

**T.C.
KİLİS 7 ARALIK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**TEK DEĞERLİ YAMUKSAL NEUTROSOPHİC SAYILAR
ÜZERİNE BAZI YENİ YAKLAŞIMLAR VE ONLARIN
ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME PROBLEMLERİNE
UYGULAMALARI**

EMEL KIRMIZI ÖZTÜRK

DR. ÖĞR. ÜYESİ İRFAN DELİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

MAYIS 2018

KİLİS

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

TEK DEĞERLİ YAMUKSAL NEUTROSOPHİC SAYILAR ÜZERİNE BAZI YENİ YAKLAŞIMLAR VE ONLARIN ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME PROBLEMLERİNE UYGULAMALARI

Emel KIRMIZI ÖZTÜRK

Kilis 7 Aralık Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi İrfan DELİ

Yıl: 2018 Sayfa: 100

Bu çalışmada, ilk olarak bulanık küme, bulanık sayı, sezgisel bulanık küme, sezgisel bulanık sayı, tek değerli neutrosophic küme ve tek değerli neutrosophic sayı (TDN-sayı) kavramları üzerine bazı temel tanımlar ve işlemler sunuldu. İkinci olarak, TDN-sayılar üzerine var olan sıralama metotları örnekler ile birlikte sunuldu. Üçüncü olarak, özel bir TDN-sayı olan tek değerli yamuksal neutrosophic sayı (TDYN-sayı) kavramı üzerine kesim kümelerine bağlı olarak mesafe ölçümü ve TDYN-sayıların doğruluk üyelik fonksiyonu, kararsızlık üyelik fonksiyonu ve yanlışlık üyelik fonksiyonu için büyüklük kavramı tanımlandı. Dördüncü olarak TDYN-sayılar üzerinedurulaştırma yöntemi olan 1. ve 2. merkez noktası kavramı verildi. Beşinci olarak TDYN-sayıları bulanık sayılara indirgemek ve durulaştırmak için 1. ve 2. skor fonksiyon kavramı tanımlandı. Son olarak, tanımlanan yeni kavramları kullanarak çok kriterli karar verme problemleri için üç farklı karar verme metodu geliştirildi. Ayrıca ileri sürülen metotların nasıl uygulanacağını göstermek için bazı nümerik örnekler sunuldu.

Anahtar Kelimeler: Neutrosophic küme, tek değerli neutrosophic küme, tek değerli neutrosophic sayı, tek değerli yamuksal neutrosophic sayı, tek değerli üçgensel neutrosophic sayı, mesafe ölçümü, büyüklük kavramı, durulaştırma, çok kriterli karar verme.



ABSTRACT

MSc. Thesis

SOME NEW APPROACHES ON SINGLE VALUED TRAPEZOİDALNEUTROSOPHİC NUMBERS AND THEIR APPLİCATIONS TO MULTİPLE CRİTERİA DECİSİON MAKİNG PROBLEMS

Emel KIRMIZI ÖZTÜRK

Kilis 7 Aralık University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Assistant Prof. Dr. İrfan DELİ

Year: 2018 Page: 100

In this study firstly, some basic definitions and operations on the concepts of fuzzy set, fuzzy number, intuitionistic fuzzy set, intuitionistic fuzzy number, single valued neutrosophic set, single valued neutrosophic number (SVN-number) are presented. Secondly, the existing ranking method son SVN-number with examples are proposed. Thirdly, concept of distance measure based on cut sets on single valued trapezoidal neutrosophic number (SVTN-number) which is a special SVN-number, and magnitude of truth-membership function, indeterminacy-membership function and falsity-membership function of SVTN-numbers are defined. Fourthly, concept of 1. and 2. centroid point, that is defuzification method, on SVTN-numbers are given. Fifthly, concepts of 1. and 2. score function to reduce and defuzification the SVTN-numbers to fuzzy numbers are defined. Finally, three different decision making methods for multiple criteria decision making problems by using the defined concepts are developed. Also some numerical examples to demonstrate how to apply the proposed methods are presented.

Keywords: Neutrosophic set, single valued neutrosophic set, single valued neutrosophic number, single valued trapezoidal neutrosophic number, single valued triangular neutrosophic number, distance measure, concept of magnitude, defuzzification, multiple-criteria decision making.



TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yürütülmesinde bilgi, görüş ve önerilerini esirgemeyen ve her an yol gösteren çok değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi İrfan DELİ'ye teşekkür ederim.

Yoğun çalışmalarım sırasında gösterdiği sabır ve anlayıştan dolayı eşim Turgut ÖZTÜRK'e, desteğini esirgemeyen annem Hafıza KIRMIZI'ya ve sürekli çalışmama izin verdikleri için ikizlerim Ecrin Sena ÖZTÜRK ve Belinay ÖZTÜRK'e teşekkür ederim.

Emel KIRMIZI ÖZTÜRK
Kilis, Mayıs 2018

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ	3
3. GENEL BİLGİLER	5
3.1. Bulanık Kümeler	5
3.1.1 Bulanık sayılar	5
3.2. Sezgisel bulanık kümeler	6
3.1.2 Sezgisel bulanık sayılar.....	6
3.1.3 Sezgisel bulanık sayılarda mesafe ölçümü.....	11
3.1.4 Sezgisel bulanık sayılarda büyüklük fonksiyonu.....	11
3.1.5 Sezgisel bulanık sayılarda merkez noktası.....	11
3.3. Neutrosophic Kümeler	12
3.1.6 Tek değerli neutrosophic sayılar	15
3.1.7 Tek değerli yamuksal neutrosophic sayılar.....	16
3.1.8 TDYN-sayılar için aritmetik operatörler.....	22
3.1.9 Tek değerli üçgensel neutrosophic sayılar	24
3.1.10 TDÜN-sayılar için aritmetik operatörler.....	27
4. TEK DEĞERLİ NEUTROSOPHİC SAYILAR İÇİN MEVCUT SIRALAMA YÖNTEMLERİ.....	32
5. TDYN-SAYILAR ÜZERİNE YENİ YAKLAŞIMLAR.....	39
5.1. TDYN-sayılar üzerine mesafe ölçümü ve büyüklük fonksiyonu.....	39
5.1.1 TDYN-sayılar üzerine mesafe ölçümü.....	39
5.1.2 TDYN-sayılar üzerine büyüklük fonksiyonu.....	42
5.2. Yamuksal neutrosophic sayılarda durulaştırma	48
5.3. TDYN-sayılar için skor fonksiyonuna bağlı merkez noktası.....	58
6. UYGULAMALAR	71
6.1. TDYN-sayıllarda mesafe ölçümüne ve büyüklük fonksiyonuna bağlı çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü	71
6.2. TDYN-sayıllarda durulaştırmaya bağlı çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü	76

6.3. TDYN-sayıları için skor fonksiyonuna bağlı merkez noktasının çok kriterli karar verme problemlerinin çözümlü	81
7. SONUÇ VE TARTIŞMA	86
8. KAYNAKLAR	88
ÖZGEÇMİŞ	92



SİMGELER VE KISALTMALAR

1. Simgeler

$S_Y(\tilde{k})$: Neutrosophic sayılar için skor fonksiyonu
$A_Y(\tilde{k})$: Neutrosophic sayılar için kesinlik fonksiyonu
$TDYN_{ao}$: TDYN ağırlaştırılmış aritmetik operatör
$TDYN_{go}$: TDYN ağırlaştırılmış geometrik operatör
$TDÜN_{ao}$: TDÜN ağırlaştırılmış aritmetik operatör
$TDÜN_{go}$: TDÜN ağırlaştırılmış geometrik operatör
$Mag(\bar{A}_\mu)$: Sezgisel bulanık sayılarda üyelik olma fonksiyonunun büyüklüğü
$Mag(\bar{A}_\nu)$: Sezgisel bulanık sayılarda üyelik olmama fonksiyonunun büyüklüğü
$Mag(\tilde{A}_\mu)$: Neutrosophic sayılarda doğruluk fonksiyonunun büyüklüğü
$Mag(\tilde{A}_\nu)$: Neutrosophic sayılarda kararsızlık fonksiyonunun büyüklüğü
$Mag(\tilde{A}_\lambda)$: Neutrosophic sayılarda yanlışlık fonksiyonunun büyüklüğü

2. Kısaltmalar

IFG	: Sezgisel bulanık kümesinin geometrik operatörü
TDN-say ₁	: Tek değerli neutrosophic sayı
TDÜN-say ₁	: Tek değerli üçgensel neutrosophic sayı
TDYN-say ₁	: Tek değerli yamuksal neutrosophic sayı
ÜSB-say ₁	: Üçgensel sezgisel bulanık sayı
YSB-say ₁	: Yamuksal sezgisel bulanık sayı

1. GİRİŞ

Karar verme problemlerinde yer alan olaylar çoğu kez belirsizlik içerir ve bu olayları kesinlik isteyen matematikle modellemek oldukça zor veya imkânsızdır. Mesela; hangi hızın bir araba için en güvenli, hangi şehrin bir yatırım için en ideal, hangi ulaşım türü bir ülke için en ideal gibi etrafımızda belirsizlik içeren daha birçok olay bulunabilir. Her geçen gün etrafımızda bulunan belirsizliğin nesnel olarak incelenmesi için alışla gelmiş yöntemlerin dışında bilimsel yöntemlere de duyulan ihtiyaç biyoloji, ekonomi, mühendislik, çevresel bilimler, sosyal bilimler ve tıp bilimleri gibi alanlarda hızla artmaktadır. Bu nedenle; Zadeh [61] tarafından sunulan bulanık küme teorisi uzun zaman boyunca belirsizlikle başa çıkabilmek için kullanılan en yaygın modellerden biridir. Zadeh'den sonra bulanık kümeler ve özel bir bulanık küme olan bulanık sayılar ile karar verme, hastalık teşhisi ve oyun teorisi gibi alanlarda geniş şekilde kullanıldı. Bir evrensel küme üzerine inşa ettiğimiz bir bulanık kümede tüm elemanlar için sadece “0” ile “1” arasında değerler alan üyelik derecesi kullanılmaktadır. Bu durum bazı belirsizlik içeren problemlerin modellemesini zorlaştırmaktadır. Bunun için Atanassov [1], tarafından “0” ile “1” arasında değerler alan üyelik fonksiyonu yanı sıra üyelik olmama fonksiyonu içeren sezgisel bulanık küme teorisi inşa edildi. Bu teoride yer alan $0 \leq \text{üyelik derecesi} + \text{üyelik olmama derecesi} \leq 1$ kısıtlaması ve kararsızlık içeren yapıları modellemede yetersiz kalması güncel hayattaki problemlerin modellenmesinde bir sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Bu sorunu çözmek için Smarandache [45] tarafından evrensel kümenin herhangi bir elemanı “ $0 \leq \text{doğruluk derecesi} + \text{yanlışlık derecesi} + \text{kararsızlık derecesi} \leq 3$ ” şartı ile “0” ile “1” arasında değerler alan doğruluk, yanlışlık ve kararsızlık fonksiyonu ile eşleştiren bir küme teorisi olan neutrosophic küme teorisini geliştirdi. Smarandache 1998 den sonra reel sayılar üzerinde tanımlı ve neutrosophic kümelerin özel bir durumu olan neutrosophic sayılar Deli ve Subaş [16] tarafından tanımlandı. Daha sonra bulanık kümeler üzerine [61,62], bulanık sayılar üzerine [42,58], sezgisel bulanık kümeler üzerine [1,2,23,28,47], sezgisel bulanık sayılar üzerine [3,4,15,19,21,22,26,27,29,33,37,38,39,43,44,49] ve neutrosophic kümeler üzerine [6,12,40,41,51,54,56] gibi teorik ve uygulamalı bazı çalışmalar yapılmıştır.

Neutrosophic sayılar ve özel halleri olan yamuksal ve üçgensel neutrosophic sayılar kararsızlık içeren verilerin modellenmesinde oldukça kullanışlı olmasına rağmen bizim bildiğimiz kadarıyla literatürde beş altı metod vardır. Bu durum yeni kavram ve metodların geliştirilmesini zorunlu kılmıştır. Bu nedenle bu tez çalışmasında, ilk olarak şimdiye kadar literatürde var olan bulanık küme, bulanık sayı, sezgisel bulanık küme, sezgisel bulanık sayı, neutrosophic kümeler ve neutrosophic sayılar ile ilgili temel kavramlara ve örneklere yer verilecektir. Daha sonra bu sayı ve küme kavramları dikkate alınarak yeni karar verme modelleri inşa edilecek ve matematiksel özellikleri detaylı bir şekilde incelenecektir. Bu metotlar, farklı alanlardaki uygulamalar ile birleştirilip daha somut hale getirilecektir.



2. KAYNAK ÖZETLERİ

Bulanık sayıları ve sezgisel bulanık sayıları sıralamak oldukça karmaşık ve zor bir problemdir. Üstelik günlük yaşamdan alınan ve bu sayılar ile ifade edilen birden çok parametreye (aynı kritere) bağlı alternatiflerin sıralaması problemi olan çok kriterli karar verme problemlerindeki belirsizliği modellemek en zor problemlerden biridir. Bu sebepten dolayı literatürde bu tip problemler için farklı metotlar inşa edilmiştir. Nasseri ve ark. [36] bulanık sayıların alanına bağlı olarak bir sıralama metodu inşa edildi. Bu sıralama metodu bulanık sayıların özel hallerinin klasik sayılar da dahil sıralanması içinde basit bir metottur. De ve Das [19] ve Rezvani [43] sezgisel yamuksal bulanık sayılar için değer ve belirsizlik kavramını tanımladı ve bu kavramlar ile çok kriterli karar verme metodu sundu.

Ban ve Tuşe [4] sezgisel yamuksal/üçgensel bulanık sayıları aralık değerli yamuksal/üçgensel bulanık sayılar ile kıyaslayıp bir çalışma verdi. Daha sonra, Li ve Yang [29] ve Ban [3] sezgisel yamuksal bulanık sayılara bağlı değer ve belirsizlik kavramına bağlı olarak değer ve belirsizlik indeks kavramlarını tanımlayıp uygulamasını verdi. Das ve Guha [14] yamuksal sezgisel bulanık sayılar üzerine var olan mevcut sıralama metodlarını inceleyerek onların eksik yönlerini örneklerle gösterdi ve bu eksikliği ortadan kaldırmak için farklı bir sıralama metodu sundu. Bunun için yamuksal sezgisel bulanık sayıların merkezi noktasını tanımladı ve bu metodun rasyonel geçerliliğini ispatlayıp çok kriterli karar verme metodu ile güncel hayata uygulanabilirliğini gösterdi ve var olan metodlar ile karşılaştırmasını verdi. Prakash ve ark. [39] merkez kavramını kullanarak hem yamuksal hem de üçgensel sezgisel bulanık sayılar için sıralama fonksiyonu geliştirdiler ve bu fonksiyonun istenilen bazı özelliklerini incelediler. Ayrıca var olan metodlar ile karşılaştırma yapılarak verilen metodun etkililiğini gösterdiler. Esmailzadeh ve Esmailzadeh (2013) üçgensel sezgisel bulanık sayılar için kesim kümelerine bağlı bir mesafe ölçümü geliştirdi. Nayagam ve ark. (2016) sezgisel bulanık sayılar için üst alt yoğun dizileri kullanarak tam sıralama metodu denilen bir yöntem sundu. Varghese ve Kuriakose [48] sezgisel bulanık sayıların merkezini bulmak için bir formül buldu ve bu formülün özelliklerini inceledi. Dong ve ark. [20] ağırlaştırılmış olasılıklı ortalama ve farklı operatörler tanımlayarak

bir karar verme metodu geliştirdi. Hajek ve Olej [24] ıkarım sistemleri için ağırlıklı ortalama ve ağırlıklı toplamaya bağlı bir durulaştırma metodu tasarladı ve bazı veri kumeleri üzerinden bir karşılaştırma yaptı. Rao ve Shankar [42] karar vericilerin nötr ve iyimser durumlarını ele alarak bulanık sayılar ile verilen bir problemde merkez çevresi ve modalite indeksini kullanarak bir mesafe metodu ile sıralama metodu inşa etti. Gani ve Mohamed [22] genelleştirilmiş yamuksal sezgisel bulanık sayıların sıralaması için bu sayıların grafiğini kullanarak alan ve merkez kavramlarına bağlı bir yaklaşım sundu.

Subaş (tez) [46] ve Ye [51] bulanık sayılar ve sezgisel bulanık sayıların genellemesi olan tek değerli neutrosophic sayı kavramını tanımladı. Subaş (tez) [46] tek değerli neutrosophic sayı kavramının birer özel hali olan tek değerli yamuksal neutrosophic sayı ve tek değerli üçgensel neutrosophic sayı kavramlarını bazı işlemleri ile birlikte verdi. Ayrıca Ye [52] neutrosophic sayıları farklı bir şekilde tanımlayıp üzerine bir metot inşa etti. Biswas ve ark. [6,7] ve Deli ve Subaş [16] tek değerli neutrosophic sayılar üzerine kesim kumelerine bağlı birer farklı sıralama metodu verdi ve çok kriterli karar verme problemlerine uyguladı. Bunun için doğruluk derecesi, yanlışlık derecesi ve kararsızlık derecesi üzerine değer ve belirsizlik kavramlarını inşa etti. Deli ve Subaş [17] tek değerli üçgensel neutrosophic sayılar üzerine bazı geometrik operatörler inşa etti ve bu operatörlere bağlı olarak bir metodu uygulaması ile verdi. Biswas ve ark. [7] ve Ye [52] bazı aritmetik ve geometrik operatörler inşa ederek skor ve kesinlik fonksiyonuna bağlı olarak çok kriterli karar verme metodu inşa etti. Liang ve ark. [30] bazı operatörler geliştirerek çok kriterli grup karar verme metodu ve tek değerli yamuksal neutrosophic tercih bağıntısına bağlı tam ağırlık bağıntısı ile bir karar verme metodu inşa etti. Broumi ve ark. [10] tek değerli yamuksal sayılar için bir neutrosophic aė (network) metodu geliştirdi. Son zamanlarda neutrosophic sayılar zerine Basset ve ark. [5], Liu ve Zhang [35] gibi hızla çalışmalar yapılmaktadır.

3. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde, çalışmanın ileriki bölümlerinde kullanacağımız bazı tanımlar ve bu tanımların istenilen özellikleri verilecektir.

3.1. Bulanık Kümeler

Tanım 3.1[61] E bir evrensel küme olsun. Daha sonra, E üzerinde K ile gösterilen bir bulanık küme $\mu_A: E \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile verilir ve

$$K = \{(\mu_A(x)/x): x \in E\}$$

şeklinde gösterilir.

3.1.1 Bulanık sayılar

Tanım 3.2 [58] $a \leq b \leq c \leq d$ olacak şekilde a,b,c,d birer reel sayı,

$w_{\hat{A}} \in [0,1]$ ve $\mu_{\hat{A}}: R \rightarrow [0, w_{\hat{A}}]$ üyelik fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir bulanık küme olan $\hat{A} = (a, b, c, d; w_{\hat{A}})$ bulanık sayısı (yamuksal bulanık sayısı)

$$\mu_{\hat{A}}(x) = \begin{cases} f_{\mu_l}(x) & a \leq x < b \\ w_{\hat{A}} & b \leq x < c \\ f_{\mu_r}(x) & c \leq x < d \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

Ya da bir bulanık sayı aşağıdaki gibi de ifade edilebilir.

1. $\mu_{\hat{A}}: R \rightarrow [0,1]$ sürekli bir fonksiyon,
2. Her $x \notin [a, d]$ için $\mu_{\hat{A}}(x) = 0$,
3. $\mu_{\hat{A}}$, $[a, b]$ aralığında artan,
4. Her $x \in [b, c]$ için $w_{\hat{A}}$ sabittir yani $\mu_{\hat{A}}(x) = w_{\hat{A}}$,
5. $\mu_{\hat{A}}$, $[c, d]$ aralığında azalandır.

Burada $f_{\mu_l}(x): [a, b] \rightarrow [0, w_{\hat{A}}]$ sürekli ve artan, $f_{\mu_r}(x): [c, d] \rightarrow [0, w_{\hat{A}}]$ sürekli ve azalan bir fonksiyondur. Özel olarak $w_{\hat{A}} = 1$ alınırsa $\hat{A} = \langle (a, b, c, d; w_{\hat{A}}) \rangle$ bulanık sayısı $\hat{A} = \langle (a, b, c, d) \rangle$ ile gösterilir.

Ayrıca burada $b = c$ ise, $\hat{A} = \langle (a, b, c, d; w_{\hat{A}}) \rangle$ bulanık sayısı üçgensel bulanık sayıya indirgenir ve $\hat{A} = \langle (a, b, d; w_{\hat{A}}) \rangle$ ile gösterilir.

Tanım 3.3 [57] R üzerinde tanımlı özel bir bulanık küme olan $\hat{A} = (a, b, c, d; w_{\hat{A}})$ bulanık sayısı, $w_{\hat{A}} \in [0, 1]$ ve $\mu_{\hat{A}}: R \rightarrow [0, w_{\hat{A}}]$ üyelik fonksiyonu olsun.

\hat{A} 'nin merkez noktası,

$$C(\hat{A}) = \frac{\int_a^d x \mu_{\hat{A}}(x) dx}{\int_a^d \mu_{\hat{A}}(x) dx}$$

olarak tanımlanır.

3.2. Sezgisel bulanık kümeler

Tanım 3.4 [1] E evrensel küme olsun. $\forall x \in E, 0 \leq \mu_K(x) + \nu_K(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_K(x): E \rightarrow [0, 1]$ ve $\nu_K(x): E \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonları ile bir sezgisel bulanık küme

$$K = \{ \langle x, \mu_K(x), \nu_K(x) \rangle : x \in E \}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_K(x)$ ve $\nu_K(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin üyelik ve üyelik olmama derecesidir.

3.1.2 Sezgisel bulanık sayılar

Tanım 3.5 [28] $i = 1, 2$ için $a_i \leq b_i \leq c_i \leq d_i$ olacak şekilde $a_i, b_i, c_i, d_i \in [0, 1]$ ve $\mu_{\bar{A}}: R \rightarrow [0, w_{\bar{A}}]$ üyelik fonksiyonu ve $\nu_{\bar{A}}: R \rightarrow [u_{\bar{A}}, 1]$ üyelik olmama fonksiyonu olsun.

Daha sonra, R üzerinde tanımlı sezgisel bulanık küme olan

$$\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\bar{A}}), (a_2, b_2, c_2, d_2; u_{\bar{A}}) \rangle$$

sezgisel bulanık sayısı (SB-sayı)

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a_1)w_{\bar{A}}}{(b_1-a_1)} & \text{için } a_1 \leq x < b_1 \\ w_{\bar{A}} & \text{için } b_1 \leq x < c_1 \\ \frac{(d_1-x)w_{\bar{A}}}{(d_1-c_1)} & \text{için } c_1 \leq x < d_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.5.1)$$

$$\nu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(b_2-x)+(x-a_2)u_{\bar{A}}}{(b_2-a_2)} & \text{için } a_2 \leq x < b_2 \\ u_{\bar{A}} & \text{için } b_2 \leq x < c_2 \\ \frac{(x-c_2)+(d_2-x)u_{\bar{A}}}{(d_2-c_2)} & \text{için } c_2 \leq x < d_2 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.5.2)$$

şeklinde tanımlanır.

Özel olarak $(a_1, b_1, c_1, d_1) = (a_2, b_2, c_2, d_2)$ ise sezgisel bulanık sayısı $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ yamuksal sezgisel bulanık sayısına indirgenir. Ayrıca burada $b_1 = c_1$ ise $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ sezgisel bulanık sayısı, üçgensel sezgisel bulanık sayıya indirgenir ve $\bar{A} = \langle (a_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ ile gösterilir.

Tanım 3.6 [28] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$, $\bar{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\bar{B}}, u_{\bar{B}} \rangle$ yamuksal sezgisel bulanık sayılar ve $\gamma \neq 0$ olsun. Daha sonra bu iki yamuksal sezgisel bulanık sayılar arasındaki aritmetik işlemler:

$$1. \quad \bar{A} + \bar{B} = \langle (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle$$

$$2. \quad \bar{A} - \bar{B} = \langle (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2, d_1 - d_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle$$

$$3. \quad \bar{A}\bar{B} = \begin{cases} \langle (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2, d_1 d_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 > 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (a_1 d_2, b_1 c_2, c_1 b_2, d_1 a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1 d_2, c_1 c_2, b_1 b_2, a_1 a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 < 0 \end{cases}$$

$$4. \quad \bar{A}/\bar{B} = \begin{cases} \langle (a_1 / a_2, b_1 / b_2, c_1 / c_2, d_1 / d_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 > 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1 / d_2, c_1 / c_2, b_1 / b_2, a_1 / a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1 / a_2, c_1 / b_2, b_1 / c_2, a_1 / d_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 < 0 \end{cases}$$

$$5. \quad \gamma \bar{A} = \begin{cases} \langle (\gamma a_1, \gamma b_1, \gamma c_1, \gamma d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (\gamma d_1, \gamma c_1, \gamma b_1, \gamma a_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$6. \quad \bar{A}^\gamma = \begin{cases} \langle (a_1^\gamma, b_1^\gamma, c_1^\gamma, d_1^\gamma); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (d_1^\gamma, c_1^\gamma, b_1^\gamma, a_1^\gamma); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$7. \quad \bar{A}^{-1} = \langle (1/d_1, 1/c_1, 1/b_1, 1/a_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$$

şeklinde verilir.

Tanım 3.7 [28] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$, $\bar{B} = \langle (a_2, b_2, c_2); w_{\bar{B}}, u_{\bar{B}} \rangle$ üçgensel sezgisel bulanık sayılar ve $\gamma \neq 0$ olsun. Daha sonra bu iki üçgensel sezgisel bulanık sayılar arasındaki aritmetik işlemler:

$$1. \quad \bar{A} + \bar{B} = \langle (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle$$

$$2. \quad \bar{A} - \bar{B} = \langle (a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle$$

$$3. \quad \bar{A}\bar{B} = \begin{cases} \langle (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 > 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (a_1 c_2, b_1 b_2, c_1 a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1 c_2, b_1 b_2, a_1 a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 < 0 \end{cases}$$

$$4. \quad \bar{A}/\bar{B} = \begin{cases} \langle (a_1/c_2, b_1/b_2, c_1/a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 > 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1/c_2, b_1/b_2, a_1/a_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1/a_2, b_1/b_2, a_1/c_2); w_{\bar{A}} \wedge w_{\bar{B}}, u_{\bar{A}} \vee u_{\bar{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 < 0 \end{cases}$$

$$5. \quad \gamma \bar{A} = \begin{cases} \langle (\gamma a_1, \gamma b_1, \gamma c_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (\gamma c_1, \gamma b_1, \gamma a_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$6. \quad \bar{A}^\gamma = \begin{cases} \langle (a_1^\gamma, b_1^\gamma, c_1^\gamma); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (c_1^\gamma, b_1^\gamma, a_1^\gamma); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$7. \quad \bar{A}^{-1} = \langle (1/c_1, 1/b_1, 1/a_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$$

şeklinde verilir.

Tanım 3.8 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir yamuksal sezgisel bulanık sayı olsun.

Daha sonra $\bar{A}_{\alpha, \beta}$ ile gösterilen (α, β) -kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve

$0 \leq \alpha \leq w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \leq \beta \leq 1$ ve $0 \leq \alpha + \beta \leq 1$ şartı ile

$$\bar{A}_{\alpha, \beta} = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq \alpha, v_{\bar{A}}(x) \leq \beta\}$$

olarak tanımlanır.

Tanım 3.9 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir yamuksal sezgisel bulanık sayı olsun.

Daha sonra \bar{A}_{α} ile gösterilen α - kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve

$0 \leq \alpha \leq w_{\bar{A}}$ şartı ile

$$\bar{A}_{\alpha} = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq \alpha\}$$

olarak tanımlanır. Burada \bar{A}_{α} ile gösterilen α - kesim kümesi $[L_{\bar{A}}(\alpha), R_{\bar{A}}(\alpha)]$ şeklinde kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[L_{\bar{A}}(\alpha), R_{\bar{A}}(\alpha)] = \left[a_1 + \frac{\alpha(b_1 - a_1)}{w_{\bar{A}}}, d_1 - \frac{\alpha(d_1 - c_1)}{w_{\bar{A}}} \right]$$

Tanım 3.10 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir yamuksal sezgisel bulanık sayı olsun.

Daha sonra \bar{A}_{β} ile gösterilen β - kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve

$u_{\bar{A}} \leq \beta \leq 1$ şartı ile

$$\bar{A}_{\beta} = \{x \mid v_{\bar{A}}(x) \leq \beta\}$$

olarak tanımlanır. Burada \bar{A}_{β} ile gösterilen β - kesim kümesi $[L_{\bar{A}}(\beta), R_{\bar{A}}(\beta)]$ şeklinde

kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[L_{\bar{A}}(\beta), R_{\bar{A}}(\beta)] = \left[\frac{(1 - \beta)b_1 + (\beta - u_{\bar{A}})a_1}{1 - u_{\bar{A}}}, \frac{(1 - \beta)c_1 + (\beta - u_{\bar{A}})d_1}{1 - u_{\bar{A}}} \right]$$

Tanım 3.11 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir üçgensel sezgisel bulanık sayı olsun. Daha sonra $\bar{A}_{\alpha, \beta}$ ile gösterilen (α, β) - kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve $0 \leq \alpha \leq w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \leq \beta \leq 1$ ve $0 \leq \alpha + \beta \leq 1$ şartı ile

$$\bar{A}_{\alpha, \beta} = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq \alpha, v_{\bar{A}}(x) \leq \beta\}$$

olarak tanımlanır.

