T.C.
KİLİS 7 ARALIK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

ÇOK DEĞERLİ NEUTROSOPHİC KÜMELERİN ÜZERİNE BAZI BENZERLİK ÖLÇÜMLERİ VE UYGULAMALARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yunus TOKTAŞ

Danışman

Doç. Dr. Mustafa DEDE

TEMMUZ 2017

KİLİS

TEZ ONAYI

Doç. Dr. Mustafa DEDE danışmalığında, Yunus TOKTAŞ tarafından hazırlanan **“Çok Değerli Neutrosophic Kümelerin Üzerine Bazı Benzerlik Ölçümleri ve Uygulamaları”** adlı tez çalışması 19/07/2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy …………. ile Kilis 7 Aralık Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**Unvanı, Adı Soyadı (Kurumu)**	**İmza**
Başkan	Doç. Dr. Mustafa DEDE Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik ABD	
Üye	Doç. Dr. Mehmet ŞAHİN Gaziantep Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik ABD	
Üye	Doç. Dr. Mehmet KULE Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik ABD	

Bu tezin kabulü,Fen bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunun …../…../201.. tarih ve ……/…… sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Tez No: ……..

Prof. Dr. Bektaş TEPE
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇOK DEĞERLİ NEUTROSOPHİC KÜMELERİN ÜZERİNE BAZI BENZERLİK ÖLÇÜMLERİ VE UYGULAMALARI

Yunus TOKTAŞ

Kilis 7 Aralık Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Mustafa DEDE

Yıl: 2017 Sayfa: 70

Bu çalışmada ilk olarak, bulanık küme, çok değerli bulanık küme, sezgisel bulanık küme, çok değerli sezgisel bulanık küme, neutrosophic küme ve çok değerli neutrosophic küme kavramları sunuldu. İkinci olarak, çok değerli sezgisel bulanık kümeler üzerine bazı benzerlik ölçümleri kullanılarak çok değerli neutrosophic kümeler üzerine yeni benzerlik ölçümleri inşa edildi ve bazı özellikleri incelendi. Üçüncü olarak, neutrosophic ve çok değerli neutrosophic kümeler üzerine yapılan Dice benzerlik ölçümlerinden ilham alarak çok değerli neutrosophic kümeler üzerine farklı Dice benzerlik ölçümleri tanımlandı ve bazı temel özellikleri incelendi. Son olarak, çok değerli neutrosophic kümeler üzerine geliştirilen benzerlik ölçümlerinin pratikliğini ve etkililiğini göstermek için bazı güncel uygulamalar sunuldu.

Anahtar Kelimeler: Bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, çok değerli sezgisel bulanık kümeler, neutrosophic kümeler, çok değerli neutrosophic kümeler, benzerlik ölçümü, karar verme

ABSTRACT

MSc. Thesis

SOME SIMILARTY MEASURESON NEUTROSOPHIC MULTI SETS
AND THEIR APPLICATIONS

YunusTOKTAŞ

Kilis 7 Aralık University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Ass. Prof. Mustafa DEDE

Year: 2017 Page: 70

In this study firstly, concept of fuzzy set, fuzzy multi set, intuitionistic fuzzy set, intuitionistic fuzzy multi set, neutrosophic set, neutrosophic multi set is introduced. Secondly, by using some similarity measures on intuitionistic fuzzy multi sets, new similarity measures on neutrosophic multi sets are proposed and some desired properties are examined. Thirdly, by inspiration from the Dice similarity measures of neutrosophic sets and neutrosophic multi sets, different Dice similarity measureson neutrosophic multi sets is defined and some essential properties is investigated. Finally, measures on neutrosophic multi sets Finally, in order to demonstrate thepracticality and effectiveness of the developed similarity measures some real applications is presented.

Keywords: Fuzzy sets, fuzzy multi sets, intuitionistic fuzzy sets, intuitionistic fuzzy multi sets, neutrosophic sets, neutrosophic multi sets, similarity measure, decision making.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma konusunun belirlenmesinde ve hazırlanmasında, yanımda olup yol gösteren, bilgi, görüş ve önerilerini esirgemeyen, gösterdiği sabır ve anlayıştan dolayı çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Mustafa DEDE'ye teşekkür ederim.

Bu çalışmanın bütün aşamalarında desteğini esirgemeyen ve bu süreçte hep yanımda olan sevgili eşim Necla TOKTAŞ'a teşekkür ederim.

Yunus TOKTAŞ
Kilis, Temmuz 2017

İÇİNDEKİLER

SİMGELER VE KISALTMALAR

1. Simgeler

$i = \{1,2,\dots,P\}$: İndeks kümesi

$j = \{1,2,\dots,n\}$: İndeks kümesi

K : Bulanık küme

M : Çok değerli bulanık küme

L : Sezgisel bulanık küme

N : Çok değerli sezgisel bulanık küme

A : Neutrosophic küme

B : Çok değerli Neutrosophic küme

$\mu_K(x)$: x'in K bulanık kümesine ait olma derecesidir.

$\mu_M^i(x)$: x'in M çok değerli bulanık kümesine ait olma derecesidir.

$\mu_L(x)$: x'in L sezgisel bulanık kümesine üyelik derecesidir.

$\vartheta_L(x)$: x'in L sezgisel bulanık kümesine üyelik olmama derecesidir.

$\mu_N^i(x)$: x'in N çok değerli sezgisel bulanık kümesine üyelik derecesidir.

$\vartheta_N^i(x)$: x'in N çok değerli sezgisel bulanık kümesine üyelik olmama derecesidir.

$T_A(x)$: Neutrosophic kümenin doğruluk derecesidir.

$I_A(x)$: Neutrosophic kümenin kararsızlık derecesidir.

$I_A(x)$: Neutrosophic kümenin yanlışlık derecesidir.

$T_B^i(x)$: Çok değerli neutrosophic kümenin doğruluk derecesidir.

$I_B^i(x)$: Çok değerli neutrosophic kümenin kararsızlık derecesidir.

$F_B^i(x)$: Çok değerli neutrosophic kümenin yanlışlık derecesidir.

$\subseteq$: Bulanık kümeler için alt küme işlemi

$=$: Bulanık kümeler için eşitlik işlemi

$\cup$: Bulanık kümeler için birleşim işlemi

$\cap$: Bulanık kümeler için kesişim işlemi

K^c : Bulanık kümeler için tümleyen işlemi

$+$: Bulanık kümeler için toplama işlemi

$.$: Bulanık kümeler için çarpma işlemi

$\grave{\subseteq}$: Çok değerli bulanık kümeler için alt küme işlemi

$\grave{=}$: Çok değerli bulanık kümeler için eşitlik işlemi

$\grave{\cup}$: Çok değerli bulanık kümeler için birleşim işlemi

$\grave{\cap}$: Çok değerli bulanık kümeler için kesişim işlemi

$M^{\grave{c}}$: Çok değerli bulanık kümeler için tümleyen işlemi

$\grave{+}$: Çok değerli bulanık kümeler için toplama işlemi

$\grave{\cdot}$: Çok değerli bulanık kümeler için çarpma işlemi

$\acute{\subseteq}$: Sezgisel bulanık kümeler için alt küme işlemi

$\acute{=}$: Sezgisel bulanık kümeler için eşitlik işlemi

$\acute{\cup}$: Sezgisel bulanık kümeler için birleşim işlemi

$\acute{\cap}$: Sezgisel bulanık kümeler için kesişim işlemi

$L^{\acute{c}}$: Sezgisel bulanık kümeler için tümleyen işlemi

$\acute{+}$: Sezgisel bulanık kümeler için toplama işlemi

$\acute{\cdot}$: Sezgisel bulanık kümeler için çarpma işlemi

$\breve{\subseteq}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için alt küme işlemi

$\breve{=}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için eşitlik işlemi

$\breve{\cup}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için birleşim işlemi

$\breve{\cap}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için kesişim işlemi

$N^{\check{c}}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için tümleyen işlemi

$\breve{+}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için toplama işlemi

$\breve{\cdot}$: Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için çarpma işlemi

$\hat{\subseteq}$: Neutrosophic kümeler için alt küme işlemi

$\hat{=}$: Neutrosophic kümeler için eşitlik işlemi

$\hat{\cup}$: Neutrosophic kümeler için birleşim işlemi

$\hat{\cap}$: Neutrosophic kümeler için kesişim işlemi

$A^{\hat{c}}$: Neutrosophic kümeler için tümleyen işlemi

$\hat{+}$: Neutrosophic kümeler için toplama işlemi

$\hat{\cdot}$: Neutrosophic kümeler için çarpma işlemi

$\tilde{\subseteq}$: Çok değerli neutrosophic kümeler için alt küme işlemi

$\tilde{=}$: Çok değerli neutrosophic kümeler için eşitlik işlemi

$\tilde{\cup}$: Çok değerli neutrosophic kümeler için birleşim işlemi

$\tilde{\cap}$: Çok değerli neutrosophic kümeler için kesişim işlemi

$B^{\tilde{c}}$	: Çok değerli neutrosophic kümeler için tümleyen işlemi
$\tilde{+}$	: Çok değerli neutrosophic kümeler için toplama işlemi
$\tilde{\cdot}$	: Çok değerli neutrosophic kümeler için çarpma işlemi
d_i	: Uzaklık fonksiyonu
S_i	: Benzerlik ölçüm fonksiyonu
h_d	: Hamming uzaklık ölçümü
h_d^*	: Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü
d_h	: Hausdroff uzaklık ölçümü
d_g	: Geometrik uzaklık ölçümü
d_E	: Öklid uzaklık ölçümü
d_E^*	: Normalleştirilmiş Öklid uzaklık ölçümü
S_{HD}	: Hamming uzaklığına göre benzerlik ölçümü
S_{HD}^*	: Normalleştirilmiş Hamming uzaklığına göre benzerlik ölçümü
S_{HY}^1	: Hausdroff uzaklığına göre 1. benzerlik ölçümü
S_{HY}^2	: Hausdroff uzaklığına göre 2. benzerlik ölçümü
S_{HY}^3	: Hausdroff uzaklığına göre 3. benzerlik ölçümü
S_g	: Geometrik uzaklığa bağlı benzerlik ölçümü
S_{ZF1}	: Zhang ve Fu'nun 1. benzerlik ölçümü
S_{ZF1}	: Zhang ve Fu'nun 2. benzerlik ölçümü
S_{ED}	: Öklid uzaklığına göre benzerlik ölçümü
S_{ED}^*	: Normalleştirilmiş Öklid uzaklığına göre benzerlik ölçümü
S_{COSM}	: Kosinüs benzerlik ölçümü
S_{CORM}	: Correlation benzerlik ölçümü
S_{D1}	: Dice 1. Benzerlik ölçümü
S_{D2}	: Dice 2. Benzerlik ölçümü
S_{D1}^w	: Ağırlıklı Dice 1. Benzerlik ölçümü
S_{D2}^w	: Ağırlıklı Dice 2. Benzerlik ölçümü
S_{D1}^G	: Genelleştirilmiş Dice 1. Benzerlik ölçümü
S_{D2}^G	: Genelleştirilmiş Dice 2. Benzerlik ölçümü
S_{D1}^{Gw}	: Ağırlıklı genelleştirilmiş Dice 1. Benzerlik ölçümü
S_{D2}^{Gw}	: Ağırlıklı genelleştirilmiş Dice 2. Benzerlik ölçümü

w_j	: Ağırlık vektörü

2. Kısaltmalar

BK	: Bulanık küme
ÇDBK	: Çok değerli bulanık küme
ÇDSBK	: Çok değerli sezgisel bulanık küme
ÇDNK	: Çok değerli neutrosophic küme
NK	: Neutrosophic küme
SBK	: Sezgisel bulanık küme

1. GİRİŞ

Günlük yaşantımızda belirsizlik içeren problemlerle başa çıkmak için ortaya atılan birçok teori zamanla yeterli olmadığından yerini farklı teorilere bırakmıştır. Bu teorilerin bazıları aralık matematiği, olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi, yaklaşımlı kümeler teorisi, esnek kümeler teorisidir. Bu teoriler arasında en güncel ve en geniş uygulama alanına sahip olan Zadeh [56] tarafından geliştirilen bulanık küme teorisidir. Bu bulanık küme teorisi bir X evrensel kümesinin elemanlarını [0,1] aralığına götüren bir üyelik fonksiyonu yardımı ile inşa edilmiştir. Bu teoriye üyelik fonksiyonunun yanında X evrensel kümesinin elemanlarını [0,1] aralığına götüren bir üyelik olmama fonksiyonu ilave edilerek bulanık kümelerin daha geneli olarak 1986 da Atanassov [1] tarafından sezgisel bulanık küme teorisi inşa edildi. Sezgisel bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun X evrensel kümesinin her elemanı için aldığı değerler toplamı herzaman [0,1] aralığına kalmaktadır. Üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun bu kısıtlaması belirsizlik içeren problemler için modelleme sıkıntısı oluşturmaktadır. Bu durumun üstesinden gelmek için 1998 de Smarandache [35], bulanık küme ve sezgisel bulanık küme teorisini içeren neutrosophic küme teorisi adı verilen yeni bir küme teorisi sundu. Daha sonra neutrosophic kümelerin özel hali olan tek değerli neutrosophic kümeler Wang ve ark. [55] tarafından 2010 da geliştirildi. Bu küme teorisi birbirinden bağımsız [0,1] aralığına tanımlı üç fonksiyon yardımıyla inşa edilmiştir. Yani; üyelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonu $T_A \in [0,1]$, üyelik olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonu $F_A \in [0,1]$ ve ilave olarak kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$ kullanılarak inşa edilmiştir. Buradaki doğruluk üyelik fonksiyonu ve yanlışlık üyelik fonksiyonunun [0,1] aralığında birbirinden bağımsız olması sezgisel bulanık kümeler kullanılarak yapılan modellemelerden daha esnek ve daha gerçekçi olmasını sağlamaktadır. Ayrıca bir konu hakkında bir birey her zaman tam olarak bilgi sahibi olmayabilir bu durumda kararsızlık üyelik fonksiyonu $I_A \in [0,1]$ devreye girmektedir ve birçok belirsizlik içeren olayın modellenmesi için oldukça geniş bir yer oluşturmaktadır. Örneğin bir karar vericiden x ile belirtilen bir durum hakkında bir fikir almak istediğimizde veya bu durumu matematiksel olarak modellemesini istediğimizde bu karar verici doğru olma durumunu 0.5 olarak ve yanlış olma durumunu 0.6 olarak belirleyebilir. Böyle durumlarda bulanık kümeler ve sezgisel bulanık kümeler eksik kalmaktadır. Ayrıca bu karar verici böyle bir durum hakkında 0.3 oranında bilgisi olduğunu ve 0.7 oranında bilgisinin olmadığını (kararsız olduğunu) düşünürse olay oldukça karışmaktadır. Böyle bir durumu ilgili karar verici ancak neutrosophic kümeler yardımıyla $\langle x, 05{,}0.7, 0{,}6\rangle$ şeklinde bir modelleme yapabilir.

Çok kriterli karar verme problemlerinin günümüzde önemli bir yeri vardır. Bu problemlerde karar verici veya vericiler çok kriter ile belirli alternatifler arasından bir seçim yapmaktadır. Güncel uygulamalarda karar vericiler bu problemlerin çözümünü belirsizlikten veya eksik bilgiden dolayı tam olarak belirleyemez. Bunun bir sonucu olarak bu problem türleri kesin sayılarla ifade edilemezler. Bunun için daha esnek ve belirsizliği ifade edecek olan; bulanık kümeler, çok değerli bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, çok değerli sezgisel bulanık kümeler, neutrosophic kümeler ve çok değerli neutrosophic kümeler gibi teorilere ihtiyaç duyulmaktadır.

Yager [44] tarafından inşa edilen çok değerli kümeler, klasik matematikte önemli bir teori olduğu için Sebastian & Ramakrishnan [30] bu teoriyi ele alarak belirsiz yapılarda kullanmak üzere üyelik dizisi yardımı ile çok değerli bulanık kümeleri tanımladı. Ayrıca, Atanassov'un [1] sezgisel bulanık küme teorisinin modelleyemediği bazı durumlar için de doğruluk derecesi dizisine ilave olarak üyelik olmama derecesi dizisini de kullanarak Rajarajeswari ve Uma [24, 25, 26] tarafından değişik bazı problemleri modellemek için çok değerli sezgisel bulanık kümeleri tanımladı. Son olarakta, Smarandache [35] tarafından ileri sürülen neutrosophic küme teorisinin modelleyemediği bazı durumlar için de üyelik derecesi ve üyelik olmama derecesi dizisine ilave olarak kararsızlık derecesi dizisini de kullanarak Ye ve Ye [47, 48, 49] tarafından çok değerli neutrosophic kümeler ileri sürüldü.
Bu teoriler zamanla çeşitli alanlara uygulandı. Örneğin; çok değerli bulanık kümeler üzerine Sebastian ve Ramakrishnan [30] , çok değerli sezgisel bulanık kümeler üzerine Rajarajeswari ve Uma [24, 25, 26] , çok değerli neutrosophic kümeler üzerine Chatterjee ve ark. [12], Broumi ve ark [3, 4, 5, 6, 7], Ye ve Ye [47, 48, 49], gibi çalışmalar bunların bazılarıdır. Ayrıca, Ye [51], basitleştirilmiş neutrosophic kümeler için yazılan Dice ve Genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümünü farklı bir şekilde ortaya koymuştur. Aynı yazar Dice benzerlik ölçümünün ve yansıma ölçümünün bazı

parametreler altında özel bir durumu olduğunu göstererek bu benzerlik ölçümleri için yeni bir karar verme metodu geliştirdi.

Bu tez çalışmasında ilk olarak bulanık kümeler, çok değerli bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, çok değerli sezgisel bulanık kümeler, neutrosophic kümeler ve çok değerli neutrosophic kümeler ayrıntılı olarak tanıtılacak. Daha sonra bulanık kümeler, çok değerli bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, çok değerli sezgisel bulanık kümeler, neutrosophic kümeler ve çok değerli neutrosophic kümeler üzerine yapılan bazı benzerlik ölçümleri incelenerek çok değerli neutrosophic kümeler üzerine yeni benzerlik ölçümleri tanımlanacak. Son olarak tanımlanan bu yeni benzerlik ölçümünün kullanılabilirliğini göstermek için güncel hayattan bazı uygulamalar üzerinde duruldu.

Bulanık kümeler ve uygulamaları ile ilgili Zadeh [56], Atanassov [1], Chatterjee ve ark. [12], Liu ve ark. [17, 20], sezgisel bulanık kümeler ile ilgili Atanassov [2], , Li ve ark. [17, 20], Ban [11], neutrosophic kümelerle ilgili Smarandache [35], Broumi ve Smarandache [4, 5], Broumi ve Smarandache [6, 8, 9], Ye ve Ye [47, 48, 49], Smarandache ve ark. [36, 37], çok değerli bulanık kümeler Sebastian ve Ramakrishnan [30], Ejegwa ve Awolola [15], çok değerli sezgisel bulanık kümeler Shinoj ve John [34], Ejegwa ve Awolola [15], Rajarajeswari ve Uma [24, 25, 26, 27], çok değerli neutrosophic kümeler üzerine Chatterjee ve ark. [12], Broumi ve ark [5, 6, 7], Ye ve Ye [51, 52, 53] gibi çalışmalar yapılmıştır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde çalışmamızda kullanacağımız bulanık küme, çok değerli bulanık küme, sezgisel bulanık küme, çok değerli sezgisel bulanık küme, neutrosophic küme ve çok değerli neutrosophic küme ile ilgili bazı tanım ve işlemleri ayrıntıları ile verildi.

2.1. Bulanık Kümeler

Tanım 2.1 [56] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\forall x \in E, 0 \leq \mu_K(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_K: E \to [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme (BK);

$$K = \{\langle x, \mu_K(x)\rangle : x \in E\}$$

kümesi ile verilir.

Burada $\mu_K(x)$, $x \in E$ nin K kümesine ait olma derecesidir.

Tanım 2.2 [56] E evrensel kümesi üzerinde K_1 ve K_2 bulanık kümelerinin üyelik fonksiyonları sırasıyla μ_{K_1} ve μ_{K_2} olsun.

1. $\forall x \in E$ için; K_1 ile K_2 nin $K_1 \subseteq K_2$ ile gösterilen kapsama işlemi ve $K_1 = K_2$ ile gösterilen eşitliği;

$$K_1 \subseteq K_2 \Leftrightarrow \mu_{K_1}(x) \leq \mu_{K_2}(x)$$

$$K_1 = K_2 \Leftrightarrow K_1 \subseteq K_2 \text{ ve } K_2 \subseteq K_1$$

şeklinde tanımlanır.

