4	1																		= 0
F5		1																	= 0
F6			c/b			c/b	-1					-1		c/b			c/b	-1	= 0
F7					-1			a/c			a/c	-1		a/c	-1		a/c		= 0
F8			1																= 0
F9				1															= 0
F10					1														= 0
F11						1													= 0
F12							1												= 0
F13								1											= 0
F14	b/a				b/a					b/a	-1			-1		b/a	-1		= 0
F15									1										= 0
F16										1									= 0
F17											1								= 0
F18												1							= 0
F19													1						= 0
F20														1					= 0
F21															1				= 0
F22																1			= 0
F23																	1		= 0
F24																		1	= 0

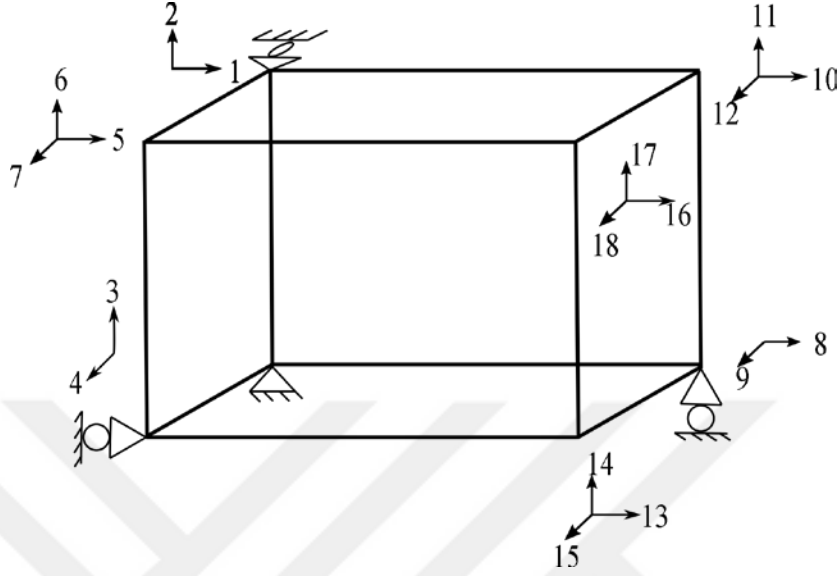
(2.32)

(2.32) ifadesi kapalı formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\tilde{f}_j = (B_j^T) \tilde{F}_j \quad (2.33)$$

Burada \tilde{f}_j sekiz noktalı katı elemanın uç kuvvetlerini, \tilde{F}_j bağımsız uç kuvvetlerini, (B_j^T) ise katsayılar matrisi gösterir.

Sekiz noktalı katı elemanın bağımlı uç kuvvetlerinin doğrultularında yer değiştirmelere izin verilmez ise bağımsız uç kuvvetleri doğrultusunda serbestlikleri olan yapı elde edilmiş olur (Şekil 2.21.).



Şekil 2.21. Bağımlı uç kuvvet doğrultuları tutulu elemanın serbestlikleri.

Şekil 2.21. 'de gösterilen yapının serbestlikleri yönünde 18 ayrı yükleme yapılır. Her yüklemde bir serbestlik birim yük ile yüklenir ve yapının 18 farklı yükleme için yer değiştirmeleri hesaplanır. Elde edilen yer değiştirmeler matris formunda düzenlenirse sekiz noktalı katı eleman için esneklik katsayıları, diğer bir deyişle (G_j) matrisi elde edilmiş olur.

Bu katsayılar eleman uçlarındaki şekil değiştirmeler $\tilde{\epsilon}_j$ ile bağımsız uç kuvvetleri \tilde{F}_j arasındaki ilişkiyi verir.

$$(G_j) \tilde{F}_j = \tilde{\epsilon}_j \quad (2.34)$$

Esneklik matrisi (G_j) 'nin elde edilmesinde birim yüklemeler ile elde edilen yer değiştirmeler şöyle düzenlenir; 1 numaralı serbestlik yönünde birim yükleme yapılması sonunda elde edilen yer değiştirmeler (G_j) matrisinin birinci satırını, 2 numaralı serbestlik yönünde birim yükleme yapılması durumunda elde edilen yer değiştirmeler (G_j) matrisinin ikinci satırını oluşturur. On sekiz serbestlik için benzer durumlar tekrarlanmasıyla esneklik matrisi elde edilmiş olur.

Esneklik matrisinin tersi alınması durumunda bağımsız uç kuvvetleri şekil değiştirmeler cinsinden tarif edilir.

$$\tilde{F}_j = (K_j)\tilde{\varepsilon}_j \quad (2.35)$$

Burada (K_j) matrisi esneklik matrisi (G_j) 'nin tersidir. Sekiz noktalı katı eleman için yerdeğişirmeler aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\tilde{B}_j \tilde{u}_j = \tilde{\varepsilon}_j \quad (2.36)$$

(2.36) ifadesinde \tilde{u}_j sekiz noktalı katı elemanın yer değişirmelerini gösterir.

(2.36) ifadesinde yer değişirmeler cinsinden tarif edilen şekil değişirmeler (2.35) ifadesinde yerine koyulursa bağımsız uç kuvvetlerinin yer değişirmeler cinsinden tarifi yapılmış olur.

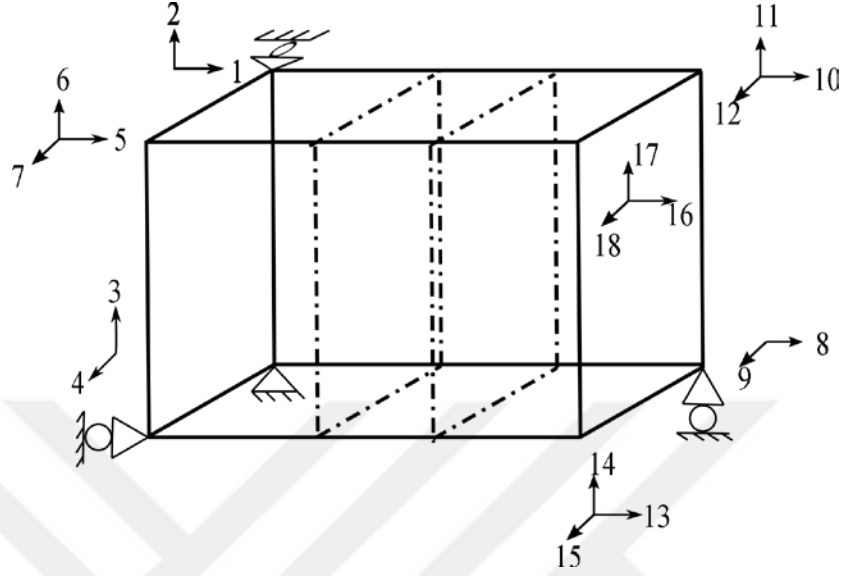
$$\tilde{F}_j = (K_j)(B_j)\tilde{u}_j \quad (2.37)$$

Yer değişirmeler cinsinden tarif edilen bağımsız uç kuvvetleri tarifi (2.33) ifadesinde yerine konulursa eleman uç kuvvetlerinin yer değişirmeler cinsinden tarifi elde edilmiş olur.

$$\tilde{F}_j = (B_j^T)(K_j)(B_j)\tilde{u}_j \quad (2.38)$$

(2.38) ifadesinde görölen $(B_j^T)(K_j)(B_j)$ matris çarpımı daha önce (2.17) ifadesinde gösterilen (k_j) matrisine özdeştir. Böylece bir tane sekiz noktalı katı eleman için matris metotla rijitlik matrisi tarifi yapılmış olur.

Birden fazla sekiz noktalı katı elemandan oluşan bir yapının sekiz noktalı katı bir eleman olarak modellenmesinde de yukarıda tarif edilen yol izlenecektir. Örneęin şekil 2.22. 'de verildiği gibi üç tane elemandan oluşan yapının sekiz noktalı katı eleman olarak modellenmesi için yükleme yapılacak serbestlik numaraları ilgili şekilde verilmiştir.



Şekil 2.22. Üç elemandan oluşan yapıda yükleme yapılacak serbestlikler.

Şekil 2.22 'deki yapının numaralandırılmayan serbestlikleri kesikli çizgi ile gösterilen düğümlerde yer almaktadır ve 19 ile 27 arasında değer alır. Ancak buradaki yapının ilk 18 serbestliği yukarıda anlatıldığı şekilde birim yüklemeler ile yüklenerek yer değiştirmeler elde edilir. İlk 18 serbestlik esneklik matrisinin oluşturulmasında kullanılır. Esneklik matrisinin tersi alınmak suretiyle (K_j) matrisi elde edilir. Elde edilen (K_j) matrisi (2.38) ifadesinde yerine koyularak birden fazla katı elemanın tek katı eleman olarak modellenmesi gerçekleştirilmiş olur. Bu modelde elde edilen katı elemanın rijitlik matrisi (2.38) toplama metodu yoluyla sistemin rijitlik matrisine taşınır.

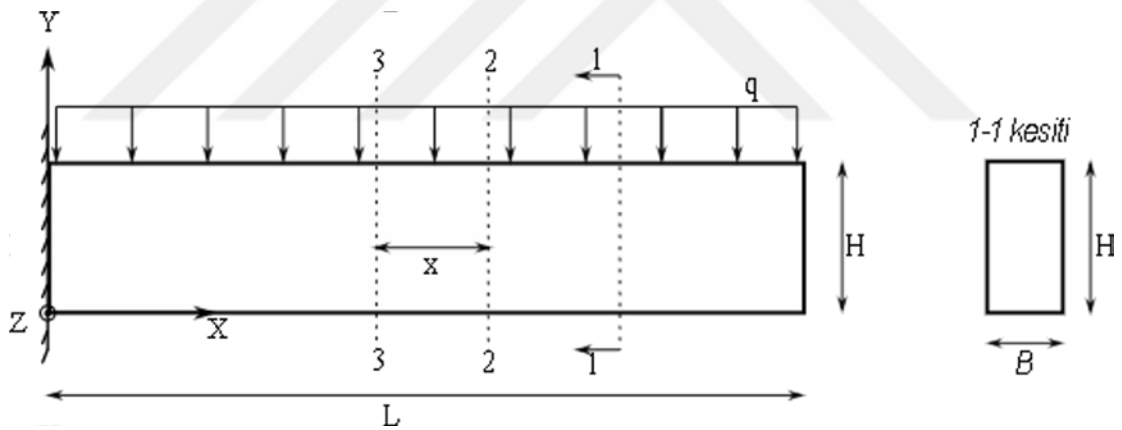
3. GELİŞTİRİLEN BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Bu çalışmada önceki bölümde tarifi yapılan 8 noktalı katı elemanlardan oluşan yapıların analizini gerçekleştirmek üzere iki ayrı program geliştirilmiştir. Birinci program, literatürde yer aldığı şekilde 8 noktalı katı elemanların analizini gerçekleştiren klasik sonlu elemanlar yöntemini temel almaktadır. Bu program Sem_k olarak isimlendirilmiştir. İkinci program ise alt bölüm 2.15. 'de tarif edilen birden çok katı elemanın tek bir katı eleman olarak modellenmesi temeline dayanan bilgisayar programıdır. Bu program Sem_y olarak isimlendirilmiştir.

3.1. Sem_k Programının Aşamaları ve Kullanılan Bilgiler

Dev C++ versiyon 5.11 programlama dilinde Sem_k isimli sonlu elemanlar yöntemi ile üç boyutlu yapıların analizi yapan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Programın çalışma prensibi ve hesap adımları aşağıda bir örnek üzerinde anlatılmaktadır.

Örnek:



Şekil 3.1. Konsol Kiriş Örneği (Sem_k).

Programın çalışma aşamalarını aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

1) İlk olarak problemin bilgileri programa veri olarak girilir.

a-Eleman sayısı=1,

b-Düğüm sayısı=2,

c-Mesnet sayısı=1, (sol uç ankastre)

d-Yüklenecek Eleman sayısı=1, (yük q değerinde -y yönünde etki etmekte)

e-Elementin Boyutları=B, H, L,

f-Elementin Özellikleri=Elastisite modülü, Poisson oranı,

g-Düğüm koordinatları=1 numaralı düğüm (0,0,0)

2 numaralı düğüm (L,0,0)

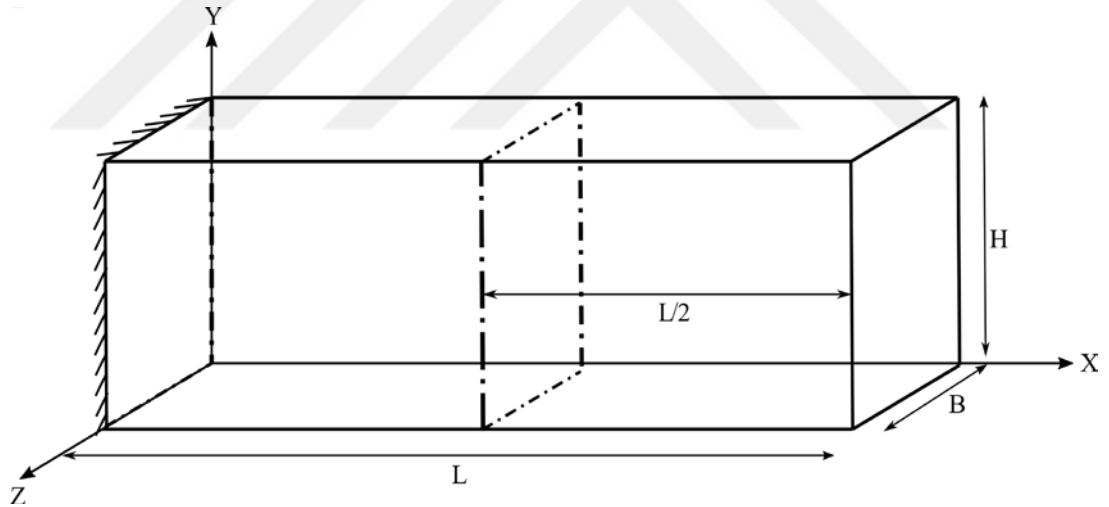
h-Ve son bilgi Elementin hangi boyutlarda alt parçalara bölüneceği= X yönünde (a)=L/2

