T.C.
KİLİS 7 ARALIK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

N-DEĞERLİ BULANIK SAYILAR VE ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME PROBLEMLERİNE UYGULANMASI

MEHMET ALİ KELEŞ

DANIŞMAN: DR. ÖĞR. ÜYESİ İRFAN DELİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

HAZİRAN 2019
KİLİS

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

N-DEĞERLİ BULANIK SAYILAR VE ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME PROBLEMLERİNE UYGULANMASI

Mehmet Ali KELEŞ

Kilis 7 Aralık Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi İrfan DELİ

Yıl: 2019 Sayfa: 70

Bu tez çalışmasında ilk olarak bulanık kümeler, bulanık sayılar, N-değerli bulanık kümeler ve N-değerli yamuksal bulanık sayıların (NDYB-sayıların) bazı temel tanımları ve işlemleri sunuldu. İkinci olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri tanımlandı ve bazı özellikleri incelendi. Üçüncü olarak, α-kesim kümelerine bağlı olarak NDYB-sayıların değer ve belirsizlik kavramları verildi. Dördüncü olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri, değer ve belirsizlik kavramları kullanılarak bazı benzerlik ve mesafe ölçümleri sunuldu. Beşinci olarak, tanımlanan mesafe ölçümlerine bağlı olarak bir çok kriterli karar verme metodu geliştirildi. Son olarak, NDYB-sayılarda bir çok kriterli karar verme problemi ve bir tıbbi teşhis problemi çözüldü.

Anahtar Kelimeler: Bulanık kümeler, bulanık sayılar, N-değerli bulanık kümeler, N-değerli yamuksal bulanık sayılar, α-kesim kümeleri, NDYB-sayıların değer ve belirsizlik kavramları, çok kriterli karar verme problemi, tıbbi teşhis problemi.

ABSTRACT

MSc. Thesis

N-VALUED FUZZY NUMBERS AND APPLICATION TO MULTİPLE CRİTERİA DECİSİON MAKİNG PROBLEMS

Mehmet Ali KELEŞ

Kilis 7 Aralık University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor: Assistant Prof. Dr. İrfan DELİ

Year: 2019 Page: 70

In this thesis study firstly, some basic definitions and operations of fuzzy sets, fuzzy numbers, N-valued fuzzy sets and N-valued trapezoidal fuzzy numbers (NVTF-numbers) are presented. Secondly, α-cut sets of NVTF-numbers are defined and some desired properties are examined. Thirdly, the concept of value and ambiguity of NVTF-numbers based on α-cut sets are given. Fourthly, some similarity and distance measures of NVTF-numbers by using α-cut sets, value and ambiguity of NVTF-numbers are presented. Fifthly, a multi attribute decision making method based on the defineddistance measures is developed. Finally, a multi attribute decision making problem and a medical diagnosis problemin NVTF-numbers are solved.

Keywords: Fuzzy sets, fuzzy numbers, N-valued fuzzy sets, N-valued trapezoidal fuzzy numbers, α-cut sets, value and ambiguity of NVTF-numbers, multi attribute decision making method, medical diagnosis problem.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma konusunun belirlenmesinde ve hazırlanmasında, yanımda olup yol gösteren, bilgi, görüş ve önerilerini esirgemeyen, gösterdiği sabır ve anlayıştan dolayı çok değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi İrfan DELİ'ye teşekkür ederim.

Bu çalışmanın bütün aşamalarında desteğini esirgemeyen eşim Işılay KELEŞ'e, oğlum Ahmet Kerem KELEŞ'e ve arkadaşım Davut KESEN'e teşekkür ederim.

Mehmet Ali KELEŞ
Kilis, 2019

İÇİNDEKİLER

SİMGELER ve KISALTMALAR

1. Simgeler

$\mu_A(x)$	: A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu
$\mu_a(x)$	: a bulanık sayısının üyelik fonksiyonu
$\mu_G^i(x)$	: G NDYB-kümesinin üyelik fonksiyonu
$V(a)$	: a bulanık sayı değeri
$A(a)$	: a bulanık sayı belirsizliği
a_α	: a bulanık sayısının α-kesimi
$\mu_{\bar{a}}^i(x)$	: $\bar{a}$ N-değerli bulanık sayısının üyelik fonksiyonu
$\bar{a}_\alpha$	: $\bar{a}$ NDYB-sayısının α-kesimi
$\bar{a}_i$	: Normalleştirilmiş N-değerli bulanık sayı
$\bar{a}_i^\alpha$	: Normalleştirilmiş N-değerli bulanık sayı α-kesimi
$V(\bar{a})$	: $\bar{a}$ NDYB-sayı değeri
$A(\bar{a})$	: $\bar{a}$ NDYB-sayı belirsizliği
$d_i(a,b)$	: a ve b bulanık sayıları arasındaki mesafe ölçümü
$S_i(a,b)$	: a ve b bulanık sayıları arasındaki benzerlik ölçümü
$d_r(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri mesafe ölçümü
$d_r(a,b)$	: a ve b bulanık sayılarında mesafe ölçümü
$d_H(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri Hamming mesafe ölçümü
$d_{nH}(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri Normalleştirilmiş Hamming mesafe ölçümü
$d_E(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri Euclidean mesafe ölçümü
$d_{nE}(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri Normalleştirilmiş Euclidean mesafe ölçümü
$d_{+\infty}(A,B)$	: A ve B bulanık kümeleri Sup mesafe ölçümü
$d_r(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$	: NDYB-sayıları arasındaki genelleştirilmiş mesafe ölçümü
$d_H(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$	: NDYB-sayıları arasındaki Hamming mesafe ölçümü
$\overline{inta}_i^\alpha$	: NDYB-sayılarda α-kesimine bağlı vektörün inteğral değeri
$r_{\bar{a}_i}^+$	: NDYB- sayılarda pozitif ideal
$r_{\bar{a}_i}^-$	: NDYB- sayılarda neğatif ideal
$\bar{d}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$	: N-değerli bulanık sayıları arasındaki mesafe ölçümü
$\bar{d}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$	: NDYB-sayılarda i. Genelleştirilmiş mesafe ölçümü
$\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$	: NDYB-sayılarda α-kesimine bağlı benzerlik ölçümü (i=1,2,3)

$\bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda değere bağlı benzerlik ölçümü (i=4,5,6)

$\bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda belirsizliğe bağlı benzerlik ölçümü (i=4,5,6)

$\bar{S}^d{}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda α-kesimine bağlı mesafe tabanlı benzerlik (i=1,2,3)

$\bar{S}^d{}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda değere bağlı mesafe tabanlı benzerlik (i=4,5,6)

$\bar{S}^d{}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda belirsizliğe bağlı mesafe tabanlı benzerlik (i=7,8,9)

$\bar{d}_{i_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda Genelleştirilmiş mesafe ölçümü (i=1,2,3)

$\bar{S}^d_{i_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$: NDYB-sayılarda Genelleştirilmiş mesafe tabanlı benzerlik ölçümü (i=1,2,3)

2. Kısaltmalar

$NDYB$-sayı : N-değerli yamuksal bulanık sayı

NDB-küme : N-değerli bulanık küme

$ND\ddot{U}B$ -sayı : N-değerli üçgensel bulanık sayı

$NDYBG_w$: NDYB sayısının ağırlaştırılmış geometrik operatörü

$NDYBA_w$: NDYB sayısının ağırlaştırılmış aritmetik operatörü

1. GİRİŞ

Günlük yaşamımız boyunca genellikle az, çok, iyi, çok iyi ve kötü gibi belirsizlik içeren dilsel terimler ile karşı karşıya kalırız. Bu tip dilsel terimler kişiden kişiye ve ortamdan ortama farklılık gösterdiği için bu terimler ile bir olay hakkında karar vermek oldukça zordur. Bunun için tarih boyunca aralık matematiği, olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi [61], sezgisel bulanık küme teorisi [4], yaklaşımlı kümeler teorisi [64] gibi güçlü uygulamaları olan farklı teoriler inşa edildi. Bu teorilerin en kapsamlısı olanı ise Zadeh [61]'in 1965 de tanımladığı bulanık küme teorisidir. Bir bulanık küme, belirsiz ve tam olmayan bilgileri ele alabilmek için klasik A evrensel kümesi üzerine üyelik fonksiyonu yardımı ile tanımlanır. Bulanık kümelerin özellikle de R reel sayılar üzerinde bir bulanık küme olan bulanık sayıların günümüzde birçok uygulama alanı vardır. Örneğin; oyun teorisinde, karar vermede, hastalık teşhisinde, işletmede, ekonomide, mühendislikte ve askeri alanda etkili bir şekilde uygulanmıştır.

Bulanık kümelerde, evrendeki bir eleman [0,1] arasındaki bir üyelik değerine sahip olması bazı problemlerin inşasında zorluk oluşturmaktadır. Örneğin; bir hasta için tekrarlı bir ilaç kullanımı sonunda verilerin kaydedilmesi ve hastalığının belirlenmesi gibi bir hastalık teşhis probleminde bulanık kümeler yetersiz kalmaktadır. Mesela; bir hasta günde 3 defa (08:00, 16:00, 24:00) ilaç alıp muayene olduktan sonra elde edilen verileri modellemek ve bir karara varmak zor olacaktır. Bu sebepten dolayı bulanık kümelerinin farklı bir genelleştirilmesi olan N-değerli bulanık küme(Çoklu bulanık kümeler) teorisi ilk olarak 1986'da Yager [58] tarafından geliştirildi. Yager'in N-değerli bulanık küme teorisinde bir eleman, [0,1] aralığında birden fazla değere sahip olabilir veya bir elemanın tekrarlayan üyelik değerleri olabilir. Yager'den sonra, Sebastian ve Ramakrishan [36], N-değerli bulanık fonksiyon kavramını çalıştı ve Atanassov [4]'un sezgisel bulanık küme teorisi ve Yager [58]'in N-değerli bulanık küme teorisi arasındaki ilişkiyi inceledi. Sebastian ve Ramakrishan [36], sıralı üyelik derecesine sahip bir dizi yardımı ile bulanık kümeleri kullanarak daha genel bulanık kümeler inşa etmek için bir metot inşa etti ve N-değerli bulanık kümelerin bazı kümelerin genişlemesi olduğu sonucuna ulaştı. Ramakrishnan ve Sebastian [30] sıralı üyelik derecesine sahip bir dizi yardımı ile bulanık kümeleri kullanarak daha genel bulanık kümeler inşa etmek için bir metot inşa etti ve N-değerli bulanık kümelerin bazı kümelerin genişlemesi olduğu sonucuna ulaştı. Sebastian ve Ramakrishnan [38], N-değerli bulanık kümeler üzerine p tümleme işlemlerini ve onların bileşkesini sundu. Sebastian ve Ramakrishnan [38,39] sıralı homomorfizm, tam latis homomorfizm, L bulanık latis gibi kavramları kullanarak klasik fonksiyonların N-değerli bulanık genellemesini ileri sürdü. Sebastian ve Ramakrishnan [40] N-değerli bulanık topoloji, N-değerli bulanık genişleme fonksiyonu, N-değerli bulanık süreklilik ve kompaktlık gibi tanımları verdi. Apostolos [3] L-N-değerli bulanık ve L-N-değerli bulanık hibrit kümelerin üzerine bir araştırma yaptı. Sebastian ve John [42] N-değerli kümeler, N-değerli bulanık kümeler ve sezgisel bulanık kümeler gibi teorilerin ilişkisi üzerine çalıştı. N-değerli bulanık kümeler üzerine de cebirsel açıdan çeşitli çalışmalar yapıldı. Örneğin; Sebastian ve Ramakrishnan [41] ve Muthuraj ve Balamurugan [25] N-değerli bulanık normal alt grup kavramını verdiler ve çeşitli özelliklerini araştırdılar. Son zamanlarda N-değerli bulanık kümeler ve yaklaşımlı kümeler teorisi Thomas ve John [46] tarafından ilk olarak birleştirildi ve istenilen işlemleri çalışıldı.

Bulanık kümelerde ve bulanık sayılarda işletme ve ekonomi problemleri başta olmak üzere farklı kriterlere bağlı olarak bir alternatif seçme problemi olan çok kriterli karar verme problemleri önemli bir araştırma alanıdır. Bunun için, Thowhida ve Ahmad [47] bulanık sayılar üzerinde lineer üyelik fonksiyonlu bazı aritmetik operatörler tanımladılar. Chakrabort ve Guha [9] genelleştirilmiş bulanık sayıları üzerinde bazı aritmetik operatörler geliştirdiler. Alim ve ark. [2] L-R bulanık sayıları üzerinde elementer operatörler için bir formül geliştirdiler. Roseline ve Amirtharaj [33] genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayılarının sıralanması için bir metot öne sürdü ve genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayıları kullanarak bir karar verme probleminin çözümü için genelleştirilmiş bulanık Hungarian metodunu geliştirdiler. Meng ve ark. [22] üçgensel bulanık sayıları kullanarak bir çok kriterli bir karar verme problemi için çözüm geliştirdiler. Son zamanlarda değişik yazarlar tarafından bulanık kümeler üzerine [1,5,6,10,12,13,14,15,17,18,19,31,32,34,35,50,53,56,61,63], sezgisel bulanık kümeler üzerine [4,5,11,26,49,51,62] ve N-değerli bulanık kümeler üzerine [23,24,25,27,30,37,38,39,40,41,42,43,44,47,51] gibi çalışmalar yapılmıştır.

Bulanık küme ve bulanık sayı içeren karar verme problemlerinde belli sıralama yapmak oldukça karmaşık ve zor bir problem olduğu için literatürde bu tip problemler için farklı metotlar inşa edilmiştir. Bulanık kümeler ve bulanık sayılar üzerine Çağman ve Deli [12,13] çalışmalar yapmıştır. Chen ve ark. [11] aralık değerli bulanık kümelerde çok kriterli karar verme problemlerin üstesinden gelebilmek için bir metot geliştirdi. Ban [7] bulanık sayılar için değer ve belirsizlik gibi bazı kavramları ayrıntılı bir şekilde araştırdı. Yu [60] sezgisel bulanık sayılar üzerine çok kriterli grup karar verme modeli geliştirdi. Ye [59] aralık değerli sezgisel bulanık sayıları kullanarak TOPSİS diye adlandırılan ideal çözüm ve benzerlik kullanılarak alternatifler arasında bir sıralama yapılabilen bir metot geliştirdi. Chen ve ark. [11] aralık değerli sezgisel bulanık kümelerde çok kriterli karar verme problemlerin üstesinden gelebilmek için bir metot geliştirdi. Chen ve ark. [11] tüm kriterlerin üçgensel sezgisel bulanık sayılarla ifade edildiği dinamik çok kriterli karar verme modeli oluşturdu. Son zamanlarda bazı çok kriterli karar verme modeller [11,32,37,38,39,40,41,42,43,47,52,54,55,59,60] gibi akademisyenler tarafından ayrıntılı bir şekilde çalışıldı.

Uluçay ve ark. [48] N-değerli bulanık sayı kavramını tekrarlı olayları modellemek için N-değerli bulanık kümelerden faydalanarak işlem yasaları ile birlikte verdi. Ayrıca aynı yazarlar karar verme problemleri için bir algoritma geliştirdi ve tanımladıkları kavramlar ile çözüm elde ettiler. Daha sonra, Şahin ve ark. [43,44] N-değerli bulanık sayılar üzerine farklı benzerlik ölçümlerini tanımladı ve çok kriterli karar verme probleminde bir uygulamasını verdi. N-değerli bulanık sayılar üzerine literatürde yeterli bir çalışma olmadığından bu tez çalışmasında, ilk olarak şimdiye kadar literatürde var olan bulanık kümeler, bulanık sayılar, N-değerli bulanık kümeler ve N-değerli yamuksal bulanık sayıların (NDYB-sayıların) bazı temel tanımları ve işlemleri sunuldu. İkinci olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri tanımlandı ve bazı istenilen özellikleri incelendi. Üçüncü olarak, α-kesim kümelerine bağlı olarak NDYB-sayıların değer ve belirsizlik kavramları verildi. Dördüncü olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri, değer ve belirsizlik kavramları kullanılarak bazı benzerlik ve mesafe ölçümleri sunuldu. Beşinci olarak, tanımlanan mesafe ölçümlerine bağlı olarak bir çok kriterli karar verme metodu geliştirildi. Son olarak, NDYB-sayılarda bir çok kriterli karar verme problemi ve bir tıbbi teşhis problemi çözüldü.

2. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde, çalışmamızda bize yol gösteren bulanık küme, bulanık sayılar ve NDYB-sayılar ile ilgili bazı tanımlar ve bu tanımların bazı özellikleri verilecektir.

2.1. Bulanık Kümeler

Tanım 2.1.1. [61] X bir evrensel küme olsun. Daha sonra, X üzerinde A ile gösterilen bir bulanık küme $\mu_A: X \to [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile verilir ve

$$A = \{\langle \mu_A(x)/x \rangle : x \in X\}$$

şeklinde gösterilir.

Tanım 2.1.2. [8] A ve B iki bulanık küme olsun. Daha sonra, A ve B bulanık kümeleri arasındaki

i. $d_r(A,B)$ ile gösterilen genelleştirilmiş mesafe ölçümü

$$d_r(A,B) = \sqrt[r]{\textstyle\sum_{i=1}^{n} |A(x_i) - B(x_i)|^r}\ ,\ r\geq 1.$$

şeklinde tanımlanır.

ii. $d_H(A,B)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$d_H(A,B) = \sum_{i=1}^{n} |A(x_i) - B(x_i)|$$

şeklinde tanımlanır.

iii. $d_{nH}(A,B)$ ile gösterilen normalleştirilmiş Hamming mesafe ölçümü

$$d_{nH}(A,B) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |A(x_i) - B(x_i)|$$

şeklinde tanımlanır.

iv. $d_E(A,B)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$d_E(A,B) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |A(x_i) - B(x_i)|^2}$$

şeklinde tanımlanır.

v. $d_{nE}(A,B)$ ile gösterilen normalleştirilmiş Euclidean mesafe ölçümü

$$d_{nE}(A,B) = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} |A(x_i) - B(x_i)|^2}$$

şeklinde tanımlanır.

vi. $d_{+\infty}(A,B)$ ile gösterilen Sup mesafe ölçümü

$$d_{+\infty}(A,B) = sup|A(x_i) - B(x_i)| \text{ dir.}$$

şeklinde tanımlanır.

2.2. Bulanık Sayılar

Tanım 2.2.1. [57] a_1, b_1, c_1 ve d_1 reel sayıları $a_1 \leq b_1 \leq c_1 \leq d_1$ şartı ile verilsin ve $w_a \epsilon [0,1]$ olacak şekilde $\mu_a: R \to [0, w_a]$ üyelik fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir bulanık sayı olan $a = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_a)$ bulanık sayısı (yamuksal bulanık sayısı)

$$\mu_a(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-a_1)w_a}{b_1 - a_1}, & a_1 \leq x < b_1 \\ w_a, & b_1 \leq x < c_1 \\ \dfrac{(d_1 - x)w_a}{d_1 - c_1}, & c_1 \leq x < d_1 \\ 0, & diğer \end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

Ya da bir bulanık sayı aşağıdaki gibi de ifade edilebilir.

i. $\mu_a: R \to [0,1]$ sürekli bir fonksiyon,
ii. Her $x \notin [a_1, d_1]$ için $\mu_a(x) = 0$,
iii. μ_a, $[a_1, b_1]$ aralığında artan,
iv. Her $x \in [b_1, c_1]$ için w_a sabittir yani $\mu_a(\mathrm{x}) = w_a$,
v. μ_a, $[c_1, d_1]$ aralığında azalandır.

Özel olarak $w_a = 1$ alınırsa $a = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_a)$ bulanık sayısı $a = \langle(a_1, b_1, c_1, d_1)\rangle$ ile gösterilir. Ayrıca burada $b_1 = c_1$ ise, $a = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_a)$ bulanık sayısı üçgensel bulanık sayıya indirgenir ve $a = (a_1, b_1, d_1; w_a)$ ile gösterilir.

Tanım 2.2.2. [16] $a =< (a_1, b_1, c_1, d_1); w_a >$ bir yamuksal bulanık sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_a$ olmak üzere a bulanık sayısının α kesim kümesi a_α ile gösterilir.

$$a_\alpha = \{x; \mu_a(x) \geq \alpha, x \epsilon R\}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada a bulanık sayısının keyfi bir α kesim kümesi $a_\alpha = [L_a(\alpha), R_a(\alpha)]$ ile gösterilen kapalı bir aralıktır.

Ayrıca; $a_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i) >$ (i=1,2) yamuksal bulanık sayılar ve a_i sayısının α -kesimine bağlı a_1^α ve a_2^α vektörleri sırası ile

$a_1^\alpha = [X', X''] = \left[\frac{(w_a^1-\alpha)a_1+\alpha b_1}{w_a^1}, \frac{(w_a^1-\alpha)d_1+\alpha c_1}{w_a^1}\right]$ ve

$a_2^\alpha = [Y', Y''] = \left[\frac{(w_a^1-\alpha)a_2+\alpha b_2}{w_a^1}, \frac{(w_a^1-\alpha)d_2+\alpha c_2}{w_a^1}\right]$ olsun.

Daha sonra, α-kesimine bağlı mesafe ölçümünü $r \geq 1$ için,

$$d_r(a_1, a_2) = \sqrt[r]{\sum_{i=1}^{n} \int_0^1 ((X' - Y')^r + (X'' - Y'')^r) d\alpha}$$

şeklindedir.

Tanım 2.2.3. [7] $a =< (a_1, b_1, c_1, d_1); w_a >$ bir yamuksal bulanık sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_a$ olmak üzere a' nın keyfi bir α kesim kümesi

$$a_\alpha = [L_a(\alpha), R_a(\alpha)]$$

ile gösterilmek üzere α kesim kümesine bağlı a yamuksal bulanık sayısının

i. $V(a)$ ile gösterilen değeri

$$V(a) = \int_0^{w_a} (L_a(\alpha) + R_a(\alpha)) f(\alpha) d\alpha$$

şeklindedir.

ii. $A(a)$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(a) = \int_0^{w_a} (R_a(\alpha) - L_a(\alpha))f(\alpha)d\alpha$$

şeklindedir.

Sonuç 2.2.4. [7] $a =< (a_1, b_1, c_1, d_1); w_a >$ bir yamuksal bulanık sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_a$ olmak üzere a' nın keyfi bir α kesim kümesi

$$a_\alpha = [L_a(\alpha), R_a(\alpha)] = [\frac{(w_a - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_a}, \frac{(w_a - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_a}]$$

ile gösterilmek üzere α kesim kümesine bağlı a yamuksal bulanık sayısının

i. $V(a)$ ile gösterilen değeri

$$V(a) = \frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)w_a^2}{6}$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $A(a)$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(a) = \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)w_a^2}{6}$$

şeklinde hesaplanır.

Sonuç 2.2.5. [7] $a =< (a_1, b_1, c_1); w_a >$ bir üçgensel bulanık sayı olsun. Daha sonra $0 \leq \alpha \leq w_a$ olmak üzere a' nın keyfi bir α kesim kümesi

$$a_\alpha = [L_a(\alpha), R_a(\alpha)] = [\frac{(w_a - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_a}, \frac{(w_a - \alpha)c_1 + \alpha b_1}{w_a}]$$

ile gösterilmek üzere α kesim kümesine bağlı a üçgensel bulanık sayısının

i. $V(a)$ ile gösterilen değeri

$$V(a) = \frac{(a_1 + 4b_1 + c_1)w_a^2}{6}$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $A(a)$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(a)=\frac{(c_1-a_1)w_a^2}{6}$$

şeklinde hesaplanır.

Tanım 2.2.6. [63] $a=<(a_1,b_1,c_1)>$ ve $b=<(a_2,b_2,c_2)>$ iki üçgensel bulanık sayı olsun. Daha sonra, a ve b üçgensel bulanık sayıları arasındaki $S_1(a,b)$, $S_2(a,b)$ ve $S_3(a,b)$ ile gösterilen benzerlik ölçümleri

i. $S_1(a,b)=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i.b_i}{\sum_{i=1}^{n}a_i^2+\sum_{i=1}^{n}b_i^2-\sum_{i=1}^{n}a_i.b_i}$

ii. $S_2(a,b)=\frac{2.\sum_{i=1}^{n}a_i.b_i}{\sum_{i=1}^{n}a_i^2+\sum_{i=1}^{n}b_i^2}$

iii. $S_3(a,b)=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i.b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}a_i^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}b_i^2}}$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 2.2.7. [63] $a=<(a_1,b_1,c_1)>$ ve $b=<(a_2,b_2,c_2)>$ iki üçgensel bulanık sayı olsun. Daha sonra, a ve b üçgensel bulanık sayıları arasındaki $S_i(a,b)$ $(i=1,2,3)$ ile gösterilen benzerlik ölçümleri

i. $0\le S_i(a,b)\le 1$

ii. $S_i(a,b)=S_i(b,a)$

iii. Eğer a =b (a_i=b_i ; i=1,2,3) ise $S_i(a,b)=1$

özelliklerini sağlar.

İspat: $S_1(a,b)$ için ispatı aşağıdaki gibi verildi.

i. $S_1(a,b)\ge 0$ olduğu açıktır. $S_1(a,b)\le 1$ olduğunu gösterirsek ispat gösterilmiş olur. Temel matematik bilgileri ile $(a_i-b_i)^2\ge 0$, $a_i^2-2a_ib_i+b_i^2\ge 0$ ve $a_i^2+b_i^2\ge 2a_ib_i$ ise $\sum_{i=1}^{n}a_i^2+\sum_{i=1}^{n}b_i^2-\sum_{i=1}^{n}a_i.b_i\ge 2a_i.b_i-a_i.b_i\ge a_i.b_i$ elde edilir. Sonuç olarak, $S_1(a,b)\le 1$ elde edilir.

ii. $S_1(a,b)=S_1(b,a)$ ifadesinin ispatı toplama ve çarpma işlemlerinin değişme özelliklerinden açıktır.

iii. Eğer a =b (a_i=b_i; i=1,2,3) ise $S_1(a,b)=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i.a_i}{\sum_{i=1}^{n}a_i^2+\sum_{i=1}^{n}a_i^2-\sum_{i=1}^{n}a_i.a_i}=1$ olur.

$S_2(a,b)$ ve $S_3(a,b)$ için de ispatlar benzer şekilde yapılabilir.

Teorem 2.2.8. [8] a ve b bulanık sayıları arasındaki mesafe ölçümü $d_i(a,b)$ (i=1,2,3) olsun. Daha sonra a ve b bulanık sayıları arasındaki benzerlik ölçümü $S_i(a,b)=1-d_i(a,b)$ dir.

2.3. NDB-Kümeler

Tanım 2.3.1. [36] X boş olmayan bir küme olsun. $\forall x\in X, 0\leq \mu_G^i(x)\leq 1$ olmak üzere i=1,2,…,n için $\mu_G^i(x): X\to[0,1]$ fonksiyonu ile bir N-değerli bulanık küme

$$G=\left\{\langle x,\mu_G^1(x),\mu_G^2(x),\ldots,\mu_G^n(x)\rangle : x\in X\right\}$$

kümesi ile verilir. Burada $\mu_G^i(x)$,$x\in X$ nin üyelik derecesidir.

2.4. NDYB-Sayılar

Tanım 2.4.1. [48] a_i,b_i,c_i ve d_i reel sayıları $a_i\leq b_i\leq c_i\leq d_i$ şartı ile verilsin ve $w_{\bar{a}_i}^i\epsilon[0,1]$(i=1,2,…,n) olacak şekilde $\mu_{\bar{a}_i}^i: R\to[0,w_a^i]$ üyelik fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir NDB-küme olan ve NDYB-sayı
$\bar{a}_i=<(a_i,b_i,c_i,d_i);w_{\bar{a}_i}^1,w_{\bar{a}_i}^2,\ldots w_{\bar{a}_i}^n>$(i=1,2,…,n)

$$\mu_{\bar{a}_i}^i(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-a_i)w_{\bar{a}_i}^i}{b_i-a_i}, & a_i\leq x<b_i\\ w_{\bar{a}_i}^i, & b_i\leq x\leq c_i\\ \dfrac{(d_i-x)w_{\bar{a}_i}^i}{d_i-c_i}, & c_i<x\leq d_i\\ 0, & diğer\end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanır.

Burada;

i. Eğer a_i>0 ise $\bar{a}_i$ sayısı pozitif N-değerli bulanık sayı.

ii. Eğer d_i<0 ise $\bar{a}_i$ sayısı neğatif N-değerli bulanık sayı

iii. Eğer a_i>0 ve d_i<0 ise $\bar{a}_i$ sayısı ne pozitif ne neğatif N-değerli bulanık sayı

iv. $0 \le a_i \le b_i \le c_i \le d_i \le 1$ ise $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots w_{\bar{a}_i}^n >$ N-değerli normalleştirilmiş bulanık sayı

olarak adlandırılır.

Not 2.4.2. Bu tez boyunca kullanılan tüm NDYB-sayılar normalleştirilmiş olarak ele alınacaktır.

Örnek 2.4.3. $\bar{a} =< (0.2,0,3,0,6,0,8); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$NDYB-sayı olsun. Daha sonra $\bar{a}$ sayısının üyelik fonksiyonları

$$\mu_{\bar{a}}^1(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-0.2)0.3}{0.1}, & 0.2 \le x < 0.3 \\ 0.3, & 0.3 \le x \le 0.6 \\ \dfrac{(0.8-x)0.3}{0.2}, & 0.6 < x \le 0.8 \\ 0, & \textit{diğer} \end{cases}, \quad \mu_{\bar{a}}^2(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-0.2)0.2}{0.1}, & 0.2 \le x < 0.3 \\ 0.2, & 0.3 \le x \le 0.6 \\ \dfrac{(0.8-x)0.2}{0.2}, & 0.6 < x \le 0.8 \\ 0, & \textit{diğer} \end{cases}$$

$$\mu_{\bar{a}}^3(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-0.2)0.5}{0.1}, & 0.2 \le x < 0.3 \\ 0.5, & 0.3 \le x \le 0.6 \\ \dfrac{(0.8-x)0.5}{0.2}, & 0.6 < x \le 0.8 \\ 0, & \textit{diğer} \end{cases}, \quad \mu_{\bar{a}}^4(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-0.2)0.7}{0.1}, & 0.2 \le x < 0.3 \\ 0.7, & 0.3 \le x \le 0.6 \\ \dfrac{(0.8-x)0.7}{0.2}, & 0.6 < x \le 0.8 \\ 0, & \textit{diğer} \end{cases}$$

şeklindedir.