2. $\forall x \in E$ için; $\mu_{K_1 \cup K_2}(x) = max\{\mu_{K_1}(x), \mu_{K_2}(x)\}$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1 \cup K_2$ ile gösterilen birleşimi;

$$K_1 \cup K_2 = \{\langle x, \mu_{K_1 \cup K_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

3. $\forall x \in E$ için; $\mu_{K_1 \cap K_2}(x) = min\{\mu_{K_1}(x), \mu_{K_2}(x)\}$ olmak üzere K_1ile K_2 nin $K_1 \cap K_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$K_1 \cap K_2 = \{\langle x, \mu_{K_1 \cap K_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. $\forall x \in E$ için; $\mu_{K^c}(x) = 1 - \mu_K(x)$ olmak üzere K nın K^c ile gösterilentümleyeni;

$$K^c = \{\langle x, \mu_{K^c}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

5. $\forall x \in E$ için; $\mu_{K_1+K_2}(x) = \mu_{K_1}(x) + \mu_{K_2}(x) - \mu_{K_1}(x).\mu_{K_2}(x)$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1 + K_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$K_1 + K_2 = \{\langle x, \mu_{K_1+K_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. $\forall x \in E$ için; $\mu_{K_1.K_2}(x) = \mu_{K_1}(x).\mu_{K_2}(x)$ olmak üzere K_1 ile K_2 nin $K_1.K_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$K_1.K_2 = \{\langle x, \mu_{K_1.K_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.2. Çok Değerli Bulanık Kümeler

Tanım 2.3 [30] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\mu_M^1(x), \mu_M^2(x), \ldots, \mu_M^P(x) : E \to [0,1]$ olmak üzere;

$$M = \{\langle x, (\mu_M^1(x), \mu_M^2(x), \ldots, \mu_M^P(x))\rangle : x \in E\}$$

kümesine çok değerli bulanık küme (ÇDBK) denir.

Tanım 2.4 [30] $M_1 = \left\{\langle x, \left(\mu_{M_1}^1(x), \mu_{M_1}^2(x), \ldots, \mu_{M_1}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$ ve $M_2 = \left\{\langle x, \left(\mu_{M_2}^1(x), \mu_{M_2}^2(x), \ldots, \mu_{M_2}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$ kümeleri E üzerinde çok değerli bulanık kümeler olsun. Daha sonra bu çok değerli bulanık kümeler üzerine işlemler aşağıdaki gibi tanımlanır;

1. $\forall x \in E$ için; M_1 ile M_2 nin $M_1 \dot{\subseteq} M_2$ ile gösterilen kapsama işlemi ve $M_1 \doteq M_2$ ile gösterilen eşitlik;

$$M_1 \dot{\subseteq} M_2 \Leftrightarrow \mu_{M_1}^i(x) \leq \mu_{M_2}^i(x) \; ; i = 1, \ldots, P$$

$$M_1 \doteq M_2 \Leftrightarrow M_1 \dot{\subseteq} M_2 \text{ ve } M_2 \dot{\subseteq} M_1$$

2. $\forall x \in E$ için; $\mu_{M_1^{\dot{c}}}^i(x) = 1 - \mu_{M_1^{\dot{c}}}^i(x)$ olmak üzere M_1 in ${M_1}^{\dot{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$${M_1}^{\dot{c}} = \left\{\langle x, \left(1 - \mu_{M_1}^1(x), 1 - \mu_{M_1}^2(x), \ldots, 1 - \mu_{M_1}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

3. $\forall x \in E$ için; $\mu_{M_1 \dot{\cup} M_2}^i(x) = max\{\mu_{M_1}^i(x), \mu_{M_2}^i(x)\}$ olmak üzere M_1 ile M_2 nin

K_1 Ù K_2 ile gösterilen birleşimi;

$$M_1 \text{ Ù } M_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{M_1 \text{Ù} M_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. $\forall x \in E$ için; $\mu^i_{M_1 \dot{\cap} M_2}(x) = min\left\{\mu^i_{M_1}(x), \mu^i_{M_2}(x)\right\}$ olmak üzere M_1 ile M_2 nin $M_1 \dot{\cap} M_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$M_1 \dot{\cap} M_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{M_1 \cap M_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

5. $\forall x \in E$ için; $\mu^i_{M_1 \dot{+} M_2}(x) = \mu^i_{M_1}(x) + \mu^i_{M_2}(x) - \mu^i_{M_1}(x).\mu^i_{M_2}(x)$ olmak üzere M_1 ile M_2 nin $M_1 \dot{+} M_2$ ile gösterilen toplama işlemi

$$M_1 \dot{+} M_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{M_1 + M_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. $\forall x \in E$ için; $\mu^i_{M_1 \dot{.} M_2}(x) = \mu^i_{M_1}(x).\mu^i_{M_2}(x)$ olmak üzere M_1 ile M_2 nin $M_1 \dot{.} M_2$ ile gösterilen çarpma işlemi

$$M_1 \dot{.} M_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{M_1 . M_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.3. Sezgisel Bulanık Kümeler

Tanım 2.5 [1] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\forall x \in E, 0 \leq \mu_L(x) + \nu_L(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_L : E \to [0,1]$ ve $\nu_L : E \to [0,1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme (SBK)

$$L = \{\langle x, \mu_L(x), \nu_L(x)\rangle : x \in E\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_L(x)$ ve $\nu_L(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin üyelik olma ve üyelik olmama derecesidir. Ayrıca π_L ile gösterilen belirsizlik derecesi $\pi_L(x) = 1 - \mu_L(x) - \vartheta_L(x)$ şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.6 [20] $L = \{\langle x, \mu_L(x), \nu_L(x)\rangle : x \in E\}$, $L_1 = \left\{\langle x, \mu_{L_1}(x), \nu_{L_1}(x)\rangle : x \in E\right\}$ ve $L_2 = \left\{\langle x, \mu_{L_2}(x), \nu_{L_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$ kümeleri E üzerinde üç sezgisel bulanık küme ve $\lambda > 0$ olsun. Daha sonra bu iki sezgisel bulanık küme üzerine işlemler aşağıdaki gibi tanımlanır;

1. L_2 nin L_1 yı kapsaması $L_1 \acute{\subseteq} L_2$ ile gösterilir ve

$$\forall x \in X \text{ için } L_1 \acute{\subseteq} L_2 \text{ ise, } \mu_{L_1}(x) \leq \mu_{L_2}(x) \text{ ve } \nu_{L_1}(x) \geq \nu_{L_2}(x)$$

şeklinde tanımlanır.

2. L_1 ile L_2 nin $L_1 \acute{=} L_2$ ile gösterilen eşitliği;

$$\forall x \in X \text{ için } L_1 \acute{=} L_2 \text{ ise, } \mu_{L_1}(x) = \mu_{L_2}(x) \text{ ve } \nu_{L_1}(x) = \nu_{L_2}(x)$$

şeklinde tanımlanır.

3. L nın $L^{\acute{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$$L^{\acute{c}} = \{\langle x, \nu_L(x), \mu_L(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. L_1 ile L_2 nin kesişimi $L_1 \acute{\cap} L_2$ ile gösterilir ve $\mu_{L_1 \acute{\cap} L_2}(x) = min\{\mu_{L_1}(x), \mu_{L_2}(x)\}$ ve $\nu_{L_1 \acute{\cap} L_2}(x) = max\{\nu_{L_1}(x), \nu_{L_2}(x)\}$ olmak üzere

$$L_1 \acute{\cap} L_2 = \{\langle x, \mu_{L_1 \acute{\cap} L_2}(x), \nu_{L_1 \acute{\cap} L_2}(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

5. L_1 ile L_2 nin birleşimi $L_1 \acute{\cup} L_2$ ile gösterilir ve $\mu_{L_1 \acute{\cup} L_2}(x) = max\{\mu_{L_1}(x), \mu_{L_2}(x)\}$ ve $\nu_{L_1 \acute{\cup} L_2}(x) = min\{\nu_{L_1}(x), \nu_{L_2}(x)\}$ olmak üzere

$$L_1 \acute{\cup} L_2 = \{\langle x, \mu_{L_1 \acute{\cup} L_2}(x), \nu_{L_1 \acute{\cup} L_2}(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. L_1 ile L_2 nin toplaması $L_1 \acute{+} L_2$ ile gösterilir ve

$$L_1 \acute{+} L_2 = \{\langle x, \mu_{L_1}(x) + \mu_{L_2}(x) - \mu_{L_1}(x).\mu_{L_2}(x), \nu_{L_1}(x).\nu_{L_2}(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

7. L_1 ile L_2 nin çarpımı $L_1 \acute{.} L_2$ ile gösterilir ve

$$L_1 \acute{.} L_2 = \{\langle x, \mu_{L_1}(x).\mu_{L_2}(x), \nu_{L_1}(x) + \nu_{L_2}(x) - \nu_{L_1}(x).\nu_{L_2}(x)\rangle : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

8. L ile λ gibi bir skalerle çarpımı λL ile gösterilir ve

$$\lambda \acute{.} L = \left\{\langle x, 1 - \left(1 - \mu_L(x)\right)^{\lambda}, \left(\nu_L(x)\right)^{\lambda}\rangle : x \in X\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

9. L nın λ kuvveti L^{λ} ile gösterilir ve

$$L^{\lambda} = \left\{\langle x, \left(\mu_L(x)\right)^{\lambda}, 1 - \left(1 - \nu_L(x)\right)^{\lambda}\rangle : x \in X\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.3.1. Sezgisel bulanık kümeler için uzaklık ölçümleri

Bu bölümde, sezgisel bulanık kümede yaygın olarak kullanılan Hamming uzaklık ölçümü, Hausdroff uzaklık ölçümü, Geometrik uzaklık ölçümü, normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü gibi bazı uzaklık ölçümleri verildi.

Tanım 2.7 [16] $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_j\}$ $(j = 1,2,\ldots,n)$ evrensel kümesi ve bu küme üzerinde tanımlı L_1, L_2 ve L_3 üç sezgisel bulanık küme olmak üzere;

i. $d(L_1, L_2) \in [0,1]$
ii. $d(L_1, L_2) = 1 \Leftrightarrow L_1 = L_2$
iii. $d(L_1, L_2) = d(L_2, L_1)$
iv. Eğer $L_1 \subseteq L_2 \subseteq L_3 \in X$ ise $d(L_1, L_2) \leq d(L_1, L_3)$, $d(L_2, L_3) \leq d(L_1, L_3)$

özelliklerini sağlayan $d: X \times X \to [0,1]$ fonksiyonuna L_1 ve L_2 arasındaki uzaklık fonksiyonu denir.

Tanım 2.8 Sezgisel bulanık kümelerde yaygın olarak tanımlanan uzaklık ölçümleri L_1 ve L_2 sezgisel bulanık kümeleri için $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_j\}$ $(j = 1,2,\ldots,n)$ ve olmak üzere;

1. [41] L_1 ve L_2 arasındaki Hamming uzaklık ölçümü $h_d(L_1, L_2)$ şeklinde gösterilir;

$$h_d(L_1, L_2) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right| + \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right|\right)$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $h_d(L_1, L_2)$ ile gösterilen Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d(L_1, L_2) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right| + \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right| + \left|\pi_{L_1}(x_j) - \pi_{L_2}(x_j)\right|\right)$$

şeklinde verilir.

2. [41] L_1 ve L_2 arasındaki Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü $h_d^*(L_1, L_2)$ şeklinde gösterilir.

$$h_d^*(L_1, L_2) = \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right| + \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right|\right)$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $h_D^*(L_1, L_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d^*(L_1, L_2) = \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right| + \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right| + \left|\pi_{L_1}(x_j) - \pi_{L_2}(x_j)\right|\right)$$

şeklinde verilir.

3. [16] L_1 ve L_2 arasındaki $d_h(L_1, L_2)$ şeklinde gösterilen Hausdroff uzak ölçümü;

$$d_h(L_1, L_2) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} max\left\{\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right|, \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right|\right\}$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $d_h(L_1, L_2)$ ile gösterilen Hausdroff uzaklık ölçümü;

$$d_h(L_1, L_2) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n} max\left\{\left|\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right|, \left|\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right|, \left|\pi_{L_1}(x_j) - \pi_{L_2}(x_j)\right|\right\}$$

şeklinde verilir.

4. [42] L_1 ve L_2 arasındaki Geometrik uzaklık ölçümü $d_g(L_1, L_2)$ şeklinde gösterilir;

$$d_g(L_1, L_2) = \sqrt{\left(\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right)^2 + \left(\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right)^2}$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $d_g(L_1, L_2)$ ile gösterilen Geometrik uzaklık ölçümü;

$$d_g(L_1, L_2) = \sqrt{\left(\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right)^2 + \left(\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right)^2 + \left(\pi_{L_1}(x_j) - \pi_{L_2}(x_j)\right)^2}$$

şeklinde verilir.

Burada $\pi_{L_1}(x_j) = 1 - \mu_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_1}(x_j)$ ve $\pi_{L_2}(x_j) = 1 - \mu_{L_2}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)$ olarak tanımlanır.

2.3.2. Sezgisel bulanık kümeler için benzerlik ölçümleri

Bu bölümde, sezgisel bulanık kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming benzerlik ölçümü, Hausdroff benzerlik ölçümü, Geometrik benzerlik ölçümü, Normalleştirilmiş Hamming benzerlik ölçümü, sezgisel bulanık kümeler için Zhang ve Fu'nun benzerlik ölçümü gibi bazı benzerlik ölçümleri verildi.

Tanım 2.9 [24] $S: X \times X \to [0,1]$ olsun. L_1 ve L_2 arasındaki benzerlik ölçümü $S(L_1, L_2)$ şeklinde gösterilir ve $L_1, L_2, L_3 \epsilon X$ ve X sezgisel bulanık küme olmak üzere $S(L_1, L_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $S(L_1, L_2) \in [0,1]$
ii. $S(L_1, L_2) = 1 \Leftrightarrow L_1 = L_2$
iii. $S(L_1, L_2) = S(L_2, L_1)$
iv. Eğer $L_1 \subseteq L_2 \subseteq L_3 \in X$ ise $S(L_1, L_3) \leq S(L_1, L_2)$ ve $S(L_1, L_3) \leq S(L_2, L_3)$

Sezgisel bulanık kümeler üzerine benzerlik ölçümleri son yıllarda geliştirilmiştir. Bunlardan dikkat çekenleri aşağıda verilmiştir.

1. [45] L_1 ve L_2 arasındaki $S_{HD}(L_1, L_2)$ ile gösterilen Hamming benzerlik ölçümü

$$S_{HD}(L_1, L_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\left(\sum_{j=1}^{n} \left(\mu_{L_1}(x_j) - \mu_{L_2}(x_j)\right)^2 + \left(\vartheta_{L_1}(x_j) - \vartheta_{L_2}(x_j)\right)^2\right)}$$

şeklinde verilir.

2. [16] L_1 ve L_2 arasındaki $S_{HY}^1(L_1, L_2)$, $S_{HY}^2(L_1, L_2)$, $S_{HY}^3(L_1, L_2)$ ile gösterilen Hausdroff uzaklığına göre benzerlik ölçümü;

$$S_{HY}^1(L_1, L_2) = 1 - d_h(L_1, L_2)$$

$$S_{HY}^2(L_1, L_2) = e^{-d_H(L_1, L_2)} - e^{-1} \big/ 1 - e^{-1}$$

$$S_{HY}^{3}(L_1,L_2)=\left.1-d_h(L_1,L_2)\middle/1+d_H(L_1,L_2)\right.$$

şeklinde verilir.

3. [38] L_1 ve L_2 arasındaki $S_g(L_1,L_2)$ ile gösterilen Geometrik uzaklığa bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_g(L_1,L_2)=1-d_g(L_1,L_2)$$

şeklinde verilir.

4. [43] L_1 ve L_2 arasındaki $S_{NHD}(L_1,L_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklığına bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_{NHD}(L_1,L_2)=\frac{h_d^*(L_1,L_2)}{h_d^*(L_1,{L_2}^c)}$$

şeklinde verilir.

5. [54] L_1 ve L_2 arasındaki Zhang ve Fu' nun $S_{ZF1}(L_1,L_2)$ ile gösterilen benzerlik ölçümü;

$$S_{ZF1}(L_1,L_2)=1-\frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left|\mu_{L_1}(x_j)-\mu_{L_2}(x_j)\right|+\left|\left(1-\vartheta_{L_1}(x_j)-\left(1-\vartheta_{L_2}(x_j)\right)\right)\right|\right\}$$

6. [54] L_1 ve L_2 arasındaki Zhang ve Fu'nun $S_{ZF2}(L_1,L_2)$ ile gösterilen benzerlik ölçümü;

$$S_{ZF2}(L_1,L_2)=1-\frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left|\delta_{L_1}(x_j)-\delta_{L_2}(x_j)\right|+\left|\alpha_{L_1}(x_j)-\alpha_{L_2}(x_j)\right|\right\}$$

burada

$$\delta_L(x_j)=\mu_L(x_j)+\left(1-\mu_L(x_j)-\vartheta_L(x_j)\right)\mu_L(x_j)\text{ ve}$$

$$\alpha_L(x_j)=\vartheta_L(x_j)+\left(1-\mu_L(x_j)-\vartheta_L(x_j)\right)\vartheta_L(x_j)$$

şeklinde benzerlik ölçümleri sezgisel bulanık kümeler için verilmiştir.

2.4. Çok Değerli Sezgisel Bulanık Kümeler

Tanım 1.10 [34] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. $\forall x \in E$ ve $i = 1, \dots, P$ için $0 \le \mu_N^i(x) + \vartheta_N^i(x) \le 1$ olmak üzere $\mu_N^1, \mu_N^2, \dots, \mu_N^P : E \to [0,1]$ ve $\vartheta_N^1, \vartheta_N^2, \dots, \vartheta_N^P : E \to [0,1]$ fonksiyonları ile çok değerli sezgisel bulanık küme (ÇDSBK)

$$N = \left\{\langle x, \left(\mu_N^1(x), \mu_N^2(x), \dots, \mu_N^P(x)\right), \left(\vartheta_N^1(x), \vartheta_N^2(x), \dots, \vartheta_N^P(x)\right)\rangle, x \epsilon E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $\{\mu_N^1(x) \ge \mu_N^2(x) \ge \cdots \ge, \mu_N^P(x)\}$ şartı ile $\{\mu_N^1(x), \mu_N^2(x), \dots, \mu_N^P(x)\}$'e üyelik dizisi ve $\{\vartheta_N^1(x), \vartheta_N^2(x), \dots, \vartheta_N^P(x)\}$ üyelik olmama dizisi denir.

Tanım 2.11 [34] $N_1 = \left\{\langle x, \left(\mu_{N_1}^1(x), \mu_{N_1}^2(x), \dots, \mu_{N_1}^P(x)\right), \left(\vartheta_{N_1}^1(x), \vartheta_{N_1}^2(x), \dots, \vartheta_{N_1}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$ ve $N_2 = \left\{\langle x, \left(\mu_{N_2}^1(x), \mu_{N_2}^2(x), \dots, \mu_{N_2}^P(x)\right), \left(\vartheta_{N_2}^1(x), \vartheta_{N_2}^2(x), \dots, \vartheta_{N_2}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$ kümeleri E üzerinde çok değerli sezgisel bulanık kümeler olsun. Daha sonra bu çok değerli sezgisel bulanık kümeler üzerine işlemler aşağıdaki gibi tanımlanır;

1. N_1 ile N_2 nin $N_1 \breve{\subseteq} N_2$ ile gösterilen kapsama işlemi ve $N_1 \breve{=} N_2$ ile gösterilen eşitliği;

$$N_1 \breve{\subseteq} N_2 \Leftrightarrow \mu_{N_1}^i(x) \le \mu_{N_2}^i(x) \text{ ve } \vartheta_{N_1}^i(x) \le \vartheta_{N_2}^i(x);\ i = 1, \dots, P$$

$$N_1 \breve{=} N_2 \Leftrightarrow N_1 \subseteq N_2 \text{ ve } N_2 \subseteq N_1$$

2. N_1'in $N_1^{\breve{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$$N_1^{\breve{c}} = \left\{\langle x, \left(\vartheta_{N_1}^1(x), \vartheta_{N_1}^2(x), \dots, \vartheta_{N_1}^P(x)\right), \left(\mu_{N_1}^1(x), \mu_{N_1}^2(x), \dots, \mu_{N_1}^P(x)\right)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

3. $\forall x \in E$ için; $\mu_{N_1 \breve{\cup} N_2}^i(x) = max\{\mu_{N_1}^i(x), \mu_{N_2}^i(x)\}$ ve $\vartheta_{N_1 \breve{\cup} N_2}^i(x) = min\{\vartheta_{N_1}^i(x), \vartheta_{N_2}^i(x)\}$ olmak üzere N_1 ile N_2 nin $N_1 \breve{\cup} N_2$ ile gösterilen birleşimi;

$$N_1 \breve{\cup} N_2 = \left\{\langle x, \mu_{N_1 \breve{\cup} N_2}^i(x), \vartheta_{N_1 \breve{\cup} N_2}^i(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. $\forall x \in E$ için; $\mu_{N_1 \breve{\cap} N_2}^i(x) = min\{\mu_{N_1}^i(x), \mu_{N_2}^i(x)\}$ ve $\vartheta_{N_1 \breve{\cap} N_2}^i(x) = max\{\vartheta_{N_1}^i(x), \vartheta_{N_2}^i(x)\}$ olmak üzere N_1 ile N_2 nin $N_1 \breve{\cap} N_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$N_1 \breve{\cap} N_2 = \left\{\langle x, \mu_{N_1 \breve{\cap} N_2}^i(x), \vartheta_{N_1 \breve{\cap} N_2}^i(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

5. $\forall x \in E$ için; $\mu^i_{N_1\check{+}N_2}(x) = \mu^i_{N_1}(x) + \mu^i_{N_2}(x) - \mu^i_{N_1}(x).\mu^i_{N_2}(x)$ ve $\vartheta^i_{N_1\check{+}N_2}(x) = \vartheta^i_{N_1}(x).\vartheta^i_{N_2}(x)$ olmak üzere N_1 ile N_2 nin $N_1\check{+}N_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$N_1\check{+}N_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{N_1\check{+}N_2}(x), \vartheta^i_{N_1\check{+}N_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. $\forall x \in E$ için; $\mu^i_{N_1\check{\cdot}N_2}(x) = \mu^i_{N_1}(x).\mu^i_{N_2}(x)$ ve $\vartheta^i_{N_1\check{+}N_2}(x) = \vartheta^i_{N_1}(x) + \vartheta^i_{N_2}(x) - \vartheta^i_{N_1}(x).\vartheta^i_{N_2}(x)$ olmak üzere N_1 ile N_2 nin $N_1\check{\cdot}N_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$N_1\check{\cdot}N_2 = \left\{\langle x, \mu^i_{N_1\check{\cdot}N_2}(x), \vartheta^i_{N_1\check{\cdot}N_2}(x)\rangle : x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

2.4.1. Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için uzaklık ölçümleri

Bu bölümde, çok değerli sezgisel bulanık kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming uzaklık ölçümü, Hausdroff uzaklık ölçümü, Geometrik uzaklık ölçümü, normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü gibi bazı uzaklık ölçümleri verildi.