Y yönünde (b)=H

Z yönünde(c)=B

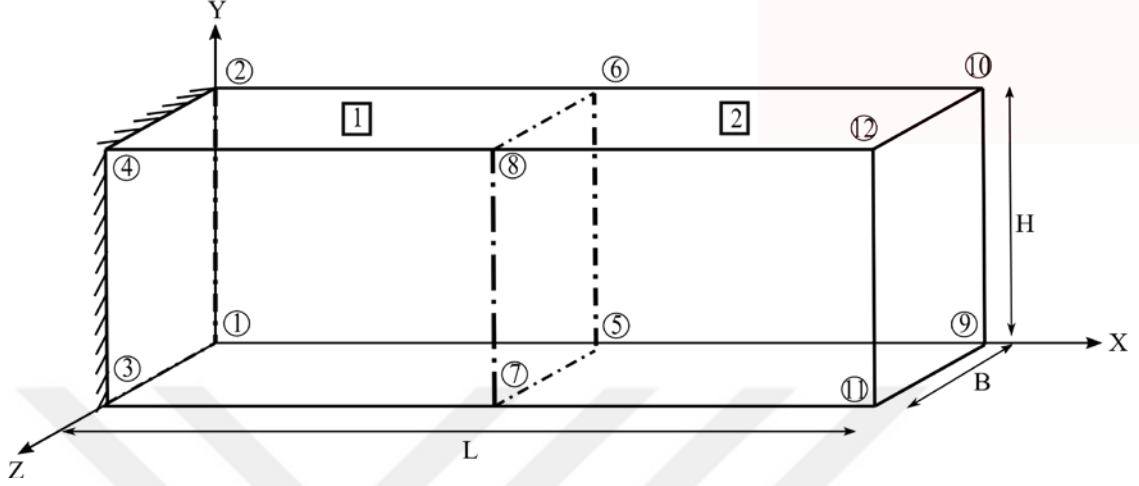
Bu bilgiler alındıktan sonra hesap adımları başlar.

2) Problemin modeli Şekil 3.2. 'deki gibi olur.



Şekil 3.2. Sonlu Elemanlar Modeli (Sem_k).

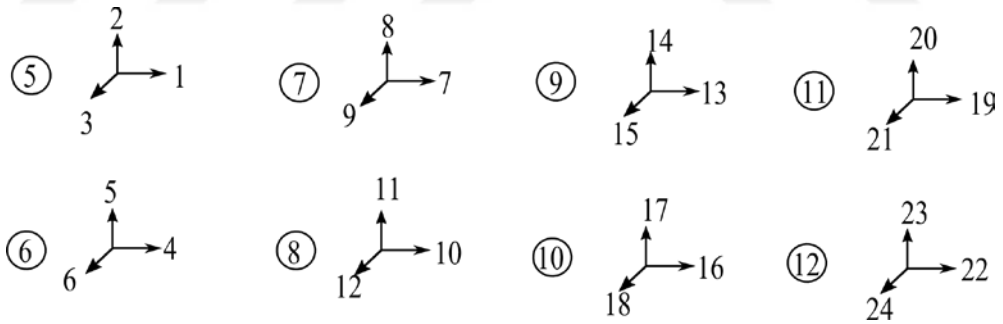
3) Düğüm ve eleman numaraları verilir (Şekil 3.3.).



Şekil 3.3. Düzlem ve Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_k).

4) Oluşan düğümlere serbestlik numaraları verilir.

1,2,3,4 numaralı düğümler tutulu olduğu için bu noktalara serbestlik numarası verilmez.



Şekil 3.4. B, H, L Boyutlarındaki Elemanın Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_k).

5) Serbestlik vektörleri \vec{d}_j oluşturulur.

Bu örnekte 1 ve 2 numaralı eleman için iki adet serbestlik vektörü oluşturulacaktır.

1 numaralı eleman için d_1 şu şekildedir;

$$\vec{d}_1^T = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 11, 12, 4, 5, 6\}$$

2 numaralı eleman için d_2 şu şekildedir;

$$\widetilde{d}_2^T = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 19, 20, 21, 13, 14, 15, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 22, 23, 24, 16, 17, 18\}$$

6) Rijitlik matrisi (K_s) oluşturulur.

Eşitlik 3.1. kullanılarak 1 ve 2 numaralı sonlu elemanların lokal eksen takımına göre tanımlanmış $(k_m)_1$ ve $(k_m)_2$ rijitlik matrisleri elde edilir. Daha sonra oluşturulan (R_1) ve (R_2) matrisleri kullanılarak rijitlik matrisleri global eksene dönüştürülür ve $(K_m)_1$ ve $(K_m)_2$ matrisleri elde edilir. Elde edilen bu iki matrisin boyutları eşit ve 24×24 boyutundadır.

$(K_m)_1$ matrisi \tilde{d}_1 vektörü ile $(K_m)_2$ matrisi \tilde{d}_2 vektörü ile toplama yöntemi kullanılarak (K_s) matrisine taşınır. Böylece Sistemin rijitlik matrisi (K_s) elde edilmiş olur.

7) Yük vektörü \tilde{P} oluşturulur,

Örnekteki kiriş için yük vektörü şu şekilde oluşturulur.

1 ve 2 numaralı elemanın boyutları ve üzerine gelen yayılı yük eşit olduğundan 1 ve 2 numaralı elemanların üzerine gelen yük eşittir. Bu yüke p denilirse değeri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$q = \frac{p}{\frac{B \cdot L}{2}}$$

Birim alana etkiyen p yükü q olur.

1 numaralı elemanda 6, 8 numaralı düğüm noktalarına -y yönünde yük etkimektedir. 2,4 numaralı düğümler tutulu olduğundan bu düğüm noktalarına yük etki etmez.

1 numaralı elemandan 6 ve 8 numaralı düğüme p/4 kadar yük aktarılır.

2 numaralı elemanda 6, 8, 10, 12 numaralı düğümlere yük aktarılır.

2 numaralı elemandan 6, 8, 10, 12 numaralı düğümlere p/4 kadar yük aktarılır.

Toplam aktarılan yükler şu şekilde olacaktır;

6 numaralı düğümün 5 numaralı serbestliğine negatif yönde p/2 kadar yük aktarılır.

8 numaralı düğümün 11 numaralı serbestliğine negatif yönde p/2 kadar yük aktarılır.

10 numaralı düğümün 17 numaralı serbestliğine negatif yönde p/4 kadar yük aktarılır.

12 numaralı düğümün 23 numaralı serbestliğine negatif yönde p/4 kadar yük aktarılır.

Elde edilen bu veriler vektör formatında yazılırsa,

$\tilde{P} = \{0, 0, 0, 0, p/2, 0, 0, 0, 0, 0, p/2, 0, 0, 0, 0, 0, p/4, 0, 0, 0, 0, 0, p/4, 0\}$ vektörü elde edilir.

8) Çözüm yaparak yerdeğiştirmeler hesaplanır,

Herhangi bir nümerik metot yardımıyla aşağıdaki lineer denklem takımı çözülerek 24 adet yerdeğiştirme değerleri bulunmuş olur.

$$(K_S) \tilde{x} = \tilde{P} \quad (3.24)$$

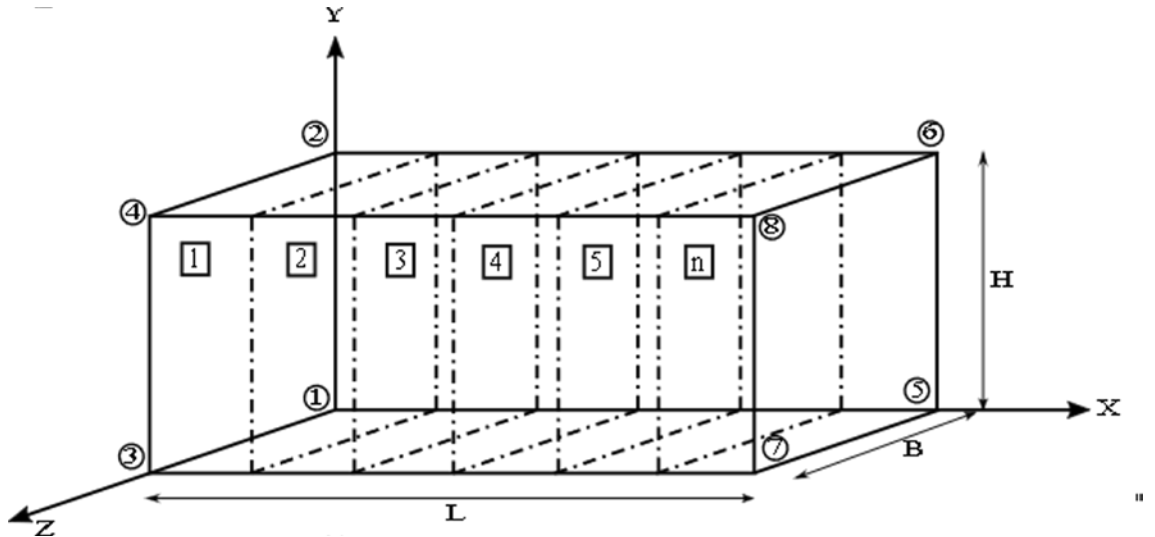
Bu denklemin çözümü için cholesky skyline metodu kullanılmıştır. Cholesky skyline metodunun kullanılma sebebi bilgisayar belleğinde daha az yer kullanarak çözüm süresinin azaltılmasıdır. Bu çözüm sonrasında 8 adet düğümde X, Y, Z doğrultularındaki 24 adet yerdeğiştirme değeri hesaplanmış olur.

9) Problemin çözümünün ne kadar sürede tamamladığı belirlenir. Ve böylece program sonlanmış olur.

3.2. Sem_y Programının Aşamaları ve Kullanılan Bilgiler

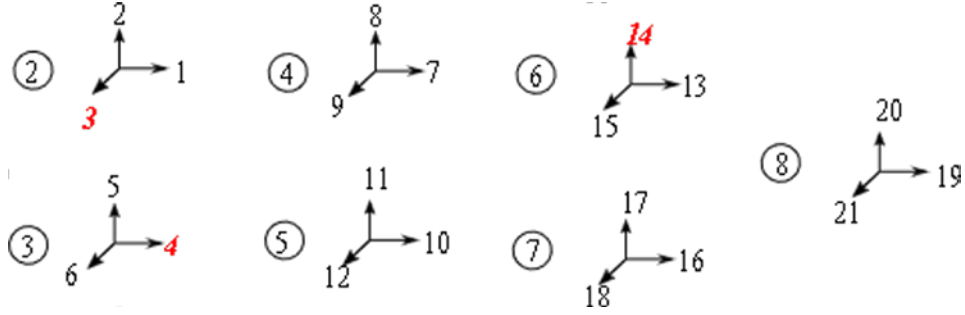
3.2.1. Sem_y programı için rijitlik matrisinin oluşturulması

B, H, L boyutlarında ki eleman alınır ve 8 köşesi numaralandırılmaktadır ve n parçaya bölünmektedir.



Şekil 3.5. N Tane Parçaya Bölünmüş B, H, L Boyutlarındaki Eleman (Sem_y).

Bölümlendirmeden sonra oluşan diğer elemanların eleman köşeleri de aynı sistematik ile numaralandırılır.



Şekil 3.6. B, H, L boyutlarındaki elemanın serbestlik numaralarının verilmesi (Sem_y).

Şekil 3.5. 'te görüldüğü üzere 1 numaralı düğümün üç doğrultudaki serbestliği, 2 numaralı düğümün Z yönündeki serbestliği, 3 numaralı düğümün X doğrultusundaki serbestliği ve 6 numaralı düğümün Y yönündeki serbestliği tutulmuştur. Bu işlem sonucunda 2'şer adet X, Y, Z doğrultularında toplam 6 adet serbestlik tutulmuştur ve Elemanın köşelerinde bulunan 18 serbestlik kalmıştır. Diğer kalan düğümlerin X, Y, Z doğrultularında serbestlik olduğu bilinerek serbestlik numarası verilmiştir.

Bu işlemlerin ardından n elemandan oluşan yapının tek 8 noktalı katı eleman modeline göre (2.38) rijitlik matrisi oluşturulur. Ardından 8 noktalı katı eleman için rotasyon matrisi oluşturulur.

Rotasyon matrisi kullanılarak $(k_m)_j$ den $(K_m)_j$ elde edilir. Diğer bir açıdan baktığımızda X doğrultusundaki elemanın rotasyon matrisi 24×24 boyutlarında birim matris olduğundan dolayı eleman lokal eksene göre rijitlik matrisi ile çarpılması rijitlik matrisini değiştirmeyecek ve $(k_m)_j = (K_m)_j$ olacaktır.

Daha sonra n adet eleman için ayrı ayrı serbestlik vektörleri kullanılarak toplama metodu ile sistem rijitlik matrisi (K_s) oluşturulur.

Elde edilen (K_s) matrisi kullanılarak Şekil 3.6. 'te 2 numaralı düğümde bulunan X doğrultusunda bulunan 1 numaralı serbestlik 1 birim yükü yüklenerek sistem çözülür. Çözüm sonucunda serbestlik sayısı kadar yerdeğiştirme elde edilir. Daha sonra kullanılacak olan, eleman köşelerindeki 8 noktadaki tutulu olmayan 18 serbestlik doğrultusundaki yer değiştirmelerdir. Yerdeğiştirmeler için bu 18 noktaya ait yerdeğiştirmeler süzülür ve 18

serbestliğe ait 18 deplasman elde edilir. Daha sonra benzer şekilde diğer 17 serbestlikte sırasıyla 1 birim yüklenerek çözüm yapılır ve her çözümde yine 18 serbestliğe ait deplasmanlar süzülür. Birim yükleme ve çözüm işlemleri tamamlandığında 324 adet deplasman değeri bulunur.

