## DONANIM BOZUKLUKLARININ İKİ YÖNLÜ RÖLE AĞLARDA SİSTEM PERFORMANSINA OLAN ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Merve UÇAR GÜL

Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliği Uyarınca Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ Olarak Hazırlanmıştır.

> Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR Ortak Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Arif BAŞGÜMÜŞ

> > Ağustos – 2020

#### KABUL VE ONAY SAYFASI

Merve UÇAR GÜL tarafından hazırlanan "DONANIM BOZUKLUKLARININ İKİ YÖNLÜ RÖLE AĞLARDA SİSTEM PERFORMANSINA OLAN ETKİSİNİN İNCELENMESİ" adlı tez çalışması, aşağıda belirtilen jüri tarafından Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek OY BİRLİĞİ / OY ÇOKLUĞU ile Kütahya Dumlupınar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

21/08/2020

Prof. Dr. Şahmurat ARIK Enstitü Müdürü, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü	
Prof. Dr. Yılmaz ASLAN Anabilim Dalı Başkanı, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı	
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR Danışman, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı	
Dr. Öğr. Üyesi Arif BAŞGÜMÜŞ Ortak Danışman, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi	
Sınav Komitesi Üyeleri	
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi	
Doç. Dr. Selman KULAÇ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Düzce Üniversitesi	
Dr. Öğr. Üyesi Fırat Ertaç DURAK Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi	

#### ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

Bu tezin hazırlanmasında Akademik kurallara riayet ettiğimizi, özgün bir çalışma olduğunu ve yapılan tez çalışmasının bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olduğunu, çalışma kapsamında teze ait olmayan veriler için kaynak gösterildiğini ve kaynaklar dizininde belirtildiğini, Yüksek Öğretim Kurulu tarafından kullanılmak üzere önerilen ve Kütahya Dumlupınar Üniversitesi tarafından kullanılan İntihal Programı ile tarandığını ve benzerlik oranının %5 çıktığını beyan ederiz. Aykırı bir durum ortaya çıktığı takdirde tüm hukuki sonuçlara razı olduğumuzu taahhüt ederiz.

Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR

Merve UÇAR GÜL

İmza

İmza

Dr. Öğr. Üyesi Arif BAŞGÜMÜŞ

İmza

## DONANIM BOZUKLUKLARININ İKİ YÖNLÜ RÖLE AĞLARDA SİSTEM PERFORMANSINA OLAN ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Merve UÇAR GÜL

Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Yüksek Lisans Tezi, 2020 Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR Ortak Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Arif BAŞGÜMÜŞ

#### ÖZET

Bu tez calışmasında, donanım bozukluklarının iki yönlü röle ağlarda sistem performansına olan etkisi incelenmiştir. Alıcı ve verici düğümleri, donanım bozukluğuna sahip, değişken kazançlı (VG) kuvvetlendir ve aktar (KA) protokolünü kullanan röle vasıtasıyla Nakagami-*m* sönümleme kanalları üzerinden bilgi alışverişi yapmaktadır. Bu sistemin anlık uctan uca isaret-gürültü-bozunum oranı (SNDR) her iki düğüm icin hesaplanmıştır. Nakagamim sönümleme kanallarına ait olasılık yoğunluk fonksiyonu (OYF) ve birikimli dağılım fonksiyonu (BDF) kullanılarak analitik ve asimptotik kesinti olasılığının kapalı form denklemleri türetilmiştir. Sembol hata oranının (SER) analitik ifadesi nümerik olarak çözdürülmüş ve asimptotik kapalı form denklemi türetilmiştir. Ergodik kanal kapasitesinin üst değeri, yaklaşık ifadesi ve bu kapasite için üst sınır denklemi türetilmiştir. Her iki kanalın şekil parametrelerinin birbirine eşit olduğu durumda belirli bir donanım bozukluğu (kritik  $\kappa$  değeri) seviyesine kadar, şekil parametresi arttıkça kesinti olasılığının azaldığı, bu belirli kritik  $\kappa$  değerinden sonra şekil parametresinin artışının sistem performansına kötü yönde etki yaptığı tespit edilmiştir. Alıcı ve verici tarafında aynı kalitede donanım kullanıldığında haberleşme performansının arttırılabileceği sonucuna varılmıştır. Donanım bozukluk seviyesinin, kapasite üzerinde yüksek SNR değerlerinde fazla etkiye sahip olduğu görülmektedir. Donanım bozukluk seviyesi azaldıkça ergodik kapasitenin arttığı görülmüştür. Yapılan analizlerin istenilen performansı karşılayacak sistemi tasarlarken, şekil parametresi (m), modülasyon türü, belirli bir donanım bozukluk seviyesine  $(\kappa)$ sahip donanımın seçimi konularında, araştırmacılara rehberlik sağlayacağı öngörülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Çift Yönlü Röle Ağlar, Donanım Bozukluğu, Ergodik Kanal Kapasitesi, Kesinti Olasılığı, Nakagami-*m* Sönümleme Kanalı, Sembol Hata Oranı.

## PERFORMANCE ANALYSIS OF TWO-WAY RELAYING NETWORKS WITH THE PRESENCE OF HARDWARE IMPAIRMENTS

Merve UÇAR GÜL

Electrical and Electronics Engineering, M.S.Thesis, 2020 Thesis Supervisor: Assist. Prof. Dr. Mustafa NAMDAR Corresponding Supervisor: Assist. Prof. Dr. Arif BAŞGÜMÜŞ

#### **SUMMARY**

In this thesis, the effect of hardware impairments in two-way relay network to system performance is investigated. Transmitter and receiver nodes exchange their data through Nakagami-*m* fading channels via relay with hardware impairment that uses VG AF protocol. The instantaneous end-to-end SNDR of this system are obtained for both nodes. The closed form equations for analytical and asymptotic outage probability are obtained by using PDF and CDF of Nakagami-m fading channels. The analytical expression of the SER is numerically resolved and asymptotic expression is derived. Capacity ceiling, approximate expression of ergodic channel capacity and the upper bound equation of this capacity are derived. It is determined that the outage probability decreases as the shape parameter increases up to a certain level of impairment (critical  $\kappa$  value) under the condition of both channels' shape parameters are equal, after this certain critical  $\kappa$  value, the shape parameter effects oppositely. It is obtained that the communication performance can be improved when hardware with the same quality is used on both receiver and transmitter sides. Hardware impairment level has high effect on high SNR values. It is seen that ergodic capacity increases as the level of hardware impairment decreases. It is foreseen that analysis done provide guidance to researchers for selection of shape parameter (m), modulation type, hardware that has certain level of impairment  $(\kappa)$  when the system that meet the desired performance is being designed.

**Keywords:** Ergodic Channel Capacity, Hardware Impairments, Nakagami-m Fading Channel, Outage Probability, Symbol Error Rate, Two-way Relaying Networks.

## TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez çalışmam süresince bana desteklerini esirgemeyen, tez toplantılarında çalışmama ışık tutup yön veren, önerileriyle bakış açımı genişletip beni çalışmaya teşvik eden, bilgi ve birikimleriyle sabırla yardımcı olan tez danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Mustafa NAMDAR ve ortak tez danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Arif BAŞGÜMÜŞ'e tüm emekleri için teşekkür eder, minnetlerimi sunarım.

Beni yetiştirip bu günlere getiren aileme, çalışmam boyunca her türlü özveriyi sağlayan, sabırla manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen eşim Eren GÜL'e ve oğlum Arda Ege'ye çok teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

~ •
Savfa
Dayla

ÖZET	V
SUMMARY	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. KABLOSUZ HABERLEŞME KANALLARI	8
2.1. Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü Kanal	8
2.2. Rayleigh Sönümlemeli Kanal	9
2.3. Rician Sönümlemeli Kanal	11
2.4. Nakagami- <i>m</i> Sönümlemeli Kanal	12
3. İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME VE RÖLE AĞLAR	15
3.1. Kuvvetlendir ve Aktar (KA) Yöntemi	15
3.2. Çöz ve Aktar (ÇA) Yöntemi	17
3.3. Tek Yönlü Röle Ağlar	17
3.4. Çift Yönlü Röle Ağlar	18
4. DONANIM BOZUKLUKLARININ İKİ YÖNLÜ RÖLE AĞLARDA SİSTEM	
PERFORMANSINA OLAN ETKİSİ	20
4.1. Bozunum Gürültüsü (Distortion Noise)	20
4.2. Sistem Modeli	21
4.3. Kesinti Olasılığı	24
4.4. Asimptotik Kesinti Olasılığı	27
4.5. Sembol Hata Orani	30
4.6. Ergodik Kanal Kapasitesi	32
5. NÜMERİK SONUÇLAR	38
6. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER	48

# İÇİNDEKİLER (devam)

# KAYNAKLAR DİZİNİ ......49

ΕK

ÖZGEÇMİŞ



<u>Sayfa</u>

# ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u> <u>Sayfa</u>
1.1. Hata modelinin şematik gösterimi (Schenk, 2008)2
2.1. a) Gauss dağılımının OYF'si b) Gauss dağılımının BDF'si c) AWGN güç spektral yoğunluğu9
2.2. Rayleigh Dağılımının OYF'si (Namdar, 2014)10
2.3. Rician dağılımının OYF'si (Namdar, 2014)12
2.4. Nakagami- <i>m</i> dağılımının OYF'si (Simon ve Alouini, 2000)
3.1. Kuvvetlendir ve Aktar Yöntemi (Namdar, 2014)
3.2. Çöz ve Aktar Yöntemi (Namdar, 2014)17
3.3. Düz çizgi işaret iletim yolunu, kesikli çizgi öz-girişimi göstermektedir. a) Tek yönlü eş zamansız röle modu b) Tek yönlü eş zamanlı röle modu (Li vd., 2015)
3.4. Düz çizgi işaret iletim yolunu, kesikli çizgi öz-girişimi göstermektedir. a) Çift yönlü eş zamansız röle modu b) Çift yönlü eş zamanlı röle modu (Li vd., 2015)
4.1. Bozunum gürültülerine sahip Nakagami- <i>m</i> sönümleme kanallı çift yönlü değişken kazançlı (VG) KA röle sistemi (Ucar-Gul vd., 2020)
5.1. Şekil parametreleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , veri hızı $R = \{1, 2.5\}$ <i>bits/sec/Hz</i> ve donanım bozukluk seviyeleri $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = 0.1$ olan 1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi
5.2. Şekil parametreleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , veri hızı $R = 2.5bits/\sec/Hz$ ve farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \{0.05, 0.1, 0.2\}$ 1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi
5.3. Veri hızı $R = 2.5bits/\sec/Hz$ , aynı donanım bozukluğu seviyelerinde $\alpha_1 = \alpha_2 = m = \{1,2,3\}$ farklı şekil parametreleri $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \{0.05, 0.0896, 0.1\}$ için 1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi
5.4. Şekil parametreleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ ve farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi
5.5. Aynı donanım bozukluğu seviyelerindeki farklı şekil parametreleri $\alpha_1 = \alpha_2 = m = \{1,2,3\}$ için 1.terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi
5.6. Farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki şekil parametreleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , BPSK ve QPSK modülasyonu için 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi
5.7. Aynı donanım bozukluk seviyeleri $\kappa_{3t} = 0.1 \kappa_{3r} = 0.1$ ve farklı şekil parametrelerinde $\alpha_1 = \alpha_2 = \{1, 2, 3\}$ , modülasyon türüne göre 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi
5.8. Aynı donanım bozukluk seviyeleri $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \{0.05, 0.1, 0.15\}$ ve aynı şekil
parametrelerinde $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ ergodik kapasite-SNR değişimi

# SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
h	Kanal sönümleme katsayısı
$\sigma^{2}$	Varyans
f(.)	Olasılık yoğunluk fonksiyonu
F(.)	Birikimli dağılım fonksiyonu
E[.]	Beklenen değer operatörü
$\sigma$	Standart sapma
Ω	Ortalama kanal sönümleme gücü
ρ	Kanal sönümleme gücü
D	DGH iletim hattıyla gelen işaretin maksimum değeri
$D^2$	DGH iletim hattıyla gelen işaretin gücü
<i>I</i> <sub>0</sub> (.)	0.dereceden 1. türden değiştirilmiş Bessel fonksiyonu
K	Rician sönümlemeli kanal parametresi
m	Nakagami- <i>m</i> sönümleme parametresi
Γ(.)	Gamma fonksiyonu
Γ(.,.)	Üst tamamlanmamış Gamma fonksiyonu
$G^{f}$	Sabit kazançlı kuvvetlendirme katsayısı
$G^{v}$	Değişken kazançlı kuvvetlendirme katsayısı
S	İletilen işaret
ν	Toplamsal gürültü
$\eta_t$	Vericideki bozunum gürültüsü
$\eta_r$	Alıcıdaki bozunum gürültüsü
η	Kümeleşmiş bozunum gürültüsü
$K_t$	Vericideki bozukluk seviyesi
K <sub>r</sub>	Alıcıdaki bozukluk seviyesi
K	Kümeleşmiş bozukluk seviyesi
$T_i$	<i>i</i> . iletim terminali
<i>y</i> <sub>3</sub>	Rölede alınan işaret

# SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
<i>S</i> <sub>3</sub>	Rölede kuvvetlendirmeden sonra iletilen işaret
$h_i$	i. terminalle röle arasındaki kanal sönümleme katsayısı
S <sub>i</sub>	<i>i</i> . terminalden röleye iletilecek işaret
$\mathcal{V}_i$	i. terminaldeki toplamsal kompleks Gauss gürültüsü
$P_i$	<i>i</i> . terminalin iletim gücü
$\Omega_i$	<i>i</i> . terminalle röle arası kanalın ortalama kanal sönümleme gücü
$ ho_i$	<i>i</i> . terminalle röle arası kanalın kanal sönümleme gücü
$\alpha_i$	Şekil parametresi (shape parameter)
$\beta_i$	Ölçek parametresi (scale parameter)
$\eta_{3t}$	Rölenin verici kısmındaki kümeleşmiş bozunum gürültüsü
$\eta_{3r}$	Rölenin alıcı kısmındaki kümeleşmiş bozunum gürültüsü
K <sub>3t</sub>	Rölenin verici kısmındaki kümeleşmiş bozukluk seviyesi
K <sub>3r</sub>	Rölenin alıcı kısmındaki kümeleşmiş bozukluk seviyesi
r <sub>i</sub>	Alt indis
Pout	Kesinti olasılığı
x	Eşik değeri
R	Veri hızı
Pr{ }	Olasılık ifadesi
Q(.)	Gauss $Q$ – fonksiyonu
A,B	Modülasyon sabitleri
$_{1}F_{1}(.;.;.)$	Birinci türden birleşik hipergeometrik fonksiyonu
γ	İşaret-gürültü-bozunum oranı (signal to noise distortion ratio, SNDR)
В	Sönümleme kanalının bant genişliği
С	Kanal kapasitesi
М(.)	Moment üreten fonksiyon
$\overline{F}(.)$	Tamamlayıcı birikimli dağılım fonksiyonu

# SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>		
$\overline{ ho}$	Ortalama kanal sönümleme gücü		
<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>		
AWGN	Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü (Additive White Gaussian Noise)		
BDF	Birikimli Dağılım Fonksiyonu (Cumulative Distribution Function, CDF)		
BER	Bit Hata Oranı (Bit Error Rate, BER)		
BFSK	İkili Frekans Kaymalı Anahtarlama (Binary Frequency Shift Keying)		
BPSK	İkili Faz Kaymalı Anahtarlama (Binary Phase Shift Keying)		
CEE	Kanal Kestirim Hatası (Channel Estimation Error)		
CODIV	İşbirlikli Çeşitleme (Cooperative Diversity, CODIV)		
CSI	Kanal Durum Bilgisi (Channel State Information)		
ÇA	Çöz ve Aktar (Decode and Forward, DF)		
ÇGÇÇ	Çok Girişli Çok Çıkışlı (Multi Input Multi Output, MIMO)		
DGH	Direk Görüş Hattı (Line of Sight, LoS)		
DL	Gecikme Sınırlı (Delay Limited, DL)		
DT	Gecikme Toleranslı (Delay Tolerated, DT)		
EVM	Hata Vektör Büyüklüğü (Error Vector Magnitude, EVM)		
FG	Sabit Kazançlı (Fixed Gain)		
ICE	Mükemmel Olmayan Kanal Kestirimi (İmperfection Channel		
	Estimation)		
IQI	In Phase and Quadrature Imbalance		
KA	Kuvvetlendir ve Aktar (Amplify and Forward, AF)		
M-ary PSK	M-ary Faz Kaymalı Anahtarlama		
MMSE	Minimum Ortalama Karesel Hata (Minimum Mean Square Error)		
MRC	En Büyük Oran Birleştirme		
MÜF	Moment Üreten Fonksiyon (Moment Generation Function, MGF)		
OYF	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (Probablity Density Function, PDF)		
QPSK	Dörtlü Faz Kaymalı Anahtarlama (Quadrature Phase Shift Keying)		
RF	Radyo Frekans (Radio Frequency, RF)		
SER	Sembol Hata Oranı (Symbol Error Rate)		

# SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>				
SNDR	İşaret Gürültü Bozunum Oranı (Signal to Noise Distortion Ratio)				
SNR	İşaret Gürültü Ora	İşaret Gürültü Oranı (Signal to Noise Ratio)			
TBDF	Tamamlayıcı Bi	rikimli	Dağılım	Fonksiyonu	(Complementary
	Cumulative Distribution Function, CCDF)				
UVE	Uzun Vadeli Evrişim (Long Term Evolution, LTE)				
VG	Değişken Kazançlı (Variable Gain)				
3NOP	3. Nesil Ortaklık Projesi (3rd Generation Partnership Project, 3GPP)				
16QAM	16 Seviyeli Karesel Genlik Modülasyonu (16 Quadrature Amplitude		drature Amplitude		
	Modulation)				

xiv

# 1. GİRİŞ

Telsiz haberleşme uygulamalarının kullanımı yaygınlaştıkça geniş kapsama alanına, hızlı veri aktarımına, yüksek bağlantı güvenilirliğine sahip sistemlere olan ihtiyaç artmaktadır. Ancak, haberleşme sistemlerindeki bu performans özelliklerini olumsuz etkileyen çeşitli faktörler bulunmaktadır. Bu faktörlerin en önemlilerinden biri vericiden gönderilen işaretlerin binalar ya da bölgenin coğrafi yapısı sebebiyle saçılma, kırılma, yansıma gibi nedenlerden dolayı alıcıda algılanamamasıdır. Bu çok yollu sönümleme etkilerinin, işbirlikli çeşitleme (CODIV) yoluyla azaltılabileceği Laneman ve arkadaşları tarafından belirtilmiştir (Laneman vd., 2001). CODIV ile alıcı ve verici arasına bir veya daha fazla röle yerleştirilerek bir veya daha fazla kullanıcı bu röle veya röleler vasıtasıyla bir diğer kullanıcı ile haberleşmektedir. Bu röle veya röleler temel aktarma yöntemi olarak kuvvetlendir ve aktar (KA) ya da çöz ve aktar (ÇA) protokollerine sahiptir. Rölede KA protokolü kullanıldığında röleye gelen işaret kuvvetlendirilip aktarılırken, ÇA protokolü kullanıldığında röleye gelen işaret önce çözülüp sonra kodlanıp tekrar iletilmektedir (Laneman vd., 2004). KA ve ÇA protokollerine sahip röleler ile performans analizi yapılmış ve sonuçlar yaklaşık eş performans göstermiştir (Levin ve Loyka, 2012). Röle sistemlerinde kullanılan her iki protokol için de performans analizleri yapılmıştır (Yang vd., 2011; Han vd., 2009).