Tanım 2.12 [34] $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ $(j = 1,2,\dots,n)$ evrensel kümesi ve bu küme üzerinde tanımlı N_1 ve N_2 iki çok değerli sezgisel bulanık kümeler olmak üzere;

i. $d(N_1, N_2) \in [0,1]$
ii. $d(N_1, N_2) = 1 \Leftrightarrow N_1 = N_2$
iii. $d(N_1, N_2) = d(N_2, N_1)$
iv. Eğer $N_1 \subseteq N_2 \subseteq N_3 \in X$ ise $d(N_1, N_3) \leq d(N_1, N_2)$, $d(N_1, N_3) \leq d(N_2, N_3)$

Özelliklerini sağlayan $d: X \times X \to [0,1]$ fonksiyonuna N_1 ve N_2 arasında uzaklık fonksiyonu denir.

Tanım 2.13 [34] N_1 ve N_2 kümeleri iki çok değerli sezgisel bulanık kümeler olsun. Bu kümeler için $d(N_1, N_2)$ ile gösterilen uzaklık fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$d(N_1, N_2) = \frac{1}{2}\sqrt{\sum_{i=1}^{P}\left(\left(\mu^i_{N_1}(x) - \mu^i_{N_2}(x)\right)\right)^2 + \left(\left(\vartheta^i_{N_1}(x) - \vartheta^i_{N_2}(x)\right)\right)^2 + \left(\left(\pi^i_{N_1}(x) - \pi^i_{N_2}(x)\right)\right)^2}$$

Burada π_N^i belirsizlik derecesi $\pi_N^i = 1 - \mu_N^i(x) - \vartheta_N^i(x)$ olarak tanımlanır.

Tanım 2.14 Çok değerli sezgisel bulanık kümelerde yaygın olarak tanımlanan uzaklık ölçümleri N_1 ve N_2 kümeleri için $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ $(j = 1,2, \ldots, n)$ olmak üzere;

1. [25] N_1 ve N_2 arasında $d_h(N_1, N_2)$ ile gösterilen Hausdroff uzaklık ölçümü;

$$d_h(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} max\{|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)|, |\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^j(x_j)|\}\right\}$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $d_h(N_1, N_2)$ ile gösterilen Hausdroff uzaklık ölçümü;

$$d_h(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} max\{|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)|, |\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^i(x_j)|, |\pi_{N_1}^i(x_j) - \pi_{N_2}^i(x_j)|\}\right\}$$

şeklinde verilir.

2. [25] N_1 ve N_2 arasında $d_g(N_1, N_2)$ ile gösterilen Geometrik uzaklık ölçümü;

$$d_g(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\left(\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^i(x_j)\right)^2}\right\}$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $d_g(N_1, N_2)$ ile gösterilen Geometrik uzaklık ölçümü;

$$d_g(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\left(\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(\pi_{N_1}^i(x_j) - \pi_{N_2}^i(x_j)\right)^2}\right\}$$

şeklinde verilir.

3. [24] N_1 ve N_2 arasında $h_d^*(N_1, N_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d^*(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left(|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)| + |\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^i(x_j)|\right)\right\}$$

Burada, belirsizlik derecesi dikkate alındığında $h_d^*(N_1, N_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d^*(N_1, N_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n}\left(\left|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)\right| + \left|\vartheta_{N_1}^i(x_j) - \vartheta_{N_2}^i(x_j)\right| + \left|\pi_{N_1}^i(x_j) - \pi_{N_2}^i(x_j)\right|\right)\right\}$$

şeklinde verilir.

Burada $\pi_N^i(x_j)$ belirsizlik derecesi $\pi_N^i(x_j) = 1 - \mu_N^i(x_j) - \vartheta_N^i(x_j)$ olarak tanımlanır.

2.4.2. Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için benzerlik ölçümleri

Bu bölümde, çok değerli sezgisel bulanık kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming benzerlik ölçümü, Hausdroff benzerlik ölçümü, Geometrik benzerlik ölçümü, normalleştirilmiş Hamming benzerlik ölçümü, Zhang ve Fu' nun S_{ZF1}ve S_{ZF2} ile gösterilen bazı benzerlik ölçümleri verildi.

Tanım 2.15 [24-25] $S: E \times E \to [0,1]$ olsun. N_1 ve N_2 arasındaki benzerlik ölçümü $S(N_1, N_2)$ şeklinde gösterilir ve $N_1, N_2, N_3 \epsilon E$ çok değerli sezgisel bulanık kümeler olmak üzere $S(N_1, N_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $S(N_1, N_2) \in [0,1]$
ii. $S(N_1, N_2) = 1 \Leftrightarrow N_1 = N_2$
iii. $S(N_1, N_2) = S(N_2, N_1)$
iv. Eğer $N_1 \subseteq N_2 \subseteq N_3 \in E$ ise $S(N_1, N_3) \leq S(N_1, N_2)$ ve $S(N_1, N_3) \leq S(N_2, N_3)$

Çok değerli sezgisel bulanık kümeler için tanımlanan bazı benzerlik ölçümleri son yıllarda geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

1. [24] Hausdroff uzaklığına göre benzerlik ölçümü $S_{HY}^1(N_1, N_2)$, $S_{HY}^2(N_1, N_2)$, $S_{HY}^3(N_1, N_2)$ ile gösterilir ve;

$$S_{HY}^1(N_1, N_2) = 1 - d_h(N_1, N_2)$$

$$S_{HY}^2(N_1, N_2) = e^{-d_H(N_1,N_2)} - e^{-1} \big/ 1 - e^{-1}$$

$$S_{HY}^3(N_1, N_2) = 1 - d_h(N_1, N_2) \big/ 1 + d_H(N_1, N_2)$$

şeklinde tanımlanır.

2. [24] Geometrik uzaklığa bağlı benzerlik ölçümü $S_g(N_1, N_2)$ ile gösterilir ve;

$$S_g(N_1, N_2) = 1 - d_g(N_1, N_2)$$

şeklinde tanımlanır.

3. [24] Normalleştirilmiş Hamming uzaklığına bağlı benzerlik ölçümü $S^*_{NHD}(N_1, N_2)$ ile gösterilir ve;

$$S_{NHD}(N_1, N_2) = \frac{d_h^*(N_1, N_2)}{d_h^*(N_1, {N_2}^c)}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada N^c kümesi N nin tümleyenidir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$ {N_2}^c = \left\{ \langle x, \left(\vartheta^1_{N_2}(x_j), \vartheta^2_{N_2}(x_j), \dots, \vartheta^P_{N_2}(x_j) \right), \left(\mu^1_{N_2}(x_j), \mu^2_{N_2}(x_j), \dots, \mu^P_{N_2}(x_j) \right) \rangle \, x \in X \right\}, $$

Burada $\vartheta^1_{N_2}(x_j) \geq \vartheta^2_{N_2}(x_j) \geq \dots \geq \vartheta^P_{N_2}(x_j)$.

Tanım 2.16 [27] N_1 ve N_2, X çok değerli sezgisel bulanık kümenin iki alt kümesi olmak üzere. Sonra,

1. N_1 ve N_2 arasındaki benzerlik ölçümü $S_{ZF1}(N_1, N_2)$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$S_{ZF1}(N_1, N_2) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \left[1 - \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n} \left\{ \left| \mu^i_{N_1}(x_j) - \mu^i_{N_2}(x_j) \right| + \left| \left(1 - \vartheta^i_{N_1}(x_j) - \left(1 - \vartheta^i_{N_2}(x_j) \right) \right) \right| \right\} \right]$$

2. N_1 ve N_2 arasındaki benzerlik ölçümü $S_{ZF2}(N_1, N_2)$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$S_{ZF2}(N_1, N_2) = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{P} \left[1 - \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^{n} \left\{ \left| \delta^i_{N_1}(x_j) - \delta^i_{N_2}(x_j) \right| + \left| \alpha^i_{N_1}(x_j) - \alpha^i_{N_2}(x_j) \right| \right\} \right]$$

burada

$$\delta^i_N(x_j) = \mu^i_N(x_j) + \left(1 - \mu^i_N(x_j) - \vartheta^i_N(x_j) \right) \mu^i_N(x_j) \text{ ve}$$

$$\alpha^i_N(x_j) = \vartheta^i_N(x_j) + \left(1 - \mu^i_N(x_j) - \vartheta^i_N(x_j) \right) \vartheta^i_N(x_j)$$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 2.1 $X = \{A_1, A_2, \dots, A_j\}$ $(j = 1,2, \dots ,10)$ evrensel küme olsun. $A = \{A_1, A_{10}\}$ ve $B = \{A_1, A_{10}\}$ kümeleri X in iki alt kümesi olmak üzere; bu kümeler üzerine sırasıyla N_1 ve N_2 çok değerli sezgisel bulanık kümeleri aşağıdaki gibi verilsin.

$N_1 = \{\langle A_1, (0.1{,}0.2), (0.3{,}0.4)\rangle, \langle A_{10}, (0.2{,}0.3), (0.5{,}0.1)\rangle\}$ ve $N_2 = \{\langle A_1, (0.1{,}0.2), (0.3{,}0.4)\rangle, \langle A_{10}, (0.2{,}0.3), (0.5{,}0.1)\rangle\}$ çok değerli sezgisel bulanık kümeleri için S_{ZF2} benzerlik ölçümü;

$$S_{ZF2}(N_1, N_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1 - \frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|\delta_{N_1}^i(x_j) - \delta_{N_2}^i(x_j)\right| + \left|\alpha_{N_1}^i(x_j) - \alpha_{N_2}^i(x_j)\right| + \left|\beta_{N_1}^i(x_j) - \beta_{N_2}^i(x_j)\right|\right\}\right] = 1$$

şeklinde hesaplanır. Burada N_1 ve N_2 kümeleri aynı olduğu için benzerlik ölçümü 1 çıktı.

Örnek 2.2 $X = \{A_1, A_2, \dots, A_j\}$ $(j = 1,2, \dots ,10)$ evrensel küme olsun. $A = \{A_1, A_2\}$, $B = \{A_9, A_{10}\}$ ve $C = \{A_4, A_7\}$ kümeleri X in üç alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerine sırasıyla N_1, N_2 ve N_3 çok değerli sezgisel bulanık kümeleri aşağıdaki gibi verilsin.

$N_1 = \{\langle A_1, (0.4{,}0.7), (0.3{,}0.4)\rangle, \langle A_2, (0.5{,}0.2)(0.6{,}0.3)\rangle\}$,

$N_2 = \{\langle A_9, (0.7{,}0.3), (0.4{,}0.4)\rangle, \langle A_{10}, (0.2{,}0.3), (0.6{,}0.7)\rangle\}$ ve

$N_3 = \{\langle A_4, (0.3{,}0.5), (0.2{,}0.7)\rangle, \langle A_7, (0.4{,}0.6), (0.7{,}0.8)\rangle\}$

S_{ZF1} benzerlik ölçümünü N_1 ve N_2 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF1}(N_1, N_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1 - \frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_2}^i(x_j)\right| + \left|\left(1 - \vartheta_{N_1}^i(x_j)\right) - \left(1 - \vartheta_{N_2}^i(x_j)\right)\right|\right\}\right] = 0.915$$

şeklinde hesaplanır.

S_{ZF1} benzerlik ölçümünü N_1 ve N_3 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF1}(N_1, N_3) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1 - \frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|\mu_{N_1}^i(x_j) - \mu_{N_3}^i(x_j)\right| + \left|\left(1 - \vartheta_{N_1}^i(x_j)\right) - \left(1 - \vartheta_{N_3}^i(x_j)\right)\right|\right\}\right] = 0.915$$

şeklinde hesaplanır. Burada birinci benzerlik ölçümünü kullanarak (N_1, N_2) veya (N_1, N_3) 'nin daha fazla benzer olup olmadığını ayırt edemeyiz.

Daha sonra S_{ZF2} benzerlik ölçümü N_1 ve N_2 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF2}(N_1,N_2)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1-\frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta_{N_1}^i(x_j)-\delta_{N_2}^i(x_j)|+|\alpha_{N_1}^i(x_j)-\alpha_{N_2}^i(x_j)|\}\right]$$
$$=0.9415$$

şeklinde hesaplanır.

S_{ZF2} benzerlik ölçümü N_1 ve N_3 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF2}(N_1,N_3)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1-\frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta_{N_1}^i(x_j)-\delta_{N_3}^i(x_j)|+|\alpha_{N_1}^i(x_j)-\alpha_{N_3}^i(x_j)|\}\right]$$
$$=0.9415$$

şeklinde hesaplanır. Burada;

$$\delta_N^i(x_j)=\mu_N^i(x_j)+\left(1-\mu_N^i(x_j)-\nu_N^i(x_j)\right).\mu_N^i(x_j) \text{ ve}$$
$$\alpha_N^i(x_j)=\nu_N^i(x_j)+\left(1-\mu_N^i(x_j)-\nu_N^i(x_j)\right).\nu_N^i(x_j)$$

ikinci benzerlik ölçümünden de benzerliği ayırt edemeyiz.

Ancak, üyelik, üyelik olmama ve belirsizlik derecelerinden oluşan genişletilmiş benzerlik ölçmünü kullanarak, benzerlik ölçümünü açıkça farklılaştırabiliriz.

Genişletilmiş S_{ZF2} benzerlik ölçümü N_1 ve N_2 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF2}(N_1,N_2)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1-\frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta_{N_1}^i(x_j)-\delta_{N_2}^i(x_j)|+|\alpha_{N_1}^i(x_j)-\alpha_{N_2}^i(x_j)|+|\beta_{N_1}^i(x_j)-\beta_{N_2}^i(x_j)|\}\right]=0.950$$

şeklinde hesaplanır.

Genişletilmiş S_{ZF2} benzerlik ölçümü N_1 ve N_3 kümeleri için uygularsak;

$$S_{ZF2}(N_1,N_3)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\left[1-\frac{1}{2(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta_{N_1}^i(x_j)-\delta_{N_3}^i(x_j)|+|\alpha_{N_1}^i(x_j)-\alpha_{N_3}^i(x_j)|+|\beta_{N_1}^i(x_j)-\beta_{N_3}^i(x_j)|\}\right]=0.955$$

şeklinde hesaplanır. Burada;

$$\delta_N^i(x_j)=\mu_N^i(x_j)+\left(1-\mu_N^i(x_j)-\nu_N^i(x_j)\right)\mu_N^i(x_j),$$
$$\alpha_N^i(x_j)=\nu_N^i(x_j)+\left(1-\mu_N^i(x_j)-\nu_N^i(x_j)\right)\nu_N^i(x_j) \text{ ve}$$
$$\beta_N^i(x_j)=\left(1-\delta_N^i(x_j)-\alpha_N^i(x_j)\right)$$

Zhang ve Fu'nun Genişletilmiş üç parametre ile benzerlik ölçümü, tanıma modellerini açıkça ve doğru bir şekilde ayırt eder.

2.5. Neutrosophic Kümeler

Tanım 2.17 [35] E evrensel bir küme olsun. $\forall x \in E, 0^- \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$ olmak üzere, $T_A: E \to]^-0, 1^+[$, $I_A: E \to]^-0, 1^+[$ ve $F_A: E \to]^-0, 1^+[$ fonksiyonları ile E üzerinde bir A neutrosophic küme;

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in E\}$$

İle tanımlanır. Burada $T_A(x), I_A(x)$ve $F_A(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir. Ayrıca $^-0 = 0 + \varepsilon$ ve $1^+ = 1 + \varepsilon$ olarak alınmıştır.

Tanım 2.18 [55] E evrensel bir küme olsun. $\forall x \in E, 0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$ olmak üzere, $T_A: E \to [0,1]$, $I_A: E \to [0,1]$ ve $F_A: E \to [0,1]$ fonksiyonları ile E üzerinde bir A tek değerli neutrosophic küme

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in E\}$$

kümesi ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Not: Neutrosophic kümelerde bir eleman için eğer $T_A(x) = 0$ ve $I_A(x) = F_A(x) = 1$ ise bu eleman kümeye yazılmayacaktır ve kümenin elemanı değildir.

Tanım 2.19 [55] A_1 ve A_2 neutrosophic kümeler olmak üzere,

1. Her $x \in E$ için A_2 nin A_1 yı kapsaması $A_1 \,\hat{\subseteq}\, A_2$ ile gösterilir ve üyelik dereceleri

$$T_{A_1}(x) \leq T_{A_2}(x)$$
$$I_{A_1}(x) \leq I_{A_2}(x)$$
$$F_{A_1}(x) \geq F_{A_2}(x)$$

şeklinde tanımlanır.

2. Her $x \in E$ için $T_{A^{\hat{c}}}(x) = F_{A^{\hat{c}}}(x)$, $I_{A^{\hat{c}}}(x) = 1 - I_A(x)$ ve $F_{A^{\hat{c}}}(x) = T_A(x)$ olmak üzere A'nın $A^{\hat{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$$A^{\hat{c}} = \left\{\langle x, T_{A^{\hat{c}}}(x),\ I_{A^{\hat{c}}}(x), F_{A^{\hat{c}}}(x)\rangle, x \in E\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

3. A_1 ile A_2 nin eşitliği $A_1 \,\hat{=}\, A_2$ ile gösterilir ve

$$\forall x \in X \text{ için } A_1 \,\hat{=}\, A_2 \text{ ise, } A_1 \subseteq A_2 \text{ ve } A_2 \subseteq A_1$$

şeklinde tanımlanır.

4. Her $x \in E$ için; $T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = max\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}$, $I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = max\{I_{A_1}(x),$ $I_{A_2}(x)\}$, $F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = min\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}$ olmak üzere A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{\cup} A_2$ ile gösterilen birleşimi;

$$A_1 \hat{\cup} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

5. Her $x \in E$ için; $T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = min\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}$, $I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = min\{I_{A_1}(x),$ $I_{A_2}(x)\}$, $F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = max\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}$ olmak üzere A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{\cap} A_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$A_1 \hat{\cap} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. Her $x \in E$ için; $T_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = T_{A_1}(x) + T_{A_2}(x) - T_{A_1}(x).T_{A_2}(x)$, $I_{A_1 \hat{+} A_2}(x) =$ $I_{A_1}(x).I_{A_2}(x)$, $F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = F_{A_1}(x).F_{A_2}(x)$ olmak üzere A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{+} A_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$A_1 \hat{+} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{+} A_2}(x), I_{A_1 \hat{+} A_2}(x), F_{A_1 \hat{+} A_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

7. Her $x \in E$ için; $T_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = T_{A_1}(x).T_{A_2}(x)$, $I_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = I_{A_1}(x) + I_{A_2}(x) -$ $I_{A_1}(x).I_{A_2}(x)$, $F_{A_1 \hat{.} A_2}(x) = F_{A_1}(x) + F_{A_2}(x) - F_{A_1}(x).F_{A_2}(x)$ olmak üzere A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{.} A_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$A_1 \hat{.} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{.} A_2}(x), I_{A_1 \hat{.} A_2}(x), F_{A_1 \hat{.} A_2}(x)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

8. A' nın λ gibi bir skalerle λA ile gösterilen çarpımı, $\lambda > 0$ için

$$\lambda A = \langle 1 - (1 - T_A)^\lambda, (I_A)^\lambda, (F_A)^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

9. A'nın λ kuvveti A^λ ile gösterilir ve $\lambda > 0$ için

$$A^\lambda = \langle (T_A)^\lambda, 1 - (1 - I_A)^\lambda, 1 - (1 - F_A)^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

2.5.1. Neutrosophic kümeler için uzaklık ölçümleri

Bu bölümde, neutrosophic kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming uzak ölçümü, Normalleştirilmiş Hamming uzak ölçümü, Öklid uzaklık ölçümü, Normalleştirilmiş Öklid uzaklık ölçümü, Hausdroff uzaklık ölçümü, Ağırlıklı Hausdroff uzaklık ölçümü gibi bazı uzaklık ölçümleri verildi.