1 numaralı serbestliğin birim yükleme sonucunda oluşan deplasmanlar 18 tane deplasman değeri 18×18 boyutunda (G_j) matrisinin 1. Satırına yerleştirilir. Yerleştirme düzeni şu şekildedir;

1 numaralı serbestlik birim yükleme sonucunda oluşan deplasmanlardan 1 numaralı serbestliğe ait deplasman 1. Satırın 1. Sütununa, 2 numaralı serbestlik 1. Satırın 2. Sütununa, 3 numaralı serbestlik 1. Satırın 3. Sütununa ve diğer deplasman değerleri de aynı şekilde (G_j) matrisinin 1. Satırının gerekli sütununa yerleştirilir.

2 numaralı serbestliğin birim yüklemesi sonucunda oluşan deplasmanlar yukarıdaki sistematik takip edilerek 2. Satırın sütunlarına yerleştirilir.

Bu işlem 18 yükleme için yapıldığında (G_j) esneklik matrisinin hücrelerine veriler yerleştirilmiş olur.

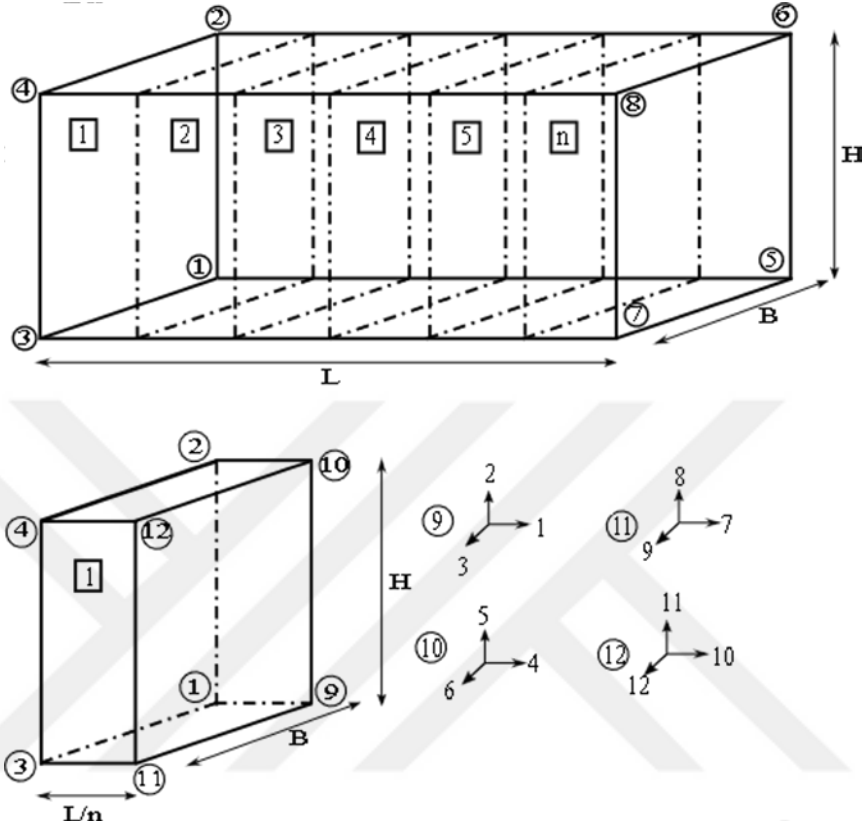
Elde edilen 18×18 boyutlarında (G_j) matrisinin tersi alınarak $(k_y)_j$ matrisi elde edilir.

İkinci aşama olarak $(B_y)_j$ matrisi oluşturulur.

3.2.3. Yük vektörünün elde edilmesi

$(B_y^T)_j \cdot (K_s)_j (B_y)_j$ çarpımı rijitlik matrisini verir.

Sem_y programının yük vektörünün elde edilmesi Sem_k programına göre farklıdır. Bu vektörün elde edilmesi için ilk olarak B, H, L boyutlarında bir eleman alınır ve n tane eleman oluşacak şekilde bölünür ve Sem_k programı yardımıyla çözülür ve 8 dış kösede bulunan noktalardaki düğümlerine etkiyen kuvvetler bulunur. Yani bu düğümlere etkiyen mesnet kuvvetlerini bulunmuş olur.



Şekil 3.7. B, H, L Boyutundaki Elemanın N Tane Parçaya Bölünmüş Hali ve 1 Numaralı Elemanın Serbestlik Numaralarının Verilmiş Hali.

Şekil 3.7. 'de gösterilen B, H, L boyutlarındaki eleman n tane parçaya bölünmüştür. Bu elemanda 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 numaralı düğümlerde tutulu olduğundan dolayı serbestlik yoktur. 9, 10, 11, 12 numaralı düğümlere şekilde gösterildiği gibi serbestlik numarası verilir. Bu eleman Sem_k programı ile çözüldüğünden dolayı 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 numaralı serbestliklerin yerdeğiştirme değerleri daha önceden hesaplanmıştır.

Hesaplanan bu yerdeğiştirme değerleri ile Sem_k programındaki serbestlik vektörü sistematığı kullanılarak bir \widetilde{p}' vektörü oluşturulur.

1 numaralı elemanın rijitlik matrisi $(k_m)_1$ ile \widetilde{p}' vektörünü matris çarpılırsa düğümlere etki eden mesnet tepkisi elde edilir ve bu tepki sonucunda 1, 2, 3, 4 numaralı düğümlerde 12 adet kuvvet oluşur. Bu kuvvetler 24 adet elemanı olan bir vektöre yerleştirilir.

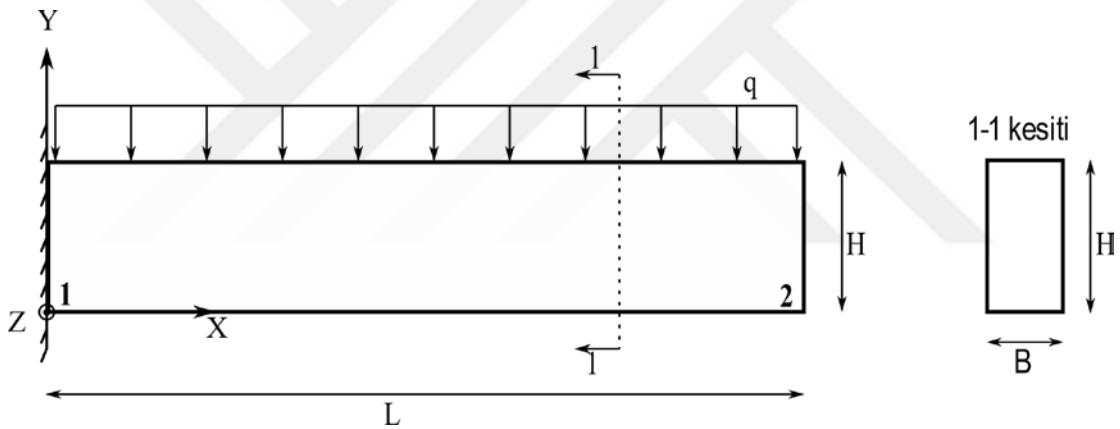
Aynı işlemler sırasıyla n adet eleman için de yapılarak bu vektörün içine yerleştirilir. Sem_y programı için B, H, L boyutundaki elemanın yük vektörü P_j vektörü elde edilmiş olur.

Daha sonra her bir \vec{f} vektörü serbestlik vektörü \vec{d}_j yardımıyla toplama yöntemi ile \vec{P} sistemin yük vektörüne taşınır. Böylece sistemin yük vektörü \vec{P} elde edilir.

3.2.3. Sem_y programı

Dev C++ versiyon 5.11 programlama dilinde Sem_k isimli sonlu elemanlar yöntemi ile üç boyutlu yapıların analizi yapan bir bilgisayar programının üzerinde revizeler yapılarak Sem_y geliştirilmiştir. Programın çalışma prensibi ve hesap adımları aşağıda bir örnek üzerinde anlatılmaktadır.

Örnek:



Şekil 3.8. Konsol Kiriş Örneği (Sem_y).

Programın çalışma aşamaları aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

- 1) İlk olarak problemin bilgileri programa veri olarak girilir.
 - a-Eleman sayısı=1,
 - b-Düğüm sayısı=2,
 - c-Mesnet sayısı=1, (sol uç ankastre)
 - d-Yüklenecek Eleman sayısı=1, (yük q değerinde -y yönünde etki etmekte)
 - e-Elemanın Boyutları=B, H, L,

f-Elementin Özellikleri=Elastisite modülü, Poisson oranı,

g-Düğüm koordinatları=1 numaralı düğüm (0,0,0)

2 numaralı düğüm (L,0,0)

h-Elementin hangi boyutlarda alt parçalara bölüneceği= X yönünde (a)=L/2

Y yönündeki(b)=H

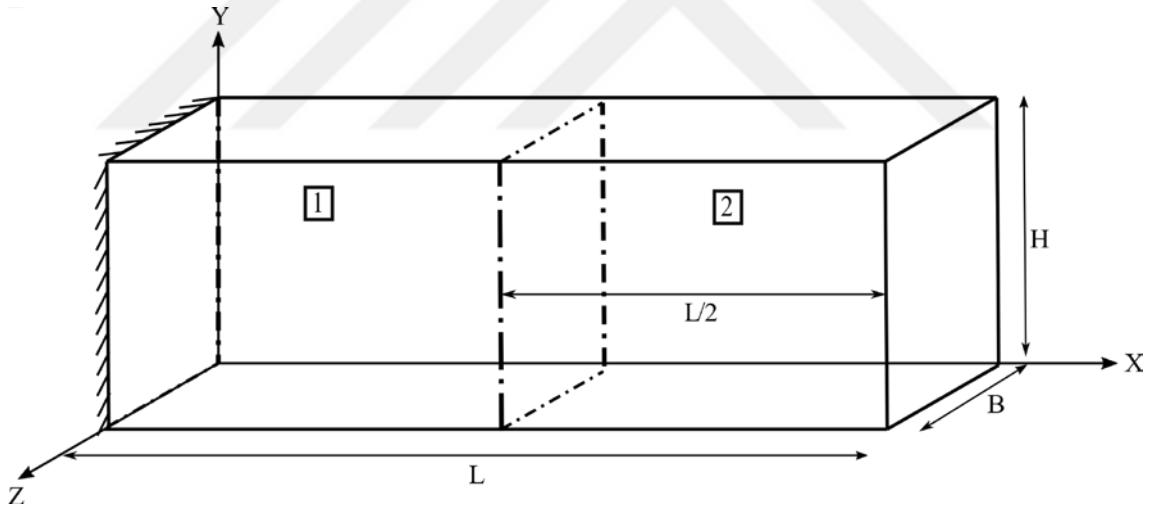
Z yönündeki(c)=B

i- Sem_y programında sistemin kaç alt parçaya bölüneceği:

x ekseninde = 2 parça.

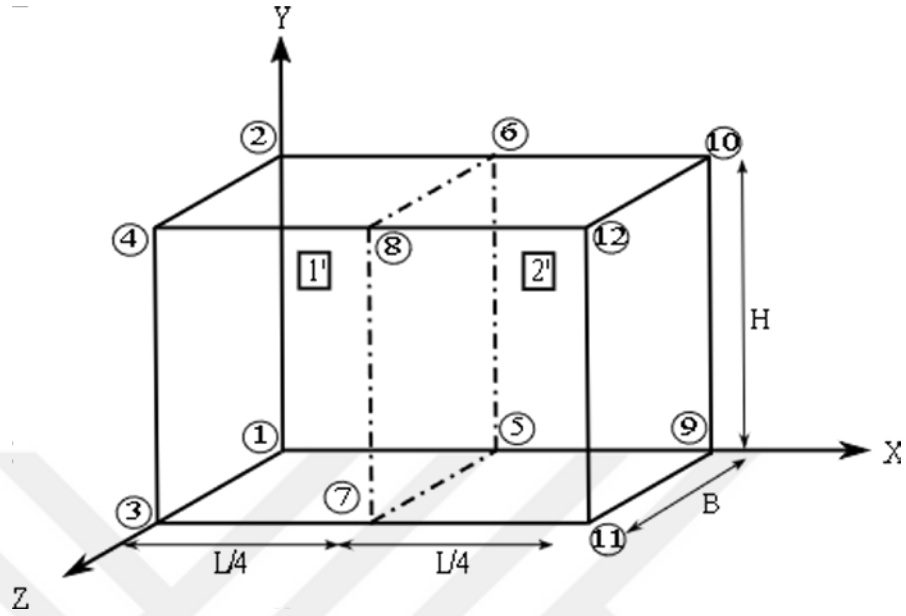
Bu bilgiler alındıktan sonra hesap adımları başlar.

2) Problemin modeli Şekil 3.9. 'deki gibi olur.



Şekil 3.9. Sonlu Elemanlar Modeli (Sem_y).

3) Problemin alt model Şekil 3.10. 'deki gibi olur.



Şekil 3.10. Sonlu Elemanlar Alt Modeli (Sem_y).

- 4) 1 numaralı elemanın rijitlik matrisinin oluşturulması.