Tanım 3.12 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir üçgensel sezgisel bulanık sayı olsun. Daha sonra \tilde{A}_α ile gösterilen α - kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve $0 \leq \alpha \leq w_{\bar{A}}$ şartı ile

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \mid \mu_{\bar{A}}(x) \geq \alpha\}$$

olarak tanımlanır. Burada \tilde{A}_α ile gösterilen α - kesim kümesi $[L_{\bar{A}}(\alpha), R_{\bar{A}}(\alpha)]$ şeklinde kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[L_{\bar{A}}(\alpha), R_{\bar{A}}(\alpha)] = \left[a_1 + \frac{\alpha(b_1 - a_1)}{w_{\bar{A}}}, c_1 - \frac{\alpha(c_1 - b_1)}{w_{\bar{A}}} \right]$$

Tanım 3.13 [27] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir üçgensel sezgisel bulanık sayı olsun. Daha sonra \bar{A}_β ile gösterilen β - kesim kümesi reel sayıların bir alt kümesidir ve $u_{\bar{A}} \leq \beta \leq 1$ şartı ile

$$\bar{A}_\beta = \{x \mid v_{\bar{A}}(x) \leq \beta\}$$

olarak tanımlanır. Burada \bar{A}_β ile gösterilen β - kesim kümesi $[L_{\bar{A}}(\beta), R_{\bar{A}}(\beta)]$ şeklinde kapalı bir aralıktır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$[L_{\bar{A}}(\beta), R_{\bar{A}}(\beta)] = \left[\frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\bar{A}})a_1}{1 - u_{\bar{A}}}, \frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\bar{A}})c_1}{1 - u_{\bar{A}}} \right]$$

3.1.3 Sezgisel Bulanık Sayılarda Mesafe Ölçümü

Tanım 3.14 [23] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ ve $\bar{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\bar{B}}, u_{\bar{B}} \rangle$ iki yamuksal sezgisel bulanık sayı olmak üzere \bar{A} 'nın α - kesim kümesi ve $\beta = (1 - \alpha)$ kesim kümesi sırasıyla,

$$\bar{A} = [L_{\bar{A}}(\alpha), R_{\bar{A}}(\alpha)] \text{ ve } [L'_{\bar{A}}(\beta), R'_{\bar{A}}(\beta)], \bar{B} = [L_{\bar{B}}(\alpha), R_{\bar{B}}(\alpha)] \text{ ve } [L'_{\bar{B}}(\beta), R'_{\bar{B}}(\beta)]$$

olsun. Daha sonra $d(\bar{A}, \bar{B})$ ile gösterilen \bar{A} ve \bar{B} arasındaki mesafe ölçümü:

$$d(\bar{A}, \bar{B}) = \sqrt{\frac{1}{4} \int_0^1 \left[(L_{\bar{A}}(\alpha) - L_{\bar{B}}(\alpha))^2 + (R_{\bar{A}}(\alpha) - R_{\bar{B}}(\alpha))^2 + (L'_{\bar{A}}(1-\alpha) - L'_{\bar{B}}(1-\alpha))^2 + (R'_{\bar{A}}(1-\alpha) - R'_{\bar{B}}(1-\alpha))^2 \right] d\alpha}$$

şeklinde tanımlanır.

3.1.4 Sezgisel Bulanık Sayılarda Büyüklük Fonksiyonu

Tanım 3.15 [44] $\bar{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\bar{A}}, u_{\bar{A}} \rangle$ bir yamuksalsezgisel bulanık sayı olsun. Daha sonra, \bar{A} sezgisel bulanık sayısının üyelik olma fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{A}_\mu)$ ve üyelik olmama fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{A}_\nu)$ sırası ile aşağıdaki gibi verilir.

$$Mag(\bar{A}_\mu) = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 L_{\bar{A}}(\alpha) + R_{\bar{A}}(\alpha) + b_1 + c_1 \right) f(\alpha) d\alpha$$

$$Mag(\bar{A}_\nu) = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 L'_{\bar{A}}(\beta) + R'_{\bar{A}}(\beta) + b_1 + c_1 \right) g(\beta) d\beta$$

$f(\alpha)$ fonksiyonu, $[0,1]$ de negatif olmayan ve artan bir fonksiyon olup, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ ve $g(\beta)$ fonksiyonu, $[0,1]$ de negatif olmayan ve azalan bir fonksiyon olup, $f(1) = 0$, $f(0) = 1$ şartlarını sağlayan fonksiyonlar olarak düşünülebilir. Uygulamalarda f ve g fonksiyonları problemin durumuna göre seçilebilir. Örneğin $f(\alpha) = \alpha$ ve $f(\beta) = 1 - \beta$ olabilir.

\bar{A} sezgisel bulanık sayısının üyelik olma fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{A}_\mu)$ ve üyelik olmama fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{A}_\nu)$ ve \bar{B} sezgisel bulanık sayısının üyelik

olma fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{B}_\mu)$ ve üyelik olmama fonksiyonunun büyüklüğü $Mag(\bar{B}_\nu)$ olmak üzere \bar{A} ve \bar{B} sayılarının karşılaştırılması aşağıdaki algoritma ile yapılır;

Algoritma;

1. $Mag(\bar{A}_\mu) > Mag(\bar{B}_\mu)$ ise $\bar{A}_\mu > \bar{B}_\mu$

2. $Mag(\bar{A}_\mu) < Mag(\bar{B}_\mu)$ ise $\bar{A}_\mu < \bar{B}_\mu$

3. $Mag(\bar{A}_\mu) = Mag(\bar{B}_\mu)$ ise

i. $Mag(\bar{A}_\nu) > Mag(\bar{B}_\nu)$ ise $\bar{A}_\nu > \bar{B}_\nu$

ii. $Mag(\bar{A}_\nu) < Mag(\bar{B}_\nu)$ ise $\bar{A}_\nu < \bar{B}_\nu$

iii. $Mag(\bar{A}_\nu) = Mag(\bar{B}_\nu)$ ise $\bar{A}_\nu = \bar{B}_\nu$

3.1.5 Sezgisel Bulanık Sayılarda Merkez Noktası

Li [28] tarafından verilen sezgisel bulanık sayının normalleştirilmiş hali Varghese ve Kuriakose [48] tarafından aşağıdaki gibi verildi.

Tanım 3.16 [48] R reel eksenin bir sezgisel bulanık alt kümesi

$\bar{A} = \{ \langle x, \mu_{\bar{A}}(x), \nu_{\bar{A}}(x) \rangle : x \in R \}$ aşağıdaki şartları sağlarsa \bar{A} 'ya sezgisel bulanık sayı denir.

i) $\mu_{\bar{A}}(b) = 1$ ve $\nu_{\bar{A}}(b) = 0$ olacak şekilde $\exists b \in R$ vardır.

ii) $\mu_{\bar{A}}, \nu_{\bar{A}}$ sürekli birer fonksiyondur ve $\forall x \in R, 0 \leq \mu_{\bar{A}} + \nu_{\bar{A}} \leq 1$ sağlanır.

iii) \bar{A} 'nın üyelik ve üyelik olmama fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq a \\ f(x), & a \leq x \leq b \\ 1, & x = b \\ g(x), & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x < \infty \end{cases}$$

$$v_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 1, & -\infty < x \leq e \\ h(x), & e \leq x \leq b, 0 \leq f(x) + h(x) \leq 1 \\ 0, & x = b \\ k(x), & b \leq x \leq g, 0 \leq g(x) + k(x) \leq 1 \\ 1, & g \leq x < \infty \end{cases}$$

Buda $f, g, h, k : R \rightarrow [0,1]$ olmak üzere f ve k fonksiyonları artan fonksiyon, g ve h fonksiyonları azalan fonksiyonlardır.

Tanım 3.17 [48] $K = \{ \langle x, \mu_K(x), \nu_K(x) \rangle : x \in E \}$ bir sezgisel küme ve K nın

$p: R \rightarrow [0, 1]$ ile verilen skoru $p(x) = \frac{(\mu_K - \nu_K)(x) + 1}{2}$ olsun. Daha sonra p

fonksiyonuna bağlı olarak sezgisel bulanık sayısı

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < e \\ \frac{1-h(x)}{2}, & e \leq x < a \\ \frac{f(x)-h(x)+1}{2}, & a \leq x < b \\ \frac{g(x)-k(x)+1}{2}, & b \leq x < c \\ \frac{1-k(x)}{2}, & c \leq x < g \\ 0, & x \geq g \end{cases}$$

İle ifade edilen bir bulanık sayıdır.

Ayrıca bu sayının merkezi;

$$X_p = \frac{\int_e^a \frac{1-h(x)}{2} x dx + \int_a^b \frac{f(x)-h(x)+1}{2} x dx + \int_b^c \frac{g(x)-k(x)+1}{2} x dx + \int_c^g \frac{1-k(x)}{2} x dx}{\int_e^a \frac{1-h(x)}{2} x dx + \int_a^b \frac{f(x)-h(x)+1}{2} x dx + \int_b^c \frac{g(x)-k(x)+1}{2} x dx + \int_c^g \frac{1-k(x)}{2} x dx} \quad (3.17.1)$$

ile verilir.

3.3. Neutrosophic Kümeler

Tanım 3.18 [56] E evrensel bir küme olsun. $\forall x \in E, 0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$ olmak üzere, $T_A: E \rightarrow [0,1]$, $I_A: E \rightarrow [0,1]$ ve $F_A: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları ile E üzerinde bir A tek değerli neutrosophic küme

$$A = \{(x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)): x \in E\}$$

ile tanımlanır. Burada $T_A(x)$, $I_A(x)$ ve $F_A(x)$ sırasıyla $x \in E$ nin doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

Tanım 3.19 [52] X evrensel bir küme olsun. $\forall x \in X$, $0 \leq T_{\tilde{N}}(x) + I_{\tilde{N}}(x) + F_{\tilde{N}}(x) \leq 3$ olmak üzere, $T_{\tilde{N}}(x) \in [0,1]$, $I_{\tilde{N}}(x) \in [0,1]$, $F_{\tilde{N}}(x) \in [0,1]$ fonksiyonları ve ile x üzerinde bir \tilde{N} neutrosophic bulanık sayı

$$\tilde{N} = \{(x, T_{\tilde{N}}(x), I_{\tilde{N}}(x), F_{\tilde{N}}(x)): x \in X\}$$

ile tanımlanır. Burada $T_{\tilde{N}}(x)$, $I_{\tilde{N}}(x)$ ve $F_{\tilde{N}}(x)$ sırasıyla $x \in X$ nin doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir. Kolaylık için (a, b, c, d) , (e, f, g, h) , (l, m, n, p) üç yamuksal bulanık sayı olmak üzere bir neutrosophic bulanık sayı

$$\tilde{N} = \langle (a, b, c, d), (e, f, g, h), (l, m, n, p) \rangle$$

ile gösterilir.

Tanım 3.20 [52] $\tilde{k}_1 = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1), (e_1, f_1, g_1, h_1), (l_1, m_1, n_1, p_1) \rangle$
 $\tilde{k}_2 = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2), (e_2, f_2, g_2, h_2), (l_2, m_2, n_2, p_2) \rangle$

iki yamuksal neutrosophic bulanık sayı olmak üzere;

1. $\tilde{k}_1 \oplus \tilde{k}_2 = \langle (a_1 + a_2 - a_1a_2, b_1 + b_2 - b_1b_2, c_1 + c_2 - c_1c_2, d_1 + d_2 - d_1d_2), (e_1e_2, f_1f_2, g_1g_2, h_1h_2), (l_1l_2, m_1m_2, n_1n_2, p_1p_2) \rangle$
2. $\tilde{k}_1 \otimes \tilde{k}_2 = \langle (a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2, d_1d_2), (e_1+e_2 - e_1e_2, f_1 + f_2 - f_1f_2, g_1+g_2 - g_1g_2, h_1 + h_2 - h_1h_2), (l_1 + l_2 - l_1l_2, m_1+m_2 - m_1m_2, n_1 + n_2 - n_1n_2, p_1 + p_2 - p_1p_2) \rangle$
3. $\lambda \tilde{k}_1 = \langle (1 - (1 - a_1)^\lambda, 1 - (1 - b_1)^\lambda, 1 - (1 - c_1)^\lambda, 1 - (1 - d_1)^\lambda), (e_1^\lambda, f_1^\lambda, g_1^\lambda, h_1^\lambda), (l_1^\lambda, m_1^\lambda, n_1^\lambda, p_1^\lambda) \rangle \lambda > 0$

$$4. \tilde{k}_1^\lambda = \langle (a_1^\lambda, b_1^\lambda, c_1^\lambda, d_1^\lambda), (1 - (1 - e_1)^\lambda, 1 - (1 - f_1)^\lambda, 1 - (1 - g_1)^\lambda, 1 - (1 - h_1)^\lambda), (1 - (1 - l_1)^\lambda, 1 - (1 - m_1)^\lambda, 1 - (1 - n_1)^\lambda, 1 - (1 - p_1)^\lambda) \rangle \lambda \geq 0$$

'dir.

3.1.6 Tek Değerli Neutrosophic Sayılar

Tanım 3.21 [46] $i = 1, 2, 3$ için $a_i \leq b_i \leq c_i \leq d_i$ olacak şekilde $a_i, b_i, c_i, d_i \in [0, 1]$ ve $\mu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$ doğruluk fonksiyonu, $\nu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$ kararsızlık fonksiyonu ve $\lambda_{\tilde{A}}: R \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir tek değerli neutrosophic küme olan tek değerli neutrosophic sayı (TDN-sayı)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\mu l}(x) & a_1 \leq x < b_1 \\ w_{\tilde{A}} & b_1 \leq x < c_1 \\ f_{\mu r}(x) & c_1 \leq x < d_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\nu l}(x) & a_2 \leq x < b_2 \\ u_{\tilde{A}} & b_2 \leq x < c_2 \\ f_{\nu r}(x) & c_2 \leq x < d_2 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\lambda l}(x) & a_3 \leq x < b_3 \\ y_{\tilde{A}} & b_3 \leq x < c_3 \\ f_{\lambda r}(x) & c_3 \leq x < d_3 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile

$$\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}}), (a_2, b_2, c_2, d_2; u_{\tilde{A}}), (a_3, b_3, c_3, d_3; y_{\tilde{A}}) \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

Burada verilen fonksiyonlarda $f_{\mu l}(a_1) = 0$, $f_{\mu l}(b_1) = w_{\tilde{A}}$, $f_{\nu r}(a_1) = u_{\tilde{A}}$, $f_{\nu r}(d_2) = 1$, $f_{\lambda r}(c_3) = y_{\tilde{A}}$ ve $f_{\lambda r}(d_3) = 1$ olacak şekilde $f_{\mu l}: [a_1, b_1] \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$, $f_{\nu r}: [c_2, d_2] \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$, $f_{\lambda r}: [c_3, d_3] \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ fonksiyonları sürekli ve azalmayıdır. Benzer şekilde $f_{\mu r}(c_1) = w_{\tilde{A}}$, $f_{\mu r}(d_1) = 0$, $f_{\nu l}(a_2) = 1$, $f_{\nu l}(b_2) = u_{\tilde{A}}$, $f_{\lambda l}(a_3) = 1$ ve $f_{\lambda l}(b_3) = y_{\tilde{A}}$

olacak şekilde $f_{\mu_r}: [c_1, d_1] \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$, $f_{\nu_r}: [a_2, b_2] \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$, $f_{\lambda_l}: [a_3, b_3] \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ fonksiyonları sürekli ve artmayan fonksiyondur. Ayrıca $w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}}$ sayılarına sırasıyla maksimum doğruluk derecesi, minimum kararsızlık derecesi ve minimum yanlışlık derecesi denir.

NOT: TDN-sayı kavramı $i=1,2,3$ için a_i, b_i, c_i ve d_i reel sayılarının bazı özel durumları için tek değerli yamuksal neutrosophic sayı ve tek değerli üçgensel neutrosophic sayı kavramlarına dönüşür.

3.1.7 Tek değerli yamuksal neutrosophic sayı

Tanım 3.22 [46] $a_1 \leq b_1 \leq c_1 \leq d_1$ olacak şekilde $a_1, b_1, c_1, d_1 \in [0, 1]$ ve $\mu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$ doğruluk fonksiyonu, $\nu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$ kararsızlık fonksiyonu ve $\lambda_{\tilde{A}}: R \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir tek değerli neutrosopic sayı olan tek değerli yamuksal neutrosopic sayı (TDYN-sayı)

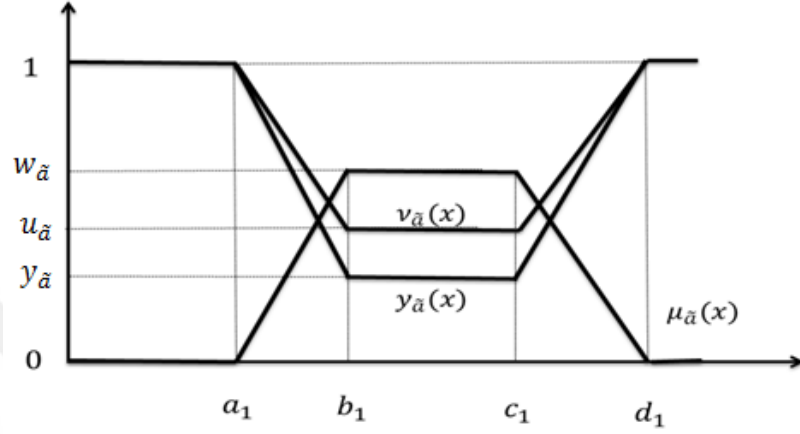
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x - a_1)w_{\tilde{A}} / (b_1 - a_1) & a_1 \leq x \leq b_1 \\ w_{\tilde{A}} & b_1 \leq x \leq c_1 \\ (d_1 - x)w_{\tilde{A}} / (d_1 - c_1) & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} b_1 - x + u_{\tilde{A}}(x - a_1) & a_1 \leq x \leq b_1 \\ u_{\tilde{A}} & b_1 \leq x \leq c_1 \\ x - c_1 + u_{\tilde{A}}(d_1 - x) & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} b_1 - x + \lambda_{\tilde{A}}(x - a_1) & a_1 \leq x \leq b_1 \\ y_{\tilde{A}} & b_1 \leq x \leq c_1 \\ x - c_1 + \lambda_{\tilde{A}}(d_1 - x) & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ şeklinde tanımlanır.

Bir TDYN-sayı örneği Şekil 1 deki gibi grafik ile de verilebilir. Eğer $a_1 > 0$ ise $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDYN –sayısına pozitif TDYN –sayı denir ve $\tilde{A} > 0$ ile gösterilir. Benzer şekilde $d_1 \leq 0$ ise $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDYN –sayısına negatif TDYN –sayı denir ve $\tilde{A} < 0$ ile gösterilir.



Şekil 1:TDYN- sayı örneği

Bundan sonra R üzerinde tanımlı tüm TDYN-sayıları N_R ile göstereceğiz.

Örnek 3.23 Doğruluk fonksiyonu, kararsızlık fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu sırasıyla;

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0.7(x-1) & 1 \leq x < 2 \\ 0.7 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0.7(6-x) & 5 < x \leq 6 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$v_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1.4-0.4x & 1 \leq x < 2 \\ 0.6 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0.4x-1.4x & 5 < x \leq 6 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1.7-0.7x & 1 \leq x < 2 \\ 0.3 & 2 \leq x \leq 5 \\ 0.7x-3.2 & 5 < x \leq 6 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

ile verilen $\tilde{A} = \langle (1, 2, 5, 6); 0.7, 0.6, 0.3 \rangle$ bir TDYN sayıdır.

Tanım 3.24 [46] $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$, $\tilde{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{B}} \rangle \in N_R$ ve $\gamma \neq 0$ olsun. Daha sonra bu iki TDYN –sayı arasındaki aritmetik işlemler

$$1. \quad \tilde{A} + \tilde{B} = \langle (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle$$

$$2. \quad \tilde{A} - \tilde{B} = \langle (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2, d_1 - d_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle$$

$$3. \quad \tilde{A}\tilde{B} = \begin{cases} \langle (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2, d_1 d_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 > 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (a_1 d_2, b_1 c_2, c_1 b_2, d_1 a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1 d_2, c_1 c_2, b_1 b_2, a_1 a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 < 0 \end{cases}$$

$$4. \quad \tilde{A}/\tilde{B} = \begin{cases} \langle (a_1/d_2, b_1/c_2, c_1/b_2, d_1/a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 > 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1/d_2, c_1/c_2, b_1/b_2, a_1/a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 > 0 \\ \langle (d_1/a_2, c_1/b_2, b_1/c_2, a_1/d_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & d_1 < 0 \quad d_2 < 0 \end{cases}$$

$$5. \quad \gamma \tilde{A} = \begin{cases} \langle (\gamma a_1, \lambda b_1, \lambda c_1, \lambda d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (\lambda d_1, \lambda c_1, \lambda b_1, \lambda a_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$6. \quad \tilde{A}^\gamma = \begin{cases} \langle (a_1^\gamma, b_1^\gamma, c_1^\gamma, d_1^\gamma); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (d_1^\gamma, c_1^\gamma, b_1^\gamma, a_1^\gamma); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$$

$$7. \quad \tilde{A}^{-1} = \langle (1/d_1, 1/c_1, 1/b_1, 1/a_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$$

şeklinde verilir.

Örnek 3.25 $\tilde{A} = \langle (1, 3, 4, 8); 0.3, 0.5, 0.8 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (2, 3, 5, 8); 0.4, 0.6, 0.7 \rangle \in N_R$ olsun. Daha sonra bu iki TDYN- sayı arasındaki aritmetik işlemler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$1. \quad \tilde{A} + \tilde{B} = \langle (3, 6, 9, 16); 0.3, 0.6, 0.8 \rangle$$

$$2. \quad \tilde{A} - \tilde{B} = \langle (-7, -2, 1, 6); 0.3, 0.6, 0.8 \rangle$$

$$3. \quad \tilde{A}\tilde{B} = \langle (2, 9, 20, 64); 0.3, 0.6, 0.8 \rangle$$

$$4. \quad \tilde{A}/\tilde{B} = \langle (\frac{1}{8}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3}, 4); 0.3, 0.6, 0.8 \rangle$$

$$5. \quad 2.\tilde{A} = \langle (2, 6, 8, 16); 0.3, 0.5, 0.8 \rangle$$

$$6. \quad 3.\tilde{B} = \langle (6, 9, 15, 24); 0.4, 0.6, 0.7 \rangle$$

$$7. \quad \tilde{A}^{-1} = \langle (\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1); 0.3, 0.5, 0.8 \rangle$$

$$8. \tilde{B}^{-1} = \langle (\frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}); 0.4, 0.6, 0.7 \rangle$$

Tanım 3.26 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDN-sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}$ olmak üzere \tilde{A} TDN-sayısının α -kesim kümesi \tilde{A}_α ile gösterilir.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_\alpha &= \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, x \in R\} \\ &= [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)] \\ &= \left[\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)a + \alpha b}{w_{\tilde{A}}}, \frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)d + \alpha c}{w_{\tilde{A}}} \right] \end{aligned}$$

şekildedir.

Örnek 3.27 $\tilde{A} = \langle (2, 3, 7, 10); 0.9, 0.3, 0.4 \rangle$ bir TDN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDN-sayısının α -kesim kümesi;

$$\begin{aligned} \tilde{A}_\alpha &= [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)] \\ &= \left[\frac{(0.9 - \alpha)2 + 3\alpha}{0.9}, \frac{(0.9 - \alpha)10 + 7\alpha}{0.9} \right] \quad (\alpha = 0, 2 \text{ için}), \end{aligned}$$

$$\tilde{A}_\alpha = (2.22, 9.33)$$

bulunur.

Tanım 3.28 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDN-sayı olsun. Daha sonra $u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1$, olmak üzere \tilde{A} TDN-sayısının β -kesim kümesi \tilde{A}^β ile gösterilir ve

$$\begin{aligned} \tilde{A}^\beta &= \{x : \nu_{\tilde{A}}(x) \leq \beta, x \in R\} \\ &= [L_{\tilde{A}}'(\beta), R_{\tilde{A}}'(\beta)] \\ &= \left[\frac{(1 - \beta)b + (\beta - u_{\tilde{A}})a}{1 - u_{\tilde{A}}}, \frac{(1 - \beta)c + (\beta - u_{\tilde{A}})d}{1 - u_{\tilde{A}}} \right] \end{aligned}$$

şeklindedir.

Örnek 3.29 $\tilde{A} = \langle (3, 6, 8, 10); 0.8, 0.6, 0.5 \rangle$ bir TDN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDN-sayısının β –kesim kümesi;

$$\begin{aligned}\tilde{A}^\beta &= [L_{\tilde{A}}'(\beta), R_{\tilde{A}}'(\beta)] \\ &= \left[\frac{(1-\beta)6 + (\beta-0.6)3}{1-0.6}, \frac{(1-\beta)8 + (\beta-0.6)10}{1-0.6} \right] \quad (\beta = 0.8 \text{ için,})\end{aligned}$$

$$\tilde{A}^\beta = (9, 18)$$

bulunur.

Tanım 3.30 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDN-sayı olsun. Daha sonra $y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olmak üzere \tilde{A} TDN-sayısının γ –kesim kümesi ${}^\lambda \tilde{A}$ ile gösterilir ve

$$\begin{aligned}{}^\lambda \tilde{A} &= \{x : \lambda_{\tilde{A}}(x) \leq \gamma, x \in R\} \\ &= [L_{\tilde{A}}''(\gamma), R_{\tilde{A}}''(\gamma)] \\ &= \left[\frac{(1-\gamma)b + (\gamma - y_{\tilde{A}})a}{1 - y_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\gamma)c + (\gamma - y_{\tilde{A}})d}{1 - y_{\tilde{A}}} \right]\end{aligned}$$

şeklindedir.

Örnek 3.31 $\tilde{A} = \langle (2, 4, 5, 8); 0.7, 0.5, 0.4 \rangle$ bir TDN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDN-sayısının γ –kesim kümesi;

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= [L_{\tilde{A}}''(\gamma), R_{\tilde{A}}''(\gamma)] \\ &= \left[\frac{(1-\gamma)b + (\gamma - y_{\tilde{A}})a}{1 - y_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\gamma)c + (\gamma - y_{\tilde{A}})d}{1 - y_{\tilde{A}}} \right] \quad (\gamma = 0.7 \text{ için,})\end{aligned}$$

$${}^\lambda \tilde{A} = (3, 6.5)$$

bulunur.

Tanım 3.32 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDN – sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1, y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olup \tilde{A} TDN –sayısının $\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ - kesim kümesi $\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle}$ ile gösterilir ve

$$\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = \{x: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, \nu_{\tilde{A}}(x) \leq \beta, \lambda_{\tilde{A}}(x) \leq \gamma, x \in R\}$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 3.33 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDN-sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1, y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ ve $0 \leq \alpha + \beta + \gamma \leq 3$ olmak üzere

$$\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = \tilde{A}_{\alpha} \cap \tilde{A}^{\beta} \cap {}^{\gamma} \tilde{A}$$

ifadesi geçerlidir.

Örnek 3.34 $\tilde{A} = \langle (1, 2, 6, 8); 0.9, 0.5, 0.3 \rangle$ bir TDN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDN-sayısının $\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ - kesim kümesi için, $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1$ ve $y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olacak şekilde $\alpha = 0.6, \beta = 0.7, \gamma = 0.8$ seçilirse;

$$\tilde{A}_{\alpha} = \left[\frac{(0.9-0.6)1+(0.6)2}{0.9}, \frac{(0.9-0.6)8+(0.6)6}{0.9} \right] = (1.66, 6.66)$$

$$\tilde{A}^{\beta} = \left[\frac{(1-0.7)2+(0.7-0.5)1}{1-0.5}, \frac{(1-0.7)6+(0.7-0.5)8}{1-0.5} \right] = (1.6, 6.8)$$

$${}^{\lambda} \tilde{A} = \left[\frac{(1-0.8)2+(0.8-0.3)1}{1-0.3}, \frac{(1-0.8)6+(0.8-0.3)8}{1-0.3} \right] = (1.285, 7.428)$$

$\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = (1.66, 6.66)$ olur.

Tanım 3.35 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle \in N_R$ olsun. Daha sonra, \tilde{A} TDN-sayısının $S_Y(\tilde{A})$ ile gösterilen skor fonksiyonu, $A_Y(\tilde{a})$ ile gösterilen kesinlik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_Y(\tilde{A}) = \frac{1}{16} [a + b + c + d] \times (2 + \mu_{\tilde{A}} - \nu_{\tilde{A}} - \gamma_{\tilde{A}})$$

$$A_Y(\tilde{A}) = \frac{1}{16} [a + b + c + d] \times (2 + \mu_{\tilde{A}} - \nu_{\tilde{A}} + \gamma_{\tilde{A}})$$

Tanım 3.36 [46] $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \in N_R$ olsun. Daha sonra, bu TDYN- sayıların karşılaştırılması

- 1) $S_Y(\tilde{A}_1) < S_Y(\tilde{A}_2)$ ise, $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ dir.
- 2) $S_Y(\tilde{A}_1) > S_Y(\tilde{A}_2)$ ise, $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ dir.
- 3) $S_Y(\tilde{A}_1) = S_Y(\tilde{A}_2)$ ise,
 - a) $A_Y(\tilde{A}_1) < A_Y(\tilde{A}_2)$ ise, $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ dir.
 - b) $A_Y(\tilde{A}_1) > A_Y(\tilde{A}_2)$ ise, $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ dir.
 - c) $A_Y(\tilde{A}_1) = A_Y(\tilde{A}_2)$ ise, $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ dir.

ile tanımlanır.

Örnek 3.37 $\tilde{A} = \langle (2, 4, 6, 8); 0.7, 0.5, 0.2 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 3, 5, 9); 0.6, 0.5, 0.1 \rangle \in N_R$ olsun. Daha sonra,

$$S_Y(\tilde{A}) = \frac{1}{16} [2 + 4 + 6 + 8] \times (2 + 0.7 - 0.5 - 0.2) = 2.5$$

$$S_Y(\tilde{B}) = \frac{1}{16} [1 + 3 + 5 + 9] \times (2 + 0.6 - 0.5 - 0.1) = 2.25$$

olarak hesaplanır.

O halde $S_Y(\tilde{A}) < S_Y(\tilde{B})$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$ olur.

3.1.8 TDYN-sayılar için Aritmetik Operatörler

Tanım 3.38 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDYN-sayı ailesi

ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ de $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü

olsun. Daha sonra $TDYN_{ao}$ ile gösterilen TDYN ağırlaştırılmış aritmetik operatör

$$\text{TDYN}_{ao} : N_R^n \rightarrow N_R, \quad \text{TDYN}_{ao}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{j=1}^n w_j \tilde{A}_j$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.39 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDYN-sayı ailesi

olsun. $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olmak üzere TDYN_{ao} ile

gösterilen operatör

$$\text{TDYN}_{ao}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \left\langle \left(\sum_{j=1}^n w_j a_j, \sum_{j=1}^n w_j b_j, \sum_{j=1}^n w_j c_j, \sum_{j=1}^n w_j d_j \right); \bigwedge_{j=1}^n w_{\tilde{a}_j}, \bigvee_{j=1}^n u_{\tilde{a}_j}, \bigvee_{j=1}^n y_{\tilde{a}_j} \right\rangle$$

'dir.