Tanım 2.20 [59] $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ $(j = 1,2, \dots, n)$ evrensel kümesi ve bu küme üzerinde tanımlı A_1, A_2 ve A_3 üç neutrosophic kümeler olmak üzere;

i. $0 \leq d(A_1,A_2) \leq 1$
ii. $A = B$ $_\text{c}$ $d(A_1,A_2) = 0$
iii. $d(A_1,A_2) = d(A_2,A_1)$
iv. $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ sonra, $d(A_1, A_2) \leq d(A_1, A_3)$ ve $d(A_1, A_3) \leq d(A_2, A_3)$

özellikleri sağlanır.
Özelliklerini sağlayan $d_H: X \times X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonuna A_1 ve A_2 arasında uzaklık fonksiyonu denir.

Tanım 2.21 A_1 ve A_2 iki neutrosophic küme olsun. Daha sonra,
1. [59] A_1 ve A_2 arasında $h_d(A_1, A_2)$ ile gösterilen Hamming uzak ölçümü;

$$h_d(A_1, A_2) = \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n}\{|T_{A_1}(x_j) - T_{A_2}(x_j)| + |I_{A_1}(x_j) - I_{A_2}(x_j)| + |F_{A_1}(x_j) - F_{A_2}(x_j)|\}$$

şeklinde tanımlanır.
2. [59] A_1 ve A_2 arasında $h_d^* = (A_1, A_2)$ ile gösterilen normalleştirilmiş Hamming uzak ölçümü;

$$h_d^* = (A_1, A_2) = \frac{1}{3n}\sum_{j=1}^{n}\{|T_{A_1}(x_j) - T_{A_2}(x_j)| + |I_{A_1}(x_j) - I_{A_2}(x_j)| + |F_{A_1}(x_j) - F_{A_2}(x_j)|\}$$

şeklinde tanımlanır.
3. [60] A_1 ve A_2 arasında $d_E(A_1, A_2)$ ile gösterilen Öklid uzaklık ölçümü;

$d_E(A_1, A_2)$

$$= \frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\left(T_{A_1}(x_j) - T_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j) - I_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j) - F_{A_2}(x_j)\right)^2}$$

şeklinde tanımlanır.

4. [60] A_1 ve A_2 arasında $d_E^*(A_1, A_2)$ ile gösterilen normalleştrilmiş Öklid uzaklık ölçümü;

$d_E^*(A_1, A_2) =$

$$\frac{1}{3n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\left(T_{A_1}(x_j) - T_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j) - I_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j) - F_{A_2}(x_j)\right)^2}$$

şeklinde tanımlanır.

5. [9] A_1 ve A_2 arasında $d_h = (A_1, A_2)$ ile gösterilen Hausdroff uzaklık ölçümü;

$$d_h = (A_1, A_2) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} max\{|T_{A_1}(x_j) - T_{A_2}(x_j)|, |I_{A_1}(x_j) - I_{A_2}(x_j)|, |F_{A_1}(x_j) - F_{A_2}(x_j)|\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. [9] Bazı durumlarda $x_j \in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j = (w_1, w_2, \ldots, w_j)^T$ $(j = 1,2, \ldots, n)$, burada $w_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak A_1 ve A_2 arasında $d_{Hw}(A_1, A_2)$ ile gösterilen ağırlıklı Hausdroff uzak ölçümü;

$$d_{hw}(A_1, A_2) = \sum_{j=1}^{n} w_j \, d_H\left(A_1(x_j), A_2(x_j)\right)$$

şeklinde tanımlanır.

2.5.2. Neutrosophic kümeler için benzerlik ölçümü

Bu bölümde tek değerli neutrosophic kümeler için tanımlanan Dice benzerlik ölçümü, ağırlıklı Dice benzerlik ölçümleri, Dice benzerlik ölçümlerinin farklı bir formu, genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü ve bu benzerlik ölçümleri ile ilgili bazı örnekler verildi.

Tanım 2.22 [46] $S: E \times E \rightarrow [0,1]$ olsun. A_1 ve A_2 arasındaki benzerlik ölçümü $S(A_1, A_2)$ şeklinde gösterilir ve $A_1, A_2, A_3 \in E$ neutrosophic kümeler olmak üzere $S(A_1, A_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $0 \leq S(A_1, A_2) \leq 1$
ii. $S(A_1, A_2) = 1 \Leftrightarrow A_1 = A_2$
iii. $S(A_1, A_2) = S(A_2, A_1)$
iv. Eğer $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \in E$ ise $S(A_1, A_3) \leq S(A_1, A_2)$ ve $S(A_1, A_3) \leq S(A_2, A_3)$

Tanım 2.23 [46] $X = \{x_1, x_2, \dots, x_j\}$ $(j = 1,2, \dots, n)$ bir evrensel küme olsun. $A_1 = \{\langle x_j, T_{A_1}(x_j), I_{A_1}(x_j), F_{A_1}(x_j)\rangle | x_j \in X, (j = 1,2, \dots, n)\}$ ve $A_2 = \{\langle x_j, T_{A_2}(x_j), I_{A_2}(x_j), F_{A_2}(x_j)\rangle | x_j \in X, (j = 1,2, \dots, n)\}$ kümeleri X üzerinde tek değerli neutrosophic iki küme olsun. Daha sonra A_1 ve A_2 arasında $S_{D1}(A_1, A_2)$ ile gösterilen Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D1}(A_1, A_2) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{2\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right) + \left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (1)$$

ile tanımlanır.

Bazı durumlarda $x_j \in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j = (w_1, w_2, \dots, w_j)^T$ $(j = 1,2, \dots, n)$, burada $w_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak, böylece (1) eşitliğinin tek değerli neutrosophic küme için daha ilerisi olan $S_{D1}^{w}(A_1, A_2)$ ile gösterilen ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D1}^{w}(A_1, A_2) = \sum_{j=1}^{n} w_j \frac{2\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right) + \left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (2)$$

şeklinde yazılır.

Örnek 2.3 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ evrensel küme olsun. Daha sonra $K = \{x_1, x_3\}$ ve $L = \{x_2, x_4\}$ kümeleri X in alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerinde sırasıyla A_1 ve A_2 neutrosophic alt kümeleri aşağıdaki gibi verilsin.

$A_1 = \{\langle x_1, (0.3, 0.5, 0.1)\rangle, \langle x_3, (0.4, 0.3, 0.5)\rangle\}$ ve $A_2 = \{\langle x_2, (0.2, 0.3, 0.8)\rangle,$
$\langle x_4, (0.6, 0.5, 0.4)\rangle\}$

Bu kümeler için Dice benzerlik ölçümünü uygularsak;

$$S_{D1}(A_1, A_2) = \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{4} \frac{2(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j))}{\left((T_{A_1}(x_j))^2 + (I_{A_1}(x_j))^2 + (F_{A_1}(x_j))^2\right) + \left((T_{A_2}(x_j))^2 + (I_{A_2}(x_j))^2 + (F_{A_2}(x_j))^2\right)} = 0.8652$$

Varsayalım ki ağırlık vektörü $w = (0.3, 0.25, 0.25, 0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{4} w_j = 1$ olsun. Bu durumda;

$$S_{D1}^{w}(A_1, A_2) = \sum_{j=1}^{4} w_j \frac{2(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j))}{\left((T_{A_1}(x_j))^2 + (I_{A_1}(x_j))^2 + (F_{A_1}(x_j))^2\right) + \left((T_{A_2}(x_j))^2 + (I_{A_2}(x_j))^2 + (F_{A_2}(x_j))^2\right)} = 0.8943$$

olarak hesaplanır.

Tanım 2.24 [46] $A_1 = \{\langle x_j, T_{A_1}(x_j), I_{A_1}(x_j), F_{A_1}(x_j)\rangle | x_j \in X, (j = 1,2, \ldots, n)\}$ ve $A_2 = \{\langle x_j, T_{A_2}(x_j), I_{A_2}(x_j), F_{A_2}(x_j)\rangle | x_j \in X, (j = 1,2, \ldots, n)\}$ kümeleri $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ üzerinde tanımlı tek değerli neutrosophic iki küme olsun. A_1 ve A_2 üzerine tanımlanan tek değerli dice benzerlik ölçümünün farklı bir formu $S_{D2}(A_1, A_2)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_{D2}(A_1, A_2) = \frac{2\left(\sum_{j=1}^{n}(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j))\right)}{\sum_{j=1}^{n}\left((T_{A_1}(x_j))^2 + (I_{A_1}(x_j))^2 + (F_{A_1}(x_j))^2\right) + \sum_{j=1}^{n}\left((T_{A_2}(x_j))^2 + (I_{A_2}(x_j))^2 + (F_{A_2}(x_j))^2\right)} \quad (3)$$

Bazı durumlarda $x_j \in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j = (w_1, w_2, \ldots, w_n)^T (j = 1,2, \ldots, n)$, burada $w_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak, böylece (2) eşitliğindeki tek değerli neutrosophic kümeler için ağırlıklı Dice benzerlik ölçümünün farklı bir formu $S_{D2}^{w}(A_1, A_2)$ ile gösterilir ve;

$$S_{D2}^{w}(A_1, A_2) = \frac{2\left(\sum_{j=1}^{n} w_j^2(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j))\right)}{\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left((T_{A_1}(x_j))^2 + (I_{A_1}(x_j))^2 + (F_{A_1}(x_j))^2\right) + \sum_{j=1}^{n} w_j^2\left((T_{A_2}(x_j))^2 + (I_{A_2}(x_j))^2 + (F_{A_2}(x_j))^2\right)} \quad (4)$$

şeklinde yazılır.

Örnek 2.4 Örnek 2.3'te verilen A_1 ve A_2 neutrosophic kümeleri için $S_{D2}(A_1, A_2)$ ve $S_{D2}^{w}(A_1, A_2)$ benzerlik ölçümlerini uygularsak;

$S_{D2}(A_1, A_2) =$

$$\frac{2\left(\sum_{j=1}^{4}\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)\right)}{\sum_{j=1}^{4}\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+\sum_{j=1}^{4}\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} = 0.976$$

Ayrıca ağırlık vektörü $w = (0.3, 0.25, 0.25, 0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{4} w_j = 1$ olsun.

$S_{D2}^{w}(A_1, A_2) =$

$$\frac{2\left(\sum_{j=1}^{4} w_j^2\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)\right)}{\sum_{j=1}^{4} w_j^2\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+\sum_{j=1}^{4} w_j^2\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} = 0.986$$

olarak hesaplanır.

Tanım 2.25 [46] $A_1 = \{\langle x_j, T_{A_1}(x_j), I_{A_1}(x_j), F_{A_1}(x_j)\rangle | x_j \in X, j = 1,2,\dots,n\}$ ve $A_2 = \{\langle x_j, T_{A_2}(x_j), I_{A_2}(x_j), F_{A_2}(x_j)\rangle | x_j \in X, j = 1,2,\dots,n\}$ kümeleri $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ üzerinde tanımlım tek değerli neutrosophic iki küme olsun. A_1 ve A_2 için λ parametresine bağlı genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü $S_{D1}^{G}(A_1, A_2)$ şeklinde gösterilir ve;

$S_{D1}^{G}(A_1, A_2) =$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)}{\lambda\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+(1-\lambda)\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (5)$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca bu benzerlik ölçümünün $S_{D2}^{G}(A_1, A_2)$ ile gösterilen farklı bir formu;

$S_{D2}^{G}(A_1, A_2) =$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\lambda\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+(1-\lambda)\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (6)$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $0 \leq \lambda \leq 1$ pozitif parametredir. Daha sonra bazı özel λ parametreleri için genelleştirilmiş dice benzerlik ölçümü hesaplanır.

Eğer $\lambda = 0.5$ kabul edilirse (5) ve (6) genelleştirilmiş Dice Benzerlik ölçümü sırasıyla (1) ve (2) Dice benzerlik ölçümüne indirgenir. Eğer $\lambda = 0$ ve $\lambda = 1$ ise bu iki genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü sırasıyla aşağıdaki ölçümlere indirgenir;

$\lambda = 0$ için;

$$S_{D1}^{G}(A_1, A_2) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{T_{A_1}(x_j).T_B(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_B(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_B(x_j)}{\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)}$$

elde edilir.

$\lambda = 1$ için;

$$S_{D1}^{G}(A_1, A_2) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)}{\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)}$$

elde edilir. Ayrıca;

$\lambda = 0$ için;

$$S_{D2}^{G}(A_1, A_2) = \frac{\sum_{j=1}^{n}\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_2}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)}$$

elde edilir.

$\lambda = 1$ için;

$$S_{D2}^{G}(A_1, A_2) = \frac{\sum_{j=1}^{n}\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j) + I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j) + F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(I_{A_1}(x_j)\right)^2 + \left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)}$$

elde edilir.

Bazı reel uygulamalarda nesneler farklı ağırlık değerlerine sahip olabilir. Bu nedenle kabul edelim ki x_j $j = (1,2, \dots, n)$ elemanının ağırlık değeri w_j $j = (1,2, \dots, n)$ olmak üzere nesnelerin ağırlık vektörü ’de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ olsun. Böylece (5) ve (6) eşitliklerini ağırlık vektörü ilave ederek $S_{D1}^{Gw}(A_1, A_2)$ ve $S_{D2}^{Gw}(A_1, A_2)$ ile göserilen ağırlıklı genişletilmiş Dice benzerlik ölçümleri;

$$S_{D1}^{Gw}(A_1, A_2) = \sum_{j=1}^{n} w_j \frac{T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)}{\lambda\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+(1-\lambda)\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (7)$$

ve

$$S_{D2}^{Gw}(A_1, A_2) = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left(T_{A_1}(x_j).T_{A_2}(x_j)+I_{A_1}(x_j).I_{A_2}(x_j)+F_{A_1}(x_j).F_{A_2}(x_j)\right)}{\lambda\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left(\left(T_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_1}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_1}(x_j)\right)^2\right)+(1-\lambda)\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left(\left(T_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(I_{A_2}(x_j)\right)^2+\left(F_{A_2}(x_j)\right)^2\right)} \quad (8)$$

şeklindedir.

2.6. Çok Değerli Neutrosophic Kümeler

Tanım 2.27 [12] E evrensel küme olmak üzere E kümesi üzerinde B çok değerli neutrosophic kümesi aşağıdaki gibi tanımlanabilir. $\forall x \in E$ ve $i = 1, \dots, P$ için

$$B = \left\{ \left\langle x, (T_B^1(x), T_B^2(x), \dots, T_B^P(x)), (I_B^1(x), I_B^2(x), \dots, I_B^P(x)), (F_B^1(x), F_B^2(x), \dots, F_B^P(x)) \right\rangle : x \in E \right\}$$

burada, $T_B^1, T_B^2, \dots, T_B^P : E \to [0,1]$, $I_B^1, I_B^2, \dots, I_B^P : E \to [0,1]$ ve $F_B^1, F_B^2, \dots, F_B^P : E \to [0,1]$ öyle ki,

$$0 \leq T_B^i(x) + I_B^i(x) + F_B^i(x) \leq 3$$

herhangi bir $x \in E$ için olmalıdır.

$\left(T_B^1(x), T_B^2(x), \dots, T_B^P(x)\right), \left(I_B^1(x), I_B^2(x), \dots, I_B^P(x)\right)$ ve $\left(F_B^1(x), F_B^2(x), \dots, F_B^P(x)\right)$

sırasıyla doğruluk derecesi, kararsızlık derecesi ve yanlışlık dereceleridir. Ayrıca, P ifadesi B çok değerli neutrosophic kümesinin cardinalitesidir.

Tanım 2.28 [12] B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic kümeler olmak üzere. Burada,

1. Her $x \in X$ için B_2 nin B_1 yı kapsaması $B_1 \tilde{\subseteq} B_2$ ile gösterilir ve üyelik dereceleri;

$$T^i{}_{B_1}(x) \leq T^i{}_{B_2}(x)$$
$$I^i{}_{B_1}(x) \leq I^i{}_{B_2}(x)$$
$$F^i{}_{B_1}(x) \geq F^i{}_{B_2}(x)$$

şeklinde tanımlanır.

2. B_1 ile B_2 nin eşitliği $B_1 \cong B_2$ ile gösterilir ve

$$\forall x \in X \text{ için } B_1 \cong B_2 \text{ ise } B_1 \subseteq B_2 \text{ ve } B_2 \subseteq B_1$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca $B_1 \cong B_2$ ise $T^i{}_{B_1}(x) = T^i{}_{B_2}(x)$, $I^i{}_{B_1}(x) = I^i{}_{B_2}(x)$ ve $F^i{}_{B_1}(x) = F^i{}_{B_2}(x)$, $\forall x \in E$.

3. B kümesinin tümleyeni $B^{\tilde{c}}$ ile gösterilir ve

$$B^{\tilde{c}} = \{\langle x, \left(T_B^1(x), T_B^2(x), \dots, T_B^P(x)\right), \left(I_B^1(x), I_B^2(x), \dots, I_B^P(x)\right), \left(F_B^1(x), F_B^2(x), \dots, F_B^P(x)\right)\rangle : x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. Eğer $\forall x \in E$ ve $i = 1,2, \dots, P$ için $T^i{}_B(x) = 0$ ve $I^i{}_B(x) = F^i{}_B(x) = 1$ oluyorsa B kümesine çok değerli neutrosophic boş küme denir ve $\emptyset$ şeklinde gösterilir. Ayrıca herhangi bir $x \in E$ için $T^i{}_B(x) = 0$ ve $I^i{}_B(x) = F^i{}_B(x) = 1$ oluyorsa eleman bu kümeye tamamen ait değildir denir ve kümeye elemen olarak yazılmaz.

Eğer $\forall x \in E$ ve $i = 1,2, \dots, P$ için $T^i{}_B(x) = 0$ ve $I^i{}_B(x) = F^i{}_B(x) = 1$ oluyorsa B kümesine çok değerli neutrosophic evrensel küme denir ve E şeklinde gösterilir.

Tanım 2.29 [55] B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Burada, $i = 1,2, \dots, P$ için,

1. B_1 ve B_2 kümelerinin birleşimi $B_1 \tilde{\cup} B_2 = C$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$C = \{\langle x, (T_C^1(x), T_C^2(x), \dots, T_C^P(x)), (I_C^1(x), I_C^2(x), \dots, I_C^P(x)), (F_C^1(x), F_C^2(x), \dots, F_C^P(x))\rangle : x \in E\}$

burada

$$T_C^i(x) = max\left(T_{B_1}^i(x), T_{B_2}^i(x)\right), I_C^i(x) = min\left(I_{B_1}^i(x), I_{B_2}^i(x)\right) \text{ ve}$$

$$F_C^i(x) = min\left(F_{B_1}^i(x), F_{B_2}^i(x)\right)$$

2. B_1 ve B_2 kümelerinin kesişimi $B_1 \tilde{\cap} B_2 = D$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$D = \{\langle x, (T_D^1(x), T_D^2(x), \dots, T_D^P(x)), (I_D^1(x), I_D^2(x), \dots, I_D^P(x)), (F_D^1(x), F_D^2(x), \dots, F_D^P(x))\rangle : x \in E\}$

burada

$$T_D^i(x) = min\left(T_{B_1}^i(x), T_{B_2}^i(x)\right), I_D^i(x) = max\left(I_{B_1}^i(x), I_{B_2}^i(x)\right) \text{ ve}$$

$$F_D^i(x) = max\left(F_{B_1}^i(x), F_{B_2}^i(x)\right)$$

3. B_1 ve B_2 kümelerinin toplamı $B_1 \tilde{+} B_2 = E$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$E = \{\langle x, (T_E^1(x), T_E^2(x), \dots, T_E^P(x)), (I_E^1(x), I_E^2(x), \dots, I_E^P(x)), (F_E^1(x), F_E^2(x), \dots, F_E^P(x))\rangle : x \in E\}$

burada

$$T_E^i(x) = T_{B_1}^i(x) + T_{B_2}^i(x) - T_{B_1}^i(x).T_{B_2}^i(x),\ I_E^i(x) = I_{B_1}^i(x).I_{B_2}^i(x) \text{ ve}$$

$$F_E^i(x) = F_{B_1}^i(x).F_{B_2}^i(x)$$

olarak tanımlanır.

4. B_1 ve B_2 kümelerinin çarpımı $B_1 \tilde{.} B_2 = F$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$F = \{\langle x, (T_F^1(x), T_F^2(x), \dots, T_F^P(x)), (I_F^1(x), I_F^2(x), \dots, I_F^P(x)), (F_F^1(x), F_F^2(x), \dots, F_F^P(x))\rangle : x \in E\}$

burada

$$T_F^i(x) = T_{B_1}^i(x).T_{B_2}^i(x),\ I_F^i(x) = I_{B_1}^i(x) + I_{B_2}^i(x) - I_{B_1}^i(x).I_{B_2}^i(x) \text{ ve}$$

$$F_F^i(x) = F_{B_1}^i(x) + F_{B_2}^i(x) - F_{B_1}^i(x).F_{B_2}^i(x)$$

olarak tanımlanır.

2.6.1. Çok değerli neutrosophic kümeler için uzaklık ölçümleri

Bu bölümde, çok değerli neutrosophic kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming uzaklık ölçümü, Öklid uzaklık ölçümü, Normalleştirilmiş Öklid uzaklık ölçümü, Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü, gibi bazı uzaklık ölçümleri verildi.