Son dönemde araştırmacıların röle ağlar üzerinde çalıştıkları bir diğer konu da donanım bozukluklarıdır. Birçok araştırmada alıcı ve vericilerin ideal donanıma sahip olduğu varsayılsa da gerçekte, sistemlerde donanım bozuklukları bulunur. Yüksek hızlı telsiz haberleşme sistemlerinde bulunan faz gürültüsü (phase noise), doğrusal olmayan elemanlar (amplifier non-linearities), IQI (in phase and quadrature imbalance) dengesizliği gibi radyo frekans (RF) bozuklukları sistem performansını olumsuz yönde etkilemektedir. Literatürde RF bozuklukların röle sistemleri üzerindeki etkisi bazı çalışmalarda her bozukluk için tek tek incelenirken (Li vd., 2014; Maletic vd., 2016; Maletić vd., 2017; Qi vd., 2012), daha sonra, bu bozuklukların kümeleşmiş etkisi donanım bozukluğu (hardware impairment) adı altında incelenmeye başlanmıştır (Matthaiou vd., 2013; Bjornson vd., 2013a; You vd., 2017; Mishra vd., 2016). Bu kümeleşmiş etki genel hata modeli adı altında hata vektör büyüklüğü (error vector magnitude, EVM) olarak incelenmiştir. RF bozuklukların iletilen ve alınan işaret üzerinde çarpımsal ve toplamsal hataya neden olduğu belirtilmiştir. Genlik ve faz hataları çarpımsal hata, gürültü ise toplamsal hata olarak Şekil 1.1. içerisinde sunulmaktadır (Schenk ve Fledderus, 2008; Georgiadis, 2004; Schenk, 2008).



Şekil 1.1. Hata modelinin şematik gösterimi (Schenk, 2008).

Kompanzasyon algoritmalarıyla donanım bozukluklarının bir kısmı giderilebiliyor olsa da her zaman kalıcı bozukluklar (residual impairments) sistemde bulunmaktadır. Kalıcı bozukluklara kadar indirgemenin çarpım bozukluk hatalarının giderilmesi anlamına geldiği belirtilmiştir (Matthaiou vd., 2013). Pratik sistemlerde EVM, RF zincirinin (RF chain) kalibrasyonundan ve pratik kompanzasyon algoritmaları mevcut olan bozukluklar kompanze edildikten sonra ölçülür (Studer vd., 2011). Böylece RF bozukluklar kalıcı bozukluklara (residual impairments) kadar indirgenmektedir ve EVM içerisinde sadece toplam hataları belirtilmektedir. Ortogonal frekans bölmeli çoğullama (OFDM,orthogonal frequency-division multiplexing) temelli bir sistem için donanım bozukluklarından kaynaklanan işaretteki bozunumların, ek ve bağımsız eş dağılımlı (i.i.d.) gauss gürültüsü gibi davrandığı deneysel olarak doğrulanmıştır. Bu gauss davranışı, birçok bağımsız ve farklı kaynaktan gelen gürültülerin üst üste eklenmesiyle açıklanabilir (central limit teorem) (Wenk, 2010; Studer vd., 2010; Schenk, 2008). Bu nedenle, kalıcı RF bozukluklar 0 ortalamalı kompleks gauss gürültüsü gibi davranırlar ve böylece işarete ek bir gürültü olarak gösterilirler. Kompleks gauss gibi davranan ek gürültünün iletilecek işarete etkisi (1.1) ile verilmiştir (Zhang vd., 2014; Wenk, 2010).

$$\widetilde{s} = s + \eta_t \tag{1.1}$$

 $\tilde{s}$  bozulmuş iletilen işareti, s iletilmek istenen işareti ve  $\eta_t$  işarette toplamsal hataya sebep olan gürültüyü temsil etmektedir. Bu gürültünün varyansının işaretin gücüne olan oranının karekökü EVM'dir. EVM yüzde olarak ifade edilir ve referans dalga formuyla ölçülen dalga formunun arasındaki farkın bir ölçüsüdür. EVM hesaplanmadan önce (Studer vd., 2011) ve (Wenk, 2010) da belirtildiği gibi, ölçülen dalga formu örnekleme zamanlamasının kaydırılması (timing offset) ve RF frekansının kaydırılması ile düzeltilir. Sonrasında IQ orjin kayması giderilmelidir. 3. Nesil Ortaklık projesi (3NOP) olan 3GPP tarafından geliştirilen ve telsiz haberleşme standartı olan Uzun Vadeli Evrişim (UVE)'e göre EVM belirli sınır değerlere sahiptir. EVM'nin alabileceği maksimum değerler Dörtlü Faz Kaymalı Anahtarlama (QPSK) ve İkili Faz Kaymalı Anahtarlama (BPSK) modülasyonları için %17.5, 16 Seviyeli Karesel Genlik Modülasyonu (16QAM) için %12.5 ve 64QAM için %8 olarak verilmiştir (3rd Generation Partnership Project [3GPP], 2010). Bozukluk seviyesi (level of impairment,  $\kappa$ ), pratik uygulamalarda yaygın olarak, RF alıcı-verici kalitesinin göstergesi sayılan EVM'ye eşit olarak kabul edilebilir ve (1.2) ile verilmektedir (Zhang vd., 2014).

$$EVM \stackrel{\scriptscriptstyle \Delta}{=} \sqrt{\frac{\mathrm{E}[|\eta_t|^2]}{\mathrm{E}[|s|^2]}} \stackrel{\scriptscriptstyle \Delta}{=} \kappa \tag{1.2}$$

#### Literatür Özeti

Literatürde, araştırmacılar kesinti olasılığı, ergodik kanal kapasitesi, sembol hata oranı (SER), bit hata oranı (BER) gibi performans ölçütlerindeki gereklilikleri karşılayan donanımların seçimi için kılavuzluk sağlamaktadır.

Matthaiou ve arkadaşları alıcı-verici donanım bozuklarının, çift yönlü KA protokolünü kullanan röle üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Rayleigh sönümlemeli kanal modeli için analitik kesinti olasılığı, asimptotik kesinti olasılığı ve SER için bozukluk seviyesine bağlı analitik ifadeler bulmuşlardır. En iyi sistem performansının, rölenin alıcı ve verici donanımının aynı kalitede olduğu durumda gerçekleştiği sonucuna varılmıştır (Matthaiou vd., 2013).

Bjornson ve arkadaşları tek yönlü çift atlamalı röle sisteminde donanım bozukluklarının etkisini incelemişlerdir. Rölede değişken kazançlı (VG) KA protokolü, sabit kazançlı (FG) KA protokolü ve ÇA protokolü ayrı ayrı incelenmiştir. Her bir durum için, kesinti olasılığı ve ergodik kanal kapasitesi ifadelerini, bozukluk seviyesi ve m sönümleme parametresine bağlı analitik

denklemler olarak elde etmişlerdir. Bu çalışma istenen sistem performansına karşı hangi donanımın seçilmesi gerektiği bilgisini de belirtmektedir (Bjornson vd., 2013a).

Bjornson ve arkadaşları genelleştirilmiş çok girişli çok çıkışlı (ÇGÇÇ) bir kanalı alıcı verici donanım bozukluklarının varlığında analiz etmişlerdir. Kapasitenin bu bozukluklar altında sonlu bir üst sınıra sahip olduğunu göstermişlerdir (Bjornson vd., 2013c).

Zhang ve arkadaşları yoğun ÇGÇÇ çift yönlü röle sistemlerinde donanım bozukluklarının spektral verimlilik üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Rölenin iletim gücü arttığında ve bozukluk seviyesi azaldığında, spektral verimliliğinin arttığını gözlemlemişlerdir. Anten sayısını arttırarak donanım kalitesinden kaynaklanan bozulmaların azaltabilecekleri sonucuna varmışlardır (Zhang vd., 2018).

Nguyen ve arkadaşları eş zamansız çift yönlü ÇA protokolünü kullanan röle sisteminin donanım bozukluklarının etkisi altındaki performansını analiz etmişlerdir. Rician sönümleme modeli için gecikme sınırlı (DL delay limited) ve gecikme toleranslı (DT delay tolerated) iletim modlarında, bozukluk seviyesi, iletim gücü ve Rician K faktörü sistem parametrelerine bağlı kesinti olasılığı ve iletim hızı (throughput) kapalı form matematiksel ifadelerini bulmuşlardır (Nguyen Tan vd., 2018).

You ve arkadaşları ÇGÇÇ çift yönlü KA protokolünü kullanan röle sistemlerinde hem röle de hem de alıcı ve vericide donanım bozuklukları varlığında sistem performansını incelemek için minimum ortalama karesel hata (MMSE) ile tekrarlayıcı ortak kaynak/röle ön kodlama tasarım algoritması önermişlerdir. QPSK modülasyonu ile BER performansını incelemişlerdir. Sistemin yüksek işaret gürültü oranı (SNR) için donanım bozukluklarına daha duyarlı olduğu ve sistem performansının anten sayısı arttırılarak önemli ölçüde iyileştirilebileceği sonucuna varmışlardır (You vd., 2017).

Li ve arkadaşları, röle düğümünde IQ dengesizliği var olan çift yönlü röle sisteminde farklı algılama metotları ile performans analizi yapmışlardır. Kanalları birbirinden bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-m sönümlemeli kanal olarak modellemişlerdir. En büyük oran birleştirme (MRC), dengesiz (uncompensated), sıfıra zorlamalı (zero-forcing) ve MMSE algılama metotları için kesinti olasılığı ifadesini türetmişlerdir (Li vd., 2014).

Maletic ve arkadaşları, kaynakta ve hedefte IQ dengesizliğini, tek yönlü çift atlamalı KA protokolünü kullanan röle sisteminde, rölede doğrusal olmayan güç yükseltecini hesaba katarak donanım bozukluklarının sistem performansı üzerindeki etkisini incelemişlerdir (Maletic vd., 2016).

Mishra ve arkadaşları Nakagami-*m* sönümleme kanallarına sahip tek yönlü çift atlamalı FG KA protokolünü kullanan röle sisteminde, donanım bozukluklarının ve kanal kestirim hatalarının (channel estimation error, CEE) etkisini incelemişlerdir. Yüksek SNR bölgelerinde donanım bozukluklarının, düşük SNR bölgelerinde CEE etkisinin daha fazla olduğunu göstermişlerdir (Mishra vd., 2016).

Mishra ve arkadaşları tek yönlü VG KA röle sisteminde donanım bozuklukları ve mükemmel olmayan kanal kestirimi (imperfect channel estimation, ICE) altında sistemin kesinti olasılığını analiz etmişlerdir. Yüksek SNR bölgelerindeki bozulmaların, düşük SNR bölgelerine göre kesinti performansını daha çok etkilediğini belirtmişlerdir (Mishra vd., 2017d). Mishra ve arkadaşları aynı sistem modelinde KA protokolünü kullanan röle sistemi için yaptıkları analizleri ÇA protokolünü kullanan röle ağı için de tekrarlamışlardır (Mishra vd., 2017c).

Mishra ve arkadaşları donanım bozuklukları ve ICE'nin, Rayleigh sönümleme kanalıyla modellenen çift yönlü KA protokolünü kullanan röle sistemi üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Birleştirilmiş bu iki etkinin yüksek veri hızlarında çok daha önemli olduğunu gözlemlemişlerdir (Mishra vd., 2017b).

Mishra ve arkadaşları donanım bozuklukları ve ICE altında Rayleigh sönümlemeli kanallara sahip tek yönlü ve çift yönlü KA protokolünü kullanan röle sistemlerinin performans analizini yapmışlardır. Çift yönlü röle ağların yüksek veri hızında tek yönlü röle ağlardan daha iyi performans gösterdikleri sonucuna varmışlardır (Mishra vd., 2017a).

Peng ve arkadaşları kablosuz enerji depolayan donanım bozuklukları etkisindeki çift yönlü röle ağının KA ve ÇA protokolleri için sistem performans analizini gerçekleştirmişlerdir. İletim gücü arttığında donanım bozukluklarının etkisinin ÇA protokolünde KA protokolüne göre daha belirgin olduğu belirtilmiştir (Peng vd., 2017).

Solanki ve arkadaşları donanım bozukluklarının etkisindeki enerji depolayan hibrit çift yönlü röle sisteminin performansını analiz etmişlerdir. Çalışmalarında, 3 faz hibrit çözkuvvetlendir aktar tabanlı röle kullanmışlardır (Solanki vd., 2019).

#### Tezin Amacı

Alıcı verici donanım bozukluklarının röle/işbirlikli haberleşme sistemleri üzerine etkisini inceleyen çalışmalar literatür özetinde verilmiştir. Bu çalışmalarda tek yönlü ve çift yönlü röle ağlarında farklı kanal modelleri için sistem performans analizi yapılmıştır. Fakat çift yönlü röle sisteminde Nakagami-m sönümlemeli kanal üzerinde bilgi alış verişi yapan röleli bir sistem için performans analizi ilk olarak bu tez çalışmasında gerçeklenmiştir. Bu tezin amacı donanım bozukluklarının, VG KA protokolünü kullanan Nakagami-m sönümlemeli kanal varlığında çift yönlü röle sistemi üzerindeki etkisini incelemektir.

Bu tez çalışmasında çift yönlü röle sistemi için Nakagami-m sönümleme kanal modeli kullanıldığında, şekil parametre değeri arttıkça belirli  $\kappa$  değerine kadar sistem performansının iyileştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca, eşit donanım kalitesi seçiminin sistem performansını iyileştirilebileceği gösterilmektedir. m=1 iken kanal, Rayleigh sönümlemeye dönüşmüş ve denklemler (Matthaiou vd., 2013) makalesindeki sonuçlarla birebir örtüşmüştür. Böylece, yapılan analizlerin doğruluğu da ispatlanmıştır.

Bu tez çalışması kesinti olasılığı, SER, kapasite gibi haberleşme sistem performansını sınırlayan etkileri istenilen değerlerde karşılayan donanımın seçiminde destek sağlamaktadır.

#### Orijinal Katkı

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde, VG KA protokolünü kullanan çift yönlü röle sisteminin alıcı ve verici tarafında donanım bozukluğu varlığında Nakagami-*m* sönümleme kanalları üzerinde bilgi alış-verişi yapan bir röle sistemi için performans analizi ilk defa bu tez çalışmasında aktarılmıştır. Tasarlanan sistem modeli için, kesinti olasılığı ve asimptotik kesinti olasılığı kapalı form denklemleri türetilmiş olup literatürde ilk defa bu tez çalışmasında verilmektedir. Kapalı formda bulunan asimptotik denklem, kesinti olasılığı için bir alt sınır belirtir ve bu alt sınır, SNR değerinin artmasıyla kesinti olasılığına yakınsamaktadır.

Ergodik kanal kapasitesinin üst değeri, yaklaşık ifadesi ve bu kapasite için üst sınır ifadeleri tez çalışmasında bulunan diğer çıkarımlardır. Simülasyon sonuçlarıyla benzetimler doğrulanmıştır.

Son olarak, kullanılan sistem modeli için SER ifadesi tek katlı integral formunda türetilmiştir. Bu denklemin kapalı formda matematiksel denklemi bulunamadığı için nümerik integral alınarak SER analitik sonucuna ulaşılmıştır. Asimptotik SER ifadesinin kapalı form denklemi bulunarak benzetim sonuçlarıyla doğrulanmıştır. Ayrıca farklı modülasyon türleri için de performans karşılaştırılması yapılmıştır.

Bu tez çalışmasında, tüm analitik, asimptotik ve simülasyon sonuçları bozukluk seviyesi (level of impairment,  $\kappa$ ) ve şekil parametresine bağlı bulunarak grafiklerle gösterilmiştir. Bazı özel fonksiyonların nümerik çözümleri MATLAB ve MATHEMATICA programları vasıtasıyla gerçekleştirilmiştir.