Örnek 3.40 $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, 3$) için

$$\tilde{A}_1 = \langle (0.245, 0.352, 0.441, 0.625); 0.2, 0.3, 0.8 \rangle$$

$$\tilde{A}_2 = \langle (0.144, 0.262, 0.676, 0.725); 0.7, 0.2, 0.1 \rangle$$

$$\tilde{A}_3 = \langle (0.248, 0.314, 0.431, 0.650); 0.4, 0.6, 0.2 \rangle$$

ile verilsin. Ayrıca, \tilde{A}_j ($j = 1, 2, 3$)'nin ağırlık vektörü $w = (0.7, 0.2, 0.1)^T$ olsun. Daha

sonra, TDYN_{ao} operatörünün değeri,

$$\text{TDYN}_{ao}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3) = \langle (0.225, 0.361, 0.487, 0.647); 0.2, 0.6, 0.8 \rangle$$

olarak hesaplanır.

Tanım 3.41 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDYN-sayı ailesi

ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'da $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü

olsun. Daha sonra TDYN_{go} ile gösterilen TDYN ağırlaştırılmış geometrik operatör

$$\text{TDYN}_{go} : N_R^n \rightarrow N_R, \quad \text{TDYN}_{go}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^n \tilde{A}_j^{w_j}$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.42 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDYN-sayı ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. Daha sonra TDYN_{go} ile gösterilen TDYN ağırlaştırılmış geometrik operatörün değeri

$$\text{TDYN}_{go}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \left\langle \left(\prod_{j=1}^n a_j^{w_j}, \prod_{j=1}^n b_j^{w_j}, \prod_{j=1}^n c_j^{w_j}, \prod_{j=1}^n d_j^{w_j} \right); \bigwedge_{j=1}^n w_{\tilde{A}_j}, \bigvee_{j=1}^n u_{\tilde{A}_j}, \bigvee_{j=1}^n y_{\tilde{A}_j} \right\rangle$$

'dir.

3.1.9 Tek Değerli Üçgensel Neutrosophic Sayı

Tanım 3.43 [46] $a_1 \leq b_1 \leq c_1$ olacak şekilde $a_1, b_1, c_1 \in [0, 1]$ ve $\mu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$ doğruluk fonksiyonu, $\nu_{\tilde{A}}: R \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$ kararsızlık fonksiyonu ve $\lambda_{\tilde{A}}: R \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir tek değerli neutrosophic sayı olan tek değerli üçgensel neutrosophic sayı (TDÜN-sayı)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x - a_1) w_{\tilde{A}} / (b_1 - a_1) & a_1 \leq x < b_1 \\ w_{\tilde{A}} & x = b_1 \\ (c_1 - x) w_{\tilde{A}} / (c_1 - b_1) & b_1 < x \leq c_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (b_1 - x + u_{\tilde{A}}(x - a_1)) / (b_1 - a_1) & a_1 \leq x < b_1 \\ u_{\tilde{A}} & x = b_1 \\ (x - b_1 + u_{\tilde{A}}(c_1 - x)) / (c_1 - b_1) & b_1 < x \leq c_1 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

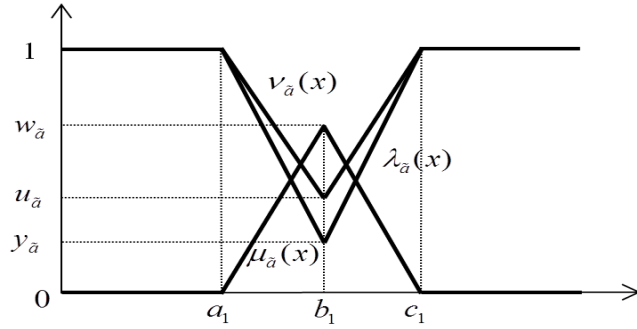
ve

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (b_1 - x + y_{\tilde{A}}(x - a_1)) / (b_1 - a_1) & a_1 \leq x < b_1 \\ y_{\tilde{A}} & x = b_1 \\ (x - b_1 + y_{\tilde{A}}(c_1 - x)) / (c_1 - b_1) & b_1 < x \leq c_1 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile

$$\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$$

şeklinde tanımlanır. Bir TDÜN-sayı örneği Şekil 2 deki gibi grafik ile de verilebilir.



Şekil 2: Bir TDÜN-sayı örneği

Eğer $a_1 \geq 0$ ise $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN-sayısına pozitif TDÜN-sayı denir ve $\tilde{A} > 0$ ile gösterilir. Benzer şekilde $c_1 \leq 0$ ise $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN-sayısına negatif TDÜN-sayı denir ve $\tilde{A} < 0$ ile gösterilir. Bundan sonra \mathbb{R} üzerinde tanımlı tüm TDÜN-sayıları \bar{N}_R ile göstereceğiz.

Örnek 3.44 $\tilde{A} = \langle (3,5,8); 0.8,0.3,0.4 \rangle$ TDÜN-sayıdır. Bu sayının doğruluk fonksiyonu, kararsızlık fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu sırasıyla

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0.4(x-3) & 3 \leq x < 5 \\ 0.8 & x = 5 \\ 0.26(8-x) & 5 < x \leq 8 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 2.05 - 0.35x & 3 \leq x < 5 \\ 0.3 & x = 5 \\ 0.23x - 1.2 & 5 < x \leq 8 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1.9 - 0.3x & 3 \leq x < 5 \\ 0.5 & x = 5 \\ 0.2x - 0.6 & 5 < x \leq 8 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

dır.

Tanım 3.45 [46] $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ ve $\tilde{B} = \langle (a_2, b_2, c_2); w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{B}} \rangle$ iki TDÜN-sayı ve $\gamma \neq 0$ olmak üzere;

1. $\tilde{A} + \tilde{B} = \langle (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle$
2. $\tilde{A} - \tilde{B} = \langle (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle$
3. $\tilde{A}\tilde{B} = \begin{cases} \langle (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 > 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (a_1 c_2, b_1 b_2, c_1 a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1 c_2, b_1 b_2, a_1 a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 < 0 \end{cases}$
4. $\tilde{A} / \tilde{B} = \begin{cases} \langle (a_1 / c_2, b_1 / b_2, c_1 / a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 > 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1 / c_2, b_1 / b_2, a_1 / a_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 > 0 \\ \langle (c_1 / a_2, b_1 / b_2, a_1 / c_2); w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}} \rangle & c_1 < 0 \quad c_2 < 0 \end{cases}$
5. $\gamma \tilde{A} = \begin{cases} \langle (\gamma a_1, \gamma b_1, \gamma c_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (\gamma c_1, \gamma b_1, \gamma a_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$
6. $\tilde{A}^\gamma = \begin{cases} \langle (a_1^\gamma, b_1^\gamma, c_1^\gamma); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma > 0 \\ \langle (c_1^\gamma, b_1^\gamma, a_1^\gamma); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle & \gamma < 0 \end{cases}$
7. $\tilde{A}^{-1} = \langle (1/c_1, 1/b_1, 1/a_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$

olarak verilir.

Örnek 3.46 $\tilde{A} = \langle (1,3,8); 0.8,0.2,0.3 \rangle$ ve $\tilde{B} = \langle (2,5,6); 0.2,0.6,0.5 \rangle$ iki TDÜN-sayı olsun. Daha sonra bu iki TDÜN- sayı arasındaki aritmetik işlemler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

1. $\tilde{A} + \tilde{B} = \langle (3,8,14); 0.2,0.6,0.5 \rangle$
2. $\tilde{A} - \tilde{B} = \langle (-5,-2,6); 0.2,0.6,0.5 \rangle$
3. $\tilde{A}\tilde{B} = \langle (2,15,48); 0.2,0.6,0.5 \rangle$
4. $\tilde{A} / \tilde{B} = \langle (\frac{1}{6}, \frac{3}{5}, 4); 0.2,0.6,0.5 \rangle$
5. $2\tilde{A} = \langle (2,6,16); 0.8,0.2,0.3 \rangle$
6. $\tilde{A}^{-1} = \langle (\frac{1}{8}, \frac{1}{3}, 1); 0.8,0.2,0.3 \rangle$

$$7. \tilde{B}^{-1} = \langle (\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}); 0.2, 0.6, 0.5 \rangle$$

3.1.10 TDÜN-sayılar için aritmetik operatörler

Tanım 3.47 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDÜN-sayı ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun.

Daha sonra $TDÜN_{ao}$ ile gösterilen TDÜN ağırlaştırılmış aritmetik operatör

$$TDÜN_{ao} : \bar{N}_R^n \rightarrow \bar{N}_R, \quad TDÜN_{ao}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{j=1}^n w_j \tilde{A}_j$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.48 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDÜN-sayı ailesi olsun. $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olmak üzere $TDÜN_{ao}$ ile gösterilen operatör

$$TDÜN_{ao}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \langle \left(\sum_{j=1}^n w_j a_j, \sum_{j=1}^n w_j b_j, \sum_{j=1}^n w_j c_j \right); \bigwedge_{j=1}^n w_{\tilde{A}_j}, \bigvee_{j=1}^n u_{\tilde{A}_j}, \bigvee_{j=1}^n y_{\tilde{A}_j} \rangle$$

'dir.

Örnek 3.49 $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, 3$) için,

$$\tilde{A}_1 = \langle (0.152, 0.252, 0.345); 0.5, 0.3, 0.4 \rangle$$

$$\tilde{A}_2 = \langle (0.184, 0.382, 0.605); 0.6, 0.3, 0.5 \rangle$$

$$\tilde{A}_3 = \langle (0.364, 0.634, 0.850); 0.8, 0.6, 0.7 \rangle$$

ile verilsin. Ayrıca, \tilde{A}_j ($j = 1, 2, 3$)'nin ağırlık vektörü $w = (0.5, 0.3, 0.1)^T$ olsun. Daha sonra, $TDÜN_{ao}$ operatörünün değeri aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$TDÜN_{ao}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3) = \langle (0.1676, 0.304, 0.439); 0.5, 0.6, 0.7 \rangle$$

Tanım 3.50 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDÜN-sayı ailesi ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun.

Daha sonra TDÜN_{go} ile gösterilen TDÜN ağırlaştırılmış geometrik operatör

$$\text{TDÜN}_{go} : \bar{N}_R^n \rightarrow \bar{N}_R, \quad \text{TDÜN}_{go}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^n \tilde{A}_j^{w_j}$$

ile tanımlanır.

Teorem 3.51 [46] $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j = 1, 2, \dots, n$) TDÜN-sayı ailesi

ve $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 'de $w_j \in [0, 1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü

olsun. Daha sonra TDÜN_{go} ile gösterilen TDÜN ağırlaştırılmış geometrik operatörün değeri

$$\text{TDÜN}_{go}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n) = \left\langle \left(\prod_{j=1}^n a_j^{w_j}, \prod_{j=1}^n b_j^{w_j}, \prod_{j=1}^n c_j^{w_j} \right); \bigwedge_{j=1}^n w_{\tilde{a}_j}, \bigvee_{j=1}^n u_{\tilde{a}_j}, \bigvee_{j=1}^n y_{\tilde{a}_j} \right\rangle$$

'dir.

Tanım 3.52 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN – sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}$

olmak üzere \tilde{A} TDÜN-sayısının α -kesim kümesi \tilde{A}_α ile gösterilir.

$$\tilde{A}_\alpha = \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, x \in R\}$$

$$= [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)]$$

$$= \left[\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)a + \alpha b}{w_{\tilde{A}}}, \frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)c + \alpha b}{w_{\tilde{A}}} \right]$$

şekildedir.

Örnek 3.53 $\tilde{A} = \langle (1, 5, 7); 0.8, 0.2, 0.4 \rangle$ bir TDÜN-sayı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDÜN-sayısının α -kesim kümesi;

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_\alpha &= [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)] \\
&= \left[\frac{((0.8) - \alpha)1 + 5\alpha}{(0.8)}, \frac{((0.8) - \alpha)7 + 5\alpha}{(0.8)} \right] \quad (\alpha = 0.3 \text{ için}), \\
&= (2.5, 6.25)
\end{aligned}$$

bulunur.

Tanım 3.54 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN-sayı olsun. Daha sonra $u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1$, olmak üzere \tilde{A} TDÜN-sayısının β –kesim kümesi \tilde{A}^β ile gösterilir ve

$$\begin{aligned}
\tilde{A}^\beta &= \{x : v_{\tilde{A}}(x) \leq \beta, x \in R\} \\
&= [L_{\tilde{A}}'(\beta), R_{\tilde{A}}'(\beta)] \\
&= \left[\frac{(1 - \beta)b + (\beta - u_{\tilde{A}})a}{1 - u_{\tilde{A}}}, \frac{(1 - \beta)b + (\beta - u_{\tilde{A}})c}{1 - u_{\tilde{A}}} \right]
\end{aligned}$$

şeklindedir.

Örnek 3.55 $\tilde{A} = \langle (2, 5, 8); 0.6, 0.4, 0.2 \rangle$ bir TDÜN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDÜN-sayısının β –kesim kümesi;

$$\begin{aligned}
\tilde{A}^\beta &= [L_{\tilde{A}}'(\beta), R_{\tilde{A}}'(\beta)] \\
&= \left[\frac{(1 - \beta)5 + (\beta - (0.4))2}{1 - (0.4)}, \frac{(1 - \beta)5 + (\beta - (0.4))8}{1 - (0.4)} \right] \quad (\beta = 0.5 \text{ için,}) \\
&= (4.5, 5.5)
\end{aligned}$$

bulunur.

Tanım 3.56 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN-sayı olsun. Daha sonra $y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olmak üzere \tilde{A} TDÜN-sayısının γ –kesim kümesi $\gamma \tilde{A}$ ile gösterilir ve

$$\begin{aligned}
{}^\lambda \tilde{A} &= \{x : \lambda_{\tilde{A}}(x) \leq \gamma, x \in R\} \\
&= [L_{\tilde{A}}''(\gamma), R_{\tilde{A}}''(\gamma)] \\
&= \left[\frac{(1-\gamma)b + (\gamma - y_{\tilde{A}})a}{1 - y_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\gamma)b + (\gamma - y_{\tilde{A}})c}{1 - y_{\tilde{A}}} \right]
\end{aligned}$$

şeklindedir.

Örnek 3.57 $\tilde{A} = \langle (3, 4, 9); 0.3, 0.6, 0.8 \rangle$ bir TDÜN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDÜN-sayısının γ –kesim kümesi;

$$\begin{aligned}
{}^\lambda \tilde{A} &= [L_{\tilde{A}}''(\gamma), R_{\tilde{A}}''(\gamma)] \\
&= \left[\frac{(1-\gamma)4 + (\gamma - (0.8))3}{1 - (0.8)}, \frac{(1-\gamma)4 + (\gamma - (0.8))9}{1 - (0.8)} \right] \quad (\gamma = 0.9 \text{ için,}) \\
&= (7, 13)
\end{aligned}$$

bulunur.

Tanım 3.58 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN – sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1, y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olup \tilde{A} TDÜN –sayısının $\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ - kesim kümesi $\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle}$ ile gösterilir ve $\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, \nu_{\tilde{A}}(x) \leq \beta, \lambda_{\tilde{A}}(x) \leq \gamma, x \in R\}$ şeklinde tanımlanır.

Teorem 3.59 [46] $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ TDÜN-sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1, y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ ve $0 \leq \alpha + \beta + \gamma \leq 3$ olmak üzere

$$\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = \tilde{A}_\alpha \cap \tilde{A}^\beta \cap {}^\gamma \tilde{A}$$

ifadesi geçerlidir.

Örnek 3.60 $\tilde{A} = \langle (1, 4, 7); 0.8, 0.4, 0.2 \rangle$ bir TDÜN-sayısı olsun. Daha sonra \tilde{A} TDÜN-sayısının $\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ - kesim kümesi için, $0 \leq \alpha \leq w_{\tilde{A}}$, $u_{\tilde{A}} \leq \beta \leq 1$ ve $y_{\tilde{A}} \leq \gamma \leq 1$ olacak şekilde $\alpha = 0.5$ $\beta = 0.6$ $\gamma = 0.7$ seçilirse

$$\tilde{A}_{\alpha} = \left[\frac{(0.8-0.5)1+(0.5)4}{0.8}, \frac{(0.8-0.5)7+(0.5)4}{0.8} \right] = (2.875, 5.125)$$

$$\tilde{A}^{\beta} = \left[\frac{(1-0.6)4+(0.6-0.4)1}{1-0.4}, \frac{(1-0.6)4+(0.6-0.4)7}{1-0.4} \right] = (3, 5)$$

ve

$${}^{\lambda}\tilde{A} = \left[\frac{(1-0.7)4+(0.7-0.2)1}{1-0.2}, \frac{(1-0.7)4+(0.7-0.2)7}{1-0.2} \right] = (2.125, 5.875)$$

olacağından $\tilde{A}_{\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle} = (3, 5)$ olur.

4. TEK DEĞERLİ NEUTROSOPHİC SAYILAR İÇİN MEVCUT SIRALAMA YÖNTEMLERİ

Bu alt bölümde TDYN-sayılarının sıralaması için literatürde ulaşabildiğimiz beş farklı sıralama metodunu örnekleri ile beraber vereceğiz.

1. Metot:[16]Ağırlıklı değer ve belirsizlik indeksini kullanarak iki \tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 TDYN-sayısını karşılaştırmak ve sıralamak için kullanılan metot aşağıdaki tanım ile verilir:

Tanım 4.1[16] $\tilde{A}_1 = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}_1}, u_{\tilde{A}_1}, y_{\tilde{A}_1} \rangle$ ve $\tilde{A}_2 = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{A}_2}, u_{\tilde{A}_2}, y_{\tilde{A}_2} \rangle$ iki TDYN-sayı $\theta \in [0,1]$ olsun. $\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j=1,2$) olmak üzere $V_\theta(\tilde{A}_j)$ ağırlıklı değeri ve $K_\theta(\tilde{A}_j)$ ağırlıklı belirsizlik değeri sırayla,

$$V_\theta(\tilde{A}_j) = \frac{a_j + 2b_j + 2c_j + d_j}{6} \left[\theta w_{\tilde{A}_j}^2 + (1-\theta)(1-u_{\tilde{A}_j})^2 + (1-\theta)(1-y_{\tilde{A}_j})^2 \right]$$

ve

$$K_\theta(\tilde{A}_j) = \frac{d_j - a_j + 2c_j - 2b_j}{6} \left[\theta w_{\tilde{A}_j}^2 + (1-\theta)(1-u_{\tilde{A}_j})^2 + (1-\theta)(1-y_{\tilde{A}_j})^2 \right]$$

ise daha sonra

1. $V_\theta(\tilde{A}_1) > V_\theta(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ ile gösterilir.
2. $V_\theta(\tilde{A}_1) = V_\theta(\tilde{A}_2)$ ise
 - a) $K_\theta(\tilde{A}_1) > K_\theta(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ ile gösterilir.
 - b) $K_\theta(\tilde{A}_1) = K_\theta(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'ye eşittir ve $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

Örnek 4.2 $\tilde{A}_1 = \langle (2,3,7,10); 0.9, 0.3, 0.4 \rangle$, $\tilde{A}_2 = \langle (1,4,6,9); 0.3, 0.5, 0.2 \rangle$

ve $\tilde{A}_3 = \langle (3,7,8,12); 0.8, 0.6, 0.3 \rangle$ üç TDYN-sayı olsun. Daha sonra, ağırlıklı değer ve

belirsizlik indeksini kullanarak \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 TDYN- sayılarını Tablo 4.1 de karşılatırdık.

Tablo 4.1. Örnek 4.2' nin \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 sayılarının karşılaştırması

TDYN-sayıları	θ	$v_\theta(\tilde{A}_1)$	$v_\theta(\tilde{A}_2)$	$v_\theta(\tilde{A}_3)$	$\kappa_\theta(\tilde{A}_1)$	$\kappa_\theta(\tilde{A}_2)$	$\kappa_\theta(\tilde{A}_3)$	sıralama
	0.0	4.53	4.45	4.225	2.267	1.78	1.842	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
	0.2	4.49	3.65	4.212	2.245	1.46	1.836	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$
$\tilde{A}_1 = \langle (2, 3, 7, 10); 0.9, 0.3, 0.4 \rangle$	0.4	4.448	2.85	4.199	2.224	1.14	1.83	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$
$\tilde{A}_2 = \langle (1, 4, 6, 9); 0.3, 0.5, 0.2 \rangle$	0.5	4.426	2.45	4.192	2.213	0.98	1.828	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$
$\tilde{A}_3 = \langle (3, 4, 8, 12); 0.8, 0.6, 0.3 \rangle$	0.7	4.384	1.65	4.179	2.192	0.66	1.822	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$
	0.8	4.362	1.25	4.173	2.181	0.5	1.819	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$
	1.0	4.32	0.45	4.16	2.16	0.18	1.813	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3 > \tilde{A}_2$

2. Metot: [7] Değer ve belirsizlik indeksini kullanarak iki \tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 TDYN-sayısını karşılaştırmak ve sıralamak için kullanılan metot aşağıdaki tanım ile verilir:

Tanım 4.3 [7] $\tilde{A}_1 = \langle [a_{11}, a_{21}, a_{31}, a_{41}], [b_{11}, b_{21}, b_{31}, b_{41}], [c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}] \rangle$ ve

$\tilde{A}_2 = \langle [a_{12}, a_{22}, a_{32}, a_{42}], [b_{12}, b_{22}, b_{32}, b_{42}], [c_{12}, c_{22}, c_{32}, c_{42}] \rangle$ iki tane TDYN-sayı ve

$\theta \in [0, 1]$ olsun. $\tilde{A}_j = \langle [a_{1j}, a_{2j}, a_{3j}, a_{4j}], [b_{1j}, b_{2j}, b_{3j}, b_{4j}], [c_{1j}, c_{2j}, c_{3j}, c_{4j}] \rangle$ ($j=1, 2$)

olmak üzere $V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_j)$ değerive $K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_j)$ belirsizlik değeri sırasıyla

$$V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_j) = \frac{\lambda}{6}(a_{1j} + 2a_{2j} + 2a_{3j} + a_{4j}) + \frac{\mu}{6}(b_{11} + 2b_{21} + 2b_{31} + b_{41}) + \frac{\nu}{6}(c_{1j} + 2c_{2j} + 2c_{3j} + c_{4j})$$

ve

$$K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_j) = \frac{\lambda}{6}(-a_{1j} - 2a_{2j} + 2a_{3j} + a_{4j}) + \frac{\mu}{6}(-b_{1j} - 2b_{2j} + 2b_{3j} + b_{4j}) + \frac{\nu}{6}(-c_{1j} - 2c_{2j} + 2c_{3j} + c_{4j})$$

ise daha sonra

1. $V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_1) > V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_2)$, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

2. $V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_1) = V_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_2)$,

(a) $K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_1) > K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_2)$ \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ ile gösterilir,

(b) $K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_1) = K_{\lambda, \mu, \nu}(\tilde{A}_2)$; \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'ye eşittir ve $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ile gösterilir;

Örnek 4.4 $\tilde{A}_1 = \langle (2,4,7,10);1,0,0 \rangle$, $\tilde{A}_2 = \langle (3,5,6,9);1,0,0 \rangle$ ve $\tilde{A}_3 = \langle (1,3,4,8);1,0,0 \rangle$ üç TDYN-sayısı olsun. Daha sonra, değer ve belirsizlik indeksini kullanarak \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 TDYN- sayılarını Tablo 4.2 de karşılatırdık.

Tablo 4.2. Örnek 4.4' ün 2. metoda göre karşılaştırması

TDYN-sayıları	(λ, μ, ν)	$v(\tilde{A}_1)$	$v(\tilde{A}_2)$	$v(\tilde{A}_3)$	$K(\tilde{A}_1)$	$K(\tilde{A}_2)$	$K(\tilde{A}_3)$	sıralama
	(0,2,0.3,0.0)	2,833	2,833	1,916	1,166	0,666	0,75	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
$\tilde{A}_1 = \langle (2,4,7,10);1,0,0 \rangle$	(0.1,0.4,0.5)	5,66	5,66	3,83	2,33	1,33	1,5	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
$\tilde{A}_2 = \langle (3,5,6,9);1,0,0 \rangle$	(0.0,0.2,0.7)	5,1	5,1	3,45	2,1	1,2	1,35	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
$\tilde{A}_3 = \langle (1,3,4,8);1,0,0 \rangle$	(0.4,0.5,0.8)	9,633	9,633	6,516	3,966	2,266	2,55	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
	(1.0,1.0,1.0)	17	17	11,5	7	4	4,5	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$

3. Metot: [53] Skor fonksiyonuna ve doğruluk fonksiyonuna dayalı olarak iki \tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 TDYN-sayılarını karşılaştırmak ve sıralamak için bir yöntem şu şekilde verilir :

Tanım 4.5 [53] $\tilde{A}_1 = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}_1}, u_{\tilde{A}_1}, y_{\tilde{A}_1} \rangle$ ve $\tilde{A}_2 = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{A}_2}, u_{\tilde{A}_2}, y_{\tilde{A}_2} \rangle$ iki tane TDYN-sayı olsun.

$\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j=1,2$) olmak üzere $S(\tilde{A}_j)$ değeri ve $K(\tilde{A}_j)$ değeri sırasıyla:

$$S(\tilde{A}_j) = \frac{1}{12} [a_j + b_j + c_j + d_j] \times (2 + \mu_{\tilde{A}_j} - v_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j})$$

$$K(\tilde{A}_j) = \frac{1}{12} [a_j + b_j + c_j + d_j] \times (2 + \mu_{\tilde{A}_j} - v_{\tilde{A}_j} + y_{\tilde{A}_j})$$

ise daha sonra ,

1. Eğer $S(\tilde{A}_1) < S(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 'den küçüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir
2. Eğer $S(\tilde{A}_1) = S(\tilde{A}_2)$ ise,
 - (a) $K(\tilde{A}_1) > K(\tilde{A}_2)$ \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2$ ile gösterilir,
 - (b) $K(\tilde{A}_1) = K(\tilde{A}_2)$; \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 'ye eşittir ve $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ile gösterilir;

Örnek 4.6 $\tilde{A}_1 = \langle (2,5,9,10); 0.8, 0.3, 0.4 \rangle$, $\tilde{A}_2 = \langle (6,7,12,16); 0.2, 0.6, 0.5 \rangle$ ve

$\tilde{A}_3 = \langle (3,4,10,14); 0.3, 0.8, 0.9 \rangle$ üç TDYN-sayı olsun. Daha sonra, skor fonksiyonuna ve doğruluk fonksiyonuna dayalı olarak, \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 TDYN- sayılarını Tablo 4.3 de karşılatırdık.

Tablo 4.3. Örnek 4.6' nın 3. metoda göre karşılaştırması

TDYN-sayıları	$s(\tilde{A}_1)$	$s(\tilde{A}_2)$	$s(\tilde{A}_3)$	$K(\tilde{A}_1)$	$K(\tilde{A}_2)$	$K(\tilde{A}_3)$	sıralama
$\tilde{A}_1 = \langle (2, 4, 9, 10); 0.8, 0.3, 0.4 \rangle$							
$\tilde{A}_2 = \langle (6, 7, 12, 16); 0.2, 0.6, 0.5 \rangle$	4.55	3.758	1.55	6.283	7.175	6.2	$\tilde{A}_1 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_3$
$\tilde{A}_3 = \langle (3, 4, 10, 14); 0.3, 0.8, 0.9 \rangle$							

4. Metot: [30] TDYN-sayılarının skor, doğruluk ve kesinlik fonksiyonuna dayalı olarak iki \tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 TDYN-sayılarını karşılaştırmak ve sıralamak için bir yöntem şu şekilde verilir:

Tanım 4.7 [30] $\tilde{A}_1 = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}_1}, u_{\tilde{A}_1}, y_{\tilde{A}_1} \rangle$ ve $\tilde{A}_2 = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{A}_2}, u_{\tilde{A}_2}, y_{\tilde{A}_2} \rangle$ iki tane TDYN-sayı olsun.

$\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j=1,2$) olmak üzere skor fonksiyonu $E(\tilde{A}_j)$ değeri, doğruluk fonksiyonu $\bar{K}(\tilde{A}_j)$ değeri ve kesinlik fonksiyonu $C(\tilde{A}_j)$ değeri sırasıyla:

$$E(\tilde{A}_j) = \frac{(a_j + 2b_j + 2c_j + d_j)}{6} \cdot \frac{(2 + \mu_{\tilde{A}_j} - v_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j})}{3}$$

$$\bar{K}(\tilde{A}_j) = \frac{(a_j + 2b_j + 2c_j + d_j)}{6} \cdot (\mu_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j})$$

ve

$$C(\tilde{A}_j) = \frac{(a_j + 2b_j + 2c_j + d_j)}{6} \cdot (\mu_{\tilde{A}_j})$$

ise daha sonra

1. $E(\tilde{A}_1) < E(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'dan büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

$$2. E(\tilde{A}_1) = E(\tilde{A}_2),$$

(a) $\bar{K}(\tilde{A}_1) < \bar{K}(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'dan büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

(b) Eğer $\bar{K}(\tilde{A}_1) = \bar{K}(\tilde{A}_2)$ ise,

i. $C(\tilde{A}_1) < C(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'dan büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

ii. $C(\tilde{A}_1) = C(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'e eşittir ve $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

Örnek 4.8 $\tilde{A}_1 = \langle (6, 8, 10, 15); 0.7, 0.4, 0.2 \rangle$, $\tilde{A}_2 = \langle (2, 9, 11, 18); 0.9, 0.5, 0.3 \rangle$ ve

$\tilde{A}_3 = \langle (4, 7, 13, 25); 0.8, 0.4, 0.1 \rangle$ üç TDYN-sayı olsun. Daha sonra, TDYN sayılarının

skor, doğruluk ve kesinlik fonksiyonuna dayalı olarak \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 TDYN- sayılarını

Tablo 4.4 karşılaştırdık.