Tanım 2.30 [12] B_1, B_2 ve B_3 üç neutrosophic çok değerli küme olsun. Daha sonra, $i \in \{HD, NHD, ED, NED\}$ için,

i. $0 \leq d_i(B_1, B_2) \leq 1$

ii. $B_1 = B_2 \Leftrightarrow d_i(B_1, B_2) = 0$

iii. $d_i(B_1, B_2) = d_i(B_2, B_1)$

iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ sonra, $d_i(B_1, B_2) \leq d_i(B_1, B_3)$ ve $d_i(B_2, B_3) \leq d_i(B_1, B_3)$

özelliklerini sağlayan $d_i: X \times X \to [0,1]$ fonksiyonuna B_1 ve B_2 arasında uzaklık fonksiyonu denir.

Tanım 2.31 [12] B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra,

1. B_1 ve B_2 arasında $h_d(B_1, B_2)$ ile gösterilen Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d(B_1, B_2) = \sum_{i=1}^{P} \sum_{j=1}^{n} \left(\left| T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j) \right| + \left| I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j) \right| + \left| F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j) \right| \right)$$

şeklinde tanımlanır.

2. B_1 ve B_2 arasında $h_d^*(B_1, B_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklık ölçümü;

$$h_d^*(B_1, B_2) = \frac{1}{3nP} \sum_{i=1}^{P} \sum_{j=1}^{n} \left(\left| T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j) \right| + \left| I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j) \right| + \left| F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j) \right| \right)$$

şeklinde tanımlanır.

3. B_1 ve B_2 arasında $d_E(B_1, B_2)$ ile gösterilen Öklid uzaklık ölçümü;

$$d_E(B_1, B_2) = \sum_{i=1}^{P} \sum_{j=1}^{n} \sqrt{\left(\left(T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j) \right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j) \right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j) \right)^2 \right)}$$

şeklinde tanımlanır.

4. B_1 ve B_2 arasında $d_E^*(B_1, B_2)$ ile gösterilen Normalleştrilmiş Öklid uzaklık ölçümü;

$$d_E^*(B_1, B_2) = \frac{1}{3nP}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\left(\left(T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right)}$$

şeklinde tanımlanır.

2.6.2. Çok değerli neutrosophic kümeler için benzerlik ölçümü

Bu bölümde, çok değerli neutrosophic kümelerde yaygın olarak kullanılan Hamming benzerlik ölçümü, Normalleştirilmiş Hamming benzerlik ölçümü, Öklid benzerlik ölçümü, normalleştirilmiş Öklid benzerlik ölçümü, Kosinüs benzerlik ölçümü, Korelasyon benzerlik ölçümü, Dice benzerlik ölçümü gibi bazı benzerlik ölçümleri verildi.

Tanım 2.32 [10] B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra, $i \in \{HD, NHD, ED, NED\}$ için i-uzaklığına göre benzerlik ölçümü;

$$S_i(B_1, B_2) = 1 - d_i(B_1, B_2)$$

şeklinde tanımlanır.

Önerme : [10] B_1, B_2 ve B_3 üç çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra, $i \in \{HD, NHD, ED, NED, COSM, CORM\}$ için

i. $0 \leq S_i(B_1, B_2) \leq 1$
ii. $B_1 = B_2 \Leftrightarrow S_i(B_1, B_2) = 0$
iii. $S_i(B_1, B_2) = S_i(B_2, B_1)$
iv. Eğer $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3 \in E$ ise $S_i(B_1, B_3) \leq S_i(B_1, B_2)$ ve $S_i(B_1, B_3) \leq S_i(B_2, B_3)$

Özelliklerini sağlayan $S_i: X \times X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonuna B_1 ve B_2 arasında benzerlik fonksiyonu denir.

Tanım 2.33 B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra,

1. [10] B_1 ve B_2 nin $S_{HD}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Hamming uzaklık ölçümüne bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_{HD}(B_1, B_2) = 1 - d_{HD}(B_1, B_2)$$

şeklinde tanımlanır.

2. [10] B_1 ve B_2 nin $S_{NHD}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Hamming uzaklığına bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_{NHD}(B_1, B_2) = 1 - d_{NHD}(B_1, B_2)$$

şeklinde tanımlanır.

3. [10] B_1 ve B_2 nin $S_{NED}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Normalleştirilmiş Öklid uzaklığına bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_{NED}(B_1, B_2) = 1 - d_{NED}(B_1, B_2)$$

şeklinde tanımlanır.

4. [10] B_1 ve B_2 nin $S_{ED}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Öklid uzaklığına bağlı benzerlik ölçümü;

$$S_{ED}(B_1, B_2) = 1 - d_{ED}(B_1, B_2)$$

şeklinde tanımlanır.

5. [8] B_1 ve B_2 nin $S_{COSM}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Kosinüs benzerlik ölçümü;

$$S_{COSM}(B_1, B_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left\{\sum_{j=1}^{n}\cos\frac{\pi\left|T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_2}^i(x_j)\right| + \left|I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_2}^i(x_j)\right| + \left|F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_2}^i(x_j)\right|}{6}\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

6. [5] B_1 ve B_2 nin $S_{CORM}(B_1, B_2)$ ile gösterilen Korelasyon benzerlik ölçümü;

$$S_{CORM}(B_1, B_2) = \frac{\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)}{\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\begin{pmatrix} T_{B_1}^i(x_j).T_{B_1}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_1}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_1}^i(x_j) \\ +T_{B_2}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_2}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_2}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j) \end{pmatrix}}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.34 [47] $B_1 = \{\langle x_j, T_{B_1}^i(x_j), I_{B_1}^i(x_j), F_{B_1}^i(x_j)\rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \dots, P), (j = 1,2, \dots, n)\}$ ve $B_2 = \{\langle x_j, T_{B_2}^i(x_j), I_{B_2}^i(x_j), F_{B_2}^i(x_j)\rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \dots, P), (j = 1,2, \dots, n)\}$ kümeleri $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ üzerinde tanımlı iki çok değerli neutrosophic küme olsun. B_1 ve B_2 kümeleri üzerinde tanımlanan $S_D(B_1, B_2)$ ile gösterilen Dice benzerlik ölçümü;

$S_D(B_1, B_2) =$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\frac{2}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j)+I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j)+F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\left(\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right]+\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]\right)} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanır.

Önerme : [47] B_1 ve B_2 kümeleri $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ üzerinde tanımlım iki çok değerli neutrosophic küme olsun. B_1 ve B_2 kümeleri üzerinde tanımlanan Dice benzerlik ölçümü $S_D(B_1, B_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $0 \le S_D(B_1, B_2) \le 1,$
ii. $S_D(B_1, B_2) = S_D(B_2, B_1),$
iii. $S_D(B_1, B_2) = 1$ eğer $B_1 = B_2$ yani $T_{B_1}^i(x_j) = T_{B_2}^i(x_j),\ I_{B_1}^i(x_j) = I_{B_2}^i(x_j)$ ve $F_{B_1}^i(x_j) = F_{B_2}^i(x_j), (j = 1,2, \ldots, n)$ ve $(i = 1,2, \ldots, P)$
iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ sonra $S_D(B_1, B_2) \le S_D(B_1, B_3)$ ve $S_D(B_2, B_3) \le S_D(B_1, B_3)$

Örnek 2.5 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ evrensel küme olsun. $C = \{x_3, x_5\}$ ve $D = \{x_2, x_4\}$ kümeleri X in alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerinde sırasıyla B_1 ve B_2 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$B_1 = \{\langle x_3, (0.4, 0.3, 0.5, 0.6), (0.2, 0.1, 0.6, 0.8), (0.3, 0.9, 0.5, 0.7)\rangle,$$
$$\langle x_5, (0.1, 0.3, 0.4, 0.7), (0.2, 0.6, 0.3, 0.8), (0.4, 0.9, 0.5, 0.7)\rangle\}$$
$$B_2 = \{\langle x_2, (0.2, 0.3, 0.8, 0.6), (0.1, 0.3, 0.5, 0.6), (0.4, 0.2, 0.9, 0.1)\rangle,$$
$$\langle x_4, (0.6, 0.5, 0.4, 0.1), (0.7, 0.6, 0.2, 0.4), (0.1, 0.9, 0.7, 0.2)\rangle\}$$

şeklinde verilsin. Çok değerli neutrosophic kümeler için Dice benzerlik ölçümü;

$S_D(B_1, B_2) =$

$$\frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5}\frac{\frac{2}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j)+I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j)+F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\left(\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right]+\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]\right)} =$$

0.458

olarak hesaplanır.

Tanım 2.35 [47] $B_1 = \{\langle x_j, T_{B_1}^i(x_j), I_{B_1}^i(x_j), F_{B_1}^i(x_j)\rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \ldots, P), (j = 1,2, \ldots, n)\}$ ve $B_2 = \{\langle x_j, T_{B_2}^i(x_j), I_{B_2}^i(x_j), F_{B_2}^i(x_j)\rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \ldots, P), (j = 1,2, \ldots, n)\}$ kümeleri $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ üzerinde tanımlı iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Bazı durumlarda $x_j \in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T (j = 1,2, \dots, n)$, $w_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak buradan B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic kümeleri üzerine $S_D^w(B_1, B_2)$ ile gösterilen ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü aşağıdaki gibi yazılır.

$$S_D^w(B_1, B_2) =$$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} w_j \frac{\frac{2}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j)+I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j)+F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\left(\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right]+\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]\right)} \tag{10}$$

şeklinde tanımlanır. Eğer $w = \left({}^{1}/_{n}, {}^{1}/_{n}, \dots, {}^{1}/_{n}\right)^T$ olursa (10) denklem, (9) denklemine indirgenir.

Önerme: [47] B_1 ve B_2 kümeleri $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ üzerinde tanımlımiki çok değerli neutrosophic küme olsun. B_1 ve B_2 kümeleri üzerinde tanımlanan ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü $S_D^w(B_1, B_2)$ aşağıdaki özellikleri sağlar.

i. $0 \leq S_D^w(B_1, B_2) \leq 1$,

ii. $S_D^w(B_1, B_2) = S_D^w(B_2, B_1)$,

iii. $S_D^w(B_1, B_2) = 1$ eğer $B_1 = B_2$ yani $T_{B_1}^i(x_j) = T_{B_2}^i(x_j)$, $I_{B_1}^i(x_j) = I_{B_2}^i(x_j)$ ve $F_{B_1}^i(x_j) = F_{B_2}^i(x_j)$ $(j = 1,2, \dots, n)$ ve $(i = 1,2, \dots, P)$

iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ sonra $S_D^w(B_1, B_2) \leq S_D^w(B_1, B_3)$ ve $S_D^w(B_2, B_3) \leq S_D^w(B_1, B_3)$

Örnek 2.6 Örnek 2.4 teki kümeler için nesnelerin ağırlık vektörü $w = (0.2,0.1,0.25,0.25,0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{5} w_j = 1$ olsun. Bu durumda ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü;

$$S_D^w(B_1, B_2) =$$

$$\frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} w_j \frac{\frac{2}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j)+I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j)+F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\left(\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right]+\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]\right)} =$$

0.525

olarak hesaplanır.

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde Zhang ve Fu tarafından sezgisel bulanık kümeler için önerilen benzerlik ölçümlerini çok değerli neutrosophic kümeler üzerine genişleterek yeni benzerlik ölçümü ve benzerlik ölçümünün bazı uygulamaları verildi. Tek değerli neutrosophic kümeler üzerine tanımlanan Dice benzerlik ölçümlerini çok değerli neutosophic kümeler üzerine genişleterek yeni benzerlik ölçümleri ve özellikleri verildi ayrıca bu benzerlik ölçümlerinin uygulamaları verildi. Ye ve Ye [28] tarafından tanımlanan benzerlik ölçümleri göz önünde bulundurularak bu ölçümlerin daha genel bir hali verildi.

3.1. Çok Değerli Neutrosophic Kümeler İçin Yeni Benzerlik Ölçümleri

Tanım 3.1 B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra,

1. B_1 ve B_2 arasındaki $ZF1$ benzerlik ölçüsü $S_{ZF1}(B_1,B_2)$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$S_{ZF1}(B_1,B_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[1 - \frac{1}{3n}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left|T_{B_1}^{i}(x_j) - T_{B_2}^{i}(x_j)\right| + \left|\left(1-I_{B_1}^{i}(x_j) - \left(1-I_{B_2}^{i}(x_j)\right)\right)\right| + \left|\left(1-F_{B_1}^{i}(x_j) - \left(1-F_{B_2}^{i}(x_j)\right)\right)\right|\right\}\right] \tag{11}$$

2. B_1 ve B_2 arasındaki $ZF2$ benzerlik ölçüsü $S_{ZF2}(B_1,B_2)$ şeklinde gösterilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$S_{ZF2}(B_1,B_2) = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[1 - \frac{1}{9n}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left|\delta_{B_1}^{i}(x_j) - \delta_{B_2}^{i}(x_j)\right| + \left|\alpha_{B_1}^{i}(x_j) - \alpha_{B_2}^{i}(x_j)\right| + \left|\beta_{B_1}^{i}(x_j) - \beta_{B_2}^{i}(x_j)\right|\right\}\right] \tag{12}$$

burada

$$\delta_{B_1}^{i}(x_j) = T_{B_1}^{i}(x_j) + \left(3 - T_{B_1}^{i}(x_j) - I_{B_1}^{i}(x_j) - F_{B_1}^{i}(x_j)\right) T_{B_1}^{i}(x_i),$$

$$\alpha_{B_1}^{i}(x_j) = I_{B_1}^{i}(x_j) + \left(3 - T_{B_1}^{i}(x_j) - I_{B_1}^{i}(x_j) - F_{B_1}^{i}(x_j)\right) I_{B_1}^{i}(x_j) \text{ ve}$$

$$\beta_{B_1}^{i}(x_j) = F_{B_1}^{i}(x_j) + \left(3 - T_{B_1}^{i}(x_j) - I_{B_1}^{i}(x_j) - F_{B_1}^{i}(x_j)\right) F_{B_1}^{i}(x_j)$$

şeklinde tanımlanır.

Önerme : B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra, $i \in \{ZF1, ZF2\}$ olmak üzere B_1 ve B_2 için $S_i(B_1, B_2)$ benzerlik ölçümleri aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır;

i. $0 \leq S_i(B_1, B_2) \leq 1$

ii. $B_1 = B_2 \Leftrightarrow S_i(B_1, B_2) = 1$

iii. $S_i(B_1, B_2) = S_i(B_2, B_1)$

iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ sonra $S_i(B_1, B_2) \leq S_i(B_1, B_3)$ ve $S_i(B_2, B_3) \leq S_i(B_1, B_3)$

İspat: Bir örnek olarak S_{ZF2} ölçümünü ispat edersek;

i. $0 \leq S_{ZF2}(B_1, B_2) \leq 1$

Bir çok değerli neutrosophic kümede her x_j $(j = 1,2, \dots, n)$ için doğruluk derecesi, kararsızlık derecesi ve yanlışlık derecesi 0 ile 1 arasında değer aldığı için $\delta_{B_1}^i(x_j) = T_{B_1}^i(x_j) + \left(3 - T_{B_1}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j)\right) T_{B_1}^i(x_j)$ denkleminden $\delta_{B_1}^i(x_j)$ ifadesi 0 ile 3 arasında değerler alır. Benzer şekilde $\alpha_{B_1}^i(x_j)$ ve $\beta_{B_1}^i(x_j)$ ifadeleri de 0 ile 3 arasında değerler alır. Bu durumda $S_{ZF2}(B_1, B_2)$ benzerlik ölçümü de (12) deki denklemdeki gibi $\frac{1}{9n}$ ile çarptığımız için 0 ve 1 arasında değer alır.

ii. $B_1 = B_2 \Leftrightarrow S_{ZF2}(B_1, B_2) = 1$.

$(\Rightarrow)$ B_1 ve B_2 iki eşit çok değerli neutrosophic küme küme olsun. Yani $B_1 = B_2$, bu durumda $T_{B_1}^i(x_j) = T_{B_2}^i(x_j)$ ve $I_{B_1}^i(x_j) = I_{B_2}^i(x_j)$ ve $F_{B_1}^i(x_j) = F_{B_2}^i(x_j)$ olacağı için $\left|T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_2}^i(x_j)\right| = 0$ ve $\left|I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_2}^i(x_j)\right| = 0$ ve $\left|F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_2}^i(x_j)\right| = 0$. Bundan dolayı $S_{ZF2}(B_1, B_2) = 1$.

$(\Leftarrow)$ $S_{ZF2}(B_1, B_2) = 1$ olsun.

Birim ölçmede kullanılan ifadeler $\left|T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_2}^i(x_j)\right|$ ve $\left|I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_2}^i(x_j)\right|$ $\left|F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_2}^i(x_j)\right| = 0$, Buradan her i, j değerleri için $T_{B_1}^i(x_j) = T_{B_2}^i(x_j)$, $I_{B_1}^i(x_j) = I_{B_2}^i(x_j)$ ve $F_{B_1}^i(x_j) = F_{B_2}^i(x_j)$ eşitliği gelir. Bundan dolayı $B_1 = B_2$.

iii. $S_{ZF2}(B_1, B_2) = S_{ZF2}(B_2, B_1)$

$T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_2}^i(x_j) \neq T_{B_2}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j)$, $I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_2}^i(x_j) \neq I_{B_2}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j)$ ve $F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_2}^i(x_j) \neq F_{B_2}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j)$ olduğu açıktır.

Fakat $\left|T_{B_1}^i(x_j) - T_{B_2}^i(x_j)\right| = \left|T_{B_2}^i(x_j) - T_{B_1}^i(x_j)\right|$, $\left|I_{B_1}^i(x_j) - I_{B_2}^i(x_j)\right| = \left|I_{B_2}^i(x_j) - I_{B_1}^i(x_j)\right|$ ve $\left|F_{B_1}^i(x_j) - F_{B_2}^i(x_j)\right| = \left|F_{B_2}^i(x_j) - F_{B_1}^i(x_j)\right|$ olur. Bundan dolayı

$$\begin{aligned} S_{ZF2}(B_1,B_2) &= \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P}\left[1-\frac{1}{9n}\sum_{i=1}^{n}\left\{\left|\delta_{B_1}^i(x_j)-\delta_{B_2}^i(x_j)\right|+\left|\alpha_{B_1}^i(x_j)-\alpha_{B_2}^i(x_j)\right|+\left|\beta_{B_1}^i(x_j)-\beta_{B_2}^i(x_j)\right|\right\}\right] \\ &= \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{P}\left[1-\frac{1}{9n}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left|\delta_{B_2}^i(x_j)-\delta_{B_1}^i(x_j)\right|+\left|\alpha_{B_2}^i(x_j)-\alpha_{B_1}^i(x_j)\right|+\left|\beta_{B_2}^i(x_j)-\beta_{B_1}^i(x_j)\right|\right\}\right] \\ &= S_{ZF2}(B_2,B_1) \end{aligned}$$

iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ olsun, $\forall x_j \in X$ için $T_{B_1}(x_j) \le T_{B_2}(x_j) \le T_{B_3}(x_j)$, $I_{B_1}(x_j) \ge I_{B_2}(x_j) \ge I_{B_3}(x_j)$, $F_{B_1}(x_j) \ge F_{B_2}(x_j) \ge F_{B_3}(x_j)$ olur. Burada $S_i(B_1,B_2) \le S_i(B_1,B_3)$ eşitsizliğini ispatlayalım.

Eğer $\left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right| \ge \left|I_{B_1}(x_j) - I_{B_3}(x_j)\right| \ge \left|F_{B_1}(x_j) - F_{B_3}(x_j)\right|$. Buradan $\left|T_A(x_j) - T_A(x_j)\right|$ olduğundan

a) $\forall x_j \in X$ için $\left|I_{B_1}(x_j) - I_{B_2}(x_j)\right| \le \left|I_{B_1}(x_j) - I_{B_3}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$ ve

$\forall x_j \in X$ için $\left|F_{B_1}(x_j) - F_{B_2}(x_j)\right| \le \left|F_{B_1}(x_j) - F_{B_3}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$

b) $\forall x_j \in X$ için $\left|I_{B_2}(x_j) - I_{B_3}(x_j)\right| \le \left|I_{B_1}(x_j) - I_{B_3}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$ ve

$\forall x_j \in X$ için $\left|F_{B_2}(x_j) - F_{B_3}(x_j)\right| \le \left|F_{B_1}(x_j) - F_{B_3}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$

Ayrıca $\forall x_j \in X$ için;

c) $\left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_2}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$ ve $\left|T_{B_2}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right| \le \left|T_{B_1}(x_j) - T_{B_3}(x_j)\right|$

(a), (b) ve (c) denklemlerini birleştirirsek;

$$S_i(B_1,B_2) \le S_i(B_1,B_3) \text{ ve } S_i(B_2,B_3) \le S_i(B_1,B_3)$$

olduğu görülür.