Donanım bozukluklarının yüksek SNR değerlerinde çok daha büyük etkiye sahip olduğu grafiklerle sunulmuştur. Ayrıca sistemin kullanılan haberleşme cihazlarının aynı donanım kalitesi seçilerek en iyi performans göstereceği de bu tez çalışmasında verilmiştir. Şekil parametresi arttıkça ve bozukluk seviyesi azaldıkça sistem performansının iyileştiği grafiklerle aktarılmıştır. Belirli bir bozukluk seviyesi değerinden sonra şekil parametresinin değişiminin kesinti olasılığı üzerinde ters etki yaptığı gözlemlenmiştir. Değişimin analizi bu tez çalışmasında yapılmıştır.

Bu tez çalışması 6 bölümden oluşmaktadır. 2. bölümde literatürde donanım bozukluklarının etkisi üzerine çalışılan farklı sistem modellerindeki telsiz haberleşme kanalları (AWGN, Rayleigh, Rician ve Nakagami-*m*) açıklanmıştır. 3. bölümde işbirlikli haberleşmenin önemi, bu haberleşmede kullanılan protokoller verilmiştir. İşbirlikli haberleşmede geleneksel tek yönlü röle ağı ve daha karmaşık olan çift yönlü röle ağlarının sistem performansına etkisi üzerinde durulmuştur. 4. bölümde sistem modeli verilerek, performans analizi çalışılmış bu modele ait kapalı formdaki matematiksel denklemler türetilmiştir. 5. bölümde nümerik analiz sonuçları grafiklerle sunulmuştur. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar tartışılarak gelecek çalışmalar ele alınmıştır.

#### 2. KABLOSUZ HABERLEŞME KANALLARI

Kablosuz haberleşme kanalları alıcı verici arasındaki bilgi iletimini sağlayan radyo kanallarıdır. Radyo kanalları rastgele karakteristiğe sahip olduğu için kolayca modellenemezler. Vericiden alıcıya elektromanyetik dalga, DGH (Direk görüş hattı) ile ulaşabileceği gibi, ağaçlar, binalar, arazi yapısı gibi arada engel oluşturabilecek yapılar sebebiyle yansıma, kırılma veya saçılmaya uğrayarak da ulaşırlar. Elektromanyetik dalga, engellerden dolayı uğradığı bu etki sebebiyle alıcıya farklı zamanlarda, farklı genlik ve fazlarda çoğullanarak ulaşır. Çoklu yayılım yolları ile alıcıya ulaşan elektromanyetik dalga bileşenleri çok yollu dalgalar olarak adlandırılmaktadır. Radyo kanallarının oluşturduğu bu çok yollu dalgalar, alıcı tarafta çok yollu sönümlemeye (multi path fading) sebep olmaktadır. Çok yollu sönümleme alınan işaretin zarfında kısa zaman aralıklarında hızlı değişimler oluşturmaktadır. Ayrıca iletilen işaret çoğullanarak farklı iletim yolları üzerinden alıcıya farklı zamanlarda ulaştığı için zamanda yayılıma sebep olmaktadır.

Alıcı verici arasındaki uzaklık sebebiyle mesafeye bağlı olarak alınan işaretin gücündeki zayıflamalar yol kaybı (path loss), aradaki engeller sebebiyle işaret gücündeki azalmalar gölgeleme (shadowing) olarak tanımlanmaktadır. Yol kaybı, gölgeleme ve çok yollu sönümleme kablosuz haberleşme kanalları üzerinde alınan işaretlerdeki değişimi etkileyen temel unsurlardır (Stüber, 2002).

Mobil iletim sırasında uzak mesafelerin olduğu durumlarda, yol kaybı ve gölgelemeden kaynaklı alınan işaretin gücündeki zayıflamalar, büyük ölçekli sönümlemeli kanallarla modellenmektedir. Aradaki mesafenin birkaç dalga boyu olduğu kısa mesafelerde çok yollu sönümleme sebebiyle alınan işaretin gücündeki zayıflamalar, küçük ölçekli sönümlemeli kanallarla modellenmektedir (Rappaport, 2002).

Bu bölümde küçük ölçekli sönümleme çeşitlerinden Rayleigh, Rician ve Nakagami-*m* sönümlemeli kanal modelleri incelenmiştir.

#### 2.1. Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü Kanal

Güç spektral fonksiyonunun frekansa göre değişmediği toplamsal beyaz Gauss gürültüsü (AWGN) haberleşme sistemlerinde en sık görülen bozucu etkidir (Namdar, 2014). Gauss gürültüsünün genliği Gauss OYF'si ile modellenir. OYF ve BDF ifadeleri (2.1) ve (2.2) eşitlikleri ile tanımlanmaktadır (Proakis ve Salehi, 2002).

$$f_{|h|}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \ -\infty < x < \infty$$
(2.1)

$$F_{|h|}(x) = \int_{-\infty}^{x} f_{|h|}(x) dx = 1 - Q\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$
(2.2)

$$\mu$$
 beklenen değeri,  $\sigma^2$  varyansı ve  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du Q$  fonksiyonu olarak

tanımlanmaktadır. Eksponansiyel fonksiyon exp(.) ile gösterilmiştir. Gauss dağılımının OYF, BDF ve güç spektral yoğunluğuna ait grafikler Şekil 2.1. ile verilmektedir (Namdar, 2014).



Şekil 2.1. a) Gauss dağılımının OYF'si b) Gauss dağılımının BDF'si c) AWGN güç spektral yoğunluğu.

#### 2.2. Rayleigh Sönümlemeli Kanal

Alıcı ve verici arasında DGH olmadığı kablosuz haberleşme sistemlerinde, çok yollu bileşenlerin oluşturduğu işaretin zarfının veya kanallardan alınan düz sönümlemeye uğrayan işaretlerin zarfının zamanın bir fonksiyonu olarak gösterildiği dağılım Rayleigh dağılımı olarak ifade edilmektedir. Rayleigh dağılımı gösteren telsiz haberleşme kanalına Rayleigh sönümlemeli kanal denmektedir (Rappaport, 2002). Alınan işaretin zarfının belirli bir değerden küçük olma olasılığı BDF ile tanımlanır. Rayleigh dağılımının OYF ve BDF ifadeleri sırasıyla (2.3) ve (2.4) eşitlikleri ile verilmiştir.

$$f_{|h|}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), & 0 \le x < \infty \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
(2.3)

$$F_{|h|}(x) = 1 - \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2}), \ x \ge 0$$
(2.4)

h kanal sönümleme katsayısını, |h| sönümleme katsayısının büyüklüğünü ve  $\sigma^2$ ifade Rayleigh varyansı etmektedir. dağılımın ortalama değeri  $|h|_{ortalama} = \mathbb{E}[h] = \int_{0}^{\infty} x f_{|h|}(x) dx = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}},$ Rayleigh dağılımının ortalama gücü  $\Omega = \mathbf{E}[|h|^2] = 2\sigma^2, \text{ bu dağılımın varyansı } \sigma_{|h|}^2 = \mathbf{E}[|h|^2] - \mathbf{E}^2[|h|] = \sigma^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$ ile ifade edilmektedir. Rayleigh dağılımının farklı standart sapma değerlerine göre değişimi Şekil 2.2.'de verilmiştir (Namdar, 2014).



Şekil 2.2. Rayleigh Dağılımının OYF'si (Namdar, 2014).

Bir *t* zamanında alınan işaretin anlık gücü, yine *t* zamanındaki zarfının karesiyle orantılı olduğundan zarfın karesinin Rayleigh dağılımı önemlidir. Bu dağılımın OYF ve BDF ifadeleri (2.5) ve (2.6) eşitliklerinde belirtilmiştir (Stüber, 2002).

$$f_{\rho}(x) = \frac{1}{\Omega} \exp(-\frac{x}{\Omega})$$
(2.5)

$$F_{\rho}(x) = 1 - \exp(-\frac{x}{\Omega})$$
(2.6)

 $\rho = |h|^2$  olarak ifade edilir ve kanal sönümleme gücüdür.

#### 2.3. Rician Sönümlemeli Kanal

Rician sönümlemeli kanal üzerinde engellerden kaynaklanan çok yollu dalgaların yanında DGH da bulunmaktadır. Çok yollu yayılım sonucu alıcıya gelen işaretlere, DGH ile gelen işaretlerin eklenmesi ile oluşan işaret zarfının dağılımı Rician dağılımlı görünmektedir. Rician dağılımı gösteren kablosuz haberleşme kanalına Rician sönümlemeli kanal denmektedir. Rician dağılımının OYF'si (2.7) eşitliği ile verilmiştir.

$$f_{|h|}(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\left(x^2 + D^2\right)}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Dx}{\sigma^2}\right), & D \ge 0, x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
(2.7)

*D* DGH ile alıcıya gelen işaretin maksimum değerini,  $D^2$  DGH ile alıcıya gelen işaretin gücünü,  $I_0(.)$  0. dereceden 1. türden değiştirilmiş Bessel fonksiyonunu,  $2\sigma^2$  alıcıya yansıyarak gelen işaretin gücünü göstermektedir.

Rician sönümlemeli kanal modeli DGH ile alıcıya gelen işaretin ortalama gücünün, yansıyarak gelen işaretin ortalama gücüne oranı olarak tanımlanan K parametresiyle ifade edilmektedir. K parametresinin aldığı değerlere göre kanallar sınıflandırılmaktadır. K = 0durumu Rayleigh sönümlemeli kanal modelini ifade etmekte ve vericiden alıcıya gönderilen işaretler DGH olmadan yalnızca çok yollu yayılım yoluyla aktarılmaktadır.  $K \rightarrow \infty$  durumunda AWGN kanalda vericiden alıcıya gönderilen işaretler yalnızca DGH ile aktarılır ve çok yollu yayılım bulunmaz.  $0 < K < \infty$  durumu ise Rician sönümlemeli kanal modelini ifade etmektedir. DGH'nin zayıfladığı durumlarda Rician dağılımı Rayleigh dağılımına yaklaşır. K parametresine göre Rician dağılımının OYF'si  $x \ge 0$  durumunda

$$f_{|h|}(x) = 2x(1+K)\exp(-K - x^2(1+K))I_0(2x\sqrt{K(1+K)})$$
(2.8)

olarak verilmektedir. Bu dağılıma ait ortalama güç  $\Omega = E[|h|^2] = D^2 + 2\sigma^2 = 1$  olarak gösterilir. Rician dağılımının farklı *K* değerlerine göre değişimi Şekil 2.3.'te verilmiştir.



Şekil 2.3. Rician dağılımının OYF'si (Namdar, 2014).

#### 2.4. Nakagami-*m* Sönümlemeli Kanal

Rayleigh ve Rician sönümleme kanal modellerini de kapsayan Nakagami-*m* sönümlemeli kanal modeli, 1940'ların başında Nakagami tarafından uzun mesafeli yüksek frekans kanallarındaki sönümlemenin incelemesiyle literatüre girmiştir. Nakagami-*m* dağılımının OYF'si (2.9) ile belirtilmiştir.

$$f_{|h|}(x) = \frac{2m^m x^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp(-\frac{mx^2}{\Omega}), \ m \ge 1/2$$
(2.9)

 $\Gamma(.)$  gamma fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır (Gradshteyn ve Ryzhik, 2007). m sönümleme parametresini ifade etmektedir ve 1/2 ile sonsuz arasında değerlere sahiptir. Nakagami-mdağılımı m=1 olduğunda Rayleigh dağılımını, m=1/2 olduğunda tek yönlü Gauss dağılımını vermektedir.  $m \rightarrow \infty$  olduğunda sönümlemesiz AWGN kanalına yakınsamaktadır. Ayrıca  $m = (K+1)^2/(2K+1)$  eşitliği ile istenilen değerdeki Rician faktörüne karşılık gelen Rician kanalının modellenebilmesini sağlamaktadır. İlave olarak Rician dağılımı, Bessel fonksiyonu içermesi sebebiyle kapalı form analitik ifadelerin bulunması Nakagami-m dağılımında daha kolaydır. Tüm bu avantajlardan dolayı çok yollu sönümleme etkilerini incelemek için Nakagami-m dağılımı daha sık kullanılmaktadır (Stüber, 2002). Farklı sönümleme parametrelerine göre Nakagami-m dağılımı Şekil 2.4.'te verilmiştir.



Şekil 2.4. Nakagami-*m* dağılımının OYF'si (Simon ve Alouini, 2000).

Nakagami-m sönümlemeli kanalda iletilen işaretin karesel zarfı gamma dağılımına sahiptir. Karesel zarfın OYF ve BDF ifadeleri (2.10) ve (2.11) eşitlikleri ile verilmiştir (Stüber, 2002).

$$f_{\rho}(x) = \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m} \frac{x^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-\frac{mx}{\Omega})$$
(2.10)

$$F_{\rho}(x) = 1 - \left\{ \Gamma(m, \frac{mx}{\Omega}) / \Gamma(m) \right\}$$
(2.11)

 $\Gamma(.,.)$  üst tamamlanmamış gamma fonksiyonunu göstermektedir (Gradshteyn ve Ryzhik, 2007).



## 3. İŞBİRLİKLİ HABERLEŞME VE RÖLE AĞLAR

Telsiz haberleşme kanallarında oluşan çok yollu sönümleme alıcıya ulaşan işaretlerde bozucu etki oluşturmaktadır. Bu sönümleme etkilerinin azaltılabilmesi için birden çok anten kullanılarak ÇGÇÇ sistemler tasarlanmakta ve literatürde geniş yer almaktadır. Fakat mobil alıcının hareket kabiliyeti, maliyet, anten boyutu gibi parametrelerden dolayı ÇGÇÇ sistem yapısına alternatif olarak röleli sistemler sunulmuştur. Alıcı ile verici arasına röle yerleştirilerek veya CODIV uygulanarak ÇGÇÇ sistemlerin sağladığı avantajlar elde edilir. CODIV'de amacı, alıcının vericiden gönderilen işareti hem direkt olarak vericiden hem de röle veya röleler üzerinden alarak aynı işaretin farklı sönümlemelere uğramış şekilleriyle çeşitleme sağlanmasıdır.

Röleli ağ yapısının temeli, 3 terminale sahip bir haberleşme kanalı üzerinden bilginin nasıl gönderilebileceği üzerinde duran van der Meulen'a ve klasik röle kanal modelleri üzerine çalışan Cover ve El Gamal'a kadar dayanmaktadır (Laneman vd., 2004).

CODIV'de temel aktarma yöntemleri KA ve ÇA olarak ikiye ayrılır ve Laneman tarafından adlandırılmıştır (Laneman vd., 2001).

#### 3.1. Kuvvetlendir ve Aktar (KA) Yöntemi

KA yönteminde röle, vericiden gelen işareti kuvvetlendirip alıcıya göndermektedir. Alıcıda, hem doğrudan hem de röle üzerinden gelen işaretlerle çeşitleme yapılmış olmaktadır. Bu yöntemin bir dezavantajı iletilen işaret ile birlikte gürültünün de kuvvetlendirilip aktarılmasıdır. Her ne kadar, gürültünün kuvvetlendirilmesi bir dezavantaj olarak düşünülse de alıcı işaretin iki farklı sönümlemeli formunu almasından dolayı daha iyi karar verebilir durumdadır. KA yöntemine ait iletim Şekil 3.1.'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Kuvvetlendir ve Aktar Yöntemi (Namdar, 2014).

Bu yöntem ile kuvvetlendirme FG ve VG kuvvetlendirme olarak ikiye ayrılır. Röle, ilk atlamanın, diğer bir deyişle kaynak röle arası anlık kanal durum bilgisine (channel state information, CSI) ulaşılmadığı senaryoda röle, gelen işarete FG kuvvetlendirme uygular. Bu durumda röledeki kuvvetlendirme katsayısı (3.1) eşitliği ile bulunmaktadır. Rölenin CSI'ya sahip olduğu durumda işarete VG kuvvetlendirme uygulanır ve röledeki kuvvetlendirme katsayısı (3.2) eşitliği ile bulunmaktadır (Hasna ve Alouini, 2004).

$$G^{f} = \sqrt{E\left[\frac{P_{3}}{P_{1}|h|^{2} + N_{3}}\right]}$$
(3.1)

$$G^{\nu} = \sqrt{\frac{P_3}{P_1 |h|^2 + N_3}}$$
(3.2)

h kaynak ve röle arasındaki kanalın sönümleme katsayısını,  $P_3$  rölenin çıkışında iletilen işaretin gücünü,  $P_1$  kaynaktan röleye gönderilen işaretin ortalama gücünü,  $N_3$  rölenin girişindeki gürültü gücünü göstermektedir.

#### 3.2. Çöz ve Aktar (ÇA) Yöntemi

ÇA yönteminde, röle vericiden aldığı işareti çözer ve kodlayarak alıcıya gönderir. ÇA yöntemine ait iletim Şekil 3.2.'de gösterilmiştir. Kaynak röle arası kanaldaki bozucu etkilerden dolayı röle işareti yanlış çözebilir. Bu hatanın önlenebilmesi verici ve röle arasındaki kanalın hata karakteristiğinin bilinmesiyle gerçekleşebilir (Namdar, 2014).



Şekil 3.2. Çöz ve Aktar Yöntemi (Namdar, 2014).

KA ve ÇA protokollerinin yaklaşık eş performans gösterdiği çalışmalar bulunmaktadır (Levin ve Loyka, 2012). Bazı çalışmalarda KA protokolünün daha iyi performans gösterdiği (Peng vd., 2017), bazı çalışmalarda da ÇA protokolünün daha iyi performans gösterdiği (Bjornson vd., 2013a) literatürde yer almaktadır.

#### 3.3. Tek Yönlü Röle Ağlar

Tek yönlü röle ağlarda işaret kaynaktan hedefe tek bir yönden bir röle vasıtasıyla iletilmektedir. Şekil 3.3.'te  $S_1$  ve  $S_2$  kullanıcılarının röle yardımıyla tek bir yönden sırasıyla eş zamansız ve eş zamanlı haberleştiği röle modları verilmiştir. İlk zaman diliminde kaynak röleye işareti göndermekte, röle ÇA veya KA protokollerini kullanarak ikinci zaman diliminde işareti hedefe iletmektedir. Bu şekilde, alma ve verme işlemlerinin farklı frekans bantlarında

gerçekleştiği haberleşme modu eş zamansız haberleşme modudur ve Şekil 3.3.(a)'da verilmiştir. Alma ve verme işlemlerinin aynı frekans bandında gerçekleştiği haberleşme modu eş zamanlı haberleşme modudur ve Şekil 3.3.(b)'de sunulmuştur.