Tanım 2.4.4. [48] $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$ (i=1,2) NDYB-sayıları ve $\lambda \ge 0$ bir reel sayı olsun. Daha sonra,

i. $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 =< (a_1 + a_2,\ b_1 + b_2,\ c_1 + c_2,\ d_1 + d_2); \max\{w_{\bar{a}_1}^1, w_{\bar{a}_2}^1\}, \max\{w_{\bar{a}_1}^2, w_{\bar{a}_2}^2\}, \dots, \max\{w_{\bar{a}_1}^n, w_{\bar{a}_2}^n\} >$

ii.
$$\bar{a}_1\bar{a}_2 = \begin{cases} < (a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2, d_1d_2); \min\{w_{\bar{a}_1}^1, w_{\bar{a}_2}^1\}, \min\{w_{\bar{a}_1}^2, w_{\bar{a}_2}^2\}, \dots, \min\{w_{\bar{a}_1}^n w_{\bar{a}_2}^n\} >, & (\mathrm{d}_1 > 0, \mathrm{d}_2 > 0) \\ < (a_1d_2, b_1c_2, c_1b_2, d_1a_2); \min\{w_{\bar{a}_1}^1, w_{\bar{a}_2}^1\}, \min\{w_{\bar{a}_1}^2, w_{\bar{a}_2}^2\}, \dots, \min\{w_{\bar{a}_1}^n w_{\bar{a}_2}^n\} >, & (\mathrm{d}_1 < 0, \mathrm{d}_2 > 0) \\ < (d_1d_2, c_1c_2, b_1b_2, a_1a_2); \min\{w_{\bar{a}_1}^1, w_{\bar{a}_2}^1\}, \min\{w_{\bar{a}_1}^2, w_{\bar{a}_2}^2\}, \dots, \min\{w_{\bar{a}_1}^n w_{\bar{a}_2}^n\} >, & (\mathrm{d}_1 < 0, \mathrm{d}_2 < 0) \end{cases}$$

iii. $\lambda\bar{a}_1 =< (\lambda a_1, \lambda b_1, \lambda c_1, \lambda d_1); 1 - \left(1 - w_{\bar{a}_1}^1\right)^{\lambda}, 1 - \left(1 - w_{\bar{a}_1}^2\right)^{\lambda}, \dots, 1 - \left(1 - w_{\bar{a}_1}^n\right)^{\lambda} >$

iv. $\bar{a}_1{}^{\lambda} =< \left(a_1{}^{\lambda}, b_1{}^{\lambda}, c_1{}^{\lambda}, d_1{}^{\lambda}\right); (w_{\bar{a}_1}^{1})^{\lambda}, \left(w_{\bar{a}_1}^{2}\right)^{\lambda}, \dots, \left(w_{\bar{a}_1}^{n}\right)^{\lambda}>$

Örnek 2.4.5. $\bar{a}_1 =< (0.3,0.4,0.5,0.5); 0.3,0.5,0.2,0.6 >$
ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.4,0.4,0.5); 0.2,0.1,0.4,0.8 >$NDYB-sayıları için;

i. $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 =< (0.5,0.8,0.9,1.0);\ 0.3, 0.5, 0.4, 0.8) >$

ii. $\bar{a}_1\bar{a}_2 =< (0.06,0.16,0.20,0.25);\ 0.2, 0.1, 0.2, 0.6 >$

iii. $2\bar{a}_1 =< (0.6,0.8,1.0,1.0);\ 0.51, 0.75, 0.36, 0.84>$

iv. $\bar{a}_1{}^2 =< (0.09,0.16,0.25,0.25); 0.09, 0.25, 0.04, 0.36>$

dir.

Tanım 2.4.6. [48] $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^{1}, w_{\bar{a}_i}^{2}, \dots w_{\bar{a}_i}^{n} >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayıları arasındaki $d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{8n}\sum_{i=1}^{n}\left(\left|\left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)a_1 - \left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)a_2\right| + \left|\left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)b_1 - \left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)b_2\right|\right.$$

$$\left. + \left|\left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)c_1 - \left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)c_2\right| + \left|\left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)d_1 - \left(1 + w_{\bar{a}_i}^{i}\right)d_2\right|\right.$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 2.4.7. [48] $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^{1}, w_{\bar{a}_i}^{2}, \dots, w_{\bar{a}_i}^{n} >$(i=1,2,3) $\bar{a}_1, \bar{a}_2$ ve $\bar{a}_3$ NDYB-sayıları için

i. $0 \le d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \le 1$

ii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$ ise $d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 0$

iii. $d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = d_H(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iv. $d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_3) + d_H(\bar{a}_3, \bar{a}_2) \ge d_H(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Tanım 2.4.8. [48] $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^{1}, w_{\bar{a}_i}^{2}, \dots, w_{\bar{a}_i}^{n} >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$sayılarını karşılaştırmak için bu sayıların pozitif ve neğatif ideal çözümleri sırası ile

i. $r_{\bar{a}_i}^{+} =< \left(a_i{}^{+}, b_i{}^{+}, c_i{}^{+}, d_i{}^{+}\right); \left(w_{\bar{a}_i}^{1}\right)^{+}, \left(w_{\bar{a}_i}^{2}\right)^{+}, \dots, \left(w_{\bar{a}_i}^{n}\right)^{+}$
$= (1,1,1,1); 1,1, \dots, 1)$

ii. $r_{\bar{a}_i}^{-} =< ({a_i}^{-}, {b_i}^{-}, {c_i}^{-}, {d_i}^{-}); \left(w_{\bar{a}_i}^{1}\right)^{-}, \left(w_{\bar{a}_i}^{2}\right)^{-}, \dots, \left(w_{\bar{a}_i}^{n}\right)^{-} >$

$= (0,0,0,0); 0,0, \dots ,0)$

şeklinde tanımlanır.

Ayrıca verilen $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının karşılaştırılması

i. $d_H(\bar{a}_1, r^{+}) < d_H(\bar{a}_2, r^{+})$ ise $\bar{a}_1 > \bar{a}_2$ dir.

ii. $d_H(\bar{a}_1, r^{+}) = d_H(\bar{a}_2, r^{+})$;

a. $d_H(\bar{a}_1, r^{-}) < d_H(\bar{a}_2, r^{-})$ ise $\bar{a}_1 < \bar{a}_2$ dir.

b. $d_H(\bar{a}_1, r^{-}) = d_H(\bar{a}_2, r^{-})$ ise $\bar{a}_1 \cong \bar{a}_2$ dir.

ile verilir.

Tanım 2.4.9. [48] $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^{1}, w_{\bar{a}_i}^{2}, \dots, w_{\bar{a}_i}^{n}$ >NDYB-sayı (j=1,2,…,n) ve $w=(w_1,w_2,\dots,w_n)^T$, $w_j \in[0,1]$ ve $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. Daha sonra, $NDYBG_w$ ile gösterilen ağırlaştırılmış NDYB geometrik operatörü $NDYBG_w$: $\bar{a}^{n} \rightarrow \bar{a}$ fonksiyonu ile

$$NDYBG_w: (\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n) = \prod_{j=1}^{n} \bar{a}_j^{w_j}$$

$$=< \left(\prod_{j=1}^{n} a_j^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} b_j^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} c_j^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} d_j^{w_j} \right);$$

$$\prod_{j=1}^{n} (w_{\bar{a}_j}^{1})^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} (w_{\bar{a}_j}^{2})^{w_j}, \dots, \prod_{j=1}^{n} (w_{\bar{a}_j}^{n})^{w_j} >$$

ile tanımlanır.

3. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde, bulanık sayıların α −kesimi, değer ve belirsizliği kavramlarını N-değerli yamuksal bulanık sayılar üzerine genelleştirdik.

3.1. NDYB-Sayıların değer ve belirsizliği

Tanım 3.1.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \dots, w^n_{\bar{a}_i} >$ NDYB-sayı ve $0 \leq \alpha_i \leq w^i_{\bar{a}_i}$ (i=1,2,…,n) olacak şekilde $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_n)$ vektörü verilsin. Daha sonra, $\bar{a}$'nın α-kesimi

$$\bar{a}_\alpha = \{(x_1, x_2, \dots, x_n); \mu^1_{\bar{a}}(x_1) \geq \alpha_1, \mu^2_{\bar{a}}(x_2) \geq \alpha_2, \dots, \mu^n_{\bar{a}}(x_n) \geq \alpha_n, x \in R\}$$

şeklinde tanımlanır.

Sonuç 3.1.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \dots, w^n_{\bar{a}_i} >$ NDYB-sayı ve $0 \leq \alpha_i \leq w^i_{\bar{a}_i}$ (i=1,2,…,n) olacak şekilde $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_n)$ vektörü verilsin. Daha sonra, $\bar{a}$'nın α-kesimi

$$\bar{a}_\alpha = \left\{(x_1, x_2, \dots, x_n); \mu^1_{\bar{a}}(x_1) \geq \alpha_1, \mu^2_{\bar{a}}(x_2) \geq \alpha_2, \dots, \mu^n_{\bar{a}}(x_n) \geq \alpha_n, 0 \leq \alpha_i \leq w^i_{\bar{a}}, x \in R\right\}$$

ise

$$\bar{a}_\alpha = ([L_{\bar{a}}(\alpha^1), R_{\bar{a}}(\alpha^1)], [L_{\bar{a}}(\alpha^2), R_{\bar{a}}(\alpha^2)], \dots \dots, [L_{\bar{a}}(\alpha^n), R_{\bar{a}}(\alpha^n)])$$

$$= \left(\left[\frac{(w^1_{\bar{a}}-\alpha)a+\alpha b}{w^1_{\bar{a}}}, \frac{(w^1_{\bar{a}}-\alpha)d+\alpha c}{w^1_{\bar{a}}}\right], \left[\frac{(w^2_{\bar{a}}-\alpha)a+\alpha b}{w^2_{\bar{a}}}, \frac{(w^2_{\bar{a}}-\alpha)d+\alpha c}{w^2_{\bar{a}}}\right], \dots, \left[\frac{(w^n_{\bar{a}}-\alpha)a+\alpha b}{w^n_{\bar{a}}}, \frac{(w^n_{\bar{a}}-\alpha)d+\alpha c}{w^n_{\bar{a}}}\right]\right)$$

şeklinde hesaplanır.

Örnek 3.1.3. $\bar{a} =< (0.2,0.3,0.4,0.5); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ bir NDYB sayı olsun. O zaman, $\bar{a}$'nın α-kesimi

$$\bar{a}_\alpha = \left(\left[\frac{(0.3-\alpha)0.2+\alpha 0.3}{0.3}, \frac{(0.3-\alpha)0.5+\alpha 0.4}{0.3}\right], \left[\frac{(0.2-\alpha)0.2+\alpha 0.3}{0.2}, \frac{(0.2-\alpha)0.5+\alpha 0.4}{0.2}\right],\right.$$

$$\left.\left[\frac{(0.5-\alpha)0.2+\alpha 0.3}{0.5}, \frac{(0.5-\alpha)0.5+\alpha 0.4}{0.5}\right], \left[\frac{(0.7-\alpha)0.2+\alpha 0.3}{0.7}, \frac{(0.7-\alpha)0.5+\alpha 0.4}{0.7}\right]\right)$$

$$= \left(\left[0.2+\frac{\alpha}{3}, 0.5-\frac{\alpha}{3}\right], \left[0.2+\frac{\alpha}{2}, 0.5-\frac{\alpha}{2}\right], \left[0.2+\frac{\alpha}{5}, 0.5-\frac{\alpha}{5}\right], \left[0.2+\frac{\alpha}{7}, 0.5-\frac{\alpha}{7}\right]\right)$$

olarak bulunur.

Tanım 3.1.4. $\bar{a} =< (a, b, c, d); w_{\bar{a}}^{1}, w_{\bar{a}}^{2}, \dots w_{\bar{a}}^{n} >$ bir NDYB-sayısı ve $0 \leq \alpha_i \leq w_{\bar{a}}^{i}$ (i=1,2,…,n) olacak şekilde $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_n)$ vektörü verilsin. Daha sonra, $\bar{a}$'nın α-kesimi

$$\bar{a}_{\alpha} = ([L_{\bar{a}}(\alpha^1), R_{\bar{a}}(\alpha^1)], [L_{\bar{a}}(\alpha^2), R_{\bar{a}}(\alpha^2)], \dots \dots .., [L_{\bar{a}}(\alpha^n), R_{\bar{a}}(\alpha^n)])$$

ve $f(\alpha)\epsilon[0,1]$, $f(0) = 0$ olacak şekilde f monoton ve azalmayan bir fonksiyon olsun.

Daha sonra,

i. $\bar{a}$'nın $V(\bar{a})$ ile gösterilen değeri

$$V(\bar{a}) = \left(\int_0^{w_{\bar{a}}^{1}} (L_{\bar{a}}(\alpha^1) + R_{\bar{a}}(\alpha^1)) f(\alpha) d\alpha, \int_0^{w_{\bar{a}}^{2}} (L_{\bar{a}}(\alpha^2) + R_{\bar{a}}(\alpha^2)) f(\alpha) d\alpha, \dots, \int_0^{w_{\bar{a}}^{n}} (L_{\bar{a}}(\alpha^n) + R_{\bar{a}}(\alpha^n)) f(\alpha) d\alpha \right)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}$'nın $A(\bar{a})$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(\bar{a}) = \left(\int_0^{w_{\bar{a}}^{1}} (R_{\bar{a}}(\alpha^1) - L_{\bar{a}}(\alpha^1)) f(\alpha) d\alpha, \int_0^{w_{\bar{a}}^{2}} (R_{\bar{a}}(\alpha^2) - L_{\bar{a}}(\alpha^2)) f(\alpha) d\alpha, \dots, \int_0^{w_{\bar{a}}^{n}} (R_{\bar{a}}(\alpha^n) - L_{\bar{a}}(\alpha^n)) f(\alpha) d\alpha \right)$$

şeklinde hesaplanır.

Sonuç 3.1.5. $\bar{a} =< (a, b, c, d); w_{\bar{a}}^{1}, w_{\bar{a}}^{2}, \dots w_{\bar{a}}^{n} >$ NDYB-sayısı ve

$0 \leq \alpha_i \leq w_{\bar{a}}^{i}$(i=1,2,…,n) olacak şekilde $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_n)$ vektörü verilsin. Daha sonra, $\bar{a}$'nın α-kesimi

$$\bar{a}_{\alpha} = ([L_{\bar{a}}(\alpha^1), R_{\bar{a}}(\alpha^1)], [L_{\bar{a}}(\alpha^2), R_{\bar{a}}(\alpha^2)], \dots \dots .., [L_{\bar{a}}(\alpha^n), R_{\bar{a}}(\alpha^n)])$$

ve $f(\alpha)\epsilon[0,1]$, $f(0) = 0$ olacak şekilde f monoton ve azalmayan bir fonksiyon olsun.

Daha sonra,

i. $\bar{a}$'nın $V(\bar{a})$ ile gösterilen değeri

$$V(\bar{a}) = \left(\frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^{1})^2}{6}, \frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^{2})^2}{6}, \dots, \frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^{n})^2}{6}\right)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}$'nın $A(\bar{a})$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(\bar{a}) = \left(\frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^{1})^2}{6}, \frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^{2})^2}{6}, \dots, \frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^{n})^2}{6}\right)$$

şeklinde hesaplanır.

Sonuç 3.1.6. Eğer $\bar{a} =< (a,b,c); w_{\bar{a}}^{1}, w_{\bar{a}}^{2}, \dots w_{\bar{a}}^{n} >$ bir NDÜB-sayı ise $\bar{a}$'nın $\alpha -$kesimi

$$\bar{a}_{\alpha} = \left(\left[\frac{(w_{\bar{a}}^{1}-\alpha)a+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{1}}, \frac{(w_{\bar{a}}^{1}-\alpha)c+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{1}}\right], \left[\frac{(w_{\bar{a}}^{2}-\alpha)a+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{2}}, \frac{(w_{\bar{a}}^{2}-\alpha)c+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{2}}\right], \dots, \left[\frac{(w_{\bar{a}}^{n}-\alpha)a+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{n}}, \frac{(w_{\bar{a}}^{n}-\alpha)c+\alpha b}{w_{\bar{a}}^{n}}\right]\right)$$

şeklinde hesaplanır.

Ayrıca f(α)=α olarak alınırsa $\bar{a}$ NDÜB-sayısının

i. $V(\bar{a})$ ile gösterilen değeri

$$V(\bar{a}) = \left(\frac{(a+4b+c)(w_{\bar{a}}^{1})^2}{6}, \frac{(a+4b+c)(w_{\bar{a}}^{2})^2}{6}, \dots, \frac{(a+4b+c)(w_{\bar{a}}^{n})^2}{6}\right)$$

ii. $A(\bar{a})$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(\bar{a}) = \left(\frac{(c-a)(w_{\bar{a}}^{1})^2}{6}, \frac{(c-a)(w_{\bar{a}}^{2})^2}{6}, \dots, \frac{(c-a)(w_{\bar{a}}^{n})^2}{6}\right)$$

şeklinde hesaplanır.