Tablo 4.4. Örnek 4.8' in 4. metoda göre karşılaştırması

TDYN-sayıları	$E(\tilde{A}_1)$	$E(\tilde{A}_2)$	$E(\tilde{A}_3)$	$K(\tilde{A}_1)$	$K(\tilde{A}_2)$	$K(\tilde{A}_3)$	$C(\tilde{A}_1)$	$C(\tilde{A}_2)$	$C(\tilde{A}_3)$	sıralama
$\tilde{A}_1 = \langle (6, 8, 10, 15); 0.7, 0.4, 0.2 \rangle$										
$\tilde{A}_2 = \langle (2, 9, 11, 18); 0.9, 0.5, 0.3 \rangle$	6.65	7	8.817	4.75	6	8.05	6.65	9	9.2	$\tilde{A}_3 > \tilde{A}_2 > \tilde{A}_1$
$\tilde{A}_3 = \langle (4, 7, 13, 25); 0.8, 0.4, 0.1 \rangle$										

5. Metot: [31] TDYN sayılarının ağırlık merkezini esas alan skor, doğruluk ve kesinlik fonksiyonuna dayalı olarak iki \tilde{A}_1 ve \tilde{A}_2 TDYN-sayılarını karşılaştırmak ve sıralamak için bir yöntem şu şekilde verilir:

Tanım 4.9 [31] $\tilde{A}_1 = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}_1}, u_{\tilde{A}_1}, y_{\tilde{A}_1} \rangle$ ve $\tilde{A}_2 = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{A}_2}, u_{\tilde{A}_2}, y_{\tilde{A}_2} \rangle$ iki tane TDYN-sayı olsun.

$\tilde{A}_j = \langle (a_j, b_j, c_j, d_j); w_{\tilde{A}_j}, u_{\tilde{A}_j}, y_{\tilde{A}_j} \rangle$ ($j=1, 2$) olmak üzere ağırlık merkezini esas alan skor fonksiyonu değeri $E(\tilde{A}_j)$, doğruluk fonksiyonu değeri $\bar{K}(\tilde{A}_j)$ ve kesinlik fonksiyonu değeri $C(\tilde{A}_j)$ sırasıyla:

$$E(\tilde{A}_j) = \begin{cases} \frac{1}{3} \left(a_j + b_j + c_j + d_j - \frac{d_j \cdot c_j - b_j \cdot a_j}{d_j + c_j - b_j - a_j} \right) \cdot \frac{(2 + \mu_{\tilde{A}_j} - v_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j})}{3} & \text{diğer bir şekilde} \\ a \cdot \frac{(2 + \mu_{\tilde{A}_j} - v_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j})}{3} & a = a_j = b_j = c_j = d_j \text{ ise} \end{cases}$$

$$\bar{K}(\tilde{A}_j) = \begin{cases} \frac{1}{3} \left(a_j + b_j + c_j + d_j - \frac{d_j \cdot c_j - b_j \cdot a_j}{d_j + c_j - b_j - a_j} \right) \cdot (\mu_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j}) & \text{diğer bir şekilde} \\ a \cdot (\mu_{\tilde{A}_j} - y_{\tilde{A}_j}) & a = a_j = b_j = c_j = d_j \text{ ise} \end{cases}$$

ve

$$C(\tilde{A}_j) = \begin{cases} \frac{1}{3} \left(a_j + b_j + c_j + d_j - \frac{d_j \cdot c_j - b_j \cdot a_j}{d_j + c_j - b_j - a_j} \right) \cdot (\mu_{\tilde{A}_j}) & \text{diğer bir şekilde} \\ a \cdot (\mu_{\tilde{A}_j}) & a = a_j = b_j = c_j = d_j \text{ ise} \end{cases}$$

ise daha sonra,

1. $E(\tilde{A}_1) < E(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.
2. $E(\tilde{A}_1) = E(\tilde{A}_2)$,
 1. $\bar{K}(\tilde{A}_1) < \bar{K}(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.
 2. Eğer $\bar{K}(\tilde{A}_1) = \bar{K}(\tilde{A}_2)$ ise,
 - i. $C(\tilde{A}_1) < C(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'den büyüktür ve $\tilde{A}_1 < \tilde{A}_2$ ile gösterilir.
 - ii. $C(\tilde{A}_1) = C(\tilde{A}_2)$ ise \tilde{A}_2 , \tilde{A}_1 'e eşittir ve $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ile gösterilir.

Örnek 4.10 $\tilde{A}_1 = \langle (0.1, 0.4, 0.5, 0.8); 0.7, 0.6, 0.2 \rangle$, $\tilde{A}_2 = \langle (0, 0.25, 0.7, 0.8); 0.9, 0.4, 0.1 \rangle$ ve $\tilde{A}_3 = \langle (0.01, 0.2, 0.46, 0.75); 0.6, 0.5, 0.3 \rangle$ üç TDYN-sayı olsun.

Daha sonra, TDYN sayılarının ağırlık merkezini esas alan skor, doğruluk ve kesinlik fonksiyonuna dayalı olarak, \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 ve \tilde{A}_3 TDYN- sayılarını Tablo 4.5 te karşılaştırdık.

Tablo 4.5. Örnek 4.10 'nın 5. metoda göre karşılaştırması

TDYN-sayıları	$E(\tilde{A}_1)$	$E(\tilde{A}_2)$	$E(\tilde{A}_3)$	$K(\tilde{A}_1)$	$K(\tilde{A}_2)$	$K(\tilde{A}_3)$	$C(\tilde{A}_1)$	$C(\tilde{A}_2)$	$C(\tilde{A}_3)$	sıralama
$\tilde{A}_1 = \langle (0.1, 0.4, 0.5, 0.8); 0.7, 0.6, 0.2 \rangle$										
$\tilde{A}_2 = \langle (0, 0.25, 0.7, 0.8); 0.9, 0.4, 0.1 \rangle$	0.285	0.347	0.215	0.225	0.347	0.107	0.315	0.39	0.215	$\tilde{A}_2 > \tilde{A}_1 > \tilde{A}_3$
$\tilde{A}_3 = \langle (0.01, 0.2, 0.46, 0.75); 0.6, 0.5, 0.3 \rangle$										



5. TDYN- SAYILAR ÜZERİNE YENİ YAKLAŞIMLAR

Bu bölümde 3. ve 4. bölümde verilen tanımlardan esinlenerek TDYN –sayılar üzerine mesafe ölçümü, büyüklük fonksiyonu, 1. ve 2. merkez noktası, 1. ve 2. skor fonksiyonu gibi bazı kavramlar tanımlanıp istenilen bazı özellikleri incelenecektir.

5.1. TDYN-sayılar üzerine mesafe ölçümü ve büyüklük fonksiyonu

Bu alt bölümde TDYN –sayılar üzerinemesafe ölçümü ve büyüklük fonksiyonu gibi bazı kavramlar tanımlandı ve bu kavramlara bağlı bir sıralama metodu verildi.

5.1.1 TDYN-sayılar üzerine mesafe ölçümü

Bu alt bölümde iki TDYN –sayı için α, β ve γ kesimleri kullanılarak bir mesafe ölçümü tanımlandı ve bu ölçüme bağlı bir sıralama metodu verildi.

Tanım 5.1 \tilde{A} ve \tilde{B} iki TDYN–sayı, \tilde{A} ’nın α, β ve γ kesimleri sırayla $[L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)], [L'_{\tilde{A}}(\beta), R'_{\tilde{A}}(\beta)]$ ve $[L''_{\tilde{A}}(\gamma), R''_{\tilde{A}}(\gamma)]$ ve \tilde{B} ’nin α, β ve γ kesimleri sırayla $[L_{\tilde{B}}(\alpha), R_{\tilde{B}}(\alpha)], [L'_{\tilde{B}}(\beta), R'_{\tilde{B}}(\beta)]$ ve $[L''_{\tilde{B}}(\gamma), R''_{\tilde{B}}(\gamma)]$ olsun. Daha sonra, \tilde{A} ve \tilde{B} arasındaki $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ ile gösterilen mesafe ölçümü

$$\begin{aligned} d(\tilde{A}, \tilde{B}) = & \frac{1}{6} \left| \int_0^{w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}} [(L_{\tilde{A}}(\alpha) - L_{\tilde{B}}(\alpha)) + (R_{\tilde{A}}(\alpha) - R_{\tilde{B}}(\alpha))] d\alpha \right| \\ & + \frac{1}{6} \left| \int_{u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}}^1 [(L'_{\tilde{A}}(\beta) - L'_{\tilde{B}}(\beta)) + (R'_{\tilde{A}}(\beta) - R'_{\tilde{B}}(\beta))] d\beta \right| \\ & + \frac{1}{6} \left| \int_{y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}}}^1 [(L''_{\tilde{A}}(\gamma) - L''_{\tilde{B}}(\gamma)) + (R''_{\tilde{A}}(\gamma) - R''_{\tilde{B}}(\gamma))] d\gamma \right| \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $0 \leq d(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq 1$ olması için \tilde{A} ve \tilde{B} ’nin normalleştirilmiş olması gerekir.

$\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ ’nin normal olması $a, b, c, d \in [0, 1]$ ile mümkündür.

Tanım 5.2 \tilde{A} ve \tilde{B} iki TDYN –sayı olmak üzere bu iki sayının karşılaştırılması aşağıdaki gibi yapılır;

i) $d(\tilde{A}, A^+) < d(\tilde{B}, A^+)$ ise $\tilde{A} > \tilde{B}$,

ii) $d(\tilde{A}, A^+) = d(\tilde{B}, A^+)$ ise

1) $d(\tilde{A}, A^-) < d(\tilde{B}, A^-)$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$,

2) $d(\tilde{A}, A^-) = d(\tilde{B}, A^-)$ ise $\tilde{A} = \tilde{B}$ dir.

Örnek 5.3 $\tilde{A} = \langle (0.2, 0.4, 0.5, 0.8); 0.8, 0.2, 0.4 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (0.3, 0.4, 0.6, 0.8); 0.3, 0.5, 0.6 \rangle$ iki TDYN –sayı olsun. Daha sonra bu iki TDYN –sayı arasındaki mesafe ölçümünü bulalım;

İlk olarak $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ ve $\tilde{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{B}} \rangle$ iki tane TDYN-sayısı için;
 α - kesim kümesi,

$$\tilde{A}_\alpha = [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)] = \left[\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\tilde{A}}}, \frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\tilde{A}}} \right]$$

$$\tilde{B}_\alpha = [L_{\tilde{B}}(\alpha), R_{\tilde{B}}(\alpha)] = \left[\frac{(w_{\tilde{B}} - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w_{\tilde{B}}}, \frac{(w_{\tilde{B}} - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w_{\tilde{B}}} \right]$$

β - kesim kümesi,

$$\tilde{A}_\beta = [L_{\tilde{A}}'(\beta), R_{\tilde{A}}'(\beta)] = \left[\frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})a_1}{1 - u_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\beta)c_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})d_1}{1 - u_{\tilde{A}}} \right]$$

$$\tilde{B}_\beta = [L_{\tilde{B}}'(\beta), R_{\tilde{B}}'(\beta)] = \left[\frac{(1-\beta)b_2 + (\beta - u_{\tilde{B}})a_2}{1 - u_{\tilde{B}}}, \frac{(1-\beta)c_2 + (\beta - u_{\tilde{B}})d_2}{1 - u_{\tilde{B}}} \right]$$

γ - kesim kümesi,

$$\tilde{A}_\gamma = [L_{\tilde{A}}''(\gamma), R_{\tilde{A}}''(\gamma)] = \left[\frac{(1-\gamma)b_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})a_1}{1 - y_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\gamma)c_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})d_1}{1 - y_{\tilde{A}}} \right]$$

$$\tilde{B}_\gamma = [L_{\tilde{B}}''(\gamma), R_{\tilde{B}}''(\gamma)] = \left[\frac{(1-\gamma)b_2 + (\gamma - y_{\tilde{B}})a_2}{1 - y_{\tilde{B}}}, \frac{(1-\gamma)c_2 + (\gamma - y_{\tilde{B}})d_2}{1 - y_{\tilde{B}}} \right]$$

olduğundan \tilde{A} ve \tilde{B} arasındaki mesafe ölçümü

$$\begin{aligned}
d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \frac{1}{6} \left| \int_0^{w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}} \left[(L_{\tilde{A}}(\alpha) - L_{\tilde{B}}(\alpha)) + (R_{\tilde{A}}(\alpha) - R_{\tilde{B}}(\alpha)) \right] d\alpha \right| \\
&+ \frac{1}{6} \left| \int_{u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}}^1 \left[(L'_{\tilde{A}}(\beta) - L'_{\tilde{B}}(\beta)) + (R'_{\tilde{A}}(\beta) - R'_{\tilde{B}}(\beta)) \right] d\beta \right| \\
&+ \frac{1}{6} \left| \int_{y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}}}^1 \left[(L''_{\tilde{A}}(\gamma) - L''_{\tilde{B}}(\gamma)) + (R''_{\tilde{A}}(\gamma) - R''_{\tilde{B}}(\gamma)) \right] d\gamma \right| \\
d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \frac{1}{6} \left| \int_0^{w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}} \left[\left(\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\tilde{A}}} - \frac{(w_{\tilde{B}} - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w_{\tilde{B}}} \right) + \right. \right. \\
&\left. \left. \left(\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\tilde{A}}} - \frac{(w_{\tilde{B}} - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w_{\tilde{B}}} \right) \right] d\alpha \right| \\
&+ \frac{1}{6} \left| \int_{u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}}^1 \left[\left(\frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})a_1}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{(1-\beta)b_2 + (\beta - u_{\tilde{B}})a_2}{1 - u_{\tilde{B}}} \right) + \right. \right. \\
&\left. \left. \left(\frac{(1-\beta)c_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})d_1}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{(1-\beta)c_2 + (\beta - u_{\tilde{B}})d_2}{1 - u_{\tilde{B}}} \right) \right] d\beta \right| \\
&+ \frac{1}{6} \left| \int_{y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}}}^1 \left[\left(\frac{(1-\gamma)b_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})a_1}{1 - y_{\tilde{A}}} - \frac{(1-\gamma)b_2 + (\gamma - y_{\tilde{B}})a_2}{1 - y_{\tilde{B}}} \right) + \right. \right. \\
&\left. \left. \left(\frac{(1-\gamma)c_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})d_1}{1 - y_{\tilde{A}}} - \frac{(1-\gamma)c_2 + (\gamma - y_{\tilde{B}})d_2}{1 - y_{\tilde{B}}} \right) \right] d\gamma \right| \\
d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \frac{1}{6} \left| a_1 \alpha - \frac{\alpha^2 a_1}{2w_{\tilde{A}}} + \frac{\alpha^2 b_1}{2w_{\tilde{A}}} - a_2 \alpha + \frac{\alpha^2 a_2}{2w_{\tilde{B}}} - \frac{\alpha^2 b_2}{2w_{\tilde{B}}} + d_1 \alpha - \frac{\alpha^2 d_1}{2w_{\tilde{A}}} + \frac{\alpha^2 c_1}{2w_{\tilde{A}}} - d_2 \alpha + \frac{\alpha^2 d_2}{2w_{\tilde{B}}} - \frac{\alpha^2 c_2}{2w_{\tilde{B}}} \right|_0^{w_{\tilde{A}} \wedge w_{\tilde{B}}} \\
&+ \frac{1}{6} \left| \frac{b_1 \beta}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{\beta^2 b_1}{2(1 - u_{\tilde{A}})} + \frac{\beta^2 a_1}{2(1 - u_{\tilde{A}})} - \frac{a_1 u_{\tilde{A}} \beta}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{b_2 \beta}{1 - u_{\tilde{B}}} - \frac{\beta^2 b_2}{2(1 - u_{\tilde{B}})} + \frac{\beta^2 a_2}{2(1 - u_{\tilde{B}})} - \frac{a_2 u_{\tilde{B}} \beta}{1 - u_{\tilde{B}}} \right|_{u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}}^1 \\
&+ \frac{1}{6} \left| \frac{c_1 \beta}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{\beta^2 c_1}{2(1 - u_{\tilde{A}})} + \frac{\beta^2 d_1}{2(1 - u_{\tilde{A}})} - \frac{d_1 u_{\tilde{A}} \beta}{1 - u_{\tilde{A}}} - \frac{c_2 \beta}{1 - u_{\tilde{B}}} - \frac{\beta^2 c_2}{2(1 - u_{\tilde{B}})} + \frac{\beta^2 d_2}{2(1 - u_{\tilde{B}})} - \frac{d_2 u_{\tilde{B}} \beta}{1 - u_{\tilde{B}}} \right|_{u_{\tilde{A}} \vee u_{\tilde{B}}}^1 \\
&+ \frac{1}{6} \left| \frac{b_1 \gamma}{1 - y_{\tilde{A}}} - \frac{\gamma^2 b_1}{2(1 - y_{\tilde{A}})} + \frac{\gamma^2 a_1}{2(1 - y_{\tilde{A}})} - \frac{a_1 y_{\tilde{A}} \gamma}{1 - y_{\tilde{A}}} - \frac{b_2 \gamma}{1 - y_{\tilde{B}}} - \frac{\gamma^2 b_2}{2(1 - y_{\tilde{B}})} + \frac{\gamma^2 a_2}{2(1 - y_{\tilde{B}})} - \frac{a_2 y_{\tilde{B}} \gamma}{1 - y_{\tilde{B}}} \right|_{y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}}}^1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6} \left\| \frac{c_1 \gamma}{1-y_{\tilde{A}}} - \frac{\gamma^2 c_1}{2(1-y_{\tilde{A}})} + \frac{\gamma^2 d_1}{2(1-y_{\tilde{A}})} - \frac{d_1 y_{\tilde{A}} \gamma}{1-y_{\tilde{A}}} - \frac{c_2 \gamma}{1-y_{\tilde{B}}} - \frac{\gamma^2 c_2}{2(1-y_{\tilde{B}})} + \frac{\gamma^2 d_2}{2(1-y_{\tilde{B}})} - \frac{d_2 y_{\tilde{B}} \gamma}{1-y_{\tilde{B}}} \right\|_{y_{\tilde{A}} \vee y_{\tilde{B}}}^1 \\
d(\tilde{A}, \tilde{B}) &= \frac{1}{6} \left\| 0,2\alpha - \frac{0,2\alpha^2}{2,0,8} + \frac{0,4\alpha^2}{2,0,8} - 0,3\alpha + \frac{0,3\alpha^2}{2,0,3} - \frac{0,4\alpha^2}{2,0,3} + 0,8\alpha \right. \\
& \quad \left. - \frac{0,8\alpha^2}{2,0,8} + \frac{0,5\alpha^2}{2,0,8} - 0,8\alpha + \frac{0,8\alpha^2}{2,0,3} - \frac{0,6\alpha^2}{2,0,3} \right\|_0^{0,3} \\
& + \frac{1}{6} \left\| \frac{0,4\beta}{1-0,2} - \frac{0,4\beta^2}{2(1-0,2)} + \frac{0,2\beta^2}{2(1-0,2)} - \frac{0,2,0,2\beta}{1-0,2} - \frac{0,4\beta}{1-0,5} - \frac{0,4\beta^2}{2(1-0,5)} + \frac{0,3\beta^2}{2(1-0,5)} - \frac{0,3,0,5,\beta}{1-0,5} \right\|_{0,5}^1 \\
& + \frac{1}{6} \left\| \frac{0,5\beta}{1-0,2} - \frac{0,5\beta^2}{2(1-0,2)} + \frac{0,8\beta^2}{2(1-0,2)} - \frac{0,8,0,2\beta}{1-0,2} - \frac{0,6\beta}{1-0,5} - \frac{0,6\beta^2}{2(1-0,5)} + \frac{0,8\beta^2}{2(1-0,5)} - \frac{0,8,0,5,\beta}{1-0,5} \right\|_{0,5}^1 \\
& + \frac{1}{6} \left\| \frac{0,4\gamma}{1-0,4} - \frac{0,4\gamma^2}{2(1-0,4)} + \frac{0,2\gamma^2}{2(1-0,4)} - \frac{0,2,0,4\gamma}{1-0,4} - \frac{0,4\gamma}{1-0,6} - \frac{0,4\gamma^2}{2(1-0,6)} + \frac{0,3\gamma^2}{2(1-0,6)} - \frac{0,3,0,6,\gamma}{1-0,6} \right\|_{0,6}^1 \\
& + \frac{1}{6} \left\| \frac{0,5\gamma}{1-0,4} - \frac{0,5\gamma^2}{2(1-0,4)} + \frac{0,8\gamma^2}{2(1-0,4)} - \frac{0,8,0,4\gamma}{1-0,4} - \frac{0,6\gamma}{1-0,6} - \frac{0,6\gamma^2}{2(1-0,6)} + \frac{0,8\gamma^2}{2(1-0,6)} - \frac{0,8,0,6,\gamma}{1-0,6} \right\|_{0,6}^1
\end{aligned}$$

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = |-0,00125+0,78125-0,0828125+0,3216666667-0,1066666667|$$

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = 0,9121875$$

şeklinde bulunur.

5.1.2 TDYN- sayılar üzerine büyüklük fonksiyonu

Bu alt bölümde iki TDYN –sayı için α, β ve γ kesimleri kullanılarak büyüklük fonksiyonları tanımlandı ve bu fonksiyonlara bağlı bir sıralama metodu verildi.

Tanım 5.4 $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN –sayı olsun. Daha sonra, \tilde{A} neutrosophic sayısının doğruluk fonksiyonuna, kararsızlık fonksiyonuna ve yanlışlık

fonksiyonuna bağlı büyüklüğü sırasıyla $Mag(\tilde{A}_\mu), Mag(\tilde{A}_\nu)$ ve $Mag(\tilde{A}_\lambda)$ olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$Mag(\tilde{A}_\mu) = \frac{1}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{A}}} L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha) + (b+c)w_{\tilde{A}} \right) f(\alpha).d\alpha$$

$$Mag(\tilde{A}_\nu) = \frac{1}{2} \left(\int_{u_{\tilde{A}}}^1 L_{\tilde{A}}'(\beta) + R_{\tilde{A}}'(\beta) + (b+c)u_{\tilde{A}} \right) h(\beta).d\beta$$

$$Mag(\tilde{A}_\lambda) = \frac{1}{2} \left(\int_{y_{\tilde{A}}}^1 L_{\tilde{A}}''(\gamma) + R_{\tilde{A}}''(\gamma) + (b+c)y_{\tilde{A}} \right) g(\gamma).d\gamma$$

Burada $f(\alpha)$ fonksiyonu, $[0,1]$ de $f(0)=0$, $f(1)=1$ şartını sağlayan negatif olmayan ve artan bir fonksiyon, $h(\beta)$ fonksiyonu, $[0,1]$ de $h(1)=0$, $h(0)=1$ şartını sağlayan negatif olmayan ve azalan bir fonksiyon ve $g(\gamma)$ fonksiyonu, $[0,1]$ de $g(1)=0$, $g(0)=1$ şartını sağlayan negatif olmayan ve azalan bir fonksiyondur. Bu çalışmada kolaylık olması açısından $f(\alpha)=\alpha$ ve $h(\beta)=1-\beta$ ve $g(\gamma)=1-\gamma$ olarak ele alacağız.

Tanım 5.5 \tilde{A} ve \tilde{B} iki TDYN –sayı olmak üzere \tilde{A} neutrosophic sayısının doğruluk fonksiyonuna, kararsızlık fonksiyonuna ve yanlışlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü sırasıyla $Mag(\tilde{A}_\mu), Mag(\tilde{A}_\nu)$ ve $Mag(\tilde{A}_\lambda)$ ve \tilde{B} neutrosophic sayısının doğruluk fonksiyonuna, kararsızlık fonksiyonuna ve yanlışlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü sırasıyla $Mag(\tilde{B}_\mu), Mag(\tilde{B}_\nu)$ ve $Mag(\tilde{B}_\lambda)$ olsun. Daha sonra \tilde{A} ve \tilde{B} sayılarının karşılaştırılması aşağıdaki algoritma ile yapılır;

Algoritma;

1. $Mag(\tilde{A}_\mu) > Mag(\tilde{B}_\mu)$ ise $\tilde{A}_\mu > \tilde{B}_\mu$
2. $Mag(\tilde{A}_\mu) < Mag(\tilde{B}_\mu)$ ise $\tilde{A}_\mu < \tilde{B}_\mu$
3. $Mag(\tilde{A}_\mu) = Mag(\tilde{B}_\mu)$ ise

- i. $Mag(\tilde{A}_\nu) > Mag(\tilde{B}_\nu)$ ise $\tilde{A}_\nu > \tilde{B}_\nu$
- ii. $Mag(\tilde{A}_\nu) < Mag(\tilde{B}_\nu)$ ise $\tilde{A}_\nu < \tilde{B}_\nu$
- iii. $Mag(\tilde{A}_\nu) = Mag(\tilde{B}_\nu)$ ise

- a) $Mag(\tilde{A}_\lambda) > Mag(\tilde{B}_\lambda)$ ise $\tilde{A}_\lambda < \tilde{B}_\lambda$
b) $Mag(\tilde{A}_\lambda) < Mag(\tilde{B}_\lambda)$ ise $\tilde{A}_\lambda > \tilde{B}_\lambda$
c) $Mag(\tilde{A}_\lambda) = Mag(\tilde{B}_\lambda)$ ise $\tilde{A}_\lambda = \tilde{B}_\lambda$

Teorem 5.6 $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN–sayı olsun. Daha sonra, \tilde{A} neutrosophic sayısının doğruluk fonksiyonuna, kararsızlık fonksiyonuna ve yanlışlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü sırasıyla $Mag(\tilde{A}_\mu)$, $Mag(\tilde{A}_\nu)$ ve $Mag(\tilde{A}_\lambda)$ olmak üzere

1. Doğruluk fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\mu)$

$$\begin{aligned} Mag(\tilde{A}_\mu) &= \frac{1}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{A}}} L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha) + (b_1 + c_1)w_{\tilde{A}} \right) f(\alpha).d\alpha \\ &= \frac{1}{12} \cdot [3w_{\tilde{A}}^3(b_1 + c_1) + w_{\tilde{A}}^2(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)] \end{aligned}$$

2. Kararsızlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\nu)$

$$\begin{aligned} Mag(\tilde{A}_\nu) &= \frac{1}{2} \left(\int_{u_{\tilde{A}}}^1 L_{\tilde{A}}'(\beta) + R_{\tilde{A}}'(\beta) + (b_1 + c_1)u_{\tilde{A}} \right) h(\beta).d\beta \\ &= \frac{1}{12(1-u_{\tilde{A}})} \cdot [(b_1 + c_1) \cdot (-3u_{\tilde{A}}^4 + 7u_{\tilde{A}}^3 - 3u_{\tilde{A}}^2 - 3u_{\tilde{A}} + 2) + (a_1 + d_1) \cdot (u_{\tilde{A}} - 1)^3] \end{aligned}$$

3. Yanlışlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\lambda)$

$$\begin{aligned} Mag(\tilde{A}_\lambda) &= \frac{1}{2} \left(\int_{y_{\tilde{A}}}^1 L_{\tilde{A}}''(\gamma) + R_{\tilde{A}}''(\gamma) + (b_1 + c_1)y_{\tilde{A}} \right) g(\gamma).d\gamma \\ &= \frac{1}{12(1-y_{\tilde{A}})} \cdot [(b_1 + c_1) \cdot (-3y_{\tilde{A}}^4 + 7y_{\tilde{A}}^3 - 3y_{\tilde{A}}^2 - 3y_{\tilde{A}} + 2) + (a_1 + d_1) \cdot (y_{\tilde{A}} - 1)^3] \end{aligned}$$

ile hesaplanır.