Eş zamansız haberleşme modunun, alma ve verme işlemleri için dikey kanal kaynakları üzerinde yapılması (örneğin farklı zaman aralıklarında) öz-girişimi engelleyebilir. Fakat pratik sınırlamalar nedeniyle, eş zamanlı modda öz-girişim tam olarak engellenememektedir (Li vd., 2015). Eş zamanlı haberleşme modundan dolayı oluşan bu özgirişimin, antenler arası fiziksel izolasyon, yönlü anten kullanımı ve çeşitli interferansı yok etme teknikleri kullanılarak azaltılabileceği üzerine literatürde çalışmalar bulunmaktadır (Korpi vd., 2014; Hamazumi vd., 2000; Nasr vd., 2007). Böylece öz girişim azaltılarak, eş zamanlı haberleşme modunda röle, spektral olarak daha verimli çalışabilir.

Tek yönlü röle ağlar çift yönlü röle ağlara göre sistemin analizi için hesaplama kolaylığı sağlarken öte yandan ekstra bant genişliği kullanarak spektral verimliliği azaltır.



**Şekil 3.3.** Düz çizgi işaret iletim yolunu, kesikli çizgi öz-girişimi göstermektedir. a) Tek yönlü eş zamansız röle modu b) Tek yönlü eş zamanlı röle modu (Li vd., 2015).

#### 3.4. Çift Yönlü Röle Ağlar

Tek yönlü röle ağlarında iki kullanıcı birbiriyle anlık olarak dört zaman diliminde haberleşebilirken, çift yönlü röle ağlarında iki kullanıcı birbiriyle anlık olarak iki zaman diliminde haberleşebilir. Bu durum, çift yönlü röle ağları kullanıldığında spektral verimliliğin iki katına kadar arttırılabileceğini göstermektedir (Mishra vd., 2017a).

Kullanıcıların birinci zaman diliminde kendi işaretlerini röleye göndererek, rölenin ÇA veya KA protokollerini uygulayıp işaretleri ikinci zaman diliminde kullanıcılara göndermesi çift yönlü eş zamansız röle modudur ve Şekil 3.4.(a)'da gösterilmiştir. Rölenin aynı frekans bandında hem işaret alması hem de işaret iletmesi çift yönlü eş zamanlı röle modudur ve Şekil 3.4.(b)'de sunulmuştur. Aynı frekans bandında, işaretin hem iletilip hem de alınması spektral verimliliğini arttırırken aynı zamanda öz girişime neden olmaktadır.



**Şekil 3.4.** Düz çizgi işaret iletim yolunu, kesikli çizgi öz-girişimi göstermektedir. a) Çift yönlü eş zamansız röle modu b) Çift yönlü eş zamanlı röle modu (Li vd., 2015).

# 4. DONANIM BOZUKLUKLARININ İKİ YÖNLÜ RÖLE AĞLARDA SİSTEM PERFORMANSINA OLAN ETKİSİ

#### 4.1. Bozunum Gürültüsü (Distortion Noise)

Alıcı ve verici donanımları RF ön uç hatalarına sahiptir. Bu hatalara neden olan faz gürültüsü (phase noise), doğrusal olmayan elemanlar (nonlinearity) ve IQ dengesizliği (in phase and quadrature imbalance) gibi RF bozukluklarının sistem performansı üzerine etkisi literatürde incelenmiştir. Bu bozukluklar, gönderilmesi amaçlanan işaretle gerçekte üretilip gönderilen işaret arasında uyumsuzluk, alınan isarette bozulmalar gibi etkilere neden olmaktadır. Yukarıda aktarılan bozulmaların kümelesmiş etkişi literatürde incelenmiş ve genel bir hata modeli oluşturulmuştur. Birçok çalışmada, donanım bozukluklarını hafifletme amacıyla kompanzasyon algoritmaları kullanılarak donanım bozuklukları kalıcı bozukluklara kadar indirgenmiştir. Kalıcı bozukluklar için gauss modeli baz alınmıştır (Schenk ve Fledderus, 2008; Schenk, 2008; Wenk, 2010). Bu hata modeli göz önüne alındığında alıcıda alınan işaret  $y = h(s + \eta_t) + \eta_r + v$  şeklinde ifade edilir. s iletilen bilgi işaretini, h kablosuz kanal sönümleme katsayısını, v toplanır gürültüyü göstermektedir.  $\eta_r$  ve  $\eta_t$  sırasıyla alıcı ve vericideki hatalardan dolayı oluşan bozunum gürültüsüdür. Teorik araştırma ve ölçümler bozunum gürültülerinin  $\eta_t \sim CN(0, \kappa_t^2 P)$ ,  $\eta_r \sim CN(0, \kappa_r^2 P|h|^2)$  olarak modellendiğini göstermektedir (Schenk ve Fledderus, 2008; Matthaiou vd., 2013; Bjornson vd., 2013a).  $P = E_s |s|^2$  olarak ifade edilir.  $\kappa_t$  ve  $\kappa_r$  tasarım parametreleri sırasıyla verici ve alıcı donanımındaki bozuklukların seviyelerini ifade etmekte ve bu parametreler EVM olarak adlandırılmaktadır ( $\kappa_t \ge 0, \kappa_r \ge 0$ ).

Hata vektörü, ölçülen işaret ile referans işaret arasındaki farkla bulunmaktadır. EVM hata vektörünün kare ortalamasının kareköküdür (root mean square) ve ideal işaret gücünün kare ortalamasının kareköküne göre yüzde ile ifade edilir. EVM, donanım bozuklukları ile kompanzasyon algoritmalarının ortak etkisinin bir ölçütü olduğundan, pratikte doğrudan ölçülebilir (Keysight Technologies, 2017).

İşlem kolaylığı sağlamak için alıcı ve vericiden kaynaklı bozulmalar, sadece alıcı veya sadece verici kısmına indirgenebilir. Alıcı kısmına indirgemek için alıcıda alınan işaret düşünülerek, alıcı-vericiden kaynaklanan bozulmalar  $E_{\eta_t,\eta_r} \left[ h\eta_t + \eta_r \right]^2 = P |h|^2 \left( \kappa_t^2 + \kappa_r^2 \right)$  ortalama gücüne sahip ek bir gürültü kaynağı gibi işlev görür. İşlem kolaylığı açısından,

indirgenmiş bozunum  $\eta \stackrel{\Delta}{=} h \eta_t + \eta_r \sim CN(0, \kappa^2 P |h|^2)$  olarak modellenir ve kümeleşmiş bozunum gürültüsü olarak adlandırılır (Mishra vd., 2016; Bjornson vd., 2013b).  $\kappa = \sqrt{\kappa_t^2 + \kappa_r^2}$ (aggregate level of impairments) toplam hata vektör büyüklüğü olarak yorumlanabilir. Bu kısaltma sayesinde sadece alıcı kısmına  $\eta$  yazılarak işlemler yapılabilir.

İndirgeme işlemi sadece verici kısmına uygulanacak olursa, kümeleşmiş bozunum gürültüsü  $E_{\eta_t,\eta_r} \left[ |\eta_t + \eta_r / h|^2 \right] = P(\kappa_t^2 + \kappa_r^2)$  ortalama gücüne sahip ek bir gürültü kaynağı gibi işlem görür. Verici kısmında işaret iletilirken *h* sönümleme katsayılı bir kanaldan geçeceği için  $\eta = \eta_t + \eta_r / h \sim CN(0, \kappa^2 P)$  olarak modellenir. İşlem kolaylığı açısından verici kısmında sadece  $\eta$  yazılarak analiz yapılabilir.  $\kappa$  kümeleşmiş bozukluk seviyesini gösterir ve  $\kappa = \sqrt{\kappa_t^2 + \kappa_r^2}$  olarak ifade edilir. Dolayısıyla, verici terminal ve rölenin alıcı kısmı bozunum gürültüleri rölenin alıcı kısmına indirgenmiş, rölenin verici kısmı ve alıcı terminal bozunum gürültüleri rölenin verici kısmına indirgenerek analizler yapılmıştır (Matthaiou vd., 2013).

#### 4.2. Sistem Modeli

Donanım bozukluklarının rölenin alıcı ve verici kısmına indirgendiği eş zamansız KA protokolünü kullanan VG çift yönlü röle sistemi için iletişimin gerçekleştiği zaman dilimlerindeki blok diyagramı Şekil 4.1.'de verilmiştir. İki iletim terminalinden ( $T_1$  ve  $T_2$ ) ve bir çift yönlü röleden oluşan sistem modeli, terminaller arasındaki bilgi sembollerinin değişimini ( $s_1$  ve  $s_2$ ) iki zaman diliminde Nakagami-m sönümleme kanalları üzerinden ve ideal olmayan röle düğümü (R) vasıtasıyla yapmaktadır. Alıcı ve verici terminallerinin gölgelemeden dolayı birbirleri ile doğrudan bağlantısının olmadığı varsayılarak, haberleşmenin sadece röle üzerinden sağlandığı kabul edilmektedir (Bjornson vd., 2013a; Mishra vd., 2016; Li vd., 2015).



Şekil 4.1. Bozunum gürültülerine sahip Nakagami-m sönümleme kanallı çift yönlü değişken kazançlı (VG) KA röle sistemi (Ucar-Gul vd., 2020).

Bilgi iletimi iki zaman diliminde tamamlanmaktadır. İlk zaman diliminde, gönderici durumundaki terminaller anlık bilgilerini röle düğümüne göndermektedir. İkinci zaman diliminde röle, aldığı sembollerin yükseltilmiş halini iletimin ikinci zaman diliminde alıcı duruma geçen her iki terminale göndermektedir. İlk zaman diliminde röle düğümünden alınan işaret (4.1) ile ifade edilir.

$$y_3 = h_1 s_1 + h_2 s_2 + \eta_{3r} + v_3 \tag{4.1}$$

 $s_i$  *i.* terminalden gönderilen  $P_i$  gücüne sahip 0 ortalamalı dairesel simetrik karmaşık gauss dağılımlı işarettir ve  $s_i \sim CN(0, P_i)(i = 1, 2)$  şeklinde ifade edilir.  $v_i \sim CN(0, N_i)$  0 ortalamalı  $N_i$  varyanslı toplamsal karmaşık Gauss gürültüsünü göstermektedir.  $h_i$  *i.* kanaldaki kanal sönümleme katsayısını ifade etmektedir. Sistem modelindeki tüm kanallara ait kanal katsayılarının zarfi, bağımsız ve eş olmayan Nakagami- *m* dağılımlı olarak modellenmiş olup, kanal katsayılarının ortalama sönümleme gücü  $\Omega_i = E_{h_i} |h_i|^2 |$ , kanal sönümleme güçleri  $\rho_i \stackrel{\Delta}{=} |h_i|^2 \sim Gamma(\alpha_i, \beta_i)$  (şekil parametresi  $\alpha_i \ge 1$  ve rastgele ölçek parametresi  $\beta_i > 0$ ) olarak ifade edilir (Bjornson vd., 2013a). E[.] verilen bir rastgele değişkenin istatiksel beklenti operatörüdür. Kanal sönümleme güçleri gamma dağılımına sahip olup OYF ve BDF ifadeleri bulunurken (2.10) ve (2.11) eşitlikleri kullanılmaktadır. Bu eşitliklerde, ortalama kanal sönümleme gücü  $\overline{\rho_i} = E_{\rho_i} [\rho_i] = \alpha_i \beta_i$  ve şekil parametresi  $m_i = \alpha_i$ , yerine yazıldığında, [(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (8.339.1) ve Eşitlik (8.352.2)] yardımıyla OYF ve BDF ifadeleri i = 1, 2 için (4.2) ve (4.3) eşitliklerinde belirtildiği gibi bulunmaktadır (Bjornson vd., 2013a).

$$f_{\rho_i}(x) = \frac{x^{\alpha_i - 1} \exp\left(-\frac{x}{\beta_i}\right)}{\Gamma(\alpha_i)\beta_i^{\alpha_i}}, \ x \ge 0$$
(4.2)

$$F_{\rho_i}(x) = 1 - \sum_{j=0}^{\alpha_i - 1} \frac{\exp\left(-\frac{x}{\beta_i}\right)}{(j)!} \left(\frac{x}{\beta_i}\right)^j, \ x \ge 0$$

$$(4.3)$$

(.)! faktöriyel alma işlemidir.  $\eta_{3r} \sim CN(0, \kappa_{3r}^2(\rho_1 P_1 + \rho_2 P_2))$  ve  $\eta_{3t} \sim CN(0, \kappa_{3t}^2 P_3)$  sırasıyla, rölenin alıcı ve verici donanımındaki bozunum gürültüleri olarak modellenmektedir.  $\kappa_{3r}$  ve  $\kappa_{3t}$  donanım bozukluk seviyesi olarak tanımlanır ( $\kappa_{3r} \ge 0, \kappa_{3t} \ge 0$ ) (Matthaiou vd., 2013; Bjornson vd., 2013a).

İdeal olmayan röle, aldığı  $y_3$  işaretini VG kuvvetlendirme katsayısı (G) ile çarparak  $T_1$  ve  $T_2$  terminallerine göndermektedir. Rölede gerçekleşen işlemler (4.4) ve (4.5) eşitlikleri ile belirtilmiştir.

$$s_3 = G y_3 \tag{4.4}$$

$$G \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{\frac{P_3}{(\rho_1 P_1 + \rho_2 P_2)(1 + \kappa_{3r}^2) + N_3}}$$
(4.5)

 $P_3$  röle düğümünün ortalama iletim gücüdür. *i.* terminalde alınan işaret  $y_i$  ile gösterilmiştir.

$$y_{i} = h_{i} (Gy_{3} + \eta_{3t}) + v_{i}$$
(4.6)

(4.1), (4.6)'da kullanıldığında (4.7) eşitliği elde edilir.

$$y_i = Gh_1 h_2 s_{r_i} + Gh_i^2 s_i + Gh_i (\eta_{3r} + \nu_3) + h_i \eta_{3t} + \nu_i$$
(4.7)

Terminaller işaretleri değiş-tokuş ettiği için, diğer bir deyişle  $T_1$  terminali  $s_1$  sembolünü gönderip  $s_2$  sembolünü aldığı için, i ve  $r_i = (2/i), (i = 1, 2)$  alt indisi kullanılmıştır. Alınan işaret  $y_i$  'nin ilk terimi, terminalde istenen işareti, ikinci terimi öz girişimi, üçüncü ve dördüncü terimleri sırasıyla röledeki donanım bozuklukları ve röleye ulaşan işaret üzerindeki gürültünün etkisini, beşinci terimi ise *i*. terminale ulaşan işaret üzerindeki gürültüyü ifade etmektedir. Terminaller kendi ilettikleri  $s_i$  sembolünü bildikleri için öz girişim teriminin etkisi giderilebilmektedir. *i*.

terminalde  $s_{r_i}$  sembolünü algılamak için uçtan-uca *SNDR* ifadesi gerekli cebirsel işlemler sonucu (4.8) eşitliğinde belirtildiği gibi bulunmaktadır.

$$SNDR_{i} = \frac{\rho_{1}\rho_{2}P_{r_{i}}}{\rho_{i}\left(N_{3} + \kappa_{3r}^{2}\left(\rho_{1}P_{1} + \rho_{2}P_{2}\right)\right) + \frac{\rho_{i}\kappa_{3r}^{2}P_{3} + N_{i}}{G^{2}}}$$
(4.8)

VG kuvvetlendirme katsayısı (G) yerine yazılmış ve teorik analizi kolaylaştırmak için  $a_i \stackrel{\Delta}{=} \frac{N_3}{P_{r_i}} (1 + \kappa_{3t}^2), \quad b_i \stackrel{\Delta}{=} \frac{N_i}{P_3} (1 + \kappa_{3r}^2)$  ve  $c \stackrel{\Delta}{=} \kappa_{3t}^2 + \kappa_{3r}^2 + \kappa_{3t}^2 \kappa_{3r}^2$  olan yeni parametreler

tanımlanmıştır. Böylece  $SNDR_i$  ifadesi (4.9)'da belirtildiği gibi bulunmuştur (Matthaiou vd., 2013).

$$SNDR_{i} = \frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}\left(a_{i} + \frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}b_{i}\right) + \rho_{r_{i}}b_{i} + \frac{N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}} + \rho_{1}\rho_{2}c + \rho_{i}^{2}\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}c}$$
(4.9)

#### 4.3. Kesinti Olasılığı

Kesinti olasılığı (outage probablity, OP) uçtan uca *SNDR* değerinin belirlenen bir eşik değerinin altına düşme olasılığı olarak tanımlanmaktadır.  $T_i$  terminalindeki kesinti olasılığı  $P_{out,i}(x)$  olarak gösterilmektedir. Matematiksel olarak (4.10) eşitliği ile ifade edilir.

$$P_{out,i}(x) = Pr(\gamma_i \le x) = F_{\gamma_i}(x)$$

$$(4.10)$$

 $\gamma_i$  *i.* terminaldeki uçtan uca *SNDR*<sub>i</sub> değerini ifade etmektedir,  $x = 2^{2R} - 1$  eşik değeri olarak tanımlanmakta ve *R* veri hızını göstermektedir. (4.9)'da elde edilen *SNDR*<sub>i</sub> ifadesi (4.10) eşitliğinde yerine yazılmıştır. Bu bölüm içerisinde OYF, BDF ve olasılık yaklaşımları kullanılarak kesinti olasılığının analitik ve asimptotik kapalı form ifadeleri bulunmuştur.