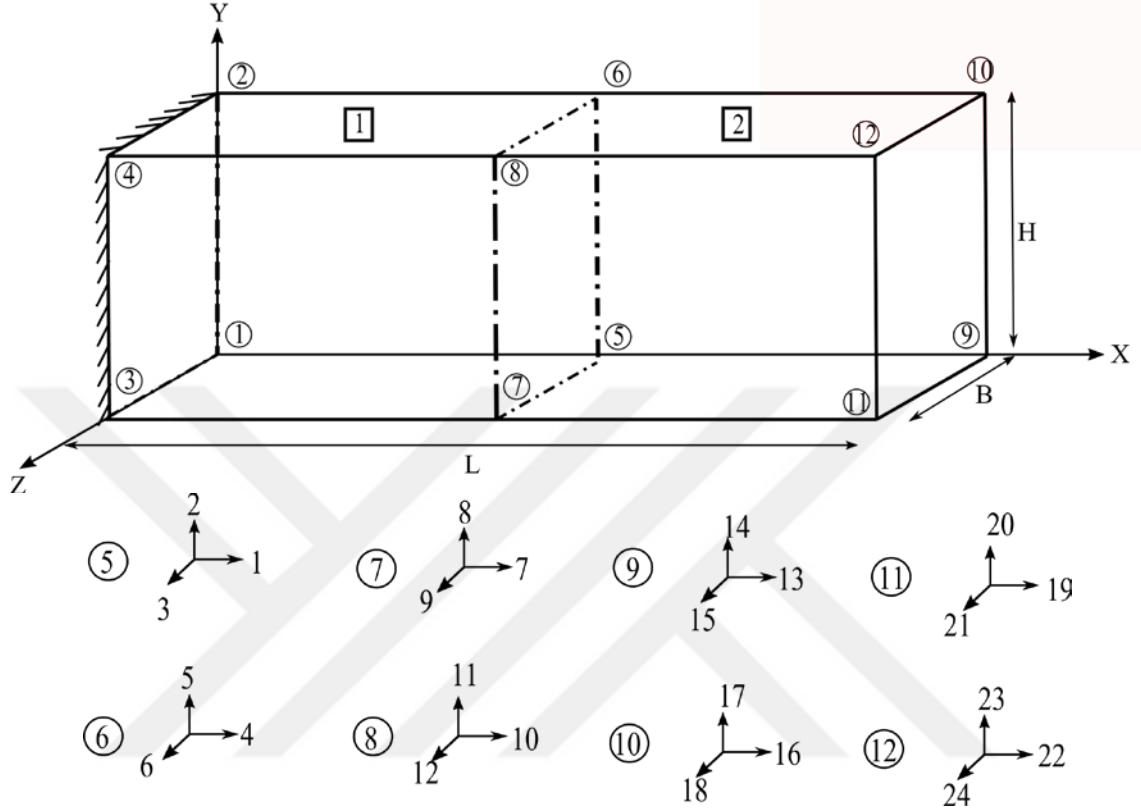
Daha önce anlatıldığı şekilde (k_y) rijitlik matrisi oluşturulur. 2 numaralı eleman 1 numaralı eleman ile aynı boyutta ve özellikte olduğu için 2 numaralı elemanın rijitlik matrisi hesaplanmaz.

- 5) 1 numaralı elemanın Yük vektörünün oluşturulması.

Daha önce anlatıldığı şekilde \tilde{P}_j yük vektörü oluşturulur. 2 numaralı elemanın eleman boyutları, özellikleri ve yük değeri aynı olduğu için 2 numaralı eleman için yük vektörü hesaplanmaz.

- 6) Serbestlik numaralarının verilmesi.

1, 2, 3, 4 numaralı düğümler tutulu olduğu için bu noktalara serbestlik numarası verilmez. Diğer düğüm noktalarının serbestlik numaraları Şekil 3.11. 'deki gibidir.



Şekil 3.11. Düğüm ve Serbestlik Numaralarının Verilmesi (Sem_y).

7) Serbestlik vektörleri \widetilde{d}_j oluşturulur.

Bu örnekte 1 ve 2 numaralı eleman için iki adet serbestlik vektörü oluşturulacaktır.

1 numaralı eleman için \widetilde{d}_1 şu şekildedir;

$$\widetilde{d}_1^T = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 11, 12, 4, 5, 6\}$$

2 numaralı eleman için \widetilde{d}_2 şu şekildedir;

$$\widetilde{d}_2^T = \{1, 2, 3, 7, 8, 9, 19, 20, 21, 13, 14, 15, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 22, 23, 24, 16, 17, 18\}$$

8) Rijitlik matrisi (K_s) ve yük vektörü \widetilde{P} 'nin oluşturulması.

4.maddede elde edilen 1 numaralı eleman için elde edilen rijitlik matrisi \widetilde{d}_1 ve \widetilde{d}_2 vektörlerine göre taşınarak toplama yöntemi ile $[K_s]$ sistem rijitlik matrisi elde edilir.

5.maddede elde edilen 1 numaralı eleman için elde edilen yük vektörü \tilde{a}_1 ve \tilde{a}_2 vektörlerine göre taşınarak toplama yöntemi ile \tilde{P} sistem yük vektörü elde edilir.

9) Çözüm yapılarak ve yerdeğıştirmeler hesaplanması,

Herhangi bir nümerik metot yardımıyla aşağıdaki lineer denklem takımı çözümlenerek 24 adet yerdeğıştirme değeri bulunur.

$$(K_{sy}) \tilde{x} = \tilde{P} \quad (3.33.)$$

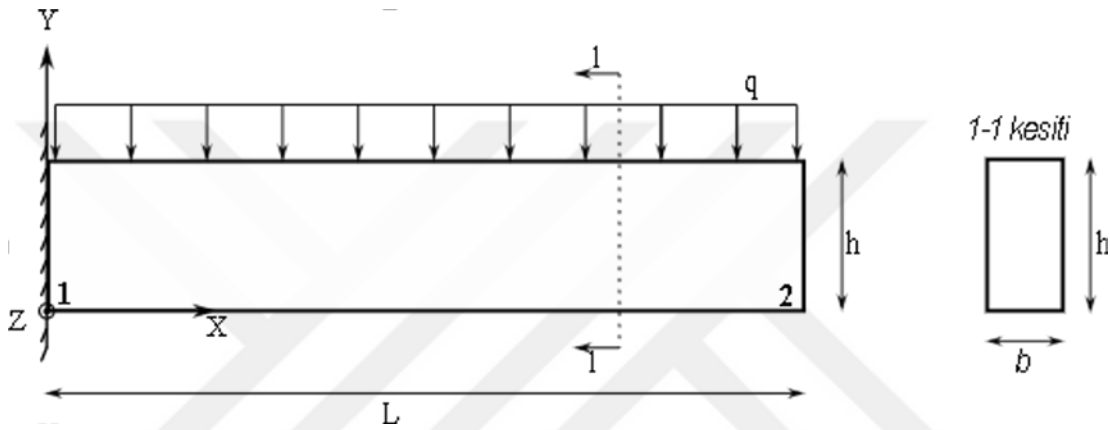
Bu çözüm sonrasında 8 adet düğümde X, Y, Z doğrultularındaki 24 adet yerdeğıştirme değeri hesaplanmış olur.

10) Problemin çözümünün ne kadar sürede tamamladığı belirlenir. Program sonlanmış olur.

ÖRNEKLER

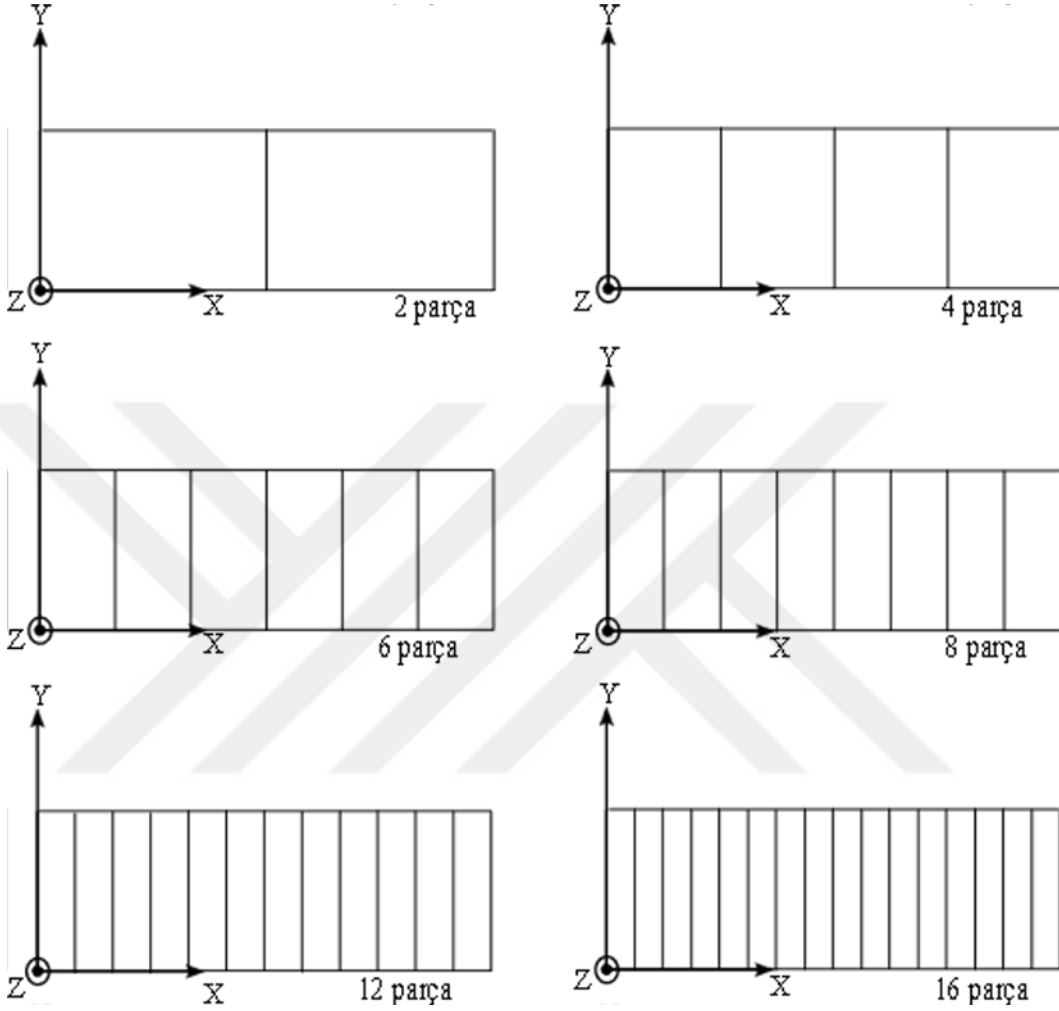
Bu bölümde 4 adet örnek çözülecektir. İlk örnek (Gören, 2006) kaynağından alınarak yer değiştirme değerleri kıyaslanmış ve geliştirilen bilgisayar programının doğru çalıştığı ortaya konulmuştur. Diğer üç örnekte ise konsol kiriş, perde duvar ve ince plak problemleri ele alınmıştır. Bu örnekte yerdeğıştirmeler ile birlikte çözüm süreleri de kıyaslanmıştır.

4.1. Örnek-1



Bu örnekte boyutları $L = 10$ m, $h = 2$ m ve $b = 1$ m olan ve $q = 1$ kN/m² lik düzgün yayılı yük taşıyan konsol bir kiriş ele alınmıştır. Kirişin malzeme özellikleri $E = 1500$ kN/m² ve $\nu = 0,25$ şeklindedir (Gören, 2006).

Konsol kiriş X eksenini doğrultusunda sırasıyla 2,4,6,8,12 ve 16 eşit uzunluktaki parçalara bölünerek ve 8 noktalı katı eleman kullanılarak bu çalışma kapsamında geliştirilen bilgisayar programı ile 6 adet analiz yapılmıştır. Yapılan analizlerin sonuçları Çizelge 4. 1. 'de verilmektedir.

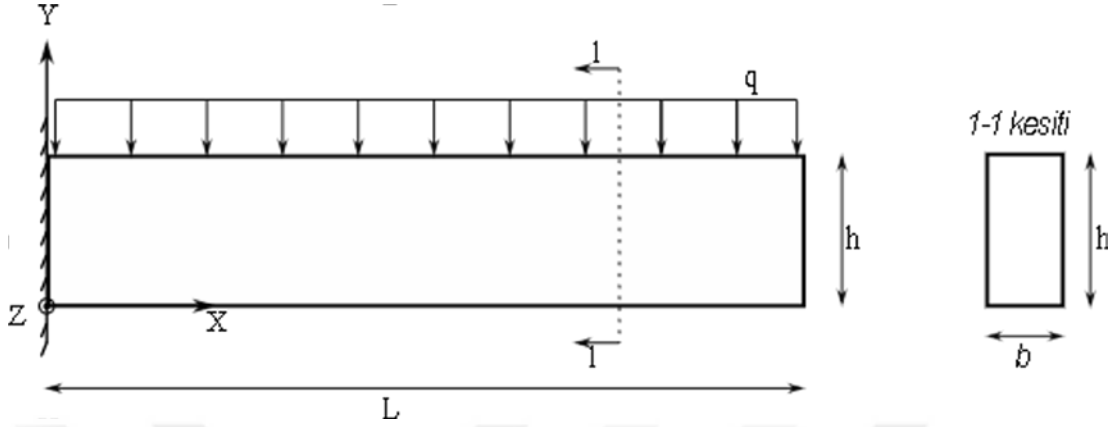


Çizelge 4.1. Konsol kirişin -y yönündeki çökme miktarı.

Kullanılan Program/Bölüm sayısı	2 parça	4 parça	6 parça	8 parça	12 parça	16 parça
8 noktalı eleman (referans değerler)	0,3863	0,7635	0,9501	1,0416	1,1203	1,1513
Sem_k sonuçları	0,3863	0,7635	0,9501	1,0416	1,1203	1,1513

Çizelge 4.1. 'de görüldüğü gibi referans örnekteki değerler ile Sem_k programının sonuçları birebir aynı olduğu görülmüştür.

4.2. Örnek-2



Bu örnekte boyutları $L = 10$ m, $h = 2$ m ve $b = 1$ m olan ve $q = 1$ kN/m² lik düzgün yayılı yük taşıyan konsol bir kiriş ele alınmıştır. Kirişin malzeme özellikleri $E = 1500$ kN/m² ve $\nu = 0,25$ şeklindedir.