Örnek 3.1.7. $\bar{a} =< (0.2,0.3,0.4,0.5); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ NDYB-sayı ve f(α)=α olsun. Daha sonra,

i. $\bar{a}$'nın $V(\bar{a})$ ile gösterilen değeri

$$V(\bar{a}) = \left(\frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6},\right.$$

$$\left.\frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^3)^2}{6}, \frac{(a+2b+2c+d)(w_{\bar{a}}^4)^2}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{(0.2+0.6+0.8+0.5)(0,3)^2}{6}, \frac{(0.2+0.6+0.8+0.5)(0,2)^2}{6},\right.$$

$$\left.\frac{(0.2+0.6+0.8+0.5)(0,5)^2}{6}, \frac{(0.2+0.6+0.8+0.5)(0,7)^2}{6}\right)$$

$$= (0.0315, 0.0140, 0.0875, 0.1715)$$

dir.

ii. $\bar{a}$' nın $A(\bar{a})$ ile gösterilen belirsizliği

$$A(\bar{a}) = \left(\frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6},\right.$$

$$\left.\frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^3)^2}{6}, \frac{(d-a+2c-2b)(w_{\bar{a}}^4)^2}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{(0.5-0.2+0.8-0.6)(0,3)^2}{6}, \frac{(0.5-0.2+0.8-0.6)(0,2)^2}{6},\right.$$

$$\left.\frac{(0.5-0.2+0.8-0.6)(0,5)^2}{6}, \frac{(0.5-0.2+0.8-0.6)(0,7)^2}{6}\right)$$

$$= (0.0075, 0.0033, 0.0208, 0.0408)$$

dir.

3.2. NDYB-Sayılar üzerine benzerlik ölçümleri

Bu bölümde NDYB-sayılar üzerine α-kesim, değer ve belirsizlik kavramları yardımı ile çeşitli benzerlik ölçümleri tanımlandı ve bazı özellikleri incelendi.

3.2.1. NDYB-sayıların α-kesimine bağlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.2.1.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar ve α-kesimine bağlı $\bar{a}_1^\alpha$ ve $\bar{a}_2^\alpha$ vektörlerinin $\overline{inta_1^\alpha}$ ve $\overline{inta_2^\alpha}$ ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$\overline{inta_1^\alpha} = ([X_1', X_1''], [X_2', X_2''], \dots, [X_n', X_n''])$

$$= \left(\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^1} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^1} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^1} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\bar{a}}^1} \right) d\alpha \right], \right.$$

$$\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^2} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^2} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^2} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\bar{a}}^2} \right) d\alpha \right], \ldots,$$

$$\left. \left[\int_0^{w_{\bar{a}}^n} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^n - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^n} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^n} \frac{(w_{\bar{a}}^n - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^n}) d\alpha \right] \right)$$

$$= \left(\left[\frac{(a_1 + b_1)w_{\bar{a}}^1}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w_{\bar{a}}^1}{2} \right], \left[\frac{(a_1 + b_1)w_{\bar{a}}^2}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w_{\bar{a}}^2}{2} \right], \ldots \right.$$

$$\left. \left[\frac{(a_1 + b_1)w_{\bar{a}}^n}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w_{\bar{a}}^n}{2} \right] \right)$$

ve

$\overline{\imath nt a}_2^{\alpha} = ([Y_1', Y_1''], [Y_2', Y_2''], \ldots, [Y_n', Y_n''])$

$$= \left(\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^1} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w_{\bar{a}}^1} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^1} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w_{\bar{a}}^1} \right) d\alpha \right], \right.$$

$$\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^2} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w_{\bar{a}}^2} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^2} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w_{\bar{a}}^2} \right) d\alpha \right], \ldots,$$

$$\left. \left[\int_0^{w_{\bar{a}}^n} \left(\frac{(w_{\bar{a}}^n - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w_{\bar{a}}^n} \right) d\alpha \,, \int_0^{w_{\bar{a}}^n} \frac{(w_{\bar{a}}^n - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w_{\bar{a}}^n}) d\alpha \right] \right)$$

$$= \left(\left[\frac{(a_2 + b_2)w_{\bar{a}}^1}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w_{\bar{a}}^1}{2} \right], \left[\frac{(a_2 + b_2)w_{\bar{a}}^2}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w_{\bar{a}}^2}{2} \right], \ldots \right.$$

$$\left. \left[\frac{(a_2 + b_2)w_{\bar{a}}^n}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w_{\bar{a}}^n}{2} \right] \right)$$

olsun.

Daha sonra,

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_1(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 1.benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i' . Y_i' + X_i'' . Y_i'')}{\sum_{i=1}^{n} [(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{n} [(Y_i')^2 + (Y_i'')^2] - \sum_{i=1}^{n} (X_i' . Y_i' + X_i'' . Y_i'')}$$

şeklinde tanımlanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_2(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 2. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_2(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{n}[(Y_i')^2 + (Y_i'')^2]}$$

şeklinde tanımlanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_3(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 3. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_3(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}[(Y_i')^2 + (Y_i'')^2]}}}$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 3.2.1.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \ldots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ $(i = 1,2,3)$ benzerlik ölçümleri

i. $0 \leq \bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \bar{S}_i(\bar{a}_2,\bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=1$

özelliklerini sağlar.

İspat: Örnek olarak $\bar{S}_1(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ için ispatı verelim.

i. $\bar{S}_1(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \geq 0$ olduğu açıktır. $\bar{S}_1(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \leq 1$ olduğunu gösterelim. Temel matematik denklemlerini kullanarak

$(X_i' - Y_i')^2 + (X_i'' - Y_i'')^2 \geq 0,$

$(X_i')^2 - 2X_i'Y_i' + (Y_i')^2 + (X_i'')^2 - 2X_i''Y_i'' + (Y_i'')^2 \geq 0,$

$(X_i')^2 + (X_i'')^2 + (Y_i')^2 + (Y_i'')^2 \geq 2X_i'Y_i' + 2X_i''Y_i''$

ve

$(X_i')^2 + (X_i'')^2 + (Y_i')^2 + (Y_i'')^2 \geq 2(X_i'Y_i' + X_i''Y_i'')$

olduğundan

$\sum_{i=1}^{n}(X_i')^2 + (X_i'')^2 + \sum_{i=1}^{n}(Y_i')^2 + (Y_i'')^2 - \sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'') \geq$
$2X_i'Y_i' + 2X_i''Y_i'' - (X_i'Y_i' + X_i''Y_i'') \geq X_i'Y_i' + X_i''Y_i''$

yazılır. Sonuç olarak, $\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$ elde edilir.

ii. $\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$=$\bar{S}_1(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$ olduğu toplama ve çarpma işlemlerinin değişme özelliklerinden dolayı açıktır.

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$ ise $X_i' = Y_i'$ ve $X_i'' = Y_i''$ (i=1,2,….,n) olduğundan

$$\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i'.X_i' + X_i''.X_i'')}{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] - \sum_{i=1}^{n}(X_i'.X_i' + X_i''.X_i'')}$$
$$= 1$$

olur.

$\bar{S}_2(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ve $\bar{S}_3(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ için de ispatlar benzer şekilde yapılabilir.

Örnek 3.2.1.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$
ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.3,0.5); 0.5,0.7,0.4,0.1>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının α-kesimine bağlı $\bar{a}_1^{\alpha}$ve $\bar{a}_2^{\alpha}$ vektörlerinin $\overline{\imath nta_1^{\alpha}}$ ve $\overline{\imath nta_2^{\alpha}}$ ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$\overline{\imath nta_1^{\alpha}} = ([0.045,0.105], [0.030,0.070], [0.075,0.175], [0.105,0.245])$

$\overline{\imath nta_2^{\alpha}} = ([0.125,0.200], [0.175,0.280], [0.100,0.160], [0.025,0.040])$
olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_1(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 1. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{n}[(Y_i')^2 + (Y_i'')^2] - \sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}$$
$$\bar{S}_1(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}{\sum_{i=1}^{4}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{4}[(Y_i')^2 + (Y_i'')^2] - \sum_{i=1}^{4}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}$$

$$= 0.4336$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{S}_2(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 2. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_2(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i' + X_i''.Y_i'')}{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2 + (X_i'')^2] + \sum_{i=1}^{n}[(Y_i')^2 + (Y_i'')^2]}$$

$$\bar{S}_2(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{2.\sum_{i=1}^{4}(X_i'.Y_i'+X_i''.Y_i'')}{\sum_{i=1}^{4}[(X_i')^2+(X_i'')^2]+\sum_{i=1}^{4}[(Y_i')^2+(Y_i'')^2]}$$
$$=0.6049$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α- kesime bağlı $\bar{S}_3(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 3. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_3(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i'.Y_i'+X_i''.Y_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[(X_i')^2+(X_i'')^2]}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[(Y_i')^2+(Y_i'')^2]}}$$
$$\bar{S}_3(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{\sum_{i=1}^{4}(X_i'.Y_i'+X_i''.Y_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}[(X_i')^2+(X_i'')^2]}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{4}[(Y_i')^2+(Y_i'')^2]}}$$
$$=0.6219$$

dır.

3.2.2. NDYB-sayıların değerine bağlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.2.2.1. $\bar{a}_i=<(a_i,b_i,c_i,d_i);w_{\bar{a}_i}^1,w_{\bar{a}_i}^2,\dots,w_{\bar{a}_i}^n>$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin değerleri sırası ile

$$V(\bar{a}_1)=(V_1',V_2',\dots,V_n')$$

$$=\left(\frac{(a_1+2b_1+2c_1+d_1)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6},\frac{(a_1+2b_1+2c_1+d_1)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6},\dots,\frac{(a_1+2b_1+2c_1+d_1)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

ve

$$V(\bar{a}_2)=(V_1'',V_2'',\dots,V_n'')$$

$$=\left(\frac{(a_2+2b_2+2c_2+d_2)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6},\frac{(a_2+2b_2+2c_2+d_2)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6},\dots,\frac{(a_2+2b_2+2c_2+d_2)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

şeklinde verilsin.

Daha sonra,

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 4. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2+\sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2-\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$arasındaki değere bağlı $\bar{S}_5(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 5. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_5(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{2.\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2+\sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_6(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 6. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_6(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2}}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.2.2.2. $\bar{a}_i=<(a_i,b_i,c_i,d_i);w_{\bar{a}_i}^1,w_{\bar{a}_i}^2,\ldots,w_{\bar{a}_i}^n>$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ $(i=4,5,6)$ benzerlik ölçümleri

i. $0\leq\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)\leq1$
ii. $\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\bar{S}_i(\bar{a}_2,\bar{a}_1)$
iii. $\bar{a}_1=\bar{a}_2\rightarrow\bar{S}_i(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$=1

özelliklerini sağlar.

İspat: Örnek olarak $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ için ispatı verelim.

i. $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)\geq0$ olduğu açıktır. $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)\leq1$ olduğunu gösterelim. Temel matematik denklemlerini kullanarak $(V_i'-V_i'')^2\geq0$, $(V_i')^2-2V_i'V_i''+(V_i'')^2\geq0$ ve $(V_i')^2+(V_i'')^2\geq2V_i'V_i''$ olduğundan

$$\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2+\sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2-\sum_{i=1}^{n}V_i'.V_i''\geq2V_i'V_i''-V_i'V_i''\geq V_i'V_i''$$

yazılır. Sonuç olarak $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)\leq1$ elde edilir.

ii. $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=\bar{S}_4(\bar{a}_2,\bar{a}_1)$ olduğu toplama ve çarpma işlemlerinin değişme özelliklerinden dolayı açıktır.

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$ ise $V_i' = V_i''$(i=1,2,….,n) olduğundan

$$\bar{S}_4(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i' V_i'}{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2 + \sum_{i=1}^{n}(V_i')^2 - \sum_{i=1}^{n} V_i' V_i'} = 1 \text{ olur.}$$

$\bar{S}_5(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ve $\bar{S}_6(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ için de ispatlar benzer şekilde yapılabilir.

Örnek 3.2.2.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.2,0.5,0.6); 0.5,0.4,0.6,0.8>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının değerine bağlı vektörleri $V(\bar{a}_1) = (0.0225,0.01, 0.0625,0.1225)$ ve $V(\bar{a}_2) = (0.0916,0.0586, 0.1320,0.2346)$ olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$arasındaki değere bağlı $\bar{S}_4(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 4. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_4(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2 + \sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2 - \sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}$$

$$\bar{S}_4(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{4}(V_i')^2 + \sum_{i=1}^{4}(V_i'')^2 - \sum_{i=1}^{4}(V_i'.V_i'')}$$

$$= 0.6174$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_5(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 5. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_5(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2 + \sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2}$$

$$\bar{S}_5(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{4}(V_i'.V_i'')}{\sum_{i=1}^{4}(V_i')^2 + \sum_{i=1}^{4}(V_i'')^2}$$

$$= 0.7634$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_6(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 6. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_6(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(V_i'.V_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(V_i')^2} . \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(V_i'')^2}}$$

$$\bar{S}_6(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}(V_i'.V_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(V_i')^2} . \sqrt{\sum_{i=1}^{4}(V_i'')^2}}$$

$$= 0.9771$$

dır.

3.2.3. NDYB-sayıların belirsizliğine bağlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.2.3.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin belirsizliği sırası ile

$$A(\bar{a}_1) = (A_1', A_2', \dots, A_n')$$

$$= \left(\frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6} \right)$$

ve

$$A(\bar{a}_2) = (A_1'', A_2'', \dots, A_n'')$$

$$= \left(\frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6} \right)$$

şeklinde hesaplanır.

Daha sonra,

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_7(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 7. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i' . A_i'')}{\sum_{i=1}^n (A_i')^2 + \sum_{i=1}^n (A_i'')^2 - \sum_{i=1}^n (A_i' . A_i'')}$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_8(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 8. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_8(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{2. \sum_{i=1}^n (A_i' . A_i'')}{\sum_{i=1}^n (A_i')^2 + \sum_{i=1}^n (A_i'')^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_9(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 9. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_9(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i' . A_i'')}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i')^2} . \sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i'')^2}}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.2.3.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \ldots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (i=7,8,9) benzerlik ölçümleri

i. $0 \leq \bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{S}_i(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{S}_i(\bar{a}_1, \bar{a}_2)=1$

özelliklerini sağlar.

İspat: Örnek olarak $\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ için ispatı verelim.

i. $\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \geq 0$ olduğu açıktır. $\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$ olduğunu gösterelim. Temel matematik denklemlerini kullanarak

$(A_i' - A_i'')^2 \geq 0$, $(A_i')^2 - 2A_i'A_i'' + (A_i'')^2 \geq 0$ ve $(A_i')^2 + (A_i'')^2 \geq 2A_i'A_i''$ olduğundan

$$\sum_{i=1}^{n} A_i')^2 + \sum_{i=1}^{n} (A_i'')^2 - \sum_{i=1}^{n} A_i'.A_i'' \geq 2A_i'A_i'' - A_i'A_i'' \geq A_i'A_i''$$

yazılır ve sonuç olarak $\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$ elde edilir.

ii. $\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{S}_7(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$ olduğu toplama ve çarpma işlemlerinin değişme özelliklerinden dolayı açıktır.

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$ ise $A_i' = A_i''$(i=1,2,….,n) olduğundan

$$\bar{S}_7(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i'A_i'}{\sum_{i=1}^{n}(A_i')^2 + \sum_{i=1}^{n}(A_i')^2 - \sum_{i=1}^{n} A_i'A_i'} = 1$$

elde edilir.

$\bar{S}_8(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ve $\bar{S}_9(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ için de benzer şekilde ispat yapılabilir.

Örnek 3.2.3.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$
ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.4,0.5); 0.5,0.4,0.6,0.8>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının belirsizliğe bağlı vektörleri $A(\bar{a}_1) = (0.0075,0.0033, 0.0208,0.0408)$ ve $A(\bar{a}_2) = (0.0208,0.0133, 0.0300,0.0533)$

olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_7(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 7. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_7(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(A'_i.A''_i)}{\sum_{i=1}^{n}(A'_i)^2+\sum_{i=1}^{n}(A''_i)^2-\sum_{i=1}^{n}(A'_i.A''_i)}$$

$$\bar{S}_7(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}(A'_i.A''_i)}{\sum_{i=1}^{4}(A'_i)^2+\sum_{i=1}^{4}(A''_i)^2-\sum_{i=1}^{4}(A'_i.A''_i)} = 0.8528$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_8(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 8. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_8(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{n}(A'_i.A''_i)}{\sum_{i=1}^{n}(A'_i)^2+\sum_{i=1}^{n}(A''_i)^2}$$

$$\bar{S}_8(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{2.\sum_{i=1}^{4}(A'_i.A''_i)}{\sum_{i=1}^{4}(A'_i)^2+\sum_{i=1}^{4}(A''_i)^2} = 0.9206$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_9(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen 9. benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_9(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(A'_i.A''_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(A'_i)^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(A''_i)^2}}$$

$$\bar{S}_9(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{\sum_{i=1}^{4}(A'_i.A''_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(A'_i)^2}.\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(A''_i)^2}} = 0.9771$$

dır.