Örnek 3.1 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$ evrensel küme olsun. $K = \{x_1, x_{10}\}, L = \{x_1, x_{10}\}$ ve $M = \{x_3, x_8\}$ kümeleri X in üç alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerine sırasıyla B_1, B_2 ve B_3 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$\begin{aligned} B_1 = \{&\langle x_1, (0.1,0.2,0.4,0.5), (0.3,0.5,0.4,0.1), (0.2,0.4,0.6,0.8)\rangle, \\ &\langle x_{10}, (0.2,0.3,0.6,0.7), (0.2,0.1,0.6,0.9), (0.7,0.9,0.5,0.1)\rangle\} \end{aligned}$$

$$B_2=\{\langle x_1,(0.1,0.2,0.4,0.5),(0.3,0.5,0.4,0.1),(0.2,0.4,0.6,0.8)\rangle,$$
$$\langle x_{10},(0.2,0.3,0.6,0.7),(0.2,0.1,0.6,0.9),(0.7,0.9,0.5,0.1)\rangle\}$$

ve

$$B_3=\{\langle x_3,(0.2,0.3,0.8,0.6),(0.1,0.3,0.5,0.6),(0.4,0.2,0.9,0.1)\rangle,$$
$$\langle x_8,(0.6,0.5,0.4,0.1),(0.7,0.6,0.2,0.4),(0.1,0.9,0.7,0.2)\rangle\}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeler için yeni benzerlik ölçümlerinden S_{ZF2} yi kümeler üzerine uygulayalım;

$$S_{ZF2}(B_1,B_2)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{9(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|\delta_{B_1}^i(x_j)-\delta_{B_2}^i(x_j)\right|+\left|\alpha_{B_1}^i(x_j)-\alpha_{B_2}^i(x_j)\right|+\left|\beta_{B_1}^i(x_j)-\beta_{B_2}^i(x_j)\right|\right\}\right]=1$$

$$S_{ZF2}(B_1,B_3)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{9(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|\delta_{B_1}^i(x_j)-\delta_{B_3}^i(x_j)\right|+\left|\alpha_{B_1}^i(x_j)-\alpha_{B_3}^i(x_j)\right|+\left|\beta_{B_1}^i(x_j)-\beta_{B_3}^i(x_j)\right|\right\}\right]=0.725$$

B_1 ve B_2 kümeleri aynı olduğu için benzerlik ölçümü 1 çıktı. B_1 ve B_3 de ise farklı bir sonuç elde ettik.

Örnek 3.2 $X=\{x_1,x_2,x_3,\dots,x_{10}\}$ evrensel küme olsun. $K=\{x_1,x_3\}, L=\{x_2,x_{10}\}$ ve $M=\{x_1,x_4\}$ kümeleri X in üç alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerine sırasıyla B_1, B_2 ve B_3 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$B_1=\{\langle x_1,(0.1,0.2,0.4,0.5),(0.3,0.5,0.4,0.1),(0.2,0.4,0.6,0.8)\rangle,$$
$$\langle x_3,(0.2,0.3,0.8,0.6),(0.1,0.3,0.5,0.6),(0.4,0.2,0.9,0.1)\rangle\},$$

$$B_2=\{\langle x_2,(0.2,0.5,0.4,0.7),(0.7,0.6,0.3,0.8),(0.5,0.4,0.6,0.7)\rangle,$$
$$\langle x_{10},(0.2,0.3,0.6,0.7),(0.2,0.1,0.6,0.9),(0.7,0.9,0.5,0.1)\rangle\} \text{ ve}$$
$$B_3=\{\langle x_1,(0.1,0.2,0.4,0.5),(0.3,0.5,0.4,0.1),(0.2,0.4,0.6,0.8)\rangle,$$
$$\langle x_4,(0.3,0.5,0.6,0.2),(0.1,0.3,0.5,0.7),(0.2,0.3,0.8,0.9)\rangle\}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeler için S_{ZF1} yeni benzerlik ölçümünü hesaplayalım;

B_1 ve B_2 kümeleri için;

$$S_{ZF1}(B_1,B_2)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{3(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|T_{B_1}^i(x_j)-T_{B_2}^i(x_j)\right|+\left|\left(1-I_{B_1}^i(x_j)-\left(1-I_{B_2}^i(x_j)\right)\right)\right|+\left|\left(1-F_{B_1}^i(x_j)-\left(1-F_{B_2}^i(x_j)\right)\right)\right|\right\}\right]=0.802$$

B_1 ve B_3 kümeleri için;

$$S_{ZF1}(B_1,B_3)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{3(10)}\sum_{j=1}^{10}\left\{\left|T^i_{B_1}(x_j)-T^i_{B_3}(x_j)\right|+\left|\left(1-I^i_{B_1}(x_j)-\left(1-I^i_{B_3}(x_j)\right)\right)\right|+\left|\left(1-F^i_{B_1}(x_j)-\left(1-F^i_{B_3}(x_j)\right)\right)\right|\right\}\right]=0.654$$

olarak hesaplanır.

Ayrıca S_{ZF2} yeni benzerlik ölçümünü de hesaplayalım;

B_1 ve B_2 kümeleri için;

$$S_{ZF2}(B_1,B_2)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{9(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta^i_{B_1}(x_j)-\delta^i_{B_2}(x_j)|+|\alpha^i_{B_1}(x_j)-\alpha^i_{B_2}(x_j)|+|\beta^i_{B_1}(x_j)-\beta^i_{B_2}(x_j)|\}\right]=0.892$$

olarak hesaplanır.

B_1 ve B_3 kümeleri için;

$$S_{ZF2}(B_1,B_3)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left[1-\frac{1}{9(10)}\sum_{j=1}^{10}\{|\delta^i_{B_1}(x_j)-\delta^i_{B_3}(x_j)|+|\alpha^i_{B_1}(x_j)-\alpha^i_{B_3}(x_j)|+|\beta^i_{B_1}(x_j)-\beta^i_{B_3}(x_j)|\}\right]=0.712$$

olarak hesaplanır.

Tanım 3.2 $X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ bir evrensel küme olsun. $B_1=\{\langle x_j,T^i_{B_1}(x_j),I^i_{B_1}(x_j),F^i_{B_1}(x_j)\rangle|x_j\in X,(i=1,2,\dots,P),(j=1,2,\dots,n)\}$ ve $B_2=\{\langle x_j,T^i_{B_2}(x_j),I^i_{B_2}(x_j),F^i_{B_2}(x_j)\rangle|x_j\in X,(i=1,2,\dots,P),(j=1,2,\dots,n)\}$ kümeleri X üzerinde iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra B_1 ve B_2 arasındaki $S_{D1}(B_1,B_2)$ ile gösterilen Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D1}(B_1,B_2)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\frac{2\left[T^i_{B_1}(x_j).T^i_{B_2}(x_j)+I^i_{B_1}(x_j).I^i_{B_2}(x_j)+F^i_{B_1}(x_j).F^i_{B_2}(x_j)\right]}{\left(\begin{array}{c}\left[\left(T^i_{B_1}(x_j)\right)^2+\left(I^i_{B_1}(x_j)\right)^2+\left(F^i_{B_1}(x_j)\right)^2\right]\\+\left[\left(T^i_{B_2}(x_j)\right)^2+\left(I^i_{B_2}(x_j)\right)^2+\left(F^i_{B_2}(x_j)\right)^2\right]\end{array}\right)}\tag{13}$$

ile tanımlanır. Bazı durumlarda $x_j\in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j=(w_1,w_2,\dots,w_n)^T(j=1,2,\dots,n)$, $w_j\geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n}w_j=1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak B_1 ve B_2 arasında $S^w_{D1}(B_1,B_2)$ ile gösterilen (13) eşitliğinin daha ilerisi olan ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü;

$$S^w_{D1}(B_1,B_2)=\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}w_j\frac{2\left[T^i_{B_1}(x_j).T^i_{B_2}(x_j)+I^i_{B_1}(x_j).I^i_{B_2}(x_j)+F^i_{B_1}(x_j).F^i_{B_2}(x_j)\right]}{\left(\begin{array}{c}\left[\left(T^i_{B_1}(x_j)\right)^2+\left(I^i_{B_1}(x_j)\right)^2+\left(F^i_{B_1}(x_j)\right)^2\right]\\+\left[\left(T^i_{B_2}(x_j)\right)^2+\left(I^i_{B_2}(x_j)\right)^2+\left(F^i_{B_2}(x_j)\right)^2\right]\end{array}\right)}\tag{14}$$

şeklinde yazılır.

Önerme : B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra, $i \in \{D1\}$ ve $j \in \{w\}$ için B_1 ve B_2 nin $D_i^j(B_1, B_2)$ ile gösterilen benzerlik ölçümleri aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır;

i. $0 \leq D_i^j(B_1, B_2) \leq 1$

ii. $B_1 = B_2 \Leftrightarrow D_i^j(B_1, B_2) = 0$

iii. $D_i^j(B_1, B_2) = D_i^j(B_2, B_1)$

iv. $B_1 \subseteq B_2 \subseteq B_3$ sonra $D_i^j(B_1, B_2) \leq D_i^j(B_1, B_3)$ ve $D_i^j(B_2, B_3) \leq D_i^j(B_1, B_3)$

Örnek 3.3 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$evrensel küme olsun. $K = \{x_1, x_3\}$ ve $L = \{x_2, x_5\}$ kümeleri X in alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerinde sırasıyla B_1 ve B_2 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$B_1 = \begin{Bmatrix} \langle x_1, (0.1,0.2,0.4), (0.3,0.5,0.4), (0.2,0.4,0.6) \rangle, \\ \langle x_3, (0.2,0.3,0.8), (0.1,0.3,0.5), (0.4,0.2,0.9) \rangle \end{Bmatrix}$$

ve

$$B_2 = \begin{Bmatrix} \langle x_2, (0.2,0.5,0.4), (0.7,0.6,0.3), (0.5,0.4,0.6) \rangle, \\ \langle x_5, (0.2,0.3,0.6), (0.2,0.1,0.6), (0.7,0.9,0.5) \rangle \end{Bmatrix}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeler için Dice benzerlik ölçümünü uygulayalım;

$$S_{D1}(B_1, B_2) = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} \frac{2\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\begin{pmatrix} \left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] \\ + \left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right] \end{pmatrix}} = 0.7852$$

Varsayalım ki ağırlık vektörü $w = (0.2,0.1,0.25,0.25,0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{5} w_j = 1$ olsun.

$$S_{D1}^w(B_1, B_2) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} w_j \frac{2\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\begin{pmatrix} \left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] \\ + \left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right] \end{pmatrix}} = 0.6485$$

Tanım 3.3 $B_1 = \{\langle x_j, T_{B_1}^i(x_j), I_{B_1}^i(x_j), F_{B_1}^i(x_j) \rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \ldots, P), (j = 1,2, \ldots, n)\}$

Ve $B_2 = \{\langle x_j, T_{B_2}^i(x_j), I_{B_2}^i(x_j), F_{B_2}^i(x_j) \rangle | x_j \in X, (i = 1,2, \ldots, P), (j = 1,2, \ldots, n)\}$ kümeleri $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ üzerinde tanımlı iki çok değerli neutrosophic kümeler olsun. B_1 ve B_2 üzerine tanımlanan $S_{D2}(B_1,B_2)$ ile gösterilen dice benzerlik ölçümü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_{D2}(B_1,B_2)=\frac{2\left(\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left(T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)\right)\right)}{\begin{array}{c}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right)\\+\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left(\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right)\end{array}} \quad (15)$$

Bazı durumlarda $x_j\in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j=(w_1,w_2,\dots,w_n)^T(j=1,2,\dots,n)$, $w_j\geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n}w_j=1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak B_1 ve B_2 arasında $S_{D2}^{w}(B_1,B_2)$ ile gösterilen (3) eşitliğinin daha ilerisi olan ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D2}^{w}(B_1,B_2)=\frac{2\left(\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}w_j\left(T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)\right)\right)}{\begin{array}{c}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}w_j\left(\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right)\\+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}w_j\left(\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right)\end{array}} \quad (16)$$

şeklindedir.

Önerme : B_1 ve B_2 iki çok değerli neutrosophic küme olsun. Daha sonra, $i\in\{D2\}$ ve $j\in\{w\}$ için B_1 ve B_2 nin $D_i^j(B_1,B_2)$ ile gösterilen benzerlik ölçümleri aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır;

i. $0\leq D_i^j(B_1,B_2)\leq 1$

ii. $B_1=B_2 \Leftrightarrow D_i^j(B_1,B_2)=0$

iii. $D_i^j(B_1,B_2)=D_i^j(B_2,B_1)$

iv. $B_1\subseteq B_2\subseteq B_3$ sonra $D_i^j(B_1,B_2)\leq D_i(B_1,B_3)$ ve $D_i^j(B_2,B_3)\leq D_i^j(B_1,B_3)$

Örnek 3.4 $X=\{x_1,x_2,x_3,\dots,x_6\}$ evrensel küme olsun. $K=\{x_1,x_3\}, L=\{x_2,x_6\}$ ve $M=\{x_1,x_4\}$ kümeleri X inalt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerinde sırasıyla B_1 ve B_2 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$\begin{aligned}B_1=\{&\langle x_1,(0.1,0.2,0.4,0.5),(0.3,0.5,0.4,0.1),(0.2,0.4,0.6,0.8)\rangle,\\&\langle x_3,(0.2,0.3,0.8,0.6),(0.1,0.3,0.5,0.6),(0.4,0.2,0.9,0.1)\rangle\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B_2=\{&\langle x_2,(0.2,0.5,0.4,0.7),(0.7,0.6,0.3,0.8),(0.5,0.4,0.6,0.7)\rangle,\\&\langle x_6,(0.2,0.3,0.6,0.7),(0.2,0.1,0.6,0.9),(0.7,0.9,0.5,0.1)\rangle\}\end{aligned}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeler için Dice benzerlik ölçümünü uygulayalım;

$$S_{D2}(B_1,B_2)=\frac{2\left(\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}\left(T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)\right)\right)}{\begin{array}{c}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}\left(\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right)\\+\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}\left(\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right)\end{array}}=0.5245$$

Varsayalım ki ağırlık vektörü $w=(0.2,0.1,0.05,0.2,0.25,0.2)^T$ 'de $w_j\in[0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{6}w_j=1$ olsun.

$$S_{D2}^{w}(B_1,B_2)=\frac{2\left(\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}w_j^2\left(T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)\right)\right)}{\begin{array}{c}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}w_j^2\left(\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right)\\+\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}w_j^2\left(\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right)\end{array}}=0.5234$$

olarak hesaplanır.

Tanım 3.4 $B_1=\{\langle x_j,T_{B_1}^{i}(x_j),I_{B_1}^{i}(x_j),F_{B_1}^{i}(x_j)\rangle|x_j\in X,(i=1,2,\dots,P),(j=1,2,\dots,n)\}$ ve $B_2=\{\langle x_j,T_{B_2}^{i}(x_j),I_{B_2}^{i}(x_j),F_{B_2}^{i}(x_j)\rangle|x_j\in X,(i=1,2,\dots,P),(j=1,2,\dots,n)\}$ kümeleri $X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ üzerinde tanımlanan iki çok değerli neutrosophic kümeler olsun. B_1 ve B_2 için S_{D1}^{G} ve S_{D2}^{G} ile gösterilen genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D1}^{G}(B_1,B_2)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)}{\begin{array}{c}\lambda\left[\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right]\\+(1-\lambda)\left[\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right]\end{array}} \quad (17)$$

şeklinde tanımlanır. Ayrıca bu benzerlik ölçümünün farklı bir formu;

$$S_{D2}^{G}(B_1,B_2)=\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[T_{B1}^{i}(x_j).T_{B2}^{i}(x_j)+I_{B1}^{i}(x_j).I_{B2}^{i}(x_j)+F_{B1}^{i}(x_j).F_{B2}^{i}(x_j)\right]}{\begin{array}{c}\lambda\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(T_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B1}^{i}(x_j)\right)^2\right]\\+(1-\lambda)\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(T_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B2}^{i}(x_j)\right)^2\right]\end{array}} \quad (18)$$

şeklinde tanımlanır. Burada $0\le\lambda\le1$ pozitif parametredir.

Daha sonra bazı özel λ parametreleri için genelleştirilmiş dice benzerlik ölçümü hesaplanır.

Eğer $\lambda = 0.5$ kabul edilirse (17) ve (18) genelleştirilmiş Dice Benzerlik ölçümü sırasıyla (1) ve (3) Dice benzerlik ölçümüne indirgenir. Eğer $\lambda = 0$ ve $\lambda = 1$ ise bu iki genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü sırasıyla aşağıdaki şekillere dönüşür.

$$\lambda = 0 \text{ için } S_{D1}^{G}(B_1, B_2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} \frac{T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)}{\left[\left(T_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (19)$$

$$\lambda = 1 \text{ için } S_{D1}^{G}(B_1, B_2) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} \frac{T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)}{\left[\left(T_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (20)$$

$$\lambda = 0 \text{ için } S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = \frac{\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)\right]}{\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(T_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (21)$$

$$\lambda = 1 \text{ için } S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = \frac{\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)\right]}{\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[\left(T_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (22)$$

Bazı durumlarda $x_j \in X$ elamanlarının önemleri farklıdır. Bu yüzden $w_j = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T (j = 1,2, \dots, n)$, $w_j \geq 0$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ şeklinde bir ağırlık vektörü tanımlarsak B_1 ve B_2 arasında $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2)$ ve $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2)$ ile gösterilen (14) ve (16) eşitliklerinin daha ilerisi olan genişletilmiş ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü;

$$S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} w_j \frac{T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)}{\lambda\left[\left(T_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2\right] + (1-\lambda)\left[\left(T_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (23)$$

şeklinde yazılır. Ayrıca bu benzerlik ölçümünün farklı bir formu;

$$S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = \frac{\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left[T_{B_1}^{i}(x_j).T_{B_2}^{i}(x_j)+I_{B_1}^{i}(x_j).I_{B_2}^{i}(x_j)+F_{B_1}^{i}(x_j).F_{B_2}^{i}(x_j)\right]}{\lambda\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left[\left(T_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^{i}(x_j)\right)^2\right] + (1-\lambda)\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{n} w_j^2\left[\left(T_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^{i}(x_j)\right)^2\right]} \quad (24)$$

şeklinde yazılır.

Örnek 3.5 $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_7\}$ evrensel küme olsun. $K = \{x_2, x_5\}, L = \{x_1, x_7\}$ ve kümeleri X in iki alt kümeleri olmak üzere, bu kümeler üzerinde sırasıyla B_1 ve B_2 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$B_1 = \{\langle x_2, (0.2, 0.5, 0.7, 0.6), (0.1, 0.3, 0.8, 0.6), (0.3, 0.7, 0., 0.9)\rangle,$$
$$\langle x_5, (0.3, 0.8, 0.1, 0.5), (0.2, 0.7, 0.6, 0.1), (0.3, 0.5, 0.1, 0.8)\rangle\},$$
$$B_2 = \{\langle x_1, (0.3, 0.1, 0.2, 0.6), (0.4, 0.8, 0.1, 0.7), (0.5, 0.3, 0.7, 0.9)\rangle,$$
$$\langle x_7, (0.7, 0.4, 0.5, 0.8), (0.4, 0.8, 0.3, 0.6), (0.6, 0.4, 0.7, 0.3)\rangle\}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeler için genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümünü verilen bazı λ değerleri için uygulayalım;

$$S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7} \frac{T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)}{\lambda\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] + (1-\lambda)\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]}$$

benzerlik ölçümü için;

$\lambda = 0$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.8895$, $\lambda = 0.2$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9157$, $\lambda = 0.5$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9612$, $\lambda = 0.7$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9966$, $\lambda = 1$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9595$ olarak hesaplanır.

$$G_{SVNN2}(B_1, B_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7}\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\lambda\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7}\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] + (1-\lambda)\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7}\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]}$$

benzerlik ölçümü için;

$\lambda = 0$ için $S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = 0.8908$, $\lambda = 0.2$ için $S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = 0.9325$, $\lambda = 0.5$ için $S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = 0.9605$, $\lambda = 0.7$ için $S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = 0.9915$, $\lambda = 1$ için $S_{D2}^{G}(B_1, B_2) = 0.9319$ olarak hesaplanır.

Ayrıca ağırlık vektörü $w = (0.2, 0.1, 0.05, 0.1, 0.1, 0.25, 0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{7} w_j = 1$ olarak alırsak.

$$S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7} w_j \frac{T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j) + I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j) + F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)}{\lambda\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] + (1-\lambda)\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2 + \left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]}$$

benzerlik ölçümünde bazı λ değerleri için;

$\lambda = 0$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.8908$, $\lambda = 0.2$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9175$, $\lambda = 0.5$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9605$, $\lambda = 0.7$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9915$, $\lambda = 1$ için $S_{D1}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.8919$ olarak hesaplanır.

$$S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7} w_j^2\left[T_{B_1}^i(x_j).T_{B_2}^i(x_j)+I_{B_1}^i(x_j).I_{B_2}^i(x_j)+F_{B_1}^i(x_j).F_{B_2}^i(x_j)\right]}{\begin{array}{c}\lambda\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7} w_j^2\left[\left(T_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_1}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_1}^i(x_j)\right)^2\right] \\ +(1-\lambda)\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7} w_j^2\left[\left(T_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(I_{B_2}^i(x_j)\right)^2+\left(F_{B_2}^i(x_j)\right)^2\right]\end{array}}$$

benzerlik ölçümünde bazı λ değerleri için;

$\lambda = 0$ için $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.8765$, $\lambda = 0.2$ için $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9425$, $\lambda = 0.5$ için $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9405$, $\lambda = 0.7$ için $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9735$, $\lambda = 1$ için $S_{D2}^{Gw}(B_1, B_2) = 0.9615$ olarak hesaplanır.