Geliştirilen Sem_k bilgisayar programında X yönünde sırasıyla 40, 80, 100, 160, 200, 400, 800 ve 1000 adet eşit parçaya bölünerek 8 adet analiz yapılmıştır.

Geliştirilen Sem_y bilgisayar programında ilk olarak 4 ana parça bölünerek sonrasında her parça sırasıyla 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200, 250, 400 ve 500 adet eşit alt parçaya bölünerek 10 adet analiz yapılmıştır.

Daha sonra Sem_y programı kullanılarak 5 ana parça 8, 16, 20, 32, 40, 80, 160, 200, 320 ve 400 adet eşit alt parçaya, 10 ana parça 4, 8, 10, 16, 20, 40, 80, 100, 160 ve 200 adet eşit alt parçaya, 20 ana parça 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, 50, 80 ve 100 adet eşit alt parçaya bölünerek toplamda 4 adet analiz yapılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 4.2, Çizelge 4.3, Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5’de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programının 4 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama		
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)	
40	0,25	-1,187605	0,02	4	10	0,25	-1,066645	0	-10,19	-----	
80	0,125	-1,193085	0,03		20	0,125	-1,132100	0	-5,11	-----	
100	0,1	-1,193749	0,05		25	0,1	-1,144870	0,02	-4,09	2,50	
160	0,0625	-1,194470	0,13		40	0,0625	-1,163940	0,02	-2,56	6,50	
200	0,05	-1,194636	0,14		50	0,05	-1,171230	0,04	-1,96	3,50	
400	0,025	-1,194859	0,41		100	0,025	-1,183120	0,11	-0,98	3,73	
800	0,0125	-1,194914	1,31		200	0,0125	-1,188110	0,2	-0,57	6,55	
1000	0,01	-1,194921	2,02		250	0,01	-1,190340	0,28	-0,38	7,21	
					400	0,00625	-1,191880	0,58			
					500	0,005	-1,192640	0,83			

Çizelge 4.3. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programının 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama		
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)	
40	0,25	-1,187605	0,02	5	8	0,25	-1,037500	0	-12,64	-----	
80	0,125	-1,193085	0,03		16	0,125	-1,116650	0,01	-6,41	3,00	
100	0,1	-1,193749	0,05		20	0,1	-1,132910	0,01	-5,10	5,00	
160	0,0625	-1,194470	0,13		32	0,0625	-1,156630	0,02	-3,17	6,50	
200	0,05	-1,194636	0,14		40	0,05	-1,164320	0,02	-2,54	7,00	
400	0,025	-1,194859	0,41		80	0,025	-1,179840	0,05	-1,26	8,20	
800	0,0125	-1,194914	1,31		160	0,0125	-1,187610	0,17	-0,61	7,71	
1000	0,01	-1,194921	2,02		200	0,01	-1,189410	0,23	-0,46	8,78	
					320	0,00625	-1,191090	0,44			
					400	0,005	-1,192120	0,57			

Çizelge 4.4. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programının 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)
40	0,25	-1,187605	0,02	10	4	0,25	-0,889969	0,01	-25,06	2,00
80	0,125	-1,193085	0,03		8	0,125	-1,043010	0,02	-12,58	1,50
100	0,1	-1,193749	0,05		10	0,1	-1,074380	0,02	-10,00	2,50
160	0,0625	-1,194470	0,13		16	0,0625	-1,119590	0,03	-6,27	4,33
200	0,05	-1,194636	0,14		20	0,05	-1,135370	0,03	-4,96	4,67
400	0,025	-1,194859	0,41		40	0,025	-1,165310	0,05	-2,47	8,20
800	0,0125	-1,194914	1,31		80	0,0125	-1,179960	0,07	-1,25	18,71
1000	0,01	-1,194921	2,02		100	0,01	-1,183110	0,13	-0,99	15,54
					160	0,00625	-1,187770	0,17		
					200	0,005	-1,188770	0,22		

Çizelge 4.5. Örnek-2 Sem_k programı ile Sem_y programının 20 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)
40	0,25	-1,187605	0,02	20	2	0,25	-0,594719	0,05	-49,92	0,40
80	0,125	-1,193085	0,03		4	0,125	-0,897010	0,05	-24,82	0,60
100	0,1	-1,193749	0,05		5	0,1	-0,950438	0,07	-20,38	0,71
160	0,0625	-1,194470	0,13		8	0,0625	-1,050490	0,08	-12,05	1,63
200	0,05	-1,194636	0,14		10	0,05	-1,074980	0,10	-10,02	1,40
400	0,025	-1,194859	0,41		20	0,025	-1,136180	0,10	-4,91	4,10
800	0,0125	-1,194914	1,31		40	0,0125	-1,161670	0,13	-2,78	10,08
1000	0,01	-1,194921	2,02		50	0,01	-1,166690	0,13	-2,36	15,54
					80	0,00625	-1,183380	0,16		
					100	0,005	-1,182040	0,17		

Örnek-1 ile aynı geometri, sınır şartları, malzeme özellikleri ve yükleme durumuna sahip bu problemin klasik sonlu eleman yöntemi ile analiz sonrasında elde edilen Y yönündeki maksimum çökme değerleri Çizelge 4.2., Çizelge 4.3., ve Çizelge 4.4. ve Çizelge 4.5. 'in 3. kolonunda yer almaktadır. Aynı çizelgelerin 4. kolonunda ise bu analizlerin çözüm süreleri verilmektedir. Bu örnek problem için klasik sonlu elemanlar çözümünde parça sayısı 160'dan sonra kayda değer bir değişim olmadığı görülmektedir.

Çizelgelerin 1., 2., 3. ve 4. kolonları klasik sonlu eleman analizleri ile ilgili bilgileri, 5. ve 9. Kolonlar ı alt yapılara bölme suretiyle gerçekleştirilen analizler ile bilgileri 10. kolonu iki yöntemde elde edilen y-yönündeki maksimum çökme miktarları arasındaki % farkı, 11. kolon ise iki çözüm yöntemi arasında klasik sonlu elemanlar çözüm süresinin alt yapılara bölerek gerçekleştirilen çözüm süresine oranını göstermektedir.

Çizelge 4.2. 'de 4 alt yapıya bölerek gerçekleştirilen analiz sonuçları verilmiştir.6.kolonda her bir alt yapının kaç alt parçaya bölüdüğü bilgisi verilmektedir. Analiz sonunda elde edilen Y-yönündeki maksimum çökme değeri 7. kolonda, analiz için geçen süre ise 8. kolonda verilmektedir. Çizelgenin 9. kolonunda klasik sonlu elemanlar çözümünden elde edilen çökme değeri ile alt yapılara bölerek elde edilen çözüm arasındaki farkın yüzde değeri verilmiştir. Klasik sonlu eleman analizi sonucu referans alındığında alt yapılara bölerek gerçekleştirilen analizin en fazla % -10 farklı olduğu görülmektedir. Alt parça sayısının artmasıyla beraber iki çözüm arasındaki farkında % -0,38 değerine kadar azaldığı gözlenmektedir. Alt bölüm sayısının 250 olması halinde ortaya çıkan bu durumda klasik sonlu eleman analizi için geçen sürenin alt yapıya bölerek gerçekleştirilen analiz için geçen süreye oranı 7,21 olmaktadır. Elde edilen maksimum çökme değerleri arasında ortaya çıkan oldukça az bu farka karşılık analiz süreleri arasında oldukça fazla farkın olduğu görülmektedir.

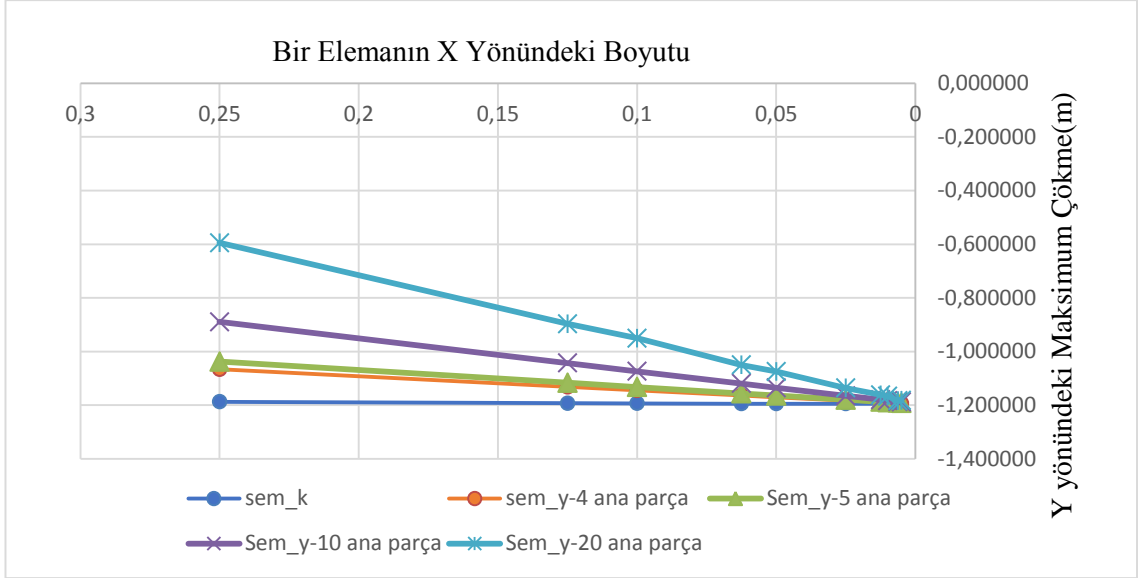
Aynı örnek problemin 5 alt yapıya bölünmesiyle gerçekleştirilen analiz sonuçları Çizelge 4.3.'de verilmiştir. Alt bölüm sayıları klasik sonlu elemanlar analizinde gerçekleştirilen bölüm sayılarına uyumlu olacak şekilde düzenlenmiştir. Bu çizelge incelendiğinde çökme değerleri arasındaki farkın %12 ile %0,46 arasında değiştiği gözlenmektedir. Çözüm süreleri arasındaki fark ise 8 katına kadar çıkmaktadır.

Alt yapı sayısı 10 için gerçekleştirilen analiz sonuçları ve çözüm için harcanan süreler Çizelge 4.4. 'de verilmiştir. Klasik sonlu elemanlar çözümü ile kıyaslandığında Y yönündeki

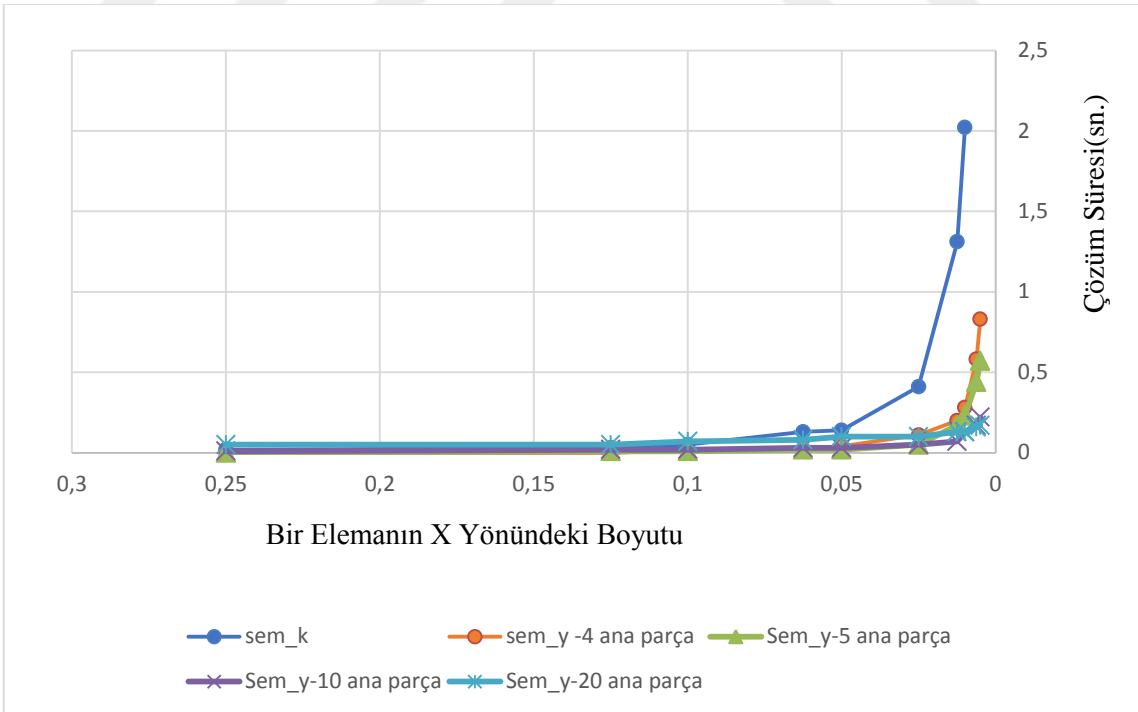
maksimum çökme farklarının %25 ile %0,99 arasında kaldığı görülmektedir. Buna karşılık analiz süreleri arasındaki oran 15 katına kadar çıkmaktadır.

Alt yapı sayısının 20 olması durumunda gerçekleştirilen analiz sonuçları ve çözüm için harcanan süreler Çizelge 4.5. 'de sunulmuştur. Alt yapılara bölerek elde edilen sonuçların klasik sonlu elemanlar çözümleri ile arasındaki farkların %50 ile %2 arasında olduğu görülmektedir. Bununla birlikte çözüm süreleri arasındaki oran 15 kat olmaktadır.