3.3. NDYB-Sayılar üzerine mesafe ölçümleri

Bu bölümde NDYB-sayılar üzerine α-kesim, değer ve belirsizlik kavramları yardımı ile çeşitli mesafe ölçümleri tanımlandı ve bazı özellikleri incelendi.

3.3.1. NDYB-sayılar üzerine α-kesimine bağlı mesafe ölçümleri

Tanım 3.3.1.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \dots, w^n_{\bar{a}_i} >$(i=1,2) NDYB-sayılar ve α-kesimine bağlı $\bar{a}^\alpha_1$ve $\bar{a}^\alpha_2$ vektörlerinin $\overline{inta^\alpha_1}$ ve $\overline{inta^\alpha_2}$ ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$$\overline{inta^\alpha_1} = ([X'_1, X''_1], [X'_2, X''_2], \dots, [X'_n, X''_n])$$

$$= \left(\left[\int_0^{w^1_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^1_{\bar{a}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w^1_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^1_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^1_{\bar{a}} - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w^1_{\bar{a}}} \right) d\alpha \right], \right.$$

$$\left[\int_0^{w^2_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^2_{\bar{a}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w^2_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^2_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^2_{\bar{a}} - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w^2_{\bar{a}}} \right) d\alpha \right], \dots,$$

$$\left. \left[\int_0^{w^n_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^n_{\bar{a}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w^n_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^n_{\bar{a}}} \frac{(w^n_{\bar{a}} - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w^n_{\bar{a}}}) d\alpha \right] \right)$$

$$= \left(\left[\frac{(a_1 + b_1)w^1_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w^1_{\bar{a}}}{2} \right], \left[\frac{(a_1 + b_1)w^2_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w^2_{\bar{a}}}{2} \right], \dots \right.$$

$$\left. \left[\frac{(a_1 + b_1)w^n_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_1 + d_1)w^n_{\bar{a}}}{2} \right] \right)$$

ve

$$\overline{inta^\alpha_2} = ([Y'_1, Y''_1], [Y'_2, Y''_2], \dots, [Y'_n, Y''_n])$$

$$= \left(\left[\int_0^{w^1_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^1_{\bar{a}} - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w^1_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^1_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^1_{\bar{a}} - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w^1_{\bar{a}}} \right) d\alpha \right], \right.$$

$$\left[\int_0^{w^2_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^2_{\bar{a}} - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w^2_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^2_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^2_{\bar{a}} - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w^2_{\bar{a}}} \right) d\alpha \right], \dots,$$

$$\left. \left[\int_0^{w^n_{\bar{a}}} \left(\frac{(w^n_{\bar{a}} - \alpha)a_2 + \alpha b_2}{w^n_{\bar{a}}} \right) d\alpha , \int_0^{w^n_{\bar{a}}} \frac{(w^n_{\bar{a}} - \alpha)d_2 + \alpha c_2}{w^n_{\bar{a}}}) d\alpha \right] \right)$$

$$= \left(\left[\frac{(a_2 + b_2)w^1_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w^1_{\bar{a}}}{2} \right], \left[\frac{(a_2 + b_2)w^2_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w^2_{\bar{a}}}{2} \right], \dots \right.$$

$$\left. \left[\frac{(a_2 + b_2)w^n_{\bar{a}}}{2}, \frac{(c_2 + d_2)w^n_{\bar{a}}}{2} \right] \right)$$

olsun.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α-kesime bağlı $\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 1.genelleştirilmiş mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt[r]{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X_i' - Y_i')^r + (X_i'' - Y_i'')^r)}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir.

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|X_i' - Y_i'| + |X_i'' - Y_i''|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X_i' - Y_i')^2 + (X_i'' - Y_i'')^2)}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\{\frac{(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)}{2n}\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.3.1.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \ldots, w^n_{\bar{a}_i}$ >(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki α- kesime bağlı $\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 1. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

i. $0 \leq \bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{d}_{1_r}(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)=1$

iv. $\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq \bar{d}_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_3)+\bar{d}_{1_r}(\bar{a}_3, \bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.3.1.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.3,0.5); 0.3,0.2,0.5,0.7>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının α-kesimine bağlı $\bar{a}_1^{\alpha}$ ve $\bar{a}_2^{\alpha}$ vektörlerinin $\overline{\imath nta_1^{\alpha}}$ ve $\overline{\imath nta_2^{\alpha}}$ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$\overline{\imath nta_1^{\alpha}} = ([0.045,0.105], [0.030,0.070], [0.075,0.175], [0.105,0.245])$
$\overline{\imath nta_2^{\alpha}} = ([0.075,0.120], [0.050,0.080], [0.125,0.200], [0.175,0.280])$
olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)$$

$$\bar{d}_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)$$

$$= 0.0325$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X_i' - Y_i')^2 + (X_i'' - Y_i'')^2)}$$

$$\bar{d}_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}((X_i' - Y_i')^2 + (X_i'' - Y_i'')^2)}$$

$$= 0.0361$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki $\bar{d}_{1+\infty}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{1+\infty}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\{\frac{(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)}{2n}\}$$

$$\bar{d}_{1+\infty}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\{\frac{(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)}{8}\}$$

$$= 0{,}0137$$

dır.

3.3.2. NDYB-sayıların değerine bağlı mesafe ölçümleri

Tanım 3.3.2.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin değerleri sırası ile

$$V(\bar{a}_1) = (V_1', V_2', \dots, V_n')$$

$$= \left(\frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

ve

$$V(\bar{a}_2) = (V_1'', V_2'', \dots, V_n'')$$

$$= \left(\frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

şeklinde verilsin.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 2. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt[r]{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(V_i' - V_i'')^r}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir.

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|V_i' - V_i''|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(V_i' - V_i'')^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{2n}\right\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.3.2.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 2. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

i. $0 \leq \bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{d}_{2_r}(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)=1$

iv. $\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq \bar{d}_{2_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_3)+\bar{d}_{2_r}(\bar{a}_3, \bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.3.2.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.2,0.5,0.6); 0.3,0.2,0.5,0.7>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının değerine bağlı vektörleri sırasıyla $V(\bar{a}_1) = (0.0225,0.01, 0.0625,0.1225)$ ve $V(\bar{a}_2) = (0.0330,0.0146, 0.0916,0.1796)$ olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|V_i' - V_i''|)$$

$$\bar{d}_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|V_i' - V_i''|)$$

$$= 0.0126$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(V_i' - V_i'')^2}$$

$$\bar{d}_{2_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(V_i' - V_i'')^2}$$

$$= 0.0230$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{d}_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{2n}\right\}$$

$$\bar{d}_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{8}\right\}$$

$$= 0.0071$$

dır.

3.3.3. NDYB-sayıların belirsizliğine bağlı mesafe ölçümleri

Tanım 3.3.3.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin belirsizliği sırası ile

$$A(\bar{a}_1) = (A'_1, A'_2, \dots, A'_n)$$

$$= \left(\frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

ve

$$A(\bar{a}_2) = (A''_1, A''_2, \dots, A''_n)$$

$$= \left(\frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6}\right)$$

şeklinde tanımlansın.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ $(r \geq 1)$ ile gösterilen 3. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt[r]{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A'_i - A''_i)^r}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|A'_i - A''_i|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A'_i - A''_i)^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\left\{\frac{|A_i' - A_i''|}{2n}\right\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.3.3.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 3. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

i. $0 \leq \bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{d}_{3_r}(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)=1$

iv. $\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq \bar{d}_{3_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_3)+\bar{d}_{3_r}(\bar{a}_3, \bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.3.3.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.4,0.4); 0.3,0.2,0.5,0.7>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının belirsizliğe bağlı vektörleri

$A(\bar{a}_1) = (0.0075,0.0033, 0.0208,0.0408)$ ve
$A(\bar{a}_2) = (0.0060,0.0026, 0.0166,0.0326)$
olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ile gösterilen Hamming mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|A_i' - A_i''|)$$

$$\bar{d}_{3_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|A_i' - A_i''|)$$

$$= 0.0018$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A_i' - A_i'')^2}$$

$$\bar{d}_{3_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(A_i' - A_i'')^2}$$

$$= 0.0033$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe ölçümü

$$\bar{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\left\{\frac{|A_i' - A_i''|}{2n}\right\}$$

$$\bar{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = max\left\{\frac{|A_i' - A_i''|}{8}\right\}$$

$$= 0.0010$$

dır.

3.4. NDYB-Sayıların üzerine mesafe tabanlı benzerlik ölçümleri

3.4.1. NDYB-sayıların α-kesimine bağlı mesafe tabanlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.4.1.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \ldots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar ve α-kesimine bağlı $\bar{a}_1^\alpha$ ve $\bar{a}_2^\alpha$ vektörlerinin $\overline{inta_1^\alpha}$ ve $\overline{inta_2^\alpha}$ ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$$\overline{inta_1^\alpha} = ([X_1', X_1''], [X_2', X_2''], \ldots, [X_n', X_n''])$$

$$= \left(\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^1}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^1}\right)d\alpha\,, \int_0^{w_{\bar{a}}^1}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^1 - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\bar{a}}^1}\right)d\alpha\right],\right.$$

$$\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^2}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)a_1 + \alpha b_1}{w_{\bar{a}}^2}\right)d\alpha\,, \int_0^{w_{\bar{a}}^2}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^2 - \alpha)d_1 + \alpha c_1}{w_{\bar{a}}^2}\right)d\alpha\right], \ldots,$$

$$\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^n}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^n-\alpha)a_1+\alpha b_1}{w_{\bar{a}}^n}\right)d\alpha\,,\int_0^{w_{\bar{a}}^n}\frac{(w_{\bar{a}}^n-\alpha)a_1+\alpha b_1}{w_{\bar{a}}^n})d\alpha\right]\Bigg)$$

$$=\left(\left[\frac{(a_1+b_1)w_{\bar{a}}^1}{2},\frac{(c_1+d_1)w_{\bar{a}}^1}{2}\right],\left[\frac{(a_1+b_1)w_{\bar{a}}^2}{2},\frac{(c_1+d_1)w_{\bar{a}}^2}{2}\right],\ldots\right.$$

$$\left.\left[\frac{(a_1+b_1)w_{\bar{a}}^n}{2},\frac{(c_1+d_1)w_{\bar{a}}^n}{2}\right]\right)$$

ve

$\overline{\imath nta}_2^\alpha=([Y_1',Y_1''],[Y_2',Y_2''],\ldots,[Y_n',Y_n''])$

$$=\left(\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^1}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^1-\alpha)a_2+\alpha b_2}{w_{\bar{a}}^1}\right)d\alpha\,,\int_0^{w_{\bar{a}}^1}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^1-\alpha)d_2+\alpha c_2}{w_{\bar{a}}^1}\right)d\alpha\right],\right.$$

$$\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^2}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^2-\alpha)a_2+\alpha b_2}{w_{\bar{a}}^2}\right)d\alpha\,,\int_0^{w_{\bar{a}}^2}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^2-\alpha)d_2+\alpha c_2}{w_{\bar{a}}^2}\right)d\alpha\right],\ldots,$$

$$\left.\left[\int_0^{w_{\bar{a}}^n}\left(\frac{(w_{\bar{a}}^n-\alpha)a_2+\alpha b_2}{w_{\bar{a}}^n}\right)d\alpha\,,\int_0^{w_{\bar{a}}^n}\frac{(w_{\bar{a}}^n-\alpha)d_2+\alpha c_2}{w_{\bar{a}}^n})d\alpha\right]\right)$$

$$=\left(\left[\frac{(a_2+b_2)w_{\bar{a}}^1}{2},\frac{(c_2+d_2)w_{\bar{a}}^1}{2}\right],\left[\frac{(a_2+b_2)w_{\bar{a}}^2}{2},\frac{(c_2+d_2)w_{\bar{a}}^2}{2}\right],\ldots\right.$$

$$\left.\left[\frac{(a_2+b_2)w_{\bar{a}}^n}{2},\frac{(c_2+d_2)w_{\bar{a}}^n}{2}\right]\right)$$

olsun.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki mesafe tabanlı benzerlik ölçümü $\bar{S}_{1_r}^d(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=(\mathrm{r}\geq 1)$ ile gösterilen 1.genelleştirilmiş benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{1_r}^d(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=1-\sqrt[r]{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X_i'-Y_i')^r+(X_i''-Y_i'')^r)}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}_{1_1}^d(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{1_1}^d(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=1-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|X_i'-Y_i'|)+(|X_i''-Y_i''|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X_i' - Y_i')^2 + (X_i'' - Y_i'')^2)}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1+\infty}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{1+\infty}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - max\{\frac{(|X_i' - Y_i'|) + (|X_i'' - Y_i''|)}{2n}\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.4.1.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \ldots, w^n_{\bar{a}_i} >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2), (\mathrm{r} \geq 1)$ ile gösterilen 1. genelleştirilmiş benzerlik ölçümü

i. $0 \leq \bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1$

iv. $\bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq \bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_1, \bar{a}_3) + \bar{S}^d_{1_r}(\bar{a}_3, \bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.4.1.3. $\bar{a}_1 =< (0.2,0.4,0.6,0.8); 0.3,0.2,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.1,0.3,0.4,0.6); 0.2,0.4,0.5,0.7>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının α-kesimine bağlı $\bar{a}^\alpha_1$ ve $\bar{a}^\alpha_2$ vektörlerinin $\overline{inta^\alpha_1}$ ve $\overline{inta^\alpha_2}$ ile gösterilen integral değerleri sırası ile

$\overline{inta^\alpha_1} = ([0.09,0.06], [0.06,0.04], [0.15,0.10], [0.21,0.14])$

$\overline{inta^\alpha_2} = ([0.04,0.10], [0.08,0.20], [0.10,0.25], [0.14,0.35])$

olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$b ile gösterilen Hamming benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|X'_i - Y'_i|) + (|X''_i - Y''_i|)$$

$$\bar{S}^d_{1_1}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|X'_i - Y'_i|) + (|X''_i - Y''_i|)$$

$$= 0.9062$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((X'_i - Y'_i)^2 + (X''_i - Y''_i)^2)}$$

$$\bar{S}^d_{1_2}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}((X'_i - Y'_i)^2 + (X''_i - Y''_i)^2)}$$

$$= 0.8859$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ NDYB-sayıları arasındaki mesafe ölçümüne bağlı $\bar{S}^d_{1_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{1_{+\infty}}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - max\{\frac{(|X'_i - Y'_i|) + (|X''_i - Y''_i|)}{2n}\}$$

$$= 0.9650$$

dır.

3.4.2. NDYB-sayıların değerine bağlı mesafe tabanlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.4.2.1. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \ldots, w^n_{\bar{a}_i} >$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin değerleri sırası ile

$V(\bar{a}_1) = (V'_1, V'_2, \ldots, V'_n)$

$$= \left(\frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(a_1 + 2b_1 + 2c_1 + d_1)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6} \right)$$

ve

$V(\bar{a}_2) = (V_1'', V_2'', \dots, V_n'')$

$$= \left(\frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^1)^2}{6}, \frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^2)^2}{6}, \dots, \frac{(a_2 + 2b_2 + 2c_2 + d_2)(w_{\bar{a}}^n)^2}{6} \right)$$

şeklinde tanımlansın.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_{2_r}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 2. genelleştirilmiş mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{2_r}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt[r]{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (V_i' - V_i'')^r}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_{2_1}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{2_1}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (|V_i' - V_i''|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_{2_2}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{2_2}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (V_i' - V_i'')^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_{2_{+\infty}}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{2_{+\infty}}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{2n}\right\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.4.2.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w^1_{\bar{a}_i}, w^2_{\bar{a}_i}, \dots, w^n_{\bar{a}_i}$ >(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 2. genelleştirilmiş mesafe ölçümü

i. $0 \leq \bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = \bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_2,\bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)=1$

iv. $\bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \leq \bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_3)+\bar{S}^d_{2_r}(\bar{a}_3,\bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.4.2.3. $\bar{a}_1 =< (0.2,0.5,0.6,0.7); 0.3,0.1,0.5,0.7 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.3,0.5); 0.3,0.1,0.5,0.7$> NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının değerine bağlı vektörleri $V(\bar{a}_1) = (0.0465, 0.0051, 0.1291, 0.2531)$ ve $V(\bar{a}_2) = (0.0285, 0.0031, 0.0791, 0.1551)$ olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}^d_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|V_i' - V_i''|)$$

$$\bar{S}^d_{2_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|V_i' - V_i''|)$$

$$= 0.9790$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}^d_{2_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^d_{2_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(V_i' - V_i'')^2}$$

$$\bar{S}_{2_2}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(V_i' - V_i'')^2}$$

$$= 0.9873$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki değere bağlı $\bar{S}_{2+\infty}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{2+\infty}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{2n}\right\}$$

$$\bar{S}_{2+\infty}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|V_i' - V_i''|}{8}\right\}$$

$$= 0.9877$$

dır.