 $SNDR_i$  ifadesi birbirinden bağımsız negatif olmayan rastgele değişkenler (independent non-negative random variable, RV)  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  kanal sönümleme güçlerinin her ikisine de bağlı olduğu için  $\rho_i$  koşulu altında toplam olasılık yasası kullanılarak (4.10) eşitliği düzenlenmiştir. Düzenlenen bu eşitlik (4.11) ile verilmiştir.

$$Pr\{\gamma_{i} \leq x\} = 1 - \int_{0}^{\infty} Pr\{\gamma_{i} > x | \rho_{i}\} f_{\rho_{i}}(\rho_{i}) d\rho_{i}$$
$$= 1 - \int_{0}^{\infty} (1 - Pr\{\gamma_{i} \leq x | \rho_{i}\}) f_{\rho_{i}}(\rho_{i}) d\rho_{i}$$
(4.11)

(Bjornson vd., 2013a) içerisindeki önerme 2 ve (Senaratne ve Tellambura, 2010) içerisindeki önerme 1'den yararlanarak  $Pr\{\gamma_i \le x | \rho_i\}$  olasılık ifadesi düzenlenmiş ve  $x < \frac{1}{c}$  iken (4.12) eşitliği elde edilmiştir.  $x \ge \frac{1}{c}$  durumunda bu olasılık hesabı her zaman 1'e eşit olur ve dolayısıyla kesinti söz konusudur.

$$Pr\left\{\frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}^{2}\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}c+\rho_{1}\rho_{2}c+\rho_{r_{i}}b_{i}+\rho_{i}\left(a_{i}+\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}b_{i}\right)+\frac{N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}}}\right\} = Pr\left\{\rho_{ri} \leq \frac{x\left(\rho_{i}^{2}\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}c+\rho_{i}\left(a_{i}+\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}b_{i}\right)+\frac{N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}}\right)}{\rho_{i}(1-cx)-b_{i}x}\right\}$$
$$= F_{\rho_{r_{i}}}\left(\frac{x\left(\rho_{i}^{2}\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}c+\rho_{i}\left(a_{i}+\frac{P_{i}}{P_{r_{i}}}b_{i}\right)+\frac{N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}}\right)}{\rho_{i}(1-cx)-b_{i}x}\right) (4.12)$$

Bulunan bu ifade (4.11) içinde kullanılarak farklı iki durum için OYF ve BDF içeren kesinti olasılığı eşitliği elde edilir.

$$P_{out,i}(x) = \begin{cases} 1 - \int_{\frac{b_{i}x}{1-cx}}^{\infty} \left( 1 - F_{\rho_{r_{i}}} \left( \frac{x \left( \rho_{i}^{2} \frac{P_{i}}{P_{r_{i}}} c + \rho_{i} \left( a_{i} + \frac{P_{i}}{P_{r_{i}}} b_{i} \right) + \frac{N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}} \right) \right) \\ \rho_{i}(1-cx) - b_{i}x \end{cases} \right) \\ f_{\rho_{i}}(\rho_{i}) d\rho_{i} \quad , x < \frac{1}{c} \qquad (4.13)$$

$$1, \qquad , x \ge \frac{1}{c}$$

İşlem kolaylığı için  $z = \rho_i - \frac{xb_i}{1-cx}$  değişken dönüşümü yapılmış, (4.2) ve (4.3) OYF ve BDF ifadeleri (4.13) için kullanılmıştır. Birtakım matematiksel işlemlerden sonra (4.14) eşitliği elde edilmiştir.

$$P_{out,i}(x) = 1 - \sum_{j=0}^{\alpha_n - 1} \frac{\exp\left(-\frac{2x^2 b_i c P_i}{(1-cx)^2 \beta_{r_i} P_{r_i}} - \frac{xa_i}{(1-cx)\beta_{r_i}} - \frac{xP_i b_i}{(1-cx)\beta_{r_i} P_{r_i}} - \frac{xb_i}{(1-cx)\beta_i}\right)}{j! \beta_{r_i}^{\ j} \beta_i^{\ \alpha_i} \Gamma(\alpha_i)} \times \int_0^{\infty} \left(\frac{x^3 b_i^{\ 2} c P_i}{zP_{r_i} (1-cx)^3} + \frac{x^2 a_i b_i}{zP_{r_i} (1-cx)^2} + \frac{x^2 b_i^{\ 2} P_i}{zP_{r_i} (1-cx)} + \frac{N_i N_3 x}{P_{r_i} P_3 (1-cx)} + \frac{xzcP_i}{P_{r_i} (1-cx)^2 P_{r_i}} + \frac{xa_i}{(1-cx)^2 P_{r_i}} + \frac{xP_i b_i}{P_{r_i} (1-cx)}\right)^j \times \left(z + \frac{xb_i}{(1-cx)}\right)^{\alpha_i - 1} \exp\left(-\frac{1}{z} \left(\frac{x^3 b_i^{\ 2} c P_i}{P_{r_i} (1-cx)^3 \beta_{r_i}} + \frac{x^2 a_i b_i}{(1-cx)^2 \beta_{r_i}} + \frac{x^2 a_i b_i}{\beta_{r_i} P_{r_i} (1-cx)^2} + \frac{N_i N_3 x}{P_{r_i} P_3 (1-cx)}\right) - z \left(\frac{1}{\beta_i} + \frac{xcP_i}{P_{r_i} (1-cx)\beta_{r_i}}\right)\right) dz$$

$$(4.14)$$

Kesinti olasılığına ait kapalı form analitik denkleminin elde edilebilmesi için (4.14)'te integral kısmının sağ tarafındaki ifadeye [(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (1.111)] binom ve trinomial teoremleri uygulanmıştır. Burada, [(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (3.471.9)] kullanılarak  $x < \frac{1}{c}$  için kesinti olasılığının kapalı form ifadesi bulunmuştur. Bu ifade (4.15) eşitliği ile verilmiştir. Bu tezin Ek bölümünde kesinti olasılığına ait kapalı form denkleminin analitik çıkarımları detaylı bir şekilde aktarılmıştır.

$$P_{out,i}(x) = 1 - \frac{2}{\beta_{i}^{\alpha_{i}}} \exp\left(-\frac{2x^{2}b_{i}cP_{i}}{(1-cx)^{2}\beta_{r_{i}}P_{r_{i}}} - \frac{xa_{i}}{(1-cx)\beta_{r_{i}}} - \frac{xP_{i}b_{i}}{P_{r_{i}}(1-cx)\beta_{r_{i}}} - \frac{xb_{i}}{(1-cx)\beta_{i}}\right)$$

$$\times \sum_{j=0}^{\alpha_{n}-1} \sum_{n=0}^{j} \sum_{n=0}^{j-k} \sum_{n=0}^{\alpha_{i}-1} \frac{\beta_{r_{i}}^{k-j}b_{i}^{\alpha_{i}-1-n}}{n!(\alpha_{i}-1-n)!k!m!(j-k-m)!} \left(\frac{x}{1-cx}\right)^{\alpha_{i}+j+m} \left(\frac{\left(\frac{1+\frac{1}{x}\right)N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}\beta_{r_{i}}} + \frac{b_{i}^{2}P_{i}}{P_{r_{i}}P_{i}(1-cx)}\right)^{\frac{n+k+m+1}{2}} \right)$$

$$\times \left(\frac{cP_{i}}{P_{r_{i}}}\right)^{j-k} \left(\frac{2xb_{i}cP_{i}+b_{i}P_{i}(1-cx)+a_{i}P_{r_{i}}(1-cx)}{cP_{i}(1-cx)}\right)^{j-k-m} \left(\frac{1}{\beta_{i}} + \frac{xcP_{i}}{P_{r_{i}}(1-cx)\beta_{r_{i}}}\right)^{\frac{k-n-m-1}{2}} \right)$$

$$\times K_{n-k+m+1} \left(2\sqrt{\left(\frac{1}{\beta_{i}} + \frac{xcP_{i}}{P_{r_{i}}(1-cx)\beta_{r_{i}}}\right)\left(\frac{(x+x^{2})N_{i}N_{3}}{P_{r_{i}}P_{3}\beta_{r_{i}}(1-cx)^{2}} + \frac{x^{2}b_{i}^{2}P_{i}}{\beta_{r_{i}}P_{r_{i}}(1-cx)^{3}}\right)}\right)} \right)$$

$$(4.15)$$

 $K_{n-k+m+1}$ , derecesi (n-k+m+1) olan değiştirilmiş Bessel fonksiyonunu ifade etmektedir. İkinci bölümde de açıklandığı üzere özel bir durum olarak, sönümleme parametresi değeri 1 olduğunda Nakagami-*m* dağılımı Rayleigh dağılımını vermektedir. Kanalların Nakagami-*m* olarak ele alındığı bu çalışmada  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  olduğunda ve ölçek parametreleri  $\beta_1 = \Omega_1$  ve  $\beta_2 = \Omega_2$  iken gerekli cebirsel işlemler sonucunda (4.15) yardımıyla (4.16) eşitliği elde edilmekte ve (Matthaiou vd., 2013)'de belirtilen Rayleigh kanal modeline ait kesinti olasılığı ifadesi bulunmaktadır. Analitik ve simülasyon sonuçları (Matthaiou vd., 2013) ile sunulan bulgularla birebir eşleşmektedir.

$$P_{out,i}(x) = 1 - 2\exp\left(-\frac{x}{1 - cx}\left(\frac{a_i}{\Omega_{r_i}} + \frac{b_i}{\Omega_i}\right) - \frac{x(1 + cx)b_iP_i}{(1 - cx)^2\Omega_{r_i}P_{r_i}}\right) \sqrt{\frac{\frac{(x + x^2)}{(1 - cx)^2}\frac{N_iN_3}{\Omega_1\Omega_2P_rP_3} + \frac{x^2}{(1 - cx)^3}\frac{b_i^2P_i}{\Omega_1\Omega_2P_{r_i}}}{1 + \frac{cx}{1 - cx}\frac{P_i\Omega_i}{P_r\Omega_{r_i}}}} \times K_1\left(2\sqrt{\left(\frac{(x + x^2)}{(1 - cx)^2}\frac{N_iN_3}{\Omega_1\Omega_2P_rP_3} + \frac{x^2}{(1 - cx)^3}\frac{b_i^2P_i}{\Omega_1\Omega_2P_{r_i}}}\right)\left(1 + \frac{cx}{1 - cx}\frac{P_i\Omega_i}{P_r\Omega_{r_i}}\right)}\right)$$

$$(4.16)$$

#### 4.4. Asimptotik Kesinti Olasılığı

Bu bölümde kesinti olasılığı, yüksek güç bölgesi için (high-power regime) incelenmiştir. Bu durumda  $(P_{r_i}, P_3) \rightarrow \infty$  olduğunda  $(a_i, b_i) \rightarrow 0$  olur. Böylece  $SNDR_i^{\infty}$  ifadesi (4.9) eşitliğinden elde edilir. (Matthaiou vd., 2013) çalışmasında da belirtildiği gibi  $SNDR_i^{\infty}$  ifadesi (4.17) eşitliği ile verilmiştir.

$$SNDR_{i}^{\infty} = \frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}^{2}c + \rho_{1}\rho_{2}c} = \frac{\rho_{r_{i}}}{(\rho_{1} + \rho_{2})c}$$
(4.17)

Toplam olasılık yasası ve (4.10) eşitliği düşünüldüğünde asimptotik kesinti olasılığı (4.18) şeklinde yazılabilir.

$$P_{out,i}^{\infty}(x) = 1 - \int_0^\infty \left(1 - \Pr\{\gamma_i \le x | \rho_i\}\right) f_{\rho_i}(\rho_i) d\rho_i$$
(4.18)

Kesinti olasılığının analitik ifadesi bulunurken burada da (Bjornson vd., 2013a) içindeki önerme 2 ve (Senaratne ve Tellambura, 2010) içindeki önerme 1'den faydalanılmıştır. Düzenlenmiş olan  $Pr\{\gamma_i \le x | \rho_i\}$  olasılık ifadesi (4.19)'da verilmiştir.

$$\Pr\left\{\frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}^{2}c + \rho_{1}\rho_{2}c} \leq x\right\} = \Pr\left\{\rho_{r_{i}} \leq \frac{xc\rho_{i}^{2}}{\rho_{i}(1-cx)}\right\}$$
$$= F_{\rho_{r_{i}}}\left(\frac{xc\rho_{i}}{(1-cx)}\right)$$
(4.19)

 $\rho_{r_i}$  negatif olmayan rastgele değişken ve c > 0 iken  $(1 - cx) \le 0$  olduğu sürece kesinti oluşacağı (4.19)'da görülmektedir. (4.19)'da elde edilen sonuç (4.18)'de yerine yazılarak (4.20)'ye ulaşılmıştır.

$$P_{out,i}^{\infty}(x) = \begin{cases} 1 - \int_0^\infty \left(1 - F_{\rho_{\eta}}\left(\frac{xc\rho_i}{(1-cx)}\right)\right) f_{\rho_i}(\rho_i) d\rho_i, & x < \frac{1}{c} \\ 1, & x \ge \frac{1}{c} \end{cases}$$
(4.20)

Değişken dönüşümü  $z = \rho_i$  yapılarak (4.2) ve (4.3) OYF ve BDF eşitlikleri (4.20)'de yerine yazılarak matematiksel düzenlemelerden sonra (4.21) eşitliği elde edilmiştir.

$$P_{out,i}^{\infty}(x) = 1 - \sum_{j=0}^{\alpha_{r_i}-1} \frac{(xc)^j}{j! \Gamma(\alpha_i) \beta_i^{\alpha_i} \beta_{r_i}^{j} (1-cx)^j} \int_0^\infty z^{j+\alpha_i-1} \exp\left(-z \left(\frac{1}{\beta_i} + \frac{xc}{(1-cx)\beta_{r_i}}\right)\right) dz \quad (4.21)$$

29

[(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (3.381.4)] yardımıyla (4.21) içerisindeki integral alınarak donanım bozukluğu varlığında Nakagami-*m* kanallara sahip sistem modelinin asimptotik kesinti olasılığı kapalı form ifadesi elde edilmiştir.

$$P_{out,i}^{\infty}(x) = \begin{cases} 1 - \sum_{j=0}^{\alpha_{r_i}-1} \frac{(xc)^j (j + \alpha_i - 1)!}{j! (\alpha_i - 1)! \beta_i^{\alpha_i} \beta_{r_i}^{j} (1 - cx)^j} \left(\frac{1}{\beta_i} + \frac{xc}{(1 - cx) \beta_{r_i}}\right)^{-j - \alpha_i} & x < \frac{1}{c} \\ 1, & x \ge \frac{1}{c} \end{cases}$$

$$(4.22)$$

 $x \ge \frac{1}{c}$  durumunda asimptotik kesinti olasılığı 1 olur. Böylece *SNDR* üzerinde bir üst sınır vardır. Bu üst sınırın değeri  $c \stackrel{\Delta}{=} \kappa_{3t}^2 + \kappa_{3r}^2 + \kappa_{3t}^2 \kappa_{3r}^2$  olduğundan donanım bozukluk seviyelerine bağlıdır.  $x < \frac{1}{c}$  durumu kesinti olasılığı üzerinde 0'dan farklı bir alt sınır oluşturur ve bu sınırın değeri yukarıdaki eşitlikten görüldüğü gibi kanal sönümleme gücü, bozukluk seviyesi ve eşik değerine bağlıdır. *SNDR*'nin üst sınır değerinin oluşması *c* parametresinin minimum olmasına bağlıdır. [(Bjornson vd., 2013b), Sonuç 3]'de belirtildiği gibi  $\kappa_{3t} + \kappa_{3r} = \kappa_{toplam}$  sabit tutulduğu ve  $0 < \kappa_{toplam} < 2$  ile sınırlandırıldığı varsayılarak *c* parametresinde  $\kappa_{3r} = \kappa_{toplam} - \kappa_{3t}$  yazılarak (4.23) eşitliği elde edilir.

$$f(\kappa_{3t}) = \kappa_{3t}^{2} + (\kappa_{toplam} - \kappa_{3t})^{2} + \kappa_{3t}^{2} (\kappa_{toplam} - \kappa_{3t})^{2}$$
(4.23)

Bu eşitliğin  $\kappa_{3t}$ 'ye göre birinci türevi 0'a eşitlenerek *c* 'nin minimum değerinin,  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r}$  durumunda oluşacağı bulunmuştur. Böylece alıcı ve verici donanım kaliteleri eşit olarak seçildiğinde kesinti olasılığının değeri minimize edilmiş olmaktadır.  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \frac{\kappa_{toplam}}{2}$  olduğu durumda *SNDR* 'nin üst sınır değeri  $\frac{1}{2\kappa_{3t}^{2} + \kappa_{3t}^{4}}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

#### 4.5. Sembol Hata Oranı

Bu bölümde farklı modülasyon çeşitleri için SER analitik ve asimptotik ifadelerine ilişkin çıkarımlar yer almaktadır.  $T_i$  terminalindeki ortalama SER ifadesi (4.24) eşitliği ile belirtilmektedir.

$$SER_{i} = E_{SNDR_{i}} \left[ AQ \left( \sqrt{2BSNDR_{i}} \right) \right] \qquad i = 1,2$$
(4.24)

Q(.) Gauss Q-fonksiyonudur ve  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  olarak tanımlanır. A ve B,

seçilen modülasyon türüne bağlı olarak değişen modülasyon sabitleridir. BPSK modülasyonu için A=1 ve B=1, İkili Frekans Kaymalı Anahtarlama (BFSK) modülasyonu için A=1 ve B=0.5 değerlerini almaktadır (Simon ve Alouini, 2000). M - ary Faz Kaymalı Anahtarlama (M - ary PSK) modülasyonu için, yaklaşık SER ifadesi bulunurken A=2  $B = \sin^2 \left(\frac{\pi}{M}\right)$  değerleri kullanılır (McKay vd., 2007). (4.24) eşitliğinde kısmi integrasyona başvurularak içerisinde kesinti olasılığı terimi bulunan ve matematiksel olarak işlemsel kolaylık anlamında daha uygun bir form olan (4.25) eşitliği elde edilmiştir (Matthaiou vd., 2013; Maletić vd., 2017; Mishra vd., 2017b).

$$SER_{i} = \frac{A\sqrt{B}}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} \frac{\exp(-Bx)}{\sqrt{x}} F_{SNDR_{i}}(x) dx$$
(4.25)

 $SNDR_i$ 'nin BDF'si kesinti olasılığını vermekte ve  $F_{SNDR_i}$  olarak ifade edilmektedir. Bu da  $F_{SNDR_i}(x) = P_{out,i}(x)$  olarak tanımlandığından (4.15) eşitliği (4.25) eşitliğinde yerine konmuştur. SER analitik sonucu için ulaşılan denklemin çözümü kapalı formda elde edilemediğinden MATLAB'da nümerik integral alınarak çözdürülmüş ve performans çıktıları bölüm 5'te sunulmuştur.