Çizelge 4.2., Çizelge 4.3., Çizelge 4.4. ve Çizelge 4.5. beraber değerlendirildiğinde klasik sonlu elemanlar çözümüne en yakın sonucu alt yapı sayısı 4 olması durumunda %-0.38 farkla elde edildiği görülmektedir. Ek olarak çözüm süreleri arasındaki oran bakımından bu analizlerin arasındaki farkın 7 kat olduğu görülmektedir. Alt yapı sayısı arttıkça çözüm süreleri arasındaki farkında belirgin bir şekilde arttığı ancak klasik sonlu eleman çözümüne göre hatanın da az da olsa arttığı gözlenmektedir.

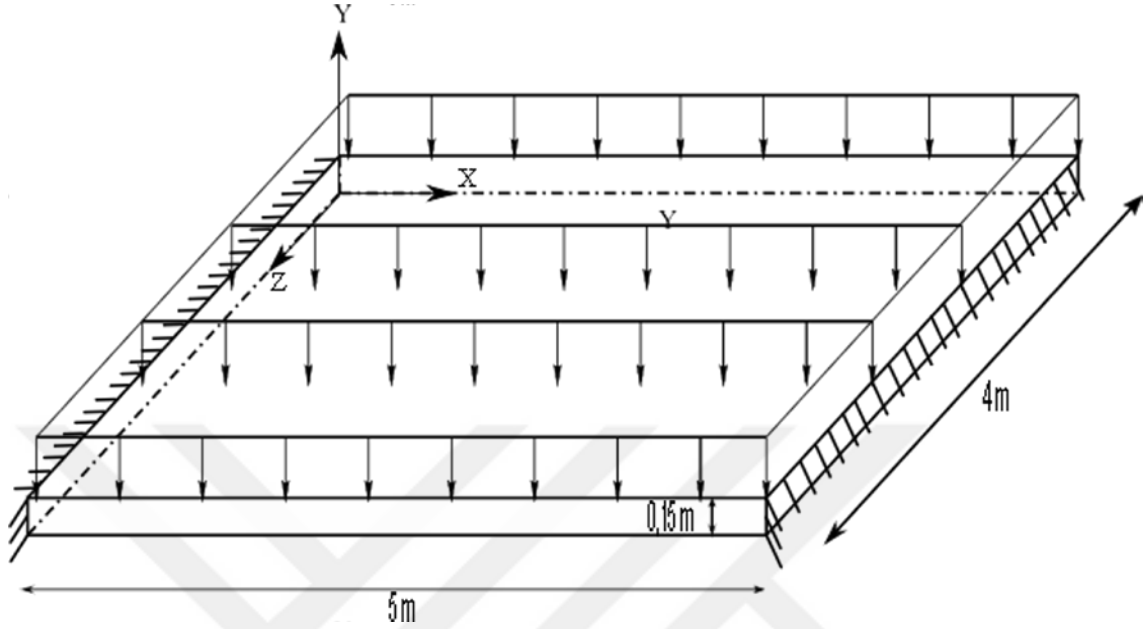


Şekil 4.1. Örnek-2 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Y yönündeki çökme değeri).



Şekil 4.2. Örnek-2 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Çözüm Süresi).

4.3. Örnek-3



Bu örnekte boyutları 5 m, 4 m ve 0,15 m olan ve $q = 40 \text{ kN/m}^2$ lik düzgün yayılı yük taşıyan bir döşeme ele alınmıştır. Döşeme malzeme özellikleri $E = 28000000 \text{ kN/m}^2$ ve $\nu = 0,2$ şeklindedir.

Geliştirilen Sem_k bilgisayar programında X yönünde sırasıyla 20, 40, 80, 100, 200, 400, 800, 1000, 2000 ve 4000 adet eşit parçaya bölünerek 10 adet analiz yapılmıştır.

Geliştirilen Sem_y bilgisayar programında ilk olarak 2 ana parça bölünerek sonrasında her parça sırasıyla 10, 20, 40, 50, 100, 200, 400, 500, 1000, 2000, 2500 ve 4000 adet eşit alt parçaya bölünerek 12 adet analiz yapılmıştır.

Daha sonra Sem_y programı kullanılarak 4 ana parça 5, 10, 20, 25, 50, 100, 200, 250, 500, 1000, 1250 ve 2000 adet eşit alt parçaya, 5 ana parça 8, 16, 20, 32, 40, 80, 160, 200, 320 ve 400 adet eşit alt parçaya, 10 ana parça 4, 8, 10, 16, 20, 40, 80, 100, 160 ve 200 adet eşit alt parçaya bölünerek toplamda 4 adet analiz yapılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 4.6., Çizelge 4.7., Çizelge 4.8. ve Çizelge 4.9.' da verilmiştir.

Çizelge 4.6. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programının 2 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme(%)	Çözüm Süresi(k atı)
20	0,25	-0,003680	0	2	10	0,25	-0,0033184	0,00	-9,83	-----
40	0,125	-0,005961	0,01		20	0,125	-0,0056638	0,00	-4,99	-----
80	0,0625	-0,007054	0,03		40	0,0625	-0,0069225	0,02	-1,86	1,50
100	0,05	-0,007213	0,01		50	0,05	-0,0070759	0,02	-1,90	0,50
200	0,025	-0,007436	0,11		100	0,025	-0,0073717	0,10	-0,86	1,10
400	0,0125	-0,007494	0,4		200	0,0125	-0,0074338	0,24	-0,80	1,67
800	0,00625	-0,007509	1,33		400	0,00625	-0,0074886	0,59	-0,27	2,25
1000	0,005	-0,007510	2,03		500	0,005	-0,007526	0,86	0,21	2,36
2000	0,0025	-0,007213	7,29		1000	0,0025	-0,0074946	2,69	3,90	2,71
4000	0,00125	-0,007513	33,74		2000	0,00125	-0,0074954	9,26	-0,23	3,64
5000	0,001	Bellek Yetersiz			2500	0,001	-0,0074933	15,10		
					4000	0,000625	-0,0074973	41,23		

Çizelge 4.7. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programının 4 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)
20	0,25	-0,003680	0	4	5	0,25	-0,002933	0	-20,31	----
40	0,125	-0,005961	0,01		10	0,125	-0,005398	0	-9,45	-----
80	0,0625	-0,007054	0,03		20	0,0625	-0,006725	0	-4,67	-----
100	0,05	-0,007213	0,01		25	0,05	-0,006962	0,01	-3,48	1,00
200	0,025	-0,007436	0,11		50	0,025	-0,007199	0,05	-3,19	2,20
400	0,0125	-0,007494	0,4		100	0,0125	-0,007427	0,08	-0,89	5,00
800	0,00625	-0,007509	1,33		200	0,00625	-0,007549	0,24	0,54	5,54
1000	0,005	-0,007510	2,03		250	0,005	-0,007480	0,28	-0,41	7,25
2000	0,0025	-0,007213	7,29		500	0,0025	-0,007562	0,81	4,84	9,00
4000	0,00125	-0,007513	33,74		1000	0,00125	-0,007513	2,7	0,01	12,50
5000	0,001	Bellek Yetersiz			1250	0,001	-0,007582	3,95		
					2000	0,000625	-0,007536	9,26		

Çizelge 4.8. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programının 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)
20	0,25	-0,003680	0	5	4	0,25	-0,002521	0	-31,49	-----
40	0,125	-0,005961	0,01		8	0,125	-0,004794	0	-19,58	-----
80	0,0625	-0,007054	0,03		16	0,0625	-0,006039	0,01	-14,39	3,00
100	0,05	-0,007213	0,01		20	0,05	-0,006430	0,01	-10,86	1,00
200	0,025	-0,007436	0,11		40	0,025	-0,006645	0,03	-10,63	3,67
400	0,0125	-0,007494	0,4		80	0,0125	-0,006731	0,06	-10,18	6,67
800	0,00625	-0,007509	1,33		160	0,00625	-0,006826	0,16	-9,10	8,31
1000	0,005	-0,007510	2,03		200	0,005	-0,006903	0,24	-8,08	8,46
2000	0,0025	-0,007213	7,29		400	0,0025	-0,006954	0,58	-3,59	12,57
4000	0,00125	-0,007513	33,74		800	0,00125	-0,006997	1,85	-6,86	18,24
5000	0,001	Bellek Yetersiz			1000	0,001	-0,006913	2,65		
					1600	0,000625	-0,006930	6,19		

Çizelge 4.9. Örnek-3 Sem_k programı ile Sem_y programının 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın X Yönündeki Boyutu	Y Yönündeki Maksimum Çökme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Y Yönündeki Maksimum Çökme (%)	Çözüm Süresi(katı)
20	0,25	-0,003680	0	10	2	0,25	-0,001857	0,01	-49,54	0,00
40	0,125	-0,005961	0,01		4	0,125	-0,004421	0,01	-25,83	1,00
80	0,0625	-0,007054	0,03		8	0,0625	-0,006217	0,01	-11,86	3,00
100	0,05	-0,007213	0,01		10	0,05	-0,006317	0,01	-12,42	1,00
200	0,025	-0,007436	0,11		20	0,025	-0,007131	0,01	-4,10	11,00
400	0,0125	-0,007494	0,4		40	0,0125	-0,007147	0,04	-4,63	10,00
800	0,00625	-0,007509	1,33		80	0,00625	-0,007194	0,09	-4,19	14,78
1000	0,005	-0,007510	2,03		100	0,005	-0,007401	0,12	-1,45	16,92
2000	0,0025	-0,007213	7,29		200	0,0025	-0,007451	0,23	3,30	31,70
4000	0,00125	-0,007513	33,74		400	0,00125	-0,007221	0,63	-3,89	53,56
5000	0,001	Bellek Yetersiz			500	0,001	-0,007302	0,86		
					800	0,000625	-0,007573	1,84		

İki ucundan mesnetli üzerinde düzgün yayılı yük bulunan döşeme örneğinin klasik sonlu elemanlar çözümü Çizelge 4.6'da verilmektedir. Çizelge 4.7., Çizelge 4.8., ve Çizelge 4.9. 'da aynı değerler kıyaslama yapmak üzere tekrarlanmıştır. Klasik sonlu elemanlar ile çözümde en fazla 4000 parçaya bölmek mümkün olmuştur. Burada kullanılan bilgisayarın bellek miktarı ile ilgili sınıra ulaştığından daha fazla parçaya bölerek çözme imkânı olmamıştır.

Analiz sonuçları bir önceki örnek problemde tarif edildiği şekilde çizelgeler düzenlenmiştir.

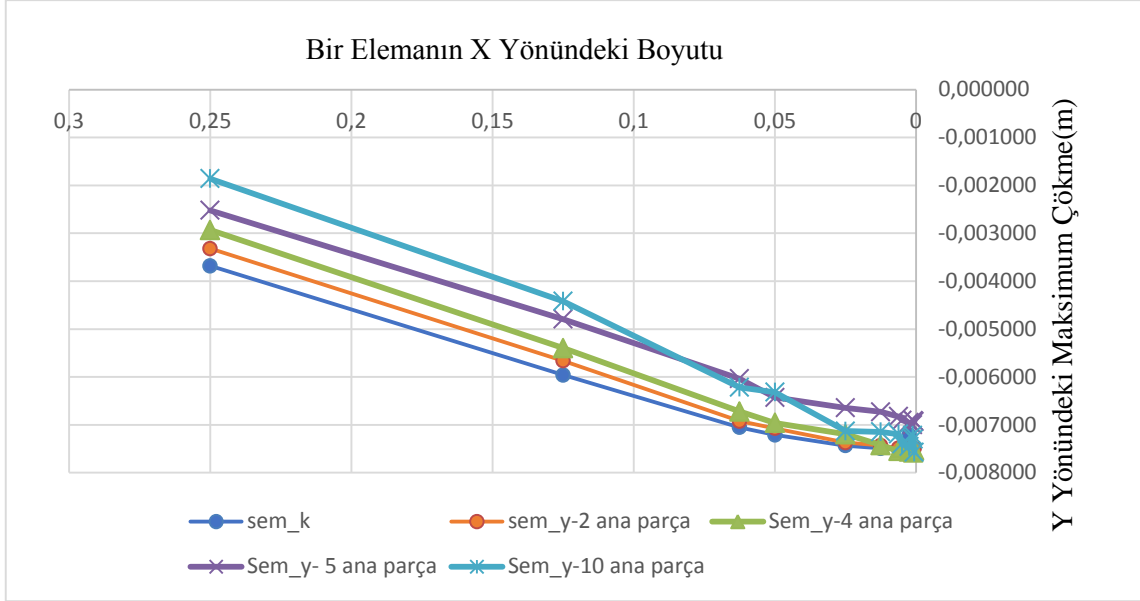
Çizelge 4.6. 'da 2 alt yapıya bölmek suretiyle gerçekleştirilen analiz sonuçları yer almaktadır. Klasik sonlu elemanlar analizi referans olarak alındığında alt yapıya bölerek çözüm sonuçları arasındaki farkın %10 ile %0,23 arasında olduğu görülmektedir. Çözüm süreleri arasındaki oranın 3 kat olduğu anlaşılmaktadır. Bunun yanında alt yapıya bölerek çözüm yapıldığında klasik sonlu eleman analizinde ulaşılmayan parça sayılarında ulaşılabildiği görülmektedir. 2500 ve 4000 alt parça sayılarında elde edilen maksimum çökme değerinin daha az alt parça çözüm sonuçlarıyla benzer olduğu da göze çarpmaktadır.

Alt parça sayısı 4 olduğu durumda elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.7. 'de verilmektedir. Klasik sonlu eleman analizine göre fark %20 ile %0,01 arasında kalmaktadır. 1000 alt parçalı çözümün klasik sonlu eleman çözümü ile aynı olduğu görülmektedir. Buna karşılık çözüm süreleri arasında 12 kat fark bulunmaktadır.