3.4.3. NDYB-sayıların belirsizliğine bağlı mesafe tabanlı benzerlik ölçümleri

Tanım 3.4.3.1. $\bar{a}_i = < (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayıları için $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$'nin belirsizliği sırası ile

$$A(\bar{a}_1) = (A_1', A_2', \dots, A_n')$$

$$= \left(\frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_a^1)^2}{6}, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_a^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_1 - a_1 + 2c_1 - 2b_1)(w_a^n)^2}{6}\right)$$

ve

$$A(\bar{a}_2) = (A_1'', A_2'', \dots, A_n'')$$

$$= \left(\frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_a^1)^2}{6}, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_a^2)^2}{6}, \dots, \frac{(d_2 - a_2 + 2c_2 - 2b_2)(w_a^n)^2}{6}\right)$$

şeklinde tanımlansın.

Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_{3_r}^d(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r $\geq$ 1) ile gösterilen 3. genelleştirilmiş mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt[r]{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A_i' - A_i'')^r}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada r'nin özel durumları için aşağıdaki ölçümler elde edilir;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_{3_1}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{3_1}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|A_i' - A_i''|)$$

şeklinde hesaplanır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_{3_2}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{3_2}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A_i' - A_i'')^2}$$

şeklinde hesaplanır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_{3_{+\infty}}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}_{3_{+\infty}}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|A_i' - A_i''|}{2n}\right\}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 3.4.3.2. $\bar{a}_i =< (a_i, b_i, c_i, d_i); w_{\bar{a}_i}^1, w_{\bar{a}_i}^2, \dots, w_{\bar{a}_i}^n >$(i=1,2) NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$ (r ≥ 1) ile gösterilen 3. genelleştirilmiş mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

i. $0 \leq \bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) \leq 1$

ii. $\bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2) = \bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_2, \bar{a}_1)$

iii. $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 \rightarrow \bar{S}_{3_r}^{d}(\bar{a}_1, \bar{a}_2)=1$

iv. $\bar{S}^{d}_{3_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) \leq \bar{S}^{d}_{3_r}(\bar{a}_1,\bar{a}_3) + \bar{S}^{d}_{3_r}(\bar{a}_3,\bar{a}_2)$

özelliklerini sağlar.

Örnek 3.4.3.3. $\bar{a}_1 =< (0.1,0.2,0.3,0.4); 0.3,0.2,0.4,0.8 >$ ve $\bar{a}_2 =< (0.2,0.3,0.4,0.8); 0.3,0.2,0.4,0.8>$ NDYB-sayılar olsun. Daha sonra, $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ sayılarının belirsizliğine bağlı vektörleri

$A(\bar{a}_1) = (0.0075,0.0033, 0.0133,0.0533)$
ve $A(\bar{a}_2) = (0.0120,0.0053, 0.0213,0.0853)$ olarak verilirse;

i. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}^{d}_{3_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Hamming mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^{d}_{3_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(|A'_i - A''_i|)$$

$$\bar{S}^{d}_{3_1}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(|A'_i - A''_i|)$$

$$= 0.9941$$

dır.

ii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}^{d}_{3_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Euclidean mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^{d}_{3_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(A'_i - A''_i)^2}$$

$$\bar{S}^{d}_{3_2}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - \sqrt{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{4}(A'_i - A''_i)^2}$$

$$= 0.9882$$

dır.

iii. $\bar{a}_1$ ve $\bar{a}_2$ arasındaki belirsizliğe bağlı $\bar{S}^{d}_{3_{+\infty}}(\bar{a}_1,\bar{a}_2)$ ile gösterilen Chebyshev mesafe tabanlı benzerlik ölçümü

$$\bar{S}^{d}_{3+\infty}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|A'_i - A''_i|}{2n}\right\}$$

$$\bar{S}^{d}_{3+\infty}(\bar{a}_1,\bar{a}_2) = 1 - max\left\{\frac{|A'_i - A''_i|}{8}\right\}$$

$$= 0.995$$

dır.

3.5. Uygulamalar

3.5.1. NDYB-sayılarda çok kriterli karar verme metodu I ve uygulaması

Bu alt bölümde tüm verilerin NDYB sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin ($\left(i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n\right)$ için x_i alternatifinin u_j kritere bağlı değerlendirilme problemlerinin) çözümü için benzerlik derecesi ve mesafe ölçümü kullanılarak bir algoritma verildi. Bu algoritmada yer alan değerlendirme tablosunun ve kriter ağırlıklarının NDYB-sayılar ile ifade edilmesi için Tablo 3.5.1.1 de verilen dilsel terimler kullanıldı.

Şimdi biz aşağıdaki algoritmayı verebiliriz;

Algoritma:

1. **Adım:** $i=1,2,...,m\ ve\ j=1,2,...,n$ için x_i alternatifinin u_j kritere bağlı olarak NDYB sayılar ile ifade edildiği çok kriterli karar verme problemlerinin bir $\left(x_{ij}\right)_{mxn}$ değerlendirme tablosunu Tablo 3.5.1.1 'e göre inşa et; (x_i alternatifinin u_j kritere bağlı tablodaki değeri ($x_{ij} = \left(a_{ij}, b_{ij,}c_{ij}, d_{ij}; w^1_{ij}, w^2_{ij}, \dots, w^n_{ij}\right)$ ile gösterilen NDYB sayıdır.)

Tablo 3.5.1.1. Değerlendirme matrisi için NDYB-Sayılarının dilsel değerleri

Dilsel terimler	Dilsel terimlerin NDYB-sayı karşılıkları
Çok Zayıf (ÇZ)	<(0.00,0.10,0.30,0.40);0.3,0.2,0.5,0.1>
Zayıf (Z)	<(0.10,0.20,0.30,0.40);0.2,0.1,0.4,0.5>
Orta Zayıf (OZ)	<(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3>
Kötü (K)	<(0.35,0.40,0.45,0.60);0.2,0.5,0.7,0.6>
Orta İyi (Oİ)	<(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6,0.3>
İyi (İ)	<(0.60,0.70,0.75,0.95);0.5,0.3,0.4,0.8>
Çok İyi (Çİ)	<(0.80,0.85,0.90,1.00);0.6,0.4,0.1,0.9>

2. **Adım:** $j=1,2,\dots,n$ için w_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ ağırlık vektörünü ver;

3. **Adım:** $w = (w_1 w_2, \dots, w_n)$ ağırlık vektörünü ve $\left(x_{ij}\right)_{mxn}$ değerlendirme tablosunu kullanarak $M_{ij} = w_j \times x_{ij}$, $\left(i=1,2,\dots,m\,;\ j=1,2,\dots,n\right)$ ile $(M_{ij})_{mxn}$ biçimindeki tabloyu oluştur;

4. **Adım:** (i=1,2,…,m) için x_i alternatifinin değerlendirme indeksi

$S_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} M_{ij}$(i=1,2,…,m) ‘yi hesapla;

5. **Adım :** S_i $\left(i=1,2,\dots,m\right)$ değeri ile pozitif ve negatif ideal arasındaki mesafe olan $\bar{d}_{1_r}(S_i, \bar{a}^+)$ ve $\bar{d}_{1_r}(S_i, \bar{a}^-)$ yi bul;

6. **Adım:** $S^i(x_i) = \frac{\bar{d}_{1_r}(S_i,\bar{a}^-)}{\bar{d}_{1_r}(S_i,\bar{a}^-)+\bar{d}_{1_r}(S_i,\bar{a}^+)}$’ ye göre x_i alternatiflerini sırala. Burada $S^i(x_i)$ değeri $0 \le S^i(x_i) \le 1$ aralığında değer alır ve $S^i(x_i) = 1$ ise ilgili alternatifin pozitif ideal çözüme, $S^i(x_i) = 0$ ise ilgili alternatifin neğatif ideal çözüme mutlak yakınlığını gösterir.

Örnek 3.5.1.2. ([62]’den ilham alınarak yapılmıştır.**)**
Bir şirketin insan kaynakları departmanı bir uzmanı işe almak istiyor. Belirli elemelerden sonra sona kalan 4 aday {x_1 ,x_2 , x_3 , x_4} arasından en uygun adayı seçmek için her adayı “u_1=duygusal kararlılık”, ”u_2=sözlü iletişim becerisi”, “u_3=eğitim deneyimi”, ”u_4=iş deneyimi” ve ”u_5=kişilik ve özgüven” olarak belirlenen 5 kritere göre değerlendirip ve geçmiş deneyimlerden yola çıkarak Tablo 3.5.1.1.’e göre NDYB-sayılar ile ifade edecektir. Şirketin insan kaynakları departmanı bu sonuçları kullanarak aşağıdaki algoritma ile en uygun adayı seçecektir.

1. Adım: Şirketin insan kaynakları departmanı 4 adayı değerlendirir ve bu değerlendirme sonuçlarını Tablo 3.5.1.1.’de ki dilsel terimleri kullanarak Tablo 3.5.1.2. ile gösterilen $(x_{ij})_{4x5}$ değerlendirme tablosunu inşa eder;

Tablo 3.5.1.2. Adaylar için değerlendirme tablosu

	u_1	u_2
x_1	$\langle(0.00,0.10,0.30,0.40);0.3,0.2,0.5,0.1\rangle$	$\langle(0.35,0.40,0.45,0.60);0.2,0.5,0.7,0.6\rangle$
x_2	$\langle(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6,0.3\rangle$	$\langle(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3\rangle$
x_3	$\langle(0.10,0.20,0.30,0.40);0.2,0.1,0.4,0.5\rangle$	$\langle(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6,0.3\rangle$
x_4	$\langle(0.00,0.10,0.30,0.40);0.3,0.2,0.5,0.1\rangle$	$\langle(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3\rangle$

	u_3	u_4
x_1	$\langle(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3\rangle$	$\langle(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3\rangle$
x_2	$\langle(0.80,0.85,0.90,1.00);0.6,0.4,0.1,0.9\rangle$	$\langle(0.80,0.85,0.90,1.00);0.6,0.4,0.1,0.9\rangle$
x_3	$\langle(0.60,0.70,0.75,0.95);0.5,0.3,0.4,0.8\rangle$	$\langle(0.10,0.20,0.30,0.40);0.2,0.1,0.4,0.5\rangle$
x_4	$\langle(0.60,0.70,0.75,0.95);0.5,0.3,0.4,0.8\rangle$	$\langle(0.20,0.30,0.40,0.45);0.1,0.4,0.2,0.3\rangle$

	u_5
x_1	$\langle(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6,0.3\rangle$
x_2	$\langle(0.60,0.70,0.75,0.95);0.5,0.3,0.4,0.\rangle$
x_3	$\langle(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6,0.3\rangle$
x_4	$\langle(0.45,0.50,0.55,0.60);0.4,0.2,0.6.0,3\rangle$

2. Adım: $j=1,2,3,4,5$ için w_j, u_j kriterinin ağırlığını göstermek üzere $w=(0.1,0,2,0.4,0.1,0,2)$ ağırlık vektörü verildi.

3. Adım: $w=(0.1,0,2,0.4,0.1,0,2)$ ağırlık vektörünü ve $\left(x_{ij}\right)_{mxn}$ değerlendirme tablosunu kullanarak $M_{ij} = w_j \text{x} x_{ij}, (i = 1,2,3,4; j = 1,2,3,4,5)$ ile Tablo 3.5.1.3' deki $(M_{ij})_{4x5}$ tablosu oluşturuldu.

Tablo 3.5.1.3. $M_{ij} = w_j \mathrm{x} x_{ij}, (i = 1,2,3,4; j = 1,2,3,4,5)$ tablosu

	u_1	u_2
x_1	⟨(0.00,0.01,0.03,0.04); 0.035,0.022,0.067,0.010⟩	⟨(0.07,0.08,0.09,0.120); 0.043,0.129,0.214,0.167⟩
x_2	⟨(0.045,0.05,0.055,0.06); 0.049,0.022,0.087,0.035⟩	⟨(0.04,0.06,0.08,0.09); 0.020,0.097,0.043,0.068⟩
x_3	⟨(0.01,0.02,0.03,0.04); 0.022,0.010,0.049,0.067⟩	⟨(0.09,0.10,0.11,0.12); 0.097,0.043,0.167,0.068⟩
x_4	⟨(0.00,0.01,0.03,0.04); 0.035,0.022,0.067,0.010⟩	⟨(0.04,0.06,0.08,0.09); 0.020,0.097,0.043,0.068⟩

	u_3	u_4
x_1	⟨(0.08,0.12,0.16,0.18); 0.041,0.184,0.085,0.133⟩	⟨(0.02,0.03,0.04,0.045); 0.010,0.049,0.022,0.035⟩
x_2	⟨(0.32,0.34,0.36,0.40); 0.306,0.184,0.041,0.601⟩	⟨(0.08,0.085,0.09,0.1); 0.087,0.049,0.010,0.205⟩
x_3	⟨(0.24,0.28,0.30,0.38); 0.242,0.133,0.184,0.474⟩	⟨(0.01,0.02,0.03,0.04); 0.022,0.010,0.049,0.067⟩
x_4	⟨(0.24,0.28,0.30,0.38); 0.242,0.133,0.184,0.474⟩	⟨(0.02,0.03,0.04,0.045); 0.010,0.049,0.022,0.035⟩

	u_5
x_1	⟨(0.09,0.10,0.11,0.12); 0.097,0.043,0.167,0.068⟩
x_2	⟨(0.12,0.14,0.15,0.19); 0.129,0.068,0.097,0.275⟩
x_3	⟨(0.09,0.10,0.11,0.12); 0.097,0.043,0.167,0.068⟩
x_4	⟨(0.09,0.10,0.11,0.12); 0.097,0.043,0.167,0.068⟩

4.Adım: $i = 1,2,3,4$ için x_i alternatifinin değerlendirme

indeksi

$$S_i = \frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} M_{ij}(\mathrm{i}=1,2,3,4)$$

$S_1 =<$ (0.0520,0.0680,0.0860,0.1010);0.8194,0.8370,0.8428,0.8335>

$S_2 =<$ (0.1210,0.1350,0.1470,0.1680);0.8614,0.8370,0.8194,0.9204>

$S_3 =<$ (0.0880,0.1040,0.1160,0.1400);0.8484,0.8266,0.8370,0.8949>

$S_4 =<$ (0.0780,0.0960,0.1120,0.1350);0.8484,0.8266,0.8370,0.8949>

olarak hesaplandı.