İspat: $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN –sayı olsun. Daha sonra, \tilde{A} neutrosophic sayısının doğruluk fonksiyonuna, kararsızlık fonksiyonuna ve yanlışlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü sırasıyla $Mag(\tilde{A}_\mu)$, $Mag(\tilde{A}_\nu)$ ve $Mag(\tilde{A}_\lambda)$ olmak üzere

1. Doğruluk fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\mu)$ için,

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_\mu) &= \frac{1}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{A}}} L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha) + (b_1 + c_1)w_{\tilde{A}} \right) f(\alpha).d\alpha \\
&= \int_0^{w_{\tilde{A}}} \left[\frac{(w_{\tilde{A}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1 + (w_{\tilde{A}} - \alpha)d_1 + \alpha c_1 + (b_1 + c_1)w_{\tilde{A}}^2}{w_{\tilde{A}}} \right] \alpha.d\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_\mu) &= \int_0^{w_{\tilde{A}}} \left[\frac{w_{\tilde{A}}a_1 - \alpha a_1 + \alpha b_1 + w_{\tilde{A}}d_1 - \alpha d_1 + \alpha c_1 + bw_{\tilde{A}}^2 + c_1w_{\tilde{A}}^2}{w_{\tilde{A}}} \right] \alpha.d\alpha \\
&= \frac{1}{2w_{\tilde{A}}} \left(\frac{w_{\tilde{A}}a_1\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^3 a_1}{3} + \frac{\alpha^3 b_1}{3} - \frac{\alpha^3 d_1}{3} + \frac{\alpha^3 c_1}{3} + \frac{w_{\tilde{A}}d\alpha^2}{2} + \frac{w_{\tilde{A}}^2 b_1\alpha^2}{2} + \frac{w_{\tilde{A}}^2 c_1\alpha^2}{2} \right) \Bigg|_0^{w_{\tilde{A}}} \\
&= \frac{1}{2w_{\tilde{A}}} \left(\frac{w_{\tilde{A}}^3}{3} \cdot (-a_1 + b_1 + c_1 - d_1) + \frac{w_{\tilde{A}}^3}{2} \cdot (a_1 + d_1) + \frac{w_{\tilde{A}}^4}{2} \cdot (b_1 + c_1) \right)
\end{aligned}$$

$$Mag(\tilde{A}_\mu) = \frac{1}{12} \cdot [3w_{\tilde{A}}^3(b_1 + c_1) + w_{\tilde{A}}^2(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)]$$

2. Kararsızlık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\nu)$ için,

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_\nu) &= \frac{1}{2} \left(\int_0^1 L_{\tilde{A}}'(\beta) + R_{\tilde{A}}'(\beta) + (b_1 + c_1)u_{\tilde{A}} \right) h(\beta).d\beta \\
&= \frac{1}{2} \int_{u_{\tilde{A}}}^1 \left[\frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})a_1}{1 - u_{\tilde{A}}} + \frac{(1-\beta)c_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})d_1}{1 - u_{\tilde{A}}} + (b_1 + c_1)u_{\tilde{A}} \right] (1-\beta).d\beta \\
&= \frac{1}{2} \int_{u_{\tilde{A}}}^1 \left[\frac{(1-\beta)b_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})a_1 + (1-\beta)c_1 + (\beta - u_{\tilde{A}})d_1 + (1 - u_{\tilde{A}})(b_1 + c_1)u_{\tilde{A}}}{1 - u_{\tilde{A}}} \right] (1-\beta).d\beta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_v) &= \frac{1}{2(1-u_{\tilde{A}})} \left[\int_{u_{\tilde{A}}}^1 (b_1 + c_1) \cdot (1-u_{\tilde{A}}^2) + \beta \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) - u_{\tilde{A}} \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right. \\
&\quad \left. - \beta \cdot (b_1 + c_1) \cdot (1-u_{\tilde{A}}^2) - \beta^2 \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) + u_{\tilde{A}} \beta \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right] \cdot d\beta \\
&= \frac{1}{2(1-u_{\tilde{A}})} \left[(b_1 + c_1) \cdot (1-u_{\tilde{A}}^2) \cdot \beta + \frac{\beta^2}{2} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) - u_{\tilde{A}} \beta \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right. \\
&\quad \left. - \frac{\beta^2}{2} (b_1 + c_1) \cdot (1-u_{\tilde{A}}^2) - \frac{\beta^3}{3} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) + \frac{u_{\tilde{A}} \beta^2}{2} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right] \Bigg|_{u_{\tilde{A}}}^1 \\
&= \frac{1}{12(1-u_{\tilde{A}})} \cdot \left[(b_1 + c_1) \cdot (-3u_{\tilde{A}}^4 + 6u_{\tilde{A}}^3 - 6u_{\tilde{A}} + 3) \right. \\
&\quad \left. + (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \cdot (-u_{\tilde{A}}^3 + 3u_{\tilde{A}}^2 - 3u_{\tilde{A}} + 1) \right] \\
Mag(\tilde{A}_v) &= \frac{1}{12(1-u_{\tilde{A}})} \cdot \left[(b_1 + c_1) \cdot (-3u_{\tilde{A}}^4 + 7u_{\tilde{A}}^3 - 3u_{\tilde{A}}^2 - 3u_{\tilde{A}} + 2) + (a_1 + d_1) \cdot (u_{\tilde{A}} - 1)^3 \right]
\end{aligned}$$

3. Yanlılık fonksiyonuna bağlı büyüklüğü $Mag(\tilde{A}_\lambda)$ için,

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_\lambda) &= \frac{1}{2} \left(\int_{y_{\tilde{A}}}^1 L_{\tilde{A}}''(\gamma) + R_{\tilde{A}}''(\gamma) + (b_1 + c_1) y_{\tilde{A}} \right) g(\gamma) \cdot d\gamma \\
&= \frac{1}{2} \left(\int_{y_{\tilde{A}}}^1 \frac{(1-\gamma)b_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})a_1 + (1-\gamma)c_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})d_1}{1 - y_{\tilde{A}}} + (b_1 + c_1) y_{\tilde{A}} \right) (1-\gamma) \cdot d\gamma \\
&= \frac{1}{2} \int_{y_{\tilde{A}}}^1 \left[\frac{(1-\gamma)b_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})a_1 + (1-\gamma)c_1 + (\gamma - y_{\tilde{A}})d_1 + (1 - y_{\tilde{A}}) \cdot (b_1 + c_1) y_{\tilde{A}}}{1 - y_{\tilde{A}}} \right] (1-\gamma) \cdot d\gamma \\
&= \frac{1}{2(1-y_{\tilde{A}})} \left[\int_{y_{\tilde{A}}}^1 (b_1 + c_1) \cdot (1-y_{\tilde{A}}^2) + \gamma \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) - y_{\tilde{A}} \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma \cdot (b_1 + c_1) \cdot (1 - y_{\tilde{A}}^2) - \gamma^2 \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) + y_{\tilde{A}} \gamma \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \Big] d\gamma \\
& = \frac{1}{2(1 - y_{\tilde{A}})} \left[(b_1 + c_1) \cdot (1 - y_{\tilde{A}}^2) \cdot \gamma + \frac{\gamma^2}{2} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) - y_{\tilde{A}} \gamma \cdot (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right. \\
& \quad \left. - \frac{\gamma^2}{2} (b_1 + c_1) \cdot (1 - y_{\tilde{A}}^2) - \frac{\gamma^3}{3} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) + \frac{y_{\tilde{A}} \gamma^2}{2} (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \right] \Bigg|_{y_{\tilde{A}}}^1 \\
Mag(\tilde{A}_\lambda) & = \frac{1}{12(1 - y_{\tilde{A}})} \cdot \left[(b_1 + c_1) \cdot (-3y_{\tilde{A}}^4 + 6y_{\tilde{A}}^3 - 6y_{\tilde{A}} + 3) \right. \\
& \quad \left. + (a_1 - b_1 + d_1 - c_1) \cdot (-y_{\tilde{A}}^3 + 3y_{\tilde{A}}^2 - 3y_{\tilde{A}} + 1) \right]
\end{aligned}$$

$$Mag(\tilde{A}_\lambda) = \frac{1}{12(1 - y_{\tilde{A}})} \left[(b_1 + c_1) \cdot (-3y_{\tilde{A}}^4 + 7y_{\tilde{A}}^3 - 3y_{\tilde{A}}^2 - 3y_{\tilde{A}} + 2) + (a_1 + d_1) \cdot (y_{\tilde{A}} - 1)^3 \right]$$

Örnek 5.7 $\tilde{A} = \langle (2, 3, 6, 8); 0.7, 0.5, 0.2 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 4, 6, 9); 0.5, 0.6, 0.8 \rangle$ iki TDYN –sayı olsun. Daha sonra bu iki TDYN –sayılarının karşılaştırılması için $f(\alpha) = \alpha$ alınırsa,

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{A}_\mu) & = \frac{1}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{A}}} L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha) + (b_1 + c_1) w_{\tilde{A}} \right) f(\alpha) d\alpha \\
& = \frac{1}{12} \cdot \left[3 \cdot (0, 7)^3 \cdot (3 + 6) + (0, 7)^2 \cdot (2 + 6 + 12 + 8) \right]
\end{aligned}$$

$$Mag(\tilde{A}_\mu) = 1.91508333$$

ve

$$\begin{aligned}
Mag(\tilde{B}_\mu) & = \frac{1}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{B}}} L_{\tilde{B}}(\alpha) + R_{\tilde{B}}(\alpha) + (b_2 + c_2) w_{\tilde{B}} \right) f(\alpha) d\alpha \\
& = \frac{1}{12} \cdot \left[3 \cdot (0, 5)^3 \cdot (4 + 6) + (0, 5)^2 \cdot (1 + 8 + 12 + 9) \right]
\end{aligned}$$

$$Mag(\tilde{B}_\mu) = 0.9375$$

olur ve sonuç olarak $Mag(\tilde{A}_\mu) > Mag(\tilde{B}_\mu)$ ise $\tilde{A}_\mu > \tilde{B}_\mu$ dir.

5.2. Yamuksal Neutrosophic Sayılarda Durulaştırma

Bu alt bölümde bir TDYN –sayının reel bir sayı ile temsil edilmesi için bir durulaştırma yöntemi olan 1. ve 2. merkez noktası kavramları tanımlandı ve bu merkez noktası kavramına bağlı bir sıralama metodu verildi.

Tanım 5.8 $\tilde{A} = [(a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}}]$ TDYN –sayısı Şekil 3’de gösterilen

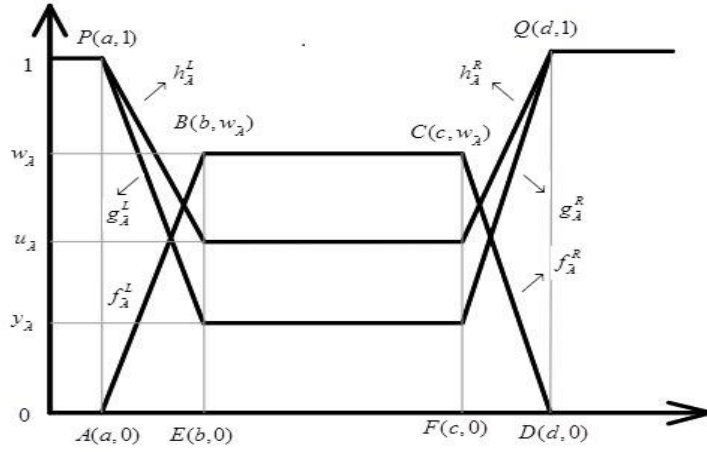
$f_{\tilde{A}}^L : [a, b] \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$, $f_{\tilde{A}}^R : [c, d] \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$, $h_{\tilde{A}}^L : [a, b] \rightarrow [0, u_{\tilde{A}}]$, $h_{\tilde{A}}^R : [c, d] \rightarrow [0, u_{\tilde{A}}]$,
 $g_{\tilde{A}}^L : [a, b] \rightarrow [0, y_{\tilde{A}}]$ ve $g_{\tilde{A}}^R : [c, d] \rightarrow [0, y_{\tilde{A}}]$ fonksiyonları ile aşağıdaki gibi

tanımlansın,

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} f_{\tilde{A}}^L(x) = \frac{w_{\tilde{A}}(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x \leq b \\ w_{\tilde{A}}, & b \leq x \leq c \\ f_{\tilde{A}}^R(x) = \frac{w_{\tilde{A}}(d-x)}{(d-c)}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} h_{\tilde{A}}^L(x) = \frac{(x-b) + u_{\tilde{A}}(a-x)}{(a-b)}, & a \leq x \leq b \\ u_{\tilde{A}}, & b \leq x \leq c \\ h_{\tilde{A}}^R(x) = \frac{(x-c) + u_{\tilde{A}}(d-x)}{(d-c)}, & c \leq x \leq d \\ 1, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} g_{\tilde{A}}^L(x) = \frac{(x-b) + y_{\tilde{A}}(a-x)}{(a-b)}, & a \leq x \leq b \\ y_{\tilde{A}}, & b \leq x \leq c \\ g_{\tilde{A}}^R(x) = \frac{(x-c) + y_{\tilde{A}}(d-x)}{(d-c)}, & c \leq x \leq d \\ 1, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$



Şekil 3: Yamuksal Neutrosophic Sayı

Daha sonra \tilde{A} TDYN- sayısının

1. X'_A ile gösterilen 1. merkez noktası

$$X'_A = \frac{\int_a^b x f_A^L dx + \int_c^d x f_A^R dx + \int_b^c x w_A dx - \int_a^b x g_A^L dx - \int_c^d x g_A^R dx}{\int_a^b f_A^L dx + \int_c^d f_A^R dx + \int_b^c w_A dx - \int_a^b g_A^L dx - \int_c^d g_A^R dx}$$

$$\frac{-\int_b^c x y_A dx + \int_a^b x h_A^L dx + \int_b^c x u_A dx + \int_c^d x h_A^R dx}{-\int_b^c y_A dx + \int_a^b h_A^L dx + \int_b^c u_A dx + \int_c^d h_A^R dx}$$

2. X''_A ile gösterilen 2. merkez noktası

$$X''_A = \frac{\int_a^b x f_A^L dx + \int_c^d x f_A^R dx + \int_b^c x w_A dx - \int_a^b x g_A^L dx - \int_c^d x g_A^R dx}{\int_a^b f_A^L dx + \int_c^d f_A^R dx + \int_b^c w_A dx - \int_a^b g_A^L dx - \int_c^d g_A^R dx}$$

$$\frac{-\int_b^c x y_A dx - \int_a^b x h_A^L dx - \int_b^c x u_A dx - \int_c^d x h_A^R dx}{-\int_b^c y_A dx - \int_a^b h_A^L dx - \int_b^c u_A dx - \int_c^d h_A^R dx}$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 5.9 $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN- sayısının ve \tilde{A} 'nin 1. ve 2. merkez noktası sırasıyla $X'_{\tilde{A}}$ ve $X''_{\tilde{A}}$ olsun. Daha sonra

1. $X'_{\tilde{A}}$ ile gösterilen 1. merkez noktası

$$X'_{\tilde{A}} = \frac{d^2 + dc + c^2 - a^2 - ab - b^2}{3(d + c - a - b)}$$

2. $X''_{\tilde{A}}$ ile gösterilen 2. merkez noktası

$$X''_{\tilde{A}} = \frac{(d - c) \cdot \left[-a^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) - 6a^2b + b^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]}{3(d - c) \cdot \left[-a^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) - 4ab + b^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]} \\ + \frac{(a - b) \cdot \left[-c^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + d^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) + 6d^2c \right]}{+ 3(a - b) \cdot \left[-c^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + d^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) + 4dc \right]}$$

dır.

İspat:

1. $X'_{\tilde{A}}$ ile gösterilen 1. merkez noktası için,

$$X'_{\tilde{A}} = \frac{\int_a^b x f_{\tilde{A}}^L dx + \int_c^d x f_{\tilde{A}}^R dx + \int_b^c x w_{\tilde{A}} dx - \int_a^b x g_{\tilde{A}}^L dx - \int_c^d x g_{\tilde{A}}^R dx}{\int_a^b f_{\tilde{A}}^L dx + \int_c^d f_{\tilde{A}}^R dx + \int_b^c w_{\tilde{A}} dx - \int_a^b g_{\tilde{A}}^L dx - \int_c^d g_{\tilde{A}}^R dx} \\ - \frac{\int_b^c x y_{\tilde{A}} dx + \int_a^b x h_{\tilde{A}}^L dx + \int_b^c x u_{\tilde{A}} dx + \int_c^d x h_{\tilde{A}}^R dx}{-\int_b^c y_{\tilde{A}} dx + \int_a^b h_{\tilde{A}}^L dx + \int_b^c u_{\tilde{A}} dx + \int_c^d h_{\tilde{A}}^R dx}$$

'de $f_{\tilde{A}}^L, f_{\tilde{A}}^R, g_{\tilde{A}}^L, g_{\tilde{A}}^R, h_{\tilde{A}}^L$ ve $h_{\tilde{A}}^R$ fonksiyonlarını yerine yazarsak;

$$X'_A = \frac{\int_a^b \frac{w_{\bar{A}}(x-a)}{(b-a)} x dx + \int_b^c x w_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{w_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx - \int_a^b \frac{(x-b) + y_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} x dx - \int_b^c x y_{\bar{A}} dx}{\int_a^b \frac{w_{\bar{A}}(x-a)}{(b-a)} dx + \int_b^c w_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{w_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx - \int_a^b \frac{(x-b) + y_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} dx - \int_b^c y_{\bar{A}} dx} \\ - \frac{\int_c^d \frac{(x-c) + y_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx + \int_a^b \frac{(x-b) + u_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} x dx + \int_b^c x u_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{(x-c) + u_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx}{-\int_c^d \frac{(x-c) + y_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx + \int_a^b \frac{(x-b) + u_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} dx + \int_b^c u_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{(x-c) + u_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx}$$

elde edilir. Buradan integral işlemlerini yaparsak,

$$X'_A = \frac{\left[\frac{w_{\bar{A}} x^3}{3(b-a)} - \frac{aw_{\bar{A}} x^2}{2(b-a)} \right]_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c + \left[\frac{w_{\bar{A}} dx^2}{2(d-c)} - \frac{w_{\bar{A}} x^3}{3(d-c)} \right]_c^d}{\left[\frac{w_{\bar{A}} x^2}{2(b-a)} - \frac{aw_{\bar{A}} x}{(b-a)} \right]_a^b + (w_{\bar{A}} x)_b^c + \left[\frac{w_{\bar{A}} dx}{(d-c)} - \frac{w_{\bar{A}} x^2}{2(d-c)} \right]_c^d} \\ - \frac{\left[\frac{x^3(1-y_{\bar{A}})}{3(a-b)} + \frac{(ay_{\bar{A}}-b)x^2}{2(a-b)} \right]_a^b - \left(\frac{y_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c - \left[\frac{x^3(1-y_{\bar{A}})}{3(d-c)} + \frac{(dy_{\bar{A}}-c)x^2}{2(d-c)} \right]_c^d}{-\left[\frac{x^2(1-y_{\bar{A}})}{2(a-b)} + \frac{(ay_{\bar{A}}-b)x}{(a-b)} \right]_a^b - (y_{\bar{A}} x)_b^c - \left[\frac{x^2(1-y_{\bar{A}})}{2(d-c)} + \frac{(dy_{\bar{A}}-c)x}{(d-c)} \right]_c^d} \\ + \frac{\left[\frac{x^3(1-u_{\bar{A}})}{3(a-b)} + \frac{(au_{\bar{A}}-b)x^2}{2(a-b)} \right]_a^b + \left(\frac{u_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c + \left[\frac{x^3(1-u_{\bar{A}})}{3(d-c)} + \frac{(du_{\bar{A}}-c)x^2}{2(d-c)} \right]_c^d}{+\left[\frac{x^2(1-u_{\bar{A}})}{2(a-b)} + \frac{(au_{\bar{A}}-b)x}{(a-b)} \right]_a^b + (u_{\bar{A}} x)_b^c + \left[\frac{x^2(1-u_{\bar{A}})}{2(d-c)} + \frac{(du_{\bar{A}}-c)x}{(d-c)} \right]_c^d}$$

$$\begin{aligned}
X'_A &= \frac{\frac{-a^3(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{6(a-b)} + \frac{b^3(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{6(a-b)} - \frac{c^3(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{6(d-c)} + \frac{d^3(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{6(d-c)}}{\frac{-a^2(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{2(a-b)} + \frac{b^2(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{2(a-b)} - \frac{c^2(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{2(d-c)} + \frac{d^2(w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})}{2(d-c)}} \\
&= \frac{(d-c) \cdot [-a^3 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}}) + b^3 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})]}{3(d-c) \cdot [-a^2 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}}) + b^2 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})]} \\
&\quad + \frac{(a-b) \cdot [-c^3 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}}) + d^3 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})]}{+3(a-b) \cdot [-c^2 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}}) + d^2 \cdot (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + u_{\bar{A}})]}
\end{aligned}$$

olur. Son olarak gerekli sadeleşmeleri yaparsak,

$$X'_A = \frac{d^2 + dc + c^2 - a^2 - ab - b^2}{3(d + c - a - b)}$$

olur ve ispat biter.

2. X''_A ile gösterilen 2. merkez noktası için

$$\begin{aligned}
X''_A &= \frac{\int_a^b x f_A^L dx + \int_c^d x f_A^R dx + \int_b^c x w_{\bar{A}} dx - \int_a^b x g_A^L dx - \int_c^d x g_A^R dx}{\int_a^b f_A^L dx + \int_c^d f_A^R dx + \int_b^c w_{\bar{A}} dx - \int_a^b g_A^L dx - \int_c^d g_A^R dx} \\
&\quad - \frac{\int_b^c x y_{\bar{A}} dx - \int_a^b x h_A^L dx - \int_b^c x u_{\bar{A}} dx - \int_c^d x h_A^R dx}{-\int_b^c y_{\bar{A}} dx - \int_a^b h_A^L dx - \int_b^c u_{\bar{A}} dx - \int_c^d h_A^R dx}
\end{aligned}$$

de $f_A^L, f_A^R, g_A^L, g_A^R, h_A^L$ ve h_A^R fonksiyonlarını yerine yazarsak;

$$\begin{aligned}
X''_{\bar{A}} &= \frac{\int_a^b \frac{w_{\bar{A}}(x-a)}{(b-a)} x dx + \int_b^c x w_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{w_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx - \int_a^b \frac{(x-b) + y_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} x dx - \int_b^c x y_{\bar{A}} dx}{\int_a^b \frac{w_{\bar{A}}(x-a)}{(b-a)} dx + \int_b^c w_{\bar{A}} dx + \int_c^d \frac{w_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx - \int_a^b \frac{(x-b) + y_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} dx - \int_b^c y_{\bar{A}} dx} \\
&\quad - \frac{\int_c^d \frac{(x-c) + y_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx - \int_a^b \frac{(x-b) + u_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} x dx - \int_b^c x u_{\bar{A}} dx - \int_c^d \frac{(x-c) + u_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} x dx}{\int_c^d \frac{(x-c) + y_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx - \int_a^b \frac{(x-b) + u_{\bar{A}}(a-x)}{(a-b)} dx - \int_b^c u_{\bar{A}} dx - \int_c^d \frac{(x-c) + u_{\bar{A}}(d-x)}{(d-c)} dx}
\end{aligned}$$

elde edilir. Buradan integral işlemlerini yaparsak,

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left[\frac{w_{\bar{A}} x^3}{3(b-a)} - \frac{a w_{\bar{A}} x^2}{2(b-a)} \right]_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c + \left[\frac{w_{\bar{A}} dx^2}{2(d-c)} - \frac{w_{\bar{A}} x^3}{3(d-c)} \right]_c^d}{\left[\frac{w_{\bar{A}} x^2}{2(b-a)} - \frac{a w_{\bar{A}} x}{(b-a)} \right]_a^b + (w_{\bar{A}} x)_b^c + \left[\frac{w_{\bar{A}} dx}{(d-c)} - \frac{w_{\bar{A}} x^2}{2(d-c)} \right]_c^d} \\
&\quad - \frac{\left[\frac{x^3(1-y_{\bar{A}})}{3(a-b)} + \frac{(a y_{\bar{A}} - b)x^2}{2(a-b)} \right]_a^b - \left(\frac{y_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c - \left[\frac{x^3(1-y_{\bar{A}})}{3(d-c)} + \frac{(d y_{\bar{A}} - c)x^2}{2(d-c)} \right]_c^d}{\left[\frac{x^2(1-y_{\bar{A}})}{2(a-b)} + \frac{(a y_{\bar{A}} - b)x}{(a-b)} \right]_a^b - (y_{\bar{A}} x)_b^c - \left[\frac{x^2(1-y_{\bar{A}})}{2(d-c)} + \frac{(d y_{\bar{A}} - c)x}{(d-c)} \right]_c^d} \\
&\quad - \frac{\left[\frac{x^3(1-u_{\bar{A}})}{3(a-b)} + \frac{(a u_{\bar{A}} - b)x^2}{2(a-b)} \right]_a^b - \left(\frac{u_{\bar{A}} x^2}{2} \right)_b^c - \left[\frac{x^3(1-u_{\bar{A}})}{3(d-c)} + \frac{(d u_{\bar{A}} - c)x^2}{2(d-c)} \right]_c^d}{\left[\frac{x^2(1-u_{\bar{A}})}{2(a-b)} + \frac{(a u_{\bar{A}} - b)x}{(a-b)} \right]_a^b - (u_{\bar{A}} x)_b^c - \left[\frac{x^2(1-u_{\bar{A}})}{2(d-c)} + \frac{(d u_{\bar{A}} - c)x}{(d-c)} \right]_c^d}
\end{aligned}$$

$$X''_{\tilde{A}} = \frac{\frac{-a^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) - 6a^2b + b^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{6(a-b)} + \frac{b^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{6(a-b)}}{\frac{-a^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) - 4ab + b^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{2(a-b)} + \frac{b^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{2(a-b)}}$$

$$\frac{\frac{-c^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{6(d-c)} + \frac{d^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) + 6d^2c}{6(d-c)}}{\frac{-c^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2)}{2(d-c)} + \frac{d^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) + 4dc}{2(d-c)}}$$

olur. Son olarak gerekli sadeleşmeleri yaparsak,

$$X''_{\tilde{A}} = \frac{(d-c) \cdot \left[-a^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) - 6a^2b + b^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]}{3(d-c) \cdot \left[-a^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) - 4ab + b^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]}$$

$$\frac{+(a-b) \cdot \left[-c^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + d^3(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) + 6d^2c \right]}{+3(a-b) \cdot \left[-c^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + d^2(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) + 4dc \right]}$$

olur ve ispat biter.

Sonuç 5.10 $\tilde{A} = \langle (a, b, c); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ 'TDÜN-sayının

1. $X'_{\tilde{A}}$ ile gösterilen 1. merkez noktası

$$X'_{\tilde{A}} = \frac{c^2 + bc - a^2 - ab}{3(c-a)}$$

2. $X''_{\tilde{A}}$ ile gösterilen 2. merkez noktası

$$X''_{\tilde{A}} = \frac{(c-b) \cdot \left[-a^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) - 6a^2b + b^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]}{3(c-b) \cdot \left[-a^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) - 4ab + b^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) \right]}$$

$$\frac{+(a-b) \cdot \left[-b^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + c^3 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 4) + 6c^2b \right]}{+3(a-b) \cdot \left[-b^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + 2) + c^2 \cdot (w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - 2) + 4bc \right]}$$

olur.

Tanım 5.11 \tilde{A} TDYN sayısı için sırasıyla 1. ve 2. merkez noktası X'_A ve X''_A ve \tilde{B} TDYN sayısı için sırasıyla 1. ve 2. merkez noktası X'_B ve X''_B olmak üzere \tilde{A} ve \tilde{B} sayılarının karşılaştırılması aşağıdaki algoritma ile yapılır;

Algoritma;

1. $X'_A > X'_B$ ise $\tilde{A} > \tilde{B}$
2. $X'_A < X'_B$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$
3. $X'_A = X'_B$ ise
 - i. $X''_A > X''_B$ ise $\tilde{A} > \tilde{B}$
 - ii. $X''_A < X''_B$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$
 - iii. $X''_A = X''_B$ ise $\tilde{A} = \tilde{B}$

Örnek 5.12 $\tilde{A} = \langle (1,3,5,7); 0.3, 0.5, 0.8 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (2,5,6,9); 0.8, 0.6, 0.3 \rangle$ iki TDYN-sayı olsun. Daha sonra bu iki TDYN –sayının karşılaştırılması için 1. merkez noktaları

$$X'_A = \frac{7^2 + 35 + 5^2 - 1^2 - 3 - 3^2}{3(7 + 5 - 1 - 3)}$$

$$= 4$$

$$X'_B = \frac{9^2 + 54 + 6^2 - 2^2 - 10 - 5^2}{3(9 + 6 - 2 - 5)}$$

$$= 5,5$$

olur.

O halde $X'_A < X'_B$ olup $\tilde{A} < \tilde{B}$ dir.

Teorem 5.13 $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$, $\tilde{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{B}} \rangle$ iki TDYN-sayı olsun. Genel olarak aşağıdaki eşitlikler geçerli değildir.

1. $X'_A + X'_B = X'_{A+B}$
2. $X''_A + X''_B = X''_{A+B}$
3. $X'_A \cdot X'_B = X'_{A \cdot B}$
4. $X''_A \cdot X''_B = X''_{A \cdot B}$

dir.

İspat:

1. Kabul edelim ki $X'_A + X'_B = X'_{A+B}$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle(1, 4, 5, 8); 0.5, 0.7, 0.3\rangle$, $\tilde{B} = \langle(2, 5, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$X'_A = \frac{8^2 + 8.5 + 5^2 - 1^2 - 1.4 - 4^2}{3(8 + 5 - 1 - 4)} \quad (5.13.1)$$
$$= 4,5$$

$$X'_B = \frac{8^2 + 8.6 + 6^2 - 2^2 - 2.5 - 5^2}{3(8 + 6 - 2 - 5)} \quad (5.13.2)$$
$$= 5,19047619$$

olduğundan (5.13.1) ve (5.13.2) den,

$$X'_A + X'_B = 4,5 + 5,19047619 = 9,688888889 \quad (5.13.3)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} + \tilde{B} = \langle(3, 9, 11, 16); 0.5, 0.7, 0.3\rangle$ olduğundan,

$$X'_{\tilde{A}+\tilde{B}} = \frac{16^2 + 16.11 + 11^2 - 3^2 - 3.9 - 9^2}{3(16 + 11 - 3 - 9)} \quad (5.13.4)$$
$$= 9,69047619$$

olur.

(5.13.3) ve (5.13.4)' ten kabulümüz yanlıştır. O halde $X'_A + X'_B = X'_{A+B}$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

2. Kabul edelim ki $X''_A + X''_B = X''_{A+B}$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle(1, 4, 5, 8); 0.5, 0.7, 0.3\rangle$, $\tilde{B} = \langle(2, 5, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$X''_A = \frac{(3).[-1^3(-4,5) - 6.1^2.4 + 4^3(1,5)] + (-3).[-5^3.(1,5) + 8^3.(-4,5) + 6.8^2.5]}{3.(3).[-1^2(-2,5) - 4.1.4 + 4^2(1,5)] + 3.(-3).[-5^2.(1,5) + 8^2.(-2,5) + 4.8.5]} \quad (5.13.5)$$
$$= -1,416666667$$

$$X''_B = \frac{(2) \cdot [-2^3 \cdot (-3,7) - 6 \cdot 2^2 \cdot 5 + 5^3 \cdot (2,3)] + (-3) \cdot [-6^3 \cdot (2,3) + 8^3 \cdot (-3,7) + 6 \cdot 8^2 \cdot 6]}{3 \cdot (2) \cdot [-2^2 \cdot (-1,7) - 4 \cdot 2 \cdot 5 + 5^2 \cdot (2,3)] + 3 \cdot (-3) \cdot [-6^2 \cdot (2,3) + 8^2 \cdot (-1,7) + 4 \cdot 8 \cdot 6]}$$

$$= -1,604560078 \quad (5.13.6)$$

olduğundan (5.13.5) ve (5.13.6) dan,

$$X''_A + X''_B = -3,021226745 \quad (5.13.7)$$

$\tilde{A} + \tilde{B} = \langle (3,9,11,16); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$X''_{\tilde{A}+\tilde{B}} = \frac{(5) \cdot [-3^3 \cdot (-4,5) - 6 \cdot 3^2 \cdot 9 + 9^3 \cdot (1,5)] + (-6) \cdot [-11^3 \cdot (1,5) + 16^3 \cdot (-4,5) + 6 \cdot 16^2 \cdot 11]}{3 \cdot (5) \cdot [-3^2 \cdot (-2,5) - 4 \cdot 3 \cdot 9 + 9^2 \cdot (1,5)] + 3 \cdot (-6) \cdot [-11^2 \cdot (1,5) + 16^2 \cdot (-2,5) + 4 \cdot 16 \cdot 11]}$$

$$= -3,093544137 \quad (5.13.8)$$

olur.