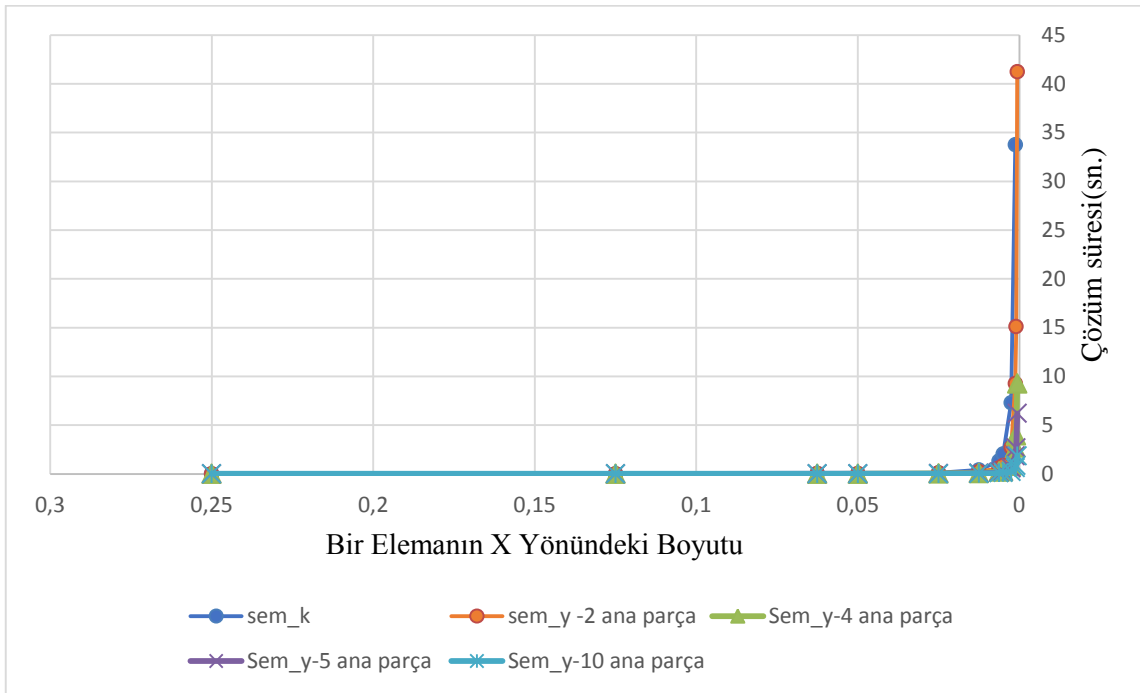
Alt yapı sayısı 5 için elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.8. 'de sunulmuştur. Klasik sonlu elemanlar analizine göre fark %31 ile %7 arasında kalmaktadır. Çözüm süreleri arasında 18 kata kadar fark gözlenmektedir.

Alt yapı sayısı 10 için elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.9. 'da verilmiştir. Klasik sonlu elemanlar analizine göre fark %50 ile %4 arasındadır. Ancak çözüm süreleri kıyaslandığında 53 katı kadar oldukça büyük farkların olduğu gözlenmektedir.

Çizelge 4.6., Çizelge 4.7., Çizelge 4.8. ve Çizelge 4.9. beraber değerlendirildiğinde 4 alt yapılı çözümün klasik sonlu elemanlar çözümü ile aynı değeri verdiği görülmektedir. Buna karşılık klasik sonlu elemanlar analizine göre 12 kat daha hızlı çözüm yapabilmektedir.

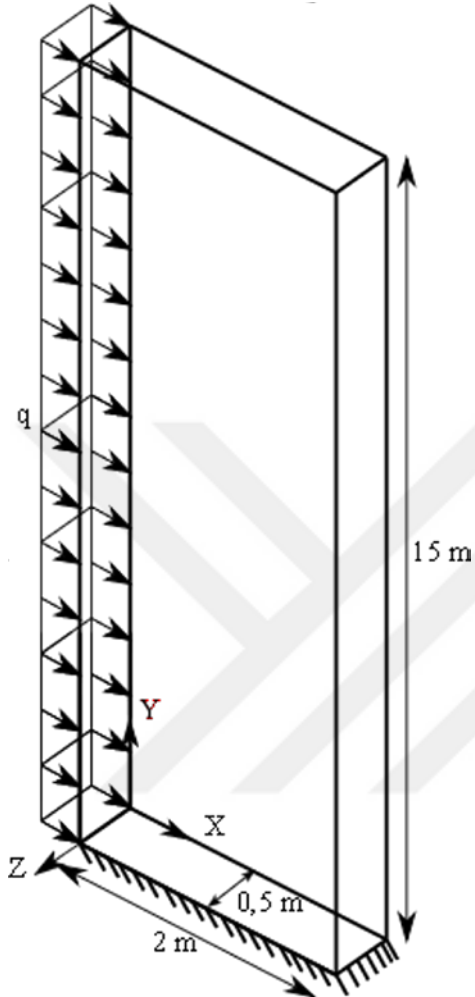


Şekil 4.3. Örnek-3 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Y yönündeki çökme değeri).



Şekil 4.4. Örnek-3 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (çözüm süresi).

4.4. Örnek-4



Bu örnekte 2 m, 15 m ve 0,5 m boyutlarında X doğrultusunda $q_1 = 10 \text{ kN/m}^2$ düzgün yayılı yük taşıyan bir kolon ele alınmıştır. Kolon malzeme özellikleri $E = 33000000 \text{ kN/m}^2$ ve $\nu = 0,2$ şeklindedir.

Geliştirilen Sem_k bilgisayar programında X yönünde sırasıyla 60, 120, 240, 480, 960, 1920, 3840 ve 7680 adet eşit parçaya bölünerek 8 adet analiz yapılmıştır.

Geliştirilen Sem_y bilgisayar programında ilk olarak 3 ana parça bölünerek sonrasında her parça sırasıyla 20, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560 ve 4000 adet eşit alt parçaya bölünerek 9 adet analiz yapılmıştır.

Daha sonra Sem_y programı kullanılarak 5 ana parça 12,24,48,96,192,384,768,1536 ve 2400 adet eşit alt parçaya, 10 ana parça 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768 ve 1200 adet eşit alt parçaya, 15 ana parça 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 ve 800 eşit alt parçaya, 30 ana parça 2, 4, 8,

16, 32, 64, 128, 256 ve 400 adet eşit alt parçaya bölünerek toplamda 5 adet analiz yapılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 4.10., Çizelge 4.11., Çizelge 4.12., Çizelge 4.13. ve Çizelge 4.14. 'de verilmiştir.

15 metre yüksekliğindeki kolon y doğrultusunda belirli sayılara bölünüp Sem_k programı kullanılarak 8 adet ve Sem_y programı kullanılarak 9 adet analiz yapılmıştır. Analiz sonuçları karşılaştırılmıştır.



Çizelge 4.10. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programın 3 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	X yönündeki Maksimum Ötelenme (%)	Çözüm Süresi(katı)
60	0,25	0,152841	0,027574	3	20	0,25	0,138760	0,03	-9,21	1,05
120	0,125	0,163424	0,063312		40	0,125	0,159432	0,04	-2,44	1,66
240	0,0625	0,166303	0,167658		80	0,0625	0,163047	0,07	-1,96	2,45
480	0,03125	0,167039	0,513147		160	0,03125	0,165202	0,16	-1,10	3,18
960	0,015625	0,167224	1,757358		320	0,015625	0,163900	0,41	-1,99	4,26
1920	0,0078125	0,167270	6,495475		640	0,0078125	0,170301	1,22	1,81	5,31
3840	0,00390625	0,167282	25,996064		1280	0,00390625	0,165711	4,08	-0,94	6,36
7680	0,001953125	Bellek Yetersiz			2560	0,001953125	0,167752	15,00		
					4000	0,00125	0,159217	36,43		

Çizelge 4.11. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programının 5 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	X yönündeki Maksimum Ötelenme (%)	Çözüm Süresi(katı)
60	0,25	0,152841	0,027574	5	12	0,25	0,119312	0,02	-21,94	1,28
120	0,125	0,163424	0,063312		24	0,125	0,157425	0,03	-3,67	2,35
240	0,0625	0,166303	0,167658		48	0,0625	0,166792	0,05	0,29	3,22
480	0,03125	0,167039	0,513147		96	0,03125	0,168381	0,09	0,80	5,57
960	0,015625	0,167224	1,757358		192	0,015625	0,171137	0,21	2,34	8,54
1920	0,0078125	0,167270	6,495475		384	0,0078125	0,176086	0,55	5,27	11,80
3840	0,00390625	0,167282	25,996064		768	0,00390625	0,171450	1,67	2,49	15,60
7680	0,001953125	Bellek Yetersiz			1536	0,001953125	0,166253	5,69		
					2400	0,00125	0,169121	13,05		

Çizelge 4.12. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programının 10 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	X yönündeki Maksimum Ötelenme (%)	Çözüm Süresi(katı)
60	0,25	0,152841	0,027574	10	6	0,25	0,120842	0,03	-20,94	0,83
120	0,125	0,163424	0,063312		12	0,125	0,164649	0,04	0,75	1,75
240	0,0625	0,166303	0,167658		24	0,0625	0,168525	0,05	1,34	3,62
480	0,03125	0,167039	0,513147		48	0,03125	0,158293	0,07	-5,24	7,78
960	0,015625	0,167224	1,757358		96	0,015625	0,160920	0,11	-3,77	16,11
1920	0,0078125	0,167270	6,495475		192	0,0078125	0,161915	0,22	-3,20	29,08
3840	0,00390625	0,167282	25,996064		384	0,00390625	0,162585	0,57	-2,81	45,85
7680	0,001953125	Bellek Yetersiz			768	0,001953125	0,173771	1,68		
					1200	0,00125	0,182144	3,64		

Çizelge 4.13. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programının 15 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	X yönündeki Maksimum Ötelenme (%)	Çözüm Süresi(katı)
60	0,25	0,152841	0,027574	15	4	0,25	0,111368	0,06	-27,13	0,48
120	0,125	0,163424	0,063312		8	0,125	0,166544	0,07	1,91	0,92
240	0,0625	0,166303	0,167658		16	0,0625	0,144669	0,06	-13,01	2,60
480	0,03125	0,167039	0,513147		32	0,03125	0,155253	0,07	-7,06	6,86
960	0,015625	0,167224	1,757358		64	0,015625	0,162336	0,11	-2,92	15,84
1920	0,0078125	0,167270	6,495475		128	0,0078125	0,154599	0,17	-7,58	39,11
3840	0,00390625	0,167282	25,996064		256	0,00390625	0,155722	0,35	-6,91	74,78
7680	0,001953125	Bellek Yetersiz			512	0,001953125	0,163326	0,90		
					800	0,00125	0,149603	1,85		

Çizelge 4.14. Örnek-4 Sem_k programı ile Sem_y programının 30 ana parçaya bölüm sonuçlarının kıyaslanması.

Sem_k Programı				Sem_y Programı					Kıyaslama	
Parça Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	Ana Bölüm Sayısı	Alt Bölüm Sayısı	Bir Elemanın Y Yönündeki Boyutu	X yönündeki Maksimum Ötelenme(m)	Çözüm Süresi(sn.)	X yönündeki Maksimum Ötelenme (%)	Çözüm Süresi(katı)
60	0,25	0,152841	0,027574	30	2	0,25	0,052605	0,23	-65,58	0,12
120	0,125	0,163424	0,063312		4	0,125	0,700803	0,24	328,83	0,27
240	0,0625	0,166303	0,167658		8	0,0625	0,133290	0,24	-19,85	0,70
480	0,03125	0,167039	0,513147		16	0,03125	0,217646	0,25	30,30	2,09
960	0,015625	0,167224	1,757358		32	0,015625	0,109466	0,26	-34,54	6,86
1920	0,0078125	0,167270	6,495475		64	0,0078125	0,542457	0,28	224,30	22,87
3840	0,00390625	0,167282	25,996064		128	0,00390625	0,172134	0,35	2,90	74,87
7680	0,001953125	Bellek Yetersiz			256	0,001953125	0,165803	0,52		
					400	0,00125	0,135392	0,80		

Farklı parça sayıları için elde edilen klasik sonlu eleman analiz sonuçları Çizelge 4.10. 'da verilmiştir. Bu değerler kıyaslama yapmak amacıyla Çizelge 4.11., Çizelge 4.12., Çizelge 4.13. ve Çizelge 4.14. 'de tekrarlanmıştır. Klasik sonlu elemanlar ile çözümde en fazla 3840 parçaya kadar çözüm yapılabilmiştir. 7680 parçalı çözüm için bellek miktarı yetersiz kaldığından çözüm yapmak mümkün olmamıştır.

Bu örnek problemde de örnek-2'de tarif edildiği şekilde çizelgeler düzenlenmiştir.

Alt yapı sayısı 3 için gerçekleştirilen analiz sonuçları Çizelge 4.10. 'da verilmiştir. Klasik sonlu elemanlar analiz sonuçları ile kıyaslandığında %9 ile %0,94 kadar farkın olduğu buna karşılık çözüm süreleri arasındaki farkın 6 kata kadar çıktığı görülmektedir.