5.Adım: S_i $(i = 1,2,\ldots,4)$ değeri ile pozitif ideali $\bar{a}^{+} =< 1,1,1,1; 1,1,1,1 >$ ve negatif ideali $\bar{a}^{-} =< 0,0,0,0; 0,0,0,0 >$ arasındaki mesafe sırası ile

$\bar{d}_{1_1}(S_i, \bar{a}^+)$ ve $\bar{d}_{1_1}(S_i, \bar{a}^-)$ mesafeleri;

$\bar{d}_{1_1}(S_1, \bar{a}^+) = 0.9361$ $\bar{d}_{1_1}(S_1, \bar{a}^-) = 0.0639$

$\bar{d}_{1_1}(S_2, \bar{a}^+) = 0.8773$ $\bar{d}_{1_1}(S_2, \bar{a}^-) = 0.1227$

$\bar{d}_{1_1}(S_3, \bar{a}^+) = 0.9046$ $\bar{d}_{1_1}(S_3, \bar{a}^-) = 0.0954$

$\bar{d}_{1_1}(S_4, \bar{a}^+) = 0.9104$ $\bar{d}_{1_1}(S_4, \bar{a}^-) = 0.0896$

$\bar{d}_{2_1}(S_i, \bar{a}^+)$ ve $\bar{d}_{2_1}(S_i, \bar{a}^-)$ mesafeleri;

$\bar{d}_{2_1}(S_1, \bar{a}^+) = 0.4733$ $\bar{d}_{2_1}(S_1, \bar{a}^-) = 0.0267$

$\bar{d}_{2_1}(S_2, \bar{a}^+) = 0.4474$ $\bar{d}_{2_1}(S_2, \bar{a}^-) = 0.0526$

$\bar{d}_{2_1}(S_3, \bar{a}^+) = 0.4596$ $\bar{d}_{2_1}(S_3, \bar{a}^-) = 0.0404$

$\bar{d}_{2_1}(S_4, \bar{a}^+) = 0.4619$ $\bar{d}_{2_1}(S_4, \bar{a}^-) = 0.0381$

$\bar{d}_{3_1}(S_i, \bar{a}^+)$ ve $\bar{d}_{3_1}(S_i, \bar{a}^-)$ mesafeleri;

$\bar{d}_{3_1}(S_1, \bar{a}^+) = 0.4951$ $\bar{d}_{3_1}(S_1, \bar{a}^-) = 0.0049$

$\bar{d}_{3_1}(S_2, \bar{a}^+) = 0.4956$ $\bar{d}_{3_1}(S_2, \bar{a}^-) = 0.0044$

$\bar{d}_{3_1}(S_3, \bar{a}^+) = 0.4954$ $\bar{d}_{3_1}(S_3, \bar{a}^-) = 0.0046$

$\bar{d}_{3_1}(S_4, \bar{a}^+) = 0.4946$ $\bar{d}_{3_1}(S_4, \bar{a}^-) = 0.0054$

olarak hesaplandı.

6.Adım: $S^1(x_1) = 0.0639$, $S^1(x_2) = 0.1227$,$S^1(x_3) = 0.0954$ ve $S^1(x_4) = 0.0896$ olarak hesaplandı. Bu değerler büyükten küçüğe doğru sıralandığında alternatiflerin önem sırasının $S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$ buradan $(x_2) > (x_3) > (x_4) > (x_1)$ olur. Sonuç olarak, x_2 numaralı aday uzmanlık için en iyi tercihtir.

Eğer r parametresi 1'den farklı bir değer alırsa sıralama Tablo 3.5.1.4.'deki gibi olur.

Tablo 3.5.1.4. Örnek 3.5.1.2' nin r 'nin farklı değerleri için karşılaştırılması

$\bar{d}_{1_r}$	Sıralama	En iyi alternatif	En kötü alternatif
r=0,5	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=1,5	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=2	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=2,5	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=3	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=3,5	$S^1(x_2) > S^1(x_3) > S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=4	$S^1(x_2) > S^1(x_3) = S^1(x_4) > S^1(x_1)$	x_2	x_1
r=4,5	$S^1(x_2) > S^1(x_1) = S^1(x_3) = S^1(x_4)$	x_2	$x_1,\ x_3, x_4$
r=5	$S^1(x_2) > S^1(x_1) = S^1(x_3) = S^1(x_4)$	x_2	$x_1,\ x_3, x_4$

Daha sonra bu sayıların değerleri arasındaki mesafeye bağlı skorları;

$S^2(x_1) = 0.0533, S^2(x_2) = 0.1052,\ S^2(x_3) = 0.0808$ ve $S^2(x_4) = 0.0761$ olarak hesaplandı. Bu değerler büyükten küçüğe doğru sıralandığında alternatiflerin önem sırasının $S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$ Buradan $(x_2) > (x_3) > (x_4) > (x_1)$ olur. Sonuç olarak, x_2 numaralı aday uzmanlık için en iyi tercihtir.

Tablo 3.5.1.5. Örnek 3.5.1.2' nin r 'nin farklı değerleri için karşılaştırılması

$\bar{d}_{2_r}$	Sıralama	En iyi alternatif	En kötü alternatif
r=0,5	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=1,5	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=2	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=2,5	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=3	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=3,5	$S^2(x_2) > S^2(x_3) = S^2(x_4) > S^2(x_1)$	x_2	x_1
r=4	$S^2(x_2) > S^2(x_3) > S^2(x_1) = S^2(x_4)$	x_2	x_1, x_4
r=4,5	$S^2(x_2) > S^2(x_1) = S^2(x_3) = S^2(x_4)$	x_2	$x_1,\ x_3, x_4$
r=5	$S^2(x_2) > S^2(x_1) = S^2(x_3) = S^2(x_4)$	x_2	$x_1,\ x_3, x_4$

Daha sonra bu sayıların belirsizlikleri arasındaki mesafeye bağlı skorları;

$S^3(x_1) = 0.0098$, $S^3(x_2) = 0.0088$, $S^3(x_3) = 0.0092$ ve $S^3(x_4) = 0.0108$ olarak hesaplandı. Bu değerler büyükten küçüğe doğru sıralandığında alternatiflerin önem sırasının $S^3(x_4) > S^3(x_1) > S^3(x_3) > S^3(x_2)$ Buradan $(x_2) > (x_3) > (x_1) > (x_4)$ olur. Sonuç olarak, x_2 numaralı aday uzmanlık için en iyi tercihtir.

3.5.2. NDYB-sayılarda çok kriterli karar verme metodu II ve uygulaması

Bu alt bölümde, Rajarajeswari ve Uma [28,29]'dan esinlenerek, NDYB-sayılarda verilen benzerlik ölçümlerinin tıbbi teşhiste nasıl uygulanacağı ile ilgili bir uygulaması verildi. İleri sürülen benzerlik ölçümlerini, semptomlara bağlı olarak hastaların verilerini ve bazı hastalıkların semptomlara bağlı olarak oluşturulan verilerini ilişkilendirerek hastalık teşhisinde bulunmak için kullanacağız.

Bunun için; $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ hastaların kümesi, $\{\mathrm{D}_1, \mathrm{D}_2,, \dots, \mathrm{D}_\mathrm{m}\}$ hastalıkların kümesi ve $S = \{\mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2, \dots,, \mathrm{S}_\mathrm{p}\}$ semptomların kümesi olsun.

Şimdi biz aşağıdaki algoritmayı verebiliriz;

Algoritma:

1. Adım: Hasta ve Semptomları arasındaki $\left(x_{ij}\right)_{nxp}$ değerlendirme tablosunu ver; (P_i hastasının S_j semptomuna bağlı tablodaki değeri

($x_{ij} = (a_{ij}, b_{ij,} c_{ij}, d_{ij}; w_{ij}^1, w_{ij}^2, \dots, w_{ij}^n$) ile gösterilen NDYB sayıdır.)

2. Adım: Hastalık ve Semptomları arasındaki $\left(n_{kj}\right)_{mxp}$ değerlendirme tablosunu ver; (D_k hastalığın S_j semptomuna bağlı tablodaki değeri

($n_{kj} = (a_{kj}, b_{kj,} c_{kj}, d_{kj}; w_{kj}^1, w_{kj}^2, \dots, w_{kj}^n$)ile gösterilen NDYB-sayıdır.)

3. Adım: $\bar{S}_{ik} = \bar{S}(P_i, D_k) = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} \bar{S}\left(x_{ij} - n_{jk}\right)$ $(i = 1,2, \dots, n,\ j = 1,2, \dots, p, k = 1,2, \dots, m)$

4. Adım: Olası hastalıkları sırala.

Örnek 3.5.2.1. Kabul edelim ki $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ hastaların kümesi,
$\mathrm{D} = \{\mathrm{D}_1 = \text{Tansiyon}, \mathrm{D}_2 = \text{Bronşit}, \mathrm{D}_3 = \text{Romatizma}, \mathrm{D}_4 = \text{şeker hastalığı}\}$ hastalıkların kümesi ve $S = \{\mathrm{S}_1 = \text{Terleme}, \mathrm{S}_2 = \text{Kalp ağrısı}, \mathrm{S}_3 = \text{Kemik ağrısı}, \mathrm{S}_4 = \text{Acıkma hissi}\}$ semptomların kümesi olsun.

1. Adım: P_i(i=1,2,3,4) hastasına gün içinde 4 defa (08:00, 12:00, 16:00, 20:00) ilaç verilip daha sonra tahlil yapıldıktan sonra elde edilen sonuçlarına göre P_i(i=1,2,3,4) hastası ile S_j(j=1,2,3,4) semptomlarıarasındaki veriler bir hekim tarafından **Tablo 3.5.2.1.** deki gibi $\left(x_{kj}\right)_{4x4}$ ler NDYB sayılar ile verilsin.

Tablo 3.5.2.1. Hasta ve Semptomları arasındaki durumlar

x_{ij}	S_1	S_2
P_1	<(0.0,0.1,0.2,0.3);0.3,0.2,0.5,0.4>	<(0.2,0.3,0.6,0.8);0.3,0.1,0.4,0.7>
P_2	<(0.4,0.5,0.5,0.7);0.1,0.4,0.3,0.6>	<(0.3,0.5,0.5,0.6);0.4,0.5,0.6,0.7>
P_3	<(0.2,0.4,0.5,0.6);0.6,0.4,0.5,0.9>	<(0.1,0.2,0.3,0.5);0.1,0.2,0.4,0.6>
P_4	<(0.3,0.4,0.5,0.6);0.3,0.2,0.6,0.7>	<(0.2,0.4,0.4,0.6);0.8,0.2,0.5,0.4>

	S_3	S_4
P_1	<(0.3,0.4,0.5,0.6);0.2,0.5,0.3,0.6>	<(0.1,0.1,0.4,0.7);0.4,0.2,0.7,0.6>
P_2	<(0.5,0.7,0.9,1.0);0.3,0.7,0.5,0.4>	<(0.3,0.5,0.5,0.8)9;0.3,0.1,0.5,0.7>
P_3	<(0.3,0.5,0.7,0.9);0.7,0.2,0.5,0.6>	<(0.2,0.4,0.5,0.7);0.2,0.6,0.5,0.4>
P_4	<(0.1,0.4,0.5,0.7);0.8,0.4,0.5,0.7>	<(0.1,0.3,0.3,0.6);0.5,0.8,0.3,0.4>

2. Adım: D_k(k=1,2,3,4) hastalıklarının S_j(j=1,2,3,4) semptomlarına bağlı değerleri önceki hastalardan yola çıkarak ile **Tablo 3.5.2.2.** $\left(n_{kj}\right)_{4x4}$ ler NDYB-sayılar ile verilsin.

Tablo 3.5.2.2. Hastalık ile Semptomları Arasındaki Durumlar

n_{kj}	D_1	D_2
S_1	<(0.5,0.6,0.7,0.8);0.1,0.1,0.1,0.1>	<(0.3,0.4,0.5,0.7);0.6,0.6,0.6,0.6>
S_2	<(0.3,0.5,0.6,0.7);0.3,0.3.0.3,0.3>	<(0.2,0.4,0.5,0.6);0.5,0.5,0.5,0.5>
S_3	<(0.2,0.5,0.6,0.6);0.4,0.4,0.4,0.4>	<(0.2,0.5,0.6,0.9);0.4,0.4,0.4,0.4>
S_4	<(0.4,0.6,0.7,0.7);0.2,0.2,0.2,0.2>	<(0.4,0.7,0.8,0.9);0.7,0.7,0.7,0.7>

	D_3	D_4
S_1	<(0.1,0.2,0.5,0.8);0.3,0.3,0.3,0.3>	<(0.1,0.3,0.5,0.6);0.9,0.9,0.9,0.9>
S_2	<(0.3,0.4,0.6,0.8);0.4,0.4,0.4,0.4>	<(0.2,0.4,0.5,0.6);0.3,0.3,0.3,0.3>
S_3	<(0.2,0.3,0.5,0.7);0.6,0.6,0.6,0.6>	<(0.2,0.3,0.7,0.8);0.5,0.5,0.5,0.5>
S_4	<(0.3,0.4,0.7,0.8);0.8,0.8,0.8,0.8>	<(0.5,0.6,0.7,1.0);0.4,0.4,0.4,0.4>

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_1(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.3.** elde edildi.

Tablo 3.5.2.3. : P_i ve D_k için $\bar{S}_1(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_1(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	**0.7207**	0.5608	0.6457	0.5513	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$
P_2	0.5599	**0.7161**	0.7142	0.6829	$D_2 > D_3 > D_4 > D_2$
P_3	0.5709	0.6833	0.6309	**0.8022**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$
P_4	0.6577	0.7376	0.7152	**0.7503**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 tansiyon hastası, P_2 bronşit, P_3 şeker hastası, P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_2(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.4.** de ki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.4. : P_i ve D_k için $\bar{S}_2(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_2(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	**0.8334**	0.6862	0.7782	0.6821	$D_1 > D_3 > D_2 > D_4$
P_2	0.7055	**0.8273**	0.8257	0.8080	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
P_3	0.7086	0.8000	0.7670	**0.8896**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$
P_4	0.7733	0.8348	0.8209	**0.8532**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 tansiyon, P_2bronşit, P_3 şeker hastası ve P_4 şeker hastası olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_3(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.5.** de ki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.5. : P_i ve D_k için $\bar{S}_3(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_3(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.8697	0.8826	**0.9062**	0.8888	$D_3 > D_4 > D_2 > D_1$
P_2	**0.9228**	0.9187	0.8970	0.9055	$D_1 > D_2 > D_4 > D_3$
P_3	0.9147	**0.9204**	0.9135	0.9155	$D_2 > D_4 > D_1 > D_3$
P_4	0.9232	**0.9272**	0.9169	0.9216	$D_2 > D_1 > D_4 > D_3$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 romatizma, P_2 tansiyon, P_3 bronşit ve P_4 bronşit olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_4(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.6.** deki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.6. : P_i ve D_k için $\bar{S}_4(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri(i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_4(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.3823	0.4099	**0.5125**	0.4268	$D_3 > D_4 > D_2 > D_1$
P_2	0.2237	**0.5094**	0.4752	0.4282	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
P_3	0.3135	0.4731	0.4184	**0.6394**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$
P_4	0.2572	**0.5170**	0.4545	0.5111	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 romatizma, P_2 bronşit, P_3 şeker hastası ve P_4 bronşit olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_5(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.7.** deki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.7. : P_i ve D_k için $\bar{S}_5(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_5(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.5353	0.5455	**0.6622**	0.5437	$D_3 > D_2 > D_4 > D_1$
P_2	0.3460	**0.6623**	0.6299	0.5826	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
P_3	0.4391	0.6292	0.5604	**0.7768**	$D_4 > D_2 > D_3 > D_1$
P_4	0.3824	**0.6712**	0.5966	0.6547	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 romatizma, P_2 bronşit, P_3 şeker hastası ve P_4 bronşit olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_6(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.8.** da ki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.8. : P_i ve D_k için $\bar{S}_6(P_i, D_k)$ Benzerlik Ölçümleri (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_6(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.8092	0.8092	0.8092	**0.8116**	$D_4 > D_1 = D_2 = D_3$
P_2	**0.8262**	**0.8262**	**0.8262**	0.8168	$D_1 = D_2 = D_3 > D_4$
P_3	**0.8237**	**0.8237**	**0.8237**	0.8165	$D_1 = D_2 = D_3 > D_4$
P_4	**0.8279**	0.8162	0.8162	0.7450	$D_1 > D_2 = D_3 > D_4$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 şeker hastası, P_2 ve P_3 tansiyon, bronşit, romatizma ve P_4 tansiyon olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_7(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.9.** da ki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.9. : P_i ve D_k için $\bar{S}_7(P_i, D_k)$ Benzerlik ölçümü(i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_7(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.4040	**0.5354**	0.4776	0.2114	$D_2 > D_3 > D_1 > D_2$
P_2	0.5272	0.4830	**0.5300**	0.4927	$D_3 > D_1 > D_4 > D_2$
P_3	0.4756	**0.5506**	0.4935	0.5504	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
P_4	0.5150	0.5463	**0.5734**	0.4790	$D_3 > D_2 > D_1 > D_4$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 şeker hastası, P_2 ve P_3 tansiyon, bronşit, romatizma ve P_4 tansiyon olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_8(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.10.** de ki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.10. : P_i ve D_k için $\bar{S}_8(P_i, D_k)$ Benzerlik ölçümü (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_8(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	0.3127	**0.6846**	0.6363	0.3389	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$
P_2	0.4157	0.6278	**0.6561**	0.6132	$D_3 > D_2 > D_4 > D_1$
P_3	0.3113	**0.7064**	0.6386	0.6945	$D_2 > D_4 > D_3 > D_1$
P_4	0.3022	**0.7040**	0.7033	0.6138	$D_2 > D_3 > D_4 > D_1$

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 bronşit, P_2 romatizma, P_3 bronşit ve P_4 bronşit olduğu görülür.