(5.13.7) ve (5.13.8)' ten kabulümüz yanlıştır. O halde $X''_A + X''_B = X''_{A+B}$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

3. Kabul edelim ki $X'_A \cdot X'_B = X'_{A \cdot B}$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (1, 4, 5, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (2, 5, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak,

$$X'_A = 4,5 \quad (5.13.9)$$

$$X'_B = 5,19047619 \quad (5.13.10)$$

olduğundan (5.13.9) ve (5.13.10) dan

$$X'_A \cdot X'_B = 23,357142855 \quad (5.13.11)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \langle (2, 20, 30, 64); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$X'_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}} = \frac{64^2 + 64 \cdot 30 + 30^2 - 2^2 - 2 \cdot 20 - 20^2}{3(64 + 30 - 2 - 20)}$$

$$= 29,962962962 \quad (5.13.12)$$

(5.13.11) ve (5.13.12)' ten kabulümüz yanlıştır. O halde $X'_A \cdot X'_B = X'_{A \cdot B}$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

4. Kabul edelim ki $X_A'' \cdot X_B'' = X_{A.B}''$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (1, 4, 5, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (2, 5, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak,

$$X_A'' = -1,416666667 \quad (5.13.13)$$

$$X_B'' = -1,604560078 \quad (5.13.14)$$

Olduğundan (5.13.13) ve (5.13.14) den

$$X_A'' \cdot X_B'' = 2,2712677770152 \quad (5.13.15)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \langle (2, 20, 30, 64); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$\begin{aligned} X_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}'' &= \frac{34 \cdot [-2^3 \cdot (-4,5) - 6 \cdot 2^2 \cdot 20 + 20^3 \cdot (1,5)] + (-18) \cdot [-30^3 \cdot (1,5) + 64^3 \cdot (-4,5) + 6 \cdot 64^2 \cdot 30]}{3 \cdot 34 \cdot [-2^2 \cdot (-2,5) - 4 \cdot 2 \cdot 20 + 20^2 \cdot (1,5)] + 3 \cdot (-18) \cdot [-30^2 \cdot (1,5) + 64^2 \cdot (-2,5) + 4 \cdot 64 \cdot 30]} \\ &= 35,34285714285714 \quad (5.13.16) \end{aligned}$$

olur.

(5.13.15) ve (5.13.16)' dan kabulümüz yanlıştır. O halde $X_A'' \cdot X_B'' = X_{A.B}''$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

5.3. TDYN- sayılar için skor fonksiyonuna bağlı merkez noktası

Bu alt bölümde bir TDYN –sayının bir yamuksal bulanık sayı ile temsil edilmesi için 1. ve 2. skor fonksiyon kavramları tanımlandı ve bu kavramlar birer bulanık sayı olduğu için mevcut bulanık sayılarda en çok kullanılan durulaştırma yöntemi olan merkez noktası kavramına bağlı bir sıralama metodu verildi.

Tanım 5.14 $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN-sayısı, doğruluk- üyelik fonksiyonu $T_{\tilde{A}} : R \rightarrow [0, w_{\tilde{A}}]$, belirsizlik- üyelik fonksiyonu $I_{\tilde{A}} : R \rightarrow [u_{\tilde{A}}, 1]$ ve yanlışlık- üyelik fonksiyonu $F_{\tilde{A}} : R \rightarrow [y_{\tilde{A}}, 1]$ ile verilsin. Daha sonra, \tilde{A} 'nın

1. $\Theta_1 : R \rightarrow [0, 1]$ tarafından tanımlanan 1. skor fonksiyonu,

$$\Theta_1(x) = \frac{T_{\tilde{A}}(x) - I_{\tilde{A}}(x) - F_{\tilde{A}}(x) + 1}{3}$$

2. $\Theta_2 : R \rightarrow [0,1]$ tarafından tanımlanan 2. skor fonksiyonu,

$$\Theta_2(x) = \frac{T_{\tilde{A}}(x) + I_{\tilde{A}}(x) - F_{\tilde{A}}(x) + 1}{3}$$

ile verilir.

Teorem 5.15 $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN-sayısı için sırasıyla 1. ve 2. skor fonksiyonu $\Theta_1(x)$ ve $\Theta_2(x)$ olsun. Daha sonra,

1.

$$\Theta_1(x) = \begin{cases} \frac{x.k_1 + k_2}{(b-a)} & (a \leq x < b) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_1 = \frac{w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 2}{3} \in R \\ k_2 = \frac{a \cdot (-w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}} - 1) - b}{3} \in R \end{cases} \\ w_{\theta_1} & (b \leq x \leq c) & \text{öyle ki} & w_{\theta_1} = \frac{w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} \in R \\ \frac{x.k_3 + k_4}{(d-c)} & (c < x \leq d) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_3 = \frac{w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}} - 2}{3} \in R \\ k_4 = \frac{d \cdot (w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1) + c}{3} \in R \end{cases} \\ 0 & & & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

2.

$$\Theta_2(x) = \begin{cases} \frac{x.k_5 + k_6}{(b-a)} & (a \leq x < b) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_5 = \frac{w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}}{3}, \in R \\ k_6 = \frac{a \cdot (w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - 1) + b}{3}, \in R \end{cases} \\ w_{\theta_2} & (b \leq x \leq c) & \text{öyle ki} & w_{\theta_2} = \frac{w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} \in R \\ \frac{x.k_7 + k_8}{(d-c)} & (c < x \leq d) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_7 = \frac{(-w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}})}{3} \in R \\ k_8 = \frac{d \cdot (w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1) - c}{3} \in R \end{cases} \\ 0 & & & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

ile tanımlı bir Tanım 3.2 ile verilen ve $(\Theta_1)_{\tilde{A}}$ ve $(\Theta_2)_{\tilde{A}}$ ile gösterilen bir yamuksal bulanık sayıdır.

İspat: $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN-sayı olsun. Daha sonra;

1. 1. skor fonksiyonu için aşağıdaki şekilde düzenleme yapılırsa

$$\begin{aligned}
 \Theta_1(x) &= \begin{cases} \frac{(x-a)w_{\tilde{A}}}{3(b-a)} - \frac{(b-x+u_{\tilde{A}}(x-a))}{3(b-a)} - \frac{(b-x+y_{\tilde{A}}(x-a))}{3(b-a)} + \frac{1}{3} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{(d-x)w_{\tilde{A}}}{3(d-c)} - \frac{(x-c+u_{\tilde{A}}(d-x))}{3(d-c)} - \frac{(x-c+y_{\tilde{A}}(d-x))}{3(d-c)} + \frac{1}{3} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \frac{(x-a)w_{\tilde{A}} - (b-x+u_{\tilde{A}}(x-a)) - (b-x+y_{\tilde{A}}(x-a)) + (b-a)}{3(b-a)} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{(d-x)w_{\tilde{A}} - (x-c+u_{\tilde{A}}(d-x)) - (x-c+y_{\tilde{A}}(d-x)) + (d-c)}{3(d-c)} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \frac{x.(w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 2) + a.(-w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}} - 1) - b}{3(b-a)} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{x.(w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}} - 2) + d.(w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1) + c}{3(d-c)} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\Theta_1(x) = \begin{cases} \frac{x.k_1 + k_2}{(b-a)} & (a \leq x < b) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_1 = \frac{w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 2}{3} \in R \\ k_2 = \frac{a.(-w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}} - 1) - b}{3} \in R \end{cases} \\ w_{\theta_1} & (b \leq x \leq c) & \text{öyle ki} & w_{\theta_1} = \frac{w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} \in R \\ \frac{x.k_3 + k_4}{(d-c)} & (c < x \leq d) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_3 = \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}} - 2}{3} \in R \\ k_4 = \frac{d.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) + c}{3} \in R \end{cases} \\ 0 & & & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

ve benzer şekilde;

2. 2. skor fonksiyonu için aşağıdaki şekilde düzenleme yapılırsa

$$\Theta_2(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)w_{\bar{A}}}{3.(b-a)} + \frac{(b-x+u_{\bar{A}}(x-a))}{3.(b-a)} - \frac{(b-x+y_{\bar{A}}(x-a))}{3.(b-a)} + \frac{1}{3} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{(d-x)w_{\bar{A}}}{3.(d-c)} + \frac{(x-c+u_{\bar{A}}(d-x))}{3.(d-c)} - \frac{(x-c+y_{\bar{A}}(d-x))}{3.(d-c)} + \frac{1}{3} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(x-a)w_{\bar{A}} + (b-x+u_{\bar{A}}(x-a)) - (b-x+y_{\bar{A}}(x-a)) + (b-a)}{3.(b-a)} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{(d-x)w_{\bar{A}} + (x-c+u_{\bar{A}}(d-x)) - (x-c+y_{\bar{A}}(d-x)) + (d-c)}{3.(d-c)} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{x.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) + a.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} - 1) + b}{3.(b-a)} & (a \leq x < b) \\ \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} & (b \leq x \leq c) \\ \frac{x.(-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}}) + d.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) - c}{3.(d-c)} & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

$$\Theta_2(x) = \begin{cases} \frac{x.k_5 + k_6}{(b-a)} & (a \leq x < b) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_5 = \frac{w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}}{3}, \in R \\ k_6 = \frac{a.(w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} - 1) + b}{3}, \in R \end{cases} \\ w_{\theta_2} & (b \leq x \leq c) & \text{öyle ki} & w_{\theta_2} = \frac{w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1}{3} \in R \\ \frac{x.k_7 + k_8}{(d-c)} & (c < x \leq d) & \text{öyle ki} & \begin{cases} k_7 = \frac{(-w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}})}{3} \in R \\ k_8 = \frac{d.(w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}} + 1) - c}{3} \in R \end{cases} \\ 0 & & & \text{diğer durumlarda,} \end{cases}$$

olduğundan 1. ve 2. skor fonksiyonu Tanım 3.3 e göre yamuksal bir bulanık sayıdır.

Teorem 5.16 $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN-sayısı için sırasıyla 1. ve 2. skor fonksiyonları sırasıyla $(\Theta_1)_{\tilde{A}}$ ve $(\Theta_2)_{\tilde{A}}$ bulanık sayıları olsun. Daha sonra merkez noktaları sırasıyla,

$$1. \quad C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) = \frac{1}{3} \frac{[(a^3 - b^3).(w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 2b^3 - a^3 + 3ba^2]}{[(a^2 - b^2).(w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 2b^2 + 2ab]} \\ + \frac{[(d^3 - c^3).(5w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 2c^3 - d^3 + 3cd^2]}{[(d^2 - c^2).(3w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 2c^2 + 2cd]}$$

$$2. \quad C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) = \frac{1}{3} \frac{[a^3.(-5w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + 5y_{\tilde{A}} + 3) + b^3.(-w_{\tilde{A}} - u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}}) + 6b^2a.(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 3a^2]}{[a^2.(3w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + 3y_{\tilde{A}} + 2) - b^2.(w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} + y_{\tilde{A}}) + 4ab.(w_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) - 2ab]} \\ + \frac{[(d^3 - c^3).(w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) + 3d^3 - 3cd^2]}{[(d^2 - c^2).(w_{\tilde{A}} + u_{\tilde{A}} - y_{\tilde{A}}) + 2d^2 - 2cd]}$$

dir.

İspat $\tilde{A} = \langle (a, b, c, d); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$ bir TDYN-sayısı için sırasıyla 1. ve 2. skor fonksiyonu yukarıdaki fonksiyonlar ile verilsin. Daha sonra

1. 1. skor fonksiyonu için merkez noktası,

$$\begin{aligned}
C((\Theta_1)_{\bar{A}}) &= \frac{\int_a^b \frac{x.k_1+k_2}{(b-a)} xdx + \int_b^c w_{\theta_1}.xdx + \int_c^d \frac{x.k_3+k_4}{(d-c)} xdx}{\int_a^b \frac{x.k_1+k_2}{(b-a)} dx + \int_b^c w_{\theta_1}.dx + \int_c^d \frac{x.k_3+k_4}{(d-c)} dx} \\
C((\Theta_1)_{\bar{A}}) &= \frac{\int_a^b \frac{x.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+2)+a.(-w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-1)-b}{3.(b-a)} xdx + \int_b^c \frac{w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1}{3} xdx}{\int_a^b \frac{x.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+2)+a.(-w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-1)-b}{3.(b-a)} dx + \int_b^c \frac{w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1}{3} dx} \\
&+ \frac{\int_c^d \frac{x.(w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-2)+d.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1)+c}{3.(d-c)} xdx}{\int_c^d \frac{x.(w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-2)+d.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1)+c}{3.(d-c)} xdx} \\
C((\Theta_1)_{\bar{A}}) &= \frac{\left(\frac{(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+2)}{9.(b-a)} x^3 + \frac{a.(-w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-1)-b}{6.(b-a)} x^2 \right) \Big|_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1}{6} \right) x^2 \Big|_b^c}{\left(\frac{(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+2)}{6.(b-a)} x^2 + \frac{a.(-w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-1)-b}{3.(b-a)} x \right) \Big|_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1}{3} \right) x \Big|_b^c} \\
&+ \frac{\left(\frac{(w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-2)}{9.(d-c)} x^3 + \frac{d.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1)+c}{6.(d-c)} x^2 \right) \Big|_c^d}{\left(\frac{(w_{\bar{A}}+u_{\bar{A}}+y_{\bar{A}}-2)}{6.(d-c)} x^2 + \frac{d.(w_{\bar{A}}-u_{\bar{A}}-y_{\bar{A}}+1)+c}{3.(d-c)} x \right) \Big|_c^d}
\end{aligned}$$

$$C((\Theta_1)_{\bar{A}}) = \frac{\left(\frac{-b^3 w_{\bar{A}} + b^3 u_{\bar{A}} + b^3 y_{\bar{A}} - 2b^3}{18.(b-a)} \right) + \left(\frac{a^3 w_{\bar{A}} - a^3 u_{\bar{A}} - a^3 y_{\bar{A}} - a^3 + 3ba^2}{18.(b-a)} \right)}{\left(\frac{-b^2 w_{\bar{A}} + b^2 u_{\bar{A}} + b^2 y_{\bar{A}} - 2b^2}{6.(b-a)} \right) + \left(\frac{a^2 w_{\bar{A}} - a^2 u_{\bar{A}} - a^2 y_{\bar{A}} + 2ab}{6.(b-a)} \right)} \\ + \frac{\left(\frac{-5c^3 w_{\bar{A}} + c^3 u_{\bar{A}} + c^3 y_{\bar{A}} - 2c^3}{18.(d-c)} \right) + \left(\frac{5d^3 w_{\bar{A}} - d^3 u_{\bar{A}} - d^3 y_{\bar{A}} - d^3 + 3cd^2}{18.(d-c)} \right)}{\left(\frac{-3c^2 w_{\bar{A}} + c^2 u_{\bar{A}} + c^2 y_{\bar{A}} - 2c^2}{6.(d-c)} \right) + \left(\frac{3d^2 w_{\bar{A}} - d^2 u_{\bar{A}} - d^2 y_{\bar{A}} - d^2 + 2cd}{6.(d-c)} \right)}$$

$$C((\Theta_1)_{\bar{A}}) = \frac{1}{3} \frac{\left[(a^3 - b^3).(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 2b^3 - a^3 + 3ba^2 \right]}{\left[(a^2 - b^2).(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 2b^2 + 2ab \right]} \\ + \frac{\left[(d^3 - c^3).(5w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 2c^3 - d^3 + 3cd^2 \right]}{\left[(d^2 - c^2).(3w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 2c^2 + 2cd \right]}$$

olur. Benzer şekilde,

2. 2. skor fonksiyonu için merkez noktası;

$$C((\Theta_2)_{\bar{A}}) = \frac{\int_a^b \frac{x.k_5 + k_6}{(b-a)} dx + \int_b^c w_{\theta_2} .xdx + \int_c^d \frac{x.k_7 + k_8}{(d-c)} dx}{\int_a^b \frac{x.k_5 + k_6}{(b-a)} dx + \int_b^c w_{\theta_2} .dx + \int_c^d \frac{x.k_7 + k_8}{(d-c)} dx} \\ = \frac{\int_a^b \frac{x.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) + a.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} - 1) + b}{3.(b-a)} dx + \int_b^c \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} dx}{\int_a^b \frac{x.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) + a.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} - 1) + b}{3.(b-a)} dx + \int_b^c \frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} dx} \\ + \frac{\int_c^d \frac{x.(-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}}) + d.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) - c}{3.(d-c)} dx}{\int_c^d \frac{x.(-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}}) + d.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) - c}{3.(d-c)} dx}$$

$$\begin{aligned}
C((\Theta_2)_{\bar{A}}) &= \frac{\left(\frac{(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}})}{9.(b-a)} x^3 + \frac{a.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} - 1) + b}{6.(b-a)} x^2 \right) \Big|_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{6} x^2 \right) \Big|_b^c}{\left(\frac{(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}})}{6.(b-a)} x^2 + \frac{a.(w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} - 1) + b}{3.(b-a)} x \right) \Big|_a^b + \left(\frac{w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1}{3} x \right) \Big|_b^c} \\
&+ \frac{\left(\frac{(-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}})}{9.(d-c)} x^3 + \frac{d.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) - c}{6.(d-c)} x^2 \right) \Big|_c^d}{\left(\frac{(-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}})}{6.(d-c)} x^2 + \frac{d.(w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}} + 1) - c}{3.(d-c)} x \right) \Big|_c^d} \\
&= \frac{\left(\frac{-b^3 w_{\bar{A}} - b^3 u_{\bar{A}} + b^3 y_{\bar{A}} + 6b^2 a w_{\bar{A}} - 6b^2 a y_{\bar{A}}}{18.(b-a)} \right) + \left(\frac{-5a^3 w_{\bar{A}} + a^3 u_{\bar{A}} + 5a^3 y_{\bar{A}} + 3a^3 - 3a^2}{18.(b-a)} \right)}{\left(\frac{-b^2 w_{\bar{A}} - b^2 u_{\bar{A}} + b^2 y_{\bar{A}} + 4ab y_{\bar{A}}}{6.(b-a)} \right) + \left(\frac{3a^2 w_{\bar{A}} + a^2 u_{\bar{A}} + 3a^2 y_{\bar{A}} + 2a^2 - 2ab}{6.(b-a)} \right)} \\
&+ \frac{\left(\frac{-c^3 w_{\bar{A}} - c^3 u_{\bar{A}} + c^3 y_{\bar{A}}}{18.(d-c)} \right) + \left(\frac{d^3 w_{\bar{A}} + d^3 u_{\bar{A}} - d^3 y_{\bar{A}} + 3d^3 - 3d^2 c}{18.(d-c)} \right)}{\left(\frac{-c^2 w_{\bar{A}} - c^2 u_{\bar{A}} + c^2 y_{\bar{A}}}{6.(d-c)} \right) + \left(\frac{d^2 w_{\bar{A}} + d^2 u_{\bar{A}} - d^2 y_{\bar{A}} + 2d^2 - 2cd}{6.(d-c)} \right)} \\
C((\Theta_2)_{\bar{A}}) &= \frac{1}{3} \frac{\left[a^3 . (-5w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} + 5y_{\bar{A}} + 3) + b^3 . (-w_{\bar{A}} - u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}}) + 6b^2 a . (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 3a^2 \right]}{\left[a^2 . (3w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} + 3y_{\bar{A}} + 2) - b^2 . (w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} + y_{\bar{A}}) + 4ab . (w_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) - 2ab \right]} \\
&+ \frac{\left[(d^3 - c^3) . (w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) + 3d^3 - 3cd^2 \right]}{\left[(d^2 - c^2) . (w_{\bar{A}} + u_{\bar{A}} - y_{\bar{A}}) + 2d^2 - 2cd \right]}
\end{aligned}$$

olur ve ispat biter.

Sonuç 5.17 Teorem 5.16 da özel olarak $w_{\bar{A}} = 1, u_{\bar{A}} = 0, y_{\bar{A}} = 0$ alınırsa;

$$C((\Theta_1)_{\bar{A}}) = \frac{1}{3} \left(\frac{(-3b^3 + 3ba^2) + (4d^3 - 7c^3 + 3cd^2)}{(a^2 - 3b^2 + 2ab) + (3d^2 - 5c^2 + 2cd)} \right)$$

ve

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) = \frac{1}{3} \left[\frac{-b^3 - 2a^3 + 6b^2a - 3a^2 + 4d^3 - c^3 - 3d^2c}{5a^2 - b^2 + 2ab + 3d^2 - c^2 - 2dc} \right]$$

elde edilir.

Tanım 5.18 \tilde{A} TDYN sayısı için sırasıyla 1. ve 2. skor fonksiyonuna bağlı merkez noktası $C((\Theta_1)_{\tilde{A}})$ ve $C((\Theta_2)_{\tilde{A}})$ ve \tilde{B} TDYN sayısı için sırasıyla 1. ve 2. skor fonksiyonuna bağlı merkez noktası $C((\Theta_1)_{\tilde{B}})$ ve $C((\Theta_2)_{\tilde{B}})$ olmak üzere \tilde{A} ve \tilde{B} sayılarının karşılaştırılması aşağıdaki algoritma ile yapılır;

Algoritma;

1. $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) > C((\Theta_1)_{\tilde{B}})$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$
2. $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) < C((\Theta_1)_{\tilde{B}})$ ise $\tilde{A} > \tilde{B}$
3. $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{B}})$ ise
 - i. $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) > C((\Theta_2)_{\tilde{B}})$ ise $\tilde{A} < \tilde{B}$
 - ii. $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) < C((\Theta_2)_{\tilde{B}})$ ise $\tilde{A} > \tilde{B}$
 - iii. $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{B}})$ ise $\tilde{A} = \tilde{B}$

Örnek 5.19 $\tilde{A} = \langle (3,5,6,8); 1.0, 0.0, 0.0 \rangle$ ve $\tilde{B} = \langle (1,4,6,9); 1.0, 0.0, 0.0 \rangle$ iki TDYN-sayı olsun. Daha sonra bu iki TDYN –sayının skor fonksiyonları ile karşılaştırılması;

$$\begin{aligned} C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) &= \frac{1}{3} \left(\frac{(-3.5^3 + 3.5.3^2) + (4.8^3 - 7.6^3 + 3.6.8^2)}{(3^2 - 3.5^2 + 2.3.5) + (3.8^2 - 5.6^2 + 2.6.8)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{(-375 + 135) + (2048 - 1512 + 1152)}{(9 - 75 + 30) + (192 - 180 + 96)} \right) \\ &= 6,703 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) &= \frac{1}{3} \left(\frac{(-3.4^3 + 3.4) + (4.9^3 - 7.6^3 + 3.6.9^2)}{(1 - 3.4^2 + 2.4) + (3.9^2 - 5.6^2 + 2.6.9)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{(-192 + 12) + (2916 - 1512 + 1458)}{(1 - 48 + 8) + (243 - 180 + 108)} \right) \\ &= 6,7727 \end{aligned}$$

$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) < C((\Theta_1)_{\tilde{B}})$ olup $\tilde{A} > \tilde{B}$ dir.

Teorem 5.20 $\tilde{A} = \langle (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{A}}, u_{\tilde{A}}, y_{\tilde{A}} \rangle$, $\tilde{B} = \langle (a_2, b_2, c_2, d_2); w_{\tilde{B}}, u_{\tilde{B}}, y_{\tilde{B}} \rangle$ iki TDYN-sayı olsun. Daha sonra genel olarak aşağıdaki eşitlikler sağlanmaz.

1. $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$
2. $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$
3. $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}).C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A}\tilde{B}})$
4. $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}).C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}\tilde{B}})$

dir.

İspat:

1. Kabul edelim ki $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (2, 4, 7, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 4, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left[(2^3 - 4^3) \cdot (0.5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 4^3 - 2^3 + 3 \cdot 4 \cdot 2^2 \right]}{\left[(2^2 - 4^2) \cdot (0.5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \right]} + \frac{\left[(8^3 - 7^3) \cdot (5.0, 5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 7^3 - 8^3 + 3 \cdot 7 \cdot 8^2 \right]}{\left[(8^2 - 7^2) \cdot (3.0, 5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 8 \right]}$$

$$= \frac{339,5}{34,5} = 9,840579710144928 \quad (5.20.1)$$

$$C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left[(1^3 - 4^3) \cdot (0.9 - 0.4 - 0.2) - 2 \cdot 4^3 - 1^3 + 3 \cdot 4 \cdot 1^2 \right]}{\left[(1^2 - 4^2) \cdot (0.9 - 0.4 - 0.2) - 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 1 \cdot 4 \right]} + \frac{\left[(8^3 - 6^3) \cdot (5.0, 9 - 0.4 - 0.2) - 2 \cdot 6^3 - 8^3 + 3 \cdot 6 \cdot 8^2 \right]}{\left[(8^2 - 6^2) \cdot (3.0, 9 - 0.4 - 0.2) - 2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \right]}$$

$$= \frac{1226,5}{162,9} = 7,529158993247391 \quad (5.20.2)$$

Olduğundan (5.20.1) ve (5.20.2) den,

$$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = 17,36973870339232 \quad (5.20.3)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} + \tilde{B} = \langle (3, 8, 13, 16); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$\begin{aligned}
C((\Theta_1)_{\tilde{A}+\tilde{B}}) &= \frac{1}{3} \frac{\left[(3^3 - 8^3) \cdot (0.5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 8^3 - 3^3 + 3 \cdot 8 \cdot 3^2 \right]}{\left[(3^2 - 8^2) \cdot (0.5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 3 \cdot 8 \right]} \\
&\quad + \frac{\left[(16^3 - 13^3) \cdot (5.0, 5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 13^3 - 16^3 + 3 \cdot 13 \cdot 16^2 \right]}{\left[(16^2 - 13^2) \cdot (3.0, 5 - 0.7 - 0.3) - 2 \cdot 13^2 + 2 \cdot 13 \cdot 16 \right]} \\
&= \frac{3265}{42} = 77,73809523809524 \tag{5.20.4}
\end{aligned}$$

olur.

(5.20.3) ve (5.20.4)' ten kabulümüz yanlıştır. O halde

$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

2. Kabul edelim ki $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (2, 4, 7, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 4, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$\begin{aligned}
C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) &= \frac{1}{3} \frac{\left[2^3 \cdot (-5.0, 5 + 0.7 + 5.0, 3 + 3) + 4^3 \cdot (-0.5 - 0.7 + 0.3) + 6 \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot (0.5 - 0.3) - 3 \cdot 2^2 \right]}{\left[2^2 \cdot (3.0, 5 + 0.7 + 3.0, 3 + 2) - 4^2 \cdot (0.5 + 0.7 + 0.3) + 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (0.5 - 0.3) - 2 \cdot 2 \cdot 4 \right]} \\
&\quad + \frac{\left[(8^3 - 7^3) \cdot (0.5 + 0.7 - 0.3) + 3 \cdot 8^3 - 3 \cdot 7 \cdot 8^2 \right]}{\left[(8^2 - 7^2) \cdot (0.5 + 0.7 - 0.3) + 2 \cdot 8^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8 \right]} \\
&= 6,840490798 \tag{5.20.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) &= \frac{1}{3} \frac{\left[1^3 \cdot (-5.0, 9 + 0.4 + 5.0, 2 + 3) + 4^3 \cdot (-0.9 - 0.4 + 0.2) + 6 \cdot 4^2 \cdot 1 \cdot (0.9 - 0.2) - 3 \cdot 1^2 \right]}{\left[1^2 \cdot (3.0, 9 + 0.4 + 3.0, 2 + 2) - 4^2 \cdot (0.9 + 0.4 + 0.2) + 4 \cdot 1 \cdot 4 \cdot (0.9 - 0.2) - 2 \cdot 1 \cdot 4 \right]} \\
&\quad + \frac{\left[(8^3 - 6^3) \cdot (0.9 + 0.4 - 0.2) + 3 \cdot 8^3 - 3 \cdot 6 \cdot 8^2 \right]}{\left[(8^2 - 6^2) \cdot (0.9 + 0.4 - 0.2) + 2 \cdot 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \right]} \\
&= 4,914744934 \tag{5.20.6}
\end{aligned}$$

Olduğundan (5.20.5) ve (5.20.6) den,

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = 11,75523573 \quad (5.20.7)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} + \tilde{B} = \langle (3, 8, 13, 16); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}+\tilde{B}}) = \frac{1}{3} \frac{[3^3 \cdot (-5.0, 5 + 0, 7 + 5.0, 3 + 3) + 8^3 \cdot (-0, 5 - 0, 7 + 0, 3) + 6.8^2 \cdot 3 \cdot (0, 5 - 0, 3) - 3.3^2]}{[3^2 \cdot (3.0, 5 + 0, 7 + 3.0, 3 + 2) - 8^2 \cdot (0, 5 + 0, 7 + 0, 3) + 4.3.8 \cdot (0, 5 - 0, 3) - 2.3.8]} \\ + \frac{[(16^3 - 13^3) \cdot (0, 5 + 0, 7 - 0, 3) + 3.16^3 - 3.13.16^2]}{+[(16^2 - 13^2) \cdot (0, 5 + 0, 7 - 0, 3) + 2.16^2 - 2.13.16]} \\ = 13,37735849 \quad (5.20.8)$$

(5.20.7) ve (5.20.8)' ten kabulümüz yanlıştır. O halde

$C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) + C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}+\tilde{B}})$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

3. Kabul edelim ki $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) \cdot C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}})$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (2, 4, 7, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 4, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) = 9,840579710144928 \quad (5.20.9)$$

$$C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = 7,529158993247391 \quad (5.20.10)$$

Olduğundan (5.15.9) ve (5.15.10) dan,

$$C((\Theta_1)_{\tilde{A}}) \cdot C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = 74,09128922 \quad (5.20.11)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \langle (2, 16, 42, 64); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$C((\Theta_1)_{\tilde{A} \cdot \tilde{B}}) = \frac{1}{3} \frac{[(2^3 - 16^3) \cdot (0, 5 - 0, 7 - 0, 3) - 2.16^3 - 2^3 + 3.16.2^2]}{[(2^2 - 16^2) \cdot (0, 5 - 0, 7 - 0, 3) - 2.16^2 + 2.2.16]} \\ + \frac{[(64^3 - 42^3) \cdot (5.0, 5 - 0, 7 - 0, 3) - 2.42^3 - 64^3 + 3.42.64^2]}{+[(64^2 - 42^2) \cdot (3.0, 5 - 0, 7 - 0, 3) - 2.42^2 + 2.42.64]}$$

$$= 47,28776622 \quad (5.20.12)$$

(5.20.11) ve (5.20.12)' den kabulümüz yanlıştır. O halde $C((\Theta_1)_{\tilde{A}}).C((\Theta_1)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_1)_{\tilde{A}\tilde{B}})$ ifadesi genel olarak sağlanmaz.