Yüksek güç bölgesinde asimptotik SER analizi için  $((P_{r_i}, P_3) \rightarrow \infty)$  (4.22) eşitliği (4.25) için kullanıldığında  $SER_i^{\infty}$  ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$SER_{i}^{\infty} = \frac{A\sqrt{B}}{2\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} \frac{\exp(-Bx)}{\sqrt{x}} \left( 1 - \sum_{j=0}^{\alpha_{r_{i}}-1} \frac{(xc)^{j}(j+\alpha_{i}-1)!}{j!(\alpha_{i}-1)!\beta_{i}^{\alpha_{i}}\beta_{r_{i}}^{j}(1-cx)^{j}} \left( \frac{1}{\beta_{i}} + \frac{xc}{(1-cx)\beta_{r_{i}}} \right)^{-j-\alpha_{i}} \right) dx$$
(4.26)

[(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (3.361.2)] yardımıyla ve ölçek parametreleri eşit alındığında  $(\beta_i = \beta_{r_i} = \beta)$ , gerekli cebirsel işlemlerden sonra denklem sadeleştirilerek tekrar düzenlenmiştir. Düzenlenen eşitlik (4.27) ile verilmiştir.

$$SER_{i}^{\infty} = \frac{A}{2} - \sum_{j=0}^{\alpha_{i}-1} \frac{A\sqrt{B}}{2\sqrt{\pi}} \frac{(c)^{j}(j+\alpha_{i}-1)!}{j!(\alpha_{i}-1)!} \int_{0}^{\infty} \exp(-Bx) x^{(j-\frac{1}{2})} (1-cx)^{\alpha_{i}} dx \qquad (4.27)$$

(4.27) eşitliğinin integral kısmı MATHEMATICA programı ile çözdürülmüştür. SER'in c > 0koşulu altında elde edilen asimptotik ifadesi (4.28) eşitliği ile verilmiştir. Böylece, çift yönlü röle sisteminin farklı modülasyon türleri için asimptotik SER'e ait kapalı form ifadesi Nakagami-msönümleme kanalı için elde edilmiştir. Farklı modülasyon türleri için benzetim, analitik ve asimptotik SER performans çıktıları bölüm 5'te verilmiştir.

$$\begin{split} SER_{i}^{\infty} &= \frac{A}{2} - \sum_{j=0}^{\alpha_{i}-1} \frac{A\sqrt{B}}{2\sqrt{\pi}} \frac{(c)^{j}(j+\alpha_{i}-1)!}{j!(\alpha_{i}-1)!} \\ &\times \left[ \frac{\left(-1\right)^{\alpha_{i}} c^{-\frac{1}{2}-j} \Gamma\left(-\frac{1}{2}-j-\alpha_{i}\right) \Gamma(1+\alpha_{i}) H1F1\left[\frac{1}{2}+j,\frac{3}{2}+j+\alpha_{i},-\frac{B}{c}\right]}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-j\right)} \right. \\ &+ \frac{c^{-\frac{1}{2}-j} \Gamma\left(\frac{1}{2}+j\right) \Gamma(1+\alpha_{i}) H1F1\left[\frac{1}{2}+j,\frac{3}{2}+j+\alpha_{i},-\frac{B}{c}\right]}{\Gamma\left(\frac{3}{2}+j+\alpha_{i}\right)} \\ &+ \left(-c\right)^{\alpha_{i}} B^{-\frac{1}{2}-j-\alpha_{i}} \Gamma\left(\frac{1}{2}+j+\alpha_{i}\right) H1F1\left[-\alpha_{i},\frac{1}{2}-j-\alpha_{i},-\frac{B}{c}\right] \right] \end{split}$$

(4.28)

#### 4.6. Ergodik Kanal Kapasitesi

Haberleşme sistemlerindeki bir diğer sistem performans ölçütü kanal kapasitesidir. Bu bölümde sunulan ergodik kanal kapasitesi analizleri, Shannon'ın kanal kapasitesi eşitliğinden yararlanılarak bulunmaktadır.

$$C = B\log_2(1+\gamma) \tag{4.29}$$

*B* sönümleme kanalının bant genişliğini,  $\gamma$  işaret gürültü bozulma oranını ifade etmektedir. Ergodik kanal kapasitesi ortalama kanal kapasitesidir. Kaynak ve hedef düğümler arasındaki ergodik kanal kapasitesi (4.30) eşitliği ile ifade edilir.

$$C_{erg} = \mathbb{E}[B\log_2(1+\gamma)] = \int_0^\infty B\log_2(1+\gamma)P(\gamma)d\gamma$$
(4.30)

Haberleşme iki zaman aralığında gerçekleştiği için  $B = \frac{1}{2}$  olarak alınmaktadır. Ergodik kanal kapasite ifadesini bulmak için *SNDR*'nin OYF'si bulunup integral alınır. Fakat ifadenin karmaşıklığı sebebiyle (Bjornson vd., 2013a) çalışmasında geliştirilmiş olan yöntem kullanılarak kapasite için bir üst sınır bulunmuştur. Uçtan uca *SNDR<sub>i</sub>* ifadesi (4.31) eşitliğinde gösterildiği gibi yeni bir forma sokulmuştur.

$$SNDR_{i} = \frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}d_{i} + \rho_{r_{i}}b_{i} + f_{i} + \rho_{1}\rho_{2}c + \rho_{i}^{2}l_{i}} = \frac{\frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}d_{i} + \rho_{r_{i}}b_{i} + f_{i} + \rho_{i}^{2}l_{i}}}{\frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}d_{i} + \rho_{r_{i}}b_{i} + f_{i} + \rho_{i}^{2}l_{i}} \times c + 1}$$

$$=\frac{\psi_i}{\psi_i c+1} \tag{4.31}$$

Teorik analizi kolaylaştırmak için  $d_i = \left(a_i + \frac{P_i}{P_{r_i}}b_i\right)$ ,  $f_i = \frac{N_i N_3}{P_r P_3}$ ,  $l_i = \frac{P_i}{P_r}c$ ,  $\psi_i = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_i d_i + \rho_r b_i + f_i + \rho_i^2 l_i}$ parametreleri tanımlanmıştır. Bu parametreler ile birlikte kapasite  $C_{erg,i} = \frac{1}{2} E \left[ \log_2 \left(1 + \frac{\psi_i}{\psi_i c + 1}\right) \right]$ olarak ifade edilebilmektedir. [(Thomas vd., 2008), Eşitlik (7.4.6)] kullanılarak  $\psi_i \ge 0$  için  $\left( \log_2 \left(1 + \frac{\psi_i}{\psi_i c + 1}\right) \right)'' = \frac{-(2c^2\psi + 2c(\psi + 1) + 1)}{(\log_e (2)(c\psi + 1)^2(c\psi + \psi + 1)^2)} < 0$  elde edilmiş ve logaritmik fonksiyonun,  $\psi_i$ 'nin bir iç bükey (concave) fonksiyonu olduğu ortaya çıkmıştır (Bjornson vd., 2013a). ()" ifadesi ikinci derece türev fonksiyonudur. Jensen eşitsizliği (Jensen's inequality) yardımıyla beklenen değer operatörü içeriye atılmıştır. Sonuç olarak ergodik kapasite için bir üst sınır değeri bulunmuştur ve (4.32)'de verilmiştir (Bjornson vd., 2013a; Maletić vd., 2017).

$$C_{erg,i} = \frac{1}{2} \operatorname{E} \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{\psi_i}{\psi_i c + 1} \right) \right] \le \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{\operatorname{E} [\psi_i]}{\operatorname{E} [\psi_i] c + 1} \right)$$
(4.32)

(4.32)'de  $\psi_i$ 'nin beklenen değer ifadesinin bulunabilmesi için moment üreten fonksiyon (MÜF) kullanılmıştır. [(Simon ve Alouini, 2000), Eşitlik (1.3)] içerisinde de belirtildiği gibi MÜF'ün s'ye göre birinci türevinde, s = 0 yazılarak  $\psi_i$ 'nin beklenen değer ifadesine (4.33)'teki gibi ulaşıldığı görülmektedir.

$$\mathbf{E}[\psi_i] = \frac{dM_{\psi_i}(s)}{ds}\Big|_{s=0}$$
(4.33)

 $M_{\psi_i}(.), \psi_i$ 'nin MÜF'ünü ifade etmektedir. MÜF ifadesi (4.34) eşitliği ile belirtilmiştir (Maletić vd., 2017; Senaratne ve Tellambura, 2010).

$$M_{\psi_i}(s) = 1 + s \int_0^\infty \exp(-sx) \overline{F}_{\psi_i}(x) dx$$
(4.34)

 $\overline{F}_{\psi_i}(x)$ ,  $\psi_i$ 'nin tamamlayıcı birikimli dağılım fonksiyonunu (TBDF) göstermektedir. MÜF'ten beklenen değer operatörüne geçerken (4.34) eşitliği, [(Thomas vd., 2008), Eşitlik (3.1.2)] türev tanımı eşitliğinden faydalanılarak yazılan (4.35) içinde kullanılmış ve (4.33)'te belirtildiği gibi *s* yerine 0 yazılarak (4.36) elde edilmiştir.

$$M'(s) = \lim_{Z \to s} \frac{M(Z) - M(s)}{Z - s}$$
(4.35)

$$E[\psi_{i}] = M'(s)|_{s=0} = \lim_{Z \to 0} \frac{1 + Z \int_{0}^{\infty} \exp(-Zx) \overline{F}_{\psi_{i}}(x) dx - M(0)}{Z}$$
(4.36)

 $\overline{F}_{\psi_i}(x)$ ,  $\psi_i$ 'nin belirlenen bir eşik değerinden büyük olması olasılığıdır ve (4.37) ile verilir. BDF ile TBDF arasında  $F_{\psi_i}(x) = 1 - \overline{F}_{\psi_i}(x)$  şeklinde ilişki bulunmaktadır. Bu ilişki ile (4.11) eşitliği kullanılarak  $\psi_i$ 'nin TBDF'si (4.38) şeklinde yazılabilir (Senaratne ve Tellambura, 2010).  $\psi_i$  ifadesi birbirinden bağımsız negatif olmayan rastgele değişkenler  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  kanal sönümleme güçlerinin her ikisine de bağlı olduğu için  $\rho_i$  koşulu altında toplam olasılık yasası kullanılarak (4.38) tanımlanabilmiştir.

$$\overline{F}_{\psi_i}(x) = Pr(\psi_i > x) \tag{4.37}$$

$$Pr\{\psi_i > x\} = \int_0^\infty Pr\{\psi_i > x | \rho_i\} f_{\rho_i}(\rho_i) d\rho_i$$
(4.38)

 $Pr\{\psi_i > x | \rho_i\}$  olasılık ifadesi,  $\psi_i$  yerine yazılarak (Bjornson vd., 2013a)'daki önerme 2 ve (Senaratne ve Tellambura, 2010)'daki önerme 1 kullanılarak düzenlenmiş ve (4.39) eşitliği ile verilmiştir.

$$Pr\left\{\frac{\rho_{1}\rho_{2}}{\rho_{i}d_{i}+\rho_{r_{i}}b_{i}+f_{i}+\rho_{i}^{2}l_{i}} > x\right\} = Pr\left\{\rho_{ri} > \frac{x\left(\rho_{i}^{2}l_{i}+\rho_{i}d_{i}+f_{i}\right)}{\rho_{i}-b_{i}x}\right\}$$
$$= \overline{F}_{\rho_{r}}\left(\frac{x\left(\rho_{i}^{2}l_{i}+\rho_{i}d_{i}+f_{i}\right)}{\rho_{i}-b_{i}x}\right)$$
(4.39)

Bulunan bu olasılık ifadesi (4.38)'de yerine yazılarak  $\psi_i$ 'nin TBDF'si (4.40)'ta görüldüğü gibi elde edilir.

$$\overline{F}_{\psi_i}(x) = \int_{b_i x}^{\infty} \overline{F}_{\rho_i}\left(\frac{x\left(\rho_i^2 l_i + \rho_i d_i + f_i\right)}{\rho_i - b_i x}\right) f_{\rho_i}(\rho_i) d_{\rho_i}$$
(4.40)

İşlemsel kolaylık amacıyla  $z = \rho_i - b_i x$  dönüşümü yapılmıştır. (4.2) ve (4.3) eşitliklerindeki kanal sönümleme güçlerinin OYF ve BDF ifadeleri (4.40)'ta yerine yazılmıştır.

$$\overline{F}_{\psi_{i}}(x) = \sum_{k=0}^{\alpha_{r_{i}}-1} \frac{1}{k! \Gamma(\alpha_{i}) \beta_{i}^{\alpha_{i}}} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{xzl_{i}}{\beta_{r_{i}}} - \frac{2b_{i}x^{2}l_{i}}{\beta_{r_{i}}} - \frac{b^{2}x^{3}l_{i}}{z\beta_{r_{i}}} - \frac{d_{i}x}{\beta_{r_{i}}} - \frac{b_{i}x^{2}d_{i}}{z\beta_{r_{i}}} - \frac{f_{i}x}{z\beta_{r_{i}}}\right)$$

$$x^{k} \left(\frac{(z+b_{i}x)^{2}l_{i} + (z+b_{i}x)d_{i} + f_{i}}{z\beta_{r_{i}}}\right)^{k} (z+b_{i}x)^{\alpha_{i}-1} \exp\left(-\frac{z+b_{i}x}{\beta_{i}}\right) dz$$

$$(4.41)$$

Yukarıda elde edilen  $\psi_i$ 'nin TBDF eşitliğinde, [(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (1.111)]'deki binomial ve trinomial teoremleri integral içerisindeki 3. ve 4. terimlere uygulanmış ve aşağıdaki denkleme ulaşılmıştır.

$$\overline{F}_{\psi_{i}}(x) = \exp\left(-\frac{2b_{i}x^{2}l_{i}}{\beta_{r_{i}}} - \frac{d_{i}x}{\beta_{r_{i}}} - \frac{b_{i}x}{\beta_{i}}\right)\sum_{k=0}^{\alpha_{r_{i}}-1}\sum_{m=0}^{k}\sum_{n=0}^{m-1}\sum_{p=0}^{m-1}\frac{1}{k!\Gamma(\alpha_{i})(\beta_{i})^{\alpha_{i}}}\binom{k}{m}\binom{k-m}{n}$$

$$\left(\frac{\alpha_{i}-1}{p}\left(\frac{l_{i}}{\beta_{r_{i}}}\right)^{k}\left(\frac{b_{i}^{2}x^{2}l_{i}+b_{i}xd_{i}+f_{i}}{l_{i}}\right)^{k-m}\left(\frac{2b_{i}xl_{i}+d_{i}}{b_{i}^{2}x^{2}l_{i}+b_{i}xd_{i}+f_{i}}\right)^{k-m-n}(b_{i}x)^{\alpha_{i}-1-p}x^{k}$$

$$\int_{0}^{\infty}z^{p+m-n}\exp\left(-z\left(\frac{l_{i}x}{\beta_{r_{i}}}+\frac{1}{\beta_{i}}\right)-\frac{1}{z}\left(\frac{b_{i}^{2}x^{3}l_{i}}{\beta_{r_{i}}}+\frac{b_{i}x^{2}d_{i}}{\beta_{r_{i}}}+\frac{f_{i}x}{\beta_{r_{i}}}\right)\right)dz$$

$$(4.42)$$

[(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik (3.471.9)] integral kısmına uygulanarak  $\overline{F}_{\psi_i}(x)$ 'nin kapalı form matematiksel ifadesi elde edilmiştir.

$$\overline{F}_{\psi_{i}}(x) = 2 \sum_{k=0}^{\alpha_{r_{i}}-1} \sum_{m=0}^{k} \sum_{n=0}^{k-m} \sum_{p=0}^{\alpha_{i}-1} \frac{l_{i}^{m} b_{i}^{\alpha_{i}-1-p}}{(\beta_{i})^{\alpha_{i}} m! n! (k-m-n)! p! (\alpha_{i}-1-p)! \beta_{r_{i}}^{k}}$$

$$\exp\left(-\frac{2b_{i} x^{2} l_{i}}{\beta_{r_{i}}} - \frac{d_{i} x}{\beta_{r_{i}}} - \frac{b_{i} x}{\beta_{i}}\right) \left(\frac{\beta_{i}}{x l_{i} \beta_{i} + \beta_{r_{i}}}\right)^{\frac{p+m-n+1}{2}} \left(b_{i}^{2} x^{2} l_{i} + b_{i} x d_{i} + f_{i}\right)^{\frac{n+p+m+1}{2}}$$

$$\left(2b_{i} x l_{i} + d_{i}\right)^{k-m-n} x^{\frac{2\alpha_{i}-1-p+m-n+2k}{2}} K_{p+m-n+1} \left(2\sqrt{\left(\frac{b_{i}^{2} x^{3} l_{i} + b_{i} x^{2} d_{i} + f_{i} x\right)}{\beta_{r_{i}}}\right) \left(\frac{l_{i} x}{\beta_{r_{i}}} + \frac{1}{\beta_{i}}\right)}\right)$$

$$(4.43)$$

 $\overline{F}_{\psi_i}(x)$  ifadesi (4.36)'da yerine yazıldığında  $\psi_i$ 'nin beklenen değeri (4.44) eşitliği gibi elde edilmektedir.

$$E[\psi_{i}] = \lim_{Z \to 0} 2 \sum_{k=0}^{\alpha_{r_{i}}-1} \sum_{n=0}^{k} \sum_{p=0}^{k-m} \sum_{p=0}^{\alpha_{i}-1} \frac{l_{i}^{m} b_{i}^{\alpha_{i}-l-p}}{(\beta_{i})^{\alpha_{i}} m! n! (k-m-n)! p! (\alpha_{i}-1-p)! \beta_{r_{i}}^{k}}$$

$$\int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{2b_{i} x^{2} l_{i}}{\beta_{r_{i}}} - \frac{d_{i} x}{\beta_{r_{i}}} - \frac{b_{i} x}{\beta_{i}} - Zx\right) \left(\frac{\beta_{i}}{x l_{i} \beta_{i}} + \beta_{r_{i}}\right)^{\frac{p+m-n+1}{2}} \left(b_{i}^{2} x^{2} l_{i} + b_{i} x d_{i} + f_{i}\right)^{\frac{n+p+m+1}{2}}$$

$$\left(2b_{i} x l_{i} + d_{i}\right)^{k-m-n} x^{\frac{2\alpha_{i}-1-p+m-n+2k}{2}} K_{p+m-n+1} \left(2\sqrt{\left(\frac{b_{i}^{2} x^{3} l_{i} + b_{i} x^{2} d_{i} + f_{i} x}{\beta_{r_{i}}}\right) \left(\frac{l_{i} x}{\beta_{r_{i}}} + \frac{1}{\beta_{i}}\right)}\right) dx$$

$$(4.44)$$

Yukarıda, ergodik kapasite ifadesinin bulunması için öncelikle elde edilmesi gereken beklenen değer işlemi, denklemin kapalı form çözümünün elde edilememesinden MATLAB'da nümerik integral alınarak çözdürülmüştür. Ulaşılan sonuçlar bölüm 5'te sunulmuştur.