Tablo 3.5.2.1. ve **Tablo 3.5.2.2.** de verilen değerler için $\bar{S}_9(P_i, D_k)$ benzerlik ölçümü ile **Tablo 3.5.2.11.** deki sonuçlar elde edildi.

Tablo 3.5.2.11. : P_i ve D_k için $\bar{S}_9(P_i, D_k)$ Benzerlik ölçümü (i=1,2,3,4 ve k=1,2,3,4)

$\bar{S}_9(P_i, D_k)$	D_1	D_2	D_3	D_4	Sıralama sırası
P_1	**0.8092**	**0.8092**	**0.8092**	**0.8092**	$D_1 = D_2 = D_3$=D_4
P_2	**0.8262**	**0.8262**	**0.8262**	**0.8262**	$D_1 = D_2 = D_3$=D_4
P_3	0.8297	**0.8737**	0.8237	0.8237	$D_2 > D_1 > D_3$=D_4
P_4	**0.8162**	**0.8162**	**0.8162**	**0.8162**	$D_1 = D_2 = D_3$=D_4

Burada açık olarak uygulanan benzerlik ölçümü sonuçlarına göre P_1 , P_2 ve P_4 nin tüm hastalıklara, P_3 bronşit olduğu görülür.

4. SONUÇ ve YORUM

Bu çalışmada yapılacak olan tanım ve metotları inşa etmek için başta literatürde var olan bulanık kümeler, bulanık sayılar, N-değerli bulanık kümeler ve N-değerli yamuksal bulanık sayıların (NDYB-sayıların) bazı temel tanımları ve işlemleri sunuldu. İkinci olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri tanımlandı ve bazı özellikleri incelendi. Üçüncü olarak, α-kesim kümelerine bağlı olarak NDYB-sayıların değer ve belirsizlik kavramları verildi. Dördüncü olarak, NDYB-sayıların α-kesim kümeleri, değer ve belirsizlik kavramları kullanılarak bazı benzerlik ve mesafe ölçümleri sunuldu. Beşinci olarak, tanımlanan mesafe ölçümlerine bağlı olarak bir çok kriterli karar verme metodu geliştirildi. Son olarak, NDYB-sayılarda bir çok kriterli karar verme problemi ve bir tıbbi teşhis problemi çözüldü.

NDYB-sayılar üzerinde inşa edilen mesafe ve benzerlik ölçümleri, mesafe tabanlı benzerlik ölçümleri bir çok kriterli karar verme problemlerinde ve gelecek zamanda belirsizlik içeren ve tam bilgi içermeyen konuları modellemek ve bu olaylarla ilğili karar vermek için günlük yaşantımızda bir çok alanda uygulanabilir. Örneğin; yapısı gereği belirsiz ifadeler içeren bilgisayar bilimi, karar verme problemleri, işletme, iktisat, ekonomi ve tıp problemleri üzerinde çalışmalar yapılabilir.

5. KAYNAKLAR

[1] Abbasbandy, S., Amirfakhrian, M., 2006. The nearest trapezoidal form of a generalized left right fuzzy number. International Journal of Approximate Reasoning 43(2), 166-178.

[2] Alim, A., Johora, FT., Babu, S., Sultana, A., 2015. Elementary operations on L-R fuzzy number. Advances in Pure Mathematics 5(03), 131-136.

[3] Apostolos, S., 2012. On generalized fuzzy multisets and their use in computation. Iranian Journal of Fuzzy Systems 9(2), 113-125.

[4] Atanassov, K., 1986. Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems 20(1), 87-96.

[5] Atanassov, K., Gargov, G., 1989. Interval valued intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems 31(3), 343-349.

[6] Ban, A., 2008. Approximation of fuzzy numbers by trapezoidal fuzzy numbers preserving the expected interval. Fuzzy Sets and Systems 159(11), 1327-1344.

[7] Ban, A., Brândaş, A., Coroianua, L., Negruţiu, C., Nica, O., 2011. Approximations of fuzzy numbers by trapezoidal fuzzy numbers preserving the ambiguity and value. Computers and Mathematics with Applications 61(5), 1379–1401.

[8] Beg, I., Ashraf, S., 2009. Similarity measures for fuzzy sets. Appl. and Comput. Math., 8(2), 192-202.

[9] Chakraborty, D., Guha, D., 2010. Addition of two generalized fuzzy numbers. Int. J. Industrial Mathematics 2(1), 9-20.

[10] Chanas, S., 2001. On the interval approximation of a fuzzy number. Fuzzy Sets and Systems 122(2), 353-356.

[11] Chen, Y., Li, B., 2011. Dynamic multi-attribute decision making model based on triangular intuitionistic fuzzy numbers. Scientia Iranica 18(2), 268-274.

[12] Çağman, N., Deli, I., 2012. Means of FP-Soft Sets and their Applications. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics 41(5), 615-625.

[13] Çağman, N., Deli, I., 2012. Products of FP-Soft Sets and their Applications. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics 41(3), 365 -374.

[14] Dubois, D., Prade, H., 1987. The mean value of a fuzzy number. Fuzzy Sets and Systems 24(3), 279-300.

[15] Dubois, D., Prade, H., 1978. Operations on fuzzy numbers, Internat. J. Syst. Sci. 9, 613–626.

[16] Grzegorzewski, P., 2002. Nearest interval approximation of a fuzzy number. Fuzzy Sets and Systems 130(3), 321–330.

[17] Heilpern, S., 1992. The expected value of a fuzzy number. Fuzzy Sets and Systems 47(1), 81-86.

[18] Kaufmann, A., Gupta, MM., 1988. Fuzzy mathematical models in engineering and management science. Elsevier Science Inc. New York, USA ISBN:0444705015

[19] Kumar, A., Singh, P., Kaur, P., Kaur, A., 2011. A new approach for ranking of L-R type generalized fuzzy numbers. Expert Systems with Applications 38(9), 10906-10910.

[20] Li, D.F., Nan, J.X., Zhang, M.J., 2010. A ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and application to decision making. International Journal of Computational Intelligence Systems 3(5), 522-530.

[21] Li, D.F., 2014. Decision and Game Theory in Management with Intuitionistic Fuzzy Sets. Studies in Fuzziness and Soft Computing 308, 14-24.

[22] Meng, Y., Zhou, Q., Jiao, J., Zheng, J., Gao, D., 2015. The ordered weighted geometric averaging algorithm to multiple attribute decision making within triangular fuzzy numbers based on the mean area measurement method1. Applied Mathematical Sciences 9(43), 2147–2151.

[23] Miyamoto, S., 2001. Fuzzy multisets and their generalizations. Multiset processing, Lecture notes in computer science 2235, 225–235.

[24] Miyamoto, S., 2004. Data structure and operations for fuzzy multisets. Transactions on rough sets II, Lecture notes in computer science 3135, 189–200.

[25] Muthuraj, R., Balamurugan, S., 2013. Multi-Fuzzy Group and its Level Subgroups. Gen. Math. Notes 17(1), 74-81.

[26] Nehi, H.M., 2010. A New Ranking Method for Intuitionistic Fuzzy Numbers. International Journal of Fuzzy Systems 12(1), 80-86.

[27] Peng, JJ., Wang, JQ., Wang, J., Yang, LJ., Chen, XH., 2015. Anextension of ELECTRE to multi-criteria decision-making problems with multi-hesitant fuzzy sets. Information Sciences 307, 113–126.

[28] Rajarajeswari, P., Uma, N., 2014. Zhang and Fu's similarity measure on intuitionistic fuzzy multi sets. International Journal of Innovative Research in Science. Engineering and Technology 3(5), 12309-12317.

[29] Rajarajeswari, P., Uma, N., 2014. Correlation measure for intuitionistic fuzzy multi-sets. International Journal of Research in Engineering and Technology 3(1), 611-617.

[30] Ramakrishnan, T.V., Sebastian, S., 2010. A Study On Multi-Fuzzy Sets. International Journal of Applied Mathematics 23(4), 713-721.

[31] Rezvani, S., 2015. Ranking generalized exponential trapezoidal fuzzy numbers based on variance. Applied Mathematics and Computation 262, 191–198.

[32] Roseline, S., Amirtharaj, S., 2014. Generalized fuzzy hungarian method for generalized trapezoidal fuzzy transportation problem with ranking of generalized fuzzy numbers. Int. J. Appl .Math. Stat Sci., 1(3), 5–12.

[33] Roseline, S., Amirtharaj, S., 2015. Improved ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers. Int. J. Innov. Res. Sci. Eng. Technol., 4(7), 6106–6113.

[34] Ruan, J., Shi, P., Lim, CC., Wang, X., 2015. Relief supplies allocation and optimization by interval and fuzzy number approaches. Information Sciences 303, 15-32.

[35] Saeidifar, A., 2015. Possibilistic characteristic functions. Fuzzy Information and Engineering 7(1), 61–72.

[36] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2010. Multi-fuzzy sets. International Mathematical Forum 5(50), 2471-2476.

[37] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2011. Multi-fuzzy Sets: An Extension of Fuzzy Sets, Fuzzy Information Engineering 3(1), 35-43.

[38] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2011. Multi-Fuzzy Extensions Of Functions. Advances in Adaptive Data Analysis 3(3), 339–350.

[39] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2011. Multi-fuzzy extension of crisp functions using bridge function. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics 2(1), 1- 8.

[40] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2011. Multi-Fuzzy Topology. International Journal of Applied Mathematics 24(1), 117-129.

[41] Sebastian, S., Ramakrishnan, T.V., 2011. Multi-fuzzy Subgroups. Int. J. Contemp. Math. Sciences 6(8), 365-372.

[42] Sebastian, S., John, R., 2015. Multi-fuzzy sets and their correspondence to other sets. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics 11(2), 341-348.

[43] Şahin, M., Ulucay, V., Yılmaz, F.S., 2017. Dice Vector Similarity Measure Based on Multi-Criteria Decision Making with Trapezoidal Fuzzy Multi-Numbers. International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2017), Harran University, Şanlıurfa, 11-13 May 2017.

[44] Şahin, M., Ulucay, V., Yılmaz, F.S., 2019. Improved Hybrid Vector Similarity Measures And Their Applications on Trapezoidal Fuzzy Multi Numbers. Chapter 12, Pons Editions, Brussels, Belgium.

[45] Şubaş, Y., Deli, I., 2017. A ranking method of single valued neutrosophic numbers and their applications to multi-attribute decision making problems. 10.1007/s13042-016-0505-3.

[46] Thomas, A.S., John, S.J., 2014. Multi-fuzzy rough sets and relations. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics 7(5), 807-815.

[47] Thowhida, A., Ahmad, SU., 2009. A computational method for fuzzy arithmetic operations. Daffodil Int. Univ. J. Sci. Tech., 4(1), 18–22.

[48] Uluçay, V., Deli, I., Şahin, M., 2018. Trapezoidal fuzzy multi-number and its application to multi-criteria decision-making problems. Neural computing and applications 30(5), 1469-1478.

[49] Xu, Z., 2007. Intuitionistic fuzzy aggregation operators. IEEE Trans. Fuzzy Syst., 15(6), 1179-1187.

[50] Xu, Z., 2012. Fuzzy ordered distance measures. Fuzzy Optimization and Decision Making 11(1), 73-97.

[51] Wan, S.P., 2013. Power average operators of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and application to multi-attribute group decision making. Applied Mathematical Modelling 37(6), 4112-4126.

[52] Wang, JQ., Wu, JT., Wang, J., Zhang, HY., Chen, XH., 2014. Interval-valued hesitant fuzzy linguistic sets and their applications in multi-criteria decision-making problems. Information Sciences 288(20), 55–72.

[53] Wang, Y.J., 2015. Ranking triangle and trapezoidal fuzzy numbers based on the relative preference relation. Applied Mathematical Modelling 39(2), 586–599.

[54] Wang, J.Q., Wu, J.T., Wang, J., Zhang, H.Y., Chen, X.H., 2015. Multi-criteria decision-making methods based on the Hausdorff distance of hesitant fuzzy linguistic numbers. Soft Computing 20(4), 1621-1633.

[55] Wang, J., Wang, JQ., Zhang, HY., Chen, XH., 2015. Multi-criteria group decision-making approach based on 2-tuple linguistic aggregation operators with multi-hesitant fuzzy linguistic information. Int. J. Fuzzy Syst., 18(1), 81-97.

[56] Wang, G., Shi, P., Xie, Y., Shi, Y., 2016. Two-dimensional discrete fuzzy numbers and applications. Information Sciences 326(1), 258-269.

[57] Wang, Y.M., Yang, J.B., Xu, D.L., Chin, K.S., 2006. On the centroids of fuzzy numbers. Fuzzy Sets and Systems 157(7), 919-926.

[58] Yager, RR., 1986. On the theory of bags. International Journal of General Systems 13(1), 23-37.

[59] Ye, J., 2012. Multicriteria group decision-making method using vector similarity measures for trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers. Group Decision and Negotiation 21(4), 519-530.

[60] Yu, SM., Zhou, H,, Chen, XH., Wang, JQ., 2015. A multi-criteria decision-making method based on heronian mean operators under a linguistic hesitant fuzzy environment. Asia Pac J Oper Res 32(5), 1550035.

[61] Zadeh, L.A., 1965. Fuzzy Sets. Information and Control, 8(3), 338-353.

[62] Zhang, X., Liu, P., 2010. Method For Aggregating Triangular Fuzzy Intutionistic Fuzzy Information and Its Application to Decision Making. Technological and economic development of economy. Baltic Journal on Sustainability 16(2), 280-290.

[63] Zhang, L., Xu, X., Li, T., 2013. Some similarity measures for triangular fuzzy number and their applications in multiple criteria group decision-making. 10.1155/538261.

[64] Zhou, H., Wang, JQ., Zhang, HY., Chen XH., 2016. Linguistic hesitant fuzzy multi-criteria decision-making method based on evidential reasoning. International Journal Systems Science 47(2), 314-327.

ÖZGEÇMİŞ

Genel Bilgiler

Adı Soyadı : Mehmet Ali KELEŞ

Doğum Yeri : Gaziantep

Doğum Tarihi : 01.01.1984

Yabancı Dili : İngilizce

İletişim : keles_mehmet@hotmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Fitnat Nuri Tekerekoğlu Anadolu Lisesi, 2002

Lisans : Çukurova Üniversitesi Fen-Edebiyat F. Matematik Bölümü, 2006

T.Yüksek Lisans : Çukurova Üniversitesi E.B.E., Matematik Öğret. 2007

Ön Lisans : Anadolu Üniversitesi Adalet Bölümü, 2017

Yüksek Lisans : Kilis 7 Aralık Üniversitesi Fen Bilimleri E., Matematik ABD 2019

Akademik Deneyim

Matematik Öğretmeni MEB,

Alacahan 80.Yıl Anadolu Lisesi, Sivas (2010-2013)

Besni Anadolu İmam Hatip Lisesi, Adıyaman (2013-2016)

Mehmet Hayri Akınal Kız Anadolu İmam Hatip Lisesi, Gaziantep (2016-)