4. Kabul edelim ki $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}).C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}\tilde{B}})$ olsun. Aksine bir örnek vererek yani çelişki elde ederek kabulümüzün yanlış olduğunu gösterelim

$\tilde{A} = \langle (2, 4, 7, 8); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$, $\tilde{B} = \langle (1, 4, 6, 8); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$ TDYN-sayılarını ele alırsak

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}}) = 6,840490798 \quad (5.20.13)$$

$$C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = 4,914744934 \quad (5.20.14)$$

Olduğundan (5.20.13) ve (5.20.14) dan,

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}}).C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = 33,6192675 \quad (5.20.15)$$

elde edilir. Ayrıca,

$\tilde{A}\tilde{B} = \langle (2, 16, 42, 64); 0.5, 0.7, 0.3 \rangle$ olduğundan,

$$C((\Theta_2)_{\tilde{A}\tilde{B}}) = \frac{1}{3} \frac{\left[2^3 \cdot (-5.0,5 + 0,7 + 5.0,3 + 3) + 16^3 \cdot (-0,5 - 0,7 + 0,3) + 6.16^2 \cdot 2 \cdot (0,5 - 0,3) - 3.2^2 \right]}{\left[2^2 \cdot (3.0,5 + 0,7 + 3.0,3 + 2) - 16^2 \cdot (0,5 + 0,7 + 0,3) + 4.2.16 \cdot (0,5 - 0,3) - 2.2.16 \right]}$$

$$+ \frac{\left[(64^3 - 42^3) \cdot (0,5 + 0,7 - 0,3) + 3.64^3 - 3.42.64^2 \right]}{\left[(64^2 - 42^2) \cdot (0,5 + 0,7 - 0,3) + 2.64^2 - 2.42.64 \right]}$$

$$= 31,85008568 \quad (5.20.16)$$

(5.20.15) ve (5.20.16)' dan kabulümüz yanlıştır. O halde $C((\Theta_2)_{\tilde{A}}).C((\Theta_2)_{\tilde{B}}) = C((\Theta_2)_{\tilde{A}\tilde{B}})$ ifadesi genel olarak sağlanmaz

6. UYGULAMALAR

6.1 TDYN-sayılarla mesafe ölçümüne ve büyüklük fonksiyonuna bağlı çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü

Bu alt bölümde tüm verilerin TDYN sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin ($(i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$ için x_i alternatifinin u_j kriterine bağlı değerlendirilme problemlerinin) çözümü için mesafe ölçümü ve büyüklük fonksiyonu kullanılarak bir algoritma verildi. Bu algorithmada yer alan değerlendirme matrisinin ve kriter ağırlıklarının TDYN sayılar ile ifade edilmesi için sırası ile Tablo 6.1.1 ve Tablo 6.1.2 de verilen dilsel terimler kullanıldı ve bu dilsel terimlerin tablosu büyüklük fonksiyonuna göre inşa edildi.

Şimdi biz aşağıdaki algoritmayı verebiliriz:

Algoritma:

1. Adım: $i=1,2,\dots,m$ ve $j=1,2,\dots,n$ için x_i alternatifinin u_j kriterine bağlı olarak TDYN sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin bir $(x_{ij})_{m \times n}$ değerlendirme matrisini Tablo 6.1.1 'e göre inşa et; (x_i alternatifinin u_j kriterine bağlı matristeki değeri $(x_{ij}) = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}; w_{ij}, u_{ij}, y_{ij})$ ile gösterilen TDYN sayıdır.)

Tablo 6.1.1. Değerlendirme matrisi için TDYN- sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDYN- sayı karşılıkları	$mag(x_j)$
Çok Zayıf (ÇZ)	$\langle(0.00, 0.00, 0.10, 0.10); 0.2, 0.4, 0.2\rangle$	0.0012
Zayıf (Z)	$\langle(0.10, 0.20, 0.10, 0.20); 0.5, 0.3, 0.5\rangle$	0.0281
Orta Zayıf (OZ)	$\langle(0.18, 0.35, 0.30, 0.20); 0.6, 0.7, 0.1\rangle$	0.0855
Kötü (K)	$\langle(0.30, 0.45, 0.40, 0.32); 0.7, 0.6, 0.8\rangle$	0.1676
Orta İyi (OI)	$\langle(0.56, 0.60, 0.50, 0.40); 0.8, 0.7, 0.6\rangle$	0.3093
İyi (İ)	$\langle(0.72, 0.82, 0.68, 0.70); 0.9, 0.8, 0.3\rangle$	0.5717
Çok İyi (Çİ)	$\langle(0.86, 1.00, 0.90, 0.80); 0.9, 0.5, 0.2\rangle$	0.7148

2. Adım: Eğer $(x_{ij})_{m \times n} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}; w_{ij}, u_{ij}, y_{ij})_{m \times n}$ normalleştirilmiş matris ise bu

adımı atla değilse $k_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_{i \in I_m, j \in I_n} (a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij})}$ ile normalleştir ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini yaz;

(Normalleştirilmiş matriste $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in [0,1]$ dir.)

3. Adım: $j=1, 2, \dots, n$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ ağırlık vektörünü Tablo 6.1.2' ye göre inşa et ve daha sonra

$w_j = \frac{mag(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n mag(\omega_j)}$ ile bu vektörü $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ olarak normalleştir;

(normal vektörde $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$)

Tablo 6.1.2. Kriter ağırlıkları için TDYN- sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDYN- sayı karşılıkları	$mag(\omega_j)$
Çok Düşük (ÇD)	$\langle (0.0, 0.1, 0.2, 0.3); 0.2, 0.0, 0.0 \rangle$	0.0036
Düşük (D)	$\langle (0.0, 0.2, 0.2, 0.4); 0.3, 0.1, 0.1 \rangle$	0.0117
Orta Düşük (OD)	$\langle (0.2, 0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.3 \rangle$	0.0392
Orta (O)	$\langle (0.3, 0.4, 0.5, 0.6); 0.4, 0.6, 0.5 \rangle$	0.0504
Orta Yüksek (OY)	$\langle (0.5, 0.6, 0.7, 0.8); 0.5, 0.7, 0.6 \rangle$	0.1218
Yüksek (Y)	$\langle (0.6, 0.7, 0.8, 0.9); 0.6, 0.8, 0.5 \rangle$	0.216
Çok Yüksek (ÇY)	$\langle (0.9, 1.0, 1.0, 1.0); 1.0, 0.9, 0.8 \rangle$	0.991

4. Adım : $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ normalleştirilmiş matrisini

kullanarak $M_{ij} = w_j \times k_{ij}$, $(i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ ile $(M_{ij})_{m \times n}$ matrisini oluştur;

5. Adım : Büyüklük fonksiyonunu kullanılarak sırasıyla pozitif ve negatif ideal olan

$A^+ = \max_{i \in I_m, j \in I_n} \{k_{ij}\}$ ve $A^- = \min_{i \in I_m, j \in I_n} \{k_{ij}\}$ 'i belirle;

6. Adım: $i=1, 2, \dots, m$ için x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}$

($i=1, 2, \dots, m$) 'yi hesapla;

7. Adım : S_i ($i=1,2,\dots,m$) değeri ile pozitif ve negatif idealar arasındaki mesafe olan $d(S_i, A^+)$ ve $d(S_i, A^-)$ 'yi bul;

8. Adım: $d(S_i, A^+)$ ve $d(S_i, A^-)$ 'ye göre x_i alternatiflerini sırala.

Örnek 6.1 Bir gıda firması yatırım yapmak için Türkiye sınırları içinde bir şehir seçme ihtiyacı duymuş ve bu ihtiyacı karşılamak için firmanın yönetim kurulu $x_1 =$ Ankara, $x_2 =$ İstanbul, $x_3 =$ Gaziantep, $x_4 =$ Trabzon ve $x_5 =$ Kayseri olmak üzere 5 şehir belirlemiştir. Bu gıda firmasının yönetim kurulu en iyi şehri seçmek için her şehri "Hammadde ve iş gücü" (u_1), "Ulaşım ve pazarlama" (u_2) ve "iş gücü ve enerji ihtiyacı" (u_3) olarak belirlenen 3 kritere göre değerlendirip ve geçmiş deneyimlerinden yola çıkarak karını Tablo 6.1.1 ve Tablo 6.1.2' ye göre TDYN- sayılar ile ifade edecektir. Firmanın yönetim kurulu bu sonuçları kullanarak aşağıdaki algoritma ile en karlı yatırım için bir şehir seçecektir.

1. Adım: Firmanın yönetim kurulu 5 şehri değerlendirir ve bu değerlendirme sonuçlarını Tablo 6.1.1 den seçilerek Tablo 6.1.3 ile gösterilen $(x_{ij})_{5 \times 3}$ değerlendirme matrisini inşa eder;

Tablo 6.1.3. Şehirler için değerlendirme matrisi

	u_1	u_2	u_3
x_1	$\langle(0.18, 0.35, 0.30, 0.20); 0.6, 0.7, 0.1\rangle$	$\langle(0.30, 0.45, 0.40, 0.32); 0.7, 0.6, 0.8\rangle$	$\langle(0.56, 0.60, 0.50, 0.40); 0.8, 0.7, 0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.56, 0.60, 0.50, 0.40); 0.8, 0.7, 0.6\rangle$	$\langle(0.72, 0.82, 0.68, 0.70); 0.9, 0.8, 0.3\rangle$	$\langle(0.30, 0.45, 0.40, 0.32); 0.7, 0.6, 0.8\rangle$
x_3	$\langle(0.30, 0.45, 0.40, 0.32); 0.7, 0.6, 0.8\rangle$	$\langle(0.00, 0.00, 0.10, 0.10); 0.2, 0.4, 0.2\rangle$	$\langle(0.10, 0.20, 0.10, 0.20); 0.5, 0.3, 0.5\rangle$
x_4	$\langle(0.72, 0.82, 0.68, 0.70); 0.9, 0.8, 0.3\rangle$	$\langle(0.10, 0.20, 0.10, 0.20); 0.5, 0.3, 0.5\rangle$	$\langle(0.86, 1.00, 0.90, 0.80); 0.9, 0.5, 0.2\rangle$
x_5	$\langle(0.86, 1.00, 0.90, 0.80); 0.9, 0.5, 0.2\rangle$	$\langle(0.56, 0.60, 0.50, 0.40); 0.8, 0.7, 0.6\rangle$	$\langle(0.72, 0.82, 0.68, 0.70); 0.9, 0.8, 0.3\rangle$

2. Adım: $(x_{ij})_{5 \times 3}$ matrisi normalleştirilmiş olduğundan $(x_{ij})_{5 \times 3} = (k_{ij})_{5 \times 3}$ alınır;

3. Adım: $j=1,2,3$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere $\omega = (\omega_1 = OD, \omega_2 = OY, \omega_3 = Y)$ ağırlık vektörü Tablo 6.1.2' ye göre belirlenir ve daha

sonra $w_j = \frac{\text{mag}(\omega_j)}{\sum_j^n \text{mag}(\omega_j)}$ ile bu vektörü $w = (0.103958099, 0.323211563, 0.572830339)$

olarak normalleştirilir;

4. Adım: $w = (w_1, w_2, w_3)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini kullanarak

$M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}$, $(i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ matrisi Tablo 6.1.4' deki gibi oluşturuldu;

Tablo 6.1.4. $M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}$, $(i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ matrisi

	u_1	u_2	u_3
x_1	$\langle (0.019, 0.036, 0.031, 0.020); 0.6, 0.7, 0.1 \rangle$	$\langle (0.097, 0.145, 0.129, 0.103); 0.7, 0.6, 0.8 \rangle$	$\langle (0.320, 0.343, 0.286, 0.229); 0.8, 0.7, 0.6 \rangle$
x_2	$\langle (0.058, 0.062, 0.052, 0.041); 0.8, 0.7, 0.6 \rangle$	$\langle (0.232, 0.265, 0.219, 0.226); 0.9, 0.8, 0.3 \rangle$	$\langle (0.171, 0.257, 0.229, 0.183); 0.7, 0.6, 0.8 \rangle$
x_3	$\langle (0.031, 0.046, 0.041, 0.033); 0.7, 0.6, 0.8 \rangle$	$\langle (0.000, 0.000, 0.032, 0.032); 0.2, 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle (0.057, 0.114, 0.057, 0.114); 0.5, 0.3, 0.5 \rangle$
x_4	$\langle (0.075, 0.085, 0.070, 0.072); 0.9, 0.8, 0.3 \rangle$	$\langle (0.032, 0.065, 0.032, 0.064); 0.5, 0.3, 0.5 \rangle$	$\langle (0.492, 0.572, 0.515, 0.458); 0.9, 0.5, 0.2 \rangle$
x_5	$\langle (0.089, 0.104, 0.093, 0.083); 0.9, 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle (0.181, 0.194, 0.161, 0.129); 0.8, 0.7, 0.6 \rangle$	$\langle (0.412, 0.469, 0.389, 0.401); 0.9, 0.8, 0.3 \rangle$

5. Adım: Büyüklük fonksiyonunu kullanılarak sırasıyla pozitif ve negatif idealler

$$A^+ = \max_{i \in \{1,2,3\}, j \in \{1,2,3,4,5\}} \{k_{ij}\} = \langle (0.86, 1.00, 0.90, 0.80); 0.9, 0.5, 0.2 \rangle$$

$$A^- = \min_{i \in \{1,2,3\}, j \in \{1,2,3,4,5\}} \{k_{ij}\} = \langle (0.00, 0.00, 0.10, 0.10); 0.2, 0.4, 0.2 \rangle$$

olarak belirlendi;

(Burada $(i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ için $\text{Mag}(k_{ij\mu})$)

$$\begin{array}{lll} \text{mag}(k_{11\mu}) = 0.0855 & \text{mag}(k_{12\mu}) = 0.1676 & \text{mag}(k_{13\mu}) = 0.3093 \\ \text{mag}(k_{21\mu}) = 0.3093 & \text{mag}(k_{22\mu}) = 0.5717 & \text{mag}(k_{23\mu}) = 0.1676 \\ \text{mag}(k_{31\mu}) = 0.1676 & \text{mag}(k_{32\mu}) = 0.0012 & \text{mag}(k_{33\mu}) = 0.0281 \\ \text{mag}(k_{41\mu}) = 0.5717 & \text{mag}(k_{42\mu}) = 0.0281 & \text{mag}(k_{43\mu}) = 0.7148 \\ \text{mag}(k_{51\mu}) = 0.7148 & \text{mag}(k_{52\mu}) = 0.3093 & \text{mag}(k_{53\mu}) = 0.5717 \end{array}$$

olarak hesaplandı.)

6. Adım : x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^3 M_{ij}$ ($i=1,2,\dots,5$)

$$S_1 = \langle (0.4365, 0.5255, 0.4469, 0.3534); 0.6, 0.7, 0.8 \rangle$$

$$S_2 = \langle (0.4628, 0.5852, 0.5009, 0.4511); 0.7, 0.8, 0.8 \rangle$$

$$S_3 = \langle (0.0885, 0.1613, 0.1312, 0.1802); 0.2, 0.6, 0.8 \rangle$$

$$S_4 = \langle (0.5998, 0.7227, 0.6186, 0.5957); 0.5, 0.8, 0.5 \rangle$$

$$S_5 = \langle (0.6828, 0.7676, 0.6447, 0.6134); 0.8, 0.8, 0.6 \rangle$$

olarak hesaplandı.

7. Adım : S_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) değeri ile pozitif ideal

$$A^+ = \langle (0.86, 1.00, 0.90, 0.80); 0.9, 0.5, 0.2 \rangle \text{ ve negatif ideal}$$

$$A^- = \langle (0.00, 0.00, 0.10, 0.10); 0.2, 0.4, 0.2 \rangle$$

arasındaki mesafe olan $d(S_i, A^+)$ ve $d(S_i, A^-)$ mesafeleri

$$d(S_1, A^+) = 0,258899994$$

$$d(S_1, A^-) = 0,229730132$$

$$d(S_2, A^+) = 0,152657936$$

$$d(S_2, A^-) = 0,248803959$$

$$d(S_3, A^+) = 0,466682484$$

$$d(S_3, A^-) = 0,057250849$$

$$d(S_4, A^+) = 0,286316166$$

$$d(S_4, A^-) = 0,216734638$$

$$d(S_5, A^+) = 0,23736899$$

$$d(S_5, A^-) = 0,238596568$$

olarak hesaplandı.

8. Adım : $d(S_3, A^+) > d(S_4, A^+) > d(S_1, A^+) > d(S_5, A^+) > d(S_2, A^+)$ olduğu için

$$x_3 < x_4 < x_1 < x_5 < x_2$$

sıralaması yapıldı. Sonuç olarak, Gaziantep gıda firması için en iyi tercihtir.

Yorum 6.2 TDYN-sayılar için mevcut sıralama yöntemlerine göre mevcut uygulamanın karşılaştırılması Tablo 6.1.5 de verilmiştir. Bu tabloda görüldüğü gibi en kötü alternatif diğer metotlarda olduğu gibi aynı fakat en iyi alternatif ileri sürülen metotta 2. sıradadır. Bunun sebebi ise kullandığımız ideal çözümler ve mesafe ölçümüdür. Bu farklılıktan dolayı problemin türüne göre ileri sürülen metot alternatif olarak kullanılabilir.

Tablo 6.1.5. Örnek 6.1' in mevcut metotlar ile karşılaştırılması

Metotlar	Sıralama	En iyi alternatif	En kötü alternatif
1. Metot ($\theta = 0,5$)	$d_5 > d_4 > d_2 > d_1 > d_3$	d_5	d_3
2. Metot ($(\lambda, \mu, \nu) = (0.5, 0.5, 0.5)$)	$d_5 > d_4 > d_2 > d_1 > d_3$	d_5	d_3
3. Metot	$d_5 > d_4 > d_2 > d_1 > d_3$	d_5	d_3
4. Metot	$d_5 > d_4 > d_2 > d_1 > d_3$	d_5	d_3
5. Metot	$d_5 > d_4 > d_2 > d_1 > d_3$	d_5	d_3

6.2 TDYN-sayılarla durulaştırmaya bağlı çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü

Bu alt bölümde tüm verilerin TDÜN sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin ($(i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n)$ için x_i alternatifinin u_j kritere bağlı değerlendirilme problemlerinin) çözümü için 1. ve 2. merkez noktası kullanılarak bir algoritma verildi. Bu algorithmada yer alan değerlendirme matrisinin ve kriter ağırlıklarının TDÜN sayılar ile ifade edilmesi için sırası ile Tablo 6.2.1 ve Tablo 6.2.2 de verilen dilsel terimler kullanıldı ve bu dilsel terimlerin tablosu 1. ve 2. merkez noktası kullanılarak inşa edildi

Şimdi biz aşağıdaki algoritmayı verebiliriz:

Algoritma:

1. Adım: $i=1,2,\dots,m$ ve $j=1,2,\dots,n$ için x_i alternatifinin u_j kritere bağlı olarak TDÜN sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin bir $(x_{ij})_{m \times n}$ değerlendirme matrisini Tablo 6.2.1 'e göre inşa et; (x_i alternatifinin u_j kritere bağlı matristeki değeri $(x_{ij}) = \langle (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}); w_{ij}, u_{ij}, y_{ij} \rangle$ ile gösterilen TDÜN sayıdır.)

Tablo 6.2.1. Değerlendirme matrisi için TDYN- sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDÜN- sayı karşılıkları	$X'(x_j)$
Çok Zayıf (ÇZ)	$\langle (0.0, 0.0, 0.1); 0.1, 0.7, 0.8 \rangle$	0.033
Zayıf (Z)	$\langle (0.1, 0.1, 0.2); 0.1, 0.6, 0.7 \rangle$	0.133
Orta Zayıf (OZ)	$\langle (0.2, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7 \rangle$	0.3
Kötü (K)	$\langle (0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.6 \rangle$	0.4
Orta İyi (OI)	$\langle (0.5, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4 \rangle$	0.6
İyi (İ)	$\langle (0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.4, 0.3 \rangle$	0.8
Çok İyi (Çİ)	$\langle (0.8, 0.9, 1.0); 0.9, 0.4, 0.2 \rangle$	0.9

2. Adım: Eğer $(x_{ij})_{m \times n} = \langle (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}); w_{ij}, u_{ij}, y_{ij} \rangle_{m \times n}$ normalleştirilmiş matris ise bu adımı

atla değilse $k_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_{i \in I_m, j \in I_n} (a_{ij} + b_{ij} + c_{ij})}$ ile normalleştir ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini yaz ;

(Normalleştirilmiş matriste $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} \in [0,1]$ dir.)

3. Adım: $j = 1, 2, \dots, n$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ ağırlık vektörünü Tablo 6.2.2' ye göre inşa et ve daha sonra

$w_j = \frac{X'(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n X'(\omega_j)}$ ile bu vektörü $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ olarak normalleştir;

(normal vektörde $w_j \in [0,1]$ ve $\sum_{j=1}^n w_j = 1$)

Tablo 6.2.2. Kriterin ağırlıkları için TDÜN- sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDÜN- sayı karşılıkları	$X'(\omega_j)$
Çok Düşük (ÇD)	$\langle (0.0, 0.0, 0.1); 0.1, 0.0, 0.0 \rangle$	0.033
Düşük (D)	$\langle (0.0, 0.2, 0.3); 0.2, 0.1, 0.1 \rangle$	0.166
Orta Düşük (OD)	$\langle (0.2, 0.3, 0.4); 0.4, 0.3, 0.2 \rangle$	0.3
Orta (O)	$\langle (0.4, 0.5, 0.6); 0.5, 0.4, 0.3 \rangle$	0.5
Orta Yüksek (OY)	$\langle (0.5, 0.6, 0.7); 0.6, 0.5, 0.4 \rangle$	0.6
Yüksek (Y)	$\langle (0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.7, 0.6 \rangle$	0.8
Çok Yüksek (ÇY)	$\langle (0.9, 1.0, 1.0); 1.0, 0.9, 0.8 \rangle$	0.966

4. Adım: $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ normalleştirilmiş matrisini

kullanarak $M_{ij} = w_j \times k_{ij}, (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ ile $(M_{ij})_{m \times n}$ matrisini oluştur;

5. Adım: $i = 1, 2, \dots, m$ için x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}$

($i=1, 2, \dots, m$) 'yi hesapla;

6. Adım: $S_i (i = 1, 2, \dots, m)$ değerleri için 1. (ya da 2.) merkez noktasını X'_{S_i} (yada X''_{S_i}) hesapla.

7. Adım: X'_{S_i} (ya da X''_{S_i}) 'ye göre x_i alternatiflerini sırala.

Örnek 6.3 Bir otomobil fabrikasının yönetim kurulu Ortadoğu ülkeleri için bir otomobil modeli tasarlayıp en yüksek kazanç elde etmeyi planlamaktadır. Bu otomobil tasarımı için ilgili fabrikanın mühendisleri uygun gördükleri 5 farklı modeli tasarlayıp yönetim kuruluna sunmuştur. Bu yönetim kurulu en iyi otomobil tasarımını seçmek için “satış yapılacak ülkelerdeki siyasi gelişmeler” (u_1), “otomobilin motor hacmine göre vergilendirmesi” (u_2), “otomobilin yedek parça fiyatı” (u_3) ve “otomobilin ülkelerin iklim ve fiziksel şartlarına uygunluğu” (u_4) olarak belirlenen dört kritere göre değerlendirip sonuçlarını geçmiş deneyimlerinden yola çıkarak Tablo 6.2.1 ve Tablo 6.2.2’ ye göre TDÜN sayılar ile ifade edecektir. Fabrikanın yönetim verileri kullanarak bu aşağıdaki algoritma ile en karlı yatırım için otomobil tasarımını seçip üretime başlayacaktır.

1. Adım: Fabrikanın yönetim kurulu 5 farklı modeli değerlendirir ve bu değerlendirme sonuçlarını Tablo 6.2.1 den seçerek Tablo 6.2.3 ile gösterilen $(x_{ij})_{5 \times 4}$ değerlendirme matrisini inşa eder;

Tablo 6.2.3. Otomobil tasarımları için değerlendirme matrisi

	u_1	u_2
x_1	$\langle(0.2, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.5, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.8, 0.9, 1.0); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$
x_3	$\langle(0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$	$\langle(0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$
x_4	$\langle(0.1, 0.1, 0.2); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.5, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$
x_5	$\langle(0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.2, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$

	u_3	u_4
x_1	$\langle(0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$	$\langle(0.1, 0.1, 0.2); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$
x_2	$\langle(0.1, 0.1, 0.2); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_3	$\langle(0.3, 0.4, 0.5); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.5, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$
x_4	$\langle(0.5, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.8, 0.9, 1.0); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$
x_5	$\langle(0.0, 0.0, 0.1); 0.1, 0.7, 0.8\rangle$	$\langle(0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$

2. Adım: $(x_{ij})_{5 \times 4}$ matrisi normalleştirilmiş olduğundan $(x_{ij})_{5 \times 4} = (k_{ij})_{5 \times 4}$ alınır;

3. Adım: $j = 1, 2, 3, 4$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere ,

$$\omega = (\omega_1 = 0,173913043, \omega_2 = 0,217391304, \omega_3 = 0,260869565, \omega_4 = 0,347826087)$$

ağırlık vektörü Tablo 6.2.2' ye göre belirlenir ve daha sonra $w_j = \frac{X'(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n X'(\omega_j)}$ ile bu

vektörü $w = (0,173913043, 0,217391304, 0,260869565, 0,347826087)$ olarak normalleştirilir;

4. Adım: $w = (w_1, w_2, w_3, w_4)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini kullanarak

$M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}, (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3, 4)$ matrisi Tablo 6.2.4' deki gibi oluşturuldu;

Tablo 6.2.4. $M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}, (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ matrisi

	u_1	u_2
x_1	$\langle(0.03478, 0.05217, 0.06956); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.06521, 0.08695, 0.10869); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.08695, 0.10434, 0.12173); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.17391, 0.19565, 0.21739); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$
x_3	$\langle(0.12173, 0.13913, 0.15652); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$	$\langle(0.15217, 0.17391, 0.19565); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$
x_4	$\langle(0.01739, 0.01739, 0.03478); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.10869, 0.13043, 0.15217); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$
x_5	$\langle(0.05217, 0.06956, 0.08695); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.04347, 0.06521, 0.08696); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$
	u_3	u_4
x_1	$\langle(0.18261, 0.2087, 0.23478); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$	$\langle(0.03478, 0.03478, 0.06956); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$
x_2	$\langle(0.02609, 0.02609, 0.05217); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.10435, 0.13913, 0.17391); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_3	$\langle(0.07826, 0.10435, 0.13043); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.17391, 0.20869, 0.24347); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$
x_4	$\langle(0.13043, 0.15652, 0.18261); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.27826, 0.31304, 0.34782); 0.9, 0.4, 0.2\rangle$
x_5	$\langle(0.0, 0.0, 0.02609); 0.1, 0.7, 0.8\rangle$	$\langle(0.24348, 0.27826, 0.31304); 0.8, 0.4, 0.3\rangle$

5. Adım : x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^4 M_{ij} (i=1, 2, \dots, 5)$

$$S_1 = \langle(0.31739, 0.38260, 0.48260); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$$

$$S_2 = \langle(0.39130, 0.46521, 0.56521); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$$

$$S_3 = \langle(0.52608, 0.62608, 0.72608); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$$

$$S_4 = \langle (0.53478, 0.61739, 0.71739); 0.1, 0.6, 0.7 \rangle$$

$$S_5 = \langle (0.33913, 0.41304, 0.51304); 0.1, 0.7, 0.8 \rangle$$

olarak hesaplandı.

6. Adım : $S_i = \sum_{j=1}^4 M_{ij}$ ($i=1,2,\dots,5$) TDÜN-sayısının 1. merkez noktası aşağıdaki gibi

hesaplandı;

$$X'_{S_1} = 0.39420$$

$$X''_{S_1} = -0,01814177$$

$$X'_{S_2} = 0.47391$$

$$X''_{S_2} = -0,016503165$$

$$X'_{S_3} = 0.62608$$

$$X''_{S_3} = -0,01374502$$

$$X'_{S_4} = 0.62318$$

$$X''_{S_4} = -0,013236678$$

$$X'_{S_5} = 0.42173$$

$$X''_{S_5} = -0,020969049$$

7. Adım : $X'_{S_3} > X'_{S_4} > X'_{S_2} > X'_{S_5} > X'_{S_1}$ olduğu için

sıralaması yapıldı. Sonuç olarak, x_3 tasarımı en iyi tercihtir.

Yorum 6.4 TDYN-sayılar için mevcut sıralama yöntemlerine göre mevcut uygulamanın karşılaştırılması Tablo 6.2.7 de verilmiştir. Bu tabloda görüldüğü gibi en iyi alternatif diğer metotlarda olduğu gibi aynı fakat en kötü alternatif ileri sürülen metotta 4. sıradadır. Bunun sebebi ise kullandığımız ideal çözümler ve mesafe ölçümüdür. Bu farklılıktan dolayı problemin türüne göre ileri sürülen metot alternatif olarak kullanılabilir.

Tablo 6.2.7. Örnek 6.3 ün metotlardaki alternatifleri

Metodlar	Sıralama	En iyi alternatif	En kötü alternatif
1. Metod ($\theta = 0,5$)	$x_3 > x_4 > x_2 > x_1 > x_5$	x_3	x_5
2. Metod ($(\lambda, \mu, \nu) = (0.5, 0.5, 0.5)$)	$x_3 > x_4 > x_2 > x_5 > x_1$	x_3	x_1
3. Metod	$x_3 > x_4 > x_2 > x_1 > x_5$	x_3	x_5
4. Metod	$x_3 > x_4 > x_2 > x_1 > x_5$	x_3	x_5
5. Metod	$x_3 > x_4 > x_2 > x_1 > x_5$	x_3	x_5
X'_{S_i} Merkez noktasına göre	$x_3 > x_4 > x_2 > x_5 > x_1$	x_3	x_1

6.3 TDYN-sayıları için skor fonksiyonuna bağlı merkez noktasının çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü

Bu alt bölümde TDYN sayılar ile ifade edilen çok kriterli karar verme problemlerinin çözümü için 1. skor fonksiyonu (Θ_1) ve 2. skor fonksiyonu (Θ_2) kullanılarak bir algoritma verildi. Bu algorithmada yer alan değerlendirme matrisinin ve kriter ağırlıklarının TDYN sayılar ile ifade edilmesi için sırası ile Tablo 6.3.1 ve Tablo 6.3.2 de verilen dilsel terimler kullanıldı ve bu dilsel terimlerin tablosu büyüklük fonksiyonuna göre inşa edildi.