Ergodik kanal kapasitesi için kapalı form matematiksel ifadeye daha basit bir yöntemle ulaşmak için, [(Bjornson vd., 2013a), Eşitlik (35)]'te belirtilen  $C_{erg,i}^{app} = \frac{1}{2} E \left[ log_2 \left( 1 + \frac{x}{y} \right) \right] \approx \frac{1}{2} log_2 \left( 1 + \frac{E[x]}{E[y]} \right)$  yaklaşıklık (4.30) eşitliğine uygulanmıştır. Elde

edilen ifade (4.45) eşitliği ile verilmiştir.

$$C_{erg,i}^{app} \approx \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{\mathrm{E}[\rho_1] \mathrm{E}[\rho_2]}{\mathrm{E}[\rho_i \left( a_i + \frac{P_i}{P_{r_i}} b_i \right) + \mathrm{E}[\rho_{r_i}] b_i + \frac{N_i N_3}{P_{r_i} P_3} + \mathrm{E}[\rho_1] \mathrm{E}[\rho_2] c + \mathrm{E}[\rho_i^2] \frac{P_i}{P_{r_i}} c \right)} (4.45)$$

 $\overline{\rho_i} = \mathbb{E}_{\rho_i} [\Gamma(\alpha_i, \beta_i)] = \alpha_i \beta_i \quad \text{ve} \quad \mathbb{E}[\rho_i^2] = \alpha_i (\alpha_i + 1) \beta_i^2 \quad \text{eşitlikleri} \quad (4.45)'te \quad \text{kullanıldığında}$ donanım bozukluklarına sahip çift yönlü KA protokolünü kullanan röle sisteminde Nakagami-*m* sönümleme kanalları üzerindeki ergodik kapasite yaklaşık ifadesi aşağıdaki eşitlikteki gibi elde edilmektedir.

$$C_{erg,i}^{app} \approx \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{\alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \beta_2}{\alpha_i \beta_i \left( a_i + \frac{P_i}{P_{r_i}} b_i \right) + \alpha_{r_i} \beta_{r_i} b_i + \frac{N_i N_3}{P_{r_i} P_3} + \alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \beta_2 c + \alpha_i (\alpha_i + 1) \beta_i^2 \frac{P_i}{P_{r_i}} c \right)} \right) (4.46)$$

Ayrıca yüksek güç bölgesi düşünülerek (Bjornson vd., 2013a) ile belirtilen sonuç 2 ve (4.17) ile verilen asimptotik  $SNDR_i^{\infty}$  kullanılarak, ideal olmayan donanıma sahip çift yönlü röle sistemi için kapasite üst değeri (capacity ceiling) (4.47) ile verilmiştir.

$$\lim_{P_1, P_2, P_3 \to \infty} C_i = \frac{1}{2} E \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{\rho_{r_i}}{(\rho_1 + \rho_2)c} \right) \right]$$
(4.47)



## **5. NÜMERİK SONUÇLAR**

Bu bölüm içinde alıcı ve verici donanım bozukluğuna sahip VG KA protokolünü kullanarak bilgi alışverişi yapan röleli sistemin performans analizi Nakagami-m sönümleme kanalı üzerinden sunulmuştur. Elde edilen matematiksel çıkarımların doğrulanması ve önerilen sistem modelinin performans analizi için, kesinti olasılığının ve SER sonuçlarının analitik, Monte Carlo benzetim ve asimptotik sonuçları elde edilmiştir. Ayrıca ergodik kanal kapasitesi için kapasite üst değeri, benzetim, üst sınır ve yaklaşık değerleri de grafiklerle sunulmuştur. Bu çalışma için iki terminal ve röledeki gürültü varyansları  $N_1 = N_2 = N_3 = 1$ , kanalların ölçek parametreleri  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  olarak kabul edilmiştir. Bölüm 4 içerisinde de belirtildiği gibi iletilen işaretler simetrik olarak kabul edilmiştir. Böylece  $P_1 = P_2$  alınmıştır. Her iki atlamada da ortalama SNR değerleri eşit alınarak sonuçlar elde edilmiştir.  $P_1$ ,  $P_2$  ve  $P_3$  ortalama SNR tarafından belirlendiği için özel bir değer belirtilmemiştir. Bazı özel fonksiyonların nümerik çözümleri için MATLAB ve MATHEMATICA programları kullanılmıştır.

Veri hızlarını sırasıyla R = 1 ve R = 2.5 bits/sec/Hz alarak iki farklı SNDR eşik değeri  $x = 2^2 - 1 = 3$  ve  $x = 2^5 - 1 = 31$  için önerilen sistem modelinin kesinti olasılığı performans analizi Şekil 5.1.'de sunulmuştur. Bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-m sönümlemeli kanallar için şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  ve röledeki donanım bozukluk seviyeleri  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = 0.1$  alınmıştır. Veri hızı azaldıkça kesinti olasılığı performansı iyileşmektedir. Diğer bir ifadeyle, sabit bir SNR değeri için önceden belirlenen eşik değerinin arttırılmasıyla sistem performansının azaldığı aşağıdaki grafikle sunulmuştur. Ayrıca analitik yöntemlerle elde edilen kesinti olasılığı grafiği benzetim sonuçlarıyla desteklenmiştir.



Şekil 5.1. Şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , veri hızı  $R = \{1, 2.5\}bits/\sec/Hz$  ve donanım bozukluk seviyeleri  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = 0.1$  olan 1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi.

Farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \{0.05, 0.1, 0.2\}$  kesinti olasılığı performansı Şekil 5.2.'de sunulmuştur. Veri hızı R = 2.5 bits/sec/Hz, SNDR eşik değeri  $x = 2^5 - 1 = 31$  alınarak, bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-*m* sönümlemeli kanallarda şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  için işlemler yapılmıştır. Bu değerler kullanılarak analitik, benzetim ve asimptotik sonuçlar elde edilmiştir. Bozukluk seviyesi arttıkça kesinti olasılığı performansının azaldığı görülmektedir. Haberleşmenin sürdürülebilmesi için eşik değerinin, donanım bozukluk seviyesi tarafından ifade edilen  $x < 1/(\kappa_{3t}^2 + \kappa_{3r}^2 + \kappa_{3t}^2 \kappa_{3r}^2)$  ile sınırlandığı (4.22) denklemi ile görülmektedir. (Bjornson vd., 2013b) içerisindeki önerme 3'ten faydalanarak, donanım kalitelerinin eşit seçilmesi ile en iyi performansu ulaşıldığı bölüm 4'te verilmiştir. (Bjornson vd., 2013a) içerisindeki önerme 4 ve (Bjornson vd., 2013b) içerisindeki

önerme 3'ten yararlanarak  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa$  olduğunda belirli bir SNDR eşik değeri için bozukluk seviyesinin maksimum değeri  $\kappa^2 \leq \sqrt{(1/x)+1}-1$  ile tanımlanmaktadır. SNDR eşik değeri  $x = 2^5 - 1 = 31$  iken, haberleşmenin kesilmemesi için donanım bozukluk seviyesinin  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} \leq 0.1264$  olması gerekmektedir. Bu durum, haberleşme sistemlerindeki maliyet açısından da düşünüldüğünde donanım kalitesinin seçimi için önem arz etmektedir. Ayrıca analitik ve asimptotik yöntemlerle elde edilen kesinti olasılığı performans sonuçlarının Monte Carlo benzetim sonuçlarıyla desteklendiği görülmektedir. Böylece, matematiksel çıkarımlarla elde edilen sonuçların doğruluğu da ispatlanmaktadır.



**Şekil 5.2.** Şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , veri hızı R = 2.5bits/sec/Hz ve farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \{0.05, 0.1, 0.2\}$  1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi.

Aynı donanım bozukluğu seviyesinde, bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-*m* sönümlemeli kanallar için farklı şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = m = \{1,2,3\}$  alınarak kesinti olasılığı performans analizi Şekil 5.3.'te sunulmuştur. Veri hızı R = 2.5bits/sec/Hz alınarak, SNDR eşik değeri  $x = 2^5 - 1 = 31$  için işlemler yapılmıştır. Bozukluk seviyesinin belirli bir değerine kadar, Nakagami-m şekil parametresi arttıkça kesinti olasılığının azaldığı görülmektedir. Belirli bir donanım bozukluğu seviyesinden sonra, Nakagami-m şekil parametresinin kesinti olasılığını ters bir şekilde etkilediği görülmektedir. Bu aradaki kritik  $\kappa$ değerinde şekil parametresi değişse bile, asimptotik kesinti olasılığı grafiği değişmemektedir. Bahsi geçen  $\kappa$ 'nın belirli sınır değerini tespit etmek için m = 1 ve m = 2 'deki asimptotik kesinti olasılığı denklemleri birbirine eşitlenerek aşağıdaki ifadeler bulunmaktadır.

$$P_{out}^{\infty} = cx , m = 1$$
(5.1)

$$P_{out}^{\infty} = 1 - \left[ (1 - cx)^2 (1 + 2cx) \right], \ m = 2$$
(5.2)

 $cx = 1 - [(1 - cx)^2(1 + 2cx)]$  denkleminin kökleri cx = 1 ve cx = 0.5'den elde edilir.  $c \stackrel{\Delta}{=} \kappa_{3t}^2 + \kappa_{3r}^2 + \kappa_{3t}^2 \kappa_{3r}^2$  donanım bozukluklarına bağlı parametredir. cx = 1 eşitliği tam kesinti (full outage) için kritik  $\kappa$  değerini vermektedir. Bu kritik değer, SNDR eşik değeri  $x = 2^5 - 1 = 31$  iken haberleşmenin kesilmemesi için donanım bozukluk seviyesinin 0.1264 ile sınırlandığı, bu tez çalışması içerisinde daha önce verilmiştir. cx = 0.5 eşitliği ise şekil parametresinin, belirli bir  $\kappa$  değerinden sonra kesinti olasılığı üzerinde ters etki yaptığı kritik  $\kappa$ değerini vermektedir. Bu kritik donanım bozukluk seviyesi, SNDR eşik değeri  $x = 2^5 - 1 = 31$ iken 0.0896 olarak bulunmaktadır. Tüm bu sonuçlar Şekil 5.3. içerisinde verilmiştir. Teorik olarak bulunan bu kritik değerler benzetim sonuçlarıyla da doğrulanmaktadır.



**Şekil 5.3.** Veri hızı  $R = 2.5bits/\sec/Hz$ , aynı donanım bozukluğu seviyelerinde  $\alpha_1 = \alpha_2 = m = \{1,2,3\}$  farklı şekil parametreleri  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \kappa = \{0.05, 0.0896, 0.1\}$  için 1. terminaldeki kesinti olasılığı-SNR değişimi.

Donanım bozukluğu toplamı sabit düşünülerek farklı donanım bozukluğu kombinasyonları için SER değişimi Şekil 5.4. ile verilmiştir. Modülasyon türü BPSK (A = 1, B = 1) düşünülerek, bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-m sönümlemeli kanallar için şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  için sonuçlar elde edilmiştir. Kapalı form denklemi bulunan asimptotik SER ifadesi ile nümerik olarak çözülen analitik sonuçların Monte Carlo benzetim sonuçlarıyla birebir eşleştiği görülmektedir. Rölenin, alıcı ve verici donanım kalitesi eşit seçildiğinde ( $\kappa_{3t} = 0.1$ ,  $\kappa_{3r} = 0.1$ ) SER için en iyi sonuçların alınabileceği görülmektedir. Bir tarafın düşük kalitede diğer tarafın yüksek kalitede olduğu röle seçiminden kaçınılmalıdır.



Şekil 5.4. Şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  ve farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi.

Aynı donanım bozukluğu seviyesinde ( $\kappa_{3t} = 0.1$ ,  $\kappa_{3r} = 0.1$ ), bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-*m* sönümlemeli kanallar için farklı şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = \{1,2,3\}$  alındığındaki SER analizi Şekil 5.5.'te verilmektedir. Modülasyon türü BPSK (A = 1, B = 1) düşünülerek sonuçlar elde edilmiştir. m = 1 alınarak modellenen kanal Rayleigh sönümlemesini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü üzere *m*'nin değeri arttıkça SER düşmekte, sistem performansı iyileşmektedir. En kötü durumun m = 1 alındığında elde edilen sonuçlar olduğu görülmektedir.



**Şekil 5.5.** Aynı donanım bozukluğu seviyelerindeki farklı şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = m = \{1,2,3\}$  için 1.terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi.

Donanım bozukluğu toplamı sabit düşünülerek farklı donanım bozukluğu kombinasyonları için modülasyon türünün karşılaştırıldığı SER'in SNR ile değişimi Şekil 5.6.'da verilmiştir. Bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-m sönümlemeli kanallar için şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  ve modülasyon türü BPSK (A = 1, B = 1) QPSK (A = 2, B = 0.5) alınarak sonuçlar elde edilmiştir. Şekil parametrelerinin aynı değeri için modülasyon derecesinin artması ile SER değeri artmakta, sistem BPSK'da QPSK'ya göre daha iyi performans göstermektedir. Modülasyondan dolayı taşıyıcı işaretlerin birbirine yaklaştıkça hata olasılığının artması, bunun nedeni olarak gösterilebilir. Her iki modülasyon türünde de rölenin alıcı ve verici donanımının eşit seçilmesi ile SER değerinin düştüğü, sistemin daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Elde edilen analizler şekil parametresi, modülasyon türü, belirli bir bozukluk seviyesine sahip donanımın seçimi ile istenen şartlara uygun bir sistemin tasarlanmasında rehberlik sağlamaktadır.



Şekil 5.6. Farklı donanım bozukluğu seviyelerindeki şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ , BPSK ve QPSK modülasyonu için 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi.

Aynı donanım bozukluğu seviyesinde ( $\kappa_{3t} = 0.1 \kappa_{3r} = 0.1$ ), bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-*m* sönümlemeli kanallar için farklı şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = \{1,2,3\}$  alınarak farklı modülasyon türlerindeki SER-SNR değişimi Şekil 5.7.'de sunulmuştur. Modülasyon türü BPSK (A = 1, B = 1) BFSK (A = 1, B = 0.5) alınarak sonuçlar elde edilmiştir. Sistem performansı, *m*'nin değerinin artması ile iyileşmekte, aynı SNR değeri için BPSK durumunda BFSK durumuna göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Bunun nedeni, BFSK durumunda taşıyıcı işaretler, BPSK'ya göre birbirine daha yakındır. Bu da hata olasılığının daha yüksek olmasına sebep olmaktadır. En iyi SER performansının  $\alpha_1 = \alpha_2 = 3$  alındığında ve BPSK modülasyon türünde gerçekleştiği görülmektedir.



Şekil 5.7. Aynı donanım bozukluk seviyeleri  $\kappa_{3t} = 0.1 \kappa_{3r} = 0.1$  ve farklı şekil parametrelerinde  $\alpha_1 = \alpha_2 = \{1, 2, 3\}$ , modülasyon türüne göre 1. terminaldeki sembol hata oranı-SNR değişimi.

Son olarak aynı donanım bozukluğu kombinasyonları ( $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \{0.05, 0.1, 0.15\}$ ) için ergodik kanal kapasite ifadesinin SNR ile değişimi Şekil 5.8.'de sunulmuştur. Bağımsız ve eş olmayan dağılıma sahip Nakagami-*m* sönümlemeli kanallar için şekil parametreleri  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  için sonuçlar alınmıştır. Donanım bozukluk seviyesinin düşük SNR değerinde az etkili olduğu, yüksek SNR değerlerinde ise büyük etkiye sahip olduğu görülmektedir. Kapasite ifadesinin doygunluğa ulaştığı ve SNR arttıkça belli bir değere yakınsadığı Monte Carlo benzetim sonuçlarıyla da doğrulanmıştır. Ayrıca kapasite için üst sınır değeri de aynı şekilde sunulmuştur.