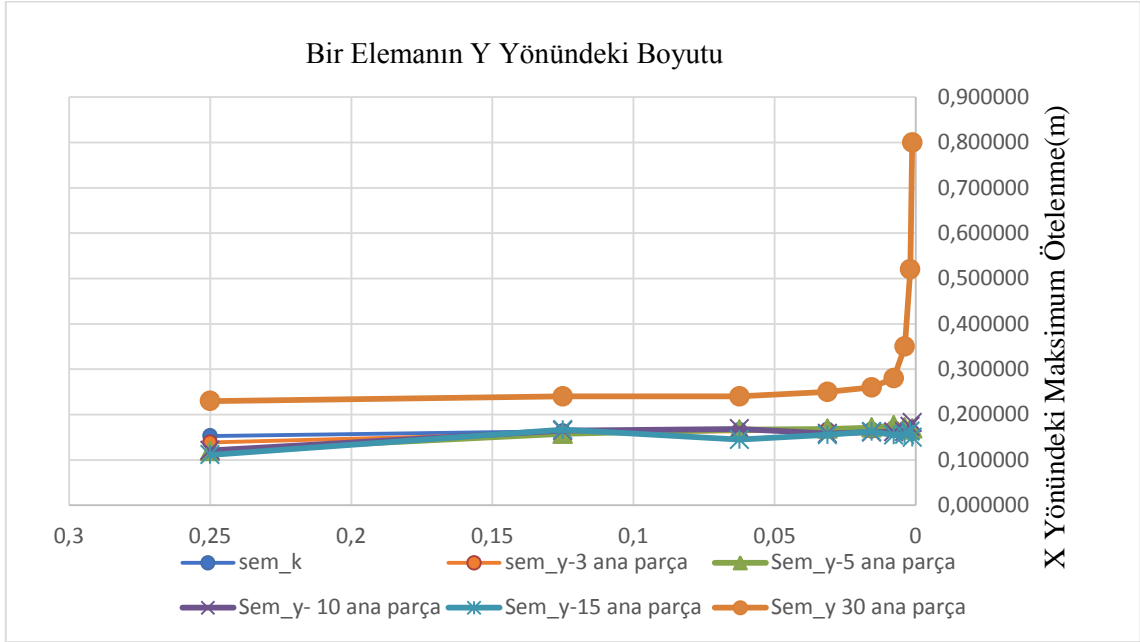
Çizelge 4.11. 'de alt yapı sayısı 5 olması durumunda elde edilen analiz sonuçları yer almaktadır. Klasik sonlu elemanlar analiz sonuçları ile kıyaslandığında %22 ile %2 arasında farkların olduğu gözlemlenmektedir. Bunun yanında çözüm süreleri arasında 15 kata kadar farklar yer almaktadır.

Çizelge 4.12. 'de alt yapı sayısı 10 olması durumunda elde edilen analiz sonuçları verilmiştir. Klasik sonlu elemanlar analiz sonuçları ile karşılaştırıldığında %21 ile %3 arasında farklar gözlenmekle beraber çözüm süreleri açısından 45 kata kadar farkların bulunduğu görülmektedir.

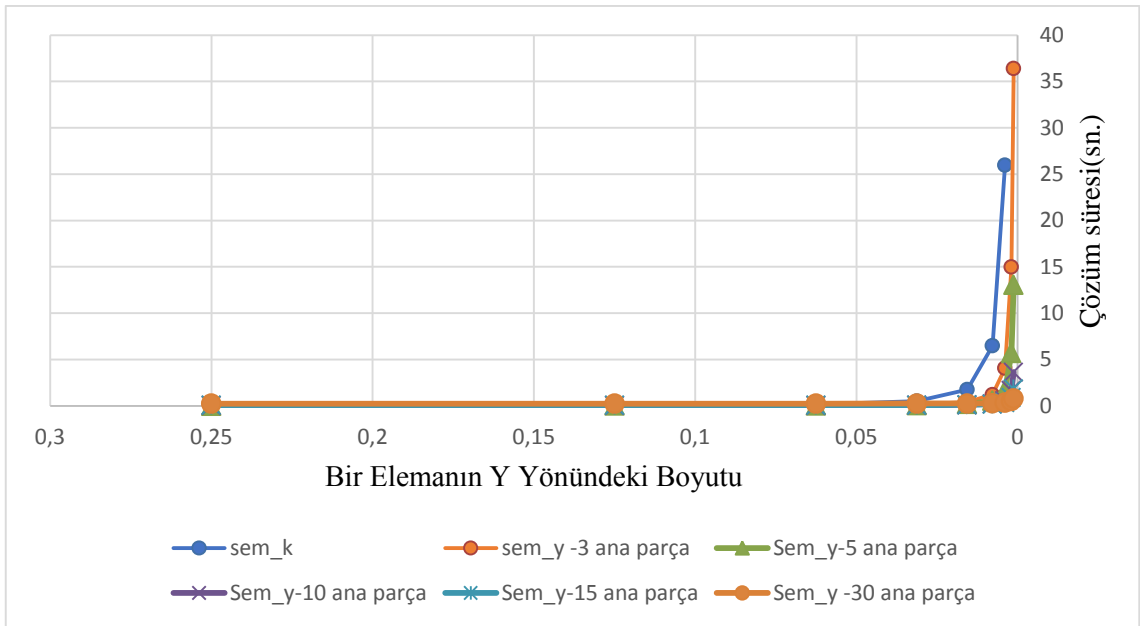
Alt yapı sayısı 15 için elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.13. 'de verilmiştir. Klasik sonlu elemanlar analiz sonuçlarına göre %27 ile %7 arasında farklar bulunmakla beraber analiz sonuçları arasında 74 kata kadar çıkan oldukça büyük farkların yer aldığı görülmektedir.

Alt yapı sayısı 30 için elde edilen analiz sonuçları Çizelge 4.14. 'de sunulmaktadır. Klasik sonlu elemanlar referans alınması durumunda %65 ile %3 arasında farklar gözlenmektedir. Buna karşılık çözüm süreleri arasında 74 kata kadar oldukça büyük farkların bulunduğu görülmektedir.

Çizelge 4.10., Çizelge 4.11., Çizelge 4.12., Çizelge 4.13. ve Çizelge 4.14. beraber değerlendirildiğinde klasik sonlu eleman çözümlerine en yakın çözümün %0,94 ile altyapı sayısının 3 olduğu durumda ortaya çıktığı görülmektedir. Bu durum için analiz süreleri arasında 6 kat fark bulunmaktadır. Bununla birlikte alt yapı sayısı 30 için %2,90 fark meydana çıkmış olduğu gözlenmektedir. Bu analiz için çözüm süresi arasındaki farkın da 74,87 olduğu görülmektedir. Yapılan analizler içinde daha az hatayla daha hızlı çözüm gerçekleştirilen bu durumun hata miktarı dikkate alındığında kabul edilebilir sınırlar içinde olduğu söylenebilir.



Şekil 4.5. Örnek-4 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (X yönündeki ötelenme değeri).



Şekil 4.6. Örnek-4 için Sem_k ile Sem_y Programlarının Karşılaştırılması (Çözüm süresi).

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada yapılan klasik sonlu elemanlar ile analizleri gerçekleştirmek üzere bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Sonlu eleman analizlerinde literatürde yer alan 8 noktalı katı eleman kullanılmıştır. Bütün yapının tek seferde 8 noktalı katı elemanlarla modellenerek analiz edilmesi her zaman mümkün olmamaktadır. Çünkü yeterli hassasiyette analiz yapılabilmesi için gereken eleman sayısı, dolayısıyla düğüm noktası sayısı oldukça fazla olabilmektedir. Düğüm noktalarının aşırı olması durumunda ise ortaya çıkacak lineer denklem takımının bilgisayar bellek kapasitesinin çok üstünde olması durumu meydana gelecektir. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için çalışma kapsamında problemin alt yapılara bölünerek çözülmesi üzerine çalışılmıştır. Bu kapsamda da bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programları kullanılarak 4 örnek problem üzerinde analizler gerçekleştirilmiş olup elde edilen sonuçlar önceki bölümde verilmiştir.

Tüm yapının sonlu elemanlar kullanarak bütün olarak analiz edilmesi ile alt yapılara bölünmek suretiyle analiz edilmesi arasında elde edilen sonuçların kabul edilebilir düzeyde olduğu görülmektedir. Buna karşılık iki yöntem için analiz sonuçları kıyaslandığında süre yönünden önemli farkların ortaya çıktığı gözlemlenmiştir.

Örnek-2 için klasik sonlu elemanlar çözümü ile alt yapıların kullanılması durumunda elde edilen çözümler arasında % -0,38 ile % -2,36 fark bulunmaktadır. Çözüm süreleri arasındaki farklar 7 ile 15 kat arasında olduğu görülmektedir.

Örnek-3 için klasik sonlu elemanlar çözümü ile alt yapıların kullanılması durumunda elde edilen çözümler arasında %0,01 ile %6,86 fark olduğu gözlenmektedir. Bu çözümler için alt yapıların kullanılması durumuna göre klasik sonlu elemanlar ile çözüm yapıldığında 3 ile 53 kat daha fazla zaman harcanmış olduğu görülmektedir.

Örnek-4 için klasik sonlu elemanlar çözümü ile alt yapıların kullanılması durumunda elde edilen çözümler arasında % -0,94 ile % -6,91 fark olduğu gözlenmektedir. İki yöntem arasında süre yönünden 6 ile 74 kat fark olduğu görülmektedir. Altyapılara bölerek analiz yapılması süre yönünden oldukça avantajlıdır.

Elde edilen bulgular değerlendirildiğinde yapının tamamının sonlu elemanlar ile çözülmesi yerine alt yapılara bölünmesi yoluyla analiz edilmesi durumunda kabul edilebilir çözümlerin elde edilebildiği görülmektedir. Alt yapılara bölmek suretiyle yapılan çözümler tüm yapının tek seferde çözülmesi durumuna göre oldukça daha az zamanda elde edilen çözümler

olduğundan tercih edilebilir. Bunun yanında düğüm noktası sayısı çok fazla olan yapıların tek seferde bilgisayar belleğinde depolanamaması durumları da ortaya çıkabileceğinden alt yapılara bölerek analiz gerçekleştirilmesi mecburide olabilecektir.

Bu çalışmada alt yapılara bölme yönteminde alt yapıların 8 noktalı katı elemanlar olacak şekilde düzenlenmesi üzerine çalışılmıştır. Ara noktaların bir kısmı bu nedenle göz ardı edilmiştir. Bu ara noktaların da dahil edilmesiyle daha az hata ile sonuçların elde edilmesi mümkün olabilecektir.



KAYNAKLAR DİZİNİ

- Aksu, T. (1993). Genel Biçimli Kabuklar İçin Bir Sonlu Eleman Formülasyonu. Doktora Tezi. İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Alyavuz. B. (2003), Boşluklu Perde-Çerçeve Sistemlerinin Sonlu Elemanlar Metodu ile Gerilme Analizi. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Bayraktar, A., Çavdar. Ö., Başağa, H.B., Çavdar, A., (2007), Stokastik Sonlu Eleman Yöntemiyle Üç Boyutlu Çerçeve Sistemlerin Deprem Analizi, Altıncı Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı, 16-20 Ekim 2007, İstanbul
- Gören. F. (2006), Kalın Plaklar İçin Üç Boyutlu Sonlu Eleman Modelleri. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Güntekin, E., Yılmaz. T., (2013), Eğilmeye Çalışan Budaklı Kirişlerin Sonlu Elemanlar Modelleri, *SDÜ Orman Fakültesi Dergisi*, 2013-14, s.53-57, İstanbul.
- Hacısalıhoğlu. M. (2010), Doğrusal Olmayan Sonlu Eleman Çözümlenmeleri ile Betonarme Kolonlarda Boyut Etkisinin İrdelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Harmandar. E. (2002), Performance Of Higher Order Finite Elements. Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Kaçar. O. (2007), Varolan Tünellerin Üzerindeki Kazı ve Yüklemelerin 3-Boyutlu Sonlu Eleman Yöntemiyle Modellenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Smith, I. M., Griffiths, D. V., (2013). *Programming the finite element method*. John Wiley & Sons.s.38-40
- Şenel. Ş. M. (1996), Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Üç Boyutlu Yapı Analizi Yapan Bir Bilgisayar Programı, Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Denizli.
- Şenel. Ş. M. (1996), Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Üç Boyutlu Yapı Analizi Yapan Bir Bilgisayar Programı, Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Denizli.
- Toker, S., Ünay. A.İ., (2004), Kemerli Taş Köprülerin Matematiksel Modellenmesi ve Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi, *G.Ü Fen Bilimleri Dergisi*, 17(2):129-139, Ankara.
- Türe. Ü. (2002), Mindlin Plakların Sonlu Eleman Metodu ile Çözümlemesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Ustaoglu. A. O. (2015), Bağcılar Metro İstasyonu'ndaki Yukarıdan Aşağıya Yapılan Derin Kazı İçin 2 ve 3 Boyutlu Sonlu Eleman Yöntemi Analiz Sonuçları ile Sahada Yapılan Deformasyon Ölçüm Sonuçlarının Karşılaştırılması, Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara.

Waski, S.T., (1990), Sonlu Eleman Yönteminin Betonarme Yapı Elemanlarına Uygulanması, *İMO Teknik Dergi*, s.199-208, Yazı 15.



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Muharrem DUMAN
Doğum Tarihi ve Yeri :26.08.1990,Erzincan
Medeni Durumu : Bekar
E-mail : dumanmuharrem@hotmail.com

EĞİTİM

Derece	Kurum	Bölüm	Mezuniyet Tarihi
Lise	Erzincan Lisesi		2007
Lisans	Dumlupınar Üniversitesi	İnşaat Mühendisliği	2013
Yüksek Lisans	Dumlupınar Üniversitesi	İnşaat Mühendisliği	2019

İŞ DENEYİMLERİ

- 04/2018-.... EMAY ULUSLARARASI MÜH. VE MÜŞ. A.Ş., UŞAK (İnş. Kont. Müh.)
-Uşak Ulubey TOKİ 126 Konut, Ticaret Merkezi Yapılarının Kontrolü
- 03/2015-04/2018 ÜÇER MÜŞAVİR MÜHENDİSLİK A.Ş, UŞAK (İnş. Kont. Müh.)
-Uşak TOKİ 1051 Konut, Cami, Okul, A.S.M Yapılarının Kontrolü
-Uşak Eşme TOKİ 511 Konut, Okul, Ticaret Merkezi yapılarının Kontrolü
- 11/2013-03/2015 AK-SEV YAPI DENETİM, KÜTAHYA (İnş. Kont. Müh.)
-Fabrika, Konut ve Benzin istasyonu Yapılarının Kontrolü
- 07/2013-11/2013 KLV İNŞAAT, KÜTAHYA (Saha Mühendisi)
-Sıcak Asfalt Yol Yapımı
-Toprak Dolgulu Üst Geçit Yapımı