4. UYGULAMALAR

Bu bölümde, belli semptomlara bağlı hastalık teşhisini belirleme problemleri genel olarak belirsiz, kararsız ve tanımlanamayan veriler içerdiğinden, Rajarajeswari ve Uma [27-28] den esinlenerek verilen S_{ZF1}, S_{ZF2}, S_{D1}, S_{D1}^{w}, S_{D2}, S_{D2}^{w}, S_{D1}^{G}, S_{D2}^{G}, S_{D1}^{Gw} ve S_{D2}^{Gw} benzerlik ölçümlerinin bir tıbbi teşhiste uygulaması verildi. İleri sürülen benzerlik ölçümleri, semptomlara bağlı olarak bazı hastaların hastalık verilerini ve hastalığın verilerini ilişkilendirerek hastalık teşhisinde bulunmak için kullanacağız.

Örnek 4.1 Kabul edelim ki $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ hastaların kümesi, $\mathrm{D} = \{\mathrm{D}_1(\text{Tansiyon}), \mathrm{D}_2(\text{Bronşit}), \mathrm{D}_3(\text{Romatizma}), \mathrm{D}_4(\text{Şeker hastalığı})\}$ hastalıkların kümesi ve $\mathrm{S} = \{\mathrm{S}_1(\text{Terleme}), \mathrm{S}_2(\text{Kalp ağrısı}), \mathrm{S}_3(\text{Hırıltılı solunum}), \mathrm{S}_4(\text{Kemik ağrısı}), \mathrm{S}_5(\text{Acıkma hissi})\}$ semptomların kümesi olsun. Gün içinde üç farklı zaman aralığında alınan sonuçlara göre hastalar ile semptomlar arasındaki karakteristik değerler bir hekim tarafından Tablo 4.1 ile verilsin.

Tablo 4.1. A: Hasta ve Semptomları arasındaki durumlar

A	$S_1(Terleme)$	$S_2(Kalpağrısı)$	$S_3(Hırıltılı\ solunum)$	$S_4(Kemikağrısı)$	$S_5(Acıkmahissi)$
P_1	(0.8,0.6,0.5) (0.3,0.2,0.1) (0.4,0.2,0.1)	(0.5,0.4,0.3) (0.4,0.4,0.3) (0.6,0.3,0.4)	(0.2,0.1,0.0) (0.3,0.2,0.2) (0.8,0.7,0.7)	(0.7,0.6,0.5) (0.3,0.2,0.1) (0.4,0.3,0.2)	(0.4,0.3,0.2) (0.6,0.5,0.5) (0.6,0.4,0.4)
P_2	(0.5,0.4,0.3) (0.3,0.3,0.2) (0.5,0.4,0.4)	(0.9,0.8,0.7) (0.2,0.1,0.1) (0.2,0.1,0.0)	(0.6,0.5,0.4) (0.3,0.2,0.2) (0.4,0.3,0.3)	(0.6,0.4,0.3) (0.3,0.1,0.1) (0.7,0.7,0.3)	(0.8,0.7,0.5) (0.4,0.3,0.1) (0.3,0.2,0.1)
P_3	(0.2,0.1,0.1) (0.3,0.2,0.2) (0.8,0.7,0.6)	(0.3,0.2,0.2) (0.4,0.2,0.2) (0.7,0.6,0.5)	(0.8,0.8,0.7) (0.2,0.2,0.2) (0.1,0.1,0.0)	(0.3,0.2,0.2) (0.3,0.3,0.3) (0.7,0.6,0.6)	(0.4,0.4,0.3) (0.4,0.3,0.2) (0.7,0.7,0.5)
P_4	(0.5,0.4,0.4) (0.3,0.2,0.2) (0.4,0.4,0.3)	(0.4,0.3,0.1) (0.4,0.3,0.2) (0.7,0.5,0.3)	(0.7,0.1,0.0) (0.4,0.3,0.3) (0.7,0.7,0.6)	(0.6,0.5,0.3) (0.6,0.2,0.1) (0.6,0.4,0.3)	(0.5,0.1,0.1) (0.3,0.3,0.2) (0.6,0.5,0.4)

Not: Gün içinde 8:00,12:00 ve 16:00 saatlerinde alınan sonuçlara göre hesaplanmıştır.

Daha sonra, hastalık ile semptomlar arasındaki ilişki Tablo 4.2 ile verilsin.

Tablo 4.2. B: Hastalık ile Semptomları Arasındaki Durumlar

B	*Tansiyon*	*Bronşit*	*Romatizma*	*Şeker hastalığı*
Terleme	(0.8,0.1,0.1)	(0.2,0.7,0.1)	(0.5,0.3,0.2)	(0.1,0.7,0.2)
Kalp ağrısı	(0.2,0.7,0.1)	(0.9,0.0,0.1)	(0.6,0.3,0.1)	(0.3,0.6,0.1)
Hırıltılı solunum	(0.3,0.5,0.2)	(0.7,0.2,0.1)	(0.2,0.7,0.1)	(0.8,0.1,0.1)
Kemik ağrısı	(0.5,0.3,0.2)	(0.6,0.3,0.1)	(0.3,0.5,0.2)	(0.1,0.8,0.1)
Acıkma hissi	(0.5,0.4,0.1)	(0.7,0.2,0.1)	(0.4,0.4,0.2)	(0.1,0.8,0.1)

Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{ZF1} benzerlik ölçümü ile Tablo 3.3 elde edildi.

Tablo 4.3. A ve B ÇDNK için S_{ZF1} Benzerlik Ölçümleri

$S_{ZF1}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.6545	**0.8364**	0.6865	0.7654	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
P_2	**0.7898**	0.7015	0.6346	0.6987	$D_1 > D_2 > D_4 > D_3$
P_3	0.6315	0.6625	**0.8512**	0.7465	$D_3 > D_4 > D_2 > D_1$
P_4	0.8558	0.6978	0.7012	**0.8644**	$D_4 > D_1 > D_3 > D_2$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 bronşit, P_2 tansiyon, P_3 romatizma, P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Örnek 4.2: Örnek 4.1 deki problemi S_{ZF2} benzerlik ölçümü uygulayarak çözelim.
Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{ZF2} benzerlik ölçümü ile Tablo 4.4 deki sonuçlar elde edildi.

Tablo 4.4. A ve B ÇDNK için S_{ZF2} Benzerlik Ölçümleri

$S_{ZF2}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.7265	**0.7712**	0.6542	0.7665	$D_2 > D_4 > D_1 > D_3$
P_2	**0.8852**	0.8632	0.6456	0.8785	$D_1 > D_4 > D_2 > D_3$
P_3	0.8025	0.7465	**0.8554**	0.8415	$D_3 > D_4 > D_1 > D_2$
P_4	0.7995	0.7887	0.6333	**0.8787**	$D_4 > D_1 > D_2 > D_3$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 bronşit, P_2tansiyon, P_3 romatizma, P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Örnek 4.3 Örnek 4.1 deki problemi S_{D1} Dice benzerlik ölçümü ile tekrar çozelim.
Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{D1} benzerlik ölçümü uygulayarak Tablo 4.5 deki değerler aşağıdaki gibi elde edildi.

Tablo 4.5. A ve B ÇDNK için S_{D1} Benzerlik ölçümü

$S_{D1}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.7865	**0.8642**	0.7769	0.8165	$D_2 > D_4 > D_1 > D_3$
P_2	0.7921	0.8754	0.7635	**0.8963**	$D_4 > D_2 > D_1 > D_3$
P_3	0.8545	0.8864	**0.8987**	0.8765	$D_3 > D_2 > D_4 > D_1$
P_4	0.8864	0.8804	0.7965	**0.9036**	$D_4 > D_1 > D_2 > D_3$

Uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 bronşit, P_2 şeker hastası, P_3 romatizma, P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Örnek 4.4 Örnek 4.1 deki problemi S_{D1}^{w} ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü ile tekrar çözelim. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{D1}^{w} benzerlik ölçümü uygulayarak Tablo 4.6 daki değerler aşağıdaki gibi elde edildi.

S_{D1}^{w} benzerlik ölçümünü uygulamak için nesnelerin ağırlık vektörünü $w = (0.3,0.1,0.4,0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{4} w_j = 1$ olarak alalım.

Tablo 4.6. A ve B ÇDNK için S_{D1}^{w} Benzerlik ölçümü

$S_{D1}^{w}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.9035	0.9726	0.9790	**0.9867**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
P_2	0.9306	**0.9833**	0.9831	0.9774	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
P_3	0.9743	0.9900	**0.9901**	0.9637	$D_3 > D_2 > D_1 > D_3$
P_4	**0.9954**	0.9945	0.9925	0.9764	$D_1 > D_2 > D_3 > D_4$

Uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 şeker hastası, P_2 bronşit, P_3 romatizma, P_4 tansiyon olduğu görülür.

Örnek 4.5 Örnek 4.1 deki problemi S_{D2} Dice benzerlik ölçümü ile tekrar çözelim. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{D2} benzerlik ölçümü uygulayarak Tablo 4.7 deki değerler aşağıdaki gibi elde edildi.

Tablo 4.7. A ve B ÇDNK için S_{D2} Benzerlik ölçümü

$S_{D2}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.6863	**0.7654**	0.6954	0.7015	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
P_2	0.5821	0.5694	0.5652	**0.5904**	$D_4 > D_1 > D_2 > D_3$
P_3	0.8545	0.8264	**0.8987**	0.8165	$D_3 > D_1 > D_2 > D_4$
P_4	0.8864	0.8804	0.7965	**0.9036**	$D_4 > D_1 > D_2 > D_3$

Uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 bronşit, P_2 şeker hastası, P_3 romatizma, P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Örnek 4.6 Örnek 4.1 deki problemi S_{D2}^{w} ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü ile tekrar çözelim. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{D2}^{w} benzerlik ölçümü uygulayarak Tablo 4.8 deki değerler aşağıdaki gibi elde edildi.

S_{D2}^{w} benzerlik ölçümünü uygulamak için nesnelerin ağırlık vektörü $w = (0.3, 0.1, 0.4, 0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{4} w_j = 1$ olarak alalım.

Tablo 4.8. A ve B ÇDNK için S_{D2}^{w} Benzerlik ölçümü

$S_{D2}^{w}(P_j, D_j)$	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
P_1	0.9465	0.9345	**0.9860**	0.9579	$D_3 > D_4 > D_1 > D_2$
P_2	0.9316	**0.9878**	0.9741	0.9772	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
P_3	0.9743	0.9800	0.9801	**0.9972**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
P_4	**0.9954**	0.9925	0.9965	0.9764	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$

Uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 romatizma, P_2 bronşit, P_3 şeker hastası, P_4 tansiyon hastası olduğu görülür.

Sonuç olarak, Örnek 4.1'i S_{ZF1} $S_{ZF2}, S_{D1}, S_{D1}^{w}$, S_{D2}, S_{D2}^{w} benzerlik ölçümleri kullanarak elde edilen sonuçlar Tablo 4.9 ile verildi.

Tablo 4.9. Benzerlik Ölçümleri Arasındaki İlişki

	$S_{ZF1}(P_j, D_j)$	$S_{ZF2}(P_j, D_j)$	$S_{D1}(P_j, D_j)$	$S_{D1}^{w}(P_j, D_j)$	$S_{D2}(P_j, D_j)$	$S_{D2}^{w}(P_j, D_j)$
P_1	**0.8364** $(bronşit)$	**0.7712** $(bronşit)$	**0.8642** $(bronşit)$	**0.9867** $(şeker\ Hast.)$	**0.7654** $(bronşit)$	**0.9860** $(romatizma)$

P_2	**0.7898** $(tansiyon)$	**0.8852** $(tansiyon)$	**0.8963** $(şeker\ Hast.)$	**0.9833** $(bronşit)$	**0.5904** $(şeker\ Hast.)$	**0.9878** $(bronşit)$
P_3	**0.8512** $(romatizma)$	**0.8554** $(romatizma)$	**0.8987** $(romatizma)$	**0.9901** $(romatizma)$	**0.8987** $(şeker\ Hast.)$	**0.9972** $(şeker\ Hast.)$
P_4	**0.8644** $(şeker\ Hast.)$	**0.8787** $(şeker\ Hast.)$	**0.9036** $(şeker\ Hast.)$	**0.9954** $(tansiyon)$	**0.9036** $(şeker\ Hast.)$	**0.9954** $(tansiyon)$

Örnek 4.7 Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 de verilen değerler için S_{D1}^{G} ile gösterilen genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümünün bazı λ parametreleri için uygulaması aşağıdaki Tablo 4.10 da verilmiştir.

Tablo 4.10. A ve B ÇDNKiçin S_{D1}^{G} Benzerlik ölçümü

	S_{D1}^{G}	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
$\lambda = 0$	P_1	0.9645	0.9635	**0.9705**	0.9625	$D_3 > D_1 > D_2 > D_4$
	P_2	0.9715	**0.9795**	0.9735	0.9765	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
	P_3	**0.9843**	0.9801	0.9800	0.9837	$D_1 > D_4 > D_2 > D_3$
	P_4	**0.9854**	0.9825	0.9845	0.9775	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$
$\lambda = 0.2$	P_1	0.9465	0.9335	0.9460	**0.9579**	$D_4 > D_1 > D_3 > D_2$
	P_2	**0.9315**	0.9278	0.9241	0.9272	$D_1 > D_2 > D_4 > D_3$
	P_3	0.9553	0.9500	0.9601	**0.9772**	$D_4 > D_3 > D_1 > D_2$
	P_4	0.9954	0.9925	**0.9964**	0.9864	$D_3 > D_1 > D_2 > D_4$
$\lambda = 0.5$	P_1	0.9035	0.9726	0.9790	**0.9867**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
	P_2	0.9306	**0.9833**	0.9831	0.9774	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
	P_3	0.9743	0.9900	**0.9901**	0.9637	$D_3 > D_2 > D_1 > D_3$
	P_4	**0.9954**	0.9945	0.9925	0.9764	$D_1 > D_2 > D_3 > D_4$
$\lambda = 0.7$	P_1	0.9435	**0.9726**	0.9690	0.9495	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
	P_2	0.9306	0.9395	0.9333	**0.9415**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$
	P_3	0.9643	0.9601	0.9600	**0.9767**	$D_4 > D_1 > D_2 > D_3$
	P_4	**0.9954**	0.9925	0.9945	0.9774	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$
$\lambda = 1$	P_1	0.9035	0.9726	**0.9790**	0.9209	$D_3 > D_2 > D_4 > D_1$
	P_2	0.9306	**0.9795**	0.9633	0.9645	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
	P_3	0.9743	**0.9901**	0.9900	0.9847	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
	P_4	**0.9954**	0.9925	0.9725	0.9765	$D_1 > D_2 > D_4 > D_3$

$\lambda = 0$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü (19) denklemine indirgenir. Ayrıca P_1 hastasının romatizma, P_2 hastasının bronşit, P_3 hastasının tansiyon, P_4 hastasının tansiyon hastası olduğu görülür.

$\lambda = 0.5$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü Dice benzerlik ölçümüne indirgenir. Bu durumda S_{D1} benzerlik ölçümünde elde ettiğimiz sonuçlar ortaya çıkabilir. Yani P_1 şeker hastası, P_2 bronşit, P_3 romatizma, P_4 tansiyon hastası olduğu görülür.

$\lambda = 1$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümü (20) denklemine indirgenir. Ayrıca P_1 hastasının romatizma, P_2 hastasının bronşit, P_3 hastasının bronşit, P_4 hastasının tansiyon hastası olduğu görülür.

Bu nedenle farklı λ parametrilerine göre farklı ölçümler ve farklı sıralamalar ortaya çıkabilir. Böylece önerilen karar verme metodunda, karar vericinin tercihi veya gereksinimleri doğrultusunda farklı λ parametreleri göre sıralamalar elde edilebilir.

Buradan açıkça görülür ki önelerilen benzerlik ölçümleri daha genel ve esnektir.

Örnek 4.8 Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 da verilen değerler için S_{D2}^{Gw} ile gösterilen genelleştirilmiş Dice benzerlik ölçümünün bazı λ parametreleri için uygulaması aşağıdaki Tablo 4.10 de verilmiştir.

S_{D2}^{Gw} benzerlik ölçümünü uygulamak için nesnelerin ağırlık vektörünü $w = (0.3,0.1,0.4,0.2)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{4} w_j = 1$ olarak alalım.

Tablo 4.10. A ve B ÇDNK için S_{D2}^{Gw} Benzerlik ölçümü

	S_{D2}^{Gw}	D_1 $(tansiyon)$	D_2 $(bronşit)$	D_3 $(romatizma)$	D_4 $(şeker\ Hastalığı)$	Sıralama sırası
$\lambda = 0$	P_1	0.9035	0.9726	0.9790	**0.9909**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
	P_2	0.9306	0.9795	**0.9833**	0.9011	$D_3 > D_2 > D_1 > D_4$
	P_3	0.9743	**0.9901**	0.9900	0.9867	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
	P_4	**0.9954**	0.9925	0.9945	0.9774	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$
$\lambda = 0.2$	P_1	0.9465	0.9345	**0.9860**	0.9579	$D_3 > D_4 > D_1 > D_2$
	P_2	0.9316	**0.9878**	0.9741	0.9772	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
	P_3	0.9743	0.9800	0.9801	**0.9972**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
	P_4	0.9954	0.9925	**0.9965**	0.9764	$D_3 > D_1 > D_2 > D_4$
$\lambda = 0.5$	P_1	0.9465	0.9345	**0.9860**	0.9579	$D_3 > D_4 > D_1 > D_2$
	P_2	0.9316	**0.9878**	0.9741	0.9772	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
	P_3	0.9743	0.9800	0.9801	**0.9972**	$D_4 > D_3 > D_2 > D_1$
	P_4	**0.9954**	0.9925	0.9965	0.9764	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$

$\lambda = 0.7$	P_1	0.8975	**0.9004**	0.8764	0.8894	$D_2 > D_1 > D_4 > D_3$
	P_2	0.9125	**0.9324**	0.9215	0.8934	$D_2 > D_3 > D_1 > D_4$
	P_3	**0.9465**	0.9365	0.9314	0.9245	$D_1 > D_2 > D_3 > D_4$
	P_4	0.9864	0.9874	0.9648	**0.9987**	$D_4 > D_2 > D_1 > D_3$
$\lambda = 1$	P_1	**0.9954**	0.9725	0.9785	0.9801	$D_1 > D_4 > D_3 > D_2$
	P_2	**0.9896**	0.9795	0.9875	0.9845	$D_1 > D_3 > D_4 > D_2$
	P_3	0.9900	0.9895	**0.9915**	0.9905	$D_3 > D_4 > D_1 > D_2$
	P_4	**0.9864**	0.9765	0.9845	0.9775	$D_1 > D_3 > D_4 > D_2$

$\lambda = 0$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü ağırlıklı yansıma ölçümüne indirgenir. Ayrıca P_1 hastasının şeker hastası, P_2 hastasının romatizma, P_3 hastasının bronşit, P_4 hastasının tansiyon hastası olduğu görülür.

$\lambda = 0.5$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü ağırlıklı Dice benzerlik ölçümüne indirgenir. Bu durumda S_{D2}^{w} (16) benzerlik ölçümünde elde ettiğimiz sonuçlar ortaya çıkabilir. P_1 romatizma, P_2 bronşit, P_3 şeker hastası, P_4 tansiyon hastası olduğu görülür.

$\lambda = 1$ olduğu zaman P_j ve D_j arasındaki genelleştirilmiş ağırlıklı Dice benzerlik ölçümü ağırlıklı yansıma ölçümüne indirgenir. Ayrıca P_1 hastasının tansiyon, P_2 hastasının tansiyon, P_3 hastasının tansiyon, P_4 hastasının romatizma hastası olduğu görülür.

Bu nedenle farklı λ parametrilerine göre farklı ölçümler ve farklı sıralamalar ortaya çıkabilir. Böylece önerilen karar verme metodunda, karar vericinin tercihi veya gereksinimleri doğrultusunda farklı λ parametreleri göre sıralamalar elde edilebilir.