Kapasite üst değerinin 
$$\frac{1}{2} E \left\{ \log_2 \left( 1 + \frac{\rho_{r_i}}{(\rho_1 + \rho_2)(\kappa_{3t}^2 + \kappa_{3r}^2 + \kappa_{3t}^2 \kappa_{3r}^2)} \right) \right\}$$
 ifadesiyle sınırlandığı,

donanım bozukluk seviyesine ve kanal sönümlemesine bağlı olduğu görülmektedir. Donanım bozukluklarının kanal kapasitesi üzerindeki etkisi incelenmiş, donanım bozukluk seviyesi azaldıkça ergodik kanal kapasitenin arttığı görülmüştür. İşaret gücü arttırılarak kapasite üst değerinin değişmediği de gözlenmektedir.



**Şekil 5.8.** Aynı donanım bozukluk seviyeleri  $\kappa_{3t} = \kappa_{3r} = \{0.05, 0.1, 0.15\}$  ve aynı şekil parametrelerinde  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  ergodik kapasite-SNR değişimi.

## 6. GENEL SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında donanım bozukluklarının çift yönlü VG KA röle ağında sistem performansına olan etkisi incelenmiştir. Bozunum gürültüsüne sahip röle vasıtasıyla Nakagami*m* sönümleme kanalları üzerinden bilgi alış verişi yapan bu sistem için kesinti olasılığı için kapalı form matematiksel ifadesi elde edilmiştir. Yüksek güç bölgesi düşünülerek asimptotik kesinti olasılığı kapalı form ifadesine de ulaşılmıştır. Bozukluk seviyesi arttıkça kesinti olasılığının arttığı görülmektedir. Ayrıca her iki kanalın şekil parametrelerinin birbirine eşit olduğu durumda belirli bir bozukluk seviyesine kadar, şekil parametresi arttıkça kesinti olasılığının azaldığı, bu bozukluk seviyesinden sonra şekil parametresi arttıkça kesinti olasılığının arttığı görülmektedir.

Ortalama SER analitik ifadesi nümerik olarak çözdürülmüştür. Asimptotik SER ifadesinin kapalı form eşitliği türetilmiştir. Nakagami-m kanalları için şekil parametresi arttıkça SER düşmekte sistem performansı iyileşmektedir. Röle düğümünün alıcı ve verici donanımları aynı kalitede olduğunda sistemin en iyi performansı gösterdiği görülmektedir. Her iki analizde de farklı modülasyon türleri için sonuçlar elde edilmiştir. Belirtilen koşullar altında en iyi sonuçların m = 3 olan BPSK modülasyonu için elde edildiği görülmektedir.

Ergodik kanal kapasitesinin üst değeri, yaklaşık ifadesi ve bu kapasite için üst sınır eşitlikleri türetilmiştir. Yüksek SNR değerlerinde donanım bozukluklarının daha fazla etkiye sahip olduğu görülmektedir. Bozukluk seviyesi azaldıkça ergodik kapasitenin arttığı gözlenmektedir.

Elde edilen tüm analizler Monte-Carlo benzetim sonuçlarıyla doğrulanmıştır. Sonuçlar, şekil parametresi, modülasyon türü ve belirli bir donanım bozukluk seviyesine sahip donanımın seçilmesi ile istenilen şartlara uygun sistemin tasarlanmasında araştırmacılara detaylı bilgi sunmaktadır.

### KAYNAKLAR DİZİNİ

Bjornson E., Matthaiou M., ve Debbah M. (2013a, Kasım). A new look at dualhop relaying: performance limits with hardware impairments. *IEEE Transactions on Communications*, 61(11), 4512-4525.

Bjornson E., Papadogiannis A., Matthaiou M., ve Debbah M. (2013b). On the impact of transceiver impairments on af relaying. 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vancouver, 4948-4952.

Bjornson E., Zetterberg P., Bengtsson M., ve Ottersten B. (2013c, Ocak). Capacity limits and multiplexing gains of MIMO channels with transceiver impairments. *IEEE Communications Letters*, 17(1), 91-94.

Georgiadis A. (2004, Mart). Gain, phase imbalance, and phase noise effects on error vector magnitude. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53(2), 443-449.

Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. (2007). *Table of integrals, series and products (7th edition)*. USA: Elsevier.

Hamazumi H., Imamura K., Iai N., Shibuya K., ve Sasaki M. (2000, Kasım). A study of a loop interference canceller for the relay stations in an SFN for digital terrestrial broadcasting. *Globecom '00 - IEEE. Global Telecommunications Conference*. Conference Record (Cat. No.00CH37137), 1, 167-171.

Han Y., Pandharipande A., ve Ting S. H. (2009, Ekim). Cooperative decode-and forward relaying for secondary spectrum access. *IEEE Transactions on Wireless Comm.*, 8(10), 4945-4950.

Hasna M. O., Alouini M. S. (2004, Kasım). A performance study of dual-hop transmissions with fixed gain relays. *IEEE transactions on wireless communications*, 3(6), 1963-1968.

Keysight Technologies. (2017). 8 Hints for making and interpreting EVM measurements (Application Note No. 5989-3144EN). Retrieved from Keysight Website: http://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5989-3144EN.pdf

Korpi D., Anttila L., Syrjala V., ve Valkama M. (2014, Ekim). Widely linear digital self interference cancellation in direct-conversion full-duplex transceiver. *IEEE Journal Selected Areas Communications*, 32(9), 1674–1687.

Laneman J. N., Tse D. N. C., ve Wornel G. W. (2004, Aralık). Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(12), 3062-3080.

Laneman J. N., Wornell G. W. ve Tse D. N. C. (2001). An efficient protocol for realizing cooperative diversity in wireless networks. *Proceedings*. 2001 IEEE International Symposium on Information Theory (IEEE Cat. No.01CH37252), Washington, DC, USA, 294-.

Levin, G., ve Loyka, S. (2012). Amplify-and-forward versus decode-and-forward relaying: which is better?. 22th International Zurich Seminar on Communications (IZS), Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 123-126.

#### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Li J., Matthaiou M., ve Svensson T. (2014, Aralık). I/Q imbalance in two-way AF relaying: Performance analysis and detection mode switch. *IEEE Global Communications Conference*, Austin, TX, USA, 4001-4007.

Li Y., Wang T., Zhao Z., Peng M. ve Wang W. (2015, Temmuz). Relay mode selection and power allocation for hybrid one-way/two-way half-duplex/full-duplex relaying. *IEEE Communications Letters*, 19(7), 1217-1220.

Maletić, N., Čabarkapa, M., ve Nešković, N. (2017). Performance of fixed-gain amplify-andforward nonlinear relaying with hardware impairments. *International Journal of Communication Systems*, 30(6).

Maletic N., Cabarkapa M., Neskovic N., ve Budimir D. (2016, Ocak). Hardware impairments impact on fixed-gain AF relaying performance in Nakagami-m fading. *Electronics Letters*, 52(2), 121-122.

Matthaiou M., Papadogiannis A., Bjornson E., ve Debbah M. (2013, Haziran). Two-Way relaying under the presence of relay transceiver hardware impairments. *IEEE Communications Letters*, 17(6), 1136-1139.

McKay M. R., Grant A. J. ve Collings I. B. (2007, Mart). Performance analysis of MIMO-MRC in double-correlated Rayleigh environments. *IEEE Transactions on Communications*, 55(3), 497-507.

Mishra A. K., Gowda S. C. M., ve Singh P. (2017a, Mart). Impact of hardware impairments on TWRN and OWRN AF relaying systems with imperfect channel estimates. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC) San Francisco*, CA, 1-6.

Mishra A. K., Gowda S. C. M., ve Singh P. (2017b, Eylül). On the effect of hardware impairments on two-way relay networks with ICE. *IEEE 86th Vehicular Technology Conference* (VTC-Fall), Toronto, ON, 1-5.

Mishra A. K., Mallick D., Issar M., ve Singh P. (2017c, Ocak). Performance analysis of dual-hop DF relaying systems in the combined presence of CEE and RFI. 2017 9th International Conference on Communication Systems and Networks (COMSNETS), Bangalore, India, 354-359.

Mishra A. K., Mallick D., Gowda S. C. M., ve Singh P. (2017d, Eylül). Outage performance of variable-gain AF relaying systems in the combined presence of HWI and ICE: Analysis and comparison. *IEEE 86th Vehicular Technology Conference* (VTC-Fall), Toronto, ON, Canada 1-5.

Mishra A. K., Mallick D., ve Singh P. (2016, Eylül). Combined effect of RF impairment and CEE on the performance of dual-hop fixed-gain af relaying. *IEEE Communications Letters*, 20(9), 1725-1728.

Namdar, M. (2014). Bilişsel İletim Ağlarinda Parçalı Spektrum Algılama ve Alıcı Çeşitleme Yöntemleri, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 113s.

#### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Nasr K. M., Cosmas J. P., Bard M., ve Gledhill J. (2007, Eylül). Performance of an echo canceller and channel estimator for on-channel repeaters in DVBT/H networks. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 53(3), 609–618.

Nguyen Tan N., Tran P. T., Minh T. H. Q., Voznak M., Sevcik L. (2018, Nisan). Two-way half duplex decode and forward relaying network with hardware impairment over Rician fading channel: system performance analysis. *ELEKTRONIKA IR ELEKTROTECHNIKA*, 24(2), 74-78.

Peng, C., Li, F., & Liu, H. (2017, Kasım). Wireless energy harvesting two-way relay networks with hardware impairments. *Sensors*, 17(11).

Proakis, J. G. ve Salehi, M. (2002). *Communication system engineering (Second Edition)*. New Jersey: Pearson Education, 405.

Qi J., Aissa S. ve Alouini M. (2012, Nisan). Analysis and compensation of I/Q imbalance in amplify-and-forward cooperative systems. 2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Paris, 215-220.

Rappaport, T. S. (2002). *Wireless communications: Principles and practice (Second Edition)*. New Jersey: Prentice Hall, 69-70, 172-174.

Schenk T. (2008). *RF Imperfections in High-Rate Wireless Systems: Impact and Digital Compensation*. Springer, Hollanda. (247-250) (269-270).

Schenk T. C. W. ve Fledderus E. R. (2008). RF impairments in high-rate wireless systems understanding the impact of TX/RX-asymmetry. 2008 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, St Julians, 117-122.

Senaratne D. ve Tellambura C. (2010, Mart). Unified exact performance analysis of two-hop amplify-and-forward relaying in Nakagami fading. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 59(3), 1529-1534.

Simon M. K., Alouini M. S. (2000). *Digital communication over fading channels (2nd Edition)*. USA: John Wiley & Sons, 22, 197, 204-205.

Solanki S., Singh V., Upadhyay P. K. (2019). RF Energy Harvesting in Hybrid Two-Way Relaying Systems with Hardware Impairments. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 11792 – 11805.

Studer C., Wenk M. ve Burg A. (2010). MIMO transmission with residual transmit-RF impairments. 2010 International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA), Bremen, 189-196.

Studer C., Wenk M. ve Burg A. (2011). System-level implications of residual transmit-RF impairments in MIMO systems. *Proceedings of the 5th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, Rome, 2686-2689.

#### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Stüber G. L. (2002). *Principle of mobile communication (Second Edition)*. USA: Kluwer Academic, 39-41, 51, 53-54.

Thomas G. B., Weir M. D., Hass J., Giordano F. R. (2008). *Thomas's calculus (eleventh edition)*. USA: Pearson Education. 148, 498.

Ucar-Gul M., Namdar M., Basgumus A. (2020). Performance analysis of two-way AF relaying system with the presence of hardware impairments over Nakagami-*m* fading channels. *IET Communications*.

Wenk M. (2010). MIMO-OFDM-testbed: challenges, implementations, and measurement results challenges, implementations, and measurement results. Doktora Tezi, ETH Zürich, Zürich, 167s. (108-109).

Yang J., Fan P., Duong T.Q., ve Lei X. (2011, Mart). Exact performance of two-way AF relaying in Nakagami-m fading environment. *IEEE Transactions on Wireless Comm.*, 10(3), 980-987.

You J., Liu E., Wang R. ve Su W. (2017, Mart). Joint source and relay precoding design for MIMO two-way relay systems with transceiver impairments. *IEEE Communications Letters*, 21(3), 572-575.

Zhang J., Xue X., Bjornson E., Ai B., ve Jin S. (2018, Şubat). Spectral efficiency of multipair massive MIMO two-way relaying with hardware impairments. *IEEE Wireless Communications Letters*, 7(1), 14-17.

Zhang X., Matthaiou M., Coldrey M. ve Björnson E. (2014). Impact of residual transmit RF impairments on training-based MIMO systems. 2014 IEEE International Conference on Communications (ICC), Sydney, NSW, 4741-4746.

3GPP. (2010). Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); User Equipment (UE) Radio Transmission and Reception (3GPP Technical Specification No. 36101-8b0). Retrieved From 3GPP Website: https://www.3gpp.org/ftp/specs/Archive/36\_series/36.101/, 29-30.

#### EK

Kesinti olasılığı analitik ifadesinin yer aldığı (4.14) denkleminin integral kısmının çözümü bu bölüm içerisinde verilmiştir. İntegral kısmı aşağıdaki denklem formundadır.

$$\int_{0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{z} + \mu z + \tau\right)^{J} \left(z + \theta\right)^{\alpha_{i} - 1} \exp\left(-\frac{\xi}{z} - z\zeta\right) dz \tag{1}$$

Yukarıdaki trinomial yapıda olan ilk terim aşağıdaki gibi iki terime ayrılmış ve binom açılımı uygulanabilecek hale getirilmiştir.

$$\left(\frac{\lambda}{z} + \mu z + \tau\right)^{j} = \lambda^{j} \left(\frac{1}{z} + \frac{\mu z + \tau}{\lambda}\right)^{j}$$
(2)

Eşitliğin sağındaki terime, ilk binom açılımı uygulanarak tekrar ifade edilmiştir.

$$\lambda^{j} \left(\frac{1}{z} + \frac{\mu z + \tau}{\lambda}\right)^{j} = \lambda^{j} \sum_{k=0}^{j} {j \choose k} z^{-k} \left[ \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{j-k} \left(z + \frac{\tau}{\mu}\right)^{j-k} \right]$$
(3)

Ardından ikinci kez binom açılımı kullanılmış,  $\left(z + \frac{\tau}{\mu}\right)^{j-k}$  terimine uygulanmıştır.

$$\left(\frac{\lambda}{z} + \mu z + \tau\right)^{j} = \sum_{k=0}^{j} \sum_{m=0}^{j-k} \lambda^{j} {j \choose k} {j-k \choose m} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{j-k} \left(\frac{\tau}{\mu}\right)^{j-k-m} z^{m-k}$$
(4)

(5)

Ayrıca integral ifadesindeki  $(z + \theta)^{\alpha_i - 1} = \sum_{n=0}^{\alpha_i - 1} {\alpha_i - 1 \choose n} z^n \theta^{\alpha_i - 1 - n}$  olarak tanımlanabilir. Bu ifade ve

(4) eşitliği, (1) eşitliği içerisine yazılarak integral ifadesi aşağıdaki forma kavuşmuştur.

$$\int_{0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{z} + \mu z + \tau\right)^{j} (z + \theta)^{\alpha_{i}-1} \exp\left(-\frac{\xi}{z} - z\zeta\right) dz = \sum_{k=0}^{j} \sum_{m=0}^{j-k} \sum_{n=0}^{\alpha_{i}-1} \lambda^{j} {j \choose k} {j \choose m} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{j-k} \left(\frac{\tau}{\mu}\right)^{j-k-m} {\alpha_{i}-1 \choose n} \\ \times \theta^{\alpha_{i}-1-n} \int_{0}^{\infty} z^{n-k+m} \exp\left(-\frac{\xi}{z} - z\zeta\right) dz$$

İntegral kısmında [(Gradshteyn ve Ryzhik, 2007), Eşitlik. (3.471.9)]'dan yararlanarak eşitliğin kapalı formdaki matematiksel ifadesi elde edilmektedir.

$$\int_{0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{z} + \mu z + \tau\right)^{j} (z + \theta)^{\alpha_{i}-1} \exp\left(-\frac{\xi}{z} - z\zeta\right) dz$$

$$= \sum_{k=0}^{j} \sum_{m=0}^{j-k} \sum_{n=0}^{\alpha_{i}-1} \lambda^{j} {j \choose k} {j-k \choose m} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{j-k} \left(\frac{\tau}{\mu}\right)^{j-k-m} {\alpha_{i}-1 \choose n} \theta^{\alpha_{i}-1-n} 2 \left(\frac{\xi}{\zeta}\right)^{\frac{n-k+m+1}{2}} K_{n-k+m+1} \left(2\sqrt{\xi\zeta}\right)$$
(6)



# ÖZGEÇMİŞ

#### <u>Kişisel Bilgiler</u>

Soyadı, adı	: UÇAR GÜL, Merve	
Doğum tarihi ve yeri	: 19.11.1992	KONAK
E-mail	: merve_mucar@hotmail.com	

#### <u>Eğitim</u>

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Elektrik-Elektronik Mühendisliği Dokuz Eylül Üniversitesi	2015
Lise	Buca Anadolu Lisesi	2010

# <u>İş Deneyimi</u>

Yıl	Yer	Görev
2019-Devam	Gazi Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü	Araștırma Görevlisi
2015	Kent Kart Ege Elektronik San. Tic. A. Ş.	Elektrik-Elektronik Mühendisi

#### Yabancı Dil

İngilizce (Profesyonel Çalışma Yetkinliği)

#### Yayınlar

Ucar-Gul M., Namdar M., Basgumus A., 2020, Performance Analysis of Two-Way AF Relaying System with the Presence of Hardware Impairments over Nakagami-*m* Fading Channels, IET Communications, DOI: 10.1049/iet-com.2019.0839, kabul: 11 Haziran 2020.