Algoritma:

1. Adım: $i = 1, 2, \dots, m$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ için x_i alternatifinin u_j kritere bağlı olarak TDYN sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin bir $(x_{ij})_{m \times n}$ değerlendirme matrisini Tablo 6.3.1 'e göre inşa et; (x_i alternatifinin u_j kritere bağlı matristeki değeri $(x_{ij}) = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}; w_{ij}, u_{ij}, y_{ij})$ ile gösterilen TDYN sayıdır.)

Tablo 6.3.1. Değerlendirme matrisi için TDYN- sayılarının dilseldeğerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDYN- sayı karşılıkları	$\Theta_1(x_j)$
Çok Zayıf (ÇZ)	$\langle(0.0, 0.0, 0.1, 0.2); 0.1, 0.0, 0.2\rangle$	0.059420
Zayıf (Z)	$\langle(0.0, 0.1, 0.2, 0.3); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$	0.269231
Orta Zayıf (OZ)	$\langle(0.2, 0.3, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	0.4
Kötü (K)	$\langle(0.4, 0.4, 0.5, 0.6); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	0.468168
Orta İyi (OI)	$\langle(0.5, 0.6, 0.6, 0.7); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$	0.652434
İyi (İ)	$\langle(0.6, 0.7, 0.7, 0.8); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	0.752104
Çok İyi (Çİ)	$\langle(0.8, 0.8, 0.9, 1.0); 0.9, 0.8, 0.4\rangle$	0.814552

2. Adım Eğer $(x_{ij})_{m \times n} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}; w_{ij}, u_{ij}, y_{ij})_{m \times n}$ normalleştirilmiş matris ise bu adımı

atla değilse $k_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_{i \in I_m, j \in I_n} (a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij})}$ ile normalleştir ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini yaz ;

(Normalleştirilmiş matriste $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in [0, 1]$ dir.)

3. Adım $j = 1, 2, \dots, n$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$

ağırlık vektörünü Tablo 6.3.2' ye göre inşa et ve daha sonra $w_j = \frac{\Theta_1(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n \Theta_1(\omega_j)}$

$$\left(\text{veya } w_j = \frac{\Theta_2(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n \Theta_2(\omega_j)} \right) (j=1, 2, \dots, n)$$

ile bu vektörü $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ olarak normalleştir; (*normalvektör* $w_j \in [0,1]$ ve

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1)$$

Tablo 6.3.2. Kriter ağırlıkları için TDYN- sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin TDYN- sayı karşılıkları	$\Theta_1(\omega_j)$
Çok Düşük (ÇD)	$\langle(0.0, 0.0, 0.1, 0.2); 0.1, 0.1, 0.0\rangle$	0.061538
Düşük (D)	$\langle(0.1, 0.1, 0.2, 0.3); 0.3, 0.1, 0.2\rangle$	0.160952
Orta Düşük (OD)	$\langle(0.2, 0.2, 0.3, 0.4); 0.4, 0.3, 0.2\rangle$	0.249235
Orta (O)	$\langle(0.4, 0.4, 0.5, 0.6); 0.5, 0.4, 0.3\rangle$	0.421631
Orta Yüksek (OY)	$\langle(0.5, 0.6, 0.6, 0.7); 0.7, 0.5, 0.4\rangle$	0.652434
Yüksek (Y)	$\langle(0.7, 0.8, 0.8, 0.9); 0.9, 0.8, 0.7\rangle$	0.853061
Çok Yüksek (ÇY)	$\langle(0.8, 0.9, 0.9, 1.0); 1.0, 0.9, 0.8\rangle$	0.952823

4. Adım $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ normalleştirilmiş matrisini

kullanarak $M_{ij} = w_j \times k_{ij}$, ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) ile $(M_{ij})_{m \times n}$ matrisini oluştur;

5. Adım: $i = 1, 2, \dots, m$ için x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}$

($i=1, 2, \dots, m$) 'yi hesapla;

6. Adım: S_i ($i = 1, 2, \dots, m$) değeri için $C((\Theta_1)_{S_i})$ (ya da $C((\Theta_2)_{S_i})$) yi bul;

7. Adım : $C((\Theta_1)_{S_i})$ (ya da $C((\Theta_2)_{S_i})$) ye göre x_i alternatiflerini sırala.

Örnek 6.5 Bir ülkenin gelecek 5 yıllık stratejik planını hazırlanacaktır. Bunun için ülke yetkilileri $x_1 =$ savunma alanında, $x_2 =$ sosyal alanda, $x_3 =$ sağlık alanında, $x_4 =$ tarım alanında ve $x_5 =$ eğitim alanında olmak üzere beş alandaki yapılacak yatırımlar için “üretim ve dışa bağımlılığı azaltma” (u_1), “finans” (u_2), “pazarlama” (u_3) ve “dünya üzerinde söz sahibi olmak” (u_4) olarak belirlenen dört kritere göre değerlendirip ve geçmiş deneyimlerinden yola çıkarak verileri Tablo 6.3.1 ve Tablo 6.3.2 ye göre TDYN- sayılar ile ifade edecektir. Ülke yetkilileri bu sonuçları kullanarak aşağıdaki algoritma ile en avantajlı yatırım sıralamasını yapacaktır.

1. Adım: Ülke yetkilileri 5 alanı 4 kritere bağlı olarak değerlendirir ve bu değerlendirme sonuçlarını Tablo 6.3.1 den seçilerek Tablo 6.3.3 ile gösterilen $(x_{ij})_{5 \times 4}$ değerlendirme matrisini inşa eder;

Tablo 6.3.3. Stratejik plan için değerlendirme matrisi

	u_1	u_2
x_1	$\langle(0.2, 0.3, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.5, 0.6, 0.7, 0.7); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$
x_2	$\langle(0.5, 0.6, 0.7, 0.7); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$	$\langle(0.2, 0.3, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$
x_3	$\langle(0.7, 0.8, 0.8, 0.9); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$	$\langle(0.0, 0.1, 0.2, 0.2); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$
x_4	$\langle(0.4, 0.4, 0.5, 0.6); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.7, 0.8, 0.8, 0.9); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$
x_5	$\langle(0.0, 0.1, 0.2, 0.2); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.8, 0.9, 1.0, 1.0); 0.9, 0.2, 0.3\rangle$

	u_3	u_4
x_1	$\langle(0.0, 0.0, 0.1, 0.1); 0.1, 0.0, 0.2\rangle$	$\langle(0.4, 0.4, 0.5, 0.6); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.2, 0.3, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.8, 0.9, 1.0, 1.0); 0.9, 0.2, 0.3\rangle$
x_3	$\langle(0.4, 0.4, 0.5, 0.6); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.2, 0.3, 0.3, 0.4); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$
x_4	$\langle(0.7, 0.8, 0.8, 0.9); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$	$\langle(0.0, 0.0, 0.1, 0.1); 0.1, 0.0, 0.2\rangle$
x_5	$\langle(0.0, 0.1, 0.2, 0.2); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.5, 0.6, 0.7, 0.7); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$

2. Adım $(x_{ij})_{5 \times 3}$ matrisi normalleştirilmiş olduğundan $(x_{ij})_{5 \times 3} = (k_{ij})_{5 \times 3}$ alınır;

$j = 1, 2, 3, 4$ için ω_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere

$\omega = (\omega_1 = OD, \omega_2 = O, \omega_3 = OY, \omega_4 = Y)$ ağırlık vektörü Tablo 6.3.2' ye göre belirlenir

ve daha sonra $w_j = \frac{\Theta_1(\omega_j)}{\sum_{j=1}^n \Theta_1(\omega_j)}$ ile bu vektörü

$w = (0.114519291, 0.193732079, 0.29978209, 0.39196654)$ olarak normalleştirilir;

3. Adım: $w = (w_1, w_2, w_3)$ ağırlık vektörünü ve $(k_{ij})_{m \times n}$ matrisini kullanarak

$M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}, (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ matrisi Tablo 6.3.4' deki gibi oluşturuldu;

Tablo 6.3.4. $M_{ij} = \omega_j \times k_{ij}, (i = 1, 2, \dots, 5; j = 1, 2, 3)$ matrisi

	u_1	u_2
x_1	$\langle(0.0229, 0.0343, 0.0343, 0.0458); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.0968, 0.1162, 0.1356, 0.1356); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$
x_2	$\langle(0.0572, 0.0687, 0.0801, 0.0801); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$	$\langle(0.0387, 0.0581, 0.0581, 0.0774); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$
x_3	$\langle(0.0801, 0.0916, 0.0916, 0.1030); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$	$\langle(0.0000, 0.0193, 0.0387, 0.0387); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$
x_4	$\langle(0.0458, 0.0458, 0.0572, 0.0687); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.1356, 0.1549, 0.1549, 0.1743); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$
x_5	$\langle(0.0000, 0.0114, 0.0229, 0.0229); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.1549, 0.1743, 0.1937, 0.1937); 0.9, 0.2, 0.3\rangle$
	u_3	u_4
x_1	$\langle(0.0000, 0.0000, 0.0299, 0.0299); 0.1, 0.0, 0.2\rangle$	$\langle(0.1567, 0.1567, 0.1959, 0.2351); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.0599, 0.0899, 0.0899, 0.1199); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$	$\langle(0.3135, 0.3527, 0.3919, 0.3919); 0.9, 0.2, 0.3\rangle$
x_3	$\langle(0.1199, 0.1199, 0.1498, 0.1798); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$	$\langle(0.0783, 0.1175, 0.1175, 0.1567); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$
x_4	$\langle(0.2098, 0.2398, 0.2398, 0.2698); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$	$\langle(0.0000, 0.0000, 0.0391, 0.0391); 0.8, 0.3, 0.4\rangle$
x_5	$\langle(0.0000, 0.0299, 0.0599, 0.0599); 0.3, 0.5, 0.4\rangle$	$\langle(0.1959, 0.2351, 0.2743, 0.2743); 0.7, 0.4, 0.5\rangle$

4. Adım : x_i alternatifinin değerlendirme indeksi $S_i = \sum_{j=1}^4 M_{ij} (i=1, 2, \dots, 5)$

$$S_1 = \langle(0.2765, 0.3073, 0.3959, 0.4465); 0.1, 0.6, 0.7\rangle$$

$$S_2 = \langle(0.4695, 0.5695, 0.6201, 0.6695); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$$

$$S_3 = \langle(0.2784, 0.3484, 0.3978, 0.4784); 0.3, 0.6, 0.7\rangle$$

$$S_4 = \langle(0.3912, 0.4406, 0.4912, 0.5520); 0.4, 0.5, 0.6\rangle$$

$$S_5 = \langle(0.3509, 0.4509, 0.5509, 0.5509); 0.3, 0.5, 0.5\rangle$$

olarak hesaplandı.

5. Adım : $S_i = \sum_{j=1}^4 M_{ij}$ ($i=1,2,\dots,5$) TDÜN-sayısının 1.skor fonksiyonu sonucunda elde

edilen bulanık sayının merkez noktasına göre aşağıdaki gibi hesaplandı;

$$C((\Theta_1)_{S_1}) = 11.25007926$$

$$C((\Theta_1)_{S_2}) = 0.699682108$$

$$C((\Theta_1)_{S_3}) = 0.458601346$$

$$C((\Theta_1)_{S_4}) = 0.505543469$$

$$C((\Theta_1)_{S_5}) = 0.255190279$$

6. Adım : $C((\Theta_1)_{S_1}) > C((\Theta_1)_{S_2}) > C((\Theta_1)_{S_4}) > C((\Theta_1)_{S_3}) > C((\Theta_1)_{S_5})$ olduğu

için $x_5 > x_3 > x_4 > x_2 > x_1$ şeklinde yatırım sıralaması elde edildi

O halde ülke öncelikli olarak eğitim üzerine yatırım yapmalıdır.

Yorum 6.6 TDYN-sayılar için mevcut sıralama yöntemlerine göre mevcut uygulamanın karşılaştırılması Tablo 6.3.5 de verilmiştir. Bu tabloda görüldüğü gibi en kötü alternatif diğer metotlarda olduğu gibi aynı fakat en iyi alternatif ileri sürülen metot ile diğer 4 metotta aynıdır. Sadece 2. metotta farklıdır. Bunun sebebi ise 2. metotta $((\lambda, \mu, \nu) = (0.5, 0.5, 0.5))$ seçimi ve kullanılan formüllerin farklılığıdır. Bu ileri sürülen metot diğer metotların çoğu ile örtüştüğü için tutarlıdır ve diğer metotlara alternatif olarak kullanılabilir.

Tablo 6.3.5. Örnek 6.5 in metotlardaki alternatifleri

Metodlar	Sıralama	Öncelikli yatırım	Önceliksiz yatırım
1. Metod ($\theta = 0,5$)	$x_5 > x_4 > x_2 > x_3 > x_1$	x_5	x_1
2. Metod $((\lambda, \mu, \nu) = (0.5, 0.5, 0.5))$	$x_2 > x_5 > x_4 > x_3 > x_1$	x_2	x_1
3. Metod	$x_5 > x_4 > x_2 > x_3 > x_1$	x_5	x_1
4. Metod	$x_5 > x_4 > x_2 > x_3 > x_1$	x_5	x_1
5. Metod	$x_5 > x_4 > x_2 > x_3 > x_1$	x_5	x_1
$(\Theta_1)_{S_i}$ skor fonksiyonuna göre	$x_5 > x_3 > x_4 > x_2 > x_1$	x_5	x_1

7. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tezin ilk bölümünde, son yıllarda belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi için en çok kullanılan teorileri tanıtır çalışmamızın önemini ve içeriğini vurguladık. İkinci bölümde, bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler ve neutrosophic kümeler üzerine yapılan başlıca çalışmaların özetlerini verdik. Üçüncü bölümde, bulanık kümeler, bulanık sayılar, sezgisel bulanık kümeler, sezgisel bulanık sayılar, neutrosophic kümeler ve tek değerli neutrosophic kümelerin temel tanımlarını ve işlemlerini verdik. Daha sonra bulanık sayılar ve sezgisel bulanık sayıların genellemesi olan ve reel ekseninde bir özel tek değerli neutrosophic küme olan tek değerli neutrosophic sayı kavramını ve bu sayı kavramının özel birer hali olan tek değerli yamuksal neutrosophic sayı (TDYN-sayı) ve tek değerli üçgensel neutrosophic sayı (TDÜN-sayı) kavramlarını sunduk. Verilen TDYN-sayı ve TDÜN-sayı kavramları için çalışmamızda kullanacağımız kesim kümesi, aritmetik operatör ve geometrik operatör gibi tanımlara özellikle yer verdik. Dördüncü bölümde, TDYN-sayılar için bizim bildiğimiz kadarı ile literatürde var olan mevcut sıralama yöntemlerini örnekleri ile tanıttık. Beşinci bölümde, bulanık kümeler, bulanık sayılar, sezgisel bulanık kümeler, sezgisel bulanık sayılar, tek değerli neutrosophic kümeler ve tek değerli neutrosophic sayılarda yapılan çalışmalardan yola çıkarak TDYN-sayılar (ya da TDÜN-sayılar) üzerine yeni yaklaşımlar tanımlanıp istenilen bazı özelliklerini gösterdik. Bunun için sezgisel bulanık sayılar ve tek değerli neutrosophic sayılar üzerine tanımlı kavramları genelleştirerek TDYN-sayılar üzerine mesafe ölçümü ve büyüklük fonksiyonu gibi kavramları tanımladık ve bu kavramlara bağlı sıralama metotları verdik. Daha sonra, TDYN-sayılar üzerinedurulaştırma yöntemi olan 1. ve 2. merkez noktası kavramlarını verdik ve bazı özelliklerini inceledik. Ayrıca, TDYN-sayıları bulanık sayılara indirgemek ve durulaştırmak için 1. ve 2. skor fonksiyon kavramını tanımlayıp bazı özelliklerini de inceledik. Son bölümde, tanımlanan yeni kavramları kullanarak çok kriterli karar verme problemleri için üç farklı karar verme metodu geliştirildi ve ileri sürülen metotlarının nasıl uygulanacağını göstermek için bazı nümerik örnekler sunduk.

Belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi için oldukça büyük bir yere sahip olan neutrosophic kümeler ve özellikle de neutrosophic sayılar belirsizlik içeren birçok problemi modellemek ve çözmek için daha fazla alanda uygulanabilir. Bunun için

mevcut çalışmaları ele alarak değişik çözüm yolları ve uygulama alanları araştırılmalıdır. Örneğin, ekonomi, işletme ve iktisat problemleri, oyun teorisi, görüntü işleme problemleri, makine öğrenmesi ve tıbbi teşhis gibi alanlar başta olmak üzere belirsizlik içeren daha birçok alanda uygulama yapılıp çözüm elde edilebilir.



8. KAYNAKLAR

- [1] Atanassov, K., 1996. Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems* 20, 87-96.
- [2] Atanassov, K.T., 1999. *Intuitionistic Fuzzy Sets*, Pysica-Verlag A Springer-Verlag Company. New York.
- [3] Ban, A., 2008. Trapezoidal approximations of intuitionistic fuzzy numbers expressed by value, ambiguity, width and weighted expected value. *Twelfth Int. Conf. on IFSs* 14(1),38-47.
- [4] Ban, A.I., Tuş, D.A., 2014. Trapezoidal/triangular intuitionistic fuzzy numbers versus interval-valued trapezoidal/triangular fuzzy numbers and applications to multicriteria decision making methods. *Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets* 20(2), 43-51.
- [5] Basset, M.A., Mohamed, M. and Sangaiah, A.K., 2018. Neutrosophic AHP-Delphi Group decision making model based on trapezoidal neutrosophic numbers, *J. Ambient. Intell. Human. Comput.*, DOI 10.1007/s12652-017-0548-7.
- [6] Biswas, P., Pramanik, S., and Giri B.C., 2016. Aggregation of triangular fuzzy neutrosophic set information and its application to multi-attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems* 12, 20-38.
- [7] Biswas, P., Pramanik, S. and Giri, B.C. 2016. Value and ambiguity index based ranking method of single-valued trapezoidal neutrosophic numbers and its application to multi-attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems* 12, 127-138.
- [8] Broumi, S., Deli, I. and Smarandache, F. 2014. Distance and Similarity Measures of Interval Neutrosophic Soft Sets, *Critical Review, Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, USA*, 14-31.
- [9] Broumi, S., Talea, M., Bakali, A., Smarandache, F. and Vladareanu L. 2016. Computation of Shortest Path Problem in a Network with SV-Trapezoidal Neutrosophic Numbers, *Proceedings of the 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, Melbourne, Australia, November 30 - December 3*.
- [10] Bromi,S., Talea, M., Bakali, A., Smarandache, F. and Vladareanu L. 2016. Shortest Path Problem Under Triangular Fuzzy Neutrosophic Information, *10th International Conference on Software, Knowledge, Information Management and Applications (SKIMA)*.
- [11] Bromi, S., Deli, I. and Smarandache, F., 2014. Interval valued neutrosophic parameterized soft set theory and its decision making. *Journal of New Results in Science* 7, 58-71
- [12] Broumi, S., Smarandache, F., 2014. Neutrosophic Refined Similarity Measure Based on Cosine Function. *Neutrosophic sets and systems, USA*, 42-49.
- [13] Chan, F.T.S., Kumar, N., 2007. Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. *Omega Int. J. Manag. Sci.* 35(4), 417-431.
- [14] Das, S. and Guha, D., 2013. Ranking of Intuitionistic Fuzzy Number by Centroid Point. *Journal of Industrial and Intelligent Information* 1(2), 107-110.
- [15] Das, S., Guha, D., 2016. A centroid –based ranking method of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and its application to MCDM problems. *Fuzzy Information and engineering* 8, 41-74.

- [16] Deli I., Subası Y., 2016. A ranking method of single valued neutrosophic numbers and its applications to multiattribute decision making problems. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, DOI:10.1007/s13042-016-0505-3.
- [17] Deli I., Subası Y., 2017. Some weighted geometric operators with SVTrN-numbers and their application to multi-criteria decision making problems. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems* 32(1), 291-301.
- [18] Deli, I., Broumi, S., Smarandache, F., 2014. Neutrosophic refined sets and their applications in medical diagnosis. *Journal of New Theory* 6, 88-98
- [19] De, P.K., Das, D., 2014. A Study on Ranking of Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. *International Journal of Computer Information Systems and Industrial Management Applications*, 437-444
- [20] Dong, J., Yang, Y., Wan, S.P., 2015. Trapezoidal intuitionistic fuzzy prioritized aggregation operators and application to multi-attribute decision making. *Iranian Journal of Fuzzy Systems* 12, 1-32.
- [21] Esmailzadeh, M., 2013. New distance between triangular intuitionistic fuzzy numbers. *Advances in Computational Mathematics and its Applications* 2, 310-314.
- [22] Gani, A.N., Mohamed, V.N., 2015. A Method of Ranking Generalized Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. *International Journal of Applied Engineering Research* 10, 25465-25473.
- [23] Gautam, S.S., Abhishekh, Singh, S.R., 2016. TOPSIS for Multi Criteria Decision Making in Intuitionistic Fuzzy Environment. *International Journal of Computer Applications* 156, 42-49.
- [24] Hajek, P. and Olej, V., “Defuzzification Methods in Intuitionistic Fuzzy Inference Systems of Takagi- Sugeno Type”, 11th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, China, August 2014.
- [25] İbrahim, A.M., 2004. *Fuzzy Logic For Embedded Systems Applications*. ISBN: 0-7506-7699-X, Elsevier science, USA.
- [26] Kumar, A., Kaur, M., 2013. A Ranking Approach for Intuitionistic Fuzzy Numbers and its Application. *Journal of Applied Research and Technology*, 381-396
- [27] Li, D. F., 2010. A ratio ranking method of triangular Intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems. *Computers and Mathematics with Applications* 60, 1557-1570.
- [28] Li, D. F., 2014. *Decision and Game Theory in Management With Intuitionistic Fuzzy Sets*. ISBN: 978-3-642-40711-6. *Studies in Fuzziness and Soft Computing* Volume 308, Springer.
- [29] Li, D., Yang, J., 2015. A difference-index based ranking method of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and application to multiattribute decision making. *Mathematical and Computational Applications*, 25-38.
- [30] Liang, R.X., Wang, J.Q. and Li, L., 2017. Multi-criteria group decision-making method based on interdependent inputs of single-valued trapezoidal neutrosophic information. *Neural Comput. and Applic.*, DOI 10.1007/s00521-016-2672-2.
- [31] Liang, R. X., Wang, J.Q. and Zhang, H.Y., 2017. A multi-criteria decision-making method based on single-valued trapezoidal neutrosophic preference relations with complete weight information, *Neural Comput. and Applic.*, DOI 10.1007/s00521-017-2925-8.

- [32] Liu, P., Chu, Y., Li, Y., Chen, Y., 2014. Some Generalized Neutrosophic Number Hamacher Aggregation Operators and Their Application to Group Decision Making. *International Journal of Fuzzy Systems* 16, 242-255.
- [33] Liu, P.D., Li, D.F., 2017. Some Muirhead mean operators for intuitionistic fuzzy numbers and their applications to group decision making. *Plos one* 12, 1-28.
- [34] Liu, P., Wang, Y., 2014. Multiple attribute decision-making method based on single-valued neutrosophic normalized weighted Bonferroni mean. DOI 10.1007/s00521-014-1688-8.
- [35] Liu, P. and Zhang, X.H., 2018. Some Maclaurin Symmetric Mean Operators for Single-Valued Trapezoidal Neutrosophic Numbers and Their Applications to Group Decision Making. *Int. J. Fuzzy Syst.*, DOI 10.1007/s40815-017-0335-9.
- [36] Nasser, S.H., Talebian, F., Alizadeh, Z., Vahidi, J., 2012. A New Method for Ordering LRFuzzy Number. *The Journal of Mathematics and Computer Science* 4, 283 – 294.
- [37] Nayagam, V.L.G., Jeevaraj, S., Sivaraman, G., 2016. Complete Ranking of Intuitionistic Fuzzy Numbers. *Fuzzy Inf. Eng.* 8, 237-254.
- [38] Nehi, M.H., 2010. A New Ranking Method for Intuitionistic Fuzzy Numbers. *International Journal of Fuzzy Systems* 12, 80-86.
- [39] Prakash, K.A., Suresh, M., Vengataasalam, S., 2016. A new approach for ranking of intuitionistic fuzzy numbers using a centroid concept, DOI 10.1007/s40096-016-0192.
- [40] Peng, J.J., Wang, J.Q., Wang, J., Zhang, H.Y., Chen, X.H., 2014. An outranking approach for multicriteria decision-making problems with simplified neutrosophic sets, *Applied Soft Computing* 25, 336-346.
- [41] Peng, J.J., Wang, J.Q., Wang, J., Zhang, H.Y., Chen, X.H., 2016. Simplified neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision-making problems. *International Journal of Systems Science* 47, 2342-2358.
- [42] Rao, P.P.B. and Shankar, N.R., 2011. Ranking Fuzzy Numbers with a Distance Method using Circumcenter of Centroids and an Index of Modality. DOI:10.1155/2011/178308.
- [43] Rezvani, S., 2013. Ranking method of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics* 5, 515-523.
- [44] Roseline, S., Amirtharaj, H., 2015. Methods to Find the Solution for the Intuitionistic Fuzzy Assignment Problem with Ranking of Intuitionistic Fuzzy Numbers. *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology* 4, 10008-10014.
- [45] Smarandache, F., 1998. *A Unifying Field in Logics. Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*. Rehoboth: American Research Press, ISBN 978-1-59973-080-6, s.1-158.
- [46] Subaş, Y., “ Neutrosophic sayılar ve onların çok kriterli karar verme problemlerine uygulamaları”, Yüksek Lisans Tezi, Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2015.
- [47] Sudha, A.S., Angel, G.A., Priyanka, M.E., Jennifer, S.E., 2016. An Intuitionistic Fuzzy Approach for Solving Generalized Trapezoidal Travelling Salesman Problem. *International Journal of Mathematics Trends and Technology* 29, 9-12.
- [48] Varghese, A., Kuriakose, S., 2012. Centroid of an intuitionistic fuzzy number. *Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets.*, 18, 19–24.

- [49] Velu, L.G.N., Selvaraj, J., Ponnialagan, D., 2017. A New Ranking Principle For Ordering Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. Complexity, <https://doi.org/10.1155/2017/3049041>.
- [50] Yager, R.R. and Zadeh, L.A., 1992. An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems, ISBN:0792391918, Kluwer Academic Publishers.
- [51] Ye, J., 2014. Vector Similarity Measures of Simplified Neutrosophic Sets and Their Application in Multicriteria Decision Making. International Journal of Fuzzy Systems 16, 204- 211.
- [52] Ye, J., 2015. Trapezoidal neutrosophic set and its application to multiple attribute decision making. Neural Computing and Applications 26, 1157-1166.
- [53] Ye, J., 2017. Some weighted aggregation operators of trapezoidal neutrosophic numbers and their multipleattribute decision making method. Informatica 28, 387-402
- [54] Ye, S., Ye, J., 2014. Dice Similarity Measure between Single Valued Neutrosophic Multisets and Its Application in Medical Diagnosis. Neutrosophic sets and systems, USA, s. 48-102.
- [55] Ying, H., 2000. Fuzzy Control and Modeling Analytical Foundations and Applications, IEEE Press, New York.
- [56] Wang, H., Smarandache, Zhang, F. Q. and Sunderraman, R., 2010. Single valued neutrosophic sets. Multispace and Multistructure 4, 410-413.
- [57] Wang, Y.M., 2009. Centroid defuzzification and the maximizing set and minimizing set ranking based on alpha level sets, Computers and Industrial Engineering 57/1, 228-236.
- [58] Wang, Y. M., Yang, J. B., Xu, D. L., Chin K. S., 2006. On the centroids of fuzzy numbers. Fuzzy Sets and Systems 157, 919 – 926.
- [59] Wan, S.P., Lin, L.L., Dong, J.Y., 2017. MAGDM based on triangular Atanassovs intuitionistic fuzzy information aggregation. Neural Comput Appl 28, 2687-2702.
- [60] Wei, G.W., 2010. Some induced geometric aggregation operators with intuitionistic fuzzy information and their application to group decision making. Appl Soft Comput 10, 423-431.
- [61] Zadeh, L.A., 1965. Fuzzy Sets. Information and Control 8, 338-353.
- [62] Zadeh, L.A., 2005. From imprecise to granular probabilities. Fuzzy Sets and Systems 154, 370-374.
- [63] Zhang, Z.M., 2017. Intuitionistic fuzzy aggregation operators. Neural Comput Appl 28, 3781-3800
- [64] Zhang, Z., 2018. Trapezoidal interval type-2 fuzzy aggregation operators and their application to multipleattribute group decision making. Neural Comput. and Applic. 29, 1039-1054.

ÖZGEÇMİŞ

Genel Bilgiler

Adı Soyadı : Emel KIRMIZI ÖZTÜRK
Doğum Yeri : SURUÇ
Doğum Tarihi : 14.12.1984
İletişim : emelkirmiziozturk@gmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Adıyaman Lisesi, 2001
Lisans : Erciyes Üniversitesi Yozgat Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, 2007
T.Yüksek Lisans : Zonguldak Kara Elmas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğret. 2009
Yüksek Lisans : Kilis 7 Aralık Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ABD 2018

İş Deneimleri

Öğretim Görevlisi : Gaziantep Üniversitesi MYO, 2009-2010
Gaziantep Üniversitesi Oğuzeli MYO, 2009-2012
Büro Görevlisi : Gaziantep Cem Sigorta Aracılık Hizmetleri Ltd.Şti., 2011-2013
Matematik Öğretmeni: Gaziantep Büyükşehir Belediyesi (GASMEK), 2015-...

Akademik çalışmalar

Tezsiz Yüksek Lisans Araştırma Çalışması Zonguldak Kara Elmas Üniversitesi:
“Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Sınıf Yönetiminde Karşılaştığı Sorunlar”
(2009)