Örnek 4.9 (Hasta Karşılaştırma) $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}\}$ evrensel küme ve X'in sırasıyla $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}, B = \{x_2, x_5, x_7, x_8, x_9\}$ ve $C = \{x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$ alt kümeleri için 1. Hasta(I), 2. Hasta(II) ve 3. Hasta(III) için neutrosophic çoklu ortamda bilgileri aşağıdaki gibi verilsin.

$$\begin{aligned} I = \{ & \langle x_1, (0.6, 0.4, 0.3, 0.5), (0.5, 0.5, 0.4, 0.6), (0.6, 0.4, 0.7, 0.3) \rangle, \\ & \langle x_2, (0.5, 0.3, 0.4, 0.6), (0.4, 0.5, 0.6, 0.3), (0.2, 0.6, 0.4, 0.7) \rangle, \\ & \langle x_3, (0.5, 0.2, 0.3, 0.7), (0.4, 0.4, 0.5, 0.2), (0.7, 0.6, 0.2, 0.5) \rangle, \\ & \langle x_4, (0.3, 0.2, 0.1, 0.6), (0.3, 0.2, 0.4, 0.5), (0.1, 0.6, 0.9, 0.7) \rangle, \\ & \langle x_5, (0.2, 0.1, 0.3, 0.7), (0.2, 0.2, 0.3, 0.4), (0.3, 0.3, 0.4, 0.7) \rangle \} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
II = \{ & \langle x_2, (0.5, 0.3, 0.4, 0.6), (0.4, 0.5, 0.6, 0.3), (0.2, 0.6, 0.4, 0.7) \rangle, \\
& \langle x_5, (0.2, 0.1, 0.3, 0.7), (0.2, 0.2, 0.3, 0.4), (0.3, 0.3, 0.4, 0.7) \rangle, \\
& \langle x_7, (0.7, 0.3, 0.6, 0.8), (0.4, 0.2, 0.3, 0.5), (0.1, 0.5, 0.4, 0.8) \rangle, \\
& \langle x_8, (0.4, 0.5, 0.6, 0.2), (0.3, 0.3, 0.2, 0.5), (0.3, 0.6, 0.5, 0.2) \rangle, \\
& \langle x_9, (0.2, 0.7, 0.1, 0.4), (0.2, 0.7, 0.1, 0.4), (0.1, 0.8, 0.3, 0.9) \rangle \}
\end{aligned}
$$

ve

$$
\begin{aligned}
III = \{ & \langle x_6, (0.8, 0.1, 0.3, 0.7), (0.4, 0.6, 0.2, 0.5), (0.7, 0.9, 0.5, 0.4) \rangle, \\
& \langle x_7, (0.7, 0.3, 0.6, 0.8), (0.4, 0.2, 0.3, 0.5), (0.1, 0.5, 0.4, 0.8) \rangle, \\
& \langle x_8, (0.4, 0.5, 0.6, 0.2), (0.3, 0.3, 0.2, 0.5), (0.3, 0.6, 0.5, 0.2) \rangle, \\
& \langle x_9, (0.2, 0.7, 0.1, 0.4), (0.2, 0.7, 0.1, 0.4), (0.1, 0.8, 0.3, 0.9) \rangle, \\
& \langle x_{10}, (0.2, 0.6, 0.3, 0.8), (0.1, 0.6, 0.5, 0.3), (0.5, 0.3, 0.8, 0.9) \rangle \}
\end{aligned}
$$

Daha sonra bu hastalar için;

1. $S_{ZF1}(I, III)$ ve $S_{ZF1}(II, III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla, $S_{ZF1}(I, III) = 0.746$, $S_{ZF1}(II, III) = 0.7025$ olarak hesaplanır. Buradan I ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

2. $S_{ZF2}(I, III)$ ve $S_{ZF2}(II, III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla, $S_{ZF2}(I, III) = 0.832$, $S_{ZF2}(II, III) = 0.8564$ olarak hesaplanır. Buradan II ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

3. $S_{D1}(I, III)$ ve $S_{D1}(II, III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla $S_{D1}(I, III) = 0.8582$, $S_{D1}(II, III) = 0.8364$ olarak hesaplanır. Buradan I ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

4. $S_{D1}^{w}(I, III)$ ve $S_{D1}^{w}(II, III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla, ağırlık vektörü $w = (0.2, 0.1, 0.05, 0, 0.2, 0.25, 0, 0.05, 0.05, 0.1)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{10} w_j = 1$ olmak üzere.

$S_{D1}^{w}(I, III) = 0.9324$, $S_{D1}^{w}(II, III) = 0.9754$ olarak hesaplanır. Buradan II ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

5. $S_{D2}(I,III)$ ve $S_{D2}(II,III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla, $S_{D2}(I,III) = 0.9667$, $S_{D2}(II,III) = 0.9448$ olarak hesaplanır. Buradan I ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

6. $S_{D2}^{w}(I,III)$ ve $S_{D2}^{w}(II,III)$ benzerlik ölçümü sırasıyla, ağırlık vektörü $w = (0.2,0.1,0.05,0,0.2,0.25,0,0.05,0.05,0.1)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{10} w_j = 1$ olmak üzere. $S_{D2}^{w}(I,III) = 0.9017$, $S_{D2}^{w}(II,III) = 0.8967$ olarak hesaplanır. Buradan I ve III arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük olduğu için aynı hastalığa sahiptirler şeklinde yorumlayabiliriz.

Örnek 4.10 (Hasta Karşılaştırma) $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}\}$ evrensel küme ve X' in sırasıyla $K = \{x_1, x_2\}; L = \{x_3, x_4\}$ ve $M = \{x_1, x_4\}$ alt kümeleri üzerine sırasıyla B_1, B_2, B_3 ve B_4 çok değerli neutrosophic kümeleri;

$$B_1 = \{\langle x_1, (0.4, 0.2, 0.3), (0, 3, 0.1, 0.4), (0.2, 0.1, 0.3)\rangle, \langle x_2, (0.6, 0.3, 0.2), (0, 4, 0.5, 0.1), (0.4, 0.3, 0.5)\rangle\}$$

$$B_2 = \{\langle x_3, (0.5, 0.2, 0.6), (0.4, 0.2, 0.7), (0.4, 0.1, 0.3)\rangle, \langle x_4, (0.4, 0.6, 0.1), (0, 4, 0.5, 0.3), (0.3, 0.4, 0.8)\rangle\}$$

$$B_3 = \{\langle x_1, (0.4, 0.2, 0.3), (0, 3, 0.1, 0.4), (0.2, 0.1, 0.3)\rangle, \langle x_4, (0.4, 0.6, 0.1), (0, 4, 0.5, 0.3), (0.3, 0.4, 0.8)\rangle\}$$

$$B_4 = \{\langle x_5, (0.4, 0.6, 0.8), (0.4, 0.5, 0.7), (0.3, 0.4, 0.1)\rangle, \langle x_6, (0.4, 0.2, 0.1), (0.5, 0.5, 0.8), (0.2, 0.4, 0.3)\rangle\}$$

şeklinde veriliyor. Bu çok değerli neutrosophic kümeleri için benzerlik ölçümlerini sırasıyla uygulayalım.

1. S_{ZF1} benzerlik ölçümünü bu kümeler için uygularsak; $S_{ZF1}(B_1, B_4) = 0.5212$, $S_{ZF1}(B_2, B_4) = 0.4025$ ve $S_{ZF1}(B_3, B_4) = 0.5225$ elde ederiz. Burada da B_3 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

2. S_{ZF2} benzerlik ölçümünü bu kümeler için uygularsak; $S_{ZF2}(B_1, B_4) = 0.5462$, $S_{ZF2}(B_2, B_4) = 0.4923$ ve $S_{ZF2}(B_3, B_4) = 0.5034$ elde ederiz. Burada da B_1 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

3. S_{D1} benzerlik ölçümünü bu kümeler için uygularsak; $S_{D1}(B_1, B_4) = 0.6714$,

$S_{D1}(B_2, B_4) = 0.6925$ ve $S_{D1}(B_3, B_4) = 0.6874$ elde ederiz. Burada da B_2 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

4. S_{D1}^{w} benzerlik ölçümünü ağırlık vektörü $w = (0.2,0.1,0.05,0,0.2,0.25, 0,0.05, 0.05,0.1)^T$'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{10} w_j = 1$ olacak şekilde bu kümeler için uygularsak; $S_{D1}^{w}(B_1, B_4) = 0.5698$, $S_{D1}^{w}(B_2, B_4) = 0.5964$ ve $S_{D1}^{w}(B_3, B_4) = 0.6325$ elde ederiz. Burada da B_3 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

5. S_{D2} benzerlik ölçümünü bu kümeler için uygularsak; $S_{D2}(B_1, B_4) = 0.7605$, $S_{D2}(B_2, B_4) = 0.7365$ ve $S_{D2}(B_3, B_4) = 0.7498$ elde ederiz. Burada da B_1 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

6. S_{D2}^{w} benzerlik ölçümünü ağırlık vektörü $w = (0.2,0.1,0.05,0,0.2,0.25, 0,0.05, 0.05,0.1)^T$'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{10} w_j = 1$ olacak şekilde bu kümeler için uygularsak; $S_{D2}^{w}(B_1, B_4) = 0.8564$, $S_{D2}^{w}(B_2, B_4) = 0.8467$ ve $S_{D2}^{w}(B_3, B_4) = 0.8647$ elde ederiz. Burada da B_3 ve B_4 arasındaki benzerlik ölçümü daha büyük çıktığı için aynı hastalığa sahiptir şeklinde yorumlayabiliriz.

5. SONUÇ VE YORUM

Bu çalışmada yapılacak olan tanım ve metotları inşa etmek için başta bulanık kümeler, çok değerli bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, çok değerli sezgisel bulanık kümeler neutrosophic kümeler ve çok değerli neutrosophic kümelerin başlıca temel tanım ve işlemleri verildi. Bu kümeler üzerine inşa edilen uzaklık ölçümleri ve benzerlik ölçümleri verildi. Sezgisel çok değerli bulanık kümeler üzerine yapılan benzerlik ölçümleri kullanılarak çok değerli neutrosophic kümeler üzerine yeni benzerlik ölçümleri tanımlandı. Tanımlanan yeni benzerlik ölçümünün kullanılabilirliğini göstermek için güncel hayattan bazı uygulamalar üzerine duruldu.

Daha sonra, Verilen benzerlik ölçümleriden neutrosophic kümeler için inşa edilen Dice benzerlik ölçümünü çok değerli neutrosophic kümeler için genişleterek bu kümeler üzerine Dice benzerlik ölçümü ve Genişletilmiş Dice benzerlik ölçümleri bazı işlemleri ile birlikte sunuldu ve istenilen bazı özelliklerini incelendi. Ayrıca bu benzerlik ölçümlerini kullanarak çok kriterli karar verme problemleri için karar verme metotları geliştirildi.

Çok değerli neutrosophic kümeler üzerine inşa edilen benzerlik ölçümleri ve karar verme problemleri ilerleyen zamanlarda birçok belirsizlik içeren durumları modellemek ve çözmek için farklı alanlara uygulanabilir. Örneğin yapıları gereği belirsiz ifadeler içeren bilgisayar bilimi, inşaat sektörü, işletme ve iktisat problemlerine, ekonomi alanında ve daha birçok alanlarda uygulamaları üzerine çalışmalar yapılabilir.

6. KAYNAKLAR

[1] Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 20, 87–96.

[2] Atanassov, K. and G. Gargov, Interval valued intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems 31 (1989), 343–349.

[3] Broumi, S.,& Deli, I. (2014d). Correlation measure for neutrosophic refined sets and its application ın medical Diagnosis. Palestine Journal of Mathematics, 5(1), 135–143.

[4] Broumi, S., Deli, I., Smarandache, F., (2014). Distance and Similarity Measures of Interval Neutrosophic Soft Sets, Critical Review. Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, USA 8, 14-31.

[5] Broumi, S., Deli, I., (2014). Correlation measure for neutrosophic Refined sets and its application ın medical Diagnosis. Palestine journal of mathematics, 5(1), xx-xx.

[6] Broumi, S., Deli I., &Smarandache, F., (2014a). On neutrosophıic refined sets and their applications in medical diagnosis. Journal of New Theory, 6, 88-98.

[7] Broumi, S., Deli I., and M Ali, Neutrosophic Soft multiset Theory and Its Decision Making Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014

[8] Broumi, S., Smarandache, F., Neutrosophic Refined Similarity measure based on cosine function.Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014

[9] Broumi, S., Smarandache, F, Several Similarity Measures of Neutrosophic Sets, Neutrosophic Sets and Systems, 1 (2013) 54-62.

[10] Broumi, S., Deli, I., Smarandache, F., On neutrosophic multiset and its application in medical diagnosis (2015) (submmited)

[11] Ban, I. Farhadinia, Adrian, B. Developing new similarity measures of generalized sezgisel fuzzy numbers and generalized interval-valued fuzzy numbers from similarity measures of generalized fuzzy numbers, Mathematical and Computer Modelling 57 (2013) 812-825.

[12] Chatterjee, R., Majumdar, R., & Samanta, S. K. (2015). (Accepted). Single valued neutrosophic multiset. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics.

[13] Chi, P.P. and Liu, P.D., An Extended TOPSIS Method for multiset attribute decision making problems based on interval neutrosophic set, Neutrosophic Sets and Systems **1** (2013), 63–70.

[14] Li, D.F., Cheng, C.T.: New similarity measures of sezgisel fuzzy sets and application to pattern recognitions. Pattern Recogn. Lett. 23(1–3), 221–225 (2002)

[15] Ejegwa, P. A.,& Awolola, J. A. (2014). Intuitionistic fuzzy multiset in binomial distributions. International Journal Of Scientific and Technology Research, 3(4), 335–337.

[16] Hung, W. L., Yang M. S. , Similarity Measures of Intuitionistic Fuzzy Sets Based on Hausdorff Distance, Pattern RecognitionLetters, 25 (2004) 1603-1611.

[17] Liu, P.D., Chu Y.C., Li Y.W. and Chen Y.B., Some generalized neutrosophic number Hamacher aggregation operators and their application to group decision making, InternationalJournal of Fuzzy Systems 16(2) (2014), 242–255.

[18] Liu, P.D. and Wang Y.M., multiset attribute decision making method based on single valued neutrosophic normalized weighted Bonferroni mean, Neural Computing and Applications25(7-8) (2014), 2001–2010.
[19] Liu, P.D. and Sahin R., Maximizing deviation method for neutrosophic multiset attribute decision making with incomplete weight information, Neural Computing andApplications (2015). doi: 10.1007/s00521-015-1995-8
[20] Li, D. F., 2014. Decision and Game Theory in Management With Intuitionistic Fuzzy Sets. ISBN: 978-3-642-40711-6. Studies in Fuzziness and Soft Computing Volume 308, Springer
[21] Molodtsov, D., Soft Set Theory-First Results, Computers and Mathematics with Applications 37 (1999) 19-31.
[22] Peng, J.J., Wang, J.Q., Zhang, H.Y., Chen, X.H., 2014. An outranking approach for multiset -criteria decision-making problemswith simplified neutrosophic sets. Applied Soft Computing 25 336-346.
[23] Peng, J.J., Wang, J.Q., Zhang, H.Y., Chen, X.H., Simplified neutrosophic sets and their applications in çok değerli-criteria group decision-making problems, International Journal of Systems Science (2015). doi: 10.1080/00207721.2014.994050
[24] Rajarajeswari, P.,& Uma, N. (2013a). On distance and similarity measures of intuitionistic fuzzy multiset. IOSR Journal of Mathematics, 5(4), 19–23.
[25] Rajarajeswari, P.,& Uma, N. (2013b). A study of normalized geometric and normalized hamming distance measures in intuitionistic fuzzy Çok değerli sets, International Journal of Science and Research. Engineering and Technology, 2(11), 76–80.
[26] Rajarajeswari, P.,& Uma, N. (2013c). Intuitionistic fuzzy multiset relations. International Journal of Mathematical Archives, 4(10), 244–249.
[27] Rajarajeswari, P.,& Uma, N. (2014a). Zhang and Fu's similarity measure on intuitionistic fuzzy multiset, International Journal of Innovative Research in Science. Engineering and Technology, 3(5), 12309–12317.
[28] Rajarajeswari, P.,& Uma, N. (2014b). Correlation measure for intuitionistic fuzzy multiset. International Journal of Research in Engineering and Technology, 3(1), 611–617.
[29] Sahin, R. and Kucuk, A., Subsethood measure for single valued neutrosophic sets, Journal of Intelligent and FuzzySystems 29(2) (2015), 525–530.
[30] Sebastian, S.,& Ramakrishnan, T. V. (2010). Çok değerli-fuzzy sets. International Mathematical Forum, 5(50), 2471-2476.
[31] Sebastian, S.,& Ramakrishnan, T. V. (2011a). multiset -fuzzy subgroups. Int. J. Contemp. Math. Sciences, 6(8), 365–372.
[32] Sebastian, S.,& Ramakrishnan, T. V. (2011b). multiset -fuzzy extension of crisp functions using bridge functions. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 2(1), 1–8.
[33] Shawkat Alkhazaleh and Emad Marei, Mappings on Neutrosophic Soft Classes. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014.
[34] Shinoj, T. K.,& John, S. J. (2012).Intuitionistic fuzzy multiset and its application in medical diagnosis. World Academy of Science, Engineering and Technology, 6, 1-28.
[35] Smarandache, F. (1998). A unifying field in logics. Neutrosophy: neutrosophic probability, set and logic. Rehoboth: American Research Press

[36] Smarandache, F. (2013). n-valued refined neutrosophic logic and its applications in physics. Progress in Physics, 4, 143–146.
[37] Smarandache, F. Neutrosophy. Neutrosophic Probability, Set, and Logic, American Research Press, Rehoboth, USA 1998.
[38] Souriar Sebastian and James Philip, Similarity Measure for Intuitionistic Fuzzy sets: An Intuitive Approach, Journal of Comp. & Math. Sci. Vol. (1) (2012) 63-69.
[39] Syropoulos, A. (2010). On Non-symmetric multiset -Fuzzy Sets. Critical Review, 4, 35–41.
[40] Syropoulos, A. (2012). On generalized fuzzy multiset and their use in computation. Iranian Journal Of Fuzzy Systems, 9(2), 113–125.
[41] Szmidt, E. Kacprzyk, J. On measuring distances between intuitionistic fuzzy sets, Notes on IFS 3 (1997) 1–13.
[42] Szmidt, E., Kacprzyk, J., Distances between Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets System, 114 (2000) 505-518.
[43] Szmidt E., Kacprzyk J., A similarity measure for Intuitionistic fuzzy sets and its application in supporting medical diagnostic reasoning. ICAISC 2004, Vol. LNAI 3070 (2004) 388-393
[44] Yager, R. R. (1986). On the theory of bags. International Journal of General Systems, 13, 23–37.
[45] Yanhong L., Olson D., Qin Z., Similarity Measures between Intuitionistic Fuzzy sets : A Comparative Analysis, Pattern Recognition Letters, 28(2) (2007) 278 - 285.
[46] Ye, S., Fu, J., & Ye, J. (2015). Medical Diagnosis Using Distance- Based Similarity Measures of Single Valued Neutrosophic multiset. Neutrosophic Sets and Systems, 7, 47–52.
[47] Ye, S.,& Ye, J. (2014). Dice similarity measure between single valued neutrosophic multiset and its application in medical diagnosis. Neutrosophic Sets and Systems, 6, 48–53.
[48] Ye, J. Similarity measures between interval neutrosophic sets and their applications in multiset criteria decision-making, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems 26 (2014), 165–172.
[49] Ye, J. Vector similarity measures of simplified neutrosophic sets and their application in multiset criteria decision making, International Journal of Fuzzy Systems 16(2) (2014), 204–211.
[50] Ye, J., 2012. The Dice similarity measure between generalized trapezoidal fuzzy numbers based on the expected interval and its multiset criteria group decision-making method. Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, 29(6) 375-382.
[51] Ye, J. The generalized Dice measures for multiset attribute decision making under simplified neutrosophic environments, Journal of Intelligent & Fuzzy Systems 31 (2016) 663–671
[52] Ye, S., & Ye, J. Dice Similarity Measure between Single Valued Neutrosophic multiset sets and Its Application in Medical Diagnosis Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014
[53] Ye, S., Fu, J., & Ye, J., Medical Diagnosis Using Distance-Based Similarity Measures of Single Valued Neutrosophic multiset. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015

[54] Yusoff, B., Taib, I., Lazim, A., Abd Fatah Wahab A new similarity measure on Intuitionistic Fuzzy sets, World Academy of Science, Engineering and Technology Issue 54, (2011) 36-40.
[55] Wang, H. et. al, Single Valued Neutrosophic Sets, Multispace and Multistructure 4 (2010) 410-413.
[56] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and Control, 8, 338–353.
[57] Zhang H.Y., Wang J.Q. and Chen X.H., An outranking approach for multiset - criteria decision-making problems with interval-valued neutrosophic sets, Neural Computing andApplications (2015). doi: 10.1007/s00521-015-1882-3
[58] Zhang C., Fu H., The measure of similarity between the vague sets, Pattern recognition Letters 27,(2007) 1307-1317.
[59] Pramanik, B., Surapati, P., Bibhas C. Giri, A New Methodology for Neutrosophic Multiple Attribute Decisionmaking with Unknown Weight Information, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014 (42-50)
[60] Mukherjee, A. and Sarkar, S. Annals of Pure and Applied MathematicsVol. 7, No. 1, 2014, 1-6

ÖZGEÇMİŞ

Genel Bilgiler

Adı Soyadı :YunusTOKTAŞ
Doğum Yeri :Meram
Doğum Tarihi : 06.09.1989
İletişim : yunus_1540@hotmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Mehmet Akif Ersoy Lisesi, 2006
Lisans : Selçuk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, 2011
Yüksek Lisans : Kilis 7 Aralık Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ABD 2017

Akademik Deneyim

Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretmeni 2012

Yayın Bilgileri:

SCI, SSCI, SCI–Expanded ve AHCI kapsamı dışındaki yurtdışı hakemli dergilerde yayınlanmış makaleler

1. İ. Deli, **Y. Toktaş** and S. Broumi, Neutrosophic Parameterized Soft Relations and Their Applications, Neutrosophic Sets and Systems, 4 (2014) 25-34.

Bilimsel Etkinlikler

Ulusal Bildiriler:

1. İ. Deli, **Y.Toktaş**, "Neutrosophic Parametreli Esnek Kümeler Uzerine Bağıntılar ve Uygulamaları" 9.Ankara Matematik Günleri, Atılım Üniversitesi, 2014.